

POLITECNICO DI MILANO
Corso di Laurea MAGISTRALE in Ingegneria Biomedica
Dipartimento di Bioingegneria



**SVILUPPO DI UN FILTRO DI KALMAN
UNSCENTED PER FUSIONE DI DATI OTTICI
E INERZIALI IN AMBITO Di
NEUROCHIRURGIA ROBOTICA**

NearLab
Neuro Engineering and medicAl Robotics Lab
Politecnico di Milano

Relatore: Prof. Giancarlo Ferrigno
Correlatori: Ing. Mirko Daniele Comparetti
Ing. Alberto Vaccarella

Tesi di Laurea di:
Marta Valenti
matricola 749990

Anno Accademico 2011-2012

*A mio nonno,
primo grande ingegnere della famiglia...*

*“But remember,
the brick walls are there for a reason.
The brick walls are not there to keep us out.
The brick walls are there to give us a chance
to show how badly we want something.
Because the brick walls are there
to stop the people who don’t want it badly enough.
They’re there to stop the other people.”*

Randy Pausch - Last Lecture

Sommario

Con lo svilupparsi della Computer Integrated Surgery (CIS) la robotica chirurgica ha investito anche l'ambito della neurochirurgia. Gli interventi di neurochirurgia mininvasiva, che prevedono un accurato posizionamento dello strumento chirurgico, hanno visto l'incrementarsi dell'accuratezza delle operazioni, associato ad un conseguente aumento del numero di operazioni andate a buon fine. L'utilizzo di robot stereotassici in operazioni di neurochirurgia ha fornito al chirurgo un valido strumento per il posizionamento accurato degli strumenti chirurgici, consentendogli la possibilità di eliminare l'uso del casco stereotassico e diminuendo quindi il trauma per il paziente.

Lo scenario chirurgico in cui si inserisce questa tesi è la neurochirurgia robotica per epilessia. La rimozione della zona epilettogena necessita della procedura di brain mapping, in cui il chirurgo stimola elettricamente diverse aree del cervello per valutare la reazione del paziente. In questo modo è possibile riconoscere le zone funzionalmente importanti e preservarle durante l'intervento. Poiché la procedura di brain mapping deve essere eseguita più volte durante l'operazione, il paziente viene lasciato sveglio per tutta la durata dell'intervento. Durante l'operazione è possibile che la testa del paziente si muova per movimenti volontari, per reazione alla stimolazione o per crisi epilettiche convulsive; la testiera che blocca il cranio del paziente limita i possibili movimenti ma non ne assicura la totale eliminazione. Nel caso in cui l'operazione sia eseguita con l'aiuto di un robot, quindi, si rende necessario un algoritmo di compensazione del movimento che ne controlli il movimento ad alta frequenza e gli permetta di non danneggiare il tessuto cerebrale. Idealmente la frequenza di controllo del movimento del robot è di 1 kHz, per permettere la compensazione del movimento.

La compensazione del movimento è possibile attraverso una stima della posa futura del target, che deve essere effettuata tramite un'appropriata sensorizzazione della testiera. Il controllo dell'operazione con un localizzatore ottico che costantemente controlla la posa del target e del robot potrebbe non essere sufficiente per evitare il danno. I sistemi di localizzazione, infatti, hanno frequenze di acquisizione basse rispetto ai requisiti sopra citati, e hanno bisogno della visibilità contemporanea di almeno tre marcatori per definire la posa di ciascun corpo rigido. Una Inertial Measurement Unit (IMU), composta da un accelerometro e da un giroscopio triassiali, può fornire la rilevazione del movimento ad una frequenza più elevata, ed è quindi indicata per la predizione del movimento. Tuttavia, i sensori inerziali soffrono di deriva di integrazione e restituiscono i dati nel sistema di riferimento locale.

La combinazione di sensori ottici ed inerziali può essere una soluzione per ottenere la posa accurata della testa ad una frequenza elevata. La predizione viene effettuata tramite dati inerziali, rilevati ad alta frequenza, mentre la correzione della posa tramite i dati ottici consente di incrementare l'accuratezza della stima. Questa tesi mira a sviluppare un algoritmo di Sensor Fusion basato su Unscented Kalman Filter (UKF) che fonda i dati provenienti da un localizzatore ottico e da una IMU per fornire una predizione del moto della testa compatibile con le accuratezze richieste durante gli interventi di neurochirurgia ad una frequenza sufficiente a permettere la compensazione del movimento.

Poiché i dati ottici ed inerziali sono rilevati in due diversi sistemi di riferimento, è stato necessario implementare un algoritmo di calibrazione che permetta di fondere i dati rispetto ad un unico sistema di riferimento. Viene proposto un metodo di calibrazione basato sul confronto delle informazioni di accelerazione e velocità angolare misurate dai sensori inerziali e ricavate per derivazione numerica dalle informazioni ottiche. La corrispondenza tra le velocità angolari restituisce la parte rotazionale della matrice di calibrazione, mentre il confronto tra le componenti di accelerazione fornisce il valore del vettore traslazione. Di fondamentale importanza è il riconoscimento del contributo fornito dalla gravità, rilevato dalla IMU ma non associato ad un reale movimento del corpo. Questo contributo deve essere sottratto ad ogni acquisizione, in modo da poter confrontare dati coerenti fra loro. Il

metodo di calibrazione proposto è stato confrontato con una calibrazione geometrica, basata sulla misura della posizione degli accelerometri rispetto al sistema di riferimento ottico locale. I risultati mostrano che il metodo di calibrazione tramite derivazione proposto fornisce soluzioni ripetibili alla minimizzazione della funzione di costo implementata per risolvere il sistema sovradeterminato. Gli errori di calibrazione rilevati sono compatibili con i livelli di rumore misurati sui sensori, e sono quindi da considerarsi generati da questi.

L'algoritmo di Sensor Fusion (SF) sviluppato mira a integrare i dati provenienti dai sensori inerziali con la posa ottica derivante dal sistema di localizzazione. L'integrazione dei dati inerziali porta ad errori crescenti dovuti alla deriva di integrazione. La predizione effettuata su questi dati necessita della costante supervisione di un sistema ottico, che corregga la posizione predetta con un'accurata rilevazione della posa. Poiché l'integrazione dei dati inerziali è un processo altamente non lineare, la SF è effettuata tramite un UKF, che permette la risoluzione del modello di stato senza il calcolo dello jacobiano. I dati dei sensori vengono acquisiti a diverse frequenze, ottenendo i dati inerziali a 100 Hz e i dati ottici a 20 Hz. La predizione della posa successiva viene effettuata ogni volta che è disponibile un nuovo set di dati inerziali, correggendo la posa con i dati ottici ad una frequenza inferiore. Due metodi differenti sono stati implementati e confrontati, un modello di stato del primo e uno del secondo ordine.

In entrambi i modelli sviluppati, la posa del corpo rigido è rappresentata all'interno dello stato da quaternioni e coordinate cartesiane. L'utilizzo del quaternioni per rappresentare la rotazione di un corpo elimina i problemi di discontinuità che si avrebbero invece con l'utilizzo degli angoli di Eulero. Tuttavia i quaternioni forniscono un'informazione ridondante, poiché sono composti da quattro variabili con tre soli gradi di libertà (la norma unitaria impone che una delle variabili sia necessariamente dipendente dalle altre tre). Per questo motivo, il rumore sulle variabili di stato è stato modellizzato nello spazio dei vettori angolari, ottenendo quindi tre variabili indipendenti. All'interno del filtro di Kalman vengono eseguiti alcune trasformazioni tra i due spazi geometrici per sfruttare al meglio le caratteristiche di entrambe le rappresentazioni.

I risultati mostrano che gli errori mediani sono inferiori ad 1 mm in entrambi gli approcci, nonostante il modello del primo ordine presenti risultati statisticamente migliori. L'accuratezza richiesta in interventi di neurochirurgia robotica è di 1 mm, e quindi confrontabile con gli errori ottenuti. La frequenza di campionamento adottata è stata di un ordine di grandezza inferiore rispetto alle richieste dell'applicazione. Questo ha però consentito di tenere bassi livelli di rumore e di valutare il funzionamento dell'algoritmo di SF. Il sistema è facilmente espandibile a frequenze di acquisizione maggiori, compatibilmente con le possibilità dell'hardware.

Abstract

The development of Computer Integrated Surgery (CIS) and robotic surgery has involved also neurosurgery. Keyhole neurosurgery interventions, which need accurate positioning of the surgical instrument, increased the overall accuracy of the intervention and the number of successful operations. The use of a stereotactic robot in neurosurgery operations provides the surgeon with a valuable tool for accurate positioning of surgical instruments, avoiding the use of the stereotactic head-frame and reducing trauma for the patient.

The background of this thesis is robotic epilepsy surgery. The removal of the Epileptogenic zone needs a brain mapping procedure, in which the surgeon electrically stimulates different areas of the brain to test patient's responses. In this way, it is possible to identify the most important functional areas and to preserve them during the intervention. Since the brain mapping procedure must be performed several times during the surgery, the patient is left awake for the entire duration of the procedure. However, during the procedure the patient's head can undergo voluntary movements, induced movements or even an epileptic seizure; the head-frame holding the head restrains the possible movements, but does not assure their total removal. If a robot is helping to perform the operation, a motion compensation algorithm is needed to control its motion at high frequency and avoid damage. Ideally, the control frequency of the robot movement is about 1 kHz.

Motion compensation is possible through a prediction of the next step of the target, that has to be done through an appropriate sensorization of the head-frame.

Supervising the operation with an optical tracking system that constantly detects the position of the target and the position of the robot could

be not sufficient to avoid damage. Optical Tracking Systems (OTSs), in fact, have low acquisition frequencies compared to the requirements and need a clear line of sight of at least three optical markers at each time step for the pose resolution of each reference frame. Inertial Measurement Units (IMUs), the combination of a triaxial accelerometer and a triaxial gyroscope, can provide motion detection at higher update rate, and can thus be suitable for motion prediction. However, inertial sensors suffer from drift, and provide measurements in the local reference frame.

The combination of inertial and optical data can thus provide a solution to obtain accurate pose estimation at a high frequency. The prediction is done with the inertial data, acquired at high frequency, while the correction of the pose with optical data allows the prediction accuracy improvement. This thesis aims at developing a Sensor Fusion algorithm based on an Unscented Kalman Filter (UKF) able to integrate data coming from an OTS and an IMU, in order to get a reliable motion of the patient's head consistent with the accuracy required for neurosurgical operations.

Since optical and inertial data are detected in two different reference frames, it was necessary to implement a calibration algorithm. A calibration method is proposed, based on the comparison between acceleration and angular velocity information coming from the inertial sensors and derived by the optical sensor. The correspondence between angular velocities returns the rotational part of the calibration matrix, while the correspondence between the acceleration components gives the translation vector. Gravity is of fundamental importance, as it is detected by the IMU but not associated with an actual movement of the body. This contribution must be subtracted from each sample, in order to compare data consistent with each other. The proposed calibration method has been compared with a geometric calibration, based on the detection of the accelerometer's position in the optical reference frame. The results show that the derivative's calibration method proposed provides repeatable solutions to the minimization of the cost function implemented to solve the overdetermined system. The calibration errors detected are compatible with the noise levels measured on the sensors, and are therefore considered generated by these.

The developed Sensor Fusion (SF) algorithm aims at integrating data

coming from inertial sensors together with the optical pose detected by the OTS.

Integration of IMU data leads to increasing errors, due to integration drift. This prediction requires the supervision of an OTS, that corrects the position with accurate pose detection. As the integration of inertial data is a highly non linear process, sensor fusion is performed through UKF, that allows the resolution of the state model without the jacobian computation. Sensors' data are collected at different frequencies, getting inertial data at 100 Hz and optical data at 20 Hz. The prediction of the next pose is done whenever inertial data is available, correcting the prediction with the optical data at a lower frequency. Two different models are implemented and compared, a first order and a second order state model.

In both models developed, the pose of the rigid body is represented as quaternion and position vector. The use of the quaternion to represent the rotation of a body eliminates the problems of gimbal lock that would occur instead with the use of Euler angles. However, quaternions provide redundant information, since they are composed of four variables with only three degrees of freedom (the unit norm requires that one of the variables is necessarily dependent on the other three). For this reason, the noise on the state variables has been modelled in the angular vector's space, thus obtaining three independent variables. Within the Kalman filter transformations between the two geometric spaces are used to exploit the best features of both representations.

Results show that median errors are less than 1 mm in both approaches, though the first order model shows significantly better results. The accuracy required in neurosurgical operations is 1 mm, and thus comparable with the obtained errors. The sampling frequency adopted was of an order of magnitude lower than the application requirements. This has allowed lower noise levels and the evaluation of the SF algorithm. The system is easily expandable to higher frame rates, according to the available hardware.

Ringraziamenti

Ringrazio innanzi tutto chi mi ha sopportato e supportato in questi 12 mesi di lavoro, tutto il team del NEARLab, la mia famiglia e i miei amici. In particolar modo vorrei ringraziare il professor Ferrigno e l'ing. De Momi per i preziosi suggerimenti.

Vorrei poi ringraziare Elisa per avermi convinto a continuare l'avventura all'interno del NEARLab, Mirko per la pazienza dimostrata nel mostrarmi come lavorare e Lorenzo per avermi sostenuto nei momenti piú difficili. Un sentito grazie va inoltre ad Alberto che mi ha seguito anche dall'estero e a Danilo, per i suggerimenti tecnici, nonché a Chiara per l'allegria che sa sempre portare.

Vorrei ringraziare inoltre i ragazzi del CNR, Federico, Matteo, Nicola, Loris per avermi fatto capire la differenza di punti di vista tra ingegneri meccanici e biomedici.

Last, but not the least, vorrei ringraziare Francesco per avermi fatto conoscere la figura straordinaria di Randy Pausch, dal cui libro sono prese le citazioni ad inizio capitolo.

Indice

Sommario	I
Abstract	V
Ringraziamenti	IX
Elenco delle figure	XIII
Elenco delle tabelle	XVI
Lista degli acronimi	XIX
1 Stato dell'arte	1
1.1 Chirurgia assistita	1
1.2 Robotica chirurgica	2
1.2.1 Neurochirurgia Robotica	3
1.2.2 Chirurgia cardiaca	6
1.2.3 Micromanipolatori	7
1.3 Sensor fusion	8
1.4 Scopo della tesi	11
1.5 Struttura della tesi	11
2 Materiali e metodi	13
2.1 Sensore inerziale	13
2.2 Sensore ottico	15
2.3 Setup sperimentale	17
2.4 Sincronizzazione	18

2.5	Calibrazione	19
2.5.1	Matrice di rotazione	20
2.5.2	Vettore traslazione	21
2.5.3	Calibrazione ottica	23
2.6	Sensor fusion	24
2.6.1	Unscented Kalman Filter	24
2.6.2	Modello del primo ordine	27
2.6.3	Modello del secondo ordine	31
2.6.4	Occlusione di marcatori	35
2.7	Protocollo sperimentale	35
2.7.1	Simulazione	35
2.7.2	Acquisizione dati	37
2.8	Elaborazione dei dati	38
2.8.1	Dati simulati	38
2.8.2	Dati acquisiti	38
3	Risultati	41
3.1	Calibrazione	41
3.1.1	Ripetibilità delle matrici di calibrazione	42
3.1.2	Confronto statistico tra i due metodi di calibrazione delle traslazioni	43
3.1.3	Residui ed errori	44
3.2	Sensor Fusion	45
3.2.1	Rotazioni	45
3.2.2	Traslazioni	47
4	Discussione	51
4.1	Calibrazione	52
4.2	Sensor fusion	53
4.3	Conclusioni e sviluppi futuri	54
	Bibliografia	55
	A Notazione	61

B	Cinematica dei corpi rigidi	63
C	Unscented Kalman Filter	65
C.1	Rappresentazione delle rotazioni	65
C.2	Sigma Points	66
C.3	Predizione	67
C.4	Aggiornamento	68

Elenco delle figure

1.1	Robot chirurgico Da Vinci	2
1.2	Robot chirurgico Neuromate	4
1.3	Robot chirurgico Micron	8
2.1	Sensore inerziale	14
2.2	Sensore ottico	16
2.3	Rappresentazione delle matrici e dei sistemi di riferimento . .	17
2.4	Modello di richiesta dati	18
2.5	Rappresentazione delle trasformazioni nella calibrazione ottica	24
2.6	Schema generale di UKF	26
2.7	Modello di simulazione	36
2.8	Popolazioni di campioni a ritardo costante dall'aggiornamen- to ottico	37
2.9	Schema frequenze di propagazione	39
3.1	Ripetibilità della rotazione	42
3.2	Ripetibilità della traslazione	43
3.3	Errori e residui di calibrazione	44
3.4	Errore angolare della stima rispetto ai dati ottici (Dati simulati)	46
3.5	Errore angolare della stima rispetto ai dati ottici (Dati reali)	46
3.6	Traiettoria reale e stimata tramite modello del prim'ordine (Dati reali)	47
3.7	Particolare della traiettoria reale e stimata tramite modello del prim'ordine (Dati reali)	47
3.8	Errore in posizione della stima rispetto ai dati ottici (Dati simulati)	48

3.9 Errore in posizione della stima rispetto ai dati ottici (Dati reali) 48

Elenco delle tabelle

2.1	Risoluzione, Full Scale Range e Output Data Rate della IMU	14
3.1	Valore mediano degli angoli nautici delle matrici di calibrazione ottenute sui dati reali	42
3.2	Valore mediano delle traslazioni delle matrici di calibrazione ottenute sui dati reali	43

Lista degli acronimi

CIS	Computer Integrated Surgery
DBS	Deep Brain Stimulation
DRF	Dynamical Reference Frame
EKF	Extended Kalman Filter
FSR	Full Scale Range
GdL	Gradi di Libertà
IMU	Inertial Measurement Unit
OTS	Optical Tracking System
ODR	Output Data Rate
RF	Reference Frame
SF	Sensor Fusion
SR	Sistema di Riferimento
UKF	Unscented Kalman Filter

Capitolo 1

Stato dell'arte

*... my dad always taught me that
when there's an elephant in the room, introduce them...*

Randy Pausch - Last Lecture

1.1 Chirurgia assistita

Prima dello sviluppo della Computer Integrated Surgery (CIS), il chirurgo pianificava l'intervento sulle immagini pre-operatorie registrate tra loro in modo da ottenere un modello anatomico e funzionale specifico del paziente; eventualmente la registrazione poteva prevedere l'inserimento di immagini provenienti da atlanti anatomici, per facilitare il riconoscimento di determinate strutture funzionali sul modello specifico. La pianificazione così effettuata permetteva di tener conto di aree funzionalmente importanti e di evitarle durante l'operazione.

In fase intra-operatoria, tuttavia, non si aveva la possibilità di ottenere un feedback sulla posizione dello strumento chirurgico rispetto alla posizione del sito da operare [1]. Lo sviluppo della CIS, a partire dagli anni '90, ha consentito l'evolversi di strumenti che possano guidare il chirurgo durante l'operazione. La navigazione chirurgica, cioè la rappresentazione della posizione dello strumento chirurgico sulle immagini pre-operatorie, consente al chirurgo di avere un controllo sulla bontà dell'intervento già in fase

operatoria, offrendogli la possibilità di correzione e migliorando la riuscita dell'intervento stesso [2].

1.2 Robotica chirurgica

Lo sviluppo della robotica chirurgica è il risultato di una serie di contributi, come la medicina militare e la chirurgia endoscopica video-assistita [3]. Il primo esempio di chirurgia in tele-presenza, sviluppato per applicazioni militari, consentiva al chirurgo di operare i feriti di guerra tramite un robot, senza dover essere presente sul campo di battaglia. Questo permetteva di incrementare le possibilità di sopravvivenza del ferito, che non doveva effettuare lunghi trasporti in condizioni precarie, e metteva il chirurgo al riparo da eventuali attacchi bellici. Nonostante questo sistema non sia mai stato effettivamente usato sul campo di battaglia, i concetti fondamentali che sottostavano al suo sviluppo sono stati incorporati all'interno dei moderni robot chirurgici.



Figura 1.1: Robot chirurgico Da Vinci (Intuitive Surgical Inc.)

La robotica chirurgica infatti si prefigge di aumentare le capacità del chirurgo, migliorandone la destrezza, filtrando il tremore e fornendo un supporto in grado di aumentare l'accuratezza dell'operazione.

I moderni robot chirurgici possono essere divisi in due categorie: *Surgeon Extenders* e *Auxiliary Surgical Supports* [4].

La prima categoria è formata da strumenti che consentono al chirurgo di aumentare la propria destrezza affrontando casi che non sarebbero trattabili con le tecniche chirurgiche tradizionali. Questa categoria comprende diversi sistemi per la microchirurgia. I dispositivi usati per la chirurgia mininvasiva sono sostanzialmente classificabili in robot tele-operati e robot *handheld*. I robot tele-operati si compongono di due unità, chiamate master e slave. Il chirurgo manipola il master, un robot passivo, e il movimento viene riportato direttamente sul robot attivo (slave), eventualmente modificato in ampiezza, frequenza o intensità. Il robot chirurgico Da Vinci (Intuitive Surgical Inc., Sunnyvale, CA) (Figura 1.1) è un esempio di robot tele-operato. I robot *handheld* sono utilizzati per ridurre il tremore della mano del chirurgo durante l'operazione stessa; non sono ancorati al paziente o ai dispositivi presenti in sala operatoria, ma sono mossi direttamente dal chirurgo.

La seconda categoria, *Auxiliary Surgical Supports*, comprende invece sistemi robotici che assistono il chirurgo fornendo un supporto esterno, come ad esempio il sostegno della telecamera laparoscopica o di altri strumenti chirurgici in posizioni predefinite. Il robot neurochirurgico NeuroMate, visibile in Figura 1.2, è un esempio di robot che fornisce supporto esterno al chirurgo [5].

La composizione di informazioni pre-operatorie con immagini intra-operatorie e strumenti robotizzati ha aumentato l'accuratezza finale dell'intervento chirurgico; inoltre, la registrazione con immagini post intervento può assistere il medico nel successivo follow-up clinico [6].

1.2.1 Neurochirurgia Robotica

La pianificazione dell'intervento neurochirurgico consiste nell'individuare una traiettoria che consenta il passaggio degli strumenti chirurgici senza il danneggiamento di aree funzionalmente importanti. Gli interventi di neurochirurgia mininvasiva prevedevano l'utilizzo di un casco stereotassico fissato rigidamente al cranio del paziente che permettesse l'introduzione di una sonda rettilinea lungo la guida predisposta. Il casco era dotato di 5 Gradi di



Figura 1.2: Robot chirurgico Neuromate (Renishaw plc.)

Libertà (GdL), in modo da poter posizionare la sonda in qualunque posa lungo la superficie del cranio. Con lo svilupparsi della CIS, il casco stereotassico è stato sostituito dal neuronavigatore, un sistema che consente di eseguire interventi in modalità frameless. Attraverso questa modalità, alcuni marcatori radiopachi vengono fissati allo scalpo del paziente prima di eseguire le immagini pre-operatorie. Associando i punti fiduciali rilevati sulle immagini pre-operatorie direttamente ai punti sul cranio del paziente è possibile effettuare la registrazione tra i due sistemi di riferimento. A questo punto, qualsiasi strumento chirurgico a cui sia associato un sistema di riferimento viene automaticamente rilevato e riportato nello spazio delle immagini pre-operatorie. Numerosi interventi vengono eseguiti con l'aiuto della navigazione chirurgica: biopsie, inserimento di elettrodi per Stereo ElettroEncefaloGrafia (SEEG) o per Deep Brain Stimulation (DBS) e pianificazione di interventi per rimozione di tumori o foci epilettici [7, 8]. L'utilizzo di un robot in interventi di neurochirurgia keyhole ha aumentato l'accuratezza dell'intervento, fornendo un supporto stabile ed accurato per il posizionamento di sonde e strumenti chirurgici. Numerosi robot chirurgici sono stati sviluppati appositamente per queste funzioni, come ad esempio

Neuromate[®] (Renishaw plc, UK) [5] e NeuroArm [9] (University of Calgary, CA). Il controllo della posa del robot può essere effettuato ad anello aperto o ad anello chiuso: la prima modalità prevede che una procedura di calibrazione identifichi la posa del robot nello spazio operatorio coregistrato con le immagini pre-operatorie. Si forniscono quindi al robot i valori dei giunti, in modo da ottenere la posa desiderata. Questa procedura è però poco robusta, poiché il raggiungimento della posa dipende dall'accuratezza della calibrazione. Alcuni studi dimostrano invece che un robot controllato in anello chiuso da un sistema di localizzazione riesce ad essere molto più accurato di un robot controllato soltanto attraverso la sua cinematica [10, 11]. Per controllo in anello chiuso della posa di un robot si intende il controllo, tramite un sistema di localizzazione, della posa dell'end effector rispetto alla base del robot. Studi dimostrano che un sistema controllato in anello chiuso riesce a restituire una posa accurata anche con una calibrazione poco accurata o del tutto mancante [11].

Per quanto riguarda la neurochirurgia robotica, al momento nessun sistema sviluppato è in grado di compensare il movimento che la testa del paziente potrebbe avere durante il brain mapping o in caso di attacchi epilettici durante l'intervento stesso. Se infatti il movimento cardiaco/respiratorio è facilmente individuabile e predicibile per le basse frequenze coinvolte e per la periodicità associata, il movimento epilettico è totalmente imprevedibile e non periodico, presupponendo quindi un controllo molto più specifico per la motion compensation [12]. Studi condotti in sala operatoria [13] dimostrano che la testa del paziente durante l'intervento può subire movimenti fino a 1 cm, mentre le frequenze in gioco si attestano sotto ai 5 Hz. Questi valori sono l'unico riferimento presente in letteratura per quanto riguarda la misura di spostamenti e frequenze di movimento durante interventi di neurochirurgia a paziente sveglio. Tuttavia in questo studio non sono stati considerati movimenti indotti da crisi epilettiche, che possono aumentare il range di frequenze e spostamenti misurati.

1.2.2 Chirurgia cardiaca

La chirurgia cardiaca tradizionale, effettuata senza l'aiuto di robot chirurgici, prevede che gli interventi vengano effettuati a cuore aperto, cioè in circolazione extracorporea e con il muscolo cardiaco anestetizzato e bloccato da appositi strumenti [14]. La circolazione extracorporea, tuttavia, comporta rischi potenziali quali embolia cerebrale, trauma ematico, scompensi elettrolitici, che possono gravemente compromettere il recupero post operatorio. Per questo motivo, quando possibile, si cerca di eseguire interventi mini-invasivi che non richiedano l'uso della circolazione extracorporea. In questo scenario diventa quindi fondamentale la possibilità di presentare al chirurgo un'immagine stabilizzata, che gli consenta di operare sul cuore come se esso fosse effettivamente in arresto. Nel corso dell'ultimo decennio sono state sviluppate numerose tecniche di compensazione del movimento cardiaco, sfruttando le potenzialità dei robot chirurgici tele-operati [14, 15, 16, 17]. Questi robot si basano sulla riproduzione del movimento prodotto da un robot *master* su un robot *slave*. Il robot master viene mosso dal chirurgo, mentre lo slave è a contatto col paziente ed è sincronizzato sul suo movimento. La sincronizzazione del robot slave avviene per mezzo di punti fiduciali identificati sulla superficie cardiaca da una telecamera ad alta velocità. La sincronizzazione avviene a frequenze di aggiornamento superiori alla frequenza cardiaca (che si assesta attorno a 1.8 Hz), acquisendo ad una frequenza variabile tra 20 Hz e 60 Hz. Il chirurgo osserva un'immagine anch'essa sincronizzata con il movimento cardiaco, e manipola il master, imponendo un movimento che viene aggiunto al moto sincronizzato dello slave e ne cambia la posizione rispetto ai punti target. In questo modo si diminuisce lo sforzo esercitato dal chirurgo operante sul cuore e gli si permette di porre maggior attenzione alle decisioni da prendere e alla manipolazione chirurgica fine. Il controllo per la compensazione del movimento può essere effettuato con diverse procedure: attraverso un controllo adattivo [15, 17], sfruttando il teorema di Takens [16], o costruendo schemi di controllo ancora più complessi che prevedano anche il ritorno di forza sul master, per consentire al chirurgo di avere un feedback aptico oltre che visivo [18]. In [17] viene presentato un metodo per il controllo della posa del robot in interventi

di chirurgia cardiaca endoscopica. Un localizzatore ottico viene utilizzato per osservare la posa del robot durante l'operazione. Inizialmente, viene identificato sulle immagini pre-operatorie un punto target da raggiungere con la sonda di cui il robot è provvisto. Una volta identificato il target nello spazio di lavoro del robot, il controllo adattivo ne consente il raggiungimento nonostante le incertezze del sistema. Dapprima viene fornita una stima della posa del punto di ingresso (trocar) e del target basata sulla posa precedente. La stima viene poi utilizzata come ingresso ad un filtro di Kalman per calcolare i parametri di posa da fornire al robot, considerando il rumore ottico aggiunto alla rilevazione. In questo modo, i movimenti del target che si riflettono nei movimenti del trocar vengono compensati con un algoritmo stabile che controlla direttamente i giunti del robot. In [16] una stima del moto cardiaco viene effettuata sfruttando punti anatomici visibili sulle immagini endoscopiche. Il teorema di Takens, preferito al filtro di Kalman per la quasi-periodicità dei movimenti, fornisce una stima del movimento dei punti anatomici, consentendo anche il corretto posizionamento della telecamera endoscopica dalla quale sono rilevati.

1.2.3 Micromanipolatori

La motion compensation assume un aspetto leggermente diverso per quanto riguarda l'integrazione del robot all'interno di sistemi per microchirurgia. Questi sono sistemi *handheld* (Figura 1.3) cioè mossi dal chirurgo, non ancorati al paziente o al tavolo operatorio. In questo tipo di strumenti, il tremore della mano del chirurgo assume un'entità paragonabile alla dimensione dell'intervento da eseguire. È necessario quindi provvedere ad un sistema di compensazione del tremore per rendere l'intervento più accurato ed aumentare quindi la possibilità di riuscita dell'intervento stesso. In questi strumenti normalmente vengono inseriti dei sensori ottici ed inerziali, che consentono la rapida percezione del movimento e hanno bande di frequenza maggiori rispetto alle telecamere utilizzate per la motion compensation cardiaca. L'acquisizione dei segnali ottici ed inerziali avviene a frequenze comprese tra 500 Hz e 2 kHz, per avere la possibilità di riconoscere anche il tremore della mano del chirurgo, che ha una banda di circa 10 Hz. At-

traverso il filtro di Kalman, questi sensori permettono la predizione della posa successiva dello strumento, consentendo la possibilità di compensare le componenti ad alta frequenza del segnale, associabile al tremore della mano del chirurgo [19, 20].



Figura 1.3: Robot chirurgico Micron (figura estratta da [20]). La punta è separata dall'impugnatura da motori piezoelettrici che consentono il movimento indipendente delle due componenti.

In ogni caso, un'accurata sensorizzazione dell'oggetto in movimento è indispensabile per poter sincronizzare il moto del robot con il target, sia esso il muscolo cardiaco o qualsiasi altro tessuto che necessiti di intervento e non sia completamente bloccato tramite stabilizzatori meccanici.

1.3 Sensor fusion

La rilevazione del movimento con sistema ottico, nonostante abbia un'accuratezza inferiore al mm e sia adatta per la navigazione chirurgica intraoperatoria, presenta alcuni svantaggi, tra cui la necessità del campo di vista e la bassa frequenza di campionamento. I sensori inerziali, invece, hanno una frequenza di campionamento molto più elevata, ma soffrono di deriva di integrazione, per cui non sono adatti ad un monitoraggio accurato durante l'intervento.

La Sensor Fusion (SF) sfrutta i dati provenienti da diversi sensori per rendere più robusta la navigazione intraoperatoria. Combinare attraverso SF i vantaggi dati da diversi sensori porta ad un sistema di misura in grado di fornire continuamente la posizione del target sopperendo alla eventuale

manca di uno dei segnali attraverso l'integrazione delle informazioni disponibili [21]. La SF, qui descritta combinando sensori ottici ed inerziali, è stata sviluppata tra segnali provenienti da diversi sensori. A livello accademico si trovano studi di integrazione tra sensori ottici ed elettromagnetici; tuttavia, l'ingombro e il costo eccessivo dei sensori non hanno favorito l'evoluzione di questa tecnica all'interno delle sale operatorie [21, 22].

Una soluzione attualmente in fase di sperimentazione è quella di combinare l'utilizzo di sensori di posizionamento con sensori inerziali, aumentando la frequenza di campionamento del segnale e rendendo più stabile la rilevazione dei Dynamical Reference Frame (DRF) durante l'intervento [23, 22]. Oltretutto, i sensori inerziali sono al giorno d'oggi miniaturizzabili, e non introducono quindi problemi relativi al loro ingombro.

La prima tecnica di SF sviluppata tra sensori ottici ed inerziali è descritta in [24]. I sensori di posizionamento (ottici, elettromagnetici ed acustici) non risultano essere idonei a monitorare numerosi elementi nell'ambito della realtà virtuale, a causa di occlusioni, range limitati di lavoro e distorsioni; tramite l'inserimento dei sensori inerziali si può invece raggiungere una stima accurata della posa di ciascun elemento. Per questo motivo, Bachmann sviluppa un nuovo tipo di filtro, chiamato *quaternion attitude filter*, che permette di stimare la posa del target (identificata in questo caso con un segmento corporeo a cui è stato attaccato il sensore inerziale) basandosi sulla lettura dei dati provenienti dai giroscopi e correggendo la stima attraverso le informazioni fornite dai magnetometri e dagli accelerometri. La posizione del target viene corretta inoltre tramite radio frequenza, in modo da ottenere una localizzazione accurata anche per lunghi periodi. Estendendo il lavoro eseguito da Bachmann, Marins sviluppa un filtro di Kalman che consente al quaternion attitude filter di lavorare in tempo reale, riducendo inoltre le dimensioni del vettore di stato e il tempo computazionale [25]. Come nel lavoro precedente, si evidenzia l'importanza della rappresentazione delle rotazioni tramite i quaternioni, che non soffrono di singolarità e sono più facilmente utilizzabili del calcolo matriciale.

Il metodo più comune per ottenere l'integrazione tra sensori ottici ed inerziali risulta essere lo sviluppo di un filtro di Kalman, seppure nelle sue versioni estese. Il controllo eseguito con Extended Kalman Filter (EKF),

infatti, predicendo la posizione sulla base dei dati forniti dalla Inertial Measurement Unit (IMU) e correggendo poi la stima con dati di posizionamento consente di ottenere un monitoraggio continuo e accurato della posizione del target [26, 25]. Won [27] amplia l'idea del filtro di Kalman per SF e crea un sistema che prevede l'utilizzo combinato di un particle filter e di un filtro di Kalman lineare per la fusione di dati ottici ed inerziali. Il particle filter campiona la parte non lineare del modello e propaga le non linearità sfruttando le distribuzioni di probabilità. Il filtro di Kalman ne propaga invece la parte lineare ottenendo una stima della posa del target migliore rispetto a quella ottenuta attraverso un EKF. Tuttavia, l'utilizzo di un particle filter rende l'elaborazione molto più dispendiosa computazionalmente, e quindi non utilizzabile per il monitoraggio di strumenti chirurgici.

Infine, il lavoro svolto da Tobergte [23] fornisce un metodo per l'implementazione di un EKF basato sulla cinematica del corpo rigido e sull'integrazione di segnali provenienti da sensori ottici ed inerziali. Questa integrazione viene descritta utilizzando una dettagliata modellizzazione dei singoli sensori. In particolar modo, i sensori ottici ed inerziali presentati vengono descritti in base alle loro caratteristiche di frequenza di acquisizione e ritardo di trasmissione del dato. Implementando un EKF, l'alta frequenza di acquisizione della IMU viene usata per predire la posa del target, mentre l'accuratezza della posa ricavata dall'Optical Tracking System (OTS) consente di aggiornare il dato evitando così la deriva che gli errori di misura dei sensori inerziali porterebbero nell'integrazione dei dati. Il modello di stato risulta essere del primo ordine, poiché non vengono inserite le accelerazioni che sono invece trattate come ingressi esogeni. Partendo dal vettore di stato, che contiene la posa del corpo rigido nel sistema di riferimento ottico, la funzione di uscita restituisce la posa dei singoli marcatori che compongono il DRF. In questo modo, l'algoritmo di SF consente di fornire una stima corretta del target anche se i marcatori sono occlusi per qualche secondo. I dati ottenuti tramite SF mostrano che con un marcatore visibile ciclicamente l'algoritmo riesce a restituire una stima stabile della traiettoria, con un errore massimo di 1 cm

1.4 Scopo della tesi

Per consentire la compensazione del movimento durante gli interventi di neurochirurgia robotica a paziente sveglio, è necessario fornire al controllore del robot una stima della posa del target accurata (idealmente sotto al mm) e ad alta frequenza (idealmente 1 kHz). I localizzatori ottici hanno un'ottima accuratezza, ma una frequenza di campionamento inferiore alle necessità. I sensori inerziali, invece, hanno una frequenza di campionamento molto elevata, ma sono molto rumorosi e soffrono di deriva di integrazione. Il presente lavoro di tesi si prefigge come obiettivo la progettazione e lo sviluppo di un algoritmo di Sensor Fusion che sfrutti i vantaggi dei sensori ottici e inerziali per ottenere una stima accurata e ad alta frequenza della posa della testa, che potrà poi essere utilizzata per la compensazione del movimento.

Poiché i due sensori utilizzati restituiscono le informazioni in due diversi sistemi di riferimento, si è reso necessario un metodo di calibrazione che identifichi la matrice di trasformazione tra i due sistemi di riferimento posti sul target e identificati con la posa del DRF e la posa della IMU. Il metodo sviluppato, che ottiene la matrice di calibrazione tramite derivazione delle informazioni ottiche, è stato confrontato con una calibrazione puramente ottica, ottenuta con un puntatore.

Due diversi modelli sono stati implementati nell'ambito della SF, entrambi basati su Unscented Kalman Filter (UKF). Il primo modello si basa su una modellizzazione al prim'ordine della cinematica del corpo, mentre il secondo modello si basa su una modellizzazione al secondo ordine. Il confronto tra i due modelli di UKF implementati consente la scelta a seconda delle caratteristiche del movimento, permettendo una stima ancora più accurata delle pose.

1.5 Struttura della tesi

La tesi è strutturata nel seguente modo:

Il Capitolo 1 riassume lo stato dell'arte riguardante la neurochirurgia robotica, ponendo attenzione alle attuali tecniche di motion compensation

utilizzate in sala operatoria. Fornisce inoltre una visione più ampia sulle tecniche di SF fino ad ora sviluppate, prendendo in considerazione non solo l'ambito più prettamente chirurgico ma anche più in generale le tecniche di navigazione.

Il Capitolo 2 illustra materiali e metodi utilizzati per la calibrazione del sistema e per l'implementazione dell'UKF, usando la notazione rappresentata in Appendice A e seguendo la cinematica descritta in Appendice B. Nell'Appendice C sono descritti, in maniera più particolareggiata, il filtro di Kalman e la struttura dell'UKF.

Nel Capitolo 3 sono descritti i risultati ottenuti per quanto riguarda sia la calibrazione che il filtro

Il Capitolo 4 fornisce infine una discussione sul metodo implementato, con uno sguardo alle prospettive future

Capitolo 2

Materiali e metodi

“Fundamentals, fundamentals, fundamentals. You’ve got to get the fundamentals down because otherwise the fancy stuff isn’t going to work”

Randy Pausch - Last Lecture

In questo capitolo si descrivono i sensori utilizzati per sviluppare il metodo di SF, le caratteristiche della IMU e del sensore ottico. Verrà poi descritto il sistema di acquisizione e sincronizzazione utilizzato, con particolare attenzione al metodo di calibrazione sviluppato, al confronto tra i due metodi di SF implementati e al protocollo sperimentale per l’acquisizione dei dati.

Per la notazione utilizzata, si rimanda all’Appendice A, mentre i riferimenti alla cinematica dei corpi rigidi sono descritti in Appendice B.

2.1 Sensore inerziale

Una IMU è una piattaforma composta da un accelerometro triassiale e da un giroscopio, anch’esso triassiale. Talvolta è presente anche un magnetometro triassiale, che consente di calibrare il sistema e rendere stabile l’integrazione dei dati per consentire il calcolo della posizione. I sensori inerziali sono abitualmente utilizzati in ambito nautico ed aeronautico per il controllo della posizione del veicolo, e si stanno espandendo anche in ambito robotico. Normalmente, i sensori inerziali sono sempre associati ad un controllo di tipo ottico o elettromagnetico: questo perché il sensore inerziale fornisce le

informazioni ad una frequenza molto maggiore rispetto a quella del sistema di localizzazione, ma soffre di deriva, e quindi l'integrazione di un dato rumoroso porta a valori completamente errati per quanto riguarda la posizione [21].

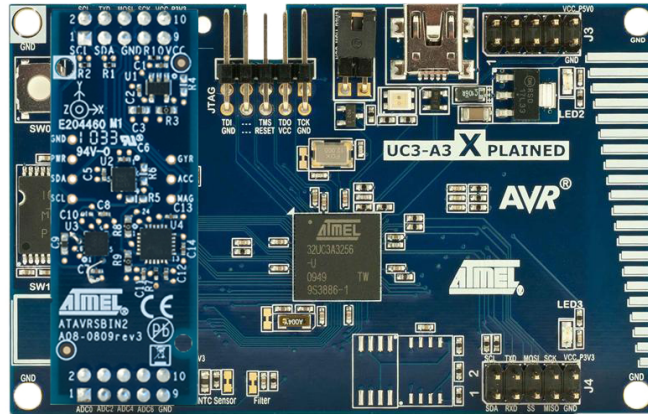


Figura 2.1: IMU: Inertial Sensor Board 2 e UC3 A3 Xplained Board (Atmel)

La IMU utilizzata è la Inertial Sensor Board 2 (Atmel, San Jose, USA) con il supporto della UC3 A3 Xplained Board (Atmel) (Figura 2.1) il cui firmware è stato appositamente scritto per soddisfare alle richieste dell'applicazione. Le prestazioni dei giroscopi e degli accelerometri contenuti nella scheda sono descritti in Tabella 2.1. La frequenza di acquisizione della IMU è stata posta a 100 Hz.

Tabella 2.1: Risoluzione, Full Scale Range e Output Data Rate della IMU

Description		Value
Accelerometers	resolution	12 bit
	FSR	± 8 g
	ODR	200 Hz
Gyroscopes	resolution	16 bit
	FSR	± 2000 ° s ⁻¹
	ODR	256 Hz

La IMU scambia dati con il pc tramite protocollo RS232. L'acquisizione del dato viene effettuata su richiesta del programma di acquisizione, in modo da sincronizzare i dati tramite lo stesso programma.

2.2 Sensore ottico

I sistemi ottici di localizzazione si basano sul principio ottico, cioè sulla visibilità di uno o più punti (detti marcatori o marker) che siano chiaramente identificabili nello spazio rispetto allo sfondo per ogni frame di acquisizione delle telecamere. Generalmente, l'utilizzo della radiazione infrarossa consente ai marcatori di risaltare e non risulta essere dannosa per il corpo umano.

I sensori ottici sono suddivisibili in sistemi attivi e passivi. I sistemi ottici a marcatori passivi sono formati da telecamere ad infrarossi circondate da alcune corone di Light Emitting Diodes (LEDs) che consentono l'illuminazione del marcatore in direzione della telecamera stessa. I marcatori sono costituiti da sfere ricoperte di carta catarifrangente, che se illuminate da un fascio di luce rimettono la luce nella stessa direzione di provenienza. Per questo motivo non necessitano di collegamenti elettrici. I sistemi ottici a marcatori passivi sono tuttavia poco accurati a causa degli algoritmi di riconoscimento, poiché tutti i marcatori vengono rilevati in un solo istante di campionamento ed è l'algoritmo successivo a definire quale sia il marcatore corrispondente ad una determinata posizione nello spazio. I sistemi a marcatori attivi sono costituiti da telecamere a infrarossi che rilevano la posizione di LEDs infrarossi nello spazio. Sono molto più accurati rispetto ai sistemi a marcatori passivi poiché l'accensione dei LED è sequenziale e controllata, e non necessita dunque di un sistema di riconoscimento a forma e dimensione per ricavare la posizione del LED nello spazio. Tuttavia, i marcatori attivi necessitano di alimentazione e di controllo remoto del tempo di accensione, e, per questo motivo, sono collegati al controllore per mezzo di fili.

Tramite la posizione dei marcatori nello spazio è possibile definire un DRF, cioè un set di marcatori rigidamente connessi fra loro che identificano la posa di un corpo rigido. In chirurgia, accurate procedure di registrazione tra immagini pre-operatorie e intra-operatorie consentono di definire la posizione dei corpi rigidi nello spazio rispetto al sito di operazione, e quindi di controllare accuratamente la posa degli strumenti chirurgici definiti come corpi rigidi. I sistemi ottici appena descritti soffrono però di un difetto fondamentale: per riconoscere la posa di un corpo rigido necessitano di

almeno tre marcatori non allineati visibili contemporaneamente dalle telecamere. Questo significa che il chirurgo deve prestare particolare attenzione alla posa del corpo rigido di cui vuole conoscere la posizione e mantenere la completa visibilità dei marcatori, per fare in modo che le telecamere possano riconoscerne la posizione.

Il localizzatore ottico utilizzato è l'Optotrack Certus NDI, il cui volume di lavoro è visibile in Figura 2.2. Il Certus è un localizzatore ottico

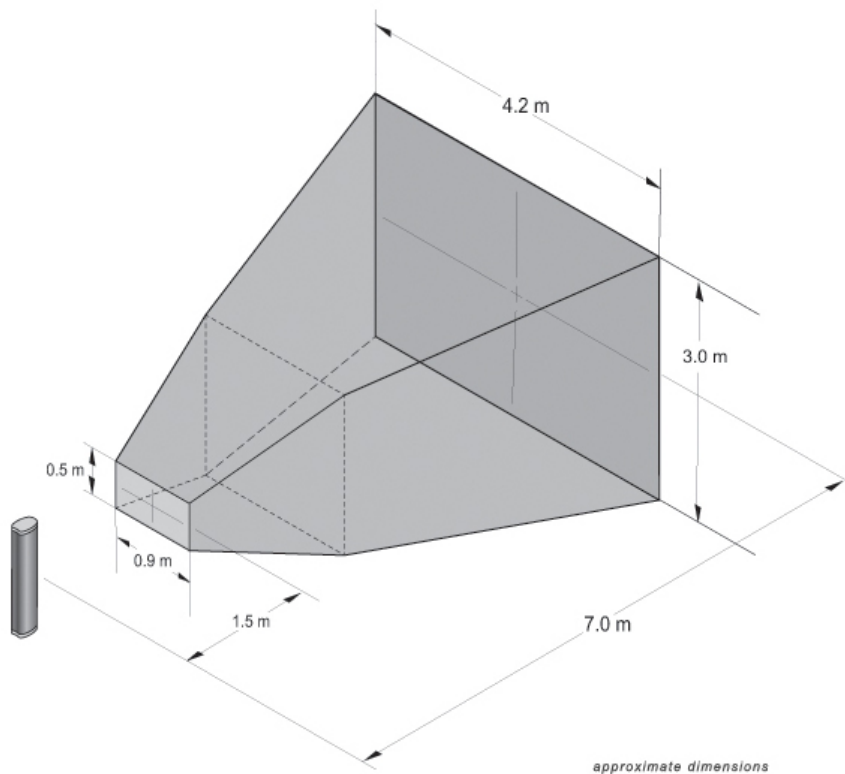


Figura 2.2: Volume di lavoro dell'Optotrack Certus NDI

a marcatori attivi, con una risoluzione spaziale di 0.01 mm ed una accuratezza di 0.1 mm. La frequenza di illuminazione di ciascun marcatore è di 4600 Hz, mentre la frequenza massima di acquisizione dipende dal numero di marcatori connessi, secondo la formula:

$$f_a = \frac{4600}{n + 1.3} \quad (2.1)$$

in cui n è il numero di marcatori e f_a la frequenza di acquisizione. Avendo

un solo corpo rigido da localizzare, è stato scelto di utilizzare una frequenza di campionamento di 100 Hz, pari alla frequenza di campionamento della IMU.

2.3 Setup sperimentale

Il setup sperimentale è composto da un corpo rigido, chiamato anche target, che si muove liberamente nello spazio e da un Sistema di Riferimento esterno (SR_{OTS}), identificato con il sistema di riferimento associato alle telecamere, rispetto al quale il corpo si muove. Sul corpo rigido sono presenti, rigidamente fissati ad esso, una IMU e un DRF ottico. In Figura 2.3 sono visibili le tre componenti del sistema e i relativi sistemi di riferimento.

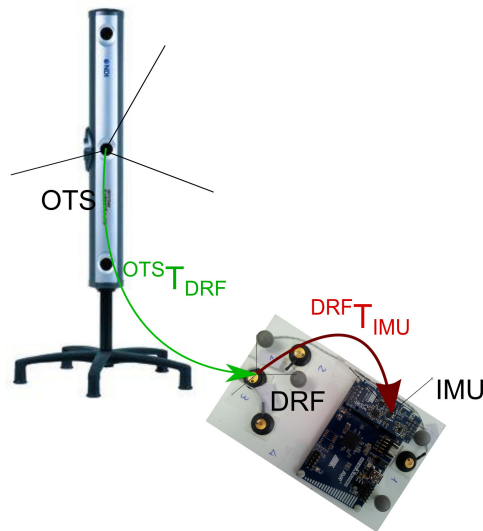


Figura 2.3: Rappresentazione delle matrici e dei sistemi di riferimento

L'acquisizione della posa del DRF avviene tramite un'applicazione denominata *Sensor Manager* [28] che si basa sulla libreria open source *IGSTK* [29, 30]. L'applicazione acquisisce dati ad una frequenza prestabilita e li invia sotto forma di matrice di trasformazione omogenea tramite protocollo *CORBA* al programma di acquisizione nel momento in cui quest'ultimo genera una richiesta.

L'acquisizione dei dati avviene attraverso un programma *Simulink* che consente la gestione dei dati a frequenza prefissata. Il programma si compo-

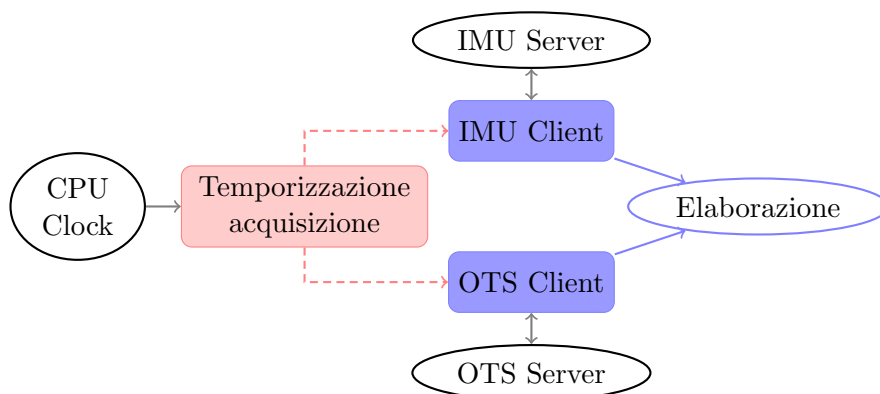


Figura 2.4: Rappresentazione schematica del programma di richiesta dati implementato: in blu sono visibili i due blocchi di richiesta dei dati ottici ed inerziali. In rosso è visibile il blocco di sincronizzazione, che gestisce le richieste in base alla CPU del computer. Questo blocco invia un segnale di abilitazione (freccie rosse tratteggiate) ai due blocchi che eseguono le richieste ed estraggono i segnali.

ne di tre blocchi fondamentali, compilati in codice C, adibiti alla richiesta delle informazioni alla IMU e al DRF e alla gestione dei tempi. Il blocco di richiesta dati all'OTS esegue un collegamento all'interfaccia *CORBA* e richiede dati al Sensor Manager. La successione delle richieste viene temporizzata dal blocco di gestione dei tempi, che rileva il timestamp della CPU del computer che esegue la richiesta e attende finché non è scaduto il tempo di campionamento prima di permettere una successiva richiesta. Il blocco di gestione dei tempi gestisce allo stesso modo anche la richiesta dei dati alla IMU, che avviene tramite interfaccia RS232.

2.4 Sincronizzazione

Per poter effettuare la fusione tra dati ottici e inerziali è necessario sincronizzare i due segnali provenienti da IMU e OTS. Per avere una stima dell'eventuale ritardo tra i due segnali, si calcola la cross correlazione tra i due segnali norma della velocità angolare misurati nei due sistemi di riferimento. La velocità angolare infatti risulta essere identica in ogni punto del corpo rigido, e dipendente solo dall'orientamento del sistema di riferimento nel quale è rappresentata. Facendone la norma si ottiene un vettore che rappresenta la velocità angolare complessiva caratteristica del movimento

del corpo nello spazio.

Per ottenere la velocità angolare derivante dalla matrice di rotazione è stato utilizzato il metodo descritto in [31]:

$$\text{OTS}\boldsymbol{\omega}^{\text{DRF}} = \dot{\varphi} \cdot \mathbf{e} + (\sin \varphi \cdot I_3 + (1 - \cos \varphi) \cdot (\mathbf{e} \times)) \cdot \dot{\mathbf{e}} \quad (2.2)$$

dove φ ed \mathbf{e} indicano rispettivamente l'angolo e l'asse della notazione asse-angolo delle rotazioni, $\dot{\varphi}$ ed $\dot{\mathbf{e}}$ indicano le rispettive derivate temporali, ed $(\mathbf{e} \times)$ indica la skew-symmetrix matrix associata al vettore \mathbf{e} . Le derivate temporali sono state calcolate tramite metodo alle differenze finite centrate su 3 campioni consecutivi, e il valore di velocità angolare risultante è stato associato all'indice temporale del campione centrale considerato. Per quanto riguarda i sensori inerziali, la velocità angolare è stata estratta direttamente dai giroscopi, avendo avuto cura di eliminare l'offset tramite un'acquisizione statica iniziale.

I risultati ottenuti dal controllo di sincronizzazione mostrano che tra i dati della IMU e i dati dell'OTS non ci sono campioni di ritardo rilevabili a 100 Hz. Per questo motivo, sia nella calibrazione che nell'implementazione dell'UKF non sono stati considerati ritardi rilevabili rispetto al tempo di campionamento.

2.5 Calibrazione

Per poter costruire un algoritmo che integri le informazioni provenienti dai vari sensori disponibili, è necessario trovare la matrice di trasformazione tra il sistema di riferimento principale, associato ad uno dei sensori, e tutti gli altri sistemi di riferimento. Avendo a disposizione un magnetometro triassiale, in [22] è stato implementato un algoritmo del tipo Hand-eye calibration [32]. Infatti, grazie alle informazioni provenienti dai magnetometri, è possibile risalire alla posizione dell'oggetto nel suo sistema di riferimento, e attraverso una serie di pose ricavare la matrice di calibrazione fra IMU e DRF.

In alcuni studi [23, 33] viene ritenuta sufficiente una calibrazione geometrica per quanto riguarda la posizione degli accelerometri. Infatti, è stato

dimostrato che il sistema è insensibile a incertezze di livello millimetrico [34], mentre la calibrazione delle rotazioni richiede una stima accurata. In [35] viene presentato un metodo di calibrazione per ricavare la matrice di rotazione tra DRF e IMU. Per quanto riguarda la procedura di calibrazione di seguito descritta, lo spazio preso in considerazione è quello delle accelerazioni lineari e delle velocità angolari. In questo modo, si evita la deriva data dall'integrazione delle misure inerziali, e si limitano gli errori dovuti alla derivazione tramite i filtri. Poiché il dato acquisito tramite sensori inerziali è infatti molto rumoroso, l'integrazione porterebbe ad una rapida deriva delle informazioni, rendendo impraticabile il calcolo della posa corrispondente. Inoltre, durante l'integrazione, si dovrebbero impostare alcune costanti che identifichino la posa iniziale del corpo, che dipendono però anch'esse dalla matrice di calibrazione che si vuole determinare. Per questo motivo si è scelto di derivare le informazioni provenienti dal sensore ottico, e di eseguire una calibrazione basata sulle informazioni di cinematica del corpo.

La procedura di calibrazione, che consente di calcolare la posa del Sistema di Riferimento Inerziale (SR_{IMU}) rispetto al DRF visibile dal tracker ottico, si svolge in due passi. Il primo permette di calcolare l'orientamento relativo dei due sistemi di riferimento (${}^{DRF}R_{IMU}$), mentre nel secondo si ottiene la traslazione tra i due sistemi (${}^{DRF}\mathbf{p}^{IMU}$).

2.5.1 Matrice di rotazione

La velocità angolare di un corpo rigido è costante in ogni punto del corpo rigido e dipende soltanto dall'orientamento del sistema di riferimento nel quale è misurata [36]. Facendo muovere il corpo rigido nello spazio, è possibile acquisire una serie di vettori corrispondenti alle velocità angolari nei due sistemi di riferimento (SR_{IMU} e SR_{OTS}) e quindi ricavare la matrice di rotazione tra Sistema di Riferimento del DRF (SR_{DRF}) e SR_{IMU} .

La derivazione della matrice di rotazione, attraverso l'equazione 2.2, consente di ricavare la velocità angolare del corpo rispetto al sistema di riferimento fisso (${}^{OTS}\boldsymbol{\omega}^{DRF}$).

La stessa velocità angolare (${}^{OTS}\boldsymbol{\omega}^{IMU} \equiv {}^{OTS}\boldsymbol{\omega}^{DRF}$) verrà rilevata dalla IMU nel proprio sistema di riferimento (${}^{IMU}\boldsymbol{\omega}^{IMU}$). Per passare dal Siste-

ma di Riferimento Inerziale al SR_{OTS} sono necessarie le due trasformazioni descritte in equazione 2.3, delle quali la prima rappresenta la rotazione tra SR_{OTS} e DRF e la seconda rappresenta invece la matrice di calibrazione incognita per passare dal SR_{DRF} a SR_{IMU} .

$${}^{OTS}\omega^{IMU} = {}^{OTS}R_{DRF} \cdot {}^{DRF}R_{IMU} \cdot {}^{IMU}\omega^{IMU} \quad (2.3)$$

Detto Δ_r l'errore derivante dalla differenza tra quanto misurato dalla IMU e dall'OTS, rappresentato nelle due forme in equazione 2.2 e equazione 2.3, si può ricavare la matrice di rotazione ${}^{DRF}R_{IMU}$ dal DRF al SR_{IMU} utilizzando una procedura di minimizzazione di questo errore:

$$\Delta_r = {}^{OTS}\omega^{DRF} - {}^{OTS}R_{DRF} \cdot {}^{DRF}R_{IMU} \cdot {}^{IMU}\omega^{IMU} \quad (2.4)$$

2.5.2 Vettore traslazione

Per il calcolo della traslazione fra i sistemi di riferimento vengono usate le accelerazioni rilevate dalla IMU e le derivate seconde delle posizioni rilevate dall'OTS .

Considerando il sistema interno dell'OTS come sistema di riferimento fisso nello spazio, è possibile esprimere la posa del SR_{IMU} nel SR_{OTS} secondo l'equazione:

$${}^{OTS}T_{IMU} = {}^{OTS}T_{DRF} \cdot {}^{DRF}T_{IMU} \quad (2.5)$$

dove ${}^{DRF}T_{IMU}$ è la matrice di calibrazione fra DRF e il Sistema di Riferimento Inerziale. La matrice ${}^{DRF}T_{IMU}$ è così composta:

$${}^{DRF}T_{IMU} = \begin{bmatrix} {}^{DRF}R_{IMU} & {}^{DRF}\mathbf{p}_{IMU}^{DRF} \\ 0_3 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

In equazione 2.6 la matrice ${}^{DRF}R_{IMU}$ indica la matrice di rotazione precedentemente calcolata mentre il vettore ${}^{DRF}\mathbf{p}_{IMU}^{DRF}$, incognito e da stimare, fornisce la posizione dell'origine del SR_{IMU} rispetto al DRF.

Riferendo il vettore traslazione tra il DRF e la IMU al SR_{OTS} si perviene all'equazione 2.7 tramite la quale è possibile ricavare il vettore posizione

incognito.

$${}^{\text{OTS}}\mathbf{p}_{\text{IMU}}^{\text{DRF}} = {}^{\text{OTS}}R_{\text{DRF}} \cdot {}^{\text{DRF}}\mathbf{p}_{\text{IMU}}^{\text{DRF}} \quad (2.7)$$

Per la calibrazione dei parametri incogniti si minimizza l'errore quadratico tra le accelerazioni rilevate dalla IMU e quelle ottenute dalla differenziazione della posizione rilevata dal sistema ottico. La posizione del DRF rilevata dal OTS viene derivata due volte tramite metodo alle differenze finite centrato.

La IMU rileva ogni accelerazione, compresa quella di gravità. Affinché sia possibile confrontare le accelerazioni inerziali e quelle derivate dall'OTS questo contributo deve essere rimosso. Durante il movimento, la direzione della gravità nel SR_{IMU} cambia, facendo variare anche la sua scomposizione lungo gli assi della IMU. Il contributo dato dalla gravità risulta tuttavia essere costante nel SR_{OTS} , considerando che questo sistema di riferimento è fisso nello spazio per tutta la durata delle acquisizioni. Per questo motivo, tutte le accelerazioni vengono riportate nel SR_{OTS} , in modo da avere un unico sistema di riferimento per il calcolo delle accelerazioni. Il vettore accelerazioni rilevate dalla IMU rispetto al sistema di riferimento fisso è calcolabile come in equazione 2.8:

$${}^{\text{OTS}}\mathbf{a}_{\text{IMU}} = {}^{\text{OTS}}R_{\text{DRF}} \cdot {}^{\text{DRF}}R_{\text{IMU}} \cdot {}^{\text{IMU}}\mathbf{a}_{\text{IMU}} \quad (2.8)$$

Lasciando la IMU ferma si può rilevare inizialmente la direzione della gravità nel suo sistema di riferimento. Applicando la equazione 2.8 si può calcolare il valore della gravità (\mathbf{g}) rispetto al SR_{OTS} (equazione 2.9).

$${}^{\text{OTS}}\mathbf{g}_{\text{IMU}} = {}^{\text{OTS}}R_{\text{DRF}} \cdot {}^{\text{DRF}}R_{\text{IMU}} \cdot {}^{\text{IMU}}\mathbf{g}_{\text{IMU}} \quad (2.9)$$

L'accelerazione della IMU rispetto all'OTS può essere calcolata come in equazione 2.10, sommando alla componente gravità riportata nel sistema di riferimento OTS i tre contributi che compongono l'accelerazione del corpo rigido: l'accelerazione lineare del DRF, l'accelerazione centripeta del corpo

e l'accelerazione di Eulero (per approfondimenti si veda l'Appendice B).

$$\begin{aligned}
\text{OTS}_{\mathbf{a}^{\text{IMU}}} &= \text{OTS}_{\mathbf{g}^{\text{IMU}}} + \\
&\quad + \text{OTS}_{\mathbf{a}^{\text{DRF}}} + \\
&\quad + \text{OTS}_{\boldsymbol{\omega}^{\text{DRF}}} \times (\text{OTS}_{\boldsymbol{\omega}^{\text{DRF}}} \times \text{OTS}_{\mathbf{p}_{\text{IMU}}^{\text{DRF}}}) + \\
&\quad + \text{OTS}_{\boldsymbol{\alpha}^{\text{DRF}}} \times \text{OTS}_{\mathbf{p}_{\text{IMU}}^{\text{DRF}}}
\end{aligned} \tag{2.10}$$

in equazione 2.10, $\text{OTS}_{\mathbf{a}^{\text{DRF}}}$ rappresenta l'accelerazione lineare del DRF, $\text{OTS}_{\mathbf{p}_{\text{IMU}}^{\text{DRF}}}$ è la proiezione incognita del vettore tra DRF e IMU nel SR_{OTS} , $\text{OTS}_{\boldsymbol{\omega}^{\text{DRF}}}$ indica la velocità angolare del corpo rigido e $\text{OTS}_{\boldsymbol{\alpha}^{\text{DRF}}}$ la relativa accelerazione angolare.

Detto $\Delta_{\mathbf{a}}$ l'errore tra l'equazione 2.10 e l'equazione 2.8, la procedura di minimizzazione in equazione 2.11 conduce alla rilevazione del vettore $\text{OTS}_{\mathbf{p}_{\text{IMU}}^{\text{DRF}}}$ da cui con equazione 2.7 si può ricavare la componente di traslazione della matrice di calibrazione ${}^{\text{DRF}}\mathbf{p}_{\text{IMU}}^{\text{DRF}}$.

$$\begin{aligned}
\Delta_{\mathbf{a}} &= \text{OTS}_{\mathbf{g}^{\text{IMU}}} + \\
&\quad + \text{OTS}_{\mathbf{a}^{\text{DRF}}} + \\
&\quad + \text{OTS}_{\boldsymbol{\omega}^{\text{DRF}}} \times (\text{OTS}_{\boldsymbol{\omega}^{\text{DRF}}} \times \text{OTS}_{\mathbf{p}_{\text{IMU}}^{\text{DRF}}}) + \\
&\quad + \text{OTS}_{\boldsymbol{\alpha}^{\text{DRF}}} \times \text{OTS}_{\mathbf{p}_{\text{IMU}}^{\text{DRF}}} + \\
&\quad - \text{OTS}_{R_{\text{DRF}}} \cdot {}^{\text{DRF}}R_{\text{IMU}} \cdot {}^{\text{IMU}}\mathbf{a}^{\text{IMU}}
\end{aligned} \tag{2.11}$$

2.5.3 Calibrazione ottica

Per confrontare il metodo di calibrazione precedentemente descritto con i metodi geometrici citati in letteratura si è scelto di eseguire una seconda calibrazione della parte di traslazione tramite l'utilizzo di un puntatore ottico. Poiché le velocità angolari sono identiche in ogni punto del corpo rigido, l'origine del SR_{IMU} è stata posta coincidente con la posizione degli accelerometri. La posizione degli accelerometri è stata dunque indicata con il puntatore durante l'acquisizione (Figura 2.5). Per trovare la posizione del SR_{IMU} nel SR_{DRF} si è quindi chiuso l'anello cinematico tramite l'equazione

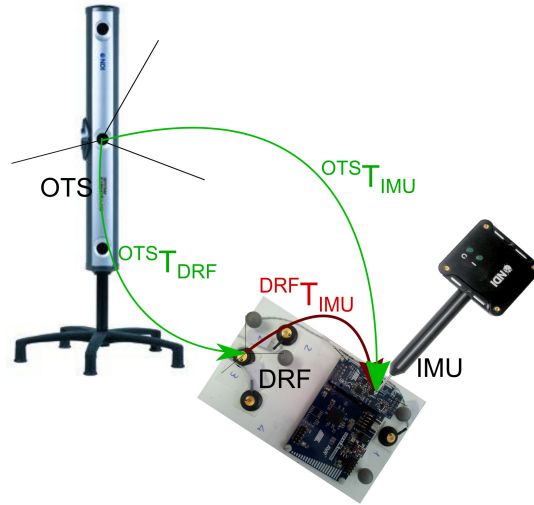


Figura 2.5: Rappresentazione delle trasformazioni nella calibrazione ottica

2.12

$${}^{\text{DRF}}T_{\text{IMU}} = ({}^{\text{OTS}}T_{\text{DRF}})^{-1} \cdot {}^{\text{OTS}}T_{\text{IMU}} \quad (2.12)$$

La traslazione tra DRF ed IMU è contenuta nella matrice di rototraslazione ${}^{\text{DRF}}T_{\text{IMU}}$. La parte di rotazione di questa matrice non viene considerata, poiché l'orientamento del puntatore non è stato fatto coincidere con l'orientamento della IMU

2.6 Sensor fusion

2.6.1 Unscented Kalman Filter

Il filtro di Kalman è un set di equazioni matematiche che forniscono un metodo computazionale ricorsivo efficiente per la stima dello stato di un processo, in modo da minimizzare l'errore quadratico medio. Il filtro è potente sotto diversi aspetti: supporta la stima di stati passati, presenti e persino futuri, anche quando la natura precisa del sistema modellizzato non è nota [37, 38].

Questo filtro si basa sulla formulazione del sistema dinamico lineare nello spazio di stato, cioè sulla corrispondenza tra l'evoluzione dinamica dello stato e l'evoluzione delle variabili osservabili. Un modello a spazio di stato è rappresentabile come:

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k, u_{k+1}) + v_{k+1} & v \sim \mathcal{N}(0, Q) \\ y_k = g(x_k) + w_k & w \sim \mathcal{N}(0, R) \end{cases} \quad (2.13)$$

in cui x rappresenta lo stato, l'indice k e $k + 1$ indicano rispettivamente l'istante corrente e l'istante successivo, u indica l'eventuale ingresso esogeno, v e w rappresentano il rumore gaussiano additivo a media nulla e varianza data dalle matrici Q ed R ; f indica la funzione di stato, mentre g indica la funzione di misura che restituisce la stima delle osservazioni y . Tramite la misura delle osservazioni il filtro di Kalman permette di effettuare una stima delle variabili di stato. Nell'algoritmo, ricorsivo, sono presenti due fasi distinguibili: la prima è detta fase di predizione, e consente la stima dello stato al passo successivo tramite il valore dello stato stesso al passo precedente. La seconda fase è detta di aggiornamento e prevede il calcolo delle osservazioni dato lo stato corrente. La predizione delle osservazioni viene poi confrontata con il valore reale delle variabili osservate, dando luogo a quello che viene chiamato il vettore innovazione. Questo, attraverso il guadagno di Kalman, viene riportato sullo stato e ne corregge la predizione, consentendo l'aggiornamento e l'inizio di una nuova fase di predizione. Il filtro di Kalman risulta essere uno stimatore ottimo sotto le condizioni di linearità del modello di stato e di misura e con il vincolo che i rispettivi rumori additivi siano gaussiani a media nulla e covarianza nota. Nel caso il cui alcuni di questi vincoli non siano rispettati, il filtro di Kalman risulta essere uno stimatore valido, ma la stima è subottima. Per rendere migliore la stima dello stato quando il modello non è lineare, sono stati sviluppati a partire dal filtro di Kalman due principali estensioni: l'Extended Kalman Filter e l'Unscented Kalman Filter.

L'EKF utilizza le equazioni del filtro lineare dopo aver eseguito ad ogni passo la linearizzazione della funzione di stato e di misura. In questo modo il sistema viene reso lineare, e quindi si può giungere ad una stima dello stato. La linearizzazione delle funzioni di stato e misura può portare però a instabilità nel caso non sia verificata la condizione di linearità locale. Inoltre, la derivazione delle matrici Jacobiane per il calcolo delle covarianze non è banale, e anzi è spesso di difficile implementazione.

Nel caso di UKF, invece, il procedimento è completamente diverso. Julier e Uhlmann [39] propongono un nuovo tipo di stimatore basato sulla distribuzione di probabilità dello stato al passo precedente e sulla trasformata unscented delle funzioni non lineari. L'idea che sta alla base è che media e covarianza di qualsiasi variabile possano essere adeguatamente rappresentate da un certo numero di punti campionati adeguatamente nello spazio (detti *sigma point*). La trasformazione non lineare della variabile può essere dunque rappresentata come la trasformazione non lineare dei sigma point. In questo modo media e covarianza di ogni variabile di stato e di misura sono campionate ed elaborate ad ogni passo, senza dover calcolare lo Jacobiano del sistema. Questo permette una stima delle variabili con un modello del secondo ordine, e, in aggiunta, non è necessario che il rumore additivo sia gaussiano. Una serie di parametri permettono infatti di ottenere una disposizione ottimale dei sigma point anche nel caso in cui il rumore non sia gaussiano.

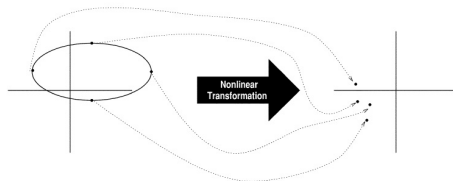


Figura 2.6: Schema generale di UKF (figura estratta da [39]). Le linee rappresentano la trasformazione non lineare che i punti campionati all'interno della covarianza subiscono per poi ricostruire media e covarianza della variabile trasformata.

In questo paragrafo sono descritti due diversi metodi di implementazione di un UKF, dei quali il primo prevede l'utilizzo dei dati inerziali come ingressi esogeni implementando un modello del primo ordine, mentre il secondo aumenta l'ordine di derivazione inserito nel vettore di stato fino al secondo ordine. La descrizione del modello del primo ordine riprende la schematizzazione dei sensori sviluppata da Tobergte [23]. Il modello del secondo ordine viene invece sviluppato su uno schema più classico, che prevede l'utilizzo di tutti i sensori disponibili come osservazioni dello stato.

Il controllo delle matrici di covarianza viene effettuato gestendo il passaggio tra quaternioni e vettore angolare come descritto in [40], in modo

da rappresentare il rumore sui tre gradi di libertà delle rotazioni (per la descrizione completa del metodo si veda il Paragrafo C.1).

2.6.2 Modello del primo ordine

Il modello del primo ordine prevede che i dati provenienti dai sensori inerziali vengano usati come ingressi esogeni all'interno del filtro di Kalman, mentre le pose derivanti dall'OTS siano gestite come osservazioni.

Descrizione del modello

Il modello di stato assume quindi la seguente conformazione:

$$x = [\text{OTS } \mathbf{q}^{\text{IMU}} \text{OTS } \boldsymbol{\omega}_b^{\text{IMU}} \text{OTS } \mathbf{p}^{\text{IMU}} \text{OTS } \mathbf{v}^{\text{IMU}} \text{OTS } \mathbf{a}_b^{\text{IMU}}] \quad (2.14)$$

in cui il pedice b accanto alle componenti di velocità angolare e accelerazione indica il bias della componente indicata. Il vettore delle osservazioni e il vettore di ingresso hanno rispettivamente le forme descritte in equazione 2.15 ed in equazione 2.16

$$y = [\text{OTS } \mathbf{p}^{\text{mk1}} \text{OTS } \mathbf{p}^{\text{mk2}} \text{OTS } \mathbf{p}^{\text{mk3}} \text{OTS } \mathbf{p}^{\text{mk4}}] \quad (2.15)$$

$$u = [\text{IMU } \boldsymbol{\omega}^{\text{IMU}} \text{IMU } \mathbf{a}^{\text{IMU}}] \quad (2.16)$$

L'inserimento del bias nel vettore di stato e l'utilizzo delle misure inerziali come ingressi esogeni comportano la modellizzazione al primo ordine del sistema. Il calcolo dei ritardi mostra che i dati ottici ed inerziali sono sincronizzati e non necessitano quindi di un ritardo imposto sull'aggiornamento. La gravità viene presa in considerazione all'interno della funzione di stato, poiché per l'aggiornamento della velocità lineare dai dati provenienti dalla IMU questa informazione deve essere rimossa, in quanto rilevata dalla IMU ma non dall'OTS.

Funzione di stato

La funzione di aggiornamento dello stato viene dunque sviluppata nel seguente modo:

$$\text{OTS } \mathbf{q}^{\text{IMU}}[k] = \text{OTS } \mathbf{q}^{\text{IMU}}[k-1] \star q(t_s, (\text{IMU } \boldsymbol{\omega}^{\text{IMU}}[k] - \text{IMU } \boldsymbol{\omega}_b^{\text{IMU}}[k-1])) \quad (2.17a)$$

$$\text{IMU } \boldsymbol{\omega}_b^{\text{IMU}}[k] = \text{IMU } \boldsymbol{\omega}_b^{\text{IMU}}[k-1] \quad (2.17b)$$

$$\text{OTS } \mathbf{p}^{\text{IMU}}[k] = \text{OTS } \mathbf{p}^{\text{IMU}}[k-1] + t_s \cdot \text{OTS } \mathbf{v}^{\text{IMU}}[k-1] \quad (2.17c)$$

$$\begin{aligned} \text{OTS } \mathbf{v}^{\text{IMU}}[k] = \text{OTS } \mathbf{v}^{\text{IMU}}[k-1] + t_s \cdot (\text{OTS } R_{\text{IMU}}[k-1] \cdot \\ (\text{IMU } \mathbf{a}^{\text{IMU}}[k] - \text{IMU } \mathbf{a}_b^{\text{IMU}}[k-1]) - \text{OTS } \mathbf{g}^{\text{IMU}} \end{aligned} \quad (2.17d)$$

$$\text{IMU } \mathbf{a}_b^{\text{IMU}}[k] = \text{IMU } \mathbf{a}_b^{\text{IMU}}[k-1] \quad (2.17e)$$

All'interno dell'equazione 2.17a, q indica la funzione di aggiornamento dei quaternioni, sviluppata sulla base della *Strapdown Inertial Navigation Technology* descritta in [41]. Questa funzione prende in ingresso le velocità angolari attuali per aggiornare il quaternion secondo le equazioni descritte in equazione 2.18

$$\begin{aligned} \mathbf{q}[k+1] &= \mathbf{q}[k] \cdot \mathbf{r}[k] \\ \mathbf{r}[k] &= [r_c \quad r_s \sigma_x \quad r_s \sigma_y \quad r_s \sigma_z] \\ r_c &= \cos\left(\frac{\sigma}{2}\right) = 1 - \frac{(0.5\sigma)^2}{2!} + \frac{(0.5\sigma)^4}{4!} \\ r_s &= \frac{\sin(\sigma/2)}{\sigma} = 0.5 \left(1 - \frac{(0.5\sigma)^2}{3!} + \frac{(0.5\sigma)^4}{5!}\right) \end{aligned} \quad (2.18)$$

La predizione dello stato viene eseguita ogni qualvolta il dato inerziale sia disponibile.

Funzione di misura

Una volta aggiornato lo stato con la posa predetta, è possibile avere la predizione delle uscite (posizione dei marcatori) utilizzando la trasformazione nota tra DRF ed IMU e la posizione dei marker nel SR_{DRF} . Le equazioni

che determinano la posizione dei marcatori nel SR_{OTS} sono dunque:

$${}^{\text{OTS}}T_{\text{DRF}} = {}^{\text{OTS}}T_{\text{IMU}} \cdot ({}^{\text{DRF}}T_{\text{IMU}})^{-1} \quad (2.19a)$$

$${}^{\text{OTS}}\mathbf{p}^{mk_n} = {}^{\text{OTS}}T_{\text{DRF}} \cdot {}^{\text{DRF}}\mathbf{p}^{mk_n} \quad (2.19b)$$

L'indice mk_n indica l' n -esimo marcatore mentre le scritte ${}^{\text{DRF}}\mathbf{p}^{mk_n}$ e ${}^{\text{OTS}}\mathbf{p}^{mk_n}$ indicano la sua posizione rispettivamente nel SR_{DRF} e nel SR_{OTS} .

La correzione viene eseguita quando si ha a disposizione una misura ottica. In questo modo, il filtro può supportare due diverse frequenze di aggiornamento. Tra due diverse fasi di correzione ci saranno infatti molte fasi di predizione, in cui le informazioni verranno fornite soltanto dai sensori inerziali.

Questo tipo di implementazione permette anche di sopperire alla mancanza di qualche marcatore qualora il campo di vista dell'OTS fosse ostruito in qualche modo e solo una parte dei marcatori a disposizione risulti visibile. Infatti l'OTS fornisce in uscita anche un indice di qualità della misura della posizione del singolo marker. Se questa risulta essere sotto una determinata soglia, il marcatore è da considerarsi non visibile, e quindi la sua posizione non deve essere utilizzata nella fase di correzione.

Matrici di covarianza

La matrice di covarianza dello stato, Q , rappresentante il rumore dato dal troncamento della serie di Taylor e le inaccurately dei sensori inerziali, viene in questo caso sviluppata secondo quattro diversi parametri: il primo parametro è il rumore sulla posizione, che viene poi utilizzato per calcolare il rumore sulle velocità secondo la formula di Fioretti [42]. Il secondo parametro è il rumore sui quaternioni, rappresentato però come rumore sul vettore rotazione (in Appendice C sono descritte le equazioni per passare da quaternione a vettore rotazione e viceversa) [40]. La rappresentazione del rumore sul quaternione come rumore su tre variabili indipendenti favorisce la modellizzazione del sistema stesso. Infatti, l'utilizzo dei quaternioni è da preferirsi rispetto a quello dei vettori rotazione per questioni di singolarità [43]. La rappresentazione delle rotazioni nello spazio può essere effettuata con diversi metodi: il metodo più intuitivo è la rappresentazione tramite an-

goli di Eulero, cioè tramite rotazioni successive attorno agli assi del sistema di riferimento. Questa rappresentazione soffre tuttavia di singolarità, poiché una stessa rotazione può essere rappresentata con diverse combinazioni di angoli (si pensi ad una rotazione di 90° attorno all'asse x : la stessa rotazione si otterrà ruotando di 90° attorno all'asse y e successivamente di altri 90° attorno all'asse z). La combinazione dei tre angoli può essere alternativamente vista come una rotazione unica attorno ad un determinato asse. In questo modo, però, non si risolve la singolarità presente a 0° e a 180° . Il vettore rotazione sopra citato è la rappresentazione asse–angolo in cui i valori dell'asse normalizzato vengono moltiplicati per l'angolo, mantenendo i tre gradi di libertà delle rotazioni. I quaternioni risultano essere il metodo più comodo per rappresentare rotazioni generiche nello spazio. Queste infatti vengono rappresentate attraverso quattro parametri direttamente ricavabili dalla notazione asse–angolo e che non soffrono di singolarità. Tuttavia, l'informazione contenuta nei quaternioni è ridondante, poiché quattro variabili codificano per tre soli gradi di libertà (rotazionali). I due rimanenti parametri per definire completamente la matrice di covarianza dello stato sono dati dalle due covarianze sul bias delle accelerazioni e sul bias delle velocità angolari.

La matrice di covarianza delle osservazioni R contiene invece il rumore dato dall'OTS sulle pose misurate dei marcatori. Per semplicità, questo rumore viene considerato isotropo sulle tre componenti, e indipendente tra i vari marker. Si ottiene quindi una matrice diagonale con un unico valore di covarianza identico per tutte le variabili.

Inizializzazione

Una corretta inizializzazione del filtro di Kalman è fondamentale per un'accurata predizione della posa del target. I parametri da inizializzare sono lo stato iniziale x_0 e la covarianza iniziale dello stato P_0 che viene poi aggiornata automaticamente sulla base del confronto fra posa stimata e posa misurata. Come descritto nel Paragrafo 2.7, in ogni acquisizione è previsto un periodo iniziale di posa statica, in cui le velocità angolari sono nulle e l'unica accelerazione misurata dalla IMU risulta essere la gravità. Lo stato

iniziale viene quindi inizializzato alla prima posa rilevata dall'OTS, mentre velocità e accelerazioni vengono poste a zero. Durante questa fase iniziale viene anche ricostruita la gravità nel SR_{OTS} , per poter poi essere utilizzata nella funzione di stato. La matrice di covarianza iniziale dello stato viene inizializzata a valori paragonabili al rumore ottico per dare la certezza della posa statica iniziale. P_0 risulta avere la stessa dimensione di Q , e quindi una dimensione in meno rispetto allo stato. Infatti, anche in questo caso, l'incertezza sui quaternioni viene rappresentata come un vettore tridimensionale e non quadridimensionale come invece il quaternione presente nello stato.

2.6.3 Modello del secondo ordine

Per migliorare la predizione dello stato ed aumentare quindi l'accuratezza del sistema, si è implementato un secondo filtro di Kalman unscented, che non sfrutta i dati inerziali come ingressi ma li accosta invece ai dati ottici come uscite. Il sistema che ne risulta è un modello a spazio di stato del secondo ordine sulle posizioni e del primo ordine sulle rotazioni, che sfrutta i sensori ottici ed inerziali come osservazioni. Non avendo più i sensori inerziali come ingressi esogeni, le velocità angolari e le accelerazioni del corpo sono state inserite nel vettore di stato e modellizzate come random walk, la cui ampiezza è data dal valore corrispondente di covarianza del rumore dello stato (Q).

Descrizione del modello

Il vettore di stato è quindi così composto:

$$x = [{}^{OTS}\mathbf{q}^{IMU} \quad {}^{OTS}\boldsymbol{\omega}^{IMU} \quad {}^{OTS}\mathbf{p}^{IMU} \quad {}^{OTS}\mathbf{v}^{IMU} \quad {}^{OTS}\mathbf{a}^{IMU}] \quad (2.20)$$

Il vettore di stato contiene la posa della IMU rispetto all'OTS. In equazione 2.20, q rappresenta il quaternione, ω indica la velocità angolare, p indica la posizione, v indica la velocità lineare mentre a indica l'accelerazione. Nelle osservazioni, invece, sono inserite le acquisizioni della IMU nel suo Sistema di Riferimento (SR), e, quando disponibili le informazioni sulla posizione di

ogni marcatore. Il vettore osservazione è quindi:

$$y = [\text{IMU } \boldsymbol{\omega}^{\text{IMU}} \text{ IMU } \mathbf{a}^{\text{IMU}} \text{ OTS } \mathbf{p}^{mk1} \text{ OTS } \mathbf{p}^{mk2} \text{ OTS } \mathbf{p}^{mk3} \text{ OTS } \mathbf{p}^{mk4}] \quad (2.21)$$

Il modello cinematico prevede l'aggiornamento del sistema ad un passo temporale corrispondente all'aggiornamento della IMU. Nel caso in cui sia le informazioni inerziali che quelle ottiche siano disponibili, l'aggiornamento è completo. Nel caso in cui invece le informazioni ottiche non siano disponibili, l'aggiornamento avviene soltanto sui dati inerziali.

Funzione di stato

In questo caso, la predizione è effettuata con un modello del secondo ordine, secondo le equazioni descritte di seguito:

$$\text{OTS } \mathbf{q}^{\text{IMU}}[k] = \text{OTS } \mathbf{q}^{\text{IMU}}[k-1] \star \text{OTS } \mathbf{q}_{\Delta}^{\text{IMU}} \quad (2.22a)$$

$$\text{OTS } \boldsymbol{\omega}^{\text{IMU}}[k] = \text{OTS } \boldsymbol{\omega}^{\text{IMU}}[k-1] \quad (2.22b)$$

$$\text{OTS } \mathbf{p}^{\text{IMU}}[k] = \text{OTS } \mathbf{p}^{\text{IMU}}[k-1] + t_s \cdot \text{OTS } \mathbf{v}^{\text{IMU}}[k-1] + \frac{1}{2} t_s^2 \cdot \text{OTS } \mathbf{a}^{\text{IMU}}[k-1] \quad (2.22c)$$

$$\text{OTS } \mathbf{v}^{\text{IMU}}[k] = \text{OTS } \mathbf{v}^{\text{IMU}}[k-1] + t_s \cdot \text{OTS } \mathbf{a}^{\text{IMU}}[k-1] \quad (2.22d)$$

$$\text{OTS } \mathbf{a}^{\text{IMU}}[k] = \text{OTS } \mathbf{a}^{\text{IMU}}[k-1] \quad (2.22e)$$

In equazione 2.22a il simbolo \star indica la moltiplicazione tra quaternioni. Il quaternion $\text{OTS } \mathbf{q}_{\Delta}^{\text{IMU}}$ indica il quaternion che rappresenta la differenza fra una rotazione e la successiva. Questo quaternion è ricavabile dalla velocità angolare tramite l'equazione 2.23:

$$\begin{aligned} \alpha_{\Delta} &= |\text{OTS } \boldsymbol{\omega}^{\text{IMU}}[k]| \cdot t_s \\ e_{\Delta} &= \frac{\text{OTS } \boldsymbol{\omega}^{\text{IMU}}[k]}{|\text{OTS } \boldsymbol{\omega}^{\text{IMU}}[k]|} \\ \text{OTS } \mathbf{q}_{\Delta}^{\text{IMU}} &= \left[\cos\left(\frac{\alpha_{\Delta}}{2}\right) \quad e_{\Delta} \sin\left(\frac{\alpha_{\Delta}}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.23)$$

Funzione di misura

Una volta ottenuta la predizione della posa della IMU nel SR_{OTS} si può ricavare il valore di accelerazione e velocità angolare nel SR_{IMU} e calcolare la posizione dei marker nel SR_{OTS} . Le equazioni di uscita descrivono questi due passaggi.

$$\begin{aligned}
 {}^{IMU}\boldsymbol{\omega}^{IMU} &= ({}^{OTS}T_{IMU})^{-1} \cdot {}^{OTS}\boldsymbol{\omega}^{IMU} \\
 {}^{IMU}\mathbf{a}^{IMU} &= ({}^{OTS}T_{IMU})^{-1} \cdot ({}^{OTS}\mathbf{a}^{IMU} + {}^{OTS}\mathbf{g}^{IMU}) \\
 {}^{OTS}T_{DRF} &= {}^{OTS}T_{IMU} \cdot ({}^{DRF}T_{IMU})^{-1} \\
 {}^{OTS}\mathbf{p}^{mk_n} &= {}^{OTS}T_{DRF} \cdot {}^{DRF}\mathbf{p}^{mk_n}
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

L'indice mk_n indica l' n -esimo marcatore mentre le scritte ${}^{DRF}\mathbf{p}^{mk_n}$ e ${}^{OTS}\mathbf{p}^{mk_n}$ indicano la sua posizione rispettivamente nel SR_{DRF} e nel SR_{OTS} .

Matrici di covarianza

La matrice di covarianza del rumore sullo stato Q risulta essere in questo caso divisibile in due parti ben distinte: i primi sei elementi corrispondono al rumore sul quaternione e sulle velocità angolari (anche in questo caso la modellizzazione del rumore è stata fatta su tre variabili anziché su quattro), mentre i rimanenti nove elementi rappresentano il rumore sulle traslazioni e sulle relative derivate lineari. Avendo la formulazione del vettore di stato lineare su posizioni e rispettive derivate, è stato applicato il metodo di Fioretti per calcolare la matrice di covarianza dati alcuni parametri caratteristici del moto [42, 44]. In particolar modo, per ogni componente del vettore posizione è possibile scrivere un'equazione del tipo:

$$q_{i,j} = \sigma^2 \frac{t_s^{2N+3-(i+j)}}{(N+1-i)!(N+1-j)!(2N+3-(i+j))} \tag{2.25}$$

in cui N indica l'ordine di derivazione, t_s indica il tempo di campionamento mentre i e j sono gli indici della matrice Q in caso di variabile monodimensionale.

Per la determinazione del valore corretto di σ è necessario conoscere la dinamica del sistema in movimento. In particolare, supponendo verificate le

seguenti equazioni per lo spettro $S_v(j\omega)$ del segnale

$$S_v(j\omega) = 0 \quad \forall \omega > \bar{\omega} \quad (2.26a)$$

$$|S_v(j\omega)| \leq M \quad \forall \omega \leq \bar{\omega} \quad (2.26b)$$

è possibile determinare un limite superiore per il valore di σ :

$$\sigma^2 = \frac{\left(\frac{M\bar{\omega}^{N+2} e^{\bar{\omega} t_s}}{4\pi} t_s \right)^2}{3t_s} \quad (2.27)$$

Il valore di σ^2 viene supposto identico per le tre componenti x, y, z poiché il movimento è supposto casuale e senza una direzione preferenziale.

Per quanto riguarda la componente rotazionale della matrice Q, e quindi il rumore su rotazioni e velocità angolari, vengono definiti due differenti parametri che indicano le covarianze. La matrice risultante è quindi una matrice diagonale di [6x6] elementi in cui i primi tre si riferiscono alle rotazioni mentre i rimanenti tre alle velocità angolari. La matrice di covarianza delle osservazioni, R, contiene il rumore sulle variabili osservate, inerziali ed ottiche. La covarianza del rumore sulle variabili inerziali è stata determinata sperimentalmente, mentre la covarianza dei marcatori ottici è stata posta identica al caso esposto nella descrizione del modello del prim'ordine.

Inizializzazione

L'inizializzazione del vettore di stato avviene anche in questo caso sfruttando la fase statica iniziale. Il valore della posizione e del quaternioni di x_0 vengono infatti inizializzati al valore della prima misura ottica, mentre tutte le altre variabili vengono poste a zero, poiché il corpo è inizialmente fermo. Questa fase iniziale consente anche il calcolo della gravità, che verrà poi utilizzata all'interno della funzione di misura per determinare il valore delle accelerazioni effettivamente rilevate dalla IMU. La matrice di covarianza dello stato P_0 viene inizializzata a valori bassi per indicare la certezza della stima iniziale dello stato.

2.6.4 Occlusione di marcatori

Nel caso in cui alcuni marcatori non risultassero visibili, l'indice di qualità della misura non supera la soglia di validità prestabilita. In questo caso, l'aggiornamento del dato corrispondente viene effettuato utilizzando la predizione stessa del dato. In questo modo l'innovazione del filtro di Kalman viene posta a zero [45], e il guadagno su quella variabile non viene valutato. Questo consente inoltre di aumentare la matrice di covarianza dello stato, indicando che l'incertezza della predizione risulta maggiore.

2.7 Protocollo sperimentale

Il protocollo sperimentale prevede l'utilizzo di due diversi programmi per la simulazione dei dati e l'acquisizione. I dati ottenuti da questi due sistemi vengono utilizzati sia per la calibrazione del sistema che per la sensor fusion.

2.7.1 Simulazione

Prima di procedere all'analisi dei dati acquisiti è stato costruito un simulatore che permettesse di generare esattamente le stesse informazioni che verrebbero estratte dai sensori reali. Per far questo è stato utilizzato un particolare tool di Simulink[®] chiamato *SimMechanics*[™].

SimMechanics[™] fornisce un ambiente 3D di simulazione per sistemi meccanici, in cui è possibile modellare il sistema con blocchi che rappresentano i corpi, i giunti, i vincoli e gli elementi di forza. *SimMechanics* formula e risolve autonomamente le equazioni del moto per il sistema meccanico completo. Un'animazione 3D generata automaticamente permette di visualizzare la dinamica del sistema [46]. Controllando la generazione dei dati attraverso *SimMechanics* è possibile verificare il funzionamento dell'algoritmo di calibrazione e del filtro di Kalman sviluppato.

La simulazione dei dati ottici ed inerziali avviene attraverso un programma che simula il movimento di due corpi rigidi nello spazio. I corpi rigidi rappresentano il DRF e la IMU e vengono simulati con due corpi distinti per permettere la differente rappresentazione della gravità (Figura 2.7). Infatti, per quanto riguarda il DRF, la gravità assume il valore di

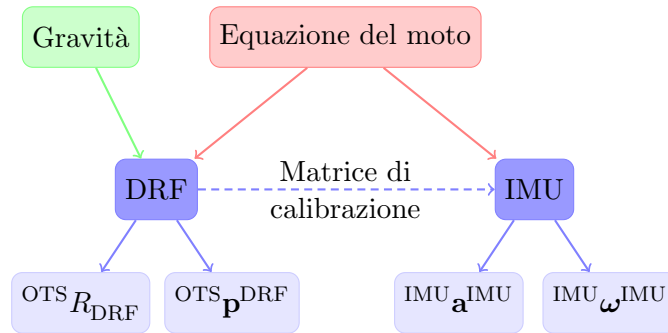


Figura 2.7: Rappresentazione schematica del simulatore implementato: in blu sono visibili i due blocchi che simulano i corpi rigidi, il DRF e la IMU. Tra essi, la matrice di calibrazione (tratteggiata in blu) è mantenuta costante durante la simulazione. In rosso è rappresentata l'equazione del moto che governa entrambi i corpi, mentre la gravità, in verde, viene aggiunta al solo moto del DRF. I dati estratti e utilizzati per le successive elaborazioni sono visibili in azzurro.

-9.81 m s^{-2} mentre la IMU non risente di questa accelerazione. La matrice di calibrazione posta fra i due corpi rigidi è costante per tutto il movimento, e permette di avere il gold standard della calibrazione. I dati estratti dal simulatore rappresentano la posa del DRF nel sistema di riferimento OTS (${}^{\text{OTS}}R_{\text{DRF}}$, ${}^{\text{OTS}}\mathbf{p}^{\text{DRF}}$) e i dati inerziali nel sistema di riferimento IMU (${}^{\text{IMU}}\boldsymbol{\omega}^{\text{IMU}}$, ${}^{\text{IMU}}\mathbf{a}^{\text{IMU}}$).

Quando il programma genera i dati da analizzare con il filtro di Kalman, dal corpo rigido IMU vengono estratte anche posizione e orientamento nel tempo rispetto al SR_{OTS} (${}^{\text{OTS}}R_{\text{IMU}}$, ${}^{\text{OTS}}\mathbf{p}^{\text{IMU}}$), che consentono di avere il gold standard del movimento del target con cui confrontare l'uscita del filtro di Kalman.

Il movimento dei due corpi avviene attraverso l'imposizione di forze e momenti sui tre assi. I movimenti generati sono composizioni di rotazioni e traslazioni a velocità o accelerazione costante. Ogni simulazione è composta da 30 s di acquisizione, a cui viene aggiunto successivamente il rumore di misura. Questo è stato modellizzato come rumore bianco a media nulla e varianza pari alla varianza misurata sui dati reali. I dati vengono estratti a frequenza predefinita, pari a 100 Hz sia per i dati ottici che per quelli inerziali. Il sottocampionamento viene effettuato successivamente all'interno dell'algoritmo di SF.

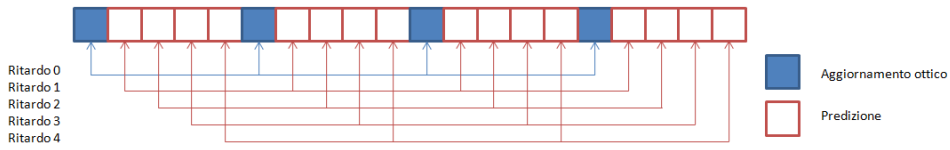


Figura 2.8: Popolazioni di campioni a ritardo costante dall'aggiornamento ottico

2.7.2 Acquisizione dati

Le acquisizioni eseguite sono state 12, ciascuna di 30 s, rilevando sia i dati ottici che inerziali a 100 Hz. Il target è stato mosso eseguendo un movimento casuale a mano libera nello spazio. Per un periodo iniziale maggiore di 5 s il sistema è stato lasciato in posizione statica, in modo da poter calcolare la direzione della gravità nel SR_{OTS} . Durante il movimento, particolare attenzione è stata posta affinché tutti i marcatori fossero sempre visibili, in modo da poter ricostruire la posizione del DRF in ogni istante. In questo modo è possibile valutare la differenza tra il valore della misura e il valore della predizione ad ogni istante. Il successivo sottocampionamento dei dati ottici a 20 Hz consente la validazione delle predizioni a diversa frequenza all'interno dell'UKF. Tra un aggiornamento ottico e l'altro risultano esserci in questo modo cinque campioni di predizione, che costituiscono le cinque diverse popolazioni a ritardo costante dall'aggiornamento ottico (Figura 2.8).

I dati acquisiti mostrano un range di accelerazioni la cui norma si attesta al di sotto dei 15 m s^{-2} , includendo la gravità, mentre le velocità angolari variano in un range di circa $\pm 200^\circ \text{ s}^{-1}$. Le frequenze dei movimenti generati sono al di sotto dei 5 Hz. L'ampiezza dei movimenti è di circa 30 cm nelle tre direzioni, mentre gli angoli di rotazione sono inferiori a $\pm 50^\circ$ lungo gli assi x e y del DRF, mentre raggiungono la rotazione completa sull'asse z . Poiché i marcatori sono posizionati sul piano perpendicolare all'asse z , una tale ampiezza di rotazioni non crea problemi di visibilità dei marker stessi all'OTS.

Gli stessi dati utilizzati per calcolare la matrice di calibrazione sono stati poi utilizzati per valutare l'algoritmo di SF.

2.8 Elaborazione dei dati

2.8.1 Dati simulati

I dati simulati sono stati utilizzati per valutare la calibrazione e l'algoritmo di SF precedentemente descritti. Avendo a disposizione il gold standard per la matrice di calibrazione, l'algoritmo di calibrazione è stato validato confrontando l'accuratezza del metodo proposto con la matrice di calibrazione nota. I risultati mostrano che la matrice di calibrazione ottenuta è accurata fino al decimo di millimetro sulle traslazioni e fino al decimo di grado sulle rotazioni. Tuttavia le simulazioni indicano che il risultato dipende in gran parte dal movimento effettuato. In particolar modo, devono esserci almeno due diverse velocità angolari e due diverse accelerazioni angolari perché il sistema converga al giusto risultato. Questi risultati vengono considerati un passaggio intermedio e non sono pertanto presentati all'interno del Capitolo 3.

I due metodi di SF sono stati validati utilizzando i dati estratti dal simulatore. Grazie al simulatore, che estrae la posa corretta della IMU nel SR_{OTS} , è possibile valutare le performance del filtro all'aumentare del rumore di misura, che viene aggiunto a posteriori prima dell'elaborazione con UKF. I risultati presentati in seguito si riferiscono all'errore tra la stima effettuata con il filtro di Kalman e la posa vera dell'oggetto. I valori di rumore aggiunti ai dati simulati sono paragonabili al rumore di misura rilevato dai sensori.

2.8.2 Dati acquisiti

I dati acquisiti sono stati inizialmente utilizzati per calcolare la matrice di calibrazione. Per ogni acquisizione è stata calcolata una matrice di calibrazione. Tra queste 12 matrici calcolate è stata valutata la dispersione. Successivamente, sfruttando le funzioni di costo descritte nelle eq. 2.4 e 2.11, per ogni matrice di calibrazione sono stati calcolati errori e residui di calibrazione, utilizzando il metodo *leave one out*. Per ogni matrice di calibrazione, infatti, sono stati calcolati gli errori inserendo i dati di tutte le acquisizioni eccetto quella utilizzata per il calcolo della matrice stessa; i

residui di calibrazione sono stati calcolati utilizzando invece i dati della stessa acquisizione che ha generato la matrice di calibrazione. Errori e residui sono stati poi confrontati con il test di Kruskal Wallis, per determinare la somiglianza tra le popolazioni.

Gli stessi dati utilizzati per calcolare le matrici di calibrazione sono poi stati usati per la valutazione dell'algoritmo di SF. Il dato vero con cui sono state confrontate le uscite dei due UKF è stato calcolato come posa della IMU nel SR_{OTS} , moltiplicando la posa del DRF per la matrice di calibrazione appena ottenuta. I dati ottici del DRF, rilevati a 100 Hz, sono stati sottocampionati fino ad ottenere una frequenza di 20 Hz. A questo punto i dati grezzi sono stati inseriti all'interno dei due UKF implementati, estraendo la stima della posa del target per il confronto coi dati ottici. L'errore è stato calcolato ricavando la distanza tra la stima della posa e il corrispondente dato ottico acquisito. L'acquisizione a 100 Hz consente il calcolo dell'errore alla stessa frequenza, mentre il sottocampionamento fornisce all'UKF i dati ottici ad una frequenza inferiore, in modo da poter valutare la stima effettuata coi soli dati inerziali. Lo schema rappresentato in Figura 2.9 rappresenta le frequenze con cui vengono propagati i dati.

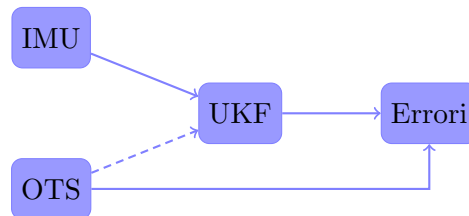


Figura 2.9: Rappresentazione schematica delle frequenze con cui sono calcolati i dati. Le frecce continue indicano la propagazione a 100 Hz, mentre la freccia tratteggiata indica la propagazione a 20 Hz.

Capitolo 3

Risultati

“Experience is what you get when you didn't get what you wanted.”

Randy Pausch - Last Lecture

In questo capitolo vengono presentati i risultati ottenuti sia per l'algoritmo di calibrazione che per il metodo di Sensor Fusion. Per la calibrazione vengono presentati i risultati ottenuti sui dati reali, mentre per l'UKF viene presentato il confronto tra dati reali e dati simulati.

3.1 Calibrazione

In questa sezione si riportano i risultati ottenuti attraverso la procedura di calibrazione, riportando i valori ottenuti tramite il metodo di derivazione per quanto riguarda le rotazioni e mostrando il confronto tra il metodo di derivazione e il metodo ottico per le traslazioni. Dapprima vengono riportati i valori di ripetibilità tra le 12 matrici calcolate, sia per le rotazioni che per le traslazioni. Successivamente viene mostrato il confronto statistico tra i due metodi descritti nel Paragrafo 2.5, il metodo delle derivate e la calibrazione ottica. Infine vengono riportati gli errori ed i residui di calibrazione, calcolati utilizzando le funzioni di costo descritte in eq. 2.4 ed 2.11.

I risultati mostrati in questo paragrafo sono tutti riferiti alle acquisizioni reali.

3.1.1 Ripetibilità delle matrici di calibrazione

Rotazione

In Figura 3.1 è visibile la ripetibilità delle rotazioni nelle 12 matrici di calibrazione. Per semplicità i dati rappresentano solo la dispersione attorno al valore mediano (riportato in Tabella 3.1). I boxplot rappresentano in rosso il valore della mediana (posto a zero poiché i grafici rappresentano la dispersione), in blu il valore dei quartili ed in nero i baffi. Questi rappresentano il 99.3% di una popolazione gaussiana

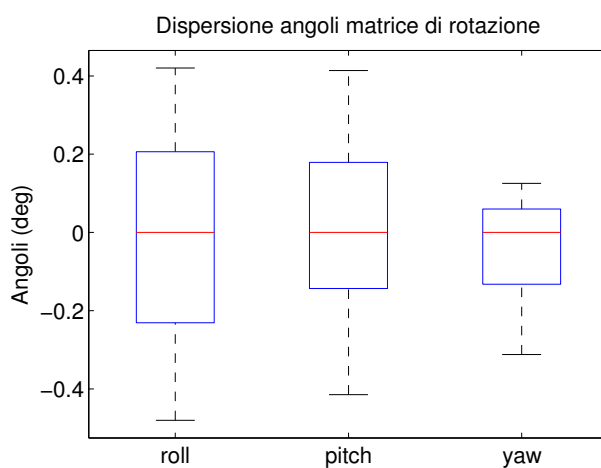


Figura 3.1: Ripetibilità della rotazione nelle matrici di calibrazione.

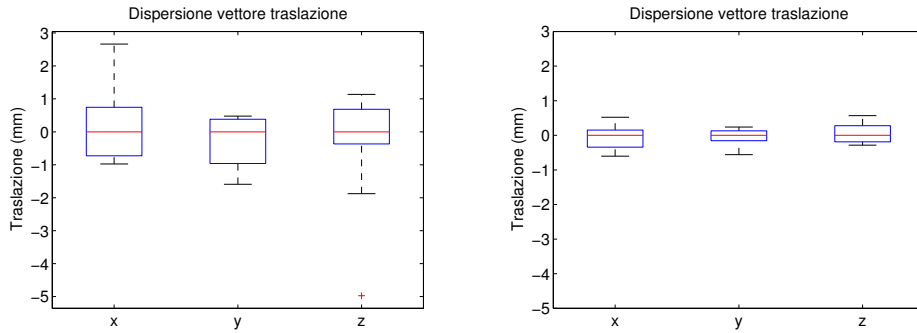
Tabella 3.1: Valore mediano degli angoli nautici delle matrici di calibrazione ottenute sui dati reali

Angoli (deg)	roll	pitch	yaw
Metodo di derivazione	0.026	-1.329	-110.043

Traslazione

La Figura 3.2(a) mostra la ripetibilità del vettore traslazione per le 12 matrici di calibrazione calcolate con il metodo di doppia derivazione del vettore posizione. La Figura 3.2(b) mostra invece la ripetibilità ottenuta con la calibrazione tramite puntatore ottico. Anche in questo caso, i boxplot hanno

la mediana posta a zero per rappresentare solo la dispersione. Il valore delle mediane è visibile in Tabella 3.2.



(a) Calibrazione ottenuta tramite doppia derivazione

(b) Calibrazione ottica

Figura 3.2: Ripetibilità della traslazione nelle matrici di calibrazione

3.1.2 Confronto statistico tra i due metodi di calibrazione delle traslazioni

In Tabella 3.2 sono mostrati i valori mediani ottenuti per quanto riguarda i vettori traslazione.

Tabella 3.2: Valore mediano delle traslazioni delle matrici di calibrazione ottenute sui dati reali

Traslazioni (mm)	x	y	z
Metodo di derivazione	51.5439	3.8517	10.6269
Metodo ottico	55.8521	0.2917	10.4499

Poiché i due metodi di calibrazione restituiscono risultati simili, è stato eseguito il test statistico di Kruskal–Wallis per confrontare la somiglianza fra le popolazioni ottenute. Il test è stato eseguito confrontando per ciascuna componente i due metodi implementati. I risultati mostrano un p -value inferiore al 5% per quanto riguarda le traslazioni sugli assi x e y , mentre forniscono un risultato maggiore per l’asse z . Poiché l’ipotesi nulla indica che le due popolazioni derivano dalla stessa distribuzione, si può concludere

che le popolazioni di traslazioni sugli assi x e y sono statisticamente diverse, mentre non è possibile rigettare l'ipotesi nulla per le traslazioni sull'asse z .

3.1.3 Residui ed errori

Le Fig. 3.3(a) ed 3.3(b) mostrano i residui e gli errori di calibrazione calcolati rispettivamente sulle velocità angolari utilizzando l'equazione 2.4 e sulle accelerazioni sfruttando l'equazione 2.11. Il calcolo del residuo è stato effettuato inserendo di volta in volta la matrice di calibrazione all'interno delle due equazioni sopra citate e calcolando gli errori sulla stessa acquisizione. Il calcolo degli errori prevede invece la stessa matrice di calibrazione usata per calcolare gli errori su tutte le restanti acquisizioni. Le barre colorate rappresentano residui ed errori mediani, mentre i baffi in nero rappresentano i range interquartili.

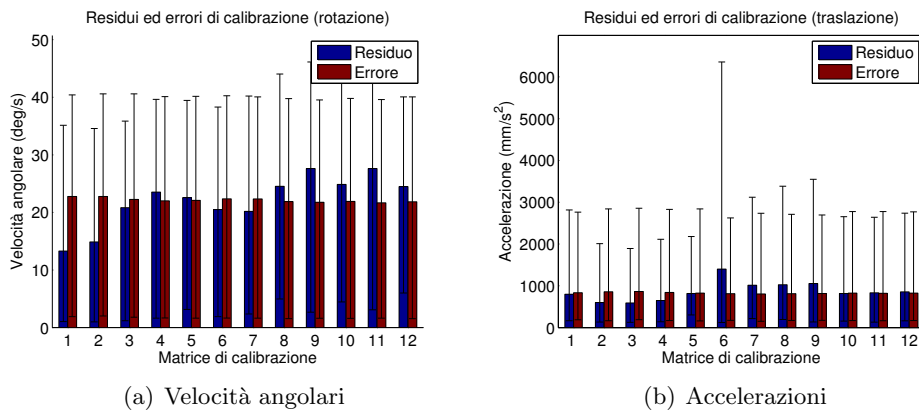


Figura 3.3: Errori e residui di calibrazione

3.2 Sensor Fusion

In questo paragrafo vengono presentati gli errori commessi dall'algoritmo di SF nello stimare la posa del target rispetto alla posa rilevata dall'OTS. I risultati vengono suddivisi tra simulazioni e dati reali.

All'interno del Paragrafo 2.8.2 è possibile trovare la descrizione della rappresentazione degli errori per i due modelli di filtro implementati. Poiché che l'aggiornamento ottico viene effettuato per entrambi i modelli ad una frequenza 5 volte inferiore rispetto alla predizione, è possibile associare ad ogni campione predetto il corrispondente ritardo dall'ultimo aggiornamento ottico effettuato. In questo modo si creano 5 popolazioni per ogni elaborazione (cioè per ogni modello e per ogni acquisizione) i cui campioni sono identificabili tramite il ritardo dall'aggiornamento ottico. Le 12 acquisizioni vengono elaborate con entrambi i metodi di SF proposti. Poiché le acquisizioni sono state effettuate a mano libera e non presentano differenze significative al loro interno, le popolazioni di errori con identico ritardo dall'aggiornamento ottico sono state valutate complessivamente, giungendo ad avere 5 popolazioni per ogni metodo. Questa elaborazione viene effettuata sia sulle simulazioni che sui dati reali.

I grafici seguenti mostrano la mediana (barra colorata) e il range interquartile (barre di errore in nero) relativo alle 5 popolazioni ottenute per ogni metodo. Gli errori sono suddivisi in errori di rotazione, calcolati come norma dell'errore misurato in angoli nautici, ed errori di posizione, calcolati come distanza tra la posa vera e la posa stimata. Ogni grafico mostra il confronto diretto tra metodo del primo e del secondo ordine. Tra i due metodi è stato effettuato il test statistico di Kruskal–Wallis, per valutare la somiglianza statistica fra le due popolazioni di errori a ritardo corrispondente. La parentesi quadra indica la possibilità di rifiutare l'ipotesi nulla che le due popolazioni confrontate derivino dalla stessa distribuzione con un *p-value* inferiore al 5%.

3.2.1 Rotazioni

In Fig. 3.4 e 3.5 sono rappresentate mediana e range interquartile degli errori commessi dall'UKF sui dati simulati e reali in termini di norma degli angoli

nautici.

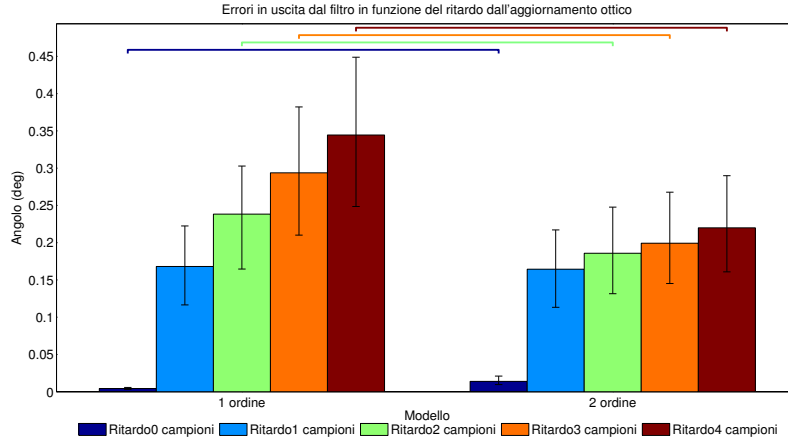


Figura 3.4: Errore angolare della stima rispetto ai dati ottici (Dati simulati)

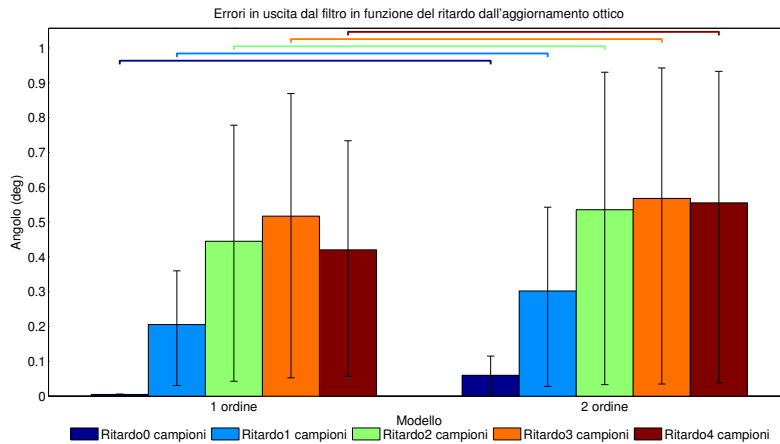


Figura 3.5: Errore angolare della stima rispetto ai dati ottici (Dati reali)

Come visibile in Figura 3.5, la mediana degli errori si mantiene sempre al di sotto degli 0.6° , mentre il range interquartile varia di circa un grado. Le parentesi quadre tra i due gruppi indicano che tra il modello del primo e del secondo ordine esiste sempre una differenza statisticamente significativa all'interno delle due popolazioni di errore. In particolare, il modello del prim'ordine risulta avere una mediana inferiore rispetto al modello del secondo ordine sui dati reali. L'errore maggiore sul modello del prim'ordine

visibile in Figura 3.4 è dato dal maggior contenuto in frequenza riscontrabile nei dati simulati rispetto ai dati acquisiti. Infatti durante le acquisizioni si è cercato di mantenere una posa visibile dall'OTS, limitando quindi il range angolare di movimento. Durante le simulazioni, invece, questo vincolo non è stato imposto, permettendo rotazioni fino a 360° .

3.2.2 Traslazioni

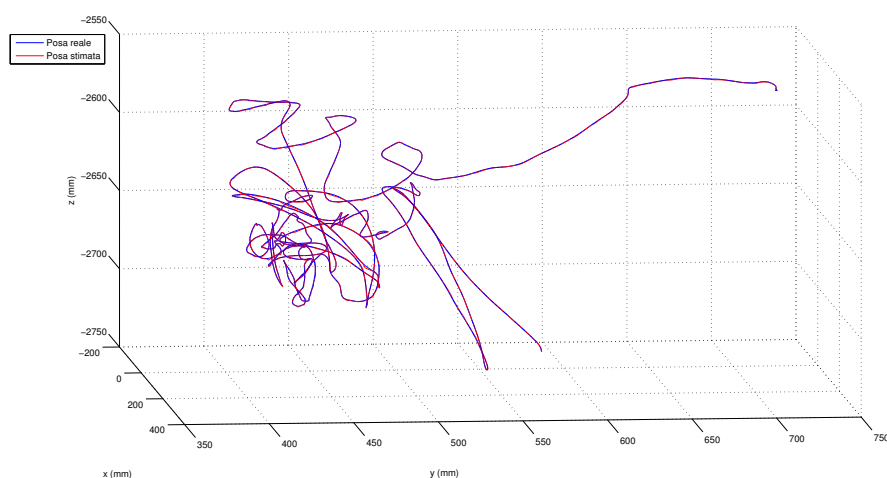


Figura 3.6: Traiettoria reale e stimata tramite modello del prim'ordine (Dati reali)

La Figura 3.6 mostra la traiettoria vera (in blu) e la traiettoria stimata (in rosso, in uscita dalla SF). La Figura 3.7 mostra un ingrandimento della

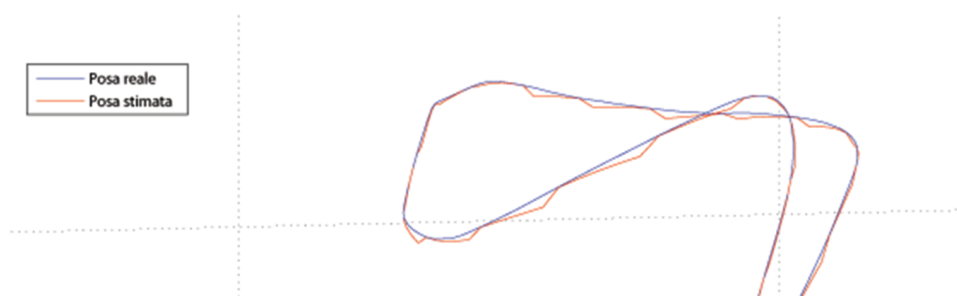


Figura 3.7: Particolare della traiettoria reale e stimata tramite modello del prim'ordine (Dati reali)

stessa traiettoria in cui sono visibili le fasi di predizione ed aggiornamento: quando le due traiettorie si sovrappongono, infatti, si ha l'aggiornamento

ottico, mentre nei campioni precedenti la stima è effettuata tramite dati inerziali.

Le Fig. 3.8 e 3.9 mostrano i risultati ottenuti per quanto riguarda la distanza euclidea tra le due traiettorie.

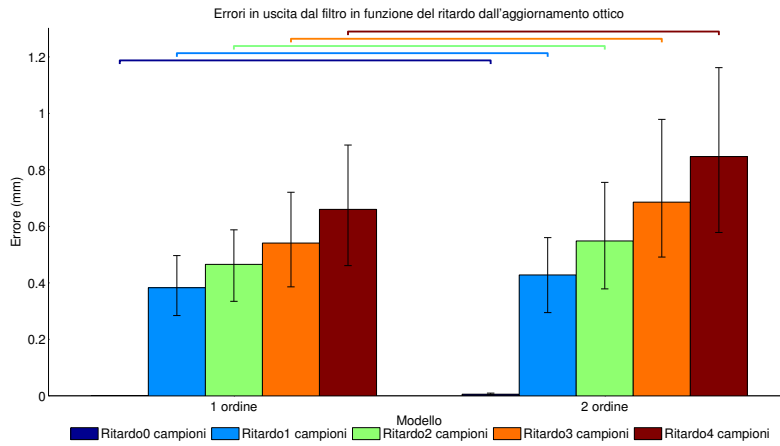


Figura 3.8: Errore in posizione della stima rispetto ai dati ottici (Dati simulati)

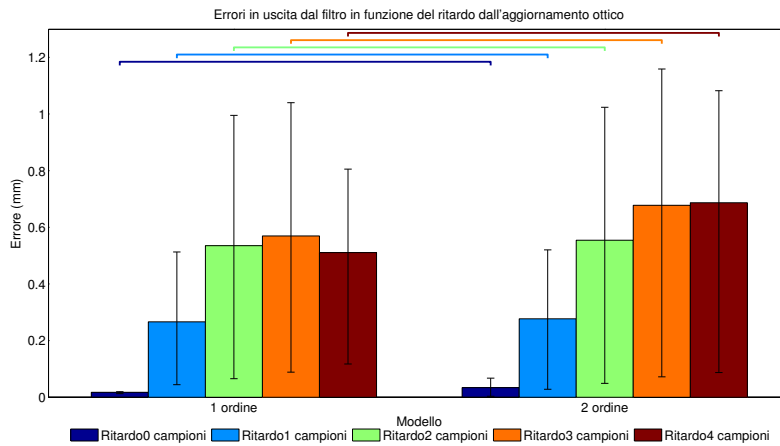


Figura 3.9: Errore in posizione della stima rispetto ai dati ottici (Dati reali)

Gli errori di posizione mostrati in Figura 3.9 mostrano la norma dell'errore di posizione tra la stima effettuata con UKF e la posizione vera, rilevata dall'OTS. La mediana degli errori di posizione si mantiene al di sotto di 0.8mm per tutti i gruppi di entrambi i modelli. Anche in questo

caso, le parentesi quadre indicano una differenza statistica tra i due gruppi di popolazioni, in cui la migliore risulta essere derivante dal modello del prim'ordine.

Capitolo 4

Discussione

“Well Charlie, did anybody ever tell you the story of the little boy who suddenly got everything he ever wanted?” Charlie’s eyes get like saucers and he says, “No, what happened to him?” Gene Wilder says, “He lived happily ever after.”

Randy Pausch - Last Lecture

Nel lavoro di tesi qui descritto viene presentato il confronto tra due algoritmi per l’integrazione di dati inerziali e ottici nell’ambito della neurochirurgia robotica. Dapprima è stato implementato un algoritmo di calibrazione che permettesse di ricavare la matrice di trasformazione rigida tra il DRF e la IMU. In questo modo, avendo a disposizione l’informazione di posa di uno dei due SR, è sempre possibile passare al secondo. Successivamente sono stati sviluppati due UKF che integrino i dati inerziali ed ottici. La SF così ottenuta permette di ottenere la stima della posa del target, identificato come il corpo rigido a cui sono connessi sia i sensori inerziali che il DRF ottico, ad una frequenza maggiore rispetto a quanto sarebbe possibile con il solo sensore ottico. Inoltre, il controllo della posa effettuato tramite OTS consente di evitare la deriva di integrazione che si avrebbe sfruttando unicamente le informazioni inerziali.

4.1 Calibrazione

Per ottenere un controllo accurato della posa del target è necessario calibrare il sistema, trovando la matrice di rototraslazione che consente il passaggio dal SR_{DRF} al SR_{IMU} . Il metodo di calibrazione presentato nel Paragrafo 2.5 consente di calcolare la matrice di calibrazione tramite derivazione delle informazioni ottiche. La calibrazione nello spazio delle velocità angolari e delle accelerazioni consente di evitare la deriva di integrazione dei sensori inerziali, fornendo un metodo per la determinazione della matrice di calibrazione tra i due SR che non necessita di strumentazione specifica nè della determinazione di costanti di integrazione. Il metodo proposto risulta essere semplice ma tuttavia efficace.

I risultati (Fig. 3.1 e 3.2) mostrano un'alta ripetibilità sia per quanto riguarda la matrice di rotazione, sia per quanto riguarda il vettore traslazione. Le differenze visibili all'interno della Figura 3.2, tra i due grafici di Figura 3.2(a) e Figura 3.2(b), mostrano che la calibrazione effettuata con il puntatore ottico ha una ripetibilità superiore rispetto alla calibrazione ottenuta tramite derivazione. Confrontando i due grafici e considerando i valori descritti in Tabella 3.2 è possibile notare come le due popolazioni siano statisticamente diverse per quanto riguarda i valori dell'asse x e y, mentre non siano differenti sull'asse z. Questa valutazione è confermata dal test di Kruskal–Wallis eseguito sulle due popolazioni di vettori traslazione ottenuti. Nella definizione del DRF ottico è stata posta attenzione alla definizione dell'asse z: questo è stato definito come l'asse uscente dal piano in cui sono presenti i marcatori, mentre l'origine del SR_{IMU} è stata identificata con il baricentro dello spazio definito dai marcatori. Poiché la definizione del vettore traslazione nella calibrazione per derivazione si basa sulle velocità e sulle accelerazioni angolari, l'asse z, essendo uscente dal piano dei marcatori, risulta essere più accuratamente definito. Infatti sull'asse z è possibile generare una rotazione di entità maggiore mantenendo la completa visibilità dei marcatori ottici, consentendo quindi il calcolo della traslazione relativa tra SR_{DRF} e SR_{IMU} .

La Figura 3.3 mostra la distribuzione statistica degli errori e dei residui di calibrazione in relazione alle diverse matrici di calibrazione. Il test di

Kruskal–Wallis eseguito tra le popolazioni calcolate con la stessa matrice di calibrazione non evidenzia differenze statisticamente significative in tutti i casi. La distribuzione degli errori dipende in gran parte dal rumore di misura sovrapposto ai dati acquisiti. Le simulazioni mostrano che i livelli di errore raggiunti sono compatibili con l’entità del rumore simulato.

4.2 Sensor fusion

Per quanto riguarda l’implementazione dell’algoritmo di SF, si è scelto di eseguire il confronto tra due modelli che sfruttassero le informazioni inerziali ed ottiche per eseguire una stima accurata della posa del target. Il primo modello, descritto in Paragrafo 2.6.2, prevede l’utilizzo delle informazioni inerziali come ingressi della funzione di stato, mentre l’aggiornamento avviene attraverso le informazioni ottiche, fornite ad una frequenza inferiore. Nel secondo modello, presentato in Paragrafo 2.6.3, le informazioni provenienti da tutti i sensori vengono utilizzate come osservazioni. Nel caso in cui le informazioni ottiche non siano disponibili a causa della bassa frequenza di aggiornamento, il sistema utilizza la stima come osservazione, annullando il guadagno di Kalman relativo a quella variabile. In entrambi i casi il modello di stato contiene l’informazione sulla rotazione attraverso i quaternioni, che non presentano discontinuità al loro interno. Tuttavia, poiché l’informazione contenuta nei quaternioni risulta essere ridondante, sfruttando l’algoritmo proposto da Kraft [40], si è scelto di rappresentare l’informazione relativa alle covarianze tramite i vettori angolari, mantenendo il numero di gradi di libertà propri della rotazione nello spazio.

Il confronto tra i due metodi presentati mostra che la stima migliore del movimento è data dal filtro sviluppato sul modello del prim’ordine. L’integrazione delle misure inerziali come ingressi esogeni fornisce al sistema una stima corrente delle accelerazioni e delle velocità angolari, sebbene rumorosa. Al contrario, il modello del secondo ordine si basa su una stima delle accelerazioni modellizzata come random walk. La stima dello stato viene dunque eseguita sulla velocità angolare e sull’accelerazione al passo precedente, sfruttando le informazioni inerziali attuali solo come osservazione e quindi come correzione per il passo successivo. Gli errori mediani sono

risultati inferiori al millimetro, e pertanto adatti a soddisfare le necessità dell'applicazione analizzata.

4.3 Conclusioni e sviluppi futuri

I risultati presentati mostrano che è possibile ottenere una stima accurata della posa del target combinando informazioni ottiche ed inerziali. L'utilizzo dei sensori inerziali amplia la banda di movimenti riconosciuta dal sistema, mentre il sensore ottico fornisce l'accuratezza necessaria per la correzione. Nell'ambito della neurochirurgia robotica un sistema di stima della posa futura è il prerequisito per un controllo del robot che contempli la compensazione del movimento del paziente. Inoltre, il sensore inerziale offre informazioni ad una frequenza costante senza ingombrare ulteriormente una sala operatoria già gremita di oggetti e persone.

Sviluppi futuri includono il tuning fine dei parametri del filtro (α, β, κ) e delle covarianze dei rumori. Inoltre, in questo lavoro di tesi sono presentati due modelli diversi di SF. Ampliando il vettore di stato fino alle accelerazioni angolari potrebbe fornire una stima migliore della posa, grazie alla rilevazione di momenti di ordine superiore. Un ulteriore aumento delle dimensioni di stato, tuttavia, comporterebbe un aumento del tempo computazionale, che potrebbe non essere compatibile con i requisiti di real time necessari per la motion compensation. Nello sviluppo successivo dell'algoritmo di SF verrà esaminato anche il caso di occlusione parziale o totale di marcatori, in cui la stima della posa deve basarsi solo sui dati inerziali e sui dati ottici eventualmente disponibili.

Bibliografia

- [1] L. Adams, W. Krybus, D. Meyer-Ebrecht, R. Rueger, J. Gilsbach, R. Moesges, and G. Schloendorff, “Computer-assisted surgery,” *Computer Graphics and Applications, IEEE*, vol. 10, pp. 43–51, may 1990.
- [2] P. Grunert, K. Darabi, J. Espinosa, and R. Filippi, “Computer-aided navigation in neurosurgery,” *Neurosurgical review*, vol. 26, no. 2, pp. 73–99, 2003.
- [3] S. Osaki, B. Nam, J. Maloney, and T. Weigel, “Robotic surgery,” 2012.
- [4] R. Taylor and D. Stoianovici, “Medical robotics in computer-integrated surgery,” *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, vol. 19, no. 5, pp. 765–781, 2003.
- [5] Q. Li, L. Zamorano, A. Pandya, R. Perez, J. Gong, and F. Diaz, “The application accuracy of the neuromate robot - a quantitative comparison with frameless and frame-based surgical localization systems,” *Computer Aided Surgery*, vol. 7, no. 2, pp. 90–98, 2002.
- [6] C. Karas and E. Chiocca, “Neurosurgical robotics: a review of brain and spine applications,” *Journal of Robotic Surgery*, vol. 1, pp. 39–43, 2007. 10.1007/s11701-006-0006-6.
- [7] R. Mai and F. Cardinale, “Robotic implantation of intracerebral electrodes in epilepsy surgery,” *Neurosurgery and robotics*, vol. 12, p. 24, Spring2011 2011.
- [8] A. Wang, A. Parrent, S. Mirsattari, and T. Peters, “An integrated multi-modality visualization and navigation system for epilepsy surgical

- planning and intraoperative guidance - computer assisted neurosurgery,” *International Journal of Computer Assisted Radiology and Surgery*, vol. 5, no. S1, pp. 106–113, 2010.
- [9] G. Sutherland, I. Latour, and A. Greer, “Integrating an image-guided robot with intraoperative mri,” *Engineering in Medicine and Biology Magazine, IEEE*, vol. 27, no. 3, pp. 59–65, 2008.
- [10] J. Cornellà, O. Elle, W. Ali, and E. Samsset, “Improving cartesian position accuracy of a telesurgical robot,” in *Industrial Electronics, 2008. ISIE 2008. IEEE International Symposium on*, pp. 1261 –1266, 302008-july2 2008.
- [11] M. D. Comparetti, E. De Momi, A. Vaccarella, M. Riechmann, and G. Ferrigno, “Optically tracked multi-robot system for keyhole neurosurgery,” in *Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA, Shanghai)*, pp. 661–666, May 2011.
- [12] L. Iasemidis, “Epileptic seizure prediction and control,” *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, vol. 50, pp. 549 –558, may 2003.
- [13] D. De Lorenzo, E. De Momi, L. Conti, E. Votta, M. Riva MD, E. Fava MD, L. Bello MD, and G. Ferrigno, “Intra-operative forces and moments analysis on patient head clamp during awake neurosurgical intervention,” *Annals of BioMedical Engineering*, 2012. submitted.
- [14] Y. Nakamura, K. Kishi, and H. Kawakami, “Heartbeat synchronization for robotic cardiac surgery,” in *Robotics and Automation, 2001. Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on*, vol. 2, pp. 2014 – 2019 vol.2, 2001.
- [15] R. Ginhoux, J. Gangloff, M. de Mathelin, L. Soler, M. Sanchez, and J. Marescaux, “Beating heart tracking in robotic surgery using 500 hz visual servoing, model predictive control and an adaptive observer,” in *Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004 IEEE International Conference on*, vol. 1, pp. 274 – 279 Vol.1, april-1 may 2004.

- [16] T. Ortmaier, M. Groger, D. Boehm, V. Falk, and G. Hirzinger, “Motion estimation in beating heart surgery,” *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, vol. 52, no. 10, pp. 1729–1740, 2005.
- [17] J. Cornellà, O. J. Elle, W. Ali, and E. Samsset, “Intraoperative navigation of an optically tracked surgical robot,” in *Proceedings of the 11th International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, Part II, MICCAI '08*, (Berlin, Heidelberg), pp. 587–594, Springer-Verlag, 2008.
- [18] R. Cortesao and P. Poignet, “Motion compensation for robotic-assisted surgery with force feedback,” in *Robotics and Automation, 2009. ICRA '09. IEEE International Conference on*, pp. 3464–3469, may 2009.
- [19] W.-T. Ang, P. Khosla, and C. Riviere, “Kalman filtering for real-time orientation tracking of handheld microsurgical instrument,” in *Proceedings of the 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS '04)*, vol. 3, pp. 2574–2580, October 2004.
- [20] B. Becker, R. MacLachlan, and C. Riviere, “State estimation and feedforward tremor suppression for a handheld micromanipulator with a kalman filter,” in *Proc. IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 5160–5165, September 2011.
- [21] T. Peters and K. Cleary, *Image-guided interventions: technology and applications*. Springer Verlag, 2008.
- [22] H. Ren, D. Rank, M. Merdes, J. Stallkamp, and P. Kazanzides, “Multisensor data fusion in an integrated tracking system for endoscopic surgery,” *Information Technology in Biomedicine, IEEE Transactions on*, vol. 16, pp. 106–111, Jan 2012.
- [23] A. Tobergte, M. Pomarlan, and G. Hirzinger, “Robust multi sensor pose estimation for medical applications,” in *Intelligent Robots and Systems, 2009. IROS 2009. IEEE/RSJ International Conference on*, pp. 492–497, 2009.

- [24] E. Bachmann, I. Duman, U. Usta, R. McGhee, X. Yun, and M. Zyda, “Orientation tracking for humans and robots using inertial sensors,” in *Computational Intelligence in Robotics and Automation, 1999. CIRA '99. Proceedings. 1999 IEEE International Symposium on*, pp. 187–194, 1999.
- [25] J. Marins, X. Yun, E. Bachmann, R. McGhee, and M. Zyda, “An extended kalman filter for quaternion-based orientation estimation using marg sensors,” in *Intelligent Robots and Systems, 2001. Proceedings. 2001 IEEE/RSJ International Conference on*, vol. 4, pp. 2003–2011 vol.4, 2001.
- [26] F. Aghili, “3d slam using imu and its observability analysis,” in *Mechatronics and Automation (ICMA), 2010 International Conference on*, pp. 377–383, 2010.
- [27] S.-h. Won, W. Melek, and F. M. Golnaraghi, “A kalman/particle filter-based position and orientation estimation method using a position sensor/inertial measurement unit hybrid system,” *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 57, pp. 1787–1798, may 2010.
- [28] A. Vaccarella, M. D. Comparetti, A. Enquobahrie, G. Ferrigno, and E. De Momi, “Sensors Management in Robotic Neurosurgery: the ROBOCAST project,” in *Proceedings of 33rd Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC, Boston)*, Sept. 2011. In press.
- [29] L. Ibanez, A. Enquobahrie, M. Turek, J. Jomier, R. Avila, P. Cheng, Z. Yaniv, F. Lindseth, K. Gary, and K. Cleary, “Igstk: Building high quality roads with open source software,” 2008.
- [30] A. Enquobahrie, D. Gobbi, M. Turek, P. Cheng, Z. Yaniv, F. Lindseth, and K. Cleary, “Designing tracking software for image-guided surgery applications: Igstk experience,” *International journal of computer assisted radiology and surgery*, vol. 3, no. 5, pp. 395–403, 2008.

- [31] O. A. Bauchau and L. Trainelli, “The vectorial parameterization of rotation,” *Nonlinear Dynamics*, vol. 32, pp. 71–92, 2003. 10.1023/A:1024265401576.
- [32] F. Park and B. Martin, “Robot sensor calibration: solving $ax=xb$ on the euclidean group,” *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, vol. 10, pp. 717–721, oct 1994.
- [33] N. Parnian and F. M. Golnaraghi, “Integration of a multi-camera vision system and strapdown inertial navigation system (sdins) with a modified kalman filter,” *Sensors*, vol. 10, no. 6, pp. 5378–5394, 2010.
- [34] A. Kim and F. M. Golnaraghi, “Initial calibration of an inertial measurement unit using an optical position tracking system,” in *Position Location and Navigation Symposium, 2004. PLANS 2004*, pp. 96–101, april 2004.
- [35] P. Lang and A. Pinz, “Calibration of hybrid vision/inertial tracking systems,” *InerVis, Barcelona, Spain*, 2005.
- [36] R. Murray, Z. Li, and S. Sastry, *A mathematical introduction to robotic manipulation*. CRC Press, 1994.
- [37] R. Kalman, “A new approach to linear filtering and prediction problems,” *Journal of basic Engineering*, vol. 82, no. 1, pp. 35–45, 1960.
- [38] G. Welch and G. Bishop, “An introduction to the kalman filter,” *University of North Carolina at Chapel Hill, Chapel Hill, NC*, vol. 7, no. 1, 1995.
- [39] S. Julier and J. Uhlmann, “A new extension of the kalman filter to nonlinear systems,” in *Int. Symp. Aerospace/Defense Sensing, Simul. and Controls*, vol. 3, p. 26, Spie Bellingham, WA, 1997.
- [40] E. Kraft, “A quaternion-based unscented kalman filter for orientation tracking,” in *Information Fusion, 2003. Proceedings of the Sixth International Conference of*, vol. 1, pp. 47–54, IEEE, 2003.

- [41] D. Titterton and J. Weston, *Strapdown inertial navigation technology*, vol. 17. Peter Peregrinus Ltd, 2004.
- [42] S. Fioretti and L. Jetto, “Accurate derivative estimation from noisy data: a state-space approach,” *International journal of systems science*, vol. 20, no. 1, pp. 33–53, 1989.
- [43] E. Dam, M. Koch, and M. Lillholm, *Quaternions, interpolation and animation*. 1998.
- [44] P. Cerveri, A. Pedotti, and G. Ferrigno, “Robust recovery of human motion from video using kalman filters and virtual humans,” *Human Movement Science*, vol. 22, no. 3, pp. 377 – 404, 2003.
- [45] K. Halvorsen, T. Soderstrom, V. Stokes, and H. Lanshammar, “Using an extended kalman filter for rigid body pose estimation,” *Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 127, no. 3, pp. 475–483, 2005.
- [46] MathWorks, “Simmechanics, model and simulate multibody mechanical systems.” <http://www.mathworks.it/products/simmechanics/>, 2012. [Online; accessed 30-June-2012].
- [47] X. Pennec, “Computing the mean of geometric features application to the mean rotation,” 1998.

Appendice A

Notazione

Viene di seguito descritta la notazione utilizzata per la rappresentazione di matrici e vettori:

- una matrice di trasformazione omogenea (4×4) dal Reference Frame A verso B viene indicata come ${}^A T_B$, e la sua componente rotazionale (3×3) è indicata come ${}^A R_B$
- un vettore, come l'accelerazione, misurato nel punto H rispetto al Reference Frame A è rappresentato come ${}^A \mathbf{a}^H$ e ha dimensioni $[3 \times 1]$.
- un vettore posizione, tra il punto H e il punto K nello spazio misurato nel Reference Frame A viene descritto come ${}^A \mathbf{p}_K^H$. Nel caso in cui il punto H coincida con il punto A , il vettore viene rappresentato come ${}^A \mathbf{p}^K$
- la moltiplicazione tra quaternioni viene rappresentata tramite \star

Appendice B

Cinematica dei corpi rigidi

La calibrazione della IMU rispetto al DRF ottico viene effettuata utilizzando le proprietà cinematiche dei corpi rigidi. La velocità angolare di un corpo rigido è una caratteristica del moto del corpo, e rimane pertanto costante indipendentemente dal punto di misura.

L'OTS fornisce ad ogni istante di campionamento una matrice di trasformazione che identifica la posa del SR_{DRF} rispetto al SR_{OTS} . Derivandone l'orientamento tramite l'equazione (B.1), si può risalire al vettore velocità angolare nel dato istante [31]:

$${}^{OTS}\boldsymbol{\omega}^{DRF} = \dot{\varphi} \cdot \mathbf{e} + (\sin \varphi \cdot I_3 + (1 - \cos \varphi) \cdot (\mathbf{e} \times)) \cdot \dot{\mathbf{e}} \quad (\text{B.1})$$

dove φ ed \mathbf{e} indicano rispettivamente l'angolo e l'asse della notazione asse-angolo delle rotazioni, $\dot{\varphi}$ ed $\dot{\mathbf{e}}$ indicano le rispettive derivate temporali, ed $(\mathbf{e} \times)$ indica la skew-symmetrix matrix associata al vettore \mathbf{e} (B.2).

$$(\mathbf{e} \times) = \begin{bmatrix} 0 & -e_3 & e_2 \\ e_3 & 0 & -e_1 \\ -e_2 & e_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

L'accelerazione di un punto appartenente ad un corpo rigido rispetto ad un sistema di riferimento fisso quale l'OTS dipende dalla posizione del punto nel SR_{OTS} è composta dalla somma dei seguenti tre contributi:

- accelerazione del corpo rigido: ${}^{OTS}\mathbf{a}^{DRF}$

- accelerazione centripeta: ${}^{\text{OTS}}\boldsymbol{\omega}^{\text{DRF}} \times ({}^{\text{OTS}}\boldsymbol{\omega}^{\text{DRF}} \times {}^{\text{OTS}}\mathbf{p}_{\text{IMU}}^{\text{DRF}})$
- accelerazione di Eulero: ${}^{\text{OTS}}\boldsymbol{\alpha}^{\text{DRF}} \times {}^{\text{OTS}}\mathbf{p}_{\text{IMU}}^{\text{DRF}}$

Appendice C

Unscented Kalman Filter

Il filtro di Kalman Unscented (UKF) è un'estensione del filtro di Kalman lineare a modelli di stato non lineari che non comporta, come invece l'EKF, il calcolo dello Jacobiano per linearizzare localmente la funzione ad ogni passo. L'UKF si basa sul concetto della trasformata unscented: ogni variabile stocastica caratterizzata da media e deviazione standard è altresì rappresentabile attraverso una ben determinata distribuzione di punti nello spazio. La propagazione di questi punti attraverso la funzione non lineare porta direttamente alla caratterizzazione di una nuova variabile assimilabile all'uscita della funzione non lineare. Questo processo consente di approssimare l'espansione della serie di Taylor fino al secondo ordine semplificando la linearizzazione introdotta tramite l'EKF. Di contro, poiché il campionamento della variabile deve essere fatto ad ogni istante temporale, l'algoritmo risulta essere computazionalmente più lento rispetto all'EKF.

C.1 Rappresentazione delle rotazioni

Come descritto in Paragrafo 2.6, la scelta del quaternion per la rappresentazione delle rotazioni elimina le possibilità di singolarità. Tuttavia l'informazione contenuta all'interno dei quaternioni è ridondante, poiché il quaternion rappresentate una rotazione deve avere norma unitaria. Mantenendo quindi la struttura con tre gradi di libertà rotazionali si è scelto di adottare l'approccio di Kraft [40] per la rappresentazione del rumore sulle variabi-

li di stato. Dato che il vettore rumore contenuto all'interno delle matrici di covarianza è tridimensionale, non può essere semplicemente aggiunto al quaternione ma necessita di una trasformazione in quaternione anch'esso. Detto \mathbf{w}_q il *vettore rotazione*, questo può essere rappresentato anche come

$$\alpha_w = |\mathbf{w}_q| \quad (\text{C.1})$$

$$\mathbf{e}_w = \frac{\mathbf{w}_q}{|\mathbf{w}_q|} \quad (\text{C.2})$$

$$\mathbf{q}_w = \left[\cos\left(\frac{\alpha_w}{2}\right) \quad \mathbf{e}_w \sin\left(\frac{\alpha_w}{2}\right) \right] \quad (\text{C.3})$$

in cui le prime due equazioni rappresentano l'asse e l'angolo della rotazione, mentre la terza indica invece il quaternione equivalente al vettore rotazione \mathbf{w}_q . Questo procedimento per passare da vettore rotazione a quaternione viene eseguito ogni qualvolta si ha la necessità di aggiungere del rumore ad una variabile di stato. Il quaternione \mathbf{q}_w viene poi moltiplicato al quaternione originale per ottenere il quaternione rumoroso.

C.2 Sigma Points

La parte fondamentale nel processo dell'UKF è la creazione dei sigma point. Questi punti sono la rappresentazione di media e covarianza di tutte le variabili dello stato, e vengono generati all'inizio di ogni passo di predizione. Per uno stato con n variabili indipendenti vengono generati $2n+1$ sigma point della seguente forma:

$$W_{0,k} = 0 \quad (\text{C.4a})$$

$$W_{i,k} = + \left(\gamma \sqrt{(P_k + Q)} \right)_i \quad \text{per } i = 1, \dots, n \quad (\text{C.4b})$$

$$W_{i,k} = - \left(\gamma \sqrt{(P_k + Q)} \right)_i \quad \text{per } i = n + 1, \dots, 2n \quad (\text{C.4c})$$

in cui k rappresenta l'indice temporale del filtro, i indica l'indice del sigma point mentre P e Q sono rispettivamente la matrice di covarianza dello stato e la matrice di covarianza del rumore sullo stato. In eq. C.4 $\gamma = \sqrt{n + \lambda}$ e $\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n$ sono due parametri di scaling. La costante α determina la dispersione dei punti attorno alla media ed è solitamente posto ad un valore

positivo basso ($0 \leq \alpha \leq 1$). La costante κ è un parametro secondario posto a 0 o $3 - n$ e fornisce ulteriori gradi di libertà per il tuning di momenti di ordine superiore. La radice quadrata della matrice $\sqrt{(P_k + Q)}$ può essere calcolata tramite fattorizzazione di Cholesky. Dalla eq. C.4 si può formare una matrice \mathcal{X}_k di $2n + 1$ sigma point a cui viene aggiunta la media dello stato corrente \hat{x}_k , ottenendo una matrice della forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_k &= [\hat{x}_k + W_k] \\ \mathcal{X}_k &= \begin{bmatrix} \hat{x}_k & \hat{x}_k + \left(\gamma\sqrt{(P_k + Q_k)}\right) & \hat{x}_k - \left(\gamma\sqrt{(P_k + Q_k)}\right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

Nella creazione dei sigma point bisogna tenere in considerazione il fatto che sia P che Q sono matrici con una dimensione in meno rispetto al vettore di stato, poiché non contengono il rumore sul quaternione ma sul vettore rotazione. Nel passare da W_k a \mathcal{X}_k si ha un aumento della dimensione dei vettori sigma effettuato tramite l'eq. C.1, poiché il vettore rotazione viene prima trasformato in quaternione e poi moltiplicato alla media. Le rimanenti variabili possono essere semplicemente sommate.

C.3 Predizione

La fase di predizione si compone di tre momenti fondamentali. Per prima cosa i sigma point vengono propagati attraverso la funzione di stato non lineare (cf. Paragrafo 2.6)

$$\mathcal{X}_{i,k+1} = f(\mathcal{X}_{i,k}, k) \quad (\text{C.6})$$

dove $\mathcal{X}_{i,k}$ è la i -esima colonna di \mathcal{X}_k . La predizione del vettore di stato \hat{x}_{k+1}^- e la relativa covarianza P_{k+1}^- sono calcolate utilizzando media e covarianza pesata dei sigma point trasformati:

$$\hat{x}_{k+1}^- = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(m)} \mathcal{X}_{i,k+1} \quad (\text{C.7})$$

$$P_{k+1}^- = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} \{\mathcal{X}_{i,k+1} - \hat{x}_{k+1}^-\} \{\mathcal{X}_{i,k+1} - \hat{x}_{k+1}^-\}^T \quad (\text{C.8})$$

con i seguenti pesi W_i :

$$W_0^{(m)} = \lambda/(n + \lambda) \quad (\text{C.9a})$$

$$W_0^{(c)} = \lambda/(n + \lambda) + (1 + \alpha^2 + \beta) \quad (\text{C.9b})$$

$$W_i^{(m)} = W_i^{(c)} = 1/\{2(n + \lambda)\} \quad \text{per } i = 1, \dots, 2n \quad (\text{C.9c})$$

in cui β è utilizzato per inserire effetti di ordine superiore aggiungendo il peso del sigma point 0 nel calcolo delle covarianze (per distribuzioni gaussiane il valore ottimo di β è 2).

Per quanto riguarda il calcolo della media della predizione dei quaternioni si è utilizzato un metodo iterativo, come descritto in [47]. Il calcolo della covarianza prevede invece l'inversione del quaternion medio per il calcolo della differenza fra media e sigma point. Successivamente, per ottenere la covarianza, ogni quaternion differenza viene ridotto a vettore rotazione.

C.4 Aggiornamento

Allo stesso modo, la predizione del vettore osservazione \hat{y}_{k+1}^- è calcolato come:

$$\hat{y}_{k+1}^- = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(m)} \mathcal{Y}_{i,k+1} \quad (\text{C.10})$$

dove

$$\mathcal{Y}_{i,k+1} = g(\mathcal{X}_{i,k+1}, k + 1) \quad (\text{C.11})$$

La covarianza predetta P_{k+1}^{yy} è data da:

$$P_{k+1}^{yy} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} \{\mathcal{Y}_{i,k+1} - \hat{y}_{k+1}^-\} \{\mathcal{Y}_{i,k+1} - \hat{y}_{k+1}^-\}^T \quad (\text{C.12})$$

mentre la covarianza dell'innovazione è calcolata come

$$P_{k+1}^{vv} = P_{k+1}^{yy} + R \quad (\text{C.13})$$

dove R rappresenta la matrice di covarianza del rumore sulle osservazioni. Il guadagno del filtro e la matrice di cross correlazione sono rispettivamente

calcolati come:

$$\mathcal{K}_{k+1} = P_{k+1}^{xy} \cdot (P_{k+1}^{vv})^{-1} \quad (\text{C.14})$$

$$P_{k+1}^{xy} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} \{\mathcal{X}_{i,k+1} - \hat{x}_{k+1}^-\} \{\mathcal{Y}_{i,k+1} - \hat{y}_{k+1}^-\}^T \quad (\text{C.15})$$

Il vettore di stato e la rispettiva covarianza aggiornati diventano quindi:

$$\hat{x}_{k+1}^+ = \hat{x}_{k+1}^- + \mathcal{K}_{k+1} (y_{k+1} - \hat{y}_{k+1}^-) \quad (\text{C.16})$$

$$P_{k+1}^+ = P_{k+1}^- - \mathcal{K}_{k+1} \cdot P_{k+1}^{vv} \cdot \mathcal{K}_{k+1}^T \quad (\text{C.17})$$

dove y_{k+1} è il valore dell'osservazione attuale. Anche in questo caso il passaggio tra vettore rotazione e quaternione è determinante nel calcolo della correzione. Infatti, il guadagno \mathcal{K} non incorpora al suo interno il quaternione, ma il vettore rotazione. Per l'aggiornamento dello stato bisogna quindi prevedere un aumento della dimensione dell'innovazione prima della somma con lo stato.