POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Industriale e dell'Informazione

Corso di Laurea in Ingegneria Aeronautica



Studio DNS della riduzione di attrito turbolento mediante forzamento virtuale

Relatore: Prof. Maurizio QUADRIO

Tesi di Laurea di:

Michele GALLI Matr. 765798

Anno Accademico 2012-2013

Sommario

Nel presente lavoro viene analizzato il meccanismo di riduzione d'attrito della parete oscillante nell'ambito del flusso turbolento in un canale piano. L'oscillazione della parete interagisce con il flusso turbolento attraverso lo strato di Stokes trasversale alternato, le cui caratteristiche sono determinate da periodo e ampiezza di oscillazione. In questo studio viene elaborata una strategia di forzamento virtuale, in cui frequenza, intensità del forzamento e altezza di penetrazione possono essere fatte variare indipendentemente. I risultati ottenuti, sebbene non ancora conclusivi, permettono di distinguere l'importanza relativa dei diversi parametri ed emerge un'inaspettata e ancora inspiegata risposta del flusso ad una determinata distanza dalla parete.

Parole chiave: Riduzione d'attrito, flusso turbolento, DNS, parete oscillante.

Abstract

In this work the drag reduction mechanism of the oscillating wall in a turbulent channel flow is investigated. The oscillation of the wall interacts with the turbulent flow through the alternating spanwise Stokes layer, whose characteristics are set by the oscillation period and amplitude. Here we devise a strategy of virtual forcing, in which frequency and intensity of the forcing as well as its penetration depth can be varied independently. The obtained results, although not yet conclusive, allow to discern the relative importance of the various parameters and bring to light an unexpected, still unexplained response of the flow at a particular distance from the wall.

Key words: Drag reduction, turbulent flow, DNS, oscillating wall.

Indice

1	Intr	roduzione	1
2	Tur	bolenza e riduzione d'attrito	3
	2.1	Concetti generali	3
	2.2	Corrente turbolenta nel canale piano	5
	2.3	Regione di parete	8
	2.4	Legge d'attrito	10
	2.5	Sforzi di Reynolds	12
	2.6	Strutture coerenti	14
	2.7	Ciclo di parete	19
3	Cor	ntrollo attivo in anello aperto	23
	3.1	Forzamento trasversale	24
	3.2	Movimento di parete	27
	3.3	Onde viaggianti in direzione trasversale	30
	3.4	Onde viaggianti in direzione longitudinale	31
	3.5	Lo strato di Stokes	34
4	Il c	odice DNS	37
	4.1	Formulazione	37
	4.2	Discretizzazione temporale	42
	4.3	Schema alle differenze finite	43
	4.4	Calcolo parallelo	44
5	For	zamento trasversale virtuale	47
	5.1	Profilo trasversale lineare	48
		5.1.1 Risultati precedenti	49
		5.1.2 Profilo lineare a shear fissato	51
		5.1.3 Effetto dello shear	54
		5.1.4 Confronto con la parete oscillante	58
	5.2	Modifiche al profilo lineare	61

6	Con	clusion	ni																								71
	5.3	Decadi	mento	anomalo)	•	•••	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	68
		5.2.3	Zona	di altezza	a r	id	ott	\mathbf{a}									•		•				•		•		67
		5.2.2	Zona	inferiore	•													•									66
		5.2.1	Zona	centrale		•											•								•		64

Elenco delle figure

2.1	Diagramma schematico della cascata energetica per Re elevati	4
2.2	Rappresentazione del dominio computazionale in coordinate	
	cartesiane.	5
2.3	Profili di sforzi viscosi e sforzi di Reynolds relativi al flusso in	
	un canale piano	7
2.4	Profili del rapporto tra produzione e dissipazione, rateo di	
	shear medio normalizzato e coefficiente di correlazione degli	
	sforzi di taglio per un canale piano	14
2.5	Profili degli sforzi di Reynolds e dell'energia cinetica norma-	
	lizzati con la velocità viscosa nella zona di parete del flusso	
	turbolento in un canale piano	15
2.6	Bilancio di energia cinetica turbolenta nella zona di parete del	
	flusso turbolento in un canale piano	15
2.7	Visualizzazione dall'alto tramite bolle di idrogeno di LSS for-	
	matesi nello strato limite turbolento attorno ad una lamina	
	piana	16
2.8	Rappresentazione schematica nello spazio u-v dei quadranti di	
	appartenenza di sweep ed ejections	17
2.9	Mappe relative alla variazione degli spettri monodimensionali	
	premoltiplicati in funzione della distanza da parete e profili	
	medi dell'intensità di turbolenza e velocità	18
2.10	Rappresentazione della formazione di strisce a bassa velocità	
	a partire dai QSV	19
2.11	Rappresentazione del ciclo di parete con interazione tra LSS e	
	QSV	20
8.1	Bisposta in frequenza delle componenti di velocità al forza-	
	mento nelle tre direzioni in un flusso di Poiseuille a $Re=2000$.	25
3.2	Amplificazione delle diverse componenti del vettore velocità	-
	(u.v.w) dovuta al forzamento nelle tre direzioni	26

3.3	Amplificazione del vettore velocità (tutte le componenti) do- vuta al forzamento nelle diverse direzioni (x,y,z)	26
3.4	Risposta lineare media delle tre componenti di velocità del flusso a forzamento nelle tre direzioni	27
3.5	Vista dall'alto del flusso nel canale	29
3.6	Mappa di R nel piano $\omega - k_x$ dovuta al forzamento con onda viaggiante in direzione longitudinale	31
3.7	Mappa del risparmio netto di energia dovuto al forzamento con onda viaggiante in direzione longitudinale nel piano ω - k_x .	33
3.8	Andamento di R al variare di Re_{τ}	33
3.9	Valori di ${\cal R}$ in funzione dell'altezza dello strato di Stokes laminare	35
3.10	Spessore del GSL laminare in funzione di $k_x^+ \in \omega^+ \ldots \ldots$	36
4.1	Schema della distribuzione dei dati divisi in strisce parallele a parete per un calcolo parallelo a 4 nodi	44
5.1	Parametri che caratterizzano il profilo \tilde{w} di velocità trasversale lineare.	48
5.2	Storia temporale dello sforzo di taglio medio a parete in dire- zione longitudinale	50
5.3	Mappa di R in funzione del periodo del forzamento e dell'al- tezza del profilo forzante a $S^+ = 1 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	51
5.4	Andamento di R in funzione di T^+ per tre diversi valori di \tilde{w}_0^+ , con $S^+ = 1$	53
5.5	Andamento di R in funzione di \tilde{w}_0^+ per tre diversi valori di T^+ , con $S^+ = 1$	54
5.6	Mappa di R in funzione del periodo del forzamento e dell'al- tezza del profilo forzante a $S^+ = 0.5 \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	55
5.7	Mappa di R in funzione del periodo del forzamento e dell'al- tezza del profilo forzante a $S^+ = 2 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	56
5.8	Andamento di R in funzione di \tilde{w}_0^+ per diversi T^+ , con i tre diversi valori di shear.	57
5.9	Confronto tra lo strato di Stokes generato dalla parete oscil- lante e il profilo di \tilde{w} lineare, per velocità massima a parete $\tilde{w}_0^+ = 12 \text{ e } T^+ = 50$	59
5.10	Rappresentazione tridimensionale di R in funzione del periodo	
P 11	di oscillazione T^{+} e della velocità massima della parete w_{0}^{+}	60
5.11	Strato di Stokes laminare e turbolento $\dots \dots \dots \dots$	61
5.12	Profile di w imposta dal forzamento per il caso con $S^+ = 1$, $\delta_f^+ = 12 \text{ e } T^+ = 50. \dots \dots$	62
5.13	\dot{P} rofili di \tilde{w} imposti dal forzamento	62

5.14	Profili di \tilde{w} imposti dal forzamento $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	63
5.15	Profilo di \tilde{w} imposto dal forzamento relativo alla zona supe-	
	riore con velocità aumentata.	64
5.16	Profili di \tilde{w} imposti dal forzamento relativo alla zona centrale	
	con velocità aumentata.	65
5.17	Profili di \tilde{w} imposti dal forzamento relativo alla zona centrale .	65
5.18	Profili di \tilde{w} imposti dal forzamento relativo alla zona centrale	
	traslata in direzione normale a parete.	66
5.19	Profili di \tilde{w} imposti dal forzamento relativo alla zona inferiore	
	con velocità aumentata. \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	66
5.20	Profili di \tilde{w} imposti dal forzamento relativo alla zona centrale	
	con altezza ridotta	67
5.21	Andamento di R in funzione dell'altezza della porzione di	
	profilo lineare forzante considerato	69
5.22	Profili di forzamento trasversale relativi ai dati in Figura 5.23	70
5.23	Andamento di R in funzione dell'altezza della porzione di pro-	
	filo lineare forzante considerato relativo ai tre profili in Figura	
	5.22	70

ELENCO DELLE FIGURE

Elenco delle tabelle

2.1	Regioni di parete e loro zona di competenza	•	•	•	 •	 11
4.1	Parametri per la soluzione di un passo temporale					 42

ELENCO DELLE TABELLE

Introduzione

La riduzione d'attrito in un flusso turbolento è oggi uno dei campi di ricerca più interessanti nell'ambito della fluidodinamica, a motivo di un interesse applicativo elevato, affiancato dall'attualità della sfida scientifica. La quasi totalità delle correnti di interesse in campo ingegneristico avviene a regime turbolento, con tutte le proprietà che ad esso sono associate, tra cui un termine di resistenza d'attrito aggiuntivo rispetto al caso laminare. La possibilità di ridurre questo termine permetterebbe risparmi energetici notevoli, tali da giustificare il considerevole sforzo scientifico che si sta compiendo in questo campo.

Nel corso degli anni sono state studiate numerose tecniche di controllo allo scopo di ottenere una riduzione d'attrito turbolento, spaziando tra tecniche attive, in anello aperto o chiuso, e passive. In particolare nel presente lavoro di tesi si tratterà di tecniche attive in anello aperto, la cui evoluzione è brevemente spiegata nel capitolo 3 e che costituiscono una categoria molto interessante dal punto di vista applicativo, dal momento che le tecniche di controllo attivo in anello chiuso, pur assicurando un'efficienza superiore, richiedono la costruzione di un sistema di microsensori e attuatori che ne rende ardua la realizzazione fisica; dall'altra parte invece le tecniche di controllo passivo assicurano una grande semplicità e non richiedono energia in ingresso, tuttavia non raggiungono risultati sufficienti a giustificarne un largo impiego nelle applicazioni.

Obiettivo della presente tesi è la messa a punto e verifica di una tecnica che trova pochi precedenti in letteratura: il flusso forzato verrà studiato tramite DNS, in cui l'azione del controllo non è introdotta attraverso una condizione al contorno (come per la parete oscillante), o un termine forzante nelle equazioni (come nel caso delle forze di volume), bensì è generato attraverso un forzamento virtuale in direzione trasversale. Ci concentreremo in particolare sulla nota tecnica della parete oscillante [30] che consente notevoli riduzioni

della resistenza di attrito turbolento creando uno strato limite trasversale oscillante (strato di Stokes) che interagisce favorevolmente con le strutture turbolente di parete. Come nella nota soluzione laminare, le caratteristiche dello strato di Stokes (frequenza di oscillazione, ampiezza, spessore) sono univocamente determinate dai parametri dell'oscillazione della parete: è impossibile, ad esempio, variare la frequenza di oscillazione senza variare nello stesso tempo lo spessore. Utilizzando invece un forzamento virtuale, in questo lavoro ci proponiamo di interagire con il flusso turbolento mediante un profilo oscillante di velocità trasversale assegnato analiticamente. Sarà così possibile variare indipendentemente tutti i parametri in gioco, e ricavare qualche informazione sulla loro importanza relativa.

Il presente lavoro inizia con una panoramica sulle caratteristiche più rilevanti dei flussi turbolenti e in particolare del flusso in un canale piano, soffermandosi poi sulle strutture coerenti, che sono l'obiettivo delle tecniche di forzamento finalizzate alla riduzione d'attrito. In seguito vengono ripercorse le tappe più importanti del controllo attivo in anello aperto, riservando particolare attenzione allo studio di Quadrio e Ricco riguardo l'oscillazione trasversale di parete [30] e al più recente lavoro di Quadrio, Ricco e Viotti [32] in cui si mostrano le ottime proprietà del forzamento tramite onde di velocità trasversali viaggianti in direzione longitudinale.

Nel capitolo 4 viene presentato il codice DNS utilizzato per svolgere le simulazioni. Infine nel capitolo 5 viene presentato il database ottenuto con la tecnica del forzamento virtuale, mettendolo in relazione con i risultati noti dalla letteratura. La seconda metà del capitolo 5 si occupa invece dell'analisi di alcuni casi particolari.

Turbolenza e riduzione d'attrito

La possibilità di agire su una corrente fluida al fine di ottenere specifici cambiamenti è oggetto di interesse sia scientifico che tecnologico, dati gli enormi benefici che ne potrebbero scaturire in termini di risparmio economico (riduzione d'attrito), miglioramento delle prestazioni (aumento della portanza), efficacia produttiva (problemi di mescolamento dei reagenti) e in altri campi ancora. Il controllo di flussi interni ed esterni è materia di studio da molti anni, muovendosi nella direzione della riduzione degli sforzi viscosi a parete. Questo può avvenire con tecniche attive o passive e in anello aperto o chiuso; in particolare ci occuperemo del controllo attivo in anello aperto, che può essere effettuato tramite l'uso di forze di volume, forze concentrate o movimento delle pareti.

Il lavoro sull'argomento prende il via dalla consapevolezza, raggiunta negli anni '60, che esistono dei meccanismi turbolenti ben definiti all'interno dello strato limite di parete, i quali sono i principali responsabili della produzione di energia turbolenta. Da un punto di vista ingegneristico d'altronde, la turbolenza non può essere ignorata nello studio dei flussi sia interni che esterni, essendo una caratteristica dominante in flussi profondamente diversi, che spaziano dalla corrente d'aria sull'ala di un aeroplano al flusso di sangue nelle arterie.

2.1 Concetti generali

L'origine degli studi sulla turbolenza nei flussi interni risale al famoso lavoro di Reynolds del 1883 [34], in cui vengono messi in evidenza due diversi regimi possibili (laminare o turbolento), la cui manifestazione dipende dal parametro $Re = \frac{U\delta}{\nu}$. Caratteristica fondamentale di un flusso turbolento è che il campo di velocità varia in modo significativo e irregolare in dipendenza sia dallo spazio che dal tempo. Un tale flusso ha natura casuale, però le sue proprietà statistiche sono generalmente deterministiche e riproducibili.

In un flusso turbolento non si ha separazione tra le scale, ma si parla di cascata energetica (concetto introdotto da Richardson nel 1922): l'energia cinetica viene immessa nel sistema (produzione) alle scale di moto maggiori e viene via via trasferita alle scale inferiori (trasporto) fino a raggiungere le scale più piccole, dove viene dissipata per azione della viscosità. Perchè questo fenomeno venisse quantificato, si dovette aspettare diversi anni, quando nel 1941 Kolmogorov propose la sua prima teoria, che si basa su tre ipotesi:

- Ipotesi di isotropia locale: a numeri di Reynolds sufficientemente elevati, i moti turbolenti di piccola scala sono statisticamente isotropi.
- Prima ipotesi di similarità: in ogni flusso turbolento, a numeri di Reynolds sufficientemente elevati, le statistiche dei moti di piccola scala hanno forma universale e determinata solamente da ν e ϵ .
- Seconda ipotesi di similarità: in ogni flusso turbolento, a numeri di Reynolds sufficientemente elevati, le statistiche delle scale di moto sufficientemente distanti sia dalla scala della dissipazione che da quella caratteristica del flusso, hanno forma universale determinata unicamente da ϵ (e non più da ν).

Come diretta conseguenza delle tre ipotesi è possibile suddividere le scale di moto in tre regioni, rappresentate in Figura 2.1: una zona



Figura 2.1: Diagramma schematico della cascata energetica per Re elevati [24].

dissipativa alle scale più piccole, il substrato inerziale dove si ha trasporto non viscoso alle scale intermedie e una zona energetica dove si ha produzione di energia cinetica turbolenta alle scale più grandi.

2.2 Corrente turbolenta nel canale piano



Figura 2.2: Rappresentazione del dominio computazionale in coordinate cartesiane.

Oggetto della presente analisi è un flusso che scorre attraverso un condotto rettangolare, rappresentato in Figura 2.2, di altezza $h = 2\delta$ molto minore dell'estensione nelle altre due dimensioni in modo da poter considerare il flusso statisticamente indipendente da $x \in z$ (considerando naturalmente un flusso già completamente sviluppato). Questo tipo di flusso è statisticamente stazionario e monodimensionale, con le statistiche della velocità dipendenti soltanto da y e simmetrico rispetto alla mezzeria ($y = \delta$). Il campo di velocità turbolento U(x, t) viene convenzionalmente scomposto in campo medio e fluttuazioni di velocità (procedimento che prende il nome di scomposizione di Reynolds):

$$U(x,t) = \overline{U}(x) + u(x,t) \tag{2.1}$$

Le grandezze soprassegnate sono appunto mediate nel tempo. Parametro fondamentale per caratterizzare il flusso è il numero di Reynolds, che però può essere definito a partire da diverse grandezze di riferimento; teniamo in considerazione:

$$Re_b = \frac{U_b \delta}{\nu} \qquad Re_p = \frac{U_p \delta}{\nu}$$
 (2.2)

dove

$$U_b = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta \overline{U} \, dy \tag{2.3}$$

è l'integrale della velocità media (in direzione longitudianale) del flusso sulla semialtezza del canale (simmetrico), mentre U_p è la velocità in mezzeria del flusso laminare (flusso di Poiseuille) caratterizzato dalla stessa portata di

quello turbolento considerato.

Partendo dalle equazioni di Navier–Stokes è possibile ottenere delle notevoli semplificazioni applicandole al caso del canale piano; applicando l'operatore di media, considerando che $\overline{W} = 0$ e \overline{U} è indipendente da x, l'equazione di continuità risulta:

$$\frac{d\overline{V}}{dy} = 0 \tag{2.4}$$

e applicando la condizione al contorno $\overline{V}|_{y=0} = 0$ si ha che $\overline{V} = 0$ ad ogni y (verificando anche l'analoga condizione al contorno alla parete superiore).

Imponendo quanto si è ottenuto all'equazione della quantità di moto in direzione y si ottiene:

$$0 = -\frac{dv'v'}{dy} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial\overline{p}}{\partial y}$$
(2.5)

che, applicando la condizione al contorno $\overline{v'v'}|_{y=0} = 0$ si integra come:

$$\overline{v'v'} + \frac{\overline{p}}{\rho} = \frac{p_w(x)}{\rho}$$
(2.6)

dove $p_w = \overline{p}(x, 0, 0)$ è la media della pressione alla parete inferiore. Da quest'equazione si può dedurre che il gradiente medio di pressione è funzione della sola coordinata x, e

$$\frac{\partial \overline{p}}{\partial x} = \frac{dp_w}{dx} \tag{2.7}$$

Considerando ora l'equazione per la quantità di moto in direzione assiale:

$$0 = \nu \frac{d^2 \overline{U}}{dy^2} - \frac{d \overline{u'v'}}{dy} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x}$$
(2.8)

si ha:

$$\frac{d\tau}{dy} = \frac{dp_w}{dx} \tag{2.9}$$

dove lo sforzo totale $\tau(y)$ è:

$$\tau(y) = \rho \nu \frac{d\overline{U}}{dy} - \rho \overline{u'v'}$$
(2.10)

A questo punto si può notare che lo sforzo è funzione della sola y, mentre la pressione a parete è funzione della sola x, perciò, essendo i loro gradienti uguagliati, è necessario che le due quantità siano costanti. Definendo lo sforzo a parete $\tau_w = \tau(0)$ si ha:

$$-\frac{dp_w}{dx} = \frac{\tau_w}{\delta} \tag{2.11}$$

е

$$\tau(y) = \tau_w (1 - \frac{y}{\delta}) \tag{2.12}$$

É quindi opportuno definire una grandezza adimensionale relativa allo sforzo a parete, che prende il nome di coefficiente d'attrito:

$$c_f = \frac{\tau_w}{1/2\rho U_p^2} \tag{2.13}$$

In definitiva, il flusso all'interno del canale piano è mosso dalla differenza di pressione tra ingresso e uscita e presenta, nella zona di flusso completamente sviluppato, un gradiente costante (negativo) di pressione media, che viene bilanciato dallo sforzo d'attrito. Perciò, definiti il gradiente di pressione e l'altezza del canale, il profilo dello sforzo è lineare e noto indipendentemente dalle caratteristiche del fluido e da Re.

Lo sforzo totale $\tau(y)$ può essere visto come somma di due componenti:

$$\tau_{viscous} = \rho \nu \frac{d\overline{U}}{dy} \qquad \tau_{Reynolds} = -\rho \overline{u'v'} \qquad (2.14)$$

Come si può vedere dalla Figura 2.3, a parete lo sforzo coincide con la sua



Figura 2.3: Profili di sforzi viscosi (a sinistra) e sforzi di Reynolds (a destra) relativi al flusso in un canale piano a Re=5600 (linea tratteggiata) e Re=13750 (linea continua). Figura tratta da [24], dati relativi a [19].

componente viscosa, dal momento che la condizione al contorno $U|_{y=0} = 0$ implica che gli sforzi di Reynolds siano nulli a parete. Perciò:

$$\tau_w = \rho \nu \left(\frac{dU}{dy}\right)_{y=0} \tag{2.15}$$

 $\mathbf{7}$

L'importanza del termine viscoso nella zona vicina a parete sottolinea la dipendenza del profilo di velocità da *Re*. Nasce anche l'esigenza di definire una scalatura viscosa appropriata a descrivere la zona di parete. In particolare si definisce una velocità viscosa e una scala di lunghezza viscosa:

$$u_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \tag{2.16}$$

$$\delta_{\nu} = \nu \sqrt{\frac{\rho}{\tau_w}} = \frac{\nu}{u_{\tau}} \tag{2.17}$$

É quindi utile definire anche un numero di Reynolds strettamente legato all'attrito:

$$Re_{\tau} = \frac{u_{\tau}\delta}{\nu} = \frac{\delta}{\delta_{\nu}} \tag{2.18}$$

In questo modo, trattando la parte di canale vicina a parete, ci si può appoggiare ad un sistema di riferimento in unità viscose (unità di parete):

$$y^{+} = \frac{y}{\delta_{\nu}} = \frac{u_{\tau}y}{\nu} \tag{2.19}$$

2.3 Regione di parete

Definite le caratteristiche del flusso (ρ , ν , δ , u_{τ}), è possibile formare due gruppi adimensionali che rappresentino rispettivamente le unità esterne e quelle di parete ed esprimere il profilo di velocità media come una funzione di queste:

$$\overline{U} = u_{\tau} F_0\left(\frac{y}{\delta}, Re_{\tau}\right) \tag{2.20}$$

o alternativamente riferirsi al suo gradiente

$$\frac{d\overline{U}}{dy} = \frac{u_{\tau}}{y} \Phi\left(\frac{y}{\delta_{\nu}}, \frac{y}{\delta}\right) \tag{2.21}$$

 Φ è una funzione universale adimensionale e la sua dipendenza varia a seconda della distanza da parete (e cioè a seconda dell'importanza delle scale viscose rispetto a quelle esterne).

É quindi possibile definire due regioni in cui la funzione Φ si può considerare dipendente da una sola delle scale, che saranno rispettivamente lo strato interno e lo strato esterno.

Per quanto riguarda lo strato interno, cioè dove $y/\delta \ll 1$, il profilo di velocità media è determinato dalle sole scale viscose, indipendentemente da $\delta \in U_p$.

L'equazione per il gradiente della velocità media può dunque essere scritta come:

$$\frac{dU}{dy} = \frac{u_{\tau}}{y} \Phi_I(\frac{y}{\delta_{\nu}}) \qquad per \ y/\delta \ll 1$$
(2.22)

che in unità di parete equivale a:

$$\frac{du^+}{dy^+} = \frac{1}{y^+} \Phi_I(y^+) \tag{2.23}$$

Integrando quest'equazione si ottiene la *legge di parete*:

$$u^{+} = \int_{0}^{y^{+}} \frac{1}{y'} \Phi_{I}(y') \, dy' \tag{2.24}$$

Considerando invece lo strato esterno, cioè per $y^+ > 50$, si ipotizza che la funzione Φ sia indipendente dalle scale viscose. Analogamente a quanto fatto per lo strato interno, si ricava l'equazione del gradiente di velocità media in funzione delle variabili esterne $y \in \delta$. Integrandola poi tra $y \in \delta$ si ottiene la legge del difetto di velocità:

$$\frac{U_p - \overline{U}}{u_\tau} = \int_{y/\delta}^1 \frac{1}{y'} \Phi_O(y') \, dy' \tag{2.25}$$

La cosa importante da notare nelle due leggi appena mostrate è che nello strato interno u^+ dipende unicamente da y^+ , mentre in quello esterno la differenza di velocità tra quella media e la velocità in mezzeria dipende unicamente da y/δ .

Scendendo in maggiore dettaglio, è possibile distinguere due zone nello strato interno che presentano caratteristiche peculiari: la prima è il cosiddetto substrato viscoso, che occupa lo spazio attiguo alla parete, fino a circa $y^+ = 5$, e presenta andamento lineare della velocità media:

$$u^{+} = y^{+} + O(y^{+2}) \tag{2.26}$$

Ciò è spiegabile considerando la condizione di aderenza a parete $\overline{U}|_{y=0} = 0$, che rende l'equazione del gradiente di velocità

$$\frac{du^+}{dy^+}|_{y=0} = 1 \tag{2.27}$$

che, espandendo in serie di Taylor per piccole y^+ dà appunto un andamento lineare in prima approssimazione.

La seconda zona che merita un trattamento separato è la cosiddetta regione di sovrapposizione, che si estende per $y^+ > 30$, $y/\delta < 0.1$, cioè in quella zona a cavallo tra lo strato interno ed esterno. Qui ci si trova nello strato interno, dove vale la legge di parete, ma sufficientemente distanti dalla parete da poter ritenere trascurabile l'effetto della viscosità. Perciò la funzione universale Φ_I , perdendo la dipendenza da δ_{ν} assume valore costante:

$$\Phi_I(y^+) = \frac{1}{k} \quad per \ y/\delta \ll 1 \ e \ y^+ \gg 1$$
(2.28)

In questa regione quindi il gradiente di velocità media sarà

$$\frac{du^+}{dy^+} = \frac{1}{ky^+}$$
(2.29)

che, integrato, porta alla legge logaritmica di parete:

$$u^{+} = \frac{1}{k} \ln y^{+} + B \tag{2.30}$$

dove k = 0.41 è la costante di von Kármán e B = 5.2. Dalle analisi DNS si può verificare che la legge di parete approssima bene il profilo di velocità (pur non valendo più le ipotesi che ne permettono la formulazione) in una regione più estesa verso il centro del canale rispetto alla regione di sorapposizione. É quindi possibile indicarne la zona di validità come regione logaritmica, che si estende per $y^+ > 30$, $y/\delta < 0.3$.

2.4 Legge d'attrito

La legge logaritmica, integrata sulla semialtezza del canale, permette di calcolare una buona approssimazione della U_b :

$$\frac{U_p - U_b}{u_\tau} = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta \frac{U_p - \overline{U}}{u_\tau} dy$$

$$\approx \frac{1}{\delta} \int_0^\delta -\frac{1}{k} \ln\left(\frac{y}{\delta}\right) dy = \frac{1}{k} \approx 2.4$$
(2.31)

questo è possibile grazie all'osservazione fatta sull'efficacia dell'approssimazione della legge logaritmica anche oltre la sua regione di competenza verso l'interno del canale, e grazie al fatto che, nella zona più vicina a parete, sebbene la legge logaritmica sia un'approssimazione inefficace, il contributo di questa regione al computo totale della U_b è minimo, quindi tale da permettere un'approssimazione così grossolana.

Regione	Posizione	Caratteristiche
Strato interno	$y/\delta < 0.1$	\overline{U} determinata da u_{τ}
		e y^+ , indipendente da
		$U_p \in \delta$
Regione viscosa di pa-	$y^{+} < 50$	il contributo viscoso
rete		allo sforzo di taglio è
		importante
Substrato viscoso	$y^{+} < 5$	gli sforzi di Reynolds
		sono trascurabili ri-
		spetto agli sforzi vi-
		scosi
Strato esterno	$y^+ > 50$	gli effetti diretti del-
		la velocità su \overline{U} sono
		trascurabili
Regione di sovrapposi-	$y^+ > 50, y/\delta < 0.1$	regione di sovrapposi-
zione		zione tra stato inter-
		no ed esterno (per Re
		elevati)
Regione logaritmica	$y^+ > 30, y/\delta < 0.3$	vale la legge logaritmi-
		ca
Buffer layer	$5 < y^+ < 30$	regione tra il substra-
		to viscoso e la zona
		logaritmica

Tabella 2.1: Regioni di parete e loro zona di competenza (modificato, da [24]).

Consideriamo l'espressione della legge logaritmica rispettivamente nello strato interno ed esterno:

$$\frac{\overline{U}}{u_{\tau}} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{y}{\delta_{\nu}}\right) + B \qquad per \quad y/\delta < 0.1 \tag{2.32}$$

$$\frac{U_p - \overline{U}}{u_\tau} = -\frac{1}{k} \ln\left(\frac{y}{\delta}\right) + B_1 \qquad per \ y^+ > 50 \tag{2.33}$$

Sommando queste due equazioni è possibile annullare la dipendenza da y:

$$\frac{U_p}{u_\tau} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{\delta}{\delta_\nu}\right) + B + B_1
= \frac{1}{k} \ln\left[Re_p\left(\frac{U_p}{u_\tau}\right)^{-1}\right] + B + B_1$$
(2.34)

dove B_1 è una costante dipendente dal flusso, che deve annullarsi in mezzeria $(y = \delta)$. Dato Re_p , quest'equazione permette di trovare il rapporto tra la velocità in mezzeria e la velocità viscosa, permettendo il calcolo del coefficiente d'attrito

$$c_f = \frac{\tau_w}{1/2\rho U_p^2} = 2\left(\frac{u_\tau}{U_p}\right)^2 \tag{2.35}$$

2.5 Sforzi di Reynolds

Applicando la scomposizione di Reynolds (2.1) alle equazioni di Navier– Stokes e facendo la media dell'equazione della quantità di moto, si ottengono le equazioni mediate di Reynolds, che appaiono in una forma molto simile alle equazioni di N-S, con la sostanziale differenza dovuta alla presenza degli sforzi di Reynolds:

$$\frac{\partial \overline{U_j}}{\partial t} + \overline{U_i} \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} = \nu \frac{\partial^2 \overline{U_j}}{\partial x_i^2} - \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_j}$$
(2.36)

Gli sforzi di Reynolds $\overline{u_i u_j}$ consistono proprio nella differenza tra le equazioni per la velocità e quelle per la velocità media. Per fornire un'interpretazione fisica di questi termini, si possono riscrivere le equazioni di Reynolds come:

$$\rho \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial t} + \rho \overline{U_i} \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} = = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\mu \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) - \overline{P} \delta_{ij} - \rho \overline{u_i u_j} \right]$$
(2.37)

dove il termine tra parentesi quadre rappresenta uno sforzo, dovuto a tre contributi: sforzo viscoso, sforzo isotropico dovuto al campo di pressione media e lo sforzo dovuto alle fluttuazioni del campo di velocità, che appunto, a meno della densità, sono proprio gli sforzi di Reynolds.

Gli sforzi di Reynolds svolgono un ruolo fondamentale in grandezze di nostro interesse come la produzione e il trasporto di energia cinetica turbolenta, presenti nell'equazione di bilancio dell'energia cinetica media $\overline{E} = 1/2\overline{U} \cdot \overline{U}$ e dell'energia cinetica turbolenta $k = 1/2\overline{u} \cdot \overline{u}$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \overline{U} \cdot \nabla \overline{E} + \nabla \cdot \overline{T} = -P - \overline{\epsilon}$$
(2.38)

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{U} \cdot \nabla k + \nabla \cdot T' = P - \epsilon \tag{2.39}$$

dove appunto

$$P = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \tag{2.40}$$

è la produzione, che rappresenta il termine sorgente nell'equazione di k e

$$\overline{T_i} = \overline{U_j}\overline{u_i u_j} + \overline{U_i}\frac{\overline{p}}{\rho} - 2\nu\overline{U_j}\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial\overline{U_j}}{\partial x_i}\right)$$
(2.41)

$$T'_{i} = \frac{1}{2}\overline{u_{i}u_{j}u_{j}} + \frac{\overline{u_{i}p}}{\rho} - 2\nu\overline{u_{j}s_{ij}}$$
(2.42)

sono i termini di trasporto (dove $s_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$). L'altro termine a secondo membro è invece la dissipazione di energia cinetica turbolenta:

$$\epsilon = 2\nu \overline{s_{ij}s_{ij}} \tag{2.43}$$

Dalle equazioni per l'energia cinetica media e turbolenta si può vedere il diverso ruolo giocato dalla produzione: nella prima è un pozzo, mentre nella seconda è una sorgente. La sua azione è infatti quella di trasferire energia cinetica dal flusso medio al campo delle fluttuazioni di velocità.

É interessante vedere l'andamento di queste quantità al variare della distanza da parete, riportato in Figura 2.4 in modo da avere informazioni utili sul posizionamento del forzamento. Si può notare che nella regione logaritmica gli sforzi di Reynolds normalizzati sono sostanzialmente uniformi, così come il rapporto P/ϵ , che indica anche che produzione e dissipazione si autoequilibrano, e il gradiente di velocità media normalizzato Sk/ϵ . Spostandosi verso il centro del canale, dove il gradiente di velocità tende a scomparire, la



Figura 2.4: Profili del rapporto tra produzione e dissipazione $\frac{P}{\epsilon}$, rateo di shear medio normalizzato $S^+ = \frac{Sk}{\epsilon}$ e coefficiente di correlazione degli sforzi di taglio ρ_{uv} dai dati di [19] per un canale piano a Re = 13750. Figura tratta da [24].

produzione va a zero. L'attività turbolenta nettamente maggiore si verifica però nello strato interno, dove produzione, dissipazione ed energia cinetica turbolenta raggiungono tutte il loro massimo (per $y^+ < 20$). Per studiarne l'andamento, bisogna partire dagli sforzi di Reynolds, che nella regione di parete si evolvono come in Figura 2.5 ed è possibile avere una rappresentazione dei contributi all'equazione dell'energia cinetica turbolenta nello strato interno (in Figura 2.6):

2.6 Strutture coerenti

Nello studio recente dei flussi di parete, grazie anche alla diffusione della simulazione diretta delle equazioni di Navier–Stokes (DNS), sempre maggiore attenzione è stata riservata alle strutture coerenti che si manifestano nello strato limite turbolento come eventi quasi periodici e relativamente ordinati di grande scala, e che suggeriscono di andare oltre la concezione dei flussi di parete come fenomeni completamente stocastici. Queste strutture, identificabili anche tramite visualizzazioni, sebbene di non ovvia definizione, sono il principale oggetto di esperimenti e simulazioni sui flussi interni. Ciò che le rende interessanti è la possibilità di identificare meccanismi ordinati e ripetu-



Figura 2.5: Profili degli sforzi di Reynolds e dell'energia cinetica normalizzati con la velocità viscosa nella zona di parete del flusso turbolento in un canale piano. Dati relativi a Re=13750 [19], Figura tratta da [24].



Figura 2.6: Bilancio di energia cinetica turbolenta nella zona di parete del flusso turbolento in un canale piano. Dati relativi a Re=13750 [19], Figura tratta da [24].

ti all'interno del flusso turbolento. In particolare citiamo qui alcune strutture ritrovabili con grande frequenza:

• Low-Speed Streaks (LSS): regioni allungate (in Figura 2.7) con velocità relativa (alla corrente media) negativa, che si manifestano nella zona del substrato viscoso ($0 < y^+ < 10$).



Figura 2.7: Visualizzazione dall'alto tramite bolle di idrogeno di LSS formatesi nello strato limite turbolento attorno ad una lamina piana [20].

- Ejections: regioni di fluido a bassa velocità che si allontana da parete.
- Sweeps: duali alle ejections, sono regioni di fluido a velocità elevata che si spingono verso la parete. In Figura 2.8 è messa in evidenza la differenza tra sweep ed ejections, rappresentandole nel piano delle fluttuazioni di velocità in direzione longitudinale (u) e normale al piano (v).
- Vortici: di varia entità, in particolar modo ci si riferisce ai QSV (Quasi-Streamwise Vortices) che esistono vicino a parete, con asse quasi allineato con la direzione della corrente media.

Nonostante tuttora non si disponga della piena comprensione e prevedibilità di questi fenomeni, è comunque largamente riconosciuta l'importanza di queste strutture e il loro fondamentale ruolo nella produzione di energia cinetica turbolenta vicino a parete. Negli ultimi anni inoltre, studi numerici e visualizzazioni hanno permesso l'individuazione di una nuova classe di strutture



Figura 2.8: Rappresentazione schematica nello spazio u-v dei quadranti di appartenenza di sweep ed ejections. Nelle regioni 2 e 4, il prodotto di u e v risulta negativo, portando quindi ad una produzione di energia cinetica turbolenta P positiva, essendo $P = -\overline{uv} \frac{\partial \overline{U}}{\partial y}$ [24].

coerenti denominate LSM (large-scale motions), o superstrutture [12], che popolano la regione logaritmica dello strato limite turbolento e, per flussi interni, si estendono fino allo strato esterno, presentando un allungamento di un ordine di grandezza superiore allo spessore dello strato limite.

Un'ipotesi sull'origine di queste strutture suggerisce che possano nascere dall'azione di numerosi vortici a forcina ravvicinati che viaggiano con la stessa orientazione (in direzione longitudinale) e alla stessa velocità convettiva, provocando la formazione di strutture allungate a bassa velocità nella regione contenuta tra le gambe dei vortici [39]. I LSM scalano in unità esterne ma possono avere una notevole influenza sul comportamento della turbolenza nella zona di parete. La presenza di moti di larga scala non invalida la legge logaritmica (velocità media), ma è probabile che produca una dipendenza delle fluttuazioni di velocità longitudinale u nella regione di parete dalle scale esterne (Re_p), influenzando la produzione di energia cinetica turbolenta. Come si evince dalla Figura 2.9, il ciclo esterno appena descritto assume importanza all'aumentare di Re (e si stima che al raggiungimento della soglia di $Re_{\tau} \approx 4200$ il ciclo esterno eguagli il contributo energetico di quello interno), rimanendo perciò marginale nello studio DNS di flussi interni a Re basso o moderato.



Figura 2.9: (i) Mappe relative alla variazione degli spettri monodimensionali premoltiplicati in funzione della distanza da parete per a) $Re_{\tau} = 1010$; b) $Re_{\tau} = 1910$; c) $Re_{\tau} = 2630$; d) $Re_{\tau} = 7300$. In ordinata è rappresentata la scala di lunghezza in unità interne (a sinistra) ed esterne (a destra). In ascissa è rappresentata la distanza da parete in unità interne (a sinistra) ed esterne (a destra). La scala di colore indica il valore dello spettro di energia in direzione longitudinale e i simboli (+) evidenziano i picchi di energia interno ed esterno. (ii) Profili medi dell'intensità di turbolenza (cerchi) e velocità (linea continua). La linea tratto-punto rappresenta la legge logaritmica con k = 0.41 e A = 5.0 [12].

2.7 Ciclo di parete

Un modello per descrivere le relazioni tra le strutture coerenti è stato inizialmente proposto da Theodorsen (1952) e via via arricchito negli anni seguenti. Vicino a parete, la produzione di energia cinetica turbolenta sovrasta nettamente la dissipazione ed è qui che risiede il "motore" della turbolenza. Dallo studio del ciclo di parete si verifica che le diverse strutture coerenti sono in realtà fortemente legate: la presenza di QSV determina la formazione di LSS tramite advezione lineare, spingendo zone di fluido lento lontano da parete, come rappresentato in Figura 2.10, e causando così la presenza di zone allungate a bassa velocità. Da una visione di insieme emerge la rappresentazione



Figura 2.10: Rappresentazione della formazione di strisce a bassa velocità a partire dai QSV [8].

dei vortici a forcina, formati da due gambe allungate nella direzione del flusso medio, collegate ad un arco trasversale che si allontana da parete (si veda Figura 2.11). La denominazione di 'ciclo' è dovuta alla scoperta [20] che le dinamiche dello strato più vicino a parete ($y^+ < 60$) possono autosostenersi a prescindere dall'accoppiamento con le strutture energetiche di grossa scala nello strato più esterno (in [13] viene fornita la conferma tramite esperimenti





Figura 2.11: Rappresentazione del ciclo di parete con interazione tra LSS e QSV [1].

numerici). Le LSS vengono generate dal passaggio di un QSV (o una coppia di vortici controrotanti) nella zona di parete, che causa la formazione di un'ejection (zona a u < 0 e v > 0) tramite la quale fluido a bassa velocità viene trasferito ad una distanza superiore da parete dando origine a strisce a bassa velocità; allo stesso tempo però è presente un'ulteriore connessione tra LSS e QSV che consiste nella possibilità che i vortici vengano generati dalla crescita (instabile) delle strisce. Per spiegare questo fenomeno sono stati proposti diversi modelli: la generazione di nuovi vortici potrebbe risiedere in un meccanismo di azione diretta dei vortici già presenti (meccanismo parentoffspring) oppure indiretta (meccanismo instability-based), in cui il passaggio di un vortice preesistente causa la formazione di una zona di flusso instabile dalla quale si generano successivamente i nuovi vortici. Schoppa e Hussain [37] identificano un meccanismo di crescita predominante indipendente dalla generazione di vorticità a parete e dalla condizione di aderenza; la presenza di perturbazioni di velocità trasversale di moderata entità è sufficiente per la generazione di nuovi vortici e la sostentazione del ciclo di parete.

Controllo attivo in anello aperto

Nel presente studio ci concentreremo sul controllo attivo del flusso in anello aperto, che è ad ora la branca più promettente del controllo di flussi interni, dal momento che metodi passivi quali le riblets, di grande semplicità, non hanno ancora raggiunto un'efficacia sufficiente a giustificarne l'impiego e, dall'altra parte, le più efficienti tecniche di controllo attivo in anello chiuso comportano un eccessivo aumento di complessità del sistema, dovendo dipendere da un numero troppo elevato di microsensori e attuatori. Come già anticipato, il controllo attivo dei flussi interni può avvenire tramite l'uso di forze di volume, forze concentrate o movimento delle pareti. A prescindere dal metodo scelto per applicare il forzamento, l'obiettivo è quello di interagire con le strutture che agiscono nel ciclo di parete e che si trovano nella zona vicina a parete.

Trattando di controllo attivo, non si può prescindere dalla richiesta di potenza esterna necessaria alla modifica della corrente. Nel caso in cui il controllo venga effettuato in anello aperto, la richiesta energetica è tutt'altro che trascurabile (e in ogni caso nettamente superiore a quella che si avrebbe per un controllo in anello chiuso, a causa della necessità di forzare ad ampiezze finite). Da quanto detto appare chiaro che lo studio delle tecniche di controllo attivo in anello aperto richiede la definizione di grandezze fisiche capaci di descrivere sia l'efficacia in termini di modifica sulle caratteristiche del flusso, sia la resa del forzamento al netto della potenza richiesta. Seguendo la notazione proposta da Kasagi *et al.* [18], definiamo il rateo di riduzione d'attrito

$$R = \frac{P_0 - P}{P_0}$$
(3.1)

dove P è la potenza di pompaggio richiesta dal flusso e P_0 è quella relativa al flusso non controllato; questa grandezza si limita a rappresentare l'effetto in termini di riduzione d'attrito che il forzamento compie sul flusso, mentre per tener conto della potenza esterna introdotta ci si riferisce al risparmio energetico netto

$$S = \frac{P_0 - (P + P_{in})}{P_0} \tag{3.2}$$

dove P_{in} è appunto la potenza richiesta per attuare la tecnica di controllo. Questa grandezza è un indice più appropriato a descrivere il risparmio energetico effettivo, pur considerando una situazione idealizzata, che non tiene conto dell'efficienza degli attuatori. Per descrivere l'efficienza della tecnica di controllo ci si può riferire al guadagno

$$G = \frac{P_0 - P}{P_{in}} \tag{3.3}$$

cioè il risparmio energetico netto per unità di energia spesa in ingresso. L'inverso di G corrisponde alla minima efficienza che l'attuatore di controllo deve possedere per avere S > 0.

3.1 Forzamento trasversale

Nei prossimi paragrafi tratteremo di tecniche di controllo basate sul forzamento trasversale, che assicurano ad oggi i migliori risultati in termini di riduzione d'attrito e risparmio energetico. Per sostenere questa scelta è opportuno rifarsi ad un'analisi input-output del flusso in un canale piano condotta da Jovanovic e Bamieh [14]. Nell'ambito delle equazioni di Navier-Stokes linearizzate, tramite l'applicazione di forze di volume distribuite spazialmente e temporalmente (input), si verifica la risposta del flusso in termini di componenti del campo di velocità risultante dal forzamento. Considerando il flusso linearizzato attorno ad un profilo iniziale di Poiseuille con Re=2000 lo studio si basa sul calcolo della matrice delle risposte in frequenza (in funzione della frequenza temporale e dei numeri d'onda $k_x \in k_z$) delle componenti di velocità nelle tre direzioni in risposta al forzamento nelle tre direzioni. Insieme ad un'analisi delle strutture tridimensionali che subiscono l'amplificazione maggiore a seconda del forzamento (da cui risulta una rilevanza delle strutture allungate quali QSV e strisce nettamente superiore a quella delle onde oblique e onde di TS), si verifica anche che forzamento normale e trasversale hanno un'influenza nettamente maggiore rispetto al forzamento nella direzione del flusso medio, e che l'effetto maggiore del forzamento si riversa sulla componente longitudinale del campo di velocità (vedi Figura 3.1). Va però


Figura 3.1: Risposta in frequenza delle componenti di velocità al forzamento nelle tre direzioni in un flusso di Poiseuille a Re=2000 [14].

anche ricordato che il forzamento in direzione normale, sebbene intuitivamente possa sembrare il modo più efficace per modificare il flusso, perturba l'ordine naturale della turbolenza in maniera troppo accentuata se effettuato alle ampiezze finite richieste dal controllo attivo in anello aperto. In Figura



Figura 3.2: Amplificazione delle diverse componenti del vettore velocità (u,v,w) dovuta al forzamento nelle tre direzioni [14].

3.2 è rappresentato l'effetto sulle diverse componenti di velocità del forzamento nelle 3 direzioni (che è ottenibile come sovrapposizione delle immagini in Figura 3.1 riga per riga, grazie alla proprietà additiva del quadrato della norma); in particolare se consideriamo l'ultimo riquadro a destra (che è il caso di nostro interesse) si può notare che il picco si ha in corrispondenza di $K_x \to 0$ e $K_z = O(1)$, cioè la risonanza input-output corrispondente proprio a QSV e strisce a bassa velocità. In Figura 3.3 è messo in evidenza che il



Figura 3.3: Amplificazione del vettore velocità (tutte le componenti) dovuta al forzamento nelle diverse direzioni (x,y,z) [14].

contenuto di energia della componente di velocità longitudinale è nettamente maggiore rispetto a quello delle altre due componenti.

Quanto detto finora deriva dallo studio del flusso linearizzato, mentre noi

siamo interessati al caso turbolento. Luchini, Quadrio e Zuccher [22] hanno condotto uno studio di risposta input-output analogo riferendosi però al flusso turbolento in un canale piano. L'obiettivo di quest'analisi è quello di ottenere il tensore di risposta delle componenti del flusso al forzamento nelle tre direzioni. Questo studio mette in evidenza differenze di ordine



Figura 3.4: Risposta lineare media delle tre componenti di velocità del flusso a forzamento nelle tre direzioni. Isosuperfici positive in blu [22].

di grandezza tra le diverse componenti del tensore, confermando, anche se con differenze quantitative, i risultati dell'analisi linearizzata e in particolare che il forzamento è maggiormente efficace in direzione normale o trasversale al flusso turbolento e che l'effetto è maggiormente sentito sulla componente longitudinale.

3.2 Movimento di parete

Come già anticipato, uno dei metodi più diffusi per modificare il flusso turbolento si basa sul movimento delle pareti, che offre risultati promettenti e allo stesso tempo una certa facilità di implementazione. L'evoluzione della suddetta tecnica è descritta nel lavoro di Quadrio [26].

Nel 1992 per la prima volta venne studiata la possibilità, da Jung, Mangiavacchi e Akhavan [16], di ridurre l'attrito turbolento tramite movimento trasversale alternato della parete del canale: la generazione di un gradiente di pressione trasversale può portare ad una riduzione di attrito turbolento, seguita poi da un riallineamento della corrente vicina a parete alla nuova direzione obliqua. Il movimento della parete è un efficace sistema per generare il gradiente di pressione richiesto, perciò i primi studi riguardarono un forzamento del tipo:

$$w = A\sin(\omega t) \tag{3.4}$$

Capitolo 3

in cui si è reso periodico il forzamento in modo da impedire al flusso di riallinearsi in un nuovo stato di semi-equilibrio, perdendo le modifiche imposte alla turbolenza di parete dal gradiente di pressione imposto tramite il forzamento. I risultati di questi primi studi DNS a basso numero di Revnolds suggerirono riduzioni d'attrito fino al 50%, spiegabili con la netta diminuzione, sia in numero che in intensità, delle strutture turbolente di parete nel flusso controllato, e trovarono poi conferma sperimentale [21]. Non è tuttavia sufficiente considerare la sola riduzione dei coefficienti d'attrito per avere delle indicazioni sull'effettiva bontà del controllo e un passo fondamentale fu quello di Baron e Quadrio [27], che nel 1996 mostrarono come la riduzione dell'energia legata alla riduzione d'attrito poteva compensare l'energia richiesta dal controllo, così da ottenere un risparmio netto di energia anche dell'ordine del 10%, considerando attuatori ideali e utilizzando ampiezze di oscillazione della velocità ridotte: l'oscillazione trasversale della parete è in grado di spezzare la coerenza tra vortici longitudinali e strisce a bassa velocità interrompendo l'azione di pompaggio da parte dei vortici, di fluido a bassa velocità lontano da parete, quindi interrompendo la meccanica del ciclo di parete responsabile della produzione di energia cinetica turbolenta. Una legge di controllo semplice come quella sopracitata richiede ugualmente la definizione di due parametri: ampiezza e frequenza di oscillazione (che a loro volta definiscono un terzo parametro, il massimo spostamento della parete). Nel 2004, studiando l'ottimizzazione dei parametri, Quadrio e Ricco [30] ipotizzano l'esistenza di un periodo $T = 2\pi/\omega$ ottimale diverso per il forzamento a spostamento massimo imposto e ad ampiezza imposta. Il primo caso è tipico degli esperimenti in laboratorio, in cui le limitazioni meccaniche legate all'apparato sperimentale impongono dei vincoli sullo spostamento massimo della parete durante il periodo di oscillazione $D_m = AT/\pi$, che è legato agli altri due parametri (ampiezza di oscillazione e periodo) e ha portato diversi autori ad ipotizzare la proporzionalità tra R ed A. Il secondo invece si accorda maggiormente con gli studi DNS dove non si presentano le limitazioni del forzamento meccanico e che permettono quindi di distinguere la dipendenza di R da A e da T. Per quest'ultimo caso si verifica infatti un periodo ottimale $T_{opt}^+ \simeq 100$ valido per ogni ampiezza di oscillazione.

Il movimento trasversale alternato della parete genera all'interno del flusso uno strato trasversale oscillante e nel 2000 viene osservato da Quadrio e Sibilla [33] che il flusso medio generato dalla parete oscillante segue la soluzione analitica dello strato di Stokes laminare. Successivamente, nel 2004, Quadrio e Ricco [30] dimostrano la proporzionalità diretta tra R e il prodotto della massima accelerazione dello strato di Stokes (nel periodo di oscillazione) e la distanza normale da parete a cui esso si verifica. Esiste quindi un'interazione tra lo strato di Stokes generato dalle oscillazioni e le strutture turbolente a parete, che produce la massiva riduzione d'attrito quando l'altezza dello strato di Stokes è $\Delta^+ \simeq 6$, cioè per $T_{opt}^+ \simeq 100$. Dal punto di vista fisico, è noto che il forzamento trasversale tramite movimento di parete ha l'effetto di cambiare l'orientazione delle strutture turbolente di parete come mostrato in diverse visualizzazioni, ad esempio in [35] e descritto da [17]. L'effetto



Figura 3.5: Vista dall'alto del flusso nel canale con filo caldo posizionato a $y^+ = 5$. La direzione del flusso è da destra a sinistra. Nell'immagine a sinistra si ha il caso stazionario, mentre a destra è applicato il forzamento con parete oscillante nel momento di massima inclinazione delle strutture turbolente [35].

dell'oscillazione sarebbe quello di attenuare la formazione delle strutture allungate longitudinali distruggendo la coerenza del ciclo di parete tramite la creazione di vorticità trasversale negativa nello strato limite turbolento che ostacola lo stretching dei vortici longitudinali riducendo i fenomeni di sweep e di conseguenza l'attrito turbolento. In realtà non si ha ancora piena comprensione del legame tra l'oscillazione della parete e il riorientamento delle strutture turbolente, che non è però direttamente legato alla velocità trasversale della parete. Inoltre, sebbene questa tecnica sia in grado di generare riduzioni d'attrito molto elevate, la resa energetica è bassa e insufficiente a giustificarne un impiego applicativo, rendendo l'oscillazione di parete un tipo di forzamento interessante dal punto di vista concettuale, ma meno da quello pratico.

Finora abbiamo considerato il forzamento come legge temporale, ma è stato studiato da Viotti, Quadrio e Luchini anche il comportamento di un forzamento stazionario dipendente dallo spazio [42]:

$$w = A\sin(k_x x) \tag{3.5}$$

I risultati ottenuti in termini di R sono comunque analoghi a quelli della parete oscillante, mentre il risparmio energetico netto risulta leggermente migliore, suggerendo la potenzialità di ottenere una migliore efficienza nel controllo modulato spazialmente rispetto alla parete oscillante. Inoltre questo tipo di forzamento è stazionario, aspetto molto comodo per applicazioni quali ad esempio l'impiego di rugosità all'interno del canale.

3.3 Onde viaggianti in direzione trasversale

Risultati di R simili alla parete oscillante sono stati ottenuti anche con una tecnica di controllo che si appoggia a forze di volume che decadono esponenzialmente allontanandosi da parete del tipo:

$$F_z = I \exp(-y/\Delta) \sin(\omega t) \tag{3.6}$$

adottati da Berger et al. [2] e Du et al. [10].

Nel 2000 Du e Karniadakis [9] studiarono l'effetto di una forza di volume modulata sia in spazio che in tempo, tale da indurre un movimento del flusso in direzione trasversale che corrisponde ad un'onda viaggiante in direzione trasversale:

$$F_z = I \exp(-y/\Delta) \sin(k_z z - \omega t) \tag{3.7}$$

trovando buoni risultati di riduzione d'attrito (fino al 30%), fortemente dipendenti dalla frequenza ω e meno dal numero d'onda k_z , anche se studi successivi (Du *et al.* 2002) [10] indicarono un aumento della riduzione d'attrito all'aumentare della lunghezza d'onda λ_z (e quindi al diminuire di k_z). Un altro parametro che emerse per importanza è l'altezza di penetrazione Δ , che permette di esprimere l'invarianza del prodotto: $I \cdot T^+ \cdot \Delta \simeq C$ che se rispettata dai parametri porta a riduzioni d'attrito dello stesso ordine. Questa è però valida solo se si scelgono i parametri all'interno di limiti di validità, osservazione che porta alla luce l'esistenza di una zona a bassa frequenza di forzamento in cui la turbolenza non viene modificata e un'analoga soglia massima; argomenti che in seguito trovarono più ampio studio. Zhao, Wu e Luo [44] applicarono un'analoga legge spazio-temporale al movimento di parete, sostituendo la forza di volume:

$$w = A\sin(k_z z - \omega t) \tag{3.8}$$

I risultati in termini di riduzione d'attrito sono analoghi al caso di Du e Karniadakis [9], ma non quelli in termini di resa energetica, sempre negativa. Uno studio successivo, da parte di Xie e Quadrio [43], stabilisce però che la resa energetica del forzamento applicato come onda viaggiante in direzione trasversale è molto bassa e sempre inferiore a quella ottenibile dall'oscillazione uniforme (3.4).

3.4 Onde viaggianti in direzione longitudinale

Nel 2009 Quadrio, Ricco e Viotti [32] spostarono l'attenzione sulla modulazione delle onde nella direzione del flusso medio:

$$w = A\sin(k_x x - \omega t) \tag{3.9}$$

Questa legge spazio-temporale ha come casi limite sia la parete oscillante (ponendo $k_x = 0$) che l'onda stazionaria modulata solo spazialmente (ponendo $\omega = 0$). Il risultato di un ampio studio parametrico nel piano k_x - ω (Figura 3.6) mette in evidenza l'efficacia superiore di questo tipo di onda viaggiante identificando anche una linea ben definita su cui risiedono i massimi della ri-



Figura 3.6: Mappa di R nel piano $\omega - k_x$ dovuta al forzamento con onda viaggiante in direzione longitudinale, per $Re_{\tau} = 200$ e $A^+ = 12$. La linea più marcata indica il livello zero. I valori negativi di R sono rappresentati dalle linee tratteggiate e dai colori freddi. I punti in cui sono state effettuate le simulazioni sono indicati dal valore puntuale di R calcolato [32].

Capitolo 3

duzione d'attrito (linea corrispondente ad una precisa scala di velocità). La velocità con cui si muove l'onda ha una notevole influenza sull'efficacia del controllo, infatti si è notato che se l'onda viaggia ad una velocità prossima a quella delle strutture turbolente di parete si verifica aumento di attrito, mentre con velocità dell'onda inferiori oppure negative si ottengono buone riduzioni di resistenza. Il risultato più importante non riguarda però la riduzione d'attrito, bensì il rendimento energetico di questo tipo di forzamento, infatti la linea dei massimi di riduzione d'attrito si accorda molto bene con quella della minima potenza necessaria al controllo, garantendo così elevati risparmi netti di energia. In Figura 3.6 si può individuare (in blu) la sopracitata zona di incremento di resistenza associata ad un'onda viaggiante con velocità di fase $c = \omega/k_x \approx 0.5$ (che nel piano $\omega - k_x$ definisce una retta) tale da generare un accoppiamento del forzamento con le strutture turbolente, le quali ne risultano amplificate. Escludendo questa particolare regione del piano invece, si verifica la capacità di questa tecnica di forzamento di ottenere buone riduzioni d'attrito per un ampia gamma di parametri dell'onda (caratteristica molto favorevole all'applicazione). In Figura 3.7 è poi possibile verificare le ottime prestazioni dal punto di vista energetico che arrivano fino a S = 18% per onde con $\omega \approx 0.15$ e $k_x \approx 1$ e rendono questo tipo di forzamento il passo più avanzato al momento nel campo della riduzione d'attrito in un canale piano.

Una questione ancora aperta riguarda la dipendenza dei valori di R ottenuti da Re, siccome i valori di Re interessanti dal punto di vista applicativo sono generalmente molto elevati (e sicuramente superiori a quelli raggiungibili con la DNS). Allo stato attuale sembrerebbe che il numero di Reynolds abbia un effetto moderato ma tutt'altro che trascurabile sulle prestazioni delle tecniche di riduzione d'attrito: in letteratura [40] si ipotizza una dipendenza del massimo della riduzione d'attrito da Re del tipo:

$$R_{max} \sim Re_{\tau}^{-0.22} \tag{3.10}$$

Una visione più ottimistica è però fornita da Gatti e Quadrio [11] che nell'ambito dello studio del comportamento ad alti Re delle tecniche di parete oscillante e onda viaggiante in direzione longitudinale, pur confermando l'andamento relativo ai massimi di R, suggeriscono la possibilità di avere una dipendenza minore da Re ponendosi a frequenze di oscillazione più elevate (quindi per valori di R diversi dal massimo), dove la relazione sarebbe:

$$R \sim Re_{\tau}^{-0.08} \tag{3.11}$$

come mostrato in Figura 3.8.



Figura 3.7: Mappa del risparmio netto di energia dovuto al forzamento con onda viaggiante in direzione longitudinale nel piano ωk_x per A = 0.5 e Re = 4760. La linea più marcata indica il luogo di punti in cui S = 0. Le linee continue si riferiscono a regioni positive di S, mentre quelle tratteggiate delineano regioni negative. I punti in cui sono state effettuate le simulazioni sono indicate dal valore puntuale di S calcolato [32].



Figura 3.8: Andamento di R al variare di Re_{τ} per il forzamento tramite onda viaggiante in direzione longitudinale con frequenza elevata (in modulo) [11].

3.5 Lo strato di Stokes

Per dare una spiegazione fisica dell'efficacia del forzamento trasversale ci si può ricondurre all'analisi di Karniadakis e Choi [17], che identificano l'effetto di questo tipo di controllo con un'alterazione del comportamento dei vortici longitudinali vicino a parete. In particolare nel caso di parete oscillante l'effetto è quello di distruggere la coerenza tra vortici longitudinali e LSS, in modo che i vortici stessi pompino verso l'interno del canale flusso ad alta velocità (al contrario del comportamento indisturbato). In questo modo si ha una distruzione della produzione di energia cinetica turbolenta, che è principalmente localizzata nella zona di parete. Il forzamento dovuto al moto della parete genera all'interno del flusso uno strato di Stokes, che nel caso più generale (cioè forzamento modulato sia in spazio che in tempo) prende il nome di generalized Stokes layer (GSL) e segue l'andamento di un'espressione analitica determinata da Quadrio e Ricco [31]:

$$w^{*}(x^{*}, y^{*}, z^{*}) = A^{*}Re\left\{Ce^{i(k_{x}^{*}x^{*}-\omega^{*}t^{*})}Ai\left[e^{\pi i/6}\left(\frac{k_{x}^{*}\tau^{*}}{\nu^{*}}\right)^{1/3}\left(y^{*}-\frac{\omega^{*}}{k_{x}^{*}\tau^{*}}-\frac{ik_{x}^{*}\nu^{*}}{\tau^{*}}\right)\right]\right\}$$

Si è notato che lo spessore Δ^+ del GSL svolge un ruolo di rilievo nella predizione della riduzione d'attrito: nell'intervallo compreso tra $\Delta^+ = 1$ e $\Delta^+ = 6.5$ (delimitato dalle frecce in Figura 3.9) si nota una relazione circa lineare tra $R \in \Delta^+$, almeno per i dati ottenuti con T^+ bassi. É possibile notare un andamento non molto dissimile anche mettendo in ascissa $\sqrt{\Delta^+}$, ma l'aspetto più rilevante è che i punti tendono a collassare su una sola curva. I punti che soddisfano la relazione con la formula del GSL laminare soddisfano due condizioni (che stanno alla base dell'ipotesi di strato sottile): la velocità di fase delle onde è sufficientemente diversa dalla velocità convettiva delle strutture coerenti e la scala di tempo delle onde è nettamente inferiore alla vita media delle strutture turbolente. L'importanza dell'altezza di penetrazione del forzamento trasversale è stata messa in evidenza fin da Choi et al [3]. É quindi importante lo studio della dipendenza dello spessore del GSL dai parametri del forzamento, e come esso agisca su R. Come si può vedere in Figura 3.10 lo spessore è elevato nell'intorno dell'origine del piano $\omega^+ - k_r^+$ e diminuisce all'aumentare della frequenza del forzamento e del numero d'onda. La regione rappresentata in nero (con 6 < Δ^+ < 7) si accorda con il luogo dei massimi di R a k_x^+ fissato (rappresentato dalla linea bianca tratteggiata). Purtroppo però si presentano delle limitazioni sullo spessore massimo raggiungibile (e quindi su R massimo) con la tecnica delle onde viaggianti dal momento che questo implicherebbe un aumento del periodo di forzamento, generando un conflitto con le condizioni esposte precedentemente sulla validità del



Figura 3.9: Valori di R in funzione dell'altezza del GSL. La linea obliqua evidenzia la zona in cui le due grandezze sono direttamente proporzionali. La scala di grigi indica il periodo della simulazione, da $\mathcal{T}^+ = 0$ in nero a $\mathcal{T}^+ \ge 120$ in bianco. I punti cerchiati non rispettano la relazione e corrispondono a valori elevati di k_x^+ . \mathcal{T}^+ è la scala temporale del forzamento, che si distingue dal periodo di oscillazione dell'onda. $\mathcal{T}^+ = \frac{\lambda_x}{(U_t^+ - U_w^+)}$ è il periodo di oscillazione visto da un osservatore in movimento alla velocità U_w^+ delle fluttuazioni turbolente. $(U_t^+ = \omega^+/k_x^+)$ [31]



Figura 3.10: Spessore del GSL laminare in funzione di k_x^+ e ω^+ . I livelli di grigio partono da $\Delta^+ = 3.5$ con un incremento di 3.5. La linea bianca tratteggiata rappresenta il luogo dei massimi di R a k_x^+ fissato ed è ottenuto dai dati di [32]. La regione in nero corrisponde a $6 < \Delta^+ < 7$ [31].

GSL. Diminuendo eccessivamente la frequenza di oscillazione infatti si incorre nel disaccoppiamento tra l'evoluzione dello strato trasversale e quella delle strutture turbolente, riducendo drasticamente l'efficacia del forzamento.

Capitolo 4 Il codice DNS

Descriviamo qui brevemente il codice DNS utilizzato in questo lavoro, che è stato sviluppato [29] da M. Quadrio e P. Luchini in CPL, linguaggio di programmazione concepito dallo stesso Luchini, realizzando un metodo estremamente efficiente e capace di un buon parallelismo anche su macchine collegate tra loro con la normale rete Ethernet, come descritto in [28].

4.1 Formulazione

Per quanto riguarda il canale piano, quindi nel sistema di riferimento cartesiano, la formulazione delle equazioni di Navier–Stokes a cui si fa riferimento risale a Kim *et al.* [19]. Le consuete equazioni di continuità e quantità di moto vengono sostituite da due equazioni scalari, rispettivamente per la componente normale di vorticità (equazione del second'ordine) e per la componente normale di velocità (equazione del quart'ordine) in analogia con la decomposizione di Orr-Sommerfeld e Squire nell'ambito della stabilità lineare. La pressione scompare dalle equazioni e si può riottenere tramite un'equazione di Poisson ricavabile applicando l'equazione di continuità alla divergenza dell'equazione della quantità di moto:

$$\nabla^2 p = -\nabla \cdot (V \cdot \nabla V) \tag{4.1}$$

Il procedimento per ottenere questa formulazione a partire dalle equazioni di Navier–Stokes in coordinate cartesiane è il seguente. Anzitutto si definisce il numero di Reynolds, scegliendo un'opportuna velocità di riferimento e specificando la lunghezza di riferimento adottata, nel nostro caso δ è la semialtezza del canale:

$$Re = \frac{U\delta}{\nu} \tag{4.2}$$

dove ν è la viscosità cinematica del fluido. Le equazioni di Navier–Stokes adimensionali per un fluido incomprimibile possono essere scritte:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{4.3}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re}\nabla^2 u$$
(4.4)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re}\nabla^2 v \tag{4.5}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re}\nabla^2 w \tag{4.6}$$

a cui si associano le condizioni al contorno (non scorrimento a parete e condizioni periodiche nelle due direzioni omogenee) e una condizione iniziale per ogni variabile. Per passare alla nuova formulazione, si definisce la componente normale della vorticità:

$$\eta = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \tag{4.7}$$

Prendendo il laplaciano dell'equazione della quantità di moto in direzione normale a parete e applicando l'equazione di Poisson per la pressione si ottiene:

$$\frac{\partial \nabla^2 v}{\partial t} + \nabla^2 \left(u \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \nabla^2 \left(v \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \nabla^2 \left(w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial \nabla^2 p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \nabla^2 (\nabla^2 v) \quad (4.8)$$

$$\nabla^2 p = -\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \quad (4.9)$$

Combinando le due equazioni si ottiene:

$$\frac{\partial \nabla^2 v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{1}{Re} \nabla^2 (\nabla^2 v)$$

$$(4.10)$$

dove possiamo chiamare tutti i termini non lineari che precedono il termine di quart'ordine come h_v .

Prendendo poi il rotore della componente normale dell'equazione della quantità di moto, ricaviamo l'equazione per η :

$$\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = -\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial z} + \frac{1}{Re}\frac{\partial \nabla^2 u}{\partial z}$$
(4.11)

$$\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right) = -\frac{\partial^2 p}{\partial z \partial x} + \frac{1}{Re}\frac{\partial \nabla^2 w}{\partial x}$$
(4.12)

sottraendo la seconda equazione alla prima:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{1}{Re} \nabla^2 \eta$$
(4.13)

dove possiamo chiamare tutti i termini non lineari che precedono il laplaciano di η come h_{η} . Le equazioni di Navier–Stokes formulate in v- η sono dunque:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 v = h_v + \frac{1}{Re} \nabla^2 (\nabla^2 v) \\ \\ \frac{\partial}{\partial t} \eta = h_\eta + \frac{1}{Re} \nabla^2 \eta \end{cases}$$
(4.14)

Da questo sistema di equazioni si può ritornare alle variabili primitive risolvendo un sistema differenziale 2×2 per ottenere la componente longitudinale e trasversale di velocità tramite la definizione di vorticità:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = \eta \end{cases}$$
(4.15)

Sfruttando l'espansione in serie di Fourier nelle due direzioni omogenee si incrementa notevolmente l'efficienza computazionale. La discretizzazione degli operatori differenziali in direzione normale a parete viene effettuata con uno schema alle differenze finite, anche se l'impostazione generale delle equazioni permetterebbe anche l'uso di metodi spettrali. Le funzioni incognite delle equazioni in v- η possono essere espresse come una serie di Fourier troncata nelle direzioni omogenee ($x \in z$), assumendo la forma:

$$v(x, y, z, t) = \sum_{h=-nx/2}^{nx/2} \sum_{l=-nz/2}^{nz/2} \hat{v}_{hl}(y, t) e^{i\alpha x} e^{i\beta z}$$
(4.16)

39

$$\eta(x, y, z, t) = \sum_{h=-nx/2}^{nx/2} \sum_{l=-nz/2}^{nz/2} \hat{\eta}_{hl}(y, t) e^{i\alpha x} e^{i\beta z}$$
(4.17)

dove $\alpha = \frac{2\pi h}{L_x} = \alpha_0 h$ e $\beta = \frac{2\pi l}{L_z} = \beta_0 l$. $h \in l$ sono indici interi e $\alpha_0 \in \beta_0$ sono i numeri d'onda fondamentali in direzione rispettivamente longitudinale e trasversale. $nx \in nz$ indicano i modi considerati, quindi il troncamento della serie. Il cappello indica le variabili trasformate nello spazio di Fourier e i è l'unità immaginaria. Nello spazio di Fourier, l'equazione per la componente normale della velocità risulta:

$$\frac{\partial}{\partial t}(D_2(\hat{v}) - k^2\hat{v}) = \frac{1}{Re}(D_4(\hat{v}) - 2k^2D_2(\hat{v}) + k^4\hat{v}) - k^2\widehat{HV} - D_1(i\alpha\widehat{HU} + i\beta\widehat{HW})$$
(4.18)

dove $k^2 = \alpha^2 + \beta^2$, i termini $D_n()$ indicano l'operatore di derivazione di ordine n in direzione y (normale a parete) e \widehat{HU} , \widehat{HV} e \widehat{HW} sono i termini non lineari raggruppati nel modo seguente:

$$\widehat{HU} = i\alpha\widehat{uu} + D_1(\widehat{uv}) + i\beta\widehat{uw}$$
(4.19)

$$\widehat{HV} = i\alpha\widehat{uv} + D_1(\widehat{vv}) + i\beta\widehat{vw}$$
(4.20)

$$\widehat{H}\widehat{W} = i\alpha\widehat{u}\widehat{w} + D_1(\widehat{w}\widehat{v}) + i\beta\widehat{w}\widehat{w}$$
(4.21)

All'equazione si associa la condizione di aderenza per la velocità che si traduce in $\hat{v} = 0$ da imporre alla parete inferiore e superiore e le due condizioni derivanti dalla continuità, cioè $D_1(\hat{v} = 0)$ alle due pareti. Grazie all'espansione in serie di Fourier, le condizioni periodiche nelle direzioni omogenee sono automaticamente soddisfatte. La condizione iniziale per v si ottiene dal campo di moto iniziale.

Per quanto riguarda invece l'equazione per la componente normale del vettore vorticità si ha:

$$\hat{\eta} = i\beta\hat{u} - i\alpha\hat{w} \tag{4.22}$$

e l'equazione evolutiva risulta:

$$\frac{\partial \hat{\eta}}{\partial t} = \frac{1}{Re} (D_2(\hat{\eta}) - k^2 \hat{\eta}) + i\beta \widehat{HU} - i\alpha \widehat{HW}$$
(4.23)

con le condizioni periodiche nelle direzioni omogenee automaticamente soddisfatte e la condizione di aderenza che si traduce in $\hat{\eta} = 0$ alle due pareti. La condizione iniziale deriva dal campo di moto iniziale.

Per il calcolo dei termini non lineari, al fine di ridurre il costo computazionale, si segue un metodo "pseudo-spettrale" che consiste dapprima nell'antitrasformare le tre componenti della velocità dallo spazio di Fourier a quello fisico in modo da poter eseguire delle semplici moltiplicazioni tra le componenti (evitando le più dispendiose convoluzioni), per poi ritornare nello spazio di Fourier. La trasformazione segue un algoritmo FFT e il problema dell'aliasing viene ovviato sfruttando la legge dei 3/2 (cioè aumentando il numero di modi di un fattore $\geq 3/2$ prima di antitrasformare, in modo da evitare l'introduzione di contributi spuri di energia dalle componenti ad alta frequenza a quelle a bassa frequenza).

Nello spazio di Fourier si semplifica anche il sistema 2×2 per ritornare alle variabili primitive, che diventa algebrico (e non più differenziale):

$$\hat{u} = \frac{1}{k^2} (i\alpha D_1(\hat{v}) - i\beta\hat{\eta}) \tag{4.24}$$

$$\hat{w} = \frac{1}{k^2} (i\alpha\hat{\eta} - i\beta D_1(\hat{v})) \tag{4.25}$$

Questo sistema è però singolare per $\alpha = \beta = 0$ (cioè per $k^2 = 0$), avendo ottenuto le equazioni evolutive a partire dal sistema differenziale mediante operazioni di derivata spaziale. Nello spazio di Fourier, i modi a k = 0corrispondono alla media spaziale delle componenti in x e z della velocità:

$$\tilde{u}(y,t) = \frac{1}{L_x} \frac{1}{L_z} \int_0^{L_x} \int_0^{L_z} u(x,y,z,t) \, dx \, dz \tag{4.26}$$

$$\tilde{w}(y,t) = \frac{1}{L_x} \frac{1}{L_z} \int_0^{L_x} \int_0^{L_z} w(x,y,z,t) \, dx \, dz \tag{4.27}$$

dove L_x e L_z sono la lunghezza e larghezza del dominio computazionale $(L_x = \frac{2\pi}{\alpha_0})$. Considerando il sistema di riferimento utilizzato, la media temporale di \tilde{u} corrisponde al profilo di velocità media nella direzione del flusso, mentre la media temporale di \tilde{w} è nulla in tutto il canale. \tilde{w} può tuttavia essere non nulla in un determinato istante e in un certo punto interno al canale. É quindi opportuno aggiungere due equazioni ricavate applicando la media spaziale all'equazione della quantità di moto:

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} = \frac{1}{Re} D_2(\tilde{u}) - D_1(\tilde{u}v) + f_x \tag{4.28}$$

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial t} = \frac{1}{Re} D_2(\tilde{w}) - D_1(\tilde{v}w) + f_z \tag{4.29}$$

dove f_x e f_z sono le forzanti necessarie a vincere la resistenza viscosa del fluido.

4.2 Discretizzazione temporale

La necessità di ridurre al minimo i requisiti di memoria ha condotto alla scelta di un metodo parzialmente implicito per l'integrazione temporale delle equazioni, in cui la parte esplicita delle equazioni viene integrata con un Runge-Kutta esplicito del terzo ordine, mentre si usa un metodo Crank-Nicolson implicito del second'ordine per la parte implicita, che è quella limitante dal punto di vista della stabilità. Dalla versione base è comunque possibile cambiare lo schema di avanzamento temporale. Considerando un generico schema in cui l'integrazione esplicita è divisa in due livelli, applicato ad una coppia generica di numeri d'onda, le equazioni evolutive per v ed η discretizzate nel tempo sono:

$$\frac{\lambda}{\Delta t} (D_2(\hat{v}_{hl}^{n+1}) - k^2 \hat{v}_{hl}^{n+1}) - \frac{1}{Re} \left[D_4(\hat{v}_{hl}^{n+1}) - 2k^2 D_2(\hat{v}_{hl}^{n+1}) + k^4 \hat{v}_{hl}^{n+1} \right] = \frac{\lambda}{\Delta t} (D_2(\hat{v}_{hl}^n) - k^2 \hat{v}_{hl}^n) + \frac{1}{Re} \left[D_4(\hat{v}_{hl}^n) - 2k^2 D_2(\hat{v}_{hl}^n) + k^4 \hat{v}_{hl}^n \right] + \theta(-k^2 \widehat{HV}_{hl} - D_1(i\alpha_0 h \widehat{HU}_{hl} + i\beta_0 l \widehat{HW}_{hl}))^n + \xi(-k^2 \widehat{HV}_{hl} - D_1(i\alpha_0 h \widehat{HU}_{hl} + i\beta_0 l \widehat{HW}_{hl}))^{n-1}$$

$$(4.30)$$

$$\frac{\lambda}{\Delta t}\hat{\eta}_{hl}^{n+1} - \frac{1}{Re} \left[D_2(\hat{\eta}_{hl}^{n+1}) - k^2 \hat{\eta}_{hl}^{n+1} \right] =
\frac{\lambda}{\Delta t}\hat{\eta}_{hl}^n + \frac{1}{Re} \left[D_2(\hat{\eta}_{hl}^n) - k^2 \hat{\eta}_{hl}^n \right] +
\theta(i\beta_0 \hat{l}(HU)_{hl} - i\alpha_0 h \widehat{HW}_{hl})^n + \xi(i\beta_0 \hat{l}(HU)_{hl} - i\alpha_0 h \widehat{HW}_{hl})^{n-1}$$
(4.31)

In cui la scelta dei coefficienti λ , $\theta \in \xi$ determina lo schema di avanzamento temporale. La risoluzione parte dalla definizione del termine noto, cioè la

i	Δt_i	λ_i	$ heta_i$	ξ_i
1	$64/120\Delta t$	1/2	2	0
2	$16/120\Delta t$	1/2	25/4	-17/4
3	$40/120\Delta t$	1/2	9/2	-5/2

Tabella 4.1: Parametri per la soluzione di un passo temporale al variare del numero di passi scelto per lo schema risoultivo.

parte da integrare esplicitamente, in cui i termini noti vengono calcolati come indicato precedentemente antitrasformando prima di calcolare i prodotti tra le componenti di velocità e poi di nuovo trasformando tramite algoritmi FFT. Dopodichè si passa al calcolo delle derivate spaziali che interagiscono con il termine noto ai passi precedenti. A questo punto, noto il secondo membro delle equazioni, rimangono da risolvere due equazioni differenziali ordinarie per ogni coppia di numeri d'onda $\alpha \in \beta$. Avendo adottato una discretizzazione alle differenze finite con uno stencil a cinque punti per gli operatori differenziali in direzione normale a parete, i due sistemi lineari corrispondenti al problema differenziale discretizzato saranno caratterizzati da matrici (sparse) pentadiagonali. Risolvendo i sistemi lineari si ottengono \hat{v}_{hl}^{n+1} e $\hat{\eta}_{hl}^{n+1}$ da cui si possono ricavare le componenti di velocità nel piano parallelo a parete.

4.3 Schema alle differenze finite

Al contrario di quanto accade per le direzioni omogenee, in direzione normale a parete ci si riferisce ad una griglia di ny nodi disposti seguendo la legge della tangente iperbolica:

$$y_{i} = y_{min} + \frac{y_{max} - y_{min}}{2} \frac{\tanh(\frac{2ai}{ny - 1})}{\tanh(a) + \frac{y_{max} - y_{min}}{2}}$$
(4.32)

dove a = 1.6.

Le derivate in direzione normale a parete richieste dalla formulazione delle equazioni vengono espresse in forma discreta (D_1, D_2, D_4) attraverso uno schema compatto alle differenze finite con accuratezza di ordine 4 che prevede una molecola computazionale di cinque elementi:

$$D_1(f(y))|_{y=y_j} = \sum_{i=-2}^2 d_1^j(i)f(y_{j+i})$$
(4.33)

Grazie all'uso di uno schema compatto, le differenze finite possono approssimare un operatore differenziale in un campo più ampio di frequenze, ottenendo proprietà di risoluzione comparabili a quelle di uno schema spettrale. Sfruttando l'assenza dell'operatore di derivazione del terzo ordine nelle equazioni, è in questo caso possibile utilizzare uno schema compatto esplicito.

Il calcolo dei coefficienti per lo schema alle differenze finite segue la teoria degli approssimanti di Padè [25].

Per quanto riguarda i contorni del dominio, si usano schemi non centrati i cui coefficienti sono comunque calcolati seguendo lo stesso approccio dei nodi interni, conservando l'accuratezza formale del metodo.

4.4 Calcolo parallelo

Come già anticipato, l'aspetto principale del codice utilizzato per la DNS è la possibilità di implementare un calcolo in parallelo su normali Personal Computer, grazie alla caratteristica di richiedere uno scambio di informazioni minimo.

Seguendo la discretizzazione utilizzata e in particolare la scelta di riferirsi ad una discretizzazione alle differenze finite in direzione normale a parete, le incognite vengono ordinate per piani paralleli alla parete e, lavorando nel piano, gli algoritmi FFT vengono eseguiti localmente sulla macchina. Inoltre grazie all'utilizzo di differenze finite in direzione normale a parete, la comunicazione necessaria per calcolare le derivate normali dei prodotti di velocità è piuttosto bassa, essendo sufficiente il trasferimento dei dati solamente al confine tra un piano e il successivo. Seguendo la rappresentazione in Figura 4.1 si può vedere che ogni macchina corrispondente ad una porzione orizzontale



Figura 4.1: Schema della distribuzione dei dati divisi in strisce parallele a parete per un calcolo parallelo a 4 nodi.

del canale non richiede comunicazione per eseguire le FFT nel piano e, con l'accorgimento di duplicare i due elementi estremi della molecola computazionale a cinque elementi relativa alle differenze finite in entrambe le porzioni attigue relative a due macchine differenti, è possibile eliminare anche la necessità di comunicazione relativa alle derivate normali.

A questo punto, calcolati gli elementi del termine noto, si passa alla soluzione del sistema lineare relativo ai termini viscosi, che richiede l'inversione di una matrice i cui elementi sono presenti in tutto il canale, mentre nella distribuzione utilizzata, i dati sono salvati localmente per porzioni orizzontali del canale. Per ovviare al problema si ricorre ad una fattorizzazione LU seriale delle matrici pentadiagonali seguita dalla procedura di sostituzione all'indietro in modo da dover anche in questo caso trasferire solamente una piccola parte dei coefficienti tra nodi attigui.

Se il numero di sistemi lineari da risolvere ad ogni passo temporale è molto elevato, è possibile strutturare la soluzione come segue: dopo aver scomposto le matrici relative ad ogni coppia di numeri d'onda (seguendo un algoritmo di Thomas) si procede a partire dalla prima riga della matrice con l'eliminazione delle variabili e poi si ripercorre in direzione opposta (sostituzione all'indietro). La procedura avviene in serie tra le macchine: quella che si occupa della prima porzione di canale esegue l'eliminazione localmente, per poi passare alla macchina successiva soltanto i coefficienti relativi ai contorni, in modo da permettere a questa di iniziare a sua volta l'eliminazione. Il vantaggio della procedura consiste nel fatto che, terminata quest'operazione, la prima macchina non è costretta ad aspettare che anche le altre finiscano a loro volta, ma può da subito occuparsi del successivo sistema lineare. In questo modo quando si raggiunge il p-esimo sistema lineare da risolvere (dove p è il numero di macchine utilizzate), tutto il sistema inizia a funzionare a pieno regime. Per questo scopo è sufficiente che le macchine siano sincronizzate soltanto alla fine della fase di eliminazione; il tutto viene ripetuto nella fase di sostituzione all'indietro.

Capitolo 4

Capitolo 5

Forzamento trasversale virtuale

Lo scopo del presente studio è quello di analizzare il comportamento del flusso in risposta ad un profilo di velocità trasversale oscillante, a prescindere dal sistema di controllo che sia capace di produrlo.

Dal punto di vista del codice di calcolo, questo si traduce nell'assegnare l'intero profilo di velocità media in direzione z a monte del calcolo delle convoluzioni (parte in cui sono racchiuse le interazioni triadiche) ad ogni passo temporale in modo da assicurarsi che l'interazione di tutti i modi avvenga con il profilo medio desiderato.

La correttezza di questa tecnica è stata verificata appoggiandosi alla simulazione della parete oscillante: imponendo come componente trasversale media proprio lo strato di Stokes laminare, si sono ottenuti gli stessi risultati in termini di derivata a parete della velocità longitudinale di una simulazione di parete oscillante caratterizzata dagli stessi parametri, ottenendo stretti riscontri in termini di quantità medie nel tempo.

L'ambiente di questo studio è il flusso turbolento incomprimibile all'interno di un canale piano costituito da due lastre piane indefinite e parallele, poste a distanza 2δ , a portata costante. Le direzioni omogenee (longitudinale e trasversale) vengono risolte con 128 modi, mentre la direzione non omogenea (normale a parete) è discretizzata con 100 nodi.

Le dimensioni del canale nelle direzioni omogenee sono rispettivamente $L_x = 2\pi$ e $L_z = \pi$.

Si tratta di grandezze adimensionalizzate (su δ), infatti come si è già detto, il codice è formulato a partire dalle equazioni di Navier–Stokes adimensionalizzate e si appoggia alle seguenti grandezze di riferimento:

• δ è la semialtezza del canale ed è la lunghezza di riferimento

• U_p è la velocità in mezzeria del flusso laminare (flusso di Poiseuille) caratterizzato dalla stessa portata ed è la velocità di riferimento

da cui si può naturalmente ricavare anche la scala di tempo di riferimento. Il caso di riferimento è la simulazione di un flusso turbolento non forzato a $Re_p = 4760$ corrispondente a $Re_\tau \approx 200$.

5.1 Profilo trasversale lineare

Come prima scelta, si è optato per il profilo medio spaziale \tilde{w} in direzione trasversale lineare. Questo perchè è una scelta semplice dal punto di vista dell'implementazione e della gestione dei parametri, presenta una certa somiglianza con il forzamento generato dal movimento di parete, permettendo anche un confronto con i relativi database già a disposizione e infine, nonostante la semplicità del profilo, ci si aspettano dei discreti risultati in termini di riduzione d'attrito.

I parametri per definire il profilo, rappresentati in Figura 5.1, saranno:

- l'altezza del profilo a partire da parete δ_f
- la pendenza $S = \frac{d\tilde{w}}{dy}$ (che, unita a δ_f determina univocamente l'ampiezza massima a parete \tilde{w}_0)
- la frequenza di oscillazione ω



Figura 5.1: Parametri che caratterizzano il profilo \tilde{w} di velocità trasversale lineare.

e l'espressione analitica per \tilde{w} relativamente alla parete inferiore del canale risulta:

$$\tilde{w}(y,t) = (S\delta_f) - Sy = \tilde{w}_0 - Sy \tag{5.1}$$

Per una più chiara comprensione fisica e maggior maneggiabilità dei dati, ci si riferisce ai parametri espressi in unità di parete (preferendo il periodo di oscillazione $T \ge \omega$). É quindi necessario effettuare una conversione da unità di parete alle grandezze adimensionali, passando per le unità esterne:

$$\delta_f^+ = \frac{\delta_f^*}{\delta_\nu} = \frac{\delta_f^* u_\tau}{\nu} = \frac{\delta_f^*}{\delta} \frac{u_\tau}{\nu} \delta = \delta_f R e_\tau$$
(5.2)

$$S^{+} = S^{*} \frac{\nu}{u_{\tau}^{2}} = S \frac{U_{p}}{\delta} \frac{\nu}{u_{\tau}^{2}} = S \frac{U_{p}}{u_{\tau}} \frac{\nu}{\delta u_{\tau}} = S \frac{Re_{p}}{Re_{\tau}^{2}}$$
(5.3)

$$T^{+} = T^{*} \frac{u_{\tau}^{2}}{\nu} = T \frac{\delta}{U_{p}} \frac{u_{\tau}^{2}}{\nu} = T \frac{Re_{\tau}^{2}}{Re_{p}}$$
(5.4)

dove appunto le grandezze ⁺ sono adimensionali, in unità di parete, quelle * sono grandezze dimensionali, mentre le grandezze non contrassegnate sono adimensionalizzate sulla base delle grandezze esterne in modo da funzionare come parametri nel codice.

5.1.1 Risultati precedenti

Nel 1996, Coleman *et al.* [7] hanno considerato il caso a shear omogeneo e costante nel tempo in uno studio DNS dello strato limite turbolento. Le simulazioni sono state effettuate a $Re_{\tau} = 112$ (iniziale) in modo da poter sfruttare un dominio computazionale ridotto. Lo studio parametrico considera tre diversi shear (normalizzati con il valore iniziale dello sforzo a parete)

$$\hat{S} = \frac{S}{\frac{\partial \overline{U}}{\partial y}\Big|_{0,0}}$$
(5.5)

pari rispettivamente a 0.5, 2, 8 per ognuno dei quali vengono condotte otto simulazioni che si differenziano in base alla distanza da parete raggiunta dal profilo di forzamento (che parte sempre da parete). Il tutto è reso simmetrico su entrambe le pareti del canale. Considerando i tre casi a differente shear in Figura 5.2, si può notare come il profilo che si estende fino ad $\delta_f^+ = 5$ dia gli effetti più deboli, che aumentano via via aumentando l'altezza del profilo. Quando tuttavia si supera $\delta_f^+ = 25$ per lo shear più piccolo e $\delta_f^+ = 15$ per quelli più elevati, ulteriori aumenti nell'altezza del profilo non generano significativi incrementi in termini di riduzione d'attrito. Inoltre si può notare



Figura 5.2: Storia temporale dello sforzo di taglio medio a parete in direzione longitudinale, normalizzato con il valore iniziale, per simulazioni a shear costante, rispettivamente con a) $\hat{S} = 0.5$, b) $\hat{S} = 2 \ e \ c$) $\hat{S} = 8$. Le linee rappresentano simulazioni a differente δ_f^+ , per valori da 5 a 40: $\delta_f^+ = 5 \ (--), \ \delta_f^+ = 10 \ (---), \ \delta_f^+ = 15 \ (\cdots), \ \delta_f^+ = 20 \ (---), \ \delta_f^+ = 25 \ (-), \ \delta_f^+ = 30 \ (----), \ \delta_f^+ = 35 \ (---), \ \delta_f^+ = 40 \ (-----).$

che l'incremento maggiore si ha passando da $\delta_f^+ = 10$ a $\delta_f^+ = 15$ per i casi a shear minore, mentre da $\delta_f^+ = 5$ a $\delta_f^+ = 10$ per quello a shear più elevato. Da questo comportamento è stato dedotto che la regione critica in termini di risposta alla presenza di shear costante si estende da $y^+ = 5$ a $y^+ = 15$, con la tendenza a spostarsi verso il limite inferiore all'aumentare di \hat{S} .

5.1.2 Profilo lineare a shear fissato

Per studiare l'andamento di R in dipendenza dei tre parametri descritti precedentemente si è deciso di costruire delle mappe di R in funzione di δ_f^+ e T^+ , mantenendo fisso il terzo paramentro S^+ . Consideriamo dapprima il caso con $S^+ = 1$, che considera un range di $\delta_f^+ = 0 - 20$ e di $T^+ = 0 - 400$, la cui mappa è riportata in Figura 5.3.



Figura 5.3: Mappa di R in funzione del periodo del forzamento e dell'altezza del profilo forzante a $S^+ = 1$. L'isolinea di R più marcata rappresenta il valore nullo.

Per ottenere questo grafico sono state effettuate circa 150 simulazioni, ognuna rappresentante un punto della mesh, dalla quale si è ottenuta la mappa di colori tramite interpolazione lineare. Il calcolo di R fa riferimento alla media del coefficiente d'attrito sulle due pareti del canale (superiore e inferiore), ottenuta con un integrazione nel tempo che copre uno spazio temporale $\Delta t = 800$ dopo aver già eliminato il transitorio iniziale in cui il flusso passa dal campo iniziale indisturbato in equilibrio statistico (comune a tutte le simulazioni) al nuovo stato di quasi-equilibrio relativo al caso forzato. L'intervallo temporale coperto dalle simulazioni è stato deciso in modo da avere un buon compromesso tra costo computazionale e precisione.

Si è adottata un'integrazione temporale basata sul metodo dei trapezi al posto della consueta e più semplice media tra i dati campionati a causa della notevole differenza tra il comportamento dei casi considerati nella costruzione delle mappe, aventi parametri molto distanti, che possono dare risultati che spaziano da buone riduzioni di attrito a notevoli incrementi. Questo, tenendo presente che le simulazioni sono state effettuate a CFL costante (e non a passo temporale costante), avrebbe portato nel caso della media tra dati campionati, ad una sovrastima dei valori di c_f per i casi con forte incremento d'attrito, dove si verifica una notevole differenza tra i passi temporali all'interno del periodo di oscillazione (più laschi dove il $cos(\omega t)$ riduce l'ampiezza del forzamento e molto più fitti dove invece il forzamento agisce pienamente) che avrebbe portato a pesare maggiormente i dati a c_f elevato.

L'andamento dei massimi locali di R segue in buona approssimazione un ramo di iperbole, identificando 3 zone principali di riduzione:

- la prima zona, sulla destra nel grafico, per $\delta_f^+ = 5 12$ e $T^+ > 200$ presenta un andamento pressochè costante di R all'aumentare del periodo di oscillazione
- la seconda zona, per $\delta^+_{fopt} = 9 13$ e $T^+_{opt} \approx 50$, racchiude i valori massimi di R ed è quindi considerabile la zona del forzamento ottimo
- la terza zona, per $\delta_f^+ = 11 15$ e $T^+ \approx 25$, presenta un andamento peculiare in cui il forzamento non perde efficacia aumentando δ_f^+ (e di conseguenza A^+)

In Figura 5.4 è rappresentato l'andamento di R in funzione di T^+ per tre diversi valori di velocità trasversale media a parete e con shear unitario. I tre valori di \tilde{w}_0^+ (e quindi di δ_f^+) raffigurati sono: $\tilde{w}_0^+ = 12.5$ in rosso rappresenta il valore ottimale di δ_f^+ (seconda zona) e si differenzia dagli altri due casi, appartenenti invece alla prima zona, raggiungendo il picco di R a T_{opt}^+ e poi calando bruscamente fino a raggiungere R negativi per periodi del forzamento elevati, dove invece i casi appartenenti alla prima zona degradano



Figura 5.4: Andamento di R in funzione di T⁺ per tre diversi valori di \tilde{w}_0^+ , con $S^+ = 1$.

in maniera leggera all'aumentare di T^+ .

Allo stesso modo è possibile rappresentare l'andamento di R in funzione di \tilde{w}_0^+ per diversi valori del periodo di oscillazione. In Figura 5.5 si possono



Figura 5.5: Andamento di R in funzione di \tilde{w}_0^+ per tre diversi valori di T^+ , con $S^+ = 1$.

vedere tre curve appartenenti alle tre diverse zone: in blu si ha la prima zona, per $T^+ = 200$, in cui il massimo relativo di R è decisamente inferiore all'ottimo e si raggiunge per $\tilde{w}_0^+ < \tilde{w}_{0opt}^+$. La curva in verde si ha per T_{opt}^+ , mentre quella in rosso rappresenta la terza zona, che raggiunge il massimo relativo per $\tilde{w}_0^+ > \tilde{w}_{0opt}^+$.

5.1.3 Effetto dello shear

É ora opportuno considerare anche casi a shear differente, in particolare abbiamo $S^+ = 0.5$ e 2. Confrontando la mappa a $S^+ = 0.5$ in Figura 5.6 con quella a $S^+ = 1$ si può notare una notevole somiglianza nell'andamento, a meno di un ammorbidimento dei gradienti. Il periodo ottimale $T_{opt}^+ \approx 65$



Figura 5.6: Mappa di R in funzione del periodo del forzamento e dell'altezza del profilo forzante a $S^+ = 0.5$. L'isolinea di R più marcata rappresenta il valore nullo.

è leggermente maggiore rispetto a quello del caso iniziale e anche l'altezza ottimale del profilo di forzamento aumenta leggermente: $\delta^+_{fopt} = 11 - 14$. Viene confermata la possibilità di avere riduzione d'attrito raggiungendo altezze maggiori rispetto a quella ottimale per periodi inferiori a T^+_{opt} (terza zona nel caso precendente).



Figura 5.7: Mappa di R in funzione del periodo del forzamento e dell'altezza del profilo forzante a $S^+ = 2$. L'isolinea di R più marcata rappresenta il valore nullo.

Guardando invece la mappa a $S^+ = 2$ in Figura 5.7 si torna ad avere un periodo ottimale $T_{opt}^+ \approx 50$, mentre l'altezza ottimale del profilo di forzamento si riduce a $\delta_{fopt}^+ = 9 - 10$. Anche in questo caso viene confermata la presenza della terza zona per periodi di oscillazione molto bassi.

È possibile ripetere la Figura 5.5 comprendendo i tre diversi valori di shear: si può notare in Figura 5.8 che al variare di S^+ l'andamento delle tre zone rimane simile (a parte una minore efficacia della terza zona per $S^+ = 0.5$), mentre i valori di R presentano delle differenze che testimoniano la dipendenza non solo da \tilde{w}_0^+ , ma anche, e in maniera più marcata, dall'altezza a cui agisce il forzamento.



Figura 5.8: Andamento di R in funzione di \tilde{w}_0^+ per diversi T^+ , con i tre diversi valori di shear.

5.1.4 Confronto con la parete oscillante

Come già anticipato precedentemente, il forzamento ottenuto facendo oscillare secondo una legge temporale le pareti del canale permette di raggiungere notevoli risultati in termini di riduzione d'attrito, anche se non si dispone di una valutazione univoca della massima riduzione ottenibile con questa tecnica. Infatti mentre ad esempio [15], [27], [5], [23], [33], [3] e [4] sostengono la possibilità di superare R = 40% con la parete oscillante, altri database quali [38], [41] e [6] presentano dei massimi nettamente inferiori.

Per il presente studio ci si riferisce perciò a Quadrio e Ricco (2004) [30], che presenta un database completo di R in funzione dell'ampiezza massima a parete (che nel nostro caso è strettamente legata a δ_f^+) e del periodo.

In Figura 5.9 si ha un confronto tra il profilo di velocità trasversale di cui si è trattato precedentemente e lo strato di Stokes generato dall'oscillazione di parete, che permette di capire quali siano le differenze tra i due diversi tipi di forzamento messi a confronto, ad esempio la presenza di zone in controfase nello strato di Stokes, che invece il profilo lineare che oscilla armonicamente non comprende.

Dal grafico in Figura 5.10 si può vedere come nel caso della parete oscillante, a parità di ampiezza a parete \tilde{w}_0^+ , i valori maggiori di R si ottengono per $T^+ = 100 - 125$ e, fissando il periodo di oscillazione, la riduzione di attrito cresce monotonicamente all'aumentare dell'ampiezza a parete fino ad un massimo di R = 44.7% per $\tilde{w}_0^+ = 27$ e $T^+ = 100$.

Ritornando ai grafici dei profili lineari, si nota che il periodo ottimale è circa la metà di quello della parete oscillante, così come l'ampiezza massima a parete ottimale.

In [30] viene proposta una spiegazione del comportamento di R in dipendenza da T^+ per la parete oscillante: per $T^+ > 150$ l'oscillazione della parete tende a disaccoppiarsi dalle dinamiche delle strutture turbolente di parete, poichè con T^+ elevati, le strutture fanno in tempo a evolvere nella loro dinamica nell'intervallo tra un'oscillazione e la successiva raggiungendo così la loro naturale condizione di equilibrio che porta a valori di c_f vicini a quello della corrente indisturbata.

In Figura 5.11 si ha una rappresentazione dell'influenza del periodo di oscillazione della parete sullo spessore dello strato di Stokes per un caso a periodo ottimo $T^+ = 100$ e uno a $T^+ = 400$. Nel secondo caso, lo strato di Stokes si estende ampiamente nel buffer layer causando un allontanamento dalla soluzione laminare di Stokes e una diminuzione di R.



Figura 5.9: Confronto tra lo strato di Stokes generato dalla parete oscillante e il profilo di \tilde{w} lineare, per velocità massima a parete $\tilde{w}_0^+ = 12$ e $T^+ = 50$.



Figura 5.10: Rappresentazione tridimensionale di R in funzione del periodo di oscillazione T^+ e della velocità massima della parete \tilde{w}_0^+ . La dimensione dei cerchi è proporzionale a R; le iperbole sono isolinee di D_m^+ (massimo spostamento della parete). La linea tratteggiata è la curva del periodo ottimo a parità di spostamento [30].


Figura 5.11: Strato di Stokes laminare e turbolento a $Re_{\tau} = 200$ relativo all'oscillazione di parete con periodo $T^+ = 100$ a sinistra e $T^+ = 400$ a destra [40]. Si può notare un'ottima somiglianza tra le due curve nel caso a periodo ottimale, mentre per un periodo di oscillazione molto elevato si notano delle differenze.

5.2 Modifiche al profilo lineare

Dopo aver studiato il comportamento del forzamento lineare al variare dei tre parametri di cui sopra, è possibile cercare le zone del profilo di forzamento che influiscono maggiormente sulla riduzione d'attrito. Per fare questo, è stato selezionato un caso all'interno della regione ottima per shear unitario, con $\delta_f^+ = 12$ e $T^+ = 50$, che porta a R = 31.7.

In Figura 5.12 il profilo è già stato diviso nelle tre zone che si vogliono studiare separatamente. É opportuno sottolineare che il fatto di considerare singolarmente le diverse sezioni del profilo di velocità trasversale genera localmente dei valori elevatissimi di $d\tilde{w}/dy$, in corrispondenza dei "tagli" effettuati introducendo una caratteristica che nel profilo lineare completo era assente.

Dalla Figura 5.13 è possibile notare che la zona che contribuisce maggiormente alla riduzione d'attrito è quella centrale; buoni risultati si hanno anche limitandosi alla zona più vicina a parete, mentre la parte superiore ha un effetto minimo, cosa facilmente prevedibile, dati anche i ridotti valori di \tilde{w} che si ottengono in questa zona rispettando il profilo lineare iniziale. Si può quindi vedere già da questa prima scomposizione quali siano le zone più influenti, e che in ogni caso la R che si ottiene dal profilo intero non è la somma delle R delle parti prese singolarmente.



Figura 5.12: Profilo di \tilde{w} imposta dal forzamento per il caso con $S^+ = 1$, $\delta_f^+ = 12$ e $T^+ = 50$.



Figura 5.13: Profili di \tilde{w} imposti dal forzamento. A sinistra viene isolata la parte superiore, nel mezzo quella centrale e a destra la parte inferiore

Per completare la scomposizione del profilo di riferimento, ci si può riferire a profili di forzamento composti dall'unione a due a due delle zone introdotte precedentemente, riportati in Figura 5.14.



Figura 5.14: Profili di \tilde{w} imposti dal forzamento. A sinistra si ha l'unione tra la parte superiore e quella centrale, nel mezzo l'unione tra la parte centrale e quella inferiore e a destra l'unione tra la parte superiore e quella inferiore.

Mentre l'immagine di destra della Figura 5.14 presenta una riduzione che ben si associa con la somma delle riduzioni della parte superiore e inferiore prese singolarmente, l'immagine di sinistra e soprattutto quella centrale mostrano dei risultati inattesi: l'unione delle due zone superiori del profilo lineare completo conduce ad una riduzione d'attrito decisamente inferiore rispetto alla somma degli effetti delle singole parti. Mentre il fatto che le zone isolate diano dei valori di R che sommati superano quello del profilo completo non rappresenta una sorpresa, è invece di più difficile comprensione che unendo due di queste parti si trovi una riduzione minore a quella di una delle due singole zone (mentre sarebbe spontaneo aspettarsi un risultato intermedio tra la riduzione associata al profilo lineare completo e la R della zona più efficace presa singolarmente). Considerando l'immagine centrale, questo fenomeno si ritrova in maniera molto più accentuata, in quanto l'unione dei due terzi di profilo più efficaci presenta una riduzione d'attrito molto bassa.

La particolarità di questo comportamento merita un'analisi più approfondita che sarà oggetto della prossima sezione.

Dopo aver studiato l'effetto delle singole parti rispetto al profilo lineare di riferimento, è possibile concentrarsi singolarmente su di esse e apportare delle modifiche caso per caso in modo da far emergere eventuali dipendenze.

Per quanto riguarda la parte superiore del profilo, si potrebbe imputare la scarsa efficacia del forzamento ai ridotti valori di \tilde{w} che non permettono una modifica sufficiente del flusso; per verificarlo è sufficiente aumentare la velo-

cità del forzamento mantenendo la stessa distanza da parete:



Figura 5.15: Profilo di \tilde{w} imposto dal forzamento relativo alla zona superiore con velocità aumentata.

Come si può vedere dalla Figura 5.15, un aumento di velocità in questa zona conduce ad un netto aumento dell'attrito, confermando la scarsa efficacia di questa zona in termini di riduzione d'attrito.

É possibile invece un'analisi più estesa sulle altre zone.

5.2.1 Zona centrale

Quanto è stato fatto per la parte superiore del profilo di riferimento può essere ripetuto anche per la parte centrale:

Si può così notare che si può raggiungere un R leggermente più elevato con un piccolo aumento delle velocità, dopodichè però, aumentando ancora, si ottiene l'effetto opposto arrivando addirittura ad un incremento dell'attrito (come era successo per la parte superiore).

Rivolgendo l'attenzione allo shear, per $S^+ = 0.5$ e 2:

La situazione rimane pressochè invariata diminuendo la derivata normale della \tilde{w} e si ha una leggera riduzione aumentandola. In realtà riducendo lo shear nel caso considerato si ottiene una notevole riduzione della velocità nella parte superiore del profilo in questione ed è perciò probabile che le variazioni subite da R dipendano più dalle modifiche al modulo della \tilde{w} piuttosto che allo shear, il quale si rivelerebbe un parametro di rilevanza minore in questo tipo di profili. (Diverso il discorso nei casi precedentemente considerati di profili lineari completi in cui S^+ , unito a δ_f^+ determinava univocamente il



Figura 5.16: Profili di \tilde{w} imposti dal forzamento relativo alla zona centrale con velocità aumentata.



Figura 5.17: Profili di \tilde{w} imposti dal forzamento relativo alla zona centrale. A sinistra $S^+ = 0.5$ e a destra $S^+ = 2$.

profilo di velocità del forzamento).

Sempre rimanendo sulla zona centrale si può ricercare l'altezza baricentrica del profilo di velocità ottimale traslandolo (senza modifiche) in direzione perpendicolare a parete:



Figura 5.18: Profili di \tilde{w} imposti dal forzamento relativo alla zona centrale traslata in direzione normale a parete.

Spostando il profilo verso l'alto, i benefici del forzamento si riducono notevolmente, confermando la minore efficacia della zona superiore, mentre traslando verso il basso, R rimane pressochè invariato.

5.2.2 Zona inferiore

Passando ora alla parte inferiore del profilo lineare di riferimento, ricerchiamo la velocità ottimale:



Figura 5.19: Profili di \tilde{w} imposti dal forzamento relativo alla zona inferiore con velocità aumentata.

Come si può vedere dalla Figura 5.19, la zona inferiore permette il forzamento a velocità nettamente più elevate rispetto alle zone soprastanti senza il rischio di incorrere in un incremento dell'attrito. Tuttavia non ci sono vantaggi in termini di R aumentando molto la velocità.

5.2.3 Zona di altezza ridotta

Dopo aver analizzato singolarmente le tre zone costituenti il profilo lineare completo, può essere interessante, anche in base ai risultati ottenuti, cercare di isolare una sezione più ridotta del profilo lineare che sia però ugualmente in grado di fornire interessanti valori di R. Per fare ciò si è quindi deciso di dimezzare l'altezza coperta dal profilo rispetto ai casi appena studiati e analizzare la zona centrale, che prometteva le riduzioni maggiori.



Figura 5.20: Profili di \tilde{w} imposti dal forzamento relativo alla zona centrale con altezza ridotta.

Dalla Figura 5.20 si può notare la possibilità di raggiungere riduzioni d'at-

trito piuttosto elevate anche con un profilo di forzamento di altezza ridotta, fatto che può assumere una certa rilevanza dal punto di vista energetico. In accordo con i risultati precedenti si può notare una maggiore efficacia dei profili traslati verso la parte inferiore della zona centrale rispetto a quelli traslati verso l'alto.

5.3 Decadimento anomalo

Nella precedente sezione, trattando degli effetti del forzamento dovuto a porzioni del profilo lineare, è stato presentato, nell'immagine di destra della Figura 5.14 un caso anomalo in cui l'unione dei due terzi di profilo più efficaci dà luogo ad una riduzione d'attrito molto bassa. Per ottenere un quadro più ampio della situazione si è pensato di simulare il flusso corrispondente alle frazioni del profilo lineare di riferimento in ordine crescente a partire dal caso indisturbato. L'incremento nell'altezza del profilo di forzamento tra due simulazioni contigue è stato preso della minor dimensione possibile (cioè si è incrementata l'altezza di nodo in nodo), e si è ottenuto l'andamento di Rrappresentato in Figura 5.21: mentre ci si potrebbe aspettare un incremento di R proporzionale all'altezza δ_f^+ fino alla quale si è esteso il forzamento (con un incremento minore via via che si raggiungono le altezze maggiori), si verifica che il comportamento anomalo non si limita al solo caso particolare descritto nell'immagine di destra della Figura 5.14, ma descrive un andamento continuo che porta la riduzione d'attrito a diminuire per $5 < \delta_f^+ < 8$, per poi risalire rapidamente avvicinandosi al profilo lineare completo (di cui già si conoscevano le buone proprietà di riduzione d'attrito).

La particolarità di questo comportamento ha richiesto una ripetizione del calcolo con una griglia più fitta in direzione normale a parete e con un nuovo campo iniziale in semi-equilibrio. Si è quindi passati ad una discretizzazione in y basata su 150 nodi, il che consente anche di ridurre l'incremento di altezza del profilo tra una simulazione e la successiva. Il confronto con la discretizzazione precedentemente utilizzata è rappresentato in Figura 5.21 e conferma i risultati ottenuti. Per verificare che la causa di questo comportamento non fosse legata alla forma del profilo, l'intera operazione di sezionamento progressivo del profilo è stata ripetuta a partire da due casi di riferimento diversi, rispettivamente caratterizzati da $\tilde{w}_0^+ = 12, S^+ = 1.5, T^+ = 50$ e $\tilde{w}_0^+ = 12, S^+ = 1.2, T^+ = 50$, come riportato in Figura 5.22.

Il risultato di queste operazioni, in Figura 5.23 mostra che profili della stessa forma, con diverse caratteristiche di velocità e altezza non presentano il comportamento anomalo di cui sopra.



Figura 5.21: Andamento di R in funzione dell'altezza della porzione di profilo lineare forzante considerato. Il profilo di riferimento è caratterizzato da $\tilde{w}_0^+ = 12$, $S^+ = 1 \ e \ T^+ = 50$, che portano a R = 31.7. La curva in rosso si riferisce alla discretizzazione iniziale con ny=100, mentre quella in verde è stata ottenuta con ny=150.



Figura 5.22: Profili di forzamento trasversale relativi ai dati in Figura 5.23



Figura 5.23: Andamento di R in funzione dell'altezza della porzione di profilo lineare forzante considerato relativo ai tre profili in Figura 5.22.

Capitolo 6 Conclusioni

Nel presente lavoro grazie a simulazioni DNS abbiamo esaminato l'effetto di profili di velocità trasversale oscillanti sull'attrito turbolento in un canale piano. I profili oscillanti sono sintetici, nel senso che sono imposti artificialmente invece che generati come effetto secondario del movimento trasversale della parete, e permettono la variazione autonoma di tutti i parametri. Questa tecnica di simulazione del forzamento è stata dapprima applicata ad un caso semplice (profilo di velocità lineare) ottenendo un ampio database che considera l'effetto del periodo di forzamento, lo spessore dello strato nel quale viene imposto e l'intensità, sulla riduzione d'attrito, ottenendo le mappe in Figura 5.3, 5.6 e 5.7. Si è quindi proceduto ad un confronto con i risultati noti in letteratura e in particolare con i dati di [30] relativi alla parete oscillante ottenendo una buona somiglianza, tenendo conto delle differenze (schematizzate in Figura 5.9) tra il profilo di velocità trasversale imposto nel presente lavoro di tesi e lo strato di Stokes derivante dall'oscillazione di parete. Da questo confronto scaturisce una conferma dell'efficacia della tecnica utilizzata per imporre il forzamento e, allo stesso tempo, la possibilità di esplorare l'influenza sul flusso di parametri analoghi in situazioni diverse, ma assimilabili, come quella del profilo lineare e della parete oscillante.

Dopo aver ottenuto un database consolidato, si è proceduto a modificare il profilo di forzamento al fine di trovare combinazioni che potessero indicare zone di particolare sensibilità del flusso. All'interno di questa tesi ci si è limitati a considerare singole porzioni del profilo lineare isolate, ottenendo alcuni risultati interessanti riguardo la distanza da parete ottimale alla quale effettuare il forzamento e la possibilità di raggiungere buone riduzioni d'attrito modificando una regione di altezza particolarmente ridotta come mostrato in Figura 5.20. Sono poi emersi anche casi di difficile interpretazione, quali ad esempio quelli riportati in Figura 5.23 che suggeriscono l'esistenza di relazioni tra distanza da parete, modulo della velocità di forzamento e forma del profilo ancora non chiare e che richiedono un'analisi più approfondita tramite strumenti differenti.

Come diretta prosecuzione del presente lavoro di tesi sarebbe interessante sfruttare il database ottenuto conducendo un'analisi più approfondita e sfruttando ad esempio i bilanci di energia ed estrofia, in cui il profilo di velocità media trasversale ricopre un ruolo attivo. Questo permetterebbe anche di estendere il lavoro svolto da Ricco *et al.* [36] a flussi modificati da agenti diversi dal movimento di parete, come appunto suggerito nello stesso articolo.

Bibliografia

- M.S. Acarlar e C.R. Smith. "A Study of Hairpin Vortex in a Laminar Boundary Layer. Part I. Hairpin Vortex Generated by a Hemisphere Protuberance." In: J. Fluid Mech. 175 (1987), pp. 1–41.
- [2] T.W. Berger, J. Kim, C. Lee e J. Lim. "Turbulent boundary layer control utilizing the Lorentz force". In: *Phys. Fluids.* 12 (2000), pp. 631–649.
- [3] J.-I. Choi, C.-X. Xu e H.J. Sung. "Drag reduction by spanwise wall oscillations in wall-bounded turbulent flows". In: AIAA J. 40 (2002), pp. 842–850.
- K.-S. Choi. "Near-wall structure of turbulent boundary layer with spanwisewall oscillation". In: *Phys. Fluids* 14 (2002), pp. 2530–2542.
- [5] K.-S. Choi, J. DeBisschop e B. Clayton. "Turbulent boundary-layer control by means of spanwise-wall oscillation". In: AIAA J. 36 (1998), pp. 1157–1162.
- [6] K.-S. Choi e M. Graham. "Drag reduction of turbulent pipe flows by a circular-wall oscillation". In: *Phys. Fluids* 10 (1998), pp. 7–9.
- [7] G. Coleman, J. Kim e A. Le. "A numerical study of three-dimensional wall-bounded flows". In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 17 (1996), pp. 333–342.
- [8] C. Cossu, G. Pujals, Y. Hwang, A. Willis e S.Depardon. Control of turbulent flows with large scale streaks. Rapp. tecn. University College London, 2010.
- [9] Y. Du e G.E. Karniadakis. "Suppressing wall-turbulence via a transverse traveling wave". In: Science 288 (2000), pp. 1230–1234.
- [10] Y. Du, V. Symeonidis e G.E. Karniadakis. "Drag reduction in wallbounded turbulence via a transverse traveling wave". In: J. Fluid Mech. 457 (2002), pp. 1–34.

- [11] D. Gatti e M. Quadrio. "What happens to turbulent drag reduction at higher Re?" In: Euromech Fluid Mechanics Conference IX, Roma (I). 2012.
- [12] N. Hutchins e I. Marusic. "Evidence of very long meandering features in the logarithmic region of turbulent boundary layers". In: J. Fluid Mech. 579 (2007), pp. 1–28.
- [13] J. Jimenez e A. Pinelli. "The autonomous cycle of near-wall turbulence". In: J. Fluid Mech. 389 (1999), pp. 335–359.
- [14] M.R. Jovanovic e B. Bamieh. "Componentwise energy amplification in channel flows". In: J. Fluid Mech. 534 (2005), pp. 145–183.
- [15] W. Jung, N. Mangiavacchi e R. Akhavan. "Suppression of turbulence in wall-bounded flows by high-frequency spanwise oscillations". In: *Phys. Fluids A* 4 (1992), pp. 1605–1607.
- [16] W.J. Jung, N. Mangiavacchi e R. Akhavan. "Suppression of turbulence in wall-bounded flows by high-frequency spanwise oscillations". In: *Phys. Fluids.* 4 (1992), pp. 1605–1607.
- [17] G.E. Karniadakis e K.-S. Choi. "Mechanisms on transverse motions in turbulent wall flows". In: Annu. Rev. Fluid Mech. 35 (2003), pp. 45–62.
- [18] N. Kasagi, Y. Hasegawa e K. Fukagata. "Towards cost-effective control of wall turbulence for skin-friction drag reduction". In: Advances in turbulence XII 132 (2009), pp. 189–200.
- [19] J. Kim, P. Moin e R. Moser. "Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number". In: J. Fluid Mech. 177 (1987), pp. 133–166.
- [20] S.J. Kline, W.C. Reynolds, F.A. Schraub e P.W. Rundstadler. "The structure of turbulent boundary layers". In: J. Fluid Mech. 30 (1967), pp. 741–773.
- [21] F. Laadhari, L. Skandaji e R. Morel. "Turbulence reduction in a boundary layer by a local spanwise oscillating surface". In: *Phys. Fluids A* 6 (1994), pp. 3218–3220.
- [22] P. Luchini, M. Quadrio e S. Zuccher. "The phase-locked mean impulse response of a turbulent channel flow". In: *Phys. Fluids.* 18 (2006), pp. 121702.1–4.
- [23] N.V. Nikitin. "On the mechanism of turbulence suppression by spanwise surface oscillations". In: *Fluid Dyn.* 35 (2000), pp. 185–190.
- [24] S.B. Pope. *Turbulent flows*. Cambridge university press, 2000.

- [25] A. Pozzi. Application of Padè's Approximation Theory in Fuid Dynamics. Vol. 14. Advances in Mathematics for Applied Sciences. World Scientific, 1994.
- [26] M. Quadrio. "Drag reduction in turbulent boundary layers by in-plane wall motion". In: *Phil. Trans. R. Soc. A* 369 (2011), pp. 1428–1442.
- [27] M. Quadrio e A. Baron. "Turbulent drag reduction by spanwise wall oscillations". In: Appl. Sci. Res. 55 (1996), pp. 311–326.
- [28] M. Quadrio e P. Luchini. "A low cost parallel implementation of direct numerical simulation of wall turbulence". In: J. Comp. Phys. 211(2) (2006), pp. 551–571.
- [29] M. Quadrio e P. Luchini. The numerical solution of the incompressible Navier-Stokes equations in cartesian and cylindrical geometries on a low-cost, dedicated parallel computer. Rapp. tecn. DIA-SR 04-16. Dip. Ing. Aerospaziale, Politecnico di Milano, 2004.
- [30] M. Quadrio e P. Ricco. "Critical assessment of turbulent drag reduction through spanwise wall oscillations". In: J. Fluid Mech. 521 (2004), pp. 251–271.
- [31] M. Quadrio e P. Ricco. "The laminar generalized Stokes layer and turbulent drag reduction". In: J. Fluid Mech. 667 (2011), pp. 135–157.
- [32] M. Quadrio, P. Ricco e C. Viotti. "Streamwise-traveling waves of spanwise wall velocity for turbulent drag reduction". In: J. Fluid Mech. 627 (2009), pp. 161–178.
- [33] M. Quadrio e S. Sibilla. "Numerical simulation of turbulent flow in a pipe oscillating around its axis". In: J. Fluid Mech. 424 (2000), pp. 217–241.
- [34] O. Reynolds. "An experimental investigation on the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and the law of resistance in parallel channels". In: Proc. R. Soc. London A 35 (1883), pp. 84.
- [35] P. Ricco. "Modification of near-wall turbulence due to spanwise wall oscillations". In: *Journal of Turbulence* 5.024 (2004).
- [36] P. Ricco, C. Ottonelli, Y. Hasegawa e M. Quadrio. "Changes in turbulent dissipation in a channel flow with oscillating walls". In: J. Fluid Mech. 700 (2012), pp. 77–104.
- [37] W. Schoppa e F. Hussain. "Coherent structure generation in near-wall turbulence". In: J. Fluid Mech. 452 (2002), pp. 57–108.

- [38] L. Skandaji. "Etude de la structure d'une couche limite turbulente soumise à des oscillations transversales de la paroi". Tesi di dott. Ecole Centrale de Lyon, 1997.
- [39] A.J. Smits, B.J. McKeon e I. Marusic. "High–Reynolds Number Wall Turbulence". In: Annu. Rev. Fluid Mech. 43 (2011), pp. 353–375.
- [40] E. Touber e M.A. Leschziner. "Near-wall streak modification by spanwise oscillatory wall motion and drag-reduction mechanisms". In: J. Fluid Mech. 693 (2012), pp. 150–200.
- [41] S. Trujillo, D. Bogard e K. Ball. "Turbulent boundary layer drag reduction using an oscillating wall". In: *AIAA Paper* 97-1870 (1997).
- [42] C. Viotti, M. Quadrio e P. Luchini. "Streamwise oscillation of spanwise velocity at the wall of a channel for turbulent drag reduction". In: *Phys. Fluids.* 21 (2009), pp. 115109.1–9.
- [43] W. Xie e M. Quadrio. "Turbulence Drag Reduction by Spanwise Travelling Waves of Spanwise Velocity". In: Euromech Fluid Mechanics Conference IX, Roma (I). 2012.
- [44] H. Zhao, J.-Z. Wu e J.-S. Luo. "Turbulent drag reduction by traveling wave of flexible wall". In: *Fluid Dyn. Res.* 34 (2004), pp. 175–198.