

POLITECNICO DI MILANO

Scuola di Ingegneria Civile, Ambientale e Territoriale

Laurea Magistrale in Ingegneria Civile



Analisi del collasso e dei requisiti di vulnerabilità sismica della Torre dei Modenesi e del Mastio del Castello di Finale Emilia.

Relatore: Prof. Ing. Maurizio Acito

Correlatore: Prof. Arch. Cristina Tedeschi

Tesi di Laurea di:

Capister Mauro 770173

Manini Andrea 782835

Anno Accademico 2012/2013

Indice generale

<i>Indice delle illustrazioni</i>	<i>VI</i>
<i>Indice delle tabelle</i>	<i>XII</i>
<i>Abstract</i>	<i>XX</i>
1. Introduzione	1
1.1 Inquadramento generale	1
1.2 Riferimenti normativi	8
1.3 Attività di campionamento	9
2. Prove sui mattoni	13
2.1 Strumentazione e prove	13
2.2 I.R.S.	14
2.2.1 Preparazione campioni	15
2.2.2 Prova e risultati	17
2.3 Risalita capillare	19
2.3.1 Preparazione campioni	19
2.3.2 Prova e risultati	19
2.3.3 Saturazione	24
2.4 Prove sui cubetti	26
2.4.1 Preparazione dei campioni	27
2.4.2 Saturazione	32
2.4.3 Prova di Compressione semplice	36
2.4.4 Prova Brasiliana	42
3. Prove sulla muratura	46
3.1 Strumentazione e preparazione dei campioni	47
3.2 Rilevamento ottico	54
3.2.1 Campione CR8	58
3.2.1.1 Caratteristiche del campione e della prova	58
3.2.1.2 Rielaborazione dei dati	60
3.2.2 Campione R1	68

3.2.2.1	Caratteristiche del campione e della prova	68
3.2.2.2	Rielaborazione dei dati	70
3.2.3	Campione CT1	83
3.2.3.1	Caratteristiche del campione e della prova	83
3.2.3.2	Rielaborazione dei risultati	85
3.2.4	Campione CT2	103
3.2.4.1	Caratteristiche del campione e della prova	103
3.2.4.2	Rielaborazione dei risultati	106
3.2.5	Campione CT3	112
3.2.5.1	Caratteristiche del campione e della prova	112
3.2.5.2	Rielaborazione dei risultati	115
3.2.6	Campione TOB7C	141
3.2.6.1	Caratteristiche del campione e della prova	141
3.2.6.2	Rielaborazione dei risultati	142
3.2.7	Confronto tra i diversi campioni	155
3.3	Estensimetri	161
3.3.1	Caratteristiche dei campioni e della prova	162
3.3.2	Rielaborazione dei risultati	163
3.4	Trasduttori di spostamento	169
3.4.1	Caratteristiche dei campioni e della prova	170
3.4.2	Rielaborazione dei risultati	171
3.5	Parametri della muratura	172
4.	<i>Descrizione delle strutture e delle analisi</i>	174
4.1	Torre dei Modenesi	174
4.1.1	Caratteristiche geometriche	175
4.1.2	Modellazione della struttura	176
4.1.2.1	Modello geometrico	176
4.1.2.2	Modello numerico	177
4.1.3	Analisi dei carichi	180
4.2	Mastio del Castello delle Rocche	182
4.2.1	Caratteristiche geometriche	182
4.2.2	Modellazione della struttura	183

4.2.2.1	Modello geometrico	183
4.2.2.2	Modello numerico	184
4.2.3	Analisi dei carichi	186
4.3	Metodi di analisi	187
4.4	Note sulla modellazione ad elementi finiti	188
4.4.1	Elemento isoparametrico ad 8 nodi ad integrazione ridotta	188
4.4.2	Elemento isoparametrico a 4 nodi	192
4.4.3	Tetraedri ed Esaedri a confronto	193
5.	<i>Analisi statica lineare</i>	195
5.1	Torre dei Modenesi	195
5.2	Mastio del Castello delle Rocche	197
6.	<i>Analisi dinamica lineare</i>	200
6.1	Analisi modale	200
6.1.1	Torre dei Modenesi	201
6.1.2	Mastio del Castello delle Rocche	204
6.2	Analisi dinamica con spettro di risposta	208
6.2.1	Torre dei Modenesi	210
6.2.2	Mastio del Castello delle Rocche	216
7.	<i>Analisi statica equivalente</i>	223
7.1	Livelli di sicurezza sismica	223
7.2	Modelli meccanici semplificati	226
7.3	Momenti resistenti e sollecitanti	228
7.3.1	Torre dei modenesi: Ms e Mr	228
7.3.2	Mastio del Castello delle Rocche: Ms e Mr	234
7.4	Indice di sicurezza e fattore di accelerazione	239
7.4.1	Torre dei Modenesi: Is e fa	239
7.4.2	Mastio del castello delle Rocche: Is e fa	240
8.	<i>Analisi statica non lineare</i>	242
8.1	Modelli utilizzati per l'analisi	243
8.1.1	Carichi orizzontali	243
8.1.2	Legami costitutivi anelastici	244

8.2	Il sistema bilineare equivalente	247
8.2.1	Torre dei Modenesi: sistema bilineare equivalente	251
8.2.2	Mastio del Castello delle Rocche: sistema bilineare equivalente	255
8.3	Metodo N2	260
8.3.1	Torre dei Modenesi: metodo N2	264
8.3.2	Mastio del Castello delle Rocche: metodo N2	270
8.4	Confronto dei risultati con le analisi precedenti	277
9.	<i>Analisi dinamica non lineare</i>	279
9.1	Torre dei Modenesi: analisi dinamica non lineare	282
9.2	Mastio del Castello delle Rocche: analisi dinamica non lineare	290
9.2.1	Un differente legame costitutivo	302
10.	<i>Confronto con modelli precedenti</i>	309
10.1	Modellazione	310
10.1.1	Modelli geometrici e numerici	310
10.1.2	Carichi e legami costitutivi elastici	312
10.2	Analisi statica lineare	314
10.3	Analisi dinamica lineare	315
10.3.1	Analisi modale	315
10.3.2	Analisi dinamica con spettro di risposta	318
10.4	Analisi statica equivalente	320
10.5	Analisi statica non lineare	325
10.5.1	Caratteristiche generali dell'analisi	325
10.5.2	Il sistema bilineare equivalente	328
10.5.2.1	Torre dei Modenesi: confronto tra i sistemi bilineari equivalenti	328
10.5.2.2	Mastio del Castello delle Rocche: confronto tra i sistemi bilineari equivalenti	339
10.5.3	Metodo N2	348
10.6	Analisi dinamica non lineare	351
11.	<i>Conclusioni</i>	353
11.1	Sviluppi futuri	356
	<i>APPENDICE A: Note sull'uso del Software</i>	357

A.1 Mesh	358
A.2 Vincoli e carichi	359
A.3 Proprietà dei materiali	360
A.4 La fase di Analisi e lo Step Module	361
<i>APPENDICE B: I legami costitutivi</i>	364
B.1 Mohr Coulomb	364
B.2 Il modello a danno plasticità isotropo (C.D.P.)	367
B.3 I legami a confronto	371
<i>Bibliografia</i>	377

Indice delle illustrazioni

Illustrazione 1.1: Pseudo-accelerazione per un oscillatore a $T = 0,3$ s per l'evento del 20 Maggio 2012. Dati INGV 2012.....	1
Illustrazione 1.2: Effetti in termine di deformazione della superficie a seguito dell'evento sismico del 20 Maggio 2012. (Bignami et al.).....	2
Illustrazione 1.3: Posizione reciproche dell'Epicentro, di una stazione di registrazione del sisma (Mirandola) e del comune di Finale Emilia.....	2
Illustrazione 1.4: Sequenza del crollo totale della Torre dei Modenesi a seguito dell'evento sismico del 20 Maggio 2012.....	3
Illustrazione 1.5: Mastio del Castello delle Rocche prima e dopo il sisma.....	3
Illustrazione 1.6: Confronto Spettri di Risposta accelerazione orizzontale. (Iervolino et al. 2012)....	4
Illustrazione 1.7: Confronto Spettri di Risposta accelerazione verticale. (Iervolino at al. 2012).....	5
Illustrazione 1.8: Peak Ground Acceleration (P.G.A.) per l'evento sismico in esame. (Dati INGV)....	6
Illustrazione 1.9: Prelievo dei campioni TOB7A e TOB7C.....	10
Illustrazione 1.10: Prelievo del campione TOB7C.....	11
Illustrazione 1.11: Campioni CR1, CR2, CR3 e CR7.....	11
Illustrazione 1.12: Campioni R1 e CR8.....	12
Illustrazione 1.13: Campioni CT1, CT2 e CT3.....	12
Illustrazione 1.14: Campioni TOB7A, TOB7B e TOB7C.....	12
Illustrazione 2.1: Strumentazione per le prove di risalita capillare.....	13
Illustrazione 2.2: Strumentazione per le prove di compressione semplice e prova brasiliana.....	14
Illustrazione 2.3: Esempio di mattone dopo la pulizia.....	15
Illustrazione 2.4: Essiccazione e pesata dei mattoni.....	16
Illustrazione 2.5: Aree dei mattoni ottenute mediante calchi.....	16
Illustrazione 2.6: Strumentazione per la prova I.R.S.....	17
Illustrazione 2.7: Campioni al termine della prova I.R.S.....	18
Illustrazione 2.8: Strumentazione per la prova di Risalita Capillare.....	20
Illustrazione 2.9: Risalita capillare nei campioni CR1 e CR3.....	21
Illustrazione 2.10: Risalita capillare ne campioni CR7 e CR2.....	22
Illustrazione 2.11: Saturazione dei campioni.....	24

Illustrazione 2.12: Strumentazione per la pesata idrostatica.....	25
Illustrazione 2.13: Rettificazione dei mattoni.....	27
Illustrazione 2.14: Schema di taglio approssimativo.....	28
Illustrazione 2.15: Processo di taglio dei mattoni.....	28
Illustrazione 2.16: Cubetti ottenuti dai mattoni CR1, CR2, CR3, CR7, TOB7B e TOB7A.....	29
Illustrazione 2.17: Processo di saturazione dei cubetti e strumentazione necessaria per il peso in aria e idrostatico.....	33
Illustrazione 2.18: Strumentazione per la prova a Compressione.....	38
Illustrazione 3.1: Campione CR8.....	47
Illustrazione 3.2: Campione R1.....	48
Illustrazione 3.3: Campione CT1.....	48
Illustrazione 3.4: Campione CT2.....	49
Illustrazione 3.5: Campione CT3.....	49
Illustrazione 3.6: Campione TOB7C.....	50
Illustrazione 3.7: Strumentazione per le prove di compressione.....	50
Illustrazione 3.8: Campione CR8. Lati C,A, A-D e B.....	52
Illustrazione 3.9: Campione R1. Lati A, C, D e C-B.....	52
Illustrazione 3.10: Campione CT1. Lati A, C, D-C e B-C.....	53
Illustrazione 3.11: Campione CT2. Lati A, C, D e B.....	53
Illustrazione 3.12: Campione TOB7C. Lati A-D, C, D, e C-B.....	54
Illustrazione 3.13: Disposizione delle mire sui vari campioni.....	55
Illustrazione 3.14: Fotocamera e apparati di regolazione della luce per l'acquisizione ottica.....	56
Illustrazione 3.15: Software di acquisizione dei dati.....	56
Illustrazione 3.16: Campione CR8.....	58
Illustrazione 3.17: Campione R1.....	68
Illustrazione 3.18: Campione CT1.....	83
Illustrazione 3.19: Campione CT2.....	103
Illustrazione 3.20: Campione CT3.....	113
Illustrazione 3.21: Campione TOB7C.....	141
Illustrazione 3.22: Fotografia e schema grafico di un estensimetro tipo.....	161
Illustrazione 3.23: DD1 25 e DD1 100 a confronto.....	162
Illustrazione 3.24: LVDT tipo.....	169

Illustrazione 3.25: Posizionamento dei trasduttori.....	170
Illustrazione 4.1: Modello tridimensionale della Torre dell'Orologio.....	176
Illustrazione 4.2: Incastri alla base del modello della Torre dell'Orologio.....	177
Illustrazione 4.3: Immagine tridimensionale del modello numerico della Torre dei Modenesi.....	178
Illustrazione 4.4: Prospetti Nord e Sud del modello numerico della Torre dei Modenesi.....	179
Illustrazione 4.5: Prospetti Est e Ovest del modello numerico della Torre dei Modenesi.....	179
Illustrazione 4.6: Vista tridimensionale dei carichi.....	181
Illustrazione 4.7: Modello geometrico tridimensionale del Mastio del Castello delle Rocche.....	183
Illustrazione 4.8: Incastri alla base del modello del Mastio.....	184
Illustrazione 4.9: Modello numerico del Mastio del Castello delle Rocche.....	184
Illustrazione 4.10: Prospetti Nord e Sud del modello numerico del Mastio del Castello delle Rocche.	185
Illustrazione 4.11: Prospetti Ovest e Est del modello numerico del Mastio del Castello delle Rocche.	185
Illustrazione 4.12: Rappresentazione dei carichi nel modello numerico del Mastio.....	186
Illustrazione 4.13: Elemento finito esaedrico.....	189
Illustrazione 4.14: Punti di Gauss dell'elemento esaedrico.....	191
Illustrazione 4.15: Distorsioni dell'elemento esaedrico. "Hourglass modes".....	191
Illustrazione 4.16: Elemento finito tetraedrico.....	192
Illustrazione 5.1: Legenda.....	195
Illustrazione 5.2: Sforzi verticali con l'analisi statica lineare.....	196
Illustrazione 5.3: 3D e sezione. Sforzi verticali.....	196
Illustrazione 5.4: Sforzo massimo sulla parete interna del primo piano.	197
Illustrazione 5.5: Legenda.....	197
Illustrazione 5.6: Sforzi verticali per l'analisi statica.....	198
Illustrazione 5.7: 3D e sezione. Sforzi verticali agenti.....	198
Illustrazione 5.8: Sforzo massimo alla base del Mastio.....	199
Illustrazione 6.1: Primo modo di vibrare.	201
Illustrazione 6.2: Secondo modo di vibrare.....	201
Illustrazione 6.3: Terzo modo di vibrare.....	202
Illustrazione 6.4: Quarto modo di vibrare.....	202
Illustrazione 6.5: Quinto modo di vibrare.....	202

Illustrazione 6.6: Sesto modo di vibrare.....	203
Illustrazione 6.7: Primo modo di vibrare.....	204
Illustrazione 6.8: Secondo modo di vibrare.....	205
Illustrazione 6.9: Terzo modo di vibrare.....	205
Illustrazione 6.10: Quarto modo di vibrare.....	205
Illustrazione 6.11: Quinto modo di vibrare.....	206
Illustrazione 6.12: Sesto modo di vibrare.....	206
Illustrazione 6.13: Deformate della Torre dei Modenesi	211
Illustrazione 6.14: Mappa degli sforzi agenti. Spettro C II.....	211
Illustrazione 6.15: Mappa degli sforzi tridimensionale e alla base. Spettro C II.....	211
Illustrazione 6.16: Mappa degli sforzi agenti. Spettro D II.....	212
Illustrazione 6.17: Mappa degli sforzi tridimensionale e alla base. Spettro D II.....	212
Illustrazione 6.18: Mappa degli sforzi agenti. Spettro reale.....	212
Illustrazione 6.19: Mappa degli sforzi tridimensionale e alla base . Spettro reale.....	213
Illustrazione 6.20: Mappa degli sforzi agenti. Spettro normalizzato.....	213
Illustrazione 6.21: Mappa degli sforzi tridimensionale e alla base. Spettro reale normalizzato.....	213
Illustrazione 6.22: Reazioni vincolari. Spettro C II.....	214
Illustrazione 6.23: Reazioni vincolari. Spettro D II.....	215
Illustrazione 6.24: Reazioni vincolari. Spettro Reale.....	215
Illustrazione 6.25: Reazioni vincolari. Spettro Reale Normalizzato.....	215
Illustrazione 6.26: Deformate del Mastio del Castello delle Rocche.....	217
Illustrazione 6.27: Mappa degli sforzi agenti. Spettro C II.....	217
Illustrazione 6.28: Mappa degli sforzi 3D e alla base. Spettro C II.....	218
Illustrazione 6.29: Mappa degli sforzi agenti. Spettro D II.....	218
Illustrazione 6.30: Mappa degli sforzi 3D e alla base. Spettro D II.....	218
Illustrazione 6.31: Mappa degli sforzi agenti. Spettro Reale.....	219
Illustrazione 6.32: Mappa degli sforzi 3D e alla base. Spettro Reale.....	219
Illustrazione 6.33: Mappa degli sforzi agenti.. Spettro Normalizzato.....	219
Illustrazione 6.34: Mappa degli sforzi 3D e ala base. Spettro Normalizzato.....	220
Illustrazione 6.35: Reazioni vincolari. Spettro C II.....	220
Illustrazione 6.36: Reazioni vincolari. Spettro D II.....	221
Illustrazione 6.37: Reazioni vincolari. Spettro Reale.....	221

Illustrazione 6.38: Reazioni vincolari. Spettro Normalizzato.....	221
Illustrazione 8.1: Figura C7.3.1 della Circolare. Sistema e diagramma bilineare equivalente.....	248
Illustrazione 8.2: Legenda dei grafici relativi al metodo N2.....	264
Illustrazione 9.1: Vista 1. Danno a trazione.....	282
Illustrazione 9.2: Vista 2. Danno a trazione.....	283
Illustrazione 9.3: Vista 3. Danno a compressione.....	284
Illustrazione 9.4: Vista 3. Danno a trazione.....	285
Illustrazione 9.5: Vista tridimensionale della struttura. Danno a trazione.....	286
Illustrazione 9.6: Vista tridimensionale. Danno a compressione.....	286
Illustrazione 9.7: Mappa cromatica del danno a compressione al termine del sisma.....	287
Illustrazione 9.8: Mappa cromatica del danno a trazione al termine del sisma.....	287
Illustrazione 9.9: Vista tridimensionale e sezionale. Danno a compressione a fine sisma.....	288
Illustrazione 9.10: Vista tridimensionale e sezionale. Danno a trazione a fine sisma.....	288
Illustrazione 9.11: Deformata al termine dell'evento sismico.....	289
Illustrazione 9.12: Vista 2. Mappa cromatica del danno a trazione per il Mastio del Castello delle Rocche.....	291
Illustrazione 9.13: Vista 3. Mappa cromatica del danno a trazione per il Mastio del Castello delle Rocche.....	292
Illustrazione 9.14: Vista 4. Mappa cromatica del danno a trazione per il Mastio del Castello delle Rocche.....	293
Illustrazione 9.15: Vista 3D. Mappa cromatica del danno a trazione per il Mastio del Castello delle Rocche.....	294
Illustrazione 9.16: Base. Mappa cromatica del danno a trazione per il Mastio del Castello delle Rocche.....	295
Illustrazione 9.17: Sezione trasversale. Mappa cromatica del danno a trazione per il Mastio del Castello delle Rocche.....	296
Illustrazione 9.18: Facciate del Mastio del Castello. Mappa del danno a compressione a termine del sisma.....	297
Illustrazione 9.19: Vista 3D e sezionale del Mastio. Mappa del danno a compressione.....	297
Illustrazione 9.20: Facciate del Mastio del Castello. Mappa del danno a trazione al termine del sisma.....	297
Illustrazione 9.21: Vista 3D e sezionale del Mastio del Castello. Mappa del danno a trazione al	

termine del sisma.....	298
Illustrazione 9.22: Deformazioni amplificate al termine del sisma con evidenza del danno a trazione.....	298
Illustrazione 9.23: Vista 1. Danno a compressione.....	303
Illustrazione 9.24: Vista 2. Danno a compressione.....	304
Illustrazione 9.25: Vista 3. Danno a compressione.....	304
Illustrazione 9.26: Vista 4. Danno a compressione.....	305
Illustrazione 9.27: Vista tridimensionale. Danno a compressione.....	305
Illustrazione 9.28: Vista tridimensionale del Mastio. Danno a trazione.....	306
Illustrazione 9.29: Viste prospettiche al termine dell'analisi. Danno a compressione e deformata..	307
Illustrazione 9.30: Vista tridimensionale con danno a compressione.....	307
Illustrazione 9.31: Vista tridimensionale con danno a trazione.....	308
Illustrazione 10.1: Confronto tra i modelli in termini di mappa cromatica del danno a trazione.....	352
Illustrazione 11.1: Mappa degli eventi sismici.....	355

Indice delle tabelle

Tabella 1.1: Calori massimi e minimi dell'accelerazione nelle tre direzioni.....	6
Tabella 2.1: Peso a secco dei mattoni.....	15
Tabella 2.2: Aree dei mattoni.....	16
Tabella 2.3: Risultati della prova I.R.S.....	18
Tabella 2.4: Peso dei campioni durante la prova di Risalita Capillare.....	20
Tabella 2.5: Risultati della Saturazione dei campioni.....	26
Tabella 2.6: Caratteristiche dei campioni ottenuti da CR1.....	30
Tabella 2.7: Caratteristiche dei campioni ottenuti da CR2.....	30
Tabella 2.8: Caratteristiche dei campioni ottenuti da TOB7B.....	31
Tabella 2.9: Caratteristiche dei campioni ottenuti da TOB7A.....	31
Tabella 2.10: Caratteristiche dei campioni ottenuti da CR3.....	31
Tabella 2.11: Caratteristiche dei campioni ottenuti da CR7.....	32
Tabella 2.12: Volumi ottenuti per i campioni CR1, CR2 e CR3.....	33
Tabella 2.13: Volumi ottenuti per i campioni CR7, TOB7A e B.....	34
Tabella 2.14: Valutazione del peso specifico, o massa volumica, e dell'assorbimento percentuale dei cubetti. Confronto dei risultati ottenuti con quanto ottenuto per i mattoni siglati con CR.....	35
Tabella 2.15: Riassunto delle caratteristiche dei mattoni delle tue torri in termini di peso specifico e assorbimento percentuale d'acqua.....	36
Tabella 2.16: Carichi e sforzi a rottura per CR3.....	36
Tabella 2.17: Carichi e sforzi di rottura.....	37
Tabella 2.18: Parametri per la costruzione della curva di Gauss.....	38
Tabella 2.19: Tabella 11.10.V delle NTC.	41
Tabella 2.20: Dettaglio strumentazione per la prova brasiliana.....	42
Tabella 2.21: Carichi e sforzi di rottura a trazione per CR3, CR7 e TOB7A.....	43
Tabella 2.22: Carichi e sforzi di rottura a trazione per CR1, CR2 e TOB7B.....	44
Tabella 2.23: Parametri per la costruzione della curva di Gauss.....	44
Tabella 3.1: Dimensioni del campione CR8.....	58
Tabella 3.2: Valori del modulo di elasticità del mattone superiore.....	62
Tabella 3.3: Valori del modulo di elasticità del mattone inferiore.....	63

Tabella 3.4: Moduli di elasticità malta-mattone.....	64
Tabella 3.5: Moduli di elasticità della malta.....	65
Tabella 3.6: Moduli di elasticità del campione.....	66
Tabella 3.7: Dimensioni del campione R1.	68
Tabella 3.8: Valori del modulo di elasticità del mattone superiore. Primo carico.....	71
Tabella 3.9: Valori del modulo di elasticità del mattone superiore. Primo scarico.....	71
Tabella 3.10: Valori di modulo elastico del mattone superiore. Secondo carico.....	72
Tabella 3.11: Valori di modulo elastico del mattone superiore. Secondo scarico.....	72
Tabella 3.12: Modulo elastico del mattone inferiore. Primo carico.....	73
Tabella 3.13: Modulo elastico del mattone inferiore. Primo scarico.....	74
Tabella 3.14: Valori del modulo elastico del mattone inferiore. Secondo carico.....	75
Tabella 3.15: Valori del modulo elastico del mattone inferiore. Secondo scarico.....	75
Tabella 3.16: Modulo elastico malta-mattone. Primo carico.....	76
Tabella 3.17: Modulo elastico malta-mattone. Primo scarico.....	76
Tabella 3.18: Secondo carico. Moduli elastici malta-mattone.....	77
Tabella 3.19: Secondo scarico. Moduli elastici malta-mattone.....	77
Tabella 3.20: Valori del modulo elastico della malta. Primo carico.....	78
Tabella 3.21: Valori del modulo elastico della malta. Primo scarico.....	78
Tabella 3.22: Valori del modulo elastico della malta. Secondo carico.....	79
Tabella 3.23: Valori del modulo elastico della malta. Secondo scarico.....	79
Tabella 3.24: Modulo elastico del campione. Primo carico.....	80
Tabella 3.25: Modulo elastico del campione. Primo scarico.....	81
Tabella 3.26: Modulo elastico del campione. Secondo carico.....	81
Tabella 3.27: Modulo elastico del campione. Secondo scarico.....	82
Tabella 3.28: Dimensioni del campione CT1.....	83
Tabella 3.29: Primo carico. Moduli elastici del mattone superiore.....	85
Tabella 3.30: Primo scarico. Moduli elastici del mattone superiore.....	86
Tabella 3.31: Secondo carico. Moduli elastici del mattone superiore.....	87
Tabella 3.32: Secondo scarico. Moduli elastici del mattone superiore.....	87
Tabella 3.33: Moduli elastici del mattone superiore. Terzo carico.....	88
Tabella 3.34: Moduli elastici del mattone superiore. Terzo scarico.....	88
Tabella 3.35: Moduli elastici del mattone inferiore. Primo carico.....	89

Tabella 3.36: Moduli elastici del mattone inferiore. Primo scarico.....	89
Tabella 3.37: Secondo carico. Moduli elastici del mattone inferiore.....	90
Tabella 3.38: Secondo scarico. Moduli elastici del mattone inferiore.....	90
Tabella 3.39: Moduli elastici del mattone inferiore. Terzo carico.....	91
Tabella 3.40: Moduli elastici del mattone inferiore. Terzo scarico.....	91
Tabella 3.41: Primo carico. Modulo elastico malta-mattone.....	92
Tabella 3.42: Primo scarico. Modulo elastico malta-mattone.....	93
Tabella 3.43: Secondo carico. Modulo di elasticità malta-mattone.....	94
Tabella 3.44: Secondo scarico. Modulo di elasticità malta-mattone.....	94
Tabella 3.45: Terzo carico. Modulo di elasticità malta-mattone.....	95
Tabella 3.46: Terzo scarico. Modulo di elasticità malta-mattone.....	95
Tabella 3.47: Moduli elastici della sola malta. Primo carico.....	96
Tabella 3.48: Moduli elastici della sola malta. Primo scarico.....	96
Tabella 3.49: Moduli elastici della sola malta. Secondo carico.....	97
Tabella 3.50: Moduli elastici della sola malta. Secondo scarico.....	97
Tabella 3.51: Moduli elastici della sola malta. Terzo carico.....	98
Tabella 3.52: Moduli elastici della sola malta. Terzo scarico.....	98
Tabella 3.53: Moduli elastici della muratura. Primo carico.....	99
Tabella 3.54: Moduli elastici della muratura. Primo scarico.....	99
Tabella 3.55: Moduli elastici della muratura. Secondo carico.....	100
Tabella 3.56: Moduli elastici della muratura. Secondo scarico.....	100
Tabella 3.57: Moduli elastici della muratura. Terzo ed ultimo carico.....	101
Tabella 3.58: Moduli elastici della muratura. Terzo ed ultimo scarico.....	101
Tabella 3.59: Caratteristiche del campione CT2.....	103
Tabella 3.60: Moduli elastici del mattone superiore.....	106
Tabella 3.61: Modulo elastico del mattone inferiore.....	107
Tabella 3.62: Modulo elastico malta-mattone.....	109
Tabella 3.63: Moduli elastici relativi alla sola malta.....	110
Tabella 3.64: Moduli elastici della muratura.....	111
Tabella 3.65: Dimensioni geometriche del campione CT3.....	112
Tabella 3.66: Moduli elastici del mattone superiore. Primo carico.....	116
Tabella 3.67: Moduli elastici del mattone superiore. Primo scarico.....	116

Tabella 3.68: Moduli elastici del mattone superiore. Secondo carico.....	117
Tabella 3.69: Moduli elastici del mattone superiore. Secondo scarico.....	117
Tabella 3.70: Moduli elastici del mattone centrale al primo carico.....	119
Tabella 3.71: Moduli elastici del mattone centrale al primo scarico.....	119
Tabella 3.72: Moduli elastici del mattone centrale. Secondo carico.....	120
Tabella 3.73: Moduli elastici del mattone centrale. Secondo scarico.....	120
Tabella 3.74: Moduli elastici del mattone inferiore. Primo carico.....	121
Tabella 3.75: Moduli elastici del mattone inferiore. Primo scarico.....	121
Tabella 3.76: Moduli elastici del mattone inferiore. Secondo carico.....	122
Tabella 3.77: Moduli elastici del mattone inferiore. Secondo scarico.....	122
Tabella 3.78: Moduli elastici malta-mattone superiore. Primo carico.....	124
Tabella 3.79: Moduli elastici malta-mattone superiore. Primo scarico.....	124
Tabella 3.80: Moduli elastici malta-mattone superiore. Secondo carico.....	125
Tabella 3.81: Moduli elastici malta-mattone superiore. Secondo scarico.....	125
Tabella 3.82: Moduli elastici dello strato superiore di malta. Primo carico.....	126
Tabella 3.83: Moduli elastici dello strato superiore di malta. Primo scarico.....	126
Tabella 3.84: Moduli elastici dello strato superiore di malta. Secondo carico.....	127
Tabella 3.85: Moduli elastici dello strato superiore di malta. Secondo scarico.....	127
Tabella 3.86: Moduli elastici malta-mattone inferiore. Primo carico.....	128
Tabella 3.87: Moduli elastici malta-mattone inferiore. Primo scarico.....	128
Tabella 3.88: Moduli elastici malta-mattone inferiore. Secondo carico.....	129
Tabella 3.89: Moduli elastici malta-mattone inferiore. Secondo scarico.....	129
Tabella 3.90: Moduli elastici dello strato inferiore di malta. Primo carico.....	130
Tabella 3.91: Moduli elastici dello strato inferiore di malta. Primo scarico.....	130
Tabella 3.92: Moduli elastici dello strato inferiore di malta. Secondo carico.....	131
Tabella 3.93: Moduli elastici dello strato inferiore di malta. Secondo scarico.....	131
Tabella 3.94: Moduli elastici della coppia superiore. Primo carico.....	133
Tabella 3.95: Moduli elastici della coppia superiore. Primo scarico.....	133
Tabella 3.96: Moduli elastici della coppia superiore. Secondo carico.....	134
Tabella 3.97: Moduli elastici della coppia superiore. Secondo scarico.....	134
Tabella 3.98: Moduli elastici della coppia inferiore. Primo carico.....	136
Tabella 3.99: Moduli elastici della coppia inferiore. Primo scarico.....	136

Tabella 3.100: Moduli elastici della coppia inferiore. Secondo carico.....	137
Tabella 3.101: Moduli elastici della coppia inferiore. Secondo scarico.....	137
Tabella 3.102: Moduli elastici del campione. Primo carico.....	138
Tabella 3.103: Moduli elastici del campione. Primo scarico.....	138
Tabella 3.104: Moduli elastici del campione. Secondo carico.....	139
Tabella 3.105: Moduli elastici del campione. Secondo scarico.....	139
Tabella 3.106: Caratteristiche geometriche del campione TOB7C.....	141
Tabella 3.107: Moduli elastici del mattone superiore. Primo carico.....	143
Tabella 3.108: Moduli elastici del mattone superiore. Primo scarico.....	144
Tabella 3.109: Moduli elastici del mattone superiore. Secondo carico.....	144
Tabella 3.110: Moduli elastici del mattone superiore. Secondo scarico.....	145
Tabella 3.111: Moduli elastici del mattone inferiore. Primo carico.....	146
Tabella 3.112: Moduli elastici del mattone inferiore. Primo scarico.....	146
Tabella 3.113: Moduli elastici relativi al mattone inferiore per il secondo carico.....	147
Tabella 3.114: Moduli elastici relativi al mattone inferiore per il secondo scarico.....	147
Tabella 3.115: Moduli elastici malta-mattone. Primo carico.....	148
Tabella 3.116: Moduli elastici malta-mattone. Primo scarico.....	148
Tabella 3.117: Moduli elastici malta-mattone. Secondo carico.....	149
Tabella 3.118: Moduli elastici malta-mattone. Secondo scarico.....	149
Tabella 3.119: Moduli elastici della sola malta. Primo carico.....	150
Tabella 3.120: Moduli elastici della sola malta. Primo scarico.....	150
Tabella 3.121: Moduli elastici della sola malta. Secondo carico.....	151
Tabella 3.122: Moduli elastici della sola malta. Secondo scarico.....	151
Tabella 3.123: Moduli elastici della muratura. Primo carico.....	153
Tabella 3.124: Moduli elastici della muratura. Secondo carico.....	153
Tabella 3.125: Moduli elastici della muratura. Secondo carico.....	154
Tabella 3.126: Moduli elastici della muratura. Secondo scarico.....	154
Tabella 3.127: Moduli elastici per ogni lato di ogni campione e valori medi.	166
Tabella 3.128: Spostamenti relativi e rotazioni.....	168
Tabella 3.129: Coefficienti di Poisson per i vari campioni.....	171
Tabella 3.130: Moduli elastici della muratura.....	172
Tabella 4.1: Caratteristiche murarie della Torre dell'Orologio.....	175

Tabella 4.2: Carichi distribuiti per la Torre dei Modenesi.....	181
Tabella 5.1: Caratteristiche elastiche dei materiali.....	195
Tabella 6.1: Frequenze, periodi e masse partecipanti della Torre dei Modenesi.....	203
Tabella 6.2: Frequenze, periodi e masse partecipanti del Mastio del Castello delle Rocche.....	207
Tabella 6.3: Parametri per determinare gli Spettri di Progetto.....	209
Tabella 6.4: Accelerazioni e tagli alla base della Torre dei Modenesi ottenuti con le varie analisi spettrali.....	210
Tabella 6.5: Sforzi massimi agenti alla base della Torre dei Modenesi.....	214
Tabella 6.6: Reazioni vincolari agenti sul singolo nodo.....	216
Tabella 6.7: Accelerazioni e tagli alla base della Torre dei Modenesi ottenuti con le varie analisi spettrali.....	216
Tabella 6.8: Sforzi massimi alla base del Mastio.....	220
Tabella 6.9: Reazione massima alla base.....	222
Tabella 7.1: Momenti resistenti per le diverse sezioni della Torre dei Modenesi.....	229
Tabella 7.2: Momenti sollecitanti per le sezioni della Torre dei Modenesi. Spettro C II.....	230
Tabella 7.3: Momenti sollecitanti per le sezioni della Torre dei Modenesi. Spettro D II.....	231
Tabella 7.4: Momenti sollecitanti per le sezioni della Torre dei Modenesi. Spettro del 20/05/2012.	231
Tabella 7.5: Momenti resistenti nelle due direzioni principali.....	234
Tabella 7.6: Momenti sollecitanti relativi allo spettro C II.....	235
Tabella 7.7: Momenti sollecitanti relativi allo spettro D II.....	235
Tabella 7.8: Momenti resistenti relativi allo spettro reale del 20 Maggio 2012.....	236
Tabella 7.9: Indice di sicurezza e fattore di accelerazione della Torre dei Modenesi.....	239
Tabella 7.10: Indice di sicurezza e fattore di accelerazione del Mastio del Castello delle Rocche.....	240
Tabella 8.1: Parametri per definire il dominio elastico del legame alla Mohr-Coulomb.....	245
Tabella 8.2: Parametri generali di descrizione del modello C.D.P.....	246
Tabella 8.3: Comportamento a Trazione in fase anelastica delle torri.....	246
Tabella 8.4: Comportamento a Compressione delle due strutture in fase anelastica.....	246
Tabella 8.5: Definizione del parametro di danno delle torri.....	246
Tabella 8.6: Parametri per la determinazione del fattore di partecipazione modale.....	251
Tabella 8.7: Caratteristiche del sistema bilineare equivalente.....	254
Tabella 8.8: Parametri per la determinazione del fattore di partecipazione modale.....	255

Tabella 8.9: Caratteristiche del sistema bilineare equivalente.....	259
Tabella 8.10: Metodo N2. Confronto tra capacità e domanda con lo spettro C II.....	269
Tabella 8.11: Metodo N2. Confronto tra capacità e domanda con lo spettro D II.....	269
Tabella 8.12: Metodo N2. Confronto tra capacità e domanda con lo spettro C II.....	275
Tabella 8.13: Metodo N2. Confronto tra capacità e domanda con lo spettro D II.....	276
Tabella 8.14: Confronto delle accelerazioni alla base ottenute per la Torre dei Modenesi.....	277
Tabella 8.15: Confronto delle accelerazioni alla base ottenute per il Mastio del Castello delle Rocche.....	278
Tabella 9.1: Legame anelastico a trazione.....	302
Tabella 9.2: Legame anelastico a compressione.....	302
Tabella 10.1: Elementi finiti e nodi dei due modelli della Torre dei Modenesi.....	311
Tabella 10.2: Elementi finiti e nodi dei due modelli del Mastio del Castello delle Rocche.....	311
Tabella 10.3: Parametri elastici da Normativa e Sperimentali.....	313
Tabella 10.4: Sforzi massimi a compressione dei 2 modelli a confronto per ognuna delle 2 strutture.	314
Tabella 10.5: Confronto tra Periodi e Frequenze proprie della Torre dei Modenesi.....	316
Tabella 10.6: Confronto delle Masse Partecipanti nelle tre direzioni della Torre dei Modenesi.....	316
Tabella 10.7: Confronto tra Periodi e Frequenze proprie del Mastio del Castello delle Rocche.....	317
Tabella 10.8: Confronto delle Masse Partecipanti nelle tre direzioni del Mastio del Castello delle Rocche.....	318
Tabella 10.9: Accelerazioni e tagli alla base nelle due direzioni. Spettro reale elastico, Torre dei Modenesi.....	319
Tabella 10.10: Accelerazioni alla base del Mastio del Castello delle Rocche.....	319
Tabella 10.11: Tagli alla base del Mastio del Castello delle Rocche.....	320
Tabella 10.12: Confronto dei livelli di sicurezza e del tempo di ritorno per la Torre dei Modenesi.	323
Tabella 10.13: Confronto dei diversi parametri di sicurezza per il Mastio del Castello delle Rocche.	325
Tabella 10.14: Valori di coesione utilizzati nei vari modelli.....	327
Tabella 10.15: Caratteristiche dei modelli della Torre dei Modenesi.....	327
Tabella 10.16: Caratteristiche dei modelli del Mastio del Castello delle Rocche.....	328
Tabella 10.17: Confronto delle caratteristiche delle curve bilineari per il sistema di forze G1x.....	338

Tabella 10.18: Confronto delle caratteristiche delle curve bilineari per il sistema di forze $G2x$	339
Tabella 10.19: Confronto delle caratteristiche delle curve bilineari per il sistema di forze $G1x$	347
Tabella 10.20: Confronto delle caratteristiche delle curve bilineari per il sistema di forze $G2x$	347
Tabella 10.21: Confronto dei parametri del metodo N2. Sistema di forze $G1x$ e spettro C II.....	348
Tabella 10.22: Confronto dei parametri del metodo N2. Sistema di forze $G2x$ e spettro C II.....	348
Tabella 10.23: Confronto dei parametri del metodo N2. Sistema di forze $G1x$ e spettro D II.....	349
Tabella 10.24: Confronto dei parametri del metodo N2. Sistema di forze $G2x$ e spettro D II.....	349
Tabella 10.25: Confronto dei parametri del metodo N2. Sistema di forze $G1x$ e spettro C II.....	350
Tabella 10.26: Confronto dei parametri del metodo N2. Sistema di forze $G2x$ e spettro C II.....	350
Tabella 10.27: Confronto dei parametri del metodo N2. Sistema di forze $G1x$ e spettro D II.....	350
Tabella 10.28: Confronto dei parametri del metodo N2. Sistema di forze $G2x$ e spettro D II.....	351

Abstract

Nel maggio del 2012 un grave evento sismico investì l'Emilia Romagna causando numerose vittime e ingenti danni all'intero tessuto territoriale. Gran parte delle infrastrutture e del costruito nelle zone di Modena, Ferrara e Mantova subì danni più o meno severi: ancora oggi, a 2 anni di distanza, persistono chiari e visibili i segni del terremoto. Come spesso accade, tra le vittime del terremoto, si annoverano importanti pezzi del patrimonio artistico-culturale Italiano.

Il Mastio del Castello delle Rocche e la Torre dei Modenesi di Finale Emilia sono state infine piegate dalla forza del terremoto, dopo 800 anni di storia.

In questo lavoro, che si innesta in un più ampio percorso tracciato finora, si cercherà di approfondire le indagini volte ad indagare le cause del crollo fornendo risultati di prove sperimentali condotte presso il Laboratorio di analisi del Politecnico di Milano su campioni di materiale recuperato in sito e analisi numeriche condotte su modelli numerici ad elementi finiti.

1. Introduzione

1.1 Inquadramento generale

Il giorno 20 maggio 2012 alle ore 4:03 italiane, la regione dell'Emilia è stata colpita da un sisma di Magnitudine 5.9 con epicentro nel comune di Mirandola, di coordinate geografiche lat 44,89 long 11,23 ad una profondità di 6,3 Km. Si sottolinea che non si è trattato di un evento isolato, ma è stato accompagnato da numerosi eventi, con epicentri a distanza di pochi chilometri l'uno dall'altro, pur tuttavia rappresentandone il più significativo.

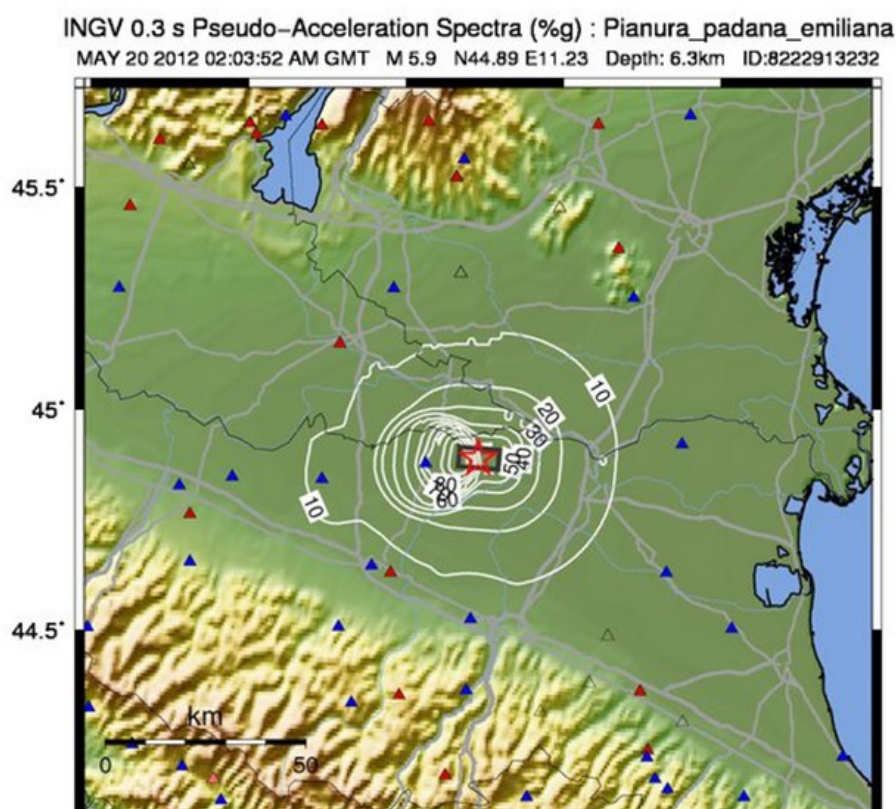


Illustrazione 1.1: Pseudo-accelerazione per un oscillatore a $T = 0,3$ s per l'evento del 20 Maggio 2012. Dati INGV 2012.

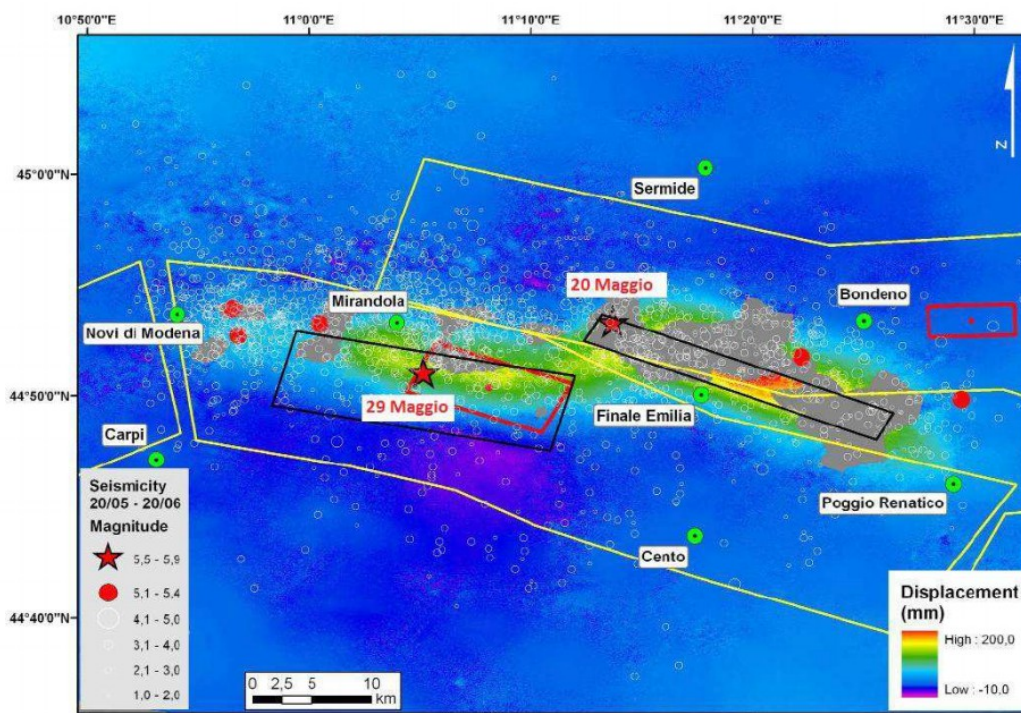


Illustrazione 1.2: Effetti in termine di deformazione della superficie a seguito dell'evento sismico del 20 Maggio 2012. (Bignami et al.)

Questa scossa è stata registrata da 139 stazioni di rilevamento controllate dalla Protezione Civile tra cui quella di Mirandola posizionata a 16 Km dall'epicentro.

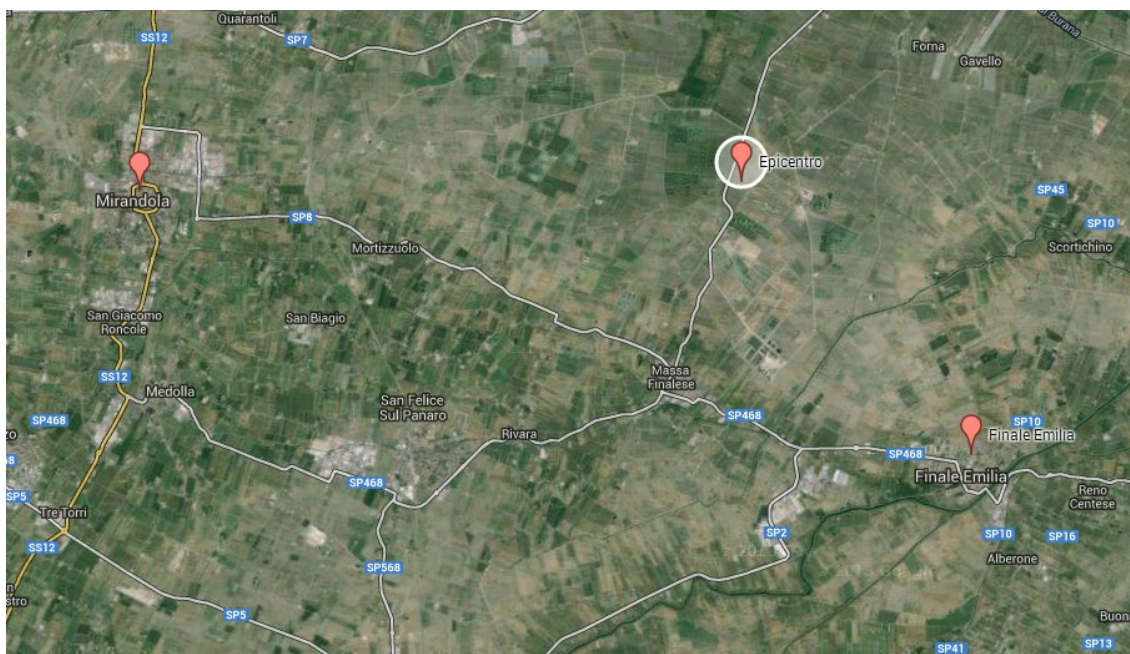


Illustrazione 1.3: Posizione reciproche dell'Epicentro, di una stazione di registrazione del sisma (Mirandola) e del comune di Finale Emilia.

A causa di questo preciso evento la Torre dell'orologio di Finale Emilia ha manifestato un crollo parziale, evidenziando una frattura verticale che ha scisso in due la facciata frontale, similmente il duecentesco Mastio del Castello delle Rocche ha subito l'impeto del terremoto crollando completamente. La Torre, gravemente lesionata, è anch'essa definitivamente crollata nel pomeriggio in concomitanza di una scossa di replica registrata alle 15:18 di Magnitudine 5.1.



Illustrazione 1.4: Sequenza del crollo totale della Torre dei Modenesi a seguito dell'evento sismico del 20 Maggio 2012.



Illustrazione 1.5: Mastio del Castello delle Rocche prima e dopo il sisma.

È importante ricordare che nel 2009 il Comune di Finale Emilia promosse un intervento di consolidamento e restauro conservativo dei paramenti murari Sud-Est del Castello delle Rocche: tali lavori non coinvolsero il Mastio. Sebbene i danni causati al Castello siano stati comunque piuttosto gravi (particolarmente colpite le sommità dei torrioni) il corpo principale della fortificazione ha superato l'evento.

Le analisi sui rilevamenti dell'evento sismico permettono un confronto qualitativo della richiesta prodotta, in termini di sollecitazioni spettrali, dal sisma con quelle previste in Normativa per tempi di ritorno e categorie di suolo tipiche.

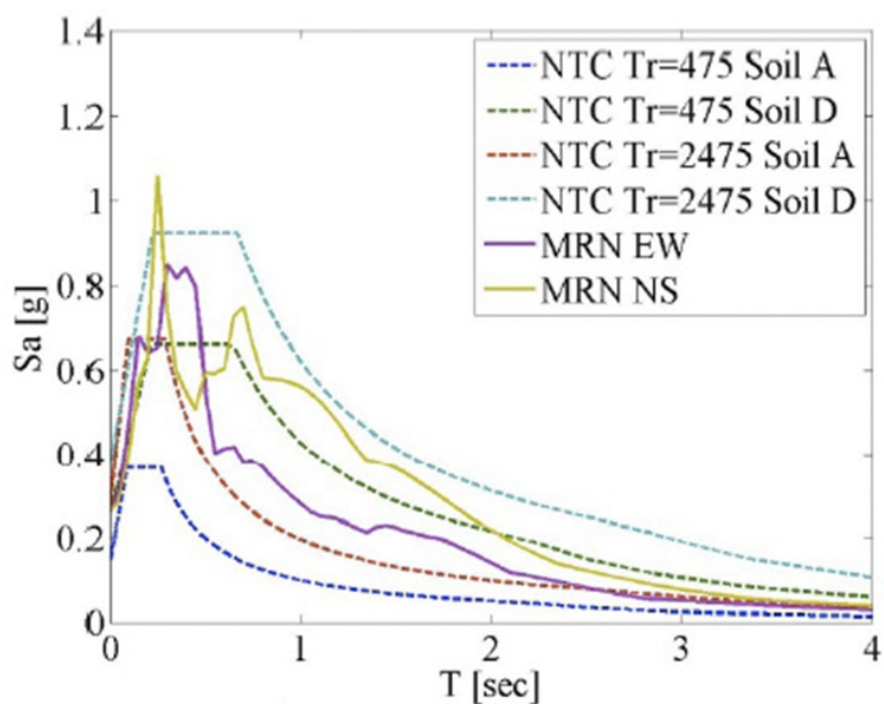


Illustrazione 1.6: Confronto Spettri di Risposta accelerazione orizzontale. (Iervolino et al. 2012)

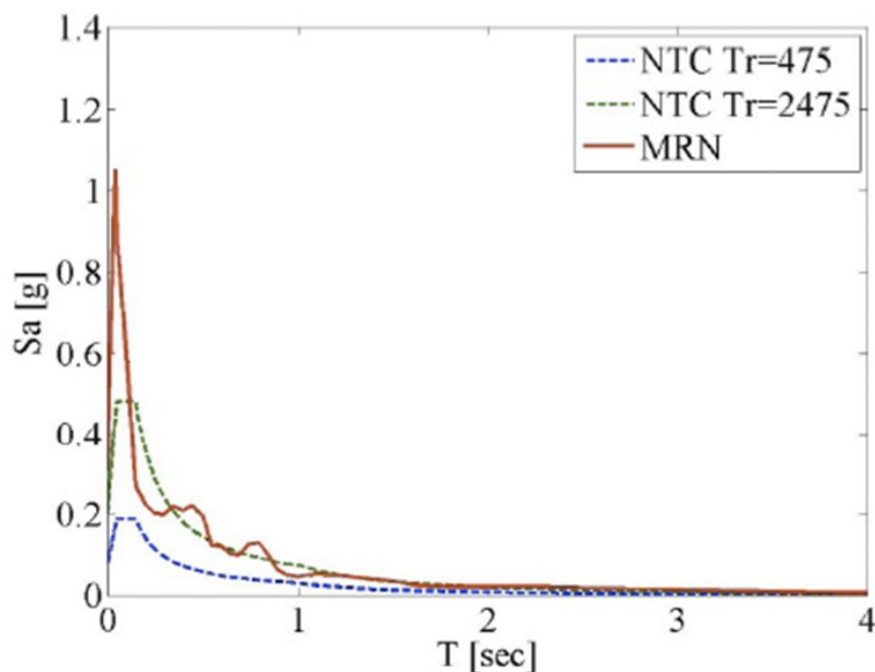


Illustrazione 1.7: Confronto Spettri di Risposta accelerazione verticale. (Iervolino et al. 2012)

Si osservano picchi di accelerazione superiori ad 1g per periodi propri compresi tra 0.3 e 0.5 secondi, questi sono periodi propri tipicamente riscontrabili in edifici storici e rappresentativi della risposta di torri e campanili.

Discorso a parte merita la componente verticale di sollecitazione che, al pari dell'azione orizzontale, appare piuttosto gravosa: questa tuttavia non è usualmente contemplata nei modelli di verifica previsti dalle Normative vigenti. Il suo contributo apparirà solamente nell'Analisi Dinamica Non Lineare come applicazione di un opportuno accelerogramma alla base.

Le registrazioni dell'evento sono avvenute presso la stazione di Mirandola e gli accelerogrammi corrispondenti alle Torri in oggetto sono stati ottenuti mediante opportune rielaborazioni: in particolare la protezione civile fornisce gli accelerogrammi in direzione Nord-Sud ed Est-Ovest. Tali accelerogrammi devono essere scomposti secondo le due componenti: una parallela e una perpendicolare alla retta congiungente la stazione di Mirandola all'epicentro del sisma.

Sommando i contributi di ciascuna accelerazione per ogni direzione si ottengono le due componenti, parallela e perpendicolare, relative al fronte d'onda: gli accelerogrammi così determinati sono assunti come quelli agenti alla base delle Torri. Un'ulteriore scomposizione

permette di riferire gli accelerogrammi alle direzioni proprie del modello in modo da renderli coerenti con gli assi x,y e z.

L'Istituto Italiano di Geofisica e Vulcanologia INGV fornisce anche un rilievo delle massime accelerazioni rilevate. Post-processando i dati dalle stazioni di rilevamento dell'area si nota come la stazione di Mirandola ed il comune di Finale Emilia siano sulla medesima curva di iso-accelerazione: non si ritiene dunque necessario modificare l'intensità dell'accelerogramma ottenuto presso la stazione di Mirandola, ma al contrario verrà utilizzato senza modifiche anche per l'area di Finale Emilia.

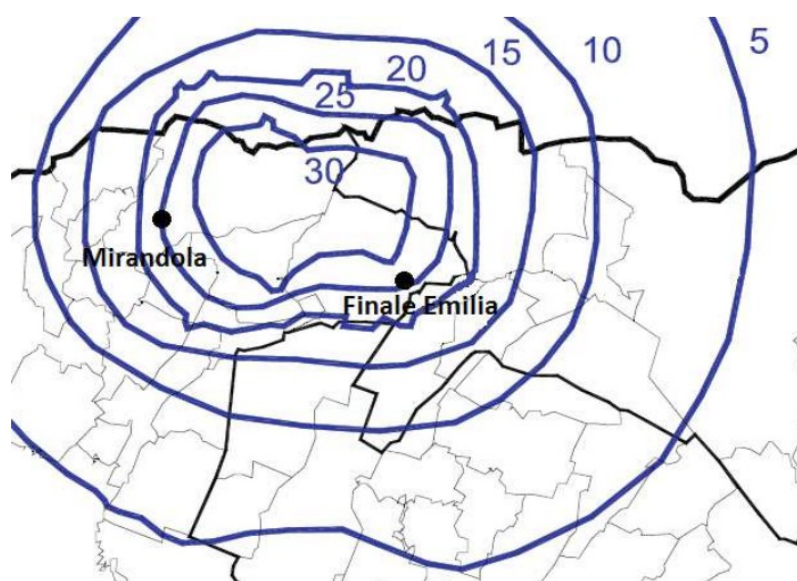


Illustrazione 1.8: Peak Ground Acceleration (P.G.A.) per l'evento sismico in esame. (Dati INGV)

Di seguito sono riportati picchi degli accelerogrammi, prodotti dalle rielaborazioni ed utilizzati in seguito per le analisi, e successivamente sono riportati gli andamenti di tali accelerogrammi.

Nel riportare gli accelerogrammi si invita a prestare l'attenzione sulla componente verticale del sisma che non viene contemplata dalle Normative, ma che ha una notevole importanza visti gli elevati valori forniti.

	Accelerazione x [m/s ²]	Accelerazione y [m/s ²]	Accelerazione z [m/s ²]
Valore massimo	2,158	2,057	3,033
Valore minimo	-2,743	-2,468	-2,997

Tabella 1.1: Calori massimi e minimi dell'accelerazione nelle tre direzioni.

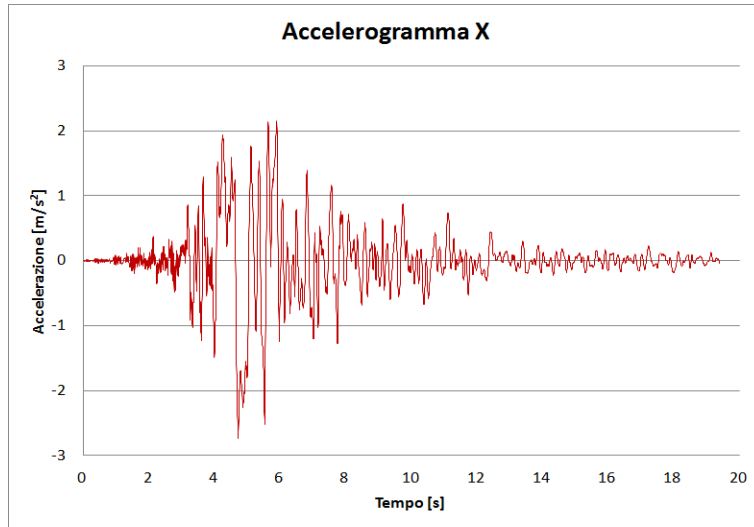


Grafico 1.1: Accelerogramma in direzione x.

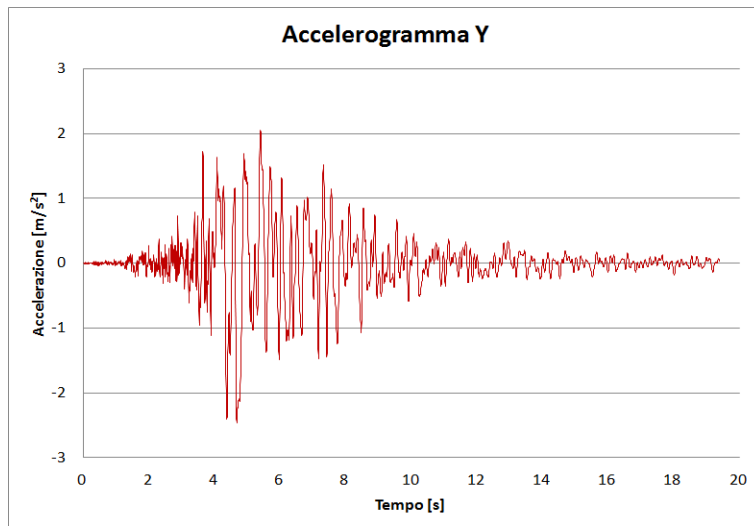


Grafico 1.2: Accelerogramma in direzione y.

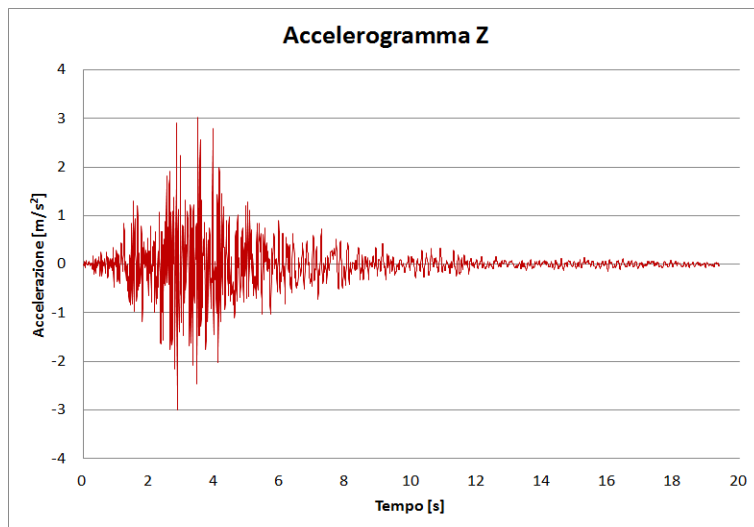


Grafico 1.3: Accelerogramma in direzione z.

1.2 Riferimenti normativi

Decreto Ministeriale, 14 gennaio 2008: “Norme Tecniche per le costruzioni” e relativi allegati A e B, pubblicato nel Supplemento Ordinario della Gazzetta Ufficiale n. 29 del 4 febbraio 2008. In seguito chiamato “Normativa” o “Norma” ad eccezione dei capitoli riguardanti le analisi sperimentali.

Circolare ministeriale, 2 febbraio 2009 , n. 617: “Istruzioni per l'applicazione delle «Nuove norme tecniche per le costruzioni» di cui al decreto ministeriale 14 gennaio 2008”. In seguito chiamata “Circolare Esplicativa”, “Circolare Applicativa” o “Circolare”

Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri, 20 marzo 2003, n.3274: “Elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e di normative tecniche per le costruzioni in zona sismica”. In seguito chiamato “OPCM 3274”.

Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri, 3 maggio 2005, n. 3431: “Ulteriori modifiche ed integrazioni all'O.P.C.M. 20 marzo 2003 n. 3274”. In seguito chiamato “OPCM 3431”.

Linee Guida, 9 febbraio 2011: “Linee guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle norme tecniche per le costruzioni di cui al decreto del Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti del 14 gennaio 2008”. In seguito chiamate “Linee Guida”.

Norme Tecniche UNI EN 771-1:2005: “Specifiche per elementi per muratura – Parte 1: Elementi per muratura di laterizio”.

Norme Tecniche UNI EN 772-1:2002: “Metodi di prova per elementi di muratura - Determinazione della resistenza a compressione”.

Norme Tecniche UNI EN 772-11:2001: “Metodi di prova per elementi di muratura - Determinazione dell'assorbimento d'acqua degli elementi di muratura di calcestruzzo, di materiale lapideo agglomerato e naturale dovuta alla capillarità ed al tasso iniziale di assorbimento d'acqua degli elementi di muratura di laterizio”.

Norme Tecniche UNI EN 772-13: 2002: “Metodi di prova per elementi di muratura - Determinazione della massa volumica a secco assoluta e della massa volumica a secco apparente degli elementi di muratura (ad eccezione della pietra naturale)”.

Tutte le Norme della Serie UNI EN verranno in seguito chiamate, nella sola parte sperimentale, più semplicemente “Normative”.

1.3 Attività di campionamento

Per svolgere tale campagna sperimentale è stato necessario il reperimento di un congruo numero di elementi da sottoporre alle diverse prove. La tipologia di elementi provati si differenzia sostanzialmente in due: da un lato sono stati sottoposti a prove dei mattoni singoli o parte di essi, e dall'altro sono stati provati dei campioni caratterizzati dall'accoppiamento mattone-malta ovvero doppiette e triplete di mattoni con malta interposta.

Tutti i campioni soggetti ad analisi sono stati prelevati in loco: vi sono alcuni campioni prelevati dalle cataste di mattoni presenti a terra in seguito al sisma, e altri campioni, relativi alla sola Torre dei Modenesi, prelevati direttamente dalla parte di torre non crollata. L'attività di campionamento è stata effettuata in due diverse giornate e ciò ha portato ad una diversa nomenclatura dei campioni.

Si riporta una breve legenda atta alla comprensione delle sigle utilizzate.

CR = campioni relativi al Mastio della Rocca, prelevati nella prima spedizione tra i resti a terra.

R = campioni relativi al Mastio della Rocca, prelevati nella seconda spedizione, sempre dal cumulo di macerie.

CT = campioni prelevati alla Torre dei Modenesi, prelevati nella prima spedizione tra i resti a terra.

TOB = campioni relativi alla Torre dei Modenesi, prelevati nella seconda spedizione e prelevati dalla parte di torre non crollata. Di tali campioni si conosce la precisa ubicazione. In particolare i campioni TOB7A e B sono stati prelevati in corrispondenza dello spigolo Nord della torre ad una altezza di circa 3 m, mentre il campione TOB7C è stato prelevato, sempre allo spigolo Nord, ma ad una altezza di circa 2,6 m in corrispondenza del primo paramento esterno.

I numeri che accompagnano le sigle hanno un mero significato di catalogazione: sono stati prelevati un numero di campioni maggiore rispetto a quelli poi utilizzati effettivamente nelle prove, in cui sono stati scelti i campioni con caratteristiche che meglio si sposavano con la tipologia di prova da sottoporre.

I campioni CR1, CR2, CR3, CR7, TOB7A e TOB7B sono stati utilizzati per le prove di caratterizzazione dei soli mattoni; mentre i campioni CT1, CT2, CT3, TOB7C, R1 e CR8 sono stati utilizzati per caratterizzare la muratura nel complesso. Per la descrizione in dettaglio delle prove effettuate si faccia riferimento a §2 e §3.



Illustrazione 1.9: Prelievo dei campioni TOB7A e TOB7C.



Illustrazione 1.10: Prelievo del campione TOB7C

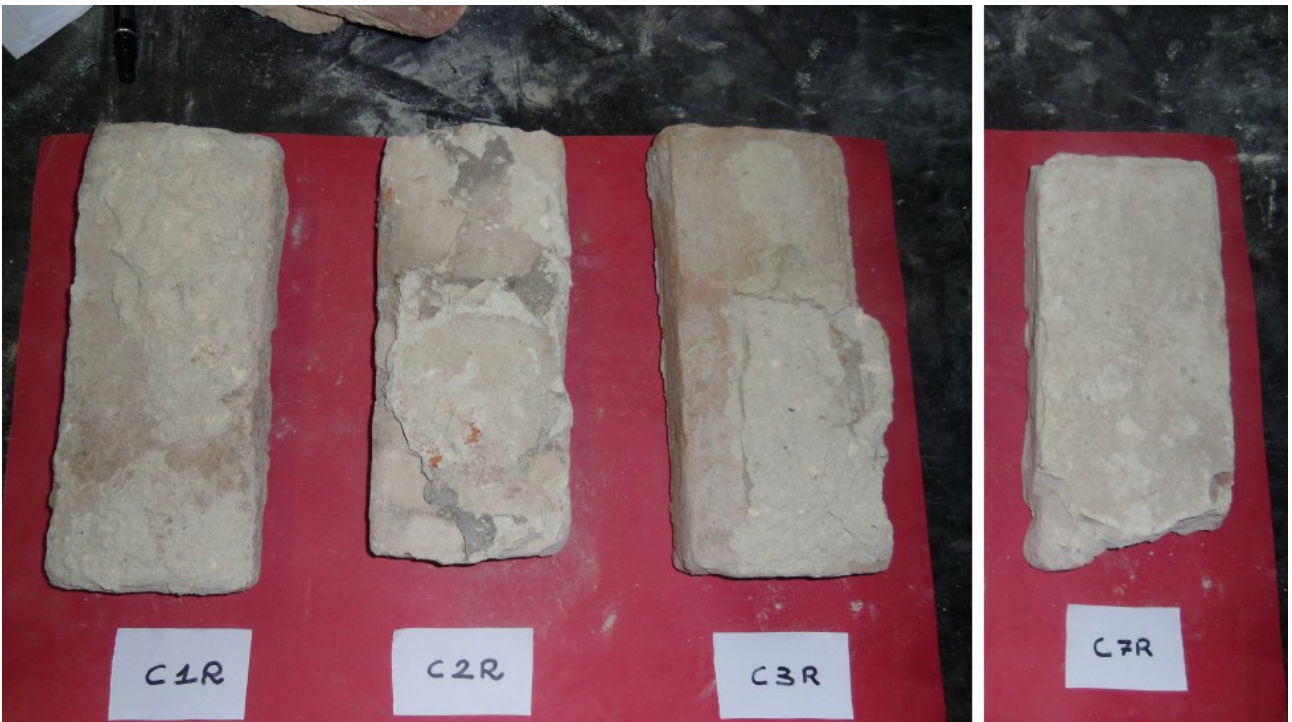


Illustrazione 1.11: Campioni CR1, CR2, CR3 e CR7.



Illustrazione 1.12: Campioni R1 e CR8.



Illustrazione 1.13: Campioni CT1, CT2 e CT3.



Illustrazione 1.14: Campioni TOB7A, TOB7B e TOB7C.

2. Prove sui mattoni

2.1 Strumentazione e prove

Per la caratterizzazione dei mattoni, ovvero la determinazione delle caratteristiche elastiche, si utilizzano i campioni CR1, CR2, CR3, CR7, TOB7A e TOB7B ovvero i campioni che sono costituiti da un unico mattone, o almeno parte di esso.

Le prove sono fondamentalmente di due tipologie: prove per valutare le caratteristiche di assorbimento d'acqua del mattone, e prove per valutare le capacità meccaniche del mattone.

Le prove legate all'assorbimento d'acqua vengono effettuate sui soli campioni del Mastio della Rocca (CR) in quanto sono gli unici mattoni interi a disposizione: si esegue una prova per la determinazione dell'IRS (Coefficiente di Risalita Iniziale) e una prova di Risalita Capillare con conseguente Saturazione dei campioni. Le prove verranno eseguite con l'ausilio di una vasca contenente acqua ad un livello costante e con l'utilizzo di varie tipologie di bilance per valutare il peso dei campioni: questa fase di sperimentazione è eseguita in accordo con la Normativa UNI EN 772-11:2001.

Con queste prove si vuole ottenere una indicazione sui coefficienti di assorbimento, oltre che un valore del peso specifico dei mattoni.



Illustrazione 2.1: Strumentazione per le prove di risalita capillare.

Le altre prove verranno invece eseguite su tutti i campioni citati in precedenza in quanto non verranno effettuate sui mattoni interi bensì su cubetti, più o meno regolari, ottenuti dai mattoni stessi. Si effettueranno tre prove: una prova di compressione semplice, una prova brasiliana e una prova di compressione su una tripletta di cubetti.

Con queste prove si vuole ottenere un valore di carico di rottura e del modulo elastico normale.

Una volta realizzati i cubetti, si effettuerà anche una prova di assorbimento totale su alcuni di essi, al fine di validare i risultati ottenuti con la medesima prova effettuata sui mattoni interi.

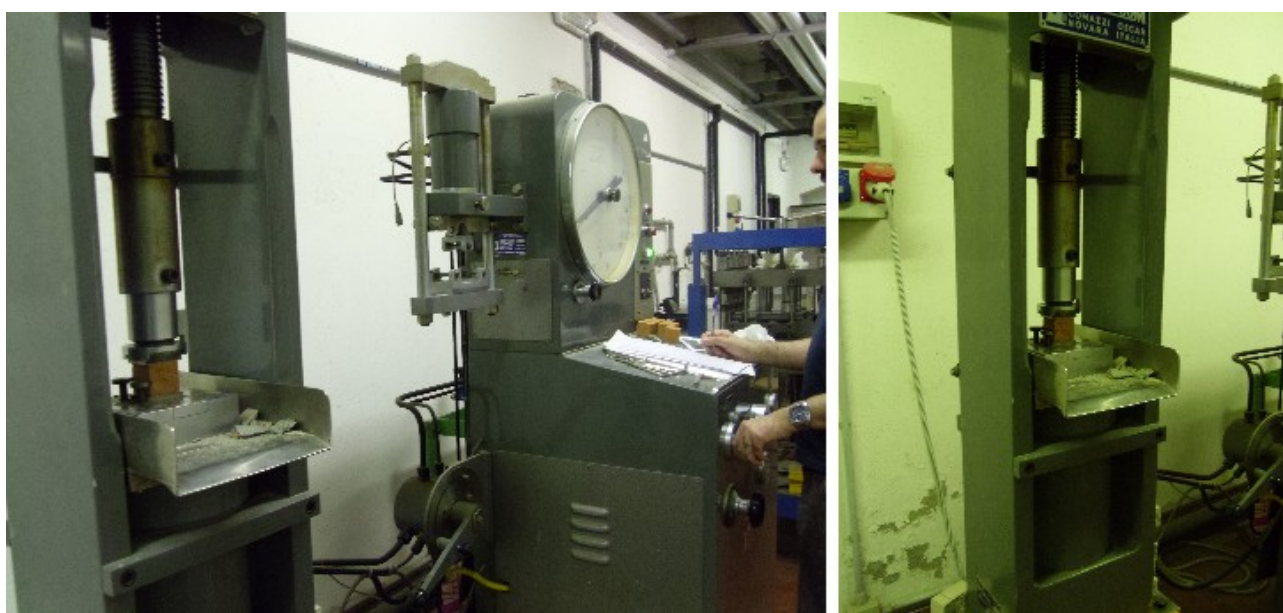


Illustrazione 2.2: Strumentazione per le prove di compressione semplice e prova brasiliana.

2.2 I.R.S.

La presente prova specifica un metodo per determinare il tasso di assorbimento iniziale di elementi di muratura di laterizio. Il principio alla base della prova è che il campione essiccato fino a massa costante venga immerso con una sua faccia in acqua per una durata specifica in modo da determinarne l'incremento di massa.

In ogni fase, dalla preparazione dei campioni all'analisi dei risultati, si farà riferimento alla Norma UNI EN 772-11:2001.

2.2.1 Preparazione campioni

Prima di poter effettuare la prova è necessario predisporre i campioni in modo adeguato: i mattoni vengono privati della malta presente su di essi in modo da riportarli, quanto più possibile, alla condizione iniziale precedente alla messa in opera.



Illustrazione 2.3: Esempio di mattone dopo la pulizia.

Dopo la pulizia i mattoni vengono posti in forno e poi pesati per ottenerne il peso a secco. L'essiccamento avviene in un forno ventilato alla temperatura di 105°C e si considera raggiunta la massa costante se durante il processo di essiccatrice, in due pesate successive a 24 ore di distanza, la perdita di massa è inferiore al 1% della massa totale.

Si ottengono i seguenti valori:

CR1	2460,5 g
CR2	2596,3 g
CR3	2656,2 g
CR7	2732,7 g

Tabella 2.1: Peso a secco dei mattoni.



Illustrazione 2.4: Essiccazione e pesata dei mattoni.

E' inoltre possibile, mediante calchi, ottenere l'area dei campioni in esame.

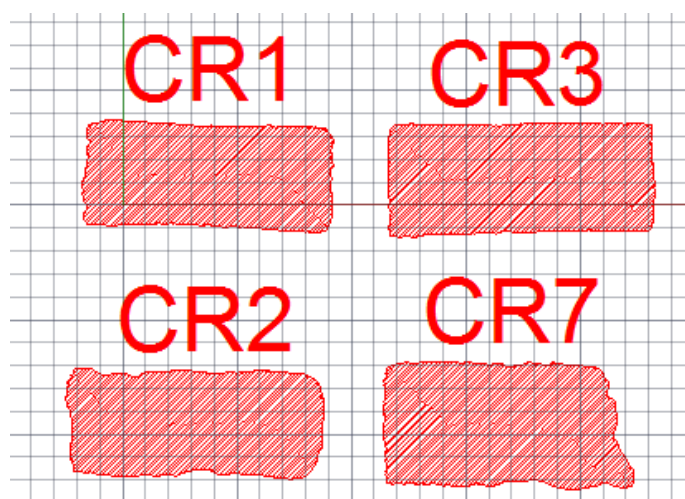


Illustrazione 2.5: Aree dei mattoni ottenute mediante calchi.

	A_s [cm ²]	A_s [mm ²]
CR1	298,32	29832
CR2	303,81	30381
CR3	341,28	34128
CR7	333,99	33399

Tabella 2.2: Aree dei mattoni.

2.2.2 Prova e risultati

Si procede alla prova vera e propria: il mattone viene posto a contatto con l'acqua nella posizione che aveva originariamente in sito. Dopo un minuto di contatto con l'acqua, il mattone viene rimosso e pesato.



Illustrazione 2.6: Strumentazione per la prova I.R.S..

L'apparecchiatura utilizzata rispetta quanto prescritto: si utilizza una vasca con dimensioni maggiori della faccia del mattone da appoggiare in acqua e con profondità ben superiore a 20 mm, dotata di un dispositivo (la bottiglia capovolta in figura) che mantenga costante il livello dell'acqua. I mattoni si appoggiano su supporti con base inferiore a 400 mm². Il tempo di prova, un minuto, viene misurato con un cronometro e poi i mattoni vengono pesati su una bilancia con accuratezza del decimo di grammo. La rielaborazione dei dati, secondo Normativa, prevede l'utilizzo della seguente formula:

$$c_{wi,s} = \frac{m_{s0,s} - m_{dry,s}}{A_S t} \cdot 10^3$$

Ove:

- $m_{dry,s}$ massa del provino dopo l'essiccamento [g];
- $m_{s0,s}$ massa del provino dopo l'immersione per un tempo t [g];

- A_s area totale della faccia del provino immersa in acqua [mm^2];
- t_{s0} tempo di immersione [s];
- $c_{w,si}$ tasso iniziale di assorbimento d'acqua degli elementi in laterizio (IRS) [$\text{kg}/(\text{m}^2\text{min})$].

Si ottiene quanto riassunto in tabella:

Mattone	Peso a secco ($m_{s0,s}$) [g]	Peso dopo la prova (1 min) ($m_{dry,s}$) [g]	Coefficiente di assorbimento iniziale $c_{w,i,s}$ [$\text{kg}/(\text{m}^2\text{min})$]
CR1	2460,5	2554,3	3,1
CR2	2596,3	2742,4	4,8
CR3	2656,2	2704,6	1,4
CR7	2732,7	2795,2	1,9

Tabella 2.3: Risultati della prova I.R.S..



Illustrazione 2.7: Campioni al termine della prova I.R.S..

L'illustrazione precedente mostra chiaramente il livello di assorbimento dei diversi mattoni sottoposti alla prova: si noti come il campione CR2 (il secondo da sinistra) abbia un livello di risalita maggiore, evidenziato anche dai valori numerici. Questa differenza molto marcata può essere sintomo di un degrado superficiale del mattone, che infatti presenta una colorazione ed una conformazione palesemente differente rispetto agli altri mattoni analizzati.

2.3 Risalita capillare

Gli stessi campioni sottoposti alla precedente prova, vengono sottoposti alla prova di Risalita Capillare atta a determinare il coefficiente di assorbimento d'acqua dovuto all'azione di risalita capillare degli elementi di muratura di calcestruzzo.

Al termine della prova di Risalita Capillare, i campioni verranno portati a saturazione per valutare infine il tasso di assorbimento d'acqua.

La Normativa di riferimento è sempre la UNI-EN 772-11:2001.

2.3.1 Preparazione campioni

Per poter eseguire la prova occorre predisporre i campioni in modo del tutto analogo a quanto fatto in precedenza: i mattoni, già puliti prima, dopo la valutazione dell'I.R.S. vengono posti nuovamente in forno ventilato, per riportarli alla condizione perfettamente secca, alla temperatura di 105°C e, esattamente come prima, e si considera raggiunta la massa costante se durante il processo di essiccazione, in due pesate successive a 24 ore di distanza, la perdita di massa è inferiore all' 1‰ della massa totale.

Dopo l'essiccazione i campioni sono pronti alla prova.

2.3.2 Prova e risultati

La strumentazione utilizzata è del tutto analoga a quella utilizzata in precedenza: unica differenza è rappresentata dalla superficie di contatto acqua-mattone. Dato che l'unico scopo della prova è quello di determinare la risalita capillare, non importa che il mattone sia posizionato come in sito bensì si pone in modo da avere una più ampia possibilità di osservare la risalita capillare: il campione viene pertanto posto in verticale come in figura.



Illustrazione 2.8: Strumentazione per la prova di Risalita Capillare.

Si procede poi alle pesate dei campioni in differenti istanti di tempo, riponendo, al termine di ogni pesata, i mattoni nuovamente nella vasca. Gli intervalli di tempo in cui effettuare le pesate sono indicati in tabella: quando gli intervalli di tempo diventano pari a 24 ore si interrompe la prova al momento in cui lo scarto tra due misure successive è ritenuto trascurabile.

Come in precedenza, si utilizza una bilancia con precisione del decimo di grammo per pesare i campioni; e un cronometro per valutare i tempi di contatto tra i mattoni e la superficie d'acqua.

		Peso [g]			
Minuti	ore	CR1	CR2	CR3	CR7
1		2498,5	2623,1	2678,5	2748,7
5		2499,7	2652,8	2702,9	2769,4
10		2515,9	2676,7	2720,4	2785,7
15		2528,1	2695,4	2732,7	2797,6
30		2555,7	2737,2	2760,8	2825,3
60	1	2592,3	2795,2	2799,4	2863,4
240	4	2701,8	2998,8	2926,4	2988,8
480	8	2795,6	3049,9	3026,5	3090,5
1440	24	3012,0	3057,1	3239,4	3290,5
2880	48	3036,7	3063,5	3250,2	3305,2
4320	72	3043,7	3069,4	3254,6	3311,1

Tabella 2.4: Peso dei campioni durante la prova di Risalita Capillare.



Illustrazione 2.9: Risalita capillare nei campioni CR1 e CR3.

Le immagini proposte mostrano il chiaro e progressivo crescere del livello dell'acqua all'interno dei campioni, che, inoltre, si comportano in maniera del tutto analoga: l'ultima immagine rappresenta i due campioni dopo 24 ore dall'inizio della prova e si può osservare come essi siano completamente saturi. Nonostante ciò la prova è proseguita come indicato in Normativa sino a 72 ore.



Illustrazione 2.10: Risalita capillare ne campioni CR7 e CR2.

Negli stessi step temporali riportati in precedenza, si sono riportate le immagini relative alla risalita capillare dei campioni CR7 e CR2: l'osservazione più interessante è legata al campione CR2, che, dopo un assorbimento iniziale elevato, raggiunge prima degli altri la saturazione.

La diversità del campione CR2 era emersa anche in precedenza per la prova I.R.S. e si ritrova nuovamente in questa prova: valutando il coefficiente di assorbimento nel tempo sarà possibile valutare in modo più preciso quali siano le possibili motivazioni di queste differenze.

La prova di risalita capillare si ritiene conclusa dopo 72 ore in quanto lo scarto tra due pesate successive è inferiore al 2%.

Dopo 72 ore la prova si ritiene conclusa visto uno scarto medio inferiore al 2 %.

Come consuetudine per le prove di risalita capillare su un materiale lapideo si traccia un grafico

riportando $\frac{m_{s0,s} - m_{dry,s}}{A_s}$ in funzione della radice quadrata del tempo. I parametri indicati in formula sono i medesimi della prova relativa al calcolo dell'I.R.S..

I valori del coefficiente di assorbimento che si ottengono sono:

- $c_{w,s}(\text{CR1}) = 38,4 \text{ g}/(\text{m}^2\text{s}^{0,5})$
- $c_{w,s}(\text{CR2}) = 30,6 \text{ g}/(\text{m}^2\text{s}^{0,5})$
- $c_{w,s}(\text{CR3}) = 34,4 \text{ g}/(\text{m}^2\text{s}^{0,5})$
- $c_{w,s}(\text{CR7}) = 34,0 \text{ g}/(\text{m}^2\text{s}^{0,5})$

con un valor medio di $34,4 \text{ g}/(\text{m}^2\text{s}^{0,5})$.

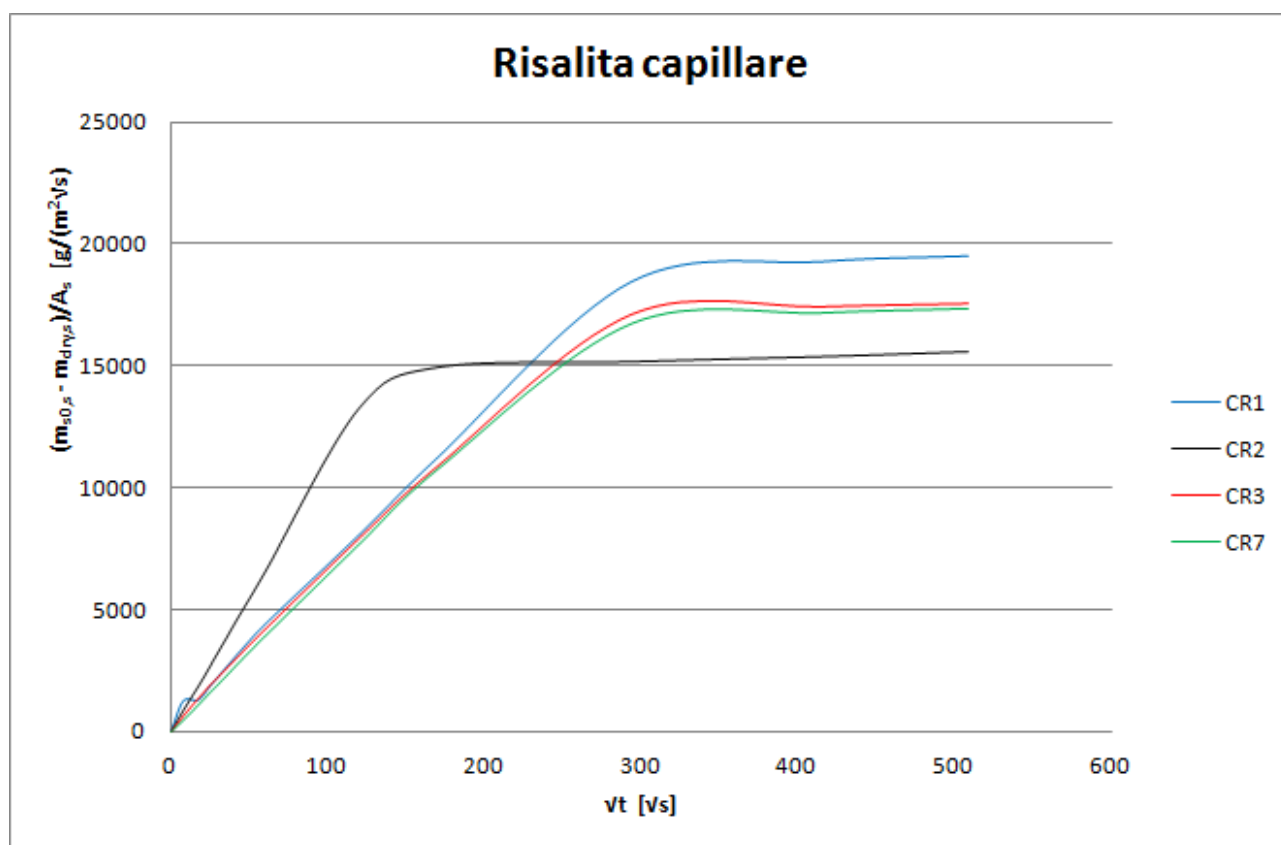


Grafico 2.1: Grafico di risalita capillare. Si nota l'andamento asintotico delle curve nei loro tratti finali.

Anche graficamente si nota come CR2 sia il campione con un assorbimento iniziale maggiore (la curva corrispondente ha infatti inclinazione maggiore) ma poi risulti il campione che ha assorbito

meno acqua: una giustificazione a ciò può essere legata ad un danneggiamento superficiale del mattone che lo porta dunque ad avere uno straordinario assorbimento iniziale. Al contempo però tale mattone risulta essere di una qualità diversa rispetto agli altri come si può desumere dal diverso quantitativo d'acqua assorbito.

Infine, si osserva come i tratti finali delle curve siano praticamente orizzontali, segno del raggiungimento di una asintoto nel valore del coefficiente di assorbimento, come ampiamente previsto: questa valutazione conferma la bontà dello stop della prova dopo 72 ore suggerito dalla Normativa.

2.3.3 Saturazione

Al termine della prova di Risalita Capillare, i campioni vengono saturati immergendoli completamente in acqua fino a che il loro peso, valutato ogni 24 ore, non raggiunge valori stabili con differenze trascurabili. La saturazione avviene con acqua ad una temperatura costante di 21°C.



Illustrazione 2.11: Saturazione dei campioni.

Si effettua una pesata con una classica bilancia ottenendo il peso del campione saturo m_{aria} , ed una pesata in acqua con una strumentazione apposita, per determinare il peso idrostatico m_{idro} del campione.



Illustrazione 2.12: Strumentazione per la pesata idrostatica.

Il volume dei quattro mattoni provati viene ottenuto con la seguente formula:

$$V = \frac{m_{aria} - m_{idro}}{\rho_{idro}}$$

ove ρ_{idro} indica il peso specifico dell'acqua, ivi assunto pari a $998,1 \text{ kg/m}^3$ (ottenuto in funzione della temperatura dell'acqua con cui sono stati saturati i campioni ovvero circa 21°C).

Il peso specifico dei mattoni o massa volumica a secco ρ_M risulta poi dato dal semplice rapporto tra massa del campione a secco m_{secco} e volume. Infine la percentuale di assorbimento d'acqua è data dalla formula di seguito esposta:

$$ASS = \frac{m_{aria} - m_{secco}}{m_{secco}} \cdot 100$$

Si riportano in tabella i risultati ottenuti.

Mattone	Peso saturo m_{aria} [kg]	Peso idrostatico m_{idro} [kg]	Peso secco m_{secco} [kg]	Volume V [cm ³]	Massa volumica a secco ρ_M [kg/m ³]	Assorbimento acqua ASS [%]
CR1	3,0505	1,4724	2,4598	1581,26	1556	24
CR2	3,0787	1,4895	2,5955	1592,39	1630	19
CR3	3,2584	1,5643	2,6556	1697,50	1564	23
CR7	3,3209	1,5841	2,7320	1740,28	1570	22

Tabella 2.5: Risultati della Saturazione dei campioni.

Si ottengono risultati molto omogenei nei quattro campioni, in particolare si ha una massa volumica media pari a 1580 kg/m³ con assorbimento medio del 22%: si osserva quanto valutato qualitativamente in precedenza riguardo al campione CR2. L'assorbimento percentuale di tale campione, seppure abbastanza in linea con gli altri valori, è inferiore a tutti: la qualità del mattone appare evidentemente differente e verrà valutata con le successive prove.

2.4 Prove sui cubetti

Dopo aver effettuato le prove di assorbimento sui mattoni singoli, si passa alle prove su cubetti di forma regolare ottenuti tagliando i mattoni CR1, CR2, CR3 e CR7 analizzati finora e tagliando nel medesimo modo i mattoni TOB7A e TOB7B (non utilizzati in precedenza in quanto risultano essere parti di mattoni e non mattoni interi).

Come accennato in precedenza, i cubetti così ottenuti, verranno sottoposti a prove fisiche per la determinazione dei carichi di rottura a trazione e compressione e la valutazione del modulo di elasticità normale.

2.4.1 Preparazione dei campioni

Prima di procedere al taglio effettivo in cubetti, i mattoni vengono rettificati in modo da ottenere due facce parallele distanti fra loro circa 4 cm. Col successivo taglio si otterranno così cubetti quanto più possibile precisi delle dimensioni approssimative di 4 x 4 x 4 cm.



Illustrazione 2.13: Rettificazione dei mattoni.

Dopo la rettificazione si predispone uno schema di taglio che funge da linea guida e si procede con l'effettiva realizzazione dei cubetti necessari alle successive prove di caratterizzazione dei mattoni.

Si riporta uno schema di taglio approssimativo dei soli mattoni siglati come CR, in quanto per i mattoni siglati come TOB non è stato previsto alcuno schema a causa della loro irregolarità.

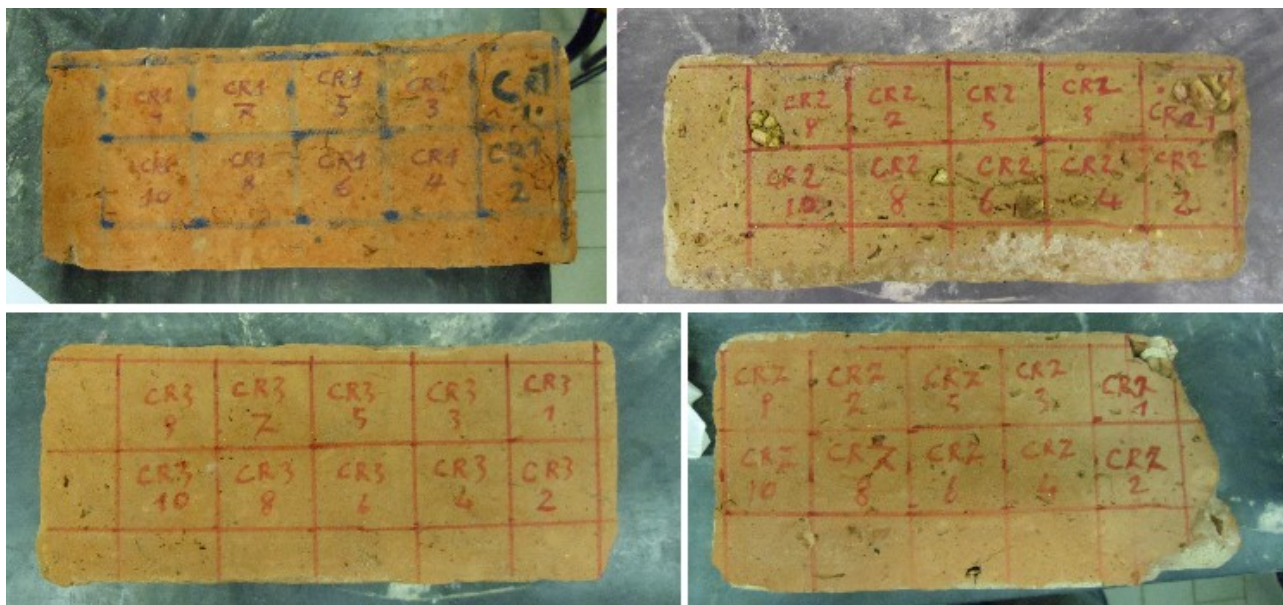


Illustrazione 2.14: Schema di taglio approssimativo.



Illustrazione 2.15: Processo di taglio dei mattoni.

Rispetto a quanto previsto dagli schemi proposti sopra, si otterranno un maggior numero di campioni durante la fase di taglio.



Illustrazione 2.16: Cubetti ottenuti dai mattoni CR1, CR2, CR3, CR7, TOB7B e TOB7A.

Dopo aver posto i campioni in forno per il medesimo procedimento di essiccazione più volte descritto, si procede con la misura tramite il calibro delle dimensioni geometriche dei campioni ottenuti e poi con la pesata a secco di tutti i cubetti ricavati.

Vengono scelti anche i cubetti da sottoporre a 3 diverse tipologie di prove: in tabella si indicano con eb (elastic brick) i campioni selezionati per la prova atta ad ottenere il modulo elastico, eseguita su 3 cubetti sovrapposti, con sb (splitting brick) i campioni da sottoporre a prova brasiliana e con cb (compression brick) i campioni sui quali si suggerisce l'esecuzione di una prova di compressione semplice sino a rottura.

Si riportano ora le caratteristiche geometriche dei campioni ottenuti: ogni cubetto verrà siglato con la medesima dicitura utilizzata per il mattone da cui è stato ottenuto, con l'aggiunta di un ulteriore numero identificativo.

Provino	Lunghezza [mm]	Larghezza [mm]	Altezza [mm]	Area [mm²]	Volume [mm³]	Peso [g]	Prova
CR1-1	41,3	39,9	40,2	1647,87	66244,37	98,45	sb
CR1-2	40,5	40,0	39,7	1620,00	64314,00	96,07	sb
CR1-3	40,6	40,0	40,1	1624,00	65122,40	98,99	cb
CR1-4	40,3	39,9	39,7	1607,97	63836,41	95,30	sb
CR1-5	40,4	40,0	40,2	1616,00	64963,20	99,37	cb
CR1-6	41,0	39,8	39,9	1631,80	65108,82	98,66	cb
CR1-7	40,0	39,3	40,4	1572,00	63508,80	96,28	cb
CR1-8	40,6	39,1	39,9	1587,46	63339,65	94,90	eb
CR1-9	40,0	39,3	40,5	1572,00	63666,00	96,35	sb
CR1-10	41,5	39,1	40,0	1622,65	64906,00	97,54	eb
CR1-11	40,7	41,3	40,3	1680,91	67740,67	101,62	cb
CR1-12	41,0	40,7	39,8	1668,70	66414,26	99,81	eb

Tabella 2.6: Caratteristiche dei campioni ottenuti da CR1.

Provino	Lunghezza [mm]	Larghezza [mm]	Altezza [mm]	Area [mm²]	Volume [mm³]	Peso [g]	Prova
CR2-1	40,5	39,8	40,8	1611,90	65765,52	101,98	cb
CR2-2	40,2	39,1	41,5	1571,82	65230,53	101,20	cb
CR2-3	39,9	39,8	40,6	1588,02	64473,61	102,08	sb
CR2-4	40,4	39,8	41,3	1607,92	66407,10	105,01	cb
CR2-5	39,9	40,3	40,3	1607,97	64801,19	103,64	eb
CR2-6	40,3	39,9	41,1	1607,97	66087,57	103,08	cb
CR2-7	40,1	40,0	40,0	1604,00	64160,00	102,43	sb
CR2-8	40,7	40	40,9	1628,00	66585,20	105,25	cb
CR2-9	38,8	40,5	40,3	1571,40	63327,42	98,73	eb
CR2-10	37,8	40,0	41,2	1512,00	62294,40	98,57	sb
CR2-11	40,4	39,9	40,0	1611,96	64478,40	101,23	sb
CR2-12	40,0	40,1	40,8	1604,00	65443,20	106,54	eb

Tabella 2.7: Caratteristiche dei campioni ottenuti da CR2.

rovino	lunghezza [mm]	larghezza [mm]	altezza [mm]	area [mm ²]	volume [mm ³]	peso [g]	prova
TOB7B-1	40,9	40,0	40,9	1636,00	66912,40	104,66	eb
TOB7B-2	40,5	41,0	41,6	1660,50	69076,80	105,93	eb
TOB7B-3	39,8	39,1	41,0	1556,18	63803,38	97,14	sb
TOB7B-4	39,7	38,2	41,5	1516,54	62936,41	97,54	sb
TOB7B-5	41,3	37,0	42,4	1528,10	64791,44	100,40	cb
TOB7B-6	41,2	39,8	41,7	1639,76	68377,99	106,91	cb
TOB7B-7	40,8	40,5	40,9	1652,40	67583,16	104,58	eb

Tabella 2.8: Caratteristiche dei campioni ottenuti da TOB7B.

Provino	Lunghezza [mm]	Larghezza [mm]	Altezza [mm]	Area [mm ²]	Volume [mm ³]	Peso [g]	Prova
TOB7A-1	41,5	39,9	41,3	1655,85	68386,61	104,21	sb
TOB7A-2	41,2	39,9	41,2	1643,88	67727,86	103,01	cb
TOB7A-3	39,4	39,8	41,8	1568,12	65547,42	98,50	cb
TOB7A-4	40,1	40,3	42,3	1616,03	68358,07	106,06	sb

Tabella 2.9: Caratteristiche dei campioni ottenuti da TOB7A.

Provino	Lunghezza [mm]	Larghezza [mm]	Altezza [mm]	Area [mm ²]	Volume [mm ³]	Peso [g]	Prova
CR3-1	40,1	40,0	40,2	1604,00	64480,80	97,34	eb
CR3-2	39,7	39,6	40,8	1572,12	64142,50	98,57	cb
CR3-3	40,0	40,4	40,0	1616,00	64640,00	98,46	eb
CR3-4	40,4	40,1	40,9	1620,04	66259,64	101,46	cb
CR3-5	40,3	40,5	40,0	1632,15	65286,00	100,46	sb
CR3-6	40,4	39,6	40,7	1599,84	65113,49	99,98	cb
CR3-7	40,1	40,0	39,8	1604,00	63839,20	98,13	sb
CR3-8	39,8	39,9	40,5	1588,02	64314,81	97,51	cb
CR3-9	40,1	40,6	40,0	1628,06	65122,40	99,14	sb
CR3-10	40,4	40,4	40,7	1632,16	66428,91	101,93	cb
CR3-11	40,6	40,2	39,6	1632,12	64631,95	99,41	sb
CR3-12	38,9	40,6	40,4	1579,34	63805,34	98,68	eb

Tabella 2.10: Caratteristiche dei campioni ottenuti da CR3.

provino	lunghezza [mm]	larghezza [mm]	altezza [mm]	area [mm ²]	volume [mm ³]	peso [g]	prova
CR7-1	37,8	40,4	40,1	1527,12	61237,51	91,74	-
CR7-2	40,0	39,8	40,3	1592,00	64157,60	97,80	-
CR7-3	39,3	41,0	40,7	1611,30	65579,91	100,71	cb
CR7-4	40,5	40,6	40,2	1644,30	66100,86	100,40	sb
CR7-5	40,1	40,5	40,4	1624,05	65611,62	101,88	eb
CR7-6	41,4	40,6	40,7	1680,84	68410,19	103,42	cb
CR7-7	40,6	39,3	40,3	1595,58	64301,87	99,23	sb
CR7-8	40,5	39,4	40,6	1595,70	64785,42	99,30	sb
CR7-9	39,5	40,6	40,8	1603,70	65430,96	99,05	cb
CR7-10	40,9	40,9	40,3	1672,81	67414,24	103,81	sb
CR7-11	40,3	40,8	40,7	1644,24	66920,57	103,02	eb
CR7-12	41,9	40,8	41,1	1709,52	70261,27	106,30	eb
CR7-13	39,7	39,7	40,7	1576,09	64146,86	97,70	-
CR7-14	39,4	39,8	40,8	1568,12	63979,30	98,82	cb
CR7-15	41,9	39,7	41,1	1663,43	68366,97	106,09	cb

Tabella 2.11: Caratteristiche dei campioni ottenuti da CR7.

Oltre alle prove di cui si è parlato in precedenza e che verranno approfondite nei successivi paragrafi, si effettua anche una prova di saturazione di alcuni campioni per poterne confrontare le caratteristiche con quelle dei mattoni da cui sono stati ottenuti.

2.4.2 Saturazione

Il processo di saturazione avviene in maniera analoga a quanto fatto in precedenza per i mattoni interi e anche la successiva rielaborazione dei risultati avviene allo stesso modo.

Ritenendo superfluo analizzare tutti i campioni ottenuti, la saturazione avverrà solo su alcuni selezionati cubetti, come si evince dalle tabelle.

Si propongono delle tabelle di sintesi dei risultati ottenuti con un confronto di tali risultati con

quanto ottenuto in precedenza: i campioni ricavati dai mattoni TOB7A e B non hanno termini di paragone in quanto non analizzati come campioni singoli.

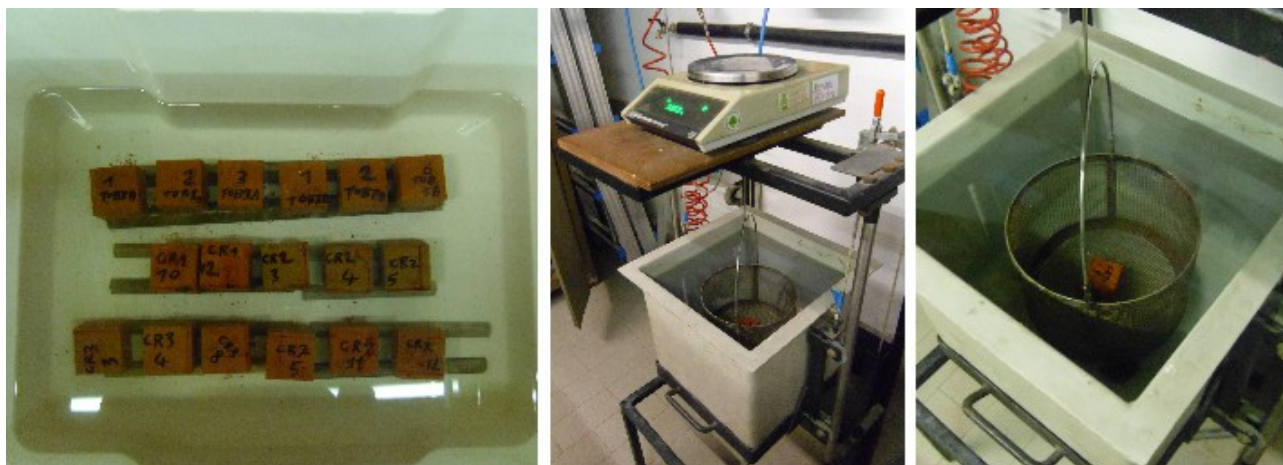


Illustrazione 2.17: Processo di saturazione dei cubetti e strumentazione necessaria per il peso in aria e idrostatico.

Per le formule utilizzate si faccia riferimento alla saturazione dei mattoni.

provino	pesata in acqua m_{idro} [g]	pesata in aria m_{aria} [g]	peso secco m_{secco} [g]	Volume "idrostatico" V_{idro} [mm ³]	Volume con il calibro V [mm ³]	Δ Volume ΔV [%]
CR1-9	58,32	120,16	96,35	61963,93	63666,00	2,67
CR1-10	58,52	121,83	97,54	63436,87	64906,00	2,26
CR1-12	59,87	124,70	99,81	64959,92	66414,26	2,19
CR2-3	59,59	122,43	102,08	62965,93	64473,61	2,34
CR2-4	61,53	125,94	105,01	64539,08	66407,10	2,81
CR2-5	60,31	123,66	103,64	63476,95	64801,19	2,04
CR3-3	57,56	120,88	98,46	63446,89	64640,00	1,85
CR3-4	59,88	124,47	101,46	64719,44	66259,64	2,32
CR3-8	57,55	120,44	97,51	63016,03	64314,81	2,02

Tabella 2.12: Volumi ottenuti per i campioni CR1, CR2 e CR3.

provino	pesata in acqua m_{idro} [g]	pesata in aria m_{aria} [g]	peso secco m_{secco} [g]	Volume "idrostatico" V_{idro} [mm ³]	Volume con il calibro V [mm ³]	Δ Volume ΔV [%]
CR7-5	59,03	123,99	101,88	65090,18	65611,62	0,79
CR7-7	59,99	125,58	99,23	65721,44	64301,87	0,02
CR7-12	62,56	130,09	106,30	67665,33	70261,27	3,69
TOB7A-1	60,93	127,55	104,21	66753,51	68386,61	2,39
TOB7A-2	60,09	125,33	103,01	65370,74	67727,86	3,48
TOB7A-3	57,31	120,14	98,50	62955,91	65547,42	3,95
TOB7B-1	61,81	127,47	104,66	65791,58	66912,40	1,68
TOB7B-2	61,58	128,49	105,93	67044,09	69076,80	2,94
TOB7B-6	62,56	129,63	106,91	67204,41	68377,99	1,72

Tabella 2.13: Volumi ottenuti per i campioni CR7, TOB7A e B.

Dalla tabella che si riporta nella pagina seguente si evince chiaramente come i valori ottenuti sia per quanto riguarda il peso specifico, che per quanto riguarda l'assorbimento percentuale, siano perfettamente in linea con quanto ottenuto dall'analisi dei mattoni interi.

In particolare si ottiene che il peso specifico ed il coefficiente d'assorbimento, mediati tra i 12 cubetti provati relativi al Mastio della Rocca (CR), sono identici a quanto ottenuto in precedenza: circa 1570 kg/m³ e 22%. Tale risultato è indicativo dell'ottima omogeneità interna dei mattoni.

provino	Massa volumica ρ_C [kg/m ³]	Massa volumica media $\rho_{C,media}$ [kg/m ³]	Massa volumica mattone ρ_M [kg/m ³]	Δ Massa volumica $\Delta\rho$ [%]	Ass. d'acqua ASS _C [%]	Ass. d'acqua medio ASS _{C,medio} [%]	Ass. d'acqua mattone ASS _M [%]	Δ Ass. d'acqua Δ ASS [%]
CR1-9	1554,94				24,71			
CR1-10	1537,59	1543,00	1555,59	0,81	24,90	24,85	24,01	3,37
CR1-12	1536,49				24,94			
CR2-3	1621,19				19,94			
CR2-4	1627,08	1627,00	1629,95	0,18	19,93	19,73	18,62	5,63
CR2-5	1632,72				19,32			
CR3-3	1551,85				22,77			
CR3-4	1567,69	1555,64	1564,42	0,56	22,68	22,99	22,70	1,26
CR3-8	1547,38				23,52			
CR7-5	1565,21				21,70			
CR7-7	1509,86	1548,68	1570,28	1,37	26,55	23,55	21,56	8,45
CR7-12	1570,97				22,38			
CR7-5	1561,12				22,40			
CR7-7	1575,78	1567,16	-	-	21,67	22,01	-	-
CR7-12	1564,59				21,97			
TOB7B-1	1590,78				21,79			
TOB7B-2	1580,01	1587,20	-	-	21,30	21,45	-	-
TOB7B-6	1590,82				21,25			

Tabella 2.14: Valutazione del peso specifico, o massa volumica, e dell'assorbimento percentuale dei cubetti. Confronto dei risultati ottenuti con quanto ottenuto per i mattoni siglati con CR.

Si riporta infine una tabella riassuntiva delle caratteristiche esaminate sino a questo punto, per quanto riguarda le due torri oggetto di studio.

provino	Massa volumica media cubetti [kg/m ³]	Massa volumica media mattoni [kg/m ³]	Δ Massa volumica [%]	Assorbimento d'acqua medio cubetti [%]	Assorbimento d'acqua medio mattoni [%]	Δ Assorbimento d'acqua [%]
torre dell'orologio	1577,18	-	-	21,73	-	-
mastio della rocca	1568,58	1579,96	0,72	22,78	21,72	4,64
tutti	1571,45	-	-	22,43	-	-

Tabella 2.15: Riassunto delle caratteristiche dei mattoni delle tue torri in termini di peso specifico e assorbimento percentuale d'acqua.

Si osserva una omogeneità delle caratteristiche non solo all'interno dei vari mattoni ma anche tra i mattoni appartenenti alle due diverse torri.

Si procede ora alle prove di compressione.

2.4.3 Prova di Compressione semplice

I campioni indicati con la sigla CB vengono sottoposti ad una prova di compressione semplice, portandoli a rottura. Si riportano i valori ottenuti.

Provino	Carico di rottura [kg]	Carico di rottura [N]	Sforzo a rottura [N/mm ²]
CR3-2	4650	45616,50	29,02
CR3-4	5200	51012,00	31,49
CR3-6	4850	47578,50	29,74
CR3-8	4450	43654,50	27,49
CR3-10	4700	46107,00	28,25
MEDIA CR3	4770	46793,7	29,20

Tabella 2.16: Carichi e sforzi a rottura per CR3.

Provino	Carico di rottura [kg]	Carico di rottura [N]	Sforzo a rottura [N/mm ²]
CR7-3	7450	73084,50	45,36
CR7-6	6000	58860,00	35,02
CR7-9	6750	66217,50	41,29
CR7-14	6850	67198,50	42,85
CR7-15	6800	66708,00	40,10
MEDIA CR7	6770	66413,7	40,92
TOB7A-2	3250	31882,50	19,39
TOB7A-3	3300	32373,00	20,64
MEDIA TOB7A	3275	32127,8	20,02
CR1-3	4450	43654,50	26,88
CR1-5	4500	44145,00	27,32
CR1-6	6450	63274,50	38,78
CR1-7	4500	44145,00	28,08
CR1-11	5650	55426,50	32,97
MEDIA CR1	5110	50129,1	30,81
CR2-1	6550	64255,50	39,86
CR2-2	4790	46989,90	29,90
CR2-4	4160	40809,60	25,38
CR2-6	4970	48755,70	30,32
CR2-8	7950	77989,50	47,91
MEDIA CR2	5684	55760,1	34,67
TOB7B-5	4150	40711,50	26,64
TOB7B-6	4350	42673,50	26,02
MEDIA TOB7B	4250	41692,5	26,33

Tabella 2.17: Carichi e sforzi di rottura.



Illustrazione 2.18: Strumentazione per la prova a Compressione.

Dopo aver calcolato lo sforzo a rottura è ovviamente necessario ricavare il valore della resistenza caratteristica a compressione dei mattoni: tale valore è ottenibile costruendo la curva di Gauss e valutando pertanto il percentile inferiore del 5% come da definizione (NTC) oppure utilizzando una formulazione semplificata (sempre fornita dalle NTC). Si noterà come i due metodi non differiscano nei risultati ottenuti. Il procedimento verrà svolto sia considerando i soli campioni relativi alla Rocca (CR) sia considerando anche i quattro campioni della Torre dell'Orologio (TOB) permettendo così la valutazione delle differenze nei due casi.

Si riportano i valori significativi per la costruzione della curva e per l'utilizzo della formula.

Valore medio sforzo f_{bm} [MPa]	Campioni Rocca CR	33,90
	Tutti i Campioni	32,10
Deviazione Standard S	Campioni Rocca CR	6,75
	Tutti i Campioni	7,47
Coefficiente di variazione $\delta = S/f_{bm}$ [%]	Campioni Rocca CR	20
	Tutti i Campioni	23

Tabella 2.18: Parametri per la costruzione della curva di Gauss.

Il coefficiente K, relativo al numero di campioni, ivi superiore a 6, è pari a 2,33.

Detto ciò, la formula che consente di ottenere f_{bk} , ovvero la resistenza caratteristica a compressione dei mattoni è:

$$f_{bk} = f_{bm} \cdot (1 - K \delta)$$

da cui si ottiene

- f_{bk} Campioni Rocca = 18,18 MPa
- f_{bk} Globale = 14,71 MPa

Si noti il fatto che, come già anticipato, il valore ottenuto considerando anche i campioni relativi a mattoni provenienti dalla Torre dell'Orologio, abbia prodotto un risultato inferiore in termini di resistenza caratteristica.

Le curve di Gauss sono ivi riportate.

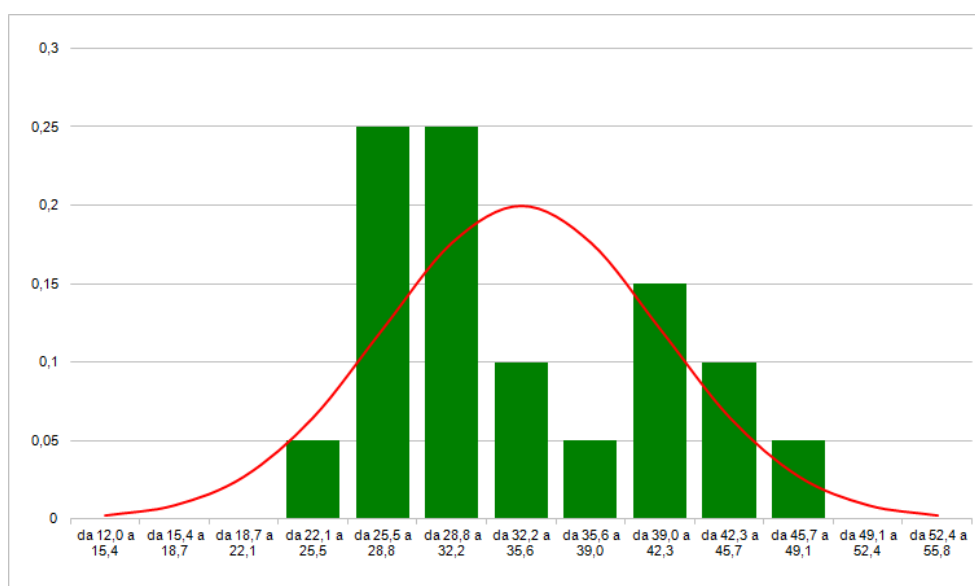


Grafico 2.2: Distribuzione Normale campioni CR, prova di compressione.

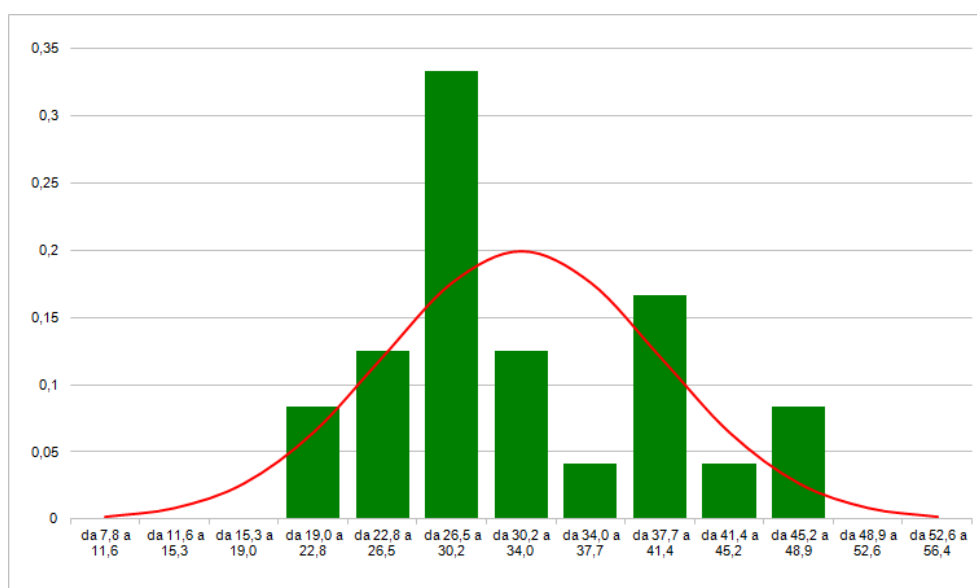


Grafico 2.3: Distribuzione Normale, prova di compressione.

Le Norme Tecniche per Le Costruzioni (2008) forniscono una formula semplificata che consente di valutare la resistenza caratteristica della muratura nella sua globalità e conseguentemente ricavarne il modulo di elasticità normale.

La resistenza caratteristica è valutata in funzione, non solo della resistenza del mattone, ma anche del tipo di malta utilizzata: le prove sperimentali condotte e l'esperienza consentono di affermare che la malta presente nelle due torri è di pessima fattura e pertanto riconducibile alla classe M2,5.

Si riporta la tabella di Normativa che consente di valutare la resistenza della muratura in funzione di quella degli elementi che la costituiscono.

Resistenza caratteristica a compressione f_{bk} dell'elemento (N/mm ²)	Tipo di malta			
	M15 (N/mm ²)	M10 (N/mm ²)	M5 (N/mm ²)	M2,5 (N/mm ²)
2	1,2	1,2	1,2	1,2
3	2,2	2,2	2,2	2,2
4	2,9	2,8	2,8	2,6
5	3,5	3,4	3,3	3,0
6	4,1	3,8	3,6	3,2
7	4,7	4,3	3,9	3,4
7,5	5,0	4,5	4,1	3,5
8	5,2	4,7	4,2	3,6
9	5,7	5,0	4,5	3,9
10	6,2	5,3	4,7	4,1
11	6,6	5,6	5,0	4,3
12	7,0	5,9	5,2	4,5
13	7,4	6,1	5,5	4,7
14	7,8	6,4	5,7	4,9
15	8,2	6,7	6,0	5,1
16	8,5	7,0	6,2	5,3
17	8,8	7,2	6,4	5,5
18	9,1	7,5	6,6	5,7
19	9,4	7,7	6,8	5,9

Tabella 2.19: Tabella 11.10.V delle NTC.

Si ottiene dunque una resistenza caratteristica della muratura pari a

- $f_k \text{ CR} = 5,7 \text{ MPa}$
- $f_k \text{ TOT} = 5,1 \text{ MPa}$

La Normativa prevede infine che, in assenza di prove sperimentali idonee, sia possibile assumere il modulo di elasticità normale pari a circa 1000 volte la resistenza caratteristica. Altre fonti suggeriscono un valore compreso tra 500 e 1000 volte f_k .

Si ottiene dunque un modulo di elasticità della muratura relativa alla Rocca compreso tra 2850 e

5700 MPa: tale valore verrà in seguito confrontato con i valori effettivamente ottenuti con le prove sperimentali.

E' interessante notare un'ultima caratteristica dei campioni: confrontando i valori in termini di carico di rottura si può osservare come ai valori più alti corrispondano a campioni con percentuale di acqua assorbita minore. Questo risultato conferma la bontà delle prove effettuate, infatti una maggiore porosità del campione ne aumenta il grado di assorbimento ma al contempo ne riduce le capacità meccaniche: i campioni CR1 e CR3 che presentavano valori di assorbimento pari al 24% (i più alti) presentano resistenze inferiori e pari a circa 30MPa, mentre i campioni CR2 e CR7 ad assorbimenti inferiori (circa 20%) associano resistenze maggiori (circa 40 MPa).

2.4.4 Prova Brasiliana

I campioni indicati con la sigla "SB" vengono sottoposti ad una prova Brasiliana e se ne ricava il carico di rottura. Si utilizza la stessa strumentazione della prova a compressione semplice avendo però l'accortezza di porre due supporti sulle piastre della macchina in modo da effettuare una vera e propria prova brasiliana con due lame di carico.

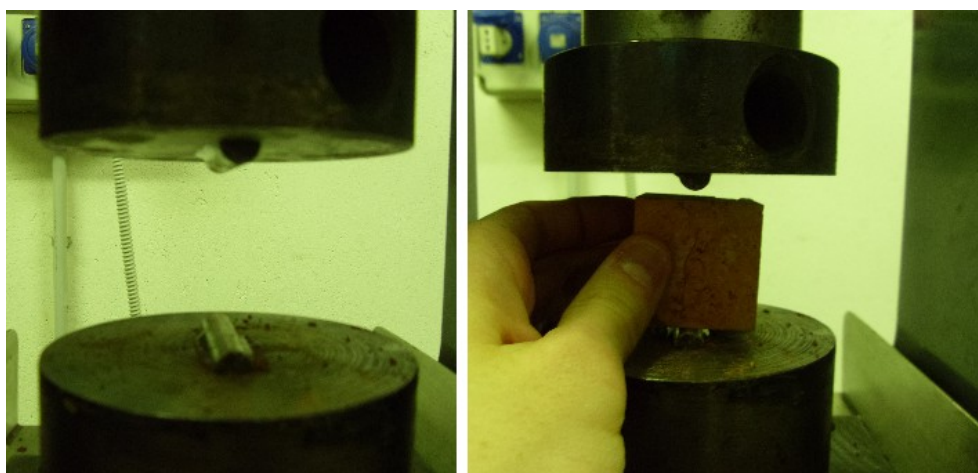


Tabella 2.20: Dettaglio strumentazione per la prova brasiliana.

La prova così effettuata serve essenzialmente a determinare la resistenza caratteristica a trazione dei campioni in modo indiretto, a patto che la superficie di rottura che si ottiene sia piana.

Il procedimento seguito in fase di rielaborazione dei dati è il medesimo illustrato in precedenza per la prova di compressione semplice.

Si riportano innanzitutto i valori dei carichi e degli sforzi a rottura.

Provino	Carico di rottura [kg]	Carico di rottura [N]	Sforzo a rottura [N/mm²]
CR3-5	400	3924,00	4,81
CR3-7	330	3237,30	4,04
CR3-9	430	4218,30	5,18
CR3-11	260	2550,60	3,13
MEDIA CR3	355	3482,55	4,29
CR7-4	630	6180,30	7,52
CR7-7	640	6278,40	7,87
CR7-8	480	4708,80	5,90
CR7-10	580	5689,80	6,80
MEDIA CR7	728	7141,68	7,02
TOB7A-1	400	3924,00	4,74
TOB7A-4	560	5493,60	6,80
MEDIA TOB7A	480	4708,8	5,77

Tabella 2.21: Carichi e sforzi di rottura a trazione per CR3, CR7 e TOB7A.

Provino	Carico di rottura [kg]	Carico di rottura [N]	Sforzo a rottura [N/mm ²]
CR1-1	320	3139,20	3,81
CR1-2	240	2354,40	2,91
CR1-4	470	4610,70	5,73
CR1-9	420	4120,20	5,24
MEDIA CR1	363	3561,03	4,42
CR2-3	510	5003,10	6,30
CR2-7	610	5984,10	7,46
CR2-10	980	9613,80	12,72
CR2-11	970	9515,70	11,81
MEDIA CR2	768	7534,08	9,57
TOB7B-3	380	3727,80	4,79
TOB7B-4	440	4316,40	5,69
MEDIA TOB7B	410	4022,11	5,24

Tabella 2.22: Carichi e sforzi di rottura a trazione per CR1, CR2 e TOB7B.

Si nota immediatamente come i valori ottenuti siano nettamente inferiori a quelli valutati in compressione: si riportano i valori dei parametri necessari alla realizzazione delle curve di Gauss.

Valore medio f_{bm} [MPa]	Campioni Rocca CR	5,48
	Tutti i Campioni	5,48
Deviazione Standard S	Campioni Rocca CR	1,56
	Tutti i Campioni	1,43
Coefficiente di variazione δ = S/f_{bm} [%]	Campioni Rocca CR	28
	Tutti i Campioni	26

Tabella 2.23: Parametri per la costruzione della curva di Gauss.

Utilizzando la medesima formula introdotta in precedenza, con un parametro K analogo, si ha:

- $f_{kt} \text{ CR} = 1,84 \text{ MPa}$
- $f_{kt} \text{ TOT} = 2,15 \text{ MPa}$

La resistenza ottenuta è circa un decimo di quella ottenuta a compressione a conferma delle assunzioni generalmente fatte per elementi di muratura, la cui resistenza a trazione viene quasi sempre trascurata. Si osserva inoltre come non vi siano, in questo caso, significative differenze tra i mattoni della Rocca ed i mattoni della Torre dell'Orologio.

Si riportano infine, per completezza, le curve di distribuzione normale.

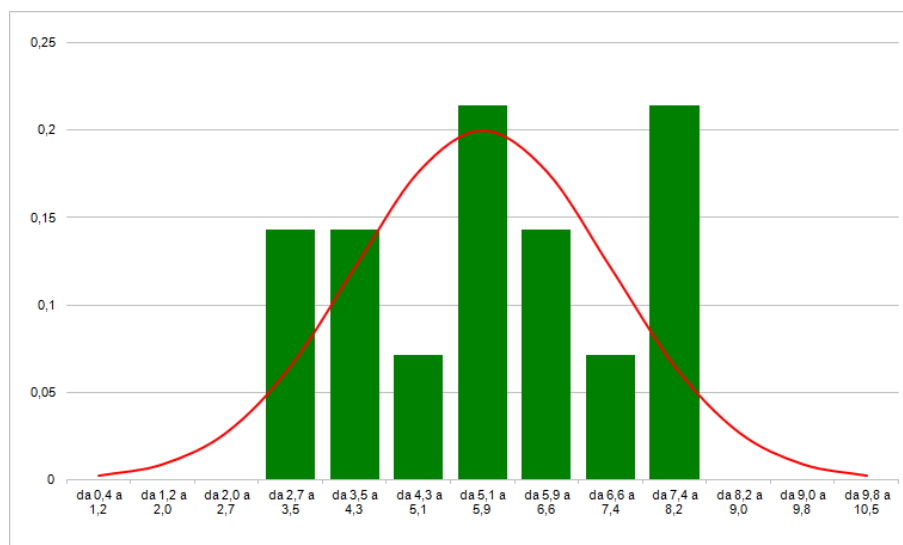


Grafico 2.4: Distribuzione Normale campioni CR, prova brasiliana.

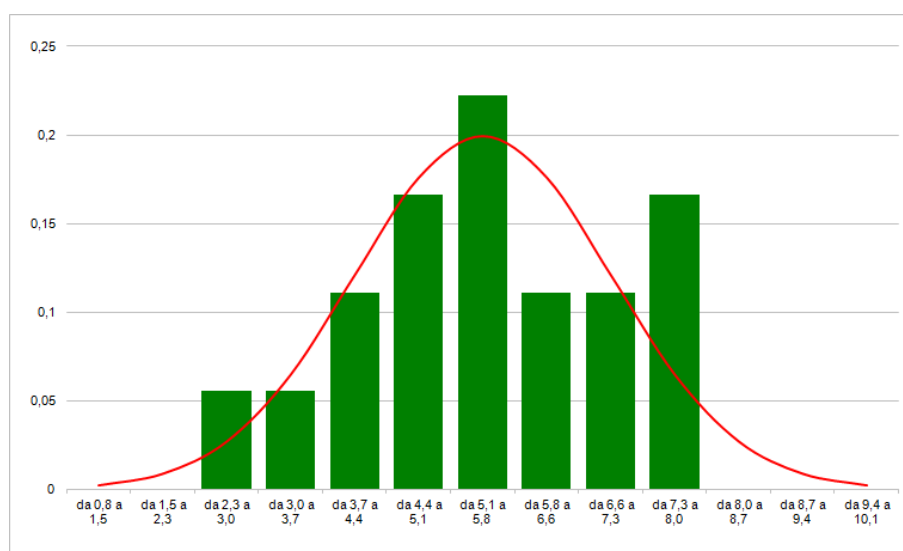


Grafico 2.5: Distribuzione Normale, prova brasiliana.

3. *Prove sulla muratura*

Per caratterizzare la muratura si eseguono prove di compressione semplice su 6 campioni differenti: si tratta di 5 coppie di mattoni con malta interposta e una tripletta.

Come spiegato nell'introduzione, i campioni sono appartenenti sia alla Torre dei Modenesi che al Mastio della Rocca e si tratta di campioni prelevati in due fasi differenti: in queste prove si utilizzano i “muretti” CR8 ed R1 del Mastio della Rocca e CT1, CT2, CT3 e TOB7C della Torre dell'Orologio.

La prova viene eseguita tramite l'utilizzo di una macchina Instron 8562, ovvero una pressa con attuatore elettrico e capacità di carico massima di 100 kN.

Durante la prova, cui scopo è quello di ricavare quante più informazioni possibili sui materiali analizzati, si segue il percorso deformativo con un sistema di rilevamento ottico ed una serie di estensimetri e trasduttori di spostamento posti a contatto col campione.

Le prove sono effettuate in controllo di spostamento: le prime prove effettuate, ovvero quelle sui campioni CR8 e CT2 sono state eseguite fino ad avere la rottura del provino. A seguito dell'analisi di tali prove si è però giunti alla conclusione che fosse più opportuno interrompere le prove a circa 70 kN di carico procedendo poi ad uno scarico e ad un ulteriore ciclo carico-scarico sempre fino a tale soglia massima. La giustificazione di tale scelta verrà spiegata in seguito.

La velocità con cui sono state eseguite le prove varia col variare dei campioni provati così come la disposizione dei sistemi di rilevamento delle deformazioni.

Le fasi precedenti alle prove, comuni a tutti i campioni, verranno descritte un'unica volta mentre poi la prova verrà analizzata campione per campione così come la rielaborazione dei dati.

3.1 Strumentazione e preparazione dei campioni

La realizzazione delle prove prevede innanzitutto la preparazione dei campioni, che devono essere resi quanto più possibile regolari: vista la fragilità dei mattoni, non si ritiene opportuno rettificare tutti e quattro i lati di ogni campione. Per ridurre al minimo le sollecitazioni del campione, prima della prova, si rettificano i campioni su due lati paralleli.

Inoltre le due facce, superiore ed inferiore, a contatto con la macchina di prova, devono essere rese perfettamente piane in modo da non falsare i risultati: si realizzano quindi delle superfici di gesso livellate.

Si riportano una serie di immagini che mostrano i campioni prima e dopo la preparazione.



Illustrazione 3.1: Campione CR8.



Illustrazione 3.2: Campione R1.



Illustrazione 3.3: Campione CT1.



Illustrazione 3.4: Campione CT2.



Illustrazione 3.5: Campione CT3.

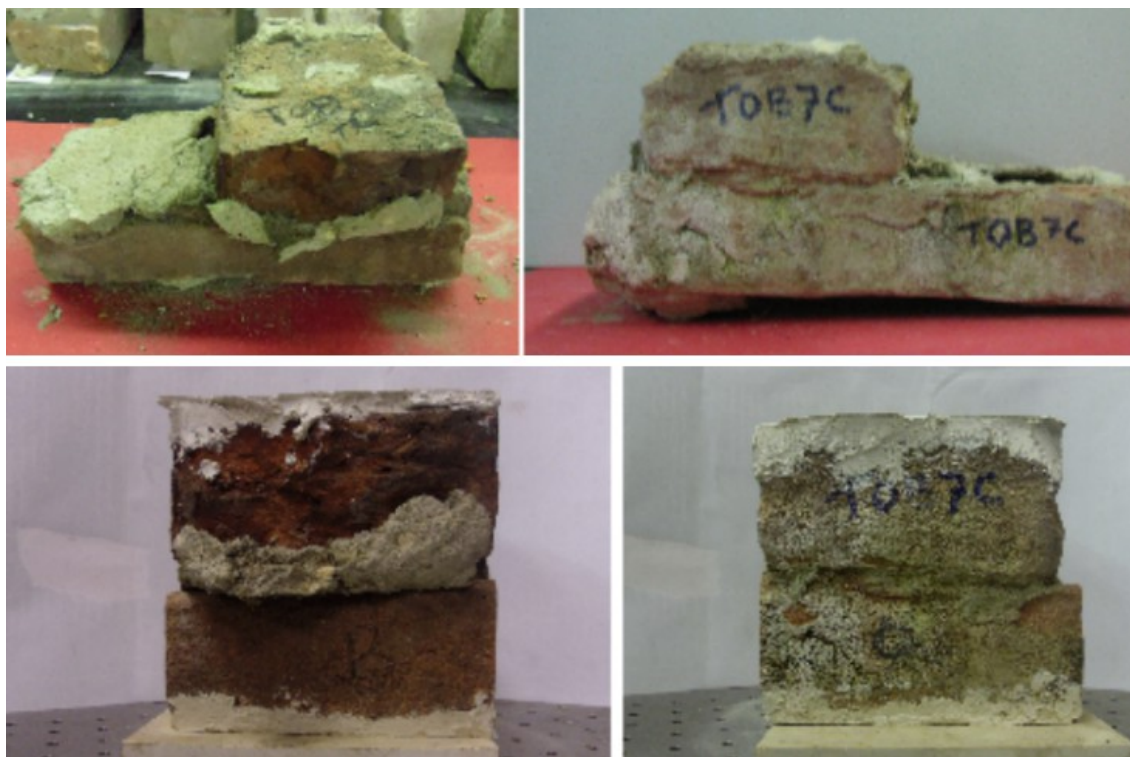


Illustrazione 3.6: Campione TOB7C.

Al termine della rettificazione e della livellazione dei campioni, si può procedere alla strumentazione dei provini stessi e in seguito alla prova di compressione.

Come precedentemente detto, la macchina di prova è una pressa con attuatore elettrico con carico massimo di 100 kN. La macchina di prova è controllata ad una apposita strumentazione dotata di un software che permette di calibrare i parametri di prova e di controllare l'andamento stesso della prova. Per garantire un perfetto contatto tra le superfici della macchina e il mattone, si inserisce uno snodo nella parte superiore: un eventuale cedimento differenziato delle coppie di mattoni può essere così gestito continuando ad effettuare una prova di compressione semplice.



Illustrazione 3.7: Strumentazione per le prove di compressione.

In tutte le prove sono stati disposti 4 trasduttori di spostamento (LVDT) su due lati paralleli dei provini e 4 estensimetri (DD1), uno per ogni faccia. Gli LVDT e i DD1 sono stati opportunamente collegati ad un PC che ha così permesso di rielaborarne i risultati per poter poi caratterizzare i materiali.

Mentre i trasduttori utilizzati sono sempre stati i medesimi, per quanto riguarda gli estensimetri se ne sono usati di due tipi, caratterizzati da altezze diverse: in alcuni casi si sono usati 2 DD1 da 25 mm e 2 da 100 mm, in altri casi si sono usati solo DD1 da 100 mm.

Gli LVDT sono stati posti, come detto, su due facce parallele: talvolta, quando lo spessore della malta lo consentiva, si è posto un LVDT, per entrambi i lati, sulla malta, e gli altri due sul mattone. Quando ciò non è stato possibile, gli LVDT sono stati semplicemente posti sul mattone superiore e su quello inferiore.

Sia gli LVDT che i DD1 vengono numerati da 1 a 4 per poi poter rielaborare più facilmente i dati: la numerazione degli LVDT resta invariata in tutte le prove, in particolare, con riferimento alla faccia di campione opposta rispetto a quella in cui si effettua il rilevamento ottico, si hanno a sinistra i numeri 3 (più in alto) e 2, mentre a destra il 4 (più in alto) e l'1.

La numerazione dei DD1 differisce solo nel caso del campione denominato CR8 ove i numeri 1 e 2 sono invertiti rispetto alle altre prove: si hanno, con eccezione appunto di tale campione, il DD1 numero 2 sulla faccia a destra, guardando il campione dal lato opposto a quello del rilevamento ottico, ed il numero 1 a sinistra. Il numero 3 è sulla faccia con il rilevamento ottico ed il numero 4 su quella opposta.

Si denominano anche le facce dei campioni: la faccia A è quella del rilevamento ottico, la C quella opposta, la B a sinistra rispetto alla A e la D quella parallela alla B.

Il lato A, è stata strumentata con una serie di target, necessari per acquisire i risultati tramite la strumentazione ottica costituita da una fotocamera collegata ad un PC che ne registra i rilievi. In generale sono state disposte delle mire in modo regolare su file composte da tre mire ciascuna: ove possibile sono state poste anche sullo strato di malta, altrimenti solo sui mattoni.

Per una descrizione accurata di tale sistema si rimanda al paragrafo relativo alla rielaborazione dei dati del rilevamento ottico.

Si riportano le fotografie della strumentazione relativa ad ogni campione provato.



Illustrazione 3.8: Campione CR8. Lati C,A, A-D e B.

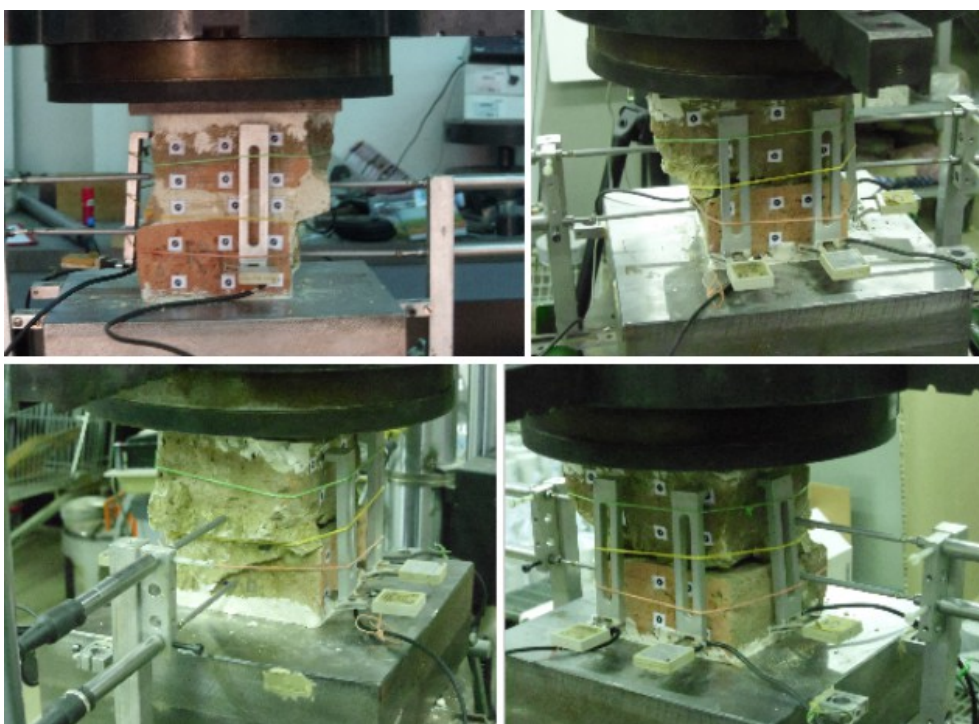


Illustrazione 3.9: Campione R1. Lati A, C, D e C-B.

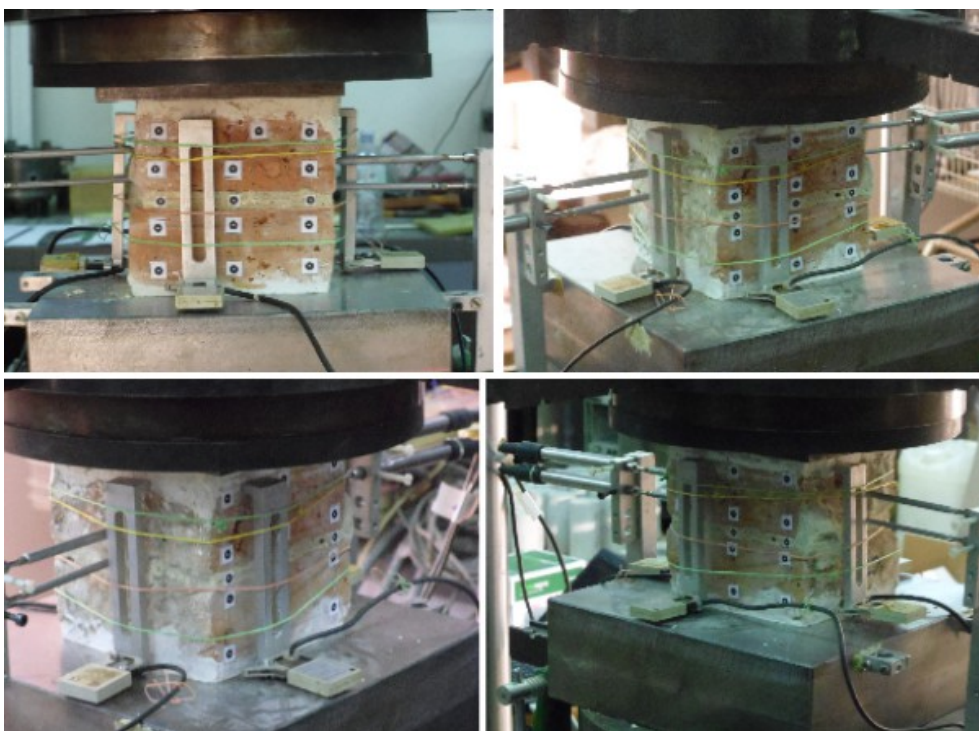


Illustrazione 3.10: Campione CT1. Lati A, C, D-C e B-C.

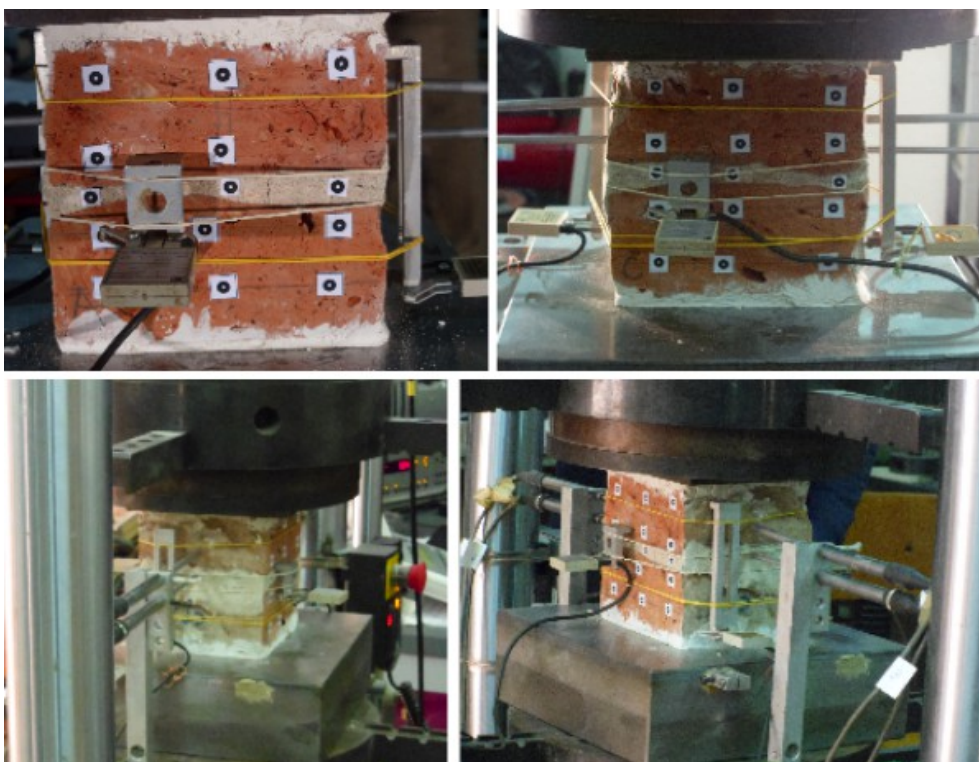


Illustrazione 3.11: Campione CT2. Lati A, C, D e B.



Illustrazione 3.12: Campione TOB7C. Lati A-D, C, D, e C-B.

Si procede ora alla rielaborazione dei dati in funzione dei vari strumenti utilizzati.

3.2 Rilevamento ottico

Tutte le prove dispongono di una strumentazione per il rilevamento ottico: tale rilevamento viene effettuato sul solo lato A di ciascun campione, accuratamente predisposto.

Innanzitutto occorre disporre sul lato in questione una serie di mire secondo una griglia quanto più possibile regolare. Per ogni mattone si sono, in generale, disposte 6 mire in due file da tre. Inoltre, ove lo spessore lo consentisse, sono state disposte tre mire anche in ogni strato di malta.

Riassumendo si hanno: 12 mire su CR8 e su TOB7C, 18 su R1, CT1, CT2 e 24 su CT3.

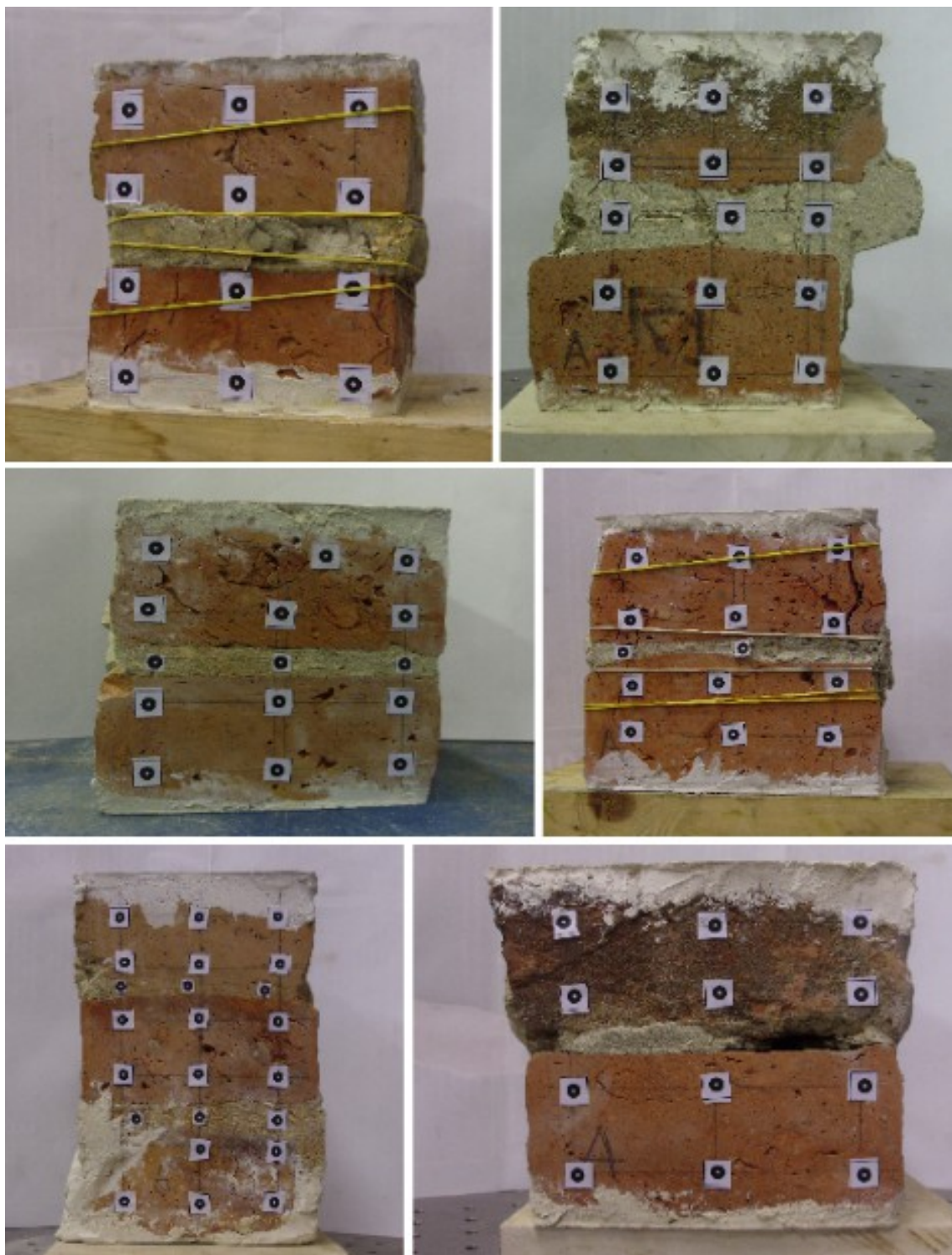


Illustrazione 3.13: Disposizione delle mire sui vari campioni.

Queste mire sono il cardine del rilevamento ottico: di fronte al lato A viene posta una fotocamera fissa che punta direttamente sul campione in modo che sia perfettamente ortogonale ad esso ed evitare così qualunque tipo di distorsione.

Il software che gestisce il rilevamento esegue fotografie a distanze temporali preimpostate e fornisce poi la variazione di posizione, in termini di Pixel, di ciascuna mira individuata. Al termine della prova di compressione semplice, è possibile sfruttare questi rilievi per ottenere la storia temporale delle deformazioni: avendo cura di sincronizzare il rilievo ottico con la prova di compressione stessa, si potranno associare le deformazioni (ottenute rielaborando opportunamente gli spostamenti delle mire) agli sforzi sul campione per ottenere così le caratteristiche dei materiali in esame.

Il rilevamento ottico è estremamente preciso e consente di ottenere una ulteriore misura di deformazione oltre ai consueti strumenti meccanici: i risultati ottenuti in questo modo verranno poi confrontati con quanto ottenuto con estensimetri e trasduttori.



Illustrazione 3.14: Fotocamera e apparati di regolazione della luce per l'acquisizione ottica.

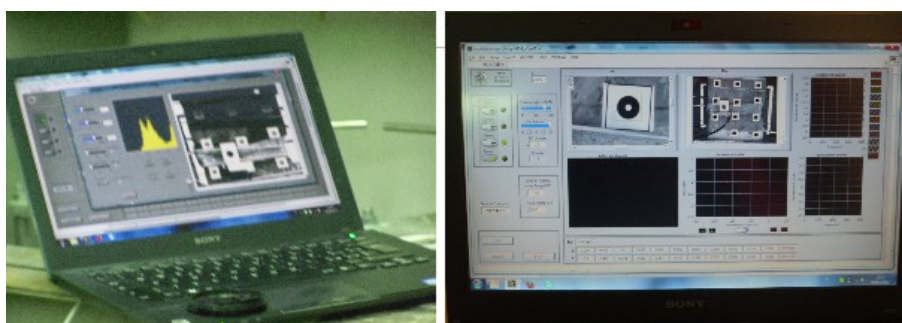


Illustrazione 3.15: Software di acquisizione dei dati.

Dopo aver collocato i campioni nella pressa meccanica e aver avviato contemporaneamente la prova sia sulla macchina, che sul rilevamento ottico, si procede con la rielaborazione dei dati di quest'ultimo.

Come accennato in precedenza, il sistema di rilevamento ottico rileva gli spostamenti delle mire tramite una serie di foto in sequenza dalle cui desume variazioni della posizione dei pixel delle suddette mire. Quello che si ottiene dunque è una sequenza di coordinate, in termini di pixel, delle mire col progredire del tempo e l'aumentare dello sforzo agente sul campione.

La prima fase fondamentale della rielaborazione è quella di passare dai pixel alle deformazioni: prima dell'esecuzione della prova si misura la distanza orizzontale e verticale tra le varie mire; al termine della prova, al tempo zero, il rilevamento ottico fornisce le coordinate delle mire, da cui si può agevolmente ottenere la distanza fra le stesse in termini di pixel. Avendo la medesima distanza espressa in due modi differenti è quindi possibile desumere il fattore di scala che consente di passare dalla misurazione in pixel alla misurazione in millimetri.

Dopo aver convertito tutto in millimetri risulta estremamente semplice ottenere le deformazioni longitudinali e trasversali, semplicemente rapportando gli spostamenti relativi con le distanze iniziali (tutte misure note dal rilevamento ottico che segue passo-passo la storia di carico).

Dal software collegato alla macchina Instron si ha sempre sotto controllo il carico complessivo esercitato sui campioni: rapportandolo all'area dei campioni stessi è possibile ottenere la storia temporale in termini di sforzi, supposti uniformi, agenti sul campione.

Avendo così sforzi e deformazioni del campione per ogni istante di tempo, si può ricavarne la curva relativa e quindi ottenere il modulo di elasticità.

La determinazione del modulo elastico, ed eventualmente di altre caratteristiche, verrà fatta sia per le singole componenti, ovvero malta e mattoni, sia per il campione nella sua globalità: si vuole in questo modo ottenere una stima delle caratteristiche della muratura, obiettivo ultimo della fase di sperimentazione.

Per una maggiore uniformità di analisi, le mire, numerate a random dal rilevamento ottico, vengono rinumerate partendo dallo 0 posto nella mira in alto a sinistra e procedendo poi per file orizzontali escludendo la fila di mire sulla malta che avrà gli ultimi tre numeri (12-13-14). Nella tripletta si replica per i due mattoni superiori, la numerazione appena esposta, poi si riprende la numerazione nel mattone inferiore terminando poi con lo strato inferiore di malta (21-22-23).

Si riportano ora gli aspetti salienti della rielaborazione per ogni singolo campione e poi si riporterà un riassunto globale delle caratteristiche ricavate per tutti i campioni relativi alla Torre dell'Orologio e al Mastio della Rocca.

3.2.1 Campione CR8

3.2.1.1 Caratteristiche del campione e della prova

Si riportano innanzitutto le caratteristiche del campione prima della prova.

Base	125	mm
Altezza	140	mm
Profondità	125	mm
Area di carico	15625	mm ²
Spessore malta	21,5 – 17 – 27 (variabile)	mm

Tabella 3.1: Dimensioni del campione CR8.

Lo strato di malta, avendo spessore variabile all'interno del campione è stato misurato in tre punti, in particolare in corrispondenza delle mire, in modo da avere dati più precisi.



Illustrazione 3.16: Campione CR8.

La prova viene eseguita portando a rottura il campione: questa decisione, essendo questo il primo campione analizzato, permette di valutare il comportamento globale di provino e macchina di prova e quindi decidere per la realizzazione delle prove seguenti.

La prova viene eseguita in controllo di spostamento con una velocità di carico pari a $1 \mu\text{m}/\text{sec}$.

Osservando i valori di sforzi e deformazioni si nota come, raggiunto un certo livello, la curva assuma un andamento irregolare e poco significativo: si assume dunque tale valore come carico di picco della prova: 76 kN , con uno sforzo corrispondente pari a $4,85 \text{ N}/\text{mm}^2$.

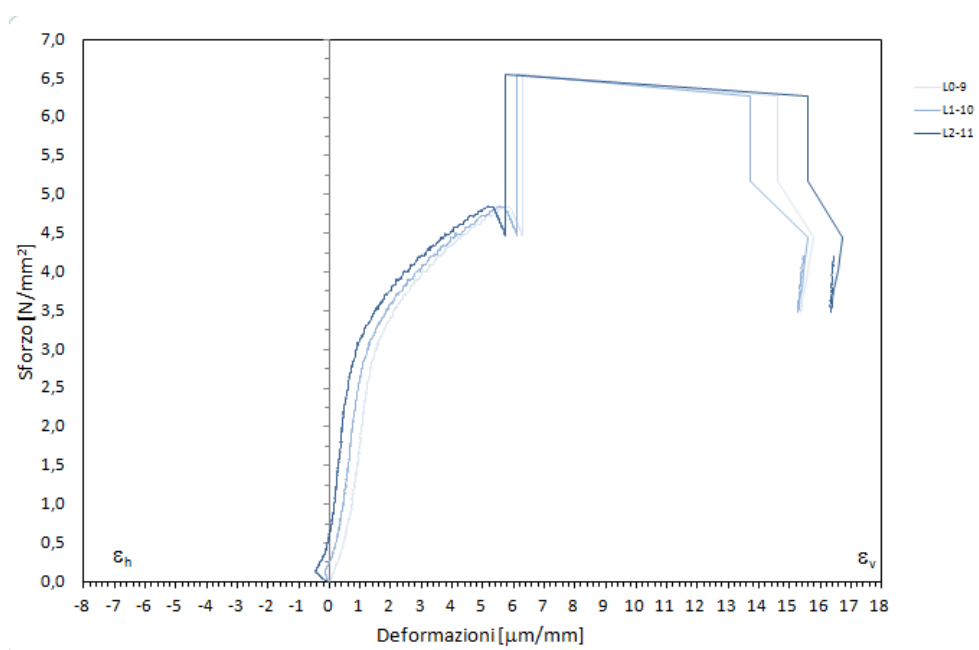


Grafico 3.1: Grafico sforzo-deformazione, target verticali.

Si riportano ora le curve sforzo-deformazioni relative a tutte le coppie orizzontali e verticali di mire, il dettaglio di ciascuna verrà riportato in seguito: le curve si riferiscono solo alla parte di prova fino al raggiungimento del carico di picco di cui sopra.

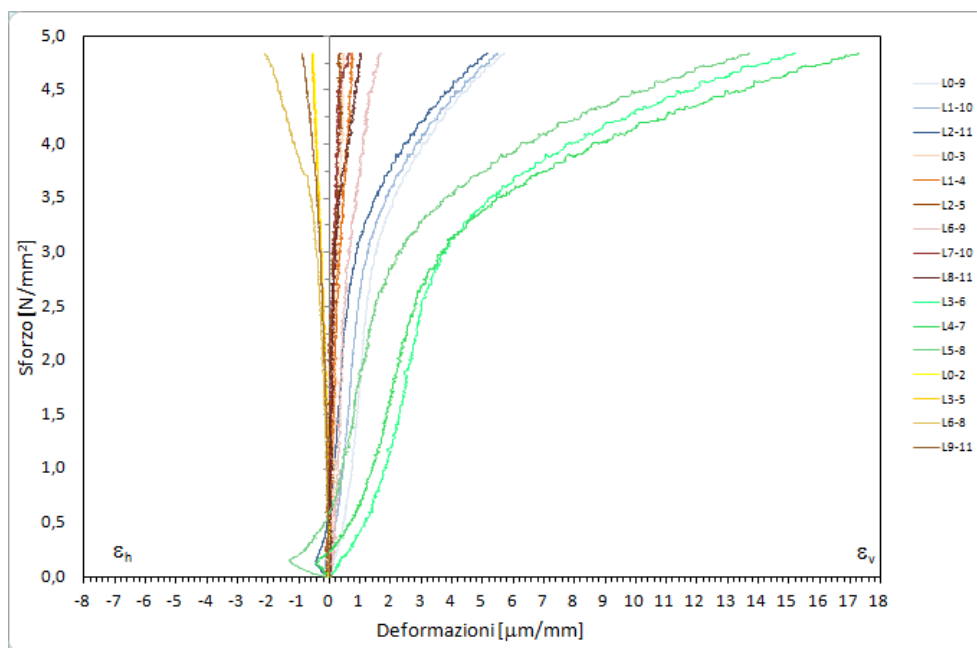


Grafico 3.2: Grafico sforzo-deformazione di tutte le coppie di target.

3.2.1.2 Rielaborazione dei dati

Per determinare il modulo di elasticità delle varie componenti e del campione nella sua globalità, si procede alla rappresentazione grafica dei diagrammi-sforzi deformazioni relativi alle sole deformazioni verticali, ovvero nella direzione longitudinale al carico. L'angolo d'inclinazione della retta che meglio approssima il primo tratto della curva di carico, rappresenta il modulo cercato.

Per avere una ulteriore riprova dei valori ottenuti, si calcolano tali valori anche come semplice rapporto tra sforzo e deformazione in via numerica e non grafica.

Qualora i grafici presentassero un chiaro andamento bilineare, si è ritenuto più corretto e significativo, valutare l'andamento della curva utilizzando due rette e pertanto il modulo di elasticità è rappresentato dalla pendenza della prima delle due curve: il modulo ottenuto, sia in questa prova che nelle altre è sempre relativo ad una percentuale di carico compresa tra il 30 ed il 60% del carico di picco. Qualora la curva presenti un andamento lineare fino al carico di picco, risulta ovviamente indifferente la valutazione del valore di E effettuata nel range indicato in precedenza o al 100% del valore del carico di picco.

Infine, se la curva presenta un andamento fortemente irregolare (come si avrà modo di verificare ciò

avverrà sovente per quanto riguarda alcune mire) si ricaverà il valore del modulo di elasticità più appropriato in relazione agli altri valori trovati.

Ovviamente il valore ottenuto per via grafica ha unità di misura poco convenzionale e andrà quindi convertito in una unità più familiare come i MPa.

Si raggruppano i risultati ottenuti in base al posizionamento delle mire e alla rielaborazione conseguente.

- Mattone superiore

Si analizzano per prime le deformazioni relative alle mire poste sul mattone superiore ovvero le coppie verticali 0-3, 1-4 e 2-5 (da sinistra destra del lato A).

Nei grafici di rielaborazione dei dati si sovrapporranno, alle curve usuali di sforzo-deformazione, le rette interpolanti che servono alla determinazione del modulo di elasticità: per ogni retta verrà indicata l'equazione e l'errore di approssimazione compiuto.

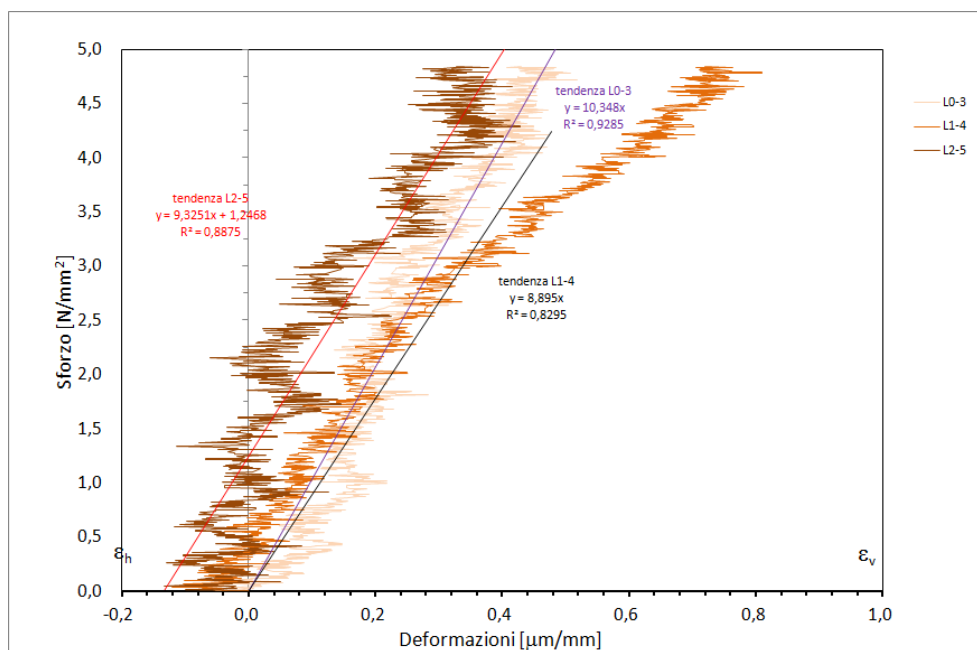


Grafico 3.3: Grafico sforzo-deformazione mattone superiore.

Si nota immediatamente la forte irregolarità delle curve ottenute: il grafico risulta fortemente disturbato, soprattutto se si paragona ai grafici che verranno proposti in seguito. La situazione riscontrata non è assolutamente imputabile al campione analizzato: il disturbo e l'irregolarità dei grafici di studio dei mattoni superiori di ogni provino saranno affetti da questo problema.

Nonostante il problema descritto, si riesce a determinare una curva interpolante per ogni curva senza commettere errori rilevanti come si nota dai valori prossimi all'unità (interpolazione perfetta) di R^2 .

	E grafico [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" [N/mm ² = MPa]	Media [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ [MPa]	Media [MPa]
L0-3	10,3480	10348,00		11278,66	
L1-4	8,8950	8895,00	9522,70	6729,35	10925,60
L2-5	9,3251	9325,10		14768,79	

Tabella 3.2: Valori del modulo di elasticità del mattone superiore.

La media del modulo di elasticità ricavato con l'interpolazione delle curve e il valor medio ottenuto per via numerica sono praticamente coincidenti.

I valori trovati sono molto alti ma un'analisi della loro attendibilità viene rimandata ad un secondo momento, quando verranno paragonati i risultati ottenuti all'interno di un campione e tra tutti i campioni appartenenti al medesimo caso di studio.

- Mattone inferiore

Lo studio del mattone inferiore, ovvero delle coppie di mire verticali numerate come 6-9, 7-10 e 8-11 permetterà in seguito di verificare i risultati ottenuti in precedenza nello studio del mattone superiore.

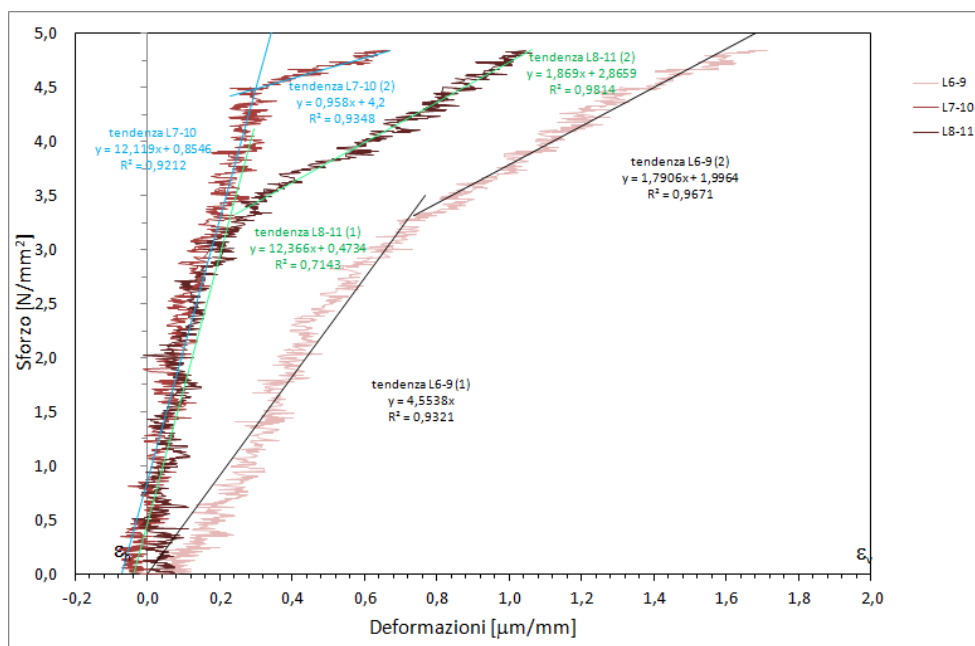


Grafico 3.4: Grafico sforzo-deformazione mattone inferiore.

L'irregolarità delle curve è nuovamente presente ma in maniera molto meno accentuata rispetto alle curve relative al mattone superiore: in questo caso si nota un andamento bilineare che porta ad una interpolazione con due rette. La prima retta interpolante fornirà i risultati cercati.

	E grafico [N/µm·mm]	E "reale" [N/mm ² = MPa]	Media [MPa]	E = Δσ/Δε [MPa]	Media [MPa]
L6-9	4,5538	4553,80		4453,01	
L7-10	12,1190	12119,00	9679,60	14863,47	10587,01
L8-11	12,3660	12366,00		12444,55	

Tabella 3.3: Valori del modulo di elasticità del mattone inferiore.

Le tre curve relative al medesimo studio non presentano valori di modulo di elasticità paragonabili tra loro: si ha che una coppia di mire presenta un valore inferiore addirittura del 60 % rispetto alle altre due. Si ritiene opportuno e logico attribuire questa differenza di valore alla non omogenea distribuzione della malta all'interno del campione che può quindi aver alterato la distribuzione degli sforzi all'interno del campione stesso: le mire che forniscono un basso valore di E sono poste nella parte sinistra del lato A ove vi è una piccola assenza di malta (nella zona laterale, ovvero sul lato B, lo strato di malta risulta essere interno rispetto ai mattoni). Il valore medio ottenuto è però molto prossimo al valore ottenuto per il mattone superiore e questo è un ottimo indice della bontà dei risultati fin qui ottenuti: sarà comunque necessario confrontare questi valori coi valori relativi al

campione R1, altro campione prelevato dal Mastio della Rocca; oltre che confrontare quanto ottenuto con i risultati delle prove sui mattoni singoli.

- Malta

Per poter valutare il modulo elastico della malta è necessario studiare il grafico sforzo-deformazione derivato dalle mire a cavallo dello strato di malta stesso: le coppie di mire verticali in esame sono dunque le 3-6, 4-7 e 5-8.

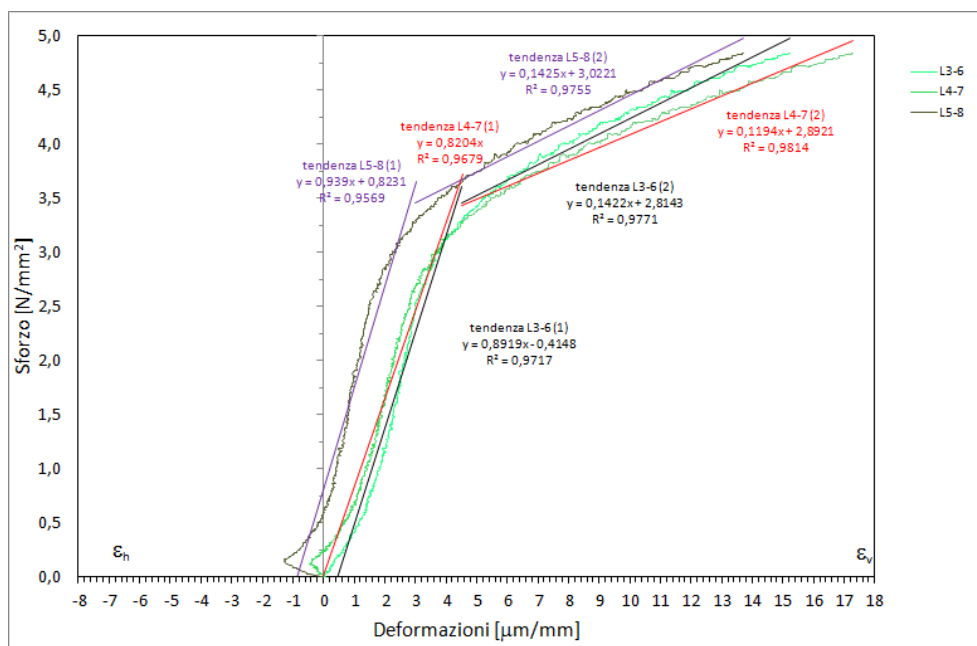


Grafico 3.5: Grafico sforzo-deformazione malta-mattone.

	E grafico [N/µm·mm]	E "reale" [N/mm² = MPa]	Media [MPa]	E = Δσ/Δε [MPa]	Media [MPa]
L3-6	0,8919	891,90		729,44	
L4-7	0,8204	820,40	883,77	729,72	850,36
L5-8	0,9390	939,00		1091,91	

Tabella 3.4: Moduli di elasticità malta-mattone.

La differenza ottenuta tra il valor medio ottenuto nei due metodi di calcolo è trascurabile.

Il valore del modulo elastico trovato con questa analisi è un modulo elastico che tiene conto dell'interazione tra malta e mattone infatti è figlio della deformazione relativa tra mire poste sui mattoni ma a cavallo della malta.

Conoscendo la deformazione dei mattoni, e il loro modulo elastico, è possibile “depurare” la deformazione appena considerata, per estrapolarne la sola deformazione della malta e valutare quindi il modulo elastico della pura malta:

$$\epsilon_{tot} \cdot L_{tot} = \epsilon_{malta} \cdot L_{malta} + \epsilon_{matt.sup} \cdot L_{matt.sup} + \epsilon_{matt.inf} \cdot L_{matt.inf} \quad \text{da cui}$$

$$\epsilon_{malta} = \frac{\epsilon_{tot} \cdot L_{tot} - (\epsilon_{matt.sup} \cdot L_{matt.sup} + \epsilon_{matt.inf} \cdot L_{matt.inf})}{L_{malta}} \quad \text{dove con L si indicano le distanze verticali totali}$$

o parziali e con ϵ le deformazioni totali o parziali.

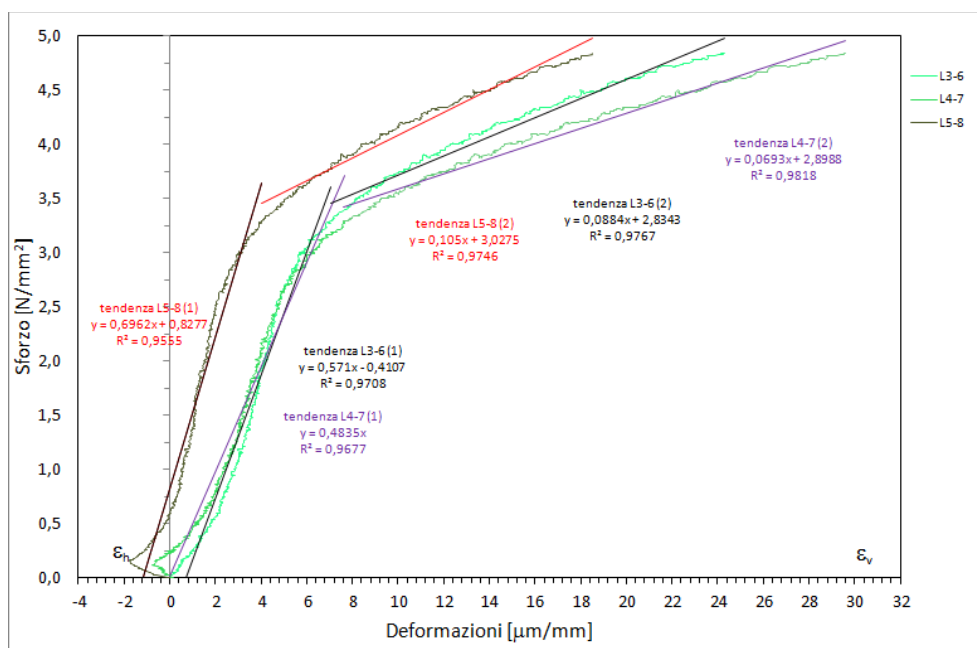


Grafico 3.6: Grafico sforzo-deformazione della malta.

	E grafico [N/µm·mm]	E "reale" [N/mm² = MPa]	Media [MPa]	E = Δσ/Δε [MPa]	Media [MPa]
malta L3-6	0,5710	571,00		473,17	
malta L4-7	0,4835	483,50	583,57	441,24	571,44
malta L5-8	0,6962	696,20		799,92	

Tabella 3.5: Moduli di elasticità della malta.

I valori ottenuti grazie a questa analisi sono inferiori ai precedenti come logica conseguenza della depurazione della parte di deformazione legata ai mattoni, molto più rigidi della malta.

- Campione intero

Dopo aver analizzato le singoli componenti del campione, si valutano le caratteristiche del campione nella sua globalità, riferendosi pertanto alle mire poste a distanza verticale massima : coppie 0-9, 1-10 e 2-11.

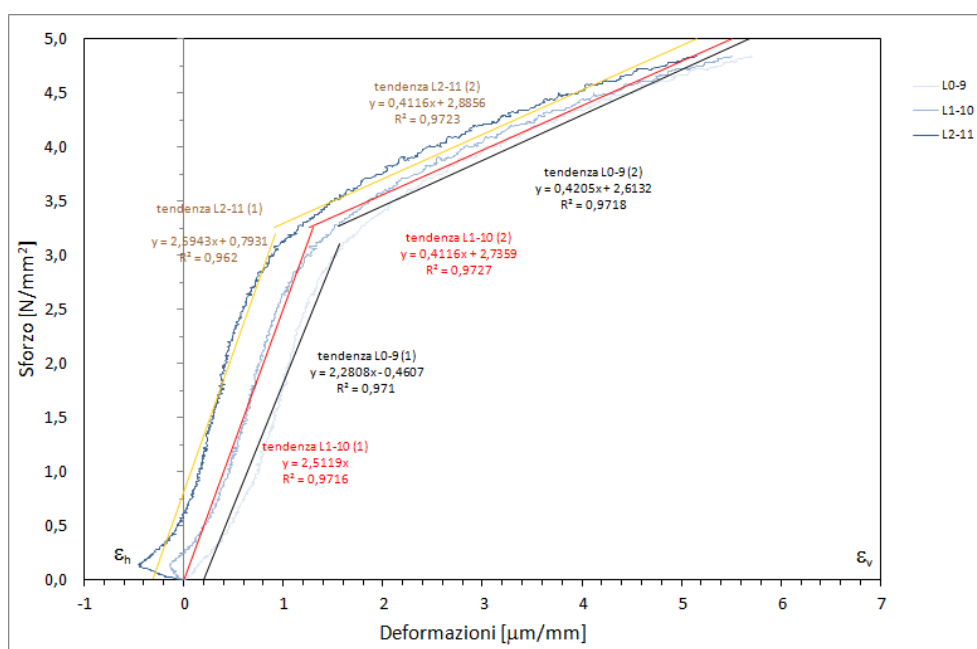


Grafico 3.7: Grafico sforzo-deformazione dell'intero campione.

	E grafico [N/µm·mm]	E "reale" [N/mm² = MPa]	Media [MPa]	E = Δσ/Δε [MPa]	Media [MPa]
L0-9	2,2808	2280,80		1957,80	
L1-10	2,5119	2511,90	2462,33	2351,76	2531,02
L2-11	2,5943	2594,30		3283,49	

Tabella 3.6: Moduli di elasticità del campione.

I valori ottenuti risultano particolarmente uniformi e permettono di avere un valore indicativo del modulo di elasticità della muratura nel suo insieme.

Si riassumono in un grafico tutti i valori ottenuti relativi al campione CR8.

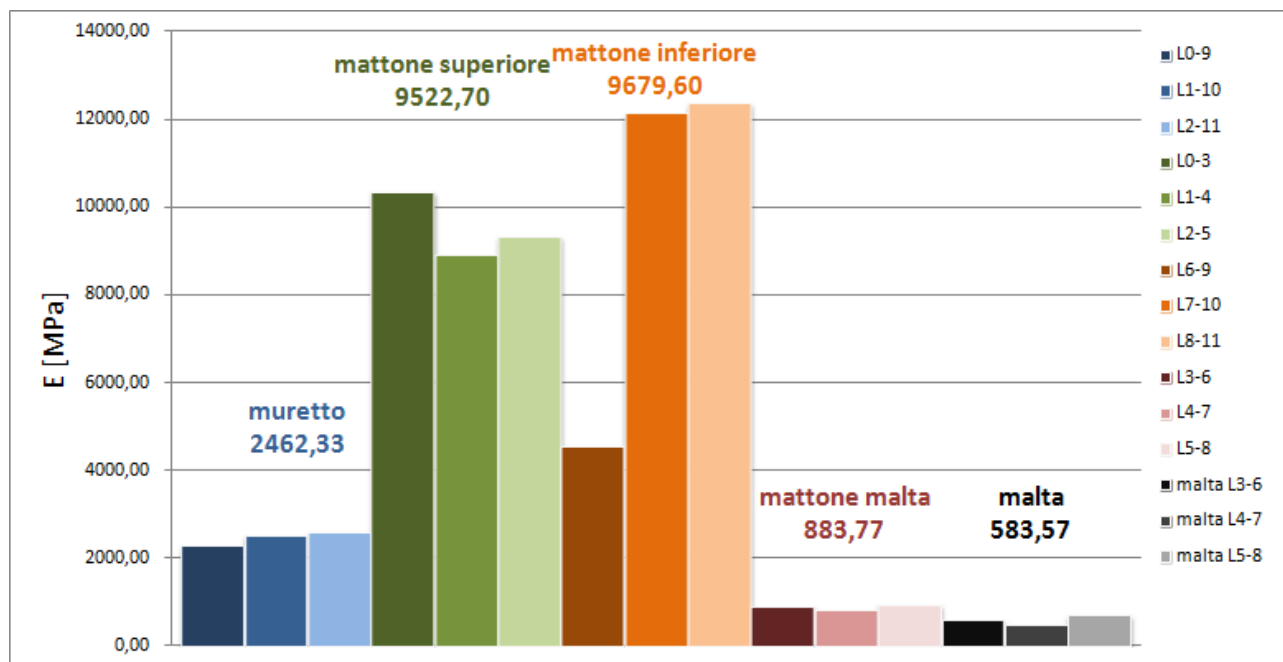


Grafico 3.8: Istogramma riassuntivo. Campione CR8.

3.2.2 Campione R1

3.2.2.1 Caratteristiche del campione e della prova

Si riportano innanzitutto le caratteristiche del campione prima della prova.

Base	110 – 126 – 108 (campione irregolare)	mm
Altezza	136	mm
Profondità	110	mm
Area di carico	12613,3	mm ²
Spessore malta	25 – 23 – 25 (abbastanza regolare)	mm

Tabella 3.7: Dimensioni del campione R1.

Data la forte irregolarità della base si prendono le misure in tre punti differenti. Per quanto riguarda lo strato di malta, seppure sufficientemente regolare, si misura anch'esso in tre punti.

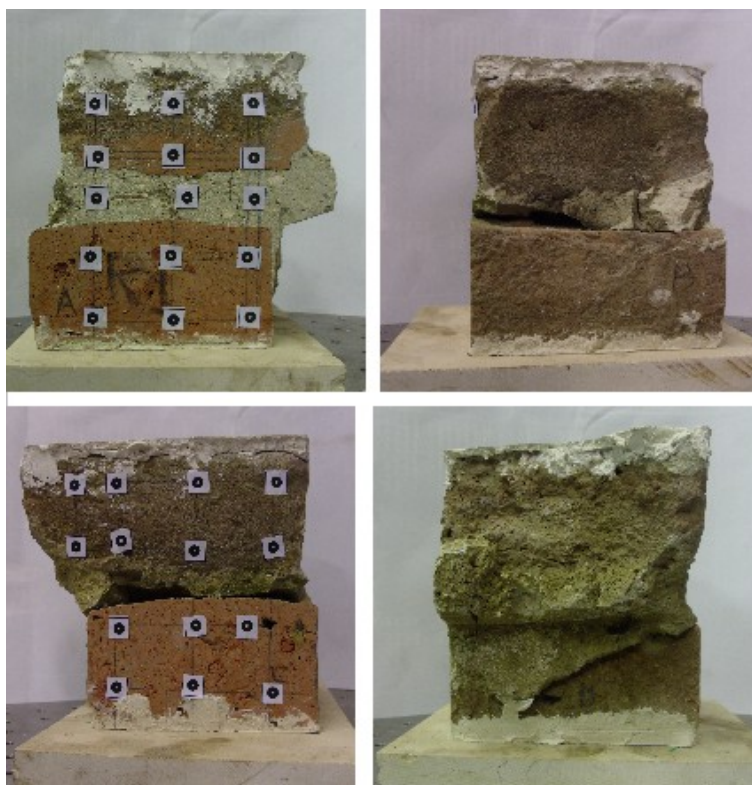


Illustrazione 3.17: Campione R1.

Dalle fotografie dei quattro lati si osserva però come in realtà lo strato di malta sia regolare solo sulla superficie A: in altre zone essa è addirittura assente.

Per il campione R1 si prende spunto dalla prova precedente: visto il comportamento poco significativo del campione CR8 oltre un certo carico, si decide di arrestare questa prova attorno ai 70 kN procedendo poi allo scarico. A scarico quasi terminato (circa 5kN residui) si procede nuovamente a caricare il campione fino a 70 kN per poi scaricarlo definitivamente.

In pratica si eseguono due cicli completi di carico-scarico in modo da poter verificare il comportamento elastico del campione ed evitare di incorrere in fenomeni non gestibili come avvenuto in precedenza.

La velocità della prova, in controllo di spostamento, è $1 \mu\text{m}/\text{sec}$.

Lo sforzo associato al picco di primo carico è pari a 5,53 kN, mentre quello associato al secondo carico è 5,55 kN.

Le caratteristiche delle curve sforzo-deformazione sono analoghe a quelle precedenti e pertanto valgono gli stessi ragionamenti.

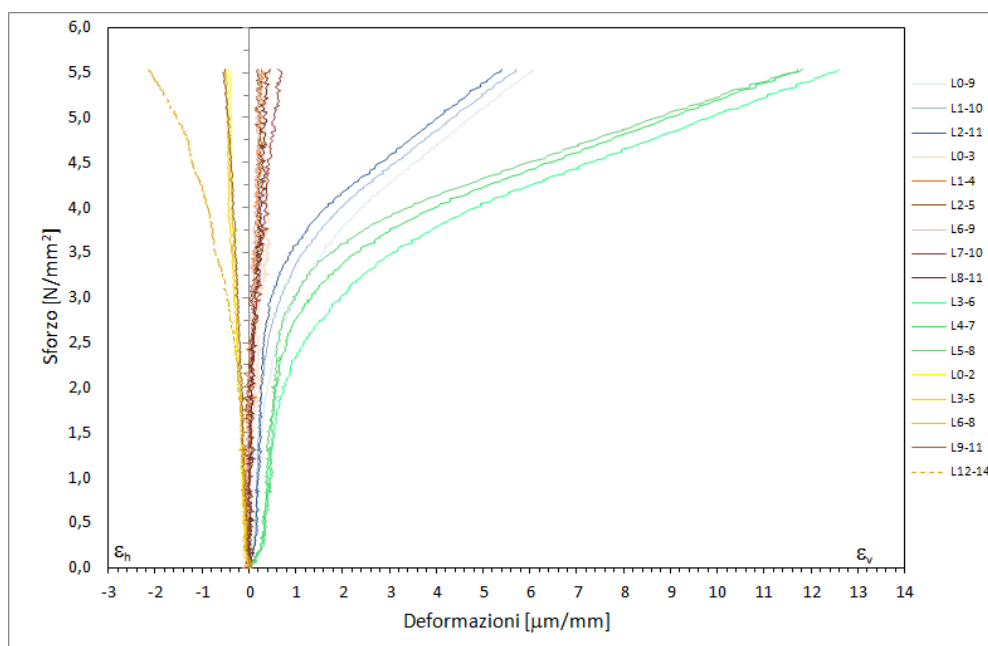


Grafico 3.9: Grafico sforzo-deformazione di tutte le coppie di target.

3.2.2.2 Rielaborazione dei dati

Si procede in maniera analoga a quanto mostrato in precedenza per il campione CR8.

L'unica differenza rilevante rispetto al caso precedente è la presenza di due cicli di carico – scarico: ovviamente il modulo di elasticità cercato è quello della prima fase di carico, ma gli altri valori sono un buon indice del fatto che ci si trovi in ambito elastico. Se infatti le fasi di scarico e la seconda fase di carico presentano un modulo di elasticità corrispondente circa uguale, si ha di conseguenza che i carichi con cui si lavorano mantengono la prova in ambito puramente elastico.

Si riporteranno dunque i grafici e le tabelle riassuntive per entrambi cicli di carico-scarico.

- Mattone superiore

Si procede all'analisi del modulo elastico del mattone superiore sfruttando unicamente le mire ivi poste: anche in questo caso si hanno tre differenti curve associate a tre coppie diverse di mire ovvero le coppie 0-3, 1-4 e 2-5.

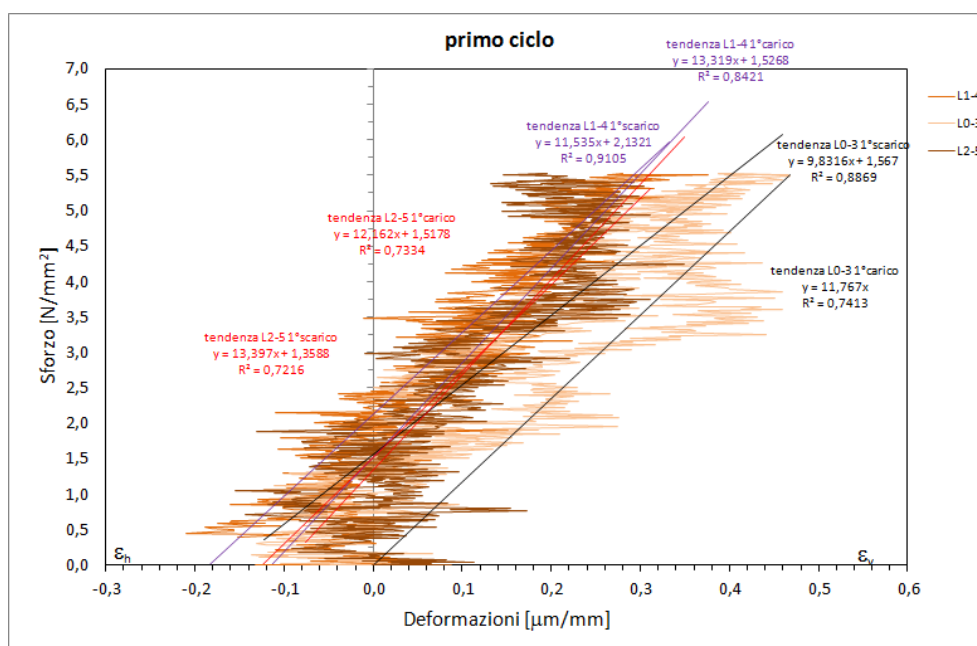


Grafico 3.10: Grafico sforzo-deformazione del mattone superiore. Primo ciclo.

Come nel caso del campione precedente, i grafici relativi ai mattoni presentano un forte disturbo che rende molto complicata una corretta valutazione e rielaborazione dei dati.

Con minore successo che in precedenza, è comunque possibile interpolare i grafici con l'ausilio di un'unica retta per la fase di carico ed una per quella di scarico: la precisione dell'interpolazione è accettabile anche se inferiore a quanto sinora ottenuto.

	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-3	11,7670	11767,00		12430,89	
L1-4	13,3190	13319,00	12416,00	14723,32	15337,30
L2-5	12,1620	12162,00		18857,70	

Tabella 3.8: Valori del modulo di elasticità del mattone superiore. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-3	9,8316	9831,60		9926,29	
L1-4	11,5350	11535,00	11587,87	11861,07	12342,80
L2-5	13,3970	13397,00		15241,03	

Tabella 3.9: Valori del modulo di elasticità del mattone superiore. Primo scarico.

I valori ottenuti sono del medesimo ordine di grandezza del precedente campione anche se lievemente superiori. Non si sottolineerà più in seguito per evitare inutili ripetizioni: i valori di carico e scarico del modulo elastico nei vari cicli sono molto prossimi, a sottolineare l'elasticità della prova.

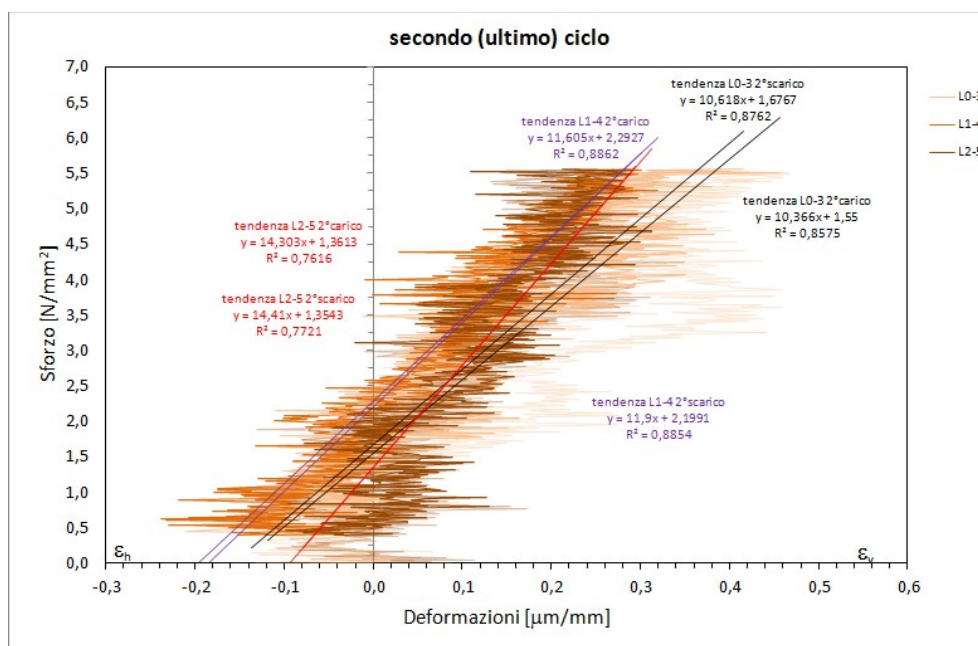


Grafico 3.11: Grafico sforzo-deformazione del mattone superiore. Secondo ciclo.

Anche nel secondo ciclo i grafici risultano fortemente disturbati, ma è comunque possibile ottenere, con successo e precisione, le rette di interpolazione lineare.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-3	10,3660	10366,00		13145,93	
L1-4	11,6050	11605,00	12091,33	13375,97	14897,42
L2-5	14,3030	14303,00		18170,36	

Tabella 3.10: Valori di modulo elastico del mattone superiore. Secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/µm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-3	10,6180	10618,00		11274,24	
L1-4	11,9000	11900,00	12309,33	14554,02	14795,79
L2-5	14,4100	14410,00		18559,11	

Tabella 3.11: Valori di modulo elastico del mattone superiore. Secondo scarico.

Si ottengono valori analoghi al ciclo precedente.

- Mattone inferiore

L'analisi del mattone inferiore permetterà un confronto con quanto trovato per il mattone superiore: le coppie di target verticali ivi in esame sono la 6-9, la 7-10 e la 8-11.

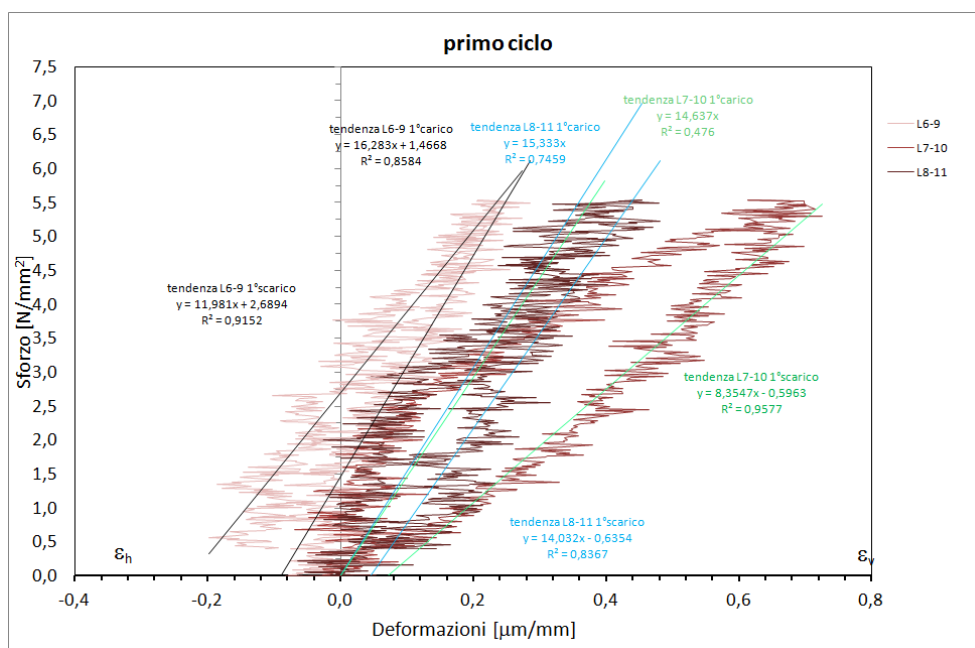


Grafico 3.12: Grafico sforzo-deformazione del mattone inferiore. Primo ciclo.

Come nel caso del mattone superiore i grafici ottenuti sono molto disturbati: in questo caso si ha una differenza rispetto al campione CR8 ove nelle curve relative al mattone inferiore il disturbo, seppur presente, era di minor entità.

Si ottiene comunque quanto riportato nelle tabelle sottostanti.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L6-9	16,2830	16283,00		19347,24	
L7-10	14,6370	14637,00	15417,67	9013,95	15233,26
L8-11	15,3330	15333,00		17338,59	

Tabella 3.12: Modulo elastico del mattone inferiore. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L6-9	11,9810	11981,00		12859,82	
L7-10	8,3547	8354,70	11455,90	9643,45	13032,31
L8-11	14,0320	14032,00		16593,67	

Tabella 3.13: Modulo elastico del mattone inferiore. Primo scarico.

Nonostante la scarsa pulizia dei grafici, i valori che si ottengono in termini di modulo elastico, sono perfettamente in linea con quelli ottenuti per il mattone superiore. L'uniformità tra le varie coppie di target viene leggermente meno, soprattutto in fase di scarico, ma globalmente i valori sono comunque significativi e le differenze imputabili alla qualità dei grafici ottenuti.

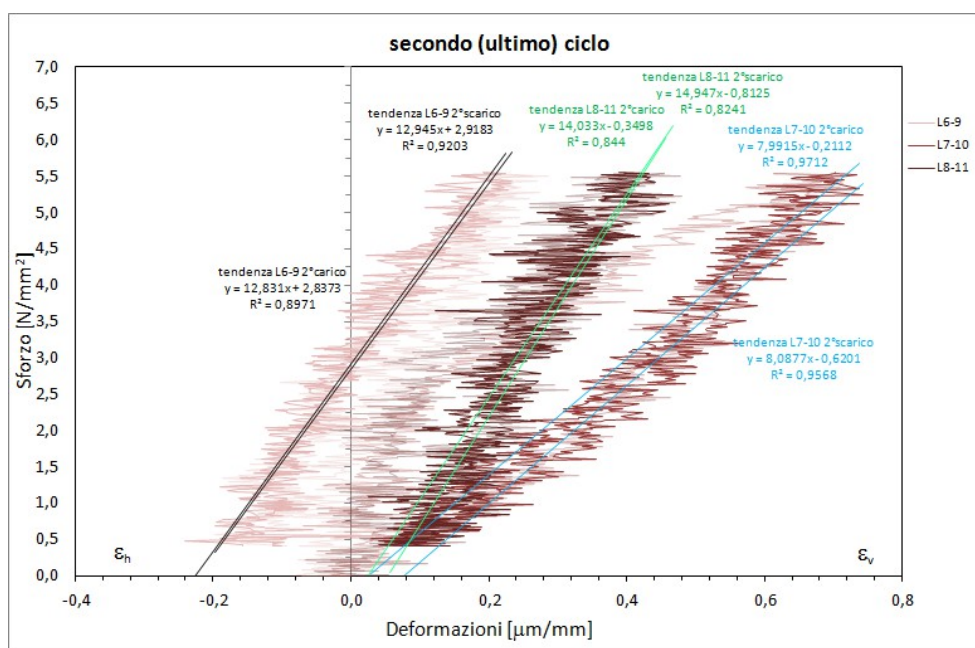


Grafico 3.13: Grafico sforzo-deformazione del mattone inferiore. Secondo ciclo.

I valori ottenuti sono praticamente coincidenti con quelli ricavati nel primo ciclo.

	E grafico CARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L6-9	12,9450	12945,00		15524,71	
L7-10	7,9915	7991,50	11656,50	7856,48	13662,88
L8-11	14,0330	14033,00		17607,47	

Tabella 3.14: Valori del modulo elastico del mattone inferiore. Secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L6-9	12,8310	12831,00		13687,97	
L7-10	8,0877	8087,70	11951,90	7847,41	12429,76
L8-11	14,9370	14937,00		15753,90	

Tabella 3.15: Valori del modulo elastico del mattone inferiore. Secondo scarico.

- Malta

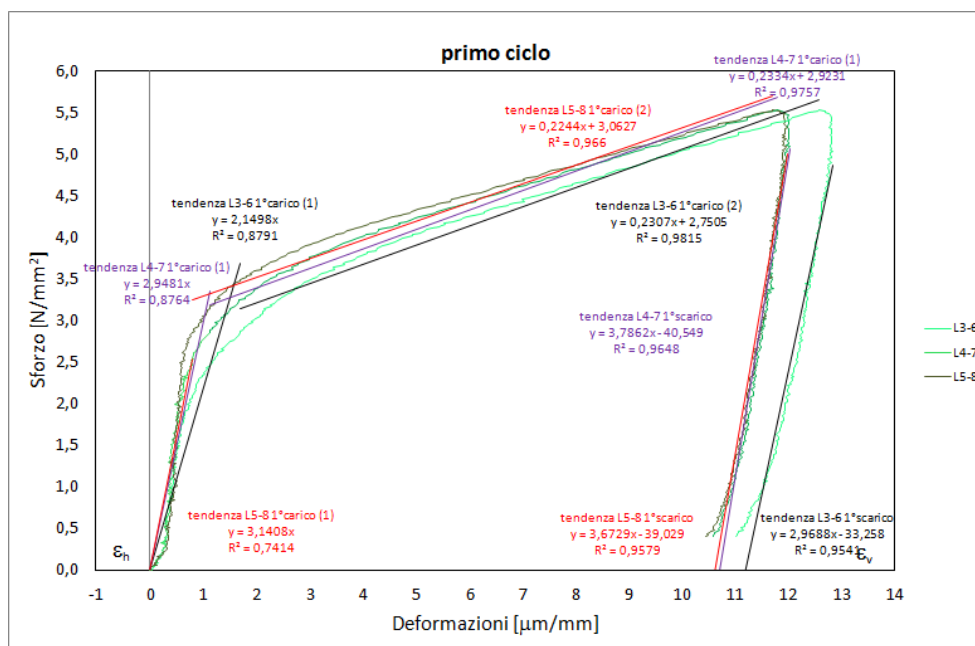


Grafico 3.14: Grafico sforzo-deformazione malta-mattone. Primo ciclo.

Per ottenere il modulo di elasticità della malta si procede in maniera analoga a quanto fatto in precedenza ovvero valutando il modulo elastico ottenuto dalle mire poste a cavallo della malta per poi epurare il risultato ottenuto dal contributo dei mattoni. Le coppie sono la 3-6, la 4-7 e la 5-8.

La prima fase di carico presenta un chiaro andamento bilineare mentre la fase di scarico è associata a valori di modulo elastico molto prossimi a quelli della prima retta di carico.

	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L3-6	2,1498	2149,80		1659,58	
L4-7	2,9481	2948,10	2746,23	2505,15	2564,01
L5-8	3,1408	3140,80		3527,30	

Tabella 3.16: Modulo elastico malta-mattone. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L3-6	2,9688	2968,80		3266,20	
L4-7	3,7862	3786,20	3475,97	4223,94	3853,95
L5-8	3,6729	3672,90		4071,72	

Tabella 3.17: Modulo elastico malta-mattone. Primo scarico.

I valori delle tre curve, associate come sempre a mire posizionate in punti diversi, sono tra loro piuttosto uniformi e forniscono un valore di modulo elastico da cui poter ricavare quello effettivo della malta.

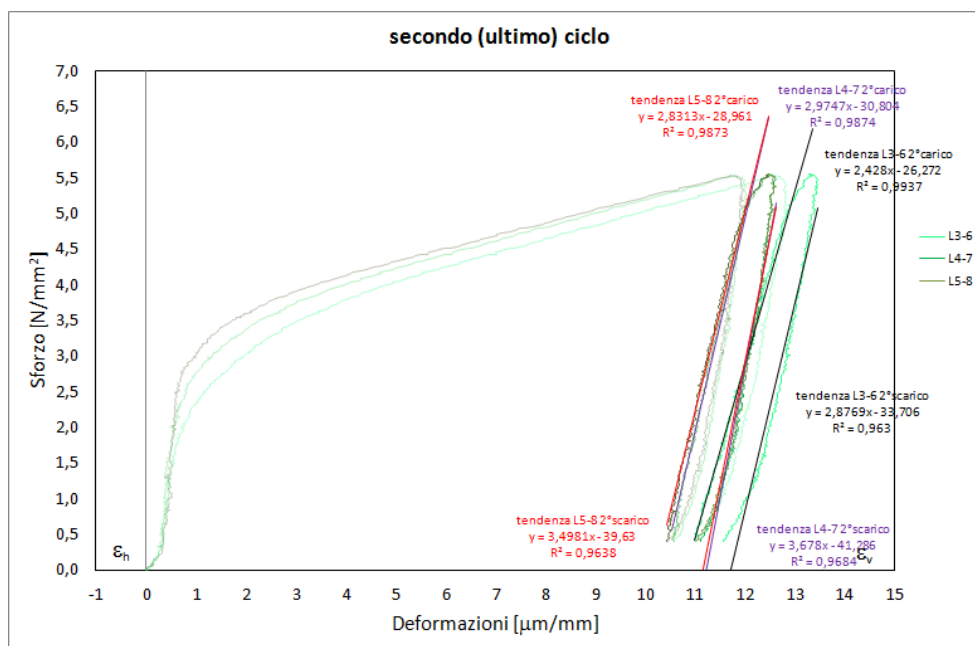


Grafico 3.15: Secondo ciclo. Curve sforzo-deformazione malta-mattone.

Come anticipato il secondo ciclo è caratterizzato da valori di modulo elastico sia in carico sia in scarico, praticamente identici a quelli della prima fase del primo carico e del primo scarico: viene confermato l'ambito elastico della prova.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L3-6	2,4280	2428,00		2241,42	
L4-7	2,9747	2974,70	2744,67	2786,70	2518,89
L5-8	2,8313	2831,30		2528,55	

Tabella 3.18: Secondo carico. Moduli elastici malta-mattone.

	E grafico SCARICO [N/µm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L3-6	2,8769	2876,90		2941,59	
L4-7	3,6780	3678,00	3351,00	3924,78	3465,41
L5-8	3,4981	3498,10		3529,85	

Tabella 3.19: Secondo scarico. Moduli elastici malta-mattone.

Si procede ora, come fatto con CR8, alla valutazione del modulo elastico della sola malta.

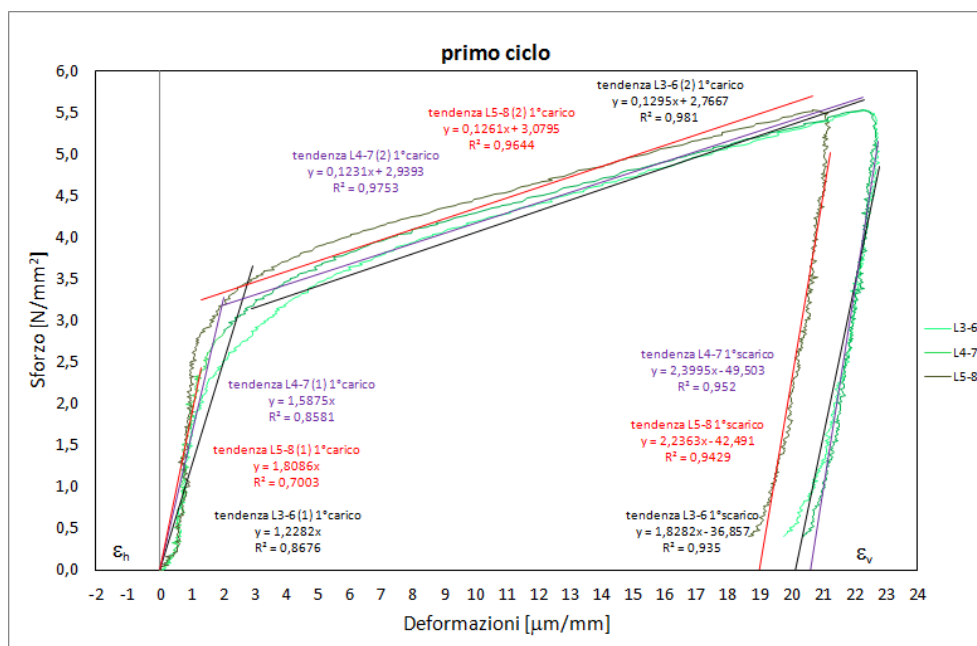


Grafico 3.16: Curve sforzo-deformazione della malta. Primo ciclo.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
malta L3-6	1,2282	1228,20		957,25	
malta L4-7	1,5875	1587,50	1541,43	1377,03	1482,81
malta L5-8	1,8086	1808,60		2114,17	

Tabella 3.20: Valori del modulo elastico della malta. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/µm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
malta L3-6	1,8282	1828,20		2032,03	
malta L4-7	2,3995	2399,50	2154,67	2728,11	2429,90
malta L5-8	2,2363	2236,30		2529,55	

Tabella 3.21: Valori del modulo elastico della malta. Primo scarico.

I valori di modulo elastico relativi alla malta del campione in esame sono molto alti rispetto a quelli ottenuti col precedente campione e con quelli che ci si attenderebbe: pare ragionevole attribuire questi valori inusualmente alti alla scarsa omogeneità della malta nel campione e soprattutto alla sua assenza in alcuni punti.

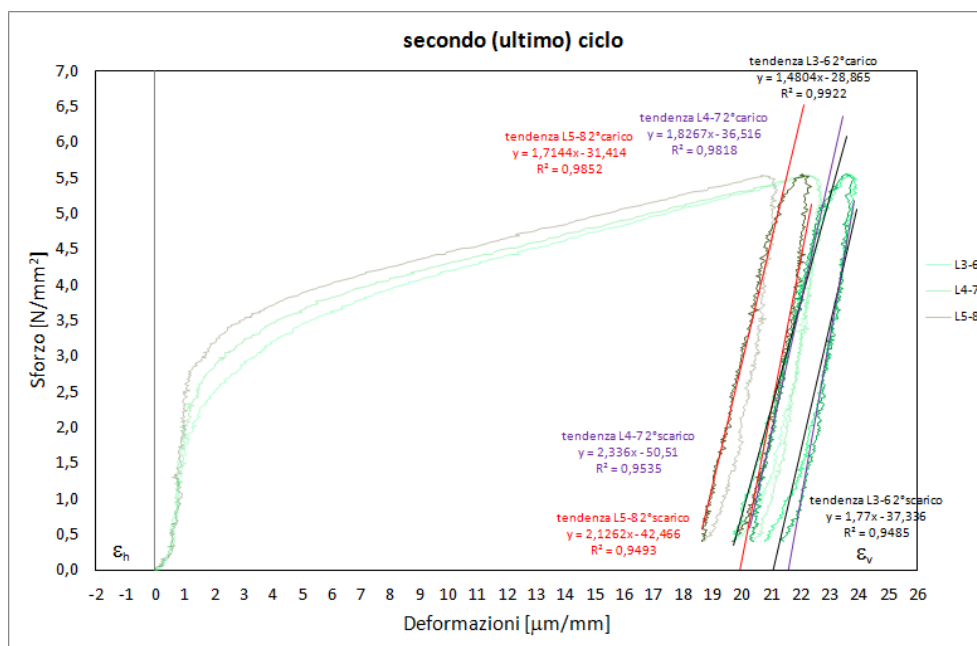


Grafico 3.17: Secondo ciclo. Curva sforzo-deformazione della malta.

Nella fase di scarico si ha, nuovamente, un andamento analogo a quello del primo ciclo.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
malta L3-6	1,4804	1480,40		1343,09	
malta L4-7	1,8267	1826,70	1673,83	1691,77	1534,73
malta L5-8	1,7144	1714,4		1569,33	

Tabella 3.22: Valori del modulo elastico della malta. Secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/µm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
malta L3-6	1,7700	1770,00		1828,77	
malta L4-7	2,3360	2336,00	2077,40	2547,24	2163,6
malta L5-8	2,1262	2126,2		2114,78	

Tabella 3.23: Valori del modulo elastico della malta. Secondo scarico.

La fase di secondo scarico è nuovamente molto simile alla fase di secondo carico.

- Campione intero

Dopo aver analizzato le singole componenti del provino R1, si passa all'analisi e alla rielaborazione dei dati riguardanti il campione nella sua totalità, sempre al fine di desumere il modulo elastico della muratura. Le coppie di mire a cui ci si riferisce sono le 0-9, 1-10 e 2-11: i risultati ottenuti andranno confrontati con quelli ricavati dal campione CR8, anch'esso appartenente al Mastio della Rocca.

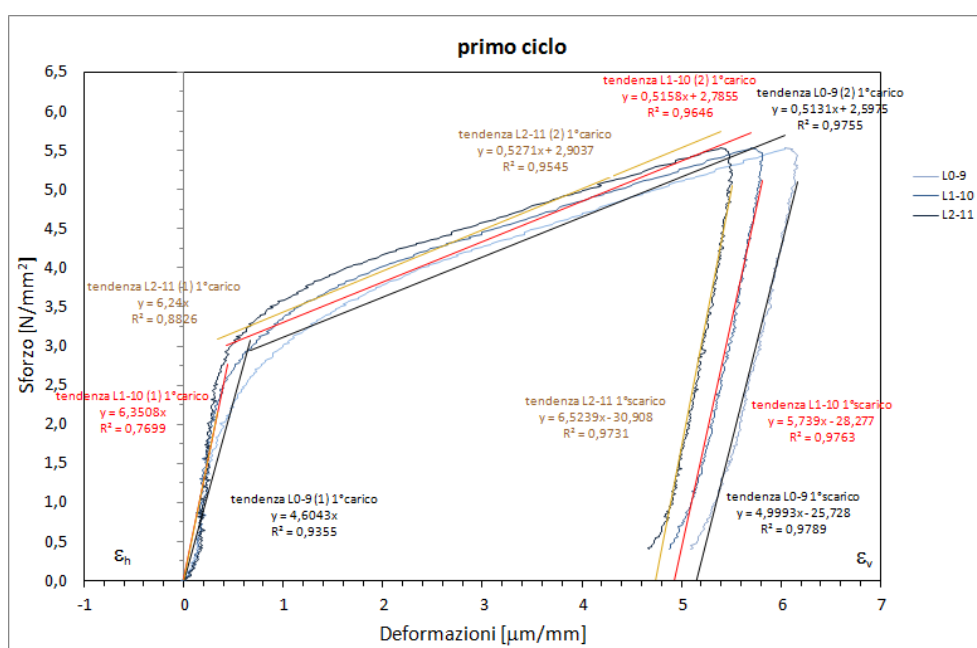


Grafico 3.18: Curve sforzi-deformazione del campione. Primo ciclo.

Durante il primo ciclo di carico si ha il consueto andamento bilineare mentre lo scarico percorre in maniera piuttosto precisa il primo tratto di carico.

Si ha una discreta uniformità di valori nelle tre curve.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-9	4,6043	4604,30		3889,39	
L1-10	6,3508	6350,80	5731,70	6037,42	5858,50
L2-11	6,2400	6240,00		7648,68	

Tabella 3.24: Modulo elastico del campione. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-9	4,9993	4999,30		5401,07	
L1-10	5,7390	5739,00	5754,07	6260,86	6254,27
L2-11	6,5239	6523,90		7100,87	

Tabella 3.25: Modulo elastico del campione. Primo scarico.

I valori sono più alti rispetto al campione CR8 probabilmente a causa dell'irregolarità del campione.

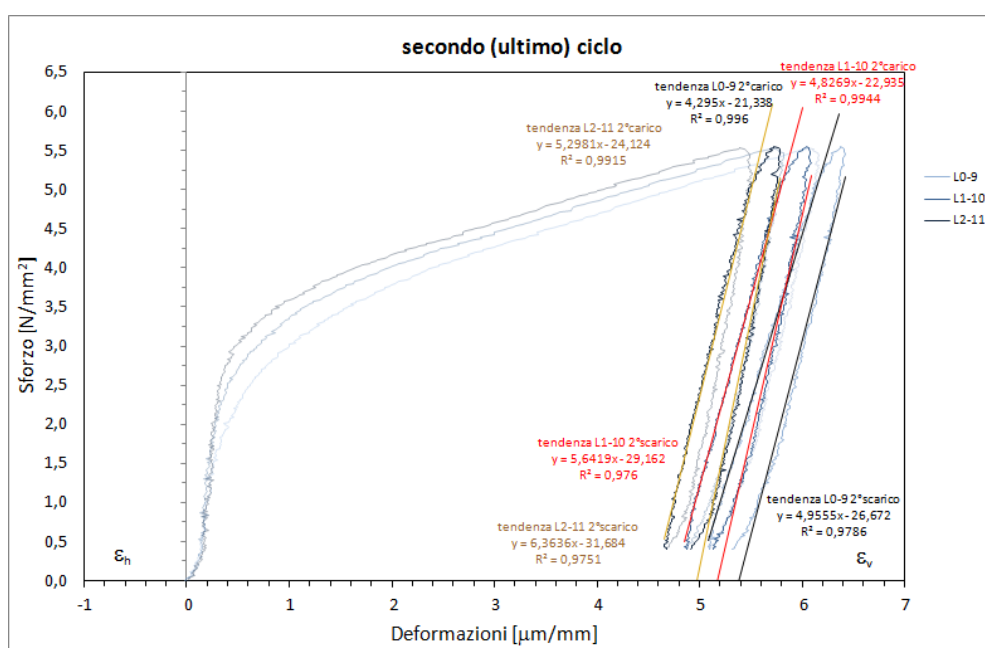


Grafico 3.19: Curve sforzi-deformazione del campione. Secondo ciclo.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-9	4,2950	4295,00		4050,23	
L1-10	4,8269	4826,90	4806,67	4530,18	4546,38
L2-11	5,2981	5298,10		5058,73	

Tabella 3.26: Modulo elastico del campione. Secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-9	4,9555	4955,50		4925,85	
L1-10	5,6419	5641,90	5653,67	5832,86	5807,86
L2-11	6,3636	6363,60		6664,86	

Tabella 3.27: Modulo elastico del campione. Secondo scarico.

Si riassumono i risultati ottenuti in un istogramma.

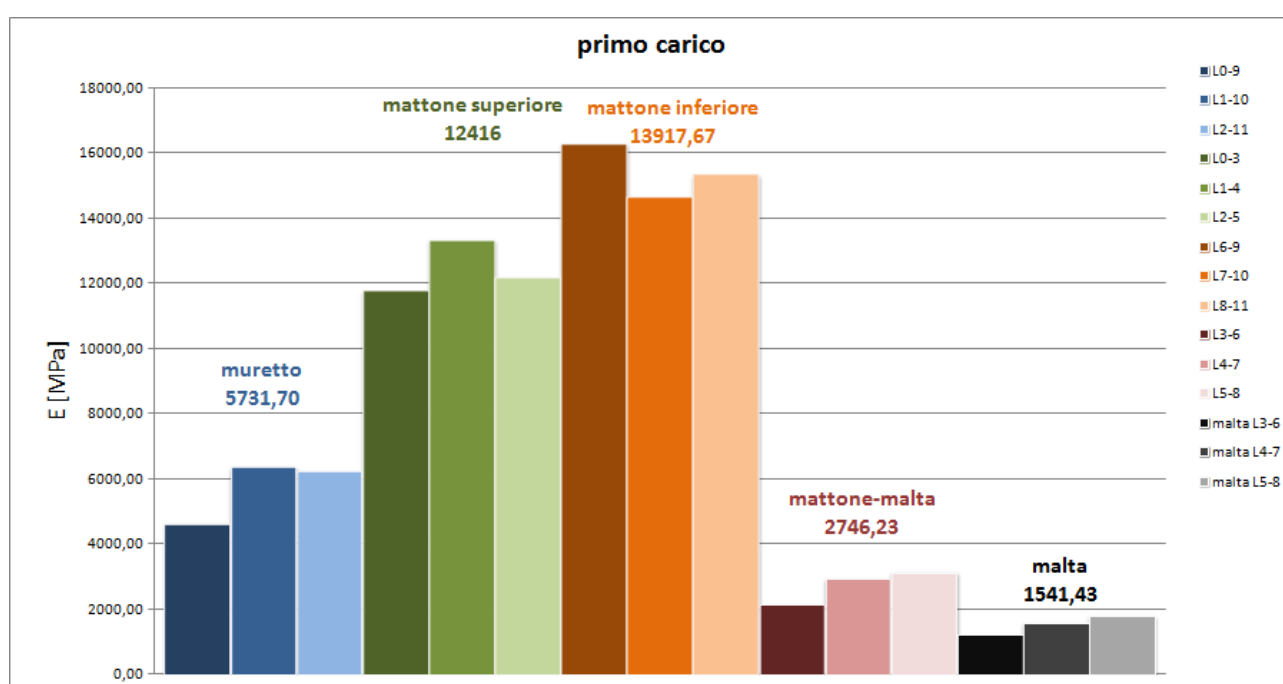


Grafico 3.20: Istogramma riassuntivo dei valori dei moduli elastici relativi al campione R. I valori indicati rappresentano la media per ogni componente.

Si nota una buona uniformità dei valori trovati all'interno di ciascun elemento del campione.

In generale i valori ottenuti dalla prova del campione R1 sono maggiori di quelli ottenuti dal campione CR8 anche se le proporzioni tra le varie componenti resta invariato: il modulo elastico della malta, in entrambi i casi è circa pari a un quarto del modulo del campione nella sua globalità.

3.2.3 Campione CT1

3.2.3.1 Caratteristiche del campione e della prova

Si riportano innanzitutto le caratteristiche del campione prima della prova.

Base	122 – 126 – 126 (abbastanza regolare)	mm
Altezza	122	mm
Profondità	119	mm
Area di carico	14835,3	mm ²
Spessore malta	10 (regolare)	mm

Tabella 3.28: Dimensioni del campione CT1.

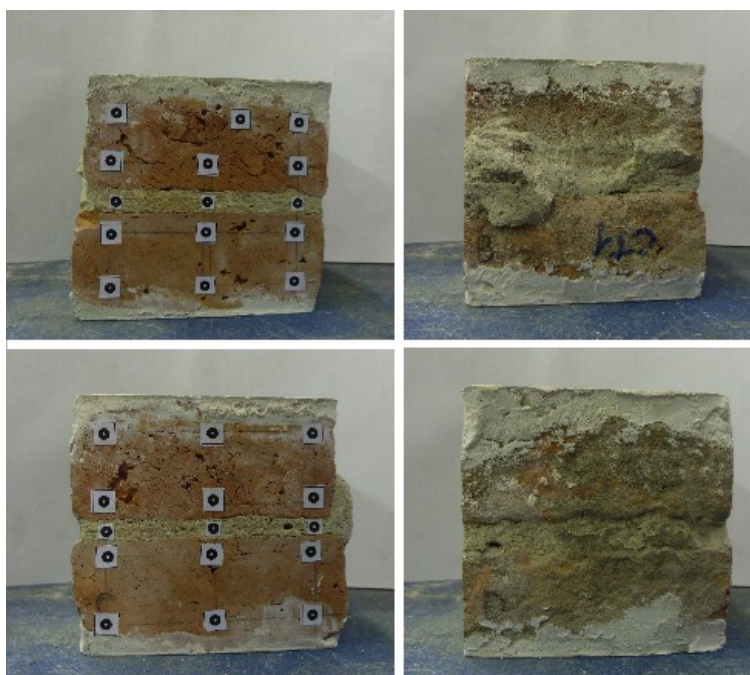


Illustrazione 3.18: Campione CT1.

La prova viene effettuata portando il campione in una condizione di carico di circa 70 kN per tre volte. Ogni carico è sempre seguito da una fase di scarico quasi completa (5 kN di carico residuo) e pertanto si hanno tre cicli completi di carico-scarico.

La velocità della prova, effettuata sempre in controllo di spostamento, è pari a 1 $\mu\text{m}/\text{sec}$ e gli sforzi

di picco associati ai tre carichi sono i medesimi e pari a 4,72 kN.

Si riporta innanzitutto un grafico globale sforzo-deformazione fino al primo carico di picco.

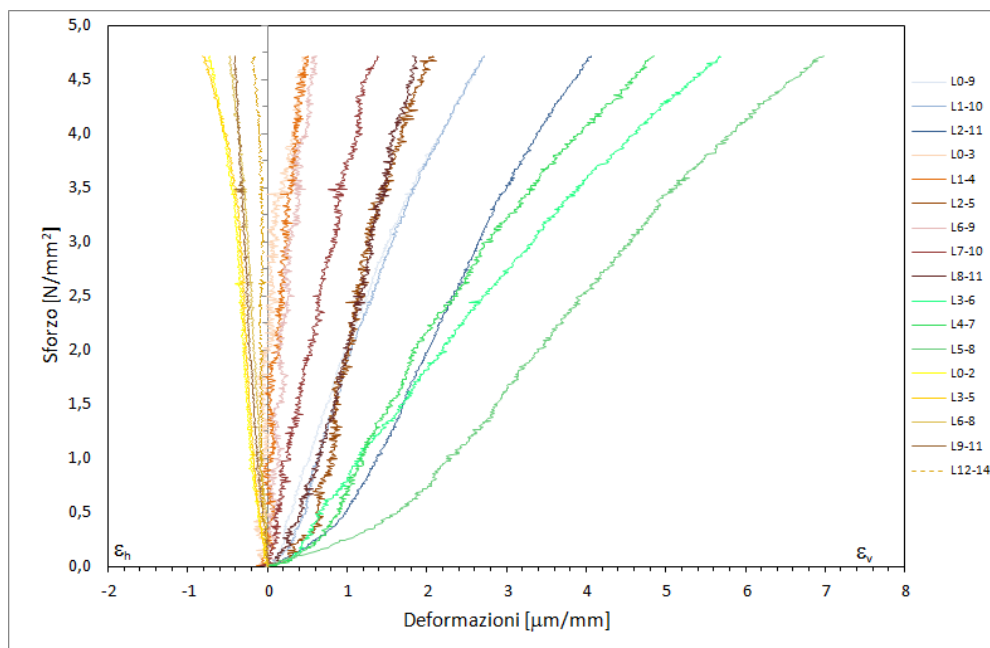


Grafico 3.21: Curve sforzo-deformazione di tutte le coppie di target.

L'analisi delle curve risultanti dalla prova sperimentale viene eseguita in maniera del tutto analoga a quanto fatto in precedenza: in questo caso, i cicli completi di carico-scarico sono 3 e pertanto verranno sempre analizzati 3 grafici, 3 tabelle per il carico e 3 per lo scarico.

Si sottolinea come, ovviamente, è la prima fase di carico che ci permetterà di determinare il modulo di elasticità, mentre le altre fasi serviranno da controllo.

3.2.3.2 Rielaborazione dei risultati

- Mattone superiore

La prima analisi viene condotta sul mattone superiore prendendo in esame le coppie di mire 0-3, 1-4 e 2-5.

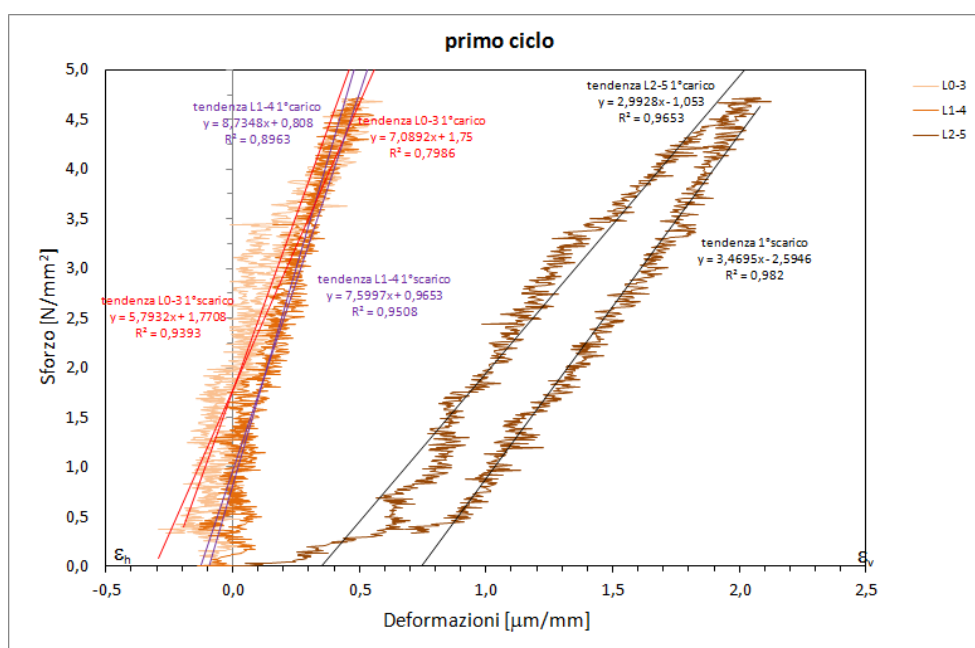


Grafico 3.22: Curve sforzo-deformazione del mattone superiore. Primo carico.

Come rilevato anche nelle precedenti prove, per quanto riguarda il mattone superiore, il grafico risultante dal rilevamento ottico risulta fortemente disturbato: si riesce comunque a valutare in maniera accettabile il valore del modulo elastico tramite rette interpolanti.

	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-3	7,0892	7089,20		9696,06	
L1-4	8,7348	8734,80	6272,27	9365,23	7109,43
L2-5	2,9928	2992,80		2267,00	

Tabella 3.29: Primo carico. Moduli elastici del mattone superiore.

	E grafico SCARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-3	5,7932	5793,20		6488,73	
L1-4	7,5997	7599,70	5620,80	8050,45	5923,07
L2-5	3,4695	3469,50		3230,04	

Tabella 3.30: Primo scarico. Moduli elastici del mattone superiore.

Si nota immediatamente come il modulo elastico associato alle mire 2-5 (lato destro della faccia A dove si effettua il rilevamento ottico) sia notevolmente inferiore rispetto agli altri valori: la differenza può essere ricondotta a diversi fattori quali la non omogeneità del campione, eventuali fessure già presenti, vuoti interni di malta.

Si ottengono, mediamente, moduli elastici di carico inferiori rispetto ai due campioni studiati sinora: occorre però sottolineare come il campione in esame sia il primo relativo alla Torre dell'Orologio mentre i due campioni precedenti siano riferiti al Mastio della Rocca, pertanto una diversità dei valori può essere giustificata. Gli altri campioni relativi alla Torre dell'orologio confermeranno la bontà dei valori ora trovati.

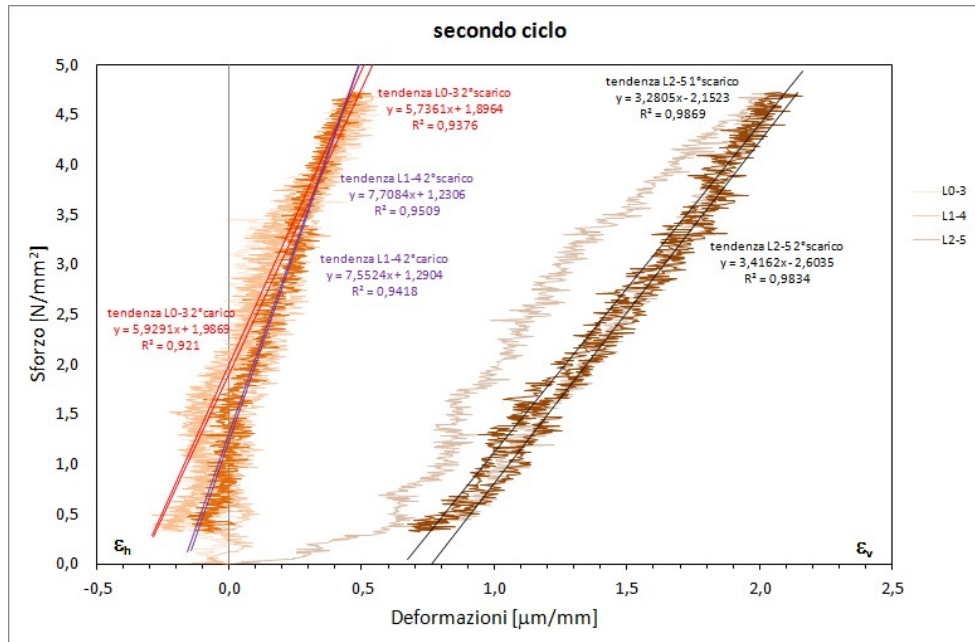


Grafico 3.23: Grafico di sforzo-deformazione del mattone superiore. Secondo ciclo.

L'irregolarità dei grafici non muta anche se si ha un palese assestamento dei valori di deformazione, che produrranno quindi moduli elastici analoghi a quelli della prima fase di scarico.

	E grafico CARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-3	5,9291	5929,10		6340,22	
L1-4	7,5524	7552,4	5587,33	8366,55	5589,61
L2-5	3,2805	3280,50		2062,06	

Tabella 3.31: Secondo carico. Moduli elastici del mattone superiore.

	E grafico SCARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-3	5,7361	5736,10		6279,47	
L1-4	7,7084	7708,40	5620,23	7352,68	5667,18
L2-5	3,4162	3416,20		3369,39	

Tabella 3.32: Secondo scarico. Moduli elastici del mattone superiore.

I valori confermano quanto asserito dalla semplice osservazione dei grafici.

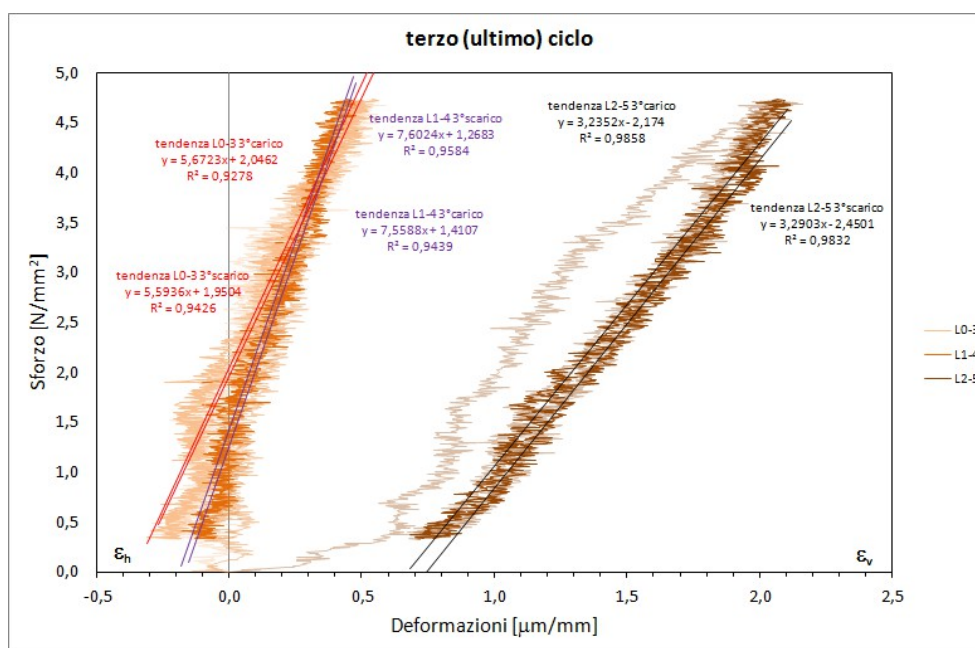


Grafico 3.24: Curve sforzo-deformazione del mattone superiore. Terzo ciclo.

Il terzo ciclo conferma unicamente quanto già osservato col secondo.

	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-3	5,6723	5672,30		6109,49	
L1-4	7,5588	7558,80	5488,77	8798,18	6070,45
L2-5	3,2352	3235,20		3303,67	

Tabella 3.33: Moduli elastici del mattone superiore. Terzo carico.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-3	5,5936	5593,60		5980,22	
L1-4	7,6024	7602,40	5495,43	7644,44	5671,51
L2-5	3,2903	3290,30		3389,88	

Tabella 3.34: Moduli elastici del mattone superiore. Terzo scarico.

Per verificare la bontà dei valori ottenuti è necessario confrontarli dapprima con quello che si otterrà dal mattone inferiore e poi con i risultati degli altri campioni relativi alla Torre dei Modenesi.

- Mattone inferiore

Analogamente a quanto fatto col mattone superiore, si analizzano i risultati del mattone inferiore.

Le coppie di mire ivi considerate sono: la 6-9, la 7-10 e la 8-11.

I grafici relativi al mattone inferiore, seppure meno rispetto a quelli del mattone superiore, restano molto poco puliti ma, ad ogni modo, si riesce a procedere all'interpolazione lineare.

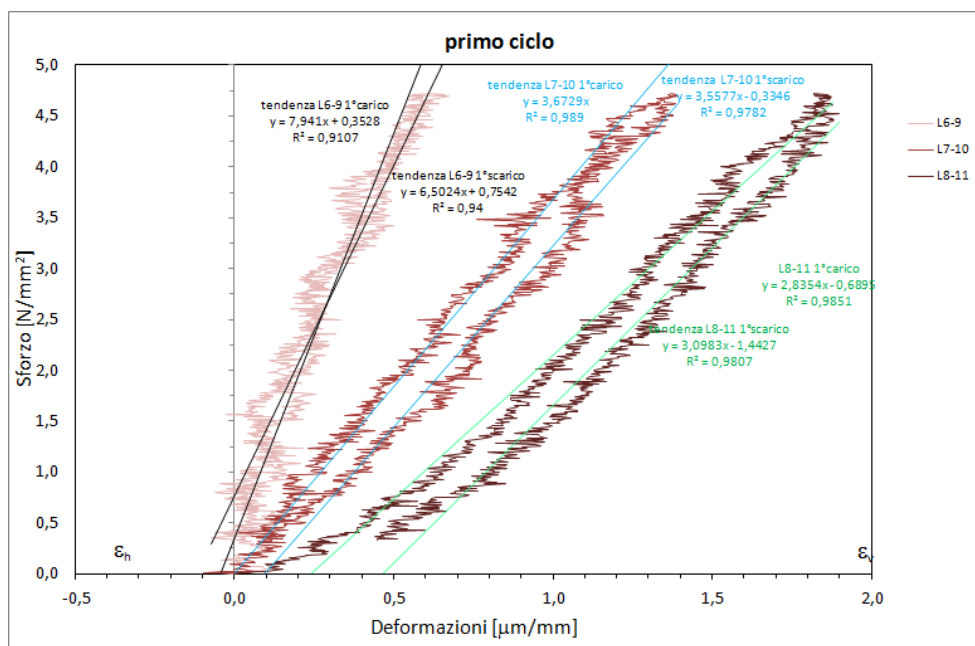


Grafico 3.25: Primo ciclo. Curve sforzo-deformazione del mattone inferiore.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L6-9	7,9410	7941,00		7647,91	
L7-10	3,6729	3672,90	4816,43	3437,57	4559,44
L8-11	2,8354	2835,40		2592,82	

Tabella 3.35: Moduli elastici del mattone inferiore. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/µm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L6-9	6,5024	6502,40		7554,39	
L7-10	3,5577	3557,70	4386,13	3426,92	4728,90
L8-11	3,0983	3098,30		3205,40	

Tabella 3.36: Moduli elastici del mattone inferiore. Primo scarico.

I moduli elastici ottenuti per il mattone inferiore sono lievemente inferiori a quelli ottenuti in precedenza per l'altro mattone ma sono comunque in linea con esso.

Si osserva nuovamente una discrepanza di valori: si mantiene il fatto che il lato destro della faccia A dia meno rigido, il che probabilmente è indicativo della scarsa omogeneità del campione.

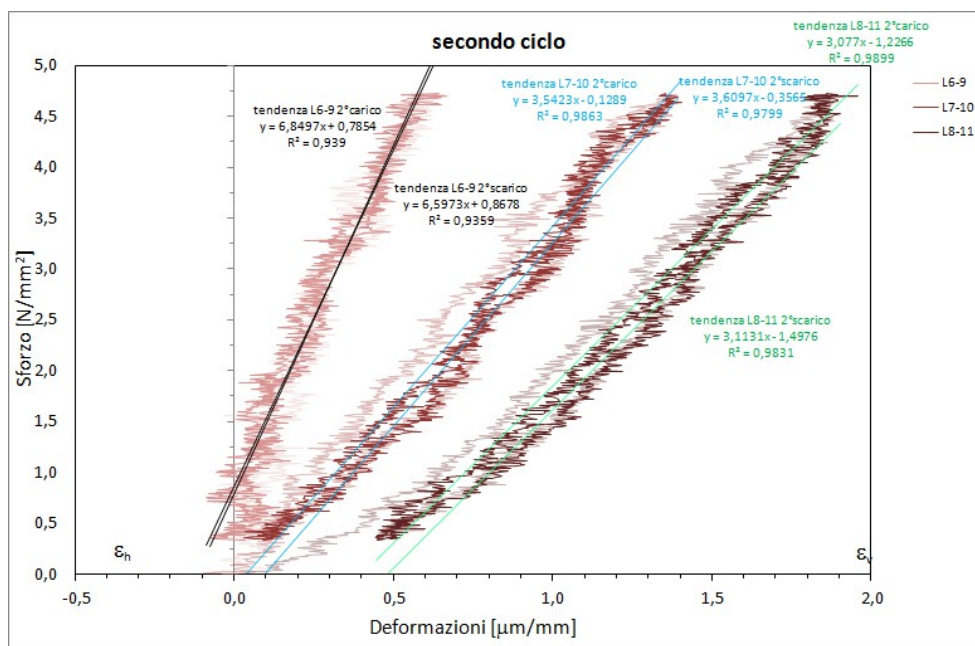


Grafico 3.26: Secondo ciclo. Curve sforzo-deformazione del mattone inferiore.

Come in tutti i casi di studio precedenti, la seconda fase di carico con conseguente scarico hanno andamenti analoghi al primo scarico. Medesimo risultato si avrà nel terzo ciclo.

	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L6-9	6,8497	6849,70		7203,94	
L7-10	3,5424	3542,40	4489,70	3479,78	4599,48
L8-11	3,0770	3077,00		3114,73	

Tabella 3.37: Secondo carico. Moduli elastici del mattone inferiore.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L6-9	6,5973	6597,30		6310,10	
L7-10	3,6097	3609,70	4440,03	3451,31	4319,10
L8-11	3,1131	3113,10		3195,89	

Tabella 3.38: Secondo scarico. Moduli elastici del mattone inferiore.

Numericamente si ha la conferma di come i valori del modulo elastico si attestino.

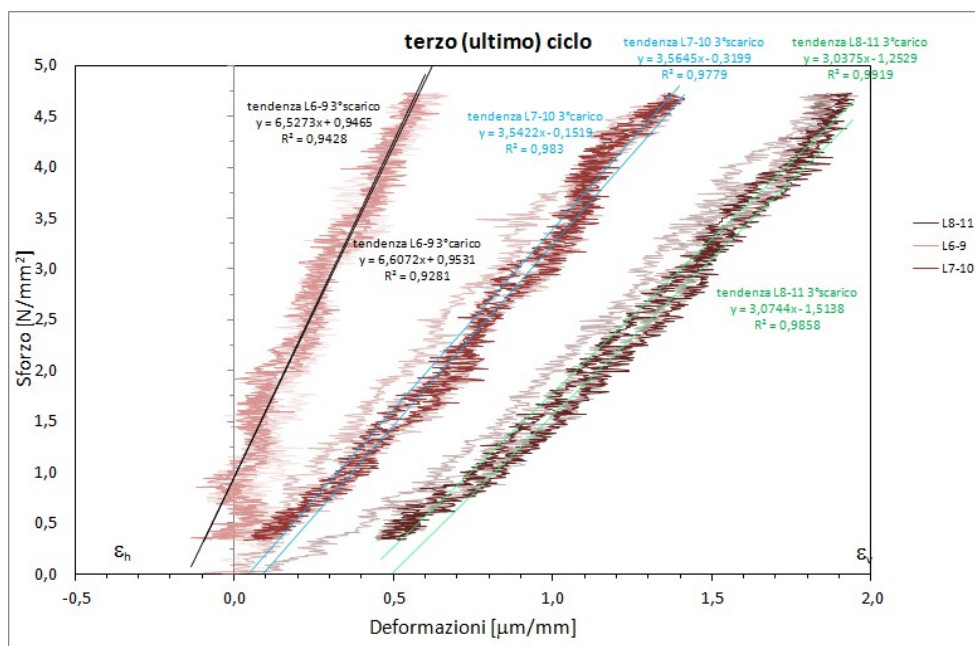


Grafico 3.27: Secondo ciclo. Curve sforzo-deformazione del mattone inferiore.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L6-9	6,6072	6607,20		7283,58	
L7-10	3,5422	3542,20	4395,63	3277,34	4546,04
L8-11	3,0375	3037,50		3077,19	

Tabella 3.39: Moduli elastici del mattone inferiore. Terzo carico.

	E grafico SCARICO [N/µm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L6-9	6,5273	6527,30		7556,49	
L7-10	3,5645	3564,50	4388,73	3410,31	4664,44
L8-11	3,0744	3074,40		3026,52	

Tabella 3.40: Moduli elastici del mattone inferiore. Terzo scarico.

I valori medi trovati di modulo elastico, sono più o meno concordi tra i due mattoni. Si attendono altre prove su mattoni appartenenti alla Torre dei Modenesi per un confronto.

- Malta

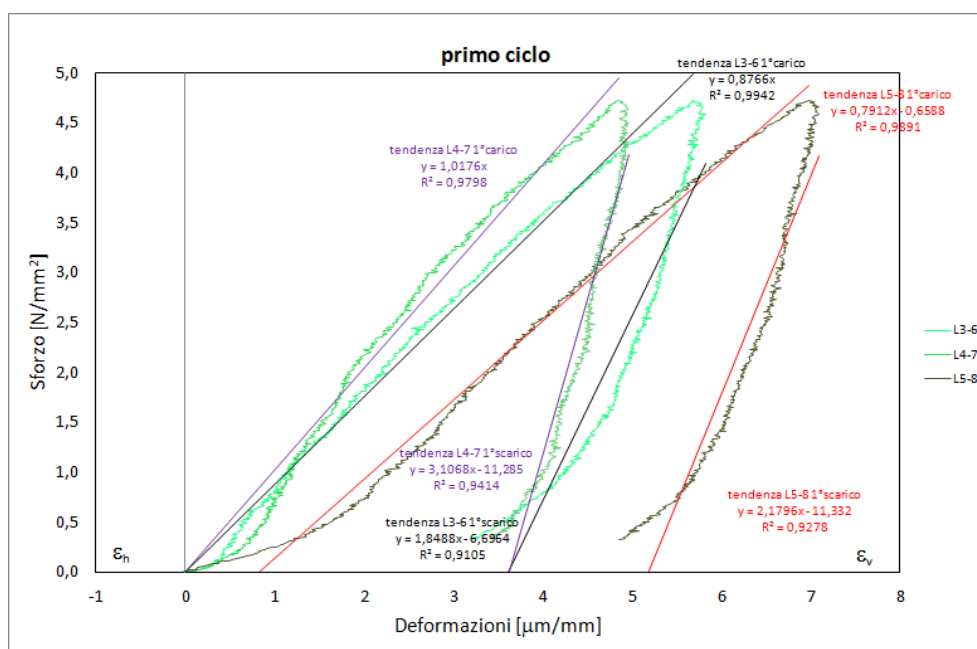


Grafico 3.28: Curve sforzo-deformazione malta-mattone. Primo ciclo.

Si è riportato il grafico relativo alle mire disposte a cavallo della malta ovvero le coppie 3-6, 4-7 e 5-8: il procedimento per la determinazione del modulo di elasticità relativo alla sola malta è del tutto analoga a quanto fatto finora. Si tratta semplicemente di pulire i risultati dalla presenza del mattone superiore e di quello inferiore tra le due mire, lasciando dunque solo la malta.

Si riportano dapprima i risultati “globali” e poi quelli della sola malta.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L3-6	0,8766	876,60		831,15	
L4-7	1,0176	1017,60	895,13	971,05	825,88
L5-8	0,7912	791,20		675,45	

Tabella 3.41: Primo carico. Modulo elastico malta-mattone.

	E grafico SCARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L3-6	1,8488	1848,80		1771,51	
L4-7	3,1068	3106,80	2378,40	3070,38	2304,58
L5-8	2,1796	2179,60		2071,84	

Tabella 3.42: Primo scarico. Modulo elastico malta-mattone.

Si mostra una leggera discrepanza del valore relativo alle mire posizionate in zona centrale che mostrano un modulo elastico superiore. Nel complesso comunque non si ha una forte disomogeneità di valori ed il valore medio riscontrato è indicativo del comportamento generale. Si osserva infine come il valore ottenuto numericamente sia del tutto analogo a quello ottenuto con regressione lineare grafica.

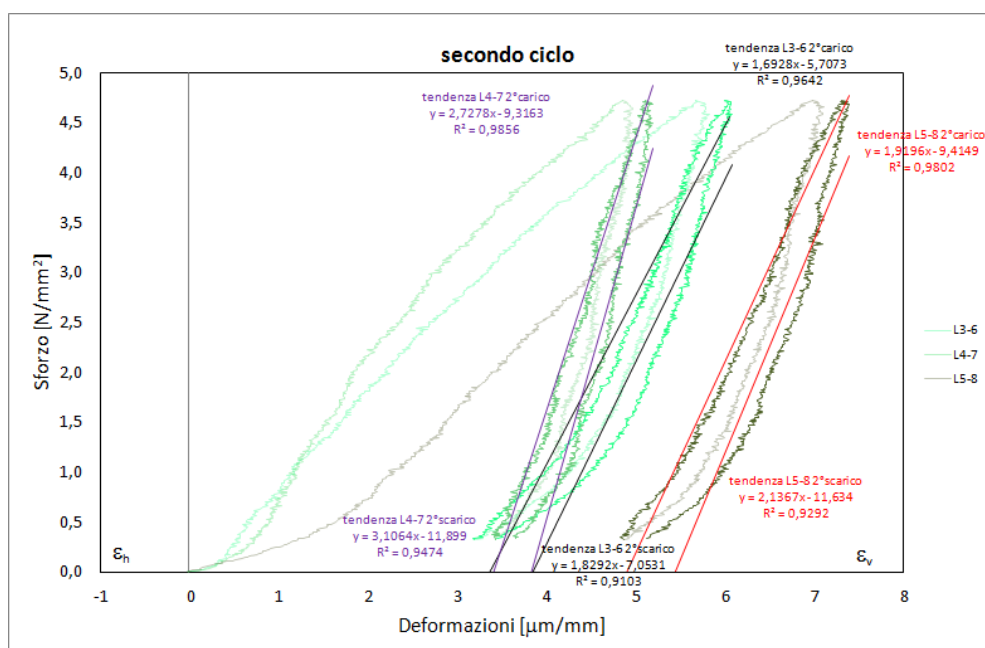


Grafico 3.29: Curve sforzo-deformazione malta-mattone. Secondo ciclo.

I valori che si ottengono durante il secondo ciclo di carico sono molto prossimi a quelli ottenuti nella fase di carico a riprova di quanto l'analisi sia in ambito elastico.

	E grafico CARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L3-6	1,6928	1692,80		1564,06	
L4-7	2,7278	2727,80	2113,40	2608,93	1990,41
L5-8	1,9196	1919,60		1798,23	

Tabella 3.43: Secondo carico. Modulo di elasticità malta-mattone.

	E grafico SCARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L3-6	1,8292	1829,20		1714,84	
L4-7	3,1046	3104,60	2356,83	3008,25	2243,86
L5-8	2,1367	2136,70		2008,50	

Tabella 3.44: Secondo scarico. Modulo di elasticità malta-mattone.

Come riscontrato nel primo ciclo, anche nel secondo, il valore del modulo legato ai target posti in zona centrale è lievemente superiore a quello delle altre due coppie.

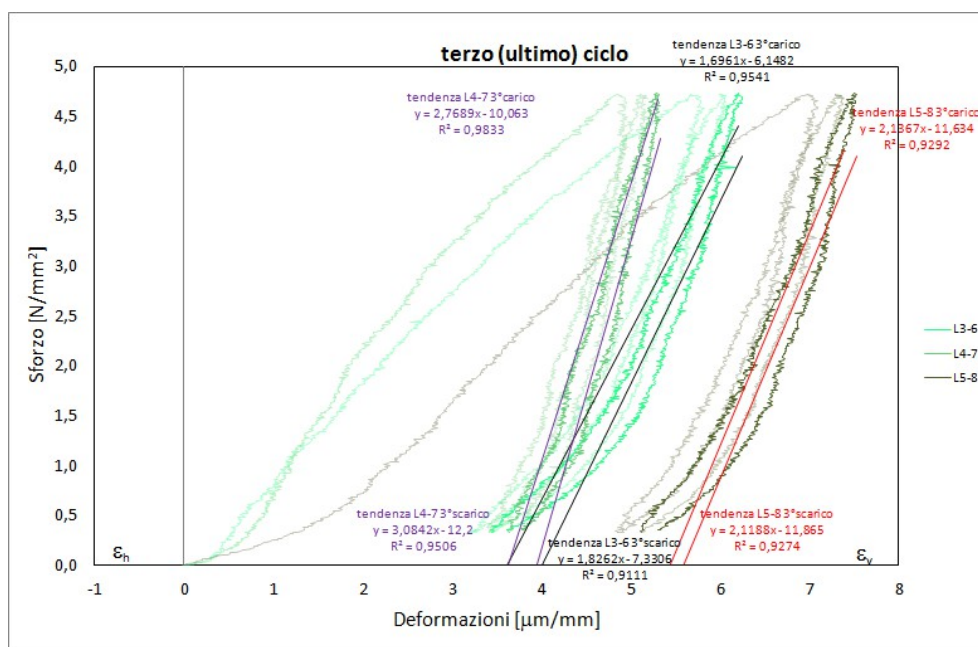


Grafico 3.30: Curve sforzo-deformazione malta-mattone. Terzo ciclo.

Il terzo ciclo non fa altro che confermare quanto già riscontrato col secondo e pertanto porta alla

decisione di interrompere le successive prova al secondo ciclo.

	E grafico CARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L3-6	1,6961	1696,10		1670,44	
L4-7	2,7689	2768,90	2200,57	2881,91	2182,37
L5-8	2,1367	2136,70		1994,76	

Tabella 3.45: Terzo carico. Modulo di elasticità malta-mattone.

	E grafico SCARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L3-6	1,8262	1826,20		1585,76	
L4-7	3,0842	3084,20	2343,07	2670,93	2031,54
L5-8	2,1188	2118,80		1837,93	

Tabella 3.46: Terzo carico. Modulo di elasticità malta-mattone.

Non vi sono commenti aggiuntivi da fare rispetto a quanto osservato finora.

Si può procedere, secondo il metodo già illustrato, al calcolo del modulo di elasticità della malta.

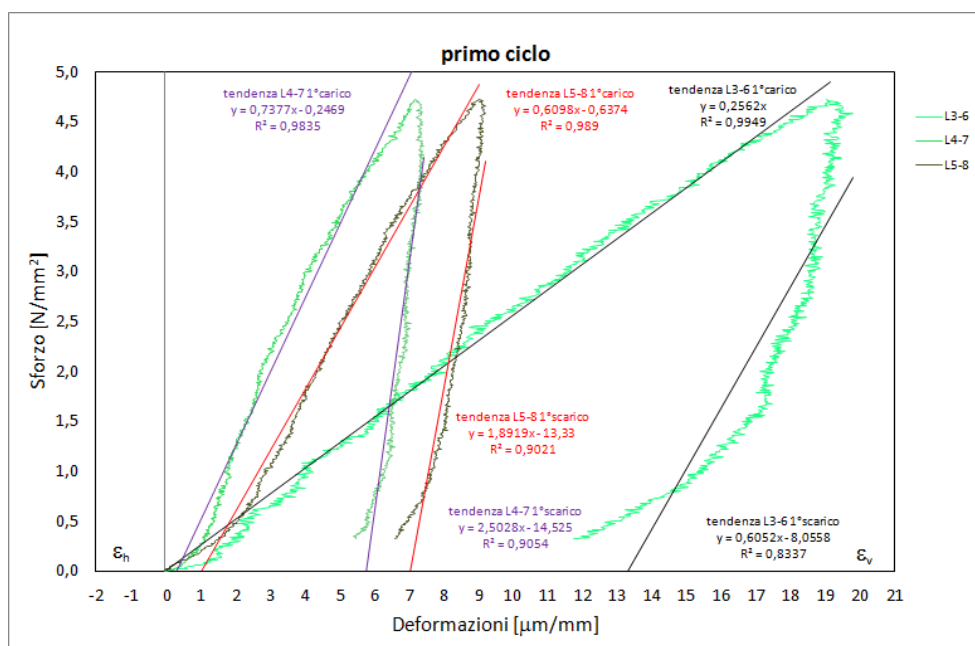


Grafico 3.31: Curve sforzi-deformazione della malta. Primo ciclo.

I grafici, in ogni ciclo, ricalcheranno per andamenti e conseguenze, i grafici relativi alle mire a cavallo della malta stessa.

	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
malta L3-6	0,2562	256,20		247,68	
malta L4-7	0,7377	737,70	534,57	654,64	474,93
malta L5-8	0,6098	609,80		522,47	

Tabella 3.47: Moduli elastici della sola malta. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
malta L3-6	0,6052	605,20		600,97	
malta L4-7	2,5028	2502,80	1666,63	2552,31	1654,43
malta L5-8	1,8919	1891,90		1810,01	

Tabella 3.48: Moduli elastici della sola malta. Primo scarico.

Si ottengono valori di modulo elastico in linea con quanto ci si attendeva sia dalla pratica che dai precedenti risultati.

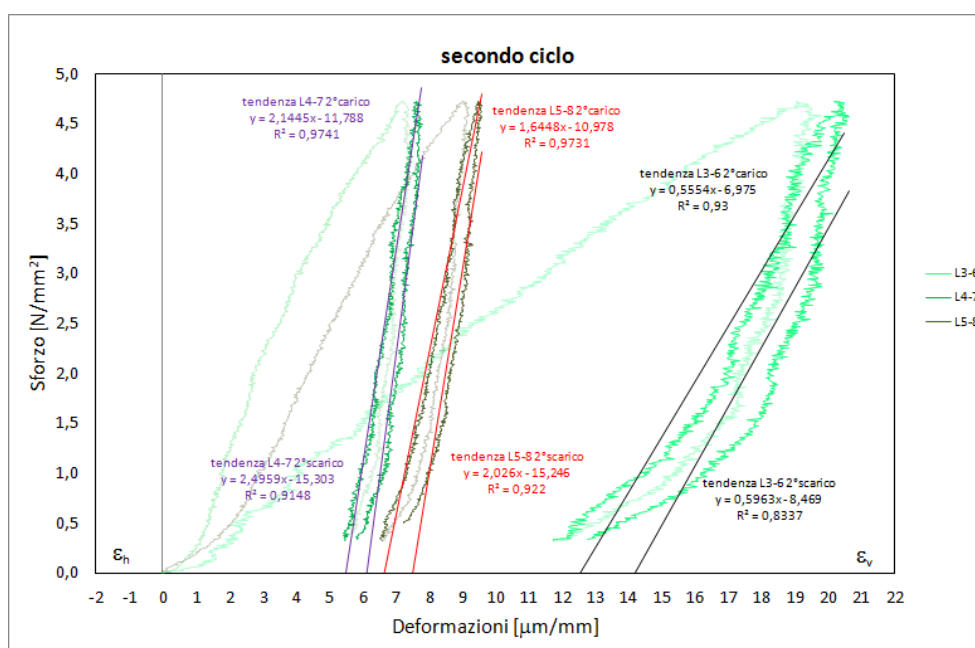


Grafico 3.32: Curve sforzi-deformazione della malta. Secondo ciclo.

	E grafico CARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
malta L3-6	0,5554	555,40		520,54	
malta L4-7	2,1445	2144,50	1448,23	2048,96	1365,83
malta L5-8	1,6448	1644,80		1528,00	

Tabella 3.49: Moduli elastici della sola malta. Secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
malta L3-6	0,5963	596,30		591,59	
malta L4-7	2,4959	2495,90	1706,07	2493,34	1606,71
malta L5-8	2,0260	2026,00		1735,20	

Tabella 3.50: Moduli elastici della sola malta. Secondo scarico.

Si riporta infine il terzo ciclo di carico relativo alla malta.

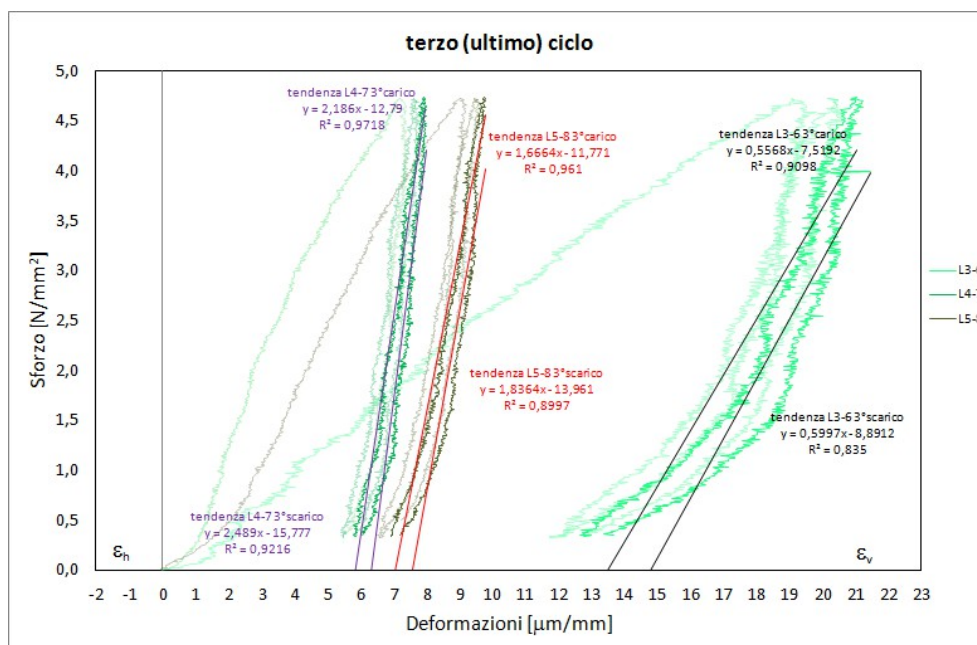


Grafico 3.33: Curve sforzi-deformazione della malta. Terzo ciclo.

	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
malta L3-6	0,5568	556,80		530,30	
malta L4-7	2,1860	2186,00	1469,73	2133,43	1410,31
malta L5-8	1,6664	1666,40		1567,19	

Tabella 3.51: Moduli elastici della sola malta. Terzo carico.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
malta L3-6	0,5997	599,70		595,09	
malta L4-7	2,4890	2489,00	1641,70	2372,20	1566,24
malta L5-8	1,8364	1836,40		1731,43	

Tabella 3.52: Moduli elastici della sola malta. Terzo scarico.

I valori dei moduli elastici sono praticamente gli stessi del ciclo precedente.

- Campione intero

Dopo aver esaminato le singole componenti del campione si passa allo studio della muratura nella sua totalità considerando le coppie di target 0-9, 1-10 e 2-11.

Si nota immediatamente come una coppia di mire, in particolare la coppia sul lato destro del campione, abbia valori leggermente diversi dalle altre due. Quello che graficamente appare come evidente, viene notevolmente smorzato nel confronto numerico: i valori che si ottengono dalle tre curve sono del tutto raffrontabili tra loro.

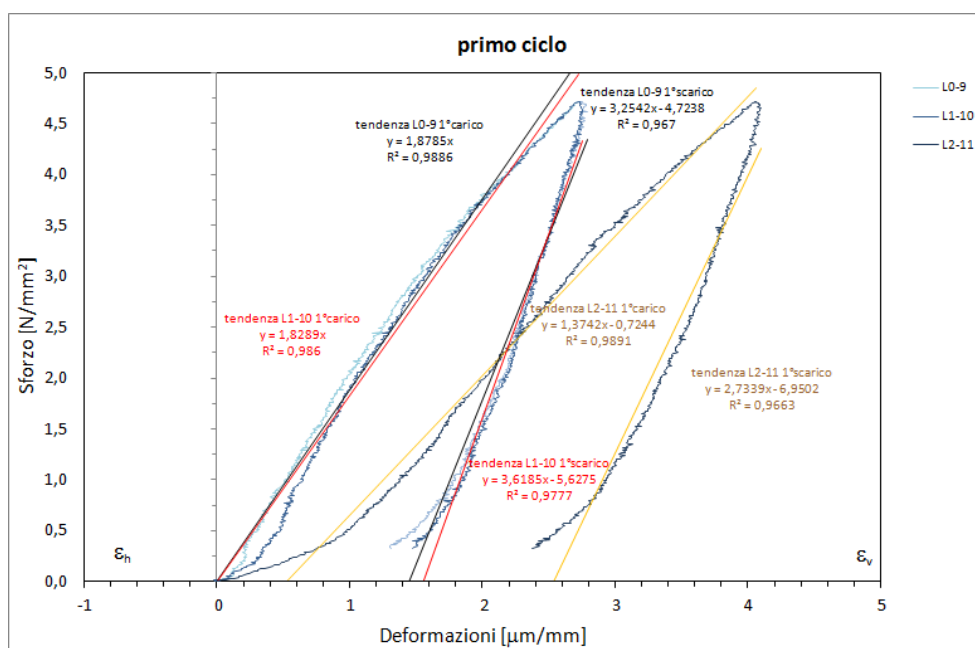


Grafico 3.34: Primo ciclo. Curve di sforzo-deformazione del campione.

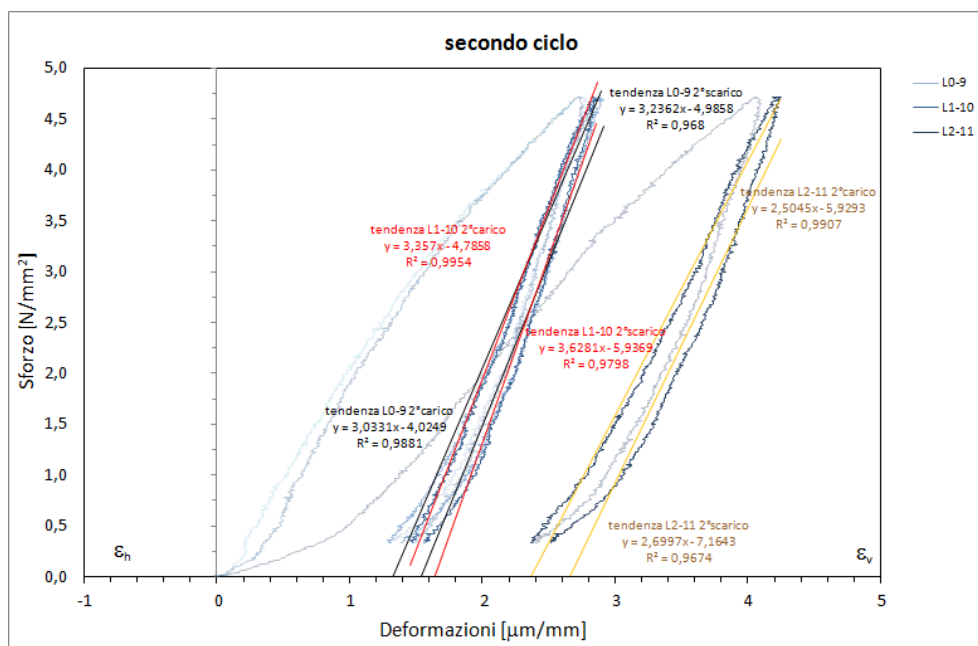
	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-9	1,8785	1878,50		1730,94	
L1-10	1,8289	1828,90	1693,87	1730,71	1541,19
L2-11	1,3742	1374,20		1161,92	

Tabella 3.53: Moduli elastici della muratura. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-9	3,2542	3254,20		3104,44	
L1-10	3,6185	3618,50	3202,20	3501,57	3071,82
L2-11	2,7339	2733,90		2609,44	

Tabella 3.54: Moduli elastici della muratura. Primo scarico.

L'analisi numerica mostra, come accennato, valori assolutamente rapportabili tra loro. Il modulo elastico risultante, nella fase di carico, si avvicina a quello valutato per il campione CR8 rimanendo però ad esso inferiore: si tratta di campioni relativi a Torri diverse, il confronto attendibile è tra campioni appartenenti al medesimo contesto



Gráficoo 3.35: Secondo ciclo. Curve di sforzo-deformazione del campione.

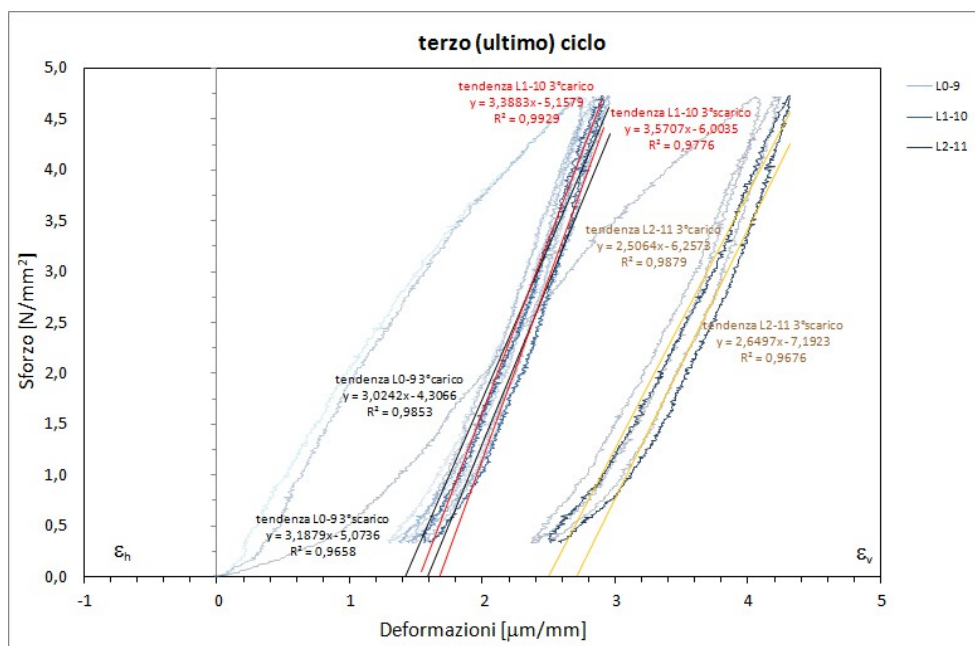
Col secondo, e col terzo ciclo si ha la consueta conferma dei valori di modulo elastico.

	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-9	3,0331	3033,10		2806,02	
L1-10	3,3570	3357,00	2964,87	3237,84	2815,88
L2-11	2,5045	2504,50		2403,77	

Tabella 3.55: Moduli elastici della muratura. Secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-9	3,2362	3236,20		2948,98	
L1-10	3,6281	3628,10	3188,00	3439,16	2992,42
L2-11	2,6997	2699,70		2589,12	

Tabella 3.56: Moduli elastici della muratura. Secondo scarico.



Gráficoo 3.36: Terzo ciclo. Curves di sforzo-deformazione del campione.

	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-9	3,0242	3024,20		2939,91	
L1-10	3,3883	3388,30	2972,97	3366,57	2950,18
L2-11	2,5064	2506,40		2544,06	

Tabella 3.57: Moduli elastici della muratura. Terzo ed ultimo carico.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-9	3,1879	3187,90		2833,08	
L1-10	3,5707	3570,70	3136,10	3239,28	2835,68
L2-11	2,6497	2649,70		2434,69	

Tabella 3.58: Moduli elastici della muratura. Terzo ed ultimo scarico.

Si riporta ora un istogramma riassuntivo dei valori trovati per il campione CT1.

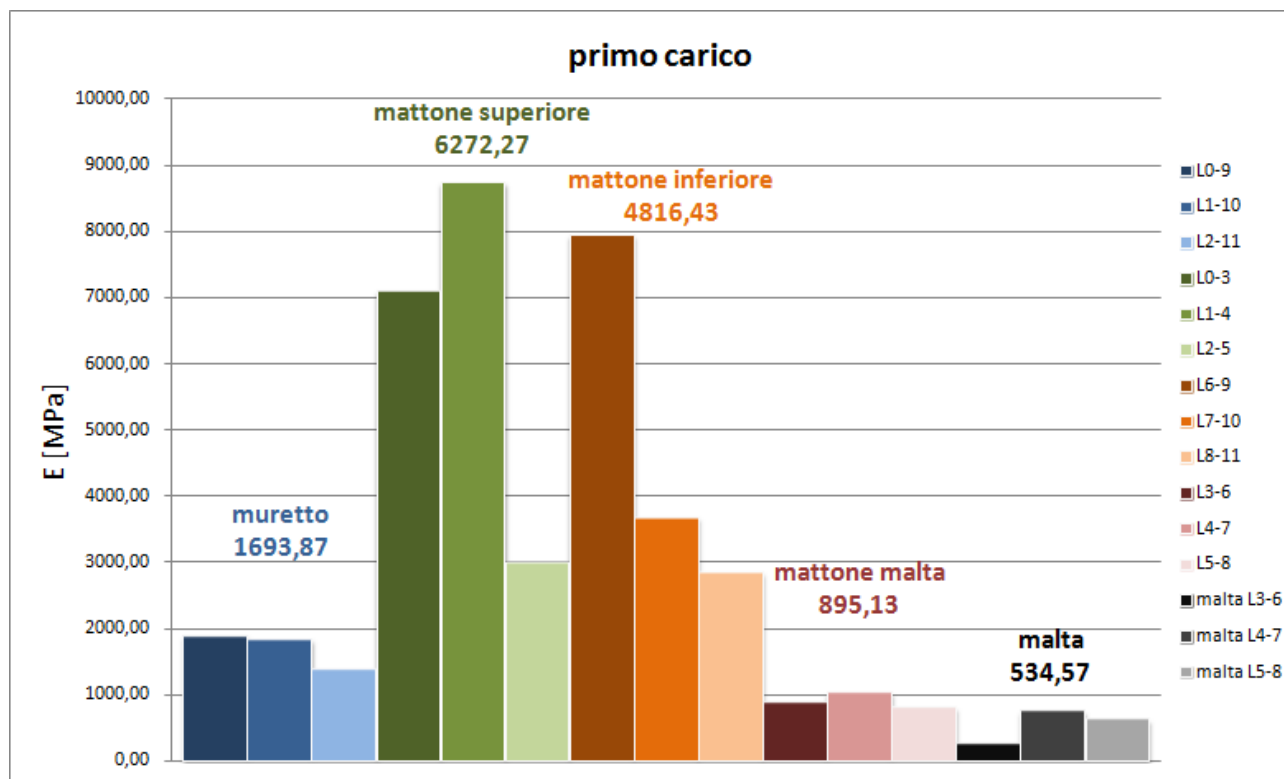


Grafico 3.37: Istogramma riassuntivo dei valori dei moduli elastico per ogni coppia di target.

3.2.4 Campione CT2

3.2.4.1 Caratteristiche del campione e della prova

Si riportano innanzitutto le caratteristiche del campione prima della prova.

Base	126 – 130 – 132 (non molto regolare)	mm
Altezza	132	mm
Profondità	120	mm
Area di carico	15520	mm ²
Spessore malta	10 – 4 – 10 (molto irregolare)	mm

Tabella 3.59: Caratteristiche del campione CT2.

Data l'irregolarità e della base e della malta, si sono effettuate misurazioni in tre punti differenti.

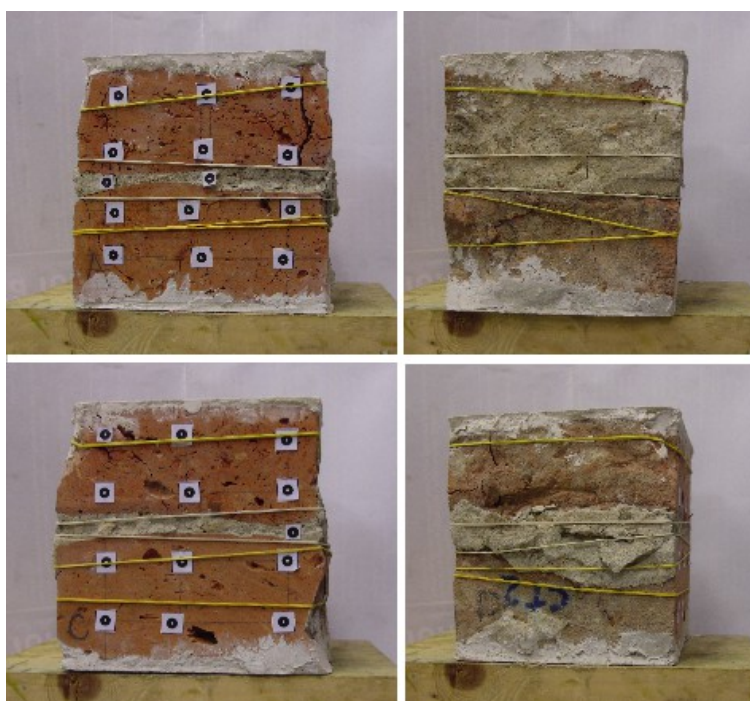


Illustrazione 3.19: Campione CT2.

La prova relativa al campione CT2, è stata temporalmente effettuata come prima prova tra i campioni relativi alla Torre dell'Orologio e pertanto, come col primo campione relativo al Mastio della Rocca, si è portato a rottura il campione per osservarne il comportamento.

Esattamente come con CR8, la prova così effettuata a messo in luce dei risultati di scarsa utilità e pertanto si è rivelata utile per modificare il modus operandi (come fatto in effetti col campione CT1 presentato in precedenza): le prove successive, compresa quella sul campione CT1 già esaminata, saranno interrotte prima del raggiungimento delle zone critiche di macchina e campione.

La prova si ritiene significativa sino al carico di picco di circa 74 kN, corrispondente ad uno sforzo uniforme di 4,78 MPa. La velocità della prova è sempre di 1 $\mu\text{m}/\text{sec}$.

Si riporta innanzitutto il grafico completo relativo al campione nella sua totalità per mettere in evidenza quando appena descritto.

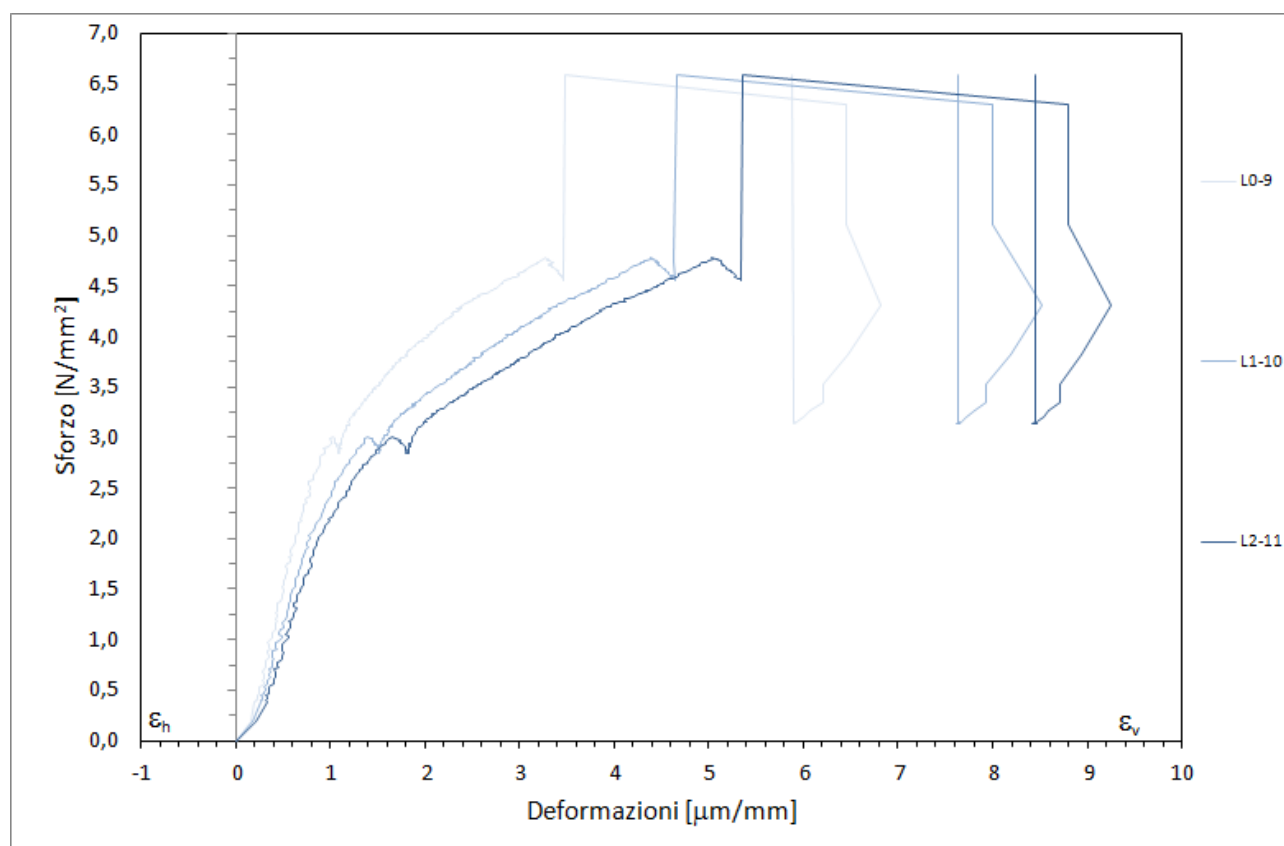


Grafico 3.38: Curva completa sforzo-deformazione del campione.

Si noti come, dopo il valore di sforzo pari a 4,78 MPa il grafico sforzo-deformazione abbia un andamento del tutto privo di significato e pertanto si giustifichi la scelta di interrompere le successive prove, anche per i campioni della Torre dell'orologio, ad un valore di carico massimo di 70 kN.

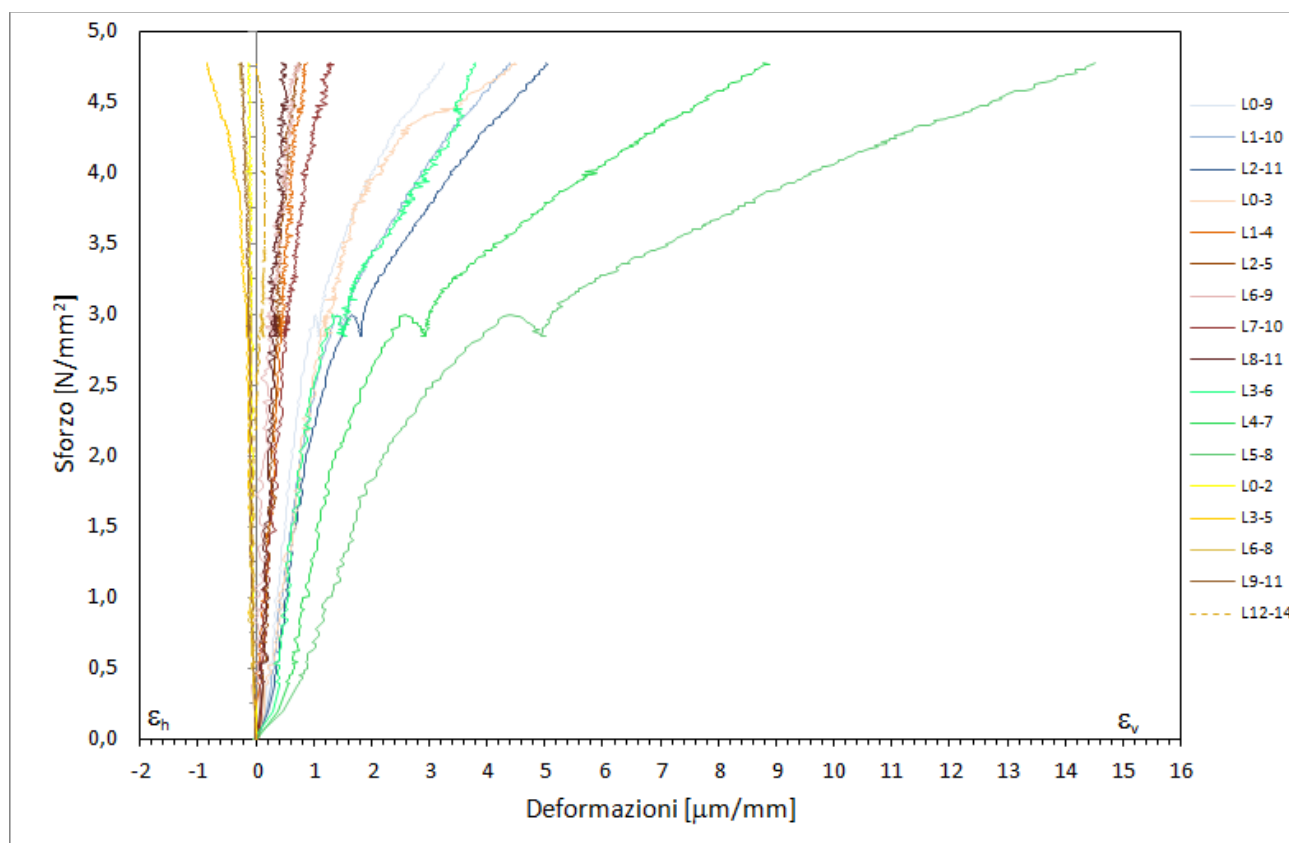


Grafico 3.39: Grafico sforzo-deformazione di tutte le coppie di mire.

Per la determinazione del modulo elastico delle varie componenti e del campione nella sua globalità, si analizzano i risultati del rilevamento ottico in maniera analoga a quanto fatto in precedenza.

3.2.4.2 Rielaborazione dei risultati

- Mattone superiore

La prima componente in esame è il mattone superiore: a differenza di tutti i casi sinora studiati, ivi si ha un grafico non troppo lineare, ma il disturbo è nettamente inferiore.

Si nota immediatamente come il rilievo relativo alle mire a sinistra del lato A abbiano un comportamento differente rispetto alle altre: giustificare un comportamento del genere non è possibile se non supponendo che sia legato alla irregolarità interna del campione, soprattutto in termini di distribuzione di malta, spesso carente. Si analizzano le coppie di mire 0-3, 1-4 e 2-5.

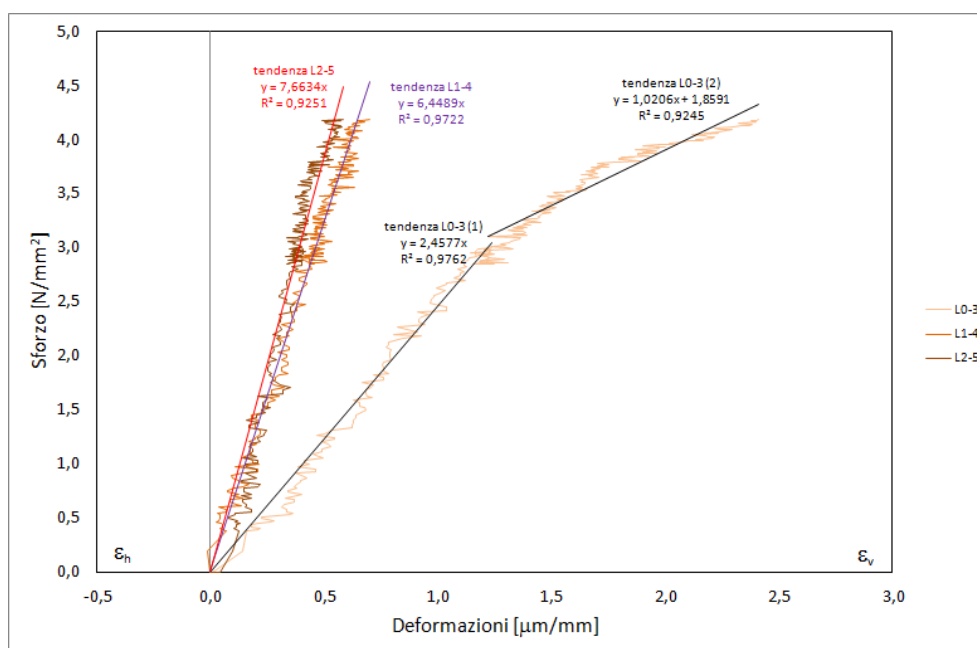


Grafico 3.40: Grafico sforzo-deformazione del mattone superiore.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-3	2,4577	2457,70		2438,98	
L1-4	6,4489	6448,90	5523,33	5951,05	5179,08
L2-5	7,6634	7663,40		7147,21	

Tabella 3.60: Moduli elastici del mattone superiore.

Anche numericamente si nota come una coppia di mire abbia un comportamento differente rispetto alle altre due: mediamente però, si hanno valori in analogia con il campione precedente.

- Mattone inferiore

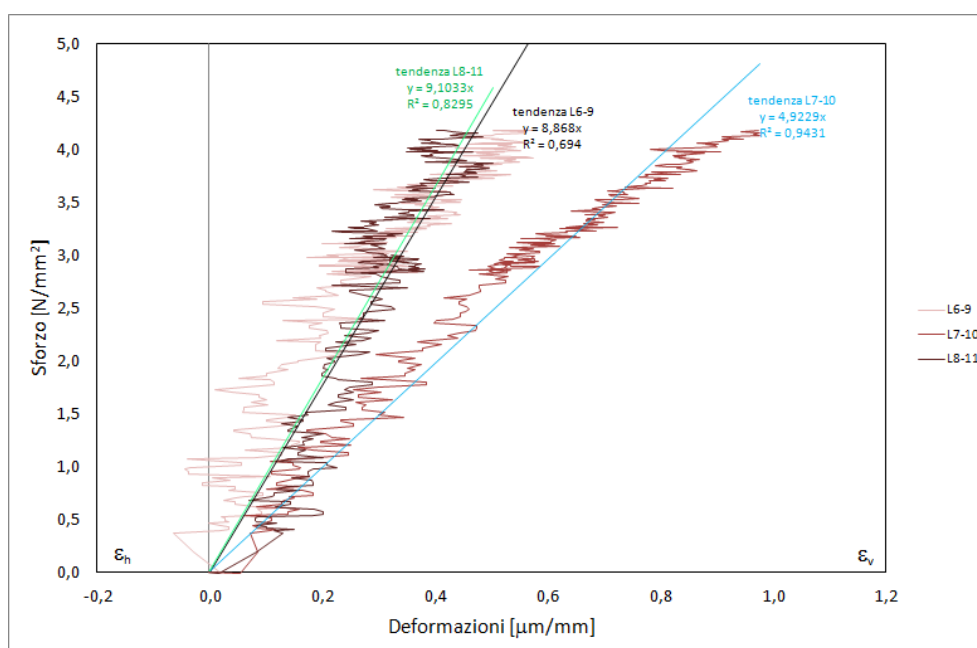


Grafico 3.41: Grafico sforzo-deformazione con rette interpolanti. Mattone inferiore.

Anche per quanto riguarda il mattone inferiore, si presenta il consueto problema dell'irregolarità del grafico sforzo-deformazione: ad ogni modo è possibile ottenere una valida interpolazione lineare.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L6-9	8,8680	8868,00		7210,28	
L7-10	4,9229	4922,90	7631,40	4295,99	7293,65
L8-11	9,1033	9103,30		10374,69	

Tabella 3.61: Modulo elastico del mattone inferiore.

In questo caso, la coppia di mire (sono state studiate le coppie 6-9, 7-10 e 8-11) che si discosta maggiormente dalle altre è quella centrale: nuovamente però, il valore medio è sufficientemente in linea con quanto trovato in precedenza.

- Malta

Per determinare il modulo elastico della malta si procede come al solito, depurando dal contributo dei mattoni il risultato ottenuto nella zona centrale del campione.

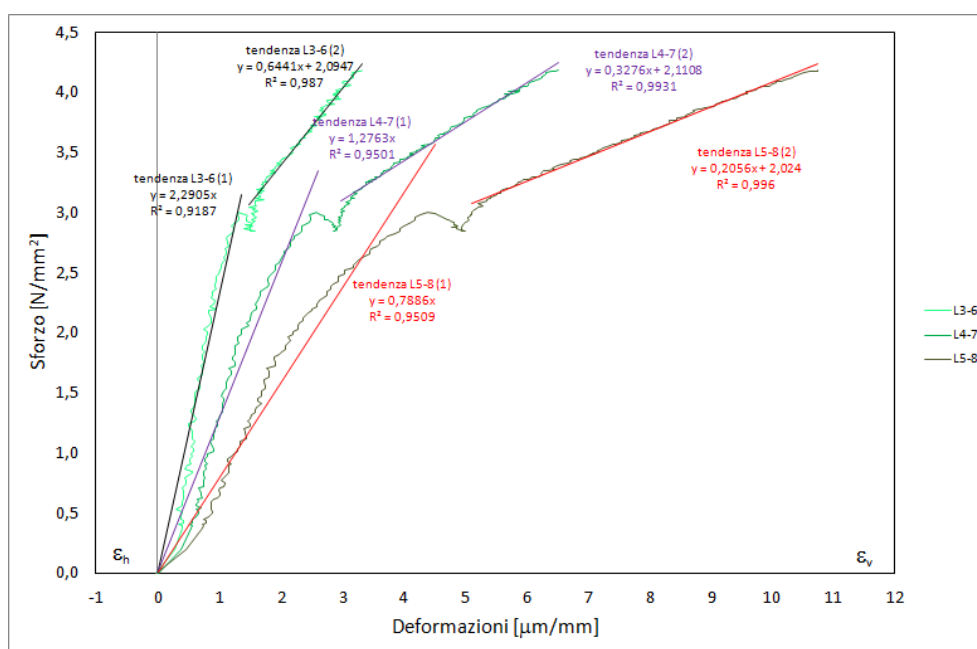


Grafico 3.42: Grafico sforzo-deformazione malta-mattone.

Il grafico sforzo-deformazione relativo alla tre coppie di mire poste a cavallo dello strato di malta, ovvero le coppie 3-6, 4-7 e 5-8, presenta un andamento approssimabile con due rette che ben descrivono l'intero tracciato.

Si noti come nel tratto centrale del grafico, ad uno sforzo di circa 3 kN, vi sia una sorta di assestamento del campione che poi riprende ad assorbire carico: tale tratto, non rilevabile in una

prova in controllo di sforzo, corrisponde al cambio di pendenza della curva.

La retta interpolante il primo tratto permette di ricavare il modulo di elasticità.

	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L3-6	2,2905	2290,50		2177,44	
L4-7	1,2763	1276,30	1451,80	1140,80	1326,23
L5-8	0,7886	788,60		660,46	

Tabella 3.62: Modulo elastico malta-mattone.

Si osserva una certa variabilità dei valori trovati: il valor medio che si ottiene è comunque piuttosto indicativo di quello che può presumibilmente essere il reale modulo elastico.

Con il consueto procedimento, da queste rilevazioni si ricava il modulo elastico della sola malta.

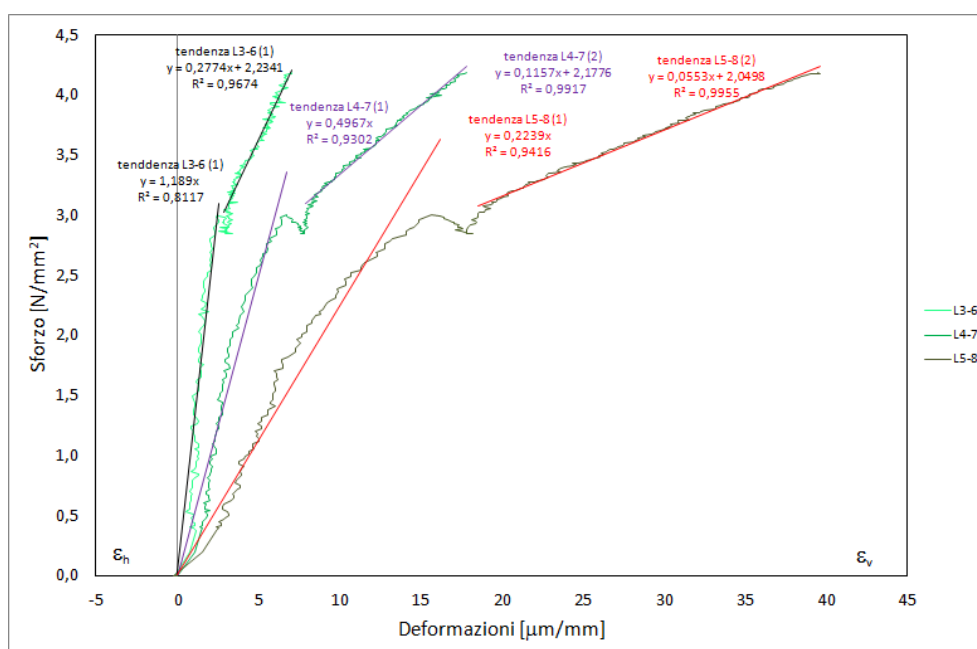


Grafico 3.43: Grafico risultante relativo alla sola malta. Curve sforzo-deformazioni con rette interpolanti sino al picco.

L'andamento qualitativo delle tre curve è ovviamente analogo al precedente, mentre i valori sono nettamente inferiori.

	E grafico CARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
malta L3-6	1,1890	1189,00		1148,59	
malta L4-7	0,4967	496,70	636,53	442,09	591,64
malta L5-8	0,2239	223,90		184,25	

Tabella 3.63: Moduli elastici relativi alla sola malta.

I valori che si ottengono sono praticamente analoghi a quelli ottenuti per il campione CT1 e sono quindi da ritenersi indicativi.

- Campione intero

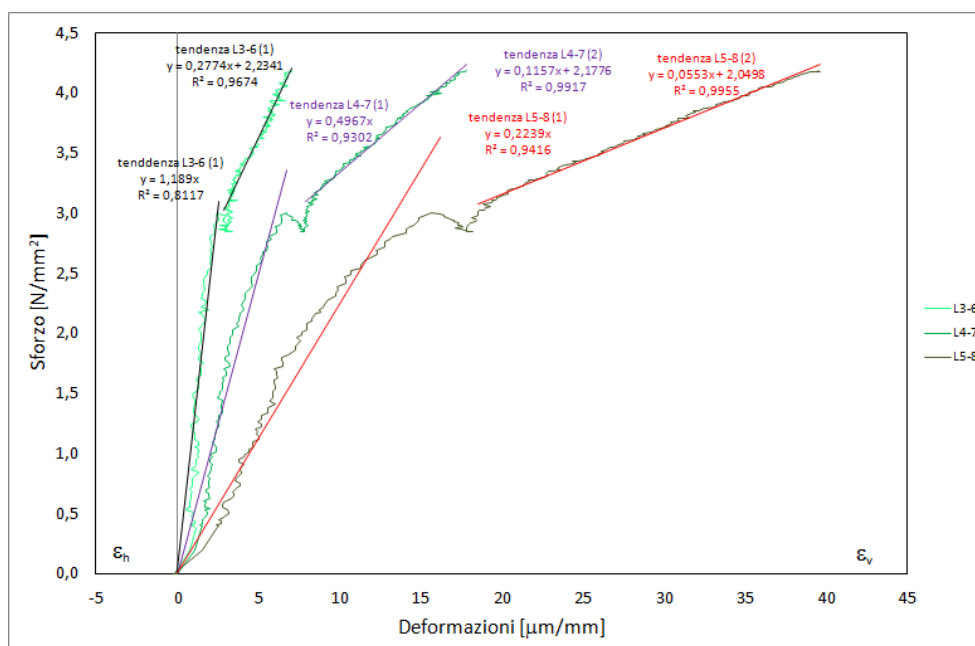


Grafico 3.44: Grafico sforzo-deformazione e rette interpolanti sino al carico di picco del campione intero.

Passando all'analisi globale del campione si nota una notevole vicinanza delle curve, con valori molto simili tra loro: nel complesso dunque si può affermare che il campione si sia comportato in maniera ragionevolmente uniforme.

	E grafico CARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-9	3,0184	3018,40		2869,84	
L1-10	2,3315	2331,50	2457,53	2085,78	2243,18
L2-11	2,0227	2022,70		1773,91	

Tabella 3.64: Moduli elastici della muratura.

Il valore complessivo del modulo di elasticità tangenziale è superiore a quello trovato nel campione CT1: gli altri campioni serviranno a giustificare i risultati.

Si riassumono i valori trovati nell'istogramma seguente:

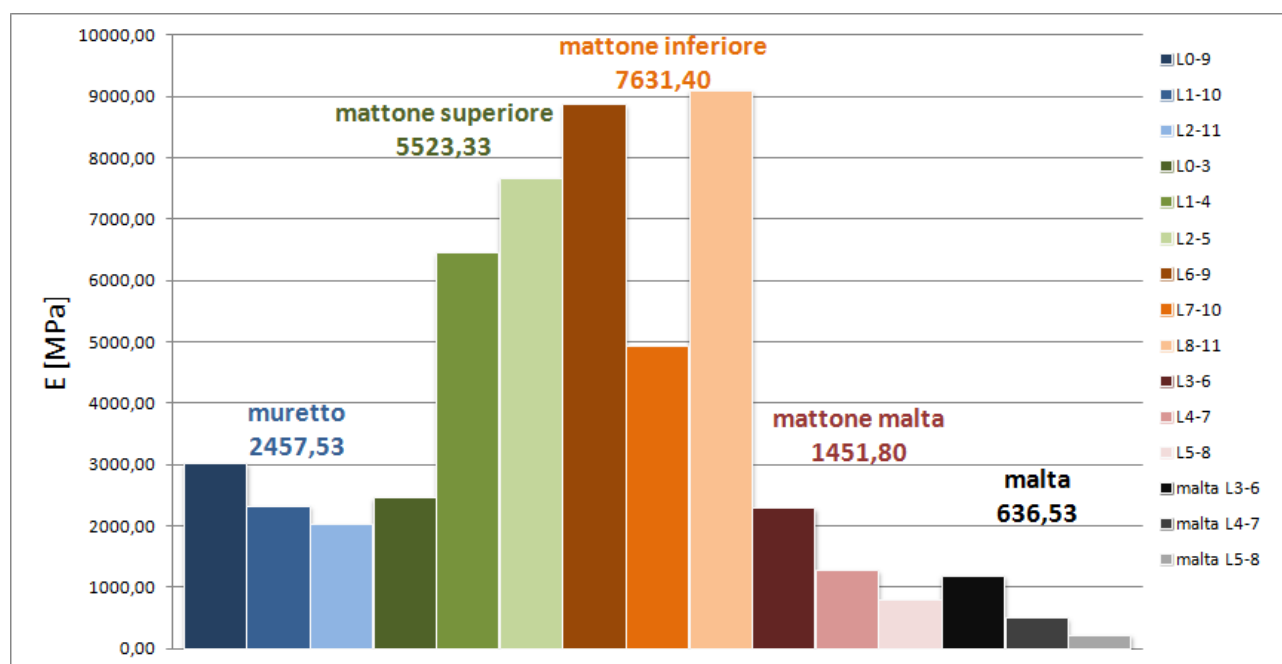


Grafico 3.45: Iistogramma riassuntivo dei valori dei moduli elastici. Si nota l'irregolarità dei valori nelle varie componenti.

Nell'istogramma risultante è ancora più chiaro come il campione offra risultati poco uniformi nelle varie componenti: i valori medi ottenuti sono in linea con quanto ottenuto per gli altri campioni della Torre dei Modenesi, come si rileverà in seguito, e pertanto globalmente i risultati ottenuti sono soddisfacenti.

3.2.5 Campione CT3

3.2.5.1 Caratteristiche del campione e della prova

Il campione che si va ora ad analizzare è un campione costituito da tre mattoni accoppiati tra loro con due strati di malta interposti: questa tripletta consente di valutare in maniera più diffusa il comportamento dei materiali costituenti la muratura in quanto è possibile un raffronto interno al campione stesso. Inoltre sarà possibile confrontare il comportamento di un campione di dimensioni maggiori con quanto valutato sinora: questo aspetto è fondamentale se si pensa che le caratteristiche della muratura ivi desunte saranno poi estese alle Torri nella loro totalità.

Si riportano i valori caratteristici del campione CT3, molto irregolare sia per dimensionalmente che per la distribuzione della malta nei due strati..

Base	125 – 120 – 124 (non molto regolare)	mm
Altezza	188	mm
Profondità	122	mm
Area di carico	15006	mm ²
Spessore malta superiore	12 – 7 – 7 (non molto regolare)	mm
Spessore malta superiore	12 – 15 – 18 (non molto regolare)	mm

Tabella 3.65: Dimensioni geometriche del campione CT3.

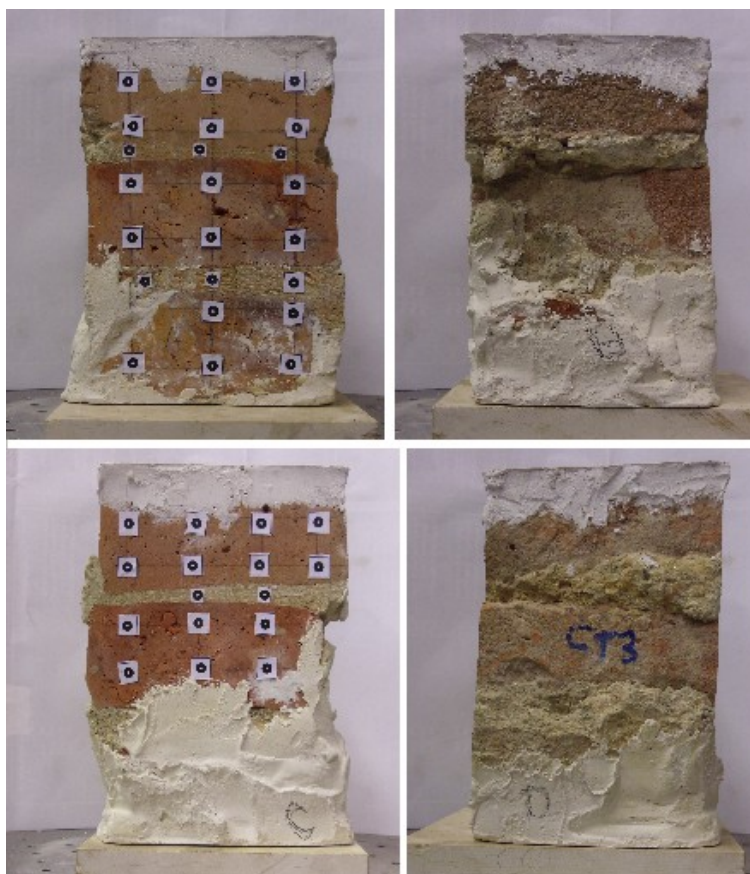


Illustrazione 3.20: Campione CT3.

Si ricorda che il gesso, presente copiosamente nella parte inferiore del campione, serve a livellare il campione stesso per poter eseguire una prova quanto più possibile di compressione semplice: si nota un forte quantitativo di gesso nella parte inferiore e probabilmente ciò inficerà i risultati che andranno riletti tenendo presente quanto detto.

La prova, in controllo di spostamento, viene eseguita ad una velocità di $1 \mu\text{m}/\text{sec}$ e il carico viene interrotto al raggiungimento dei 70 kN: la prova precedente sul campione CT2, ha sottolineato come sia inutile, ai fini preposti, proseguire oltre un carico di tale portata. La prova consiste dunque di due cicli completi di carico - scarico fino al picco di 70 kN, corrispondenti ad uno sforzo uniforme di circa 4,64 MPa con conseguente scarico fino a circa 5 kN residui.

Si riporta dapprima un grafico sforzo-deformazione, sino al primo picco, di tutte le coppie di mire analizzate. Per una maggiore chiarezza si riportano anche due grafici separati relativi alle sole coppie verticali, utilizzate poi per il calcolo del modulo elastico, e alle sole coppie orizzontali, non sfruttate in fase di rielaborazione dei dati.

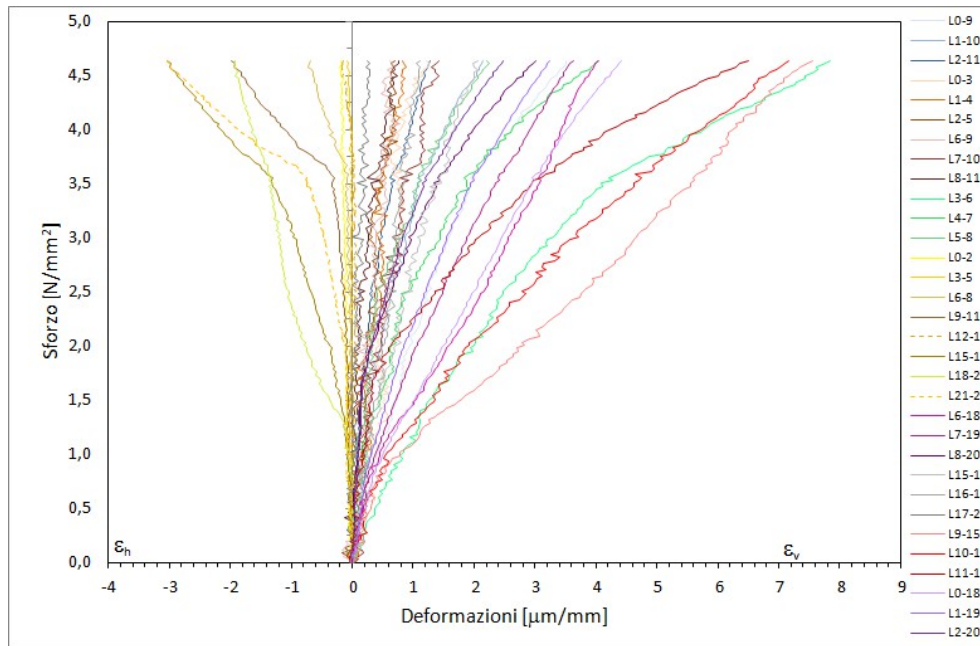


Grafico 3.46: Curve sforzo-deformazione di tutte le mire. Primo carico.

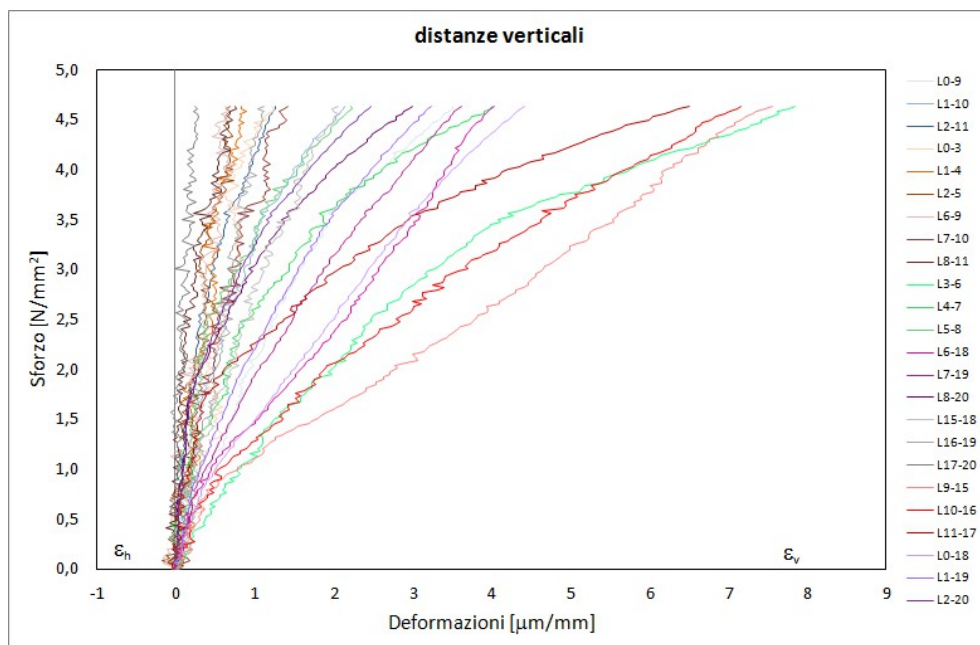


Grafico 3.47: Curve relative alle coppie di mire verticali. Primo carico.

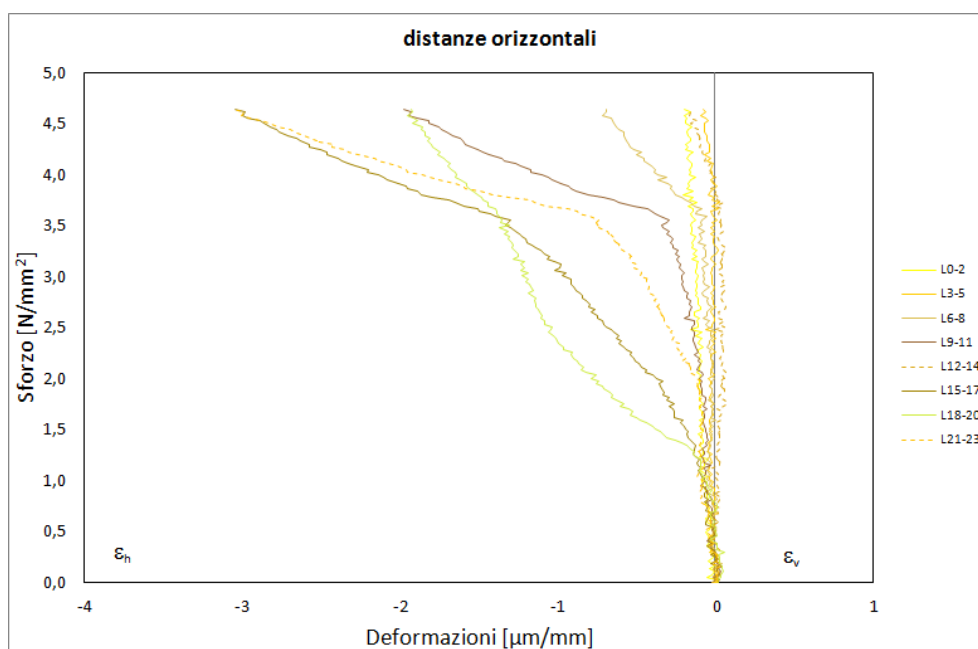


Grafico 3.48: Curve relative alle coppie di mire orizzontali. Primo carico.

3.2.5.2 Rielaborazione dei risultati

Il numero di analisi aumenta in maniera significativa rispetto ai casi precedenti, vista la conformazione del campione: si riportano i risultati in serie lasciando i commenti al termine di ogni “elemento” analizzato.

- Mattone superiore

Si analizzano innanzitutto i singoli mattoni partendo dal mattone superiore ovvero dalle coppie verticali di mire 0-3, 1-4 e 2-5.

Primo ciclo:

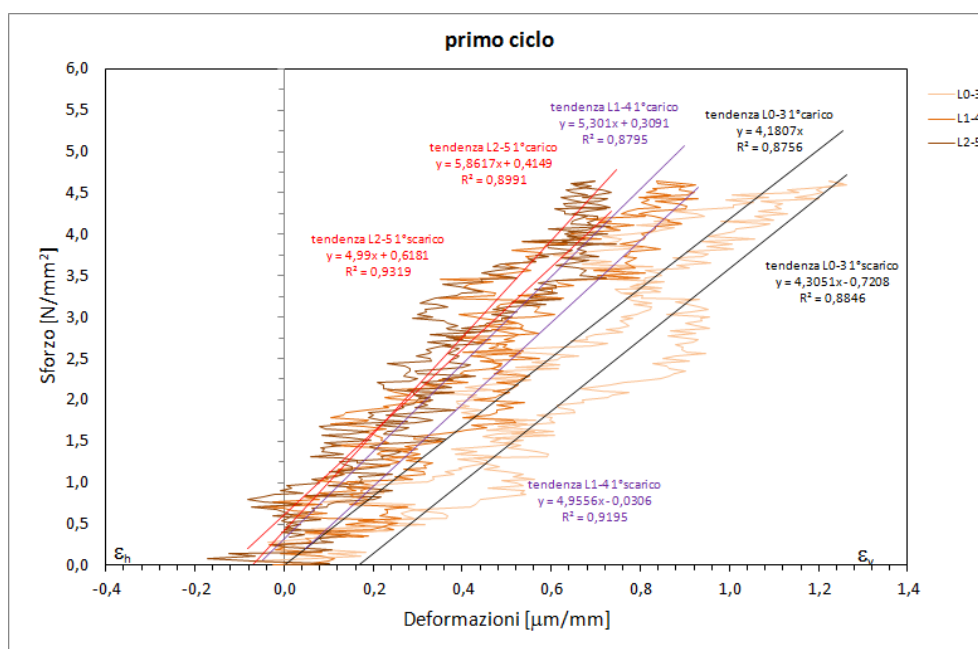


Grafico 3.49: Grafico sforzo-deformazione del mattone superiore. Primo ciclo.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-3	4,1807	4180,70		3794,72	
L1-4	5,3010	5301,00	5114,47	5541,62	5325,80
L2-5	5,8617	5861,70		6641,06	

Tabella 3.66: Moduli elastici del mattone superiore. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/µm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-3	4,3051	4305,10		3973,77	
L1-4	4,9556	4955,60	4750,23	4225,70	4747,19
L2-5	4,9900	4990,00		6042,09	

Tabella 3.67: Moduli elastici del mattone superiore. Primo scarico.

Secondo ciclo:

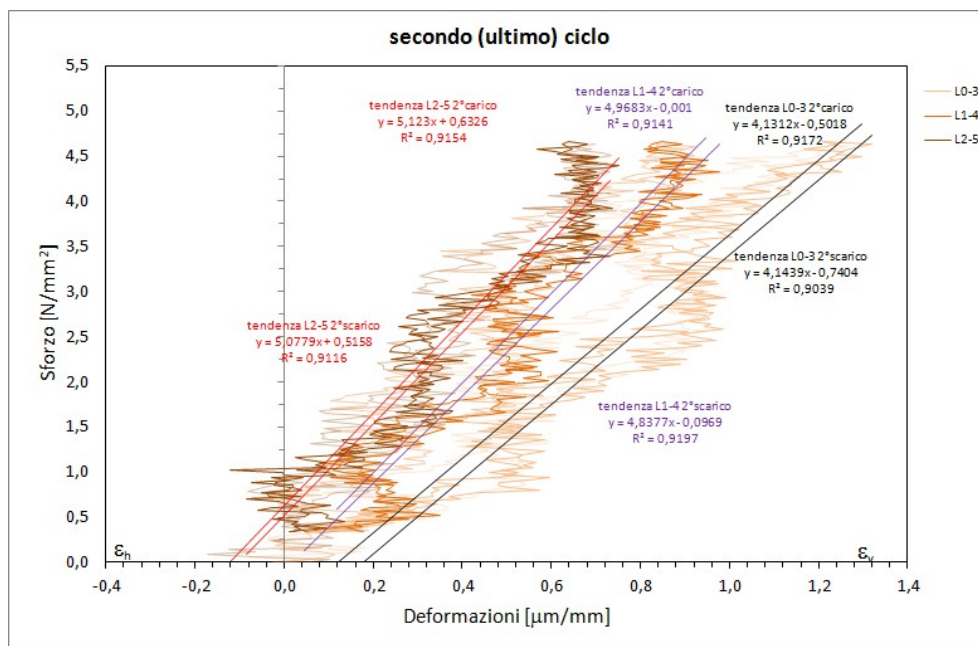


Grafico 3.50: Curve sforzo-deformazione del mattone superiore. Secondo ciclo.

	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-3	4,1312	4131,20		4048,68	
L1-4	4,9683	4968,30	4740,83	4211,03	4968,97
L2-5	5,1230	5123,00		6647,20	

Tabella 3.68: Moduli elastici del mattone superiore. Secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-3	4,1439	4143,90		4087,30	
L1-4	4,8377	4837,70	4686,50	5226,25	5478,59
L2-5	5,0779	5077,90		7122,22	

Tabella 3.69: Moduli elastici del mattone superiore. Secondo scarico.

Le curve ottenute per quanto riguarda il mattone superiore sono sempre caratterizzate da un forte disturbo ma, come nei precedenti casi, è sempre possibile ottenere una interpolazione lineare di buona qualità: i valori ottenuti sono in linea con quelli ottenuti in precedenza e sono distribuiti in maniera piuttosto uniforme all'interno del campione anche se il lato sinistro ha valori lievemente inferiori.

La fase di primo scarico ed il secondo ciclo forniscono valori molto simili tra loro e danno una ottima indicazione circa l'elasticità della prova.

- Mattone centrale

Rispetto ai campioni sin qui provati, il secondo mattone non è quello inferiore bensì quello centrale: sarà possibile effettuare un triplice confronto tra i valori del modulo elastico relativa alla componente mattone. Si analizzano le coppie 6-9, 7-10 e 8-11.

Primo ciclo:

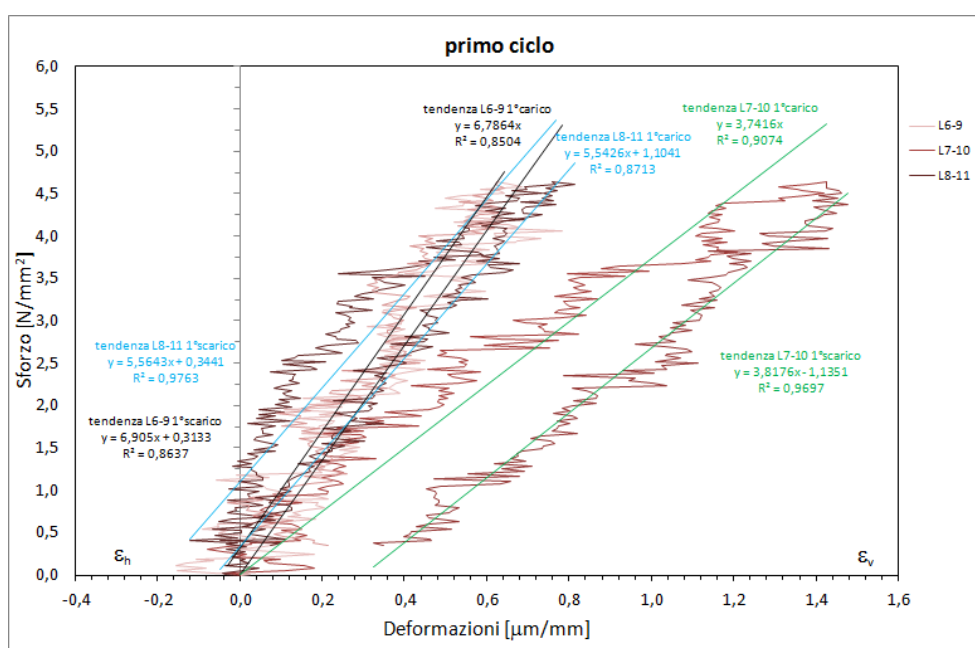


Grafico 3.51: Curve sforzo-deformazione del mattone centrale. Primo ciclo.

	E grafico CARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L6-9	6,7864	6786,40		7417,37	
L7-10	3,7416	3741,60	5356,87	3257,46	30
L8-11	5,5426	5542,60		6105,06	

Tabella 3.70: Moduli elastici del mattone centrale al primo carico.

	E grafico SCARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L6-9	6,9050	6905,00		5111,24	
L7-10	3,8176	3817,60	5428,97	3991,71	4746,03
L8-11	5,5643	5564,30		5135,13	

Tabella 3.71: Moduli elastici del mattone centrale al primo scarico.

Secondo ciclo:

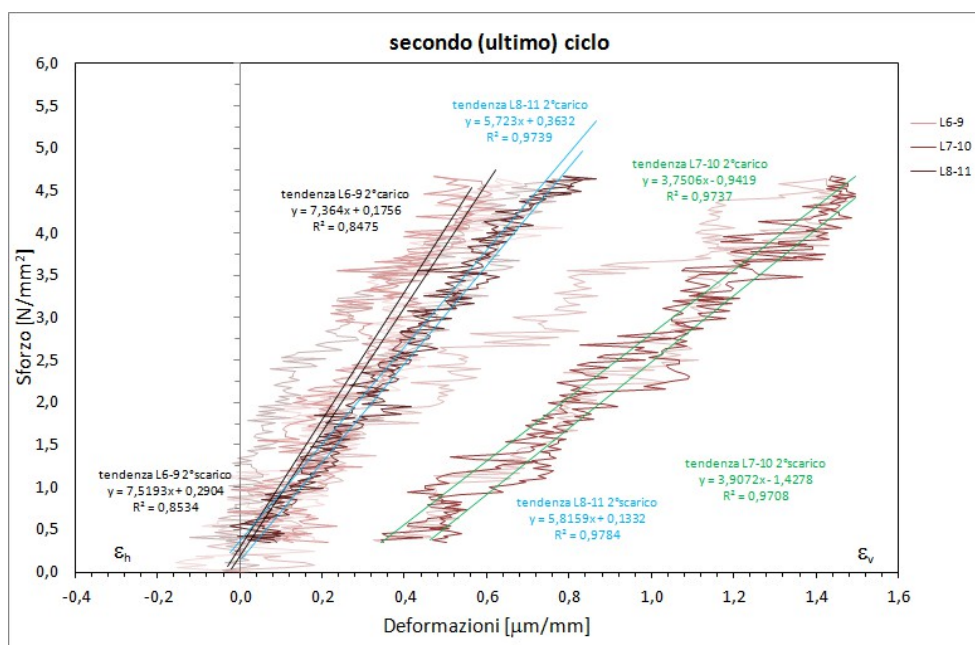


Grafico 3.52: Curve sforzo-deformazione del mattone centrale. Secondo ciclo.

	E grafico CARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L6-9	7,3640	7364,00		6289,34	
L7-10	3,7506	3750,60	5612,53	3961,42	5084,40
L8-11	5,7230	5723,00		5002,44	

Tabella 3.72: Moduli elastici del mattone centrale. Secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L6-9	7,5193	7519,30		7737,90	
L7-10	3,9072	3907,20	5080,80	4985,90	6015,62
L8-11	3,8159	3815,90		5323,05	

Tabella 3.73: Moduli elastici del mattone centrale. Secondo scarico.

Per quanto riguarda il mattone centrale si nota che il disturbo è praticamente identico a quanto riscontrato nel mattone superiore, così come i valori medi. E' però necessario notare come i valori valutati con le varie mire siano diversi tra loro: in particolare i valori centrali sono in genere più bassi.

- Mattone inferiore

Si analizza infine l'ultimo mattone, novità rispetto le prove precedenti. Le coppie di mire verticali analizzate ivi sono la 17-20, la 16-19 e la 15-18.

Primo ciclo:

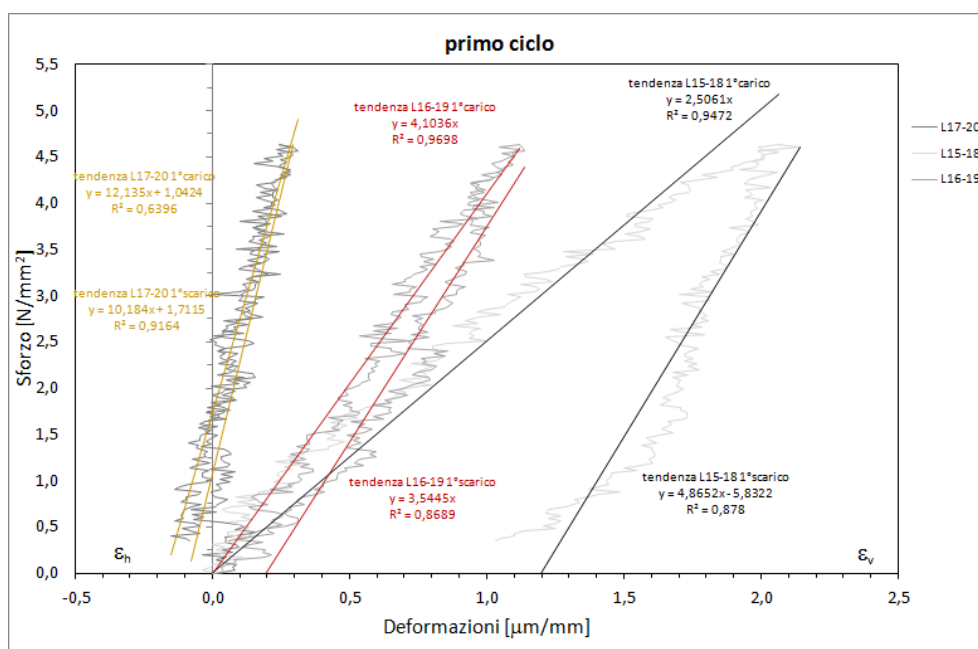


Grafico 3.53: Grafico sforzo-deformazione del mattone inferiore. Primo ciclo.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L15-18	2,5061	2506,10		2248,30	
L16-19	4,1036	4103,60	6248,23	4141,11	8507,05
L17-20	12,1350	12135,00		19131,75	

Tabella 3.74: Moduli elastici del mattone inferiore. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/µm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L15-18	4,8652	4865,20		4167,96	
L16-19	3,5445	3544,50	6197,90	4053,48	7136,82
L17-20	10,1840	10184,00		13189,04	

Tabella 3.75: Moduli elastici del mattone inferiore. Primo scarico.

Secondo ciclo:

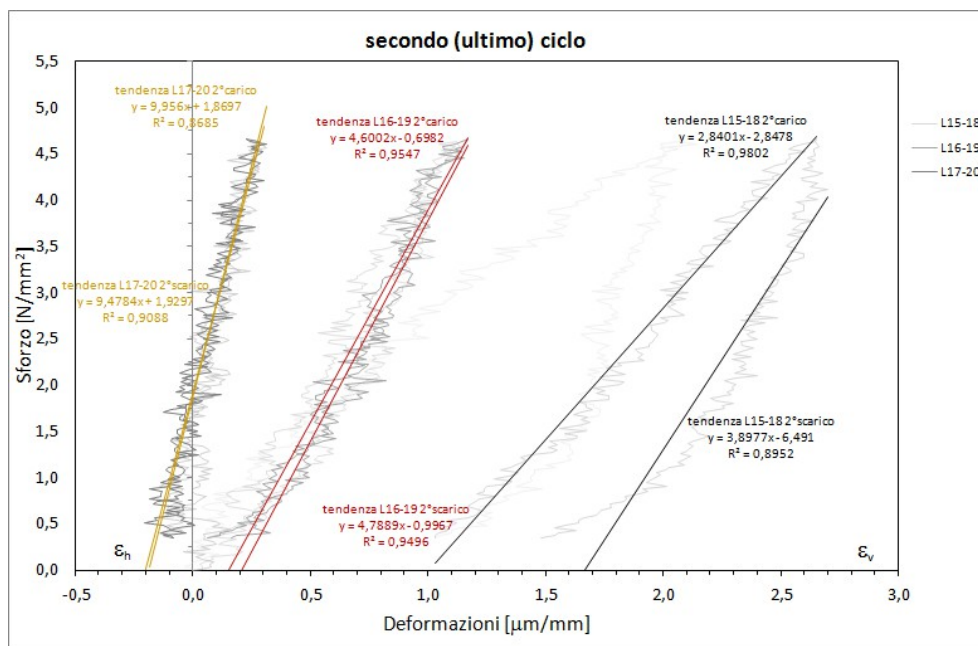


Grafico 3.54: Grafico sforzo-deformazione del mattone inferiore. Secondo ciclo.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L15-18	2,8401	2840,10		2667,14	
L16-19	4,6002	4600,20	5798,77	3903,37	6817,95
L17-20	9,9560	9956,00		13883,34	

Tabella 3.76: Moduli elastici del mattone inferiore. Secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/µm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L15-18	3,8977	3897,70		3976,76	
L16-19	4,7889	4788,90	6055,00	4643,35	7903,84
L17-20	9,4784	9478,40		15091,40	

Tabella 3.77: Moduli elastici del mattone inferiore. Secondo carico.

In questo caso si nota immediatamente come il valore del modulo elastico legato alla coppia di mire sul lato sinistro della faccia A del campione, sia molto più grande rispetto a quello sinora valutato e rispetto a quello fornito dalle altre coppie di mire: risulta ora evidente come la presenza cospicua di gesso nella parte inferiore, collegata ad una ovvio assenza di materiale, renda i risultati della prova quantomeno discutibili. I valori medi ottenuti, in realtà, sono in linea coi precedenti ma il valore molto alto del lato sinistro altera sensibilmente qualunque tipo di ragionamento.

- Malta superiore

Il procedimento relativo al calcolo del modulo elastico della malta non differisce da quanto fatto finora: si depura il valore ottenuto analizzando le coppie di mire poste a cavallo degli strati di malta, togliendo il contributo legato ai mattoni. In questo caso il procedimento verrà fatto due volte dato che gli strati di malta sono due: sarà ivi possibile confrontare quanto ottenuto paragonando i valori ottenuti nel medesimo campione, oltre che confrontando i valori con quelli ottenuti in precedenza. Si analizza in primo luogo lo strato superiore di malta: coppie 3-6, 4-7 e 5-8.

Primo ciclo:

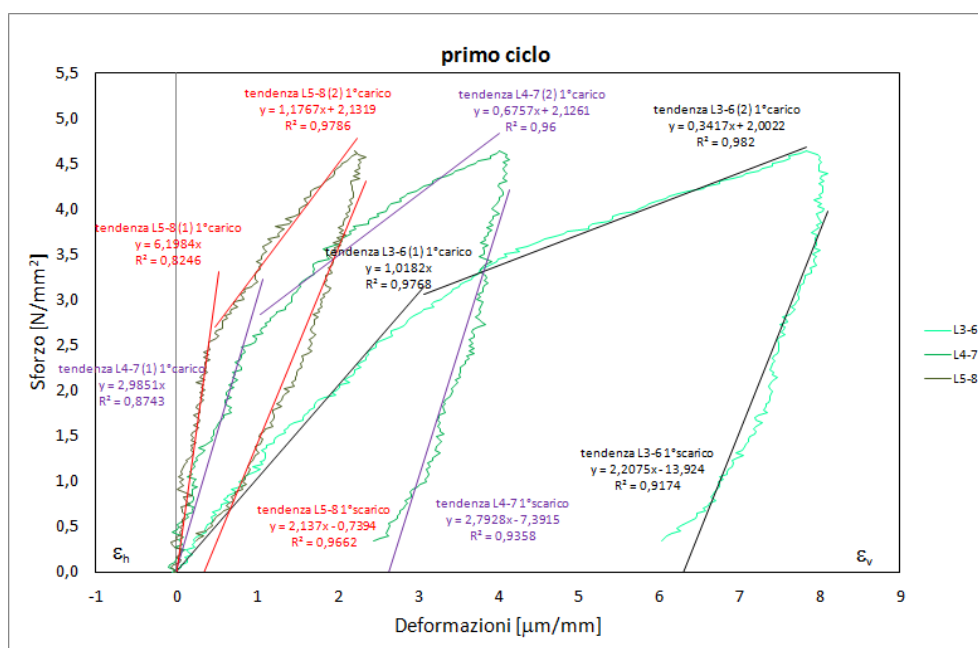


Grafico 3.55: Grafico sforzo-deformazione malta-mattone superiore. Primo ciclo.

	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L3-6	1,0182	1018,20		940,93	
L4-7	2,9851	2985,10	3400,57	2432,61	2934,69
L5-8	6,1984	6198,40		5430,52	

Tabella 3.78: Moduli elastici malta-mattone superiore. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L3-6	2,2075	2207,50		2372,02	
L4-7	2,7928	2792,80	2379,10	2751,60	2433,91
L5-8	2,1370	2137,00		2178,12	

Tabella 3.79: Moduli elastici malta-mattone superiore. Primo scarico.

Secondo ciclo:

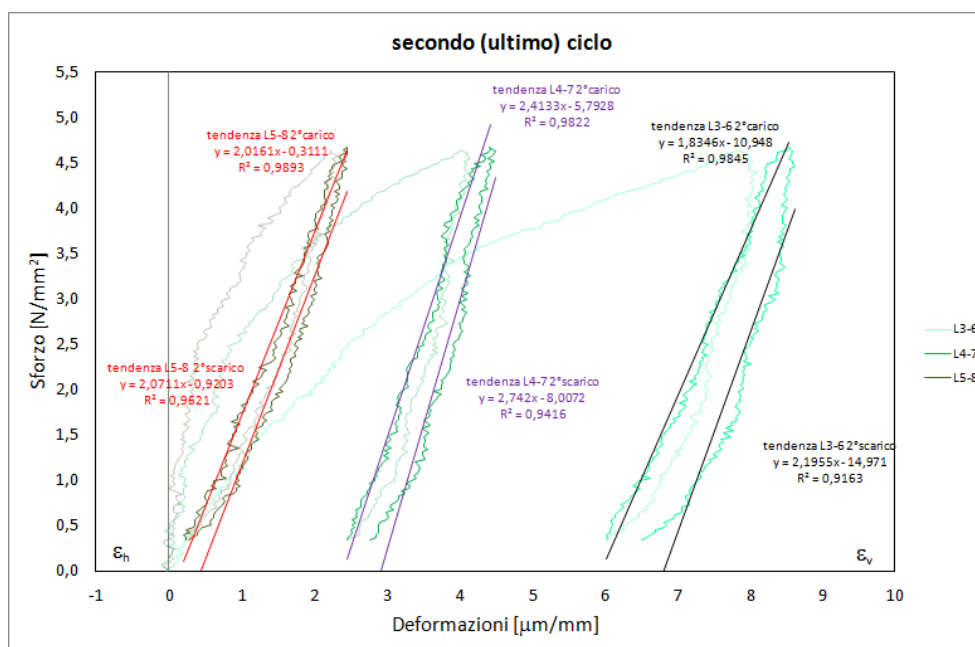


Grafico 3.56: Grafico sforzo-deformazione malta-mattone superiore. Secondo ciclo.

	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L3-6	1,8346	1834,60		1723,81	
L4-7	2,4133	2413,30	2088,00	2204,70	1960,88
L5-8	2,0161	2016,10		1954,13	

Tabella 3.80: Moduli elastici malta-mattone superiore. Secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L3-6	2,1955	2195,50		2299,41	
L4-7	2,7420	2742,00	2336,20	2828,51	2421,20
L5-8	2,0711	2071,10		2135,69	

Tabella 3.81: Moduli elastici malta-mattone superiore. Secondo scarico.

Si ricavano ora i valori del modulo elastico relativo allo strato superiore di malta per i due cicli.

Primo ciclo:

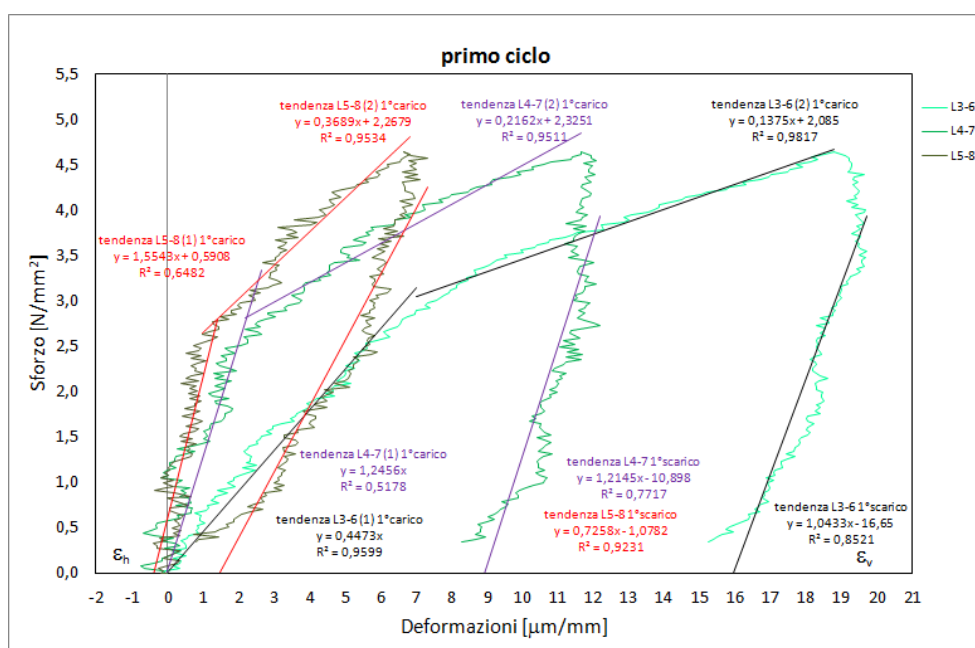


Grafico 3.57: Curve sforzo-deformazione della malta superiore. Primo ciclo.

	E grafico CARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
malta L3-6	0,4473	447,30		424,74	
malta L4-7	1,2456	1245,60	1082,40	964,98	995,58
malta L5-8	1,5543	1554,30		1597,01	

Tabella 3.82: Moduli elastici dello strato superiore di malta. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
malta L3-6	1,0433	1043,30		1211,40	
malta L4-7	1,2145	1214,50	994,53	1275,70	1073,85
malta L5-8	0,7258	725,80		734,45	

Tabella 3.83: Moduli elastici dello strato superiore di malta. Primo scarico.

Secondo ciclo:

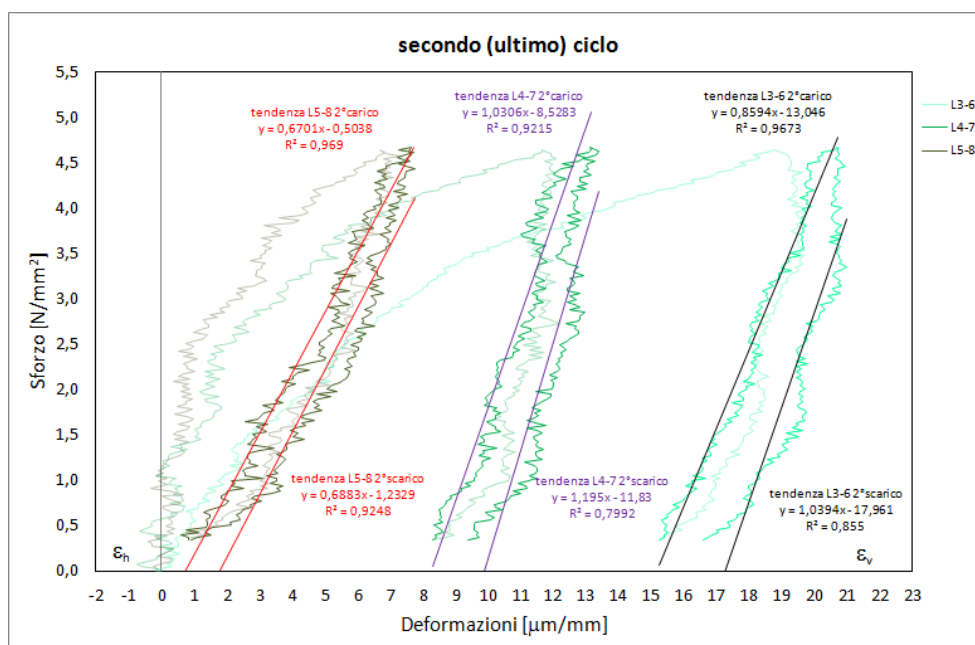


Grafico 3.58: Curve sforzo-deformazione della malta superiore. Secondo carico.

	E grafico CARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
malta L3-6	0,8594	859,40		818,63	
malta L4-7	1,0306	1030,60	853,37	934,07	803,07
malta L5-8	0,6701	670,10		656,49	

Tabella 3.84: Moduli elastici dello strato superiore di malta. Secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
malta L3-6	1,0394	1039,40		1046,62	
malta L4-7	1,1950	1195,00	974,23	1158,25	947,94
malta L5-8	0,6883	688,30		638,94	

Tabella 3.85: Moduli elastici dello strato superiore di malta. Secondo scarico.

Si ottengono valori in linea con quelli ottenuti per i campioni precedenti: i valori sono relativamente omogenei tra loro, anche se, soprattutto in relazione alle precedenti prove, si ha una leggera variazione in base alle coppie di mire cui ci si riferisce.

Analizzando lo strato inferiore sarà possibile valutare la correttezza di quanto trovato.

- Malta inferiore

Si analizza, seguendo lo stesso procedimento usato sinora, lo strato di malta inferiore compreso tra il mattone centrale e quello inferiore: ci si riferisce alle coppie 9-15, 10-16 e 11-17.

Dapprima si riportano sempre grafici e tabelle relative alla zona compresa tra le mire e successivamente si riportano i risultati depurati, relativi alla sola malta.

Primo ciclo:

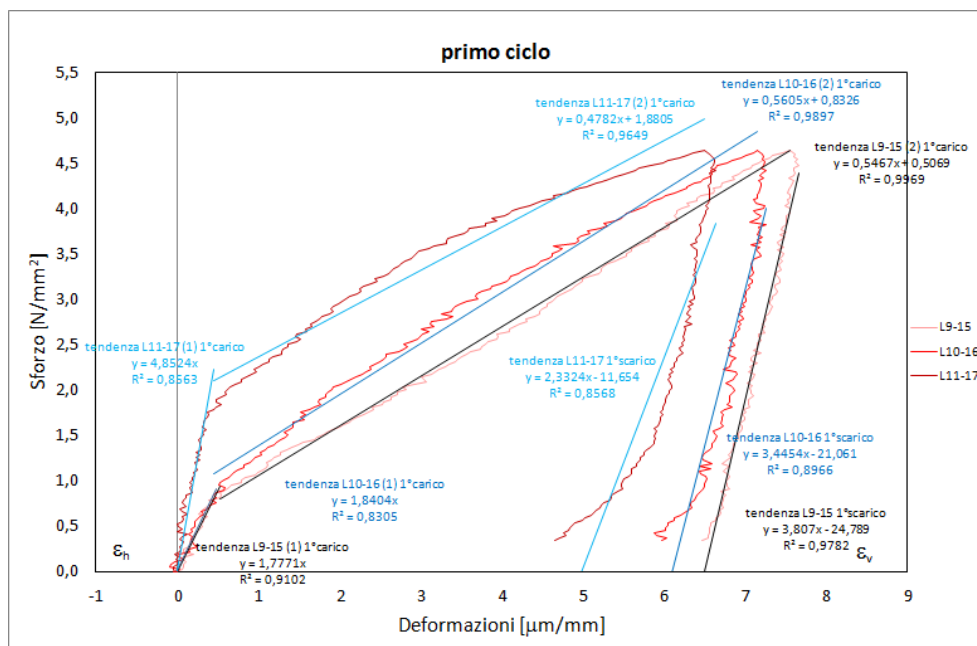


Grafico 3.59: Grafico sforzo-deformazione malta-mattone inferiore. Primo ciclo.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L9-15	1,7771	1777,10		1553,92	
L10-16	1,8404	1840,40	2823,30	1676,66	2370,06
L11-17	4,8524	4852,40		3879,60	

Tabella 3.86: Moduli elastici malta-mattone inferiore.. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/µm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L9-15	3,8070	3807,00		3964,85	
L10-16	3,4454	3445,40	3194,93	3638,66	3311,24
L11-17	2,3324	2332,40		2330,20	

Tabella 3.87: Moduli elastici malta-mattone inferiore. Primo scarico.

Secondo ciclo:

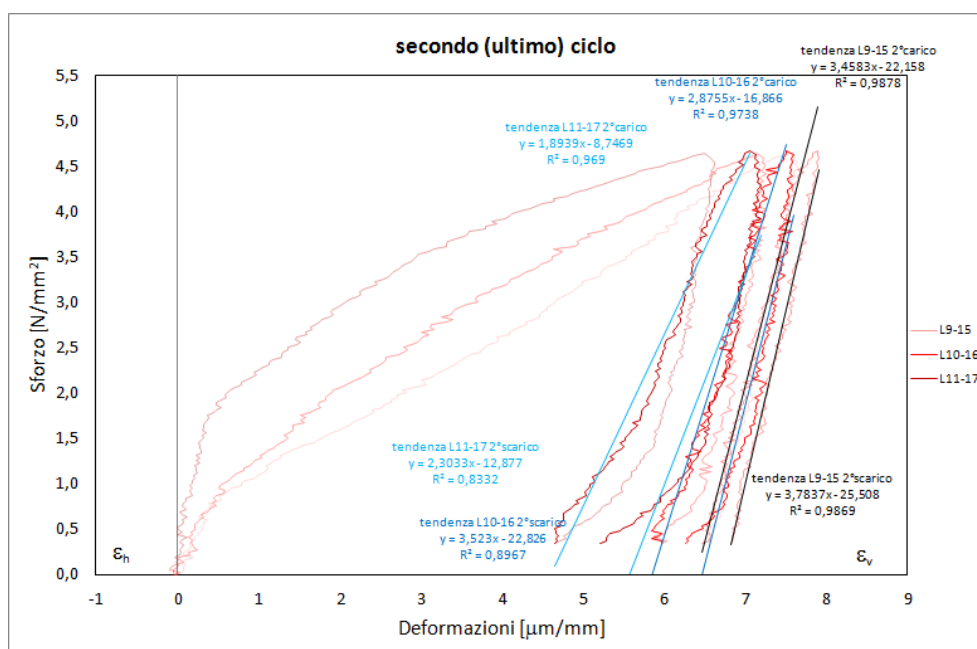


Grafico 3.60: Grafico sforzo-deformazione malta-mattone inferiore. Secondo ciclo.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L9-15	3,4589	3458,90		3048,06	
L10-16	2,8755	2875,50	2742,77	2824,96	2556,11
L11-17	1,8939	1893,90		1795,32	

Tabella 3.88: Moduli elastici malta-mattone inferiore. Secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/µm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L9-15	3,7837	3783,70		4366,25	
L10-16	3,5230	3523,00	3203,33	3767,44	3553,84
L11-17	2,3033	2303,30		2527,83	

Tabella 3.89: Moduli elastici malta-mattone inferiore. Secondo scarico.

Anche in questo caso si ha una leggera disomogeneità tra i valori ottenuti, ma per una più corretta analisi si attende il risultato della valutazione dell'effettivo modulo elastico della malta dello strato inferiore.

Primo ciclo:

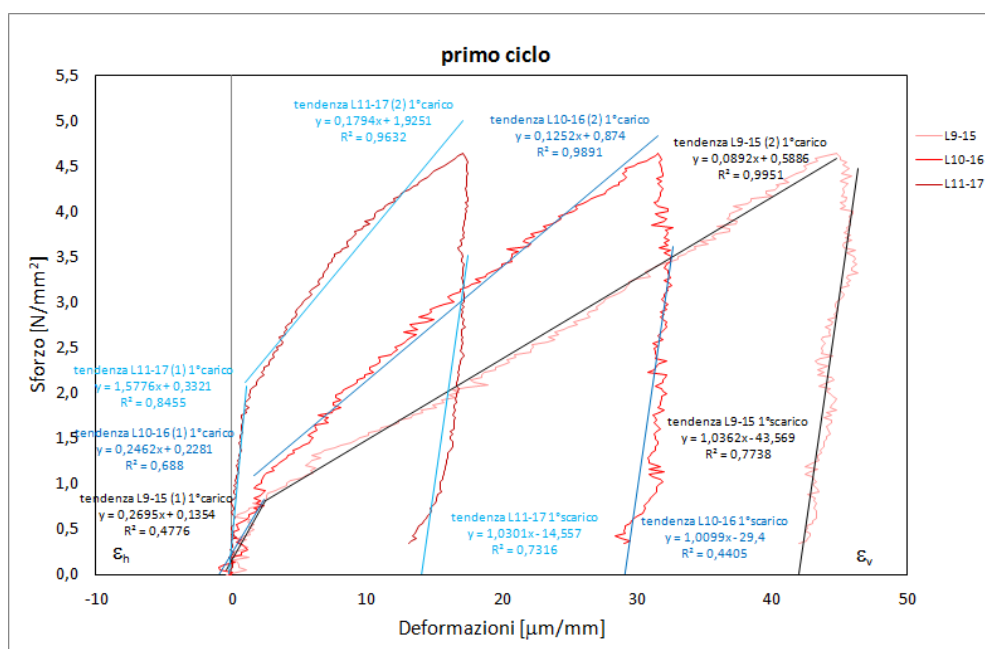


Grafico 3.61: Curve relative allo strato inferiore di malta. Primo ciclo.

	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
malta L9-15	0,2695	269,50		323,58	
malta L10-16	0,2462	246,20	697,77	373,27	769,14
malta L11-17	1,5776	1577,60		1610,58	

Tabella 3.90: Moduli elastici dello strato inferiore di malta. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
malta L9-15	1,0362	1036,20		1556,97	
malta L10-16	1,0099	1009,90	1025,40	1704,18	1446,96
malta L11-17	1,0301	1030,10		1079,74	

Tabella 3.91: Moduli elastici dello strato inferiore di malta. Primo scarico.

Secondo ciclo:

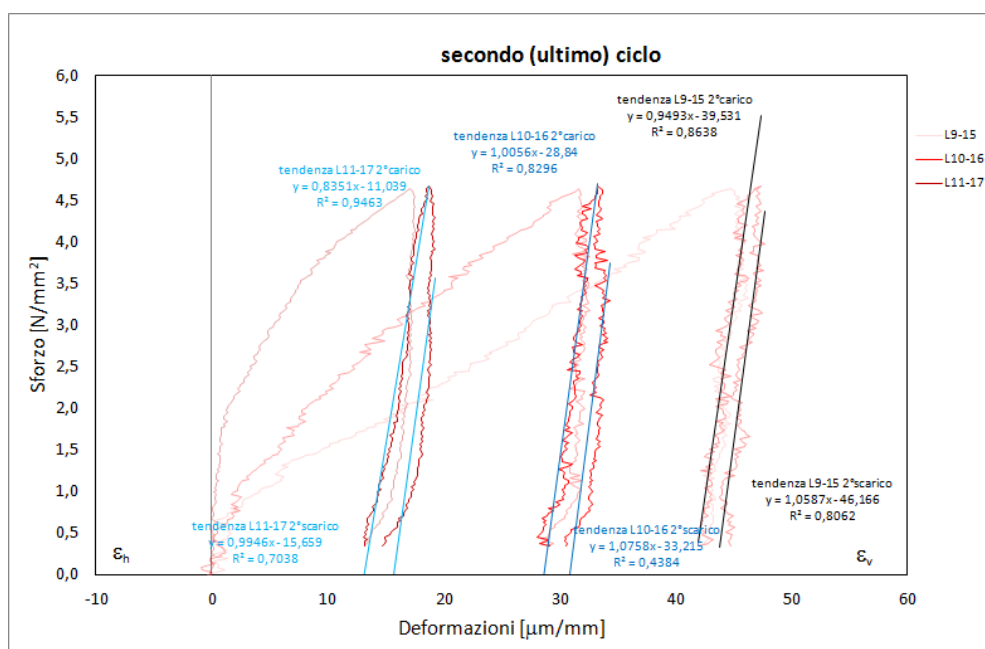


Grafico 3.62: Curve relative allo strato inferiore di malta. Secondo ciclo.

	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
malta L9-15	0,9493	949,30		799,83	
malta L10-16	1,0056	1005,60	930,00	1021,28	863,50
malta L11-17	0,8351	835,10		769,39	

Tabella 3.92: Moduli elastici dello strato inferiore di malta. Secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
malta L9-15	1,0587	1058,70		1634,31	
malta L10-16	1,0758	1075,80	1043,03	1566,44	1423,46
malta L11-17	0,9946	994,60		1069,62	

Tabella 3.93: Moduli elastici dello strato inferiore di malta. Secondo scarico.

I valori ottenuti per il secondo strato di malta sono mediamente coerenti con quanto atteso: ricavando il modulo elastico della malta depurando l'analisi dal contributo dei mattoni è inevitabile che i risultati ottenuti abbiano le stesse problematiche riscontrate in precedenza.

Soprattutto per quanto riguarda la prima fase di carico si nota come la coppia di mire di destra presenti un valore molto più alto delle altre due: il problema è il medesimo riscontrato in precedenza ed il valore medio ottenuto è invece in linea con quanto trovato finora.

Lo strato inferiore di malta ha dato un risultato, in termini di valore del modulo elastico, inferiore rispetto a quello dello strato superiore e più simile a quanto trovato per gli altri due campioni relativi alla Torre dei Modenesi, sin qui analizzati.

- Coppia superiore

Le analisi precedenti comportavano, dopo l'analisi delle singole componenti, l'analisi del campione intero per la stima di un modulo elastico complessivo per la muratura nella sua totalità.

In questo caso, analizzando un campione costituito da tre mattoni e due strati di malta, si possono fare più studi sulla muratura: dapprima si studiano le accoppiate di mattoni, ovvero la coppia costituita dal mattone superiore e da quello centrale con la malta superiore e la coppia inferiore costituita dal mattone centrale, da quello inferiore e dallo strato di malta inferiore compreso; poi in un secondo momento l'analisi riguarderà il campione intero.

Queste analisi permetteranno un raffronto tra i diversi valori trovati per la muratura.

Si procede innanzitutto per la coppia superiore, ovvero per le coppie di mire 0-9, 1-10 e 2-11.

Primo ciclo:

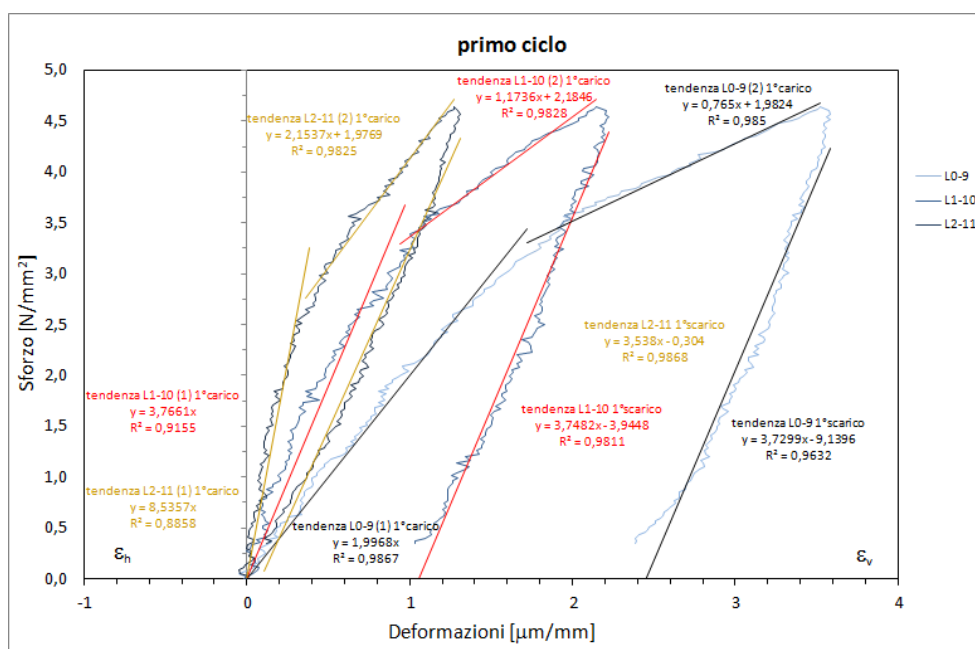


Grafico 3.63: Curve sforzi-deformazione coppia superiore di mattoni e malta. Primo ciclo.

	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-9	1,9968	1996,80		2697,70	
L1-10	3,7661	3766,10	4766,20	4804,66	5382,87
L2-11	8,5357	8535,70		8646,24	

Tabella 3.94: Moduli elastici della coppia superiore. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-9	3,7299	3729,90		3786,48	
L1-10	3,7482	3748,20	3672,03	3835,95	3785,36
L2-11	3,5380	3538,00		3733,66	

Tabella 3.95: Moduli elastici della coppia superiore. Primo scarico.

Secondo ciclo:

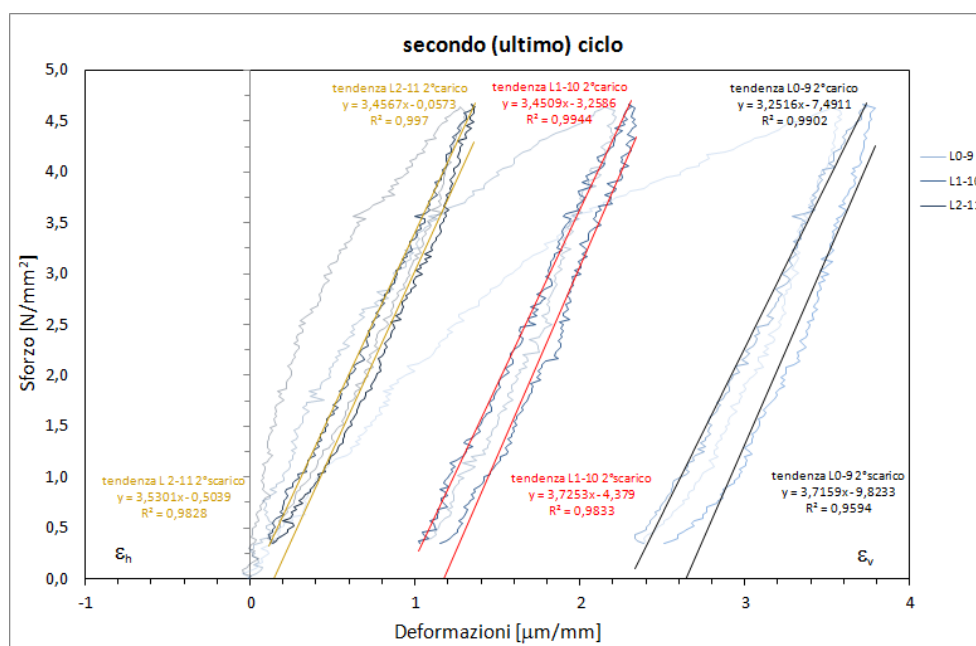


Grafico 3.64: Curve sforzi-deformazione coppia superiore di mattoni e malta. Secondo ciclo.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-9	3,2516	3251,60		3242,63	
L1-10	3,4509	3450,90	3386,40	3413,95	3394,41
L2-11	3,4567	3456,70		3526,64	

Tabella 3.96: Moduli elastici della coppia superiore. Secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/µm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-9	3,7159	3715,90		3868,24	
L1-10	3,7253	3725,30	3657,10	4083,64	3935,87
L2-11	3,5301	3530,10		3855,72	

Tabella 3.97: Moduli elastici della coppia superiore. Secondo scarico.

La prima fase di carico, descrivibile da un andamento bilineare, presenta molto evidentemente lo stesso problema riscontrato in precedenza con l'analisi delle singoli parti: il lato destro rispetto alla

faccia soggetta allo studio col rilevamento ottico, presenta valori di modulo elastico nettamente superiori a quelli trovati dalle altre coppie di target e rispetto anche alle evidenze sperimentali degli altri campioni. Risulta quindi evidente che la massiccia presenza di gesso nella zona inferiore rappresenti un problema di non poco conto nello studio del campione CT3. Escludendo tali target, si ha invece che il campione si comporta in modo del tutto analogo ai precedenti campioni, con perfetto comportamento elastico nel secondo ciclo e con valori in linea con quelli trovati sinora. Nella valutazione del modulo elastico medio di tutti i provini relativi alla torre dell'orologio sarà necessario prestare particolare attenzione all'utilizzo dei dati forniti dal suddetto campione.

- Coppia inferiore

Dopo aver valutato la coppia malta-mattoni superiore, si passa a quella inferiore costituita dal mattone centrale e da quello inferiore collegati dallo strato di malta inferiore: ci si riferisce alle coppie di mire 6-18, 7-19 e 8-20.

Primo ciclo:

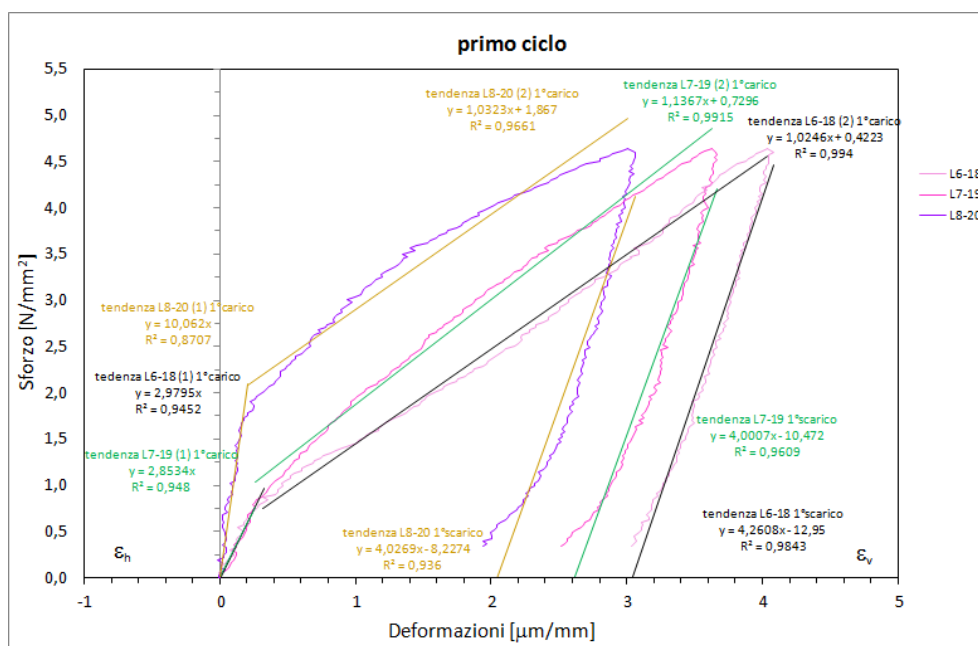


Grafico 3.65: Curve sforzi-deformazione della coppia inferiore di mattoni e malta. Primo ciclo.

	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L6-18	2,9795	2979,50		2547,99	
L7-19	2,8534	2853,40	5298,30	3089,37	4735,78
L8-20	10,0620	10062,00		8569,97	

Tabella 3.98: Moduli elastici della coppia inferiore. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L6-18	4,2608	4260,80		4276,81	
L7-19	4,0007	4000,70	4096,13	3861,39	4051,00
L8-20	4,0269	4026,90		4014,79	

Tabella 3.99: Moduli elastici della coppia inferiore. Primo scarico.

Secondo ciclo:

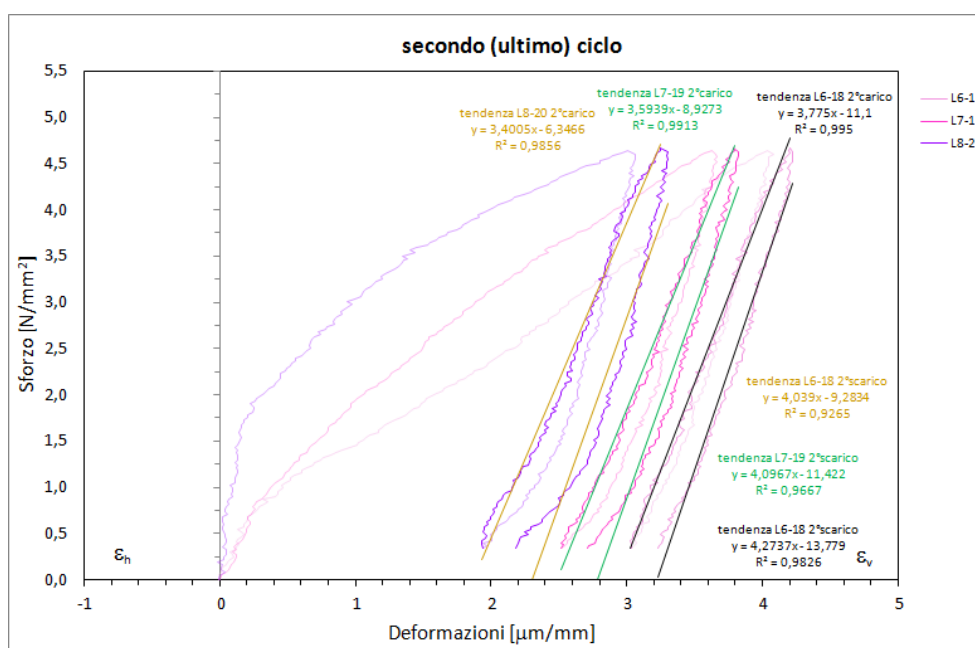


Grafico 3.66: Curve sforzi-deformazione coppia inferiore di mattoni e malta. Secondo ciclo.

	E grafico CARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L6-18	3,7750	3775,00		3686,58	
L7-19	3,5939	3593,90	3589,80	3401,20	3464,15
L8-20	3,4005	3400,50		3304,66	

Tabella 3.100: Moduli elastici della coppia inferiore. Secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L6-18	4,2737	4273,70		4789,76	
L7-19	4,0967	4096,70	4136,47	4333,00	4495,26
L8-20	4,0390	4039,00		4363,03	

Tabella 3.101: Moduli elastici della coppia inferiore. Secondo scarico.

La coppia inferiore fornisce risultati in linea con quanto trovato per la coppia superiore: mediamente i valori dei moduli elastici trovati sono in linea mentre se si analizzano i risultati legati alle coppie di mire, si nota immediatamente come il lato destro, anche in questo caso, sia fortemente danneggiato dalla cospicua presenza di gesso. Infatti, il lato destro della faccia A del campione, anche per la coppia inferiore, presenta valori molto più alti del resto del campione.

Si passa ora allo studio del campione nella sua globalità per avere una ulteriore riprova di quanto trovato.

- Campione intero

Si studia il campione nella sua globalità, riferendosi alle coppie di mire 0-18, 1-19 e 2-20.

Primo ciclo:

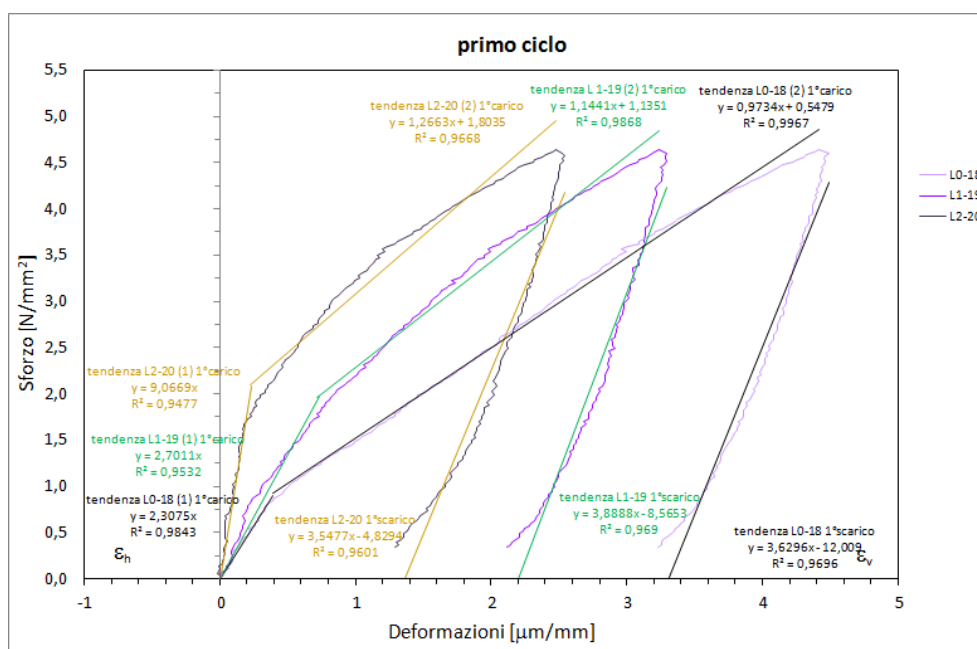


Grafico 3.67: Curve sforzo-deformazione del campione. Primo ciclo.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-18	2,3075	2307,50		2177,13	
L1-19	2,7011	2701,10	4692,83	2483,51	4156,07
L2-20	9,0699	9069,90		7807,56	

Tabella 3.102: Moduli elastici del campione. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/µm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-18	3,6296	3629,60		3599,31	
L1-19	3,8888	3888,80	3688,70	3825,99	3673,79
L2-20	3,5477	3547,70		3596,08	

Tabella 3.103: Moduli elastici del campione. Primo scarico.

Secondo ciclo:

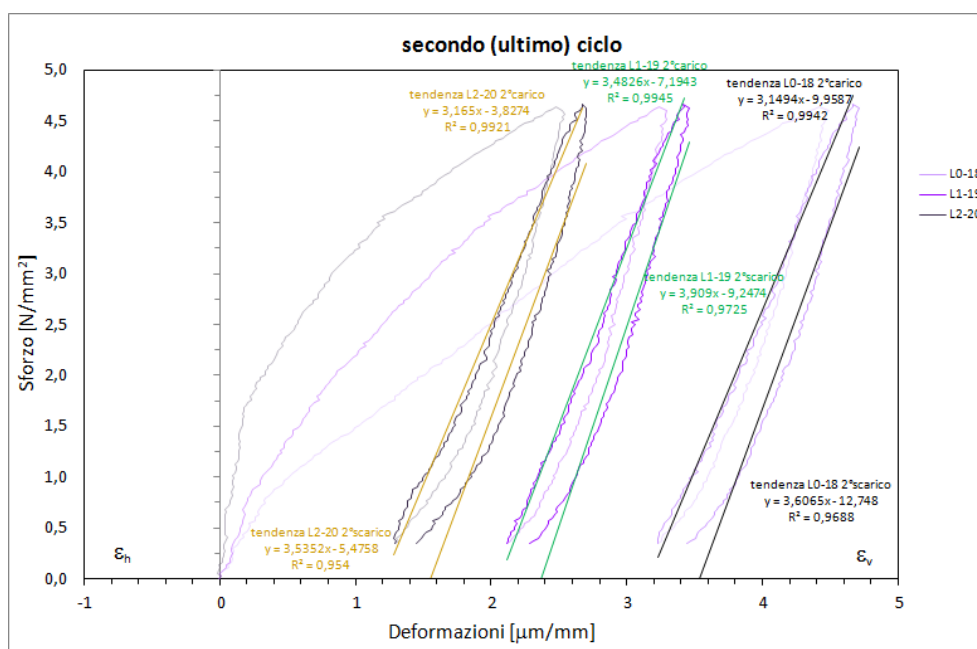


Grafico 3.68: Curve sforzo-deformazione del campione. Secondo ciclo.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-18	3,1494	3149,40		2998,42	
L1-19	3,4826	3482,60	3265,67	3318,77	3147,34
L2-20	3,1650	3165,00		3124,85	

Tabella 3.104: Moduli elastici del campione. Secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/µm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-18	3,6065	3606,50		3799,86	
L1-19	3,9090	3909,00	3683,57	4092,51	3900,04
L2-20	3,5352	3535,20		3807,74	

Tabella 3.105: Moduli elastici del campione. Secondo scarico.

Valgono le stesse riflessioni fatte per le coppie di mattoni: la parte destra del campione da luogo a valori sfalsati, mentre il resto dei target fornisce risultati in linea con quelli precedentemente ottenuti. Il primo scarico ed il secondo ciclo presentano valori tra loro praticamente identici.

Il campione intero e le coppie di mattoni forniscono valori paragonabili tra loro e paragonabili con quanto trovato sinora per quanto riguarda i campioni relativi alla Torre dei Modenesi.

Si riporta un istogramma riassuntivo dei valori dei moduli elastici trovati:

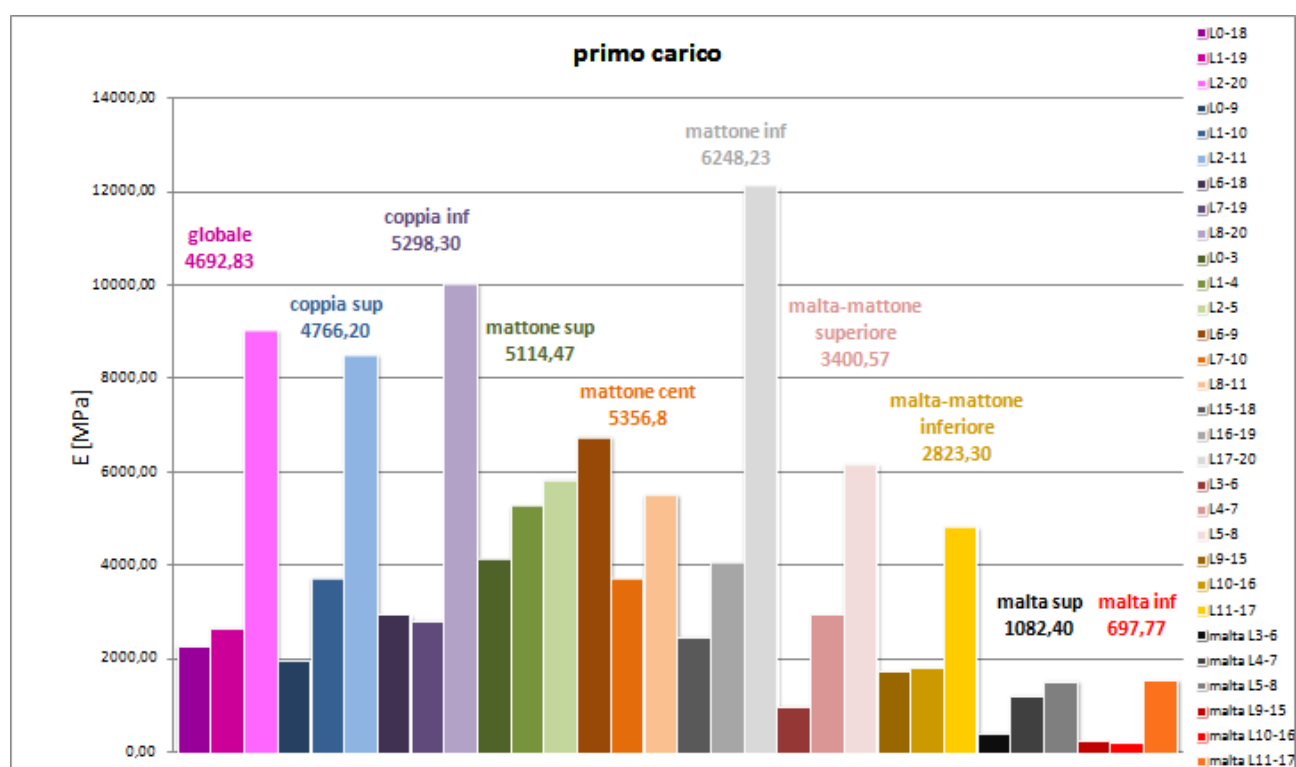


Grafico 3.69: Istogramma riassuntivo dei valori di modulo elastico trovati per il campione CT3.

Graficamente appare ancora più evidente come la parte destra del lato A del campione fornisca valori del tutto diversi dal resto: la terza colonna di ogni gruppo cromatico rappresenta il lato destro dell'analisi e si nota immediatamente come tali colonne siano le più alte in quasi tutti i gruppi. Nella valutazione del valore medio di E dei campioni della Torre dell'Orologio si avrà quindi una duplice possibilità: trascurare interamente il campione CT3 ritenendo tutti i risultati sfalsati, oppure trascurare unicamente i valori che fanno riferimento alla “zona problematica” del campione stesso. Si deciderà in seguito quale percorso sia più idoneo seguire in base ad una analisi globale dei risultati ottenuti

3.2.6 Campione TOB7C

3.2.6.1 Caratteristiche del campione e della prova

Si riportano innanzitutto le principali caratteristiche geometriche del campione TOB7C.

Base	150 – 132 – 135 (non molto regolare)	mm
Altezza	133	mm
Profondità	125	mm
Area di carico	17375	mm ²
Spessore malta superiore	10 – 5 – 5 (irregolare, assente a tratti)	mm

Tabella 3.106: Caratteristiche geometriche del campione TOB7C.



Illustrazione 3.21: Campione TOB7C.

Dalle fotografie del campione si può immediatamente notare come la malta abbia una distribuzione

molto irregolare e sia addirittura assente in alcuni tratti. Inoltre la forma del campione non è molto regolare: sin da ora si può ipotizzare che i risultati che si otterranno dovranno essere osservati con occhio critico.

La prova viene eseguita in controllo di spostamento con velocità di carico pari a $1 \mu\text{m}/\text{sec}$: si effettuano due cicli di carico e scarico raggiungendo il picco di carico di 70 kN pari a circa $4,03 \text{ MPa}$.

Si riporta come prima cosa il grafico sforzo-deformazione relativo a tutte le coppie di target analizzate al termine della prova di compressione semplice.

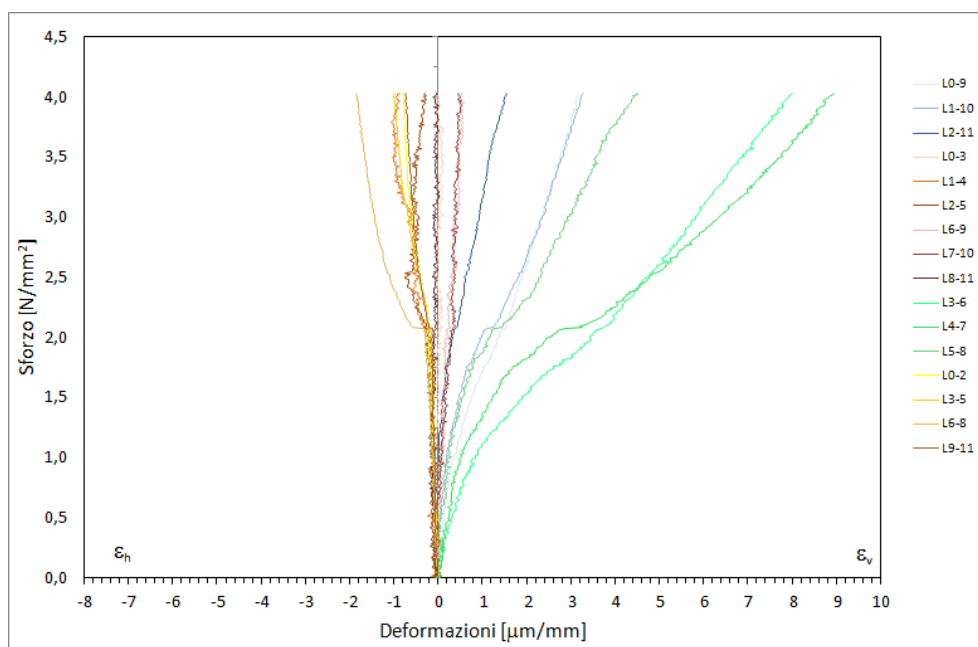


Grafico 3.70: Curve sforzo-deformazione di tutte le coppie di mire analizzate. Primo carico.

3.2.6.2 Rielaborazione dei risultati

In maniera consueta, si procede dapprima all'analisi delle singole componenti del campione, ovvero mattoni e malta, e poi si passa ad uno studio del campione nella sua globalità per valutare le caratteristiche della muratura.

- Mattone superiore

Si studiano le coppie di mire 0-3, 1-4 e 2-5.

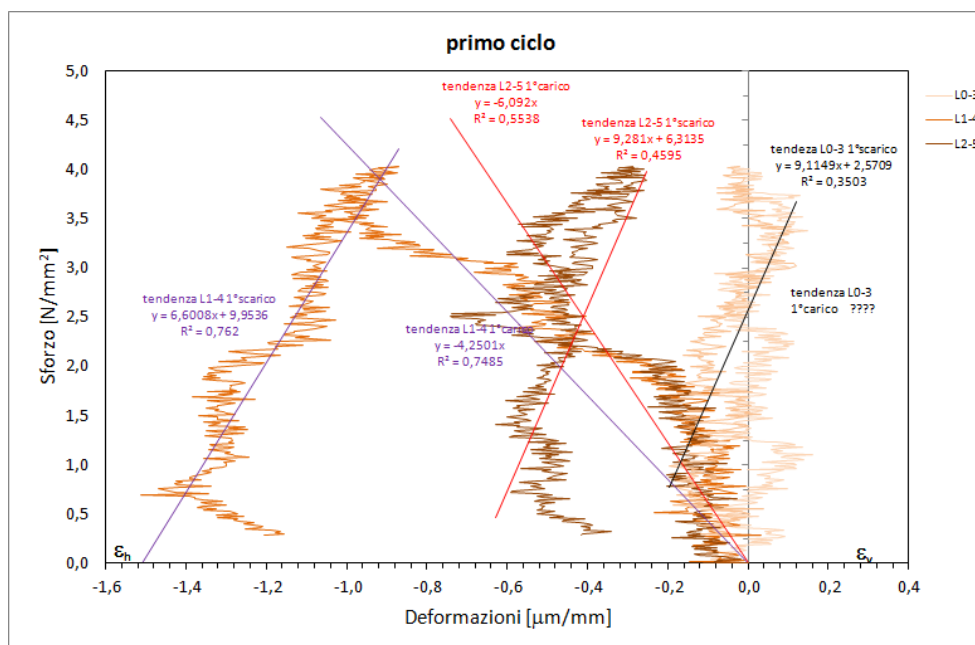


Grafico 3.71: Curve sforzo-deformazione del mattone superiore al primo ciclo.

Si nota immediatamente come, oltre al consueto disturbo, le curve presentino andamenti molto irregolari e strani: la conformazione del mattone ha alterato il rilevamento ottico rendendo le curve di difficile interpretazione.

Una accurata analisi permette comunque di ottenere dei valori accettabili di moduli elastici, senza per questo avere interpolazioni errate: data la natura dei grafici, non si effettuano però i calcoli numerici, ovvero dati dal rapporto tra sforzo e deformazione in quanto fornirebbero valori di scarso significato.

	E grafico CARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-3	4,4549	4454,90	
L1-4	6,0920	6092,00	4932,33
L2-5	4,2501	4250,10	

Tabella 3.107: Moduli elastici del mattone superiore. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-3	9,1149	9114,90	
L1-4	9,2810	9281,00	8332,23
L2-5	6,6008	6600,80	

Tabella 3.108: Moduli elastici del mattone superiore. Primo scarico.

Si ottengono, nonostante la forte irregolarità dei grafici, valori in linea con le prove precedenti e omogenei tra loro.

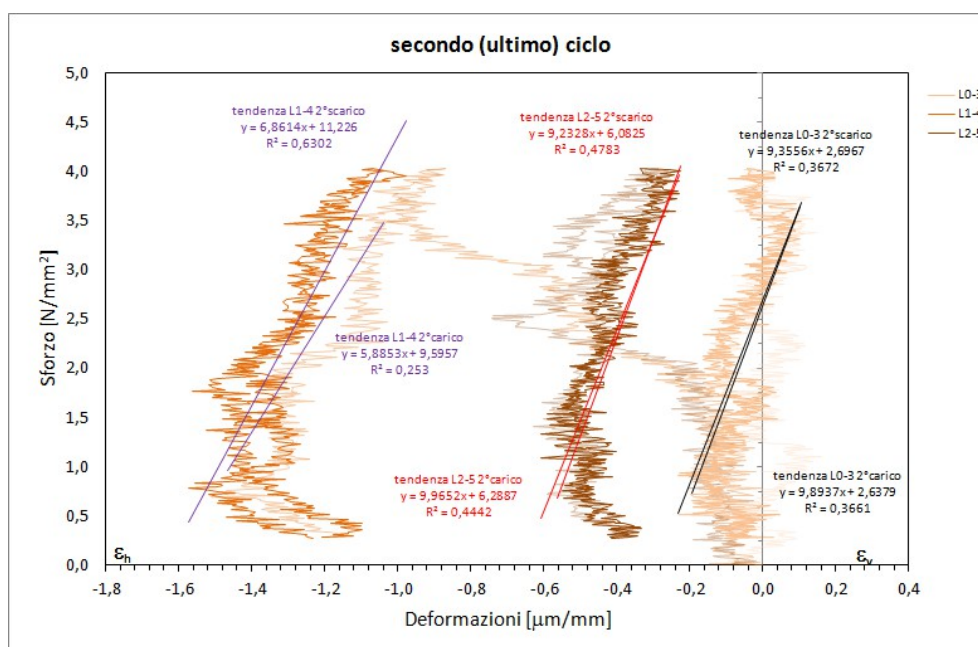


Grafico 3.72: Curve sforzo-deformazione del mattone superiore al secondo ciclo.

	E grafico CARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-3	9,8937	9893,70	
L1-4	5,8853	5885,30	8581,40
L2-5	9,9652	9965,20	

Tabella 3.109: Moduli elastici del mattone superiore. Secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-3	9,3556	9355,60	
L1-4	6,8614	6861,40	8483,27
L2-5	9,2328	9232,80	

Tabella 3.110: Moduli elastici del mattone superiore. Secondo scarico.

L'irregolarità delle curve è presente anche nel secondo ciclo che però presenta chiaramente rette interpolanti tra loro molto prossime al parallelismo, a sottolineare, come di consueto, l'ambito di elasticità in cui si è svolta l'intera prova: anche in questo caso non si conduce l'analisi numerica.

- Mattone inferiore

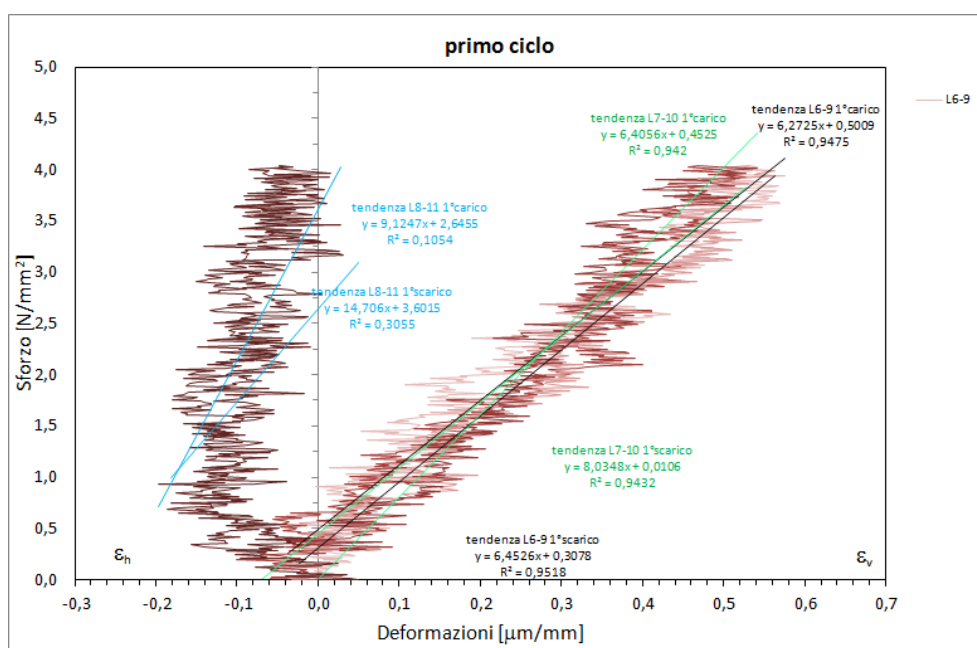


Grafico 3.73: Curve sforzo-deformazione del mattone inferiore al primo ciclo.

Anche il mattone inferiore, come quello superiore, presenta un grafico sforzi-deformazioni fortemente irregolare di cui è difficile trarre linee di interpolazione efficaci.

	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L6-9	6,2725	6272,50		7574,35	
L7-10	6,4056	6405,60	7267,60	8611,30	8216,89
L8-11	9,1247	9124,70		8465,01	

Tabella 3.111: Moduli elastici del mattone inferiore. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L6-9	6,4526	6452,60		7910,24	
L7-10	8,0348	8034,80	9731,13	8486,19	10765,28
L8-11	14,7060	14706,00		15899,41	

Tabella 3.112: Moduli elastici del mattone inferiore. Primo scarico.

Il grafico, con conseguente valore del modulo elastico, relativo alle mire posizionate sulla destra del campione presentano piccole diversità rispetto alle altre. Nel complesso il valor medio è indicativo del comportamento generale del campione anche se i valori risultanti sono più elevati rispetto a quelli ottenuti per il mattone superiore.

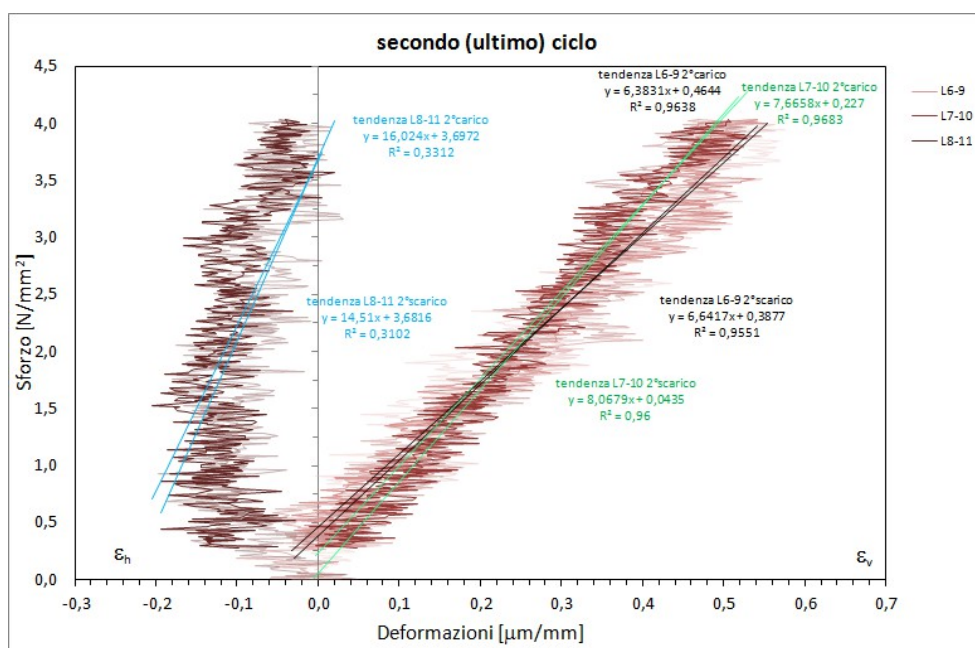


Grafico 3.74: Curve sforzo-deformazione del mattone inferiore al secondo ciclo.

Il secondo ciclo non muta le caratteristiche di irregolarità anche se presenta però fasi di carico e scarico con valori analoghi tra loro.

	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L6-9	6,3831	6383,10		7760,15	
L7-10	7,6658	7665,80	10024,30	7813,52	7786,84
L8-11	16,0240	16024,00		-	

Tabella 3.113: Moduli elastici relativi al mattone inferiore per il secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L6-9	6,6417	6641,70		6569,48	
L7-10	8,0679	8067,90	9739,87	8189,64	7379,56
L8-11	14,5100	14510,00		-	

Tabella 3.114: Moduli elastici relativi al mattone inferiore per il secondo scarico.

I valori ottenuti non si discostano molto da quelli ottenuti per il mattone superiore, soprattutto se non ci riferisce alla parte destra del mattone che altera notevolmente i risultati a causa dell'eccessiva irregolarità del grafico: tali valori sono esclusi sia dalle tabelle precedenti che dalle successive rielaborazioni dei dati.

- Malta

Per la determinazione del modulo elastico dello strato di malta si segue il procedimento solito, riferendosi alle mire 3-6, 4-7 e 5-8.

Si riportano dapprima grafici e tabelle relativi allo strato compreso tra le due mire e poi i risultati relativi alla sola malta.

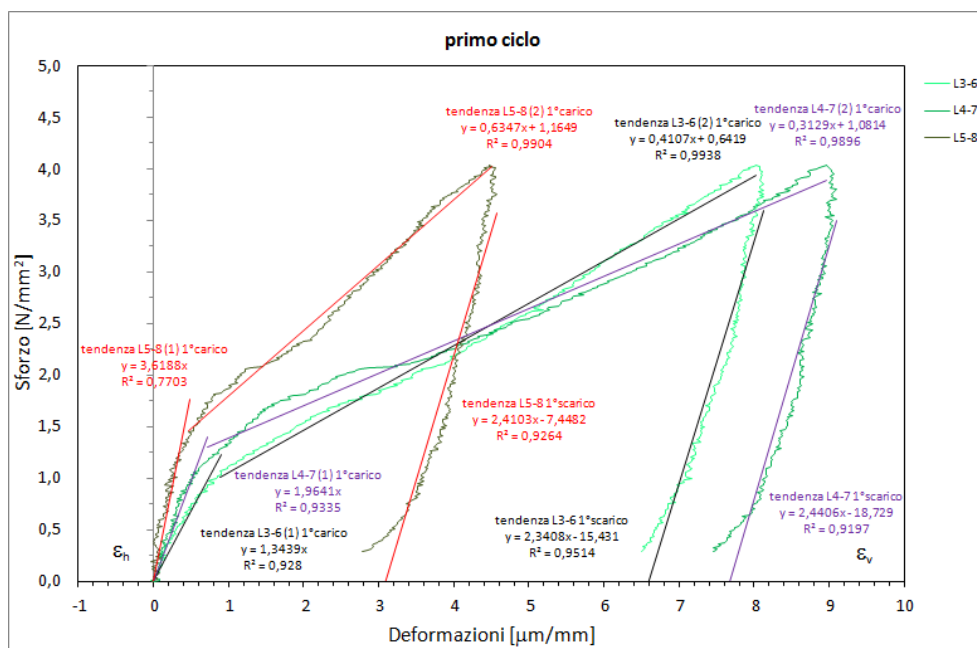


Grafico 3.75: Curve sforzo-deformazione malta-mattone. Primo ciclo.

Le curve ottenute presentano, in fase di carico, un chiaro andamento bilineare con pendenza fortemente diversa da 0 a circa 1,5 MPa rispetto a quello tra 1,5 MPa ed il picco.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L3-6	1,3439	1343,90		1145,51	
L4-7	1,9641	1964,10	2308,93	1635,95	1893,56
L5-8	3,6188	3618,80		2899,23	

Tabella 3.115: Moduli elastici malta-mattone. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/µm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L3-6	2,3408	2340,80		2460,20	
L4-7	2,4406	2440,60	2397,23	2488,49	2386,76
L5-8	2,4103	2410,30		2211,59	

Tabella 3.116: Moduli elastici malta-mattone. Primo scarico.

Nonostante una lieve differenza di valore relativa alla parte sinistra del campione, i valori trovati

sono in linea con quelli relativi alle prove precedenti; così come la fase di scarico che presenta le consuete caratteristiche: ivi addirittura è perfettamente parallela alla prima fase di carico.

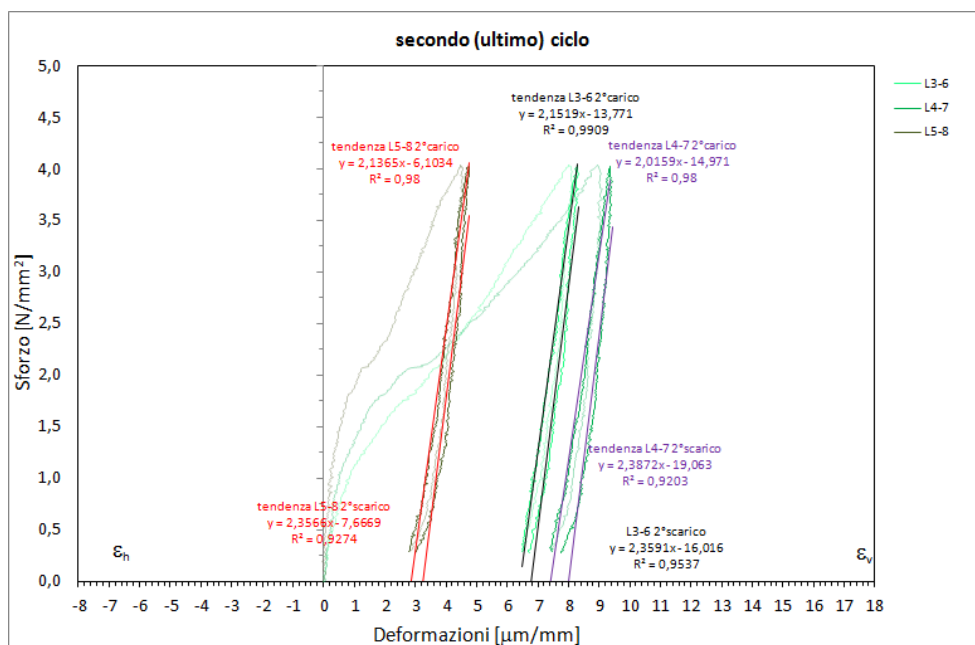


Grafico 3.76: Curve sforzo-deformazione malta-mattone. Secondo ciclo.

	E grafico CARICO [N/μm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L3-6	2,1519	2151,90		2099,50	
L4-7	2,0159	2015,90	2101,43	1962,62	1984,21
L5-8	2,1365	2136,50		1890,51	

Tabella 3.117: Moduli elastici malta-mattone. Secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/μm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L3-6	2,3591	2359,10		2394,94	
L4-7	2,3872	2387,20	2367,63	2314,17	2281,03
L5-8	2,3566	2356,60		2133,99	

Tabella 3.118: Moduli elastici malta-mattone. Secondo scarico.

La leggera diversità di valori della prima fase di carico è assente durante il secondo ciclo, che

presenta valori identici in fasi di carico e scarico.

Si procede ora al calcolo del modulo elastico della malta, depurando i valori appena ottenuti dal contributo dei mattoni.

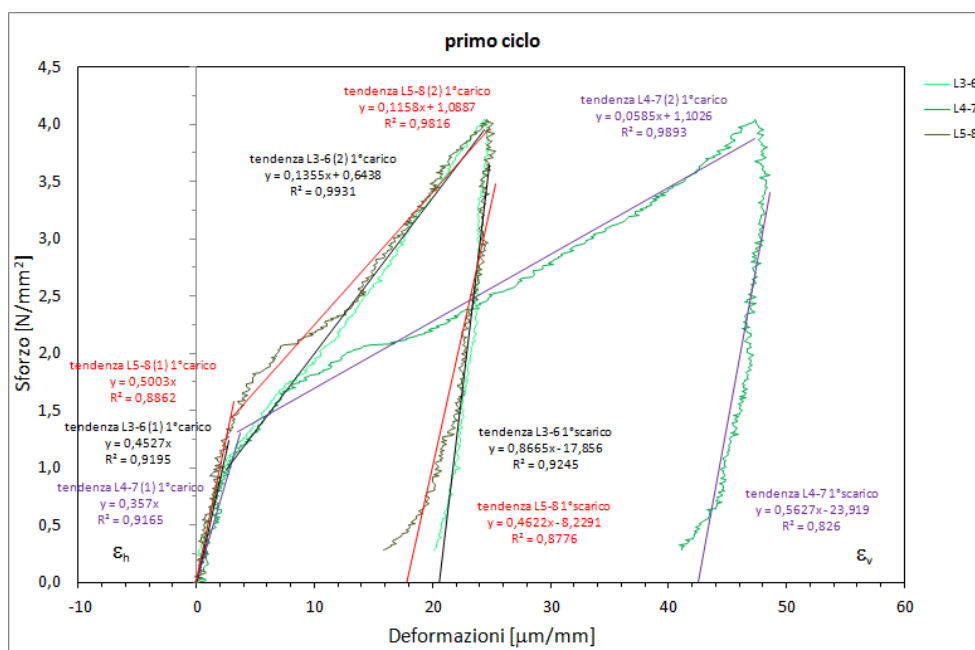


Grafico 3.77: Curve sforzo-deformazione relative al solo strato di malta. Primo ciclo.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
malta L3-6	0,4527	452,70		398,71	
malta L4-7	0,3570	357,00	436,67	332,32	396,70
malta L5-8	0,5003	500,30		459,07	

Tabella 3.119: Moduli elastici della sola malta. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/µm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
malta L3-6	0,8665	866,50		887,93	
malta L4-7	0,5627	562,70	630,47	605,90	640,63
malta L5-8	0,4622	462,20		428,06	

Tabella 3.120: Moduli elastici della sola malta. Primo scarico.

Le differenze di valori trovate in precedenza ivi non vi sono più: si ottengono valori piuttosto omogenei ed in linea coi valori ottenuti nelle precedenti prove di caratterizzazione del modulo elastico della malta.

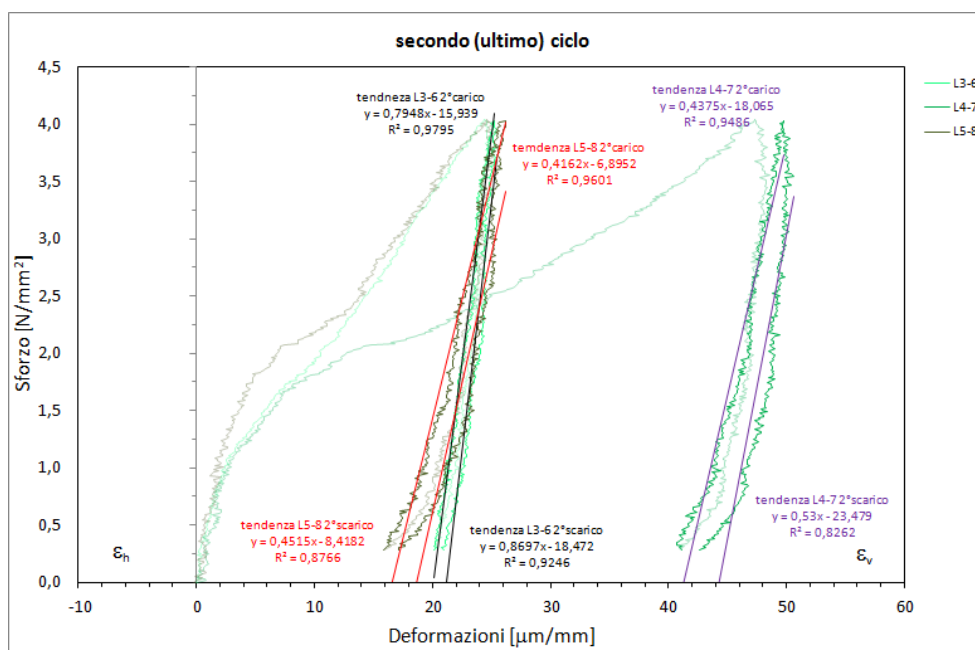


Grafico 3.78: Curve sforzo-deformazione relative al solo strato di malta. Secondo ciclo.

	E grafico CARICO [N/µm·mm]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = Δσ/Δε CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
malta L3-6	0,7948	794,80		742,81	
malta L4-7	0,4375	437,50	549,50	434,80	512,85
malta L5-8	0,4162	416,20		360,93	

Tabella 3.121: Moduli elastici della sola malta. Secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/µm·mm]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = Δσ/Δε SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
malta L3-6	0,8697	869,70		893,29	
malta L4-7	0,5300	530,00	617,07	527,19	611,15
malta L5-8	0,4515	451,50		412,97	

Tabella 3.122: Moduli elastici della sola malta. Secondo scarico.

Il secondo ciclo non presenta particolari differenze rispetto a quanto studiato finora: i valori trovati per la malta sono del tutto paragonabili a quelli trovati con le altre prove relative sia alla Torre dei modenesi che al Mastio della Rocca.

- Campione intero

Si studiano ora le caratteristiche globali della muratura analizzando le mire 0-9, 1-10 e 2-11.

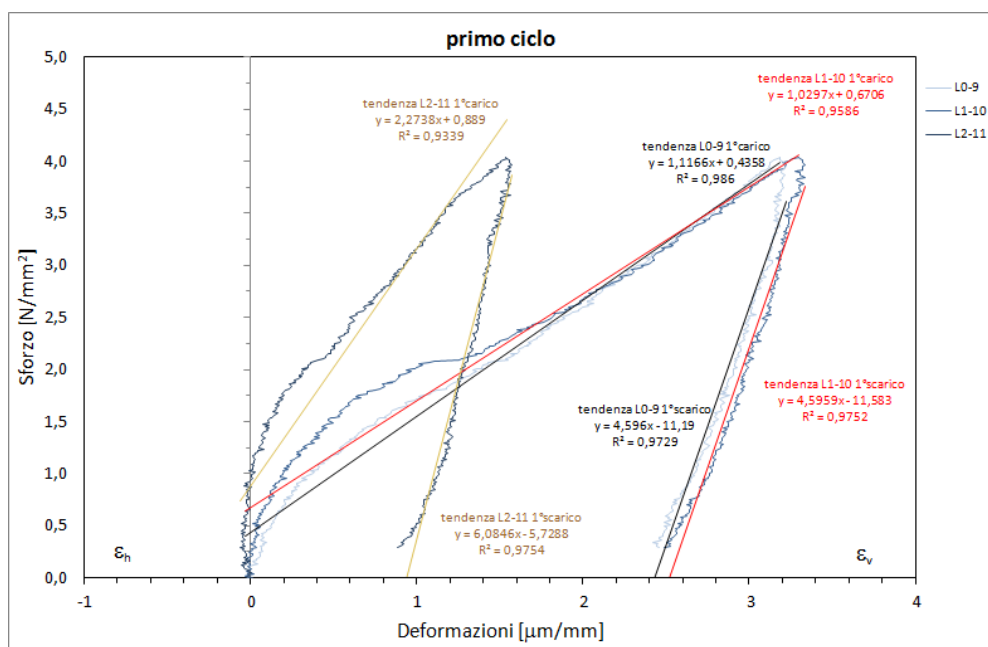


Grafico 3.79: Curve sforzo-deformazione relative al campione. Primo ciclo.

I grafici relativi alla totalità del campione presentano andamenti molto più regolari rispetto a quelli dei singoli mattoni e presentano curve sufficientemente chiare da poter essere interpolate con tratti univoci in fase di carico e scarico.

	E grafico CARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-9	1,1166	1116,60		1267,34	
L1-10	1,0297	1029,70	1473,37	1223,42	1704,51
L2-11	2,2738	2273,80		2622,79	

Tabella 3.123: Moduli elastici della muratura. Primo carico.

	E grafico SCARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-9	4,5960	4596,00		5163,88	
L1-10	4,5959	4595,90	5092,17	4630,22	5184,18
L2-11	6,0846	6084,60		5758,43	

Tabella 3.124: Moduli elastici della muratura. Secondo carico.

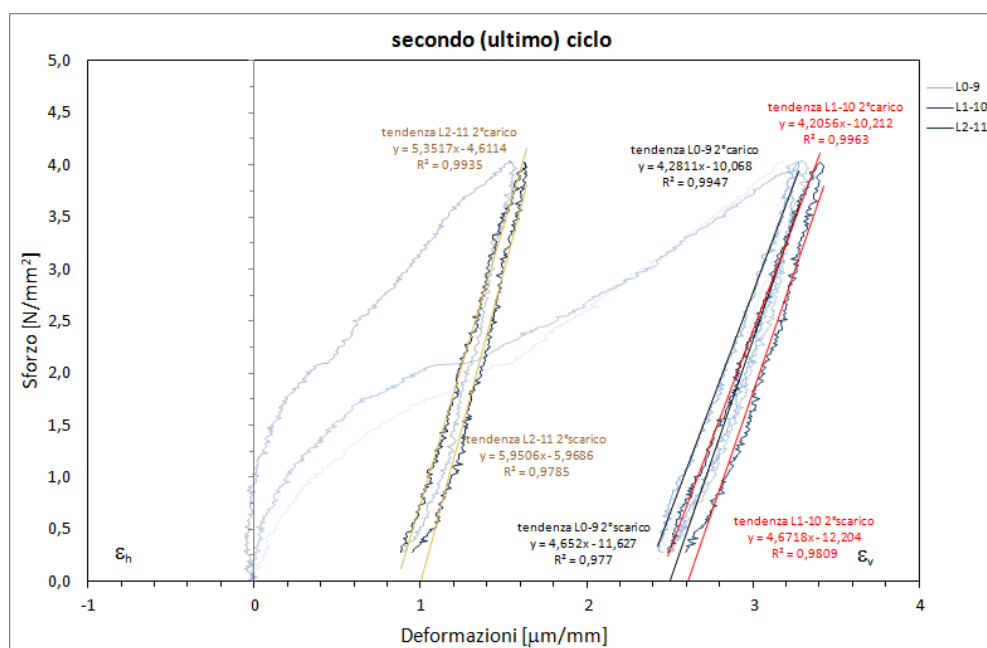


Grafico 3.80: Curve sforzo-deformazione relativa al campione. Secondo ciclo.

Si ottengono valori leggermente inferiori a quelli ottenuti coi campioni precedenti ma comunque piuttosto in linea: la coppia di target di destra fornisce un valore superiore, come del resto in tutte le altre valutazioni e pertanto tale diversità è imputabile alla conformazione del provino stesso che presentava un vistoso vuoto di malta in tale zona.

	E grafico CARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" CARICO [N/mm ² = MPa]	Media CARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ CARICO [MPa]	Media CARICO [MPa]
L0-9	4,2811	4281,10		4586,86	
L1-10	4,2056	4205,60	4612,80	4077,82	4571,08
L2-11	5,3517	5351,70		5048,55	

Tabella 3.125: Moduli elastici della muratura. Secondo carico.

	E grafico SCARICO [N/ $\mu\text{m}\cdot\text{mm}$]	E "reale" SCARICO [N/mm ² = MPa]	Media SCARICO [MPa]	E = $\Delta\sigma/\Delta\varepsilon$ SCARICO [MPa]	Media SCARICO [MPa]
L0-9	4,6520	4652,00		4767,31	
L1-10	4,6718	4671,80	5091,47	4643,11	4980,55
L2-11	5,9506	5950,60		5531,24	

Tabella 3.126: Moduli elastici della muratura. Secondo scarico.

Si riporta infine un grafico riassuntivo delle caratteristiche del campione analizzato in termini di modulo elastico.

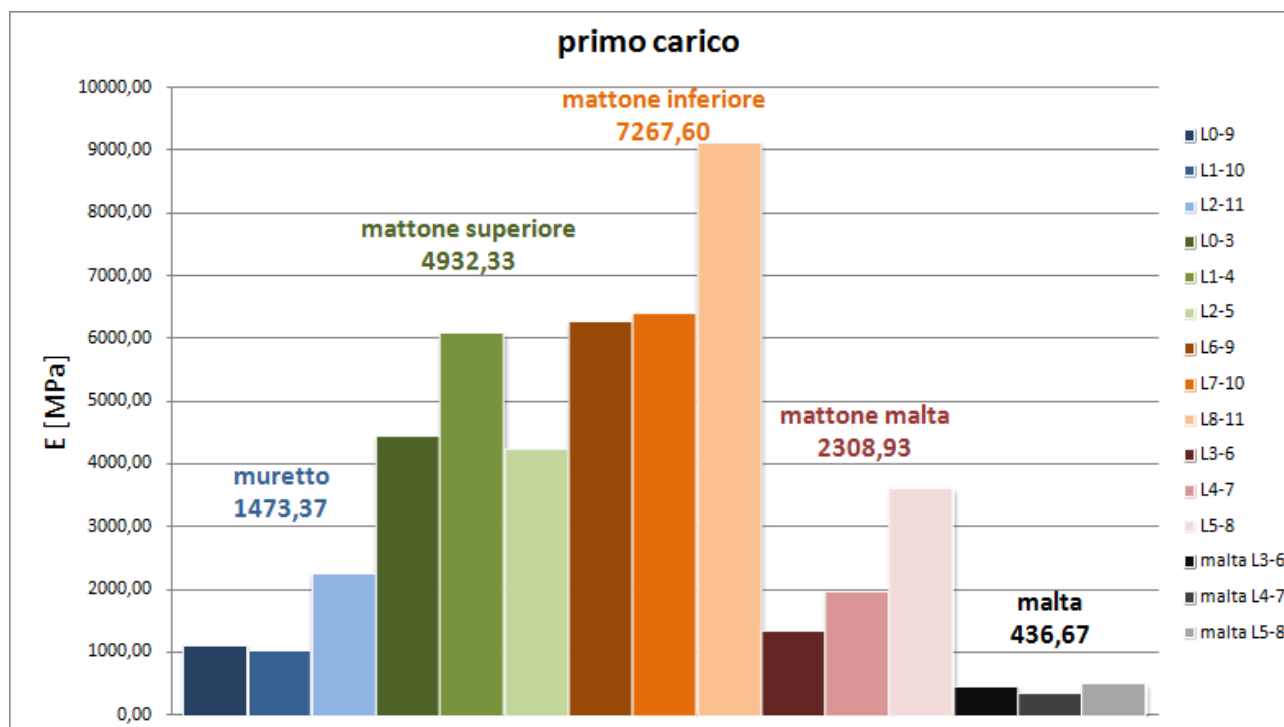


Grafico 3.81: Istogramma riassuntivo dei valori del modulo elastico.

3.2.7 Confronto tra i diversi campioni

Al termine delle prove di compressione semplice, prima di verificare i risultati ottenuti nella medesima prova ma con altri strumenti di rilievo (estensimetri e trasduttori di spostamento), sembra opportuno riassumere e confrontare tra loro i risultati ottenuti col rilevamento ottico in termini di modulo elastico di mattoni, malta e muratura in generale.

Si propongono diversi grafici riassuntivi per le singole componenti, sia globalmente che distinguendo tra campioni della Torre dei Modenesi e campioni del Mastio delle Rocche.

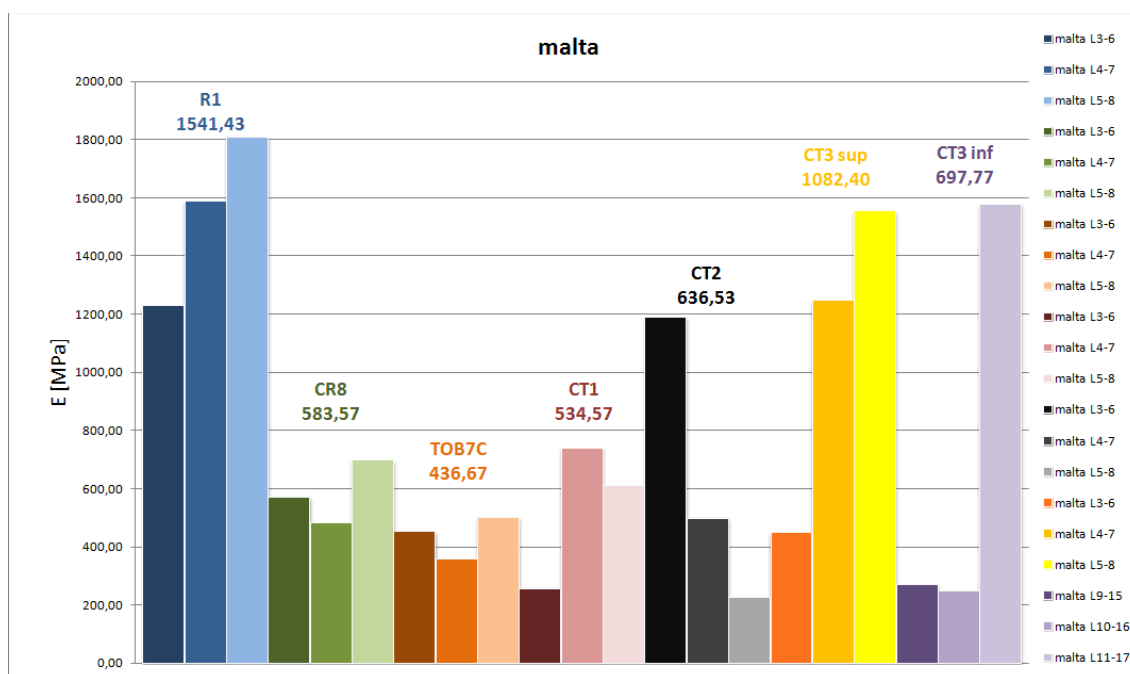


Grafico 3.82: Valori dei moduli elastici relativi alla malta.

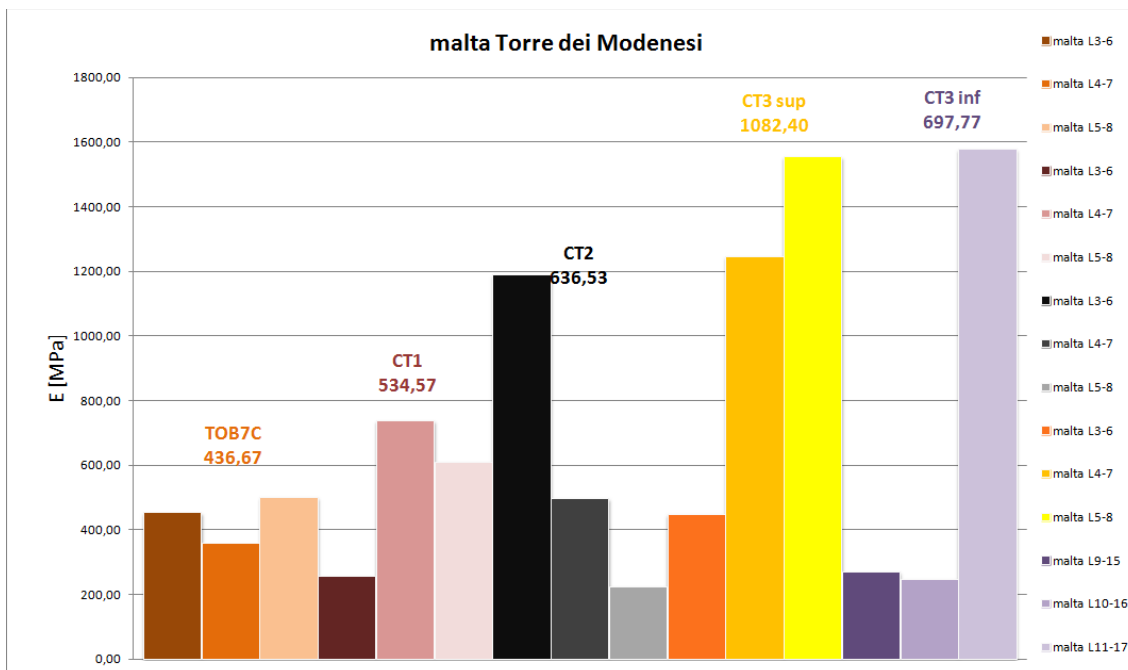


Grafico 3.83: Valori dei moduli elastici della malta per la Torre dei Modenesi.

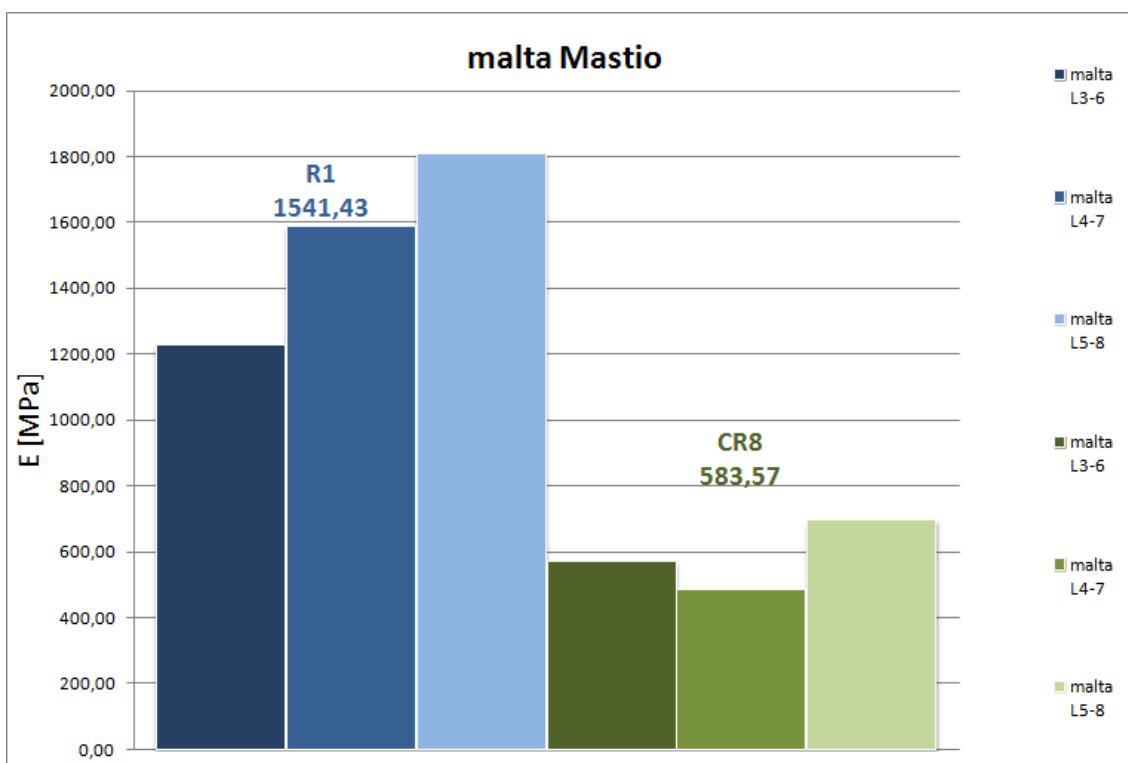


Grafico 3.84: Valori del modulo elastico della malta per il Mastio del Castello delle Rocche.

Si nota una certa variabilità nei valori ottenuti anche se in generale, i valori si assestano attorno ai 1000 MPa: per quanto riguarda la Torre dei Modenesi, il valore medio del modulo elastico della

malta è di circa 678 MPa, mentre per il Mastio del Castello delle Rocche è di 1063 MPa. Globalmente la malta registra un modulo elastico di circa 788 MPa.

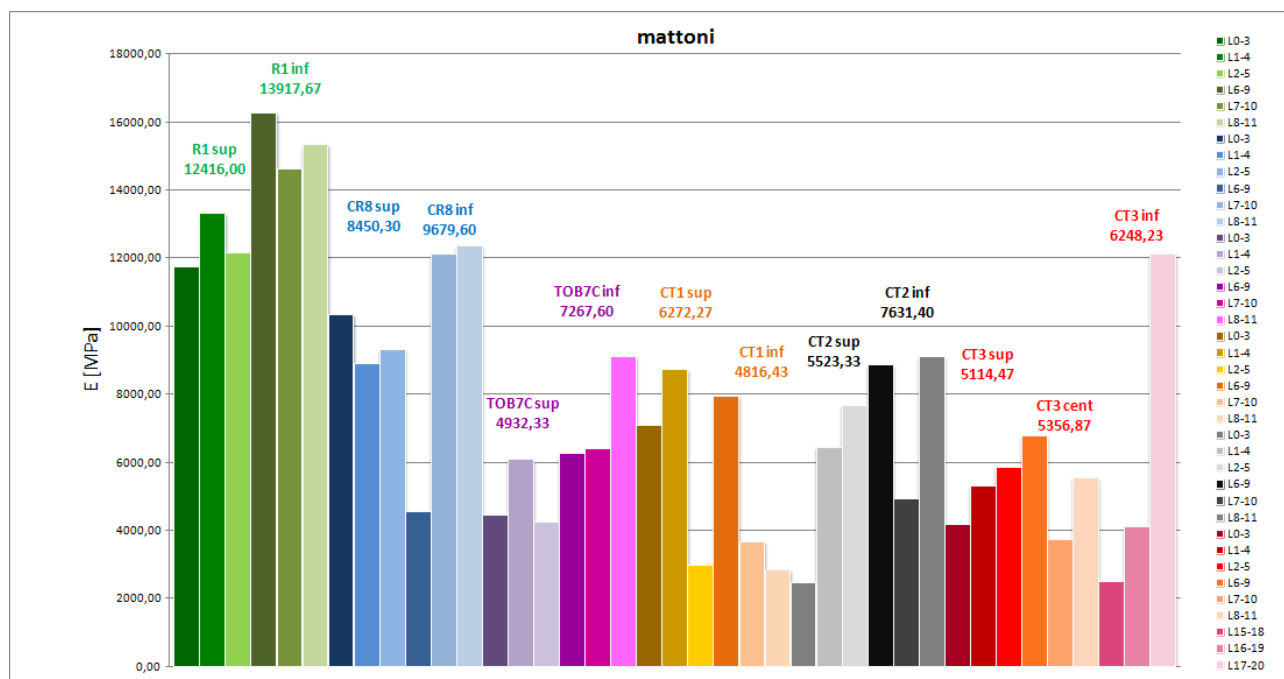


Grafico 3.85: Moduli elastici dei mattoni.

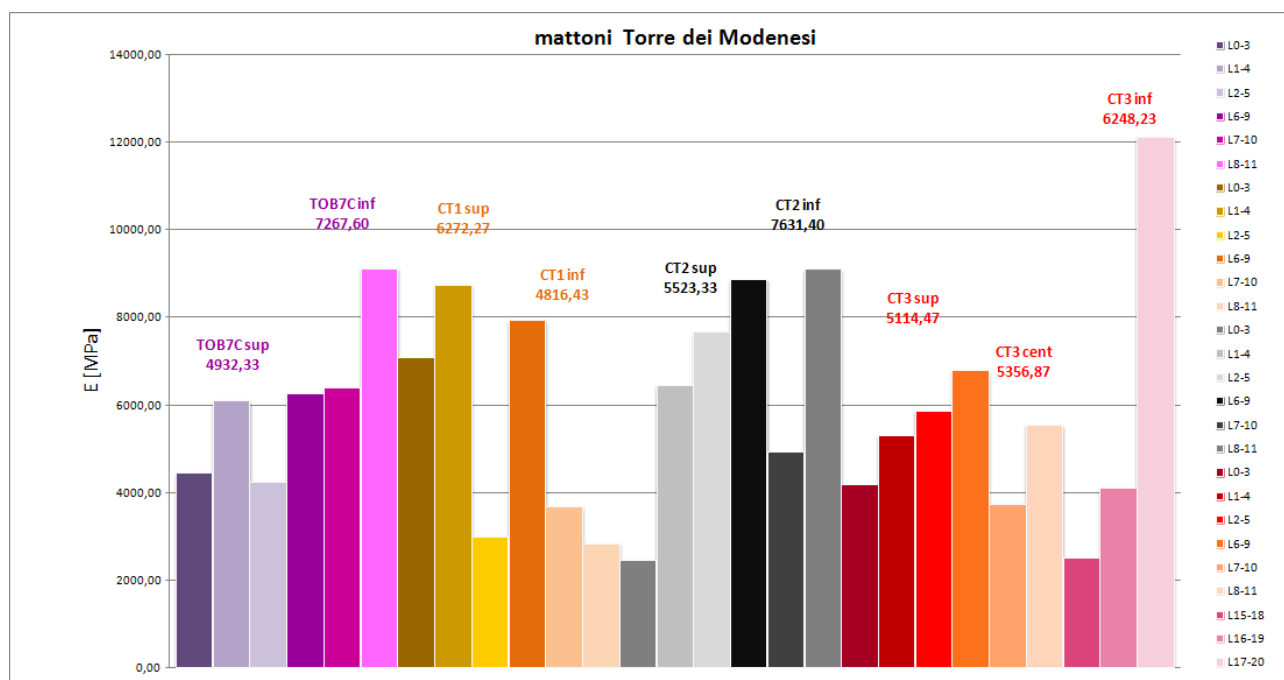


Grafico 3.86: Moduli elastici dei mattoni della Torre dei Modenesi.

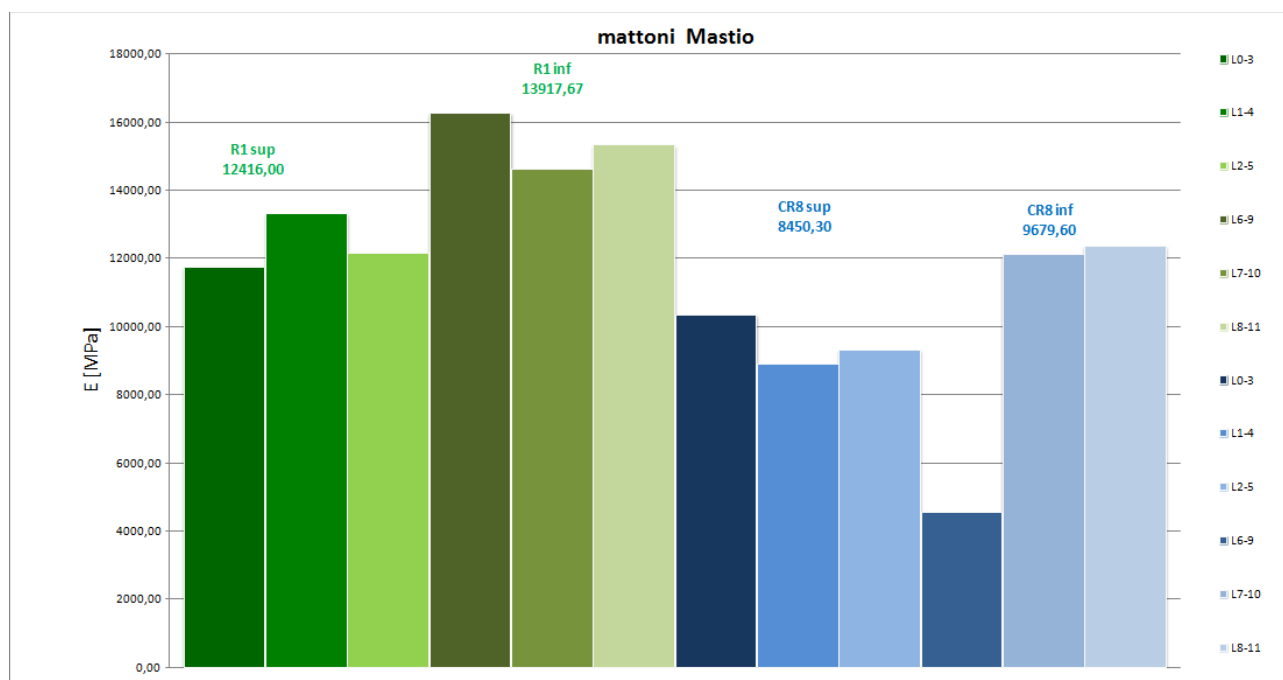


Grafico 3.87: moduli elastici dei mattoni del Mastio delle Rocche.

In questo caso appaiono evidenti due cose: i mattoni del Mastio delle Rocche hanno resistenza maggiore di quelli della Torre dei Modenesi (mediamente i primi hanno un modulo elastico di circa 11759 MPa, mentre i secondi di circa 5906 MPa) e i mattoni superiori di ciascun campione analizzato hanno un valore di modulo elastico inferiore rispetto a quelli inferiori del medesimo campione. Questa seconda riflessione potrebbe essere figlia della macchina di prova e assolutamente non imputabile ai campioni analizzati.

Infine occorre opportuno osservare come, per la Torre dei Modenesi, il lato destro del campione CT3 fornisca valori non in linea con il resto, soprattutto per quanto concerne il mattone inferiore: se non si considera tale valore i risultati variano di circa 300 MPa nel valor medio.

Si considera infine quanto ottenuto per la muratura.

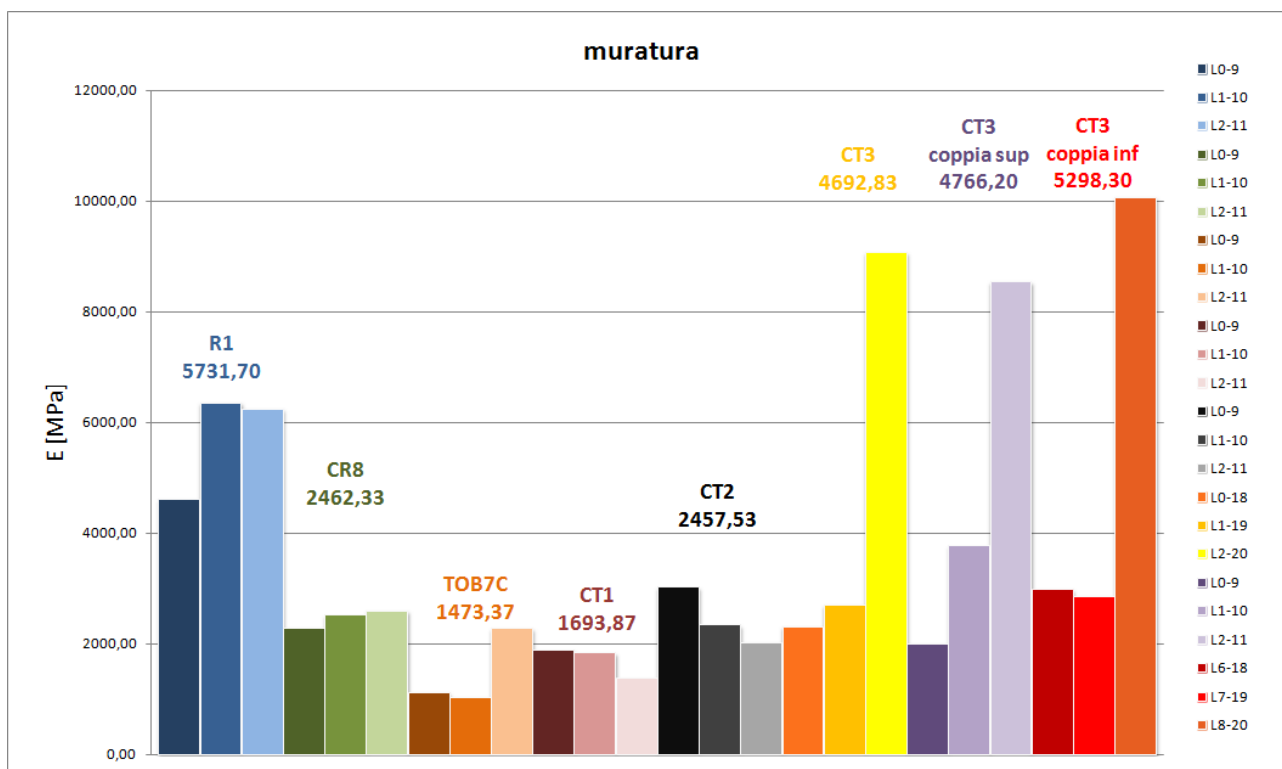


Grafico 3.88: Moduli elastici relativi alla muratura.

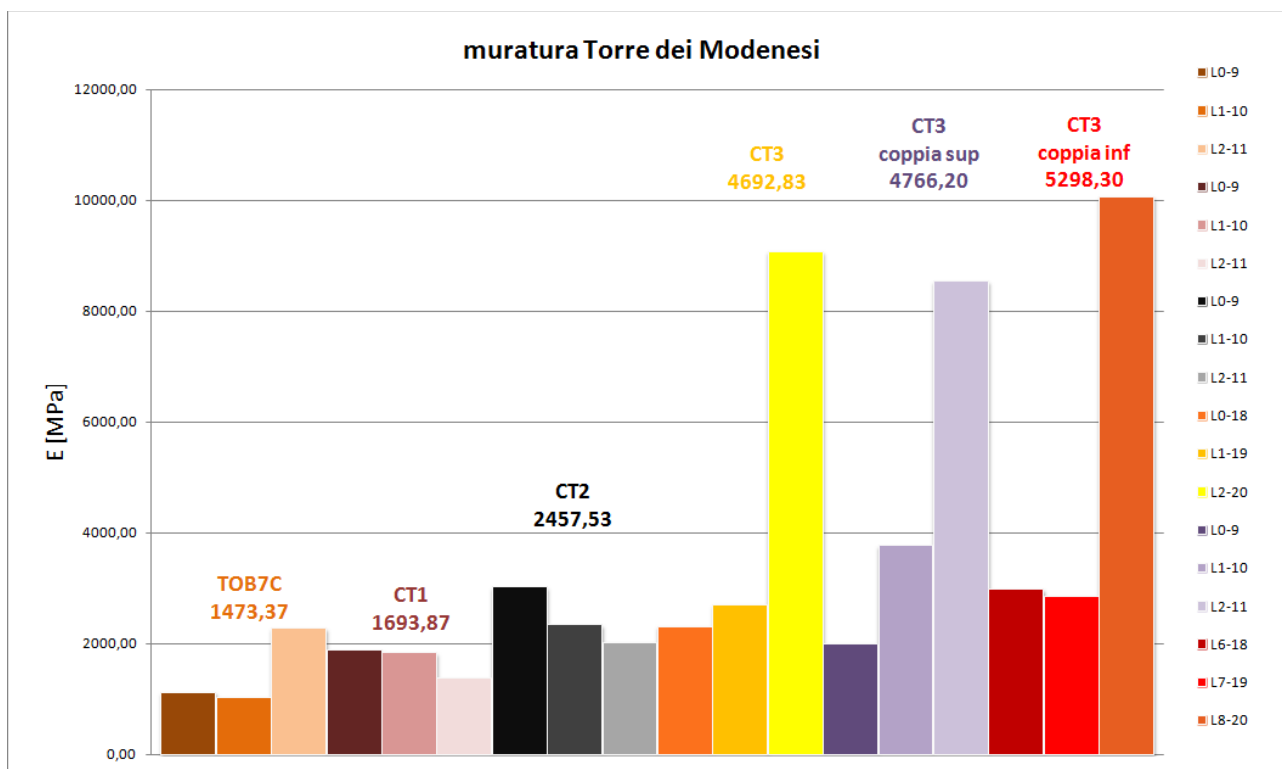


Grafico 3.89: Moduli elastici relativi alla muratura della Torre dei Modenesi.

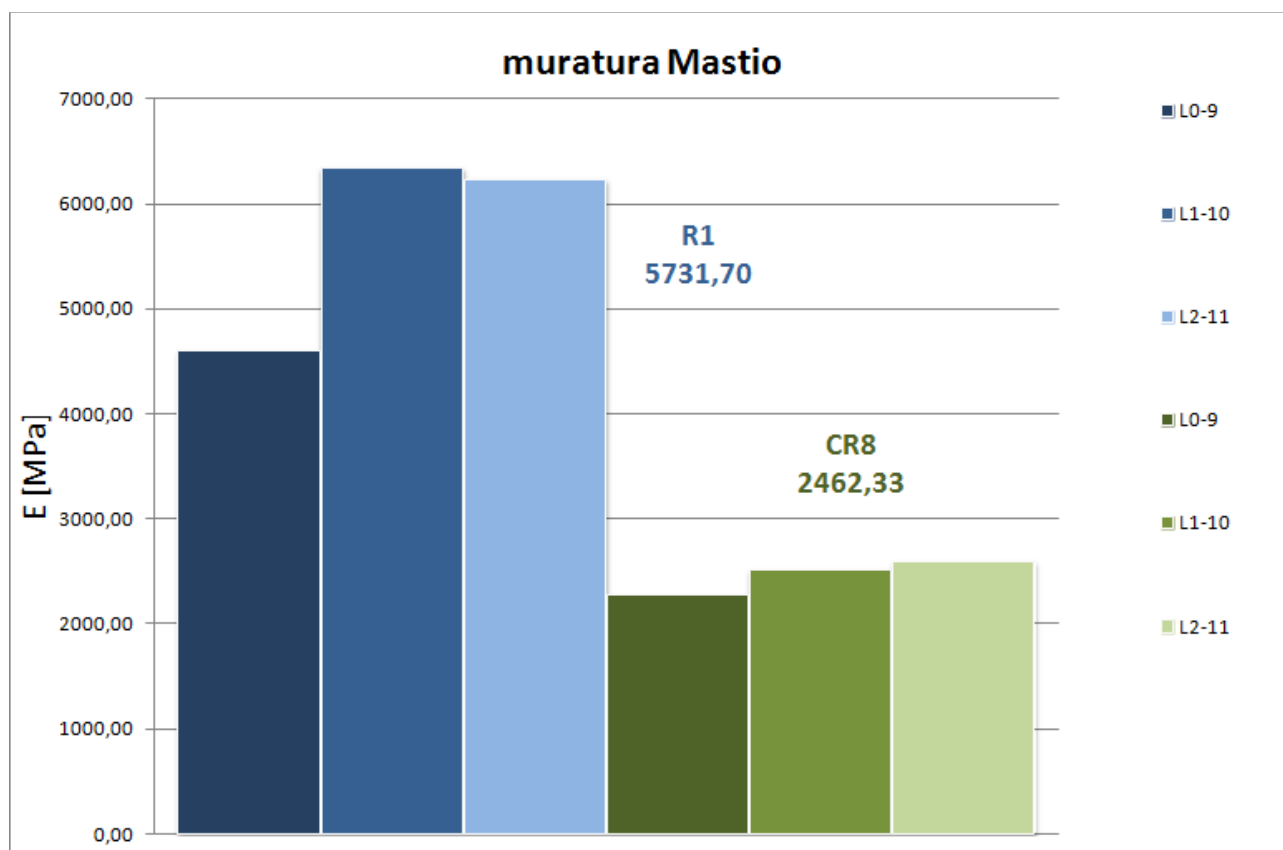


Grafico 3.90: Moduli elastici relativi alla muratura del Mastio delle Rocche.

Per quanto riguarda la muratura occorre fare ragionamenti separati per quanto riguarda la Torre dei Modenesi e il Mastio delle Rocche.

La Torre dei Modenesi presenta valori piuttosto uniformi tra loro con la sola eccezione del campione CT3 che nel suo lato sinistro, fornisce valori assolutamente inattendibili: considerando tali valori il modulo elastico medio per la Torre è di circa 3397 MPa, mentre senza è di circa 2232 MPa. Con le altre analisi si deciderà cosa sia più opportuno fare.

Il mastio delle Rocche ha visto la prova sottoposta a soli due campioni che presentano risultati diversi tra loro: confrontando i risultati della muratura con quelli dei mattoni e della malta si è portati a considerare la muratura del Mastio più resistente di quella della Torre. Sul valore da considerare occorrerà riflettere anche in luce a quanto rilevato con le altre prove: si considera momentaneamente valido il valore medio delle due prove ovvero circa 4097 MPa.

3.3 Estensimetri

Come evidenziato diverse volte, i campioni provati a compressione semplice, oltre ad essere strumentati con un sistema di rilevamento ottico su una faccia (lato A), sono stati strumentati anche in maniera differente: per ogni prova sono stati infatti utilizzati 4 estensimetri, posizionati generalmente sulle quattro facce del campione (tranne in una unica eccezione) e 4 traduttori di spostamento posizionati sulle facce laterali del provino, rispetto al lato A.

Tale strumentazione ha avuto un duplice scopo: da un lato ha permesso di valutare in maniera alternativa la deformazione verticale ed orizzontale del campione in modo da poterla confrontare con quanto ottenuto con il rilevamento ottico e dall'altro lato ha avuto la funzione di valutare il comportamento del campione non solo su un lato ma nella sua globalità.

Questa seconda funzione si esplicita compiutamente nella possibilità di valutare una eventuale rotazione del piano di carico del campione: la rotazione della faccia superiore è possibile visto l'inserimento di uno snodo nel macchinario, necessario al fine di garantire una pressione uniforme sul campione, e potrebbe influenzare la valutazione che si è fatta de modulo elastico normale.

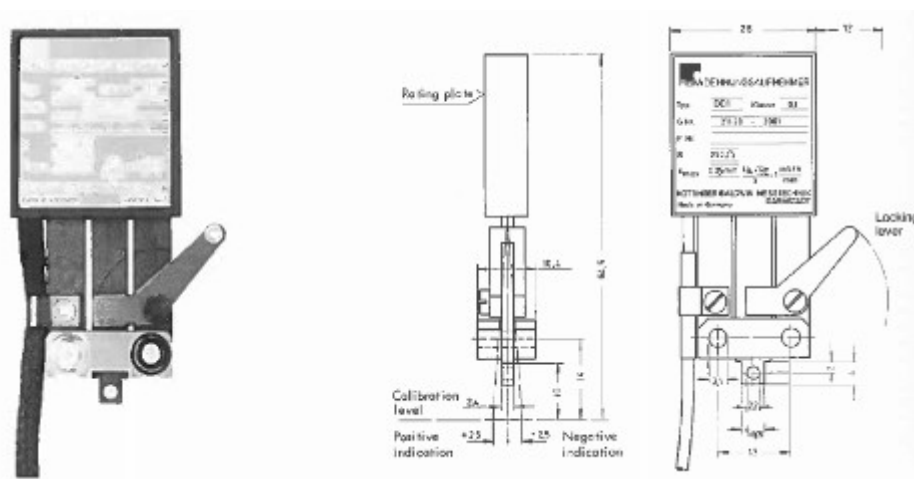


Illustrazione 3.22: Fotografia e schema grafico di un estensimetro tipo.

3.3.1 Caratteristiche dei campioni e della prova

Gli estensimetri, come detto, sono stati utilizzati per la prova di caratterizzazione della muratura ovvero nella prova di compressione semplice: per quanto riguarda il loro posizionamento si è cercato di essere quanto più possibile coerenti tra una prova e l'altra in modo da uniformare i risultati ottenuti.

Ogni lato dei campioni è stato strumentato con un DD1 con la sola eccezione del campione CR8 che, a causa della sua geometria fortemente irregolare, ha visto il posizionamento di due estensimetri sul lato C (opposto al rilevamento ottico) senza alcun estensimetro sul lato D: per tutte le prove si sono usati 2 estensimetri di lunghezza 100 mm sui lati B e D mentre sui lati A e C si sono usati estensimetri da 25 mm per i campioni CR8 e CT2, ovvero i primi due campioni provati, ed estensimetri da 100 mm per le altre prove.

La posizione di tali strumenti sui vari lati dei campioni è dipesa fortemente dalla natura dei campioni stessi: per quanto riguarda il lato A, quello del rilevamento ottico, la posizione è stata scelta in modo da non disturbare il rilievo ottico, sugli altri tre lati, invece, la posizione è stata scelta in modo da mantenere l'estensimetro in posizione più verticale e stabile possibile, evitando zone sconnesse come quelle legate alla presenza di malta o ad eventuali vuoti.

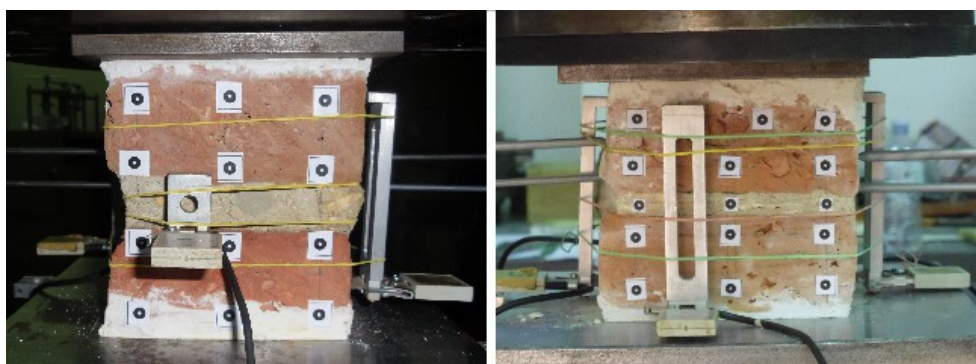


Illustrazione 3.23: DD1 25 e DD1 100 a confronto.

La strumentazione descritta rileva gli spostamenti relativi e quindi le deformazioni verticali del campione in base allo spostamento dei punti a cui è collegato l'estensimetro stesso: tali DD1 sono stati collegati ad un software di acquisizione legato alla macchina di prova, il che ha consentito una semplice rielaborazione dei dati al termine della prova di compressione.

3.3.2 Rielaborazione dei risultati

Gli estensimetri, collegati alla macchina di prova, forniscono valori di deformazione per ogni step di carico e consentono dunque il tracciamento delle consuete curve sforzo-deformazione da cui è facilmente desumibile il valore del modulo di elasticità normale.

Per ogni campione, avendo 4 DD1, si hanno 4 curve e pertanto 4 moduli di elasticità: si valuta il valor medio fornito dai 4 estensimetri per poi confrontarlo con il valore ottenuto dal rilevamento ottico e col valore desunto dalle prove di rottura sui cubetti estratti dai mattoni singoli.

Si riportano i 4 grafici legati alle 6 prove effettuate: in ogni grafico si notano le diverse curve legate ai vari estensimetri mentre non si visualizzeranno le rette interpolanti che forniscono il valore del modulo di elasticità, sempre valutato per carichi compresi tra il 30 ed il 60 % del valore del carico di picco, in quanto renderebbero caotica la rappresentazione. I valori dei moduli elastici desunti verranno riportati in forma tabellare.

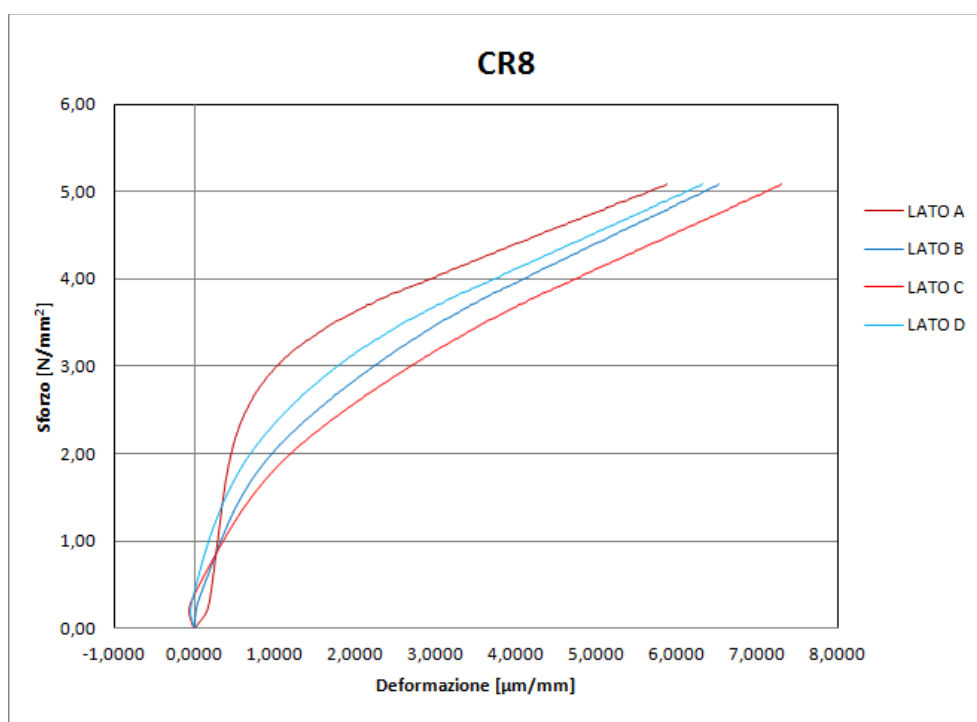


Grafico 3.91: Curve sforzo-deformazione del campione CR8.

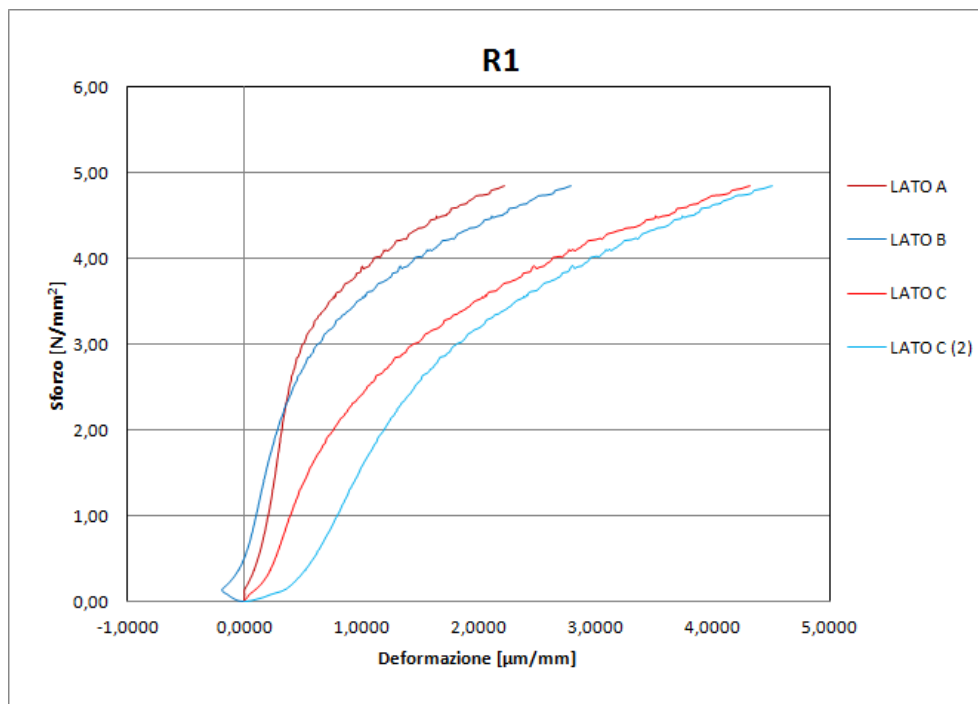


Grafico 3.92: Curve sforzo-deformazione per il campione R1.

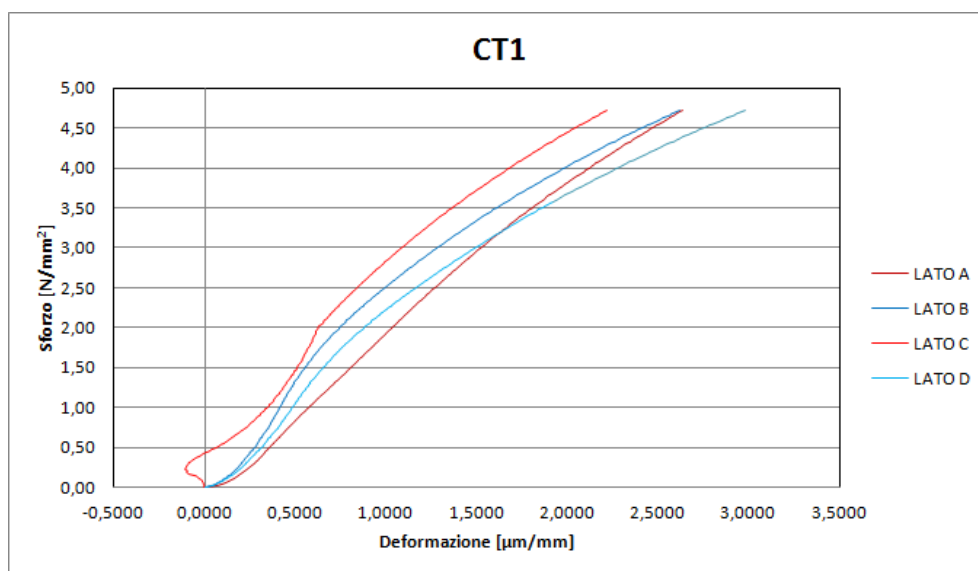


Grafico 3.93: Curve sforzo-deformazione per il campione CT1.

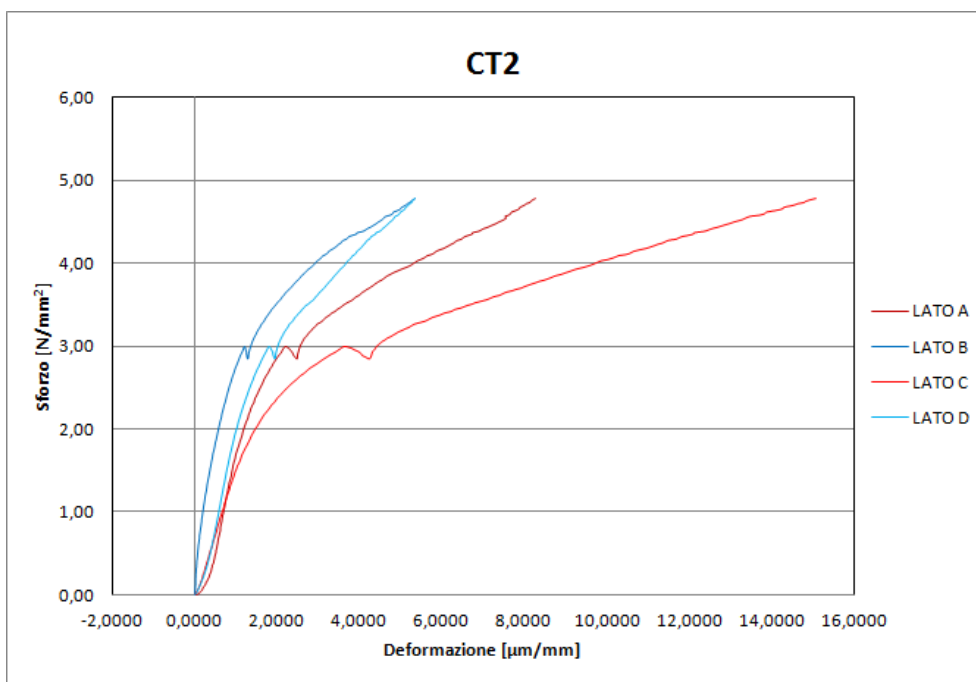


Grafico 3.94: Curve sforzo-deformazione per il campione CT2.

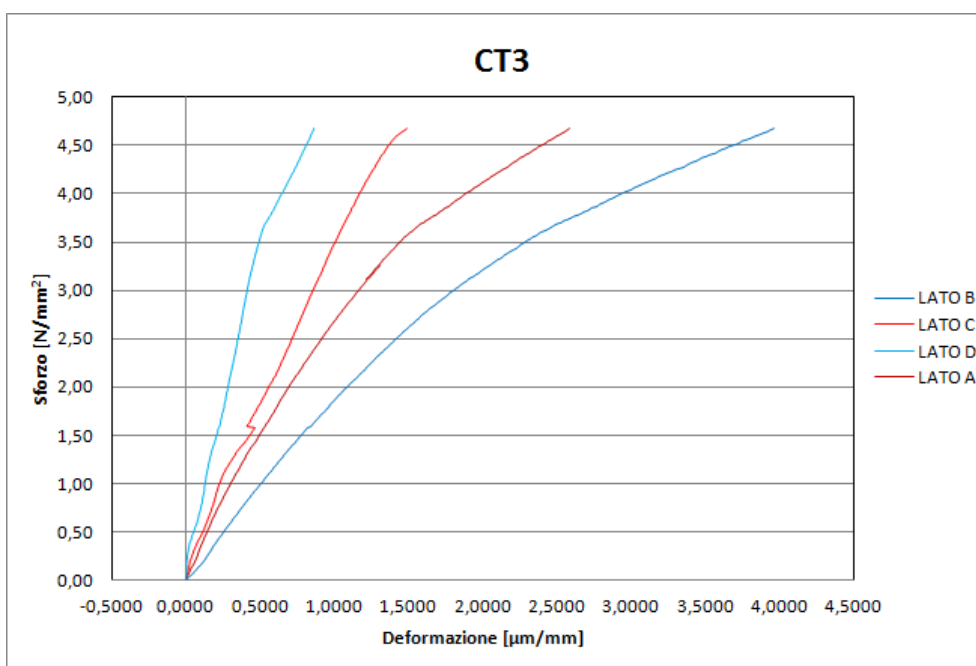


Grafico 3.95: Curve sforzo-deformazione per il campione CT3.

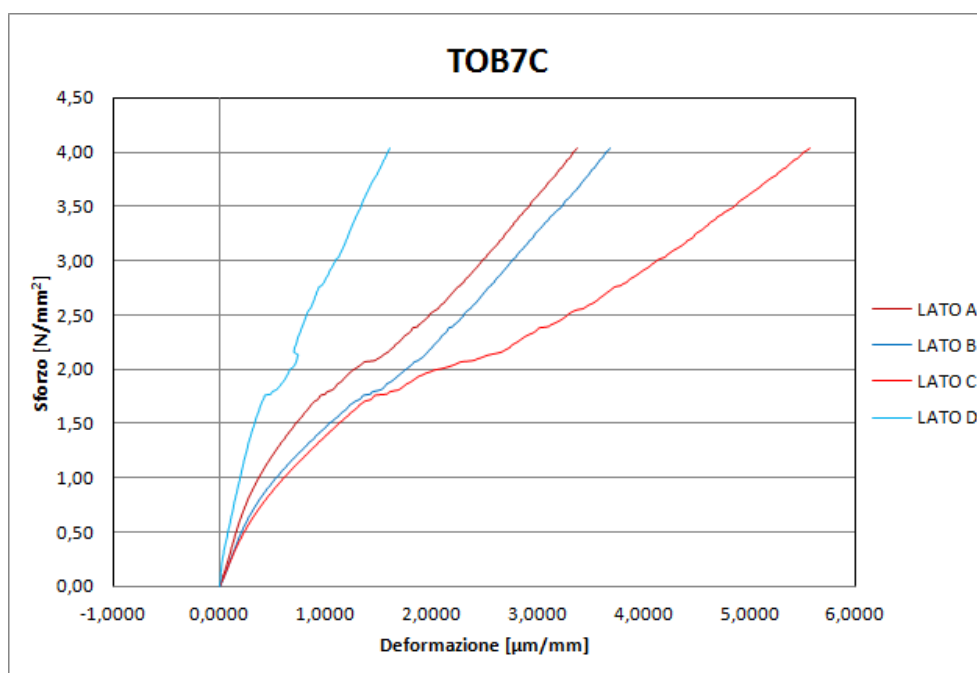


Grafico 3.96: Curve sforzo-deformazione per il campione TOB7C.

Si riportano ora i valori di modulo elastico ottenuti per i vari estensimetri oltre che il valor medio di ogni campione e dei campioni relativi alla Torre dei Modenesi e del Mastio.

	E lato A [MPa]	E lato B [MPa]	E lato C [MPa]	E lato D [MPa]	E MEDIO [MPa]
CT1	1932,6	2331,4	2126,2	2011,1	2100,3
CT2	1939,7	3544,4	1313,5	1893,1	2172,7
CT3	2749,1	1773,3	3439,3	6406,4	2653,9**
TOB7C	1264,1	1115,3	1034,7	2336,1	1437,5
TOT Torre dei Modenesi	1971,38	2191,1	1978,43	2080,1**	2091,1**
R1	6100,8	4423,5	2921,8	3146,2	4148,1
CR8	3917,6	3087,4	2662,4	3218,2*	3221,4
TOT Mastio	5009,2	3755,45	2792,1	1573,1	3684,75

Tabella 3.127: Moduli elastici per ogni lato di ogni campione e valori medi.

Con riferimento alla tabella di cui sopra:

*Il campione CR8 presenta due DD1 sul lato C e nessuno sul lato D, il valore a cui ci si riferisce nella colonna "lato D" è pertanto il secondo DD1 sul lato C.

**Il campione CT3 presenta una grossa problematica di comportamento sul lato D legata alla forte presenza di gesso, che rende i risultati ivi poco attendibili: si omettono dunque i valori del lato D sia nel calcolo del valore del modulo elastico medio di CT3 che nei calcoli dei valori della Torre dei Modenesi.

Si rimanda il confronto coi dati già in possesso ad un secondo momento.

Come detto, è possibile sfruttare la presenza dei DD1 per valutare una eventuale rotazione del campione durante la fase di prova per poterne così modificare il modulo elastico: se il campione ruota in maniera sensibile, non si ha più a che fare con una distribuzione uniforme di pressione bensì con una distribuzione quantomeno triangolare. Ciò si riduce semplicemente al calcolo dell'angolo di rotazione del campione al fine di valutare il coseno di tale angolo: il valore ottenuto, moltiplicato per il carico fornito dalla macchina, fornirà il carico equivalente nel caso di distribuzione uniforme delle pressioni.

Si ricorda come sia interessante valutare la rotazione del provino in relazione alle differenze di spostamento tra i lati A e C in quanto l'eventuale rotazione tra gli altri due lati è già stata considerata dalla presenza del sistema di rilevamento ottico: i target del rilevamento erano distribuiti sull'intero lato A e pertanto una eventuale rotazione tra i lati B e D viene contemplata nel processo di rielaborazione dei suddetti dati.

Si riportano ora in tabella, i valori degli spostamenti sui vari dati, ottenuti dalla rielaborazione delle deformazioni fornite dai DD1: nota la deformazione e la lunghezza degli estensimetri è immediato ricavare l'accorciamento (o allungamento) del lato in esame con una semplice moltiplicazione ($\Delta L = \varepsilon \cdot L$).

	ΔL lato A [mm]	ΔL lato B [mm]	ΔL lato C [mm]	ΔL lato D [mm]	Δ lati A-C [mm]	Angolo rotazione [°]
CT1	0,2635	0,1508	-0,0345	0,3765	0,2980	0,14
CT2	0,0548	0,0725	0,0910	0,1783	0,0363	0,02
CT3	0,1253	0,1973	0,0728	0,0435	0,0525	0,02
TOB7C	0,3365	0,3680	0,5568	0,1600	0,2203	0,10
R1	0,0690	0,1970	0,2413	0,1498*	0,1723	0,08
CR8	0,0517	0,1877	0,1506	0,0667	0,0989	0,05

Tabella 3.128: Spostamenti relativi e rotazioni.

Con riferimento alla tabella:

*Come nella tabella precedente, ci si riferisce al secondo DD1 posizionato sul lato C e si sfrutta poi il valore del DD1 che fornisce una differenza maggiore.

Come si può facilmente intuire, in tutti i campioni avviene una rotazione della faccia superiore durante la prova ma tale rotazione è assolutamente trascurabile in quanto non raggiunge neppure il valore di 1°: l'analisi qui condotta è stata effettuata in maniera semplificata in quanto, in maniera più precisa e corretta, occorre valutare anche l'effettiva posizione dei DD1 sui 4 lati al fine di valutare il comportamento reale di ogni faccia strumentata. Visti però i valori che ne risultano, si ritiene superflua una analisi più accurata.

Concludendo, è possibile affermare che i valori finora trovati di modulo elastico normale sono da ritenersi corretti e da non modificare in funzione della irrisoria rotazione del campione.

3.4 *Trasduttori di spostamento*

Il rilevamento ottico consentiva, in linea teorica, lo studio e la valutazione dei valori dei coefficienti di Poisson sul lato A del campione: in realtà, alla luce dei rilevamenti effettuati e della successiva fase di rielaborazione dei dati, si è notato come i valori forniti fossero di scarsa attendibilità e quindi di come il loro uso fosse quantomeno difficoltoso. La scarsa attendibilità dei valori ottenibili con il rilevamento ottico è da imputarsi principalmente al fatto che il rilievo non viene effettuato nella mezzeria dei lati B e D bensì sulla superficie del lato A.

Detto ciò, v'è comunque un altro metodo, più attendibile e preciso, per il calcolo di ν : esso prevede l'utilizzo dei trasduttori di spostamento. Valutando lo spostamento relativo dei trasduttori sarà possibile determinare la deformazione orizzontale dei campioni e giungere quindi alla determinazione di quanto desiderato.



Illustrazione 3.24: LVDT tipo.

3.4.1 Caratteristiche dei campioni e della prova

I trasduttori di spostamento vengono utilizzati durante la prova di compressione semplice eseguita con la macchina Instron: essi sono uno strumento di supporto per la rilevazione degli spostamenti, in maniera analoga agli estensimetri ed al rilevamento ottico.

Il posizionamento dei vari LVDT varia per ogni campione: unica caratteristica comune alle varie prove è il fatto che vengono posizionati 2 LVDT sul lato B e 2 sul lato D, in particolare nella mezzeria dei due lati. I due LVDT sullo stesso lato sono posti uno sopra l'altro e alla stessa quota rispetto a quelli posti sull'altro lato. Il posizionamento di ciascun trasduttore sul campione varia appunto in base alle caratteristiche dello stesso: vengono posizionati a volte sul mattone, a volte sulla malta, in base alla situazione e pertanto forniranno risultati diversi in relazione al loro posizionamento.



Illustrazione 3.25: Posizionamento dei trasduttori.

I trasduttori posizionati alla medesima quota forniranno valori di spostamenti che andranno sommati tra loro per poi ottenere la deformazione orizzontale del campione nel punto di applicazione dei suddetti LVDT: i trasduttori sono collegati al software della macchina di prova e consentono un controllo continuo della situazione di deformazione orizzontale con l'aumentare degli sforzi sul campione.

3.4.2 Rielaborazione dei risultati

Si è detto che i trasduttori forniscono, sommandoli opportunamente a due a due, il valore degli spostamenti orizzontali del campione da cui ricavarne immediatamente le deformazioni: per ottenere il coefficiente di Poisson occorre rapportare tali deformazioni trasversali alle deformazioni longitudinali ottenute con gli estensimetri (si farà la media tra i 4 estensimetri posizionati su ciascun campione).

Si riportano in tabella i risultati ottenuti.

	v1 [-]	v2 [-]
CT1	0,13	0,11
CT2	0,26	0,18
CT3	0,11	0,59*
TOB7C	0,16	0,11
R1	0,11	0,26
CR8	0,21	0,23

Tabella 3.129: Coefficienti di Poisson per i vari campioni.

*Il valore fornito dal campione CT3 non è attendibile.

Occorre fare una precisazione riguardo ai valori ottenuti con CT3: uno dei risultati non ha fisicamente senso in quanto superiore a 0,5 ovvero alla soglia di incomprimibilità e pertanto non verrà utilizzato per calcolare i valori medi. La giustificazione di tale risultato è da ricercarsi nella particolarità del campione: come nella valutazione del modulo elastico, anche qui si ha il problema che CT3 presenta un notevole strato di gesso nella parte sottostante. Tale cospicua presenza altera in maniera sensibile la deformabilità del campione e rende i risultati derivanti di scarso interesse.

Si ottiene, in media, senza distinguere tra campioni della Torre dei Modenesi e campioni del Mastio delle Rocche ed escludendo CT3 dall'analisi, un valore del coefficiente di Poisson pari a circa a 0,20 in linea col valore atteso, che in bibliografia risulta compreso tra 0,15 e 0,30.

3.5 Parametri della muratura

Dopo aver effettuato le prove su mattoni singoli, cubetti ricavati dai mattoni e accoppiate di mattoni e malta, si può procedere alla parte di modellazione delle strutture con conseguente analisi. Prima di passare a tale fase, è opportuno riassumere i risultati sin qui ottenuti e confrontare tra loro i risultati delle varie prove per quanto concerne il modulo elastico della muratura.

Campioni	E cubetti [MPa]	E rilevamento ottico [MPa]	E estensimetri [MPa]
CT1		1693,87	2100,3
CT2		2457,53	2172,7
CT3		2504,30*	2653,9*
TOB7C		1473,37	1437,5
Media Torre dei Modenesi	Compreso tra 2850 e 5700 MPa	2231,91	2091,1
CR8		2462,33	3221,4
R1		5731,7	4148,1
Media Mastio delle Rocche		4097,02	3684,75

Tabella 3.130: Moduli elastici della muratura.

Riferendosi alla tabella:

*Il campione CT3 viene considerando escludendo i rilievi effettuati sul lato destro.

Come si può notare i valori ottenuti sono in linea tra di loro e mostrano un trend chiaro: i campioni relativi alla Torre dei Modenesi presentano un valore del modulo di Poisson pari a circa la metà di quello dei campioni relativi al Mastio delle Rocche.

Per quanto riguarda il valore ottenuto dalla resistenza caratteristica dei cubetti occorre sottolineare che esso è principalmente legato ai campioni del Mastio in quanto solo 4 valori sono della Torre dei Modenesi; inoltre tale valore è puramente indicativo in quanto figlio di una valutazione

approssimata da considerarsi valida in assenza di prove sperimentali atte a determinare in maniera più precisa il modulo di elasticità.

Si useranno dunque valori del modulo elastico pari a circa 2000 MPa per la Torre dei Modenesi e 4000 MPa per il Mastio delle Rocche, mentre il coefficiente di Poisson utilizzato per entrambe le modellazioni è di 0,2 (si arrotonda il valore trovato sperimentalmente visti i risultati molto variabili suggeriti dalle prove). Per quanto riguarda il peso specifico si fa riferimento a quanto valutato con le prove sui singoli mattoni ovvero circa 1580 kg/m³.

4. Descrizione delle strutture e delle analisi

Dopo aver analizzato i materiali costituenti le due torri, si procede alla caratterizzazione geometrica e numerica delle stesse per poter procedere alle analisi strutturali.

Le caratteristiche delle torri dal punto di vista geometrico e dal punto di vista dei carichi sono state desunte da precedenti elaborati di tesi, oggetto poi di un confronto in termini di risultati delle analisi: vista la finalità del presente elaborato si ritiene opportuno non approfondire molto gli aspetti storici relativi alle due opere ed inoltre si espongono soltanto gli aspetti principali delle geometrie.

4.1 Torre dei Modenesi

La Torre dei Modenesi, conosciuta anche come Torre dell'Orologio fu costruita nel 1213 e durante la sua storia, prima del crollo nel Maggio 2012, ha subito numerosi interventi sia di riparazione che di modifica: si ricordano le riparazioni a seguito delle guerre nel 1310 (Guelfi e Ghibellini) e nel 1949 (guerre mondiali); oltre agli interventi di rinnovamento del 1402 che hanno portato all'aggiunta di un piano di dimensioni in pianta maggiori rispetto al resto della torre, agli interventi di aggiunta della campana con relativa cella e dell'orologio nel 1526 e infine l'interramento parziale del primo piano avvenuto agli inizi dell'800.

Nonostante i diversi interventi la Torre dei Modenesi è resistita in buone condizioni sino al 20 Maggio 2012 quando, in seguito al sisma che colpì l'Emilia, crollò, dapprima in modo parziale, poi totalmente.

4.1.1 Caratteristiche geometriche

La torre era alta 31,94 m e contava 4 piani più la loggia, con una pianta regolare in elevazione, ad eccezione del quarto piano o loggia merlata, di 7 x 7 m: al di sopra della loggia merlata, di pianta quadrata di 8,14 m di lato, costruita circa 200 anni dopo il resto della torre, sorgeva la cella campanaria culminante con una guglia in mattoni, legno e ferro alta circa 3 m. La suddetta cella campanaria era realizzata con struttura portante in legno mentre la copertura della torre era caratterizzata da un'orditura lignea con tegole e sottotetto in cotto. Il quarto piano, o loggia merlata, era sviluppata dalla quota di 19,79 m sino a 22,47 m, ivi si sviluppava la cella campanaria con la guglia sino alla quota finale di 31,94 m.

Tutti i piani erano caratterizzati dalla presenza di volte a botte con orientamento Est-Ovest ad eccezione del piano terra, interrato per almeno un metro, che presentava un orientamento Nord – Sud: al 2° piano vi erano due aperture, a Sud e a Ovest, al 3° piano le numerose aperture erano murate mentre al 3° ve n'erano 2, a Ovest e a Sud.

Le dimensioni dei muri variano con la quota e non sono costanti nemmeno in pianta, per semplicità si riporta una tabella riassuntiva di tali caratteristiche.

Piano	Quote [m]	Spessore muri [m]			
		Nord	Sud	Ovest	Est
Terra	0 – 3,35	1,5	1	1,5	1,5
1°	3,35 – 8,4	1,16	1,1	0,95 – 1,01	1,15 – 1,22
2°	8,4 – 13,14	1,16	1,1	0,95 – 1,01	1,15 – 1,22
3°	13,14 – 19,79	0,96	1,03	0,89 – 0,93	1,05

Tabella 4.1: Caratteristiche murarie della Torre dell'Orologio.

I muri erano costituiti da sette paramenti accostati e collegati tra loro da pochi mattoni, stimati in circa 6-10 al m², con funzione di diatoni: tali caratteristiche si ritengono valide non solo per il piano terra, non completamente crollato e quindi esplorabile, ma anche per i piani superiori, completamente crollati e dei quali non si hanno notizie in merito.

Si ritiene invece che le volte fossero riempite con materiale di risulta, ovvero una miscela di sabbia e ghiaia compattate.

4.1.2 Modellazione della struttura

4.1.2.1 Modello geometrico

Le caratteristiche geometriche descritte in precedenza permettono di realizzare un modello tridimensionale della torre al fine di eseguire le analisi strutturali: per far ciò si utilizzano i Software di progettazione AutoCAD e Cad Rhinoceros partendo dalle piante disponibili dagli elaborati di tesi degli anni precedenti.

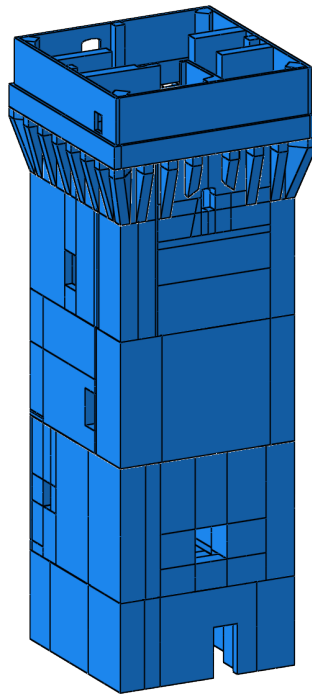


Illustrazione 4.1: Modello tridimensionale della Torre dell'Orologio

Osservando il modello riportato nell'Illustrazione 4.1 si nota come alcuni particolari costruttivi siano stati semplificati o omessi: in particolare la cella campanaria con la guglia sovrastante non è stata modellata al fine di semplificare il modello, snellire le analisi e anche perché la geometria non era ben chiara; i beccatelli, otto per ogni lato della loggia merlata, hanno subito un processo di semplificazione che li ha “rettificati”. La giustificazione di quest'ultima modifica sarà chiara con la

descrizione del modello numerico.

I numerosi segmenti presenti nel modello non hanno alcun rilievo dal punto di vista geometrico ma sono solo funzionali al passaggio da modello geometrico a modello numerico.

Per quanto riguarda il collegamento col terreno, si decide di vincolare la struttura con semplici incastri posti alla base della struttura: si sottolinea come non sia stata in alcun modo modellata la parte di torre interrata.

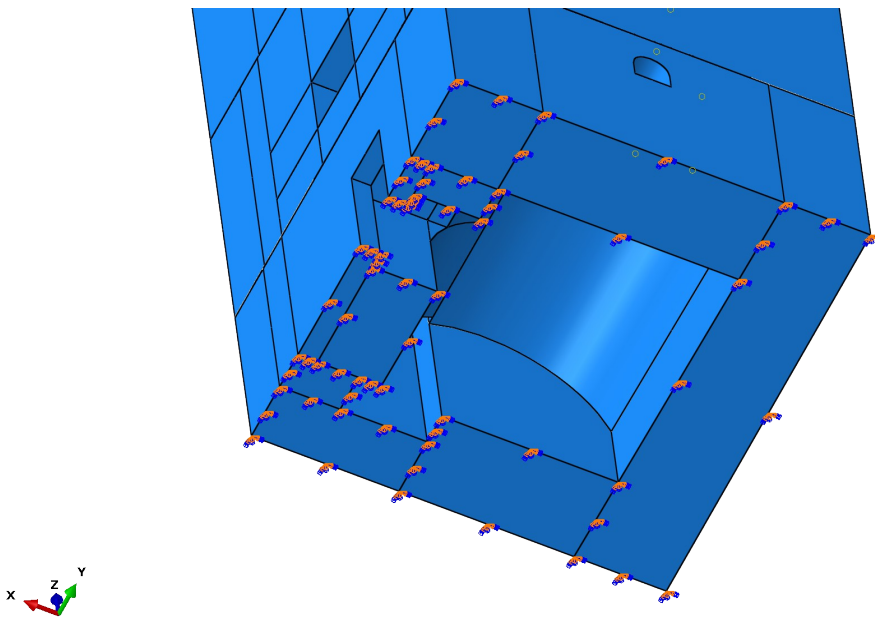


Illustrazione 4.2: Incastri alla base del modello della Torre dell'Orologio.

4.1.2.2 Modello numerico

Importando i modelli geometrici nel Software Abaqus è stato possibile procedere alla modellazione numerica e alla conseguente suddivisione della struttura in elementi finiti. Si scelgono di utilizzare elementi finiti di tipo “Brick” esaedrici a 8 nodi.

La modellazione numerica prevede la suddivisione in mesh dell'intera torre con una procedura parzialmente automatica: per ridurre al minimo gli errori di meshing e per realizzare elementi quanto più possibili regolari, la struttura è stata suddivisa in aree e volumi limitati e di forma molto

semplice come evidenziato dai segmenti presenti nel modello geometrico.

Procedendo nel modo illustrato è stato poi possibile sfruttare la procedura di automeshing insita nel Software, avendo l'accortezza di tenere sotto controllo le dimensioni degli elementi finiti utilizzati: alcune zone particolarmente ostiche dal punto di vista geometrico presenteranno una mesh più fitta al contrario, ad esempio, delle pareti della torre. La scelta di elementi esaedrici e non tetraedrici (cui utilizzo servirà da confronto dei risultati ottenuti) giustifica la semplificazione di alcuni elementi come i beccatelli.

La modellazione numerica, nelle varie operazioni di semplificazione e regolarizzazione della mesh è stata fatta in modo funzionale ad un duplice obiettivo: da un lato la necessità di cogliere gli aspetti fondamentali del comportamento della struttura e dall'altro la necessità di limitare il numero di elementi finiti per poter svolgere in maniera relativamente agevole la fase di analisi. Si ottengono così 46713 elementi finiti di tipo “Brick” e 69351 nodi.

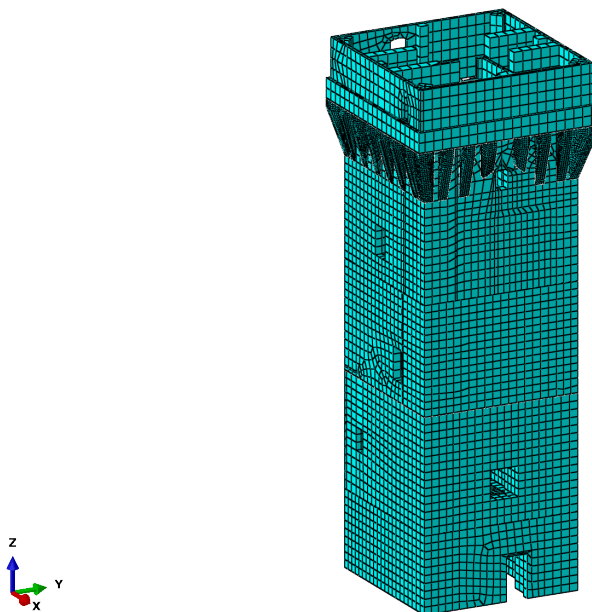


Illustrazione 4.3: Immagine tridimensionale del modello numerico della Torre dei Modenesi.

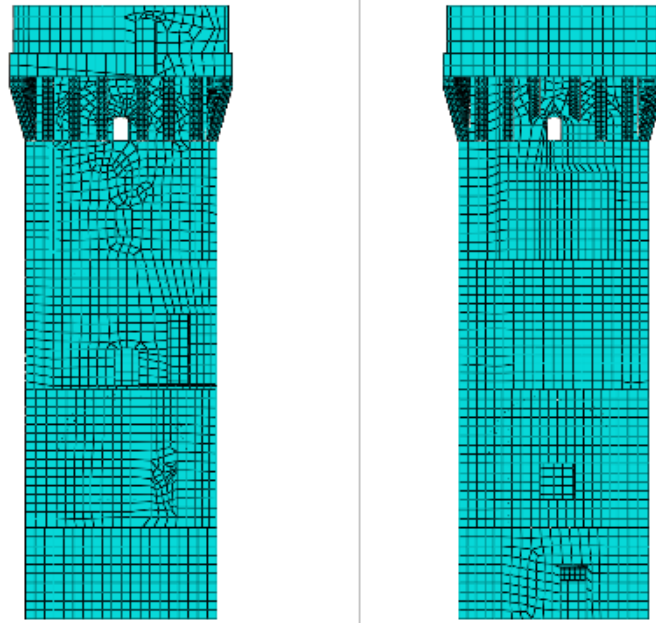


Illustrazione 4.5: Prospetti Est e Ovest del modello numerico della Torre dei Modenesi.

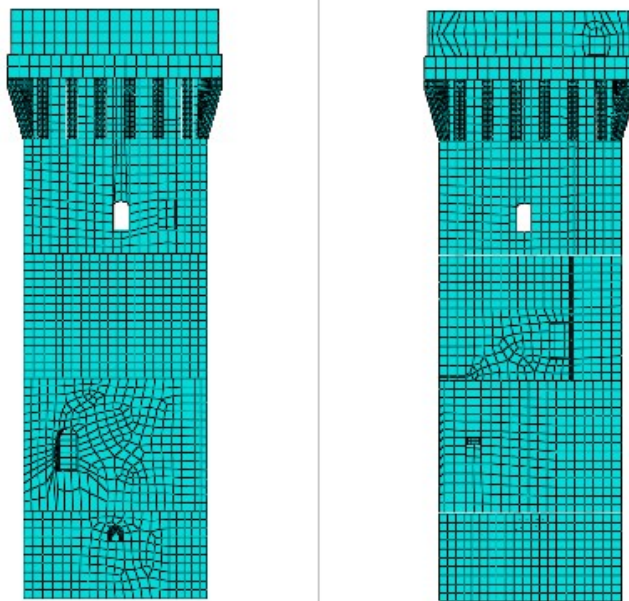


Illustrazione 4.4: Prospetti Nord e Sud del modello numerico della Torre dei Modenesi.

4.1.3 Analisi dei carichi

I carichi presenti sulla struttura sono legati al peso proprio degli elementi, ovvero muratura, copertura, telaio in legno di sostegno della cella campanaria e della campana stessa.

Come spiegato in precedenza, l'intera cella campanaria non è stata modellata e pertanto verrà considerata, unitamente alla campana, semplicemente come un carico aggiuntivo in sommità.

I carichi considerati sono quindi legati alla copertura e alla cella campanaria: sui 4 ringrossi angolari agiranno dei carichi distribuiti figli unicamente della copertura mentre sui 4 muri della loggia in centro alla torre agiranno carichi distribuiti legati alla copertura, al peso della cella campanaria, del telaio della campana e della campana stessa.

Il peso proprio della struttura, legato alla muratura e al riempimento, non sarà ivi calcolato in quanto applicato direttamente sul modello numerico come carico gravitazionale: il peso specifico della muratura è quello calcolato con le prove sperimentali ed è pari a 1580 kg/m^3 mentre quello del materiale di riempimento è assunto pari a 1600 kg/m^3 (Milani et al. 2012).

Il peso della campana, sopravvissuta al terremoto, è di circa 1030 kg mentre il peso del telaio viene valutato considerando i volumi degli elementi in legno ed un peso specifico di 400 kg/m^3 (valore di Normativa per legno di conifere).

Si ottiene un volume totale di elementi in legno pari a $2,6 \text{ m}^3$ per un peso totale di di 10343 N: questo peso, unitamente a quello della campana (per un totale di 20643N), andrà ripartito su quattro aree che rappresentano l'impronta dei pilastri della cella campanaria hanno area complessiva pari a 6716 cm^2 . Si ha quindi un carico distribuito pari a circa 30737 N/m^2 .

Il carico della cella campanaria, ottenuto dalla valutazione dei pesi legati alla copertura della cella, al telaio, ai muretti e alle travi, è di 141294 N da ripartire sui 4 muri per un'area totale di 41745 cm^2 : si ha dunque un carico distribuito di circa 33847 N/m^2 .

Il carico della copertura è di circa 200 kg/m^2 ovvero circa 2000 N/m^2 (ottenuto considerando le

varie componenti) e viene ripartito, tramite le aree di influenza, sui ringrossi angolari, di area pari a $3663,33 \text{ cm}^2$ l'uno, e sui muri della loggia.

Si riportano in tabella i valori dei carichi distribuiti applicati ai ringrossi angolari (indicati come R1, R2, R3 e R4), ai muri della loggia (M1, M2, M3 e M4) e alle aree dei pilastri (P1, P2, P3, P4): si noti come i ringrossi angolari R1-R3 e R2-R4, corrispondenti a spigoli opposti tra loro, abbiano le medesime aree di influenza ed il carico distribuito dei pilastri è da considerarsi già comprensivo dei carichi relativi ai muri della loggia.

	R1-R3	R2-R4	M1	M2	M3	M4	P1	P2	P3	P4
Aree [m²]	0,2030	0,2030	1,0143	0,8901	1,0118	1,2583	0,1960	0,1720	0,1840	0,1196
Carichi TOTALI [N/m²]	70936	72414	59924	70476	60524	51413	86256	100501	88573	94565

Tabella 4.2: Carichi distribuiti per la Torre dei Modenesi.

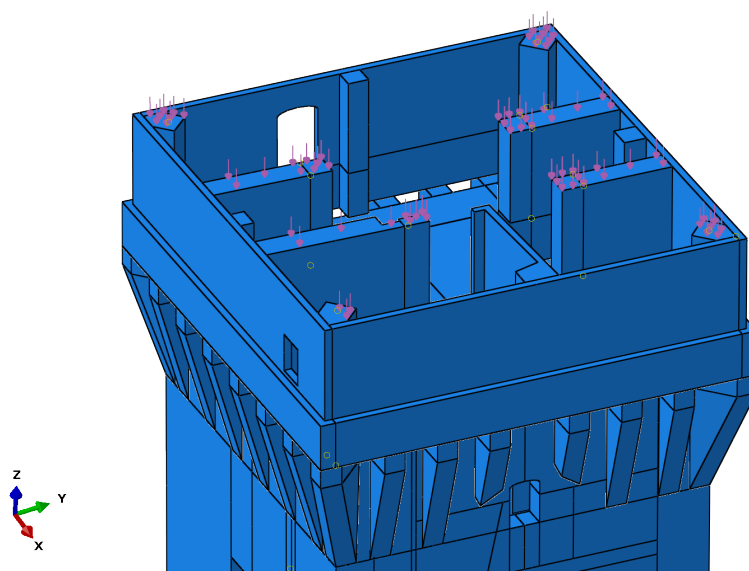


Illustrazione 4.6: Vista tridimensionale dei carichi.

4.2 Mastio del Castello delle Rocche

Il Mastio appartiene al Castello delle Rocche e rappresenta il limite orientale del paese di Finale del 1213. Storicamente è stato soggetto alle medesime problematiche descritte in precedenza per la Torre dei Modenesi con interventi di manutenzione e riparazione nel corso dei secoli: a differenza della struttura descritta in precedenza, non presenta sostanziali modifiche rispetto al progetto originale del XIII secolo.

4.2.1 Caratteristiche geometriche

A differenza della Torre dell'Orologio, si hanno molte meno informazioni riguardo alla geometria.

Il mastio era alto circa 37 m e ha pianta quadrata regolare in altezza con lato di 8 m: i muri perimetrali variano da uno spessore alla base di 1,64 m ad uno spessore ai livelli più alti di 1,1 m.

In totale si avevano 6 livelli di altezza fortemente variabile: un piano di fondazione alto 2,95 m, un piano seminterrato di 4,8 m, tre livelli fuori terra di altezza 6,16 m, 10,79 m e 5,45 m, ed un livello di sottotetto con cella campanaria cui altezza è di circa 7.

Il mastio è interrato ad altezze differenti: nella parte Nord, rispetto agli altri tre lati, il livello del terreno arriva a circa 4,5 m ove comincia il manto stradale.

Per quanto riguarda i muri perimetrali si può affermare che erano stratificati in maniera analoga a quanto visto nella Torre dei Modenesi ma con una maggiore connessione tra i vari paramenti: quanto rimasto del mastio non permette di stabilire la quantità dei paramenti e tanto meno permette una più precisa descrizione degli interni. Riguardo quest'ultimo punto è necessario sottolineare come non si conoscano le tipologie di volte presenti: si tratta, molto probabilmente di volte a crociera o volte a botte caratterizzate dal medesimo riempimento delle volte della Torre dell'Orologio. L'incertezza sulla tipologia di volta non appare rilevante ai fini delle analisi che verranno condotte in quanto, come peraltro evidenziato da altri lavori, non influiscono sul comportamento strutturale generale del Mastio.

4.2.2 Modellazione della struttura

4.2.2.1 Modello geometrico

La modellazione geometrica prende spunto dai disegni bidimensionali della tesi con cui poi si confrontano i risultati: come fatto in precedenza, non si modellano le parti relative alla cella campanaria che verrà invece considerata solo come un carico aggiuntivo.

Viste le approssimazioni del modello legate alla scarsa conoscenza dello stesso, non è necessario apportare altre modifiche o semplificazioni nella modellazione.

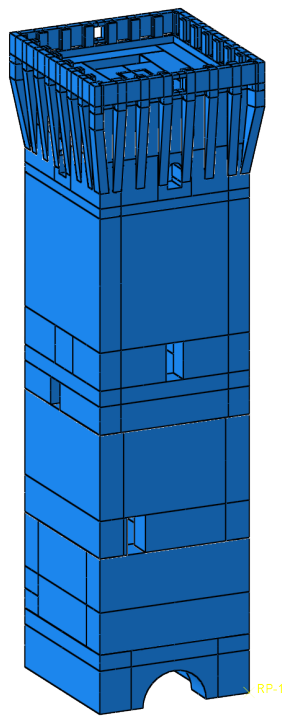


Illustrazione 4.7: Modello geometrico tridimensionale del Mastio del Castello delle Rocche.

I vincoli applicati alla struttura sono di tipo incastro: si decide di applicare i vincoli soltanto al piano di base e non anche lateralmente nella parte Nord in quanto non si ritiene che il terreno posto in tale zona possa influenzare, con la sua presenza, il comportamento strutturale del Mastio.

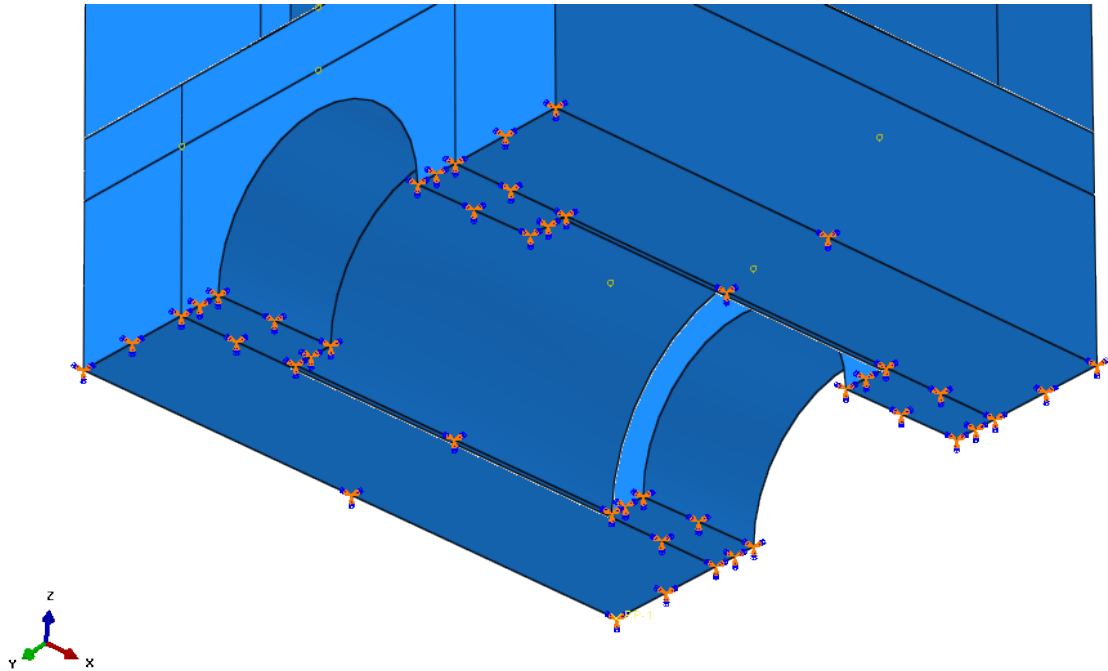


Illustrazione 4.8: Incastri alla base del modello del Mastio.

4.2.2.2 Modello numerico

Si procede in maniera analoga a quanto fatto per l'altra struttura: si utilizzano elementi finiti di tipo “brick” sfruttando il Software commerciale Abaqus.

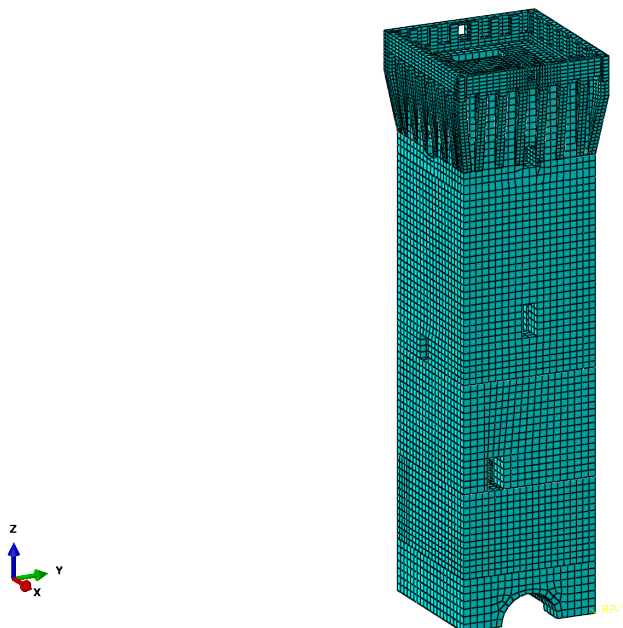


Illustrazione 4.9: Modello numerico del Mastio del Castello delle Rocche.

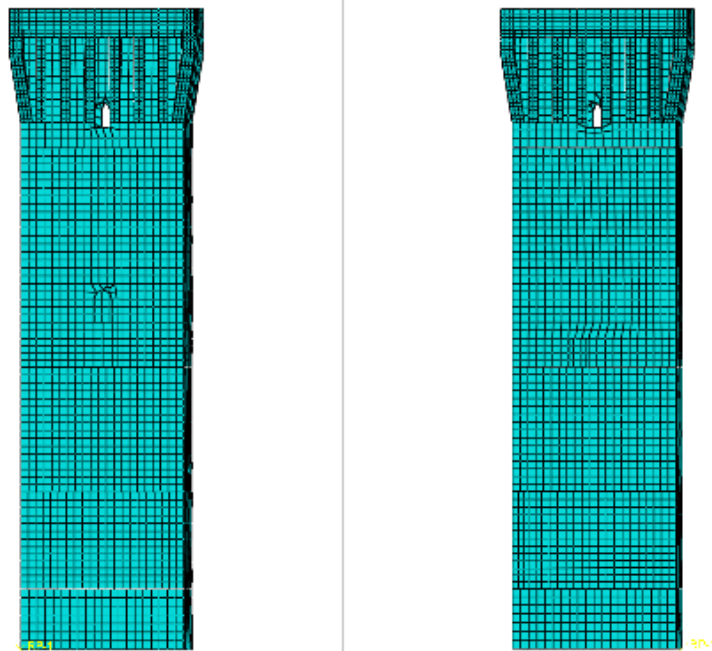


Illustrazione 4.10: Prospetti Nord e Sud del modello numerico del Mastio del Castello delle Rocche.

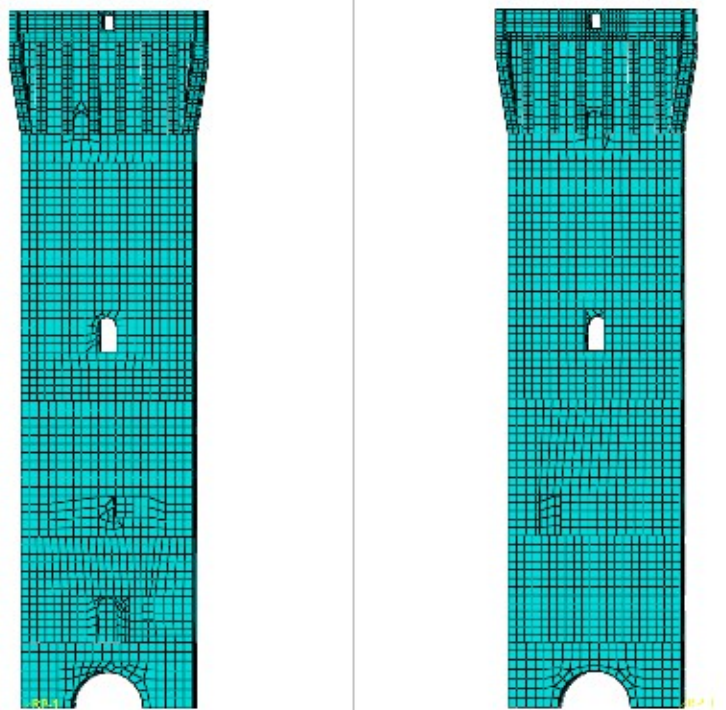


Illustrazione 4.11: Prospetti Ovest e Est del modello numerico del Mastio del Castello delle Rocche.

Si hanno 40925 elementi e 61547 nodi.

4.2.3 Analisi dei carichi

L'analisi dei carichi riguardante il Mastio del Castello delle Rocche risulta molto meno semplice di quanto fatto in precedenza: come accennato diverse volte, la conoscenza di questa struttura era piuttosto frammentaria e su tale base occorre riscontrare come non si abbiano dati certi nemmeno riguardo alle coperture, alla cella campanaria e ai sostegni della cella stessa.

Viste queste incognite è assolutamente impossibile procedere con una analisi dettagliata dei carichi e quindi si assumono dei valori indicativi: si applicano 4 carichi distribuiti negli angoli della parte superiore della torre pari a 100000 N/m^2 e 350000 N/m^2 nella parte centrale.

I carichi sugli angoli rappresentano il peso della copertura che scaricava con delle travi in legno in tali punti: sono 4 aree identiche su cui è applicato il carico distribuito, pari a 2030 cm^2 l'una. Il carico nell'area centrale, pari a 5544 cm^2 , rappresenta invece il carico legato al peso della cella campanaria ed agisce su un'area che è la sezione trasversale della cella stessa.

Per quanto riguarda i pesi propri della muratura e dei riempimenti delle volte si procede come fatto in precedenza: verranno assegnati semplicemente come carichi gravitazionali, caratterizzando i vari elementi in base al peso specifico, identico a quello considerato in precedenza ovvero 1580 kg/m^3 per la muratura e 1400 kg/m^3 per il materiale di riempimento.

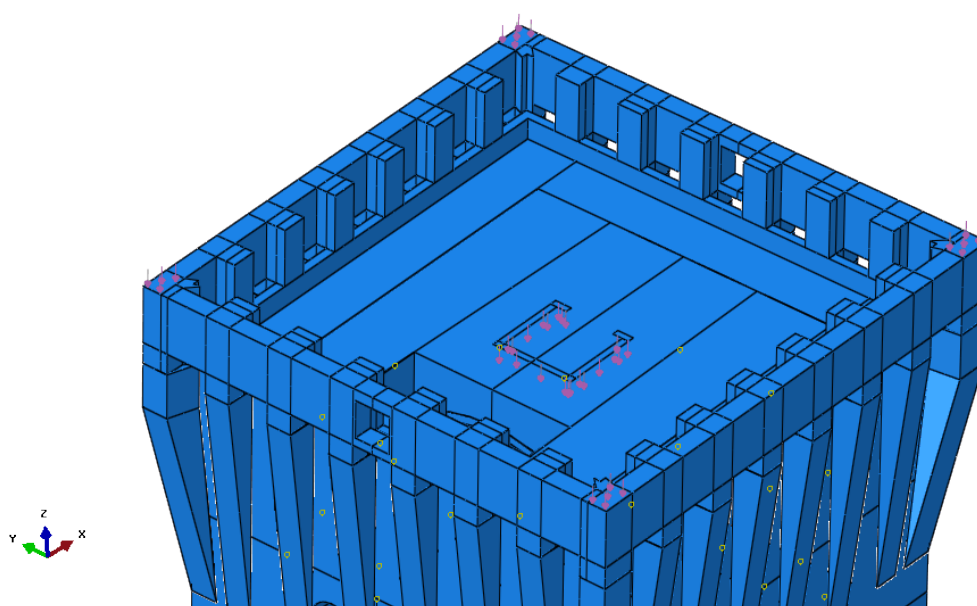


Illustrazione 4.12: Rappresentazione dei carichi nel modello numerico del Mastio.

4.3 *Metodi di analisi*

La modellazione geometrica e numerica unitamente allo studio sperimentale dei materiali costituenti le due torri, ha lo scopo di poter svolgere delle analisi strutturali atte a verificare il funzionamento delle due torri in relazione all'evento sismico: quanto fatto farà riferimento alle Norme Tecniche delle Costruzioni 2008 (§ 7.3).

Le analisi che possono essere condotte possono essere di tipo lineare o non lineare: l'analisi lineare può essere utilizzata sia per sistemi dissipativi che per sistemi non dissipativi, mentre quella non lineare unicamente per sistemi dissipativi e tiene conto delle non linearità geometriche e dei materiali. I metodi d'analisi sono inoltre suddivisi in base al fatto che l'equilibrio sia trattato staticamente o dinamicamente. Il metodo d'analisi lineare di riferimento è quello modale con spettro di risposta o “analisi lineare dinamica” con cui si possono determinare gli effetti dell'azione sismica: dopo aver valutato i modi propri della struttura con una analisi modale si procederà alla valutazione dell'accelerazione alla base sfruttando lo spettro.

Prima di effettuare tale analisi si effettuerà una “analisi statica lineare” sottoponendo la struttura alle sole forze derivanti dal peso proprio e dai carichi non strutturali al fine di determinare lo stato di sforzo della struttura.

Infine, per sistemi dissipativi, è possibile procedere all'integrazione diretta degli accelerogrammi con una “analisi dinamica non lineare” oppure effettuare una analisi con forze statiche linearmente crescenti ovvero eseguire una “analisi statica non lineare” per poter confrontare le curve di capacità e domanda relative ai casi in esame.

Oltre ai quattro metodi elencati, che prevedono l'utilizzo dei modelli ad elementi finiti introdotti in precedenza, si effettua un quinto tipo di analisi che non prevede l'utilizzo di tali modelli: si tratta di una “analisi statica equivalente” che permette di avere una stima qualitativa delle forze sollecitanti e resistenti.

Ricapitolando, si eseguiranno le seguenti analisi:

- analisi statica lineare,
- analisi dinamica lineare,
- analisi statica equivalente,
- analisi statica non lineare,
- analisi dinamica non lineare.

4.4 Note sulla modellazione ad elementi finiti

Si presentano ivi le caratteristiche della modellazione ad elementi finiti esaedrici descrivendo al contempo le caratteristiche degli elementi tetraedrici utilizzati in modelli precedenti che saranno oggetto di confronto in seguito (§10).

4.4.1 Elemento isoparametrico ad 8 nodi ad integrazione ridotta

Si tratta di un esaedro a facce non necessariamente piane e/o ortogonali tra loro, con un nodo in ciascuno degli 8 vertici, dotati di 24 gradi di libertà che corrispondono a 3x8 spostamenti nodali:

$$\underline{U} = [u_1, v_1, w_1, u_2, \dots, u_8, v_8, w_8]^T$$

Si può associare al generico elemento un “elemento genitore” cubico definito nella regione $[-1,1] \times [-1,1] \times [-1,1]$ di uno spazio di coordinate adimensionali (ξ, η, ζ) .

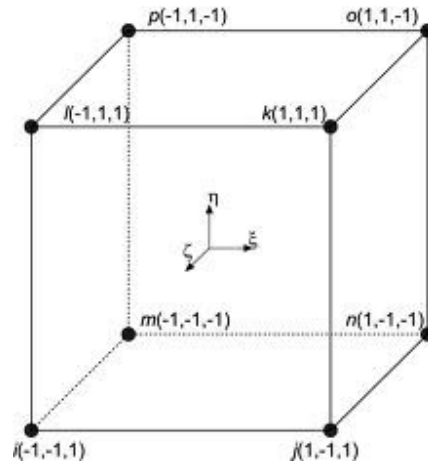


Illustrazione 4.13: Elemento finito esaedrico.

La modellazione dei campi di spostamento viene effettuata con riferimento all'elemento genitore; dopodiché si passa all'elemento reale sfruttando il legame fra coordinate intrinseche e reali, dato da una trasformazione di volume regolare.

Le coordinate di un generico punto dell'elemento sono legate a quelle dei suoi nodi:

$$x = \sum N_j(\xi, \eta, \zeta) x_j, y = \sum N_j(\xi, \eta, \zeta) y_j, z = \sum N_j(\xi, \eta, \zeta) z_j$$

con N_j funzioni di forma polinomiali aventi valore 1 nel nodo j -esimo e 0 negli altri nodi, definito

$$\text{come } N_j = \frac{1}{8} (1 + \xi \xi_j) (1 + \eta \eta_j) (1 + \zeta \zeta_j), j = 1 \dots 8 \quad .$$

Raggruppando le coordinate nodali e le funzioni forma le precedenti relazioni si scrivono sinteticamente:

$$\underline{x} = \underline{N} \underline{X}$$

La modellazione parametrica consiste nell'utilizzare come funzioni di forma dell'elemento le stesse funzioni N_j che legano le coordinate del generico punto a quelle dei nodi, definendo il legame fra coordinate intrinseche e reali. Si pone dunque $\underline{s} = [s_x s_y s_z]^T = \underline{N}(x, y, z) \underline{U}$.

Il calcolo della matrice di congruenza richiede la valutazione delle derivate cartesiane delle funzioni di forma. A tal fine si sfrutta la regola di derivazione composta:

$$\begin{bmatrix} \frac{\delta N_j}{\delta \xi} \\ \frac{\delta N_j}{\delta \eta} \\ \frac{\delta N_j}{\delta \zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\delta x}{\delta \xi} & \frac{\delta y}{\delta \xi} & \frac{\delta z}{\delta \xi} \\ \frac{\delta x}{\delta \eta} & \frac{\delta y}{\delta \eta} & \frac{\delta z}{\delta \eta} \\ \frac{\delta x}{\delta \zeta} & \frac{\delta y}{\delta \zeta} & \frac{\delta z}{\delta \zeta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\delta N_j}{\delta x} \\ \frac{\delta N_j}{\delta y} \\ \frac{\delta N_j}{\delta z} \end{bmatrix} = \underline{\underline{J}} \begin{bmatrix} \frac{\delta N_j}{\delta x} \\ \frac{\delta N_j}{\delta y} \\ \frac{\delta N_j}{\delta z} \end{bmatrix}$$

dove la matrice $\underline{\underline{J}}$ che governa la trasformazione è in questo caso una 3x3.

Salvo che nel caso di elementi eccessivamente distorti, la corrispondenza fra coordinate intrinseche e coordinate globali è biunivoca e $\underline{\underline{J}}$ risulta invertibile in ogni punto dell'elemento. Le derivate che compaiono nell'espressione di $\underline{\underline{B}}$ sono allora calcolabili come segue:

$$\begin{bmatrix} \frac{\delta N_j}{\delta x} \\ \frac{\delta N_j}{\delta y} \\ \frac{\delta N_j}{\delta z} \end{bmatrix} = \underline{\underline{J}}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\delta N_j}{\delta \xi} \\ \frac{\delta N_j}{\delta \eta} \\ \frac{\delta N_j}{\delta \zeta} \end{bmatrix}$$

e da queste si risale a $\underline{\underline{B}}$, matrice di congruenza interna, da cui

$$\underline{\underline{k}} = \int \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{d}} \underline{\underline{B}} dV$$

ricordando che
$$\begin{cases} dV = dx dy dz = J d\xi d\eta d\zeta \\ J = \det \underline{\underline{J}} \end{cases}$$

Per un'integrazione esatta della matrice di rigidezza sono necessari 8 punti di Gauss disposti su 2 piani a $\zeta = \text{cost}$. Per un'integrazione ridotta sarà necessario 1 solo punto. Tale punto è generalmente definito come "punto di Gauss" tuttavia la suite Abaqus utilizza lo "uniform strain method" (Flanagan and Belytschko 1981). Il punto così definito permette all'elemento di superare il patch test mantenendo buone prestazioni anche in condizioni di sensibili distorsioni.

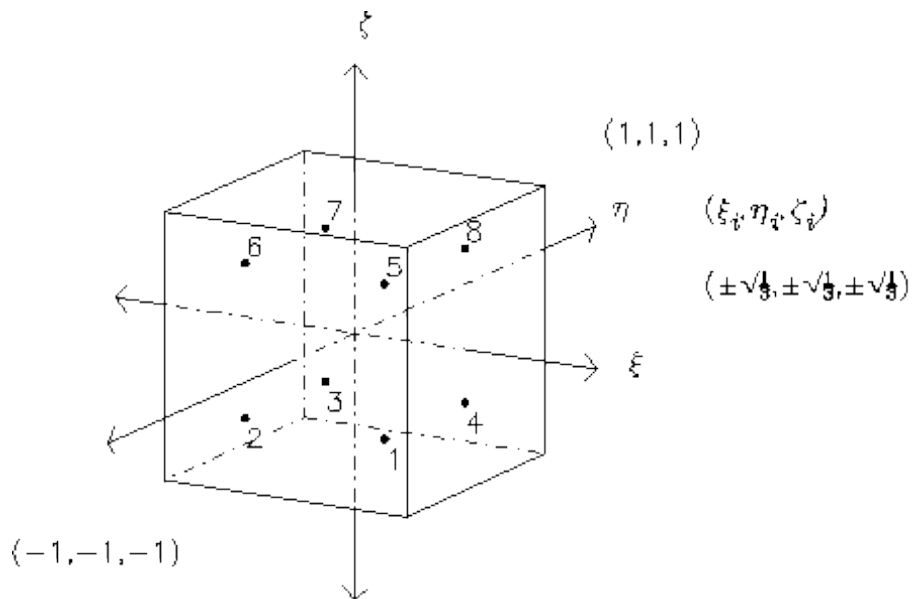


Illustrazione 4.14: Punti di Gauss dell'elemento esaedrico.

Si ricorda che l'integrazione ridotta della matrice di rigidezza comporta alcuni vantaggi: permette di compensare, in parte, l'errore dovuto alla discretizzazione ad EF e consente di eseguire un minor numero di operazioni su ciascun elemento.

Tale operazione non è priva di rischi, possono infatti prodursi modi “spuri” dovuti ad eccessiva singolarità della matrice di rigidezza ed associati ad energia elastica nulla. Questi modi sono chiamati “hourglass modes” a causa della loro tipica forma.

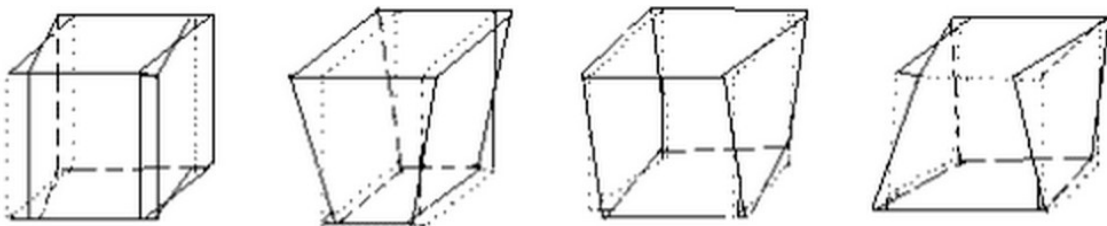


Illustrazione 4.15: Distorsioni dell'elemento esaedrico. "Hourglass modes".

Senza addentrarsi nella specifica formulazione si osserva che il Software Abaqus fornisce un controllo su questo tipo di errore attraverso l'implementazione di due metodi: “artificial stiffness method” e “artificial damping method”.

4.4.2 Elemento isoparametrico a 4 nodi

Trattasi di un tetraedro a 4 nodi posti ai vertici, aventi ciascuno 3 gradi di libertà corrispondenti alle 3 componenti di spostamento secondo gli assi x,y e z. I 12 gradi di libertà dell'elemento vengono raggruppati nel vettore $\underline{U}=[u_1, v_1, w_1, u_2, \dots, u_4, v_4, w_4]^T$.

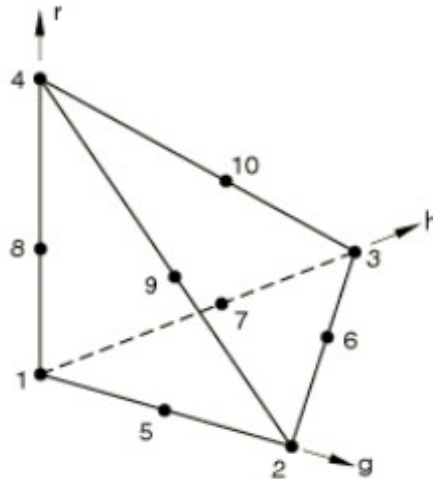


Illustrazione 4.16: Elemento finito tetraedrico.

Ciascuna componente di spostamento viene approssimata mediante un polinomio lineare completo nelle variabili x, y e z, in modo da essere univocamente definito dai suoi 4 valori nodali. Analogamente a quanto fatto in precedenza si perviene alla definizione delle funzioni di forma

$$N_j(x, y, z) = \frac{1}{6V} (a_j + b_j x + c_j y + d_j z)$$

ove V rappresenta il volume dell'elemento direttamente ottenibile dalle coordinate nodali:

$$6V = \det \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{bmatrix} \text{ mentre } a_j, b_j, c_j, d_j \text{ (} j=1..4 \text{) sono legati a loro volta alle coordinate}$$

nodali e sono i cofattori della j-esima riga della precedente matrice.

Si ottiene infine la relazione fra vettore spostamento e gradi di libertà nella forma

$$\underline{s} = \underline{N}(x, y, z) \underline{U}$$

Al solito le deformazioni sono legate agli spostamenti nodali dalla relazione $\underline{\varepsilon} = \underline{B} \underline{U}$ da cui segue l'integrazione della matrice di rigidezza $\underline{k} = \underline{B}^T \underline{d} \underline{B} V$.

Si osserva che la matrice \underline{B} è una matrice di costanti, un EF tetraedrico a 4 nodi è pertanto un elemento a deformazione costante e il calcolo della matrice di rigidezza dell'elemento non richiede di fatto nessuna integrazione.

4.4.3 Tetraedri ed Esaedri a confronto

A margine di questa breve esposizione si sottolineano alcune differenze sostanziali tra gli elementi ora descritti, differenze che sarà necessario tenere in conto durante la successiva fase di confronto dei risultati delle analisi.

Si ricordi che, per il Teorema di stazionarietà dell'Energia Potenziale Totale (E.P.T.):

“fra tutte le soluzioni cinematicamente ammissibili quella reale, che è anche equilibrata, rende

stazionario il funzionale EPT”; $\Pi(\underline{\hat{\varepsilon}}) = \frac{1}{2} \int_V (\underline{\hat{\varepsilon}} - \underline{p})^T \underline{d} (\underline{\hat{\varepsilon}} - \underline{p}) dV - \int_V \underline{F}^T \underline{\hat{\varepsilon}} dV - \int_{S_f} \underline{f}^T \underline{\hat{\varepsilon}} dS$ con

$\underline{\hat{\varepsilon}}, \underline{\hat{\varepsilon}} \in Y; Y \equiv \{ \underline{\hat{\varepsilon}}, \underline{\hat{\varepsilon}} : \underline{\hat{\varepsilon}} = \underline{C} \underline{\hat{\varepsilon}} \in V; \underline{\hat{\varepsilon}} = s_0 su S_u \}$. La classe Y di tutte le soluzioni cinematicamente ammissibili comprende sicuramente la soluzione esatta del problema elastico.

Il principio del F.E.M. (Finite Elements Method) consiste nel ricercare la migliore soluzione all'interno di una sottoclasse \tilde{Y} della classe Y minimizzando l'E.P.T. nell'ambito di tale sottoclasse \tilde{Y} . Per rendere possibile la soluzione in forma algebrica si sceglie di rappresentare la sottoclasse mediante un numero finito n di parametri. In tal modo il funzionale E.P.T. si trasforma in una funzione dei parametri prescelti.

A rigore, la soluzione trovata, potrà coincidere con la soluzione esatta nel solo caso particolare in cui quest'ultima sia contenuta nella sottoclasse \tilde{Y} . In generale, il metodo potrà solamente individuare la soluzione più prossima a quella esatta nell'ambito di quelle rappresentabili nella

sottoclasse \tilde{Y} .

Nel F.E.M. la sottoclasse \tilde{Y} è compiutamente definita attraverso la scelta di un elemento “tipo” e la sua distribuzione spaziale all'interno della geometria reale.

Si può affermare a priori che: tanto più forte è la contrazione della classe Y tanto maggiore sarà il massimo errore che potrà affliggere la soluzione. Si dimostra infatti che il valore Π corrispondente alla soluzione delle equazioni di equilibrio del sistema discretizzato è un maggiorante del valore esatto Π_{ex} . $\Pi(\underline{U}^h) \geq \Pi_{ex}$, e che la soluzione del metodo è la *più vicina* a quella esatta nel senso della distanza definita dalla norma in energia. Tale “distanza” rappresenta una misura dell'errore commesso ed è in genere $\|u - u_r\| \propto h^r$ con h taglia dell'elemento e r grado del polinomio interpolante.

La contrazione della classe Y può essere vista come limitazione della cinematica ammissibile del modello ossia un'aggiunta di vincoli cinematici sul continuo reale: il modello discreto risulta quindi maggiormente vincolato rispetto al modello continuo e pertanto globalmente più rigido. Tale affermazione è dimostrabile, confrontando l'energia elastica delle due soluzioni da cui si ottiene

$$\Omega_{ex} \geq \Omega_h.$$

Riguardo la rigidezza globale del sistema, essa è ottenuta mediante assemblaggio delle rigidezze di ciascun elemento del modello, calcolate come $\underline{k} = \int \underline{B}^T \underline{d} \underline{B} dV$. Tale integrale viene solitamente risolto in forma numerica tramite formule di quadratura Gaussiana. Si distinguono i casi di integrazione “esatta” o “ridotta”, l'approccio ad integrazione “ridotta” permette di compensare l'eccessiva rigidezza fisiologica del F.E.M.. Gli elementi tetraedrici a 4 nodi non permettono l'integrazione ridotta.

5. *Analisi statica lineare*

Il primo tipo di analisi che si svolge sulle due torri una “analisi statica lineare”: le strutture verranno sottoposte ai soli carichi legati al peso proprio e ai carichi non strutturali.

Si ricordano brevemente le caratteristiche elastiche delle muratura e dei riempimenti.

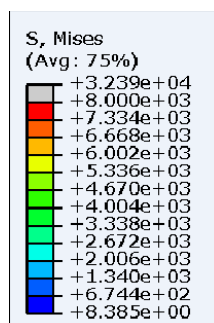
	E [MPa]	ν [-]	w [kg/m³]
Muratura Torre dei Modenesi	2000	0,2	1580
Muratura Mastio del Castello	4000	0,2	1580
Riempimenti	689	0,16	1600

Tabella 5.1: Caratteristiche elastiche dei materiali.

Per i carichi non strutturali a cui sono sottoposte le strutture si faccia riferimento a §4.1.3 e §4.2.3: il calcolo viene effettuato con l'ausilio del Software Abaqus.

5.1 *Torre dei Modenesi*

Si riportano i prospetti e la vista tridimensionale, intera e con taglio prospettico, della mappa degli sforzi verticali risultanti sulla Torre dei Modenesi. I valori in legenda sono in 10^4 MPa.



*Illustrazione 5.1:
Legenda.*

Si riportano i prospetti Nord, Sud, Est e Ovest.

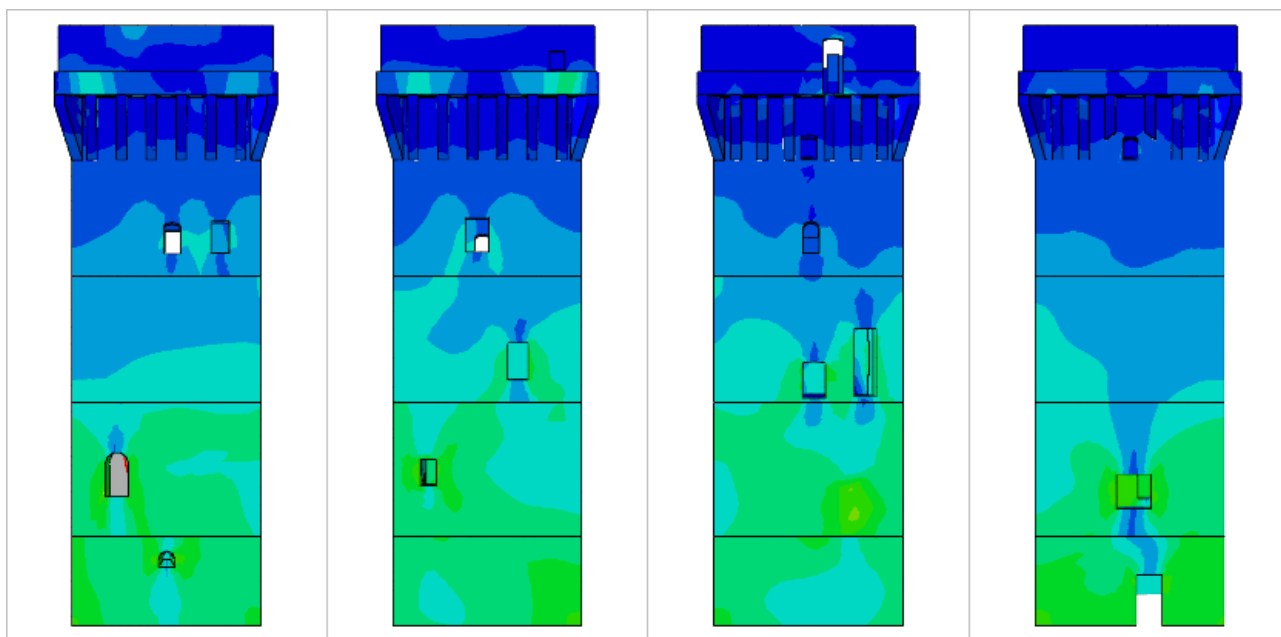


Illustrazione 5.2: Sforzi verticali con l'analisi statica lineare.

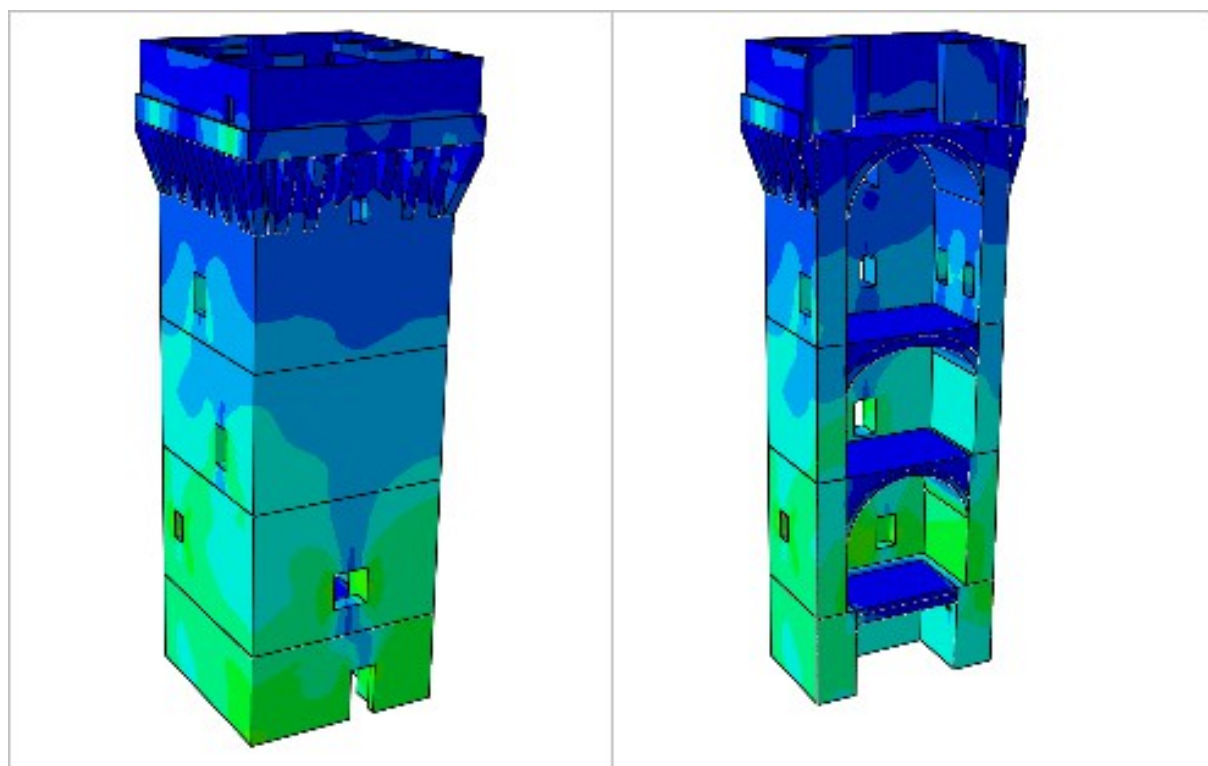


Illustrazione 5.3: 3D e sezione. Sforzi verticali.

Lo sforzo massimo, alla base della struttura, è pari a circa 0,5 MPa: considerati i valori di resistenza della muratura calcolati in precedenza (§ 2.4.3) si ha che la Torre dei Modenesi non aveva alcun problema dal punto di vista della situazione statica. Lo sforzo massimo assoluto di compressione, si ha su una parete interna della struttura: tale valore non è di particolare significato per l'analisi strutturale in quanto legato alla conformazione di tale parete. I valori strutturalmente rilevanti sono quelli alla base, quantomeno in questa fase delle analisi.

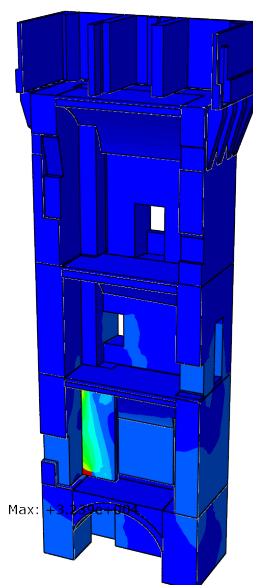
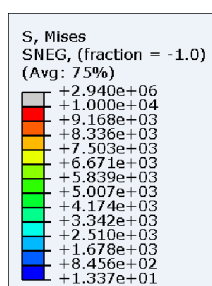


Illustrazione 5.4: Sforzo massimo sulla parete interna del primo piano.

5.2 Mastio del Castello delle Rocche

Si valutano anche in questo caso gli sforzi verticali conseguenti all'analisi statica lineare.



*Illustrazione 5.5:
Legenda.*

Prospetti Nord, Sud, Est e Ovest:

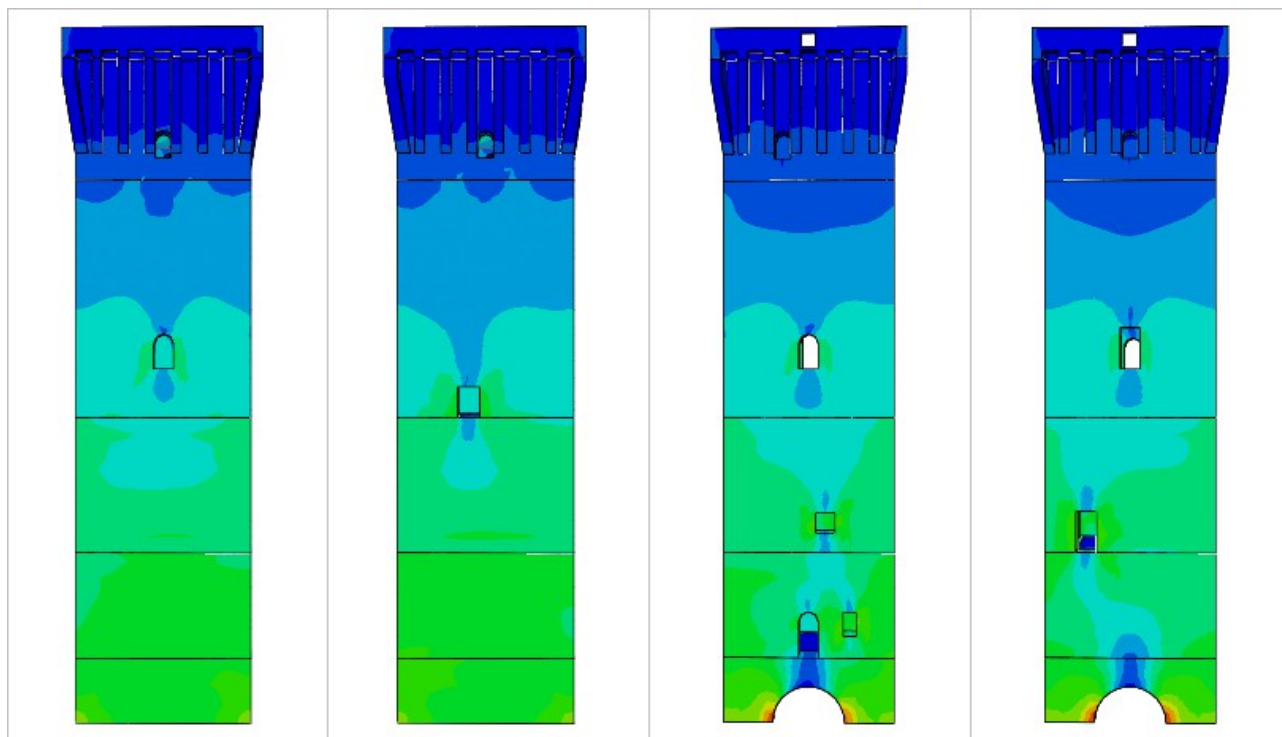


Illustrazione 5.6: Sforzi verticali per l'analisi statica.

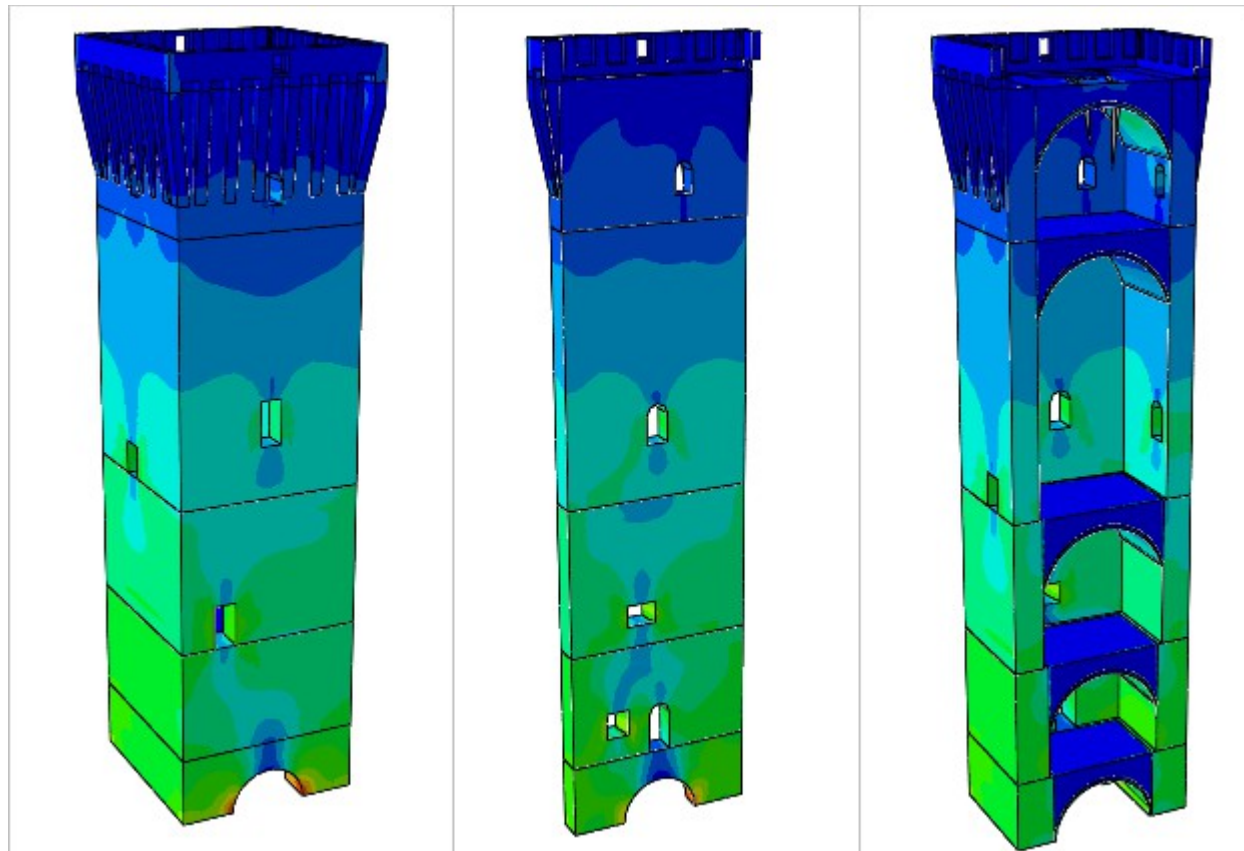


Illustrazione 5.7: 3D e sezione. Sforzi verticali agenti.

Il valore di sforzo massimo ottenuto alla base del Mastio, in particolare in corrispondenza dell'arco, è pari a circa 0,916 MPa: considerati i valori di resistenza caratteristica della muratura valutati in precedenza (§2.4.3) si può affermare che non sussistessero problemi dal punto di vista statico.

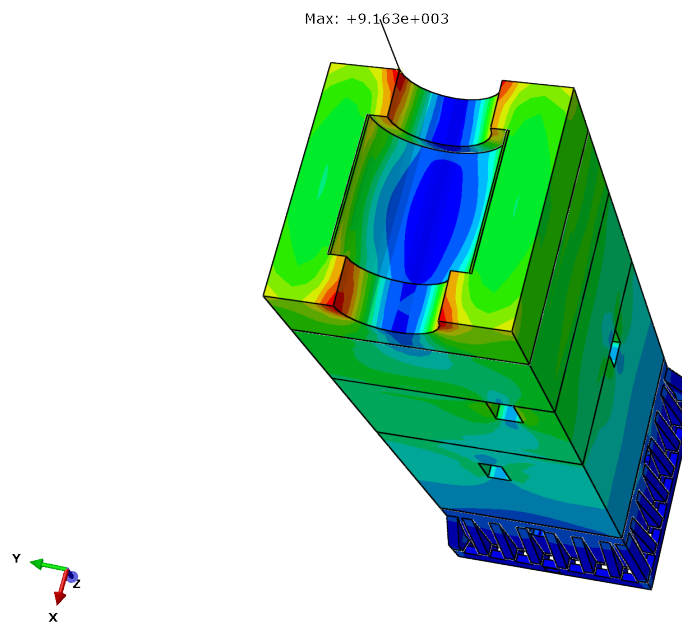


Illustrazione 5.8: Sforzo massimo alla base del Mastio.

6. *Analisi dinamica lineare*

L'analisi dinamica lineare, secondo l'NTC 2008, è così articolata: dapprima si valutano i modi propri di vibrazione della struttura (analisi modale), successivamente si calcolano e combinano tra loro gli effetti dovuti all'azione sismica rappresentata dallo spettro di progetto per ciascun modo di vibrare.

Si procede dapprima con l'analisi modale per entrambe le strutture, e successivamente si passa all'analisi dinamica utilizzando lo spettro relativo al sisma del 20 Maggio 2012.

6.1 *Analisi modale*

L'analisi modale viene effettuata senza considerare carichi aggiuntivi ad eccezione del peso proprio della struttura: si tratta di valutare le oscillazioni libere e determinare il tal modo i modi propri delle due torri.

Il modello alla base dell'analisi è lineare e l'attendibilità dell'analisi stessa è legata alla veridicità dell'ipotesi di una struttura che abbia materiali che sfociano nella non linearità in modo modesto: questa ipotesi per manufatti storici in muratura è molto difficilmente valida ma in ogni caso necessaria in quanto fornirà una base di partenze per le analisi successive che sfrutteranno alcune informazioni che si ricaveranno ora.

6.1.1 Torre dei Modenesi

Si riportano le immagini relative ai modi di vibrare significativi, ovvero i primi sei: le prime immagini sono nei piani xz e yz mentre la terza è una vista tridimensionale.

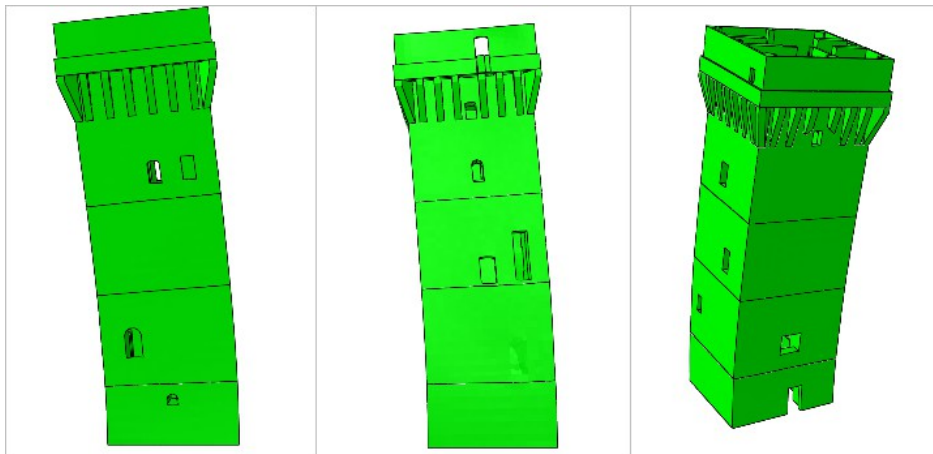


Illustrazione 6.1: Primo modo di vibrare.

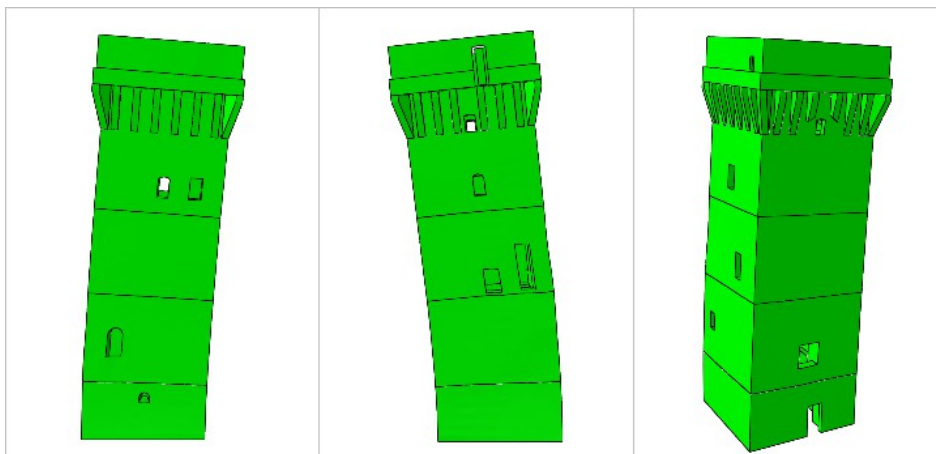


Illustrazione 6.2: Secondo modo di vibrare.

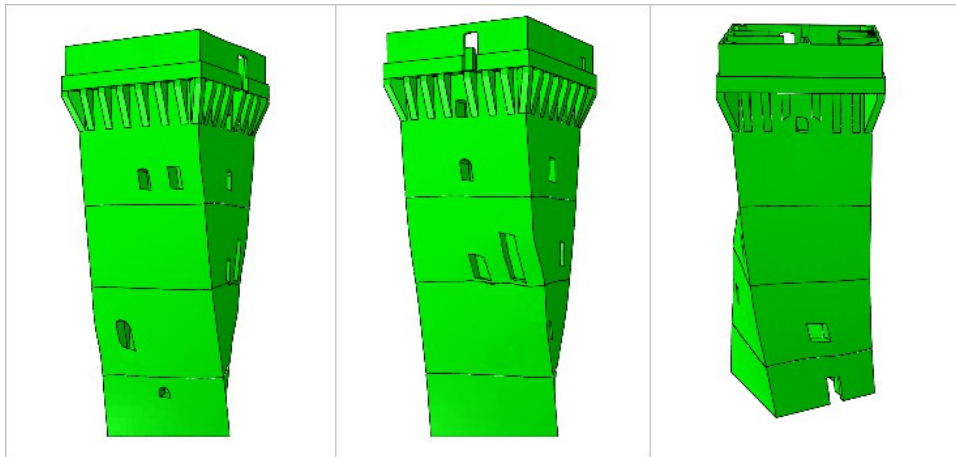


Illustrazione 6.3: Terzo modo di vibrare.

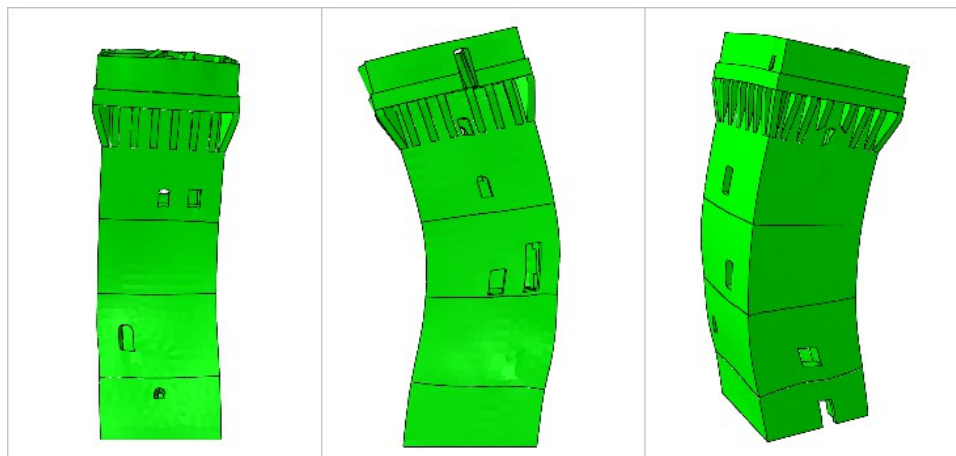


Illustrazione 6.4: Quarto modo di vibrare.

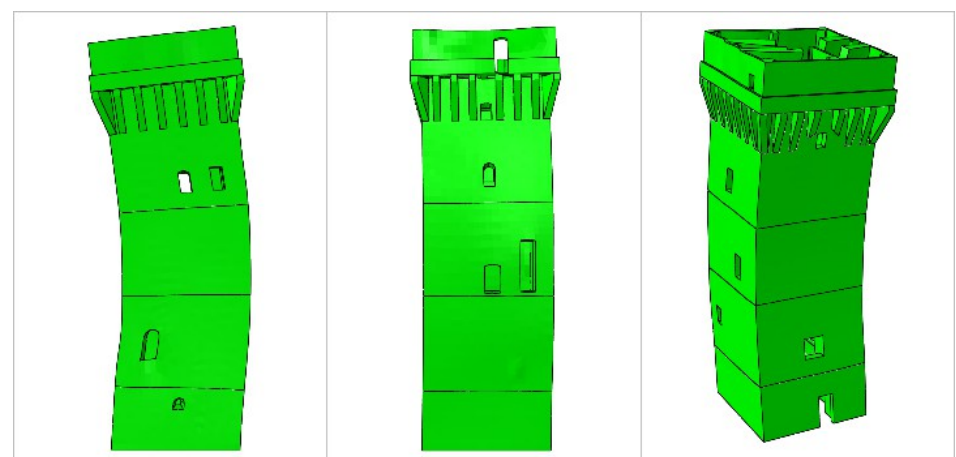


Illustrazione 6.5: Quinto modo di vibrare.



Illustrazione 6.6: Sesto modo di vibrare.

Modo	Frequenza [Hz]	Periodo [s]	Massa Partecipante		
			x [%]	y [%]	z [%]
1	2,83	0,353	44,5	25,6	0,0
2	2,88	0,347	25,8	45,6	0,0
3	7,05	0,142	0,0	0,2	0,0
4	10,58	0,094	0,7	21,8	0,0
5	11,15	0,090	22,9	1,1	0,4
6	13,11	0,076	0,1	0,0	99,2
7	14,89	0,067	0,2	0,0	0,0
8	15,86	0,063	0,0	0,0	0,0
9	16,34	0,061	0,3	0,0	0,0
10	17,29	0,058	0,4	0,0	0,0
11	19,34	0,052	0,5	0,0	0,0
12	20,81	0,048	0,0	5,2	0,0
13	20,86	0,048	0,1	0,0	0,0
14	21,33	0,047	0,0	0,0	0,0
15	22,99	0,044	3,0	0,1	0,1
16	23,42	0,043	0,0	0,0	0,0
17	23,80	0,042	1,0	0,0	0,1
18	24,15	0,041	0,5	0,1	0,0
19	26,25	0,038	0,0	0,1	0,3
20	26,71	0,037	0,0	0,2	0,0

Tabella 6.1: Frequenze, periodi e masse partecipanti della Torre dei Modenesi.

Si ottiene che la massa totale mobilitata dai 20 modi è il 100%: in realtà bastano molti meno modi propri per mobilitare notevoli quantità di massa nelle varie direzioni. In particolare con i primi 5 modi si ha una massa partecipante pari a circa il 95 % nelle direzioni orizzontali; mentre il sesto modo mobilita, da solo, praticamente tutta la massa in direzione verticale.

I primi due modi mobilitano una notevole quantità di massa nelle direzioni orizzontali e saranno preponderanti nello studio della risposta della struttura all'evento sismico. Vista la forte mobilitazione di massa verticale, praticamente il 100%, con il sesto modo, sarà necessario prestare particolare attenzione alla componente verticale del sisma.

6.1.2 Mastio del Castello delle Rocche

Si riportano le immagini nei piani xz e yz oltre che alla vista tridimensionale dei primi sei modi di vibrare della struttura.

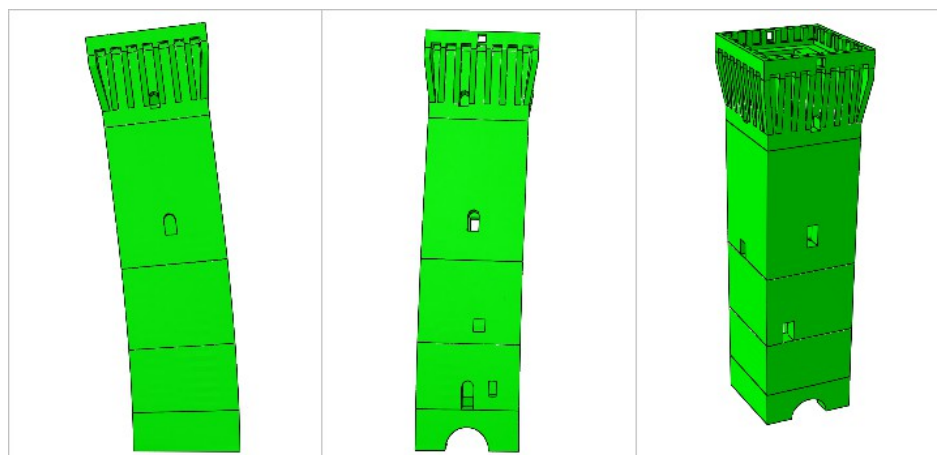


Illustrazione 6.7: Primo modo di vibrare.

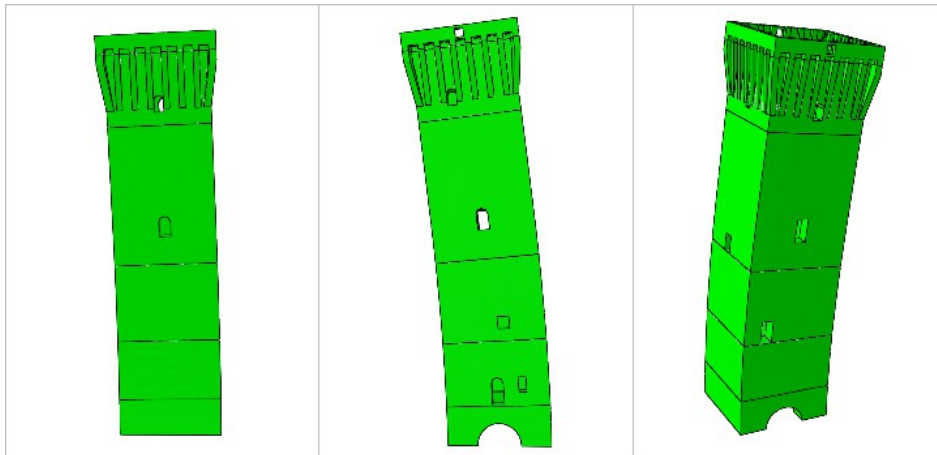


Illustrazione 6.8: Secondo modo di vibrare.

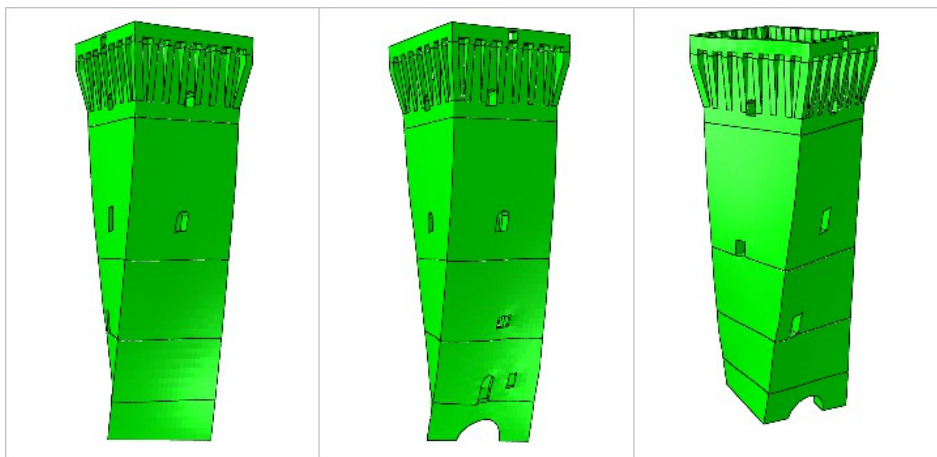


Illustrazione 6.9: Terzo modo di vibrare.



Illustrazione 6.10: Quarto modo di vibrare.



Illustrazione 6.11: Quinto modo di vibrare.

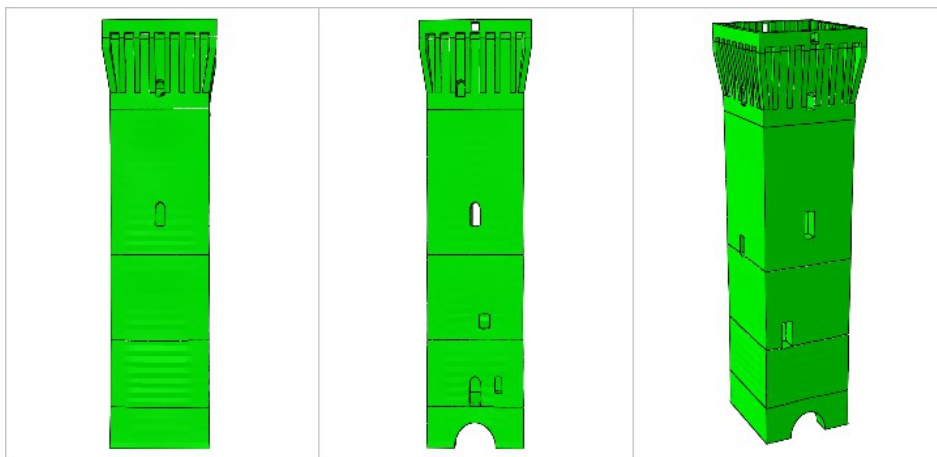


Illustrazione 6.12: Sesto modo di vibrare.

Modo	Frequenza [Hz]	Periodo [s]	Massa Partecipante		
			x [%]	y [%]	z [%]
1	2,14	0,467	58,97	8,16	0,00
2	2,21	0,452	8,54	56,57	0,00
3	6,85	0,146	0,00	0,16	0,00
4	9,24	0,108	0,14	24,56	0,00
5	9,94	0,101	24,56	0,14	0,00
6	12,10	0,083	0,00	0,00	99,84
7	18,34	0,055	0,05	5,10	0,00
8	19,65	0,051	0,23	0,04	0,00
9	19,89	0,050	4,85	0,01	0,00
10	20,16	0,050	1,31	0,57	0,00
11	21,89	0,046	0,00	0,00	0,06
12	22,08	0,045	0,00	0,20	0,00
13	24,31	0,041	0,02	0,00	0,00
14	25,55	0,039	0,01	2,22	0,00
15	25,94	0,039	0,04	0,13	0,04
16	27,24	0,037	0,79	8,00	0,02
17	27,39	0,037	0,24	0,94	0,01
18	27,90	0,036	0,16	0,05	0,01
19	27,96	0,036	0,08	0,10	0,01
20	28,57	0,035	0,00	0,00	0,00

Tabella 6.2: Frequenze, periodi e masse partecipanti del Mastio del Castello delle Rocche.

Analogamente a quanto avvenuto per la Torre dei Modenesi, si ha una partecipazione di massa pari circa al 100% in tutte e tre le direzioni se si considerano i venti modi proposti in tabella.

Valutando unicamente i primi 5 modi si ha una massa partecipante pari a circa il 90% in direzione orizzontale, mentre il sesto modo resta preponderante per la massa in direzione z visto che viene mobilitata praticamente al 100% con solo tale modo.

Valgono le considerazioni fatte in precedenza per quanto riguarda i primi modi e la direzione verticale del sisma.

6.2 *Analisi dinamica con spettro di risposta*

L'analisi dinamica spettrale, secondo la Normativa vigente, viene fatta considerando l'azione sismica per ogni modo forma modale ottenuta con l'analisi precedente: dopo aver svolto l'analisi modale, si sfruttano gli spettri di risposta di progetto per valutare la risposta sismica delle torri combinando gli effetti.

Si utilizzano i modelli proposti in precedenza, con legame elastico lineare sebbene si considerino degli spettri di progetto agli stati limite ultimi, in particolare allo S.L.V.. Si utilizzano inoltre tutti i modi indicati in precedenza: il processo di combinazione (CQC) viene svolto automaticamente dal Software senza particolari oneri computazionali e pertanto non è necessario fermarsi alla combinazione dei modi che fornisco una massa partecipante superiore all' 85% come consigliato da Normativa. Oltre alla combinazione di cui sopra, si effettua la combinazione prevista dalla Normativa che prevede di valutare simultaneamente l'azione di uno spettro in una direzione e il 30% del medesimo spettro nell'altra direzione sia in un senso che nell'altro: anche questa operazione è svolta automaticamente dal Software.

L'analisi spettrale viene condotta sfruttando quattro spettri differenti: due spettri sono da Normativa e vengono ottenuti col programma Ministeriale, mentre gli altri due sono legati al sisma effettivamente verificatosi il 20 Maggio 2012 nel comune di Finale Emilia e sono stati ricavati da Petti et al. (2012). Per quanto riguarda gli spettri reali si utilizzeranno sia lo spettro reale non regolarizzato che quello reale regolarizzato: quest'ultimo rappresenta uno spettro in cui vengono eliminati i picchi di accelerazione per essere, in questo modo, meno gravoso per la struttura rispetto allo spettro reale originale.

Gli spettri ottenuti col programma Ministeriale sono ottenuti sfruttando diverse caratteristiche delle opere e del sito: tali caratteristiche sono riportate in tabella.

Vita nominale V_N	50 anni
Classe d'uso	II ($c_u = 1$)
Categoria si sottosuolo	C - D
Categoria topografica	T1
Fattore di struttura q	2,8

Tabella 6.3: Parametri per determinare gli Spettri di Progetto.

L'analisi spettrale consente la valutazione dei tagli alle basi delle due Torri e conseguentemente la valutazione dell'accelerazione alla base, ottenuta come rapporto tra taglio alla base e massa totale: l'accelerazione ottenuta verrà in seguito paragonata all'accelerazione ultima ottenuta con le analisi statiche non lineari ammissibili dalle due strutture.

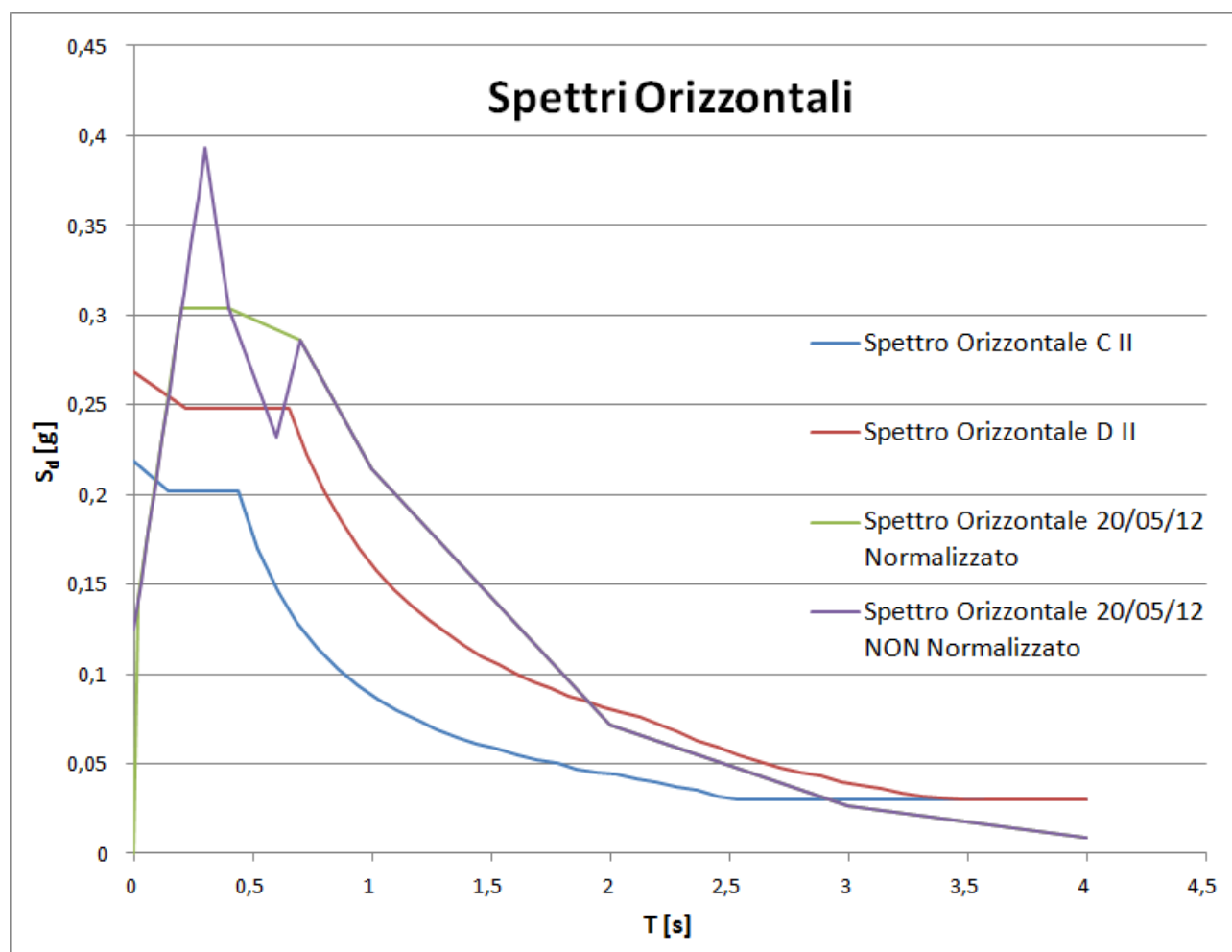


Grafico 6.1: Spettri di Risposta anelastici orizzontali.

Dal grafico di cui sopra, si nota come gli spettri reali siano molto più severi rispetto agli spettri di Normativa e pertanto l'analisi delle strutture effettuata con essi risulterà più vincolante: lo spettro reale non normalizzato, in particolare, impegnerà notevolmente le torri visti i picchi di accelerazioni, non presenti negli altri spettri.

6.2.1 Torre dei Modenesi

Si riportano i risultati ottenuti, in termini di accelerazione e taglio alla base, per quanto riguarda il modello della Torre dei Modenesi: la massa totale della Torre è pari a 945188,56 kg ovvero 9272,30 kN. Si nota immediatamente come i valori di accelerazione siano più gravosi per gli spettri con ordinate spettrali maggiori: lo spettro reale non normalizzato costituisce la situazione peggiore per la struttura, come previsto in precedenza.

		Spettro SLV C II	Spettro SLV D II	Spettro reale normalizzato	Spettro reale NON normalizzato
direzione	F_x [kN]	1307,21	1607,81	1890,98	2112,93
x	a_x [g]	0,141	0,173	0,204	0,228
direzione	F_y [kN]	1379,12	1695,74	2011,87	2257,73
y	a_y [g]	0,149	0,183	0,217	0,243

Tabella 6.4: Accelerazioni e tagli alla base della Torre dei Modenesi ottenuti con le varie analisi spettrali.

La deformata associata alle varie analisi ricalca perfettamente il primo modo proprio della struttura: ciò è importante soprattutto per la successiva analisi statica non lineare.

Si riportano tali deformate per i 4 spettri: rispettivamente, lo Spettro C, lo spettro D, lo Spettro Reale non Normalizzato e lo Spettro Reale Normalizzato.

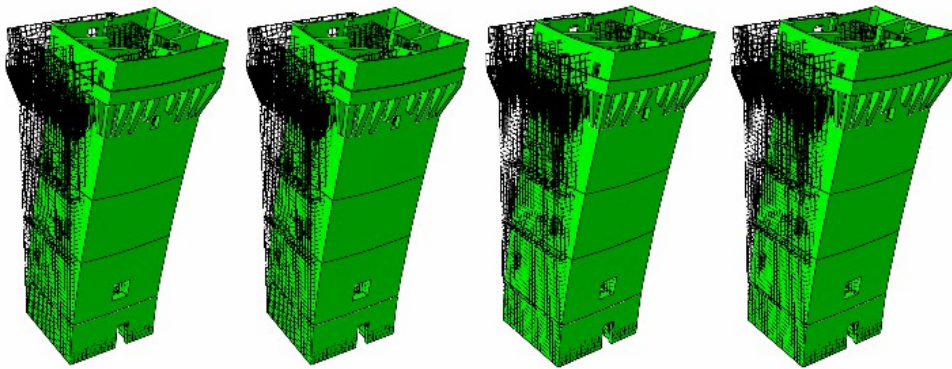


Illustrazione 6.13: Deformate della Torre dei Modenesi .

Si riportano gli sforzi agenti per ciascuno degli spettri utilizzati.

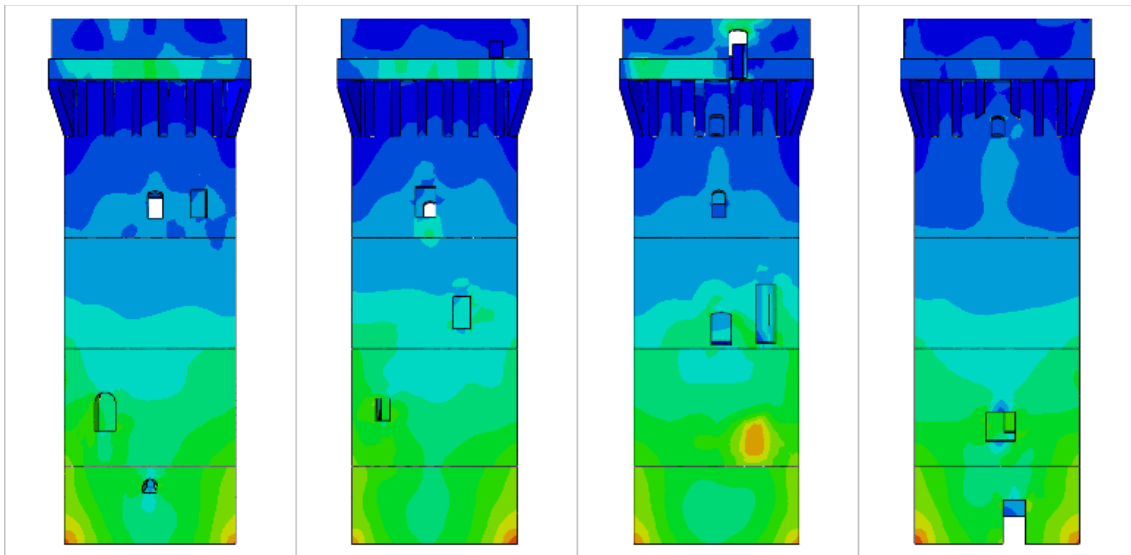


Illustrazione 6.14: Mappa degli sforzi agenti. Spettro C II.

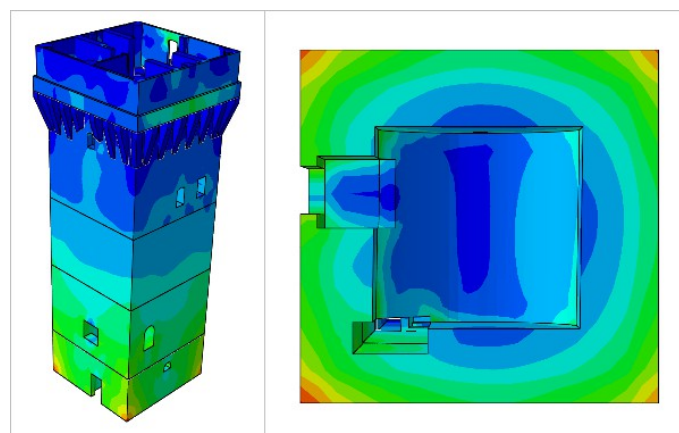


Illustrazione 6.15: Mappa degli sforzi tridimensionale e alla base. Spettro C II.

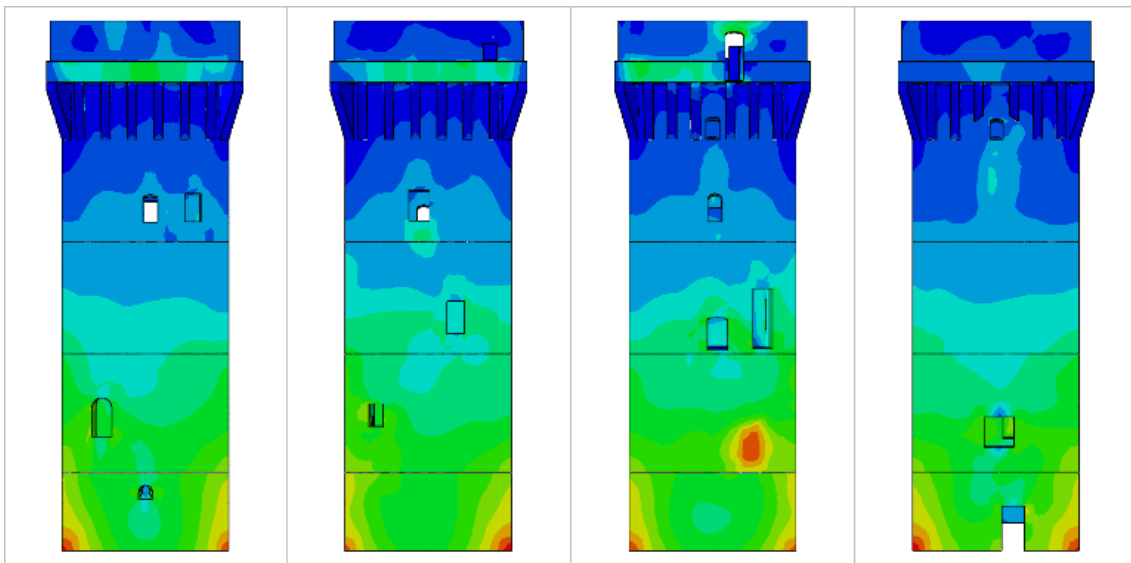


Illustrazione 6.16: Mappa degli sforzi agenti. Spettro D II.

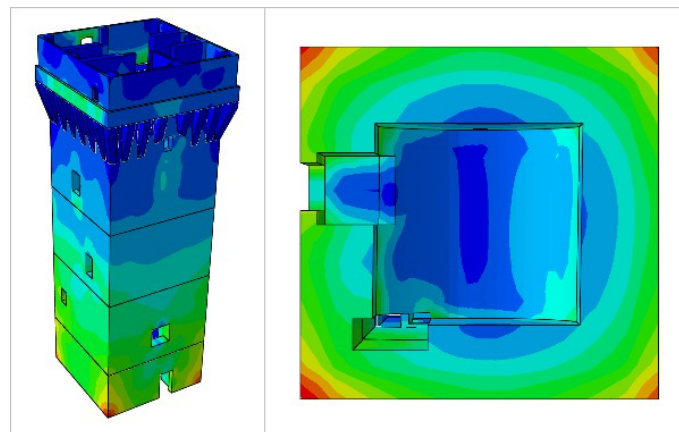


Illustrazione 6.17: Mappa degli sforzi tridimensionale e alla base. Spettro D II.

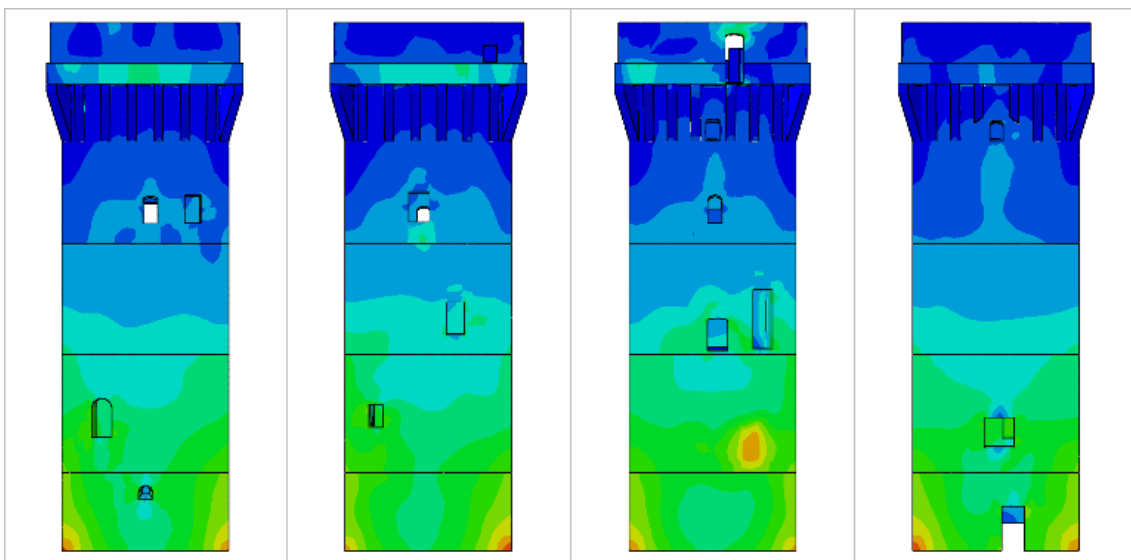


Illustrazione 6.18: Mappa degli sforzi agenti. Spettro reale.

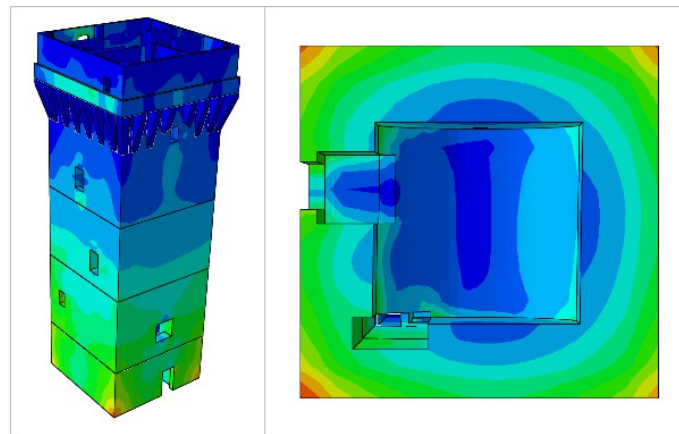


Illustrazione 6.19: Mappa degli sforzi tridimensionale e alla base . Spettro reale.

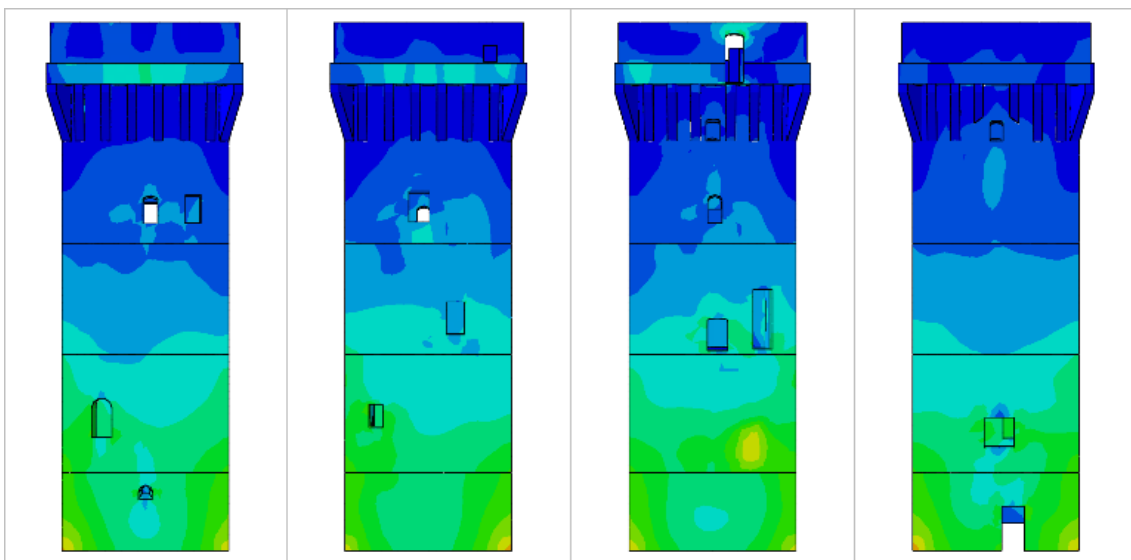


Illustrazione 6.20: Mappa degli sforzi agenti. Spettro normalizzato.

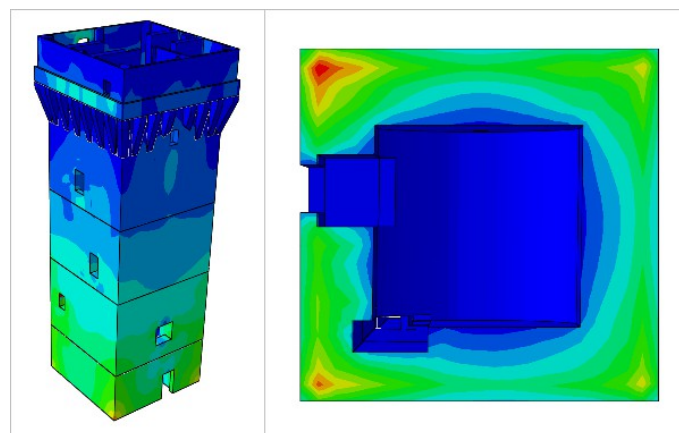


Illustrazione 6.21: Mappa degli sforzi tridimensionale e alla base. Spettro reale normalizzato.

Lo sforzo ottenuto con l'analisi spettrale con spettro D II è lievemente maggiore rispetto a quello ottenuto con lo spettro C a causa della maggior severità dello spettro, che fornisce accelerazioni più gravose alla struttura. Analoga situazione si ha se si confrontano i valori ottenuti con i due spettri reali relativi al sisma del 20 Maggio 2012: lo spettro non normalizzato restituisce valori di sforzo alla base superiori rispetto a quello normalizzato.

	Spettro C II	Spettro D II	Spettro reale NON normalizzato	Spettro reale normalizzato
Sforzo massimo alla base [MPa]	0,8	0,9	1,4	1,2

Tabella 6.5: Sforzi massimi agenti alla base della Torre dei Modenesi.

Oltre alla valutazione degli sforzi agenti e del taglio totale alla base è possibile valutare anche il valore del taglio massimo alla base, inteso come reazione vincolare massima del singolo nodo di base vincolato.

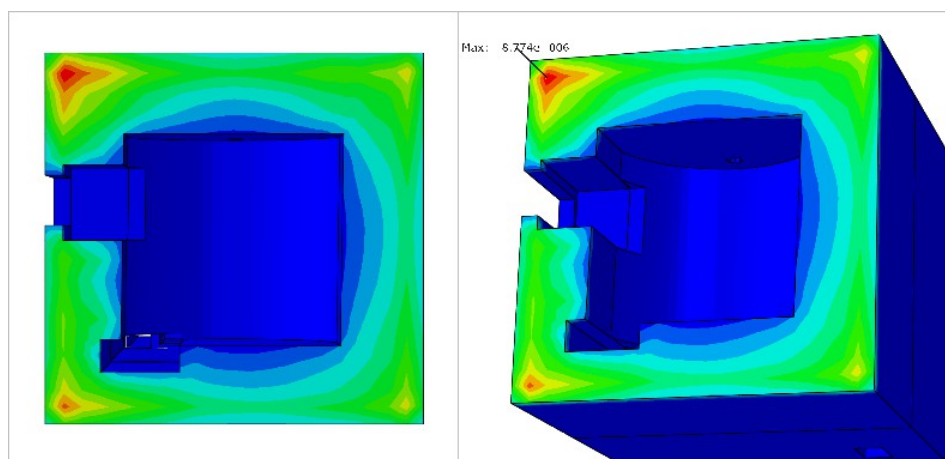


Illustrazione 6.22: Reazioni vincolari. Spettro C II.

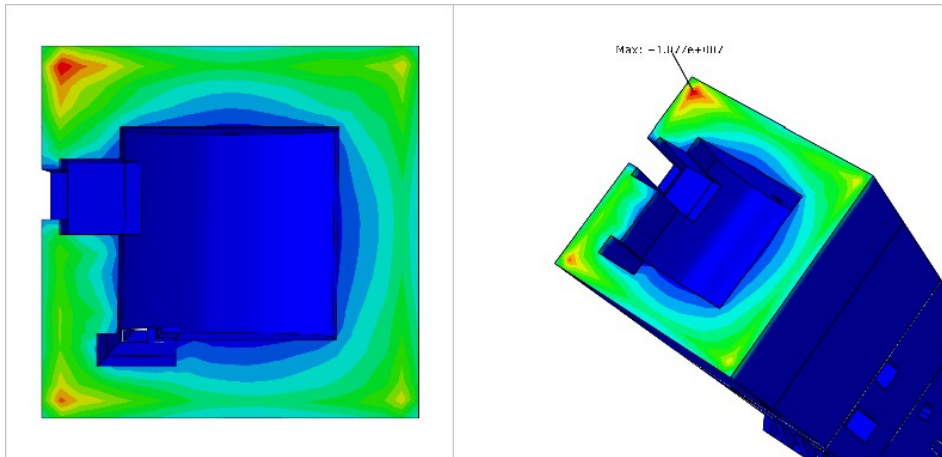


Illustrazione 6.23: Reazioni vincolari. Spettro D II.

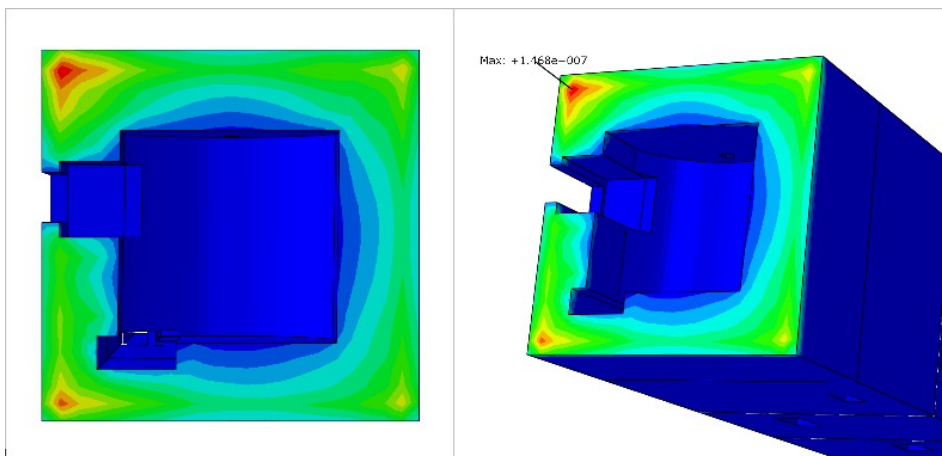


Illustrazione 6.24: Reazioni vincolari. Spettro Reale.

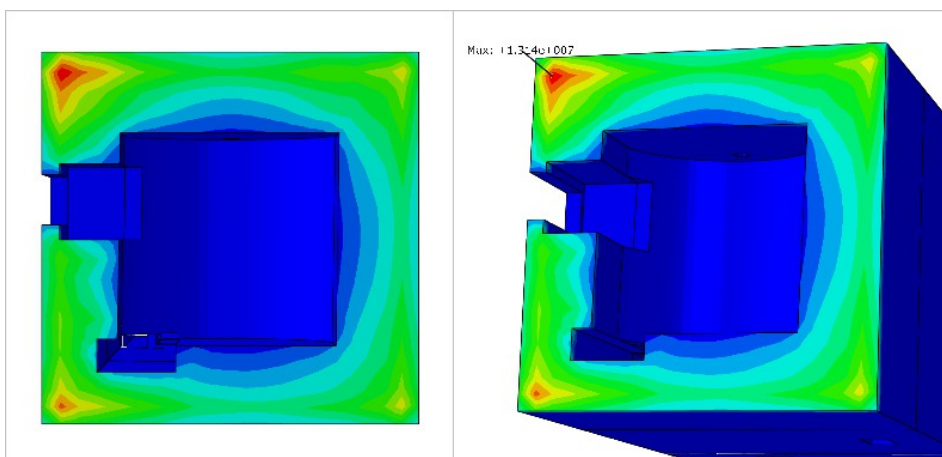


Illustrazione 6.25: Reazioni vincolari. Spettro Reale Normalizzato.

	Spettro C II	Spettro D II	Spettro reale NON normalizzato	Spettro reale normalizzato
Reazione massima alla base sul singolo nodo [kN]	88	108	147	131

Tabella 6.6: Reazioni vincolari agenti sul singolo nodo.

Il valore massimo di reazione vincolare alla base del singolo nodo della mesh della Torre dei Modenesi è dovuto allo spettro reale non normalizzato: in linea con quanto ottenuto finora, tale spettro è il più vincolante per la struttura.

6.2.2 Mastio del Castello delle Rocche

Si procede in maniera analoga a quanto fatto per la Torre dei Modenesi: la massa totale del Mastio è di 1841364,25 kg ovvero 18063,78 kN.

Come osservato in precedenza per la Torre dei Modenesi, l'analisi condotta con lo spettro reale del 20 Maggio 2012 non normalizzato produce valori più alti in termini sia di accelerazioni alla base che di reazioni vincolari.

		Spettro SLV C II	Spettro SLV D II	Spettro reale normalizzato	Spettro reale NON normalizzato
direzione x	F_x [kN]	2592,1	3354,64	3594,99	3875,62
	a_x [g]	0,143	0,186	0,199	0,215
direzione y	F_y [kN]	3046,16	3909,07	4276,31	4590,57
	a_y [g]	0,169	0,216	0,237	0,254

Tabella 6.7: Accelerazioni e tagli alla base della Torre dei Modenesi ottenuti con le varie analisi spettrali.

Le deformate, riportate in seguito per gli spettri, rispettivamente, C, D, Reale e Normalizzato ricalcano anche per il Mastio del Castello delle Rocche, come per la Torre dei Modenesi, il primo modo.

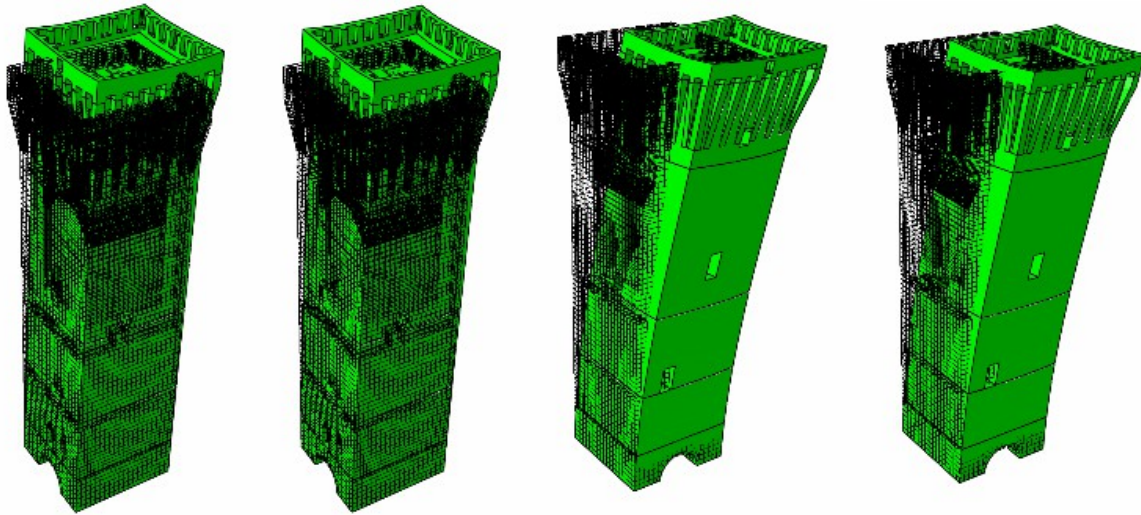


Illustrazione 6.26: Deformate del Mastio del Castello delle Rocche.

Si riportano ora le mappe degli sforzi.

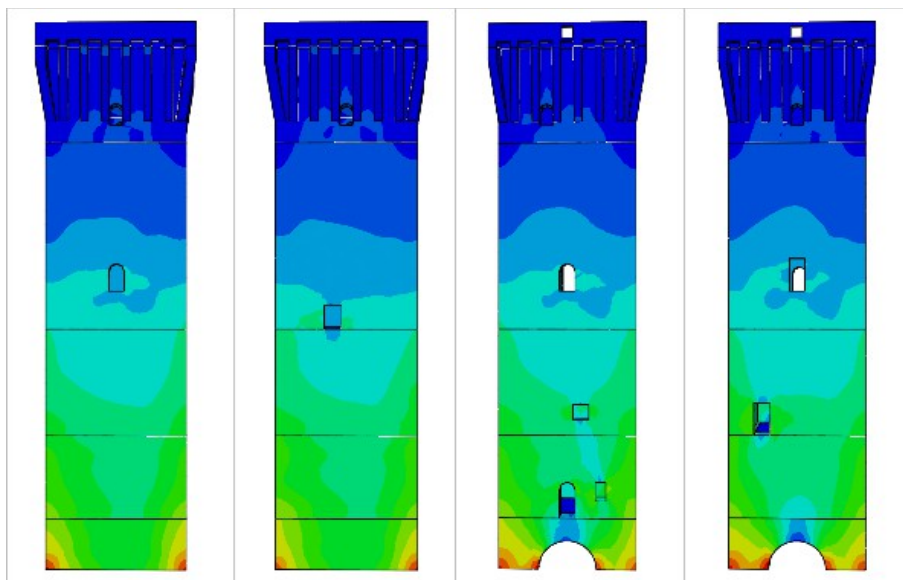


Illustrazione 6.27: Mappa degli sforzi agenti. Spettro C II.

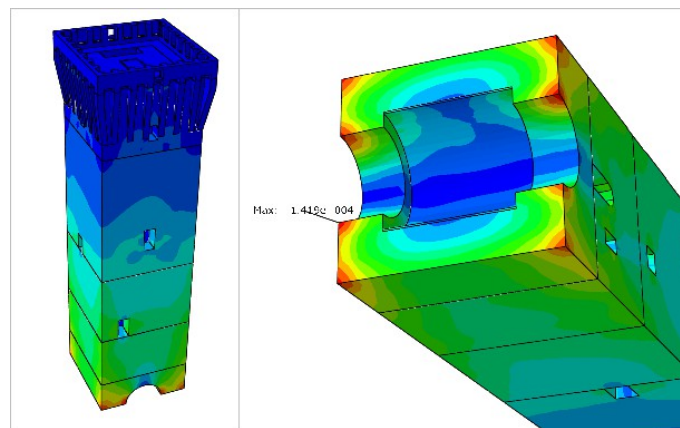


Illustrazione 6.28: Mappa degli sforzi 3D e alla base. Spettro C II.

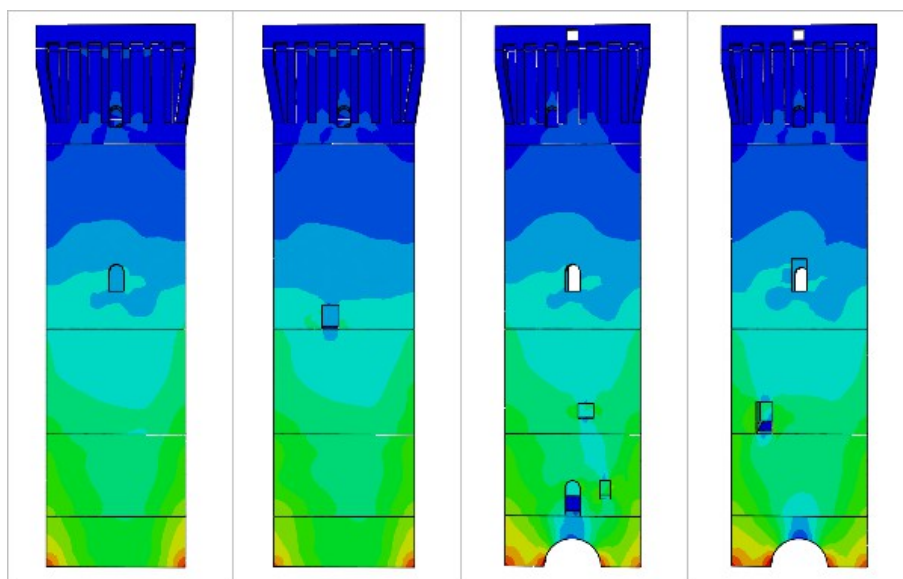


Illustrazione 6.29: Mappa degli sforzi agenti. Spettro D II.

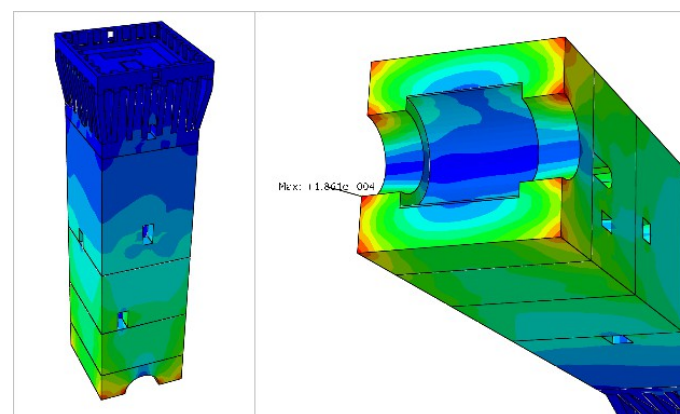


Illustrazione 6.30: Mappa degli sforzi 3D e alla base. Spettro D II.

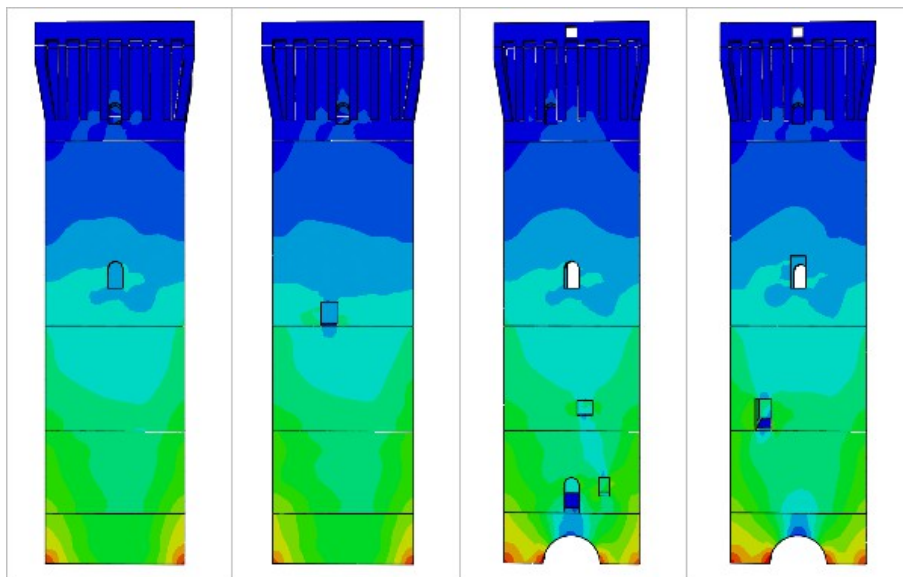


Illustrazione 6.31: Mappa degli sforzi agenti. Spettro Reale.

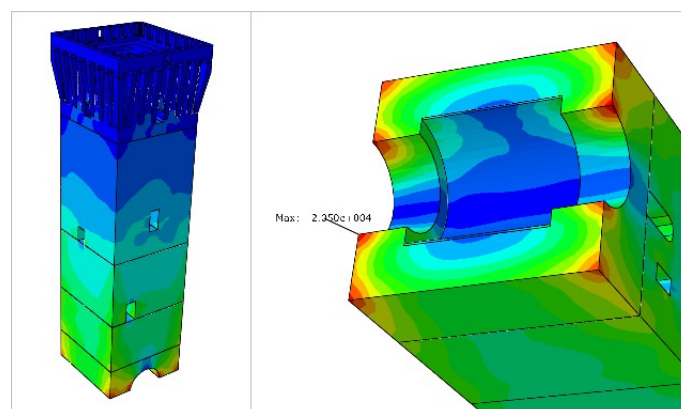


Illustrazione 6.32: Mappa degli sforzi 3D e alla base. Spettro Reale.

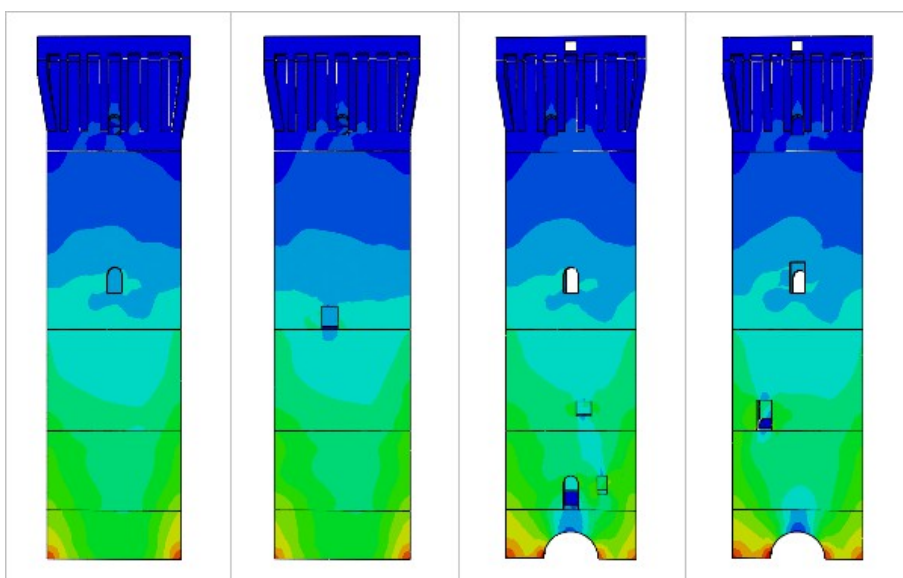


Illustrazione 6.33: Mappa degli sforzi agenti.. Spettro Normalizzato.

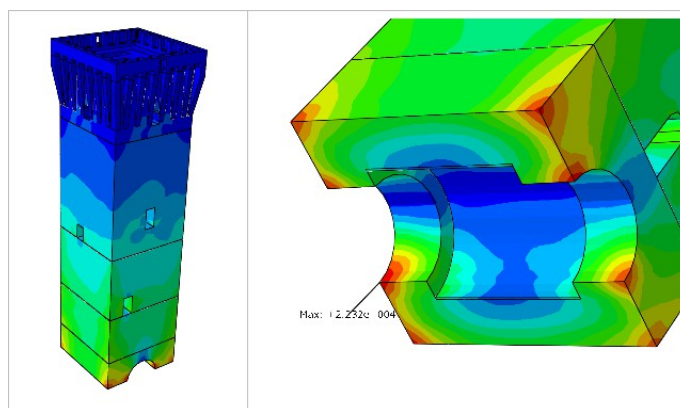


Illustrazione 6.34: Mappa degli sforzi 3D e ala base. Spettro Normalizzato.

	Spettro C II	Spettro D II	Spettro reale NON normalizzato	Spettro reale normalizzato
Sforzo massimo alla base [MPa]	1,4	1,9	2,2	2

Tabella 6.8: Sforzi massimi alla base del Mastio.

Valgono le medesime considerazione fatte per le mappe degli sforzi della Torre dei Modenesi. Si riportano infine le mappe cromatiche relative alle reazioni vincolari alla base.

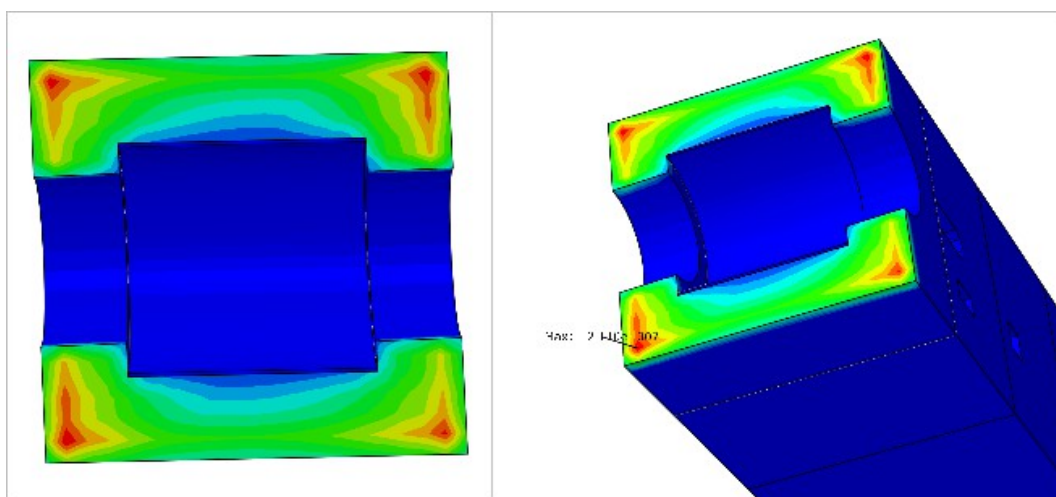


Illustrazione 6.35: Reazioni vincolari. Spettro C II.

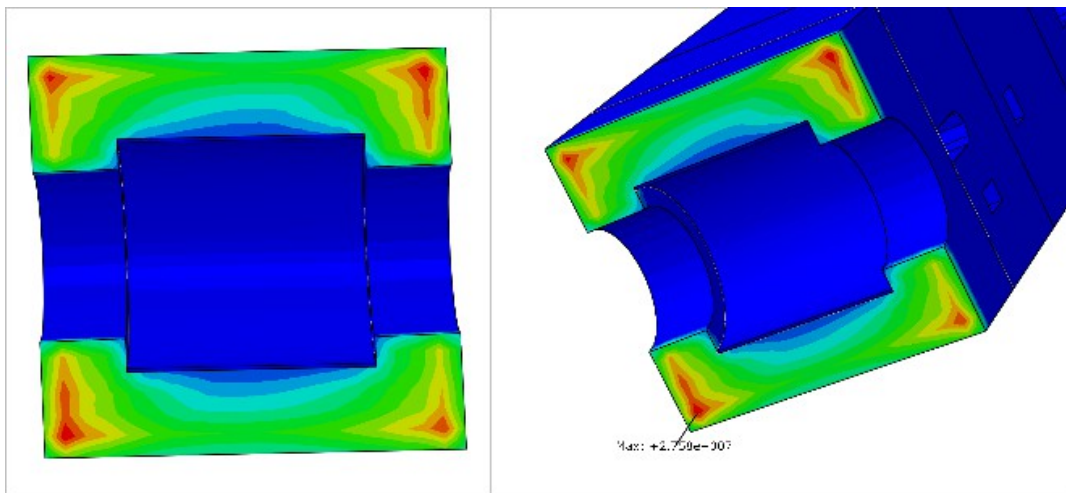


Illustrazione 6.36: Reazioni vincolari. Spettro D II.

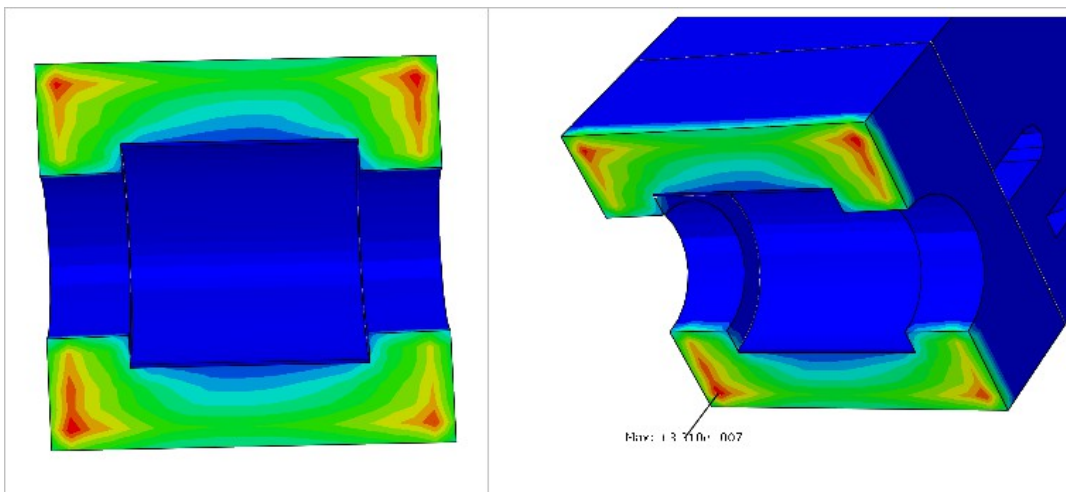


Illustrazione 6.37: Reazioni vincolari. Spettro Reale.

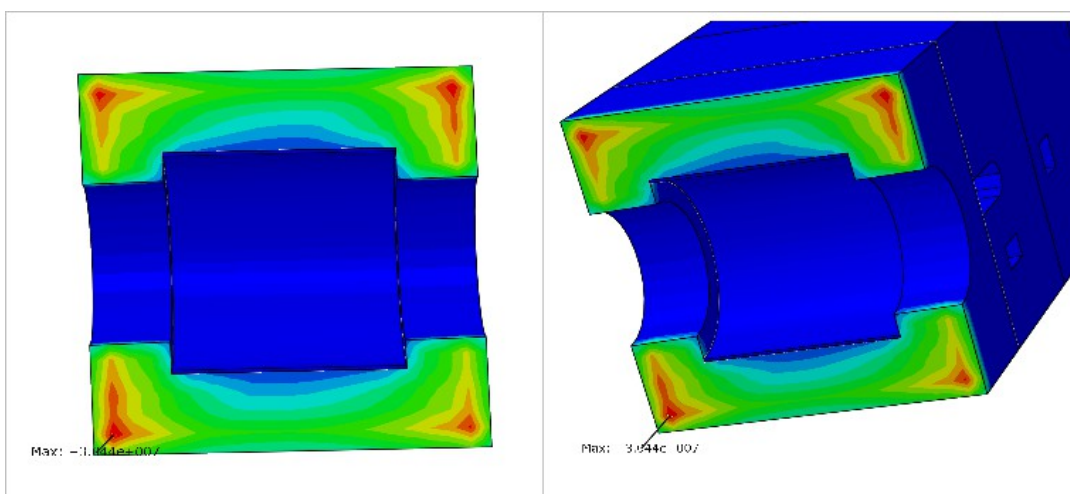


Illustrazione 6.38: Reazioni vincolari. Spettro Normalizzato.

	Spettro C II	Spettro D II	Spettro reale NON normalizzato	Spettro reale normalizzato
Reazione massima alla base sul singolo nodo [kN]	211	276	331	304

Tabella 6.9: Reazione massima alla base.

Come evidenziato in precedenza, il valore della reazione vincolare massima ottenuto con lo spettro reale del 20 Maggio 2012 non normalizzato è maggiore rispetto al valore ottenuto con gli altri spettri.

7. *Analisi statica equivalente*

L'analisi statica equivalente è stata effettuata facendo particolare riferimento alle Linee Guida (2011) che forniscono indicazioni per la valutazione e la riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale tutelato. Oltre a ciò, si fa riferimento alle Norme Tecniche per le Costruzioni (2008). Le Linee Guida nascono essenzialmente per la volontà di specificare un percorso di valutazione del livello di sicurezza in relazione alle azioni sismiche e progetto di eventuali interventi per strutture oggetto del patrimonio culturale e quindi bisognose di strumenti di valutazione diversi rispetto alle opere non da tutelare.

Il parametro attraverso cui programmare gli interventi di mitigazione del rischio è la vita nominale V_N , introdotta nelle NTC: la valutazione della sicurezza verrà fatta poi riferendosi ai valori dell'Indice di Sicurezza I_S e del Fattore di Accelerazione F_A .

L'intera analisi viene condotta riferendosi a 5.4.4 delle Linee Guida ove si esplica un metodo semplificato di verifica per “*Torri, campanili ed altre strutture a prevalente sviluppo verticale*”.

7.1 *Livelli di sicurezza sismica*

Per i beni culturali è opportuno definire un livello di sicurezza sismica di riferimento, diverso in base alle caratteristiche dei manufatti, del loro uso, e delle conseguenze di un loro danneggiamento a causa di un evento sismico. Per far ciò è necessario definire la vita nominale e la classe d'uso a cui ci si riferisce e desumere quindi il periodo di riferimento V_R in cui valutare le azioni sismiche.

Nel caso delle due Torri in esame ci si riferisce ad un periodo di vita nominale pari a 50 anni con classe d'uso, già precedentemente utilizzata nella definizione degli spettri dell'analisi dinamica spettrale, II ($C_U = 1$) corrispondente ad edifici di uso frequente con normali affollamenti.

Per quanto riguarda la scelta della vita nominale si fa riferimento alle Linee Guide §2.4 ove si afferma che teoricamente il periodo da scegliere dovrebbe essere maggiore per garantire la conservazione della struttura nel tempo ma ciò comporterebbe ad analisi sismiche eccessivamente gravose: un'analisi troppo gravosa significherebbe interventi troppo invasivi per l'opera. Si preferisce quindi mantenere gli interventi limitati abbassando il periodo di vita utile (anche inferiore a 50 anni) per poi effettuare nuove verifiche al termine del periodo indicato.

Il periodo di riferimento delle due strutture sarà quindi:

$$V_R = V_N \cdot C_U = 50 \text{ anni}$$

In relazione al periodo di ritorno, allo stato limite considerato (Stato Limite di Salvaguardia delle Vite Umane SLV) e alla probabilità di superamento P_{V_R} associata a ciò è possibile valutare il periodo di ritorno di riferimento dell'azione sismica T_R : per la verifica allo SLV ci si riferisce ad una probabilità di eccedenza del 10% su un periodo di ritorno di V_R .

Si ottiene dunque:

$$T_{R,SLV} = -\frac{V_R}{\ln(1 - P_{V_R})} = 475 \text{ anni}$$

Per lo stato limite scelto si possono confrontare i valori di riferimento dell'azione sismica con quelli effettivamente raggiunti: in particolare si può definire un Indice di Sicurezza sismica I_S definito come

$$I_{S,SLV} = \frac{T_{SLV}}{T_{R,SLV}}$$

ovvero come rapporto tra il periodo di ritorno di riferimento dell'azione sismica e il periodo di riferimento calcolato per la struttura in esame.

Se il valore che si ottiene è maggiore dell'unità allora il manufatto è in sicurezza rispetto a quanto assunto come vita nominale, altrimenti occorrerà prestare attenzione e pianificare i dovuti interventi.

Per poter valutare il tempo di ritorno corrispondente al raggiungimento dello stato limite considerato è necessario eguagliare il momento ultimo ed il momento di progetto nella generica sezione i -esima della struttura in esame. Si ricava in questo modo il valore dell'ordinata dello

spettro di risposta elastico corrispondente al raggiungimento dello SLV:

$$S_{e,SLV,i} = \frac{qgM_{u,i} \sum_{k=1}^n z_k W_k}{0,85 W \left(\sum_{k=i}^n z_k^2 W_k - z_i \circ \sum_{k=i}^n z_k W_k \right) F_C}$$

ove i termini presenti sono i medesimi discussi in precedenza per il calcolo dei momenti.

Determinato il valore dell'accelerazione spettrale, nella sezione in cui si ha il valore minimo, si ricava il periodo di ritorno T_{SLV} mediante un processo iterativo che sfrutta i dati disponibili in appendice alle NTC: al tempo di ritorno così valutato, sono associati i diversi parametri spettrali ovvero a_g , F_0 e T_C^* con cui è possibile definire lo spettro di risposta completo associato all'azione sismica che porta al raggiungimento dello stato limite.

Per valutare infine l'accelerazione massima del suolo corrispondente a quanto calcolato si sfruttano le seguenti espressioni cui utilizzo è regolamentato dal valore del periodo fondamentale della struttura T_1 valutato in precedenza con l'analisi modale:

$$a_{SLV} = \begin{cases} \frac{S_{e,SLV}}{SF_0} & T_B \leq T_1 < T_C \\ \frac{S_{e,SLV}}{SF_0} \frac{T_1}{T_C} & T_C \leq T_1 < T_D \end{cases}$$

ove T_B , T_C e T_D sono i periodi caratteristici dello spettro di risposta S è il coefficiente che tiene conto della categoria del sottosuolo e delle condizioni topografiche, definito con lo spettro di risposta.

Questo parametro permette di avere una percezione temporale delle condizioni della struttura in termini di vulnerabilità rispetto all'azione sismica.

Un ulteriore indice quantitativo è il Fattore di Accelerazione f_a : questo indice rappresenta una indicazione del deficit strutturale in termini di resistenza ed è valutato come rapporto tra l'accelerazione al suolo che porta al raggiungimento dello stato limite in esame (ivi SLV) e l'accelerazione corrispondente al periodo di ritorno di riferimento definito in precedenza.

In formula si ha: $f_{a,SLV} = \frac{a_{SLV}}{a_{g,SLV}}$

Questo parametro, a differenza del precedente che era di tipo “temporale” vista la sua formulazione, è di tipo “meccanico” e permette di determinare qualitativamente la capacità strutturale della struttura infatti si confronta l'accelerazione che porta al raggiungimento dello SLV con l'accelerazione richiesta nel tempo di ritorno di riferimento. Anche in questo caso il valore unitario rappresenta il limite tra struttura idonea ($f_a \geq 1$) e struttura non idonea ($f_a < 1$).

7.2 Modelli meccanici semplificati

La valutazione della sicurezza sismica e dei due indici citati viene effettuata applicando un modello meccanico semplificato indicato in §5.4.4 delle Linee Guida: il livello di completezza utilizzato è LV1 ovvero quello a cui vanno sottoposti tutti i beni culturali.

Per quanto riguarda il modello semplificato, le Linee Guida indicano che il collasso da considerarsi è di tipo flessionale valutando le torri come mensole semplicemente incastrate alla base e sollecitate da forze orizzontali, oltre al loro peso proprio. Tale stato di tensione manderà inevitabilmente in crisi una generica sezione per schiacciamento della zona compressa legata alla parzializzazione della stessa vista la non resistenza a trazione.

La verifica si effettua dunque confrontando il momento ultimo resistente, valutato considerando una opportuna redistribuzione delle forze orizzontali, con il momento sollecitante di calcolo: si verificheranno le due direzioni principali d'inerzia delle torri a diverse altezze. La verifica non viene condotta in un'unica sezione dato che è impossibile stabile a priori quale sia la sezione più sollecitata: le torri verranno suddivise in settori, generalmente coincidenti con i vari piani, con caratteristiche geometriche quanto più uniformi possibili e si verificheranno le sezioni di collegamento tra i vari settori.

Il calcolo dei momenti resistente e sollecitante viene effettuato seguendo le prescrizioni delle Linee Guida §5.4.4: si riportano ivi le formule utilizzate.

Il momento ultimo sollecitante è valutato come

$$M_{S,i} = F_{hi} z_{Fi}$$

avendo indicato con z_{Fi} l'altezza cui applicare la risultante delle forze sismiche agenti nella sezione i-esima F_{hi} . Tali valori sono calcolati come:

$$z_{Fi} = \frac{\sum_{k=i}^n z_k^2 W_k}{\sum_{k=i}^n z_k W_k} - z_{i^o} \quad \text{e} \quad F_{hi} = \frac{\sum_{k=i}^n z_k W_k}{\sum_{k=1}^n z_k W_k} F_h$$

ove

- z_k è la quota del baricentro della massa del k-esimo settore rispetto alla base, avente peso W_k ;
- z_{i^o} è la quota della i-esima sezione di verifica rispetto alla base;
- $F_h = 0,85 S_e(T_1) \frac{W}{qg}$ con q fattore di struttura pari a 2,8 a causa dei cambiamenti di rigidità lungo l'altezza, f della variazione degli spessori dei muri, $S_e(T_1)$ ordinata dello spettro di risposta elastico funzione del primo periodo proprio della struttura secondo la direzione considerata, $W = \sum W_i$ peso complessivo della struttura e g accelerazione di gravità;
- n è il numero dei settori in cui è suddivisa la struttura in esame.

Il momento ultimo resistente è invece valutato come:

$$M_{R,i} = \frac{\sigma_{0,i} A_i}{2} \left(b_i - \frac{\sigma_{0,i} A_i}{0,85 a_i f_d} \right)$$

avendo indicato con

- a_i il lato perpendicolare alla direzione dell'azione sismica considerata della sezione i-esima di analisi, depurato delle eventuali aperture;
- b_i il lato parallelo alla direzione dell'azione sismica considerata;
- A_i l'area totale della sezione in analisi depurata dalle aperture;

- σ_{0i} la tensione normale media nella sezione, valutata come $\sigma_{0i} = \frac{W}{A_i}$ con W pari al peso della struttura al di sopra della sezione considerata;
- f_d la resistenza a compressione di calcolo della muratura pari a $f_d = \frac{f_m}{F_C}$ con f_m resistenza a compressione media della muratura valutata a partire dai valori caratteristici ricavati in §2.4.3 e F_C fattore di confidenza che verrà valutato e discusso in seguito.

La forza da applicare in corrispondenza del baricentro di ciascun concio è infine pari a:

$$F_i = \frac{W_i z_i}{\sum_{k=1}^n z_k W_k} F_h \quad .$$

7.3 *Momenti resistenti e sollecitanti*

Sfruttando le formule riportate in precedenza si ottengono i momenti resistenti e sollecitanti calcolati nelle diverse sezioni della Torre dei Modenesi e del Mastio del Castello delle Rocche.

7.3.1 **Torre dei modenesi: M_s e M_r**

Si riportano innanzitutto i momenti resistenti delle diverse sezioni.

sez	z [mm]	A _i [mm ²]	a _i [mm]	b _i [mm]	W _i [N]	σ _{oi} [MPa]	f _d [MPa]	M _{r,x} [kNm]	M _{r,y} [kNm]
A	846	30016978	5570	7000	9362670	0,312	1,80	27626	21983
B	2587	30016978	7000	7000	8576020	0,286	1,80	26582	26582
C	4894	24461172	7000	6150	7546980	0,309	1,80	20548	23388
D	7518	23821172	7000	7000	6434117	0,270	1,80	20587	20587
E	9979	24831927	7000	7000	5357239	0,216	1,80	17410	17410
F	12436	24831927	7000	7000	4221646	0,170	1,80	13944	13944
G	15210	22969878	7000	5500	3328121	0,145	1,80	8635	10990
H	18776	22969878	7000	7000	1904792	0,083	1,80	6497	6497
I	21061	15152384	8160	8160	485876	0,032	1,80	1973	1973

Tabella 7.1: Momenti resistenti per le diverse sezioni della Torre dei Modenesi.

Sono necessari alcune precisazioni: le quote z sono riferite al piano campagna e si riferiscono al baricentro geometrico di ogni sezione valutata; i lati a_i e b_i ovvero i lati resistenti, sono riferiti alla direzione x del sisma mentre in direzione y sono ovviamente invertiti, il peso W_i di ogni sezione è dato dalla risultante del peso proprio agente sulla sezione, ovvero il peso della parte ad essa superiore; lo sforzo σ_{oi} è dato dal rapporto tra il peso proprio W_i e l'area della sezione A_i; la resistenza a compressione della muratura ed i momenti resistenti nelle due direzioni e nelle varie sezioni sono infine valutati utilizzando le formule presentate in precedenza.

Per quanto concerne il fattore di confidenza utilizzato, ci si riferisce alla Tabella 4.1 delle Linee Guida ove vengono suggeriti fattori di confidenza parziali la cui somma fornisce il valore di F_C ma al contempo anche alla Circolare applicativa delle NTC.

Seguendo le Linee Guida, ed in particolare la tabella 4.1 si ottiene:

- F_{C1} = 0,05 rilievo geometrico completo;
- F_{C2} = 0,12 restituzione ipotetica delle fasi costruttive;
- F_{C3} = 0,06 limitate indagini sui parametri meccanici dei materiali;
- F_{C4} = 0,06 limitate indagini su terreno e fondazioni

Si ottiene pertanto

$$F_C = 1 + \sum_{k=1}^4 F_{Ck} = 1,29 \quad .$$

Seguendo invece la Circolare Applicativa ed in particolare la tabella C8A.1.1 si ha un fattore di confidenza pari a 1,35 in virtù delle limitate indagini in situ e corrispondente livello di confidenza LC1: a favore di sicurezza si decide per l'adozione del valore di 1,35.

Il valore della resistenza a compressione della muratura è ottenuta a partire da quella caratteristica da cui si ottiene quella media da ridurre poi tramite il fattore di confidenza: si ottiene una resistenza pari a 1,8 MPa.

Si procede dunque al calcolo del momento sollecitante: il calcolo verrà effettuato per lo spettro di Normativa C II, e per quello D II ed inoltre si valuterà anche il momento sollecitante legato allo spettro del 20/05/2012 ovvero del sisma di cui si stanno riscontrando gli effetti.

SPETTRO C II				
sezione	z_i^* [mm]	F_{hi} [N]	z_{fi} [mm]	M_{Si} [KNm]
A	846	1608322	13374	21509
B	2587	1597378	11724	18728
C	4894	1553613	9748	15144
D	7518	1464077	7720	11302
E	9979	1330985	6031	8027
F	12436	1144697	4555	5215
G	15210	962035	2646	2546
H	18776	606160	634	385
I	21061	168220	0	0

Tabella 7.2: Momenti sollecitanti per le sezioni della Torre dei Modenesi. Spettro C II.

SPETTRO D II				
sezione	z_{i*} [mm]	F_{hi} [N]	z_{fi} [mm]	M_{Si} [KNm]
A	846	1970909	13374	26358
B	2587	1957498	11724	22950
C	4894	1903867	9748	18558
D	7518	1794145	7720	13850
E	9979	1631048	6031	9836
F	12436	1402763	4555	6390
G	15210	1178920	2646	3120
H	18776	742815	634	471
I	21061	206145	0	0

Tabella 7.3: Momenti sollecitanti per le sezioni della Torre dei Modenesi. Spettro D II.

SPETTRO 20/05/2012				
sezione	z_{i*} [mm]	F_{hi} [N]	z_{fi} [mm]	M_{Si} [KNm]
A	846	2749866	13374	36776
B	2587	2731155	11724	32021
C	4894	2656326	9748	25893
D	7518	2503240	7720	19324
E	9979	2275683	6031	13724
F	12436	1957173	4555	8916
G	15210	1644861	2646	4353
H	18776	1036396	634	657
I	21061	287619	0	0

Tabella 7.4: Momenti sollecitanti per le sezioni della Torre dei Modenesi. Spettro del 20/05/2012.

Si riporta graficamente l'andamento dei diversi momenti sollecitanti lungo l'altezza della Torre.

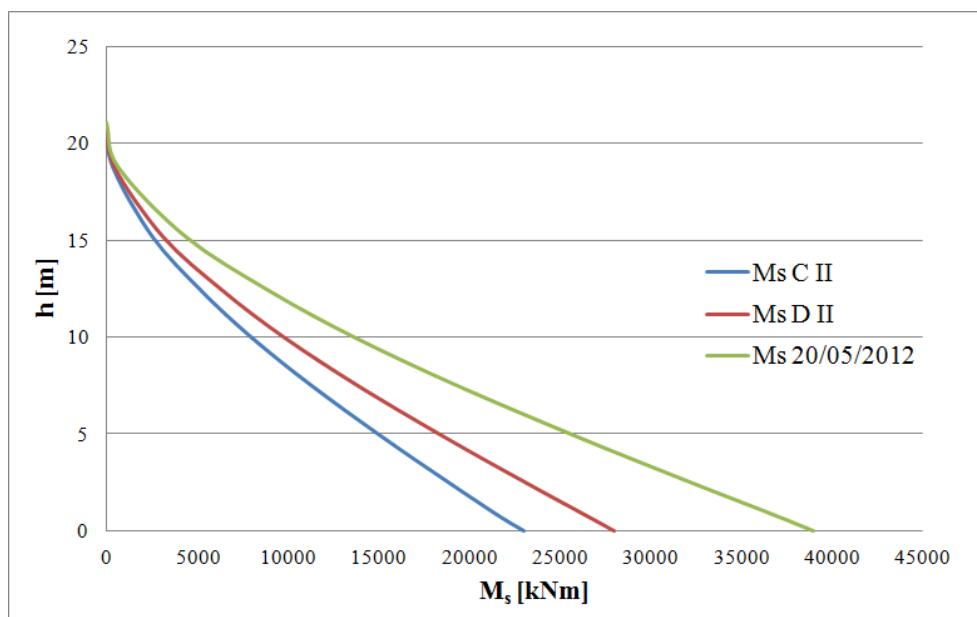


Grafico 7.1: Momenti sollecitanti a confronto.

Si nota sia graficamente che numericamente come lo spettro più gravoso per la struttura risulti essere quello legato al sisma del 20 Maggio 2012: tale spettro fornisce momenti sollecitanti quasi doppi rispetto allo spettro C II che risulta essere quello meno problematico.

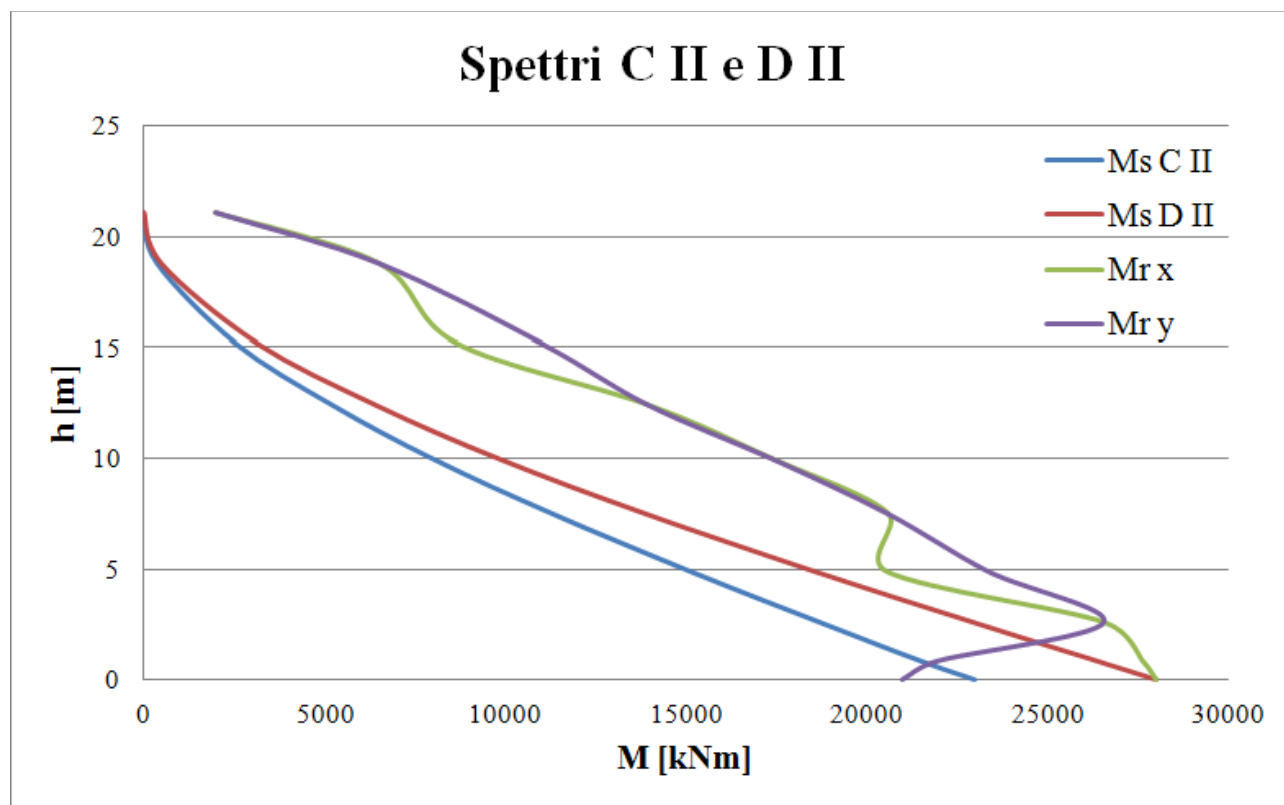


Grafico 7.2: Confronto tra momenti resistenti e sollecitanti da Normativa.

Per verificare la Torre dei Modenesi si procede ad un controllo grafico paragonando i momenti sollecitanti calcolati per i 3 spettri ed i momenti resistenti calcolati nelle due direzioni principali: se $M_S > M_R$ la struttura non è verificata.

Si può immediatamente verificare come la struttura risulti pressochè interamente verificata ad eccezione della zona inferiore (pochi metri) che risulta non verificata nella direzione y: l'analisi con lo spettro reale relativo al sisma del 20 Maggio 2012 mostrerà invece una situazione differente.

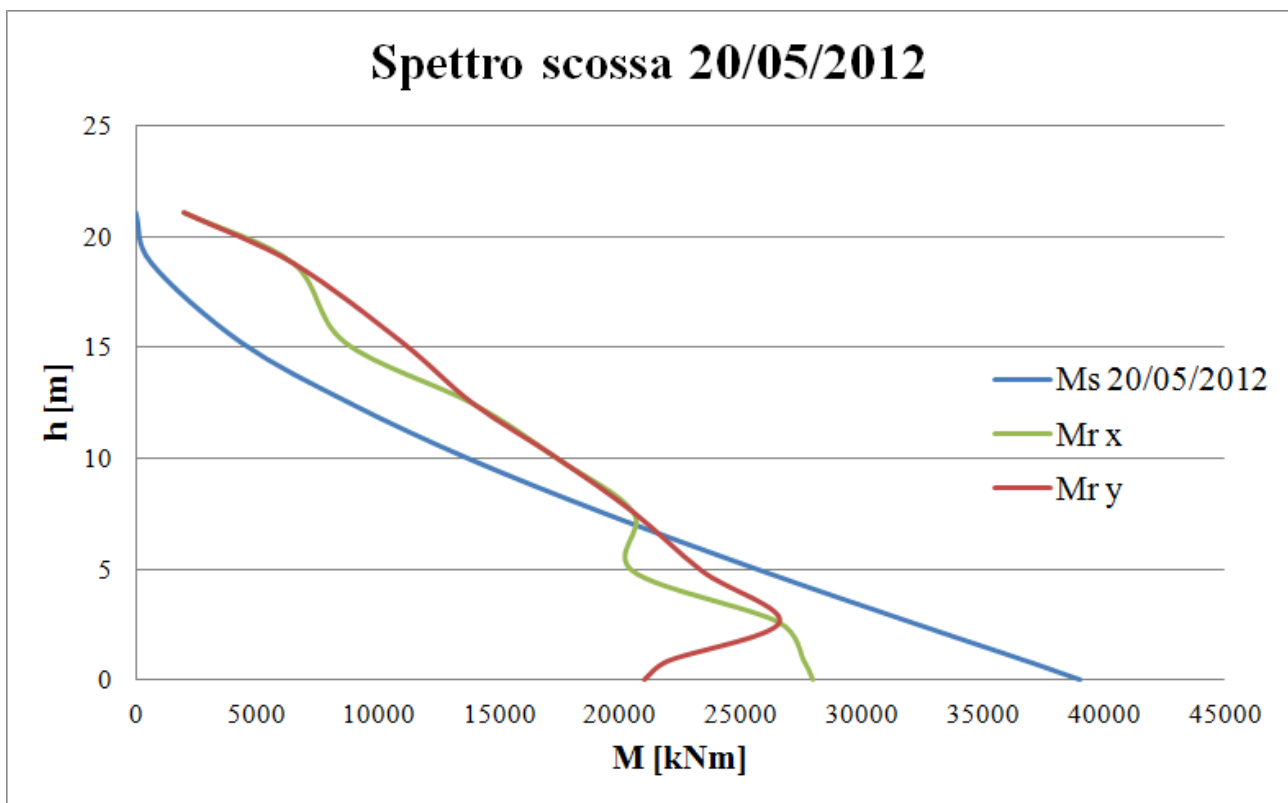


Grafico 7.3: Confronto tra momenti resistenti e sollecitanti. Spettro Reale.

Come accennato in precedenza, in questo caso si ha che la struttura non è verificata sino alla quota di 7 m ovvero circa un terzo dell'altezza totale: la carenza di resistenza che si verifica alla base della torre è legata in particolar modo alle numerose aperture che caratterizzano la parte bassa della struttura stessa. In questo tipo di verifica l'area resistente risulta ridotta per via di tali aperture e pertanto la struttura risulta in evidente difficoltà.

7.3.2 Mastio del Castello delle Rocche: M_s e M_r

Si procede in maniera del tutto analoga a quanto fatto per la Torre dei Modenesi, e valgono le medesime considerazioni.

I momenti resistenti forniti dalla struttura sono riportati in tabella.

sez	z [mm]	A_i [mm ²]	a_i [mm]	b_i [mm]	W_i [N]	σ_{oi} [MPa]	f_d [MPa]	$M_{r,x}$ [kNm]	$M_{r,y}$ [kNm]
A	1701	30434225	8010	4520	18398702	0,605	2,96	33183	58804
B	4198	36083274	8010	6920	16278259	0,451	2,96	49749	57585
C	6706	34934020	8010	5910	14894661	0,426	2,96	38510	52193
D	9690	33180021	8010	7820	13029487	0,393	2,96	46733	47869
E	12877	30667612	8010	6510	11109468	0,362	2,96	33099	40726
F	15557	30104378	8010	7820	9285541	0,308	2,96	34167	34997
G	19422	25980334	7080	6920	7805893	0,300	2,96	25298	25883
H	23350	30104378	8010	7820	5824312	0,193	2,96	21931	22464
I	26099	30050084	8010	7820	3707650	0,123	2,96	14156	14500
J	28982	26750091	7250	7070	2441982	0,091	2,96	8469	8685
K	30886	16387224	9080	8250	321435	0,020	2,96	1324	1457

Tabella 7.5: Momenti resistenti nelle due direzioni principali.

La resistenza a compressione della muratura si ottiene a partire da quella caratteristica (§2.4.3) da cui si ricava quella media che poi viene ridotta tramite il fattore di confidenza assunto anche in questo caso pari a 1,35: si ottiene una f_d pari a 2,96 MPa.

Si calcolano poi i momenti sollecitanti relativi agli spettri di Normativa C II e D II ed allo spettro reale del 20 Maggio 2012.

SPETTRO C II				
sezione	z_{i*} [mm]	F_{hi} [N]	z_{fi} [mm]	M_{Si} [KNm]
A	1701	2977898	19085	56833
B	4198	2939459	16837	49493
C	6706	2877550	14692	42276
D	9690	2744227	12421	34085
E	12877	2545897	10202	25972
F	15557	2295533	8634	19820
G	19421	2050158	5803	11897
H	23350	1639913	3326	5455
I	26099	1113061	2152	2395
J	28982	760943	265	201
K	30886	105827	0	0

Tabella 7.6: Momenti sollecitanti relativi allo spettro C II.

SPETTRO D II				
sezione	z_{i*} [mm]	F_{hi} [N]	z_{fi} [mm]	M_{Si} [KNm]
A	1701	3873059	19085	73917
B	4198	3823065	16837	64370
C	6706	3742546	14692	54984
D	9690	3569146	12421	44331
E	12877	3311197	10202	33779
F	15557	2985574	8634	25778
G	19421	2666438	5803	15473
H	23350	2132873	3326	7094
I	26099	1447649	2152	3115
J	28982	989683	265	262
K	30886	137638	0	0

Tabella 7.7: Momenti sollecitanti relativi allo spettro D II.

SPETTRO 20/05/2012				
sezione	z_{i*} [mm]	F_{hi} [N]	z_{fi} [mm]	M_{Si} [kNm]
A	1701	4373306	19085	83464
B	4198	4316854	16837	72685
C	6706	4225935	14692	62086
D	9690	4030139	12421	50057
E	12877	3738873	10202	38142
F	15557	3371192	8634	29108
G	19421	3010837	5803	17472
H	23350	2408356	3326	8011
I	26099	1634628	2152	3517
J	28982	1117511	265	296
K	30886	155416	0	0

Tabella 7.8: Momenti resistenti relativi allo spettro reale del 20 Maggio 2012.

Si riportano graficamente i risultati ora riportati in tabella.

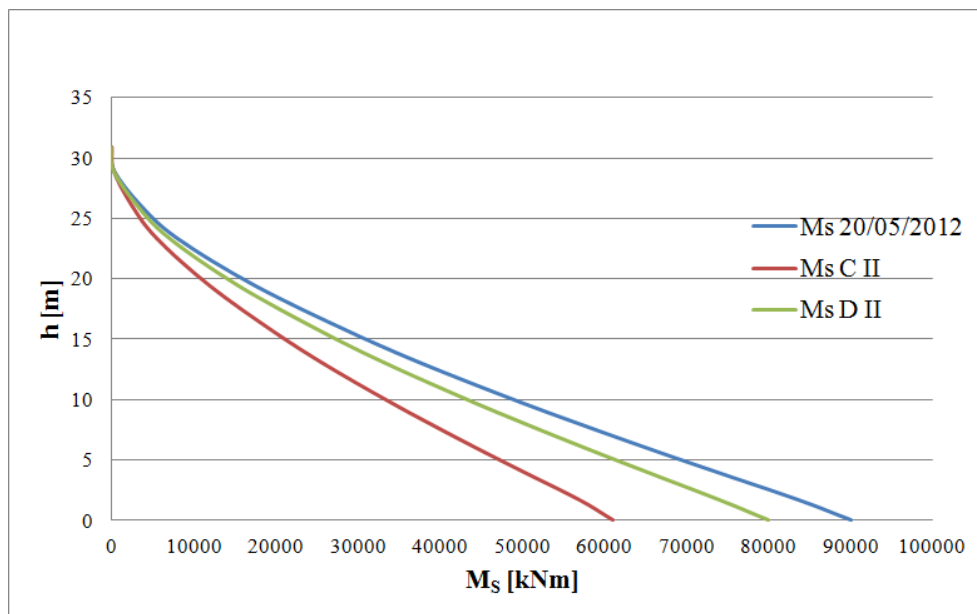


Grafico 7.4: Momenti sollecitanti a confronto.

Come in precedenza si osserva come lo spettro reale fornisca sollecitanti ben maggiori rispetto ai due spettri di Normativa e pertanto rappresenta la situazione più sfavorevole per la struttura.

Si procede ora al confronto grafico tra momenti sollecitanti e resistenti.

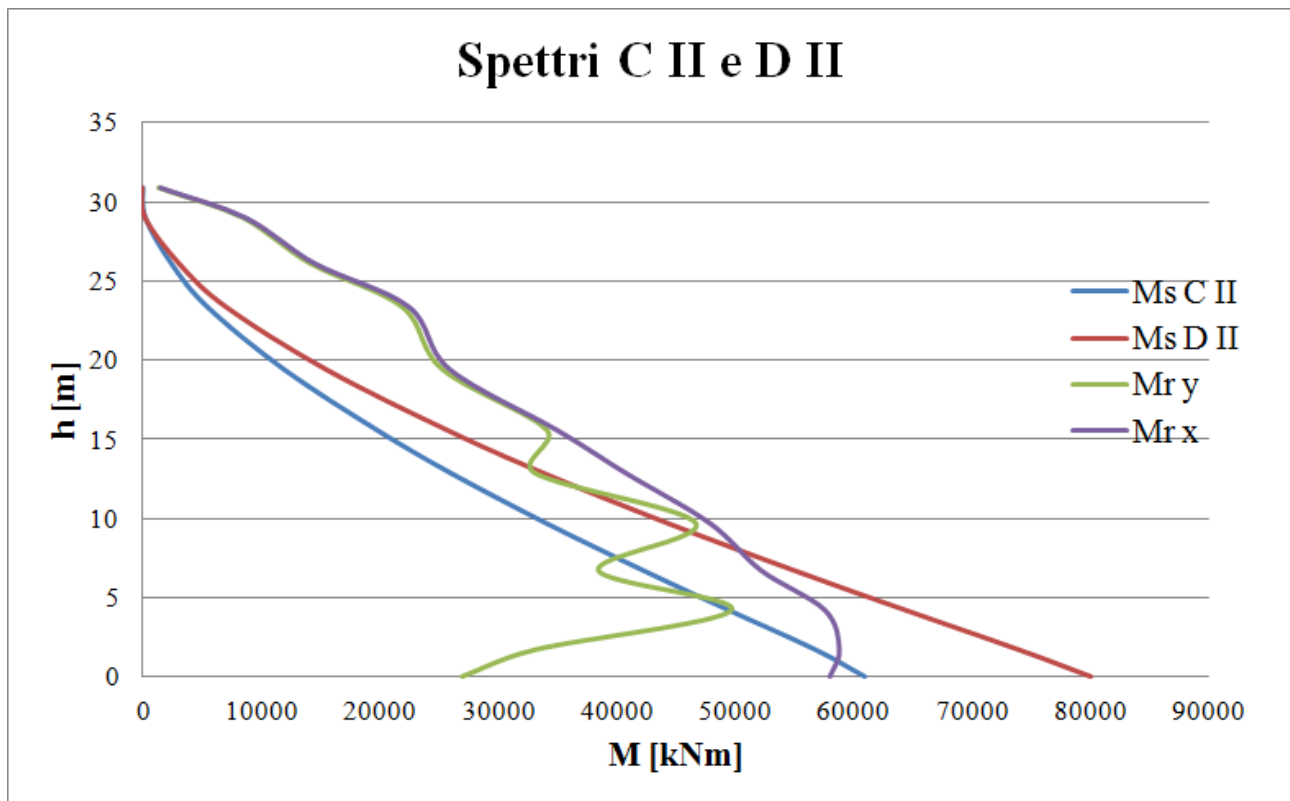


Grafico 7.5: Confronto tra momenti resistenti e sollecitanti da Normativa.

In quanto caso si osserva come la situazione cambi in base allo spettro considerato: per quanto concerne lo spettro C, meno gravoso per la struttura, si ha che $M_s > M_R$ sino a circa 7 m di quota in direzione y mentre in direzione x la struttura non mostra particolari problemi. Per lo spettro D invece si ha che in entrambe le direzioni la struttura risulta non verificata fino ad una quota di circa 9 m: il Mastio presenta dunque dei problemi strutturali evidenti sin dall'analisi effettuata con gli spettri di Normativa. La situazione risulta ancora più problematica considerando lo spettro reale del 20 Maggio 2012.

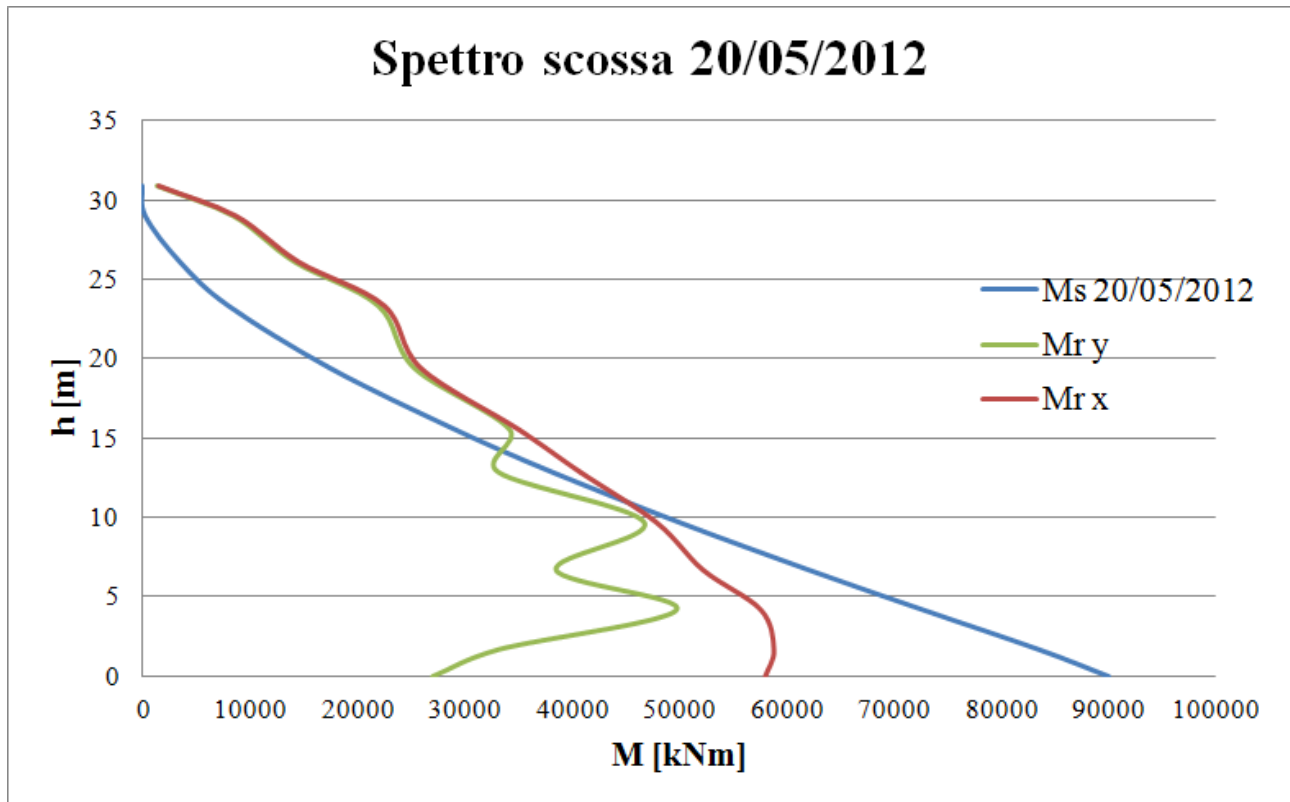


Grafico 7.6: Confronto dei momenti resistenti e sollecitanti. Spettro Reale.

La struttura risulta non verificata sino a 14 m in direzione y, ovvero circa metà altezza, e fino a 12 m in direzione x. La differenza tra le due direzioni principali è legata essenzialmente alle aperture, presenti solo in direzione y, che rendono minore la parte resistente della struttura.

7.4 Indice di sicurezza e fattore di accelerazione

Dopo aver confrontato i momenti resistenti forniti dalla struttura con i momenti sollecitanti figli degli spettri di Normativa e dello spettro reale, si può procedere, sempre seguendo le Linee Guida, alla determinazione di due fattori che permettono di valutare il livello di sicurezza delle due strutture prima dell'evento sismico che ha portato alla distruzione delle stesse: tali indici sono l'Indice di Sicurezza I_s ed il Fattore di Accelerazione f_a .

Si segue il procedimento illustrato in precedenza in §7.1.

7.4.1 Torre dei Modenesi: I_s e f_a

Si riportano i risultati ottenuti per gli spettri C II e D II: essendo degli indici che valutano il livello di sicurezza della struttura non si ritiene opportuno valutarli considerando anche lo spettro reale.

Spettro	direzione sisma	$S_{e,slv}(T1)$ [g]	T_{slv} [anni]	I_s	a_{slv} [g]	f_a
C II	x	0,538	359	0,756	0,142	0,951
	y	0,428	245	0,516	0,113	0,758
D II	x	0,538	256	0,540	0,116	0,778
	y	0,428	156	0,328	0,095	0,640

Tabella 7.9: Indice di sicurezza e fattore di accelerazione della Torre dei Modenesi.

Si nota innanzitutto come l'Indice di Sicurezza sia sempre inferiore all'unità per entrambi gli spettri considerati e per entrambe le direzioni principali della struttura: da questa analisi preliminare si deduce l'inadeguatezza strutturale della Torre, in particolare modo nel caso di un sisma in direzione y, dove la struttura risulta più debole. La categoria di terreno D risulta ovviamente essere la più penalizzante e fornisce pertanto i valori più bassi di I_s ma anche di f_a .

Per quanto riguarda il Fattore di Accelerazione si nota come, nella situazione meno gravosa, ovvero in direzione x con terreno di classe C, si raggiunga quasi il valore unitario mentre nell'altra direzione e con la classe di terreno D ci si allontani da tale valore: fisicamente tale parametro indica la quota parte di accelerazione richiesta che porta al raggiungimento dello stato limite ultimo.

In particolare, nella situazione peggiore ovvero classe C di terreno e direzione y del sisma, si ha che con il 64 % di accelerazione richiesta si raggiunge il limite: questi valori confermano nuovamente l'inadeguatezza della struttura nei confronti di un sisma.

Si ricordi come il sisma effettivamente verificatosi il 20 Maggio 2012 fosse di entità maggiore rispetto a quanto valutabile tramite la Normativa: lo spettro reale è ben più severo sulla struttura rispetto agli spettri C II e D II, pertanto, una inadeguatezza strutturale nei confronti di questi ultimi due spettri non conforta per quanto riguarda il comportamento della struttura nei confronti del sisma reale (come poi hanno, purtroppo, confermato i fatti).

7.4.2 Mastio del castello delle Rocche: I_s e f_a

Si ripercorre l'analisi descritta e già effettuata per la Torre dei Modenesi.

Spettro	direzione sisma	$S_{e,slv}(T1)$ [g]	T_{slv} [anni]	I_s	a_{slv} [g]	f_a
C II	x	0,409	225	0,473	0,108	0,723
	y	0,231	77	0,163	0,066	0,445
D II	x	0,409	145	0,305	0,087	0,584
	y	0,231	52	0,109	0,052	0,348

Tabella 7.10: Indice di sicurezza e fattore di accelerazione del Mastio del Castello delle Rocche.

Analogamente al caso di studio precedente si riscontrano valori dell'Indice di Sicurezza inferiori all'unità: in questo caso si hanno valori estremamente lontani dal valore unitario, ed in particolare si registra il minimo di 0,109 in direzione y per il terreno di classe D. L'inadeguatezza strutturale appare ivi molto evidente.

Il Fattore di Accelerazione non fornisce ovviamente risultati migliori: si raggiunge, sempre per il terreno di classe D ed in direzione y del sisma, un valore pari addirittura a 0,348. Basta dunque un terzo circa dell'accelerazione richiesta nel tempo di ritorno di riferimento per raggiungere lo stato limite.

Lo stato di fatto del Mastio del Castello delle Rocche è, se possibile, più preoccupante di quello della Torre dei Modenesi.

8. *Analisi statica non lineare*

Dopo aver eseguito le analisi lineari sia di tipo statico che di tipo dinamico si procede con le analisi non lineari: tali analisi vengono utilizzate per sistemi dissipativi e tengono conto della non linearità geometrica, trascurabile nei casi in esame, e di materiale. Si procede innanzitutto con l'analisi statica non lineare per poi passare, nel capitolo successivo, a quella dinamica.

Riferendosi alle Norme Tecniche delle Costruzioni, in particolare al paragrafo 7.3.4.1, si può presentare l'analisi statica non lineare come una analisi che consiste nell'applicazione, oltre ai carichi verticali sin qui considerati, di un sistema orizzontale di forze distribuite lungo l'altezza, da considerarsi nelle due direzioni principali, proporzionali alle forze d'inerzia e la cui risultante, espressa come taglio alla base, sia pari ad una quantità F_b .

Il sistema di forze orizzontali viene fatto variare e crescere monotonamente sino al raggiungimento delle condizioni di collasso locale o globale, monitorando contemporaneamente, oltre alla crescita delle forze, gli spostamenti d_c di un punto di controllo posto nell'ultimo livello della costruzione (con esclusione di eventuali torrioni).

La curva di capacità della struttura in esame è dunque un legame forze-spostamento generalizzato che mostra l'andamento degli spostamenti del punto di controllo al variare dell'entità del sistema di forze orizzontali applicato (diagramma $F_b - d_c$).

L'analisi, conosciuta anche come “analisi push-over” ovvero “spingi-oltre”, prevede una successiva fase di rielaborazione che, al contrario della fase di ottenimento della curva di capacità, verrà eseguita senza l'ausilio del software di calcolo Abaqus: in particolare si procederà alla linearizzazione della curva e si passerà da un sistema a più gradi di libertà, come sono le due torri in esame, ad un sistema equivalente ad un solo grado di libertà. Questo procedimento è necessario per poter poi utilizzare il metodo N2 suggerito nella Circolare Applicativa al punto C7.3.4.1.

8.1 Modelli utilizzati per l'analisi

Come accennato, l'analisi viene condotta utilizzando, per la determinazione della curva di capacità, il software Abaqus usato anche in precedenza: i modelli numerico e geometrico non cambiano rispetto a quelli utilizzati sinora, sia per la Torre dei Modenesi che per il Mastio del Castello delle Rocche. Anche i carichi verticali, gravitazionali e non, non subiscono mutamenti rispetto alle analisi sin qui condotte.

Le variazioni riguardano essenzialmente due aspetti che sono i cardini dell'analisi statica non lineare: da un lato v'è l'aggiunta di due sistemi diversi di forze che vengono applicate alle torri, e dall'altro lato v'è una ridefinizione del legame costitutivo della muratura, sin qui considerato elastico – lineare.

8.1.1 Carichi orizzontali

L'analisi statica non lineare, consiste in gran parte, nell'applicare un sistema di forze orizzontali scalate in modo da far crescere monotonamente lo spostamento del punto di controllo: riferendosi alla Normativa (§7.3.4.1) si fa ricorso a due distribuzioni differenti di forze d'inerzia appartenenti a due categorie diverse. Le due categorie, il Gruppo 1 (G1) delle Distribuzioni principali ed il Gruppo 2 (G2) delle Distribuzioni Secondarie, contemplano diverse tipologie di forze e nel caso in esame si utilizzano:

- (G1) distribuzione proporzionale alle forze statiche;
- (G2) distribuzione uniforme di forze.

Per quanto riguarda la distribuzione principale occorre fare una precisazione molto importante: la Normativa prescrive come l'utilizzo della distribuzione considerata sia possibile solo se il modo di vibrare fondamentale nella direzione considerata ha una partecipazione di massa non inferiore al 75%. L'analisi modale condotta in precedenza (§6.1) mostra chiaramente come questa condizione

non sia rispettata: per la Torre dei Modenesi, al primo modo, si ha una massa partecipante massima (direzione x) pari al 45% mentre per il Mastio del Castello delle Rocche tale massa partecipante sale al 59%, comunque inferiore a quanto prescritto.

In realtà, le Norme Tecniche delle Costruzioni stesse, presentano una soluzione al problema (§7.8.1.5.4): nella sezione riguardante le murature si afferma che l'analisi è applicabile anche nel caso in cui la massa partecipante sia inferiore al 75% della massa totale, ma comunque superiore al 60%. In questo caso la Normativa non fa riferimento alla massa partecipante nella direzione considerata ma si riferisce alla massa partecipante in generale: nei due casi considerati si ha dunque il rispetto di questo vincolo, infatti per la Torre dei Modenesi la massa partecipante totale al primo modo è pari al 70% mentre per il Mastio al 67%.

Un altro vincolo per l'applicazione delle forze distribuite del Gruppo 1 scelte, è che si utilizzi la distribuzione secondaria indicata: essa è da intendersi come derivata da una distribuzione uniforme di accelerazioni lungo l'altezza della costruzione.

8.1.2 Legami costitutivi anelastici

L'analisi statica non lineare presuppone la modellazione del legame costitutivo dei materiali anche in campo anelastico: sino ad ora il materiale muratura è stato considerato infinitamente elastico ed isotropo mentre in questa analisi e nella successiva analisi dinamica non lineare occorre definire un limite al comportamento elastico e definire compiutamente il comportamento oltre tale limite.

Per quanto riguarda il campo elastico esso è figlio della sperimentazione e pertanto non è oggetto a variabilità: la resistenza caratteristica a compressione della muratura è stata definita in precedenza (§3.5) mentre il legame costitutivo anelastico deve essere totalmente descritto e non vi sono, in questo caso, parametri sperimentali a cui fare affidamento vista la complessità delle relative prove sperimentali.

Un punto di partenza certo della modellazione è la scelta di modellare il comportamento della muratura in maniera differente a compressione e a trazione anche in fase post-elastica oltre a considerare modelli a plasticità diffusa: un eventuale modello a plasticità concentrata prevederebbe

la definizione a priori dei punti ove si formerebbe una cerniera plastica e, data la complessità sia delle strutture in esame che del materiale muratura, questo non è possibile.

La definizione delle caratteristiche dei legami è trattata in seguito (§APPENDICE B) mentre in questo paragrafo si intendono solo presentare i parametri scelti per la definizione dei suddetti legami.

In letteratura, per la fase di analisi statica non lineare, ci si riferisce sovente ad un legame costitutivo alla Mohr-Coulomb: il suddetto legame prevede la definizione di un dominio elastico oltre cui si ha un comportamento perfettamente plastico.

I parametri non noti dalla sperimentazione sono stati ricavati dalla letteratura, limitata in materia di muratura ma comunque sufficiente a suggerire dei valori attendibili: per definire compiutamente il legame alla Mohr-Coulomb sono sufficienti due parametri ovvero la coesione c e l'angolo d'attrito interno ϕ . Si riportano in tabella i valori assunti per la muratura e per il riempimento, comuni ad entrambe le modellazioni.

	c [MPa]	ϕ [°]
muratura	0,15	30
riempimento	0,05	45

Tabella 8.1: Parametri per definire il dominio elastico del legame alla Mohr-Coulomb.

Per quanto riguarda il Mastio del Castello delle Rocche occorre precisare che l'analisi verrà condotta anche per un valore doppio di coesione (pari dunque a 0,3 MPa) per motivi chiari in seguito.

Oltre alla modellazione proposta si è utilizzata anche un'altra legge costitutiva che solitamente viene utilizzata per la sola parte di analisi dinamica non lineare ma che qui si è deciso di considerare per poter effettuare dei confronti sui risultati forniti dai due differenti legami: si utilizza anche il cosiddetto Concrete Damage Plasticity (C.D.P.) ovvero un legame a danno-plasticità solitamente utilizzato per il calcestruzzo. Tale legame viene utilizzato, adattandolo, alla sola muratura, considerando i riempimenti con comportamento indefinitamente elastico.

In questo caso non basta definire una superficie di dominio elastico ma occorre descrivere compiutamente il comportamento del materiale alla fuoriuscita da tale dominio: i parametri in gioco sono notevolmente maggiori rispetto al modello precedente data la maggiore complessità del legame. Si riportano i parametri principali e le caratteristiche delle curve sforzo-deformazione per le due torri mentre una compiuta spiegazione di legame e scelte adottate è rimandata, come detto, ad un secondo momento (§APPENDICE B).

ψ [°]	K_c	e	f_{b0}/f_{c0}	ν
10	0,666	0,1	1,16	0,002

Tabella 8.2: Parametri generali di descrizione del modello C.D.P..

TRAZIONE	
Sforzo anelastico [MPa]	Deformazione anelastica
0,17	0
0,0005	0,001
0,0005	0,005

Tabella 8.3: Comportamento a Trazione in fase anelastica delle torri.

COMPRESSIONE			
Torre dei Modenesi		Mastio del Catello delle Rocche	
Sforzo anelastico [MPa]	Deformazione anelastica	Sforzo anelastico [MPa]	Deformazione anelastica
2	0	4	0
1,7	0,003	3,6	0,003
1,7	0,006	3,6	0,006
0,02	0,01	0,04	0,01

Tabella 8.4: Comportamento a Compressione delle due strutture in fase anelastica.

DANNO A TRAZIONE e COMPRESSIONE	
d_t	Deformazione plastica
0,00	0,00
0,95	0,01

Tabella 8.5: Definizione del parametro di danno delle torri.

8.2 Il sistema bilineare equivalente

Dopo aver determinato la curva di capacità applicando i carichi orizzontali descritti in precedenza ed aver utilizzato un modello per il legame costitutivo anelastico, si procede alla fase di rielaborazione dei risultati ottenuti: l'analisi richiede (NTC §7.3.4.1 e Circolare §C7.3.4.1) che al sistema strutturale venga associato un sistema strutturale equivalente ad un solo grado di libertà.

Si illustra ivi il procedimento atto al passaggio da un sistema M.D.O.F. (Multi Degrees Of Freedom) ad uno S.D.O.F. (Single Degree Of Freedom): la parte analitica relativa a ciascuno dei due casi di studio è riportata in seguito.

Come asserito in precedenza, con la determinazione della curva di capacità e con la preventiva analisi modale, la parte di analisi da condurre con il software commerciale giunge al termine: la curva di capacità ottenuta ha l'aspetto mostrato nella seguente immagine.

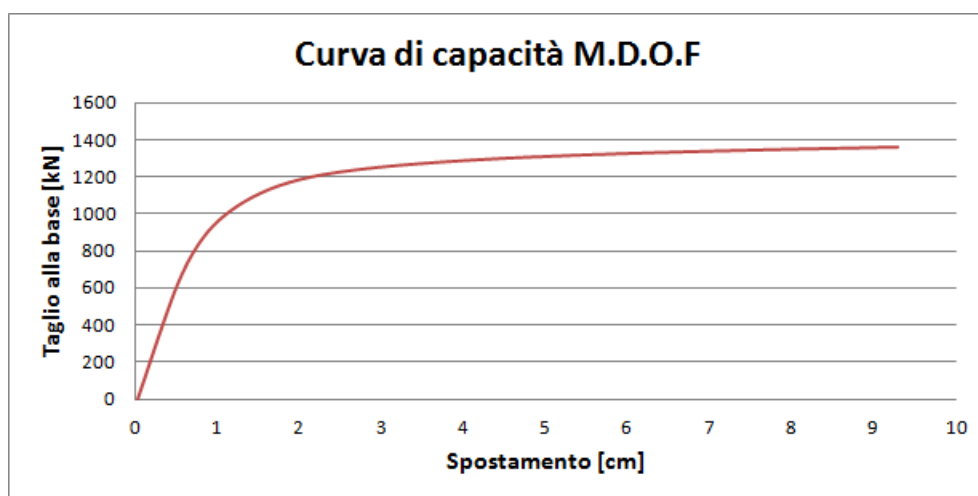


Grafico 8.1: Esempio di curva di capacità.

Dopo aver ottenuto la curva di capacità e prima di rielaborarla, è necessario richiamare alcuni risultati ottenuti con l'analisi modale, al fine di ottenere il fattore di partecipazione modale: per far ciò si richiama l'analisi modale estrapolando, per ogni livello della struttura, la massa corrispondente (ovvero la massa “competente” a quel piano), la quota del baricentro e lo spostamento del baricentro al primo modo di vibrare della struttura.

Noti tali parametri si ricava il fattore di partecipazione modale:

$$\Gamma = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \phi_i}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_i^2}$$

ove n indica il numero di sezioni considerate, m_i ne indica la massa e ϕ_i la prima forma modale normalizzata rispetto all'ultimo livello dell'edificio.

L'operazione fatta in questo caso è quella di calcolare la il fattore di partecipazione modale considerando le due torri come una mensola con una serie di masse concentrate poste alle quote dei baricentri delle sezioni (piani) considerati e aventi spostamenti corrispondenti a quelli dei vari baricentri: normalizzando gli spostamenti in modo da avere spostamento unitario in sommità e procedendo al calcolo di cui sopra, si ricava Γ .

La determinazione di tale parametro è fondamentale per passare dal grafico $F_b - d_c$ al grafico $F_b^* - d_c^*$ con:

$$F_b^* = \frac{F_b}{\Gamma}$$

$$d_c^* = \frac{d_c}{\Gamma}$$

In questo modo si è passati dalla curva di capacità del sistema originario ad una curva di capacità di un sistema equivalente ad un grado di libertà: il passaggio successivo è quello di bilinearizzare tale curva ottenendo così una curva di legame elastico – perfettamente plastico.

Si riporta innanzitutto l'immagine esplicativa della Circolare Applicativa.

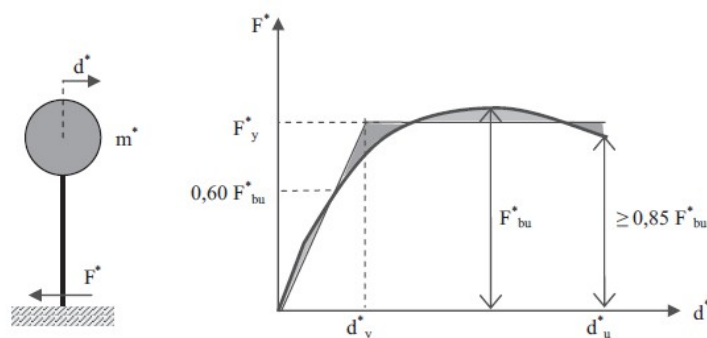


Illustrazione 8.1: Figura C7.3.1 della Circolare. Sistema e diagramma bilineare equivalente.

Il nuovo legame, bilineare, si ottiene imponendo due diverse condizioni:

- il tratto elastico della curva bilineare avrà pendenza k^* ottenuta imponendo il passaggio di tale tratto per il punto corrispondente a $0,6F_{bu}^*$ ove con F_{bu}^* si indica il massimo valore di taglio alla base raggiunto dal sistema equivalente;
- l'area sottesa dalla curva bilineare e dalla curva di capacità del sistema S.D.O.F. devono essere eguali in modo che l'energia totale assorbita dai due sistemi sottoposti ad una spinta monotona sino allo spostamento massimo sia uguale (in quanto le aree rappresentano l'energia totale assorbita).

Imponendo queste condizioni è possibile tracciare la curva bilineare determinando al contempo le caratteristiche principali della curva stessa e del sistema di cui rappresenta il comportamento:

- F_y^* taglio di snervamento con corrispondente spostamento d_y^* ;
- spostamento ultimo d_u^* ;
- rigidità del sistema pari a $k^* = \frac{F_y^*}{d_y^*}$;
- periodo elastico $T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{k^*}}$;
- massa equivalente $m^* = \sum_{i=1}^n m_i \phi_i$;
- accelerazione di primo snervamento $a_y^* = \frac{F_y^*}{d_y^*}$;
- duttilità fornita dalla struttura espressa come $\mu_R = \frac{d_u^*}{d_y^*}$.

Si riporta, nel grafico seguente, un esempio delle diverse curve figlie dell'analisi statica non lineare.

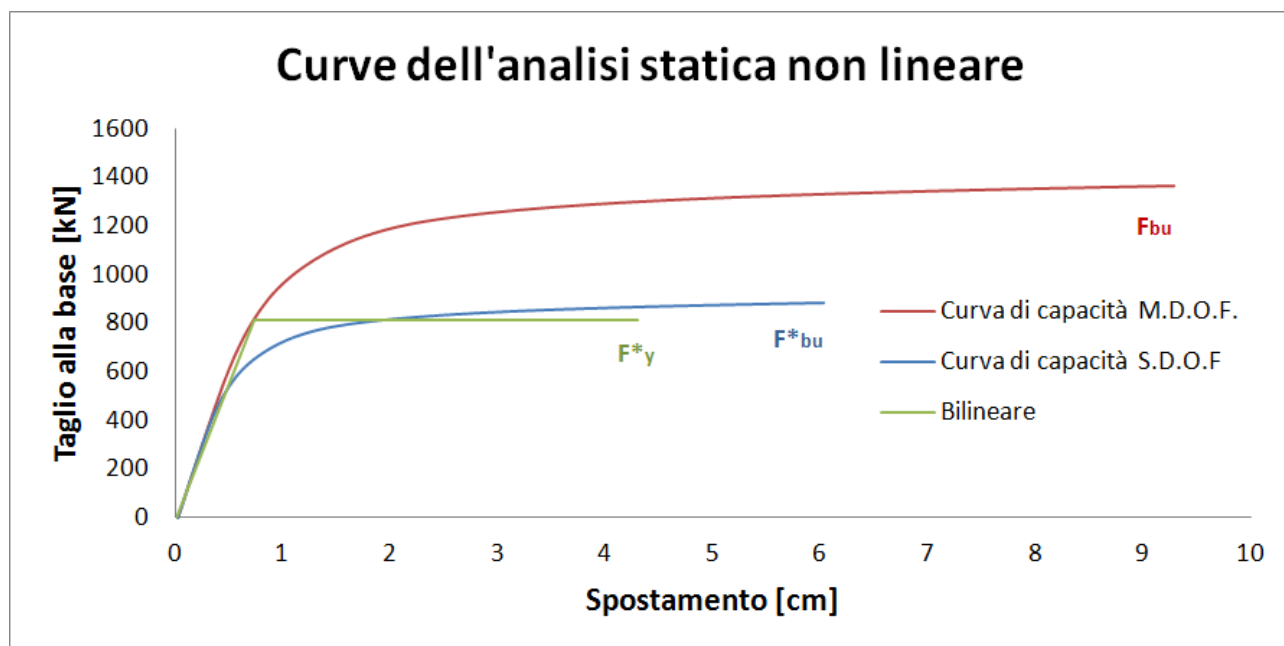


Grafico 8.2: Esempi di curve ottenute con l'analisi statica non lineare.

Un aspetto fondamentale non ancora discusso riguarda l'estensione delle curve di capacità: l'analisi, in linea teorica può procedere sino a spostamenti pressochè illimitati che però avrebbero scarso significato fisico. La letteratura in materia, suggerisce di arrestare l'analisi ad un punto tale per cui lo spostamento ultimo della struttura (d^*_u) sia pari a circa 6 volte lo spostamento di prima plasticizzazione (d^*_y): in particolare le Linee Guida sottolineano come, data la difficoltà di determinare lo spostamento ultimo della struttura, sia possibile considerare un valore massimo ammissibile del sistema in termini di forze (taglio alla base massimo) pari a 3-6 volte la forza di risposta elastica.

Un metodo differente è invece suggerito dall'Ordinanza della Presidenza del Consiglio dei Ministri n° 3274 del 20 Marzo 2003 §4.5.4.2: si propone un metodo iterativo che consiste nel proseguire l'analisi iterando il processo di bilinearizzazione sino all'ottenimento di uno spostamento di risposta del sistema pari al 150% di quello corrispondente al sistema originario.

L'utilizzo di un software di calcolo come Abaqus consente un'ulteriore possibilità: con il progressivo aumentare degli spostamenti, il sistema di forze applicato cresce monotonamente ma in maniera sempre più lenta sino al raggiungimento del limite imposto al software ovvero fino a che la differenza tra una forza applicata e quella precedente è piccola a piacere. Tale valore viene imposto in 10^{-5} : se l'applicazione di $10^{-5}F_{bu}$ non porta il sistema a convergere allora viene interrotta l'analisi di pushover.

Per i casi in esame si sono tenute in considerazione queste diverse opzioni cercando di utilizzare il metodo che restituisse la situazione più realistica possibile, evitando cioè spostamenti irrealizzabili dalle strutture: il limite “fisico” del software è stato sempre utilizzato per non proseguire l'analisi all'infinito, mentre i metodi delle Linee Guida e dell'OPCM 3274 sono stati utilizzati alternativamente in base alla situazione in esame. Come si osserverà in seguito, per ciascuna struttura si è cercato di arrestare tutte le analisi al medesimo valore di spostamento ultimo, per mantenere una certa coerenza all'interno delle diverse verifiche.

Il processo descritto viene applicato ai due casi studio ovvero la Torre dei Modenesi ed il Mastio del Castello delle Rocche.

8.2.1 Torre dei Modenesi: sistema bilineare equivalente

Come descritto in precedenza, per la bilinearizzazione del sistema è necessario innanzitutto definire il fattore di partecipazione modale, di cui si riportano in tabella i parametri per la determinazione.

Piano	M_i [kg]	z_i [cm]	φ_{ni}	φ_i	$\varphi_i \cdot M_i$	$\varphi_i^2 \cdot M_i$
T_1	80188,5	84,63	0,018	0,016	1282	20
T_2	104897,1	259,37	0,055	0,050	5215	259
1_1	113441,7	489,43	0,139	0,126	14292	1801
1_2	109773,5	752,83	0,256	0,231	25368	5862
2_1	115758,8	997,92	0,387	0,350	40476	14153
2_2	91083,13	1244,42	0,536	0,485	44133	21384
3_1	145089,5	1520,99	0,718	0,648	94082	61006
3_2	144639,8	1878,72	0,955	0,863	124753	107601
4	49528,6	2106,14	1,107	1,000	49529	49529
TOTALE					399130	261616

Tabella 8.6: Parametri per la determinazione del fattore di partecipazione modale.

Si ottiene dunque un fattore di partecipazione pari a 1,53.

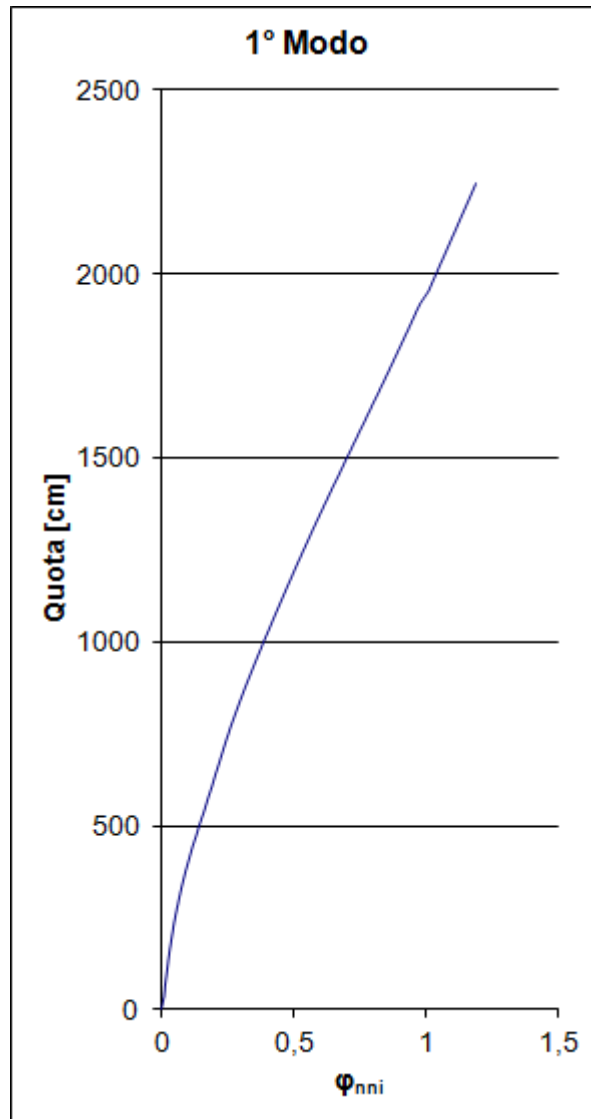


Grafico 8.3: Prima forma modale non normalizzata.

Si riportano le curve bilineari del sistema equivalente per le diverse tipologie di legame costitutivo: si mostrano le differenze nell'utilizzo del legame costitutivo di Mohr-Coulomb (con $c=0,15$) e del legame Concrete Damage Plasticity. Le analisi vengono ivi condotte per le due configurazioni di carico G1 e G2 nella sola direzione x: vista la simmetria della Torre le analisi condotte nelle altre direzioni, ovvero -x, y e -y, risultano analoghe a quelle ottenute per la direzione scelta e vengono quindi omesse per semplicità.

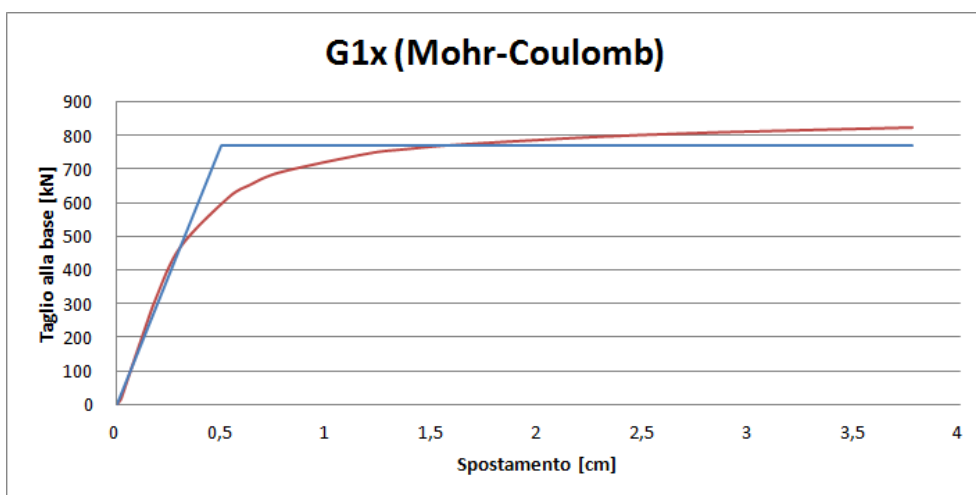


Grafico 8.4: Curva di capacità del sistema equivalente con relativa bilinearizzazione. Sistema di forze G1x con legame costitutivo di Mohr-Coulomb.

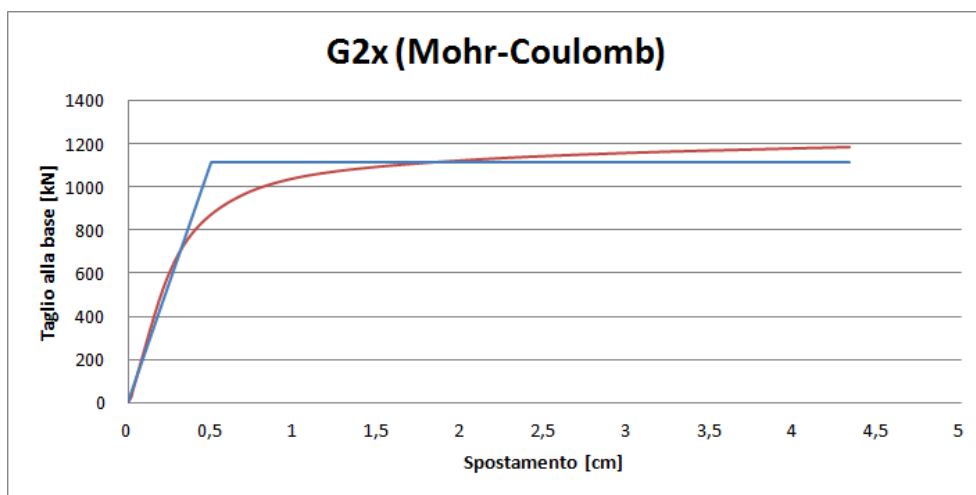


Grafico 8.6: Curva di capacità del sistema equivalente con relativa bilinearizzazione. Sistema di forze G2x con legame costitutivo di Mohr-Coulomb.

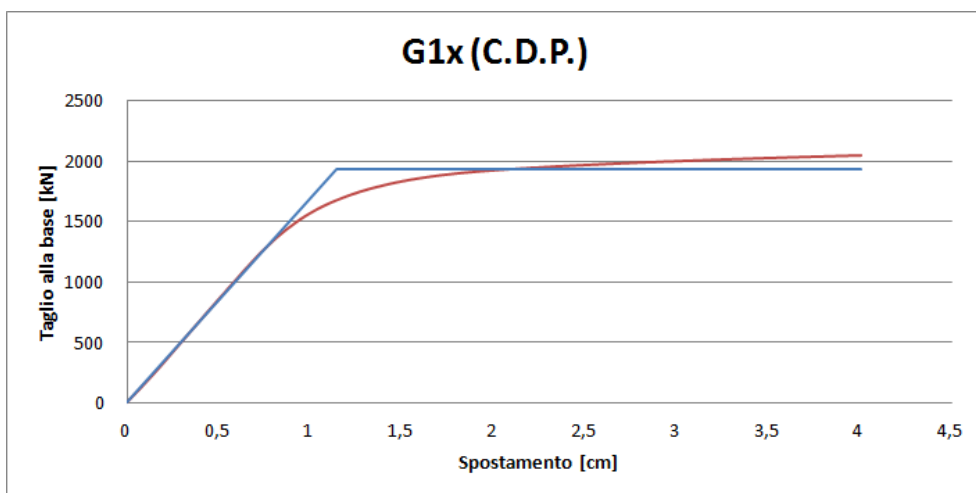


Grafico 8.5: Curva di capacità del sistema equivalente con relativa bilinearizzazione. Sistema di forze G2x con legame costitutivo di tipo C.D.P.

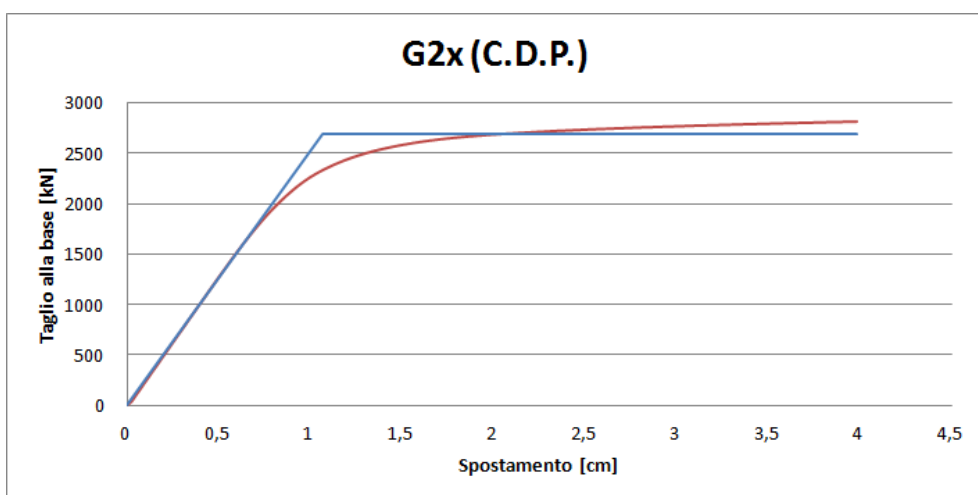


Grafico 8.7: Curva di capacità del sistema equivalente con relativa bilinearizzazione. Sistema di forze G2x con legame costitutivo di tipo C.D.P..

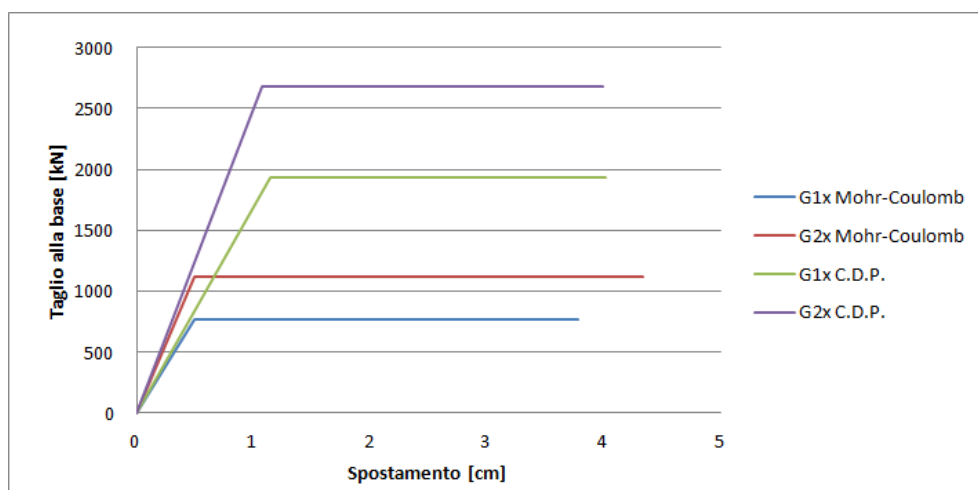


Grafico 8.8: Confronto delle curve bilineari ottenute.

Si riportano ora in tabella le caratteristiche delle curve ottenute.

	m^* [kg]	k^* [kN/cm]	T^* [s]	F_y^* [kN]	a_y^* [g]	d_y^* [cm]	d_u^* [cm]	μ_R
G1x Mohr-Coulomb		1544,4	0,319	770,0	0,197	0,50	3,78	7,57
G2x Mohr-Coulomb	399130	2234,1	0,266	1115,2	0,285	0,50	4,33	8,67
G1x C.D.P.		1694,2	0,305	1929,8	0,493	1,14	4,01	3,52
G2x C.D.P.		2512,2	0,250	2685,3	0,686	1,07	3,99	3,73

Tabella 8.7: Caratteristiche del sistema bilineare equivalente.

Osservando i risultati precedenti si possono trarre diverse osservazioni: innanzitutto occorre osservare come il sistema di forze del gruppo 1 (G1) porti la struttura a plasticizzare prima, con valori di forza F_y^* e accelerazioni inferiori ma con, ovviamente, valori del periodo proprio elastico superiori. La scelta del legame costitutivo influenza notevolmente i risultati ottenuti: il modello Concrete Damage Plasticity porta ad avere un sistema bilineare equivalente con forza di plasticizzazione molto più alta rispetto a quanto ottenuto col legame di Mohr-Coulomb. Tale differenza è essenzialmente da imputarsi alle diverse formulazioni dei modelli costitutivi: è però interessante notare come la struttura, nel campo elastico, si comporti, come era logico attendersi, in maniera identica con i due modelli. Per quanto l'uscita dal campo elastico sia differente, il tratto elastico della bilineare presenta un valore di rigidezza (ovvero di pendenza del tratto iniziale) praticamente uguale nei due casi, a parità di sistema di forze, a conferma della bontà della modellazione sia della struttura che dei due legami.

8.2.2 Mastio del Castello delle Rocche: sistema bilineare equivalente

Si procede come descritto in precedenza e come fatto per la Torre dei Modenesi.

Piano	M_i [kg]	z_i [cm]	ϕ_{nni}	ϕ_i	$\phi_i \cdot M_i$	$\phi_i^2 \cdot M_i$
F	216151	170,06	0,020	0,019	4203	82
S_1	141040	419,76	0,058	0,056	7869	439
S_2	190130	670,56	0,108	0,104	19799	2062
T_1	195721	969,03	0,186	0,180	35157	6315
T_2	185925	1287,71	0,288	0,278	51775	14418
1_1	150831	1555,70	0,387	0,374	56358	21058
1_2	201996	1942,16	0,546	0,527	106510	56162
1_3	215766	2335,02	0,712	0,688	148422	102097
2_1	129018	2609,89	0,829	0,801	103388	82850
2_2	216162	2898,17	0,952	0,920	198795	182823
3	32766	3088,56	1,035	1,000	32766	32766
TOTALE					765042	501071

Tabella 8.8: Parametri per la determinazione del fattore di partecipazione modale.

Il fattore di partecipazione modale risulta quindi essere pari a 1,53.

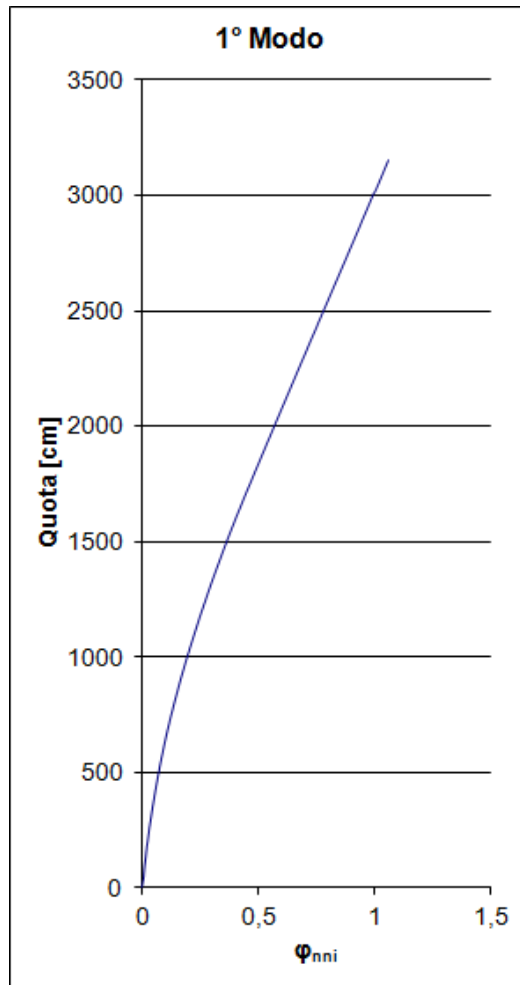


Grafico 8.9: Prima forma modale non normalizzata.

Come nel caso precedente si riportano le curve ottenute per il sistema bilineare equivalente con due sistemi di forze (G_1 e G_2 lungo x) e per i due differenti legami costitutivi: in questo caso, per motivi chiari in seguito, verrà mostrata anche un'analisi condotta sempre con il legame di Mohr-Coulomb ma con un differente valore di coesione, pari in particolare a 0,3.

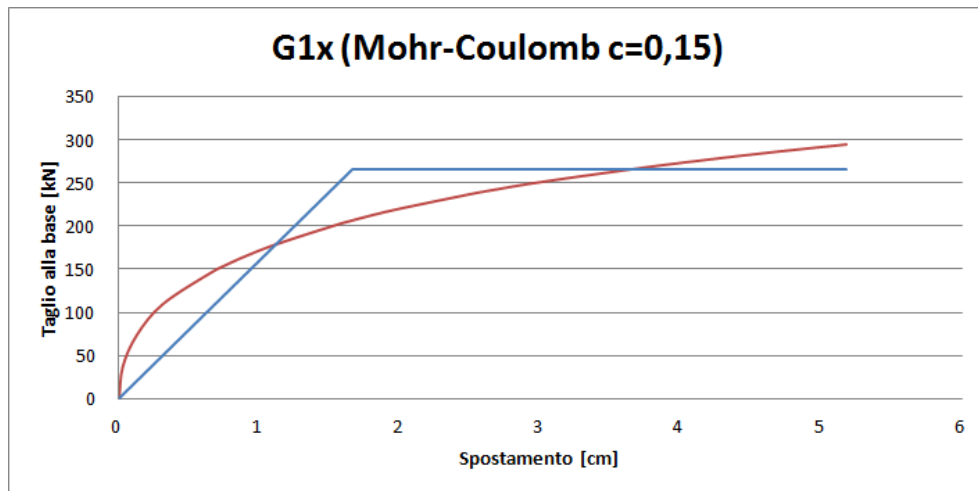


Grafico 8.10: Curva di capacità del sistema equivalente con relativa bilinearizzazione. Sistema di forze G1x con legame costitutivo di Mohr-Coulomb con $c=0,15$.

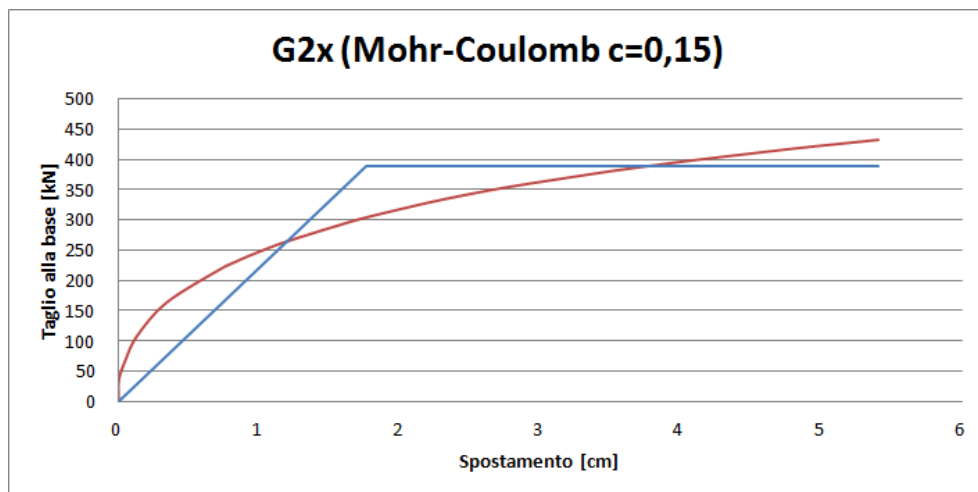


Grafico 8.11: Curva di capacità del sistema equivalente con relativa bilinearizzazione. Sistema di forze G2x con legame costitutivo di Mohr-Coulomb con $c=0,15$.

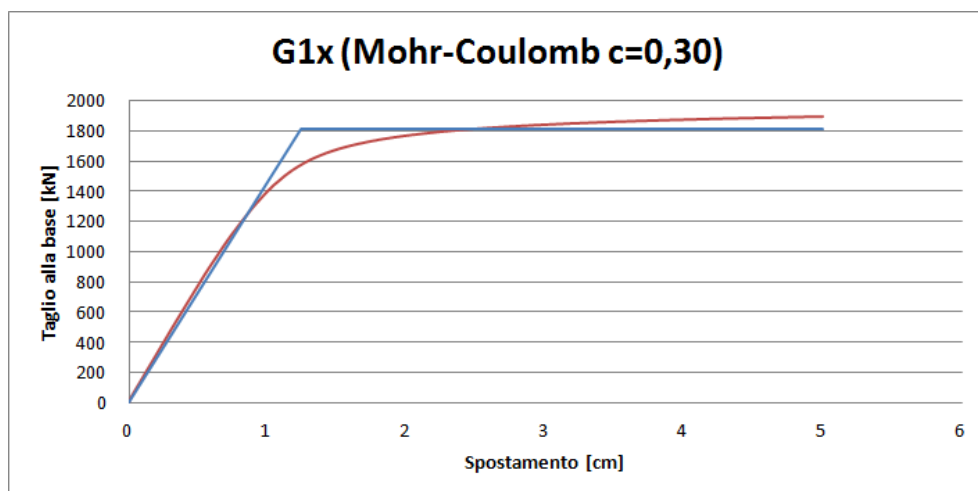


Grafico 8.12: Curva di capacità del sistema equivalente con relativa bilinearizzazione. Sistema di forze G1x con legame costitutivo di Mohr-Coulomb con $c=0,30$.

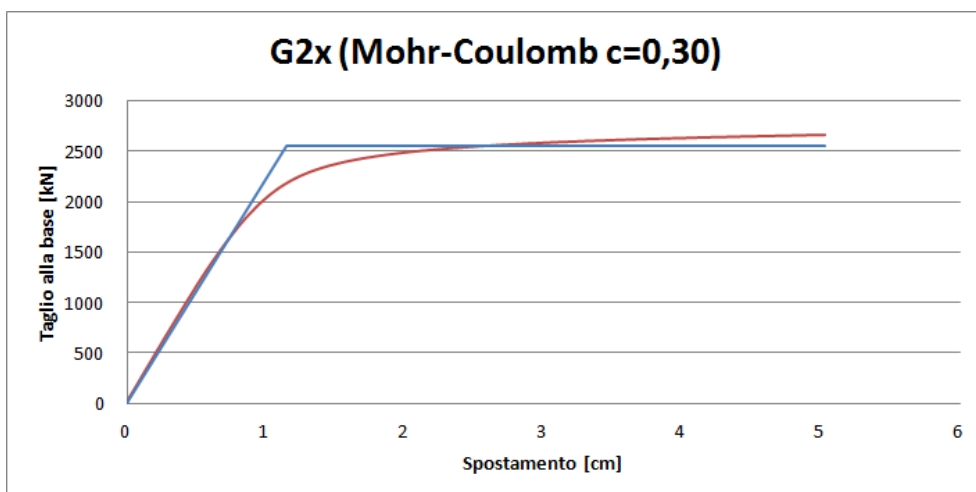


Grafico 8.13: Curva di capacità del sistema equivalente con relativa bilinearizzazione. Sistema di forze G2x con legame costitutivo di Mohr-Coulomb con $c=0,30$.

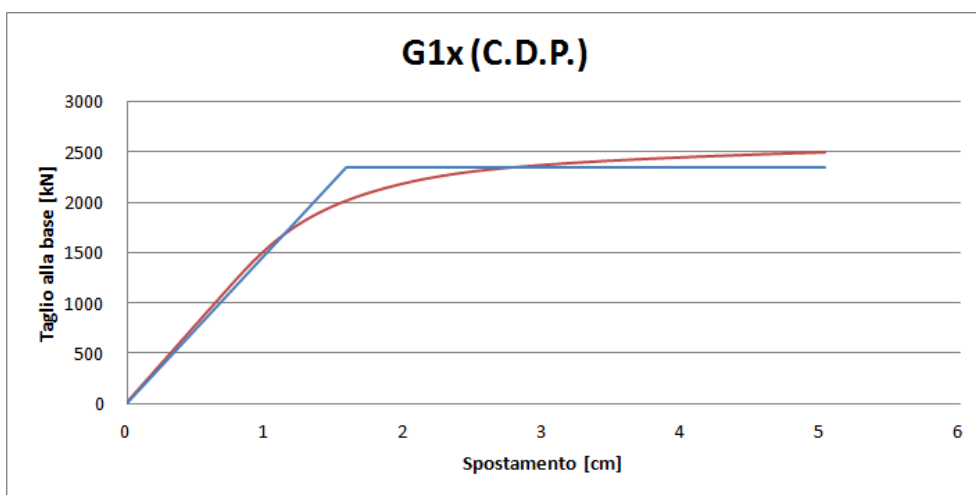


Grafico 8.14: Curva di capacità del sistema equivalente con relativa bilinearizzazione. Sistema di forze G1x con legame costitutivo di tipo C.D.P.

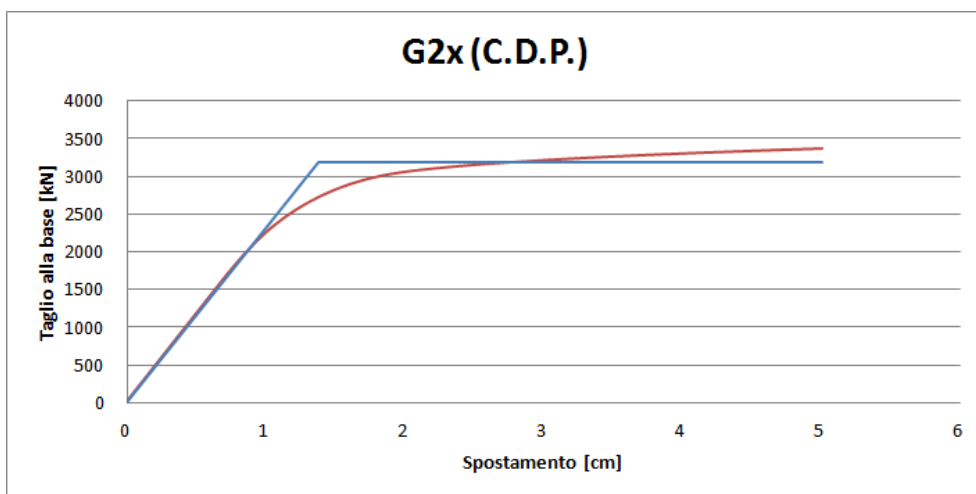


Grafico 8.15: Curva di capacità del sistema equivalente con relativa bilinearizzazione. Sistema di forze G2x con legame costitutivo di tipo C.D.P.

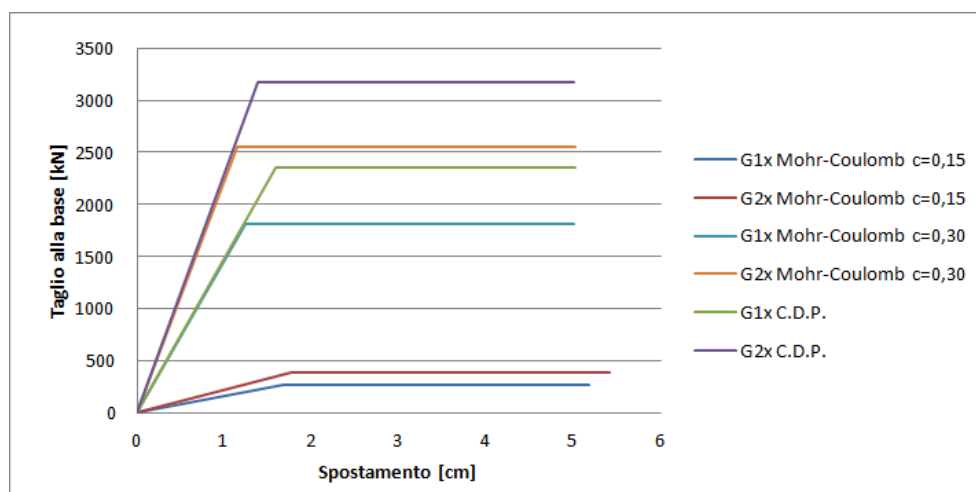


Grafico 8.16: Confronto delle curve bilineari ottenute.

Si riportano in tabella le caratteristiche principali delle curve bilineari, confrontate nel grafico sopra.

	m^* [kg]	k^* [kN/cm]	T^* [s]	F_y^* [kN]	a_y^* [g]	d_y^* [cm]	d_u^* [cm]	μ_R
G1x Mohr-Coulomb c=0,15		160,0	1,374	265,6	0,035	1,66	5,18	3,12
G2x Mohr-Coulomb c=0,15		221,6	1,167	389,9	0,052	1,76	5,41	3,08
G1x Mohr-Coulomb c=0,30	765041	1465,7	0,454	1815,9	0,242	1,24	5,00	4,04
G2x Mohr-Coulomb c=0,30		2225,1	0,368	2550,1	0,340	1,15	5,02	4,38
G1x C.D.P.		1488,5	0,450	1496,6	0,313	1,01	5,02	3,18
G2x C.D.P.		2312,7	0,361	3176,3	0,423	1,37	5,01	3,65

Tabella 8.9: Caratteristiche del sistema bilineare equivalente.

Valgono le stesse considerazioni fatte in precedenza per la Torre dei Modenesi riguardo ai differenti risultati legati al sistema di forze applicato e al legame costitutivo. Occorre però fare una precisazione riguardo al legame costitutivo: come si può osservare sia in tabella che nel grafico precedente, i valori di rigidezza del tratto elastico k^* ottenuti con il legame di Mohr-Coulomb avente coesione pari a 0,15, sono completamente differenti rispetto a quelli ottenuti sia con il C.D.P. che con lo stesso legame avente il doppio di coesione: questa osservazione unitamente ai valori di forza

di plasticizzazione estremamente bassi, così come di conseguente accelerazione, portano a rivalutare la sensatezza di tale modello.

Il modello di legame costitutivo alla Mohr-Coulomb con $c=0,15$ sottostima le capacità della struttura e la porta ad una prematura plasticizzazione: il sistema bilineare equivalente, per valori di carico pari a pochi kN, plasticizza senza permettere un corretto sviluppo delle proprietà elastiche della struttura. Le caratteristiche scelte per il legame anelastico sono inferiori a quelle reali della struttura: anche visivamente è possibile notare come le curve di capacità associate al legame in questione, siano molto basse e senza un tratto iniziale rettilineo, il che implica che la struttura non è in grado di sopportare carichi orizzontali mantenendosi in campo elastico.

Le caratteristiche della muratura del Mastio, per quanto riguarda i parametri elastici, sono molto diverse rispetto a quelle della Torre dei Modenesi ed in particolari si sono trovati, con la sperimentazione (§2 e §3), moduli elastici e carichi di rottura doppi: la diversità della muratura, ed in particolare la maggior qualità riscontrata per i mattoni del Mastio hanno spinto all'assunzione di valori differenti di coesione al fine di cogliere al meglio le effettive qualità della muratura in questione.

8.3 Metodo N2

Ottenute le curve di capacità relative al sistema bilineare equivalente si può procedere alla fase successiva ovvero all'utilizzo del Metodo N2, descritto nella Circolare Applicativa (§C7.3.4.1): il metodo a cui ci si riferisce per la verifica si basa sulla valutazione degli spostamenti del sistema bilineare equivalente che vanno confrontati con gli spostamenti richiesti dalle sollecitazioni sismiche per poter così valutare il punto di funzionamento della struttura e dedurne le risorse disponibili.

Il primo passo consiste nel riferire sia gli spettri di risposta che le curve bilineari al medesimo sistema di riferimento: il piano su cui avverrà il confronto è il piano ADRS ovvero Acceleration Displacement Response Spectrum. Tale piano presenta in ascissa gli spostamenti e in ordinata le accelerazioni: occorre dunque passare dagli spettri in termini di pseudoaccelerazioni agli spettri in

cui si lega l'accelerazione allo spostamento ed in cui il periodo non compare esplicitamente; e dalle curve bilineari forza-spostamento alle curva accelerazione-spostamento.

Per quanto riguarda gli spettri di risposta elastici il processo è semplice: sfruttando gli spettri sin qui considerati si ricavano gli pseudo spostamenti con la formula di seguito riportata.

$$S_{de} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 S_{ae}$$

dove T è il periodo e S_{ae} la pseudoaccelerazione spettrale.

Nel piano ADRS, quello che si ottiene è riportato in figura.

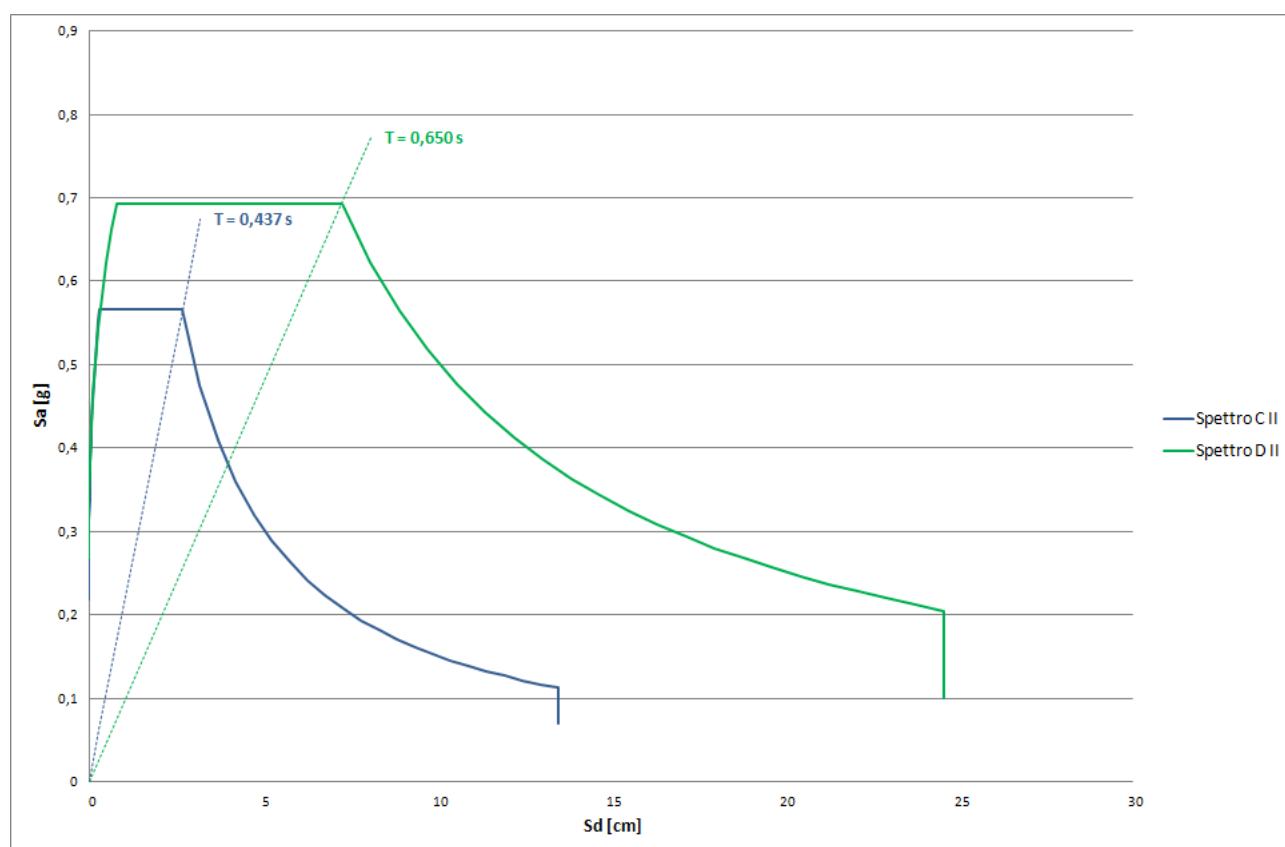


Grafico 8.17: Spettri C II e D II nel piano ADRS.

Per quanto riguarda le curve bilineari ottenute in precedenza il passaggio al piano ADRS avviene diagrammando gli spostamenti in funzione dell'accelerazione: è necessaria la sola accelerazione di primo snervamento a_y^* ottenuta in precedenza.

Inserendo nel medesimo grafico gli spettri e le curve di pushover bilineari è possibile verificare se

la struttura ha un comportamento elastico durante l'evento sismico: se il tratto obliquo della curva di pushover interseca lo spettro di risposta elastico allora la struttura ha un funzionamento elastico altrimenti l'evento sismico provoca la plasticizzazione e dunque l'analisi non può essere condotta sfruttando gli spettri elastici.

Per ottenere gli spettri anelastici si ricorre a due parametri: la duttilità richiesta dalla sollecitazione μ_s e il fattore di riduzione di energia del sistema dovuto alla fessurazione R_μ .

Tali parametri si determinano come segue:

$$R_\mu(T) = \begin{cases} 1 + (\mu_s - 1) \frac{T}{T_C} & T < T_C \\ \mu_s & T \geq T_C \end{cases} \quad \text{e} \quad \mu_s = \begin{cases} (R_\mu(T^*) - 1) \frac{T_C}{T^*} + 1 & T^* < T_C \\ R_\mu(T^*) & T^* \geq T_C \end{cases}$$

dove T_C è il periodo caratteristico ove termina il “pianerottolo” dello spettro di risposta elastico, T^* è il periodo proprio del sistema equivalente bilineare, e $R_\mu(T^*)$ è il fattore di riduzione per il periodo T^* definito come

$$R_\mu(T^*) = \frac{S_{ae}(T^*)}{a_y^*}$$

con $S_{ae}(T^*)$ pseudoaccelerazione elastica in corrispondenza del periodo T^* e a_y^* accelerazione di plasticizzazione. Quest'ultimo parametro esprime il rapporto tra l'accelerazione imposta dall'evento sismico ad un sistema perfettamente elastico, e l'accelerazione di capacità di un sistema elastico-perfettamente plastico.

Determinati tali parametri si ottiene lo spettro anelastico nel piano ADRS riducendo ascisse e ordinate come segue:

$$\begin{cases} S_a(T) = \frac{S_{ae}(T)}{R_\mu(T)} \\ S_d(T) = \frac{\mu_s S_{de}(T)}{R_\mu(T)} \end{cases}$$

dove $S_{de}(T)$ è lo pseudospostamento associato al periodo T .

Noto lo spettro anelastico nel piano ADRS si può procedere alla valutazione del punto di funzionamento della struttura determinandone lo spostamento massimo d_{max}^* : graficamente tale punto è dato dall'intersezione tra la curva bilineare di pushover e lo spettro anelastico corrispondente.

In formule la valutazione dipende direttamente dal valore di T^* rispetto a T_C :

$$d_{max}^* = \begin{cases} \frac{S_{de}(T^*)}{R_{\mu}(T^*)} (1 + R_{\mu}(T^*) - 1) \frac{T_C}{T^*} & T^* < T_C \\ S_{de}(T^*) & T^* \geq T_C \end{cases}$$

dove $S_{de}(T^*)$ è lo pseudospostamento associato al periodo T^* del sistema bilineare equivalente.

La formula precedenza differenzia il comportamento della struttura in funzione al valore del periodo T^* : se tale periodo è inferiore a T_C vuol dire che il sistema è considerevole rigido e che quindi lo spostamento anelastico è diverso dallo spostamento elastico; altrimenti si ha a che fare con un sistema duttile cui spostamento coincide con lo spostamento che avrebbe un sistema elastico col medesimo periodo.

Determinato il punto di funzionamento d_{max}^* si procede alla verifica: se tale spostamento è inferiore allo spostamento ultimo d_u^* del sistema bilineare equivalente allora la struttura è verificata in accordo con le Linee Guida (§5.2.4). Per tornare poi ai valori di spostamento della struttura reale sarà sufficiente moltiplicare quanto trovato per il fattore di partecipazione modale Γ .

La Normativa vigente al punto §7.8.1.6 suggerisce un altro metro per la verifica delle strutture in muratura: ivi si afferma che la verifica è da ritenersi non soddisfatta a priori, a prescindere dalla verifica sullo spostamento massimo, qualora il rapporto tra il taglio alla base calcolato con lo spettro di risposta elastico e quello resistente ottenuto con l'analisi statica non lineare (entrambi riferiti al sistema equivalente ad un grado di libertà) sia superiore al valore 3,0. Il rapporto tra i tagli può essere ricondotto ad un rapporto tra le accelerazioni ed in particolare ad un rapporto tra l'accelerazione spettrale $S_{ae}(T^*)$ e l'accelerazione di snervamento a_y^* : il rapporto tra le due è in definitiva il fattore di riduzione $R_{\mu}(T^*)$.

Si procede ora alla verifica delle due opere utilizzando il metodo ivi descritto.

8.3.1 Torre dei Modenesi: metodo N2

Si riportano innanzitutto i grafici che mostrano i punti di funzionamento nelle varie situazioni considerate: in particolare sono state condotte, come detto nel paragrafo precedente, verifiche con due legami costitutivi differenti (Mohr-Coulomb da un lato e Concrete Damage Plasticity dall'altro) e per due differenti situazioni di carico, come prescritto da Normativa (G1 e G2) nella sola direzione x in virtù delle simmetrie strutturali.

In tutti i grafici di seguito riportati si è utilizzata la medesima legenda ivi riportata.

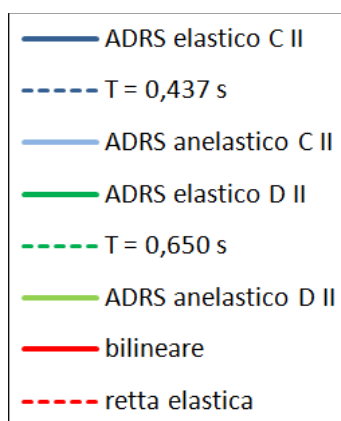


Illustrazione 8.2: Legenda dei grafici relativi al metodo N2.

Il confronto tra le rette tratteggiate permette di capire, già graficamente, se il periodo proprio del sistema equivalente T^* sia maggiore o minore del periodo T_C di termine del tratto orizzontale dello spettro di risposta: le rette tracciate del medesimo colore degli spettri, rappresentano infatti tale periodo T_C e pertanto se la retta relativa a T^* (quella rossa) ha pendenza maggiore allora $T^* < T_C$ se ha pendenza minore.

I punti di funzionamento, se presenti, sono individuati dall'intersezione tra gli spettri (elastici o anelastici) e le curve di capacità del sistema bilineare: tali punti sono graficamente individuati da pallini colorati con lo stesso colore dello spettro a cui fanno riferimento (C è blu mentre D è verde).

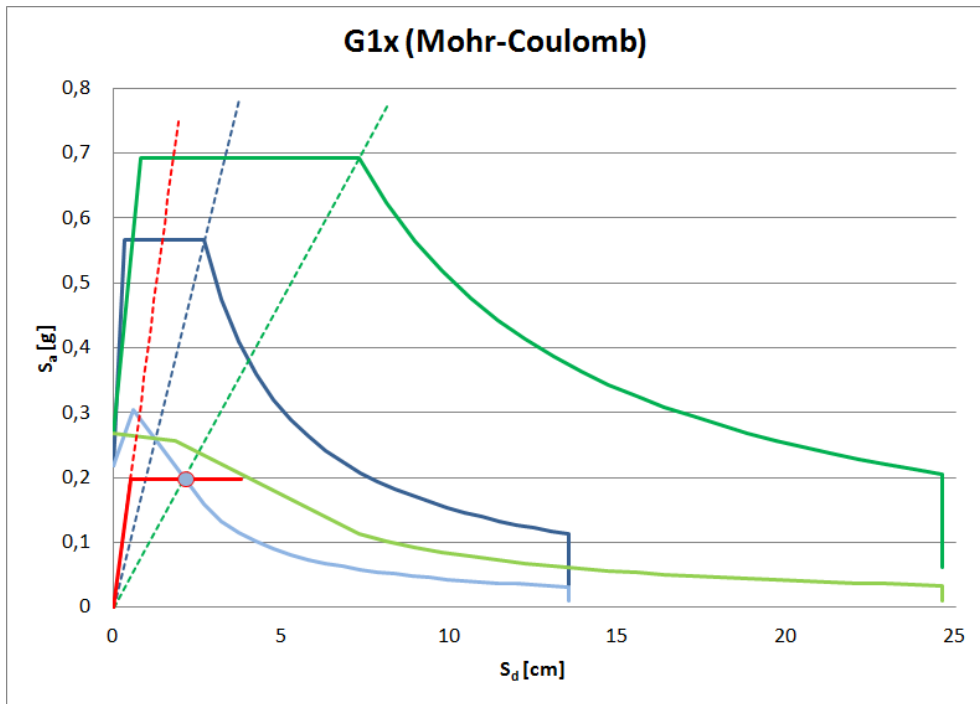


Grafico 8.18: Punti di funzionamento del sistema bilineare equivalente con sistema di forze $G1x$ e legame costitutivo alla Mohr-Coulomb.

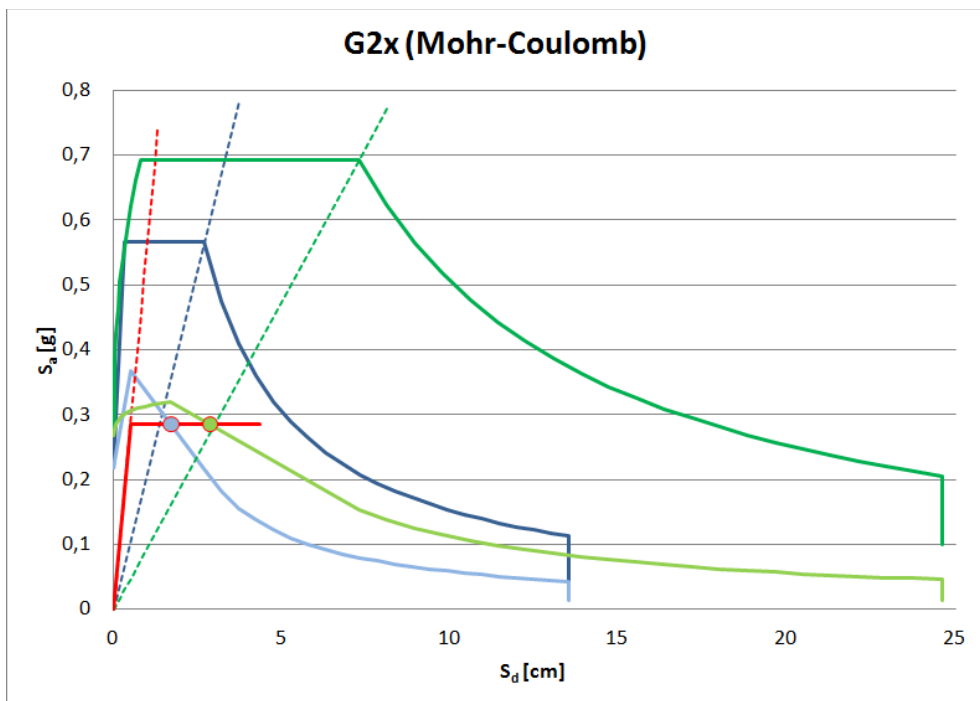


Grafico 8.19: Punti di funzionamento del sistema bilineare equivalente con sistema di forze $G2x$ e legame costitutivo alla Mohr-Coulomb.

Si può immediatamente constatare come i due sistemi di forze diano risultati differenti: per il sistema appartenente al gruppo 1 non si individua alcun punto di funzionamento per lo spettro D e pertanto si potrà dire a priori che la struttura non sarà verificata. Per il sistema di forze appartenenti invece al gruppo 2 si individuano i punti di funzionamento per entrambi gli spettri e la verifica andrà quindi condotta sul fattore di riduzione $R_{\mu}(T^*)$.

In entrambi i casi il periodo T^* è minore del periodo T_C di entrambi gli spettri considerati.

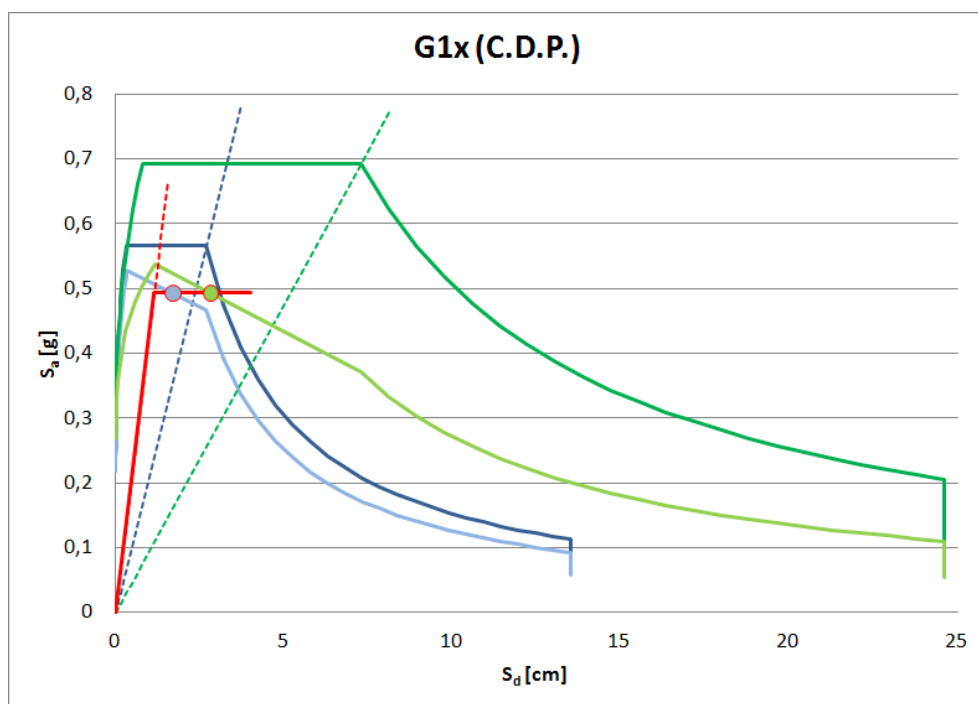


Grafico 8.20: Punti di funzionamento del sistema bilineare equivalente con sistema di forze $G1x$ e legame costitutivo di tipo C.D.P.

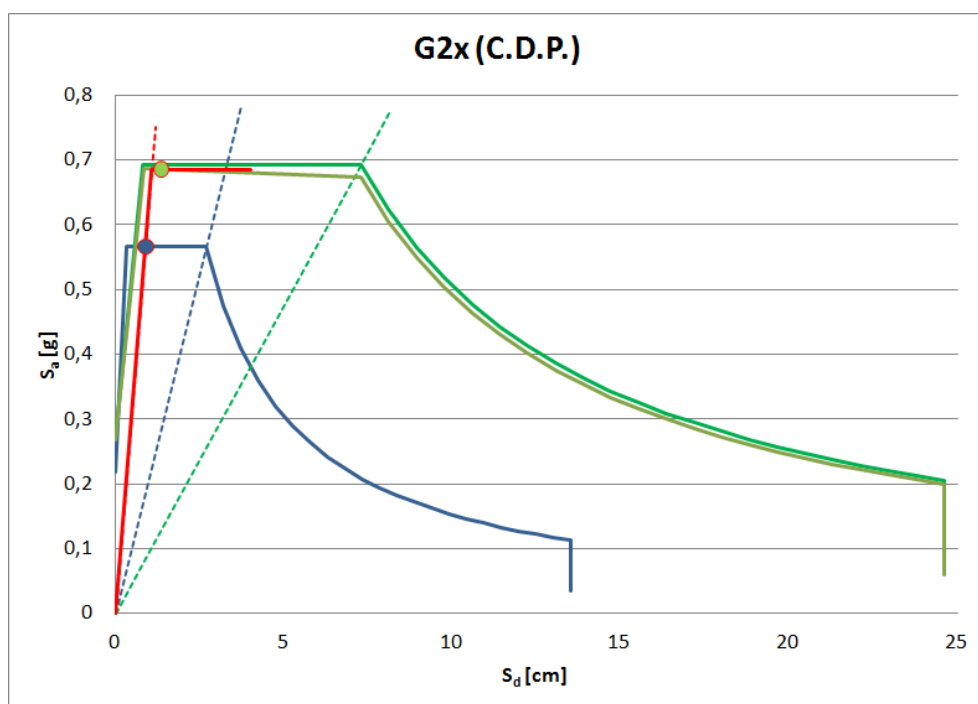


Grafico 8.21: Punti di funzionamento del sistema bilineare equivalente con sistema di forze G2x e legame costitutivo di tipo C.D.P..

Cambiando legame costitutivo si nota un considerevole cambiamento, particolarmente visibile per quanto riguarda il sistema di forze G2x: il punto di funzionamento relativo allo spettro C risulta appartenere al tratto elastico della curva bilineare (ovvero al tratto obliquo e non a quello orizzontale) e pertanto non è necessario ricorrere allo spettro anelastico.

Così come notato in precedenza per il processo di bilinearizzazione, il legame costitutivo C.D.P. fornisce valori di taglio alla base e accelerazioni maggiori rispetto al legame alla Mohr-Coulomb e pertanto le verifiche condotte saranno meno stringenti.

Si riportano ora due grafici riassuntivi dei vari punti di funzionamento rispettivamente per lo spettro di risposta C e per lo spettro di risposta D.

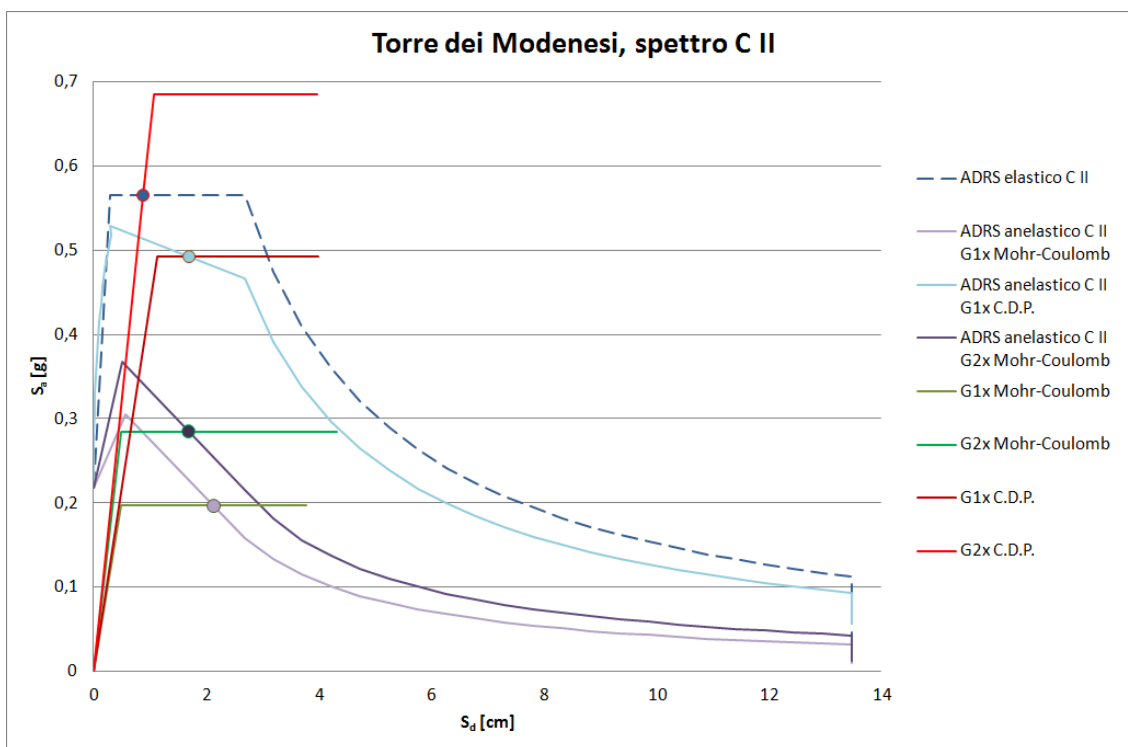


Grafico 8.22: Punti di funzionamento per lo spettro di risposta C II

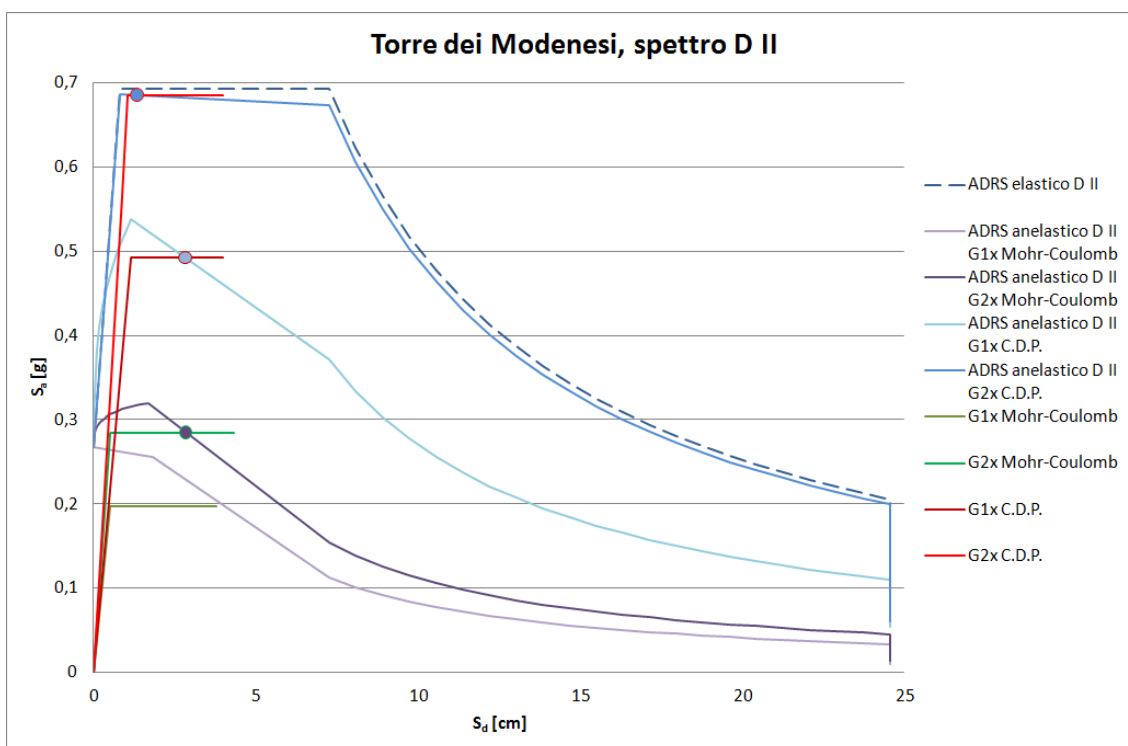


Grafico 8.23: Punti di funzionamento per lo spettro D II.

Sfruttando le forme riportate in precedenza si ricavano ora i vari parametri che descrivono quanto qualitativamente descritto dai grafici presentati.

SPETTRO C II									
	a_y^* [g]	T^* [s]	$S_{ac}(T^*)$ [g]	d_c^* [cm]	$R_\mu(T^*)$	d_u^* [cm]	d_{max}^* [cm]	μ_R	μ_S
G1x Mohr-Coulomb	0,197	0,319	0,566	1,72	2,88	3,78	2,13	7,57	3,57
G2x Mohr-Coulomb	0,285	0,266	0,566	1,28	1,99	4,33	1,69	8,67	4,51
G1x C.D.P.	0,493	0,305	0,566	1,60	1,15	4,01	1,69	3,52	1,15
G2x C.D.P.	0,686	0,250	0,566	1,16	0,83	3,99	0,97	3,73	0,69

Tabella 8.10: Metodo N2. Confronto tra capacità e domanda con lo spettro C II.

SPETTRO D II									
	a_y^* [g]	T^* [s]	$S_{ac}(T^*)$ [g]	d_c^* [cm]	$R_\mu(T^*)$	d_u^* [cm]	d_{max}^* [cm]	μ_R	μ_S
G1x Mohr-Coulomb	0,197	0,319	0,693	2,34	3,53	3,78	4,08	7,57	6,14
G2x Mohr-Coulomb	0,285	0,266	0,693	1,54	2,43	4,33	2,85	8,67	4,51
G1x C.D.P.	0,493	0,305	0,693	2,13	1,41	4,01	2,82	3,52	1,87
G2x C.D.P.	0,686	0,250	0,693	1,31	1,01	3,99	1,34	3,73	1,03

Tabella 8.11: Metodo N2. Confronto tra capacità e domanda con lo spettro D II.

Le tabelle mostrano chiaramente quanto osservato in precedenza: la verifica non è soddisfatta per il sistema di forze G1 applicato al sistema con legame costitutivo alla Mohr-Coulomb e confrontato con la domanda sismica derivante dallo spettro di Normativa D II. Si nota come in tal caso, oltre ad avere uno spostamento richiesto $d_{max}^* > d_u^*$ si ha anche un fattore di riduzione $R_\mu(T^*) > 3$.

8.3.2 Mastio del Castello delle Rocche: metodo N2

Si procede in maniera analoga a quanto fatto per la Torre dei Modenesi, seguendo il procedimento descritto: in questo caso si utilizzano due sistemi di forze G1 e G2 nella sola direzione x applicati alla struttura con tre differenti legami costitutivi. Seguendo quanto descritto in precedenza per la bilinearizzazione (§8.2.2) si utilizza il legame alla Mohr-Coulomb e il C.D.P. Ma per quanto riguarda il primo, si farà riferimento ad una duplice casistica coincidente con due differenti valori di coesione: 0,15 e 0,30.

Si riportano innanzitutto i grafici relativi ai punti di funzionamento: la legenda è la stessa della Torre dei Modenesi.

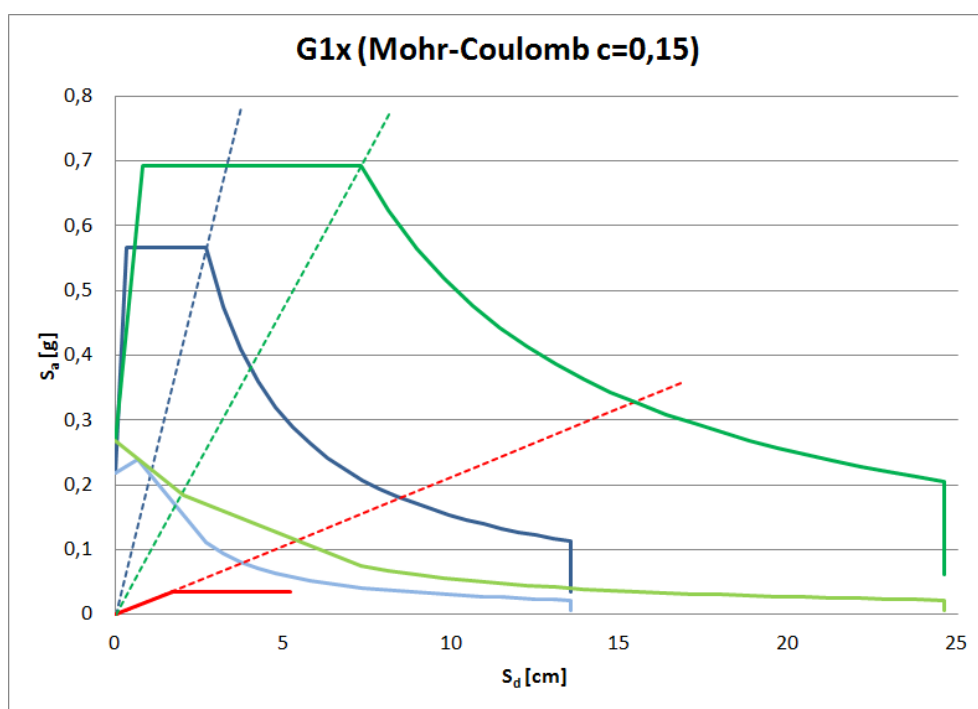


Grafico 8.24: Punti di funzionamento per il sistema di forze G1 e legame costitutivo alla Mohr-Coulomb con $c=0,15$.

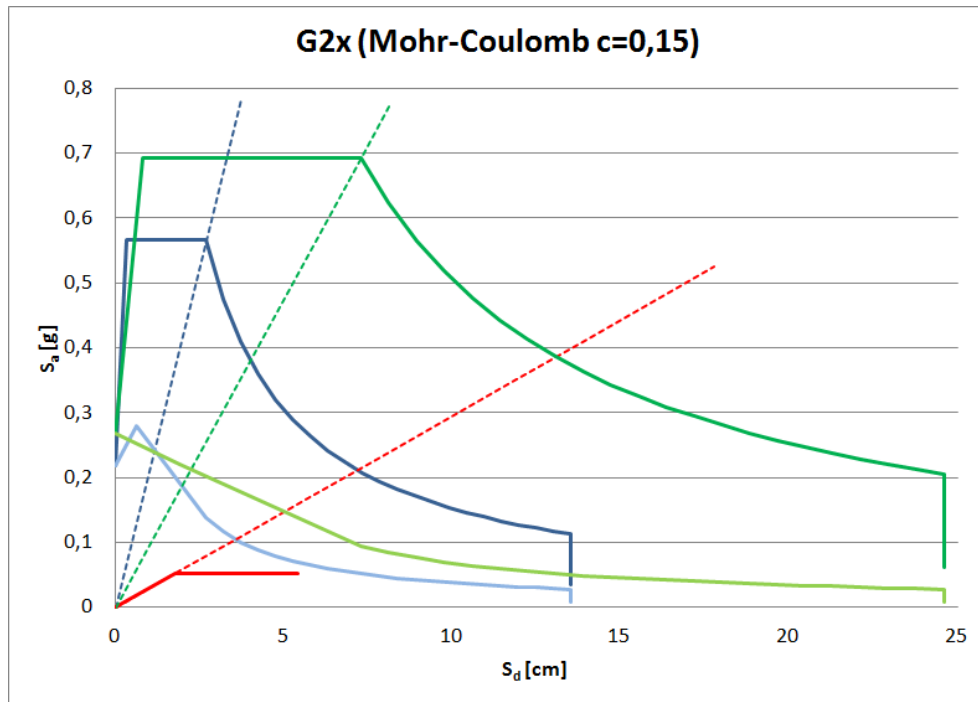


Grafico 8.25: Punti di funzionamento per il sistema di forze $G1$ e legame costitutivo alla Mohr-Coulomb con $c=0,30$.

Utilizzando un legame costitutivo alla Mohr-Coulomb con coesione pari a 0,15 si ottiene che il sistema non ha alcun punto di funzionamento: la domanda in termini di spostamento è eccessivo per le capacità della struttura. Come sottolineato per la fase di bilinearizzazione, una scelta differente di parametri permette di valutare un comportamento differente e più attendibile del Mastio del Castello delle Rocche: in particolare si utilizzerà un coefficiente di coesione doppio.

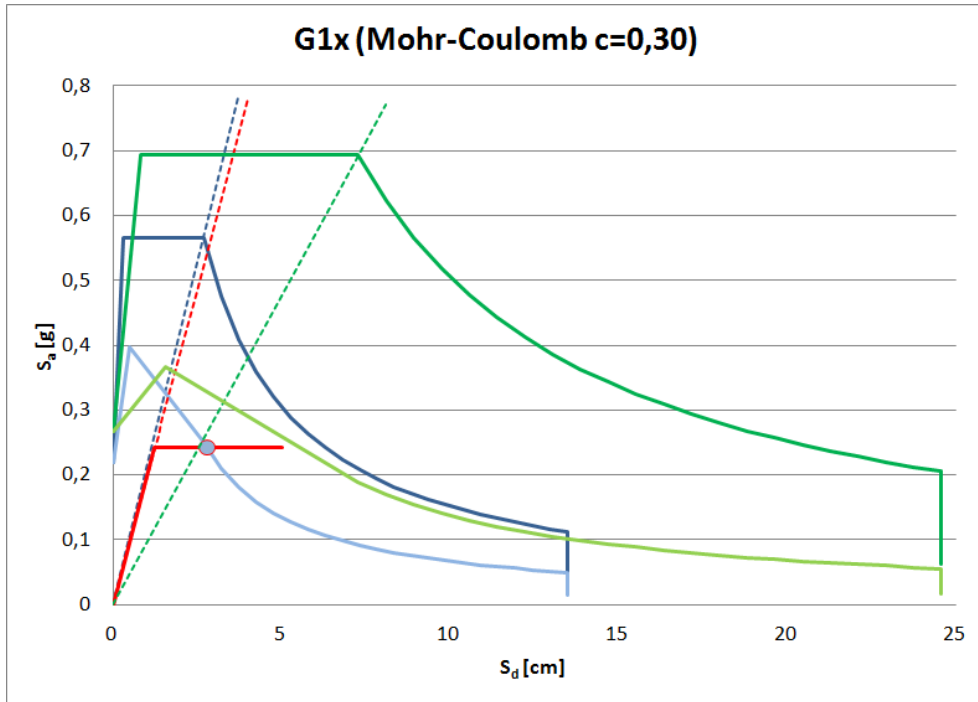


Grafico 8.26: Punti di funzionamento per il sistema di forze G1 e legame costitutivo alla Mohr-Coulomb con $c=0,30$.

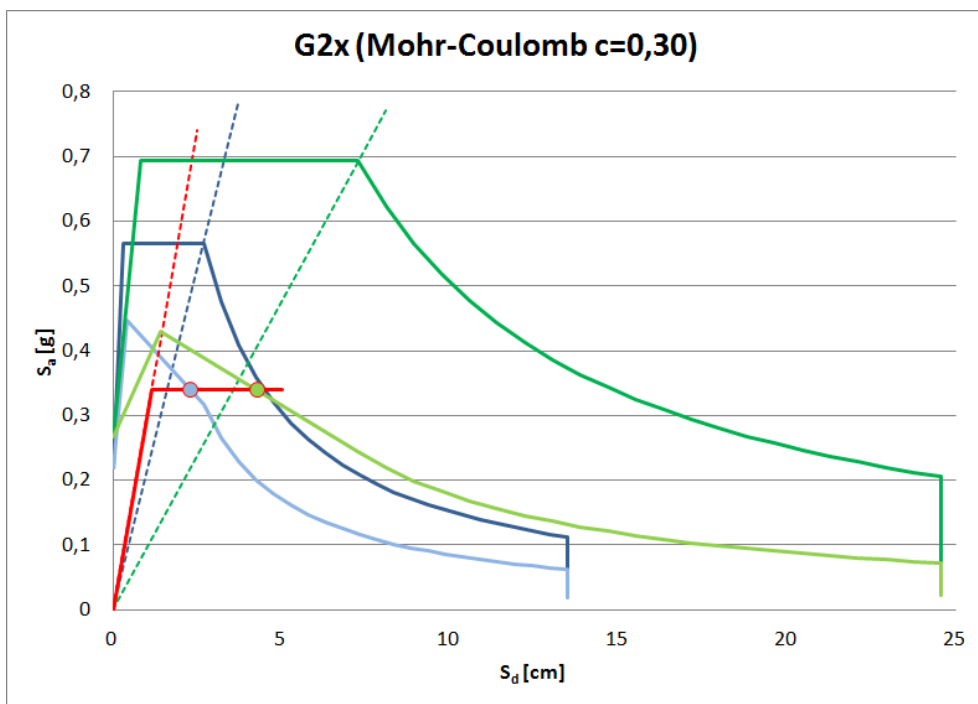


Grafico 8.27: Punti di funzionamento per il sistema di forze G2 e legame costitutivo alla Mohr-Coulomb con $c=0,30$.

Il comportamento del sistema è effettivamente differente nonostante, per lo spettro D II e nel caso del sistema di forze G1, non si ottenga alcun punto di funzionamento.

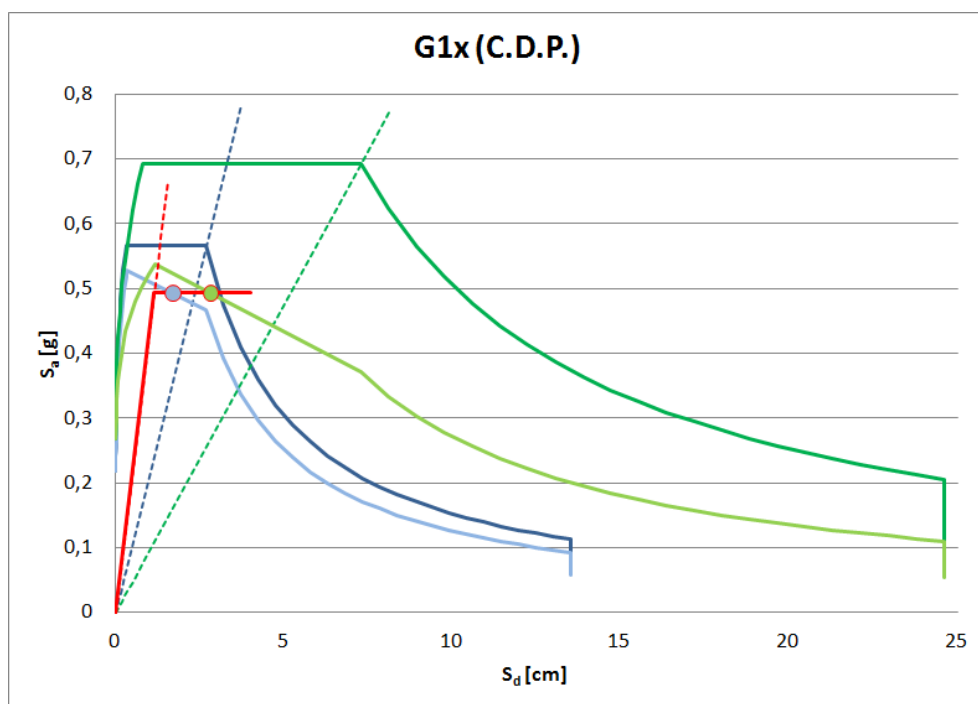


Grafico 8.28: Punti di funzionamento per il sistema di forze G1 e legame costitutivo di tipo C.D.P..

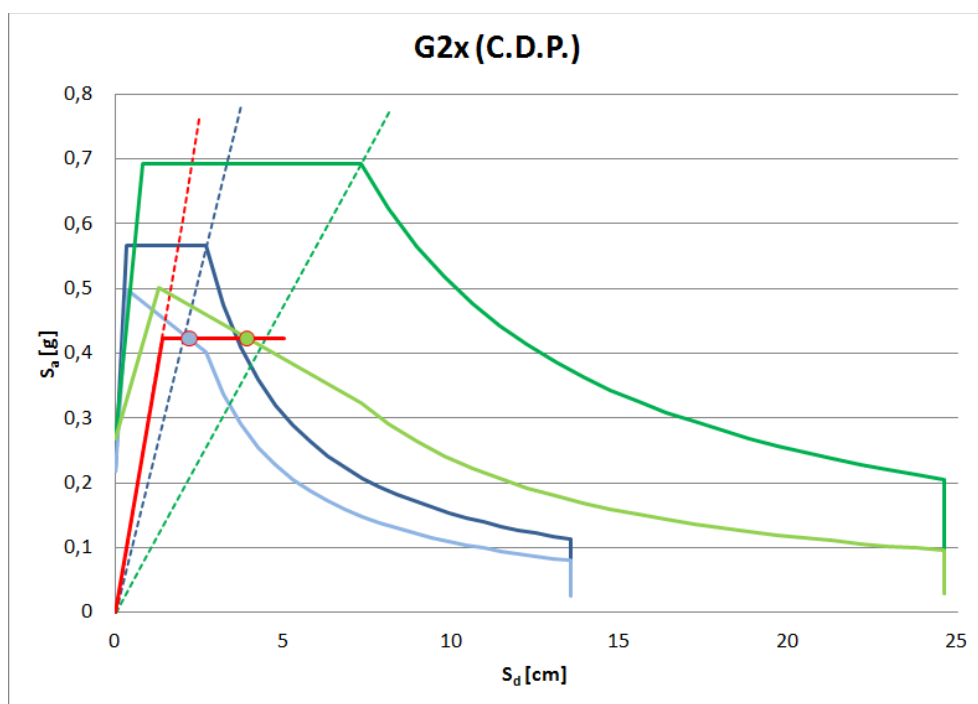


Grafico 8.29: Punti di funzionamento per il sistema di forze G2 e legame costitutivo di tipo C.D.P..

Il legame Concrete Damage Plasticity mostra una probabile sovrastima delle capacità strutturali e individua sempre punti di funzionamento del sistema.

Ricapitolando quanto osservato graficamente, si può affermare che il sistema presenta evidenti difficoltà, molto più che il sistema precedente, e che la scelta dei parametri dei modelli costitutivi influenzano notevolmente le analisi: in questa sede si sottolinea nuovamente come la scelta di raddoppiare il valore della coesione appaia sempre più sensata e coerente con i diversi risultati che si ottengono.

Prima di ricapitolare quanto ricavato in forma tabellare, si mostrano i diversi risultati in funzione dello spettro a cui ci si riferisce per la verifica.

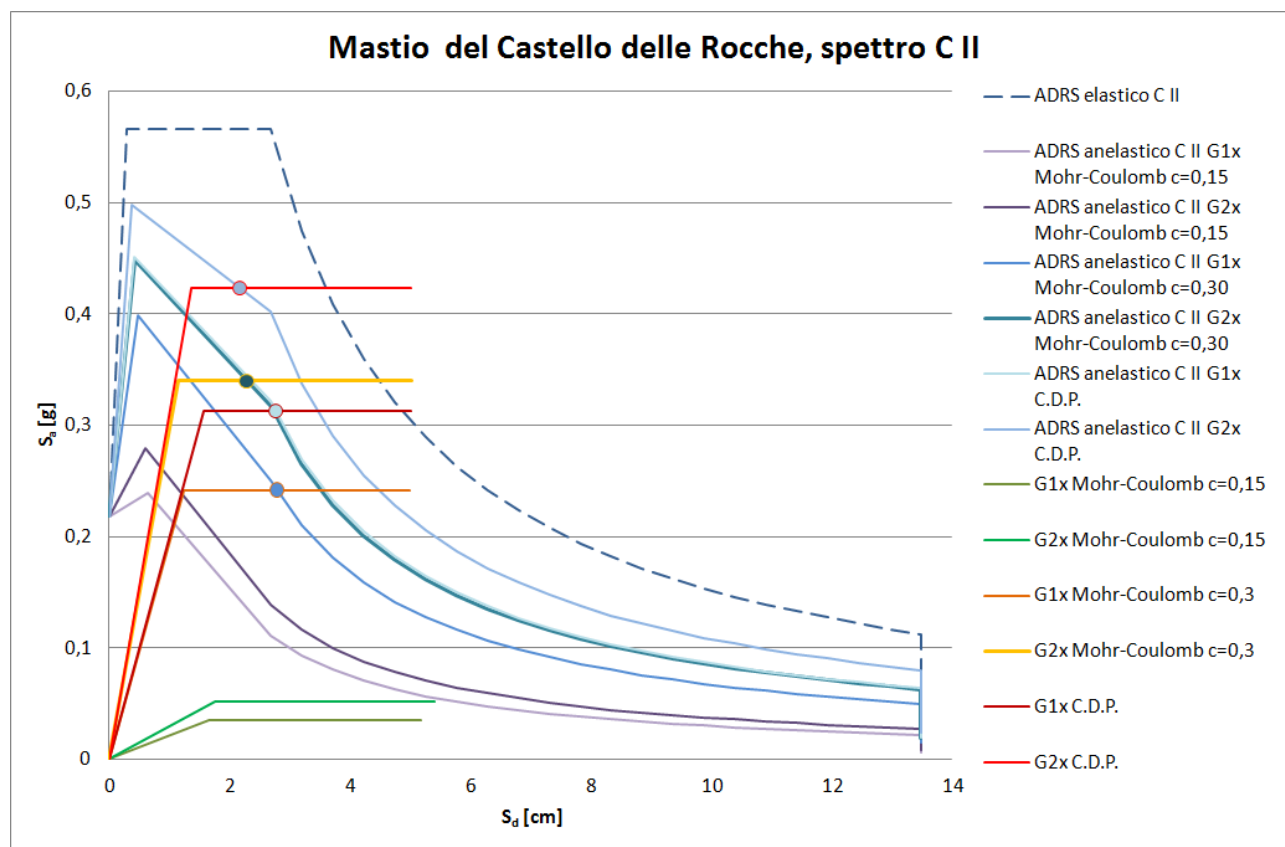


Grafico 8.30: Punti di funzionamento per lo spettro C II.

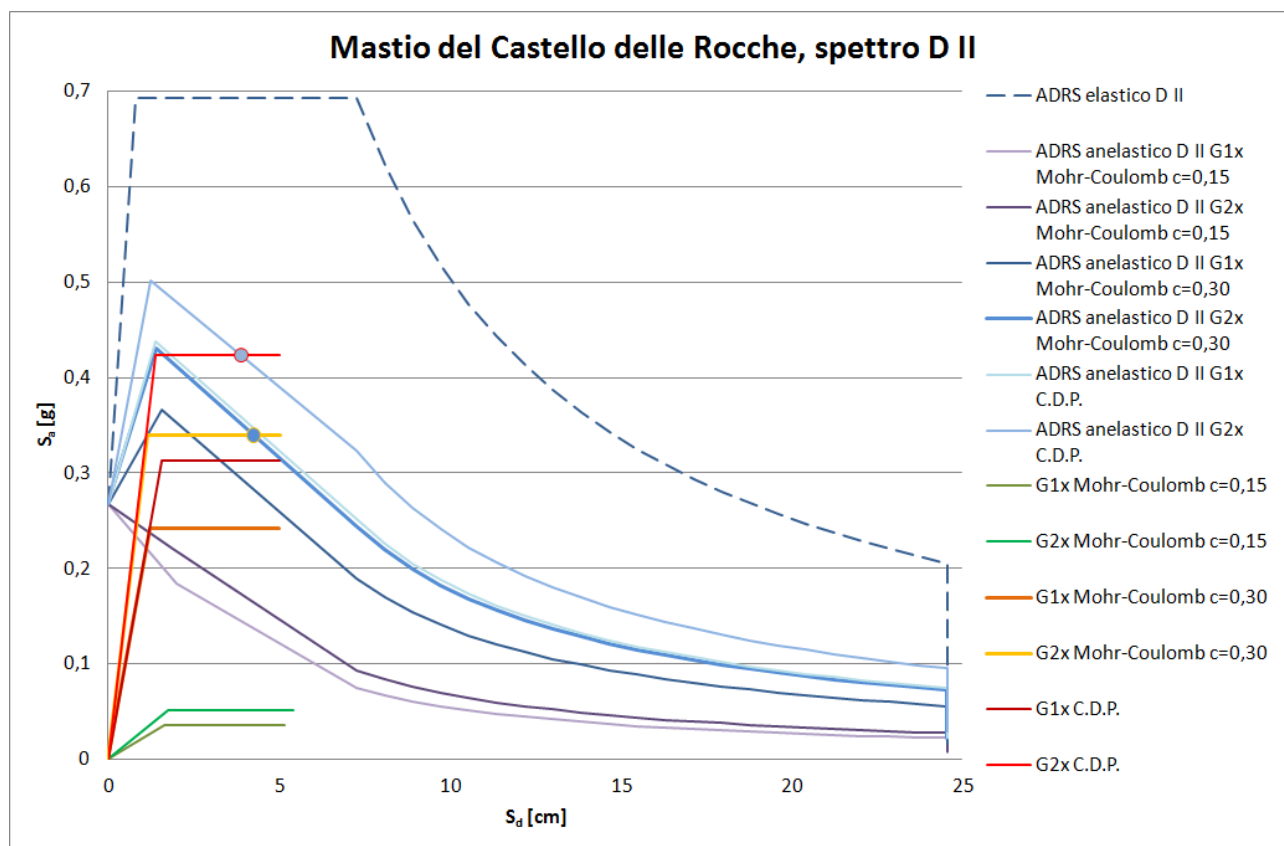


Grafico 8.31: Punti di funzionamento per lo spettro D II.

SPETTRO C II

	a_y^* [g]	T^* [s]	$S_{ac}(T^*)$ [g]	d_c^* [cm]	$R_\mu(T^*)$	d_u^* [cm]	d_{max}^* [cm]	μ_R	μ_S
G1x Mohr-Coulomb c=0,15	0,035	1,374	0,180	8,44	5,09	5,18	8,44	3,12	5,09
G2x Mohr-Coulomb c=0,15	0,052	1,167	0,212	7,17	4,08	5,41	7,17	3,08	7,43
G1x Mohr-Coulomb c=0,30	0,242	0,454	0,547	2,79	2,26	5,00	2,79	4,04	2,26
G2x Mohr-Coulomb c=0,30	0,340	0,368	0,566	2,12	1,67	5,02	2,28	4,38	1,79
G1x C.D.P.	0,313	0,450	0,551	2,77	1,76	5,02	2,77	3,18	1,76
G2x C.D.P.	0,423	0,361	0,566	2,07	1,34	5,01	2,17	3,65	1,41

Tabella 8.12: Metodo N2. Confronto tra capacità e domanda con lo spettro C II.

SPETTRO D II									
	a_y^* [g]	T^* [s]	$S_{ac}(T^*)$ [g]	d_c^* [cm]	$R_\mu(T^*)$	d_u^* [cm]	d_{max}^* [cm]	μ_R	μ_S
G1x Mohr-Coulomb $c=0,15$	0,035	1,374	0,328	15,38	9,27	5,18	15,38	3,12	9,27
G2x Mohr-Coulomb $c=0,15$	0,052	1,167	0,386	13,07	7,43	5,41	13,07	3,08	7,43
G1x Mohr-Coulomb $c=0,30$	0,242	0,454	0,693	4,35	2,87	5,00	5,57	4,04	3,67
G2x Mohr-Coulomb $c=0,30$	0,340	0,368	0,693	3,07	2,04	5,02	4,27	4,38	2,84
G1x C.D.P.	0,313	0,450	0,693	4,30	2,21	5,02	5,34	3,18	2,75
G2x C.D.P.	0,423	0,361	0,693	2,97	1,64	5,01	3,89	3,65	2,15

Tabella 8.13: Metodo N2. Confronto tra capacità e domanda con lo spettro D II.

La valutazione quantitativa dei parametri conferma quanto visto graficamente: per quanto riguarda lo spettro di risposta C II si può notare come il solo caso in cui il sistema non è verificato è quello coincidente con il legame costitutivo alla Mohr-Coulomb con coesione pari a 0,15. Per quanto riguarda lo spettro D II, invece, essendo molto più severo, si ha che la struttura non è verificata anche per gli altri legami costitutivi per il sistema di forze G1 e risulta verificata solo per il sistema G2 e legame C.D.P. O Mohr-Coulomb ma con $c=0,30$.

Osservando gli spostamenti e la duttilità richieste dalle sollecitazioni per quanto concerne il legame alla Mohr-Coulomb con $c=0,15$ si può capire definitivamente come tale assunzione sia priva di senso: si ottengono valori di spostamenti richiesti e duttilità enormi, soprattutto se confrontati con quelli ottenuti per gli altri modelli e anche per la Torre dei Modenesi; inoltre il fattore di riduzione è addirittura più del doppio di quanto consentito dalla Norma.

8.4 Confronto dei risultati con le analisi precedenti

Le tra analisi fin qui condotte hanno mostrato in modi diversi il comportamento delle strutture e hanno fornito risultati di diverso tipo: un parametro comune a tutte le analisi e quindi confrontabile è l'accelerazione alla base.

Nonostante si abbia a che fare con tre metodi differenti i risultati che si ottengono dovrebbero in qualche modo essere tutti una approssimazione della situazione reale e pertanto essere paragonabili tra loro. Si riportano le tabelle atte a tali confronti.

TORRE DEI MODENESI: accelerazione alla base [g]		
	Dinamica con Spettro	Statica Equivalente
Spettro C II SLV	0,203	0,181
Spettro D II SLV	0,252	0,151
Spettro Reale Anelastico	0,333	
Statica Non Lineare		
	G1x	G2x
Legame Mohr-Coulomb	0,197	0,285
Legame C.D.P.	0,493	0,686

Tabella 8.14: Confronto delle accelerazioni alla base ottenute per la Torre dei Modenesi.

In generale si osserva come l'Analisi Statica Non Lineare, eseguita con il legame sostitutivo alla Mohr-Coulomb, e l'Analisi Dinamica con Spettro forniscano praticamente gli stessi risultati mentre l'Analisi Statica Equivalente sottostimi leggermente i valori di accelerazione alla base.

Il confronto ora effettuato conferma che il legame C.D.P. fornisce risultati nettamente maggiori a quelli che probabilmente ci si attenderebbe.

MASTIO DEL CASTELLO DELLE ROCICHE		
	Dinamica con Spettro	Statica Equivalente
Spettro C II SLV	0,221	0,127
Spettro D II SLV	0,285	0,101
Spettro Reale Anelastico	0,333	
	Statica Non Lineare	
	G1x	G2x
Legame Mohr-Coulomb c =0,15 MPa	0,035	0,052
Legame Mohr-Coulomb c =0,30 MPa	0,242	0,340
Legame C.D.P.	0,313	0,420

Tabella 8.15: Confronto delle accelerazioni alla base ottenute per il Mastio del Castello delle Rocche.

Per il Mastio del Castello delle Rocche si osserva una situazione analoga a quella riscontrata per la Torre ma ivi occorre riferirsi al legame costitutivo alla Mohr-Coulomb con coesione 0,30 MPa per quanto riguarda l'Analisi Statica Non Lineare: come osservato in precedenza, considerare la coesione con i valori tipici di letteratura fornisce dunque risultati molto inferiori a quelli ottenuti con altri valori di coesione. Per quanto riguarda il legame C.D.P. si osserva nuovamente come esso fornisca le curve di capacità più alte.

9. *Analisi dinamica non lineare*

L'ultima analisi condotta sulla due torri di Finali Emilia è l'analisi dinamica non lineare con riferimento alla Norme Tecniche per le Costruzioni (§7.3.4.2), alla relativa Circolare Applicativa (§C7.3.4.2) e alle Linee Guida (§5.2.5).

Questa analisi può essere eseguita solo dopo aver effettuato una analisi statica non lineare con il medesimo modello strutturale per consentire una valutazione dello spostamento ultimo della struttura e al contempo necessita di una preventiva analisi dinamica con spettro di progetto per poter confrontare i risultati in termini di azioni globali alla base: in tali termini, i risultati, tra le due analisi devono avere differenze contenute per avere una riprova della bontà dell'analisi dinamica non lineare.

L'analisi oggetto di studio di questo capitolo consiste nel calcolo della risposta strutturale mediante integrazione diretta delle equazioni del moto utilizzando un modello non lineare della struttura e gli accelerogrammi, ivi figli dell'evento sismico del 20 Maggio 2012: il modello ad elementi finiti è non lineare in quanto, come per l'analisi precedente, si utilizza un legame costitutivo che simula il degrado di rigidezza e resistenza a livello puntuale oltre a descrivere il progredire del danno all'interno delle due strutture.

Il legame che si utilizza è il Concrete Damage Plasticity (C.D.P.) cui parametri sono stati introdotti in §8.1.2 e cui spiegazione accurata è affrontata in §APPENDICE B.2. Per quanto riguarda invece i modelli ad elementi finiti utilizzati si rimanda alla parte relativa alle singole torri.

Le Normative vigenti prevedono l'utilizzo di tre gruppi di accelerogrammi differenti generati da uno spettro di risposta compatibile con le condizioni del sottosuolo: per i casi di studi affrontati si utilizzerà un solo gruppo di accelerogrammi ed in particolare quelli registrati nella stazione di Mirandola. Gli accelerogrammi ottenuti non verranno modificati per il sito di Finale Emilia valutando il fatto che la stazione di rilevamento è circa equidistante dall'epicentro e dal comune di cui sopra: per quanto riguarda l'orientamento dei 3 accelerogrammi utilizzati si ritiene non sia

necessario alcun intervento viste le molteplici simmetrie delle torri. Si utilizzano dunque 3 accelerogrammi nelle tre direzioni principali x, y e z applicati contemporaneamente alle strutture.

Operativamente l'analisi condotta prevede l'applicazione dei carichi gravitazionali e non strutturali alle Torri in maniera analoga a quanto fatto sinora, al termine dell'applicazione dei suddetti carichi si procede alla rimozione dei vincoli di incastro posti alla base e alla sostituzione degli stessi con l'andamento dei 3 accelerogrammi di seguito riportati. L'analisi viene effettuata per tutta la durata degli accelerogrammi, ovvero 19,4 secondi sempre mediante l'utilizzo del programma commerciale Abaqus e con passo di integrazione pari a 0,005 s, coincidente con il passo di campionamento degli accelerogrammi: per effettuare l'analisi si utilizza il solutore “Dynamic Implicit” presente nel Software e cui caratteristiche vengono riportate in §APPENDICE A.

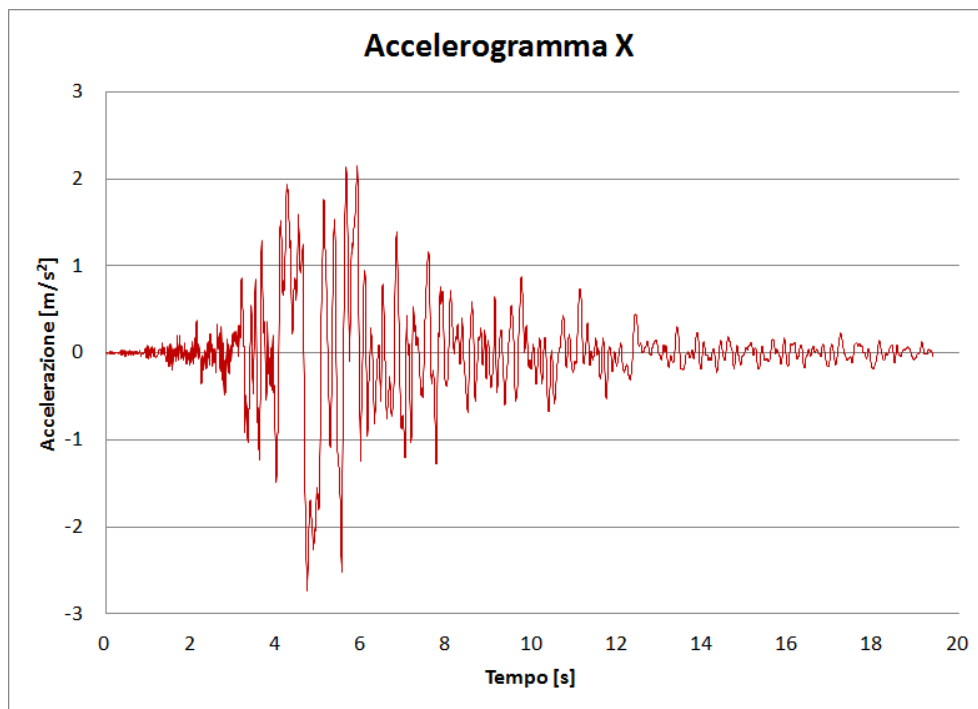


Grafico 9.1: Accelerogramma in direzione x.

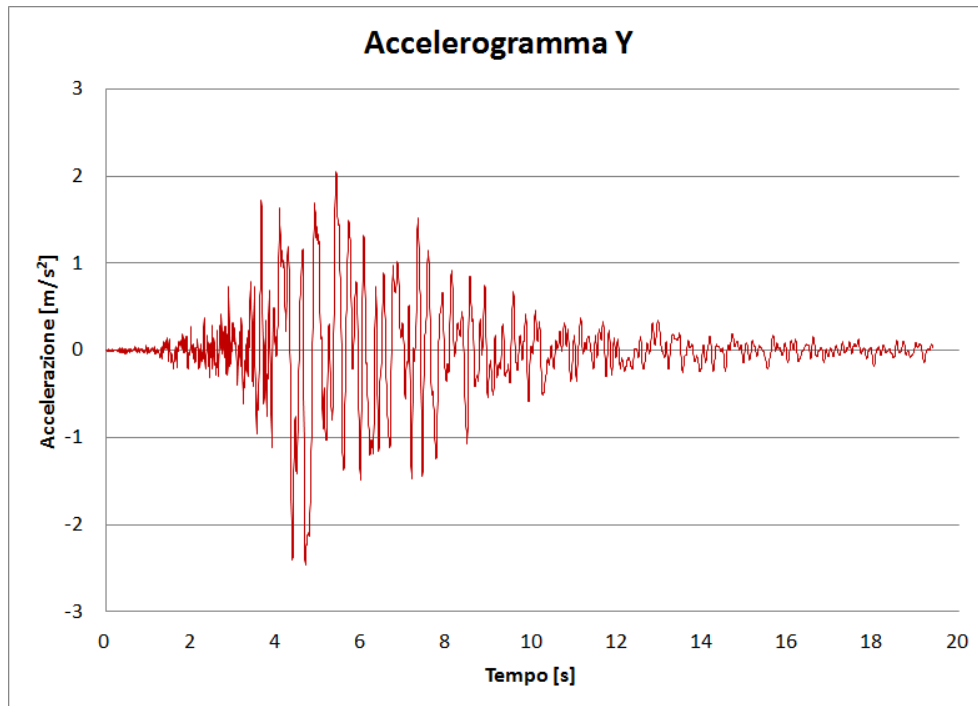


Grafico 9.2: Accelerogramma in direzione y.

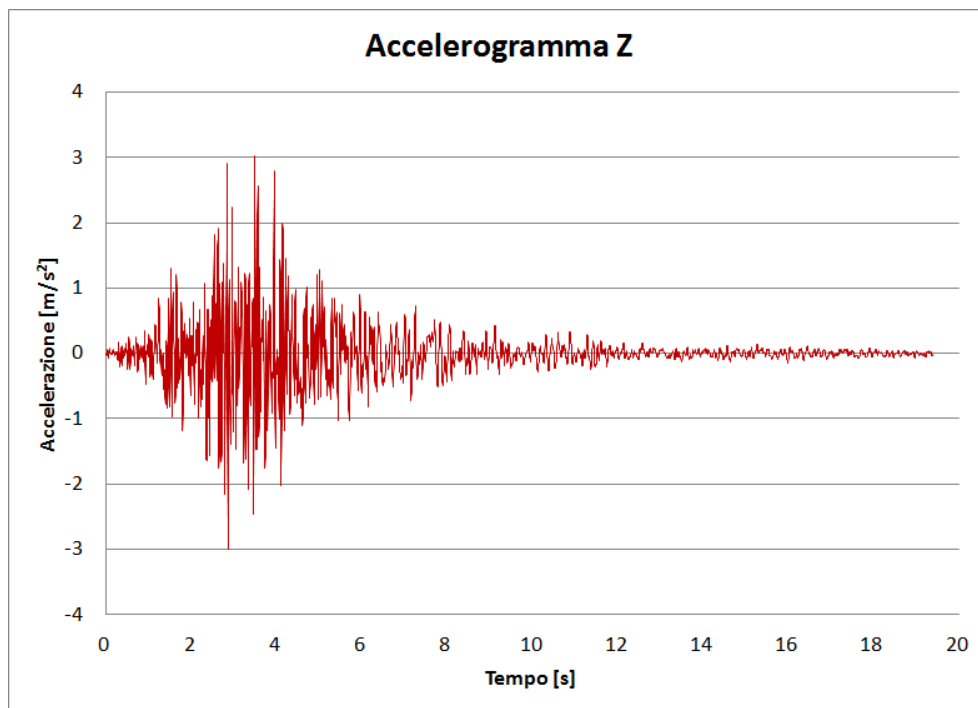


Grafico 9.3: Accelerogramma in direzione z.

Dagli accelerogrammi riportati si può osservare come l'evento sismico esaurisca il suo impeto maggiore nei primi dieci secondi: i risultati riportati in seguito mostreranno infatti come i danni subiti dalle Torri abbiano essenzialmente luogo in tali istanti, mentre nella parte finale del sisma non si riporteranno particolari peggioramenti.

9.1 Torre dei Modenesi: analisi dinamica non lineare

Si analizza innanzitutto il comportamento dinamico non lineare della Torre dei Modenesi: il modello numerico utilizzato per questa fase di elaborazione coincide, dal punto di vista della mesh e dei carichi strutturali e non, ai modelli sin qui utilizzati. Come detto in precedenza, l'unica considerevole differenza è l'utilizzo degli accelerogrammi alla base in sostituzione del vincolo di incastro e ovviamente del tipo di analisi condotta.

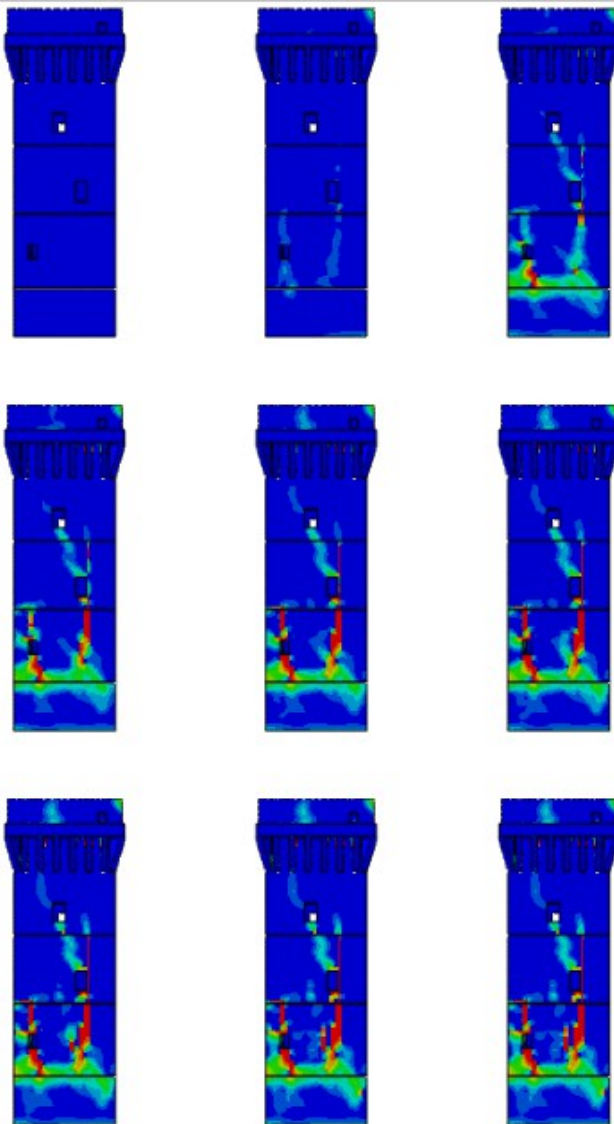


Illustrazione 9.1: Vista 1. Danno a trazione.

Si riportano innanzitutto le mappe cromatiche del danno a trazione: gli step temporali cui fanno riferimento le successive immagini sono 0 – 4,5 – 5 – 5,5 – 6 – 6,5 – 7 – 7,3 secondi e al termine dell'analisi.

Si può notare come, nella vista 1 a lato, il danno non si manifesti prima di 4 secondi: a tale istante si ha l'instaurarsi dei primi danneggiamenti in corrispondenza del primo piano.

Il danno si propaga poi molto rapidamente a partire dal quinto secondo: sensibili cambiamenti non si manifestano poi oltre i 5,5 secondi ove il danneggiamento strutturale ha raggiunto l'apice.

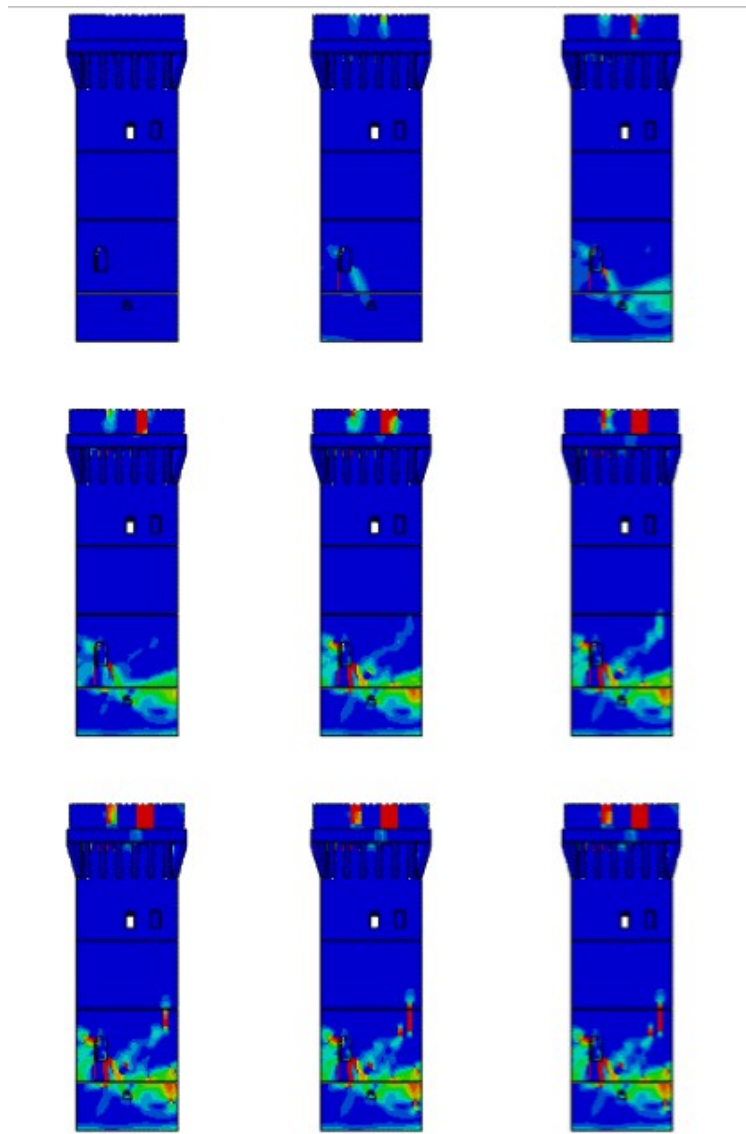


Illustrazione 9.2: Vista 2. Danno a trazione.

L'instaurarsi del danno si osserva a 4 secondi dall'inizio dell'evento sismico e si propaga in modo estremamente rapido come mostrato anche in precedenza: dopo 5-6 secondi il danno si è manifestato compiutamente.

Come era possibile osservare anche nella vista precedente, il danno a trazione, si manifesta in corrispondenza del primo piano ove sembra formarsi una cerniera plastica che, qualora sviluppato sull'intera struttura, porterebbe al collasso.

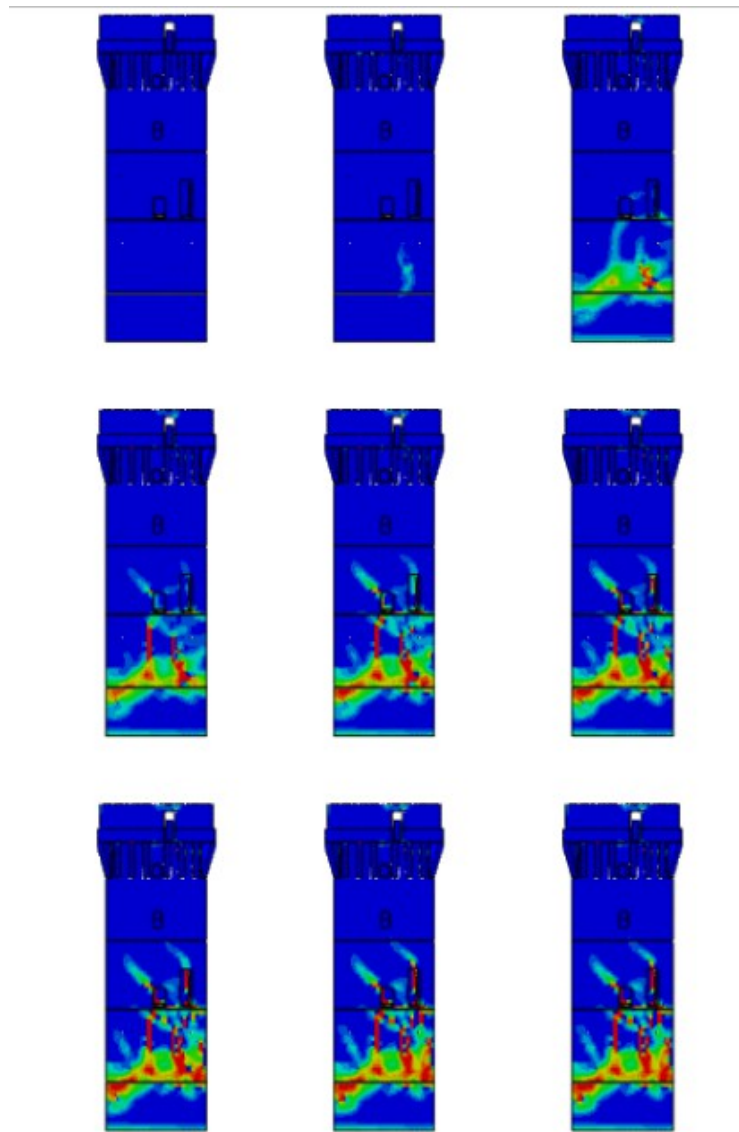


Illustrazione 9.3: Vista 3. Danno a compressione.

Si possono trarre le stesse conclusioni annotate per le viste precedenti: il danno si manifesta a circa 4 secondi e si propaga rapidamente creando un danneggiamento uniforme in corrispondenza del primo piano della Torre dei Modenesi.

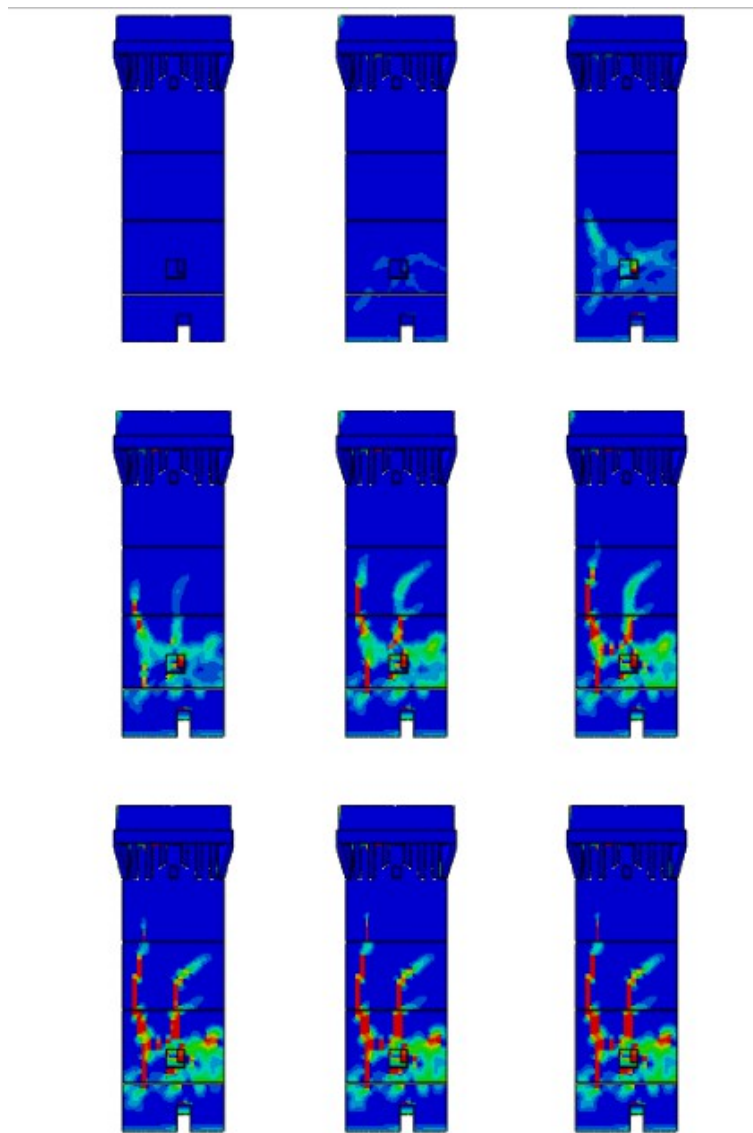


Illustrazione 9.4: Vista 3. Danno a trazione.

La vista 4 permette di osservare qualcosa di differente rispetto a quanto visto finora: si manifesta un danno verticale che, partendo dal primo piano, si propaga lungo la struttura. Tale danno è coerente con quanto si è osservato effettivamente al crollo della Torre dei Modenesi il 20 Maggio 2012 ove una metà della struttura è collassata mantenendo intatta l'altra metà sino al successivo, definitivo, crollo.

Si riportano ora delle viste tridimensionali per meglio apprezzare il danno a trazione mostrato sinora.



Illustrazione 9.5: Vista tridimensionale della struttura.
Danno a trazione.

Dopo aver illustrato il danno a trazione si riportano le mappe cromatiche del danno a compressione: si riportano unicamente le immagini tridimensionali relative ai secondi 5 – 6,5 – 7,3 in quanto significativi dell'evoluzione del danno.

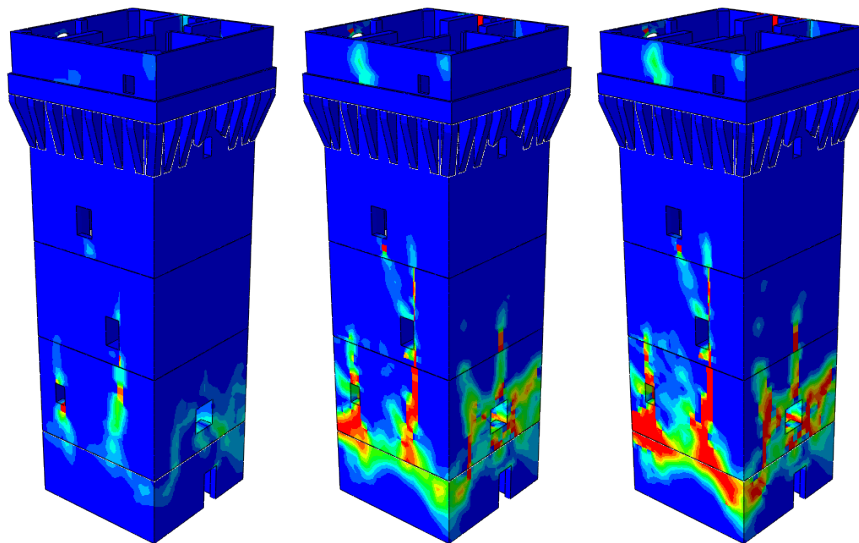


Illustrazione 9.6: Vista tridimensionale. Danno a compressione.

Per una maggiore chiarezza espositiva, si riportano le mappe cromatiche del danno, sia a trazione che a compressione, relative alla situazione della struttura al termine dell'evento sismico.

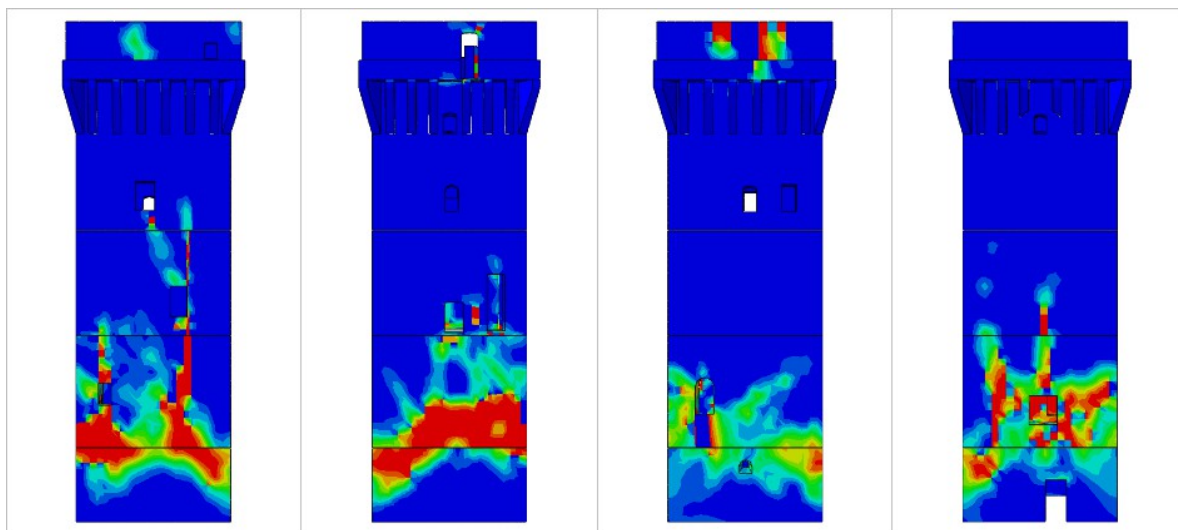


Illustrazione 9.7: Mappa cromatica del danno a compressione al termine del sisma.

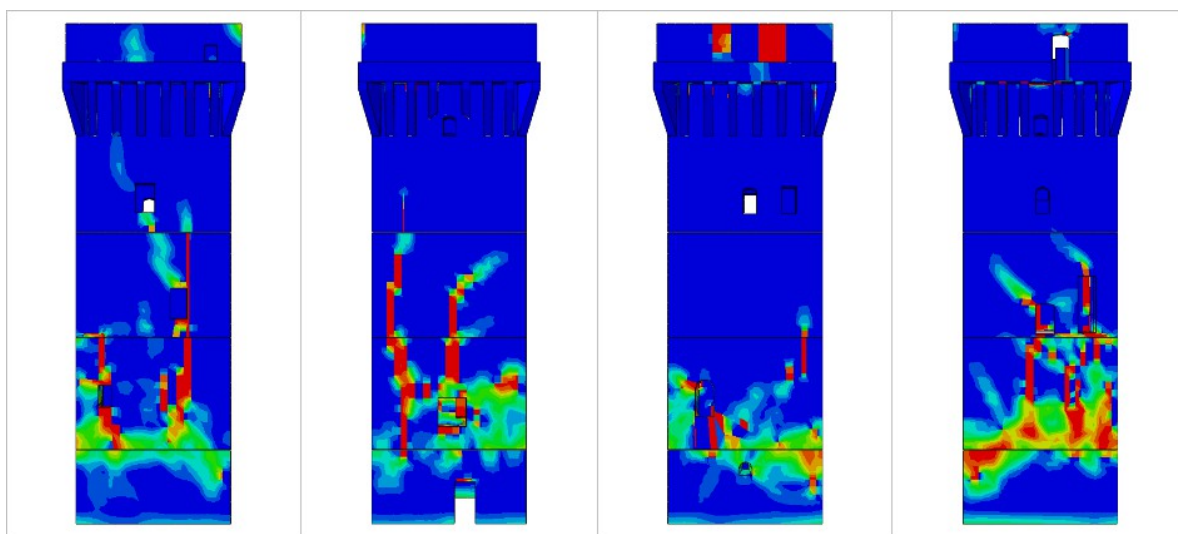


Illustrazione 9.8: Mappa cromatica del danno a trazione al termine del sisma.

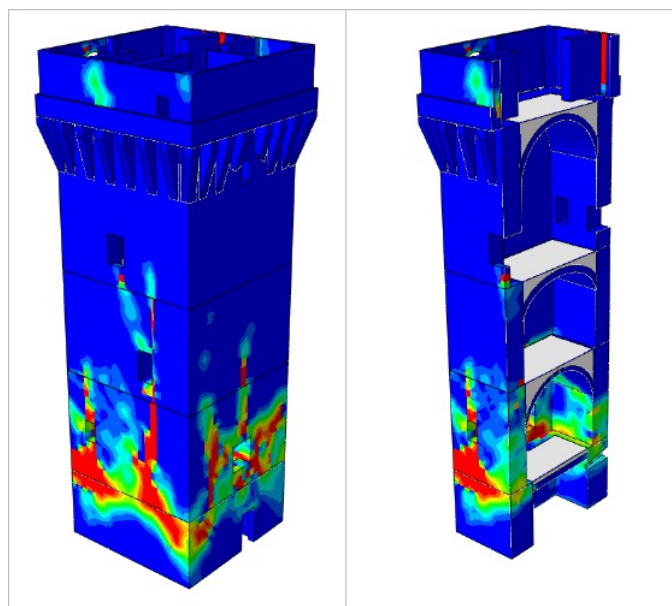


Illustrazione 9.9: Vista tridimensionale e sezionale. Danno a compressione a fine sisma.

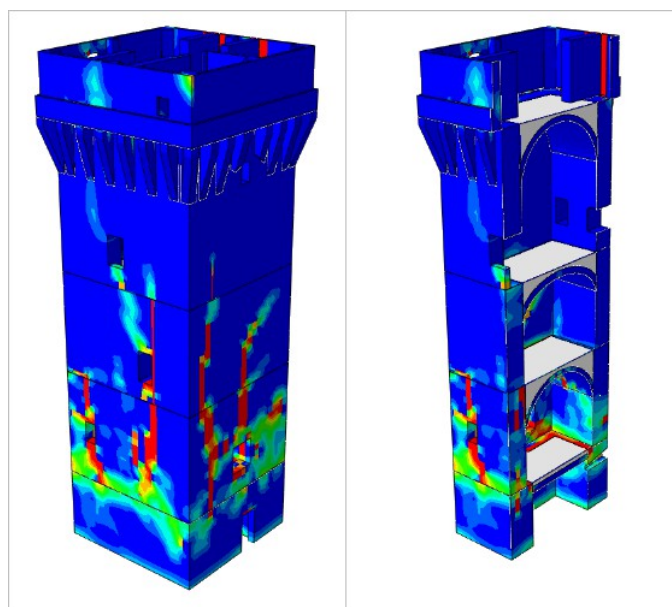


Illustrazione 9.10: Vista tridimensionale e sezionale. Danno a trazione a fine sisma.

Si riportano da ultimo le viste tridimensionali della Torre dei Modenesi in modo da evidenziarne gli spostamenti ultimi: tali spostamenti sono amplificati per poter visualizzare al meglio la situazione di incipiente collasso.

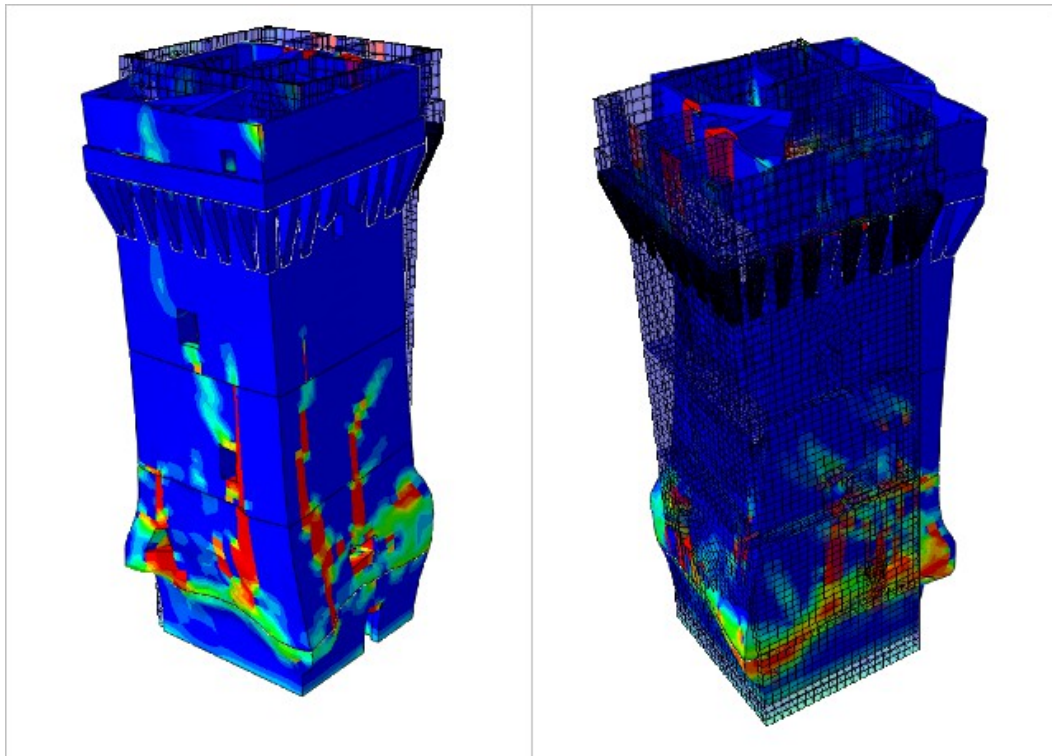


Illustrazione 9.11: Deformata al termine dell'evento sismico.

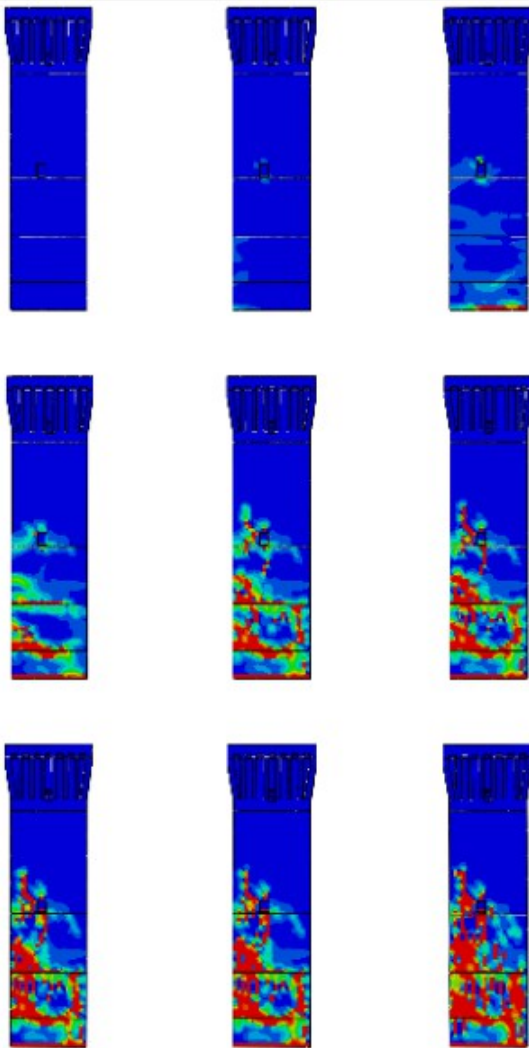
Nell'illustrazione 9.11 riportata sopra si osserva come in corrispondenza del primo piano della torre si concentrino le deformazioni e come ivi avvenga la rotazione della struttura che ne porterà all'inevitabile crollo.

La situazione mostrata dall'analisi strutturale risulta essere coerente con quanto è effettivamente accaduto il 20 Maggio 2012 a seguito dell'evento sismico.

9.2 Mastio del Castello delle Rocche: analisi dinamica non lineare

Si procede in maniera analoga a quanto fatto per la Torre dei Modenesi: in questo caso, per velocizzare le analisi dinamiche, che richiedono normalmente un onere notevole sia in termini computazionali che temporali, si è deciso di semplificare il modello del Mastio del Castello delle Rocche. Sono state svolte diverse analisi di pushover al fine di verificare la coerenza tra il modello “nuovo” ed il precedente modello: le differenze sono assolutamente contenute pertanto l'analisi dinamica non lineare verrà effettuata sul modello semplificato a 22799 nodi e 14313 elementi.

Le immagini del danno a trazione si riferiscono ai secondi 0 – 4 – 4,5 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 16,28.



In questa prima vista proposta si può osservare come il danno cominci a svilupparsi in maniera significativa attorno ai 4-5 secondi.

Il tempo in cui tale danno si propaga è invece molto di meno: infatti a 7 secondi si può affermare che il danno si sia sviluppato nella sua totalità.

La parte inferiore della torre, sino a circa 9 metri, al termine dell'evento sismico risulta fortemente danneggiata e pertanto si spiegherebbe il crollo completo della Torre stessa.

Grafico 9.4: Vista 1. Mappa cromatica del danno a trazione per il Mastio del Castello delle Rocche.

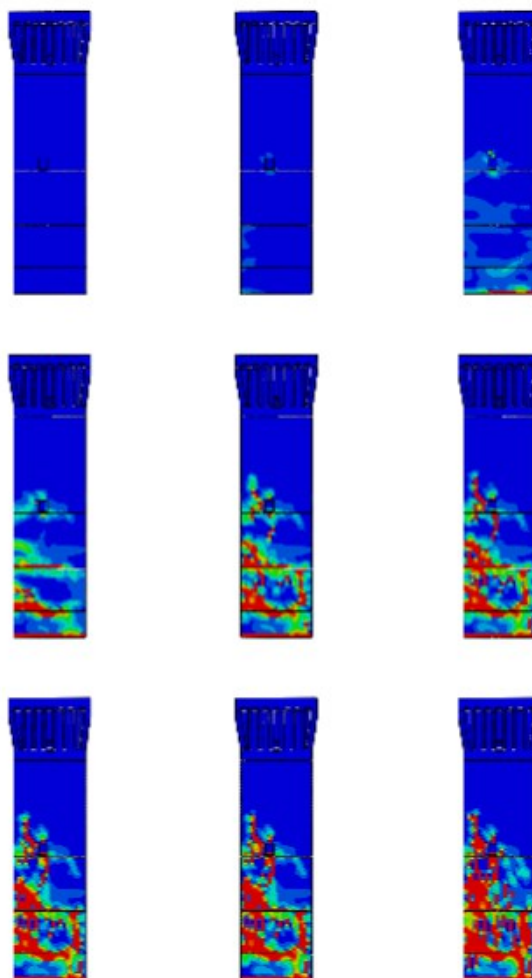


Illustrazione 9.12: Vista 2. Mappa cromatica del danno a trazione per il Mastio del Castello delle Rocche.

Da questa seconda vista si possono trarre praticamente le stesse conclusioni tratte per la vista 1.

Il danno a trazione si sviluppa partendo da una apertura e progredisce tra i secondi 4 e 7 al resto della struttura: in questo caso non si ha un chiaro progredire del danno in direzione verticale ma piuttosto si ha che la struttura si danneggia principalmente verso uno spigolo ed in maniera diffusa in tutta la parte inferiore della torre.

Oltre i 7 secondi si verifica una diffusione ancora maggiore del danno: le caratteristiche non mutano, la parte preponderante dell'evento sismico in termini di danni strutturali sembra essere quella iniziale.

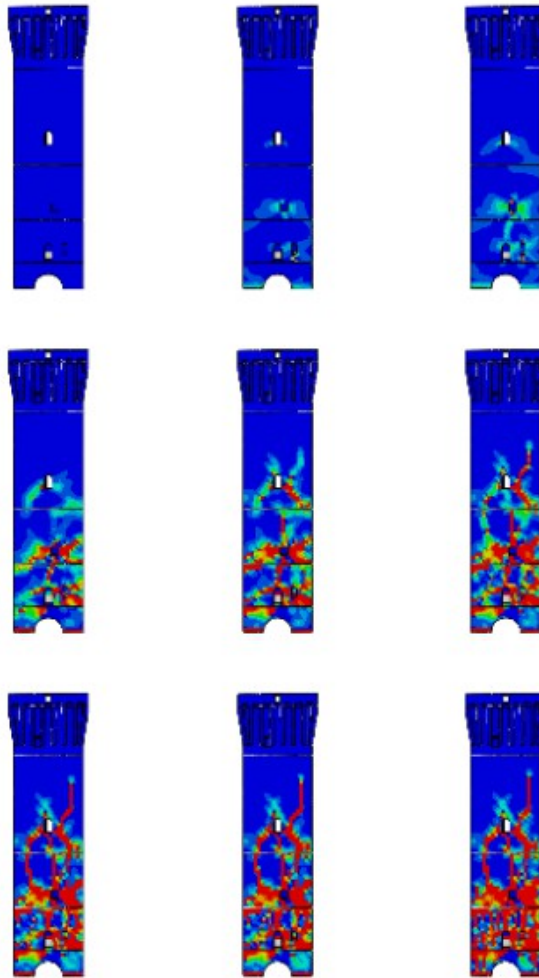


Illustrazione 9.13: Vista 3. Mappa cromatica del danno a trazione per il Mastio del Castello delle Rocche.

Il lato ora in esame sembra essere il più danneggiato, soprattutto se confrontato con la vista 1 (opposta a questa).

Il danno si manifesta come sempre in corrispondenza delle aperture che in questo caso sono molto numerose e ravvicinate: le tre aperture nella parte inferiore del Mastio presentano una concentrazione di danno notevole sin dai primi secondi.

Al raggiungimento del settimo secondo dall'inizio del sisma si ha che praticamente tutta parte inferiore della torre è danneggiata, addirittura sino ad una altezza di circa 17 metri ovvero più della metà dell'altezza del Mastio. Sembra evidente come, in queste condizioni, la struttura fosse

assolutamente impossibilitata a resistere oltre il termine dell'evento sismico: le carenze strutturali evidenziate con le precedenti analisi hanno ivi conferma.

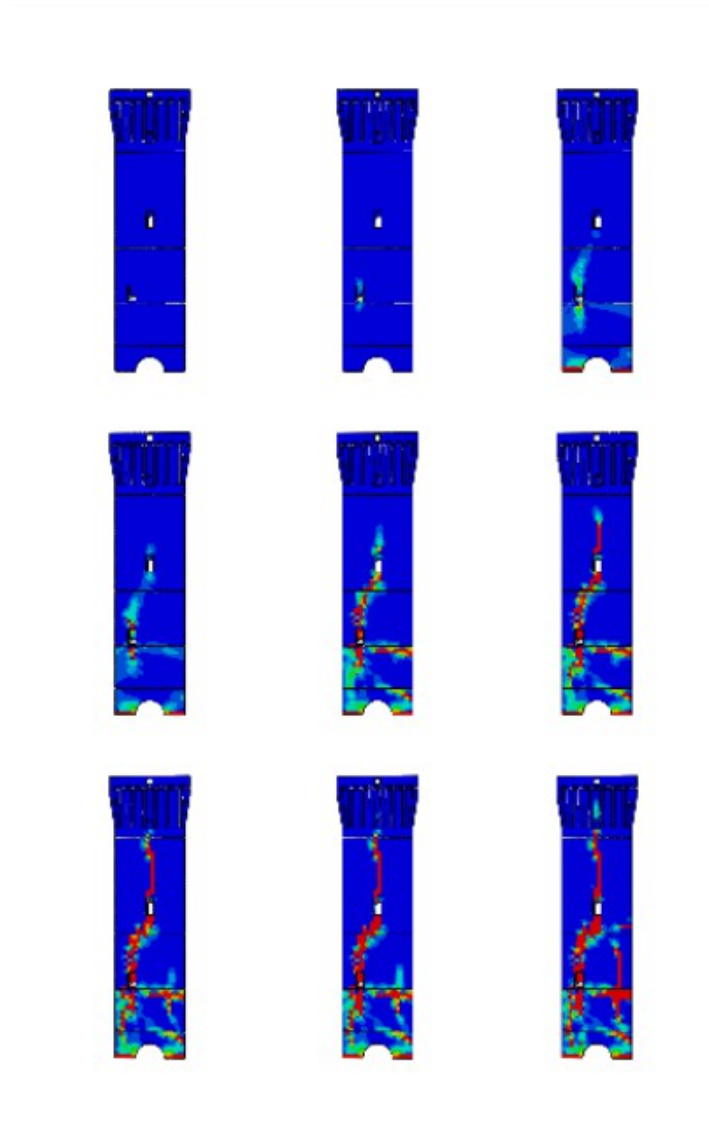


Illustrazione 9.14: Vista 4. Mappa cromatica del danno a trazione per il Mastio del Castello delle Rocche.

Si osserva innanzitutto come il danno si manifesti inizialmente in corrispondenza dell'apertura: ivi si hanno i primi segnali di danneggiamento a circa 4 secondi dall'inizio dell'evento sismico.

Col progredire del tempo il danno si propaga essenzialmente in verticale sino a raggiungere la seconda apertura presente ma si propaga anche orizzontalmente dando l'idea della formazione di una fascia totalmente danneggiata.

Dopo il raggiungimento dei 7 secondi non si osservano particolari mutamenti: si può ipotizzare che ivi nasca una cerniera plastica, all'altezza di circa 7-9 metri che porti al collasso della struttura.

Si propone ora un'immagine prospettica del Mastio per avere uno sguardo più ampio. Successivamente si riporta la mappa del danno anche per una sezione trasversale della struttura e per la sezione di base.

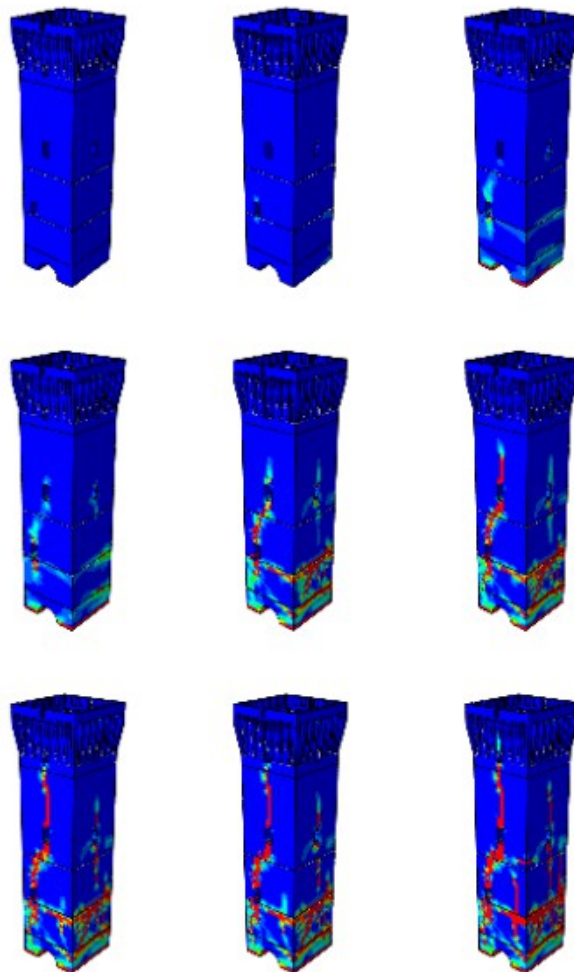


Illustrazione 9.15: Vista 3D. Mappa cromatica del danno a trazione per il Mastio del Castello delle Rocche.

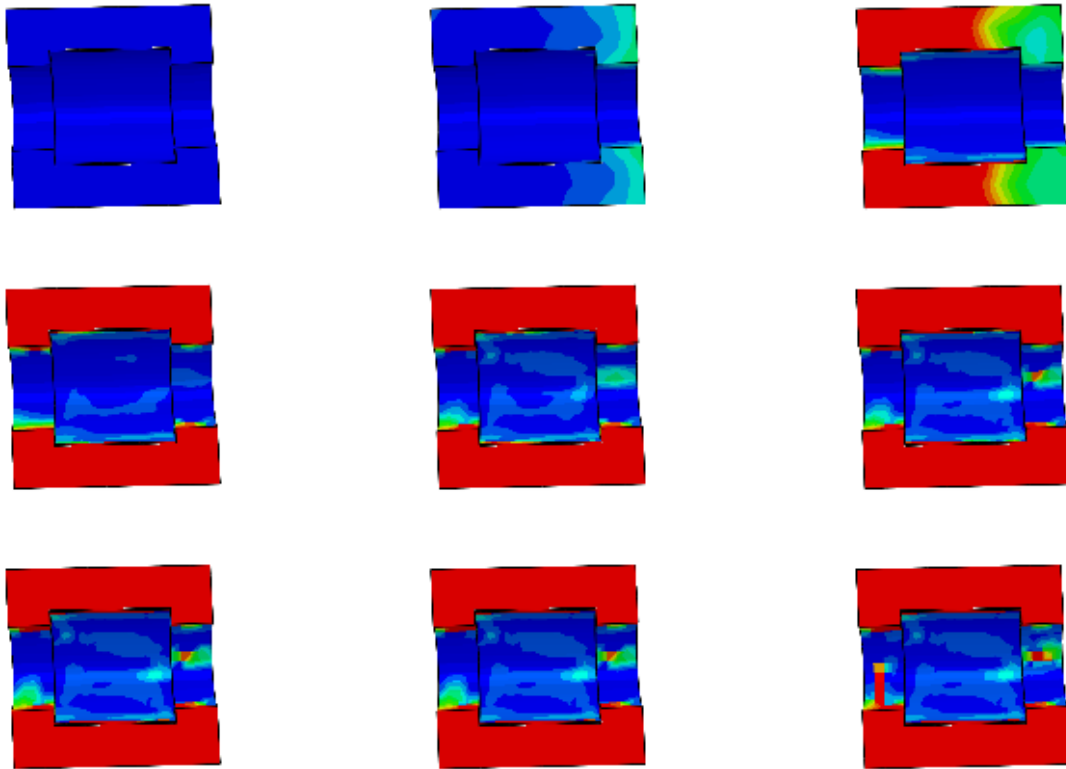


Illustrazione 9.16: Base. Mappa cromatica del danno a trazione per il Mastio del Castello delle Rocche.

Per quanto riguarda la base del Mastio si può osservare come dopo soli 5 secondi si abbia il totale danneggiamento: il danno si sviluppa dai 4 secondi ma in un solo secondo si estende interamente alla base.

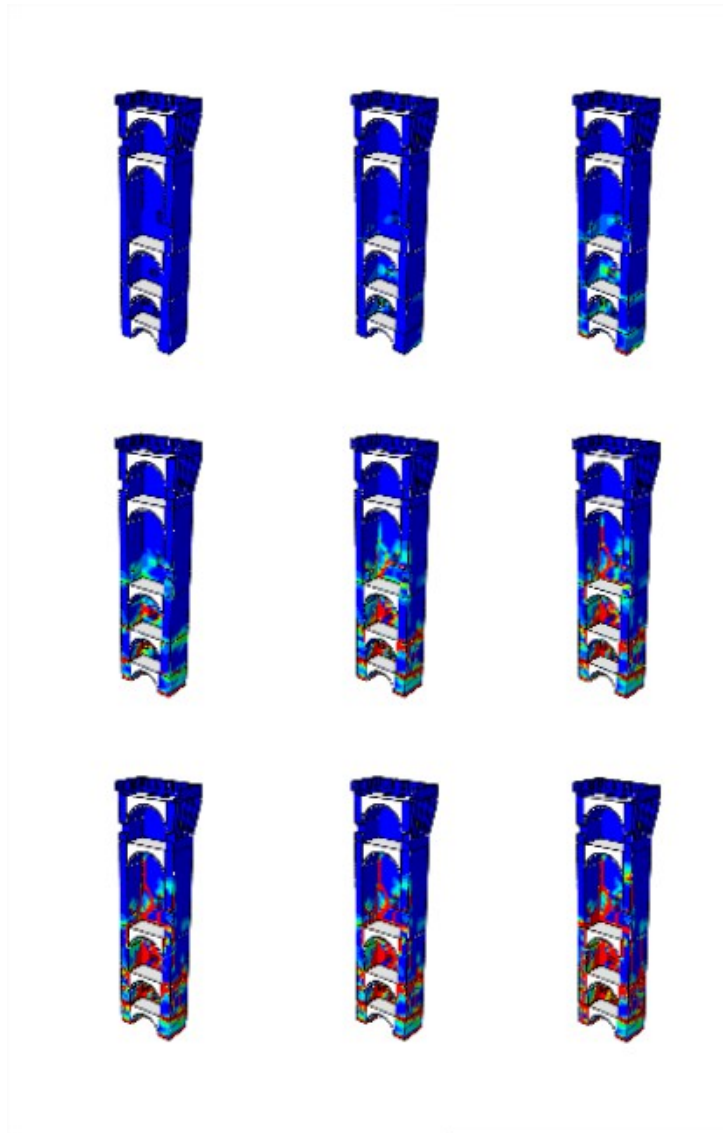


Illustrazione 9.17: Sezione trasversale. Mappa cromatica del danno a trazione per il Mastio del Castello delle Rocche.

Nella sezione trasversale proposta si può notare come il danno si propaghi anche nella parte interna del Mastio: si ricorda che i riempimenti sono ivi modellati come infinitamente elastici e pertanto vengono visualizzati in bianco in quanto non interessati dal processo di danno.

Il danno a compressione, definito in modo analogo a quello a trazione mostra ovviamente il comportamento duale di quello appena presentato: si riportano unicamente le situazioni al termine dell'evento sismico. Per completezza si riportano anche le immagini relative al danno: da ultima si noti la deformazione della torre.

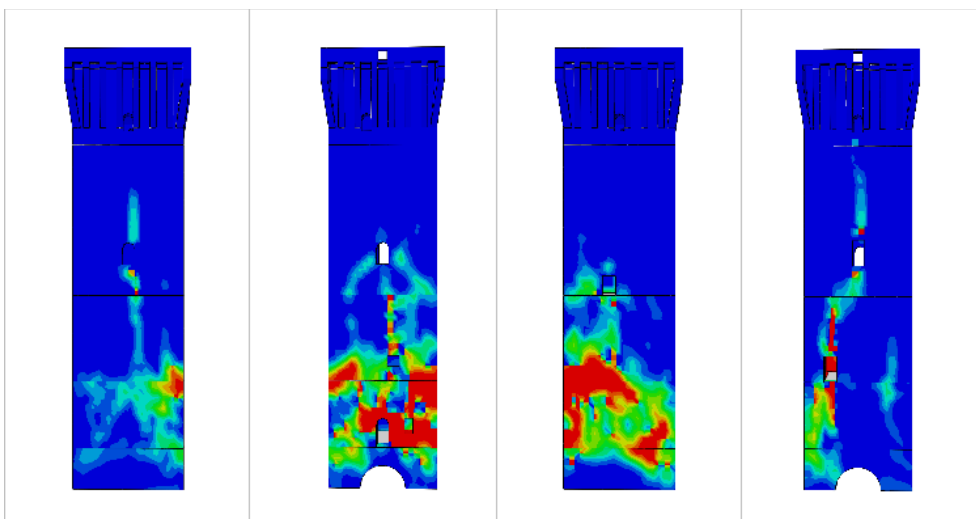


Illustrazione 9.18: Facciate del Mastio del Castello. Mappa del danno a compressione a termine del sisma.

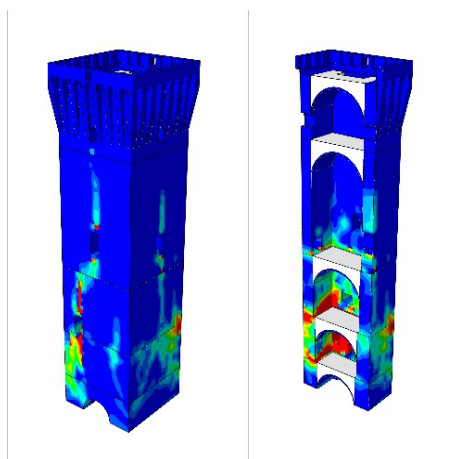


Illustrazione 9.19: Vista 3D e sezionale del Mastio. Mappa del danno a compressione.

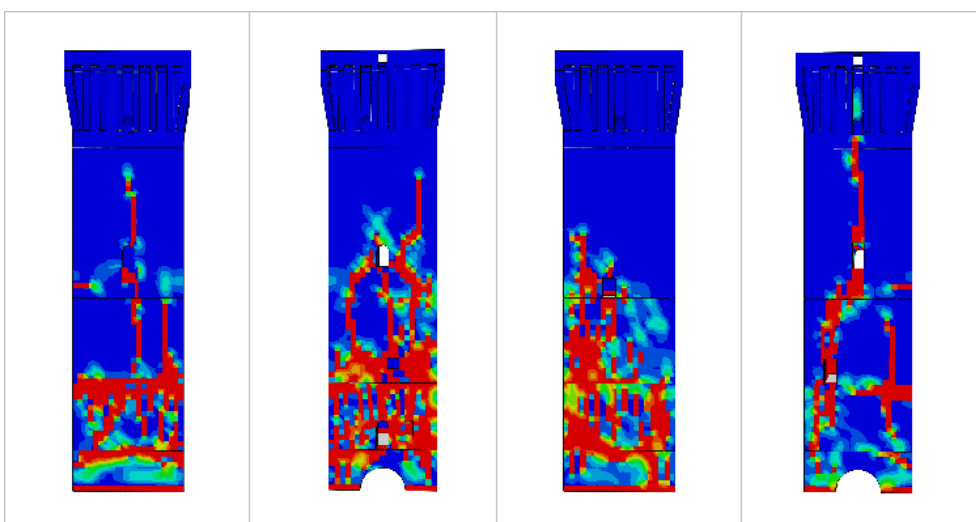


Illustrazione 9.20: Facciate del Mastio del Castello. Mappa del danno a trazione al termine del sisma.

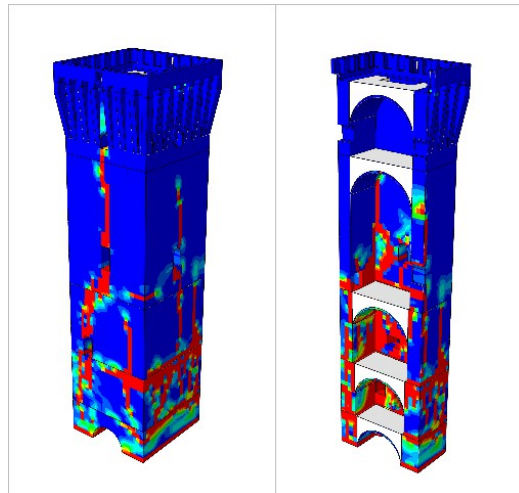


Illustrazione 9.21: Vista 3D e sezionale del Mastio del Castello. Mappa del danno a trazione al termine del sisma.

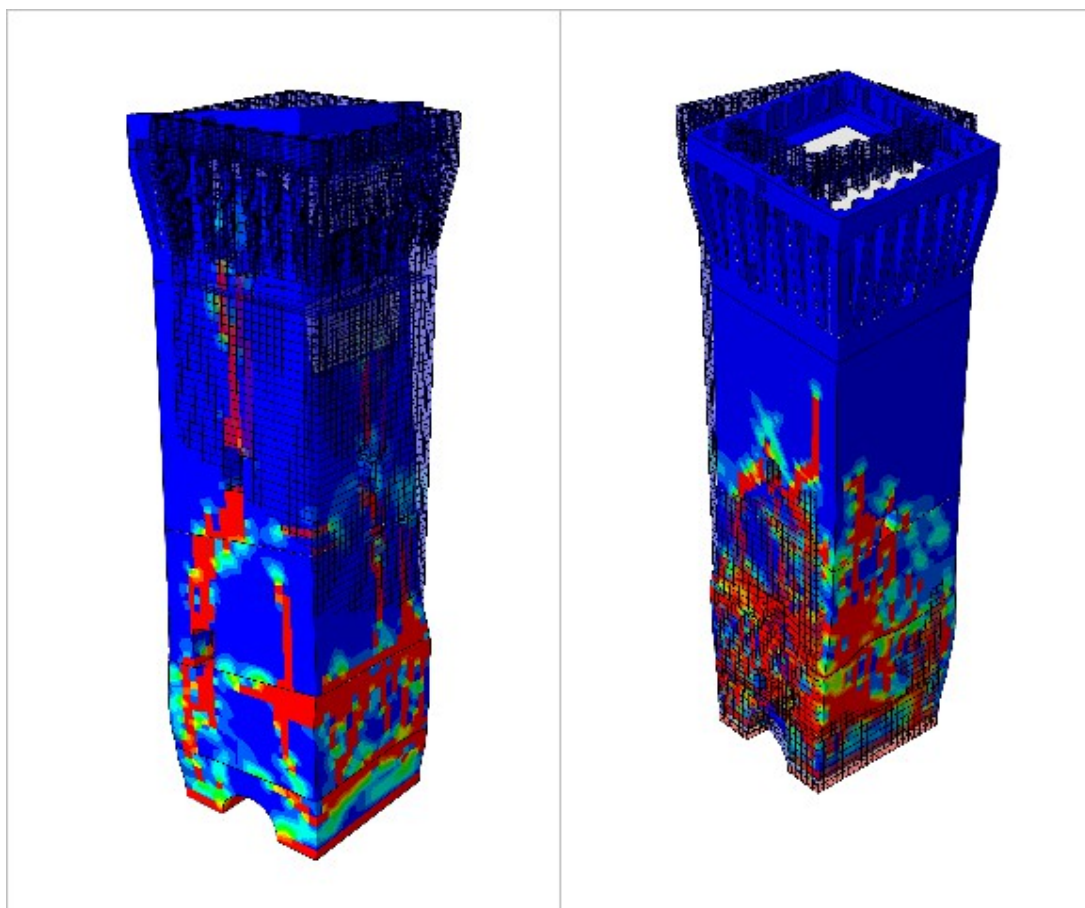


Illustrazione 9.22: Deformazioni amplificate al termine del sisma con evidenza del danno a trazione.

Si osserva come l'ipotesi di formazione della cerniera plastica all'altezza di circa 7 metri fosse esatta: a tale quota il danno è diffuso su tutta la sezione ed il Mastio ivi comincia a ruotare. La parte di Mastio sopravvissuta al sisma da conferma di quanto trovato con le analisi condotte.

Si riportano ora i grafici relativi agli spostamenti nelle tre direzioni del punto di controllo e di un punto alla base del Mastio con il conseguente spostamento residuo.

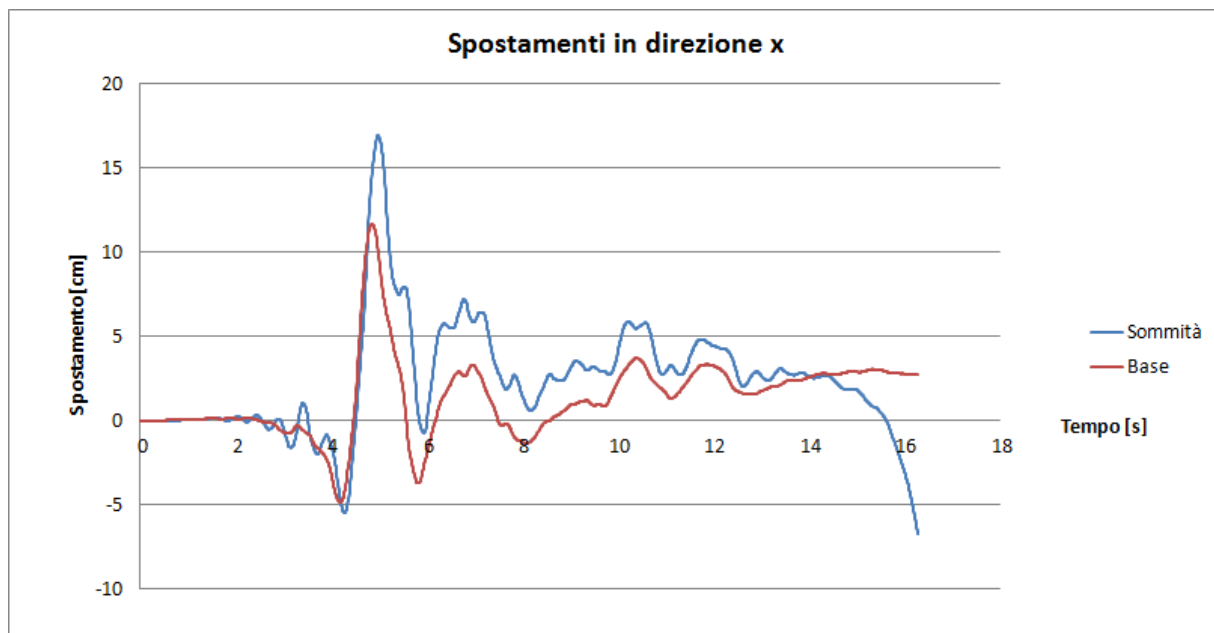


Grafico 9.5: Spostamenti in direzione x in sommità e alla base del Mastio del Castello delle Rocche.

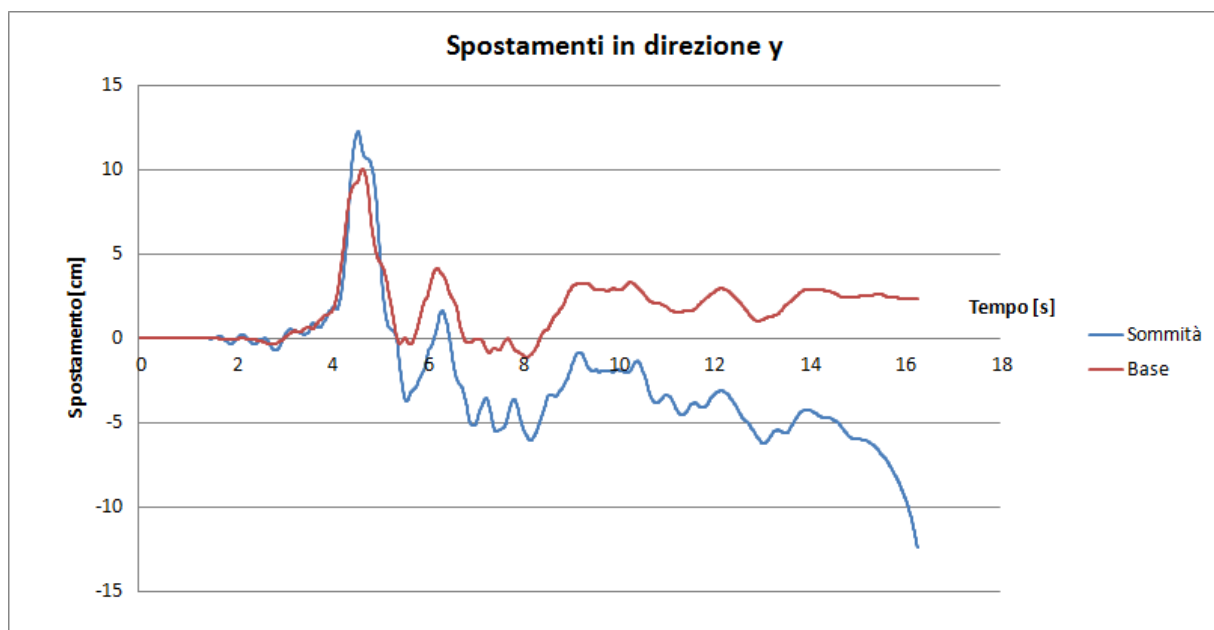


Grafico 9.6: Spostamenti in direzione y in sommità e alla base del Mastio del Castello delle Rocche.

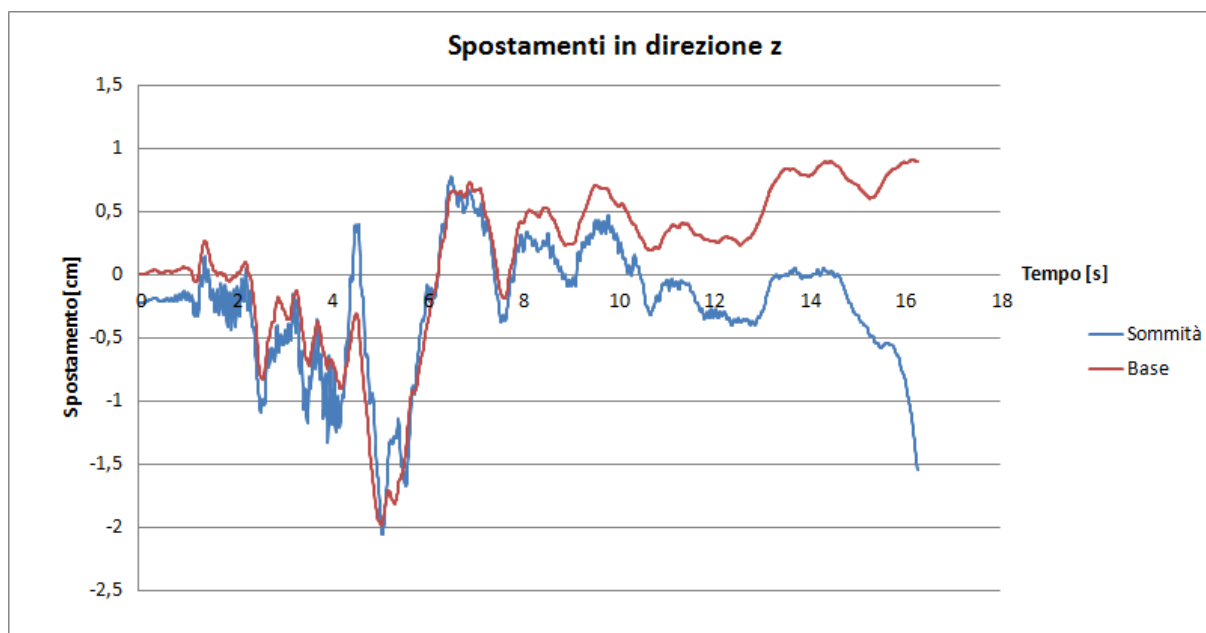


Grafico 9.7: Spostamenti in direzione z in sommità e alla base del Mastio del Castello delle Rocche.

Si osserva come la struttura presenti spostamenti simili in sommità e alla base sino a circa 8 secondi dall'inizio dell'evento sismico: da quel punto in poi la situazione comincia a peggiorare e si apre la forbice degli spostamenti provocando l'inevitabile crollo al raggiungimento di spostamenti che la muratura non può sopportare.

Quando detto risulta maggiormente chiaro graficando gli spostamenti relativi tra sommità e base.

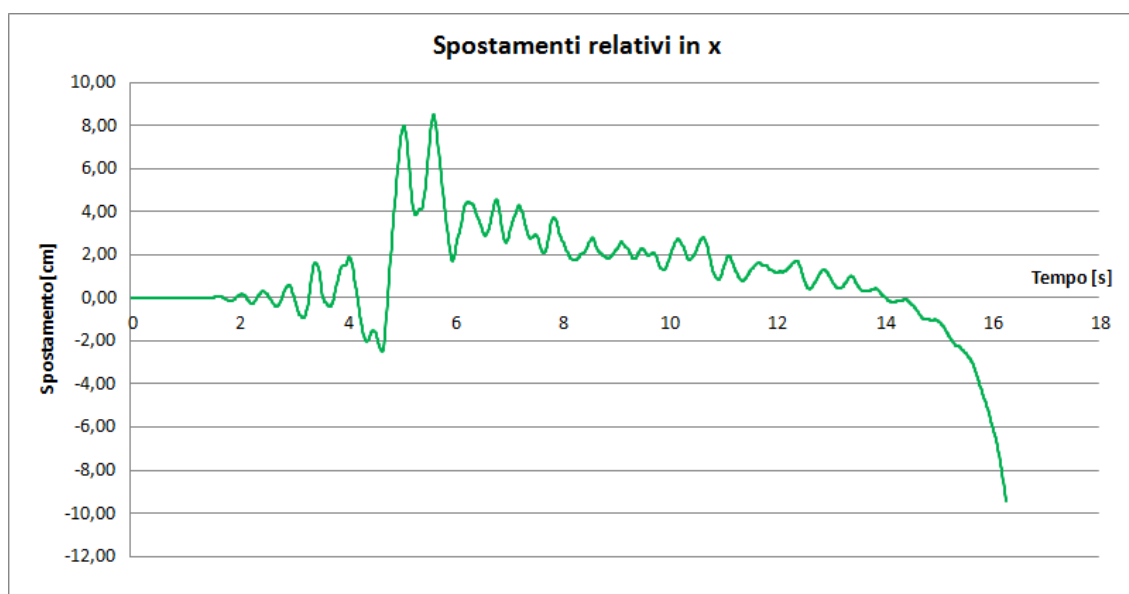


Grafico 9.8: Spostamenti relativi in direzione x tra sommità e base del Mastio del Castello delle Rocche.

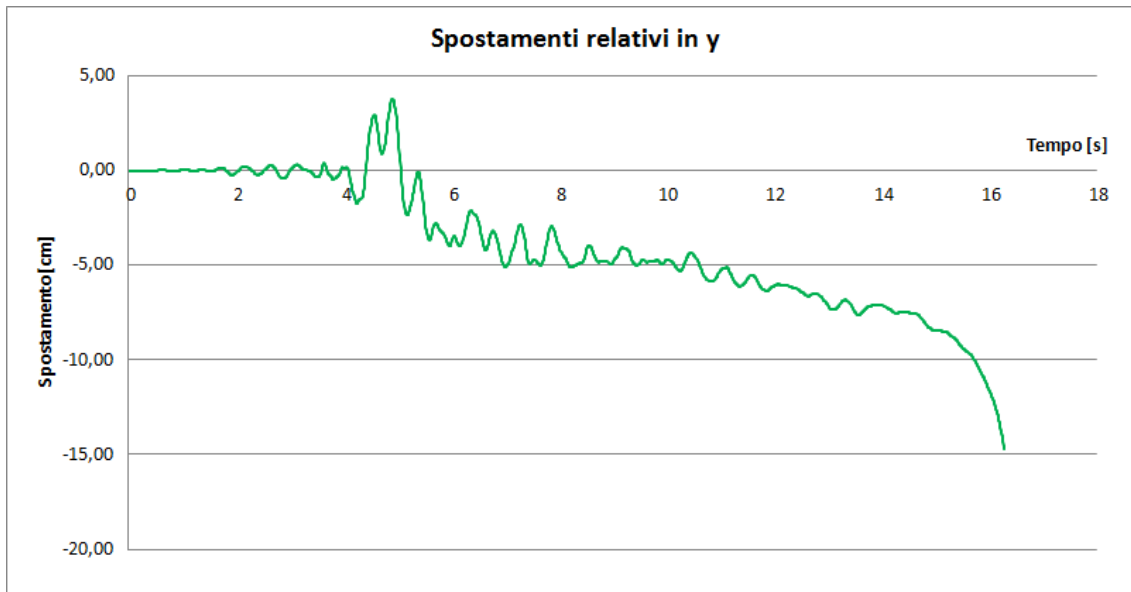


Gráfico 9.9: Spostamenti relativi in direzione y tra sommità e base del Mastio del Castello delle Rocche.

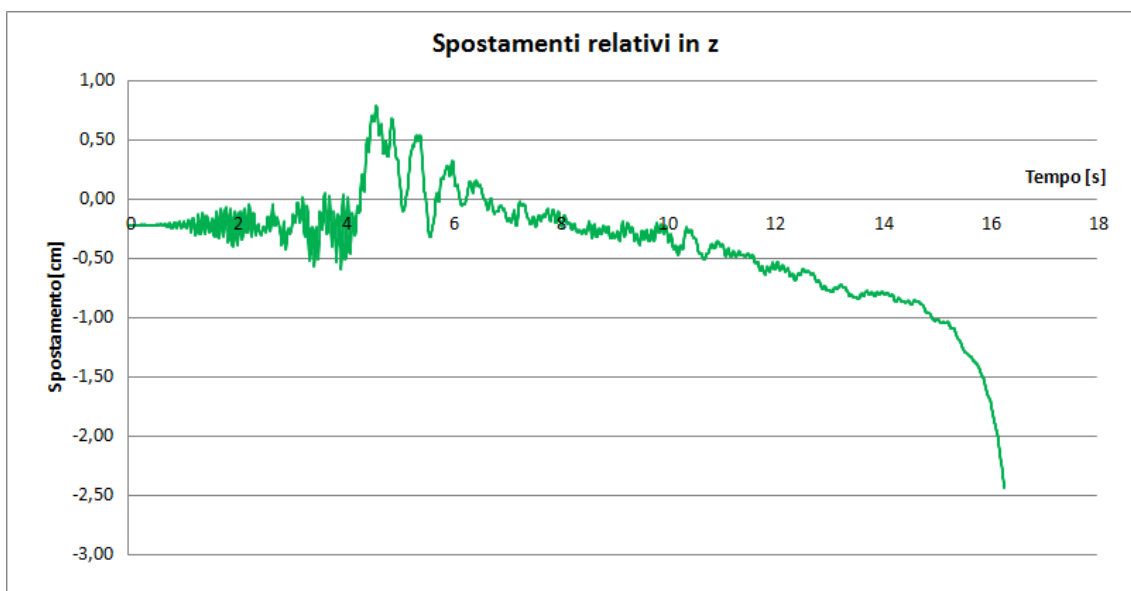


Gráfico 9.10: Spostamenti relativi in direzione z tra sommità e base del Mastio del Castello delle Rocche.

Gli spostamenti residui in sommità sono:

- 9,46 cm in direzione x;
- 14,71 cm in direzione y;
- 2,44 cm in direzione z.

Tali spostamenti, soprattutto nel piano orizzontale, sono molto ampi e giustificano la caduta del Mastio del Castello delle Rocche.

9.2.1 Un differente legame costitutivo

Il modello numerico utilizzato per il Mastio del Castello delle Rocche nell'analisi dinamica non lineare, viene sottoposto ad una nuova modellazione per quanto concerne il legame costitutivo anelastico in termini di parametri utilizzati: come suggerito in §APPENDICE B.3 si procede all'utilizzo di un legame C.D.P. coerente con i parametri scelti per il legame alla Mohr – Coulomb utilizzato nella precedente analisi statica non lineare (§8.1.2).

I parametri scelti sono ivi riportati in forma tabellare: per semplicità si riportano i parametri differenti rispetto a quelli citati in §8.1.2.

TRAZIONE	
Sforzo anelastico [MPa]	Deformazione anelastica
0,23	0
0,0023	0,001
0,0023	0,005

Tabella 9.1: Legame anelastico a trazione.

COMPRESSIONE	
Sforzo anelastico [MPa]	Deformazione anelastica
0,69	0
0,55	0,003
0,55	0,006
0,0069	0,01

Tabella 9.2: Legame anelastico a compressione.

I risultati ottenuti, sono molto differenti rispetto a quelli trovati con la modellazione costitutiva adottata in precedenza: la modifica dei domini elastici comporta un notevole cambiamento in termini di meccanismo di collasso, come visibile dalla serie di immagini riportate in seguito.

Si riportano innanzitutto le mappe cromatiche a compressione.

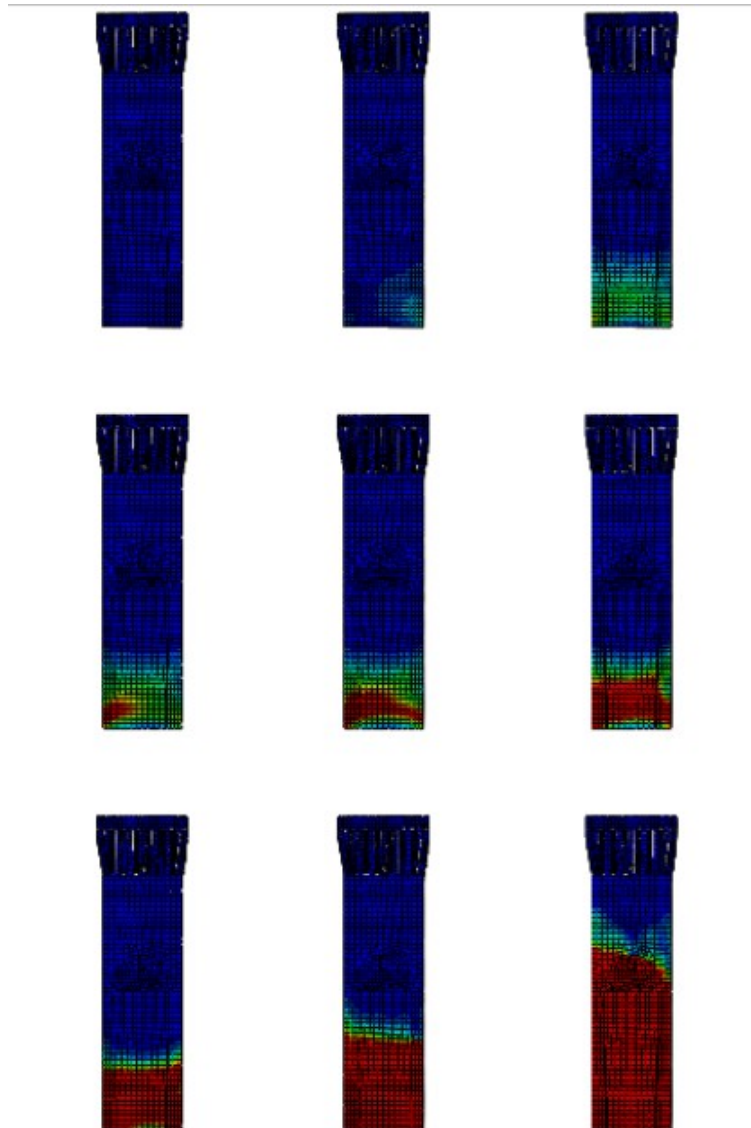


Illustrazione 9.23: Vista 1. Danno a compressione.

La vista 1 del Mastio del Castello delle Rocche riportata, per step di carico pari a 0 – 4,5 – 5 – 5,3 – 5,5 – 5,7 – 6 – 7 – 10,46 secondi, come le altre viste analoghe, mostra una chiara ed evidente propagazione del danno a partire dalla base della torre sino ad oltre la metà della stessa. Il danneggiamento inizia ad un istante temporale di 4,5 secondi dall'inizio del sisma e propaga rapidamente portando ad un danno totale dei primi metri della struttura dopo soli 2 secondi.

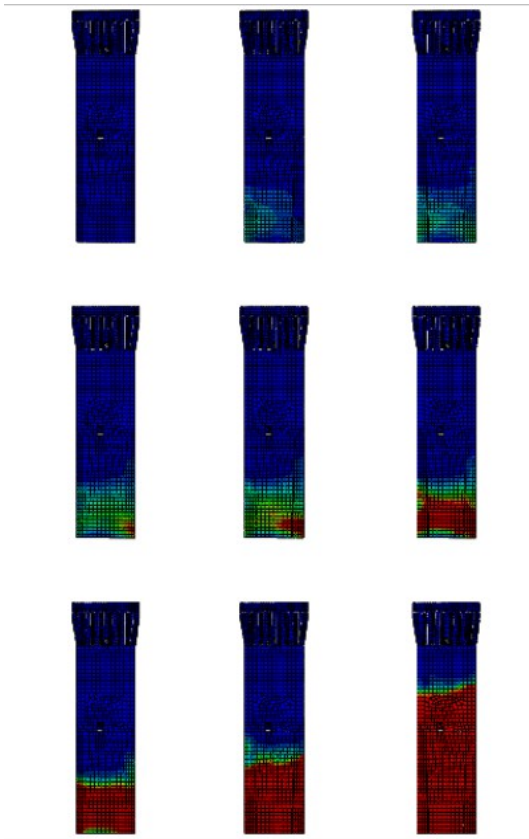


Illustrazione 9.24: Vista 2. Danno a compressione.

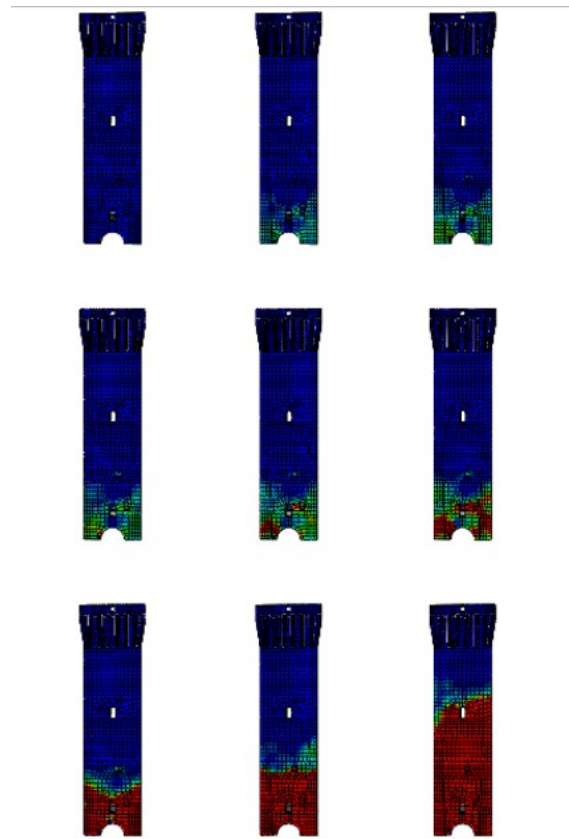


Illustrazione 9.25: Vista 3. Danno a compressione

Le viste 2 e 3 confermano quanto osservato in precedenza: dopo 4 secondi il Mastio mostra i primi segnali del danno a compressione, che si propaga sempre molto rapidamente dalla base sino ad oltre la metà della struttura.

Appare evidente un collasso a compressione per schiacciamento della struttura: la componente verticale del sisma ha avuto un ruolo fondamentale nella dinamica di crollo. Questa riflessione è molto importante da sottolineare dato che la Normativa trascura notevolmente l'influenza degli accelerogrammi registrati per la direzione verticale che non viene mai contemplata se non durante l'analisi oggetto ora di discussione.

Si riportano infine le ultime due viste: la vista 4 e la vista tridimensionale; ove si registrano e confermano i comportamenti appena descritti.

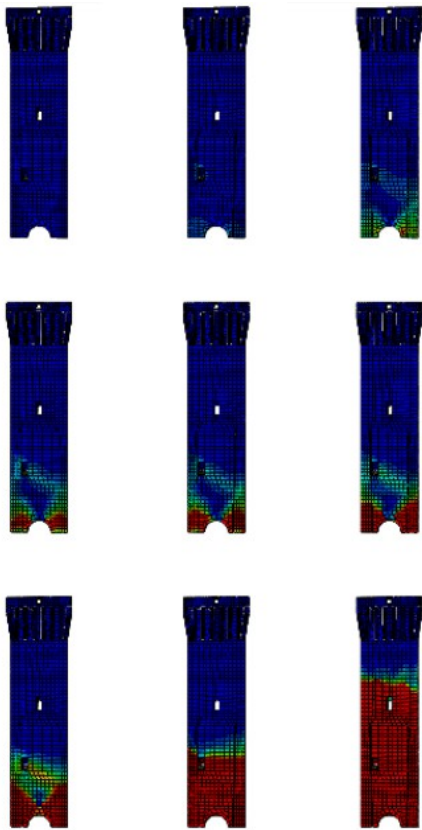


Illustrazione 9.26: Vista 4. Danno a compressione.

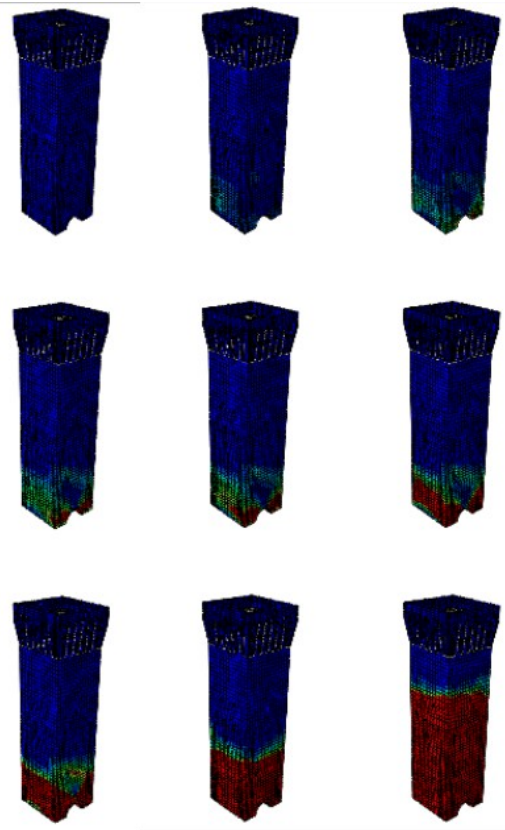


Illustrazione 9.27: Vista tridimensionale. Danno a compressione.

Si riporta ora, per completezza, la mappa cromatica del danno a trazione relativo al Mastio del Castello delle Rocche e in seguito delle immagini a dimensione maggiore che meglio mostrano quanto riscontrato sin qui dall'analisi condotta con il modello a legame costitutivo variato.



Illustrazione 9.28: Vista tridimensionale del Mastio. Danno a trazione.

Il danno a trazione, come evidenziato dall'illustrazione 9.17 mostra uno sviluppo assai più lento del danno a compressione: sino a 7 secondi dall'inizio dell'evento sismico non si hanno rilevanti segnali di danneggiamento mentre, al termine dell'analisi si può comunque vedere un danno a trazione ampiamente diffuso. Il meccanismo visibile interessa gli spigoli della struttura che risultano totalmente danneggiati e probabilmente espulsi.

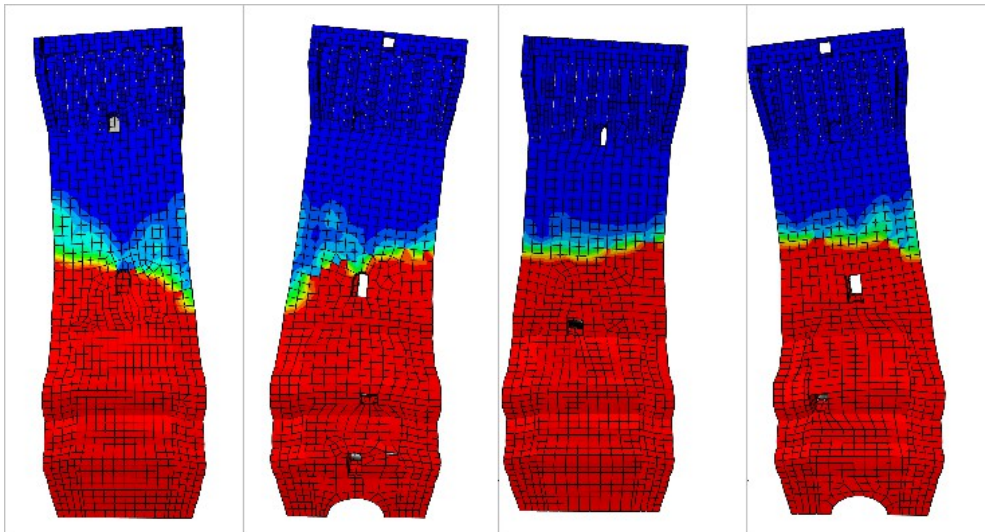


Illustrazione 9.29: Viste prospettive al termine dell'analisi. Danno a compressione e deformata.

Nell'immagine proposta si evidenzia chiaramente il meccanismo di schiacciamento che ha portato al collasso della struttura: si ha ivi conferma di quanto asserito riguardo all'importanza dell'accelerazione verticale del sisma.

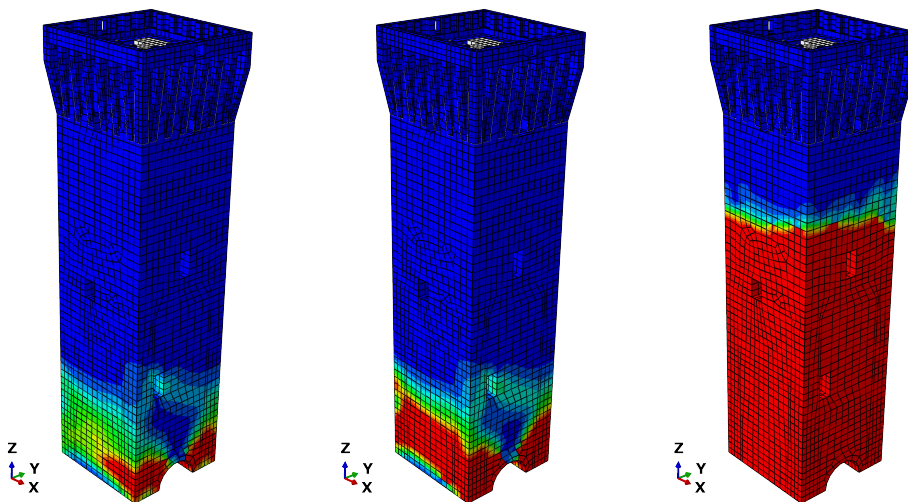


Illustrazione 9.30: Vista tridimensionale con danno a compressione.

Gli step temporali a cui fa riferimento l'immagine 9.19 sono 5,5 – 5,7 e 10,46 secondi: si mostra molto bene il progredire del danno a compressione.

Per gli stessi step temporali si riporta la situazione relativa al danno a compressione.

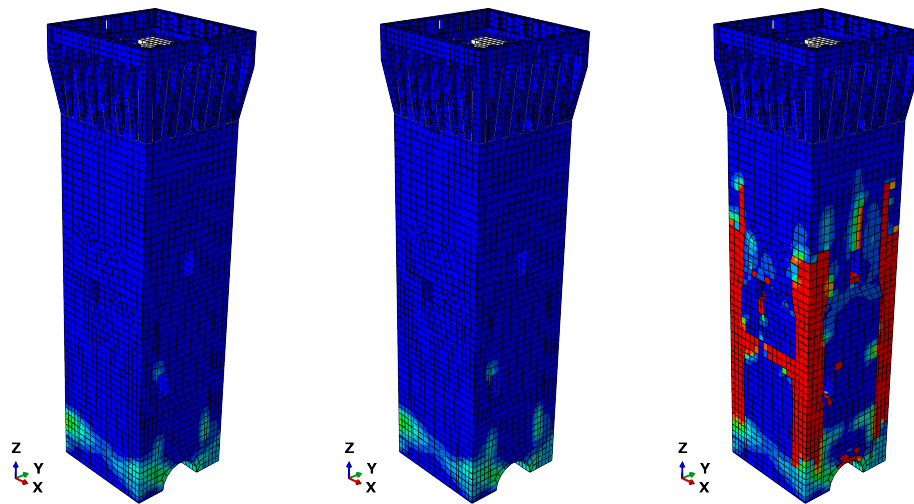


Illustrazione 9.31: Vista tridimensionale con danno a trazione.

L'analisi condotta con un legame costitutivo a parametri modificati porta, come visto, alla formazione di un meccanismo di crollo differente rispetto a quello valutato in precedenza.

10. Confronto con modelli precedenti

Dopo aver analizzato le due strutture separatamente coi vari procedimenti indicati da Normativa si procede ad un confronto dei risultati ottenuti con quanto fatto in precedenza in due elaborati di Tesi, indicati in Bibliografia, di Michela Vallè e Michele Bosco.

Per ogni analisi condotta e per la parte di modellazione, si confronteranno i valori significativi ottenuti cercando di motivare eventuali differenze e similitudini.

La prima differenza è subito da riportare: per la modellazione ad elementi finiti e per le analisi, questo lavoro di Tesi ha utilizzato il Software Abaqus sin dalle analisi statiche lineari mentre gli altri elaborati hanno utilizzato un altro Software commerciale, Straus7. In particolare il lavoro di Michele Bosco riguardante il Mastio del Castello delle Rocche ha previsto il solo utilizzo di Straus7 per tutte le analisi (non è stata svolta l'analisi dinamica non lineare) mentre il lavoro di Michela Vallè sulla Torre dei Modenesi ha sfruttato tale Software per tutto l'elaborato tranne per l'ultima analisi, quella dinamica non lineare, ove è passata all'utilizzo di Abaqus.

Vista tale differenza si coglie ivi l'occasione per verificare la corrispondenza dei risultati ottenuti con due diversi Software commerciali.

10.1 Modellazione

Il primo aspetto significativo su cui prestare attenzione è la parte relativa alla modellazione: questa fase, nella sua parte numerica e nella definizione del legame elastico in particolar modo, costituisce uno degli aspetti fondamentali della differenziazione tra questo elaborato e gli altri due.

Le differenze che si riscontrano in questa fase, preliminare alla fase di analisi vera e propria, costituiranno la base della differenziazione dei lavori e lo spunto da cui partire per giustificare, motivare e comprendere ogni differenza presente.

10.1.1 Modelli geometrici e numerici

Il modello geometrico creato tramite l'utilizzo del programma Cad Rhinoceros è stato fatto partendo dallo studio di prospetti e sezioni: la base 2D di partenza per la realizzazione del modello tridimensionale è la medesima e pertanto i modelli tridimensionali generati dal programma Cad e poi importati nei Software di calcolo coincidono.

Per entrambe le modellazioni si è resa necessaria una duplice fase di semplificazione del modello: alcuni dettagli come le merlature, le celle campanarie e dettagli costruttivi vari, sono stati rimossi in quanto non significativi a livello strutturale. Nella fase di creazione della mesh tridimensionale tali caratteristiche dettagliate avrebbero avuto la sola funzione di appesantire il modello e rallentare la fase di analisi inutilmente.

Nei modelli utilizzati in questa sede si è però fatto ricorso ad una ulteriore, minima, semplificazione: a causa della differente mesh, alcuni particolari molto complessi o con geometria fortemente irregolare sono stati “rettificati” e resi più “squadri” per facilitare la fase di suddivisione ad elementi finiti.

Gli elementi finiti scelti per le analisi sono differenti rispetto ai due elaborati di riferimento: in entrambi i lavori di confronto sono stati utilizzati elementi Tetraedrici a 4 nodi mentre nel presente elaborato sono stati utilizzati elementi Esaedrici a 8 nodi. Le differenze in termini computazionali e

di rappresentazione della soluzione sono riportate nell'appendice relativo all'utilizzo di Abaqus (§4.4). La conseguenza diretta di questa differente scelta di suddivisione ad elementi finiti è, oltre alla leggera semplificazione (del tutto ininfluente ai fini computazionali) dei modelli, una differenza in termini di nodi ed elementi che descrivono le due strutture.

TORRE DEI MODENESI		
	Tetraedri	Esaedri
Elementi	131233	46713
Nodi	30975	69351

Tabella 10.1: Elementi finiti e nodi dei due modelli della Torre dei Modenesi.

MASTIO DEL CASTELLO DELLE ROCICHE		
	Tetraedri	Esaedri
Elementi	225890	40925
Nodi	47991	61547

Tabella 10.2: Elementi finiti e nodi dei due modelli del Mastio del Castello delle Rocche.

Si può osservare come i modelli realizzati con Esaedri presentino un numero di Elementi Finiti nettamente inferiori ai modelli con i Tetraedri ma al contempo presentano un incremento del numero di nodi: il singolo elemento infatti presenta il doppio dei nodi nel caso degli Esaedri rispetto ai Tetraedri e pertanto la descrizione delle due torri risulterà, anche ma non solo per questo, più dettagliata. La scelta di una diversa tipologia di elementi finiti ha portato ad una diversa scelta operativa nella fase di creazione della mesh: mentre con gli elementi Tetraedrici è possibile sfruttare l'Auto-meshing del programma, nella fattispecie Straus7, suddividendo ad elementi finiti l'intera struttura con un solo comando; con gli elementi Esaedrici non è possibile ed è necessario suddividere le due Torri in parti aventi geometrie quanto più possibile regolari per poi procedere all'Auto-meshing di queste piccole zone.

La scelta di elementi differenti ha dunque una molteplice valenza: da un lato si ha una riduzione del numero di elementi finiti ma dall'altro si ha una descrizione più accurata delle strutture unitamente ad un maggior onere sia computazionale (gli elementi finiti Esaedrici sono descritti da funzioni di forma più complesse §4.4) che di meshing da parte dell'utente.

La Torre dei Modenesi studiata in precedenza da Michela Vallè presenta una suddivisione in 13 fasce costruite in modo da ottenere una discretizzazione precisa delle masse: nel presente elaborato questa scelta di costruzione del modello non è stata presa e la torre è stata descritta nella sua totalità senza ricorrere ad alcuna suddivisione geometrica. Questa scelta è stata presa anche per il Mastio del Castello delle Rocche che, in realtà, non era stato suddiviso in fasce neanche nello studio precedente condotto da Michele Bosco.

L'ultima osservazione riguardo alla modellazione è legata ai vincoli: coerentemente con la situazione riscontrata in situ e con le due tesi precedenti, si è deciso di non modellare il terreno e tanto meno l'interazione dello stesso con le strutture in quanto non si sono verificati cedimenti strutturali in corrispondenza del piano campagna o al di sotto dello stesso. Le modellazioni presentano dunque vincoli di semplice incastro esattamente come negli elaborati di confronto.

10.1.2 Carichi e legami costitutivi elastici

Successiva alla fase di modellazione è la fase di assegnazione dei carichi e del legame costitutivo, che, nelle prime analisi, è di tipo elastico – lineare.

Per quanto riguarda i carichi si può affermare che le due strutture sono state caricate in maniera assolutamente analoga rispetto a quanto fatto in precedenza negli altri due elaborati: l'analisi dei carichi è stata ivi ripercorsa seguendo come traccia quanto fatto in precedenza e dunque i carichi apposti sulla sommità delle due torri sono i medesimi.

L'unico carico che differisce rispetto alle due tesi precedenti è il Peso Proprio: la definizione è ovviamente la medesima ma cambia il peso specifico della muratura. Questa caratteristica, come la scelta del Modulo di Elasticità e del Coefficiente di Poisson è figlia della parte sperimentale affrontata nei capitoli §2 e 3 mentre in precedenza si erano utilizzati i parametri forniti dalla Normativa ed in particolare dalla Circolare Esplicativa (§C8A.2.1). Per quanto riguarda i riempimenti non si sono modificate le caratteristiche fornite da Milani et al. (2012) e utilizzate

anche nei precedenti lavori.

Si riportano tali differenze in tabella avendo l'accortezza di sottolineare come i parametri da Normativa sono i medesimi tra Torre dei Modenesi e Mastio del Castello delle Rocche e sono ivi riportati quelli effettivamente utilizzati negli elaborati di riferimento.

	Struttura	f_{ck} [MPa]	E [MPa]	ν [-]	w [kg/m³]	Massa [kg]
Normativa	Torre dei Modenesi					1081764
	Mastio del Castello delle Rocche	1,8	1800	0,25	1800	2037820
Sperimentali	Torre dei Modenesi	2	2000	0,2	1580	945189
	Mastio del Castello delle Rocche	4	4000	0,2	1580	1841364

Tabella 10.3: Parametri elastici da Normativa e Sperimentali.

Si noti come, mentre per la Torre dei Modenesi i valori trovati sperimentalmente ed i valori suggeriti da Normativa, non abbiano sostanziali diversità, per il Mastio del Castello delle Rocche la situazione è ben differente: i valori riscontrati sperimentalmente, in termini di modulo elastico e coefficiente di Poisson, sono addirittura pari al doppio di quanto utilizzato in precedenza. Questa sostanziale differenza di descrizione del comportamento elastico della muratura del Mastio porterà ad inevitabili differenze in termini di comportamento strutturale: l'analisi condotta in precedenza ha sottostimato notevolmente le capacità della struttura e pertanto sarà fondamentale la fase di confronto critico di quanto ottenuto.

Nelle successive analisi si indicheranno con la dicitura “Modello A” i modelli delle due strutture studiati in questo elaborato di Tesi ed in particolare “A1” per il modello della Torre dei Modenesi e “A2” per quello del Mastio del Castello delle Rocche, mentre i modelli precedenti a Tetraedri e con parametri da Normativa saranno indicati con “B” (Torre dei Modenesi) e “C” (Mastio).

10.2 Analisi statica lineare

Si intendono confrontare i risultati legati all'analisi statica lineare ovvero all'analisi condotta sulle due strutture con la sola applicazione del peso proprio: in entrambe le Torri lo sforzo massimo si determina nella sezione di base e, vista la diversità solo in termini di peso proprio, non ci si aspettano grosse variazioni in termini di valore di tale sforzo e tanto meno in termini di distribuzione generale degli sforzi.

TORRE DEI MODENESI		MASTIO DEL CASTELLO	
	$\sigma_{C,max}$ [MPa]		$\sigma_{C,max}$ [MPa]
Modello A1	0,55	Modello A2	1,40
Modello B	0,47	Modello C	0,92

Tabella 10.4: Sforzi massimi a compressione dei 2 modelli a confronto per ognuna delle 2 strutture.

Come prevedibile e ampiamente giustificabile, i modelli con dati sperimentali presentano valori di sforzo massimo a compressione alla base inferiori rispetto ai modelli di confronto: i modelli sono del tutto analoghi ad eccezione del peso proprio, che, a causa dei differenti valori di peso specifico, risulta inferiore per i modelli A. Le differenze in termini di modulo elastico e resistenza a compressione sono pressoché irrilevanti in questa fase visto che le strutture restano ampiamente nei limiti elastici, a prescindere dai valori assunti.

10.3 Analisi dinamica lineare

Il confronto tra i diversi modelli prosegue per la seconda analisi effettuata ovvero la dinamica lineare: innanzitutto si confronteranno i risultati in termini di analisi modale e successivamente si studierà il diverso comportamento delle strutture nell'analisi con spettro di risposta.

10.3.1 Analisi modale

I risultati principali forniti da questa analisi, cui fine è soprattutto quello di valutare il primo modo di vibrare, cui caratteristiche influenzano le successive analisi, sono da considerarsi in termini di periodi e frequenze di vibrazione della struttura soggetta al solo peso proprio e in termini di massa partecipante nelle tre direzioni per ciascun modo calcolato.

Per semplicità si riportano unicamente i primi 6 modi per entrambe le strutture: come visto dalle analisi condotte in precedenza (§5.1 e §5.2) con i primi sei modi si ottiene una massa partecipante pari praticamente al 100% di quella totale e pertanto i modi successivi non hanno particolare rilievo.

Il confronto non verrà fatto unicamente tra i modelli A con parametri sperimentali di legame ed i modelli B e C con parametri da Normativa, ma si utilizzerà anche un terzo modello per ciascuna struttura: utilizzando le modellazioni ad elementi finiti di tipo esaedrico e il Software Abaqus si svolgeranno due analisi (modello D per la Torre dei Modenesi e modello E per il Mastio del Castello delle Rocche) con parametri elastici da Normativa al fine di verificare l'influenza della mesh in questa fase preliminare di studio.

Si confrontano dapprima i risultati relativi alla Torre dei Modenesi e successivamente quelli legati al Mastio del Castello delle Rocche.

TORRE DEI MODENESI						
Modo	frequenza f [Hz]			periodo T [s]		
	modello A1	modello B	modello D	modello A1	modello B	modello D
1	2,83	2,38	2,38	0,35	0,42	0,42
2	2,88	2,43	2,42	0,35	0,41	0,41
3	7,05	5,95	5,84	0,14	0,17	0,17
4	10,58	9,10	8,89	0,09	0,11	0,11
5	11,15	9,52	9,37	0,09	0,11	0,11
6	13,11	11,02	11,05	0,08	0,09	0,09

Tabella 10.5: Confronto tra Periodi e Frequenze proprie della Torre dei Modenesi.

Si nota come le differenze di valori tra i modelli siano unicamente legate alla scelta dei parametri elastici infatti i modelli B e D che hanno uguali parametri ma diversa mesh, non presentano sostanziali diversità.

TORRE DEI MODENESI									
Modo	Massa partecipante x $m_{i,x}$ [%]			Massa partecipante y $m_{i,y}$ [%]			Massa partecipante z $m_{i,z}$ [%]		
	Modello A1	Modello B	Modello D	Modello A1	Modello B	Modello D	Modello A1	Modello B	Modello D
1	44,5	45,4	44,1	25,6	15,2	25,9	0,0	0,0	0,0
2	25,8	15,4	26,1	45,6	46,4	45,3	0,0	0,0	0,0
3	0,0	0,0	0,0	0,2	0,1	0,2	0,0	0,0	0,0
4	0,7	0,6	0,6	21,7	19,4	21,9	0,0	0,0	0,0
5	22,9	19,9	23,2	1,1	0,8	0,9	0,4	0,3	0,3
6	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	99,2	77,1	99,1
TOT 1-6	94,0	81,4	94,1	94,3	81,9	94,3	99,5	77,4	99,4

Tabella 10.6: Confronto delle Masse Partecipanti nelle tre direzioni della Torre dei Modenesi.

Le differenze in termini di percentuali di massa partecipante nei vari modelli sono in questo caso esigue anche con i diversi parametri elastici: le differenze importanti sono nei totali ove si nota come il modello B di confronto non abbia un valore elevato, soprattutto in direzione z. Questa differenza è per lo più da attribuirsi a qualche errore in fase di analisi in quanto considerando i primi 12 modi di tale modello non si ottiene la totalità della massa partecipante: il medesimo modello,

verificato nuovamente mostra in realtà valori coerenti con le altre analisi. Si ritiene dunque che tali differenze siano legate ad errori di trascrizione dei risultati.

Per quanto riguarda, invece, le forme modali si ha esso coincidono nei vari modelli: il primo modo è principalmente flessionale in x, il secondo in y, il terzo è torsionale, il quarto ed il quinto sono modi ibridi ed il sesto è un modo totalmente verticale,

Si passa ora al confronto relativo al Mastio del Castello delle Rocche.

MASTIO DEL CASTELLO DELLE ROCCH						
Modo	frequenza f [Hz]			periodo T [s]		
	modello A2	modello B	modello D	modello A2	modello B	modello D
1	2,14	1,37	1,33	0,47	0,73	0,75
2	2,21	1,42	1,38	0,45	0,70	0,72
3	6,85	4,37	4,20	0,15	0,23	0,24
4	9,24	6,01	5,78	0,11	0,17	0,17
5	9,94	6,33	6,20	0,10	0,16	0,16
6	12,10	7,73	7,56	0,08	0,13	0,13

Tabella 10.7: Confronto tra Periodi e Frequenze proprie del Mastio del Castello delle Rocche.

A differenza di quanto riscontrato per la Torre dei Modenesi, ivi le differenze tra i modelli sono molto più marcate: la differenza riguarda, nuovamente, solo i parametri scelti, infatti i modelli con medesimi parametri forniscono valori del tutto analoghi. Il modello A2, ovvero con i parametri sperimentali, presenta valori doppi in termini di frequenze e quindi pari alla metà in termini di periodi: il modulo elastico maggiore fornisce una rigidità strutturale superiore che unitamente ad un peso specifico, e quindi una massa, inferiore fa sì che i risultati siano quelli riportati.

Si ricorda che il periodo T è ricavato come $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ e pertanto un aumento di rigidità ed una contemporanea diminuzione di massa portano ad un decremento del valore ottenuto.

MASTIO DEL CASTELLO DELLE ROCICHE									
	Massa partecipante x $m_{i,x}$ [%]			Massa partecipante y $m_{i,y}$ [%]			Massa partecipante z $m_{i,z}$ [%]		
Modo	Modello A2	Modello C	Modello E	Modello A2	Modello C	Modello E	Modello A2	Modello C	Modello E
1	58,97	52,21	59,57	8,16	7,55	7,60	0,00	0,00	0,00
2	8,54	7,57	8,00	56,57	52,13	56,86	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,00	0,00	0,16	0,06	0,13	0,00	0,00	0,00
4	0,14	0,36	0,16	25,34	23,34	25,35	0,00	0,00	0,00
5	24,56	21,86	24,66	0,14	0,38	0,15	0,00	0,00	0,00
6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	99,84	77,73	99,93
TOT 1-6	92,23	82,01	92,39	90,36	83,46	90,09	99,84	77,73	99,94

Tabella 10.8: Confronto delle Masse Partecipanti nelle tre direzioni del Mastio del Castello delle Rocche.

Si riscontrano i medesimi problemi riscontrati in precedenza ovvero una non totalità di massa partecipante nel modello C legata probabilmente a qualche errore computazionale. Il confronto riproduce poi quanto ci si attendeva: i valori risultano del tutto analoghi tra i diversi modelli senza significative differenze legate ai parametri elastici o alla mesh.

Le forme modali sono qualitativamente identiche a quelle della Torre dei Modenesi e non si modificano tra i vari modelli del Mastio.

10.3.2 Analisi dinamica con spettro di risposta

Le analisi con spettro di risposta per i modelli A sono state eseguite sfruttando 4 spettri differenti: i due spettri di Normativa agli Stati Limite di Salvaguardia delle Vite umane (SLV) per le categorie di terreno C e D e lo spettro reale del 20 Maggio 2012 normalizzato, ovvero regolarizzandolo ed eliminando i picchi, e non.

I modelli con cui confrontare i risultati non presentano questa varietà di analisi e pertanto i confronti verranno fatti parzialmente: per la Torre dei Modenesi si confrontano i risultati ottenuti con lo spettro reale non regolarizzato mentre per il Mastio del Castello delle Rocche il confronto verterà

sugli altri tre spettri. Occorre fare una precisazione: per la Torre dei Modenesi il modello B è stato valutato, nell'analisi dinamica lineare, applicando alla struttura il solo spettro reale non regolarizzato ma nemmeno ridotto per il fattore di struttura. Questa assunzione è stata fatta per poter valutare l'eventuale comportamento della struttura qualora si consideri sempre elastica e quindi priva di plasticizzazioni legate al sisma. Per il modello A1 viene condotta ivi l'analisi in tali termini per poter effettuare il confronto tra i valori ottenuti.

I parametri confrontabili sono due: da un lato si valutano le forze di taglio agenti alla base delle due torri e dall'altro lato si considerano le accelerazioni orizzontali nelle due direzioni dovute all'applicazione degli spettri.

TORRE DEI MODENESI: spettro reale elastico				
Direzione sisma	Accelerazione a_g [g]		Taglio alla base F [kN]	
	Modello A1	Modello B	Modello A1	Modello B
x	0,638	0,620	5915,73	6579,51
y	0,681	0,708	6314,44	7513,37

Tabella 10.9: Accelerazioni e tagli alla base nelle due direzioni. Spettro reale elastico, Torre dei Modenesi.

Il modello A1 ed il modello B presentano valori praticamente identici in termini di accelerazione risultante alla base mentre per le forze, data la differenza di massa, si ha una situazione più importante per il modello a Tetraedri.

MASTIO DEL CASTELLO DELLE ROCICHE: accelerazione a_g [g]						
Direzione sisma	Spettro C II		Spettro D II		Spettro reale regolarizzato	
	Modello A2	Modello C	Modello A2	Modello C	Modello A2	Modello C
x	0,143	0,114	0,186	0,186	0,215	0,220
y	0,169	0,150	0,216	0,206	0,254	0,266

Tabella 10.10: Accelerazioni alla base del Mastio del Castello delle Rocche.

MASTIO DEL CASTELLO DELLE ROCICHE: taglio alla base a_g [g]						
Direzione sisma	Spettro C II		Spettro D II		Spettro reale regolarizzato	
	Modello A2	Modello C	Modello A2	Modello C	Modello A2	Modello C
x	2592,10	2282,20	3354,64	3707,68	3875,62	4398,37
y	3046,16	2990,92	3909,07	4119,44	4590,57	5321,77

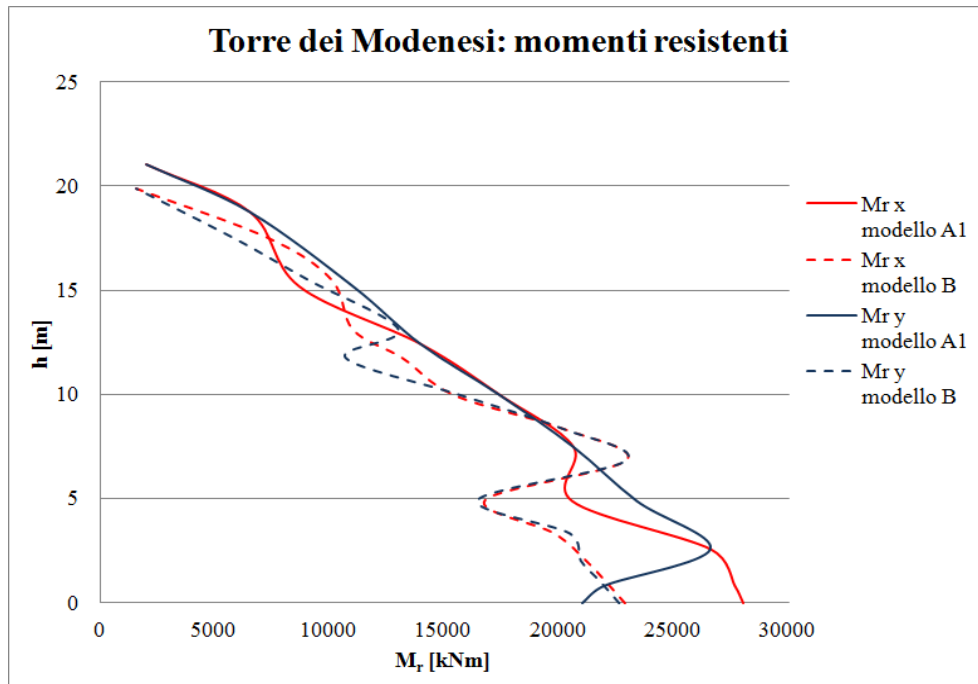
Tabella 10.11: Tagli alla base del Mastio del Castello delle Rocche.

Si osserva una situazione interessante: le accelerazioni e i tagli risultanti alla base risultano maggiori per il modello A2 nel caso di applicazione dello spettro C mentre negli altri due casi si ha la situazione opposta. I valori trovati sono comunque da ritenersi attendibili in quanto non differiscono eccessivamente tra i due modelli sia in termini di accelerazione che di taglio alla base: le leggere differenze sono da imputare essenzialmente ai diversi parametri utilizzati.

10.4 Analisi statica equivalente

La seguente analisi riguarda il metodo semplificato con cui è possibile ottenere una stima dei momenti resistenti e sollecitanti della struttura e conseguentemente valutare il livello di sicurezza delle strutture prima dell'evento sismico che le ha distrutte. Il confronto dei momenti verrà fatto in via grafica in quanto per la valutazione degli stessi sono stati utilizzati concetti differenti, ovvero le due torri sono state suddivise in modo differente tra i modelli A ed i modelli B e C: non essendo dunque possibile un confronto diretto dei valori ottenuti, si confrontano gli andamenti delle curve dei momenti resistenti e sollecitanti.

Si comincia confrontando i grafici dei momenti relativi alla Torre dei Modenesi.



Si può osservare come i momenti resistenti trovati con i due modelli siano molto simili tra loro: le differenze tra i parametri utilizzati sono molto ridotte e sono legate sostanzialmente alle differenti quote in cui vengono fatti i calcoli. Nel modello C la torre è stata suddivisa in 13 conci caratterizzati da un sostanziale omogeneità al loro interno mentre nel modello A1 la suddivisione è stata meno accurata: si noti come, nonostante la maggior semplicità del modello A, le differenze siano assolutamente contenute.

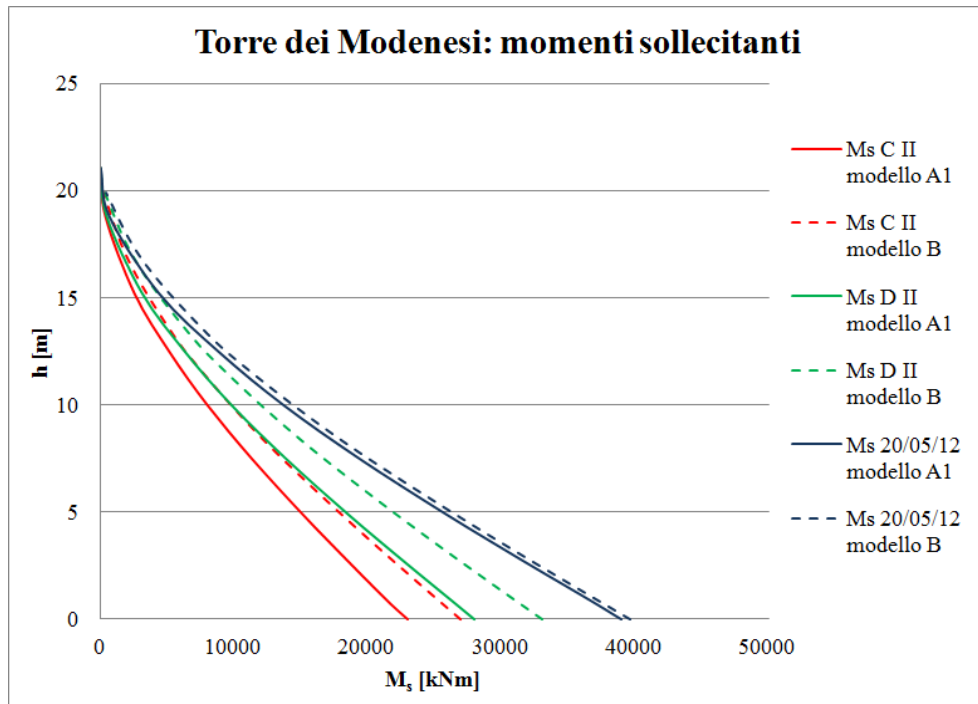


Grafico 10.2: Momenti sollecitanti della Torre dei Modenesi a confronto.

Anche per quanto riguarda i momenti sollecitanti si hanno delle leggere differenze legate in questo caso alle caratteristiche della struttura: per quanto simili, i valori di peso specifico differente influenzano l'analisi che è fortemente legata ai pesi propri della struttura. Per quanto riguarda invece i momenti sollecitanti legati allo spettro del 20 Maggio 2012 si ha una situazione differente, infatti le curve coincidono tra il modello A1 ed il modello B: la differenza di peso viene compensata dalle differenze in termini di periodo proprio. Nella determinazione del momento sollecitante rientra il valore dell'accelerazione spettrale in corrispondenza del periodo proprio della struttura: le differenze tra i periodi del modello A1 e del modello B sono molto contenute ma si fanno rilevanti per lo spettro reale, caratterizzato da due picchi molto evidenti. Nella determinazione dei momenti sollecitanti con gli spettri C e D questa situazione non si è verificata per via del fatto che con entrambi i modelli ci si trovava sul tratto orizzontale dello spettro elastico.

Per quanto riguarda la verifica legata al confronto tra i due modelli si ha che la situazione è identica nel caso del sisma del 20 Maggio ove infatti entrambi i modelli risultano non verificati fino ad una quota di circa 7 m dalla base. Per quanto riguarda invece le verifiche con gli spettri C e D si ha che il modello A risulta praticamente sempre verificato mentre il modello B è non verificato esattamente come nel caso dello spettro reale.

Per quanto riguarda i parametri I_s e f_a la situazione è riassunta in tabella.

TORRE DEI MODENESI							
Spettro	direzione sisma	T_{slv} [anni]		I_s		F_a	
		Modello A1	Modello B	Modello A1	Modello B	Modello A1	Modello B
C II	x	359	169	0,756	0,356	0,951	0,624
	y	245	165	0,516	0,348	0,758	0,617
D II	x	256	114	0,540	0,241	0,778	0,518
	y	156	112	0,328	0,236	0,640	0,513

Tabella 10.12: Confronto dei livelli di sicurezza e del tempo di ritorno per la Torre dei Modenesi.

Il confronto mette in luce come i valori ricavati siano diversi per i due modelli come diretta e amplificata conseguenza delle differenze ricavate nelle fasi precedenti: nonostante queste differenze si noti come le analisi restino non verificate per entrambi i modelli e per tutti i parametri considerati.

In maniera analoga si procede ai raffronti per quanto concerne il Mastio del Castello delle Rocche.

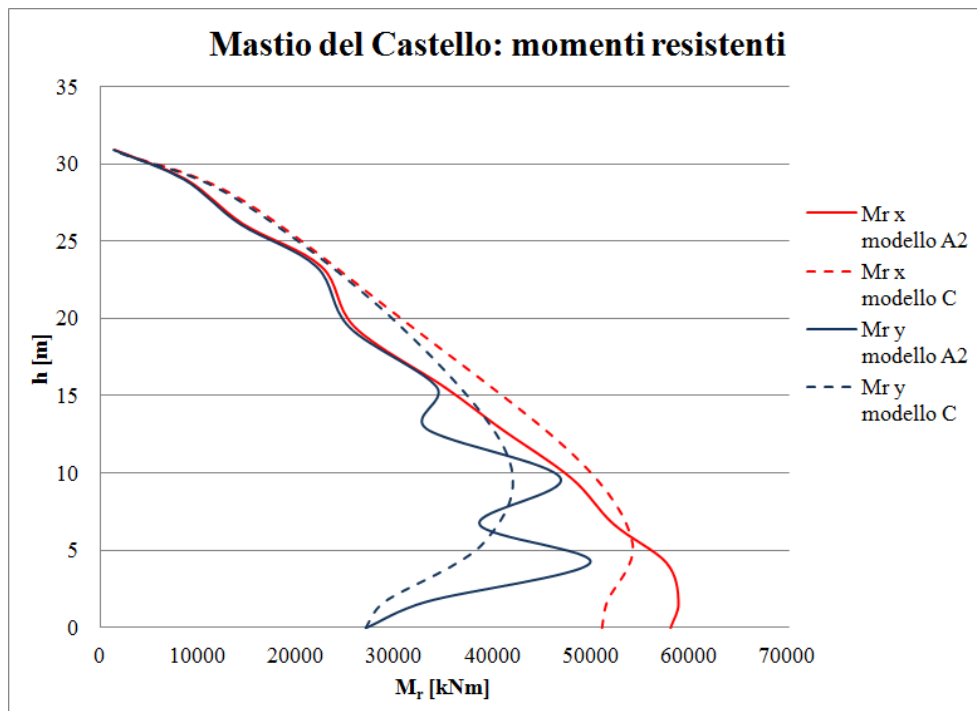


Grafico 10.3: Confronti dei momenti resistente per il Mastio del Castello delle Rocche.

A differenza del caso precedente ivi il modello A presenta un maggior dettaglio per quanto riguarda la suddivisione in conci della struttura e pertanto ne risulta una descrizione più accurata rispetto al modello D: si nota come le due strutture presentino sostanzialmente gli stessi valori.

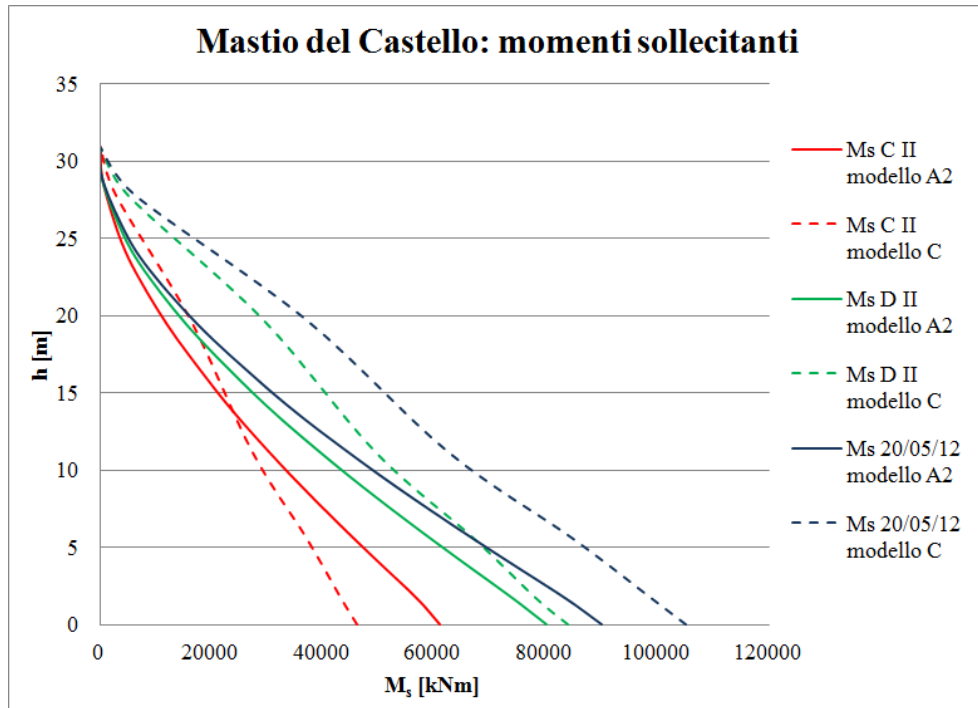


Grafico 10.4: Confronto dei momenti sollecitanti per il Mastio del Castello delle Rocche per i tre spettri considerati.

La variabilità delle quote rilevate oltre che delle masse unitamente ad una definizione molto diversa del comportamento modale della struttura fa sì che i risultati ottenuti in termini di momento sollecitante presentino andamenti differenti tra i due modelli: significativa è la differenza dei periodi propri delle strutture in quanto nel modello A2 si ha che, per gli spettri di Normativa, T_1 (periodo proprio) è compreso tra T_B e T_C ovvero è sul tratto orizzontale dello spettro. Viceversa nel modello C si ha un periodo molto elevato che porta a collocarsi oltre T_C : la pseudo-accelerazione quindi diversa genera forze equivalenti al sisma differenti e pertanto M_S differenti.

Si confrontano ora i parametri atti ad identificare i livelli di sicurezza.

MASTIO DEL CASTELLO DELLE ROCICHE							
Spettro	direzione sisma	T_{slv} [anni]		I_s		F_a	
		Modello A1	Modello C	Modello A1	Modello C	Modello A1	Modello C
C	y	77	53	0,163	0,112	0,445	0,351
D	y	52	36	0,109	0,076	0,348	0,286

Tabella 10.13: Confronto dei diversi parametri di sicurezza per il Mastio del Castello delle Rocche.

Si noti come, nonostante una piccola differenza generale tra i valori ottenuti per i due modelli (figlia delle differenze riscontrate in precedenza), la situazione sia praticamente coincidente: la struttura in ambe due i casi risulta fortemente carente e inadatta ad un eventuale evento sismico.

10.5 Analisi statica non lineare

L'analisi più importante su cui svolgere il confronto è senza dubbio l'analisi statica non lineare: dal punto di vista della rielaborazione dei dati è l'analisi più complessa e fornisce numerosi parametri su cui poter confrontare i diversi modelli.

Si procede dapprima ad un raffronto generale sulle caratteristiche dell'analisi in termini di carichi applicati e legami utilizzati, in seguito si procederà al raffronto dei sistemi bilineari equivalenti e infine dei risultati ottenuti col metodo N2.

10.5.1 Caratteristiche generali dell'analisi

La Normativa con relativa Circolare sono la base di partenza comune a tutti i vari modelli che ivi si confrontano: la determinazione delle forze da adottare è dunque legata alle prescrizioni suggerite in Norma ed in particolare fa riferimento al paragrafo §7.3.4.1 ove vengono raggruppate le forze da applicare in 2 Gruppi. L'analisi modale svolge quindi un ruolo fondamentale in quanto permette l'identificazione dei sistemi di forze da applicare: come mostrato in §10.3.1 le forme modali dei vari

modelli a confronto sono analoghe sia in termini di massa partecipante che in termini di mera configurazione della forma modale. Pertanto i sistemi di forze che vengono utilizzati nell'analisi statica non lineare sono i medesimi per i modelli A e per i modelli B e C: si utilizza un sistema di forze proporzionale alle forze statiche (G1) e un sistema proporzionale alle accelerazioni lungo l'altezza delle strutture (G2).

Una differenza importante risulta però dal modo di applicazione di suddetti sistemi per quanto riguarda in particolare le forze appartenenti al Gruppo 1: i modelli A presentano le forze G1 applicate ai diversi nodi degli elementi finiti costituenti la struttura dando così luogo a delle vere e proprie forze distribuite. I modelli B e C utilizzano invece una semplificazione, legata soprattutto alle caratteristiche del Software: le forze vengono applicate suddividendo le strutture in conci (13 conci come per l'analisi statica equivalente per la Torre dei Modenesi e 6 conci corrispondenti ai piani per il Mastio del Castello delle Rocche), calcolandone massa e baricentro e poi applicando la forza ottenuta, per metà in corrispondenza del solaio del piano superiore e per metà in corrispondenza di quello inferiore. Questa scelta di semplificare la trattazione è essenzialmente legata, come accennato al Software: Abaqus consente un'agevole definizione dei carichi G1 e G2 e pertanto non v'è nessuna difficoltà a seguire una trattazione più precisa ed accurata. Al contrario Straus7 non permette ciò ma richiede un passaggio tramite un ambiente esterno, solitamente MathLab, per poter applicare le forze ai nodi della mesh: questa difficoltà ha portato all'utilizzo di un metodo semplificato che, per altro, non influenza gli esiti dell'analisi.

Le analisi relativi ai diversi modelli presuppongono la scelta di un legame costitutivo anelastico in grado di descrivere il comportamento della muratura oltre il limite elastico: solitamente la scelta ricade sull'utilizzo di un legame alla Mohr – Coulomb con caratteristiche desunte o da prove sperimentali, o, come nei modelli ivi affrontati, desunte da letteratura.

I modelli A, come ampiamente discusso in §8.1.2, fanno riferimento non solo ad un legame alla Mohr – Coulomb ma anche ad un legame noto come Concrete Damage Plasticity: per quanto riguarda il legame classico, si sono descritti in precedenza i risultati ottenuti mediante i medesimi parametri utilizzati nei modelli B e C. In realtà l'analisi statica non lineare per i modelli A è stata condotta utilizzando diversi parametri che verranno ivi sfruttati per avere un confronto di più ampio respiro: in questa fase si farà riferimento anche al modello C.D.P. nonostante non sia stato utilizzato nei modelli B e C.

Per quanto riguarda i parametri elastici si ricorda come per i modelli A tali valori siano desunti da prove sperimentali mentre per i modelli B e C si ricorre ai valori di Normativa: le analisi statiche non lineari, a titolo di confronto, sono state svolte anche con l'utilizzo dei parametri elastici di Normativa in modo da evidenziare le differenze ottenute legate solo alla mesh. Il modello della Torre dei Modenesi che sfrutta i parametri elastici di Normativa verrà in seguito chiamato “Modello D” mentre quello del Mastio del Castello delle Rocche “Modello E”.

Per quanto riguarda i riempimenti, le caratteristiche sono rimaste invariate durante tutte le analisi ed i valori dei parametri utilizzati coincidono con quelli utilizzati negli altri modelli.

Si riportano in tabella i diversi valori di coesione c utilizzati per quanto concerne il legame alla Mohr – Coulomb della muratura.

VALORI DELLA COESIONE c [MPa]					
TORRE DEI MODENESI			MASTIO DEL CASTELLO		
Modello A1	Modello B	Modello D	Modello A2	Modello C	Modello D
0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
0,175		0,175	0,175		0,175
		0,20	0,30		0,20

Tabella 10.14: Valori di coesione utilizzati nei vari modelli.

I confronti verranno effettuati unicamente in relazione al sistema di forze in direzione $+x$ vista la simmetria di entrambe le torri studiate.

Per maggior chiarezza di riassumono le caratteristiche dei vari modelli in tabella.

TORRE DEI MODENESI: modelli a confronto			
	Legame Costitutivo	Parametri Elastici	Mesh
Modello A1	Mohr-Coulomb/C.D.P.	Sperimentali	Esaedri
Modello B	Mohr-Coulomb	Normativa	Tetraedri
Modello D	Mohr-Coulomb	Normativa	Esaedri

Tabella 10.15: Caratteristiche dei modelli della Torre dei Modenesi.

MASTIO DEL CASTELLO DELLE ROCICHE: modelli a confronto			
	Legame Costitutivo	Parametri Elastici	Mesh
Modello A2	Mohr-Coulomb/C.D.P.	Sperimentali	Esaedri
Modello C	Mohr-Coulomb	Normativa	Tetraedri
Modello E	Mohr-Coulomb	Normativa	Esaedri

Tabella 10.16: Caratteristiche dei modelli del Mastio del Castello delle Rocche.

10.5.2 Il sistema bilineare equivalente

Descritte le caratteristiche generali delle analisi condotte, si procede al confronto delle curve di capacità dei sistemi e al confronto delle curve bilineari ottenute seguendo quanto prescritto in Normativa.

Il confronto riguarderà innanzitutto i 3 modelli per ciascuna torre, aventi caratteristiche di legame anelastico identiche, ovvero coesione $c = 0,15$ MPa. Successivamente il confronto verrà esteso alle varie condizioni di legame alla Mohr – Coulomb per terminare poi nel confronto con il differente legame C.D.P..

10.5.2.1 Torre dei Modenesi: confronto tra i sistemi bilineari equivalenti

Si procede dapprima ad un confronto grafico, successivamente si riassumono i valori significativi in tabella.

La prima serie di grafici riguarda il confronto tra i diversi modelli (A1, B e D) a parità di valore della coesione: in questo modo è possibile valutare in prima istanza le differenze tra i tre modelli.

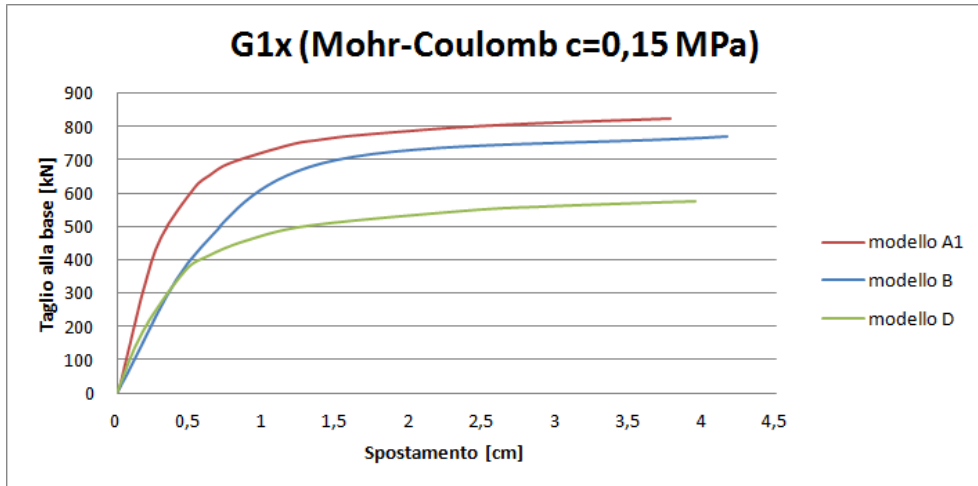


Grafico 10.5: Confronto curve di capacità del sistema equivalente, G1x con legame costitutivo con $c=0,15$ MPa.

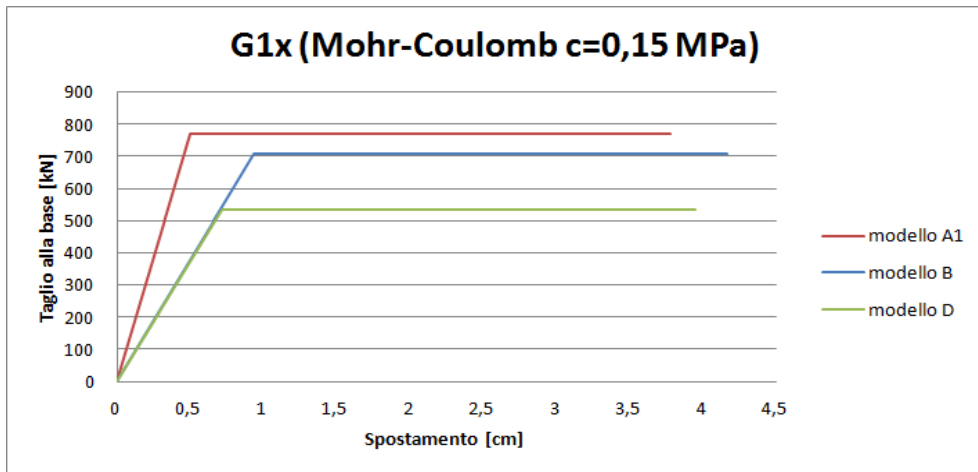


Grafico 10.6: Confronto curve bilineari del sistema equivalente, G1x con legame costitutivo con $c=0,15$ MPa.

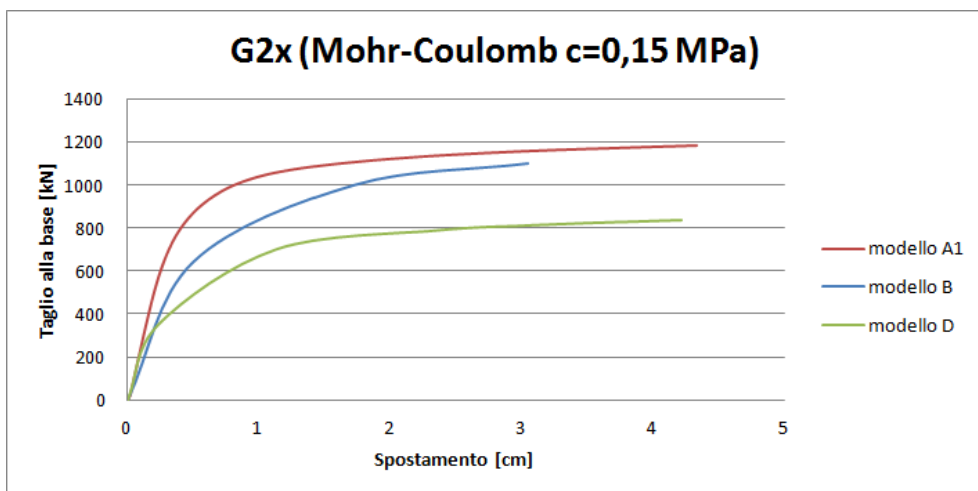


Grafico 10.7: Confronto curve di capacità del sistema equivalente, G2x con legame costitutivo con $c=0,15$ MPa.

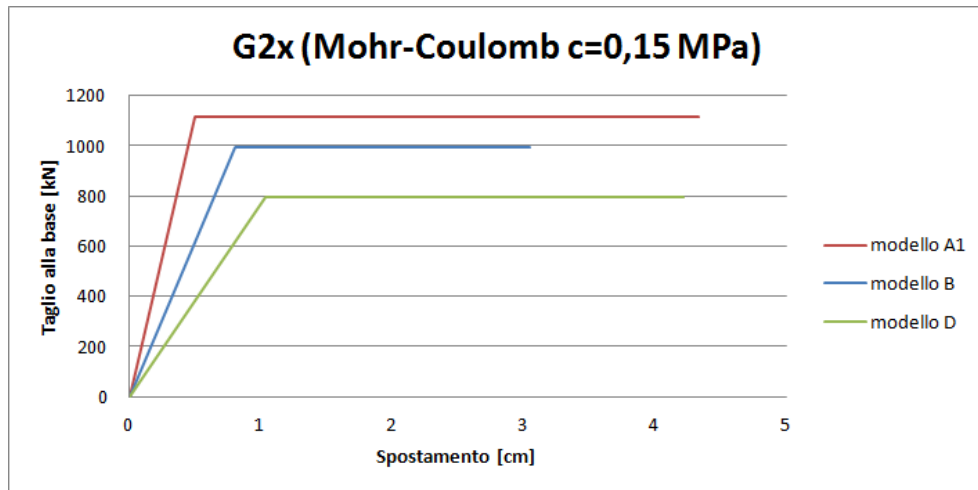


Grafico 10.8: Confronto curve bilineari del sistema equivalente, G2x con legame costitutivo con $c=0,15$ MPa.

Il confronto dei tre modelli a parità di legame costitutivo anelastico mette in risalto come il modello D, che differisce dal modello B unicamente per il tipo di mesha, fornisce una curva di capacità inferiore a tutti mentre al contrario il modello con mesh esaedrica e con parametri sperimentali fornisce la curva di capacità più alta che equivale ad un taglio alla base maggiore che la struttura può portare. Le differenze tra le curve G1x e G2x sono unicamente quantitative ma non qualitative e pertanto i ragionamenti condotti ivi e in seguito sono da intendersi riferiti a entrambe le situazioni.

Si confronta ora il modello A1, per ogni valore di coesione studiato, ed il modello B: si intende in questo caso verificare tanto l'importanza della mesh quanto la rilevanza della variazione del valore di c .

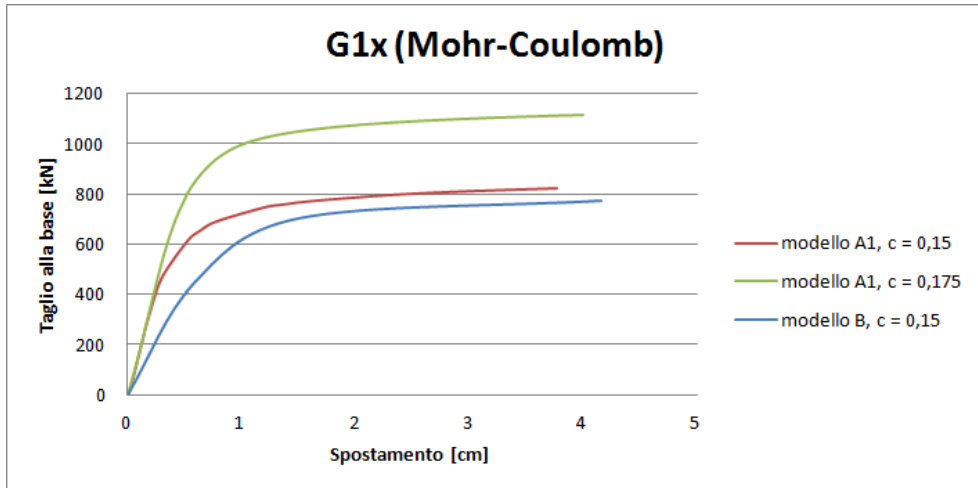


Grafico 10.9: Confronto delle curve di capacità del sistema equivalente, $G1x$ per i modelli A1 e B.

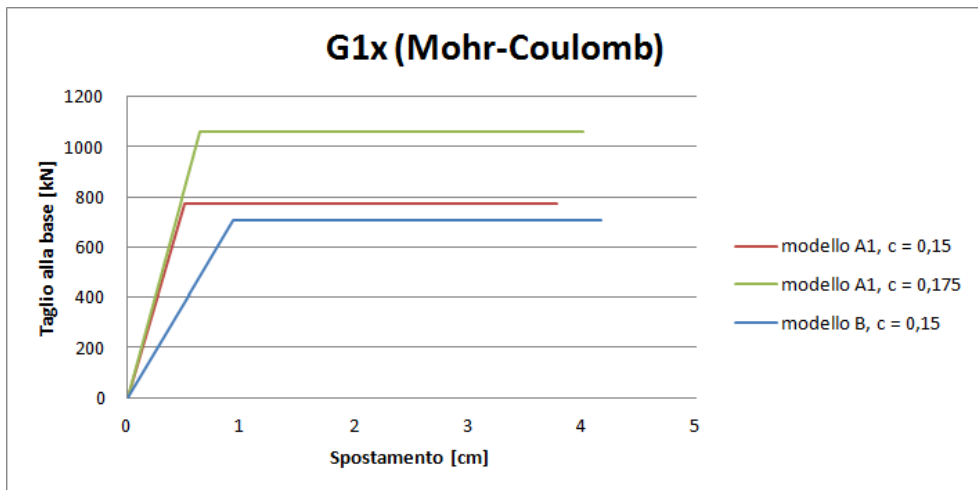


Grafico 10.10: Confronto delle curve bilineari del sistema equivalente, $G1x$ per i modelli A1 e B.

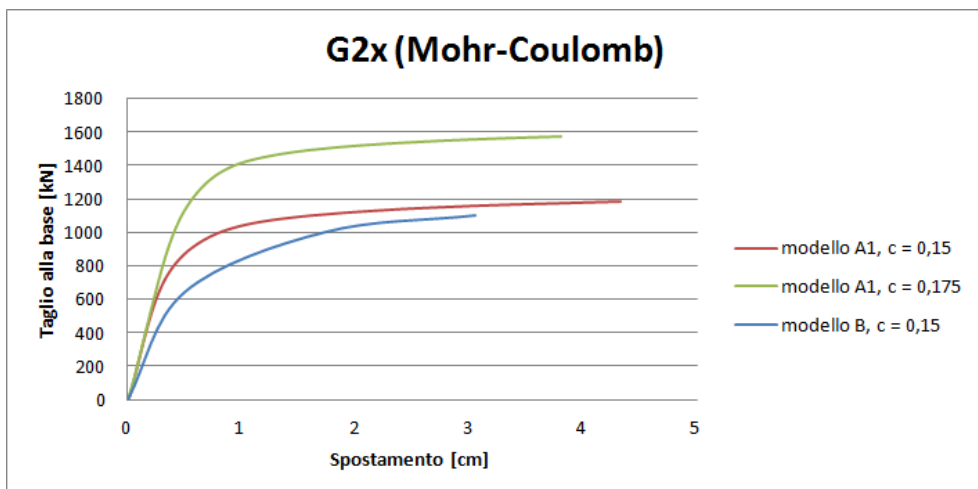


Grafico 10.11: Confronto delle curve di capacità del sistema equivalente, $G2x$ per i modelli A1 e B.

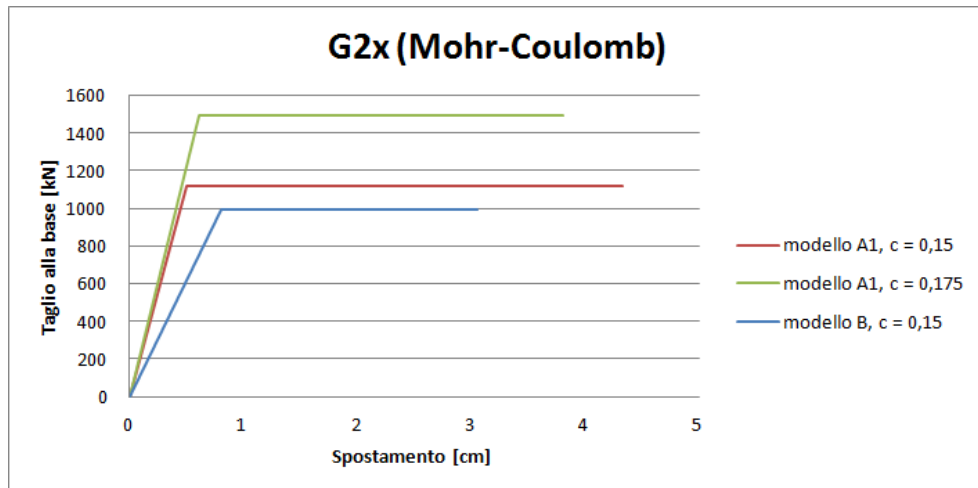


Grafico 10.12: Confronto delle curve bilineari del sistema equivalente, G2x per i modelli A1 e B.

Confrontare il modello A1 ed il modello B permette di osservare gli effetti congiunti dei differenti parametri elastici e della differente mesh: a prescindere dal valore della coesione assunto, avendo modellato una struttura con resistenze elastiche leggermente maggiori e con una mesh differente porta ad avere un sistema equivalente con un valore di forza di snervamento F_y^* maggiore ma spostamenti limite elastici d_y^* inferiori. Ovviamente all'aumentare della coesione si ha che il modello aumenta la capacità portante in termini di taglio alla base pur mantenendo la medesima rigidità elastica (pendenza del tratto obliquo).

Si confrontano ora i modelli D ovvero i modelli con elementi finiti esaedrici con il modello B ad elementi tetraedrici: entrambi i modelli hanno parametri elastici da Normativa.

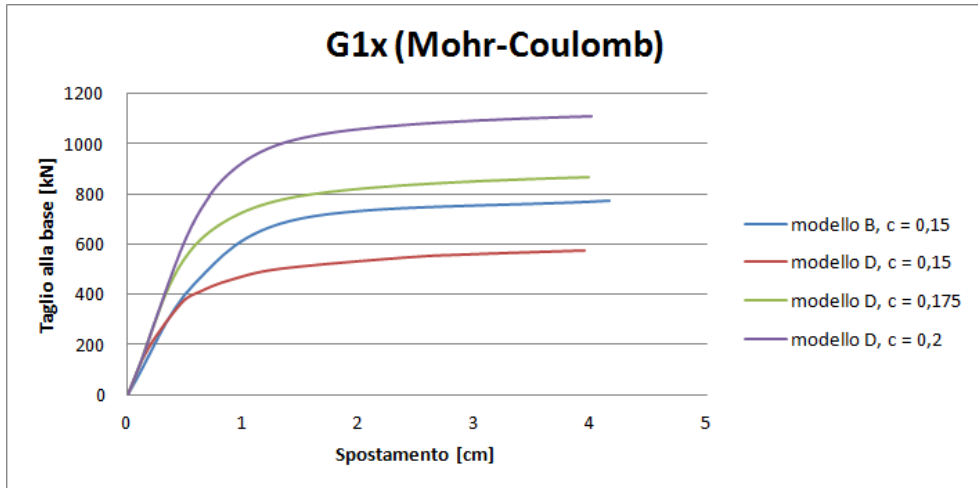


Grafico 10.13: Confronto delle curve di capacità del sistema equivalente, $G1x$ per i modelli B e D.

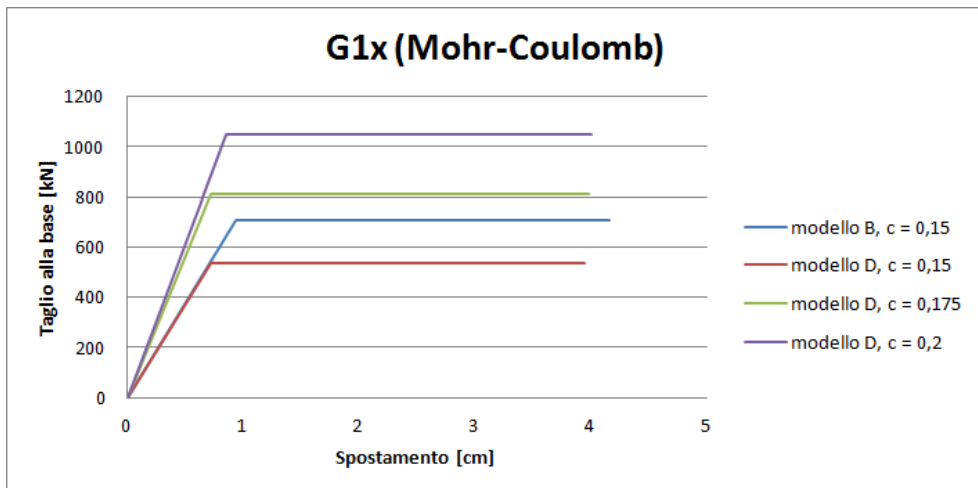


Grafico 10.14: Confronto delle curve bilineari del sistema equivalente, $G1x$ per i modelli B e D.

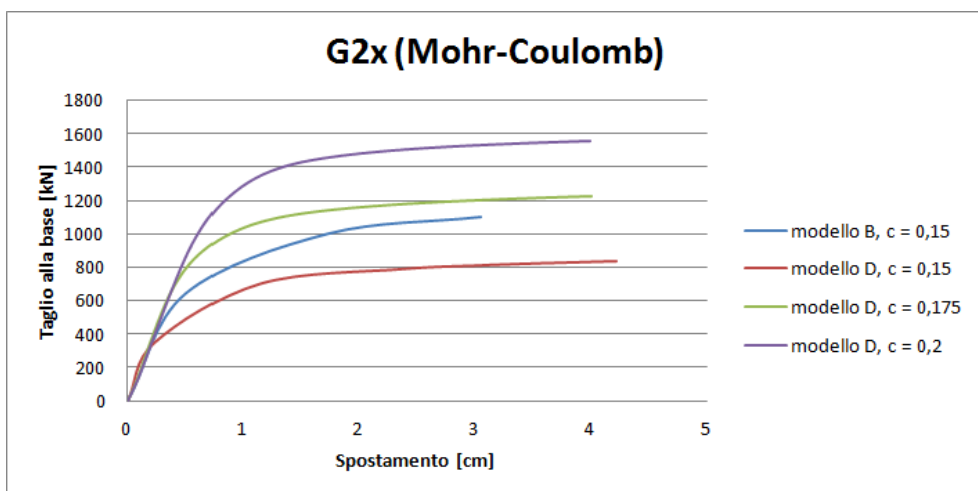


Grafico 10.15: Confronto delle curve di capacità del sistema equivalente, $G2x$ per i modelli B e D.

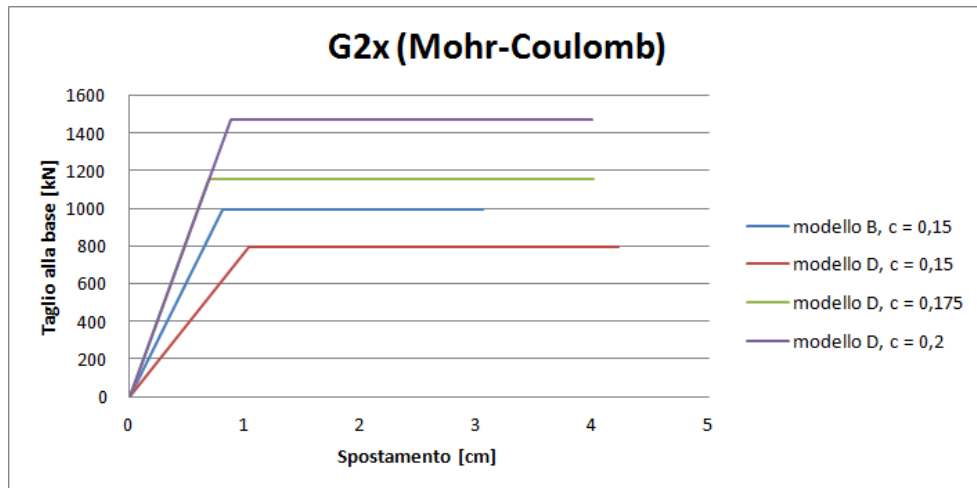


Grafico 10.16: Confronto delle curve bilineari del sistema equivalente, G2x per i modelli B e D.

L'unica diversità tra i due modelli, per $c=0,15$ MPa, risiede nella mesh: dai grafici precedenti si osserva come gli elementi finiti di tipo esaedrico a 8 nodi risultino meno rigidi di quelli tetraedrici a 4 nodi (per approfondimenti in merito ci si riferisca a §4.4.3).

Aumentando il valore della coesione si verifica ovviamente una estensione del dominio elastico ed un conseguente aumento dei valori di taglio alla base: si osservi come la rigidità elastica sia differente, per il modello D, tra i valori di coesione pari a 0,175 MPa e 0,2 MPa rispetto al caso di $c=0,15$ MPa. Questa differenza può significare che il valore più basso di coesione sottostimi le capacità reali della struttura e quindi il risultato in questione è penalizzante e poco attendibile.

Si procede al confronto tra i modelli con mesh a esaedri A1 e D cui differenze risiedono nella definizione dei parametri elastici: nel primo modello sono legati alla sperimentazione, mentre nel secondo sono da Normativa.

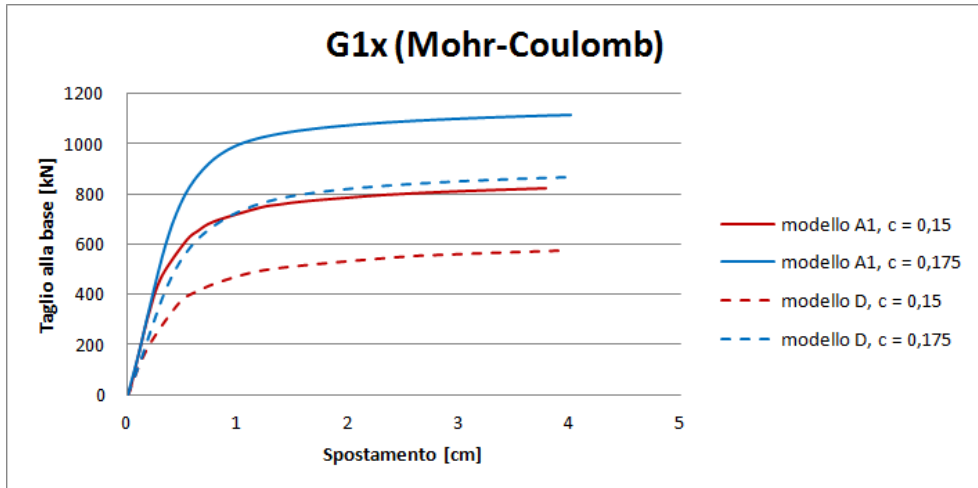


Grafico 10.17: Confronto delle curve di capacità del sistema equivalente, $G1x$ per i modelli A1 e D.

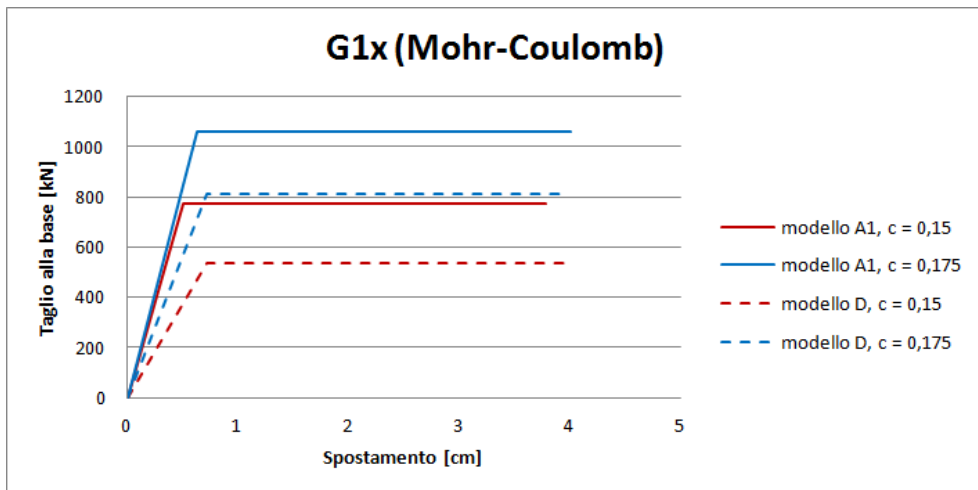


Grafico 10.18: Confronto delle curve bilineari del sistema equivalente, $G1x$ per i modelli A1 e D.

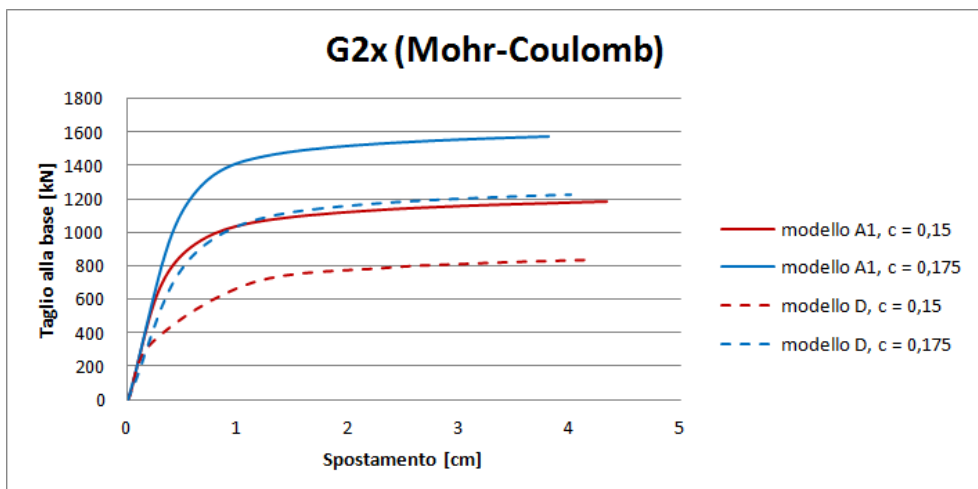


Grafico 10.19: Confronto delle curve di capacità $G2x$ per i modelli A1 e D.

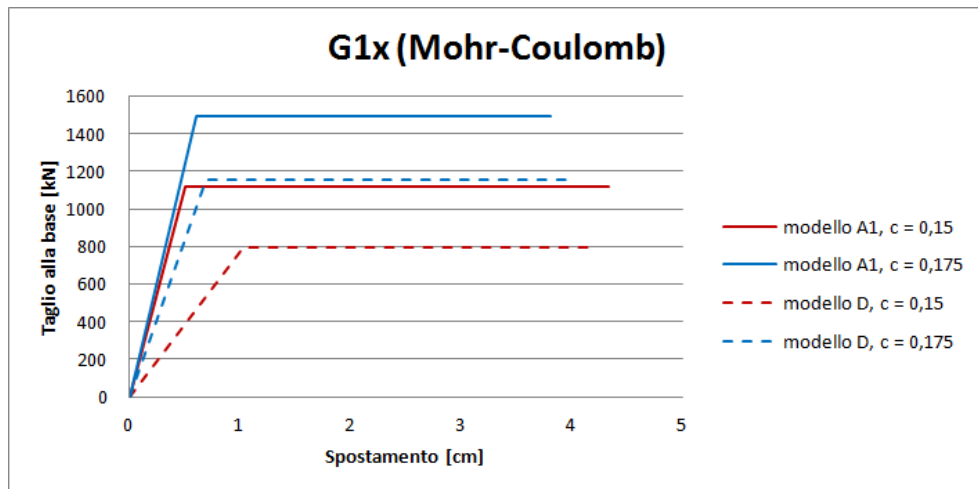


Grafico 10.20: Confronto delle curve bilineari $G2x$ per i modelli A1 e D.

Si mostrano in questo caso le differenze legate solo alle caratteristiche elastiche della muratura: i parametri forniti dalla sperimentazioni forniscono valori maggiori per quanto riguarda il modulo di elasticità ed il coefficiente di Poisson e pertanto le curve, a pari coesione, del modello A1 risultano più alte rispetto alle curve del modello D.

Riassumendo le varie casistiche osservate, riguardo il legame alla Mohr – Coulomb si può dire che:

- la mesh a esaedri è meno rigida, a parità degli altri parametri, rispetto a quella a tetraedri e pertanto le curve risultano più basse;
- l'aumento del valore di coesione, a parità degli altri parametri, genera curve via via più alte;
- i parametri elastici sperimentali, maggiori di quelli da Normativa, sono causa di curve di capacità maggiori;
- l'uso congiunto di un valore di coesione pari a 0,15 MPa e di una mesh a esaedri genera valori di rigidezza elastica inferiori.

In ultima analisi si intendono paragonare le curve di capacità e le conseguenti curve bilineari ottenute con il modello A1 e legame C.D.P. ed il modello B.

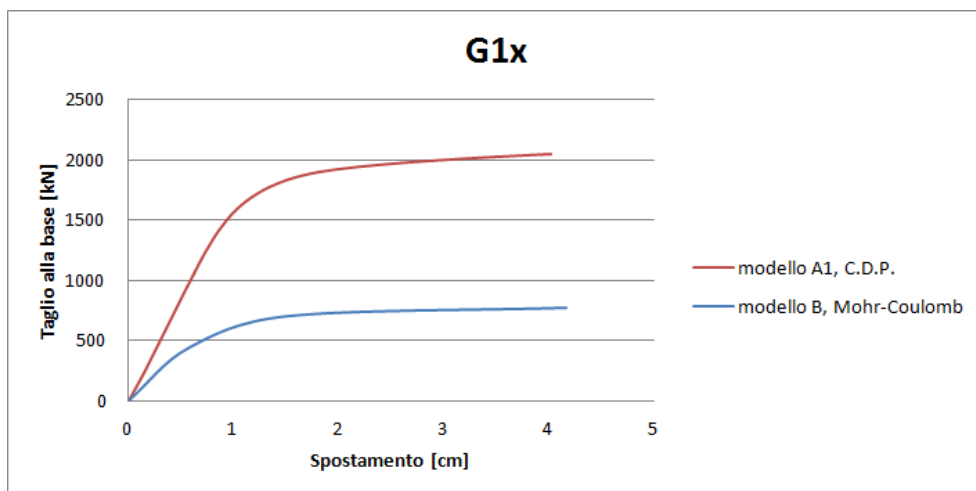


Grafico 10.21: Confronto curve di capacità del sistema equivalente, G1x. Modelli A1 (C.D.P.) e B (Mohr-Coulomb)

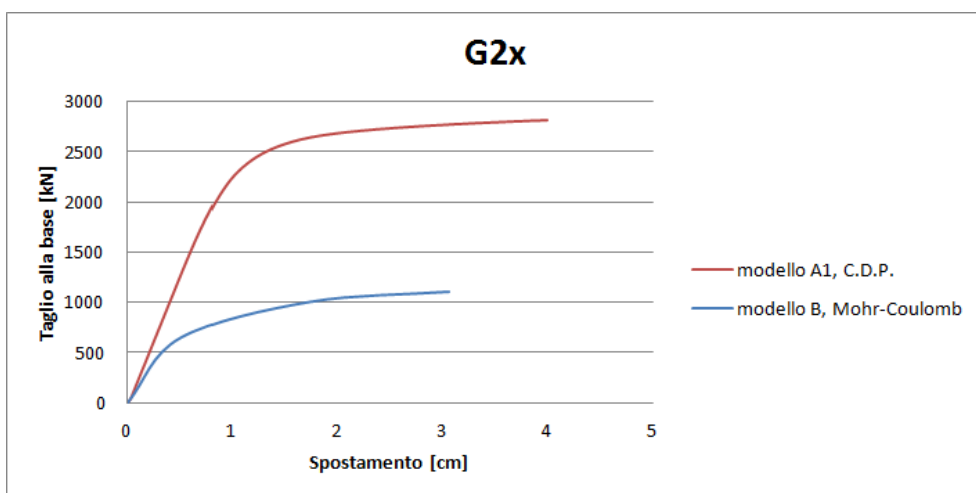


Grafico 10.22: Confronto curve di capacità G2x. Modelli A1 (C.D.P.) e B (Mohr-Coulomb)

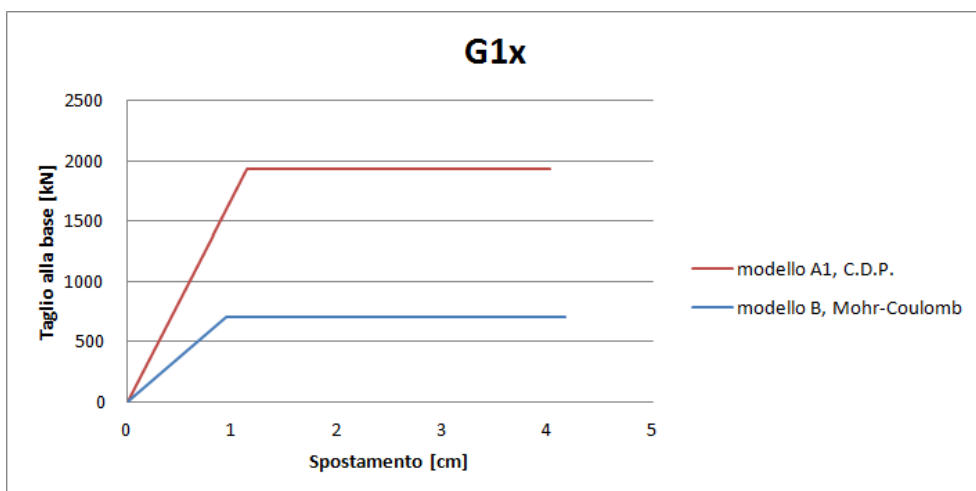


Grafico 10.23: Confronto curve bilineari del sistema equivalente, G1x. Modelli A1 (C.D.P.) e B (Mohr-Coulomb).

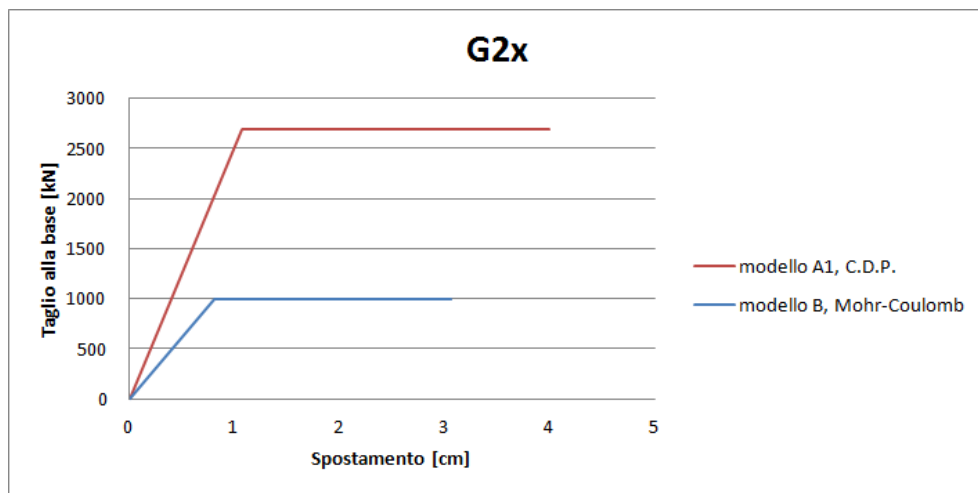


Grafico 10.24: Confronto curve bilineari $G1x$. Modelli A1 (C.D.P.) e B (Mohr-Coulomb).

Il confronto evidenzia palesemente come il legame C.D.P. fornisca risultati molto maggiori rispetto al legame alla Mohr – Coulomb: la motivazione di tale diversità, non imputabile né alle leggere differenze dei parametri elastici considerati né alla differente mesh, è da ricercarsi nella definizione dei due legami e viene chiarita in §APPENDICE B.3.

Si riassumono ora in tabella i valori principali legati ai sistemi bilineari equivalenti considerati.

Sistema di forze $G1x$							
	Γ	k^* [kN/cm]	T^* [s]	a_y^* [g]	F_y^* [kN]	d_y^* [cm]	d_u^* [cm]
modello A1, $c=0,15$	1,53	1544,4	0,32	0,197	769,98	0,50	3,76
modello A1, $c=0,175$	1,53	1684,7	0,31	0,271	1059,76	0,63	4,01
modello B, $c=0,15$	1,65	762,0	0,47	0,164	705,80	0,93	4,16
modello D, $c=0,15$	1,54	746,1	0,50	0,117	534,49	0,72	3,95
modello D, $c=0,175$	1,54	1126,8	0,40	0,177	809,90	0,72	3,98
modello D, $c=0,2$	1,54	1230,3	0,39	0,229	1047,65	0,85	4,01
modello A1, C.D.P.	1,53	2512,2	0,25	0,690	2685,27	1,07	3,99

Tabella 10.17: Confronto delle caratteristiche delle curve bilineari per il sistema di forze $G1x$.

Sistema di forze G2x							
	Γ	k^* [kN/cm]	T^* [s]	a_y^* [g]	F_y^* [kN]	d_y^* [cm]	d_u^* [cm]
modello A1, c=0,15	1,53	2234,1	0,32	0,280	1115,22	0,50	3,78
modello A1, c=0,175	1,53	2457,9	0,25	0,382	1495,96	0,61	3,81
modello B, c=0,15	1,65	1240,0	0,37	0,124	995,70	0,80	3,05
modello D, c=0,15	1,54	770,8	0,49	0,174	793,80	1,03	4,21
modello D, c=0,175	1,54	1676,4	0,33	0,252	1152,02	0,69	4,01
modello D, c=0,2	1,54	1695,0	0,33	0,322	1472,43	0,87	4,00
modello A1, C.D.P.	1,53	2512,2	0,25	0,686	2685,27	1,07	3,99

Tabella 10.18: Confronto delle caratteristiche delle curve bilineari per il sistema di forze G2x.

Le tabelle riassumono numericamente quanto osservato in maniera più immediata coi grafici.

10.5.2.2 Mastio del Castello delle Rocche: confronto tra i sistemi bilineari equivalenti

Si procede in maniera assolutamente analoga a quanto fatto per la Torre dei Modenesi proponendo il confronto tra i diversi modelli: il modello A2 ha parametri sperimentali e mesh esaedrica, il modello C parametri da Normativa e mesh tetraedrica mentre il modello E ha parametri da Normativa e mesh esaedrica. Si confronteranno dapprima i modelli con legame alla Mohr – Coulomb e solo in seguito si introdurrà il modello con C.D.P..

Il primo confronto non è fatto, come in precedenza, tra modelli diversi ma a parità di valore della coesione c , ovvero 0,15 MPa in quanto il modello D con tale valore di coesione non è in grado di portare i carichi statici e pertanto la curva di capacità si arresta prematuramente senza fornire risultati apprezzabili: pertanto si procede immediatamente al confronto tra i vari modelli A2 ed il modello C.

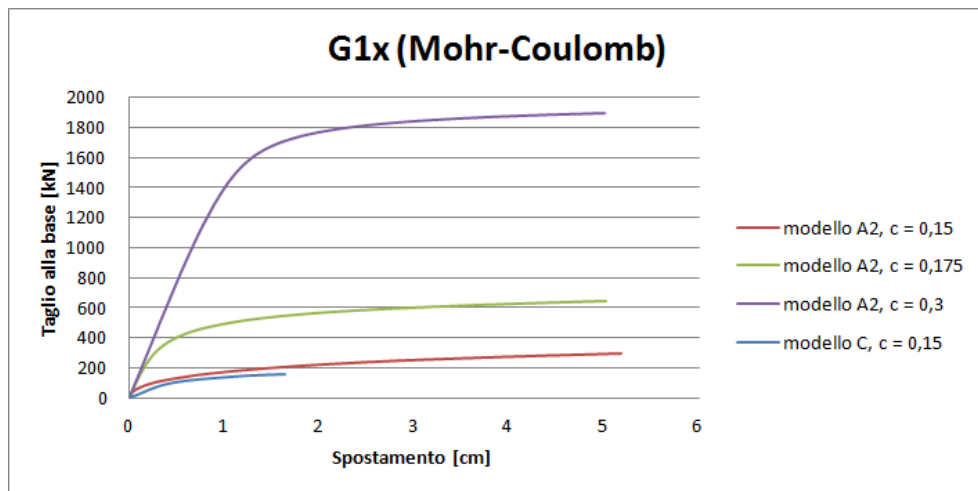


Grafico 10.25: Confronto delle curve di capacità del sistema equivalente, $G1x$ per i modelli A2 e C.

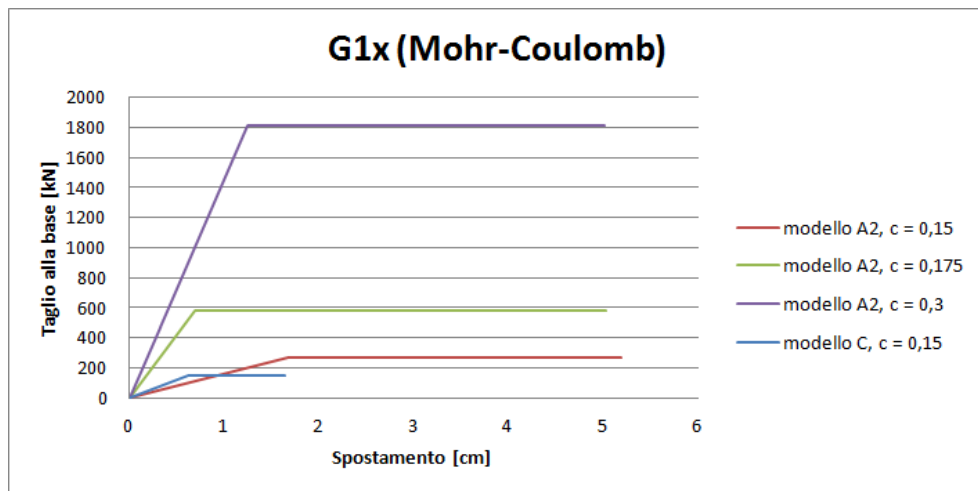


Grafico 10.26: Confronto delle curve bilineari del sistema equivalente, $G1x$ per i modelli A2 e C.

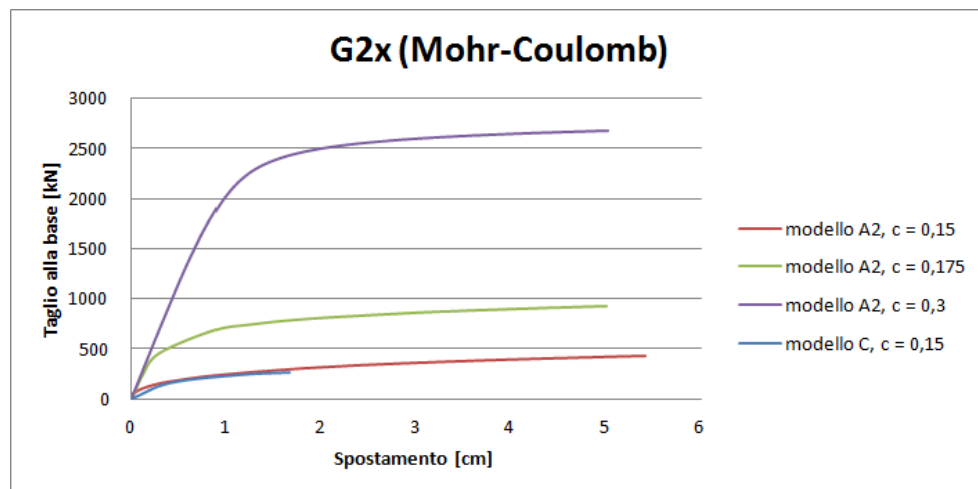


Grafico 10.27: Confronto delle curve di capacità del sistema equivalente, $G2x$ per i modelli A2 e C.

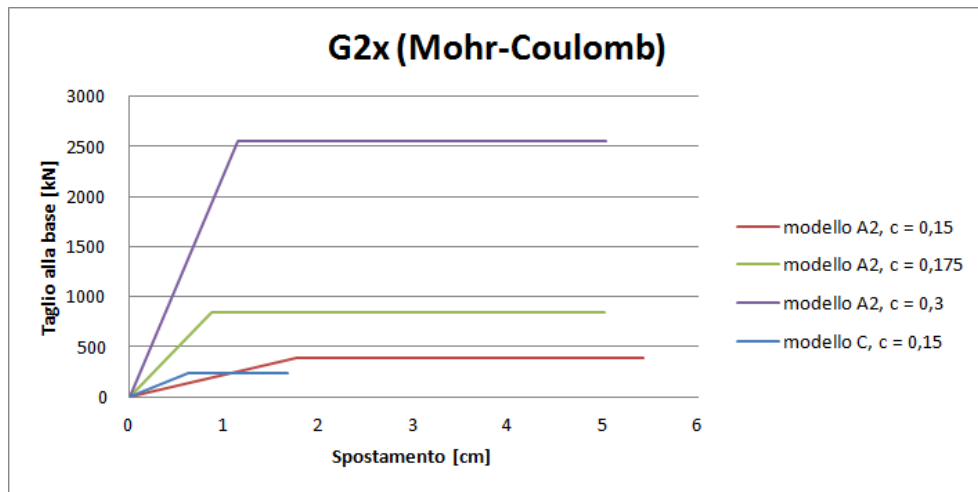


Grafico 10.28: Confronto delle curve bilineari del sistema equivalente, G2x per i modelli A2 e C.

Il confronto viene commentato in riferimento ad entrambe i sistemi di forze applicati in quanto la differenza è solo quantitativa ma non qualitativa: in questo caso le differenze tra i modelli riguardano la scelta dei parametri elastici e il tipo di elementi finiti con cui sono stati suddivisi i modelli. In generale si osserva come la curva legata al modello a tetraedri risulti quella che fornisce un valore di forza di snervamento inferiore: il confronto con il modello A2 evidenzia come le curve con coesione maggiore abbiano valori notevolmente superiori mentre la curva a pari coesione sia praticamente coincidente. Per approfondire il motivo delle differenze è necessario confrontare curve con parametri elastici identici o con mesh identica per poter desumere il ruolo di ciascun parametro.

Si procede dunque al confronto tra i modelli C ed E caratterizzati dalla medesima definizione dei parametri elastici.

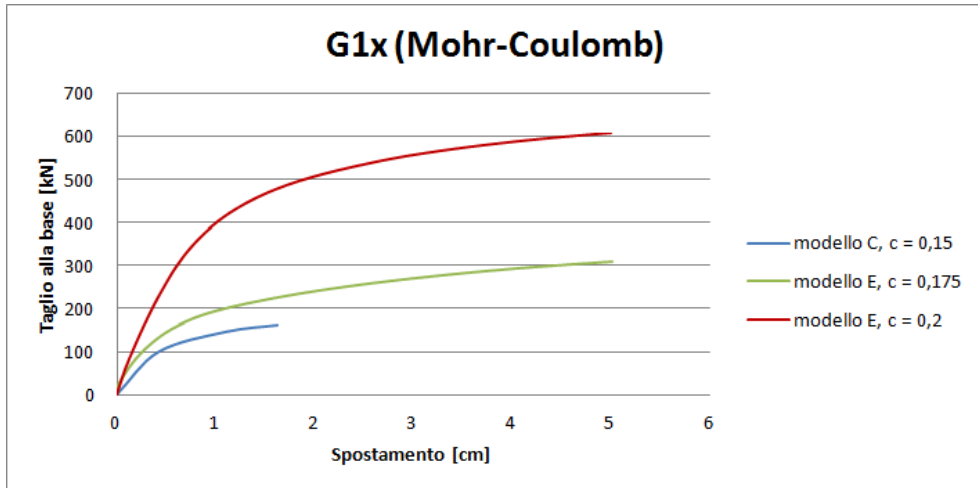


Grafico 10.29: Confronto delle curve di capacità del sistema equivalente, $G1x$ per i modelli C ed E.

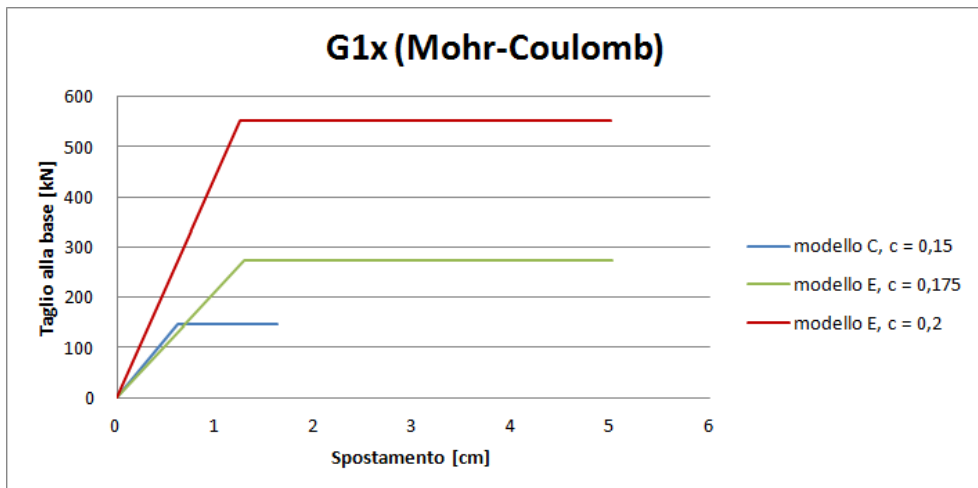


Grafico 10.30: Confronto delle curve bilineari del sistema equivalente, $G1x$ per i modelli C ed E.

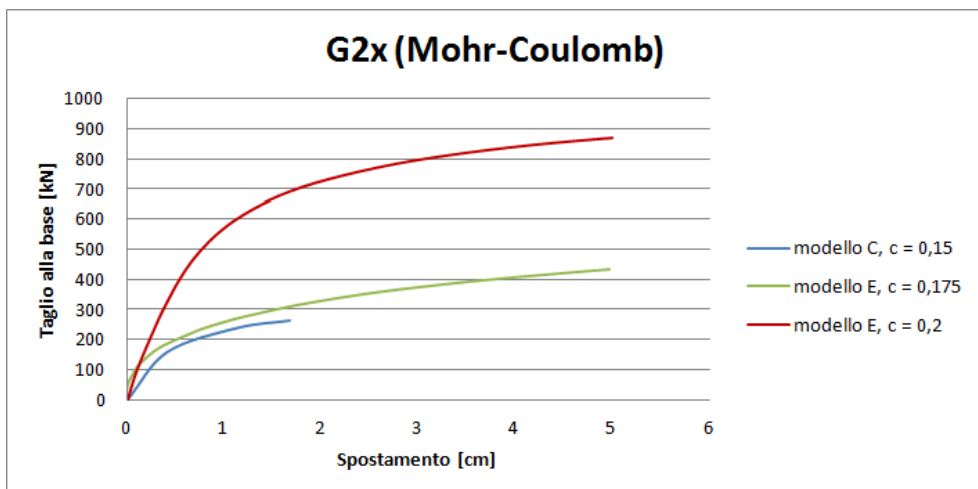


Grafico 10.31: Confronto delle curve di capacità del sistema equivalente, $G2x$ per i modelli C ed E.

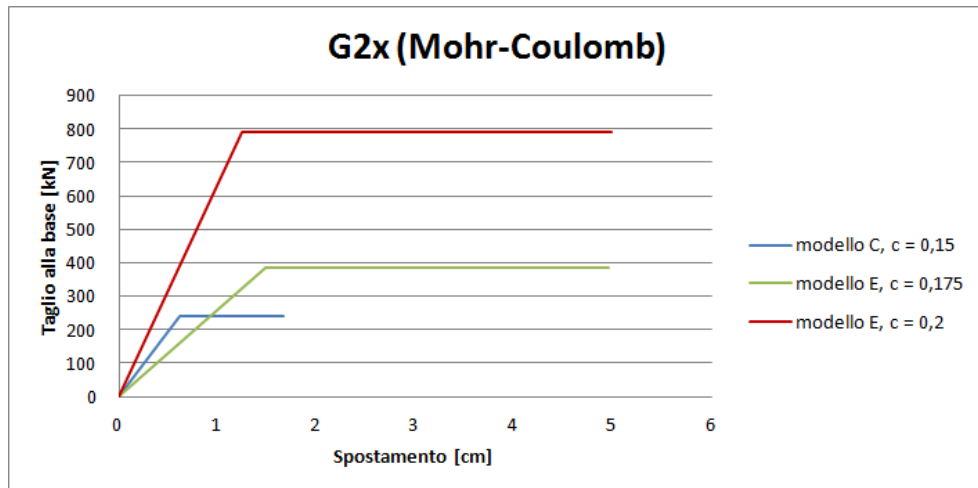


Grafico 10.32: Confronto delle curve bilineari del sistema equivalente, G2x per i modelli C ed E.

Il confronto mostra le differenze tra i modelli in termini di sola mesh: l'evidenza maggiore è che il modello E, ovvero ad esaedri con parametri elastici da Normativa, non presenta la curva di capacità per il valore di coesione di 0,15 MPa. Come evidenziato per la Torre dei Modenesi e approfondito in §4.4.3 gli elementi finiti esaedrici presenta una rigidità globale minore e pertanto la curva di capacità risultante è inferiore rispetto a quella ottenuta col medesimo modello a tetraedri: si può notare come la curva del modello C sia molto bassa e non evidenzi un tratto elastico iniziale ben sviluppato. La corrispondente curva del modello E non riesce a fornire risultati utili in quanto la struttura non è in grado nemmeno di reggere i carichi statici di sommità.

Al variare poi del valore della coesione si osserva il consueto crescere del valore della forza F_y^* .

Si procede al confronto tra i modelli A2 ed E, aventi entrambi elementi finiti esaedrici.

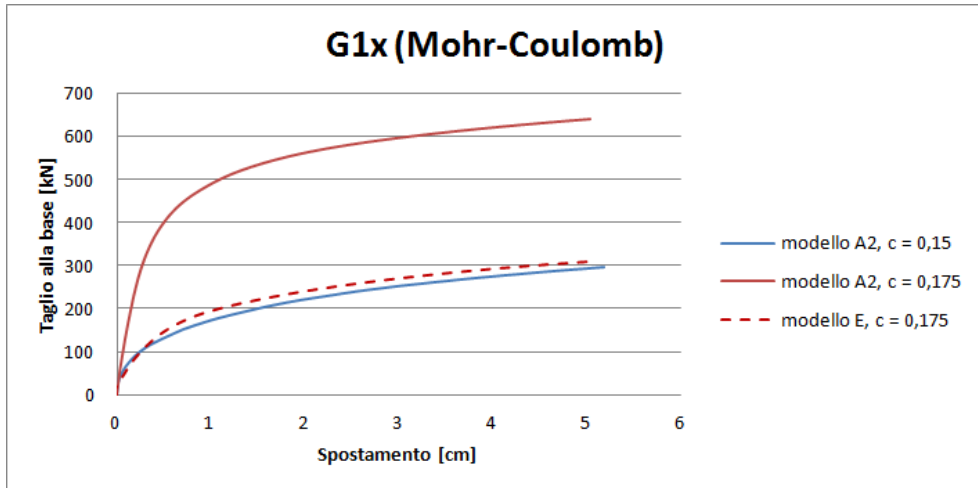


Grafico 10.33: Confronto delle curve di capacità del sistema equivalente, $G1x$ per i modelli A2 ed E.

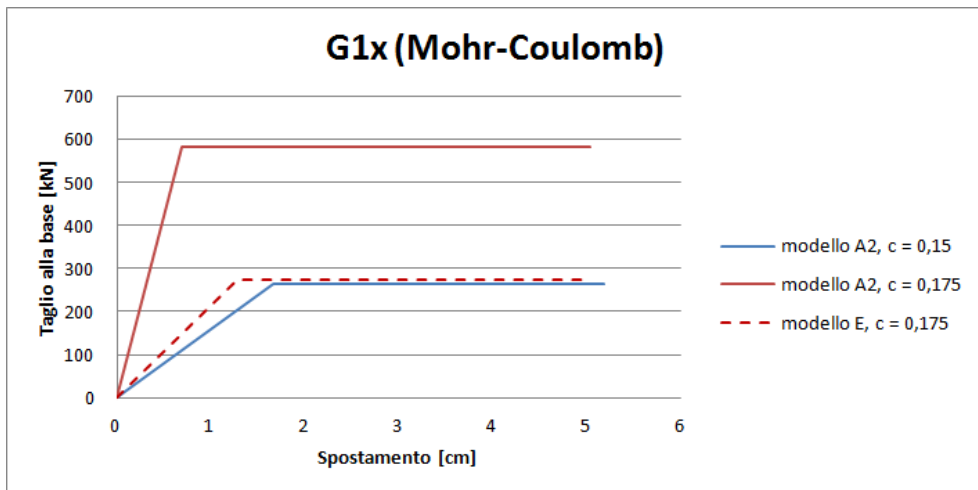


Grafico 10.34: Confronto delle curve bilineari del sistema equivalente, $G1x$ per i modelli A2 ed E.

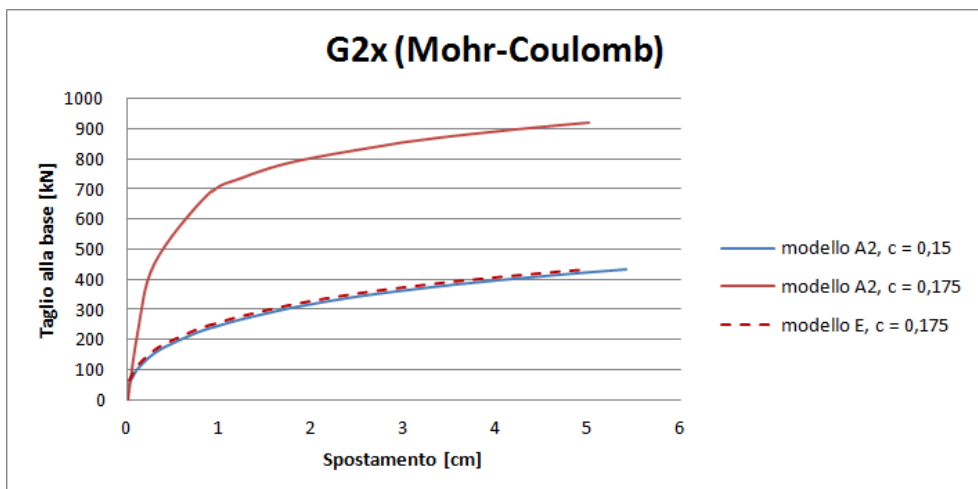


Grafico 10.35: Confronto delle curve di capacità del sistema equivalente, $G2x$ per i modelli A2 ed E.

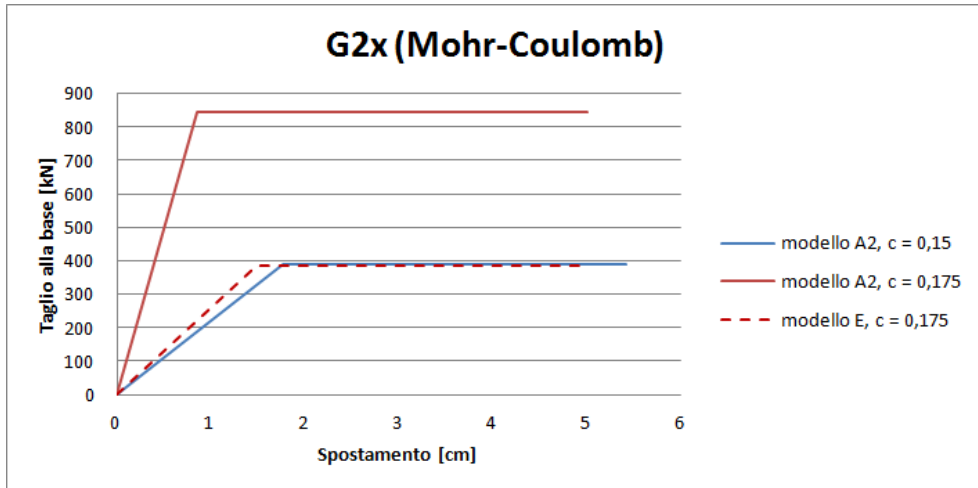


Grafico 10.36: Confronto delle curve bilineari del sistema equivalente, $G1x$ per i modelli A2 ed E.

Come detto il confronto in questo caso è unicamente legato alla scelta dei parametri elastici e mostra come il modello coi parametri sperimentali (circa doppi rispetto a quelli da Normativa) abbia valori più elevati di forza di snervamento.

Si procede da ultimo al raffronto tra il modello A2 con C.D.P. ed il modello C con Mohr-Coulomb.

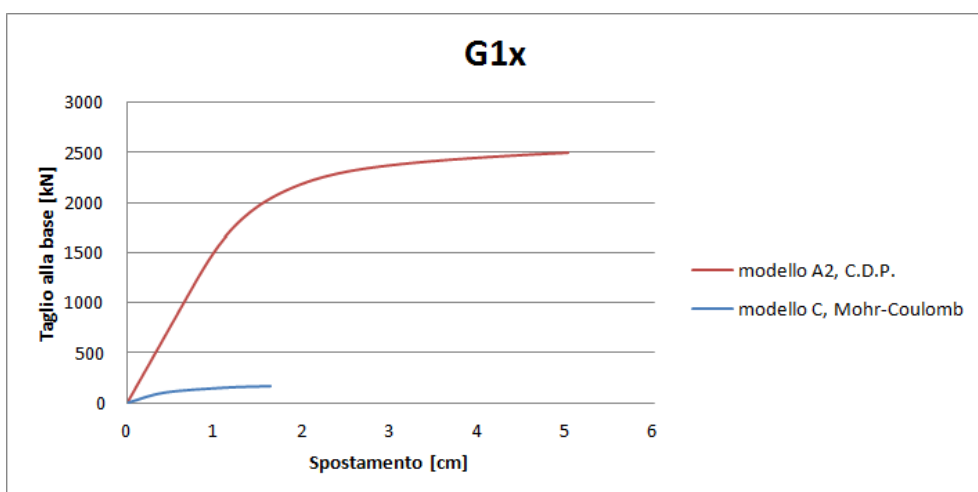


Grafico 10.37: Confronto curve di capacità del sistema equivalente, $G1x$. Modelli A2 (C.D.P.) e C (Mohr-Coulomb)

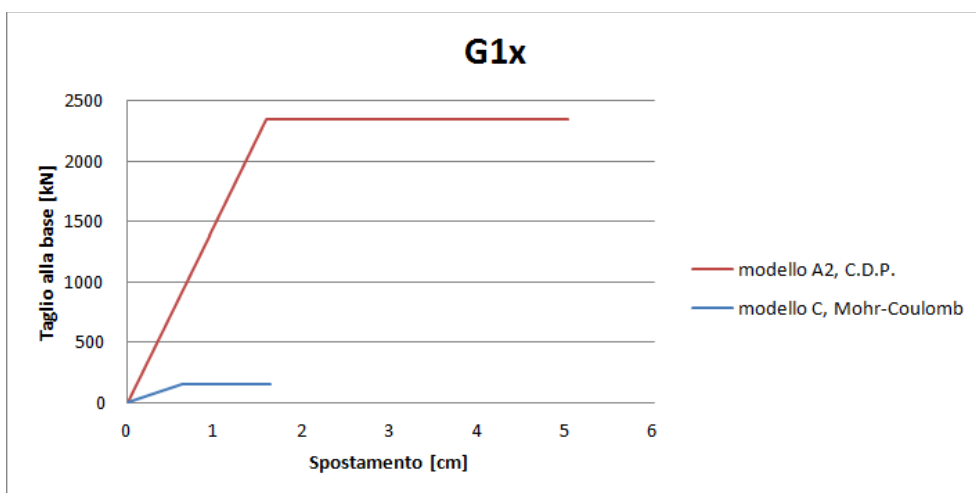


Grafico 10.38: Confronto curve bilineari del sistema equivalente, G1x. Modelli A2 (C.D.P.) e C (Mohr-Coulomb).

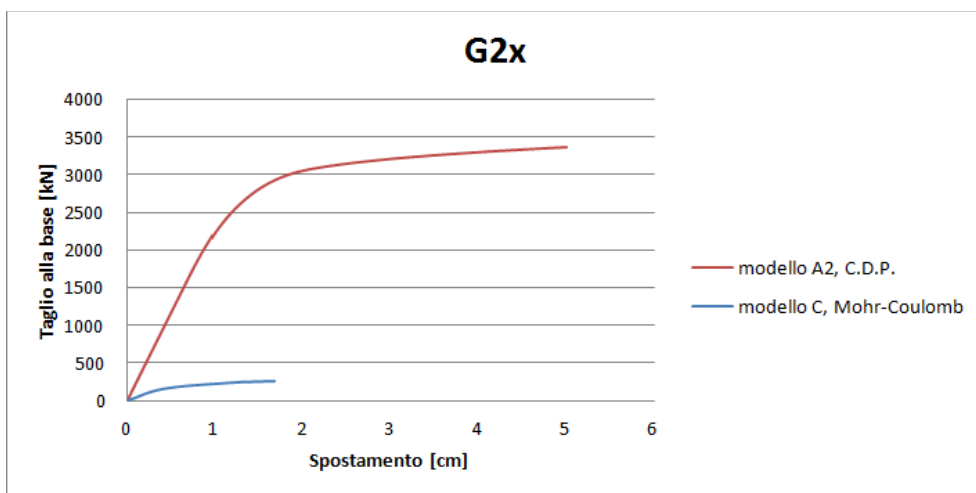


Grafico 10.39: Confronto curve di capacità del sistema equivalente, G2x. Modelli A2 (C.D.P.) e C (Mohr-Coulomb)

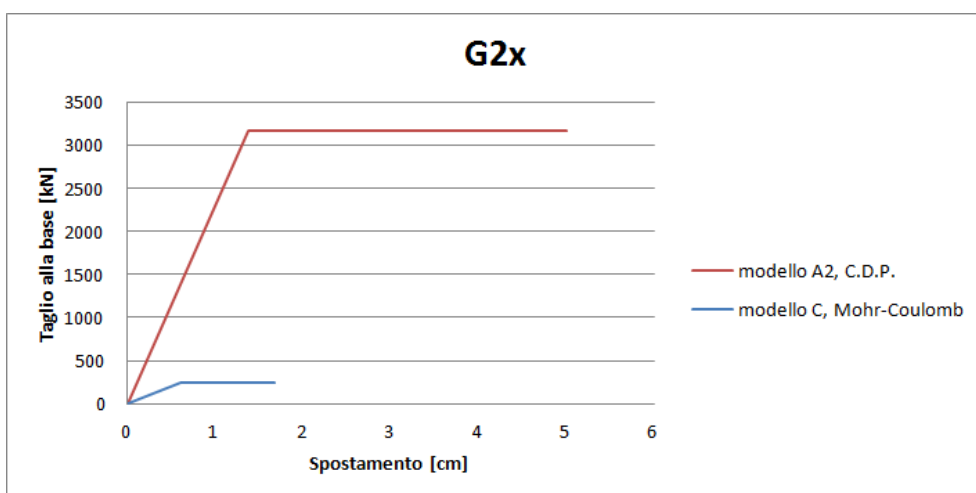


Grafico 10.40: Confronto curve bilineari del sistema equivalente, G2x. Modelli A2 (C.D.P.) e C (Mohr-Coulomb)

Le curve relative al modello con C.D.P. sono nettamente superiori rispetto a quelle col modello alla Mohr-Coulomb: per quanto il confronto includa in questo caso anche una differente mesh ed una differente scelta di parametri elastici, la differenza tra i due legami è notevole (la trattazione di ciò è da ricercarsi in §APPENDICE B.3).

Si riassumono in tabella i parametri significativi associati alle curve bilineari di tutti i modelli.

Sistema di forze G1x							
	Γ	k^* [kN/cm]	T^* [s]	a_y^* [g]	F_y^* [kN]	d_y^* [cm]	d_u^* [cm]
modello A2, c = 0,15	1,52	160,0	1,37	0,035	265,59	1,66	5,18
modello A2, c = 0,175	1,52	846,7	0,60	0,078	582,46	0,69	5,03
modello A2, c = 0,3	1,52	1465,7	0,45	0,242	1815,87	1,24	5,00
modello C, c = 0,15	4,25	236,0	0,74	0,051	146,60	0,62	1,63
modello E, c = 0,175	1,53	258,9	1,26	0,033	273,61	1,28	5,01
modello E, c = 0,2	1,53	439,5	0,88	0,066	550,52	1,25	5,01
modello A2, C.D.P.	1,52	1488,5	0,45	0,313	2350,70	1,58	5,02

Tabella 10.19: Confronto delle caratteristiche delle curve bilineari per il sistema di forze G1x.

Sistema di forze G1x							
	Γ	k^* [kN/cm]	T^* [s]	a_y^* [g]	F_y^* [kN]	d_y^* [cm]	d_u^* [cm]
modello A2, c = 0,15	1,52	221,6	1,17	0,052	389,85	1,76	5,41
modello A2, c = 0,175	1,52	985,8	0,55	0,113	845,00	0,86	5,01
modello A2, c = 0,3	1,52	2225,1	0,37	0,340	2550,06	1,15	5,02
modello C, c = 0,15	4,25	392,0	0,57	0,031	239,30	0,61	1,67
modello E, c = 0,175	1,53	258,9	1,14	0,046	385,23	1,49	4,96
modello E, c = 0,2	1,53	636,3	0,73	0,094	788,74	1,24	4,99
modello A2, C.D.P.	1,52	2312,7	0,36	0,423	3176,26	1,37	5,01

Tabella 10.20: Confronto delle caratteristiche delle curve bilineari per il sistema di forze G2x.

Si perviene, grazie alle tabelle, alle medesime conclusioni tratte qualitativamente con i grafici sopra risultati: i raffronti tra i vari modelli portano inoltre alle stesse conclusioni generali tratte per la Torre dei Modenesi.

10.5.3 Metodo N2

La trattazione svolta per le curve di capacità e relative bilineari conduce alla valutazione del punto di funzionamento della struttura attraverso l'utilizzo del metodo N2.

Non si ritiene necessario valutare i punti di funzionamento di tutte le curve studiate ma si raffrontano unicamente i risultati ottenuti per i modelli A, presentati in §8.3, ed i risultati relativi ai modelli B e C: tale paragone verrà effettuato in forma tabellare. Si indicheranno in rosso i parametri che non rispettano le verifiche previste.

Si analizza innanzitutto quanto concerne la Torre dei Modenesi.

TORRE DEI MODENESI: spettro C II, sistema di forze G1x							
	$S_{ac}(T^*)$ [g]	d_c^* [cm]	$R_{\mu}(T^*)$	d_u^* [cm]	d_{max}^* [cm]	μ_R	μ_S
Modello A1 $c = 0,15$ MPa	0,566	1,72	2,88	3,78	2,13	7,57	3,57
Modello A1 $c = 0,175$ MPa	0,57	1,61	2,09	4,01	1,97	6,37	2,56
Modello B $c = 0,15$	0,527	2,93	3,22	4,16	2,92	4,50	3,22
Modello A1 C.D.P.	0,566	1,60	1,15	4,01	1,69	3,52	1,15

Tabella 10.21: Confronto dei parametri del metodo N2. Sistema di forze G1x e spettro C II.

TORRE DEI MODENESI: spettro C II, sistema di forze G2x							
	$S_{ac}(T^*)$ [g]	d_c^* [cm]	$R_{\mu}(T^*)$	d_u^* [cm]	d_{max}^* [cm]	μ_R	μ_S
Modello A1 $c = 0,15$ MPa	0,566	1,28	1,99	4,33	1,69	8,67	4,51
Modello A1 $c = 0,175$ MPa	0,566	1,18	1,48	3,81	1,46	6,26	1,83
Modello B $c = 0,15$	0,566	1,93	2,45	3,05	2,14	3,79	2,71
Modello A1 C.D.P.	0,566	1,16	0,83	3,99	0,97	3,73	0,69

Tabella 10.22: Confronto dei parametri del metodo N2. Sistema di forze G2x e spettro C II.

TORRE DEI MODENESI: spettro D II, sistema di forze G1x							
	$S_{ac}(T^*)$ [g]	d^*_e [cm]	$R_\mu(T^*)$	d^*_u [cm]	d^*_{max} [cm]	μ_R	μ_S
Modello A1 c = 0,15 MPa	0,693	2,34	3,53	3,78	4,08	7,57	6,14
Modello A1 c = 0,175 MPa	0,693	2,14	2,56	4,01	3,61	6,37	4,32
Modello B c = 0,15	0,693	3,85	4,24	4,16	4,95	4,50	5,45
Modello A1 C.D.P.	0,693	2,13	1,41	4,01	2,82	3,52	1,87

Tabella 10.23: Confronto dei parametri del metodo N2. Sistema di forze G1x e spettro D II.

TORRE DEI MODENESI: spettro D II, sistema di forze G2x							
	$S_{ac}(T^*)$ [g]	d^*_e [cm]	$R_\mu(T^*)$	d^*_u [cm]	d^*_{max} [cm]	μ_R	μ_S
Modello A1 c = 0,15 MPa	0,693	1,54	2,43	4,33	2,85	8,67	4,51
Modello A1 c = 0,175 MPa	0,693	1,35	1,81	3,81	2,31	6,26	3,09
Modello B c = 0,15	0,693	2,37	3,00	3,05	3,56	3,79	4,52
Modello A1 C.D.P.	0,693	1,31	1,01	3,99	1,34	3,73	1,03

Tabella 10.24: Confronto dei parametri del metodo N2. Sistema di forze G2x e spettro D II.

Si nota una generale coincidenza dei risultati ottenuti tra il modello A2 con coesione 0,15 ed il modello C: per gli altri legami costitutivi del modello A2 si nota, al contrario, come il sistema risulti verificato e ammetta punto di funzionamento. La giustificazione risiede essenzialmente in quanto discusso in precedenza per i sistemi bilineari.

Si riportano ora i risultati relativi al Mastio del Castello delle Rocche.

MASTIO DEL CASTELLO DELLE ROCICHE: spettro C II, sistema di forze G1x

	$S_{ac}(T^*)$ [g]	$R_{\mu}(T^*)$	d^*_u [cm]	d^*_{max} [cm]	μ_R	μ_S
Modello A2 c = 0,15 MPa	0,180	5,09	5,18	8,44	3,12	5,09
Modello A2 c = 0,175 MPa	0,415	5,34	5,03	3,67	7,31	5,34
Modello A2 c = 0,3 MPa	0,547	2,26	5,00	2,79	4,04	2,26
Modello C c=0,15	0,527	7,45	1,63	4,54	2,63	7,45
Modello A2 C.D.P.	0,551	1,76	5,02	2,77	3,18	1,76

Tabella 10.25: Confronto dei parametri del metodo N2. Sistema di forze G1x e spettro C II.

MASTIO DEL CASTELLO DELLE ROCICHE: spettro C II, sistema di forze G2x

	$S_{ac}(T^*)$ [g]	$R_{\mu}(T^*)$	d^*_u [cm]	d^*_{max} [cm]	μ_R	μ_S
Modello A2 c = 0,15 MPa	0,212	4,08	5,41	7,17	3,08	7,43
Modello A2 c = 0,175 MPa	0,449	3,99	5,01	3,40	5,84	3,99
Modello A2 c = 0,3 MPa	0,566	1,67	5,02	2,28	4,38	1,79
Modello C c=0,15	0,434	5,89	1,67	3,54	2,74	5,89
Modello A2 C.D.P.	0,566	1,34	5,01	2,17	3,65	1,41

Tabella 10.26: Confronto dei parametri del metodo N2. Sistema di forze G2x e spettro C II.

MASTIO DEL CASTELLO DELLE ROCICHE: spettro D II, sistema di forze G1x

	$S_{ac}(T^*)$ [g]	$R_{\mu}(T^*)$	d^*_u [cm]	d^*_{max} [cm]	μ_R	μ_S
Modello A2 c = 0,15 MPa	0,328	9,27	5,18	15,38	3,12	9,27
Modello A2 c = 0,175 MPa	0,693	8,94	5,03	7,00	7,31	9,63
Modello A2 c = 0,3 MPa	0,693	2,87	5,00	5,57	4,04	3,67
Modello C c=0,15	0,612	13,56	1,63	8,27	2,63	13,56
Modello A2 C.D.P.	0,693	2,21	5,02	5,34	3,18	2,75

Tabella 10.27: Confronto dei parametri del metodo N2. Sistema di forze G1x e spettro D II.

MASTIO DEL CASTELLO DELLE ROCICHE: spettro D II, sistema di forze G1x						
	$S_{ac}(T^*)$ [g]	$R_{\mu}(T^*)$	d^*_u [cm]	d^*_{max} [cm]	μ_R	μ_S
Modello A2 c = 0,15 MPa	0,386	7,43	5,41	13,07	3,08	7,43
Modello A2 c = 0,175 MPa	0,693	6,16	5,01	6,69	5,84	7,06
Modello A2 c = 0,3 MPa	0,693	2,04	5,02	4,27	4,38	2,84
Modello C c = 0,15	0,693	9,41	1,67	6,33	2,74	10,53
Modello A2 C.D.P.	0,693	1,64	5,01	3,89	3,65	2,15

Tabella 10.28: Confronto dei parametri del metodo N2. Sistema di forze G2x e spettro D II.

Si ha un comportamento sostanzialmente analogo tra il modello C ed il corrispettivo modello A2 con medesima coesione: si noti come le verifiche non siano soddisfatte anche per gli altri valori di coesione e per il legame C.D.P.. Il confronto evidenzia come, in ogni caso, il Mastio del castello delle Rocche non fosse in condizioni di resistere all'evento sismico poi verificatosi.

10.6 Analisi dinamica non lineare

L'ultima analisi condotta è l'analisi dinamica non lineare: per quanto riguarda il Mastio del Castello delle Rocche non v'è una analisi di questo tipo con cui potersi confrontare e pertanto gli unici risultati disponibili sono quelli riportati in §9.2.

Si confrontano dunque i risultati ottenuti per la sola Torre dei Modenesi ed il confronto verrà effettuato unicamente tra le mappe cromatiche del danno a trazione visto che non sono state ricavate, nel modello di confronto, altre caratteristiche legate all'analisi.

Si riportano le mappe cromatiche tridimensionali relative all'ultima fase dell'analisi dei due modelli: si può osservare una sostanziale coerenza tra i risultati mostrati. Le eventuali differenze riscontrabili sono da imputarsi alla differente mesh utilizzata nonché alla diversa definizione dei legami costitutivi figlia della differente scelta dei parametri elastici, come ampiamente discusso all'interno del presente elaborato.

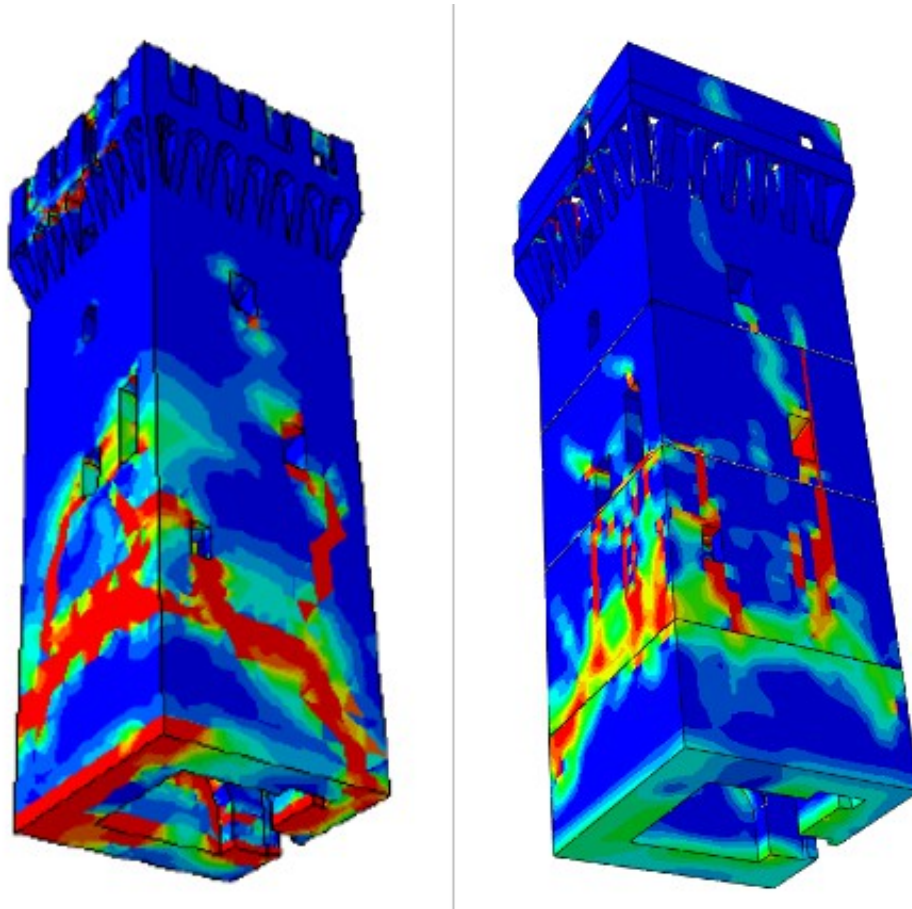


Illustrazione 10.1: Confronto tra i modelli in termini di mappa cromatica del danno a trazione.

Si noti la differente estensione del danno: per il modello di confronto (a sinistra nell'illustrazione 10.1 di cui sopra) si ha che il danno si manifesta con entità maggiore rispetto al modello prodotto dal corrente elaborato (a destra nell'illustrazione di cui sopra). Il motivo di tale differenza è da ricercarsi, come detto, nella differente caratterizzazione del modello numerico (§4.4): nonostante ciò, si osservi come il danno a trazione sia localizzato nei medesimi punti e mostri andamenti coerenti tra i due modelli.

11. Conclusioni

L'elaborato di tesi presentato ha permesso di studiare il comportamento di due torri del comune di Finale Emilia interessate dall'evento sismico avvenuto il 20 Maggio 2012: entrambe le strutture, la Torre dei Modenesi ed il Mastio del Castello delle Rocche, hanno subito danni tali da crollare in seguito al sisma.

Lo scopo principale del lavoro è stato quello di approfondire gli studi, a partire da quelli precedentemente condotti (tesi laurea di Vallè e Bosco) su tali strutture, con approfondimenti che hanno riguardato, da un lato lo studio sperimentale materico delle murature e dall'altro una diversa scelta per la modellazione numerica.

Per quanto riguarda le analisi sperimentali, atte a definire i parametri elastici delle murature costituenti le due torri dalle indagini e prove analisi condotte, si è potuto evidenziare come i parametri proposti dalla Normativa fossero adatti alla descrizione della sola Torre dei Modenesi, mentre sottostimavano notevolmente le capacità del Mastio del Castello delle Rocche. I parametri definiti sperimentalmente per il Mastio, mostrano un modulo di elasticità ed un carico a rottura, doppi rispetto ai valori proposti dalle NTC e utilizzati nel lavoro di Tesi di Bosco Michele con conseguenti differenze dei risultati nelle varie analisi.

Per quanto riguarda la definizione del modello numerico da utilizzare per le analisi, la scelta di impiegare elementi finiti differenti ha condotto ad una semplificazione dei modelli geometrici di partenza. La mesh esaedrica è infatti meno adattiva rispetto alla mesh tetraedrica e pertanto, per non aumentare in maniera eccessiva il numero di elementi finiti (il che comportava un maggiore onere computazionale), si è dovuto rettificare i modelli, linearizzandoli al fine di poter descrivere al meglio le strutture con la mesh scelta.

Tale semplificazione non ha dato luogo a sensibili cambiamenti dei risultati delle analisi: come si è verificato con l'analisi statica lineare, gli sforzi principali a cui erano soggette le strutture a causa dei carichi strutturali e non, non variano al variare della mesh e quindi del modello numerico-

geometrico.

Il passo successivo all'analisi statica lineare, ha riguardato l'analisi dinamica lineare: tale analisi ha permesso di valutare le frequenze proprie delle due strutture e determinarne in seguito i comportamenti in relazione all'applicazione di uno spettro di progetto desunto da Normativa.

In questa analisi si mostra come l'influenza della mesh, in queste fasi di calcolo, sia irrilevante: modelli con medesimi parametri elastici non presentano differenze tra i modelli con tetraedri ed i modelli con esaedri. La differenza con i modelli di riferimento (Vallè – Bosco) risiede nella determinazione delle caratteristiche dei materiali: per quanto riguarda la Torre dei Modenesi, avendo differenze contenute, non si riscontrano particolari divergenze tra i due modelli. Per il Mastio del Castello delle Rocche, le analisi mostrano i risultati di una scelta di parametri notevolmente differente: mentre in termini di masse partecipanti le differenze sono contenute, in termini di frequenze le differenze sono notevoli ed imputabili unicamente ai parametri elastici doppi rispetto a quelli proposti dalla Normativa. Il discorso appena affrontato è da estendersi anche all'analisi con spettro di risposta: i modelli sono convergenti per quanto riguarda la Torre dei Modenesi mentre si discostano, in maniera comunque contenuta, per quanto concerne il Mastio del Castello.

La differente scelta dei parametri elastici influenza anche l'analisi statica equivalente condotta a valle delle analisi dinamiche lineari: essendo tale analisi condotta senza l'utilizzo del Software, ed essendo un metodo semplificato, non vengono utilizzati i modelli numerici e quindi la scelta della differente mesh non ha ivi alcuna rilevanza. Al contrario, questo semplificato, sfrutta le caratteristiche elastiche dei materiali per determinarne i momenti resistenti e successivamente quelli sollecitanti: la scelta di parametri sperimentali anziché di parametri minimi da Normativa porta a delle leggere differenze in termini di valori dei momenti sollecitanti e resistenti ricavati, ma non in termini di indici di sicurezza. Entrambe le strutture risultano infatti non verificate esattamente come nei due modelli di riferimento.

Al termine delle analisi lineari si sono condotte le analisi non lineari, ove è emerso l'effettivo contributo di una differente scelta di mesh per il modello numerico.

In particolare, l'analisi statica non lineare, ha mostrato delle importanti differenze tra i modelli: la mesh a esaedri è, a parità di altri parametri, meno rigida rispetto a quella a tetraedri, e pertanto le curve ottenute sono inferiori; ed inoltre la scelta di parametri elastici sperimentali, maggiori rispetto a quelli proposti in precedenza, produce curve di capacità maggiori.

Queste differenze in termini di curve di capacità si riflettono poi sull'utilizzo del metodo N2 atto a verificare l'effettiva capacità delle strutture di resistere agli eventi sismici prescritti da Normativa: i diversi modelli utilizzati mostrano come, in generale, la Torre dei Modenesi fosse al limite e pertanto in grado di resistere agli eventi sismici di progetto mentre il Mastio del Castello non ne fosse assolutamente in grado. Rispetto ai modelli di Vallè e Bosco, le differenze, notevoli in termini di curve di capacità, risultano praticamente azzerate in termini di metodo N2: i risultati ottenuti per il Mastio coincidono con quelli ottenuti in precedenza, mentre per la Torre si hanno leggere differenze. Mentre il modello precedente prevedeva un collasso della struttura, i modelli adottati nel presente elaborato mostrano come la Torre potesse resistere, seppure al limite delle proprie capacità.

Il presente elaborato ha inoltre affrontato un aspetto non considerato dai lavori precedenti: oltre al legame alla Mohr Coulomb, per le analisi statiche non lineari, si è adottato un legame di tipo C.D.P.. Il legame Concrete Damage Plasticity ha mostrato curve di capacità molto maggiori rispetto a quelle trovate, per entrambi i modelli, con un legame alla Mohr Coulomb adottato usualmente: tali differenze hanno altresì portato ad un soddisfacimento delle verifiche con il metodo N2 per entrambe le strutture. L'evidenza dei fatti si scontra con quanto trovato con tale legame e pertanto porta alla supposizione che il legame alla Mohr – Coulomb sia più corretto nei riguardi dell'analisi statica non lineare tipo N2.

Da ultimo si sono condotte le analisi dinamiche non lineari su entrambe le strutture: unico metro di paragone risiede nel caso di studio della Torre dei Modenesi. Si è osservato come le analisi abbiano condotto a nodelli di danneggiamento molto simili nei due casi.

In generale si osserva dunque come le due strutture non fossero in grado di resistere ad un evento sismico come quello verificatosi il 20 Maggio 2012: come peraltro risulta dalle verifiche che, ad eccezione dell'analisi dinamica non lineare condotta con gli accelerogrammi reali, sono state

effettuate utilizzando gli spettri di Normativa, assai meno severi rispetto al sisma realmente verificatosi. Le analisi, condotte con i parametri meccanici sperimentali, nonostante migliori dei parametri assunti nei lavori precedenti, portano agli stessi risultati: il crollo delle due strutture era ampiamente prevedibile ed evitabile.

11.1 Sviluppi futuri

Gli autori intendono suggerire i seguenti possibili sviluppi, riguardanti non solo le due Torri trattate, ma l'ambito relativo alla muratura in generale:

- analisi sperimentali specifiche per la definizione dei parametri anelastici; al fine di delineare il probabile comportamento post-elastico delle strutture;
- definizione di un legame costitutivo ad hoc, facendo ricorso ad un legame anisotropo anche in campo anelastico;
- approfondimenti riguardo al miglioramento dei modelli costitutivi comunemente utilizzati, in relazione al tipo di verifica strutturale da condurre;
- studio dell'impatto delle metodologie costruttive sul risultato delle Analisi.

APPENDICE A: Note sull'uso del Software

In questa appendice si intendono dare alcune note operative sull'utilizzo del Software commerciale Abaqus: queste note non intendono essere esaustive riguardo il funzionamento completo di un Software imponente come Abaqus ma intendono essere un valido incipit per chiunque affronti per la prima volta l'ambiente operativo del programma e intendono inoltre essere utili per completare la trattazione delle analisi oggetto dell'elaborato.

Per una descrizione dettagliata di ciascuna opzione ivi presentata si rimanda alle guide specifiche del Software “*Abaqus User's Manual*” e “*Abaqus Theory Manual*”.

Come “filosofia” d'uso, Abaqus, è organizzato in **Moduli**, ciascun Modulo è dedicato ad un particolare aspetto della modellazione; tuttavia ciò non significa che il lavoro si sviluppi come una catena consequenziale di operazioni, piuttosto, a partire dal modello, ogni modulo contribuisce ad arricchirne la descrizione e può essere modificato in ogni momento.

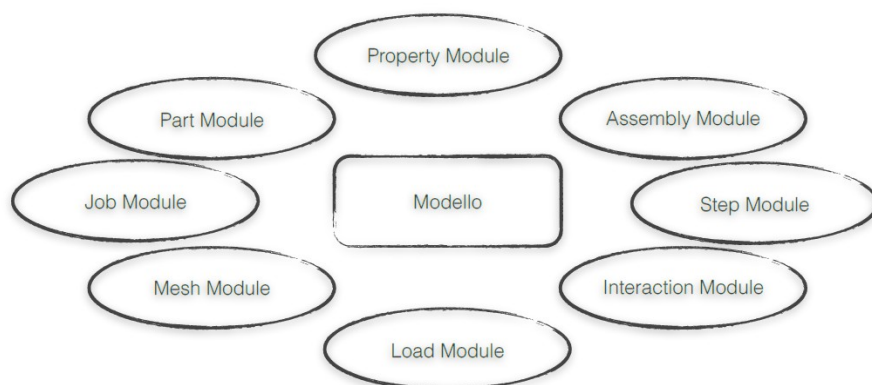


Illustrazione A.1: Moduli di Abaqus.

A.1 Mesh

I modelli geometrici prodotti nei precedenti lavori in ambiente Rhinoceros sono stati ampiamente rivisitati per adattarli alle esigenze del presente elaborato pur nel rispetto della geometria reale: l'uso di elementi tetraedrici rende infatti piuttosto agevole la fase di meshing in quanto piccole imperfezioni o distorsioni sono risolte con infittimenti locali degli elementi senza richiedere particolari cure all'operatore.

Per utilizzare al meglio le opzioni di auto-meshing, implementate all'interno dello spazio di lavoro di Abaqus, nel modulo **Mesh (structured meshing e swept meshing)**, per elementi esaedrici è necessario suddividere il modello in parti di geometria semplice e riconducibili a schemi predefiniti. A tal fine è stato necessario innanzitutto provvedere ad una "pulizia" del modello originale andando a correggere ogni piccola imperfezioni (lombi di superfici non combacianti, linee di costruzione, etc); quindi utilizzando gli strumenti messi a disposizione dal programma stesso, in particolare l'uso dei comandi **virtual topology** e **partition**.

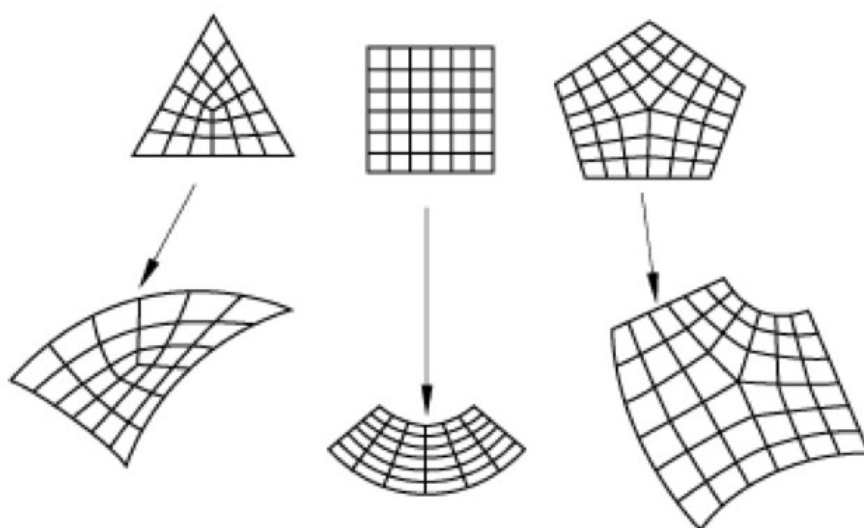


Illustrazione A.2: Adattamento delle mesh alle differenti geometrie.

Il Software Abaqus mette a disposizione dell'utente numerosi strumenti per la creazione della mesh, dal semplice auto-meshing fino ad una definizione puntuale degli elementi: il ricorso ad operazioni automatiche è tuttavia in genere preferibile. Per quanto possa essere oneroso, in termini di tempo,

un corretto partizionamento degli elementi permette l'uso delle tecniche automatiche ed ha numerosi vantaggi tra cui il controllo della taglia degli elementi e della loro distorsione.

Si ricorda che il numero di elementi finiti e di nodi della mesh utilizzata influisce notevolmente sui tempi di analisi: ad esempio coi modelli utilizzati (circa 45000 elementi), per un'Analisi Statica Non Lineare, sono necessarie all'incirca 8 ore (su un computer portatile di fascia media) mentre con un analogo modello a circa 15000 elementi, le tempistiche di calcolo si riducono a circa un paio d'ore.

È importante, dunque, calibrare le dimensioni del modello in base alle tempistiche attese e alla qualità richiesta dei risultati.

A.2 Vincoli e carichi

Il software permette di operare sia su modelli interi che su singole parti: nel presente elaborato si è seguita questa seconda via.

I modelli delle Torri sono stati suddivisi in base ai piani di appartenenza ed al tipo di elemento (murature, volte, riempimenti): ciascuna parte è stata quindi importata nell'ambiente di lavoro e sottoposta alla fase di partizionamento e meshing.

Questo approccio è in genere preferibile in quanto permette di suddividere il modello in “parti funzionali” in base all'uso, al materiale, etc. lavorando su ciascuna di esse indipendentemente.

Successivamente nel modulo **assembly** vengono inserite le parti d'interesse a comporre il modello completo. È importante sottolineare alcuni dettagli: le singole parti sono a tutti gli effetti “libere” nello spazio anche se “assembled”: nel modulo **interaction** l'opzione **create constraints** permette di definire il modello d'interazione tra le parti. Nei modelli presentati le superfici sono state definite incastrate, dove necessario, mediante il comando **tie** in modo da ripristinare il vincolo di continuità tipico della struttura originaria.

Un'altra importante osservazione riguarda la compatibilità della mesh delle diverse parti lungo le superfici di contatto: sebbene sia preferibile vincolare le superfici affacciate a condividere i nodi

degli elementi, il vincolo **tie**, quando definito tra due superfici, implementa un algoritmo di ottimizzazione dei risultati. All'operatore è richiesto di definire le superfici "Master" e "Slave", i gradi di libertà della superficie "Slave" vengono eliminati e assoggettati a quelli della superficie "Master". A margine si precisa che, in automatico, i nodi appartenenti alle superfici "Master" e "Slave" coinvolti risultano solo quelli all'interno di una distanza di tolleranza (che è possibile modificare) nella configurazione indeformata: in genere questo significa che solo le superfici a contatto sono vincolate.

L'applicazione dei vincoli d'incastro alla base della torre avviene nel modulo **Load** attraverso l'opzione **create Boundary Conditions (BC)** quindi **create symmetry/antisymmetry/encastre** e selezionando le superfici alla base delle torri.

All'interno del medesimo modulo sono stati definiti i carichi. In **create Loads** sono stati utilizzati carichi di tipo **Gravity** per applicare una accelerazione di gravità alle masse del modello e i **Pressure** per definire i carichi in copertura.

Carichi e Vincoli possono essere definiti in passi temporali differenti, come sarà spiegato meglio più avanti, infatti, è possibile attivare, disattivare o far propagare il loro effetto da un dato passo temporale in quelli successivi.

A.3 Proprietà dei materiali

Si analizza ora l'uso del **Property Module** all'interno del quale abbiamo la possibilità di definire il legame costitutivo.

L'editor è strutturato in modo da definire i materiali: successivamente essi vengono associati ad una **section** che identifica il tipo di geometria (solido omogeneo, piastra, trave, etc) ed infine le **section** sono assegnate opportunamente ai volumi del modello.

La creazione di un materiale avviene selezionando le proprietà che gli si vogliono conferire e specificando i parametri richiesti (ad esempio, peso specifico, modulo elastico, etc): tali parametri

non dipendono ovviamente dal Software ma piuttosto dal tipo di materiale che si intende descrivere. Definito il tipo di legame costitutivo il Software gestisce i parametri unicamente in termini di compatibilità col modello stesso e pertanto la loro definizione è interamente dell'utente.

A.4 La fase di Analisi e lo Step Module

È importante comprendere che la fase di analisi in Abaqus viene impostata nello **Step Module** attraverso la creazione degli **Step**: questi sono, a tutti gli effetti, i passi temporali che il software seguirà nel condurre l'Analisi. Per alcuni tipi di analisi sarà necessario prevedere un ordine specifico degli step (ad esempio per effettuare un'Analisi Dinamica Lineare è necessario prevedere un precedente step di estrazione delle frequenze proprie prima di poter applicare gli Spettri).

In ciascun passo è possibile definire il tipo di Analisi condotta (analisi delle frequenze proprie, linear perturbation, etc), i carichi presenti ed i vincoli agenti, oltre che impostare le richieste di Output (**Field output request** e **History output request**).

Nello specifico di questo elaborato sono state svolte le seguenti Analisi con rispettivi Step:

- Analisi Statica Lineare

Step	Carichi	Vincoli
Linear Perturbation	Gravità, Carichi di sommità	Incastro di Base

Tabella A.1: Step, carichi e vincoli dell'Analisi Statica Lineare.

- Analisi Dinamica Lineare

Per svolgere questa analisi il programma richiede l'inserimento di Spettri di Risposta in Frequenza (non in Periodo come comunemente rappresentati).

Le funzioni dello Step Response Spectrum: permettono di ottenere le combinazioni delle

risposte di picco attraverso diverse forme (in questo elaborato viene utilizzata la combinazione CQC) e considerare gli effetti della sovrapposizione dell'applicazione degli spettri in più direzioni (regola del 30%).

Step	Carichi	Vincoli
Linear Perturbation	Gravità, Carichi di sommità	Incastro di Base
Frequency Extraction	/	Incastro di Base
Response Spectrum	Gravità, Carichi di sommità + Spettro	Incastro di Base

Tabella A.2: Step, carichi e vincoli dell'Analisi Dinamica Lineare.

- Analisi Statica non Lineare: Pushover “classico”

La presenza di non-linearità nel comportamento conduce alla necessità di utilizzare **General procedures**: risulta inoltre conveniente scindere i passi di applicazione dei carichi statici per poterli analizzare singolarmente.

Nel caso in cui si decida di utilizzare un Legame Costitutivo alla Mohr – Coulomb, è necessario selezionare l'opzione **UNSYMM storage matrix**: sebbene di default il Software dovrebbe scegliere l'opzione più opportuna per calcolare la matrice di rigidità del sistema, con un Legame di questo tipo, l'analisi si interrompe prematuramente senza ottenere risultati significativi.

Step	Carichi	Vincoli
Static General	Gravità	Incastro di Base
Static General	Gravità + Carichi di sommità	Incastro di Base
Static General	Gravità, Carichi di sommità + Distribuzioni G1, G2	Incastro di Base

Tabella A.3: Step, carichi e vincoli dell'Analisi Statica Non Lineare.

- Analisi Statica non Lineare: Pushover Riks

Questa procedura, dovrebbe permettere di cogliere comportamenti softening del materiale

sfruttando un algoritmo che si basa sull'Arch-Length. Il Load Proportionally Factor (L.P.F.) ovvero il Moltiplicatore di Carico diventa incognita del problema che viene determinato a valle dell'imposizione dell'equilibrio del sistema cogliendo in sostanza gli aspetti di un controllo di spostamento e non di carico come di consueto.

Step	Carichi	Vincoli
Static General	Gravità	Incastro di Base
Static General	Gravità + Carichi di sommità	Incastro di Base
Static Riks	Gravità, Carichi di sommità + Distribuzioni G1	Incastro di Base

Tabella A.4: Step, carichi e vincoli dell'Analisi Statica Non Lineare con Riks.

- Analisi Dinamica Non Lineare

Step	Carichi	Vincoli
Static General	Gravità	Incastro di Base
Static General	Gravità + Carichi di sommità	Incastro di Base
Dynamic Implicit	Gravità + Carichi di sommità	Accelerogrammi alla Base

Tabella A.5: Step, carichi e vincoli dell'Analisi Dinamica Non Lineare.

Per quanto riguarda il **Job Module**, si sottolinea unicamente la possibilità di specificare il numero di processori utilizzabili per l'analisi in **Create Job**, nella scheda **Parallelization**.

APPENDICE B: I legami costitutivi

costitutivi

Si presentano ivi in maniera approfondita i legami costitutivi adottati nell'elaborato e se ne propone poi un confronto critico.

B.1 Mohr Coulomb

Secondo questo criterio, la rottura si verifica su un piano quando viene raggiunta una combinazione critica degli sforzi normali e tangenziali. Si tratta di una generalizzazione della legge di rottura per attrito e si esprime attraverso la relazione:

$$\tau = c + \sigma \sin \phi$$

dove τ è il valore della tensione tangenziale sul piano di rottura, c è la coesione, σ è la tensione normale sul piano di rottura e ϕ l'angolo di attrito interno.

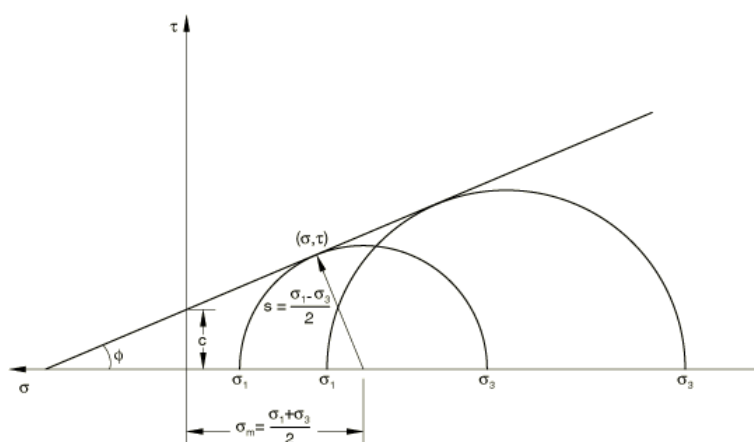


Illustrazione B.1: Dominio elastico del legame costitutivo alla Mohr-Coulomb nel piano σ - τ .

Rispetto alla legge di rottura per attrito, la tensione di snervamento non è legata soltanto alla tensione tangenziale massima, ma anche alla tensione normale applicata sul piano di taglio. L'equazione è rappresentabile graficamente tramite una retta tangente al cerchio dato dalla tensione principale massima.

Secondo questo criterio, la rottura avviene dunque quando il punto rappresentante lo stato di tensione cade all'esterno dell'area definita dai due cerchi di Mohr, quello della resistenza a trazione mono-assiale e quello a compressione mono-assiale.

Nello spazio delle tensioni principali la superficie di snervamento è prismatica, mentre sul piano deviatorico è un esagono irregolare, in accordo con la caratteristica dei materiali sensibili alla pressione idrostatica di avere una resistenza a trazione minore di quella a compressione.

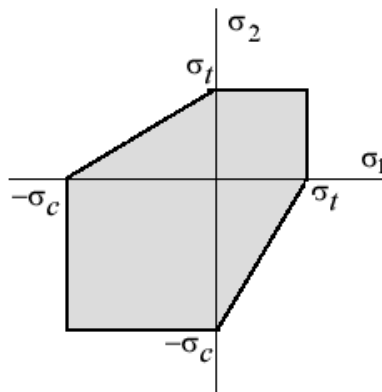


Illustrazione B.2: Criterio di Mohr-Coulomb nel piano delle tensioni principali.

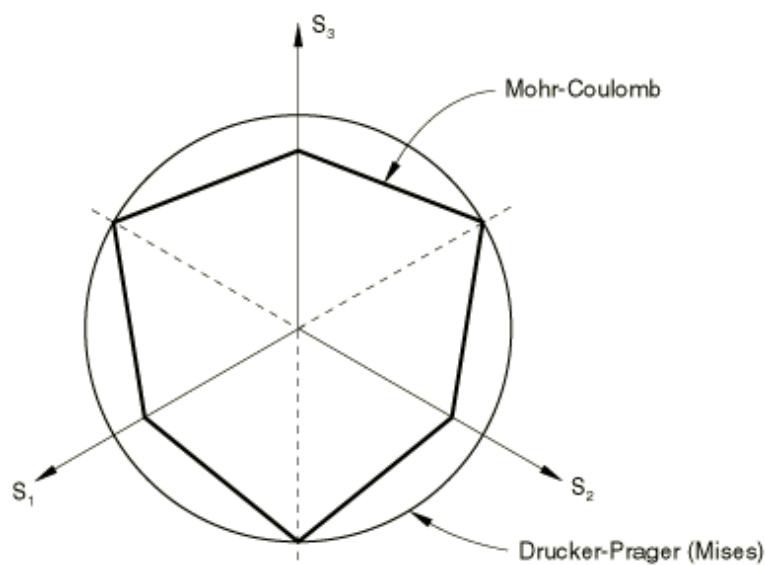


Illustrazione B.3: Il criterio di Mohr-Coulomb nel piano deviatorico.

Si osserva che, al contrario del criterio Drucker-Prager, nel criterio Mohr-Coulomb la crisi è indipendente dal valore dello sforzo principale medio.

Il legame costitutivo definito in Abaqus è un'estensione del classico Mohr-Coulomb tale da regolarizzarne il dominio: in particolare la superficie di snervamento ha forma iperbolica nel piano meridiano e non presenta angoli nel piano deviatorico (funzione ellittica di Menétrey e Willam, 1995) in modo da fornire una direzione univoca al vettore di deformazione plastica.

Il parametro e contribuisce alla definizione della forma del dominio nel piano deviatorico; di default è considerata variabile dipendente dall'angolo d'attrito nella forma:

$$e = \frac{3 - \sin \phi}{3 + \sin \phi} ;$$

si osserva che nei casi limite per $e = 1$ ($\phi=0$) viene descritto il criterio di Mises mentre per $e = 1/2$ ($\phi=90^\circ$) si degenera nel triangolo di Rankine.

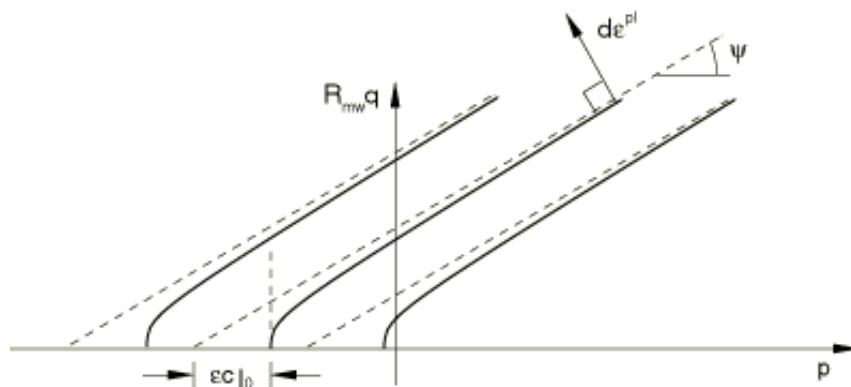


Illustrazione B.4: Famiglia di superfici di snervamento iperboliche nel piano meridiano.

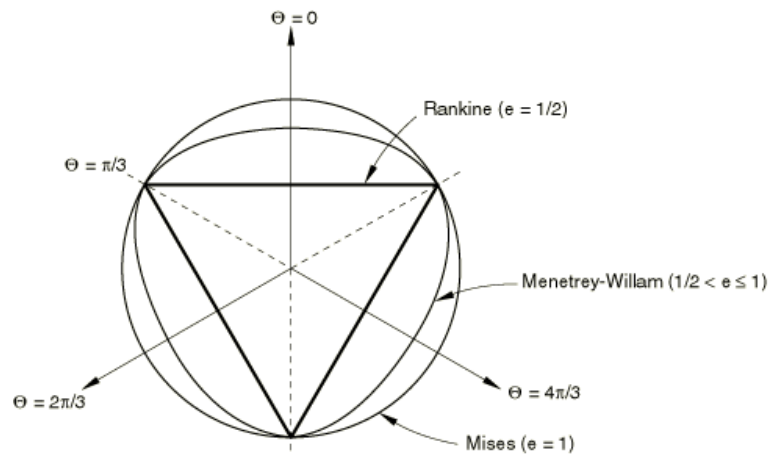


Illustrazione B.4: Superfici di snervamento Menetrey-William nel piano deviatorico.

B.2 Il modello a danno plasticità isotropo (C.D.P.)

La seguente descrizione ha carattere prevalentemente qualitativo ed illustra le caratteristiche fondamentali del modello senza pretesa di volersi addentrare nella specifica formulazione. Tale formulazione è descritta in maniera esaustiva in: Abaqus Theory Manual 6.12, (§4.5.2) e in “Modelli di danno e plasticità per l’analisi di elementi strutturali in muratura”, Elisa Monti Di Sopra 2008/2009.

Il modello di danno e plasticità isotropo (o *Isotropic Damage Plasticity Model*) è un legame costitutivo che nasce originariamente per descrivere il comportamento del calcestruzzo ma che, per analogia, può essere esteso anche ai materiali quasi fragili: la descrizione fornita in questo capitolo è il risultato dell’elaborazione di Lubliner et al. e delle successive modifiche di Lee & Fenves, nonché dell’implementazione finale in ABAQUS.

Le principali caratteristiche di questo legame costitutivo possono essere riassunte come segue:

- considera diverse tensioni di snervamento a trazione e compressione: di conseguenza permette di distinguere il diverso comportamento del materiale a trazione e compressione. In

particolare, a trazione si ha un incrudimento negativo (*softening*), mentre a compressione un incrudimento seguito da *softening* fino a rottura;

- considera la risposta del materiale uguale in tutte le direzioni;
- valuta un diverso degrado della rigidità elastica a trazione e compressione;
- in una struttura soggetta a carico ciclico, considera gli effetti di recupero della rigidità.

Il danno, attraverso le relazioni costitutive, viene modellato nella cosiddetta configurazione efficace o non danneggiata. Quando, infatti, inizia il degrado della rigidità, ovvero comincia a svilupparsi il danno nel materiale, si può esprimere il legame tensioni-deformazioni in due modi: attraverso i valori nominali, che considerano l'intero materiale comprensivo del danno, con vuoti e microfessure; o attraverso i valori efficaci, riferiti alla porzione di materiale non danneggiato tra vuoti e microfessure, più rappresentativa rispetto alla configurazione di riferimento in quanto espressione della parte effettivamente resistente ai carichi esterni.

Il modello permette un'accurata descrizione del comportamento non lineare del materiale in particolare è possibile definire i comportamenti mono-assiali in trazione e compressione e relative funzioni di danneggiamento.

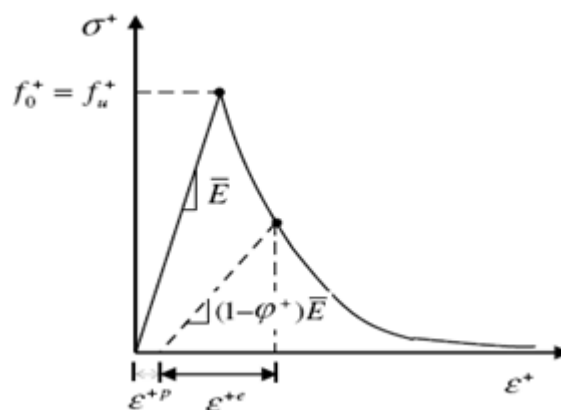


Illustrazione B.5: Comportamento del calcestruzzo a trazione monoassiale.

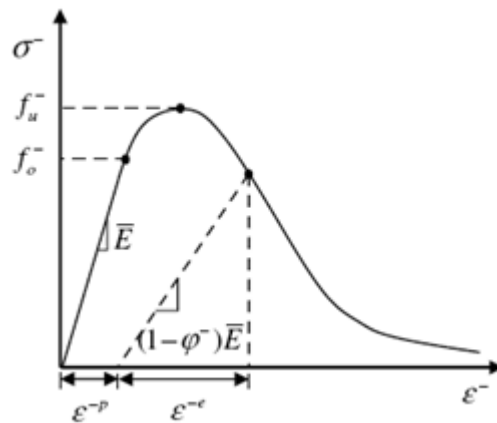


Illustrazione B.6: Comportamento del calcestruzzo a compressione monoassiale.

In condizioni di carico ciclico, invece, il meccanismo risulta essere più complesso, a causa del fenomeno di apertura e chiusura delle fessure nel materiale: quest'ultima azione, in particolare, comporta un parziale recupero della rigidità elastica, maggiormente pronunciato nel passaggio dalla regione a trazione a quella a compressione. Il parametro w , variabile tra 0 e 1, esprime questo comportamento.

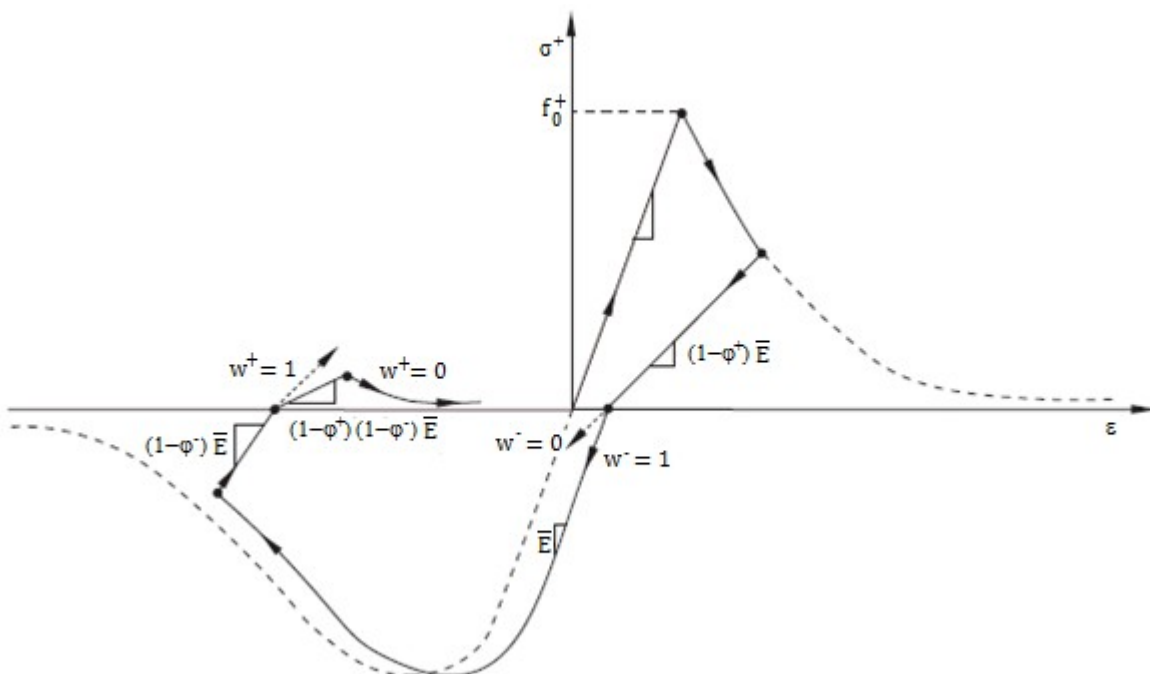


Illustrazione B.7: Rappresentazione di un ciclo di carico con recupero della rigidità.

La Legge di scorrimento che fornisce la relazione tra la direzione di scorrimento plastico e l'incremento di deformazione plastica è non associata mentre la funzione di snervamento è una superficie composta da due funzioni di tipo Drucker-Prager, così sviluppata per tener conto del diverso comportamento del materiale a trazione e compressione.

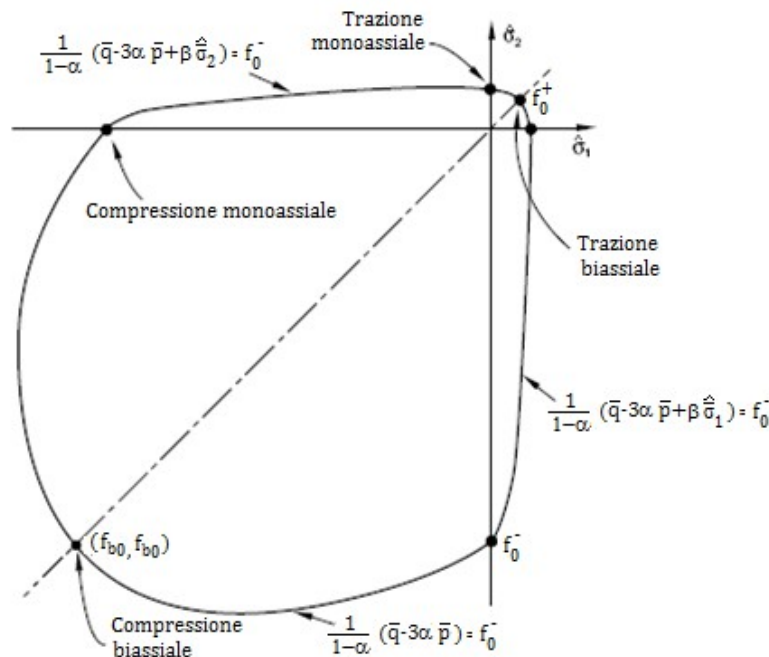


Illustrazione B.8: Forma della superficie di snervamento in stato piano di sforzo.

I parametri costitutivi del modello in Abaqus, oltre ai comportamenti mono-assiali, sono:

- K_c (con $0,5 \leq K_c \leq 1$), che rappresenta il rapporto tra il massimo deviatore in trazione e compressione nel piano deviatorico;
- e , che esprime la velocità con cui l'iperbole, approssimante la superficie di snervamento nel piano meridiano, tende al suo asintoto;
- f_{b0}/f_{c0} , che è il rapporto tra resistenza a compressione biassiale e compressione monoassiale;
- ψ , che è la dilatanza del materiale. In generale essa dipende dallo stato di confinamento ma nel programma è definibile solo come costante.

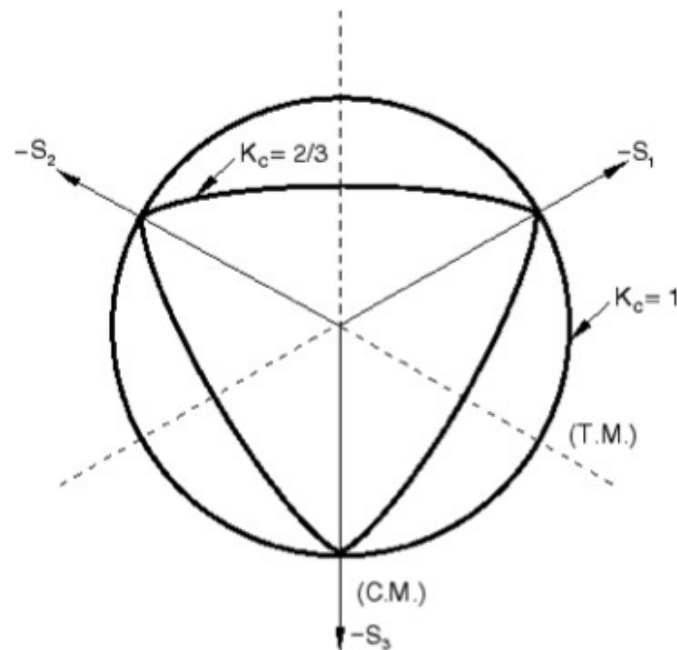


Illustrazione B.9: Forma della superficie di snervamento in stato piano di sforzo.

Peculiarità del modello descritto in Abaqus è l'inserimento di un parametro di viscosità, assunto in generale pari a 0,002. I modelli di materiali che esibiscono un comportamento di *softening* e di degrado della rigidità, infatti, spesso hanno forti difficoltà di convergenza nei programmi con analisi implicita: alcune di queste difficoltà di convergenza possono essere superate attraverso una regolarizzazione viscoplastica, che aiuta a migliorare la velocità di convergenza del modello in regime di *softening*. Se il parametro di viscosità è un valore sufficientemente piccolo, assolve il compito senza compromettere i risultati (piccolo in relazione al passo dell'incremento).

B.3 I legami a confronto

Si osserva che la definizione dei due legami costitutivi precedentemente esposti avviene, in Abaqus, a partire da parametri diversi: questi concorrono a descrivere compiutamente la superficie di snervamento e la sua evoluzione.

In particolare si considerino:

- il comportamento in compressione monoassiale σ_c ;
- il comportamento in trazione monoassiale: σ_t ;
- il comportamento a taglio τ .

Soffermandoci sul caso di stato di sforzo piano e richiamando le proprietà dei legami possiamo osservare le differenze tra i due legami.

Il criterio di Mohr-Coulomb, attraverso i parametri c e ϕ , definisce il limite elastico sulla base di un meccanismo di scorrimento tangenziale. È utile tuttavia esprimere il criterio utilizzando come parametri di resistenza le tensioni ammissibili a trazione e compressione semplice (σ_t , σ_c): a tal fine è sufficiente tracciare i cerchi di Mohr rappresentativi di uno stato di sforzo monoassiale di trazione e compressione e tangenti alla frontiera del dominio ricavando:

$$\sigma_c = \frac{2c \cdot \cos \phi}{1 - \sin \phi} \quad \text{e} \quad \sigma_t = \frac{2c \cdot \cos \phi}{1 + \sin \phi} .$$

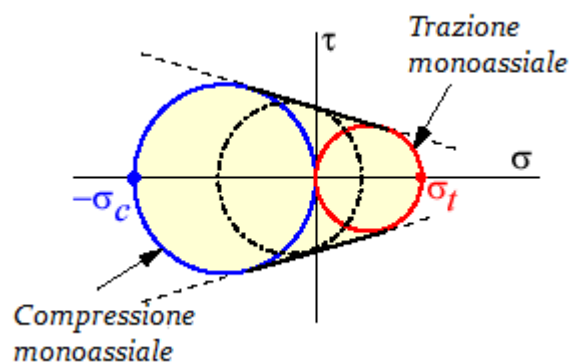


Illustrazione B.10: Rappresentazione del criterio di Mohr-Coulomb sul piano σ - τ .

Si è condotti a pensare che, per la definizione sperimentale dei parametri c e ϕ , siano quindi sufficienti 2 prove in stato di sollecitazione monoassiale tali da permettere di tracciare la retta

tangente ai cerchi: questo approccio, concettualmente coerente con il criterio, conduce però ad una sovrastima importante della reale capacità del materiale e pertanto c e ϕ vengono usualmente determinate tramite prove sperimentali apposite di scorrimento.

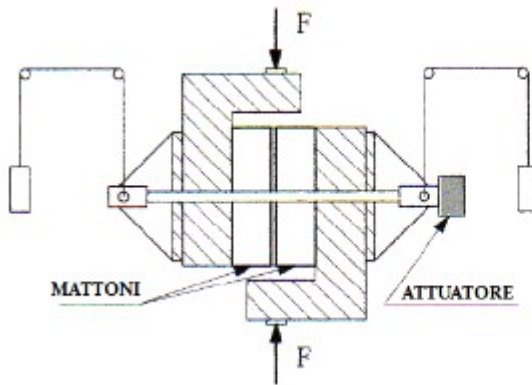


Illustrazione B.11: Prova sperimentale di scorrimento.

Di converso si osserva che la massima tensione ammissibile a compressione risulta fortemente ridotta in confronto a quella direttamente deducibile dalla sperimentazione.

Il legame a danno e plasticità isotropo (Concrete Damage Plasticity), definisce il dominio elastico a partire proprio dai comportamenti mono-assiali del materiale.

Con riferimento ai legami costitutivi utilizzati nei precedenti elaborati, utilizzati come confronto, è possibile visualizzare le conseguenze dei due approcci in stato piano di sforzo (si tenga presente che il dominio C.D.P. è in realtà definito in modo da garantire proprietà di regolarità sulla frontiera mentre viene qui rappresentato per punti caratteristici del dominio) e i risultati conseguenti in un'analisi di pushover sul Mastio del Castello delle Rocche.

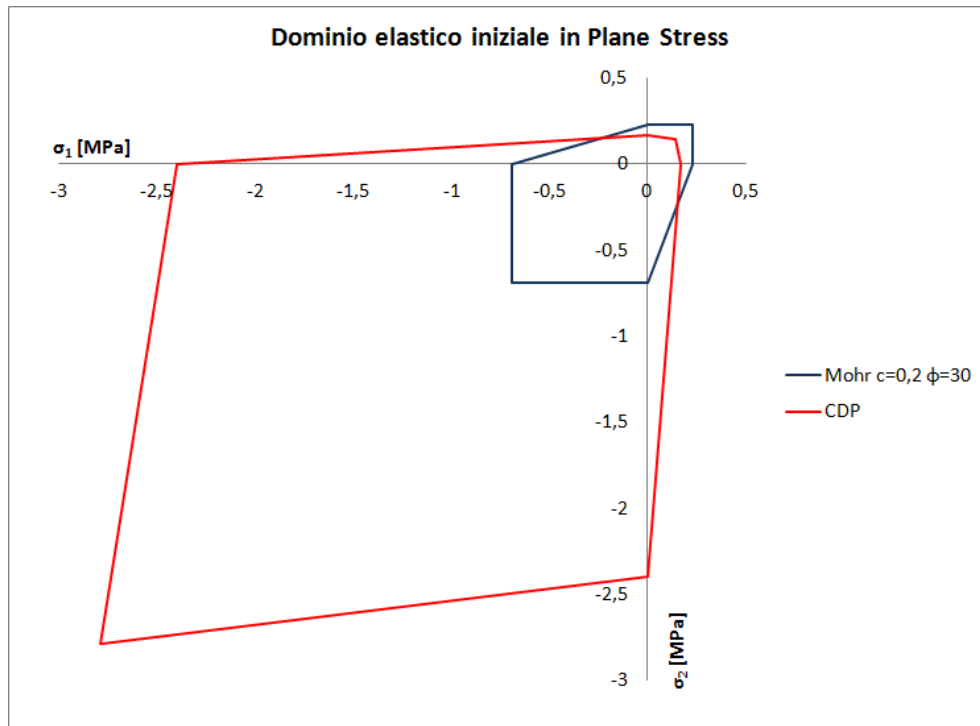


Grafico B.1: Dominio elastico in Plane Stress dei due legami costitutivi a confronto.

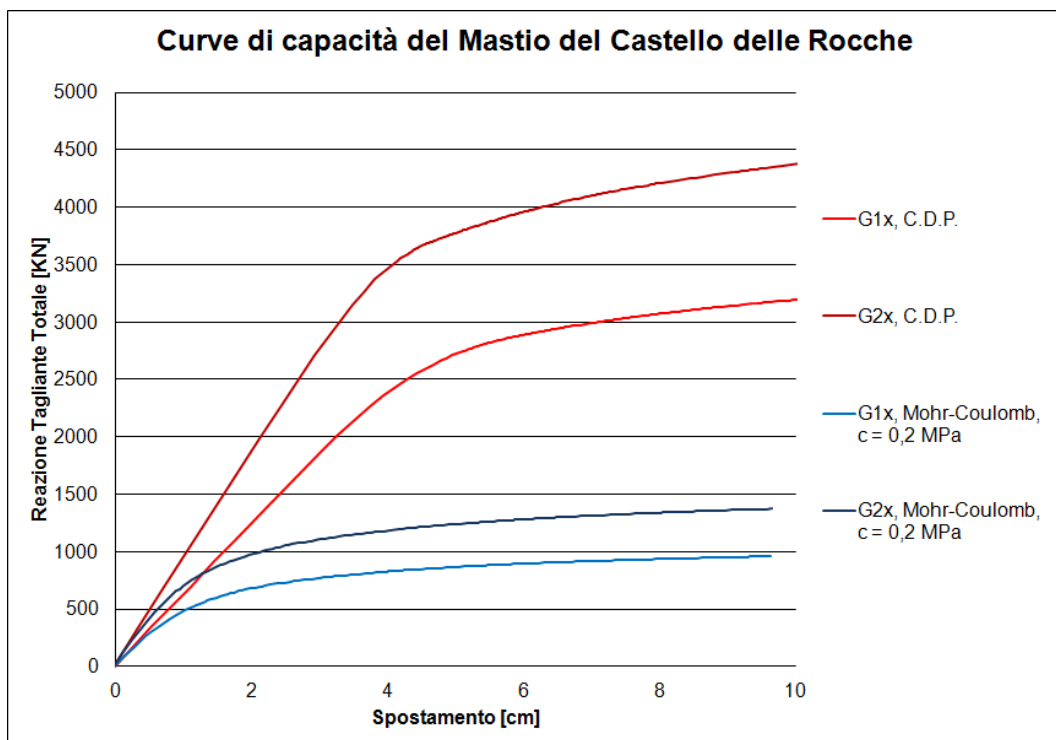


Grafico B.2: Curve di capacità del Mastio del Castello delle Rocche coi due legami costitutivi differenti a confronto.

Appare evidente la sostanziale differenza dei due Legami Costitutivi.

In conclusione si osserva come sia possibile definire i parametri di un legame al fine di renderlo coerente con il secondo: a partire dal Criterio di Mohr-Coulomb, dati c e ϕ si ricavano σ_t e σ_c , e questi possono essere considerati i valori di limite elastico per il legame C.D.P. di cui si costruiscono le curve di comportamento monoassiale.

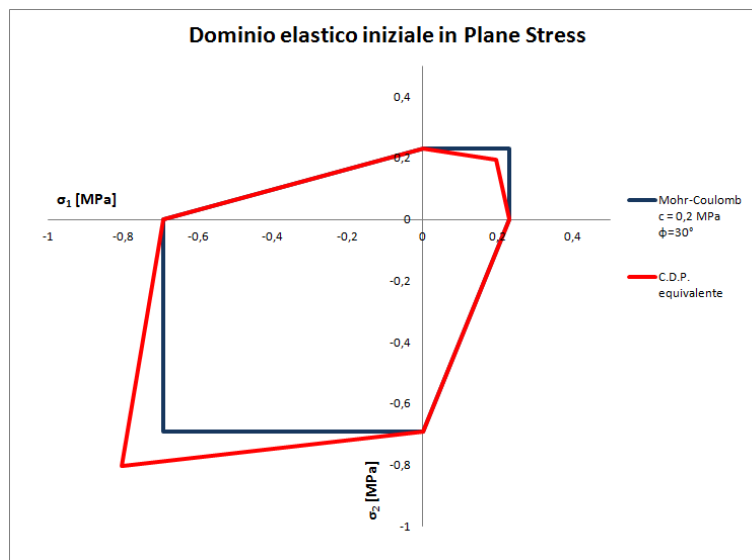


Grafico B.3: Dominio elastico in Plane Stress dei due legami resi equivalenti.

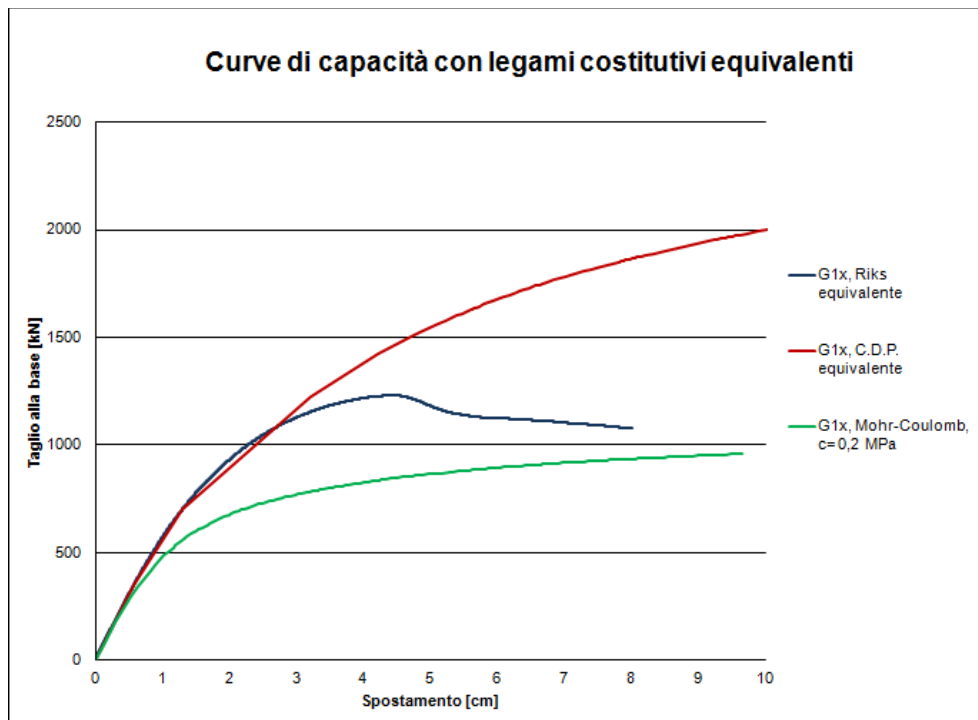


Grafico B.4: Curve di capacità del Mastio del Castello delle Rocche per i due legami costitutivi resi equivalenti e per l'analisi di Riks.

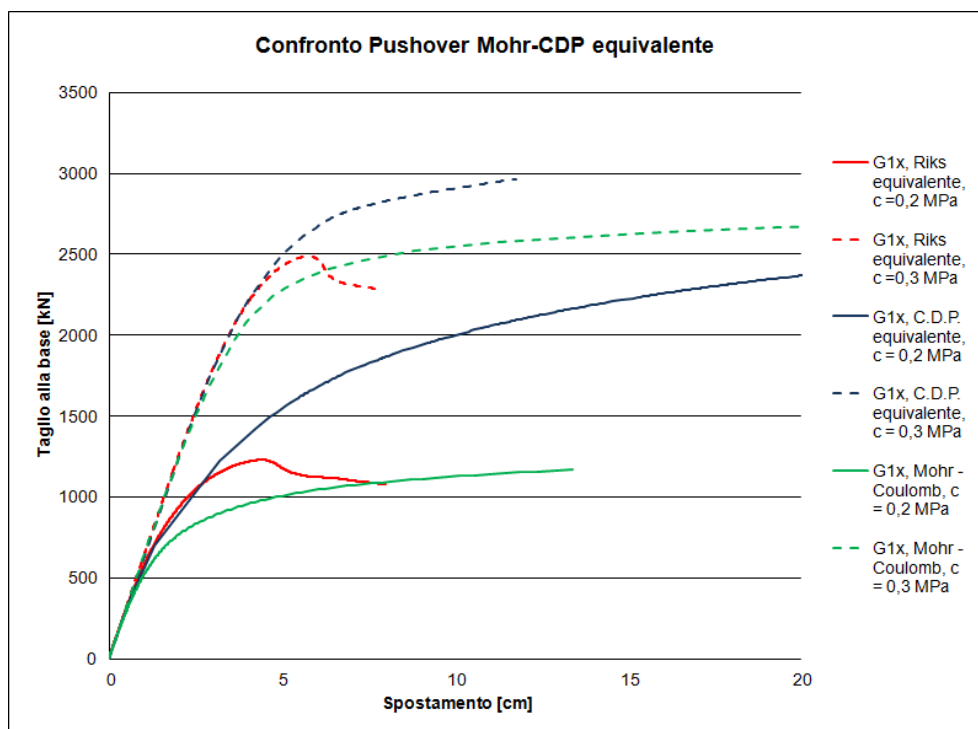


Grafico B.5: Curve di capacità del Mastio del Castello delle Rocche per i due legami costitutivi resi equivalenti e per l'analisi di Riks per due differenti valori di coesione.

Analogamente è possibile definire un Legame Mohr-Coulomb a partire dai comportamenti mono-assiali invertendo le relazioni precedenti oppure ipotizzando un angolo d'attrito e calcolando c

come $\sigma_c = \frac{2c \cdot \cos \phi}{1 - \sin \phi}$ e ponendo un adeguato *cut-off* in trazione. Abaqus supporta anche la

possibilità di definire una variabilità di c al variare delle deformazioni plastiche, simulando quindi una contrazione del dominio elastico (softening).

Gli autori sentono, a questo punto, la necessità di suggerire ulteriori e specifiche indagini sui due metodi, in particolare riguardo l'effettiva capacità di predizione del comportamento reale offerta dai due criteri.

Bibliografia

Articoli :

Acito M., Milani G., Chesi C., Vallè M., Sumini V. *Collapse of the clock-tower in Finale Emilia after the Emilia-Romagna seismic events in May 2012: a numerical insight*, Politecnico di Milano , 2013

Chiocciarelli E., De Luca F., Iervolino I. *Preliminary study of Emilia (May 20th 2012) earthquake ground motion records V2.11*, available at <http://www.reluis.it>, 2012

Fajfar P. *A nonlinear analysis method for performance-based seismic design*, Earthquake Spectra, 16(3): 573-592, 2000

Jankowiak T, Lodygowski T. *Identification of parameters of concrete damage plasticity constitutive model*, Foundation of civil and environmental engineering, n. 6, 2005

Kmiecik P., Kaminski M. *Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration*, Archives of civil and mechanical engineering, Vol. XI, n. 3 , 2011

Milani G., Russo S., Pizzolato M., Tralli A. *Seismic behavior of the San Pietro di Coppito church bell tower in L'Aquila, Italy*, in "The Open Civil Engineering Journal", Vol. 6, 2012

Milani G., Casolo S., Naliato A. & Tralli A. *Seismic Assessment of a Medieval Masonry Tower in Northern Italy by Limit, Nonlinear Static, and Full Dynamic Analyses*, International Journal of Architectural Heritage: Conservation, Analysis, and Restoration, 6:5, 489-524, 2012

Petti L., Lodato A. *Preliminary spatial analysis and comparison between response spectra*

evaluated for Emilia Romagna earthquakes and elastic demand spectra according to the new seismic Italian Code, Università di Salerno, 2012

Libri e dispense:

Albanesi T., Nuti A. *Analisi statica non lineare (pushover)*, Università degli studi Roma Tre, 2007

Bartlett S. F. *Mohr-Coulomb Mode*, 2010

Calzolari M., Righini M., Tusini G. *Le rocche di Finale in età estense: secoli XIV-XVI*, 2009

Corigliano A., Taliercio A. *Meccanica Computazionale. Soluzione del problema elastico lineare*, Esculapio, 2005

Martelli L. *Il terremoto dell'Emilia*, Università degli studi dell'Aquila, 2013

Palmeri A. *Statica e sismica delle costruzioni in muratura*, Università degli studi di Messina, 2007

Tesi :

Bosco M. *Ricostruzione del modello e analisi sismica del Mastio del Castello delle Rocche di Finale Emilia (MO)*, 2013

Calderini C. *Un modello costitutivo per la muratura: formulazione ed implementazione per l'analisi di strutture complesse*, 2004

Del Curto L., Ratti R. *Vulnerabilità sismica e analisi numeriche interpretative dei danneggiamenti del castello delle rocche di Finale Emilia (MO)*, 2013

Grecchi G. *Material and structural behavior of masonry: simulation with a commercial code*, 2009

Monti Di Sopra E. *Modelli di danno e plasticità per l'analisi di elementi strutturali in muratura*, 2009

Porco F. *Formulazione di elementi finiti per l'analisi di pannelli murari*, 2001

Vallè M. *Valutazione della vulnerabilità sismica e analisi numeriche e analisi numeriche interpretative della Torre dell'orologio di Finale Emilia*, 2013

Siti internet:

Rhino (2007). <http://www.rhino3d.com/>

Simulia Abaqus. <Http://www.3ds.com>

<http://terremoti.ingv.it/it/>

<ftp://ftp.protezionecivile.it>