



POLITECNICO
MILANO 1863

SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE
E DELL'INFORMAZIONE

Modellazione agli elementi finiti per lo studio del processo di piegatura di barre spinali in flessione a 4 punti: analisi di sensitività

TESI DI LAUREA MAGISTRALE IN
INGEGNERIA BIOMEDICA - BIOMEDICAL ENGINEERING

Autore: **Tommaso SENATIERI**

Matricola: 953331

Relatore: Prof. Luigi LA BARBERA

Correlatore: Ing. Francesca BERTI

Anno Accademico: 2020-21

Abstract

Spinal fixation devices, formed by spinal rods and pedicle screws, are considered to be the gold standard for the treatment of many pathologies of the spine. In order to be compliant with the diseased spinal column, rods undergo a contouring process before the implantation that leads to an internal residual state of stress. Experimental evidences showed how this consequence affects the mechanical fatigue properties of the rod, increasing the chances of implant failure. By the use of FE models is possible to search how multiple features related to the contouring process influence the results on the rod. The aim of this work is to carry out a sensitivity analysis on a titanium spinal rod with circular cross section, by varying some characteristics related to the contouring process. The study is about building and executing a set of FE simulations which are intended to recreate a single uniform contour throughout a 4-points bending setup, modifying the radius of the rod contact elements (i.e.: rollers), and their material (steel and aluminum). The sensitivity analysis on the material of the rollers points out that steel rollers seem to bring to a more effective contouring process as far as exerted bending moments and possible rod residual curvatures are concerned. However, their usage causes a more severe residual state of stress as well. On the other hand, the sensitivity on the radius of rollers doesn't bring to evident differences on the outcome of the process.

Key-words: spinal rods, rod contouring, 4-points bending test, residual stresses, FE model.

Abstract in italiano

I sistemi di fissazione spinale, provvisti di barre spinali e viti peduncolari, sono considerati il gold standard nella cura di numerose patologie a carico del rachide. In modo da rispecchiare le caratteristiche della colonna vertebrale da trattare, le barre subiscono un processo di piegatura (“contouring”) prima di essere impiantate, il quale però, comporta la generazione di uno stato di sforzo residuo al loro interno. Evidenze sperimentali hanno mostrato come questo effetto condizioni le proprietà a fatica della barra stessa, aumentando il rischio di fallimento dell’impianto. Grazie a dei modelli computazionali agli elementi finiti è possibile andare a investigare come molteplici aspetti legati al metodo di piegatura scelto ne influenzino gli esiti sulla barra. L’obiettivo di questo lavoro di tesi è quello di condurre un’analisi di sensitività su una barra in titanio di sezione circolare variando alcune delle caratteristiche legate al processo di piegatura. Lo studio consiste nella creazione e svolgimento di un set di simulazioni computazionali volte a riprodurre un metodo per ottenere una piegatura uniforme applicando una flessione a 4 punti, variando il raggio degli elementi di contatto con la barra (i.e.: rulli) e dei materiali a essi associati (acciaio e alluminio). I risultati dell’analisi di sensitività sul materiale mostrano che l’utilizzo di rulli in acciaio determina un processo di piegatura più efficace in termini di momenti flettenti esercitati e range di curvature residue attuabili, anche se comporta la comparsa di sforzi residui più marcati. D’altro canto, dall’analisi di sensitività sul raggio dei rulli non risultano evidenti degli effetti particolari sulla riuscita del processo.

Parole chiave: barre spinali, piegatura, flessione a 4 punti, modello agli elementi finiti, sforzi residui.

Indice

Abstract	i
Abstract in italiano	iii
Indice	v
Introduzione	1
1 Stato dell'arte e concetti di base	3
1.1. Anatomia e fisiologia	3
1.2. Patologie (cenni)	5
1.3. Barre spinali: contesto e piegatura	6
1.4. Metodi di piegatura.....	8
1.4.1. French Bender	8
1.4.2. Piegatore <i>in situ</i>	9
1.4.3. Flessione a 4 punti	10
1.4.4. Pressa (preformatura industriale).....	14
1.4.5. Flessione a 3 punti	15
1.5. Sforzi residui	16
1.6. Stato dell'arte.....	18
1.7. Obiettivi.....	26
2 Materiali e Metodi	27
2.1. Approccio numerico.....	27
2.2. Impostazione delle simulazioni numeriche.....	29
2.2.1. Definizione della geometria della barra.....	29
2.2.2. Definizione della geometria del rullo.....	30
2.2.3. Materiali.....	31
2.2.4. Step di simulazione	33
2.2.4.1. Variabili di interesse	33

2.2.5.	Assembly	33
2.2.6.	Interazione barra-rullo.....	34
2.2.7.	Condizioni al contorno	35
2.2.8.	Discretizzazione (Mesh)	36
2.2.8.1.	Barra	37
2.2.8.2.	Rullo	38
2.2.9.	Parametri di simulazione (Job).....	38
2.3.	Estrazione ed elaborazione dei dati	38
2.4.	Scelta delle variabili.....	40
2.4.1.	Sforzi (S).....	40
2.4.2.	Forze di reazione (RF).....	40
2.4.3.	Deformazioni residue (PEEQ).....	41
2.4.4.	Azioni interne (NFORC)	41
2.5.	Analisi Convergenza Mesh	43
2.6.	Analisi di sensitività	45
2.6.1.	Effetto materiale del rullo	47
2.6.2.	Effetto dimensione del rullo	47
2.7.	Interpolazione dei dati.....	47
3	Risultati e Discussione.....	51
3.1.	Analisi convergenza mesh.....	51
3.1.1.	Barra	53
3.1.1.1.	S, Von Mises	53
3.1.1.2.	PEEQ	53
3.1.1.3.	S, Max Principal, (Abs).....	53
3.1.2.	Rulli	53
3.1.2.1.	S, Von Mises	53
3.1.2.2.	PEEQ	54
3.1.2.3.	S, Max Principal (Abs).....	54
3.2.	Simulazioni di piegatura delle barre spinali mediante flessione a 4 punti	55

3.2.1.	Sensitività sul materiale dei rulli.....	56
3.2.1.1.	Abbassamento VS Sforzo massimo nella barra.....	56
3.2.1.2.	Abbassamento VS Momento flettente.....	56
3.2.1.3.	Momento flettente VS Raggio di curvatura residua	62
3.2.1.4.	Momento flettente VS PEEQ Max.....	63
3.2.1.5.	Sforzi residui	64
3.2.2.	Sensitività sul raggio dei rulli.....	68
3.2.2.1.	Abbassamento VS Sforzo massimo sulla barra.....	68
3.2.2.2.	Abbassamento VS Momento flettente.....	69
3.2.2.3.	Momento flettente (NFORC) VS Raggio di curvatura residua.....	71
3.2.2.4.	Momento flettente VS PEEQ massima	72
3.2.2.5.	Sforzi residui	73
3.3.	Interpolazione dei dati.....	77
4	Conclusioni	81
4.1.	Limitazioni e sviluppi futuri.....	82
	Bibliografia	85
A	Analisi di convergenza sulla mesh.....	89
A.1.	S, Von Mises	90
A.2.	PEEQ.....	92
A.3.	S, Max Principal (Abs).....	94
B	Dati simulazioni sensitività.....	97
B.1.	Acciaio, 5mm	98
B.2.	Alluminio, 5mm.....	98
B.3.	Acciaio, 4mm	99
B.4.	Alluminio, 4mm.....	99
B.5.	Acciaio, 3mm.....	100
B.6.	Alluminio, 3mm.....	100
C	Dati Sforzi residui.....	101
C.1.	Acciaio, 5mm.....	102

C.2.	Alluminio, 5mm.....	104
C.3.	Acciaio, 4mm.....	106
C.4.	Alluminio, 4mm.....	108
C.5.	Acciaio, 3mm.....	110
C.6.	Alluminio, 3mm.....	112
D	Interpolazione dei dati.....	115
D.1.	Abbassamento – Momento flettente (NFORC)	116
D.2.	Abbassamento – Raggio di curvatura residua	118
D.3.	Abbassamento – % area snervata (simmetria)	120
D.4.	Momento flettente (NFORC) – Raggio di curvatura residua	122
D.5.	Momento flettente (NFORC) – % area snervata (simmetria)	124
	Lista delle Figure	126
	Lista delle Tabelle	131
	Ringraziamenti.....	135

Introduzione

I sistemi di fissazione spinale rappresentano la principale soluzione per il trattamento di numerosi disturbi a carico della colonna vertebrale, con lo scopo di aiutare i processi di guarigione e conferire stabilità. Tali sistemi di fissazione sono provvisti di barre spinali e viti peduncolari che vengono impiantate nel paziente ancorandole nelle vertebre. Prima di essere impiantate le barre spinali subiscono un processo di piegatura, in modo da adattare il loro profilo alla curvatura del rachide da trattare. Questo aspetto è cruciale perchè a valle della piegatura le barre presentano uno stato di sforzo residuo al loro interno che potrebbe mettere a rischio la buona riuscita dell'impianto. Una volta inserite, infatti, vengono sollecitate da carichi di varia natura dovuti alle normali attività dell'individuo. Gli sforzi così generati quindi si sommano aritmeticamente alle tensioni residue interne alle barre, determinandone un aumento eccessivo. Inoltre, la natura ciclica di alcuni gesti (i.e.: la camminata) incrementa il rischio di rottura delle barre che vanno incontro al fenomeno fatica meccanica.

Conoscere lo stato di sforzo residuo è perciò assai rilevante per acquisire maggior consapevolezza sull'utilizzo di questi impianti. In aggiunta, sono numerosi i fattori che entrano in gioco nei processi di piegatura e che possono influenzare gli esiti di queste tecniche.

Dunque, lo scopo del presente lavoro di tesi è quello di condurre un'analisi di sensitività, basata su dei modelli agli elementi finiti, applicata a un metodo di piegatura uniforme di una barra spinale in titanio, modificando il materiale e il diametro degli elementi che entrano in contatto con la barra stessa, in modo da studiarne l'effetto sul processo.

La trattazione è articolata come segue:

- I. Stato dell'arte: viene descritta l'anatomia, la fisiologia e le principali patologie che affliggono la colonna vertebrale. Vengono introdotti i più comuni metodi di piegatura delle barre spinali e viene presentata un'analisi dei lavori di letteratura.

- II. **Materiali e metodi:** vengono delineati i parametri d'impostazione delle simulazioni numeriche e le grandezze utili alla descrizione degli effetti della piegatura.
- III. **Risultati e discussione:** si presentano e discutono i risultati numerici e si confrontano gli esiti delle simulazioni, con l'obiettivo finale di modellizzare le relazioni tra alcune variabili.
- IV. **Conclusioni e sviluppi futuri:** vengono chiarite le limitazioni e i punti d'arrivo dello studio, oltre a proporre degli spunti per analisi future.

1 Stato dell'arte e concetti di base

1.1. Anatomia e fisiologia

Il rachide è un complesso formato dalla colonna vertebrale, varie articolazioni e numerosi muscoli che gli conferiscono mobilità e stabilità. La sua funzione è quella di sostenere testa e tronco, e proteggere il midollo spinale, contenuto al suo interno.

La colonna vertebrale costituisce lo scheletro del rachide ed è formata da 33 o 34 vertebre articolate fra loro. Essa viene suddivisa in cinque segmenti:

- Segmento cervicale, formato da sette vertebre cervicali, dà sostegno al collo;
- Segmento toracico, costituito da dodici vertebre toraciche;
- Segmento lombare, composto da cinque vertebre lombari;
- Segmento sacrale, formato da cinque vertebre sacrali fuse a formare l'osso sacro;
- Segmento coccigeo, costituito da quattro o cinque vertebre coccigee unite a formare il coccige.

La colonna vertebrale presenta delle curvature sia sul piano frontale sia sul piano sagittale: a livello cervicale e lombare la lordosi cervicale e la lordosi lombare; nel segmento toracico e sacrococcigeo la cifosi dorsale e sacrococcigea (**Figura 1.1**).

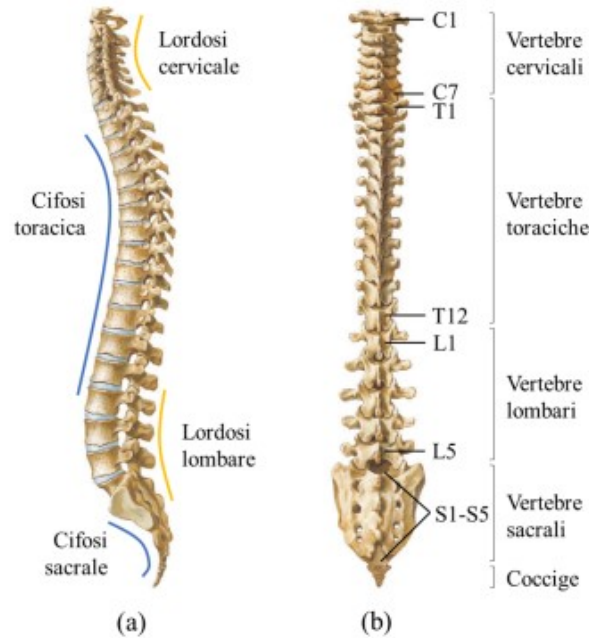


Figura 1.1: Colonna vertebrale: vista laterale (a); vista posteriore (b) [1].

Le vertebre sono ossa brevi costituite da osso spongioso, rivestite da uno strato sottile di osso corticale. In esse si riconoscono un corpo e un arco, che formano il foro vertebrale (**Figura 1.2**). Il corpo è la parte più voluminosa della vertebra ed è collocato anteriormente, l'arco invece è la porzione posterolaterale della vertebra ed è formato dai peduncoli, dalle lamine e dai processi che ivi originano [2].

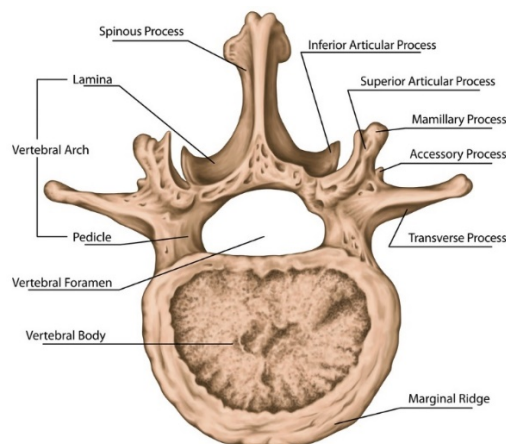


Figura 1.2: Anatomia della vertebra [3].

1.2. Patologie (cenni)

- Ipercifosi: accentuazione della normale curvatura fisiologica del rachide. Il sintomo principale è la comparsa di un gibbo dorsale più o meno ampio;
- Scoliosi: deviazione permanente laterale e rotatoria della colonna vertebrale. Esse si dividono in scoliosi idiopatiche (circa l'88% di tutte le scoliosi), la cui causa è sconosciuta e colpiscono prevalentemente individui di sesso femminile; e scoliosi congenite. Tale sindrome può colpire un qualsiasi distretto della colonna vertebrale;
- Ernia del disco: colpisce più frequentemente gli individui di sesso maschile e si manifesta anche a seguito di lievi sollecitazioni come l'alzarsi da una sedia;
- Fratture vertebrali: nell'80% dei casi si tratta di fratture dorso-lombari che colpiscono maggiormente il sesso maschile a causa di traumi indiretti che iper-flettono il rachide. Nella restante parte dei casi si parla di fratture cervicali.;
- Osteoporosi: affezione diffusa dello scheletro caratterizzata da perdita di massa ossea che conduce a un aumento della fragilità ossea;
- Lombalgia: sindrome caratterizzata da alterazioni discali del rachide lombare;
- Lombosciatalgia: sindrome che affligge la zona lombosacrale della colonna vertebrale. Causa dolore che si propaga nella zona del nervo sciatico, verso l'arto inferiore;
- Spondilolisi: colpisce la V vertebra lombare nella maggioranza dei casi. Può decorrere in maniera asintomatica o manifestarsi con lombalgie;
- Tumori [4].

1.3. Barre spinali: contesto e piegatura

I sistemi di fissazione spinale sono dei dispositivi che vengono utilizzati per lo più nel tratto toracico e lombosacrale della colonna vertebrale; hanno lo scopo di garantire la stabilità e ristabilire il profilo fisiologico del rachide nei trattamenti di cura di molte delle patologie sopracitate, come fratture, tumori, e deformità congenite [5]–[9]. Infatti, per la cura di tali malattie spesso si ricorre a operazioni di fusione spinale (dette anche artrodesi), ossia atti chirurgici che prevedono l'unione tra due o più vertebre, eliminando qualsiasi movimento relativo tra loro. Durante queste tecniche chirurgiche vengono utilizzati particolari materiali osteoinduttivi che favoriscono la ricrescita ossea tra le vertebre interessate, e dunque, gli impianti di fissazione aiutano a mantenere la stabilità della colonna a seguito dell'operazione, facilitando la fusione dei segmenti ossei coinvolti [10], [11].

La strumentazione di fissazione spinale, tipicamente formata da barre spinali e viti peduncolari (**Figura 1.3**) è quindi considerata il Gold Standard per quanto riguarda il trattamento di numerosi disturbi a carico della colonna vertebrale. Nello specifico, le barre spinali hanno il ruolo di ripristinare la curvatura fisiologica del rachide e permettere la stabilizzazione della porzione di colonna danneggiata [6], [12].

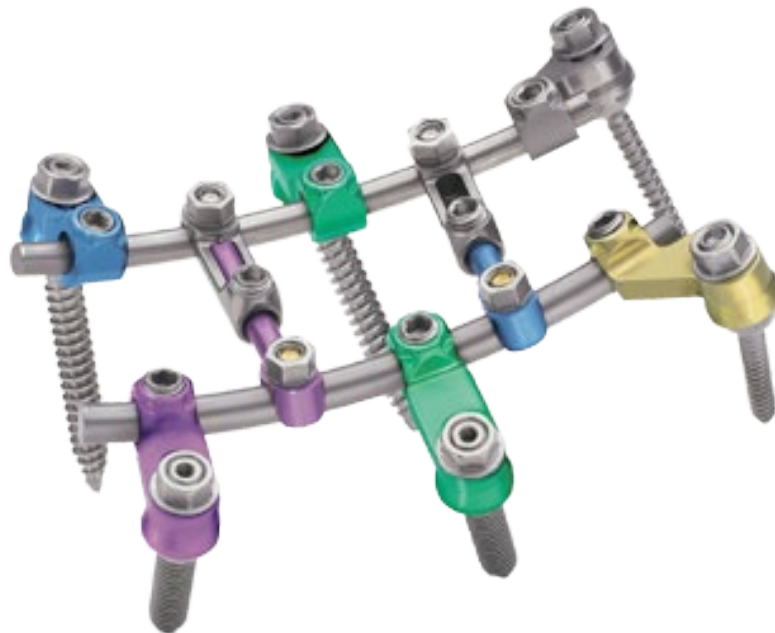


Figura 1.3: Sistema di fissazione spinale [13].

Relativamente a questo contesto, dunque, la piegatura è un processo grazie al quale si ottiene una modifica permanente del profilo della barra, che da rettilineo

(o già precedentemente curvo) presenterà nuovi raggi di curvatura più o meno accentuati o estesi lungo il dispositivo. È proprio grazie a tale procedimento, che può essere condotto sia in sede di produzione da parte del costruttore o in fase intraoperatoria dal chirurgo, che è possibile adattare la forma della barra alla situazione dello specifico paziente, in modo che la sua funzione sia svolta correttamente.

Un problema che emerge con grande insistenza dall'analisi della letteratura è la prematura rottura delle barre spinali o di altre parti dell'impianto, una volta inserito all'interno del paziente (**Figura 1.4**). La causa di questi avvenimenti è da ricercare non tanto nei valori di carico in vivo agenti sull'impianto, piuttosto bassi se confrontati con i limiti di resistenza dei materiali comunemente usati in ortopedia spinale, quanto negli effetti intrinseci del fenomeno di piegatura, (che, come si vedrà meglio in seguito, determinano uno stato di sforzo residuo) e negli effetti di intaglio presenti sulla barra, sottoforma di indentazioni tipicamente dovute al processo di piegatura manuale [6]–[9], [12], [14]–[16].



Figura 1.4: Rottura *in vivo* di una barra spinale (Tang et al. [15]).

1.4. Metodi di piegatura

Come ampiamente illustrato in precedenza, le barre spinali subiscono un processo di piegatura prima dell'impianto, che però può avvenire in momenti diversi. Tipicamente piegature uniformi vengono attuate da parte del produttore della barra durante il processo di produzione. Si tratta di barre pre-piegate, che sono utili per fornire una curvatura di massima della barra, basata sulla curvatura fisiologica del rachide [17], sulla quale il chirurgo andrà eventualmente ad agire. Infatti, questo tipo di barre vengono prodotte e piegate su larga scala a livello industriale e non è noto su quale paziente verranno poi impiantate.

Piegature più localizzate sono spesso eseguite dal chirurgo direttamente durante l'operazione di impianto. Tra gli strumenti usati in questo senso, il più famoso e largamente utilizzato è il French Bender [6], [9], [12], [15], [18].

1.4.1. French Bender

Questo strumento, simile a una tenaglia (**Figura 1.5**), viene utilizzato dai chirurghi durante l'operazione di impianto per effettuare delle piegature particolarmente localizzate nei punti in cui lo strumento è andato a contatto con la barra, caratterizzate da angoli di curvatura più acuti rispetto ai metodi condotti in sede produttiva [6]. In questo modo si riesce a impartire alla barra un profilo che sia il più appropriato possibile rispetto alle condizioni del paziente.

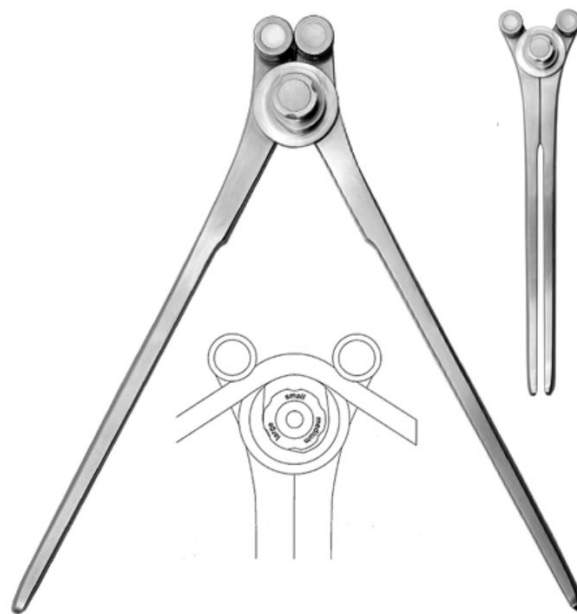


Figura 1.5: French Bender [19].

L'azione di piegatura si basa sul movimento circolare di due elementi cilindrici rispetto a un perno centrale. Agendo sui manici i due elementi mobili entrano a contatto con la barra, e spingendola esercitano un momento flettente su essa. Da notare il fatto che il braccio di leva degli elementi mobili rispetto al perno centrale è minimo nel momento in cui questi entrano a contatto con la barra, e aumenta man mano che i manici vengono avvicinati. Partendo da zero a livello del contatto tra barra ed elementi mobili, il momento aumenta linearmente fino a raggiungere il valore massimo in corrispondenza del perno centrale. È in questo punto, dunque, che si produce il massimo valore di sforzo [6], [9].

Grazie a questo strumento è possibile modificare il profilo della barra in modo rapido e facile, senza l'utilizzo di particolari macchinari; essendo di piccole dimensioni può essere utilizzato all'interno della sala operatoria. Di contro, l'ottenimento della curvatura desiderata dipende molto dalle capacità del chirurgo e spesso, il suo impiego, provoca delle indentazioni locali laddove è avvenuto il contatto con la barra. Esse costituiscono degli intagli geometrici dai quali è possibile che si origini una cricca che inneschi il fallimento dell'impianto [8], [9], [12], [14], [15].

1.4.2. Piegatore *in situ*

Anche il piegatore *in situ* ("in situ bender", **Figura 1.6**) è uno strumento che viene utilizzato dal chirurgo durante l'impianto, nello specifico, quando la barra è stata già inserita nel corpo del paziente e fissata tramite le viti peduncolari alla colonna vertebrale. Serve principalmente per effettuare ulteriori piegature incrementali per correggere il profilo della barra [9].



Figura 1.6: Piegatore *in situ* (Kim et al. [9]).

Questo dispositivo è tipicamente formato da due bracci provvisti di fori o piccoli uncini alle loro estremità: posizionando la barra in questi spazi e agendo sui manici dei bracci si riesce a esercitare un momento flettente. Nonostante sia uno strumento dedicato per piccoli aggiustamenti, produce delle piegature uniformi, caratterizzate da uno stato di sforzo sotto carico costante nel tratto di barra compreso tra i suoi due bracci [9].

Il piegatore *in situ* viene adoperato in sala operatoria dal chirurgo, e la sua efficacia dipende dalle capacità di quest'ultimo: un'eccessiva applicazione di forza, per esempio, potrebbe facilmente causare una piegatura indesiderata. Inoltre, le estremità dei bracci possono dare luogo a fenomeni di indentazione locale sulla barra poiché i raggi di curvatura sono più acuti rispetto all'uso del French Bender.

Dalla precedente descrizione risulta chiaro che tali strumenti siano limitati per campo d'azione, tipo di piegatura, effetti di bordo indesiderati, capacità da parte dell'utente di sortire gli effetti desiderati. Esistono infatti altri metodi con cui si ottiene una piegatura sostanziale della barra, che interessa gran parte della sua lunghezza, e che può rappresentare un punto di partenza più idoneo per il chirurgo. Tuttavia, queste metodiche vengono intraprese in anticipo rispetto all'operazione di impianto, come durante il planning pre-operatorio o addirittura alla fine del processo di produzione dei dispositivi. Dall'analisi dello stato dell'arte emergono principalmente tre tipi di processo di formatura, ovvero la flessione a quattro punti, tramite pressa (o dima) e flessione a tre punti.

1.4.3. Flessione a 4 punti

La flessione a quattro punti è una tecnica diffusa nel settore dei dispositivi biomedicali ortopedici. Viene utilizzata per condurre test sulle proprietà dei dispositivi [7], [20], e risulta utile per riprodurre la piegatura delle barre spinali in sede di produzione. Le barre formate mediante questo metodo sono caratterizzate da una curvatura residua estesa e uniforme. La descrizione di tale processo (destinato al piegamento delle barre e limitato al caso di flessione simmetrica) verrà eseguita innanzitutto dal punto di vista teorico e in seguito si delinearanno gli espedienti per riprodurre la flessione a quattro punti in forma sperimentale, pratica.

Tramite la flessione a quattro punti simmetrica la barra viene appoggiata su due elementi di supporto fissi (vincolati in modo da non poter compiere alcuno spostamento). L'azione meccanica di piegamento avviene grazie ad altri due

elementi mobili, che dopo essere entrati in contatto superiormente con la barra, iniziano a spingerla producendo la flessione. La simmetria è data dalla posizione degli elementi mobili e di appoggio che sono a due a due equamente distanziati dalla mezzeria della barra. Per comprendere come realmente la flessione sia generata è necessario analizzare il sistema di forze agenti sul sistema (**Figura 1.7**).

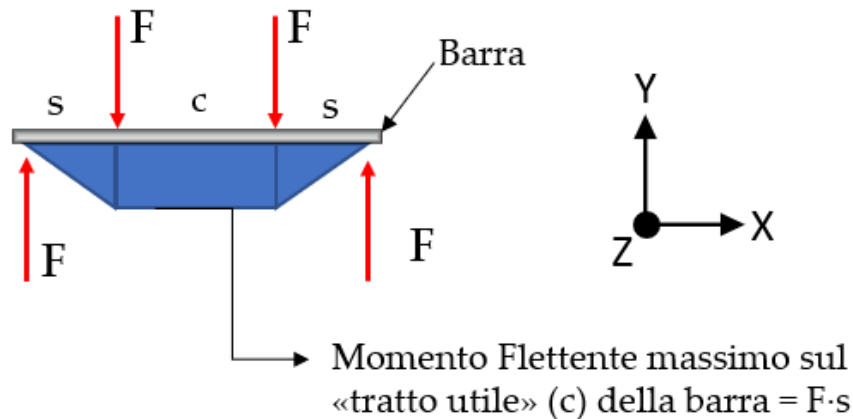


Figura 1.7: Schematizzazione del sistema di forza e del momento flettente agente sulla barra dovuto alla flessione a 4 punti.

Ognuno degli elementi mobili spinge sulla barra esercitando una forza F diretta nel verso delle Y negative; a livello degli elementi di supporto fissi invece si generano altre due forze, di pari entità ma verso opposto, che rappresentano le forze di reazione in questi due punti alla sollecitazione imposta. Il sistema quindi risulta in equilibrio in direzione Y , perché la risultante delle forze agenti è nulla.

Noto il sistema di forze, si possono ricavare le azioni interne presenti, che consistono in una doppia azione di taglio lungo i tratti "s", e nel momento flettente, rappresentato in blu sul lato delle fibre tese. Come si può notare anche la distribuzione delle forze in gioco e l'andamento del momento sono simmetrici rispetto al piano passante per la mezzeria della barra. Ecco perché spesso, in questo tipo di descrizioni, si sceglie di considerare fin dall'inizio solo una delle due metà del sistema, essendo l'altra nota di conseguenza.

Infatti, concentrandosi su una metà del modello e analizzando l'andamento del momento, questo aumenta linearmente lungo il tratto "s", partendo da zero in corrispondenza dell'elemento di appoggio e arrivando a un valore massimo a livello dell'elemento di carico. Da qui si mantiene costante per tutta la lunghezza del tratto "c", detto "tratto utile". Oltre a rimanere costante, in questa zona il momento flettente è anche pari al massimo valore ottenibile:

$$MF_{\max} = F \cdot s ;$$

Scalando il momento flettente per un fattore $1/EJ$ (dove E è il modulo elastico del materiale della barra e J il suo momento di inerzia) si ottiene la curvatura della barra, che quindi ricalca il comportamento del momento stesso. Nel tratto di barra compreso tra i due elementi mobili la barra assume una curvatura costante, come se fosse un arco di circonferenza. Nei tratti tra l'elemento fisso e quello di carico invece, così come il momento, anche la curvatura varia punto per punto. Da notare, poi, che qualora le estremità della barra sporgessero oltre l'elemento di supporto, non farebbe alcuna differenza dal punto di vista delle azioni interne, in quanto sono regioni che restano scariche durante l'intero processo di piegatura e rimangono perciò rettilinee.

Questa tecnica di flessione può essere replicata sperimentalmente utilizzando una macchina monoassiale. Per realizzare in senso pratico la piegatura devono essere introdotte delle modifiche che mettono in risalto alcuni aspetti, differenti rispetto alla trattazione teorica. Gli elementi che entrano a contatto con la barra infatti possono essere resi con dei rulli pieni di un materiale metallico (tipicamente acciaio) [6]. I rulli infatti sono liberi di ruotare attorno al loro asse, facendo diminuire le forze d'attrito che si potrebbero originare al contatto con la barra durante l'abbassamento. Questa trovata permette così di generare il sistema di forze descritto precedentemente, senza includere anche altri contributi indesiderati.

I rulli di carico sono vincolati solidalmente all'attuatore della macchina che viene controllato impartendo un valore di abbassamento. La macchina farà calare l'attuatore e i rulli fino a che entreranno in contatto con la barra. La cella di carico, in serie all'attuatore, misurerà un valore di forza che viene ripartito equamente tra i due rulli di carico (i.e.: la forza F a livello dei rulli, **Figura 1.7**). Queste forze andranno a equilibrarsi con le reazioni vincolari sui rulli di supporto, identiche in modulo e direzione, ma di verso opposto.

L'introduzione dei rulli come elementi di contatto implica la presenza di altri quattro pezzi all'interno del set up sperimentale, oltre alla barra, soggetti al sistema di forze che si attua. Infatti, se si visualizza il set up su un altro piano ($Y-Z$) si capisce come anche i rulli siano sottoposti a una flessione a 3 punti simmetrica: due forze agiscono alle estremità del rullo, in corrispondenza dei punti di aggancio con la macchina monoassiale, e il terzo contributo è la forza di reazione tra barra e rullo (**Figura 1.8, (c)**).

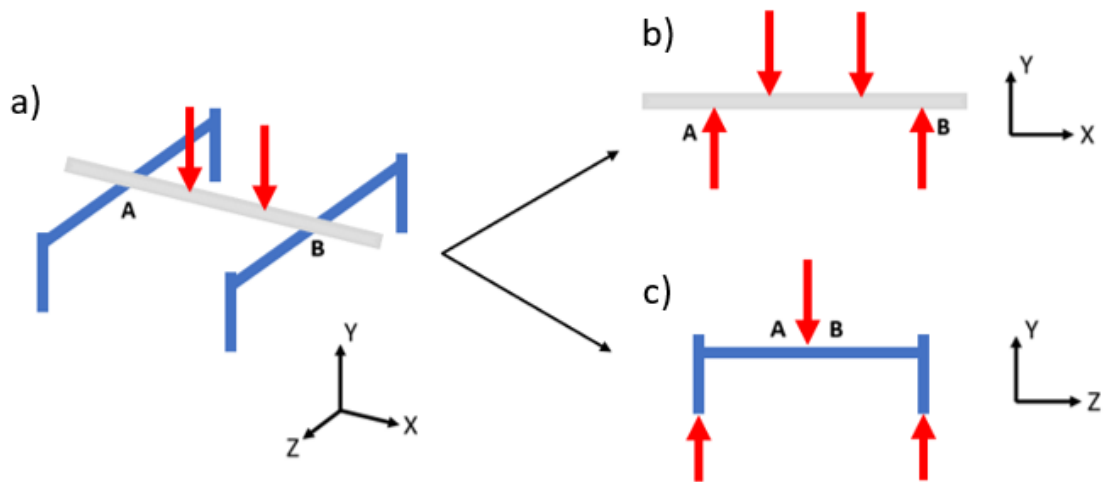


Figura 1.8: Schematizzazione flessione a 4 punti: sui rulli di supporto viene esercitata una flessione a 3 punti.

Da questa osservazione risulta chiaro, quindi, come anche questi elementi debbano essere opportunamente dimensionati per produrre una piegatura efficiente, evitando un'eccessiva flessione e/o deformazioni plastiche. Una flessione dei rulli troppo elevata comporta che una parte dell'abbassamento imposto non è utile al piegamento della barra, andando a falsare l'effetto dell'abbassamento sulla piegatura. Lo svantaggio aumenterebbe qualora lo sforzo agente sui rulli fosse così elevato da superare il limite elastico: in questo caso, a seguito di ogni piegatura, sarebbe necessario sostituire i rulli deformati con dei nuovi, aumentando drasticamente i costi della procedura e dilatandone i tempi.

1.4.4. Pressa (preformatura industriale)

Nello studio condotto da *Willson et al.* [21] le barre spinali subiscono un processo di piegatura singola mediante l'uso di una pressa, ottenendo un profilo a "C". Si tratta di un macchinario di fattura artigianale composto da lamine di alluminio opportunamente sagomate che vengono avvicinate tra loro grazie a un morsetto (**Figura 1.9**). Questa tecnica, così come l'utilizzo di dime, è particolarmente utilizzata in ambito industriale come metodo di "preformatura", per ottenere barre spinali preformate che possono essere sottoposte a ulteriori piegature (come in sala operatoria da parte del chirurgo) [1].

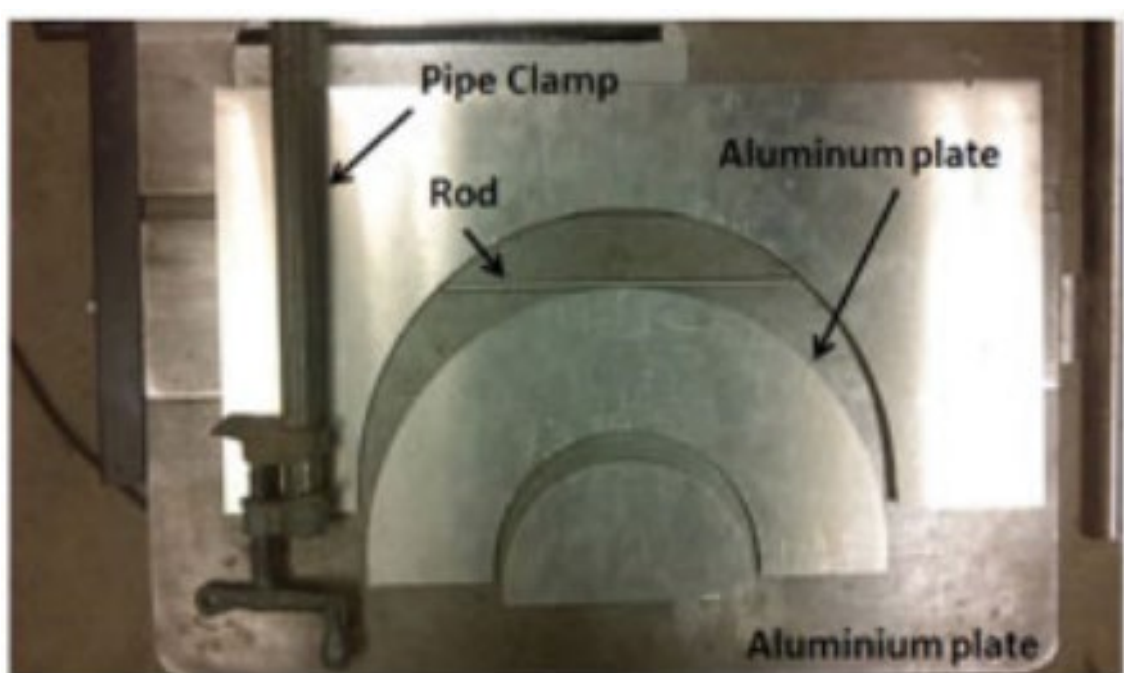


Figura 1.9: Set-up sperimentale di pressa per la piegatura di barre spinali (*Willson et al.* [21]).

La barra, posizionata tra due lamine, viene pressata in modo da assumere il raggio di curvatura desiderato. È facilmente comprensibile come la curvatura residua venga distribuita uniformemente su tutta la lunghezza della barra, che assume un profilo ad arco di circonferenza. Un secondo interessante aspetto legato all'uso della pressa consiste nell'eliminazione di piccoli elementi che premono contro la barra che possono causare importanti concentrazioni locali di sforzo e indentazioni. Tuttavia, la pressa sembra essere un macchinario dall'utilizzo ingombrante: qualora si volesse piegare la barra per farle assumere una curvatura diversa, le lamine in alluminio dovrebbero essere sostituite, comportando maggiori costi e tempistiche più dilatate.

1.4.5. Flessione a 3 punti

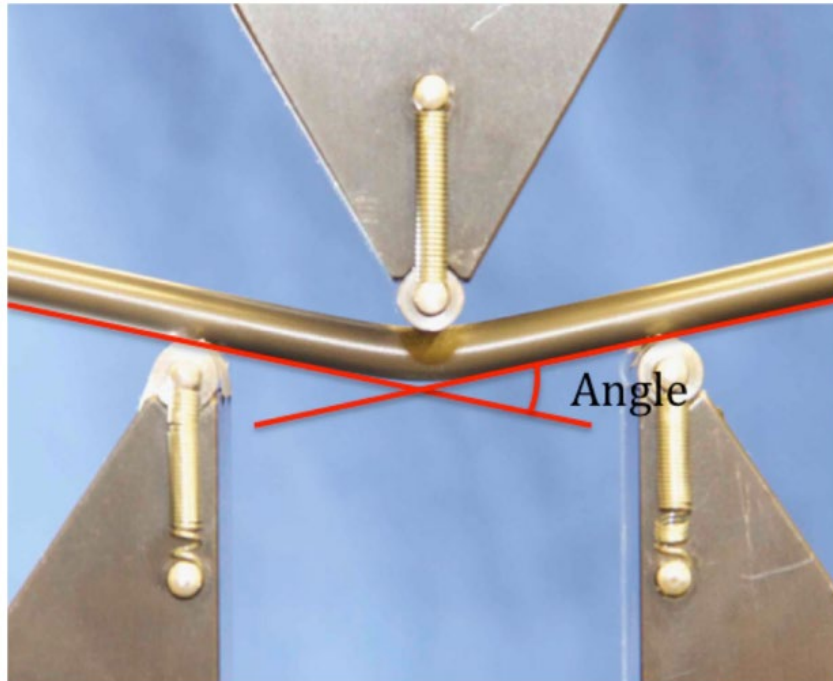


Figura 1.10: Flessione a tre punti applicata alla piegatura di una barra spinale (Ayers *et al.* [22]).

Come facilmente intuibile, questa tecnica è concettualmente molto simile alla flessione a quattro punti, ma prevede l'utilizzo di tre elementi (due di supporto fissi e uno di carico mobile) che si interfacciano con la barra (**Figura 1.10**). Si ricorre a essa nella trattazione presentata da Ayers *et al.* [22], in cui la barra subisce una triplice azione di piegatura tramite un set up sperimentale. Analogamente a quanto affermato per la flessione a 4 punti, anche in questo caso le distanze relative tra gli elementi possono essere fatte variare per modificare l'estensione dei bracci di leva e di conseguenza la distribuzione del momento flettente applicato (linearmente crescente a partire dagli elementi fissi, il valore massimo viene raggiunto a livello dell'elemento mobile). In questo caso specifico gli elementi hanno una forma cilindrica e si appoggiano per tutta la loro lunghezza su dei supporti a sezione triangolare: ciò fa pensare che non siano in grado di ruotare attorno al proprio asse. Nonostante il tipo di sollecitazione sia molto simile a quella generata tramite French Bender, si possono annoverare alcune discrepanze: il movimento degli elementi mobili nel French Bender segue una traiettoria circolare [6] (non lineare verso il basso) e a causa delle ridotte dimensioni dello strumento, l'estensione della piegatura coinvolge un corto tratto di barra.

1.5. Sforzi residui

Come si è visto, le barre vengono piegate tramite l'applicazione di momenti flettenti ottenuti grazie a diversi espedienti. In ragione di tale sollecitazione, nel caso di un materiale lineare elastico, si può riconoscere una zona in cui le fibre del materiale dell'asta sono sollecitate in trazione, mentre nel lato opposto, al contrario, sono in compressione. Infatti, nella sezione resistente dell'asta si instaura uno stato di sforzo comunemente detto "a farfalla". Questo nome è dovuto al fatto che lo sforzo varia linearmente tra un valore massimo positivo e un valore minimo negativo in corrispondenza delle fibre più esterne sulla barra: per continuità, dunque, sulla sezione resistente deve essere presente una zona in cui lo sforzo è nullo, ossia l'asse neutro (**Figura 1.11**).

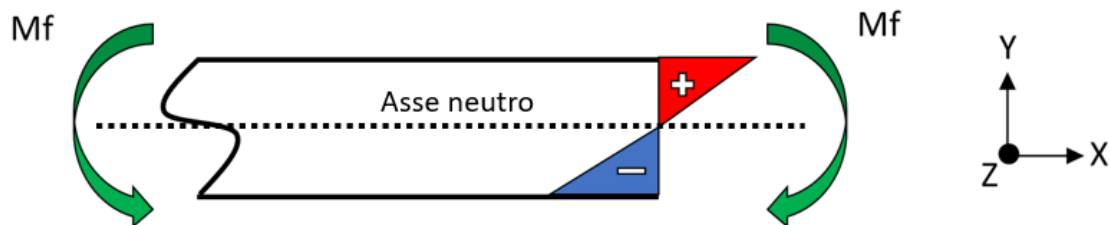


Figura 1.11: Distribuzione di uno stato di sforzo "a farfalla" generato dall'applicazione di un momento flettente.

In materiali elastoplastici, la descrizione fornita finora è appropriata fintanto che il valore di sforzo massimo che si genera è minore dello sforzo di snervamento del materiale. Infatti, laddove lo sforzo cresce oltre il limite elastico del materiale, questo andamento lineare viene meno, e l'asta si deforma plasticamente. Il momento necessario per far plasticizzare la fibra più esterna del materiale (cioè quella in cui lo sforzo è maggiore in virtù della farfalla di sforzo) è detto momento di prima plasticizzazione. Lo sforzo nelle regioni plasticizzate segue un andamento che è strettamente legato alla curva sforzo-deformazione del materiale in questione. Ad esempio, se si considerasse il caso ideale di un materiale elastico perfettamente plastico, una volta superato lo snervamento lo sforzo rimarrebbe costante a questo valore. Nella realtà, i materiali metallici come l'acciaio o il titanio sono contraddistinti da una curva di plasticizzazione caratterizzata da una pendenza minore e variabile, rispetto al tratto lineare [6] (**Figura 1.12**).

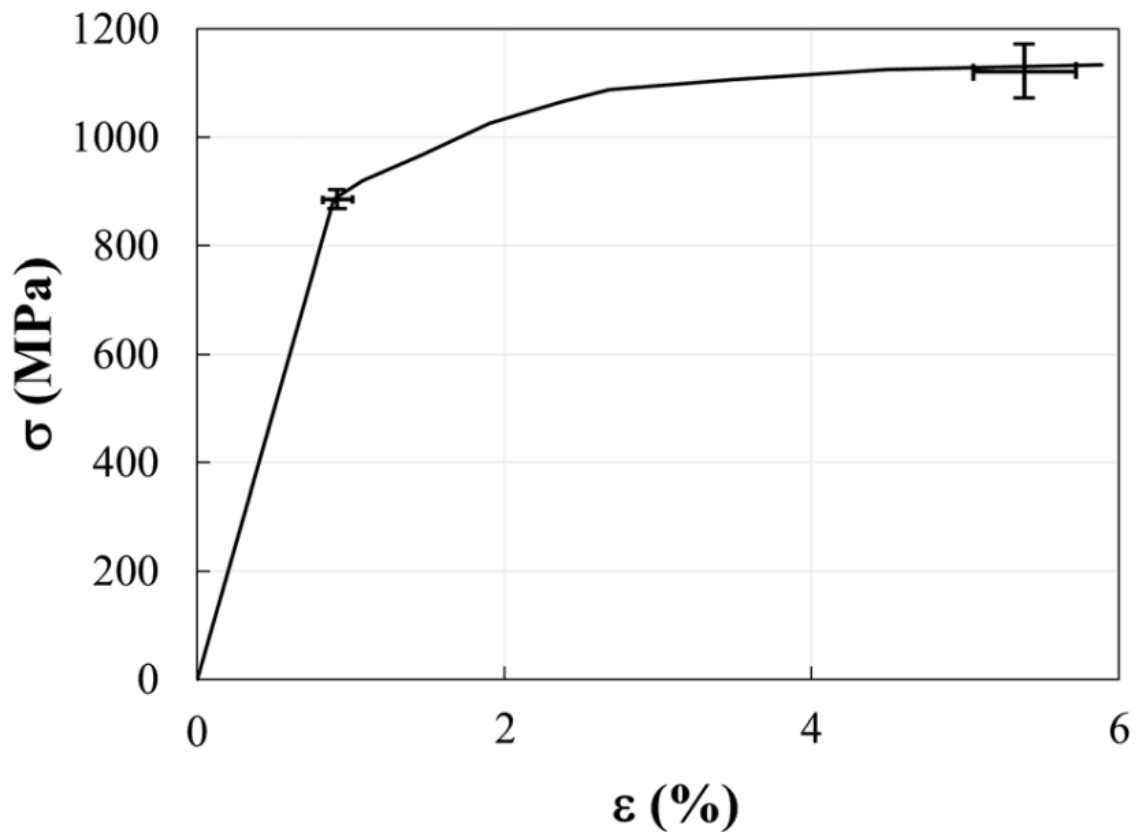


Figura 1.12: Tipica curva sforzo-deformazione di un materiale metallico dal comportamento elastoplastico sottoposto a una prova a trazione. Sono chiaramente distinguibili un primo tratto lineare elastico a basse deformazioni e un successivo tratto plastico a minor pendenza (*Berti et al.* [6]).

A seguito della prima plasticizzazione si possono identificare due zone sulla sezione resistente dell'asta: le regioni plasticizzate più esterne e una zona interna che si trova ancora in regime elastico (detta "cuore elastico"). Inoltre, incrementando ulteriormente il momento flettente, aumenta anche l'estensione delle zone plasticizzate, mentre il cuore elastico si riduce. A livello teorico si potrebbe raggiungere un momento che corrisponde alla plasticizzazione totale della sezione resistente della barra. Questa condizione è considerata fisicamente irrealizzabile perché nelle zone plasticizzate da più tempo si arriva prima allo sforzo limite ultimo del materiale, che causa la rottura della barra stessa.

Quando il momento flettente viene meno (e si è superato il limite elastico), si assiste alla comparsa degli sforzi residui. Questa fase di scarico può essere considerata come l'applicazione di un momento flettente di pari intensità ma di verso contrario rispetto al primo momento. All'interno della barra deformata

plasticamente si ha la compresenza di parti che sono entrate in plasticità e parti che invece sono rimaste in regime elastico. Ciò significa che laddove c'è plasticizzazione la deformazione è maggiore del valore di deformazione plastica del materiale ($\epsilon > \epsilon_P$), mentre in corrispondenza del cuore elastico la deformazione è inferiore a tale valore ($\epsilon < \epsilon_P$). Perciò, durante lo scarico, le zone plasticizzate tenderanno ad assumere una configurazione deformata ($\epsilon_{\text{residua}} \neq 0$), ma il cuore elastico, invece, ripercorrerà il tratto lineare della curva sforzo-deformazione fino alla condizione indeformata ($\epsilon_{\text{residua}} = 0$). Essendo l'asta un continuo, questa disomogeneità dello stato di deformazione obbliga le fibre del materiale dell'asta ad assumere un nuovo equilibrio, in cui le zone plasticizzate e le zone del cuore elastico inizialmente a trazione si troveranno rispettivamente in compressione e in trazione residua. Si avrà un comportamento speculare nelle zone inizialmente sottoposte a compressione (**Figura 1.13**).

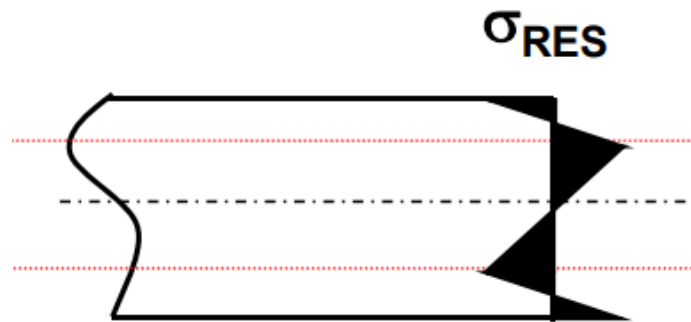


Figura 1.13: Distribuzione degli sforzi residui lungo la sezione di una barra sottoposta a piegatura.

Dal punto di vista macroscopico, durante l'applicazione del momento flettente, il profilo della barra, da rettilineo, assume un certo raggio di curvatura, che successivamente, aumenta nella fase di scarico (i.e.: la curvatura diminuisce). Questo fenomeno viene detto "ritorno elastico" (o "springback"), e avviene a causa della presenza del cuore elastico, che, come spiegato precedentemente, conduce a un nuovo stato di equilibrio nel materiale con la comparsa degli sforzi residui. Questa nuova condizione è possibile proprio perché gli sforzi residui sono in grado di auto-equilibrarsi, generando una risultante nulla.

1.6. Stato dell'arte

La piegatura, comportando una variazione permanente del profilo della barra, implica quindi una deformazione plastica. La barra, dunque, viene sottoposta a uno stato di sforzo tale da superare il limite elastico del materiale e resta deformata. A questa deformazione residua è associato uno stato di sforzo residuo

nel materiale, che dipende, per distribuzione e intensità, dalla sollecitazione imposta. Tra i vari studi presenti allo stato dell'arte, ci sono due casi di maggior interesse, maggiormente focalizzati sull'osservazione degli sforzi residui nelle barre.

L'analisi presentata da *Berti et al.* [6] si basa sul confronto sia sperimentale sia computazionale di due differenti metodi di piegatura: French Bender e piegatura uniforme, tramite flessione a quattro punti. Si vede come la distribuzione degli sforzi nella barra sotto carico è analoga all'andamento del momento flettente. In particolare, nel caso della flessione a quattro punti, lo sforzo è costante tra i due elementi di carico e linearmente decrescente fino agli elementi fissi. In aggiunta, in **Figura 1.14** è mostrato chiaramente come il processo di piegatura consta di due fasi distinte: alla fase di piegatura vera e propria in cui la barra viene deformata plasticamente, segue una fase di scarico, in cui gli elementi mobili tornano nella loro posizione di partenza e nella barra avviene il fenomeno dello springback, contestualmente alla manifestazione degli sforzi residui. Dai risultati emerge chiaramente che in entrambi i casi (French Bender e flessione) la generazione dei profili di sforzo residuo è piuttosto simile: lo sforzo residuo è a trazione nelle regioni della barra che durante la fase di piegatura erano sottoposte a uno sforzo in compressione e viceversa. Allo stesso momento però, risulta altresì evidente come la distribuzione delle tensioni residue sia strettamente legata al momento flettente applicato.

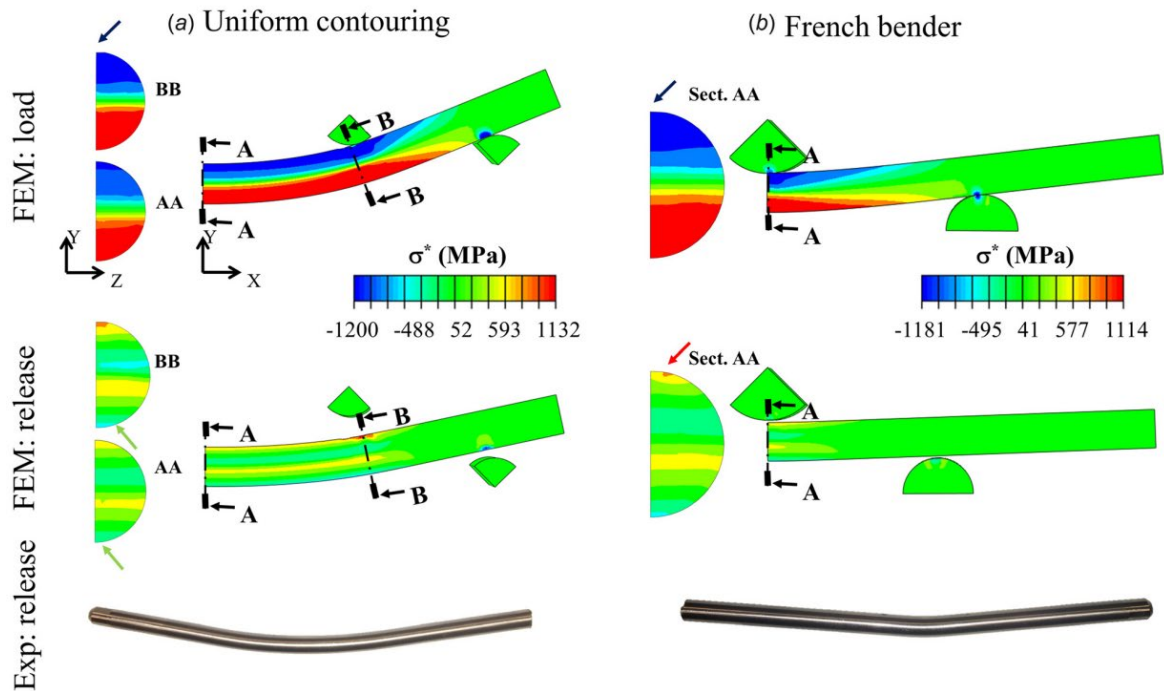


Figura 1.14: Andamento FEM dello sforzo lungo la barra spinale prodotto da due metodi di piegatura: flessione a 4 punti ("Uniform contouring") (a); French Bender (b). In alto gli sforzi generati sotto carico massimo, al centro gli sforzi residui e in basso il profilo reale della barra a seguito del processo (Berti *et al.*[6]).

Nel lavoro di *Piovesan et al.* [7], gli esiti dello studio precedente vengono ripresi e approfonditi in termini di resistenza a fatica, focalizzando l'attenzione, cioè, sulle conseguenze della piegatura nel lungo periodo dopo l'impianto. Un paziente che viene dimesso a seguito dell'operazione deve essere in grado di riprendere a vivere la sua quotidianità: camminare è un'attività fondamentale, e dunque, indispensabile per il completo recupero dell'individuo. La ciclicità che l'atto della camminata va a sollecitare (tipicamente con azioni di compressione e flessorie) le vertebre e i dischi intervertebrali con un livello di carico che varia a seconda della zona del rachide che si considera (la regione lombare sarà sollecitata da un carico maggiore rispetto alla zona toracica). Tali sollecitazioni generano sforzi negli impianti, ben inferiori ai limiti di resistenza del materiale, che però si sommano aritmeticamente allo stato di sforzo residuo presente nella barra a seguito della piegatura: nelle zone della barra che rimangono in compressione residua o in trazione residua si sommeranno sforzi di trazione o compressione, che determineranno un aumento o una diminuzione dello sforzo risultante (**Figura 1.15**).

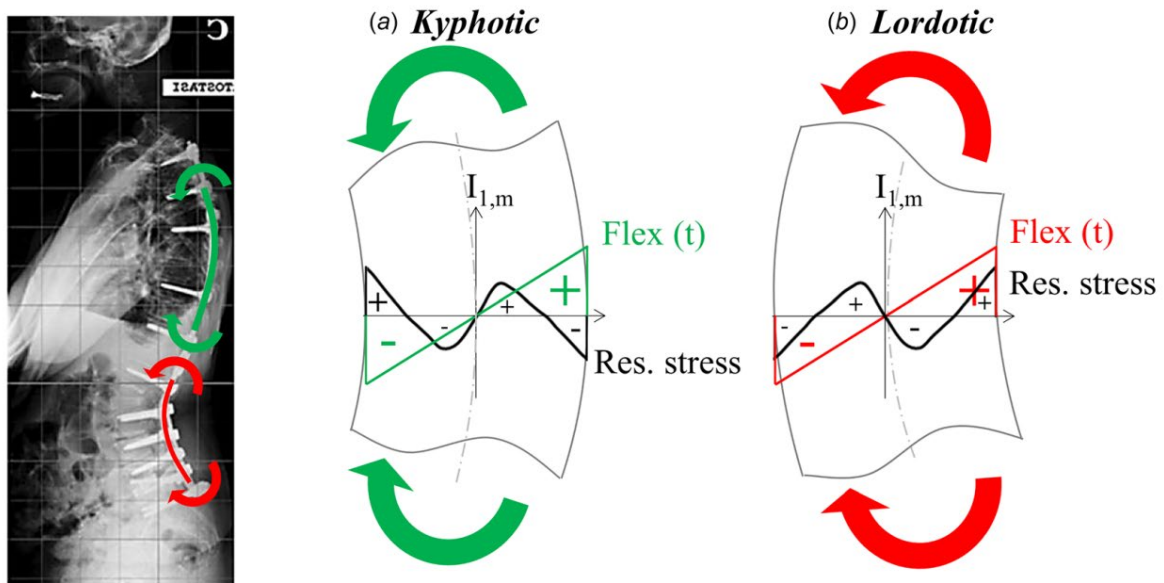


Figura 1.15: Sovrapposizione dello sforzo agente in vivo con gli sforzi residui presenti nella barra a seconda della sua configurazione di impianto (cifotica o lordotica) (Piovesan *et al.* [7]).

Inoltre, la natura ciclica del carico dovuto al cammino comporta il vero rischio per il cedimento dell'impianto. Carichi ripetuti con una certa frequenza, seppur di scarsa intensità rispetto ai limiti di resistenza del materiale, conducono alla rottura improvvisa dell'impianto a causa del fenomeno di fatica meccanica. Naturalmente, oltre a questo tipo di sollecitazioni bisogna considerare anche i carichi statici dipendenti dal peso corporeo e dalle altre normali attività dell'individuo.

I metalli in generale, e quindi anche i metalli con cui sono generalmente formate le barre, sono particolarmente soggetti a questo tipo di fenomeni, specialmente per sforzi a trazione. In aggiunta a ciò, sono da prendere in esame ulteriori fattori che concorrono nella determinazione della vita a fatica delle bare spinali. A seguito dei processi di piegatura, è possibile che sulle barre siano presenti degli effetti di intaglio più o meno marcati, prodotti dalla strumentazione che ha permesso la formatura della barra.

Infatti, nella trattazione di Piovesan *et al.*, le barre piegate con i metodi mostrati nell'analisi di Berti *et al.* subiscono un carico ciclico per mezzo di un set up di flessione a 4 punti, e vengono testate sia in configurazione cifotica (lato concavo in alto), sia lordotica (lato convesso in alto) (**Figura 1.16**). Queste due configurazioni sono associate al tratto di colonna vertebrale che viene trattata: la medesima barra piegata può essere collocata a livello delle vertebre toraciche (configurazione cifotica) o a livello delle lombari (lordotica).

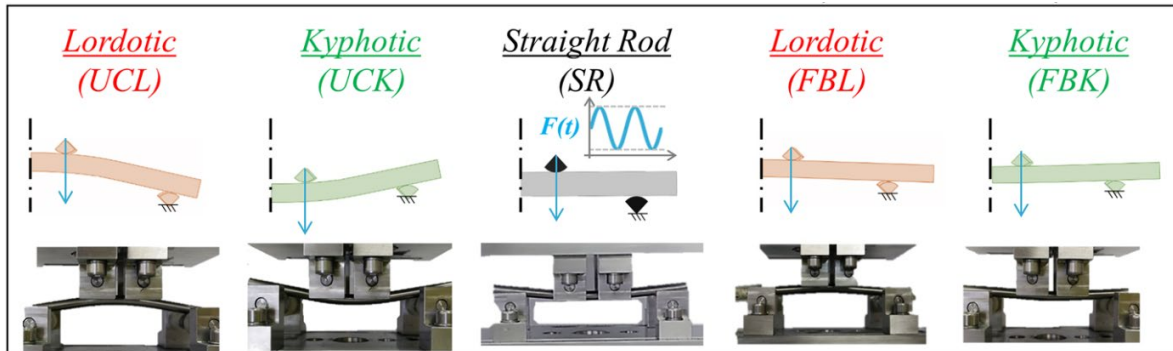


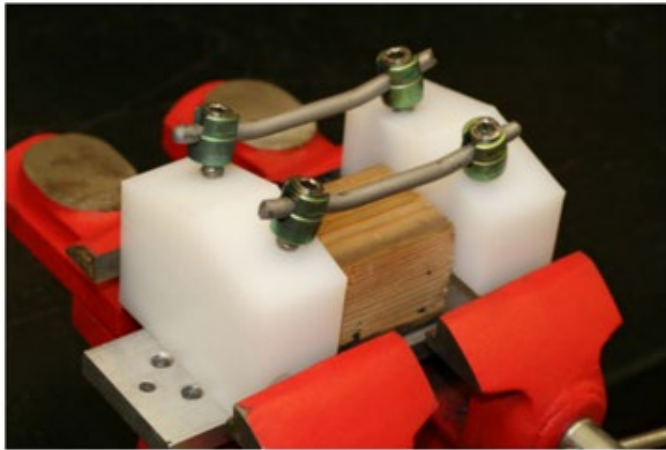
Figura 1.16: Confronto tra piegatura uniforme della barra e tramite French Bender: test a fatica mediante set-up di flessione a 4 punti in diverse configurazioni di impianto (lordotica o cifotica) (Piovesan *et al.* [7]).

La sollecitazione flessionale ciclica applicata è sempre orientata nello stesso modo sul piano di carico, ma si sommerà aritmeticamente agli sforzi residui in modo diverso a seconda della configurazione della barra. Le conclusioni di tali sperimentazioni riportano che le proprietà a fatica delle barre sono definite per lo più dalla configurazione scelta per la prova e dal grado di curvatura residua piuttosto che dal metodo di piegatura utilizzato.

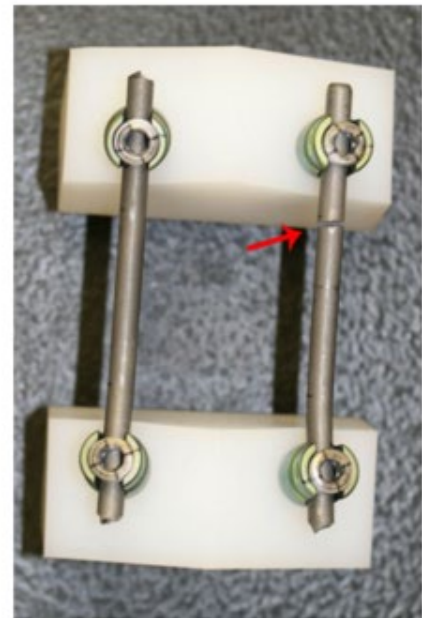
In letteratura sono presenti numerosi lavori che si concentrano nello studio delle prestazioni delle barre spinali testate secondo la norma internazionale di riferimento, la ASTM 1717. In questi scritti, quindi, vengono confrontate barre di diverso materiale o dimensione ([12], [14]), modalità o gradi di piegatura ([15], [16]), ed effetti di intaglio ([9]), ma sempre (o quasi) nelle medesime condizioni di prova: le barre vengono montate tramite delle viti peduncolari a due blocchi di UHMWPE, che simulano la presenza delle vertebre. Questi costrutti vengono poi sottoposti a un carico ciclico che riproduce il carico agente sull'impianto durante il cammino.

Per esempio, nei lavori di *Nguyen et al.* [14] e di *Lindsey et al.* [12], barre formate da diversi tipi di leghe (Cobalto-Cromo, acciai inossidabili, Ti6Al4V, titanio commercialmente puro), dopo essere state piegate mediante French Bender e montate secondo il set up di prova descritto dalla norma ASTM (**Figura 1.17, (a)**), vengono sottoposte a un carico ciclico con diversi livelli di ampiezza per mostrare con quale materiale si ha una maggior resistenza a fatica. A valle degli esperimenti viene puntualizzata la zona in cui si origina la frattura della barra, che determina, in ultima analisi, il fallimento dell'impianto. In tutti i casi riportati infatti, la frattura si genera in corrispondenza di un effetto di intaglio come l'interfaccia

barra-vite pedunculare, sul collo della vite o a livello dell'indentazione sulla barra dovuta al metodo di piegatura (**Figura 1.17**, (b)).



a)



b)

Figura 1.17: Set-up secondo norma ASTM 1717 per replicare la conformazione di un impianto di fissazione spinale in vivo (a); rottura di una barra spinale in corrispondenza dell'indentazione lasciata dallo strumento di piegatura (French Bender) (b) (*Nguyen et al.* [14]).

Gli sforzi residui, dunque, non vengono esplicitamente presi in considerazione e l'indagine si limita alla localizzazione della zona della frattura sull'impianto tramite test a fatica.

In letteratura sono presenti altri studi molto simili a quelli appena descritti, ma nei quali si investigano aspetti ulteriori. Negli esperimenti condotti da *Tang et al.* [15] si ricorre al medesimo set up sperimentale e allo stesso metodo di piegatura (French Bender) per prendere in esame gli effetti sulla resistenza a fatica delle barre spinali a seconda del grado di curvatura apportato. I risultati mostrano come all'aumentare del grado di piegatura (quindi al diminuire del raggio di curvatura residua risultante sulla barra) la vita a fatica diminuisca. All'interno dello studio non vengono presi in considerazione gli sforzi residui, ma è comunque possibile notare l'effetto della loro presenza: le barre sono infatti testate in una configurazione lordotica, in cui gli sforzi residui a trazione (in corrispondenza della parte "concava" della barra) si sommano agli sforzi a trazione derivanti dal carico ciclico imposto. A parità di carico agente una curvatura maggiore produce

maggiori sforzi residui, la barra risulta maggiormente sollecitata e la sua vita a fatica diminuisce (**Figura 1.18**).

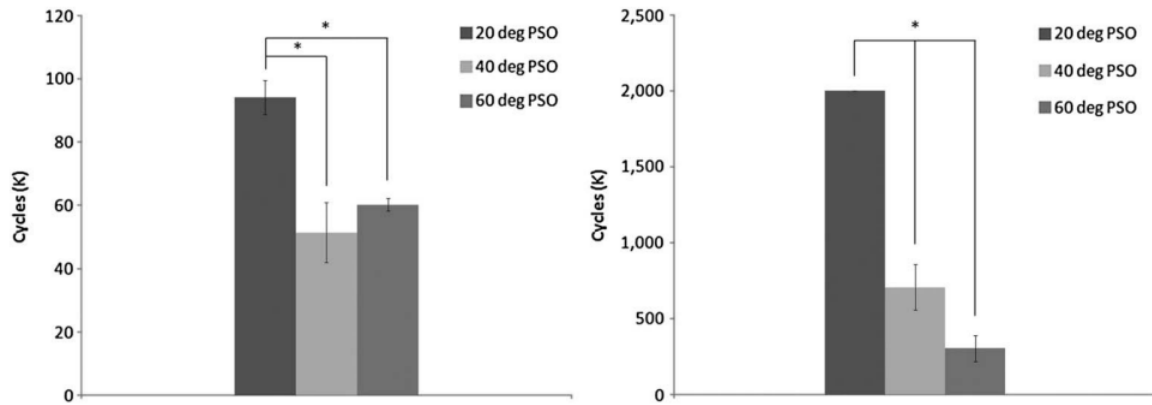


Figura 1.18: Differenza statisticamente rilevante tra gruppi di barre caratterizzate da diversi gradi di piegatura e sottoposti a test a fatica: livello di carico pari a 400N/40N a sinistra; livello di carico pari a 250N / 25N a destra (*Tang et al.* [15]).

Anche l'analisi portata avanti da *Slivka et al.* [16] racchiude aspetti di un certo interesse. La prima principale differenza rispetto ai lavori finora riportati risiede nell'utilizzo di un diverso metodo di piegamento delle barre, mediante "tube benders", che permettono di ottenere una curvatura omogenea e uniformemente distribuita sulla lunghezza della barra; la seconda differenza riguarda l'operazione di "raddrizzamento" parziale di alcune barre a seguito della piegatura. I risultati delle prove sperimentali (avvenute utilizzando materiali e metodi analoghi alle trattazioni riportate in precedenza) mostrano come il raddrizzamento delle barre produca un miglioramento della resistenza a fatica. Questa è una conclusione di non poco conto, grazie alla quale il chirurgo può decidere a priori di operare un processo di curvatura che preveda rebending, oppure, in caso di eccessiva piegatura, tornare sui suoi passi raddrizzando la barra. L'operazione di raddrizzamento comporta l'applicazione di un momento flettente di segno opposto e minor intensità (ma comunque sufficiente a superare il campo elastico del materiale) rispetto a quello utilizzato inizialmente per piegare la barra dalla sua configurazione rettilinea. In questo modo si ha un riassetto dello stato di sforzo residuo nella barra, che risulta quindi parzialmente controbilanciato dal momento di raddrizzamento.

Infine, anche in un recente articolo di *Kim et al.* [9], tramite un'analisi computazionale che riproduce la norma ASTM 1717, si prendono in considerazione tre metodi di piegatura per ottenere un certo grado di curvatura: due mediante French Bender (in un caso si ottiene il grado di curvatura desiderata

agendo su un unico punto della barra, nell'altro caso la piegatura è distribuita su tre punti, in modo che, per ciascun punto, il momento flettente impiegato per effettuare il contouring sia meno marcato) e uno tramite piegatore *in situ* (**Figura 1.19**). Per quanto concerne l'indagine sugli sforzi residui si conclude che si ha una loro maggior concentrazione nel caso della piegatura singola mediante French Bender, in corrispondenza della zona in cui lo strumento è entrato a contatto con la barra determinando la piegatura. Tuttavia, nello studio è presente anche un'analisi al SEM incentrata sul monitoraggio delle superfici delle barre (in Titanio e Cobalto Cromo), e dal loro confronto prima e dopo la piegatura. I risultati mostrano un elevato cambiamento conformazionale nella microstruttura delle barre in titanio, che passa dall'aver un andamento verticale a uno orizzontale nella regione di contatto con il French Bender. La microstruttura del Cobalto Cromo invece non sembra subire particolari modifiche, mantenendo un pattern randomico.

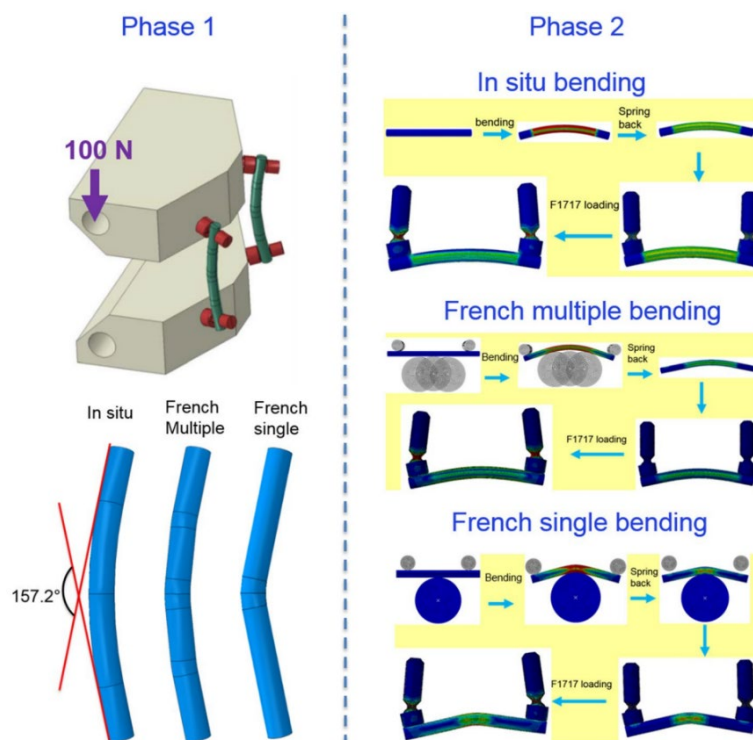


Figura 1.19: Analisi FEM di tre metodi di piegatura: in alto tramite piegatore *in situ*, al centro tramite azione multipla del French Bender, in basso French Bender singolo (Kim *et al.* [9]).

Un aspetto di cui viene ampiamente discusso in molti degli studi considerati è la presenza di indentazioni, o più in generale di effetti di intaglio, che hanno un risvolto negativo sulla prestazione a lungo termine della barra, cioè sulla sua resistenza a fatica una volta impiantata nel paziente insieme al resto dell'impianto.

Un altro elemento di cui, però, non si discute frequentemente sono le caratteristiche degli strumenti o dei metodi usati per effettuare la piegatura. Alcuni accorgimenti, come un diverso materiale, potrebbero risultare in una piegatura più efficace, con minori effetti indesiderati. Considerare anche questi aspetti potrebbe aprire a nuovi modi di intendere la piegatura delle barre spinali, potendo eventualmente ottimizzare i costi del set up utilizzato e semplificando il processo.

1.7. Obiettivi

Le barre spinali sono una parte fondamentale all'interno dell'impianto di fissazione spinale, e dall'analisi della letteratura emerge chiaramente come questo dispositivo sia soggetto a rottura a causa di alcuni fattori legati al processo di piegatura (stato di sforzo residuo, effetti d'intaglio, ...). Nonostante ciò, non è ancora stato condotto uno studio atto a indagare l'effetto delle condizioni al contorno di una specifica tecnica di piegatura sulla barra spinale.

Infatti, il presente studio si pone il raggiungimento di due obiettivi specifici:

- 1) Attraverso una modellizzazione agli elementi finiti, condurre un'analisi di sensitività su un metodo di piegatura a 4 punti di una barra spinale, studiando gli effetti della piegatura sulla barra al variare del raggio e del materiale dei rulli.
- 2) Estrarre delle correlazioni analitiche tra grandezze in ingresso associabili al processo di piegatura (abbassamento verticale dei rulli, momento flettente esercitato) e i risultati del processo (deformazione locali, raggio di curvatura residua della barra).

I risultati di questa trattazione potrebbero servire come strumento per facilitare le decisioni del chirurgo durante la fase preoperatoria, guidandolo nel processo di piegatura.

2 Materiali e Metodi

2.1. Approccio numerico

Il software utilizzato per condurre l'analisi numerica è Abaqus (*Dassault Systèmes Ri, Simulia Corp. Providence, RI*). Nel corso del presente capitolo verranno presi in esame tutti gli espedienti utilizzati per inizializzare le simulazioni ed estrarre i risultati.

Dalla lettura del precedente capitolo è possibile rendersi conto del considerevole numero di combinazioni legate al processo di piegatura, alla scelta dei materiali e alle caratteristiche dei dispositivi in gioco. Questo studio non intende indagare l'effetto di un grande numero di casistiche, ma si limita a una descrizione più contenuta.

Il metodo di piegatura che viene considerato nelle simulazioni è la flessione a quattro punti simmetrica. Questa tecnica infatti, è una delle più semplici per ottenere piegature uniformi delle barre, oltre a essere non troppo complessa e facilmente riproducibile. Associate al tipo di piegatura esistono alcune variabili che possono essere considerate e che possono influenzare il processo, come il materiale, la dimensione e la distanza relativa degli elementi che si interfacciano con la barra. Nello studio di *Berti et al.* [6], analizzato nel capitolo precedente, è stato adoperato un set up sperimentale per effettuare dei test di flessione a quattro punti, in cui gli elementi di interfaccia con la barra sono stati resi tramite dei rulli, ossia pezzi cilindrici in grado di ruotare attorno al loro asse (**Figura 2.1**).

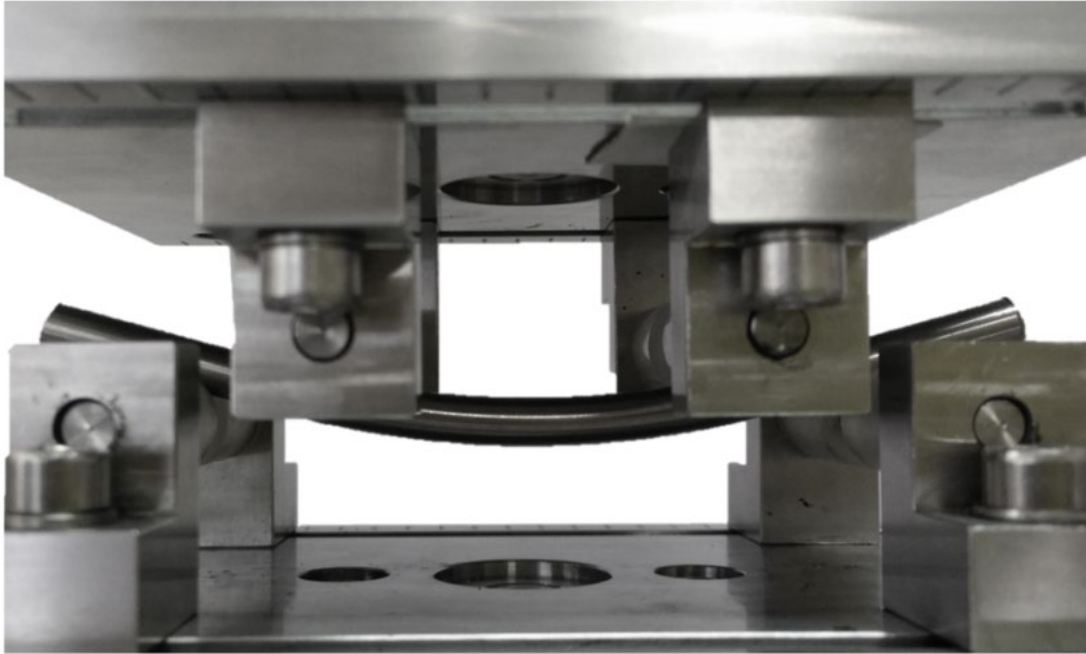


Figura 2.1: Set up sperimentale per flessione a 4 punti (*Berti et al.*, [6]).

Il vantaggio dietro questa scelta sta nella realizzazione di un contatto puntuale con la barra e la possibilità di far accomodare la barra durante la fase di piegatura, permettendo dei piccoli spostamenti (dovuti alla rotazione dei rulli). Così facendo si garantisce il più possibile che il sistema di forze in gioco contenga solo quei contributi necessari a provocare il momento flettente desiderato, senza che ulteriori forze si manifestino.

Per quanto riguarda questa trattazione la forma e la funzione dei rulli è stata semplificata. Sono stati costruiti in Abaqus come dei prismi a base semicircolare e sono stati associati due diversi materiali: acciaio inossidabile e alluminio, scelti per le loro differenti proprietà meccaniche. L'acciaio è dotato generalmente di una rigidità che si attesta attorno ai 210 GPa, mentre nel caso dell'alluminio è decisamente minore (60-70 GPa) [23]. L'altra grandezza di interesse che ha guidato la scelta verso tali materiali è lo sforzo di snervamento. Anche in questo caso l'acciaio mostra una resistenza allo snervamento maggiore rispetto all'alluminio [23]. L'utilizzo dell'acciaio inossidabile per la realizzazione dei rulli per la flessione a 4 punti è un aspetto già riscontrato in letteratura [6], e l'idea è quella di ottenere un confronto tra due materiali ragionevolmente utilizzabili e potenzialmente adatti allo scopo, ma dalle proprietà notevolmente diverse.

La seconda variabile associata alla modalità di piegatura è la dimensione del raggio dei rulli. Per condurre le simulazioni si è scelto di modellizzare i rulli con tre diversi raggi: 3mm, 4mm e 5mm, che si ritiene sia un range di valori sufficiente per saggiare l'effetto relativo al raggio di curvatura del rullo durante la piegatura,

utilizzando delle taglie compatibili con un eventuale set up reale. Infatti, nello studio condotto da *Berti et al.*, i rulli sono stati modellizzati con un raggio di 4mm, replicando le dimensioni di un set up sperimentale.

Infine, la distanza relativa tra i rulli di carico e di supporto è rimasta fissa, e non è stata considerata come variabile. Infatti, modificare la lunghezza dei tratti tra i rulli comporta delle variazioni dei bracci di leva che compongono il momento flettente utile, determinando, in ultima analisi, cambiamenti nell'estensione della piegatura della barra.

Ulteriori fattori di interesse si possono ricercare nella barra che si sottopone a piegatura, ovvero il materiale di cui è composta ed eventualmente la forma della sezione resistente. Al fine delle simulazioni sono state modellizzate barre in titanio (Ti6Al4V), dalla sezione circolare (diametro pari a 5.5mm). Tale combinazione è largamente trattata in letteratura [6], [8], [9], [12], [14]–[16].

2.2. Impostazione delle simulazioni numeriche

Di seguito verranno ripercorsi i vari moduli presenti in Abaqus, grazie ai quali è possibile impostare ogni aspetto delle simulazioni.

2.2.1. Definizione della geometria della barra

Come detto, in questo studio sono state prese in esame delle barre a sezione circolare piena. Questo aspetto, unito alla modalità di piegatura scelta, consente di poter considerare solo un quarto del cilindro rappresentante la barra.

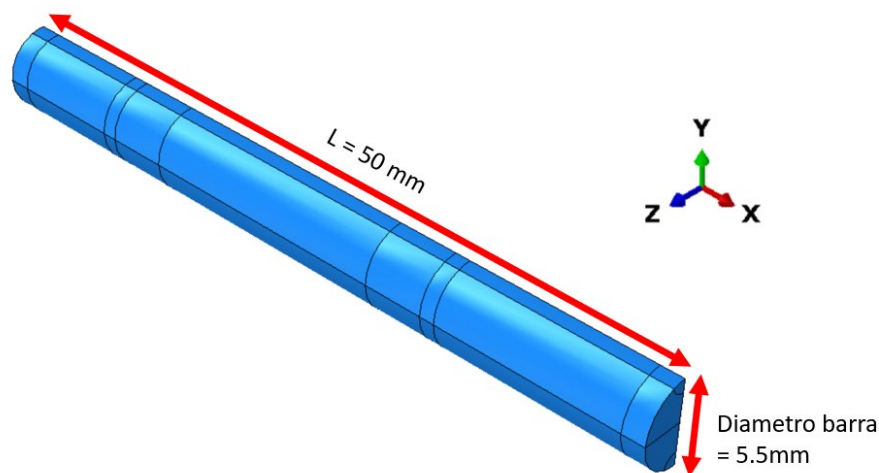


Figura 2.2: Geometria barra.

Infatti, specificando delle opportune condizioni di simmetria (vedi paragrafo 2.2.7, “Condizioni al contorno”), si riesce a descrivere il quarto di barra come se fosse una barra intera, ma utilizzando soltanto un quarto degli elementi di mesh, così da alleggerire lo sforzo computazionale richiesto [6]. La sezione trasversale semicircolare della barra cui è stata definita tale condizione di simmetria verrà identificata come “piano di simmetria della barra”, proprio perché coincide con il piano che separa virtualmente la barra a metà.

Per quanto riguarda la costruzione, è stata disegnata su un piano la sezione della barra, semicircolare, con diametro pari a 5.5 mm. Tramite la funzione “estrusione” è stata poi creata la geometria tridimensionale, proiettando la sezione per 50mm (**Figura 2.2**).

2.2.2. Definizione della geometria del rullo

Sia per il rullo di carico sia per il rullo di supporto si è optato per la stessa geometria. Per motivi di semplicità si è scelto di creare dei rulli a sezione semicircolare, assegnando delle condizioni al contorno di simmetria (vedi paragrafo 2.2.7, “Condizioni al contorno”). In maniera simile a quanto è stato fatto per la barra, su un piano è stata disegnata la sezione del rullo che è stata estrusa per una lunghezza di 3.5mm (**Figura 2.3**). Questo procedimento si applica inalterato per la costruzione di tutti i rulli presi in esame.

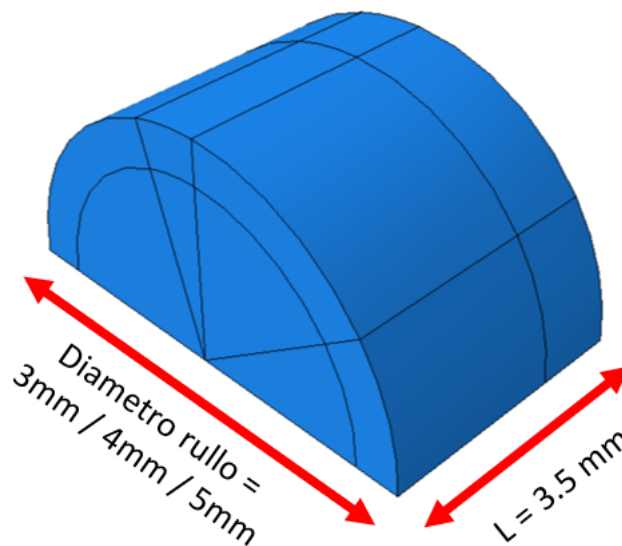


Figura 2.3: Geometria rullo.

2.2.3. Materiali

I materiali associati alle diverse parti che compongono il modello sono stati definiti impostando modulo di Young e coefficiente di Poisson per quanto riguarda le caratteristiche elastiche, e una curva di plasticità che rappresenta il fenomeno di indurimento del materiale una volta superato lo sforzo di snervamento.

Come anticipato, il materiale assegnato alla barra è una lega di Titanio (Ti6Al4V), ampiamente utilizzata nel settore biomedico per la sua elevata biocompatibilità e alle buone prestazioni meccaniche. La definizione delle caratteristiche di tale materiale si basa sul lavoro precedentemente svolto da *Berti et al* [6]; i rulli sono stati associati a due materiali diversi: acciaio (AISI 1010) e alluminio (Al 2024-T3) [24], [25]. I relativi valori sono riportati in **Tabella 2.1**.

Tabella 2.1: Parametri dei materiali associati a barra e rulli.

Materiale	E (GPa)	ν (-)	Stress [MPa]	Plastic strain
Titanio (Ti6Al4V)	110	0.3	886	0
			920	0.00184
			968	0.00574
			1026	0.01013
			1066	0.01475
			1088	0.01792
			1107	0.02597
			1126	0.03599
			1133	0.04998
Acciaio (AISI 1010)	210	0.3	563	0
			566	0.00008
			577	0.00059
			587	0.00148
			603	0.00329
			610	0.00500
			614	0.00595
			615	0.00674
			617	0.00788
			619	0.00939
			621	0.01084
			622	0.01199
Alluminio (Al-2024 T3)	70	0.3	305	0
			309	0.00001
			320	0.00014
			331	0.00119
			340	0.00282
			350	0.00482
			360	0.00786
			370	0.01189

2.2.4. Step di simulazione

È possibile dividere la simulazione numerica in una sequenza di fasi, così da definire separatamente per ognuna di esse le diverse condizioni al contorno (carichi, vincoli, spostamenti) che attuano il processo riprodotto dalla simulazione.

Le simulazioni di piegatura si articolano in due fasi. La prima, ossia la fase di “carico” (loading), in cui la barra parte come rettilinea e raggiunge uno stato di deformazione sotto carico, in corrispondenza della quale il rullo di carico ha raggiunto lo spostamento imposto. La seconda fase, di “scarico” (unloading), essendo in continuità temporale con la prima, inizia con la barra deformata sotto carico massimo e termina quando il rullo di carico è tornato nella sua posizione di partenza (la stessa dell’inizio del primo step).

2.2.4.1. Variabili di interesse

La funzione Field Output Request, all’interno del modulo step, permette di scegliere quali variabili richiedere in output dalla simulazione in corrispondenza di determinati istanti temporali scelti dall’utente. Nella maggior parte dei casi sono stati considerati degli istanti temporali equispaziati tra loro, in modo che per ogni mezzo millimetro di abbassamento venisse fornito in output il set delle variabili richieste. Solo per le simulazioni a -2 mm di abbassamento, utili a individuare le primissime plasticizzazioni sulla barra, il Field Output Request è stato personalizzato: per il primo millimetro e mezzo di abbassamento l’output veniva fornito ogni decimo di millimetro; durante il restante mezzo millimetro di abbassamento invece l’estrazione dei valori di output è stata infittita a cinque millesimi di millimetro (intervallo di salvataggio ogni $\Delta t=0.005\text{mm}$).

2.2.5. Assembly

Il rullo di supporto e il rullo di carico sono stati posizionati a una distanza rispettivamente di 40mm e 15mm dal piano di simmetria [6] (**Figura 2.4**).

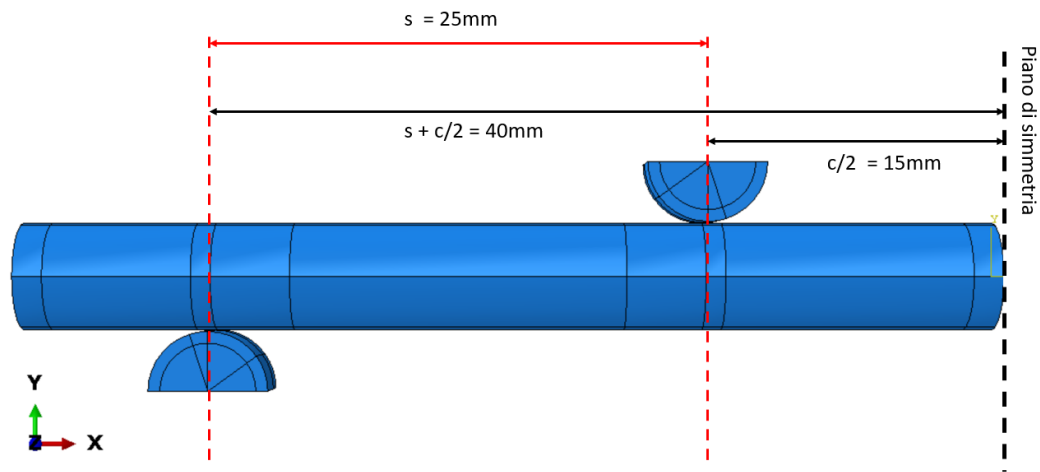


Figura 2.4: Posizione relativa del rullo di carico e di supporto.

In questo modo è stato definito il braccio del momento che agisce sul tratto utile, ossia il tratto di barra compreso tra i rulli di carico, pari alla distanza tra il rullo di supporto e il rullo di carico (25mm).

2.2.6. Interazione barra-rullo

Il contatto tra i rulli e la barra si basa su un metodo di discretizzazione del tipo "surface to surface" in cui la superficie laterale convessa del rullo gioca il ruolo della "slave surface", mentre la "master surface" è la superficie laterale della barra. Entrambi i contatti sono stati modellizzati in questo modo, ma per limitare l'estensione delle superfici coinvolte nella definizione del contatto sono state create delle partizioni sulla superficie della barra e dei rulli, visibili in **Figura 2.2** e **Figura 2.3**.

Oltre al metodo di discretizzazione sono state definite ulteriori proprietà di contatto in direzione normale ("hard contact") e in direzione tangenziale (coefficiente d'attrito pari a 0.175 e 0.4 per il contatto titanio - acciaio e titanio - alluminio rispettivamente) [26].

2.2.7. Condizioni al contorno

Un aspetto fondamentale nella definizione delle impostazioni delle simulazioni consiste nella scelta del valore di abbassamento del rullo di carico. La curva “forza applicata-abbassamento del rullo” dipende in modo diretto dalla curva sforzo-deformazione del materiale sottoposto a flessione (e dalle caratteristiche del set up sperimentale) [20]. In linea di principio, man mano che il rullo procede con l’abbassamento, crescono i valori di forza esercitati sulla barra, il momento flettente risultante e i valori di sforzo all’interno del pezzo. Nella curva forza-abbassamento (così come nella curva sforzo-deformazione del materiale) è possibile riconoscere un primo tratto dall’andamento lineare, per piccoli valori di abbassamento, che corrisponde al regime elastico in cui la barra si trova. Procedendo per valori di abbassamento maggiori, si supera il punto di snervamento del materiale e l’andamento lineare viene meno comportando un arrotondamento della curva, che continua a crescere, ma meno rapidamente. Dal momento che il senso della piegatura è quello di impartire una curvatura residua alla barra (entrando quindi in plasticità), non è facile conoscere a priori la quota di abbassamento del rullo che corrisponde in modo preciso a uno sforzo massimo nella barra pari allo sforzo limite ultimo del materiale. Il raggiungimento di questo valore di sforzo coincide con l’inizio del cedimento del pezzo, oltre al quale non ha senso proseguire perché la barra risulterebbe danneggiata e quindi inutilizzabile. Tuttavia, se il processo di piegatura fosse limitato a piccoli spostamenti e deformazioni, sarebbe possibile ottenere una stima riguardo la relazione tra abbassamento del rullo di carico e sforzo massimo nella barra ricorrendo alla teoria della linea elastica.

Quindi, per individuare il valore di abbassamento del rullo di carico che genera il valore di sforzo limite ammissibile nella barra, è stata effettuata, per ciascuna combinazione di dimensione e materiale del rullo, una simulazione “preliminare” con un abbassamento elevato (attorno ai 9-10mm), estraendo i valori massimi di sforzo durante la fase di carico. Grazie alle coppie di valori abbassamento-sforzo massimo è stato perciò possibile costruire la curva rappresentante l’andamento di tali grandezze, e individuare con precisione l’abbassamento limite.

A tutte le parti (o “instances”) che compongono il modello numerico sono stati assegnati dei vincoli in modo da riprodurre il set-up sperimentale.

- **Rullo di supporto:** incastro assegnato sulla superficie orizzontale inferiore ($U_{x,y,z} = 0$) e simmetria rispetto all’asse Z ($U_z = 0, U_{R_{x,y}} = 0$; definita in Abaqus come “Z Symmetry”);

- **Rullo di carico:** abbassamento verticale assegnato sulla superficie orizzontale superiore ($U_Y = -2\text{mm}, -3\text{mm}, -4\text{mm}, \dots, -8\text{mm}, -8.25\text{mm}, -8.5\text{mm}, -9\text{mm}$) e simmetria rispetto all'asse Z;
- **Barra:** doppia simmetria sia rispetto all'asse Z che rispetto all'asse X ($U_X = 0, U_{R_{Y,Z}} = 0$; definita in Abaqus come "X Symmetry").

Come spiegato in precedenza, i rulli hanno una sezione semicircolare in quanto non è prevista una loro rotazione attorno al loro asse, e dunque, le condizioni al contorno di incastro (rullo di supporto) e spostamento (rullo di carico) sono state definite sulle superfici piane rettangolari che fa loro da base (**Figura 2.5**).

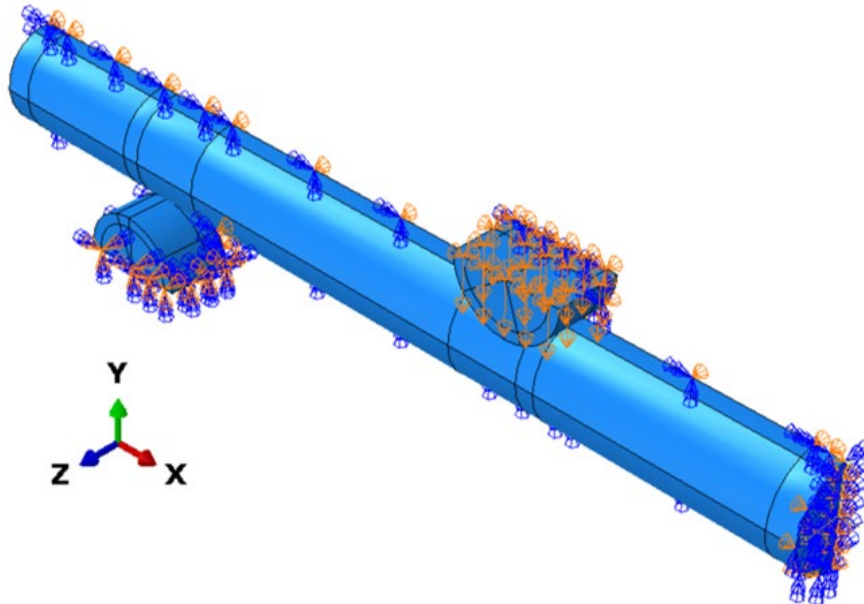


Figura 2.5: Condizioni al contorno imposte sul modello.

2.2.8. Discretizzazione (Mesh)

Ai fini dell'analisi che si intende compiere in questo lavoro la strategia di meshing rappresenta un passo fondamentale per investigare gli effetti di bordo nel processo di piegatura e per descrivere al meglio i gradienti di sforzo residuo.

Per la barra sono stati utilizzati degli elementi a forma esaedrica con nodi incompatibili (C3D8I), tipicamente usati in tutte quelle parti che vengono sottoposte a un momento flettente; ai rulli sono stati associati degli elementi della medesima forma ma del tipo C3D8R, a integrazione ridotta.

Il concetto guida della strategia di meshing è quello di ottimizzare la densità degli elementi, concentrandoli nelle zone di maggior interesse, in modo da trovare un

giusto compromesso tra precisione nella descrizione dei risultati e leggerezza computazionale. Per raggiungere tale obiettivo le parti geometriche sono state partizionate in modo da generare zone più fitte di elementi e altre più lasche.

Di seguito è riportata una descrizione dettagliata della distribuzione degli elementi sulla barra e i rulli, a cui si è arrivati a seguito di alcune simulazioni antecedenti a quelle prese in esame in questo studio: questa è la forma di mesh che è stato stabilito essere la migliore per condurre l'analisi. Tuttavia, essa non coincide con la scelta di mesh definitiva adottata per svolgere le simulazioni, ma consiste in un riferimento su cui ci si è basati per svolgere un'analisi di convergenza della mesh (si veda il paragrafo 3.1, "Analisi convergenza mesh", più avanti).

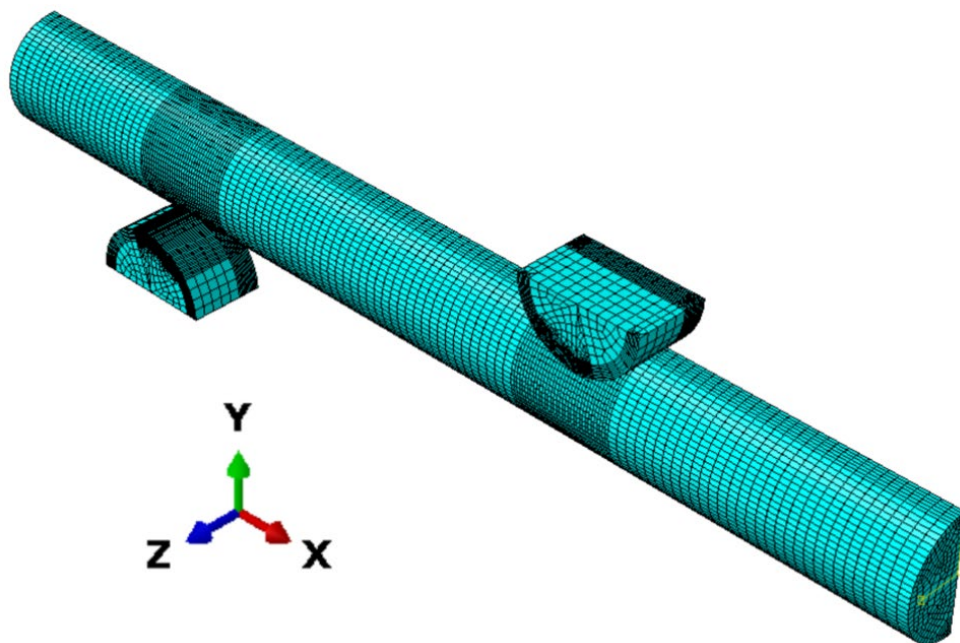


Figura 2.6: Mesh di riferimento per barra e rulli.

2.2.8.1. Barra

La barra ha subito un partizionamento che ha coinvolto la superficie laterale e i piani di sezione. Lungo la direzione longitudinale della barra (asse X) è stato impostato un seeding omogeneo con taglia degli elementi pari a 0.45mm; in corrispondenza delle zone di contatto con i rulli, opportunamente delimitate da dei partizionamenti, la taglia degli elementi è stata diminuita a 0.1mm (Figura 2.6). Anche sulla sezione della barra sono stati tracciati dei partizionamenti per guidare il seeding. In particolare, un tratto rettilineo separa a metà il piano di simmetria (seeding omogeneo a 0.3mm), mentre due archi di circonferenza delimitano gli apici della sezione (seeding omogeneo 0.1). Queste geometrie permettono di

concentrare gli elementi sui bordi del semicerchio, più utili per l'estrazione dei risultati, lasciando la zona interna meno fitta. Operando in questa maniera, nelle zone di interfaccia con i rulli si sono ottenuti degli elementi cubici: non essendo più sviluppati in una direzione, hanno un comportamento più isotropico e possono descrivere meglio gli effetti di contatto.

2.2.8.2. Rullo

La mesh è caratterizzata da un marcato infittimento degli elementi nella zona di contatto, sulla faccia convessa dei rulli. Come per la barra, la loro circoscrizione è stata resa possibile effettuando dei partizionamenti. In questa regione sono stati generati degli elementi cubici di lato 0.05mm; nelle parti più distanti dal contatto gli elementi hanno una taglia molto maggiore, fino a 0.5mm (**Figura 2.6**).

Con il tipo di mesh appena descritta si nota che nella zona di contatto rullo-barra la dimensione degli elementi sui rulli è minore della dimensione degli elementi sulla barra. Per questo, nella definizione del contatto, la "master surface" si trova sulla barra e la "slave surface" sul rullo.

2.2.9. Parametri di simulazione (Job)

Il modulo Job è concepito per poter controllare l'andamento della simulazione. È stato usato per nominare le varie simulazioni e impostare la parallelizzazione, ossia scegliere il numero di processori su cui dividere lo sforzo computazionale: infatti, facendo lavorare più processori contemporaneamente (in parallelo dunque), è possibile ridurre i tempi di calcolo. Per tutte le simulazioni sono stati coinvolti nella parallelizzazione otto processori, pari alla totalità di quelli a disposizione sulla macchina virtuale utilizzata (RAM da 8GB, 8 CPUs).

Grazie al modulo Job è possibile anche monitorare la simulazione nel corso del suo svolgimento e decidere di interrompere la simulazione prima che giunga al termine.

2.3. Estrazione ed elaborazione dei dati

Sui risultati delle simulazioni è stata condotta un'estrazione dei dati riguardante varie grandezze come forze di reazione, forze nodali, sforzi, deformazioni residue (PEEQ) e raggi di curvatura residui. Per far ciò ci si è avvalsi di alcune funzioni specifiche del software Abaqus e di altri software (Matlab, MS Excel).

Abaqus permette di isolare una delle parti geometriche che compongono il modello. Tramite la funzione "Report", poi, è possibile scegliere in che modo estrarre i dati (punti di integrazione, nodi, elementi, ...) e da quale time increment

andare a estrarre la grandezza di interesse, che sarà limitata alla parte geometrica selezionata. In questo modo quindi si riescono a ottenere dei risultati numerici relativi a una grandezza fisica presente su quella parte geometrica in un preciso istante temporale. I dati così selezionati sono consultabili grazie alla creazione di un documento di testo.

Qualora non sia necessario estendere l'indagine a un'intera parte è possibile isolare soltanto un ristretto numero di elementi di interesse. Questa modalità è molto utile quando, per esempio, una grandezza è confinata in una piccola regione dell'oggetto che si sta considerando. Una volta estratti i dati sono stati esportati in Matlab ed Excel per la creazione di grafici, così da fornire una rappresentazione visiva e rendere più fruibili i risultati.

Per il calcolo del raggio di curvatura residua invece ci si è avvalsi di un'altra funzione presente nel menù rapido di Abaqus: "Query". Grazie a essa si è in grado di richiedere a livello di un nodo o di una faccia di un elemento mesh una certa grandezza selezionabile. In questo caso, richiedendo le coordinate di tre nodi equispaziati presenti nel tratto utile della barra è stato possibile calcolare il raggio di curvatura residuo della stessa. Tali valori infatti sono stati inseriti in un foglio elettronico di calcolo Excel pre-esistente in grado di calcolare il raggio della circonferenza passante per le coordinate di tre punti forniti in input.

Una terza modalità di estrazione dei dati consiste nella definizione di "path" (Figura 2.7), ossia una successione di nodi della mesh a livello dei quali avviene l'estrazione dei valori numerici di una grandezza di interesse. Grazie a questo metodo è possibile ottenere dei grafici direttamente da Abaqus, oppure esportando i valori in un altro software.

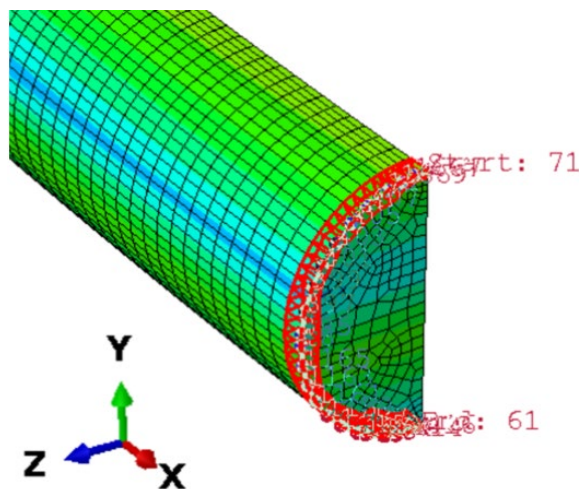


Figura 2.7: Creazione di un path lungo il bordo della sezione della barra.

Infine, anche la funzione “Free Body Cut” e la creazione di un display group hanno avuto un ruolo nella visualizzazione ed estrazione dei dati. In seguito, quest’applicazione verrà trattata più nel dettaglio.

2.4. Scelta delle variabili

Come spiegato nel paragrafo precedente, grazie all’apposito modulo di Abaqus, sono state richieste delle precise variabili in output dalle simulazioni, utili per ricostruire nel modo più completo e accurato possibile l’effetto della piegatura sulla barra. Tali grandezze comprendono sforzi (S), forze di reazione (RF), deformazioni residue (PEEQ), forze nodali (NFORC). Di seguito verranno prese in esame le singole variabili, illustrando il loro ruolo nella descrizione del fenomeno di piegatura.

2.4.1. Sforzi (S)

Lo sforzo massimo principale (S, Max Principal, Abs) è la sottocategoria di sforzi maggiormente utilizzata in lavori precedenti [6], [7]. Si tratta di una grandezza scalare espressa di default in MPa. Grazie a esso si è potuto monitorare l’andamento dello sforzo massimo durante la fase di carico: in questo modo è stato possibile sapere a che valore di abbassamento dei rulli di carico si presentasse il valore di sforzo ultimo del titanio all’interno della barra. Il superamento di tale limite implica infatti la rottura virtuale della barra (ovviamente una conseguenza da evitare) e segna quindi il valore di abbassamento massimo ammissibile durante la simulazione. Per l’acquisizione di questi valori è stata usata la funzione Report, previo isolamento della porzione di barra di interesse.

Gli sforzi assoluti hanno permesso, inoltre, la visualizzazione degli sforzi residui alla fine della piegatura. La definizione di path e l’utilizzo di mappe colore sono stati degli espedienti utili per avere un’idea chiara della loro distribuzione sulla barra lungo le tre direzioni radiale, circonferenziale e longitudinale, riferite a un sistema di riferimento cilindrico locale solidale con la sezione semicircolare di simmetria della barra.

2.4.2. Forze di reazione (RF)

Grandezza nodale vettoriale espressa di default in Newton, N. Durante la fase di abbassamento si generano delle forze di reazione a livello dei rulli di supporto, in ragione dell’abbassamento dei rulli di carico. Come mostrato nel capitolo precedente, dal punto di vista teorico, grazie a queste forze è possibile ricavare il valore di momento massimo che agisce sul tratto compreso tra i due rulli mobili,

semplicemente moltiplicando il valore di forza per la distanza tra il rullo di carico e il rullo di supporto (**Figura 1.7**). Infatti, il rullo di supporto è stato isolato dal resto del modello e per ciascun time increment, è stata estratta la componente orizzontale e verticale (RF1 in direzione X; RF2 in direzione Y) della forza di reazione nel sistema di riferimento globale (XYZ). Successivamente, la forza di reazione RF2 è stata moltiplicata per la distanza tra i due rulli (rimasta fissa per tutta la simulazione), ottenendo il valore di momento flettente massimo.

2.4.3. Deformazioni residue (PEEQ)

La PEEQ (Equivalent Plastic Strain) è una variabile scalare adimensionale pari al valore assoluto della deformazione plastica assiale in condizione di trazione o compressione uniassiale [27]. È molto utile quindi per identificare quelle zone del modello che hanno superato il limite elastico e per quantificare l'entità della deformazione. La funzione Report è stata largamente utilizzata per ottenere i valori di PEEQ massimi isolando il piano di simmetria, la zona dell'indentazione della barra, e i rulli.

Ci si è avvalsi delle PEEQ anche per il calcolo della percentuale di area snervata a livello del piano di simmetria della barra. Per far ciò è stato creato un "Display Group": esso consente di isolare degli elementi del modello caratterizzati da valori di una certa variabile che si trovano all'interno di un determinato range (Item: Elements, Method: Result value). Inserendo "0" sia come valore massimo che minimo della variabile desiderata (PEEQ in questo caso), per ciascun istante temporale, vengono visualizzati solo quegli elementi per cui la PEEQ è nulla. Successivamente, tramite la funzione Query, Mass Properties è stato possibile estrarre l'area di tali elementi.

2.4.4. Azioni interne (NFORC)

Questa variabile descrive la forza nodale in un elemento di mesh causato dallo sforzo presente nell'elemento stesso [27]. Quest'analisi è stata introdotta per avere un confronto diretto con i valori di momento flettente conseguiti a partire dalle forze di reazione: le forze nodali infatti, rappresentano le azioni interne (forze o momenti) effettive nella parte del modello che si sta considerando, che controbilanciano la sollecitazione mentre sta avendo luogo, e non c'è bisogno di maneggiare ulteriormente il dato dopo averlo estratto. Per visualizzare le tre componenti di NFORC (totale), NFORC 1, NFORC 2 ed NFORC 3, dirette secondo il sistema di riferimento globale (XYZ), è necessario isolare una sezione di una parte del modello mediante la funzione "Free Body Cut" e definire il centro del sistema di riferimento locale sulla base del quale verranno calcolate le azioni interne. Nella presente trattazione sono stati estratti soltanto i momenti associati a

NFORC 3 (che si svolgono cioè attorno all'asse Z) a livello della sezione della barra che coincide con il piano di simmetria: in corrispondenza di esso si è in grado di risalire all'intero momento flettente generato dall'abbassamento dei rulli, che agisce sul piano perpendicolare all'asse Z. Per chiarezza NFORC 3 verrà chiamato NFORC Z.

2.5. Analisi Convergenza Mesh

La mesh utilizzata durante le simulazioni è stata scelta sulla base dei risultati ottenuti a seguito di un'analisi di convergenza condotta sul raggio minimo dei rulli (3mm, rappresentante il caso pessimo con carichi maggiormente concentrati all'interfaccia tra rullo e barra), impostando un abbassamento verticale del rullo di carico pari a 8mm. Dopo aver stabilito le geometrie di partizionamento delle parti del modello si è deciso di creare 4 tipi di mesh, differenziate unicamente dalla taglia degli elementi. L'analisi e il confronto dei risultati provenienti dalle quattro casistiche ha guidato la scelta della mesh da mantenere lungo la trattazione successiva.

La prima mesh che è stata generata, ossia quella di riferimento per la generazione delle altre (vedi paragrafo 2.2.8), è caratterizzata dal maggior numero di elementi, sia all'interno della barra (99266 elementi), sia dei rulli (29848 elementi per rullo). Questa rappresenta la soluzione in grado di fornire la maggior precisione e robustezza delle grandezze in output, ma comporta anche lo sforzo computazionale più gravoso in termini di durata delle simulazioni.

Sulla base di questa mesh, dunque, sono state ottenute le altre tre mesh applicando tre fattori moltiplicativi alla taglia degli elementi: X1.5, X2, X4 (**Tabella 2.2, Figura 2.8**). Il concetto alla base di questa strategia è quello di ottenere dei modelli in cui il tempo computazionale diminuisca mano a mano che la taglia degli elementi aumenta, avendo cura che le grandezze di interesse rimangano invariate a meno del 5%.

Tabella 2.2: Analisi di convergenza sulla mesh: numero degli elementi di barra e rullo associati a ciascun incremento di mesh.

Tipologia mesh	N° elementi barra	N° elementi rullo supporto/carico
X1	99266	29848
X1.5	34854	13360
X2	12980	2925
X4	1972	2100

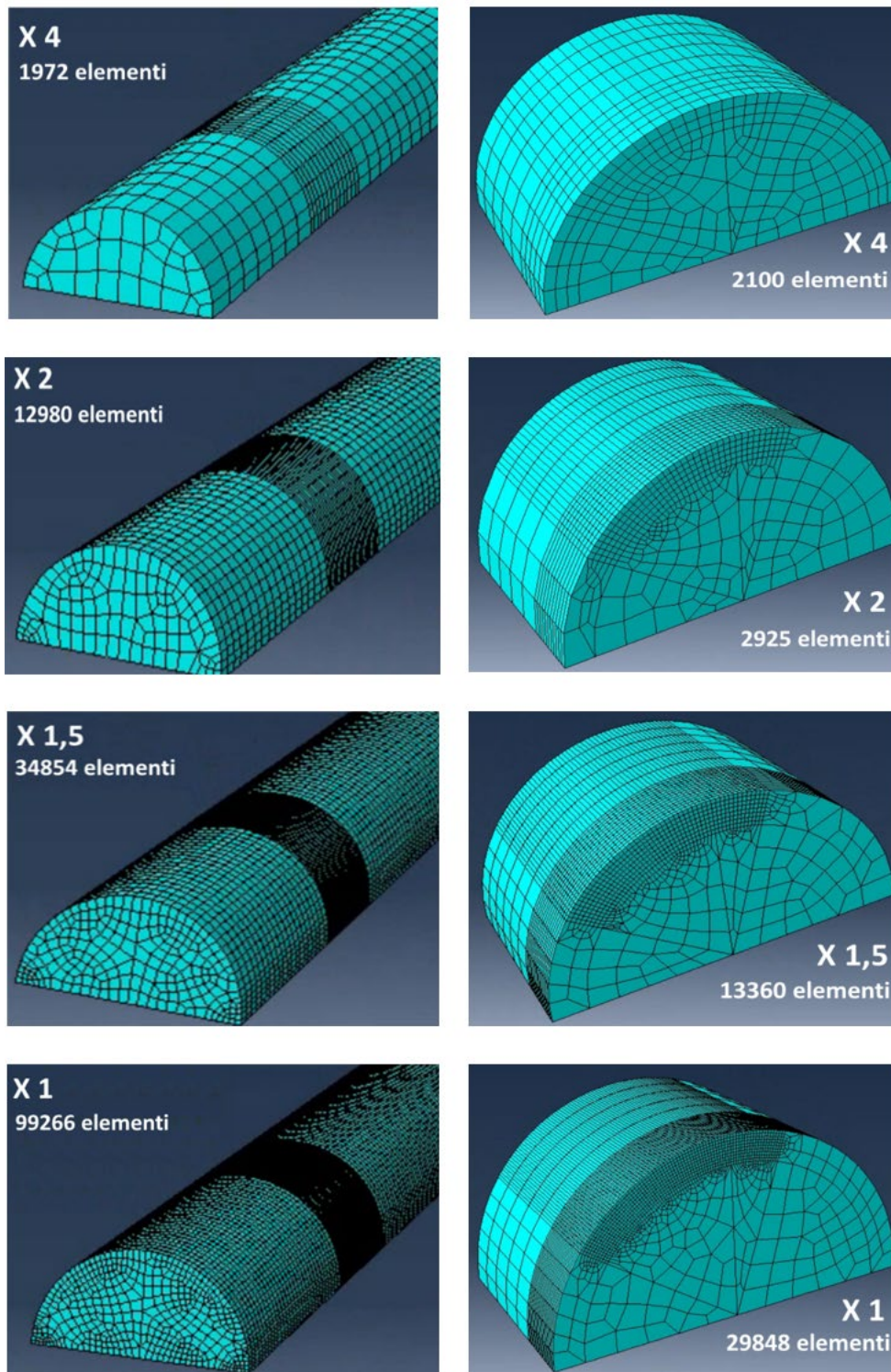


Figura 2.8: Analisi convergenza mesh: mesh incrementali.

L'analisi si è focalizzata su quattro differenti casi di studio a seconda del materiale dei rulli (acciaio o alluminio) e dell'attrito di contatto tra barra e rullo (con o senza coefficiente di attrito). In questo modo quindi sono state svolte quattro simulazioni (una per ogni tipo di mesh) per ciascuna delle quattro casistiche di studio, per un totale di sedici simulazioni.

A livello pratico, per effettuare l'analisi, sono stati considerati i valori massimi e minimi di tre variabili (S, Max Principal (Abs); S, Von Mises; PEEQ) estrapolati dal piano di simmetria della barra, dal rullo di supporto e da quello di carico in due istanti diversi: alla fine delle fasi di carico e scarico.

Come anticipato sopra, la condizione di convergenza della mesh è stata considerata soddisfatta nei casi in cui la differenza percentuale normalizzata tra due valori massimi (o minimi) estratti da mesh di infittimento successivo fosse stata minore o uguale del 5% (esempio: 2.1).

$$\frac{\text{valore mesh "X2"} - \text{valore mesh "X4"}}{\text{valore mesh "X4"}} \cdot 100 < 5\%; \quad (2.1)$$

2.6. Analisi di sensitività

Una volta individuata la mesh da utilizzare per il resto della trattazione sono state avviate le simulazioni per analizzare gli effetti del metodo di piegatura scelto. Concettualmente è possibile dividere le analisi numeriche in sei gruppi sulla base del materiale e del raggio dei rulli scelti (**Tabella 2.3**). Ogni gruppo è formato dalla simulazione in cui si raggiunge l'abbassamento verticale limite e da altre sette simulazioni (48 simulazioni in totale) con abbassamenti fissati (-2mm, -3mm, -4mm, ..., -8mm). Per ciascun gruppo, la maggior parte dei dati è stata estratta dalla simulazione in cui si raggiunge l'abbassamento limite perché grazie a essa è possibile percorrere l'intero processo di piegatura. Le altre sette simulazioni sono servite principalmente per conoscere il raggio di curvatura residua della barra a un certo valore di abbassamento.

Tabella 2.3: Piano delle simulazioni in base al materiale e al raggio dei rulli.

		Raggio dei rulli		
		3mm	4mm	5mm
Materiale dei rulli	Acciaio	3mm Acciaio	4mm Acciaio	5mm Acciaio
	Alluminio	3mm Alluminio	4mm Alluminio	5mm Alluminio

Al termine delle simulazioni, i dati relativi alle grandezze precedentemente descritte sono stati estratti e processati (vedi paragrafi 2.4 e 2.3). Riassumendo:

- Forza di reazione verticale (RF2) sul rullo di supporto, [N];
- Momento flettente teorico (RF2 x distanza rulli), [Nmm];
- Momento flettente effettivo (NFORC 3), [Nmm];
- Sforzo massimo nella barra, [MPa];
- Area snervata a livello del piano di simmetria della barra [%];
- Raggio di curvatura residua, [mm]
- PEEQ massima sul piano di simmetria della barra, [-];
- PEEQ massima a livello della zona di contatto con il rullo di carico, [-].

Successivamente, le grandezze sono state messe in relazione a coppie tramite dei grafici per rendere più chiari e comprensibili gli effetti della piegatura durante l'avanzamento del processo. Le coppie di dati sono:

- Abbassamento rullo di carico – Sforzo massimo nella barra;
- Abbassamento rullo di carico – Momento flettente teorico
- Abbassamento rullo di carico – Momento flettente effettivo;
- Momento flettente effettivo – Raggio di curvatura residua;
- Momento flettente effettivo – PEEQ massima piano di simmetria;
- Momento flettente effettivo – PEEQ massima zona di contatto.

Per ciascuna coppia di grandezze prese in considerazione sono stati creati due grafici: uno relativo alle simulazioni condotte ricorrendo ai rulli in acciaio e uno per quelle condotte con i rulli in alluminio. All'interno del singolo grafico invece sono stati rappresentati i dati attinenti alle simulazioni condotte considerando lo stesso materiale di rullo ma raggi diversi.

Per quanto riguarda gli sforzi residui invece, l'analisi dei risultati è avvenuta tramite l'estrazione di dati numerici mediante l'utilizzo di "path" (vedi paragrafo 2.3), e il confronto di mappe colore a un determinato livello di abbassamento del rullo (6mm).

Il senso di un'analisi di sensitività è quello di poter considerare una per volta le variabili che partecipano a un processo, in modo da valutare l'effetto netto di ciascuna di esse sui risultati del processo stesso. In questo studio le variabili in gioco nell'analisi sono la dimensione del raggio dei rulli e il materiale a essi associato.

2.6.1. Effetto materiale del rullo

Per ciascuna delle coppie di grandezze sopracitate è stato svolto un confronto tra i dati, rappresentati nei due grafici, provenienti da due set di simulazioni caratterizzati da uguale dimensione dei rulli (per esempio: 4mm – acciaio e 4mm – alluminio). In questo modo, a parità di dimensione dei rulli, è possibile valutare l'effetto netto del materiale dei rulli all'interno del processo di piegatura.

Il coefficiente d'attrito che descrive il contatto tra rulli e barra dipende dal materiale del rullo, essendo il materiale della barra sempre lo stesso (Ti6Al4V). Tuttavia, il suo effetto non è stato preso in considerazione in modo selettivo nell'analisi in quanto viene visto come conseguenza dell'abbinamento dei due materiali coinvolti nel contatto.

2.6.2. Effetto dimensione del rullo

In questo caso, per ognuna coppia di grandezze, il confronto tra i dati estratti da tre set di simulazioni caratterizzati dal medesimo materiale (per esempio: 3mm – acciaio, 4mm – acciaio e 5mm – acciaio), è rivolto all'interno dello stesso grafico. A parità di materiale dei rulli quindi, si è in grado di valutare l'effetto netto del raggio dei rulli all'interno del processo di piegatura.

2.7. Interpolazione dei dati

La fase finale di elaborazione dei risultati prevede l'interpolazione dei dati, una volta estratti e processati. Questa operazione di "best fitting" permette di ricavare delle equazioni analitiche (continue) che descrivono l'andamento dei valori numerici (discreti). Tali equazioni consentono di capire come due grandezze legate al processo di piegatura siano correlate.

MATLAB offre un'espansione chiamata "cftool", dedicata al "curve fitting" 2D o 3D che fornisce alcune funzioni per l'adattamento di curve e superfici ai dati. Digitando il nome del toolbox nella riga di comando compare una finestra riservata di interfaccia per l'impostazione delle caratteristiche dell'interpolazione. Il metodo di utilizzo risulta semplice e intuitivo: nella parte sinistra della schermata sono presenti tre menù a scomparsa ("X data", "Y data", "Z data") con

cui è possibile scegliere i vettori di dati su cui basare l'interpolazione. Nel primo menù, "X data", viene indicata la variabile di ingresso, mentre negli altri due le variabili di uscita. Un altro menù a scomparsa, posizionato nella parte alta della schermata, è dedicato alla scelta del tipo di equazione che si intende utilizzare per effettuare il fitting. Una volta completato il settaggio, cliccando il tasto "Fit", l'interpolazione viene elaborata e i risultati vengono mostrati a video. Sono indicati i parametri che identificano l'equazione scelta, un grafico che rappresenta la disposizione dei dati e l'andamento dell'interpolante, e degli indicatori di bontà dell'interpolazione. Questi ultimi sono:

- SSE (Summed Square Error): è la somma dei quadrati dovuti all'errore e misura la deviazione tra i dati e un modello di stima (2.2):

$$SSE = \sum_{i=1}^n w_i (y_i - \hat{y}_i)^2; \quad (2.2)$$

- R^2 : misura l'efficacia del fitting nello spiegare la variazione dei dati, ossia quanto correttamente il fitting si adegui ai dati (2.3):

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST}; \quad (2.3)$$

$$\text{dove } SST = \sum_{i=1}^n w_i (y_i - \bar{y})^2; \quad (2.4)$$

- R^2 -adjusted: svolge la stessa funzione di R^2 ma il suo valore viene adattato al numero di termini nel modello (2.5):

$$\text{adjusted } R^2 = 1 - \frac{SSE (n - 1)}{SST(v)}; \quad (2.5)$$

- RMSE (Root Mean Squared Error): consiste in una stima della deviazione standard degli errori di predizione (2.6):

$$RMSE = \sqrt{\frac{SSE}{v}}; \quad (2.6)$$

Dove n è la numerosità dei dati da interpolare, y_i è il valore del dato i -esimo, \hat{y}_i è la stima del dato i -esimo fornita dal modello, \bar{y} è la media dei dati, e ν sono i gradi di libertà residui (definiti come la differenza tra il numero dei dati e il numero dei coefficienti utilizzati per effettuare la stima) [28].

Per svolgere la fase di interpolazione sono state scelte come variabili indipendenti (in input) l'abbassamento del rullo di carico, e il momento flettente. Quest'ultimo, all'interno della trattazione, viene considerato come un effetto dell'abbassamento, ma in linea generale potrebbe essere direttamente la grandezza imposta sulla barra per effettuare la piegatura. Di seguito (**Tabella 2.4**) sono riportate le coppie di variabili prese in esame, divise in due gruppi a seconda della grandezza in ingresso. I vettori contenenti i dati, tuttavia, sono stati limitati in base a un possibile range di lavoro utile, dettato per lo più dai valori di raggio di curvatura residua: l'intensità della curvatura della barra è uno degli aspetti principali che guidano il processo perché potrebbe ricadere nello stesso range di curvature tipiche della colonna vertebrale del paziente, e potrebbe essere misurata in vivo su pazienti già strumentati con viti e barre.

Tabella 2.4: Coppie di variabili di input e output sottoposte a interpolazione.

INPUT	OUTPUT
Abbassamento	Momento flettente
Abbassamento	Raggio di Curvatura Residua
Abbassamento	% area snervata sul piano di simmetria della barra
Momento flettente	Raggio di Curvatura Residua
Momento flettente	% area snervata sul piano di simmetria della barra

Riguardo al tipo di interpolante, dopo aver passato in rassegna tutte le opzioni disponibili, ne sono stati scelti di due tipi: polinomiali e di potenza. Infatti, queste due soluzioni sono quelle che, più di altre, permettono di ricavare in uscita delle equazioni semplici e compatte, potendone impostare il numero di coefficienti:

- Legge di potenza a 3 coefficienti ("Power2"), (2.7):

$$f(x) = ax^b + c; \quad (2.7)$$

dove a , b e c sono i coefficienti che rendono unica la soluzione.

- Legge di potenza a 2 coefficienti ("Power1"), (2.8):

$$f(x) = a \cdot x^b; \quad (2.8)$$

dove a e b sono i coefficienti che rendono unica la soluzione.

- Equazione polinomiale a due coefficienti (2.9):

$$f(x) = p_1 \cdot x + p_2; \quad (2.9)$$

dove p_1 e p_2 sono i coefficienti che rendono unica l'equazione.

In aggiunta, in alcuni studi presenti nello stato dell'arte la legge di potenza viene spesso usata per modellizzare il fenomeno di incrudimento del materiale lungo il tratto plastico nelle curve sforzo-deformazione di un buon numero di metalli [29]. Dal momento che alcune coppie di variabili sono abbastanza legate a questo fenomeno, la scelta dell'equazione di potenza è stata suggerita anche da questo aspetto.

Per giudicare l'adeguatezza dell'interpolazione sono stati tenuti in particolare considerazione gli indici R^2 e Adjusted R^2 , utili per misurare la relazione tra la variabilità dei dati e la correttezza del modello utilizzato.

3 Risultati e Discussione

3.1. Analisi convergenza mesh

Di seguito sono riportati i risultati dall'analisi di convergenza della mesh condotta sulla base di quanto descritto nel capitolo precedente.

In **Tabella 3.1** sono riportati i tempi computazionali per ciascuna delle 16 simulazioni svolte. Risulta particolarmente chiaro come le tempistiche aumentino con l'infittimento della mesh, variando dai 6 minuti dei casi senza attrito con la soluzione a minor infittimento, fino a quasi 37 ore nel caso dell'alluminio con attrito (mesh X1). Oltre a questo – prevedibile – allungamento dei tempi associato a un maggior numero di elementi, si può notare una differenza anche tra i casi che concernono l'alluminio o l'acciaio, e la presenza o meno di un coefficiente d'attrito. Infatti, più i tempi computazionali sono elevati, più la differenza tra questi due tipi di simulazioni è marcata: basti considerare le simulazioni in alluminio e in acciaio con la mesh X1, in cui a seconda del materiale del rullo si passa da una durata di 15 ore a una di quasi 37; analogamente la presenza di un coefficiente d'attrito ha richiesto un tempo doppio rispetto all'omologo frictionless (36h 52min vs. 18h 14min). Utilizzando invece la mesh meno ricca di elementi, X4, la differenza tra le simulazioni con i rulli in acciaio è di appena un minuto.

Tabella 3.1: Tempi computazionali di ciascuna delle simulazioni svolte per l'analisi di convergenza.

Mesh	Alluminio	Acciaio	Alluminio (frictionless)	Acciaio (frictionless)
X 1	36h 52min	15h 6min	18h 14min	14h 22min
X 1,5	3h 30min	3h	2h 50min	2h 30min
X 2	47min	44min	37min	34min
X 4	10min	7min	6min	6min

Già grazie a questi risultati preliminari è possibile ricondursi alle proprietà dei materiali dei rulli. Ispezionando i risultati di queste simulazioni si nota come entrambi i rulli subiscano una deformazione plastica, che varia a seconda del materiale e delle condizioni di contatto (**Figura 3.1**).

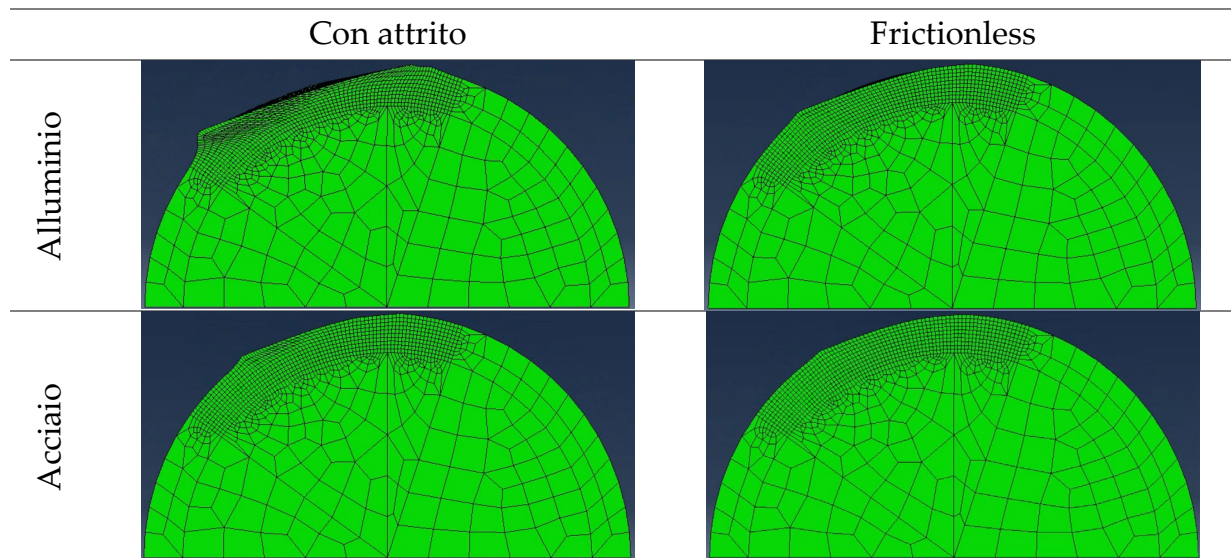


Figura 3.1: Deformazione plastica del rullo di supporto della mesh X1.

La maggior deformabilità dell'alluminio rispetto all'acciaio si riflette in una maggiore distorsione della mesh nelle zone di contatto con la barra (**Figura 3.1**). Gli elementi qui presenti subiscono importanti cambiamenti di forma con l'avanzamento della simulazione. L'algoritmo dunque impiega più tempo per gestire le modifiche di tutti gli elementi coinvolti. Considerando i casi "frictionless", inoltre, si va a semplificare il sistema di forze agenti nella zona di contatto, riducendo la distorsione degli elementi e permettendo uno svolgimento più rapido. Questo fenomeno di deformazione plastica potrebbe essere dovuto al modo in cui i rulli sono stati vincolati durante le simulazioni: il rullo di supporto resta fermo e quello di carico è costretto a muoversi verticalmente, senza la possibilità di ruotare attorno al loro asse. In questo modo, tutte le forze che agiscono su di essi che tenderebbero a farli ruotare, si esauriscono causando una deformazione plastica.

In appendice A sono riportate le tabelle che mostrano i valori estratti dalla barra e dai rulli con i relativi calcoli incrementali.

3.1.1. Barra

3.1.1.1. S, Von Mises

La convergenza viene raggiunta in tutti i casi soltanto per i valori massimi, già a partire dalla mesh X2. Al contrario, la convergenza per i valori minimi non viene soddisfatta nella maggior parte dei casi. Il confronto tra le mesh più fitte è pari all'1.93% e il 2.07% nei casi senza attrito, mentre arriva all'81.16% nel caso dell'acciaio con attrito. La spiegazione di ciò può essere dovuta al fatto che gli sforzi di Von Mises sono una grandezza sempre positiva che mal descrive la reale distribuzione degli sforzi di trazione (positivi) e di compressione (negativi) durante la fase di carico e dopo la manifestazione degli sforzi residui. Inoltre, la convergenza dei valori massimi è più marcata nel momento di carico massimo in cui la divisione tra sforzi compressivi e a trazione è nettamente separata.

3.1.1.2. PEEQ

La barra, sia sul piano di simmetria che nella sua totalità, presenta delle zone che restano indeformate a valle della piegatura. Ciononostante, la convergenza è stata raggiunta in tutti i casi a partire dalla mesh X2. Un fattore che può aver aiutato la convergenza in questa zona della barra potrebbe essere la distribuzione piuttosto omogenea degli elementi deformati plasticamente. Non vi è infatti, una grande differenza tra i valori a carico massimo e a fine piegatura.

3.1.1.3. S, Max Principal, (Abs)

Anche in questo caso la convergenza viene raggiunta in quasi tutti i casi. Le uniche occasioni in cui la differenza percentuale per individuare la convergenza è risultata essere maggiore del 5% sono relative ai valori minimi dei casi senza attrito ("frictionless"). La differenza massima tra questi valori nel caso "acciaio frictionless" è pari al 6.8%, ottenuta dal confronto tra mesh X1 e X1,5; analoga all'omologo caso con l'alluminio (6.81%), emersa dal confronto tra i medesimi tipi di mesh.

Generalmente, per quanto riguarda la parte geometrica appena presa in considerazione, non sembra esserci una forte dipendenza dal materiale usato per modellizzare i rulli o dalle condizioni di contatto, ma i risultati sono piuttosto omogenei a seconda della variabile presa in esame.

3.1.2. Rulli

3.1.2.1. S, Von Mises

Analogamente a quanto spiegato riguardo la barra, sia per il rullo di supporto che per il rullo di carico, la condizione di convergenza viene soddisfatta solo con i valori massimi. Soltanto in una casistica, per il rullo di supporto in acciaio con attrito alla fine della fase di scarico, il confronto tra le due mesh più fitte restituisce una differenza percentuale pari al

9.71%. Riguardo i valori minimi, la convergenza non viene raggiunta, anche se in due casi i valori di confronto tra le mesh più fitte mostrano percentuali minori del 5%: ciò avviene per il rullo di supporto in alluminio con attrito, alla fine della fase di carico (1.78%) e per il rullo di carico in acciaio con attrito nello stesso istante temporale (0.61%).

3.1.2.2. PEEQ

La convergenza della mesh non si ottiene per nessuna combinazione di materiale e condizione di contatto. Nel caso dell'alluminio con attrito, per entrambi i rulli, si riportano le differenze percentuali massime, pari al 39%. La differenza più contenuta riguarda il rullo in alluminio senza attrito: 6.98%.

È facile comprendere questi risultati sapendo che i rulli subiscono una deformazione plastica durante la piegatura a causa del contatto con la barra. Questo effetto di snervamento infatti, è confinato in un punto molto ristretto sulla superficie del rullo ed è un evento che avviene in modo poco prevedibile. Essendo un effetto collaterale secondario nel processo è poco controllabile e aleatorio, complesso e difficile da descrivere. Quanto affermato è in netto contrasto con il fenomeno di deformazione plastica a cui si assiste lungo il tratto utile della barra (e quindi a livello del piano di simmetria), che, di fatto, è ciò che si vuole ottenere da una tecnica di contouring. Ecco perché dunque è presente questa profonda disparità di risultati tra barra e rulli.

3.1.2.3. S, Max Principal (Abs)

Analizzando questo tipo di sforzi la situazione appare piuttosto confusa: la convergenza infatti non è raggiunta nella maggior parte dei casi. I risultati più distanti dalla condizione imposta si hanno nel caso dell'alluminio con attrito, dove con il rullo di supporto al termine della simulazione si sono raggiunti valori di differenza percentuale pari al 132%. Le differenze scendono nei casi relativi all'alluminio senza attrito dove si riscontrano tre valori a convergenza: a carico massimo per il rullo di carico e i valori minimi per il rullo di supporto (4.54%, 4.7%, 3.42% rispettivamente). Quanto appena descritto vale in maniera analoga per i casi in acciaio, ma con percentuali più vicine al valore limite del 5%. Per esempio, considerando il rullo di supporto senza attrito, soltanto i valori massimi a fine carico non soddisfano la condizione (9.44%).

La base dell'interpretazione di questi risultati è simile a quella spiegata nel paragrafo precedente. La deformazione plastica da contatto che si sviluppa sui rulli genera uno stato di sforzo eccessivamente complesso e imprevedibile per il numero di elementi di mesh presenti nella zona. Tuttavia, come è stato appena evidenziato, la plasticizzazione del rullo dipende dal materiale dello stesso e dalle condizioni di contatto. I risultati infatti sono più lontani dalla convergenza nel caso dell'alluminio con attrito perché la deformazione è più massiccia, essendo l'alluminio più deformabile rispetto all'acciaio. Inoltre, a parità di materiale, la condizione "frictionless" avvicina alla convergenza, proprio perché viene meno la forza d'attrito dal contatto, la quale contribuirebbe a una maggiore deformazione locale e alla generazione di uno stato di sforzo complesso.

Probabilmente un grande numero di elementi concentrati nella regione di contatto con la barra permetterebbero una descrizione sufficientemente accurata del fenomeno e l'ottenimento della convergenza, ma, d'altro canto, si necessiterebbero di altrettanto ingenti potenze di calcolo o di tempi computazionali estremamente lunghi per portare a termine le simulazioni.

L'analisi di convergenza ha avuto lo scopo di individuare una mesh da poter utilizzare nell'analisi di sensitività sul processo di piegatura. È stata scelta una mesh che garantisse la convergenza delle variabili di interesse all'interno del tratto utile (a momento costante), ovvero sul piano di simmetria della barra, e che potesse conciliare una buona descrizione con tempi computazionali non troppo elevati. Perciò, alla luce dei risultati ottenuti, tra le soluzioni proposte è stata selezionata la mesh X1,5, che quindi verrà utilizzata per condurre il resto dell'analisi.

3.2. Simulazioni di piegatura delle barre spinali mediante flessione a 4 punti

Nei prossimi due paragrafi i dati verranno esposti e discussi analizzando separatamente la sensitività sul materiale e sul raggio del rullo. In appendice B sono presenti tutti i dati numerici estratti dai sei set di simulazioni e usati per creare i grafici e condurre l'analisi.

3.2.1. Sensitività sul materiale dei rulli

In questo paragrafo verrà preso in considerazione selettivamente l'effetto del materiale sul processo di piegatura studiato, esaminando le coppie di grandezze delineate nel paragrafo 2.6.

3.2.1.1. Abbassamento VS Sforzo massimo nella barra

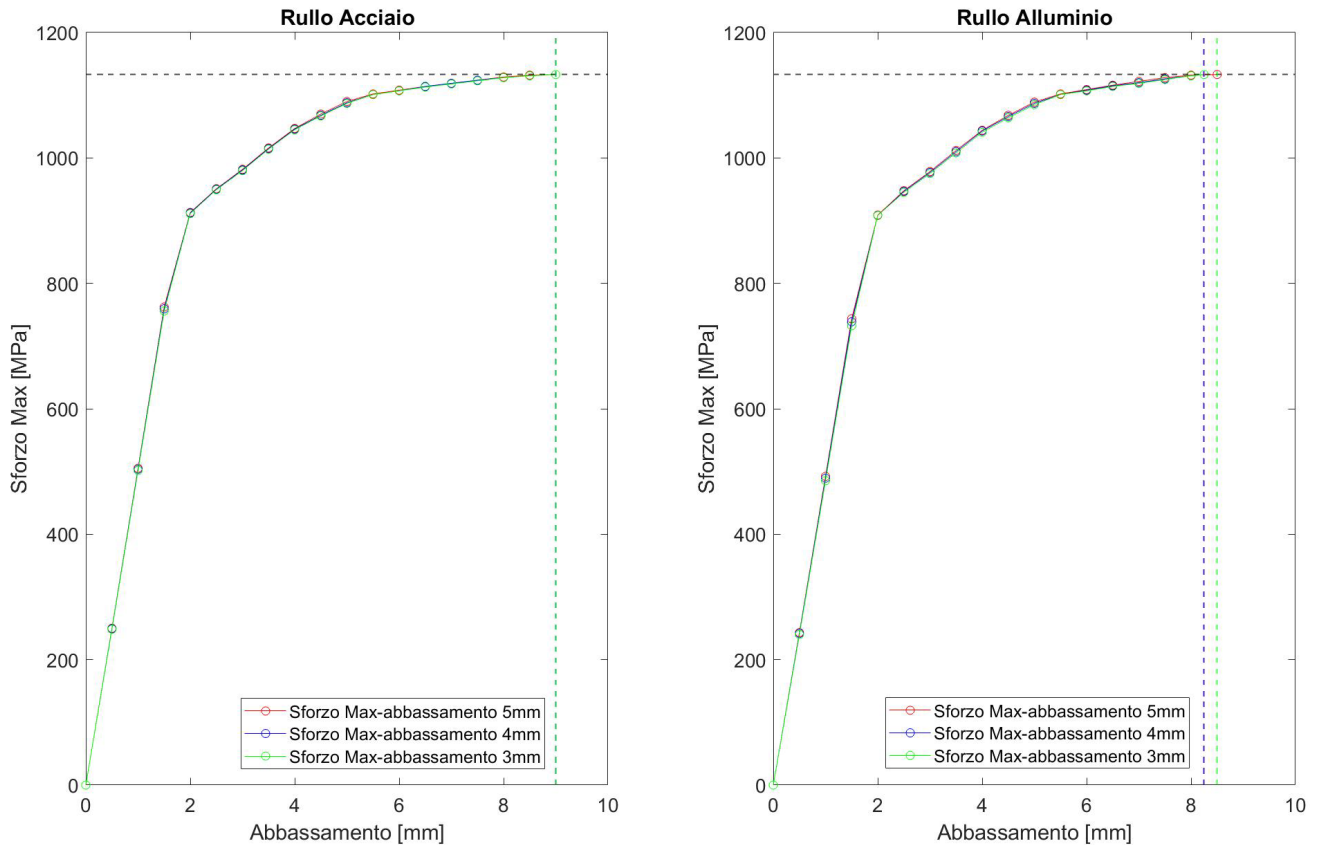


Figura 3.2: Andamento dello sforzo massimo sulla barra durante la fase di carico.

Osservando i due grafici di **Figura 3.2** la differenza principale consiste nel fatto che i rulli in acciaio hanno permesso di raggiungere abbassamenti leggermente più elevati, prima che nel tratto utile della barra si raggiungesse lo sforzo limite del titanio (1133 MPa). In media con i rulli in acciaio si raggiungono i 9mm di abbassamento mentre con i rulli in alluminio 8.3mm. Con i rulli in alluminio infatti, si ha un incremento più rapido dello sforzo che avviene a partire dai 5.5 mm di abbassamento.

3.2.1.2. Abbassamento VS Momento flettente

Durante il primo capitolo si è ampiamente discusso di come, nel contesto di una flessione a quattro punti simmetrica, l'abbassamento del rullo di carico comporta la formazione di un sistema di forze di pari intensità a livello dei rulli (**Figura 1.7**). Moltiplicando questa forza per la distanza relativa tra i rulli è possibile risalire al momento flettente massimo agente sul tratto utile della barra.

I grafici presenti in **Figura 3.3** rappresentano l'andamento del momento flettente (RF2 x distanza tra i rulli) in funzione dell'abbassamento.

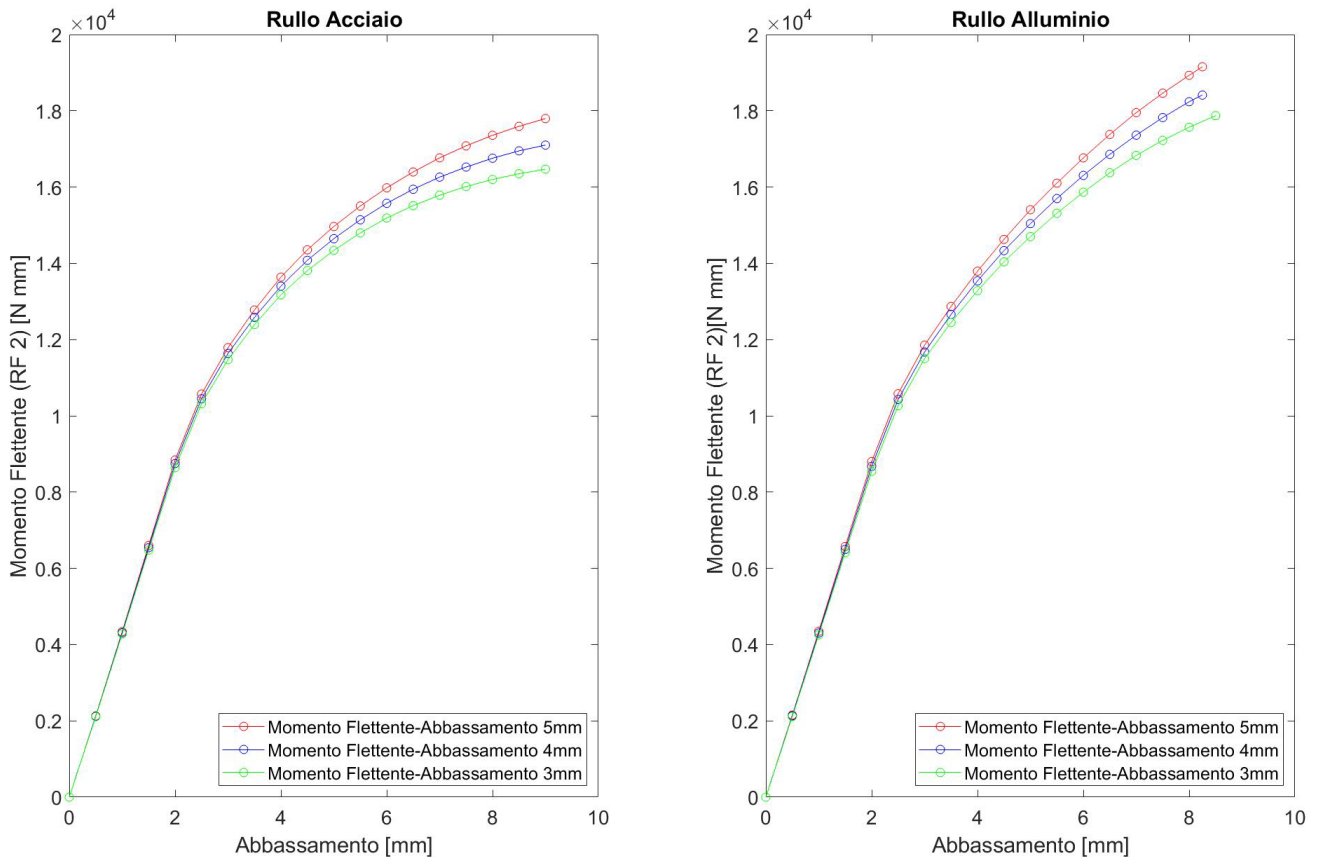


Figura 3.3: Andamento del momento flettente (calcolato mediante RF2) durante la fase di carico.

A partire da abbassamenti maggiori di 2mm, per ciascuna delle tre dimensioni dei rulli, i valori di momento flettente relativi all'alluminio aumentano maggiormente rispetto al caso dell'acciaio, delineando un "trend" più verticale. Questa osservazione può risultare controintuitiva: Un sistema di flessione a quattro punti può essere schematizzato, in maniera semplicistica, come 3 molle in serie che subiscono una compressione - i due rulli e la barra posta nel mezzo -, la cui rigidità dipende sia dal materiale che dalla sezione resistente (**Figura 3.4**). Ciò che si nota è che il "sistema di molle" con l'alluminio mostra una rigidità complessiva maggiore rispetto all'acciaio per ogni raggio dei rulli.

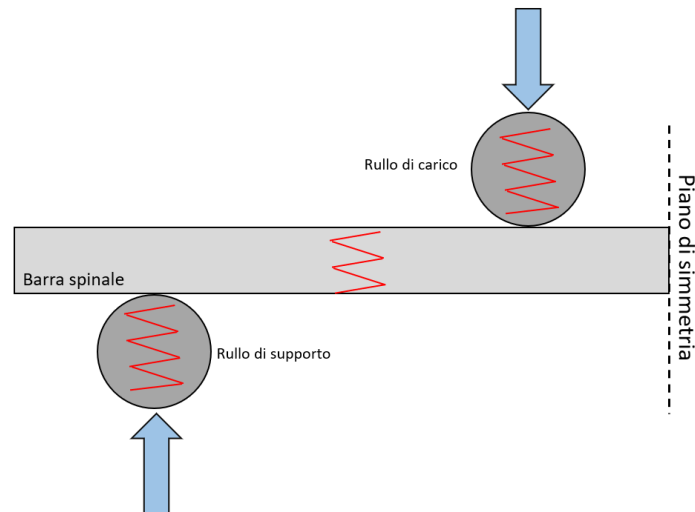


Figura 3.4: Schematizzazione del sistema rulli-barra come molle in serie che subiscono una compressione.

Per comprendere ciò è necessario ampliare la visione su quello che sta accadendo. Si consideri la seguente coppia di grafici (**Figura 3.5**), dove vengono riproposte le medesime grandezze ma arricchite di alcuni dettagli.

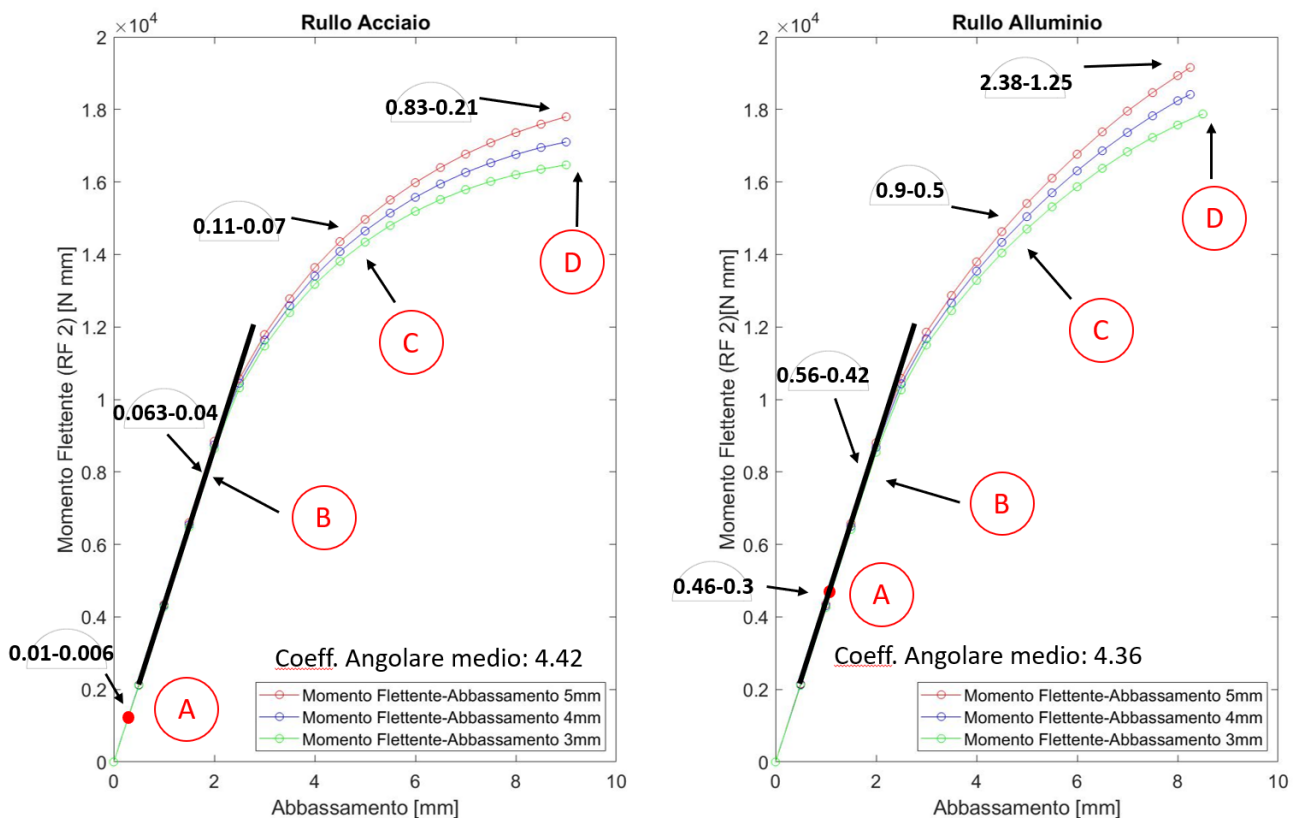


Figura 3.5: Momento flettente VS abbassamento: indicazione di alcuni istanti di interesse durante la fase di carico.

A sinistra delle curve sono riportati dei range di PEEQ massima sui rulli in alcuni momenti salienti durante la piegatura (indicati come "A", "B", "C", "D", e che verranno ripresi in seguito), fondamentali per comprendere gli andamenti rappresentati. Si tratta

della minima PEEQ massima e della massima tra le PEEQ massime a livello o del rullo di supporto o di quello di carico di tutte e tre le dimensioni (ritenuti utili per dare idea dei livelli massimi di deformazione sui rulli, che possono variare a seconda della dimensione del ruolo del rullo – se di carico o di supporto). Dalla loro lettura risulta evidente come parallelamente alla piegatura della barra stia avvenendo anche una deformazione plastica dei rulli, e come questa sia molto più marcata nel caso dei rulli in alluminio (0.83 – 0.21 per l'acciaio e 2.38 – 1.25 per l'alluminio alla fine della fase di carico). La forza di reazione viene estratta dal rullo e di conseguenza RF2 è influenzata dalla deformazione del rullo. Poco prima dei 2mm di abbassamento si verifica uno dei momenti evidenziati all'interno delle rappresentazioni, ovvero la prima plasticizzazione a livello del piano di simmetria della barra (punto B). Questo istante è particolarmente importante perché segna l'inizio della plasticizzazione della barra sul tratto utile, e l'uscita del modello dal regime lineare. A questo punto la deformazione dei rulli in alluminio è tale da far incrementare l'area di contatto con la barra, la quale, piegandosi, tende ad adattarsi sul rullo, facendo aumentare i valori di forza di reazione. Nonostante i risultati delle simulazioni mostrino come i rulli di entrambi i materiali vadano incontro a plasticizzazione durante il processo di piegatura fin dai primi millimetri di abbassamento, da un punto di vista pratico questa deformazione è una contingenza da evitare. Un'eccessiva deformazione plastica a seguito di un singolo utilizzo del set-up renderebbe i rulli inutilizzabili, i quali sarebbero da sostituire, e si incrementerebbero di molto i costi di processo. Ecco quindi, che la scelta del materiale con cui costruire i rulli è di estrema importanza.

Sebbene, come segnalato, i rulli si plasticizzino prima del piano di simmetria della barra, l'andamento delle curve mostra comunque una linearità complessiva del modello. Utilizzando la seconda, terza e quarta coppia di valori "abbassamento-momento flettente" è stato calcolato il coefficiente angolare del primo tratto delle curve relative a ciascun rullo, e ne è stato calcolato il valore medio. Esso risulta essere praticamente identico sia per l'acciaio che per l'alluminio (rispettivamente 4.42 e 4.36). Questo conferma che l'effetto del materiale del rullo, ha un ruolo solo nel tratto plastico, e che, seppure con una differenza minima, il tratto lineare nel caso dell'acciaio mostra comunque una rigidità del sistema maggiore.

Fino a questo momento è stato preso in considerazione solo uno dei quattro momenti salienti riportati a destra delle curve rappresentate in **Figura 3.5** e identificati con le lettere A, B, C, D:

- **A:** corrisponde alla primissima plasticizzazione della barra che avviene nella zona di contatto con il rullo di carico. Nel momento in cui si verifica, la barra risulta semplicemente indentata dall'azione del rullo, ma nella sua completezza, è ancora rettilinea. Dall'analisi della letteratura è emerso chiaramente come gli strumenti attraverso cui si effettua la piegatura possono determinare delle indentazioni locali [6], [7], [12], [14], [15]. Perciò si è prestata particolare attenzione al monitoraggio di questo aspetto. A questo punto della trattazione basta concentrarsi sul fatto che la plasticizzazione sotto rullo avviene prima (abbassamento pari a 0.2mm) con i rulli

in acciaio che con i rulli in alluminio (1.1mm). Il rullo in acciaio, quindi, indenta prima la barra e si deforma meno rispetto ai rulli in alluminio, risaltando e confermando ulteriormente le differenze tra i due materiali;

- **B:** citata precedentemente, è la prima plasticizzazione del piano di simmetria della barra che si manifesta mediamente a 1.76mm e a 1.83mm di abbassamento utilizzando rulli in acciaio e in alluminio rispettivamente. Sono due valori assolutamente paragonabili (la differenza è di soli 0.07mm) ma che comunque denotano un primato temporale dei rulli in acciaio;
- **C:** indica la coppia di valori Momento flettente-abbassamento in corrispondenza della quale la metà dell'area del piano di simmetria della barra ha superato lo snervamento, e avviene per entrambi i materiali tra i 4.5mm e i 5mm di abbassamento;
- **D:** consiste, analogamente rispetto al caso C, nella percentuale di area snervata sul piano di simmetria della barra al termine della fase di carico, vale a dire il momento in cui la barra raggiunge la curvatura massima prima di essere scaricata. Con i rulli in acciaio si raggiunge una percentuale massima di area snervata del 70.9%, che scende al 65.2% nel caso dell'alluminio. Da ciò risulta chiaro come RF2 non sia una grandezza totalmente esaustiva per descrivere i fenomeni in corso, essendo ampiamente influenzata dalla deformazione dei rulli e della barra. Infatti, nonostante i valori di momento flettente siano più elevati con l'alluminio (in media 18479 Nmm contro 17121 Nmm), a carico massimo si ottiene uno snervamento della sezione più contenuto.

In ragione di ciò è stato stabilito un confronto tra il momento flettente calcolato in maniera più teorica, moltiplicando la componente verticale della reazione vincolare per il braccio di leva, con il momento flettente "effettivo". Come spiegato nel capitolo precedente (paragrafo 2.4.4) per estrarre questa grandezza si è fatto uso della variabile NFORC, estratta isolando il piano di simmetria della barra. Così facendo viene direttamente ottenuto il momento agente sulla barra.

In **Figura 3.6** sono mostrati i grafici Momento-abbassamento ottenuti utilizzando con il momento effettivo.

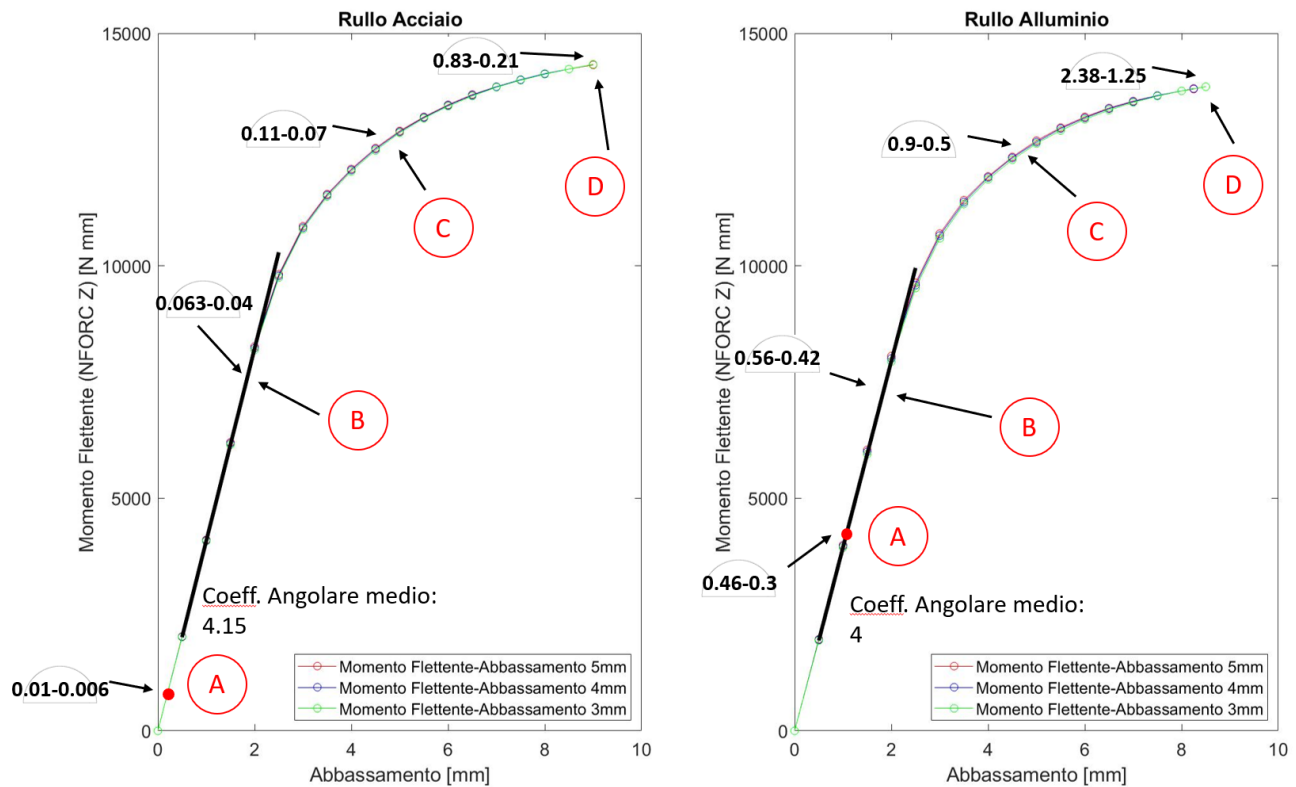


Figura 3.6: Momento flettente VS abbassamento: in questo caso il momento flettente è calcolato usando la variabile NFORC.

La situazione appare piuttosto diversa rispetto ai risultati precedenti. Infatti, nel caso dell'acciaio il momento flettente è sempre maggiore rispetto al caso dell'alluminio. Inoltre, il momento ottenuto da NFORC è minore rispetto a quello calcolato moltiplicando la forza di reazione verticale per il braccio di leva. Il momento effettivo quindi, riesce a cogliere in modo efficace la differenza dovuta al materiale dei rulli: la curva relativa ai rulli in acciaio ha globalmente un andamento più rigido, sia nel tratto lineare (si confronti il coefficiente angolare medio dell'acciaio, pari a 4.15, e quello dell'alluminio, 4 in **Figura 3.6**), sia in quello plastico, che sembra combaciare con la maggiore rigidità che ci si aspetterebbe del sistema. Da tenere in considerazione, poi, la differenza tra i due "tipi" di momento, a parità di materiale del rullo. La differenza tra il momento teorico e quello effettivo per l'alluminio è maggiore di quella per l'acciaio (per esempio, a fine abbassamento la differenza è pari a 2795Nmm per l'acciaio e 4666Nmm per l'alluminio). Infatti, tale discrepanza rappresenta una quotaparte di momento, di forza utile, che viene dissipata a livello del contatto rullo-barra, che è tanto maggiore quanto più il materiale del rullo è deformabile e l'attrito elevato, proprio come nel caso dell'alluminio.

In questo modo appaiono più sensate le percentuali che si riferiscono all'area snervata del piano di simmetria della barra: il momento massimo medio ottenuto con i rulli in acciaio, 14327 Nmm, è associato al 70.92% di area snervata della sezione (valore medio); mentre la piegatura con i rulli in alluminio ha portato a un momento massimo medio di 13820 Nmm con il piano di simmetria della barra plasticizzato mediamente per il 65.2%.

L'analisi di sensitività circa il materiale dei rulli mostra come la componente verticale della forza di reazione è influenzata dalla deformazione dei rulli e della barra, comportando un sostanziale aumento delle forze di reazione.

3.2.1.3. Momento flettente VS Raggio di curvatura residua

Il raggio di curvatura residua è una delle grandezze più interessanti trattate nel presente studio perché dà una misura diretta dell'esito del processo di piegatura. Al termine di esso la barra non è più rettilinea, ma, nel tratto compreso tra i rulli di carico, è caratterizzata da una curvatura costante.

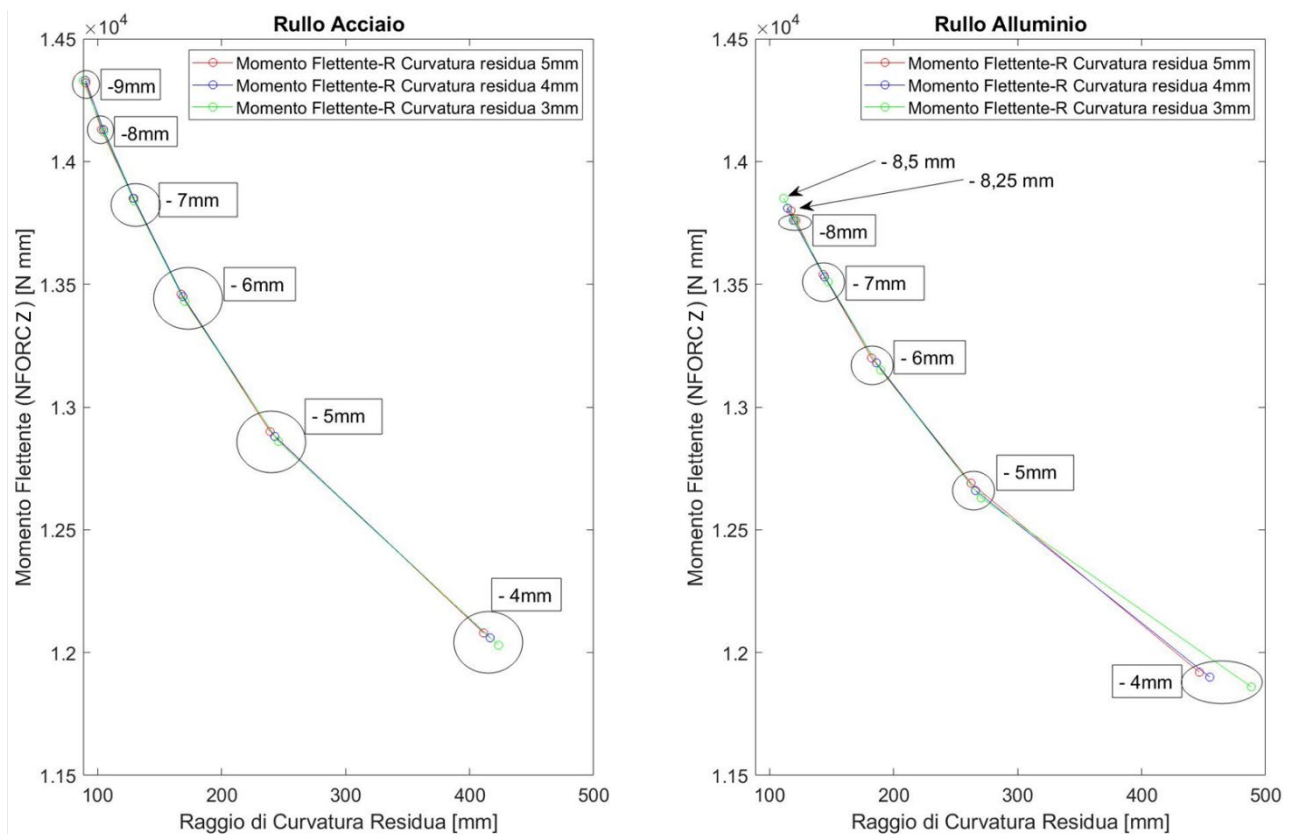


Figura 3.7: Raggi di curvatura residua associati a diversi livelli di abbassamento del rullo di carico.

In **Figura 3.7** sono rappresentate le coppie di valori “momento flettente (NFORC Z) – raggio di curvatura residua”. In ciascun riquadro è indicato l’abbassamento del rullo di carico impostato per ottenere il corrispettivo raggio di curvatura residuo della barra. Qualitativamente il fascio di curve ottenute con i rulli in acciaio è più alto e spostato a sinistra. Infatti, come mostrato nel paragrafo precedente (3.2.1.2), a parità di abbassamento, le triplette di valori di momento relative al caso dei rulli in acciaio sono maggiori rispetto all’alluminio, ma comportano raggi di curvatura residua minori (raggio di curvatura = $1 / \text{curvatura}$): la maggiore sollecitazione che si sviluppa, quindi, si risolve più efficacemente nell’effetto finale di piegatura che si vuole impartire alla barra.

3.2.1.4. Momento flettente VS PEEQ Max

Dalla barra sono stati estratti anche dei dati riguardanti le deformazioni residue per condurre una doppia analisi sugli effetti della piegatura. Le ultime due colonne delle tabelle riportate nel paragrafo 3.2 riportano dei valori massimi di PEEQ estratti a livello del piano di simmetria della barra e nella zona di contatto con il rullo di carico. I primi hanno lo scopo di quantificare lo sviluppo della piegatura: valori massimi di PEEQ più elevati in questa regione indicano maggior deformazione plastica e quindi un maggior effetto di contouring; i secondi invece, funzionano allo stesso modo, ma segnalano uno degli effetti secondari più tipici dei metodi di piegatura, ovvero l'indentazione dello strumentario.

Tali valori sono stati elaborati nei quattro grafici presenti in **Figura 3.8**.

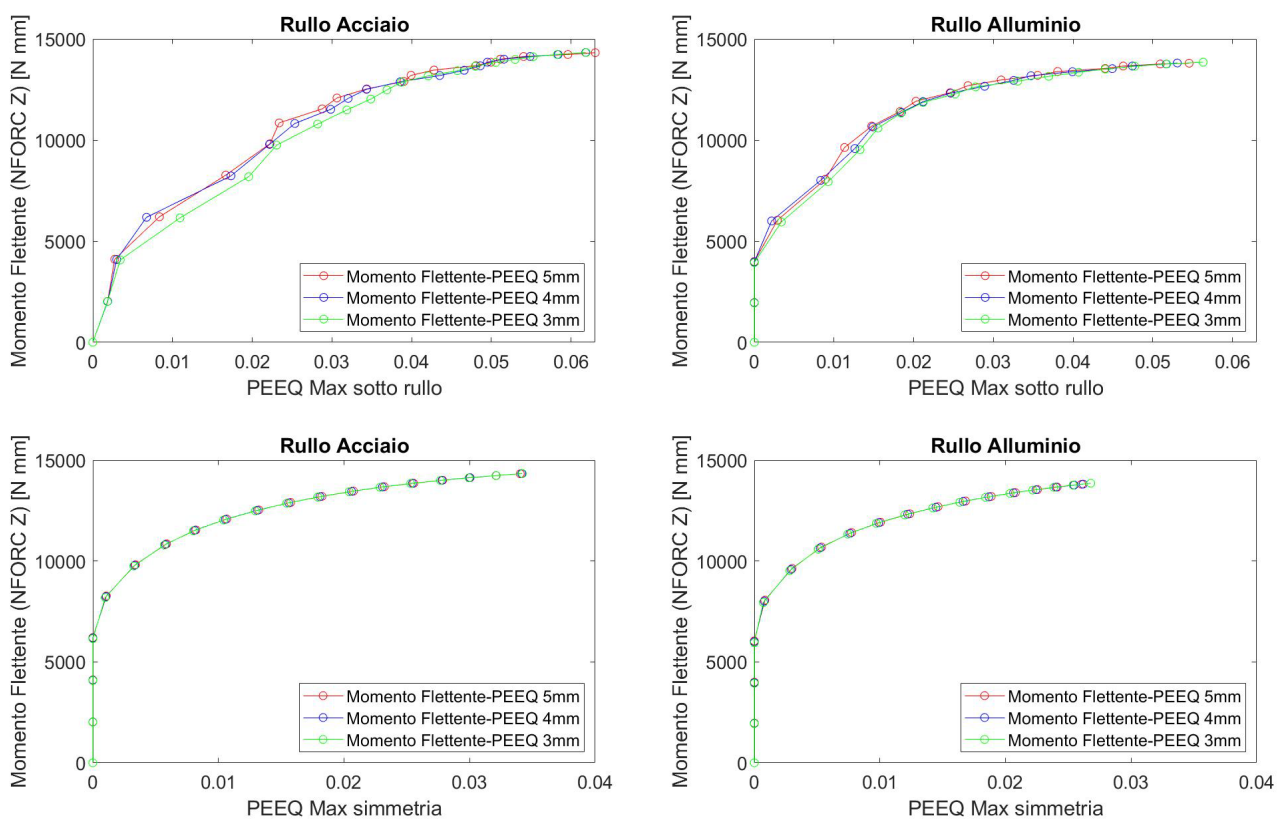


Figura 3.8: Andamento delle PEEQ massime sulla barra nella zona di contatto col rullo di carico (sopra); e sul piano di simmetria (sotto).

Le PEEQ massime nella zona di contatto con il rullo di carico sono rappresentate nei due riquadri superiori, associate ai corrispettivi valori di momento flettente. Nel caso dei rulli in acciaio si registrano PEEQ più elevate rispetto all'alluminio, visibile a livello qualitativo dall'andamento delle curve, più oblique. Infatti, con questo materiale, si può osservare come già dalle prime due coppie di valori le PEEQ siano maggiori di zero, indicando come il fenomeno di indentazione avvenga a partire dai primi millimetri di abbassamento del rullo (come già osservato nel paragrafo 3.2.1.2), e prosegui poi in modo più marcato (a fine carico il valore medio per l'acciaio è pari a 6.20, per l'alluminio 5.47).

Grazie ai due grafici posti nella parte inferiore di **Figura 3.8**, è possibile approfondire i dati percentuali di area snervata sul piano di simmetria della barra discussi nel paragrafo 3.2.1.2. Conoscere l'estensione della plasticizzazione della barra infatti dà un'informazione approssimativa, perché non tiene conto dell'intensità delle PEEQ associate, che invece sono indicatrici più robuste di come la deformazione sta avvenendo nel tratto utile della barra. Comunque, grazie all'unione di questi tipi di dati si riesce a ottenere un quadro esaustivo del fenomeno. La piegatura tramite rulli in acciaio produce una deformazione più marcata (PEEQ MAX pari a 3.40 a fine abbassamento) ed estesa (area snervata al 70.92%) rispetto al caso in alluminio (PEEQ MAX pari a 2.60; area snervata al 65.2%). Quanto affermato vale, in generale, a parità di momento flettente applicato, ma si ricorda che utilizzando i rulli in acciaio la barra ha resistito per abbassamenti più elevati prima che si raggiungesse lo sforzo limite del titanio, consentendole di essere piegata maggiormente.

3.2.1.5. Sforzi residui

Una delle tematiche più interessanti che questo lavoro si pone di indagare è lo studio degli sforzi residui che si manifestano nella barra a seguito del processo di piegatura. La consapevolezza dell'esistenza di uno stato di sforzo residuo è estremamente importante per il corretto utilizzo della barra spinale; la sua presenza e le sue caratteristiche sono state già trattate in alcuni lavori presenti nello stato dell'arte [6], [7], [9]. Nel corso del primo capitolo (1.5, "Sforzi residui") si è trattato ampiamente di come gli sforzi residui siano una conseguenza di una plasticizzazione parziale, e di come dipendano dal tipo di sollecitazione esercitata.

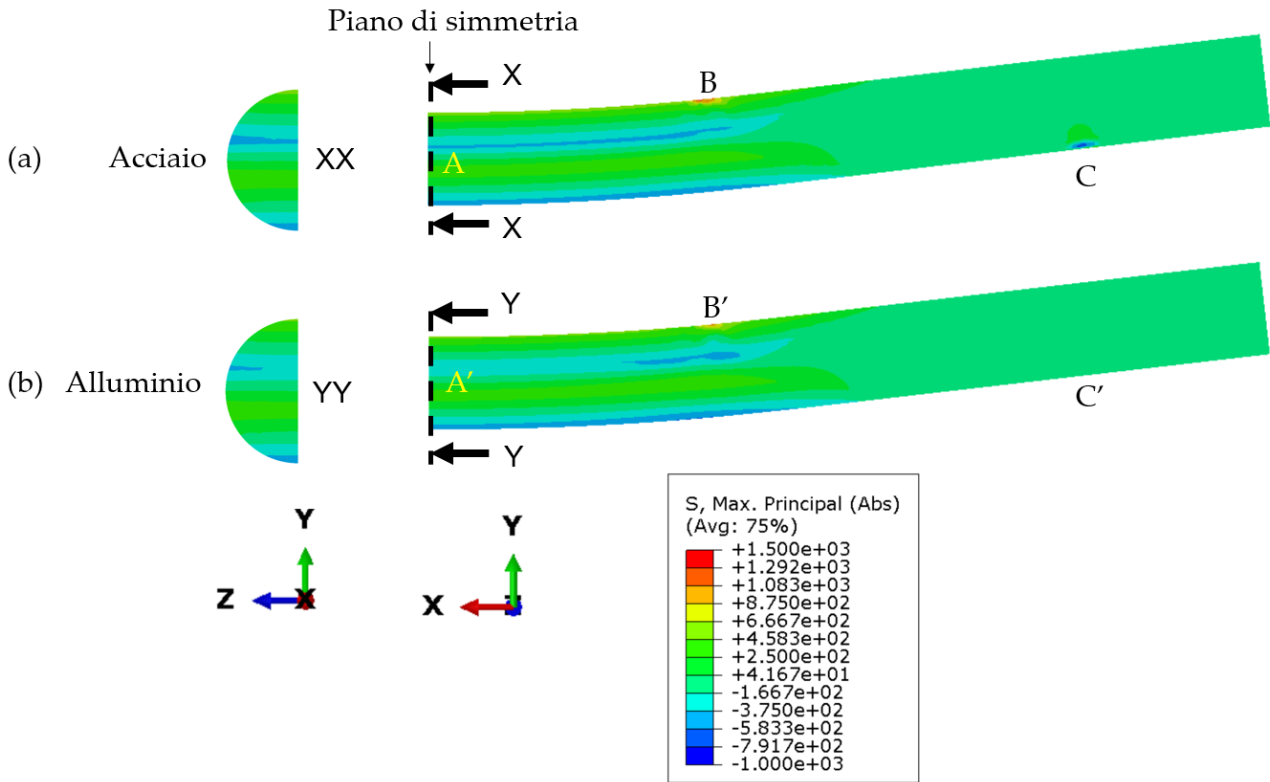


Figura 3.9: Mappe colore rappresentanti lo stato di sforzo residuo sulle barre utilizzando rulli in acciaio (a) e in alluminio (b).

In **Figura 3.9** sono rappresentate due mappe colore che mostrano la distribuzione degli sforzi residui lungo la barra a seguito della piegatura, avvenuta impostando un abbassamento del rullo di carico pari a 6mm, un livello di abbassamento intermedio tra quelli presi in considerazione in questo lavoro.

L'utilizzo di differenti materiali dei rulli non ha influenzato la distribuzione delle tensioni residue che infatti sono strettamente legate alla tecnica di piegatura (flessione a 4 punti). È chiaramente visibile, sia sul piano longitudinale (X-Y) sia su quello trasversale (Z-Y), l'alternanza di valori di sforzo positivi e negativi rappresentati mediante bande di diverso colore. Tale alternanza è particolarmente netta e chiara lungo il tratto utile, in cui le striature di sforzo sono parallele tra loro. A partire dalla sezione della barra identificata dalla lettera B (B'), ovvero dalla zona di contatto col rullo di carico, lo sforzo decresce via via che si procede verso il rullo di supporto (C, C'), fino a non essere più distinguibile dal tratto di barra scarico.

Qualitativamente si notano alcune differenze dovute al materiale dei rulli. Si considerino i punti A, A', B, B' e C, C' in **Figura 3.9**:

- **A, A'**: la banda in compressione residua si estende lungo il tratto utile della barra mantenendo valori più negativi nel caso di rulli in acciaio, simili a quelli confinati sul lato convesso della barra. Con i rulli in alluminio si nota invece un picco di sforzo negativo che resta concentrato per lo più sotto la zona di contatto col rullo di carico.

- **B, B'**: in corrispondenza della zona di contatto, rulli di carico in acciaio hanno determinato concentrazioni di sforzo residuo a trazione più intense ed estese. Ciò è in linea con i risultati delineati nel paragrafo 3.2.1.4 in termini di PEEQ.
- **C, C'**: L'effetto di rulli in acciaio è visibile anche a livello del contatto con il rullo di supporto, dove è presente una concentrazione di sforzi residui a compressione che va a controbilanciare la zona a trazione residua nel punto B.

Di seguito sono rappresentati gli andamenti dei profili delle componenti dello sforzo residuo (secondo un sistema di riferimento cilindrico, per cui σ_r è la componente radiale, σ_θ la componente circonferenziale e σ_L quella longitudinale: vedi paragrafo 2.4.1) calcolati utilizzando un "path" circonferenziale (Figura 3.10) e radiale (Figura 3.11) lungo il bordo curvo del piano di simmetria della barra.

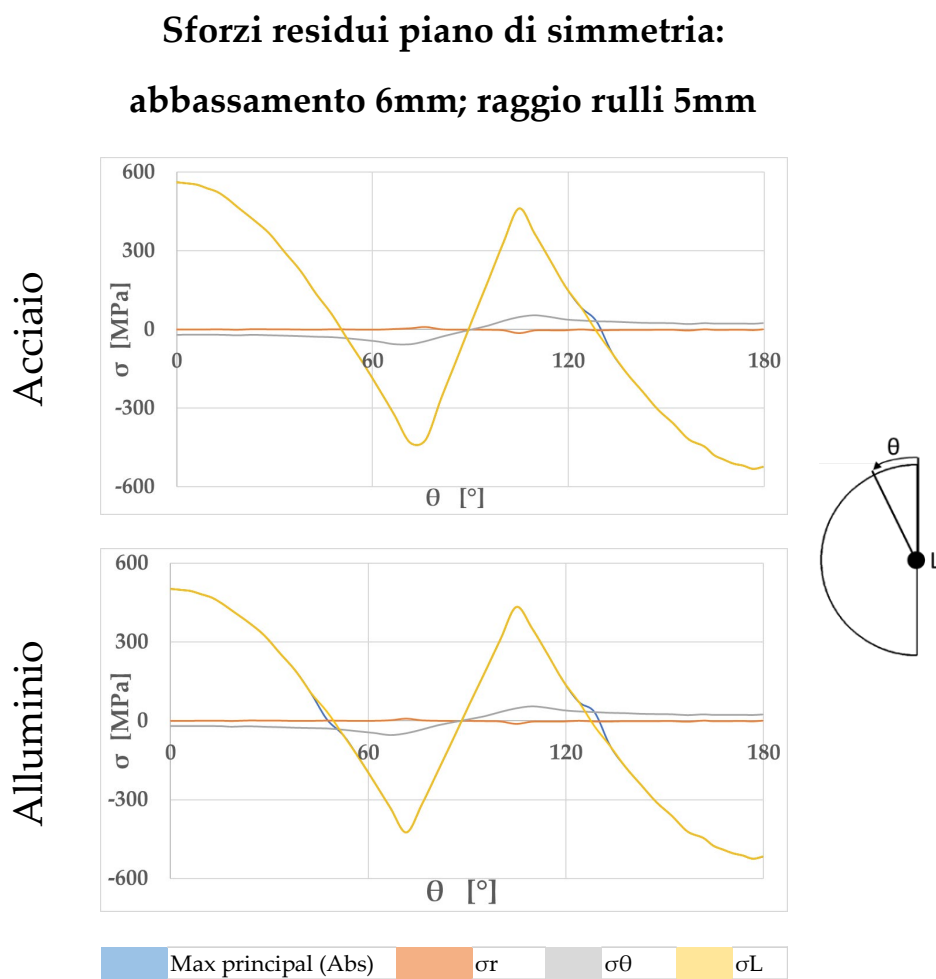


Figura 3.10: Diagramma lungo path circonferenziale del profilo delle componenti dello sforzo residuo sul piano di simmetria della barra: effetto del materiale.

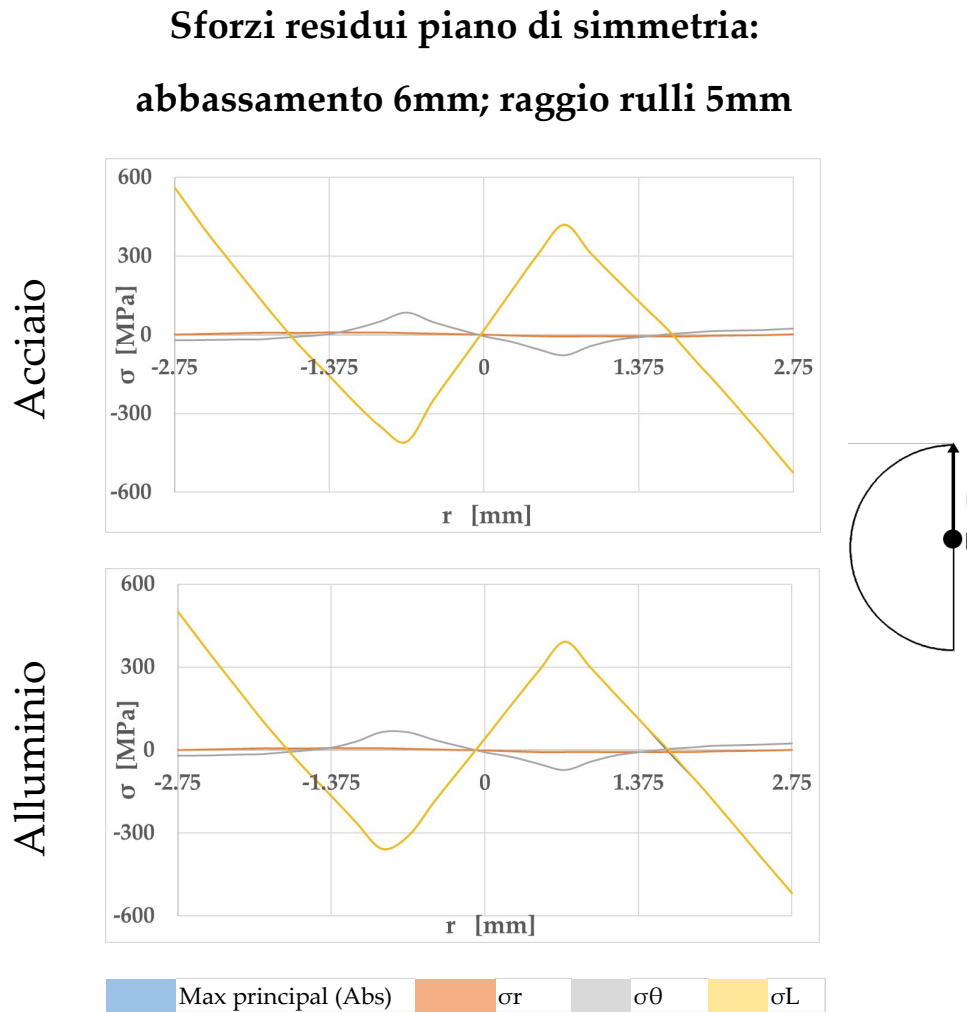


Figura 3.11: Diagramma lungo path radiale del profilo delle componenti dello sforzo residuo sul piano di simmetria della barra: effetto del materiale.

Una delle caratteristiche meglio apprezzabili in tutti i grafici presentati è la sovrapposizione tra la componente in direzione longitudinale dello sforzo (σ_L) e lo sforzo risultante, situazione assai paragonabile in entrambi i casi presi in esame. Questo risultato dimostra come lo stato di sforzo che viene generato nella barra contribuisca totalmente alla piegatura. Si ricorda, infatti, che in base al set-up di flessione a quattro punti, il momento flettente agisce su un piano che taglia longitudinalmente la barra. Se i valori delle altre componenti di sforzo fossero più elevati significherebbe che una quotaparte della sollecitazione imposta verrebbe dispersa nella generazione di uno sforzo non finalizzato alla piegatura della barra.

Inoltre, è possibile approfondire le osservazioni espresse in precedenza tramite le mappe colore, con l'aiuto di riferimenti numerici. Per quanto riguarda l'uso di rulli in acciaio i massimi valori di sforzo residuo sono a trazione (562MPa/-524MPa) in corrispondenza dell'apice superiore del piano di simmetria; con i rulli in alluminio invece i valori massimi sono a compressione (501MPa/-517MPa, alluminio), a livello dell'apice inferiore. Ciò dimostra come gli andamenti non siano simmetrici rispetto al centro del path e come a seconda del materiale dei rulli utilizzato, sia il lato concavo sia il lato convesso della barra

possano essere le zone a sforzo residuo maggiore. Tuttavia, lo stato di sforzo che si genera con i rulli in acciaio è particolarmente critico poiché gli sforzi residui massimi in valore assoluto sono a trazione, che è una condizione meno tollerabile dal materiale, e si trovano nel lato concavo della barra, dove è comunque presente la concentrazione di sforzi dovuta al contatto col rullo.

Infine, l'acciaio provoca anche dei picchi intermedi in compressione e a trazione più elevati rispetto all'alluminio, visibili attorno ai 75° e ai 105° sul path circonferenziale (-431MPa/ 462MPa VS -424MPa / 432MPa) e a ± 0.69 mm sul path radiale (-406MPa / 419 MPa VS -357MPa / 391 MPa). Questi risultati ribadiscono come lo stato di sforzo residuo a seguito della piegatura mediante rulli in acciaio sia più intenso. Tale conclusione è comunque in linea con le osservazioni svolte nel paragrafo 3.2.1.3: a parità di abbassamento, rulli in acciaio esercitano maggiori momenti flettenti che determinano raggi di curvatura residua più piccoli e quindi deformazioni residue e sforzi residui più marcati.

3.2.2. Sensitività sul raggio dei rulli

In questo paragrafo verrà preso in considerazione selettivamente l'effetto della dimensione del raggio dei rulli sul processo di piegatura.

3.2.2.1. Abbassamento VS Sforzo massimo sulla barra

L'effetto del raggio del rullo sembra dipendere dal materiale di cui è composto. Nel caso dell'alluminio infatti, i rulli da 3mm hanno permesso di raggiungere abbassamenti massimi poco maggiori rispetto ai rulli, prima che si verificasse lo sforzo limite del titanio (Tabella 3.2).

Tabella 3.2: Valori di abbassamento limite per i quali si manifesta lo sforzo limite del titanio.

Valori limite di abbassamento del rullo di carico [mm]		
	Acciaio	Alluminio
3mm	9	8.5
4mm	9	8.25
5mm	9	8.25

3.2.2.2. Abbassamento VS Momento flettente

L'effetto della dimensione del rullo risulta evidente per ogni livello di abbassamento maggiore di 2mm: le curve di dati infatti non sono più sovrapposte (**Figura 3.12**).

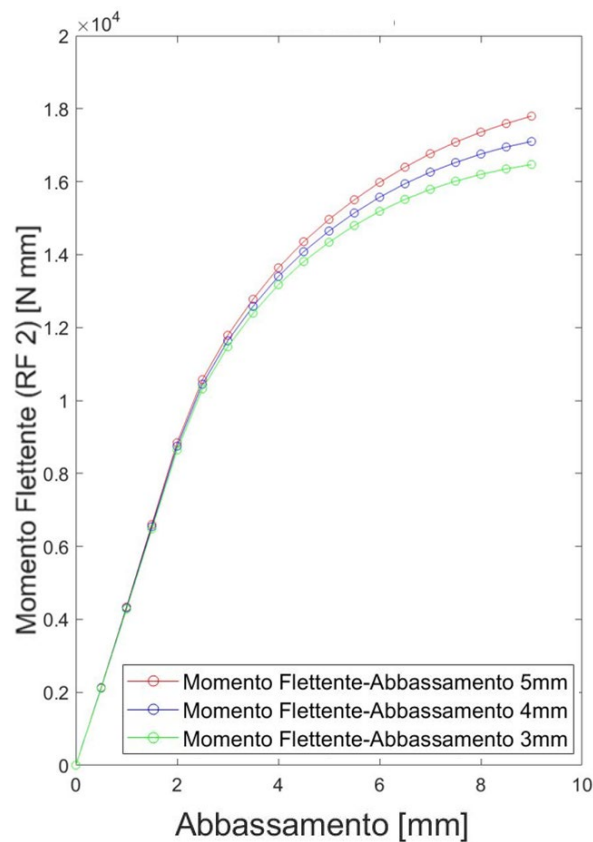


Figura 3.12: Andamento del momento flettente (RF2) durante la fase di abbassamento del rullo di carico: a seconda del raggio del rullo le curve assumono valori diversi.

I valori di momento flettente (calcolati mediante RF2) più elevati si registrano per i rulli di raggio pari a 5mm; i rulli da 4mm mostrano valori intermedi e quelli da 3mm i valori più bassi. Tali considerazioni sembrano essere più in linea con ciò che ci si aspetterebbe dal “sistema di molle” menzionato in precedenza (paragrafo 3.2.1.2, **Figura 3.4**): un raggio maggiore si riflette in una più elevata rigidità a compressione e quindi in una curva più alta. Tuttavia, il modello ricreato nelle simulazioni ne prende, in parte, le distanze. Infatti, la discrepanza tra le curve è apprezzabile solo quando la barra inizia a deformarsi plasticamente lungo il tratto utile (**Figura 3.5**). Ciò fa pensare a come l'effetto della grandezza dei rulli sia legato alla deformazione della barra, perché altrimenti una differenza dovrebbe essere già visibile durante il primo tratto lineare. I rulli infatti sono stati costruiti virtualmente con una sezione semicircolare e vincolati con delle condizioni al contorno che coinvolgono l'intera superficie piana rettangolare che fa loro da base (vedi 2.2.7, **Figura 2.5**). Tali vincoli fanno sì che i rulli non siano sottoposti a loro volta a flessione: il modulo di resistenza a flessione per una sezione circolare, proporzionale al cubo del raggio, non entra in gioco nella determinazione della rigidità complessiva e l'effetto dimensionale non si manifesta. Per meglio dire, una differenza di rigidità c'è, ma è minima, essendo proporzionale solo al raggio dei rulli. Probabilmente, condurre le

stesse simulazioni ma con dimensioni dei rulli molto diverse potrebbe rendere visibile l'effetto dimensionale. In aggiunta, il metodo di calcolo del momento basato su RF2 è troppo legato al contesto teorico e non rispecchia la realtà delle condizioni di contatto. Nel corso dell'abbassamento si assiste a uno spostamento dei punti di contatto, con un accorciamento del braccio di leva, parallelamente all'aumento delle reazioni vincolari. Il punto di contatto segue la circonferenza del rullo che, ovviamente, dipende dal raggio. Circonferenze minori corrispondono a percorsi più brevi del punto di contatto, che portano a un accorciamento più contenuto del braccio di leva.

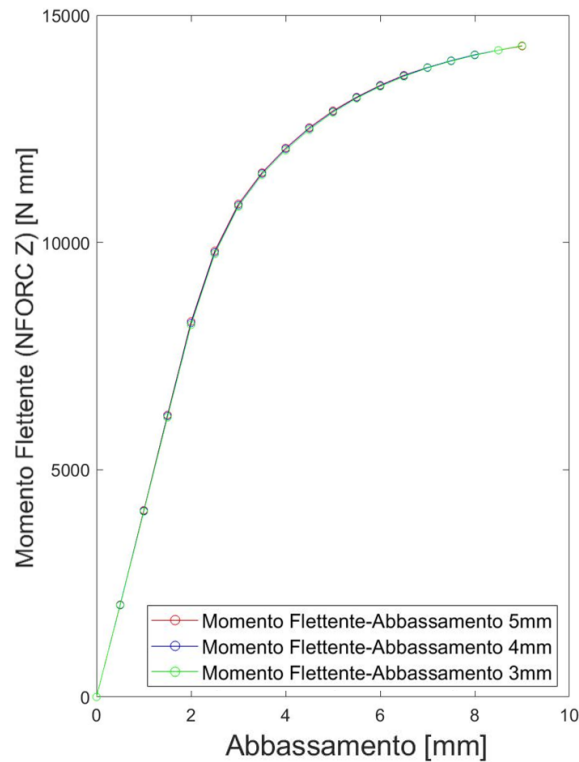


Figura 3.13: Andamento del momento flettente (NFORC) durante la fase di abbassamento del rullo di carico: le curve assumono gli stessi valori al variare delle dimensioni dei rulli.

Questa osservazione, insieme alle considerazioni presenti nel paragrafo 3.2.1.2 hanno condotto la trattazione a ricorrere a NFORC per misurare il momento effettivo agente sulla barra. Dal suo utilizzo non si nota un effetto legato alla dimensione dei rulli: le curve relative sono sempre sovrapposte tra loro, mostrando dunque come i valori di momento flettente coincidano al procedere dell'abbassamento (**Figura 3.13**).

3.2.2.3. Momento flettente (NFORC) VS Raggio di curvatura residua

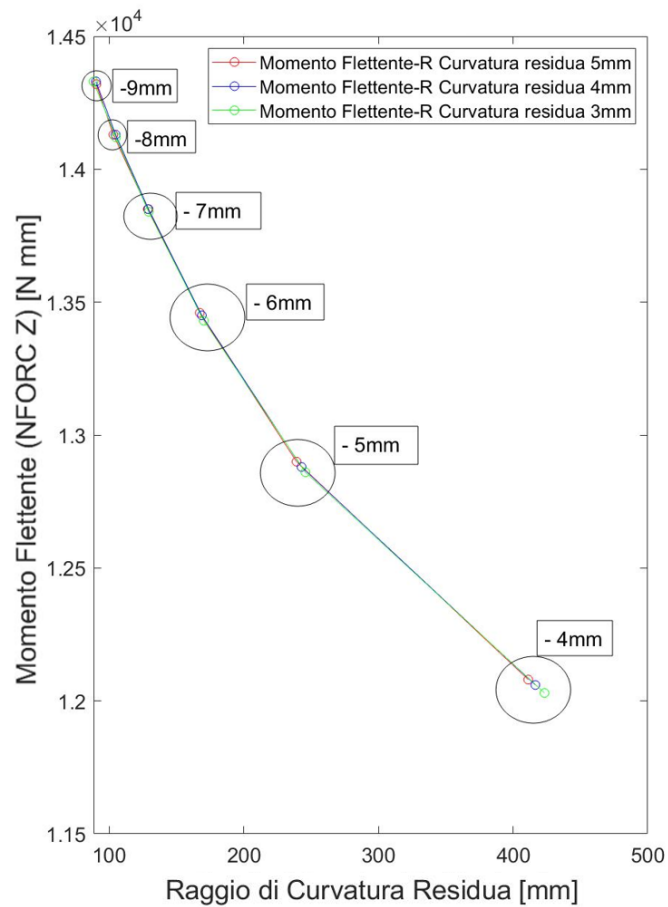


Figura 3.14: Relazione tra momento flettente (NFORC) e raggio di curvatura residua per ogni livello di abbassamento del rullo di carico.

Simili valutazioni valgono anche esaminando la relazione tra momento flettente effettivo e il raggio di curvatura residua (**Figura 3.14**).

3.2.2.4. Momento flettente VS PEEQ massima

In **Figura 3.15** è possibile visualizzare delle curve dagli andamenti non troppo sovrapposti.

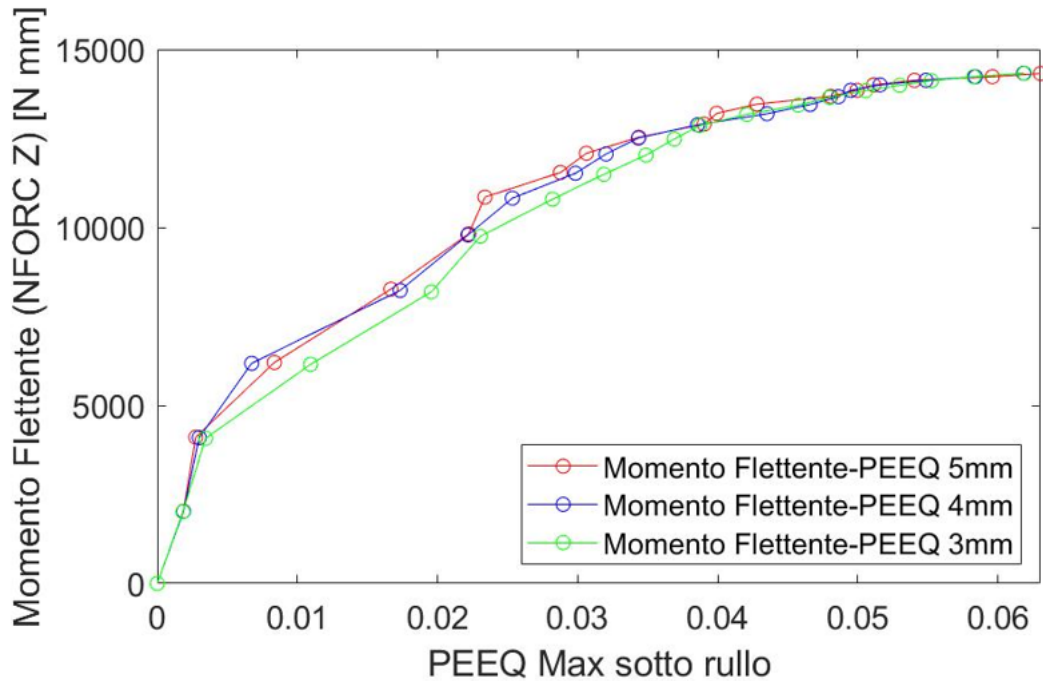


Figura 3.15: Andamento delle PEEQ massime sotto il rullo di carico durante la fase di carico.

Per un range di momento flettente largo circa 8000Nmm la curva relativa al rullo da 3mm (in verde) è la più bassa, seguita da quella blu (4mm) e da quella rossa (5mm). Ciò significa che a parità di momento flettente applicato, in quell'intervallo di abbassamenti, i rulli più piccoli indentano maggiormente la barra (la PEEQ massima è più elevata). Si tratta di un'evidenza piuttosto prevedibile: le minori dimensioni del rullo determinano una zona di contatto più piccola, in cui gli sforzi si concentrano di più, lasciando un'impronta sulla barra. Verso il termine della fase di carico, inoltre, eventuali discrepanze vengono meno, sottolineando come anche il profilo dei rulli si sia appiattito.

3.2.2.5. Sforzi residui

Di seguito sono presenti tre mappe colore che rappresentano la distribuzione degli sforzi residui al variare della dimensione del rullo

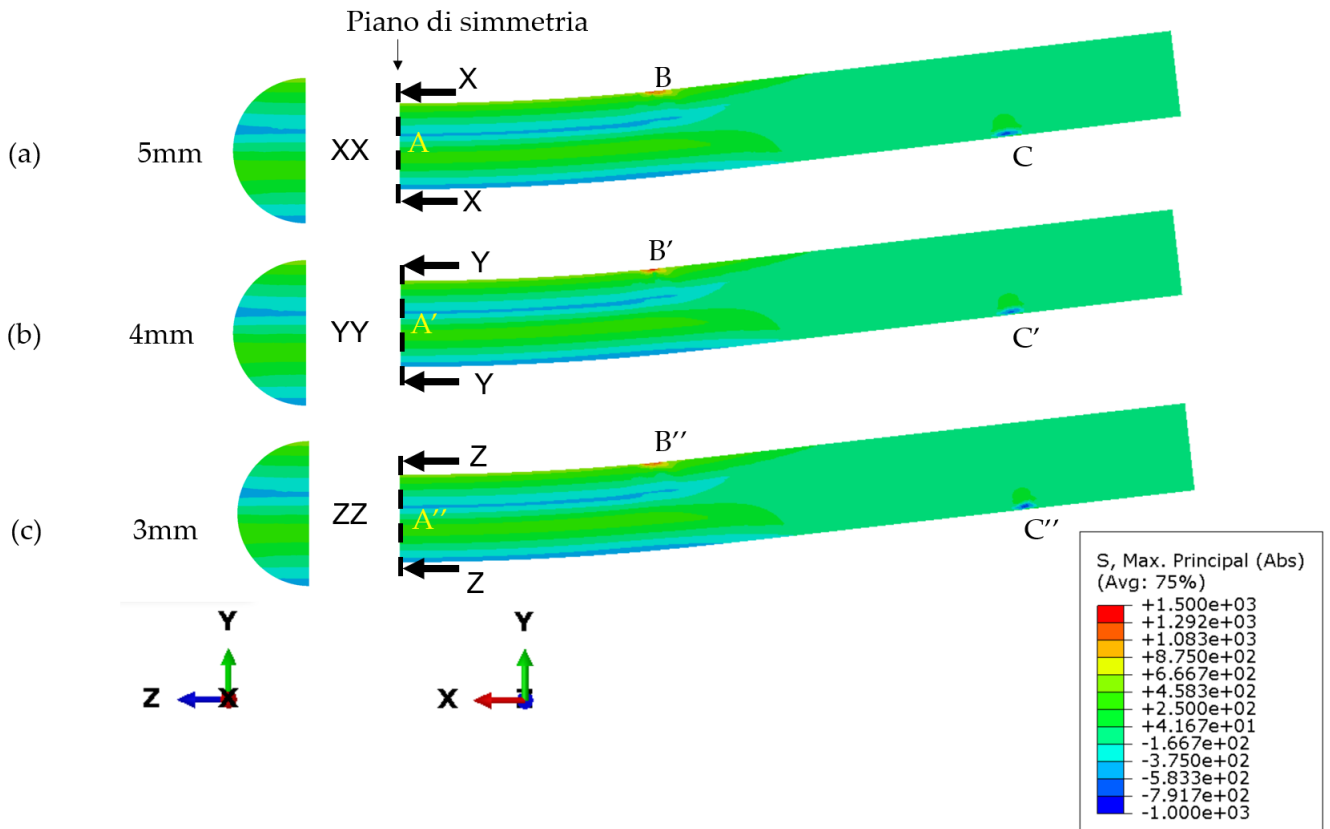


Figura 3.16: Mappe colore che rappresentano gli sforzi residui di tre simulazioni condotte con rulli di raggio pari a 5mm (a); 4mm (b); 3mm (c).

Analizzando le mappe colore non risultano evidenti delle particolari differenze, le quali sono limitate nelle zone di contatto con i rulli (punti B, B', B'' e C, C', C'', in **Figura 3.16**). In queste regioni, le concentrazioni di sforzi residui sembrano variare ma senza una correlazione con la dimensione del rullo.

Anche considerando i profili di sforzo in direzione circonferenziale (**Figura 3.17**) e radiale (**Figura 3.18**) non si notano degli effetti rilevanti dovuti al raggio dei rulli. Infatti i valori massimi e minimi medi calcolati sul piano di simmetria della barra variano tra 531MPa e -520MPa per il rullo da 5mm; 534MPa e -519MPa per il rullo da 4mm e 540MPa e -518MPa per quello da 3mm. Quindi, per quanto riguarda i valori a trazione sembra che diminuiscano al diminuire della dimensione del rullo, mentre gli sforzi a compressione diventano meno negativi (anche se la differenza è di appena 2 MPa).

**Sforzi residui piano di simmetria:
abbassamento 6mm; materiale rulli: acciaio**

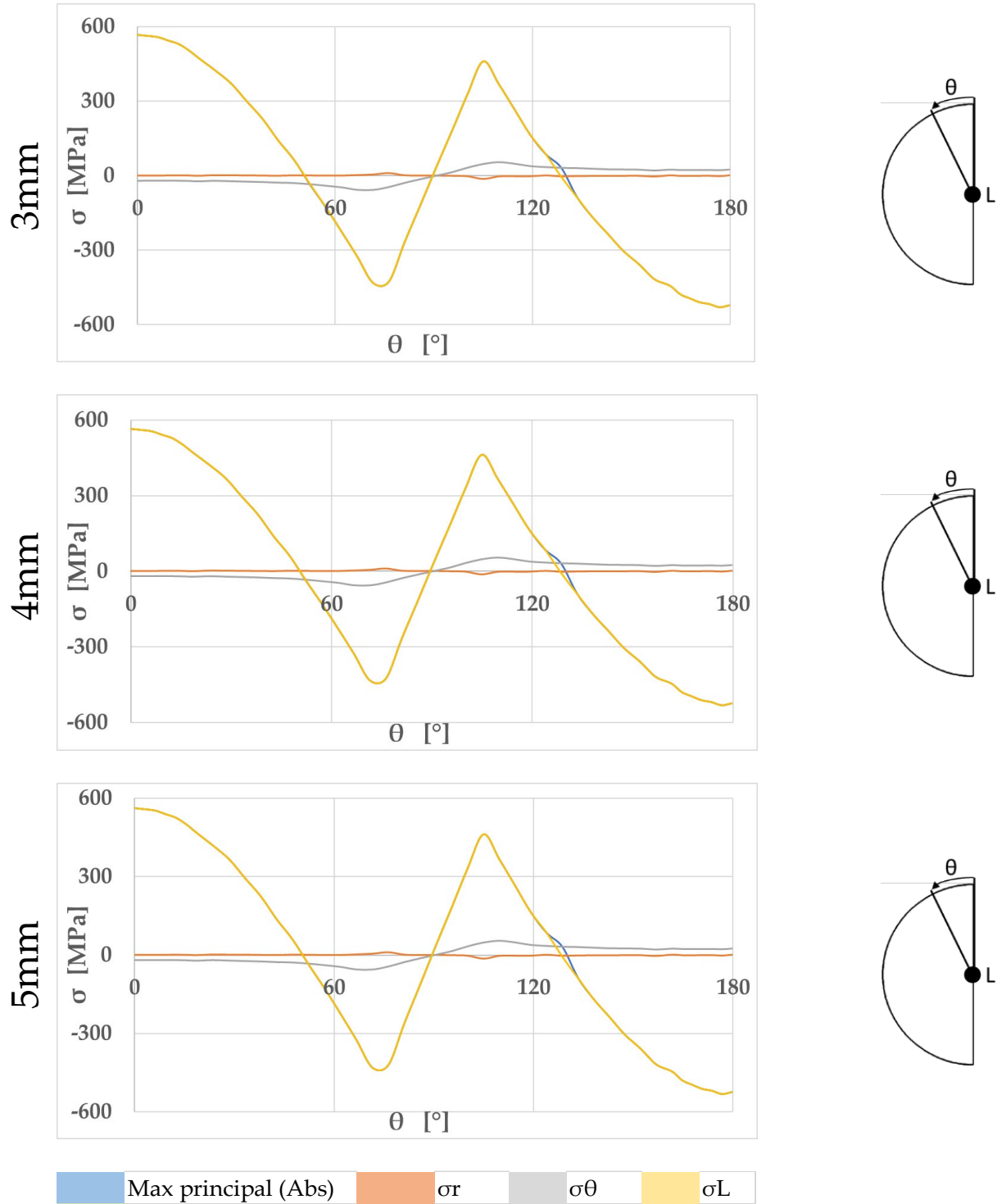


Figura 3.17: Diagramma lungo path circonferenziale delle componenti dello sforzo residuo sul piano di simmetria della barra: effetto del raggio dei rulli.

**Sforzi residui piano di simmetria:
abbassamento 6mm; materiale rulli: acciaio**

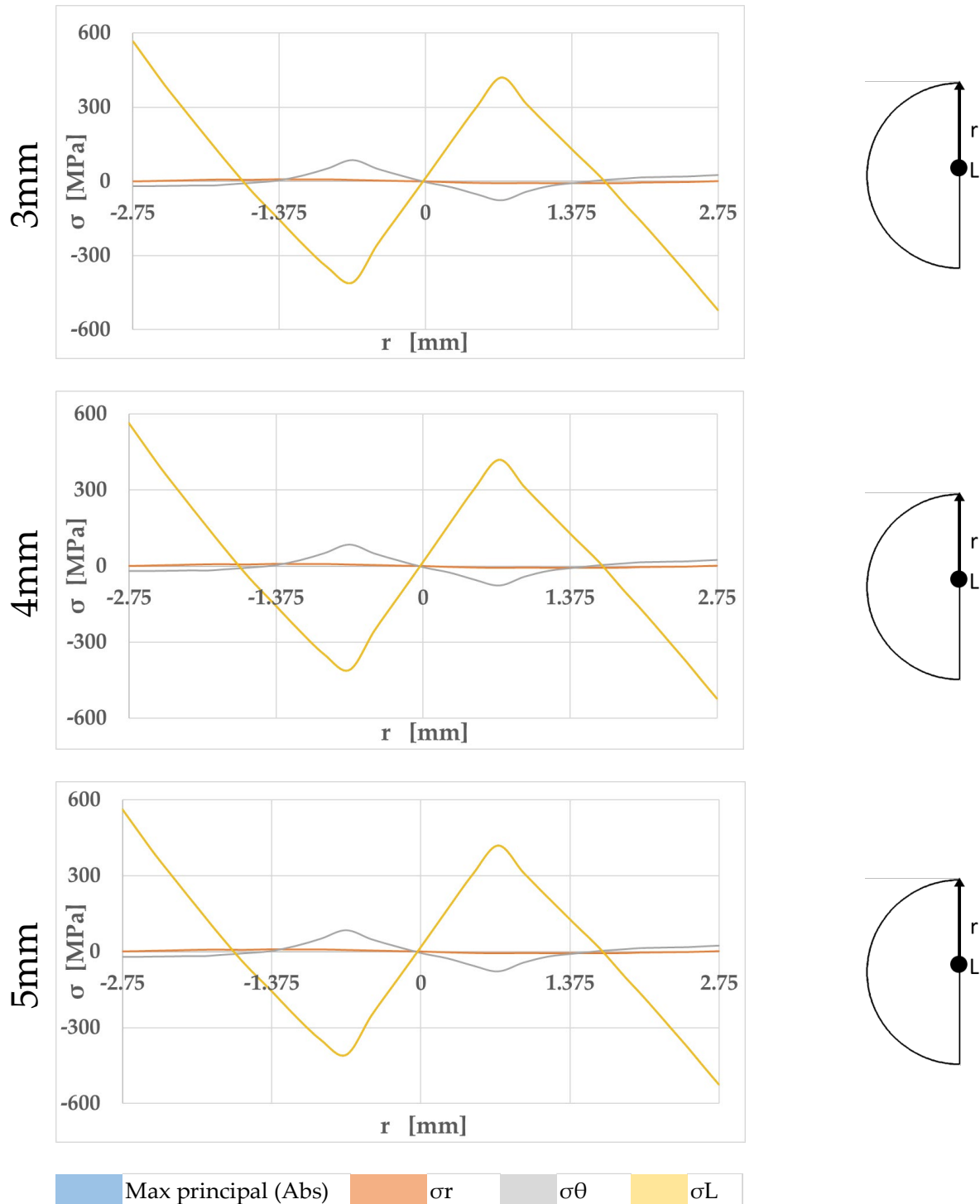


Figura 3.18: Diagramma lungo path radiale del profilo delle componenti di sforzo residuo sul piano di simmetria della barra: effetto del raggio dei rulli.

In generale i risultati provenienti dall'analisi di sensitività sul raggio dei rulli non mostrano degli effetti chiari sugli esiti del modello. Questo aspetto è attribuibile per lo più

al modo in cui sono stati vincolati i rulli, che differisce per alcuni aspetti alle soluzioni adottate nel set-up sperimentale che si è studiato nello stato dell'arte: i rulli hanno una forma cilindrica e hanno la possibilità di ruotare attorno al loro asse. Infatti, in questa configurazione i rulli sono soggetti anche a una flessione a 3 punti (**Figura 1.8**) che, dipendendo dalla dimensione dei rulli, è assai influente sulla rigidità complessiva del sistema.

3.3. Interpolazione dei dati

Le **Tabella 3.3** e la **Tabella 3.4** mostrano in modo riassuntivo i risultati della fase di interpolazione dei dati tramite equazioni analitiche. In appendice D le correlazioni sono rappresentate graficamente, indicando anche il valore dei coefficienti che identificano la soluzione.

Tabella 3.3: Risultati riassuntivi dell'interpolazione di variabili; rulli in acciaio.

ACCIAIO		INPUT	
		Abbassamento [mm]	Momento flettente (NFORC) [Nmm]
OUTPUT	Momento flettente (NFORC) [Nmm]	3mm: power2; ($R^2 = 0.9998$; adjusted- $R^2 = 0.9998$);	-
		4mm: power2; ($R^2 = 0.9998$; adjusted- $R^2 = 0.9997$);	-
		5mm: power2; ($R^2 = 0.9998$; adjusted- $R^2 = 0.9997$);	-
	Raggio di curvatura residua [mm]	3mm: power2; ($R^2 = 0.9998$; adjusted- $R^2 = 0.9997$);	3mm: power1; ($R^2 = 0.9986$; adjusted- $R^2 = 0.9983$);
		4mm: power2; ($R^2 = 0.9999$; adjusted- $R^2 = 0.9998$);	4mm: power1; ($R^2 = 0.9989$; adjusted- $R^2 = 0.9986$);
		5mm: power2; ($R^2 = 0.9998$; adjusted- $R^2 = 0.9997$);	5mm: power1; ($R^2 = 0.9988$; adjusted- $R^2 = 0.9985$);
	Area snervata piano di simmetria [%]	3mm: power2; ($R^2 = 0.9922$; adjusted- $R^2 = 0.99$);	3mm: poly1; ($R^2 = 0.9964$; adjusted- $R^2 = 0.996$);
		4mm: power2; ($R^2 = 0.9961$; adjusted- $R^2 = 0.9949$);	4mm: poly1; ($R^2 = 0.9961$; adjusted- $R^2 = 0.9956$);
		5mm: power2; ($R^2 = 0.9952$; adjusted- $R^2 = 0.9938$);	5mm: poly1; ($R^2 = 0.9973$; adjusted- $R^2 = 0.9969$);

Tabella 3.4: Risultati riassuntivi dell'interpolazione delle variabili; rulli in alluminio.

ALLUMINIO		INPUT	
		Abbassamento [mm]	Momento flettente (NFORC) [Nmm]
OUTPUT	Momento flettente (NFORC) [Nmm]	3mm: power2; ($R^2 = 0.9998$; adjusted- $R^2 = 0.9998$);	-
		4mm: power2; ($R^2 = 0.9997$; adjusted- $R^2 = 0.9996$);	-
		5mm: power2; ($R^2 = 0.9997$; adjusted- $R^2 = 0.9996$);	-
	Raggio di curvatura residua [mm]	3mm: power2; ($R^2 = 0.9996$; adjusted- $R^2 = 0.9993$);	3mm: power1; ($R^2 = 0.9997$; adjusted- $R^2 = 0.9996$);
		4mm: power2; ($R^2 = 0.9999$; adjusted- $R^2 = 0.9999$);	4mm: power1; ($R^2 = 0.999$; adjusted- $R^2 = 0.9988$);
		5mm: power2; ($R^2 = 1$; adjusted- $R^2 = 1$);	5mm: power1; ($R^2 = 0.9991$; adjusted- $R^2 = 0.9989$);
	Area snervata piano di simmetria [%]	3mm: power2; ($R^2 = 0.9922$; adjusted- $R^2 = 0.99$);	3mm: power2; ($R^2 = 0.9929$; adjusted- $R^2 = 0.9909$);
		4mm: power2; ($R^2 = 0.9961$; adjusted- $R^2 = 0.9949$);	4mm: power2; ($R^2 = 0.9966$; adjusted- $R^2 = 0.9956$);
		5mm: power2; ($R^2 = 0.9952$; adjusted- $R^2 = 0.9938$);	5mm: power2; ($R^2 = 0.9962$; adjusted- $R^2 = 0.9951$);

In tutte le casistiche che hanno visto l'abbassamento come variabile in ingresso, la legge di potenza a tre coefficienti ("Power2") ha sempre fornito l'approssimazione migliore.

Per quanto riguarda le coppie "abbassamento-momento flettente" e "abbassamento - raggio di curvatura residua" di entrambi i materiali dei rulli si registrano i valori di R^2 e adjusted R^2 più alti, che spaziano in un range compreso tra 0.9996 e 1. Considerando l'abbinamento "abbassamento - % area snervata", invece, tali valori risultano più bassi, seppur sempre prossimi a 1: $R^2 = 0.9972$ e adjusted $R^2 = 0.9965$ (acciaio); $R^2 = 0.9945$ e adjusted $R^2 = 0.9929$ (alluminio). In questo caso inoltre, i dati relativi ai rulli in acciaio mostrano una correlazione di poco migliore rispetto al caso dell'alluminio. Queste piccole

differenze negli esiti dell'interpolazione potrebbero essere collegate alla variabile presa in esame, ovvero la percentuale di area snervata, calcolata attraverso una serie di passaggi, all'interno dei quali probabilmente sono stati commessi degli errori di approssimazione che hanno sfalsato i dati finali.

La situazione è leggermente diversa osservando i grafici che contemplano il momento flettente come variabile di input. La coppia di dati "momento flettente – raggio di curvatura residua" viene sempre approssimata da una legge di potenza a due coefficienti ("Power1"). Per di più, i valori degli indici R^2 e adjusted R^2 sono più elevati nel caso dei rulli in alluminio (R^2 medio = 0.9993, adjusted R^2 medio = 0.9991) rispetto all'acciaio (R^2 medio = 0.9988, adjusted R^2 medio = 0.9985). Ulteriori differenze riguardano l'accoppiata "momento flettente - % area snervata", dove, a seconda del materiale del rullo, l'interpolazione migliore è associata a due tipi di equazione diversi. Nel caso dei rulli in acciaio è stata sufficiente un'equazione polinomiale di primo grado. Il valore di R^2 medio è pari a 0.9966, mentre adjusted R^2 medio = 0.9961. Considerando i rulli in alluminio invece il best-fitting è stato ottenuto con l'interpolante "Power2", con il quale, comunque, i coefficienti di determinazione R^2 e adjusted R^2 risultano più bassi rispetto al caso dell'acciaio (0.9952 e 0.9938 in media rispettivamente).

Si sarà notato che i valori di R^2 e adjusted R^2 sono maggiori nel caso dei rulli in alluminio solo relativamente all'interpolazione della coppia di variabili "momento flettente – raggio di curvatura residua". Una spiegazione di questo lieve sbilanciamento potrebbe consistere nel fatto che i rulli in alluminio si deformano in modo più marcato e imprevedibile rispetto a quelli in acciaio, introducendo dell'errore nel dato risultante. Sembra inoltre particolarmente significativa la differenza proprio tra gli ultimi due esempi che sono stati presi in esame, tale per cui la stessa coppia di grandezze è stata interpolata al meglio da due equazioni diverse. Probabilmente la relazione che ci si aspetterebbe con un materiale dei rulli perfettamente rigido è del tipo lineare, molto simile a quella vista nel caso dei rulli in acciaio. Quanto affermato dunque, potrebbe mettere in luce come la percentuale di area snervata a livello del piano di simmetria della barra (grandezza che esprime intrinsecamente un fenomeno di deformazione plastica) possa essere un buon indicatore della plasticizzazione dei rulli.

4 Conclusioni

A valle dell'analisi dei risultati estratti dalle simulazioni è possibile trarre delle conclusioni finali.

Il momento flettente è una grandezza fondamentale nello studio dei fenomeni descritti in questa trattazione, ed è stata largamente utilizzata. Ciononostante, i due metodi per ottenerlo hanno condotto a differenze significative. L'estrazione dei "momenti effettivi" tramite la variabile NFORC è stata preferita per portare a termine l'analisi. D'altra parte, un approfondimento sul metodo di calcolo basato sulla forza di reazione ha evidenziato come nell'ambito delle simulazioni agli elementi finiti questa sia una scelta troppo legata all'approccio teorico del fenomeno.

Nel contesto di una flessione a quattro punti, la modifica delle caratteristiche dei rulli comporta una variazione degli effetti di piegatura sulla barra. In particolare, da quanto emerso da questa trattazione, tali differenze sono maggiormente imputabili al diverso materiale a essi associato. Dalla disamina sulla sensitività del materiale, l'utilizzo di rulli in acciaio sembra portare alcuni vantaggi rispetto ai rulli in alluminio:

- Le barre vengono sforzate meno all'interno del tratto utile (**Figura 3.2**), consentendo di disporre di un range di lavoro più ampio in cui effettuare la piegatura, prima che la barra ceda;
- L'abbassamento del rullo si traduce, nel tratto plastico, in un maggior momento flettente applicato sulla barra (**Figura 3.6**), che a sua volta provoca degli effetti di piegatura più marcati: il tratto utile si deforma maggiormente (**Figura 3.8**) e la barra risulta più curvata (**Figura 3.7**);
- La deformazione plastica dei rulli parallela alla formatura della barra è più contenuta (**Figura 3.5**).

Di contro, tuttavia,

- Le indentazioni sulla barra sono più pronunciate (**Figura 3.8**);
- Lo stato di sforzo residuo risultante è più intenso a valle della piegatura, in particolar modo considerando proprio la concentrazione di trazioni residue

nella zona di contatto con il rullo di carico (**Figura 3.9**, **Figura 3.10**, **Figura 3.11**).

I dati numerici non forniscono una chiara differenza relativamente alla dimensione dei rulli, anche se, limitatamente all'analisi delle deformazioni plastiche nella zona di contatto con il rullo di carico, i rulli da 3mm, specialmente se in acciaio, arrecano indentazioni più accentuate (**Figura 3.8**).

Infine, l'interpolazione dei dati numerici estratti dalle simulazioni ha permesso di ottenere, in tutti i casi presi in esame, i coefficienti di un'equazione analitica che ne descrivesse adeguatamente l'andamento. Infatti, nonostante il tipo di equazione che garantisce il best fitting non sia sempre lo stesso (legge di potenza e polinomiale), gli indici di determinazione R^2 e adjusted- R^2 non sono mai inferiori a 0.99.

4.1. Limitazioni e sviluppi futuri

Il software utilizzato per condurre le simulazioni, Abaqus CAE, offre una vasta possibilità di scelte per estrarre e rappresentare i dati. Non si esclude che in questo studio siano state tralasciate delle metodologie più facilmente gestibili per l'utente e più efficaci nella fruizione. Una profonda comprensione degli strumenti e delle tecniche offerte dal software potrebbe dunque essere una risorsa preziosa per dare slancio a un approfondimento futuro sul tema.

Inoltre, l'impostazione delle simulazioni, basata su un precedente studio [6], è risultata efficace, ma sono presenti ancora delle semplificazioni il cui superamento potrebbe essere parte di una nuova analisi. Un esempio emblematico di ciò riguarda la possibilità di introdurre maggior veridicità nel ruolo dei rulli durante la piegatura: optare per una geometria cilindrica e definire delle condizioni al contorno che rispecchino quelle del set-up sperimentale. Così facendo, per esempio, i rulli sarebbero soggetti a una flessione a tre punti simmetrica dovuta al reciproco scambio di forze dal contatto con la barra.

Anche un ampliamento delle casistiche trattate potrebbe essere uno spunto per un lavoro futuro. L'introduzione di nuovi materiali associati ai rulli e alla barra potrebbe fornire risultati interessanti, oltre a estendere la quantità di dati a disposizione, che consentirebbe di avere un'idea sempre più chiara del fenomeno. Ulteriori modifiche riguarderebbero anche la forma della sezione della barra, ma soprattutto lo studio di metodi di piegamento diversi dalla flessione a quattro punti. Nel corso del primo e del secondo capitolo si è trattato di strumenti per il contouring più o meno diffusi come il French Bender, set-up di flessione a tre punti o dime. Indagando gli effetti dovuti a tale eterogeneità di tecniche sarebbe

possibile avere un'idea più completa e chiara sui possibili risvolti nei processi di piegatura, come la distribuzione degli sforzi residui; tramite un unico strumento, poi, è possibile impostare tipi di piegatura diversi. Esempi allo stato dell'arte mostrano come il French Bender (uno degli strumenti più usati dai chirurghi) possa essere utilizzato in vari modi per ottenere un certo grado di piegatura, agendo in maniera più o meno marcata in diversi punti della barra.

Sarebbe indubbiamente di grande rilievo un riscontro di tipo pratico-sperimentale che faccia da contraltare alle simulazioni numeriche. I metodi proposti non sono eccessivamente difficili da riprodurre, e, nella maggior parte dei casi, non richiedono una strumentazione complessa. In questo modo si avrebbe una prova tangibile sulla bontà delle simulazioni, avendo modo di intuire se i parametri impostati rappresentano adeguatamente la realtà. Tuttavia, si riconosce il fatto che per avere un confronto solido tra test sperimentale e numerico, alcune variabili di output siano più facilmente verificabili di altre. Per esempio, la misura del raggio di curvatura residuo della barra sarebbe piuttosto immediata, meno il rilevamento del momento flettente effettivo agente; mentre per la distribuzione degli sforzi residui o la definizione quantitativa delle indentazioni potrebbero essere necessarie delle misurazioni indirette come test statici o a fatica post piegatura attraverso i quali si potrebbe risalire ai valori ricercati.

Infine, sarebbe estremamente apprezzabile la collaborazione con chi mette in atto queste metodologie, e chi quotidianamente si interfaccia con gli strumenti presi in esame lungo tutto questo lavoro. Si tratta di figure professionali, anche provenienti da contesti diversi (chirurghi, personale d'azienda, ...) dal coinvolgimento delle quali si potrebbe ottenere un reciproco vantaggio: scambi di consigli, evidenziare le necessità e delimitare i limiti d'azione.

Bibliografia

- [1] E. Galbusera, "Sviluppo di modelli numerici per la valutazione della resistenza statica e a fatica di un sistema poliassiale di fissazione spinale con barre piegate," 2020.
- [2] AA. VV., , *Trattato di anatomia umana*, IV. edi-ermes, 2010.
- [3] [Online]. Available: <https://www.crosystem.it/terapie-ortopediche/fratture-vertebrali/>.
- [4] [Online]. Available: <https://www.ortopediaferranti.it/patologie-della-colonna-vertebrale/>.
- [5] [Online]. Available: <https://pubs.rsna.org/doi/pdf/10.1148/radiographics.13.3.8316661>.
- [6] F. Berti *et al.*, "Residual Stresses in Titanium Spinal Rods: Effects of Two Contouring Methods and Material Plastic Properties," *J. Biomech. Eng.*, vol. 140, no. 11, pp. 1–8, 2018.
- [7] A. Piovesan, F. Berti, T. Villa, G. Pennati, and L. La Barbera, "Computational and experimental fatigue analysis of contoured spinal rods," *J. Biomech. Eng.*, vol. 141, no. 4, pp. 1–6, 2019.
- [8] H. Yoshihara, "Rods in spinal surgery: A review of the literature," *Spine J.*, vol. 13, no. 10, pp. 1350–1358, 2013.
- [9] K. D. Kim, R. Panchal, M. Moldavsky, W. Wang, and B. S. Bucklen, "Effects of pre-contoured and in situ contoured rods on the mechanical strength and durability of posterior cervical instrumentation: a finite-element analysis and scanning electron microscopy investigation," *Spine Deform.*, vol. 8, no. 4, pp. 569–576, 2020.
- [10] [Online]. Available: <https://www.mayoclinic.org/tests-procedures/spinal-fusion/about/pac-20384523>.
- [11] [Online]. Available: <https://www.spineuniverse.com/treatments/surgery/what-spinal-instrumentation-spinal-fusion>.

- [12] C. T. Lindsey, Z. Xu, V. Deviren, and C. M. Puttlitz, "The Effects of Rod Contouring on Spinal Construct Fatigue Strength," *Spine (Phila. Pa. 1976)*, vol. 31, no. 15, pp. 1680–1687, 2006.
- [13] "No Title." [Online]. Available: <https://www.zimmerindia.com/medical-professionals/products/spine/st360-spinal-fixation-system.html>.
- [14] T. Q. Nguyen, J. M. Buckley, C. Ames, and V. Deviren, "The fatigue life of contoured cobalt chrome posterior spinal fusion rods," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part H J. Eng. Med.*, vol. 225, no. 2, pp. 194–198, 2011.
- [15] J. A. Tang, J. M. Leasure, J. S. Smith, J. M. Buckley, D. Kondrashov, and C. P. Ames, "Effect of severity of rod contour on posterior rod failure in the setting of lumbar pedicle subtraction osteotomy (pso): A biomechanical study," *Neurosurgery*, vol. 72, no. 2, pp. 276–282, 2013.
- [16] M. A. Slivka, Y. K. Fan, and J. C. Eck, "The effect of contouring on fatigue strength of spinal rods: Is it okay to re-bend and which materials are best?," *Spine Deform.*, vol. 1, no. 6, pp. 395–400, 2013.
- [17] K. A. Shaw, D. P. Devito, M. L. Schmitz, and J. S. Murphy, "Are precontoured cobalt–chromium spinal rods mechanically superior to manually contoured rods?," *Spine Deform.*, vol. 8, no. 5, pp. 871–877, 2020.
- [18] S. Demura *et al.*, "Influence of rod contouring on rod strength and stiffness in spine surgery," *Orthopedics*, vol. 38, no. 6, pp. e520–e523, 2015.
- [19] "No Title." [Online]. Available: <https://www.fizzasurgical.com/french-style-rod-bender.html>.
- [20] "Standard Specifications and Test Methods for Intramedullary Fixation Devices." 2007.
- [21] R. Willson, H. Zhou, S. Fulzele, S. M. Mitchell, and N. Chutkan, "Shape Loss of Autoclaved, Machine-Bent Cobalt-Chrome and Titanium Spine Surgery Rods," *Glob. Spine J.*, vol. 11, no. 4, pp. 509–514, 2021.
- [22] R. Ayers, M. Hayne, and E. Burger, "Spine rod straightening as a possible cause for revision," *J. Mater. Sci. Mater. Med.*, vol. 28, no. 8, pp. 1–7, 2017.
- [23] J. Schoutens, "Designing with Metal Matrix Composites: When, Where and How," no. August 1985, p. 34, 1985.
- [24] J. Gattmah, F. Ozturk, and S. Orhan, "AISI 1010 çeliği için proses parametrelerinin sabit mandrel ile soğuk boru çekme işlemine etkilerinin

- sonlu elemanlar analiziyle incelenmesi," vol. 21, no. 5, pp. 886–892, 2017.
- [25] J. Xue, W. X. Wang, J. Z. Zhang, and S. J. Wu, "Progressive failure analysis of the fiber metal laminates based on chopped carbon fiber strands," *J. Reinf. Plast. Compos.*, vol. 34, no. 5, pp. 364–376, 2015.
- [26] [Online]. Available:
https://www.teachengineering.org/content/nyu_/activities/nyu_heavy/nyu_heavy_activity1_cofstable.pdf
- [27] "Abaqus Theory Guide." [Online]. Available:
<http://130.149.89.49:2080/v6.13/books/stm/default.htm?startat=ch04s04ath118.html>.
- [28] "MathWorks." [Online]. Available:
<https://it.mathworks.com/help/curvefit/evaluating-goodness-of-fit.html#:~:text=This statistic measures the total,is usually labeled as SSE.&text=A value closer to 0,be more useful for prediction.>
- [29] J. Lee, C. Lee, and B. Kim, "Reverse analysis of nano-indentation using different representative strains and residual indentation profiles," *Mater. Des.*, vol. 30, no. 9, pp. 3395–3404, 2009.

A Analisi di convergenza sulla mesh

Di seguito sono riportate le tabelle che contengono i risultati dell'analisi di convergenza sulla mesh.

A.1. S, Von Mises

Tabella A.1: Risultati analisi di convergenza sui valori di Sforzo di Von Mises per casi alluminio e alluminio frictionless.

S, Von Mises		BARRA		RULLO DI SUPPORTO		RULLO DI CARICO	
		MAX		MAX		MAX	
		Max [MPa]	Min [MPa]	Max [MPa]	Min [MPa]	Max [MPa]	Min [MPa]
		N° elementi	N° elementi	N° elementi	N° elementi	N° elementi	N° elementi
ALLUMINIO		MAX abbassamento		MAX abbassamento		MAX abbassamento	
Fine simulazione		MAX abbassamento		MAX abbassamento		MAX abbassamento	
Tipo mesh		Max [MPa]	Min [MPa]	Max [MPa]	Min [MPa]	Max [MPa]	Min [MPa]
x1		1106	24	370	3.43	370	2.2
x1.5		1106	17.4	370	3.37	370	2.6
x2		1106	177.8	370	4	370	2.82
x4		1105	181.7	365	3.63	370	1.98
		Max [%]	Min [%]	Max [%]	Min [%]	Max [%]	Min [%]
x1-x1.5/x1.5		0.000	81.162	0.000	1.780	0.000	15.385
x1.5-x2/x2		0.000	28.346	0.000	15.750	0.000	7.801
x2-x4/x4		0.090	2.146	1.370	10.193	0.000	42.424
Tutto abbassamento		Tutto abbassamento		Tutto abbassamento		Tutto abbassamento	
Tipo mesh		Max [MPa]	Min [MPa]	Max [MPa]	Min [MPa]	Max [MPa]	Min [MPa]
x1		580.5	10.37	354.9	4.63	350.5	7.04
x1.5		577.2	7.88	323.5	5.31	338.2	7.65
x2		576.8	14.4	314.3	6.13	333.7	9.03
x4		567.7	25.84	320.2	5.54	311.2	9.32
		Max [%]	Min [%]	Max [%]	Min [%]	Max [%]	Min [%]
x1-x1.5/x1.5		0.572	31.599	9.706	12.806	3.637	7.974
x1.5-x2/x2		0.069	45.278	2.927	13.577	1.349	15.282
x2-x4/x4		1.603	44.272	1.843	10.650	7.230	3.112
ALLUMINIO FRICTIONLESS		MAX abbassamento		MAX abbassamento		MAX abbassamento	
Fine simulazione		MAX abbassamento		MAX abbassamento		MAX abbassamento	
Tipo mesh		Max [MPa]	Min [MPa]	Max [MPa]	Min [MPa]	Max [MPa]	Min [MPa]
x1		1124	79.72	351.5	8.66	348.2	6.86
x1.5		1124	78.1	350	9.8	347	8.4
x2		1124	77.25	348	10.7	344.9	9
x4		1124	94.81	343.1	10.73	340.6	10.02
		Max [%]	Min [%]	Max [%]	Min [%]	Max [%]	Min [%]
x1-x1.5/x1.5		0.000	2.074	0.429	11.633	0.346	18.333
x1.5-x2/x2		0.000	1.100	0.575	8.411	0.609	6.667
x2-x4/x4		0.000	18.521	1.428	0.280	1.262	10.180
Tutto abbassamento		Tutto abbassamento		Tutto abbassamento		Tutto abbassamento	
Tipo mesh		Max [MPa]	Min [MPa]	Max [MPa]	Min [MPa]	Max [MPa]	Min [MPa]
x1		692.3	14.06	329.6	3.87	330.3	3.5
x1.5		691.4	19.59	326.3	5.5	323	5.14
x2		691.5	24.58	324.8	5.73	322	5.55
x4		689.9	37.13	319.1	4.19	317.7	5.16
		Max [%]	Min [%]	Max [%]	Min [%]	Max [%]	Min [%]
x1-x1.5/x1.5		0.130	28.229	1.011	29.636	2.260	31.907
x1.5-x2/x2		0.014	20.301	0.462	4.014	0.311	7.387
x2-x4/x4		0.232	33.800	1.786	36.754	1.353	7.558

Tabella A.2: Risultati analisi di convergenza sui valori di Sforzo di Von Mises per casi alluminio e alluminio frictionless.

S, Von Mises	BARRA		RULLO DI SUPPORTO		RULLO DI CARICO							
	MAX abbassamento	N° elementi	MAX abbassamento	N° elementi	MAX abbassamento	N° elementi						
ACCIAIO	Tipo mesh	Max [MPa]	Min [MPa]	Tipo mesh	Max [MPa]	Min [MPa]	Tipo mesh	Max [MPa]	Min [MPa]	N° elementi		
	x1	1115	89.98	125	x1	617.2	5.02	x1	617.2	4.9	29848	
	x1.5	1115	125	125.3	x1.5	617.2	5.8	x1.5	617.2	4.93	13360	
	x2	1115	125.3	125.8	x2	617.2	7.05	x2	617.2	5.83	2925	
	x4	1115	125.8		x4	617.2	7.47	x4	617.2	6.64	2100	
		Max [%]	Min [%]		Max [%]	Min [%]		Max [%]	Min [%]			
	x1-x1.5/x1.5	0.000	28.016	x1-x1.5/x1.5	0.000	13.448	x1-x1.5/x1.5	0.000	0.609	x1-x1.5/x1.5	0.000	0.609
	x1.5-x2/x2	0.000	0.239	x1.5-x2/x2	0.000	17.730	x1.5-x2/x2	0.000	15.437	x1.5-x2/x2	0.000	15.437
	x2-x4/x4	0.000	0.397	x2-x4/x4	0.000	5.622	x2-x4/x4	0.000	12.199	x2-x4/x4	0.000	12.199
		Fine simulazione			Fine simulazione			Fine simulazione			Fine simulazione	
	Tipo mesh	Max [MPa]	Min [MPa]	Tipo mesh	Max [MPa]	Min [MPa]	Tipo mesh	Max [MPa]	Min [MPa]	N° elementi		
x1	646.6	10.94	3.71	x1	617.2	3.71	x1	617.2	5.95	29848		
x1.5	645.7	13.75	5.51	x1.5	617.2	5.51	x1.5	617.2	7.94	13360		
x2	646.4	23.16	5.12	x2	608.9	5.12	x2	617.1	8.15	2925		
x4	643.5	28.24	4.44	x4	564.4	4.44	x4	603.1	5.11	2100		
	Max [%]	Min [%]		Max [%]	Min [%]		Max [%]	Min [%]				
x1-x1.5/x1.5	0.139	20.436	x1-x1.5/x1.5	0.000	32.668	x1-x1.5/x1.5	0.000	25.063	x1-x1.5/x1.5	0.000	25.063	
x1.5-x2/x2	0.108	40.630	x1.5-x2/x2	1.363	7.617	x1.5-x2/x2	0.016	2.577	x1.5-x2/x2	0.016	2.577	
x2-x4/x4	0.451	17.989	x2-x4/x4	7.884	15.315	x2-x4/x4	2.321	59.491	x2-x4/x4	2.321	59.491	
	Fine simulazione			Fine simulazione			Fine simulazione			Fine simulazione		
ACCIAIO FRICTIONLESS	Tipo mesh	Max [MPa]	Min [MPa]	Tipo mesh	Max [MPa]	Min [MPa]	Tipo mesh	Max [MPa]	Min [MPa]	N° elementi		
	x1	1125	81.71	5.84	x1	617.2	5.84	x1	617.2	5.05	29848	
	x1.5	1125	80.16	7.18	x1.5	617.2	7.18	x1.5	617.2	5.97	13360	
	x2	1125	78.77	8.29	x2	617.2	8.29	x2	617.2	6.96	2925	
	x4	1125	100.4	7.36	x4	617.2	7.36	x4	617.2	7.17	2100	
		Max [%]	Min [%]		Max [%]	Min [%]		Max [%]	Min [%]			
	x1-x1.5/x1.5	0.000	1.934	x1-x1.5/x1.5	0.000	18.663	x1-x1.5/x1.5	0.000	15.410	x1-x1.5/x1.5	0.000	15.410
	x1.5-x2/x2	0.000	1.765	x1.5-x2/x2	0.000	13.390	x1.5-x2/x2	0.000	14.224	x1.5-x2/x2	0.000	14.224
	x2-x4/x4	0.000	21.544	x2-x4/x4	0.000	12.636	x2-x4/x4	0.000	2.929	x2-x4/x4	0.000	2.929
		Fine simulazione			Fine simulazione			Fine simulazione			Fine simulazione	
	Tipo mesh	Max [MPa]	Min [MPa]	Tipo mesh	Max [MPa]	Min [MPa]	Tipo mesh	Max [MPa]	Min [MPa]	N° elementi		
x1	694.7	14.09	3.23	x1	617.2	3.23	x1	617.2	3.12	29848		
x1.5	694	19.59	4.73	x1.5	617.2	4.73	x1.5	617.2	4.39	13360		
x2	694.3	24.49	3.94	x2	617.2	3.94	x2	617.2	4.13	2925		
x4	693	37.76	4.02	x4	591.7	4.02	x4	598.9	2.16	2100		
	Max [%]	Min [%]		Max [%]	Min [%]		Max [%]	Min [%]				
x1-x1.5/x1.5	0.101	28.076	x1-x1.5/x1.5	0.000	31.712	x1-x1.5/x1.5	0.000	28.929	x1-x1.5/x1.5	0.000	28.929	
x1.5-x2/x2	0.043	20.008	x1.5-x2/x2	0.000	20.051	x1.5-x2/x2	0.000	6.295	x1.5-x2/x2	0.000	6.295	
x2-x4/x4	0.188	35.143	x2-x4/x4	4.310	1.990	x2-x4/x4	3.056	91.204	x2-x4/x4	3.056	91.204	

A.2. PEEQ

Tabella A.3: Risultati analisi di convergenza sui valori di PEEQ per casi alluminio e alluminio frictionless.

PEEQ		BARRA		RULLO DI SUPPORTO		RULLO DI CARICO																																																											
MAX abbassamento		MAX abbassamento		MAX abbassamento		MAX abbassamento																																																											
<p>ALLUMINIO</p> <p>Fine simulazione</p> <table border="1"> <tr> <td>Max [%]</td> <td>0.630</td> <td>N° elementi</td> <td>99266</td> </tr> <tr> <td>x1-x1.5/x1.5</td> <td>0.395</td> <td>x1</td> <td>34854</td> </tr> <tr> <td>x1.5-x2/x2</td> <td>2.429</td> <td>x1.5</td> <td>12980</td> </tr> <tr> <td>x2-x4/x4</td> <td>0.0247</td> <td>x2</td> <td>1972</td> </tr> <tr> <td>x4</td> <td></td> <td>x4</td> <td></td> </tr> </table>		Max [%]	0.630	N° elementi	99266	x1-x1.5/x1.5	0.395	x1	34854	x1.5-x2/x2	2.429	x1.5	12980	x2-x4/x4	0.0247	x2	1972	x4		x4		<p>Fine simulazione</p> <table border="1"> <tr> <td>Max [%]</td> <td>38.776</td> <td>N° elementi</td> <td>29848</td> </tr> <tr> <td>x1-x1.5/x1.5</td> <td>13.953</td> <td>x1</td> <td>13360</td> </tr> <tr> <td>x1.5-x2/x2</td> <td>30.303</td> <td>x1.5</td> <td>2925</td> </tr> <tr> <td>x2-x4/x4</td> <td></td> <td>x2</td> <td>2100</td> </tr> <tr> <td>x4</td> <td></td> <td>x4</td> <td></td> </tr> </table>		Max [%]	38.776	N° elementi	29848	x1-x1.5/x1.5	13.953	x1	13360	x1.5-x2/x2	30.303	x1.5	2925	x2-x4/x4		x2	2100	x4		x4		<p>Fine simulazione</p> <table border="1"> <tr> <td>Max [%]</td> <td>2.37E+01</td> <td>N° elementi</td> <td>29848</td> </tr> <tr> <td>x1-x1.5/x1.5</td> <td>1.37E+01</td> <td>x1</td> <td>13360</td> </tr> <tr> <td>x1.5-x2/x2</td> <td>6.15E+01</td> <td>x1.5</td> <td>2925</td> </tr> <tr> <td>x2-x4/x4</td> <td></td> <td>x2</td> <td>2100</td> </tr> <tr> <td>x4</td> <td></td> <td>x4</td> <td></td> </tr> </table>		Max [%]	2.37E+01	N° elementi	29848	x1-x1.5/x1.5	1.37E+01	x1	13360	x1.5-x2/x2	6.15E+01	x1.5	2925	x2-x4/x4		x2	2100	x4		x4	
Max [%]	0.630	N° elementi	99266																																																														
x1-x1.5/x1.5	0.395	x1	34854																																																														
x1.5-x2/x2	2.429	x1.5	12980																																																														
x2-x4/x4	0.0247	x2	1972																																																														
x4		x4																																																															
Max [%]	38.776	N° elementi	29848																																																														
x1-x1.5/x1.5	13.953	x1	13360																																																														
x1.5-x2/x2	30.303	x1.5	2925																																																														
x2-x4/x4		x2	2100																																																														
x4		x4																																																															
Max [%]	2.37E+01	N° elementi	29848																																																														
x1-x1.5/x1.5	1.37E+01	x1	13360																																																														
x1.5-x2/x2	6.15E+01	x1.5	2925																																																														
x2-x4/x4		x2	2100																																																														
x4		x4																																																															
<p>MAX abbassamento</p> <table border="1"> <tr> <td>Max [-]</td> <td>0.670</td> <td>N° elementi</td> <td>99266</td> </tr> <tr> <td>x1-x1.5/x1.5</td> <td>0.356</td> <td>x1</td> <td>34854</td> </tr> <tr> <td>x1.5-x2/x2</td> <td>2.429</td> <td>x1.5</td> <td>12980</td> </tr> <tr> <td>x2-x4/x4</td> <td>0.0247</td> <td>x2</td> <td>1972</td> </tr> <tr> <td>x4</td> <td></td> <td>x4</td> <td></td> </tr> </table>		Max [-]	0.670	N° elementi	99266	x1-x1.5/x1.5	0.356	x1	34854	x1.5-x2/x2	2.429	x1.5	12980	x2-x4/x4	0.0247	x2	1972	x4		x4		<p>MAX abbassamento</p> <table border="1"> <tr> <td>Max [-]</td> <td>24.868</td> <td>N° elementi</td> <td>29848</td> </tr> <tr> <td>x1-x1.5/x1.5</td> <td>18.868</td> <td>x1</td> <td>13360</td> </tr> <tr> <td>x1.5-x2/x2</td> <td>59.000</td> <td>x1.5</td> <td>2925</td> </tr> <tr> <td>x2-x4/x4</td> <td></td> <td>x2</td> <td>2100</td> </tr> <tr> <td>x4</td> <td></td> <td>x4</td> <td></td> </tr> </table>		Max [-]	24.868	N° elementi	29848	x1-x1.5/x1.5	18.868	x1	13360	x1.5-x2/x2	59.000	x1.5	2925	x2-x4/x4		x2	2100	x4		x4		<p>MAX abbassamento</p> <table border="1"> <tr> <td>Max [-]</td> <td>3.90E+01</td> <td>N° elementi</td> <td>29848</td> </tr> <tr> <td>x1-x1.5/x1.5</td> <td>1.81E+01</td> <td>x1</td> <td>13360</td> </tr> <tr> <td>x1.5-x2/x2</td> <td>6.45E+01</td> <td>x1.5</td> <td>2925</td> </tr> <tr> <td>x2-x4/x4</td> <td></td> <td>x2</td> <td>2100</td> </tr> <tr> <td>x4</td> <td></td> <td>x4</td> <td></td> </tr> </table>		Max [-]	3.90E+01	N° elementi	29848	x1-x1.5/x1.5	1.81E+01	x1	13360	x1.5-x2/x2	6.45E+01	x1.5	2925	x2-x4/x4		x2	2100	x4		x4	
Max [-]	0.670	N° elementi	99266																																																														
x1-x1.5/x1.5	0.356	x1	34854																																																														
x1.5-x2/x2	2.429	x1.5	12980																																																														
x2-x4/x4	0.0247	x2	1972																																																														
x4		x4																																																															
Max [-]	24.868	N° elementi	29848																																																														
x1-x1.5/x1.5	18.868	x1	13360																																																														
x1.5-x2/x2	59.000	x1.5	2925																																																														
x2-x4/x4		x2	2100																																																														
x4		x4																																																															
Max [-]	3.90E+01	N° elementi	29848																																																														
x1-x1.5/x1.5	1.81E+01	x1	13360																																																														
x1.5-x2/x2	6.45E+01	x1.5	2925																																																														
x2-x4/x4		x2	2100																																																														
x4		x4																																																															
<p>ALLUMINIO FRICTIONLESS</p> <p>Fine simulazione</p> <table border="1"> <tr> <td>Max [-]</td> <td>0.035</td> <td>N° elementi</td> <td>99266</td> </tr> <tr> <td>x1</td> <td>0.035</td> <td>x1</td> <td>34854</td> </tr> <tr> <td>x1.5</td> <td>0.035</td> <td>x1.5</td> <td>12980</td> </tr> <tr> <td>x2</td> <td>0.03475</td> <td>x2</td> <td>1972</td> </tr> <tr> <td>x4</td> <td></td> <td>x4</td> <td></td> </tr> </table>		Max [-]	0.035	N° elementi	99266	x1	0.035	x1	34854	x1.5	0.035	x1.5	12980	x2	0.03475	x2	1972	x4		x4		<p>Fine simulazione</p> <table border="1"> <tr> <td>Max [-]</td> <td>0.54</td> <td>N° elementi</td> <td>29848</td> </tr> <tr> <td>x1</td> <td>0.5</td> <td>x1</td> <td>13360</td> </tr> <tr> <td>x1.5</td> <td>0.45</td> <td>x1.5</td> <td>2925</td> </tr> <tr> <td>x2</td> <td>0.36</td> <td>x2</td> <td>2100</td> </tr> <tr> <td>x4</td> <td></td> <td>x4</td> <td></td> </tr> </table>		Max [-]	0.54	N° elementi	29848	x1	0.5	x1	13360	x1.5	0.45	x1.5	2925	x2	0.36	x2	2100	x4		x4		<p>Fine simulazione</p> <table border="1"> <tr> <td>Max [-]</td> <td>0.46</td> <td>N° elementi</td> <td>29848</td> </tr> <tr> <td>x1</td> <td>0.43</td> <td>x1</td> <td>13360</td> </tr> <tr> <td>x1.5</td> <td>0.38</td> <td>x1.5</td> <td>2925</td> </tr> <tr> <td>x2</td> <td>0.31</td> <td>x2</td> <td>2100</td> </tr> <tr> <td>x4</td> <td></td> <td>x4</td> <td></td> </tr> </table>		Max [-]	0.46	N° elementi	29848	x1	0.43	x1	13360	x1.5	0.38	x1.5	2925	x2	0.31	x2	2100	x4		x4	
Max [-]	0.035	N° elementi	99266																																																														
x1	0.035	x1	34854																																																														
x1.5	0.035	x1.5	12980																																																														
x2	0.03475	x2	1972																																																														
x4		x4																																																															
Max [-]	0.54	N° elementi	29848																																																														
x1	0.5	x1	13360																																																														
x1.5	0.45	x1.5	2925																																																														
x2	0.36	x2	2100																																																														
x4		x4																																																															
Max [-]	0.46	N° elementi	29848																																																														
x1	0.43	x1	13360																																																														
x1.5	0.38	x1.5	2925																																																														
x2	0.31	x2	2100																																																														
x4		x4																																																															
<p>MAX abbassamento</p> <table border="1"> <tr> <td>Max [%]</td> <td>0.000</td> <td>N° elementi</td> <td>99266</td> </tr> <tr> <td>x1-x1.5/x1.5</td> <td>0.000</td> <td>x1</td> <td>34854</td> </tr> <tr> <td>x1.5-x2/x2</td> <td>0.719</td> <td>x1.5</td> <td>12980</td> </tr> <tr> <td>x2-x4/x4</td> <td></td> <td>x2</td> <td>1972</td> </tr> <tr> <td>x4</td> <td></td> <td>x4</td> <td></td> </tr> </table>		Max [%]	0.000	N° elementi	99266	x1-x1.5/x1.5	0.000	x1	34854	x1.5-x2/x2	0.719	x1.5	12980	x2-x4/x4		x2	1972	x4		x4		<p>MAX abbassamento</p> <table border="1"> <tr> <td>Max [%]</td> <td>8.00</td> <td>N° elementi</td> <td>29848</td> </tr> <tr> <td>x1-x1.5/x1.5</td> <td>11.11</td> <td>x1</td> <td>13360</td> </tr> <tr> <td>x1.5-x2/x2</td> <td>25.00</td> <td>x1.5</td> <td>2925</td> </tr> <tr> <td>x2-x4/x4</td> <td></td> <td>x2</td> <td>2100</td> </tr> <tr> <td>x4</td> <td></td> <td>x4</td> <td></td> </tr> </table>		Max [%]	8.00	N° elementi	29848	x1-x1.5/x1.5	11.11	x1	13360	x1.5-x2/x2	25.00	x1.5	2925	x2-x4/x4		x2	2100	x4		x4		<p>MAX abbassamento</p> <table border="1"> <tr> <td>Max [%]</td> <td>6.98E+00</td> <td>N° elementi</td> <td>29848</td> </tr> <tr> <td>x1-x1.5/x1.5</td> <td>1.32E+01</td> <td>x1</td> <td>13360</td> </tr> <tr> <td>x1.5-x2/x2</td> <td>2.26E+01</td> <td>x1.5</td> <td>2925</td> </tr> <tr> <td>x2-x4/x4</td> <td></td> <td>x2</td> <td>2100</td> </tr> <tr> <td>x4</td> <td></td> <td>x4</td> <td></td> </tr> </table>		Max [%]	6.98E+00	N° elementi	29848	x1-x1.5/x1.5	1.32E+01	x1	13360	x1.5-x2/x2	2.26E+01	x1.5	2925	x2-x4/x4		x2	2100	x4		x4	
Max [%]	0.000	N° elementi	99266																																																														
x1-x1.5/x1.5	0.000	x1	34854																																																														
x1.5-x2/x2	0.719	x1.5	12980																																																														
x2-x4/x4		x2	1972																																																														
x4		x4																																																															
Max [%]	8.00	N° elementi	29848																																																														
x1-x1.5/x1.5	11.11	x1	13360																																																														
x1.5-x2/x2	25.00	x1.5	2925																																																														
x2-x4/x4		x2	2100																																																														
x4		x4																																																															
Max [%]	6.98E+00	N° elementi	29848																																																														
x1-x1.5/x1.5	1.32E+01	x1	13360																																																														
x1.5-x2/x2	2.26E+01	x1.5	2925																																																														
x2-x4/x4		x2	2100																																																														
x4		x4																																																															

Tabella A.4: Risultati analisi di convergenza sui valori di PEEQ per casi acciaio e acciaio frictionless.

PEEQ	BARRA		RULLO DI SUPPORTO		RULLO DI CARICO	
	MAX abbassamento	Max [-]	MAX abbassamento	Max [-]	MAX abbassamento	Max [-]
ACCIAIO	Tipo mesh	N° elementi	Tipo mesh	N° elementi	Tipo mesh	N° elementi
	x1	99266	x1	29848	x1	29848
	x1,5	34854	x1,5	13360	x1,5	13360
	x2	12980	x2	2925	x2	2925
	x4	1972	x4	2100	x4	2100
	Max [-]	0,02999	Max [-]	0,84	Max [-]	0,28
		0,02995		0,72		0,25
		0,02998		0,65		0,24
		0,02972		0,46		0,21
		0,02972		0,46		0,21
	0,134		16,667		1,20E+01	
	0,100		10,769		4,17E+00	
	0,875		41,304		1,43E+01	
	0,03055		0,39		0,33	
	0,03052		0,35		0,3	
	0,03019		0,3		0,26	
	0,03019		0,25		0,22	
	0,164		14,706		1,00E+01	
	0,066		13,333		1,54E+01	
	1,093		20,000		1,82E+01	
	0,03553		0,39		0,33	
	0,03552		0,35		0,3	
	0,03554		0,3		0,26	
	0,03533		0,25		0,22	
	0,028		11,429		1,00E+01	
	0,056		16,667		1,54E+01	
	0,594		20,000		1,82E+01	
	0,03553		0,39		0,33	
	0,03552		0,35		0,3	
	0,03554		0,3		0,26	
	0,03533		0,25		0,22	
	0,028		11,429		1,00E+01	
	0,056		16,667		1,54E+01	
	0,594		20,000		1,82E+01	
	0,03553		0,39		0,33	
	0,03552		0,35		0,3	
	0,03554		0,3		0,26	
	0,03533		0,25		0,22	
	0,028		11,429		1,00E+01	
	0,056		16,667		1,54E+01	
	0,594		20,000		1,82E+01	
	0,03553		0,39		0,33	
	0,03552		0,35		0,3	
	0,03554		0,3		0,26	
	0,03533		0,25		0,22	
	0,028		11,429		1,00E+01	
	0,056		16,667		1,54E+01	
	0,594		20,000		1,82E+01	

ACCIAIO FRICTIONLESS

A.3. S, Max Principal (Abs)

Tabella A.5: Risultati analisi di convergenza sui valori di Sforzo Massimo Principale per i casi alluminio e alluminio frictionless.

S, Max Principal		BARRA		RULLO DI SUPPORTO		RULLO DI CARICO	
MAX abbasamento				MAX abbasamento			
Tipo mesh x1 x1,5 x2 x4		Max [MPa] Min [MPa] 1114 -1116 1112 -1116 1112 -1116 1112 -1119		Tipo mesh x1 x1,5 x2 x4		Max [MPa] Min [MPa] 504,5 -837,3 403,8 -652,7 388,3 -665,6 282,3 -692	
		N° elementi 99266 34854 12980 1972		N° elementi 29848 13360 2925 2100			
Max [%] Min [%] 0,180 0,000 0,000 0,000 0,000 0,268		Max [%] Min [%] 24,938 28,283 3,992 1,938 3,549 5,316		Max [%] Min [%] 56,925 19,605 10,644 1,761 56,387 0,031			
FINE simulazione				FINE simulazione			
Tipo mesh x1 x1,5 x2 x4		Max [MPa] Min [MPa] 573,3 -551,6 569,7 -551,4 569,9 -551,8 556,7 -550,7		Tipo mesh x1 x1,5 x2 x4		Max [MPa] Min [MPa] 518,9 -1155 456,9 -496,2 471 -408,5 259,8 -292,3	
		N° elementi 99266 34854 12980 1972		N° elementi 29848 13360 2925 2100			
Max [%] Min [%] 0,632 0,036 0,035 0,072 2,371 0,200		Max [%] Min [%] 13,570 132,769 2,994 21,469 81,293 39,754		Max [%] Min [%] 74,577 71,292 0,260 23,415 31,287 13,754			
MAX abbasamento				MAX abbasamento			
Tipo mesh x1 x1,5 x2 x4		Max [MPa] Min [MPa] 1126 -1136 1125 -1136 1124 -1137 1125 -1141		Tipo mesh x1 x1,5 x2 x4		Max [MPa] Min [MPa] 336 -955,5 321,4 -912,6 289,2 -910,6 200,8 -901,5	
		N° elementi 99266 34854 12980 1972		N° elementi 29848 13360 2925 2100			
Max [%] Min [%] 0,089 0,000 0,089 0,088 0,089 0,351		Max [%] Min [%] 4,543 4,701 11,134 0,220 44,024 1,009		Max [%] Min [%] 12,195 3,423 13,633 0,373 29,048 0,253			
FINE simulazione				FINE simulazione			
Tipo mesh x1 x1,5 x2 x4		Max [MPa] Min [MPa] 686,8 -620,7 685,6 -581,1 686,5 -618,1 680,5 -602,2		Tipo mesh x1 x1,5 x2 x4		Max [MPa] Min [MPa] 351,6 -424,3 292,8 -385,1 263,8 -406,1 183,5 -366,6	
		N° elementi 99266 34854 12980 1972		N° elementi 29848 13360 2925 2100			
Max [%] Min [%] 0,175 6,815 0,131 5,986 0,882 2,640		Max [%] Min [%] 7,374 16,315 28,900 7,673 53,110 10,553		Max [%] Min [%] 20,082 10,179 10,993 5,171 43,760 10,775			
ALLUMINIO FRICTIONLESS				ALLUMINIO			

Tabella A.6: Risultati analisi di convergenza sui valori di Sforzo Massimo Principale per i casi acciaio e acciaio frictionless.

S, Max Principal	BARRA		RULLO DI SUPPORTO		RULLO DI CARICO				
	MAX abbassamento		MAX abbassamento		MAX abbassamento				
ACCIAIO	Tipo mesh	Max [MPa]	Min [MPa]	N° elementi	Tipo mesh	Max [MPa]	Min [MPa]	N° elementi	
	x1	1121	-1127	99266	x1	541.5	-1511	29848	
	x1.5	1119	-1127	34854	x1.5	447.2	-1473	13360	
	x2	1119	-1128	12980	x2	488.1	-1461	2925	
	x4	1120	-1132	1972	x4	212.4	-1514	2100	
	Max [%]	Min [%]		Max [%]	Min [%]				
	x1-x1.5/x1.5	0.179	0.000	x1-x1.5/x1.5	21.087	2.580	x1-x1.5/x1.5	28.267	2.334
	x1.5-x2/x2	0.000	0.089	x1.5-x2/x2	8.379	0.821	x1.5-x2/x2	9.372	2.490
	x2-x4/x4	0.089	0.353	x2-x4/x4	129.802	3.501	x2-x4/x4	7.198	8.360
	Fine simulazione		Fine simulazione		Fine simulazione		Fine simulazione		
	Tipo mesh	Max [MPa]	Min [MPa]	N° elementi	Tipo mesh	Max [MPa]	Min [MPa]	N° elementi	
	x1	640.4	-565.6	99266	x1	411	-706.9	29848	
	x1.5	639.2	-565.8	34854	x1.5	339.8	-695.7	13360	
	x2	640.6	-566.4	12980	x2	391.8	-675.8	2925	
	x4	633.7	-567.3	1972	x4	366	-627.3	2100	
	Max [%]	Min [%]		Max [%]	Min [%]				
	x1-x1.5/x1.5	0.188	0.035	x1-x1.5/x1.5	20.954	1.610	x1-x1.5/x1.5	70.688	7.111
	x1.5-x2/x2	0.219	0.106	x1.5-x2/x2	13.272	2.945	x1.5-x2/x2	23.071	3.119
	x2-x4/x4	1.089	0.159	x2-x4/x4	7.049	7.732	x2-x4/x4	15.299	9.022
ACCIAIO FRICTIONLESS	Tipo mesh	Max [MPa]	Min [MPa]	N° elementi	Tipo mesh	Max [MPa]	Min [MPa]	N° elementi	
	x1	1127	-1137	99266	x1	543.9	-1797	29848	
	x1.5	1126	-1137	34854	x1.5	497	-1797	13360	
	x2	1125	-1138	12980	x2	438.8	-1776	2925	
	x4	1126	-1142	1972	x4	175.2	-1786	2100	
	Max [%]	Min [%]		Max [%]	Min [%]				
	x1-x1.5/x1.5	0.089	0.000	x1-x1.5/x1.5	9.437	0.000	x1-x1.5/x1.5	10.043	0.055
	x1.5-x2/x2	0.089	0.088	x1.5-x2/x2	13.263	1.182	x1.5-x2/x2	21.701	1.683
	x2-x4/x4	0.089	0.350	x2-x4/x4	150.457	0.560	x2-x4/x4	224.742	0.502
	Fine simulazione		Fine simulazione		Fine simulazione		Fine simulazione		
	Tipo mesh	Max [MPa]	Min [MPa]	N° elementi	Tipo mesh	Max [MPa]	Min [MPa]	N° elementi	
	x1	689.3	-621.9	99266	x1	561.4	-708.8	29848	
	x1.5	688.3	-582.3	34854	x1.5	579.1	-689.2	13360	
	x2	689.5	-620.4	12980	x2	506	-677.7	2925	
	x4	683.8	-607.7	1972	x4	321.7	-688.4	2100	
	Max [%]	Min [%]		Max [%]	Min [%]				
	x1-x1.5/x1.5	0.145	6.801	x1-x1.5/x1.5	3.056	2.844	x1-x1.5/x1.5	10.541	0.426
	x1.5-x2/x2	0.174	6.141	x1.5-x2/x2	14.447	1.697	x1.5-x2/x2	19.107	4.187
	x2-x4/x4	0.834	2.090	x2-x4/x4	57.289	1.554	x2-x4/x4	37.985	6.340

B Dati simulazioni sensitività

Di seguito sono riportate le sei tabelle (una per ciascun set) contenenti i dati delle varie grandezze estratte dalle simulazioni per condurre l'analisi di sensitività. (N.B.; "*" indica il valore di abbassamento per il quale si verifica la plasticizzazione sotto il rullo di carico; "***" la prima plasticizzazione nella zona soggetta a trazione sul piano di simmetria della barra; "****" la prima plasticizzazione nella zona soggetta a compressione sul piano di simmetria della barra).

B.1. Acciaio, 5mm

Tabella B.1: Dati estratti dal set di simulazioni condotte con rulli in acciaio di raggio pari a 5mm.

Abbassamento [mm]	RF 1 [N]	RF 2 [N]	Mf [Nmm]	NFORC Z [Nmm]	Sforzo massimo [MPa]	% area snervata sym	Raggio Curvatura Residua [mm]	MAX PEEQ sotto rullo	MAX PEEQ piano Simmetria
0	0	0	0	0	0	0	∞	0	0
0.2*	6.121	33.2338	830.84	796	98.1	0	-	1.02E-04	0
0.5	16.888	85.1556	2128.89	2029	250	0	-	1.86E-03	0
1	38.6437	173.546	4338.65	4107	505.1	0	∞	2.74E-03	0
1.5	65.2209	263.901	6597.52	6205	762.3	0	-	8.36E-03	0
1.755**	80.9026	310.737	7768.42	7284	894.2	0	-	1.05E-02	4.60E-06
1.77***	81.858	313.498	7837.45	7347	896.9	0	-	1.06E-02	8.48E-05
2	96.2735	353.698	8842.45	8264	913.1	2.99	29853.62	1.67E-02	1.08E-03
2.5	124.775	422.856	10571.4	9816	950.9	17.08	-	2.22E-02	3.39E-03
3	120.712	471.499	11787.47	10850	981.8	28.46	1067.36	2.34E-02	5.87E-03
3.5	46.1531	511.047	12776.17	11540	1016	37.81	-	2.88E-02	8.21E-03
4	7.69719	545.544	13638.6	12080	1047	44.97	411.28	3.06E-02	1.07E-02
4.5	20.276	574.16	14354	12530	1070	50.82	-	3.44E-02	1.32E-02
5	34.4777	598.623	14965.57	12900	1090	55.25	239.2	3.90E-02	1.57E-02
5.5	49.1112	620.108	15502.7	13200	1102	57.95	-	3.99E-02	1.82E-02
6	64.9036	639.229	15980.72	13460	1108	61.83	167.33	4.28E-02	2.08E-02
6.5	81.8745	655.836	16395.9	13680	1114	62.96	-	4.81E-02	2.32E-02
7	99.3804	670.657	16766.42	13850	1119	65.32	128.75	4.99E-02	2.55E-02
7.5	116.623	683.234	17080.85	14000	1124	67.07	-	5.11E-02	2.78E-02
8	135.11	694.312	17357.8	14130	1129	69.27	103.15	5.40E-02	3.00E-02
8.5	153.182	703.69	17592.25	14230	1132	70.26	-	5.96E-02	3.21E-02
9	171.859	711.865	17796.62	14320	1133	70.93	90.48	6.30E-02	3.40E-02

B.2. Alluminio, 5mm

Tabella B.2: Dati estratti dal set di simulazioni condotte con rulli in alluminio di raggio pari a 5mm.

Abbassamento [mm]	RF 1 [N]	RF 2 [N]	Mf [Nmm]	NFORC Z [Nmm]	Sforzo massimo [MPa]	% area snervata sym	Raggio Curvatura Residua [mm]	MAX PEEQ rullo	MAX PEEQ sym
0	0	0	0	0	0	0	∞	0	0
0.5	35.8053	86.0592	2151.48	1969	243.1	0	-	0	0
1	72.7764	173.98	4349.5	3994	492.2	0	∞	0	0
1.1*	79.6294	191.514	4787.85	4401	542.1	0	-	2.66E-04	0
1.5	109.661	262.978	6574.45	6038	743.6	0	-	2.90E-03	0
1.805**	132.723	318.148	7953.7	7289	896.9	0	-	6.84E-03	4.97E-06
1.815***	133.09	319.92	7998	7330	897.1	0	-	7.03E-03	5.60E-05
2	144.463	352.016	8800.4	8058	909	1.99	50625.23	8.90E-03	8.40E-04
2.5	162.892	423.177	10579.42	9632	947.7	13.37	-	1.13E-02	3.01E-03
3	148.7	474.161	11854.02	10690	978.3	26.35	1213.96	1.47E-02	5.35E-03
3.5	90.6903	514.69	12867.25	11410	1012	37.39	-	1.83E-02	7.74E-03
4	15.1706	551.755	13793.87	11920	1044	42.95	446.64	2.03E-02	1.00E-02
4.5	-15.4949	585.111	14627.77	12340	1068	48.39	-	2.46E-02	1.24E-02
5	-28.7244	616.15	15403.75	12690	1089	53.40	262.53	2.68E-02	1.46E-02
5.5	-31.4295	644.097	16102.42	12970	1102	55.59	-	3.10E-02	1.68E-02
6	-34.5038	670.581	16764.52	13200	1109	58.96	182.3	3.56E-02	1.89E-02
6.5	-33.5211	695.184	17379.6	13390	1116	61.66	-	3.81E-02	2.08E-02
7	-27.3226	718.096	17952.4	13540	1122	63.26	143.22	4.40E-02	2.25E-02
7.5	-19.4307	738.445	18461.12	13660	1128	64.73	-	4.63E-02	2.41E-02
8	-9.88906	757.278	18931.95	13760	1132	64.69	121.22	5.09E-02	2.55E-02
8.25	-6.15448	766.179	19154.47	13800	1133	65.2	117.27	5.46E-02	2.61E-02

B.3. Acciaio, 4mm

Tabella B.3: Dati estratti dal set di simulazioni condotte con rulli in acciaio di raggio pari a 4mm.

Abbassamento [mm]	RF 1 [N]	RF 2 [N]	Mf [Nmm]	NFORC Z [Nmm]	Sforzo massimo [MPa]	% area snervata sym	Raggio Curvatura Residua [mm]	MAX PEEQ rullo	MAX PEEQ sym
0	0	0	0	0	0	0	∞	0	0
0.2*	6.0913	33.1043	827.61	793.3	97.77	0	-	3.58E-04	0
0.5	16.796	84.8051	2120.12	2023	249.3	0	-	1.87E-03	0
1	38.4036	172.496	4312.4	4094	503.6	0	∞	2.99E-03	0
1.5	64.7657	261.666	6541.65	6182	759.5	0	-	6.74E-03	0
1.765**	80.7427	309.47	7736.75	7295	895.7	1.16	-	1.43E-02	1.87E-05
1.78***	81.5817	312.138	7803.45	7358	897.1	2.71	-	1.46E-02	9.81E-05
2	95.3285	349.917	8747.92	8230	912.3	15.89	30719.14	1.73E-02	1.04E-03
2.5	123.482	417.901	10447.52	9785	950.2	34.88	-	2.22E-02	3.33E-03
3	118.193	465.458	11636.45	10820	980.9	47.67	1092.34	2.53E-02	5.79E-03
3.5	46.7552	503.284	12582.1	11520	1015	57.75	-	2.99E-02	8.11E-03
4	7.29869	536.063	13401.57	12060	1046	64.73	416.53	3.20E-02	1.05E-02
4.5	18.9767	563.18	14079.5	12510	1068	69.77	-	3.43E-02	1.31E-02
5	32.6412	585.843	14646.07	12880	1088	73.64	242.94	3.86E-02	1.56E-02
5.5	46.9555	605.645	15141.12	13190	1101	77.52	-	4.35E-02	1.81E-02
6	62.3977	622.972	15574.3	13450	1107	81.01	168.88	4.66E-02	2.06E-02
6.5	77.6929	637.713	15942.82	13670	1114	82.56	-	4.86E-02	2.31E-02
7	93.9131	650.409	16260.22	13850	1119	84.11	129.22	4.95E-02	2.54E-02
7.5	110.708	660.991	16524.77	14000	1124	85.66	-	5.16E-02	2.78E-02
8	127.517	670.259	16756.47	14130	1128	87.6	104.84	5.49E-02	3.00E-02
8.5	144.05	677.989	16949.72	14230	1131	88.37	-	5.84E-02	3.21E-02
9	160.848	684.019	17100.47	14330	1133	88.37	90.26	6.18E-02	3.41E-02

B.4. Alluminio, 4mm

Tabella B.4: Dati estratti dal set di simulazioni condotte con rulli in alluminio di raggio pari a 4mm.

Abbassamento [mm]	RF 1 [N]	RF 2 [N]	Mf [Nmm]	NFORC Z [Nmm]	Sforzo massimo [MPa]	% area snervata sym	Raggio Curvatura Residua [mm]	MAX PEEQ rullo	MAX PEEQ sym
0	0	0	0	0	0	0	∞	0	0
0.5	35.4146	85.404	2135.1	1959	241.8	0	-	0	0
1	70.9691	172.188	4304.7	3971	489.3	0	∞	0	0
1.1*	79.3725	189.818	4745.45	4377	539	0	-	1.07E-04	0
1.5	107.568	259.813	6495.32	6000	738.8	0	-	2.17E-03	0
1.82**	133.133	316.801	7920.025	7305	896.9	1.16	-	7.15E-03	2.70E-05
1.85***	134.736	322.019	8050.47	7426	897.2	3.88	-	7.25E-03	1.80E-04
2	142.741	347.042	8676.05	8009	908.1	12.4	58433.87	8.33E-03	7.91E-04
2.5	160.669	417.172	10429.3	9583	946.6	34.11	-	1.26E-02	2.93E-03
3	147.025	466.965	11674.12	10650	976.9	47.67	1256.58	1.49E-02	5.24E-03
3.5	89.921	506.416	12660.4	11370	1010	56.59	-	1.85E-02	7.62E-03
4	16.1747	541.586	13539.65	11900	1043	62.02	454.96	2.12E-02	9.91E-03
4.5	-17.0094	573.324	14333.1	12320	1066	67.05	-	2.46E-02	1.22E-02
5	-30.1941	601.618	15040.45	12660	1087	72.48	266.09	2.89E-02	1.45E-02
5.5	-37.0888	627.975	15699.37	12950	1101	74.42	-	3.25E-02	1.66E-02
6	-39.9115	652.194	16304.85	13180	1108	79.84	186.2	3.47E-02	1.87E-02
6.5	-39.1425	674.329	16858.22	13380	1115	81.39	-	3.99E-02	2.06E-02
7	-36.4763	694.456	17361.4	13530	1120	82.56	144.38	4.49E-02	2.24E-02
7.5	-30.3245	712.921	17823.02	13660	1126	82.56	-	4.74E-02	2.40E-02
8	-17.6583	729.521	18238.02	13760	1131	82.56	119.34	5.17E-02	2.55E-02
8.25	-9.64807	736.479	18411.97	13810	1133	83.72	114.5	5.31E-02	2.62E-02

B.5. Acciaio, 3mm

Tabella B.5: Dati estratti dal set di simulazioni condotte con rulli in acciaio di raggio pari a 3mm.

Abbassamento [mm]	RF 1 [N]	RF 2 [N]	Mf [Nmm]	NFORC Z [Nmm]	Sforzo massimo [MPa]	% area snervata sym	Raggio Curvatura Residua [mm]	MAX PEEQ rullo	MAX PEEQ sym
0	0	0	0	0	0	0	∞	0	0
0.2*	6.04998	32.9286	823.21	789.3	97.31	0	-	6.45E-04	0
0.5	16.8109	84.3782	2109.45	2015	248.4	0	-	1.83E-03	0
1	38.0489	171.212	4280.3	4076	501.6	0	∞	3.45E-03	0
1.5	64.0602	259.189	6479.72	6153	756.1	0	-	1.09E-02	0
1.775**	80.4249	307.884	7697.1	7301	896.3	1.16	-	1.31E-02	2.59E-05
1.79***	81.404	310.539	7763.47	7363	897	2.71	-	1.31E-02	1.05E-04
2	93.4676	345.587	8639.67	8189	911.3	15.89	37005.46	1.96E-02	9.93E-04
2.5	121.991	412.767	10319.17	9749	949.3	34.88	-	2.31E-02	3.26E-03
3	117.963	458.9	11472.5	10790	979.8	47.67	1121.04	2.82E-02	5.70E-03
3.5	46.3384	495.686	12392.15	11490	1014	57.36	-	3.19E-02	8.01E-03
4	7.25709	526.967	13174.17	12030	1045	65.12	423.31	3.49E-02	1.04E-02
4.5	18.2247	552.413	13810.32	12480	1067	68.99	-	3.69E-02	1.29E-02
5	31.2297	573.55	14338.75	12860	1087	74.81	245.82	3.87E-02	1.54E-02
5.5	44.9209	591.867	14796.67	13170	1101	76.74	-	4.21E-02	1.79E-02
6	59.1307	607.464	15186.6	13430	1107	80.62	170.38	4.57E-02	2.04E-02
6.5	73.4037	620.552	15513.8	13650	1113	82.56	-	4.80E-02	2.29E-02
7	88.63	631.495	15787.37	13840	1118	83.72	129.42	5.06E-02	2.53E-02
7.5	104.087	640.488	16012.2	13990	1123	85.66	-	5.30E-02	2.77E-02
8	119.441	647.973	16199.32	14120	1128	87.60	105.06	5.53E-02	2.99E-02
8.5	135.218	654.03	16350.75	14230	1131	88.37	-	5.83E-02	3.21E-02
9	150.855	658.744	16468.6	14330	1133	88.76	88.47	6.19E-02	3.42E-02

B.6. Alluminio, 3mm

Tabella B.6: Dati estratti dal set di simulazioni condotte con rulli in alluminio di raggio pari a 3mm.

Abbassamento [mm]	RF 1 [N]	RF 2 [N]	Mf [Nmm]	NFORC Z [Nmm]	Sforzo massimo [MPa]	% area snervata sym	Raggio Curvatura Residua [mm]	MAX PEEQ rullo	MAX PEEQ sym
0	0	0	0	0	0	0	∞	0	0
0.5	34.7988	84.6228	2115.57	1944	240	0	-	0	0
1	70.6495	170.33	4258.25	3940	485.4	0	∞	0	0
1.1*	79.3284	187.861	4696.52	4345	534.9	0	-	4.81E-04	0
1.5	107.664	256.543	6413.575	5950	732.4	0	-	3.40E-03	0
1.85**	133.692	317.168	7929.2	7367	897.3	2.71	-	6.74E-03	1.07E-04
2	140.397	341.682	8542.05	7941	908.3	10.07	68636.13	9.28E-03	7.19E-04
2.5	160.088	410.545	10263.625	9522	945.1	33.72	-	1.33E-02	2.82E-03
3	149.007	460.058	11501.45	10590	975.2	46.90	1316.66	1.55E-02	5.10E-03
3.5	92.9958	497.865	12446.625	11330	1008	55.42	-	1.84E-02	7.45E-03
4	17.7733	531.27	13281.75	11860	1041	60.66	488.5	2.12E-02	9.72E-03
4.5	-20.1975	561.578	14039.45	12280	1064	66.28	-	2.52E-02	1.20E-02
5	-35.9745	588.039	14700.97	12630	1085	72.15	270.67	2.78E-02	1.42E-02
5.5	-44.9595	612.504	15312.6	12910	1101	75.19	-	3.31E-02	1.64E-02
6	-48.2722	634.596	15864.9	13150	1107	78.29	189.75	3.69E-02	1.84E-02
6.5	-49.652	654.954	16373.85	13350	1114	80.62	-	4.07E-02	2.04E-02
7	-45.7709	673.223	16830.575	13510	1119	82.56	147.36	4.40E-02	2.22E-02
7.5	-36.1998	689.003	17225.075	13650	1125	82.56	-	4.77E-02	2.38E-02
8	-23.6535	702.734	17568.35	13760	1131	82.56	120.17	5.17E-02	2.54E-02
8.5	-9.5177	714.96	17874	13850	1133	83.72	111.45	5.63E-02	2.68E-02

C Dati Sforzi residui

Di seguito sono riportate le tabelle contenenti i dati numerici e le mappe colore relative allo stato di sforzo residuo presente nella barra. I dati provengono solo da 6 simulazioni, caratterizzate dal livello di abbassamento -6mm.

C.1. Acciaio, 5mm

Tabella C.1: Dati sforzo residuo lungo path circonferenziale: rulli 5mm in acciaio.

Path	S, MP [MPa]	σ_r [MPa]	σ_θ [MPa]	σ_L [MPa]
circonferenziale				
[°]				
0	562.062	6.34E-01	-19.7292	562.061
3.096555612	557.951	8.09E-01	-19.5189	557.951
6.199007482	552.797	5.60E-01	-19.6676	552.796
9.288604261	539.046	9.99E-01	-19.6312	539.042
12.39711907	525.194	1.3874	-19.5465	525.178
15.48346561	499.666	8.37E-01	-20.3162	499.627
18.5936472	467.149	-1.05E-01	-21.7278	467.146
23.41584752	419.335	2.05895	-19.6718	419.319
28.19348214	366.648	1.56133	-21.5383	366.648
33.02216209	294.737	1.36588	-23.0688	294.735
37.78479563	224.051	5.82E-01	-24.7644	224.05
42.64660296	136.398	7.16E-03	-27.1394	136.891
47.3656917	59.2096	1.45329	-28.6809	59.205
52.10561528	-37.4385	1.00194	-33.0977	-37.2623
56.93346184	-128.174	2.08E-01	-38.9964	-128.173
61.68442788	-226.021	3.59E-01	-45.6004	-226.018
66.48748099	-325.636	2.53933	-55.3285	-325.632
71.21177844	-431.409	5.05159	-55.6013	-431.359
76.02691575	-421.006	10.1125	-43.9849	-420.907
80.75621357	-261.743	1.58807	-27.2588	-261.648
85.55947502	-113.756	2.89E-01	-12.8206	-113.694
90.32815067	37.4248	5.80E-01	1.01928	37.0642
95.10828546	183.711	-3.81E-01	14.8133	183.635
99.87404423	332.268	-2.12488	33.0226	332.232
104.672722	462.159	-12.8214	47.5713	462.132
109.4143124	366.881	-2.62678	54.2275	366.859
114.2190323	264.925	-2.06462	47.859	264.888
118.9418713	163.84	-2.13202	38.4157	163.837
123.6732526	84.2348	1.0638	34.4875	84.2311
128.4538041	31.5477	-2.37809	31.4503	-6.78172
133.2093538	-86.8106	-1.33238	30.3185	-88.1146
137.9540694	-168.893	-7.11E-01	27.8023	-168.89
142.717328	-236.842	-7.82E-01	25.5461	-236.84
147.4432922	-305.136	-4.08E-01	24.9383	-305.133
152.2255105	-357.966	-2.75E-01	24.2025	-357.936
156.9243895	-418.674	-3.0888	21.0437	-418.658
161.664313	-445.042	1.52232	24.1851	-444.983
164.68703	-478.98	-5.28E-01	22.7995	-478.964
167.7328737	-495.745	-6.32E-01	22.5562	-495.73
170.7345475	-511.645	-4.22E-01	22.7123	-511.626
173.7872666	-519.21	3.23E-02	23.0401	-519.159
176.7812315	-531.675	-1.77891	22.007	-531.665
179.8056153	-524.006	1.56473	24.6105	-523.884

Tabella C.2: Dati sforzo residuo lungo path radiale: rulli 5mm in acciaio.

Path radiale [mm]	S, MP [MPa]	σ_r [MPa]	σ_θ [MPa]	σ_L [MPa]
-2.75	562.062	6.34E-01	-19.7292	562.061
-2.601685	473.435	1.62714	-19.6063	473.433
-2.453468	385.879	3.13518	-18.6953	385.879
-2.30535	305.708	4.44288	-17.9009	305.702
-2.157332	225.959	6.19842	-16.7239	225.93
-2.009406	147.556	7.54645	-17.1428	147.508
-1.861578	69.8501	7.92427	-12.4942	69.8402
-1.62685	-46.9428	6.89058	-5.50117	-46.9271
-1.39239	-148.58	9.13828	2.85814	-148.58
-1.15814	-253.732	8.36909	23.0356	-253.716
-0.92411	-347.826	8.74716	51.7359	-347.817
-0.6903	-406.911	6.51887	85.3782	-406.895
-0.45661	-251.069	4.25338	49.4586	-251.04
-0.223	-112.229	1.84287	20.796	-112.167
0.01054	26.5196	6.54E-02	-5.76987	26.2973
0.24492	168.393	-3.46723	-25.776	168.313
0.47922	307.188	-5.94643	-54.1089	307.126
0.71344	419.298	-7.34086	-76.8913	419.284
0.94749	311.383	-6.28959	-41.9956	311.373
1.18131	210.28	-7.06791	-18.0064	210.257
1.41495	111.118	-7.31594	-6.90395	111.106
1.6483	14.3544	-6.9789	3.43078	14.2944
1.88144	-97.962	-6.44101	10.5331	-97.9609
2.02632	-164.506	-4.24609	14.8616	-164.479
2.17112	-234.039	-3.43331	16.1825	-234.008
2.31583	-305.701	-2.63877	17.6271	-305.631
2.46046	-376.618	-2.07461	18.6465	-376.612
2.605	-451.132	-2.94E-01	21.7675	-451.032
2.74945	-524.006	1.56473	24.6105	-523.884

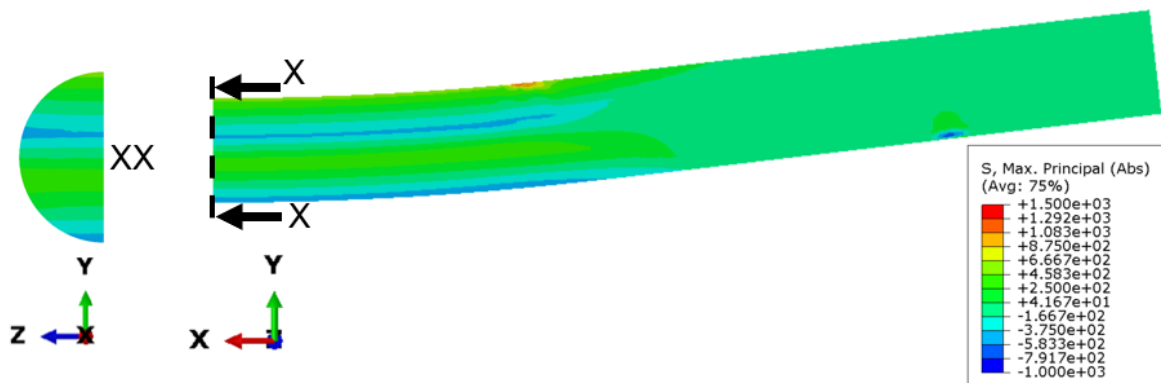


Figura C.1: Mappa colore sforzi residui: rulli 5mm in acciaio.

C.2. Alluminio, 5mm

Tabella C.3: Dati sforzo residuo lungo path circonferenziale: rulli 5mm in alluminio.

Path	S, MP [MPa]	σ_r [MPa]	σ_θ [MPa]	σ_L [MPa]
circonferenziale				
[°]				
0	501.709	6.02E-01	-19.8111	501.707
3.092305307	498.035	7.51E-01	-19.623	498.035
6.190465202	493.433	5.05E-01	-19.763	493.433
9.275853346	481.221	9.26E-01	-19.7785	481.217
12.38018035	468.888	1.28491	-19.7572	468.874
15.46242243	446.479	9.98E-01	-20.4689	446.444
18.5685204	418.638	-5.05E-02	-22.3219	418.634
23.38438693	375.538	1.80529	-20.6751	375.524
28.15618779	325.2	1.65968	-22.4804	325.2
32.97924234	257.218	1.39797	-24.0916	257.217
37.73645883	189.068	1.06E-01	-26.2513	189.067
42.59305745	102.27	4.17E-01	-27.5102	103.694
47.30777088	3.93616	1.52792	-28.8836	33.6445
52.04352749	-54.2533	8.52E-01	-33.6948	-54.2381
56.86762378	-141.485	2.16E-01	-39.892	-141.484
61.61525624	-236.544	6.29E-01	-46.2294	-236.539
66.41539248	-331.976	2.92908	-53.7323	-331.97
71.13760645	-424.886	9.4607	-47.0076	-424.831
75.95170202	-317.461	2.53202	-32.8988	-317.354
80.68058314	-192.641	7.06E-01	-16.9635	-192.55
85.48363625	-67.1662	-6.94E-02	-5.22372	-67.0929
90.25210354	60.8726	2.79E-01	6.08902	60.725
95.03202999	185.113	-4.41E-01	17.585	185.061
99.7979971	311.33	-1.94551	33.6289	311.303
104.5970916	432.984	-11.7666	47.3258	432.962
109.3395154	352.316	-2.59093	54.4632	352.297
114.1456937	252.123	-2.1693	48.8607	252.091
118.8704078	150.895	-2.02451	39.8159	150.892
123.604081	70.7281	7.96E-01	35.4173	70.726
128.387341	32.6794	-1.84008	32.5785	-20.9178
133.1458076	-94.0867	-1.99022	30.1281	-95.4786
137.8938567	-176.448	-5.17E-01	28.74	-176.445
142.6608656	-244.257	-7.96E-01	26.2768	-244.255
147.3905801	-310.237	-6.45E-01	25.289	-310.234
152.1771737	-362.189	-3.73E-01	24.5911	-362.161
156.8802196	-421.557	-2.83952	21.4357	-421.541
161.6249352	-445.178	1.41	24.2767	-445.123
164.6503607	-475.154	-8.28E-01	22.2812	-475.138
167.6993296	-489.994	-6.50E-01	22.1371	-489.979
170.7041286	-504.289	-5.14E-01	22.101	-504.271
173.7601813	-512.554	1.26E-02	22.5526	-512.506
176.7572714	-525.023	-1.5154	21.7567	-525.013
179.7845721	-517.395	1.25183	23.9147	-517.281

Tabella C.4: Dati sforzo residuo lungo path radiale: rulli 5mm in alluminio.

Path	S, MP [MPa]	σ_r [MPa]	σ_θ [MPa]	σ_L [MPa]
radiale				
[mm]				
-2.75	501.709	6.02E-01	-19.8111	501.707
-2.601902	422.809	1.53872	-19.9486	422.807
-2.453887	344.149	2.93441	-19.2522	344.149
-2.305959	267.598	4.14508	-17.6792	267.592
-2.15812	191.825	5.75928	-15.83	191.799
-2.010362	115.26	7.26407	-14.9629	115.217
-1.862689	44.7629	7.17504	-10.0351	44.7552
-1.62818	-62.0377	6.37889	-2.36486	-62.0278
-1.39392	-159.623	8.34764	7.73974	-159.621
-1.15983	-260.031	7.44073	30.4817	-260.011
-0.92594	-357.21	7.5816	65.2714	-357.2
-0.69221	-311.097	5.31285	64.4643	-311.084
-0.45856	-186.351	2.92316	36.8938	-186.324
-0.22498	-68.589	5.42E-01	13.1676	-68.514
0.00854	49.0297	-1.22009	-8.92559	48.9417
0.24291	169.435	-4.39997	-25.6133	169.378
0.47721	286.336	-7.39241	-49.9649	286.288
0.71145	391.713	-7.34037	-72.0857	391.701
0.94554	296.53	-7.07439	-41.6079	296.522
1.17944	195.384	-7.948	-18.2177	195.365
1.41317	95.7512	-7.84908	-6.50973	95.7395
1.64664	-7.74976	-7.31045	4.20358	-1.61753
1.87993	-106.732	-6.80107	10.4383	-106.731
2.02492	-173.518	-4.65834	15.222	-173.49
2.16983	-242.42	-3.70013	16.8084	-242.39
2.31467	-311.451	-2.88759	18.2577	-311.384
2.45943	-381.533	-2.00109	19.6725	-381.528
2.60411	-449.502	-4.00E-01	21.8333	-449.408
2.74872	-517.395	1.25183	23.9147	-517.281

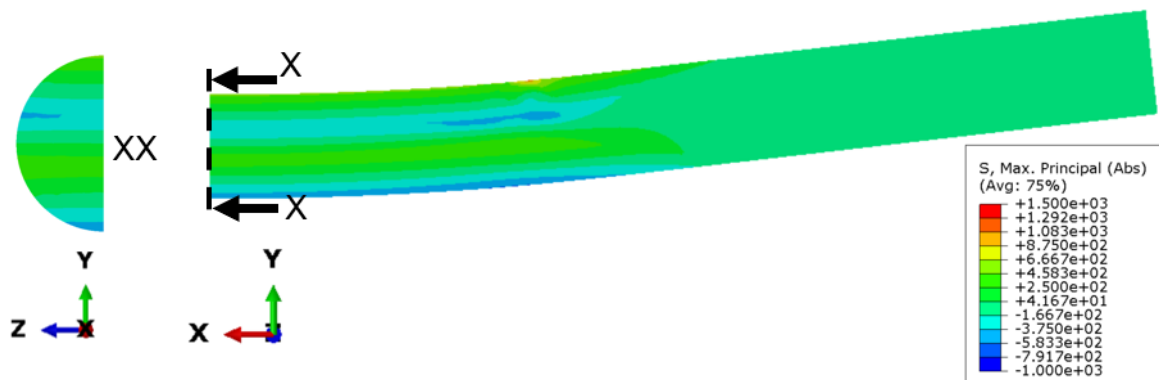


Figura C.2: Mappa colore sforzi residui: rulli 5mm in alluminio.

C.3. Acciaio, 4mm

Tabella C.5: Dati sforzo residuo lungo path circonferenziale: rulli 4mm in acciaio.

Path	S, MP [MPa]	σ_r [MPa]	σ_θ [MPa]	σ_L [MPa]
circonferenziale				
[°]				
0	565.331	6.31E-01	-19.7076	565.329
3.096701456	561.217	8.06E-01	-19.5027	561.217
6.199299169	556.063	5.56E-01	-19.6543	556.063
9.289041793	542.302	9.89E-01	-19.6409	542.298
12.39770244	528.454	1.39349	-19.5654	528.438
15.48419483	502.987	8.33E-01	-20.3675	502.948
18.59452227	470.572	-8.46E-02	-21.7952	470.569
23.41688926	422.411	2.05973	-19.7283	422.395
28.19473223	369.434	1.57275	-21.5761	369.433
33.02362053	297.585	1.33449	-23.1522	297.584
37.78646241	226.761	5.95E-01	-24.7941	226.761
42.64847809	139.128	2.25E-02	-27.2379	139.656
47.36777519	62.1542	1.44398	-28.8461	62.1496
52.10769877	-36.6677	1.0041	-33.5073	-35.3672
56.93575367	-128.351	2.03E-01	-39.5561	-128.35
61.68692805	-226.51	4.14E-01	-45.9218	-226.507
66.48998116	-326.337	2.52159	-55.7433	-326.333
71.21427862	-432.724	4.97883	-56.1239	-432.674
76.02941593	-425.031	10.3335	-44.5915	-424.932
80.75871375	-264.778	1.62403	-27.7853	-264.682
85.56218355	-116.183	3.16E-01	-13.2338	-116.121
90.33085919	35.6424	5.96E-01	7.10E-01	35.2461
95.11078564	182.496	-3.65E-01	14.5996	182.416
99.87654441	331.667	-2.12265	32.9105	331.629
104.6752222	462.628	-12.8417	47.583	462.601
109.4168126	368.068	-2.6224	54.3591	368.046
114.2217408	266.04	-2.08302	48.0506	266.002
118.9443715	164.907	-2.14591	38.6107	164.904
123.6757528	85.247	1.03119	34.6872	85.2424
128.4563043	31.7101	-2.36386	31.6095	-5.87557
133.211854	-86.042	-1.34385	30.4335	-87.3184
137.9563612	-168.161	-7.15E-01	27.9113	-168.159
142.7196198	-236.148	-7.79E-01	25.6206	-236.146
147.4453757	-304.348	-4.28E-01	24.9966	-304.345
152.227594	-357.088	-2.75E-01	24.2679	-357.058
156.9264729	-417.871	-3.08592	21.0903	-417.855
161.6663965	-444.342	1.50166	24.234	-444.284
164.6886968	-478.216	-5.16E-01	22.8483	-478.2
167.7345404	-494.935	-6.40E-01	22.5837	-494.92
170.7362142	-510.816	-4.20E-01	22.7395	-510.797
173.7889334	-518.376	3.40E-02	23.0649	-518.324
176.7828983	-530.834	-1.77571	22.0182	-530.824
179.8070737	-523.174	1.55329	24.6299	-523.052

Tabella C.6: Dati sforzo residuo lungo path radiale: rulli 4mm in acciaio.

Path	S, MP [MPa]	σ_r [MPa]	σ_θ [MPa]	σ_L [MPa]
radiale				
[mm]				
-2.75	565.331	6.31E-01	-19.7076	565.329
-2.601678	476.6	1.6242	-19.7378	476.598
-2.453453	388.725	3.13294	-18.9285	388.725
-2.305328	308.281	4.44636	-18.1986	308.274
-2.157304	228.466	6.2154	-17.0706	228.437
-2.009372	149.98	7.57079	-17.6028	149.931
-1.861537	72.3636	7.90645	-13.1068	72.3525
-1.6268	-45.6017	6.91276	-6.01078	-45.5853
-1.39234	-149.557	9.18237	2.87625	-149.557
-1.15808	-253.988	8.36332	22.773	-253.972
-0.92405	-349.029	8.74717	51.6304	-349.02
-0.69023	-409.685	6.53077	85.7029	-409.669
-0.45654	-254.098	4.27159	49.9724	-254.07
-0.22292	-114.611	1.8696	21.1713	-114.55
0.01062	24.7925	1.01E-01	-5.51157	24.5542
0.245	167.315	-3.43434	-25.592	167.233
0.47929	306.659	-5.92252	-53.9893	306.596
0.71352	420.401	-7.32632	-77.1117	420.386
0.94757	312.618	-6.27839	-42.0439	312.608
1.18139	211.394	-7.06996	-18.1004	211.371
1.41502	112.259	-7.33065	-6.82375	112.246
1.64837	15.5081	-7.01012	3.68654	15.4532
1.88151	-97.0281	-6.46681	10.8263	-97.0269
2.02639	-163.628	-4.25688	15.1601	-163.6
2.17118	-233.267	-3.46853	16.412	-233.235
2.31589	-304.867	-2.64774	17.8472	-304.797
2.46052	-375.81	-2.05431	18.8346	-375.804
2.60505	-450.341	-3.09E-01	21.8676	-450.24
2.7495	-523.174	1.55329	24.6299	-523.052

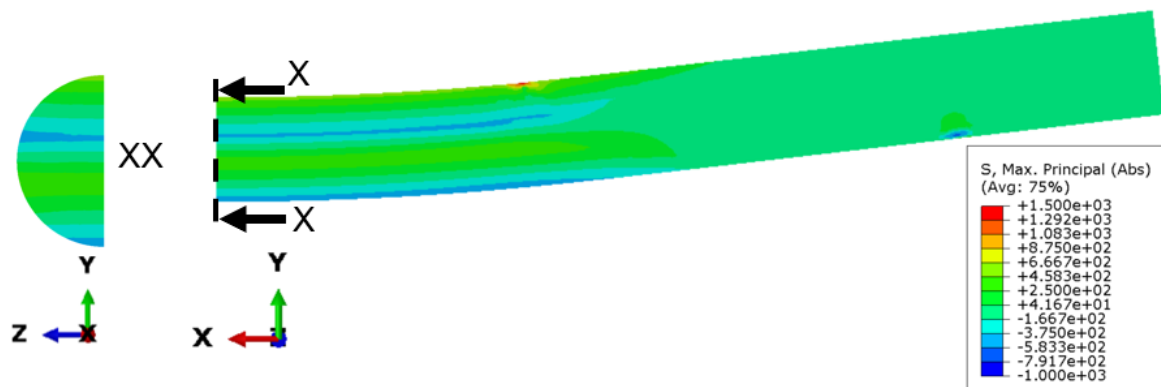


Figura C.3: Mappa colore sforzi residui: rulli 4mm in acciaio.

C.4. Alluminio, 4mm

Tabella C.7: Dati sforzo residuo lungo path circonferenziale: rulli 4mm in alluminio.

Path	S, MP [MPa]	σ_r [MPa]	σ_θ [MPa]	σ_L [MPa]
circonferenziale				
[°]				
0	504.561	6.04E-01	-19.7861	504.559
3.092409482	500.87	7.55E-01	-19.6003	500.87
6.190694385	496.25	5.11E-01	-19.7418	496.25
9.276186703	483.977	9.29E-01	-19.7705	483.973
12.38061788	471.588	1.29137	-19.7595	471.573
15.46294331	449.095	1.02505	-20.4543	449.059
18.56914544	421.164	-6.28E-02	-22.3323	421.16
23.38522032	377.9	1.80879	-20.6611	377.886
28.15722954	327.21	1.64818	-22.4377	327.209
32.98028408	258.843	1.39706	-23.9405	258.842
37.73770892	190.634	7.36E-02	-26.0445	190.633
42.59451588	104.065	5.23E-01	-27.0715	105.659
47.30922932	5.79593	1.46091	-28.5087	37.1483
52.04519428	-50.2301	7.97E-01	-33.507	-50.2087
56.86949891	-138.069	2.24E-01	-39.7197	-138.068
61.61733973	-233.651	6.21E-01	-46.1317	-233.646
66.41747596	-329.9	2.99384	-53.9137	-329.895
71.13989828	-426.928	9.46789	-47.6538	-426.875
75.95399385	-322.297	2.61232	-33.8194	-322.191
80.68287497	-197.225	7.68E-01	-17.8208	-197.135
85.48592808	-71.5006	-3.50E-02	-5.99551	-71.4301
90.25439537	56.8011	3.11E-01	5.38075	56.6374
95.03453017	181.276	-3.98E-01	16.9151	181.221
99.80049728	307.772	-1.88746	33.0387	307.743
104.5993834	432.185	-11.7939	46.9838	432.162
109.3420155	353.849	-2.53345	54.446	353.829
114.1484022	253.939	-2.18514	48.9835	253.905
118.872908	152.74	-2.02944	39.9856	152.737
123.6067895	72.593	7.96E-01	35.567	72.5901
128.3900495	32.8563	-1.85113	32.7544	-19.0115
133.1485161	-92.0937	-2.0112	30.3012	-93.4358
137.8967736	-174.331	-5.25E-01	28.9583	-174.329
142.6635741	-242.359	-8.00E-01	26.5079	-242.357
147.393497	-308.481	-6.41E-01	25.5052	-308.479
152.1800906	-360.487	-3.88E-01	24.8096	-360.46
156.8831365	-419.993	-2.84471	21.6506	-419.977
161.6278521	-443.652	1.4047	24.497	-443.598
164.6534859	-473.687	-8.31E-01	22.4995	-473.671
167.7024548	-488.564	-6.58E-01	22.349	-488.549
170.7072538	-502.888	-5.08E-01	22.3166	-502.87
173.7633065	-511.075	7.18E-03	22.7451	-511.026
176.7603967	-523.579	-1.51209	21.9413	-523.569
179.7876973	-515.934	1.24743	24.1075	-515.82

Tabella C.8: Dati sforzo residuo lungo path radiale: rulli 4mm in alluminio.

Path radiale [mm]	S, MP [MPa]	σ_r [MPa]	σ_θ [MPa]	σ_L [MPa]
-2.75	504.561	6.04E-01	-19.7861	504.559
-2.601896	425.287	1.54157	-19.9904	425.285
-2.453876	346.224	2.94027	-19.3183	346.224
-2.305943	269.284	4.16033	-17.7481	269.278
-2.158098	193.261	5.79884	-15.9119	193.234
-2.010335	116.922	7.35055	-15.1041	116.877
-1.862657	47.4099	7.14963	-10.5403	47.4013
-1.62814	-58.7327	6.49158	-3.11789	-58.722
-1.39387	-156.976	8.41974	6.9522	-156.975
-1.15978	-258.056	7.52685	29.591	-258.037
-0.92588	-355.432	7.67537	63.992	-355.423
-0.69214	-316.683	5.43317	65.596	-316.67
-0.45849	-190.596	3.05985	37.6107	-190.569
-0.2249	-72.526	6.90E-01	13.8258	-72.4552
0.00862	45.3971	-1.0658	-8.30471	45.3028
0.24299	166.115	-4.25407	-24.9988	166.056
0.47729	283.343	-7.25498	-49.3636	283.294
0.71153	391.205	-7.23523	-72.152	391.194
0.94563	298.052	-6.93753	-41.9026	298.043
1.17953	197.249	-7.85437	-18.4091	197.228
1.41326	97.6436	-7.80978	-6.61447	97.6311
1.64674	-7.67784	-7.30251	4.19594	3.54E-01
1.88003	-104.463	-6.79978	10.503	-104.462
2.02502	-171.213	-4.65568	15.3512	-171.187
2.16993	-240.326	-3.704	16.9888	-240.296
2.31477	-309.518	-2.89803	18.4489	-309.452
2.45953	-379.772	-2.01565	19.8798	-379.767
2.60421	-447.931	-4.06E-01	22.0596	-447.838
2.74883	-515.934	1.24743	24.1075	-515.82

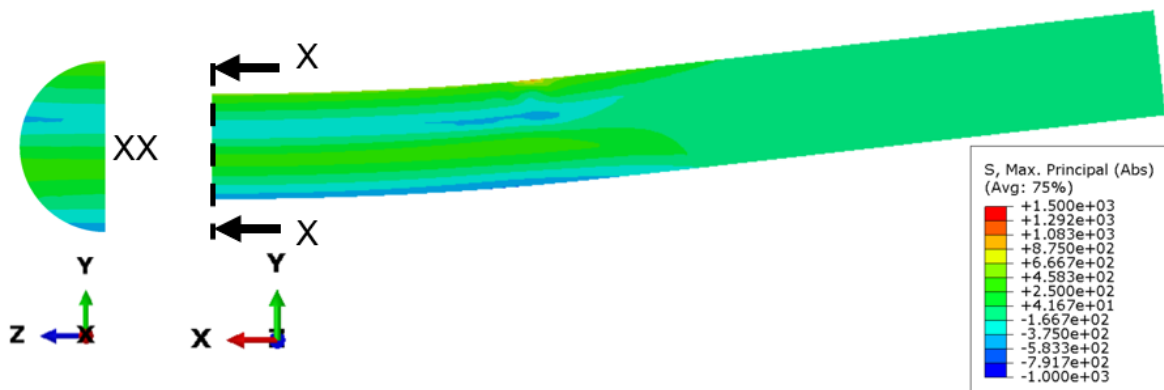


Figura C.4: Mappa colore sforzi residui: rulli 4mm in alluminio.

C.5. Acciaio, 3mm

Tabella C.9: Dati sforzo residuo lungo path circonferenziale: rulli 3mm in acciaio.

Path	S, MP [MPa]	σ_r [MPa]	σ_θ [MPa]	σ_L [MPa]
circonferenziale				
[°]				
0	567.281	6.31E-01	-19.8699	567.279
3.096659787	563.163	8.07E-01	-19.6657	563.163
6.199194995	558.011	5.61E-01	-19.8099	558.011
9.288875114	544.233	9.85E-01	-19.7949	544.229
12.39751493	530.37	1.39137	-19.73	530.355
15.48392398	504.862	8.37E-01	-20.5516	504.822
18.59420974	472.399	-6.26E-02	-22.0125	472.396
23.41647256	424.251	2.06864	-19.9463	424.235
28.19431553	371.277	1.57698	-21.7854	371.277
33.02320383	299.355	1.34215	-23.336	299.354
37.78583737	228.49	6.06E-01	-24.9722	228.49
42.64785305	141.327	2.87E-02	-27.4164	141.28
47.36694179	63.6844	1.42718	-29.0045	63.6796
52.10707372	-36.3139	1.02318	-33.7173	-33.9204
56.93492028	-126.939	2.12E-01	-39.7691	-126.939
61.68609466	-226.255	4.31E-01	-46.2673	-226.251
66.48914777	-326.401	2.55244	-55.9881	-326.397
71.21344523	-432.143	4.91098	-56.3842	-432.094
76.02858254	-425.945	10.3899	-44.9079	-425.847
80.75788035	-266.156	1.64231	-28.1387	-266.061
85.56135016	-118.168	3.41E-01	-13.6202	-118.106
90.3300258	33.0725	6.16E-01	2.82E-01	32.6363
95.10995225	179.298	-3.17E-01	14.1317	179.215
99.87571102	327.886	-2.07512	32.4414	327.847
104.6743888	460.722	-12.7921	47.3433	460.694
109.4161875	368.688	-2.62842	54.4037	368.665
114.2211158	267.001	-2.1238	48.2361	266.961
118.9439548	165.885	-2.14718	38.7793	165.881
123.6755444	86.3179	1.05992	34.7723	86.3117
128.4560959	31.8186	-2.41366	31.7169	-4.55296
133.211854	-84.4557	-1.30373	30.612	-85.6851
137.9565696	-166.397	-7.59E-01	28.0902	-166.394
142.7200365	-234.454	-7.64E-01	25.8723	-234.451
147.4460007	-302.702	-4.36E-01	25.2527	-302.699
152.2284274	-355.539	-2.97E-01	24.5374	-355.509
156.9273063	-416.125	-3.08158	21.347	-416.109
161.6674383	-442.361	1.48192	24.4876	-442.303
164.6901552	-476.308	-5.48E-01	23.0537	-476.292
167.7359989	-493.147	-6.07E-01	22.8498	-493.132
170.737881	-509.063	-4.24E-01	22.9769	-509.044
173.7906002	-516.62	3.06E-02	23.3248	-516.569
176.7845651	-529.092	-1.78269	22.2907	-529.082
179.8089488	-521.415	1.55771	24.9018	-521.294

Tabella C.10: Dati sforzo residuo lungo path radiale: rulli 3mm in acciaio.

Path	S, MP [MPa]	σ_r [MPa]	σ_θ [MPa]	σ_L [MPa]
circonferenziale				
[mm]				
-2.75	567.281	6.31E-01	-19.8699	567.279
-2.60168	478.41	1.62654	-19.9677	478.407
-2.453458	390.453	3.13928	-19.1943	390.452
-2.305335	309.949	4.46247	-18.4411	309.943
-2.157313	230.041	6.24289	-17.3126	230.011
-2.009381	151.472	7.60896	-17.8273	151.422
-1.861547	73.7321	7.94058	-13.3701	73.7199
-1.62681	-44.3884	6.95249	-6.29679	-44.3712
-1.39235	-148.446	9.25558	2.53558	-148.446
-1.15809	-254.262	8.40279	22.8076	-254.246
-0.92406	-348.823	8.80884	51.4902	-348.813
-0.69024	-409.841	6.59921	85.5112	-409.825
-0.45655	-255.358	4.34707	50.1264	-255.33
-0.22293	-116.377	1.94736	21.4551	-116.318
0.01061	22.5406	1.75E-01	-5.08985	22.2826
0.24499	164.533	-3.36518	-25.0418	164.451
0.47929	302.707	-5.93673	-53.1023	302.644
0.71352	421.14	-7.24226	-77.4441	421.125
0.94757	313.252	-6.25784	-42.3339	313.242
1.1814	212.29	-7.03674	-18.1891	212.266
1.41504	113.262	-7.316	-6.75849	113.249
1.64839	16.5657	-7.0256	3.69295	16.5188
1.88153	-95.3577	-6.47679	10.8097	-95.3565
2.02642	-161.839	-4.28055	15.1986	-161.812
2.17122	-231.446	-3.48404	16.5001	-231.416
2.31593	-303.137	-2.67125	17.9949	-303.067
2.46057	-373.941	-2.14195	19.0225	-373.935
2.60511	-448.448	-2.93E-01	22.1339	-448.348
2.74956	-521.415	1.55771	24.9018	-521.294

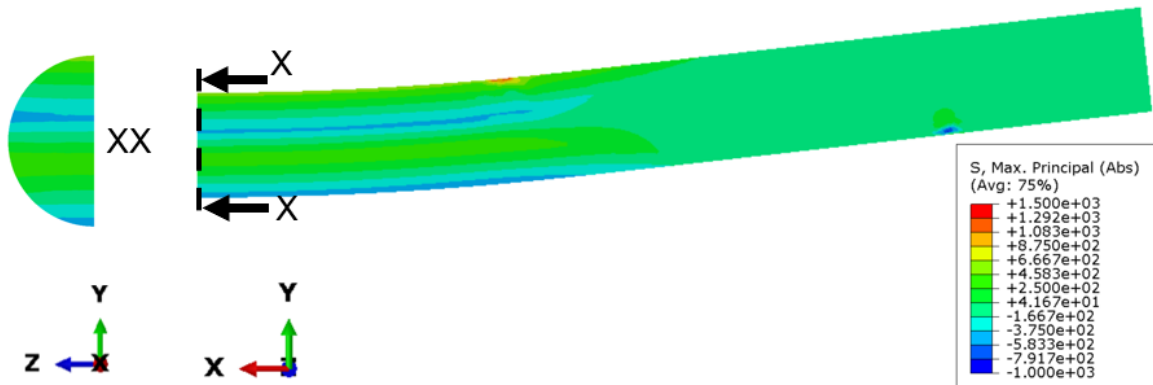


Figura C.5: Mappa colore sforzi residui: rulli 3mm in acciaio.

C.6. Alluminio, 3mm

Tabella C.11: Dati sforzo residuo lungo path circonferenziale: rulli 3mm in alluminio.

Path	S, MP [MPa]	σ_r [MPa]	σ_θ [MPa]	σ_L [MPa]
circonferenziale				
[°]				
0	513.015	6.06E-01	-19.92	513.013
3.092763674	509.308	7.57E-01	-19.7411	509.308
6.191381934	504.678	5.18E-01	-19.8837	504.678
9.277228445	492.351	9.22E-01	-19.9304	492.347
12.38201381	479.917	1.29	-19.9447	479.902
15.46469343	457.36	1.07257	-20.6319	457.323
18.57122893	429.431	-6.81E-02	-22.6155	429.427
23.38792885	386.058	1.77677	-20.9516	386.043
28.16035476	334.71	1.72048	-22.6467	334.709
32.983826	266.324	1.38699	-24.2919	266.323
37.74166753	197.869	2.55E-01	-26.4321	197.868
42.59909955	109.539	4.21E-01	-27.8359	111.22
47.31402133	40.108	1.38189	-29.3437	40.1023
52.05040299	-50.0477	9.33E-01	-33.9044	-50.0239
56.87491597	-137.574	2.44E-01	-39.9879	-137.573
61.62296513	-233.107	5.84E-01	-46.2968	-233.103
66.42351806	-329.797	3.09979	-54.3967	-329.792
71.14594038	-432.491	9.50579	-48.7763	-432.439
75.96003595	-331.248	2.74284	-35.2615	-331.141
80.68912542	-204.673	8.68E-01	-19.066	-204.582
85.49217853	-77.4359	1.48E-02	-7.0127	-77.3671
90.26064582	52.4275	3.58E-01	4.56493	52.238
95.04078062	178.38	-3.56E-01	16.274	178.32
99.80674773	306.396	-1.86998	32.599	306.366
104.6056339	433.466	-11.8516	46.807	433.442
109.348266	356.445	-2.52593	54.4996	356.424
114.1544443	256.464	-2.20347	49.0924	256.427
118.8791585	155.163	-2.04075	40.0471	155.16
123.6128316	74.9767	8.11E-01	35.6315	74.9719
128.3958833	32.9613	-1.84603	32.8583	-16.6762
133.1543498	-89.6317	-2.00575	30.4574	-91.355
137.902399	-172.695	-5.44E-01	29.0612	-172.693
142.6691995	-240.808	-8.11E-01	26.6019	-240.806
147.3987057	-307.011	-6.36E-01	25.5818	-307.008
152.1850909	-359.273	-3.68E-01	24.9495	-359.245
156.8879285	-418.855	-2.85966	21.711	-418.84
161.6324357	-442.536	1.39891	24.5915	-442.481
164.6578613	-472.619	-8.19E-01	22.584	-472.604
167.7066218	-487.503	-6.63E-01	22.433	-487.488
170.7114208	-502.254	-4.98E-01	22.4398	-502.236
173.7670568	-510.762	2.10E-02	22.9141	-510.713
176.7639386	-523.314	-1.53448	22.1361	-523.304
179.7912392	-515.622	1.28377	24.2975	-515.509

Tabella C.12: Dati sforzo residuo lungo path radiale: rulli 3mm in alluminio.

Path	S, MP [MPa]	σ_r [MPa]	σ_θ [MPa]	σ_L [MPa]
radiale				
[mm]				
-2.75	513.015	6.06E-01	-19.92	513.013
-2.601878	433.351	1.55256	-20.3185	433.349
-2.45384	353.838	2.98608	-19.8171	353.838
-2.30589	276.323	4.19467	-18.3587	276.317
-2.158029	199.942	5.86768	-16.6703	199.914
-2.01025	122.95	7.36291	-15.9847	122.903
-1.862558	50.4876	7.2429	-11.0418	50.4771
-1.62802	-58.7175	6.60792	-3.28783	-58.7067
-1.39374	-156.498	8.56173	6.43876	-156.497
-1.15963	-257.791	7.70077	28.7226	-257.772
-0.92572	-354.556	7.89816	62.5434	-354.546
-0.69198	-326.745	5.69282	67.7664	-326.731
-0.45832	-197.476	3.34706	38.8532	-197.449
-0.22473	-77.8956	9.88E-01	14.7342	-77.8286
0.0088	41.5383	-7.61E-01	-7.68146	41.4335
0.24317	163.804	-3.97216	-24.5645	163.743
0.47747	282.571	-7.0015	-49.1893	282.521
0.71171	392.897	-6.99626	-72.4975	392.885
0.94581	300.929	-6.71483	-42.1539	300.92
1.17971	200.13	-7.66562	-18.4428	200.108
1.41344	100.456	-7.70996	-6.59001	100.442
1.64691	-1.3068	-7.25814	4.25158	3.15198
1.88019	-102.157	-6.75958	10.6989	-102.156
2.02518	-169.249	-4.60343	15.5627	-169.223
2.17008	-238.494	-3.68575	17.1815	-238.464
2.31491	-307.916	-2.88989	18.6322	-307.85
2.45967	-378.404	-2.0172	20.0393	-378.399
2.60434	-446.688	-4.06E-01	22.1681	-446.594
2.74895	-515.622	1.28377	24.2975	-515.509

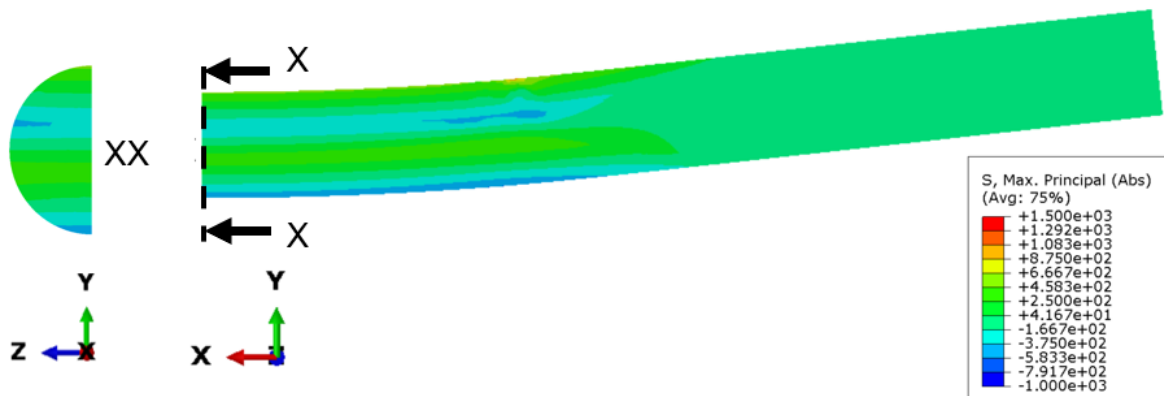


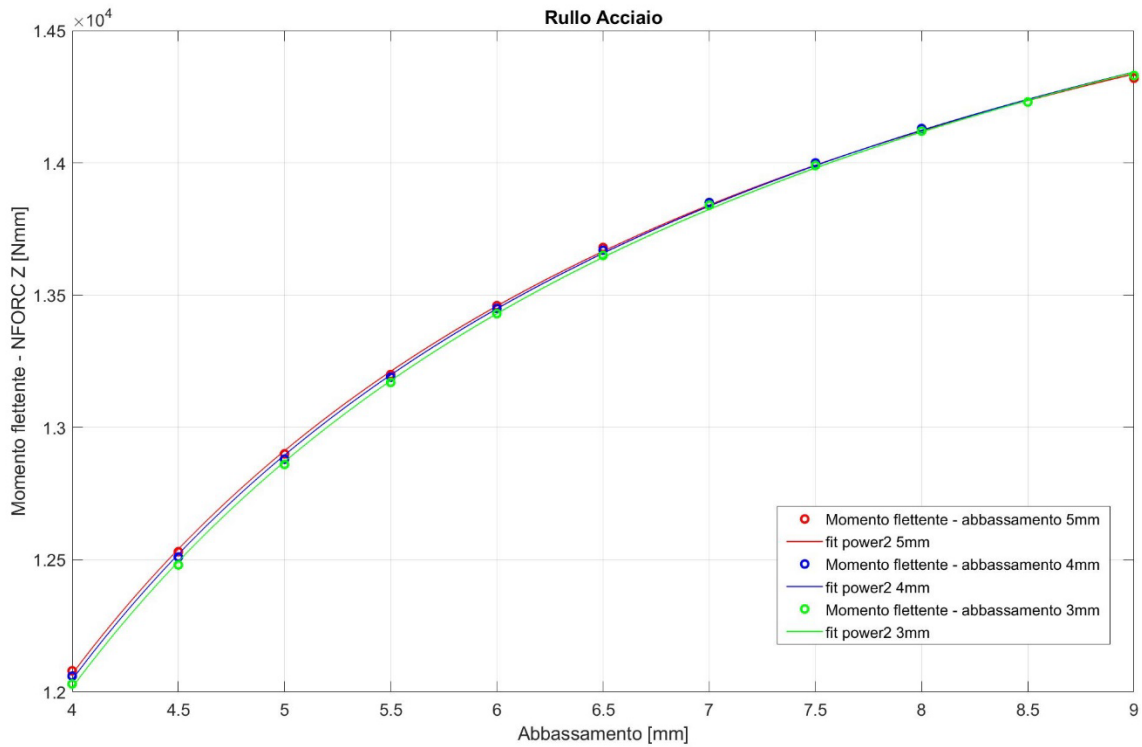
Figura C.6: Mappa colore sforzi residui: rulli 3mm in alluminio.

D Interpolazione dei dati

Di seguito sono riportate le rappresentazioni dei dati e dell'equazione che li interpola per ciascuna coppia di variabili considerate. Inoltre, sono indicati i valori numerici dei coefficienti che identificano l'espressione analitica e i parametri di bontà del fitting.

D.1. Abbassamento – Momento flettente (NFORC)

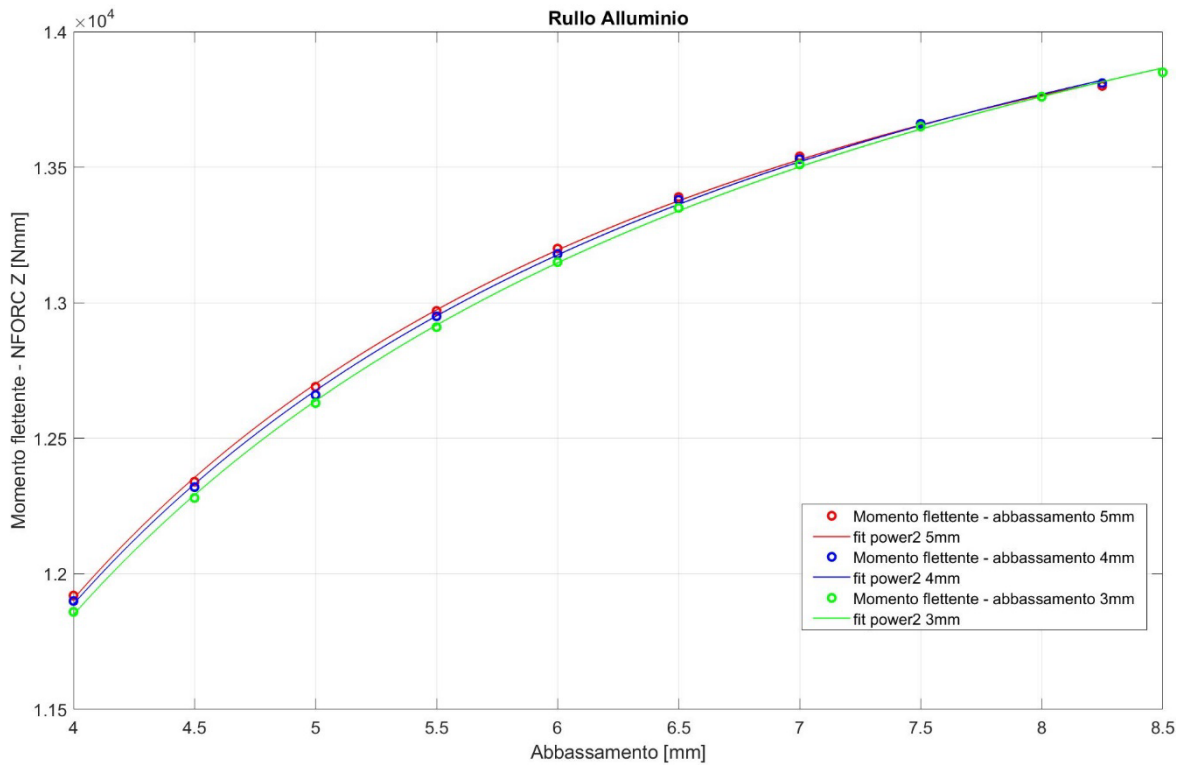
RULLI IN ACCIAIO



5mm	4mm	3mm
General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$ Coefficients (with 95% confidence bounds): $a = -1.823e+04$ (-1.998e+04, -1.648e+04) $b = -1.138$ (-1.248, -1.027) $c = 1.583e+04$ (1.56e+04, 1.607e+04)	General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$ Coefficients (with 95% confidence bounds): $a = -1.801e+04$ (-1.971e+04, -1.63e+04) $b = -1.109$ (-1.22, -0.9975) $c = 1.592e+04$ (1.567e+04, 1.617e+04)	General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$ Coefficients (with 95% confidence bounds): $a = -1.78e+04$ (-1.924e+04, -1.636e+04) $b = -1.079$ (-1.177, -0.9812) $c = 1.6e+04$ (1.577e+04, 1.624e+04)
Goodness of fit: SSE: 1266 R-square: 0.9998 Adjusted R-square: 0.9997 RMSE: 12.58	Goodness of fit: SSE: 1325 R-square: 0.9998 Adjusted R-square: 0.9997 RMSE: 12.87	Goodness of fit: SSE: 1058 R-square: 0.9998 Adjusted R-square: 0.9998 RMSE: 11.5

Figura D.1: Rappresentazione (in alto) e indicazione dei coefficienti (in basso) dell'equazione analitica interpolante: abbassamento - momento flettente; rulli in acciaio.

RULLI IN ALLUMINIO

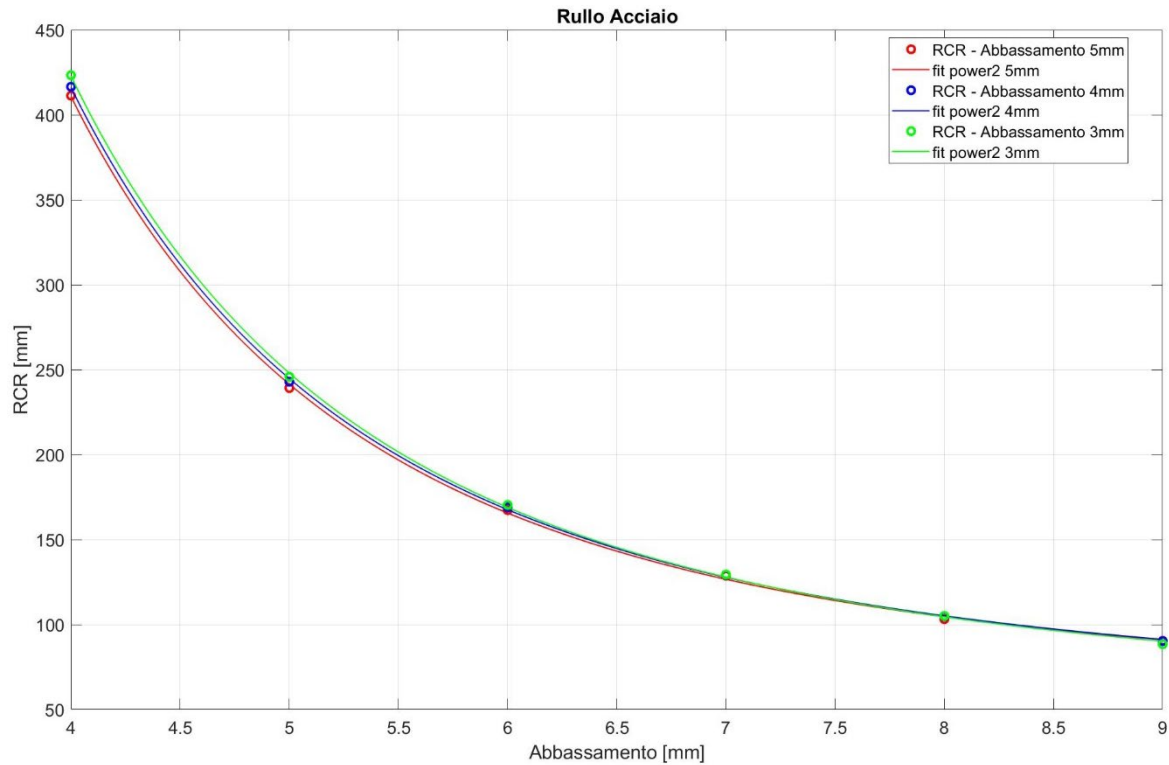


5mm	4mm	3mm
General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$	General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$	General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$
Coefficients (with 95% confidence bounds): a = -1.965e+04 (-2.263e+04, -1.668e+04) b = -1.339 (-1.496, -1.181) c = 1.498e+04 (1.475e+04, 1.521e+04)	Coefficients (with 95% confidence bounds): a = -1.81e+04 (-2.062e+04, -1.559e+04) b = -1.234 (-1.388, -1.081) c = 1.516e+04 (1.49e+04, 1.542e+04)	Coefficients (with 95% confidence bounds): a = -1.593e+04 (-1.742e+04, -1.445e+04) b = -1.048 (-1.169, -0.9275) c = 1.558e+04 (1.528e+04, 1.588e+04)
Goodness of fit: SSE: 1173 R-square: 0.9997 Adjusted R-square: 0.9996 RMSE: 12.94	Goodness of fit: SSE: 1156 R-square: 0.9997 Adjusted R-square: 0.9996 RMSE: 12.85	Goodness of fit: SSE: 764.5 R-square: 0.9998 Adjusted R-square: 0.9998 RMSE: 10.45

Figura D.2: Rappresentazione (in alto) e indicazione dei coefficienti (in basso) dell'equazione analitica interpolante: abbassamento - momento flettente; rulli in alluminio.

D.2. Abbassamento – Raggio di curvatura residua

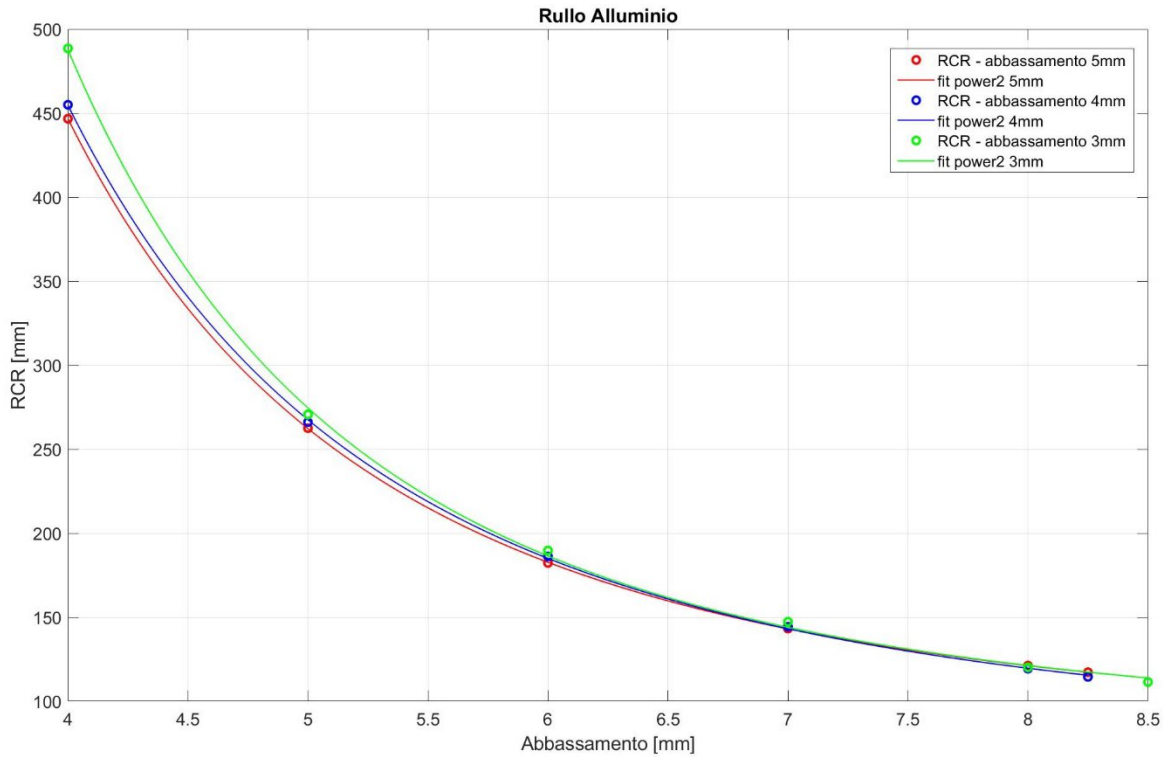
RULLI IN ACCIAIO



5mm	4mm	3mm
General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$ Coefficients (with 95% confidence bounds): $a = 2.064e+04$ (1.323e+04, 2.806e+04) $b = -2.936$ (-3.213, -2.66) $c = 58.54$ (46.02, 71.07)	General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$ Coefficients (with 95% confidence bounds): $a = 2.029e+04$ (1.499e+04, 2.56e+04) $b = -2.911$ (-3.113, -2.71) $c = 57.44$ (48.01, 66.87)	General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$ Coefficients (with 95% confidence bounds): $a = 2.015e+04$ (1.383e+04, 2.647e+04) $b = -2.888$ (-3.13, -2.645) $c = 54.82$ (43.03, 66.61)
Goodness of fit: SSE: 15.04 R-square: 0.9998 Adjusted R-square: 0.9997 RMSE: 2.239	Goodness of fit: SSE: 8.293 R-square: 0.9999 Adjusted R-square: 0.9998 RMSE: 1.663	Goodness of fit: SSE: 12.63 R-square: 0.9998 Adjusted R-square: 0.9997 RMSE: 2.052

Figura D.3: Rappresentazione (in alto) e indicazione dei coefficienti (in basso) dell'equazione analitica interpolante: abbassamento – raggio di curvature residua; rulli in acciaio.

RULLI IN ALLUMINIO

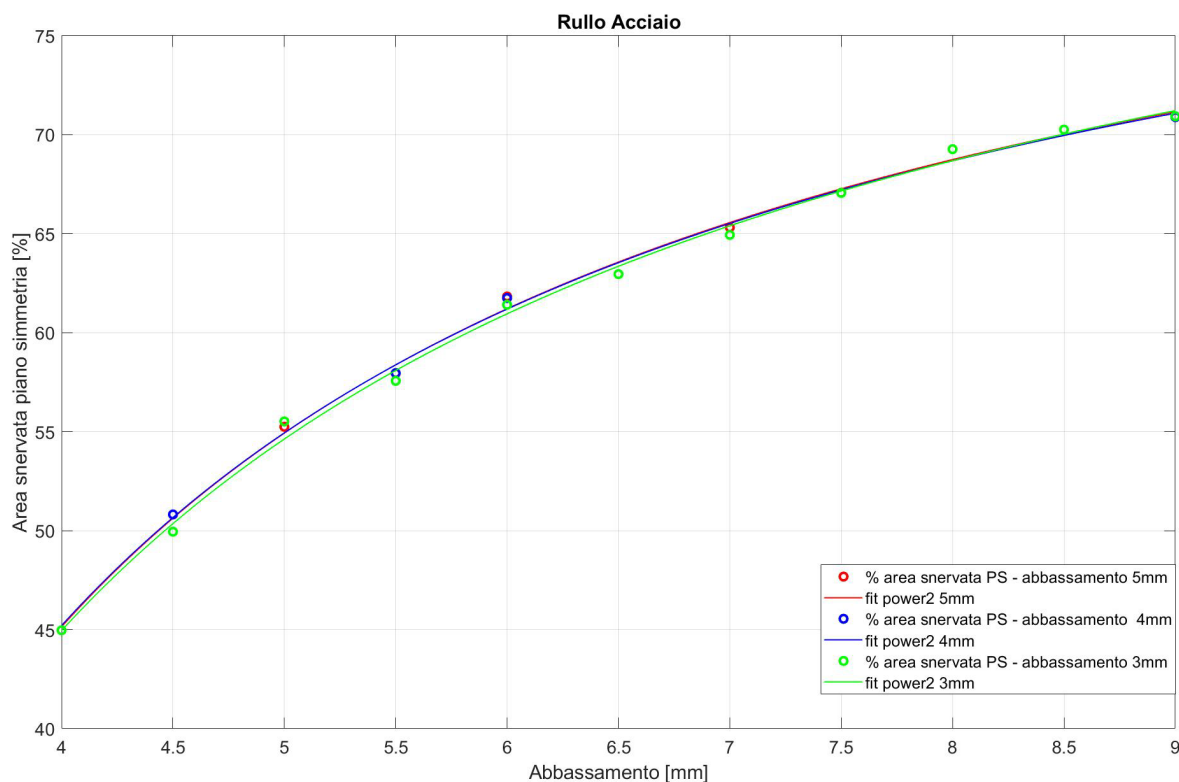


5mm	4mm	3mm
General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$ Coefficients (with 95% confidence bounds): a = 2.77e+04 (2.629e+04, 2.911e+04) b = -3.117 (-3.156, -3.078) c = 78.76 (77.05, 80.48) Goodness of fit: SSE: 0.2713 R-square: 1 Adjusted R-square: 1 RMSE: 0.3007	General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$ Coefficients (with 95% confidence bounds): a = 2.489e+04 (1.912e+04, 3.065e+04) b = -3.012 (-3.191, -2.833) c = 72.27 (63.62, 80.92) Goodness of fit: SSE: 6.151 R-square: 0.9999 Adjusted R-square: 0.9999 RMSE: 1.432	General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$ Coefficients (with 95% confidence bounds): a = 4.077e+04 (1.668e+04, 6.485e+04) b = -3.323 (-3.772, -2.874) c = 80.61 (61.45, 99.77) Goodness of fit: SSE: 45.06 R-square: 0.9996 Adjusted R-square: 0.9993 RMSE: 3.876

Figura D.4: Rappresentazione (in alto) e indicazione dei coefficienti (in basso) dell'equazione analitica interpolante: abbassamento – raggio di curvature residua; rulli in alluminio.

D.3. Abbassamento – % area snervata (simmetria)

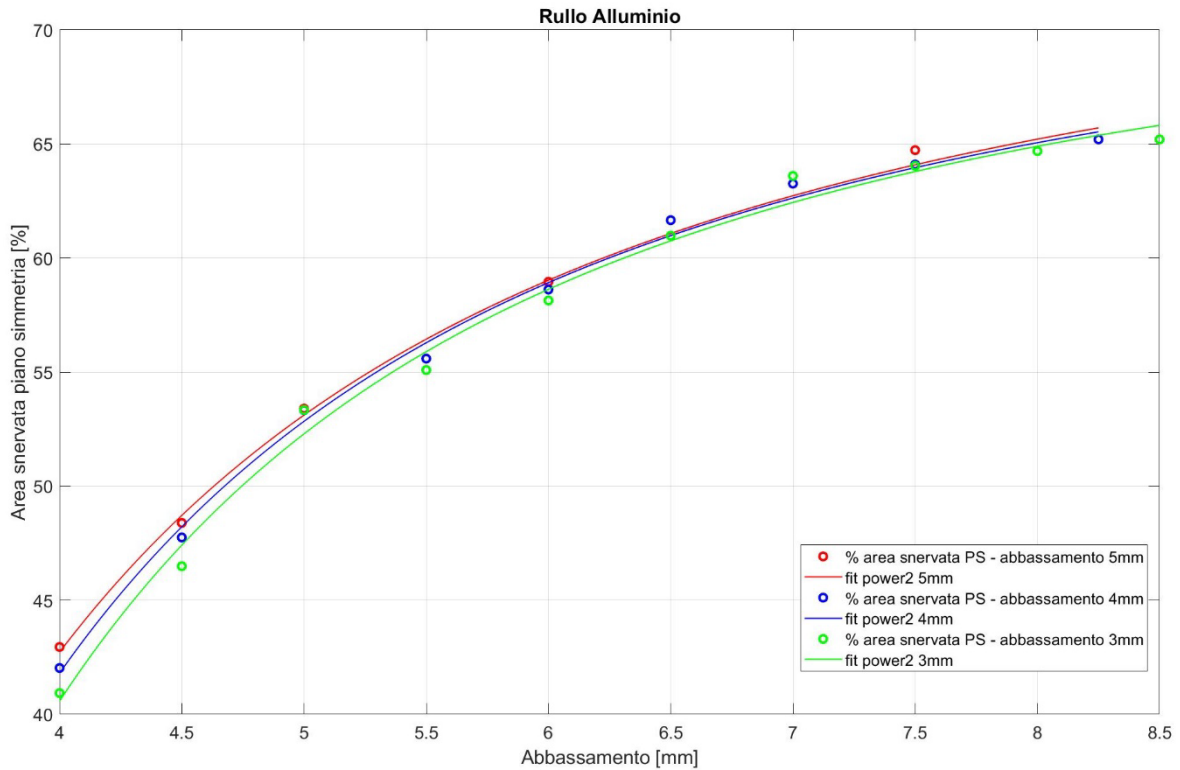
RULLI IN ACCIAIO



5mm	4mm	3mm
General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$ Coefficients (with 95% confidence bounds): a = -372.5 (-633.3, -111.7) b = -1.776 (-2.396, -1.155) c = 74.49 (68.43, 80.55)	General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$ Coefficients (with 95% confidence bounds): a = -460.1 (-764.1, -156.1) b = -1.934 (-2.5, -1.369) c = 73.29 (68.51, 78.08)	General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$ Coefficients (with 95% confidence bounds): a = -531.5 (-1025, -37.65) b = -2.021 (-2.802, -1.24) c = 72.85 (66.58, 79.13)
Goodness of fit: SSE: 2.539 R-square: 0.9952 Adjusted R-square: 0.9938 RMSE: 0.6023	Goodness of fit: SSE: 2.207 R-square: 0.9961 Adjusted R-square: 0.9949 RMSE: 0.5615	Goodness of fit: SSE: 4.853 R-square: 0.9922 Adjusted R-square: 0.99 RMSE: 0.8327

Figura D.5: Rappresentazione (in alto) e indicazione dei coefficienti (in basso) dell'equazione analitica interpolante: abbassamento - % area snervata sul piano di simmetria; rulli in acciaio.

RULLI IN ALLUMINIO

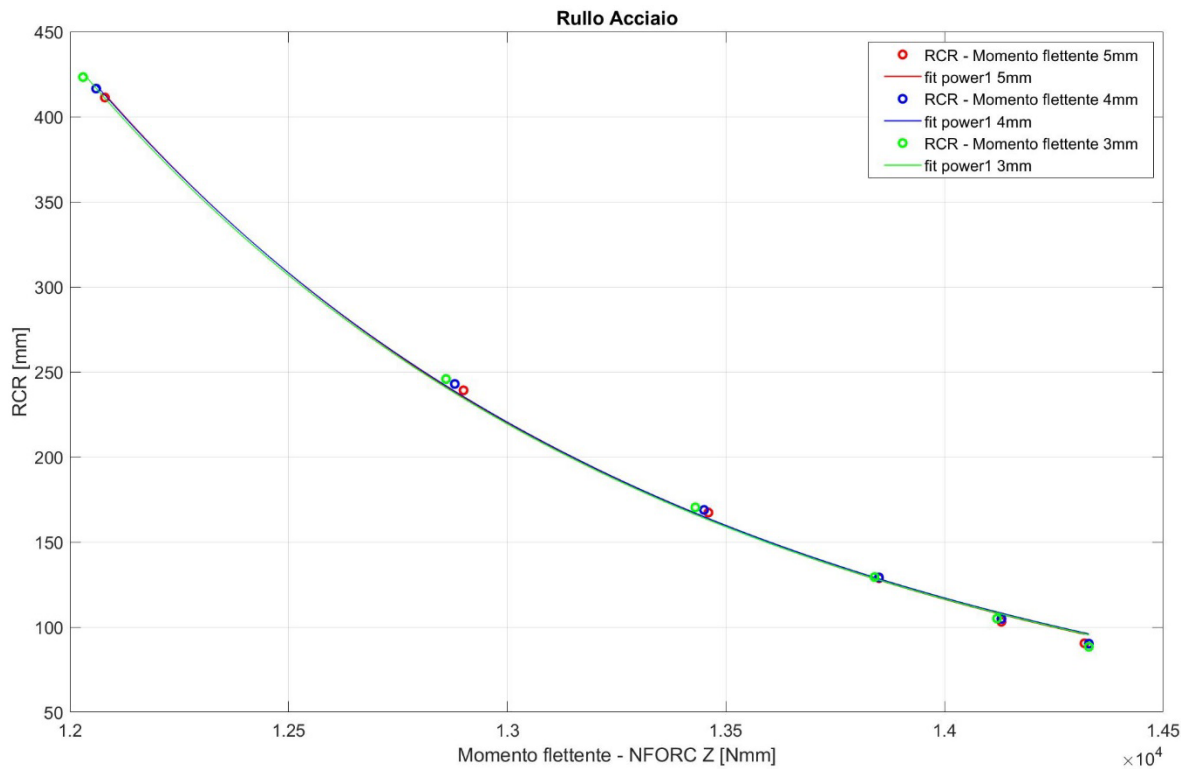


5mm	4mm	3mm
General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$ Coefficients (with 95% confidence bounds): a = -372.5 (-633.3, -111.7) b = -1.776 (-2.396, -1.155) c = 74.49 (68.43, 80.55)	General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$ Coefficients (with 95% confidence bounds): a = -460.1 (-764.1, -156.1) b = -1.934 (-2.5, -1.369) c = 73.29 (68.51, 78.08)	General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$ Coefficients (with 95% confidence bounds): a = -531.5 (-1025, -37.65) b = -2.021 (-2.802, -1.24) c = 72.85 (66.58, 79.13)
Goodness of fit: SSE: 2.539 R-square: 0.9952 Adjusted R-square: 0.9938 RMSE: 0.6023	Goodness of fit: SSE: 2.207 R-square: 0.9961 Adjusted R-square: 0.9949 RMSE: 0.5615	Goodness of fit: SSE: 4.853 R-square: 0.9922 Adjusted R-square: 0.99 RMSE: 0.8327

Figura D.6: Rappresentazione (in alto) e indicazione dei coefficienti (in basso) dell'equazione analitica interpolante: abbassamento - % area snervata sul piano di simmetria; rulli in alluminio.

D.4. Momento flettente (NFORC) – Raggio di curvatura residua

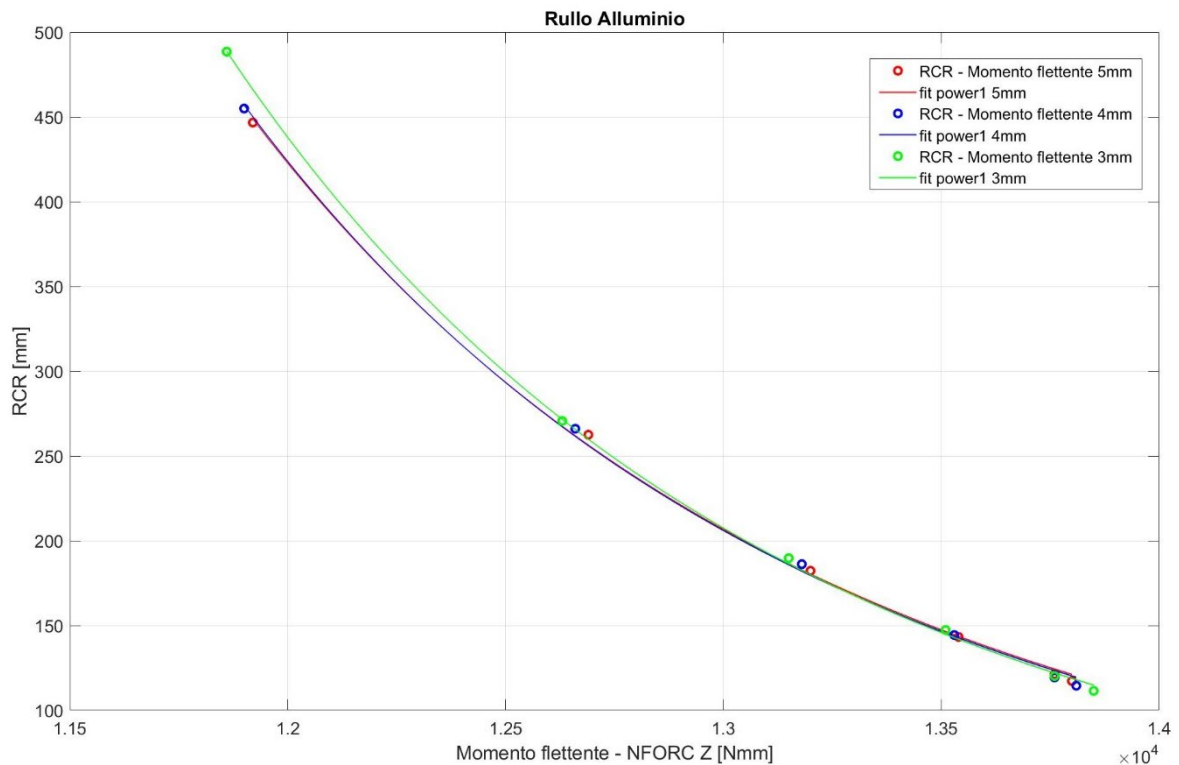
RULLI IN ACCIAIO



5mm	4mm	3mm
General model Power1: $f(x) = a \cdot x^b$ Coefficients (with 95% confidence bounds): $a = 5.048e+37$ (-1.557e+38, 2.566e+38) $b = -8.595$ (-9.028, -8.163)	General model Power1: $f(x) = a \cdot x^b$ Coefficients (with 95% confidence bounds): $a = 2.972e+37$ (-8.649e+37, 1.459e+38) $b = -8.539$ (-8.953, -8.125)	General model Power1: $f(x) = a \cdot x^b$ Coefficients (with 95% confidence bounds): $a = 3.074e+37$ (-1.049e+38, 1.663e+38) $b = -8.543$ (-9.011, -8.076)
Goodness of fit: SSE: 87.15 R-square: 0.9988 Adjusted R-square: 0.9985 RMSE: 4.668	Goodness of fit: SSE: 83.01 R-square: 0.9989 Adjusted R-square: 0.9986 RMSE: 4.555	Goodness of fit: SSE: 109.7 R-square: 0.9986 Adjusted R-square: 0.9983 RMSE: 5.237

Figura D.7: Rappresentazione (in alto) e indicazione dei coefficienti (in basso) dell'equazione analitica interpolante: momento flettente – raggio di curvature residua; rulli in acciaio.

RULLI IN ALLUMINIO



5mm	4mm	3mm
General model Power1: $f(x) = a \cdot x^b$ Coefficients (with 95% confidence bounds): $a = 1.245e+39 \ (-3.158e+39, 5.647e+39)$ $b = -8.94 \ (-9.315, -8.565)$	General model Power1: $f(x) = a \cdot x^b$ Coefficients (with 95% confidence bounds): $a = 2.43e+39 \ (-6.831e+39, 1.169e+40)$ $b = -9.011 \ (-9.416, -8.607)$	General model Power1: $f(x) = a \cdot x^b$ Coefficients (with 95% confidence bounds): $a = 5.279e+40 \ (-6.922e+40, 1.748e+41)$ $b = -9.335 \ (-9.581, -9.09)$
Goodness of fit: SSE: 70.89 R-square: 0.9991 Adjusted R-square: 0.9989 RMSE: 4.21	Goodness of fit: SSE: 84.38 R-square: 0.999 Adjusted R-square: 0.9988 RMSE: 4.593	Goodness of fit: SSE: 33.75 R-square: 0.9997 Adjusted R-square: 0.9996 RMSE: 2.905

Figura D.8: Rappresentazione (in alto) e indicazione dei coefficienti (in basso) dell'equazione analitica interpolante: momento flettente – raggio di curvature residua; rulli in alluminio.

D.5. Momento flettente (NFORC) – % area snervata (simmetria)

RULLI IN ACCIAIO

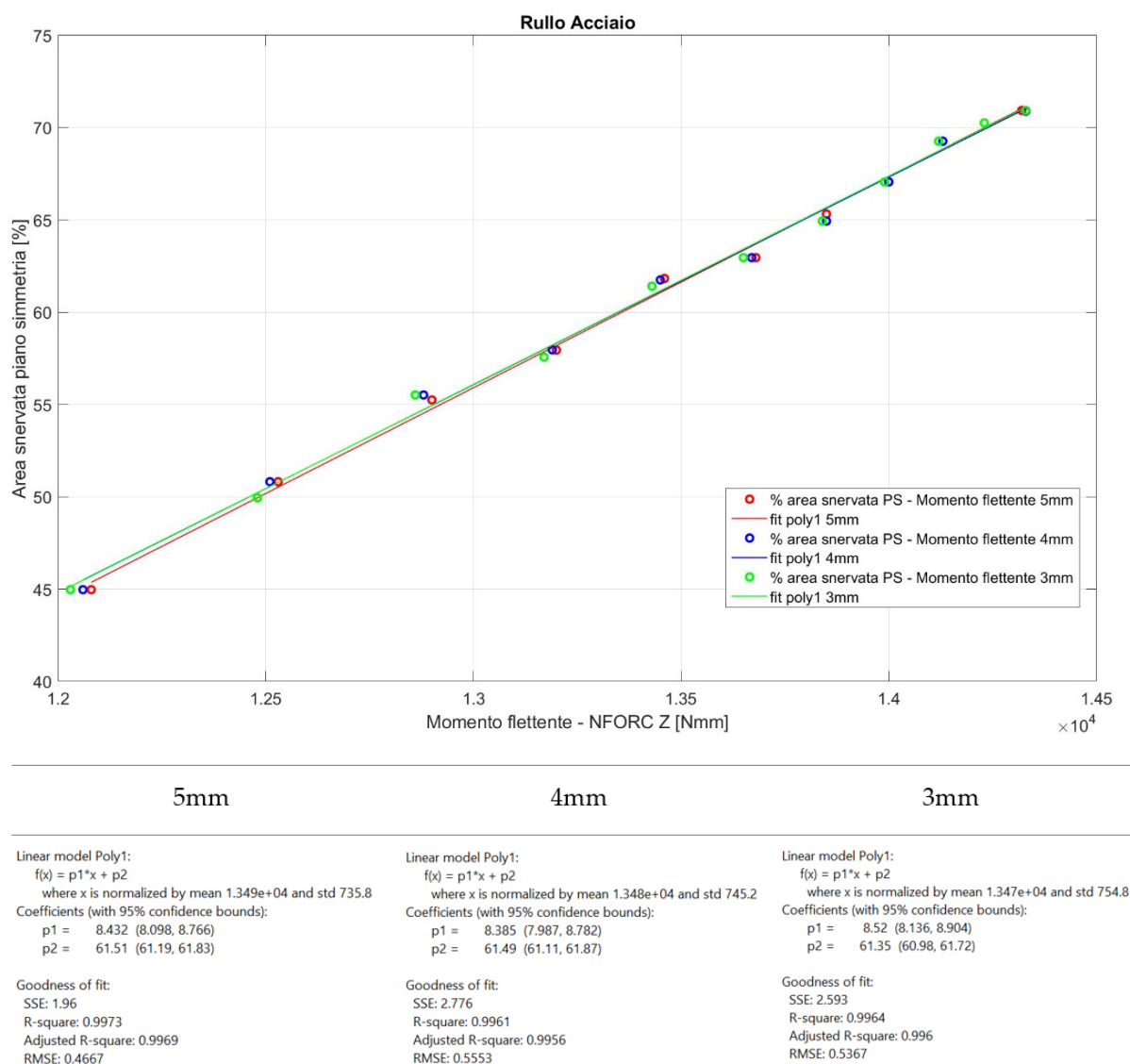
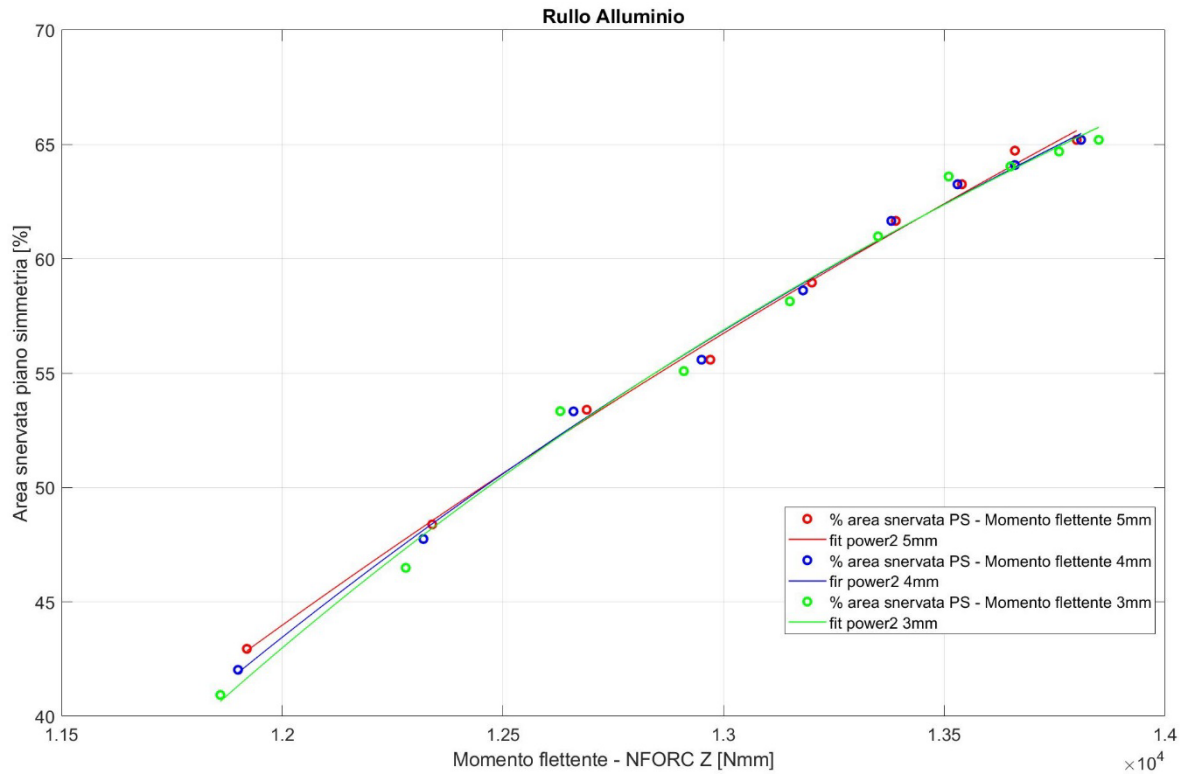


Figura D.9: Rappresentazione (in alto) e indicazione dei coefficienti (in basso) dell'equazione analitica interpolante: momento flettente – % area snervata sul piano di simmetria; rulli in acciaio.

RULLI IN ALLUMINIO



5mm	4mm	3mm
General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$ Coefficients (with 95% confidence bounds): a = -2.523e+06 (-5.91e+07, 5.406e+07) b = -1.028 (-3.669, 1.613) c = 205.6 (-180.6, 591.7)	General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$ Coefficients (with 95% confidence bounds): a = -1.952e+11 (-4.548e+12, 4.157e+12) b = -2.302 (-4.773, 0.1698) c = 123.2 (50.11, 196.2)	General model Power2: $f(x) = a \cdot x^b + c$ Coefficients (with 95% confidence bounds): a = -1.126e+14 (-3.615e+15, 3.39e+15) b = -3 (-6.41, 0.4103) c = 108.1 (47.56, 168.7)
Goodness of fit: SSE: 2 R-square: 0.9962 Adjusted R-square: 0.9951 RMSE: 0.5345	Goodness of fit: SSE: 1.927 R-square: 0.9966 Adjusted R-square: 0.9956 RMSE: 0.5247	Goodness of fit: SSE: 4.415 R-square: 0.9929 Adjusted R-square: 0.9909 RMSE: 0.7942

Figura D.10: Rappresentazione (in alto) e indicazione dei coefficienti (in basso) dell'equazione analitica interpolante: momento flettente – % area snervata sul piano di simmetria; rulli in alluminio.

Lista delle Figure

Figura 1.1: Colonna vertebrale: vista laterale (a); vista posteriore (b) [1].	4
Figura 1.2: Anatomia della vertebra [3].	4
Figura 1.3: Sistema di fissazione spinale [13].	6
Figura 1.4: Rottura <i>in vivo</i> di una barra spinale (<i>Tang et al.</i> [15]).	7
Figura 1.5: French Bender [19].	8
Figura 1.6: Piegatore <i>in situ</i> (<i>Kim et al.</i> [9]).	9
Figura 1.7: Schematizzazione del sistema di forza e del momento flettente agente sulla barra dovuto alla flessione a 4 punti.	11
Figura 1.8: Schematizzazione flessione a 4 punti: sui rulli di supporto viene esercitata una flessione a 3 punti.	13
Figura 1.9: Set-up sperimentale di pressa per la piegatura di barre spinali (<i>Willson et al.</i> [21]).	14
Figura 1.10: Flessione a tre punti applicata alla piegatura di una barra spinale (<i>Ayers et al.</i> [22]).	15
Figura 1.11: Distribuzione di uno stato di sforzo "a farfalla" generato dall'applicazione di un momento flettente.	16
Figura 1.12: Tipica curva sforzo-deformazione di un materiale metallico dal comportamento elastoplastico sottoposto a una prova a trazione. Sono chiaramente distinguibili un primo tratto lineare elastico a basse deformazioni e un successivo tratto plastico a minor pendenza (<i>Berti et al.</i> [6]).	17
Figura 1.13: Distribuzione degli sforzi residui lungo la sezione di una barra sottoposta a piegatura.	18
Figura 1.14: Andamento FEM dello sforzo lungo la barra spinale prodotto da due metodi di piegatura: flessione a 4 punti ("Uniform contouring") (a); French Bender (b). In alto gli sforzi generati sotto carico massimo, al centro gli sforzi residui e in basso il profilo reale della barra a seguito del processo (<i>Berti et al.</i> [6]).	20
Figura 1.15: Sovrapposizione dello sforzo agente <i>in vivo</i> con gli sforzi residui presenti nella barra a seconda della sua configurazione di impianto (cifotica o lordotica) (<i>Piovesan et al.</i> [7]).	21

Figura 1.16: Confronto tra piegatura uniforme della barra e tramite French Bender: test a fatica mediante set-up di flessione a 4 punti in diverse configurazioni di impianto (lordotica o cifotica) (<i>Piovesan et al. [7]</i>).	22
Figura 1.17: Set-up secondo norma ASTM 1717 per replicare la conformazione di un impianto di fissazione spinale in vivo (a); rottura di una barra spinale in corrispondenza dell'indentazione lasciata dallo strumento di piegatura (French Bender) (b) (<i>Nguyen et al. [14]</i>).	23
Figura 1.18: Differenza statisticamente rilevante tra gruppi di barre caratterizzate da diversi gradi di piegatura e sottoposti a test a fatica: livello di carico pari a 400N/40N a sinistra; livello di carico pari a 250N / 25N a destra (<i>Tang et al. [15]</i>). ..	24
Figura 1.19: Analisi FEM di tre metodi di piegatura: in alto tramite piegatore in situ, al centro tramite azione multipla del French Bender, in basso French Bender singolo (<i>Kim et al. [9]</i>).	25
Figura 2.1: Set up sperimentale per flessione a 4 punti (<i>Berti et al., [6]</i>).	28
Figura 2.2: Geometria barra.	29
Figura 2.3: Geometria rullo.	30
Figura 2.4: Posizione relativa del rullo di carico e di supporto.	34
Figura 2.5: Condizioni al contorno imposte sul modello.	36
Figura 2.6: Mesh di riferimento per barra e rulli.	37
Figura 2.7: Creazione di un path lungo il bordo della sezione della barra.....	39
Figura 2.8: Analisi convergenza mesh: mesh incrementali.	44
Figura 3.1: Deformazione plastica del rullo di supporto della mesh X1.	52
Figura 3.2: Andamento dello sforzo massimo sulla barra durante la fase di carico.	56
Figura 3.3: Andamento del momento flettente (calcolato mediante RF2) durante la fase di carico.	57
Figura 3.4: Schematizzazione del sistema rulli-barra come molle in serie che subiscono una compressione.	58
Figura 3.5: Momento flettente VS abbassamento: indicazione di alcuni istanti di interesse durante la fase di carico.	58
Figura 3.6: Momento flettente VS abbassamento: in questo caso il momento flettente è calcolato usando la variabile NFORC.	61

Figura 3.7: Raggi di curvatura residua associati a diversi livelli di abbassamento del rullo di carico.	62
Figura 3.8: Andamento delle PEEQ massime sulla barra nella zona di contatto col rullo di carico (sopra); e sul piano di simmetria (sotto).	63
Figura 3.9: Mappe colore rappresentanti lo stato di sforzo residuo sulle barre utilizzando rulli in acciaio (a) e in alluminio (b).	65
Figura 3.10: Diagramma lungo path circonferenziale del profilo delle componenti dello sforzo residuo sul piano di simmetria della barra: effetto del materiale.	66
Figura 3.11: Diagramma lungo path radiale del profilo delle componenti dello sforzo residuo sul piano di simmetria della barra: effetto del materiale.	67
Figura 3.12: Andamento del momento flettente (RF2) durante la fase di abbassamento del rullo di carico: a seconda del raggio del rullo le curve assumono valori diversi.	69
Figura 3.13: Andamento del momento flettente (NFORC) durante la fase di abbassamento del rullo di carico: le curve assumono gli stessi valori al variare delle dimensioni dei rulli.	70
Figura 3.14: Relazione tra momento flettente (NFORC) e raggio di curvatura residua per ogni livello di abbassamento del rullo di carico.	71
Figura 3.15: Andamento delle PEEQ massime sotto il rullo di carico durante la fase di carico.	72
Figura 3.16: Mappe colore che rappresentano gli sforzi residui di tre simulazioni condotte con rulli di raggio pari a 5mm (a); 4mm (b); 3mm (c).	73
Figura 3.17: Diagramma lungo path circonferenziale delle componenti dello sforzo residuo sul piano di simmetria della barra: effetto del raggio dei rulli.	74
Figura 3.18: Diagramma lungo path radiale del profilo delle componenti di sforzo residuo sul piano di simmetria della barra: effetto del raggio dei rulli.	75
Figura C.1: Mappa colore sforzi residui: rulli 5mm in acciaio.	103
Figura C.2: Mappa colore sforzi residui: rulli 5mm in alluminio.	105
Figura C.3: Mappa colore sforzi residui: rulli 4mm in acciaio.	107
Figura C.4: Mappa colore sforzi residui: rulli 4mm in alluminio.	109
Figura C.5: Mappa colore sforzi residui: rulli 3mm in acciaio.	111
Figura C.6: Mappa colore sforzi residui: rulli 3mm in alluminio.	113

- Figura D.1:** Rappresentazione (in alto) e indicazione dei coefficienti (in basso) dell'equazione analitica interpolante: abbassamento - momento flettente; rulli in acciaio. 116
- Figura D.2:** Rappresentazione (in alto) e indicazione dei coefficienti (in basso) dell'equazione analitica interpolante: abbassamento - momento flettente; rulli in alluminio. 117
- Figura D.3:** Rappresentazione (in alto) e indicazione dei coefficienti (in basso) dell'equazione analitica interpolante: abbassamento – raggio di curvature residua; rulli in acciaio. 118
- Figura D.4:** Rappresentazione (in alto) e indicazione dei coefficienti (in basso) dell'equazione analitica interpolante: abbassamento – raggio di curvature residua; rulli in alluminio. 119
- Figura D.5:** Rappresentazione (in alto) e indicazione dei coefficienti (in basso) dell'equazione analitica interpolante: abbassamento - % area snervata sul piano di simmetria; rulli in acciaio. 120
- Figura D.6:** Rappresentazione (in alto) e indicazione dei coefficienti (in basso) dell'equazione analitica interpolante: abbassamento - % area snervata sul piano di simmetria; rulli in alluminio. 121
- Figura D.7:** Rappresentazione (in alto) e indicazione dei coefficienti (in basso) dell'equazione analitica interpolante: momento flettente – raggio di curvature residua; rulli in acciaio. 122
- Figura D.8:** Rappresentazione (in alto) e indicazione dei coefficienti (in basso) dell'equazione analitica interpolante: momento flettente – raggio di curvature residua; rulli in alluminio. 123
- Figura D.9:** Rappresentazione (in alto) e indicazione dei coefficienti (in basso) dell'equazione analitica interpolante: momento flettente – % area snervata sul piano di simmetria; rulli in acciaio. 124
- Figura D.10:** Rappresentazione (in alto) e indicazione dei coefficienti (in basso) dell'equazione analitica interpolante: momento flettente – % area snervata sul piano di simmetria; rulli in alluminio. 125

Lista delle Tabelle

Tabella 2.1: Parametri dei materiali associati a barra e rulli.....	32
Tabella 2.2: Analisi di convergenza sulla mesh: numero degli elementi di barra e rullo associati a ciascun incremento di mesh.	43
Tabella 2.3: Piano delle simulazioni in base al materiale e al raggio dei rulli.	46
Tabella 2.4: Coppie di variabili di input e output sottoposte a interpolazione.	49
Tabella 3.1: Tempi computazionali di ciascuna delle simulazioni svolte per l'analisi di convergenza.....	51
Tabella 3.2: Valori di abbassamento limite per i quali si manifesta lo sforzo limite del titanio.	68
Tabella 3.3: Risultati riassuntivi dell'interpolazione di variabili; rulli in acciaio. ..	77
Tabella 3.4: Risultati riassuntivi dell'interpolazione delle variabili; rulli in alluminio.	78
Tabella A.1: Risultati analisi di convergenza sui valori di Sforzo di Von Mises per casi alluminio e alluminio frictionless.	90
Tabella A.2: Risultati analisi di convergenza sui valori di Sforzo di Von Mises per casi alluminio e alluminio frictionless.	91
Tabella A.3: Risultati analisi di convergenza sui valori di PEEQ per casi alluminio e alluminio frictionless.	92
Tabella A.4: Risultati analisi di convergenza sui valori di PEEQ per casi acciaio e acciaio frictionless.....	93
Tabella A.5: Risultati analisi di convergenza sui valori di Sforzo Massimo Principale per i casi alluminio e alluminio frictionless.	94
Tabella A.6: Risultati analisi di convergenza sui valori di Sforzo Massimo Principale per i casi acciaio e acciaio frictionless.	95
Tabella B.1: Dati estratti dal set di simulazioni condotte con rulli in acciaio di raggio pari a 5mm.....	98
Tabella B.2: Dati estratti dal set di simulazioni condotte con rulli in alluminio di raggio pari a 5mm.....	98

Tabella B.3: Dati estratti dal set di simulazioni condotte con rulli in acciaio di raggio pari a 4mm.....	99
Tabella B.4: Dati estratti dal set di simulazioni condotte con rulli in alluminio di raggio pari a 4mm.....	99
Tabella B.5: Dati estratti dal set di simulazioni condotte con rulli in acciaio di raggio pari a 3mm.....	100
Tabella B.6: Dati estratti dal set di simulazioni condotte con rulli in alluminio di raggio pari a 3mm.....	100
Tabella C.1: Dati sforzo residuo lungo path circonferenziale: rulli 5mm in acciaio.	102
Tabella C.2: Dati sforzo residuo lungo path radiale: rulli 5mm in acciaio.....	103
Tabella C.3: Dati sforzo residuo lungo path circonferenziale: rulli 5mm in alluminio.....	104
Tabella C.4: Dati sforzo residuo lungo path radiale: rulli 5mm in alluminio.....	105
Tabella C.5: Dati sforzo residuo lungo path circonferenziale: rulli 4mm in acciaio.	106
Tabella C.6: Dati sforzo residuo lungo path radiale: rulli 4mm in acciaio.....	107
Tabella C.7: Dati sforzo residuo lungo path circonferenziale: rulli 4mm in alluminio.....	108
Tabella C.8: Dati sforzo residuo lungo path radiale: rulli 4mm in alluminio.....	109
Tabella C.9: Dati sforzo residuo lungo path circonferenziale: rulli 3mm in acciaio.	110
Tabella C.10: Dati sforzo residuo lungo path radiale: rulli 3mm in acciaio.....	111
Tabella C.11: Dati sforzo residuo lungo path circonferenziale: rulli 3mm in alluminio.....	112
Tabella C.12: Dati sforzo residuo lungo path radiale: rulli 3mm in alluminio.....	113

Ringraziamenti

Giunto al termine del mio percorso di tesi desidero ringraziare innanzitutto il professor La Barbera e l'ingegner Berti per avermi seguito passo per passo nella realizzazione di questo lavoro, e per essersi sempre dimostrati disponibili con suggerimenti concreti.

Desidero poi ringraziare Elena, i miei amici e la mia famiglia per avermi supportato e sopportato durante i mesi di preparazione della tesi, ma soprattutto per avermi accompagnato in tutti i cinque anni di studio al Politecnico.

