

Politecnico di Milano
Scuola di Architettura Urbanistica Ingegneria delle Costruzioni
Ingegneria dei Sistemi Edilizi



POLITECNICO
MILANO 1863

SISTEMI DI RINFORZO IN FRP PER ELEMENTI STRUTTURALI IN LEGNO:
STUDIO SPERIMENTALE E VALIDAZIONE ANALITICA

Supervisor

Prof. Liberato **FERRARA**

Co-Supervisor

PhD Giovanni **MUCIACCIA**

Tutor

Ing. Edoardo **PETTINARI**

Ing. Santi **URSO**

Candidate

Davide **MANCONE** – 928353

Anno Accademico 2020 – 2021

Ringraziamenti

I ringraziamenti li ho sempre visti come una sequenza di nomi importanti nella vita di una persona e vorrei evitare di renderli banali e tabulati.

Primo fra tutti voglio ringraziare il Professor Liberato Ferrara per avermi dato la possibilità di affrontare questo percorso di tesi e di essere stato sempre disponibile.

Ringrazio il Prof. Giovanni Muciaccia per essere entrato in corsa e per essersi reso disponibile ad aiutarmi sulla natura articolata del legno.

Ringrazio tutto il Gruppo Laterlite per avermi dato la possibilità di compiere questo elaborato mettendo a disposizione mezzi e laboratori. Ringrazio l'UFFICIO TECNICO che mi ha insegnato tanto di un mondo nuovo. Dei ringraziamenti dedicati vanno ad Edoardo e Santi che, nelle vesti di Tutor, mi hanno affiancato anche nel percorso di tesi.

Ringrazio due gruppi speciali: "Gli amici del Losco" e "Best Grigliata Ever". Penso che in questi due gruppi ci siano le persone più strane ma simpatiche e leali che abbia mai conosciuto. Grazie ai lavori di gruppo, chiusoni di studio, appunti passati e qualche aiutino nel momento del bisogno posso dire che una parte della mia laurea è loro.

Ringrazio "I TRENNIIIIIIII" che hanno accompagnato i miei studi magistrali con i quali ho condiviso gioie e dolori legati ad uno studio a distanza e ad interminabili videocall anche fino a tarda nottata ma soprattutto... "29_BATTISCOPIA" a tutti!

Ringrazio il "Team 476d.C.", per tutte le serate (virtuali e non...) passate insieme! Se c'è una cosa che li contraddistingue è che li ho conosciuti tutti dopo circa un anno dall'aver sentito, per tutti i giorni, le loro voci!

Ringrazio Federico, colui che non dice mai no alle mie pazzie e che mi ha insegnato a studiare. Non fosse stato per lui, sarei rimasto al primo anno coi libri ancora incelofanati.

Ringrazio Pierpaolo, l'uomo nella bolla. Con il suo modo di vedere la vita un po' alternativo, riesce sempre a strapparti una risata e a creare situazioni da ricordare.

Ringrazio Marica, conosciuta per caso su un treno di ritorno da Milano, è diventata nel giro poco tempo la mia "BRO". La miglior partner in crime che potreste trovare. Pazza come poche, buona come nessuno!

Ringrazio Miriam, entrata nella mia vita poco alla volta, sempre presente e forse, ad oggi, è colei che mi conosce meglio.

Ringrazio Giacomo per esserci sempre stato. Complice di mille avventure e motivatore personale dal "day one". Se sono arrivato fino a qui è soprattutto merito suo.

Ringrazio Silvia per la sua PAZIENZA, ovviamente non sono parole mie e sono stato costretto. No dai... "FORSE" ha ragione! Quindi, grazie per la tua pazienza e per farmi sentire una persona speciale!

Infine, voglio ringraziare la mia famiglia, sempre presente e sempre in grado di motivarmi e bastonarmi quando necessario. Senza i loro sacrifici tutto questo non sarebbe stato possibile e gli sono grato per avermi permesso di trascorrere questi anni universitari qui a Milano.

Quindi... un GRAZIE IMMENSO a tutti voi che, in un modo o nell'altro, avete reso questa mia esperienza universitaria indimenticabile e bellissima.

Spero di non perdervi e sappiate che avrete sempre posto nella mia vita!

Un Saluto

Davide

Abstract

Nello scenario italiano, è rilevante la presenza di edifici storici, o semplicemente datati, in cui la componente strutturale orizzontale è in legno. Nel caso in cui ci fosse una variazione dei carichi di progetto, come per esempio quando si ha un cambio di destinazione d'uso, il solaio potrebbe non risultare verificato necessitando di un consolidamento. In alcuni casi, però, non è possibile intervenire mediante tecniche tradizionali all'estradosso, come, per esempio, mediante soletta collaborante in calcestruzzo alleggerito; quindi, nasce il bisogno di sfruttare tecniche alternative.

L'obiettivo di questo studio è quello di dare uno strumento per il dimensionamento di rinforzi strutturali in FRP, *Fiber Reinforced Polymers*, su supporti in legno poiché: meno invasivi, senza sovraccarichi di peso rilevanti e con una buona facilità di posa.

A questo proposito, le problematiche che questo lavoro di ricerca indaga riguardano l'effettivo comportamento del legno strutturale sotto l'azione di carichi esterni e la possibilità di incrementarne le prestazioni senza intaccarne le qualità.

Per rispondere a questo quesito si è, in prima istanza, svolta una campagna di ricerca in letteratura e in ambito normativo; successivamente, si è sviluppato un metodo di calcolo che esprimesse un dominio di verifica del sistema Legno e del sistema Legno-FRP. Quindi, data la geometria e classe del legno, il metodo permette di valutare le varie condizioni di rottura dell'elemento descrivendone un dominio di ammissibilità delle azioni sollecitanti. Nel caso in cui questa non risultasse verificata, permette di dimensionare quello che è il rinforzo necessario generando un dominio più ampio in base alle prestazioni e dimensioni dell'FRP richieste.

Parallelamente, è stata effettuata una campagna sperimentale al fine di verificare l'ipotesi di rottura lato legno, ipotesi fondamentale per la scrittura delle equazioni utilizzate nel modello analitico.

Sulla base dei risultati ottenuti in laboratorio l'ipotesi risulta verificata. Di conseguenza, si può affermare che il modello può basarsi sulle ipotesi definite a monte del processo analitico.

Abstract

In Italy the presence of historic buildings, characterized by horizontal structural component made with wood, is relevant. If there are changes in loads expected during the design phase, such as change of destination of use, the slab may be not verified and requires consolidation. In some cases, is not possible to work with traditional techniques on the extrados, for example by a collaborating slab in lightweight concrete, thus there is the necessity to adopt alternative methods.

The objective of this study is to provide a tool for sizing structural reinforcement in FRP (*Fiber Reinforced Polymers*) on wooden supports, because they are less invasive, without significant weight overloads and with a good ease of installation.

The questions that this research investigates are related to the actual behaviour of structural wood subjected to the action of external load, and the possibility of increasing its performance without affecting its qualities.

To answer these questions, a literature research and standards analysis were carried out, in the first instance; subsequently, a calculation method was developed to express a verification domain of the wood system and the Wood-FRP system.

Therefore, analysed the geometry and the characteristics of the wood, the method allows to evaluate the failure conditions of the section, defining a domain of acceptability of the stressing actions. If this condition is not verified, this method allow to design the reinforcement necessary generating a wider domain, based on the performance and size of the FRP system adopted.

At the same time, an experimental campaign was carried out to verify the hypothesis of wood's breakage, fundamental for writing the equations used in the analytical model.

Studing the results obtained in the laboratory, the hypothesis is verified, thus the model is based on suitable hypotheses defined before the analytical process.

Sommario

Ringraziamenti	IV
Abstract	VI
Abstract	VII
Elenco delle Figure	XIII
Elenco delle Tabelle	XV
Elenco dei Grafici	XVI
1. INTRODUZIONE	1
2. CONSOLIDAMENTO STATICO DI STRUTTURE LIGNEE MEDIANTE L'UTILIZZO DI COMPOSITI FIBRORINFORZATI, FRP.....	3
2.1. Soluzioni esistenti	4
2.2. Requisiti per l'applicabilità.....	4
2.3. Raccomandazioni per l'esecuzione.....	5
2.4. Tipologie di rinforzi.....	5
3. MATERIALI: CARATTERISTICHE E MODELLI COSTITUTIVI	7
IL LEGNO	8
3.1. Generalità.....	8
3.2. Caratteristiche del Legno	9
3.2.1. La struttura del legno.....	9
3.2.2. Difetti.....	11
3.3. Caratteristiche meccaniche del legno	12
3.3.1. Affinità con l'acqua	12
3.3.2. Deformabilità del legno	14
3.3.3. Moduli di Elasticità	15
3.3.4. Rapporto Resistenza (R_w) / Massa Volumica (ρ_w)	15
3.4. Sostenibilità del Legno	16
3.5. Caratteristiche meccaniche del legno	16
3.6. Classificazione del Legno	17
3.6.1. Classificazione Visiva	17
3.6.2. Classificazione Meccanica	18
3.7. Legame costitutivo Elasto-Plastico.....	18

3.8.	Modello Elastico-Lineare Fragile.....	20
3.9.	Resistenza di progetto.....	20
3.10.	Riepilogo.....	22
FRP	23
3.11.	Classificazione dei sistemi di rinforzo.....	24
3.12.	Proprietà meccaniche dei sistemi di rinforzo.....	24
3.13.	Comportamento al Fuoco.....	25
SOLIDARIZZAZIONE TRA FRP E LEGNO.....	26
3.14.	Premessa.....	26
3.15.	Indicazioni Normative.....	26
3.16.	Geometria Giunti adesivi.....	27
3.17.	Compatibilità tra adesivi e legno.....	28
3.18.	Comportamento meccanico e modalità di rottura.....	29
3.19.	Prove in laboratorio.....	29
4.	PROVA DI LABORATORIO.....	30
4.1.	Introduzione.....	30
4.2.	Obiettivi.....	30
4.3.	Campagna sperimentale.....	31
4.3.1.	Legno - Abete.....	31
4.3.2.	Matrice epossidica bicomponente.....	31
4.3.3.	Tessuto in fibra di carbonio.....	32
4.3.4.	Preparazione del campione.....	32
4.3.5.	Test setup.....	37
4.3.6.	Macchina di prova.....	37
4.3.7.	Prove di qualità del lotto.....	38
4.3.8.	Prove sui provini con applicazione del rinforzo diretta e migliorata.....	39
4.3.9.	Condizioni ambientali.....	39
4.4.	Risultati della sperimentazione.....	40
4.4.1.	Grafici σ - ε per i provini in FRP: Controllo Qualità.....	40
4.4.2.	Prova di Sigle Lap per provini ad applicazione del rinforzo in FRP diretta.....	41
4.4.3.	Prova di Sigle Lap per provini ad applicazione del rinforzo in FRP ad aderenza migliorata.....	42
4.5.	Analisi dei risultati ottenuti.....	43
4.5.1.	Controllo Qualità.....	43
4.5.2.	Prove T1-T5.....	44
4.5.3.	Prove M1-M5.....	46
4.5.4.	Confronto fra le serie di prove T e M.....	48
5.	VERIFICA DELLO STATO DI FATTO AGLI STATI LIMITE	
ULTIMI	49
STUDIO DELLA SEZIONE A ROTTURA.....	50
5.1.	Trazione parallela alla fibratura.....	50
5.2.	Compressione parallela alla fibra.....	50
5.3.	Flessione.....	51
5.4.	Taglio.....	51

CAMPI DI ROTTURA E DOMINIO N-M.....	52
5.5. Ipotesi.....	52
5.6. Definizione delle interfacce e delle zone intermedie.....	53
5.6.1. A – Pura trazione	54
5.6.2. B	54
5.6.3. C	55
5.6.4. D	56
5.6.5. E – Pura Compressione	56
5.6.6. Definizione delle zone intermedie	57
5.6.7. 1	57
5.6.8. 2	58
5.6.9. 3	59
5.6.10. 4	60
5.6.11. Grafico dominio N-M.....	61
5.7. Confronto con Letteratura.....	62
5.8. Integrazione del rinforzo FRP.....	64
5.9. Definizione delle interfacce e delle zone intermedie con rinforzo FRP	65
5.9.1. A_FRP – Trazione	66
5.9.2. B_FRP	66
5.9.3. C_FRP	67
5.9.4. D_FRP e E_FRP	68
5.9.5. Definizione delle zone intermedie con l’integrazione del rinforzo in FRP ...	68
5.9.6. 1_FRP	69
5.9.7. 2_FRP	70
5.9.8. 3_FRP	71
5.9.9. Confronto fra ANTE Operam e POST Operam	72
5.10. Considerazioni sulla flessione semplice.....	73
TENSOFLESSIONE E PRESSOFLESSIONE	74
5.11. Tensoflessione.....	74
5.12. Pressoflessione	74
5.13. Domini N-M.....	75
5.14. Definizione dei casi limite e campi intermedi.....	75
5.14.1. Pura Trazione, Pura Compressione e Flessione.....	75
5.14.2. Tracciamento del dominio ANTE Operam	76
5.14.3. Calcolo dei casi limite e delle interfacce	76
5.14.4. Trazione	77
5.14.5. Flessione	77
5.14.6. Compressione	79
5.14.7. Tenso-Flessione	80
5.14.8. Tenso-Flessione	82
5.14.9. Dominio N-M	84
5.15. Calcolo della variazione delle deformazioni ultime.....	84
5.16. Calcolo del dominio N-M considerando <i>erif</i>	87
5.17. Integrazione dell’irrigidimento tramite FRP	88
5.17.1. Calcolo dei casi limite e delle interfacce rinforzate	88
5.17.2. FRP - Trazione	89
5.17.3. FRP - Flessione.....	89

5.17.4.	FRP - Compressione.....	90
5.17.5.	FRP – Tenso-Flessione.....	91
5.17.6.	FRP – Presso-Flessione.....	92
5.18.	Tracciamento del dominio N-M con rinforzo FRP.....	94
5.19.	Dominio N-M con rinforzo su lembo superiore e inferiore.....	95
5.19.1.	Doppio FRP_A.....	96
5.19.2.	Doppio FRP_B.....	96
5.19.3.	Doppio FRP_1.....	97
5.19.4.	Dominio N-M con rinforzo in FRP su entrambi i lembi dell'elemento strutturale.....	98
5.19.5.	Confronto fra dominio N-M con rinforzo in FRP su lembo inferiore e su entrambi i lembi.....	99
5.20.	Dominio N-M completo.....	100
5.21.	Corrispondenza fra Prove di Laboratorio e Studio Analitico.....	101
5.21.1.	Scenario 1: Trazione.....	102
5.21.2.	Scenario 2: Flessione di picco.....	103
6.	Conclusioni.....	104
	Bibliography.....	106

Elenco delle Figure

Figura 1 – DT201:2005; Tipologie di rinforzo mediante barre o lamine in FRP	5
Figura 2 – Composizione Legno.....	9
Figura 3 - Tipologie di difetti	11
Figura 4 - DT201:2005; Rigonfiamento volumetrico (4) e nella direzione anatomica assiale (1), radiale (2) o tangenziale (3), in funzione dell'umidità del legno. (Analoghi se ne possono ottenere per fenomeno simmetrico da ritiro).	13
Figura 5 - DT201:2005; Relazione fra resistenza a compressione parallela alla fibratura e umidità del legno.....	13
Figura 6 - DT201:2005; Esempio di relazione tra le principali caratteristiche della resistenza meccanica e l'inclinazione della fibratura.	14
Figura 7 - Tipologie di giunto incollato.....	27
Figura 8 - Condizioni di carico su giunto incollato.....	27
Figura 9 – A) rottura Adesiva; B) Rottura Coesiva; C) rottura mista	27
Figura 10 – DT201:2005; Prova a Giunto Spesso; A: prova di taglio sulle teste per la verifica del collante; B: prova di taglio su uno dei due travetti.....	28
Figura 11 - Geometria provino	31
Figura 12 – Tessuto in fibra di Carbonio utilizzato.....	32
Figura 13 - Taglio del tessuto	33
Figura 14 - Dimensioni e distanze dell'area di intervento.....	33
Figura 15 - Fresatura per l'aderenza migliorata	34
Figura 16 – A) Pesa del componente A, B) aggiunta del componente B, C) Miscelazione	34
Figura 17 - Predisposizione provini	35
Figura 18 - Applicazione della prima mano di Resina Epossidica.....	35
Figura 19 - Applicazione del rinforzo in Carbonio e passaggio del rullo	36
Figura 20 - Provino completo di resina e rinforzo in carbonio.....	36
Figura 21 – Macchina di prova	37
Figura 22 - Schema del castello di carico con provino	38
Figura 23 – A) Provino per Controllo Qualità in FRP con tab applicati, B) Provino nella macchina di prova	38
Figura 24 - Macchina di prova con castello di carico e provino in legno	39
Figura 25 - Documentazione fotografica sulle prove di Controllo Qualità	43
Figura 26 - Documentazione fotografica sulle prove da T1 a T5.....	45
Figura 27 – NTC 2018; Assi dell'elemento.....	49
Figura 28 - Sezione in legno con capi di rottura e casi limite.....	53
Figura 29 - Caso Limite A, pura trazione	54
Figura 30 - Caso limite B, lembo inferiore al limite per trazione	54
Figura 31 - Caso limite C, lembo inferiore al limite di trazione, lembo superiore al limite di compressione	55
Figura 32 - Caso limite D, lembo superiore al limite di compressione.....	56
Figura 33 - Caso limite E, Pura Compressione.....	56

Figura 34 - Zona di rottura compresa fra casi limite A e B	57
Figura 35 - Zona di rottura compresa tra B e C	58
Figura 36 - Zona di rottura compresa fra C e D	59
Figura 37 - Zona di rottura compresa fra D e E	60
Figura 38 - Campi di rottura con integrazione del rinforzo FRP	65
Figura 39 - Caso Limite A_FRP, pura trazione	66
Figura 40 - Caso limite B_FRP, lembo inferiore al limite per trazione	66
Figura 41 - Caso limite C_FRP, lembo inferiore al limite di trazione, lembo superiore al limite di compressione	67
Figura 42 - Caso limite D_FRP, lembo superiore al limite per trazione.....	68
Figura 43 - Caso limite E_FRP, lembo superiore e inferiore al limite per trazione	68
Figura 44 - Zona di rottura compresa fra casi limite A e B, Rinforzato	69
Figura 45 - Zona di rottura compresa tra B e C, rinforzato	70
Figura 46 - Zona di rottura compresa fra C e D, rinforzato	71
Figura 47 - Pura Trazione.....	77
Figura 48 – Caso Limite Pura Flessione	77
Figura 49 - Pura Compressione	79
Figura 50 - Zona di rottura 1.....	80
Figura 51 - Zona di rottura 2.....	80
Figura 52 - Zona di rottura 3.....	82
Figura 53 - Zona di Rottura 4.....	82
Figura 54 - Campi di rottura con rinforzo in FRP	88
Figura 55 - FRP, pura trazione	89
Figura 56 - FRP Flessione.....	89
Figura 57 – Pura Compressione.....	90
Figura 58 - FRP, Zona di rottura 1.....	91
Figura 59 - FRP, Zona di rottura 2.....	91
Figura 60 - FRP, Zona di rottura 3.....	92
Figura 61 - FRP, Zona di rottura 4.....	93
Figura 62 - Campi di rottura per un elemento strutturale rinforzato su entrambi i lembi	95
Figura 63 - Interfaccia A_Doppio FRP, Trazione	96
Figura 64 – Interfaccia B_Doppio FRP	96
Figura 65 - Zona 1_Doppio FRP	97

Elenco delle Tabelle

Tabella 1 - Confronto tra i valori nominali di resistenze dell'abete rosso, determinati su provini di legno privo di difetti ed in dimensione strutturale (Kollmann 1951)	16
Tabella 2 – DT201:2005; Modelli costitutivi per il legno massiccio e lamellare incollato.	19
Tabella 3 – NTC 2018; Coefficienti parziali γ_M per le proprietà dei materiali	21
Tabella 4 – NTC 2018; Valori di k_{mod} per legno e e prodotti strutturali a base legno	21
Tabella 5 – Riepilogo picchi relativi al controllo qualità.....	40
Tabella 6 - Riepilogo picchi relativi alle prove sui provini da T1 a T5.....	41
Tabella 7 - Riepilogo picchi relativi alle prove sui provini da M1 a M5.....	42
Tabella 8 – Confronto fra valor medio ottenuto in laboratorio e valore caratteristico da CVT e valore nominale da classe di resistenza	43
Tabella 9 - Confronto fra N_{Ed} e M_{Ed} ipotetici ammessi e N_{Rd} e M_{Rd} attesi, TRAZIONE.....	102
Tabella 10 - Confronto fra N_{Ed} e M_{Ed} ipotetici ammessi e N_{Rd} e M_{Rd} attesi, FLESSIONE	103

Elenco dei Grafici

Grafico 1 – Sistemi costruttivi in legno, Mazzucchelli E. S.; A) legni netti; B) legni strutturali	17
Grafico 2 – Solai Calcestruzzo-Legno, De Gaetanis G. M.; Modello costitutivo elastico lineare per legno	20
Grafico 3 -DT201:2005; Legame costitutivo di fibre, matrice e corrispondente composito	24
Grafico 4 - Curve σ - ϵ Per i campioni in FRP, Controllo Qualità	40
Grafico 5 - Curve σ - ϵ Per i provini ad applicazione del rinforzo in FRP diretta	41
Grafico 6 - Curve σ - ϵ Per i provini ad applicazione del rinforzo in FRP ad aderenza migliorata.....	42
Grafico 7 - Confronto fra provini ad aderenza diretta (T1-T5) e ad aderenza migliorata (M1-M5).	48
Grafico 8 - Dominio N-M secondo legame costitutivo del legno.	62
Grafico 9 - Domini di rottura per sezione di legno inflessa e sottoposta contemporaneamente a trazione o compressione prescindendo da fenomeni di instabilità dell'equilibrio. (Larsen e Riberholdt, 1982).....	62
Grafico 10 - Sovrapposizione fra Dominio N-M ottenuto da legame costitutivo e linearizzazione del dominio di Larsen e Riberholdt	63
Grafico 11 - Sovrapposizione fra ANTE e POST Operam	72
Grafico 12 - Confronto fra Domini N-M ottenuti per legame costitutivo e calcolo della componente a rottura	84
Grafico 13 - Andamento delle variazioni di ϵ rispetto allo stato di sforzo	86
Grafico 14 - Sovrapposizione fra dominio N-M con valori caratteristici e dominio N-M derivati a ϵ_{rif}	88
Grafico 15 - Sovrapposizione del Dominio N-M Ante Operam e Post Operam	94
Grafico 16 - Confronto ANTE e POST Operam con doppio rinforzo in FRP.....	98
Grafico 17 - Confronto POST Operam fra rinforzo FRP su un lembo e due lembi	99
Grafico 18 - Dominio N-M completo, ANTE e POST Operam, per rinforzo su entrambi i lembi....	100
Grafico 19 - Dominio N-M completo, ANTE e POST Operam, per un rinforzo in FRP applicato solo su uno dei due lembi, nell'immagine solo lembo inferiore.....	100

1.INTRODUZIONE

Alla base di questo studio vi è l'analisi del comportamento del legno e di come migliorarne le prestazioni mediante l'applicazione di rinforzi esterni.

Nello specifico, si pone l'attenzione sui rinforzi in FRP, *Fiber Reinforced Polymers*, che hanno largo impiego all'interno del mondo del ripristino di strutture in muratura e calcestruzzo.

Le motivazioni che hanno portato ad approfondire questa tematica nascono dall'esperienza vissuta nella fase di tirocinio presso l'ufficio tecnico di Laterlite SPA.

Grazie allo stage, ho avuto modo di conoscere il mondo dei rinforzi strutturali mediante sistemi FRP e FRCM e, inoltre, ho scoperto che, sul territorio italiano, la presenza di strutture in legno è rilevante, soprattutto per quanto riguarda partizioni orizzontali, come solai a singola o doppia orditura. Dopo una fase di documentazione in letteratura, gli studi preliminari condotti dal CNR, nello specifico il DT 201/2005, sono stati la base da cui partire per svolgere questo lavoro.

L'obiettivo di questa tesi è quello di sviluppare delle formulazioni cautelative utilizzabili per il dimensionamento degli interventi di rinforzo con lo sviluppo di un foglio di calcolo per la loro progettazione. L'elaborato, in questo modo, mira a dare degli **strumenti teorici e analitici per dimensionare rinforzi in FRP** su elementi strutturali presso-tenso-inflessi in **Legno**.

Per l'esecuzione dell'elaborato è stata svolta un'attività di ricerca teorica, durante la quale sono stati selezionati i documenti che hanno permesso di capire il comportamento dei materiali al variare delle sollecitazioni e, successivamente, la scrittura delle equazioni che ne descrivono il comportamento. Inoltre, è stata svolta anche una campagna sperimentale al fine di avvalorare le ipotesi presenti nello studio.

La tesi è articolata in sei capitoli: nel primo viene fornita un'introduzione di quello che sarà l'elaborato. Nel secondo viene trattato il problema ingegneristico analizzando lo stato dell'arte. Il terzo capitolo si concentra sui singoli materiali e sulle loro prestazioni; nello specifico, si analizzano le caratteristiche, le proprietà visive e meccaniche del legno e delle fibre in carbonio. Nel quarto capitolo si fa riferimento all'esperienza di laboratorio, riportando le specifiche dei materiali utilizzati per formare i provini, dei macchinari utilizzati per le prove, le modalità di esecuzione e i risultati ottenuti. Nel quinto, invece, viene descritto il percorso analitico, con le equazioni utilizzate per la scrittura del dominio

N-M ANTE e POST Operam, in tutte le sue fasi di sviluppo. ANTE Operam indica lo stato di fatto dell'elemento strutturale, ovvero il dominio di rottura del solo legno; con POST Operam, invece, si fa riferimento all'elemento rinforzato, quindi, ci si riferisce al dominio di rottura dato dall'interazione dell'FRP con il legno. Infine, nel sesto capitolo si chiude l'elaborato con le conclusioni ottenute dall'analisi di Laboratorio e dal lavoro Analitico.

Grazie a questo lavoro è stato possibile approfondire la tematica del "Legno" sia come materiale in sé che come materiale da consolidare con tecniche non convenzionali. Ad oggi, infatti, è il materiale da costruzione più antico ma che, a causa della riluttanza degli ingegneri, non ha avuto molti sviluppi in campo tecnico.

2. CONSOLIDAMENTO STATICO DI STRUTTURE LIGNEE MEDIANTE L'UTILIZZO DI COMPOSITI FIBRORINFORZATI, FRP

Il legno strutturale è compreso fra i materiali da costruzione idonei ad assolvere funzioni portanti per un tempo indefinito. Sul territorio italiano, infatti, gli esempi di solai e coperture in legno centenari perfettamente operativi, a fronte di una semplice manutenzione ordinaria, sono numerosi. L'esigenza di andare ad applicare dei sistemi FRP al legno nasce dalla necessità di pretendere delle prestazioni maggiori dal legno esistente.

Precedentemente all'introduzione dei sistemi FRP-Legno, si sono sperimentate altre vie, come l'integrazione di barre o piastre (d'acciaio o alluminio) oppure legno lamellare integrato con barre (di acciaio o carbonio) inserite in sede di produzione. Anche se queste tecniche d'intervento hanno ottenuto risultati significativi, nessuna di queste ha raggiunto lo status di tecnica universalmente riconosciuta. L'introduzione degli FRP ha permesso di risolvere alcuni dei problemi relativi alle tecniche precedentemente citate, come la difficoltà di posa; infatti, i compositi permettono una veloce applicazione del rinforzo sia sul nuovo che sull'esistente.

I principali ostacoli dell'applicazione di questi sistemi, si riscontrano nella modesta fiducia che i progettisti hanno nel confronto del legno come materiale strutturale, circoscrivendolo ad un uso limitato di impieghi. Questo ha comportato un lento sviluppo delle conoscenze del materiale con limitate innovazioni e sperimentazioni. Eppure, la compatibilità fra sistemi FRP e legno è elevata, basti pensare alla **leggerezza**, qualità più apprezzata del legno, che, tramite questo tipo di rinforzo, non viene intaccata.

Ci sono, comunque, delle evidenti criticità che hanno l'obbligo di essere analizzate, come il differente comportamento dei materiali al variare di umidità e temperatura, la reazione al fuoco e le tecniche di solidarizzazione del rinforzo all'elemento strutturale.

2.1. Soluzioni esistenti

Fra le varie tipologie di applicazione esistenti, la più diffusa è quella del rinforzo di elementi lignei prevalentemente inflessi; generalmente il rinforzo avviene lungo l'asse principale di travi, putrelle di solai o singoli elementi di telai più complessi.

Trova successo anche il rinforzo di strutture per azioni nel piano applicato su solai in legno o misti. Questa tipologia di intervento offre, senza sacrifici di peso e spessore, una solidarizzazione del tavolato o della soletta esistente mediante un reticolo di uno o più oriditidi di FRP ortogonali fra loro.

L'applicazione dei sistemi FRP su legno, però, non risulta essere sempre la soluzione migliore. Si riporta il caso del rinforzo di elementi lignei compressi; infatti, questo tipo di rinforzo su un supporto cementizio dà ottimi risultati mentre il confinamento su base lignea non garantisce altrettanto. Ciò è dovuto alle proprietà di ritiro e rigonfiamento del legno che, col variare dell'umidità, compromettono l'effetto cerchiante. Un altro aspetto da considerare sono le condizioni di applicazione delle fibre, infatti, queste lavorando per trazione, si trovano ad operare parallelamente al legno, di conseguenza i due contributi non sono addizionabili.

Infine, gli interventi di rinforzo con FRP non forniscono apprezzabili incrementi di resistenza al taglio del supporto. In generale, le variazioni termoigrometriche del legno, al variare delle condizioni ambientali e le modalità di rottura, rendono incerto ogni intervento basato sul rinforzo in avvolgimento (bendatura di elementi lignei).

2.2. Requisiti per l'applicabilità

Dopo aver effettuato una valutazione dello stato di fatto, conforme alle normative vigenti e indipendente dalla progettazione dell'intervento, bisogna verificare l'applicabilità.

Come primo requisito bisogna considerare l'**accessibilità**. La condizione ideale sarebbe quella di poter mettere in sicurezza la struttura asportando l'elemento da rinforzare e applicando l'FRP. Tuttavia, è possibile applicare il rinforzo anche sulle strutture in opera, a patto che se ne tenga conto in fase di progettazione.

In generale, il rinforzo è applicabile ad ogni condizione di carico, a patto che questa non faccia collassare la struttura. Bisogna considerare che, se non vi è lo scarico dell'elemento da rinforzare, il sistema FRP entrerà in gioco solo per ulteriori sovraccarichi rispetto a quella a cui è sottoposto inizialmente l'elemento. D'altra parte, lo scarico completo della struttura potrebbe rendere l'intervento improponibile.

Altri fattori che vanno tenuti in conto, al fine dell'applicabilità del sistema, sono le condizioni ambientali. Il legno deve avere un'umidità relativa in equilibrio con l'ambiente e deve essere costituito necessariamente da materiale sano, quindi esente da attacchi batterici o fungini.

2.3. Raccomandazioni per l'esecuzione

Al fine di avere la miglior resa, bisogna tener conto del naturale comportamento del supporto che, come già detto, è in perenne scambio di umidità con l'ambiente.

È buona regola tenere in considerazione due fattori:

- Consentire la ventilazione delle testate, soprattutto per travi poggianti su muri esterni. Non bisogna annegare le testate nelle murature;
- Favorire la ventilazione anche nella parte alta delle travi, in modo da ostacolare la formazione di ristagno di condensa.

2.4. Tipologie di rinforzi.

La maggior parte delle tipologie di rinforzi che esistono nel mondo legno-FRP, sono di tipo flessionale.

Il rinforzo in zona tesa può essere realizzato mediante barre o lamine in FRP, incollate alla superficie esterna della trave. Se necessario, si può pensare ad una integrazione con connettori meccanici o posati in predisposte cavità all'interno dell'elemento ligneo.

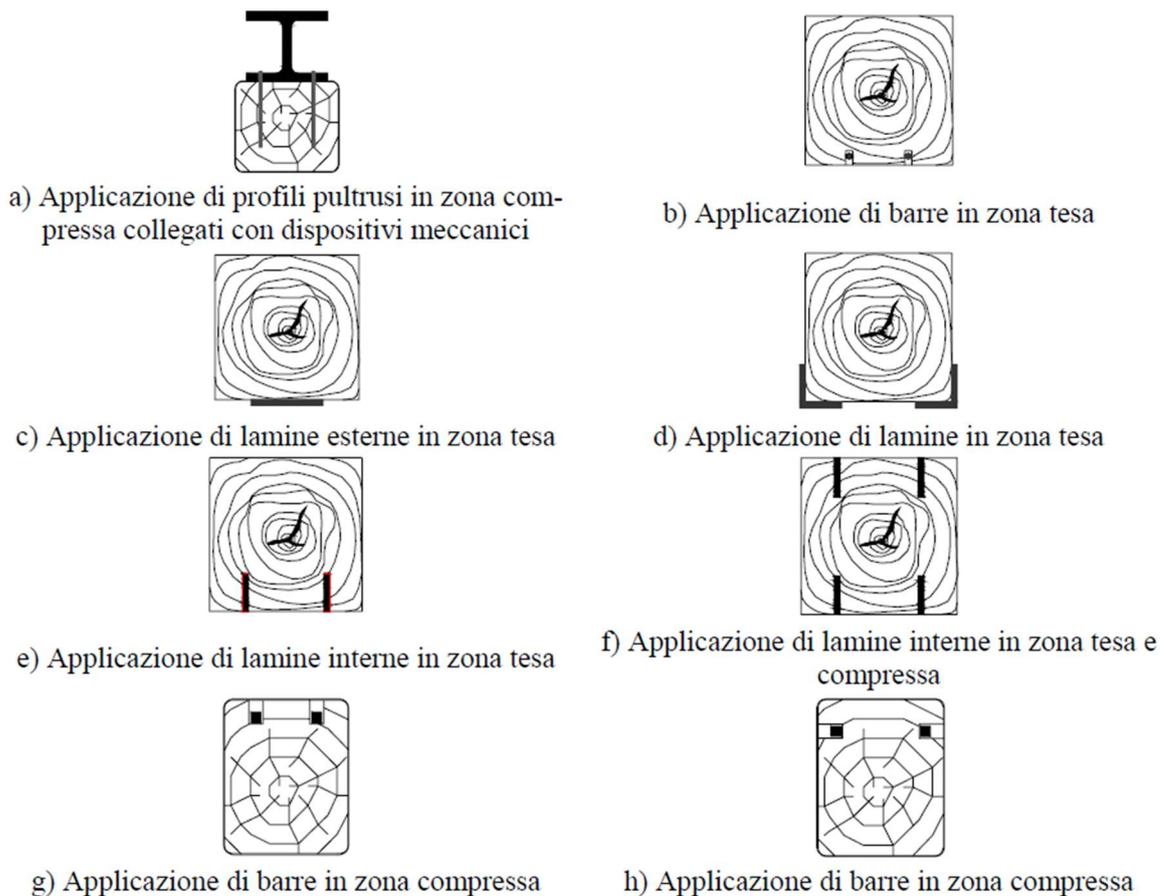


Figura 1 – DT201:2005; Tipologie di rinforzo mediante barre o lamine in FRP

Nel caso in cui si predisponessero degli intagli, è d'obbligo fare delle considerazioni sulla riduzione della sezione reagente in legno nel calcolo delle tensioni tangenziali. Questa pratica consente, però, di avere una doppia superficie di ancoraggio del collante consentendo così di escludere la problematica della delaminazione.

L'applicazione esterna può essere in grado di bloccare la propagazione di eventuali fessurazioni preesistenti, derivanti da difetti del legno che ne abbassano la qualità.

3. MATERIALI: CARATTERISTICHE E MODELLI COSTITUTIVI

IL LEGNO

3.1. Generalità

Con la Terminologia Legno, ci si riferisce ad un materiale di origine naturale che deriva, principalmente, dal tronco o dai rami dell'albero. Se, invece lo andassimo a definire come materiale, la terminologia corretta da utilizzare sarebbero **legna**, se lo si intende come un combustibile, e **legname**, se lo si intende come materiale strutturale.

Quindi, riassumendo si può dire che:

- Albero: Risorsa;
- Legno: materia prima;
- Legna o Legname: materiale.

Nello sviluppo di questo elaborato si farà riferimento al legno come materiale strutturale utilizzato in campo Civile/Edile.

I materiali da costruzione "confezionati" sono, per la maggior parte, omogenei. Viceversa, il legno è un materiale eterogeneo, formato da diversi strati con prestazioni diverse l'uno dall'altro; inoltre, lungo la sua vita è influenzabile da fattori ambientali e biologici. Essi determinano una azione degradativa alla quale gli altri non sono soggetti. Ciò che va a vantaggio del legno è il rapporto Resistenza/Peso Specifico; infatti, gli permette di avere ottime prestazioni senza sovraccarichi eccessivi alla struttura nell'ambito dei carichi permanenti, ciò comporta un miglioramento del comportamento in zone sismiche.

Le attuali tecnologie di lavorazione ne consentono un utilizzo razionale con scarti limitati; infatti, il legno può essere scelto come materiale di base per produrre elementi senza limitazioni dimensionali, se non quelle legate alle problematiche di trasporto.

3.2. Caratteristiche del Legno

3.2.1. La struttura del legno

Le caratteristiche principali del legno, come struttura, disposizione, forma e dimensione, derivano dalle diverse tipologie di cellule che lo compongono. Alcune di queste possono essere riconosciute a livello macroscopico, per altre è strettamente necessario l'utilizzo di un microscopio.

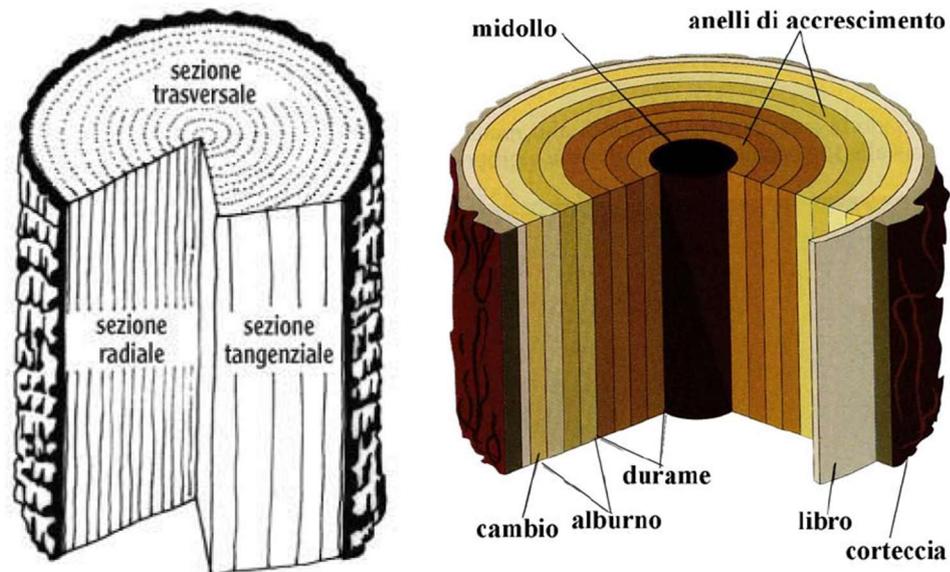


Figura 2 – Composizione Legno

A livello **macroscopico** si distinguono:

- **Corteccia**: strato più esterno costituito da cellule morte, ha il compito di protezione da perdite di umidità, aggressioni biotiche o fungine e da agenti termici e meccanici;
- **Cambio**: strato singolo di cellule che suddivide internamente il legno ed esternamente il floema;
- **Floema (libro)**: ha il compito di trasportare la linfa;
- **Alburno**: ha la funzione di sostegno e trasporto risorse, pur essendo in gran parte da cellule morte partecipa attivamente al processo di vita dell'albero;
- **Durame**: composto da cellule morte lignificate, ha esclusivamente il compito di sostegno.

Una delle caratteristiche più appariscenti del legno sono gli anelli di accrescimento. Questi, se contati alla base del tronco, permettono di dare una stima dell'età del legno, poiché, in base al ciclo vitale della pianta, si hanno dei periodi di accrescimento del fusto intervallati da periodi di stasi con cicli stagionali. Ad ogni anello contato si attribuisce un anno di vita alla pianta.

Negli alberi sempreverdi, caratterizzati da una attività vegetativa perenne, gli anelli sono quasi del tutto assenti.

A livello **microscopico** il legno risulta essere composto da tipologie di cellule differenti sia per composizione che dimensione. Cellule dello stesso tipo risultano raggruppate nei cosiddetti tessuti, che in base alla loro funzione si suddividono in:

- Fondamentale o di sostegno;
- Conduttore;
- Parenchimatico o di riserva.

La maggior parte delle cellule è disposta parallelamente all'asse del tronco.

Infine, a livello **molecolare** troviamo che il legno è costituito da acqua, lignina, cellulosa ed emicellulosa con altre sostanze secondarie quali potrebbero essere resine, gomme e sali minerali. A giocare un ruolo fondamentale è l'umidità che può variare a seconda della stagionatura del legno, il luogo di posa e l'età del legno stesso; infatti, un legno giovane presenta una percentuale di umidità maggiore rispetto ad un altro con una maggiore età.

Interessante è andare a capire come è costituita la struttura delle fibre legnose. Come primo costituente, troviamo la Cellulosa. Questo è un polisaccaride formato da molecole semplici di glucosio che, aggregandosi, si dispongono in modo definito a formare una catena.

L'emicellulosa, invece, varia in quantitativo sulla base della specie della pianta. Ha una struttura simile a quella della cellulosa, ma è formata da quei componenti che non sono solubili in acqua ma, bensì, in alcali a caldo e freddo.

Infine, a caratterizzare le fibre, si trova la Lignina, polimero tridimensionale organico a base di fenil-propano.

Una composizione tipica del legno può essere suddivisa:

- Cellulosa: 40-50%, assorbimento forze meccaniche, trazione;
- Emicellulosa: sostanza legante che garantisce flessibilità
 - Conifere: 25-35 %;
 - Latifoglie: 25-40 %.
- Lignina: assorbimento forze meccaniche, compressione
 - Conifere: 28-40 %;
 - Latifoglie: 18-25 %.
 - Componenti estrattivi/aromatici.

In definitiva, il legno si può considerare di per sé un materiale composito, in cui le fibre sono di natura cellulosica e la matrice è composta dalla lignina. Le fibre resistono a trazione, mentre la lignina è resistente a compressione.

3.2.2. Difetti

L'origine naturale del legno comporta una inevitabile presenza di "imperfezioni" che, a seconda dell'utilizzo che se ne fa, possono essere considerati pregi o difetti che ledono le prestazioni del materiale. Per esempio, la presenza di nervature articolate e nodi ha grande valore estetico per la creazione di prodotti artigianali, invece, dal punto di vista delle caratteristiche meccaniche, questa struttura causa disomogeneità della sezione che porta ad un calo delle prestazioni.

Nel dettaglio si definiscono:

- Nodi: rami rimasti inclusi nel tronco, possono essere vivi, quindi c'è continuità di materiale, o morti, rimozione di parte della sezione reagente con conseguente calo delle prestazioni del materiale;
- Cipollature: fessure anulari che si creano a causa del distacco di due anelli contigui;
- Cicatrizzazioni: a seguito di una "ferita", il legno forma dei conglomerati di cellule per ricostituire la sezione, questo è denominato "callo cicatriziale";
- Legno di reazione: tessuto attivo anomalo che il legno forma per contrastare gli effetti di una forza che ha determinato una inclinazione del fusto;
- Colorazioni anomale: possono indicare vari difetti dovuti ad attacchi biologici;
- Deviazione delle fibrate: l'inclinazione delle fibre non è parallela all'orientamento del tronco possono essere spirali o torte a causa del vento;
- Fessure da ritiro: per riduzione di umidità;
- Tasche di Resina: cavità schiacciate tra due anelli;
- Midollo: in campo edilizio risulta essere un difetto poiché comporta il calo delle prestazioni e della durabilità.



Nodo morto



Nodo vivo



Tasche di resina



Fessurazione da ritiro



Legno di reazione



Cipollatura

Figura 3 - Tipologie di difetti

3.3. Caratteristiche meccaniche del legno

3.3.1. Affinità con l'acqua

Le fibre di cellulosa presentano una notevole propensione a legarsi con l'acqua, pertanto interagiscono con l'umidità ambientale. Hanno costantemente la tendenza a portarsi ad una condizione di equilibrio igroscopico con essa. Ciò si traduce con uno scambio continuo di acqua fra legno e ambiente che può essere quantificato mediante:

- Umidità Relativa: per l'esterno;
- Umidità Legno: massa d'acqua contenuta nel legno fratto la massa del legno stesso allo stato secco, per l'interno.

Il rapporto "u", contenuto in acqua percentuale del legno, è definibile tramite la relazione:

$$u = \frac{m_u - m_0}{m_0} * 100$$

Con:

- m_u : massa umida del legno;
- m_0 : massa secca del legno.

Questo comportamento scatena due effetti sul legno:

- Deformazioni: variazioni dimensionali dovute al ritiro e al rigonfiamento del legno;
- Caratteristiche fisico-meccaniche: massa volumica, e prestazioni meccaniche che variano al variare del contenuto d'acqua.

La quantità di acqua assorbita e le conseguenti variazioni dimensionali e prestazionali variano da specie a specie legnosa. Per la maggior parte delle specie legnose, l'umidità di saturazione risulta compresa:

$$28\% \leq u_s \leq 40\%$$

Ai fini pratici, si può convenzionalmente fissare il valore di u_s al 30%.

Il valore di u_{max} , invece, è quella percentuale di acqua per la quale tutte le pareti cellulari e tutti i lumi sono pieno d'acqua e nel legno non è presente aria.

Si riportano, estratti dal DT 201:2005, tre grafici che mostrano come variano i parametri del legno al variare dell'umidità:

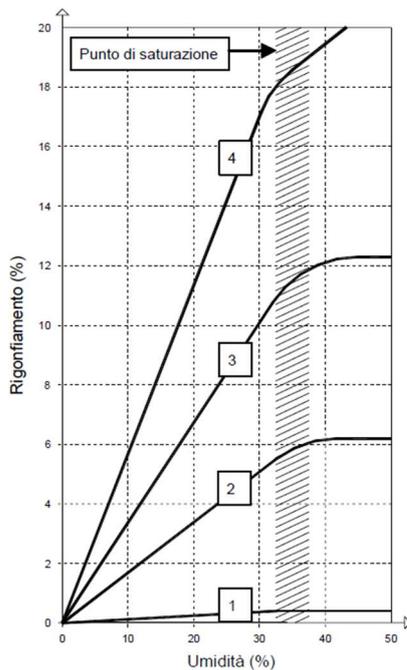


Figura 4 - DT201:2005; Rigonfiamento volumetrico (4) e nella direzione anatomica assiale (1), radiale (2) o tangenziale (3), in funzione dell'umidità del legno. (Analoghi se ne possono ottenere per fenomeno simmetrico da ritiro).

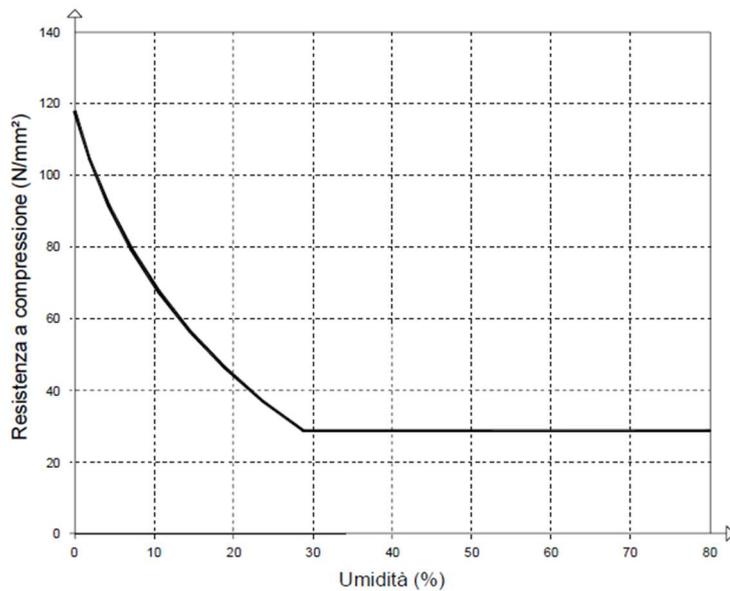


Figura 5 - DT201:2005; Relazione fra resistenza a compressione parallela alla fibratura e umidità del legno

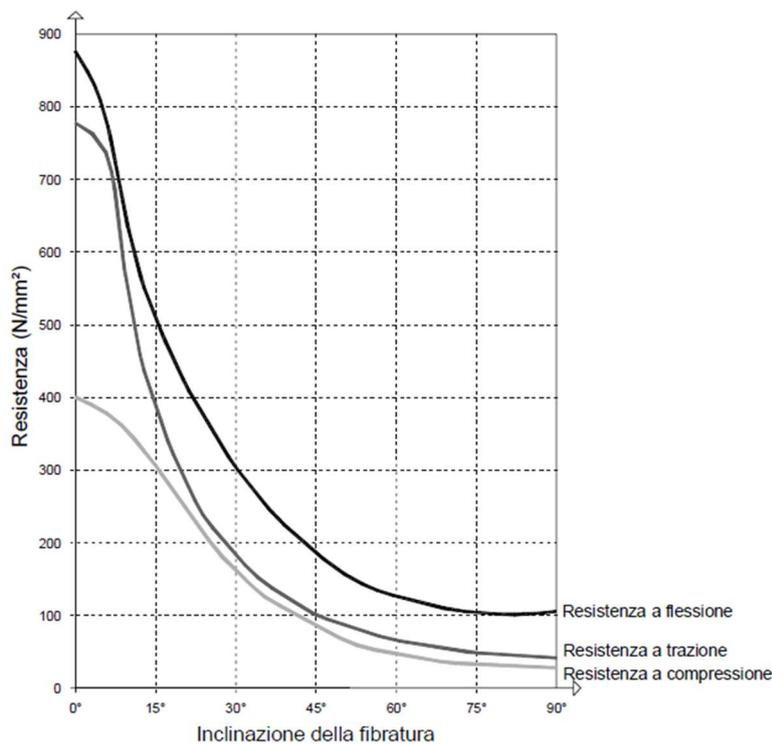


Figura 6 - DT201:2005; Esempio di relazione tra le principali caratteristiche della resistenza meccanica e l'inclinazione della fibratura.

3.3.2. Deformabilità del legno

Il comportamento del legno a deformazione viene definito *visco-elastico*. Durante sollecitazioni si riscontrano quattro fasi:

- Deformazione elastica: segue la Legge di Hooke, legame elastico lineare, proporzionale a E, modulo di elasticità;
- Deformazione anelastica: si considerano tali le residue permanenti;
- Deformazione viscosa: avvengono nel tempo con l'azione di carichi prolungati nel tempo;
- Deformazione Plastica: deformazioni per carichi prossimi a quelli di rottura.

3.3.3. Moduli di Elasticità

Il “Modulo di Elasticità di Young” è una grandezza caratteristica di un determinato materiale, ed esprime il rapporto tra tensione e deformazione in condizioni di carico monoassiale e per materiali di tipo elastico.

Per quello che riguarda il legno, essendo un materiale anisotropo, si determinano diversi valori di E per ciascuna sezione:

- sezione **longitudinale**, nella direzione della fibra;
- sezione **radiale**;
- sezione **tangenziale**.

Date le caratteristiche di accrescimento del legno, si può considerare che sia un materiale ortotropico, cioè basta individuare tre facce perpendicolari fra loro, e di conseguenza tre piani, nelle quali il materiale si comporta in modo simmetrico nei due versi, positivo e negativo. Così facendo ci basta definire tre diversi Moduli di Elasticità.

I fattori che lo modificano sono la tempera e l'umidità.

Per temperature che superano i $\pm 100^\circ\text{C}$, si ha una riduzione di “E” dovuta ad un deterioramento del legno, mentre, per quanto riguarda l'umidità, il modulo di elasticità aumenta all'aumentare dell'umidità fino ad un valore limite, pari al valore di saturazione della parete cellulare.

3.3.4. Rapporto Resistenza (R_w) / Massa Volumica (ρ_w)

Nel seguente paragrafo si effettua un confronto con le caratteristiche del calcestruzzo e dell'acciaio.

Considerando una massa volumica media del legno pari a:

$$\rho_L = 500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Si può constatare, facilmente che essa è pari a circa un quinto di quella del calcestruzzo.

Quindi si può scrivere:

$$\frac{R_L}{\rho_L} \cong 5 * \frac{R_{cls}}{\rho_{cls}} \cong \frac{R_s}{\rho_s}$$

Quindi, a parità di luci, carichi e schema statico, le sezioni in legno hanno dimensioni paragonabili a quelle delle strutture in c.a., ed una massa totale paragonabile a quella della corrispondente struttura in acciaio

Per quanto riguarda il Modulo Elastico si può scrivere:

$$E_L = 8000 \div 13000 \text{ MPa} \cong \frac{1}{3} E_{cls}$$

3.4. Sostenibilità del Legno

Uno dei temi principali che caratterizza il legno è la sostenibilità; infatti, facendo un confronto con i classici materiali da costruzione (calcestruzzo e acciaio), si può notare come il legno abbia un impatto nell'emissione di CO₂ nell'ambiente positivo. Si stima che:

$$\begin{aligned} 1 \text{ m}^3 \text{ di acciaio} &\rightarrow 5\text{T di CO}_2 \text{ immesse in atmosfera} \\ 1 \text{ m}^3 \text{ di calcestruzzo} &\rightarrow 2.5\text{T di CO}_2 \text{ immesse in atmosfera} \\ 1 \text{ m}^3 \text{ di Legno} &\rightarrow 1\text{T di CO}_2 \text{ assorbita dall'atmosfera} \end{aligned}$$

Nel caso di nuove costruzioni, la quantità di CO₂ emessa può essere un fattore discriminante nella scelta del materiale strutturale. Poiché questo elaborato affronta l'applicazione di un sistema FRP sul legno, si presta ad un discorso di ripristino dell'esistente e, di conseguenza, il contributo che il legno dà a livello ambientale è quello di non sostituire un materiale esistente con un altro che potrebbe impattare con ulteriore CO₂ immessa nel sistema.

3.5. Caratteristiche meccaniche del legno

Bisogna, come prima cosa, fare una distinzione fra quello che è il comportamento del legno netto e del legno strutturale. Il primo è un legno tagliato in modo da non presentare alcuna impurità, il secondo presenta dimensioni realistiche e applicabili, di conseguenza comprende al suo interno i difetti che ne abbattano le prestazioni. Ciò significa che nello studio del comportamento meccanico non si può prescindere dall' "effetto scala" e, che per poter assicurare con una certa probabilità la sicurezza delle strutture, occorre conoscere i limiti della variabilità delle caratteristiche in funzione della forma e della dimensione degli elementi:

Tabella 1 - Confronto tra i valori nominali di resistenze dell'abete rosso, determinati su provini di legno privo di difetti ed in dimensione strutturale (Kollmann 1951)

Valori nominali di RESISTENZA	UM	Provini di legno netto (privo di difetti)	Provini di dimensione strutturale
Flessione	MPa	49-78-136	37
Trazione parallela alla fibra	MPa	21-90-245	30
Compressione parallela alla fibra	MPa	35-50-79	32

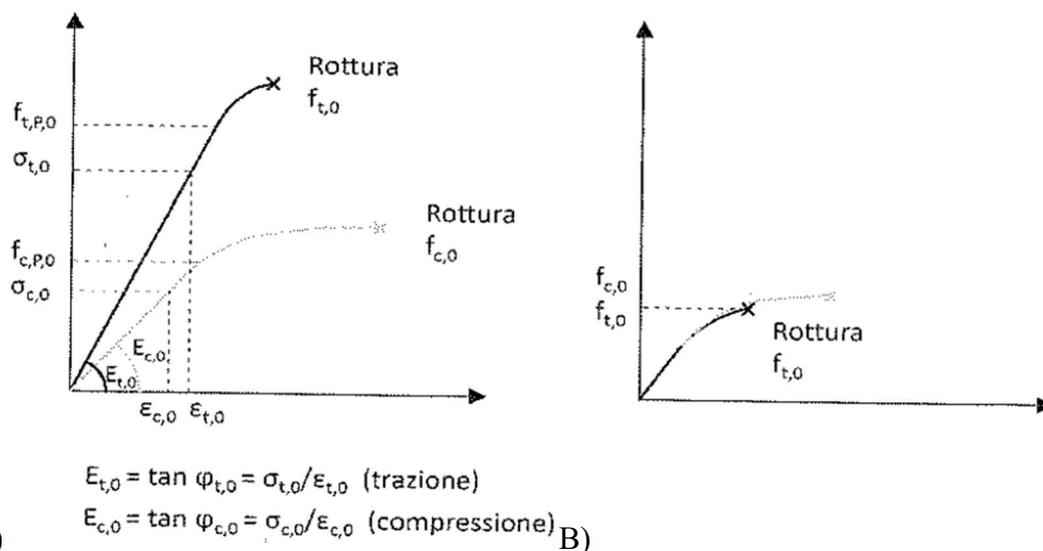


Grafico 1 – Sistemi costruttivi in legno, Mazzucchelli E. S.; A) legni netti; B) legni strutturali

Come si può osservare i legni di piccole dimensioni (A), per un legno privo di difetti il rapporto fra i limiti di rottura a trazione e compressione è di circa 2:1.

Per quelli di carattere strutturale (B), la correlazione tra il modulo di elasticità e le resistenze meccaniche permette di valutare la resistenza del legno senza prove distruttive diventando un parametro essenziale per la classificazione del legno strutturale secondo la resistenza.

3.6. Classificazione del Legno

La classificazione secondo la resistenza avviene principalmente secondo due metodi: classificazione visiva e meccanica.

3.6.1. Classificazione Visiva

Primo dei due metodi, la classificazione visiva risulta essere la più agevole poiché è necessario considerare esclusivamente parametri riconoscibili a vista, quali la presenza dei nodi, l'inclinazione delle fibre, l'ampiezza degli anelli di accrescimento (per le conifere), ecc.

Il vantaggio di questa classificazione deriva dalla sua semplicità nelle prescrizioni e nelle regole di classificazione; infatti, senza l'ausilio di apparecchiature specifiche, si ha una buona attendibilità dei risultati, ovviamente nel caso di un'esecuzione della valutazione precisa e coscienziosa.

Lo svantaggio è che, data la soggettività dell'esecuzione, non permette di attribuire prestazioni elevate ai materiali.

3.6.2. Classificazione Meccanica

Questa classificazione viene eseguita mediante attrezzature, generalmente in laboratorio. Vengono eseguite delle prove con un carico pari al frattile 2-5% della classe che si vuole dare, se l'elemento non subisce danni, può essere classificato con la suddetta classe.

Questa metodologia permette di caratterizzare fattori che con la "visiva" non verrebbero presi in considerazione, come, per esempio, la densità del materiale. Gli svantaggi legati a questo metodo di classificazione sono strettamente connessi alla disponibilità economica e spaziale del realizzare un impianto di classificazione omologato.

3.7. Legame costitutivo Elasto-Plastico

A valle delle considerazioni fatte sulla variabilità del legno, nasce l'esigenza di costituire un modello che riesca a rappresentare al meglio il suo comportamento. Il legame costitutivo del legno si può descrivere mediante differenti modellazioni che variano al variare del grado di approssimazione che si vuole tenere in conto.

Per la definizione di un modello è necessario considerare:

- Comportamento a trazione: viene accettato il comportamento Elastico-Lineare fino a rottura. Diagramma rettilineo con pendenza costante ($\arctg E_L$). Nota la resistenza ultima è istantaneo determinare la deformazione a rottura.
- Comportamento a compressione: il diagramma tensione-deformazione a compressione mostra continuità col tratto positivo. Quindi tratto a trazione e compressione hanno stessa inclinazione.
- Modulo di Elasticità normale: è rappresentato dalla pendenza del tratto lineare del legame costitutivo.

Bisogna, inoltre, considerare che le normative vigenti considerano la resistenza a flessione una caratteristica indipendente, specifica per la classe di appartenenza e, quindi, non in relazione con le resistenze caratteristiche a trazione e compressione.

A valle di queste considerazioni si può definire un modello costitutivo per il legno che si suddivide in due zone:

- Zona a trazione: elastico lineare fragile;
- Zona a compressione: elasto-plastico.

Il DT 201:2005 offre tre schematizzazioni del modello:

Tabella 2 – DT201:2005; Modelli costitutivi per il legno massiccio e lamellare incollato.

1. Modello elasto-plastico	
Definizione analitica	Diagramma
$\sigma = E_w \cdot \varepsilon \quad \text{per } \varepsilon_c < \varepsilon < \varepsilon_t$ $\sigma = f_c \quad \text{per } \varepsilon < \varepsilon_c$	
<p>Il modello è molto semplice, limitando il diagramma a un triangolo-rettangolo. Nonostante la semplificazione, il modello è ampiamente utilizzato.</p>	
2. Modello di Bazan	
Definizione analitica	Diagramma
$\sigma = E_w \cdot \varepsilon \quad \text{per } \varepsilon_c < \varepsilon < \varepsilon_t$ $\sigma = f_c + m \cdot E_w \cdot (\varepsilon - \varepsilon_c) \quad \text{per } \varepsilon < \varepsilon_c$	
<p>Il modello è più completo rispetto al precedente, senza tuttavia perdere i vantaggi della semplicità legati alla linearità. Una difficoltà è rappresentata dalla definizione del coefficiente $m < 0$ che caratterizza la pendenza del tratto plastico ad incrudimento negativo (comportamento <i>softening</i>).</p>	
3. Modello di O'Halloran	
Definizione analitica	Diagramma
$\sigma = E_w \cdot \varepsilon \quad \text{per } 0 < \varepsilon < \varepsilon_t$ $\sigma = A \cdot \varepsilon ^n + E_w \cdot \varepsilon \quad \text{per } \varepsilon_{cu} < \varepsilon < 0$	
<p>Tra quelli qui riportati, il modello fornisce la migliore descrizione del comportamento reale del legno a fronte di una relativa maggiore complessità del ramo a compressione, la cui definizione richiede l'assegnazione dei due parametri $A > 0$ e $n > 0$.</p>	

A causa di una forte discordanza dei valori di deformazione ultima che si ottengono per la zona plasticizzata, l'“NTC 2018, §4.4.8.1 – Verifiche di Resistenza” prescrive l'utilizzo di un modello elastico-lineare fragile fino a rottura sia a trazione che compressione, trascurando la fase plastica del legno.

3.8. Modello Elastico-Lineare Fragile

Come espresso nelle normative vigenti (NTC 2018, §4.4.8.1 – Verifiche di Resistenza), le tensioni interne, si possono calcolare nell'ipotesi di conservazione delle sezioni piane di una relazione lineare tra tensioni e deformazioni fino a rottura.

Il legame costitutivo del legno lo si può definire come Elastico-Lineare fragile:

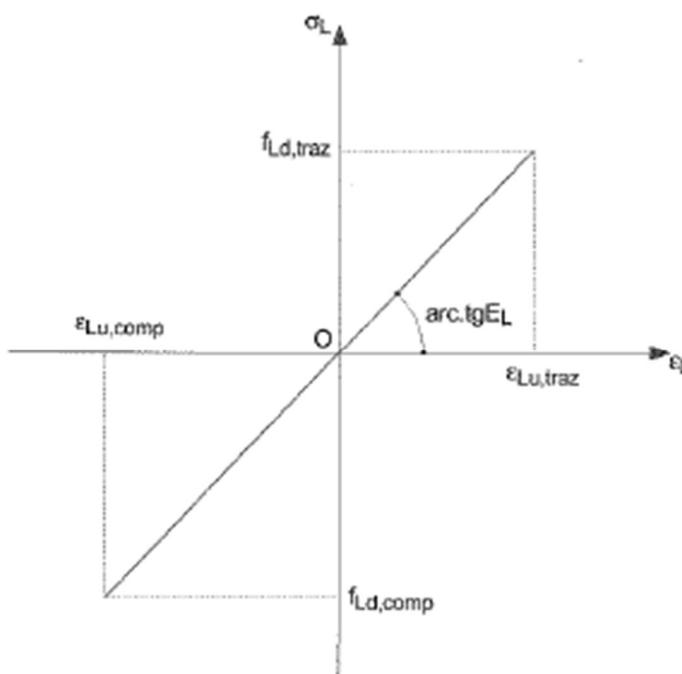


Grafico 2 – Solai Calcestruzzo-Legno, De Gaetanis G. M.; Modello costitutivo elastico lineare per legno

L'utilizzo di questo modello, grazie anche all'utilizzo dei valori caratteristici offerti dalla UNI EN 338:2016, permette di determinare quelle che sono le deformazioni ultime del legno (a trazione e compressione) per ogni classe di resistenza del legno strutturale.

Come riportato nel modello di "Grafico 2", si fa riferimento a dei valori di progetto e, di conseguenza, vanno desunti dai valori caratteristici in accordo con la normativa vigente.

3.9. Resistenza di progetto

In accordo con la NTC 2018, §4.4.6. – Resistenza di Progetto, i fattori chiave che vanno considerati nella determinazione dei valori di progetto sono l'umidità e la durata del carico applicato all'elemento strutturale. Quindi, questi vanno assegnati combinando la classe di servizio alla classe di durata.

Il valore X_d di una proprietà del materiale si può calcolare secondo la formula espressa dalla normativa:

$$X_d = \frac{k_{mod} * X_k}{\gamma_M}$$

Dove:

- X_k : valore caratteristico della proprietà del materiale, può essere preso in accordo a prove sperimentali o normative di riferimento;
- γ_M : coefficiente parziale di sicurezza, i cui valori sono tabulati in “tab. 4.4.III, NTC 2018”;
- k_{mod} : coefficiente correttivo che tiene conto sia dell’effetto della durata del carico che dell’umidità, i cui valori sono tabulati in “tab. 4.4.IV, NTC 2018”;

Tabella 3 – NTC 2018; Coefficienti parziali γ_M per le proprietà dei materiali

Stati limite ultimi	Colonna A γ_M	Colonna B γ_M
combinazioni fondamentali		
legno massiccio	1,50	1,45
legno lamellare incollato	1,45	1,35
pannelli di tavole incollate a strati incrociati	1,45	1,35
pannelli di particelle o di fibre	1,50	1,40
LVL, compensato, pannelli di scaglie orientate	1,40	1,30
unioni	1,50	1,40
combinazioni eccezionali	1,00	1,00
Per i materiali non compresi nella Tabella si potrà fare riferimento ai pertinenti valori riportati nei riferimenti tecnici di comprovata validità indicati nel Capitolo 12, nel rispetto dei livelli di sicurezza delle presenti norme.		

Tabella 4 – NTC 2018; Valori di k_{mod} per legno e prodotti strutturali a base legno

Materiale	Riferimento	Classe di servizio			
		1	2	3	
Legno massiccio	UNI EN 14081-1	0,60	0,80	2,00	
Legno lamellare incollato *	UNI EN 14080	0,60	0,80	2,00	
LVL	UNI EN 14374, UNI EN 14279	0,60	0,80	2,00	
Compensato	UNI EN 636:2015	0,80	-	-	
		0,80	1,00	-	
		0,80	1,00	2,50	
Pannelli di scaglie orientate (OSB)	UNI EN 300:2006	OSB/2	2,25	-	-
		OSB/3 OSB/4	1,50	2,25	-
Pannello di particelle (truciolare)	UNI EN 312:2010	Parte 4	2,25	-	-
		Parte 5	2,25	3,00	-
		Parte 6	1,50	-	-
		Parte 7	1,50	2,25	-
Pannello di fibre, pannelli duri	UNI EN 622-2::2005	HB.LA	2,25	-	-
		HB.HLA1, HB.HLA2	2,25	3,00	-
Pannello di fibre, pannelli semiduri	UNI EN 622-3:2005	MBH.LA1, MBH.LA2	3,00	-	-
		MBH.HLS1, MBH.HLS2	3,00	4,00	-
		MDF.LA	2,25	-	-
Pannello di fibra di legno, ottenuto per via secca (MDF)	UNI EN 622-5:2010	MDF.HLS	2,25	3,00	-

Per materiale posto in opera con umidità prossima al punto di saturazione delle fibre, e che possa essere soggetto a essiccazione sotto carico, il valore di k_{def} dovrà, in assenza di idonei provvedimenti, essere aumentato a seguito di opportune valutazioni, sommando ai termini della tabella un valore comunque non inferiore a 2,0.

Per i materiali non compresi nella Tabella si potrà fare riferimento ai pertinenti valori riportati nei riferimenti tecnici di comprovata validità indicati nel Capitolo 12, nel rispetto dei livelli di sicurezza delle presenti norme.

* I valori indicati si possono adottare anche per i pannelli di tavole incollate a strati incrociati, ma limitatamente alle classi di servizio 1 e 2.

Al fine della determinazione delle deformazioni ultime, si definiscono i valori di $f_{Ld,traz}$ e $f_{Ld,comp}$ come segue:

$$f_{Ld,traz} = k_{mod} * \frac{f_{t,0,k}}{\gamma_M} \quad ; \quad f_{Ld,comp} = k_{mod} * \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M}$$

Con:

- $f_{t,0,k}$ = valore di rottura caratteristico a trazione, da UNI EN 338;
- $f_{c,0,k}$ = valore di rottura caratteristico a compressione, da UNI EN 338;
- $E_{m,0,k}$ = 5° percentile del modulo di elasticità, da UNI EN 338.

Ottenuti, così, i valori da progetto delle classi del legno, è possibile andare a scrivere, sulla base del modello Elastico-Lineare, nel paragrafo precedente, le formulazioni delle deformazioni ultime del legno, relative alle varie classi di resistenza.

$$\varepsilon_{Lu,traz} = \frac{f_{Ld,traz}}{E_L} \quad ; \quad \varepsilon_{Lu,comp} = \frac{f_{Ld,comp}}{E_L}$$

3.10. Riepilogo

Le equazioni e il modello costitutivo utilizzati si basano su una semplificazione del comportamento naturale del materiale; cioè, è stata trascurata quella che è la risposta plastica del materiale. Questa omissione è cautelativa poiché il legno, oltrepassata la fase elastica, ha dei comportamenti imprevedibili; due elementi lignei appartenenti alla stessa classe di resistenza potrebbero reagire in maniera diversa.

Il modello costitutivo Elastico-Lineare fragile, sia a trazione che a compressione, risulta essere il modello migliore da utilizzare per descrivere il comportamento del legno, permettendo di definire agevolmente le caratteristiche da progetto, in accordo con le normative in vigore.

FRP

Il presente capitolo ha lo scopo di presentare i materiali compositi costituiti da matrici polimeriche e da fibre lunghe e continue. Le fibre possono avere varia natura, fra le più comuni troviamo fibre in carbonio, vetro o aramide.

I *Fiber Reinforced Polymers*, chiamati più comunemente **FRP**, dal punto di vista costitutivo, sono materiali eterogenei ed anisotropi, con un comportamento elastico-lineare fino a rottura.

In campo Civile/Edile sono impiegati per il consolidamento e la riabilitazione delle strutture poiché offrono leggerezza con elevate proprietà meccaniche; di conseguenza, risultano competitivi ogni qual volta è necessario limitare l'impatto estetico sulla struttura originaria o garantire un'adeguata reversibilità dell'intervento (edifici storici). Vanno a sostituire le tecniche tradizionali in tutti quei contesti in cui lo spazio a disposizione renderebbe difficile il ricorso a tecniche tradizionali.

Sul mercato si possono trovare in svariate forme geometriche: dalle lamelle pultruse, caratterizzate da una distribuzione unidirezionale delle fibre ed applicabili principalmente su superfici regolari, ai tessuti bidirezionali, con delle caratteristiche di adattamento all'elemento da rinforzare migliori. Il loro utilizzo è consentito sui materiali da costruzione idonei ad assolvere funzioni portanti per un tempo indefinito come calcestruzzo, acciaio e legno.

Si può far riferimento alle linee guida di progettazione fornite dal Consiglio Nazionale della Ricerca (CNR). Nel dettaglio:

- DT 200 R1/2013, "Istruzioni per la progettazione, l'esecuzione ed il controllo di interventi di consolidamento Statico mediante l'utilizzo di compositi fibrorinforzati";
- DT 201/2005, "Studi preliminari finalizzati alla redazione di Istruzioni per interventi di consolidamento statico di strutture lignee mediante l'utilizzo di compositi fibrorinforzati";
- DT 202/2005, "Studi preliminari finalizzati alla redazione di istruzioni per interventi di consolidamento statico di strutture metalliche mediante l'utilizzo di compositi fibrorinforzati".

3.11. Classificazione dei sistemi di rinforzo

Dal punto di vista morfologico, gli FRP si possono dividere in tre categorie:

- Sistemi Preformati: elementi preparati in stabilimento tramite pultrusione, possono essere formati in lastre, barre, o lamine;
- Sistemi impregnati in situ: composti da fogli o tessuti uni-multidirezionali impregnati con una resina che può fungere anche da adesivo con il substrato;
- Sistemi preimpreganti: composti da fogli o tessuti uni-multidirezionali preimpregnati con resina parzialmente polimerizzata, incollati al substrato con (o senza) l'utilizzo di resine aggiuntive.

Dal punto di vista meccanico vengono classificati sulla base del modulo elastico e sulla resistenza a rottura per trazione.

Tali grandezze vanno valutate in regime di trazione uniassiale nella direzione delle fibre e devono essere riferite a:

- Preformati: superficie complessiva del composito FRP (fibre e matrice);
- Realizzati *in situ*: all'area delle sole fibre secche.

3.12. Proprietà meccaniche dei sistemi di rinforzo

Nei sistemi compositi le fibre hanno il ruolo dell'elemento portante sia in termini di resistenza che rigidità. La matrice, invece, ha il compito di protezione delle e fibre e, più importante, ha il compito di trasmissione degli sforzi al supporto.

Nel "Grafico 3" sono rappresentati qualitativamente il legame costitutivo del fibrorinforzato e dei suoi componenti. Si può notare come il composito abbia una resistenza minore di quella della sola fibra, ma medesima deformazione ultima " $\epsilon_{fib,max}$ ", infatti, una volta superata questa deformazione non è possibile più il trasferimento degli sforzi dalla matrice alle fibre.

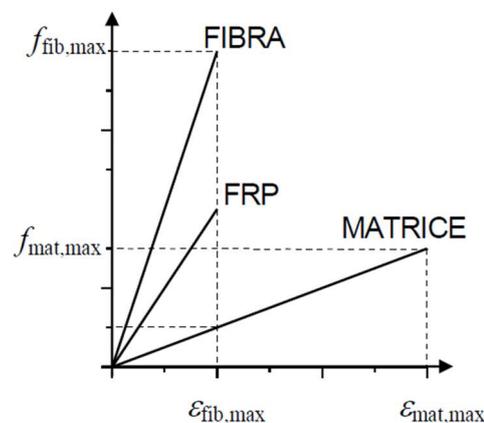


Grafico 3 -DT201:2005; Legame costitutivo di fibre, matrice e corrispondente composito

3.13. Comportamento al Fuoco

La resistenza al Fuoco, nei compositi FRP, è sempre governata dalla resistenza della matrice.

Le resine tendono ad avere un brusco calo di prestazioni intorno ai 100°C e questo le rende molto suscettibili agli incendi. In aggiunta, va considerato che, a prescindere dal tipo di rinforzo che si utilizza, le resine presentano tutte una temperatura di transizione vetrosa minore dei 100°C.

In aiuto a questo, si può andare a sfruttare quelle che sono le ottime prestazioni del legno. Si possono sviluppare delle soluzioni in cui il rinforzo viene protetto col supporto stesso su cui viene applicato.

SOLIDARIZZAZIONE TRA FRP E LEGNO

Un aspetto che bisogna considerare ai fini della progettazione di rinforzo mediante FRP è l'interfaccia tra legno e collante, poiché è proprio in questa zona che vi è il passaggio degli sforzi.

La matrice che si dovrà utilizzare deve essere in grado di garantire una perfetta aderenza fra legno e rinforzo, ipotesi fondamentale per lo studio analitico che verrà affrontato nei capitoli successivi.

3.14. Premessa

L'efficacia di un collegamento che faccia uso di adesivi su legno è funzione di vari fattori:

- Capacità bagnante dell'adesivo nei confronti della superficie: dipende dalle condizioni del supporto e dalle proprietà del collante stesso;
- Proprietà di massa dell'adesivo a indurimento avvenuto: significative quando lo spessore dell'incollaggio è rilevante, condizione di applicazione in situ, tutta la superficie deve partecipare allo scambio di sforzi;
- Condizioni ambientali: variazioni igrometriche significative ed esposizione ad alte temperature (come incendi) possono variare le prestazioni del collante.

La preparazione del supporto necessita, quindi, di una superficie pulita, esente da particelle estranee e residui di alcun genere.

Al fine di una perfetta aderenza, in alcuni casi può essere necessaria l'applicazione di un Primer con funzione compatibilizzante fra supporto e matrice del rinforzo.

3.15. Indicazioni Normative

La normativa italiana (ed Europea) che riguarda la valutazione degli adesivi strutturali per legno è la UNI EN 302-1.

In essa vengono esplicitati due tipologie di collanti:

- Tipo I: idoneo all'esposizione piena alle intemperie con $UR \geq 80\%$ e temperature di esercizio $T \geq 50^{\circ}\text{C}$;
- Tipo II: idonei all'applicazione di contesti interni o esterni coperti, con $T \leq 50^{\circ}\text{C}$.

La EN 1995-1-1 (EC5) esplicita tre stati di servizio per il legno e indica quali tipi di collante utilizzare a seconda della classe di servizio in cui opera il legno.

3.16. Geometria Giunti adesivi

La geometria della zona incollata influenza la resistenza del giunto. Esistono varie configurazioni, fra le più utilizzate si trovano:

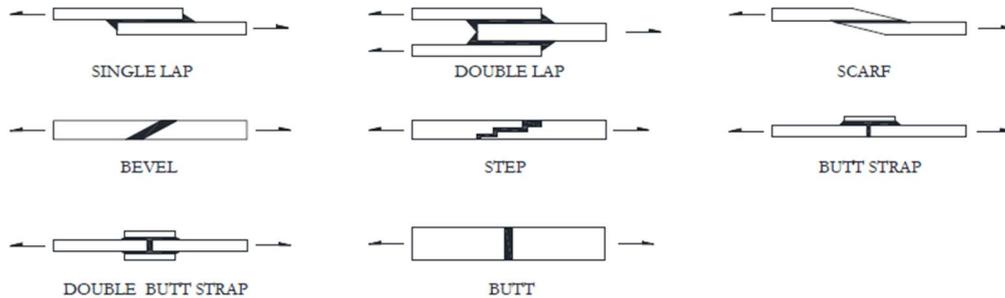


Figura 7 - Tipologie di giunto incollato

In questo elaborato, sono stati utilizzati giunti di tipologia Single Lap nei quali il collante permette la trasmissione dello stato di sforzo tra Legno e FRP.

Questa tipologia di giunto può essere soggetta a differenti condizioni di carico:

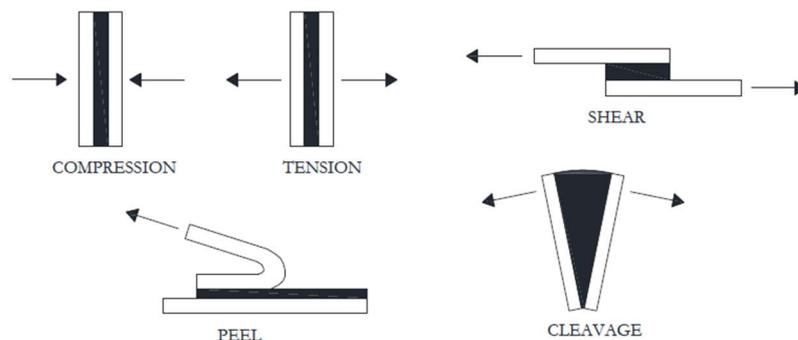


Figura 8 - Condizioni di carico su giunto incollato

Nel seguente elaborato, si parlerà di giunti soggetti a Taglio (SHEAR).

Interessante, è valutare le possibili condizioni che un giunto Single Lap soggetto a taglio possa subire:

- A. Rottura Adesiva: distacco di uno dei due supporti;
- B. Rottura Coesiva: frattura nel collante;
- C. Rottura Mista: combinazione delle due fratture.

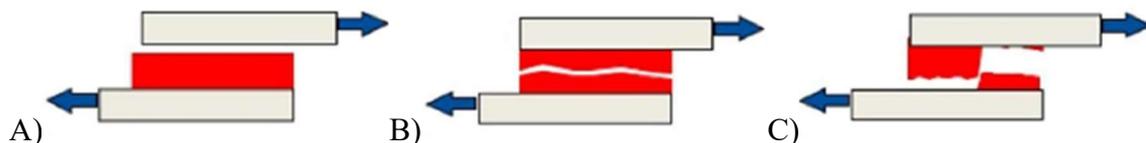


Figura 9 – A) rottura Adesiva; B) Rottura Coesiva; C) rottura mista

La rottura può dipendere da molte condizioni come la tipologia dell'adesivo o del supporto oppure dalla temperatura, condizioni di lavoro e stati di sforzo. Per questo, è importante studiare il giunto di interfaccia attraverso approcci sperimentali, numerici o analitici.

3.17. Compatibilità tra adesivi e legno

La compatibilità fra legno e collanti può essere valutata mediante il valore di riferimento $k_{a,w}$, coefficiente di compatibilità meccanica, basandosi sul metodo di taglio con provini a “giunto spesso”.

Il DT 201/2005 riporta le condizioni di prova e dei provini al fine di determinare il coefficiente di compatibilità meccanica.

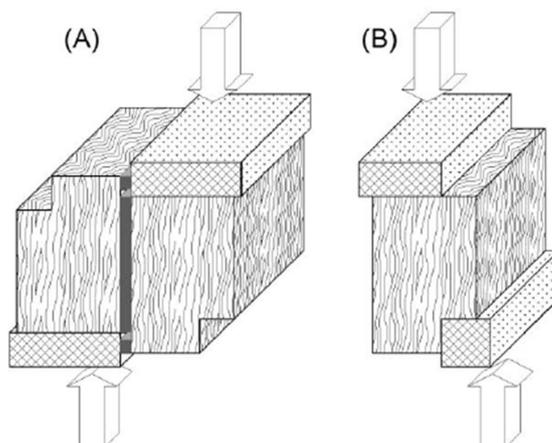


Figura 10 – DT201:2005; Prova a Giunto Spesso; A: prova di taglio sulle teste per la verifica del collante; B: prova di taglio su uno dei due travetti

La prova consiste nei seguenti passaggi:

- incollare fra loro due travetti in testa (sezione radiale);
- esecuzione di una prima prova di taglio portando a rottura la sezione incollata, per valutare la resistenza a taglio del collante;
- esecuzione di una seconda prova di taglio su uno dei due concetti in legno per testare la resistenza a taglio dello stesso.

La scelta dei provini:

- Conci in condizioni “dry”, cioè in equilibrio igrometrico col sistema;
- Conci in condizioni “wet”, cioè hanno subito più cicli di imbibizione.

A questo punto è possibile andare a definire quello che è il coefficiente di compatibilità meccanica:

$$k_{aw} = \eta_{dry} * \eta_{wet}$$

Con:

- η_{dry} = coefficiente di confronto in ambiente standard;
- η_{wet} = coefficiente di confronto ottenuto da provini derivanti da cicli termoigrometrici.

Questi due coefficienti sono a loro volta definiti come:

$$\eta_{dry} = \frac{\tau_{G,std}}{\tau_{L,std}}$$
$$\eta_{wet} = \frac{\tau_{G,inv}}{\tau_{L,inv}}$$

Dove:

- $\tau_{G,std}$ e $\tau_{G,inv}$ = resistenze dei provini incollati, rispettivamente in condizioni normali e di imbibizione;
- $\tau_{L,std}$ e $\tau_{L,inv}$ = resistenze del legno massiccio, rispettivamente in condizioni normali e di imbibizione.

Il coefficiente $k_{a,w}$ può essere utilizzato per caratterizzare i collanti. Ad esempio, un collante di “Tipo I” dovrebbe essere caratterizzato da:

$$\eta_{dry} \geq 1$$

$$\eta_{wet} \geq 0.8$$

3.18. Comportamento meccanico e modalità di rottura

L'andamento qualitativo di un diagramma carico-spostamento in una prova di resistenza a taglio, indica che il comportamento del collante è simile a quello del legno; infatti, superata la fase plastica, che può essere estesa a seconda dei valori di carico raggiunti, si verifica un cedimento improvviso del giunto.

Affinché l'incollaggio possa considerarsi ben riuscito, occorre che la rottura sia per la maggior parte di tipo coesivo dal lato del legno, cioè che le fibre rimangano, in gran parte, attaccate all'adesivo. Se una frattura si concentra interamente all'interno della colla è indice di buona adesione, ma bisogna poi andare a fare delle valutazioni sulla delaminazione.

3.19. Prove in laboratorio

Ai fini della verifica dell'ipotesi di perfetta aderenza, in questo elaborato si affronteranno delle prove di laboratorio che serviranno a dimostrare che la deformazione ultima del legno a trazione è minore di quella del rinforzo. Di conseguenza si potrà dire che fino a rottura per trazione del legno si avrà un perfetto trasferimento degli sforzi fra supporto e rinforzo.

Nelle pagine successive si troverà un capitolo dedicato alla sperimentazione eseguita in laboratorio.

4. PROVA DI LABORATORIO

4.1. Introduzione

Ai fini del tracciamento di un Dominio N-M che possa riassumere il comportamento del legno rinforzato al variare delle caratteristiche geometriche e prestazionali, è necessario formulare delle ipotesi realistiche. Queste verranno esplicitate tutte nei capitoli successivi quando si entrerà nel dettaglio della parte analitica dell'elaborato.

Nel seguente capitolo si descrive la campagna sperimentale eseguita in laboratorio servita a dimostrare la veridicità dell'ipotesi:

“Crisi dell'elemento inflesso causato sempre dal raggiungimento delle deformazioni ultime del materiale legno, in zona tesa”.

La sperimentazione consiste in una prova di “Single Lap” nella quale viene strappato il rinforzo applicato al travetto. Ciò ci permetterà di valutare lo sforzo necessario al distacco e, inoltre, di capire se la rottura avverrà per delaminazione oppure lato legno.

4.2. Obiettivi

Gli obiettivi di questo lavoro di ricerca sono:

- a) Valutare se, sotto le condizioni di trazione imposte dalla macchina, la rottura avvenga lato rinforzo (FRP) o lato supporto (Legno);
- b) Valutare se l'influenza del pre-trattamento superficiale del supporto, sul quale applicare il rinforzo, influisce sui valori ultimi a rottura del sistema Legno-FRP.

4.3. Campagna sperimentale

Lo scopo della sperimentazione è quello di analizzare il comportamento dei sistemi FRP applicati su supporto in legno.

I materiali che entrano in gioco in questa sperimentazione, divisi fra supporto e rinforzo, sono tre:

- Supporto da rinforzare:
 - 1) Legno.
- Rinforzo in FRP composto da:
 - 2) Matrice epossidica;
 - 3) Tessuto in Carbonio.

4.3.1. Legno - Abete

Ai fini della campagna sperimentale, sono stati utilizzati dieci provini in abete.

Il provino possiede dimensioni “strutturali”, cioè la sua geometria comprende anche i difetti principali, quali i nodi o una eventuale inclinazione delle fibrature.

La geometria utilizzata per i campioni è a base quadrata con:

- $B = 120\text{mm}$;
- $H = 260\text{ mm}$.

Queste dimensioni consentono ai fini della prova, di non avere effetti di bordo nel senso dell’asse del travetto sul rinforzo, e garantiscono i 20cm di zona di ancoraggio dell’FRP.

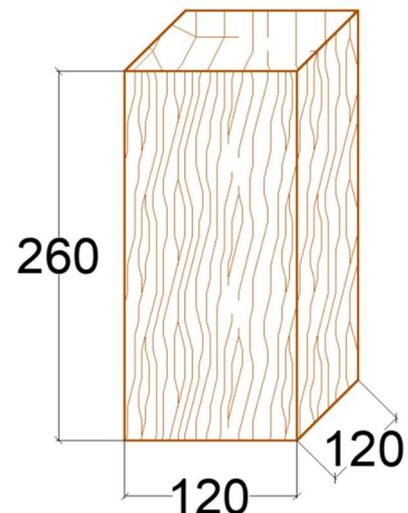


Figura 11 - Geometria provino

4.3.2. Matrice epossidica bicomponente

Ai fini dell’applicazione del rinforzo in carbonio sul travetto, è stata utilizzata una resina epossidica bicomponente.

Il prodotto è composto dalla resina (componente A) e da un indurente (componente B) che ne permette la catalizzazione. Inoltre, questa è adatta all’applicazione su legno con duplice funzione:

- 1) Irrigidimento delle fibre;
- 2) Funzione di collante sul supporto.

Le caratteristiche necessarie alla sua classificazione sono:

- | | |
|--------------------------------------|---------|
| - Rapporto A:B | 19:6 |
| - Resistenza a compressione | 90 MPa |
| - Temperatura di transizione vetrosa | 54.9° C |

4.3.3. Tessuto in fibra di carbonio

Nastro unidirezionale in carbonio per il rinforzo FRP con resina epossidica.

Caratteristiche Tecniche:

- Spessore equivalente 0.167 mm

Caratteristiche Meccaniche da CVT:

- Classe 210 C
- $E_{f_monostrato}$ valore medio 246.16 GPa
- $f_{fib_monostrato}$ valore medio 3699.39 MPa
- $f_{fib_monostrato}$ valore caratteristico 3253.31 MPa



Figura 12 – Tessuto in fibra di Carbonio utilizzato

4.3.4. Preparazione del campione

Al fine del conseguimento degli obiettivi posti al paragrafo §4.2., i provini sono stati divisi in due gruppi rispettivamente da cinque l'uno.

La fase di preparazione dei provini della seconda serie differisce dalla prima solo nella fase preliminare di preparazione del legno, poiché nel primo caso il rinforzo viene applicato sul supporto ligneo grezzo, nel secondo, invece, vengono eseguiti degli intagli di spessore di qualche millimetro nella zona di applicazione del rinforzo, in modo da permettere alla resina di aderire meglio al supporto.

La successione delle fasi di preparazione del campione è la seguente:

- a) In base alle dimensioni geometriche del travetto e alla lunghezza minima di ancoraggio, sono state ritagliate le fibre con una larghezza 3cm.

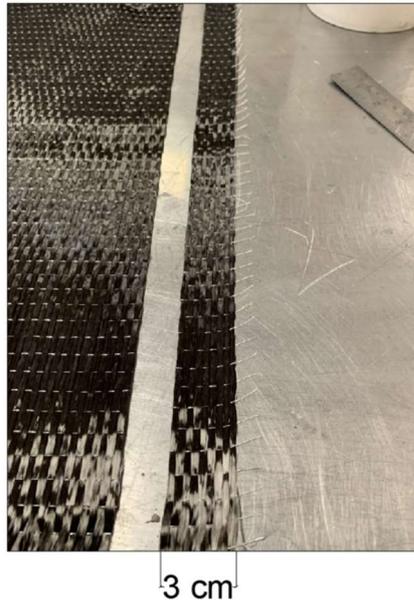


Figura 13 - Taglio del tessuto

- b) La preparazione del supporto ligneo comprende una fase generale per entrambe le due tipologie di provino. Come prima cosa, viene definita la zona di applicazione del rinforzo disegnando sul provino la regione interessata. Per i cinque provini ad aderenza migliorata, vengono fresati dei solchi, tramite Dremel, nella regione in cui avverrà la posa del rinforzo. Nel dettaglio:
- È necessario tenere 1 cm dal bordo superiore del travetto nel quale il rinforzo non va solidarizzato al supporto per non instaurare azioni di bordo, questo si ottiene mediante l'applicazione di un nastro adesivo in Nylon: la resina non aderisce su questo materiale;
 - Il confinamento laterale ed inferiore può essere semplicemente eseguito con del nastro adesivo in carta.

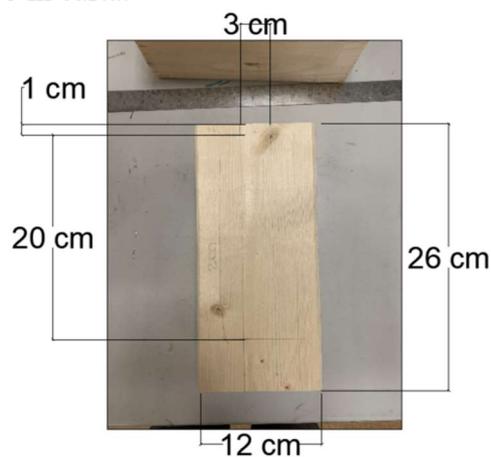


Figura 14 - Dimensioni e distanze dell'area di intervento



Figura 15 - Fresatura per l'aderenza migliorata

- Poi si passa all'applicazione di nastri adesivi (carta e naylor) a contenimento della resina solo nel rettangolo definito



- c) Una volta pronti tutti i provini si miscelano i componenti A e B della resina con un rapporto "19:6":

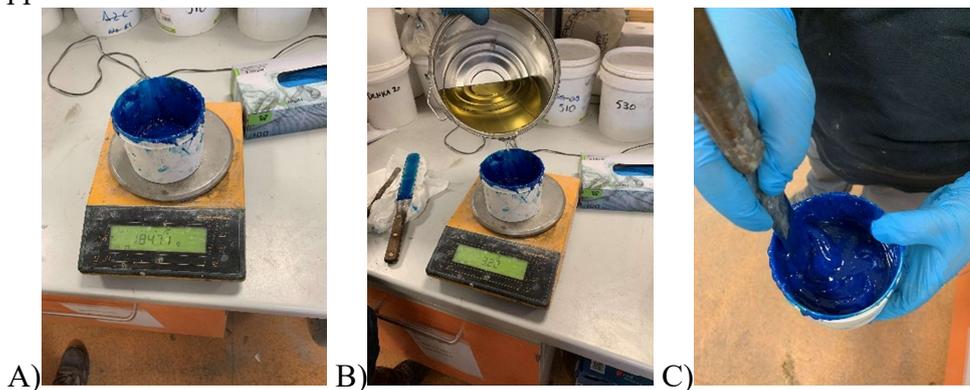


Figura 16 – A) Pesa del componente A, B) aggiunta del componente B, C) Miscelazione

Il tempo di miscelazione è di circa tre minuti.

- d) Predisposizione dei provini affiancati da un altro concio di legno in testa in modo da permettere l'irrigidimento della parte sporgente del rinforzo in posizione verticale.



Figura 17 - Predisposizione provini

I concii ausiliari sono stati protetti con una pellicola trasparente e il giunto di testata fra i due è stato sigillato con del nastro adesivo in modo da evitare che la resina coli.

- e) Dopodiché è stata passata con il pennello la prima mano di resina lungo tutto l'asse del travetto:

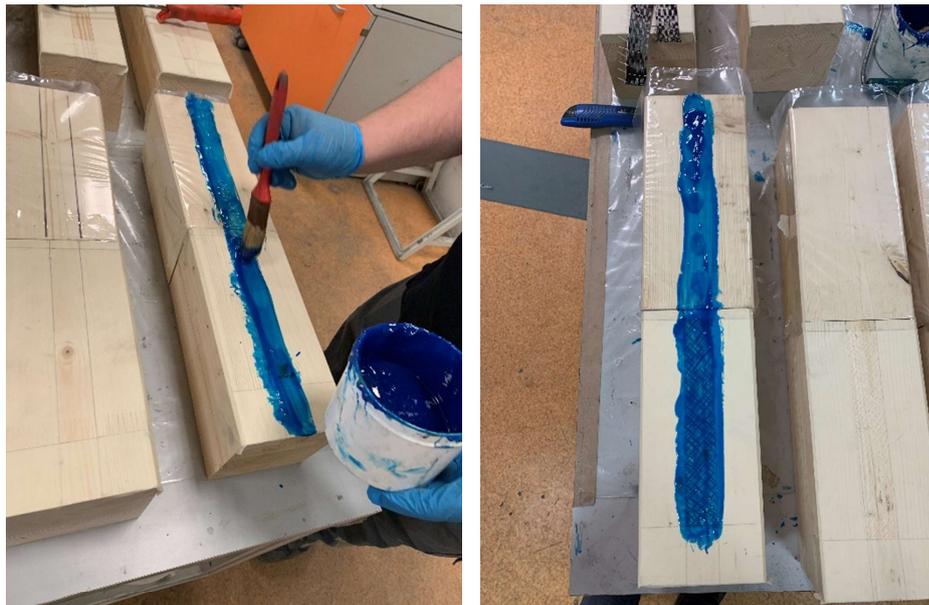


Figura 18 - Applicazione della prima mano di Resina Epossidica

- f) Predisposizione della fibra con passaggio dell'apposito rullo. Questa fase è la più importante poiché bisogna far bagnare perfettamente la fibra di carbonio in modo che la resina penetri nel tessuto, così facendo si garantisce una perfetta collaborazione delle fibre. Il rullo va passato, inizialmente, dal centro verso gli estremi, poi, va ruotato e fatto scorrere in tutte le direzioni in modo da agevolare la penetrazione della resina; infine, l'ultimo passaggio deve essere di nuovo in senso parallelo all'asse delle fibre in modo da riallinearle e farle lavorare al meglio.



Figura 19 - Applicazione del rinforzo in Carbonio e passaggio del rullo

- g) Applicazione di una seconda mano di resina epossidica con pennello e secondo passaggio del rullo.



Figura 20 - Provino completo di resina e rinforzo in carbonio

- h) A questo punto bisogna aspettare circa 24 ore per permettere alla resina di solidificare per poi applicare i "TAB" all'estremo libero del rinforzo. Questi servono a far spessore e a far aggrappare meglio la morsa della macchina al campione.

4.3.5. Test setup

Verranno eseguite tre prove:

1. Prova di Trazione per verificare la qualità del lotto;
2. Prova di Single Lap sui provini ad applicazione diretta;
3. Prova di Single Lap sui provini ad aderenza migliorata.

Nelle prove di laboratorio non sono state utilizzate strumentazioni specifiche per la misurazione delle deformazioni. La deformazione che si legge nei grafici è stata ricavata dal rapporto fra l'avanzamento della traversa per la sua lunghezza iniziale. Questo tipo di approccio si porta dietro molte imprecisioni, di conseguenza, dopo una verifica del lotto utilizzato, è stato utilizzato il modulo elastico da certificazione del prodotto.

4.3.6. Macchina di prova

La macchina utilizzata permette di eseguire prove per trazione e di Single Lap grazie a delle morse che mettono in trazione il provino con un carico massimo di 25kN.



Figura 21 – Macchina di prova

Per il controllo di qualità della fibra, è stata utilizzata nella configurazione di base con la doppia morsa, mentre, per le prove sui provini in legno, è stata rimossa la morsa inferiore per introdurre un castello di carico che immobilizza il provino e permette il tiraggio della parte sporgente del rinforzo.

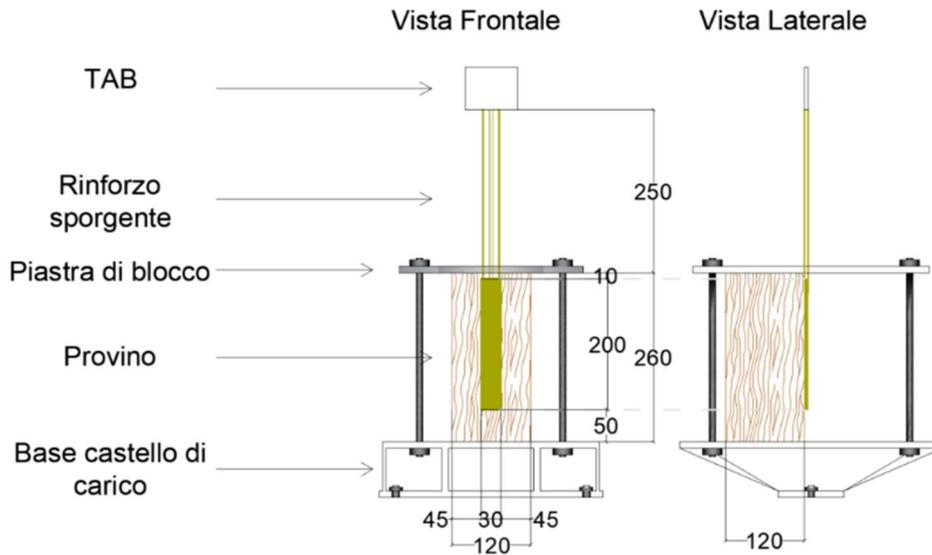


Figura 22 - Schema del castello di carico con provino

4.3.7. Prove di qualità del lotto

Per verificare che il prodotto applicato abbia delle prestazioni adeguate e confrontabili con quelle da CVT, è stata eseguita una prova di trazione su cinque campioni di FRP:

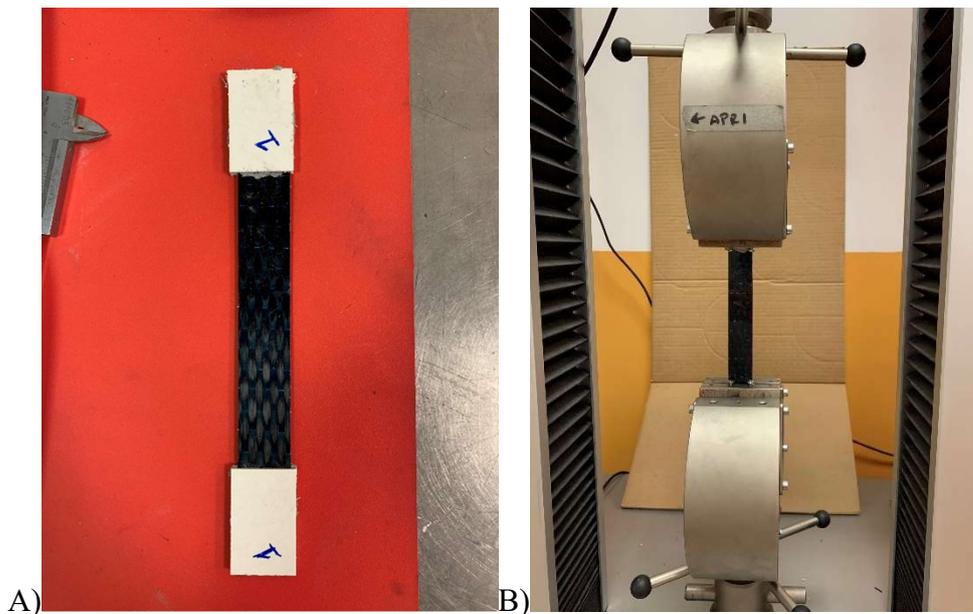


Figura 23 – A) Provino per Controllo Qualità in FRP con tab applicati, B) Provino nella macchina di prova

4.3.8. Prove sui provini con applicazione del rinforzo diretta e migliorata

Sia per le prove con applicazione del rinforzo diretta che migliorata, è stata sostituita la morsa inferiore con il castello di carico ed è stato inserito il provino al suo interno fissandolo con la piastra superiore in acciaio, dopodiché, si è portata la morsa superiore alla quota necessaria a stringere solo il tab del provino e si è eseguita la prova di Single Lap per i provini in legno.

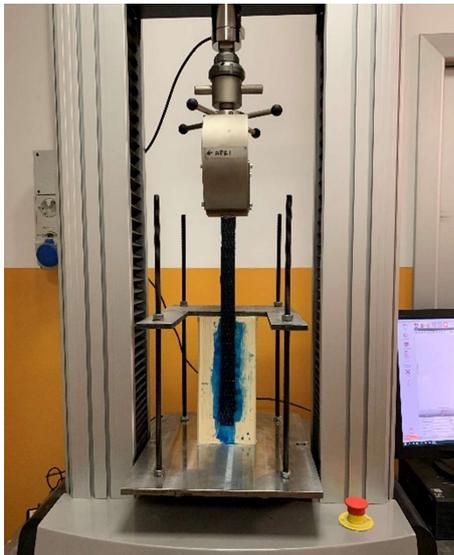


Figura 24 - Macchina di prova con castello di carico e provino in legno

4.3.9. Condizioni ambientali

Le condizioni ambientali a cui sono soggetti le due tipologie di provini in legno e i campioni per il controllo qualità sono le medesime.

Le condizioni ambientali si possono riassumere come segue:

- Temperatura ambiente circa 25°C, costante;
- Nessun ciclo di imbibizione del legno, che è stato conservato all'interno dei laboratori in condizioni termo-igrometriche di equilibrio durante tutte le fasi del provino, che sono:
 - Stoccaggio;
 - Lavorazione;
 - Asciugatura della resina;
 - Prova di trazione.

4.4. Risultati della sperimentazione

Nel seguente paragrafo si riportano i grafici σ - ε delle prove ottenute in laboratorio. Ciò è stato possibile grazie alla possibilità di esportare i valori dal software di gestione della macchina di prova; i valori ottenuti sono stati importati su Excel in modo da ricostruire i grafici.

4.4.1. Grafici σ - ε per i provini in FRP: Controllo Qualità

Nel Grafico 4 si riporta quello che è stato ottenuto dalle prove di trazione sui campioni in FRP. Le cinque curve rappresentano i rispettivi campioni, denominati con la lettera Q da "qualità".

Il provino testato ha una geometria:

- t_f 0.167 mm
- b_f 25 mm
- L 150 mm

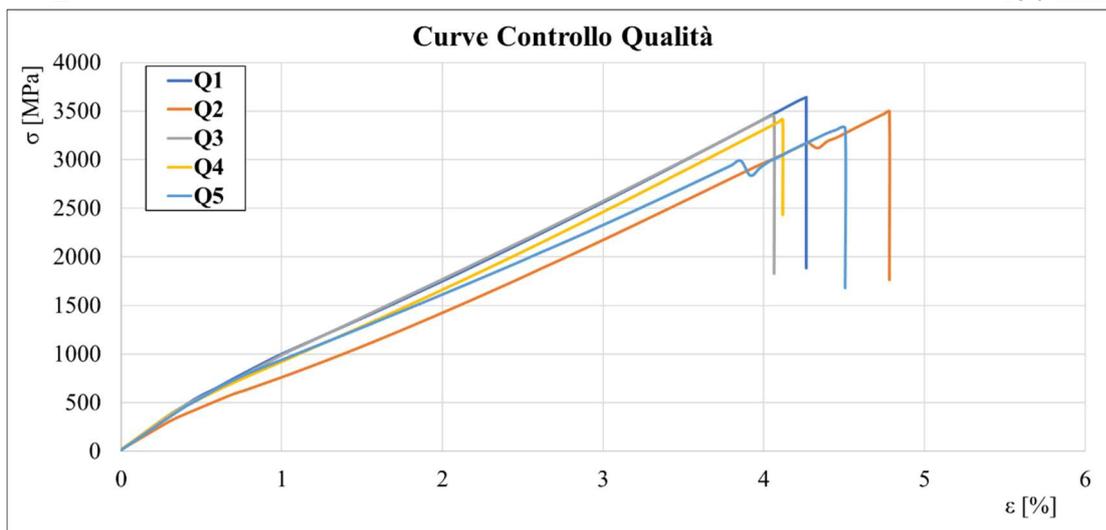


Grafico 4 - Curve σ - ε Per i campioni in FRP, Controllo Qualità

Le cinque curve mostrano il comportamento fragile del rinforzo in FRP con valori superiori a quelli caratteristici. Nello specifico si ottiene come carico di picco:

Tabella 5 – Riepilogo picchi relativi al controllo qualità

Qualità	f_{nb}	$E_{f\sigma}$	ε_u
	MPa	MPa	-
Q1	3642.83	246160	0.0148
Q2	3493.50		0.0142
Q3	3443.12		0.0140
Q4	3412.72		0.0139
Q5	3324.30		0.0135

4.4.2. Prova di Sigle Lap per provini ad applicazione del rinforzo in FRP diretta

Nel Grafico 5 si riporta quello che è stato ottenuto dalle prove di trazione sui provini in Legno-FRP.

Le cinque curve rappresentano i rispettivi campioni, denominati con la lettera T da "Travetto".

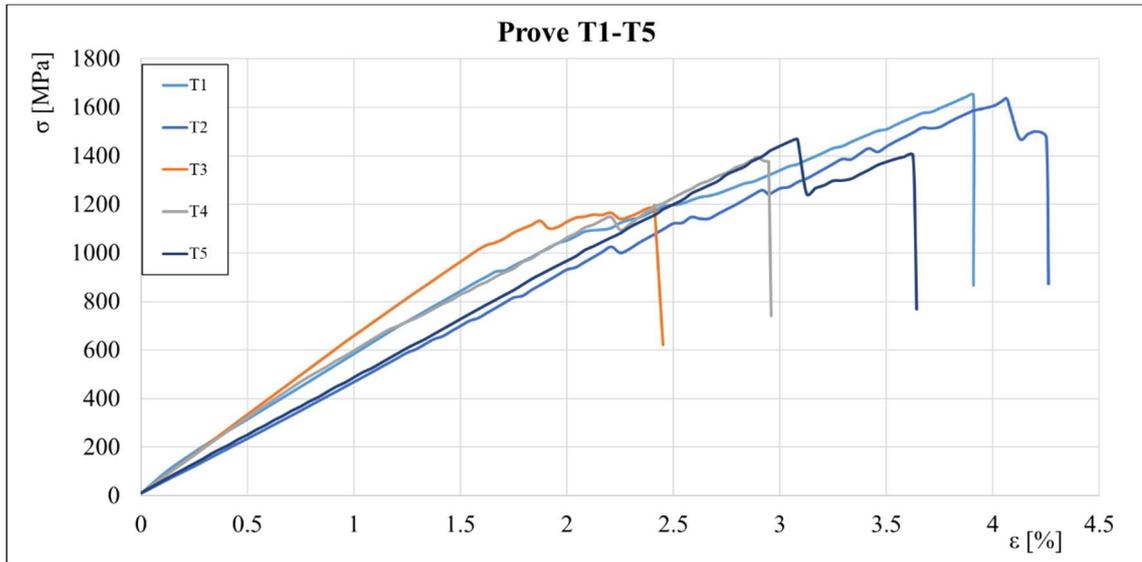


Grafico 5 - Curve σ - ϵ Per i provini ad applicazione del rinforzo in FRP diretta

Nello specifico si è ottenuto:

Tabella 6 - Riepilogo picchi relativi alle prove sui provini da T1 a T5

Prove Travetti	f_{fib}	Ef_{ST}	$\epsilon_{u,P}$
	MPa	MPa	-
T1	1648.4	246160	0.006696
T2	1634.256		0.006639
T3	1196.655		0.004861
T4	1397.585		0.005678
T5	1467.619		0.005962

Le curve presentano un tratto lineare fino a rottura, compatibile con il comportamento a rottura fragile del FRP.

4.4.3. Prova di Sigle Lap per provini ad applicazione del rinforzo in FRP ad aderenza migliorata

Nel Grafico 6, si riporta quello che è stato ottenuto dalle prove di trazione sui provini in Legno-FRP.

Le cinque curve rappresentano i rispettivi campioni, denominati con la lettera M da "Migliorata".

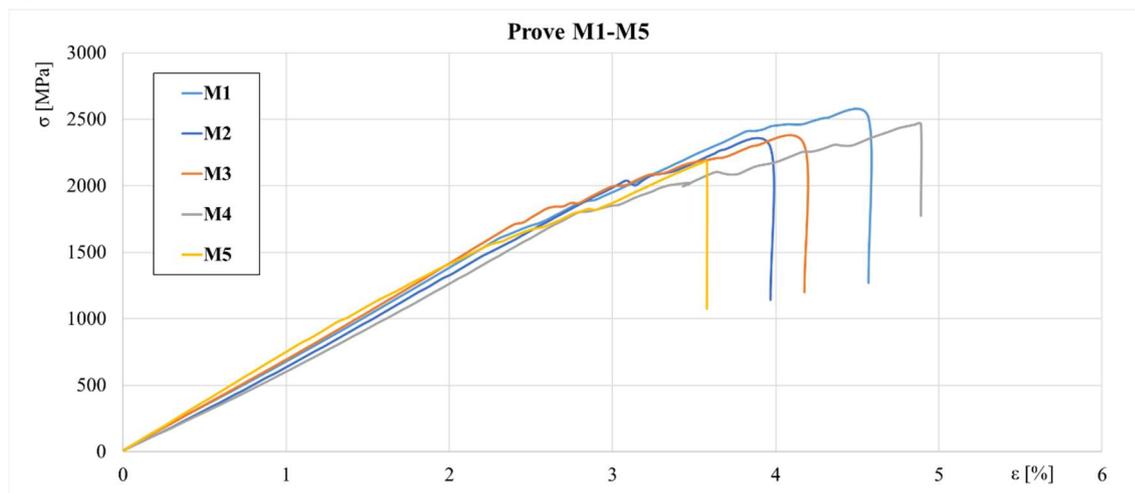


Grafico 6 - Curve σ - ϵ Per i provini ad applicazione del rinforzo in FRP ad aderenza migliorata

Nello specifico si è ottenuto:

Tabella 7 - Riepilogo picchi relativi alle prove sui provini da M1 a M5

Prove Travetti	f_{fib}	E_{fST}	$\epsilon_{u,P}$
	MPa	MPa	-
M1	2511.144	249580	0.010061
M2	2287.759		0.009166
M3	2302.79		0.009227
M4	2463.294		0.00987
M5	2183.157		0.008747

Si osserva un tratto iniziale lineare compatibile col comportamento elastico lineare del sistema FRP. Superato il valore di sforzo di circa 1500 Mpa, l'andamento subisce un abbassamento di pendenza fino a rottura. L'abbassamento può essere attribuito ad un avvicinamento al valore di delaminazione del rinforzo che viene contrastato dal trattamento migliorativo della superficie nella zona di applicazione.

4.5. Analisi dei risultati ottenuti

Le prove eseguite all'interno di questa campagna sperimentale sono state eseguite per verificare la qualità del lotto utilizzato e per poi cercare di valutare l'effettiva credibilità dell'ipotesi di rottura lato legno. Inoltre, si è effettuato un confronto fra le due serie di prove effettuate sui campioni. È stato ottenuto:

4.5.1. Controllo Qualità

La prova di trazione eseguita sui campioni per il controllo qualità, ci ha permesso di decidere se le fibre utilizzate potessero dare dei risultati attendibili o meno.

Nello specifico, considerando i valori riportati in tabella 5, si è prima calcolato un valor medio che riassume le prove e, successivamente, è stato confrontato sia con quello caratteristico riportato nel CVT sia con quello nominale riportato nella "Tabella 4 – Classi dei rinforzi FRP realizzati in situ" espressa nelle linee guida dal Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici:

Tabella 8 – Confronto fra valor medio ottenuto in laboratorio e valore caratteristico da CVT e valore nominale da classe di resistenza

f_{MEDIA}	3463.29	MPa		
Valore caratteristico CVT	3253.31	MPa	6.06	%
Classe 210C	2700	MPa	22	%

Il valore medio della resistenza ricavata dalle prove è coerente con i valori dichiarati nella certificazione tecnica e superiore al valore della relativa classe di rinforzo. Quindi, si può affermare che la qualità di esecuzione dei provini è stata eseguita secondo idonee modalità e, ai fini del calcolo numerico, si possono utilizzare i valori da CVT del prodotto.

Si riporta, inoltre, una documentazione fotografica della modalità di rottura dei cinque campioni:

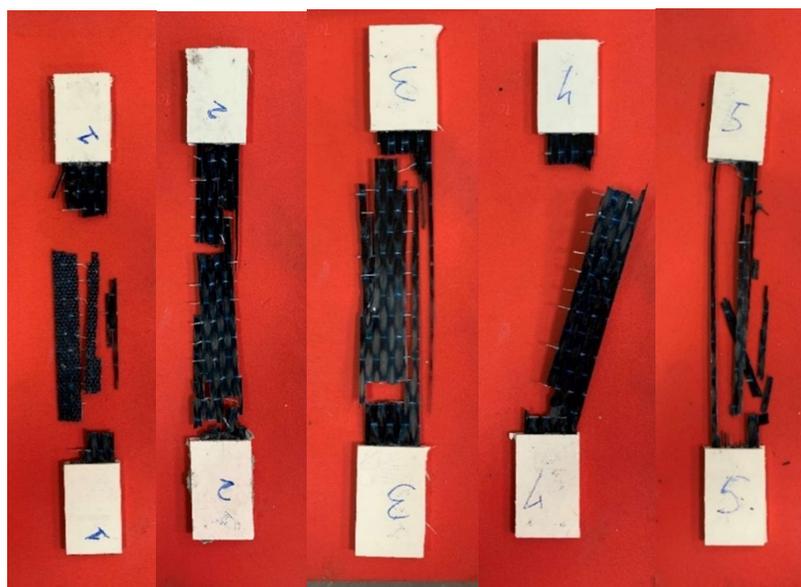


Figura 25 - Documentazione fotografica sulle prove di Controllo Qualità

4.5.2. Prove T1-T5

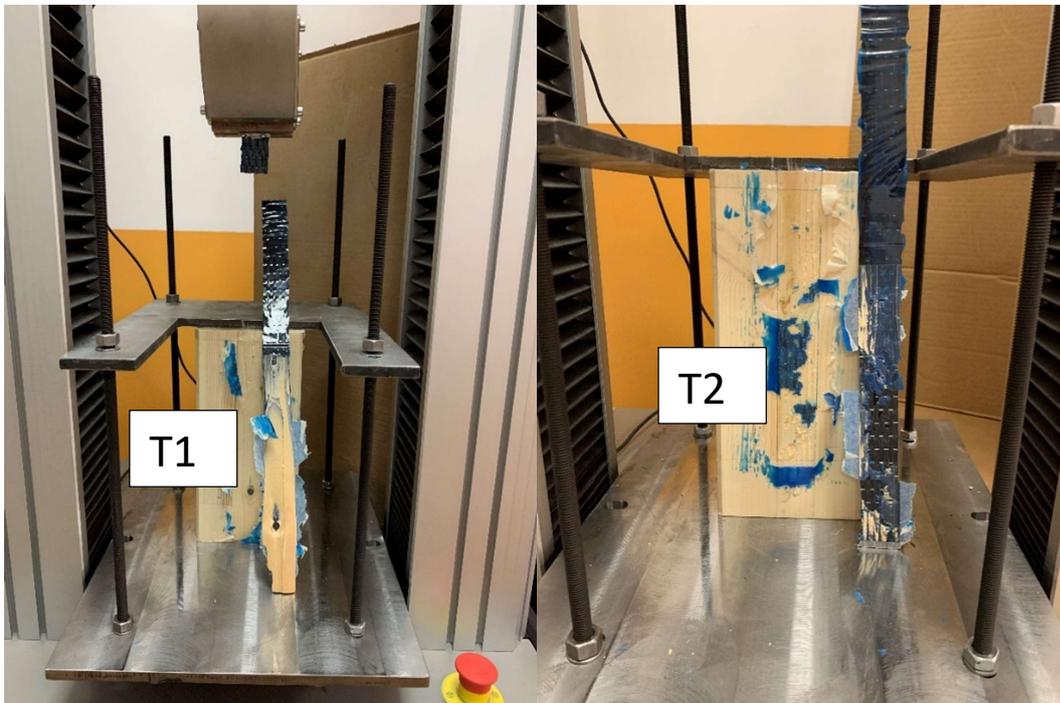
La prova di Single Lap ci ha permesso di valutare se la verifica di rottura lato legno sia veritiera o meno. Nella Tabella 6, i valori del carico riportati rappresentano il modulo dello sforzo necessari, se applicato alla fibra, a provocare la rottura del provino. In tutte le prove si è notato che la rottura avviene sempre lato legno, in modo più o meno evidente.

In alcuni casi, c'è stata un'asportazione di legno chiara. In altri, il supporto ha lasciato sul retro del rinforzo una patina, quindi, c'è stata un'asportazione dello strato più esterno del legno.

A valle delle evidenze ottenute dalle prove sui provini da T1 a T5, si può affermare che la rottura è esclusivamente lato legno verificando, così, l'ipotesi:

“Crisi dell'elemento inflesso causato sempre dal raggiungimento delle deformazioni ultime del materiale legno, in zona tesa”.

Documentazione fotografica della modalità di rottura dei cinque provini:



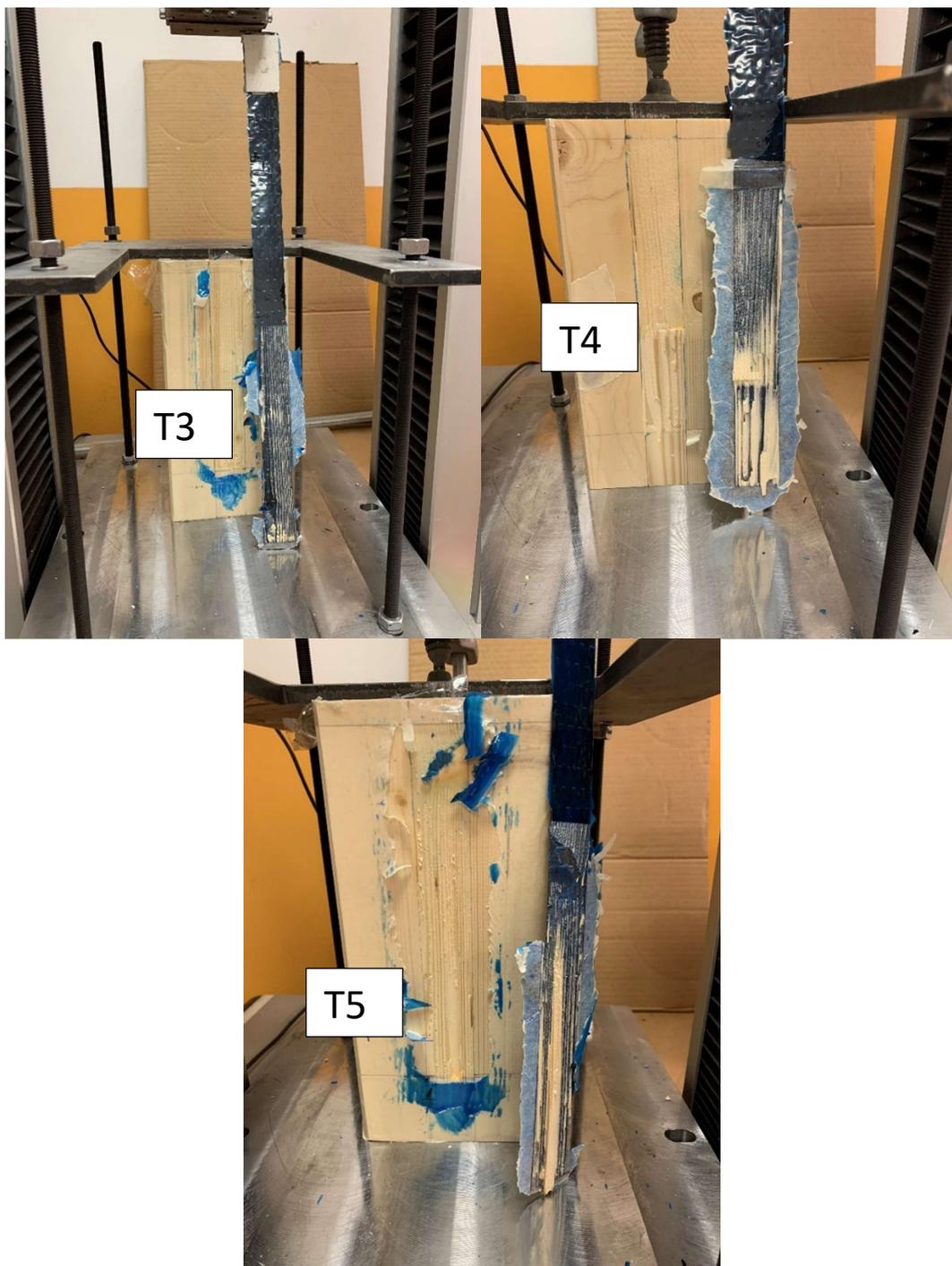


Figura 26 - Documentazione fotografica sulle prove da T1 a T5

Come si può notare, soprattutto nelle foto del T1, T4 e T5, il legno è rimasto attaccato al rinforzo in FRP, che in alcuni casi è “saltato via” dal supporto, staccandosi anche dalla morsa superiore della macchina.

Sulla base di questi risultati, è nata l'idea di effettuare una seconda serie di prove andando a generare dei solchi sul supporto in modo da permettere alla resina di aderire meglio al supporto.

4.5.3. Prove M1-M5

Nella Tabella 7, i valori del carico riportati rappresentano il modulo dello sforzo necessari, se applicato alla fibra, a provocare la rottura del provino. Anche durante queste prove, si è notato che la rottura avviene sempre lato legno.

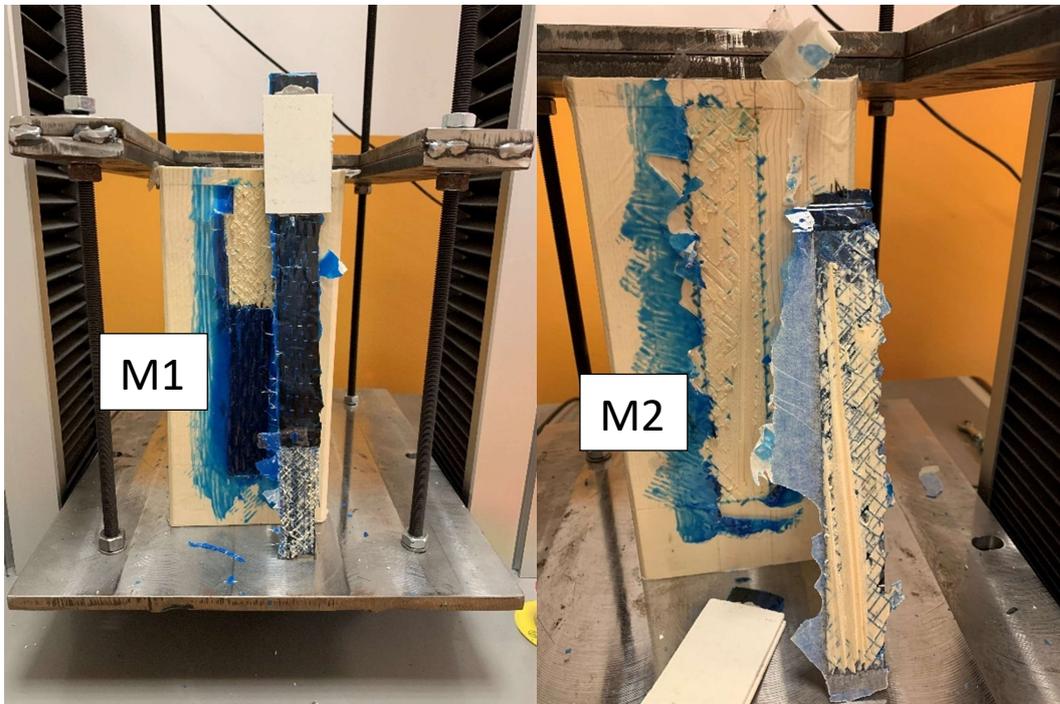
A valle delle evidenze ottenute dalle prove sui provini da M1 a M5, si può affermare che eseguendo un pretrattamento della superficie si ottiene:

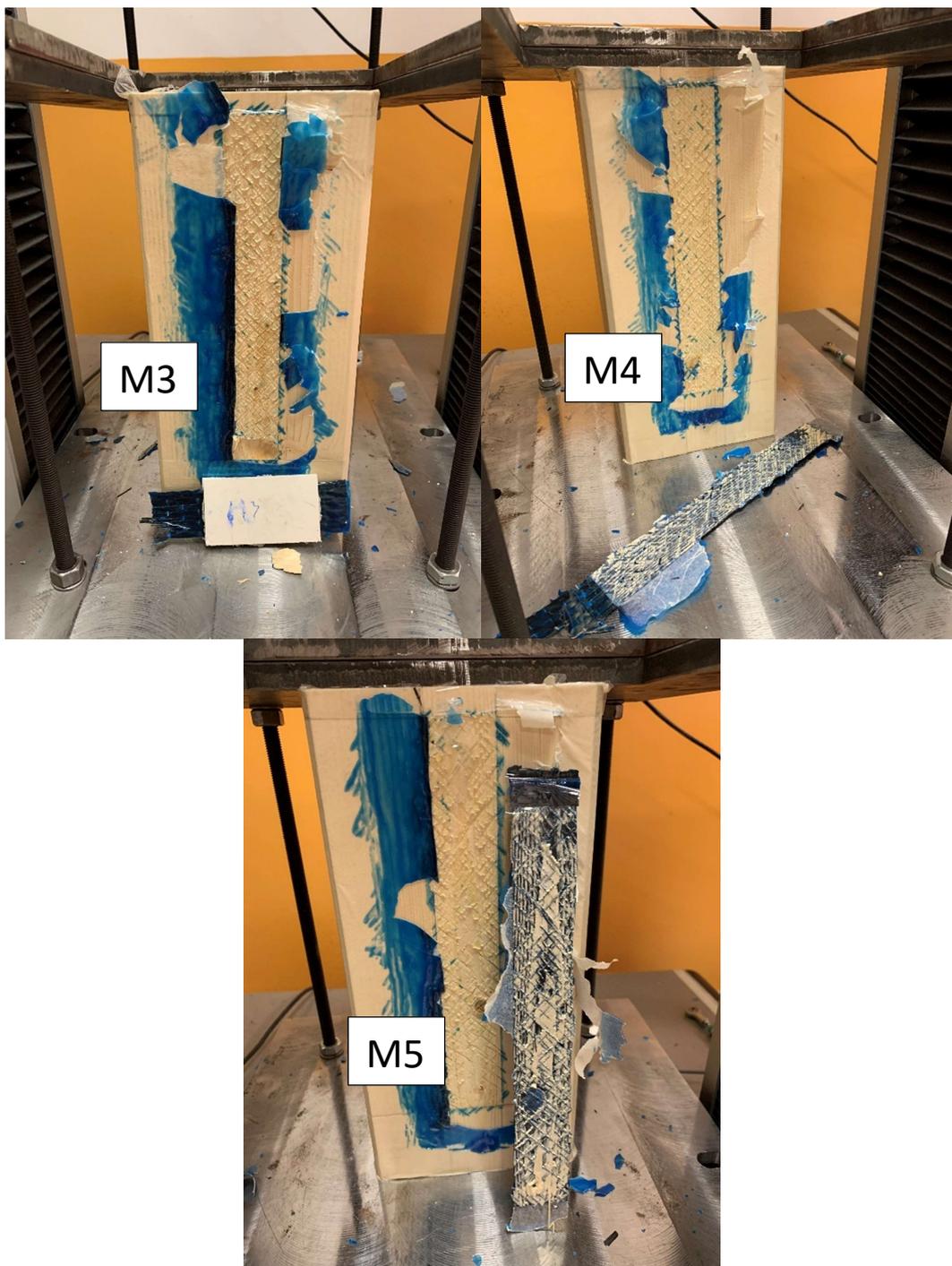
- Rottura: rimane esclusivamente lato legno verificando, così, l'ipotesi:

“Crisi dell'elemento inflesso causato sempre dal raggiungimento delle deformazioni ultime del materiale legno, in zona tesa”;

- Prestazioni: si può notare un miglioramento delle caratteristiche prestazionali del sistema Legno/FRP.

Si riporta, inoltre, una documentazione fotografica della modalità di rottura dei cinque provini:





Come si può notare, anche per questa serie di prove le modalità visive di rottura rimangono confrontabili con quelle della serie ad aderenza diretta.

4.5.4. Confronto fra le serie di prove T e M

Come si può notare dal Grafico 7, la predisposizione del supporto ha comportato un aumento della pendenza dei tratti lineari e, soprattutto, un aumento delle prestazioni del sistema.

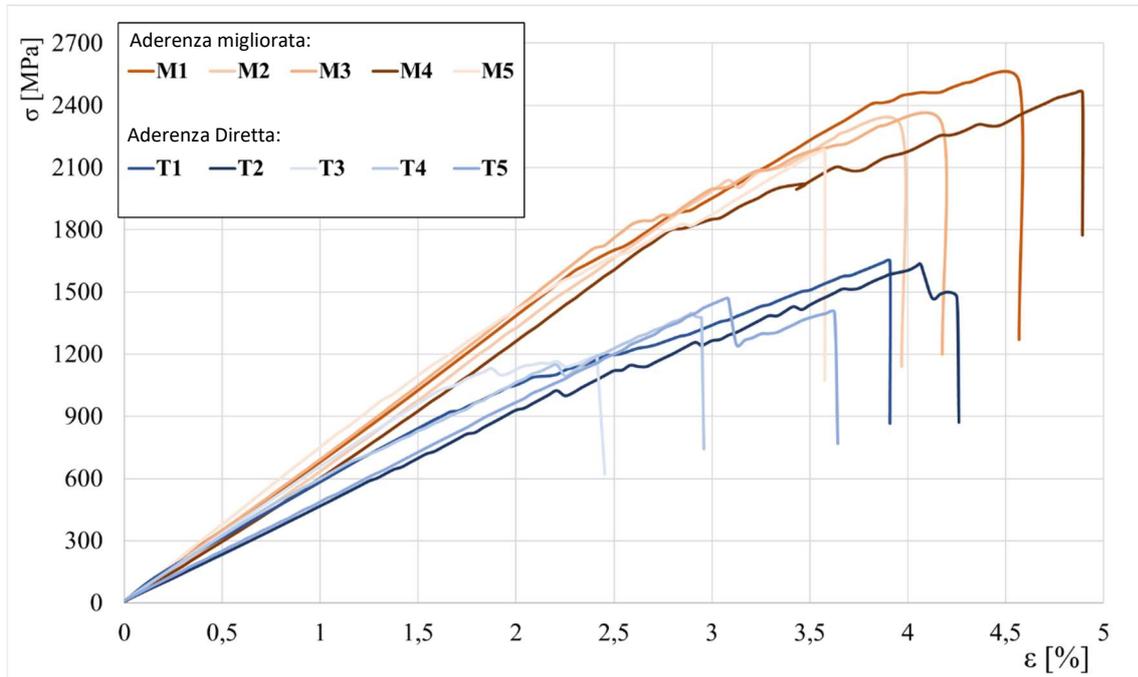


Grafico 7 - Confronto fra provini ad aderenza diretta (T1-T5) e ad aderenza migliorata (M1-M5)

La fresatura del legno nella zona di applicazione del rinforzo è una procedura facile da eseguire e, soprattutto, è replicabile in cantiere. Quindi, formare dei solchi sulla superficie del supporto è un'operazione che va a migliorare l'interazione fra FRP-Legno e, inoltre, garantisce dei valori ultimi a rottura più elevati rendendo più sicuro l'intervento.

5. VERIFICA DELLO STATO DI FATTO AGLI STATI LIMITE ULTIMI

Nel seguente capitolo vengono richiamati quelli che sono i passaggi essenziali per le verifiche delle strutture in legno secondo “NTC 2018, §4.4. Costruzioni di Legno”; infatti, come espresso dalla normativa di riferimento, questi procedimenti di verifica possono essere utilizzati sia per le nuove costruzioni che per strutture in legno esiste. Inoltre, è stata affrontata tutta la componente analitica dell’elaborato che riguarda la scrittura del dominio N-M, ANTE e POST Operam, permettendo la verifica della sezione allo stato di fatto e il dimensionamento del rinforzo in FRP.

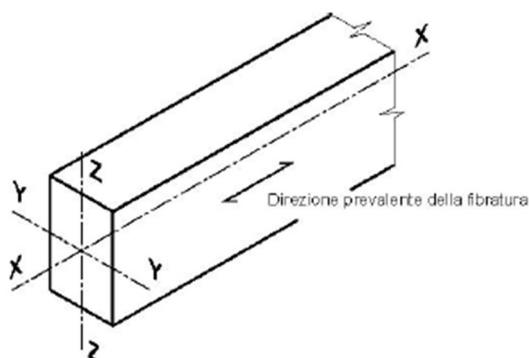


Figura 27 – NTC 2018; Assi dell'elemento

STUDIO DELLA SEZIONE A ROTTURA

5.1. Trazione parallela alla fibratura

Deve essere soddisfatta la seguente relazione:

$$\sigma_{t,0,d} \leq f_{t,0,d}$$

Dove:

- $\sigma_{t,0,d}$: tensione di progetto a trazione parallela alle fibre valutata nella sezione netta;
- $f_{t,0,d}$: corrispondente resistenza di progetto, valori caratteristici desumibili dai Prospetti 1 e 3 della UNI EN 338:2016.

5.2. Compressione parallela alla fibra

Deve essere soddisfatta la seguente relazione:

$$\sigma_{c,0,d} \leq f_{c,0,d}$$

Dove:

- $\sigma_{c,0,d}$: tensione di progetto a compressione parallela alle fibre valutata nella sezione netta;
- $f_{c,0,d}$: corrispondente resistenza di progetto, valori caratteristici desumibili dai Prospetti 1 e 3 della UNI EN 338:2016.

5.3. Flessione

Deve essere soddisfatta la seguente relazione:

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m * \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

Dove:

- $\sigma_{m,y,d}$ e $\sigma_{m,z,d}$: tensioni di progetto massime per flessione rispettivamente nei piani xy e xz;
- $f_{m,y,d}$ e $f_{m,z,d}$: corrispondenti resistenze di progetto a flessione, valori caratteristici desumibili dai Prospetti 1 e 3 della UNI EN 338:2016;
- K_m :
 - o 0.7 per sezioni trasversali rettangolari;
 - o 1.0 per le altre sezioni trasversali.

5.4. Taglio

Deve essere soddisfatta la seguente relazione:

$$\tau_{c,0,d} \leq f_{v,d}$$

Dove:

- $\tau_{c,0,d}$: tensione massima di progetto, valutata secondo la formulazione di Jourawski, con sezione al netto delle fessurazioni;
- $f_{v,d}$: corrispondente tensione di progetto a taglio, valori caratteristici desumibili dai Prospetti 1 e 3 della UNI EN 338:2016.

CAMPI DI ROTTURA E DOMINIO N-M

Nel seguente capitolo viene ricostruito quello che è il comportamento del legno basandosi sui valori di trazione e compressione ricavati dalla EN 338:2016, nello specifico si fa riferimento ai valori $f_{t,0,k}$ e $f_{c,0,k}$.

5.5. Ipotesi

Il primo passo è stato definire le ipotesi necessarie ai fini del calcolo, estratte dal DT-201/2005:

1. Conservazione della planarità delle sezioni rette;
2. Perfetta aderenza fra FRP e Legno;
3. Legame costitutivo del legno sia per trazione che compressione elastico lineare fino a rottura;
4. Legname costitutivo del FRP elastico lineare fino a rottura;
5. Crisi dell'elemento inflesso causato sempre dal raggiungimento delle deformazioni ultime del materiale legno, in zona tesa.

Giustificazioni:

1. Permette di sfruttare la linearità delle deformazioni;
2. La deformazione del rinforzo in FRP coincide con la deformazione del lembo di applicazione;
3. Il DT-201/2005 prevede un andamento elasto-plastico a compressione, ma dalla letteratura non è possibile ricavare dei valori di deformazione ultimi attendibili a rottura in zona plasticizzata; quindi, a favore di sicurezza, si considera solo il tratto lineare della zona di compressione;
4. Comportamento suggerito dalle linee guida del CNR;
5. Permette di trascurare gli effetti di delaminazione del rinforzo.

5.6. Definizione delle interfacce e delle zone intermedie

Al fine del tracciamento dei quattro campi di rottura, sono state prima definite le cinque zone di interfaccia come segue:

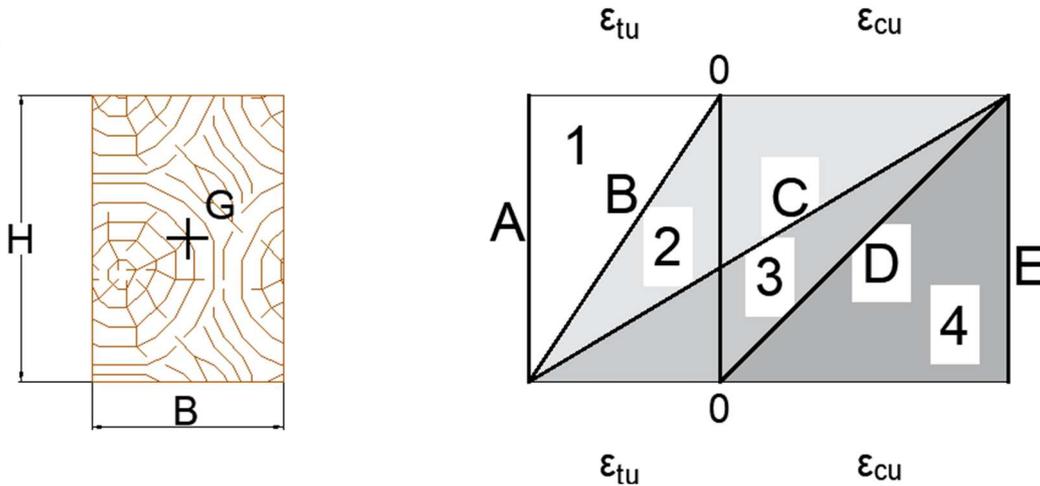


Figura 28 - Sezione in legno con capi di rottura e casi limite

A. Raggiungimento della dilatazione ultima del legno con sezione totalmente tesa; asse neutro in posizione meno infinito;

B. Raggiungimento della dilatazione ultima del legno con estremo inferiore teso a rottura ed estremo superiore a deformazione nulla;

C. Raggiungimento della dilatazione ultima del legno con estremo inferiore teso a rottura ed estremo superiore compresso a rottura;

D. Raggiungimento della dilatazione ultima del legno con estremo inferiore a deformazione nulla ed estremo superiore compresso a rottura;

E. Raggiungimento della dilatazione ultima del legno con sezione totalmente compressa; asse neutro in posizione più infinito.

Le zone comprese fra queste cinque condizioni limite, nello specifico le zone 1, 2, 3 e 4, sono state ricavate considerando lo scorrere dell'asse neutro lungo la sezione da una posizione di " $-H$ " a " $+2H$ " rispetto all'estremo superiore della sezione.

5.6.1. A – Pura trazione

In una condizione di pura trazione, la posizione dell'asse neutro si trova ad una quota pari a meno infinito rispetto alla posizione del lembo superiore della sezione.

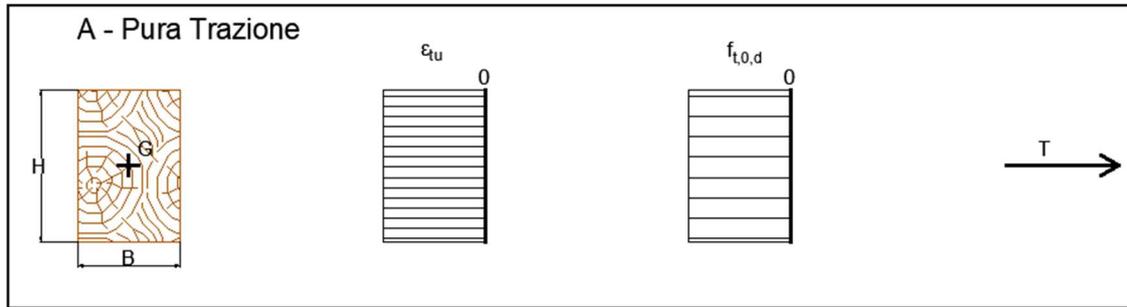


Figura 29 - Caso Limite A, pura trazione

Per questa condizione risulta:

$$N_{Rd} = T = B * H * f_{t,0,d}$$

5.6.2. B

In questa condizione, la posizione dell'asse neutro si trova a coincidere con la quota del lembo superiore della sezione.

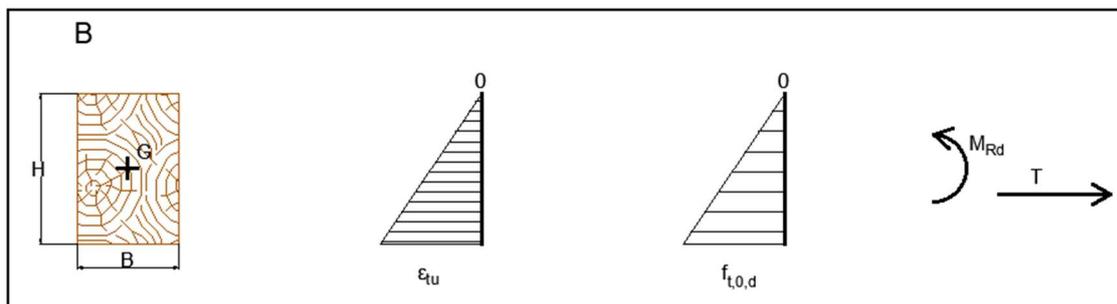


Figura 30 - Caso limite B, lembo inferiore al limite per trazione

Per questa condizione risulta:

$$N_{Rd} = T = \frac{1}{2} * B * H * f_{t,0,d}$$

$$M_{Rd} = T * b_T = \left(\frac{1}{2} * B * H * f_{t,0,d} \right) * \left(\frac{2}{3} * H \right)$$

5.6.3. C

In questa condizione, la posizione dell'asse neutro si trova leggermente sotto la posizione del baricentro della sezione, ciò è dovuto ad una differenza fra le deformazioni ultime a trazione e compressione.

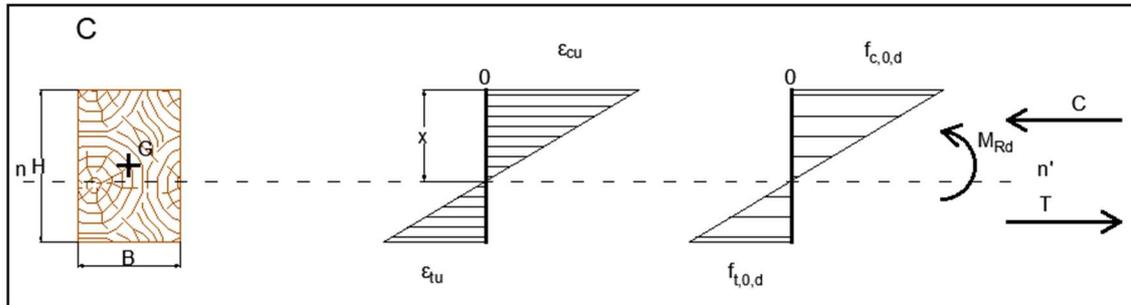


Figura 31 - Caso limite C, lembo inferiore al limite di trazione, lembo superiore al limite di compressione

Per determinare le condizioni di rottura, è necessario definire la posizione dell'asse neutro "x". Basandosi sulle ipotesi definite si può scrivere:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{\varepsilon_{tu}}{H - x}$$

Da cui si ricava

$$x = \frac{\varepsilon_{cu} * H}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{tu}}$$

Ora è possibile definire le azioni di trazione e compressione:

$$C = \frac{1}{2} * B * x * f_{c,0,d}$$

$$T = \frac{1}{2} * B * (H - x) * f_{t,0,d}$$

Con relativi bracci baricentrici:

$$b_C = \frac{H}{2} - \frac{x}{3}$$

$$b_T = \frac{H}{6} + \frac{x}{3}$$

Per questa condizione risulta:

$$N_{Rd} = T - C$$

$$M_{Rd} = T * b_T + C * b_C$$

5.6.4. D

In questa condizione, la posizione dell'asse neutro coincide con la posizione del lembo inferiore della sezione.

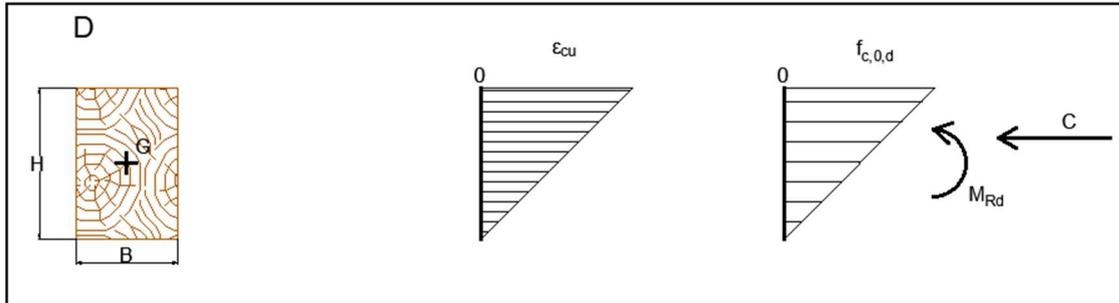


Figura 32 - Caso limite D, lembo superiore al limite di compressione

Per questa condizione risulta:

$$N_{Rd} = C = \frac{1}{2} * B * H * f_{c,0,d}$$
$$M_{Rd} = C * b_c$$

Con:

$$b_c = \frac{2 * (H - x)}{3}$$

5.6.5. E – Pura Compressione

In una condizione di pura compressione, la posizione dell'asse neutro si trova ad una quota pari a più infinito rispetto alla posizione del lembo superiore della sezione.

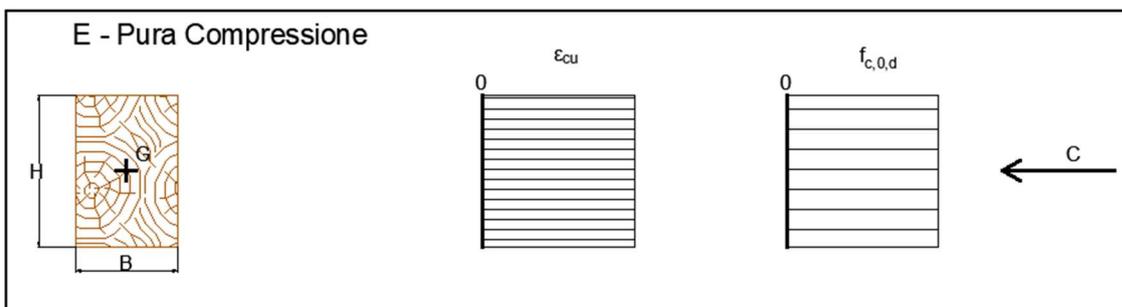


Figura 33 - Caso limite E, Pura Compressione

Per questa condizione risulta:

$$N_{Rd} = C = B * H * f_{c,0,d}$$

5.6.6. Definizione delle zone intermedie

Al fine del tracciamento del dominio intermedio, si considera una posizione dell'asse neutro che scorre da una posizione di "-H" dalla quota del lembo superiore ad una posizione di "+H" rispetto alla quota del lembo inferiore.

Ogni tratto di lunghezza "H", è stato poi discretizzato in venti parti e ogni punto di rottura è stato calcolato per una quota dell'asse neutro pari a:

$$x_i = H + n * \Delta x = H + n * \frac{H}{20}$$

Con:

n: numero di intervallo.

Così facendo è stato possibile definire con una buona approssimazione l'andamento del dominio N-M.

5.6.7. 1

Al fine di determinare i punti di rottura nel campo 1, cioè la zona compresa fra i casi limite A e B, è stato considerato:

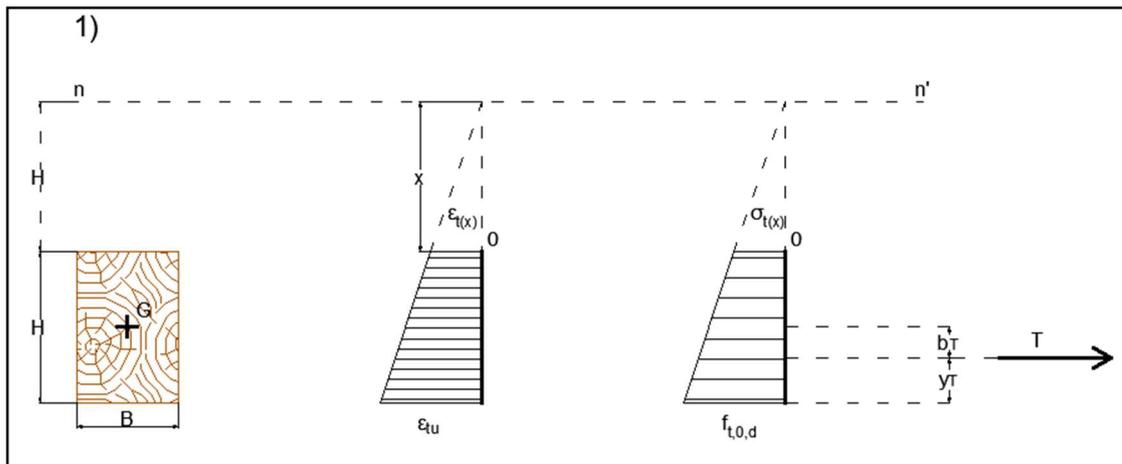


Figura 34 - Zona di rottura compresa fra casi limite A e B

In questo campo è stata imposta la rottura per deformazione delle fibre inferiori a trazione, quindi, è possibile considerare il termine $\epsilon_{tu} = \text{cost}$.

Per linearità si scrive:

$$\frac{\epsilon_t(x)}{x_i} = \frac{\epsilon_{tu}}{H + x_i}$$

Quindi:

$$\epsilon_{t(x),i} = \frac{\epsilon_{tu}}{H + x_i} * x_i$$

Così è possibile determinare il valore di $\varepsilon_{t(x)}$ al variare dell'asse neutro e, per ogni deformazione, possiamo calcolare:

$$\sigma_{t(x),i} = \varepsilon_{t(x),i} * E_L$$

$$N_{Rd} = T = \frac{1}{2} * B * (f_{t,0,d} + \sigma_{t(x),i}) * H$$

$$M_{Rd} = T * b_T = T * \left(\frac{H}{2} - y_{T,trapezio} \right)$$

Con:

$$y_{T,trapezio} = \frac{H * (2\sigma_{t(x),i} + f_{t,0,d})}{3 * (\sigma_{t(x),i} + f_{t,0,d})}$$

5.6.8. 2

Al fine di determinare i punti di rottura nel campo 2, cioè la zona compresa fra i casi limite B e C, si è considerato:

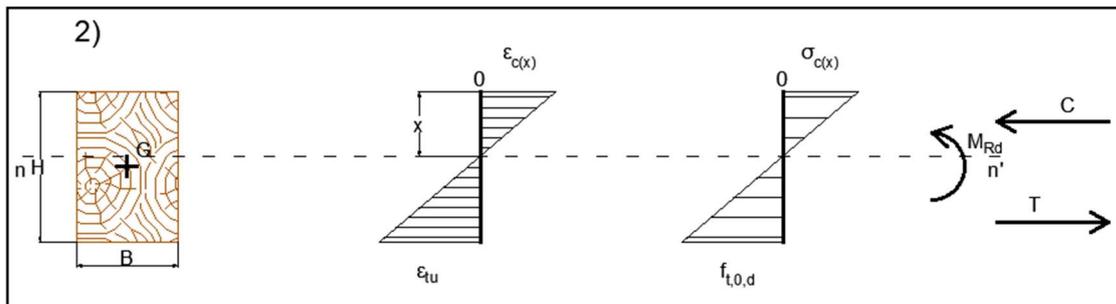


Figura 35 - Zona di rottura compresa tra B e C

In questo campo, come nel precedente, è stata imposta la rottura per deformazione delle fibre inferiori a trazione, quindi, si può considerare il termine $\varepsilon_{tu} = \text{cost}$. La differenza rispetto al caso 1 è che la quota dell'asse neutro è interna alla sezione. Quindi, la sezione è parzializzata.

Per linearità si scrivere:

$$\frac{\varepsilon_{c(x)}}{x_i} = \frac{\varepsilon_{tu}}{H - x_i}$$

Quindi:

$$\varepsilon_{c(x),i} = \frac{\varepsilon_{tu}}{H - x_i} * x_i$$

Così è possibile definire il valore di $\varepsilon_{c(x)}$ al variare dell'asse neutro e, per ogni deformazione, possiamo calcolare:

$$\sigma_{c(x),i} = \varepsilon_{c(x),i} * E_L$$

$$C = \frac{1}{2} * B * x * \sigma_{c(x),i}$$

$$T = \frac{1}{2} * B * (H - x) * f_{t,0,d}$$

Quindi i punti del dominio in questo campo saranno dati da:

$$N_{Rd} = T - C$$

$$M_{Rd} = T * b_T + C * b_C$$

Con relativi bracci baricentrici:

$$b_C = \frac{H}{2} - \frac{x}{3}$$

$$b_T = \frac{H}{6} + \frac{x}{3}$$

5.6.9. 3

Al fine di determinare i punti di rottura nel campo 3, cioè la zona compresa fra i casi limite C e D, è stato considerato:

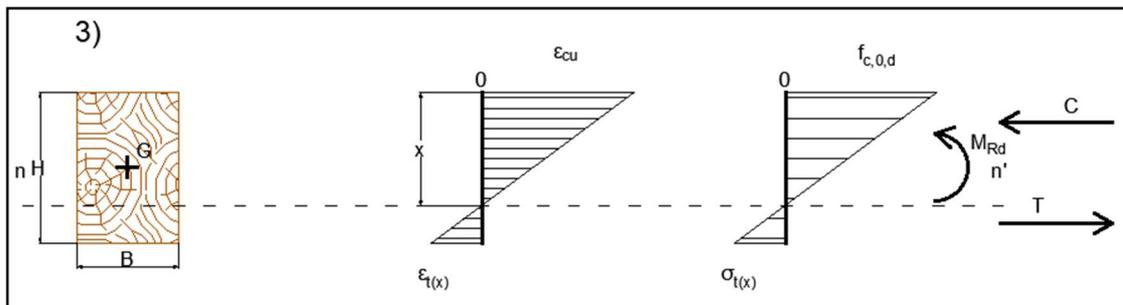


Figura 36 - Zona di rottura compresa fra C e D

In questo campo, è stata imposta la rottura per deformazione delle fibre superiori a compressione, quindi, si può considerare il termine $\varepsilon_{cu} = \text{cost}$.

L'asse neutro è ancora interno alla sezione, quindi, la sezione è sempre parzializzata.

Per linearità si scrive:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x_i} = \frac{\varepsilon_{t(x),i}}{H - x_i}$$

Quindi:

$$\varepsilon_{t(x),i} = \frac{\varepsilon_{cu}}{x_i} * (H - x_i)$$

Così è possibile definire il valore di $\varepsilon_{t(x)}$ al variare dell'asse neutro e , per ogni deformazione, si può calcolare:

$$\begin{aligned} \sigma_{t(x),i} &= \varepsilon_{t(x),i} * E_L \\ C &= \frac{1}{2} * B * x * f_{c,0,d} \\ T &= \frac{1}{2} * B * (H - x) * \sigma_{t(x),i} \end{aligned}$$

Quindi i punti del dominio in questo campo sono espressi da:

$$\begin{aligned} N_{Rd} &= T - C \\ M_{Rd} &= T * b_T + C * b_C \end{aligned}$$

Con relativi bracci baricentrici:

$$\begin{aligned} b_C &= \frac{H}{2} - \frac{x}{3} \\ b_T &= \frac{H}{6} + \frac{x}{3} \end{aligned}$$

5.6.10. 4

Al fine di determinare i punti di rottura nel campo 2, cioè la zona compresa fra i casi limite D e E, si è considerato:

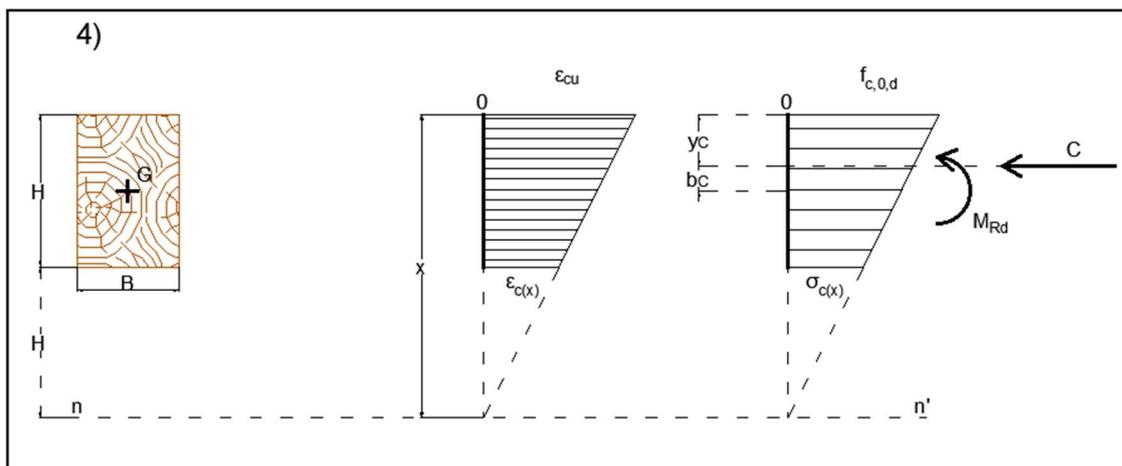


Figura 37 - Zona di rottura compresa fra D e E

In questo campo, è stato imposto imposto la rottura per deformazione delle fibre superiori a compressione, quindi, si può considerare il termine $\varepsilon_{cu}=\text{cost}$.

L'asse neutro è uscito dalla sezione, di conseguenza, reagisce tutta a compressione.

Per linearità si scrive:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x_i} = \frac{\varepsilon_{c(x),i}}{x_i - H}$$

Quindi:

$$\varepsilon_{c(x),i} = \frac{\varepsilon_{cu}}{x_i} * (x_i - H)$$

Così è possibile definire il valore di $\varepsilon_{t(x)}$ al variare dell'asse neutro e, per ogni deformazione si può calcolare:

$$\sigma_{c(x),i} = \varepsilon_{c(x),i} * E_L$$

$$N_{Rd} = C = \frac{1}{2} * B * (f_{c,0,d} + \sigma_{c(x),i}) * H$$

$$M_{Rd} = C * b_c = C * \left(\frac{H}{2} - y_{c,trapezio} \right)$$

Con:

$$y_{c,trapezio} = \frac{H * (2\sigma_{c(x),i} + f_{c,0,d})}{3 * (\sigma_{c(x),i} + f_{c,0,d})}$$

5.6.11. Grafico dominio N-M

A fini esemplificativi, si riporta il Dominio N-M ricavato per un legno massiccio di Classe C24 secondo EN 338:2016, con seguenti caratteristiche:

C24	Tipo di legno	massiccio	
	Tipo di carico	permanente	
	Classe di servizio	1	
	b	100	mm
	h	200	mm
	$f_{t,0,d}$	5.8	MPa
	$f_{c,0,d}$	8.4	MPa
	$f_{m,d}$	9.6	MPa

Ottenendo il seguente andamento del dominio N-M:

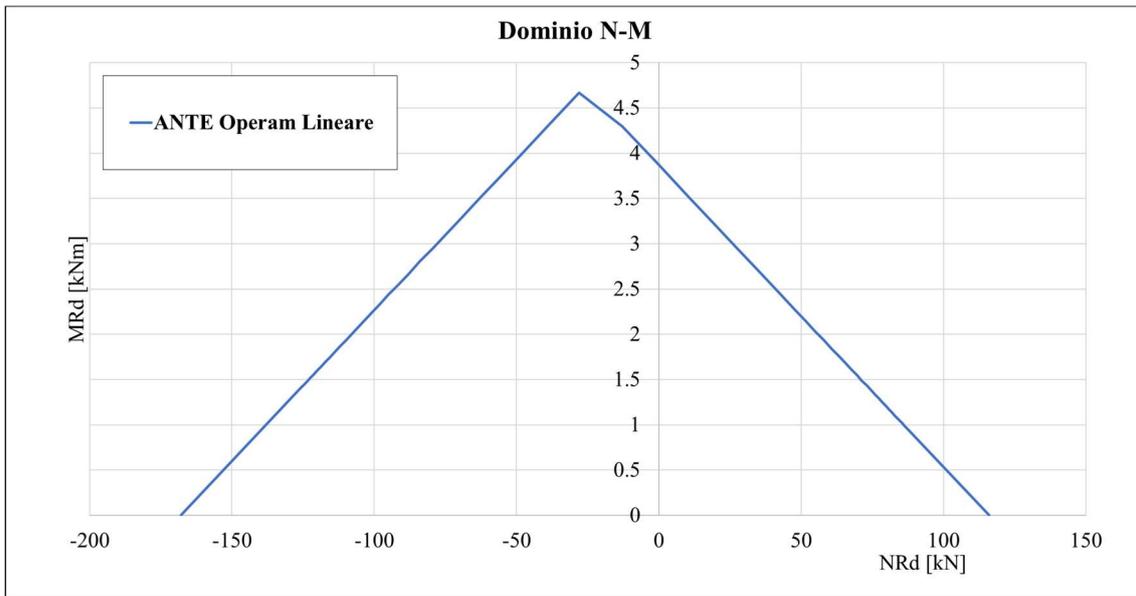


Grafico 8 - Dominio N-M secondo legame costitutivo del legno.

Come si può notare segue un andamento lineare sia nel tratto di destra che di sinistra, ciò è dovuto alla dipendenza da fattori di primo grado e da una mancata considerazione della zona di plasticizzazione a compressione.

5.7. Confronto con Letteratura

Da ricerche in letteratura, citato in una lezione sul legno fatta all'ordine degli ingegneri di Napoli, è riportato un grafico che mostra l'andamento adimensionalizzato del dominio N-M al variare di " f_t/f_c ", Grafico 9.

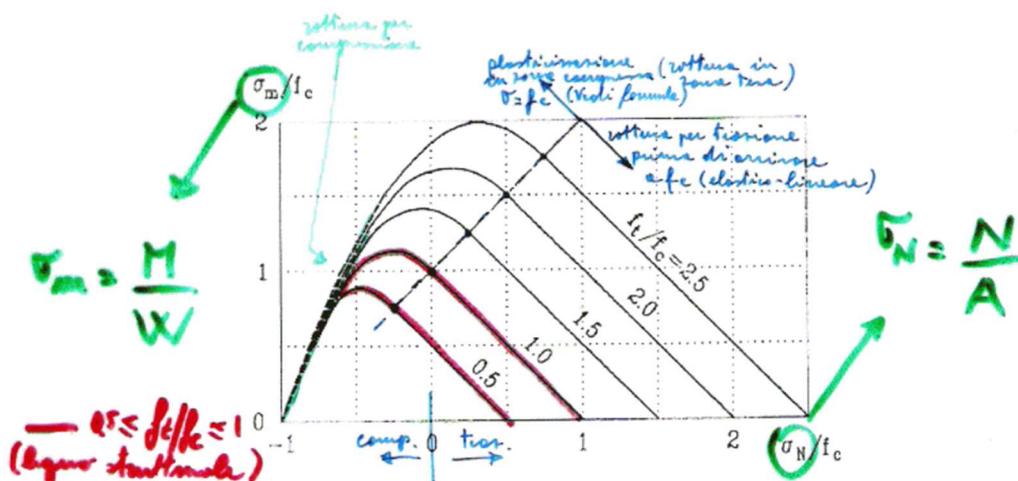


Grafico 9 - Domini di rottura per sezione di legno inflessa e sottoposta contemporaneamente a trazione o compressione prescindendo da fenomeni di instabilità dell'equilibrio. (Larsen e Riberholdt, 1982)

Per i legni strutturali, normati nella EN 338:2016, si ricade nella zona compresa fra:

$$0.5 < \frac{f_t}{f_c} < 1$$

Quindi, al fine di fare un confronto fra quanto è stato ottenuto analiticamente, vedi par. “§5.6.11. Grafico domini N-M”, e quanto riportato nel grafico di Larsen e Riberholdt, si è, in prima istanza, ricostruito il grafico con le due curve pari a $f_t/f_c = 0.5$ e $f_t/f_c = 1$ utilizzando dei punti noti ricavabili dal grafico.

Successivamente è stato linearizzato il dominio compreso fra le due curve, appena ricavate, rispetto al rapporto f_t/f_c . Ciò permette di tracciare una curva teorica per ogni classe di resistenza espressa in normativa.

Infine, è stato sovrapposto l’andamento della curva così ottenuta con quella ricavata dai campi di rottura:

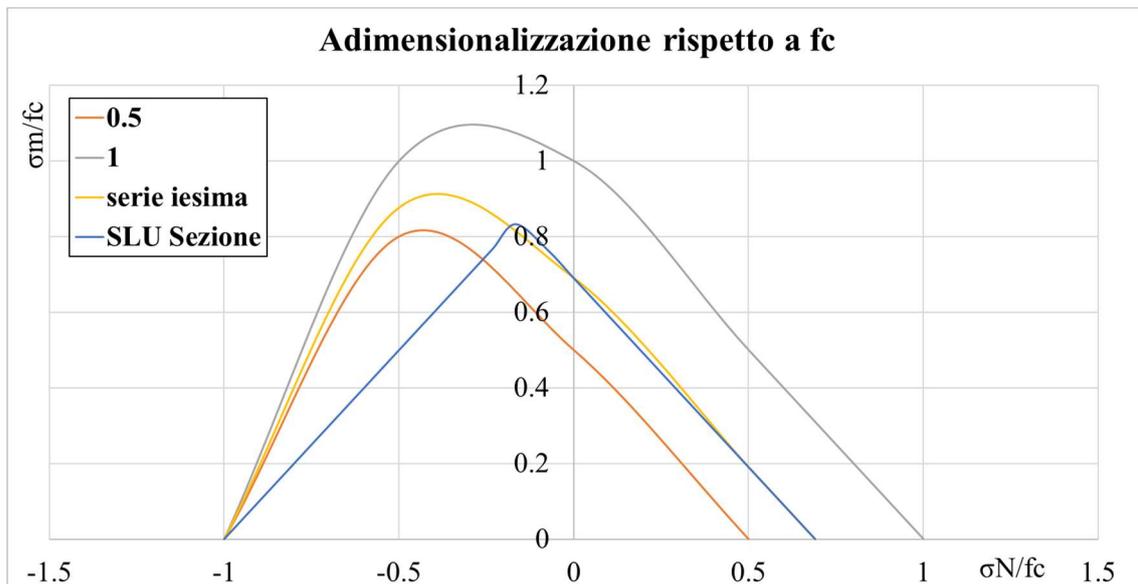


Grafico 10 - Sovrapposizione fra Dominio N-M ottenuto da legame costitutivo e linearizzazione del dominio di Larsen e Riberholdt

Il Grafico 10 evidenzia quattro andamenti:

- Arancio: curva ricostruita su punti noti per $f_t/f_c = 0.5$;
- Grigia: curva ricostruita su punti noti per $f_t/f_c = 1$;
- Giallo: curva ricavata dalla linearizzazione del dominio compreso fra 0.5 e 1 per un legno C24;
- Blu: punti ricavati dall’adimensionalizzazione, secondo quanto riportato nel Grafico 9, dei valori ottenuti dal tracciamento dei campi di rottura, al §5.6.11. Grafico Domini N-M.

Come si può notare il lato destro del dominio è perfettamente sovrapposto.

Per quanto riguarda la parte di sinistra, il dominio scritto da Larsen e Riberholdt è molto più ampio poiché considera anche la fase plastica a compressione del legno. Osservando meglio, sempre il grafico al Grafico 9, vi è una retta obliqua che taglia i vari domini. Questa retta separa la zona plasticizzata da quella elastica lineare e i valori ottenuti analiticamente dai domini N-M cadono lungo questa retta.

5.8. Integrazione del rinforzo FRP

Come già espresso nelle ipotesi, la rottura del sistema FRP-Legno deve avvenire sempre lato supporto.

Quindi, le prime considerazioni che vanno fatte sono sulle deformazioni ultime di progetto del sistema FRP.

In letteratura, non ci sono molti riferimenti, fra i più rilevanti troviamo quelli espressi nel DT – 201:2005, dove si evince che il comportamento qualitativo del legno e quello del giunto incollato sono molto simili tra loro: superata la fase plastica si verifica un cedimento improvviso.

Per avere un'idea di quelli che sono i valori caratteristici che il rinforzo può avere a deformazione ultima si potrebbe effettuare un parallelismo con quello che viene espresso nel DT – 200_R1:2013 ma la trattazione non risulterebbe attendibile poiché, per quanto riguarda la definizione della deformazione ultima per delaminazione, fa riferimento alle prestazioni meccaniche di trazione e compressione specifiche del calcestruzzo; quindi, non è detto che le formulazioni siano valide anche per supporti diversi, in questo caso il legno. A supporto di quanto viene espresso in questo elaborato, la campagna sperimentale ci ha mostrato che il problema della delaminazione è secondario poiché le prove di Single Lap hanno provocato sempre l'asportazione di legno.

5.9. Definizione delle interfacce e delle zone intermedie con rinforzo FRP

Ripercorrendo le considerazioni fatte nei paragrafi precedenti, possiamo ora definire quelle che sono le interfacce di rottura e campi intermedi della sezione introducendo il rinforzo in FRP:

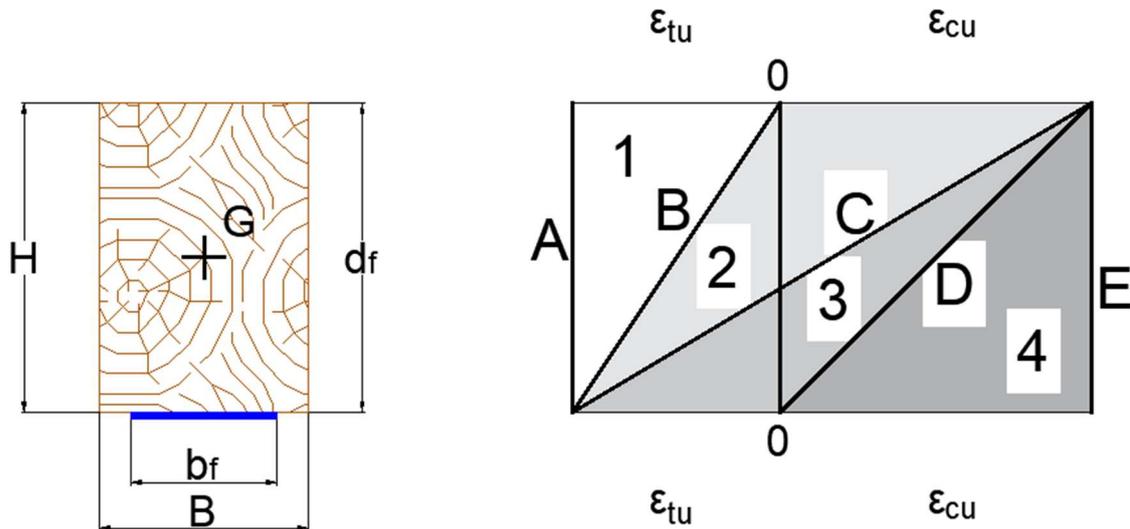


Figura 38 - Campi di rottura con integrazione del rinforzo FRP

Sulla base delle prove di laboratorio eseguite, si può considerare come vincolo analitico la deformazione ultima del legno, Poiché questa risulta minore di quella caratteristica delle fibre. Si può dire che i campi di rottura saranno governati dai medesimi parametri già definiti precedentemente. L'incremento sarà dato dal contributo del rinforzo nelle fasi in cui esso è in trazione. Ai fini del calcolo è stato considerato:

$$d_f = H$$

Con:

- d_f : quota della fibra considerata dal lembo superiore della sezione.

Nei paragrafi successivi verranno esplicitate le equazioni utilizzate per la determinazione del dominio N-M, questo è stato definito considerando il rinforzo applicato sul lembo inferiore della sezione. Nel foglio di calcolo sviluppato è implementata la possibilità di far variare questa quota al variare della tipologia di rinforzo che si desidera effettuare.

Il calcolo si basa sull'ipotesi fondamentale di perfetta aderenza, quindi, è stato integrato il contributo dato dal sistema nelle cinque condizioni di interfaccia, facendo entrare nelle equazioni di equilibrio una nuova forza che sarà definita "F", esercitata dal rinforzo.

5.9.1. A_FRP – Trazione

Questa condizione, non corrisponde ad una condizione effettiva di pura trazione poiché l'eccentricità data dal rinforzo fa comunque nascere un'azione flettente:

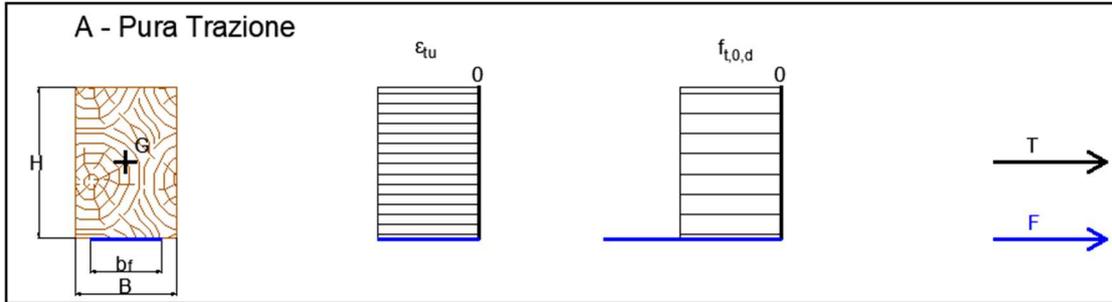


Figura 39 - Caso Limite A_FRP, pura trazione

Per questa condizione risulta:

$$N_{Rd} = T + F = B * H * f_{t,0,d} + \sigma_F * A_f$$

$$M_{Rd} = F * b_f$$

Con:

$$\sigma_F = \varepsilon_{tu} * E_f$$

$$b_f = \frac{H}{2} = \text{braccio rispetto al baricentro}$$

5.9.2. B_FRP

In questa condizione, abbiamo la posizione dell'asse neutro che coincide con il lembo superiore:

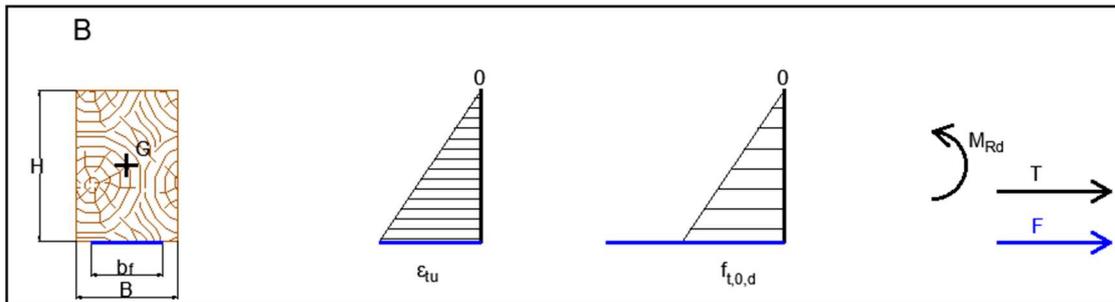


Figura 40 - Caso limite B_FRP, lembo inferiore al limite per trazione

Per questa condizione risulta:

$$N_{Rd} = T + F = \frac{1}{2} * B * H * f_{t,0,d} + \sigma_f * A_f$$

$$M_{Rd} = T * b_T + F * b_F = T * \left(\frac{2}{3} * H\right) + F * \frac{H}{2}$$

Con:

$$\sigma_F = \varepsilon_{tu} * E_f$$

5.9.3. C_FRP

In questa condizione, la posizione dell'asse neutro si trova internamente alla sezione. Quindi, il legno sarà in una condizione di parzializzazione con una parte in trazione e l'altra in compressione:

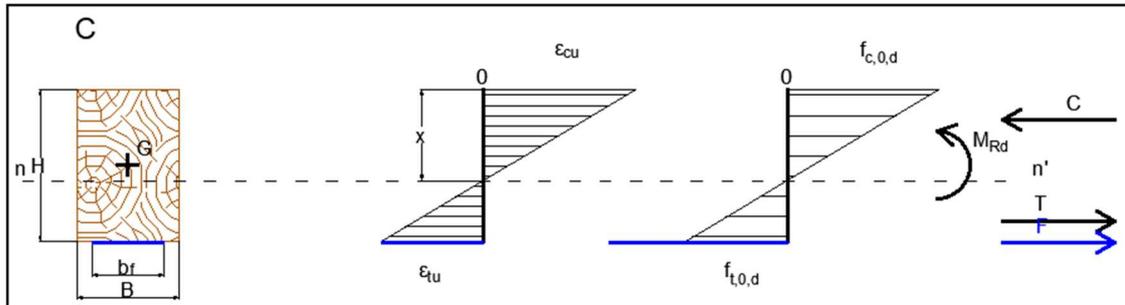


Figura 41 - Caso limite C_FRP, lembo inferiore al limite di trazione, lembo superiore al limite di compressione

Per determinare le condizioni di rottura, è necessario definire la posizione dell'asse neutro "x". Basandoci sulle ipotesi definite si può scrivere:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{\varepsilon_{tu}}{H - x}$$

Da cui si ricava

$$x = \frac{\varepsilon_{cu} * H}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{tu}}$$

Ora è possibile definire le azioni di trazione e compressione:

$$C = \frac{1}{2} * B * x * f_{c,0,d}$$

$$T = \frac{1}{2} * B * (H - x) * f_{t,0,d}$$

$$F = \sigma_f * A_f = \varepsilon_{tu} * E_f * A_f$$

Con relativi bracci baricentrici:

$$b_C = \frac{H}{2} - \frac{x}{3}$$

$$b_T = \frac{H}{6} + \frac{x}{3}$$

$$b_F = \frac{H}{2}$$

Per questa condizione risulta:

$$N_{Rd} = T - C + F$$

$$M_{Rd} = T * b_T + C * b_C + F * b_F$$

5.9.4. D_FRP e E_FRP

Queste due condizioni risultano invariate rispetto alla condizione di ANTE Operam, poiché, avendo la sezione reagente in entrambi i casi solo a compressione, non si ha alcun contributo del rinforzo.

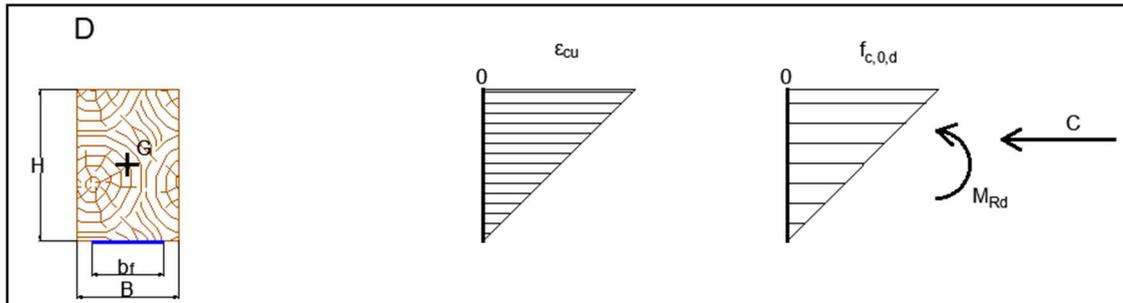


Figura 42 - Caso limite D_FRP, lembo superiore al limite per trazione

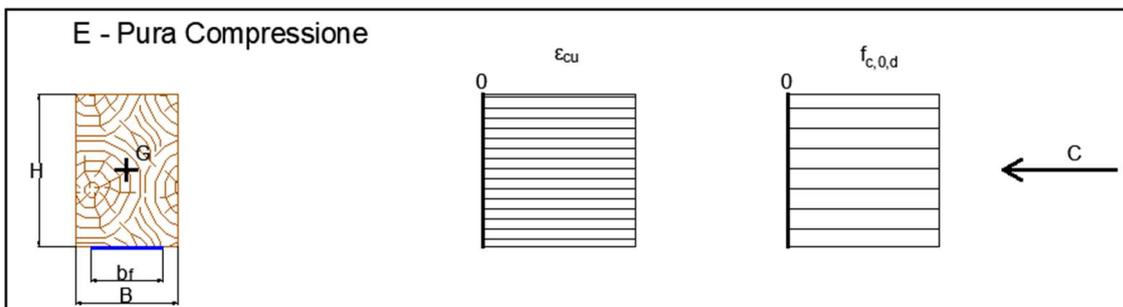


Figura 43 - Caso limite E_FRP, lembo superiore e inferiore al limite per trazione

5.9.5. Definizione delle zone intermedie con l'integrazione del rinforzo in FRP

Come per il caso precedente, si è andati a dividere lo spazio in cui può cadere l'asse neutro da una quota "-H" a "+2H" rispetto al lembo superiore della sezione.

Ogni tratto di lunghezza "H" è stato poi discretizzato in venti parti e ogni punto di rottura è stato calcolato per una quota dell'asse neutro pari a:

$$x_i = H + n * \Delta x = H + n * \frac{H}{20}$$

Il campo 4 sarà identico a quello ANTE Operam, poiché quando l'asse neutro si troverà in quella zona, il rinforzo non darà alcun contributo.

5.9.6. 1_FRP

Al fine di determinare i punti di rottura nel campo 1, cioè la zona compresa fra i casi limite A e B, si è considerato:

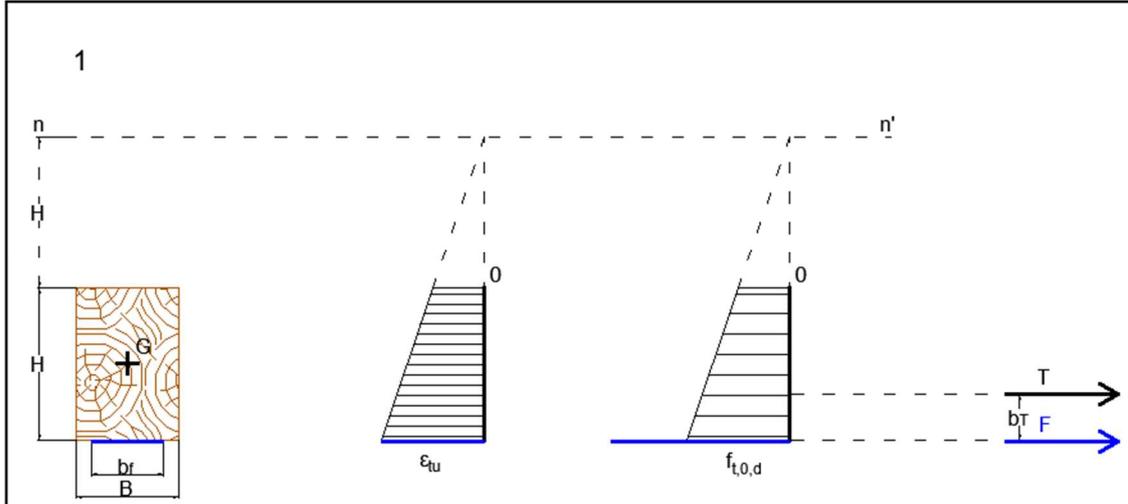


Figura 44 - Zona di rottura compresa fra casi limite A e B, Rinforzata

In questo campo è necessario imporre la rottura per deformazione delle fibre inferiori a trazione, quindi, è stato considerato il termine $\varepsilon_{tu} = \text{cost}$.

Per linearità si scrive:

$$\frac{\varepsilon_{t(x)}}{x_i} = \frac{\varepsilon_{tu}}{H + x_i}$$

Quindi:

$$\varepsilon_{t(x),i} = \frac{\varepsilon_{tu}}{H + x_i} * x_i$$

Così è possibile definire il valore di $\varepsilon_{t(x)}$ al variare dell'asse neutro e, per ogni deformazione possiamo calcolare:

$$\sigma_{t(x),i} = \varepsilon_{t(x),i} * E_L$$

$$\sigma_F = \varepsilon_{tu} * E_f$$

$$N_{Rd} = T = \frac{1}{2} * B * (f_{t,0,d} + \sigma_{t(x),i}) * H + \sigma_F * A_F$$

$$M_{Rd} = T * b_T + F * b_F = T * \left(\frac{H}{2} - y_{T, \text{trapezio}} \right) + F * \frac{H}{2}$$

Con:

$$y_{T, \text{trapezio}} = \frac{H * (2\sigma_{t(x),i} + f_{t,0,d})}{3 * (\sigma_{t(x),i} + f_{t,0,d})}$$

5.9.7. 2_FRP

Al fine di determinare i punti di rottura nel campo 2, cioè la zona compressa fra i casi limite B e C, si è considerato:

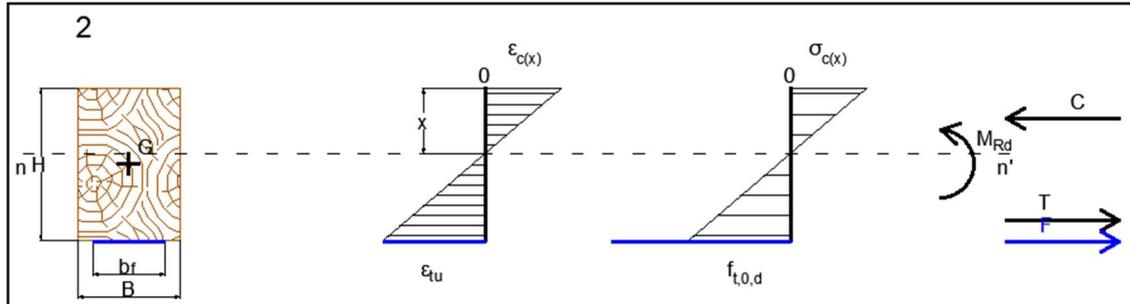


Figura 45 - Zona di rottura compressa tra B e C, rinforzata

La differenza rispetto al caso 1 è che la quota dell'asse neutro è interna alla sezione. Quindi, la sezione è parzializzata.

Per linearità si scrive:

$$\frac{\varepsilon_{c(x)}}{x_i} = \frac{\varepsilon_{tu}}{H - x_i}$$

Quindi:

$$\varepsilon_{c(x),i} = \frac{\varepsilon_{tu}}{H - x_i} * x_i$$

Così è possibile definire il valore di $\varepsilon_{t(x)}$ al variare dell'asse neutro e, per ogni deformazione possiamo calcolare:

$$\begin{aligned} \sigma_{c(x),i} &= \varepsilon_{c(x),i} * E_L \\ \sigma_F &= \varepsilon_{tu} * E_f \\ C &= \frac{1}{2} * B * x * \sigma_{c(x),i} \\ T &= \frac{1}{2} * B * (H - x) * f_{t,0,d} \\ F &= \sigma_F * A_f \end{aligned}$$

Quindi i punti del dominio in questo campo saranno dati da:

$$\begin{aligned} N_{Rd} &= T - C + F \\ M_{Rd} &= T * b_T + C * b_C + F * b_F \end{aligned}$$

Con relativi bracci baricentrici:

$$\begin{aligned} b_C &= \frac{H}{2} - \frac{x}{3} \\ b_T &= \frac{H}{6} + \frac{x}{3} \\ b_F &= \frac{H}{2} \end{aligned}$$

5.9.8. 3_FRP

Al fine di determinare i punti di rottura nel campo 3, cioè la zona compresa fra i casi limite C e D, è stato considerato:

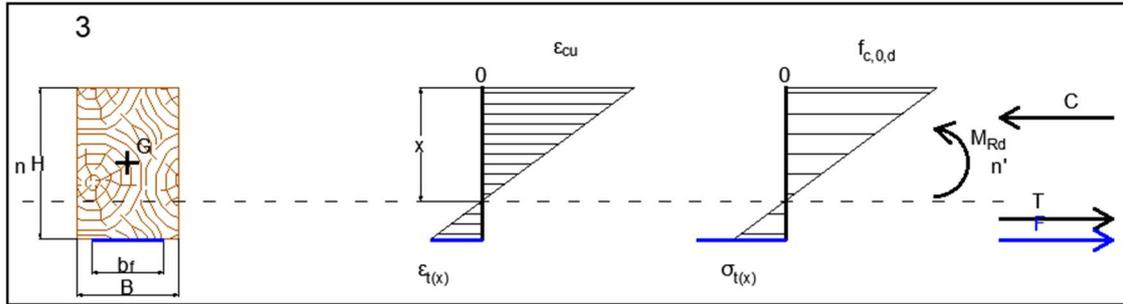


Figura 46 - Zona di rottura compressa fra C e D, rinforzata

In questo campo, abbiamo imposto la rottura per deformazione delle fibre superiori a compressione, quindi, si può considerare il termine $\varepsilon_{cu} = \text{cost}$. L'asse neutro è ancora interno alla sezione, quindi, la sezione è sempre parzializzata.

Per linearità si scrive:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x_i} = \frac{\varepsilon_{t(x),i}}{H - x_i}$$

Quindi:

$$\varepsilon_{t(x),i} = \frac{\varepsilon_{cu}}{x_i} * (H - x_i)$$

Così è possibile definire il valore di $\varepsilon_{t(x)}$ al variare dell'asse neutro e, per ogni deformazione possiamo andare a calcolare:

$$\sigma_{t(x),i} = \varepsilon_{t(x),i} * E_L$$

$$\sigma_{F,i} = \varepsilon_{t(x),i} * E_f$$

$$C = \frac{1}{2} * B * x * f_{c,0,d}$$

$$T = \frac{1}{2} * B * (H - x) * \sigma_{t(x),i}$$

Quindi i punti del dominio in questo campo saranno dati da:

$$N_{Rd} = T - C + F$$

$$M_{Rd} = T * b_T + C * b_C + F * b_F$$

Con relativi bracci baricentrici:

$$b_C = \frac{H}{2} - \frac{x}{3}$$

$$b_T = \frac{H}{6} + \frac{x}{3}$$

$$b_F = \frac{H}{2}$$

5.9.9. Confronto fra ANTE Operam e POST Operam

Considerando la stessa geometria e classe del legno utilizzata a titolo di esempio nel paragrafo §5.6.11. – Grafico Domini N-M, si è tracciato l'andamento del dominio tenendo in considerazione l'ausilio del rinforzo.

Per un legno di Classe C24 e un rinforzo di due strati in carbonio, grammatura 400 g/cm²) si ottiene un andamento dell'incremento pari a:

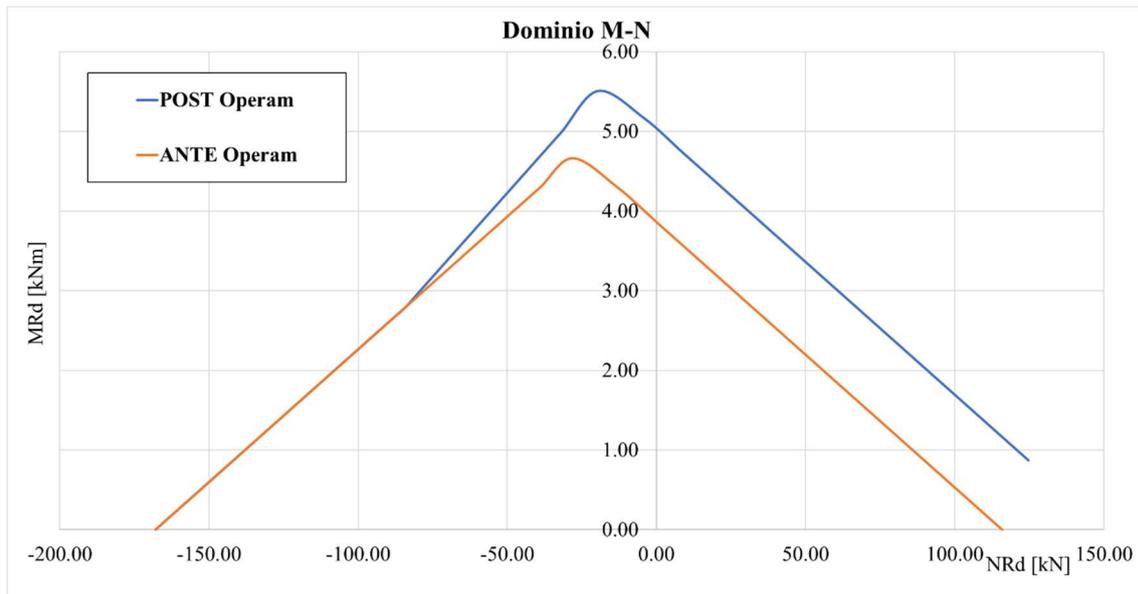


Grafico 11 - Sovrapposizione fra ANTE e POST Operam

Nel Grafico 11 si possono riscontrare due curve:

- Arancio: ANTE OPERAM;
- BLU: POST OPERAM, si sono considerati due strati di rinforzo all'intradosso della sezione.

Come si può notare, l'incremento che si ottiene rinforzando una trave in legno con un sistema FRP è considerevole se si considera un elemento inflesso o sottoposto ad azione di trazione.

5.10. Considerazioni sulla flessione semplice

Questo modello riesce a descrivere bene il comportamento del legno quando l'elemento strutturale è soggetto prevalentemente a trazione o compressione.

Quando la componente flessionale sovrasta le altre due, questo modello va a sottostimare le prestazioni dell'elemento strutturale; tantoché, per alcune combinazioni di geometria e rinforzo, il valore a rottura che si otterrebbe rinforzando la sezione è minore di quello che si otterrebbe verificando la sezione "ANTE Operam" con le formulazioni espresse da NTC 2018.

Ciò è dovuto alla mancata relazione che esiste fra i valori di rottura del legno a trazione e compressione con i valori di rottura a flessione.

Di conseguenza, nasce l'esigenza di costituire un modello che tenga conto dei tre valori di rottura e che, in ogni fase, riesca a descrivere al meglio il suo comportamento.

TENSOFLESSIONE E PRESSOFLESSIONE

All'inizio del capitolo, sono state espresse le equazioni di verifica allo stato limite ultimo per una sezione in legno a semplice flessione, compressione, flessione e taglio, allo scopo di verificare la sezione ANTE Operam.

A valle delle considerazioni fatte, però, descrivere il comportamento delle fasi intermedie con uno studio a rottura della sezione agli stati limite ultimi non è sufficiente poiché i valori per rottura a flessione espressi nella UNI 338 non sono desumibili da quelli di trazione e compressione. Di conseguenza, valori di rottura a flessione tengono conto anche di una quota parte di plasticizzazione del legno in compressione e della variazione delle deformazioni ultime, cosa che nel modello elastico-lineare fragile del legno, utilizzato per descrivere il Dominio N-M, viene trascurato.

5.11. Tensoflessione

Secondo NTC 2018, nel caso di sforzo normale di trazione accompagnato da sollecitazioni di flessione intorno ai due assi principali dell'elemento strutturale deve essere soddisfatta l'equazione:

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m * \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$
$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + k_m * \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

Con k_m già definito al paragrafo §5.3. Flessione

5.12. Pressoflessione

Secondo NTC 2018, nel caso di sforzo normale di compressione accompagnato da sollecitazioni di flessione intorno ai due assi principali dell'elemento strutturale deve essere soddisfatta l'equazione:

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m * \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$
$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + k_m * \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

Con k_m già definito al paragrafo §5.3. Flessione

5.13. Domini N-M

Ai fini del tracciamento di un dominio N-M, che meglio approssima il comportamento del legno senza arrivare a sottostimarne o sovrastimarne in nessuna fase, è stato considerato:

- Azione agente trazione/compressione parallela all'asse dell'elemento;
- Azione flettente agente solo intorno all'asse Y (vedi Figura 6);
- Legame costitutivo elastico lineare a trazione e compressione;
- $f_{m,d}$ = valore di rottura per flessione;
- Perfetta aderenza fra rinforzo e legno.

5.14. Definizione dei casi limite e campi intermedi.

Ai fini del tracciamento del nuovo dominio, si considerano tre condizioni di caso limite e due campi intermedi definiti come segue:

Casi limite:

- Pura Trazione;
- Pura Flessione;
- Pura Compressione.

Queste condizioni di estremo definiscono i tre vertici del dominio.

Campi intermedi:

- Tensoflessione;
- Pressoflessione.

Le equazioni, che descrivono queste due zone del diagramma, faranno da legante fra i vertici, permettendo di definire una linea che differenzierà la zona ammissibile dalla zona non verificata.

5.14.1. Pura Trazione, Pura Compressione e Flessione

Poiché per queste due condizioni si fa riferimento, rispettivamente, solo ai valori di $f_{t,0,d}$ e $f_{c,0,d}$, si può riprendere quanto espresso nei paragrafi §5.6.1. A – Pura Trazione e §5.6.5. E- Pura Compressione. Così facendo è possibile definire i primi due vertici della curva del dominio N-M.

Il terzo vertice è definito dalla condizione di flessione, quindi fa riferimento solo al valore $f_{m,d}$, successivamente in un paragrafo dedicato.

5.14.2. Tracciamento del dominio ANTE Operam

A valle delle ipotesi fatte, si è diviso il campo in due parti, la zona in cui le azioni assiali sono complessivamente positive, **TRAZIONE**, e complessivamente negative, **COMPRESSIONE**. Quindi, sono state ricalcolate le azioni, ma, per evitare di sottostimare la quota parte di contributo plastico compreso all'interno di $f_{m,d}$, è stato calcolato, tramite formulazione inversa, il valore $\sigma_{m,y,d}$ tale per cui le equazioni di tenso-pressoflessione arrivino a rottura, quindi si è scritto:

Tenso-Flessione:

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = 1$$

Presso-Flessione:

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = 1$$

Con:

$\sigma_{t,0,d} = N_{Rd}$ complessivamente maggiore di zero rispetto all'area del legno,

$\sigma_{c,0,d} = N_{Rd}$ complessivamente minore di zero rispetto all'area del legno;

$f_{t,0,d}$, $f_{c,0,d}$, $f_{m,y,d}$ = Valori di progetto del legno rispettivamente di trazione, compressione, flessione;

$\sigma_{m,y,d}$ = Incognita delle equazioni, contributo flessionale che tiene conto delle discrepanze fra trazione/compressione e flessione.

5.14.3. Calcolo dei casi limite e delle interfacce

Nel seguente paragrafo si vanno ad esplicitare tutte le equazioni utilizzate ai fini del tracciamento del dominio N-M. Per una visione più completa e senza rimandi alle pagine precedenti, si ripercorrerà quanto già proposto nei paragrafi precedenti con l'aggiunta delle equazioni necessarie caso per caso.

5.14.4. Trazione

In una condizione di pura trazione, la posizione dell'asse neutro si trova ad una quota pari a meno infinito rispetto alla posizione del lembo superiore della sezione.

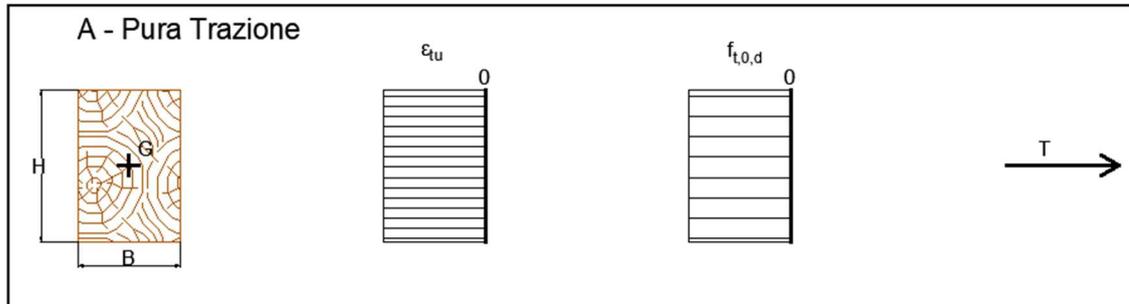


Figura 47 - Pura Trazione

Per questa condizione risulta:

$$N_{Rd} = T = B * H * f_{t,0,d}$$

Quindi:

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{N_{Rd}}{A_L}$$

$$\sigma_{m,y,d} = 0$$

Con equazione di riferimento da NTC 2018:

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = 1$$

La condizione di rottura solo per trazione risulta soddisfatta.

5.14.5. Flessione

In una condizione di flessione, Per una sezione omogenea, l'asse neutro lo troviamo passante per il baricentro:

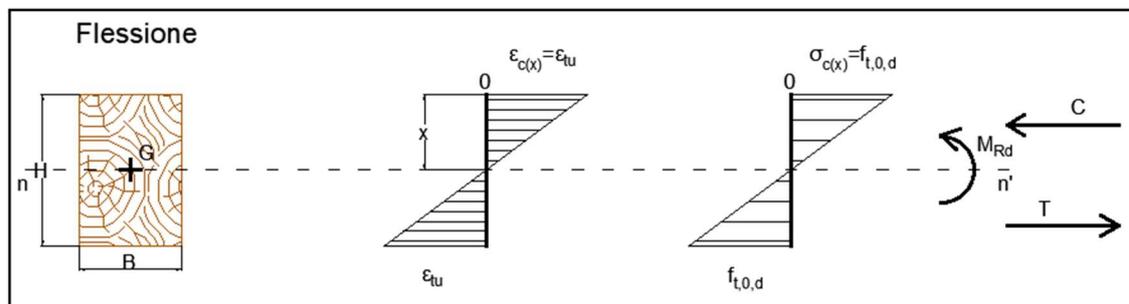


Figura 48 – Caso Limite Pura Flessione

Per determinare le condizioni di rottura, dobbiamo andare a definire la posizione dell'asse neutro "x". Basandoci sulle ipotesi definire si può scrivere:

$$\frac{\varepsilon_c(x)}{x} = \frac{\varepsilon_{tu}}{H - x}$$

Da cui si ricava

$$x = \frac{\varepsilon_{c(x)} * H}{\varepsilon_{c(x)} + \varepsilon_{tu}}$$

Sapendo che

$$\varepsilon_{mu} = \frac{f_{m,d}}{E_{m,0,k}}$$

Sostituisco

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{c(x)} = \varepsilon_{mu}$$

Quindi:

$$x = \frac{\varepsilon_{mu} * H}{\varepsilon_{mu} + \varepsilon_{mu}} = \frac{\varepsilon_{mu} * H}{2 * \varepsilon_{mu}} = \frac{H}{2}$$

Con equazione di riferimento da NTC 2018:

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = 1$$

Dalla quale è possibile calcolare il momento resistente dall'eguaglianza:

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{Rd}}{W_L} = f_{m,y,d}$$

$$N_{Rd} = T - C = 0$$

5.14.6. Compressione

In una condizione di pura compressione, la posizione dell'asse neutro si trova ad una quota pari a più infinito rispetto alla posizione del lembo superiore della sezione.

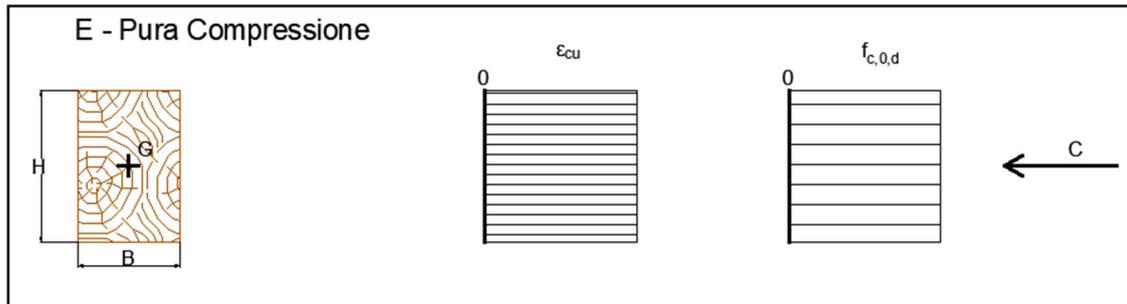


Figura 49 - Pura Compressione

Per questa condizione risulta:

$$N_{Rd} = C = B * H * f_{c,0,d}$$

Quindi:

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_{Rd}}{A_L}$$

$$\sigma_{m,y,d} = 0$$

Con equazione di riferimento da NTC 2018:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} = 1$$

La condizione di rottura solo per compressione risulta soddisfatta.

5.14.7. Tenso-Flessione

Per definire l'arco del dominio N-M che caratterizza tutta la zona compresa fra trazione e flessione, sono stati considerati tutti i punti a rottura le cui condizioni sono esprimibili mediante l'equilibrio alla traslazione pari a:

$$N_{Rd} = T - C > 0$$

In questo range, ricade tutta la Zona 1 e la Zona 2 a patto che:

$$\varepsilon_c(x) < \varepsilon_{tu}$$

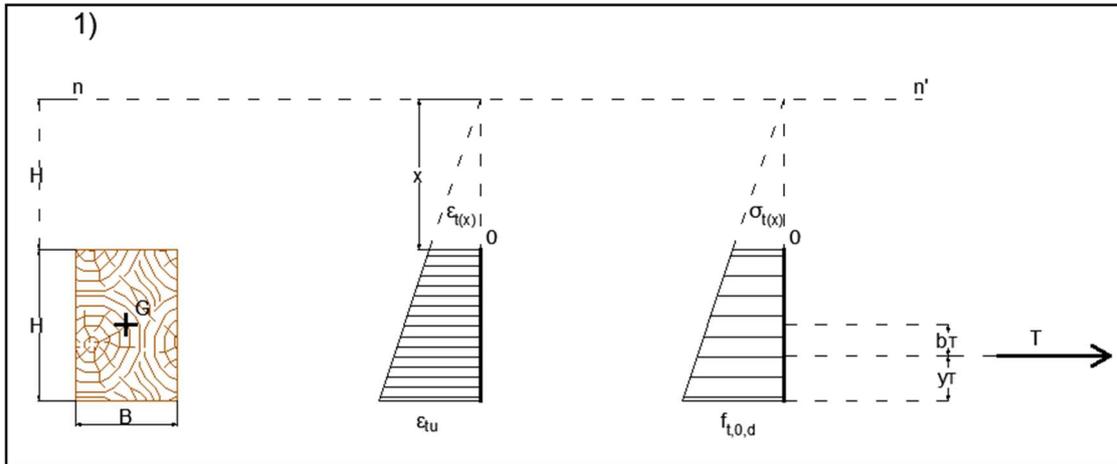


Figura 50 - Zona di rottura 1

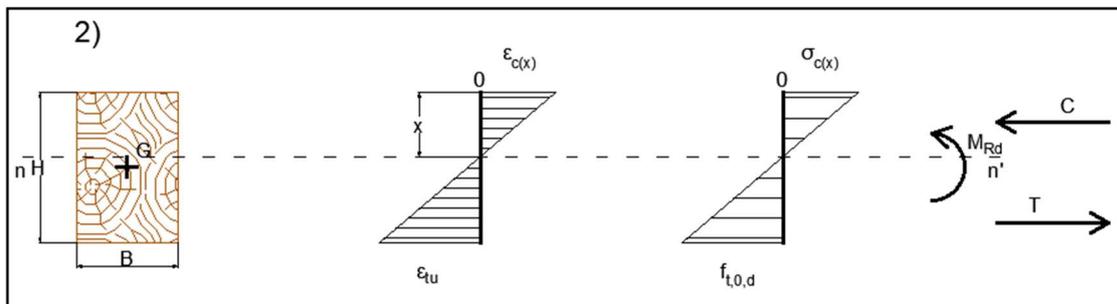


Figura 51 - Zona di rottura 2

Dall'ipotesi di linearità si può dire:

1)

$$\frac{\varepsilon_t(x)}{x} = \frac{\varepsilon_{tu}}{H + x}$$

2)

$$\frac{\varepsilon_c(x)}{x} = \frac{\varepsilon_{tu}}{H - x}$$

Al variare dell'asse "x" è possibile calcolare gli stati di sforzo e, per queste condizioni, risulta:

$$N_{Rd} = T - C$$

$$M_{Rd} = T * b_T + C * b_C$$

Quindi:

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{N_{Rd}}{A_L}$$
$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{Rd}}{W_L}$$

Con equazione di riferimento:

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = 1$$

Da cui si ricava:

$$\sigma_{m,y,d} = \left(1 - \frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}}\right) * f_{m,y,d}$$

Così facendo, al variare della posizione dell'asse neutro, varia di conseguenza anche N_{Rd} e, a seguire, $\sigma_{t,0,d}$.

Ciò permette di calcolare il valore di M_{Rd} per ogni condizione:

$$M_{Rd,0(i)} = \sigma_{m,y,d(i)} * W_L$$

Con:

- W_L = Modulo di resistenza della sezione in legno:

$$W_L = \frac{B * H^3}{6}$$

5.14.8. Tenso-Flessione

Per definire l'arco del dominio N-M che caratterizza tutta la zona compresa fra flessione e compressione, sono stati considerati tutti quei punti a rottura le cui condizioni sono esprimibili mediante l'equilibrio alla traslazione pari a:

$$N_{Rd} = T - C < 0$$

In questo range, ricadono la restante parte della Zona 2 ($\epsilon_{c(x)} > \epsilon_{tu}$ Figura 51), la Zona 3 e la Zona 4:

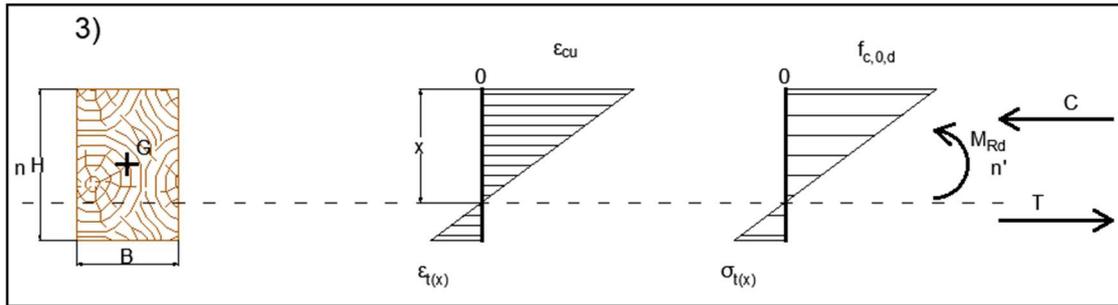


Figura 52 - Zona di rottura 3

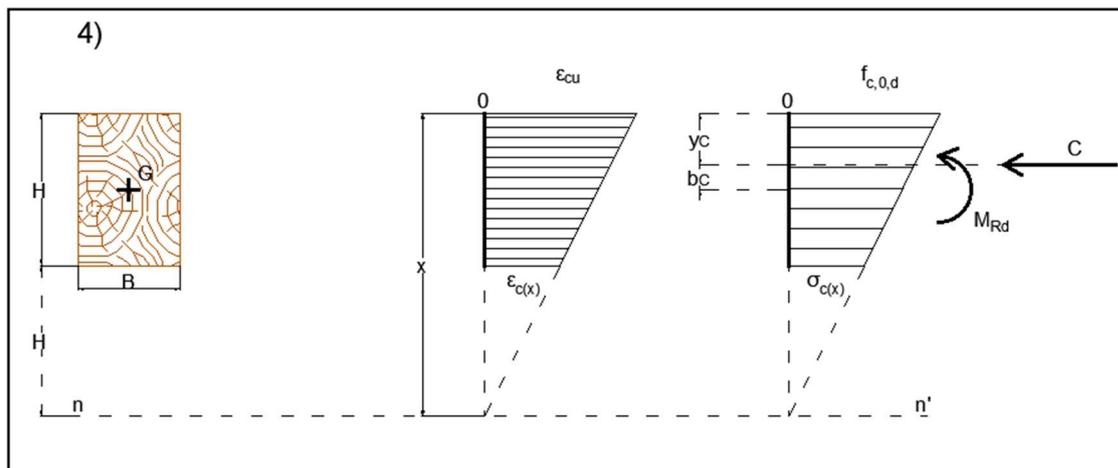


Figura 53 - Zona di Rottura 4

Dall'ipotesi di linearità si può dire:

3)

$$\frac{\epsilon_{cu}}{x} = \frac{\epsilon_t(x)}{H - x}$$

4)

$$\frac{\epsilon_{cu}}{x} = \frac{\epsilon_{tu}}{x - H}$$

Al variare dell'asse x posso calcolare gli stati di sforzo e per queste condizioni risulta:

$$N_{Rd} = T - C$$

$$M_{Rd} = T * b_T + C * b_C$$

Quindi:

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{N_{Rd}}{A_L}$$
$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{Rd}}{W_L}$$

Con equazione di riferimento:

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = 1$$

Da cui si può ricavare:

$$\sigma_{m,y,d} = \left(1 - \left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2\right) * f_{m,y,d}$$

Così facendo, al variare della posizione dell'asse neutro, varia di conseguenza anche N_{Rd} e, a seguire, $\sigma_{c,0,d}$.

Ciò permette di calcolare il valore di M_{Rd} per ogni condizione:

$$M_{Rd,0(i)} = \sigma_{m,y,d(i)} * W_L$$

Con:

- W_L = Modulo di resistenza della sezione in legno:

$$W_L = \frac{B * H^3}{6}$$

5.14.9. Dominio N-M

Al variare dell'asse neutro e, quindi, delle condizioni esposte in questo capitolo è stato possibile tracciare quello che è l'andamento del nuovo dominio N-M, che tiene conto degli effetti di plasticizzazione e di variazione delle deformazioni ultime del legno:

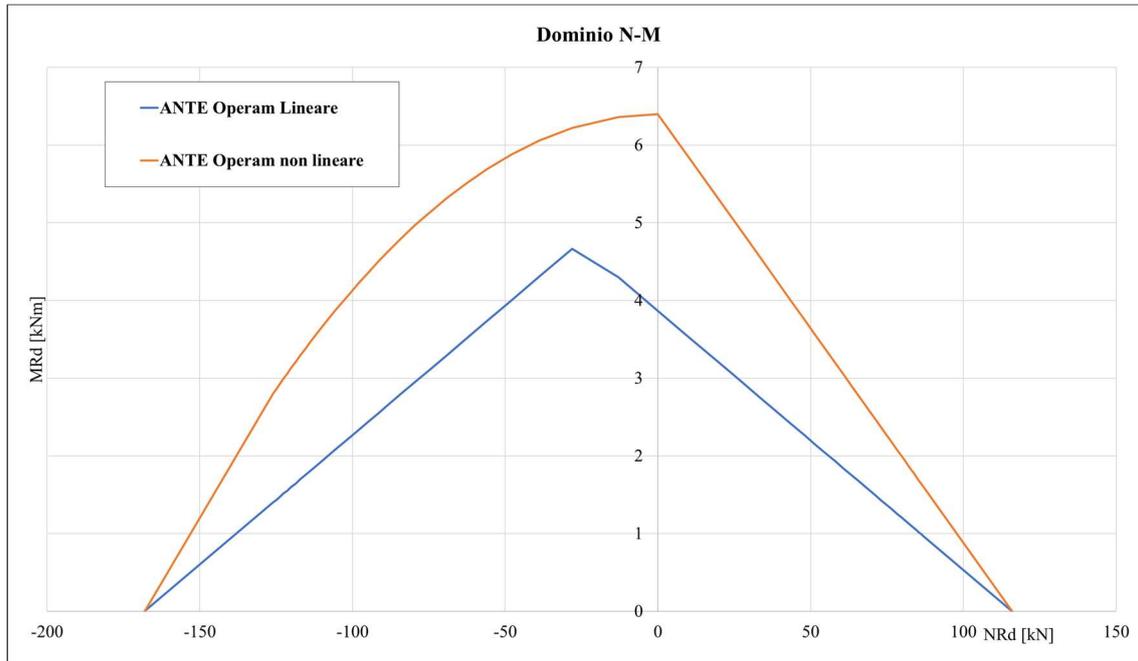


Grafico 12 - Confronto fra Domini N-M ottenuti per legame costitutivo e calcolo della componente a rottura

Nel Grafico 12 sono presenti due andamenti:

- Blu: andamento ottenuto dal legame costitutivo, descritto al paragrafo §5.6.11 – Grafico dominio N-M;
- Arancione: andamento ottenuto tenendo conto della quota parte di contributi plastici e incrementi di deformazione ultima.

5.15. Calcolo della variazione delle deformazioni ultime.

Secondo quanto espresso della UNI 388:2016, i valori caratteristici fondamentali per lo studio di una sezione in legno soggetta a Presso-Tenso-Flessione sono i seguenti:

- $f_{t,0,d}$: Proprietà di resistenza a trazione parallela;
- $f_{c,0,d}$: Proprietà di resistenza a compressione parallela;
- $f_{m,d}$: Proprietà di resistenza a flessione;
- $E_{m,0,k}$: quinto percentile del modulo di elasticità in flessione parallela.

Questo comporta che, in base alla condizione in cui ci troviamo (trazione, compressione, flessione), avremo una deformazione ultima differente:

$$\varepsilon_{cu} = \frac{f_{t,0,d}}{E_{m,0,k}}$$

$$\varepsilon_{tu} = \frac{f_{c,0,d}}{E_{m,0,k}}$$

$$\varepsilon_{mu} = \frac{f_{m,d}}{E_{m,0,k}}$$

Per definire quello che è l'effettivo contributo generato dal rinforzo in FRP, che per ipotesi è soggetto alla stessa deformazione del lembo dell'elemento strutturale al quale è applicato, è necessario calcolare quello che è l'andamento delle "ε" durante le fasi di presso e tenso flessione, in modo da ottenere una ε di riferimento (ε_{rif}).

La ε_{rif} , così ottenuta, permetterà di trovare, caso per caso, lo stato di deformazione, tramite l'ipotesi di conservazione della planarità delle sezioni rette.

Come primo tentativo è stata scritta un'equazione di secondo grado tramite la formulazione generale di Lagrange, che in forma compatta è espressa:

$$P(x) = \sum_{j=1}^n P_j(x),$$

Con:

$$\varepsilon_{rif} = P_j(x)$$

$$P_j(x) = y_j \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n \frac{x - x_k}{x_j - x_k}.$$

I tre punti che descriverebbero la curva sono:

$$A: (N_{Rd,c}; \varepsilon_{cu})$$

$$B: (0; \varepsilon_{mu})$$

$$C: (N_{Rd,t}; \varepsilon_{tu})$$

Con la limitazione che:

$$\varepsilon_{max} = \max\{\varepsilon_{cu}; \varepsilon_{mu}; \varepsilon_{tu}\}$$

Ma questo andamento parabolico porta ad ottenere dei valori di ε maggiori di ε_{max} .

Quindi, si è optato per dividere il campo fra trazione e compressione, considerando per entrambi un andamento lineare. Questo metodo di approssimazione è risultato più efficace.

A titolo esemplificativo si riporta, nel Grafico 13, l'andamento della variazione di ε per un legno di classe C24:

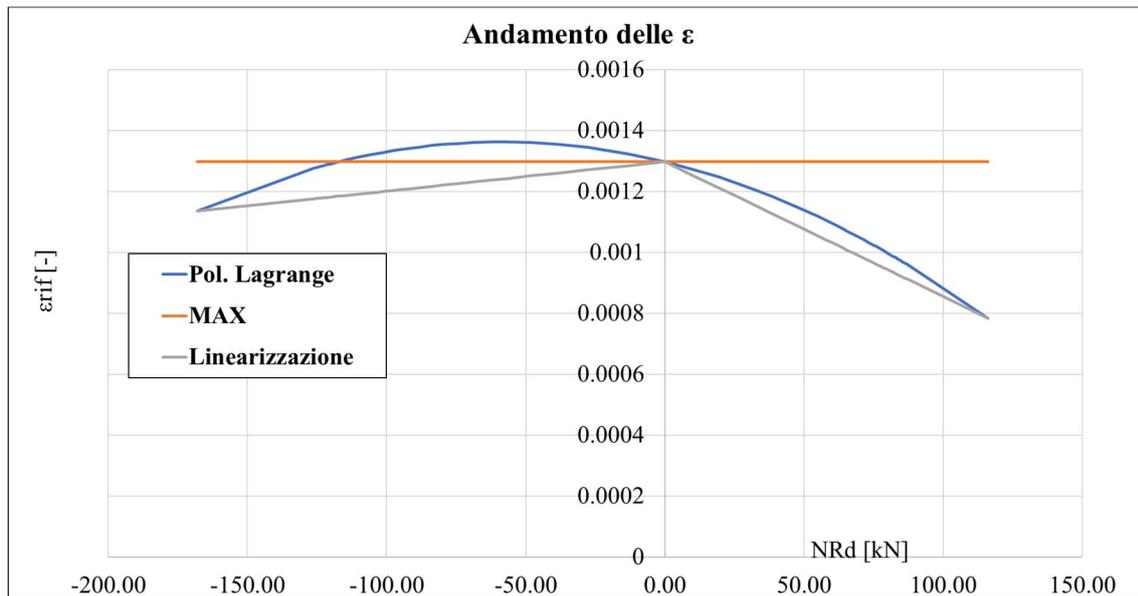


Grafico 13 - Andamento delle variazioni di ε rispetto allo stato di sforzo

Nel grafico sono presenti tre curve:

- Arancione: la curva mostra il limite di ε_{max} , che nel caso in esame corrisponde con la deformazione ultima a flessione;
- Blu: andamento secondo la formula generale di Lagrange; come si può notare supera quella arancione di limite;
- Grigia: andamenti lineari crescenti e decrescenti, a seconda che siamo in compressione o trazione, risultano sempre inferiori conferendo un'idea plausibile di quello che è il comportamento delle ε .

Scoprire l'andamento delle ε_{rif} ci permette, inoltre, di poter capire l'effettivo contributo che il rinforzo in FRP dà alla struttura una volta applicato grazie alla sovrapposizione degli effetti e la perfetta aderenza.

5.16. Calcolo del dominio N-M considerando ε_{rif}

Poiché ε_{rif} è stato calcolato tenendo come punti noti le deformazioni ultime a trazione, compressione e flessione, questi tre casi, già studiati rispettivamente nei paragrafi §5.14.4, §5.14.6 e §5.14.5, non subiranno nessuna variazione.

Invece le equazioni che sono state utilizzate per il calcolo delle zone in tenso-pressoflessione sono state riscritte tenendo conto della variazione delle tensioni ultime di progetto utilizzate nei rapporti:

- TENSO-FLESSIONE:

equazione di riferimento:

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{rif}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{rif}} = 1$$

Da cui si può ricavare:

$$\sigma_{m,y,d} = \left(1 - \frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{rif}}\right) * f_{rif}$$

- PRESSOFLESSIONE:

equazione di riferimento:

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{rif}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{rif}} = 1$$

Da cui si può ricavare:

$$\sigma_{m,y,d} = \left(1 - \left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{rif}}\right)^2\right) * f_{rif}$$

Con:

$$f_{rif} = \varepsilon_{rif} * E_L$$

Così facendo, è possibile definire di nuovo il dominio N-M non in funzione delle equazioni portate a rottura estratte dalla NTC2018, ma in funzione del valore ε_{rif} , deformazione di riferimento che tiene conto dello stato di sforzo della sezione.

Nel Grafico 14 si riporta la sovrapposizione dei due domini N-M:

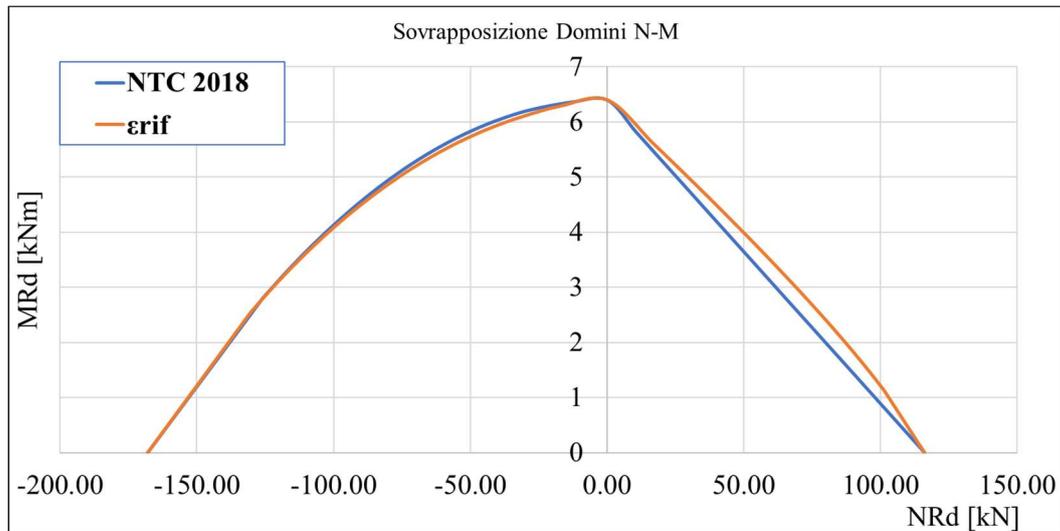


Grafico 14 - Sovrapposizione fra dominio N-M con valori caratteristici e dominio N-M derivati a ϵ_{rif}

Nel Grafico 14 si hanno due curve:

- Blu: Dominio N-M secondo NTC 2018;
- Arancione: Dominio N-M dipendente da ϵ_{rif} .

I due domini si possono considerare sovrapposti.

5.17. Integrazione dell'irrigidimento tramite FRP

A questo punto, si è in grado di valutare come varia il Dominio N-M dopo l'applicazione del rinforzo.

5.17.1. Calcolo dei casi limite e delle interfacce rinforzate

Nel seguente paragrafo si vengono esplicitate tutte le equazioni utilizzate ai fini del tracciamento del dominio N-M. Per una visione più completa e senza rimandi alle pagine precedenti, si ripercorrerà quanto già proposto con l'aggiunta delle equazioni necessarie caso per caso.

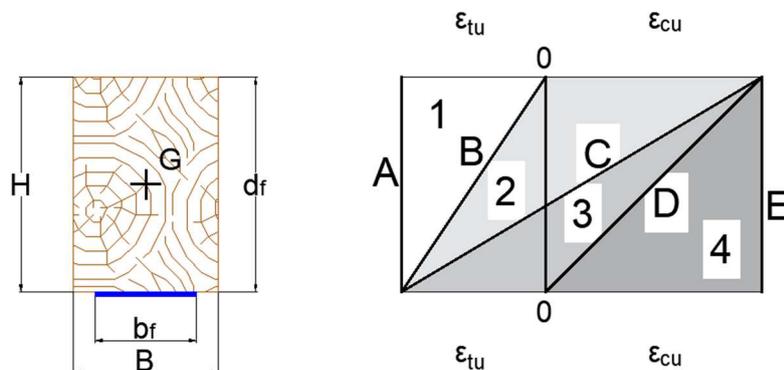


Figura 54 - Campi di rottura con rinforzo in FRP

5.17.2. FRP - Trazione

Questa condizione, non corrisponde ad una condizione di pura trazione, poiché l'eccentricità data dal rinforzo fa comunque nascere un momento all'interno della sezione:

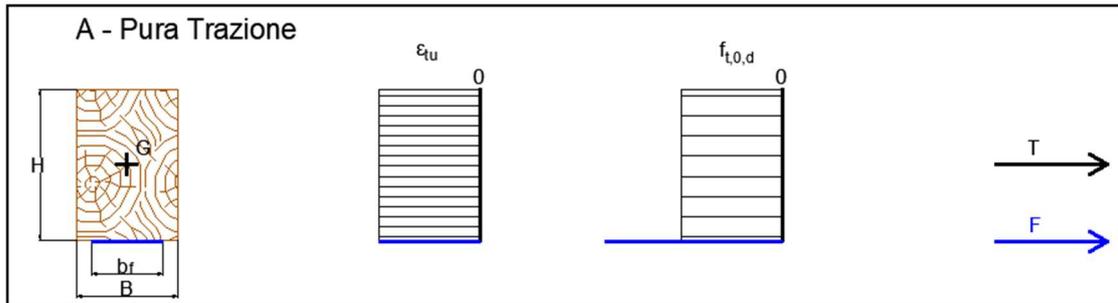


Figura 55 - FRP, pura trazione

Per questa condizione risulta:

$$N_{Rd} = T + F = B * H * f_{t,0,d} + \sigma_F * A_f$$

$$M_{Rd,f} = F * b_f$$

Con:

$$\sigma_F = \varepsilon_{tu} * E_f$$

$$b_f = \frac{H}{2} = \text{braccio rispetto al baricentro}$$

Quindi, si ha:

$$M_{Rd,POST} = M_{Rd,f} + M_{Rd,0}$$

Si può notare che questa condizione rimane identica alla medesima da paragrafo §5.4.14, poiché:

$$\varepsilon_{rif} = \varepsilon_{tu}$$

5.17.3. FRP - Flessione

Con l'introduzione del rinforzo, la condizione di flessione non coinciderà più con il picco, poiché le tre forze in gioco non sono massimizzate dai rispettivi valori di deformazione:

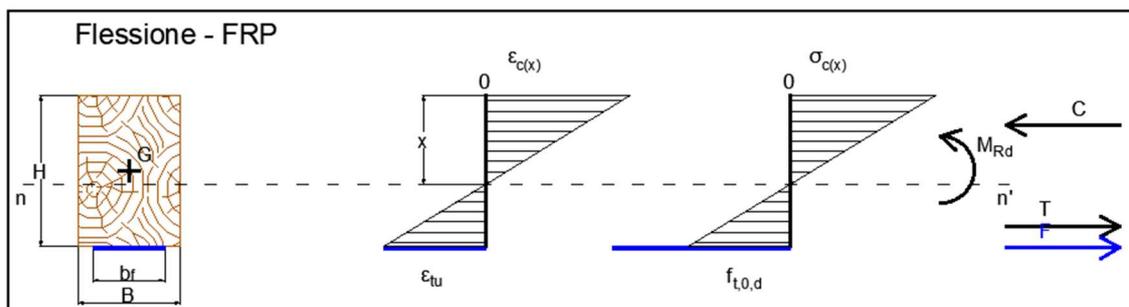


Figura 56 - FRP Flessione

Per calcolare la condizione di flessione, è necessario scrivere l'equilibrio alla traslazione orizzontale ponendola uguale a zero:

$$N_{Rd} = T + F - C = \frac{1}{2} * B * x * f_{t,d} + \sigma_F * A_f - \frac{1}{2} * B * (H - x) * \varepsilon_{c(x)} * E_L = 0$$

Con:

$$f_{m,d} = \varepsilon_{m,d} * E_L$$

$$\varepsilon_{m,d} = \varepsilon_{rif}$$

$$\sigma_F = \varepsilon_{m,d} * E_f$$

$$\varepsilon_{c,d} = \frac{\varepsilon_{m,d} * x}{H - x}$$

Sostituendo queste espressioni all'interno dell'equilibrio si la posizione dell'asse neutro, espresso da:

$$x = \frac{\frac{1}{2} * B * f_{t,d} * H^2 + \varepsilon_{t,d} * E_f * d_f * A_f}{B * f_{t,d} * H + \varepsilon_{t,d} * E_f * A_f}$$

Conoscendo la posizione dell'asse neutro, è possibile andare a calcolare la deformazione al lembo compresso e si può procedere con il calcolo del momento a rottura:

$$M_{Rd,POST} = M_{Rd,f} + M_{Rd,0}$$

Con:

$$M_{Rd,f} = F * b_f = \sigma_F * A_f * \frac{H}{2}$$

5.17.4. FRP - Compressione

La procedura di calcolo rimane la medesima già espressa precedentemente per questa condizione poiché non vi è contributo da parte della fibra.

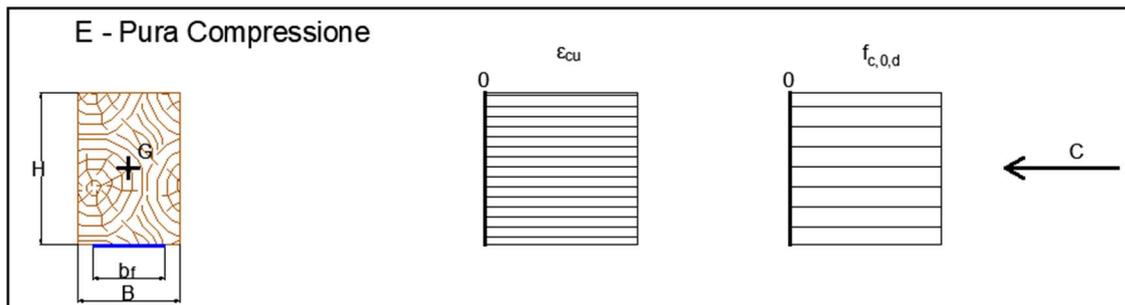


Figura 57 – Pura Compressione

5.17.5. FRP – Tenso-Flessione

Per tracciare la curva del dominio nella zona di tenso-flessione con la presenza dell'FRP, si procede sempre per sovrapposizione degli effetti.

I campi in questione sono la Zona 1 e la Zona 2 con la limitazione che:

$$N_{Rd} \geq 0$$

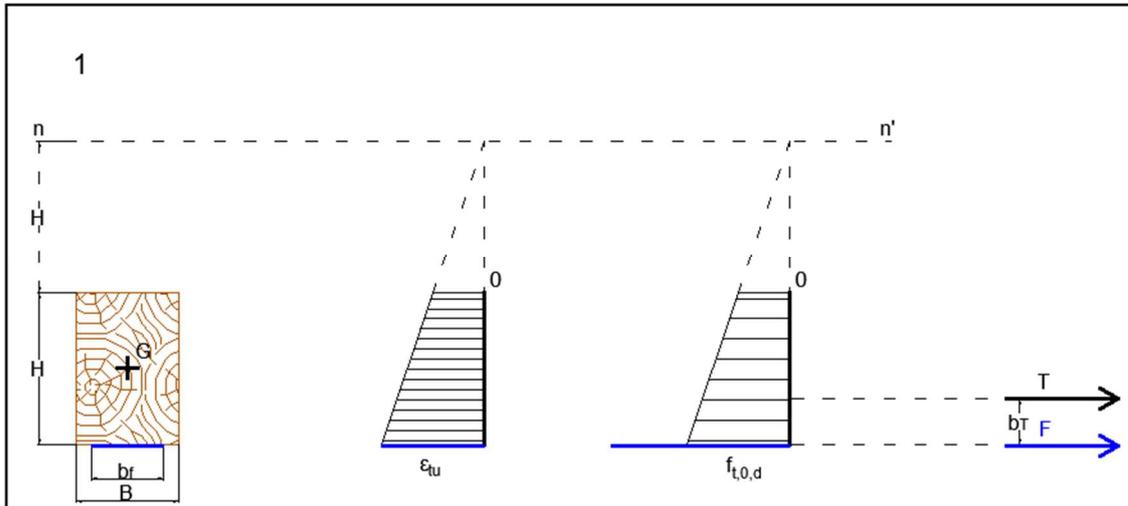


Figura 58 - FRP, Zona di rottura 1

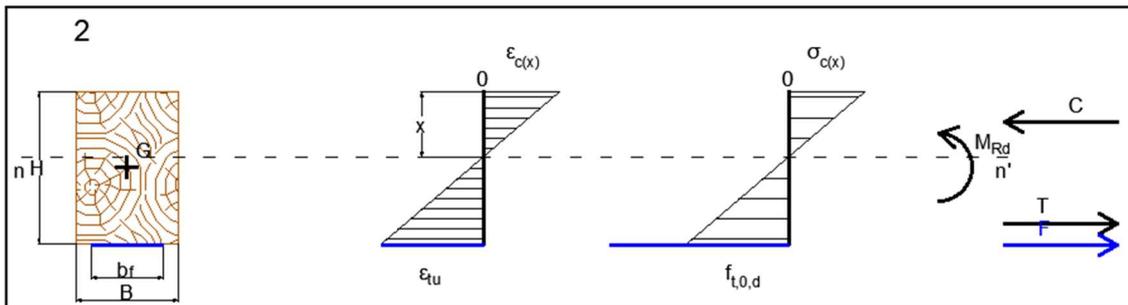


Figura 59 - FRP, Zona di rottura 2

Dall'ipotesi di linearità si può dire:

1)

$$\frac{\varepsilon_t(x)}{x} = \frac{\varepsilon_{tu}}{H + x}$$

2)

$$\frac{\varepsilon_c(x)}{x} = \frac{\varepsilon_{tu}}{H - x}$$

Dove, in questo caso:

$$\varepsilon_{tu} = \varepsilon_{rif}$$

Al variare dell'asse x, posso calcolare lo stato di sforzo e, quindi, si ha che:

1)

$$N_{Rd} = T + F = \frac{1}{2} * B * H * (\varepsilon_{rif} + \varepsilon_{t(x)}) * E_L + \sigma_F * A_f$$

$$\sigma_F = \varepsilon_{rif} * E_f$$

2)

$$N_{Rd} = T + F - C = \frac{1}{2} * B * (H - x) * \varepsilon_{rif} * E_L + \sigma_F * A_f - \frac{1}{2} * B * x * \varepsilon_{c(x)} * E_L$$

$$\sigma_F = \varepsilon_{rif} * E_f$$

Data la presenza del rinforzo, si nota come il valore di rottura a trazione sia maggiorato rispetto all' ANTE Operam.

Per quanto riguarda la rottura a flessione, al variare della quota dell'asse neutro si ha:

$$M_{Rd,POST} = M_{Rd,f} + M_{Rd,0}$$

Con:

$$M_{Rd,f} = F * b_f = \sigma_F * A_f * \frac{H}{2}$$

5.17.6. FRP – Presso-Flessione

Per tracciare la curva del dominio nella zona di presso-flessione con la presenza dell'FRP, si procede sempre per sovrapposizione degli effetti.

I campi interessati sono la Zona 2 (per un valore di $N_{Rd} < 0$), La Zona 3 e la Zona 4:

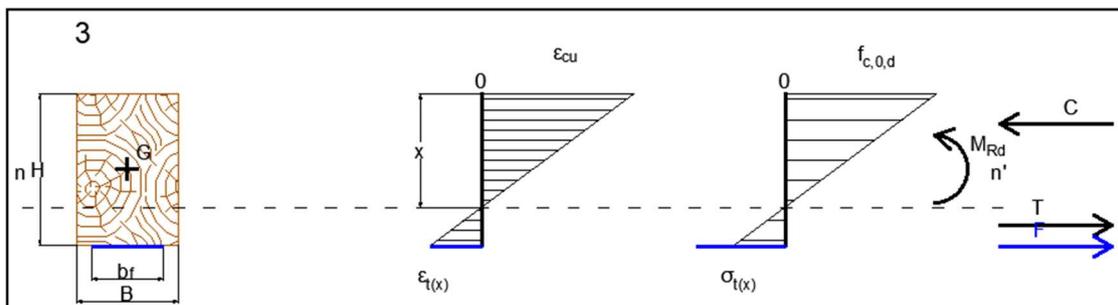


Figura 60 - FRP, Zona di rottura 3

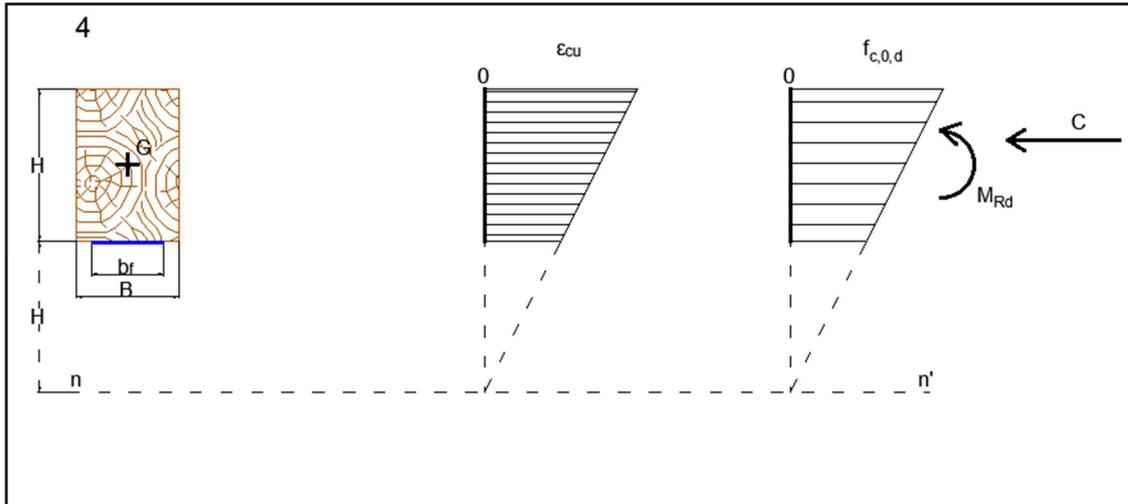


Figura 61 - FRP, Zona di rottura 4

Per quanto riguarda la zona 3:

Dall'ipotesi di linearità si può dire:

3)

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{\varepsilon_t(x)}{H - x}$$

Dove, in questo caso:

$$\varepsilon_{cu} = \varepsilon_{rif}$$

Al variare dell'asse x , si può, quindi, andare a calcolare lo stato di sforzo e di conseguenza si ottiene:

$$N_{Rd} = T + F - C = \frac{1}{2} * B * (H - x) * \varepsilon_t(x) * E_L + \sigma_F * A_f - \frac{1}{2} * B * x * \varepsilon_{rif} * E_L$$

$$\sigma_F = \varepsilon_t(x) * E_f$$

Per quanto riguarda la rottura a flessione, al variare della quota dell'asse neutro si ha:

$$M_{Rd,POST} = M_{Rd,f} + M_{Rd,0}$$

Con:

$$M_{Rd,f} = F * b_f = \sigma_F * A_f * \frac{H}{2}$$

Invece, per quanto riguarda la Zona 4, non ci sono variazioni rispetto all'ANTE Operam, poiché non si ha contributo da parte delle fibre.

5.18. Tracciamento del dominio N-M con rinforzo FRP

Per avere un'idea di quello che è l'andamento dei domini N-M, ANTE Operam e POST-Operam è stato considerato:

c24	Tipo di legno	massiccio	
	Tipo di carico	permanente	
	Classe di servizio	1	
	b	100	mm
Fibra di carbonio	h	200	mm
	n	2	rfv
	b	100	mm
	hf	0	mm
	grammatura	400	g/m²

Con queste condizioni è stato ottenuto:

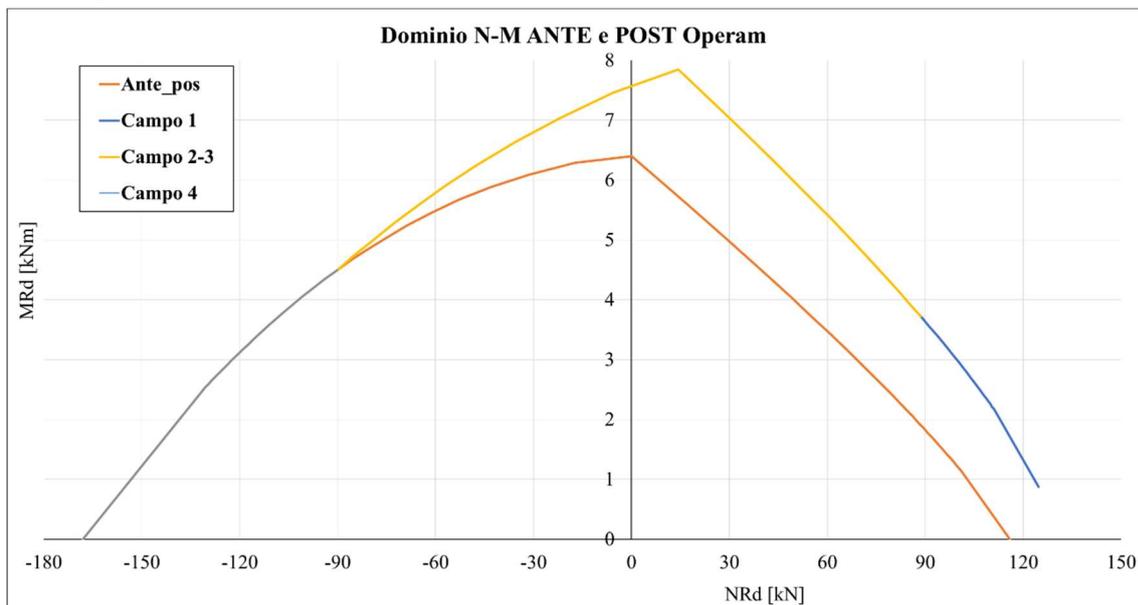


Grafico 15 - Sovrapposizione del Dominio N-M Ante Operam e Post Operam

Nel Grafico 15 sono presenti due curve:

- Arancione: rappresenta l'andamento del dominio ANTE Operam;
- Cromata: Rappresenta l'andamento del dominio POST Operam, i cambi di colore rappresentano:
 - Blu: Zona 1, asse neutro compreso fra meno infinito e la quota del lembo superiore;
 - Giallo: Zona 2 e 3; asse neutro compreso all'interno della sezione;
 - Azzurro: Zona 4, asse neutro compreso fra il lembo inferiore e la posizione di più infinito.

5.19. Dominio N-M con rinforzo su lembo superiore e inferiore

Tutte le considerazioni fatte fino a questo punto valgono per un rinforzo eseguito all'intradosso della trave.

Nel seguente paragrafo viene analizzato cosa succede nel caso in cui sia possibile intervenire anche all'estradosso. Per esempio, la trave principale di un solaio a doppia orditura a travetti interrotti.

Come per i casi precedenti si inizia con lo studio dei casi di interfaccia e poi si valuta l'andamento fra queste.

Il rinforzo considerato sugli estremi è simmetrico rispetto al baricentro della sezione in legno.

Nel seguente paragrafo vengono esplicitate le equazioni che descrivono il Dominio N-M con un rinforzo presente su entrambi i lembi dell'elemento strutturale.

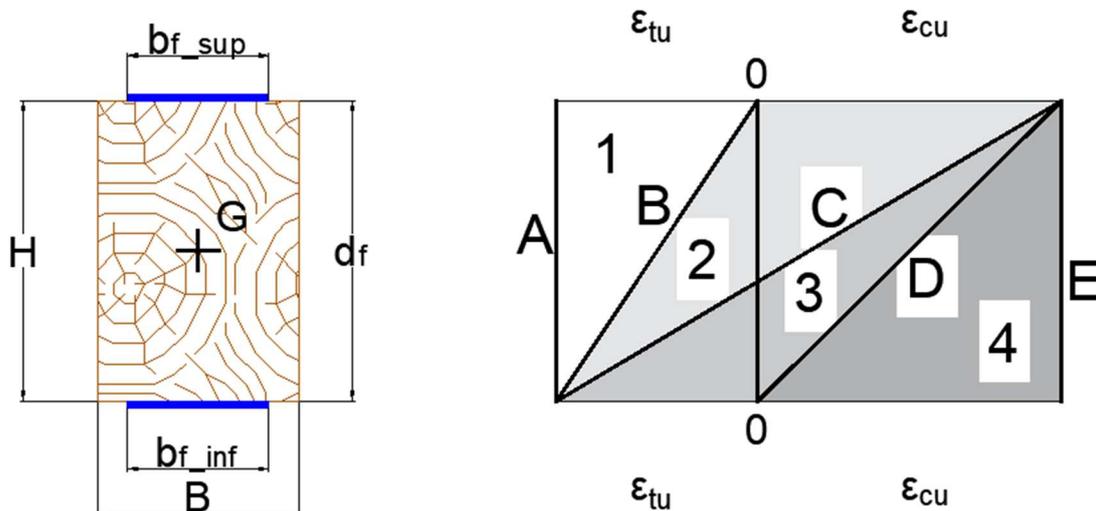


Figura 62 - Campi di rottura per un elemento strutturale rinforzato su entrambi i lembi

Anche per questa condizione vale l'ipotesi di rottura esclusivamente lato legno. Quindi, come fatto per il rinforzo al lembo inferiore, si considera la sovrapposizione degli effetti nell'ipotesi di aderenza perfetta.

L'unica variazione che deriva dall'applicazione del rinforzo anche sul lato superiore è l'entrata in gioco di un'ulteriore forza quando il lembo superiore è in trazione. Quindi, l'interfaccia e la zona che subiranno una variazione sono rispettivamente la A e la 1.

Nelle altre il rinforzo in FRP, sul lembo superiore, è sempre soggetto a compressione, di conseguenza non da contributo.

5.19.1. Doppio FRP_A

In questa condizione l'asse neutro è in posizione meno infinito rispetto al lembo superiore.

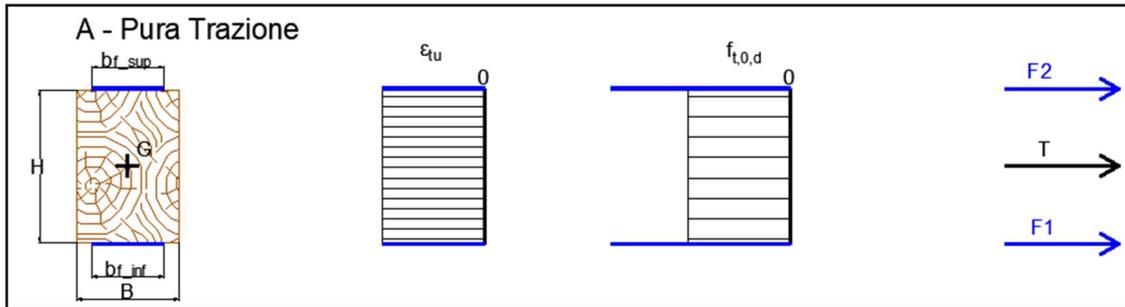


Figura 63 - Interfaccia A_Doppio FRP, Trazione

Per questa condizione risulta:

$$N_{Rd} = T + F_1 + F_2 = B * H * f_{t,0,d} + \sigma_{F1} * A_{f2} + \sigma_{F2} * A_{f2}$$

$$M_{Rd,f1} = F_1 * b_f$$

$$M_{Rd,f2} = F_2 * b_f$$

Con:

$$\sigma_F = \varepsilon_{tu} * E_f$$

$$b_f = \frac{H}{2} = \text{braccio rispetto al baricentro}$$

Quindi avremo:

$$M_{Rd,POST} = M_{Rd,f1} + M_{Rd,0} - M_{Rd,f2} = 0$$

Ciò è dovuto alla presenza di un rinforzo simmetrico.

5.19.2. Doppio FRP_B

In questa condizione non si riscontrano differenze rispetto al corrispettivo rinforzo su un lembo, poiché, essendo l'asse neutro coincidente con il lembo superiore, il rinforzo applicato a questa quota non da contributo:

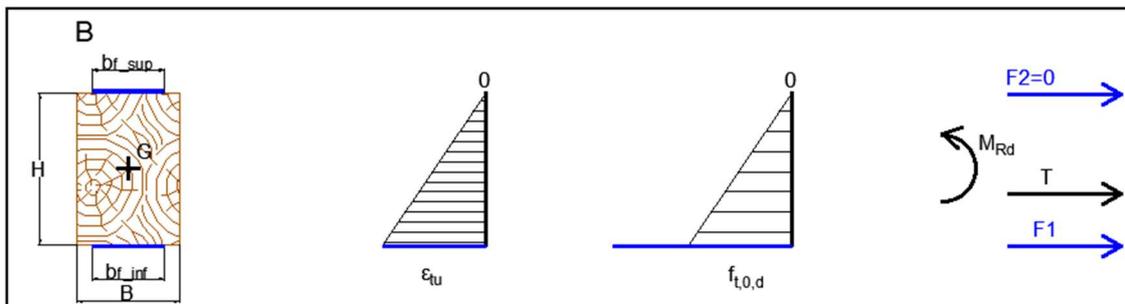


Figura 64 - Interfaccia B_Doppio FRP

5.19.3. Doppio FRP_1

In questa condizione, l'asse neutro si trova ad una quota che varia da “-H” alla quota del lembo superiore:

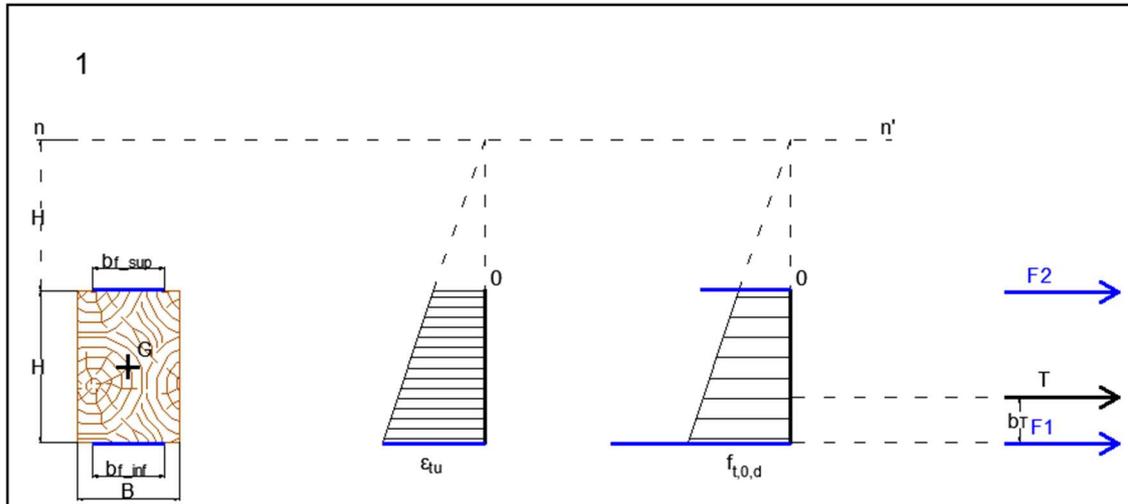


Figura 65 - Zona 1_Doppio FRP

Dall'ipotesi di linearità si può dire:

1)

$$\frac{\varepsilon_t(x)}{x} = \frac{\varepsilon_{tu}}{H + x}$$

Dove, in questo caso:

$$\varepsilon_{tu} = \varepsilon_{rif}$$

Al variare dell'asse “x”, posso calcolare lo stato di sforzo e, quindi, avremo che:

$$N_{Rd} = T + F_1 + F_2 = \frac{1}{2} * B * H * (\varepsilon_{rif} + \varepsilon_t(x)) * E_L + \sigma_{F1} * A_{f2} + \sigma_{F2} * A_{f2}$$

$$\sigma_{F1} = \varepsilon_{rif} * E_f$$

$$\sigma_{F2} = \varepsilon_t(x) * E_f$$

Per quanto riguarda la rottura a flessione, al variare della quota dell'asse neutro si ha:

$$M_{Rd,POST} = M_{Rd,f1} + M_{Rd,0} - M_{Rd,f2}$$

Con:

$$M_{Rd,f1} = F * b_f = \sigma_{F1} * A_f * \frac{H}{2}$$

$$M_{Rd,f2} = F * b_f = \sigma_{F2} * A_f * \frac{H}{2}$$

Dove σ_{F2} diminuirà con lo scendere dell'asse neutro verso la quota del lembo superiore della sezione in legno.

5.19.4. Dominio N-M con rinforzo in FRP su entrambi i lembi dell'elemento strutturale

Il contributo del rinforzo al lato superiore amplia il campo di resistenza a trazione dell'elemento strutturale, quindi, si chiude la zona terminale di destra del dominio N-M, definita al §5.18; ottenendo così:

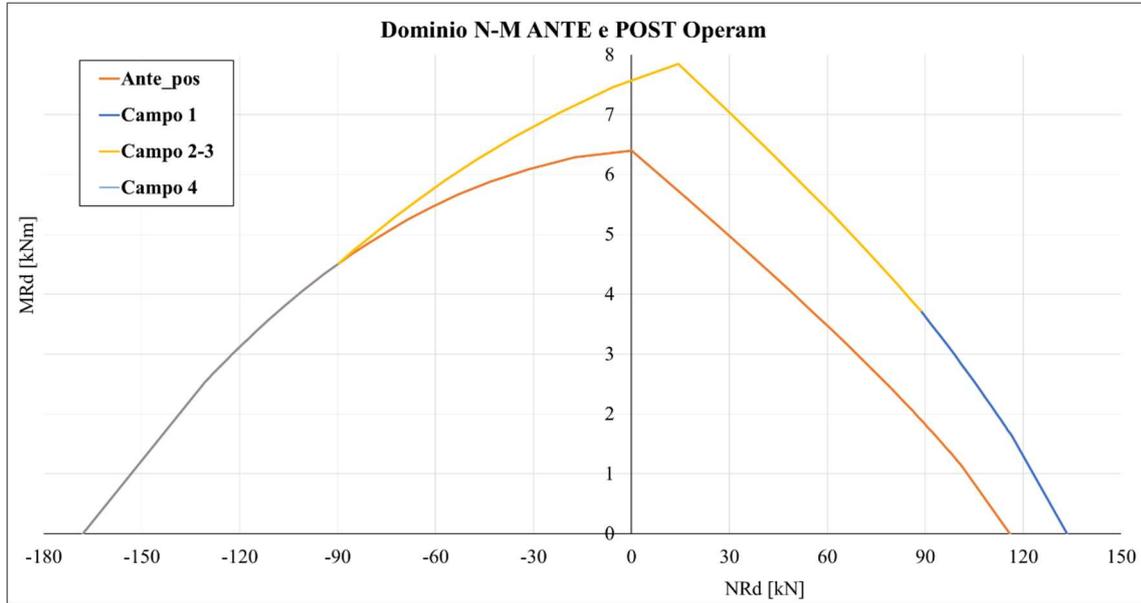


Grafico 16 - Confronto ANTE e POST Operam con doppio rinforzo in FRP

Ora il dominio N-M, per azione flettente positiva, risulta completo. Ma l'intervento, su ambo i lati dell'elemento strutturale, non risulta sempre applicabile; quindi, il foglio di calcolo sviluppato per tracciare le curve è stato sviluppato in modo da poter considerare la presenza o meno del rinforzo su entrambi i lembi.

5.19.5. Confronto fra dominio N-M con rinforzo in FRP su lembo inferiore e su entrambi i lembi

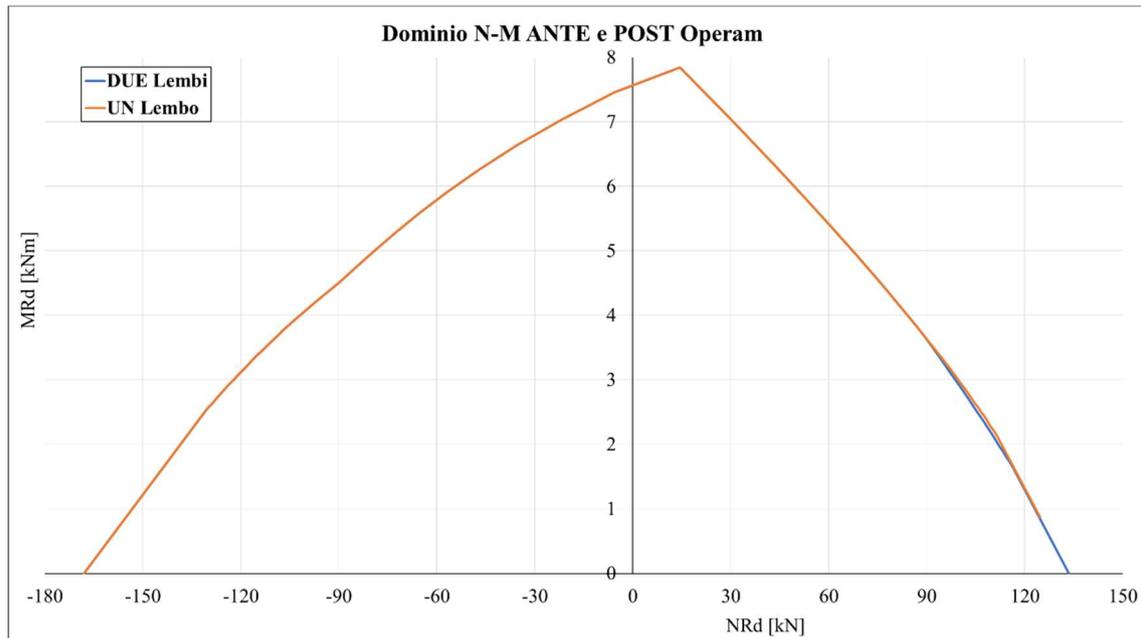


Grafico 17 - Confronto POST Operam fra rinforzo FRP su un lembo e due lembi

Nel Grafico 17 si ha:

- Curva BLU: andamento del Dominio N-M per una sezione rinforzata su ambo i lembi;
- Curva ARANCIONE: andamento del Dominio N-M per una sezione rinforzata sul lembo inferiore.

Le due curve si sovrappongono perfettamente fino a che non si entra nella Zona 1, sezione in trazione con asse neutro che tende a meno infinito.

La differenza di sovrapposizione tra queste due curve è dovuta alla fibra sul lembo superiore che dà un contributo positivo per quanto riguarda la resistenza assiale, mentre va a dare un contributo negativo per quella flessionale. Ma all'atto pratico questo contributo flessionale è quasi trascurabile, infatti, le due curve possono considerarsi sovrapposte con la differenza che quella Arancione si interrompe.

5.20. Dominio N-M completo

A questo punto è possibile tracciare il Dominio N-M completo.

Per far ciò, bisogna considerare un'azione flettente agente negativa che comporterà un ribaltamento completo della curva:

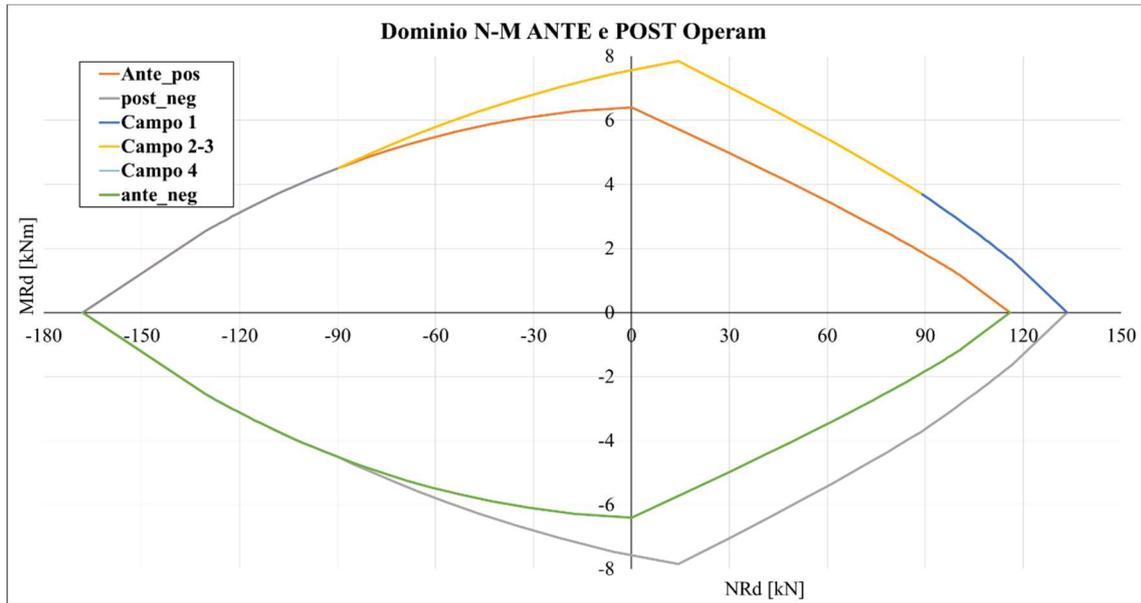


Grafico 18 - Dominio N-M completo, ANTE e POST Operam, per rinforzo su entrambi i lembi

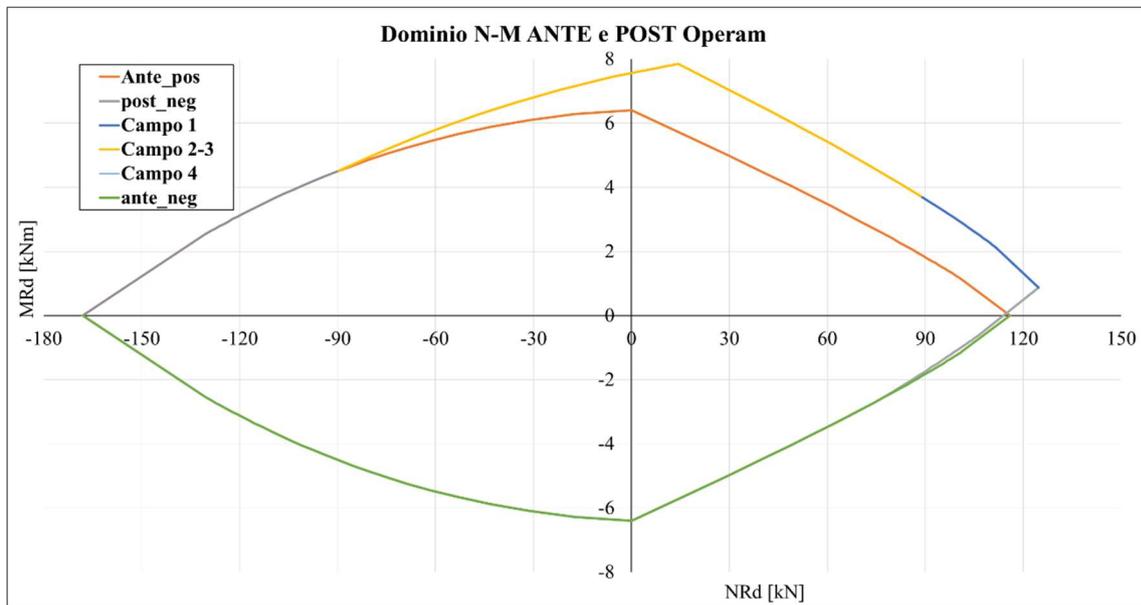


Grafico 19 - Dominio N-M completo, ANTE e POST Operam, per un rinforzo in FRP applicato solo su uno dei due lembi, nell'immagine solo lembo inferiore

Quindi, data una condizione di sollecitazione agente su elemento strutturale in legno, è possibile definire se, data la geometria e la classe di resistenza, desumibile anche in situ, essa verifica ANTE Operam e, nel caso in cui non lo fosse, è possibile dimensionare un rinforzo in FRP tale per cui lo sia.

5.21. Corrispondenza fra Prove di Laboratorio e Studio Analitico

A valle di quanto esplicitato nei capitoli 4 e 5 di questo elaborato, in questo paragrafo viene ricercata una corrispondenza fra i risultati di laboratorio e un ipotetico caso reale.

Dalle prove T1-T5, tramite il valore del Modulo Elastico della fibra si è sviluppato un processo a ritroso per vedere quali sarebbero i carichi, assiale e flettente, globali agenti sul sistema rinforzato.

Sono state analizzate, quindi, due situazioni di estremo, una in cui lo sforzo ottenuto sulle fibre viene generato da una forza di trazione e, nell'altro scenario, lo sforzo ottenuto nelle prove è generato per flessione.

Prendendo i valori riportati in Tabella 6 (riproposta successivamente), si ammette che la deformazione ottenuta " $\epsilon_{u,P}$ " (terza colonna) sia ammissibile, di conseguenza è stato calcolato lo stato di sforzo, con relativi valori a rottura dell'azione assiale e flettente che questa deformazione genererebbe. Una volta ottenuti questi N_{Ed} e M_{Ed} , si procede con il confronto con i relativi N_{Rd} e M_{Rd} che ci si aspetta di avere in queste condizioni.

Prove Travetti	f_{fib}	$E_{f,ST}$	$\epsilon_{u,P}$
	MPa	MPa	-
T1	1648.4	246160	0.006696
T2	1634.256		0.006639
T3	1196.655		0.004861
T4	1397.585		0.005678
T5	1467.619		0.005962

5.21.1. Scenario 1: Trazione

Lo studio della sezione prescrive l'equilibrio alla traslazione orizzontale:

$$N_{Ed} = F_t + N_t$$

Con:

$$F_t = f_{fib} * A_f$$

$$N_t = \varepsilon_{u,P} * E_{L,abete} * A_L$$

Nella Tabella 9, si riportano i valori agenti calcolati mediante le equazioni precedentemente citate e i valori attesi secondo il dominio N-M definito.

Tabella 9 - Confronto fra NEd e MEd ipotetici ammessi e NRd e MRd attesi, TRAZIONE

Prove Travetti	Ned _t	NRd _{traz}	Eccesso	Med _t	MRd _{traz}	Eccesso
	kN	kN	%	kNm	kNm	%
T1	683.16	64.14	90.61	0.49	0.05	90.50
T2	677.30		90.53	0.49		90.42
T3	495.94		87.07	0.36		86.91
T4	579.21		88.93	0.42		88.79
T5	608.24		89.46	0.44		89.33

Come si può notare, i valori calcolati, ammettendo le deformazioni della Tabella 6, portano ad avere delle sollecitazioni che superano di oltre l'85% le tensioni massime attese a rottura. Quindi, in una situazione di trazione, il legno si romperà prima che avvenga la rottura lungo l'interfaccia fra supporto e rinforzo.

5.21.2. Scenario 2: Flessione di picco

In questo caso bisogna calcolare la condizione di flessione massima, quindi, in questo caso è possibile scrivere:

$$x = \frac{h * \varepsilon_{rif}}{\varepsilon_{u_P} - \varepsilon_{rif}}$$

Dalla quale è possibile andare a calcolare la posizione dell'asse neutro "x".

A questo punto si calcolano i valori delle tre forze in gioco con i relativi bracci:

$$F_t = f_{fib} * A_f$$

$$N_t = \frac{1}{2} * B * x * \varepsilon_{u_P} * E_{L,abete}$$

$$N_c = \frac{1}{2} * B * (H - x) * \varepsilon_{u_P} * E_{L,abete}$$

Quindi

$$N_{Ed} = F_t + N_t - N_c$$

$$M_{Ed} = F_t * b_f + N_t * b_t - N_c * b_c$$

Nella Tabella 10, si riportano i valori agenti calcolati mediante le equazioni precedentemente citate e i valori attesi secondo il dominio N-M definito.

Tabella 10 - Confronto fra N_{Ed} e M_{Ed} ipotetici ammessi e N_{Rd} e M_{Rd} attesi, FLESSIONE

Prove Travetti	x	$N_{Ed,m}$	N_{Rd}	Eccesso	$M_{Ed,m}$	M_{Rd}	Eccesso
	mm	kN	kN	%	kNm	kNm	%
T1	21.78	275.01	1.27	99.54	8.52	2.15	74.76
T2	22.00	271.85		99.53	8.46		74.57
T3	32.20	171.27		99.26	6.55		67.18
T4	26.55	218.29		99.42	7.43		71.07
T5	25.02	234.30		99.46	7.73		72.21

Anche per questo scenario, i valori calcolati, ammettendo le deformazioni della Tabella 6, porterebbero ad esercitare delle azioni sull'elemento strutturale molto maggiori di quelli ammissibili e attesi dal Dominio N-M. Quindi, in una situazione di flessione, il legno romperà sicuramente prima che avvenga la rottura lungo l'interfaccia fra supporto e rinforzo.

6. Conclusioni

Questo studio si è posto quale obiettivo quello di fornire uno strumento in grado di verificare ANTE Operam le strutture lignee presso-tenso-inflesse e che, soprattutto, permette il dimensionamento del rinforzo in FRP.

Dopo un'introduzione sui materiali coinvolti in questo elaborato, i capitoli chiave di questo percorso di tesi sono il 4 e il 5, nei quali si vanno a trattare rispettivamente le prove sperimentali di laboratorio e il processo analitico che hanno portato allo sviluppo dello strumento di calcolo.

Per quanto riguarda le prove di laboratorio, si è focalizzata l'attenzione sull'interfaccia supporto/rinforzo. La campagna sperimentale si è divisa in tre parti.

La prima è stata dedicata alla caratterizzazione del rinforzo, nella quale sono state eseguite prove di trazione su un campione di cinque elementi. Questa prima fase è stata necessaria per capire se il lotto utilizzato potesse dare dei risultati attendibili o se le fibre, in fase di produzione, non fossero state ben confezionate. Nella seconda e nella terza parte della sperimentazione, sono state eseguite delle prove di Single Lap su due tipologie di provini. La seconda fase ha dimostrato che la rottura avviene sempre lato legno. Per ogni provino si è arrivati al distacco completo del rinforzo ottenendo degli sforzi di picco. Attraverso una analisi del provino, si è potuto notare come su ogni travetto ci siano dei distacchi di parti in legno dalla superficie e come questi siano presenti sul retro del rinforzo (al paragrafo §4.5.2. Prove T1-T5 è riportato un report fotografico). Infine, la terza fase ha confermato la rottura lato legno riscontrata nella seconda, evidenziando un notevole aumento delle prestazioni dovuto al trattamento della superficie prima dell'applicazione del rinforzo.

Una volta dimostrata la rottura lato legno del sistema, è stato sviluppato il processo analitico che ha portato alla compilazione di un foglio di calcolo. Questo è basato sulle equazioni espresse ne "NTC 2018" con l'integrazione del contributo ausiliario del rinforzo in FRP, in accordo con le ipotesi fornite dal "DT 201/2005", dove se necessario sono state semplificate rimanendo a favore di sicurezza.

La natura applicativa di questo strumento permette di analizzare e verificare lo stato di fatto di un elemento strutturale in legno. Inoltre, lo scopo chiave dell'elaborato, è quello di valutare facilmente, dove servisse, qual è il rinforzo migliore in FRP da applicare al supporto ligneo al fine del superamento delle verifiche. Quindi, grazie a questo strumento è possibile andare a consolidare staticamente tutti quegli elementi

presso-tenso-inflessi che, a seguito di un cambio di destinazione o un aumento dei carichi, sarebbero da dismettere o da consolidare mediante tecniche invasive e/o pesanti.

Ciò che si evince da questo percorso di tesi è che il parametro che governa gli incrementi prestazionali, dovuti all'applicazione dei sistemi FRP, è la deformazione ultima a trazione. La differenza che si può riscontrare rispetto a dei supporti tradizionali, come il calcestruzzo armato, sta nei parametri che gestiscono la rottura; infatti, per il c.a. non si ha una deformazione ultima a trazione ma a governare il tutto è la deformazione ultima a compressione (lato calcestruzzo); quindi, il sistema FRP riesce a sfruttare anche la fase plastica delle armature.

In conclusione, anche se non si riesce a sfruttare a pieno il potenziale delle fibre, il risultato finale permette di avere dei significativi incrementi prestazionali del sistema.

Il risultato ottenuto da questo elaborato permette di schematizzare il comportamento del legno con e senza rinforzo in FRP, basandosi su ipotesi ed equazioni riconosciute valide in letteratura e/o a livello normativo.

Ad oggi, gli studi sul legno non permettono di avere una visione chiara di quello che è il reale comportamento a rottura del materiale. Una raccomandazione per gli sviluppi futuri potrebbe essere quella di organizzare delle campagne sperimentali volte ad analizzare il comportamento plastico del legno. Questo permetterebbe di introdurre il modello costitutivo Elasto-Plastico, richiamato nel DT 201/2005, all'interno dello strumento di calcolo descrivendo in modo più accurato la natura del legno. Un Secondo aspetto da analizzare è quello dell'effetto di delaminazione del rinforzo riscontrato a seguito delle prove sui provini ad aderenza migliorata. Esistono delle formulazioni volte allo studio della delaminazione sui supporti in calcestruzzo armato (CNR-DT200) e, quindi, sarebbe interessante ripercorrere le considerazioni fatte portandole nel mondo del legno. Un primo approccio potrebbe essere quello di valutare, con delle prove sperimentali, se, cambiando all'interno delle formulazioni i parametri del cls con quelli del legno, le equazioni rimangono valide. Se ciò non dovesse avvenire, si potrebbero sfruttare le prove di laboratorio per scrivere delle formulazioni che possano dare in output una deformazione di delaminazione, che varia a seconda della classe del legno, valutando se questa sia minore o maggiore di quella caratteristica del supporto.

Bibliography

1. Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, *Norme Tecniche per le costruzioni*. Decreto 17 gennaio 2018, Roma, Italia, 2018.
2. Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, *Istruzioni per l'applicazione dell'“Aggiornamento delle Norme Tecniche per le costruzioni” di cui al decreto ministeriale 17 gennaio 2018*. Circolare 21 Gennaio 2019, n7 C.S.LL.PP., Roma, Italia, 11 Febbraio 2019.
3. Tipografia del Genio Civile, *Nuove Norme tecniche per le Costruzioni e Circolare Esplicativa*, Roma, Italia, 2019.
4. National Research Council (CNR), *Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l'utilizzo di Compositi Rinforzati, Materiali, strutture di c.a. e di c.a.p., strutture murarie, CNR-DT 200 R1/2013*. Roma, Italia, Versione del 15 Maggio 2014.
5. National Research Council (CNR), *Studi Preliminari finalizzati alla redazione di Istruzioni per Interventi di Consolidamento Statico di Strutture Lignee mediante L'utilizzo di Compositi Fibrorinforzati, CNR-DT 201/2005*. Roma, Italia, 21 Luglio 2005.
6. National Research Council (CNR), *Studi Preliminari finalizzati alla redazione di Istruzioni per Interventi di Consolidamento Statico di Strutture Metalliche mediante L'utilizzo di Compositi Fibrorinforzati, CNR-DT 202/2005*. Roma, Italia, 20 Ottobre 2005.
7. UNI EN 338:2016, *Legno strutturale – Classi di resistenza*. Edizione Italiana dell'Agosto 2016.
8. UNI 11035–1:2010, *Legno strutturale - Classificazione a vista dei legnami secondo la resistenza meccanica - Parte 1: Terminologia e misurazione delle caratteristiche*. 15 Aprile 2010.
9. UNI 11035–2:2010, *Legno strutturale - Classificazione a vista dei legnami secondo la resistenza meccanica - Parte 2: Regole per la classificazione a vista secondo la resistenza meccanica e valori caratteristici per tipi di legname strutturale*. 15 Aprile 2010.
10. UNI 11119:2004, *Beni culturali - Manufatti lignei - Strutture portanti degli edifici - Ispezione in situ per la diagnosi degli elementi in opera*. 01 Luglio 2004.
11. UNI EN 301:2018, *Adesivi fenolici e amminoplastici per strutture portanti di legno - Classificazione e requisiti prestazionali*. 11 Gennaio 2018.
12. Mazzucchelli E. S., *Sistemi costruttivi in legno, Tecnologie, soluzioni e strategie progettuali verso edifici Zero Energy*. Santarcangelo di Romagna (RN), Italia, Settembre 2016.
13. De Gaetanis G. M., *Solai Calcestruzzo-Legno – Dalla teoria secondo le NTC 2008, CNR-DT 206/2007 e secondo l'EuroCodice 5 alla progettazione Esecutiva*. Prima Edizione, Palermo, Giugno 2012.

-
14. BS 373:1957, British Standard, *Methods of testing small clear specimens of timber*. Confermata Novembre 2008.
 15. Cervio M., Muciaccia G., Ianakiev A., *External FRP Reinforcement of Douglas FIR Beams in bending*. Whistler, BC, Canada, 16-17 Settembre 2019.
 16. Prof. Ing. Bruno Calderoni – D.I.ST. – Università di Napoli Federico II, Corso di formazione: *Il legno come materiale strutturale e le sue proprietà meccaniche, parte 2: Il comportamento meccanico del legno*. 5 – 6 Maggio 2014.
 17. Ing. Santi Urso, Università di Messina – Tesi: *Experimental and numerical study on bond behavior in composite materials and strengthening system*, 2019.
 18. Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici, *Linea Guida per la identificazione, la qualificazione ed il controllo di accettazione di compositi fibrorinforzati a matrice polimerica (FRP) da utilizzarsi per il consolidamento strutturale di costruzioni esistenti*. Roma, Maggio 2019.