



**POLITECNICO**  
MILANO 1863

SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE  
E DELL'INFORMAZIONE

EXECUTIVE SUMMARY OF THE THESIS

## Compensazione attiva della risonanza in fase in accelerometri Time-Switched FM a lettura capacitiva

LAUREA MAGISTRALE IN ELECTRONICS ENGINEERING - INGEGNERIA ELETTRONICA

**Author:** DARIO FALATO

**Advisor:** PROF. GIACOMO LANGFELDER

**Co-advisor:** ING. LEONARDO GAFFURI PAGANI

**Academic year:** 2020-2021

### 1. Introduction

In the last years, due to consumer applications market requests such as inertial navigation and augmented/virtual reality, the Amplitude-Modulated (AM) MEMS accelerometers have been overtaken by the Frequency-Modulated (FM) MEMS accelerometers.

The main problem of the AM approach is the ZGO (Zero-g Offset) (that is the output value which you measure on an accelerometer axis when no accelerations occur in that direction) high ( $\pm 50$  mg) and its temperature drift ( $\pm 1$  mg/K). For instance, in order to recover the information about the position through an inertial navigation system, the ZGO is integrated twice, therefore the position diverges in a parabolic way.

Furthermore the Amplitude-Modulated accelerometer suffers from a trade-off between ZGO drift and FSR, as these terms depend in an opposite manner from the gain  $\frac{dx}{da_{ext}} = \frac{1}{\omega_0}$  [1] [2].

### 2. Working principle, electromechanical structure and Scale Factor

A particular topology of FM Time-Switched MEMS accelerometer is examined [3]. The electromechanical structure is formed by two frames, linked by a tuning-fork spring, driven in the anti-phase mode in a push-pull way. When the sensor is subject to an external acceleration the two masses move in the same direction producing the in-phase mode. Four parallel-plates stators are nested in the rotor, they are a fundamental part of the structure because they are conveniently biased in order to have a square-wave tuning, in such a way the electrostatic softening phenomenon takes place causing a change in the  $k_{tot}$  of the anti-phase mode. When an external acceleration occurs, the two masses show an in-phase movement  $x_{ph}$  so the gap between the two sets of stators, which are biased in an alternative way by two square-waves, changes. In order to better explain the working principle of this type of accelerometer, it is convenient to distinguish two different temporal phases:

1. *PHASE 1*: the red stators of Fig.1 are biased at  $V_{tuning}$  different from the rotor volt-

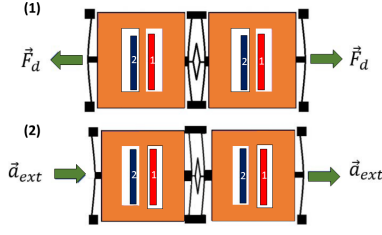


Figure 1: Schematic view of: (1) anti-phase mode sustained by a drive force  $F_d$  (2) in-phase mode induced by an external acceleration  $a_{ext}$ . Tuning parallel-plates stators for phase 1 (red) and phase 2 (blu) are present.

age, called  $V_{rotor}$ . The rotor, in this phase, is at the same potential of the blu stators.

2. *PHASE 2*: the blu stators are biased at  $V_{tuning} \neq V_{rotor}$ , instead, the red ones are biased at the same potential of the rotor. Phase 2 is specular with respect to the phase 1.

During PHASE 1 the rotor moves towards the active stators due to the acceleration. The gap decreases, the  $k_{elec}$  increases in absolute value therefore the resonance frequency goes down. The blu stators do not play a role in this moment because they are not active. During PHASE 2 the opposite situation occurs: the red stators are biased at  $V_{rotor}$ , instead, the blu ones are biased at  $V_{tuning}$  but the rotor, due to the inertial force caused by the external acceleration, moves away from the blu stators. The gap towards them increases, the  $k_{elec}$  decreases in absolute value and finally the resonance frequency goes up. Picking a sample of resonance frequency for each phase and making the difference between them, a differential readout is obtained.

Taking into account a square wave frequency equal to  $f_{sw}$ , the mathematical expression of the natural frequency of the anti-phase mode  $f_{ap}$  is obtained as a function of the time:

$$f_{ap} = f_{ap,0} + SF \cdot a_{ext} \cdot \text{sgn}[\sin(2\pi f_{sw}t)] \quad (1)$$

the Eq. 1 shows that the nominal anti-phase frequency drift  $f_{ap,0}$  are not modulated by the Time-Switched principle, so they can be bypassed. The Scale Factor (SF) has the following

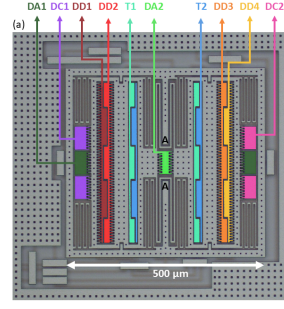


Figure 2: Complete schematic drawing of the electromechanical structure of the FM Time-Switched IP (in-plane) accelerometer with a compensation circuit of the peak at resonance frequency of the in-phase mode.

expression:

$$SF = \frac{\Delta f}{\Delta a} = \frac{3}{2\pi^2} \cdot \frac{k_{el,0}}{k_{ph}} \cdot \frac{1}{f_{ap,0}} \cdot \frac{1}{g} \quad (2)$$

it easy make some reflections about Eq. 2, indeed in order to increase the sensitivity:

- it is possible to increase  $k_{el,0}$  enlarging the length of the tuning plates multiplied by the number of tuning plates, that is  $N \cdot L$ ;
- it is possible to increase  $\Delta V$  in this way the SF goes up quadratically, but at the expense of an higher power consumption and linearity error;
- it is possible to increase  $k_{el,0}$ , and hence the SF, decreasing to the minimum imposed by the fabrication process the gap at rest between the parallel-plate electrodes, because  $k_{el,0}$  is proportional to  $\frac{1}{g^3}$ .

Hence  $SF \propto \frac{1}{g^4}$ . From Fig. 2 is evident that the rotor needs two types of springs: suspensions to link it to the substrate and those ones to obtain the anti-phase mode, that is tuning-fork springs linking the two frames of the rotor. Analyzing only one of the two masses it is possible to identify that the structure is actuated by comb-finger electrodes in a push-pull way (DA1 and DA2). A indicates the anchor points.

Comb-finger stators are used to obtain the differential readout (DD1 and DD2, DD3 and DD4) and the compensation of the in-phase mode (DC1 e DC2, later this point will be better explained). Parallel-plate electrodes are employed to have the electrostatic softening phenomenon (T1 e T2).

Tuning is activated by a square wave signal char-

PARAMETER	VALUE	UNIT
$g_{cf}$	1	$\mu\text{m}$
$g_{tun}$	1.5	$\mu\text{m}$
$L_{tun}$	494	$\mu\text{m}$
$N_{cf,d}$	16	<i>adimensional</i>
$N_{cf,dd}$	118	<i>adimensional</i>
$N_{cf,comp}$	34	<i>adimensional</i>
$L_{tf}$	110	$\mu\text{m}$
$W_{tf}$	7.5	$\mu\text{m}$
$W_{cf}$	1.88	$\mu\text{m}$
$L_{cf}$	8	$\mu\text{m}$
$L_{ov}$	4	$\mu\text{m}$

Table 1: Parameters of the mechanical structure of the in plane accelerometer.

acterized by a switching frequency of  $f_{sw} = 100$  Hz. For a consumer application, it is reasonable to have an area of the entire structure equal to  $(500 \mu\text{m})^2$ . The tuning stators are two for each semi-structure and they have a length of  $L_{tun} \simeq 494 \mu\text{m}$ . Some parameters are fixed by the fabrication process, such as all the gaps in the system and the process height equal to  $H = 24 \mu\text{m}$ . The symbol  $m_{ap} = 2.17 \text{ nkg}$  identifies the mass of only one frame, instead  $m_{ph} = 2 \cdot m_{ap} \simeq 4.34 \text{ nkg}$  indicates the mass of the entire rotor. The anti-phase oscillation frequency is  $f_{ap} \simeq 25.8 \text{ kHz}$  instead the in-phase one is  $f_{ph} \simeq 12.06 \text{ kHz}$ . In Tab.1 other important MEMS parameters are reported. Also the informations about quality factors are fundamental:  $Q_{ph} = 500$  e  $Q_{ap} = 1000$ ,  $Q = \frac{\omega_0 \cdot m}{b}$  so if the  $f_{ap} \simeq 2 \cdot f_{ph}$  also  $Q_{ap} \simeq 2 \cdot Q_{ph}$ .

### 3. Problem of the very high $Q_{ph}$

From the previous section it is evident that  $Q_{ph} = 500$  is very high. There are two possible issues about a quality factor of the in-phase mode so high:

- amplification of the disturbances that occur at  $f_{ph}$ ;
- a settling-time very long when the accelerometer is subject to an input signal that abruptly changes: pulse, square wave, step.

If the suspended mass is excited at  $f_{ph}$  (for instance the MEMS is subject to a shock) the in-phase movement  $x_{ph}$  is amplified by a factor proportional to  $Q_{ph}$  so the rotor hits the stators,

causing a serious damage.

The in-phase quality factor  $Q_{ph} = \frac{\omega_{0,ph} \cdot m_{ph}}{b}$  not only implies a different amplification at resonance but also different responses to the pulse or step. Considering underdamped systems, therefore  $Q_{ph} > 0.5$ , an input step force causes an in-phase movement, characterized by many oscillations around at a steady-state value, which dampen in an exponential way in the time. The exponential time constant has the following expression:

$$\tau = \frac{Q_{ph}}{\pi f_{0,ph}} \quad (3)$$

$\tau$  is proportional to  $Q_{ph}$ . Estimating  $Q_{ph} \simeq 500$  and  $f_{0,ph} \simeq 12 \text{ kHz}$ , a  $\tau = 13.3 \text{ ms}$  is calculated. Considering a percentage error on the steady-state value equal to  $\varepsilon = 1\%$ , the settling-time is demonstrated to be equal to  $5\tau$ :  $T_{settling} = 5\tau = 66.5 \text{ ms}$ . So  $x_{ph}$  arranges himself to the correct value after 66.5 ms. In the FM accelerometer this problem sharpened by the square-wave tuning, in this situation the in-phase movement varies continuously with a frequency equal to  $2 \cdot f_{sw}$ . This problem must be solved because, for a frequency  $f_{sw} = 100 \text{ Hz}$ ,  $x_{ph}$  fails to settle at a correct value during the working of the accelerometer. Lowering the tuning voltage the electrostatic force decreases, so the rotor moves less, however this solution is not acceptable because analyzing the Eq. 2 it can be notice that the sensitivity decreases quadratically with the increase of the tuning voltage. Another idea against this issue is to use a tuning square wave frequency less than 100 Hz, nevertheless in this way the bandwidth reduces. The target of this thesis work is to show a solution to the problem of a very long settling-time and to the out-of-band vibrations, keeping to adopte a tuning square wave voltage. The solution is the adoption of a force-feedback approach using a negative feedback which acts of the input applied force, Fig. 3.

### 4. Electronics for actuation and readout

The core of an FM device is the fact that it keeps to oscillate at an anti-phase frequency  $f_{ap}$ . The actuation force is an electrostatic force, in this project for the actuation a push-pull drive has been used. The entire system is formed by the MEMS accelerometer actuated by comb-

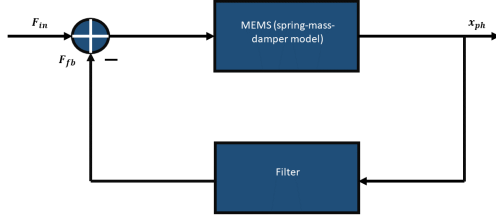


Figure 3: Simplified block scheme of the compensation of the in-phase mode.  $F_{in}$  is the inertial force due to the external acceleration,  $F_{fb}$  is the force delivered by the compensation filter.

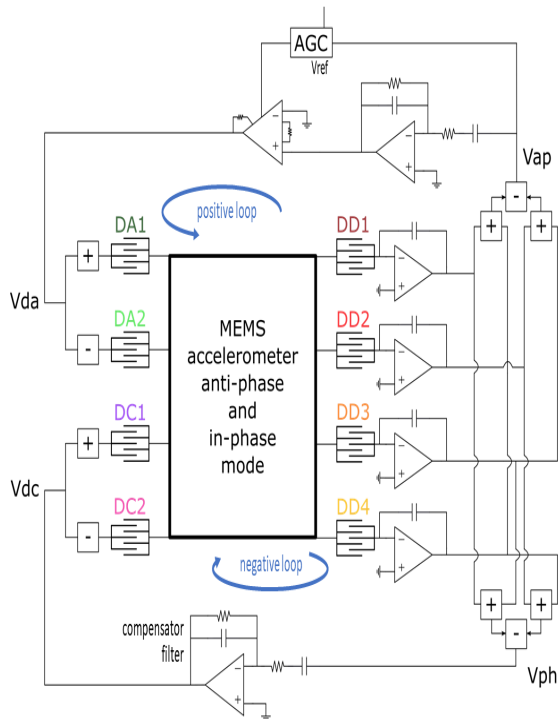


Figure 4: Recapitulatory schematic view of the entire system.

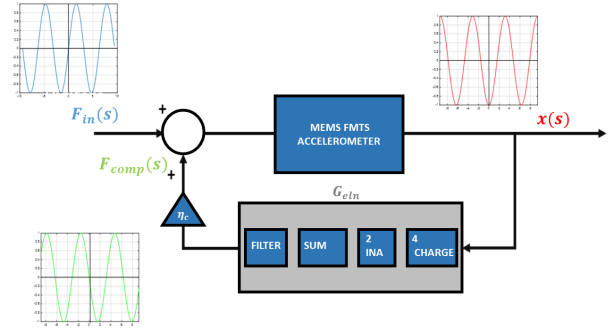


Figure 5: Block scheme of the compensation loop.

finger electrodes and it can be notice two main loops and one secondary loop, Fig. 4. The primary loop is a positive feedback loop, it satisfies the Barkhausen criteria  $|G_{loop}| = 1$  and  $arg\{G_{loop}\} = 0^\circ$  at the anti-phase natural frequency. This loop permits the oscillation of the two frames and it is supported by an AGC (Automatic Gain Control) loop [1], in order to stabilize  $x_{ph}$  against temperature and aging. The second important loop is a negative one and it is the compensation circuit that allows to erase the in-phase resonant peak.

## 5. Force- feedback approach to reduce the in-phase resonant peak

The force-feedback technique generates a compensation force that is present only around  $f_{ph}$  in order to keep unchanged the in-band working principle of the accelerometer. Therefore, when the input inertial force has a spectrum including frequencies near  $f_{ph}$  the compensation loop activates, and when it reads the input force amplified by  $Q_{ph}$ , it provides to the MEMS an electrostatic force contrary to the inertial one caused by the external acceleration.

The electrostatic compensation force is provided by comb-finger electrodes. In Fig.5 there is the block scheme of the compensation loop: The first portion of the accelerometer readout is in common between the two fundamental loops. There are four charge amplifiers. In order to read the in phase or the anti-phase movement the signals have to be combined in a different way and then they are provided to an INA and later to an inverting analog adder. Supposing an acceleration at  $f_{ph}$ , in that moment an iner-

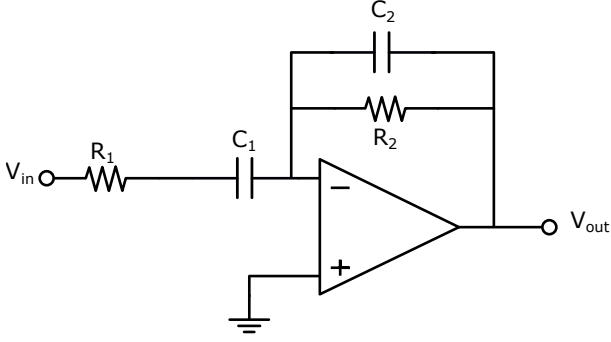
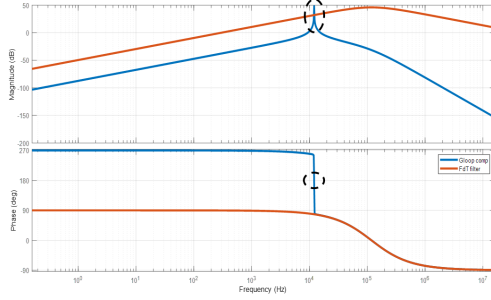


Figure 6: "90 degree stage".

Figure 7: Bode diagram of magnitude and phase of  $G_{loop,comp}$  and of the compensation filter.

tial force rises, it acts on  $m_{ph}$ , so  $x_{ph}(j\omega_{0,ph}) = F_{ph}(j\omega_{0,ph}) \frac{Q_{ph}}{jk_{ph}}$ , therefore at resonance there is a phase shift of  $-90^\circ$  between force and  $x_{ph}$ . The compensation loop, in order to be negative, must show a total phase shift of  $-180^\circ$ , indeed  $-90^\circ$  is need to provide between  $x_{ph}(j\omega_{0,ph})$  and  $F_{comp}(j\omega_{0,ph})$ . In conclusion, at  $f_{ph}$  the loop must satisfy the following two conditions:

$$\begin{cases} |G_{loop,comp}(j\omega_{0,ph})| = |G_{MEMS}(j\omega_{0,ph}) \cdot G_{eln}(j\omega_{0,ph})\eta_c| \\ \arg\{G_{loop,comp}(j\omega_{0,ph})\} = -180^\circ \end{cases} \quad (4)$$

In the accelerometer bandwidth, that is for  $\omega < 2\pi 100$  Hz, the compensation loop does not participate so  $|G_{loop,comp}(\omega < \omega_{Bw})| \rightarrow 0$ .

In order to satisfy these constraints a "90 degree stage" can be used (Fig.6).

## 6. Tests and measurements

This section includes many measurements made by laboratory tools: frequency meter, network analyzer [4], shaker. In Fig. 8 is reported the estimated sensitivity in  $[0 - 1]$  g, as a function of the anti-phase motion amplitude, reaching a

PARAMETER	VALUE
$C_1$	2.2 nF
$C_2$	5.7 pF
$R_1$	2 k $\Omega$
$R_2$	240 k $\Omega$

Table 2: Table of the circuitual elements parameter of the compensation filter.

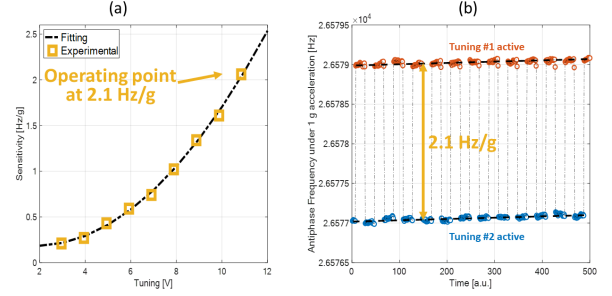


Figure 8: Scale Factor evaluation as a function of the tuning voltage (a), up to the target value. In operation, the two phases yield as expected a frequency change of the antiphase mode under accelerations (b).

value of 2.1 Hz/g, a factor two bigger than the previous implementation. Fig. 9 (a-d) shows results under 100 g shocks, 5 g sweeps around resonance and 12 g, 500  $\mu$ s, half-sine accelerations without/with the compensation: it is obvious how active damping is effective, reducing ring-downs to  $< 3$  ms and the spectral amplitude of the in-phase mode peak by 20 times. No remarkable effects is found applying vibrations around the in-phase mode resonance, implying robustness to vibration rectification errors. As a future outlook, the technique enables operation at even lower pressures, to further reduce noise density.

PARAMETER	VALUE
<i>ScaleFactor</i>	2.1 Hz/g
<i>FSR</i>	$\pm 65$ g
<i>NEAD</i>	50 $\mu$ g/ $\sqrt{\text{Hz}}$
<i>Settling - time</i>	3 ms

Table 3: Most important parameters obtained by in-plane accelerometer.

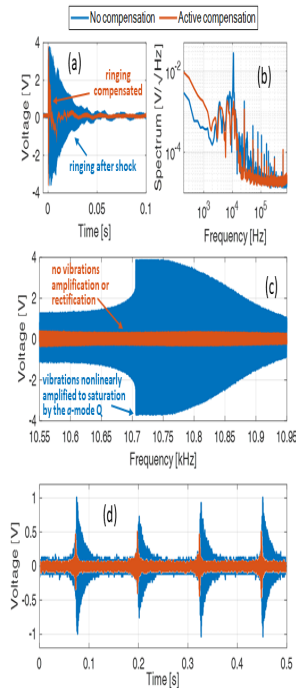


Figure 9: (a-b) response under  $>100g$  shock: it is evident how the proposed system reduces the ringing of the in-phase mode by a factor  $>20$  in terms of recovery time and spectral content. Similarly, the system well rejects vibrations occurring around the in-phase mode, which, in absence of compensation, cause nonlinear motion and saturation to the stoppers of the in-phase mode (c). Finally (d) reports the response to half-sine acceleration profiles, typical of military standard tests.

## 7. Conclusions

The highlighted results are encouraging, indeed thanks to the compensation circuit which permit the adoption of the tuning square wave rather than a sinusoidal wave, very difficult to implement.

So thanks to this improvement the FM sensors can near to the industrial production.

## References

- [1] Giacomo Langfelder. Slides del corso di mems and microsensors, 2019. URL [https://www.sensorlab.deib.polimi.it/MEMS\\_microsensors/Lessons/04\\_MEMS\\_Accelerometer\\_Part\\_1\\_Uploaded.pdf](https://www.sensorlab.deib.polimi.it/MEMS_microsensors/Lessons/04_MEMS_Accelerometer_Part_1_Uploaded.pdf).
- [2] Cristiano Rocco Marra, Alessandro Tocchio, Francesco Rizzini, and Giacomo Langfelder. Solving fsr versus offset-drift trade-offs with three-axis time-switched fm mems accelerometer. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 27(5):790–799, 2018. doi: 10.1109/JMEMS.2018.2851143.
- [3] Time-switched frequency-modulation for low-offset-drift, wide range, fully integrated 3-axis mems accelerometers.
- [4] Keysight Technologies. 4195a network/spectrum analyzer. URL <https://www.keysight.com/it/en/product/4195A/networkspectrum-analyzer.html>. [Accessed September-2021].

# **POLITECNICO DI MILANO**

Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione  
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Elettronica



## **COMPENSAZIONE ATTIVA DELLA RISONANZA IN FASE IN ACCELEROMETRI TIME SWITCHED FM A LETTURA CAPACITIVA**

Relatore: Prof. GIACOMO LANGFELDER

Correlatore: Ing. LEONARDO GAFFURI PAGANI

Tesi di Laurea Magistrale di:

**DARIO FALATO**

Matr.916771

Anno Accademico 2020 - 2021

*Alla mia famiglia*



# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>x</b>
<b>1 ZGO drift negli accelerometri AM</b>	<b>1</b>
1.1 Panoramica accelerometri AM . . . . .	1
1.1.1 Modello circuitale di un accelerometro MEMS AM a lettura capacitiva . . . . .	4
1.1.2 Lettura dell' accelerometro AM . . . . .	4
1.2 Fonti di offset . . . . .	6
1.2.1 Offset meccanico . . . . .	6
1.2.2 Offset elettronico . . . . .	7
1.3 Riduzione dell'offset e trade-off relativi . . . . .	8
1.4 Stato dell'arte e prestazioni . . . . .	9
<b>2 Accelerometri FMTS e compensazione del <math>Q_{ph}</math></b>	<b>11</b>
2.1 Accelerometri FM (Frequency Modulated) . . . . .	11
2.1.1 Modulazione della rigidità elettrostatica . . . . .	11
2.1.2 Architettura di un accelerometro FM a doppio risonatore . . .	12
2.1.3 ZGO drift negli accelerometri FM . . . . .	13
2.2 Accelerometri FM Time-Switched . . . . .	14
2.3 Modello sistema a molla smorzata a due masse . . . . .	16
2.4 Tuning in onda quadra . . . . .	18
2.5 Sensibilità meccanica accelerometro IP . . . . .	21
2.6 Struttura meccanica accelerometro IP . . . . .	22
2.7 Problema dell'elevato $Q$ in fase . . . . .	23
2.7.1 Amplificazione dei disturbi fuori banda e lungo tempo di assestamento delle oscillazioni . . . . .	24

<b>3</b>	<b>Elettronica per attuazione e lettura</b>	<b>27</b>
3.1	Panoramica sugli oscillatori basati su risonatori MEMS . . . . .	27
3.2	Circuito di drive dell'oscillatore primario . . . . .	29
3.2.1	Circuito di drive . . . . .	29
3.2.2	Circuito di sensing . . . . .	31
3.2.3	Stadi circuitali finali dell'anello . . . . .	33
3.3	Analisi del rumore nell'anello primario . . . . .	36
3.3.1	Rumore di fase e rumore di frequenza . . . . .	36
3.3.2	Modello del MEMS (mismatch di frequenza) . . . . .	38
3.3.3	Contributi di rumore bianco: MEMS . . . . .	40
3.3.4	Contributi di rumore bianco: elettronica . . . . .	42
3.4	AGC (Automatic Gain Control) . . . . .	44
3.4.1	Elettronica AGC: raddrizzatore a doppia semionda . . . . .	46
3.4.2	Elettronica AGC: LPF (Low Pass Filter) . . . . .	46
3.4.3	Elettronica AGC: INA e VGA . . . . .	47
3.4.4	$G_{loop}$ dell' AGC . . . . .	47
3.5	Riduzione del picco di risonanza in fase tramite tecnica force-feedback	48
3.5.1	Anello di compensazione: Front-end . . . . .	49
3.5.2	Dimensionamento anello di compensazione . . . . .	51
3.6	Analisi di Scale Factor e non linearità . . . . .	51
3.7	Capacità di feedthrough . . . . .	55
3.8	Circuito di compensazione del feedthrough . . . . .	57
<b>4</b>	<b>Misure</b>	<b>60</b>
4.1	Frequenze naturali e fattori di qualità ricavati con MCP (MEMS Characterization Platform) . . . . .	60
4.2	Diagramma di Bode di $G_{loop}$ di anello primario . . . . .	61
4.3	Misura dello Scale Factor . . . . .	62
4.4	Compensazione delle vibrazioni . . . . .	64
4.5	Conclusioni . . . . .	66
<b>5</b>	<b>Codici Matlab</b>	<b>67</b>
5.1	Accelerometro in piano . . . . .	67
5.2	Sensitivity VS Tuning . . . . .	78
	<b>Ringraziamenti</b>	<b>81</b>

# Elenco delle figure

1.1	Accuratezza sulla misura della grandezza fornita dal sensore in funzione del tempo. Lungo la scala temporale vengono considerate le principali applicazioni commerciali passate, odierne e future. . . . .	2
1.2	Schema di base di un accelerometro MEMS AM con elettrodi <i>parallel-plate</i> , tra rotore e statore c'è un certo spazio fisso a riposo, detto <i>gap</i> . . .	3
1.3	Modello massa-molla-smorzatore. . . . .	4
1.4	Equivalente circuitale di un accelerometro MEMS AM. . . . .	5
1.5	Rappresentazione dello schema di lettura di un accelerometro AM. . .	5
1.6	<i>Lettura fully-differential</i> . . . . .	6
1.7	Schema a blocchi della lettura di un accelerometro AM con non idealità considerate. . . . .	7
1.8	Vista dal lato di condensatori PP ( <i>parallel-plate</i> ) non perfettamente dritti allineati e equispaziati a riposo. . . . .	8
2.1	Doppio risonatore <i>tuning-fork</i> : (a) Su una delle due strutture è visibile il manifestarsi del modo in anti-fase. (b) Sull'altra è evidente lo spostamento in fase in concomitanza di un'accelerazione esterna. . .	12
2.2	Rappresentazione schematica di: (1) movimento di oscillazione in anti-fase del risonatore proposto, sostenuto da una forza di <i>drive</i> $F_d$ ; (2) movimento in-fase indotto da un'accelerazione esterna $a_{ext}$ . <i>Tuning parallel plate</i> per fase 1 (in rosso) e fase 2 (in blu) sono anch'esse rappresentate. . . . .	15
2.3	Modello del sistema a molla smorzata a due masse con verso positivo per lo spostamento concorde con la forza inerziale agente dovuta all'accelerazione esterna. In rosso viene evidenziato il substrato. . . .	17
2.4	Polarizzazione dei piatti di <i>tuning</i> nelle due fasi e direzione e verso delle forze applicate sulle masse. . . . .	19

2.5	Schema completo della struttura meccanica di un accelerometro FM <i>Time-Switched</i> IP con compensazione attiva del picco di risonanza in fase. . . . .	22
2.6	Diagramma di Bode di modulo e fase del trasferimento $\frac{x_{ph}}{F_{ext}}$ . Vengono usati i decibel come unità di misura del modulo ( $\frac{ x_{ph} }{ F }$ ) e i gradi come unità di misura della fase ( $\Phi$ ). . . . .	25
2.7	Schema a blocchi semplificato della compensazione in fase. $F_{in}$ è la forza esterna dovuta all'accelerazione, $F_{fb}$ è la forza fornita dal filtro. . . . .	26
3.1	Schema a blocchi semplificato dell'anello di oscillazione in anti-fase. Tutte le funzioni di trasferimento dell'anello, espresse nel dominio di Laplace, sono state condensate in un unico blocco $G_{loop}(s)$ . . . . .	28
3.2	<i>Drive</i> del risonatore (metà struttura) in configurazione <i>push-pull</i> . La forza è generata dagli elettrodi CF ( <i>comb-finger</i> ) posti ai lati della massa. Con $v_a$ è indicata l'ampiezza della sinusoide di <i>drive</i> , con $V_{DC}$ , invece, il suo valore medio. . . . .	30
3.3	Circuito per pilotare i condensatori <i>comb-fingers</i> in maniera <i>push-pull</i> . Gli opamp utilizzati sono ADA4898 [6]. Le resistenze $R_{pp,i}$ sono entrambe da 2 k $\Omega$ . . . . .	31
3.4	Lo schema circuitale rappresenta i quattro CA di <i>sense</i> le cui uscite sono fornite in ingresso, a due a due in maniera opportuna, a una coppia di INA dimensionati in modo da avere un guadagno unitario. . . . .	32
3.5	Versione semplificata INA dove viene evidenziata la resistenza $R_G$ che deve essere scelta dall'utente per impostare il guadagno dell'amplificatore. . . . .	32
3.6	Sommatore invertente implementato con opamp e un circuito integrato ([9]) evidenziato dal poligono tratteggiato in figura, che contiene tre resistori in parallelo e <i>matchati</i> aventi lo stesso valore di resistenza pari a 5 k $\Omega$ . . . . .	33
3.7	Schema a blocchi anello primario, con evidenziati gli sfasamenti che subisce un segnale sinusoidale alla pulsazione naturale in anti-fase. . . . .	34
3.8	Rete circuitale per implementare uno sfasamento di 90°. . . . .	34
3.9	Diagramma di Bode di modulo e fase del guadagno d'anello del $G_{loop}$ . . . . .	35
3.10	In azzurro la sinusoide ideale, in giallo quella rumorosa. Si può notare come non solo c'è un differenza nell'ampiezza tra le due ma c'è anche una differenza tra i due periodi. . . . .	37

3.11	(a) Spettro di tensione. (b) Spettro di fase. (c) Spettro di frequenza [13].	39
3.12	Modello fisico per la spiegazione del rumore termomeccanico, con $F_f$ si indica la forza di fluttuazione. Vengono evidenziate le molecole di gas che urtano la massa in maniera completamente casuale. . . . .	40
3.13	(a) Modello <i>massa-molla-smorzatore</i> in fase; (b) Modello <i>massa-molla-smorzatore</i> in anti-fase. . . . .	41
3.14	<i>Charge amplifiers</i> con sorgenti di PSD evidenziate. . . . .	42
3.15	Confronto tra le densità spettrali di potenza di rumore riportati all'uscita del <i>charge amplifier</i> . Si può notare che nella banda di interesse, cioè fino a circa 100 Hz, a prevalere sono le PSD del MEMS e del CA.	44
3.16	Confronto tra le densità spettrali di potenza di rumore riportati all'uscita del <i>charge amplifier</i> . In uno stile diverso (tratto e punto) è evidenziato il contributo di PSD che ricircola nell'anello. . . . .	45
3.17	Raddrizzatore a doppia semionda usato nella PCB . . . . .	46
3.18	Due celle Sallen-Key in cascata per implementare un filtro passabasso del quarto ordine. . . . .	47
3.19	Diagramma di Bode sia del modulo che della fase del guadagno di anello dell' AGC. . . . .	48
3.20	Schema a blocchi anello di compensazione. . . . .	49
3.21	Front-end in comune con anello primario, da notare la diversa combinazione degli ingressi. . . . .	50
3.22	Diagrammi di Bode di modulo e fase di $G_{loop,comp}$ e del filtro di compensazione. Vengono cerchiare le porzioni di diagramma in cui $ G_{loop,comp}  > 1(0dB)$ e dove la fase è $-180^\circ$ . . . . .	52
3.23	(a) Errore di linearità percentuale in funzione dell'accelerazione in ingresso; (b) SF teorico Vs SF analisi numerica <i>Matlab</i> . . . . .	53
3.24	SF teorico Vs SF simulato con <i>Simulink</i> . . . . .	54
3.25	Il grafico mostra $x_{ph}$ (spostamento in fase) in funzione nel tempo. Si nota che per $t = 0.4s$ viene acceso il circuito di compensazione che abbassa il <i>ringing</i> . . . . .	54
3.26	Schema riassuntivo delle parti più importanti dell'intero sistema. . .	55
3.27	Modello circuitale RLC con capacità di <i>feedthrough</i> evidenziata. . . .	57
3.28	Schematico della rete di compensazione del <i>feedthrough</i> . I <i>jumper</i> sono stati rappresentati con il simbolo circuitale di un interruttore. Nel riquadro verde sono evidenziati i possibili ingressi: elettrodi di drive, elettrodi di compensazione. . . . .	58

4.1	Diagramma di Bode di modulo e fase del guadagno d'anello primario misurato con l'analizzatore di spettro. . . . .	61
4.2	Diagramma di Bode di modulo e fase del <i>loop</i> di compensazione della risonanza in fase. . . . .	62
4.3	Grafico dei campioni di <i>Sensitivity</i> , ricavati dalle misure, in funzione della tensione di <i>tuning</i> e confrontati con un <i>fitting</i> quadratico. . . . .	63
4.4	Durante il funzionamento, le due fasi producono, come ci si aspetta, un cambio di frequenza in anti-fase in seguito a un'accelerazione. L'offset è inizialmente annullato regolando la tensione di <i>tuning</i> delle due fasi. . . . .	63
4.5	Il MEMS è incollato sulla PCB, la quale è montata sullo <i>shaker</i> per fare test su shock e sugli <i>sweep</i> di vibrazioni. . . . .	64
4.6	Nelle figure in arancione in alto si ha un grafico dello spostamento in fase in funzione del tempo considerando il circuito di compensazione disattivato, si nota l'elevato <i>ring-down</i> e un tempo di assestamento di 60 ms, e un grafico dello spettro dello spostamento in fase con un valore di picco pari a 0.0281. Nelle figure blu in basso è visibile un grafico dello spostamento in fase in funzione del tempo considerando il circuito di compensazione attivo, si evince che l'elevato <i>ring-down</i> di prima viene attenuato e anche il tempo di assestamento si riduce a 3 ms. L'ultima figura è lo spettro compensato con un valore di picco di 0.0015. . . . .	65
4.7	<i>Sweep</i> considerando un'accelerazione di 3 g. . . . .	65
4.8	Risposta a un profilo di accelerazione <i>half-sine</i> di 12 g. . . . .	66

# Elenco delle tabelle

1.1	Tabella con i valori attuali dei parametri che caratterizzano un accelerometro AM per applicazioni di consumo. . . . .	10
2.1	Tabella dei parametri della struttura meccanica dell'accelerometro in piano. . . . .	23
3.1	Tabella dei valori dei componenti elettronici usati nell'anello. . . . .	35
3.2	Tabella valori numerici delle principali fonti di parassitismo e di rumore. . . . .	45
3.3	Tabella dei parametri dei componenti circuitali appropriatamente dimensionati. . . . .	52
3.4	Tabella che elenca i principali parametri utili per il calcolo dello SF teorico. . . . .	53
4.1	Valori sperimentali ottenuti con MCP. . . . .	60
4.2	Tabella delle prestazioni più rilevanti ottenute dall'accelerometro in piano. . . . .	66

# Sommario

Questo lavoro di Tesi Magistrale, svolto presso il laboratorio di MEMS e Microsensori del Politecnico di Milano, propone un sistema innovativo costituito da un accelerometro MEMS a modulazione di frequenza *Time-Switched* a lettura capacitiva e un circuito che opera uno smorzamento attivo dell'ampiezza dello spostamento in fase. Lo scopo è quello di continuare ad usare un *tuning* in onda quadra senza avere il problema di un elevato tempo di assestamento dello spostamento in-fase quando il MEMS è soggetto a un'accelerazione esterna. Viene presentata la struttura meccanica dell'accelerometro IP (In-Piano), l'elettronica di lettura e, inoltre, viene spiegato il motivo per cui un accelerometro a modulazione di frequenza *Time-Switched* è in grado di risolvere il compromesso tra FSR (Full-Scale-Range) e offset riferito all'ingresso. Viene ricavata la *Sensitivity* meccanica del sensore, il modello di rumore dell'anello primario ed è condotta un'analisi sul problema del *feedthrough* e sulla sua possibile risoluzione implementata in maniera circuitale. Infine è stato implementato un anello di compensazione elettronico tramite approccio *force-feedback*, che mira all'abbattimento del picco di risonanza in fase, con conseguente reiezione di disturbi fino a 25 kHz e diminuzione del tempo di assestamento dello spostamento in-fase. Le prestazioni finali mostrano sensibilità di 2.1 Hz/g, un FSR di  $\pm 65$  g con errore di linearità dell' 1%, un livello di rumore riferito all'ingresso pari a  $50 \mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$ , un tempo di recupero del sistema in seguito a shocks maggiori di 100 g, in meno di 3 ms, che è circa 20 volte in meno rispetto al caso in cui è non è presente il circuito di compensazione dello smorzamento attivo.



# Abstract

This Master Thesis work, carried out at MEMS and Microsensors laboratory of Politecnico di Milano, shows an innovative system formed by a frequency-modulated Time-Switched capacitive sensing MEMS accelerometer and a circuit which operates an active damping of the in-phase movement amplitude. The target is to keep using a square-wave tuning not worrying about the long settling-time of the in-phase movement when the MEMS is subject to an external acceleration. The mechanical structure of the IP (In-Plane) accelerometer, the readout electronics are presented and, furthermore, the reason why a frequency-modulated Time-Switched MEMS accelerometer is able to solve the trade-off between the FSR (Full-Scale-Range) and the input referred offset is explained. The mechanical Sensitivity of the sensor, the noise model of the primary loop are obtained and an analysis about feedthrough problem and its circuital solution is carried out. Finally, an electronic compensation loop has been implemented using a force-feedback approach, which aims to reduced the in-phase resonant peak, followed by a vibration rejection up to 25 kHz, and to lower the settling-time of the in-phase movement. The final performances show a Sensitivity of 2.1 Hz/g, a FSR equal to  $\pm 65$  g considering a linearity error of 1%, an input referred noise level equal to  $50 \mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$ , a system recovery time, due to shocks bigger than 100 g, of less than 3 ms, that is about 20 times less than the case in which the active damping compensation circuit is not present.

# Introduzione

I sensori inerziali in tecnologia **MEMS** (*Micro Electro-Mechanical Systems*) sono parte integrante della nostra quotidianità fin dal primo decennio del XXI secolo. In particolare, in questo lavoro di tesi verranno presi in considerazione gli accelerometri, dispositivi in grado di misurare l'accelerazione dell'oggetto su cui sono montati.

Per quanto concerne le applicazioni, invece, esse possono essere svariate: si va dall'ambito industriale a quello biomedicale, dal settore automobilistico a quello dell'elettronica di consumo. Andando nello specifico e ponendo l'attenzione sulle applicazioni di consumo, gli accelerometri si basano sullo stesso principio di funzionamento AM (*Amplitude Modulated*) da ormai svariati anni, per cui, questo tipo di architettura ha raggiunto un punto tale di maturazione da rendere evidenti, in maniera relativamente semplice, i suoi principali vantaggi e limiti.

Ad ogni buon conto, le applicazioni future per cui si sente l'urgenza di cambiare rotta sono: l'IoT (*Internet of Things*), la realtà virtuale e la navigazione inerziale incentrata sui MEMS, per le quali è richiesta un'accuratezza sempre maggiore nella misura della grandezza fisica di interesse. Bisogna essere, infatti, estremamente accurati perché errori sulla misura dell'accelerazione, ad esempio, possono portare l'utente fuori rotta durante una navigazione, dato che questa valutazione errata verrà integrata due volte in un certo lasso di tempo portando a un errore divergente sulla posizione del sistema considerato.

D'altra parte, gli attuali accelerometri AM sono inutilizzabili per soddisfare le richieste stringenti che il futuro imminente impone, principalmente per la deriva dell'offset dovuto alle variazioni della temperatura e il suo *trade-off* con il FSR (*Full-Scale Range*).

Lo scopo di questa tesi è, quindi, di presentare brevemente una tecnica alternativa per misurare l'accelerazione tramite un sensore MEMS inerziale, mostrare i vantaggi di quest'ultima rispetto alla metodologia AM, accennare alla struttura micromeccanica per poi concentrarsi sull'elettronica di attuazione e di lettura implementata

nel discreto, la quale propone, inoltre, un circuito di compensazione di urti e vibrazioni indesiderate, fine ultimo dell'intero progetto, e la dimostrazione del suo effettivo funzionamento corretto, sostenuta da misure condotte utilizzando strumenti di laboratorio.

Ciò premesso, l'elaborato si suddivide in quattro capitoli:

- **Capitolo 1** Panoramica sulle applicazioni di consumo odierne e future in cui vengono utilizzati accelerometri MEMS.  
Breve accenno alla struttura meccanica e all'elettronica di lettura di un accelerometro AM capacitivo ed elenco dei suoi principali svantaggi.  
Spiegazione esaustiva sulle specifiche che richiedono le applicazioni di realtà virtuale e navigazione inerziale: aumento dello *Scale Factor*, stabilità al variare della temperatura, reiezione delle vibrazioni ecc.  
Tabella con le prestazioni di un accelerometro, implementato per applicazioni commerciali, odiernamente disponibile sul mercato.
- **Capitolo 2** Introduzione agli accelerometri *Time-Switched FM*, viene spiegato il loro principio di funzionamento sia in maniera intuitiva sia introducendo modelli matematici, formule ed evidenziando, inoltre, la possibilità di superare il *trade-off* tra FSR e delle variazioni dello ZGO (*Zero-g Offset*) con la temperatura presente nei sensori di accelerazione in tecnologia AM.  
Successivamente viene analizzata la struttura meccanica in piano e, inoltre, è ricavata la formula matematica della sensitività meccanica del sensore.  
Infine si evince una problematica di questo nuovo approccio, ovvero il fattore di qualità ( $Q$ ) del modo in fase elevato. Dunque, grandi eccitazioni della struttura meccanica del sensore alla frequenza di risonanza in fase possono stimolare eccessivamente la massa sospesa, rischiando di danneggiare il tutto in maniera irreversibile.  $Q_{ph}$  (indichiamo in questo modo il fattore di qualità associato al movimento in fase) troppo elevato introduce anche un *settling-time* dell'ordine di qualche decina di ms per quanto riguarda l'assestarsi dello spostamento in fase nei confronti di una rapida accelerazione proveniente dall'esterno. Questo rappresenta un problema per la corretta lettura dello spostamento.  
Ciò posto, si proporrà di risolvere tale inconveniente con un anello circuitale di compensazione caratterizzato da una retroazione negativa.
- **Capitolo 3** Presentazione e spiegazione dell'elettronica di attuazione e di lettura con dimensionamento di anello primario, *loop* di compensazione e AGC

(*Automatic Gain Control*), integrazione con un modello comportamentale del sistema e risultati di simulazione.

Analisi del rumore di fase nell'anello primario, individuazione delle principali fonti di rumore e strategie per ridurlo.

Sezione dedicata all'approccio *force-feedback* per la riduzione del picco di risonanza in fase.

- **Capitolo 4** Include diverse misure condotte sia solamente sul sensore sia sull'accelerometro accoppiato all'elettronica utilizzando strumenti da laboratorio quali: oscilloscopio, *shaker*, *frequency meter* ecc. Un *focus* particolare viene posto sull'attenuazione delle vibrazioni. I risultati mostrano un tempo di assestamento dello spostamento in fase di circa 3 ms rispetto ai 60 ms che si ottenevano senza il circuito di compensazione. Elevata linearità e basso rumore sono prestazioni che non vengono influenzate dal *loop* di compensazione.

# Capitolo 1

## *ZGO drift* negli accelerometri AM

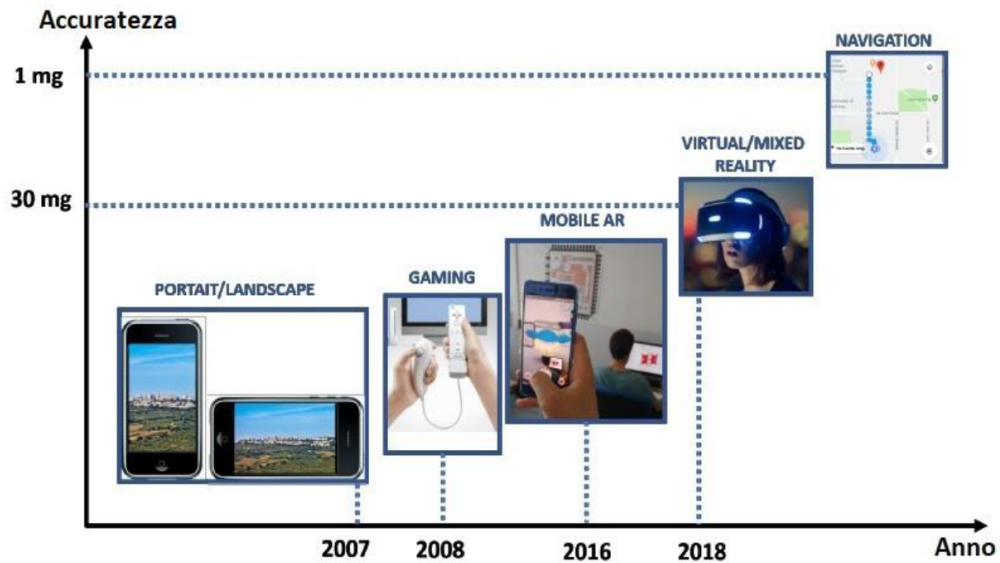
Gli accelerometri MEMS (*Micro Electro-Mechanical Systems*) sono stati i primi sensori in questa tecnologia ad apparire sul mercato (attivazione airbag, 1993), tuttavia, il loro grande sviluppo si è avuto quando sono stati montati su sistemi elettronici di consumo, ovvero a partire dagli anni duemila, periodo in cui c'è stata una grande richiesta sul mercato e un notevole successo tant'è che oggi vengono utilizzati in svariate applicazioni che spaziano dal campo industriale a quello medico e a ulteriori numerosi ambiti. Inoltre, le applicazioni di consumo, che inizialmente si limitavano al semplice rilevamento della rotazione dello screen dello smartphone per l'impostazione dell'orientazione del display [1], sono divenute, con il passare degli anni, sempre più numerose e le specifiche da soddisfare corrispondenti a questo tipo di applicazioni sono divenute sempre più stringenti e difficili da soddisfare.

Applicazioni emergenti quali la realtà virtuale e la navigazione inerziale richiedono una maggiore accuratezza, come mostra la Fig.1.1 [1], che non può fornire un accelerometro AM (*Amplitude Modulated*) già usato nelle applicazioni di consumo fino ad oggi.

Di seguito è presentato il funzionamento l'accelerometro MEMS AM in maniera sintetica per poi evidenziare il suo limite maggiore quando si ha a che fare con le specifiche che deve soddisfare un sensore nel futuro imminente.

### 1.1 Panoramica accelerometri AM

Nei sensori inerziali MEMS vi è la necessità di misurare il movimento di un oggetto (traslazione o rotazione) causato da una forza esterna.

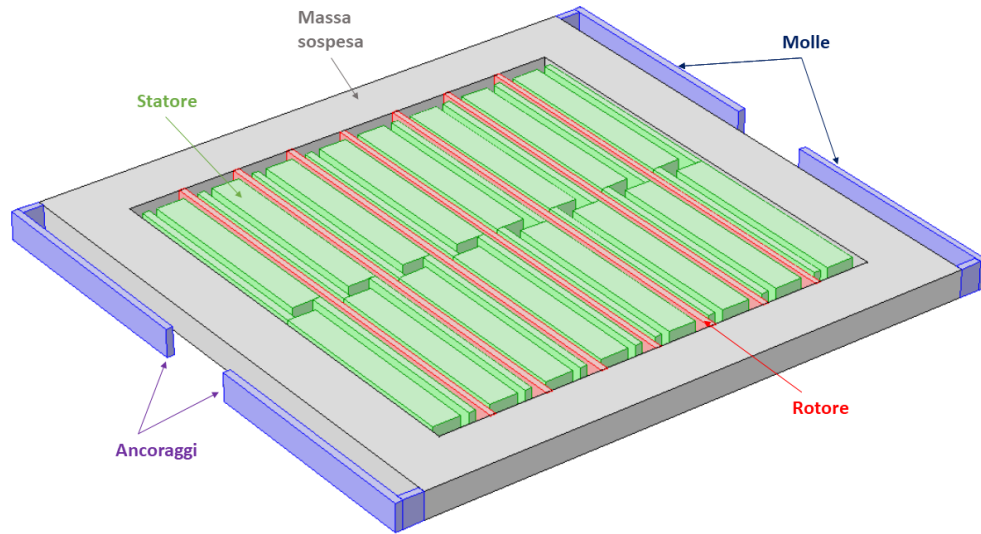


**Figura 1.1:** Accuratezza sulla misura della grandezza fornita dal sensore in funzione del tempo. Lungo la scala temporale vengono considerate le principali applicazioni commerciali passate, odierne e future.

Nel caso dell'accelerometro il movimento da misurare è quello traslatorio che è ricavabile dalla conoscenza dell'accelerazione relativa del sistema di riferimento non inerziale rispetto a quello inerziale. Essa è ottenibile sfruttando il movimento di un'opportuna struttura inerziale (massa sospesa oppure *proof mass*) rispetto al sistema di riferimento accelerato [2]. La struttura più elementare di accelerometro in piano o *in-plane*, cioè in grado di percepire un'accelerazione parallela a quella del piano della massa sospesa, mostrata in Fig. 1.2 [3], è costituita da:

- Massa sospesa (*Seismic Mass, Proof Mass*), libera parzialmente di muoversi.
- Molle ancorate al substrato.
- Statori.
- *Gap* tra PP (*parallel-plate*).

Una struttura di questo tipo può essere modellizzata tramite un sistema massa-molla-smorzatore Fig.1.3, che, nel dominio di Laplace, restituisce una funzione di trasferimento del secondo ordine da forza esterna a spostamento. Dunque, per uno stimolo esterno a una pulsazione molto minore di quella di risonanza del MEMS ( $\omega \ll \omega_0$ ) il modulo della funzione di trasferimento forza spostamento valutato in



**Figura 1.2:** Schema di base di un accelerometro MEMS AM con elettrodi *parallel-plate*, tra rotore e statore c'è un certo spazio fisso a riposo, detto *gap*.

$s = j\omega$  è pari a  $\frac{1}{k}$  dove  $k$  è la rigidezza associata al movimento che si considera. Sfruttando questo modello quasi stazionario e la seconda legge di Newton si può scrivere lo spostamento della massa  $m$  per unità di accelerazione esterna:

$$\frac{\Delta x}{\Delta a} = \frac{m}{k} = \frac{1}{\omega_0^2} \quad (1.1)$$

Ponendosi nella condizione in cui il rotore subisce uno spostamento che è molto minore del *gap*, è lecito linearizzare per piccoli spostamenti (cioè  $x \ll g$ ). Il movimento della massa sospesa fa variare il *gap* dei condensatori a piatti paralleli, in questo modo si ha una variazione di capacità differenziale per unità di accelerazione. A questo punto si ricava l'espressione della cosiddetta *sensitivity* elettromeccanica:

$$S_{mech} = \frac{\Delta C}{\Delta a} = \frac{\Delta x}{\Delta a} \frac{\Delta C}{\Delta x} = \frac{1}{\omega_0^2} \frac{2C_0}{g} \quad (1.2)$$

tramite un'opportuna elettronica a valle del sensore è possibile ottenere una tensione proporzionale all'accelerazione ricevuta in ingresso dal MEMS [2].

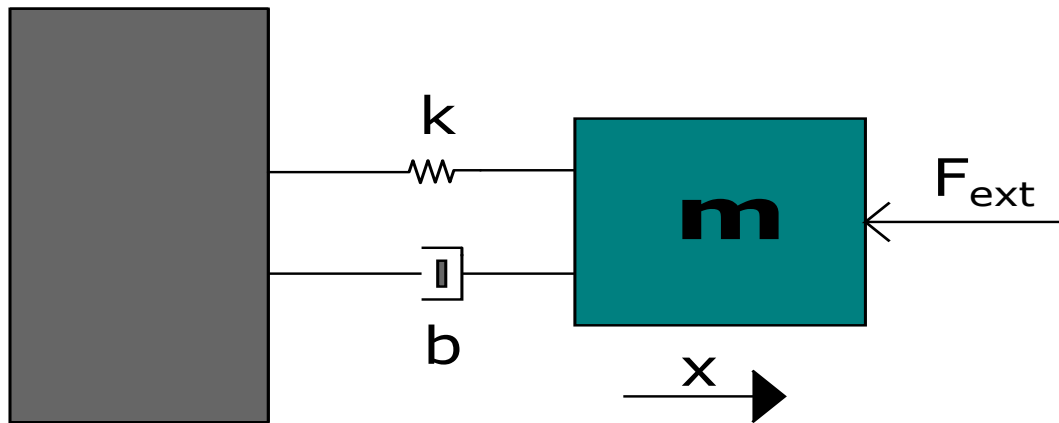


Figura 1.3: Modello massa-molla-smorzatore.

### 1.1.1 Modello circuitale di un accelerometro MEMS AM a lettura capacitiva

L'accelerometro AM può essere visto dal punto di vista elettrico come un circuito con tre morsetti. In Fig.1.4 si notano due elettrodi fissi (statori) e la massa sospesa in grado di muoversi (rotore), tutti i terminali sono caratterizzati da un certo potenziale misurato rispetto massa:  $V_{rot}$  per il rotore,  $V_{stat,1}$  e  $V_{stat,2}$  rispettivamente per statore numero uno e statore due.

### 1.1.2 Lettura dell' accelerometro AM

Un'idea per ottenere la lettura del segnale proveniente da un accelerometro è quella di applicare una tensione AC tra rotore e statore (Fig. 1.5). Questa intuizione può essere modellizzata immaginando un generatore di tensione sinusoidale con una pulsazione elevata, ovvero molto maggiore della pulsazione del polo degli integratori usati a valle per la lettura, posto tra massa e rotore e gli statori tenuti al potenziale di massa virtuale da due CA (*Charge Amplifier*). Usando questo approccio si leggono anche accelerazioni DC che sono state spostate alla frequenza della modulante applicata al rotore.

Risulta utile scrivere l'espressione totale dello *Scale Factor* o *Sensitivity* considerando che le uscite dei due integratori vengono fornite all'ingresso di un INA (*INstrumentation Amplifier*) dimensionato per avere guadagno unitario in modo da arrivare a una conversione da stadio differenziale a stadio *single-ended*. Inoltre a valle dell'INA si può immaginare un sistema di demodulazione ideale. Lo stesso schema di lettura può essere ottenuto anche usando un approccio *fully-differential*, Fig. (1.6).



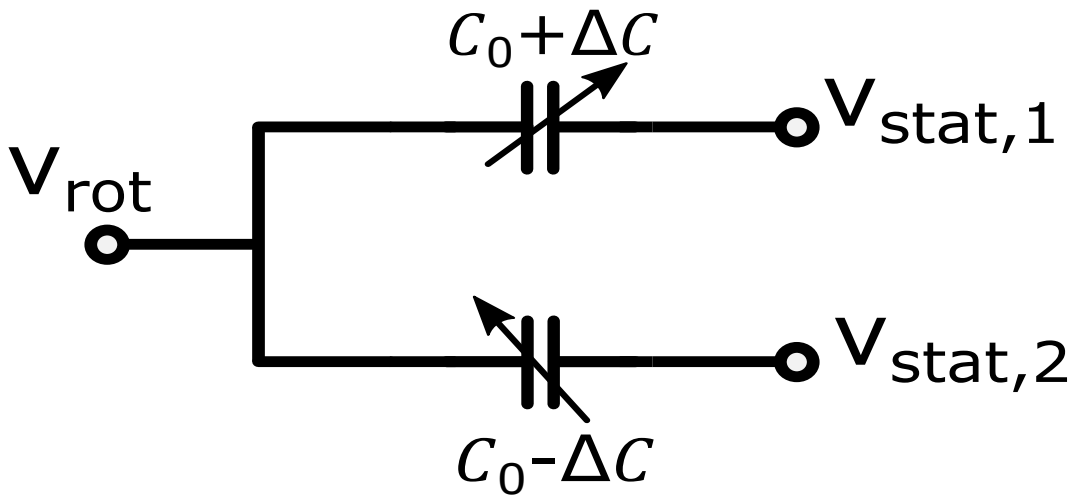


Figura 1.4: Equivalente circuitale di un accelerometro MEMS AM.

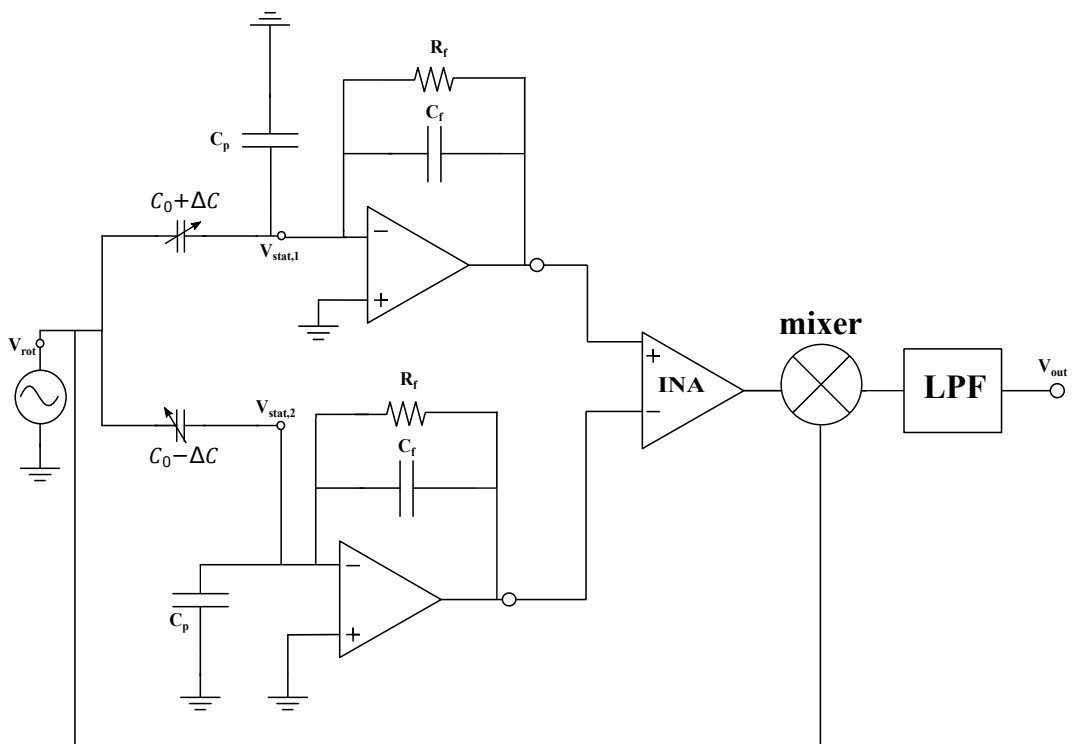


Figura 1.5: Rappresentazione dello schema di lettura di un accelerometro AM.

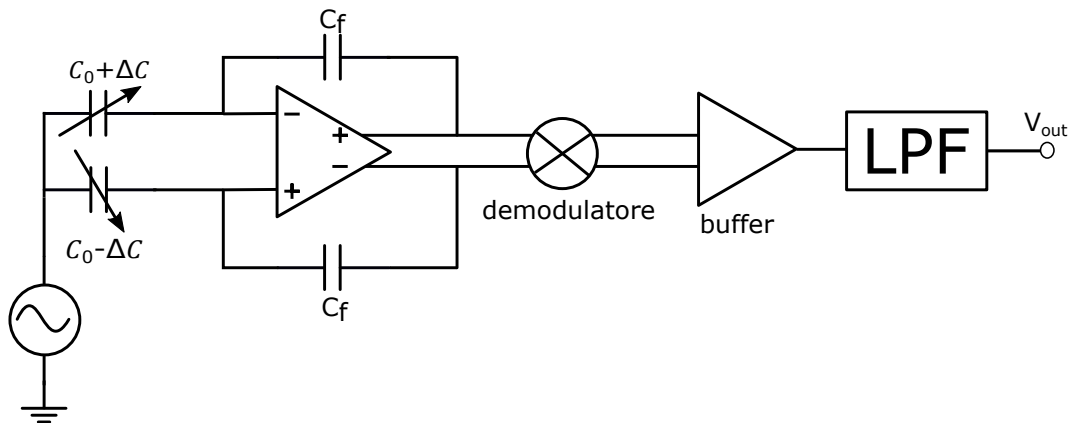


Figura 1.6: Lettura fully-differential.

L'espressione totale dello *Scale Factor* può essere vista nella seguente maniera:

$$SF = \frac{V_{out}}{a_{ext}} = S_{mech} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta C} = \frac{1}{\omega_0^2} \cdot \frac{2C_0}{g} \cdot \frac{V_{ac}}{C_f} \quad (1.3)$$

nella 1.3  $V_{ac}$  è l'ampiezza del generatore di tensione sinusoidale applicato tra massa e rotore.

## 1.2 Fonti di offset

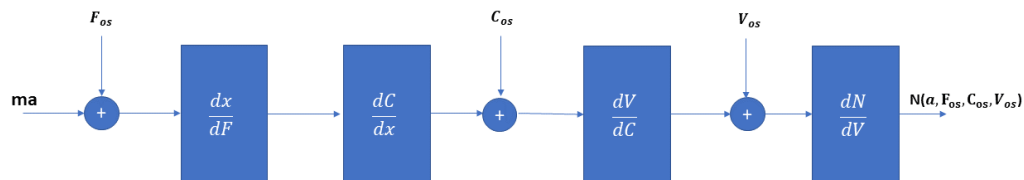
Lo ZGO (*Zero-g offset*) in un accelerometro MEMS è, per definizione, l'uscita del sistema quando l'accelerazione applicata all'ingresso è nulla. Si evince che, nel caso in cui vi è la necessità di ricostruire la traiettoria compiuta da un oggetto in movimento, l'offset e la sua stabilità diventano un problema difficile da sormontare in quanto, per poter ricavare la posizione a partire dall'accelerazione, occorre eseguire una doppia operazione di integrazione sul segnale ottenendo così un output che diverge in maniera parabolica.

I contributi all'offset sono di diversa natura e le principali fonti di non idealità vanno ricercate sia nel dominio meccanico che in quello elettronico [4].

### 1.2.1 Offset meccanico

In Fig. 1.7 è riportato uno schema a blocchi in cui vengono evidenziati i vari contributi aggiuntivi forniti dall'offset [4].

$F_{os}$  è la porzione di offset dovuta a stress residui nella struttura che si hanno o



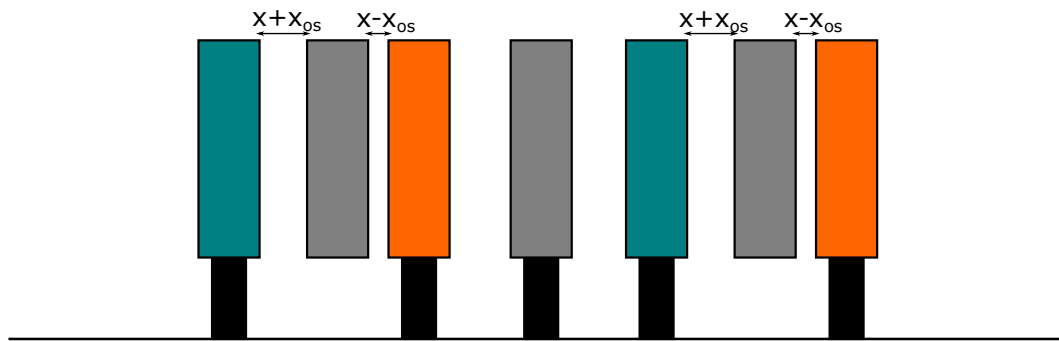
**Figura 1.7:** Schema a blocchi della lettura di un accelerometro AM con non idealità considerate.

durante o dopo il processo di fabbricazione: planarità del *wafers* non perfetta, *packaging*, saldatura, separazione dei *die*. Questo contributo non è trascurabile perché si somma direttamente alla forza inerziale data dal prodotto della massa del rotore e l'accelerazione esterna, inoltre, per via della sua natura, questo tipo di offset è presente in tutte le architetture di accelerometro MEMS.

Il problema principale, tuttavia, non è l'entità dello ZGO, ma piuttosto i suoi *drift* in temperatura e nel tempo. In linea di principio un offset, che non varia, può essere letto e salvato per poi essere sottratto nel dominio digitale. Nella realtà, quindi, l'offset e i suoi *drift* possono anche essere calibrati e poi sottratti usando tecniche di *digital signal processing*. Ciò comporta un costo che cresce all'aumentare dei vari dati sui valori di temperatura da considerare [4]. A causa del lungo tempo impiegato nell'effettuare questa operazione il costo non è sostenibile per applicazioni di consumo e, ad aggravare in maniera ulteriore la situazione, interviene il *drift* dovuto all'*aging* e le imperfezioni sulla tecnica di calibrazione.

### 1.2.2 Offset elettronico

Andando avanti lungo la catena di Fig.1.7 come fonti di offset troviamo  $C_{os}$  e  $V_{os}$ , le quali sono di natura elettronica.  $C_{os}$  è dovuto ad asimmetrie nell'allineamento



**Figura 1.8:** Vista dal lato di condensatori PP (*parallel-plate*) non perfettamente dritti allineati e equispaziati a riposo.

delle maschere o nel processo di *etching* che fanno sì che il rotore non sia perfettamente allineato con la sua posizione a riposo nominale ma che ci sia un certo  $x_{0s}$  residuo, come mostra la Fig.1.8. In questo modo l'uscita non è nulla anche se non vi è accelerazione esterna che agisce tramite una forza inerziale sulla massa sospesa [4]. Questo contributo non varia al cambiare della temperatura, ma, ad ogni modo può subire delle deviazioni dovuti a shock indesiderati del dispositivo che possono alterare la struttura geometrica del sensore.

L'ultimo contributo aggiuntivo cioè  $V_{0s}$  è causato dagli inevitabili *mismatch* presenti nel *front-end* analogico di tipo differenziale. Questi due contributi elettronici possono essere attenuati grazie alla modulazione e a tecniche di progettazione analogica. L'ultimo blocco (N/V) riguarda la conversione analogico-digitale dove con N è indicata la parola digitale all'uscita dell'ADC (Analog to Digital Converter), proporzionale all'accelerazione letta.

### 1.3 Riduzione dell'offset e trade-off relativi

Esistono delle tecniche di *design* per mitigare sia l'offset di origine meccanica sia quello di origine elettronica. Al fine di abbassare il valore dell'offset meccanico è importante la riduzione dello spostamento per unità di deformazione del substrato in modo da migliorare la reiezione allo stress. Questo risultato può essere ottenuto nella pratica usando un tecnica di *design* intelligente per quanto riguarda la struttura meccanica del sistema: invece di ancorare gli statori annidati nella cella a piatti piani e paralleli, molto lontani dalla connessione al substrato, tutti i punti di ancoraggio vengono localizzati nella stessa area del dispositivo. Un'architettura di questo tipo prende il nome di "*full-mushroom*", tuttavia l'utilizzo di questo approc-

cio ha uno svantaggio, ossia aumenta l'area utilizzata allungando gli statori verso il centro della struttura, dove vengono fissati nelle vicinanze dell'ancoraggio del rotore.

Esistono, tuttavia, soluzioni che adottano un processo 3-D utilizzando un *layer* dedicato esclusivamente al fissaggio centrale degli statori, ciò comporta un notevole risparmio di area di silicio ed evidenzia i vantaggi del processo *multi-layer* [4] rispetto al processo planare *single-layer*.

In linea teorica è noto che  $\frac{\Delta x}{\Delta a} = \frac{1}{\omega_0^2}$ , dunque l'entità dell'offset di accelerazione riportato all'ingresso è  $a_{os} = x_{os} \cdot \omega_0^2$  pertanto, considerando una massa del rotore  $m = 3 \text{ nkg}$  e una  $k = 3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ , scegliendo, ad esempio, un  $x_{os} = 10 \text{ nm}$  ottengo  $a_{os} = 1.02 \text{ g}$  che è una porzione consistente del *FSR* di un accelerometro AM usato per applicazioni di consumo. Ciò è inaccettabile anche alla luce del fatto che, solitamente, lo spostamento introdotto dall'offset è superiore a 10 nm. Si constata, quindi, che esiste un *trade-off*, ovvero un compromesso, tra *ZGO* e *FSR*:

$$S_{tot} = 2 \frac{dx}{da_{ext}} \frac{dC}{dx} \frac{dV}{dC} \quad (1.4)$$

$$FSR = \frac{x_{FSR}}{\frac{dx}{da_{ext}}} \quad (1.5)$$

$$ZGO(T) = \frac{x_{os}(T)}{\frac{dx}{da_{ext}}} \quad (1.6)$$

come si evince in 1.5 e in 1.6 aumentando il fattore  $\frac{dx}{da_{ext}}$  si ottiene una diminuzione dello *ZGO(T)* ma contemporaneamente anche un abbassamento del *FSR*.

Poiché le applicazioni future richiedono sia alto *FSR* che basso *ZGO-drift*, il limite intrinseco degli accelerometri AM è ora evidente.

## 1.4 Stato dell'arte e prestazioni

Le prestazioni che raggiunge un accelerometro MEMS AM progettato per applicazioni commerciali sono riportati nella Tab.1.1, [3]: le ultime due righe di Tab.1.1 sono le più importanti per quanto riguarda l'ottenimento di una maggiore accuratezza per le richieste del mercato futuro.

Una riduzione di *ZGO* e delle sue variazioni è indispensabile, senza andare a ridurre il *FSR*.

PARAMETRO	VALORE
FSR	$\pm 16 \text{ g}$
consumo	$50 \mu\text{A}$
densità di rumore in uscita	$120 \mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$
banda	$200 \text{ Hz}$
massimo shock sostenibile	$5000 \text{ g}$
tensione di alimentazione	da $1.6 \text{ V}$ a $3.6 \text{ V}$
non linearità	$\pm 5\%$
intervallo di temperatura	da $-45 \text{ }^\circ\text{C}$ a $85 \text{ }^\circ\text{C}$
$ZGO_{in}$	$\pm 50 \text{ mg}$
$ZGO_{drift}$	$\pm 1 \frac{\text{mg}}{\text{K}}$

**Tabella 1.1:** Tabella con i valori attuali dei parametri che caratterizzano un accelerometro AM per applicazioni di consumo.

## Capitolo 2

# Introduzione ad accelerometri FM Time-Switched e compensazione del $Q$ in fase

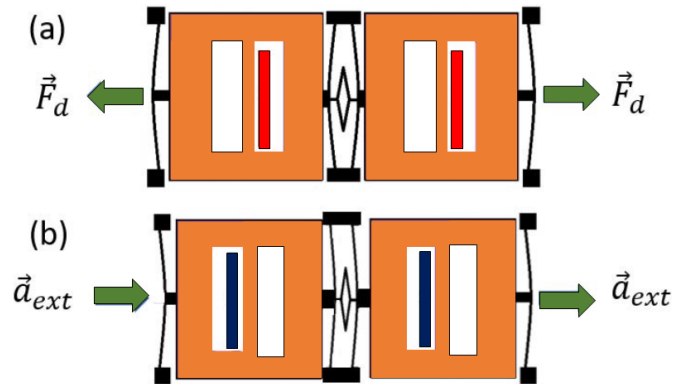
### 2.1 Accelerometri FM (Frequency Modulated)

Una maniera promettente per risolvere i problemi intrinseci degli AM è avere un'architettura elettromeccanica diversa, ovvero progettare una struttura risonante che sia in grado di percepire le accelerazioni ad essa impresse rilevando la variazione della frequenza di risonanza.

#### 2.1.1 Modulazione della rigidità elettrostatica

Una tecnica per far variare la frequenza di risonanza di un MEMS è sfruttare il fenomeno del *softening* elettrostatico causato dalla polarizzazione degli elettrodi fissi di celle capacitive a piatti paralleli. Questo fenomeno va sempre a diminuire la rigidità totale ( $k_{tot}$ ) perché la  $k_{elec}$ , dovuta alla forza elettrostatica tra le armature di un condensatore, è sempre negativa. In formule:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{tot}}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{mech} - |k_{elec}|}{m}} \quad (2.1)$$



**Figura 2.1:** Doppio risonatore *tuning-fork*: (a) Su una delle due strutture è visibile il manifestarsi del modo in anti-fase. (b) Sull'altra è evidente lo spostamento in fase in concomitanza di un'accelerazione esterna.

### 2.1.2 Architettura di un accelerometro FM a doppio risonatore

Per quanto riguarda l'accelerometro FM in piano è interessante analizzare la struttura presente in Fig. 2.1, [1]. Vengono mostrati due risonatori *tuning-fork* ciascuno dei quali ha due gradi di libertà: il modo in fase e il modo in anti-fase [5]. I due risonatori sono mantenuti nel modo in anti-fase tramite un anello oscillante e un set di elettrodi *comb-finger* a frequenze di oscillazione nominalmente uguali.

Un'accelerazione impressa dall'esterno genera una forza inerziale e quindi causa uno spostamento in fase di entrambi i *frames* di ambo i risonatori a frequenze molto più basse solitamente rispetto alla frequenza a cui i due risonatori oscillano in anti-fase.

Il movimento causato dalla forza inerziale esterna fa variare la distanza tra il rotore e un set di statori a piatti piani e paralleli opportunamente disposti e polarizzati per i due risonatori. In questa configurazione si ottiene un aumento della  $k_{elec}$  in un *frame* e una diminuzione della  $k_{elec}$  nell'altro in modo da poter estrapolare una lettura differenziale delle rispettive variazioni di pulsazione di risonanza in anti-fase, dovute ai suddetti cambiamenti della rigidità elettrostatica.

Un vantaggio di questa tecnica può essere ricercato nel fatto che i due fattori di qualità corrispondenti ai due gradi di libertà dei risonatori possono avere valori



differenti. Infatti il  $Q$  del modo in fase può essere mantenuto relativamente basso mentre quello del modo in anti-fase può essere tenuto alto dato che la massa e il fattore di smorzamento  $b$  sono gli stessi e ciò che varia è la pulsazione che, per il modo in anti-fase, può essere progettata molto più elevata agendo sulla  $k_{elec}$ . Queste considerazioni sono state fatte a partire dalla definizione di fattore  $Q$  per un sistema del secondo ordine, cioè:

$$Q = \frac{m\omega_0}{b} \quad (2.2)$$

Nella 2.2 sono definite  $m$ ,  $\omega_0$  e  $b$ , parametri che indicano rispettivamente la massa mobile della struttura considerata, la pulsazione di risonanza e il coefficiente di smorzamento che è proporzionale alla pressione che si ha nel *package* dove è incapsulato il MEMS.

### 2.1.3 ZGO drift negli accelerometri FM

Sfruttando l'architettura presentata nel paragrafo precedente, il sensore conta su due elementi oscillanti che, in presenza di un'accelerazione esterna variano la loro pulsazione naturale in maniera differenziale.

L'informazione sull'accelerazione di ingresso è ricavabile dalla differenza tra le due frequenze in anti-fase caratteristiche dei due risonatori:

$$f_{diff} = f_2 - f_1 = f_{0,2} - f_{0,1} + \Delta f(a) \quad (2.3)$$

nella 2.3 si ha che  $f_{0,1}$  e  $f_{0,2}$  sono le frequenze di risonanza a riposo dei due risonatori, cioè le frequenze naturali dei due rotori quando  $a_{ext} = 0$ , mentre  $\Delta f(a)$  è la variazione di frequenza di uscita differenziale linearizzata che, ovviamente, risulta essere proporzionale all'accelerazione esterna tramite un fattore di proporzionalità  $SF$  (*Scale Factor*) espresso in  $\frac{Hz}{g}$ .

Idealmente, se le due  $f_0$  dei risonatori fossero uguali, si avrebbe che la differenza tra le due pulsazioni di risonanza in anti-fase a riposo sarebbe nulla. In realtà, esse possono differire per disuniformità di processo e quindi *driftare* diversamente in temperatura generando un contributo di offset e relativo offset su  $f_{diff}$ .

Nel caso di accelerometri risonanti l'offset riferito in ingresso, indicato con  $ZGO_{in}$  è, per definizione, la differenza tra le due  $f_0$  divisa per la *Sensitivity* o *Scale Factor*. La frequenza di risonanza degli elementi oscillanti varia con la temperatura con la

seguinte modalità:

$$f_{0,i} = f_{0,i}(T_0) \cdot \left(1 - \frac{TCE_i}{2} \cdot (T - T_0)\right) \quad (2.4)$$

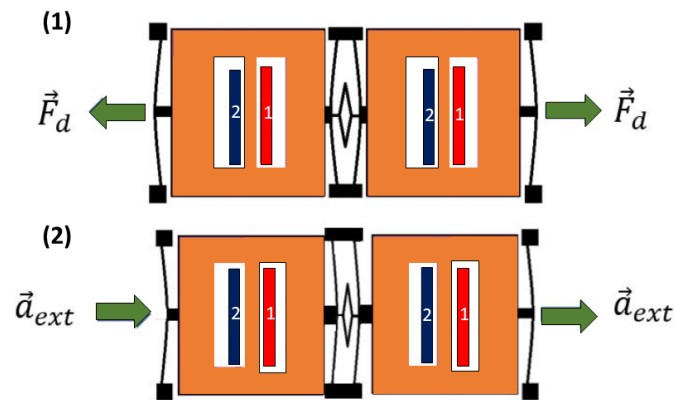
dove  $f_{0,i}$  indica la generica frequenza di risonanza a riposo del risonatore,  $TCE_i$  è il *temperature coefficient of elasticity* [3] del generico elemento vibrante e  $T_0$  è il valore della temperatura di riferimento. Sulla base di queste formule, si deduce che una semplice lettura differenziale è in grado di stabilizzare lo ZGO rispetto alle variazioni della temperatura. Questa è, tuttavia, una deduzione giusta solo nel caso in cui i due risonatori considerati avessero la stessa frequenza di risonanza e lo stesso  $TCE$ , infatti, in questo caso, la differenza  $f_{0,1} - f_{0,2}$  e la sua variazione con la temperatura sarebbe nulla. Nonostante ciò, è inevitabile la presenza di *mismatch* sia nella frequenza naturale sia nei  $TCE$  dei due elementi oscillanti, i quali comportano un contributo di offset riferito all'ingresso che varia con la temperatura:

$$\frac{dZGO_{in}}{dT} = \frac{1}{SF} \cdot \left(f_{0,2} \cdot \frac{TCE_2}{2} - f_{0,1} \cdot \frac{TCE_1}{2}\right) \quad (2.5)$$

guardando l'equazione 2.5 se ne ricava che si potrebbe diminuire la variazione dell'offset al variare della temperatura, infatti, basterebbe aumentare il fattore  $SF$ . Da un'analisi più accurata si può dedurre, però, che l'aumento della *Sensitivity* è ottenibile con dimensioni critiche molto ridotte, cioè diminuendo il *gap* tra statori e rotore. Tuttavia il *matching* tra le due frequenze di risonanza a riposo a causa degli *spread* di processo e alle variazioni della temperatura non può essere raggiunto, dunque ponendo i due risonatori molto vicini sul *die* in silicio è possibile limitare la differenza tra la temperatura dei due *frames*, ma non il *mismatch* tra  $f_{0,1}$  e  $f_{0,2}$ , pertanto la  $\frac{dZGO_{in}}{dT}$  non può essere abbassata solo aumentando lo *Scale Factor*.

## 2.2 Accelerometri FM Time-Switched

Al fine di minimizzare il *drift* dell'offset con la temperatura è possibile usare un'unica struttura risonante piuttosto che due, e leggere comunque la variazione di frequenza in maniera differenziale [5]. Questa intuizione può essere implementata seguendo lo schema mostrato in Fig. 2.2. Viene utilizzato un singolo risonatore *tuning-fork*, gli statori vengono posti ai lati opposti del rotore per rendere possibile la lettura differenziale, inoltre sono attivati con un preciso *timing*. Tramite un'elettronica opportuna, discussa nel capitolo successivo, le due masse sospese legate



**Figura 2.2:** Rappresentazione schematica di: (1) movimento di oscillazione in anti-fase del risonatore proposto, sostenuto da una forza di *drive*  $F_d$ ; (2) movimento in-fase indotto da un'accelerazione esterna  $a_{ext}$ . *Tuning parallel plate* per fase 1 (in rosso) e fase 2 (in blu) sono anch'esse rappresentate.

da una molla *tuning-fork* sono poste in oscillazione nel modo in anti-fase, sfruttando un'attuazione di tipo *push-pull*. In presenza di un'accelerazione esterna, le due masse risentono di uno spostamento in fase  $x_{ph}$  che fa variare il *gap* dei due set di statori, polarizzati in maniera alternata da due onde quadre sfasate di  $180^\circ$ , dunque quando è attivo un set di statori l'altro è spento e viceversa.

Affinché venga spiegato il principio di funzionamento di questo tipo di accelerometro conviene dividere il processo in due fasi temporali distinte:

1. *FASE 1*: gli statori rossi di Fig.2.2 sono polarizzati a una certa tensione  $V_{tuning}$  diversa dalla tensione  $V_{rotore}$  a cui è fissato il rotore, il quale, in questa prima fase è equipotenziale con il set di statori blu.
2. *FASE 2*: gli statori blu sono fissi in polarizzazione a  $V_{tuning} \neq V_{rotore}$  mentre quelli rossi sono fissi alla stessa tensione del rotore, si ha una situazione speculare rispetto a quella della fase precedentemente illustrata.

A causa dell'accelerazione, durante la *FASE 1* il rotore si avvicina agli statori attivi (in accordo con il verso scelto nell'esempio). Il *gap* allora diminuisce, la  $k_{elec}$  aumenta in modulo e dunque la frequenza di risonanza diminuisce. Gli statori blu non

entrano in scena in questa fase perché non sono attivi. Durante la *FASE 2* si verifica la situazione opposta: i rossi sono polarizzati a  $V_{rotore}$  mentre quelli blu sono polarizzati a  $V_{tuning}$  ma il rotore, a causa della forza inerziale dovuta all'accelerazione esterna, si allontana dagli statori blu. Aumenta il *gap* verso di essi, la  $k_{elec}$  diminuisce in modulo e infine la frequenza di risonanza della struttura risulta aumentata. Acquisendo un campione di frequenza di risonanza per ogni fase e facendone poi la differenza si ottiene una lettura di tipo differenziale.

Prendendo in considerazione una frequenza dell'onda quadra pari a  $f_{sw}$  si ricava la seguente espressione per la frequenza di risonanza in anti-fase in funzione del tempo:

$$f_{ap} = f_{ap,0} + SF \cdot a_{ext} \cdot \text{sgn}[\sin(2\pi f_{sw}t)] \quad (2.6)$$

Si evince dalla 2.6 che i *drift* della frequenza nominale  $f_{ap,0}$  non sono modulati dal principio *Time-Switched* e possono quindi essere bypassati.

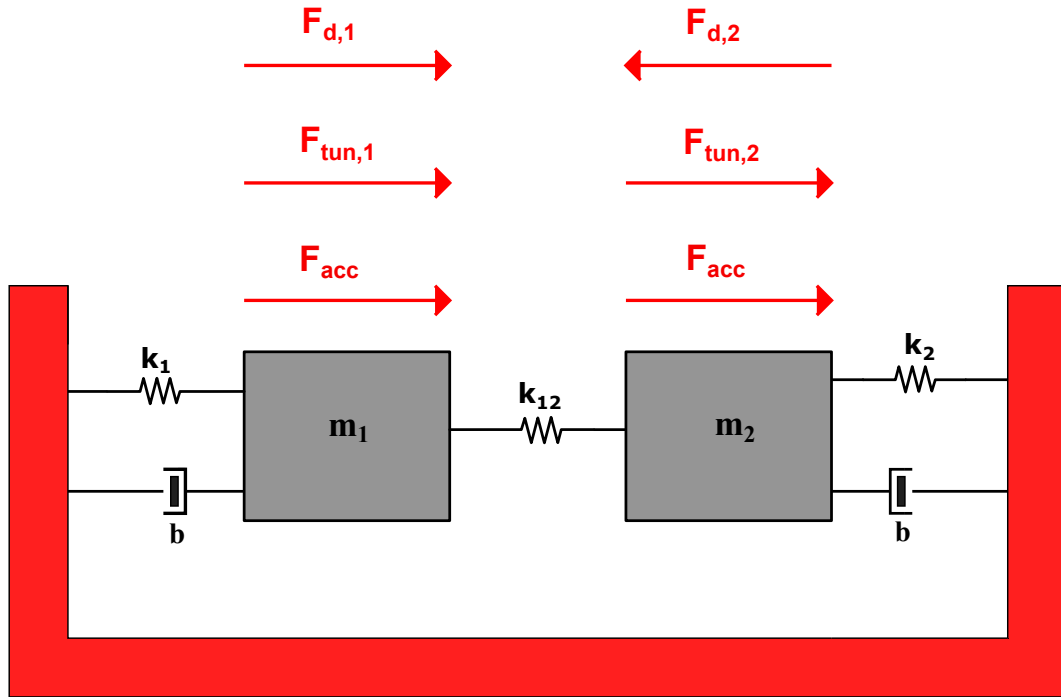
### 2.3 Modello sistema a molla smorzata a due masse

A questo punto è opportuno dare una formulazione matematica rigorosa ai concetti e fornire un modello per la struttura micromeccanica dell'accelerometro. L'architettura si presenta costituita da due masse collegate al substrato tramite due molle e contemporaneamente legate tra loro tramite una sospensione *tuning-fork*.

La struttura è modellizzata con un sistema a molla smorzata a due masse, come riportato in Fig.2.3. Con  $k_1$  e  $k_2$  sono indicate le rigidità delle molle che collegano rispettivamente la massa  $m_1$  e la massa  $m_2$  al substrato, invece, con  $k_{12}$  si fa riferimento alla molla *tuning-fork* che accoppia le due masse dell'elemento risonante e ne consente il movimento in anti-fase. Infine, con  $b$  si indica il coefficiente di smorzamento associato alla singola massa.

Quando il MEMS è soggetto ad un'accelerazione proveniente dall'ambiente esterno, le due masse sono soggette a tre forze diverse:

- $F_{d,j}$  è la forza elettrostatica applicata da opportuni elettrodi di drive che attiva il sensore e tramite un opportuno anello circuitale lo mantiene in oscillazione;
- $F_{tuning,j}$  è la forza elettrostatica, dovuta alla polarizzazione degli statori, che si esercita tra rotore  $j$  -esimo e elettrodi fissi attivi;
- $F_{acc}$  è la forza inerziale apparente dovuta all'accelerazione impressa dall'esterno pari a  $m_j \cdot a_{ext}$ .



**Figura 2.3:** Modello del sistema a molla smorzata a due masse con verso positivo per lo spostamento concorde con la forza inerziale agente dovuta all'accelerazione esterna. In rosso viene evidenziato il substrato.

Si può impostare una trattazione matematica della dinamica del modello a molla smorzata a due masse utilizzando la seconda legge di Newton:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 = -k_1 x_1 + k_{12}(x_2 - x_1) - b\dot{x}_1 + F_{tuning,1} + F_{acc} + F_{d,1} \\ m_2 \ddot{x}_2 = -k_2 x_2 - k_{12}(x_2 - x_1) - b\dot{x}_2 + F_{tuning,2} + F_{acc} - F_{d,2} \end{cases} \quad (2.7)$$

si può riformulare il tutto in termini di movimento in fase e movimento in anti-fase, indicati rispettivamente con  $x_{ph}$  e  $x_{ap}$ .

Nel caso dell'accelerometro considerato si ha che  $m_1 = m_2 = m$  e  $k_1 = k_2 = k$ .

$$\begin{cases} x_{ph} = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ x_{ap} = \frac{x_1 - x_2}{2} \end{cases} \quad (2.8)$$

Sostituendo il movimento in fase e il movimento in anti-fase e riferendosi all'accelerometro di interesse si ottiene il seguente sistema algebrico finale a partire da

2.7:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_{ph} = -kx_{ph} - b\dot{x}_{ph} + F_{acc} + \frac{F_{tuning,1} + F_{tuning,2}}{2} \\ m\ddot{x}_{ap} = -(k + 2k_{12})x_{ap} - b\dot{x}_{ap} + F_{acc} + \frac{F_{tuning,1} - F_{tuning,2}}{2} + \frac{F_{d,1} + F_{d,2}}{2} \end{cases} \quad (2.9)$$

Quest'ultimo sistema può essere riscritto nel dominio di Laplace ottenendo due modelli *massa-molla-smorzatore* uno per il modo in fase e uno per il modo in anti-fase, riarrangiando i termini e comparando con la forma canonica di un sistema caratterizzato da due poli, si ottiene:

$$\begin{cases} \omega_{0,ph} = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ \omega_{0,ap} = \sqrt{\frac{k + 2K_{12}}{m}} \end{cases} \quad (2.10)$$

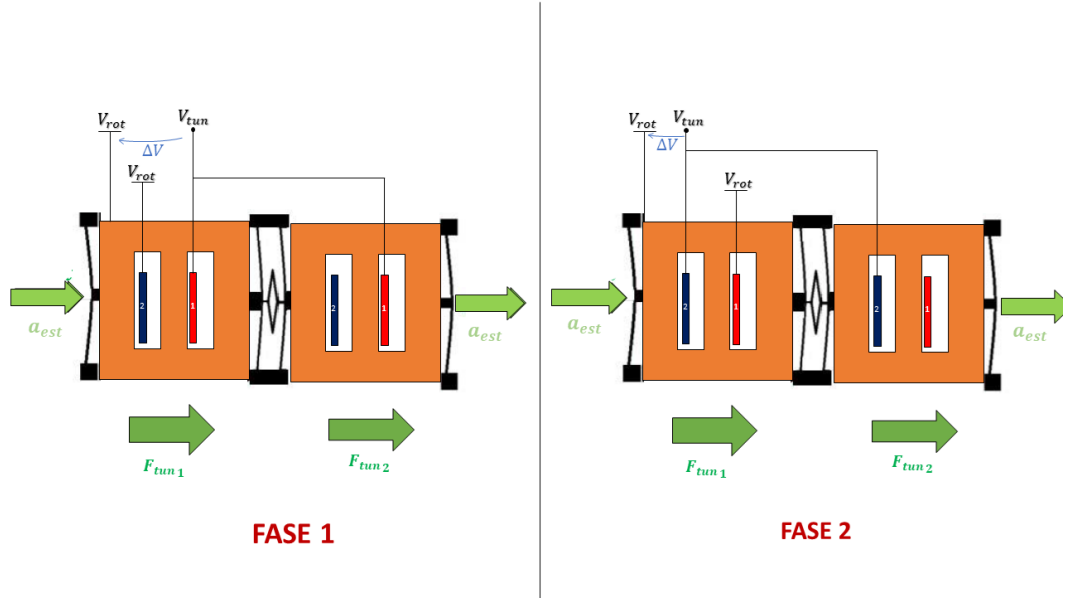
oltre alle pulsazioni naturali, vengono ricavati anche i *Q-factor*:

$$\begin{cases} Q_{ph} = \frac{\sqrt{mk}}{b} \\ Q_{ap} = \frac{\sqrt{m(k + 2k_{12})}}{b} \end{cases} \quad (2.11)$$

dato che le due frequenze sono diverse di un fattore che è circa 2, dalla 2.10 si intuisce che anche i fattori di qualità differiscono dello stesso fattore. Il  $Q_{ph}$  rimane relativamente alto. fine di questo capitolo verrà evidenziato che il  $Q_{ph}$  è progettato inevitabilmente relativamente elevato, ciò comporta che  $\tau = \frac{Q_{ph}}{\pi f_{0,ph}}$  [3] risulta essere un tempo dell'ordine dei ms. Questo implica che per un'improvvisa accelerazione in ingresso il sistema impiega troppo tempo per assestare lo spostamento al valore corrispondente all'accelerazione d'ingresso, pervenendo a risultati incorretti. Si andrà più in profondità in questo problema nell'ultima sezione di questo capitolo e in quelli successivi.

## 2.4 Tuning in onda quadra

Le forze di *tuning* sono delle forze di natura elettrostatica che si esercitano tra il rotore e gli statori della struttura polarizzati in una maniera opportuna. Dato che si tratta di forze elettriche che si esercitano tra le armature di condensatori, risultano



**Figura 2.4:** Polarizzazione dei piatti di *tuning* nelle due fasi e direzione e verso delle forze applicate sulle masse.

essere sempre attrattive, cioè tendono ad avvicinare la parte mobile alla parte statica della struttura.

Con  $F_{tun,1}$  e  $F_{tun,2}$  sono indicate le forze di *tuning*, mentre  $\Delta V$  rappresenta la differenza di potenziale tra rotore (+) e statore (-). Poiché è applicato un *tuning* in onda quadra nel tempo, ne deriva che questa tensione è una funzione del tempo:  $\Delta V = \Delta V(t)$ .

Applicando alla struttura del condensatore a piatti piani e paralleli con un'armatura fissa e una mobile il principio dei lavori virtuali, si ricava l'espressione della forza elettrostatica che agisce tra i piatti della struttura:

$$F_{elec} = \frac{\Delta V^2}{2} \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \quad (2.12)$$

prendendo come riferimento la Fig.2.4, si nota che i due statori vengono accessi in maniera alternata rispettando un certo periodo di *switching*  $T_s$  o se si preferisce una data frequenza di *switching*  $f_{sw}$ . Per facilitare la comprensione del principio di funzionamento è opportuno dividere il periodo di *switching* in due parti che corrispondono alle due fasi già presentate quando l'accelerometro FM *Time-Switched* è stato introdotto:

- $t \in [0, \frac{T_s}{2}] \rightarrow FASE 1$ .

- $t \in [\frac{T_s}{2}, T_s] \rightarrow$  FASE 2.

Con  $L$  e con  $N$  è indicata rispettivamente la lunghezza e il numero dei piatti di *tuning*, con  $H$  l'altezza di processo, con  $g$  il *gap* a riposo tra i *parallel-plate* e con  $\epsilon_0$  la permeattività dielettrica del vuoto, con queste premesse vengono ricavate le espressioni matematiche delle forze di *tuning*  $F_{tun,1}$  e  $F_{tun,2}$  in entrambe le fasi:

$$F_{tun,1} = \begin{cases} \frac{+\Delta V^2}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 H L N}{(g - x_1)^2} & t \in [0, \frac{T_s}{2}] \\ \frac{-\Delta V^2}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 H L N}{(g + x_1)^2} & t \in [\frac{T_s}{2}, T_s] \end{cases} \quad (2.13)$$

$$F_{tun,2} = \begin{cases} \frac{+\Delta V^2}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 H L N}{(g - x_2)^2} & t \in [0, \frac{T_s}{2}] \\ \frac{-\Delta V^2}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 H L N}{(g + x_2)^2} & t \in [\frac{T_s}{2}, T_s] \end{cases} \quad (2.14)$$

esprimendo ancora in funzione di spostamento in fase e spostamento in anti-fase bisogna tener conto che  $x_1 = x_{ph} + x_{ap}$  e  $x_2 = x_{ap} - x_{ph}$  e linearizzando per piccoli spostamenti in fase e anti-fase rispetto al *gap* a riposo  $g$  si ottiene:

$$\frac{F_{tun,1} + F_{tun,2}}{2} = \begin{cases} \frac{+\Delta V^2}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 H L N}{g^2} \cdot (1 + \frac{2x_{ph}}{g}) & t \in [0, \frac{T_s}{2}] \\ \frac{-\Delta V^2}{2} \cdot \frac{\epsilon_0 H L N}{g^2} \cdot (1 - \frac{2x_{ph}}{g}) & t \in [\frac{T_s}{2}, T_s] \end{cases} \quad (2.15)$$

$$\frac{F_{tun,1} - F_{tun,2}}{2} = \begin{cases} \frac{+\Delta V^2}{g^3} \cdot \epsilon_0 H L N x_{ap} \cdot (1 + \frac{3x_{ph}}{g}) & t \in [0, \frac{T_s}{2}] \\ \frac{-\Delta V^2}{g^3} \cdot \epsilon_0 H L N x_{ap} \cdot (1 - \frac{3x_{ph}}{g}) & t \in [\frac{T_s}{2}, T_s] \end{cases} \quad (2.16)$$

l'effetto di queste forze elettrostatiche è quello di far variare nel tempo la rigidità totale in anti-fase  $k_{el} = \frac{F_{tun}}{x_{ap}}$ , infatti:

$$k_{el}(t) = \begin{cases} \frac{+\Delta V^2}{g^3} \cdot \epsilon_0 H L N \cdot (1 + \frac{3x_{ph}}{g}) = k_{el,0} + k_{el,0} \cdot \frac{3x_{ph}}{g} & t \in [0, \frac{T_s}{2}] \\ \frac{+\Delta V^2}{g^3} \cdot \epsilon_0 H L N \cdot (1 - \frac{3x_{ph}}{g}) = k_{el,0} - k_{el,0} \cdot \frac{3x_{ph}}{g} & t \in [\frac{T_s}{2}, T_s] \end{cases} \quad (2.17)$$



e dunque:

$$\omega_{ap} = \sqrt{\frac{k + 2k_{12} - k_{el}(t)}{m_{ap}}} \quad (2.18)$$

dalla 2.17 e 2.18 è facilmente deducibile che la rigidità elettrostatica associata al modo in anti-fase dipende dallo spostamento in fase dell'intera struttura che, a sua volta è legato all'accelerazione esterna dalla relazione  $x_{ph} = \frac{1}{\omega_{ph}^2} \cdot a_{ext}$ , in questo modo la pulsazione associata al modo in anti-fase contiene al suo interno l'informazione sull'accelerazione che interviene dall'esterno.

In sintesi, sebbene queste forze restino uguali per la struttura a riposo, non generando effetti indesiderati, contribuiscono a modificare in parte lo *Scale Factor* aggiungendo cioè un contributo di non linearità.

## 2.5 Sensitività meccanica accelerometro IP

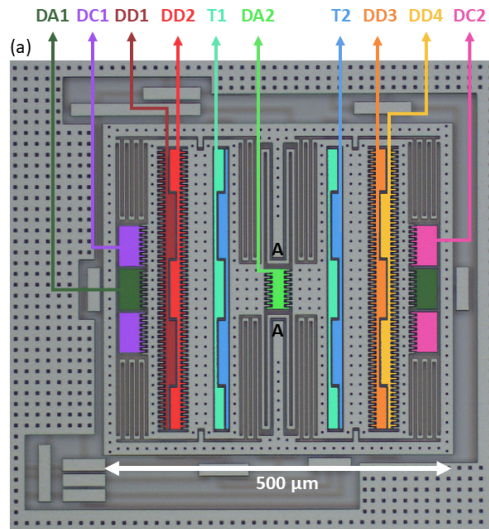
A questo punto, volendo ricavare l'espressione dello *Scale Factor* meccanico, si indichi prima l'espressione della  $f_{ap}$  nelle due fasi in funzione dell'accelerazione esterna e poi sottraendo le due espressioni proprio della frequenza del modo in anti-fase si scrive la *Sensitivity*:

$$f_{ap} = \begin{cases} f_{ap,0} \cdot \left[ 1 - \frac{k_{el,0}}{2(k + 2k_{12})} \cdot \left( 1 + \frac{3a}{\omega_{o,ph}^2 g} \right) \right] & t \in \left[ 0, \frac{T_s}{2} \right] \\ f_{ap,0} \cdot \left[ 1 - \frac{k_{el,0}}{2(k + 2k_{12})} \cdot \left( 1 - \frac{3a}{\omega_{o,ph}^2 g} \right) \right] & t \in \left[ \frac{T_s}{2}, T_s \right] \end{cases} \quad (2.19)$$

$$SF = \frac{\Delta f}{\Delta a} = \frac{3}{2\tau^2} \cdot \frac{k_{el,0}}{k_{ph}} \cdot \frac{1}{f_{ap,0}} \cdot \frac{1}{g} \quad (2.20)$$

viene facile fare qualche riflessione su 2.20 per aumentare la *Sensitivity*, pertanto:

- si può aumentare la  $k_{el,0}$  aumentando l'area totale, ovvero incrementando la lunghezza dei piatti di *tuning* moltiplicata per il numero dei piatti di *tuning*, vale a dire  $N \cdot L$ ;
- si può aumentare  $\Delta V$  in questo modo lo *SF* aumenta quadraticamente, ma a discapito di un maggior consumo di potenza e un maggiore errore linearità;
- si può aumentare  $k_{el,0}$  e quindi lo *SF* diminuendo al limite minimo imposto dal processo di fabbricazione il *gap* a riposo tra i *parallel-plate*, visto che la costante elettrostatica a riposo è proporzionale a  $\frac{1}{g^3}$ .



**Figura 2.5:** Schema completo della struttura meccanica di un accelerometro FM *Time-Switched* IP con compensazione attiva del picco di risonanza in fase.

Riguardo l'ultima voce dell'elenco va specificato che  $SF \propto \frac{1}{g^4}$  dunque diminuire al minimo  $g$  sembrerebbe la scelta giusta per aumentare la *Sensitivity* tuttavia ciò limita l'ampiezza delle oscillazione permesse.

## 2.6 Struttura meccanica accelerometro IP

Riferendosi alla Fig. 2.5 è evidente che il rotore ha bisogno di due tipi di sospensioni: quelle per collegarlo al substrato e quelle per ottenere il modo in anti-fase, cioè molle di tipo *tuning-fork* che collegano le due semi-strutture. Analizzando solo una delle due masse si riconosce che la struttura è attuata tramite elettrodi di tipo *comb-finger* in maniera *push-pull* (DA1 e DA2).

Con *A* sono indicati i punti di ancoraggio.

Elettrodi *comb-finger* vengono adoperati anche per la lettura differenziale (DD1 e DD2, DD3 e DD4) e per la compensazione del modo in fase (DC1 e DC2, argomento che verrà trattato a breve). Elettrodi *parallel-plate* vengono sfruttati per ottenere il fenomeno dell'*softening* elettrostatico (T1 e T2).

Il *tuning* sarà attivato da un segnale a onda quadra con frequenza di *switching* pari a  $f_{sw} = 100$  Hz. Per un'applicazione di consumo è ragionevole avere un'area fissa dell'intera struttura pari a circa  $(500 \mu\text{m})^2$ . Gli statori di *tuning* per semi-struttura

PARAMETRO	VALORE	UNITA'	COMMENTO
$g_{cf}$	1	$\mu\text{m}$	gap tra gli elettrodi <i>comb – finger</i>
$g_{tun}$	1.5	$\mu\text{m}$	gap tra gli statori <i>parallel – plate</i> di <i>tuning</i>
$L_{tun}$	494	$\mu\text{m}$	lunghezza degli statori di <i>tuning parallel – plate</i>
$N_{cf,d}$	16	adimensionale	numero dei <i>comb – finger</i> di <i>drive</i>
$N_{cf,dd}$	118	adimensionale	numero dei <i>comb – finger</i> di <i>sense</i>
$N_{cf,comp}$	34	adimensionale	numero dei <i>comb – finger</i> di compensazione
$L_{tf}$	110	$\mu\text{m}$	lunghezza delle molle <i>tuning – fork</i>
$W_{tf}$	7.5	$\mu\text{m}$	larghezza delle molle <i>tuning – fork</i>
$W_{cf}$	1.88	$\mu\text{m}$	larghezza dei <i>comb – finger</i>
$L_{cf}$	8	$\mu\text{m}$	lunghezza dei <i>comb – finger</i>
$L_{ov}$	4	$\mu\text{m}$	lunghezza di sovrapposizione tra <i>comb – finger</i>

**Tabella 2.1:** Tabella dei parametri della struttura meccanica dell'accelerometro in piano.

sono due di lunghezza  $L_{tun} \simeq 494 \mu\text{m}$ . Alcuni parametri sono fissati dal processo di fabbricazione quali i vari *gap* nella struttura e l'altezza di processo  $H = 24 \mu\text{m}$ . Con massa del rotore in anti-fase indichiamo la massa effettiva di metà struttura per cui  $m_{ap} = 2.17 \text{ nkg}$ , mentre la massa del rotore quando è stimolato in fase è pari alla massa dell'intera *proof mass* quindi  $m_{ph} = 2 \cdot m_{ap} \simeq 4.34 \text{ nkg}$ . La frequenza di oscillazione in anti-fase è  $f_{ap} \simeq 25.8 \text{ kHz}$  mentre quella in fase è  $f_{ph} \simeq 12.06 \text{ kHz}$ . Nella Tab.2.1, sono riportati altri parametri importanti del MEMS.

Sono fondamentali anche le informazioni sui fattori di qualità sia associati al modo in fase sia associati al modo in anti-fase  $Q_{ph} = 500$  e  $Q_{ap} = 1000$ .

## 2.7 Problema dell'elevato $Q$ in fase

Dalla 2.11 si ricava ovviamente che i due fattori di qualità differiscono solo per la costante elastica  $k_{12}$  della sospensione *tuning-fork*. Per meglio disaccoppiare  $Q_{ph}$  da  $Q_{ap}$  è necessario aumentare il valore di  $k_{12}$ . Per potere garantire un'oscillazione

è inevitabile avere un  $Q_{ap}$  molto elevato al fine da avere nel diagramma di Bode del modulo del trasferimento  $\frac{x_{ap}(j\omega)}{F_{drive}(j\omega)}$  un picco a  $\omega_{ap}$  stretto e elevato, tuttavia irrigidire troppo la molla *tuning-fork* rispetto alle altre sospensioni comporterebbe la possibilità di movimenti fuori piano indesiderati. Ciò implica che il  $Q_{ph}$  rimarrà comunque alto, il che favorisce effetti indesiderati. Le problematiche da analizzare, che riguardano l'alto  $Q$  del modo in fase, sono sostanzialmente due:

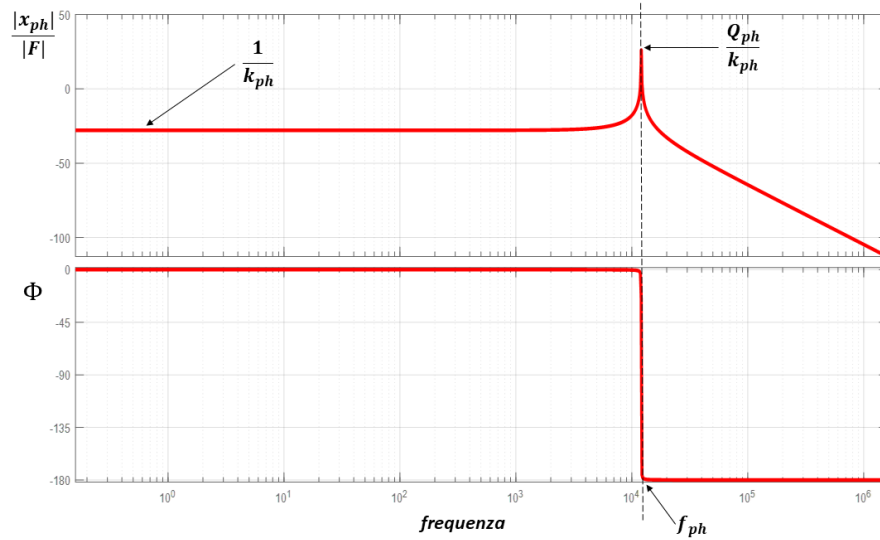
- Amplificazione dei disturbi alla frequenza di risonanza in fase  $f_{ph}$ ;
- Un lungo tempo di assestamento dell'oscillazione quando l'accelerometro risponde a un segnale di ingresso che varia bruscamente come: scalino, impulso, onda quadra.

Di seguito si va più in profondità nell'analisi di questi problemi.

### 2.7.1 Amplificazione dei disturbi fuori banda e lungo tempo di assestamento delle oscillazioni

Dall'analisi in frequenza del modello *massa-molla-smorzatore* si ricava che a risonanza, se venisse considerato il modo in fase, si otterrebbe che  $|x_{di}(j\omega_{ph})| = \frac{Q_{ph}}{k_{ph}} |F_{di}(j\omega_{ph})|$  (dove con il pedice *di* si intende un disturbo generico), per cui, se si verifica un'eccitazione della massa sospesa alla  $f_{ph}$ , dovuta, per esempio, a un urto del dispositivo che contiene il MEMS, si ha un'amplificazione dello spostamento in fase che facilmente provocherà l'impatto della struttura sospesa del sensore sugli statori, rischiando di danneggiarla in maniera permanente.

In conclusione, quando il sensore subisce uno stimolo in fase deve comportarsi da accelerometro quindi bisogna lavorare con  $f \ll f_{ph}$ , dunque è completamente inutile avere un  $Q$  alto, anzi ciò comporterà solo ulteriori problemi. Dalla Fig. 2.6 si nota che l'entità del picco nel diagramma di Bode del modulo di  $\frac{x_{ph}}{F_{ext}}$  è di circa 25 dB e deve essere in qualche modo attenuata. Il fattore di qualità  $Q_{ph} = \frac{\omega_{0,ph} \cdot m_{ph}}{b}$  non solo implica una diversa amplificazione a risonanza, ma anche risposte differenti a impulso e scalino (entrambe le forme d'onda idealmente contengono tutte le frequenze). Considerando sistemi sottosmorzati quindi  $Q_{ph} > 0.5$ , una forza di ingresso a gradino genera uno spostamento in fase come risposta, caratterizzato da numerose oscillazioni attorno a un valore di regime, che si smorzano col passare del tempo e decrescono in maniera esponenziale. La costante di tempo dell'esponenziale con

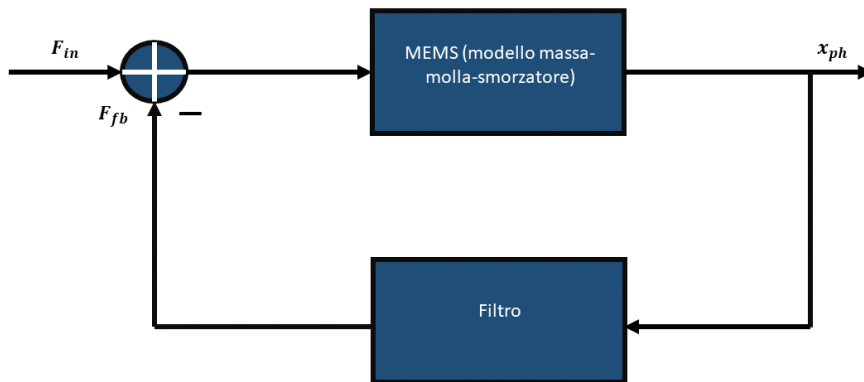


**Figura 2.6:** Diagramma di Bode di modulo e fase del trasferimento  $\frac{x_{ph}}{F_{ext}}$ . Vengono usati i decibel come unità di misura del modulo ( $\frac{|x_{ph}|}{|F|}$ ) e i gradi come unità di misura della fase ( $\Phi$ ).

cui si smorzano i picchi di oscillazione è data da:

$$\tau = \frac{Q_{ph}}{\pi f_{0,ph}} \quad (2.21)$$

Si ha una costante di tempo che cresce linearmente con il fattore di qualità in fase. Dando una stima di questa  $\tau$ , cioè, considerando uno  $Q_{ph} \simeq 500$  e una  $f_{0,ph} \simeq 12$  kHz si calcola una  $\tau = 13.3$  ms. Considerando un errore percentuale sul valore di regime pari a  $\varepsilon = 1\%$  si può dimostrare che il tempo di assestamento è pari a circa  $5\tau$ :  $T_{settling} = 5\tau = 66.5$  ms. Ciò vuol dire che affinché il sistemi si assesti allo spostamento corrispondente ad un'improvvisa accelerazione di ingresso è necessario attendere 66.5 ms. Negli accelerometri AM si ha comunque questo problema per cui è necessario avere Q bassi, nell'accelerometro FM questo problema viene acuito dal *tuning* in onda quadra, in questa situazione lo spostamento in fase varia di continuo il proprio centro di oscillazione tra una fase e l'altra ad una frequenza pari a  $2 \cdot f_{sw}$ . Questa problematica deve essere risolta perché, per una frequenza  $f_{sw} = 100$  Hz,  $x_{ph}$  non riesce ad assestarsi al suo valore corretto durante le varie fasi di funzionamento. Abbassando la tensione di *tuning* si diminuisce la



**Figura 2.7:** Schema a blocchi semplificato della compensazione in fase.  $F_{in}$  è la forza esterna dovuta all'accelerazione,  $F_{fb}$  è la forza fornita dal filtro.

forza elettrostatica 2.16, e quindi il rotore si muove meno in fase, tuttavia questa soluzione va subito scartata se si riprende la 2.20, in quanto abbassando la tensione di *tuning* contemporaneamente è decrementata quadraticamente la *Sensitivity* meccanica dell'accelerometro. Un'altra idea immediata per poter sviare il problema potrebbe essere utilizzare una frequenza dell'onda quadra di *tuning* minore dei 100 Hz, in questa maniera, però si constaterrebbe una riduzione della banda. Il fine ultimo di questo lavoro di tesi è di presentare una soluzione al problema dell'eccessiva lunghezza del *settling-time* e alle vibrazioni fuori banda continuando però ad adoperare un tipo di *tuning* ad onda quadra. La soluzione presentata nei capitoli successivi è un anello di compensazione caratterizzato da un *feedback* negativo che agisce sulla forza applicata in ingresso, Fig.2.7.

## Capitolo 3

# Elettronica per attuazione e lettura

Come si è evidenziato più volte nei capitoli precedenti, l'accelerometro MEMS a modulazione di frequenza *Time-Switched* ha due gradi di libertà:

- il modo in anti-fase (la massa sospesa è tenuta in oscillazione alla frequenza  $f_{0,ap}$ );
- il modo in fase che è osservabile quando la struttura è soggetta a una forza inerziale generata da un'accelerazione esterna.

Al fine di mantenere in oscillazione i due *frames* legati da sospensioni *tuning-fork*, è necessario attuare il sensore in maniera elettrostatica e utilizzare un circuito per mantenere e stabilizzare l'oscillazione alla desiderata frequenza in anti-fase. Un buon punto di partenza, per analizzare l'elettronica di contorno dell'accelerometro, è quello di concentrarsi sul moto di oscillazione.

### 3.1 Panoramica sugli oscillatori basati su risonatori MEMS

Ciò che differenzia un accelerometro FM dagli altri è la presenza dell'oscillatore. L'idea di base per implementare un oscillatore, costruito attorno a un dispositivo MEMS, consiste nell'avere a disposizione:

- uno statore (elettrodo fisso) per attuare;
- un elemento sospeso risonante;
- uno statore (elettrodo fisso) per la lettura o *readout*;
- un circuito per stabilizzare e mantenere l'oscillazione.



**Figura 3.1:** Schema a blocchi semplificato dell'anello di oscillazione in anti-fase. Tutte le funzioni di trasferimento dell'anello, espresse nel dominio di Laplace, sono state condensate in un unico blocco  $G_{loop}(s)$ .

L'oscillatore risuona a una frequenza specifica che è proprio quella di risonanza del MEMS, cioè  $f_{0,ap} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k_{tot}}{m_{ap}}}$ . Il tipo di risonatore MEMS che viene utilizzato di solito in queste topologie circuitali si basa su elettrodi *comb-finger* principalmente per due ragioni:

- non c'è bisogno di adoperare approssimazioni per piccoli spostamenti;
- assenza di *squeezed-film damping* (fenomeno di smorzamento che avviene quando il gas contenuto nel MEMS viene compresso [3]), che, invece, è presente negli elettrodi *parallel-plate*.

L'oscillazione deve autosostenersi, pertanto, come è mostrato in Fig. 3.1, l'uscita deve essere diversa da zero e l'ingresso deve essere sempre nullo, in formule:

$$y = G_{loop}(s)(x + y) \implies \text{per } x = 0 \implies y = G_{loop}(s) \cdot y \quad (3.1)$$

Dalla equazione 3.1 se ne ricava che, affinché ci sia un'oscillazione autosostenuta alla pulsazione di risonanza del MEMS in anti-fase, si deve verificare che:

$G_{loop}(j\omega_{0,ap}) = 1$  in condizioni stazionarie perché è l'unico modo per soddisfare la



relazione soprariportata:

$$\begin{cases} |G_{loop}(j\omega_{0,ap})| = 1 \\ \arg\{G_{loop}(j\omega_{0,ap})\} = 0^\circ + K \cdot 360^\circ, \quad \text{con } K \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad (3.2)$$

nel sistema 3.2 vengono presentati i cosiddetti *criteri di Barkhausen* (uno per il modulo e uno per la fase del  $G_{loop}$ ) che devono essere soddisfatti affinché il circuito di *drive* oscilli in anti-fase.

Tuttavia, queste condizioni devono essere rispettate a regime, infatti, allo *startup* dell'oscillazione deve verificarsi  $|G_{loop}(j\omega_{0,ap})| > 1$  per poi assestarsi al valore unitario in condizioni stazionarie, grazie a un circuito posto nel *loop* che satura.

Dato che non si hanno ingressi, l'oscillazione parte perché nel circuito ci sarà sempre una fonte di rumore bianco il cui spettro contiene tutte le frequenze e quindi anche quella di risonanza in anti-fase. Nel momento in cui viene individuata la componente di rumore a  $f_{0,ap}$ , questa è amplificata in ampiezza dal fattore  $\frac{Q_{ap}}{k_{ap}}$ , dunque l'entità dell'oscillazione comincia ad essere sempre maggiore fino a quando non si assesta grazie alla "non linearità" presente nel *loop*.

## 3.2 Circuito di drive dell'oscillatore primario

Il circuito oscillante sviluppato ha le sue basi dal discorso effettuato nella precedente sezione anche se si presenta in maniera leggermente diversa.

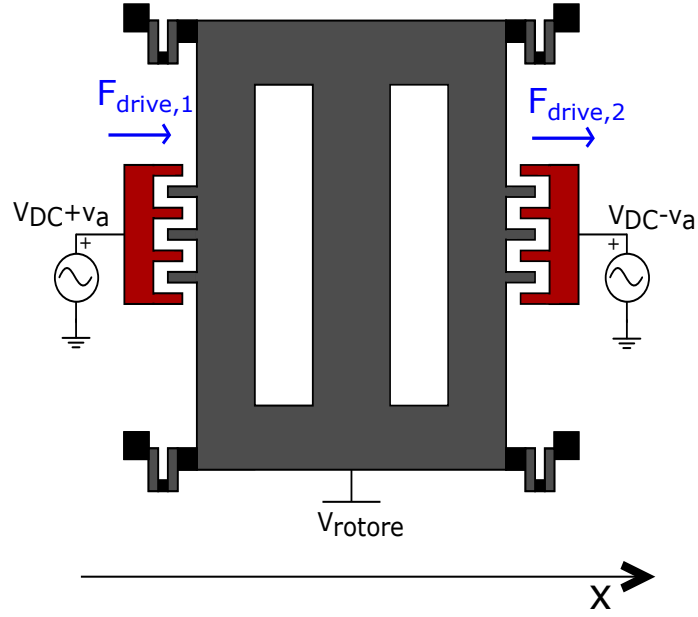
### 3.2.1 Circuito di drive

L'attuazione avviene sì tramite elettrodi *comb-fingers* ma è di tipo *push-pull*.

L'attuazione avviene da entrambi i lati della struttura tramite due segnali di tensione sinusoidali che hanno uguale ampiezza in modulo ma segno opposto e medesima pulsazione.

L'espressione della capacità dei condensatori *comb-fingers* è la seguente:

$C_{cf} = \frac{2\epsilon_0 H(L_{ov} + x)N_{cf}}{g}$  [2] ( $N_{cf}$  è il numero di celle *comb-fingers* che si considerano e  $L_{ov}$  è la lunghezza di sovrapposizione a riposo tra le armature), dunque supponendo uno spostamento del rotore verso destra  $\frac{dC_{cf}}{dx} = \frac{-2\epsilon_0 H N_{cf}}{g}$  al lato sinistro (l'area di affaccio diminuisce la capacità del condensatore diminuisce),  $\frac{dC_{cf}}{dx} = \frac{2\epsilon_0 H N_{cf}}{g}$  al lato destro (l'area di affaccio aumenta la capacità del condensatore aumenta). Si



**Figura 3.2:** Drive del risonatore (metà struttura) in configurazione *push-pull*. La forza è generata dagli elettrodi CF (*comb-finger*) posti ai lati della massa. Con  $v_a$  è indicata l'ampiezza della sinusoide di *drive*, con  $V_{DC}$ , invece, il suo valore medio.

esercitano tra rotore e statori *comb-fingers* due forze di *drive*:

$$\begin{cases} F_{drive,1} = -\frac{1}{2}(V_{DC} - v_a \sin(\omega_{0,ap}t) - V_{rotore})^2 \cdot \frac{2\epsilon_0 H N_{cf}}{g} \\ F_{drive,2} = +\frac{1}{2}(V_{DC} + v_a \sin(\omega_{0,ap}t) - V_{rotore})^2 \cdot \frac{2\epsilon_0 H N_{cf}}{g} \end{cases} \quad (3.3)$$

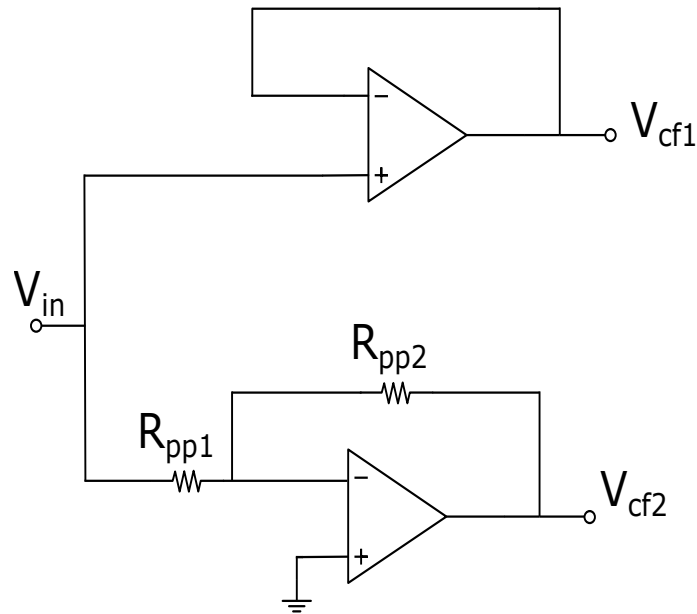
le due forze di *drive* sono concordi e uguali in valore assoluto, si può scrivere l'espressione della forza di *drive* totale:

$$|F_{drive,tot}| = 2|F_{drive,1}| = 2v_a \sin(\omega_{0,ap}t)(V_{DC} - V_{rotore}) \frac{2\epsilon_0 H N_{cf}}{g} = 2\eta_d v_a \sin(\omega_{0,ap}t) \quad (3.4)$$

i due segnali di tensione vengono forniti agli elettrodi tramite il circuito in Fig.3.3.

Il fattore di trasduzione elettromeccanico di *drive*, ovvero:

$$\eta_d = \left| \frac{F_{elec}}{v_a} \right| = |(V_{DC} - V_{rotore}) \frac{dC_A}{dx}| \text{ è pari a } 45.31 \text{ nN/V, essendo } N_{cf} = 16, \\ H = 24 \mu\text{m e } g = 1 \mu\text{m}.$$



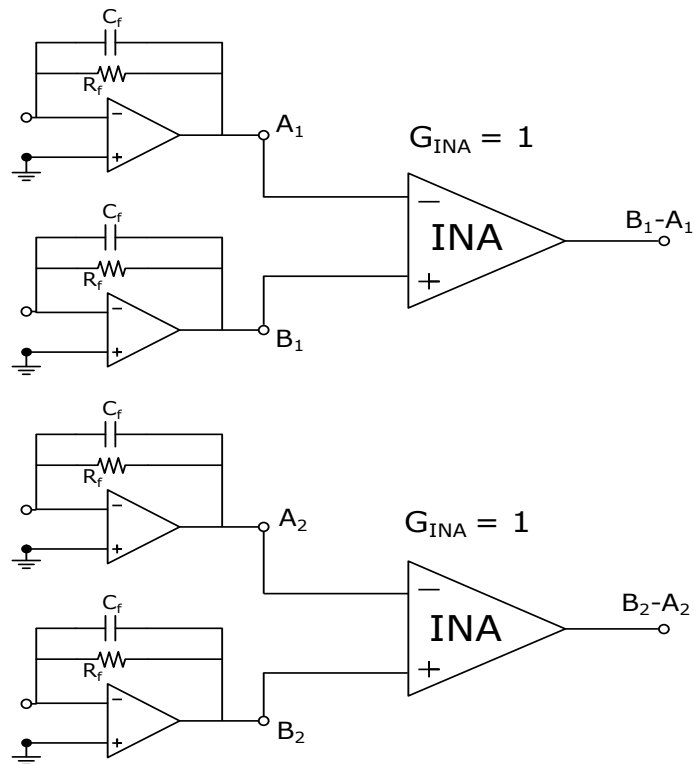
**Figura 3.3:** Circuito per pilotare i condensatori *comb-fingers* in maniera *push-pull*. Gli opamp utilizzati sono ADA4898 [6]. Le resistenze  $R_{pp,i}$  sono entrambe da 2 k $\Omega$ .

### 3.2.2 Circuito di sensing

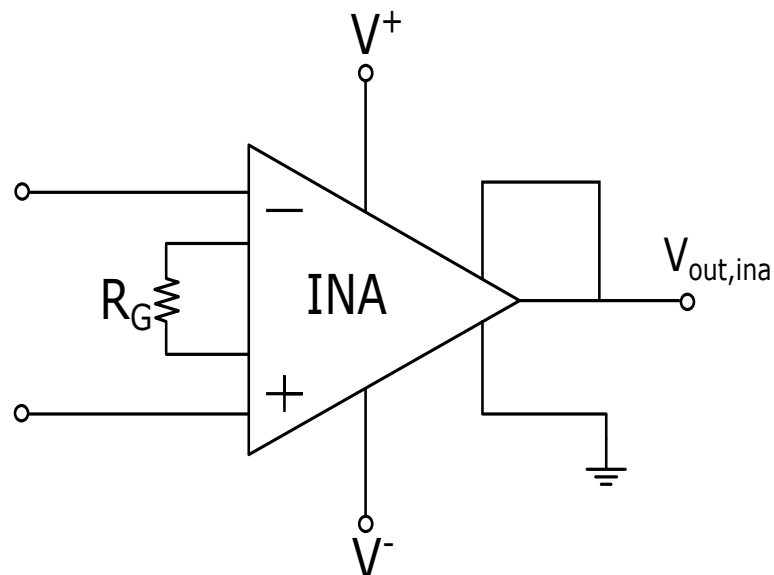
Il primo stadio del circuito di *sensing* prevede quattro CA (*Charge Amplifier*), implementati usando amplificatori operazionali OPA828 [7], aventi il compito di leggere opportunamente sia il movimento in fase, sia il movimento in anti-fase. Dato che si sta analizzando l'anello primario, in questa sezione si pone l'attenzione sul movimento in anti-fase. Le uscite dei quattro integratori vengono indirizzate opportunamente a due INA 163 [8], come mostra Fig.3.4, e poi a due sommatore al fine di ottenere un segnale corrispondente al modo in fase e un segnale corrispondente al modo in anti-fase. Gli INA utilizzati nella PCB da *datasheet* hanno un'espressione matematica del guadagno pari a  $G_{INA} = 1 + \frac{6000}{R_G}$ , affinché  $G_{INA} = 10$  allora  $R_G \simeq 666 \Omega$  come si ricava da Fig 3.5. Il ramo di *feedback* dei *charge amplifiers* è caratterizzato da un condensatore da 1 pF e da una resistenza 3 G $\Omega$  al fine di ottenere un polo a  $f_1 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{C_f \cdot R_f} \simeq 53 \text{ Hz}$ , che è una frequenza più bassa di quella di oscillazione dell'accelerometro, in questo modo si verifica effettivamente l'integrazione del segnale [3].

Dopo l'elaborazione del segnale da parte degli integratori e degli INA è necessario un sommatore invertente, Fig.3.6.

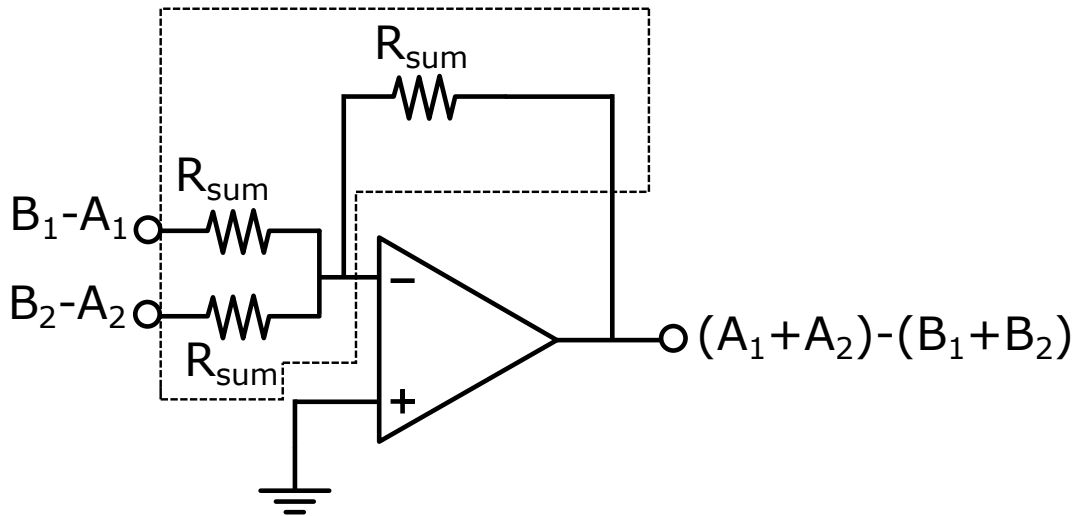
All'uscita del circuito che esegue la somma si ottiene il segnale desiderato in anti-



**Figura 3.4:** Lo schema circuitale rappresenta i quattro CA di *sense* le cui uscite sono fornite in ingresso, a due a due in maniera opportuna, a una coppia di INA dimensionati in modo da avere un guadagno unitario.



**Figura 3.5:** Versione semplificata INA dove viene evidenziata la resistenza  $R_G$  che deve essere scelta dall'utente per impostare il guadagno dell'amplificatore.



**Figura 3.6:** Sommatore invertente implementato con opamp e un circuito integrato ([9]) evidenziato dal poligono tratteggiato in figura, che contiene tre resistori in parallelo e *matchati* aventi lo stesso valore di resistenza pari a 5 k $\Omega$ .

fase, tuttavia occorrono altri elementi circuitali per poter soddisfare i criteri di Barkhausen sul modulo e sulla fase e ottenere così infine il segnale che oscilla alla frequenza desiderata.

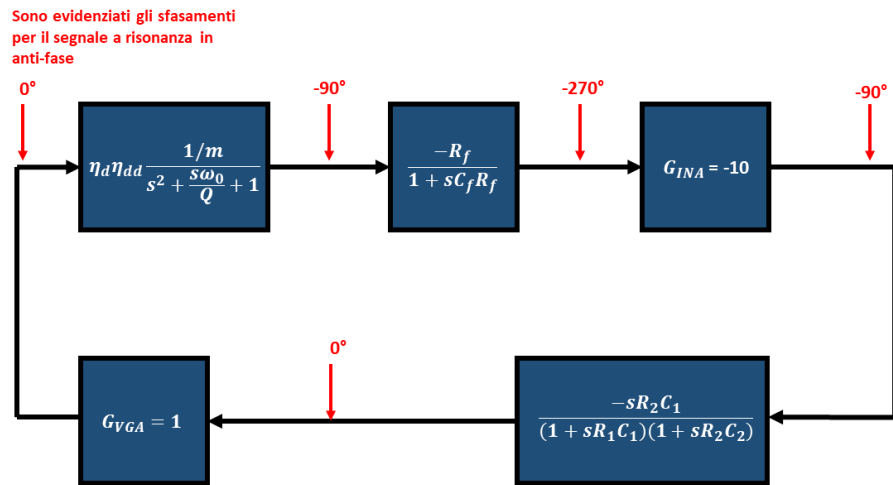
### 3.2.3 Stadi circuitali finali dell'anello

Proseguendo lungo l'anello primario si riconosce un altro *Instrumentation Amplifier* (INA163 [8]) dimensionato in modo da avere un guadagno pari a  $G_{INA} = 10$  in lineare, inoltre al fine di soddisfare il vincolo su  $\arg\{G_{loop}(j\omega_{0,ap})\}$  della 3.1, vi è la necessità di un'ulteriore rete circuitale che sfasi di  $90^\circ$  (Fig.3.8). Infine un *VGA (Variable Gain Amplifier)* [10], preceduto da un partitore di tensione regolabile per chiudere il *loop*, Fig.3.7. Il VGA ha un guadagno di tensione funzione di tre variabili elettriche  $R_{fvga}$ ,  $R_{gvga}$  e  $V_G$ , pertanto la sua espressione algebrica generica è la seguente:

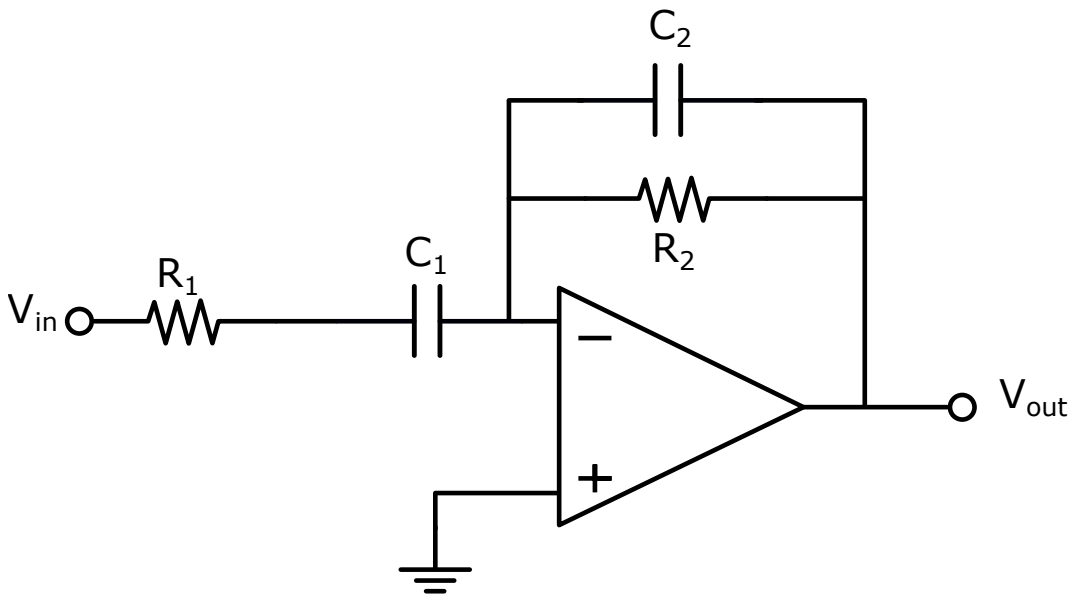
$$A_v = \frac{R_{fvga}}{R_{gvga}} \cdot 1,72 \cdot \frac{V_G + 1}{2} \quad (3.5)$$

$V_G$  ha un *range* di valori possibili compreso tra  $[-1\text{ V}, 1\text{ V}]$ , dunque dalla 3.5 si deduce che  $A_{v,max} = 1,72 \cdot \frac{R_{fvga}}{R_{gvga}}$ .

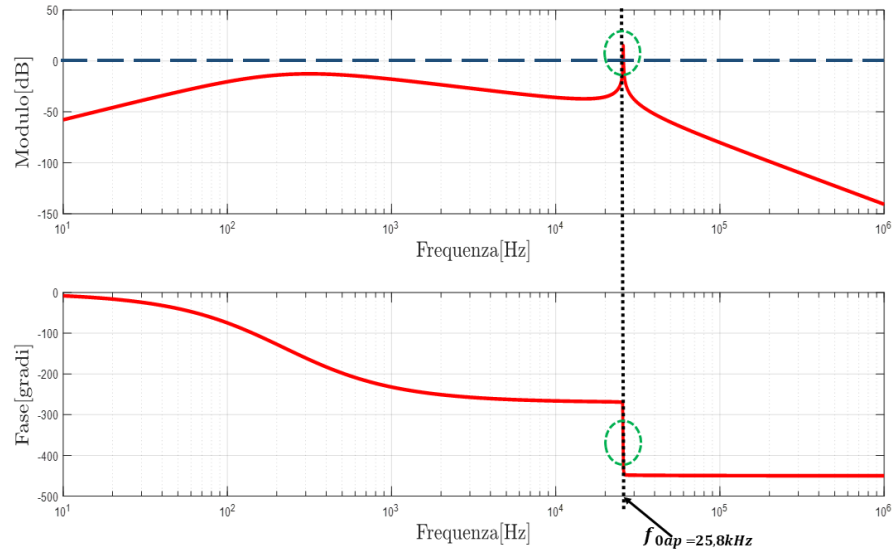
Nella Fig. 3.9 sono cerchiati i tratti dei diagrammi in cui sono soddisfatte le condizioni di Barkhausen. Si nota che l'unica frequenza che soddisfa i criteri è la  $f_{0,ap}$ , quindi l'anello oscilla proprio alla frequenza di risonanza del modo in anti-fase. La



**Figura 3.7:** Schema a blocchi anello primario, con evidenziati gli sfasamenti che subisce un segnale sinusoidale alla pulsazione naturale in anti-fase.



**Figura 3.8:** Rete circuitale per implementare uno sfasamento di  $90^\circ$ .



**Figura 3.9:** Diagramma di Bode di modulo e fase del guadagno d'anello del  $G_{loop}$ .

PARAMETRO	VALORE	COMMENTO
$R_f$	3 G $\Omega$	Resistenze di <i>feedback</i> dei quattro <i>charge amplifier</i>
$C_f$	1 pF	Capacità di <i>feedback</i> dei quattro <i>charge amplifier</i>
$R_G$	666 $\Omega$	Resistenza per impostare il guadagno degli INA
Array ( $R_{sum}$ )	5 k $\Omega$	Array di resistenze per il sommatore invertente
$R_1$	5 k $\Omega$	Resistenza dello stadio che sfasa di 90°
$C_1$	120 nF	Capacità dello stadio che sfasa di 90°
$R_2$	500 k $\Omega$	Resistenza dello stadio che sfasa di 90°
$C_2$	1.2 nF	Capacità dello stadio che sfasa di 90°
$R_{gpga}$	1.72 k $\Omega$	Resistenza per impostare il guadagno del VGA
$R_{fpga}$	1 k $\Omega$	Resistenza per impostare il guadagno del VGA

**Tabella 3.1:** Tabella dei valori dei componenti elettronici usati nell'anello.

3.1 riassume i valori degli elementi circuitali utilizzati nel *loop* primario.

### 3.3 Analisi del rumore nell'anello primario

#### 3.3.1 Rumore di fase e rumore di frequenza

Il segnale generato da un oscillatore ideale è una sinusoidale, cioè:

$$v_{ideale}(t) = A \sin(\Phi(t)) = A \sin(\omega_0 t + \phi_0) = A \sin(\omega_0 t) \quad (3.6)$$

dove, per semplicità, senza ledere la generalità della seguente discussione, si è trascurata la fase iniziale del segnale armonico, ovvero  $\phi_0 = 0$  rad.  $A$  e  $\omega_0$  indicano rispettivamente l'ampiezza e la pulsazione della sinusoidale ideale. Nella realtà, tuttavia, sia l'ampiezza che la fase complessiva del segnale sono soggette a fluttuazioni statistiche, si può dire, dunque, che l'oscillatore è rumoroso e fornisce un'uscita diversa da quella presentata in 3.6:

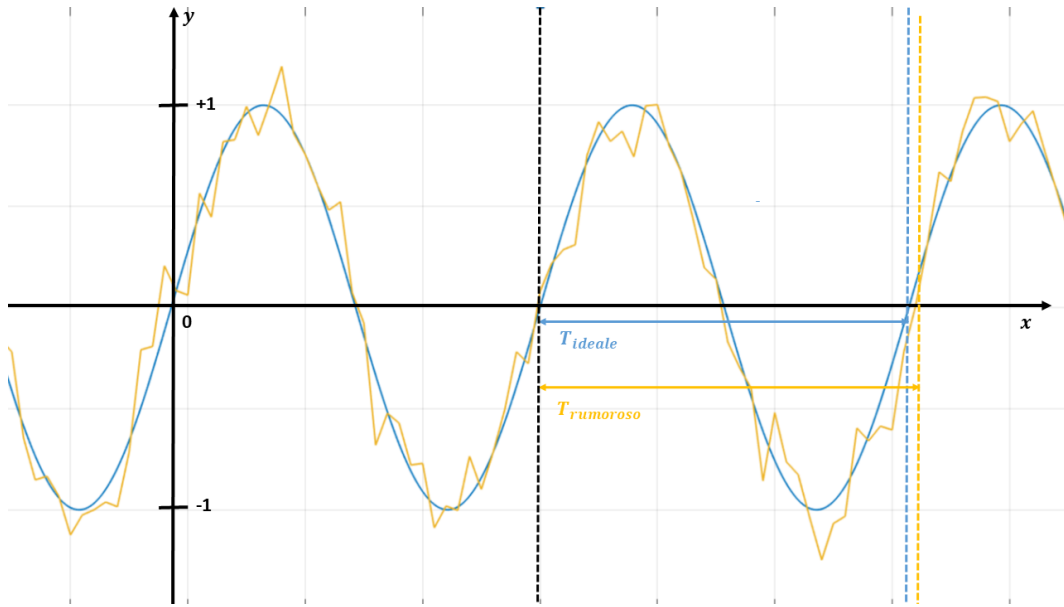
$$v_{reale} = (A + a_n(t)) \sin(\omega_0 t + \phi_n(t)) \quad (3.7)$$

dove sia  $a_n(t)$  che  $\phi_n(t)$  sono le ampiezze delle fluttuazioni associate a processi stocastici stazionari ergodici, Fig.3.10. Il rumore sull'ampiezza e il rumore sulla fase si può considerare bianco dato che possiede una banda molto maggiore rispetto a quella di interesse (circa 100 Hz). Indicando con  $S_{n,a}$  e con  $S_{n,\phi}$  le densità spettrali di potenza di rumore o PSD (*Power Spectral Density*) dell'ampiezza e della fase della sinusoidale e considerando uno spettro di tensione di entità  $S_v$  che si sovrappone all'uscita dell'oscillatore ideale, è dimostrabile che tale densità spettrale si divide equamente in rumore modulato in ampiezza (AM, Amplitude Modulation) e in rumore modulato in fase (PM, Phase Modulation), dunque:

$$S_{n,a} = S_{n,\phi} = \frac{S_v}{2} \quad (3.8)$$

l'equazione è dimostrata dal teorema di Rice [11]. Usando un'approssimazione NBFM (Narrow Band Frequency Modulation), considerando piccole fluttuazioni dell'ampiezza del rumore di fase,  $\phi_n \rightarrow 0$  rad o se si preferisce  $\phi_n \ll 1$  rad e, tenendo in mente le formule di addizione delle funzioni goniometriche, [12], a partire





**Figura 3.10:** In azzurro la sinusoide ideale, in giallo quella rumorosa. Si può notare come non solo c'è un differenza nell'ampiezza tra le due ma c'è anche una differenza tra i due periodi.

dalla 3.7 si ottiene:

$$\begin{aligned}
 v_{reale} &= (A + a_n(t))(\sin(\omega_0 t)\cos(\phi_n(t)) + \cos(\omega_0 t)\sin(\phi_n(t))) \simeq \\
 &\simeq (A + a_n(t))(\sin(\omega_0 t) + \cos(\omega_0 t)\phi_n(t)) = \\
 &= A\sin(\omega_0 t) + A\cos(\omega_0 t)\phi_n(t) + a_n(t)\sin(\omega_0 t) + a_n(t)\cos(\omega_0 t)\phi_n(t)
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

infine, partendo da 3.9 e facendo un'ulteriore ragionevole approssimazione (si trascura il termine  $a_n(t)\cos(\omega_0 t)\phi_n(t)$  rispetto agli altri addendi), si verifica che:

$$v_{reale} \simeq A\sin(\omega_0 t) + A\phi_n(t)\cos(\omega_0 t) + a_n(t)\sin(\omega_0 t) \tag{3.10}$$

è possibile notare tre contributi finali: il segnale ideale, il rumore in ampiezza e il rumore di fase che va a modulare l'ampiezza ideale della sinusoide.

Lo spettro del rumore di fase  $\phi_n$  può essere ricavato come:

$$S_{n,\phi}(\Delta f) = \frac{2 \cdot S_v(f + \Delta f)}{\frac{A^2}{2}} \tag{3.11}$$

dove  $\Delta f = f_m - f_{0,ap}$  (con  $f_{0,ap} < f_m$ ) rappresenta l'offset di frequenza rispetto alla frequenza  $f_0$  della portante. In genere il rumore di fase viene definito tramite una

funzione, detta  $\mathcal{L}$  – script o SSCR (Single Sideband to Carrier Ratio), definita come segue:

$$SSCR = 10 \log\left(\frac{S_\phi}{2}\right) \quad \left[\frac{\text{dBc}}{\text{Hz}}\right] \quad (3.12)$$

Una volta definito lo spettro del rumore in fase, si può derivare la PSD del rumore di fase. La relazione fondamentale tra pulsazione e fase è la seguente:

$$\omega(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (3.13)$$

nel dominio di Laplace:

$$\mathcal{L}\left\{\frac{dx(t)}{dt}\right\} = s \cdot \mathcal{L}\{x(t)\} \quad (3.14)$$

passando in frequenza e esprimendo in termini di PSD:

$$S_{nf}(f) = f^2 S_{n\phi}(f) \quad (3.15)$$

dove  $S_{nf}(f)$  è espressa in  $[\frac{\text{Hz}^2}{\text{Hz}}]$ , ovviamente questo spettro va valutato poi per  $f = \Delta f$ . Dato che la *Sensitivity* (S) dell'accelerometro FMTS è espressa come  $\frac{\Delta f}{\Delta a}$  si può riportare lo spettro di frequenza in PSD di accelerazione in ingresso in modo da avere un SNR riferito all'ingresso al fine di poter ricavare il minimo segnale misurabile dal sensore:

$$S_a(\Delta f) = \frac{S_f(\Delta f)}{S^2} \quad (3.16)$$

### 3.3.2 Modello del MEMS (mismatch di frequenza)

Al fine di poter calcolare il rumore di fase a una frequenza  $f_m$  situata a una distanza  $\Delta f$  dalla portante  $f_{0,ap}$  tale che  $\Delta f = f_m - f_{0,ap} \ll f_{0,ap}$  è necessario trovare la funzione di trasferimento del MEMS situata a  $f_m$ . Si considera la seguente funzione di trasferimento nel dominio della variabile di Laplace:

$$T_{MEMS}(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = \eta_d \eta_{dd} \frac{\frac{1}{m_{ap}}}{s^2 + s \frac{\omega_{0,ap}}{Q_{ap}} + \omega_{0,ap}^2} \quad (3.17)$$

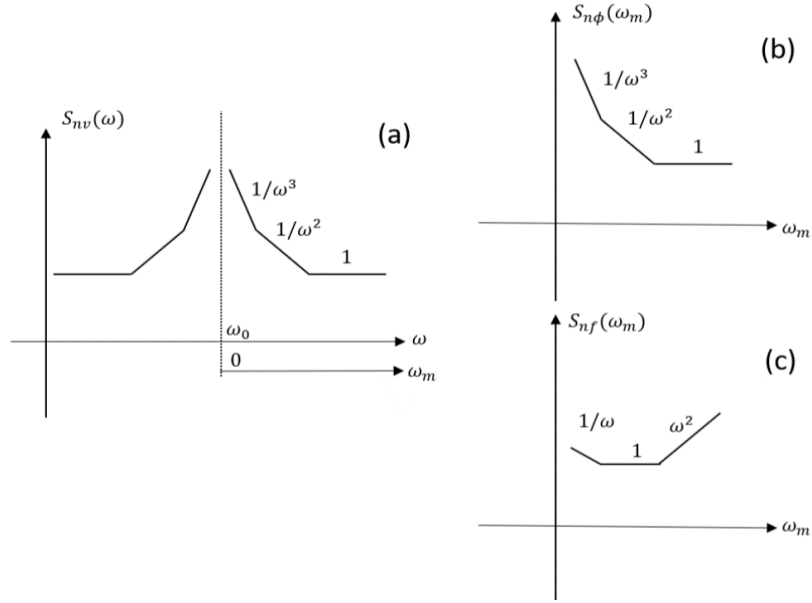


Figura 3.11: (a) Spettro di tensione. (b) Spettro di fase. (c) Spettro di frequenza [13].

si passa al dominio di Fourier eseguendo la sostituzione  $s = j\omega$ :

$$T_{MEMS}(j\omega) = \eta_d \eta_{dd} \frac{\frac{1}{m_{ap}}}{\omega^2 - \omega_{0,ap}^2 + \frac{j\omega\omega_{0,ap}}{Q_{ap}}} \quad (3.18)$$

adesso è necessario esprimere in funzione di  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ :

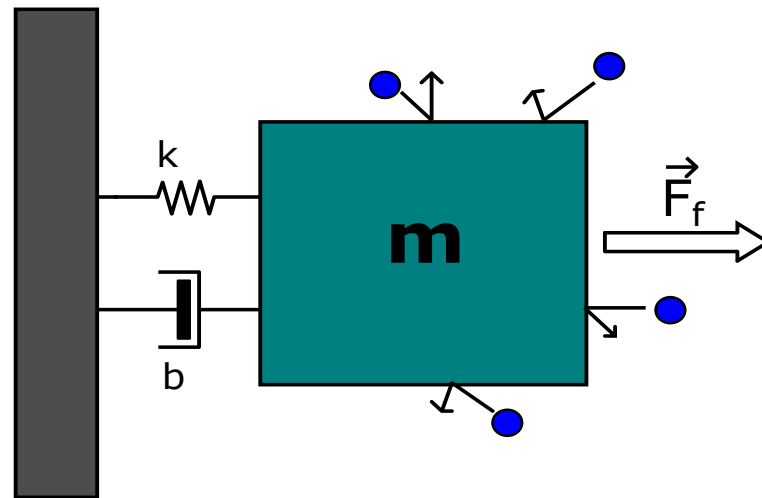
$$T_{MEMS}(j\Delta\omega) = \eta_d \eta_{dd} \frac{\frac{1}{m_{ap}}}{\frac{j\Delta\omega\omega_{0,ap}}{Q_{ap}} - 2\Delta\omega\omega_{0,ap} + \frac{j\omega_{0,ap}^2}{Q_{ap}}} \quad (3.19)$$

dalla 3.19 possiamo ricavare un'ulteriore equazione applicando la disuguaglianza  $\Delta\omega \ll \omega_0$ :

$$T_{MEMS}(j\Delta\omega) \simeq \eta_d \eta_{dd} \frac{\frac{1}{m_{ap}}}{\frac{j\omega_{0,ap}^2}{Q_{ap}} - 2\Delta\omega\omega_{0,ap}} \quad (3.20)$$

lo stesso discorso può essere applicato al trasferimento del *charge amplifier* a partire dal dominio di Laplace, passando per quello di Fourier e finendo con la valutazione a  $\Delta\omega$ :

$$T_{charge}(j\Delta\omega) = \frac{-R_f}{1 + j(\Delta\omega + \omega_{0,ap})C_f R_f} \quad (3.21)$$



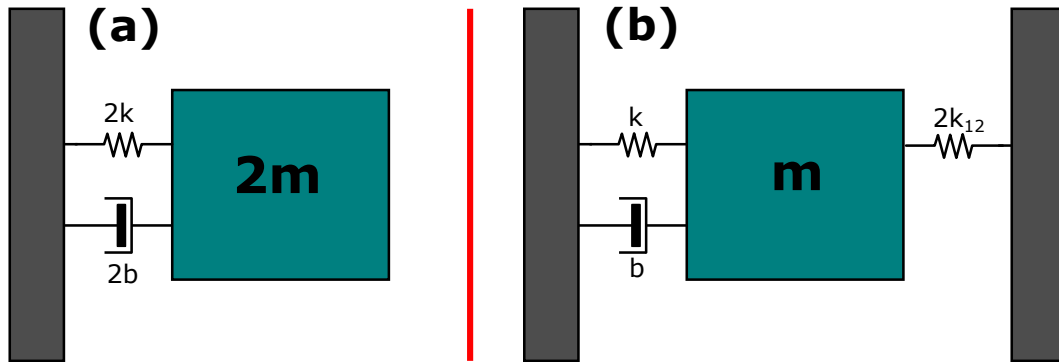
**Figura 3.12:** Modello fisico per la spiegazione del rumore termomeccanico, con  $F_f$  si indica la forza di fluttuazione. Vengono evidenziate le molecole di gas che urtano la massa in maniera completamente casuale.

### 3.3.3 Contributi di rumore bianco: MEMS

Il MEMS stesso è fonte di rumore termomeccanico. La spiegazione rigorosa del rumore termomeccanico di un MEMS è da ricercarsi nel teorema di fluttuazione-dissipazione: qualsiasi meccanismo dissipativo che si traduce in uno smorzamento meccanico deve essere bilanciato da una "forza di fluttuazione" per preservare il bilancio energetico macroscopico e quindi l'equilibrio termico [3]. In altre parole, per prevenire che la temperatura, indice dell'energia cinetica media del sistema MEMS+package, scenda al di sotto della temperatura dell'ambiente, si introduce un termine aggiuntivo detto "forza di fluttuazione" nella seconda legge della dinamica. Questa nuova forza è quella che determina il passaggio di energia da MEMS a ambiente circostante.

In maniera più intuitiva, dato che il sistema microelettromeccanico è incapsulato in un package a una certa pressione, le molecole di gas, eccitate dal moto di agitazione termica, colpiscono la massa sospesa applicandole una forza casuale, Fig 3.12.

Nel caso di interesse, la "forza di fluttuazione" così come la forza inerziale può essere scomposta in due componenti: una in fase e una in anti-fase. dalla Fig. 3.13 si può condurre un'analisi termodinamica e applicare il principio dell'equipartizione



**Figura 3.13:** (a) Modello *massa-molla-smorzatore* in fase; (b) Modello *massa-molla-smorzatore* in anti-fase.

dell'energia di Boltzmann [14]:

$$\begin{cases} 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot k \langle x_{ph} \rangle^2 = \frac{1}{2} \cdot K_b T \\ 2 \cdot \frac{1}{2} (k + k_{12}) \langle x_{ap} \rangle^2 = \frac{1}{2} \cdot K_b T \end{cases} \quad (3.22)$$

Nella 3.22 con " $\langle \rangle$ " si indica il valore medio,  $K_b$  è la costante di Boltzmann e  $T$  è la temperatura assoluta del sistema espressa in K. I primi membri di entrambe le equazioni rappresentano l'energia potenziale elastica rispettivamente del modello in fase e del modello in anti-fase. il fattore due che moltiplica i primi membri è dovuto a due diverse ragioni:

- Nella prima equazione di 3.22, il 2 è dovuto a  $k_{ph} = 2 \cdot k$ ;
- Nella seconda equazione, invece, il fattore 2 è dovuto al fatto che in anti-fase si considerano entrambe le masse e quindi due contributi di energia potenziale elastica.

La densità spettrale di potenza di rumore associata alla forza di fluttuazione, espressa in  $\frac{N^2}{Hz}$ , si ricava dalla relazione di Nyquist [15].

$$\begin{cases} S_{F_n,ph} = 2K_b T b \\ S_{F_n,ap} = 2K_b T b \end{cases} \quad (3.23)$$

$S_{F_n,ph} = 2K_b T b$  la si può riportare subito in ingresso in forma di accelerazione dividendo per  $m_{ph}^2$ . Si ottiene così:  $S_{acc,ph} \simeq (30 \frac{\mu g}{\sqrt{Hz}})^2$ , che sarà trascurabile in

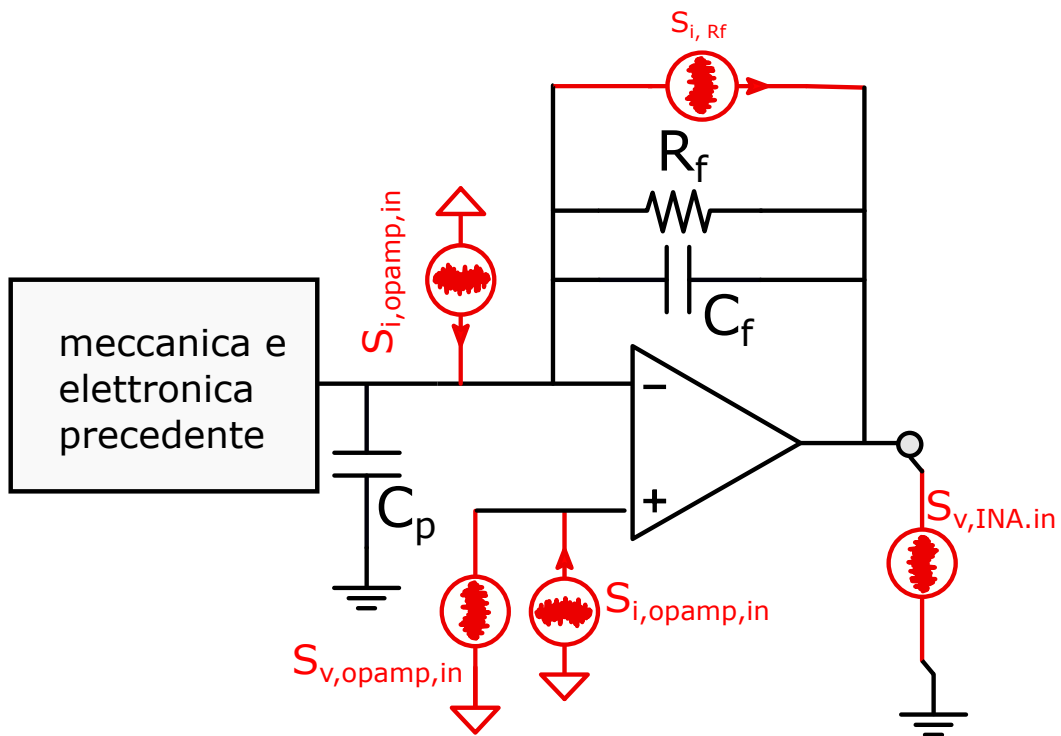


Figura 3.14: Charge amplifiers con sorgenti di PSD evidenziate.

seguito.

### 3.3.4 Contributi di rumore bianco: elettronica

I contributi di rumore che influiscono maggiormente saranno quelli dei primi stadi che intervengono nell'anello: *charge amplifier* e INA. Vengono riportati in ingresso all'INA, Fig. 3.15, i contributi di rumore dell'*Instrumentation amplifier* stesso e dei componenti elettronici che compongono il *charge*, ricordando che per questo stadio il contributo della capacità parassita del MEMS è fondamentale nel calcolo del trasferimento di rumore. Di seguito si suppone una capacità parassita pari a  $C_p = 10$  pF. Guardando la Fig.3.14 è facile notare che nel dominio di Fourier i trasferimenti sono i seguenti:

$$S_{v,opamp,out}(\omega) = S_{v,opamp,in}(\omega) \cdot \left| \frac{1 + j\omega C_p R_f}{j\omega C_f R_f} \right|^2 \quad (3.24)$$

$$S_{i,opamp,out}(\omega) = S_{i,opamp,in}(\omega) \cdot \left| \frac{R_f}{1 + j\omega C_f R_f} \right|^2 \quad (3.25)$$

$$S_{i,R_f}(\omega) = \frac{4K_b T}{R_f} \cdot \left| \frac{R_f}{1 + j\omega C_f R_f} \right|^2 \quad (3.26)$$

questi contributi sono gli spettri trasferiti all'uscita dell'integratore o, se si preferisce all'ingresso dell'INA, a questi va aggiunto il contributo dell'amplificatore per strumentazione stesso, il quale, nelle condizioni di interesse e di guadagno previsto per lo stadio è pari a:  $S_{v,in,INA} = 25 \left( \frac{nV}{\sqrt{Hz}} \right)^2$  [8]. Si può, inoltre, ricavare la PSD del MEMS all'uscita del *charge amplifier* espressa in termini di  $\frac{V^2}{Hz}$ :

$$S_{v,MEMS} = \frac{S_{E_{n,ap}}}{\eta_d^2} \cdot |T_{MEMS}(j\Delta\omega)|^2 \cdot |T_{charge}(j\Delta\omega)|^2 \quad (3.27)$$

Trasferiti tutti i rumori all'ingresso dell'INA è ora opportuno calcolare il contributo di rumore di tensione che ricircola nell'anello, Fig.3.16:

$$\begin{aligned} S_{v,loop} = & (S_{v,MEMS}(\omega_{0,ap} + \Delta\omega) + S_{v,in,INA} + S_{v,opamp,out}(\omega_{0,ap} + \Delta\omega) + \\ & + S_{i,opamp,out}(\omega_{0,ap} + \Delta\omega) + S_{i,R_f}(\omega_{0,ap} + \Delta\omega)) G_{INA}^2 |T_{90d}(\omega_{0,ap} + \Delta\omega)|^2 \cdot \\ & \cdot G_{vga}^2 |T_{MEMS}(\omega_{0,ap} + \Delta\omega)|^2 |T_{charge}(\omega_{0,ap} + \Delta\omega)|^2 \end{aligned} \quad (3.28)$$

Solo metà di questo rumore da' contributo PM:  $S_{PM,loop} = \frac{S_{v,loop}}{2}$ .

Si può calcolare il rumore di fase nella seguente maniera:

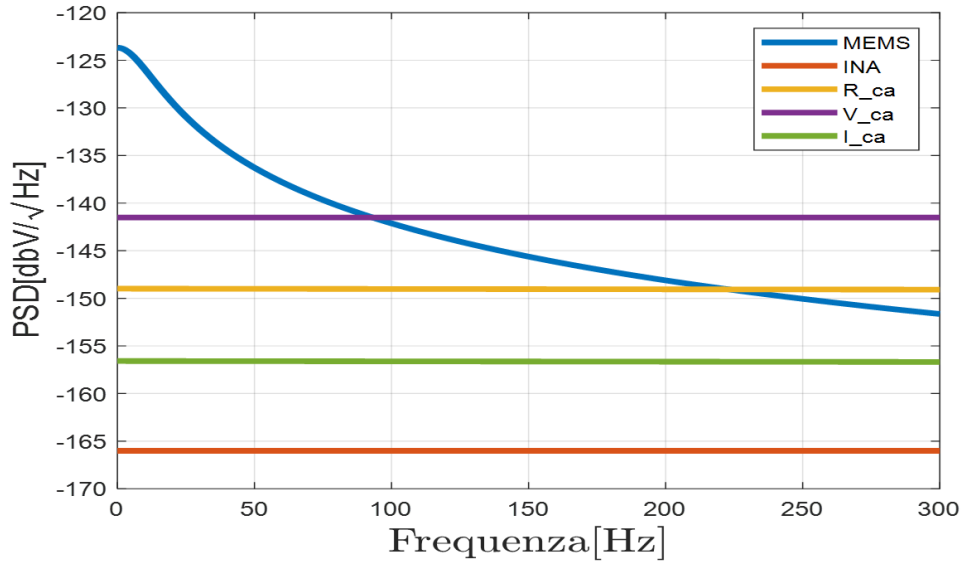
$$S_{\phi,1}(\Delta\omega) = \frac{(S_{PM,loop}(\Delta\omega) + S_{v,in,INA} + S_{i,opamp,out}(\omega_{0,ap} + \Delta\omega) + S_{i,R_f}(\omega_{0,ap} + \Delta\omega))}{\frac{(\frac{x_{ap}\eta_{dd}}{C_f})^2}{2}} \quad (3.29)$$

che è quello relativo all'elettronica, e poi è presente quello dovuto al MEMS:

$$S_{\phi,2}(\Delta\omega) = \frac{S_{v,MEMS}(\Delta\omega)}{\frac{(\frac{x_{ap}\eta_{dd}}{C_f})^2}{2}} \quad (3.30)$$

il rumore di fase totale sarà dato dalla somma dei due:

$$S_{\phi}(\Delta\omega) = S_{\phi,1}(\Delta\omega) + S_{\phi,2}(\Delta\omega) \quad (3.31)$$



**Figura 3.15:** Confronto tra le densità spettrali di potenza di rumore riportati all'uscita del *charge amplifier*. Si può notare che nella banda di interesse, cioè fino a circa 100 Hz, a prevalere sono le PSD del MEMS e del CA.

Dal rumore di fase totale, tramite l'equazione 3.15, si può passare al rumore di frequenza e infine a quello in accelerazione riferito in ingresso:

$$S_{frequency}(\omega_{0,ap} + \Delta\omega) = \left(\frac{\omega_{0,ap} + \Delta\omega}{2\pi}\right)^2 S_{\phi}(\omega_{0,ap} + \Delta\omega) \quad (3.32)$$

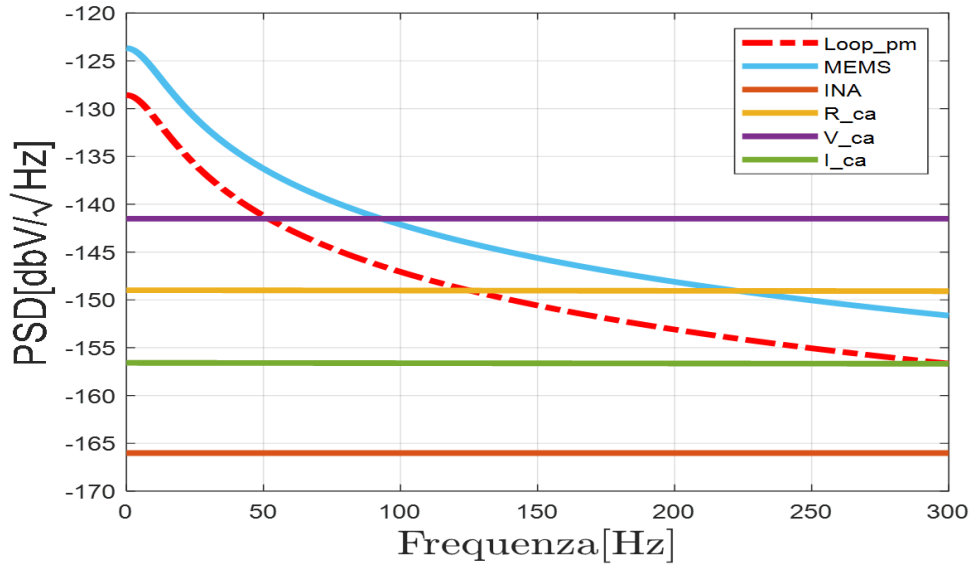
$$S_{acc,ap}(\omega_{0,ap} + \Delta\omega) = \frac{S_{frequency}(\omega_{0,ap} + \Delta\omega)}{(SF)^2} \quad (3.33)$$

A dominare, nell'intervallo di frequenze di interesse, è il contributo del rumore fornito dal MEMS, invece, per quanto concerne l'elettronica il contributo più significativo è la PSD di tensione dell'OPA828 che implementa l'integratore.

### 3.4 AGC (Automatic Gain Control)

Per controllare lo spostamento in anti-fase  $x_{ap}$  si usa tipicamente un anello secondario caratterizzato da una retroazione negativa piuttosto che da una positiva come nell'anello primario. Questo *loop* secondario prende il nome di AGC (*Automatic Gain Control*) e ha lo scopo di compensare le variazioni di  $x_{ap}$  causate, ad esempio, da variazioni di temperatura o da *aging* dei componenti elettronici.





**Figura 3.16:** Confronto tra le densità spettrali di potenza di rumore riportati all'uscita del *charge amplifier*. In uno stile diverso (tratto e punto) è evidenziato il contributo di PSD che ricircola nell'anello.

PARAMETRO	VALORE	COMMENTO
$C_p$	10 pF	Capacità parassita
$S_{v,in,INA}$	$25 \left( \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \right)^2$	PSD di rumore di tensione riferita all'ingresso dell'INA con $G_{INA} = 10$
$S_{v,opamp,in}$	$16 \left( \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \right)^2$	PSD di rumore di tensione riferita all'ingresso dell'opamp del <i>charge</i>
$S_{i,opamp,in}$	$1.44 \left( \frac{\text{fA}}{\sqrt{\text{Hz}}} \right)^2$	PSD di rumore di corrente riferita all'ingresso dell'opamp del <i>charge</i>
$S_{R_f}$	$2.9 \left( \frac{\text{fA}}{\sqrt{\text{Hz}}} \right)^2$	PSD del resistore di <i>feedback</i>

**Tabella 3.2:** Tabella valori numerici delle principali fonti di parassitismo e di rumore.

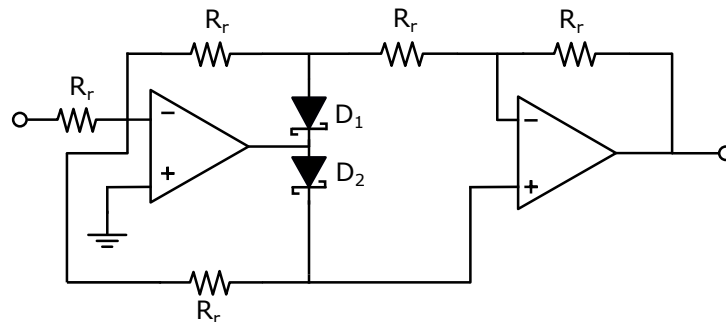


Figura 3.17: Raddrizzatore a doppia semionda usato nella PCB

L'ingresso all'anello secondario deve essere preso in un punto dell'anello primario in cui il segnale di tensione circolante è proporzionale allo spostamento in anti-fase, cioè l'uscita del sommatore invertente.

L'idea di base è quella di estrarre un valore di tensione proporzionale allo spostamento, confrontare tale valore con uno di riferimento e agire poi sul VGA dell'anello primario in modo da compensare le possibili variazioni di  $x_{ap}$  dal suo valore di riferimento.

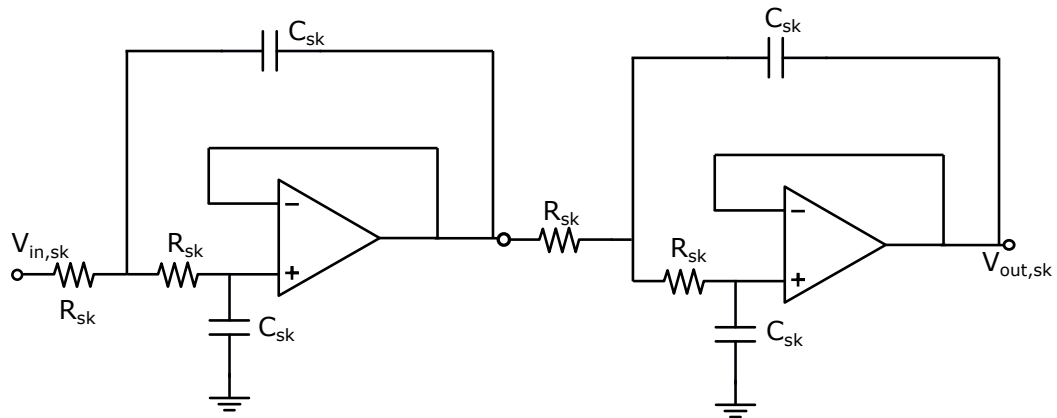
### 3.4.1 Elettronica AGC: raddrizzatore a doppia semionda

Una volta prelevato dall'anello primario il segnale armonico proporzionale allo spostamento in anti-fase è opportuno raddrizzare il segnale.

Nella PCB (*Printed Circuit Board*) di riferimento viene usato il raddrizzatore rappresentato in Fig.3.17, [16]. I resistori utilizzati sono caratterizzati tutti dalla medesima resistenza da 1 k $\Omega$ , i diodi impiegati sono di tipo Schottky in silicio, [17], mentre gli amplificatori operazionali usati sono dei THS3001ID [18].

### 3.4.2 Elettronica AGC: LPF (Low Pass Filter)

Si è usato un filtro passa basso del quarto ordine, implementato con due celle Sallen-Key passa-basso, Fig.3.18, aventi stesso  $Q_{sk} = \frac{1}{2}$  e stessa pulsazione naturale  $\omega_{n,sk} = \frac{1}{R_{sk}C_{sk}}$ .



**Figura 3.18:** Due celle Sallen-Key in cascata per implementare un filtro passabasso del quarto ordine.

Si è scelto di dimensionare resistenze e condensatori con lo stesso valore e di usare un opamp ([6]) che implementa un buffer di tensione in modo da avere guadagno unitario per la cella.

$$T_{sk}(s) = \frac{V_{out,sk}}{V_{in,sk}} = \frac{1}{(s^2 + \frac{sQ_{sk}}{\omega_{n,sk}} + \omega_{n,sk}^2)^2} \quad (3.34)$$

Si è dimensionato  $R_{sk} = 6.5 \text{ k}\Omega$  e  $C_{sk} = 5 \text{ nF}$  in modo da avere quattro poli alla frequenza  $f_{sk} = 4.9 \text{ kHz}$ .

### 3.4.3 Elettronica AGC: INA e VGA

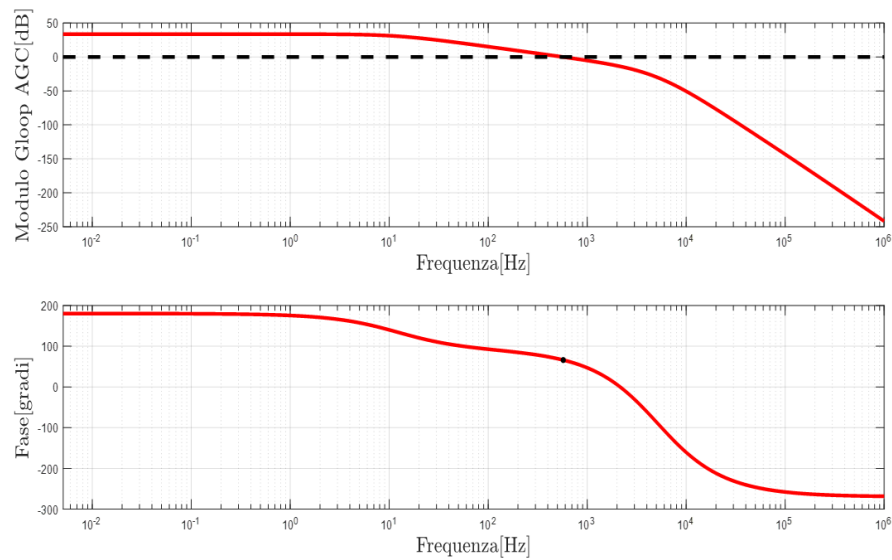
In cascata al filtro viene utilizzato un INA uguale a quello inserito nell'anello primario con un guadagno pari sempre a  $G_{INA} = 10$ , la cui uscita è collegata a un VGA, dove si è considerata una tensione di riferimento  $V_{ref} \simeq 1.7 \text{ V}$ , prendendo come riferimento uno spostamento di riferimento in anti-fase  $x_{ap,ref} = 400 \text{ nm}$ .

### 3.4.4 $G_{loop}$ dell' AGC

Moltiplicando i vari stadi lungo l'anello che individua l' *Automatic Gain Control* si può ricavare il  $G_{loop}$  dell'AGC.

Dalla Fig.3.19 è possibile ricavare modulo del guadagno di anello dell' AGC in DC, oltre alla banda e al margine di fase:

- $|G_{loop,AGC}(0)| = 33.65 \text{ dB}$ ;



**Figura 3.19:** Diagramma di Bode sia del modulo che della fase del guadagno di anello dell'AGC.

- $BW = 580 \text{ Hz}$ ;
- $\Phi \simeq 66^\circ$  (indicato anche dal *marker*).

I dati dell'elenco confermano la stabilità dell'anello.

### 3.5 Riduzione del picco di risonanza in fase tramite tecnica force-feedback

Nella parte finale del secondo capitolo si è accennato a quello che è il "core" dell'intera tesi, ovvero la risoluzione del problema di un elevato  $Q_{ph}$ , la cui entità non può essere abbassata in maniera conveniente agendo sulla struttura meccanica, ma può essere reso più basso utilizzando un circuito di compensazione al fine di ridurre il picco di risonanza in fase e allo stesso tempo mantenere un *tuning* in onda quadra a  $f_{sw} = 100 \text{ Hz}$ .

La tecnica *force-feedback* propone l'instaurarsi di una forza di compensazione che si attivi solo nei pressi della frequenza di risonanza in fase  $f_{ph}$  in modo da lasciare inalterato il funzionamento in banda dell'accelerometro. Dunque, quando la forza inerziale in ingresso ha uno spettro che contiene frequenze nei pressi di  $f_{ph}$  l'anello

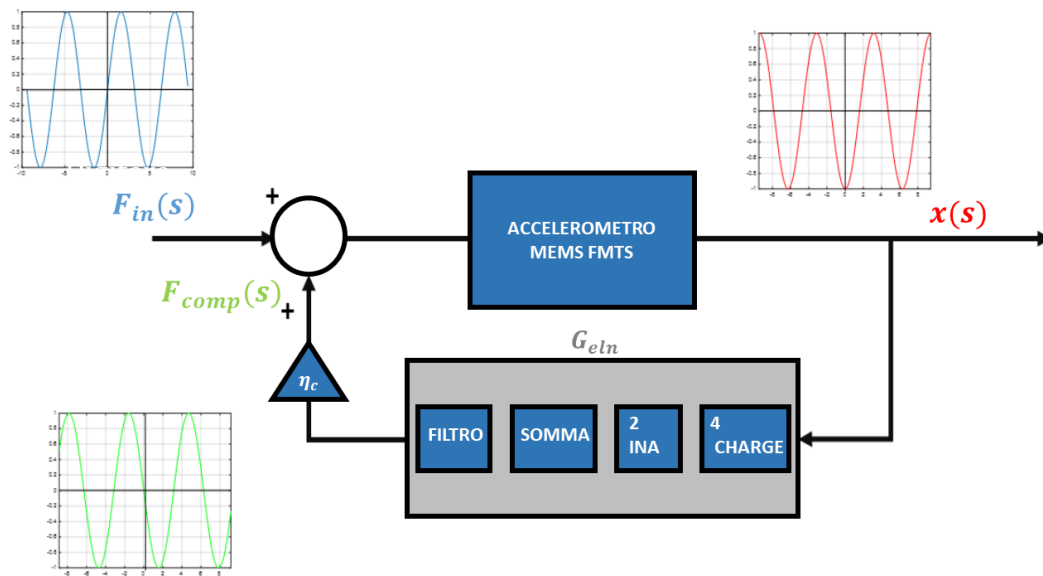


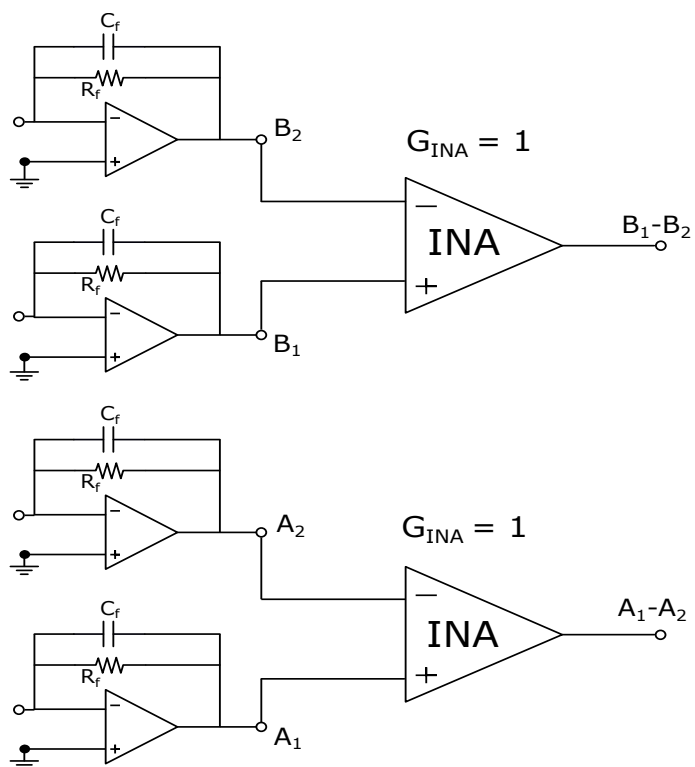
Figura 3.20: Schema a blocchi anello di compensazione.

circuitale di compensazione si attiva e, una volta percepita la forza di ingresso amplificata dal fattore  $Q_{ph}$ , fornisce al MEMS una forza elettrostatica opposta a quella inerziale generata dall'accelerazione esterna.

La forza di compensazione elettrostatica viene fornita tramite appositi elettrodi di tipo *comb-finger*. Nella Fig.3.20 è riassunto in maniera grafica il circuito caratterizzato da retroazione negativa per bilanciare una forza inerziale a risonanza.

### 3.5.1 Anello di compensazione: Front-end

Il *front-end* dell'anello di compensazione è molto simile a quello dell'anello primario, infatti i *charge amplifiers* sono in comune sia all'anello di compensazione che all'anello oscillante, INA e sommatori non sono in comune ma sono identici nelle caratteristiche. I segnali forniti dal sensore vengono combinati in maniera differenziale in modo da poter elaborare segnali proporzionali al movimento in fase anziché a quello in anti-fase, Fig.3.21. Le uscite degli INA vengono poi inviate a un sommatore invertente uguale a quello già presentato in Fig.3.6, e all'uscita di questo stadio si può prelevare il segnale  $v_{out,sum} = (A_2 + B_2) - (A_1 + B_1)$  proporzionale a  $x_{ph}$ .



**Figura 3.21:** Front-end in comune con anello primario, da notare la diversa combinazione degli ingressi.

### 3.5.2 Dimensionamento anello di compensazione

Supponendo un'accelerazione alla  $f_{ph}$  si genera una forza inerziale che agisce sulla  $m_{ph}$ , quindi si ha che  $x_{ph}(j\omega_{0,ph}) = F_{ph}(j\omega_{0,ph}) \frac{Q_{ph}}{jk_{ph}}$ , pertanto, come ci si aspetta, a risonanza si verifica uno sfasamento di  $-90^\circ$  tra forza e spostamento. Dato che si vuole implementare un *loop* negativo è opportuno avere uno sfasamento complessivo di  $-180^\circ$  ciò comporta la necessità di fornire altri  $-90^\circ$  di sfasamento tra  $x_{ph}(j\omega_{0,ph})$  e  $F_{comp}(j\omega_{0,ph})$ . Riassumendo le condizioni che deve soddisfare il *loop* a risonanza:

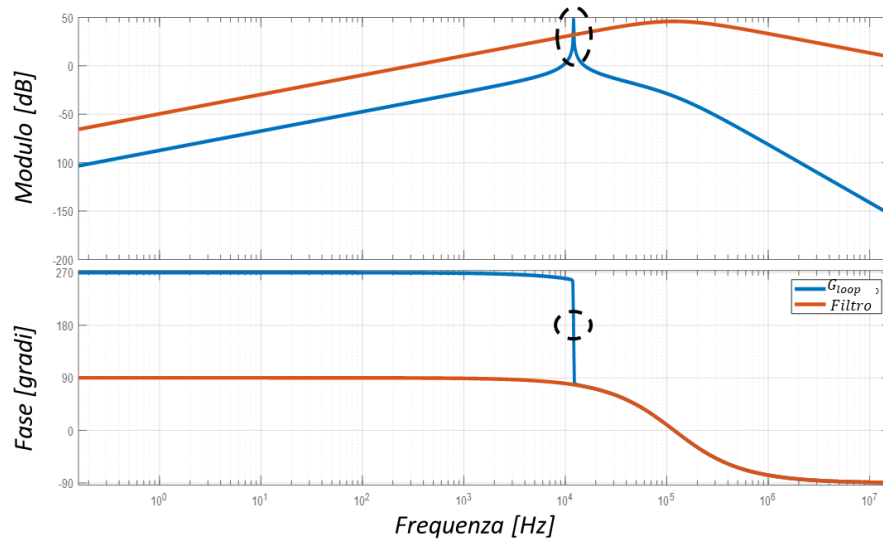
$$\begin{cases} |G_{loop,comp}(j\omega_{0,ph})| = |G_{MEMS}(j\omega_{0,ph})G_{eln}(j\omega_{0,ph})\eta_c| \\ \arg\{G_{loop,comp}(j\omega_{0,ph})\} = -180^\circ \end{cases} \quad (3.35)$$

Nella banda dell'accelerometro, ovvero per  $\omega < 2\pi \cdot 100$  Hz, l'anello di compensazione non deve essere attivo per cui  $|G_{loop,comp}(\omega < \omega_{Bw})| \rightarrow 0$ . Per poter soddisfare questi vincoli si utilizza un circuito identico a quello di Fig.3.8, dimensionato nella maniera opportuna.

La banda dell'accelerometro è preservata dallo zero nell'origine introdotto dal condensatore  $C_1$ , in questo modo si verifica un comportamento passa alto. Dato che  $f_{ph} \simeq 12$  kHz, vuol dire che la risonanza è più di una decade dopo della frequenza dello zero per cui si verifica uno sfasamento totale del segnale a risonanza pari a  $\Phi_{sf} = -90^\circ + 90^\circ = 0^\circ$ , idealmente, all'uscita del filtro implementato da  $R_1$  e  $C_1$ . Al fine di raggiungere i  $-180^\circ$  di sfasamento finale basta applicare la forza di compensazione  $F_{comp}$  in senso opposto a  $F_{in}$  ottenendo un'inversione del segno nel *loop* corrispondente a uno sfasamento  $-180^\circ$  di del segnale. Bisogna, inoltre, aggiungere due poli alla funzione di trasferimento oltre la frequenza di risonanza in fase, infatti, qualora la funzione di trasferimento agisse ancora da derivatore e il *loop* di compensazione fosse attivo anche per  $\omega = \omega_{0,ap}$  si andrebbe a influenzare anche l'oscillazione in anti-fase dell'anello primario. I due poli vengono posti a due frequenze diverse  $f_{p1} = 36.2$  kHz e  $f_{p2} = 116.3$  kHz, come è possibile notare dalla Fig. 3.22:

## 3.6 Analisi di Scale Factor e non linearità

Nel Cap. 2 si è già ricavata l'espressione analitica teorica dello *Scale Factor*, (Eq. 2.20). Qui di seguito vengono riportate due figure ricavate da uno script Matlab in cui si mette a confronto la formula teorica della *Sensitivity* con quella ricavata dall'

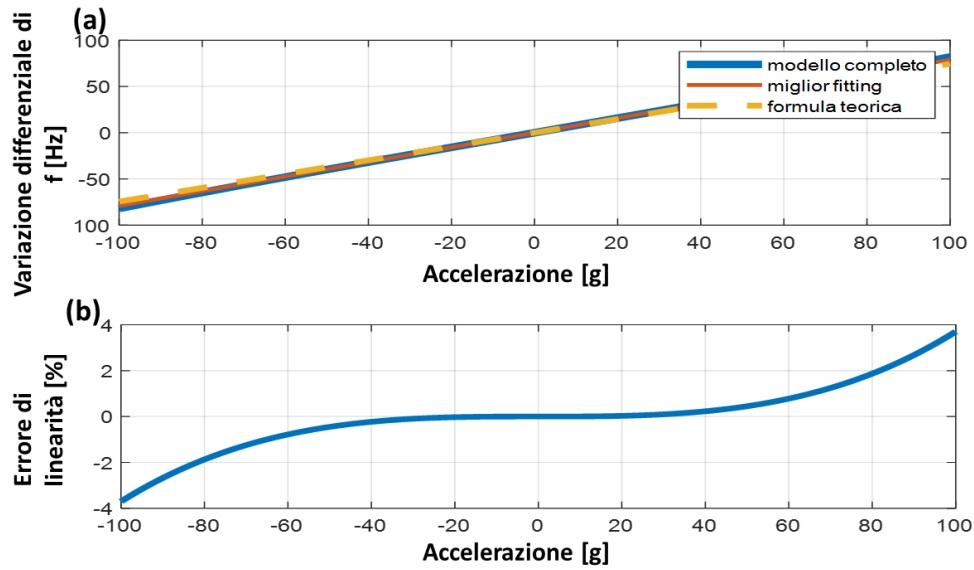


**Figura 3.22:** Diagrammi di Bode di modulo e fase di  $G_{loop,comp}$  e del filtro di compensazione. Vengono cerchiare le porzioni di diagramma in cui  $|G_{loop,comp}| > 1(0dB)$  e dove la fase è  $-180^\circ$ .

PARAMETRO	VALORE	COMMENTO
$C_{90d1}$	2.2 nF	Capacità del filtro di compensazione
$C_{90d2}$	5.7 pF	Capacità di <i>feedback</i> del filtro di compensazione
$R_{90d1}$	2 k $\Omega$	Resistenza del filtro di compensazione
$R_{90d2}$	240 k $\Omega$	Resistenza di <i>feedback</i> del filtro di compensazione

**Tabella 3.3:** Tabella dei parametri dei componenti circuitali appropriatamente dimensionati.





**Figura 3.23:** (a) Errore di linearità percentuale in funzione dell'accelerazione in ingresso; (b) SF teorico Vs SF analisi numerica *Matlab*.

PARAMETRO	VALORE	COMMENTO
$k_{el,0}$	$0.64 \frac{N}{m}$	Rigidezza elettrostatica
$k_{ph}$	$24.9 \frac{N}{m}$	Rigidezza associata al modo in fase
$f_{0,ap}$	25.8 kHz	Frequenza di risonanza a riposo in anti-fase
$g_{tun}$	1 $\mu m$	Gap tra gli elettrodi di <i>tuning</i>

**Tabella 3.4:** Tabella che elenca i principali parametri utili per il calcolo dello SF teorico.

analisi numerica, da cui si evince che i risultati della simulazione coincidono con quelli forniti dalla formula ricavata teoricamente. La Fig.3.24 è ottenuta tramite il simulatore, in questo caso, invece, il *fitting* tra *Sensitivity* teorica e *Sensitivity* simulata c'è solamente tra  $\pm 10$  g. Lo *Scale Factor* simulato è maggiore di quello teorico di norma, ciò è dovuto al fatto che le masse non si muovono solo tramite la forza inerziale ma c'è anche l'influenza del movimento in anti-fase. Inoltre è presentato un ulteriore grafico in cui vi l'andamento dell'errore percentuale di non linearità in funzione dell'accelerazione fornita in ingresso. Si può notare che l'errore di non linearità pari all' 1% si ha in corrispondenza di  $\pm 65$  g, Fig. 3.23. Nella 3.4 vengono indicati i valori che sostituiti nella 2.20 mi restituiscono una  $S_{teorica} = 0.75 \frac{Hz}{g}$ . All'attivazione dell'anello di compensazione, in Fig.3.25, si verifica una rapida e drastica diminuzione dell'ampiezza dello spostamento in fase. Per ottenere il gra-

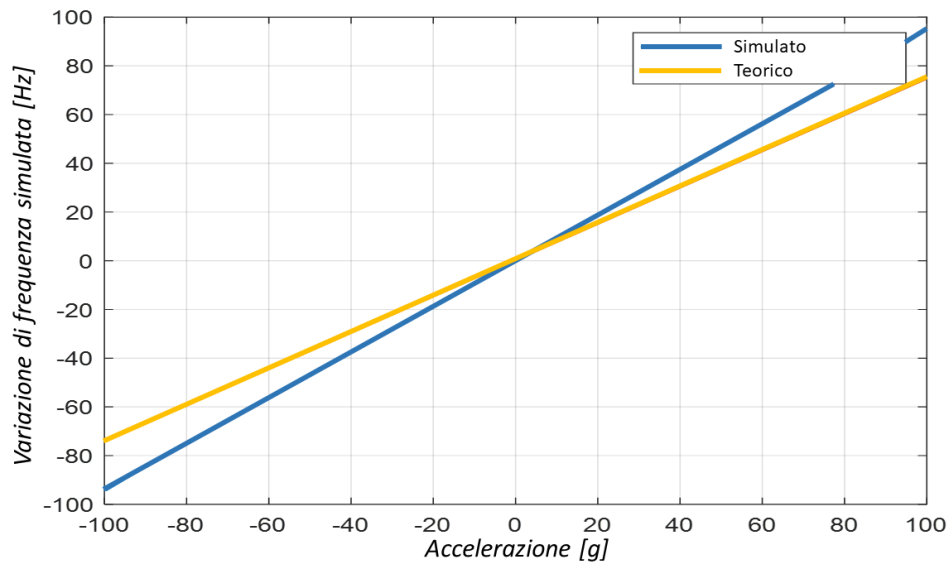


Figura 3.24: SF teorico Vs SF simulato con *Simulink*.

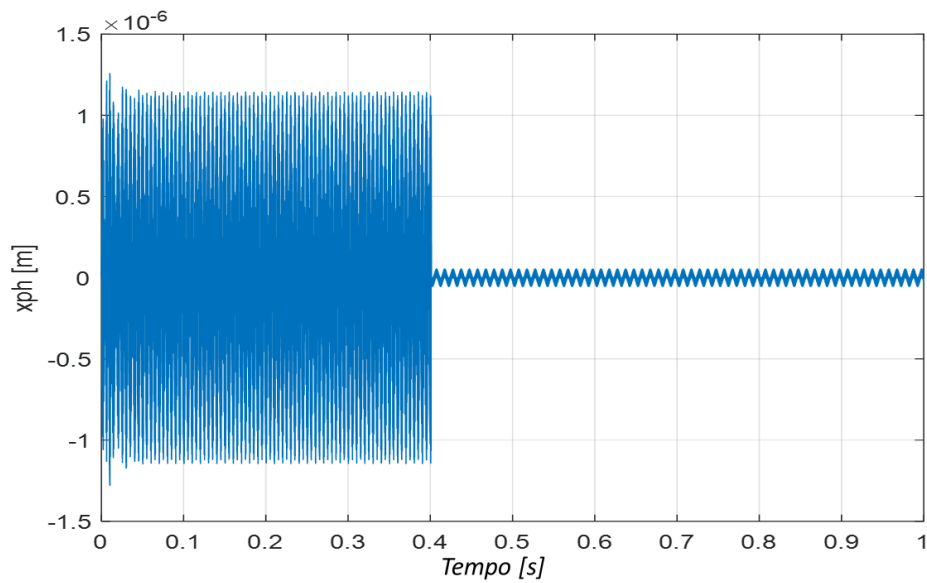


Figura 3.25: Il grafico mostra  $x_{ph}$  (spostamento in fase) in funzione nel tempo. Si nota che per  $t = 0.4$  s viene acceso il circuito di compensazione che abbassa il *ringing*.

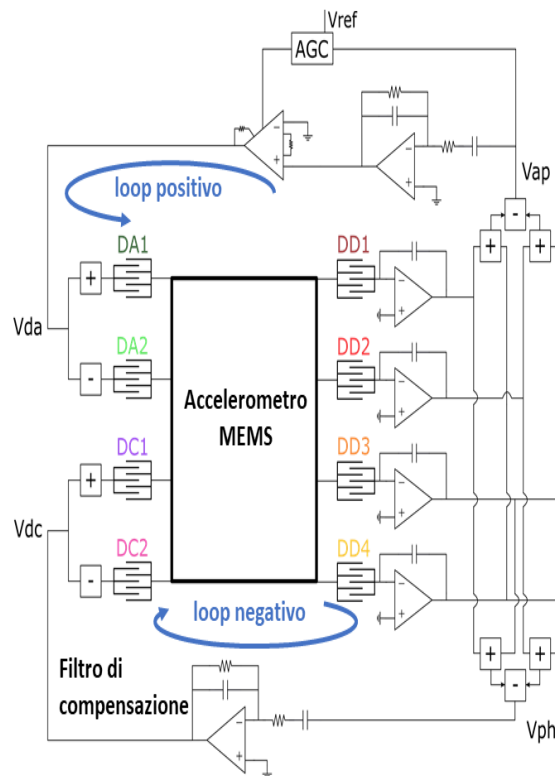


Figura 3.26: Schema riassuntivo delle parti più importanti dell'intero sistema.

fico, durante la simulazione *Simulink* il sistema viene eccitato da una sinusoide di accelerazione in ingresso ampia 10 g alla frequenza  $f_{ph}$ . Dopo che finora si è proceduto per gradi, di seguito in Fig.3.26 è presentato uno schema riassuntivo di tutto il sistema.

### 3.7 Capacità di feedthrough

Si è specificato più volte che l'anello primario mantiene in oscillazione l'accelerometro.

Un risonatore MEMS si presenta come una rete tre porte formata dalla porta di attuazione capacitiva, la porta legata al rotore e la porta di *sense*. Sviluppando i calcoli se ne deduce che, dal punto di vista elettrico, il risonatore tra porta di *drive*

e porta di *sense* mostra il comportamento di un ammettenza:

$$\frac{i_m}{v_a} = \frac{\eta_{dd}\eta_d s}{m(s^2 + s\frac{\omega_{0,ap}}{Q_{ap}} + \omega_{0,ap}^2)} \quad (3.36)$$

- Per  $\omega \ll \omega_{0,ap}$  il risonatore mostra un comportamento capacitivo:

$$\frac{i_m}{v_a} = \frac{\eta_{dd}\eta_d s}{k} = C_{eq}s.$$

- Per  $\omega = \omega_{0,ap}$  il risonatore mostra un comportamento resistivo:

$$\frac{i_m}{v_a} = \frac{\eta_{dd}\eta_d}{b} = \frac{1}{R_{eq}}.$$

- Per  $\omega \gg \omega_{0,ap}$  il risonatore mostra un comportamento induttivo:

$$\frac{i_m}{v_a} = \frac{\eta_{dd}\eta_d}{ms} = \frac{1}{L_{eq}s}.$$

La 3.36 rappresenta l'equivalente circuitale di una rete RLC serie, il cui comportamento spettrale indica un'ammettenza che aumenta fino a un valore massimo che si ottiene a risonanza, e poi decresce per frequenze maggiori. La fase corrispondentemente passa da  $+90^\circ$  a  $-90^\circ$  con uno  $0^\circ$  *shift* a risonanza. In situazioni più realistiche, elementi elettrici parassiti affliggono il comportamento ideale del risonatore. Tra le possibili non idealità, la più importante è rappresentata dall'accoppiamento capacitivo tra la porta di *drive* e la porta di *sense*, poiché, tramite questo parassitismo un segnale di attuazione AC può essere direttamente fornito alla porta di *sensing* (questo parassitismo è dunque conosciuto come capacità di *feedthrough*,  $C_{ft}$ ). Per comprendere più a fondo la rilevanza del termine  $C_{ft}$ , basti pensare al fatto che il risonatore è tipicamente accoppiato a un circuito che compensa le perdite, che sintetizza una resistenza equivalente negativa  $-R_{eq}$  in *steady-state*, e restituendo pertanto un guadagno d'anello unitario a risonanza. In presenza di un termine di *feedthrough*, l'equazione dell'ammettenza equivalente diviene:

$$\frac{i_m}{v_a} = \frac{\eta_{dd}\eta_d s}{m(s^2 + s\frac{\omega_{0,ap}}{Q_{ap}} + \omega_{0,ap}^2)} + sC_{ft} \quad (3.37)$$

La 3.37 chiaramente mostra che ad elevate frequenze l'ammettenza equivalente è dominata dagli effetti del *feedthrough*, e può diventare anche maggiore del valore a risonanza. In presenza di poli introdotti dal circuito, i *Barkhausen criteria* possono essere soddisfatti a pulsazioni diverse da quella di risonanza, ciò implica segnali oscillanti indesiderati che ricircolano nel *loop*. Questo chiaramente compromette il corretto funzionamento del circuito. Dal punto di vista matematico, il modo più semplice per mitigare l'effetto del *feedthrough* e renderlo trascurabile è quello di

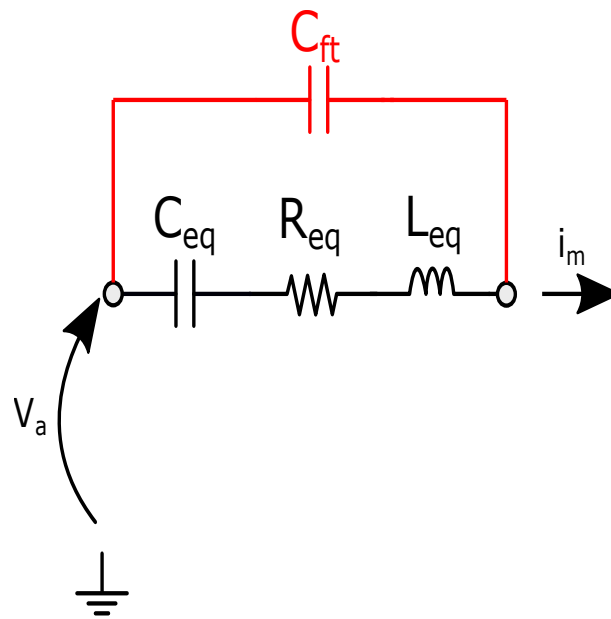


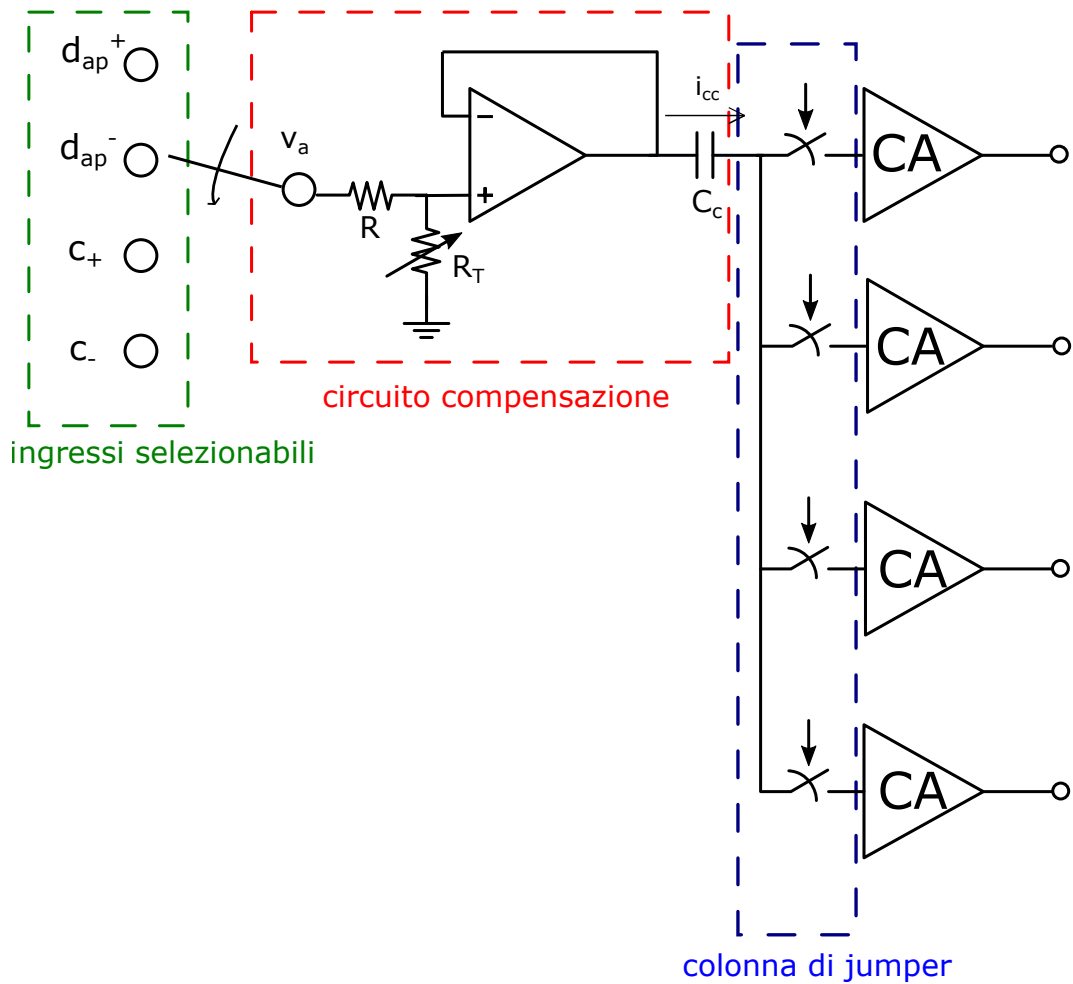
Figura 3.27: Modello circuitale RLC con capacità di *feedthrough* evidenziata.

alzare il  $Q$  abbassando il  $b$ . In questo caso infatti il valore dell'ammettenza a risonanza aumenta, mentre il contributo dato da  $C_{ft}$  rimane invariato. Tuttavia, si è scelto di utilizzare una soluzione circuitale per mitigare il *feedthrough*. Dato che la prima parte del *front-end* è in comune a anello primario e anello di compensazione, il parassitismo di *feedthrough* potrebbe intervenire in entrambe le situazioni.

### 3.8 Circuito di compensazione del feedthrough

L'idea per compensare l'effetto del parassitismo consiste nel sommare al nodo in cui avviene la lettura un contributo di corrente opposto a quello introdotto dalla corrente di *feedthrough*. La soluzione circuitale scelta è la seguente: da Fig. 3.28 è possibile notare che nel riquadro blu si hanno quattro possibilità di selezione di percorso tramite dei *jumper* [19], dunque si può agire manualmente sulla scheda per compensare gli effetti di  $C_{ft}$ . Osservando il circuito di compensazione di Fig.3.28 è possibile ricavare la seguente equazione:

$$i_{cc} = C_c \frac{dv_a}{dt} \left( \frac{-R_t}{R_t + R} \right) \quad (3.38)$$



**Figura 3.28:** Schematico della rete di compensazione del *feedthrough*. I *jumper* sono stati rappresentati con il simbolo circuitale di un interruttore. Nel riquadro verde sono evidenziati i possibili ingressi: elettrodi di drive, elettrodi di compensazione.

dove  $R_t$  è una resistenza regolabile ([20]) dall'utente in modo che  $i_{cc} = -i_{ft}$ , dove  $i_{ft}$  è la corrente che scorre nella  $C_{ft}$ . Allora in formule:

$$i_{cc} = C_c \frac{dv_a}{dt} \left( \frac{-R_t}{R_t + R} \right) = -i_{ft} = -C_{ft} \frac{dv_a}{dt} \quad (3.39)$$

da 3.39 è possibile ottenere il dimensionamento corretto di  $C_c$ :

$$C_c \left( \frac{R}{R + R_t} \right) = C_{ft} \quad (3.40)$$

viene utilizzata, inoltre, una resistenza  $R = 10 \text{ k}\Omega$  e per implementare il buffer di tensione si usa un opamp ADA4898.

# Capitolo 4

## Misure

In questo capitolo verranno presentate varie misure condotte in laboratorio.

### 4.1 Frequenze naturali e fattori di qualità ricavati con MCP (MEMS Characterization Platform)

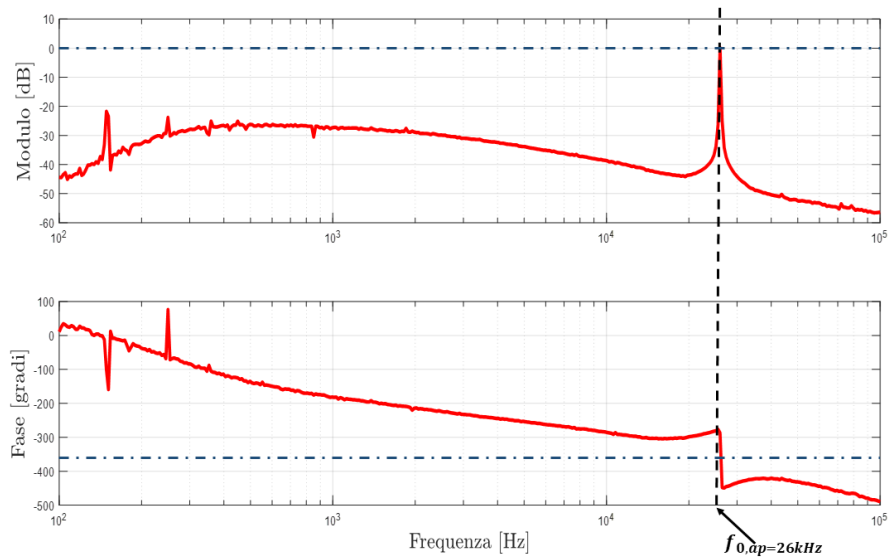
Sono state condotte misure tramite MCP su due accelerometri a modulazione di frequenza *Time-Switched* nominalmente uguali che vengono indicati qui di seguito con N1 e N2. Tramite lo strumento di misura, l'accelerometro subisce una forte eccitazione (impulso), lo spostamento del rotore avrà un *ring-down* nel tempo.

Questa forma d'onda è caratterizzata dal prodotto di una funzione sinusoidale del tipo  $A\sin(\omega_{0,ph})$  e di una funzione esponenziale del tipo  $B\exp(-\frac{1}{\tau})$  conoscendo la  $\tau$  e la  $\omega_{0,ph}$  dalla 2.21. Di seguito è riportata una tabella che riassume i valori delle frequenze naturali dei due modi e dei fattori di qualità in fase e in anti-fase. I valori

PARAMETRO	VALORE	UNITA'	CHIP
$f_{0,ap}$	26.66	kHz	N1
$f_{0,ph}$	12.09	kHz	N1
$Q_{ap}$	1110	<i>adimensionale</i>	N1
$Q_{ph}$	437.8	<i>adimensionale</i>	N1
$f_{0,ap}$	26.54	kHz	N2
$f_{0,ph}$	11.98	kHz	N2
$Q_{ap}$	1029	<i>adimensionale</i>	N2
$Q_{ph}$	358.8	<i>adimensionale</i>	N2

**Tabella 4.1:** Valori sperimentali ottenuti con MCP.



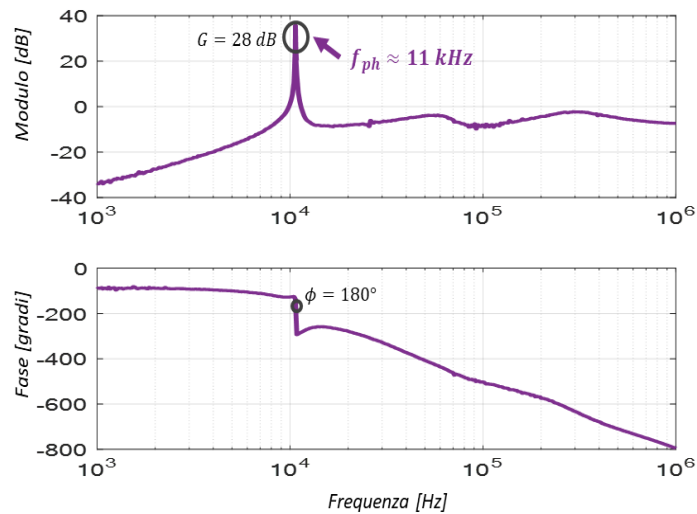


**Figura 4.1:** Diagramma di Bode di modulo e fase del guadagno d'anello primario misurato con l'analizzatore di spettro.

sperimentali sono in accordo con i valori teorici predetti.

## 4.2 Diagramma di Bode di $G_{loop}$ di anello primario

Usando un analizzatore di rete [21], aprendo l'anello primario, iniettando un segnale di sonda e misurando come esso ritorna nel punto in cui si è spezzato l'anello, è possibile ottenere il diagramma di Bode del modulo e della fase. In 4.1 si può notare che i parametri di interesse come la  $f_{0,ap}$  coincidono con quelli teorici e i criteri di Barkhausen sul modulo e sulla fase (modulo  $> 0$  dB e fase pari a  $360^\circ$ ) vengono soddisfatti. Nel *range* delle centinaia di Hz è possibile notare un andamento di salita e discesa tipico del *feedthrough* con del rumore sovrapposto. Dalla Fig.4.2 si nota che il *feedback* negativo attorno al modo in fase non fornisce effetti a bassa frequenza ( $< 40$  dB fino a 100 Hz) mentre si ha una retroazione negativa ( $-180^\circ$  di fase e modulo  $> 0$  dB) attorno al modo in fase che consente uno smorzamento attivo del modo in fase. A una frequenza di circa 11 kHz si nota il picco di risonanza del modo in fase come ci si aspettava.



**Figura 4.2:** Diagramma di Bode di modulo e fase del *loop* di compensazione della risonanza in fase.

### 4.3 Misura dello Scale Factor

Risulta possibile leggere le variazioni della frequenza in anti-fase in modo da poter poi ricavare la *Sensitivity* del sensore grazie all'elettronica della PCB. Sono state condotte più misure utilizzando un *frequency-counter* [22] collegato alla PCB. La *board* è stata sorretta da un opportuno supporto meccanico in grado da poterla tenere sia in verticale che in orizzontale e di modificarne l'inclinazione. Sono state condotte diverse misure di *Scale Factor* inclinando la *board* in modo che il MEMS misurasse 0 g o 1g, ovvero l'accelerazione di gravità e variando contemporaneamente le tensioni dell'onda quadra di *tuning*.

Dalla Fig.4.3 si evince che i campioni di *Scale Factor* ottenuti dalle misure seguono un andamento parabolico all'aumentare dell'ampiezza dell'onda quadra di *tuning*, ciò ricalca la linea teorica che prevede che la *Sensitivity* evolva in maniera quadratica al variare dell'ampiezza della tensione di *tuning*. La Fig. 4.4 riporta i test sullo *Scale-Factor* considerando 1 g di accelerazione. La *Sensitivity* raggiunge un valore di target di 2.1 Hz/g.

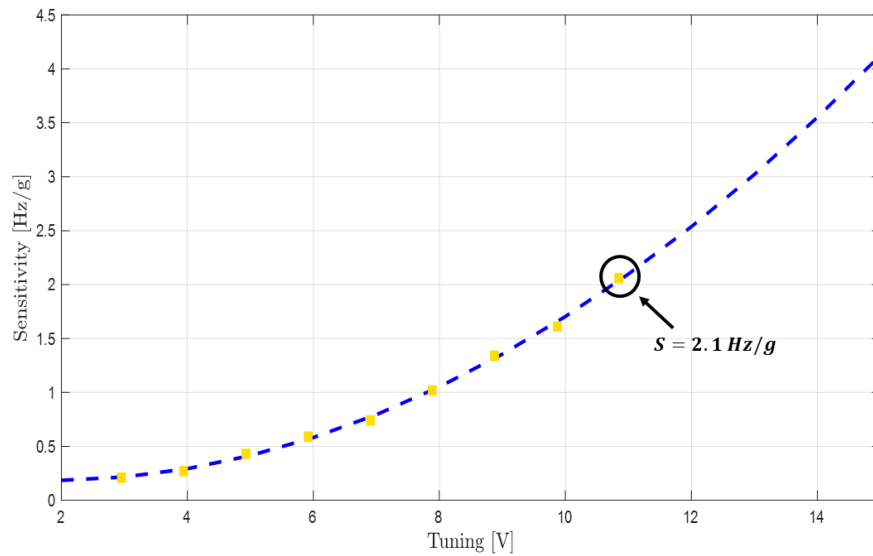


Figura 4.3: Grafico dei campioni di *Sensitivity*, ricavati dalle misure, in funzione della tensione di *tuning* e confrontati con un *fitting* quadratico.

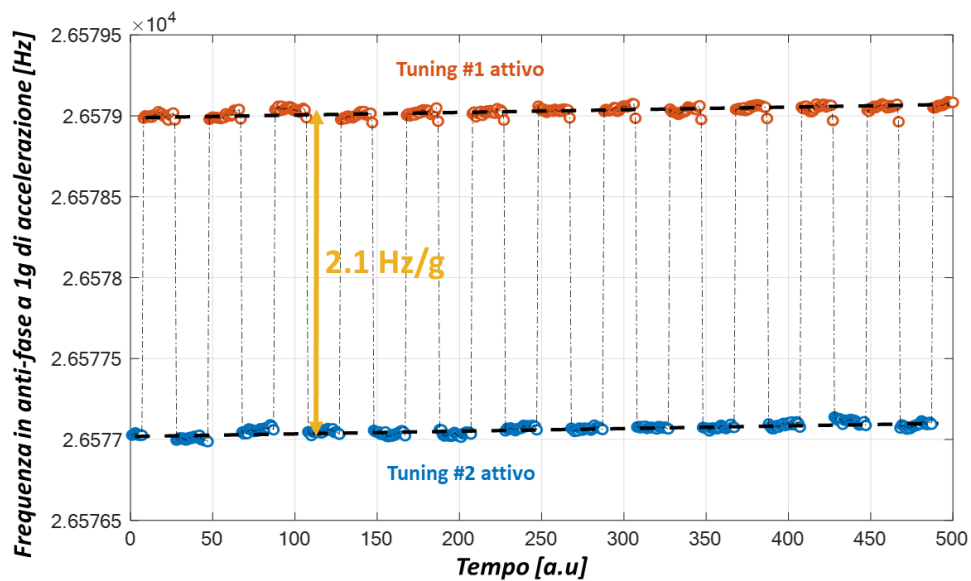
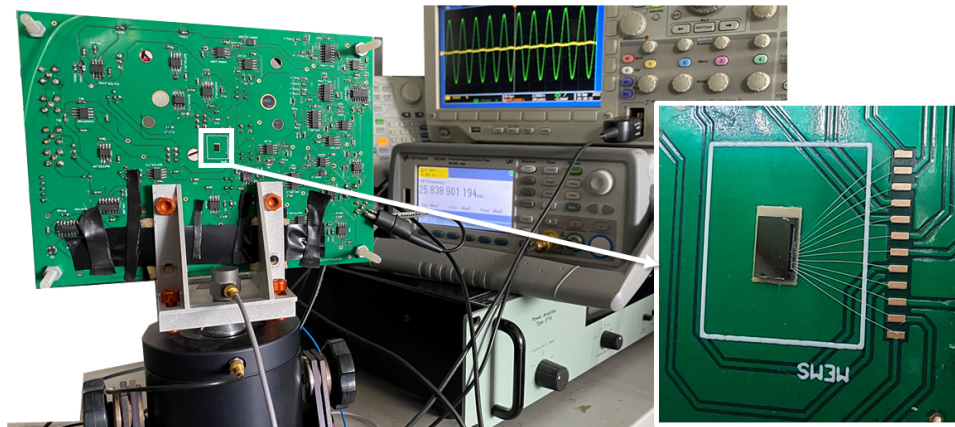


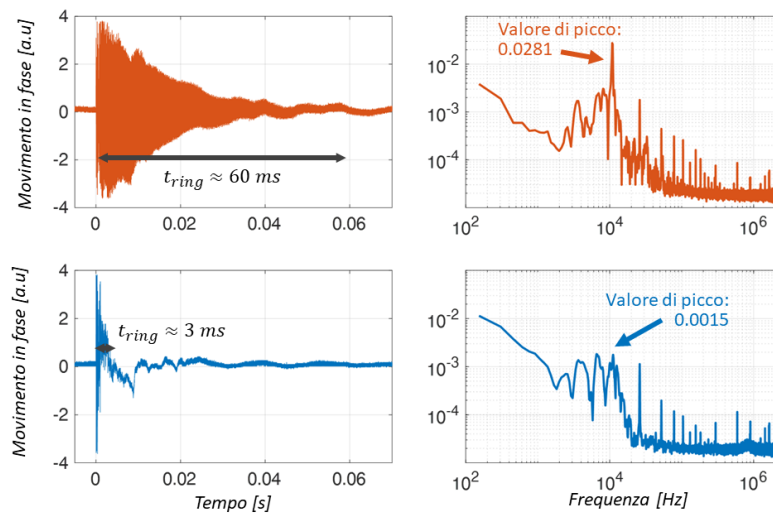
Figura 4.4: Durante il funzionamento, le due fasi producono, come ci si aspetta, un cambio di frequenza in anti-fase in seguito a un'accelerazione. L'offset è inizialmente annullato regolando la tensione di *tuning* delle due fasi.



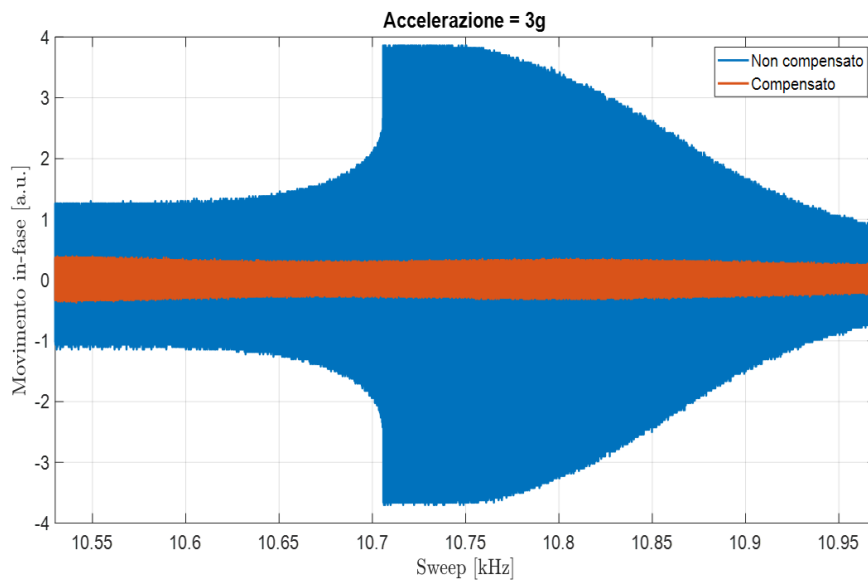
**Figura 4.5:** Il MEMS è incollato sulla PCB, la quale è montata sullo *shaker* per fare test su shock e sugli *sweep* di vibrazioni.

#### 4.4 Compensazione delle vibrazioni

La scheda è stata montata su uno *shaker* in modo da fornire degli stimoli particolari nel tempo come mostra la Fig.4.5. In Fig. 4.6 tramite lo *shaker* è stato applicato un impulso superiore a 100 g. Risulta evidente come il sistema proposto riduca il *ringing* del modo in fase di un fattore superiore a 20 in termini di tempo di recupero e di contenuto spettrale. Sempre tramite lo *shaker* viene fornito uno *sweep* di vibrazioni a diverse frequenze, si può notare dalla Fig.4.7 che il movimento in-fase attorno a circa 11 kHz (frequenza naturale del modo in fase) viene amplificato del fattore di qualità  $Q_{ph}$  se non intervenisse la compensazione attiva, la quale non permette delle escursioni elevate dello spostamento in fase, in questo caso particolare l'amplificazione dello spostamento in fase viene smorzata a tal punto dalla compensazione attiva che se si pone l'attenzione solo sul grafico in arancione non si nota alcun effetto attorno a  $f_{ph}$ . Il sistema reietta le vibrazioni che si manifestano attorno alla frequenza del modo in fase, che, in assenza di compensazione, causa movimento non lineare che implica l'intervento degli *stoppers*. Infine la Fig.4.8 riporta la risposta a un profilo di accelerazione *half-sine* di 12 g, tipico degli *standard test* militari. Anche in questo caso si nota che i picchi dell'ampiezza del movimento in fase vengono attenuati di un fattore di circa due.



**Figura 4.6:** Nelle figure in arancione in alto si ha un grafico dello spostamento in fase in funzione del tempo considerando il circuito di compensazione disattivato, si nota l'elevato *ring-down* e un tempo di assestamento di 60 ms, e un grafico dello spettro dello spostamento in fase con un valore di picco pari a 0.0281. Nelle figure blu in basso è visibile un grafico dello spostamento in fase in funzione del tempo considerando il circuito di compensazione attivo, si evince che l'elevato *ring-down* di prima viene attenuato e anche il tempo di assestamento si riduce a 3 ms. L'ultima figura è lo spettro compensato con un valore di picco di 0.0015.



**Figura 4.7:** Sweep considerando un'accelerazione di 3 g.

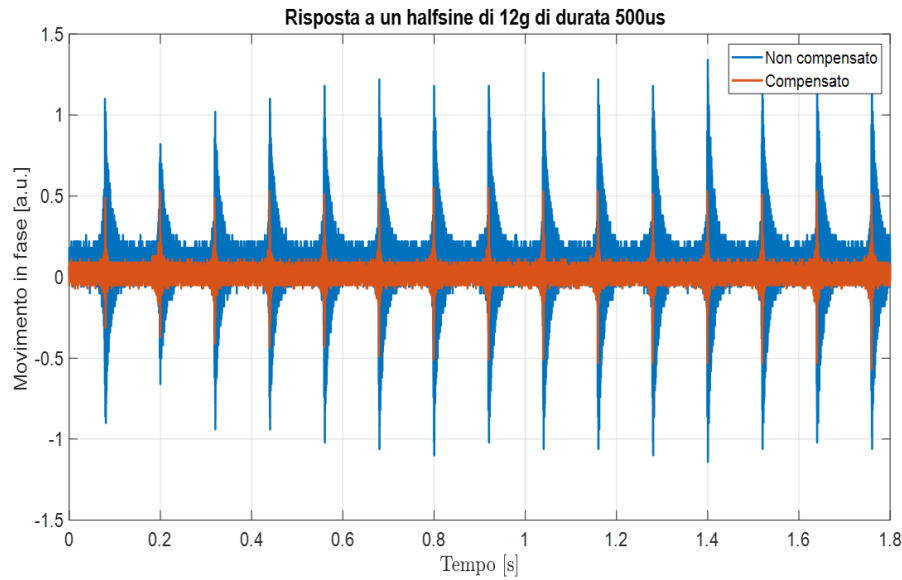


Figura 4.8: Risposta a un profilo di accelerazione *half-sine* di 12 g.

PARAMETRO	VALORE
<i>ScaleFactor</i>	2.1 Hz/g
<i>FSR</i>	$\pm 65$ g
<i>NEAD</i>	$50 \mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$
<i>Settling - time</i>	3 ms

Tabella 4.2: Tabella delle prestazioni più rilevanti ottenute dall'accelerometro in piano.

## 4.5 Conclusioni

In conclusione, il progetto di tesi ha riguardato il *design* e il test dell'elettronica di attuazione e lettura dell'accelerometro MEMS FMFS e del circuito di compensazione della risonanza del modo in fase. Le prestazioni che si sono ricavate vengono elencate nella Tab.4.2.

I risultati evidenziati sono incoraggianti, soprattutto per quanto riguarda il circuito di compensazione della risonanza del modo in fase, infatti, quest'ultimo consente di utilizzare un'onda quadra per la *tuning* piuttosto che una forma d'onda sinusoidale che risulta più difficile da implementare.

Grazie a questo tipo di miglioramenti i sensori FM possono mano mano avvicinarsi di più a fasi di produzione industriale.

# Capitolo 5

## Codici Matlab

### 5.1 Accelerometro in piano

```
%%Costanti
gu = 9.806; %[m * s^-2]
e0 = 8.85e - 12; %[C^2 * N^-1 * m^-2]
kb = physconst("boltzman");
E = 160e9; %modulodiYoung[Pa]
G = 65e9; %modulodiShear[Pa]
rhosi = 2330; %[kg/m^3]
T = 300; %[K]
%%ParametridelMEMS
h = 24e - 6;
oe = 0.25e - 6;
xstop = 1.4e - 6;
gapcf = 1e - 6 + 2 * oe;
gaptun = 1.5e - 6 + 2 * oe;
Areahalf = 2 * 19375e - 12; %gi forata%(1 - (3 + 2 * oe)^2/17.2^2)
map = Areahalf * h * rhosi;
mph = 2 * map; %entrambelemasse
Qph = 500;
f0ph = 12.062e3;
w0ph = 2 * pi * f0ph;
kph = w0ph^2 * mph;
bph = w0ph * mph / Qph;
```

```

f0ap = 25.779e3;
w0ap = 2 * pi * f0ap;
Qap = f0ap / f0ph * Qph;
k0ap = w0ap^2 * map; %ktf + kph/2; [N/m]
ktf = k0ap - kph/2; %mezzotf
bap = w0ap * map / Qap;
xap = 400e - 9;
%%Parametridituning
Ltun = 493.6e - 6 - 2 * oe; %perlato
Ctun0 = e0 * Ltun * h / gaptun; %perlato
%%Tuning
Vtun = 3.5;
Vdctun = 6.5;
fsw = 100;
Vdc = Vdctun + Vtun; %biasdelrotore
kel0 = Ctun0 * (Vtun * 2)^2 / gaptun^2;
%%Drive
Ncfd = 16; %affacciperpolarit
dcdxd = 2 * Ncfd * h * e0 / gapcf;
etad = dcdxd * Vdc;
%%DriveDetection
%xd = va * etad * Qap / k0ap;
Nc added = 29.5 * 2 * 2; %affacciperpolarit
dcd added = 2 * Nc added * h * e0 / gapcf;
etad added = dcd added * Vdc;
%%Oscillatoreprimario
%Chargeamplifier
%fpca = f0ap / 100; %poniamo il polo del chargeamplifier due decadi primadi foap
Rca = 2e9;
%CCA = 1/2 / pi / fpca / Rca;
Cca = 0.5e - 12;
%Gina_max = 5 / (xap * etad added / Cca);
Gina = 10; %Gina = (1 + 2 * Rina / Rg) guadagno INA163
%90d
fp1 = f0ap / 1e2;
fp2 = f0ap / 1e2;

```



```

R1 = 2e3;
C1 = 1/2/pi/R1/fp1;
C2 = 1/2/pi/f0ap/R1;
R2 = 1/2/pi/C2/fp2;
tz = R2 * C1;
tp1 = R1 * C1;
tp2 = R2 * C2;
%vga
Vg = 1;
Rf = 1e3;
Rg = 1.72 * Rf;
Gvga = Rf/Rg * 1.72 * (Vg + 1)/2;
%%AGC
fSK = f0ap/5;%FiltroSallen – Keydelquartoordine
tauSK = 1/2/pi/fSK;
Ginaagc = 10;
Vref = xap * etadd/Cca * Gina * 2/pi;
%%Stimalinearit"matlab"
Ng = -100 : 0.1 : 100;
wph1 = zeros(1,length(Ng));
wph2 = zeros(1,length(Ng));
wap1 = zeros(1,length(Ng));
wap2 = zeros(1,length(Ng));
fork = 1 : length(Ng)
a = Ng(k) * gu;
xph1 = a/w0ph2;
xph2 = a/w0ph2;
%Loopdiconvergenzapersoluzioneequazioneedelterzoordine
fori = 1 : 5
%tuningdellakinfase
kelph1 = 2 * Ctun0/(gaptun - xph1)^3 * gaptun * (2 * Vtun)^2;%fase1
kelph2 = 2 * Ctun0/(gaptun + xph2)^3 * gaptun * (2 * Vtun)^2;%fase2
%tuningdellakinantifase
kelap1 = Ctun0/(gaptun - xph1)^3 * gaptun * (2 * Vtun)^2;%fase1kelap2 = Ctun0/(gaptun +
xph2)^3 * gaptun * (2 * Vtun)^2;%fase2%calcolodellanuovapulsazioneinfase(nonconsideratonelmodello)
wph1(k) = sqrt((kph - kelph1)/mph);

```

```

wph2(k) = sqrt((kph - kelph2)/mph);
%calcolodellanuovapulsazioneinanti fase
wap1(k) = sqrt((k0ap - kelap1)/map);
wap2(k) = sqrt((k0ap - kelap2)/map);
%
xph1 = a/((wph1(k)).^2);
xph2 = a/((wph2(k)).^2);
end
end
sfit = polyfit(Ng(round(end/2) - 5 : round(end/2) + 5), (wap2(round(end/2) -
5 : round(end/2) + 5) - wap1(round(end/2) - 5 : round(end/2) + 5))/2/pi, 1);
sens = sfit(1);
nlinpc = (((wap2 - wap1)/2/pi) - (sfit(1) * Ng + sfit(2)))./max((sfit(1) * Ng +
sfit(2))) * 100;
noaccindex = find(Ng == 0);
%Formulateoricaperlasensitivity
sensetheoretical = 3/2/pi^2 * kel0/kph / f0ap / gapv / un * gu; %sensitivity[Hz/g]
%sensetheoretical = 3/2/pi^2 * kel0_rot/kphrot / gapv / f0aprot * 3/2 * ytun / L1 * (((L2/L1)^2 -
1)/((L2/L1)^3 + 1)) * gu; %sensitivity[Hz/g]
%sensetheoretical = 9/2 * f0aprot / k0ap_rot * kel0rot / gapv / (2 * pi * f0phrot)^2 * ytun / L1 *
((L2/L1)^2 - 1)/((L2/L1)^3 + 1) * gu; %sensitivity[Hz/g]
%%Plotdaicalcoli"matlab"
figure(1);
subplot(2,2,1); grid on; box on; hold all;
plot(Ng, wap1/2/pi, 'LineWidth', 3);
plot(Ng, wap2/2/pi, 'LineWidth', 3);
legend('fase1', 'fase2');
xlabel('Accelerazione[g]');
ylabel('Risonanza[Hz]');
subplot(2,2,2); grid on; box on; hold all;
plot(Ng, (wap2 - wap1)/2/pi, 'LineWidth', 4);
%Miglior fitting lineare
plot(Ng, sfit(1) * Ng + sfit(2), 'LineWidth', 2);
plot(Ng, sensetheoretical * Ng, 'LineWidth', 2, 'LineStyle', '--');
xlabel('Accelerazione[g]');
ylabel('Cambiamentodirequenzadiferenziale[Hz]');

```

```

legend('modellocompleto','migliorfitting','formulateorica');
subplot(2,2,3); gridon; boxon; holdall;
plot(Ng,nlinpc);
xlabel('Accelerazione[g]');
ylabel('Erroredilinearit[%]');
%%Gloopdell'oscillatoreprimario
Rp = 50e3;
f = [linspace(10, f0ap - 2e3, 1e5), linspace(f0ap - 2e3, f0ap + 2e3, 1e5), linspace(f0ap +
2e3, 1e6, 1e5)];
w = 2 * pi * f;
Tmems = @(w)etad * etadd * (1i * w)./map./((1i * w).^2 + 1i * w * w0ap/Qap +
w0ap^2); Tca = @(w) - Rca./(1 + (1i * w) * Cca * Rca);
T90d = @(w) - 1i * w * C1 * R2./(1 + 1i * w * C1 * R1)./(1 + 1i * w * C2 * R2);
C1 = 120e - 9; C2 = 1.2e - 9; R1 = 5e3; R2 = 500e3;
T90d = @(w) - 1i * w * C1 * R2./(1 + 1i * w * C1 * R1)./(1 + 1i * w * C2 * R2);
Gloop = @(w)Tmems(w) * Tca(w) * (-Gina) * T90d(w) * (Gvga);
tfabs = 20 * log10(abs(Gloop(w)));
tfphase = unwrap(angle(Gloop(w))) * 180 / pi;
figure(2);
hsub(1) = subplot(2,1,1);
semilogx(f, tfabs);
ylabel('ModuloGloop[dB]');
xlabel('Frequenza[Hz]');
holdall; gridon;
hsub(2) = subplot(2,1,2);
semilogx(f, tfphase);
ylabel('Fase[gradi]');
xlabel('Frequenza[Hz]');
holdall; gridon;
linkaxes(hsub,'x');
%%GloopAGC
fagc = [logspace(-4, log10(f0ap - 5e3 - 1), 1000000), linspace(f0ap - 5e3, f0ap +
5e3, 1000000), logspace(log10(f0ap + 5e3 + 1), 7, 100000)];
wagc = 2 * pi * fagc;
sagc = 1i * wagc;
fm = fagc - f0ap; %traslazioneassefrequenzeinf0ap

```

```

fm = fm(fm < 100e4); %tagliolealtefrequenze
myindex = find(fm > 0); %indicedelvettoreincui fm > 0 (frequenzedopof0ap)
fm = fm(myindex); %fmvienetagliatoprimadi0
FDTMEMS = etad * etadd / map. * sagc. / (sagc.2 + w0ap / Qap. * sagc + w0ap2);
FDTMEMSAGC = FDTMEMS(myindex); %FDTdelMEMSvalutatadalpiccoinpoi %Sinotaunadiscesa
20dB/decchealdoppiodellaf0apdiventaa - 40dB/decacausadeiduepolicc.
FDTSKTOTAGC = interp1(fagc, 1./ (1 + sagc. * tauSK).4, fm); %FdTSKvienetraslataconoriginenell'c
GINAcomparator = Ginaagc;
FDTcaagc = interp1(fagc, (Rca). / (1 + sagc * Rca * Cca), fm);
%90Dpossiamoassumerloprogettatoinmodoche G = 1, phase = +90. GloopAGC =
FDTMEMSAGC. * (Rca). / (1 + w0ap * Rca * Cca). * Gina. * 2 / pi. * FDTSKTOTAGC. *
(-GINAcomparator). * 1.72 * Rf / Rg * 1/2. * (xap * w0ap * etadd * 1 / w0ap / Cca. *
Gina);
%IlguadagnodelVGAconsideratocome Vout = k * (1 + Vg) * Vin %Vout = k * Vin +
k * Vg * Vin
GloopAGCabs = 20 * log10(abs(GloopAGC));
GloopAGCphase = unwrap(angle(GloopAGC)) * 180 / pi + 90 + angle((Rca). / (1 +
1i * w0ap * Rca * Cca)) * 180 / pi;
%questi + 90cheaggiustanolafasesonodatidal90D
GloopAGCzcross = find(GloopAGCabs >= 0, 1, 'last');
GloopAGCphasezcross = abs(GloopAGCphase(GloopAGCzcross));
figure(3)
h1(1) = subplot(2, 1, 1);
semilogx(fm, GloopAGCabs);
ylabel('ModuloGloopAGC[dB]');
xlabel('Frequenza[Hz]');
holdon; gridon;
plot([fm(1), fm(end)], [0, 0], 'k - -')
h1(2) = subplot(2, 1, 2);
semilogx(fm, GloopAGCphase);
ylabel('Fase[gradi]');
xlabel('Frequenza[Hz]');
holdall; gridon;
plot(fm(GloopAGCzcross), GloopAGCphase(GloopAGCzcross), 'k.', 'markersize', 15)
linkaxes(h1, 'x');
%%Stimadelrumore

```

```

Cpar = 10e - 12;
%Tmemsss = @(wd)etad * etadd / map * 1i ./ (-2 * wd + 1i * w0ap / Qap); calcoliamano
%Tcass = @(wd) - Rca ./ (1 + 1i * Cca * Rca * (w0ap + wd)); calcoliamano
%SvMEMS = @(wd)SforceMEMSap / (etad)^2 .* abs(Tmemsss(wd)).^2 .* abs(Tcass(wd)).^2;
Svina = (5e - 9)^2;
SforceMEMSph = 2 * kb * T * bph;
SforceMEMSap = 2 * kb * T * bap;
SvMEMS = @(wd)SforceMEMSap / (etad)^2 .* abs(Tmems(w0ap + wd)).^2 .* abs(Tca(w0ap +
wd)).^2;
Sircain = 4 * kb * T / Rca;
Svopampin = (4e - 9)^2; %OPA828(AD8065)
Siopampin = (1.2e - 15)^2;
Svopampout = @(w)Svopampin .* (abs(1 + 1i * w * Cpar * Rca ./ (1 + 1i * w * Cca *
Rca))).^2;
Siopampout = @(w)Siopampin .* (abs(Rca ./ (1 + 1i * w * Cca * Rca))).^2;
Sircaout = @(w)Sircain .* (abs((Rca ./ (1 + 1i * w * Cca * Rca)))).^2;
%Graficideirumori
figure(4);
wsplit = linspace(0.1, 2 * pi * 300, 300);
plot(wsplit / 2 / pi, 20 * log10(sqrt(SvMEMS(wsplit))), "DisplayName", "MEMS");
holdall; boxon; gridon;
plot([wsplit(1) / 2 / pi, wsplit(end) / 2 / pi], [20 * log10(sqrt(Svina)), 20 * log10(sqrt(Svina))], "Display
plot(wsplit / 2 / pi, 20 * log10(sqrt(Sircaout(w0ap + wsplit))), "DisplayName", "Rca");
plot(wsplit / 2 / pi, 20 * log10(sqrt(Svopampout(w0ap + wsplit))), "DisplayName", "Vca");
plot(wsplit / 2 / pi, 20 * log10(sqrt(Siopampout(w0ap + wsplit))), "DisplayName", "Ica");
ylabel('PSD[dbV / sqrtHz]');
xlabel('Frequenza[Hz]');
legend();
Svloop = @(wd)(Svina + Svopampout(w0ap + wd) + Siopampout(w0ap + wd) +
Sircaout(w0ap + wd)) .* Gina^2 .* (abs(T90d(w0ap + wd))).^2 .* Gvga^2 .* abs(Tmems(w0ap +
wd)).^2 .* abs(Tca(w0ap + wd)).^2; %stimareGvgaall'equilibrio
Svpmloop = @(wd)0.5 * Svloop(wd);
Sphi = @(wd)(Svpmloop(wd) + Svina + Svopampout(w0ap + wd) + Siopampout(w0ap +
wd) + Sircaout(w0ap + wd) + SvMEMS(wd)) ./ ((xap * etadd / Cca)^2 / 2);
figure(5);
plot(wsplit / 2 / pi, 20 * log10(sqrt(Svpmloop(wsplit))), "DisplayName", "Looppm");

```

```

holdall; gridon; boxon;
plot(wsplrit/2/pi, 20 * log10(sqrt(SvMEMS(wsplrit))), "DisplayName", "MEMS");
plot([wsplrit(1)/2/pi, wsplrit(end)/2/pi], [20 * log10(sqrt(Svina)), 20 * log10(sqrt(Svina))], "Display
plot(wsplrit/2/pi, 20 * log10(sqrt(Sircaout(w0ap + wsplrit))), "DisplayName", "Rca");
plot(wsplrit/2/pi, 20 * log10(sqrt(Svopampout(w0ap + wsplrit))), "DisplayName", "Vca");
plot(wsplrit/2/pi, 20 * log10(sqrt(Siopampout(w0ap + wsplrit))), "DisplayName", "Ica");
ylabel('PSD[dbV/sqrtHz]');
xlabel('Frequenza[Hz]');
legend();
Sfrequency = @(wd)((wd/2/pi)^2 * Sphi(wd));
Saccbap = @(wd)Sfrequency(wd)./(sensetheoretical)^2;%g^2/Hz
Saccbph = SforceMEMSph/(mph)^2;
%%LoopCompensazione
kpoles = 10;
s = tf('s');
Qtarqet = 1;
Qt = Qtarqet;
%PlotdiQphVSnumeratoredefiltro
%Qpharr = linspace(1e2, 1e4, 1e2);
%forjj = 1 : length(Qpharr)
%Qphplot = Qpharr(jj);
%filternumplot = (1 + s * (1/(2 * pi * f0ph * kpoles)))^2 * (Qphplot - Qtarqet)/(s *
Qphplot/kph * Qtarqet);
%filternummodplot(jj) = bode(filternumplot, 2 * pi * f0ph);
%end
%figure(6); plot(Qpharr, filternummodplot); holdon; gridon; boxon;
%xlabel("Fattore di qualita in fase[a.b.]");
%ylabel("Numeratore filtro di compensazione");
%Parametri di compensazione
Ncfcomp = 2 * 17;%perlato
etacf = 2 * Vdc * Ncfcomp * h * e0/gapcf;
Ginacomp = Gina;
%Dimensionamento del filtro di compensazione
Andata = @(w)1/mph/((1i * w)^2 + w0ph/Q0ph * 1i * w + w0ph^2);
%Feedback = dcdxdd * Vdc/Cca * Ginacomp * filter * etacf;
FBnofilt = dcdxdd * Vdc/Cca * Ginacomp * etacf;

```

```

%Greal = @(w)Andata(w)/(1 + Andata(w) * FBnofilt * filter())
%Greal(w0ph) = Qt/kph
%Qt/kph/Andata(w0ph) = 1/(Andata(w) * FBnofilt * filter())
%filter(w0ph) = kph/(FBnofilt)/Qt
%filternum = (1 + s * (1/(2 * pi * f0ph * kpoles)))^2 * (Qph - Qtarget)/(s * Qph/kph *
Qtarget);
%filternum = kph/(FBnofilt)/(w0ph)/Qt;
%filternummod = bode(filternum, 2 * pi * f0ph);
R1f = 600;
C1f = 2.2e - 9;
R2f = 240e3;
C2f = 5.7e - 12;
Cft = 0 * 1e - 15;
FdTfilter = (s * C1f * R2f)/(1 + s * (R1f * C1f))/(1 + s * (R2f * C2f));
%Funzioniditrasferimentodiandata, ritorno, GloopGreal
y = logspace(0, 8, 100000);%definizionedellospaziologaritmico perigrafici
FdTMEMS = etacf * s * 1/mph/(s^2 + w0ph/Qph * s + w0ph^2) * Vdc * e0 * Ncfdd *
h/gapcf;%daFaxph
%xph2V = Vdc/Cca * e0 * Ncfdd * h/gapcf * 2;
FdTFeedback = 1/(s * Cca). * Ginacomp. * FdTfilter;
Gloop = -(FdTMEMS + s * Cft) * FdTFeedback;
FdTReal = feedback(FdTMEMS + s * Cft, FdTFeedback);
%figure()
%plot(y, 20 * log10(abs(kph./mph./((1i * 2 * pi * y).^2 + w0ph/Qph * (1i * 2 * pi *
y) + w0ph^2))))
%PlotFdTFeedbackeFdTloop
figure(7);
bodeplot(Gloop, y);
holdon; gridon; boxon;
hd = bodeplot(FdTfilter, y);
setoptions(hd, 'FreqUnits', 'Hz');
legend('Gloopcomp', 'FdTfilter');
%GraficoFdtMEMSvsFdtMEMScompensata
figure(8);
hsub2 = bodeplot(FdTMEMS, y);
holdon; gridon; boxon;

```

```

bodeplot(FdTReal,y);
setoptions(hsub2,'FreqUnits','Hz');
legend('FdTMEMS','FdTReal');
%%Simulazione
FSR = 100 * gu;
tsim = 2;
tturnon = 0;
acccost = 10 * gu;
maxstepsize = 1/f0ap/50;
GAINPDPLL = 100;
PGAINLPFPLL = 10000;
IGAINLPFPLL = 10;
tauoutfilterPLL = 1/2/pi/(5 * fsw);
%xph,tartTODO
sim("FMaccIPCsim.slx",tsim);
%%GraficidaSimulink
zcrosstime = zerocrossing.Time(zerocrossing.Data == 1);
zcrosstime = zcrosstime(zcrosstime > tturnon);
periodsap = diff(zcrosstime);
freqsap = 1./periodsap;
figure(9);
plot(zcrosstime(2 : end), freqsap);
holdon; gridon; boxon;
[pks,locs] = findpeaks(-freqsap,zcrosstime(2 : end),'MinPeakDistance',1/fsw/3);
plot(locs,-pks,'*');
deltafall = -diff(-pks);
mydeltaf = zeros(1,(length(deltafall) + 1)/2);
myinputacc = zeros(1,(length(deltafall) + 1)/2);
fori = 1 : 2 : length(deltafall)
time1 = find(inaccg.Time == locs(i));
time2 = find(inaccg.Time == locs(i + 1));
%mydeltaf = [mydeltaf,deltafall(i)];
mydeltaf((i - 1)/2 + 1) = deltafall(i);
%myinputacc = [myinputacc,mean(inaccg.Data(time1 : time2))];
myinputacc((i - 1)/2 + 1) = mean(inaccg.Data(time1 : time2));
end

```



```

senssimulatedbis = mydeltaf./myinputacc;
%figure(9);
%plot(locs(1 : 2 : length(locs)),senssimulatedbis);
%holdon; gridon; boxon;
%plot([locs(1)locs(end)], [mean(senssimulatedbis)mean(senssimulatedbis)],'--');
%ylabel("Sensitivitysimulata[Hz/g]");
%xlabel("tempodisimulazione[s](correlatoconunarampada - FSRtoFSR)");
figure(10);
plot(myinputacc,mydeltaf,"Displayname","Outputsimulazione");
holdon; gridon; boxon;
plot(linspace(-100,100,200),linspace(-100,100,200)*senstheoretical,"Displayname","Theoretical");
ylabel("Deltadifrequenzasimulato[Hz]");
xlabel("Accelerazione di ingresso[g]");
legend();
sfitsim = polyfit(myinputacc(round(end/2) - 5 : round(end/2) + 5),mydeltaf(round(end/2) - 5 : round(end/2) + 5),1);
senssim = sfitsim(1);
nlinpcsim = (mydeltaf - (sfitsim(1)*linspace(-FSR/gu,FSR/gu,length(mydeltaf)) + sfitsim(2)))./max((sfitsim(1)*linspace(-FSR/gu,FSR/gu,length(mydeltaf)) + sfitsim(2))) * 100;
figure(11);
plot(linspace(-FSR/gu,FSR/gu,length(mydeltaf)),nlinpcsim);
holdon; boxon; gridon;
xlabel("Accelerazione di ingresso[g]");
ylabel("Erroredilinearit[%]");
%Plotxphnoncompensatoe poicompensato
%figure(12);
%plot(xphsimout.Time,xphsimout.Data);
%holdon; boxon; gridon;
%xlabel("Tempo[s]");
%ylabel("xph[m]");
figure(13);
freqsoutx = frequencyout1.Values.Data;
accsoutx = frequencyout4.Values.Data;
shift = 1e5;
[minim,minindex] = min(abs(freqsoutx(shift : end)));

```

```

minindex = minindex + shift;
fitsample = 1e5;
fitnew = polyfit(accsoutx(minindex - fitsample : minindex + fitsample), freqsoutx(minindex -
fitsample : minindex + fitsample), 1);
nonlinerr = 100 * (freqsoutx - (fitnew(1) * accsoutx + fitnew(2)))./(85);
plot(accsoutx, nonlinerr); hold on; grid on; box on;
ylim([-2, 2]);
figure(14);
plot(accsoutx, freqsoutx); hold on; grid on; box on;
plot(accsoutx, fitnew(1) * accsoutx + fitnew(2));

```

## 5.2 Sensitivity VS Tuning

```

S = [0.210.270.430.590.741.021.341.612.06];
TH = 10 * ones(1, length(S));
TL1 = [76543210 - 1];
TL2 = [7.096.1185.1384.1623.1892.2241.2490.250 - 0.694];
TLm = (TL1 + TL2)/2;
Vt = TH - TLm;
pp = polyfit(Vt, S, 2);
xfit = 2 : 15;
%%figure();
plot(xfit, polyval(pp, xfit), '--', 'LineWidth', 3, "DisplayName", "Fitting");
box on; grid on; hold on;
plot(Vt, S, 'o', 'LineWidth', 3, "DisplayName", "Sperimentale");
set(gca, 'FontSize', 14);
xlabel("Tuning[V]"); xlim([2, 15]);
ylabel("Sensitivity[Hz/g]");
legend('Location', 'southeast');

```

# Bibliografia

- [1] *Time-switched frequency-modulation for low-offset-drift, wide range, fully integrated 3-axis MEMS accelerometers.*
- [2] Volker Kempe. *Inertial MEMS : principles and practice.* Cambridge New York: Cambridge University Press, 2011. ISBN: 9780511933899.
- [3] Giacomo Langfelder. *Slides del corso di MEMS and MICROSENSORS.* 2019. URL: [https://www.sensorlab.deib.polimi.it/MEMS\\_microsensors/Lessons/04\\_MEMS\\_Accelerometer\\_Part\\_1\\_Uploaded.pdf](https://www.sensorlab.deib.polimi.it/MEMS_microsensors/Lessons/04_MEMS_Accelerometer_Part_1_Uploaded.pdf).
- [4] G Langfelder, M Bestetti e M Gadola. "Silicon MEMS inertial sensors evolution over a quarter century". In: *Journal of Micromechanics and Microengineering* 31.8 (2021), p. 084002. DOI: 10.1088/1361-6439/ac0fbf. URL: <https://doi.org/10.1088/1361-6439/ac0fbf>.
- [5] Cristiano Rocco Marra et al. "Solving FSR Versus Offset-Drift Trade-Offs With Three-Axis Time-Switched FM MEMS Accelerometer". In: *Journal of Microelectromechanical Systems* 27.5 (2018), pp. 790-799. DOI: 10.1109/JMEMS.2018.2851143.
- [6] Analog Devices. URL: <https://www.analog.com/en/products/ada4898-1.html>.
- [7] Texas Instruments. URL: <https://www.ti.com/product/OPA828>.
- [8] Texas Instruments. URL: <https://www.ti.com/product/INA163>.
- [9] Vishay. URL: <https://www.vishay.com/docs/60129/morn.pdf>.
- [10] Texas Instruments. URL: <https://www.ti.com/product/LMH6503>.
- [11] Andrea Leonardo Lacaita, Salvatore Levantino e Carlo Samori. *Integrated Frequency Synthesizers for Wireless Systems.* 2007. DOI: 10.1017/cbo9780511541131.
- [12] Marco Bramanti, Carlo D. Pagani e Sandro Salsa. *Analisi matematica 1.* Zanichelli, 2008.

- [13] *Giroscopi MEMS a modulazione di frequenza di tipo Lissajous basati su lettura NEMS piezoresistiva.*
- [14] Sergio Focardi, Arnaldo Uguzzoni e Ignazio Massa. *Fisica generale.* Casa Editrice Ambrosiana, 2003.
- [15] Thomas J Hofler e Steven L Garrett. "Thermal noise in a fiber optic sensor". In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 84.2 (1988), pp. 471–475.
- [16] Franco Zappa. *Electronic Systems.* Società Editrice Esculapio, 2019.
- [17] Infineon. URL: <https://html.alldatasheet.com/html-pdf/79007/INFINEON/BAT62/319/1/BAT62.html>.
- [18] Texas Instruments. URL: [https://www.ti.com/lit/ds/symlink/th3001.pdf?ts=1635497919581&ref\\_url=https%253A%252F%252Fwww.ti.com%252Fproduct%252FTHS3001%253Futm\\_source%253Dgoogle%2526utm\\_medium%253Dcpc%2526utm\\_campaign%253Dasc-amps-null-prodfolderdynamic-cpc-pf-google-eu%2526utm\\_content%253Dprodfolderdynamic%2526ds\\_k%253DDYNAMIC%2BSEARCH%2BADS%2526DCM%253Dyes%2526gclid%253DCj0KCQjwt-6LBhDlARIsAIPRQcIy\\_w6toYbv\\_hH9MY9j\\_iCO1qhB49x0Q8dzWPm2vy8WzASYxIv\\_ZWEaArAvEALw\\_wcB%2526gclidsrc%253Daw.ds](https://www.ti.com/lit/ds/symlink/th3001.pdf?ts=1635497919581&ref_url=https%253A%252F%252Fwww.ti.com%252Fproduct%252FTHS3001%253Futm_source%253Dgoogle%2526utm_medium%253Dcpc%2526utm_campaign%253Dasc-amps-null-prodfolderdynamic-cpc-pf-google-eu%2526utm_content%253Dprodfolderdynamic%2526ds_k%253DDYNAMIC%2BSEARCH%2BADS%2526DCM%253Dyes%2526gclid%253DCj0KCQjwt-6LBhDlARIsAIPRQcIy_w6toYbv_hH9MY9j_iCO1qhB49x0Q8dzWPm2vy8WzASYxIv_ZWEaArAvEALw_wcB%2526gclidsrc%253Daw.ds).
- [19] Wurth Elektronik. URL: <https://www.we-online.com/katalog/datasheet/6130xx11121.pdf>.
- [20] Nidec. URL: <https://www.nidec-copal-electronics.com/e/catalog/trimmer/sm-42&sm-43.pdf>.
- [21] Keysight Technologies. *4195A Network/Spectrum Analyzer.* [Accessed September-2021]. URL: <https://www.keysight.com/it/en/product/4195A/networkspectrum-analyzer.html>.
- [22] Keysight Technologies. *53230A 350 MHz Universal Frequency Counter/Timer, 12 digits/s, 20 ps.* [Accessed September-2021]. URL: <https://www.keysight.com/it/en/support/53230A/350-mhz-universal-frequency-counter-timer-12-digits-s-20-ps.html>.

# Ringraziamenti

Non posso che iniziare con il ringraziare il mio relatore il Prof. Giacomo Langfelder per avermi accolto nel suo laboratorio di MEMS e Microsensori, per essere sempre stato disponibile, per l'atmosfera lavorativa e lo spirito di squadra che ha saputo infondere in tutti i tesisti e dottorandi e per essere stato una guida anche nei miei momenti di maggiore disattenzione.

Un ringraziamento particolare va all'ingegnere Leonardo Gaffuri Pagani, vero maestro nell'uso di programmi di simulazione circuitale e modellistica, sempre molto gentile e disponibile, paziente nel soddisfare la mia curiosità e risolvere i miei infiniti dubbi.

Ringrazio anche tutti gli altri dottorandi: Paolo, Bianca, Matteo, Andrea, Christian e i due Marco e i miei compagni tesisti: Manfredi, Claudia, Ilaria, Lorenzo e Sara, con la quale ho condiviso la mia esperienza universitaria dal primo giorno fino all'ultimo. Senza tutti loro la mia esperienza in laboratorio di svariati mesi non sarebbe stata così piacevole.

Il più grande ringraziamento va ai miei genitori, i quali mi sono stati sempre vicino sotto ogni punto di vista anche nei momenti di maggiori difficoltà e nelle sessioni di esame più dure, nonostante la distanza ci sono sempre stati. Questo traguardo non è solo mio ma anche loro.

Ringrazio tutti i miei amici di una vita: Giovanni, Luca, Manuel, Stefano, Marino, Ivan, Andrea, Filippo, Katia, Martina, Anna, Rita, Annamaria, Pier Ferdinando e Michele con cui ho condiviso tutta la mia esperienza a Milano a partire dalle cene in compagnia, passando alle discussioni sul calcio e finendo alle partite di tennis e calcetto dalle quali ne è uscito sempre sconfitto.

Concludo con una frase ad effetto ( di solito si usa così) con la quale sono abbastanza in accordo e che concerne la mia presente e auspicabilmente futura professione da *designer* : *"Un buon scienziato è una persona dotata di idee originali. Un buon ingegnere è una persona che riesce a realizzare un progetto funzionante con il minor numero*

*possibile di idee originali."*