POLITECNICO DI MILANO

Scuola di Architettura Urbanistica e Ingegneria delle Costruzioni Corso di Laurea in Ingegneria Edile e delle Costruzioni



NOTRE-DAME DE PARIS: L'EVOLUZIONE DEL DANNO ALLA COPERTURA DURANTE L'INCENDIO

Relatore: Prof.ssa Maria Adelaide Vittoria Parisi Correlatore: Prof. Lorenzo Cantini

> Tesi di Laurea Magistrale di: Sofia Boroni Matr. n. 978033

Anno accademico: 2022 – 2023

NOTRE DAME DE PARIS

L'evoluzione del danno alla copertura durante l'incendio

Sommario

| Sommario | 5 |
|--|----|
| Abstract | 5 |
| Introduzione | 7 |
| Capitolo 1 – Metodi di verifica e di predizione del rischio | 9 |
| 1.1 – Analisi Storico Critica | 9 |
| 1.2 – Rilievo | 10 |
| 1.3 – Caratterizzazione meccanica dei materiali | 10 |
| 1.4 – Livelli di conoscenza e fattori di confidenza | 10 |
| 1.5 – Azioni | 11 |
| 1.6 – Prevenzione del rischio | 11 |
| Capitolo 2 – Il caso studio: Notre-Dame de Paris | 13 |
| 2.1 – Brevi cenni storici alla costruzione della cattedrale | 13 |
| 2.2 – La copertura lignea | 15 |
| 2.3 – La cronistoria dell'incendio | 16 |
| Capitolo 3 – Le tecniche di rilievo innovative | 19 |
| 3.1 – Le vulnerabilità della copertura | 19 |
| 3.2 – Il rilievo laser scanner | 21 |
| 3.2.1 – Il rilievo geometrico prima dell'incendio | 22 |
| 3.2.2 – Il rilievo geometrico successivo all'incendio | 23 |
| Capitolo 4 – Caratteristiche della copertura lignea | 25 |
| 4.1 Comportamento al fuoco | 27 |
| 4.2 Capriate e incavallature | 27 |
| Capitolo 5 – Metodi sperimentali per l'analisi delle strutture lignee esposte al fuoco | 31 |
| 5.1 – Le prove sui campioni carbonizzati | 31 |
| Capitolo 6 – Il modello ad elementi finiti | 35 |
| 6.1 – Le ipotesi per la modellazione | 35 |
| 6.2 – La modellazione | 39 |
| 6.2.1 Coordinate cartesiane dell'incavallatura della navata | 41 |
| 6.2.2 Coordinate cartesiane del pennone principale della guglia | 42 |
| 6.3 – I vincoli alla base | 45 |
| Capitolo 7 – Le analisi numeriche | 47 |
| 7.1 – I carichi agenti | 47 |
| 7.2 – Il rivestimento | 47 |
| 7.3 – Il vento | 48 |
| 7.4 – Il fuoco | 51 |
| Capitolo 8 – Il futuro consolidamento | 63 |
| 8.1 – Le condizioni dei maschi di muratura | 63 |
| 8.2 – La resistenza residua della cattedrale | 67 |

| 8.3 – La ricostruzione | |
|------------------------|---|
| 8.3.1 Il legno | 74 |
| 8.3.2 La struttura | 74 |
| 8.3.3 Le tecniche | 74 |
| 8.4 – Il restauro | |
| Conclusioni | |
| Bibliografia | 79 |
| Dionografia | ••••••••••••••••••••••••••••••••••••••• |

Sommario

La perdita integrale della copertura della cattedrale di Notre Dame, oltre a costituire un trauma emotivamente rilevante verso uno dei simboli più importanti della capitale francese, ha messo in luce la vulnerabilità di queste strutture lignee. La tesi nasce dall'idea di approfondire metodi e prassi impiegati nella stima del rischio, associato ai danni indotti dagli incendi, su strutture lignee caratterizzate da una certa complessità, come appunto il sistema di travi che componeva il tetto della cattedrale parigina. Per capire al meglio la dinamica dell'incendio della cattedrale di Notre-Dame de Paris, si è deciso di eseguire delle analisi agli elementi finiti, rimuovendo, in modo progressivo, le strutture irrimediabilmente danneggiate durante l'incendio.

L'interesse verso l'argomento è nato dalla passione per la storia dell'architettura, la statica degli edifici monumentali e di come questa si modifica nel tempo, a causa dei vari avvenimenti, dei restauri e delle ristrutturazioni.

Per questo lo studio delle azioni presenti nella carpenteria di copertura della cattedrale, durante l'incendio, può mostrare la logica costruttiva del telaio di copertura.

Come già anticipato il caso di studio preso in esame è l'incendio della struttura lignea di copertura della cattedrale di Notre-Dame de Paris, considerando i carichi agenti la sera dell'incendio e la sua progressione lungo la carpenteria di copertura.

Abstract

The complete loss of the roof of the Notre Dame cathedral was an emotionally significant trauma towards one of the most important symbols of the French capital but has highlighted the vulnerability of these wooden structures.

The thesis starts from the idea of investigating methods and practices used in the estimation of the risk, associated with damage induced by fires, on complex wooden structures, such as the system of beams under the roof of the Parisian cathedral. To better understand the dynamics of the fire in the cathedral of Notre-Dame de Paris, it was decided to carry out finite element analyses, progressively removing the structures irreparably damaged during the fire.

The interest in the subject was born from the passion for the history of architecture, the statics of monumental buildings and how these changes over time, due to various events, restorations and renovations.

For this reason, the study of the actions in the roofing carpentry of the cathedral, during the fire, can show the constructive logic of the frames.

As already mentioned, the case study examined is the fire of the wooden roof structure of the cathedral of Notre-Dame de Paris, considering the loads acting on the evening of the fire and its progression along the roof carpentry.

Introduzione

Fino al 15 aprile 2019, la guglia di 96 m di una delle più grandi opere di gotico al mondo si ergeva maestosa nello skyline di Parigi: la Cattedrale di Notre-Dame, anche dopo il giorno dell'incendio, ha sempre rappresentato l'intera nazione francese e la sua storia, contraddistinguendo la culla del gotico da tutte le altre città europee.

L'obiettivo di questa tesi è quello di studiare la distribuzione interna degli sforzi della cattedrale di Notre-Dame de Paris durante l'incendio per valutare eventuali debolezze intrinseche della struttura e di analizzare le metodologie di ricostruzione compatibili con questa tipologia unica di struttura al fine di apportare delle modifiche migliorative durante la ricostruzione.

Dopo dei brevi cenni storici riguardanti la cattedrale e le modifiche che essa ha subito nel corso della storia, e la sua storia moderna, che comprende anche l'incendio. Si prosegue con lo studio dei rilievi innovativi tramite laser scanner della cattedrale, atti a comprendere la tipologia di incavallature e la distribuzione delle azioni al loro interne.

In seguito, sono state fatte delle ipotesi per il modello ad elementi finiti quali le capriate principali e secondarie, le loro sezioni e i vincoli. A completamento verrà trattata l'analisi dei carichi che comprende: carichi permanenti portati, carico da vento e l'incidenza del fuoco nelle varie analisi.

A conclusione si tratta della resistenza residua dei maschi di appoggio della carpenteria di muratura, e le tecniche scelte per la ricostruzione, comprendenti i materiali e le implementazioni per quanto riguarda il sistema antincendio del sottotetto.

| Termini utili | | | | | | | | |
|-------------------------|---|--|--|--|--|--|--|--|
| Francese | Italiano | | | | | | | |
| Forêt | <i>Foresta</i> Termine usato per indicare la carpenteria di copertura di Notre-Dame | | | | | | | |
| Flèche | Guglia | | | | | | | |
| Entrait | Catena | | | | | | | |
| Faux Entraits | Controcatena | | | | | | | |
| Arbalétriers | Puntone di capriata | | | | | | | |
| Faux Arbalétriers | Falso puntone | | | | | | | |
| Aisseliers Faux Entrait | Saettoni della controcatena | | | | | | | |
| Poinçon | Monaco | | | | | | | |
| Suspente | Sospensori | | | | | | | |
| Fermettes | Capriate minori | | | | | | | |

Qui di seguito viene riportata una tabella introduttiva dei termini francesi presenti nella tesi:

Capitolo 1 - Metodi di verifica e di predizione del rischio

I problemi di fisica reali, che considerano un numero notevole di variabili, come le condizioni di carico o le proprietà dei materiali presentano, un procedimento, per giungere ad una soluzione molto articolato e complesso, e spesso capita anche che la soluzione non si presenti in forma chiusa.

L'Eurocodice [1] propone quindi delle semplificazioni del problema che permettano di raggiungere, considerando un dato caso, una soluzione in modo semplice. Il metodo degli Elementi Finiti (FEM) è l'applicazione delle suddette semplificazioni. Esso si basa sulla suddivisione dell'elemento analizzato, in sottodomini di forma elementare, e ciò permette di trasformare un problema con un numero infinito di incognite, cioè tutti i punti del dominio; ad un problema con delle incognite finite, ovvero i nodi dei sottodomini, definendo le parti incognite con delle approssimazioni ricavate dai risultati raggiunti.

Il metodo è quello di approssimare una funzione dall'andamento incognito con un polinomio, sfruttando il principio del teorema di Weierstrass, che afferma che ogni funzione può essere approssimata da un polinomio di grado sufficientemente elevato.

Una volta però definito il metodo di modellazione, bisogna eseguire un'analisi accurata su tutte le variabili che possono incorrere nel corso del tempo e determinare una variazione nelle caratteristiche che, in genere, possono essere considerate standard.

La normativa italiana [3], per ottenere questo risultato, impone di seguire un procedimento, qui elencato: analisi storico critica, rilievo, caratterizzazione meccanica del materiale, definizione dei fattori di confidenza, azioni.

1.1 - Analisi Storico Critica

Attuare una ricerca storica sul processo di costruzione dell'edificio e sulle modifiche che esso ha subito nel corso del tempo è un primo passo per la comprensione degli sforzi che agiscono all'interno delle sue componenti strutturali.

Ogni modifica eseguita nel corso del tempo, comporta una ridistribuzione delle azioni interne dell'edificio, è quindi spesso prevedere, grazie a queste analisi, delle particolarità che da un esame esclusivamente visivo, potrebbero non mostrarsi.



Figura 1 – Esempio semplice di ridistribuzione di azioni interne nel caso di foro – M. De Pisapia

Questa analisi nel nostro caso deve partire dalla versione della cattedrale antecedente al restauro eseguito da *Eugene Viollet-le-Duc* che presentava una pianta ridotta e una copertura senza guglia,

in seguito, la chiesa è stata ampliata, e la copertura ha subito un'importante modifica nel transetto e venne aggiunta la *Flèche*. L'analisi storica deve essere supportata da documenti storici attendibili.

1.2 - Rilievo

Il rilievo dovrà comprendere, sia la geometria della costruzione, ma anche la posizione dei suoi elementi strutturali e, se possibile anche le loro dimensioni e lo stato di conservazione degli stessi. Vanno indicate anche tutte le modifiche eseguite nel corso del tempo e ricercate tramite l'analisi Storico Critica.

Tutti i dissesti presenti dovranno essere rilevati e valutati sulla base dell'incidenza che essi hanno sul comportamento generalizzato della struttura presa in esame: come meccanismi di danno e quadri fessurativi. In questo modo si riusciranno ad individuare la qualità dei materiali utilizzati, la loro conservazione e, di conseguenza, fare un'ipotesi sulla eventuale riduzione di resistenza dovuta allo scorrere del tempo.

Nel caso in esame, l'edificio è molto esteso, quindi vengono considerate tecniche innovative come quella del laser scanner, trattato nel dettaglio nel *Capitolo 3*, oppure attraverso ricostruzioni con modello *Digital Twin* [20].

1.3 - Caratterizzazione meccanica dei materiali

Come già anticipato, un rilievo accurato dei dissesti dell'edificio può aiutare a definire una qualità dei materiali da costruzione utilizzati, ma ciò non è sufficiente, perché ci sono molti altri fattori che influiscono su questo aspetto; come per esempio: la qualità dei materiali o la loro posa in opera.

Per questo si possono utilizzare documentazioni storiche oppure su verifiche visive e indagini sperimentali eseguite da laboratorio prove autorizzato.

Le verifiche non distruttive, come per esempio: indagini termografiche, soniche e ultrasoniche possono fornire un'idea precisa della bontà della struttura esaminata.

In ultimo, la normativa da risalto alla scelta dei materiali per i consolidamenti, in particolare, viene specificato che è importante la scelta di materiali che siano compatibili con quelli già presenti nella costruzione.

1.4 - Livelli di conoscenza e fattori di confidenza

La normativa, inoltre, definisce dei livelli di conoscenza della struttura che vanno da LC1 a LC3 con conoscenza crescente, che incidono nelle verifiche della struttura sui parametri che vengono definiti in fase di modellazione.

Questa scelta deriva dal fatto che in passato la produzione di materiale non era standardizzata e normata come lo è oggi; quindi, l'oscillazione delle caratteristiche di resistenza era molto maggiore.

La norma definisce, inoltre i fattori che incidono sui livelli di conoscenza: geometria, dettagli costruttivi, proprietà dei materiali, connessioni interne e vincoli, modalità di collasso. In particolare, pone enfasi alla ricerca dei meccanismi di collasso locali e globali che la struttura potrebbe presentare.



Figura 2 – Esempi di meccanismi di collasso di murature – Logical Soft

Nel caso in esame il livello di conoscenza si può considerare alto, questo però non si può affermare anche in altri casi di ricostruzione di edifici storici danneggiati da eventi catastrofici, per questo la Francia ha attuato un piano di documentazione degli edifici storici francesi. Anche l'Italia ha cercato di avviare una campagna di documentazione simile a quella francese del patrimonio edilizio italiano, ma senza successo [27].

1.5 - Azioni

Le azioni scelte dovranno essere calcolate secondo la normativa vigente, senza distinzione rispetto alle nuove costruzioni.

1.6 - Prevenzione del rischio

Per la prevenzione del rischio la normativa definisce tre categorie di intervento, specifiche per l'azione sismica che, in Italia, costituisce il maggior fattore di rischio per le costruzioni esistenti:

- Interventi di riparazione o locali: cioè, interventi che interessino i singoli elementi strutturali e non riducano le condizioni di sicurezza;
- Interventi di miglioramento: essi migliorano le condizioni di sicurezza, ma senza raggiungere i livelli fissati dalla normativa;
- Interventi di adeguamento: sono interventi che migliorano le condizioni di sicurezza fino ai livelli definiti dalla norma.

I livelli definiti sono due e suddividono, interventi di maggiore e di minore entità (come variazione di destinazione d'uso o di classe d'uso), e sono, per i primi $\zeta_F \ge 1$

e per i secondi,

$$\zeta_E \ge 0.8$$

Dove:

 $\zeta_{\rm E}$ è il rapporto tra l'azione sismica massima sopportabile dalla struttura e l'azione sismica massima che si utilizzerebbe nel progetto di una nuova costruzione.

Per quanto riguarda le altre azioni, salvo casi particolari, vengono assunte le medesime delle nuove costruzioni.

Capitolo 2 - Il caso studio: Notre-Dame de Paris

2.1 - Brevi cenni storici alla costruzione della cattedrale

La costruzione della Cattedrale di Notre-Dame, decisa dal vescovo *Maurice de Sully* nel 1160, venne iniziata per sostituire le chiese presenti nel sito dedicate a Santo Stefano e alla Vergine Maria., delle quali vennero utilizzate parti di carpenteria lignea per edificare quella che sarebbe diventata la *Forêt*.

La pianta originale si presentava simile a quella che era la cattedrale di Santo Stefano, a cinque navate con tre cappelle radiali, ma lo stile scelto per la nuova cattedrale fu il gotico, a quel tempo già affermato in Francia.



Figura 3 – Pianta originaria della cattedrale di Notre-Dame – Viollet Le Duc [4]

Il progetto originale comprendeva anche un ampliamento della strada circostante e la creazione di una piazza antistante l'edificio, nonché la ricostruzione del palazzo vescovile, che insieme costituivano un progetto urbanistico notevole per l'epoca.

La struttura principale della cattedrale è composta da una muratura in calcare luteziano, coronata da volte in muratura le cui spinte orizzontali erano controbilanciate dalla presenza di archi rampanti e contrafforti, tipici dello stile gotico.

La copertura a protezione delle volte era una maestosa carpenteria in legno di quercia, dalla quale spiccava la famosa *Flèche*, era ricoperta di piombo a protezione dagli agenti atmosferici e decorate con *Gargouilles* e statue.



Figura 4 – L'alzato di Notre-Dame [5]

Con il passare del tempo vennero restaurate sia la facciata principale, nel 1268, che il coro, nel 1267, il quale venne supportato da contrafforti e archi rampanti. Durante la Rivoluzione Francese la chiesa fu devastata e abbandonata e negli anni successivi, fu così difficile nascondere i segni del degrado che venne costruito un protiro a pianta quadrata in stile neogotico per mascherarli.

Ma il restauro più imponente è stato eseguito nel 1842 dall'architetto *Eugène Viollet-le-Duc [4]*, autore della famosa *Flèche* di Notre-Dame e collaboratore nel restauro della *Sainte-Chapelle*. Le operazioni eseguite durante questo restauro sono state: la rimozione di elementi artistici non appartenenti al gotico, come ad esempio gli intonaci e i marmi di rivestimento, i quali erano stati aggiunti successivamente la costruzione; la sostituzione delle vetrate policrome del coro ampiamente danneggiate; la riedificazione dell'organo; il rinforzo dei contrafforti e degli archi rampanti già presenti e il loro completamento con pinnacoli; l'erezione della guglia, secondo progetto di Viollet-le-Duc stesso.

Tutte le operazioni e i restauri compiuti, in particolare quello di Viollet-Le-Duc, hanno contribuito ad imprimere le particolari caratteristiche della cattedrale nell'immaginario comune di ogni studioso e appassionato di arte e architettura. Tutte queste operazioni hanno contribuito alla creazione dell'immagine della cattedrale che abbiamo ancora oggi.



Figura 5 – Pianta attuale della cattedrale [4]



Figura 6 – La cattedrale prima dell'aprile 2019 – A. Kucherova

2.2 - La copertura lignea

Il tetto della cattedrale risale quasi interamente agli anni della sua costruzione. Esso si compone di una struttura in legno di quercia, sormontata da un assito in legno meno pregiato e finita con tegole di piombo spesse 5 mm e fregi metallici correnti sulla linea di colmo.

La struttura sottostante presenta due falde inclinate a circa 55°, composte da telai principali e secondari che hanno il compito di ridistribuire i carichi orizzontali sui maschi murari.

In passato sono state compiute diverse analisi sul telaio di Notre-Dame, rispettivamente nel 1991, nel '94 e nel '96 sono state eseguite campagne di campionamento dendrocronologico, con una raccolta di più di 70 campioni.

Dai risultati ottenuti in queste analisi è stata ottenuta la conferma che gli alberi utilizzati per ricavare i materiali per la ricostruzione della cattedrale hanno tutti un'età cambiale di circa 100 anni, ma essi risalgono a epoche differenti.

In particolare, la maggior parte della copertura risale al XIII secolo, ad eccezione di:

- riutilizzi del XII secolo raggruppati nella facciata Ovest;
- una ristrutturazione del XIV secolo;
- una riparazione risalente all'inizio del XVIII secolo;
- della guglia del XIX secolo di Viollet-Le-Duc.





Figura 7 – Capriata principale della navata [6]

Figura 8 – Telaio di Notre-Dame [6]

Il telaio del coro non era nell'assetto originale, ma secondo *Viollet-Le-Duc* sarebbe stato eseguito dopo l'incendio in una prima fase di costruzione. Dalle analisi, però, si è denotato che il legno risale ad una fase più antica e questo è un chiaro segno di riutilizzo del legname rimasto intatto, insieme ad alcuni giunti a mortasa presenti, rimasti poi inutilizzati nel nuovo assetto.

Come indicato in [6], è possibile affermare che, in condizioni normali, ci si sarebbe accontentati di questi dati, ma dopo l'incendio è ancora più importante raccogliere campioni delle macerie, in modo da avere un quadro più completo possibile.

Per raggiungere questo obiettivo è utile osservare il rilievo *Laser Scanner* della cattedrale, eseguito dallo storico dell'arte francese *Andrew Tallon* e trattato nel dettaglio nel *Capitolo 3*.

2.3 - La cronistoria dell'incendio

Lunedì 15 aprile 2019 alle ore 18.18 il sistema antincendio della cattedrale fa scattare l'allarme, indicando la sagrestia come punto di origine delle fiamme. Il responsabile della sicurezza procede al controllo dell'ambiente, ma non rileva alcun principio d'incendio.



Figura 9 – Le parti della cattedrale interessate dall'incendio [7]

Poco dopo, a causa del diffondersi del fumo, si accende anche il sensore che ha rilevato l'incendio. Il responsabile del controllo raggiunge la copertura e scopre che le fiamme si sono già propagate, in un punto in cui le travi lignee erano molto fitte. Egli chiama i vigili del fuoco alle ore 18.48.

Alle 19.00 arrivano le prime squadre che vanno in ricognizione sul tetto, compiendo così un'operazione molto difficoltosa a causa dell'attrezzatura pesante trasportata e dei passaggi stretti. L'obiettivo è quello di attaccare il fuoco nel suo punto di origine. Alle 19.30 i vigili del fuoco decidono di agire anche dall'esterno, cercando di preservare i rosoni della navata.

Alle ore 20.00 la guglia crolla e perfora la volta in pietra che fino a quel momento proteggeva l'interno della cattedrale dalle fiamme. Esse iniziano a propagarsi anche all'interno della cattedrale, colando dai fori nelle volte.



Figura 10 – Ore 20.00, il crollo della guglia [8]

Data la precarietà delle volte rimaste, i vigili del fuoco ricorrono al robot *Colossus* per spegnere le fiamme all'interno della chiesa.



Figura 11 – Le fiamme all'interno della cattedrale [8]

Alle 20:30 circa, il corpo dei vigili del fuoco dà l'annuncio dell'impossibilità di salvare la copertura; ma un altro problema preme nelle menti dei presenti: il fuoco si stava propagando velocemente nella torre Nord, con il rischio sempre crescente del crollo della struttura di sostegno delle campane e, di conseguenza, del collasso dell'intera copertura su sé stessa.

Per proteggere la torre, i vigili del fuoco hanno direzionato le lance nella stessa direzione, in modo da creare una barriera d'acqua ed evitare in questo modo il propagarsi delle fiamme verso la torre, mentre una seconda squadra raggiungeva il suo interno per fermare il fuoco già presente.



Figura 12 – Posizionamento camionette dei Vigili del Fuoco [7]

La notizia ufficiale della riuscita delle operazioni di messa in sicurezza è stata diffusa alle 23, anche se per lo spegnimento completo del fuoco i pompieri hanno proseguito a lavorare fino a oltre le 2 di notte.



Figura 13 – L'interno della torre Nord [8]



Figura 14 – Vista della cattedrale dopo l'incendio [9]

Capitolo 3 - Le tecniche di rilievo innovative

Per comprendere ogni struttura deve essere eseguito un rilievo delle sue parti, i cui obiettivi sono quelli di documentare in modo ragionevolmente approfondito la struttura e riportare ciò che occorre per le finalità perseguite, nel caso in esame la ricostruzione.

Le strutture lignee sono composte dal collegamento di singole unità, a loro volta costituite da membrature ed elementi sussidiari. Il concepimento da parte del progettista ne determina una gerarchia, la quale deve essere nota per conoscere il comportamento reologico delle strutture che compongono la struttura. Questa gerarchia si manifesta anche nelle tipologie di dissesto che si innescano nel sistema. In questo modo è possibile definire una diagnosi e una valutazione di affidabilità.

Per ricostruire l'anamnesi è necessario valutare anche gli interventi eseguiti nel corso del tempo.

L'applicazione della tecnologia BIM (*Building Information Model*) inizialmente era associata alla progettazione di nuovi edifici e veniva utilizzata per ottimizzarla racchiudendo in un unico modello tutte le informazioni necessarie al processo edilizio.

Ad oggi invece si sta sempre più applicando nel campo della tutela e della gestione del patrimonio costruito, da questo utilizzo nasce l'HBIM (*Heritage Building Information Model*). Questo modello può venire utilizzato per: monitoraggio del degrado, la pianificazione degli interventi di restauro, la tutela delle informazioni legate all'opera e la simulazione di eventi catastrofici.

3.1 - Le vulnerabilità della copertura

A questo punto, è doverosa l'analisi di ciò che non ha funzionato il giorno dell'incendio. In una sua pubblicazione del 2016, *Paolo Vannucci [8]* aveva anticipato il pericolo di incendio nella copertura di Notre-Dame. In particolare, l'alto rischio era dovuto alla concentrazione di polveri nell'aria, che rendeva l'atmosfera altamente infiammabile e aumentava in questo modo la possibilità che anche una minima tensione elettrica innescasse un incendio.

A questa problematica, riconducibile sia all'antichità del legno che all'assenza di areazione, si è sommata un'altra causa: la vetustà dell'impianto antincendio che, anche se funzionante, risultava macchinoso e difficile da leggere e interpretare.

Esso si componeva di più di 160 sensori con un'alta sensibilità alla presenza di fumo, posizionati in varie parti della cattedrale. Il messaggio che sarebbe comparso sul pannello di controllo in caso di incendio era composto dalla parola *"Feu"*, seguita da una breve descrizione della zona: la sera dell'incendio il pannello recitava: *"Attic, Nave, Sacristy"* e, in aggiunta, compariva un codice alfanumerico *"ZDA-110-3-15-1"* che corrispondeva ad uno specifico sensore.

In seguito, è apparso il messaggio *"Aspirating framework"*, cioè l'indicazione di un sensore presente nella copertura.



Figura 15 – Schema della posizione della sicurezza nella cattedrale [9]

Il tempo di lettura dei dati dal pannello di controllo, aggiunto a quello necessario per raggiungere il punto indicato dal sistema è stato sufficiente per permettere alle fiamme di propagarsi. Ciò è avvenuto perché la velocità di propagazione delle fiamme era stata sottostimata nella progettazione del sistema antincendio e perché non sono stati aggiunti sprinklers o compartimenti stagni per preservare l'architettura della cattedrale.

Il primo allarme è scattato alle ore 18:18 ma il fuoco è stato individuato solo alle 18:48, trenta minuti dopo. È ragionevole pensare che la più grande falla dell'imponente sistema antincendio sia stata proprio la cripticità del messaggio di allarme, che ha reso difficile individuare il principio d'incendio.



Figura 16 – Immagine dello spegnimento del fuoco [9]

Oltre alla funzione di protezione dagli agenti atmosferici, le tegole di piombo in copertura avevano lo scopo di rallentare il fuoco, tenendo l'aria di rinnovo fuori dal sottotetto. Una volta superata temperatura di fusione del piombo (324°C), il vantaggio protettivo della composizione della copertura si è però rapidamente trasformato in un punto debole, poiché le gocce incandescenti di metallo hanno ampliato la zona dell'incendio e, in aggiunta, hanno permesso all'aria e quindi all'ossigeno di circolare tra i fori creati dalle tegole liquefatte. A questo punto, il fuoco si sarebbe spento solo nel caso di esaurimento del combustibile, ovvero il legno.

La scelta di fermare il fuoco con acqua e non con altri mezzi è stata rischiosa poiché, a causa della sua pesantezza, le operazioni di spegnimento avrebbero aggravato il carico su una struttura già indebolita dal fuoco. Inoltre, il legno è un materiale per natura molto poroso e questa caratteristica ne determina un calo della resistenza. Considerando quindi i fattori di aumento del carico dovuto al peso dell'acqua e diminuzione della resistenza dovuta all'aumento di umidità nel legno, il punto limite della struttura si raggiunge rapidamente.

Alternativamente all'utilizzo dell'acqua per estinguere l'incendio, i vigili del fuoco avevano valutato la possibilità di aprire una breccia nella copertura della cattedrale, per evitare il propagarsi delle fiamme; è però una scelta difficile distruggere volontariamente un bene di così inestimabile valore.

Nel caso di grandi edifici, come la cattedrale in esame, è utile l'utilizzo di carte tematiche per valutare ogni elemento della struttura con disegni esplicativi e spiegazioni dettagliate dello stato dei giunti, come suggerito da *Bertolini Cestari* [11].

3.2 - Il rilievo laser scanner

Nel 2015 lo storico dell'arte al *Vasar College, Andrew Tallon*, come già anticipato, ha eseguito un rilievo laser scanner della cattedrale, accompagnato da una serie di fotografie panoramiche disponibili su una banca dati online [12].



Figura 17 – Foto panoramica del rilievo eseguito da Tallon [12]

In particolare, come lo stesso Tallon ha affermato in un'intervista del 2015, la scansione laser ha permesso di dimostrare che in Notre-Dame sono stati utilizzati per la prima volta nella storia delle costruzioni gotiche, elementi costruttivi come gli archi rampanti.

Il rilievo laser scanner non è semplicemente l'uso di uno strumento ad altissima precisione, ma si compone di varie fasi che mettono in campo un'equipe di professionisti qualificati.

La prima fase del rilievo è la scelta delle posizioni in cui eseguire le misurazioni che è necessario rilevare in vari punti per avere una quantità di dati sufficiente, soprattutto nei monumenti più complessi. Nel caso di Notre-Dame essi sono stati più di 50. In seguito, le posizioni vanno georeferenziate tramite l'uso di una stazione totale con le coordinate WGS84: ciò permette di inserire il rilievo nel contesto circostante della città.

A questo punto si procede con il rilievo vero e proprio, sia per quanto riguarda il laser scanner che per le fotografie panoramiche. Il laser scanner è un raggio laser distribuito a 360° orizzontalmente e 270° verticalmente, il quale misura il tempo di ritorno della luce per calcolare la distanza tra lo strumento e il punto considerato, ad una velocità di circa 50 000 volte al secondo.

In seguito, tutte le scansioni vanno inserite in un software di modellazione di nuvole di punti (ad esempio Autodesk ReCap). Una volta composta la nuvola di punti, si associa ad ognuna di essi un colore ricavato dalle fotografie panoramiche fatte in precedenza.



Figura 18 – Nuvola di punti creata con il rilievo laser scanner [12]

Una volta eseguiti questi step si crea una *Mesh*, cioè una griglia che collega ogni punto della nuvola in una rete di triangoli, tanto fitta quanto lo è la nuvola di punti, in modo da visualizzare in modo ottimale i dettagli. Così si ottiene un file pregno di dati e molto pesante, che va alleggerito. Infine, per alleggerire la *Mesh*, i punti vanno sostituiti con degli elementi del tipo *Solid* che creano il modello vero e proprio esportabile in un comune *IFC (Industry Foundation Classes)*, cioè un modello 3D *BIM (Building Information Model)* in un formato dati aperto accessibile da vari programmi, senza perdita di informazioni.

Queste operazioni sono sicuramente onerose in termini di costi, ma ci permettono di eseguire rilievi con precisione dell'ordine dei 5mm e di raggiungere zone che sarebbero impossibili da misurare con un rilievo classico.

La tecnologia del laser scanner, in particolare nei monumenti dell'ordine di grandezza di Notre-Dame, ci permette anche una progettazione accurata del restauro, seguendo un progetto che rispetta la realtà di posa in opera e prende in considerazione anche le conseguenze dello scorrere del tempo.

3.2.1 - Il rilievo geometrico prima dell'incendio

Dalle analisi del rilievo di Tallon sono emerse informazioni chiave riguardo alla statica della cattedrale, in particolare sull'utilizzo degli archi rampanti.

Fino al 2012 *[13]* si pensava che l'unità architettonica dell'arco rampante fosse stata utilizzata per la prima volta nella navata della cattedrale, ma la posizione dei muri del coro ci fa immaginare che ci fossero delle forme primitive di archi rampanti.

Le ricerche di Tallon indicano infatti che la struttura del coro è stata modificata nei primi decenni del XIII secolo con l'introduzione una serie di archi rampanti lunghi e slanciati, per permettere di allargare le grandi finestre.



Figura 19 – Archi rampanti del coro – M.H. Cuesta

La scansione laser scanner mostra però le prove che, anche prima della ricostruzione del coro, esistevano archi rampanti simili a quelli attualmente presenti.

Il muro del coro è infatti rimasto perfettamente a piombo: questo sarebbe stato molto improbabile se gli archi fossero stati assenti, perché la spinta vuoto delle volte, nel momento critico del loro inarcamento, avrebbe spinto i muri sottili, verso l'esterno. Invece, la scansione mostra che alcune campate sono leggermente inclinate verso l'interno.

Una volta scoperto ciò, si è ipotizzata la sequenza di costruzione più probabile: muro e contrafforte devono essere stati costruiti prima delle volte e la loro spinta deve essere stata solo in parte contrastata dagli archi lignei presenti precedentemente alla costruzione delle volte.

3.2.2 – Il rilievo geometrico successivo all'incendio

Come è stato fatto per la Chiesa di Santa Maria Maggiore a Mirandola (MO), a seguito del sisma del 2012, la tecnologia laser scanner potrebbe essere applicata anche nella fase di progetto e ricostruzione, la quale è appena iniziata per la Cattedrale di Notre-Dame. In questo caso, il rilievo è stato eseguito post sisma, in seguito alla messa in sicurezza dell'edificio

da parte dei vigili del fuoco. Esso ha generato due grandi vantaggi: i rischi per gli operatori sono diminuiti in quanto la loro permanenza in loco è stata limitata nel tempo e, con una tecnologia così precisa, è stato possibile vedere anche i minimi movimenti che la struttura ha subito dopo la rottura del labile equilibrio, causata sia dall'incendio della copertura che dal crollo di guglia e volte. Il rilievo di Mirandola ha infatti mostrato un fuori piombo dei muri di 35 cm, fenomeno che potrebbe essersi verificato anche nella chiesa di Notre Dame e che non sarebbe possibile vedere altrimenti, se non in fase esecutiva.

Le scansioni infatti sono abbastanza precise da rilevare lievi deviazioni che permettono di individuare le azioni subite dalla struttura, causate dai carichi.

Il rilievo sarebbe sicuramente più complesso da eseguire durante la fase di scansione, a causa della presenza delle opere provvisionali di messa in sicurezza dell'ambiente: esse rendono infatti necessarie più scansioni, ma in fase di allineamento è possibile rimuovere tutti i ponteggi e ottenere solo la struttura della Chiesa.

In questo modo, la scansione descriverebbe l'effettivo stato di fatto della struttura e da questo rilievo sarebbe poi possibile prendere le misure per eseguire gli interventi di consolidamento delle opere rimaste e, grazie al rilievo antecedente all'incendio, la ricostruzione del tetto. L'esempio prima citato della basilica di Santa Maria Maggiore a Mirandola è stato completato e riaperto al pubblico nel 2019, a dimostrazione di come il rilievo laser scanner eseguito abbia fatto risparmiare tempo e abbia permesso di prevedere problematiche che altrimenti si sarebbero scoperte solo in corso d'opera, allungando notevolmente i tempi di ricostruzione.

Capitolo 4 - Caratteristiche della copertura lignea

Il legno è composto da tre tipologie di tessuti, che si differenziano sulla base delle funzioni. Essi sono:

- Meccanico: è il tessuto prevalente ed è composto da cellule che prendono il nome di fibre di forma fusolare, esse sono composte in fasci monodirezionali e sono resistenti alla compressione e alla flessione;
- Conduttore: è il tessuto che trasporta la linfa attraverso il fusto;
- Parenchimatico: è il tessuto che contiene le riserve nutritive della pianta.

Al di sotto della corteccia si trova il cambio lo strato generatore, il quale crea il nuovo legno: esso varia la sua produzione stagionalmente, quindi, in ogni periodo dell'anno, si creeranno composizioni di legno diverse. In questo modo si possono riconoscere gli anelli tipici della sezione lignea, ciascuno corrispondente all'accrescimento annuale.

Il materiale legnoso ha caratteristiche di anisotropia ed eterogeneità, proprio dovute alla sua struttura cellulare: è perciò molto importante tenerne conto nella progettazione.

Ogni specie arborea possiede delle caratteristiche meccaniche proprie. Per il nostro caso indaghiamo quella di quercia, utilizzata per la carpenteria, la *Charpente* di Notre Dame. Ha una buona flessibilità e una rigidità non molto elevata, il modulo elastico è basso e si ha una discreta resistenza meccanica.

Il comportamento per sollecitazione parallela alle fibre è prevalentemente elastico-lineare con rottura fragile.

La *Tabella 1* presenta le caratteristiche meccaniche dei legni di latifoglie, tra cui la quercia, distinte per classi di resistenza

| UNI EN 338 - 2016 | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----------------|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|
| | | Latifoglie - Classi "D" | | | | | | | | | | | | | |
| | | D18 | D24 | D27 | D30 | D35 | D40 | D45 | D50 | D55 | D60 | D65 | D70 | D75 | D80 |
| Resistenze [MPa] | | | | | | | | | | | | | | | |
| Flessione | $f_{m,k}$ | 18,0 | 24,0 | 27,0 | 30,0 | 35,0 | 40,0 | 45,0 | 50,0 | 55,0 | 60,0 | 65,0 | 70,0 | 75,0 | 80,0 |
| Trazione parallela alla fibratura | $f_{t,0,k}$ | 11,0 | 14,0 | 16,0 | 18,0 | 21,0 | 24,0 | 27,0 | 30,0 | 33,0 | 36,0 | 39,0 | 42,0 | 45,0 | 48,0 |
| Trazione perpendicolare alla fibratura | $f_{t,90,k}$ | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 |
| Compressione parallela alla fibratura | $f_{c,0,k}$ | 18,0 | 21,0 | 22,0 | 24,0 | 25,0 | 27,0 | 29,0 | 30,0 | 32,0 | 33,0 | 35,0 | 36,0 | 37,0 | 38,0 |
| Compressione perpendicolare alla fibratura | $f_{c,90,k}$ | 4,8 | 4,9 | 5,1 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,8 | 6,2 | 6,6 | 10,5 | 11,3 | 12,0 | 12,8 | 13,5 |
| Taglio | $f_{v,k}$ | 3,5 | 3,7 | 3,8 | 3,9 | 4,1 | 4,2 | 4,4 | 4,5 | 4,7 | 4,8 | 5,0 | 5,0 | 5,0 | 5,0 |
| Modulo Elastico [GPa] | | | | | | | | | | | | | | | |
| Modulo Elastico medio parallelo alle fibre | $E_{0,mean}$ | 9,5 | 10,0 | 10,5 | 11,0 | 12,0 | 13,0 | 13,5 | 14,0 | 15,5 | 17,0 | 18,5 | 20,0 | 22,0 | 24,0 |
| Modulo Elastico caratteristico parallelo alle fibre | E0,05 | 8,0 | 8,4 | 8,8 | 9,2 | 10,1 | 10,9 | 11,3 | 11,8 | 13,0 | 14,3 | 15,5 | 16,8 | 18,5 | 20,2 |
| Modulo Elastico medio perpendicolare alle fibre | E90,mean | 0,6 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 1,0 | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,5 | 1,6 |
| Modulo di taglio medio | G_{mean} | 0,6 | 0,6 | 0,7 | 0,7 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 0,9 | 1,0 | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 |
| Massa Volumica [kg/m³] | | | | | | | | | | | | | | | |
| Massa volumica caratteristica | ρ _k | 475,0 | 485,0 | 510,0 | 530,0 | 540,0 | 550,0 | 580,0 | 620,0 | 660,0 | 700,0 | 750,0 | 800,0 | 850,0 | 900,0 |
| Massa volumica media | ρο | 570,0 | 580,0 | 610,0 | 640,0 | 650,0 | 660,0 | 700,0 | 740,0 | 790,0 | 840,0 | 900,0 | 960,0 | 1020,0 | 1080,0 |

Tabella 1 – Valori caratteristici relativi al legno di latifoglie, previsti dalla UNI EN 338-2016

I valori riportati all'interno della UNI EN 339 - 2016 si riferiscono a legname in equilibrio igrometrico con l'ambiente caratterizzato dal 65% l'umidità e 20°C di temperatura (quindi un legno avente circa il 12% di umidità). I valori a taglio sono desunti da elementi privi di fessurazioni come indicato nella norma UNI EN 408 (a cui quindi deve applicarsi ker secondo quanto previsto dall'Eurocodice 5). la UNI EN 338 - 2016, prevede per le latifoglie (come pioppo e castagno) l'attribuzione delle tipologie di specie sopra menzionate alle classi "Cxx" e "Txx" (Tipiche delle conifere) in alternativa alle classi "Dxx".

Questa classificazione, attualmente in uso, non distingue le singole specie, ma si basa sulla valutazione di una serie di caratteristiche presenti nel particolare campione esaminato.

È possibile, quindi confrontare le caratteristiche meccaniche del legno di quercia facendo riferimento alle norme vigenti per la valutazione della resistenza, le quali individuano il limite a flessione e a compressione negli intervalli: 18 - 80 N/mm² per la prima e 18 – 38 N/mm² per la seconda.

Avendo nota la Massa Volumica media del telaio, considerata pari a 710 kg/m³ si assume che le caratteristiche meccaniche del legno di quercia della *Charpente* siano quelle della classe D45. In aggiunta, questo tipo di legname presenta un ottimo comportamento visco-elastico nei confronti del sisma. Infatti, il carico di rottura per azioni di breve durata come il vento aumenta del 20% rispetto a quello rilevato sperimentalmente.

Il comportamento del legno si presenta di tipo visco-elastico, e presenta varie fasi:

- Una fase elastica iniziale che segue la legge di Hooke;
- Una fase anelastica che presenta deformazioni residue e permanenti;
- Una fase viscosa che si manifesta lentamente e per bassi valori di carico;
- Una fase plastica, dove la tensione tangenziale equivale la resistenza allo scorrimento parallela alla forza applicata.



Figura 20 – A sinistra la correlazione tra carichi e deformazioni; a destra le correlazioni tra deformazioni e durata del carico [14]

I fattori che influenzano maggiormente il modulo di elasticità sono la temperatura e l'umidità. Tra i 102 e i 105°C si hanno riduzioni sensibili del modulo elastico a causa di degradi che avvengono nel legno. Questo aumento di temperatura è causa, per lo stesso motivo, di una riduzione delle proprietà meccaniche.

Per temperature tra i 40 e 50°C si utilizza un coefficiente riduttivo solo nei casi in cui il legno sia esposto per lunghi periodi.

Per quanto riguarda l'umidità invece, il modulo elastico cresce leggermente per umidità che variano tra lo 0 e il 3% e decresce fino a saturazione delle pareti cellulari ad un valore che varia tra lo 0,74 e lo 0,77 del valore massimo.

Inoltre, per valutare la sua resistenza specifica è necessario tenere in considerazione i difetti; i quali fanno variare di molto questa proprietà del materiale. Per questo motivo, in caso di presenza di difetti, i valori di resistenza specifica misurati sono considerati poco significativi a causa della disomogeneità del materiale.

Perché il restauro sia efficace, è necessario tenere in considerazione la possibile presenza di difetti nel legname inserito ex-novo nella cattedrale, in particolar modo nelle verifiche compiute su sezioni ridotte dell'area occupata dai nodi. Ciò è necessario perché le azioni agenti non si trasmettono attraverso questo tipo di difetti e bisogna quindi valutare una sezione indebolita. Questi difetti possono essere aggravati dagli effetti del ritiro e per questo i legni moderni vengono messi in opera con un'umidità del 12%, in modo tale da limitare le variazioni di umidità interne alla sezione lignea e quindi la variabilità delle sue caratteristiche.

L'aggravamento è causato dall'anisotropia del legno: le variazioni dimensionali causate dall'umidità sono diverse nelle tre direzioni: longitudinale e parallela al tronco, radiale e tangenziale rispetto alla sezione del tronco e gli anelli, che hanno scarsa coerenza e coesione, tendono a separarsi nel momento in cui il legno si ritira.

Questo comportamento, se non considerato adeguatamente, può causare difetti e incentivare attacchi biotici da parte di organismi.

4.1 Comportamento al fuoco

Per il comportamento al fuoco di ogni materiale, i fattori da considerare sono: infiammabilità, combustione, reazione al fuoco e resistenza.

In particolare, apportato sufficiente calore al materiale, si genera come effetto il degrado delle componenti dalle quali si originano i gas combustibili, i quali generano la vera e propria combustione.

In assenza di aria, la combustione si trasforma nel processo di carbonizzazione o pirolisi, la quale produce un residuo carbonioso che influenza negativamente la penetrazione del fuoco. Diversamente, in presenza di aria la combustione si dice viva e comporta la totale distruzione del materiale.

La reazione al fuoco misura il grado di partecipazione del materiale all'incendio e per il legno è considerabile elevata, perché esso è un materiale combustibile.

Per analizzare invece la resistenza del legno sottoposto a combustione, si utilizzano tre parametri: stabilità, tenuta al fuoco e isolamento termico. Essi definiscono l'indice REI, cioè l'espressione, in minuti, del tempo nel quale la struttura rimarrà stabile, in caso di incendio. Esso è utilizzato nella progettazione antincendio per garantire la sicurezza dei materiali nelle fasi di evacuazione. Dei parametri elencati la stabilità è l'attitudine a conservare la resistenza meccanica anche sotto l'azione del fuoco, la tenuta al fuoco è la capacità del legno sottoposto al fuoco su un lato, di non lasciar passare né produrre vapori o gas caldi sulla superficie non esposta; l'isolamento termico è la capacità di trasmettere il calore attraverso il proprio spessore solo in misura esigua.

Pur avendo un calore specifico elevato, il legno è un cattivo conduttore del calore, per cui la combustione si propaga lentamente.

Ad umidità normale la velocità media di propagazione si aggira intorno agli 0,7mm/s e varia tra gli 0,4 e gli 0,9mm/s secondo la densità e il contenuto di resina.

A differenza di altri materiali però, tessuti interni non carbonizzati non sono affetti da variazioni di resistenza.

4.2 Capriate e incavallature

Le capriate e le incavallature sono i sistemi più comuni per le coperture in legno e sono composte da varie membrature, spesso soggette solo ad azione assiale. Nello schema classico i puntoni e i contraffissi sono compressi, mentre monaco e catena sono tesi. Questo schema di azioni, come si può dedurre dalle analisi fatte da *Vannucci* in *[15]* si ripropone nelle incavallature di Notre-Dame, in particolare:



Figura 21 – Capriata della navata di Notre-Dame – Rosso indica compressione e Verde indica trazione [14] – Modificata dall'autrice

La geometria delle capriate come inclinazione dei puntoni, direzione e numero delle aste è essenziale per la stabilità. Per grandi luci le catene sono composte da più pezzi, connessi da opportune giunzioni.



Figura 22 – Compendio di schemi di incavallature – A: Portico del Pantheon, B: Teatro olimpico di Palladio, C/E: Villard de Honnecourt; D: Navata di Notre Dame (Dettaglio nella figura 10); F: Sheldonian Theatre, Oxford; G: Chiesa di Steinach; H: Royal Hospitall, Greenwich [14]

Il monaco regge i contraffissi e non è necessario per collegare i puntoni. I contraffissi, invece, costituiscono un appoggio intermedio (anche se cedevole) per il puntone. In alcuni casi, come in quello di Notre-Dame, il monaco è collegato alla catena, con il fine di garantire maggiore rigidezza al telaio.

Le capriate, che sono strutture bidimensionali, necessitano trasversalmente di elementi strutturali semplici che le colleghino tra loro e che ne assicurino la verticalità creando un comportamento unitario.

Una cattiva connessione trasversale delle campate. Che può verificarsi a causa del degrado degli elementi trasversali di connessione o delle giunzioni, può portare al fenomeno dell'accatastamento quando si verificano spinte tipicamente dovute ad azioni orizzontali.

La struttura di copertura di Notre Dame è formata da due tipologie di incavallature: quelle principali e quelle secondarie che vengono ripetute lungo l'estensione della cattedrale. Le secondarie non cambiano, mentre le principali sono differenziate secondo le diverse zone della chiesa: navata, coro e transetto, come spiegato nel dettaglio nel capitolo quattro.

In Notre-Dame la copertura del coro è considerata omogenea per tutta la sua lunghezza, mentre la navata presenta tra l'incavallatura principale 5 e la 9 l'assenza della trave di colmo, che dovrebbe collegare la sommità. Questo fatto potrebbe essere dovuto a una rottura non riparata, ma è difficile esserne certi.

In altri punti è possibile notare che tra gli elementi costruttivi di alcune capriate non c'è contatto, queste imperfezioni possono essere dovute sia al movimento della struttura che a rotture mai riparate, come già indicato. Certa è l'impossibilità di considerazione, nel modello, di tutte queste ultime piccole anomalie. Esse sono quindi state trascurate.

Capitolo 5 - Metodi sperimentali per l'analisi delle strutture lignee esposte al fuoco

Come descritto nel capitolo precedente, il legno è un materiale con caratteristiche molto varie, che dipendono sia dal legno stesso che dalle condizioni dell'ambiente. Questo rende spesso necessario eseguire delle prove su campioni estratti in loco.

Dalle analisi dendrocronologiche e dall'osservazione del telaio della cattedrale si può osservare che la tipologia del legno utilizzato è di quercia risalente al XIII secolo con le seguenti caratteristiche meccaniche:

- Densità $[\rho] = 710 \text{ kg/m}^3;$
- Modulo di Young [E] = 12 500 MPa;
- Coefficiente di Poisson [v] = 0,25.

Grazie a queste analisi si è potuto riscontrare che le incavallature che sono state posate durante la ristrutturazione eseguita nel XIX secolo da Viollet Le Duc risalgono, per una gran parte, agli anni della costruzione. Questo è sintomo di un riutilizzo del materiale, anche nel rispetto delle teorie sul restauro più conservative. Nel dettaglio le parti da cui è composta la cattedrale sono:

- Le capriate del coro che sono state costruite tra il 1225 e il 1230;
- Le capriate della navata, costruite tra il 1230 e il 1240;
- Le capriate del transetto, completamente ricostruite da Viollet-Le-Duc e Lassus intorno al 1843, insieme alla guglia e ai telai di navata e coro nel suo intorno.

5.1 - Le prove sui campioni carbonizzati

Altre analisi sul legno della cattedrale sono state eseguite in seguito all'incendio, per comprenderne il punto di innesco e le temperature raggiunte dal fuoco al fine di valutare l'eventuale riduzione di resistenza provocata dalle fiamme, sia sulla muratura che sosteneva i telai che sulle volte e sul legno rimasti intatti.

Lo studio è stato eseguito da *Damien Deldique* e *Jean Nöel Rouzaud* [17] tramite la paleotermometria Raman.

Questo metodo è stato scelto in quanto non è stato possibile posizionare delle termocoppie durante l'incendio e quindi le uniche fonti di dati rimaste erano i carboni di legno stessi.

La paleotermometria Raman si basa sulla caratteristica delle molecole organiche del legno, le quali tra i 400 e i 1300°C diventano di tipo aromatico. Si è osservato infatti che la dimensione del profilo aromatico aumenta proporzionalmente con l'aumentare della temperatura, fino a raggiungere l'ordine di grandezza del nanometro.

Il processo descritto risulta essere irreversibile: anche dopo il raffreddamento dei carboni si ha una chiara impronta della temperatura massima raggiunta.



Figura 23 – Sezione trasversale di un pezzo di legno parzialmente bruciato. Una corona carbonizzata circonda il nucleo intatto. Le temperature indicate sono state determinate mediante paleotermometria Raman [17]

Lo spettro Raman, utilizzato nella paleotermometria, è considerato molto sensibile agli strati poliaromatici. Essi sono visibili specialmente nell'intensità dei due picchi principali dello spettro stesso, denominati $D \in G$.

In particolare, campioni testati con trattamento ad alte temperature mostrano un aumento del picco D fino a 1350 cm⁻¹ circa, all'aumentare della temperatura fino a 1300°C.

I test sperimentali erano stati eseguiti inizialmente con campioni in legno di pino ed è stato necessario costruire delle curve di calibrazione con campioni di quercia prelevati dalle parti non bruciate del telaio della cattedrale.

Tali campioni sono stati inseriti in una fornace tubolare in atmosfera controllata, tramite un flusso d'argon a protezione dell'ossidazione dei campioni. Per valutare anche l'influenza del tempo di esposizione ad alte temperature, sono stati scelti due intervalli diversi di permanenza nella fornace di 1h e 6h a 1300°C.

Le misurazioni delle ampiezze dei picchi $D \in G$ sono state raccolte dal loro punto più alto e ortogonalmente alla base, stabilendo così un metodo di misurazione che ha reso possibile confrontare i valori. La curva di riferimento è stata costruita valutando la temperatura di carbonizzazione come funzione del rapporto H_D/H_G per ogni tempo preso in considerazione in modo da ottenere graficamente una correlazione diretta tra tempo e temperatura.



Figura 24 – Spettri Raman di carboni sperimentali ottenuti dal legno di quercia riscaldato in atmosfera di argon da 500 a 1300°C; tempo di permanenza: 1h. l'altezza della banda D aumenta con la temperatura di carbonizzazione. a: spettri grezzo normalizzati dell'intensità della banda G; si noti, per gli spettri ottenuti per le temperature più basse (800°C), la presenta di debole fluorescenza (responsabile di una leggera inclinazione della linea di base) e di una piccola spalla a destra della banda D (freccia in figura B); b: spettri corretti in background, normalizzati dall'intensità della banda G [17]

I campioni raccolti nella cattedrale sono stati prelevati sotto le zone dei crolli, in modo da categorizzarli sulla base della loro posizione (transetto, navata e incrocio). Ne sono stati prelevati tra i 15 e i 20 per ogni parte crollata della cattedrale. Questi sono poi stati analizzati con un microspettrometro munito di un diodo laser da 50W per non inficiare i campioni durante lo studio. Le prime misure sono state eseguite nella parte più esterna dei campioni che ragionevolmente, è quella che è stata esposta alla maggiore temperatura. In seguito, i campioni con le misurazioni maggiori sono stati sezionati e ri-misurati su ogni superficie della sezione.

La media dei valori ottenuti rappresenta la temperatura massima raggiunta nella cattedrale, suddivisa per zone.



Figura 25 – A sinistra curva di calibrazione dei carboncini sperimentali ottenuti da legno di quercia riscaldato in atmosfera di argon tra 500 e 1300°C; tempo di permanenza all'HTT: 1h; a sinistra, curva di calibrazione dei carboncini sperimentali ottenuti da legno di quercia riscaldato in atmosfera di Argon tra 500 e 1300°C; tempi di permanenza all'HTT: 1h (grafico blu) e 6h (grafico rosso) [17]

Come già osservato nei precedenti studi riguardanti questa tecnica, il tempo di permanenza ad una data temperatura ha un effetto minimo nel range tra i 500 e gli 800°C; per temperature superiori a 800°C, le curve si sovrappongono e quindi l'incidenza del tempo in fornace diventa trascurabile. La dispersione dei valori misurati cresce all'aumentare della temperatura e varia tra i $\pm 15^{\circ}$ C (800°C) e i $\pm 80^{\circ}$ C (1300°C). Le temperature misurate con questo metodo sono nel range tra i 500 e 1300°C e sono state calcolate secondo la curva corrispondente ad un tempo di permanenza di un'ora, secondo le considerazioni fatte in precedenza.



Figura 26 – Paleotemperature ricavate dai rapporti H_D/H_G nell'incrocio (punti verdi), nel transetto Nord (punti blu) e nella navata (punti kaki) [17]

La temperatura maggiore è stata individuata nell'incrocio ed è pari a $1212\pm79^{\circ}$ C. Nella navata e nel transetto le massime temperature raccolte sono state rispettivamente $1088\pm24^{\circ}$ C e $1105\pm66^{\circ}$ C. Ciò spinge a pensare che l'innesco dell'incendio sia avvenuto nell'incrocio, ma ci sono da valutare anche altri parametri, come il carico di incendio.



Figura 27 – Mappatura iniziale della temperatura della Cattedrale Notre-Dame de Paris. Temperature massime (in rosso) raggiunte nella navata, nel transetto Nord e nell'incrocio [17]

Le temperature valutate grazie al metodo della paleotermometria Raman sono utili a due scopi principali: valutare la riduzione di resistenza e di sezione causate dal fuoco e la resistenza residua delle murature di appoggio e del legname rimasto integro.

Queste riduzioni di resistenza saranno vagliate ampiamente nei successivi capitoli di questa trattazione.

Capitolo 6 - Il modello ad elementi finiti

6.1 - Le ipotesi per la modellazione

La modellazione della copertura è stata eseguita utilizzando le informazioni e i dati raccolti nel rilievo di *Fromont* e *Trentesaux [16]:* esso è composto da una sezione longitudinale, una pianta e delle sezioni trasversali che mostrano la carpenteria di copertura della navata e del coro, riportati nelle Figure 28 e 29.



Figura 28 – Sezione della cattedrale [16]



Figura 29 – Pianta della cattedrale [16]

A partire da Viollet-Le-Duc, vari autori hanno provato a descrivere la struttura della cattedrale, ma le viste d'insieme sono rare e spesso incomplete.

Le capriate, ad esempio, sono tra loro confrontabili per la forma generale, ma differiscono nei dettagli. Per questo *Fromont* e *Trentesaux* hanno cercato di creare un rilievo il più completo possibile.

L'indagine eseguita dagli autori è iniziata con una valutazione sulle travi principali, esaminate in sezione trasversale ed è proseguita cercando una visione globale in sezione longitudinale e in pianta.

Questi documenti sono stati rilevati utilizzando una stazione totale, in modo da sfruttare i punti georeferenziati come sfondo per il completamento del rilievo.

Dai rilievi eseguiti si è potuto osservare che i telai di Notre-Dame sono costituite da due grandi insiemi: i telai della navata e quelli del coro. E si compone da telai principali e secondari. Questo assetto principale si ripete ad intervalli regolari di circa 70 cm nella navata e 80 cm circa nel coro.



Figura 30 – Sezioni delle capriate della cattedrale: a sinistra quello della navata, a destra quello del coro [16]

I vari autori di questi rilievi concordano sul fatto che le cornici del coro furono smontate e rimontate, secondo un diverso modello, quando furono modificati i prospetti della cattedrale e fu innalzato il muro di gronda, intorno al 1220. Questa ipotesi è avvalorata dalla presenza, nel coro, di numerose cavità vuote e da una serie di marcature sui pezzi.

Nella planimetria, riportata nel rilievo precedentemente citato, si vede chiaramente la passerella, che in rilievi passati non è mai stata rappresentata. Si tratta di un solaio di circa 1,60 – 1,90 m di larghezza, che serve tutto l'attico. L'esecuzione è semplice: inchiodate su 3 file di travetti, delle assi di larghezza media da 18 a 25 cm, sono poste direttamente sui *Suspente* della catena, sul lato Nord. Le dimensioni della passerella ricordano quindi più uno spazio di lavoro che di circolazione. È anche possibile ipotizzare che la passerella sia stata utilizzata durante i lavori di riparazione del sottotetto o addirittura come piano di calpestio durante la costruzione delle volte. Per quanto riguarda il modello per l'analisi a elementi finiti, si è deciso di non inserirla, se non come carico concentrato sul telaio, ipotizzato in *[15]* come 240 kg o 2.4 kN per ogni intelaiatura principale.



Figura 31 – Definizione del carico della passerella (Fase f1 e f2) [15]

Nonostante la completezza del rilievo, è stato necessario utilizzare altri documenti per risalire alle dimensioni del transetto e alla costruzione della guglia, tra i quali lo studio di *Bertetto, D'Angella* e *Fronterre [16]*, che ne mostra i dettagli.


Figura 32 – Capriata del transetto [16]



Figura 33 – Dettagli della guglia [16]

Un'altra componente di primaria importanza è il sistema di controventi che corre lungo la cattedrale. Nella navata ne sono presenti tre ordini, mentre nel coro solo due. Quelle del transetto, invece, sono state ipotizzate uguali a quelle del coro per mancanza di informazioni a riguardo.

Questo sistema ha lo scopo di assorbire le forze orizzontali del vento, di fornire stabilità alla struttura limitando la rotazione delle capriate in direzione longitudinale. I carpentieri gotici sfruttano questo sistema anche per limitare la freccia delle controcatene e per trasmettere i carichi alle incavallature principali.

Per ricostruire il modello in modo agevole si sono utilizzate le capriate principali identiche per ogni componente, misurando dal rilievo in sezione la distanza tra l'una e l'altra con grande precisione. La guglia è stata modellata doppiamente simmetrica e le sezioni delle travi utilizzate sono state parzialmente ricavate da [15]; quelle non riportate sono state ipotizzate secondo la scala del rilievo.

| Copertura del coro | | | | | | |
|---|------|------|--------------------|--|--|--|
| | b | h | Α | | | |
| | [cm] | [cm] | [cm ²] | | | |
| Entrait (Catena) | 30 | 35 | 1050 | | | |
| 1 Faux Entraits (Prima controcatena) | 13 | 27 | 351 | | | |
| 2 Faux Entraits (Seconda controcatena) | 17 | 19,5 | 332 | | | |
| <i>3 Faux Entraits</i> (Terza controcatena) | 15 | 23 | 345 | | | |
| 4 Faux Entraits (Quarta controcatena) | 15 | 19 | 285 | | | |
| Arbalétriers (Puntone di capriata) | 18 | 19 | 342 | | | |
| Faux Arbalétriers (Falso puntone) | 28 | 17 | 476 | | | |
| Poteaux (Elemento verticale) | 19 | 15 | 285 | | | |
| Aisseliers Faux Entrait (Saettoni della controcatena) | 14 | 17 | 238 | | | |
| Copertura della navata | | | | | | |
| Entrait (Catena) | 26 | 29 | 754 | | | |
| Faux Entraits (Controcatena) | 17 | 24 | 408 | | | |
| Arbalétriers (Puntone di capriata) | 16 | 25,5 | 408 | | | |
| Faux Abralétriers (Falso puntone) | 17 | 19 | 323 | | | |
| Poinçon (Monaco) | 23,5 | 18,5 | 435 | | | |
| Suspente (Sospensori) | 12 | 12 | 288 | | | |
| Poteaux (Elemento verticale) | 17 | 20 | 340 | | | |
| Fermettes (Capriata minore) | 17 | 24 | 408 | | | |

Tabella 2 – Dimensioni delle sezioni

Il materiale legnoso viene considerato isotropico e vengono trascurate le deformazioni viscose, in accordo con [15], poiché esse sono terminate con il tempo.

Dato che la struttura è stata eseguita a mano è chiaro che è impossibile eseguire un modello perfettamente aderente alla realtà; perciò, sono da considerare accettabili delle approssimazioni all'ordine del centimetro.

In tabella numero 3 sono riportate le resistenze caratteristiche considerate per il legno della cattedrale in esame, scelte secondo la densità del legno:

| | | D45 |
|---|----------------|-------|
| Resistenze [MPa] | | |
| Flessione | $f_{m,k}$ | 45,0 |
| Trazione parallela alla fibratura | $f_{t,0,k}$ | 27,0 |
| Trazione perpendicolare alla fibratura | $f_{t,90,k}$ | 0,6 |
| Compressione parallela alla fibratura | $f_{c,0,k}$ | 29,0 |
| Compressione perpendicolare alla fibratura | $f_{c,90,k}$ | 5,8 |
| Taglio | $f_{v,k}$ | 4,4 |
| Modulo Elastico [GPa] | | |
| Modulo Elastico medio parallelo alle fibre | $E_{0,mean}$ | 13,5 |
| Modulo Elastico caratteristico parallelo alle fibre | $E_{0,05}$ | 11,3 |
| Modulo Elastico medio perpendicolare alle fibre | $E_{90,mean}$ | 0,9 |
| Modulo di taglio medio | G_{mean} | 0,8 |
| Massa Volumica [kg/m³] | | |
| Massa volumica caratteristica | ρ _k | 580,0 |
| Massa volumica media | ρo | 700,0 |
| | | |

Tabella 3 – Resistenze caratteristiche considerate

6.2 - La modellazione

Per la modellazione sono stati utilizzati come programmi ausiliari a Midas GEN, sia AutoCAD, che Excel. Autocad è stato utile per comprendere le posizioni dei telai in sezione e la dimensione delle carpenterie lignee di navata, coro e transetto.

In questo modo è stato possibile prendere delle misure precise e riportarle su Excel sotto forma di punti su uno spazio cartesiano.



Figura 34 – Modellazione della sezione longitudinale in AutoCAD



Figura 35 – Tipologie di Incavallature di Notre Dame. Da sinistra a destra: Navata, Incavallature secondarie, coro, transetto.

Grazie a questi disegni 2D e alla loro trasposizione sotto forma di coordinate cartesiane è stato possibile costruire il modello ad elementi finiti; per questo e le relative analisi numeriche si è utilizzato il software Midas-GEN.

Inizialmente il modello è stato definito con dei vincoli interni assimilabili ad incastri perfetti anche se la semplificazione non è realistica, in quanto i giunti della cattedrale sono semi-rigidi.

Per avvalorare questa ipotesi, si sono eseguite analisi locali su una singola campata principale della navata, modellando le giunzioni con e senza rigidezza rotazionale, cioè come incastri e cerniere, in modo da vedere la differenza di azioni interne nel singolo elemento e la deformabilità globale nel suo piano. I casi considerati sono in totale quattro: cerniere con solo peso proprio, incastri con solo peso proprio, cerniere con peso proprio e forza orizzontale in sommità di 1 kN, incastri con peso proprio e forza orizzontale in sommità di 1 kN. Il valore di 1kN è convenzionale.



Figura 36 – Disposizione delle cerniere nei telai analizzati

Di seguito si confrontano i risultati, nel caso delle cerniere e nel caso degli incastri. Si riportano i casi più significativi, considerando l'asse x come parallelo alla catena, l'asse y come entrante nel foglio e l'asse z verso l'alto:



Figura 37 – Cerniere + Peso Proprio (Fy – Forza in direzione entrante nel foglio)



Figura 38 – Incastro + Peso Proprio (Fy – Forza in direzione entrante nel foglio)



Figura 39 – Cerniera + Peso Proprio (My – Momento agente rispetto ad un asse entrante nel foglio)



Figura 40 – Incastro + Peso Proprio (My – Momento agente rispetto ad un asse entrante nel foglio)





Figura 41 – Cerniera + Peso Proprio (Mz – Momento rispetto all'asse verticale)

Figura 42 - Incastro + Peso Proprio (Mz – Momento rispetto all'asse verticale)



Si confronta anche il comportamento del telaio nei confronti di forze orizzontali, come potrebbe essere quella del vento per valutare i movimenti della struttura nella sua totalità:



Figura 43 – Cerniera + Peso Proprio + FH (Mz – Momento rispetto all'asse verticale)

Figura 44 – Incastro + Peso Proprio + FH (Mz – Momento rispetto all'asse verticale)

Nei casi riportati sopra si denota una leggera variazione delle distribuzioni delle forze e dei momenti F_y e M_y . Il momento rispetto all'asse z varia maggiormente. Dal confronto si può vedere come i giunti siano maggiormente sollecitati, ma questo non comporta una variazione significativa del comportamento d'insieme e di conseguenza si sono lasciati i vincoli interni come incastri.

6.2.1 Coordinate cartesiane dell'incavallatura della navata

Per modellare la copertura, tramite il rilievo CAD sono state ricavate le coordinate cartesiane di ogni trave presente nel modello, nella *Tabella 4* sono presenti le coordinate di un telaio tipo della navata.

| Telaio Principale Navata | | | | | |
|--------------------------|---------|---|--------|--|--|
| ID | X | У | Z | | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | | |
| 2 | 0,2642 | 0 | 0 | | |
| 3 | 2,1317 | 0 | 0 | | |
| 4 | 4,8093 | 0 | 0 | | |
| 5 | 6,7845 | 0 | 0 | | |
| 6 | 8,7598 | 0 | 0 | | |
| 7 | 11,4374 | 0 | 0 | | |
| 8 | 13,3049 | 0 | 0 | | |
| 9 | 13,5691 | 0 | 0 | | |
| 10 | 2,1317 | 0 | 1,9465 | | |
| 11 | 11,4374 | 0 | 1,9465 | | |
| 12 | 2,1317 | 0 | 2,9323 | | |
| 13 | 3,0775 | 0 | 2,9323 | | |
| 14 | 4,8093 | 0 | 2,9323 | | |
| 15 | 6,7845 | 0 | 2,9323 | | |
| 16 | 8,7598 | 0 | 2,9323 | | |
| 17 | 10,4916 | 0 | 2,9323 | | |
| 18 | 11,4374 | 0 | 2,9323 | | |
| 19 | 4,8093 | 0 | 4,7372 | | |
| 20 | 8,7598 | 0 | 4,7372 | | |
| 21 | 3,6847 | 0 | 5,0684 | | |
| 22 | 4,8093 | 0 | 5,0684 | | |
| 23 | 5,127 | 0 | 5,0684 | | |
| 24 | 6,7845 | 0 | 5,0684 | | |
| 25 | 8,442 | 0 | 5,0684 | | |
| 26 | 8,7598 | 0 | 5,0684 | | |
| 27 | 9,8844 | 0 | 5,0684 | | |
| 30 | 6,7845 | 0 | 6,796 | | |
| 31 | 5,2635 | 0 | 7,2402 | | |
| 32 | 6,7845 | 0 | 7,2402 | | |
| 33 | 8,3056 | 0 | 7,2402 | | |
| 34 | 6,7845 | 0 | 9,3324 | | |

Tabella 4 – Coordinate cartesiane di un telaio tipo della navata



Figura 45 – Nodi da 1 a 34

6.2.2 Coordinate cartesiane del pennone principale della guglia

Come per le capriate della struttura, la stessa operazione di ricavo delle coordinate cartesiane è stata fatta per la guglia centrale, nella *Tabella 5* sono presenti le coordinate riferite al pennone centrale.

| Pennone Centrale Guglia | | | | | | |
|-------------------------|--------|---------|---------|--|--|--|
| ID | Х | У | Z | | | |
| 2838 | 6,7845 | 53,6058 | 1,0328 | | | |
| 2839 | 6,7845 | 53,6058 | 3,2858 | | | |
| 2840 | 6,7845 | 53,6058 | 4,7642 | | | |
| 2841 | 6,7845 | 53,6058 | 7,0483 | | | |
| 2842 | 6,7845 | 53,6058 | 9,3324 | | | |
| 2843 | 6,7845 | 53,6058 | 11,6898 | | | |
| 2844 | 6,7845 | 53,6058 | 13,9601 | | | |
| 2845 | 6,7845 | 53,6058 | 16,3232 | | | |
| 2846 | 6,7845 | 53,6058 | 18,6863 | | | |
| 2847 | 6,7845 | 53,6058 | 22,75 | | | |
| 2848 | 6,7845 | 53,6058 | 25,1813 | | | |
| 2849 | 6,7845 | 53,6058 | 28,6427 | | | |
| 2850 | 6,7845 | 53,6058 | 31,6428 | | | |
| 2851 | 6,7845 | 53,6058 | 34,6718 | | | |
| 2852 | 6,7845 | 53,6058 | 37,6428 | | | |
| 2853 | 6,7845 | 53,6058 | 40,6428 | | | |
| 2854 | 6,7845 | 53,6058 | 48,6254 | | | |

Tabella 5 – Coordinate cartesiane del pennone centrale della guglia



Figura 46 – Nodi dal 2838 al 2854



Figura 47 – Modello completo della cattedrale



Figura 48 – Vista laterale del modello



Figura 49 – Vista frontale del modello

6.3 - I vincoli alla base

I vincoli alla base della copertura consistono in mensole che hanno lo scopo di estendere la zona di appoggio e di diminuire la freccia della catena. Quindi nella realtà possono essere assimilabili a giunti semi-rigidi, questa tipologia di giunti è però difficile da rappresentare in un modello matematico, in quanto per valutare la rigidezza di essi servirebbero delle informazioni dettagliate, di cui non si è in possesso.

Per questo si è deciso di procedere con una strategia considerata a favore di sicurezza, cioè l'uso di cerniere a terra, che quindi garantiscono meno gradi di vincolo al telaio.

Capitolo 7 - Le analisi numeriche

7.1 - I carichi agenti

In seguito alla definizione della geometria del modello, sono stati stabiliti i carichi agenti sulla struttura: nel caso in esame è stato deciso di non utilizzare combinazioni di carico definite dalla normativa, in quanto avrebbero aggravato la situazione in essere e avrebbero restituito, seppur a favore di sicurezza, una situazione che avrebbe potuto discostarsi di molto rispetto a quella reale.

Per questo si è scelto di definire la combinazione reale di carico del giorno dell'incendio come:

 $G_1 + G_2 + Q_w$

| Dove: | | | |
|-------|----------------|---|-----------|
| - | G1 | Peso Proprio Strutturale Comprensivo di tutta l'orditura portante del tetto, in materiale ligneo | Dead Load |
| - | G ₂ | Peso Permanente Non Strutturale Comprensivo di tutto ciò che è posto sopra l'orditura principale, come: la sottostruttura di sostegno delle tegole e le tegole stesse in piombo | Dead Load |
| - | Qw | Carico da Vento Valutato tramite analisi del vento nel Capitolo 5.3 | Wind Load |

Rispetto alla combinazione in esercizio frequente, prevista dalla normativa, pari a:

 $G_1 + G_2 + \psi_{11} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \psi_{23} \cdot Q_{k3}$

Vengono trascurati i carichi variabili non presenti nella situazione in esame, come ad esempio la neve e il carico per la destinazione d'uso.

Nei prossimi capitoli verranno valutate tutte le componenti della combinazione di carico definita e, in aggiunta, verrà descritta la metodologia di analisi dell'azione del fuoco sulla struttura.

7.2 - Il rivestimento

Il tetto della cattedrale è stato terminato nel 1326 con l'installazione di tegole in piombo dello spessore di 5mm, sorrette da una sottostruttura lignea chiamata *Voligeage*, cioè un assito di sostegno, spesso circa 2 cm.



Figura 50 – Assito di sostegno delle tegole in piombo [18]



Figura 51 – Vista delle tegole di piombo presenti sulla copertura

Con questi dati, si possono facilmente ipotizzare i carichi al metro quadro presenti sulla copertura e dovuti al rivestimento:

| Rivestimento | | | | |
|------------------|----------|----------------------|----------------------|--|
| | Spessore | Carico | | |
| | [m] | [kN/m ³] | [kN/m ²] | |
| Voligeage | 0,02 | 5 | 0,1 | |
| Tegole in piombo | 0,005 | 113,4 | 0,6 | |
| | | Tot | 0 7 | |
| | | [kN/m ²] | 0,7 | |

| Tahella | 6 – | Calcolo | døl | carico | nermanente | portato |
|---------|-----|---------|-----|--------|------------|---------|
| rubenu | 0 - | Cuicolo | uei | curico | permanente | portato |

Come già accennato nel paragrafo precedente la passerella è stata inserita come carico nodale, in corrispondenza delle capriate principali di navata e coro, e inserita nel caso G₂: Peso Permanente Non Strutturale.

Nel posizionamento dei carichi si è deciso di trascurare il peso del ponteggio presente la sera dell'incendio in quanto questo era stato progettato per posare ai quattro angoli sui maschi murari e quindi non intaccava in alcun modo la statica della copertura lignea.

7.3 - Il vento

Per il calcolo del carico da vento si è fatto riferimento all'EUROCODICE 1 come nel documento [6], ma per una stima più precisa si sono analizzati i dati raccolti da alcune stazioni meteo a Parigi, per individuare la reale velocità del vento della notte dell'incendio. Di queste stazioni si è poi valutata la distanza in linea d'aria rispetto alla cattedrale.

Le stazioni meteo considerate sono:

- Paris CDG;
- Paris Montsouris;

- Paris Orly;
- Vélizy Villacoublay;
- Paris Le Bourget.



Figura 52 – Mappa delle Stazioni Meteo di Parigi – Google Maps, modificata dall'autrice

Dalla mappa riportata sopra, si può vedere come la stazione meteorologica più vicina al sito è *Paris–Monsouris*, che dista dalla cattedrale 3.18 km.



Figura 53 – Distanza in linea d'aria tra la cattedrale e la stazione meteorologica – Google Maps

Una volta scelta la stazione, si è proceduto con l'estrapolazione dei dati di temperatura, direzione e velocità del vento relativi alla notte dell'incendio.

| | | Temperatura | Direzione del vento | Velocità del vento |
|------------|----------|-------------|------------------------|--------------------|
| Data | Ora | [°C] | [°] | [km/h] |
| | 18:00:00 | 16,5 | 130 | 16,6 |
| | 19:00:00 | 16,2 | 140 | 18,4 |
| | 20:00:00 | 15,3 | 120 | 16,6 |
| | 21:00:00 | 14 | 100 | 7,6 |
| | 22:00:00 | 13,3 | 90 | 9,4 |
| 15/04/2019 | 23:00:00 | 13,1 | 120 | 11,2 |
| | 00:00:00 | 12,9 | 130 | 13 |
| | 01:00:00 | 12,3 | 130 | 9,4 |
| | 02:00:00 | 11,1 | 130 | 5,4 |
| | 03:00:00 | 11,3 | 130 | 5,4 |
| 16/04/2019 | 04:00:00 | 11,3 | 150 | 5,4 |

Tabella 7 – Velocita del vento nelle ore dell'incendio



Figura 54 – Direzione del vento su Notre Dame la sera dell'incendio – Google Maps modificata dall'autrice

Dopo aver confrontato i valori con la cronaca dell'incendio si è deciso di considerare come carico da vento quello relativo alla velocità misurata alle 19.00, per due motivazioni principali: il crollo della guglia è avvenuto alle ore 20.00 quindi utilizzare valori del vento misurati dopo quest'orario rende l'analisi poco attendibile; il valore misurato alle ore 19.00 è il maggiore, quindi a favore di sicurezza e corrisponde anche all'orario in cui l'incendio ha avuto il suo picco massimo.

Per calcolare la pressione del vento si è utilizzato il metodo riportato nell'EUROCODICE 1, che utilizza la velocità del vento per calcolarne la pressione agente sulle pareti:

$$q_r = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$$

Dove:

- q_r è la pressione cinetica di riferimento;
- ρ è la densità dell'aria, assunta pari a 1,225 kg/m³;
- v è la velocità del vento definita nel capoverso precedente.

Il valore definito da questa relazione è pari a: 16,00 N/m².

Da questo valore, per calcolare la pressione agente sulla copertura di Notre Dame, si utilizza un'altra relazione:

$$p = q_r \cdot c_d$$

Dove:

C_d è il coefficiente dinamico, assunto pari ad 1,5 come nel documento [6].

La pressione del vento è pari quindi a 24,00 N/m², che va ulteriormente divisa nel caso sottovento e sopravento, come nella seguente immagine:



Figura 55 – Carico da vento sulla cattedrale [19]



Figura 56 – Carico da vento in Midas GEN

7.4 - Il fuoco

Per valutare il comportamento al fuoco si è deciso di calcolare il tempo impiegato dalle incavallature alla totale perdita di resistenza, dei telai incendiati. Esso corrisponde ad una sezione pari a zero.

Îl principio dell'incendio viene fornito da [18] e corrisponde alla prima intelaiatura del transetto, come mostrato nella seguente immagine:



Figura 57 – Prima capriata a prendere fuoco

Per eseguire questa valutazione è stato considerato il parametro della velocità di propagazione del fuoco, ricavato dalla NTC 18:

$$v_{p} = 0,7 \, mm/s$$

Quindi si è ipotizzato che le singole travi fossero circondate dal fuoco sui quattro lati e che l'incavallatura considerata prenda fuoco contemporaneamente. Grazie al perimetro, facendo un semplice prodotto tra la velocità e il perimetro della sezione considerata.

Per valutare il tempo di totale carbonizzazione della trave, si è utilizzata la formula:

$$t = \frac{A}{A_{1,sec}}$$

Tabella 8 – Calcolo del tempo di totale perdita di resistenza delle componenti della capriata principale del transetto

| Telaio del transetto | | | | | | | |
|----------------------|------|---|--------------------|------|----------------------|-------------|-------|
| | b | b h A 2P Area persa in Tempo totale di 1 secondo perdita di resistenza | | | | | |
| | [mm] | [mm] | [mm ²] | [mm] | [mm ² /s] | [s] | [min] |
| Entrait | 170 | 250 | 42500 | 840 | 588 | 72,27891156 | 1,2 |
| 1 Faux Entraits | 170 | 210 | 35700 | 760 | 532 | 67,10526316 | 1,1 |
| 2 Faux Entraits | 150 | 230 | 34500 | 760 | 532 | 64,84962406 | 1,1 |
| Arbalétriers | 280 | 170 | 47600 | 900 | 630 | 75,55555556 | 1,3 |
| Faux Arbalétriers | 110 | 110 | 12100 | 440 | 308 | 39,28571429 | 0,7 |
| Poinçon | 160 | 260 | 41600 | 840 | 588 | 70,74829932 | 1,2 |
| Suspente | 200 | 210 | 42000 | 820 | 574 | 73,17073171 | 1,2 |
| Aisseliers | 150 | 160 | 24000 | 620 | 434 | 55,29953917 | 0,9 |

Dalla tabella numero 8, riportata, si notano che le prime sezioni, a bruciare totalmente sono i *Faux Arbalétriers* e gli *Aisseliers*, rispettivamente a 39 e 55 secondi.



Figura 58 – A sinistra i Faux Arbalétriers e a destra gli Aisseliers

In seguito, perdono di resistenza, a 64 e a 67 secondi le tre controcatene (*1 Faux Entraits; 2 Faux Entraits*):



Figura 59 – A sinistra la prima Faux Entraits e a destra la seconda e la terza Faux Entraits

Come si può vedere dalle immagini precedenti, la perdita di resistenza delle controcatene, comporta anche una perdita di efficacia dei *Suspente*, cioè gli elementi verticali intermedi, in quanto non sono più collegati al telaio se non alla base, risultano quindi delle mensole scariche.

In una terza fase, a circa 72 e 73 secondi perdono la loro resistenza anche il monaco e la catena principale:



Figura 60 – A sinistra il monaco e a destra la catena principale

Come già spiegato in precedenza, le aste di sostegno della guglia che appoggiano sugli elementi rimossi, perdendo il secondo appoggio diventano delle mensole scariche; quindi, per facilità di modellazione si rimuovono completamente.

Chiaramente, eseguire delle analisi in un intervallo di tempo così ravvicinato, non avrebbe significato per due motivi principali: bisognerebbe valutare anche la resistenza residua delle travi che hanno iniziato a bruciare, ma che non hanno ancora raggiunto l'ipotesi di sezione pari a zero; l'analisi eseguita con queste condizioni al contorno sarebbe valida solo in un breve istante, considerata la notevole vicinanza dei tempi calcolati. Quindi la prima analisi è stata effettuata a circa 1 minuto dall'inizio delle fiamme e valutando completamente inefficace l'incavallatura.

Per valutare la ridistribuzione degli sforzi si sono considerate le travi maggiormente sollecitate e sono state verificate utilizzando le formule ricavate al paragrafo *4.4.8.1* delle NTC18, considerando i seguenti valori:

| Resistenza (N/mm²) | | |
|--|--------------|-----|
| Flessione | $f_{m,k}$ | 45 |
| Trazione parallela alla fibratura | $f_{t,0,k}$ | 27 |
| Trazione perpendicolare alla fibratura | $f_{t,90,k}$ | 0,6 |
| Compressione parallela alla fibratura | $f_{c,0,k}$ | 29 |
| Compressione perpendicolare alla fibratura | $f_{c,90,k}$ | 5,8 |
| Taglio | $f_{v,k}$ | 4,4 |

| Tabella 9 – | Valori | di resistenza | utilizzati | nelle | verifiche |
|-------------|--------|---------------|------------|-------|-----------|
|-------------|--------|---------------|------------|-------|-----------|

4.4.8.1.7 Tensoflessione

Nel caso di sforzo normale di trazione accompagnato da sollecitazioni di flessione attorno ai due assi principali dell'elemento strutturale, devono essere soddisfatte entrambe le seguenti condizioni:

| $\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \; \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$ | [4.4.6a] |
|--|----------|
| $\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$ | [4.4.6b] |

I valori di \mathbf{k}_{m} da utilizzare sono quelli riportati al § 4.4.8.1.6.

Deve essere inoltre effettuata la verifica di stabilità per elementi inflessi (svergolamento o instabilità flesso-torsionale), come definita al § 4.4.8.2.1.

4.4.8.1.8 Pressoflessione

Nel caso di sforzo normale di compressione accompagnato da sollecitazioni di flessione attorno ai due assi principali dell'elemento strutturale, devono essere soddisfatte entrambe le seguenti condizioni:

| $\left(\frac{\sigma_{c,\beta,d}}{f_{c,\beta,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \le 1$ | [4.4.7a] |
|---|----------|
| $\left(\frac{\sigma_{e,0,d}}{f_{e,0,d}}\right)^2 + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \le 1$ | [4.4.7b] |
| I valori di k., da utilizzare sono quelli riportati al precedente § 4.4.8.1.6. | |

Devono essere inoltre effettuate le verifiche di stabilità, come definite al § 4.4.8.2.

Figura 61 – Formule di verifica riportate nella NTC18

Durante lo sviluppo dell'incendio, la propagazione segue due percorsi principali: quello orizzontale e quello verticale.

Quello orizzontale ha permesso al fuoco di intaccare i telai più vicini a quello dove è scoppiato l'incendio, causando la carbonizzazione delle *Fermette*, cioè i teli secondari e della base della guglia. Seguendo il procedimento esplicitato nei capoversi precedenti si valuta il raggiungimento della condizione limite di resistenza pari a zero.

| Tabella 10 – Calcolo | del tempo di totale | perdita di resistenza | delle componenti | della guglia |
|----------------------|---------------------|-----------------------|------------------|--------------|
| | 1 | 1 | 1 | 0 0 |

| Telaio della guglia | | | | | | | |
|---------------------|--|------|--|------|----------------------|-------------|-------|
| | b h A 2P Area persa in 1 Tempo totale di secondo perdita di resistenz | | Tempo totale di perdita di resistenza | | | | |
| | [mm] | [mm] | [mm ²] | [mm] | [mm ² /s] | [s] | [min] |
| Sez. 1 - Spire | 330 | 330 | 108900 | 1320 | 924 | 117,8571429 | 2 |
| Fermette | 170 | 240 | 40800 | 820 | 574 | 71,08013937 | 1,2 |

Il secondo percorso, quello verticale, si sviluppa una volta che il fuoco ha raggiunto la base della guglia. Da lì si è provocato un effetto camino, facendo propagare le fiamme velocemente verso l'alto; quindi, non solo la base della guglia bruciava, ma anche tutta la guglia stessa era avvolta dalle fiamme, come si può vedere dai video dell'incendio:



Figura 62 – La guglia in fiamme

Nella simulazione del fuoco del 15 Aprile eseguita da *Bertetto, D'Angella* e *Fronterre,* si nota che la temperatura più alta raggiunta dall'incendio è alla sommità della guglia; quindi, si trascura di analizzare le azioni nella parte bassa e si procede con le analisi per valutare i punti di debolezza nella parte maggiormente affetta dalle fiamme.



Figura 63 – Simulazione di propagazione del fuoco in [18]

Si valuta quindi il tempo di perdita completa della resistenza delle sezioni presenti a metà della guglia:

Tabella 11 – Calcolo del tempo di totale perdita di resistenza delle componenti della guglia

| Telaio della guglia | | | | | | | |
|---------------------|--|------|--|------|----------------------|-------------|-------|
| | b h A 2P Area persa in 1 Tempo to secondo perdita di re | | Tempo totale di perdita di resistenza | | | | |
| | [mm] | [mm] | [mm ²] | [mm] | [mm ² /s] | [s] | [min] |
| Sez. 2 - Spire | 300 | 300 | 90000 | 1200 | 840 | 107,1428571 | 1,8 |
| Sez. 3 - Spire | 270 | 270 | 72900 | 1080 | 756 | 96,42857143 | 1,6 |



Figura 64 – Sezione 2



Figura 65 – Sezione 3

Dato che la guglia è stato il luogo del crollo più eclatante, in fase di analisi si è deciso di concentrarsi sulla progressione delle fiamme al suo interno, dove la loro propagazione è stata più veloce.

Le prime sezioni ad essere eliminate sono quelle dell'interno della guglia, dove il fuoco si è propagato ed era più caldo una volta eseguita l'analisi si osservano le deformazioni con quelle dello stato iniziale:



Figura 66 – Le deformazioni iniziali del telaio



Figura 67 – Le deformazioni della Fase 2

Da questa analisi eseguita si visualizza un cambiamento della deformata, dovuta alla perdita di appoggio nel lato del transetto dove è scoppiato l'incendio. Dove si nota un abbassamento della base della guglia.

In questa fase si denota anche un cambiamento nelle azioni interne del telaio:



Si evidenzia una ridistribuzione degli sforzi alla base della guglia che è dovuta al collasso del primo telaio; invece, nella parte alta non si nota alcuna ridistribuzione dovuta allo svuotamento della guglia stessa.

Per questo si prosegue rimuovendo tutto l'interno della guglia e lasciando solamente i pennoni laterali esterni:



Figura 68 – Deformazione della guglia nella Fase 2

In questa fase si denota un aumento dello svergolamento della guglia, dovuto alla perdita di rigidezza della stessa. Una differenza sostanziale nella distribuzione delle forze si vede, però solo nella fase 5, dove, a causa di questa ridistribuzione si arriva anche alla rottura di alcune delle travi di collegamento trasversale.

Nella fase 5 avviene la rimozione di travi, nella parte Nord della cattedrale, questo perché il vento spirava da Sud e spingeva il fioco nella direzione opposta.

| Elem | Axial (kN/m^2) | Shear-y (kN/m^2) | Shear-z (kN/m^2) | Verifica a taglio | Bend(+y) (kN/m^2) | Bend(+z) (kN/m^2) | Verifica a Tenso e Pressoflessione | |
|------|-------------------|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---------------------------------------|----|
| 4683 | 0,64 | 0,00 | -8,17 | NO | -0,10 | 37,30 | SI | SI |
| 4683 | 0,64 | 0,00 | -8,17 | NO | -0,11 | 19,60 | SI | SI |
| 4683 | 0,64 | 0,00 | -8,17 | NO | -0,12 | 1,99 | SI | SI |
| 4723 | -0,20 | -0,01 | 3,64 | SI | -0,10 | -33,90 | SI | SI |
| 4723 | -0,20 | -0,01 | 3,65 | SI | -0,19 | 9,56 | SI | SI |
| 4723 | -0,20 | -0,01 | 3,65 | SI | -0,28 | 53,00 | SI | NO |

| Tabella 12 – Verifiche di r | resistenza della | sezione critico | ı della gu | glia |
|-----------------------------|------------------|-----------------|------------|------|
|-----------------------------|------------------|-----------------|------------|------|



Figura 69 – Ridistribuzione degli sforzi assiali nella fase 5



Figura 70 – Dettaglio della ridistribuzione degli sforzi nella fase 5

Nella fase 6 si raggiunge una fase di equilibrio precario, che però è irrealistico, in quanto le fiamme hanno sicuramente indebolito tutte le sezioni resistenti, compresa quella rimasta.



Figura 71 – Confronto tra modello e realtà



Figura 72 – Danni alla cattedrale causati dal fuoco [18]

Capitolo 8 - Il futuro consolidamento

8.1 - Le condizioni dei maschi di muratura

Per permettere una ricostruzione efficace, la prima operazione da eseguire è la valutazione della resistenza dei maschi murari, sui quali poi andrà a posarsi la nuova copertura. Per questo scopo è importante individuare il tipo di pietra utilizzato per la costruzione di maschi murari e la relativa resistenza ultima. Il calcare Luteziano, tipico di Parigi, è il materiale utilizzato per costruire i maschi e i contrafforti di Notre Dame. Questa pietra può essere caratterizzata da varie porosità (media, alta e molto alta) ed essa incide notevolmente sulle sue capacità meccaniche. Nella loro analisi *Bertetto, D'Angello* e *Fronterre [18]* hanno assunto una tipologia intermedia fra la porosità media e quella alta, con una resistenza ultima di 40 MPa.

Nel caso in esame, la riduzione di resistenza potrebbe essere stata causata dalla combinazione di due fattori: il fuoco dell'incendio e l'acqua utilizzata per spegnerlo. In aggiunta, i primi giorni dopo l'incendio, durante la messa in sicurezza degli interni, la navata è stata esposta alle intemperie.

Il primo fattore che gli autori hanno preso in considerazione è il fuoco.

Nonostante grandi travi in legno siano difficili da bruciare, la presenza di quelle piccole ha fornito combustibile e innalzato la temperatura, innescando il fenomeno del *flashover*: tutte le superfici combustibili, che fino a quel momento non erano state implicate nell'incendio, raggiungono la temperatura di accensione quasi contemporaneamente.



Figura 73 – Ricostruzione della cattedrale in fiamme [8]

Il calcare in genere diventa rosato a 400 °C, grigio scuro a 600 °C, subendo un drastico calo di resistenza, e in seguito diventa bianco e arriva a rottura tra 800 e 1000 °C. Per questo sono state valutate accuratamente le condizioni delle pietre della cattedrale sottostanti la copertura. Come già anticipato, un aggravante è stata l'acqua utilizzata per spegnere l'incendio, che, permeando nella pietra porosa, incide sul comportamento meccanico della pietra causando riduzioni di resistenza tra il 40 e il 60%.

Due valutazioni sulla pietra sono da considerare: in primo luogo il recupero di parte della resistenza della pietra; in secondo luogo, la sua riduzione irreversibile dovuta allo shock termico.

Per valutare tutti i fattori in gioco è stata eseguita una simulazione di fuoco, utile per valutare il calore prodotto dalle fiamme. Gli eventi dell'incendio sono stati suddivisi in due fasi principali, corrispondenti a due modelli semplificati: la prima è la fase di crescita dell'incendio e la seconda è quella corrispondente al fenomeno del *Flashover*. In questi modelli non è stata presa in considerazione l'azione dell'acqua utilizzata dai vigili del fuoco, ma questa, per lo scopo dello studio, è un'ipotesi conservativa in quanto la temperatura calcolata sarà sicuramente maggiore di quella realmente raggiunta.



Figura 74 – Fasi dell'incendio e step della simulazione [18]

Il modello è stato impostato in modo che la combustione degli elementi iniziasse una volta raggiunto il "Potenziale di innesco" (*Ignition Rate*) e considerando un modello semplificativo di pirolisi: in questo modo le analisi hanno richiesto una minore potenza di calcolo.

La prima analisi sul primo modello è stata eseguita con la copertura intatta e l'aria che entra sotto forma di spifferi e dalle finestre.



Figura 75 – Step 1. Velocità di carbonizzazione – il fuoco si propaga uniformemente [18]



Figura 76 – Step 1. Temperatura dell'aria misurata nella simulazione [18]

La seconda analisi è stata eseguita solo sulla parte della copertura a Ovest, modellando senza pareti la parte est e quindi simulando una grande quantità di aria di rinnovo disponibile.



Figura 77 – Step 2. Velocità di carbonizzazione – il fuoco si propaga uniformemente [18]



Figura 78 – Step 2. Temperatura dell'aria misurata nella simulazione [18]

I risultati della prima analisi mostrano uno sviluppo delle fiamme nel Sud del transetto e verso la guglia (risultati veritieri confermati dalla cronaca). Nel modello si osserva anche l'effetto camino sviluppatosi nella realtà.

Dalla seconda analisi si è ricavato l'HRR, cioè la velocità di rilascio di calore (Heat Release Rate).





Da queste analisi di può osservare la presenza di una fase iniziale stabile, poi un incremento quasi proporzionale, fino a 480 secondi, e poi una stabilizzazione intorno a 10 minuti. Le temperature massime sono state raggiunte nella simulazione due, a causa della maggiore quantità di aria in ingresso.

Una particolarità è la differenza di distribuzione delle temperature nelle due simulazioni: nella prima si presentano distribuite in modo omogeneo, mentre nella seconda si presentano stratificate.

Nella seguente figura si mostra la distribuzione delle temperature dei maschi murari e il grafico relativo alle temperature raggiunte in due punti della cattedrale: il Punto 1 (transetto) e il Punto 2 (navata centrale).



Figura 80 – Step 1. Distribuzione delle temperature nei maschi murari [18]



Figura 81 – Step 1. Misurazione delle temperature nei punti 1 e 2 definiti nella simulazione [18]

Il punto uno è stato scelto dove era presente la maggior densità di elementi combustibili e vicino al rosone che forniva aria come carburante della combustione. Il punto due, invece, corrisponde al punto di collasso della copertura e crollo delle volte.

Il primo mostra valori più alti del secondo e il valore di temperatura massima raggiunta dai maschi è pari a 800°C in entrambi i casi, con un tempo massimo di esposizione di 20 minuti a queste temperature.

Da questo risultato, facendo una stima dell'acqua assorbita dai maschi, si può definire una resistenza residua della pietra pari a 22,5 MPa, con una riduzione di circa il 44%.

8.2 - La resistenza residua della cattedrale

Oltre agli studi sulla resistenza residua della pietra di Notre Dame, nel 2019 è stata valutata anche la resistenza residua della cattedrale.

I crolli avvenuti a causa dell'incendio hanno sicuramente modificato la statica della cattedrale, rimasta indisturbata per i precedenti 800 anni. Questo mutamento nella distribuzione delle forze

andrà sicuramente analizzato e considerato durante le ricostruzioni. Allo stesso tempo è necessario individuare i punti critici per evitare ulteriori crolli.

In particolare, il peso della copertura, stimato di circa 800 tonnellate, serviva a smorzare la spinta del vento e a trasmetterla alle volte per controbilanciarla.

Allo stato attuale tutta la copertura è bruciata e la maggior parte delle volte sono collassate sotto il peso delle macerie; di conseguenza la trasmissione delle forze si è fortemente alterata.



Figura 82 – Le volte crollate della cattedrale [7] [19]

Inoltre, il vento che agisce sui muri del cleristorio produce un momento alla base che potrebbe portare al collasso.

Vannucci, Masi, Stefanou e *Maffi-Berthier* [20] hanno valutato la riduzione di resistenza all'azione del vento, confrontando i risultati con quelli di un precedente studio di *Vannucci* [15].



Figura 83 – Il modello della Cattedrale Pre-incedio utilizzato in [21]



Figura 84 – Il modello della cattedrale Post-Incendio utilizzato in [21]

A questo scopo è stato costruito un modello numerico con le seguenti caratteristiche:

- A compressione, il materiale è considerato isotropico con una legge elastico lineare e resistenze infinita;
- A trazione, il materiale viene considerato isotropico e la sua legge elastica è lineare con uno sforzo ultimo pari a 0,5 MPa;
- quando viene superato lo sforzo massimo, la rottura viene modellata con un modello smorzato proposto da Hillarborg nel 1976;
- Il modulo di Young (E) equivalente e omogeneizzato è valutato pari a 14.000 MPa;
- Il coefficiente di Poisson è considerato pari a 0,25;
- La densità è ipotizzata pari a 2000 kg/m³.

Una volta definite le caratteristiche del modello si possono determinare le azioni agenti come già stimate in precedenza. Anche qui vengono considerati il peso proprio dell'opera e il vento agente, calcolato come:

$$p = \frac{1}{2} \cdot C_D \cdot \rho \cdot v^2$$

Dove:

- p è la pressione del vento agente sulla cattedrale;
- C_D è un coefficiente di pressione valutato pari a 1,5;
- ρ è la densità dell'aria;
- v è la velocità del vento, calcolata come:

$$v = v_0 \cdot \left(\frac{z}{z_0}\right)^{\alpha}$$

Dove:

- z_0 è l'altezza di riferimento dove v_0 è nota;
- z è l'altezza da considerare;
- α è il coefficiente per le aree urbane, assunto a 0,35.

Il modello preso in considerazione è quello relativo alla navata principale: in questo modo la stima è a favore di sicurezza, perché non comprende la stabilità data dal transetto e dalle torri principali. Per lo stesso motivo non sono state incluse neanche le volte ancora in piedi.



Figura 85 – Profilo del vento [21]

Si può affermare con certezza che il fuoco ha distrutto la connessione tra il lato sottovento e quello sopravvento della cattedrale: si sono create in questo modo due metà strutturali indipendenti. Per questo è possibile applicare il carico solo sul fronte sopravvento e perpendicolarmente le superfici considerate.

La prima analisi è stata eseguita valutando solo il peso proprio nel caso pre-incendio e post incendio.



Figura 86 – Distribuzione massima principale dello stress, prima (sinistra) e dopo (destra) l'incendio [21]

Come ipotizzato, l'assenza delle volte produce una spinta non equilibrata negli archi rampanti e, per questo motivo, i muri del cleristorio tendono ad avvicinarsi tra di loro di 2,7 mm, con uno sforzo massimo di trazione pari a 0,25 MPa. Dalle immagini si può osservare anche come la distribuzione degli sforzi sia variata nei due casi.

La seconda analisi, che considera anche il vento, è confrontata con uno studio di Vannucci del 2019, il quale afferma che la velocità critica del vento è pari a 222 km/h nel caso di cattedrale integra. Per valutare la velocità ultima del vento, nel caso post crollo, si usano condizioni quasi statiche e si valuta lo spostamento dei muri quando questa aumenta di molto e velocemente, in questo caso si può affermare che si è raggiunto lo stato limite ultimo, dove le fessurazioni formano un meccanismo di collasso, e ciò accade alla velocità di 90 km/h, con una riduzione della resistenza ultima del 60%.



Figura 87 – Velocità del vento confrontata con gli spostamenti orizzontali [21]



Figura 88 – Meccanismo di collasso [21]

8.3 - La ricostruzione

La prima fase operativa, a seguito dell'incendio, è stata quella di assestamento e di valutazione del danno sofferto dalla cattedrale.



Figura 89 – Le operazioni di valutazione del danno [20]

Ad essa, è seguita la fase di messa in sicurezza dell'edificio, per proteggere i lavoratori e prevenire ulteriori danni alla struttura. Questa fase comprende:

- L'installazione di una copertura sopra le volte, a protezione dalla pioggia;
- La decontaminazione dal piombo sciolto in copertura;
- Il rinforzo dei timpani a Nord, Sud e Ovest della cattedrale, per preservare i rosoni;



Figura 90 – Le operazioni di rinforzo dei timpani [20]

- Il rinforzo dei pilastri maggiormente danneggiati della navata;
- Il consolidamento degli archi rampanti;
- La protezione dai lavori futuri dei gargoyles e delle strutture delle torri, tramite imballaggio;
- La rimozione dei resti sciolti dall'incendio del ponteggio che circondava la guglia per le operazioni di restauro. Il progetto di rimozione, portato avanti da lavoratori in cordata e su piattaforme elevabili è stato terminato nel novembre 2020.

Il costo della fase di messa in sicurezza è stato pari a 165 milioni di euro.


Figura 91 – Messa in sicurezza della cattedrale [20]

Nel giugno dello stesso anno, il CNPA (Commissione Nazionale del Patrimonio e dell'Architettura) ha approvato all'unanimità la ricostruzione di Notre Dame allo stato pre-incendio, includendo nel progetto anche la guglia di Viollet-Le-Duc e prevedendo la possibilità di utilizzare i materiali originari.



Figura 92 – Struttura schematica della cattedrale [8]

In aggiunta sarà necessario eseguire controlli sulla torre Nord, raggiunta dalle fiamme mettendo in sicurezza le campane al suo interno.

Oltre alla protezione dalla pioggia, verrà costruito anche un ponteggio interno a protezione delle volte, per supportare gli archi rampanti nel portare il peso delle volte.

Per quanto riguarda la ricostruzione, si fa riferimento agli studi dendrocronologici effettuati nel corso degli anni e sul metodo costruttivo del XIII secolo. Nel periodo di costruzione della cattedrale il legno, presumibilmente proveniente da foreste nell'intorno della città, non veniva mai essiccato prima della messa in opera e veniva squadrato ad ascia, mantenendo il cuore del legno al centro del pezzo e cercando di perdere meno materiale possibile e di conservare le curvature naturali del legno.

I diametri delle querce scelte sono stati, per il 93%, intorno ai 25 – 30cm e, per la restante parte, di 40cm circa. La maggior parte di questi alberi erano giovani, con una media tra i 60 e gli 80 anni. Essi provenivano da foreste con un'alta densità di popolamento che permetteva la crescita in altezza e non in spessore.

Le foreste erano basate sulla selvicoltura specifica, che consiste nella rigenerazione del bosco tramite disboscamento e ceduo, con il fine di preservare l'iperdensità.

La maggiore difficoltà riscontrata dai mastri falegnami di Notre Dame era legata alle forti spinte orizzontali che le intelaiature, usate nei periodi antecedenti al Gotico, imprimevano sui muri di sostegno. Questi, con la loro sezione snella, non erano in grado di resistervi. I telai in Notre Dame sono, invece, molto equilibrati. Ciò è dato da varie caratteristiche:

- Numerosi dispositivi di irrigidimento nelle capriate;
- Rinforzi a tiranti;
- Raddoppio della triangolazione;
- Mensole per alleviare il peso del legno;
- Campate brevi per limitare le spinte laterali;
- Trasferimenti del carico dalle capriate secondarie alle principali, tramite travi laterali e assiali;
- Forte pendenza delle falde.

Tutte queste caratteristiche sono servite per aumentarne la deformabilità del telaio e per creare carichi uniformemente distribuiti sulle pareti.

La ricostruzione di un telaio del XIII secolo, oggi, può dimostrarsi una sfida. Il processo di costruzione è totalmente diverso, dal reperimento dei materiali alle tecniche di posa e di giunzione. Per eseguire una ricostruzione a regola d'arte, i progettisti del restauro devono valutare tre aspetti principali: il legno, la struttura e le tecniche costruttive.

8.3.1 Il legno

Dato il piccolo diametro del legname utilizzato nella costruzione della cattedrale, l'abbattimento di mille querce non sarebbe d'impatto nella nazione, poiché sono varie le foreste a querceto. Il taglio di questi alberi seguirebbe la tecnica del *Browsing*, cioè la ricerca mirata all'interno di grandi foreste.

Queste piante sarebbero anche di poca utilità ai silvicoltori, poiché troppo piccoli per le richieste del mercato di oggi.

8.3.2 La struttura

Come già detto nei capitoli precedenti, la versione più conosciuta di Notre Dame non può considerarsi quella originale, poiché essa è stata modificata nel corso dei secoli da vari interventi. Quindi quale versione della cattedrale è giusto ricostruire?

L'articolo 9 della Carta di Venezia stabilisce che una parte distrutta deve essere ricostruita fedelmente sul rispetto della vecchia sostanza, purché documentata da precisi rilievi. Il caso di Notre Dame rientra proprio in questo articolo, poiché gli storici possiedono sia il rilievo Laser Scanner eseguito da *Tallon* che il progetto della guglia originario di Viollet-Le-Duc.

8.3.3 Le tecniche

La tecnica di lavorazione del legno utilizzata nella cattedrale di Notre Dame è quella del taglio con ascia. Essa è rimasta invariata dal medioevo al XX secolo, ma oggi non viene più utilizzata, poiché sostituita dal taglio automatico con macchinari.

È facile ipotizzare che, anche nel resto d'Europa, queste antiche tecniche siano scomparse a causa della modernizzazione.

L'utilizzo di questa procedura secondo [20] però, non solo è redditizio per l'artigianato locale, ma anche a livello strutturale: la sezione delle travi risulta stabile poiché viene utilizzato tutto il tronco e vi sono pochi sfridi, in questo modo lo spreco si riduce al minimo.

8.4 - Il restauro

Un passo necessario per l'esecuzione di lavori di restauro e ricostruzione è l'esecuzione delle prove in situ per la definizione delle caratteristiche meccaniche dei materiali. Senza queste operazioni è impossibile predire con certezza la stabilità delle strutture e spesso le operazioni di restauro possono accelerare il degrado se progettate senza una sufficiente caratterizzazione delle alterazioni causate dal fuoco.



Figura 93 – La cattedrale dopo l'incendio [19]

Spesso, però questa necessità viene considerata poco sia per mancanza di risorse che di tempo. Questo fa pensare che i cinque anni definiti come termine per la ricostruzione di Notre-Dame possa portare le istituzioni ad un taglio nelle indagini che potrebbe compromettere la qualità delle attività.

Nonostante i materiali di cui era composta Notre-Dame, ad esclusione del piombo, non siano suscettibili a liquefazione, sono altri i fenomeni che si possono attivare dopo aver subito uno shock termico. Lo *spalling* è il fenomeno per il quale la muratura, sia in pietra che in laterizi si fessura a causa di un gradiente termico, nel caso dell'incendio dovuto alle operazioni di spegnimento attuate dai vigili del fuoco. È quindi necessario eseguire un controllo accurato su ogni pietra per valutare il fenomeno.

Un altro fenomeno è la perdita di resistenza della calcite, come spiegato nel *Capitolo 7.1*, questo fenomeno è molto pericoloso perché non è osservabile senza prove meccaniche.

Nei casi in cui la resistenza della pietra deve essere ripristinata si può procedere con l'applicazione di silicato di etile cioè un composto a base di esteri etilici dell'acido silicico, sciolti in un solvente, spesso utilizzato nel consolidamento di elementi lapidei.

Questo tipo di consolidamento non è durevole nelle pietre argillose, in quanto il rigonfiamento e la contrazione di questo minerale può causare delle fessure nel consolidante, che perde la sua funzione.

Anche l'acqua, come già anticipato nei capitoli precedenti, potrebbe essere fonte di preoccupazione per gli esperti. Essa viene assorbita facilmente dalla pietra, ma è difficile che evapori. Questo può significare che i contrafforti e gli archi rampanti potrebbero restare saturi di acqua per tutto l'anno. La presenza di acqua può provocare la cristallizzazione di Sali presenti nelle pietre, ma anche la solidificazione del liquido in inverno, che, aumentando in volume, potrebbe causare fessure invisibili.

Per identificare le zone più umide, sono disponibili varie tecniche non distruttive, come le prove termografiche e ultrasoniche.

Nei casi in cui le pietre siano già danneggiate è necessaria la loro sostituzione tramite la tecnica scuci-cuci, utilizzando pietre dalla composizione simile. La *Val d'Oise,* cioè l'area di estrazione originaria, potrebbe essere una valida opzione per trovare materiali simili.

Il problema della pietra si proietta anche sulle malte, storicamente esse sono a base di calce, che soggetta a fuoco può avere le medesime problematiche della pietra, ma non avendo funzione di resistenza meccanica il problema della dilatazione termica risulta secondario. Anche in questo caso, però la scelta di malte per il restauro deve essere compatibile con quelle presenti in situ.

Conclusioni

In conclusione, al termine di questo percorso di ricerca e analisi si può affermare che la cattedrale di Notre-Dame de Paris non presentava debolezze nella sua struttura determinate dalla progettazione, ma bensì l'unico punto debole era dato dalla presenza di un sistema antincendio poco efficace e criptico per gli operatori presenti in sito. Inoltre, per proteggere l'architettura antica non sono stati adottati dei presidi antincendio necessari alla protezione di un ambiente così suscettibile ad incendi, nonostante fosse considerato un monumento simbolo del Paese.

Dalle analisi effettuate è emerso che la progressione del fuoco ha certamente consumato le componenti strutturali della cattedrale, ma che la ridondanza nei vincoli ha evitato crolli nelle altre zone della copertura. Il crollo della guglia non è infatti avvenuto a causa della creazione di un meccanismo di collasso, ma proprio per la perdita di resistenza degli elementi dovuta alle fiamme.

Per questo, nell'ottica della futura ricostruzione della cattedrale, utilizzando le stesse tecniche del passato, sarà sicuramente necessario eseguire studi più approfonditi per sviluppare un sistema che possa intervenire in modo efficace in caso di incendio e che sia anche in armonia con la visione architettonica della cattedrale.

Inoltre, dall'analisi della bibliografia sono emerse varie particolarità dei telai strutturali dovute a riutilizzi del materiale e a rotture non riparate. Per questo sarà necessario intraprendere un'analisi critica delle metodologie di costruzione passate, per sopperire alle mancanze, dovute alle tecniche utilizzate al tempo, che non comprendevano la conoscenza della scienza delle costruzioni moderna.

Bibliografia

- [1] UNI EN 1998 Eurocodice 8 Progettazione delle strutture per la resistenza sismica marzo 2005 UNI Ente Nazionale Italiano di Unificazione;
- [2] A. Bacchetto Introduzione al metodo degli elementi finiti e alla modellazione FEM Adepron – Consultato nel Maggio 2023;
- [3] Decreto del 17 gennaio 2018 Aggiornamento delle "Norme tecniche per le costruzioni" Ministero delle infrastrutture e dei trasporti – Pubblicazione della Gazzetta Ufficiale n. 42 del 20 febbraio 2018;
- [4] E. Viollet-le-Duc Dictionnaire raisonné de l'architetture française du XIe au XVIe siècle Bance et Morel – 1854 ;
- [5] G. Biondillo Notre Dame tra storia e mito Abitare 21 Luglio 2019;
- [6] G. Lambert, P. Hoffsummer, V. Bernard, V. Chevrier Note sur l'étude dendtrochronologique de la charpente de Notre-Dame de Paris –HAL 2019 ;
- [7] J. Kirby An art historian explains the tough decisions in rebuilding Notre-Dame –Vox 2019;
- [8] L. Yaker, S. Viguié Ingegneria fuori controllo –CAPA, Discovery Plus e DMAX, 2020;
- [9] E. Peltier, J. Glanz, M. Gröndahl, W. Cai, A. Nossiter, L. Alderman Notre-Dame came far closer to collapsing than people knew. This is how it was saved. –New York Times 2019;
- [10] A. Tripodi Notre-Dame, Sistema antincendio "rudimentale": in uno studio italiano l'allarme inascoltato Il Sole 24 Ore 2019;
- [11] C. Bertolini Cestari Problemi di recupero: metodi di indagine, tecnologie di intervento L'edilizia: speciale strutture di legno – 1992;
- [12] A. Tallon <u>https://notredame.truview-</u> <u>cloud.com/site/5cb7c28f6fe74b0005ffc470?tab=scans&start=0&count=10</u> – Consultazione: Marzo 2022;
- [13] A. Tallon La grâce d'une cathédrale Notre-Dame de Paris –La Nuée Bleue place des Victoires 2012 ;
- [14] G. Tampone Il restauro delle strutture di legno: il legname da costruzione, le strutture lignee e il loro studio, restauro, tecniche di esecuzione del restauro Hoepli 1996;
- [15] P. Vannucci Structural study of the Notre-Dame ancient charpente Université Paris-Saclay, UVSQ, CNRS, Laboratoire de Mathématiques de Versailles – 2020;
- [16] R. Fromont, C. Trentesaux Le relevé des charpentes médiévales de la cathédrale Notre-Dame de Paris : approches pour une nouvelle lecture – Monumental – 2016;
- [17] D. Deldique, J. Rouzaud Temperatures reached by the roof Structure of Notre-Dame de Paris in the fire of April 15th 2019 determined by Raman paleothermometry – Institut de France Académie des sciences – 2020;
- [18] A. Manuello Bertetto, P. D'Angella, M. Fronterre Elsevier Residual strength evaluation of Notre-Dame surviving masonry after the fire 2021;
- [19] P. Vannucci, F. Masi, I. Stefanou A nonlinear approach to the wind strength of Gothic Cathedrals: The case of Notre-Dame of Paris Elsevier 2019;
- [20] A. Gros, A. Guillem, L. De Luca, E. Baillieul, B. Duvocelle, O. Malavergne, L. Leroux, T. Zimmer Faceting the post disaster built heritage reconstruction process within the digital twin framework for Notre-Dame de Paris Nature Portfolio, Scientific Reports 2023;
- [21] N. Kobie The hot, dangerous physics of fighting the Notre-Dame fire Wired 2019;

- [22] Y. Praticò, J. Ochsendorf, S. Holzer and R. J. Flatt Post-fire restoration of historic buildings and implications for Notre-Dame de Paris Nature Materials Agosto 2020 www.nature.com/naturematerials;
- [23] <u>https://www.friendsofnotredamedeparis.org/</u> Consultazione Giugno 2022
- [24] P. Vannucci, F. Masi, I. Stefanou, V. Maffi-Berthier Structural integrity of Notre-Dame cathedral after the fire of April 15th, 2019 HAL 2019;
- [25] D. Daguzé, M. Le Port, J. Fernier La charpente à chevrons formant ferme charpentes de la période gothique – Librairie du Compagnonnage – 1979;
- [26] P. Silvestri Andrew Tallon storico dell'arte ha realizzato una dettagliata scansione laser 3D della cattedrale di Notre-Dame Virtualblognews 2019;
- [27] La cattedrale di Notre-Dame è stata documentata con fotogrammetria e digitalizzata con Laser Scanner 3D Archeomatica 2022;
- [28] A. Tallon La grâce d'une cathédrale Notre-Dame de Paris La Nuée Bleue place des Victoires 2012 ;
- [29] A. Novara Dal rilievo laser scanner al modello digitale in VR: dall'acquisizione dello stato di fatto alla realtà virtuale per un'esperienza immersiva unica GEOmedia 2019;
- [30] Rilievo laser scanner 3D per il restauro della chiesa di Santa Maria Maggiore a Mirandola L. Scaletti, C. Gira – Archeomatica – 2021;
- [31] A. Novara La lacuna di Notre-Dame come paradigma della complessità: imparare dai restauri ottocentenschi per l'intervento sul contemporaneo Edizioni Ca' Foscari 2020;
- [32] T. Newcomb Laser scan data integral to Fast-Track rebuild of Notre-Dame cathedral ENR Engineering News Record 2019;
- [33] M. Piazza, M. Riggio Typological and structural authenticity in reconstruction: the timber roofs of church of the Pieve in Cavalese, Italy – International Journal of Architectural Heritage – 2006;
- [34] O. Poisson Notre-Dame de Paris et sa restauration au XIXe siécle : une chronologie Scientifiques de Notre-Dame 2020 ;
- [35] D. Sandron, A. Tallon Notre-Dame de Paris : Neuf siècles d'histoire Parigramme 2019;
- [36] A. Tallon The structure of gothic <u>https://pages.vassar.edu/antallon/the-structure-of-gothic/</u> Consultata nel Luglio 2022;
- [37] V. Chevrier La charpente de la cathédrale Notre-Dame de Paris à travers la dendrochronologie –Université Paris IV 1995 ;
- [38] S. Coccia, M. Como, F. Di Carlo Wind strength of Gothic cathedrals Engineering failure analysis 2015;
- [39] Laser scanning reveals cathedral's mysteries National Geographic 2015 https://www.youtube.com/watch?v=jAi29udFMKw – Consultata nel Luglio 2022;
- [40] E. Fernandez P. 61: Technology and the Notre-Dame fire: with guest Dr. Stephen Murray –2019 <u>https://sparkdialog.com/technology-and-the-notre-dame-fire/;</u>
- [41] <u>https://www.friendsofnotredamedeparis.org/virtual-tour-notre-dame/</u> Consultazione Giugno 2022:
- [42] <u>https://www.scientifiquesnotre-dame.org/articles Consultazione Giugno 2022;</u>
- [43] L. Granato, B. Cavallotti Quinta dimensione: il futuro è già qui Puntata del 15 aprile 2023 RAI;