

POLITECNICO DI MILANO
Facoltà di Ingegneria dei Processi Industriali
Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica



MODELLI SUPPLY FUNCTION EQUILIBRIUM
PER LO STUDIO DEL MERCATO ELETTRICO:
UN APPROCCIO TRAMITE ALGORITMI
GENETICI A CODIFICA REALE

Tesi di Laurea Specialistica di:
Marco Vescovi
Matr. 712071

Relatore: Ing. Cristian Bovo

Anno Accademico 2008 / 2009

Ringraziamenti

Giunto al termine di questo lavoro desidero ringraziare ed esprimere la mia riconoscenza nei confronti di tutte le persone che mi sono state vicine e hanno permesso e incoraggiato sia i miei studi che la realizzazione di questa tesi. I miei più sentiti ringraziamenti vanno a chi mi ha seguito durante la redazione di questo lavoro, al professor Ing. Cristian Bovo, per avermi dato un tema così interessante e ambizioso, per avermi seguito durante lo svolgimento del lavoro con consigli e confronti che mi hanno aiutato ad intraprendere le scelte più appropriate, per la continua disponibilità e prontezza nei chiarimenti e suggerimenti ed infine per la rilettura di tutti i capitoli della tesi.

Rimarrà in me il piacevole ricordo di questi anni di studio che ho trascorso in questo dipartimento e per aver trovato professori disponibili al dialogo e a confrontarsi con le idee altrui.

Il mio pensiero, ovviamente, va ai miei familiari, ai miei genitori Walter e Giovanna e a mia sorella Monica: senza il loro aiuto non avrei mai raggiunto questo traguardo. Sono enormemente grato per tutto il sostegno economico, ma più di ogni altra cosa di quell'aiuto tacito o esplicito che è venuto dal loro cuore: a tutte quelle volte che mi hanno incoraggiato vedendomi preso dai libri, dagli esami e da questa tesi, sopportando il pc acceso durante la notte, ma soprattutto per la fiducia che hanno saputo donarmi. Mi auguro che tutti i sacrifici spesi siano in questo modo, almeno in parte, ripagati.

Se ho raggiunto questa meta lo devo anche a Vanessa e alla sua continua presenza, per avermi fatto capire che potevo farcela, incoraggiandomi a “non mollare mai”.

Desidero infine ringraziare tutte quelle persone con cui ho trascorso i miei studi, con cui ho scambiato qualche pensiero, qualche idea e qualche risata all'interno del dipartimento.

Grazie a tutti.

*Marco Vescovi
Milano, 3 Maggio 2010*

Indice

Introduzione.....	i
--------------------------	----------

CAPITOLO 1 - Lo Studio dell'Oligopolio	1
---	----------

Introduzione	1
1.1. Forme di mercato	2
1.2. Le teorie classiche sul mercato oligopolistico.....	10
1.2.1. Il modello di Cournot.....	12
1.2.2. Il modello di Bertrand.....	16
1.2.3. Il modello di Stackelberg.....	18
1.2.4. Il modello di leadership di prezzo.....	20
1.3. Breve confronto tra i modelli classici	21
1.4. Conjured supply function	22
1.5. Bibliografia.....	23

CAPITOLO 2 - Il Modello S.F.E.	25
--	-----------

Introduzione	25
2.1. Il modello Supply Function Equilibrium	25
2.2. Letteratura	27
2.3. Alcuni modelli SFE proposti.....	34
2.3.1. Il modello di Klemperer e Meyer.....	36
2.3.1.1. SFE senza incertezza.....	36
2.3.1.2. SFE con incertezza.....	39
2.3.1.3. Confronto tra gli equilibri di Cournot e Bertrand	41
2.3.2. Il modello di Green e Newbery.....	43
2.3.2.1. Duopolio simmetrico.....	43
2.3.2.2. Limiti di capacità di offerta.....	45
2.3.2.3. Equilibri con società asimmetriche	46
2.3.3. Modelli SFE lineari.....	46
2.4. Bibliografia.....	50

CAPITOLO 3 - Gli Algoritmi Genetici	53
--	-----------

Introduzione	53
3.1. Evoluzione.....	53
3.2. Gli algoritmi evolutivi.....	55
3.3. Il modello di Holland	57
3.4. Le fasi di un algoritmo genetico.....	58
3.4.1. Codifica.....	60
3.4.2. Popolazione iniziale.....	61
3.4.3. Fitness	61
3.4.4. Tecniche di selezione dei genitori	62
3.4.5. Il crossover.....	64
3.4.6. Tipologie di crossover per BCGA	64

3.4.7. Tipologie di crossover per RCGA	66
3.4.8. La mutazione	73
3.4.9. Tipologie di mutazione per BCGA	73
3.4.10. Tipologie di mutazione per RCGA	74
3.4.11. Elitismo	78
3.4.12. Convergenza	78
3.5. Vantaggi e svantaggi	80
3.6. Bibliografia.....	81
CAPITOLO 4 - Descrizione dell'Algoritmo	83
Introduzione	83
4.1. Descrizione del modello.....	83
4.2. Modello del mercato.....	88
4.3. Tecnica per migliorare la convergenza	90
4.4. Tipologie di selezione dei genitori	92
4.5. Tipologie di incrocio (crossover)	96
4.6. Tipologie di mutazione.....	98
4.7. Bibliografia.....	101
CAPITOLO 5 - I Dati d'Ingresso	103
Introduzione	103
5.1. La struttura zonale	103
5.2. Gli impianti di produzione	106
5.3. La domanda	112
5.4. Bibliografia.....	113
CAPITOLO 6 - Analisi dei Risultati	115
Introduzione	115
6.1. Risultati per lo scenario UC	116
6.1.1. Domanda pari al 110%	117
6.1.2. Domanda pari al 100%	123
6.1.3. Domanda pari al 90%	128
6.1.4. Domanda pari al 80%	133
6.1.5. Domanda pari al 70%	138
6.2. Considerazioni conclusive relative al caso UC	142
6.3. Risultati per lo scenario CC	145
6.3.1. Domanda pari al 110%	145
6.3.2. Domanda pari al 100%	151
6.3.3. Domanda pari al 90%	156
6.3.4. Domanda pari al 80%	162
6.3.5. Domanda pari al 70%	168
6.4. Considerazioni conclusive relative al caso CC	173
6.5. Bibliografia.....	175
CAPITOLO 7 - Conclusioni	177

Indice delle figure

Figura 1.1 - Andamento delle varie funzioni per la determinazione del prezzo.....	8
Figura 1.2 - Benessere dei consumatori S e benessere delle imprese $V\pi_i$	8
Figura 1.3 - Efficienza allocativa e benessere collettivo: concorrenza perfetta e potere di mercato.....	9
Figura 1.4 - La scelta ottimale dell'impresa 1.....	12
Figura 1.5 - I due casi estremi.....	13
Figura 1.6 - Funzione di reazione nell'oligopolio di Cournot.....	13
Figura 1.7 - Determinazione dell'equilibrio di Cournot.....	15
Figura 1.8 - Funzioni di reazione nell'oligopolio di Bertrand.....	17
Figura 1.9 - Profitti dell'impresa 1 a seconda del prezzo scelto.....	17
Figura 1.10 - Equilibrio nel modello di Stackelberg.....	20
Figura 1.11 - Confronto tra gli equilibri nei modelli classici di oligopolio.....	21
Figura 2.1 - Creazione della Supply Function.....	26
Figura 2.2 - Confronto tra le diverse modalità di offerta.....	26
Figura 2.3 - Curva di durata di carico.....	26
Figura 2.4 - Forme di SFE competitive.....	28
Figura 2.5 - Price cap e limiti di capacità aggregata (deviazioni profittevoli).....	31
Figura 2.6 - Esempio di caratteristica carico-durata.....	35
Figura 2.7 - Esempi di funzione di offerta.....	36
Figura 2.8 - Confronto tra SFE ed equilibri di Cournot e Bertrand.....	42
Figura 2.9 - Supply Function Equilibria possibili.....	45
Figura 2.10 - Soluzioni possibili con limiti di capacità.....	45
Figura 2.11 - Supply Function affine a tratti.....	49
Figura 3.1 - Metodo del gradiente: interpretazione grafica.....	56
Figura 3.2 - Il ciclo evolutivo.....	58
Figura 3.3 - Struttura base di un algoritmo genetico.....	59
Figura 3.4 - Metodo della Roulette Wheel.....	63
Figura 3.5 - Crossover: interpretazione grafica.....	64
Figura 3.6 - Heuristic crossover: interpretazione grafica nel caso di minimizzazione della funzione fitness.....	70
Figura 3.7 - Center of mass crossover: interpretazione grafica.....	71
Figura 3.8 - Seed crossover: interpretazione grafica.....	72
Figura 3.9 - Mutazione: interpretazione grafica.....	73
Figura 3.10 - Onda Morlet: interpretazione grafica.....	75
Figura 3.11 - Onda Morlet: effetto della variazione.....	76
Figura 3.12 - Effetto del parametro di forma ξ sulla funzione a	76
Figura 3.13 - Elitismo: interpretazione grafica.....	78
Figura 4.1 - Struttura del cromosoma nella codifica binaria.....	86
Figura 4.2 - Struttura del cromosoma nella codifica reale.....	87
Figura 4.3 - Struttura del cromosoma nella codifica reale con μ differenziato.....	87
Figura 4.4 - Incrocio.....	87
Figura 4.5 - Mutazione.....	88
Figura 4.6 - Andamento del profitto con stagnazione.....	90
Figura 4.7 - Rappresentazione del procedimento di sostituzione.....	91
Figura 4.8 - Andamento del profitto senza stagnazione.....	91
Figura 4.9 - Valore delle probabilità assegnate a ciascun individuo con fitness simili con selezione di tipo Roulette Wheel.....	92
Figura 4.10 - Valore delle probabilità assegnate a ciascun individuo con fitness molto diverse con selezione di tipo Roulette Wheel.....	93
Figura 4.11 - Valore delle probabilità assegnate a ciascun individuo con fitness qualsiasi con selezione di tipo fitness ranking rettilineo.....	93
Figura 4.12 - Valore delle probabilità assegnate a ciascun individuo con fitness qualsiasi con selezione di tipo fitness ranking lineare.....	94
Figura 4.13 - Valore delle probabilità assegnate a ciascun individuo con fitness qualsiasi con selezione di tipo fitness ranking quadratico.....	94
Figura 4.14 - Confronto tra le diverse tecniche di selezione dei genitori.....	95
Figura 4.15 - Ingrandimento delle prime generazioni.....	96
Figura 4.16 - Confronto tra le diverse tecniche di incrocio.....	97
Figura 4.17 - Ingrandimento delle prime generazioni.....	98
Figura 4.18 - Confronto tra le diverse tecniche di mutazione.....	100

Figura 4.19 - Wavelet Mutation: influenza dei parametri g ed ϵ si	100
Figura 5.1 - Conformazione delle zone e dei poli limitati della rete rilevante	105
Figura 5.2 - Zone rete rilevante e limiti di scambio, caso invernale (diurno=hp, notturno=hv), tra parentesi i valori senza i dispositivi di tele distacco	106
Figura 5.3 - Contributo dei principali operatori alla produzione nazionale lorda	107
Figura 5.4 - Contributo dei principali operatori alla produzione di energia el. destinata al consumo, 2008.....	107
Figura 5.5 - Ripartizione della capacità installata per produttore.....	110
Figura 5.6 - Ripartizione zonale aggregata della capacità installata	111
Figura 5.7 - Ripartizione zonale della potenza richiesta	112
Figura 6.1 - Percentuale di potenza installata, suddivisa per tecnologia e per società.....	116
Figura 6.2 - Andamento di profitti e prezzi delle società strategiche in funzione delle iterazioni, $d=110\%$	118
Figura 6.3 - Percentuale di potenza dispacciata, domanda= 110% , μ -unico	119
Figura 6.4 - Ripartizione della potenza dispacciata da S1 per tecnologia di produzione, $d=110\%$, μ -unico	119
Figura 6.5 - Ripartizione della potenza dispacciata da S2 per tecnologia di produzione, $d=110\%$, μ -unico	120
Figura 6.6 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=110\%$, μ -diff.....	120
Figura 6.7 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, $d=110\%$, μ -diff	121
Figura 6.8 - Andamento di profitti e prezzi delle società strategiche in funzione delle iterazioni, $d=100\%$	124
Figura 6.9 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=100\%$, μ -unico	125
Figura 6.10 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, $d=100\%$, μ -unico	125
Figura 6.11 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=100\%$, μ -diff.....	126
Figura 6.12 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, $d=100\%$, μ -diff	126
Figura 6.13 - Andamento di profitti e prezzi delle società strategiche in funzione delle iterazioni, $d=90\%$	129
Figura 6.14 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=90\%$, μ -unico	130
Figura 6.15 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, $d=90\%$, μ -unico	130
Figura 6.16 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=90\%$, μ -diff.....	131
Figura 6.17 - Ripartizione della potenza dispacciata da S1 per tecnologia di produzione, $d=90\%$, μ -diff	131
Figura 6.18 - Ripartizione della potenza dispacciata da S2 per tecnologia di produzione, $d=90\%$, μ -diff	132
Figura 6.19 - Andamento di profitti e prezzi delle società strategiche in funzione delle iterazioni, $d=80\%$	134
Figura 6.20 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=80\%$, μ -unico	135
Figura 6.21 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, $d=80\%$, μ -unico	135
Figura 6.22 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=80\%$, μ -diff.....	136
Figura 6.23 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, $d=80\%$, μ -diff	136
Figura 6.24 - Andamento di profitti e prezzi delle società strategiche in funzione delle iterazioni, $d=70\%$	139
Figura 6.25 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=70\%$, μ -unico	140
Figura 6.26 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, $d=70\%$, μ -unico	140
Figura 6.27 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=70\%$, μ -diff.....	141
Figura 6.28 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, $d=70\%$, μ -diff	141
Figura 6.29 - Potenza dispacciata dalle società nel caso di CP	143
Figura 6.30 - Confronto tra profitti massimi e minimi, μ -unico e μ -diff.....	143
Figura 6.31 - Andamento dei profitti delle società strategiche in funzione delle iterazioni, $d=110\%$	146
Figura 6.32 - Confronto tra domanda ed offerta zonale, domanda= 110%	146
Figura 6.33 - Andamento del prezzo zonale nelle iterazioni suddette, domanda= 110% , μ -unico	147
Figura 6.34 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=110\%$, μ -unico	147
Figura 6.35 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, $d=110\%$, μ -unico	148
Figura 6.36 - Andamento del prezzo zonale nelle iterazioni suddette, domanda= 110% , μ -diff	149
Figura 6.37 - Percentuale di potenza dispacciata, domanda= 110% , μ -diff.....	149
Figura 6.38 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, domanda= 110% , μ -diff.....	150
Figura 6.39 - Andamento dei profitti delle società strategiche in funzione delle iterazioni, $d=100\%$	152
Figura 6.40 - Confronto tra domanda ed offerta zonale, domanda= 100%	152
Figura 6.41 - Andamento del prezzo zonale nelle iterazioni suddette, domanda= 100% , μ -unico	153
Figura 6.42 - Percentuale di potenza dispacciata, domanda= 100% , μ -unico	153
Figura 6.43 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, domanda= 100% , μ -unico..	154
Figura 6.44 - Percentuale di potenza dispacciata, domanda= 100% , μ -diff	155
Figura 6.45 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, domanda= 100% , μ -diff.....	155
Figura 6.46 - Andamento dei profitti delle società strategiche in funzione delle iterazioni, $d=90\%$	157
Figura 6.47 - Confronto tra domanda ed offerta zonale, domanda= 90%	157
Figura 6.48 - Andamento del prezzo zonale nelle iterazioni suddette, domanda= 90% , μ -unico	158
Figura 6.49 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=90\%$, μ -unico	158
Figura 6.50 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, domanda= 90% , μ -unico....	159
Figura 6.51 - Andamento del prezzo zonale nelle iterazioni suddette, domanda= 90% , μ -diff	160

Figura 6.52 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=90\%$, μ -diff.....	160
Figura 6.53 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, domanda= 90% , μ -diff.....	161
Figura 6.54 - Andamento dei profitti delle società strategiche in funzione delle iterazioni, $d=80\%$	163
Figura 6.55 - Confronto tra domanda ed offerta zonale, domanda= 80%	163
Figura 6.56 - Andamento del prezzo zonale nelle iterazioni suddette, domanda= 80% , μ -unico	164
Figura 6.57 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=80\%$, μ -unico	164
Figura 6.58 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, domanda= 80% , μ -unico....	165
Figura 6.59 - Andamento del prezzo zonale nelle iterazioni suddette, domanda= 80% , μ -diff	166
Figura 6.60 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=80\%$, μ -diff.....	166
Figura 6.61 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, domanda= 80% , μ -diff.....	167
Figura 6.62 - Andamento dei profitti delle società strategiche in funzione delle iterazioni, $d=70\%$	169
Figura 6.63 - Confronto tra domanda ed offerta zonale, domanda= 70%	169
Figura 6.64 - Andamento del prezzo zonale nelle iterazioni suddette, domanda= 70% , μ -unico	170
Figura 6.65 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=70\%$, μ -unico	170
Figura 6.66 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, domanda= 70% , μ -unico....	171
Figura 6.67 - Andamento del prezzo zonale nelle iterazioni suddette, domanda= 70% , μ -diff	172
Figura 6.68 - Percentuale di potenza dispacciata, domanda= 70% , μ -diff	172
Figura 6.69 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, domanda= 70% , μ -diff.....	173
Figura 6.70 - Potenza dispacciata dalle società nel caso di CP	174
Figura 6.71 - Confronto tra profitti massimi e minimi, μ -unico e μ -diff.....	174

Indice delle tabelle

Tabella 4.1 - Suddivisione per tecnologia utilizzata	87
Tabella 4.2 - Valore delle probabilità per individui con fitness simili con selezione di tipo Roulette Wheel	92
Tabella 4.3 - Valore delle probabilità per individui con fitness molto diverse con selezione di tipo Roulette Wheel.....	93
Tabella 4.4 - Valore delle probabilità per individui con fitness qualsiasi con selezione di tipo fitness ranking rettilineo.....	93
Tabella 4.5 - Valore delle probabilità per individui con fitness qualsiasi con selezione di tipo fitness ranking lineare	94
Tabella 4.6 - Valore delle probabilità per individui con fitness qualsiasi con selezione di tipo fitness ranking quadratico	94
Tabella 5.1 - Contributo % dei principali operatori nazionali alla generazione termoelettrica per fonte, 2008..	108
Tabella 5.2 - Suddivisione delle società di produzione per accordi e/o partecipazioni.....	108
Tabella 5.3 - Caratteristiche delle centrali termoelettriche in servizio nell'anno 2009.....	109
Tabella 5.4 - Caratteristiche delle centrali idroelettriche in servizio nell'anno 2009	111
Tabella 5.5 - Caratteristiche dei poli di produzione esteri.....	111
Tabella 6.1 - Esito simulazione, domanda 110%	117
Tabella 6.2 - Impianti in servizio, domanda=110%	122
Tabella 6.3 - Esito simulazione, domanda 100%	123
Tabella 6.4 - Impianti in servizio, domanda=100%	127
Tabella 6.5 - Esito simulazione, domanda=90%	128
Tabella 6.6 - Impianti in servizio, domanda=90%	132
Tabella 6.7 - Esito simulazione, domanda 80%	133
Tabella 6.8 - Impianti in servizio, domanda=80%	137
Tabella 6.9 - Esito simulazione, domanda 70%	138
Tabella 6.10 - Impianti in servizio, domanda=70%	142
Tabella 6.11 - Esito simulazione, domanda 110%	145
Tabella 6.12 - Esito simulazione, domanda 100%	151
Tabella 6.13 - Esito simulazione, domanda 90%	156
Tabella 6.14 - Esito simulazione, domanda 80%	162
Tabella 6.15 - Esito simulazione, domanda 70%	168

Introduzione

In Europa il processo di deregolamentazione iniziò nel 1996, quando la Commissione Europea approvò la direttiva 96/92/CE, con la quale i paesi membri erano spinti a introdurre la competizione nel settore dell'energia elettrica. In Italia la ristrutturazione iniziò nel 1999 con il Decreto Legge 79/99, ma solo nel 2004 la borsa elettrica divenne effettivamente operante. La borsa elettrica consente ai produttori e ai consumatori di effettuare liberamente operazioni di compravendita di energia elettrica. Idealmente, la struttura del mercato e la competizione tra i partecipanti dovrebbero dirigere la società verso un aumento del welfare. Tuttavia, il mercato elettrico non rappresenta una situazione di competizione perfetta, essendo piuttosto più simile a un oligopolio, a causa delle limitazioni intrinseche nel settore della produzione, trasmissione e distribuzione dell'energia elettrica, ossia:

- limitato numero di produttori;
- necessità di grossi investimenti, che costituiscono una notevole barriera all'ingresso di nuovi operatori;
- vincoli nella trasmissione, che talvolta riducono il numero di produttori dai quali ogni consumatore può essere servito;
- l'energia elettrica non può essere immagazzinata (con l'eccezione degli impianti di pompaggio).

La prosecuzione del processo di liberalizzazione ha favorito la nascita e la crescita di nuovi operatori (la presenza di una molteplicità di soggetti è un elemento vitale per la competizione e per il mercato) e sospinto quelli esistenti verso una dimensione sempre più internazionale.

Se, infatti, in un sistema monopolistico verticalmente integrato, un'unica azienda svolgeva in maniera coordinata le attività di produzione, trasmissione, distribuzione e vendita, in un mercato liberalizzato le attività di produzione e vendita sono aperte alla competizione, rispettivamente tra diverse generation companies (GenCo) e diversi traders/retailers, mentre le attività di trasmissione e distribuzione, configurandosi come monopoli naturali, rimangono settori regolati.

A fronte di tali particolarità è necessario disporre di strumenti previsionali che permettano di valutare se il mercato, così come è attualmente strutturato, nel medio-lungo termine tenda ad un equilibrio, oppure, a una situazione di instabilità e, nel caso in cui tenda a un equilibrio, quali prezzi si vengano a determinare e quali quote siano coperte dai vari produttori.

Questi strumenti simulano la strategia di offerta e possono aiutare i giocatori a trovare l'offerta ottimale da presentare al mercato, e l'Autorità di regolazione a sorvegliare il funzionamento del mercato stesso. Naturalmente, i simulatori di lungo periodo, a cui appartiene il modello presentato in questo lavoro, richiedono comunque una simulazione di breve periodo del clearing del mercato per la fissazione del prezzo dell'energia, anche se magari realizzata in maniera relativamente meno dettagliata rispetto a un'implementazione finalizzata esclusivamente a obiettivi di breve termine.

Recentemente diversi studi sono stati condotti al fine di determinare la strategia ottimale per i produttori di energia elettrica, al fine di massimizzare il loro profitto in termini economici. La procedura descritta in questo lavoro prende in considerazione gruppi di impianti di produzione di energia elettrica che costituiscono i produttori *price-maker*, ovvero i grossi

produttori che hanno un potere di mercato sufficientemente elevato da influenzare i prezzi di vendita dell'energia con le loro offerte, e i *price-taker*, ovvero i piccoli produttori che non hanno il potere o l'interesse di influenzare i prezzi di mercato con le loro offerte.

Il potere di mercato si riflette nella capacità di un produttore di:

- fissare prezzi di vendita dell'energia elettrica superiori ai costi di produzione, oppure
- di "trattenere" la potenza erogabile dal suo parco facendo sì che impianti più costosi debbano essere fatti funzionare, con un conseguente prezzo di mercato più elevato.

Si è analizzato il caso in cui sono presenti due produttori price maker tra loro in competizione, simulandone il comportamento attraverso i modelli di oligopolio. Quest'ultimo approccio è stato ritenuto più appropriato per l'analisi del comportamento dei vari produttori in un contesto come quello del mercato elettrico, anche se la sua applicazione richiede la conoscenza, da parte di ciascun produttore, dei reali costi di produzione dei produttori rivali.

Il modello di mercato qui proposto può essere utilizzato quando un produttore non ha a disposizione molte informazioni riguardo le possibili strategie degli altri competitori prima dell'apertura della sessione del mercato. La strategia ottimale derivante dal modello suggerisce un conveniente piano di produzione che rappresenta l'equilibrio verso il quale i vari competitori tenderanno progressivamente nel tempo, a meno che non insorgano nuovi elementi in grado di distorcere tale equilibrio.

I modelli di oligopolio, che si ispirano alla Teoria dei Giochi, osservano il comportamento nel medio-lungo periodo dei vari soggetti (in termini di offerta sul mercato dell'energia) come una sequenza di mosse, in, appunto, un gioco competitivo. Le mosse compiute da ciascun giocatore generano un feedback sul comportamento degli altri giocatori. Questo andamento nel tempo può tendere a una situazione stabile (equilibrio di Nash) che ciascun soggetto considera "ottima" e dalla quale nessuno ha convenienza a spostarsi, oppure a una situazione di instabilità. Nel caso si tenda a un equilibrio, ciascuno è in grado di valutare la strategia ottima per sé, conseguibile compatibilmente con gli obiettivi dei competitori.

In questo lavoro viene introdotto un modello in grado di simulare il mercato elettrico e il comportamento dei partecipanti, in contesto di oligopolio per studiare il potere di mercato nel settore del mercato elettrico italiano. Ovviamente, per fare ciò sono state introdotte alcune ipotesi semplificative, nel seguito del lavoro riportate. I modelli di equilibrio sono ampiamente utilizzati a questo scopo, in quanto sono flessibili e potenzialmente applicabili a descrivere realtà complesse con un elevato numero di operatori che interagiscono tra loro. Occorre, però, scegliere il tipo di iterazione strategica per descrivere il comportamento degli operatori, in relazione ai possibili meccanismi di formazione del prezzo, alla modalità di rappresentazione dei vincoli di trasmissione e infine alle tecniche computazionali adottate.

I modelli di Cournot e SFE sono quelli maggiormente utilizzati per studiare, nel contesto elettrico, le problematiche legate al potere di mercato e al suo abuso. A differenza dei modelli di Cournot, poiché i produttori di energia elettrica devono fronteggiare una domanda praticamente anelastica, i modelli SFE consentono una rappresentazione più realistica del mercato elettrico, benché la loro implementazione risulti più complessa e presentino alcune limitazioni di carattere computazionale che li rendono difficili da applicare a mercati reali caratterizzati da un elevato numero di soggetti e da vincoli tecnici.

Il modello consente di emulare le strategie adottate dai produttori come, ad esempio, emulare il comportamento di un *price maker*, che tende a produrre una quota di mercato limitata al fine di mantenere un determinato livello di prezzo, oppure osservare il comportamento dei competitori che agiscono come *price taker*, che sono invece disposti ad aumentare la produzione man mano che il prezzo sale.

In tali modelli, le GenCo formulano le proprie strategie ponendosi come obiettivo primario la massimizzazione del proprio profitto.

Dato che l'impiego dei modelli SFE porta a problemi altamente non lineari, con il rischio di determinare soluzioni locali e non globali del problema, nel lavoro qui presentato, si adotta un approccio basato su un algoritmo genetico co-evolutivo per determinare i punti di equilibrio del mercato elettrico: la massimizzazione si realizza mediante l'ottimizzazione del mark-up, considerato come variabile strategica, effettuata attraverso una procedura iterativa basata sugli algoritmi genetici.

Nel capitolo 1 vengono introdotti alcuni concetti economici fondamentali per lo sviluppo di questo lavoro: l'elasticità della domanda al prezzo e il potere di mercato. Successivamente viene presentata una panoramica a livello teorico delle più note forme di mercato. In seguito si presenta una descrizione dettagliata delle teorie sul mercato oligopolistico, analizzando brevemente la Teoria dei Giochi e i modelli One Step Games, trattati sia dal punto di vista teorico che matematico.

Il capitolo 2 presenta una descrizione approfondita dei modelli Supply Function Equilibrium. Una descrizione generale è seguita da un'analisi della letteratura internazionale riguardante i vari approcci, con i relativi vantaggi e limitazioni nell'applicabilità.

Vengono poi analizzati i principali modelli costituenti la base di questa teoria: il modello di Klemperer e Meyer (in presenza o in assenza di certezza della domanda), il modello di Green e Newbery (applicato prima a un duopolio simmetrico, poi nel caso di limitazione della capacità di offerta e infine nel caso di società asimmetriche), e il modello lineare.

Il capitolo 3 introduce il concetto di Algoritmo Genetico, analizzando i vantaggi che questa tecnica comporta rispetto alle altre tecniche di ricerca. Vengono riportate in dettaglio le fasi di un algoritmo e approfondite le tecniche presenti in letteratura.

Nel capitolo 4 viene descritto il modello utilizzato in questo lavoro. Poiché esso prende spunto da un lavoro già esistente, sono riportate le modifiche introdotte, in particolare la codifica a variabili reali in luogo della codifica a variabili binarie e l'implementazione di una differenziazione, per tecnologia di produzione, della variabile strategica che si intende ottimizzare. Viene rappresentato il modello matematico del mercato elettrico e delle società di produzione dell'energia. Infine, si riportano le considerazioni che hanno condotto alla scelta degli operatori genetici migliori.

Nel capitolo 5 si descrivono i dati di ingresso utilizzati per le simulazioni: la scelta della struttura zonale, la caratterizzazione degli impianti di produzione e la richiesta zonale di potenza.

Il capitolo 6 riporta gli esiti delle simulazioni effettuate. In particolare, la prima parte individua la soluzione di mercato in ipotesi di concorrenza perfetta. Tale scenario, benché irrealistico, costituisce un benchmark di riferimento per confrontare gli esiti nelle condizioni di monopolio. Successivamente si riporta l'analisi del comportamento strategico adottato dalle società di produzione in assenza e in presenza dei limiti di trasmissione.

Il capitolo 7 conclude questo lavoro e riporta le osservazioni finali.

1. Lo Studio dell'Oligopolio

Introduzione

La liberalizzazione del mercato elettrico è partita con la Direttiva Europea 92/96 [1], che ha introdotto norme comuni per il mercato interno dell'energia elettrica, finalizzate a realizzare una graduale liberalizzazione della domanda e a creare condizioni favorevoli per lo sviluppo della concorrenza, nella generazione e nella vendita di energia elettrica.

La liberalizzazione del mercato elettrico è stata avviata in Italia mediante il Decreto Bersani [2] che recepisce la suddetta Direttiva Europea segnando l'inizio del processo di liberalizzazione delle attività di produzione, importazione, esportazione, acquisto e vendita di energia elettrica.

In precedenza, in Italia vigeva un modello di mercato di tipo monopolistico. Infatti, dal 1962 (anno di nascita dell'*Ente Nazionale per l'Energia Elettrica*, ENEL) tutte le attività legate alla produzione, al trasporto e alla vendita di energia elettrica erano, per legge, riservate solo a Enel. Vi erano anche alcuni soggetti autorizzati a produrre energia elettrica, ma questi potevano solo venderla a Enel e non immetterla direttamente nel mercato.

Nel 1992 Enel è diventata Società per Azioni, primo passo verso la privatizzazione. Alla nuova società furono attribuite, a titolo di concessione, le attività che in precedenza erano riservate all'Ente Nazionale per legge.

I soggetti autorizzati a operare sulla borsa elettrica sono: i produttori, gli importatori e i grossisti di energia, ma anche i clienti (che dal 1° luglio 2007 sono considerati tutti idonei).

A causa della struttura dell'offerta, il mercato elettrico può essere visto come un oligopolio nel quale un numero limitato di produttori detiene una quota significativa di mercato.

Alcune caratteristiche dei mercati elettrici possono indurre le aziende a esercitare potere di mercato, come ad esempio una domanda anelastica, i limiti di transito sulla rete di trasmissione e la richiesta, essenziale, che la domanda e l'offerta siano bilanciate in ogni istante.

In presenza di oligopolio, le teorie classiche basate sul modello di concorrenza perfetta non sono valide e la predizione dell'andamento del mercato deve passare necessariamente attraverso l'analisi del comportamento strategico dei diversi produttori. Peraltro, è proprio nel caso degli oligopoli che la previsione attraverso modelli matematici dell'andamento dei mercati è particolarmente importante.

Infatti, soggetti dotati di forte potere di mercato possono essere in grado di distorcere a loro favore gli esiti dello stesso, ed è interesse dei regolatori indagare quali norme possano essere introdotte, al fine di garantire agli acquirenti un prezzo il più prossimo possibile a quello di concorrenza perfetta.

In questo contesto può essere utile studiare e definire opportuni modelli di mercato per analizzare il comportamento strategico degli operatori, con particolare riguardo ai produttori.

Nel modellizzare gli oligopoli si possono fare due ipotesi alternative. La prima è che i diversi soggetti tendano a coalizzarsi in un cartello, la seconda è che, invece, ciascuna società stabilisca la propria strategia indipendentemente dalle altre. Nel seguito, si suppone che valga la seconda circostanza.

Per questo motivo, i comportamenti possono essere modellizzati sulla base del prezzo, della quantità o della funzione di offerta.

Tra questi, il modello di Cournot, il modello di Bertrand, il modello di Stackelberg, il modello Leadership di prezzo, le Conjured Supply Function e le Supply Function Equilibria sono i più largamente applicati nell'analisi dei mercati elettrici di tipo pool.

Un tentativo di modificare l'approccio dei modelli classici, nei quali i giocatori fissano la sola quantità o il solo prezzo, adattandolo al caso dei mercati elettrici, è costituito dai modelli che fanno uso del concetto di *Supply Function*. La supply function di una generica società di produzione è una funzione monotona non decrescente che fa corrispondere a ogni prezzo la quantità che la compagnia di generazione (GenCo) è disponibile a offrire a quel prezzo.

I modelli di Cournot e SFE si fanno concorrenza come strumenti pratici per studiare l'oligopolio nei mercati elettrici. Il modello SFE offre una visione più reale dei mercati elettrici, dove le regole di offerta potrebbero richiedere ai produttori di fornire una funzione prezzo-quantità, piuttosto che una serie di sole quantità. Nelle applicazioni con Cournot, la formazione del prezzo dipende esclusivamente dalla curva di domanda e dal produttore marginale: il prezzo di mercato si determina dall'intersezione tra la curva di domanda e la quantità aggregata di offerta. La domanda risulta caratterizzata da una bassissima elasticità al prezzo, per cui la previsione del prezzo con Cournot non risulta particolarmente attendibile.

L'approccio con SFE richiede anch'esso di specificare la dipendenza della domanda dal prezzo e si può applicare anche a domande con elasticità nulla, poiché i risultati ne sono meno sensibili.

1.1. Forme di mercato

Prima di definire le varie forme di mercato è opportuno introdurre due concetti fondamentali, utili anche per lo studio del mercato elettrico: l'elasticità della domanda al prezzo [3] e il potere di mercato.

La pendenza della domanda di un mercato indica quanto sensibili siano gli acquirenti ai cambiamenti del prezzo. *L'elasticità al prezzo* ε è il parametro che sintetizza tale attitudine:

$$\varepsilon = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q}$$

dove p indica il prezzo e q la domanda di mercato. Un modo comunemente usato per esprimere e misurare l'elasticità della domanda al prezzo è la variazione percentuale della quantità domandata dal mercato per un aumento del prezzo pari all'1%. La scelta di una misura normalizzata deriva dalla necessità di avere un unico parametro che esprima, per ogni prodotto, la sensibilità al prezzo e non risenta delle particolari unità di misura utilizzate per esprimere quantità e prezzo.

Una domanda anelastica è più ripida: essa indica che i clienti diminuiscono, in misura minima, la quantità di prodotto che sono disposti ad acquistare, anche se i prezzi aumentano in maniera significativa. Beni essenziali, come l'energia elettrica, tendono ad avere una domanda di questo tipo.

L'elasticità al prezzo della domanda è solitamente una funzione del periodo di tempo preso in considerazione. Nel breve periodo, un aumento del prezzo di un prodotto può avere un effetto minimo sulla domanda, perché ci vuole del tempo affinché si creino dei surrogati e si impari ad usarli. Nel lungo periodo, tuttavia, si possono spesso trovare e usare surrogati. La domanda di gas, ad esempio, è più sensibile al prezzo in orizzonti di lungo periodo, a causa del tempo che ci vuole per introdurre impianti di riscaldamento basati su altri combustibili.

Il *potere di mercato* è la capacità di un'impresa di aumentare i prezzi al di sopra del livello concorrenziale in modo proficuo e continuativo. Il potere di mercato può essere mitigato dalla reazione all'aumento di prezzo da parte di:

1. consumatori, che possono ridurre il consumo di quel bene, rimandandolo nel tempo, acquistandolo in un altro luogo o sostituendolo con un altro bene;
2. concorrenti, che possono ad esempio espandere la propria produzione;
3. concorrenti potenziali, che possono entrare nel mercato.

In un mercato come quello elettrico, dove la rete rappresenta l'elemento che permette il vero e proprio dispiegarsi del gioco concorrenziale, è chiaramente evidente la correlazione diretta tra la dotazione di infrastrutture e il livello di competitività e produttività di un sistema economico. Nel settore della produzione elettrica la piena concorrenza è possibile solo con reti adeguatamente sviluppate, in grado di eliminare differenze zionali e aree di mercato "riservate".

L'Autorità per l'energia elettrica e il gas (AEEG), essendo investita di una specifica funzione di controllo e di promozione della concorrenza e dell'efficienza nell'offerta dei servizi di pubblica utilità nel settore dell'energia elettrica, esercita una funzione continuativa di monitoraggio del mercato elettrico all'ingrosso e del mercato per il servizio del dispacciamento, in una prospettiva finalizzata a controllare e valutare le dinamiche di formazione dei prezzi nel mercato, il grado di concorrenzialità del mercato, nonché l'efficacia delle regole di funzionamento dei mercati.

Un simile controllo ha, tra l'altro, lo scopo di consentire al regolatore di accertare se l'esistenza di anomalie nei prezzi siano attribuibili a situazioni contingenti, relative a indisponibilità di elementi di rete (vale a dire scarsità di capacità di trasporto) o alla motivata indisponibilità di unità di produzione (vale a dire scarsità di offerta), oppure a condotte strategiche, volutamente poste in essere dagli operatori di mercato e finalizzate a sfruttare il loro potere di mercato.

La presenza di congestioni in una rete di trasmissione aumenta il potere di mercato: il generatore efficiente esporta quanto possibile ed è in grado di imporre un prezzo superiore al prezzo di monopolio nel mercato domestico.

I vincoli di rete riducono la contendibilità del mercato a livello zonale, aumentano il grado di concentrazione dell'offerta e, quindi, favoriscono il potere di mercato, che si traduce in prezzi costantemente più elevati in alcune zone. Se le scelte dei siti degli impianti oggi esistenti sono state fatte a prescindere dal segnale di prezzo, perché avvenute prima della definizione zonale del disegno di mercato, quelle in atto mantengono il "differenziale di prezzo" come un elemento non prioritario tra quelli presi in considerazione dagli imprenditori.

Dato che il potere monopolistico consiste nella capacità di praticare un prezzo p superiore al costo marginale $C'(q)$, la relazione:

$$p = \frac{C'(q)}{1 - \left(1/|\varepsilon_{q,p}|\right)}$$

evidenzia come il prezzo praticato dal monopolista p sia superiore al costo marginale, di un ammontare inversamente proporzionale all'elasticità della domanda al prezzo $|\varepsilon_{q,p}|$: quanto più la domanda dell'impresa è anelastica, tanto maggiore è il suo potere monopolistico. Risulta anche evidente la ragione per cui il monopolista non opera mai nel tratto anelastico della curva di domanda, cioè nel tratto in cui $|\varepsilon_{q,p}| < 1$. Quando $|\varepsilon_{q,p}| < 1$, infatti, il ricavo marginale R' è negativo, come si evince da:

$$R' = \frac{\partial R}{\partial q} = \frac{\partial}{\partial q}(p \cdot q) = p + q \cdot \frac{\partial p}{\partial q} = p(q) \cdot \left[1 + \frac{\partial p}{\partial q} \cdot \frac{q}{p} \right] = p(q) \cdot \left[1 + \frac{1}{\varepsilon_{q,p}} \right] = p(q) \cdot \left[1 - \frac{1}{|\varepsilon_{q,p}|} \right]$$

Infatti, riorganizzando la relazione precedente:

$$\frac{p - C'(q)}{p} = \frac{1}{|\varepsilon_{q,p}|}$$

si può notare come il mark-up sul costo (in percentuale rispetto al prezzo) sia uguale al reciproco dell'elasticità della domanda, preso con segno negativo.

L'esercizio del potere di mercato appare impossibile in regimi pienamente concorrenziali, ovvero in presenza di due forme di mercato: la concorrenza perfetta e la contendibilità (o concorrenza potenziale).

Si definisce *perfettamente concorrenziale* ogni mercato nel quale le imprese sono price-taker, ovvero, non sono in grado di determinare direttamente il prezzo a cui vendere i propri prodotti, e il prezzo viene formato dal mercato, ovvero dall'interazione fra acquirenti e venditori.

Le cinque ipotesi fondamentali sono:

- basso livello di concentrazione industriale (presenza di un grande numero di imprese di dimensioni relativamente piccole);
- assenza di barriere (all'ingresso e all'uscita);
- omogeneità del prodotto (lo deve essere effettivamente ma anche percepito come tale);
- informazione perfetta (tutti gli agenti, imprese e consumatori conoscono i prezzi fissati da tutte le imprese);
- simmetria tecnologica (tutte le imprese hanno accesso alle stesse tecnologie produttive e organizzative).

I risultati che questa idealità comporta sono:

- nel lungo periodo, il mercato forma un prezzo uguale al livello minimo dei costi medi¹, inclusa una remunerazione minima del capitale² (totale assenza di extraprofitti³);
- nessuna impresa giudica razionale aumentare autonomamente il prezzo: se il prezzo aumentasse, l'impresa otterrebbe extraprofitti, le altre imprese lo percepirebbero decidendo di fissare prezzi più bassi (non essendoci barriere all'ingresso), mentre se il prezzo diminuisse, l'impresa otterrebbe extraprofitti negativi;
- le imprese, solo con enormi difficoltà potrebbero formare cartelli, poiché, oltre che a essere illegittimi, tali accordi sarebbero esposti a un elevato rischio di defezione.

¹ I costi medi o unitari, AC (average costs), sono definibili come il rapporto tra costi totali e quantità, al variare della quantità.

² Necessario ad assicurare agli azionisti, almeno nel lungo termine, una remunerazione paragonabile a quella che otterrebbero da altri investimenti con simile livello di rischio.

³ Essendo il profitto è definito come differenza tra i ricavi totali e i costi totali, nel caso il profitto sia positivo si definisce come extraprofitto.

I mercati pienamente concorrenziali sono un riferimento, un benchmark, rispetto al quale misurare il grado di imperfezione del mercato e, dunque, anche se non sono osservabili direttamente permettono una valutazione relativa di altre forme di mercato.

Indicando con p il prezzo di mercato, MC il costo marginale e con AC_{min} il costo medio minimo, l'equilibrio concorrenziale stabilisce che:

$$p = MC = AC_{min}$$

ovvero, in altri termini, la quantità del bene viene prodotta al minimo dei costi possibili (*massima efficienza produttiva*) e viene venduta al minimo prezzo possibile (*massima efficienza allocativa*).

Nessuna impresa ha incentivi ad allontanarsi dal prezzo di equilibrio autonomamente:

- aumento di prezzo: è ovvio che nessuna impresa aumenterà il proprio prezzo, dato che i concorrenti continuano a praticare il prezzo di mercato, perché perderebbe la propria quota di domanda;
- diminuzione di prezzo: nessuna impresa trova razionale ridurre il proprio prezzo, quando il prezzo di mercato continua a essere praticato dai concorrenti, anche se questa strategia porterebbe l'intera domanda a riversarsi su di essa. Infatti, nel breve periodo, l'impresa è sempre vincolata da una capacità produttiva limitata, come espresso dall'andamento crescente dei costi marginali: l'impresa non sarà in alcun modo in grado di aumentare la quantità prodotta, perché produrre unità aggiuntive comporta costi incrementali crescenti che non verrebbero, in questo modo, coperti dal ridotto costo medio. I profitti dunque si ridurrebbero perché la riduzione del margine prezzo-costi non sarebbe accompagnata da un aumento delle quantità.

In altri termini, nessun singolo produttore trova razionale praticare prezzi diversi dal prezzo di equilibrio. Le imprese, dunque, ricevono il prezzo dal mercato e non lo determinano: alcune avranno profitti e altre perderanno. Inoltre il prezzo copre appena i costi marginali dell'ultima unità di prodotto. In concorrenza perfetta, le imprese pertanto non godono di potere di mercato (vedere nel seguito).

Si definisce *potenzialmente concorrenziale* (o *contendibile*) un mercato nel quale imprese provenienti da altri settori o da altri mercati geografici sono facilmente in grado di entrare per sfruttare le opportunità di profitto dovute a prezzi elevati.

Le imprese sono consapevoli che prezzi superiori ai costi medi, e dunque la presenza di profitti, agiscono come segnali nei confronti degli investitori.

Se l'impresa è price-taker, l'eventuale consapevolezza delle imprese non ha conseguenze, perché il prezzo viene formato dal mercato: nuove imprese entreranno e le imprese presenti subiranno una riduzione progressiva del prezzo.

Se invece si assume che il mercato sia controllato da un'impresa monopolista o dominante, o da un cartello di imprese, le imprese presenti hanno capacità e incentivi ad aumentare il prezzo oltre i livelli di equilibrio di concorrenza perfetta:

- sanno che i consumatori o i clienti industriali, non potranno difendersi perché non hanno alternative praticabili nel breve periodo;
- sanno che la riduzione nel numero di clienti o nei volumi produttivi (proporzionalmente all'elasticità della domanda al prezzo) potrà essere compensata da un aumento del margine di profitto unitario, dato dalla differenza tra prezzi e costi medi (mark-up).

L'esercizio del potere di mercato, in un mercato non perfettamente concorrenziale può essere arginato con il permanere dell'ipotesi di assenza di barriere all'ingresso e all'uscita. La minaccia di ingresso da parte delle imprese potenziali entranti, rappresenta un efficace deterrente: un aumento, anche temporaneo, dei profitti si tradurrebbe in un ingresso da parte di imprese con prezzi inferiori.

Ma perché la minaccia di ingresso sia credibile, non vi devono essere costi di uscita: non vi devono essere barriere all'uscita associate a investimenti irrecuperabili, così che i potenziali entranti, in caso di aumento dei prezzi, possano attuare un comportamento hit-and-run, entrando e, al tempo stesso, riuscendo a restare nel mercato, solo fintanto che l'impresa storica non riduce i propri prezzi.

Si definisce *monopolio naturale* un'attività industriale nella quale i costi di impresa sono subadditivi (condizione necessaria e sufficiente): la produzione concentrata in un'unica impresa presenta costi totali⁴ inferiori ai costi totali che l'intera industria sperimenterebbe nel caso in cui l'offerta fosse realizzata da più imprese [4].

Se Q è la quantità totale di prodotto offerta nel settore (in caso di settore multi-prodotto, Q è un vettore delle quantità dei singoli prodotti), si ha monopolio naturale se:

$$CT(Q) < \sum_{i=1}^n CT(q_i), \quad \sum_{i=1}^n q_i = Q, \quad \forall n \geq 2$$

In questa formulazione è importante sottolineare che vi è monopolio naturale se e solo se i costi totali risultano inferiori, qualsiasi sia la suddivisione della quantità totale tra più imprese: tra 2 o più imprese o tra imprese di dimensioni uguali o diverse. Nel caso multi-prodotto, la formula deve valere per suddivisioni sia tra imprese specializzate, sia tra imprese diversificate.

Si consideri il caso di un settore mono-prodotto, più rilevante per l'industria dell'energia elettrica. Condizione sufficiente per la subaddittività dei costi è che Q , quantità richiesta dal mercato, non sia un livello dimensionale caratterizzato da diseconomie di scala, ovvero che i costi medi⁵ siano decrescenti:

$$\frac{\partial AC(Q)}{\partial Q} < 0$$

La concorrenza fra imprese costituisce un meccanismo virtuoso in molti settori industriali. In tali settori, le scelte operate autonomamente dalle singole imprese in un regime di concorrenza risultano al tempo stesso:

- ottime da un punto di vista privato, ovvero permettono di perseguire la massimizzazione del proprio profitto;
- ottime da un punto di vista pubblico, ovvero permettono alla collettività di disporre di beni e servizi al minor prezzo possibile e con la migliore qualità.

⁴ La funzione di costo totale può essere specificata distinguendo una componente costante (costi fissi), comprendenti i costi di set-up (e nel breve periodo anche i costi fissi propriamente intesi), e una componente variabile, funzione della quantità.

⁵ Includono sia i costi fissi (nel breve periodo tutti i costi delle risorse fisse e di set-up, nel lungo periodo solo di queste ultime) sia quelli variabili. I costi medi o unitari, AC (average costs), sono definiti come il rapporto tra costi totali e quantità, al variare della quantità: $AC = AC(q) = CT(q)/q$.

Come anticipato, il grado di concentrazione e l'importanza delle barriere all'ingresso possono ridurre la forza della competizione, ma anche in questo caso si ritiene preferibile mantenere un regime di mercato concorrenziale non regolamentato.

Invece, determinate attività dell'industria elettrica o del gas hanno costituito, e nella maggior parte dei casi ancora oggi costituiscono, un'eccezione a tale regola dell'economia. In caso di monopolio naturale, infatti, la concorrenza non appare come desiderabile, perché richiederebbe un aumento dei costi (come ad esempio duplicare le infrastrutture di rete).

Il monopolio è un "male minore": viene pertanto protetto con specifiche disposizioni di legge. Al tempo stesso, se mancassero ulteriori interventi da parte dell'autorità pubblica, l'impresa monopolista si troverebbe a disporre e a esercitare potere di mercato, con inefficienze inaccettabili per la collettività, soprattutto per prodotti essenziali come quelli in discussione. La scelta operata nella maggioranza dei paesi è la *regolamentazione del monopolio*.

Un'impresa che non ha concorrenti nel mercato non sarà price-taker, ma sarà price-maker: la scelta del prezzo equivale a scegliere la quantità di output da produrre e vendere.

Si consideri la quantità da produrre q come variabile decisionale, l'obiettivo è la massimizzazione del profitto Π , ottenuto eguagliando ricavo marginale e costo marginale⁶:

$$\Pi = RT(q) - CT(q) = p(q) \cdot q - CT(q)$$

$$\max \Pi \rightarrow RM = MC$$

e quindi:

$$RM = \frac{\partial RT}{\partial q} = q \cdot \frac{\partial p(q)}{\partial q} + p = MC \rightarrow MC = p \cdot \left[1 + \frac{q}{p} \cdot \frac{\partial p}{\partial q} \right]$$

Ipotizzando una curva di domanda lineare, la cui funzione è $p = a - b \cdot q$, il ricavo totale e il ricavo marginale si calcolano, rispettivamente, come:

$$RT = p \cdot q = a \cdot q - b \cdot q^2 \rightarrow RM = a - 2 \cdot b \cdot q$$

Se i costi totali sono espressi da $CT = F + c \cdot q^2$, il costo marginale è esprimibile come:

$$MC = 2 \cdot c \cdot q$$

Uguagliando le due espressioni per massimizzare il profitto, si ottiene:

$$RM = MC \rightarrow q^* = \frac{a}{2 \cdot (b+c)} \rightarrow p^* = a - \frac{a \cdot b}{2 \cdot (b+c)} \rightarrow \Pi^* = RT^* - CT^* = p^* \cdot q^* - F - c \cdot q^{*2}$$

Nella figura 1.1 si mostra come in concorrenza perfetta i profitti siano nulli e il surplus dei

⁶ Il costo marginale è il costo che l'impresa sostiene per produrre un'unità aggiuntiva di prodotto; si tratta dunque dell'incremento nei costi totali dovuto alla scelta di produrre un'unità in più.

I costi marginali, MC (marginal costs), sono definibili come la variazione incrementale o la derivata dei costi totali (ovvero, dei costi variabili):

$$MC = MC(q) = CT(q+1) - CT(q) = \frac{\partial CT(q)}{\partial q} = \frac{\partial CV(q)}{\partial q}$$

Per ridurre l'inefficienza allocativa del sistema, occorre aumentare il benessere dei consumatori/clienti di ciascun settore. Un punto centrale dell'analisi del mercato in termini di efficienza consiste nella considerazione che il potere di mercato delle imprese rappresenta un impedimento alla riduzione dell'inefficienza allocativa.

La figura 1.3 confronta il benessere dei consumatori e il benessere collettivo in concorrenza perfetta (breve periodo) e nel caso di esercizio del potere di mercato da parte di una o più imprese del settore.

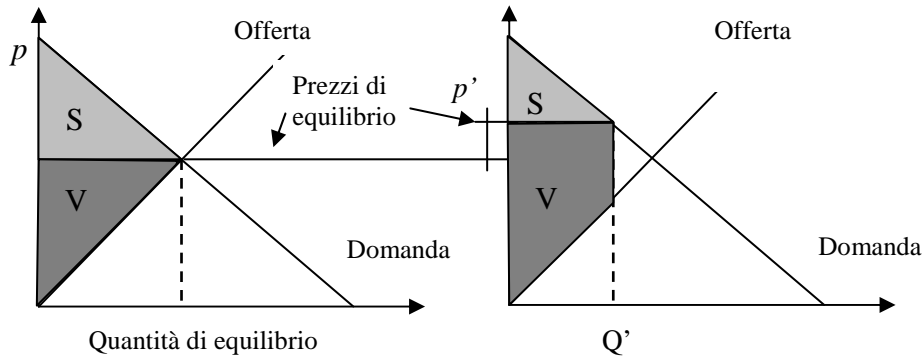


Figura 1.3 - Efficienza allocativa e benessere collettivo: concorrenza perfetta e potere di mercato

L'esercizio di potere di mercato riduce l'efficienza allocativa caratteristica di un mercato in concorrenza perfetta: si riduce la quantità prodotta e scambiata. Consumatori e clienti con disponibilità a pagare compatibile con la struttura dell'offerta, non riescono ad accedere al prodotto. Inoltre, con l'esercizio del potere di mercato, il benessere collettivo diminuisce: il benessere delle imprese, V_h , aumenta ma non compensa la diminuzione del benessere dei consumatori/clienti.

Si definisce *efficienza tecnica o produttiva* dell'intero sistema economico, la capacità di soddisfare i bisogni dei consumatori/clienti, ovvero di permettere la produzione e lo scambio di una determinata quantità e varietà di prodotti, con la minima quantità di risorse.

In regime di concorrenza perfetta di lungo periodo si realizza efficienza produttiva, perché una determinata quantità di prodotto viene prodotta con la minima quantità di risorse, ovvero con costi minimi: tutte le imprese adottano la struttura di costo tecnicamente più efficiente e le imprese attive sono quelle che presentano i costi minori.

Ridurre l'inefficienza produttiva in un settore significa liberare risorse impegnate per soddisfare i clienti/consumatori del settore – senza compromettere i bisogni fino a quel momento soddisfatti – ed impiegarle per usi alternativi.

In concorrenza perfetta si ha la massima efficienza produttiva, la massima efficienza allocativa (massima quantità del prodotto scambiata) e il benessere collettivo massimo (perdita secca nulla).

In caso di esercizio di potere di mercato la situazione cambia. Si riduce l'efficienza allocativa caratteristica di un mercato in concorrenza perfetta: si riduce la quantità prodotta e scambiata, e consumatori, con disponibilità a pagare compatibile con la struttura dell'offerta, non riescono ad accedere al prodotto. Inoltre il benessere collettivo diminuisce: il benessere delle imprese aumenta ma non compensa la diminuzione del benessere dei consumatori.

1.2. Le teorie classiche sul mercato oligopolistico

Solitamente le imprese controllano delle variabili chiave per conseguire i loro obiettivi di mercato: possono, ad esempio, modificare la quantità prodotta di un determinato bene oppure il prezzo di vendita.

Naturalmente l'impresa può formulare moltissime ipotesi riguardo a come reagiranno le concorrenti alle sue decisioni: potrebbe ritenere che le rivali mantengano inalterato il prezzo dei loro prodotti, oppure che non modifichino il livello di produzione, ma non solo.

In un regime oligopolistico sono presenti poche grandi imprese in grado di produrre la maggior parte dell'output di mercato e spesso sono presenti barriere all'entrata di nuove imprese, di natura tecnologica oppure strategica.

La caratteristica peculiare dell'oligopolio, che lo differenzia da tutte le altre forme di mercato, è costituita dal comportamento strategico delle imprese presenti: le decisioni di ciascuna impresa oligopolistica, in merito al prezzo da imporre o alla quantità da produrre, dipendono dal comportamento di tutte le altre imprese oligopolistiche presenti sul mercato.

Non ha più senso parlare di decisione ottima, in quanto il risultato ottenuto da ogni decisore dipende anche dalle scelte degli altri. Si preferisce, dunque, parlare di punto di equilibrio, intendendo con ciò l'insieme di scelte (una per ogni giocatore) da cui nessun giocatore ha individualmente interesse a spostarsi.

Nel caso particolare oggetto del nostro studio, i giocatori sono le società di produzione, che formulano offerte di vendita di energia (in termini di coppie quantità-prezzo) nella borsa. Il gioco consiste nella massimizzazione dell'utile, perseguita a turno da ciascuna società. Nel caso in cui, a seguito di un certo numero di iterazioni del gioco, corrispondente a un certo numero di sessioni della borsa dell'energia, si pervenga a una situazione di equilibrio, in tali condizioni l'offerta presentata da ciascuna società sarà quella che permette di conseguire il massimo utile, compatibilmente con le condizioni di mercato (comportamento dei competitori, prezzi dei combustibili, ecc). In altri termini, in tali condizioni le offerte presentate da ciascuna GenCo saranno quelle ottime.

Nel caso in cui le GenCo siano tutte di dimensioni comparabili e il modello non riceva feedback dal mercato dell'energia reale, non è corretta nemmeno l'assunzione, fatta da alcuni metodi, che la curva di offerta aggregata dei competitori sia nota preventivamente alla decisione della mossa da compiere da parte della società di riferimento. Infatti, supporre nota la curva di offerta aggregata dei competitori, presuppone che le strategie da essi perseguite siano indipendenti dalle mosse compiute dalla GenCo sotto studio oppure prevedibili a priori. Ciò è possibile, ad esempio, se i competitori sono di dimensione troppo piccola per condizionare il mercato e adottano, di conseguenza, una strategia da price taker (considerano il prezzo come dato e stabiliscono la quantità da produrre in modo tale che il costo marginale di produzione sia uguale al prezzo di mercato). In caso contrario, ben difficilmente una previsione a tavolino potrà catturare la complessità di fattori che influenzano di volta in volta le scelte strategiche dei competitori. Pertanto, nel caso in cui le dimensioni dei soggetti del mercato sono comparabili tra di loro è opportuno considerarli tutti come soggetti attivi del gioco.

La teoria dei giochi, risalente al 1944 e introdotta da Von Neumann e Morgenstern, è una branca della ricerca operativa che si occupa di modelli matematici all'interno dei processi decisionali, considerando i giochi come sistemi decisionali caratterizzati da un'interazione strategica presente tra le imprese in un determinato settore [5, 6, 7].

E' utile quindi ad analizzare situazioni di tipo economico in cui si verifica un'interazione tra soggetti, ciascuno dei quali persegue una propria strategia, modificando le proprie variabili

strategiche in modo tale da massimizzare una propria funzione di beneficio, sulla base di un'informazione, in generale parziale, sulle strategie e le opzioni degli altri giocatori. La mossa compiuta da ciascun giocatore genera un feedback sul comportamento degli altri giocatori. In generale, dopo un certo numero di mosse di tutti i giocatori, si può verificare che si tenda ad una situazione stabile (*equilibrio di Nash*) nella quale nessun giocatore ha più convenienza a modificare le proprie strategie.

I modelli strategici più recenti permettono di implementare una notevole quantità di variabili (ad esempio il comportamento dei singoli produttori, le regole del mercato, il modello dei vincoli di rete) consentendo così di giungere ad un modello sempre più specifico e vicino al caso reale.

Dunque, la teoria dei giochi si occupa di processi decisionali a molti decisori, molti obiettivi (uno per ciascun decisore) e informazione completa o incompleta.

Un mercato per cui ogni partecipante agisce in modo indipendente rispetto agli altri, e non sono presenti coalizioni tra i giocatori, può essere descritto come un gioco non cooperativo. John Nash dimostrò che un gioco non cooperativo finito ha sempre, come minimo, un punto di equilibrio per cui la strategia di ogni giocatore è ottimale contro quella dei suoi rivali. In questo punto ogni giocatore non può aumentare il proprio profitto modificando la sua strategia unilateralmente. Il profilo di strategie per cui, ognuna, è una risposta ottima a quella degli altri, è definito Equilibrio di Nash. Nel modello di equilibrio di mercato basato sulle offerte, un equilibrio di Nash risulta se nessun partecipante al mercato ha un incentivo a modificare unilateralmente la propria offerta.

Tale punto di equilibrio può essere definito come un insieme di prezzi nei diversi nodi della rete, oppure come i profitti dei produttori, il benessere sociale, la quantità prodotta oppure il carico in ogni nodo.

L'equilibrio di Nash è una previsione dell'esito del gioco, nel senso che se tutti i partecipanti sono in grado di prevedere un particolare equilibrio di Nash che si manifesterà, allora nessun giocatore avrà incentivo a modificare la propria strategia: ciò avviene solamente se tutti i giocatori prevedono un particolare punto di equilibrio di Nash, ipotizzando che anche i rivali prevedano lo stesso.

In alcuni giochi, come nei mercati in cui la curva di offerta interseca la curva di domanda più di una volta, potrebbero esistere diversi equilibri di Nash. In questo caso, l'assunzione che l'esito del gioco sarà un equilibrio di Nash, fa affidamento sul processo che condurrà tutti i giocatori allo stesso punto di equilibrio.

Nell'equilibrio raggiunto in concorrenza perfetta, il prezzo risulta fissato al prezzo marginale e il costo dell'impianto marginale, chiamato alla produzione, non rientra nelle variabili da considerare.

Nel caso opposto, in cui esiste un unico produttore e un'unica funzione di offerta, il prezzo di equilibrio è legato al price cap imposto e al costo dell'impianto marginale più costoso: l'aumento dei prezzi e la produzione dalle unità marginali sarà legato alla presenza di questo impianto.

I modelli di gioco si possono classificare in:

- *Modelli statici* (o one step games [8]) nei quali si impone che le aziende non conoscano le strategie dei competitori e non possano variare le proprie scelte in risposta all'offerta fatta dai concorrenti, come ad esempio i modelli di Cournot e Bertrand;

- *Modelli dinamici* (o two step games [6]) in cui ogni partecipante ha la possibilità di osservare le azioni altrui e di reagire di conseguenza nella fase successiva, come ad esempio i modelli di Stackelberg, Leadership di prezzo, SFE (Supply Function Equilibria) e CSF (Conjectured Supply Function).

1.2.1. Il modello di Cournot

Nel modello di Cournot [9] ogni impresa assume che le concorrenti continuino a produrre lo stesso livello di output: l'idea venne formulata nel 1838 dall'economista francese Auguste Cournot e applicata a due imprese che vendevano acqua minerale.

Quando in un mercato oligopolistico sono presenti solo due imprese si ha un duopolio, e i risultati del modello possono poi essere generalizzati al caso di più imprese.

L'ipotesi principale del modello è che ogni impresa consideri costante la quantità prodotta dalla concorrente, indipendente dalle sue decisioni di produzione. Nonostante questa limitazione, il comportamento di ogni impresa riesce ad influenzare le decisioni dell'altra.

Sulla base di tale ipotesi, ciascun duopolista calcola la quantità da produrre per massimizzare i propri profitti individuali.

Nelle implementazioni usuali del gioco di Cournot, applicate al mercato elettrico, non si considera tutta una serie di vincoli tecnici, per esempio minimi e massimi di potenze termiche e sulle riserve idriche e vincoli di startup e shutdown, che invece nella pratica rivestono una grande importanza.

Si consideri una funzione di domanda di mercato lineare, in cui l'offerta è fatta da due imprese, 1 e 2:

$$p = a - b \cdot (y_1 + y_2)$$

dove a e b sono due parametri positivi e y_1 e y_2 sono le quantità prodotte dalle due imprese.

Poiché l'impresa 1 assume che l'impresa 2 non modifichi la quantità prodotta y_2 , la domanda per il bene offerto dall'impresa 1 sarà:

$$p_1 = (a - b \cdot y_2) - b \cdot y_1$$

La curva di domanda viene quindi ottenuta sottraendo $b \cdot y_2$ dall'intercetta orizzontale della curva di domanda di mercato. Le prime y_2 unità del bene sono offerte dall'impresa 2, mentre l'impresa 1 fronteggia la domanda rimanente. Deducendo la quantità fissa dell'impresa rivale 2, dalla quantità totale indicata dalla funzione di domanda di mercato per ciascun prezzo, l'impresa 1 può innanzi tutto ricavare la propria ipotizzata funzione di domanda. Tale funzione di domanda individuale, data la quantità che 1 congettura sarà prodotta da 2, è chiamata *funzione di domanda residuale* (che

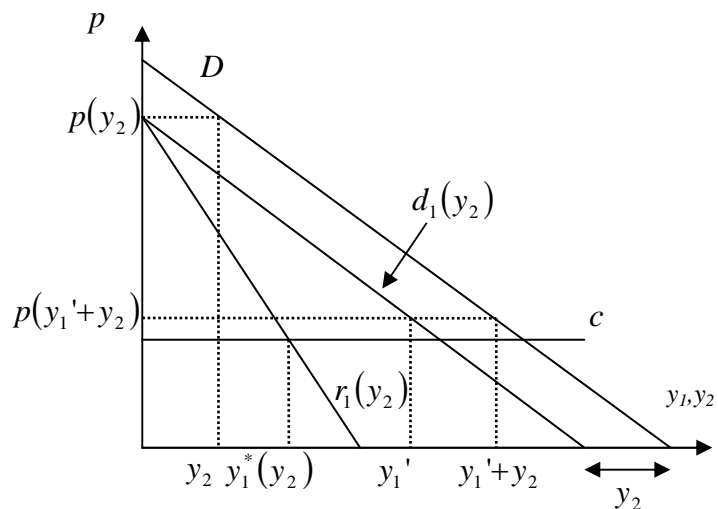


Figura 1.4 - La scelta ottimale dell'impresa 1

descrive la quantità ottima di output offerto da ciascun duopolista in funzione della quantità di output offerto dall'altro).

Come si evince dalla figura 1.4, se l'impresa 1 decide di non produrre affatto, il prezzo è dato da $p(y_2)$. Se l'impresa 1 invece produce una quantità positiva, y_1' , il prezzo è dato da $p(y_1'+y_2)$. Più in generale, qualunque sia la quantità che l'impresa 1 può decidere di produrre, il prezzo è dato dalla curva $d_1(y_2)$. La curva $d_1(y_2)$ è chiamata la *curva di domanda residua* per l'impresa 1: essa esprime la relazione tra la quantità prodotta dall'impresa 1 ed il prezzo per un dato valore di y_2 .

Avendo determinato la domanda residua per l'impresa 1, il calcolo della scelta ottimale per l'impresa 1 è a questo punto analogo a quello in condizioni di monopolio. Fondamentalmente occorre determinare il punto in cui il costo marginale uguaglia il ricavo marginale.

Il costo marginale è per ipotesi costante e uguale a c . Il ricavo marginale è una curva che ha la stessa intercetta verticale di $d_1(y_2)$ e pendenza doppia rispetto a quest'ultima. Il punto nel quale le due curve si incontrano corrisponde alla quantità $y_1^*(y_2)$.

Si noti che la scelta ottimale per l'impresa 1, $y_1^*(y_2)$, dipende dalle sue congetture su ciò che sta facendo l'impresa 2. Per trovare un equilibrio, si deve calcolare la scelta ottimale dell'impresa 1 per ogni possibile valore di y_2 .

Se $y_2 = 0$, la domanda residua per l'impresa 1 coincide, in effetti, con l'intera domanda di mercato: $y_1(0) = D$. La soluzione ottimale, non sorprendentemente, è che l'impresa 1 scelga la quantità di monopolio: $y_1^*(0) = y_m$.

Se l'impresa 2 dovesse scegliere una quantità corrispondente all'output di concorrenza perfetta, cioè se $y_2 = y_c$, dove y_c è tale che $p(y_c) = c$, allora la risposta ottimale dell'impresa 1 sarebbe di non produrre niente: $y_1^*(y_c) = 0$.

La figura 1.5 rappresenta graficamente le considerazioni appena fatte. In effetti, questo è il punto in corrispondenza del quale il costo marginale interseca la curva del ricavo marginale corrispondente a $d_1(y_c)$.

Poiché sono noti due punti di questa retta, è possibile disegnare l'intera retta $y_1^*(y_2)$, così come è stato fatto nella figura 1.6: si noti che gli assi cartesiani sono ora diversi rispetto alle figure precedenti. Sull'asse orizzontale si continua a misurare la quantità, e in particolare la quantità dell'impresa 2, mentre sull'asse verticale non si misura più il prezzo, ma la quantità dell'impresa 1.

La funzione $y_1^*(y_2)$, funzione di reazione dell'impresa 1, esprime la scelta ottimale dell'impresa 1 per ogni possibile scelta dell'impresa 2 o, da un altro punto di vista, la scelta ottimale per l'impresa 1 date le sue congetture sul comportamento del suo concorrente.

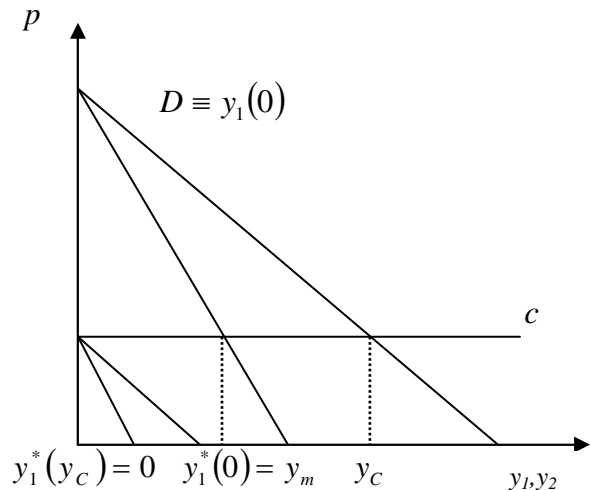


Figura 1.5 - I due casi estremi

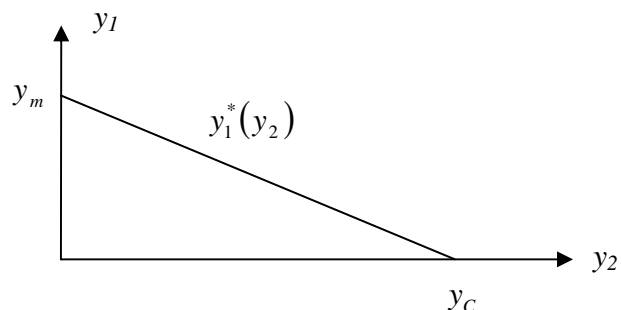


Figura 1.6 - Funzione di reazione nell'oligopolio di Cournot

L'impresa 1 dovrà quindi massimizzare il proprio profitto. Ipotizzando un costo di produzione costante per unità di prodotto pari a c , la funzione del profitto dell'impresa 1 è data da:

$$\pi_1 = [a - b \cdot (y_1 + y_2)] \cdot y_1 - c \cdot y_1$$

Ciò che interessa all'impresa 1 è il punto di massimo della funzione, dato il livello di y_2 . Per massimizzare il profitto, l'impresa dovrà trovare il livello di produzione tale per cui:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial y_1} = 0 = a - 2 \cdot b \cdot y_1 - b \cdot \bar{y}_2 - c \rightarrow c = a - 2 \cdot b \cdot y_1 - b \cdot \bar{y}_2$$

in quanto, per una funzione strettamente concava (come la funzione di profitto, rispetto a y_1 per ogni livello di y_2 dato) il punto di massimo si trova uguagliando a zero la derivata prima. In termini economici ciò significa eguagliare i ricavi marginali ai costi marginali.

Tuttavia, nessun duopolista congettura correttamente la quantità che il rivale produrrà. Infatti, l'impresa 2 generalmente non mantiene l'output costante, ma a sua volta produce la quantità che massimizza i suoi profitti, sulla base dell'ipotesi che l'impresa 1 produca un output fisso.

Di conseguenza, la coppia di output realizzata, in generale non dura, ossia non è fissa: ogni duopolista, quando scopre la quantità effettivamente realizzata dal rivale, adegua le proprie aspettative a tale quantità, mantenendo l'ipotesi che essa resterà fissa.

Solo quando entrambi, adattando il proprio output al simultaneo output dell'altro, raggiungono l'output di equilibrio, allora l'ipotesi che essi fanno sull'altro è "quasi corretta". Infatti, è diventato vero che l'altro continua a produrre una quantità fissa, anche se la ragione non è nel fatto che segue una politica di output fisso, indipendentemente dall'output del rivale.

L'impresa 1 tratta y_2 come costante. La funzione di domanda vista dall'impresa 1 sulla base di questa ipotesi è:

$$p = a - b \cdot (y_1 + \bar{y}_2)$$

e il suo ricavo:

$$p \cdot y_1 = a \cdot y_1 - b \cdot y_1^2 - b \cdot \bar{y}_2 \cdot y_1$$

La condizione di massimizzazione dei profitti per l'impresa 1 è l'uguaglianza tra ricavo marginale (MR) e costo marginale (MC), che si è supposto uguale a c :

$$MR = MC \rightarrow a - 2 \cdot b \cdot y_1 - b \cdot \bar{y}_2 = c$$

La funzione di reazione dell'impresa 1 sarà quindi:

$$y_1 = \frac{a - c}{2 \cdot b} - \frac{1}{2} \cdot \bar{y}_2$$

indicata anche come:

$$y_1 = R_1(y_2)$$

Per analogia si deduce la funzione di reazione dell'impresa 2:

$$y_2 = \frac{a-c}{2 \cdot b} - \frac{1}{2} \cdot \bar{y}_1 \rightarrow y_2 = R_2(y_1)$$

E' possibile ora rappresentare geometricamente le funzioni di reazione, assumendo che la funzione di domanda sia lineare e che i produttori abbiano costi marginali costanti e dello stesso $y_1^e = (a-c)/3b$ livello.

Sull'ascissa si misura l'output di 1 subordinato a quello di 2.

Si chiama $R_2(y_1)$ la curva che esprime l'output di 2 in funzione di quello di 1 e $R_1(y_2)$ la curva

che esprime l'output di 1 in funzione dell'output di 2: entrambe sono chiamate *funzioni di risposta ottima o di reazione* (o luogo delle risposte ottime).

Entrambe le funzioni declinano in modo monotono come indicato nella figura 1.7. Infatti, più uno produce, meno produrrà l'altro, perché quest'ultimo ipotizza che la propria funzione di domanda individuale sia collocata più a sinistra.

Le funzioni di reazione sono lineari, se si ipotizza, come è stato fatto, funzioni di domanda lineari e costi marginali costanti. Di conseguenza il punto di equilibrio stabile è l'unico punto di intersezione. Inoltre gli output individuali degli oligopolisti, date le identiche funzioni di costo, sono uguali.

Il livello di output scelto dall'impresa 1 diminuisce all'aumentare del costo di produzione e all'aumentare della pendenza della funzione di domanda, mentre aumenta all'aumentare del prezzo che i consumatori sono disposti a pagare la prima unità immessa sul mercato.

Ad ogni azione di un'impresa corrisponde, quindi, una reazione dell'impresa concorrente che modifica il proprio livello di produzione scegliendo una quantità sulla sua funzione di reazione, in corrispondenza del livello di output della concorrente.

Il processo continua finché non si raggiunge un punto di equilibrio stabile in corrispondenza dell'intersezione delle due funzioni di reazione: in questo punto nessuna delle due imprese sarà incentivata a modificare il proprio livello di produzione per reagire alla scelta operata dall'altra impresa. I livelli di output in corrispondenza del punto di intersezione delle due funzioni di reazione definiscono un equilibrio di Nash.

Si ha equilibrio quando $y_2 = \bar{y}_2$ e $y_1 = \bar{y}_1$ (cioè le quantità di produzione del rivale che vengono congetture sono effettivamente quelle che si verificano, per entrambi i duopolisti). Quindi la funzione di reazione dell'impresa 2 è:

$$\bar{y}_2 = \frac{a-c}{2 \cdot b} - \frac{1}{2} \cdot \bar{y}_1$$

e sostituendo nella funzione di reazione dell'impresa 1:

$$y_1 = \frac{a-c}{2 \cdot b} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a-c}{2 \cdot b} - \frac{1}{2} \cdot \bar{y}_1 \right)$$

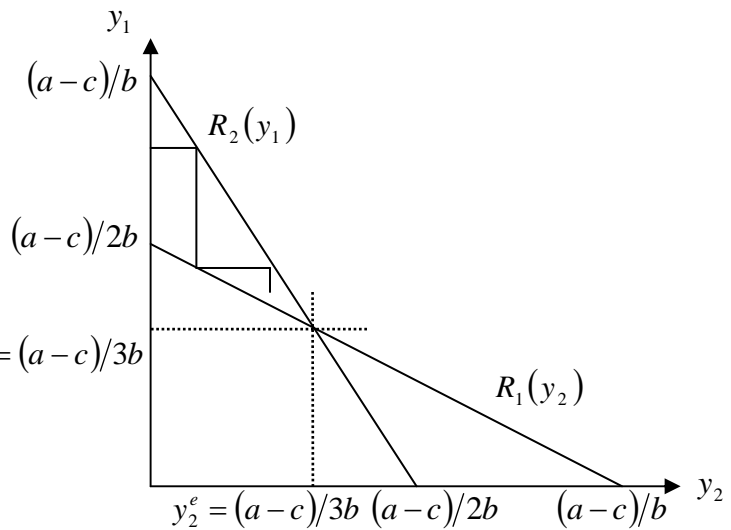


Figura 1.7 - Determinazione dell'equilibrio di Cournot

da cui risulta che in equilibrio ($y_1 = \bar{y}_1$) la quantità prodotta da 1 è:

$$y_1 = \frac{a - c}{3 \cdot b}$$

e sostituendo nella funzione di reazione dell'impresa 2, la quantità prodotta da 2 è:

$$y_2 = \frac{a - c}{3 \cdot b}$$

L'output totale, inteso come quantità totale dell'equilibrio di Nash-Cournot sarà:

$$y^{NC} = y_1 + y_2 = \frac{2 \cdot (a - c)}{3 \cdot b}$$

Si determina ora il profitto che ciascuna impresa realizzerà producendo la quantità appena determinata: per fare questo occorre prima determinare il prezzo di equilibrio.

Sostituendo y^{NC} all'interno della funzione di domanda di mercato si ottiene:

$$p^{NC} = a - b \cdot (y^{NC}) = \frac{a + 2 \cdot c}{3}$$

Il profitto dell'impresa 1 sarà dato da:

$$\pi_1^{NC} = [a - b \cdot (y^{NC})] \cdot y_1 - c \cdot y_1 = \frac{(a - c)^2}{9 \cdot b}$$

Analogamente, il profitto dell'impresa 2 sarà:

$$\pi_2^{NC} = [a - b \cdot (y^{NC})] \cdot y_2 - c \cdot y_2 = \frac{(a - c)^2}{9 \cdot b}$$

Tale profitto è inferiore a quello di monopolio, che vale:

$$\pi^M = \frac{(a - c)^2}{4 \cdot b}$$

1.2.2. Il modello di Bertrand

Secondo Bertrand [10] le imprese scelgono il livello dei prezzi dei loro prodotti e si confrontano su questa variabile. Nel modello si assume che ogni impresa fissi il proprio livello di prezzo, assumendo che il prezzo della concorrente rimanga costante e che ogni impresa abbia una capacità tale da coprire l'intera domanda. Le conclusioni che verranno raggiunte dal modello di Bertrand saranno differenti da quelle del modello di Cournot.

Il modello è importante a livello teorico ma produce risultati poco realistici se applicato al mercato elettrico.

Si assume che le due imprese abbiano le funzioni di domanda e di costo viste in precedenza nel modello di Cournot. Inizialmente l'impresa 1 fissa il livello di prezzo p_1^0 , a questo punto l'impresa 2 avrà tre alternative:

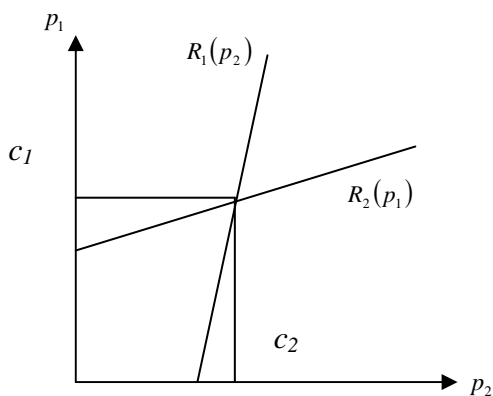
- fissare un livello di prezzo superiore a p_1^0 ;
- fissare un livello di prezzo pari a p_1^0 ;
- fissare un livello di prezzo marginalmente inferiore a p_1^0 ;

Nel primo caso l'impresa non avrà mercato, mentre nel terzo caso invece riuscirà ad appropriarsi di tutta la domanda. Nel caso intermedio le due imprese si divideranno equamente il mercato.

La terza alternativa rappresenta la migliore strategia per l'impresa 2: l'impresa realizzerà un profitto doppio rispetto al secondo caso.

Poiché le imprese sono identiche, la strategia ottimale per entrambe, sarà quella di scegliere un prezzo marginalmente inferiore a quello fissato dal concorrente.

A questo punto risulta chiaro che non potrà esistere un equilibrio se le imprese continueranno



a ridurre il loro prezzo per fissarlo ad un livello inferiore a quello del rivale. Tale processo continuerà finché il prezzo non raggiungerà il costo marginale c . Rappresentando le due funzioni di reazioni in figura 1.8, nessuna delle due imprese sarà incentivata a ridurre ulteriormente il prezzo al di sotto del costo marginale, in quanto non avrebbe nessun guadagno dalla vendita del proprio prodotto.

Figura 1.8 - Funzioni di reazione nell'oligopolio di Bertrand

Secondo le ipotesi alla base del modello di Bertrand, l'equilibrio ottenuto coincide con quello della concorrenza perfetta perché il prezzo di vendita coincide con il costo di produzione.

Ad un livello di prezzo pari al costo marginale ognuna delle due imprese servirà metà della domanda di mercato (figura 1.9).

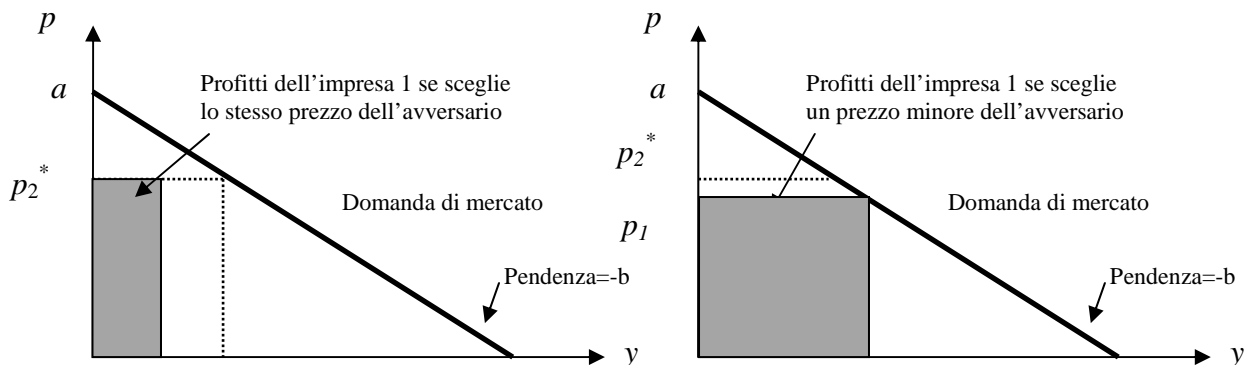


Figura 1.9 - Profitti dell'impresa 1 a seconda del prezzo scelto

Fin qui si tratta di un modello di mercato perfettamente competitivo, non applicabile ai mercati oligopolistici. Se, però, le società non sono in grado di soddisfare l'intero mercato, allora la porzione di mercato che non può essere soddisfatta dalla società a minimi costi marginali dovrà essere soddisfatta da competitori a prezzi marginali via via crescenti, fino al raggiungimento della domanda totale. Nel caso di un sistema borsistico a prezzo marginale, si

formerà un prezzo pari ai costi marginali dell'ultimo competitore più costoso chiamato in gioco.

Infatti, se il prezzo fosse pari al costo marginale, nessuna impresa avrebbe un guadagno (paradosso di Bertrand): se però si induce un limite di capacità in entrambe le aziende (violando però un'ipotesi iniziale) nessuna delle due potrà coprire interamente la domanda del mercato, e il prezzo si abbasserà fino a quello corrispondente al massimo della capacità produttiva, arrivando a un prezzo di equilibrio comunque maggiore del prezzo marginale.

Esiste anche il caso in cui le imprese praticano una *strategia di minaccia*, nella quale cioè un'azienda applica un prezzo superiore al costo marginale ma inferiore al prezzo di monopolio, fino a che non si accorge che l'altra azienda, nel periodo precedente, ha già praticato lo stesso prezzo.

Per applicare questa strategia, ciascuna azienda confronterà il profitto atteso, vendendo ad un prezzo p^* poco minore (conquistando così tutto il mercato), con il profitto ottenibile mantenendo costante il prezzo p (dividendo però il mercato con il concorrente). Se vale che, per i profitti, $\Pi(p) > \Pi(p^*)$, allora a entrambe converrà mantenere il livello di prezzi invariato.

Un'ultima considerazione riguarda il fatto che il prezzo sia pari al costo marginale: nella realtà, nel parco di generazione posseduto da un'azienda, sono presenti diverse tecnologie con costi d'impianto diversi. Per avere costi marginali uguali le imprese dovrebbero essere identiche, altrimenti ciò indurrebbe l'elemento diverso ad uscire dal mercato.

1.2.3. Il modello di Stackelberg

I modelli di Stackelberg e di Leadership di prezzo stanno tra loro nello stesso rapporto in cui stanno il modello di Cournot e quello di Bertrand: il primo fissa la quantità e lascia al mercato la determinazione del prezzo, mentre il secondo fissa il prezzo e lascia al mercato la determinazione della quantità.

Il modello rappresenta l'equivalente dinamico del modello di Cournot e si suppone che un'impresa sappia che la sua concorrente si comporti come un duopolista di Cournot.

Nel 1934, l'economista tedesco Heinrich von Stackelberg arrivò alla conclusione che un'impresa prenderebbe le proprie decisioni sulla quantità da produrre considerando il loro effetto sulle scelte della rivale: anticiperebbe quindi la concorrente nelle proprie scelte dando luogo a un ipotetico *gioco sequenziale*.

Riprendendo i dati del modello di Cournot, si suppone che l'impresa 1 sia a conoscenza del fatto che l'impresa 2 assuma costante il livello di produzione dell'impresa 1: quest'ultima adotterà una particolare strategia.

La funzione di reazione dell'impresa 2 è:

$$y_2 = R_2(y_1) = \frac{(a - c - b \cdot y_1)}{2 \cdot b}$$

Sapendo che l'impresa 2 utilizzerà questa funzione di reazione e che fisserà il proprio livello di produzione y_2 in funzione della produzione del concorrente, si può sostituire la funzione di reazione nell'equazione della curva di domanda di mercato ottenendo:

$$p = a - b \cdot (y_1 + R_2(y_1)) = \frac{a + c - b \cdot y_1}{2}$$

Data la funzione di domanda, il leader sceglierà la quantità da produrre in base all'obiettivo di massimizzare i profitti. Il suo ricavo totale sarà:

$$RT = \frac{a + c}{2} \cdot y_1 - \frac{b \cdot y_1^2}{2}$$

A questo punto è possibile ottenere la funzione del ricavo marginale MR_1 raddoppiando l'inclinazione della curva di domanda ($-b$).

Scegliendo poi il livello di produzione in corrispondenza dell'uguaglianza tra ricavo marginale e costo marginale, l'impresa 1 massimizzerà il profitto secondo l'uguaglianza:

$$MR_1 = \frac{a + c}{2} - b \cdot y_1 = c = MC_1$$

$$y_1^* = \frac{a - c}{2 \cdot b}$$

Questo è il livello ottimo di output per l'impresa 1 quando tiene conto che l'impresa 2 reagisce alle sue decisioni, sulla base della funzione di reazione $R_2(y_1)$.

Se, quindi, l'impresa 1 produce la quantità y_1^* , l'impresa 2 produce la quantità corrispondente sulla sua funzione di reazione, e cioè:

$$y_2^* = R_2(y_1^*) = \frac{(a + c - b \cdot y_1^*)}{2 \cdot b} = \frac{a - c}{4 \cdot b}$$

Poiché l'impresa 1 conduce il gioco, viene chiamata leader di Stackelberg, mentre l'impresa 2, che invece segue, viene chiamata follower.

Il modello leader-follower è sostanzialmente un gioco a due stadi, in cui nel primo stadio, il *leader* (impresa 1) sceglie la quantità da produrre che non potrà più essere variata nel secondo stadio, mentre nel secondo stadio, il *follower* (impresa 2) sceglie quanto produrre, dopo aver osservato la scelta fatta dal leader sulla base della propria funzione di reazione.

Dopo che entrambe le imprese hanno scelto la quantità da produrre, l'output totale viene venduto sul mercato e le imprese raccolgono i profitti. L'equilibrio corrisponde a produzione e profitti di 1 maggiori di quelli che avrà 2. L'offerta totale sarà pari a:

$$y^s = y_1 + y_2 = \frac{3 \cdot (a - c)}{4 \cdot b}$$

mentre il prezzo di equilibrio sarà:

$$p^s = a - b \cdot \frac{3 \cdot (a - c)}{4 \cdot b} = \frac{a + 3 \cdot c}{4}$$

Infine, si può calcolare anche il profitto realizzabile dalle due imprese. Il leader avrà profitti pari a $(p - c) \cdot y_1$, ossia:

$$\pi_1^s = \frac{(a-c)^2}{8 \cdot b}$$

Il follower avrà invece profitti pari a $(p-c) \cdot y_2$, ossia:

$$\pi_2^s = \frac{(a-c)^2}{16 \cdot b}$$

Chiaramente il follower, producendo la metà del leader con gli stessi costi, ha profitti dimezzati.

Rispetto al modello di Cournot, se l'impresa 1 ritenesse che la rivale producesse sempre il livello di output y_2^* , le converrebbe scegliere un livello di produzione inferiore, corrispondente a quello sulla funzione di reazione $R_1(y_2)$. Facendo così, infatti, massimizzerebbe il proprio profitto.

Ma così non è, in quanto l'impresa 1 sa che provocherebbe una reazione da parte dell'impresa 2: si

innesterebbe una spirale di reazioni che porterebbe l'impresa 1 a diminuire il livello di output per convergere verso il punto di intersezione delle due funzioni di reazione.

Per l'impresa 1 sarebbe sicuramente conveniente produrre un livello inferiore a y_1^* , se potesse impedire all'impresa 2 di variare la sua produzione. Tuttavia non è in grado di farlo e quindi le conviene continuare a produrre il livello y_1^* .

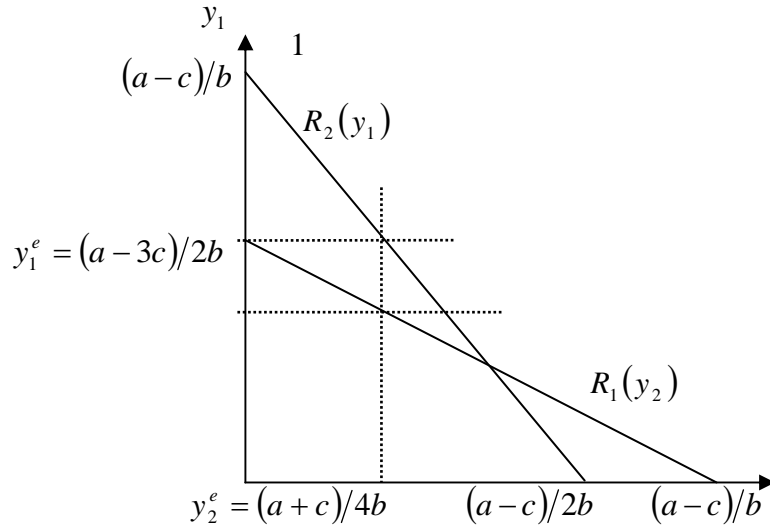


Figura 1.10 - Equilibrio nel modello di Stackelberg

1.2.4. Il modello di leadership di prezzo

Il modello rappresenta l'equivalente dinamico del modello di Bertrand. Considerando un mercato duopolistico, si suppone l'esistenza di un'azienda leader e un'azienda follower. L'azienda leader deciderà il prezzo ottimo e in un secondo momento l'azienda follower reagirà decidendo la quantità da produrre, in modo che il suo costo marginale di produzione coincida con il prezzo fissato in precedenza dal leader. Il leader riuscirà così a massimizzare il proprio profitto sapendo che il follower, in termini di capacità produttiva, offrirà il bene al costo marginale, corrispondente al prezzo di mercato.

1.3. Breve confronto tra i modelli classici

Nella figura 1.11 è rappresentato il risultato dei tre modelli dinamici, in modo da poter procedere a un raffronto anche con i casi classici di monopolio e di concorrenza perfetta. Per trovare la posizione dei tre equilibri sulla curva di domanda si deve far riferimento ai livelli di output individuati precedentemente.

La differenza fondamentale tra il modello di Cournot e il modello di Bertrand risiede nel fatto che, nel secondo modello, i profitti dei giocatori sono molto più sensibili alle strategie dei giocatori che nel primo modello. In particolare, nel modello di Bertrand, in una situazione con $p_1 = p_2 > c$, ognuno dei giocatori riuscirebbe (quasi) a raddoppiare le sue vendite (catturando anche la domanda dell'altro giocatore) al costo di una minima riduzione del proprio prezzo. Ed è proprio questa tentazione, di raddoppiare il proprio profitto con una piccola deviazione, che preclude la possibilità di un equilibrio nel quale i giocatori ottengono profitti positivi.

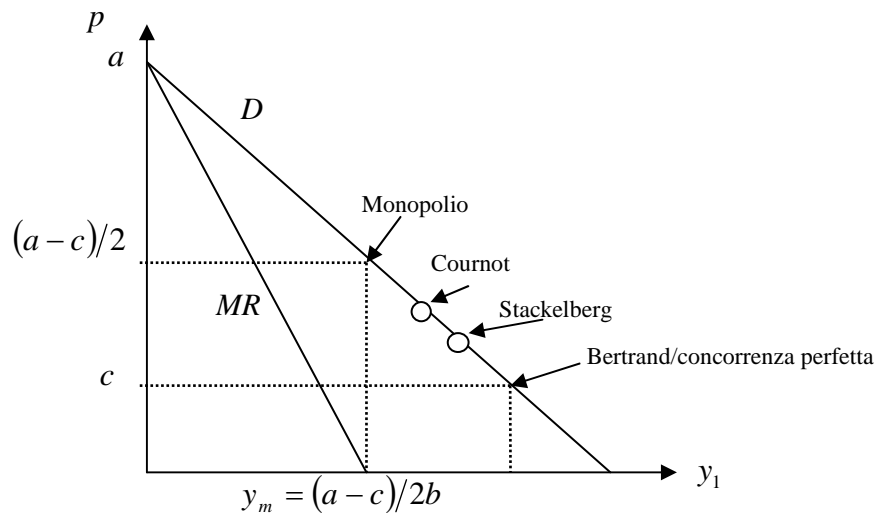


Figura 1.11 - Confronto tra gli equilibri nei modelli classici di oligopolio

Nel modello di Cournot i profitti variano invece in un modo più continuo con le strategie dei giocatori, perché un aumento della quantità da parte di un giocatore implica una riduzione del prezzo e, perciò, una (potenzialmente rilevante) perdita, in termini di ricavi ottenuti dalla vendita delle unità inframarginali.

Ciò significa che nel modello di Cournot i giocatori hanno meno da guadagnare da una possibile deviazione. Infatti, come si è dimostrato, esiste una combinazione di strategie (l'equilibrio di Cournot-Nash) tale che gli incentivi a deviare sono pari a zero, anche se entrambi i giocatori realizzano profitti positivi.

Quale dei due modelli sia più adatto, dipende dalle caratteristiche dei mercati che si intendono studiare. Utilizzare il modello di Bertrand è appropriato per un'industria la cui tecnologia permette alle imprese di modificare facilmente il loro output. Solo sotto questa condizione è ragionevole pensare che un'impresa possa tentare di catturare l'intera domanda di mercato offrendo un prezzo più basso delle altre imprese. Il modello di Cournot invece può essere considerato più realistico nel caso di un'industria nella quale è difficile, per le imprese, modificare i propri piani di produzione una volta che questi siano stati decisi.

1.4. Conjured supply function

Quest'ultimo metodo preso in considerazione differisce da tutti gli altri perché in queste funzioni vengono rappresentate le ipotesi che ciascuna azienda congetture su come le altre andranno a modificare la loro offerta in risposta alle variazioni di prezzo. Il gioco è basato sulla quantità di prodotto residuale in funzione del prezzo ed è molto più orientato allo studio del mercato dell'energia elettrica⁷.

Un risultato comune agli altri metodi è quello di confermare che spesso i limiti di trasmissione e le manovre strategiche dei produttori vanno a discapito del benessere sociale e di conseguenza del benessere dei consumatori.

La prima formulazione è attribuibile a C. J. Day e B. F. Hobbs, che lo rappresentarono come una generalizzazione del modello di Cournot dato che le aziende possono modificare le proprie offerte in risposta alle variazioni di prezzo. Gli stessi autori offrono una doppia formulazione del modello, una con curva di offerta a pendenza costante e l'altra con intercetta costante: la pendenza delle *Linear Conjectures* esprime il grado di competizione sul mercato [11].

Per evidenziare i vantaggi di questo metodo, rispetto al modello base del "game in quantity" [8, 2], inizialmente fu applicato al mercato di tipo pool inglese e scozzese.

Data la natura lineare delle curve considerate è molto semplice da applicare, ma presenta problemi nella modellizzazione delle strategie operate dalle aziende [11].

Per ogni elemento preso in considerazione (produttori, system operator, arbitrariato) si devono, infatti, ricavare le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker per la massimizzazione del profitto.

⁷ Generalmente, nei modelli di Teoria dei Giochi per mercato dell'energia elettrica si intende il solo Mercato del Giorno Prima. Gli altri mercati (mercato dell'aggiustamento, mercato della riserva, ecc.) coinvolgono volumi di scambio decisamente più ridotti e sono, pertanto, meno significativi dal punto di vista economico.

1.5. Bibliografia

- [1] Direttiva 96/92/CE del Parlamento Europeo e del Consiglio, 19 Dicembre 1996, concernente norme comuni per il mercato interno dell'energia elettrica.
- [2] Decreto Legislativo 16 Marzo 1999, no. 79, "*Attuazione della Direttiva 96/92/CE recante norme comuni per il mercato interno dell'energia elettrica*", pubblicato nella Gazzetta Ufficiale no. 75 del 31 Marzo 1999, www.gurite.it.
- [3] R. Lafferty, "*Demand Responsiveness in Electricity Markets*", Federal Energy Regulatory Commission, 2001.
- [4] R. Artoni, "*Lezioni di scienza delle finanze*", cap. 14, "Il monopolio naturale", Il Mulino, 2005.
- [5] A. Ardito, M. Benini, G. Migliavacca, "*Analisi dei requisiti e specifica di un software di simulazione atto ad indagare il comportamento strategico delle società di generazione in un contesto oligopolistico*", Rapporto CESI-RdS A2/012807, 2002, www.ricercadisistema.it.
- [6] G. Migliavacca, "*Analisi della letteratura sul tema della Teoria dei Giochi applicata alla modellizzazione dei mercati elettrici*", Rapporto CESI-RdS A4/504880, 2004, www.ricercadisistema.it.
- [7] M. Li Calzi, "*Un eponimo ricorrente: Nash e la Teoria dei Giochi*", intervento all'Assemblea UMI, 18 maggio 2002.
- [8] C. J. Day, B. F. Hobbs, Pang Jong-Shi, "*Oligopolistic competition in power network: a conjured supply function approach*", IEEE Transaction on Power System, vol. 17, no. 3, 2002.
- [9] A. Cournot, "*Recherche sur les principes mathématiques de la théorie de richesses*", 1838.
- [10] J. Bertrand, "*Théorie mathématique de la richesse sociale*", Journal des Savants, 48: 499-508, 1883.
- [11] Danish Energy Research Program, "*Modelling imperfect competition on the Nordic electricity market with Balmorel*", 2003, www.balmorel.com.
- [12] A. Garcia-Alcalde, M. Ventosa, M. Rivier, G. Realano, "*Fitting electricity market models. A conjectural variations approach*", Rapporto del 14° PSCC, Sevilla, 24-28, giugno 2002, session n. 12, paper no. 3, pag. 1-6.

Per tutte le considerazioni di carattere economico si faccia riferimento a:

S. Mariotti, "*Economia dei sistemi industriali*", Lezioni tenute presso Politecnico di Milano, 2008.

2. Il modello S.F.E.

Introduzione

I modelli di oligopolio classici sono abbastanza rigidi, infatti, per cercare l'equilibrio di mercato, presuppongono che le aziende partecipanti al mercato fissino un valore in termini di quantità (nel modello di Cournot) o di prezzo (nel modello di Bertrand).

Tali modelli, statici, non sono applicabili al mercato elettrico se si vogliono ottenere risultati plausibili: il modello di Cournot è fortemente influenzato dall'elasticità della domanda al prezzo, tanto che se fosse rigida il modello non riuscirebbe a trovare un punto di equilibrio, mentre quello di Bertrand produce un risultato paradossale, ovvero un punto di equilibrio vicino alla concorrenza perfetta.

Le Supply Function Equilibrium caratterizzano un modello più flessibile e adeguato al mercato elettrico, poiché riflettono le regole di offerta nei mercati, dove ogni azienda offre una quantità ad un certo prezzo, secondo il programma previsto per un certo lasso temporale, al gestore del mercato.

Inoltre, con le SFE, è possibile trattare i casi in cui la domanda sia completamente anelastica, mentre il modello di Cournot richiede che la domanda residua abbia un certo grado di elasticità (il prezzo previsto dipende dall'aver assunto un limite di competitività, e ciò non è attendibile) e il modello di Bertrand, pur non richiedendo una domanda elastica, determina l'equilibrio che si ottiene da un mercato concorrenziale con due partecipanti, senza limitazioni sulla capacità.

Per questi motivi il modello SFE è stato applicato a vari aspetti del mercato elettrico.

E' da tenere presente però, che, punti di equilibrio multipli o assenza di equilibrio, potrebbero esistere senza aver fatto delle ipotesi restrittive sul numero dei partecipanti, sulla natura dei costi di produzione o sulle funzioni di offerta.

2.1. Il modello Supply Function Equilibrium

Le Supply Functions (nel seguito SF) nascono dall'analisi approfondita delle funzioni di reazione trattate nel capitolo precedente. Dopo che un partecipante al mercato ha ipotizzato il comportamento degli altri, in termini di prezzo o di quantità, rimane il fatto che la domanda residua che ciascuna impresa deve soddisfare ha un certo grado di incertezza, derivante dal fatto che il partecipante al mercato deve decidere la propria strategia prima di conoscere l'effettiva realizzazione della curva di domanda.

La prima formalizzazione del modello viene descritta da [1] con domanda certa e nota, analizzando il caso di duopolio simmetrico. Le due imprese partecipanti al mercato presentano due funzioni di costo identiche, in funzione della quantità, $Q \rightarrow C(Q)$. La funzione di domanda è definita come $Q = D(p, \varepsilon)$, dove la variabile ε è scalare, casuale, strettamente positiva, e indica il grado di incertezza della domanda. Ogni ε assicura una curva di domanda unica.

Successivamente, implementando le condizioni che caratterizzano il mercato, è possibile ottenere una funzione che massimizza il profitto [2]. Per ogni curva di domanda residua definita dal parametro ε , si ricava quindi il *punto di dispacciamento ottimo che massimizza il*

profitto, rappresentato da coppie quantità-prezzo per il singolo produttore: unendo tutti questi punti si ricava la SF desiderata [3], come in figura 2.1.

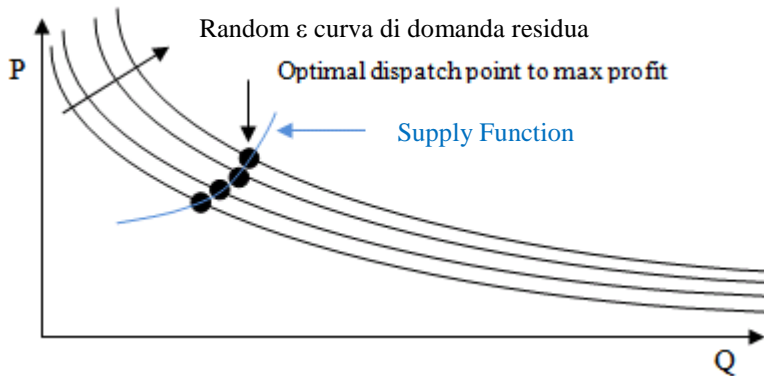


Figura 2.1 - Creazione della Supply Function

Le funzioni di offerta devono essere definite per ogni prezzo compreso nell'intervallo $[-\infty, +\infty]$. In più, affinché la SF sia realizzabile, si richiede che essa sia contenuta nell'intervallo $[-\infty, +\infty]$, anche se il limite inferiore implica una produzione negativa (ciò non accade nei mercati reali, ma è necessaria per semplificare la trattazione analitica).

I due autori hanno dimostrato che il prezzo e la quantità che si ottengono in questo modello sono limitati dai risultati di Cournot e Bertrand (figura 2.2): l'equilibrio di Cournot somiglia a una SF verticale, essendo lo scenario peggiore, mentre Bertrand somiglia a una curva di offerta orizzontale, e suggeriscono che il modello di Cournot potrebbe essere una migliore approssimazione nei mercati con curve di costo marginale ripide rispetto alla domanda, mentre mercati con costi marginali più piatti possono essere approssimati dalla concorrenza secondo Bertrand.

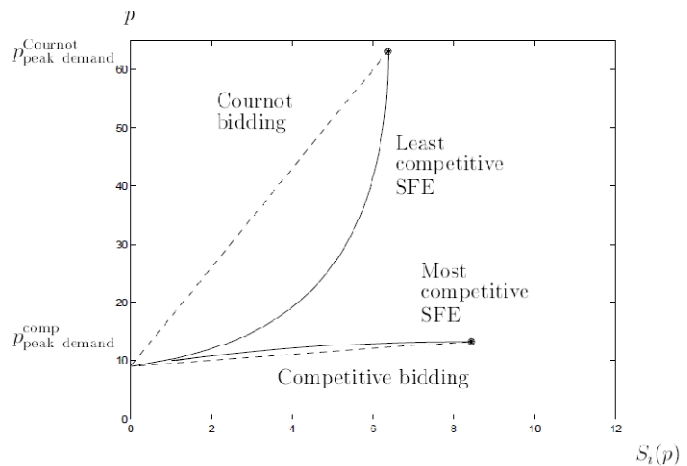


Figura 2.2 - Confronto tra le diverse modalità di offerta

L'idea di base del modello iniziale venne mantenuta anche nello studio del mercato inglese e gallese [4], ma fu introdotta una modifica sostanziale: la novità riguardò la sostituzione della variabile casuale ϵ , con la variabile tempo

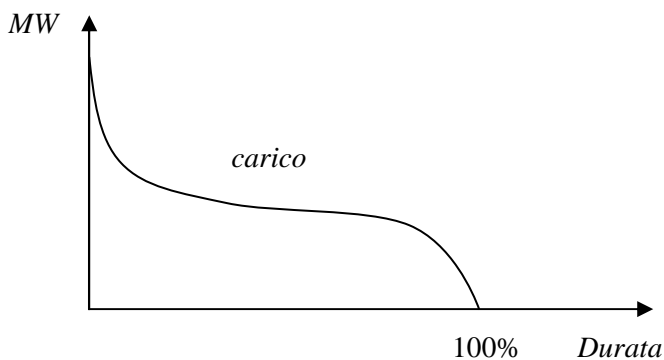


Figura 2.3 - Curva di durata di carico

t , e la conseguente trasformazione della curva di domanda in *curva di durata di carico*, conservando comunque l'incertezza iniziale della domanda [2, 3]. La domanda è quindi espressa come $Q = D(p, t)$ e può essere utilizzata dato il suo carattere monotono (se non vengono introdotti i limiti di trasmissione), rappresentata in figura 2.3.

Il modello produsse prezzi molto superiori ai prezzi osservati nella realtà, superiori ai costi marginali. L'intervallo di prezzi considerato fu $[0, +\infty]$, e di conseguenza la SF del generico produttore i , definita come $S_i: [0, \infty] \rightarrow [0, \infty]$.

I due autori affermarono che “*il mercato elettrico spot è probabilmente il miglior esempio di mercato modellizzabile mediante Supply Functions*”, I risultati teorici furono confermati dalle simulazioni del mercato britannico, le quali mostrarono che il potere di mercato poteva essere esercitato anche senza collusione.

Si consideri quindi una situazione di duopolio, in cui due produttori A e B scelgono le rispettive SF $S_A(p(t))$ e $S_B(p(t))$, in funzione del prezzo e del periodo in cui vengono offerte, $p(t)$. La domanda totale sarà quindi data dalla funzione [3]:

$$D(p(t), t) = S_A(p(t)) + S_B(p(t))$$

Supponendo che il produttore A stimi una quantità offerta dal produttore B pari a $S_B(p)$, esso dovrà coprire (per effetto dell'equazione di bilancio tra domanda e offerta) una domanda residuale pari a $S_A(p) = D(p, t) - S_B(p)$.

L'obiettivo che si pone ogni produttore è la massimizzazione del proprio profitto Π . Supponendo di considerare l'azione del produttore A, la massimizzazione del profitto sarà data da:

$$\Pi_A(p) = p \cdot S_A(p) - C \cdot S_A(p) = p \cdot [D(p, t) - S_B(p)] - C \cdot [D(p, t) - S_B(p)]$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Pi_A(p)}{dp} = 0 &= \frac{d(p \cdot S_A(p(t)) - C \cdot S_A(p(t)))}{dp} = \\ &= D(p, t) - S_B(p) + \left\{ p - \frac{dC}{dp} (D(p) - S_B(p)) \right\} \cdot \left[\frac{\partial D(p)}{\partial p} - \frac{dS_B(p)}{dp} \right] = 0 \end{aligned}$$

dove si indica con C il costo di produzione sostenuto dalle società di generazione.

La SF che si ottiene (dove con l'apice si sono indicate le derivate prime rispetto al prezzo delle funzioni sopracitate) è dunque:

$$\frac{dS_B}{dp} = S_B'(p) = \frac{S_A}{p - C'(S_A)} + D'(p)$$

in base alla quale i produttori andranno a produrre una quantità programmata rispetto al prezzo [3].

2.2. Letteratura

Il metodo delle SF si estende facilmente a casi con un numero qualunque di produttori [5] e, almeno teoricamente, sembra offrire una metodologia coerente e matematicamente fondata.

In [6] si fa presente che la capacità predittiva del modello è piuttosto scarsa, poiché si può dimostrare che risolvendo il modello, tutte le soluzioni sono comprese fra quella di concorrenza perfetta e quella di Cournot. Green e Newbery [4] controbattero sostenendo che,

tenendo conto dei limiti sulle capacità produttive degli oligopolisti, il numero di possibili equilibri diminuisce.

La criticità principale dei modelli SFE è rappresentata, infatti, da soluzioni di equilibrio multiple e, quindi, potrebbero avere bassa capacità predittiva. Fortunatamente, molti studi hanno determinato le condizioni sotto le quali l'intervallo degli equilibri può essere ridotto notevolmente, fino a trovarne uno solo, come si vedrà in seguito.

La possibilità di utilizzare diverse tipologie di funzioni, lineari o non lineari, permette una grande versatilità del modello, e modifica notevolmente i risultati di equilibrio, rendendo il modello più o meno complesso. Senza ipotesi restrittive sulla natura dei costi e sui limiti di capacità, sul numero di produttori, o sulla forma delle funzioni di offerta permesse, è difficile trovare l'equilibrio nelle SF. In [7], le SF sono considerate lineari (in questo contesto per lineare si intende che l'intercetta della SF è zero).

Baldick e Hogan [5] dichiararono che solo le funzioni lineari (con funzioni di costo marginale anch'esse lineari) possono offrire punti di equilibrio stabili in condizione di assenza di limiti di trasmissione e simmetria dei produttori.

Dopo aver applicato il loro modello al mercato energetico inglese giunsero a importanti conclusioni, di seguito riassunte:

- in un mercato in cui i produttori presentano funzioni di costo non simmetriche e limiti sulla capacità, un sistema differenziale non è efficiente perché potrebbe portare a delle SF non decrescenti, come invece richiesto dal modello;
- il numero di equilibri possibili può essere ridotto introducendo il *price cap* (e anche nel caso in cui si imponga questa restrizione tale numero è comunque minore rispetto al ricorso di un modello di Cournot);
- l'ipotesi per cui la SF sia mantenuta costante rispetto a una variazione della domanda, diminuisce la tendenza da parte dei produttori di aumentare i prezzi.

In [8] si analizza la stabilità dei modelli SFE, non solo nel caso lineare, ma nel caso di ogni tipo di SFE.

Green [7] ha mostrato come un modello di SFE affine¹ possa essere usato per analizzare diversi aspetti del mercato pool inglese e gallese, introducendo successivamente i contratti alle differenze come in [9]: la caratteristica comune di queste trattazioni è l'idea che l'unica sorgente di incertezza sia nella domanda di mercato, mentre i costi dei generatori sono assunti noti da tutti i partecipanti del mercato.

Il modello proposto in [10], rispetto al modello di [1], implementa un caso speciale di mercato, in cui i produttori simmetrici (con vincoli di capacità) che competono in oligopolio, con domanda anelastica e prezzo uniforme, propongono SF a gradini non convesse, più realistiche delle funzioni di costo convesse e

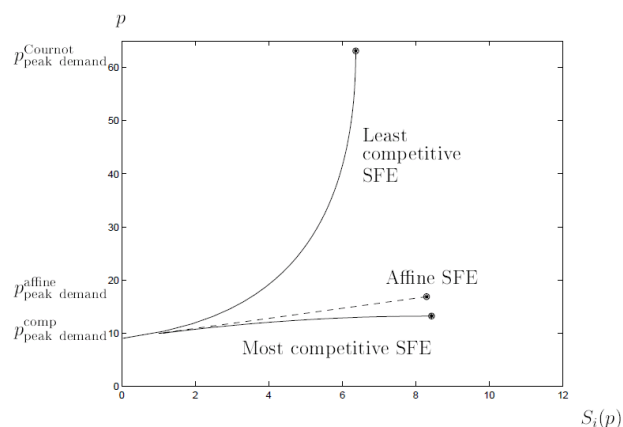


Figura 2.4 - Forme di SFE competitive

¹ Significa che la pendenza delle funzioni di costo marginale è costante e una intercetta possibilmente pari a zero. In [3, 4 e 8] le funzioni di costo marginale hanno tutte intercetta zero (o tutte hanno la stessa intercetta).

differenziabili (tipiche dei modelli precedenti). Utilizzando i dati del mercato della Pennsylvania, l'analisi dimostrò che i prezzi di equilibrio risultanti erano significativamente maggiori dei prezzi in un mercato perfettamente competitivo. I prezzi all'equilibrio sono risultati molto sensibili alla disponibilità media dei generatori, all'ammontare della capacità di riserva del sistema e alla precisione con cui i produttori strategici erano in grado di prevedere la domanda.

Lo studio portò ad una soluzione in forma chiusa al modello di [1], nel caso particolare di elasticità della domanda al prezzo nulla.

In [11] si estende il modello di [4] includendo la possibilità di ingresso di nuovi produttori, mostrando inoltre le interazioni tra contratti e mercato. Si dimostra che l'insieme dei possibili equilibri può essere ridotto, non solo introducendo i limiti di capacità, ma anche aumentando il numero di giocatori.

Con l'approccio seguito in [1] esistono però due significativi problemi. Per prima cosa, potrebbe esserci un'ampia famiglia di equilibri diversi, in secondo luogo è spesso difficile determinare una soluzione di equilibrio, sia analiticamente che numericamente, anche quando si sa che esiste.

Klemperer e Meyer discussero il caso in cui i produttori sono simmetrici con funzioni di costo convesse e una funzione di domanda concava, mostrando la non unicità delle soluzioni.

E' fondamentale osservare che un SFE è un equilibrio di Nash nelle strategie SF, ovvero un set di supply functions $\{S_i(p)\}$, una per ogni produttore, la cui scelta massimizza il profitto di quel produttore, date le supply functions scelte dagli altri produttori. Si assume che la capacità dei produttori è largamente sufficiente a coprire la domanda, in modo che la capacità di produzione non abbia impatto sull'insieme di equilibri.

L'equilibrio di Nash può essere immaginato come una prescrizione a priori ai vari giocatori, o il risultato di un accordo raggiunto a priori tra i giocatori. Tale accordo è stabile perché nessun giocatore ha interesse a modificare unilateralmente la propria strategia.

Ciascun giocatore potrebbe domandarsi, prima di stabilire la propria strategia, quale potrebbe essere la strategia scelta dagli avversari. Tale strategia dovrebbe essere (verosimilmente) una strategia ottima. Se ogni giocatore ragiona in questo modo, il risultato è un equilibrio di Nash. L'equilibrio di Nash potrebbe essere il risultato di un lungo processo di *trial and error*, nel quale ogni giocatore, a turno, modifica la propria strategia, finché si raggiunge un punto in cui nessuno ha più convenienza a modificarla. In realtà, quest'ultima giustificazione, sebbene sembri intuitiva (è, di fatto, la più diffusa), non è del tutto convincente: niente assicura che il processo iterativo sia stabile, cioè che tenda a un equilibrio.

Nel caso del mercato dell'energia elettrica, il fatto che esista l'equilibrio di Nash non è per niente garantito: basti pensare ai comportamenti speculativi che hanno portato alla lievitazione dei prezzi e alla conseguente chiusura del mercato californiano a fine 2000.

L'equilibrio di mercato si determina quando variazioni unilaterali da questo punto determinano una perdita per il partecipante: all'equilibrio, la soluzione del mercato ha la proprietà fondamentale che nessun partecipante giudicherà profittevole variare la propria decisione unilateralmente.

Gli articoli [10] e [12] rappresentano il caso di domanda indipendente dal prezzo, in cui ogni produttore ha una funzione di costo identica a quella degli altri: i due offrono una formulazione in forma chiusa per SF strettamente crescenti, in assenza di limiti di capacità o di altri limiti operativi, che tentano di risolvere i due problemi del modello di [1].

Baldick e Hogan pensarono quindi di introdurre ulteriori vincoli allo scopo di limitare il numero di equazioni [13]: il *price cap* e la *massima capacità produttiva*. Inoltre, modellarono per ogni azienda una curva diversa dalla SF, lasciandola costante per un intervallo di tempo (mentre la funzione di domanda presentava notevoli variazioni). Conclusero che, l'adozione di questi accorgimenti avrebbe comportato la riduzione dei possibili equilibri di Nash e, in casi estremi, anche l'unicità di tale equilibrio.

L'introduzione nel modello dei limiti di capacità dimostra che gli equilibri possibili si riducono [14]. Se q_i è la quantità prodotta dal generico produttore i e \bar{q}_i la quantità massima producibile in un certo istante di tempo, si potranno realizzare solo SF contenute nell'intervallo $[0, \bar{q}_i]$.

La presenza di limiti di capacità può quindi ridurre in modo drastico l'insieme di SFE candidati, come ad esempio quando la domanda è anelastica [2]. Se la domanda supera la capacità totale, c'è un unico equilibrio simmetrico per i produttori simmetrici con funzioni di costo strettamente convesse [15].

Gli autori di [4, 5, 11], seguendo le stesse considerazioni, osservarono, in modo corretto, che, se una soluzione del sistema di equazioni differenziali del modello viola qualche limite di capacità, allora la soluzione non è un SFE.

L'altro limite introdotto da [5] è il *price cap* \bar{p} , che indica il prezzo più alto oltre il quale non è definita alcuna SF. Per rappresentare l'effetto di questo limite nel mercato, si segue la trattazione di Von der Fehr e Harbord [3], ipotizzando che siano le regole di mercato a definire il *price cap* al quale i produttori sono obbligati ad offrire una SF, che soddisfa la condizione:

$$\forall i, S_i(\bar{p}) = \bar{q}_i$$

Al prezzo di mercato non è quindi permesso superare \bar{p} . Se l'offerta è insufficiente a incontrare la domanda a un certo istante, al prezzo $p = \bar{p}$, la domanda deve essere razionata. In questo caso si assume che, in caso di raggiungimento del limite di prezzo massimo, tutta l'energia sia venduta al tempo t a un prezzo pari al *price cap*.

Se il *price cap* diminuisce (o se il limite di capacità aumenta, come si vedrà in seguito), il prezzo di equilibrio diminuisce per ogni esito positivo della domanda, come nel caso aumenti il numero di produttori. Il *mark-up* è zero per offerte nulle, e positivo per ogni offerta positiva.

Empiricamente si ha la conferma che l'intervallo di SF stabili può essere molto piccolo quando esiste un *price cap*.

Inoltre, l'operatore di mercato deve essere in grado di stimare in modo attendibile il costo di produzione marginale massimo di ogni produttore nel mercato, in modo che il *price cap* possa essere fissato al di sopra del costo di produzione marginale massimo.

In [13] si è stabilito, con domanda anelastica, limiti di capacità, *price cap* e in condizioni simmetriche, l'unicità del SFE.

In [5] viene proposto un approccio numerico per calcolare l'equilibrio nei mercati elettrici considerando limiti di capacità asimmetrici, funzioni di costo quadratiche asimmetriche, *price cap* e *bid cap*, con funzioni di offerta monotone crescenti, o meglio, con SF non decrescenti: considerando due valori di prezzo p , tali che, se $p \leq p'$, allora $S_i(p) \leq S_i(p')$.

Seguendo [5], se i costi marginali sono nulli, nessun produttore farà offerte sul mercato ad un prezzo inferiore al costo marginale C' e l'output prodotto sarà nullo: un buon prezzo minimo ammissibile potrà essere dunque $\underline{p} = C'$.

E' inoltre possibile che, allo scopo di frenare la domanda, i prezzi siano più alti di $\bar{p} = \bar{p}$. Per questo c'è un cap sulle offerte, ma non sui prezzi: per implementare il bid cap, si definisce la SF come $S_i : [\underline{p}, \infty) \rightarrow [0, \bar{q}_i]$ poiché $\forall i, \forall p > \bar{p}, S_i(p) = \bar{q}_i$.

E' possibile anche rilassare il limite superiore sul prezzo e richiedere solo che $p \geq \underline{p}$: in questo caso c'è sempre una soluzione. Inoltre, si può risolvere in modo inverso per trovare il prezzo marginale come funzione del tempo: in questo caso il prezzo è una funzione $p : [0,1] \rightarrow [\underline{p}, \infty)$.

Come si vede nella figura 2.5, i limiti di prezzo e di domanda introdotti (quest'ultimo tramite il limite sulla capacità aggregata) riducono notevolmente il numero di possibili equilibri.

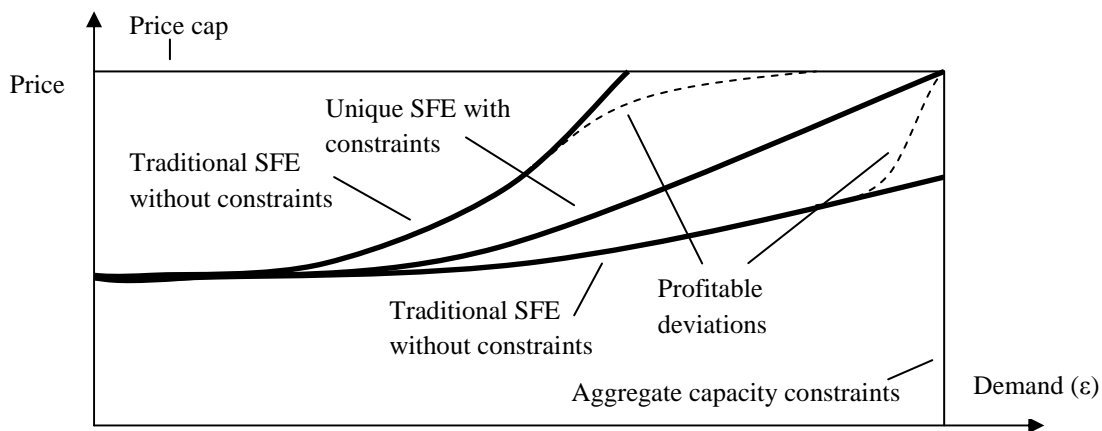


Figura 2.5 - Price cap e limiti di capacità aggregata (deviazioni profittevoli)

Il produttore che si mantiene sulla curva SFE bassa raggiunge il limite di produzione prima, poiché incontra il limite di capacità aggregata: ottiene un profitto minore perché il prezzo di vendita è minore. Il produttore può però spostarsi in modo profittevole prima di incontrare tale limite.

Lo stesso può fare un produttore che si mantiene sulla SFE alta che incontra il limite di prezzo: questo deve continuare a produrre perché la domanda deve essere soddisfatta interamente.

L'unica SF praticabile sarà dunque quella centrale.

Un punto importante riguarda il potere che hanno le aziende di non rispettare i valori stabiliti e quindi di deviare unilateralmente dalla funzione proposta: questa eventualità viene superata fissando delle penali per le aziende che operano questo tipo di decisioni, poiché sono in possesso di molte informazioni tecnico-economiche che le guidano.

In generale, si richiede quindi che ogni SF sia definita per ogni prezzo nell'intervallo $[\underline{p}, \bar{p}]$ e per essere realizzabile, l'intervallo della SF per il produttore i deve essere contenuto nell'intervallo $[0, \bar{q}_i]$: per questo, la SF di un produttore i è una funzione $S_i : [\underline{p}, \bar{p}] \rightarrow [0, \bar{q}_i]$.

In [16] si estesero i risultati di [12] includendo i contratti (oltre ai limiti di capacità e al price cap, caratteristiche comuni nei mercati elettrici). Entrambi questi articoli analizzano equilibri simmetrici.

Assumere produttori simmetrici è conveniente, poiché è possibile calcolare l'equilibrio direttamente per funzioni di costo generali [2, 17]. I produttori nel mercato elettrico sono però tipicamente asimmetrici: SFE lineari per produttori asimmetrici con costi marginali lineari sono stati analizzati da Green [4].

In [18] si indicano le condizioni necessarie per l'ottimalità in condizioni asimmetriche.

La forma più semplice di problema asimmetrico si presenta quando i produttori hanno funzioni di costo identiche, ma hanno capacità differenti. Problemi come questi, in cui i costi marginali sono costanti, sono stati approfonditi da [15] e da [19] (si calcola l'equilibrio in un modello particolare con funzioni di costo asimmetriche, ma l'asimmetria permessa è abbastanza limitata e l'unicità non può essere stabilita): l'unico caso in cui si può trovare facilmente un SFE asimmetrico è quando le SF sono lineari (strettamente affini), e ciò si verifica ogni volta in cui le funzioni di costo sono quadratiche (costi marginali lineari) e la domanda è lineare.

La richiesta che ogni SF sia realizzabile e ammissibile è tradotta nelle seguenti considerazioni. Per ogni produttore $i=1,\dots,n$, l'insieme delle S_i , SF realizzabili e ammissibili, che hanno dominio $[\underline{p}, \bar{p}]$, sono tali che:

- hanno intervallo $[0, \bar{q}_i]$ (così che tutte le offerte sono realizzabili per i prezzi ammessi), e
- sono non decrescenti nel dominio $[\underline{p}, \bar{p}]$ (così che la funzione è una SF ammissibile).

La condizione fondamentale è che S_i sia una funzione differenziabile e monotona crescente, ossia:

$$\forall i = 1, \dots, n, \forall p \in [\underline{p}, \bar{p}], S_i'(p) \geq 0$$

E' naturale considerare SFE a tratti lineari, in cui intervalli di prezzo diversi hanno soluzioni lineari diverse. Sfortunatamente, tali soluzioni non possono essere sempre trovate, poiché le SF determinate in questo modo potrebbero ridursi passando da un intervallo di prezzo all'altro. In [20] si è applicato questo concetto a SF lineari a tratti, che possono trattare produttori asimmetrici con costi marginali affini (ad esempio costi marginali lineari con intercette diverse). Tuttavia, sebbene SF lineari e lineari a tratti siano entrambe problematiche se si considerano i limiti di capacità, tale approccio è stato usato con successo da [21] che ha utilizzato la base per l'approccio di tipo numerico di [2].

In [22] si esplora quindi l'applicabilità del modello a sistemi a tratti lineari. Per ottenere una caratterizzazione conveniente dell'equilibrio, gli autori assumono che ogni produttore debba fornire:

- una funzione di offerta affine, o
- una funzione di offerta affine a tratti, dove il numero di pezzi è limitato.

Nel caso di limiti di capacità minimi, si ottiene un SFE affine a tratti.

In [23] si utilizza un'approssimazione polinomiale, mostrando che ci sono significative difficoltà con questo approccio, in modo particolare se è richiesta la stabilità degli equilibri (ovvero che una piccola perturbazione, operata da un giocatore, conduce ancora alla

convergenza, se ogni giocatore ripetutamente risponde, in accordo alla sua risposta migliore, alla corrente offerta degli altri giocatori).

Anche quando l'approccio tramite le equazioni differenziali conduce a soluzioni che soddisfano la condizione di monotonicità crescente, molti di questi equilibri potrebbero essere instabili. Per ottenere un metodo che calcola equilibri stabili non decrescenti, il modello itera lo spazio della SF permesse per risolvere il modello numericamente.

La curva SF risultante nel punto di equilibrio consiste in un elevato numero di segmenti lineari successivi, dove ognuno rappresenta un gradino del processo iterativo.

In [17] si fornisce una procedura numerica per trovare una soluzione: l'approccio utilizza un'integrazione numerica per risolvere il sistema di equazioni differenziali e ricerca soluzioni realizzabili, variando i valori per i prezzi a cui i limiti di capacità sono raggiunti per ogni produttore.

In [6] e [24] la ricerca dei punti di equilibrio è stata anche eseguita mediante algoritmi evolutivi, in cui si è considerato un ecosistema di due e più specie. Questo approccio offre una via alternativa per ottenere la soluzione ad equazioni differenziali che descrivono l'equilibrio, simulando il comportamento strategico dei partecipanti al mercato.

L'articolo [25] analizza le simulazioni di modelli SFE basati sulla strategia evolutiva, dimostrando un'elevata efficienza computazionale e un elevato potenziale nelle applicazioni pratiche.

In [25] sono considerate sia SF affini che affini a tratti, dimostrando una rapida convergenza nel modello con SF affini, e un'energica convergenza nel modello con SF affini a tratti.

A causa delle difficoltà nel trovare un SFE, l'autore propose un metodo in cui ogni giocatore osserva i prezzi e, da questi, sviluppa un'approssimazione lineare a tratti alla SF dei suoi rivali.

Quando si considerano algoritmi per la stima numerica dei SFE, le condizioni di equilibrio producono equazioni differenziali accoppiate di primo ordine, ma ci sono alcune difficoltà.

Il primo problema è che si possono trovare soluzioni improbabili, come una SF che diminuisce, oppure quantità che superano un certo limite. A causa di ciò si potrebbe cercare tra le potenziali condizioni iniziali, individuando una soluzione che sia realizzabile.

Inoltre, quando si usa un approccio tramite equazioni differenziali, occorre fare attenzione se la soluzione del sistema è un punto di equilibrio piuttosto che solo un punto locale stazionario. Tutto questo è necessario per controllare che la SF offerta dal produttore sia una soluzione ottima, date quelle offerte dagli altri produttori.

Ci sono un numero elevato di approcci alternativi e in [23] si focalizzò l'attenzione sulle analisi di stabilità.

In [26] si dimostra che l'assenza di vincoli di trasmissione può essere una causa dell'abuso di potere da parte delle aziende partecipanti al mercato elettrico.

In tale modello non viene richiesto che la SF sia del tipo $S_i = [\underline{p}, \infty] \rightarrow [0, \infty]$ ma si considera la sua funzione inversa: $p_i = [0, \infty] \rightarrow [\underline{p}, \infty]$, assumendo una funzione di offerta lineare.

Il modello è applicato a un mercato costituito da due generatori e due nodi di carico, con equilibri stabilizzati su tre SF: una per le ore di elevata richiesta in cui si manifestavano congestioni, una per le ore di ridotta richiesta in cui non c'era congestione e l'ultima per l'intervallo temporale T , ovvero dalle 7.00 alle 17.00 (in questo caso le SF non davano risultati accettabili perché i produttori offrono quantità all'interno dei limiti stabiliti con un conseguente aumento dei prezzi).

Negli intervalli T i prezzi triplicavano e i profitti aumentavano notevolmente con poca differenza tra le ore congestionate e le ore non congestionate.

In [27] vengono indagati gli effetti sulle soluzioni ottenute con il metodo delle SF nei seguenti tre casi:

- l'introduzione di price caps;
- l'effetto di considerare i vincoli di massima capacità produttiva;
- l'effetto del requisito che le offerte (supply functions) rimangano fisse su un esteso orizzonte temporale, durante il quale la domanda varia con continuità;

ottenendo che:

- se i produttori hanno funzioni di costo eterogenee e limitazioni sulle capacità, il metodo (soluzione di un sistema di equazioni differenziali) può non rivelarsi efficace, perché produce SF che non sono monotone crescenti;
- anche qualora si trovino soluzioni non-decrescenti, solo poche di esse sono equilibri stabili, corrispondenti a quelle che hanno riscontro nella realtà;
- la richiesta che le SF restino fissate su estesi orizzonti temporali con ampie variazioni della domanda, riduce l'incentivo dei produttori a effettuare bid-up sui prezzi, rispetto alla soluzione di Cournot. La SF rimane costante nel tempo, rispetto alla curva di domanda, perché sono costanti i costi di breve termine (cioè i costi durante la giornata), se rapportati alla variazione della richiesta di energia che si ha durante la giornata.

Successivi studi [2, 18, 28] implementarono un modello SFE basato, oltre che sul prezzo uniforme, anche sulla modalità pay as bid, investigando sull'esistenza di equilibri e sull'abilità dei giocatori di convergere ad un equilibrio lineare.

Le nuove sfide riguardano, infatti, i casi di modelli SFE in cui i produttori sono asimmetrici (funzioni di costo diverse) e hanno limiti operativi, come ad esempio i limiti di capacità (diversi per ogni produttore).

2.3. Alcuni modelli SFE proposti

Per definire il modello si suppone che l'obiettivo di ogni azienda sia, come più volte detto, la massimizzazione del profitto, assumendo che non dipenda solo dalla propria funzione di offerta, ma anche dalle funzioni di offerta degli altri partecipanti.

E' in sostanza un gioco in cui i produttori sono i giocatori, le funzioni di offerta sono le strategie e i profitti sono l'obiettivo. Se esiste l'equilibrio di Nash questo può essere utilizzato per caratterizzare il mercato.

Inizialmente occorre definire tre elementi: la domanda, i costi di generazione e le funzioni di offerta (Supply Function).

Secondo Green e Newbery, la domanda può essere descritta in due differenti modi: attraverso la domanda oraria durante la giornata, oppure attraverso la curva di durata di carico [4]. Molte ricerche hanno preferito la seconda tipologia perché caratterizzata da un andamento monotono. Tuttavia, quando si considerano i limiti di trasmissione, la curva di durata del carico perde i suoi vantaggi, perché i limiti dipendono non solo dalle caratteristiche di durata del carico in ogni nodo, ma anche dal tempo in cui ci si trova ad un determinato livello di carico.

Per questi motivi si decide di rappresentare la domanda attraverso la funzione carico-durata nei diversi nodi. In molti casi, l'approccio attraverso il metodo SFE è applicato al mercato del

giorno prima, ma anche al mercato dell'ora prima. Quest'ultimo caso trova notevole applicazione perché le variazioni di carico sono relativamente piccole e il problema della non decrescenza è meno importante.

La domanda viene rappresentata attraverso una curva continua, secondo la convenzione adottata da [2] (la trattazione è equivalente alla rappresentazione in [1]):

$$\forall p, \forall t \in [t_0, t_1], D(p, t) = N(t) - \gamma \cdot p$$

dove $N(t)$ specifica la fondamentale caratteristica del carico (in termini di durata del carico), ovvero la variazione della domanda sull'orizzonte temporale considerato $[t_0, t_1]$, e γ indica la pendenza della domanda al prezzo p per ogni sessione t , ovvero $dD/dp = -\gamma$, con γ positivo, (ed esprime come la domanda risponde alle variazioni di prezzo, mentre la variabile temporale è normalizzata a essere compresa tra 0 e 1).

Si assume che la domanda sia dipendente dal tempo e dal prezzo, mentre la caratteristica carico-durata è non crescente: a $t = 0$ corrisponde il picco della domanda, mentre a $t = 1$ corrisponde la condizione di minima domanda.

La curva carico-durata rappresenta il tempo (numero di ore) che la domanda supera un dato livello, così a $t = 0$ si avrà la più alta domanda nel periodo considerato.

Molte analisi teoriche assumono che $N(t)$ sia continua, ma si è fatta anche una discussione su cosa potrebbe rappresentare il rilassamento di questa condizione. Nel modello sviluppato si assume che $N(t)$ sia affine, come in figura 2.6.

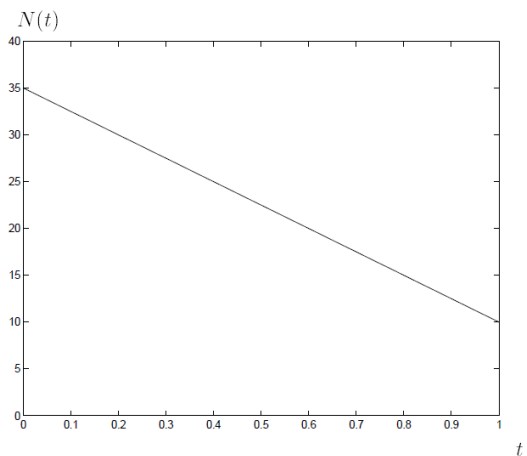


Figura 2.6 - Esempio di caratteristica carico-durata

Le assunzioni di dipendenza lineare tra domanda e prezzo e di caratteristica carico-durata affine, è in qualche modo restrittiva: mentre per quanto riguarda la dipendenza lineare (come ad esempio l'elasticità costante) potrebbe anche essere rappresentata, ma ciò richiederebbe modifiche sostanziali, la forma funzionale di quest'ultima non ha effetto sull'insieme degli equilibri.

Inoltre si assume che $\partial D(p, t)/\partial t = D'_t(p, t) > 0$ e $\partial D(p, t)/\partial p = D'_p(p, t) \leq 0$.

La domanda che fronteggia il produttore i all'istante t , quando gli altri produttori j hanno presentato le proprie supply function, $S_j(p)$, chiamata domanda residuale, è $D(p, t) - S_j(p)$.

Se si analizzano i risultati e i comportamenti assunti dal produttore i , quest'ultimo offre la domanda residua q_{it} a un dato prezzo p_t , in ogni istante di tempo nell'intervallo $[0, 1]$:

$$\forall t \in [0, 1], q_{it} = N(t) - \gamma \cdot p_t - \sum_{j \neq i} S_j(p_t)$$

Si assume che per ogni (p, t) , $-\infty < D_p < 0$, $D_{pp} \leq 0$ e $D_{pt} = 0$, per semplicità computazionale.

La funzione di costo totale² per il produttore i , C_i , con $i = 1, \dots, n$, è una funzione della

² Si suppone di ignorare i costi di start up e i costi di carico minimo.

quantità prodotta, di tipo quadratico e strettamente convessa. Questa forma è tipica nelle funzioni di costo marginale affine per ogni produttore:

$$\forall i \forall q_i \geq 0 \quad C_i(q_i) = \frac{1}{2} c_i \cdot q_i^2 + a_i \cdot q_i \quad \text{e} \quad \forall i \forall q_i \geq 0 \quad C_i'(q_i) = \frac{dC_i}{dq_i(q_i)} = c_i \cdot q_i + a_i$$

dove c_i e a_i sono parametri che caratterizzano il produttore i , in particolare $c_i > 0$, e a_i , diversamente dalle precedenti analisi, sarà diverso da zero.

Prima di iniziare il gioco ogni azienda sottopone al gestore del mercato la propria SF, $S_i(p)$.

Trascurando le perdite di trasmissione, la domanda aggregata $D(p)$, alla sessione t , sarà pari alla produzione totale di tutti i produttori nel mercato:

$$D(p, t) = \sum_{i=1}^n S_i(p)$$

Risolvere per ogni istante di tempo $t \in [0,1]$, significa trovare il prezzo p^* che soddisfa l'equazione:

$$D(t, p(t)) = N(t) - \gamma \cdot p(t) = \sum_{i=1}^n S_i(p(t))$$

Le forme di SF che è possibile considerare sono funzioni affini e funzioni affini a tratti. Studi successivi utilizzarono diverse forme di SF, anche se si continuava a dimostrare che la forma lineare presentava notevoli vantaggi. In generale, una funzione di offerta può presentarsi nella forma lineare (figura 2.7.a e 2.7.b) o a gradini (2.7.c).

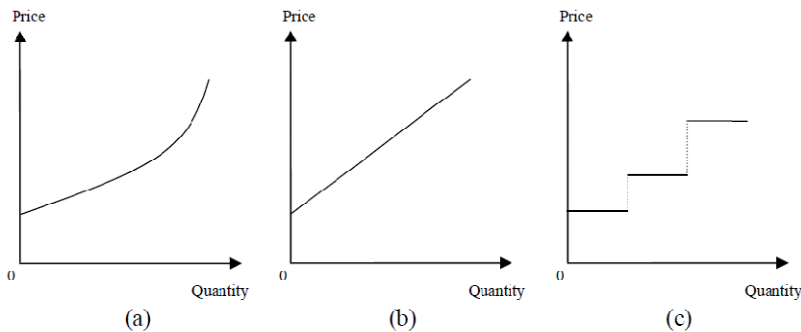


Figura 2.7 - Esempi di funzione di offerta

2.3.1. Il modello di Klemperer e Meyer

Il modello presentato dai due autori viene analizzato sotto due differenti aspetti, ossia, con certezza e, in seguito, con incertezza della domanda.

2.3.1.1. SFE senza incertezza

Con domanda certa, nel punto di equilibrio, un produttore conosce la domanda residua con certezza e conosce il punto in cui effettuare la massimizzazione del profitto, il quale potrebbe essere ottenuto scegliendo un prezzo fissato, oppure una quantità fissata. Con incertezza, invece, un produttore ha una domanda residua incerta anche in equilibrio e, quindi, ha un insieme di punti da cui ottenere la massimizzazione del profitto, ognuno corrispondente a una

possibile realizzazione della domanda residuale.

La curva di domanda è definita come $Q = D(p)$. La strategia per il produttore i è formalmente una funzione che traccia il prezzo per ogni livello di output, indipendentemente dal tempo t , definita come $S_i: [0, \infty) \rightarrow (-\infty, \infty)$.

Ogni produttore presenta, simultaneamente agli altri, la propria SF al gestore del mercato del giorno prima e quest'ultimo determina il prezzo e l'offerta di ognuno, rendendo noto il prezzo di equilibrio $p(t)$ tale che:

$$D(p(t), t) = S_i(p(t)) + S_j(p(t)), \text{ se esiste.}$$

Si assume che se il prezzo di mercato non esistesse, oppure non fosse unico, allora non ci sarebbe produzione e i profitti sarebbero nulli. Ciò assicurerebbe che non ci fosse alcun esito in equilibrio, ma l'assunzione precedente non limita il comportamento dei produttori in alcun modo: l'equilibrio rimane equilibrio sotto tutte le assunzioni alternative ragionevoli sui risultati riguardanti il payoff dei produttori quando il prezzo del mercato non è unico³.

Si definisce \bar{p} il prezzo per cui $D(\bar{p}) = 0$, assumendo che $D(\bullet)$ sia due volte differenziabile e strettamente crescente nell'intervallo $(0, \bar{p})$.

Si suppone che i produttori abbiano funzioni di costo identiche $C(\bullet)$, con costo marginale $C'(q) \geq 0$ e $C''(q) \geq 0$ per ogni quantità $q \geq 0$.

Di conseguenza, la strategia per il generico produttore k è una funzione due volte differenziabile, definita come $S^k: [0, \bar{p}) \rightarrow (-\infty, +\infty)$.

Permettendo, inizialmente, ai produttori di scegliere le SF specificando quantità negative semplifica notevolmente l'analisi, poiché rende la curva di domanda residua ovunque differenziabile, e non cambia i risultati ottenuti.

Due produttori i e j scelgono quindi le SF simultaneamente, premesso che c'è un unico prezzo di mercato p^* tale che determina l'equilibrio tra domanda e offerta, $D(p^*) = S_i(p^*) + S_j(p^*)$.

I produttori vendono quindi le quantità $S_i(p^*)$ e $S_j(p^*)$ al prezzo p^* , guadagnando rispettivamente i profitti:

$$\begin{aligned} \pi_i &= p^* \cdot S_i(p^*) - C(S_i(p^*)) \\ \pi_j &= p^* \cdot S_j(p^*) - C(S_j(p^*)) \end{aligned}$$

Concentrando l'attenzione sull'equilibrio di Nash, si consideri una coppia di output positivi (\hat{q}_i, \hat{q}_j) in cui il prezzo del mercato \hat{p} supera il costo marginale $C'(\hat{q}_k)$, $k = i, j$ di ogni produttore.

Affinchè questo punto sia un risultato di equilibrio, si cerca una coppia di SF $S_i(\bullet)$ e $S_j(\bullet)$, relative rispettivamente a (\hat{p}, \hat{q}_i) e (\hat{p}, \hat{q}_j) , ipotizzando che la quantità \hat{q}_i sia un punto che massimizza il profitto lungo la curva di domanda residua di i . Lo stesso si fa per j .

Dopo aver definito la SF dei rivali $S_j(p)$, il produttore i trova il prezzo che massimizza il suo

³ In assenza di incertezza, un produttore può sempre ottenere il suo punto di massimizzazione del profitto lungo la sua curva di domanda residua scegliendo una SF che incrocia la curva di domanda residua solo in questo punto.

profitto lungo la sua curva di domanda residuale, risolvendo:

$$\max_p \pi_i(p) = p \cdot [D(p,t) - S_j(p)] - C(D(p,t) - S_j(p))$$

Derivando rispetto al prezzo si ottiene:

$$\begin{aligned} \frac{d\pi_i(p)}{dp} = 0 &= [D(p,t) - q_j(p)] + p \cdot \left[D_p(p,t) - \frac{dq_j(p)}{dp} \right] - \frac{dC(q)}{dq_i} \cdot \left[D_p(p,t) - \frac{dq_j(p)}{dp} \right] = \\ &= D(p) - S_j(p) + \{p - C'(D(p) - S_j(p))\} \cdot [D'(p) - S_j'(p)] = 0 \end{aligned}$$

che consente di determinare la condizione del primo ordine per la massimizzazione del profitto.

Risolvendo rispetto a \hat{p} si ha:

$$\frac{dq_j}{dp} = S_j'(\hat{p}) = \frac{\hat{q}_i}{\hat{p} - C'(\hat{q}_i)} + D'(\hat{p})$$

dove, partendo da $S_j(\hat{p}) = \hat{q}_j$, si definisce $\hat{q}_i = D(\hat{p}) - S_j(\hat{p})$. Un'equazione analoga si può scrivere per l'altro produttore.

Imponendo che $0 < dq/dp < \infty$ e tenendo conto dell'equazione appena ricavata, si può provare che nelle soluzioni ottenute con il metodo delle SF, i prezzi sono intermedi tra i costi marginali (come se si utilizzasse il modello di Bertrand, perfettamente competitivo), e quelli che si ottengono con il modello di Cournot.

La derivata seconda del profitto di i rispetto a p è:

$$\begin{aligned} \pi''_{pp}(p; S_j(\bullet)) &= 2 \cdot [D'(p) - S_j'(p)] - C''(D(p) - S_j(p)) \cdot [D'(p) - S_j'(p)]^2 \\ &\quad + \{p - C'(D(p) - S_j(p))\} \cdot [D''(p) - S_j''(p)] \end{aligned}$$

dove con il doppio apice si indicano le derivate seconde rispetto al prezzo delle suddette funzioni.

Se $S_j'(\hat{p})$ soddisfa questa equazione, e se $S_j''(\hat{p}) \geq 0$, allora la condizione del secondo ordine è soddisfatta in \hat{p} . Similmente si mostra che se:

$$S_i'(\hat{p}) = \frac{\hat{q}_j}{\hat{p} - C'(\hat{q}_j)} + D'(\hat{p}) \text{ e } S_i''(\hat{p}) \geq 0$$

allora \hat{p} è un punto locale di massimizzazione per il profitto di j lungo la sua domanda residuale. Per completare la costruzione, rimane solo da estendere $S_i(\bullet)$ e $S_j(\bullet)$ sull'intero dominio di prezzo $[0, \bar{p})$, in modo da concludere che:

- \hat{p} è un punto di ottimo globale per la massimizzazione del profitto, e
- \hat{p} è l'unico prezzo di mercato.

Quindi, entrambe le SF devono avere una pendenza non negativa in \hat{p} . Estendendo $S_i(\bullet)$ e $S_j(\bullet)$ linearmente sopra $[0, \bar{p})$, si rende \hat{p} un punto di ottimo globale per ogni produttore.

La massimizzazione del profitto in \hat{p} è anche assicurata da SF crescenti, e due volte differenziabili, che nel punto \hat{p} sono tangenti alle SF lineari e che, per tutti gli altri prezzi, determinano output che sono positivi e maggiori di quelli lineari. In più, quando entrambi i produttori usano SF crescenti, il prezzo di mercato è unico, verificando la seconda condizione. Questo risultato può essere generalizzato per le altre coppie di output, modificando il modo in cui le SF, che a \hat{p} sono localmente le risposte migliori l'una con l'altra, sono estese sul dominio $[0, \bar{p})$.

In più, questa costruzione può generalizzare il caso in cui ci siano più di due produttori [5].

In assenza di incertezza, la domanda residua di i è certa fintanto che la condizione del secondo ordine resta soddisfatta: qualsiasi SF per i che interseca la sua domanda residuale solo una volta, a (\hat{p}, \hat{q}_i) , è una risposta ottima a $S_j(\bullet)$. Quindi il produttore i è disposto a scegliere una SF con una pendenza passante per (\hat{p}, \hat{q}_i) la quale assicura che (\hat{p}, \hat{q}_j) è il punto di massimizzazione del profitto lungo la domanda residua del produttore j . Detto questo, j è disposto a scegliere $S_j(\bullet)$.

2.3.1.2. SFE con incertezza

In caso di domanda incerta, il produttore ha un certo numero di punti da cui ricavare la massimizzazione del profitto, anche quando conosce il comportamento di equilibrio dei suoi rivali.

Nel seguito, si definisce e si caratterizza l'equilibrio nelle SF in presenza di domanda incerta per un duopolio simmetrico, generalizzando poi nel caso di $n \geq 2$ produttori.

Restringendo però ora l'attenzione a produttori simmetrici, si mostra che un equilibrio asimmetrico non esiste, ma si può caratterizzare l'equilibrio simmetrico risolvendo una singola equazione differenziale. Con produttori asimmetrici, la caratterizzazione dell'equilibrio richiederebbe la risoluzione di un sistema di equazioni differenziali accoppiate. Si suppone che la domanda sia soggetta ad una variabilità ε (variabile scalare casuale con densità strettamente positiva nell'insieme $[\underline{\varepsilon}, \bar{\varepsilon}]$):

$$Q = D(p, \varepsilon)$$

dove per tutti i (p, ε) : $-\infty < D_p < 0$, $D_{pp} \leq 0$ e $D_\varepsilon > 0$. Per $D_\varepsilon > 0$ è possibile invertire la curva di domanda e scrivere $e(Q, p)$ per il valore di ε per cui la domanda è pari a Q al prezzo p , in modo che $e(Q, p)$ soddisfi l'uguaglianza $Q = D(p, e(Q, p))$.

I produttori hanno funzioni di costo identiche $C(\bullet)$, in cui $\forall q > 0$, $C'(q) > 0$ e $\forall q \geq 0$, $0 < C''(q) < \infty$. Senza perdere di generalità, si suppone che $C'(0) = 0$. Se $C'(0) = \alpha > 0$, si può applicare la precedente analisi per risolvere le SF esprimendo in termini di $\tilde{p} = p - \alpha$.

La strategia per il generico produttore k è una funzione che mostra il prezzo per un certo livello di output:

$$S^k : [0, \infty) \rightarrow (-\infty, +\infty)$$

I produttori scelgono le SF simultaneamente. Nel punto di equilibrio si ha che:

$$D(p^*(\varepsilon)) = S^i(p^*(\varepsilon)) + S^j(p^*(\varepsilon))$$

ossia, il prezzo di equilibrio è una funzione del parametro ε .

Essendo ε uno scalare, l'insieme dei punti che massimizzano il profitto lungo la curva di domanda residua del produttore i , su cui il parametro varia, è una curva monodimensionale nello spazio prezzo-quantità.

Se questa curva può essere descritta dalla SF $q_i = S_i(p)$, che interseca ogni realizzazione della curva di domanda residua di i una e una sola volta, allora offrendo $S_i(\bullet)$, i può ottenere ex-post l'aggiustamento ottimale a ε . In questo caso, $S_i(\bullet)$ è l'unica SF ottima del produttore i in risposta a $S_j(\bullet)$.

Ora si assume che l'insieme dei punti di massimizzazione ex-post per il produttore i possa essere descritto da una SF, dimostrando che sotto tali ipotesi esiste un equilibrio.

Date queste assunzioni, si può sostituire la massimizzazione dei profitti attesi con la massimizzazione rispetto a p del profitto, per ogni valore di ε .

Il produttore i risolve:

$$(1) \quad \max_p p \cdot [D(p, \varepsilon) - S_j(p)] - C(D(p, \varepsilon) - S_j(p))$$

ottenendo la condizione del primo ordine:

$$(2) \quad D(p, \varepsilon) - S_j(p) + \{p - C'(D(p, \varepsilon) - S_j(p))\} \cdot [D_p(p, \varepsilon) - S_j'(p)] = 0$$

Se (1) è globalmente convessa in p , allora la (2) determina in modo implicito il prezzo unico di massimizzazione per il produttore i , $\forall \varepsilon$, $p_i^0(\varepsilon)$.

La corrispondente quantità è $D(p_i^0(\varepsilon), \varepsilon) - S_j(p_i^0(\varepsilon)) \equiv q_i^0(\varepsilon)$.

Le funzioni $p_i^0(\varepsilon)$ e $q_i^0(\varepsilon)$ rappresentano l'insieme dei punti ottimi ex-post del produttore i .

Riscrivendo l'equazione (2) che definisce implicitamente la funzione $S_i(p)$, rimpiazzando la quantità $q_i^0(\varepsilon) \equiv D(p_i^0(\varepsilon), \varepsilon) - S_j(p_i^0(\varepsilon))$ con $S_i(p)$ e usando $e(Q, p)$ come definito sopra, sostituendo $D_p(p_i^0(\varepsilon), \varepsilon)$ con $D_p(p, e(S_i(p) + S_j(p), p))$ si ottiene:

$$(3) \quad S_i(p) + \{p - C'(S_i(p))\} \cdot [D_p(p, e(S_i(p) + S_j(p), p)) - S_j'(p)] = 0$$

In un equilibrio simmetrico $S_i(p) + S_j(p) \equiv S(p)$, e la (3) diventa:

$$(4) \quad S'(p) = \frac{S(p)}{p - C'(S(p))} + D_p(p, e(2S(p), p)) \equiv f(p, S(p))$$

ottenendo la SF desiderata in funzione del prezzo.

Ora, se non è indicato diversamente, si assume che $D_{pe} = 0$ per ogni (p, ε) (corrispondente a domanda traslata orizzontalmente di una quantità pari a ε).

Se si scrive $D_p(p, e(2S(p), p))$ semplicemente come $D_p(p)$, la (4) diventa:

$$(5) \quad S'(p) = \frac{S}{p - C'(S)} + D_p(p) \equiv f(p, S)$$

In ogni equilibrio che coinvolge SF simmetriche e differenziabili, tracciate attraverso ogni punto di massimizzazione, $S(\bullet)$ deve soddisfare (5) per tutti i prezzi $p \in [\underline{p}, \bar{p}]$.

Inversamente, se per ogni $\varepsilon \in [\underline{\varepsilon}, \bar{\varepsilon}]$ c'è un unico prezzo in cui $2S(p) = D(p, \varepsilon)$, e se $S(\bullet)$ soddisfa (5) per ogni $p \in [\underline{p}, \bar{p}]$, allora $S(\bullet)$ è un Supply Function Equilibrium (SFE).

L'equazione differenziale (5) è solo la versione simmetrica delle coppie di condizioni di equilibrio sviluppate precedentemente per costruire il SFE in assenza di incertezza. Il ruolo dell'incertezza è, semplicemente, la necessità che le condizioni di primo ordine valgano ad ogni prezzo che, per alcuni valori di ε , risolve il mercato.

L'equazione differenziale del primo ordine (5) può essere riscritta ottenendo una funzione della quantità:

$$(6) \quad p'(S) = r(S, p) \equiv \frac{1}{f(p, S)}$$

dove $r(S, p)$ è la funzione inversa di $f(p, S)$, oppure può essere riscritta come un sistema autonomo:

$$(7) \quad \begin{cases} S'(t) = S + D_p(p) \cdot (p - C'(S)) \\ p'(t) = p - C'(S) \end{cases}$$

Ogni traiettoria che risolve le equazioni (5), (6) e (7), è un luogo di punti che soddisfano ogni condizione di primo ordine di massimizzazione del profitto di un certo produttore al variare di ε , quando il rivale produce lungo lo stesso luogo di punti.

Alcune di queste traiettorie possono essere espresse come funzioni $S(p)$, mentre altre non possono.

Qualunque traiettoria che risolve l'equazione differenziale nella regione corrispondente alle possibili realizzazioni della curva di domanda, e che soddisfano appropriate condizioni di secondo ordine, è un equilibrio di Nash.

La traiettoria che risolve (5) ma che non può essere espressa come una funzione $S(p)$, violerà, per un'elevata incertezza della domanda, la condizione del secondo ordine, e non potrà essere un punto di equilibrio.

2.3.1.3. Confronto tra gli equilibri di Cournot e Bertrand

Le SF hanno una pendenza positiva e quindi sono distinte dalle SF tipicamente verticali nel modello di Cournot, e dalle SF tipicamente orizzontali nel modello di Bertrand. Un prezzo fissato, o una quantità fissata, non possono essere una strategia di equilibrio quando i costi marginali sono crescenti.

Per capire ciò, si osservi che se il produttore j sta competendo ad una quantità fissata, la domanda residua di i per ogni ε sarà semplicemente data dalla curva di domanda traslata orizzontalmente. Al variare di ε , l'insieme delle domande residuali di i coincide con l'insieme delle domande di mercato per un monopolista.

Per un monopolista, il luogo dei punti di massimizzazione al variare di ε è precisamente il luogo $f(p, S) = 0$ che ha pendenza positiva [1] (figura 2.8).

Al limite, con curva di costo marginale quasi piatta, il comportamento secondo Bertrand diventa un equilibrio: se il produttore j compete con un prezzo fissato pari al costo marginale costante, il produttore i non può guadagnare profitti positivi, così non può fare niente di meglio che adottare la stessa strategia di j .

Così come se la curva di costo marginale diventa più ripida e avvicina l'asse verticale, il comportamento del SFE approssima una quantità fissata nulla. Sotto le assunzioni di questo modello, che esclude questi estremi, nè un prezzo fisso nè una quantità fissa possono rappresentare un adattamento in equilibrio all'incertezza.

In qualsiasi SFE per supporti non limitati di ε , l'esito corrispondente ad ogni dato valore di ε è intermedio tra l'esito ottenuto nella competizione secondo Cournot e l'esito ottenuto nella competizione secondo Bertrand. Questa affermazione è dimostrata nella figura 2.8, che rappresenta la curva di domanda per un certo $\hat{\varepsilon}$.

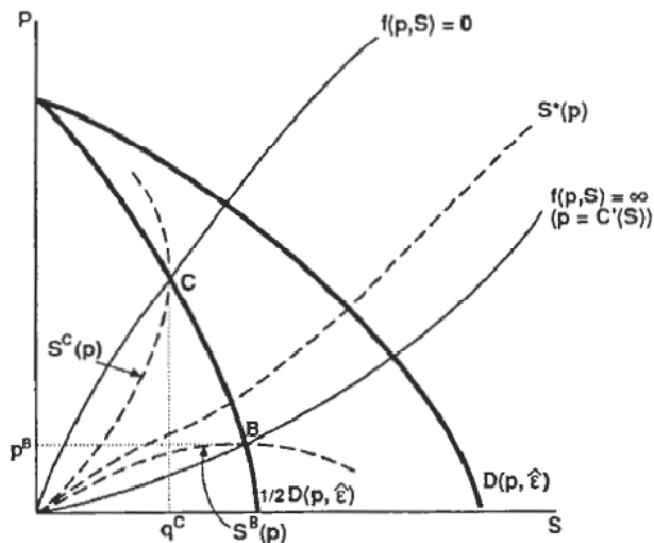


Figura 2.8 - Confronto tra SFE ed equilibri di Cournot e Bertrand

Il punto C, intersezione tra il ricavo marginale $\frac{1}{2}D(p, \hat{\varepsilon})$ e l'offerta marginale $f(p, S) = 0$, rappresenta la coppia prezzo-quantità per ogni produttore nell'equilibrio di Cournot, ovvero il punto di massimizzazione del profitto per ogni produttore quando $\varepsilon = \hat{\varepsilon}$, dato che gli altri usano come propria SF la soluzione di (5), $S^C(p)$, che è completamente verticale e quindi localmente identica alla quantità fissata q^C .

D'altra parte, il punto B, dato dall'intersezione tra $f = \infty$ e $\frac{1}{2}D(p, \hat{\varepsilon})$, è l'equilibrio di Bertrand quando $\varepsilon = \hat{\varepsilon}$, se la strategia degli altri produttori è soluzione di (5), $S^B(p)$, che è completamente orizzontale e quindi localmente identica al prezzo fisso p^B .

Per SFE che intersecano $\frac{1}{2}D(p, \hat{\varepsilon})$ tra i punti C e B, il prezzo e la quantità in ogni SFE sono intermedi tra i livelli di equilibrio di Cournot e Bertrand. E lo stesso vale per i profitti, poichè i profitti lungo $\frac{1}{2}D(p, \hat{\varepsilon})$ sono strettamente concavi e massimizzati.

In ogni caso, l'unicità del SFE dipende dal comportamento del costo marginale e dalla curva di domanda.

Si consideri il caso in cui la domanda risulta minore della capacità del più piccolo generatore, corrispondente quindi al classico modello di Bertrand: c'è un unico esito di equilibrio in cui i

produttori fanno un'offerta al prezzo pari al costo marginale del generatore meno efficiente. Si consideri il caso in cui entrambi i generatori siano chiamati a produrre, a prescindere dalle offerte, ovvero con alta domanda: in questo caso il prezzo marginale eguaglia il più alto prezzo ammissibile.

I generatori che offrono poca potenza sono dispacciati con la loro piena capacità, mentre il generatore principale offre la domanda residuale. Segue che entrambi preferiscono equilibri in cui si comportano come il generatore minore, poiché il prezzo ricevuto è lo stesso.

Tuttavia l'offerta del generatore maggiore potrebbe essere la più bassa, e quindi sarà dispacciato con tutta la sua capacità, mentre il generatore minore viene dispacciato con una sola parte della sua totale capacità. In questo equilibrio, i costi di generazione non sono minimizzati.

Si consideri ora il caso intermedio, in cui c'è una probabilità positiva che un generatore diventi marginale, qualunque sia il prezzo offerto. E' chiaro che le coppie quantità-prezzo non possono rappresentare un equilibrio, poiché il generatore minore desidera sempre aumentare il suo prezzo di offerta; così facendo si aumenta il prezzo marginale nel caso diventi il generatore marginale.

Poiché l'intervallo di domande possibili eccede la capacità del generatore maggiore, segue che per ogni combinazione di strategia c'è una probabilità che un generatore sia l'unità marginale. In realtà, più di un generatore ha la possibilità di determinare il prezzo marginale, perché non può esistere un equilibrio puramente strategico.

I due autori conclusero quindi che:

- in presenza di incertezza, i produttori desiderano adottare le SF come variabili strategiche. Le condizioni sotto le quali esiste l'equilibrio di Nash nelle SF (SFE) per un oligopolio simmetrico che produce un bene omogeneo, hanno mostrato che tutti gli equilibri sono simmetrici, trovando condizioni sufficienti per l'unicità. In più, qualsiasi SFE risultante, corrispondente ad un dato valore noto di ε , è intermedio in termini di prezzo, quantità e profitti, a quelli risultanti dai modelli di Cournot e Bertrand;
- il modello rappresentato è un gioco in cui le variabili strategiche (in questo caso le supply function) sono determinate nell'equilibrio di Nash. L'obiettivo di risolvere l'indeterminatezza dell'equilibrio in oligopolio è condiviso da molti. La letteratura vede questa indeterminatezza nascere dalle congetture arbitrarie dei produttori circa la risposta dei rivali e tenta di rimuovere questa arbitrarietà attraverso l'imposizione di alcune condizioni sulle congetture;
- con un piccolo numero di produttori, profitti differenziati, incertezza di domanda e curva di costo marginale crescente, i modelli basati sulla quantità potrebbero essere meglio approssimativi di quelli basati sul prezzo. Mentre con un numero elevato di produttori, prodotti più omogenei, incertezza di domanda relativamente maggiore a prezzi bassi, e curve di costo marginale piatte rispetto alla domanda, sono meglio i modelli basati sul prezzo.

2.3.2. Il modello di Green e Newbery

In questo approccio si suppone che la curva di durata del carico sia data da $D(p, t)$ dove t è il tempo (numero di ore in cui la domanda è superiore a D) e p è il prezzo del mercato.

2.3.2.1. Duopolio simmetrico

La condizione del primo ordine può essere scritta come si è visto in precedenza:

$$(8) \quad \frac{dq_j}{dp} = \frac{q_i}{p - C'(q_i)} + D_p$$

Risolvendo per la soluzione simmetrica, in cui $q_i = q_j = q$:

$$(9) \quad \frac{dq}{dp} = \frac{q}{p - C'(q)} + D_p$$

La derivata seconda del profitto del profitto i è:

$$(10) \quad \frac{d^2 \pi_i}{dp^2} = 2 \cdot \left(D_p - \frac{dq_j}{dp} \right) - C_i'' \cdot \left(D_p - \frac{dq_j}{dp} \right)^2 + (p - C_i') \cdot \left(D_{pp} - \frac{d^2 q_j}{dp^2} \right)$$

A patto che q_i e q_j soddisfano (8), la (10) si può trasformare in:

$$\left(D_p - \frac{dq_j}{dp} \right) \cdot \left(1 + C_i'' \cdot \frac{dq_j}{dp} \right) - C_i'' \cdot \left(D_p - \frac{dq_j}{dp} \right)^2 - \frac{dq_j}{dp}$$

che è negativa, confermando l'ottimo locale dell'offerta che soddisfa (8) e quindi, il caso simmetrico definito dall'equazione (9).

Può essere analizzato il comportamento dell'equazione differenziale che caratterizza il SFE simmetrico. Si considerino i punti (q, p) tali che:

$$(11) \quad C'(q) < p < C'(q) - \frac{q}{D_p}$$

allora, in questi punti, $0 < dq/dp < \infty$, e la traiettoria che risolve l'equazione differenziale in questo punto ha una pendenza positiva. Si dimostra che tutte queste traiettorie passano attraverso l'origine, dove hanno la stessa pendenza.

I due limiti della condizione (11) sono, rispettivamente, il prezzo che si ottiene nella competizione secondo Bertrand e il prezzo che si ottiene nella competizione secondo Cournot. Il prezzo p che massimizza il profitto del generico produttore i si ottiene da:

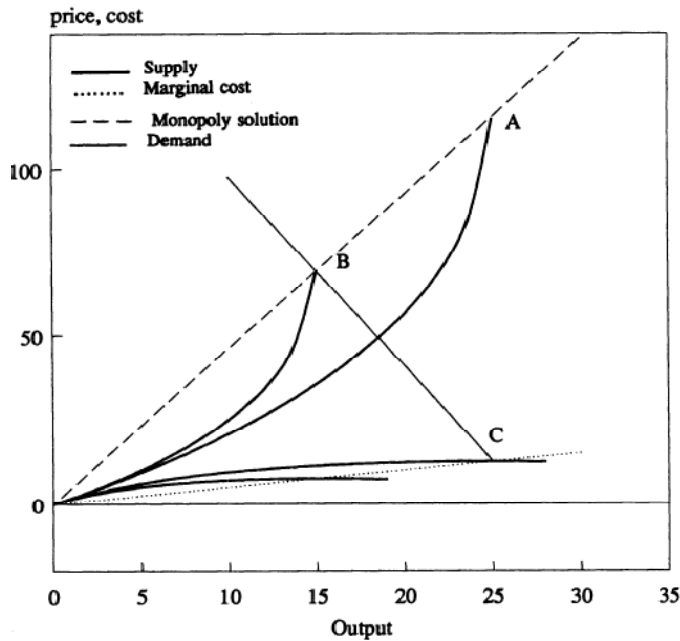
$$q_i + [p - C'(q_i)] \cdot D_p = 0$$

da cui $p = C'(q) - \frac{q}{D_p}$, mentre il prezzo $p = C'(q)$ è l'offerta di un produttore completamente

competitivo, e lungo questa curva si ha che $dq/dp = \infty$ e $dp/dq = 0$. Qualsiasi traiettoria che interseca il limite inferiore, lo raggiunge con la pendenza negativa nel punto C, mentre se la traiettoria raggiunge il limite superiore, nel punto B, la sua pendenza sarà $dq/dp = 0$, e $dp/dq = \infty$.

In generale, lo schema di offerta in un duopolio sta tra la concorrenza perfetta e Cournot, lungo una traiettoria $\overline{0A}$ in figura 2.9. Klemperer e Meyer provano che se la domanda è alta,

allora esiste un'unica soluzione, altrimenti potrebbe esserci un insieme di equilibri, limitati da un'offerta superiore e una inferiore.



In figura, se \overline{BC} è la massima domanda $D(p,0)$ (poiché la curva carico-durata ha il suo massimo in $t=0$), allora tutte le soluzioni a (9) che stanno tra \overline{OB} e \overline{OC} sono soluzioni possibili.

L'equazione di base che governa la soluzione del modello SFE (8), definita da Green, non coinvolge la caratteristica di carico $D_0(p,t)$ ma dipende dalla pendenza della domanda dD/dp .

Figura 2.9 - Supply Function Equilibria possibili

2.3.2.2. Limiti di capacità di offerta

Si supponga che nessun produttore possa offrire al di sopra di una quantità $q = k$. A $q_i = k$, la risposta ottima di i è la soluzione di Cournot:

$$q_i = -D_p(p - C' - \mu), \quad \mu \geq 0, \quad q_i \leq k, \quad \mu \cdot (k - q_i) = 0$$

dove μ è il prezzo raggiunto al limite di capacità. Considerando la figura 2.10, in cui la più alta offerta di domanda, $D(p,0)$ incontra il limite di capacità nel punto B. Lo schema \overline{OB} soddisfa l'equazione differenziale (9) ed è l'offerta minore che può essere un equilibrio. Se un produttore offre lungo lo schema basso, raggiungerà la capacità prima che la domanda sia al suo massimo. Gli altri produttori troveranno allora profittevole deviare verso l'offerta di Cournot, che però non è la risposta migliore.

La retta \overline{OA} , che taglia l'offerta di Cournot in A, è però candidata per l'equilibrio, poiché soddisfa le condizioni di primo e secondo ordine per l'ottimo e non viola i limiti di capacità. L'effetto dei limiti di capacità è di limitare l'intervallo dei possibili equilibri e, in casi estremi, in cui l'intersezione della massima domanda con l'offerta di Cournot, A, avviene a piena capacità, l'equilibrio sarà unico.

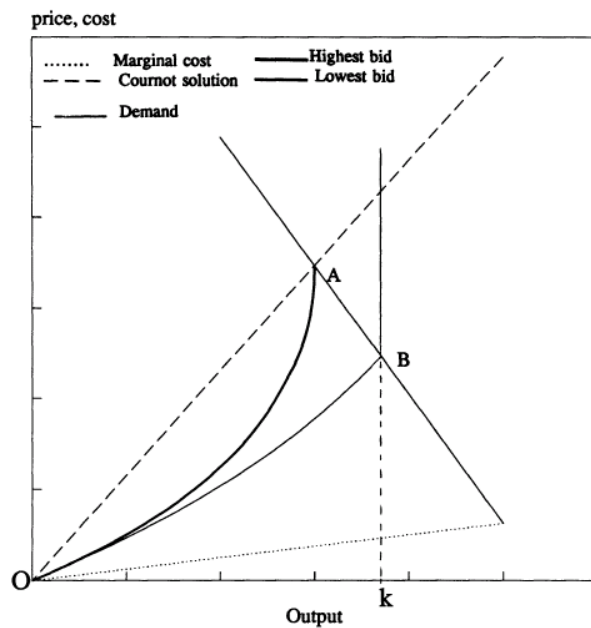


Figura 2.10 - Soluzioni possibili con limiti di capacità

Lo schema di offerta che interseca la soluzione di Cournot alla massima domanda, non può essere migliorato dagli altri produttori agendo da soli, che raccolgono profitti di breve periodo maggiori rispetto agli altri schemi realizzabili.

E' dunque un candidato naturale per la scelta della funzione di offerta, ma non necessariamente l'unico.

2.3.2.3. Equilibri con società asimmetriche

Le equazioni differenziali (8), una per i e una per j , danno due condizioni del primo ordine per una funzione di offerta che massimizza localmente il profitto, per un duopolio asimmetrico, per cui le condizioni del secondo ordine sono anche soddisfatte. Si indica con \hat{p} il prezzo a cui il più piccolo produttore, che compete secondo Cournot, offre la piena capacità:

$$\hat{p} = C'(k_2) - \frac{k_2}{D_p(\hat{p}^*, 0)}$$

dove k_2 è la capacità del produttore più piccolo. Assumendo che $D_{pt} = 0$, il secondo termine è indipendente dal tempo, e quindi può essere valutato a $t = 0$. Se a questo prezzo, l'offerta di Cournot del più grande produttore, $q_1(\hat{p})$,

$$\hat{p} = C'(q_1) - \frac{q_1}{D_p(\hat{p}, 0)}$$

insieme con la piena capacità di uscita del più piccolo produttore, è minore della massima domanda a questo prezzo, cioè:

$$q_1(\hat{p}) + k_2 < D(\hat{p}, 0)$$

allora, in una coppia di strategie di offerta di equilibrio, il più piccolo produttore raggiunge la piena capacità nel punto in cui la sua SF incontra l'equilibrio di Cournot verticalmente (a \hat{p}) ed anche il secondo produttore raggiunge il suo equilibrio di Cournot allo stesso prezzo, \hat{p} .

Nel caso asimmetrico, i produttori più grandi guadagneranno da ogni aumento del prezzo e tenderanno a scegliere una SF più ripida, relativa al costo marginale, rispetto al caso simmetrico. Questo dà al produttore più piccolo una domanda residuale meno elastica e un grande incentivo ad alzare il proprio prezzo. L'effetto combinato è di rendere la SF industriale più ripida. Nello studio effettuato il livello di output era 1.3% più basso e il prezzo 3.8% più alto nel caso asimmetrico rispetto al caso simmetrico, e profitti maggiori del 5%.

E' inoltre più difficile risolvere la coppia di equazioni (8) per l'equilibrio simmetrico, rispetto alla singola equazione (9) per l'equilibrio simmetrico.

2.3.3. Modelli SFE lineari

Per ragioni di trattabilità numerica, i ricercatori hanno recentemente focalizzato le attenzioni sul modello SFE lineare, in cui la domanda è lineare⁴, i costi marginali sono lineari o affini, e

⁴ In accordo con Baldick [21], la definizione precisa è "domanda affine", dove il termine "lineare" sarebbe ristretto a funzioni affini con intercetta pari a zero.

il SFE può essere ottenuto in termini di SF lineari o affini.

Green [7] considera il caso di un oligopolio con n -produttori asimmetrici con costi marginali lineari che fronteggiano una curva di domanda lineare la cui pendenza rimane invariata nel tempo: si ottiene un SFE espresso in termini di SF affine. Baldick estese i risultati al caso di limiti di capacità.

Baldick e Hogan [5] revisionarono il metodo, studiando un oligopolio asimmetrico di n produttori che fronteggiano una curva di domanda lineare (senza alcuna esplicita assunzione sulla forma dei costi marginali), mostrando la complessità di ottenere soluzioni per il sistema di equazioni differenziali: in particolare, misero in rilievo la difficoltà di abbandonare le soluzioni irrealizzabili (come ad esempio equilibri con SF decrescenti). E' proposta una procedura iterativa per calcolare soluzioni al modello possibili, usata per analizzare l'influenza di una certa varietà di fattori, come limiti di capacità, price caps, bid caps, oppure l'orizzonte temporale su cui si richiede che le offerte rimangano invariate.

Supponendo che le regole di mercato specificano che la SF di ogni produttore sia affine [20], del tipo:

$$(12) \quad \forall i \quad S_i(p) = \beta_i(p - \alpha_i) = \frac{1}{\tilde{c}_i} \cdot (p - \alpha_i) \quad i = 1, \dots, I, \quad \tilde{c}_i = \frac{1}{\beta_i} > 0$$

dove i parametri β_i e α_i sono scelti dai singoli produttori, con $\beta_i \geq 0$. La SF dovrebbe essere modificata in modo che sia sempre non negativa (anche se inizialmente si assume che il prezzo stabilito sia tale che nessuna SF sia negativa).

Se non si considerano i limiti di trasmissione, ogni soluzione non decrescente sopra un ampio intervallo di prezzi è un SFE.

Notando che $\frac{dS_i}{dp} = \beta_i$, considerando le equazioni già definite precedentemente e qui richiamate:

$$D(t, P(t)) = N(t) - \gamma \cdot P(t) = \sum_{i=1}^n S_i(P(t))$$

$$\forall i \quad \forall q_i \geq 0 \quad C_i'(q_i) = \frac{dC_i}{dq_i(q_i)} = c_i \cdot q_i + a_i$$

$$S_i(p) = \left(p - \frac{dC_i}{dS_i(S_i(p))} \right) \cdot \left(-\frac{dD}{dp} + \sum_{j \neq i} \frac{dS_j(p)}{dp} \right)$$

e, sostituendole in (12):

$$\forall i \quad \beta_i(p - \alpha_i) = (p - c_i \cdot \beta_i \cdot (p - \alpha_i) - a_i) \cdot \left(\gamma + \sum_{j \neq i} \beta_j \right)$$

Assumendo che la SF offerta deve essere costante nel tempo, l'equazione deve essere soddisfatta per ogni valore realizzato di prezzo p . Se esistono almeno due distinti valori di prezzo che soddisfano l'equazione, allora l'equazione può essere soddisfatta da tutti i prezzi realizzati e quindi, se $\alpha_i = a_i$:

$$(13) \quad \forall i \quad \beta_i = (1 - c_i \cdot \beta_i) \cdot \left(\gamma + \sum_{j \neq i} \beta_j \right)$$

Inoltre:

$$(14) \quad \forall i \quad -\alpha_i \cdot \beta_i = -(\alpha_i - \alpha_i \cdot c_i \cdot \beta_i) \cdot \left(\gamma + \sum_{j \neq i} \beta_j \right)$$

Entrambe queste equazioni devono soddisfare il requisito di non negatività di β_i per ogni produttore i (per l'esistenza di un SFE affine). Sostituendo (14) in (13) si ottiene:

$$\forall i \quad -\alpha_i \cdot (1 - c_i \cdot \beta_i) \cdot \left(\gamma + \sum_{j \neq i} \beta_j \right) = -(\alpha_i - \alpha_i \cdot c_i \cdot \beta_i) \cdot \left(\gamma + \sum_{j \neq i} \beta_j \right)$$

Se $\beta_i \geq 0$ e $\gamma > 0$, si ottiene $\gamma + \sum_{j \neq i} \beta_j > 0$, e si può elidere. Se $\alpha_i = a_i$ per ogni produttore i e l'equazione di Green (13) è soddisfatta con $\beta_i \geq 0$, allora l'equazione:

$$\forall i \quad \beta_i (p - \alpha_i) = (p - c_i \cdot \beta_i \cdot (p - \alpha_i) - a_i) \cdot \left(\gamma + \sum_{j \neq i} \beta_j \right)$$

è soddisfatta, e i risultanti α_i e β_i determinano una SFE affine.

Per calcolare i prezzi di equilibrio in un determinato orizzonte temporale, si consideri la domanda aggregata e il prezzo come funzione del tempo. Sommando le offerte di tutti i produttori, si avrà:

$$\forall t, \quad N(t) - \gamma \cdot p(t) = \sum_i \beta_i \cdot (p(t) - a_i) = p(t) \cdot \sum_i \beta_i - \sum_i \beta_i \cdot a_i$$

così che:

$$\forall t, \quad p(t) = \frac{\left(N(t) + \sum_i \beta_i \cdot a_i \right)}{\left(\sum_i \beta_i + \gamma \right)}$$

Quest'ultima equazione determina il prezzo di equilibrio in ogni istante di tempo dell'orizzonte temporale in termini di caratteristica carico-durata.

Per considerare condizioni molto più complesse che si possono verificare nei mercati elettrici, si considera un approccio numerico per determinare il SFE a cui è permesso di essere affine a tratti, come nella figura 2.11.

La SF è definita come una funzione decrescente, con punti di rottura spazati tra $(\underline{p} + 0.1)$ e $(\bar{p} - 0.1)$ dove \underline{p} e \bar{p} sono il price floor e il price cap.

Non considerando i limiti sulla capacità generata, la k -esima sezione lineare della SF, $1 \leq k \leq K$, della i -esima società, esiste nell'intervallo di prezzo $[p_{i,k-1}, p_{i,k}]$, e l'intervallo di

capacità $[q_{i,k-1}, q_{i,k}]$ può essere definito come:

$$q = q_{i,k-1} + \frac{1}{\beta_{i,k}} \cdot (p - p_{i,k-1}) = q_{i,k-1} + \frac{q_{i,k} - q_{i,k-1}}{p_{i,k} - p_{i,k-1}} \cdot (p - p_{i,k-1})$$

dove $\beta_{i,k}$ è la pendenza della k-esima sezione lineare.

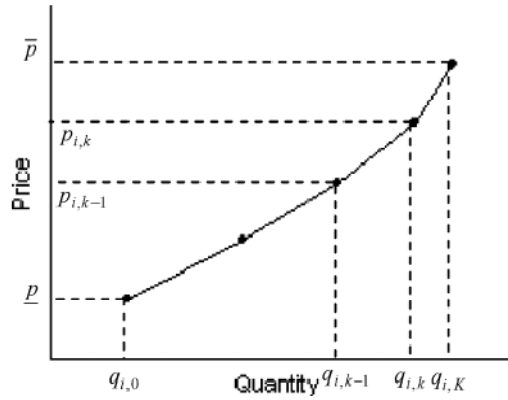


Figura 2.11 - Supply Function affine a tratti.

2.4. Bibliografia

- [1] P.D. Klemperer, M.A. Meyer, “*Supply function equilibria in oligopoly under uncertainty*”, *Econometrica*, vol. 57, no. 6, pp. 1243–1277, 1989.
- [2] A. Rudkevich, “*Supply function equilibrium: theory and applications*”, IEEE Proceedings of the 36th Hawaii International Conference on System Sciences, 2003.
- [3] N. H. Von der Fehr, D. Harbord, “*Competition in electricity spot markets economic theory and international experience*”, Memorandum from Dept. of Economics, University of Oslo, 1998.
- [4] R. J. Green, D.M. Newbery, “*Competition in the British electricity spot market*”, *Journal of Political Economy*, vol. 100, no. 5, pp. 929–953, 1992.
- [5] R. Baldick, W. Hogan, “*Capacity constrained supply function equilibrium models of electricity markets: Stability, non-decreasing constraints, and function space iterations*”, Working Paper PWP-089, University of California Energy Institute, 2002.
- [6] Y. S. Son, R. Baldick, “*Hybrid coevolutionary programming for Nash equilibrium search in games with local optima*”, *IEEE Trans. Evol. Comput.*, vol. 8, no. 4, pp. 305–315, 2004.
- [7] R. J. Green, “*Increasing competition in the British electricity spot market*”, *Journal of Industrial Economics*, 44, pp. 205–216, 1996.
- [8] R. Baldick, L. Xu, “*Stability of supply function equilibrium in electricity markets under piecewise linear function perturbations*”, Forty-Sixth Annual Allerton Conference Allerton House, UIUC, Illinois, USA September 23-26, 2008.
- [9] R.J. Green, “*The electricity contract market in England and Wales*”, *Journal of Industrial Economics*, 47, 929–952, 1999.
- [10] A. Rudkevich, M. Duckworth, M. Rosen, “*Modeling electricity pricing in a deregulated generation industry: the potential for oligopoly pricing in a poolco*”, *The Energy Journal*, vol. 20, no. 3, pp. 19-48, 1998.
- [11] D. M. Newbery, “*Competition, contracts, and entry in the electricity spot market*”, *Rand Journal of Economics*, vol. 29, no. 4, pp. 726-749, 1998.
- [12] E. J. Anderson, A. B. Philpott, “*Using supply functions for offering generation into an electricity market*”, *Operations Research*, vol. 50, no. 3, pp. 477-489, 2002.
- [13] P. Holmberg, “*Unique supply function equilibrium with capacity constraints*”, Working paper 2004:20, Department of Economics, Uppsala University, Sweden, 2004.
- [14] J. Evans, R. Green, “*Why did British electricity prices fall after 1998?*”, CMI Working Paper 26, University of Surrey and University of Birmingham, 2005.
- [15] T. Genc, S. Reynolds, “*Supply function equilibria with pivotal electricity firms*”, Eller College Working Paper no. 1001-04, 2004.
- [16] E. J. Anderson, H. Xu, “*Supply function equilibrium in electricity spot markets with contracts and price caps*”, *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 124, no. 2, pp. 257-283, 2005.
- [17] P. Holmberg, “*Numerical calculation of an asymmetric supply function equilibrium with capacity constraints*”, Working paper 2005:12, Department of Economics, Uppsala University, Sweden, 2005.
- [18] A. Rudkevich, “*On the supply function equilibrium and its applications in electricity markets*”, *Decision Support Systems*, vol. 40, pp. 409-425, 2005.
- [19] P. Holmberg, “*Asymmetric supply function equilibrium with constant marginal costs*”, Working paper 2005:16, Department of Economics, Uppsala University, Sweden, 2005.

- [20] R. Baldick, R. Grant, E. Kahn, “*Theory and application of linear supply function equilibrium in electricity markets*”, Journal of Regulatory Economics, vol. 25, no. 2, pp. 143 – 167, 2004.
- [21] R. Baldick, R. Grant, E. Kahn, “*Linear supply function equilibrium, generalizations, applications and limitations*”, University of California Energy Institute, Berkeley, Rep. PWP.078, 2001.
- [22] A. Rudkevich, “*Supply function equilibrium in poolco type power markets: learning all the way*”, Tabor Caramanis and Associates Tech. Rep. 1299-1702, 1999.
- [23] R. Baldick, W. Hogan, “*Polynomial approximations and supply function equilibrium stability*”, Center for Business and Government, Harvard University, Cambridge, Massachusetts 02138, 2004.
- [24] H. Chen, K. P. Wong, D. H. M. Nguyen, C. Y. Chung, “*Analyzing oligopoly electricity market using coevolutionary computation*”, IEEE Trans. Power Syst., vol. 21, no. 1, pp. 143–152, 2006.
- [25] H. Chen, K. P. Wong, C. Y. Chung, D. H. M. Nguyen, “*A coevolutionary approach to analyzing supply function equilibrium model*”, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 21, no. 3, pp. 1019-1028, 2006.
- [26] L. Xu, L. Yu, “*Transmission constrained linear supply function equilibrium in power market: method and example*”, IEEE, 2002.
- [27] Jyotirmoy Sakar, Barnali Gupta, Debashis Pal, “*A geometric solution of Cournot oligopoly with nonidentical firms*”, Journal of Economic Education, pp. 118-126, 1998.
- [28] P. Holmberg, “*Comparing supply function equilibria of pay-as-bid and uniform price auctions*”, Working paper 2005:17, Uppsala University, 2005.

3. Gli Algoritmi Genetici

Introduzione

L'idea di usare la selezione, l'incrocio e la mutazione per un compito di ottimizzazione, risale almeno agli anni Cinquanta, con il lavoro dello statistico George E. P. Box, che tuttavia non fece uso dell'elaboratore elettronico. Box giunse a formulare una metodologia statistica che sarebbe divenuta di largo uso nell'industria e che egli battezzò *evolutionary operation* [1].

Più o meno negli stessi anni, altri studiosi concepirono l'idea di simulare l'evoluzione sull'elaboratore elettronico: Barracelli e Fraser utilizzarono simulazioni al calcolatore per studiare i meccanismi dell'evoluzione naturale, mentre il biomatematico Hans J. Bremermann riconobbe per primo nell'evoluzione biologica un processo di ottimizzazione [2].

Come spesso accade per molte idee pionieristiche, questi primi sforzi incontrarono uno scetticismo considerevole. Ciononostante, i tempi erano maturi perché queste idee fossero sviluppate. Probabilmente, un fattore determinante per cui ciò avvenne, fu l'aumento, oltre una certa soglia critica, della potenza computazionale degli elaboratori elettronici, allora disponibili nelle migliori università, che rese finalmente possibile la messa in pratica del calcolo evoluzionistico.

Gli algoritmi evolutivi, e quelle che oggi riconosciamo come le loro varianti originarie, furono inventati indipendentemente, e praticamente allo stesso tempo, a metà degli anni Sessanta, nel seno di tre distinti gruppi di ricerca: in America, Lawrence Fogel e colleghi dell'Università di California a San Diego posero le basi della *programmazione evolutiva* [3], mentre presso l'Università del Michigan John Holland proponeva i primi algoritmi genetici [4]. In Europa invece, furono Ingo Rechenberg e colleghi, allora studenti presso il Politecnico di Berlino, a ideare quelle che battezzarono *strategie evolutive* [5].

Per i successivi 25 anni questi tre filoni si svilupparono essenzialmente ciascuno per conto suo, finché nel 1990 non venne messo in atto uno sforzo organizzato a farli convergere: la prima edizione del congresso PPSN (*Parallel Problem Solving from Nature*), che si tenne a Dortmund.

Da allora i ricercatori interessati al calcolo evoluzionistico formano un'unica, anche se articolata, comunità scientifica.

3.1. Evoluzione

Ogni individuo ha caratteristiche e proprietà specifiche, manifestate esternamente e “visibili”, che ne costituiscono il *fenotipo*. È il fenotipo a dettare le possibilità e i limiti delle interazioni dell'individuo con l'ambiente in cui vive. Ma il fenotipo è determinato sostanzialmente dall'invisibile patrimonio genetico (il *genotipo*), costituito dai geni, che sono le unità fondamentali dei cromosomi. Ad ogni gene corrisponde, in generale, un caratteristico fenotipo. Pertanto la sopravvivenza degli individui con caratteristiche più adatte, significa in realtà la sopravvivenza dei geni più adatti.

I due principi fondamentali dell'evoluzione sono la *variazione genetica* e la *selezione naturale*.

Affinché la popolazione possa evolvere, gli individui che la costituiscono devono anzitutto avere una ricca varietà di fenotipi e, quindi, di genotipi.

Può allora scattare la selezione, che premia la sopravvivenza, la longevità e la riproduzione degli individui più adatti.

I meccanismi generatori della varietà del genotipo sono sostanzialmente due: un processo combinatorio dei geni, grazie ai diversi apporti dei genitori, nell'ambito della riproduzione sessuale, e le mutazioni geniche casuali.

Le mutazioni producono nuovi geni, alcuni dei quali si tramandano alle generazioni successive, mentre altri scompaiono e, il cosiddetto *pool di geni*, nel quale "pesca" la selezione naturale, cambia continuamente.

I cambiamenti che si verificano da una generazione all'altra sono molto piccoli, ma quelli positivi si accumulano (selezione cumulativa) e, nell'arco di tempi lunghissimi, danno origine a cambiamenti enormi.

Come già aveva notato Darwin¹, in alcuni casi bastano periodi limitati di tempo affinché si verifichino cambiamenti notevoli².

La terminologia utilizzata si ispira direttamente agli studi sull'evoluzione naturale e biologica. La combinazione delle ipotesi darwiniane con la genetica, ha dato luogo a principi che costituiscono le basi della genetica delle popolazioni, ovvero della spiegazione dell'evoluzione a livello genetico delle popolazioni.

- Individuo = Soluzione di un problema
- Popolazione = Insieme di soluzioni
- Fitness = Qualità di una soluzione
- Cromosoma = Rappresentazione di una soluzione
- Gene = Componente di una rappresentazione
- Crossover, Mutazione = Operatori per la ricerca di soluzioni
- Selezione Naturale = Riutilizzo di buone soluzioni

Il funzionamento di un algoritmo genetico è simile al processo evolutivo teorizzato da Darwin.

Un algoritmo genetico parte da un certo numero di possibili soluzioni, dette popolazione, ognuna delle quali rappresenta un individuo, e provvede a farle evolvere nel corso dell'esecuzione: a ciascuna iterazione, esso opera una selezione di individui della popolazione corrente, impiegandoli per generare nuovi elementi della popolazione stessa, che andranno a sostituire un pari numero di individui già presenti, e a costituire in tal modo una nuova popolazione per l'iterazione, o generazione, seguente. Tale successione di generazioni evolve verso una soluzione ottima del problema assegnato.

Nel contesto degli algoritmi genetici di Holland, gli individui più forti sono quelli con fitness più alta, poiché risolvono meglio di altri i problemi di ricerca; per questo essi devono essere privilegiati nella fase di selezione degli individui che potranno riprodursi dando luogo a nuovi individui.

L'evoluzione viene ottenuta attraverso una parziale ricombinazione delle soluzioni, quindi ogni individuo trasmette parte del suo patrimonio genetico ai propri discendenti.

¹ Charles Darwin, naturalista inglese, nato il 2 febbraio 1809 e morto il 9 aprile 1882, formulò la teoria dell'evoluzione delle specie animali e vegetali per la selezione naturale di mutazioni casuali congenite ereditarie e teorizzò la discendenza di tutti i primati, uomo compreso, da un antenato comune. Il suo lavoro più noto è "*L'origine delle specie per mezzo della selezione naturale*" del 1859.

² Un esempio è costituito dalla selezione di animali domestici, guidata dall'uomo anziché dall'ambiente, che ha prodotto nel giro di poche migliaia di anni razze canine così diverse come il pastore tedesco e il bassotto.

Finita la fase di riproduzione, la popolazione delle soluzioni viene analizzata e vengono tenute solo le soluzioni che meglio risolvono il problema: gli individui con le qualità più adatte all'ambiente in cui si trovano, hanno quindi maggiori possibilità di sopravvivere e riprodursi. Queste soluzioni subiscono una nuova fase di evoluzione e così via, fino a generare una popolazione di soluzioni che riescono a risolvere adeguatamente il problema posto.

Non vi è modo di decidere a priori se l'algoritmo sarà effettivamente in grado di trovare una soluzione accettabile; di norma gli algoritmi genetici vengono utilizzati per problemi di ottimizzazione per i quali non si conoscono algoritmi di complessità lineare o polinomiale.

3.2. Gli algoritmi evolutivi

Gli algoritmi genetici costituiscono un sottoinsieme degli algoritmi evolutivi, termine generico che indica una vasta gamma di sistemi di risoluzione dei problemi basati sull'utilizzo del calcolatore, affini ai processi evolutivi. Oltre agli algoritmi genetici, gli algoritmi evolutivi comprendono la Programmazione Evolutiva, le Strategie Evolutive, i Sistemi Classificatori e la Programmazione Genetica.

Gli algoritmi evolutivi sono strategie euristiche che imitano i processi di evoluzione naturale per risolvere i problemi di ricerca globale e si caratterizzano per la capacità di risolvere problemi anche con scarsa conoscenza del dominio. Tuttavia, la loro diffusione è limitata dalle difficoltà di progettazione, dovute all'elevato numero di parametri da impostare e dalla necessità di utilizzare una dimensione di popolazione elevata per ottenere una buona convergenza in problemi di una certa difficoltà. Ne conseguono tempi elevati, sia in fase di tuning dei parametri che durante l'esecuzione dell'algoritmo.

Nel contesto dell'ottimizzazione si è soliti operare una distinzione fra *tecniche locali* e *tecniche globali*, laddove le prime ricercano il minimo relativo di una funzione obiettivo senza tuttavia garantire che, fra tutte le soluzioni di minimo relativo, quella trovata rappresenti anche la soluzione di minimo assoluto, mentre le seconde esplorano lo spazio delle variabili alla ricerca del minimo assoluto.

Le *tecniche locali* necessitano di un'approssimazione iniziale, dalla quale, mediante un procedimento iterativo, l'algoritmo può ricavare la soluzione ottimale. Nella maggior parte dei casi, questi metodi richiedono il calcolo del vettore-gradiente della funzione obiettivo per guidare la direzione della ricerca: muovendosi lungo tale direzione si calcola il minimo della funzione con un metodo unimodale.

In tale punto, di minimo approssimato, si ripete di nuovo il calcolo del gradiente per ottenere una nuova direzione di ricerca, ripetendo l'algoritmo in maniera iterativa fino a raggiungere una buona approssimazione del minimo locale.

Esiste una discreta varietà di metodi fondati sul calcolo del gradiente: i metodi più sofisticati [6] richiedono il calcolo dell'Hessiano, come negli algoritmi Davidon-Fletcher-Powell (DFP) o Broyden Fletcher Goldfarb Shannon (BFGS).

La necessità di dover fornire un'approssimazione iniziale può limitare fortemente l'utilità delle tecniche locali nell'ambito della sintesi di meccanismi articolati, poiché l'utente potrebbe fornire un meccanismo di partenza intuitivamente prossimo a una soluzione buona, ma, a partire da questo, l'ottimizzatore potrebbe ricavare solamente una soluzione di ottimo locale e non assoluto. Con l'aumentare del numero di ottimi, la complessità dimensionale del problema aumenta, al punto da rendere sempre più difficile la scelta di approssimazioni iniziali accettabili, e sempre più alto il rischio di incorrere in ottimi relativi e non assoluti.

Nel *metodo del gradiente* si utilizzano le informazioni sul gradiente della funzione per guidare la direzione della ricerca. La funzione deve essere perciò continua, altrimenti non ne può essere calcolata la derivata. In generale questi metodi sono detti di *hill climbing* (o di scalata) e vengono utilizzati nel caso di funzioni con un solo picco (unimodali), meno per funzioni multimodali, nelle quali non è detto che il primo picco scalato sia il più alto.

Un esempio è mostrato in figura 3.1, dove, partendo da un punto iniziale X scelto a caso, con movimenti verso l'alto viene localizzato il picco B, ma A e C non vengono trovati.

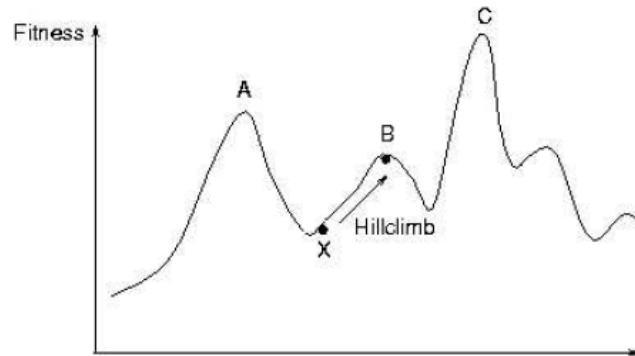


Figura 3.1 - Metodo del gradiente: interpretazione grafica

Nella *ricerca casuale* l'approccio per funzioni complicate è una ricerca casuale o enumerata. I punti nello spazio di ricerca sono scelti a caso, o in qualche maniera sistematica, e il loro valore calcolato. E' un metodo poco intelligente e di solito viene evitato.

Nel *metodo della ricerca iterata*, i metodi della ricerca casuale e quello del gradiente sono combinati per avere una scalata iterata. Una volta che un picco è stato trovato, la scalata inizia nuovamente da un altro punto scelto a caso. La tecnica ha il vantaggio della semplicità e da buoni risultati con funzioni che non hanno molti massimi locali. Comunque, poiché ogni prova è fatta isolatamente, non si ottiene una figura complessiva della forma del dominio.

Mentre la ricerca casuale progredisce, si continuano ad allocare lo stesso numero di prove sia in regioni dove sono stati trovati alti valori di fitness, sia in regioni con basso valore di fitness.

Le *tecniche globali* non richiedono approssimazioni iniziali, dato che tendono a esplorare tutto lo spazio delle variabili, alla ricerca della soluzione che minimizzi la funzione obiettivo nel migliore dei modi. Tale esplorazione avviene tramite un numero discreto di campionamenti, distribuiti con diverse tecniche [6].

Solitamente si limita l'esplorazione dello spazio-variabili entro un certo intervallo ma, anche ponendo limiti inferiori e superiori alle variabili, emerge chiaramente come un numero elevato di variabili possa comportare una complessità dimensionale, tale da rendere molto inefficiente un semplice metodo di campionamento random.

Per tale ragione sono stati introdotti metodi in grado di utilizzare pochi campionamenti iniziali, che guidano successivi infittimenti dei campionamenti mediante processi iterativi. Fra questi vengono citati i metodi genetici, dei quali esistono numerose varianti [7]. Traendo spunto dai principi dalle teorie evuzionistiche naturali, i metodi genetici implementano modelli evolutivi in grado di simulare la capacità di adattamento di singoli individui ad un ambiente in cui sussista una pressione selettiva [8].

Un algoritmo genetico, a differenza delle altre tecniche presentate, inizia con una popolazione iniziale casuale, e assegna maggiori tentativi di selezione alle regioni con più alto fitness. Questo è uno svantaggio se il massimo si trova in una piccola regione circondata su tutti i lati da regioni con basso valore di fitness ma questo tipo di funzione è difficile da ottimizzare con qualsiasi metodo.

3.3. Il modello di Holland³

Il modello originario di Holland si basa su una popolazione di n stringhe di bit di lunghezza fissata l ($n, l \in \mathbb{N}$), generate in modo casuale. L'insieme delle stringhe binarie di lunghezza l ha 2^l elementi e rappresenta lo spazio delle soluzioni del problema. Ogni stringa (genotipo) è la codifica binaria di una soluzione candidata (fenotipo).

In generale la funzione di fitness si presenta nella seguente forma:

$$F = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Tramite questa funzione, a ogni genotipo g_i della popolazione iniziale $P_{(t=0)}$ è associato un valore $F_i = F(g_i)$ che rappresenta la capacità dell'individuo di risolvere il problema dato. Per determinare il valore di adattabilità, la funzione di fitness riceve in input un genotipo, lo decodifica nel corrispondente fenotipo e lo testa sul problema dato.

Una volta conclusa la fase di valutazione degli individui della popolazione iniziale, si genera una nuova popolazione $P_{(t+1)}$ di nuove n soluzioni candidate, applicando gli operatori di selezione, crossover e mutazione.

Un qualsiasi algoritmo di ottimizzazione efficiente, deve usare due tecniche per trovare il massimo globale:

- exploration (esplorazione): per esaminare nuove e sconosciute aree dello spazio di ricerca;
- exploitation (sfruttamento): per usare i punti precedentemente visitati al fine di trovare punti migliori.

Queste richieste sono contraddittorie, perciò un buon algoritmo di ricerca deve trovare un buon compromesso tra le due.

Una ricerca puramente casuale è buona per l'esplorazione, ma non fa nessuno sfruttamento, mentre un metodo puramente di scalata, come l'hill climb, è buono per lo sfruttamento, ma fa poca esplorazione. La combinazione di queste due tecniche può essere abbastanza efficace, ma è difficile sapere dove si trova l'equilibrio migliore, ossia, quanto sia necessario sfruttare prima di arrendersi ed esplorare oltre.

Holland ha dimostrato che un algoritmo genetico combina allo stesso tempo esplorazione e sfruttamento e in un modo ottimale.

Comunque, sebbene questo sia teoricamente vero, in pratica ci sono problemi inevitabili. Holland, infatti, ha fatto alcune semplificazioni:

1. la popolazione è infinita;
2. la funzione fitness riflette accuratamente l'utilità della soluzione;
3. i geni in un cromosoma non interagiscono significativamente.

L'ipotesi (1) non può essere mai verificata in pratica e a causa di ciò il funzionamento dell'algoritmo sarà soggetto a errori stocastici. Una volta che un gene converge in questa maniera, il crossover non può introdurre nuovi valori di geni. Ciò produce un effetto a catena, in modo tale che, con il procedere delle generazioni, ogni gene diventa eventualmente fissato.

³ John Holland: professore alla University of Michigan, negli anni '60 e '70 fu l'inventore degli Algoritmi Genetici.

Le ipotesi (2) e (3) possono essere verificate su funzioni test che si comportano bene in laboratorio, ma sono difficili da soddisfare nel mondo reale.

Un teorema di Holland [4] assicura che, sotto determinate ipotesi, gli individui con valore di fitness elevato, tendono a crescere esponenzialmente nella popolazione attraverso il meccanismo dell'incrocio, assicurando così la convergenza dell'AG verso una soluzione ottimale.

Nel suo teorema sugli schemi, detto anche “*Teorema fondamentale degli Algoritmi Genetici*”, egli dimostra che uno schema, ossia una particolare combinazione di geni che occupano posizioni precise all'interno di un cromosoma, prolifera più rapidamente se, oltre ad avere un valore di fitness elevato, contiene un piccolo numero di geni specifici non lontani fra loro e ciò riduce la probabilità di distruggere lo schema durante la fase di riproduzione.

Tuttavia, a causa di complessi fenomeni di interazione non lineare tra gruppi di valori di una stringa, rappresentante un individuo, non si può affermare con certezza che la combinazione di geni, altamente performanti, sia sempre destinata a produrre individui ancora migliori. Sostanzialmente, non sempre l'operazione genetica di crossover produce risultati accettabili, anzi a volte può accadere che, a partire da due genitori molto promettenti, si ottenga un discendente decisamente meno valido.

Gli AG offrono una notevole trasparenza nel modo di elaborare i dati permettendo di generalizzare tecniche e metodologie in contesti decisamente diversi. Essi, generalmente, si presentano come l'unica strada praticabile per individuare una o più soluzioni delle quali si conosca l'esistenza ma non la procedura algoritmica per individuarle.

3.4. Le fasi di un algoritmo genetico

Lo sviluppo di un algoritmo genetico per la risoluzione di un particolare problema coinvolge due tipi di decisione. La prima riguarda il modo in cui il problema deve essere modellato e include la definizione dello spazio delle soluzioni ammissibili, la forma della funzione di fitness e il modo in cui gli individui devono essere presentati come stringhe (tipologia di codifica). La seconda concerne i parametri dell'algoritmo genetico stesso e include le proporzioni della popolazione da riprodurre, incrociare e mutare, la procedura di selezione, il numero di generazioni, e le decisioni relative a variazioni rispetto all'algoritmo di base.

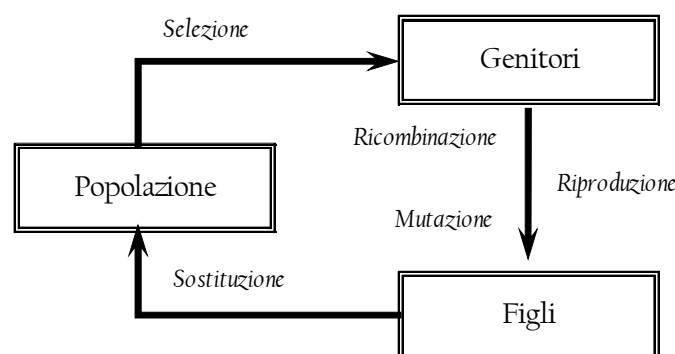


Figura 3.2 - Il ciclo evolutivo

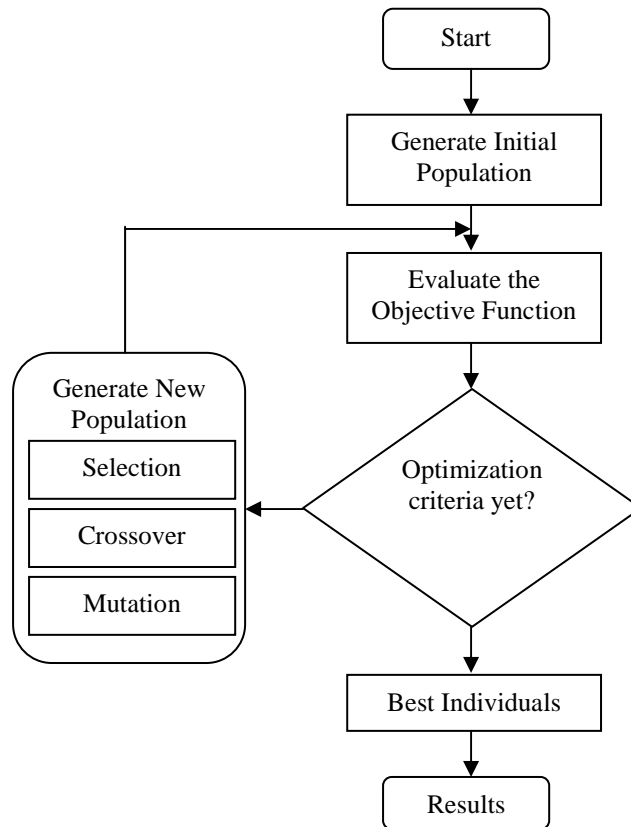


Figura 3.3 - Struttura base di un algoritmo genetico

In tale contesto solamente gli individui migliori sopravvivono alla selezione naturale e sono in grado di riprodursi, generando una prole che eredita le caratteristiche dei genitori (figura 3.2). La maggior parte dei metodi genetici si articolano nelle seguenti fasi [9] (figura 3.3):

- generazione di una *popolazione iniziale* casuale: ciò corrisponde alla creazione di una distribuzione di N campionamenti casuali nello spazio variabili;
- creazione di una sequenza di nuove popolazioni, o generazioni: in ciascuna iterazione, gli individui (codificati da un *cromosoma*, una stringa di lunghezza costante formata da *geni*) della popolazione corrente sono usati per creare la generazione successiva;
- ciascun membro della popolazione corrente è valutato calcolandone il rispettivo valore della *funzione fitness* (idoneità), chiamata anche funzione obiettivo;
- *ordinamento* di tali individui sulla base dei valori di fitness e selezione degli individui con fitness migliore;
- accoppiamento degli individui più promettenti, selezionati come genitori, mediante l'operatore di *crossover*;
- applicazione di *mutazioni genetiche*;
- applicazione di eventuali altri operatori genetici (*elitismo*);
- gli individui così generati vanno a sostituire i genitori consentendo la formazione della *generazione successiva*;
- ripetizione dei passi fino alla *convergenza* nel punto di ottimo.

Di seguito, viene presentata la pseudo-codifica di un algoritmo genetico canonico, secondo le direttive enunciate da Holland.

Begin

$t \leftarrow 0$

Δ Inizializza una popolazione di cromosomi $P(t)$

Δ Valuta $P(t)$ usando una funzione di fitness

While (...) do

Δ Seleziona individui da $P(t)$ e inseriscili in P_1

Δ Seleziona individui da P_1 e inseriscili nel Mating Pool

Δ Applica il crossover agli individui nel Mating Pool formando P_2

Δ Applica la mutazione agli individui di P_2 formando P_3

Δ Forma $P(t+1)$ selezionando per rimpiazzamento individui da P_3 e $P(t)$

$t \leftarrow t+1$

end

3.4.1. Codifica

Gli algoritmi genetici richiedono che ogni struttura della popolazione sia codificata con una stringa di simboli di un certo alfabeto: ad esempio, un valore di una variabile può essere codificato con una stringa di valori binari, oppure con una stringa di valori reali.

Se in linea di principio è possibile codificare le soluzioni di un problema con stringhe binarie, in altri casi si utilizzano rappresentazioni di livello più alto e si definiscono operatori di crossover e mutazione in grado di operare su tali rappresentazioni.

Si è adottata la *codifica reale*, in luogo della tradizionale *codifica binaria*, per le superiori doti di convergenza nei problemi di ottimizzazione [9] e per le seguenti considerazioni.

La codifica binaria è importante non solo dal punto di vista storico, ma anche perché i risultati teorici più rilevanti sono stati ottenuti con modelli basati su di essa. Occorre definire una funzione che decodifichi il genotipo, o parti di esso, in uno o più valori reali.

La rappresentazione binaria ha il vantaggio di rendere più semplice la definizione degli operatori genetici, e inoltre si presta meglio ad alcune analisi di carattere teorico sulle garanzie di convergenza dell'algoritmo.

Per contro, essa rallenta l'esecuzione dell'algoritmo a causa delle continue conversioni binario-decimale e viceversa e determina una maggiore lunghezza dei cromosomi (la struttura dei dati è un vettore di bit di lunghezza l , cui corrisponde uno spazio di 2^l soluzioni possibili). Con una codifica binaria dei parametri reali, è necessario scegliere preliminarmente la risoluzione della strategia di codifica, la quale determina il numero di bit necessari a rappresentare le soluzioni.

La codifica basata su numeri reali è la più naturale per problemi di ottimizzazione di parametri reali. La struttura dei dati è un vettore di lunghezza l dove ogni elemento è un numero reale. Ogni soluzione candidata è un punto nello spazio della ricerca e non è necessario prevedere funzioni di decodifica del genotipo.

La codifica reale offre una maggiore compattezza e leggibilità del cromosoma, la possibilità di esplorare più ampi intervalli di variabilità dei parametri e una precisione che dipende dalla macchina su cui si lavora (generalmente migliore di quella binaria).

Si dovranno utilizzare operatori genetici diversi da quelli binari che impongono ai nuovi individui generati di appartenere ai relativi range. La codifica reale ha inoltre la proprietà che due punti vicini nello spazio della rappresentazione sono vicini anche nello spazio del problema e viceversa (e questo non è generalmente vero per l'approccio binario).

3.4.2. Popolazione iniziale

L'algoritmo inizia con la creazione di una popolazione iniziale di soluzioni, generata di solito in modo casuale.

L'evoluzione naturale opera su intere popolazioni di individui attraverso processi ciclici e generazionali, determinati esclusivamente dalle contingenze ambientali e dalle interazioni fra i vari organismi.

Se si sceglie una popolazione piccola, l'algoritmo è in grado di eseguire le sue iterazioni più velocemente, ma presenta una minore capacità esplorativa, cosa che può determinare una convergenza prematura a una soluzione molto lontana dall'ottimo effettivo.

Se si sceglie invece una dimensione della popolazione troppo ampia, si rende l'algoritmo eccessivamente e inutilmente lento. La scelta appropriata della dimensione della popolazione dipende anche dalla lunghezza dei cromosomi che descrivono una soluzione. All'aumentare del numero di geni di una soluzione corrisponde un aumento della minima dimensione della popolazione in grado di garantire risultati soddisfacenti.

La popolazione iniziale è generata casualmente per garantire un'ampia varietà di possibili soluzioni (in alcune applicazioni questa scelta non è auspicabile se è necessario generare una popolazione che si trovi in un intorno del punto di convergenza).

Secondo un criterio empirico, suggerito dall'esperienza, se la popolazione è piccola, entrambe le probabilità dovrebbero essere più grandi che nel caso contrario.

3.4.3. Fitness

Gli algoritmi genetici richiedono che ogni struttura della popolazione agisca nell'ambiente (ovvero sia messa a confronto con il problema) e la sua performance sia valutata con un unico valore: ad esempio un organismo può essere valutato in base al suo adattamento all'ambiente, oppure un valore della variabile indipendente in base al valore assunto dalla funzione.

La condizione di uscita del ciclo è determinata dal raggiungimento di una soluzione soddisfacente, vale a dire caratterizzata da un valore della funzione giudicato buono, oppure dal raggiungimento di un numero prefissato di generazioni da elaborare.

Per definire quanto sia "buona" la qualità di un individuo della popolazione, si definisce una funzione obiettivo che specifica numericamente la *fitness dell'individuo*: un valore migliore della fitness indica una migliore soluzione del problema considerato. In questo modo, la funzione obiettivo emula lo stesso ruolo della naturale capacità di sopravvivenza degli organismi biologici, legata alla loro forza.

Gli AG non richiedono particolari ipotesi sulla forma o altre caratteristiche della funzione obiettivo, che può quindi essere non lineare nei parametri ottimizzati, multi-modale e discontinua.

Al contrario, è necessario rendere il più possibile efficienti i meccanismi necessari alla valutazione della fitness, perché un AG richiede, in genere, (centinaia di) migliaia di chiamate alla funzione obiettivo per convergere alla soluzione finale.

La funzione fitness associata a ogni cromosoma è strettamente legata alla funzione obiettivo che deve essere ottimizzata, e definisce la probabilità che una stringa sia selezionata per generare la popolazione successiva.

Da un punto di vista formale è possibile dire che, dato un elemento X appartenente a uno spazio cartesiano D (nel caso in cui n sia la cardinalità di D , allora X sarà un vettore), e data una funzione $f : D \rightarrow R$ detta funzione obiettivo, allora, la ricerca dell'ottimo globale è la ricerca di un X^* che massimizza tale funzione, ossia:

$$X^* \in D, e \forall X \in D : f(X) \leq f(X^*)$$

3.4.4. Tecniche di selezione dei genitori

La selezione dei genitori ha il compito di allocare opportunità riproduttive a ciascun individuo.

All'interno di una popolazione, a ogni individuo è associata una probabilità di selezione legata al valore della funzione fitness. L'operatore di selezione genera un numero casuale $c \in (0,1)$ che determina quale individuo verrà scelto. L'individuo selezionato viene copiato nel cosiddetto *mating pool*.

Il mating pool è così riempito di n copie degli individui selezionati, al tempo $P_{(t=0)}$. La nuova popolazione, $P_{(t+1)}$, è ottenuta attraverso gli operatori di crossover e mutazione.

Il ciclo che realizza la generica iterazione di un algoritmo genetico determina il passaggio da una generazione all'altra. Esso inizia con la selezione dei genitori dalla popolazione corrente, ovvero degli individui che partecipano alla fase di riproduzione.

La selezione viene fatta in base ai valori di fitness che presentano i singoli individui all'interno della popolazione. Una volta assegnato il valore di fitness a tutti gli individui, esistono diversi algoritmi che effettuano la selezione dei genitori. In questo studio ne vengono presi in considerazione diversi.

Nella versione degli AG più frequentemente utilizzata, la selezione degli individui che partecipano alla riproduzione è di tipo probabilistico.

Il meccanismo di scelta più utilizzato assegna a ciascun individuo della popolazione una probabilità di sopravvivenza proporzionale al suo valore di fitness. Ciò implica che, in media, gli individui più forti si riproducono più frequentemente.

Il risultato della selezione è quindi la creazione di una "piscina di accoppiamento" (*mating pool*) in cui vengono inseriti gli individui per la riproduzione: gli individui migliori hanno molta probabilità di essere copiati più volte, mentre i peggiori potrebbero non essere copiati affatto. Sotto un severo schema di riproduzione, la dimensione del mating pool è uguale a quella della popolazione. Dopo di ciò, coppie di individui vengono tirati fuori dalla piscina e fatti accoppiare.

La creazione di questa piscina comporta diversi problemi riguardanti la dimensione e il numero di individui (pari o dispari) che può essere inserito: esistono diverse tecniche per risolvere queste situazioni, tra le quali il rimappaggio del fitness.

Il principale inconveniente della riproduzione probabilistica è che essa comporta il rischio di un fenomeno denominato *convergenza prematura* (si veda più avanti).

Tra le soluzioni più adottate per risolvere questo problema sono presenti le strategie di:

- *fitness ranking* [10]: gli individui della popolazione sono ordinati per fitness decrescente e a ciascuno di essi è assegnata una probabilità di riproduzione in base alla posizione nella graduatoria e non in base al valore specifico della fitness.

In altre parole, data una popolazione P contenente N individui ($|P| = N$) e l'insieme delle funzioni fitness della popolazione, gli N individui di P vengono ordinati secondo i valori delle fitness corrispondenti.

La probabilità di ogni individuo $i \in P$ di essere selezionato, viene impostata secondo una funzione della posizione che esso occupa all'interno della popolazione dopo l'ordinamento.

Le funzioni usate per assegnare i valori di probabilità agli individui sono solitamente lineari o esponenziali.

I vantaggi sono che non si ha convergenza prematura (nessun individuo ha probabilità molto maggiore degli altri di essere selezionato) e non si ha stagnazione (le probabilità sono sempre ugualmente distribuite). Lo svantaggio è la pesantezza computazionale.

- *tournament selection* [11,12]: si estraggono casualmente n coppie di individui nella popolazione e si confrontano tra di loro, selezionando per la riproduzione i vincitori di ciascun confronto come individui. Non c'è quindi bisogno di un ordinamento come accadeva nel caso precedente.
- *roulette wheel selection* [13]: i genitori sono selezionati in base al valore della loro fitness. I migliori cromosomi hanno maggiore probabilità di essere selezionati.

Questo metodo può essere assimilato a una roulette in cui vengono piazzati tutti i cromosomi, ognuno dei quali occupa uno spazio di dimensione proporzionale al suo valore di fitness, come rappresentato in figura 3.4. Poi si lancia la pallina e si seleziona il cromosoma, quindi i cromosomi con alto fitness possono essere selezionati più volte. La procedura da seguire è la seguente:

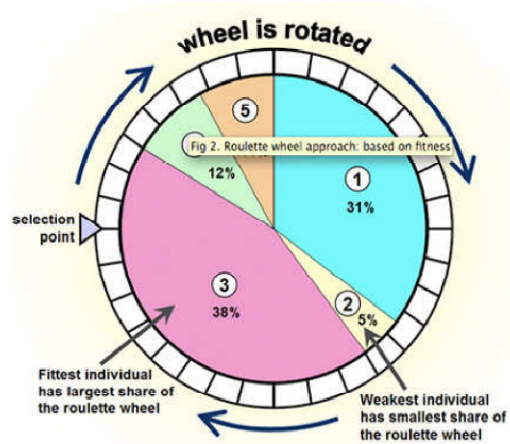


Figura 3.4 - Metodo della Roulette Wheel

1. la circonferenza di un immaginario cerchio viene divisa in M segmenti con apertura angolare:

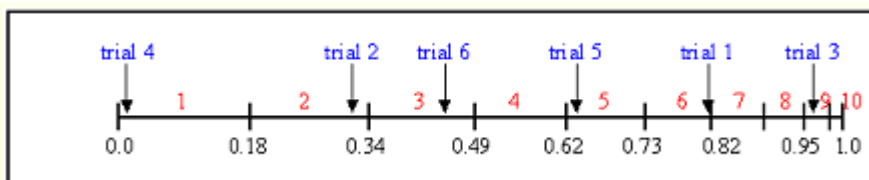
$$A_i = \frac{2\pi \cdot f_i}{\sum (f_i)}$$

quindi con $\sum_i (A_i) = 2\pi$;

2. per ogni f_i si genera un numero a caso k , con distribuzione uniforme tra 0 e 1;
3. il cromosoma (i) viene scelto se k cade nel relativo settore A_i .

Numero di individui	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Fitness	2.0	1.8	1.6	1.4	1.2	1.0	0.8	0.6	0.4	0.2	0.0
Probabilità di selezione	0.18	0.16	0.15	0.13	0.11	0.09	0.07	0.06	0.03	0.02	0.00

Selezionando casualmente 6 numeri: 0.81, 0.32, 0.96, 0.01, 0.65, 0.42,



la nuova popolazione sarà costituita dai seguenti individui: 1, 2, 3, 5, 6, 9.

Per quanto riguarda la selezione di tipo *tournament* esistono alcune varianti.

Nella più semplice, la selezione di torneo binario, coppie di individui sono prese a caso tra la popolazione: chiunque abbia un alto fitness viene copiato nel mating pool, e insieme vengono sostituiti nella popolazione originale; questo è ripetuto finché la piscina non è piena.

Possono essere usati tornei più grandi, dove il migliore di n individui scelti a caso è copiato nel mating pool, e questo ha l'effetto di aumentare la pressione di selezione, perchè gli

individui sotto la media difficilmente vinceranno i tornei, mentre i migliori avranno ottime probabilità.

Un'ulteriore generalizzazione è la selezione con torneo binario statistico, dove i migliori individui vincono i tornei con probabilità p dove $0.5 < p < 1$. Usando valori più bassi di p si diminuisce la pressione di selezione⁴, perché gli individui sotto la media sono in proporzione più avvantaggiati nel vincere un torneo, mentre quelli sopra la media perdono probabilità. Aggiustando la probabilità di vincere o la dimensione del torneo, la pressione di selezione può essere resa grande o piccola a piacere.

Goldberg [13] ha confrontato questi tre differenti schemi (fitness ranking, tournament selection e roulette wheel selection) concludendo che, tramite opportuni aggiustamenti dei parametri, tutti gli schemi hanno performance simili, quindi non c'è una tecnica migliore in assoluto.

3.4.5. Il crossover

Alla selezione dei genitori segue quella di riproduzione, mediante la quale avviene la generazione di nuovi punti dello spazio di ricerca: ciascuna coppia di individui prescelti genera, con probabilità P_C (probabilità di crossover) una coppia di figli.

All'interno del mating pool quindi, sono scelti a caso due individui, detti genitori: dopo aver effettuato la selezione dei genitori e averli posizionati nel mating pool, devono essere effettuate tutte le operazioni per permettere l'evoluzione della specie. Questo viene ripetuto finché la piscina rimane vuota.

In natura un discendente è raramente un esatto clone di un genitore: esso ha due genitori ed eredita geni da entrambi.

Il processo di riproduzione simula il meccanismo biologico di crossover in cui si verifica uno scambio di gruppi di geni appartenenti ai due genitori: proprio grazie a tale scambio di informazioni genetiche si verifica il processo evolutivo che porta il sistema verso la regione di ottimo (figura 3.5).

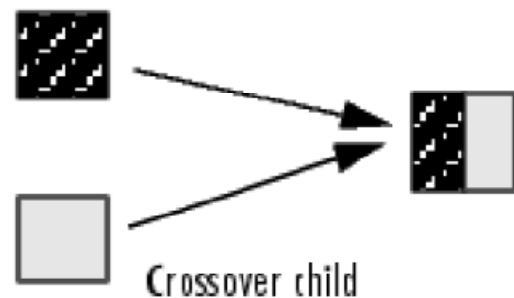


Figura 3.5 - Crossover: interpretazione grafica

Il parametro P_C esprime la probabilità che ha un individuo di riprodursi per accoppiamento durante una generazione, e può variare da 0 a 1.

In generale va osservato come non si possa stabilire univocamente un valore ottimale, giacché la probabilità di crossover deve essere regolata con valori diversi per diversi tipi di problemi ([7] e [9]).

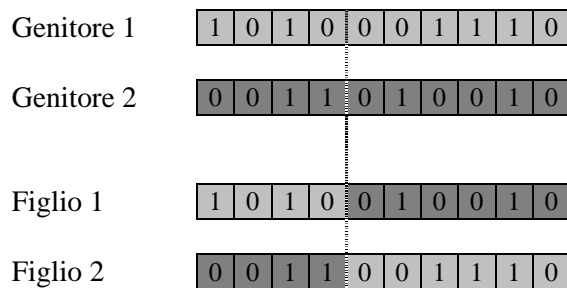
In [14] una P_C pari al 50% determina una convergenza più veloce ad un valore più alto di fitness, rispetto al caso di avere una $P_C = 100\%$.

3.4.6. Tipologie di crossover per BCGA

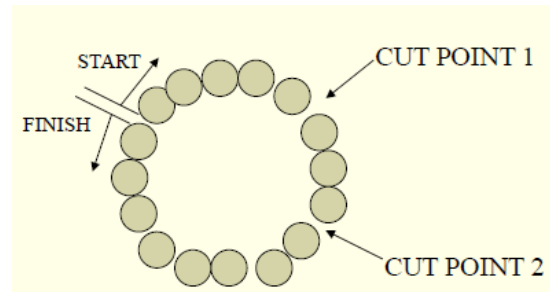
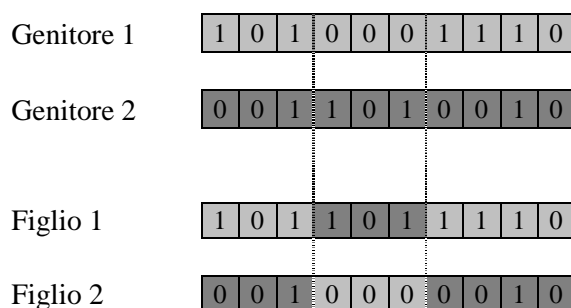
Utilizzando la codifica binaria sono disponibili diverse tecniche di crossover [15], [16], [17].

⁴ Probabilità del migliore individuo di essere selezionato in rapporto alla probabilità media di selezione di tutti gli individui.

Single-point crossover: prende due individui, e taglia le stringhe dei loro due cromosomi in una posizione scelta a caso, per produrre due segmenti “testa” (head) e due segmenti “coda” (tail).

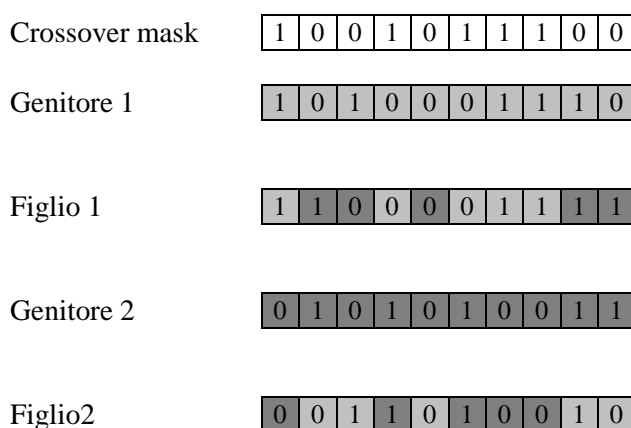


Two points crossover: gli individui non sono rappresentati da stringhe lineari, ma da cerchi. Quindi si sostituirà una porzione di circolo di un individuo con quella di un altro, selezionando due punti di crossover.



Crossover uniforme: ciascun gene nei figli è creato tramite una copia del corrispondente gene da uno dei due genitori, scelto in accordo a una “maschera di crossover” creata in maniera casuale.

Una nuova maschera di crossover è generata casualmente per ciascuna coppia di genitori. Il figlio, quindi, contiene una mistura di geni provenienti da ciascun genitore.



Il dibattito su quale sia la migliore tecnica di crossover è ancora in corso.

Syswerda [18] argomenta in favore dell’uniforme: infatti, in questa modalità, gli schemi che hanno un particolare ordine hanno la stessa probabilità di essere distrutti, a prescindere dalla lunghezza definita.

Con il two-points è la lunghezza definita dello schema che determina la sua predisposizione alla distruzione, non il suo ordine. Questo significa che, riguardo al crossover uniforme, gli

schemi con lunghezze definite “corte” hanno maggiori probabilità di essere distrutti, mentre le più “lunghe” sono distrutte meno facilmente.

Syswerda, inoltre, dice che il numero totale delle distruzioni degli schemi è comunque alta.

Il crossover uniforme ha il vantaggio che l'ordinamento dei geni è del tutto irrilevante e questo significa che gli operatori di riordinamento non sono necessari.

L'efficienza dell'algoritmo che usa il two-points decade drasticamente.

Il crossover uniforme d'altra parte, continua a lavorare bene almeno quanto un two-points usato con un cromosoma ordinato correttamente. Comunque, l'uniforme sembra essere la tecnica più robusta.

Eshelman [19] fornisce una comparazione estesa di differenti operatori di crossover, incluso uniform, two points e multi-points: questi sono analizzati teoricamente in termini di deviazione di posizione e distribuzione, ed empiricamente su alcuni problemi. Nessuno prevale sugli altri e, infatti, non esiste più del 20% di differenza nella velocità di convergenza delle tecniche.

Spears e DeJong [20] sono molto critici riguardo il multi-points e l'uniform crossover, mentre sono d'accordo con le analisi teoriche che mostrano l'ottimalità di uniform e two points crossover: affermano infatti che il crossover a due punti lavorerà male quando la popolazione è ampiamente convergente, e ciò a causa della ridotta produttività del crossover.

La produttività del crossover indica la capacità dell'operatore crossover di produrre nuovi cromosomi che nello spazio di ricerca campionano punti differenti. Quando due cromosomi sono simili, i segmenti scambiati dal two-points crossover è probabile che siano identici, e portano a figli che sono identici ai genitori. Questo è meno facile che succeda con l'uniform crossover: loro descrivono un nuovo operatore two-points crossover che, se produce due figli identici, sceglie due nuovi cross-point per variare i figli successivi. Questo operatore fu inserito per lavorare meglio del crossover uniforme in un problema test, ma le prestazioni erano solo leggermente superiori.

In una pubblicazione successiva hanno concluso che il two-points modificato è migliore per grandi popolazioni, ma che la maggiore distruzione del crossover uniforme è benefica se la dimensione della popolazione è piccola, confrontata con la complessità del problema, e quindi dà una performance più robusta.

3.4.7. Tipologie di crossover per RCGA

Semplici operatori di crossover sono: *media* (calcola la media aritmetica dei geni dei due genitori), *media geometrica* (calcola la radice quadrata del prodotto dei due valori), ed *extension* (calcola la differenza tra due valori e la aggiunge al più alto o la sottrae al più basso), ma si possono adottare tecniche più sofisticate, come quelle descritte in seguito.

Simple crossover [21]

E' l'operatore più simile a quello impiegato per i BCGA, e può essere utilizzato se i cromosomi sono costituiti da più di un singolo gene.

Definiti i cromosomi dei due genitori selezionati nella t-esima generazione, G_1^t e G_2^t , (ogni cromosoma ha n geni caratterizzati da un numero reale), si ottengono i due figli, G_1^{t+1} e G_2^{t+1} nel seguente modo:

$$\begin{cases} G_1^t = [g_{11}^t, g_{12}^t, \dots, g_{1i}^t, g_{1i+1}^t, \dots, g_{1n}^t] \\ G_2^t = [g_{21}^t, g_{22}^t, \dots, g_{2i}^t, g_{2i+1}^t, \dots, g_{2n}^t] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} G_1^{t+1} = [g_{11}^t, g_{12}^t, \dots, g_{1i}^t, g_{2i+1}^t, \dots, g_{2n}^t] \\ G_2^{t+1} = [g_{21}^t, g_{22}^t, \dots, g_{2i}^t, g_{1i+1}^t, \dots, g_{1n}^t] \end{cases}$$

Modified Simple crossover [9, 22]

Definiti i cromosomi dei due genitori selezionati nella t-esima generazione, G_1^t e G_2^t , si ottengono i due figli, G_1^{t+1} e G_2^{t+1} , nel seguente modo:

$$\begin{cases} G_1^t = [g_{11}^t, g_{12}^t, \dots, g_{1i}^t, g_{1i+1}^t, \dots, g_{1n}^t] \\ G_2^t = [g_{21}^t, g_{22}^t, \dots, g_{2i}^t, g_{2i+1}^t, \dots, g_{2n}^t] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} G_1^{t+1} = [g_{11}^t, g_{12}^t, \dots, \hat{g}_{1i}^t, g_{2i+1}^t, \dots, g_{2n}^t] \\ G_2^{t+1} = [g_{21}^t, g_{22}^t, \dots, \hat{g}_{2i}^t, g_{1i+1}^t, \dots, g_{1n}^t] \end{cases}$$

dove:

$$\begin{aligned} \hat{g}_{1i}^t &= \lambda_1 \cdot g_{1i}^t + (1 - \lambda_1) \cdot g_{2i}^t \\ \hat{g}_{2i}^t &= \lambda_2 \cdot g_{2i}^t + (1 - \lambda_2) \cdot g_{1i}^t \end{aligned}$$

e λ_1, λ_2 sono numeri casuali uniformemente distribuiti in $[0,1]$.

Arithmetic crossover [7]

Definiti i cromosomi dei due genitori selezionati nella t-esima generazione, G_1^t e G_2^t :

$$\begin{aligned} G_1^t &= [g_{11}^t, g_{12}^t, \dots, g_{1j}^t, \dots, g_{1n}^t] \\ G_2^t &= [g_{21}^t, g_{22}^t, \dots, g_{2j}^t, \dots, g_{2n}^t] \end{aligned}$$

i due figli vengono generati nel seguente modo:

$$\begin{aligned} G_1^{t+1} &= w_a \cdot G_1^t + (1 - w_a) \cdot G_2^t \\ G_2^{t+1} &= w_a \cdot G_2^t + (1 - w_a) \cdot G_1^t \end{aligned}$$

dove w_a è una costante pesata nell'intervallo $[0,1]$. Può valere 0.33, oppure 0.28 come proposto da [23].

Quest'ultima variante del crossover risponde all'esigenza di distribuire in modo molto uniforme i figli nello spazio-variabili, e conferisce un'elevata velocità di convergenza all'evoluzione del sistema.

Blend crossover (BLX- α crossover) [24]

Definiti i cromosomi dei due genitori selezionati nella t-esima generazione, G_1^t e G_2^t :

$$\begin{aligned} G_1^t &= [g_{11}^t, g_{12}^t, \dots, g_{1j}^t, \dots, g_{1n}^t] \\ G_2^t &= [g_{21}^t, g_{22}^t, \dots, g_{2j}^t, \dots, g_{2n}^t] \end{aligned}$$

essi generano un solo figlio $G_3^{t+1} = [g_{31}^{t+1}, g_{32}^{t+1}, \dots, g_{3j}^{t+1}, \dots, g_{3n}^{t+1}]$, dove g_{3j}^{t+1} è selezionato casualmente tra $[G_{\min} - I \cdot \alpha, G_{\max} + I \cdot \alpha]$ con:

$$G_{\min} = \min\{g_{1j}^t, g_{2j}^t\}$$

$$G_{\max} = \max\{g_{1j}^t, g_{2j}^t\}$$

$$I = G_{\max} - G_{\min}$$

e $\alpha \in [0,1]$ è parametro scelto dall'utente.

Se la pressione di selezione è nulla, $\alpha < 0.5$ e tutti i valori dimostrano che la popolazione tende alla convergenza a valori vicino al centro di essi, con il conseguente abbassamento del livello di diversità all'interno della popolazione e la possibile convergenza prematura a soluzioni che non sono ottime. Solo ponendo $\alpha = 0.5$ si ha l'ottimo bilancio tra esplorazione (trovare soluzioni completamente nuove) e sfruttamento (miglioramento delle soluzioni già ottenute).

Parent-Centric crossover (PBX) [25]

Definiti i cromosomi dei due genitori selezionati nella t-esima generazione, G_1^t e G_2^t :

$$G_1^t = [g_{11}^t, g_{12}^t, \dots, g_{1j}^t, \dots, g_{1n}^t]$$

$$G_2^t = [g_{21}^t, g_{22}^t, \dots, g_{2j}^t, \dots, g_{2n}^t]$$

si ottiene l'unico figlio $G_i^{t+1} = [g_{i1}^{t+1}, g_{i2}^{t+1}, \dots, g_{ij}^{t+1}, \dots, g_{in}^{t+1}]$, dove $g_{1j}^t, g_{2j}^t \in [a_j, b_j]$.

Il gene g_{1j}^{t+1} è scelto casualmente tra $\max\{a_j, g_{1j}^t - L \cdot \alpha\}$ e $\min\{b_j, g_{1j}^t + L \cdot \alpha\}$, $L = |g_{2j}^t - g_{1j}^t|$, mentre il gene g_{2j}^{t+1} è scelto casualmente tra $\max\{a_j, g_{2j}^t - L \cdot \alpha\}$ e $\min\{b_j, g_{2j}^t + L \cdot \alpha\}$, e solitamente $\alpha = 0.5$.

Crossover Hill-Climbing [25]

Esegue la seguente procedura:

- seleziona i due genitori G_1^t e G_2^t ;
- ripete n volte;
- esegue BLX- α crossover su G_1^t e G_2^t ;
- valuta il figlio e lo chiama Child best;
- sostituisce al peggiore tra G_1^t e G_2^t il figlio Child best, se è migliore;
- fornisce G_1^{t+1} e G_2^{t+1} .

Laplace crossover [26]

Definiti i cromosomi dei due genitori selezionati nella t-esima generazione, G_1^t e G_2^t :

$$G_1^t = [g_{11}^t, g_{12}^t, \dots, g_{1j}^t, \dots, g_{1n}^t]$$

$$G_2^t = [g_{21}^t, g_{22}^t, \dots, g_{2j}^t, \dots, g_{2n}^t]$$

vengono generati due figli.

Si genera un numero λ_i e un numero γ_i , uniformemente distribuiti in $[0,1]$, e un numero ϕ_i dalla distribuzione di Laplace come:

$$\phi_i = \begin{cases} a - b \cdot \ln(\lambda_i) & \gamma_i \leq 0.5 \\ a + b \cdot \ln(\lambda_i) & \gamma_i > 0.5 \end{cases}$$

dove i valori di a e b sono costanti. I figli si ottengono da:

$$g_{1j}^{t+1} = g_{1j}^t + \phi \cdot |g_{1j}^t - g_{2j}^t|$$

$$g_{2j}^{t+1} = g_{2j}^t + \phi \cdot |g_{1j}^t - g_{2j}^t|$$

Entrambi i figli sono disposti in modo simmetrico rispetto ai genitori, più b è basso più i figli saranno localizzati vicino ai genitori. Inoltre, per un certo valore di a e b , se i genitori sono vicini tra loro, anche i figli saranno vicini tra di loro, mentre se i genitori sono lontani tra loro, lo saranno anche i figli.

AveBXover [27]

La seguente tecnica combina l'average crossover e il bound crossover.

Il primo manipola i geni dei genitori selezionati e il minimo e il massimo valore dei geni. Il secondo è in grado di muovere i figli vicino al confine del dominio.

In questo caso sono generati quattro cromosomi figli anziché due e i migliori due, in termini di valore di fitness, saranno selezionati per rimpiazzare i due genitori.

Definiti, come in precedenza, i cromosomi dei due genitori selezionati nella t -esima generazione, G_1^t e G_2^t , ottenuti dalla selezione naturale, alla fine dell'operazione essi produrranno due figli.

Si applicano le due tecniche:

- Average crossover:

$$G_1^{t+1} = \frac{(G_1^t + G_2^t)}{2}$$

$$G_2^{t+1} = \frac{[(\mu_{\max} + \mu_{\min}) \cdot (1 - w_a) + (G_1^t + G_2^t) \cdot w_a]}{2}$$

- Bound crossover:

$$G_3^{t+1} = \mu_{\max} \cdot (1 - w_b) + \max\{G_1^t, G_2^t\} \cdot w_b$$

$$G_4^{t+1} = \mu_{\min} \cdot (1 - w_b) + \min\{G_1^t, G_2^t\} \cdot w_b$$

dove:

$$G_k^{t+1} = [g_{k1}^{t+1}, g_{k2}^{t+1}, \dots, g_{kj}^{t+1}, \dots, g_{kn}^{t+1}] \quad k = 1, 2, 3, 4$$

$$G_k^t = [g_{i1}^t, g_{i2}^t, \dots, g_{ij}^t, \dots, g_{in}^t] \quad i = 1, 2; j = 1, 2, \dots, n$$

$$para_{\min}^j \leq g_{ij}^t \leq para_{\max}^j$$

$$\mu_{\max} = G_i^{tU}, \quad \mu_{\min} = G_i^{tL}$$

in cui $w_a, w_b \in [0,1]$ e denotano il peso dell'average crossover e del bound crossover (possono valere 0.3 e 0.5) determinati dall'utente, e $\max\{G_1^t, G_2^t\}$ denota il vettore in cui, ogni elemento, è ottenuto prendendo il massimo dei corrispondenti elementi di G_1^t e G_2^t .

Tra $G_1^{t+1}, G_2^{t+1}, G_3^{t+1}$ e G_4^{t+1} , i due a cui corrisponde il valore maggiore di fitness sono usati come figli ed entreranno nella popolazione successiva, rimpiazzando i due genitori.

Heuristic crossover

Proposto per la prima volta da [17], venne poi utilizzato per risolvere problemi di ottimizzazione lineare senza limiti in [28], problemi di ottimizzazione non lineare in [29] e in problemi con e senza limiti.

Definiti i cromosomi dei due genitori selezionati nella t-esima generazione, G_1^t e G_2^t :

$$G_1^t = [g_{11}^t, g_{12}^t, \dots, g_{1j}^t, \dots, g_{1n}^t]$$

$$G_2^t = [g_{21}^t, g_{22}^t, \dots, g_{2j}^t, \dots, g_{2n}^t]$$

per cui vale che $Fitness(G_1^t) < Fitness(G_2^t)$, tra questi si effettua un'interpolazione lineare per generare l'unico figlio (come in figura 3.6), che sarà:

$$G_3^{t+1} = [g_{31}^{t+1}, g_{32}^{t+1}, \dots, g_{3j}^{t+1}, \dots, g_{3n}^{t+1}]$$

i cui geni sono ottenuti come $g_{3j}^{t+1} = r_i \cdot (g_{2j}^t - g_{1j}^t) + g_{1j}^t$, dove r_i è un numero casuale tra 0 e 1.

Rispetto agli altri operatori di crossover impiegati nella codifica reale, questa utilizza i valori della funzione fitness dei genitori.

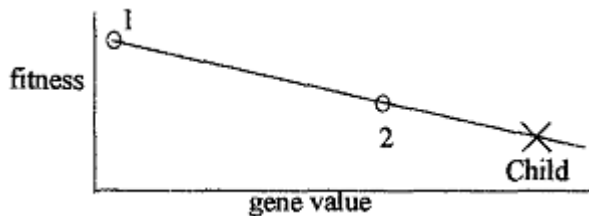


Figura 3.6 - Heuristic crossover: interpretazione grafica nel caso di minimizzazione della funzione fitness

Convex crossover [30]

La media pesata di due vettori, G_1^t e G_2^t , chiamata combinazione convessa, si calcola come:

$$S = \lambda_1 \cdot G_1^t + \lambda_2 \cdot G_2^t$$

dove per i moltiplicatori vale:

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 1$$

$$\lambda_1, \lambda_2 < 1$$

Definiti i cromosomi dei due genitori selezionati nella t-esima generazione, G_1^t e G_2^t :

$$G_1^t = [g_{11}^t, g_{12}^t, \dots, g_{1j}^t, \dots, g_{1n}^t]$$

$$G_2^t = [g_{21}^t, g_{22}^t, \dots, g_{2j}^t, \dots, g_{2n}^t]$$

se $Fitness(G_1^t) < Fitness(G_2^t)$, i figli generati saranno:

$$G_1^{t+1} = [g_{11}^{t+1}, g_{12}^{t+1}, \dots, g_{1j}^{t+1}, \dots, g_{1n}^{t+1}]$$

$$G_2^{t+1} = [g_{21}^{t+1}, g_{22}^{t+1}, \dots, g_{2j}^{t+1}, \dots, g_{2n}^{t+1}]$$

i cui geni sono ottenuti come:

$$g_{1j}^{t+1} = \lambda_1 \cdot g_{1j}^t + \lambda_2 \cdot g_{2j}^t$$

$$g_{2j}^{t+1} = \lambda_1 \cdot g_{2j}^t + \lambda_2 \cdot g_{1j}^t$$

dove λ_1, λ_2 sono numeri casuali distribuiti uniformemente nell'intervallo $[0,1]$.

Ponendo $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.5$ si ottiene il metodo utilizzato per la prima volta in [31], chiamato Average Convex crossover, e in [32], chiamato Intermediate crossover.

AABX [33]

Combina Arithmetic Crossover, Average Crossover e Bound Crossover e genera sei figli. Tra questi, i due a cui corrisponde il più alto valore di fitness sono selezionati come i due cromosomi figli, che andranno ad aggiungersi ai due genitori, determinando un allargamento della popolazione.

Center of mass crossover (CMX crossover) [34]

Si suppone che $G^t = [g_1^t, g_2^t, \dots, g_j^t, \dots, g_n^t]$ sia un vettore n-dimensionale di elementi reali che rappresenta una possibile soluzione (cromosoma). Si può definire il numero di genitori $m > 1$ e la dimensione della popolazione $N > m$.

Dall'insieme dei genitori $\{G_1^t, G_2^t, \dots, G_N^t\}$, sono scelti a caso m individui, rappresentativi di m genitori $G_i^t = [g_{i1}^t, g_{i2}^t, \dots, g_{ij}^t, \dots, g_{in}^t]$ con $i = 1, \dots, m$.

Il baricentro degli m genitori (figura 3.7), G_{CM} , si calcola come:

$$G_{CM} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m G_i^t$$

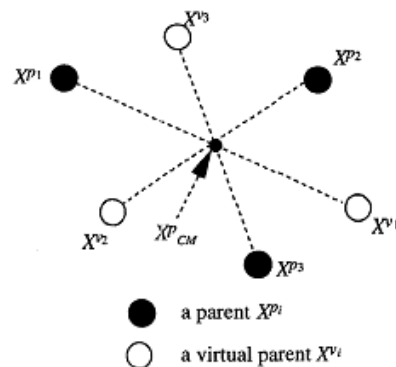


Figura 3.7 - Center of mass crossover: interpretazione grafica

Per ogni $i = 1, \dots, m$ si genera un genitore virtuale G_{Vi}^t , che risulta simmetrico a G_i^t rispetto al baricentro:

$$G_{Vi}^t = 2 \cdot G_{CM} - G_i^t$$

Incrociando i due genitori si genera il figlio G_1^{t+1} . In sostanza m genitori generano m figli. Alla fine si sceglierà un altro insieme di m genitori che genereranno m figli, fino a che N nuovi figli sono generati.

Seed crossover [34]

Mediante questa tecnica, m genitori sono scelti in base al valore della funzione fitness. La ricombinazione tra due genitori è affidata ad un "torneo knockout" e solo un figlio è generato da m genitori.

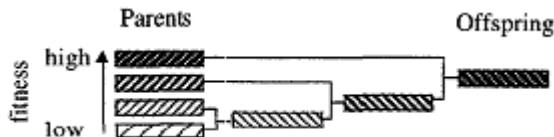


Figura 3.8 - Seed crossover: interpretazione grafica

Simulated binary crossover [35]

Inizialmente si genera un numero casuale u distribuito uniformemente tra 0 e 1. Si determina un parametro γ usando una distribuzione di probabilità polinomiale, definito come:

$$\gamma = \begin{cases} (u \cdot \alpha)^{1/\eta_c + 1} & \text{se } u \leq 1/\alpha \\ (1/2 - u \cdot \alpha)^{1/\eta_c + 1} & \text{altrimenti} \end{cases}$$

dove:

$$\alpha = 2 - \beta^{-(\eta_c - 1)}$$

e

$$\beta = 1 + \frac{2}{g_{2j}^t - g_{1j}^t} \cdot \min[(g_{1j}^t - g_{1j}^L), (g_{1j}^U - g_{2j}^t)]$$

η_c è un numero positivo (se è basso si generano figli lontani dai genitori).

Definiti i cromosomi dei due genitori selezionati nella t -esima generazione, G_1^t e G_2^t , come indicato anche in precedenza, i figli generati saranno:

$$G_1^{t+1} = [g_{11}^{t+1}, g_{12}^{t+1}, \dots, g_{1j}^{t+1}, \dots, g_{1n}^{t+1}]$$

$$G_2^{t+1} = [g_{21}^{t+1}, g_{22}^{t+1}, \dots, g_{2j}^{t+1}, \dots, g_{2n}^{t+1}]$$

i cui geni sono ottenuti come:

$$g_{1j}^{t+1} = 0.5 \cdot \left[(g_{1j}^t - g_{2j}^t) - \gamma \cdot |g_{2j}^t - g_{1j}^t| \right]$$

$$g_{2j}^{t+1} = 0.5 \cdot \left[(g_{1j}^t - g_{2j}^t) + \gamma \cdot |g_{2j}^t - g_{1j}^t| \right]$$

Nell'articolo preso in considerazione $\eta_c = 0.1$ con probabilità di crossover pari a 0.5, avendo ipotizzato che $g_{1j}^{t+1} < g_{2j}^{t+1}$.

3.4.8. La mutazione

Questo operatore è ispirato alla rara variazione di elementi del genoma degli esseri viventi durante l'evoluzione.

Se l'incrocio assicura il mantenimento di buoni individui per migliorare le soluzioni, la mutazione mantiene la diversità nella popolazione e permette di ampliare l'esplorazione.

La mutazione consiste nell'effettuare, con una probabilità P_m , una modifica del valore assunto dai geni in corrispondenza di una posizione scelta in modo casuale. Questo operatore interviene sui nuovi nati e non sui genitori. La mutazione riguarda un singolo valore di una stringa che viene cambiato in un altro valore, con una probabilità prefissata e anche in questo caso si possono adottare tecniche più sofisticate.

L'operatore mutazione genetica, altera aleatoriamente i cromosomi degli individui (come rappresentato in figura 3.9): la sua utilità risiede nel fatto che si introduce variabilità nella popolazione. In un ambiente che varia, le mutazioni possono generare individui che meglio si adattano alle nuove condizioni.

Questo modo di trovare diverse soluzioni non implica nessun controllo della direzione di ricerca, come invece accade nelle tecniche di ottimizzazione basate sul metodo del gradiente.



Figura 3.9 - Mutazione: interpretazione grafica

Una probabilità di mutazione ridotta o al limite nulla, comporta una convergenza dei cromosomi verso il medesimo valore, con il possibile rischio di situarsi in un massimo locale dal quale, a causa della prematura perdita di variabilità genetica, non è possibile allontanarsi per esplorare eventuali altre soluzioni.

In [14], mantenendo costante P_c e variando P_m tra 0.5% e 1%, con un valore pari a 0.7% si ha la convergenza a un valore più elevato in un numero di iterazioni di quasi due ordini di grandezza inferiore rispetto a una P_m di 0.9% ma valori molto simili nel caso di una P_m pari a 1%.

Si può concludere che un alto tasso di mutazione non sempre garantisce un valore ottimo, perché il modello potrebbe convergere a un ottimo locale.

3.4.9. Tipologie di mutazione per BCGA

Le tecniche di mutazione che sono usualmente impiegate con codifica binaria [15], [16] e [17], sono:

Bit-flip mutation: riguarda un singolo bit di una stringa che viene cambiato nel valore opposto, con una probabilità prefissata.

Figlio

1	0	1	0	0	0	1	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Figlio mutato

1	0	1	0	1	0	1	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Swap mutation: in cui si cambia la posizione di due bit in modo casuale [12].

Figlio

1	0	1	0	0	0	1	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Figlio mutato

1	0	1	1	0	0	0	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

3.4.10. Tipologie di mutazione per RCGA

Uniform mutation [7]

Dato un cromosoma G_i^t , il generico gene reale g_{ij}^t viene selezionato e trasformato in modo casuale nel suo upper bound o nel suo lower bound.

Per un dato individuo $G_i^t = [g_{i1}^t, g_{i2}^t, \dots, g_{ij}^t, \dots, g_{in}^t]$ se l'elemento g_{ij}^t è selezionato per la mutazione, l'individuo mutato è:

$$\tilde{G}_i^t = [g_{i1}^t, g_{i2}^t, \dots, \tilde{g}_{ij}^t, \dots, g_{in}^t]$$

dove il generico gene mutato è $\tilde{g}_{ij}^t = \lambda \cdot (g_{1j}^{tU} - g_{1j}^{tL}) + g_{1j}^{tL}$, con $\tilde{g}_{ij}^t \in [g_{1j}^{tL}, g_{1j}^{tU}]$ e λ è un numero casuale che può valere 0 oppure 1.

Simple mutation [34]

Rimpiazza un numero reale di un cromosoma con un altro numero reale generato casualmente.

Dynamic mutation (Non-uniform mutation) [36]

Questo metodo consente di effettuare un'esplorazione esaustiva dello spazio di ricerca nelle prime iterazioni e di concentrare la ricerca nelle regioni migliori nelle successive.

Per un dato individuo $G_i^t = [g_{i1}^t, g_{i2}^t, \dots, g_{ij}^t, \dots, g_{in}^t]$ se l'elemento g_{ij}^t è selezionato per la mutazione, l'individuo mutato è:

$$\tilde{G}_i^t = [g_{i1}^t, g_{i2}^t, \dots, \tilde{g}_{ij}^t, \dots, g_{in}^t]$$

dove \tilde{g}_{ij}^t è selezionato a caso tra due possibili scelte:

$$\tilde{g}_{ij}^t = \begin{cases} g_{ij}^t + \Delta(t, g_{ij}^{tU} - g_{ij}^t) & \text{se } \varepsilon = 0 \\ g_{ij}^t - \Delta(t, g_{ij}^t - g_{ij}^{tL}) & \text{se } \varepsilon = 1 \end{cases}$$

dove ε è un numero casuale che può valere 0 oppure 1, mentre g_{1j}^{tL} e g_{1j}^{tU} sono il lower bound e l'upper bound della variabile.

La funzione $\Delta(t, y)$ fornisce un valore tra $(0, y)$ ed è una funzione monotona decrescente e tende a 0 per t tendente a T :

$$\Delta(t, y) = y \cdot k \cdot (1 - t/T)^d$$

dove k è un numero reale casuale uniformemente distribuito in $[0,1]$, T il numero massimo di generazioni e d il parametro che denota il grado di disuniformità (si può assumere pari a 0.5 [23], 3 o 5 [37]).

Wavelet mutation [38]

La teoria delle onde in [39] afferma che alcuni segnali sismici possono essere modellizzati combinando le traslazioni e le dilatazioni di una funzione oscillatoria con funzioni di durata finita, chiamata *onda*.

Una funzione tempo continua $\psi(x)$ è chiamata onda madre se soddisfa le seguenti proprietà:

1. $\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x) dx = 0$: l'energia positiva totale di $\psi(x)$ è uguale all'energia negativa totale di $\psi(x)$;
2. $\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x)|^2 dx < \infty$: la quantità maggiore di energia di $\psi(x)$ è di durata finita e limitata.

L'onda Morlet, proposta da Daubechies [40] è un esempio di onda madre (figura 3.10):

$$\psi(x) = e^{-x^2/2} \cdot \cos(5x)$$

perché soddisfa la prima proprietà, e perché più del 99% dell'energia totale è contenuta nell'intervallo $-2.5 < x < 2.5$.

Per controllare l'ampiezza e la posizione di $\psi(x)$, si definisce $\psi_{a,b}(x)$ come:

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \psi\left(\frac{x-b}{a}\right)$$

dove il coefficiente a esprime la dilatazione e b la traslazione. Si nota che:

$$\psi_{1,0}(x) = \psi(x)$$

$$\psi_{a,0}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \psi\left(\frac{x}{a}\right)$$

Nella figura 3.11 si mostra come l'ampiezza di $\psi_{a,0}(x)$ diminuisce all'aumentare del parametro a .

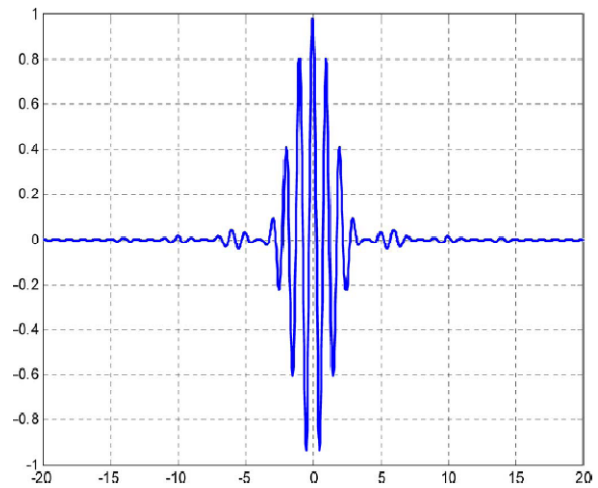


Figura 3.10 - Onda Morlet: interpretazione grafica

Applicando questa teoria agli algoritmi genetici si ottiene che, per ogni gene g_{ij}^t del cromosoma G_i^t si genera un numero casuale tra 0 e 1 e si confronta con la probabilità di mutazione.

Il risultato della mutazione è:

$$\tilde{g}_{ij}^t = \begin{cases} g_{ij}^t + \delta \cdot (g_{ij}^U - g_{ij}^t) & \text{se } \delta > 0 \\ g_{ij}^t + \delta \cdot (g_{ij}^t - g_{ij}^L) & \text{se } \delta < 0 \end{cases}$$

dove:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \psi\left(\frac{\varphi}{a}\right) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot e^{-\frac{(\frac{\varphi}{a})^2}{2}} \cdot \cos\left(\frac{5 \cdot \varphi}{a}\right)$$

e

$a = e^{-\ln(g)\left(1-\frac{\tau}{T}\right)^\xi + \ln(g)}$ è una funzione monotona crescente.

Si è indicato con τ l'iterazione corrente, ξ un numero pari a 5 (oppure 2, o 0.5), g è il limite superiore di a e posto pari a 10000 e φ un numero generato casualmente tra $[-2.5, 2.5]$ in base alle considerazioni precedenti.

Il valore del parametro a (compreso tra 1 e 10000) varia in base al rapporto τ/T dove τ è l'iterazione corrente e T il numero totale di iterazioni: se τ/T aumenta, a aumenta e la mutazione perde di significato.

Il parametro di forma ξ influisce su a e l'effetto è mostrato in figura 3.12.

Se δ è positivo e vicino ad 1, il gene mutato tende all'upper bound del gene di partenza, mentre se è negativo e tende a -1, il gene mutato tende al lower bound del gene di partenza. Il valore massimo di δ è 1 quando $\varphi = 0$ e quindi $a = 1$.

Random mutation

Dato un cromosoma G_i^t il generico gene reale g_{ij}^t viene selezionato e trasformato in modo casuale in un valore compreso tra il suo upper bound e il suo lower bound.

Per un dato individuo $G_i^t = [g_{i1}^t, g_{i2}^t, \dots, g_{ij}^t, \dots, g_{in}^t]$, se l'elemento g_{ij}^t è selezionato per la mutazione, l'individuo mutato è:

$$\tilde{G}_i^t = [g_{i1}^t, g_{i2}^t, \dots, \tilde{g}_{ij}^t, \dots, g_{in}^t], \text{ dove } \tilde{g}_{ij}^t \text{ è un numero reale casuale scelto tra } [g_{ij}^L, g_{ij}^U].$$

Power mutation [41]

Viene generato un numero casuale con distribuzione uniforme $s \in [0,1]$. Per un dato individuo $G_i^t = [g_{i1}^t, g_{i2}^t, \dots, g_{ij}^t, \dots, g_{in}^t]$, se l'elemento g_{ij}^t è selezionato per la mutazione, l'individuo

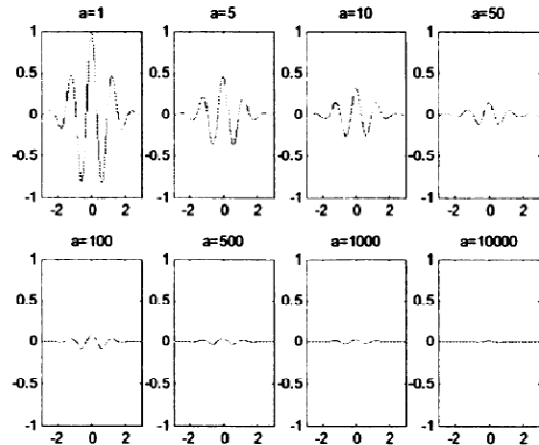


Figura 3.11 - Onda Morlet: effetto della variazione

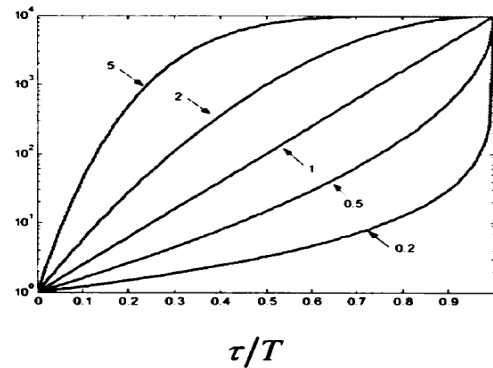


Figura 3.12 - Effetto del parametro di forma xi sulla funzione a

mutato è:

$$\tilde{G}_i^t = [g_{i1}^t, g_{i2}^t, \dots, \tilde{g}_{ij}^t, \dots, g_{in}^t]$$

dove \tilde{g}_{ij}^t è selezionato a caso tra due possibili scelte:

$$\tilde{g}_{ij}^t = \begin{cases} g_{ij}^t - s \cdot (g_{ij}^t - g_{ij}^{tL}) & t < r \\ g_{ij}^t + s \cdot (g_{ij}^{tU} - g_{ij}^t) & t \geq r \end{cases}$$

dove $t = \frac{(g_{1j}^t - g_{1j}^{tL})}{(g_{1j}^{tU} - g_{1j}^{tL})}$, mentre g_{1j}^{tL} e g_{1j}^{tU} sono il lower bound e l'upper bound della variabile decisionale ed r è un numero casuale uniformemente distribuito in $[0,1]$.

Polynomial mutation [35]

Inizialmente si genera un numero casuale $u \in [0,1]$. Successivamente si determina il parametro δ come:

$$\delta = \begin{cases} [2u + (1-2u) \cdot (1-\phi)^{\eta_m+1}]^{\frac{1}{\eta_m+1}} - 1 & \text{se } u \leq 0.5 \\ 1 - [2 \cdot (1-u) + 2 \cdot (u-0.5) \cdot (1-\phi)^{\eta_m+1}]^{\frac{1}{\eta_m+1}} & \text{altrimenti} \end{cases}$$

dove:

$$\phi = \frac{\min[(g_{1j}^t - g_{1j}^{tL}), (g_{1j}^{tU} - g_{1j}^t)]}{(g_{1j}^{tU} - g_{1j}^{tL})}$$

Per un dato individuo $G_i^t = [g_{i1}^t, g_{i2}^t, \dots, g_{ij}^t, \dots, g_{in}^t]$, se l'elemento g_{ij}^t è selezionato per la mutazione, l'individuo risultante è:

$$\tilde{G}_i^t = [g_{i1}^t, g_{i2}^t, \dots, \tilde{g}_{ij}^t, \dots, g_{in}^t]$$

dove \tilde{g}_{ij}^t è dato da:

$$\tilde{g}_{ij}^t = g_{ij}^t + \delta \cdot (g_{1j}^{tU} - g_{1j}^{tL})$$

con $\eta_m = \eta_{m\min} + gen$ (nell'articolo considerato $\eta_{m\min} = 100$).

Makinen, Periaux e Toivanen Mutation (MPTM) [42]

Inizialmente si genera un numero casuale con distribuzione uniforme $r_i \in [0,1]$.

Per un dato individuo $G_i^t = [g_{i1}^t, g_{i2}^t, \dots, g_{ij}^t, \dots, g_{in}^t]$, se l'elemento g_{ij}^t è selezionato per la

mutazione, l'individuo risultante è:

$$\tilde{G}_i^t = [g_{i1}^t, g_{i2}^t, \dots, \tilde{g}_{ij}^t, \dots, g_{in}^t], \text{ dove } \tilde{g}_{ij}^t \text{ è dato da } \tilde{g}_{ij}^t = (1 - \tilde{t}_i) \cdot g_{1j}^{tL} + \tilde{t}_i \cdot g_{1j}^{tU}$$

in cui:

$$\tilde{t}_i = \begin{cases} t_i - t_i \cdot \left(\frac{t_i - r_i}{t_i} \right)^b & \text{se } r_i < t_i \\ t_i & \text{se } r_i = t_i \\ t_i + (1 - t_i) \cdot \left(\frac{r_i - t_i}{1 - t_i} \right)^b & \text{se } r_i > t_i \end{cases}$$

$$e \ t_i = \frac{\left(g_{1j}^t - g_{1j}^{tL} \right)}{\left(g_{1j}^{tU} - g_{1j}^t \right)}$$

3.4.11. Elitismo

Se la probabilità che un individuo sia selezionato per la riproduzione è proporzionale al valore della sua funzione fitness (se f è il valore di fitness di una soluzione e F la somma dei valori di fitness di tutta la popolazione, la probabilità potrebbe essere f/F), è probabile che, in seguito a crossover, gli individui migliori vengano ricombinati, con la conseguente perdita del cromosoma migliore.

In altre parole quando si crea una nuova popolazione con crossover e mutazione si ha una grande probabilità di perdere il miglior cromosoma.

Per evitare ciò, accelerando così i tempi di convergenza, si può clonare l'individuo migliore di una generazione (figura 3.13).

Attraverso tale tecnica, detta elitismo, mantenendo un alto numero di popolazioni, è possibile clonare più individui nella successiva generazione, mentre per gli altri si procede in modo classico.



Figura 3.13 - Elitismo: interpretazione grafica

Questa tecnica conserva il miglior individuo della popolazione prima che qualsiasi operazione di selezione e riproduzione avvenga e lo copia nella popolazione discendente.

L'elitismo può quindi far crescere rapidamente le performance degli algoritmi genetici perché evita la perdita della migliore soluzione trovata.

Lo svantaggio è che si possono raggiungere massimi locali se i caratteri di tale individuo diventano dominanti.

3.4.12. Convergenza

Se l'AG è correttamente implementato, la popolazione evolverà in molte generazioni in modo che la fitness del miglior individuo e la media in ogni generazione crescano verso l'ottimo globale. La convergenza indica la progressione verso la crescente uniformità.

L'esecuzione dell'algoritmo viene di solito interrotta alla convergenza della popolazione, ossia quando la varianza della popolazione è nulla o, equivalentemente, quando tutti i valori

di fitness nella popolazione sono identici: un gene converge quando il 95% della popolazione condivide lo stesso valore e la popolazione converge quando tutti i geni convergono.

I criteri di arresti possono essere basati sul tempo di calcolo:

- tempo a disposizione;
- numero di valutazioni della funzione obiettivo;

oppure basati sulle condizioni di convergenza:

- nessun incremento di prestazioni nelle ultime t iterazioni;
- la fitness media della popolazione coincidente con fitness migliore;
- bassa diversità nella popolazione (individui praticamente tutti uguali).

Essendo l'AG un processo essenzialmente stocastico, non è garantita né la convergenza né il raggiungimento della soluzione ottima:

- spesso infatti la popolazione si stabilizza su ottimi locali che possono differire da quello assoluto;
- l'AG è in grado di trovare soluzioni *buone* in tempi *ragionevoli*.

Le problematiche che spesso occorre affrontare sono dunque due:

- *Convergenza Prematura*: se un individuo i ha fitness molto maggiore della media della popolazione, ma molto minore della massima fitness possibile, tenderà a essere sempre selezionato e quindi a generare una popolazione "mediocre". I geni provenienti da pochi individui con un valore di fitness comparabilmente alto (ma non ottimale) possono rapidamente dominare la popolazione, causando la convergenza a un massimo locale. Una volta che la popolazione converge, l'abilità dell'AG di continuare la ricerca per una soluzione migliore è effettivamente eliminata. Il crossover di individui quasi identici può portare ben pochi miglioramenti, solo la mutazione rimane per poter esplorare nuove zone, e questo semplicemente porta a una ricerca lenta e casuale. La soluzione consiste nel modificare il modo con cui vengono scelti gli individui per la riproduzione e controllare il numero di opportunità che ogni individuo riceve, in modo che non siano né troppo basse né troppo alte.
- *Fine Lenta*: si manifesta dopo un certo numero di generazioni, quando tutti gli individui hanno un buon valore di fitness e quindi tendono ad avere la stessa probabilità di essere selezionati: la popolazione sarà convergente, ma non avrà localizzato precisamente il massimo locale. Il fitness medio sarà alto, ma ci sarà poca differenza tra la media e il miglior individuo: ci sarà un insufficiente gradiente nella funzione fitness, per spingere l'AG verso il massimo. Le stesse tecniche usate per combattere la convergenza prematura combattono anche questo problema.

3.5. Vantaggi e svantaggi

Gli AG vengono applicati in un ampio spettro di problematiche: da problemi di natura prettamente controllistica per gasdotti, altiforni e la guida di missili terra-aria, a problemi di natura ottimizzatoria, come quello del commesso viaggiatore e quelli ben più vasti di scheduling, dai problemi di ingegnerizzazione come la progettazione di turbine e parti aerodinamiche di velivoli, alla modellazione di mercati finanziari telematici.

Gli AG hanno quindi questi punti di forza:

- possibilità di risolvere problemi complessi senza conoscere il preciso metodo di soluzione;
- capacità di auto-modificazione in base al mutamento del problema;
- capacità di simulare alcuni fenomeni data una struttura e modalità operative isomorfe con quelle dell'evoluzione biologica;
- per applicare un AG non è necessario imporre né ipotizzare che la funzione obiettivo soddisfi i prerequisiti tipici delle tecniche di ottimizzazione convessa basate sul calcolo dei gradienti. In altre parole, è possibile applicare un AG a problemi di cui si conosce ben poco sulla forma della funzione obiettivo, cosa che rende questi algoritmi estremamente versatili;
- la scrittura di un AG è particolarmente semplice, perlomeno rispetto a molte altre tecniche di ottimizzazione stocastica di paragonabile efficacia.
- gli AG sono implicitamente paralleli: a ogni generazione, si indaga in parallelo su punti diversi. All'inizio dell'esecuzione, ogni soluzione nella popolazione è estremamente diversa dalle altre, e quindi l'algoritmo parte esplorando in parallelo svariate zone. In particolare, l'operatore di selezione è progettato in modo tale da dirigere l'esplorazione nell'intorno di quelle soluzioni più promettenti.

E' opportuno usare gli AG:

- quando si deve risolvere un problema di ricerca dell'ottimo in un dominio multidimensionale del quale non si hanno informazioni preliminari;
- quando i parametri sono di tipo eterogeneo (binari, discreti, reali);
- quando si vuole realizzare un algoritmo derivative-free in tempo rapido;
- quando si vuole trovare una soluzione "ottimale" senza particolari restrizioni sul tempo di ricerca.

Può essere più efficiente il ricorso ad altre tecniche di ottimizzazione nei seguenti casi:

- quando lo spazio di ricerca è a poche dimensioni (1, 2) in un rettangolo continuo;
- quando sono necessarie garanzie di raggiungimento dell'ottimo assoluto;
- quando è disponibile analiticamente la forma della funzione obiettivo e la sua derivata prima.

3.6. Bibliografia

- [1] E.P. Box George, N.R. Draper, “*Evolutionary operation: statistical method for process improvement*”, John Wiley & Sons, 1969.
- [2] H.J. Bremermann, “*Optimization through evolution and recombination*”, Department of Mathematics, University of California Berkeley, California, Spartan Books, Washington D. C., 1962.
- [3] L.J. Fogel, A.J. Owens, M.J. Walsh, “*Artificial intelligence through simulated evolution*”, John Wiley & Sons, New York, 1966.
- [4] J.H. Holland, “*Adaptation in natural and artificial system*”, University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.
- [5] I. Rechenberg, “*Evolutionsstrategie: optimierung technischer systeme nach prinzipien der biologischen evolution*”, Frommann-Holzboog Verlag, Stuttgart, 1973.
- [6] S.R. Singiresu, “*Engineering optimization, theory and practice*”, Wiley Interscience, 1996.
- [7] Z. Michalewicz, “*Genetic algorithms, data structures, evolution programs*” 3rd edition, New York, Springer, pp. 11-22, 1996.
- [8] G. Winter, J. Periaux, M. Galan, P. Cuesta, “*Genetic algorithms in engineering and computer science*”, John Wiley Sons, New York, 1995.
- [9] D. E. Goldberg, “*Genetic algorithms*”, Addison Wesley Longman, 1997.
- [10] A. Berizzi, C. Bovo, “*The use of genetic algorithms for the localization and sizing of passive filters*”, in Proc. 9th International Conference On Harmonic and Quality of Power, Orlando (USA), 2000.
- [11] A.K. Jain, M. N. Murtyand, P. Flynn, “*Data clustering: a review*”, ACM Computing Surveys, pp. 264-323, 1999.
- [12] E.H.L. Aarts, A.E.Eiben, K.M. vanHee, “*A general theory of genetic algorithms*”, Tech. Rep. 89/08, Eindhoven University of Thechnology, 1989.
- [13] D. E. Goldberg, “*Genetic algorithms in search, optimization and machine learning*”, Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, 1989 .
- [14] K. J. Park, “*The application of real-coded genetic algorithm for simulation optimization*”, International Journal of Global Business, 1 (1), pp. 214-236, 2008.
- [15] D.B. Fogel, “*Evolutionary computation: toward a new philosophy of machine intelligency*”, IEEE Press, NewYork, 1995.
- [16] J.R Koza, “*Genetic programming: on the programming of computers by means of natural selection*”, MIT Press, Cambridge, MA, 1992.
- [17] A.H. Wright, “*Genetic algorithms for real parameter optimization*”, in G.J.E. Rawlins (Ed.), “*Foundations of genetic algorithms I*”, Morgan Kaufmann, San Mateo, pp. 205–218, 1991.
- [18] G. Syswerda, “*Uniform crossover in genetic algorithms*”, in Proceedings of the 3rd International Conference on Genetic Algorithms. J.D. Schaffer, Eds., CA Morgan Kaufmann Publishers, San Mateo, pp. 2-9, 1989.
- [19] L.J. Eshelman, R.A. Carum, J.D. Schoffer, “*Biases in the crossover landscape*”, in Proceedings of the 3rd. International Conference on Genetic Algorithms. CA Morgan Kauf, pp. 10-19, 1989.
- [20] W.M. Spears, K.A. De Long, “*On the virtues of parametrized uniform crossover*”, in Proceedings of the 4th International Conference on Genetic Algorilhm. CA Morgan Kaufmam Publishers, San Mateo, pp. 230-236, 1991.
- [21] T. Higuchi, S. Tsutsui, M. Yamamura, “*Theoretical analysis of simplex crossover for RCGA*”, in M. Schoenauer et al., editor, “*Parallel problem solving from nature*”, Springer, 2000.

- [22] G.G. Jin, S.R. Joo, "A study on RCGA", Journal of control, automation and systems engineering, vol. 6, no. 4, 2000.
- [23] Z. Liu, C. Wang, A. Liu, Z. Niu, "Evolving neural network using real coded genetic algorithm (GA) for multispectral image classification", Chinese Academy of Sciences, Beijing, China, 2004.
- [24] L.J. Eshelman, J.D. Schatffer, "Real-coded genetic algorithms and interval-schemata", Foundation of Genetic Algorithms 2, pp.187-202, 1993.
- [25] T. Liu, M. Wineber, "The distribution genetic algorithm: evolving a population of distributions", Evolutionary Computation, CEC2006, IEEE Congress, pp. 2490–2497, 2006.
- [26] K. Deep, M. Thakur, "A new crossover operator for real coded genetic algorithms", Applied Mathematics and Computation, vol. 188(1), pp. 895-911, 2007.
- [27] S.H. Ling, F.H.F. Leung, "RCGA with average bound crossover and wavelet mutation for network parameters learning", IEEE International Joint Conference, Volume 2, pp: 1325-1330 vol. 2, 2005.
- [28] Z. Michalewicz, "Genetic algorithms, numerical optimization and constraints", in L.J. Eshelmen (Ed.) Proceedings of the Sixth International Conference on Genetic Algorithms, Morgan Kaufmann, San Mateo, CA, pp. 151–158, 1995.
- [29] Z. Michalewicz, D. Dasgupta, R.G. Le Riche, M. Schoenauer, "Evolutionary algorithms for constrained engineering problems", Computers & Industrial Engineering Journal 30, pp. 851–870, 1996.
- [30] M. Gen, R. Cheng, "Genetic algorithms and engineering optimization", J. Wiley & Sons, 2000.
- [31] L. Davis, "A hand book of genetic algorithm", New York, 1990.
- [32] H. Schwefel, "Numerical optimization of computer models", John Wiley & Sons, Chichester, 1981.
- [33] N. Amjady H. Nasiri-Rad, "Economic dispatch using an efficient real-coded genetic algorithm", IET Gener. Transm. Distrib., volume 3, issue 3, pp. 266–278, 2009.
- [34] S. Tsutsui, A. Ghosh, "A study on the effect of multi-parent recombination in RCGA", in Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computing Conference (GECCO-99), pp. 657-664, 1999.
- [35] K. Deb, "Multi-objective optimization using evolutionary algorithms", John Wiley & Sons, Ltd.; 2002.
- [36] C.Z. Janikow, Z. Michalewicz, "An experimental comparison of binary and floating point representations in GA", Morgan Kauffmann Publishers, CA, 1991.
- [37] R. Ghatak, R. K. Mishra, D. R. Poddar, "Optimization of a sierpinski carpet pre-fractal planar monopole antenna using real coded genetic algorithm for wideband application", Applied Electromagnetics Conference, IEEE, pp. 1-4, 2007.
- [38] S.H. Ling, F.H.F. Leung, "An improved genetic algorithm with average-bound crossover and wavelet mutation operations", Soft Computing 11, pp. 7–31, 2007.
- [39] O. Rioul, M. Vetterli, "Wavelets and signal processing", IEEE Signal Process. Mag., pp. 14–38, 1991.
- [40] P. Daubechies, "Tent lectures on wavelets", Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992.
- [41] K. Deep, M. Thakur, "A new mutation operator for real coded genetic algorithms", Applied Mathematics and Computation, vol. 193, pp. 211-230, 2008.
- [42] R.A.E. Makinen, J. Periaux, J. Toivanen, "Multidisciplinary shape optimization in aerodynamics and electromagnetic using genetic algorithms", International Journal for Numerical Methods in Fluids 30, pp. 149–159, 1999.

4. Descrizione dell'Algoritmo

Introduzione

Lo scopo di questo lavoro di tesi è analizzare i possibili comportamenti strategici delle società di produzione di energia elettrica nel momento in cui presentano, al gestore del mercato elettrico, le proprie offerte.

Il lavoro prende spunto da [1], [2] e [3] in cui si propone un modello basato su SFE per studiare una borsa elettrica, in presenza di vincoli di trasmissione, per mercati oligopolistici. L'impiego dei modelli SFE porta a problemi altamente non lineari con il rischio di determinare soluzioni locali e non globali del problema. Per tale motivo, nel lavoro qui presentato, si adotta un approccio basato su un algoritmo co-evolutivo per determinare i punti di equilibrio del mercato elettrico. In particolare, questi punti sono determinati attraverso l'impiego di un algoritmo genetico.

In questo capitolo viene descritta la struttura dell'algoritmo utilizzato per la simulazione. Particolare enfasi sarà posta sull'interazione tra le strategie adottate dalle società di produzione, tramite una dettagliata analisi sulle tecniche adottabili all'interno del mondo degli algoritmi genetici, sarà riportata una sintetica descrizione degli operatori implementati, definendone i parametri ottimali e analizzando i vantaggi e gli svantaggi di ciascuna.

4.1. Descrizione del modello

Il modello di seguito riportato rappresenta un valido strumento per gestire e quantificare i rischi derivanti dalla scelta delle strategie di offerta adottabili sul mercato elettrico. L'obiettivo che ci si pone è, dunque, quello di comprendere le modalità con cui le società di generazione possono formulare le proprie strategie, finalizzate alla massimizzazione dei propri profitti, individuando possibili abusi di potere di mercato e determinare, se esiste, l'offerta che porti a un equilibrio di Nash del mercato.

Lo studio si concentra sulla variabile strategica μ_{fhi} , la quale rappresenta il mark-up dell'offerta del generatore h dell'azienda f nella zona i : l'obiettivo è di determinare il punto di equilibrio, se esiste, di questa variabile, affinché la società presa in considerazione possa massimizzare il proprio profitto.

Questo perché l'offerta di ogni generatore h , di proprietà dell'azienda f , nella zona i , può essere formulata come:

$$bid_{fhi} = \mu_{fhi} \cdot MC_{fhi}$$

dove MC_{fhi} è il costo marginale del generatore h , dell'azienda f , nella zona i .

Tutto ciò è possibile poiché si è ipotizzato che le curve di offerta, presentate dalle società di generazione strategiche, siano offerte semplici, indicanti cioè una singola coppia quantità-prezzo.

I valori assunti dalla variabile strategica derivano da considerazioni di tipo economico: quando una società si trova a competere in un mercato perfettamente concorrenziale, per non perdere la propria quota di mercato, dovrà offrire la propria energia a un prezzo pari al costo marginale, e dunque $\mu_{fhi} = 1$; se invece si manifesta la situazione completamente opposta,

ovvero di monopolio, il prezzo di vendita sarà limitato dal price cap imposto dal Regolatore (nell'ipotesi di domanda perfettamente anelastica).

Nel modello da cui è iniziato questo lavoro si è supposto, per semplicità, che il mark-up adottato da un operatore di mercato sia lo stesso per tutti i propri impianti appartenenti alla medesima zona e, soprattutto, indipendente dalla tecnologia dell'impianto di produzione e quindi dal costo di produzione.

Per determinare la strategia ottima di mercato, tale che possa rappresentare un equilibrio di Nash, di una società di produzione, si utilizza un algoritmo genetico co-evolutivo: in questo modo è possibile ottimizzare la strategia di un operatore, rappresentata dalla variabile μ_{fhi} , mediante la massimizzazione del proprio profitto, ipotizzando che le strategie degli altri concorrenti rimangano fisse. Successivamente, si procede a ottimizzare la strategia di mercato di un altro soggetto, mantenendo fissa la strategia dell'operatore che è stata appena ottimizzata. Il processo verrà poi iterato.

In questo lavoro si suppone che solo due società di produzione siano strategiche (di seguito indicate come S1 e S2), mentre tutte le altre sono modellizzate come price-taker: per queste ultime, non si procederà a ottimizzare la strategia di mercato, ma si assumerà un prezzo di vendita pari al costo marginale. Gli impianti posseduti dalle società che ricevono il prezzo, e non lo determinano, saranno disacciati solo se il prezzo riconosciuto dalla Borsa è superiore al loro costo marginale. Questo deriva da considerazioni presentate successivamente, secondo cui le società che hanno una notevole influenza sul prezzo di mercato sono due, per effetto della potenza installata nei propri impianti (e quindi hanno un potere di mercato nettamente superiore alle società di generazione che ricevono il prezzo).

Per motivi computazionali, il mercato del giorno prima è stato rappresentato mediante tre zone: Nord, Sud e Sardegna. Per ottimizzare il mark-up μ_{fhi} di ogni società strategica per la zona Nord (μ_{fnord}) e per la zona Sud (μ_{fsud}) si è ricorso agli algoritmi genetici. Il mark-up relativo alla Sardegna è fissato pari a 1 poiché le società strategiche non hanno un significativo potere di mercato in questa zona.

Tale semplificazione trova riscontro nel fatto che il numero di zone in cui mediamente si è diviso il continente ha toccato nel 2008 il suo minimo storico di 1,35, segnalando una condizione di crescente omogeneità nella struttura e nei comportamenti di offerta tra Nord e Sud del Paese. Tale indicatore è in calo sensibile anche a livello complessivo, pur senza raggiungere i livelli del 2006, con l'Italia mediamente divisa in 2,44 zone. Un'ulteriore conferma di ciò viene dal sensibile aumento della percentuale di ore in cui il continente non ha mostrato congestioni interne, salito al massimo storico del 68%, mentre il sistema nel suo complesso si è mostrato unito nel 17% delle ore [4].

Sotto queste ipotesi, le variabili del problema sono: μ_{S1_NORD} , μ_{S1_SUD} , μ_{S2_NORD} , μ_{S2_SUD} .

L'ottimizzazione della strategia di ogni società è effettuata, quindi, mediante un algoritmo genetico: poiché l'ottimizzazione del profitto di una società, richiede la conoscenza del mark-up delle altre compagnie, ogni esito risente della strategia adottata dalle altre società concorrenti. Nasce quindi l'esigenza di determinare un punto di partenza della procedura. In particolare esso è determinato ponendo $\mu=1$ per ogni compagnia strategica (equivalente al caso di concorrenza perfetta).

A partire da questo risultato, ogni società adotta una strategia a seconda delle previsioni che farà riguardo alla concorrente.

Si supponga che, inizialmente, la società denominata S1 competa proponendo $\mu_{S1}=1$. La società concorrente, denominata S2, ponendosi come obiettivo la massimizzazione del proprio

profitto, reagisce a questa azione proponendo un μ_{S2} in generale diverso da quello proposto da S1: questo μ_{S2} rappresenta quindi la scelta ottimale di S2 in risposta all'azione di S1.

Durante questa fase, la strategia dell'azienda rivale rimane fissata al valore corrente migliore, e solo una strategia viene ottimizzata.

Dopo di che sarà ottimizzata la variabile strategica per S1, ponendo quella di S2 al valore ottimo prima determinato. In questo modo S1 modificherà la strategia adottata inizialmente modificando il prezzo di vendita, allo scopo di massimizzare il proprio profitto. All'azione di S2 corrisponde una reazione di S1, la quale propone un nuovo μ_{S1} .

Questo ciclo potrebbe continuare all'infinito, oppure potrebbe terminare quando si manifesta una convergenza della soluzione. In questo caso si dice che le due società hanno raggiunto l'equilibrio: nessuna delle due società sarà in grado di trarre ulteriore profitto deviando unilateralmente da questa soluzione. Ciò rappresenta un equilibrio di Nash.

L'algoritmo evolutivo può essere quindi schematizzato come segue:

Step 1 - Condizione iniziale (concorrenza perfetta), iterazione $r = 0$:

$$\begin{array}{ll} \mu_{S1_NORD,0} = 1 & \mu_{S2_NORD,0} = 1 \\ \mu_{S1_SUD,0} = 1 & \mu_{S2_SUD,0} = 1 \end{array}$$

Step 2 - Ciclo for $r = 1$ to $r = r_{\max}$

Step 3 - Si fissa: $\mu_{S2_NORD,r} = \mu_{S2_NORD,r-1}$ e $\mu_{S2_SUD,r} = \mu_{S2_SUD,r-1}$;

Step 4 - Ottimizzazione, mediante algoritmo genetico (ciclo for $Ngen = 1$ to $Ngen = Ngen_{\max}$), dell'offerta di S1, ottenendo: $\mu_{S1_NORD,r}$ e $\mu_{S1_SUD,r}$;

Step 5 - Si fissa: $\mu_{S1_NORD,r}$ e $\mu_{S1_SUD,r}$;

Step 6 - Ottimizzazione, mediante algoritmo genetico (ciclo for $Ngen = 1$ to $Ngen = Ngen_{\max}$), dell'offerta di S2, ottenendo: $\mu_{S2_NORD,r}$ e $\mu_{S2_SUD,r}$;

Step 7 - Go to Step 2.

Per determinare la soluzione degli Step 4 e 6 si è fatto uso degli algoritmi genetici: in un ecosistema composto da un certo numero di individui con caratteristiche diverse, la popolazione iniziale evolverà e si adatterà all'ambiente secondo le note leggi di incrocio e di mutazione (con una certa probabilità). Ad ogni individuo genitore viene associata una probabilità di selezione, proporzionale al valore della sua funzione fitness (in questo caso il profitto): poiché gli individui con valore della funzione fitness più alto hanno maggiore probabilità di essere selezionati, e le tecniche adottate permettono di tramandare alla generazione successiva le caratteristiche preponderanti, ogni individuo figlio che sarà generato possiederà le caratteristiche degli individui genitori. Inoltre, con la tecnica dell'elitismo, in ogni generazione si preserva il miglior individuo, ovvero il μ che determina il profitto massimo, copiandolo nella generazione successiva.

Dopo un certo numero di generazioni si avrà una convergenza delle caratteristiche degli individui iniziali verso la caratteristica dominante, ovvero quella con profitto più elevato.

Utilizzando gli AG si assicura che questo punto di massimo sia globale, a differenza di altre tecniche che possono incorrere in ottimi locali.

Nel modello da cui si è partiti per sviluppare questo lavoro, l'algoritmo genetico adottava una codifica delle variabili di tipo binario, in cui ciascuna offerta, fatta da una società, era caratterizzata da due valori di μ , uno per ciascuna zona di mercato. Ognuna di queste variabili era codificata con 7 bit, per cui ogni offerta era caratterizzata da un cromosoma di lunghezza pari a 14 bit, come rappresentato in figura 4.1:

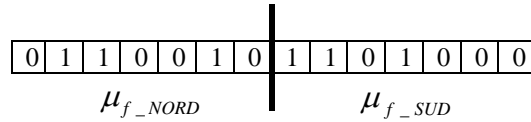


Figura 4.1 - Struttura del cromosoma nella codifica binaria

La popolazione iniziale di individui viene generata in modo casuale: ovviamente, aumentando il numero degli individui si assicura una maggiore varietà delle caratteristiche, e quindi una maggiore probabilità di trovare l'ottimo in un minor numero di generazioni.

Dopo svariate prove, si è verificato che, una composizione di 100 elementi assicura un buon compromesso tra varietà delle caratteristiche e durata della simulazione.

Dopo aver definito la popolazione si procede alla selezione degli individui genitori: la probabilità di selezione è proporzionale al valore della funzione fitness. Esistono diverse tecniche che consentono la selezione. Nei successivi paragrafi sono indicate le caratteristiche, i vantaggi e gli svantaggi di ogni tecnica testata.

Una volta selezionati i genitori, si procede con l'incrocio: si ipotizza che due individui si incrocino con una certa probabilità P_C (fissata a 0.8) per generare due individui figli. Le tecniche di incrocio adottabili sono diverse, ma un'analisi condotta inizialmente per ricercare la tecnica migliore, in termini di velocità di convergenza e di valore massimo ottenuto, ha permesso di scegliere le tecniche più adatte allo studio. Nel seguito sono riportati gli andamenti del profitto a seconda della tecnica impiegata.

Le medesime osservazioni possono essere ripetute per quanto riguarda le tecniche di mutazione. La probabilità associata, P_m , è fissata a 0.03.

In base alle probabilità sopracitate e all'elitismo, dopo una generazione si avrà una popolazione di individui più o meno diversa dalla popolazione iniziale. Nelle simulazioni si è assunto $N_{gen} = 100$, in quanto rappresenta un buon compromesso tra convergenza e durata della simulazione.

Al termine delle generazioni si avrà dunque un valore di μ che sarà ottimo dal punto di vista della massimizzazione del profitto. Con questo valore si risolve il problema di ottimizzazione del benessere sociale, il cui esito determinerà le unità e le relative potenze che verranno dispacciate e il prezzo di mercato, come pure il valore del profitto dell'azienda.

L'algoritmo genetico viene poi ripetuto per la seconda società di produzione, con considerazioni perfettamente analoghe, ad eccezione di un particolare: per assicurare il trasferimento dell'individuo migliore, la nuova popolazione viene interamente generata casualmente, escludendo due elementi, uno che rappresenta il miglior individuo per S1 e l'altro che rappresenta il miglior individuo per S2, ottenuti nell'iterazione precedente.

L'obiettivo di questo lavoro è di introdurre alcune modifiche al modello sopracitato. Innanzitutto, in luogo alla codifica binaria si è deciso di testare la codifica reale. Le variabili strategiche sono quindi rappresentate da un cromosoma caratterizzato da due valori reali, uno per ogni zona di mercato, come in figura 4.2.

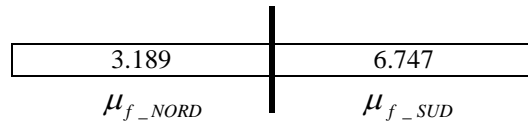


Figura 4.2 - Struttura del cromosoma nella codifica reale

Dato che il lavoro originale adottava tecniche di selezione, incrocio e mutazione, relative alla codifica binaria, tutti questi operatori sono stati riadattati alla nuova codifica. Inoltre, il modello binario adottava un mark-up indipendente dalla tecnologia dell'impianto di produzione: nel modello qui presentato, invece, il mark-up risulta differenziato per tre diverse tecnologie di produzione. In particolare i gruppi identificati sono riassunti nella tabella 4.1.

Denominazione tipo	Denominazione μ	Tecnologia di produzione adottata	Costo [€/MWh]
Tipo 1	μ_1	Carbone	$50 \leq C < 65$
Tipo 2	μ_2	Gas	$65 \leq C < 80$
Tipo 3	μ_3	Altro	$C \geq 80$

Tabella 4.1 - Suddivisione per tecnologia utilizzata

Costi marginali inferiori a 50 €/MWh non sono oggetto di questa classificazione poiché si suppone che i relativi impianti (in questa simulazione impianti idroelettrici e importazioni dall'estero) vengano offerti con un $\mu=1$. Questa produzione avviene con costi minori rispetto a quelli sostenuti per la produzione termoelettrica: alla produzione idroelettrica nazionale è associato un costo marginale pari a 5 €/MWh, mentre ai generatori che rappresentano l'importazione dalle zone estere è associato un costo marginale pari a 10 €/MWh. Ciò non significa che il costo di produzione sia effettivamente rappresentato da questi valori, tuttavia consente di avere la certezza che queste offerte siano accettate dal Gestore del Mercato. Come conseguenza, si avrà che l'individuo genitore non sarà più costituito da una stringa reale di due numeri, ma da una stringa reale di sei numeri, come mostrato dalla figura 4.3.

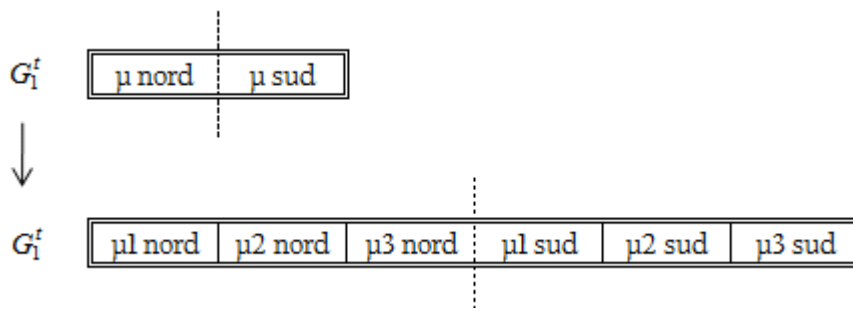


Figura 4.3 - Struttura del cromosoma nella codifica reale con μ differenziato

Le tecniche di incrocio e di mutazione dovranno essere modificate perché ora dovranno riguardare i singoli geni e non le singole zone (si vedano le figure 4.4 e 4.5).

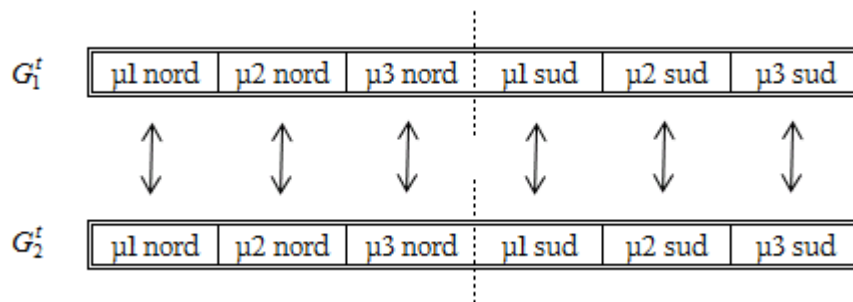


Figura 4.4 - Incrocio

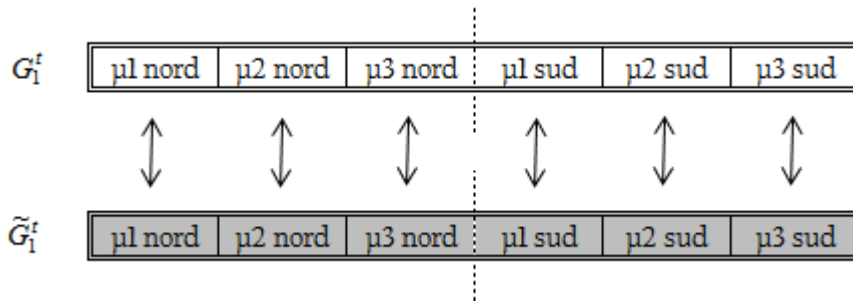


Figura 4.5 - Mutazione

E' importante notare che, se in una zona non è presente una determinata tipologia di impianto di produzione, occorre eliminare il gene corrispondente, oppure porlo pari a zero.

All'interno dell'algoritmo sarà indispensabile modificare le relative variabili, indicizzandole in base al tipo corrispondente.

Inoltre, sarà necessario modificare l'equazione che governa il calcolo dell'equilibrio del mercato, andando a considerare le somme parziali per tecnologia corrispondente.

Il modello è stato poi implementato in General Algebraic Modelling System (GAMS) [5], utilizzando il solver di default.

4.2. Modello del mercato

Prima della descrizione matematica del modello è necessario introdurre la seguente notazione:

- Indici:

- F : insieme delle società di generazione;
- $f \in F$: società di generazione;
- H : insieme degli impianti delle società di generazione;
- $h \in H$: impianto di generazione della società di generazione;
- K : insieme dei collegamenti tra le zone della RTN;
- I : insieme delle zone della rete rilevante.

- Variabili:

- q_{fhi} : potenza generata dall'impianto h della società f , connesso al nodo i [MW];
- y_i : potenza consegnata dalla zona di saldo alla zona i dall'operatore di sistema [MW];
- μ_{fhi} : mark-up dell'impianto h della società f , connesso al nodo i ;
- p_i : prezzo dell'energia elettrica nella zona i [€/MWh];
- π_f : profitto della società di generazione f [€].

- Parametri:

- D_i : domanda di potenza nella zona i [MW];
- G_{fhi} : capacità di generazione massima dell'impianto h della società f nella zona i [MW];
- MC_{fhi} : costo marginale dell'impianto h della società f nella zona i [€/MWh];
- $PTDF_{ik}$: fattore di partecipazione della potenza (rappresenta la quota parte di potenza transitante sul collegamento interzonale k , per un prelievo unitario nel nodo i);

- T_k : capacità di trasmissione massima del collegamento interzonale k [MW].

A questo punto è possibile introdurre il modello del mercato elettrico¹. Assumendo una domanda anelastica e sapendo che il Gestore del Mercato Elettrico (GME) seleziona le offerte di vendita più economiche, nel rispetto dei vincoli di bilancio (tra domanda e offerta) e di transito, garantendo la massimizzazione del benessere sociale, il problema può essere anche formulato come minimizzazione della spesa per acquistare energia al fine di soddisfare il carico elettrico, ovvero:

$$\text{Min} \sum_f \sum_h \sum_i [(MC_{fhi} \cdot \mu_{fhi}) \cdot q_{fhi}]$$

L'ipotesi di ritenere la domanda perfettamente anelastica trova fondamento dopo aver analizzato le offerte di acquisto presentate sul mercato del giorno prima nel 2008 [4] nonostante l'incremento delle offerte di acquisto con indicazione di prezzo, giunte a 20,8 TWh (di cui 18,8 TWh afferenti alla macro zona Estero), che rappresentano il 5,9% del totale (+3,7 p.p.), a livello macrozonale l'elasticità assume valori rilevanti nella sola macro zona Estero, dove sale all'81,5% (+7,8 p.p.), confermandosi più che modesta sul continente (0,5%) e nelle isole (1,5-1,9%).

Il funzionamento del sistema elettrico è soggetto a vincoli tecnici, molto stringenti. Anzitutto richiede un bilanciamento istantaneo e continuo tra la quantità di energia immessa in ciascun nodo della rete e quella prelevata nello stesso nodo, tenuto conto degli scambi netti di energia con altri nodi e delle perdite di trasporto (che si suppongono trascurabili). I vincoli che ne conseguono sono i vincoli di bilancio zonale:

$$y_i = D_i - \sum_f \sum_h q_{fhi} \quad \forall i$$

e il vincolo di bilancio globale:

$$\sum_i y_i = 0$$

Inoltre, è necessario che i flussi di energia, su ogni singolo collegamento interzonale, non superino i limiti massimi di transito ammissibili sul collegamento stesso. Ne consegue il vincolo sui limiti di trasmissione:

$$\sum_i PTDF_{ik} \cdot y_i \leq T_k \quad \forall k$$

Infine, date le capacità limitate degli impianti di produzione, si introducono i limiti di generazione:

$$\begin{cases} q_{fhi} \leq G_{fhi} \\ q_{fhi} \geq 0 \end{cases} \quad \forall f, h, i$$

Questo consente di determinare l'esito del mercato elettrico, ovvero il prezzo dell'energia

¹ Con mercato elettrico si intende il mercato del giorno prima.

elettrica nella generica zona i , p_i , in funzione delle offerte presentate e quindi dei valori di μ_{fhi} adottati dalle società di generazione.

Per analizzare il comportamento strategico delle società di generazione occorre considerare il profitto che ognuna ottiene dopo la definizione del prezzo di mercato. La massimizzazione del profitto è ottenuta massimizzando la quantità:

$$\pi_f = \sum_h \sum_i [(p_i - MC_{fhi}) \cdot q_{fhi}]$$

In questa formulazione non compare esplicitamente il mark-up, tuttavia il suo effetto emerge da q_{fhi} e p_i , che sono stati determinati risolvendo il problema di massimizzazione del benessere sociale, la cui soluzione dipende proprio da μ_{fhi} .

In modo più sintetico, si può formulare il problema di massimizzazione del profitto proprio di una società di generazione nel seguente modo:

$$\text{Max } \pi_f$$

soggetto a:

$$1 \leq \mu_{fi} \leq \mu_{fi}^{\max}$$

4.3. Tecnica per migliorare la convergenza

Riportando in un grafico la funzione fitness del miglior elemento di ogni popolazione in funzione del numero di generazioni (N_{gen}), si può osservare l'andamento rappresentato in figura 4.6.

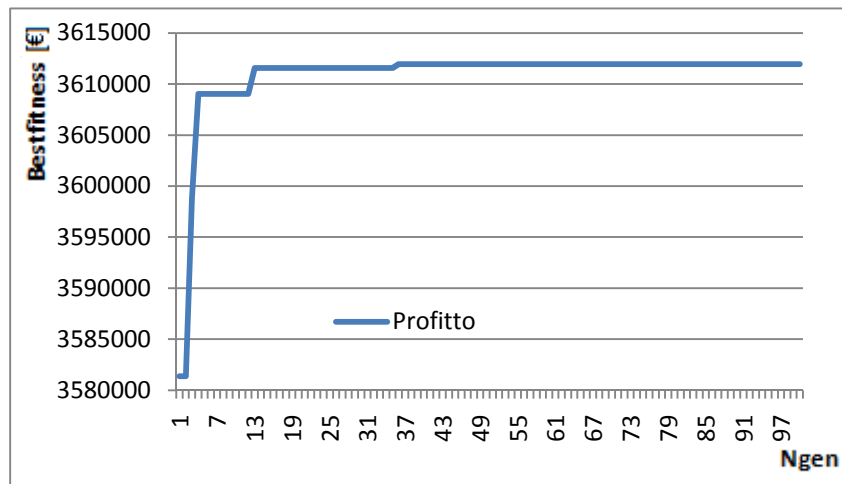


Figura 4.6 - Andamento del profitto con stagnazione

Il pericolo, come anche descritto in precedenza, è che l'algoritmo possa trovare un ottimo locale, il che ha come conseguenza una convergenza prematura ad un ottimo che non è globale.

La tecnica consiste nell'osservare l'andamento della migliore funzione fitness per ogni generazione e sostituire, dopo un certo numero di generazioni in cui questa non migliora, un certo numero di individui generati casualmente (figura 4.7).

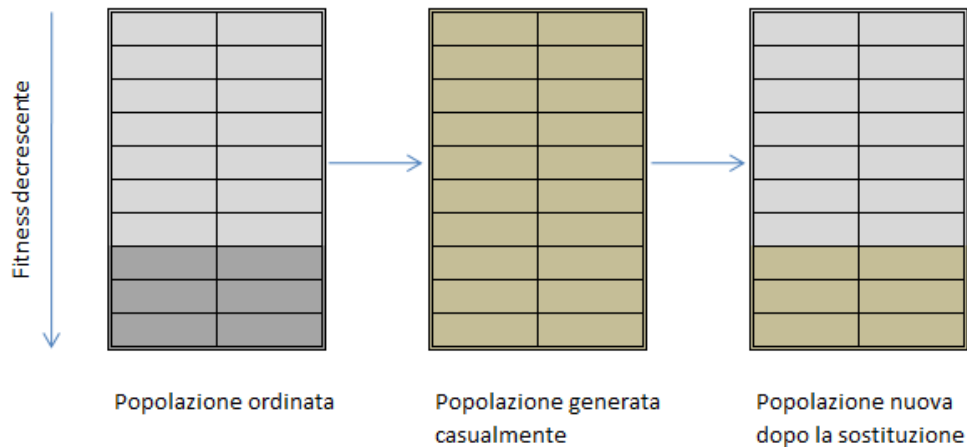


Figura 4.7 - Rappresentazione del procedimento di sostituzione

Dopo aver eseguito la sostituzione dovrà essere rieseguito il calcolo della funzione fitness per questi nuovi individui. In riferimento al caso rappresentato in precedenza, il nuovo andamento che si ottiene, implementando questa tecnica è rappresentato in figura 4.8.

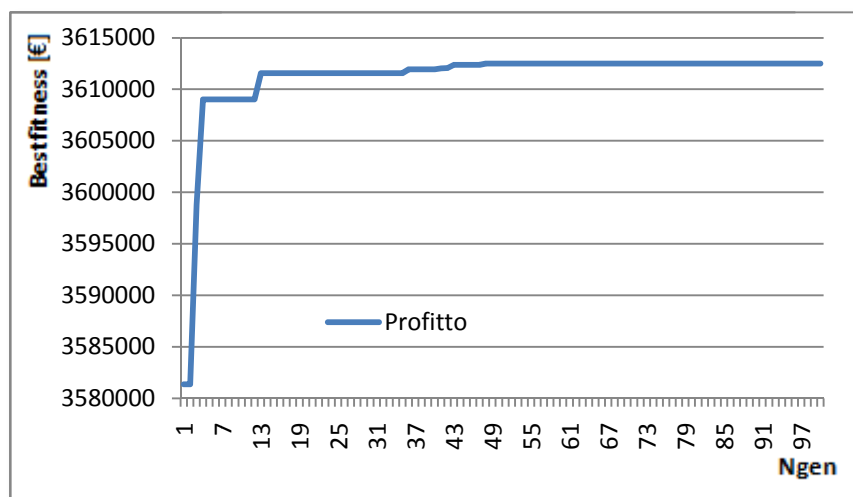


Figura 4.8 - Andamento del profitto senza stagnazione

Per implementare in GAMS tale procedura si seguono i seguenti passi:

- calcolo della funzione fitness per la popolazione iniziale e individuazione del miglior individuo;
- definizione della variabile che conta il numero di generazioni in cui il profitto non migliora e definizione della variabile rappresentativa del numero di individui da sostituire;
- ordinamento della popolazione per valore di fitness decrescente;
- generazione della nuova popolazione;
- sostituzione degli individui con valore di fitness peggiore con altrettanti individui della popolazione generata casualmente;
- calcolo del profitto associato a questi nuovi elementi;
- applicazione delle tecniche di selezione, incrocio e mutazione a questa nuova popolazione.

4.4. Tipologie di selezione dei genitori

Con il sistema della roulette, se gli individui hanno la stessa probabilità di essere selezionati, si assicura una certa varietà dei figli estratti.

Viceversa, se un individuo presenta una probabilità di essere selezionato molto maggiore rispetto agli altri, si determina quasi sicuramente una generazione di figli molto simile al genitore selezionato.

Entrambe queste situazioni possono compromettere la capacità dell'algoritmo di individuare un ottimo globale. Infatti, nel primo caso si può rallentare il raggiungimento della convergenza, mentre nel secondo si può perdere l'informazione associata agli individui caratterizzati da una bassa probabilità, che magari nel corso delle generazioni potrebbero contribuire a generare la soluzione ottima. Per rimediare a ciò si può adottare un'altra tecnica di selezione, chiamata *fitness ranking*.

Con questo metodo, gli individui vengono ordinati in un vettore con valore di fitness decrescente e a ciascuno viene associata una nuova funzione chiamata fitness ranking, FR, (che può essere rettilinea, lineare, quadratica, ...).

In base al valore di questa funzione, ad ogni individuo viene associata una certa probabilità di selezione, definita come:

$$p_i = \frac{FR_i}{\sum_i FR_i}$$

Si suppone di avere 5 individui caratterizzati da valori di fitness molto simili (caso 1). Applicando la tecnica della roulette si ottengono le seguenti probabilità di selezione.

	Fitness	Probabilità
Individuo 1	10500	21.00%
Individuo 2	9500	19.00%
Individuo 3	11000	22.00%
Individuo 4	10000	20.00%
Individuo 5	9000	18.00%
Totale	50000	100.00%

Tabella 4.2 - Valore delle probabilità per individui con fitness simili con selezione di tipo Roulette Wheel

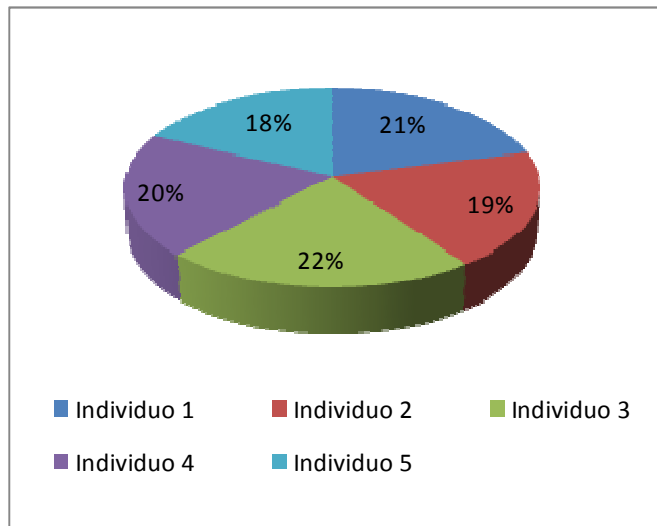


Figura 4.9 - Valore delle probabilità assegnate a ciascun individuo con fitness simili con selezione di tipo Roulette Wheel

Se un individuo è caratterizzato da un valore di fitness molto maggiore di tutte gli altri (caso 2) si determinano i problemi analizzati in precedenza, come si può vedere dai valori riportati nella tabella 4.3.

	Fitness	Probabilità
Individuo 1	3500	5.12%
Individuo 2	3300	4.82%
Individuo 3	55000	80.41%
Individuo 4	3400	4.97%
Individuo 5	3200	4.68%
<hr/>		
Totale	68400	100.00%

Tabella 4.3 - Valore delle probabilità per individui con fitness molto diverse con selezione di tipo Roulette Wheel

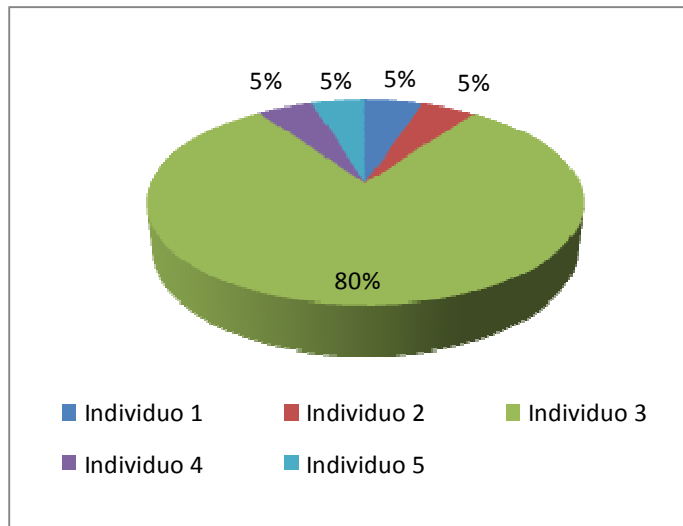


Figura 4.10 - Valore delle probabilità assegnate a ciascun individuo con fitness molto diverse con selezione di tipo Roulette Wheel

Applicando la tecnica del fitness ranking agli individui caratterizzati da valori di fitness come nel caso 1, essi vengono riordinati per valori di fitness decrescenti, a parità di $\alpha = 10$ e $\beta = 100$.

Se la funzione è di tipo lineare (caso 3), indicando con *pos* la posizione del generico elemento a seguito dell'ordinamento, FR assume la seguente espressione, i cui valori sono riportati in tabella 4.4, dove è anche indicata la probabilità di selezione per ciascun individuo:

$$FR = \alpha + \frac{\beta}{pos}$$

		FR	Probabilità
Pos.1	(ind.3)	110.00	39.52%
Pos.2	(ind.1)	60.00	21.56%
Pos.3	(ind.4)	43.33	15.57%
Pos.4	(ind.2)	35.00	12.57%
Pos.5	(ind.5)	30.00	10.78%
<hr/>			
Totale		278.33	100.00%

Tabella 4.4 - Valore delle probabilità per individui con fitness qualsiasi con selezione di tipo fitness ranking rettilineo

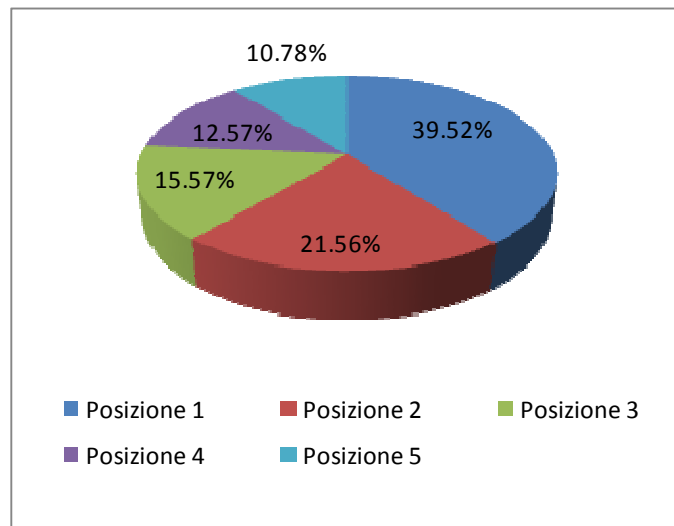


Figura 4.11 - Valore delle probabilità assegnate a ciascun individuo con fitness qualsiasi con selezione di tipo fitness ranking rettilineo

Applicando una funzione di tipo lineare e invertendo l'ordine degli elementi (caso 4):

$$FR = \alpha + \beta \cdot pos$$

si ottiene:

		FR	Probabilità
Pos.1	(ind.5)	110.00	7.10%
Pos.2	(ind.2)	210.00	13.55%
Pos.3	(ind.4)	310.00	20.00%
Pos.4	(ind.1)	410.00	26.45%
Pos.5	(ind.3)	510.00	32.90%
Totale		1550	100.00%

Tabella 4.5 - Valore delle probabilità per individui con fitness qualsiasi con selezione di tipo fitness ranking lineare

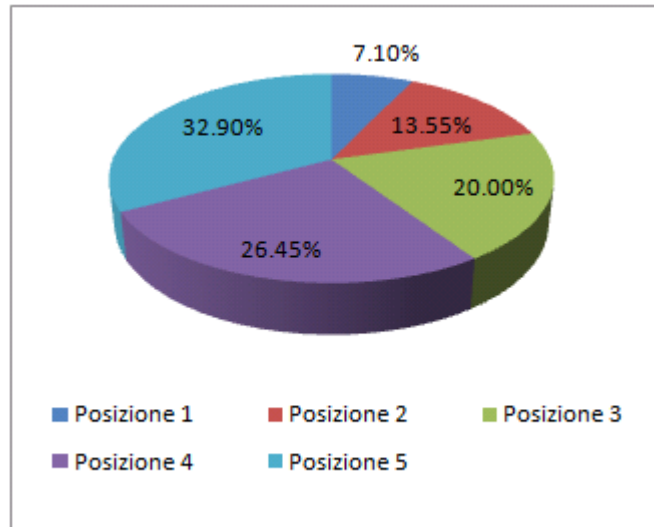


Figura 4.12 - Valore delle probabilità assegnate a ciascun individuo con fitness qualsiasi con selezione di tipo fitness ranking lineare

Applicando una funzione di tipo quadratica, invertendo l'ordine degli elementi (caso 5):

$$FR = \alpha + \beta \cdot pos^2$$

si ottiene:

		FR	Probabilità
Pos.1	(ind.5)	110.00	1.98%
Pos.2	(ind.2)	410.00	7.39%
Pos.3	(ind.4)	910.00	16.40%
Pos.4	(ind.1)	1610.00	29.01%
Pos.5	(ind.3)	2510.00	45.23%
Totale		5550	100.00%

Tabella 4.6 - Valore delle probabilità per individui con fitness qualsiasi con selezione di tipo fitness ranking quadratico

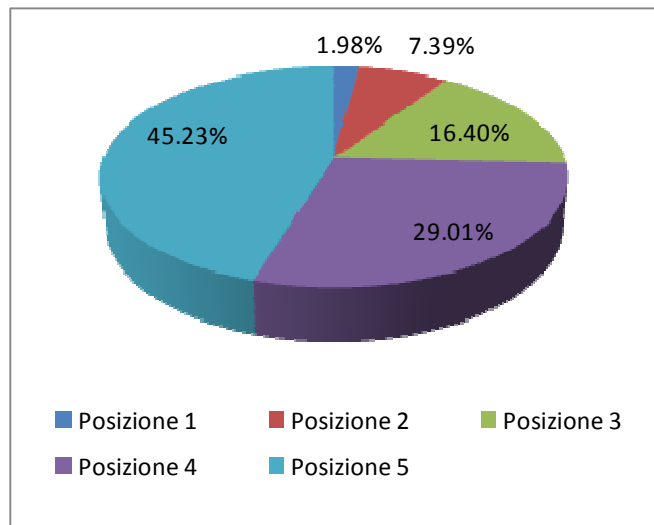


Figura 4.13 - Valore delle probabilità assegnate a ciascun individuo con fitness qualsiasi con selezione di tipo fitness ranking quadratico

Ovviamente, variando i due parametri α e β è possibile aumentare o diminuire la pressione di selezione: per $\alpha \gg \beta$ le probabilità tendono, in questo caso, al 20%, mentre per $\alpha \ll \beta$ aumenta la probabilità dell'elemento con valore di fitness maggiore di essere selezionato. In quest'ultimo caso però le probabilità non superano il valore di 43.80% nel caso 3, 33.33% nel caso 4 e 45.45% nel caso 5.

Inoltre, la probabilità di selezione dei primi tre individui vale 75% nel caso 3, 78% nel caso 4 e 92% nel caso 5: la probabilità sono abbastanza simili, ma cambia la loro distribuzione, perché gli individui presi singolarmente hanno probabilità molto diverse.

Per implementare in GAMS tali procedure si seguono i seguenti passi:

- ordinamento crescente degli elementi della popolazione in funzione del profitto;
- definizione dei parametri α e β ;
- calcolo del fitness ranking per ogni individuo;
- calcolo della probabilità di selezione per ogni individuo;
- si continua come nel caso di roulette wheel selection.

La tecnica di selezione utilizzata nell'algoritmo sviluppato in questo studio è ricavata dalle analisi effettuate a parità di altri parametri. In particolare:

- domanda = 110%;
- $r = 1$, $N_{gen} = 100$, $N_{pop} = 100$;
- tipologia di incrocio = 2, con probabilità $P_C = 0.8$;
- tipologia di mutazione = 2, con probabilità $P_m = 0.03$;

Riportando in un grafico l'andamento del profitto al termine della prima iterazione, si nota che effettivamente la tecnica di selezione più efficace risulta la fitness ranking.

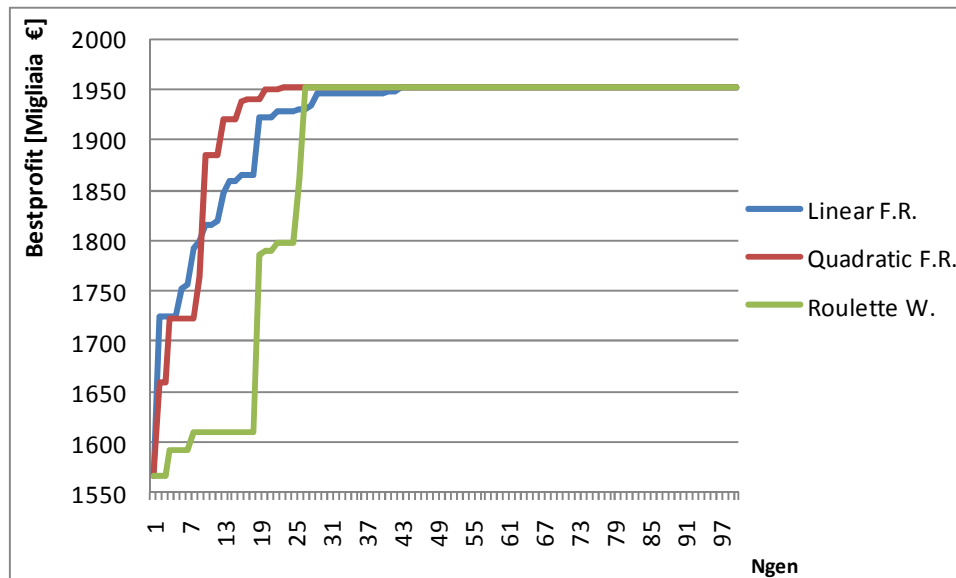


Figura 4.14 - Confronto tra le diverse tecniche di selezione dei genitori

Un'analisi più dettagliata, riportata in figura 4.15, permette di concludere che la tecnica di tipo ranking lineare raggiunge una soluzione alla 42^{ima} iterazione con un andamento molto più graduale rispetto alle altre, la tecnica di tipo ranking quadratico raggiunge la stessa soluzione in un numero di iterazioni minore (23), ma meno gradualmente. Infine la tecnica di tipo roulette raggiunge comunque la medesima soluzione, in un numero di iterazioni intermedio (27), ma molto meno gradualmente rispetto al ranking lineare. Per questi motivi si è scelto di adottare come tecnica di selezione principale la fitness ranking lineare.

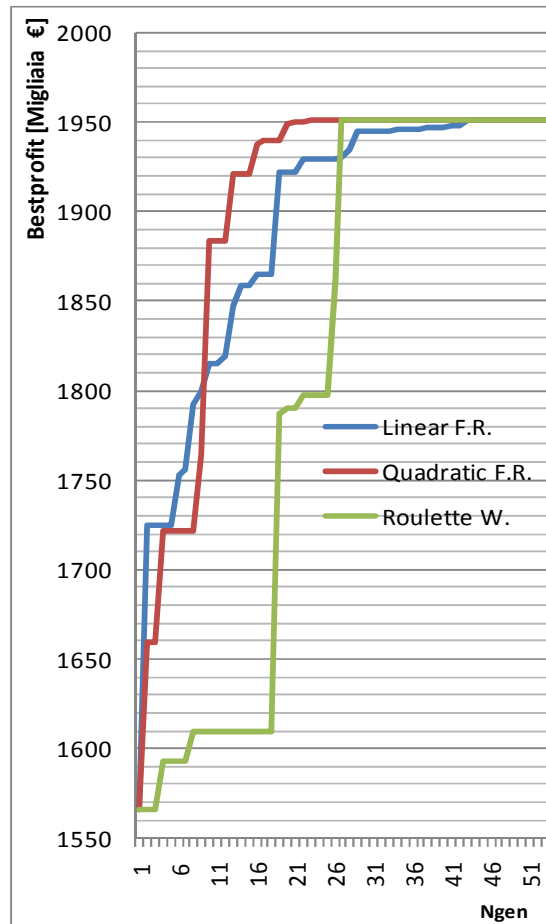


Figura 4.15 - Ingrandimento delle prime generazioni

4.5. Tipologie di incrocio (crossover)

Per meglio analizzare gli effetti dell'applicazione degli algoritmi genetici a questo tipo di studio, si sono prese in considerazione varie tipologie di crossover.

Se l'operatore di crossover produce un figlio il cui valore supera i limiti consentiti, a questo potrà essere assegnato un valore casuale compreso tra i suoi limiti, oppure, come nei casi studiati, un valore pari all'upper bound se eccede il valore massimo, oppure al lower bound se eccede il valore minimo.

Dopo aver implementato le più note tecniche di crossover, si è introdotta nel codice la possibilità di scegliere quale tecnica utilizzare. Le tecniche sviluppate sono le seguenti:

1. Average Crossover: si è posto $w_a = 0.3$ [6].

$$G_1^{t+1} = \frac{(G_1^t + G_2^t)}{2} \quad G_2^{t+1} = \frac{[(\mu_{\max} + \mu_{\min}) \cdot (1 - w_a) + (G_1^t + G_2^t) \cdot w_a]}{2}$$

2. BLX- α Crossover: il valore di α , in [7] è stato scelto pari a 0.5, ricavando però che il valore di che preserva la variabilità dei genitori è 0.366. Si è deciso di porre $\alpha=0.5$.

$$G_1^{t+1} = [G_{\min} - I \cdot \alpha, G_{\max} + I \cdot \alpha] \quad G_2^{t+1} = \max\{G_1^t, G_2^t\}$$

3. Laplace Crossover: come nella tecnica originale, si è posto $a = 0$ e $b = 0.15$ [8].

$$f_i = \begin{cases} a - b \cdot \ln(\lambda_i) & \gamma_i \leq 0.5 \\ a + b \cdot \ln(\lambda_i) & \gamma_i > 0.5 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} G_1^{t+1} &= g_{1j}^t + f_i \cdot |g_{1j}^t - g_{2j}^t| \\ G_2^{t+1} &= g_{2j}^t + f_i \cdot |g_{1j}^t - g_{2j}^t| \end{aligned}$$

4. Heuristic Crossover:

$$G_1^{t+1} = \lambda_{da_i} \cdot (G_2^t - G_1^t) + G_2^t \quad G_2^{t+1} = \max\{G_1^t, G_2^t\}$$

5. Arithmetic crossover: adottando la tecnica originale si è posto $w_{a1} = w_{a2} = 0.3$ [6] (oppure 0.33 [9]). Ma è anche possibile scegliere di generare casualmente le due variabili [10].

$$G_1^{t+1} = w_{a1} \cdot G_1^t + (1 - w_{a1}) \cdot G_2^t \quad G_2^{t+1} = w_{a2} \cdot G_2^t + (1 - w_{a2}) \cdot G_1^t$$

6. Bound Crossover: adottando la tecnica originale si è posto $w_b = 0.3$.

$$G_1^{t+1} = \mu_{\max} \cdot (1 - w_b) + G_{\max}^t \cdot w_b \quad G_2^{t+1} = \mu_{\min} \cdot (1 - w_b) + G_{\min}^t \cdot w_b$$

I metodi sopracitati vengono confrontati a parità di altri parametri, in particolare:

- domanda = 110%;
- $r = 1$, $Ngen = 100$;
- $iteregual = 15$, $setNewind = 50$, $Npop = 100$;
- tipologia di selezione = 1;
- probabilità di incrocio $P_C = 1$;
- probabilità di mutazione $P_M = 0$.

Riportando in un grafico l'andamento del profitto al termine della prima iterazione, come si vede in figura 4.16, è possibile fare qualche considerazione.

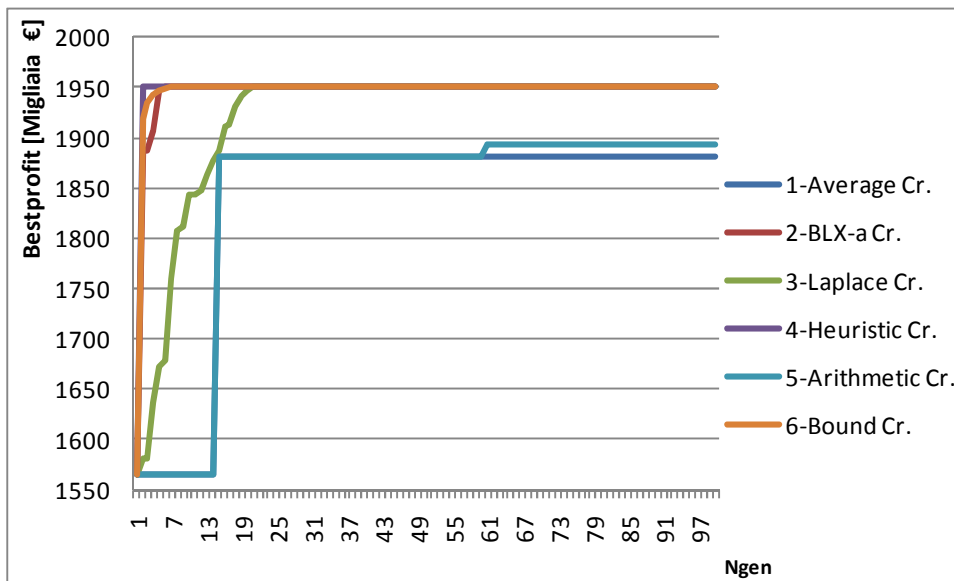
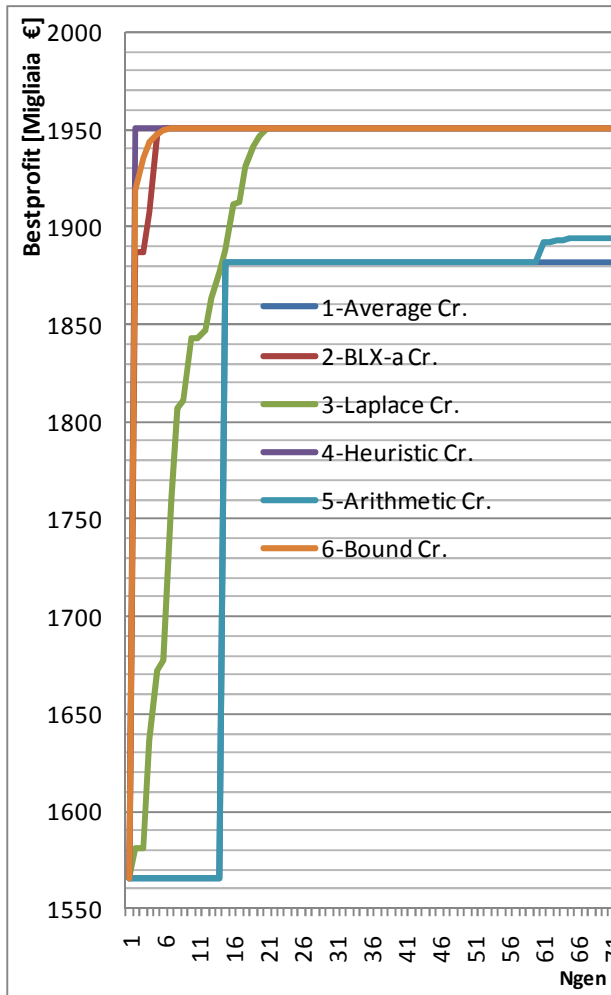


Figura 4.16 - Confronto tra le diverse tecniche di incrocio

A parità di tecnica di selezione dei genitori e



non applicando la mutazione, i metodi di incrocio analizzati hanno un effetto abbastanza diverso sul profitto. Si osserva che il metodo di incrocio di tipo 1 converge ad una soluzione di valore molto inferiore alle altre tecniche, così come succede per il tipo 5, che mostra la stessa velocità di convergenza, ma un valore finale leggermente superiore. Le tecniche indicate con 2, 4 e 6 convergono alla stessa soluzione in un numero di iterazioni molto minore alle precedenti, rispettivamente in 6, 2 e 18 iterazioni. Infine la tecnica indicata con 3 converge ad una soluzione comune alle precedenti, quindi si può considerare come soluzione ottimale, e soprattutto, in un numero di iterazioni intermedio alle precedenti, esplora un elevato numero di possibili valori del profitto: in questo modo è possibile escludere una maggior parte di valori, senza rischiare di incorrere in situazioni di ottimo locale.

Dall'analisi di questi andamenti si è deciso di considerare le tecniche di tipo 3, 2 e 6.

Figura 4.17 - Ingrandimento delle prime generazioni

4.6. Tipologie di mutazione

Anche per la mutazione sono state implementate diverse tecniche, di seguito descritte:

1. Power mutation

$$\tilde{G}_i^t = \begin{cases} G_i^t - s \cdot (G_i^t - G_i^{tL}) & t < r_i \\ G_i^t + s \cdot (G_i^{tU} - G_i^t) & t \geq r_i \end{cases} \quad \text{con} \quad t = \frac{(G_i^t - G_i^{tL})}{(G_i^{tU} - G_i^{tL})}$$

2. Uniform mutation

$$\tilde{G}_i^t = \lambda \cdot (G_i^{tU} - G_i^{tL}) + G_i^{tL}$$

3. Non-uniform mutation: si è posto $p = 3$.

$$\Delta(t, y) = y \cdot k_a \cdot (1 - t/T)^p$$

$$\tilde{G}_i^t = \begin{cases} G_i^t + \Delta(t, G_i^{tU} - G_i^t) & \text{se } \varepsilon = 0 \\ G_i^t - \Delta(t, G_i^t - G_i^{tL}) & \text{se } \varepsilon = 1 \end{cases}$$

4. Wavelet mutation: si è posto $g = 10.000$ e $epsi = 5$.

$$\tilde{G}_i^t = \begin{cases} G_i^t + delta_{wm} \cdot (G_i^{tU} - G_i^t) & \text{se } delta_{wm} > 0 \\ G_i^t + delta_{wm} \cdot (G_i^t - G_i^{tL}) & \text{se } delta_{wm} < 0 \end{cases}$$

$$delta_{wm} = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \psi\left(\frac{\varphi}{a}\right) = \frac{1}{\sqrt{a_{wm}}} \cdot e^{-\left(\frac{flu}{a}\right)^2 / 2} \cdot \cos\left(\frac{5 \cdot flu}{a_{wm}}\right)$$

e

$$a_{wm} = e^{-\ln(g) \left(1 - \frac{\tau}{T}\right)^{epsi} + \ln(g)}$$

I metodi sopracitati vengono confrontati a parità di altri parametri, in particolare:

- domanda = 110%;
- $r = 1$, $Ngen = 100$;
- $iterequal = 15$, $setNewind = 50$;
- $Npop = 100$;
- tipologia di selezione = 1;
- probabilità di incrocio $P_C = 0$;
- probabilità di mutazione $P_M = 1$.

Riportando in un grafico l'andamento del profitto al termine della prima iterazione, come si vede in figura 4.18, è possibile fare qualche considerazione.

Come per le tecniche di incrocio, anche le tecniche di mutazione hanno un effetto diverso sul profitto. Analizzando il valore a cui convergono le diverse soluzioni, si può affermare che le tecniche di mutazione 1 e 3 sono le migliori: il valore raggiunto è il medesimo, ma la tecnica 1 esplora una maggiore quantità di valori prima di convergere, per cui si esclude l'eventuale possibilità di stagnazione su ottimi locali.

Particolare attenzione è riservata alla tecnica 4: a fronte di una velocità di convergenza molto bassa, l'andamento è, però, sempre crescente. Per analizzarla meglio è stata effettuata una modifica sui parametri che caratterizzano questa tecnica: il valore della soluzione è inversamente proporzionale a g e direttamente proporzionale a $epsi$.

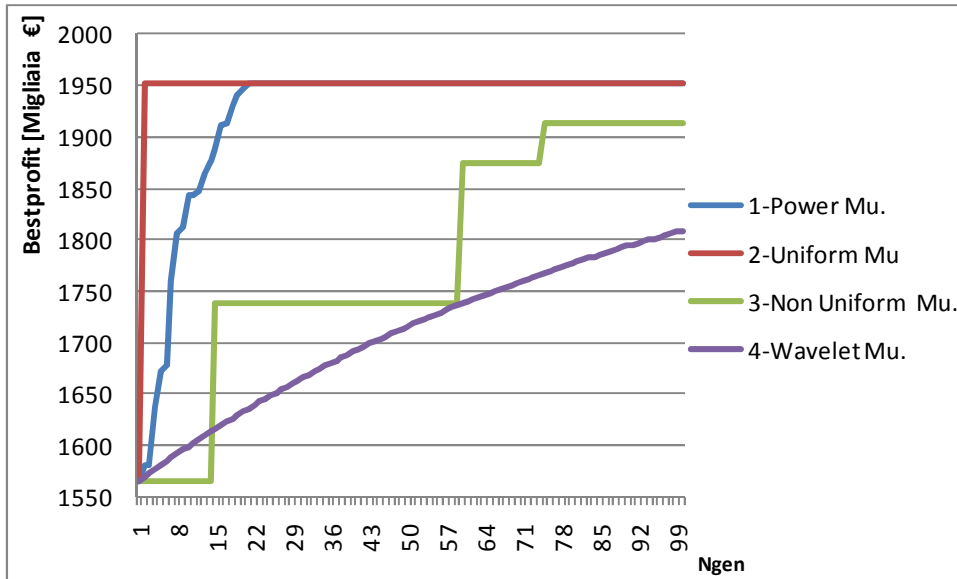


Figura 4.18 - Confronto tra le diverse tecniche di mutazione

Ponendo $g = 10$ ed $\epsilon = 5000$, si determina l'andamento rappresentato in figura 4.19.

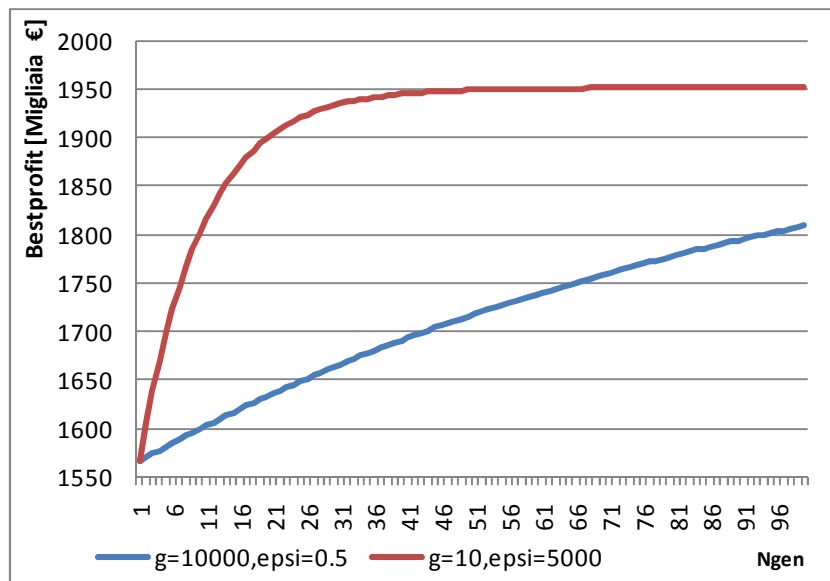


Figura 4.19 - Wavelet Mutation: influenza dei parametri g ed ϵ

Risulta quindi che le tecniche migliori, considerate in queste simulazioni, sono il tipo 1, 2 e 4 con i nuovi parametri.

Pur risultando preferibili singolarmente, le tecniche utilizzate nelle simulazioni possono essere diverse da quelle sopra indicate, perché inserite in un contesto come quello degli AG, le cui prestazioni sono diverse se si considerano le tecniche a livello globale.

4.7. Bibliografia

- [1] A.M.A.K. Abeygunawardana, C. Bovo, A. Berizzi, “*Applicazione al mercato elettrico di modelli SFE mediante GA*”, pp. 1-6, in Convegno Nazionale AEIT, 29 settembre 2009, Catania, Italy.
- [2] A.M.A.K. Abeygunawardana, C. Bovo, A. Berizzi, “*Analysis of Impacts of Carbon Prices on the Italian Electricity Market using a Supply Function Equilibrium Model*”, pp. 1-8, in The 9th WSEAS International Conference on POWER 09, 17-19 ottobre 2009, Genova, Italy.
- [3] A.M.A.K. Abeygunawardana, C. Bovo, A. Berizzi, “*Market Power Analysis in the Italian Electricity Market using a Supply Function Equilibrium Model*”, pp. 1-5, in UPEC09, Glasgow, Scotland, 2009.
- [4] GME, “*Relazione annuale*”, 2008, disponibile in:
<http://www.mercatoelettrico.org/It/MenuBiblioteca/documenti/20090424RelazioneAnnuale2008.pdf>
- [5] GAMS development Corporation (GDC), General Algebraic Modeling System, Washington DC, 2008, disponibile in:
www.gams.com.
- [6] N. Amjady, H. Nasiri-Rad, “*Nonconvex economic dispatch with AC constraints by a new real coded genetic algorithm*”, Published in IET Generation, Transmission & Distribution Received on 18th April 2008.
- [7] M. Takahashi, H. Kita, “*A crossover operator using independent component analysis for real-coded genetic algorithms*”, Proceeding of the 2001 IEEE Congress on Evolutionary Computation Seoul, May 27-30, 2001.
- [8] S. Kumar, M. Thakur, B. Raman, N. Sukavan, “*Stereo camera calibration using RCGA*”, Proceedings of “IEEE TENCON- 2008”, Hyderabad, INDIA, pp. 1-5, Nov 18-21, 2008.
- [9] N. Amjady H. Nasiri-Rad, “*Economic dispatch using an efficient real-coded genetic algorithm*”, in Generation, Transmission & Distribution, IET, vol. 3, issue 3 pp. 266-278, 2009.
- [10] N. Kumarappan, M. R. Mohan, “*Lambda based minimum emission dispatch using hybrid genetic algorithm for utility system*”, in Transmission and Distribution Conference and Exposition, IEEE PES, vol. 2, pp. 736- 741, 2003.

5. I Dati di Ingresso

Introduzione

L'algoritmo descritto nel capitolo precedente è stato applicato allo scenario elettrico italiano relativo all'anno 2008. In particolare, il modello di mercato si riferisce ad una singola ora del mercato del giorno prima, in corrispondenza di diversi valori del carico.

Per rappresentare in modo corretto la situazione italiana, come ingresso alle simulazioni è necessario definire una serie di parametri:

- la struttura zonale corrente in cui è stata suddivisa la RTN;
- l'elenco delle centrali elettriche direttamente collegate alla Rete di Trasmissione Nazionale 220/380 kV, con indicazione della potenza installata, del costo di produzione e della zona di appartenenza;
- la domanda di energia elettrica per ogni zona, riferita ai livelli di tensione indicati nel punto precedente.

5.1. La struttura zonale

La suddivisione in zone geografiche si ha quando l'equilibrio istantaneo tra domanda e offerta, determina transiti sui collegamenti zionali che eccedono i valori consentiti: quando questo accade si parla di *congestioni di rete*.

La presenza di vincoli alla trasmissione dell'energia elettrica sulla rete, determina la possibile separazione del mercato, in cui i produttori competono, in zone di dimensione inferiore (mercati zionali).

In presenza di congestioni, e dunque di separazione zonale, la differenza tra il valore monetario dell'energia elettrica che transita tra le medesime zone, per chi compra e per chi vende, è misurata dal differenziale di prezzo tra i due mercati zionali.

In assenza di congestioni, l'equilibrio del mercato si sposterebbe, consentendo la realizzazione di tutte le transazioni fino al punto in cui il prezzo, che il consumatore è disposto a pagare, uguaglia il prezzo che il produttore chiede per una determinata quantità. Conseguentemente, il prezzo di prelievo (pagato dalla domanda) e il prezzo di immissione (ricevuto dall'offerta) sarebbero coincidenti in tutti i punti della rete. Il differenziale di prezzo tra due zone sulla rete di trasmissione, rappresenta anche una misura del beneficio associato ad un incremento della capacità di trasporto tra zone medesime.

La procedura di funzionamento del mercato elettrico italiano (come pure quello implementato nel modello), prevede che le offerte di acquisto e di vendita di energia siano accettate massimizzando il benessere sociale, tenendo conto dei vincoli di trasmissione, per mezzo di una rappresentazione zonale della rete rilevante.

Nel seguito si specifica il modo in cui le zone geografiche e virtuali, individuate da Terna, sono descritte nell'ambito della procedura di accettazione delle offerte di vendita e acquisto dell'energia.

Una zona della rete rilevante è una porzione di RTN per la quale esistono, ai fini della sicurezza del sistema elettrico, limiti fisici di scambio dell'energia con altre zone confinanti.

Tali limiti sono determinati ricorrendo a un modello di calcolo basato sul bilancio tra generazione e consumi [1].

Il processo di individuazione delle zone della rete rilevante, tiene conto del piano di sviluppo triennale della RTN, ed è effettuato sulla base dei seguenti criteri:

- la capacità di trasporto di energia elettrica tra zone contigue deve risultare limitata nelle situazioni osservate di funzionamento più frequenti, nel rispetto dei criteri di sicurezza previsti per l'esercizio della RTN;
- l'attuazione dei programmi di immissione e prelievo di energia elettrica non deve, in generale, provocare congestioni significative al variare delle immissioni e dei prelievi di energia elettrica all'interno di ciascuna zona geografica, con la corrispondente rete integra e sulla base degli stessi criteri di sicurezza di cui al punto precedente;
- la dislocazione potenziale delle immissioni e dei prelievi di energia elettrica all'interno di ciascuna zona non devono, in generale, avere significativa influenza sulla capacità di trasporto tra le zone.

Le zone della rete rilevante possono corrispondere ad aree geografiche fisiche, essere delle zone virtuali (ovvero senza un diretto corrispondente fisico), oppure essere dei poli di produzione limitata (questi ultimi costituiscono anch'essi delle zone virtuali la cui produzione risulta affetta da vincoli per la gestione in sicurezza del sistema elettrico).

La rete è articolata in 6 zone geografiche e 6 zone virtuali estere, in aggiunta sono presenti le zone virtuali, ovvero zone con elevata capacità di produzione, che se fosse immessa interamente creerebbe congestioni.

Con la delibera ARG/elt n.116/08 [2], l'Autorità ha parzialmente approvato la proposta di Terna di suddivisione della rete rilevante in zone per il periodo 2009-2011, così come previsto dall'art. 15 della delibera n. 111/06.

La nuova suddivisione della rete rilevante è entrata in vigore dal 1° gennaio 2009 e si distingue da quella in vigore fino a tutto il 2008 essenzialmente per l'eliminazione della zona Calabria.

La delibera inoltre ha prescritto a Terna l'invio all'Autorità, per l'approvazione, entro il 30 giugno 2009, di una proposta di aggiornamento della suddivisione della rete rilevante in zone per il periodo 2010-2011 relativa alla sola porzione di rete rilevante compresa nell'attuale zona Nord, ma ciò non è stato approvato.

Sulle sezioni critiche è stata posta l'attenzione per la suddivisione della rete rilevante in zone, che, sulla base dei criteri individuati da Terna, sono risultate le seguenti:

- zona *Francia* (virtuale);
- zona *Svizzera* (virtuale);
- zona *Corsica* (virtuale);
- zona *Corsica AC* (virtuale);
- zona *Austria* (virtuale);
- zona *Slovenia* (virtuale);
- zona *Grecia* (virtuale): collegata con l'Italia tramite il cavo a 400 kV in corrente continua.
- zona *Monfalcone* (virtuale con polo di produzione limitata);
- zona *Nord* costituita dalle regioni Valle D'Aosta, Piemonte, Liguria, Lombardia, Trentino, Veneto, Friuli Venezia Giulia, Emilia Romagna;
- zona *Centro Nord* costituita dalle regioni Toscana, Umbria e Marche;

- zona *Centro Sud* costituita dalle regioni Lazio, Abruzzo e Campania, esclusa la stazione di Gissi;
- zona *Sud* costituita dalle regioni Molise, Puglia, Basilicata e Calabria, inclusa la stazione di Gissi;
- zona *Foggia* (virtuale con polo di produzione limitata);
- zona *Rossano* (virtuale con polo di produzione limitata);
- zona *Brindisi* (virtuale con polo di produzione limitata);
- zona *Sicilia*;
- zona *Priolo* (virtuale con polo di produzione limitata);
- zona *Sardegna*.

I poli di produzione limitata sono rappresentati dai seguenti impianti di produzione:

- la zona di *Monfalcone* corrisponde ad un polo a produzione limitata delle centrali di Monfalcone e Torviscosa. Nel polo non vi è carico, non si hanno quindi sovraccarichi sulle linee in ingresso;
- la zona di *Foggia* corrisponde a un polo a produzione limitata delle centrali di Candela, Termoli e Gissi. Nel polo non vi è carico, non si hanno quindi sovraccarichi sulle linee in ingresso;
- la zona di *Brindisi* corrisponde a un polo a produzione limitata delle centrali di Brindisi Cerano, Brindisi Nord, Brindisi Enipower, IseTaranto e Modugno quando entrerà in servizio. Il limite di scambio Brindisi-Sud, nei normali assetti di produzione in sicurezza N-1, è pari a 5200 MW;
- la zona *Rossano* corrisponde a un polo a produzione limitata delle centrali di Rossano, Altomonte, Scandale e Simeri Crichi quando entrerà in funzione;
- la zona di *Priolo* corrisponde a un polo a produzione limitata delle centrali di Priolo.

Attualmente la rete di trasmissione nazionale è suddivisa quindi in 6 zone e prevede 5 poli di produzione limitata. La struttura zonale utilizzata dal modello è la più recente definita da TERNA [3]: le recenti modifiche hanno condotto alla suddivisione rappresentata in figura 5.1.

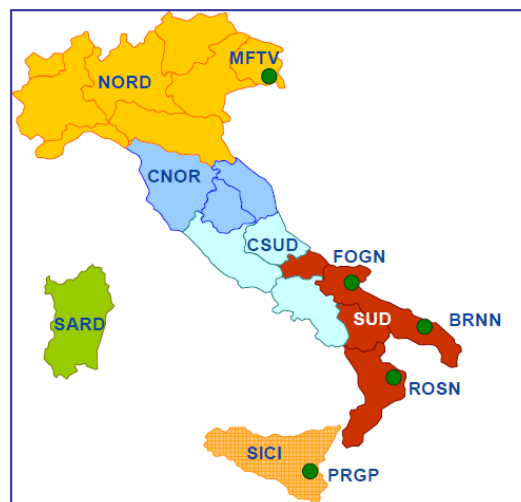


Figura 5.1 - Conformazione delle zone e dei poli limitati della rete rilevante

Per quanto riguarda i limiti di transito, si può anche far riferimento a [4] e definire la struttura rappresentata in figura 5.2.

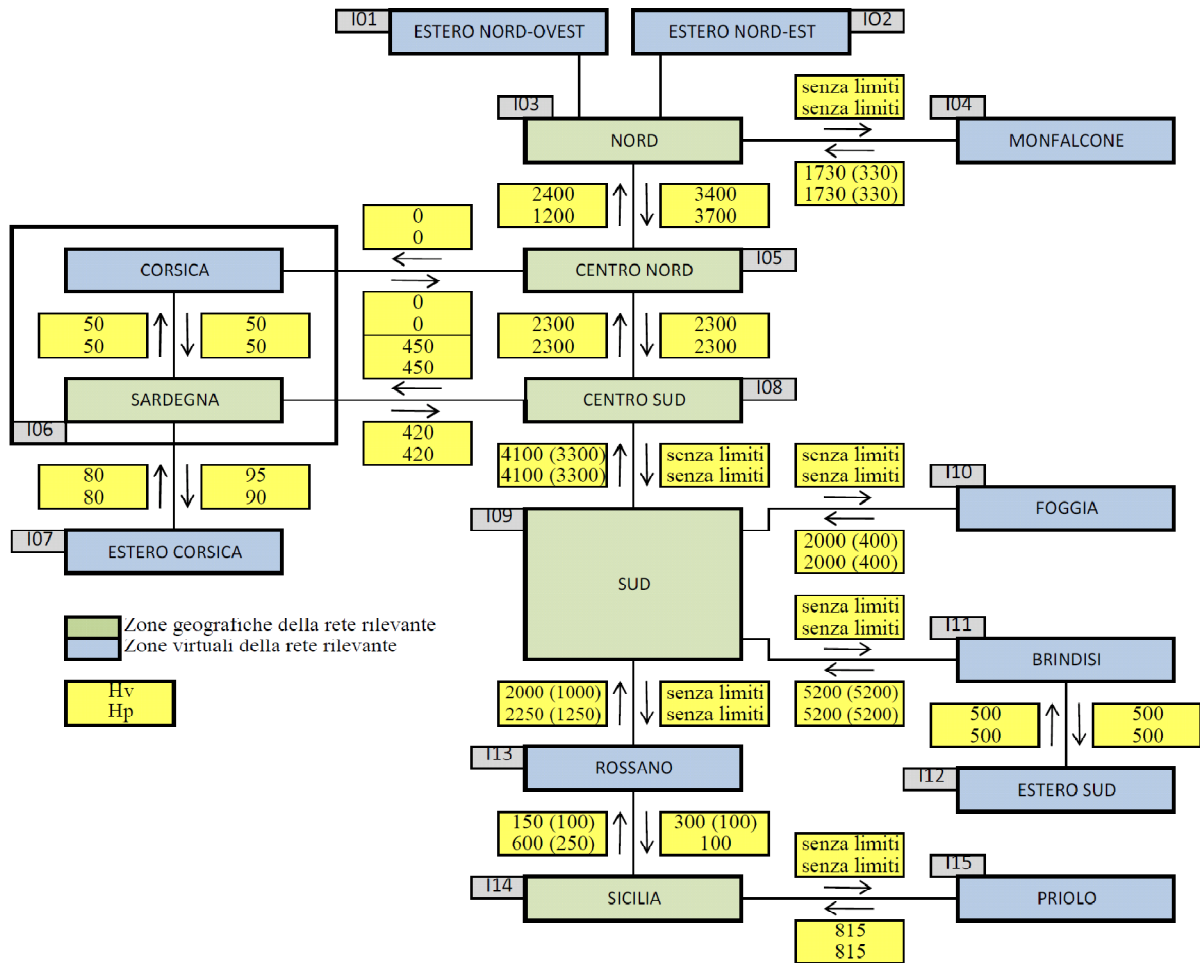


Figura 5.2 - Zone rete rilevante e limiti di scambio, caso invernale (diurno=hp, notturno=hv), tra parentesi i valori senza i dispositivi di tele distacco

5.2. Gli impianti di produzione

A fronte del modesto aumento degli acquisti, rispetto all'anno precedente, l'offerta di energia nel sistema ha registrato un incremento più marcato, raggiungendo i 495 TWh (+2.9%). L'aumento è stato sostenuto dall'offerta nazionale, che ha raggiunto i 443 TWh (+4.1%) sotto la spinta dell'aumento della capacità installata e dell'elevata idraulicità registrata durante l'anno. In particolare l'incremento è stato forte sul continente (+4.2% nella macrozona Nord, +5.4% nella macrozona Sud) e si è concentrato soprattutto nel primo semestre, mentre sulle isole il dato è rimasto sostanzialmente stabile e in particolare, in Sicilia ha fatto registrare valori minimi assoluti a partire dal mese di aprile, contribuendo con ciò a determinare gli elevati prezzi registrati nel corso dell'anno 2008. Per contro, l'offerta estera ha registrato una forte contrazione scendendo sotto i 53 TWh (-6%), il valore più basso degli ultimi quattro anni, a causa di una sensibile riduzione del differenziale di prezzo con l'estero [4].

La figura 5.3 [5] riporta le quote di generazione dei principali operatori nel 2008, confrontate con quelle del 2007. Rispetto a quanto avvenuto negli anni precedenti, si arresta la contrazione della quota di mercato del gruppo Enel (31.8%), che rimane sostanzialmente stabile rispetto al valore registrato nel 2007 (pari al 31.7%).

I quattro principali concorrenti, Edison, Eni, Edipower ed E.On, riportano invece una riduzione delle proprie quote di mercato, a vantaggio di altri operatori (con cui si intendono gli impianti di proprietà di Green Network, Hera, Energetic Source e Axpo group) di medie dimensioni (per esempio EGL) o dei produttori di dimensione inferiore.

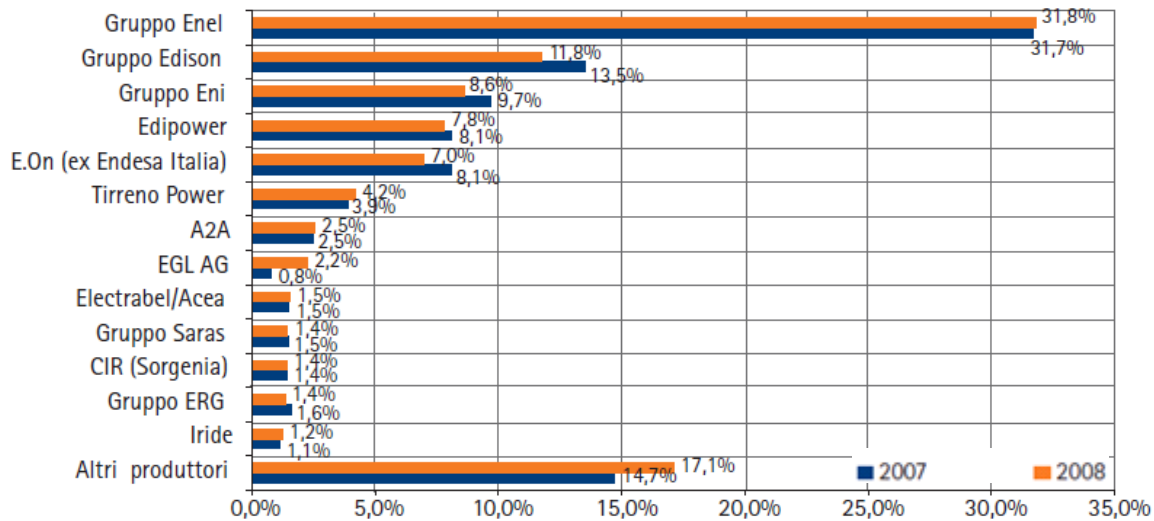


Figura 5.3 - Contributo dei principali operatori alla produzione nazionale lorda

La figura 5.4 [5] riporta le quote percentuali dell'energia destinata al consumo prodotta dai maggiori operatori nazionali. Il calcolo delle quote è stato effettuato al netto dell'energia CIP6 ceduta dal Gestore dei servizi elettrici (GSE) al mercato, nonché dell'energia destinata ai pompaggi e alle esportazioni.

Rispetto all'anno precedente, il gruppo Enel mantiene sostanzialmente stabile la propria posizione, mentre i gruppi Eni ed E.On registrano entrambi una contrazione (superiore all'1%) della propria quota, a favore di altri operatori tra cui, in particolare, la società EGL, la cui quota di mercato risulta essere pari nel 2008 a circa il 2.8%.

Nel complesso, il grado di concentrazione del mercato della generazione destinata al consumo risulta essersi ridotto rispetto al 2007, in linea con quanto registrato negli ultimi anni.

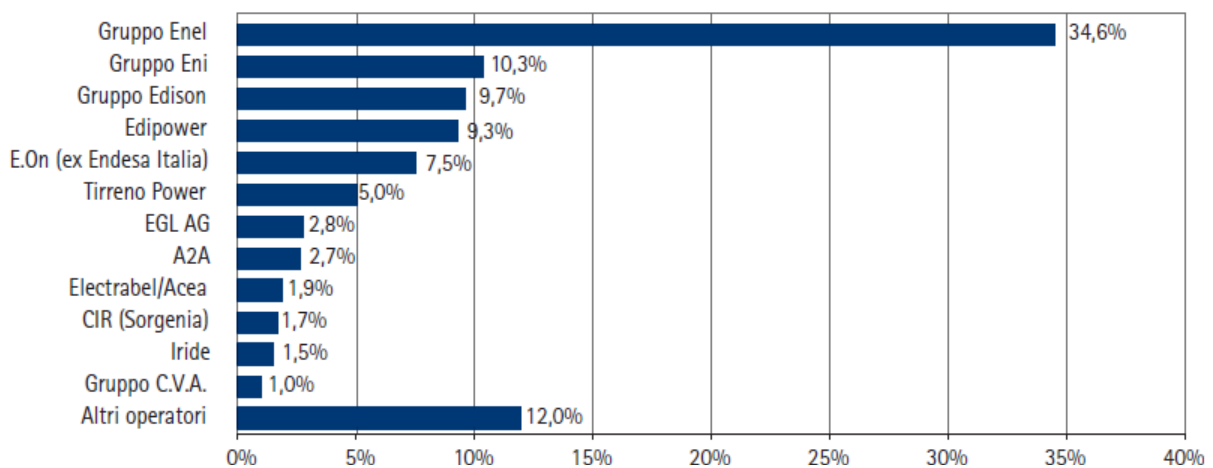


Figura 5.4 - Contributo dei principali operatori alla produzione di energia elettrica destinata al consumo, 2008

La tabella 5.1 riporta il contributo percentuale dei principali gruppi alla generazione termoelettrica nazionale, con riferimento ai principali combustibili convenzionali [5]. Enel si

conferma il primo produttore di energia elettrica da fonti convenzionali, con una presenza molto elevata nella generazione da carbone (70,3% del totale) e significativa nella generazione da gas naturale e da prodotti petroliferi. Seguono i gruppi Edison ed Eni, che confermano la propria posizione di principali concorrenti di Enel, con una presenza particolarmente importante nella generazione da gas derivati.

	Carbone	Prodotti petroliferi	Gas naturale	Altre fonti
<i>Gruppo Enel</i>	70,3%	24,9%	19,4%	0,0%
<i>Gruppo Edison</i>	0,0%	2,9%	16,9%	39,2%
<i>Gruppo Eni</i>	0,0%	11,0%	13,1%	23,3%
<i>Edipower</i>	6,8%	18,1%	9,1%	0,0%
<i>E.On (ex Endesa Italia)</i>	12,8%	7,9%	8,0%	0,0%
<i>Tirreno Power</i>	9,3%	0,3%	5,4%	0,0%
<i>EGL AG</i>	0,0%	0,0%	4,3%	0,0%
<i>A2A</i>	0,8%	0,0%	2,9%	0,0%
<i>Electrabel/Acea</i>	0,0%	0,0%	2,7%	0,0%
<i>CIR (Sorgenia)</i>	0,0%	0,0%	2,7%	0,0%
<i>Gruppo Saras</i>	0,0%	18,4%	0,8%	0,0%
<i>Iride</i>	0,0%	0,2%	1,8%	0,0%
<i>Altri operatori</i>	0,0%	16,2%	13,7%	0,0%
Totale	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Tabella 5.1 - Contributo % dei principali operatori nazionali alla generazione termoelettrica per fonte, 2008

Dopo aver analizzato questi dati, è possibile stilare l'elenco degli operatori presenti sul territorio nazionale che occorre tenere in considerazione per il funzionamento dell'algoritmo. Molte di queste società possiedono partecipazioni in altre, per cui è inutile considerarle come soggetti indipendenti. Si è quindi ipotizzato che le società che presentano qualche partecipazione, troveranno non conveniente adottare comportamenti che possano danneggiare le società alleate, mettendo in atto comportamenti concordi con la filosofia del gruppo di appartenenza, definiti nella tabella 5.2.

Price Maker	Società associate	Price Taker	Società associate
<i>S1</i>	Enel	<i>S3</i>	Endesa [8], SET [9]
<i>S2</i>	Edipower [6], Edison [7], A2A [8], Iride [7]	<i>S4</i>	Enipower [10]
		<i>S5</i>	Sorgenia [11], Acea-Electrabel [12], Tirreno Power [11]
		<i>S6</i>	Saras-Sarlux [13]
		<i>S7</i>	Erg [14], Isab Energy [14]
		<i>S8</i>	EGL [15]

Tabella 5.2 - Suddivisione delle società di produzione per accordi e/o partecipazioni

Dall'analisi del Piano di Sviluppo della Rete Elettrica di Trasmissione Nazionale fornito da Terna si estrapolano le centrali termoelettriche connesse alla rete 220/380 kV, suddividendole per zona di appartenenza.

Nel modello non si considera la produzione da parte degli impianti di generazione connessi a livelli di tensione inferiori, poiché è risultato particolarmente complesso determinare un Data Base degli impianti che contenga anche quelli non connessi alla RTN.

A questo punto, attraverso una vasta documentazione fornita da Terna [16, 17], dai siti web delle varie compagnie di produzione [18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28] e dalle

dichiarazioni EMAS, è possibile definire la potenza delle centrali indicate.

L'ultima colonna rappresenta il costo assegnato ad ogni impianto di produzione: ogni impianto presenta costi di produzione diversi a seconda della tecnologia impiegata (tabella 5.3).

Centrale termoelettrica	Prov	Macrozona ¹	Zona	Potenza [MW]	Proprietario	Gruppo	Carburante	Costo [€/MWh]
FusinaCarbone	VE	Nord	I03	976	Enel	S1	Carbone	50
FusinaOlio	VE	Nord	I03	160	Enel	S1	Olio	80
La Casella	PC	Nord	I03	1484	Enel	S1	Gas	65
LaSpeziaCarb	SP	Nord	I03	600	Enel	S1	Carbone	50
LaSpeziaGas	SP	Nord	I03	680	Enel	S1	Gas	65
Porto Corsini	RA	Nord	I03	740	Enel	S1	Gas	65
Porto Marghera	VE	Nord	I03	140	Enel	S1	Carbone	50
Porto Tolle	RO	Nord	I03	2640	Enel	S1	Olio	80
Livorno M.	LI	Centro-Nord	I05	310	Enel	S1	Olio	80
Pietrafitta	PG	Centro-Nord	I05	722	Enel	S1	Gas	65
Piombino	LI	Centro-Nord	I05	1280	Enel	S1	Olio	80
S. Barbara	AR	Centro-Nord	I05	250	Enel	S1	Gas	65
Portoscuso	CA	Sardegna	I06	320	Enel	S1	Olio	80
Sulcis	CA	Sardegna	I06	590	Enel	S1	Carbone	50
Montalto di Castro	VT	Centro-Sud	I08	3600	Enel	S1	Gas (rip.)	80
Torrevaldaliga Nord	RM	Centro-Sud	I08	1980	Enel	S1	Carbone	50
Brindisi Sud	BR	Sud	I11	2640	Enel	S1	Carbone	50
Rossano Calabro	CS	Sud	I13	1736	Enel	S1	Gas	80
Termini Imerese	PA	Sicilia	I14	1340	Enel	S1	Gas (rip.)	70
Priolo Gargallo	SR	Sicilia	I15	750	Enel	S1	Gas	70
Cassano d'Adda	MI	Nord	I03	995	A2A	S2	Gas	65
Chivasso	TO	Nord	I03	1171	Edipower	S2	Gas (rip.)	70
Marghera Azotati	VE	Nord	I03	231	Edison	S2	Gas	70
Marghera Levante	VE	Nord	I03	766	Edison	S2	Gas (rip.)	70
Moncalieri1	TO	Nord	I03	395	Iride	S2	Gas	65
Moncalieri2	TO	Nord	I03	383	Iride	S2	Gas (rip.)	70
Piacenza	PC	Nord	I03	855	Edison	S2	Gas (rip.)	70
Ponti sul Minicio	MN	Nord	I03	380	A2A	S2	Gas	65
Sarmato	PC	Nord	I03	182	Edison	S2	Gas (rip.)	70
Sermide	MN	Nord	I03	1140	Edipower	S2	Gas (rip.)	70
Turbigo1	MI	Nord	I03	900	Edipower	S2	Gas (trad.)	80
Turbigo2	MI	Nord	I03	850	Edipower	S2	Gas	65
MonfalconeCarb	UD	Nord	I04	336	A2A	S2	Carbone	50
MonfalconeOlio	UD	Nord	I04	640	A2A	S2	Olio	80
Torviscosa	UD	Nord	I04	790	Edison	S2	Gas	65
Candela	FG	Sud	I10	380	Edison	S2	Gas	65
Gissi	CH	Sud	I10	800	A2A	S2	Gas	65
Brindisi Nord	BR	Sud	I11	640	Edipower	S2	Carbone	50
Taranto	TA	Sud	I11	480	Edison	S2	Gas	70
Altomonte	CS	Sud	I13	800	Edison	S2	Gas	65
Scandale	CZ	Sud	I13	800	A2A	S2	Gas	65
San Filippo Del Mela	ME	Sicilia	I14	960	Edipower	S2	Olio	80
Sparanise	CE	Centro-Sud	I08	760	EGL	S8	Gas	65
Ferrara	FE	Nord	I03	800	Enipower	S4	Gas	65
Ferrara Erboognone	PV	Nord	I03	1030	Enipower	S4	Gas	65
Mantova	MN	Nord	I03	836	Enipower	S4	Gas	65
Ravenna	RA	Nord	I03	972	Enipower	S4	Gas	65
Livorno	LI	Centro-Nord	I05	203	Enipower	S4	Gas	65
Ottana	NU	Sardegna	I06	140	Ottana Energia	S4	Olio	80
Porto Torres	SS	Sardegna	I06	180	Polim.Europa	S4	Olio	80
Brindisi	BR	Sud	I11	1170	Enipower	S4	Gas	65
Livorno Ferraris	VC	Nord	I03	800	E.On	S3	Gas	65

¹ Aggregazione di zone geografiche e/o virtuali definita convenzionalmente ai fini della produzione di indici statistici del mercato e caratterizzata da una bassa frequenza di separazioni e da un omogeneo andamento dei prezzi di vendita.

Ostiglia	MN	Nord	I03	1482	E.On	S3	Gas (rip.)	70
Tavazzano	LO	Nord	I03	1840	E.On	S3	Gas (rip.)	70
FiumesantoCarbone	SS	Sardegna	I06	640	E.On	S3	Carbone	50
FiumesantoGas	SS	Sardegna	I06	80	E.On	S3	Gas	100
FiumesantoOlio	SS	Sardegna	I06	320	E.On	S3	Olio	80
CET Teverola	CE	Centro-Sud	I08	143	E.On	S3	Gas	70
SET Teverola	CE	Centro-Sud	I08	400	SET	S3	Gas (rip.)	70
Trapani	TP	Sicilia	I14	170	E.On	S3	Gas (turbo)	100
ISAB Priolo	SR	Sicilia	I15	650	ERG	S7	Gas	70
Sarroch Sarlux	CA	Sardegna	I06	575	Sarlux	S6	Gas	65
Leini	TO	Nord	I03	391	AceaElectrabel	S5	Gas	65
VadoLigureCarb	SV	Nord	I03	660	Tirreno Power	S5	Carbone	50
VadoLigureGas	SV	Nord	I03	760	Tirreno Power	S5	Gas (rip.)	70
Voghera	PV	Nord	I03	376	AceaElectrabel	S5	Gas	65
Roselectra	LI	Centro-Nord	I05	384	AceaElectrabel	S5	Gas	65
Rosen	LI	Centro-Nord	I05	356	AceaElectrabel	S5	Gas	65
Napoli Levante	NA	Centro-Sud	I08	380	Tirreno Power	S5	Gas (rip.)	65
Torrevaldaliga Sud1	RM	Centro-Sud	I08	1200	Tirreno Power	S5	Gas (rip.)	65
Torrevaldaliga Sud2	RM	Centro-Sud	I08	320	Tirreno Power	S5	Gas (trad.)	80
Termoli	CB	Sud	I10	770	Sorgenia	S5	Gas	65

Tabella 5.3 - Caratteristiche delle centrali termoelettriche in servizio, 2009

La figura 5.5 mostra la suddivisione della potenza prodotta dai gruppi che sono stati definiti in precedenza. E' possibile, tra questi, individuare i gruppi di produzione che svolgono il ruolo di price-maker nel duopolio che caratterizza il mercato elettrico italiano, e i gruppi di produzione che svolgono il ruolo di price-taker (la suddivisione è stata fatta in base alla quantità di potenza di cui ogni produttore dispone). Con una quota di mercato pari a circa il 66% si può quindi affermare che i gruppi S1 e S2 svolgono effettivamente un ruolo strategico nella determinazione del prezzo di mercato.

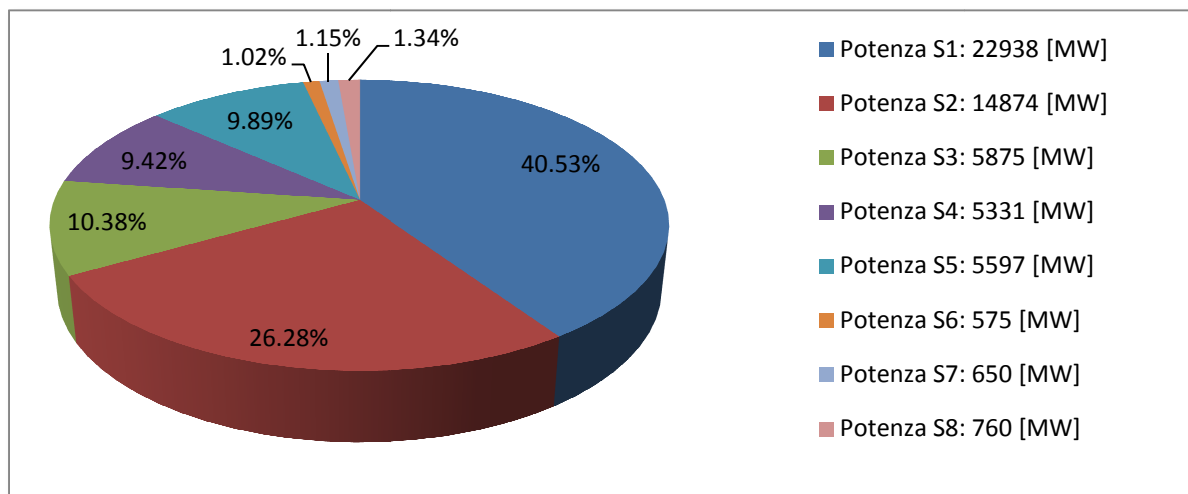


Figura 5.5 - Ripartizione della capacità installata per produttore

Un'ulteriore suddivisione riguarda la potenza installata suddivisa per zone geografiche. Aggregando i poli di produzione limitata alle zone geografiche a cui appartengono, si ottengono le distribuzioni rappresentate in figura 5.6.

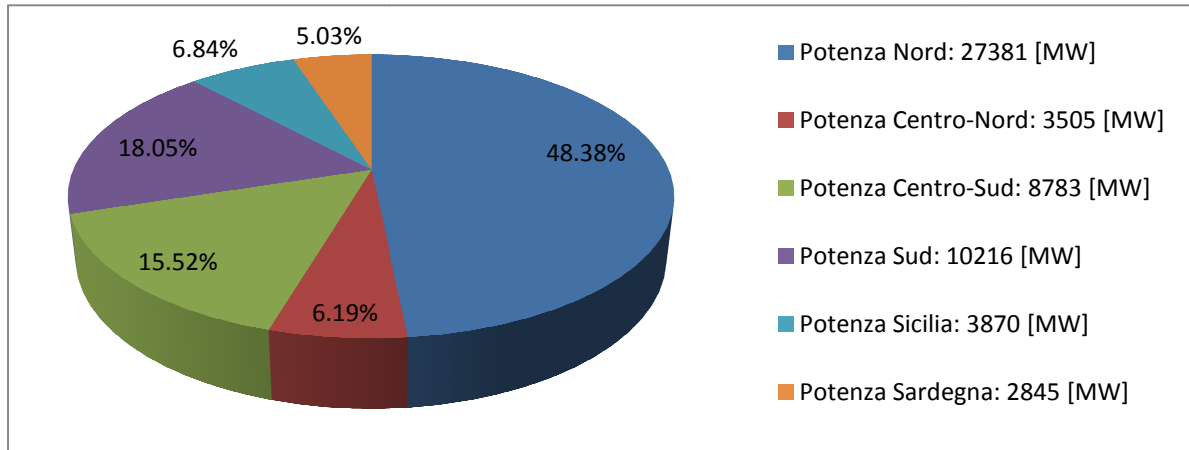


Figura 5.6 - Ripartizione zonale aggregata della capacità installata

Oltre alle centrali termoelettriche, che coprono gran parte della produzione nazionale, sono presenti gli impianti idroelettrici direttamente connessi alla RTN, la cui produzione è stata stimata a partire da dati storici. Vengono rappresentati con la seguente notazione, nella tabella 5.4.

Denominazione centrale	Macrozona	Zona	Potenza [MW]	Proprietario	Gruppo di appartenenza	Costo [€/MWh]
Hydro Enel 03	Nord	I03	2595	Enel	S1	5
Hydro Enel 05	Centro-Nord	I05	200	Enel	S1	5
Hydro Enel 06	Sardegna	I06	127	Enel	S1	5
Hydro Enel 08	Centro-Sud	I08	192	Enel	S1	5
Hydro Enel 09	Sud	I09	935	Enel	S1	5
Hydro Enel 14	Sicilia	I14	61	Enel	S1	5
Hydro Edipower 03	Nord	I03	535	Edipower	S2	5
Hydro Edipower 05	Centro-Nord	I05	10	Edipower	S2	5
Hydro Edipower 09	Sud	I09	21	Edipower	S2	5
Hydro EOn 05	Centro-Nord	I05	94	EOn	S3	5
Hydro EOn 08	Centro-Sud	I08	15	EOn	S3	5
Hydro EOn 09	Sud	I09	193	EOn	S3	5
Hydro others 03	Nord	I03	744	Hydro others	Hydro others	5
Hydro others 05	Centro-Nord	I05	7	Hydro others	Hydro others	5
Hydro others 08	Centro-Sud	I08	24	Hydro others	Hydro others	5

Tabella 5.4 - Caratteristiche delle centrali idroelettriche in servizio nell'anno 2009

Infine, nel modello sono presenti anche i poli di produzione esteri, indicati nella tabella 5.5.

Denominazione centrale	Zona	Potenza [MW]	Gruppo di appartenenza	Costo [€/MWh]
G-ENO	I01	5278	ENO	10
G-ENE	I02	0	ENE	10
G-ESG	I12	324	ESG	10
G-ESC	I07	0	ESC	10

Tabella 5.5 - Caratteristiche dei poli di produzione esteri

5.3. La domanda

Il valore della richiesta di potenza in ogni zona è stato calcolato allo stesso livello di tensione che ha caratterizzato la definizione degli impianti di produzione fatta in precedenza.

Nel 2008 la richiesta di energia elettrica, pari a 339.5 TWh, è diminuita dello 0,1% rispetto al 2007. Il fabbisogno di potenza alla punta ha toccato il suo massimo nel mese di luglio, quando ha raggiunto 55.3 GW [29]. Per questo motivo, i valori di domanda riferiti al 2007 possono essere utilizzati anche in questa simulazione.

La produzione nazionale netta ha fatto registrare un aumento dell'1.9% mentre il saldo estero è diminuito rispetto all'anno precedente (-13.5%).

In termini di composizione strutturale, la macro zona Nord si conferma quella a maggior richiesta di energia, assorbendo più della metà della domanda complessiva (53.7%), ben superiore alla quota rappresentata dalla macro zona Sud (34.4%) e dalle isole (6.1% la Sicilia e 3.7% la Sardegna).

A fronte della sostanziale stabilità di tali quote, emerge il significativo aumento del peso delle esportazioni, raddoppiato rispetto al triennio precedente, e pari al 2.2% (+91.3%), in virtù di una riduzione del differenziale di prezzo con l'estero e dal moderato aumento dell'elasticità della domanda [4].

I01 =	3385.0 MW
I02 =	0.0 MW
I03 =	21327.6 MW
I04 =	0.0 MW
I05 =	4380.2 MW
I06 =	1253.2 MW
I07 =	0.0 MW
I08 =	3846.2 MW
I09 =	5774.5 MW
I10 =	0.0 MW
I11 =	0.0 MW
I12 =	0.0 MW
I13 =	0.0 MW
I14 =	2477.6 MW
I15 =	0.0 MW

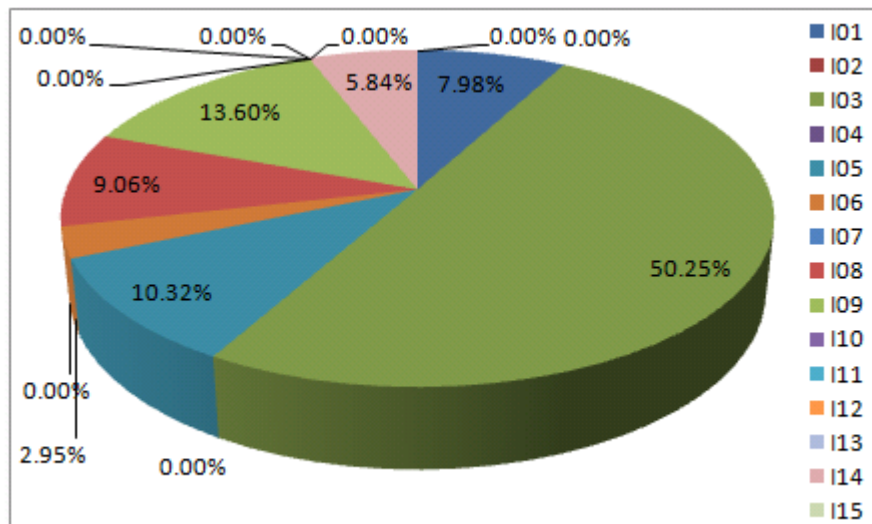


Figura 5.7 - Ripartizione zonale della potenza richiesta

5.4. Bibliografia

- [1] TERNA, “*Individuazione zone della rete rilevante*”, 2008, disponibile in:
http://www.terna.it/default/Home/SISTEMA_ELETTTRICO/mercato_elettrico/zone_di_mercato.aspx
- [2] AEEG, Delibera ARG/elt 116/08, “*Approvazione parziale della proposta di Terna di suddivisione della rete rilevante in zone per il periodo 2009-2011*”, disponibile in:
<http://www.autorita.energia.it/it/docs/08/116-08-arg.htm>
- [3] TERNA, “*Procedura per la definizione dei limiti di transito fra le zone di mercato*”, 2009, disponibile in:
http://www.terna.it/default/Home/SISTEMA_ELETTTRICO/mercato_elettrico/Procedura_valutazione_limiti_e_limiti_transito.aspx
- [4] GME, “*Relazione annuale*”, 2008, disponibile in:
<http://www.mercatoelettrico.org/It/MenuBiblioteca/documenti/20090424RelazioneAnnuale2008.pdf>
- [5] AEEG, “*Relazione annuale sullo stato dei servizi e sull’attività svolta*”, 2009, disponibile in:
http://www.autorita.energia.it/it/relaz_ann/09/09.htm
- [6] <http://www.edipower.it/azienda/index.asp>
- [7] <http://www.edison.it/edison/export/sites/default/it/company/profile/holdings/principalipartecipazioni30settembre2009.pdf>
- [8] <http://www.eon-italia.com/cms/it/189.jsp>
- [9] <http://www.repower.com/it/it/produzione/impianti/centrale-a-ciclo-combinato-di-teverola>
- [10] <http://www.enipower.eni.it/it/pages/azienda/azienda.shtml>
- [11] <http://www.tirrenopower.com/LaStoria.aspx>
- [12] http://www.electrabel.it/content/corporate/profilo_it.asp
- [13] http://www.sarlux.it/content_it/profilo/storia.shtml
- [14] <http://www.erg.it/homeIT/il-gruppo/strutturaGruppo.html>
- [15] <http://www.egl-italia.it/int/it/it/about/portrait.html>
- [16] TERNA, “*Piano di sviluppo*”, 2009, disponibile in:
http://www.terna.it/default/Home/SISTEMA_ELETTTRICO/programma_triennale_sviluppo/pds_2009.aspx
- [17] <http://www.terna.it/LinkClick.aspx?fileticket=r0Ap8rj0Zu4%3d&tabid=382&mid=3128>
- [18] <http://www.edipower.it/centrali/index.asp>
- [19] <http://www.eon-italia.com/cms/it/210.jsp>
- [20] <http://www.enipower.eni.it/it/pages/dove-operiamo/dove-operiamo.shtml>
- [21] <http://www.iride-energia.it/ChiSiamo/Attivita/EnergiaElettrica/ImpCogenerazione.html>
- [22] <http://www.edison.it/edison/site/it/activities/plants/>
- [23] <http://impianti.sorgenia.it/>
- [24] <http://www.egl-italia.it/int/it/it/about/asset.html>
- [25] <http://www.saras.it/saras/pages/inthefield/assets/powergeneration>
- [26] <http://www.tirrenopower.com/SitiProduttivi.aspx>
- [27] <http://www.erg.it/homeIT/attivita/energiaElettrica/produzioneTermoelettrica.html>
- [28] <http://www.a2a.eu/gruppo/cms/a2a/it/societa/impianti/termo/>
- [29] AEEG, “*Relazione annuale alla commissione europea sullo stato dei servizi e sulla regolazione dei settori dell’energia elettrica e del gas*”, 2009, disponibile in:
http://www.autorita.energia.it/it/pubblicazioni/relaz_ue.htm

6. Analisi dei Risultati

Introduzione

In questo capitolo vengono presentate le simulazioni effettuate allo scopo di definire le strategie adottate dai produttori di energia elettrica considerati. Le simulazioni, come già specificato, sono state eseguite con GAMS, hanno avuto una durata media di circa 25 ore ciascuna e sono state effettuate con un PC avente le seguenti caratteristiche:

- Intel Pentium Dual CPU T3200@2.00GHz, RAM 4GB, Disco rigido 92 GB

Le società di produzione strategiche ipotizzate, ovvero quelle che svolgono il ruolo di price maker, sono due e si studierà l'interazione tra questi due soggetti, il cui obiettivo è la massimizzazione del profitto: sarà questo il parametro fondamentale che verrà analizzato.

Gli esiti delle simulazioni verranno poi confrontati tra loro in modo da poter discutere i risultati ottenuti.

Si tenga però presente che tali risultati sono puramente indicativi per una serie di motivi: il principale è l'assenza, nel modello, di un regolatore, ovvero di un organo di controllo che supervisioni il comportamento delle società di produzione. In assenza di enti predisposti a controllare le strategie dei produttori, questi sono liberi di adottare le strategie che meglio si adattano alla situazione. L'unico limite che si è introdotto è il price cap, fissato a 500 €/MWh, come disposto dalle regole di mercato. Inoltre, il modello non considera la presenza di vincoli di natura tecnica, come ad esempio la dispacciabilità degli impianti, i vincoli di accensione e di spegnimento e la permanenza in servizio. Infine, un altro motivo è dovuto al fatto di aver considerato domanda e offerta di potenza relative ad un livello di tensione pari a 220/380 kV, escludendo i livelli di tensione inferiori, e i relativi impianti di generazione.

Il modello proposto in questo lavoro è stato applicato a due differenti scenari: il primo, denominato Unconstrained Case (nel seguito **UC**) dove si ipotizza l'assenza di limiti di transito interzonali (modellizzato ponendo i limiti di transito tra le zone pari a 5000 MW); mentre il secondo, denominato Constrained Case (di seguito **CC**), considera la presenza di tali vincoli, i cui valori sono stati definiti nel capitolo precedente.

Ogni scenario è stato applicato nel caso in cui la variabile strategica μ sia, in un caso, indipendente dalla tecnologia dell'impianto di produzione (indicato con μ -unico) e, nell'altro caso, differenziato per tecnologia di produzione (indicato nel seguito con μ -diff).

Per ognuna di queste simulazioni sono state adottate diverse combinazioni di operatori genetici, in modo da testare le prestazioni dell'AG. In questo capitolo vengono riportate le simulazioni finali, risultanti da svariate prove effettuate testando le tecniche di selezione, incrocio e mutazione.

Il codice implementato in GAMS consente di ricavare interessanti informazioni: si possono calcolare i transiti di potenza su ogni collegamento interzonale, il prezzo di mercato ipotizzato da ogni società strategica, il costo totale sostenuto e la rendita totale di ogni società e il profitto guadagnato da esse.

Infine, per ampliare lo studio si sono ipotizzati cinque diversi livelli di domanda, corrispondenti al 110%, 100%, 90%, 80% e 70% della domanda ipotizzata nello scenario base.

6.1. Risultati per lo scenario UC

L'assenza di limiti di transito caratterizza uno scenario ideale per il mercato elettrico italiano, costituendo così un benchmark di riferimento per valutare successivamente gli effetti della presenza di tali vincoli. In tale contesto, la suddivisione del mercato in zone non ha alcuna influenza poiché si ha un'unica zona nazionale: è come se la potenza prodotta da ciascuna società confluisse in un grande hub dell'energia, e venisse incrociata con la domanda per determinare il prezzo unico nazionale.

Il significato dell'assenza dei limiti di trasmissione coincide con l'assenza di congestioni e una capacità di trasmissione della Rete Nazionale illimitata.

Per ogni simulazione sono stati riportati i risultati ottenuti, qui di seguito riassunti:

- la progressione del profitto durante l'evolvere dell'algoritmo co-evolutivo, relativamente alle società S1 ed S2, espresso in [€];
- la progressione del prezzo di mercato risultante dalle strategie ottimizzate dalle due società suddette, espresso in [€/MWh].

Data l'elevata difficoltà computazionale delle simulazioni, è stato sviluppato un ulteriore modello che consente di inserire manualmente i valori ottimali dei μ , ricavati al termine dell'algoritmo genetico, per ottenere informazioni più dettagliate, tra le quali:

- la potenza dispacciata dagli operatori strategici e dagli operatori price-taker;
- la potenza richiesta ad ogni impianto di generazione disponibile;
- i flussi di potenza su ogni transito interzonale;
- il costo e la rendita lorda delle società di produzione.

La figura successiva mostra la percentuale di potenza installata per tecnologia di produzione e per le società di produzione. Avendo indicato con "Tipo 1" la produzione a carbone, con "Tipo 2" la produzione a gas, con "Tipo 3" le altre produzioni, per lo più a olio combustibile, e con "Tipo 4" la produzione idroelettrica (che in questo modello non è stata ottimizzata), si nota come la maggior parte della potenza installata di ogni società di produzione sia prodotta utilizzando come combustibile il gas (vedere figura 6.1).

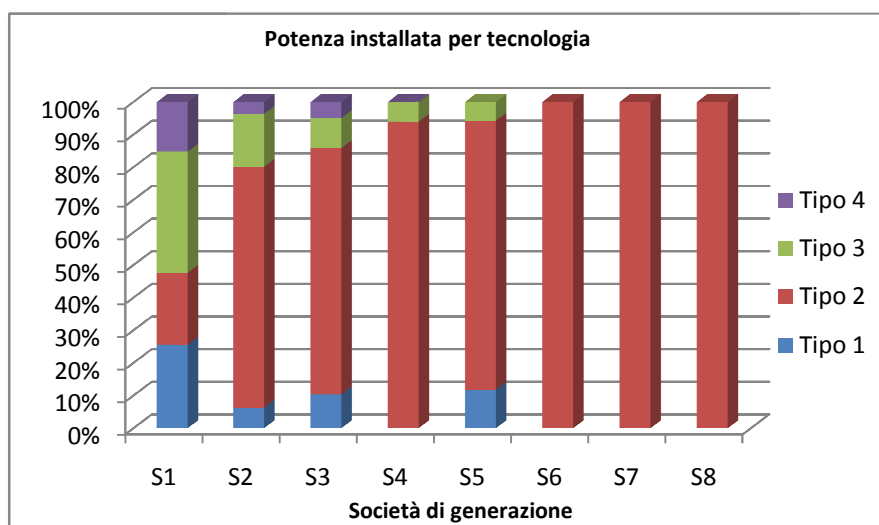


Figura 6.1 - Percentuale di potenza installata, suddivisa per tecnologia e per società

I parametri che caratterizzano l'algoritmo sono i seguenti: $r = 20$, $N_{gen} = 100$ e $N_{pop} = 100$.

6.1.1. Domanda pari al 110%

Iter	μ -unico				μ -diff				μ -unico μ -diff		μ -unico μ -diff	
	μ_1^N	μ_1^S	μ_2^N	μ_2^S	μ_1^N	μ_1^S	μ_2^N	μ_2^S	Profit ₁	Profit ₂	Price ₁	Price ₂
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	425050	87260	70	70
					1.000	1.000	1.000	1.000				
					1.000	1.000	1.000	1.000	425050	87260	70	70
1	7.143	7.143	4.464	4.464	7.143	7.143	7.143	7.143	1951167	4495746	357.14	357.14
					7.143	7.143	5.102	5.102				
					7.143	7.143	4.464	4.464	1951167	4495746	357.14	357.14
2	4.464	3.625	3.189	3.433	6.632	6.632	6.632	6.631	4731252	1861712	290.17	223.23
					1.000	4.737	4.737	5.101				
					7.143	4.145	7.143	7.143	5792624	3311683	331.63	331.59
3	2.937	2.591	2.591	2.366	6.158	6.155	6.155	6.155	3099465	1077580	207.26	181.37
					4.737	4.399	4.396	4.396				
					7.143	3.849	3.847	3.846	5302825	3685056	307.92	307.75
4	1.895	2.110	1.759	1.895	5.715	5.713	3.208	5.713	2003375	611559.2	151.56	123.18
					4.396	4.081	4.080	4.055				
					7.143	3.572	3.444	3.571	4844882	3348779	285.74	285.65
5	7.143	7.143	4.464	4.464	5.269	5.272	5.252	1.000	1951167	4495746	357.14	357.14
					4.046	3.766	3.575	3.754				
					7.143	3.295	3.282	3.288	4325525	3003939	263.59	262.99
6	3.684	3.630	2.267	2.267	4.851	4.879	4.840	4.850	4731304	1781672	290.18	181.5
					3.748	3.485	3.465	3.465				
					7.143	3.051	3.032	3.030	3878488	2689861	244.04	242.55
7	7.143	7.143	4.464	4.464	4.502	1.000	4.455	3.027	1951167	4495746	357.14	357.14
					3.455	3.182	3.182	4.454				
					7.143	2.815	7.143	2.461	3594430	1707825	225.21	222.74
8	4.384	3.630	3.131	3.372	2.741	1.163	7.143	7.143	4731303	1815259	290.18	219.18
					2.905	1.322	7.143	7.143				
					7.143	7.143	7.143	7.143	2792072	1605706	206.83	464.295
9	2.568	2.540	2.362	2.543	7.143	7.143	7.143	7.143	3026345	1028233	203.54	165.34
					7.142	6.633	5.102	5.102				
					7.143	5.804	4.464	4.464	8157709	4495746	464.29	357.15
10	1.911	2.130	1.775	1.911	6.633	6.632	6.632	5.717	2030048	622423.6	152.92	124.22
					5.102	4.738	4.737	4.737				
					6.28	4.145	4.145	4.145	5792692	4048664	331.63	331.63
11	7.143	7.143	1.000	4.464	1.000	6.158	5.716	5.717	1951167	4495746	357.14	357.14
					1.000	4.397	4.083	4.397				
					1.448	3.849	7.143	7.143	5302966	1982654	307.92	285.81
12	5.800	5.800	3.625	3.625	5.308	5.308	5.306	5.308	2577479	3459256	290.17	290.17
					4.083	3.792	3.733	3.791				
					7.143	3.318	3.318	3.313	4424995	3040484	265.42	265.42
13	3.625	2.950	2.587	2.615	4.831	4.853	4.829	4.830	3657672	1373789	235.62	181.09
					3.733	3.467	3.450	3.433				
					7.143	3.033	3.019	3.019	3955206	2676683	242.67	241.52
14	1.000	2.400	1.828	1.493	4.413	3.593	3.585	3.583	2324973	515793.4	168.13	119.44
					2.758	1.000	2.561	2.757				
					1.318	2.789	7.143	7.143	3551698	1217096	223.14	172.27
15	7.143	7.143	4.464	4.464	7.143	7.143	7.143	7.143	1951167	4495746	357.14	357.14
					7.143	7.143	5.102	5.102				
					7.143	7.143	4.464	4.464	2719024	4495746	357.14	357.14
16	4.060	3.625	2.260	2.267	6.631	6.633	6.601	6.601	4731299	1781669	290.18	181.25
					5.102	7.143	4.715	4.715				
					7.143	4.126	4.121	1.000	5749291	4077597	331.63	331.55
17	7.143	7.143	4.464	4.464	6.126	6.128	5.800	5.751	1951167	4495746	357.14	357.14
					4.573	4.144	4.144	4.144				
					7.143	3.831	3.626	3.626	5055656	3416126	306.47	290.08
18	4.261	3.625	2.267	2.267	5.387	5.386	5.375	5.374	4731271	1781656	290.18	181.25
					1.752	3.84	3.840	3.991				
					7.143	3.367	7.143	7.143	4506211	2537244	269.35	268.8
19	7.143	7.143	4.464	4.464	4.988	4.991	4.988	4.988	1951167	4495746	357.14	357.14
					3.839	3.565	3.563	3.563				
					7.143	3.120	3.118	3.117	4097704	2796586	249.57	249.41
20	4.336	3.625	3.097	3.335	4.631	4.631	4.629	4.630	4730397	1787415	290.13	216.79
					3.563	3.308	3.308	1.610				
					1.000	2.895	7.143	7.143	3726118	2095182	231.58	231.55

Tabella 6.1 – Esito simulazione, domanda 110%

Dalla tabella si estrapolano gli andamenti dei profitti e dei prezzi per le società strategiche.

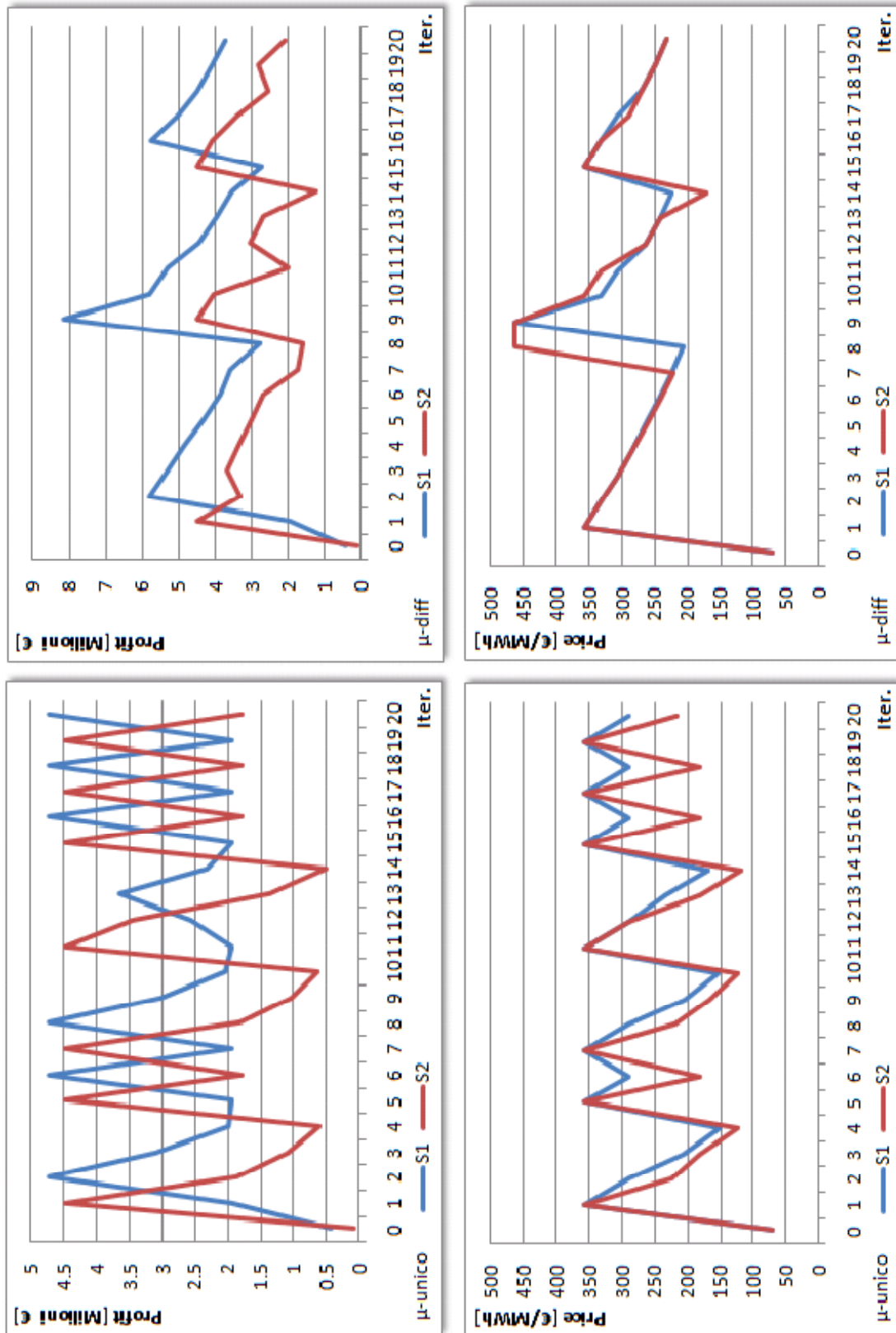


Figura 6.2 - Andamento di profitti e prezzi delle società strategiche in funzione delle iterazioni, $d=110\%$

Nel caso UC, μ -unico, come in altri casi analizzati ma non riportati, si ottengono più equilibri di Nash: dopo l'iterazione 0, caratterizzata da mark-up unitari e quindi da profitti e da prezzi corrispondenti alla concorrenza perfetta, la società S2 raggiunge il profitto massimo, mentre S1 lo raggiunge nell'iterazione successiva. Tale comportamento si ripete anche nel seguito,

osservando che, come ad esempio nell'iterazione 16, oppure 17, il profitto massimo di una società coincide con il profitto minimo per l'altra. Dopo significative variazioni iniziali, le oscillazioni del profitto si assestano. Una grande variabilità si ha anche per i prezzi: dopo significative variazioni nelle iterazioni iniziali, le oscillazioni si assestano a seguito dell'iterazione 15. L'andamento presenta 2 punti che si ripetono (iter. 15 e 16). Osservando che l'andamento di profitti e prezzi nelle iterazioni 15, 16 e 17 si ripete anche successivamente, la copertura di ciascuna società di produzione strategica del carico totale, in percentuale (indicando con il pedice a il risultato dell'ottimizzazione di S1 e con b il risultato dell'ottimizzazione di S2) è rappresentata in figura 6.3 per ciascun punto.

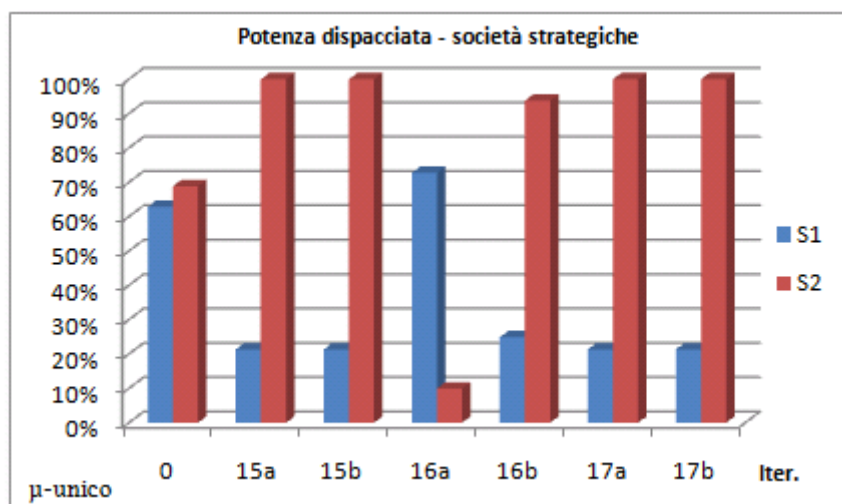


Figura 6.3 - Percentuale di potenza dispacciata, domanda=110%, μ -unico

La percentuale della potenza dispacciata rispetto alla potenza installata per le 3 tipologie di produzione (la produzione idroelettrica in questo caso e nei successivi non viene riportata, poiché tutta quella installata viene dispacciata) nelle iterazioni suddette è, per le due società strategiche, rappresentata in figura 6.4 e 6.5.

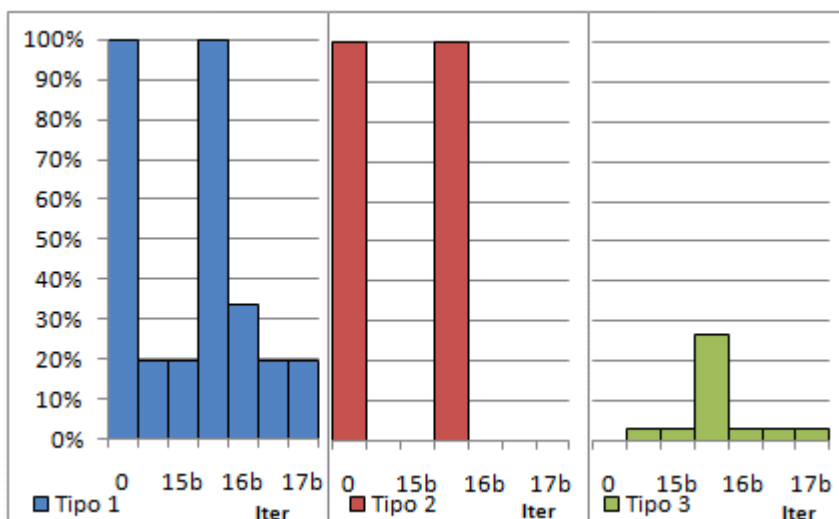


Figura 6.4 - Ripartizione della potenza dispacciata da S1 per tecnologia di produzione, $d=110%$, μ -unico

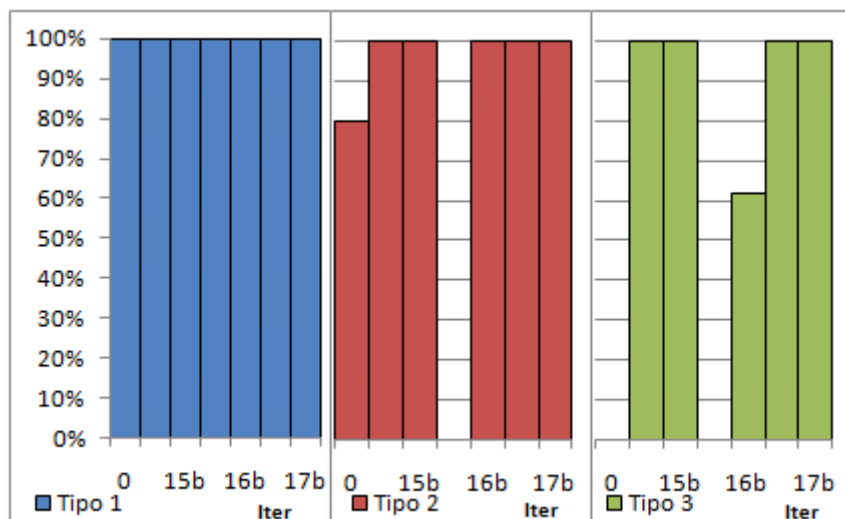


Figura 6.5 - Ripartizione della potenza dispacciata da S2 per tecnologia di produzione, $d=110\%$, μ -unico

Come si nota dai grafici sopra riportati, in concorrenza perfetta la produzione viene affidata esclusivamente ad impianti di tipo 1 e 2, ma per S2 la produzione di tipo 2 si riduce all'80%. Nel punto di profitto massimo per S2 (iter. 15) sono in servizio tutti i propri impianti di tipo 1, 2 e 3, mentre nel punto di profitto massimo per S1 (iter. 16), a differenza di S2, la produzione di tipo 3 si riduce al 27%.

Analizzando μ -diff, gli andamenti, come in altre simulazioni (che non sono state riportate per brevità), presentano meno oscillazioni nel periodo considerato, abbastanza ripetitive. Le oscillazioni nel periodo sono tre, di cui una presenta un valore massimo diverso dagli altri due (figura 6.2). L'andamento presenta 3 punti che si ripetono (iter. 1, 2 e 8).

I medesimi andamenti si osservano anche in altre simulazioni, effettuate modificando gli operatori genetici, che non sono state riportate per brevità.

Osservando che l'andamento di profitti e prezzi nelle iterazioni 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8 si ripete anche successivamente, la copertura di ciascuna società di produzione strategica del carico totale, in percentuale, è rappresentata in figura 6.6.

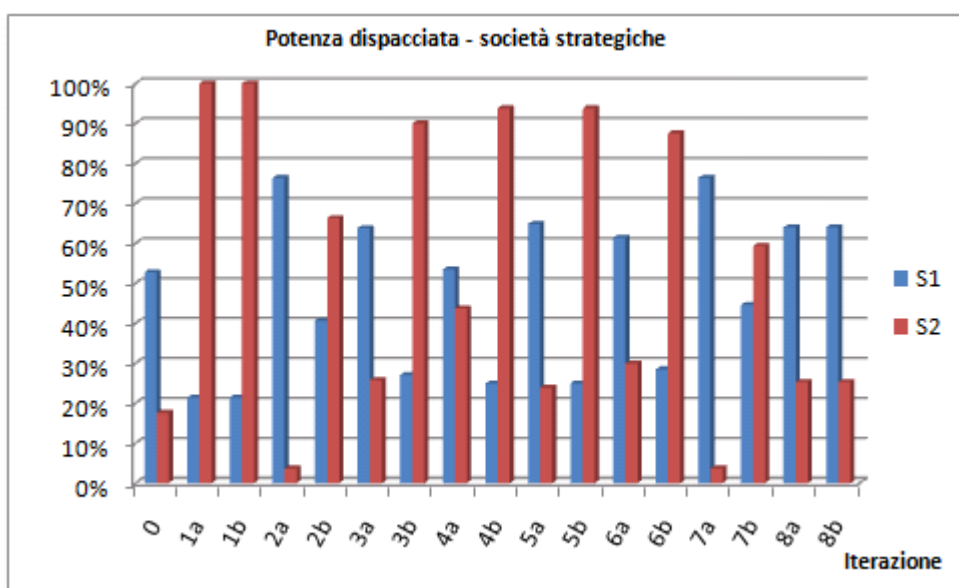


Figura 6.6 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=110\%$, μ -diff

La percentuale della potenza dispacciata rispetto alla potenza installata per le 3 tipologie di produzione nelle iterazioni suddette è, per le due società strategiche, rappresentata in figura 6.7.

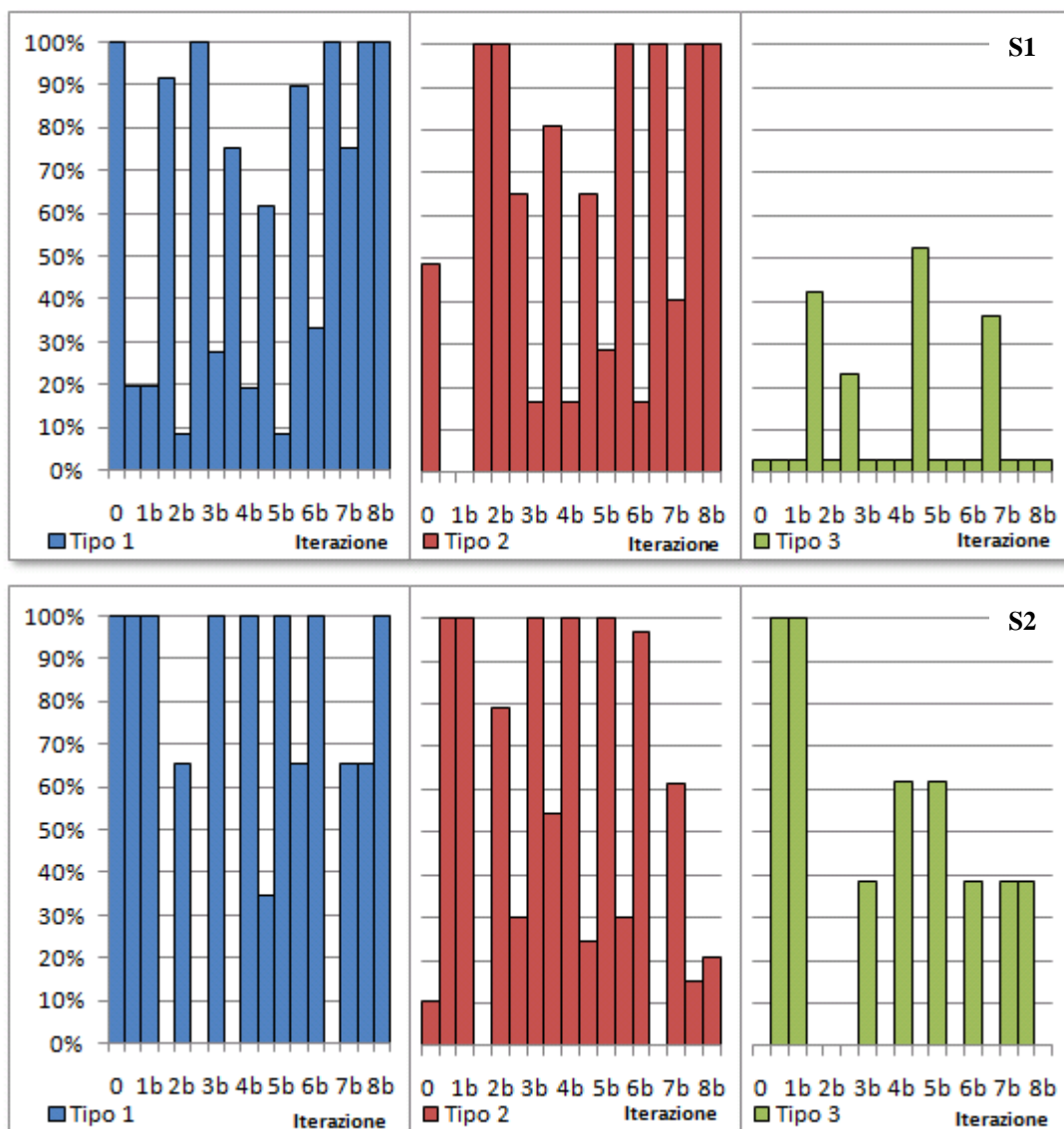


Figura 6.7 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, $d=110\%$, μ -diff

Come si osserva dalla figura precedente, in concorrenza perfetta, rispetto al caso μ -unico, si riduce la produzione degli impianti di tipo 2 a vantaggio di una modesta produzione di tipo 3 per la società S1 (questo si ripete anche nelle successive iterazioni). Il profitto massimo che si raggiunge, come si è visto in precedenza, è simile a quello ottenuto con μ -unico per S2 (iter. 1), dove vengono dispacciati tutti gli impianti, mentre è leggermente superiore per S1 (iter. 2), dove si riduce la produzione di tipo 1 ma si incrementa quella di tipo 3.

Concludendo, si può affermare che l'ottimizzazione dei mark-up suddivisi per tecnologia di produzione impiegata implica un migliore bilanciamento della potenza dispacciata tra i vari impianti.

		μ -unico		
		Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3
Iter. 15	max S2	100%	100%	100%
Iter. 16	max S1	100%	100%	27%

		μ -diff		
		Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3
Iter. 1	max S2	100%	100%	100%
Iter. 2	max S1	92%	100%	42%

Più in dettaglio, si possono osservare le centrali disacciate, indicando con **U** il caso μ -unico e con **D** il caso μ -diff, come si osserva nella tabella successiva. In concorrenza perfetta (iter. 0) gli impianti si distribuiscono abbastanza uniformemente tra le diverse società di produzione. Per i soggetti price taker si dimostra il comportamento definito precedentemente, ovvero la possibilità di disacciare tutti gli impianti quando il prezzo risulta elevato e quindi superiore ai costi marginali, mentre in concorrenza perfetta la loro quota ovviamente si riduce, essendo i prezzi decisamente più bassi.

	U	U	U	U	D	D	D	D	D	D	U	U	U	U	D	D	D	D	D	D	U	U	U	U	D	D	D	D	D	D		
	1	1	1	1	1	1	2	2	8	8	1	1	1	1	1	2	2	8	8	1	1	1	1	1	2	2	8	8				
	0	a	b	a	b	0	a	b	a	b	0	a	b	a	b	0	a	b	a	b	0	a	b	a	b	0	a	b	a	b		
Centrale											Gissi	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Ottana	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Brindisi Sud	x	x			x		x	x	x	x	Marghera Azo.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Porto Torres	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
FusinaCarbone	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Marghera Lev.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Brindisi	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
FusinaOlio											Moncalieri1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Livorno	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
La Casella	x	x			x		x	x	x	x	Moncalieri2	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Ravenna	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
LaSpeziaCarb	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	MonfalconeCarb	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Ferrara	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
LaSpeziaGas	x	x			x		x	x	x	x	MonfalconeOlio	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Ferrera E.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Livorno M.											Piacenza	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Mantova	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Montalto di C.											Ponti sul Mincio	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Sarroch	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Pietrafitta	x	x			x		x	x	x	x	San Filippo D.M.			x	x	x	x	x	x	x	x	Leini	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Piombino											Sarmato	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Voghera	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Porto Corsini	x	x			x		x	x	x	x	Scandale	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Rosen	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Porto Marghera	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Sermide		x	x	x	x	x	x	x	x	x	Roselectra	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Porto Tolle											Taranto	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Termoli	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Priolo Gargallo	x	x			x		x	x	x	x	Torviscosa	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	VadoL. C.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Rossano Calabro											Turbigo1		x	x	x	x	x	x	x	x	x	VadoL. G.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
S. Barbara	x	x			x		x	x	x	x	Turbigo2	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Torrev. S1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Termini Imerese	x	x									Livorno F.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Torrev. S2	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Torrevaldaliga N.	x	x	x		x		x	x	x	x	Ostiglia		x	x	x	x	x	x	x	x	x	Napoli L.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Sulcis	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Tavazzano	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	ISAB Priolo	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Portoscuso		x	x	x	x	x	x	x	x	x	Trapani		x	x	x	x	x	x	x	x	x	Sparanise	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Altomonte	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Fiumesanto O.		x	x	x	x	x	x	x	x	x											
Brindisi Nord	x	x	x	x	x	x		x	x	x	Fiumesanto C.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x											
Candela	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Fiumesanto G.		x	x	x	x	x	x	x	x	x											
Cassano d'A.	x		x	x	x	x	x	x	x	x	CET		x	x	x	x	x	x	x	x	x											
Chivasso			x	x	x	x	x	x	x	x	SET		x	x	x	x	x	x	x	x	x											

Tabella 6.2 - Impianti in servizio, domanda=110%

6.1.2. Domanda pari al 100%

Iter	μ -unico				μ -diff				μ -unico μ -diff		μ -unico μ -diff	
	μ_1^N	μ_1^S	μ_2^N	μ_2^S	μ_1^N	μ_1^S	μ_2^N	μ_2^S	Profit ₁	Profit ₂	Price ₁	Price ₂
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	425050	87260	70	70
					1.000	1.000	1.000	1.000				
					1.000	1.000	1.000	1.000	425050	87260	70	70
1	1.381	1.059	6.822	1.142	1.288	1.374	1.225	3.220	410530	104275.7	70	79.97
					5.527	2.891	2.570	5.581				
					5.848	2.274	5.448	6.665	405670	690953.3	70	179.87
2	7.143	7.073	5.051	5.415	6.882	7.143	4.412	6.199	3620049	3477774	357.14	353.55
					6.780	6.854	4.915	4.717				
					6.861	6.802	6.032	6.326	2416639	3364427	357.14	344.07
3	4.102	4.903	3.501	3.392	5.746	5.913	4.844	5.479	4404304	1879931	328.14	245.04
					4.705	4.380	4.067	4.274				
					6.259	6.059	5.505	5.061	4225154	2654133	306.59	284.67
4	3.326	3.146	2.225	2.418	5.112	4.675	3.987	4.461	2740321	1126994	220.21	157.16
					3.890	3.776	2.817	3.593				
					5.465	4.598	4.326	4.105	3545472	2040553	264.31	233.57
5	2.677	1.992	1.844	5.948	2.524	3.101	2.622	2.425	1483360	493862.5	144.63	129.05
					2.806	2.575	2.208	2.703				
					4.385	4.967	5.562	1.186	2261390	929900.4	182.37	154.57
6	7.141	7.141	5.099	5.487	1.910	2.595	6.385	6.122	1943150	3518220	357.05	356.93
					5.010	2.010	5.010	5.690				
					5.484	6.618	5.508	5.815	1467519	715750.9	143.53	325.68
7	4.865	4.735	3.149	3.636	6.291	6.104	5.517	5.977	4457206	2074049	331.44	236.37
					4.660	4.653	4.320	4.637				
					6.158	6.060	5.977	6.194	4368279	2865740	325.68	302.37
8	2.557	3.777	2.078	3.173	5.496	5.203	4.645	2.679	2482804	1053219	204.6	166.23
					4.173	4.011	3.131	4.000				
					5.880	6.094	4.419	5.241	3809538	2356262	280.74	259.97
9	1.688	2.014	1.403	1.580	3.896	3.699	6.454	3.405	1458758	370754.1	135.03	100.72
					3.123	2.330	2.633	2.529				
					4.573	4.895	6.323	4.152	2512072	1097132	203.02	184.28
10	1.756	1.885	1.630	6.306	2.097	3.190	5.063	3.145	722523.8	308621.2	98.18	114.13
					5.523	2.345	2.262	2.365				
					3.346	6.218	5.367	2.343	1967221	899229.1	164.17	158.32
11	6.306	6.372	4.504	4.834	2.921	2.421	5.509	5.946	1872521	3019936	315.29	315.26
					5.679	2.040	1.473	1.826				
					1.764	6.626	6.509	2.188	1611063	654134.2	146.04	121.06
12	4.390	4.182	2.632	3.214	1.777	1.398	4.440	4.495	3859553	1745986	292.72	208.93
					1.548	3.461	6.340	3.460				
					6.397	5.272	5.142	5.383	808819.3	483153.1	100.62	224.92
13	2.528	2.623	1.738	1.600	5.719	5.703	5.501	5.593	1961050	704888.8	171.05	121.65
					6.328	6.956	4.073	4.383				
					6.459	6.418	5.464	6.679	4562489	2659582	411.34	285.13
14	2.212	1.705	1.673	1.598	5.252	4.849	2.031	4.380	924744.2	369631.3	111.97	108.75
					3.835	3.782	1.637	3.724				
					6.004	5.742	4.753	6.410	3618098	2141946	264.76	242.05
15	1.551	1.512	1.505	1.352	6.310	4.839	4.783	4.710	937539.9	238763.4	103.86	97.8
					5.019	4.528	3.454	2.938				
					5.956	5.872	4.834	5.591	1576219	2141460	241.97	241.79
16	4.722	1.397	6.299	1.597	4.479	4.185	3.982	3.127	718378.9	242042.6	97.8	111.76
					3.448	5.667	2.981	3.164				
					5.365	6.085	3.818	3.785	2438517	1745016	224.13	208.64
17	6.978	7.143	4.982	5.360	3.233	3.666	3.102	6.582	3620049	3420544	357.14	348.77
					1.372	2.754	2.086	6.318				
					4.431	4.631	6.740	6.245	2358237	889032.2	192.78	161.65
18	4.934	4.624	2.948	3.557	5.859	6.581	4.479	5.258	4337986	2012524	323.71	231.22
					6.095	5.907	4.183	4.490				
					5.664	5.799	6.145	6.164	2390316	2751656	329.06	292.83
19	2.750	2.920	2.077	2.082	5.210	5.143	4.502	5.726	2274692	859392.1	191.64	145.39
					3.587	3.884	2.364	3.330				
					6.049	5.06	4.506	4.756	3538153	2025049	271.89	233.13
20	1.974	2.023	1.831	2.164	7.134	2.507	7.134	2.507	1412062	400207.8	135.01	128.14
					1.695	3.490	1.695	5.192				
					5.864	1.868	6.068	5.183	1647796	562105.9	149.45	125.37

Tabella 6.3 – Esito simulazione, domanda 100%

Dalla tabella si estrapolano gli andamenti dei profitti e dei prezzi per le società strategiche.

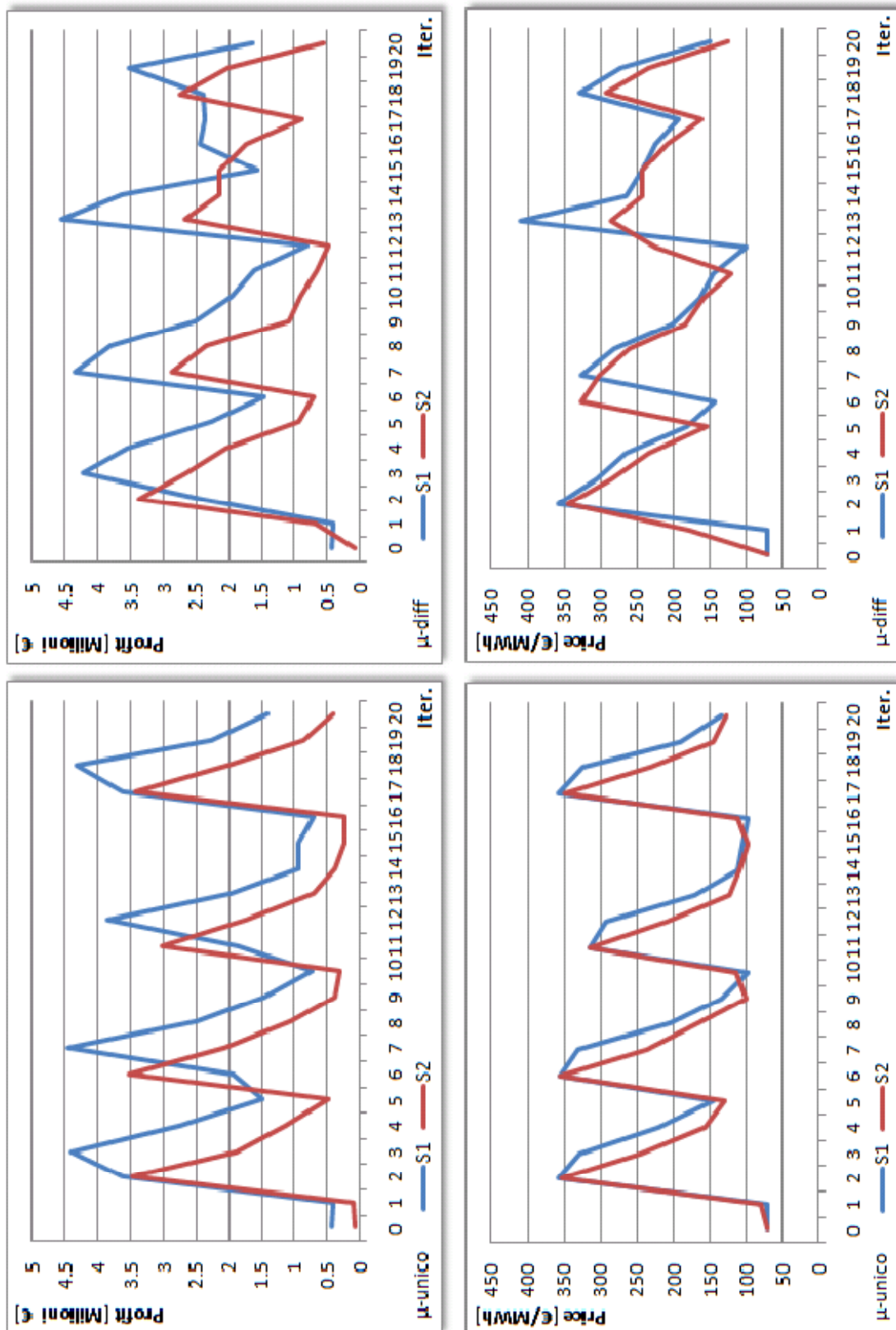


Figura 6.8 - Andamento di profitti e prezzi delle società strategiche in funzione delle iterazioni, $d=100\%$

Analizzando l'andamento del profitto e del prezzo nel caso μ -unico, si osserva che le due società ripetono le medesime strategie nell'arco di tempo.

Osservando che l'andamento di profitti e prezzi nelle iterazioni 16, 17, 18, 19, 20 si ripete anche successivamente, la copertura di ciascuna società di produzione strategica del carico

totale, in percentuale è rappresentata in figura 6.9.

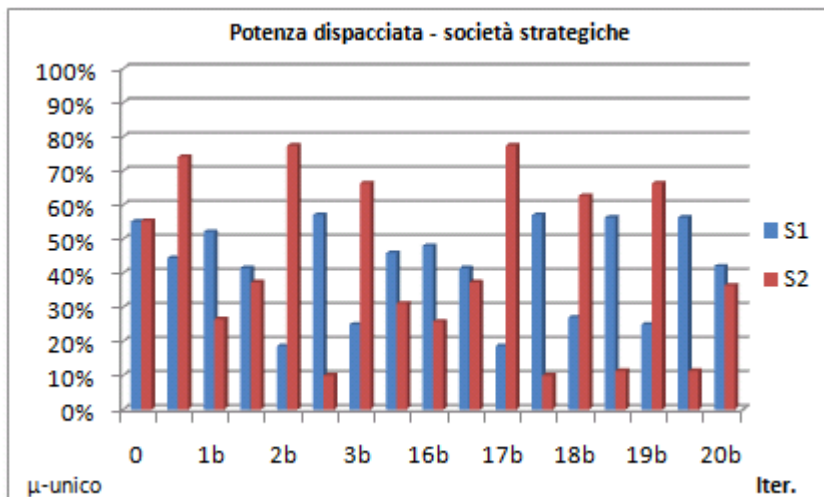


Figura 6.9 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=100\%$, μ -unico

La percentuale della potenza dispacciata rispetto alla potenza installata per le 3 tipologie di produzione nelle iterazioni suddette è, per le due società strategiche, rappresentata in figura 6.10.

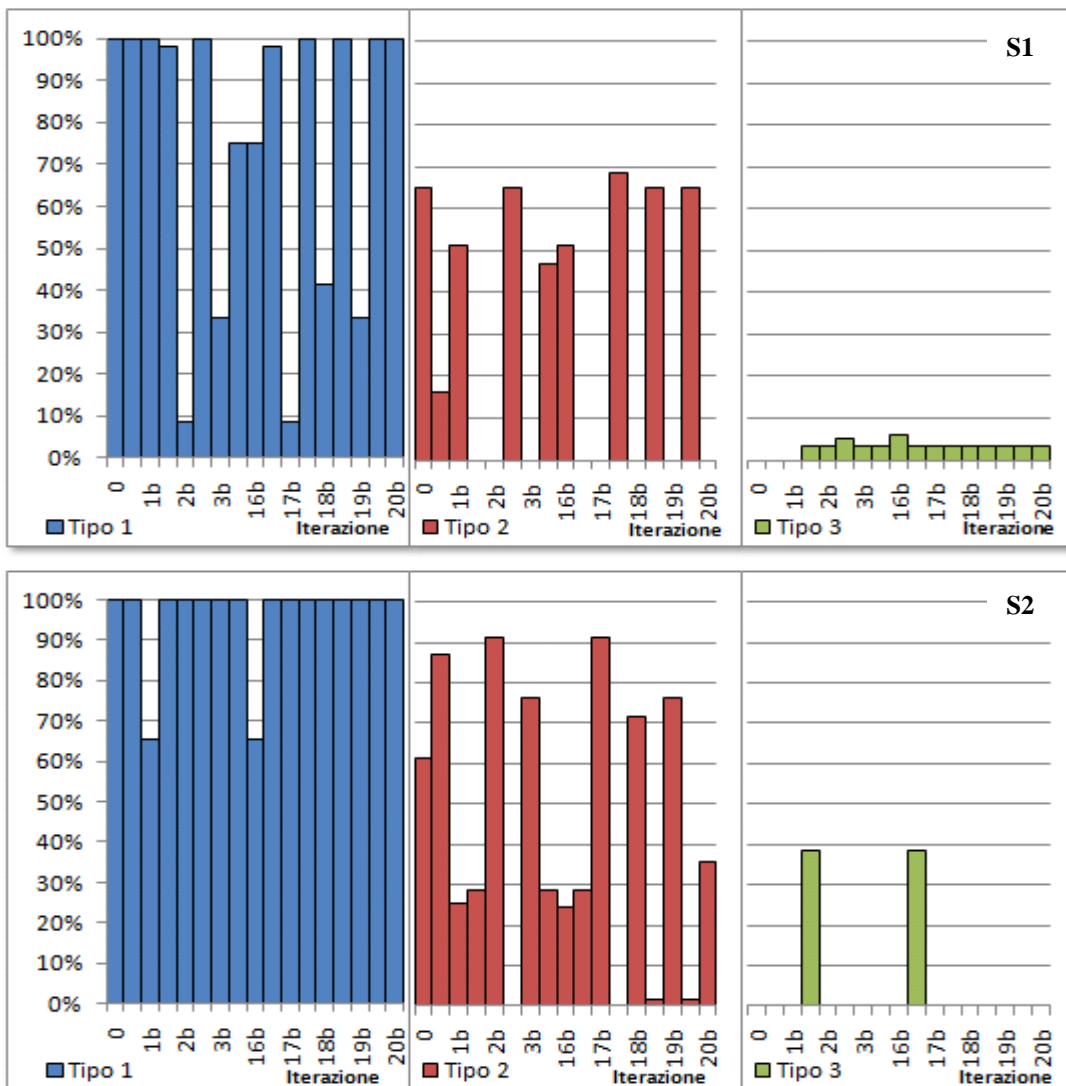


Figura 6.10 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, $d=100\%$, μ -unico

Anche nel caso μ -diff gli andamenti si ripetono (figura 6.8). Osservando che l'andamento di profitti e prezzi nelle iterazioni 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12 si ripete anche successivamente, la copertura di ciascuna società di produzione strategica del carico totale, in percentuale, è rappresentata in figura 6.11.

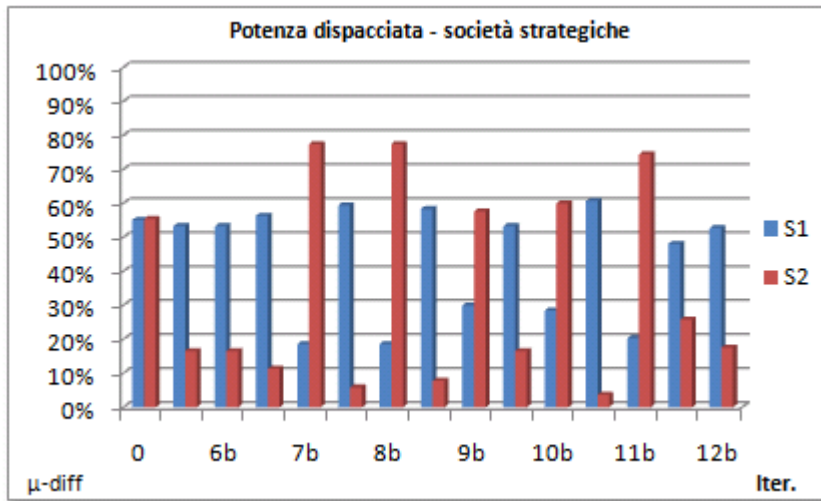


Figura 6.11 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=100\%$, μ -diff

La percentuale della potenza dispacciata rispetto alla potenza installata per le 3 tipologie di produzione nelle iterazioni suddette è, per le due società strategiche, rappresentata in figura 6.12.

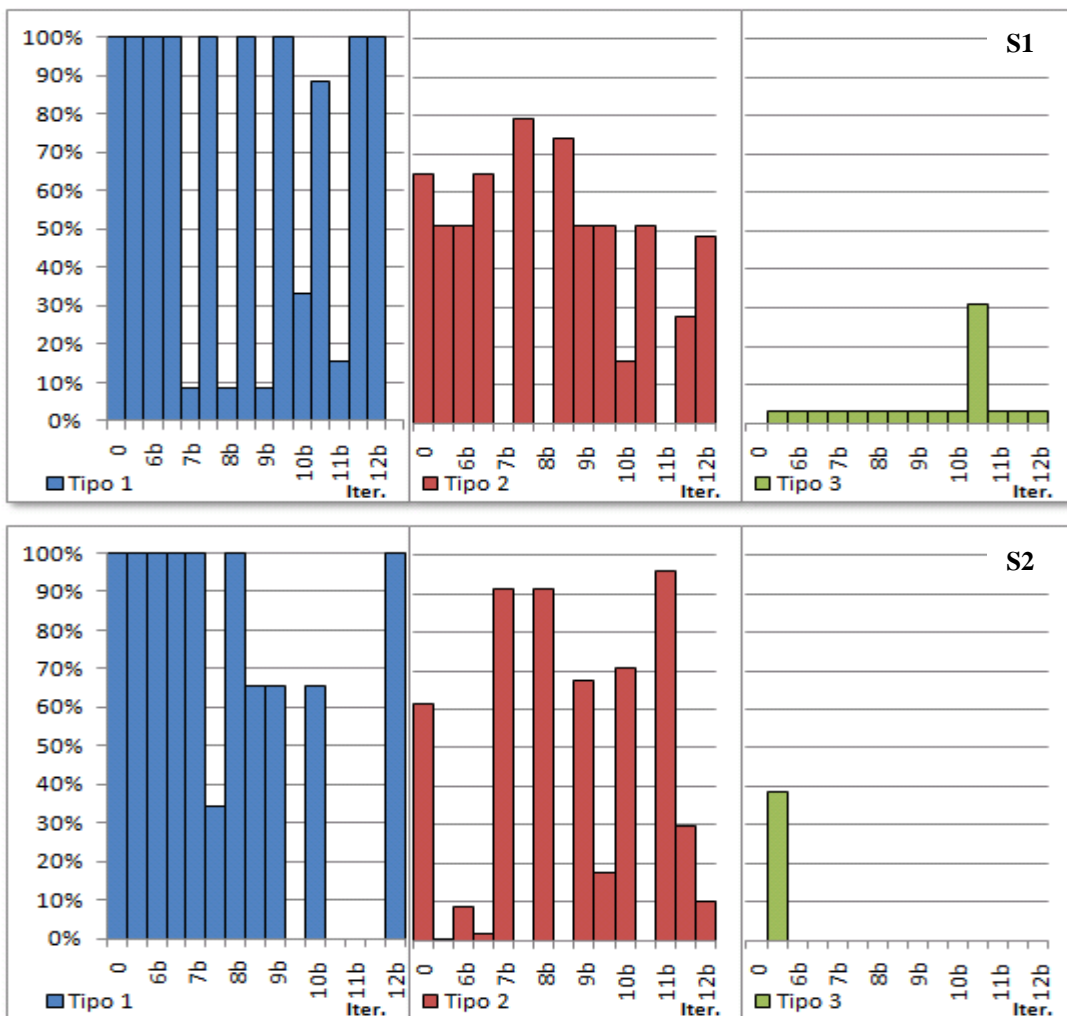


Figura 6.12 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, $d=100\%$, μ -diff

Più in dettaglio, si possono osservare le centrali dispacciate, come si osserva nella tabella successiva.

Centrale	U	U	U	U	U	U	U	U	D	D	D	D	D	Centrale	U	U	U	U	U	U	U	U	D	D	D	D	D	U	U	U
	0	1	1	2	3	3	5	5	6	6	7	7	1		1	0	1	1	2	3	3	5	5	6	6	7	7	1	1	0
Brindisi Sud	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Gissi	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Ottana			
FusinaCarbone	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Marghera Azo.	x	x											Porto Torres			
FusinaOlio					x									Marghera Lev.	x				x	x	x	x					Brindisi	x	x	x
La Casella	x				x				x					Moncalieri1	x	x			x	x	x	x	x				Livorno	x	x	x
LaSpeziaCarb	x	x	x	x	x	x			x					Moncalieri2	x				x	x	x	x	x				Ravenna	x	x	x
LaSpeziaGas	x				x	x			x	x	x	x	x	MonfalconeCarb	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Ferrara	x	x	x
Livorno M.														MonfalconeOlio													Ferrera E.	x	x	x
Montalto di C.														Piacenza					x	x	x	x					Mantova	x	x	x
Pietrafitta	x	x	x		x	x			x	x	x	x		Ponti sul Mincio	x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	Sarroch	x	x	x
Piombino														San Filippo D.M.					x	x							Leimì	x	x	x
Porto Corsini	x				x				x					Sarmato	x	x			x	x	x	x					Voghera	x	x	x
Porto Marghera	x	x	x	x	x	x	x		x	x	x	x	x	Scandale	x	x	x	x	x	x	x	x	x				Rosen	x	x	x
Porto Tolle					x									Sermide					x								Roselectra	x	x	x
Priolo Gargallo					x				x					Taranto	x	x	x	x									Termoli	x	x	x
Rossano Calabro														Torviscosa	x	x			x	x	x	x					VadoL. C.	x	x	x
S. Barbara	x	x	x		x	x			x	x	x	x		Turbigo1													VadoL. G.			x
Termini Imerese									x	x				Turbigo2	x	x			x	x	x	x	x	x	x		Torrev. S1	x	x	x
Torrevaldaliga N.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Livorno F.	x	x	x										Torrev. S2			x
Sulcis	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Ostiglia													Napoli L.	x	x	x
Portoscuso					x	x	x	x	x	x	x	x	x	Tavazzano													ISAB Priolo			
Altomonte	x	x	x	x	x	x			x					Trapani													Sparanise	x	x	x
Brindisi Nord	x	x	x	x	x	x	x		x	x	x	x	x	Fiumesanto O.																
Candela	x	x	x	x	x	x			x					Fiumesanto C.	x	x	x													
Cassano d'A.	x	x			x	x			x	x				Fiumesanto G.																
Chivasso	x				x				x					CET																
														SET																

Tabella 6.4 - Impianti in servizio, domanda=100%

Osservando la ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, in concorrenza perfetta non c'è alcuna significativa differenza tra i due modelli utilizzati. Nel caso μ -diff il profitto massimo di S2 è leggermente inferiore, ma i due modelli rispondono sostanzialmente con gli stessi risultati.

		μ -unico		
		Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3
Iter. 17	max S2	100%	69%	0%
Iter. 18	max S1	100%	69%	4%

		μ -diff		
		Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3
Iter. 7	max S2	100%	69%	0%
Iter. 7	max S1	100%	65%	4%

6.1.3. Domanda pari al 90%

Iter	μ -unico				μ -diff				μ -unico μ -diff		μ -unico μ -diff	
	μ_1^N	μ_1^S	μ_2^N	μ_2^S	μ_1^N	μ_1^S	μ_2^N	μ_2^S	Profit ₁	Profit ₂	Price ₁	Price ₂
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	350490	48600	65	65
					1.000	1.000	1.000	1.000				
					1.000	1.000	1.000	1.000	350490	48600	65	65
1	1.387	1.150	1.077	1.077	1.400	1.400	6.895	6.896	405670	87260	70	70
					7.143	5.304	7.143	7.143				
					7.143	7.143	6.871	7.143	405670	431355	70	344.76
2	1.077	1.077	1.076	1.077	5.426	6.880	6.674	6.674	425003.2	87178.85	70	69.99
					5.609	5.134	5.134	5.134				
					7.143	5.196	6.996	7.143	3737707	1660063	343.99	333.71
3	1.760	1.077	1.076	1.076	6.670	6.672	6.670	6.670	424525.2	86978.62	69.96	69.96
					5.133	7.143	5.131	5.131				
					7.143	7.143	7.143	7.143	3614424	2119550	333.66	333.515
4	1.076	1.077	1.076	1.076	6.670	6.662	6.662	6.662	424443.1	86942.39	69.96	69.96
					7.143	5.131	5.125	5.125				
					7.143	7.143	7.143	7.143	3612492	2116502	333.5	333.125
5	1.076	1.077	1.076	1.076	6.662	5.104	5.091	5.104	424434.7	86938.76	69.96	69.96
					7.143	5.125	3.926	3.892				
					7.143	7.143	7.143	7.143	3607561	1515745	333.09	255.2
6	1.076	1.077	1.053	1.076	4.847	4.234	4.166	2.885	424390.2	86917.68	69.96	69.96
					7.143	3.889	3.024	3.257				
					7.143	7.143	7.143	7.143	2630511	1180126	252.79	211.68
7	1.053	1.077	1.040	1.053	1.579	3.831	3.831	3.827	420807.8	75459.37	69.96	68.47
					4.526	3.022	2.736	7.143				
					4.838	5.069	7.143	7.143	1860568	802279.3	196.42	191.52
8	1.235	1.077	1.073	1.077	3.557	3.557	4.656	2.851	407888.6	87239.29	70	70
					7.143	2.736	2.566	2.536				
					7.143	7.143	7.143	7.098	1718938	909732.2	177.87	177.52
9	1.077	1.077	1.018	1.077	3.045	2.591	1.702	7.143	421744.5	87169.14	69.99	69.99
					6.115	2.536	1.851	1.000				
					5.944	5.632	7.143	7.102	1495294	533872	164.73	129.55
10	1.061	1.077	1.040	1.053	7.143	2.399	6.490	7.111	421514.6	79369.36	69.98	68.98
					7.143	7.143	5.478	6.753				
					7.143	7.143	4.797	7.051	775020.9	948841.4	119.97	356.07
11	1.400	1.400	1.790	1.797	7.093	6.950	6.950	6.950	405670	88691.69	70	91
					7.143	5.461	5.346	5.346				
					6.930	5.785	7.143	7.143	3775903	2227408	354.94	347.5
12	7.143	1.660	7.143	1.662	6.949	6.949	6.949	6.948	891779.1	176693.4	116.36	108.05
					5.346	7.143	5.345	5.345				
					7.143	7.143	7.143	7.143	3782632	2226929	347.48	347.45
13	7.143	7.143	5.495	5.495	6.939	6.945	6.939	6.879	2419603	2301860	357.14	357.14
					5.343	7.143	5.338	5.338				
					7.143	7.143	7.143	7.143	3780352	2223386	347.3	347.3
14	7.143	7.143	5.494	5.323	6.874	6.817	6.817	6.817	3612546	2301840	357.14	357.14
					7.143	5.292	5.244	5.244				
					7.143	7.143	7.143	6.995	3739798	2176070	343.96	340.86
15	6.920	6.920	5.227	5.322	6.817	6.817	6.817	6.817	3487699	2215572	345.99	345.96
					7.143	5.244	5.244	5.244				
					7.143	7.143	7.143	7.143	3701703	2176057	340.83	340.85
16	6.795	6.795	5.227	5.227	6.816	6.817	6.816	6.816	3418044	2167804	339.76	339.76
					5.244	7.143	5.243	5.243				
					7.143	7.143	7.143	7.142	3701695	2175981	340.83	340.83
17	6.795	6.795	5.227	5.227	6.816	6.816	6.816	6.816	3418040	2167781	339.76	339.76
					5.243	7.143	5.243	5.243				
					7.143	7.143	5.717	7.143	3701181	2175722	340.79	340.79
18	6.795	6.795	4.866	5.225	6.815	6.811	6.811	6.811	3417963	2166730	339.76	339.62
					7.143	5.243	5.240	5.240				
					7.143	7.143	7.143	7.143	3701163	2174026	340.79	340.79
19	6.321	6.330	4.862	4.862	6.811	6.811	6.811	6.521	3155343	1984821	316.29	316.04
					5.239	7.143	4.865	5.233				
					7.143	7.143	7.141	7.143	3698436	2173697	340.56	340.56
20	6.321	6.321	4.861	4.861	6.325	6.325	5.935	6.111	3152542	1984347	316.04	315.98
					4.865	7.143	4.858	4.453				
					7.143	7.143	4.789	5.715	3402463	1980175	316.24	315.77

Tabella 6.5 – Esito simulazione, domanda=90%

Dalla tabella si estrapolano gli andamenti dei profitti e dei prezzi per le società strategiche.

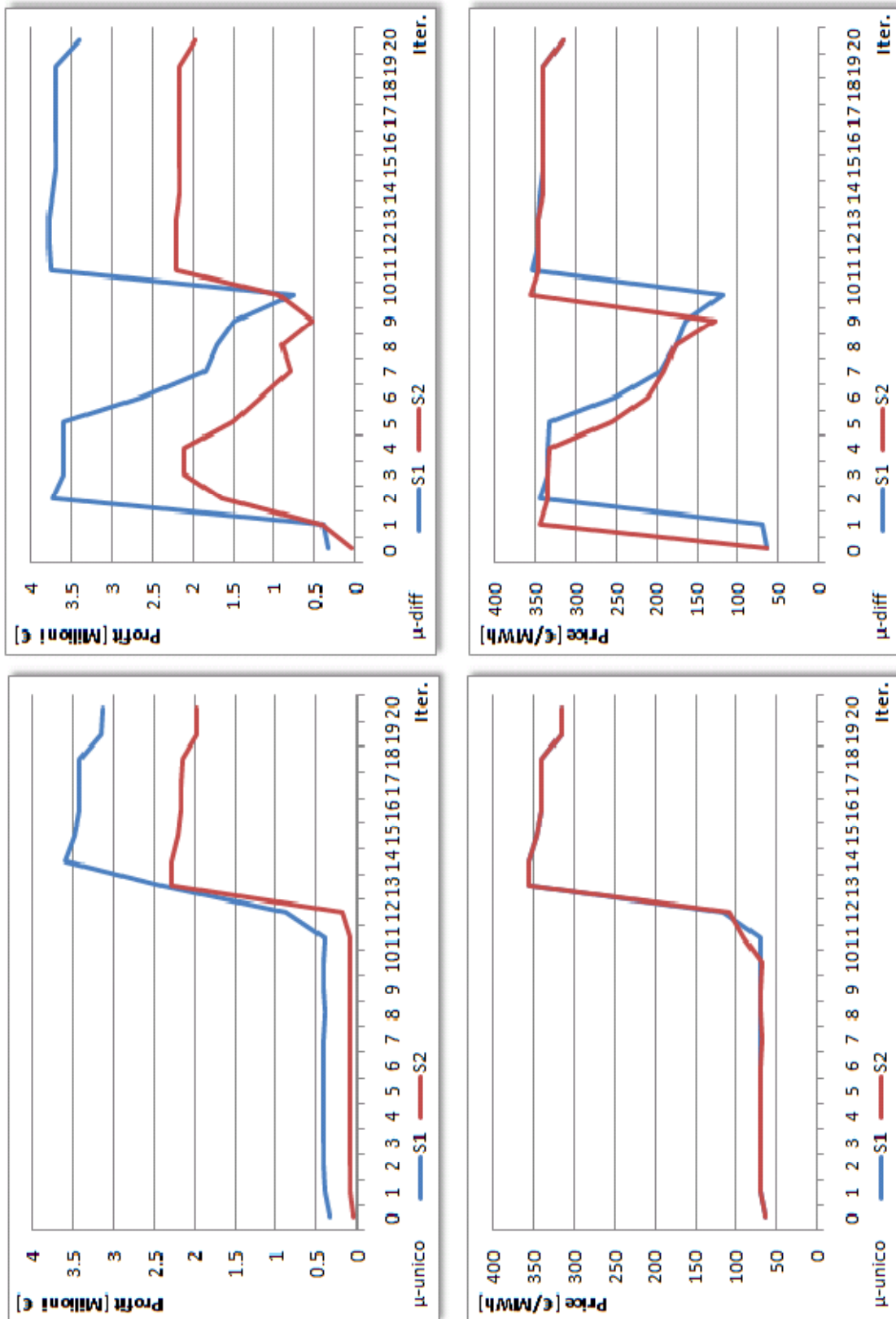


Figura 6.13 - Andamento di profitti e prezzi delle società strategiche in funzione delle iterazioni, $d=90\%$

Nel caso UC, μ -unico, i profitti di entrambe le società rimangono costanti a valori di poco superiori a quelli di concorrenza perfetta, per poi raggiungere i loro massimi all'iterazione 15 per S1 e 14 per S2. Successivamente i valori rimangono più o meno stabili. Gli andamenti dei

prezzi sono praticamente identici, intorno ai 70 €/MWh nelle prime iterazioni (iter. 10) e a 310 €/MWh in quelle finali (iter. 20).

Dato che l'andamento dei profitti e dei prezzi è particolarmente interessante, oltre che al termine della simulazione, nelle iterazioni 10, 11, 12 e 13, si riporta la potenza dispacciata in queste iterazioni, rappresentata in figura 6.14.

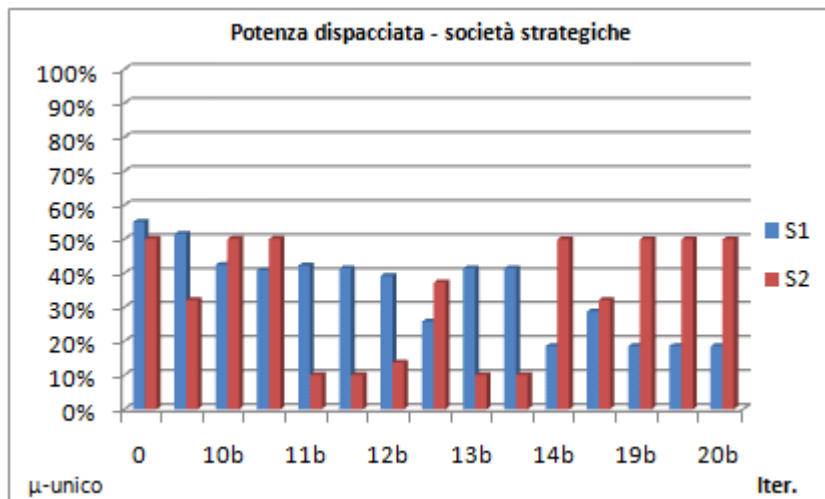


Figura 6.14 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=90\%$, μ -unico

La percentuale della potenza dispacciata rispetto alla potenza installata per le 3 tipologie di produzione nelle iterazioni suddette è, per le due società, rappresentata in figura 6.15.

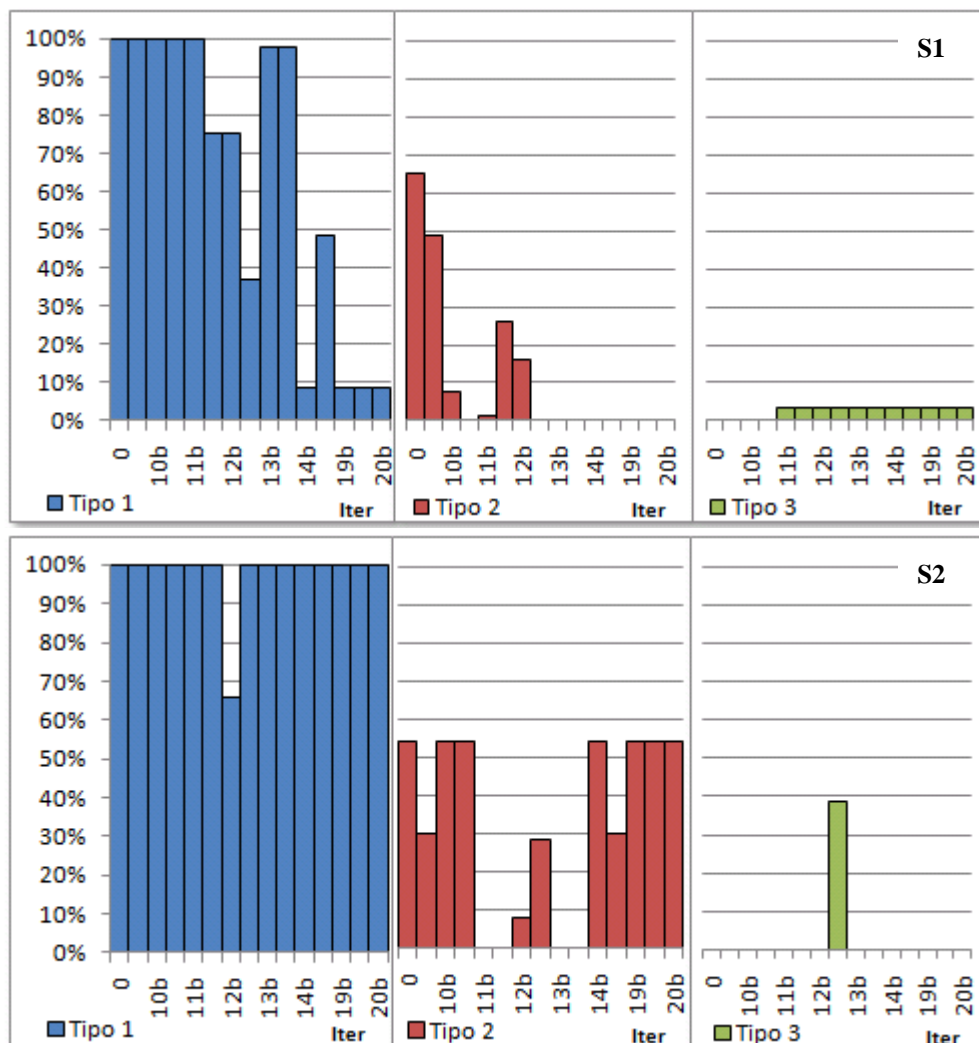


Figura 6.15 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, $d=90\%$, μ -unico

Nel caso μ -diff, rispetto al caso con μ -unico, si notano differenze nelle prime iterazioni: le società raggiungono rapidamente il massimo (sia del profitto che del prezzo) all'iterazione 2 per S1 e 3 per S2, per poi decrescere altrettanto rapidamente, e stabilizzarsi infine al valore massimo ottenuto inizialmente.

I prezzi risultano, al termine della simulazione, gli stessi del caso μ -unico, mentre seguono la stessa variazione riscontrata nell'andamento iniziale del profitto (figura 6.13).

Osservando che l'andamento delle prime iterazioni si ripete anche al termine, si riportano le percentuali della potenza dispacciata per queste ultime, in figura 6.16.

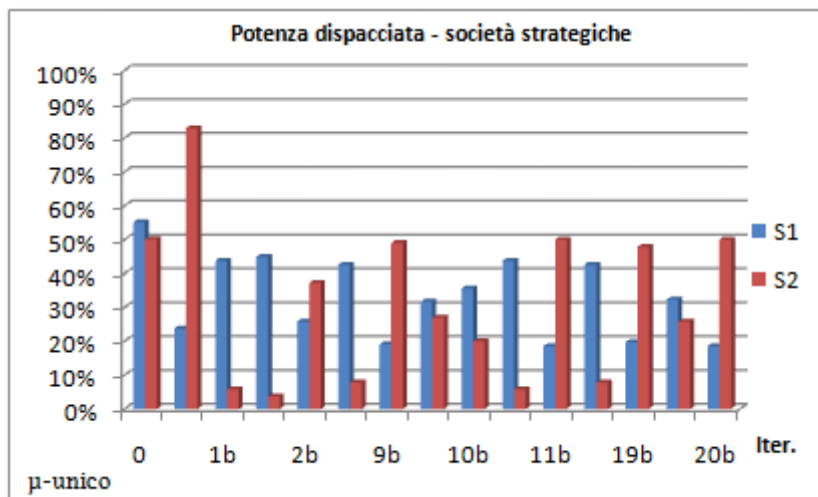


Figura 6.16 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=90\%$, μ -diff

La percentuale della potenza dispacciata rispetto alla potenza installata per le 3 tipologie di produzione nelle iterazioni suddette è, per le due società strategiche, rappresentata in figura 6.17 e 6.18.

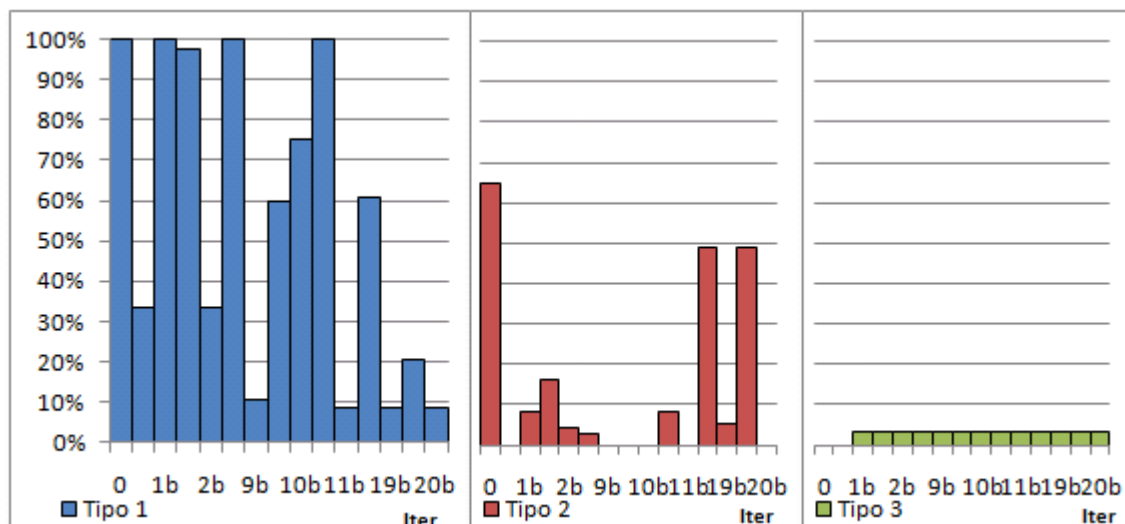


Figura 6.17 - Ripartizione della potenza dispacciata da S1 per tecnologia di produzione, $d=90\%$, μ -diff

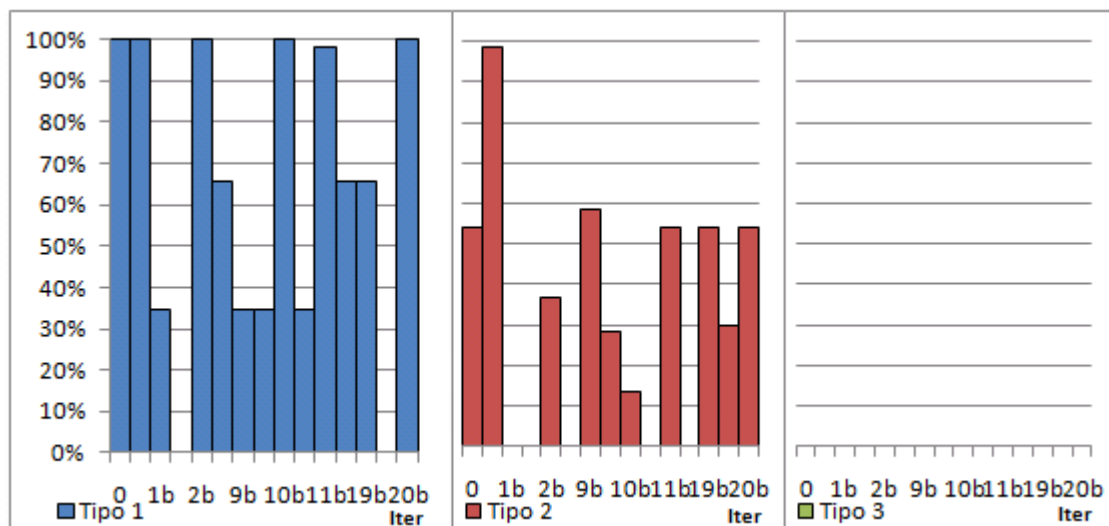


Figura 6.18 - Ripartizione della potenza dispacciata da S2 per tecnologia di produzione, $d=90%$, μ -diff

Più in dettaglio, si possono osservare le centrali dispacciate, come si osserva nella tabella successiva.

	U	U	U	D	D	D		U	U	U	D	D	D		U	U	U	D	D	D	
	0	2	2	0	0	2	2	0	2	2	0	0	2	2	0	2	2	0	0	2	2
	a	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
Centrale																					
Brindisi Sud	x			x																	
FusinaCarbone	x			x	x																
FusinaOlio																					
La Casella	x			x	x																
LaSpeziaCarb	x			x	x																
LaSpeziaGas	x			x	x																
Livorno M.																					
Montalto di C.																					
Pietrafitta	x			x																	
Piombino																					
Porto Corsini	x			x	x																
Porto Marghera	x			x	x																
Porto Tolle																					
Priolo Gargallo																					
Rossano Calabro																					
S. Barbara	x			x																	
Termini Imerese																					
Torrevaldaliga N.	x			x																	
Sulcis	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Portoscuso		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Altomonte	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Brindisi Nord	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Candela	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Cassano d'A.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Chivasso																					
Gissi	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Marghera Azo.																					
Marghera Lev.																					
Moncalieri1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Moncalieri2																					
MonfalconeCarb	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
MonfalconeOlio																					
Piacenza																					
Ponti sul Mincio	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
San Filippo D.M.																					
Sarmato																					
Scandale	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Sermide																					
Taranto																					
Torviscosa	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Turbigo1																					
Turbigo2	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Livorno F.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Ostiglia	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Tavazzano	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Trapani	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Fiumesanto O.																					
Fiumesanto C.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Fiumesanto G.																					
CET	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
SET	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Ottana	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Porto Torres	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Brindisi	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Livorno	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Ravenna	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Ferrara	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Ferrera E.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Mantova	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Sarroch	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Leini	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Voghera	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Rosen	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Roselectra	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Termoli																					
VadoL. C.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
VadoL. G.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Torrev. S1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Torrev. S2	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Napoli L.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
ISAB Priolo	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Sparanise	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

Tabella 6.6 - Impianti in servizio, domanda=90%

Osservando la ripartizione della potenza dispacciata, nei punti di massimo profitto (che con il modello μ -diff sono leggermente superiori) si ha, con differenziazione della produzione, un maggiore bilanciamento tra gli impianti in servizio.

		μ -unico		
		Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3
Iter. 13	max S2	100%	0%	0%
Iter. 14	max S1	98%	0%	4%

		μ -diff		
		Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3
Iter. 11	max S2	98%	52%	0%
Iter. 11	max S1	100%	8%	4%

6.1.4. Domanda pari al 80%

Iter	μ -unico				μ -diff				μ -unico μ -diff		μ -unico μ -diff	
	μ_1^N	μ_1^S	μ_2^N	μ_2^S	μ_1^N	μ_1^S	μ_2^N	μ_2^S	Profit ₁	Profit ₂	Price ₁	Price ₂
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.00	1.00	1.00	1.00	350490	48600	65	65
					1.00	1.00	1.00	1.00				
					1.00	1.00	1.00	1.00	350490	48600	65	65
1	1.099	1.097	1.040	1.130	1.00	1.10	6.01	1.03	324750	73360	65	70
					3.80	1.24	7.06	1.06				
					3.31	4.39	1.10	3.85	350490	58091.36	65	68.9
2	1.040	1.093	1.040	1.099	1.00	1.10	1.25	1.03	380862.2	58834.19	67.6	67.6
					1.05	1.00	2.83	5.10				
					1.33	4.39	6.14	4.67	399375.6	54075.35	68.55	68.55
3	1.036	1.099	1.032	1.060	3.60	3.68	3.04	3.50	382052.3	56821.55	67.35	67.09
					3.30	6.90	5.98	2.77				
					4.10	3.70	3.94	4.75	1106691	447775.9	184.07	108.05
4	1.032	1.028	1.032	1.028	6.93	3.50	2.78	2.42	378454	55398.13	67.08	66.84
					5.08	3.91	5.35	2.69				
					4.07	4.20	6.59	4.73	1123492	428502.9	174.98	174.98
5	1.032	1.009	1.032	1.028	4.10	3.49	2.55	3.34	372627.8	54067.06	66.84	66.84
					3.82	4.15	3.90	2.67				
					3.99	2.46	4.04	4.29	1039561	425696.6	174.41	173.55
6	1.032	1.015	1.031	1.028	3.84	3.33	2.61	3.10	372627.8	54067.06	66.84	66.84
					6.83	4.17	2.54	4.35				
					4.24	4.54	7.13	3.89	1060178	395959.1	166.63	165.1
7	1.259	1.023	1.169	1.070	3.83	3.30	4.51	2.10	372627.8	62014.09	66.84	69.52
					4.25	6.94	3.28	2.54				
					3.94	4.07	4.39	4.68	974830.6	390701.8	165.09	165.09
8	1.259	1.014	1.169	1.070	3.56	3.30	1.91	3.10	404807.9	62014.09	69.52	69.52
					4.55	3.49	2.52	4.00				
					4.65	3.53	4.01	4.12	1012612	391063.7	164.97	163.8
9	1.166	1.029	1.169	1.070	4.06	3.09	2.05	1.03	404807.9	62014.09	69.52	69.52
					4.52	4.12	3.39	2.37				
					3.85	4.14	2.06	2.59	967772.1	358152.9	154.45	154.05
10	1.166	1.020	1.169	1.070	6.34	3.08	1.54	2.84	404807.9	62014.09	69.52	69.52
					7.00	2.74	2.33	5.20				
					3.72	2.26	5.52	4.07	899493.6	348586.2	154.25	151.45
11	1.166	1.015	1.233	1.070	1.20	4.37	6.49	2.43	404807.9	62030.17	69.52	69.53
					4.26	2.32	2.32	6.06				
					6.27	4.06	2.37	6.18	874134.6	193383.4	151.05	150.8
12	1.166	1.000	1.233	1.070	5.93	3.00	6.88	2.78	404873	62030.17	69.53	69.53
					4.56	5.54	2.29	6.89				
					6.97	3.31	4.99	2.27	903170.1	334679.9	149.94	148.85
13	1.067	1.000	1.204	1.070	3.86	2.94	5.88	2.57	408978.7	55314.81	69.35	69.35
					4.11	3.12	2.22	3.99				
					3.93	3.94	2.61	2.42	881131.9	318066.9	146.92	144.3
14	1.067	1.000	1.093	1.062	1.08	2.88	6.12	1.85	408978.7	60571.35	69.35	69.04
					4.56	5.20	2.22	7.13				
					4.14	6.86	7.12	3.98	860054.5	182032.6	144.02	144.02
15	1.067	1.000	1.068	1.062	2.87	6.80	2.03	1.65	398965.8	60571.35	69.04	69.04
					3.76	2.21	3.84	2.18				
					6.08	5.32	2.21	4.56	851005.8	313504.8	143.9	141.7
16	1.297	1.037	1.068	1.062	1.70	2.82	5.51	2.62	398965.8	60571.35	69.04	69.04
					2.76	6.75	2.26	2.16				
					4.73	5.32	7.05	6.92	806239.9	175205.7	140.82	140.4
17	1.160	1.019	1.064	1.083	4.05	2.80	1.49	6.91	398965.8	61018.59	69.04	69.19
					4.07	2.33	6.55	2.14				
					4.32	6.19	5.43	4.01	829008.3	296431.7	139.76	139.1
18	1.160	1.011	1.157	1.075	3.99	2.78	1.50	2.51	400776.8	63144.98	69.19	69.9
					4.17	4.00	2.90	2.14				
					4.16	4.27	2.45	1.76	852214.4	304926.5	139.22	139.22
19	1.102	1.048	1.157	1.075	6.68	2.77	2.43	2.08	409387.2	63144.98	69.9	69.9
					5.71	6.26	6.09	2.13				
					5.96	4.27	5.64	2.65	789357.8	303053.3	138.39	138.35
20	1.094	1.028	1.128	1.075	1.86	2.76	3.09	2.24	409387.2	63144.98	69.9	69.9
					4.13	4.07	2.12	4.30				
					6.63	3.52	3.61	4.30	786022	171217.3	137.91	137.91

Tabella 6.7 – Esito simulazione, domanda 80%

Dalla tabella si estrapolano gli andamenti dei profitti e dei prezzi per le società strategiche.

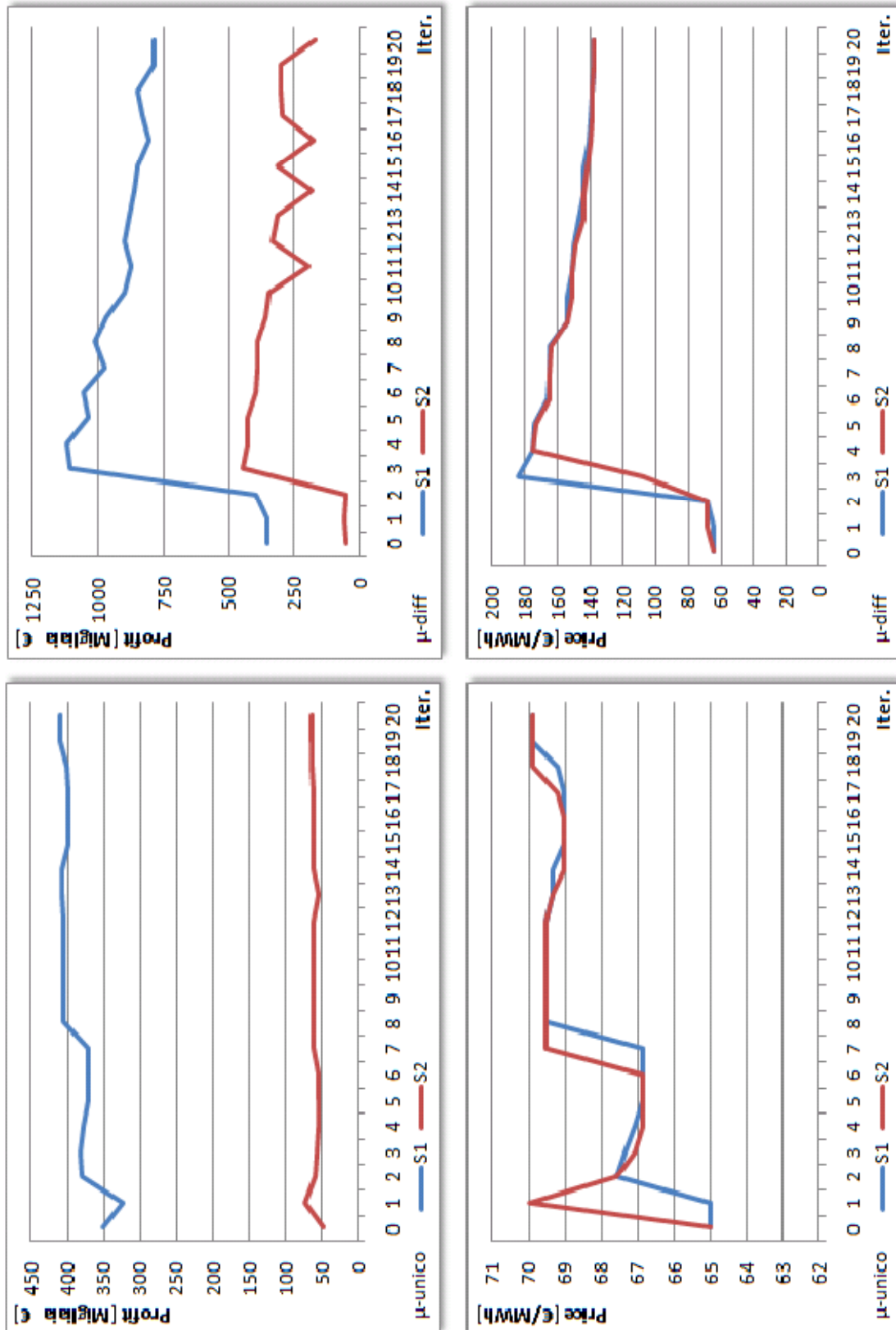


Figura 6.19 – Andamento di profitti e prezzi delle società strategiche in funzione delle iterazioni, $d=80\%$

Come si può notare dagli andamenti riportati, nel caso μ -unico tutte le simulazioni effettuate hanno ottenuto gli stessi valori.

Osservando un andamento pressoché lineare del profitto, le potenze dispacciate risultano in figura 6.20.

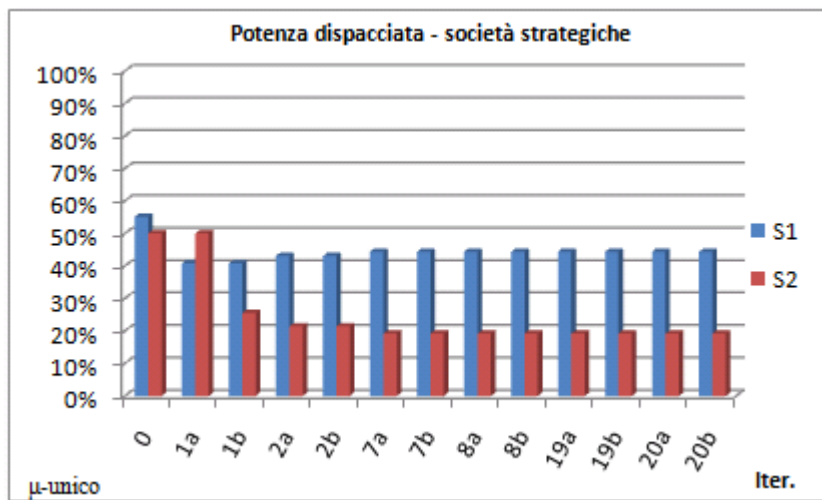


Figura 6.20 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=80\%$, μ -unico

La percentuale della potenza dispacciata è, per le due società strategiche, rappresentata in figura 6.21.

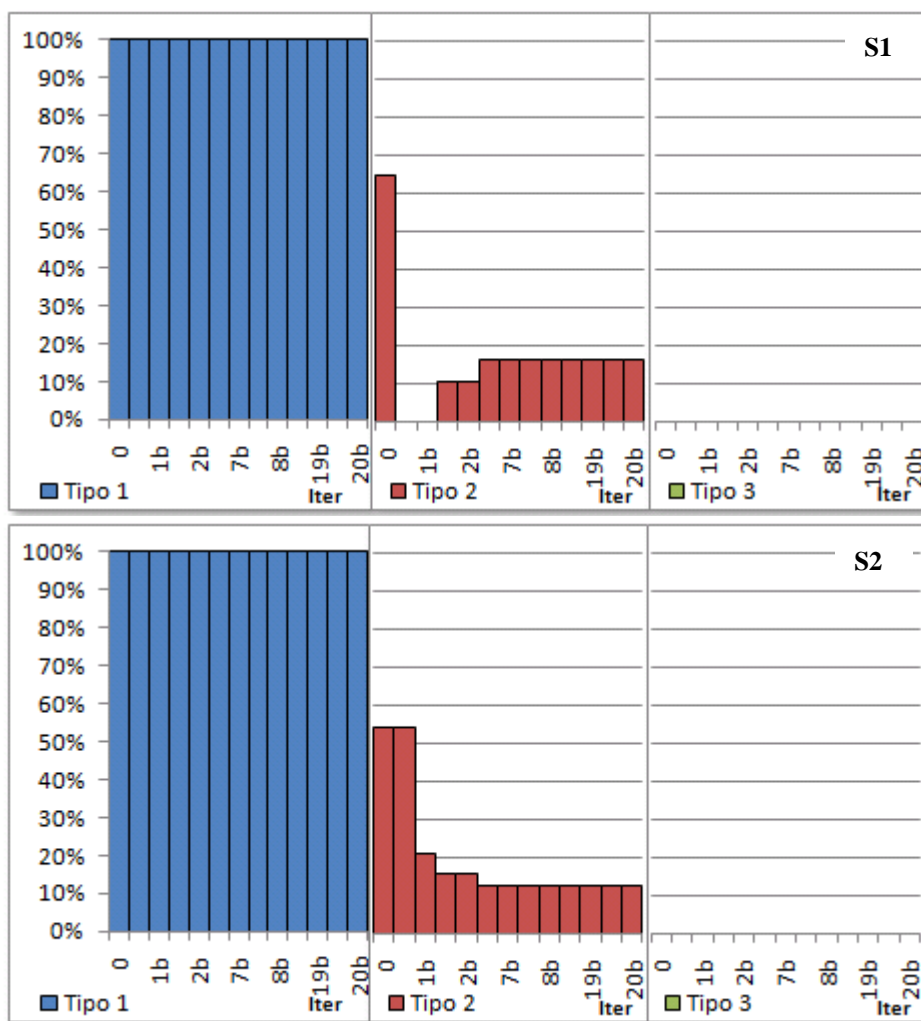


Figura 6.21 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, $d=80\%$, μ -unico

L'andamento del profitto sopra riportato (figura 6.19), nel caso μ -diff raggiunge molto rapidamente un picco iniziale (iter. 1 e 2), per poi decrescere molto lentamente (iter. 20). Dall'andamento del profitto, dopo il picco iniziale si osserva una lenta diminuzione, per cui la potenza dispacciata, nelle relative iterazioni, è rappresentata in figura 6.22.

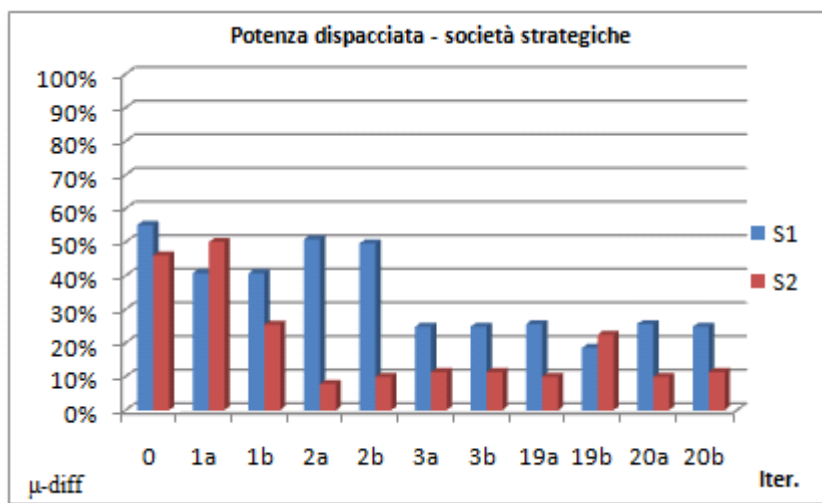


Figura 6.22 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=80\%$, μ -diff

La percentuale della potenza dispacciata rispetto alla potenza installata per le 3 tipologie di produzione nelle iterazioni suddette è, per le due società, rappresentata in figura 6.23.

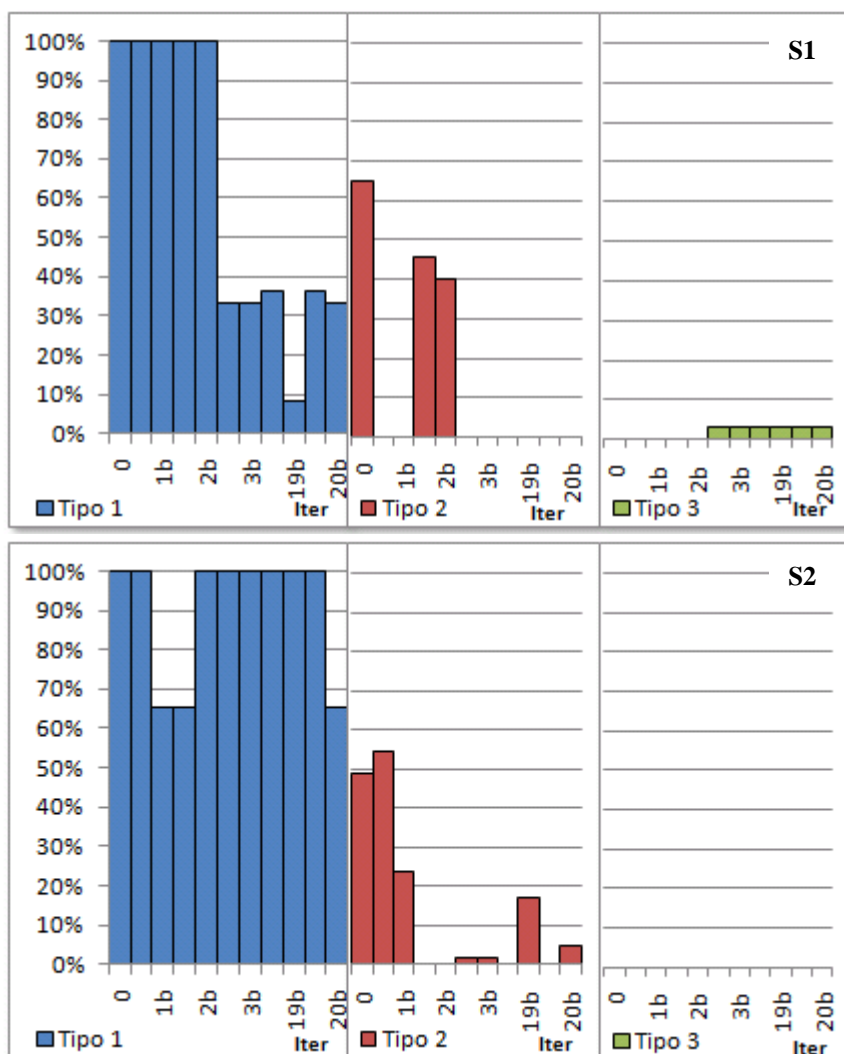


Figura 6.23 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, $d=80\%$, μ -diff

Più in dettaglio, si possono osservare le centrali disacciate, come si osserva nella tabella successiva.

Centrale	U	U	U	D	D	D	D	D	D	Centrale	U	U	U	D	D	D	D	D	D	Centrale	U	U	U	D	D	D	D	D	D		
	0	a	b	0	3	3	4	4	0		0	0	a	b	0	3	3	4	4		0	0	0	a	b	0	3	3	4	4	0
Gissi	x	x	x	x						Ottana	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	
Brindisi Sud	x	x	x	x						Marghera Azo.									x		Porto Torres	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
FusinaCarbone	x	x	x	x	x	x			x	Marghera Lev.											Brindisi	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
FusinaOlio										Moncalieri1	x			x						x	Livorno	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
La Casella	x			x						Moncalieri2											Ravenna	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
LaSpeziaCarb	x	x	x	x	x	x			x	MonfalconeCarb	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Ferrara	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
LaSpeziaGas	x			x						MonfalconeOlio											Ferrera E.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Livorno M.										Piacenza											Mantova	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Montalto di C.										Ponti sul Mincio	x			x	x					x	Sarroch	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Pietrafitta	x	x	x	x						San Filippo D.M.											Leimì	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Piombino										Sarmato											Voghera	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Porto Corsini	x			x						Scandale	x	x	x	x							Rosen	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Porto Marghera	x	x	x	x	x	x			x	Sermide											Roselectra	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Porto Tolle										Taranto											Termoli	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Priolo Gargallo										Torviscosa	x			x							VadoL. C.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Rossano Calabro										Turbigo1											VadoL. G.			x	x	x	x	x	x	x	x
S. Barbara	x	x	x	x						Turbigo2	x			x							Torrev. S1	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Termini Imerese										Livorno F.	x	x	x	x							Torrev. S2			x	x	x	x	x	x	x	x
Torrevaldaliga N.	x	x	x	x				x	x	Ostiglia											Napoli L.		x	x	x	x	x	x	x	x	x
Sulcis	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Tavazzano											ISAB Priolo			x	x	x	x	x	x	x	x
Portoscuso					x	x	x	x	x	Trapani											Sparanise		x	x	x	x	x	x	x	x	x
Altomonte	x			x				x		Fiumesanto O.																					
Brindisi Nord	x	x	x	x	x	x	x	x	x	Fiumesanto C.	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x											
Candela	x	x	x	x	x	x				Fiumesanto G.					x	x	x	x	x	x											
Cassano d'A.	x			x						CET					x	x	x	x	x	x											
Chivasso										SET					x	x	x	x	x	x											

Tabella 6.8 - Impianti in servizio, domanda=80%

Mentre in concorrenza perfetta tra i due modelli non si ricava alcuna sostanziale differenza tra i due modelli, nei punti in cui i profitti potrebbero convergere (indicati con *conv.*) il modello μ -diff produce profitti maggiori, anche se la produzione di tipo 1 per S1 risulta notevolmente ridotta a vantaggio della produzione di impianti di tipo 3. Inoltre, mentre con μ -unico la produzione rimane costante per tutte le tipologie durante le iterazioni finali, con μ -diff questo non si verifica.

6.1.5. Domanda pari al 70%

Iter	μ -unico				μ -diff				μ -unico μ -diff		μ -unico μ -diff	
	μ_1^N	μ_1^S	μ_2^N	μ_2^S	μ_1^N	μ_1^S	μ_2^N	μ_2^S	Profit ₁	Profit ₂	Price ₁	Price ₂
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	350490	48600	65	65
					1.000	1.000	1.000	1.000				
					1.000	1.000	1.000	1.000	350490	48600	65	65
1	1.000	1.300	1.300	1.300	1.300	1.300	1.298	1.296	350490	48600	65	65
					4.997	5.304	7.143	7.143				
					5.868	7.143	7.143	7.143	350490	48600	65	65
2	7.143	1.400	1.009	1.077	6.963	1.400	1.384	1.400	368690.2	78745.05	70	70
					7.143	7.143	1.000	7.143				
					7.143	7.143	7.143	7.143	368253	73124.34	69.95	69.95
3	1.300	1.300	1.300	1.300	1.300	1.300	1.300	1.300	350490	48600	65	65
					7.143	7.143	7.143	7.143				
					7.14	7.143	7.143	7.143	350490	48600	65	65
4	7.143	1.400	1.077	1.077	7.143	1.400	1.000	1.393	368690.2	78742.23	70	70
					7.14	7.143	1.080	7.143				
					7.143	7.143	7.143	7.143	368690.2	73360	70	70
5	7.143	1.400	1.077	1.077	7.143	1.400	1.373	1.220	368632.8	78706.61	69.99	69.99
					7.143	7.143	1.000	1.074				
					7.143	7.143	7.143	7.143	368578.4	77611.21	69.99	69.99
6	7.143	1.400	1.077	1.077	1.300	1.213	1.300	1.300	368631.6	78706.57	69.99	69.99
					7.143	7.143	7.143	7.143				
					7.143	7.143	7.143	7.143	350490	48600	65	65
7	4.948	1.400	1.077	1.077	7.143	1.400	1.000	1.394	368584.8	78675.88	69.99	69.99
					7.143	7.143	1.073	7.143				
					7.143	7.143	7.143	7.143	368690.2	73360	70	70
8	7.143	1.399	1.378	1.004	1.394	1.384	7.143	1.394	368444.9	70094.62	69.97	69.97
					7.143	7.143	1.067	7.143				
					7.143	7.143	7.143	7.143	378736.6	65232.62	69.72	69.72
9	1.300	1.300	1.095	1.000	1.364	1.384	7.143	1.384	350490	48600	65	65
					7.143	7.143	7.143	1.064				
					7.143	7.143	7.143	7.143	379976.4	60260.67	69.19	69.19
10	1.300	1.300	1.300	1.300	7.143	1.384	7.143	1.384	350490	48600	65	65
					7.143	7.143	1.064	7.143				
					7.143	6.723	7.143	7.143	363772	62886.22	69.19	69.19
11	6.533	1.400	1.077	1.000	1.374	1.000	1.374	1.364	368647.9	78716.32	70	70
					7.097	6.582	7.143	7.143				
					7.143	7.143	7.143	7.099	374804.7	51791.65	68.68	68.68
12	1.295	1.300	1.300	1.300	7.127	1.420	1.000	1.223	350490	48600	65	65
					7.130	7.142	1.074	7.143				
					7.143	7.143	7.143	7.143	368644.1	73335.15	69.99	69.99
13	7.143	1.400	1.077	1.077	7.143	1.396	1.389	1.396	368690.2	78745.05	70	70
					7.143	7.143	1.073	7.143				
					7.143	6.990	7.143	7.143	366733.1	72305.1	69.79	69.79
14	7.094	1.400	1.077	1.069	1.000	1.394	7.143	1.394	368687.8	78743.5	70	70
					7.143	7.060	7.143	1.073				
					5.472	7.143	7.143	7.143	385403.1	62389.03	69.72	69.72
15	7.143	1.390	1.069	1.069	1.394	1.394	7.143	1.394	364028.8	75686	69.49	69.49
					7.143	7.143	7.143	1.069				
					7.143	7.143	7.143	7.143	385395.9	62386.19	69.72	69.72
16	7.140	1.390	1.069	1.069	1.389	1.390	7.143	1.389	364028.1	75685.49	69.49	69.49
					7.143	7.143	1.068	7.143				
					7.143	7.143	7.143	7.143	383071.9	64073.3	69.49	69.49
17	7.143	1.390	1.069	1.069	1.389	1.389	1.389	1.389	364027.6	75685.2	69.49	69.49
					7.143	7.143	1.068	7.143				
					7.143	7.143	7.143	7.143	382473	70555.5	69.44	69.44
18	7.143	1.389	1.069	1.069	1.351	1.389	7.143	1.389	363841.8	75563.25	69.47	69.47
					7.143	7.143	7.143	1.068				
					7.143	7.143	7.143	7.143	382402.6	61212.2	69.43	69.43
19	7.143	1.389	1.069	1.069	1.971	1.388	1.387	1.045	363818.2	75547.78	69.47	69.47
					2.685	1.066	1.067	7.143				
					3.082	5.009	7.143	7.143	367473.8	70360.23	69.39	69.39
20	7.143	1.389	1.069	1.069	1.387	1.045	1.380	1.387	363812	75543.73	69.47	69.47
					1.067	7.143	7.143	7.143				
					7.143	7.143	7.143	7.143	367785.6	52702.26	69.33	69.33

Tabella 6.9 – Esito simulazione, domanda 70%

Dalla tabella si estrapolano gli andamenti dei profitti e dei prezzi per le società strategiche.

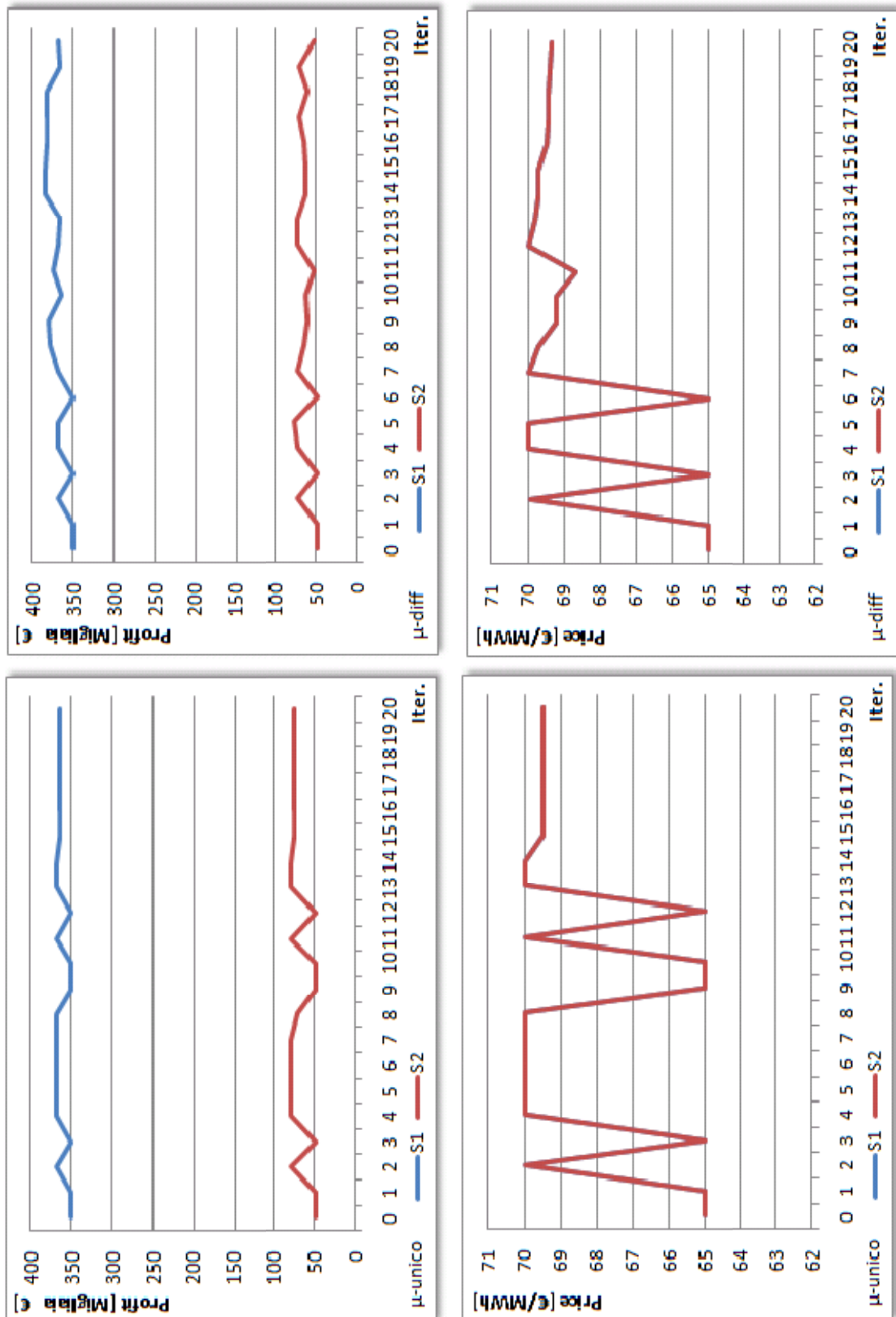


Figura 6.24 – Andamento di profitti e prezzi delle società strategiche in funzione delle iterazioni, $d=70\%$

Nel caso UC, μ -unico, le oscillazioni sono ancora meno marcate rispetto al caso con domanda all'80%, con profitti e prezzi, al termine delle iterazioni, poco distanti dai risultati di concorrenza perfetta.

Osservando un andamento pressoché costante, le potenze dispacciate risultano, in percentuale alla potenza installata, indicate in figura 6.25.

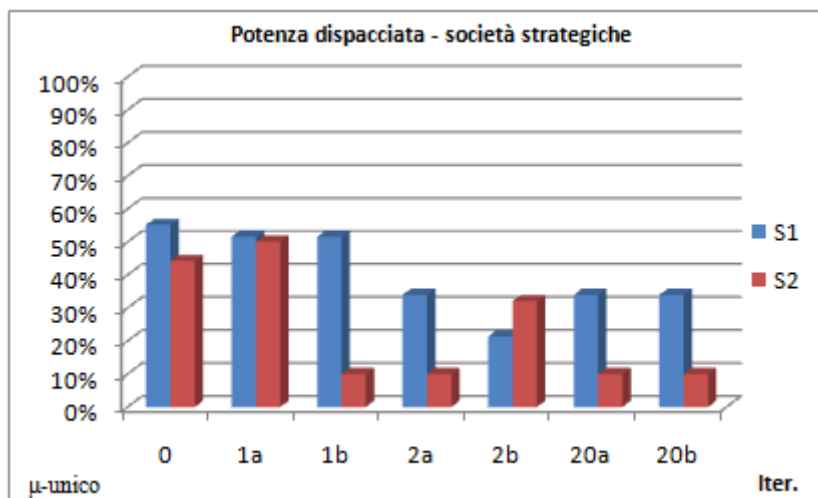


Figura 6.25 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=70%$, μ -unico

La percentuale della potenza dispacciata rispetto alla potenza installata per le 3 tipologie di produzione nelle iterazioni suddette è, per le due società, rappresentata in figura 6.26.

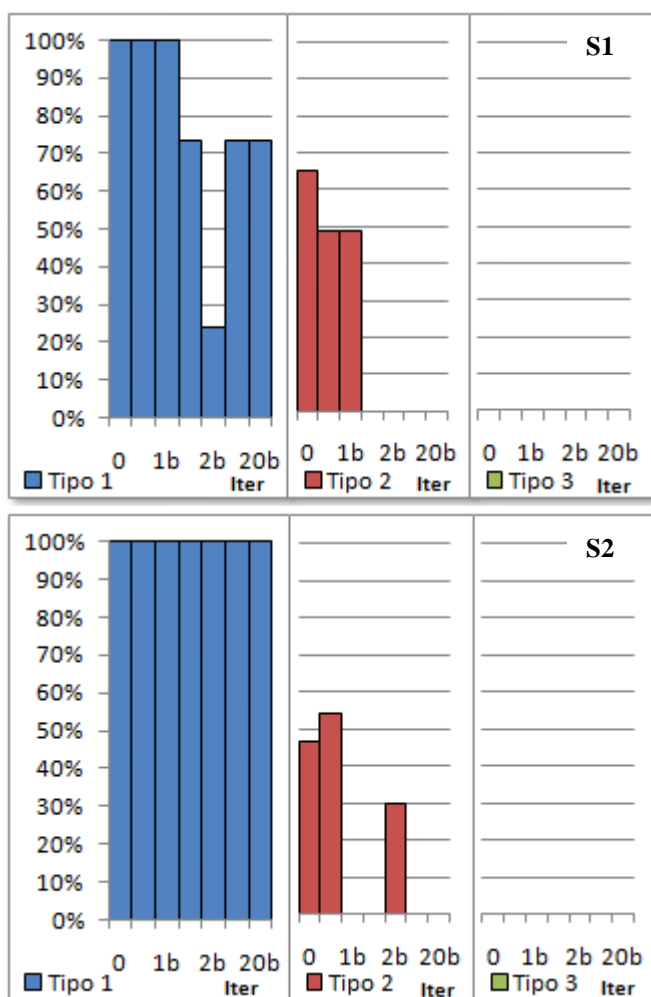


Figura 6.26 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, $d=70%$, μ -unico

Gli andamenti nel caso di μ -diff sono molto simili a quelli di μ -unico, le uniche differenze sono le piccole variazioni che si riscontrano al termine delle iterazioni, seppur trascurabili.

Tali valori sono abbastanza stabili, per cui è possibile, qui, definire un unico Equilibrio di Nash (iter. 20).

Osservando un andamento pressoché costante, le potenze dispacciate risultano, in percentuale alla potenza installata, in figura 6.27.

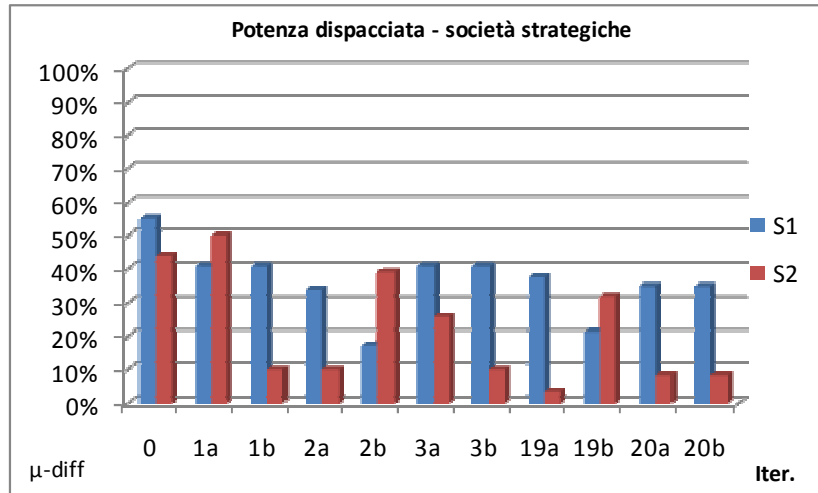


Figura 6.27 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=70\%$, μ -diff

La percentuale della potenza dispacciata rispetto alla potenza installata per le 3 tipologie di produzione nelle iterazioni suddette è, per la società S1, rappresentata in figura 6.28.

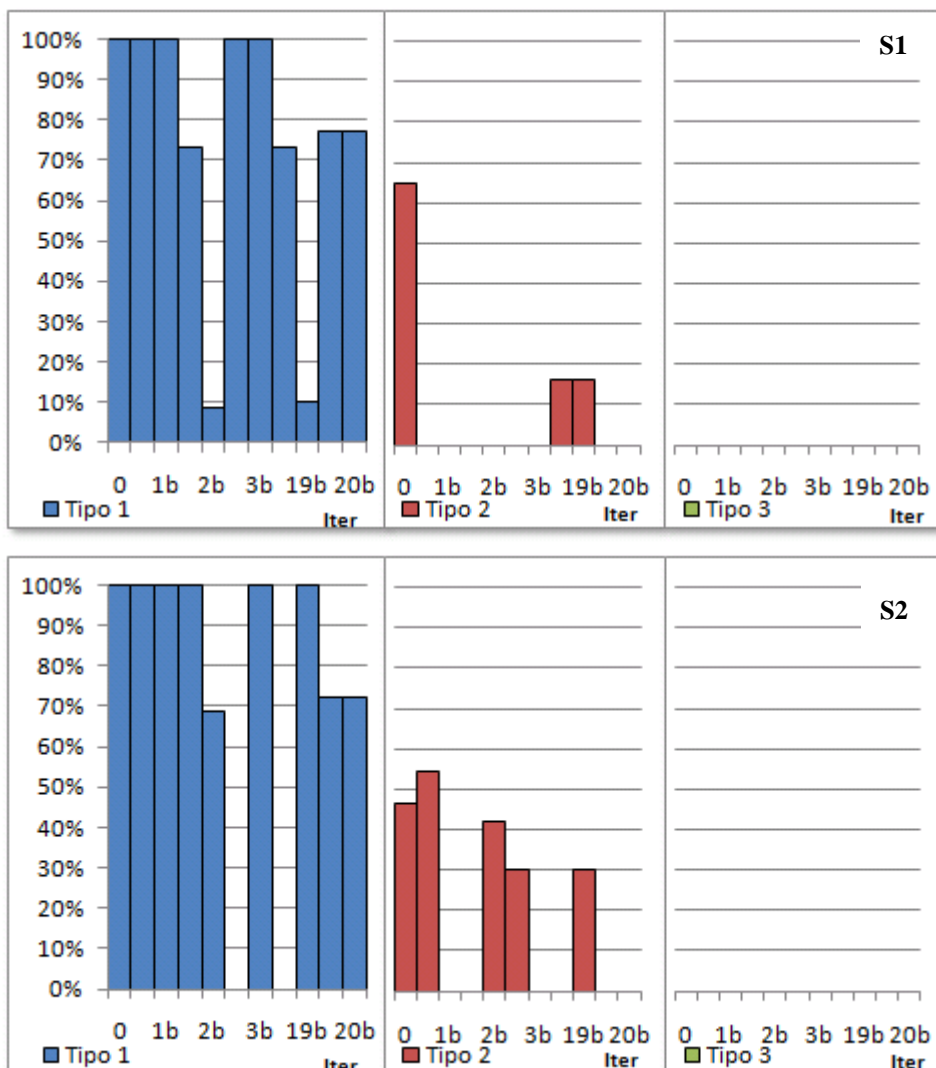


Figura 6.28 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, $d=70\%$, μ -diff

Più in dettaglio, si possono osservare le centrali disacciate, come si osserva nella tabella successiva.

	U	U	U	D	D		U	U	U	D	D		U	U	U	D	D
	0	2	2	2	2		0	2	2	2	2		0	2	2	2	2
	a	0	0	0	0		a	0	0	0	0		a	0	0	0	0
	b	b	b	a	b		b	b	a	b	a		b	b	a	b	a
Centrale						Gissi	x			x		Ottana					
Brindisi Sud	x	x	x	x	x	Marghera Azo.						Porto Torres					
FusinaCarbone	x					Marghera Lev.						Brindisi	x	x	x	x	x
FusinaOlio						Moncalieri1	x			x		Livorno	x	x	x	x	x
La Casella	x					Moncalieri2						Ravenna	x	x	x	x	x
LaSpeziaCarb	x					MonfalconeCarb	x	x	x	x	x	Ferrara	x	x	x	x	x
LaSpeziaGas	x					MonfalconeOlio						Ferrera E.	x	x	x	x	x
Livorno M.						Piacenza						Mantova	x	x	x	x	x
Montalto di C.						Ponti sul Mincio	x			x		Sarroch	x	x	x	x	x
Pietrafitta	x					San Filippo D.M.						Leini	x	x	x	x	x
Piombino						Sarmato						Voghera	x	x	x	x	x
Porto Corsini	x					Scandale	x			x		Rosen	x	x	x	x	x
Porto Marghera	x					Sermide						Roselectra	x	x	x	x	x
Porto Tolle						Taranto						Termoli	x	x	x	x	x
Priolo Gargallo						Torviscosa	x			x		VadoL. C.	x	x	x	x	x
Rossano Calabro						Turbigo1						VadoL. G.					
S. Barbara	x					Turbigo2	x					Torrev. S1	x	x	x	x	x
Termini Imerese						Livorno F.		x	x	x	x	Torrev. S2					
Torrevaldaliga N.	x	x	x	x	x	Ostiglia						Napoli L.	x	x	x	x	x
Sulcis	x	x	x	x	x	Tavazzano						ISAB Priolo					
Portoscuso						Trapani						Sparanise	x	x	x	x	x
Altomonte	x					Fiumesanto O.											
Brindisi Nord	x	x	x	x	x	Fiumesanto C.	x	x	x	x	x						
Candela	x					Fiumesanto G.											
Cassano d' A.	x					CET											
Chivasso						SET											

Tabella 6.10 – Impianti in servizio, domanda=70%

Con un così basso livello di domanda i due modelli determinano la stessa soluzione, ovvero che la produzione di potenza viene affidata interamente agli impianti di tipo 1, a carbone, meno costosi degli altri. Mentre in condizioni di concorrenza perfetta la produzione viene suddivisa tra impianti di tipo 1 e di tipo 2.

		μ-unico		
		Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3
Iter. 20	conv.S2	100%	0%	0%
Iter. 20	conv.S1	72%	0%	0%

		μ-diff		
		Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3
Iter. 20	conv.S2	71%	0%	0%
Iter. 20	conv.S1	77%	0%	0%

6.2. Considerazioni conclusive relative al caso UC

Come dimostrato dall'andamento del profitto e del prezzo nel caso di domanda pari al 110%, le due società strategiche esercitano un elevato potere di mercato. Facendo riferimento ad un prezzo medio, in condizioni di concorrenza perfetta (di seguito **CP**), pari a 70 €/MWh, i prezzi osservati ai vari livelli di domanda sono molto superiori. In particolare ciò si realizza con alti livelli di domanda (110%, 100% e 90% di quella ipotizzata), in cui i prezzi raggiungono anche i 357 €/MWh.

Osservando la potenza disacciata dalle società di produzione, in condizioni di CP, si nota che in termini relativi la potenza disacciata da S1 e S2 risulta molto maggiore di quella disacciata dalle altre (per questo esse sono considerate strategiche), ma se si considera la potenza disacciata rispetto alla potenza installata, si osserva che si manifesta una condizione di CP, in cui quasi tutte le società modellizzate hanno un elevato valore percentuale di potenza disacciata (come si vede in figura 6.29): in altre parole, nonostante S1 e S2 abbiamo una significativa potenza installata, le altre disacciano la maggior quantità di potenza possibile.

La caratteristica comune di tutti i livelli di domanda ipotizzati è che, in CP, come si mostra nella prima iterazione, la produzione di tipo 3 è sempre nulla, con potenza prodotta e profitti relativi a S1 maggiori di quelli di S2.

Con l'aumento dei prezzi, le società price taker forniscono molta più potenza rispetto a quella fornita in CP: questo dimostra il fatto che, avendo ricevuto il prezzo, questi soggetti traggono maggior profitto quando il prezzo è elevato.

Le stesse considerazioni valgono per gli altri livelli di domanda ipotizzati.

Con domanda maggiorata del 10%, nei punti di equilibrio finali, quando il profitto di S2 è maggiore del profitto di S1, il divario è determinato dalla massima produzione di S2 e dalla, relativamente ridotta, produzione da parte degli impianti di S1. Nel caso μ -diff i profitti di S1 superano sempre quelli di S2 e si può osservare che quando si ottimizza la strategia di una società, questa cerca di massimizzare la propria produzione a discapito della produzione dell'altra società.

Con il livello pieno di domanda ipotizzata (100%), nel caso μ -unico, alle iterazioni 16, 17 e 18, il profitto aumenta per effetto dell'aumento della potenza dispacciata. Il profitto massimo di S2 (in corrispondenza dell'iter. 17b) è determinata dalla massima potenza dispacciata da S2 ed in particolare prodotta, oltre che da impianti di tipo 1, da impianti di tipo 2. Medesime considerazioni valgono per la società S1, e successivamente al caso μ -diff.

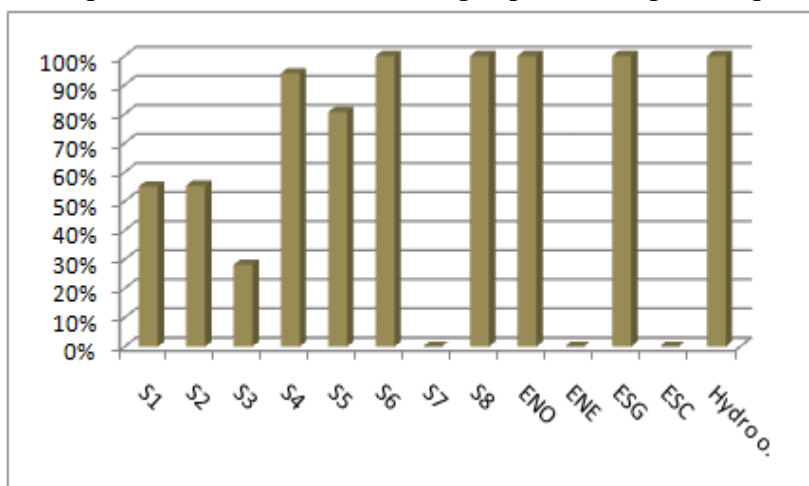


Figura 6.29 - Potenza dispacciata dalle società nel caso di CP

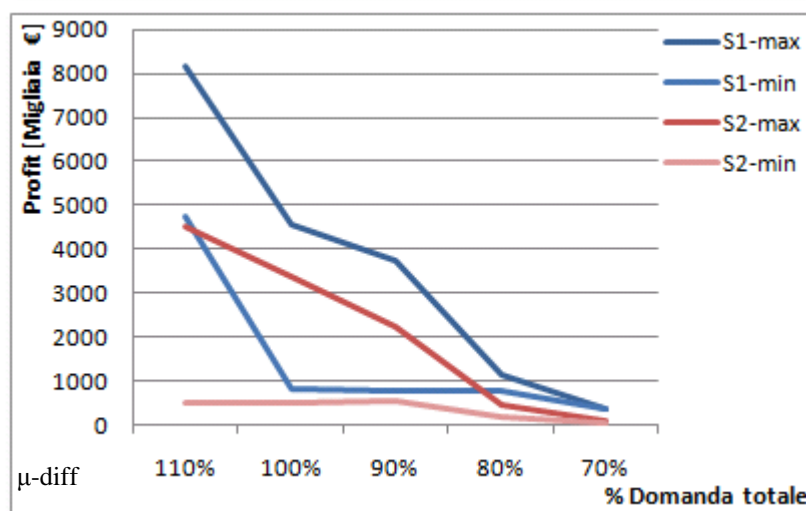
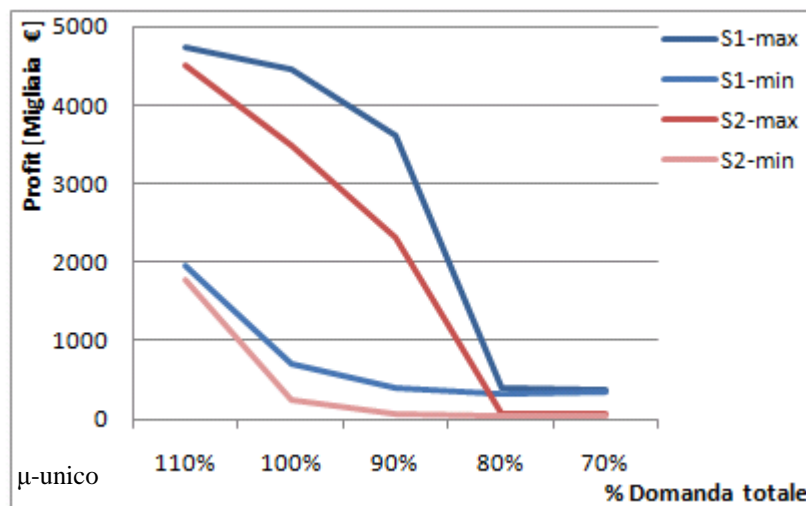


Figura 6.30 - Confronto tra profitti massimi e minimi, μ -unico e μ -diff

Con domanda pari al 90% della richiesta totale, sia nel caso μ -unico che nel caso μ -diff, l'aumento del profitto non è determinato dall'aumento della potenza dispacciata, ma da un aumento del prezzo di vendita, causato dalla riduzione della potenza prodotta e dispacciata da impianti di tipo 2 e da un moderato aumento della potenza prodotta e dispacciata da impianti di tipo 3.

Con una domanda ridotta del 20%, la diminuzione dei prezzi di vendita dell'energia è determinata dalla riduzione della produzione da parte degli impianti più costosi (tipo 3), sia nel caso μ -unico che nel caso μ -diff. Oltre alla riduzione della potenza degli impianti di tipo 3, diminuisce anche la potenza prodotta dagli impianti di tipo 2, che si mantiene costante nelle iterazioni finali, e un aumento della produzione degli impianti di tipo 1. In particolare, nel caso μ -diff, S1 mantiene una piccola produzione da impianti di tipo 3 a discapito di quella da impianti di tipo 1, mentre S2 fa quasi esclusivamente affidamento alla produzione di tipo 1.

Con domanda pari al 70% della richiesta totale, i modelli μ -unico e μ -diff producono un esito comune, ovvero caratterizzato da una potenza dispacciata da S1 maggiore di quella di S2. Poiché vi è poca differenza nella produzione di tipo 1, 2 e 3, il differenziale è determinato dalla potenza producibile dagli impianti idroelettrici.

Infine, come si osserva dai grafici sopra riportati, utilizzare un μ diversificato per tecnologia di produzione determina profitti maggiori per le società di produzione strategiche, sia in termini di valori massimi che di valori minimi.

6.3. Risultati per lo scenario CC

6.3.1. Domanda pari al 110%

Iter	μ -unico				μ -diff				μ -unico μ -diff	
	μ_1^N	μ_1^S	μ_2^N	μ_2^S	μ_1^N	μ_1^S	μ_2^N	μ_2^S	Profit ₁	Profit ₂
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	406740	70055
					1.000	1.000	1.000	1.000		
					1.000	1.000	1.000	1.000	406740	70055
1	7.143	7.143	6.633	5.102	1.000	7.143	7.143	7.143	2234005	4840847
					7.143	7.143	6.602	5.101		
					7.143	7.143	7.143	6.250	2234005	4823183
2	5.371	4.142	3.357	2.252	7.143	6.632	6.616	6.632	6917038	2782174
					6.602	7.143	4.737	4.737		
					5.251	4.145	4.144	6.250	7220417	4253576
3	2.725	1.815	2.525	1.000	6.157	6.144	6.124	6.121	2800789	813253.6
					4.711	4.732	4.374	4.387		
					3.849	3.849	3.828	4.140	5676603	3728588
4	7.143	7.143	6.633	5.102	5.687	5.674	5.674	5.674	2234005	4840847
					4.374	4.374	4.050	4.053		
					3.549	3.554	3.487	3.783	4974083	3375295
5	5.389	4.144	3.366	2.958	4.923	2.784	4.923	4.922	6935282	2790114
					4.045	3.581	3.516	3.787		
					3.290	3.287	7.143	1.000	4508890	2119839
6	2.735	2.391	2.540	1.707	3.617	4.545	7.055	1.000	3210581	1142063
					1.000	7.143	2.574	7.143		
					2.649	1.000	7.143	6.225	3569984	1177138
7	7.143	7.143	6.566	5.101	7.143	7.143	7.143	7.143	2234005	4802853
					7.143	7.143	6.606	5.100		
					7.143	7.143	7.143	6.224	5190761	4823406
8	5.335	4.141	3.334	2.957	7.143	6.612	6.609	6.612	6882464	2764165
					5.684	6.595	4.723	4.723		
					5.367	4.143	4.132	5.770	7228687	4202585
9	2.709	2.403	2.516	1.000	6.139	6.113	6.106	4.073	3192776	1133124
					4.711	4.708	4.367	4.367		
					3.837	3.837	3.821	3.860	5604516	3715823
10	7.143	7.143	6.633	1.000	5.676	1.000	7.143	5.558	2234005	4840847
					4.354	4.365	1.000	4.352		
					3.548	3.548	3.417	3.632	4802088	2747204
11	5.389	6.633	4.145	4.738	5.368	5.355	1.000	4.732	5576250	4220156
					4.205	4.151	1.769	1.000		
					7.143	7.143	3.344	1.000	3085830	3129995
12	3.368	3.368	3.128	2.404	7.143	7.143	7.143	7.143	4552721	1840610
					7.143	7.143	6.633	5.102		
					7.143	7.143	7.143	6.250	2234005	4840847
13	2.484	2.541	2.306	1.815	7.143	6.632	6.623	6.632	2646113	1152734
					6.632	7.143	4.737	4.737		
					5.389	4.145	4.145	6.250	7244476	4253897
14	7.143	7.143	6.633	5.102	6.158	6.154	6.154	6.140	2234005	4840790
					4.734	4.735	4.396	4.395		
					3.849	3.846	3.846	4.143	5675239	3746927
15	5.365	4.128	3.349	2.909	5.713	5.706	5.706	5.704	6903901	2772470
					4.392	4.384	4.076	4.075		
					3.570	3.571	3.566	3.836	5001389	3400033
16	2.721	2.363	2.527	1.687	5.164	5.277	5.277	5.277	3176726	1128391
					4.060	4.072	3.769	2.487		
					3.311	3.311	3.298	3.563	4555410	3069197
17	7.143	7.143	6.598	5.102	2.998	7.143	2.848	4.823	2234005	4820777
					3.707	3.710	3.327	3.445		
					2.925	3.044	2.925	1.000	3429793	2641691
18	5.346	4.125	3.342	2.946	4.280	4.235	1.000	4.235	6884005	2765373
					3.175	7.143	2.819	3.025		
					1.000	2.686	2.580	6.122	3440680	2340851
19	2.715	2.394	2.521	1.710	1.000	2.999	2.999	2.998	3191811	1133399
					1.704	3.324	2.142	2.142		
					1.947	2.222	7.143	2.909	3111187	1163744
20	7.143	7.143	6.617	5.100	7.143	7.143	7.143	7.143	2234005	4831883
					7.143	7.143	6.633	5.100		
					7.143	7.143	7.143	6.248	2695948	4840847

Tabella 6.11 – Esito simulazione, domanda 110%

Dalla tabella si estrapolano gli andamenti dei profitti per le società strategiche.

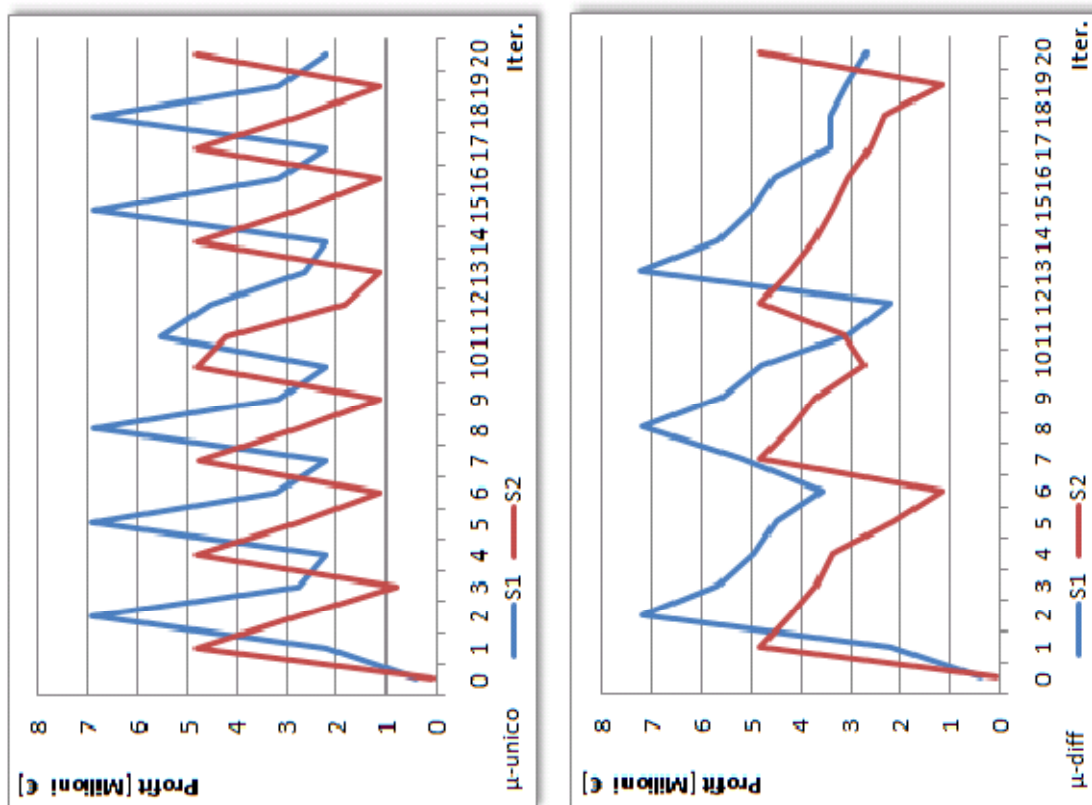


Figura 6.31 – Andamento dei profitti delle società strategiche in funzione delle iterazioni, $d=110\%$

Si riporta in un grafico (figura 6.32) la quantità di potenza installata per zona geografica e il relativo fabbisogno elettrico.

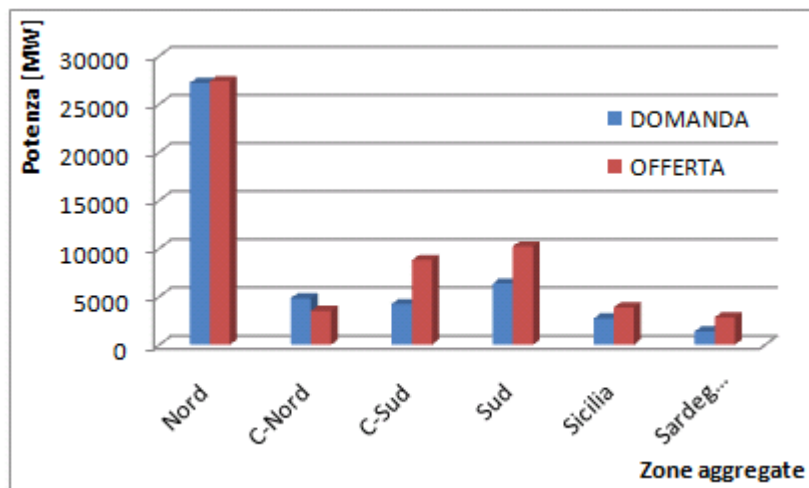


Figura 6.32 - Confronto tra domanda ed offerta zonale, $domanda=110\%$

Nel caso μ -unico, l'andamento presenta 3 punti che si ripetono (iter. 14, 15 e 16). Poiché, per effetto della presenza dei limiti di transito interzonali, i prezzi di vendita sono in generale diversi per ogni zona, se ne riporta l'andamento nelle iterazioni sopra definite (figura 6.33).

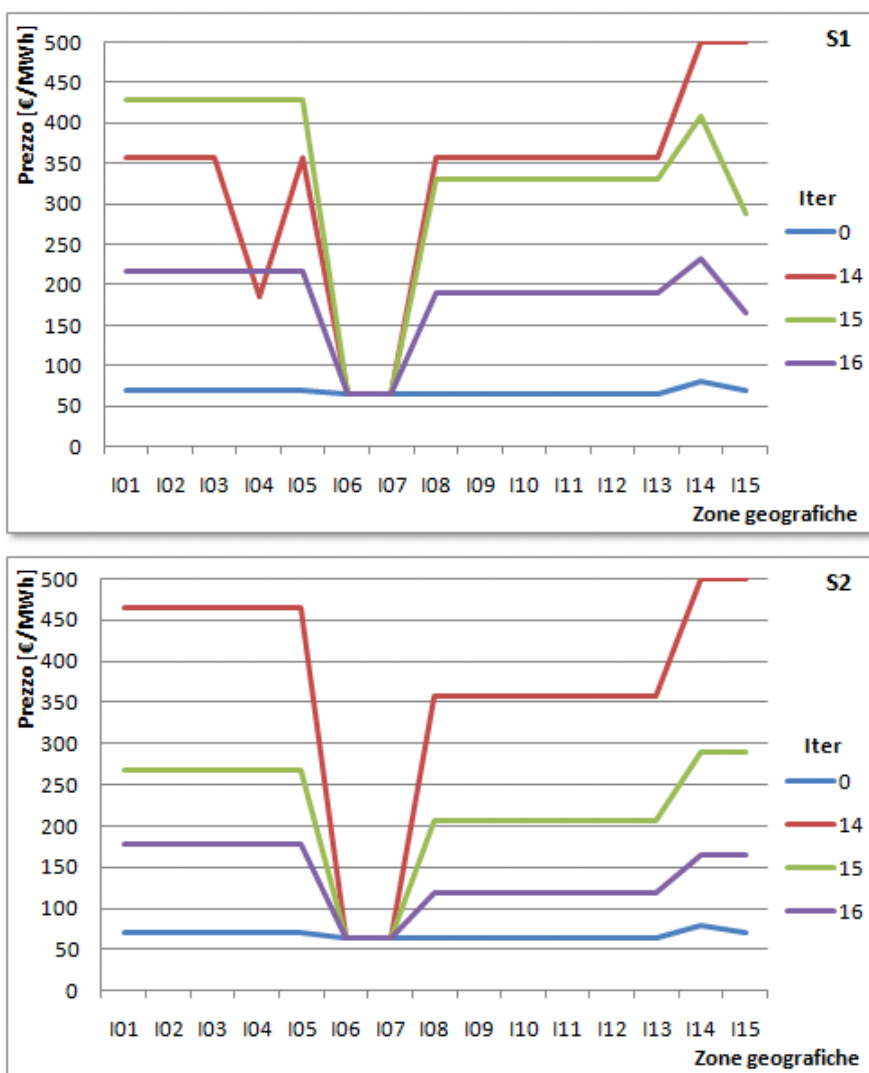


Figura 6.33 - Andamento del prezzo zonale nelle iterazioni suddette, domanda=110%, μ -unico

La copertura di ciascuna società di produzione strategica del carico totale, in percentuale, è indicata in figura 6.34.

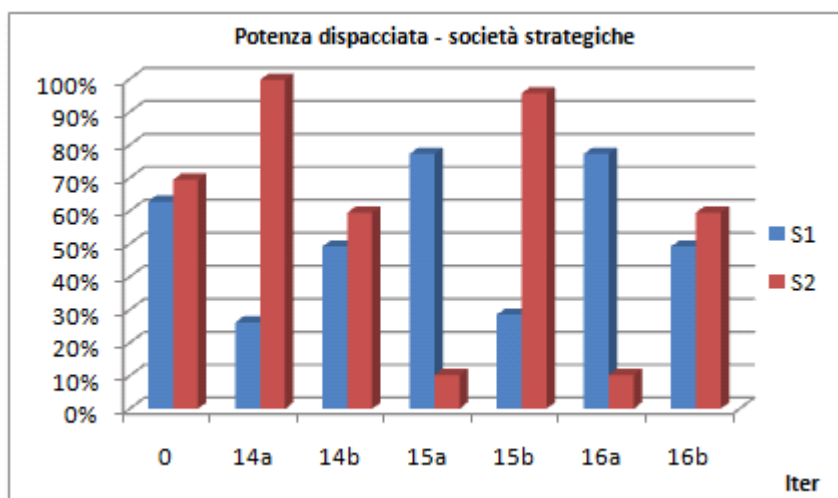


Figura 6.34 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=110\%$, μ -unico

La percentuale della potenza dispacciata rispetto alla potenza installata, per le 3 tipologie di produzione nelle iterazioni suddette è, per le due società strategiche, rappresentata in figura 6.35.

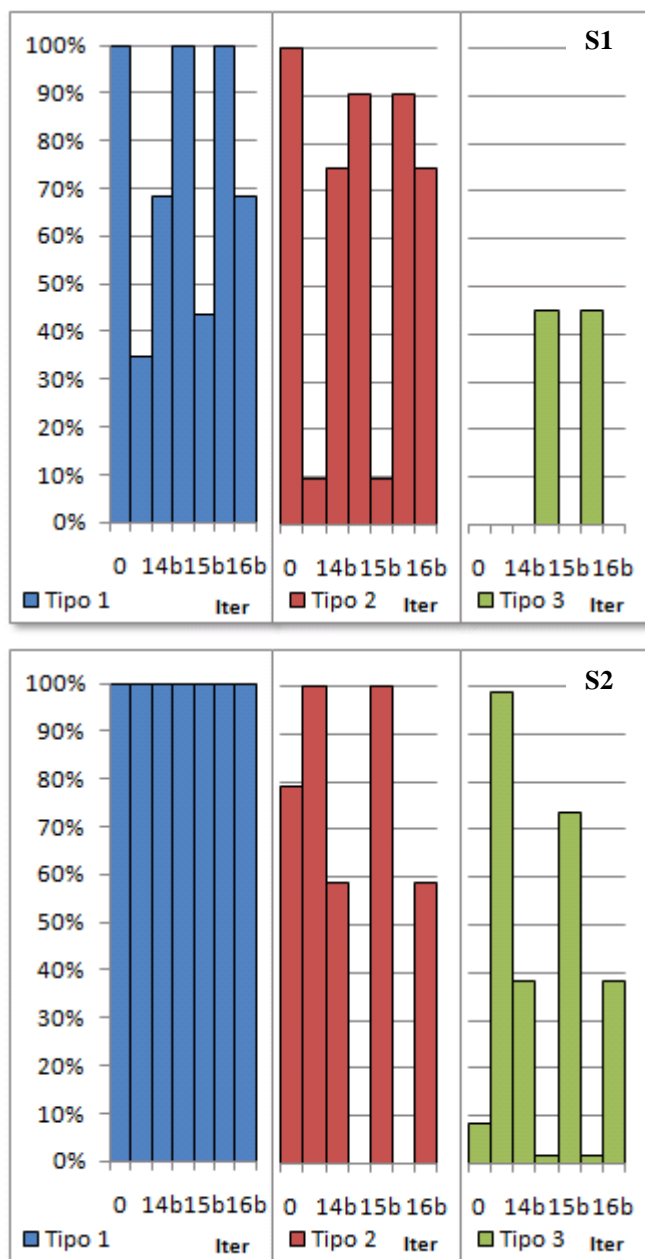


Figura 6.35 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, $d=110\%$, μ -unico

Analizzando il caso μ -diff (figura 6.31), si osserva che l'andamento di profitti e prezzi nelle iterazioni 1, 2, 3, 4, 5 e 6 si ripete anche successivamente. L'andamento del prezzo zonale è rappresentata in figura 6.36.

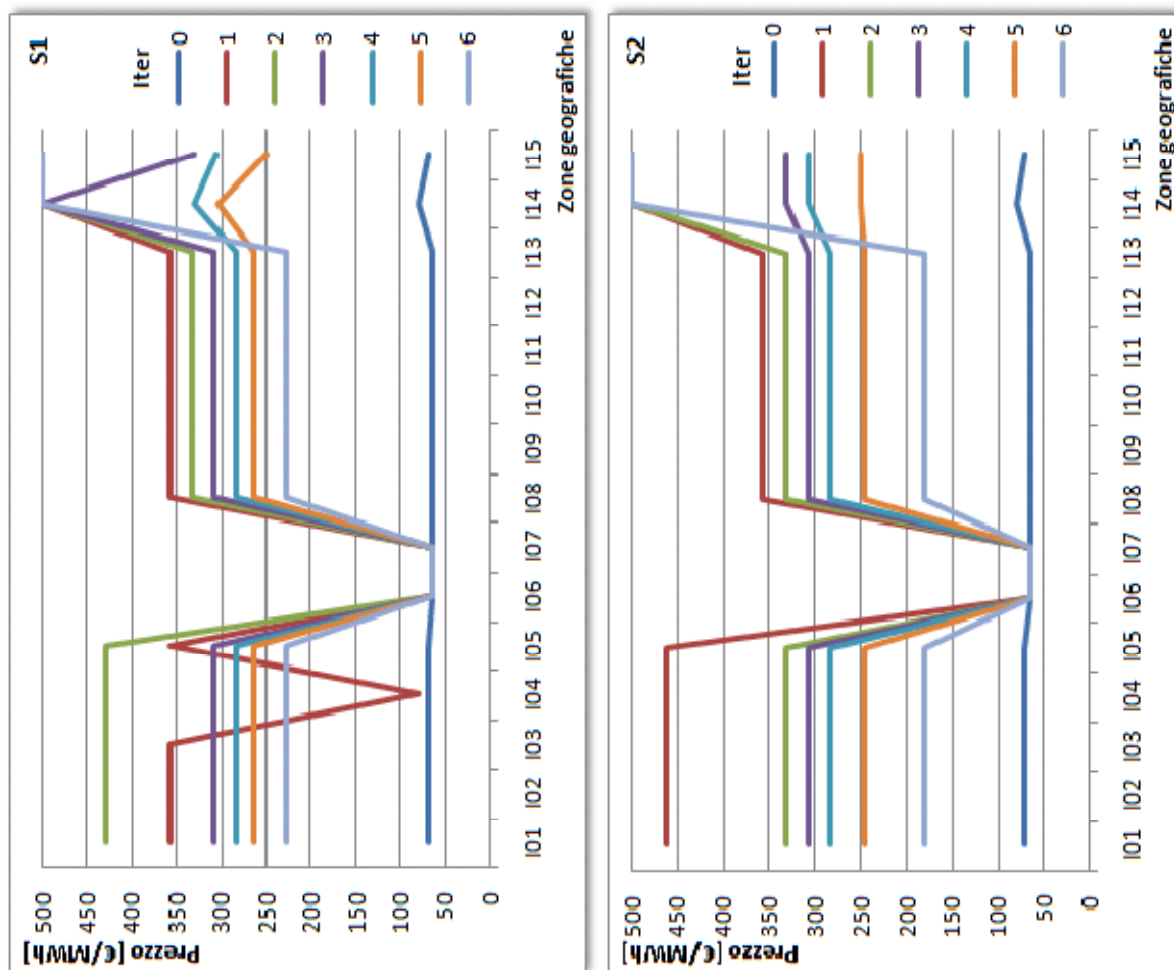


Figura 6.36 - Andamento del prezzo zonale nelle iterazioni suddette, domanda=110%, μ -diff

La copertura di ciascuna società di produzione strategica del carico totale, in percentuale, è rappresentata in figura 6.37.

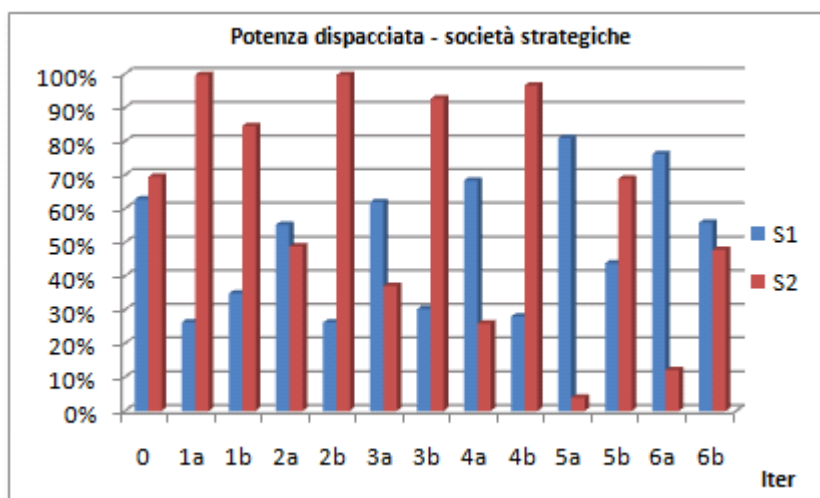


Figura 6.37 - Percentuale di potenza dispacciata, domanda=110%, μ -diff

La percentuale della potenza dispacciata rispetto alla potenza installata per le 3 tipologie di produzione nelle iterazioni suddette è, per le due società strategiche rappresentata in figura 6.38.

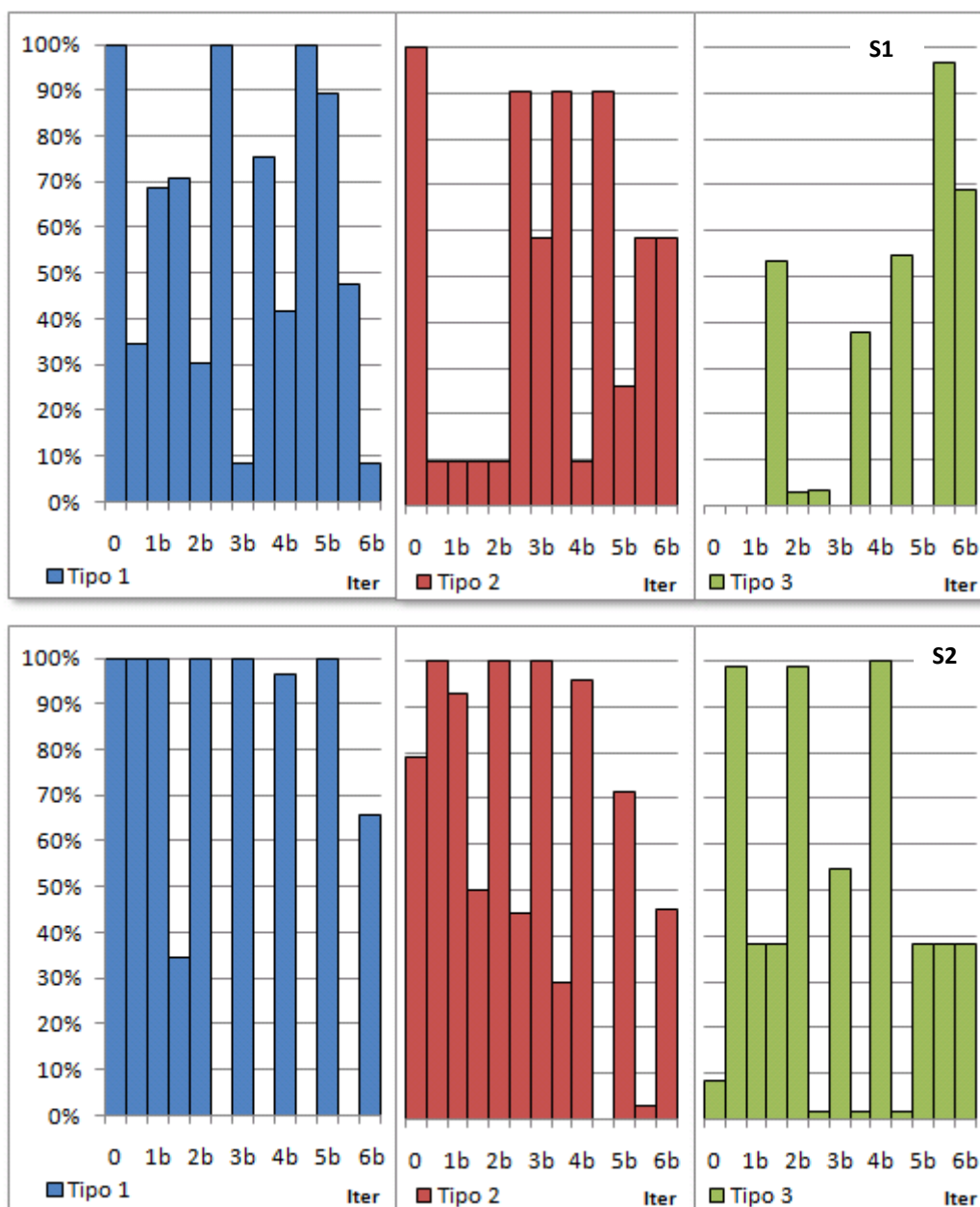


Figura 6.38 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, domanda=110%, μ -diff

Osservando le figure sopra riportate, come dimostrato anche nel caso UC, in condizioni concorrenziali i due modelli producono soluzioni identiche. Inoltre, anche i profitti massimi ottenuti dalle due società strategiche sono analoghi. L'algoritmo μ -diff determina una produzione maggiore per gli impianti di tipo 3, come si vede nella tabella seguente.

		μ -unico		
		Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3
Iter. 14	max S2	100%	100%	98%
Iter. 15	max S1	100%	91%	45%

		μ -diff		
		Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3
Iter. 1	max S2	100%	100%	98%
Iter. 2	max S1	71%	10%	52%

6.3.2. Domanda pari al 100%

Iter	μ -unico				μ -diff				μ -unico μ -diff	
	μ_1^N	μ_1^S	μ_2^N	μ_2^S	μ_1^N	μ_1^S	μ_2^N	μ_2^S	Profit ₁	Profit ₂
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	381975	70055
					1.000	1.000	1.000	1.000		
					1.000	1.000	1.000	1.000	381975	70055
1	1.077	7.143	5.493	5.153	1.400	1.300	4.468	3.650	484418	1900049
					1.024	7.143	3.830	6.965		
					3.140	7.143	5.461	5.495	548083	1029226
2	4.453	5.857	4.135	4.505	3.158	7.143	3.713	1.000	4922507	2748094
					2.860	6.280	2.656	5.495		
					2.703	7.143	7.143	5.494	3531424	2097060
3	3.36	5.147	3.108	3.947	1.000	7.143	5.891	5.022	3717926	2023780
					1.000	6.276	5.492	4.738		
					1.000	7.143	7.143	1.995	2766730	1839334
4	2.525	4.040	2.338	3.064	7.139	5.903	5.903	5.899	2626676	1365899
					5.492	7.143	4.216	4.541		
					5.688	3.840	7.143	6.250	4503337	3277600
5	1.900	3.036	2.166	2.228	5.479	5.481	4.946	5.433	1839297	848026.7
					4.180	7.143	3.881	4.008		
					3.426	7.143	7.143	6.250	4174867	2987256
6	1.760	2.533	1.614	1.942	5.046	5.045	5.044	5.026	1580680	668069.6
					3.881	7.143	3.603	1.000		
					3.153	7.143	7.143	6.249	3765841	2746241
7	1.309	1.907	1.447	1.462	4.666	4.496	2.160	1.000	988950.1	334768.6
					2.499	6.913	2.198	3.458		
					1.926	7.143	1.926	1.000	2879794	1682146
8	1.380	1.364	1.267	1.194	1.829	4.496	7.143	1.893	789443.4	197231.9
					1.552	7.143	3.452	1.000		
					1.000	7.143	3.948	1.000	1716810	1234667
9	1.364	7.143	5.488	5.245	1.000	4.254	4.252	3.325	633368.1	1898682
					3.355	7.143	3.038	3.272		
					2.787	7.143	7.143	6.247	2279393	2012055
10	4.449	5.994	4.131	4.610	2.872	1.000	1.000	3.797	4966414	2772185
					3.023	7.039	3.004	7.143		
					1.000	7.143	7.143	5.351	2857292	867333.5
11	3.356	5.269	3.086	4.042	1.000	7.143	7.143	6.257	3725278	2035335
					2.961	6.092	2.407	5.105		
					2.206	7.143	3.449	4.124	2976154	1872166
12	2.507	4.012	2.327	2.938	2.058	6.256	4.492	4.497	2680468	1336854
					1.000	4.713	4.704	1.814		
					1.000	7.143	4.205	1.027	2468892	1480258
13	1.890	3.024	2.315	2.159	5.571	6.102	4.589	1.000	1781226	843381.4
					3.817	7.143	3.545	4.692		
					3.822	7.143	3.102	6.250	3208138	2826606
14	1.881	2.284	1.632	1.721	4.181	3.099	3.549	3.099	1647840	635395
					2.773	7.143	2.575	2.214		
					2.864	7.143	7.143	6.250	3372041	1593523
15	1.608	1.579	1.466	1.093	3.301	2.876	2.872	2.871	975320.4	323795.1
					2.507	7.143	2.054	2.212		
					7.143	1.956	7.143	6.250	2275058	1404044
16	1.000	7.143	5.492	5.336	2.871	2.871	7.143	7.143	743542.6	1899763
					2.208	7.143	7.143	7.143		
					7.143	7.143	7.143	6.250	1891655	1705297
17	4.462	6.098	4.143	4.691	7.143	7.143	7.143	7.143	5020115	2799619
					7.141	7.143	5.102	5.494		
					5.802	7.143	7.143	6.216	6791718	4045127
18	3.366	5.361	3.104	4.110	6.422	6.632	1.000	1.000	3745561	2062612
					5.101	7.104	4.587	4.581		
					4.145	7.143	7.143	1.000	5076930	3596300
19	2.515	4.025	3.096	2.875	5.955	5.951	1.000	5.945	2691789	1299181
					4.574	7.143	4.248	4.574		
					3.722	7.143	7.143	6.250	3922300	3304763
20	2.515	3.285	2.336	2.515	5.522	5.521	5.521	5.521	2447499	1228216
					4.247	7.143	3.944	4.247		
					3.451	7.143	7.143	6.243	4141040	3041519

Tabella 6.12 – Esito simulazione, domanda 100%

Dalla tabella si estrapolano gli andamenti dei profitti per le società strategiche.

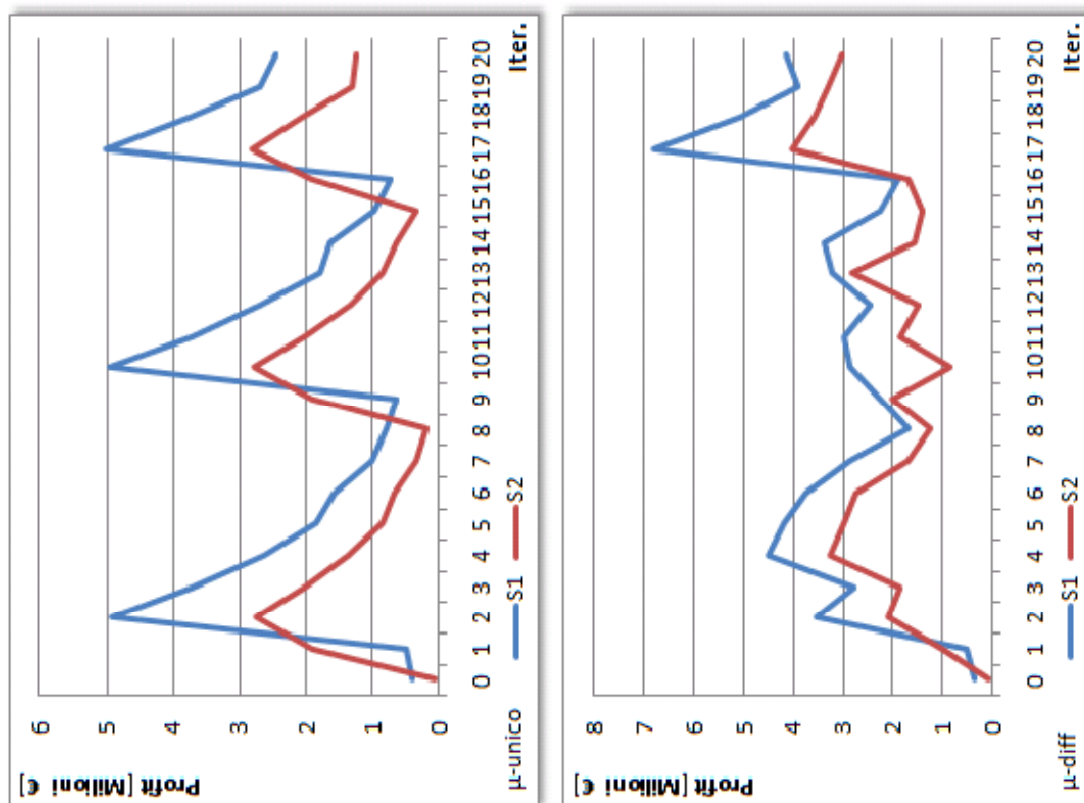


Figura 6.39 – Andamento dei profitti delle società strategiche in funzione delle iterazioni, $d=100\%$

Si riporta in un grafico la quantità di potenza installata per zona geografica e il relativo fabbisogno elettrico (figura 6.40).

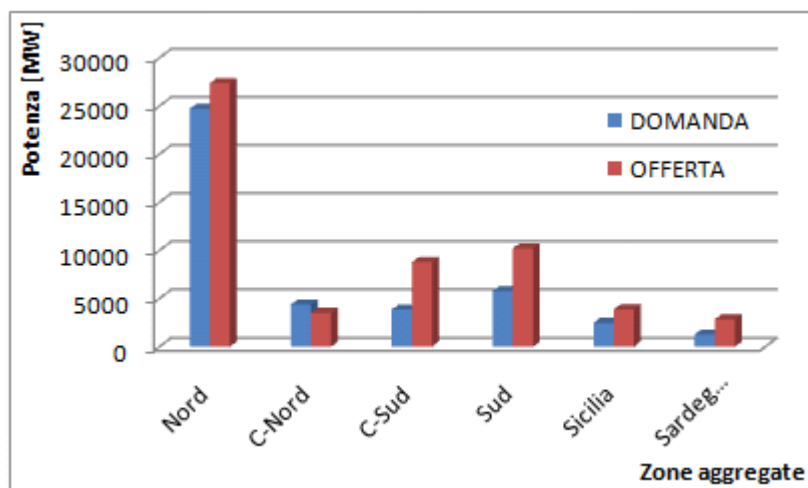


Figura 6.40 - Confronto tra domanda ed offerta zonale, $domanda=100\%$

Nel caso μ -unico, osservando che l'andamento di profitti e prezzi nelle iterazioni 9, 10, 11, 12, 13, 14 e 15 si ripete anche successivamente, l'andamento del prezzo zonale è rappresentato in figura 6.41.

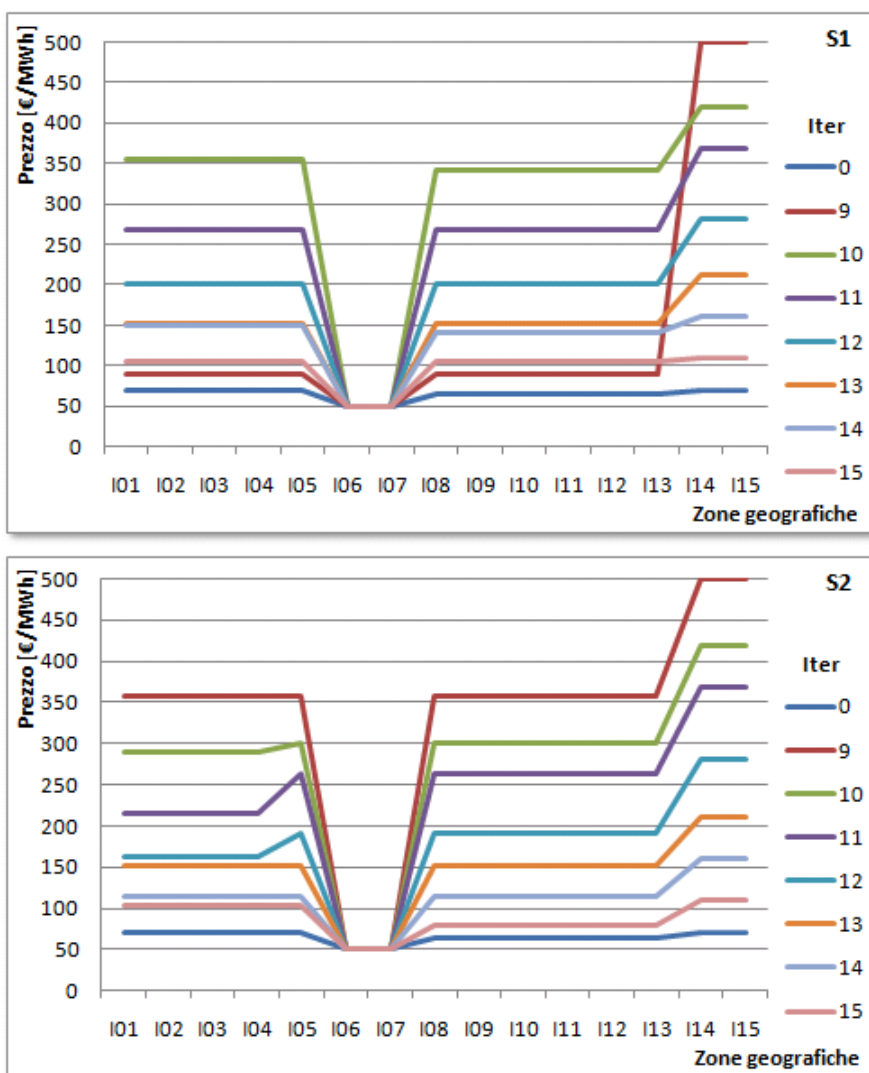


Figura 6.41 - Andamento del prezzo zonale nelle iterazioni suddette, domanda=100%, μ -unico

La copertura di ciascuna società di produzione strategica del carico totale, in percentuale, è rappresentata in figura 6.42.

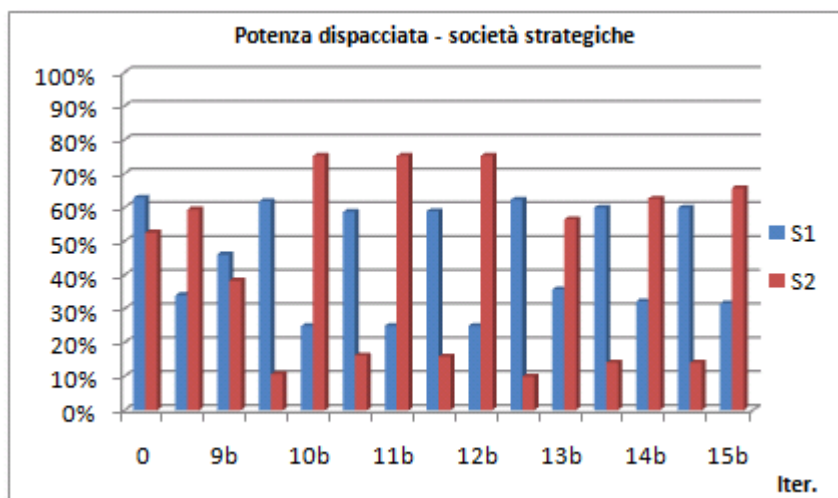


Figura 6.42 - Percentuale di potenza dispacciata, domanda=100%, μ -unico

La percentuale della potenza dispacciata rispetto alla potenza installata per le 3 tipologie di produzione nelle iterazioni suddette è, per le due società strategiche, rappresentata in figura 6.43.

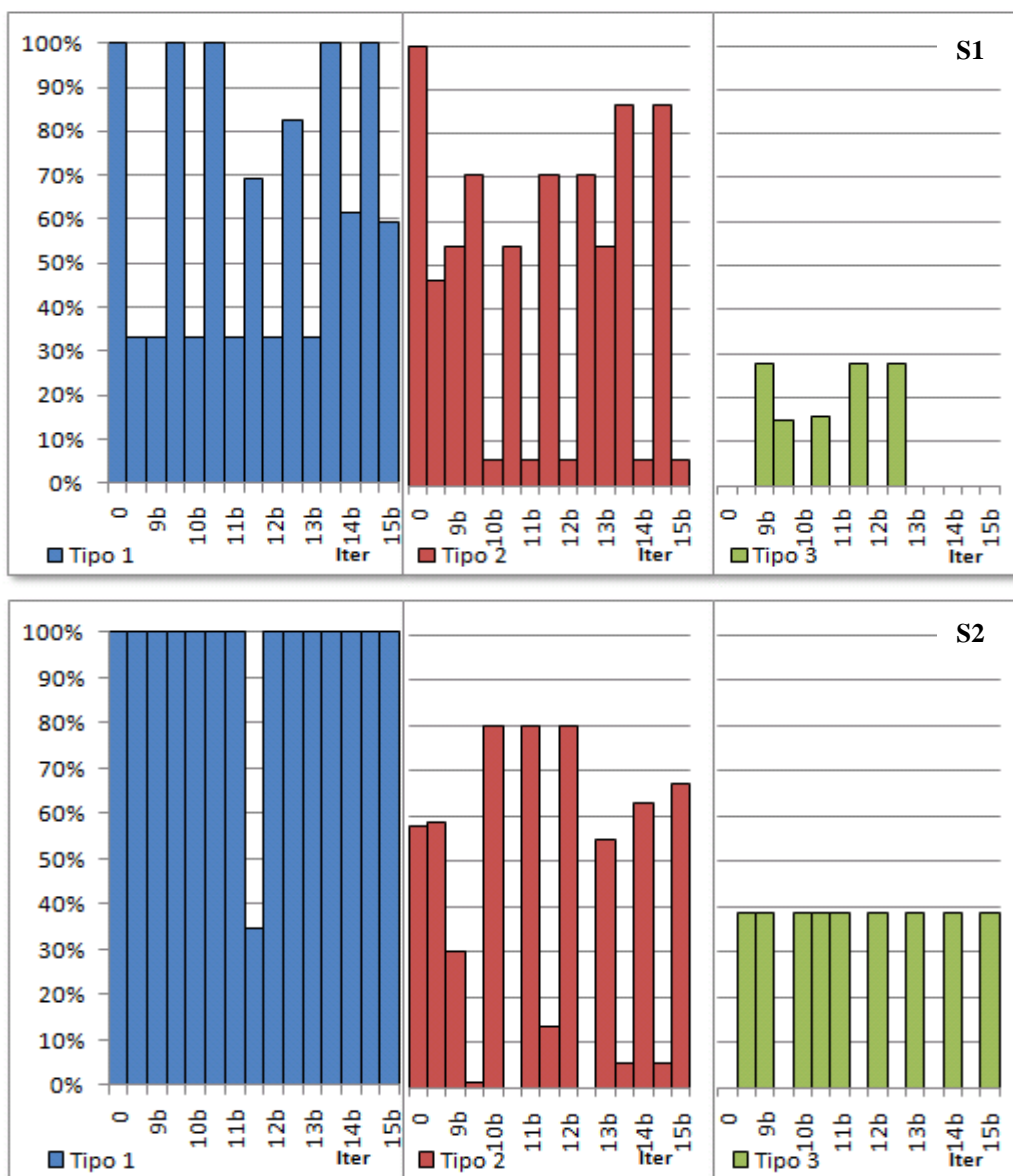


Figura 6.43 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, domanda=100%, μ -unico

Nel caso μ -diff è difficile individuare punti che si ripetono, per cui si considerano tutte le iterazioni da 1 e 16 (figura 6.39). La copertura di ciascuna società di produzione strategica del carico totale, in percentuale, è rappresentata in figura 6.44.

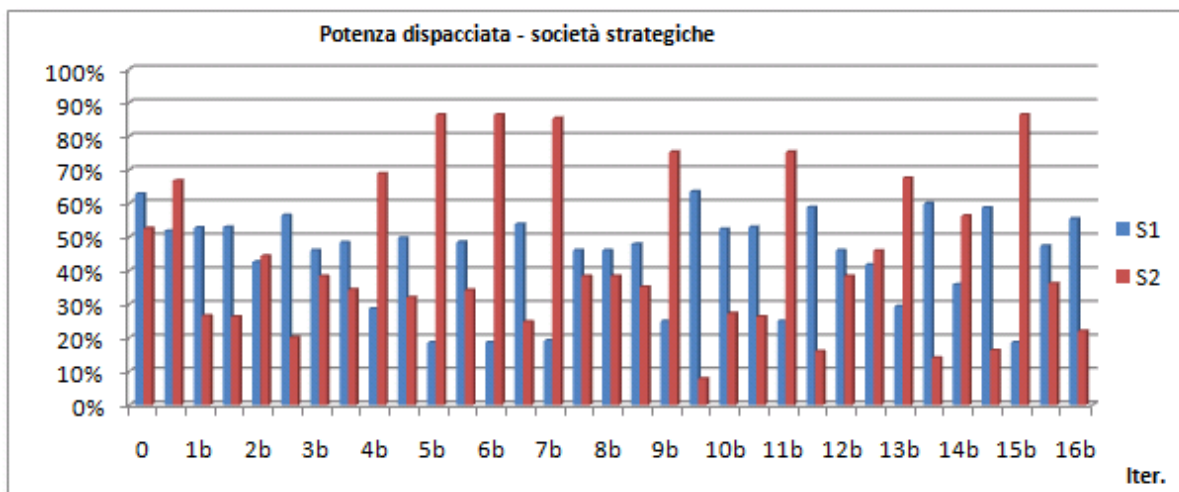


Figura 6.44 - Percentuale di potenza dispacciata, domanda=100%, μ -diff

La percentuale della potenza dispacciata rispetto alla potenza installata per le 3 tipologie di produzione nelle iterazioni suddette è, per le due società strategiche, rappresentata in figura 6.45.

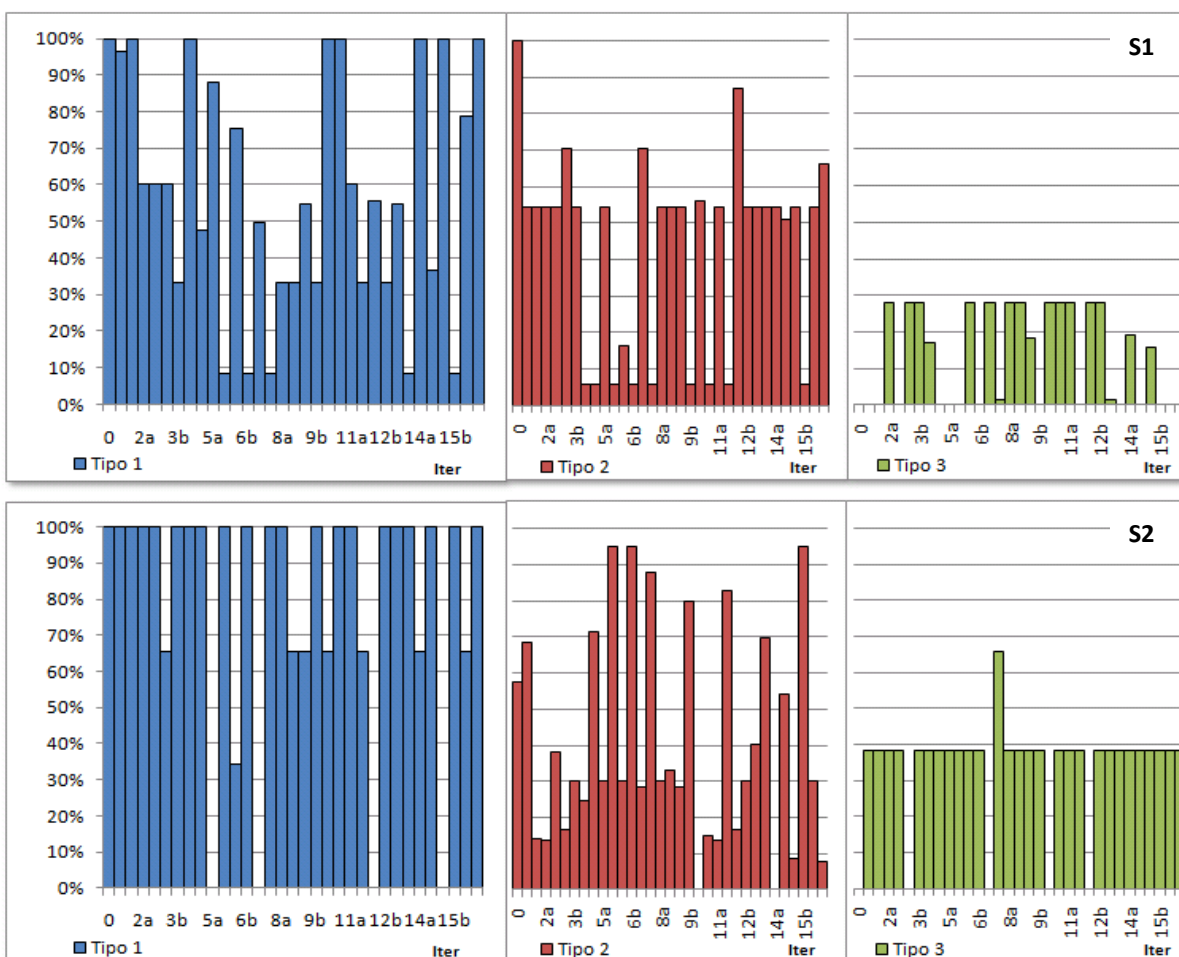


Figura 6.45 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, domanda=100%, μ -diff

6.3.3. Domanda pari al 90%

Iter	μ -unico				μ -diff				μ -unico μ -diff	
	μ_1^N	μ_1^S	μ_2^N	μ_2^S	μ_1^N	μ_1^S	μ_2^N	μ_2^S	Profit ₁	Profit ₂
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	340040	48600
					1.000	1.000	1.000	1.000		
					1.000	1.000	1.000	1.000	340040	48600
1	1.076	1.091	1.004	1.399	1.400	1.300	7.143	1.400	381263.1	73182.73
					7.143	7.143	7.143	7.143		
					7.143	7.143	7.143	6.250	427026.2	1397228
2	1.004	1.399	1.076	1.076	7.143	7.143	6.985	7.032	439171.7	104212
					7.143	7.143	5.101	4.734		
					7.143	7.143	7.143	5.584	4627175	2933059
3	1.000	1.230	1.077	1.076	6.632	6.154	5.937	5.945	425944.8	75505.52
					5.101	6.382	4.391	3.679		
					7.143	7.143	7.143	5.356	3785451	2458683
4	1.074	1.230	1.074	1.074	5.701	4.783	5.322	4.783	426257	78265.62
					4.391	6.120	4.385	3.411		
					7.143	7.143	7.143	4.595	3093260	1960224
5	1.000	1.227	1.075	1.074	5.700	4.434	5.700	4.434	423461.2	74819.5
					4.385	5.251	4.385	3.167		
					7.143	7.143	7.143	4.595	2852991	1833315
6	1.075	1.227	1.075	1.074	5.700	4.117	5.700	4.117	424231.3	78502.3
					4.385	5.251	4.385	2.739		
					7.143	7.143	7.143	4.594	2838920	1771165
7	1.070	1.227	1.070	1.070	5.689	3.559	4.644	3.559	424165.4	76908.35
					3.576	5.241	3.576	2.542		
					7.143	7.143	7.143	4.576	2663817	1446878
8	1.070	1.223	1.070	1.070	4.644	3.303	4.643	3.302	420034.9	76572.43
					3.572	5.229	3.572	2.359		
					7.143	7.143	7.143	4.565	2277591	1394783
9	1.070	1.223	1.070	1.070	4.641	3.057	4.626	3.057	419852.1	76541.28
					3.571	5.217	3.559	2.183		
					7.143	7.143	7.143	4.565	2208226	1342362
10	1.069	1.223	1.069	1.069	4.626	2.838	4.626	2.834	419691.3	76336.67
					3.559	5.217	3.520	2.027		
					7.143	7.143	7.143	4.565	2142666	1299411
11	1.065	1.222	1.065	1.065	4.625	2.510	4.576	2.473	419208.2	74963.67
					3.520	5.216	3.520	1.793		
					7.143	7.143	7.143	1.000	2035033	1224877
12	1.077	1.217	1.077	1.065	4.493	2.280	4.414	1.000	417168.5	77923.42
					7.143	6.971	7.143	1.568		
					7.143	1.888	2.080	6.090	1646599	993393.1
13	1.077	1.217	1.034	1.065	7.143	7.143	7.143	7.143	420934.3	77922.43
					7.143	6.960	5.102	5.494		
					7.143	7.143	7.143	6.087	2519111	2921212
14	1.076	1.216	1.076	1.064	6.633	6.633	6.619	6.573	416856.1	77661.22
					5.102	6.957	4.738	4.715		
					7.143	7.143	7.143	6.075	3963053	2703950
15	1.076	1.216	1.000	1.064	6.157	6.129	6.129	6.129	420176.7	77655.78
					4.738	6.943	4.378	4.714		
					7.143	7.143	7.143	6.075	3672657	2488797
16	1.075	1.202	1.074	1.052	5.690	5.69	5.689	5.689	414451.3	75720.33
					4.377	6.943	4.064	4.377		
					7.143	7.143	7.143	5.867	3402851	2301875
17	1.000	1.202	1.077	1.052	4.574	5.278	4.573	5.278	413114.6	72558.57
					3.677	6.705	3.267	4.060		
					7.143	7.143	7.143	5.867	3123794	1839619
18	1.000	1.202	1.077	1.052	4.247	5.278	4.173	5.276	414652	72566.32
					3.267	6.705	2.981	4.060		
					2.609	7.143	7.143	1.000	2562034	1691922
19	1.000	1.202	1.077	1.052	3.861	5.276	3.861	5.275	414668.2	72566.31
					2.981	7.143	2.785	4.058		
					2.422	7.143	7.143	6.250	2016185	1605927
20	1.077	1.202	1.077	1.052	3.583	5.275	3.455	5.227	414667.2	76331.77
					2.756	7.143	2.559	4.047		
					2.241	7.143	7.143	6.250	2291911	1502214

Tabella 6.13 – Esito simulazione, domanda 90%

Dalla tabella si estrapolano gli andamenti dei profitti per le società strategiche.

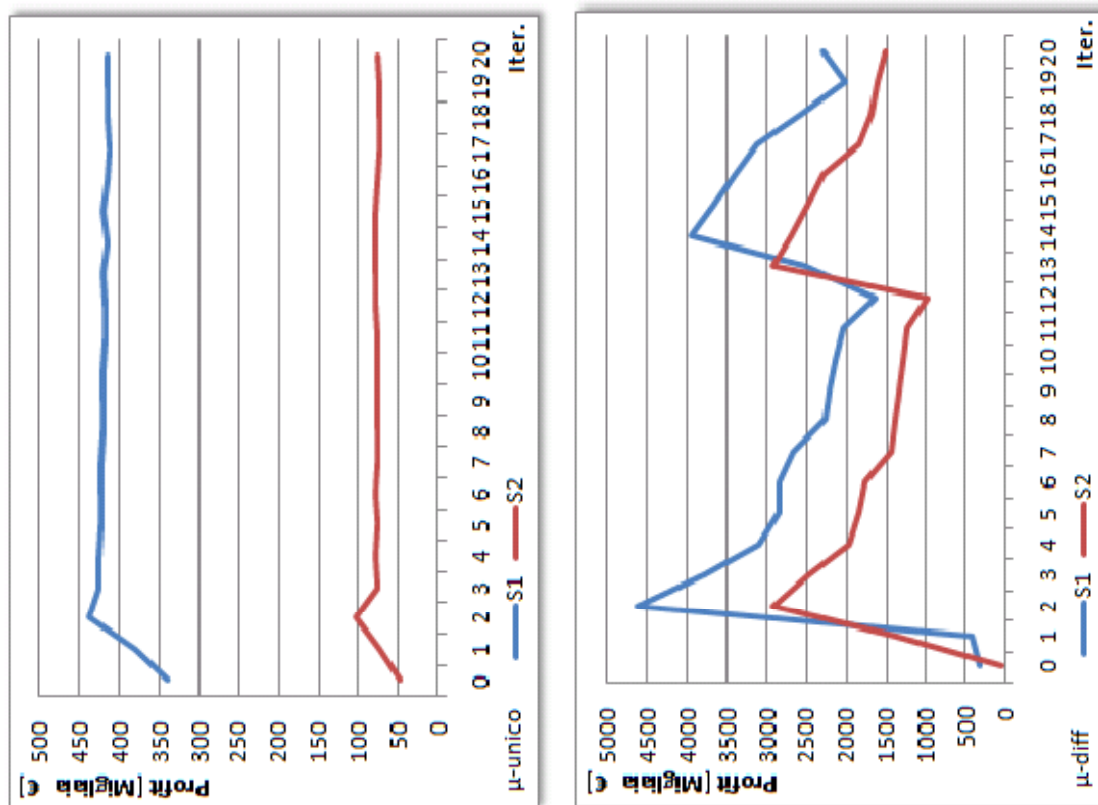


Figura 6.46 – Andamento dei profitti delle società strategiche in funzione delle iterazioni, $d=90\%$

Si riporta in un grafico la quantità di potenza installata per zona geografica e il relativo fabbisogno elettrico (figura 6.47).

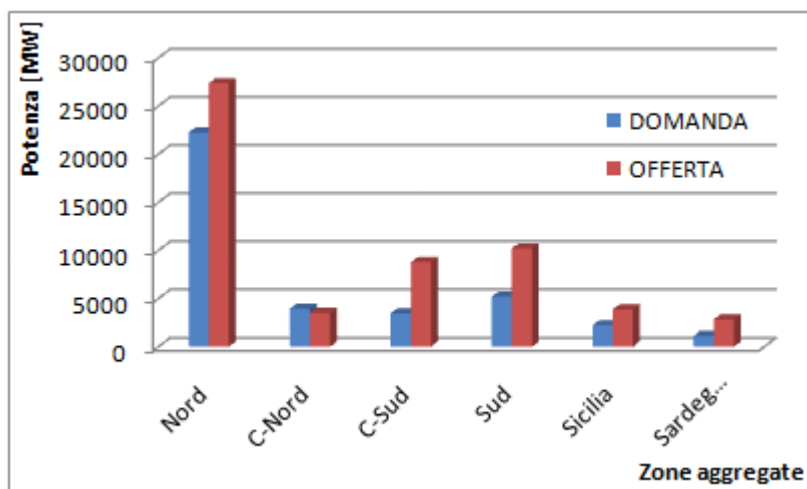


Figura 6.47 - Confronto tra domanda ed offerta zonale, $domanda=90\%$

Nel caso μ -unico si genera un unico equilibrio di Nash, corrispondente all'iterazione 20. Osservando che l'andamento di profitti e prezzi, dopo la relativa crescita iniziale, rimane pressoché costante, il prezzo di vendita risulta in figura 6.48.

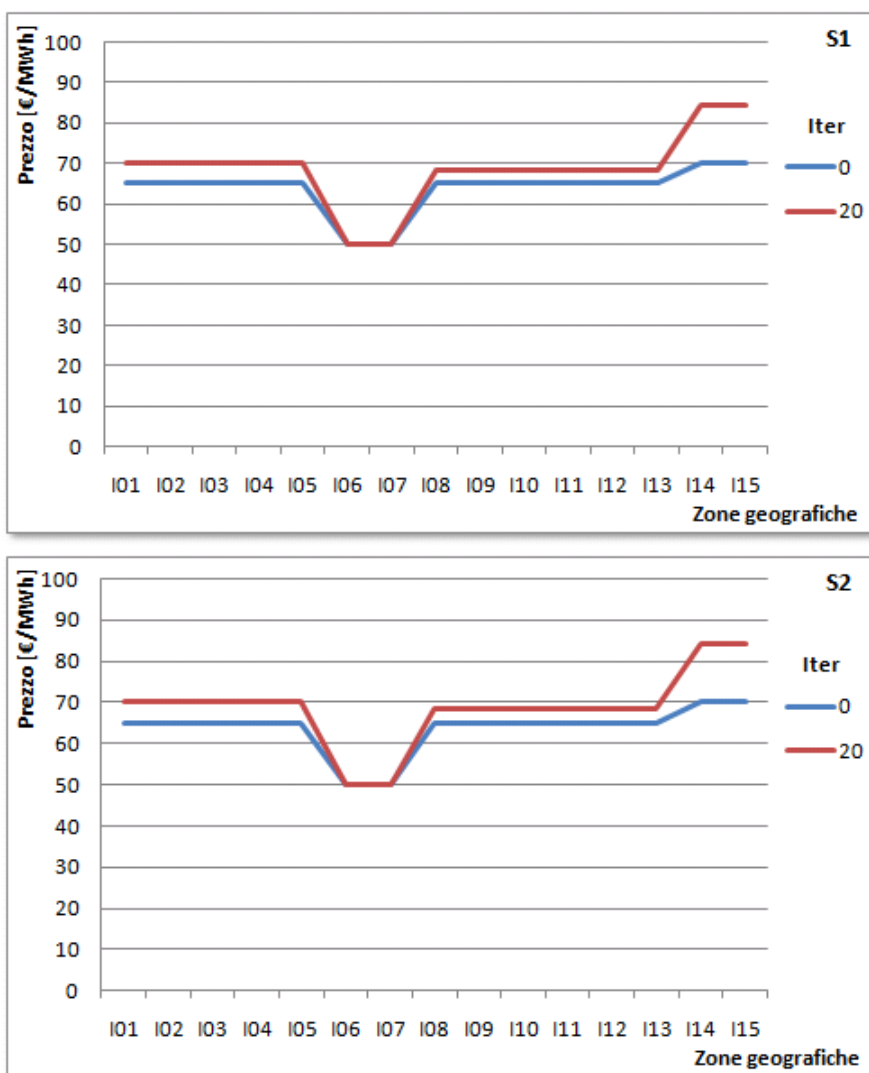


Figura 6.48 - Andamento del prezzo zonale nelle iterazioni suddette, domanda=90%, μ -unico

La copertura di ciascuna società di produzione strategica del carico totale, in percentuale è, per le due società strategiche, rappresentata in figura 6.49.

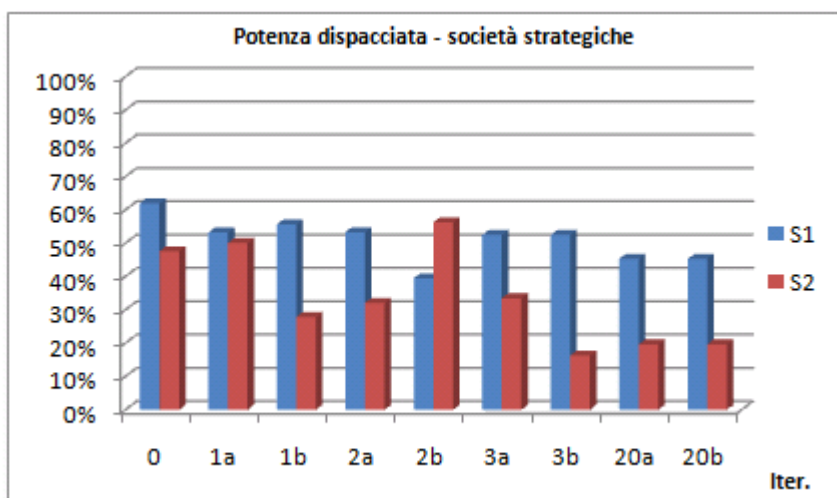


Figura 6.49 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=90\%$, μ -unico

La percentuale della potenza dispacciata rispetto alla potenza installata per le 3 tipologie di produzione nelle iterazioni suddette è, per le due società strategiche rappresentata in figura 6.50.

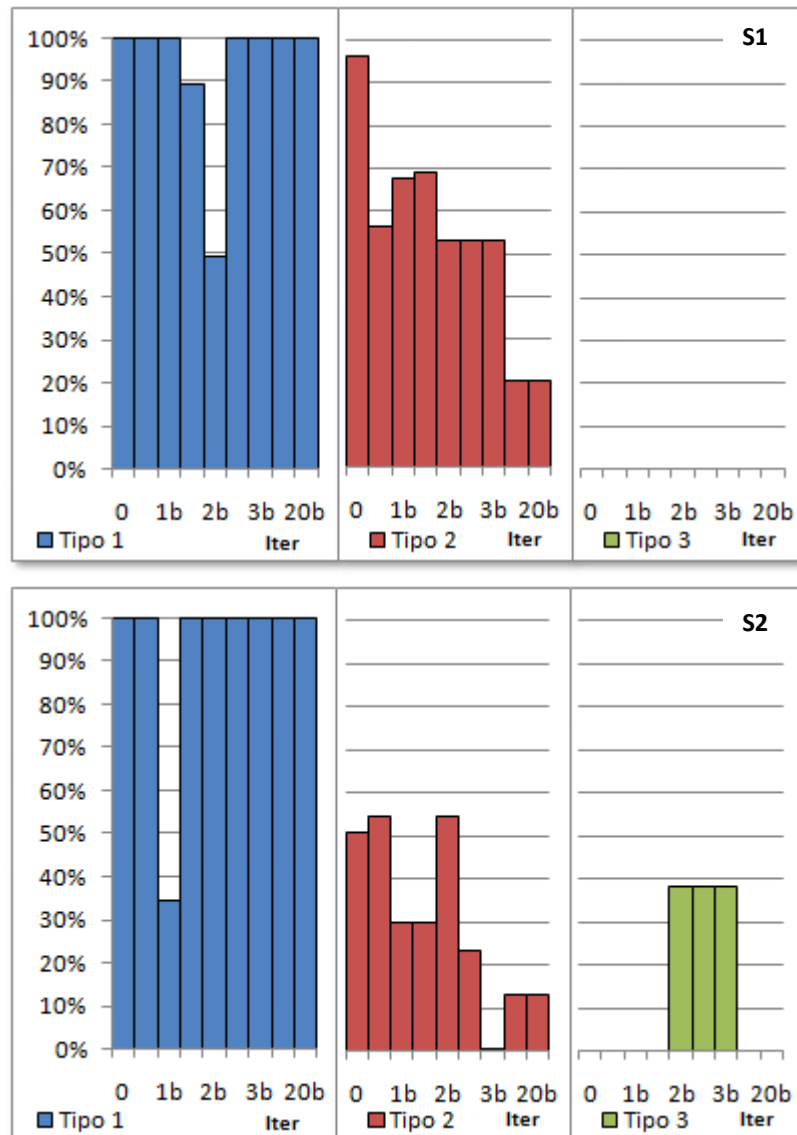


Figura 6.50 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, domanda=90%, μ -unico

Nel caso μ -diff si osserva come nel periodo considerato ci siano due oscillazioni (figura 6.46). Considerando il primo picco del profitto, più alto, e il successivo punto di minimo, i prezzi di vendita zonali sono rappresentati in figura 6.51.

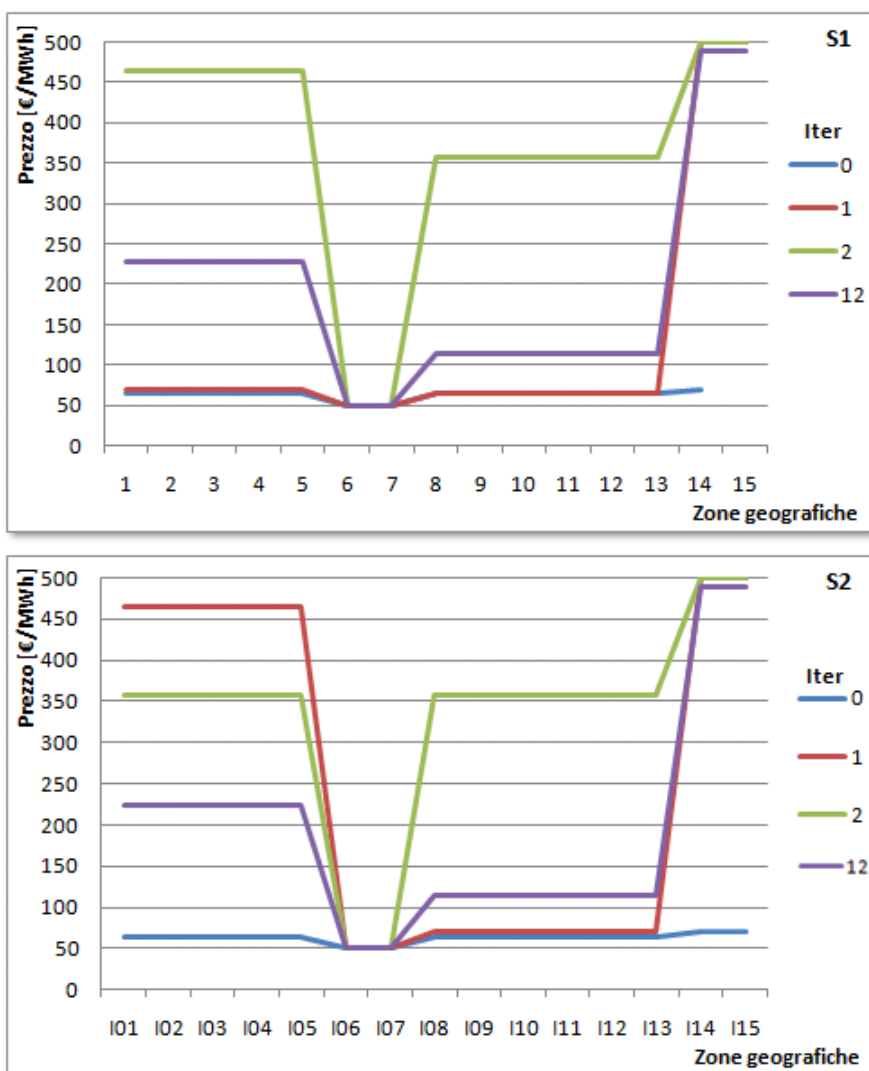


Figura 6.51 - Andamento del prezzo zonale nelle iterazioni suddette, domanda=90%, μ -diff

La copertura di ciascuna società di produzione strategica del carico totale, in percentuale è, per le due società strategiche rappresentata in figura 6.52.

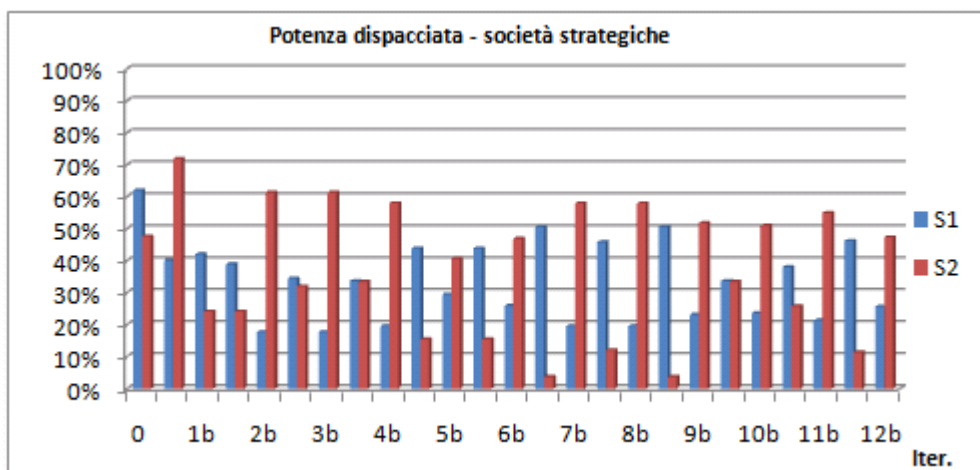


Figura 6.52 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=90\%$, μ -diff

La percentuale della potenza dispacciata rispetto alla potenza installata per le 3 tipologie di produzione nelle iterazioni suddette è, per le due società strategiche, rappresentata in figura 6.53.

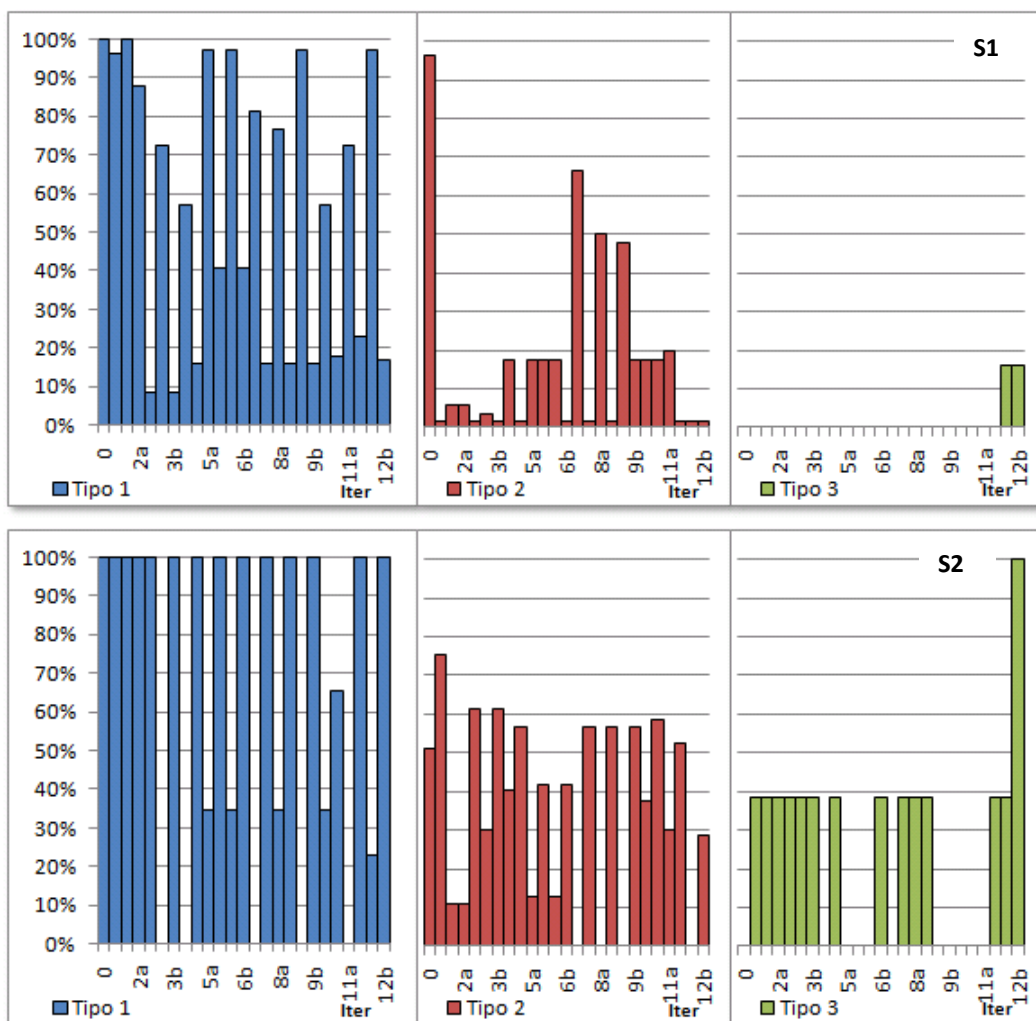


Figura 6.53 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, domanda=90%, μ -diff

Poiché l'andamento dei profitti nel modello μ -unico non è confrontabile con l'esito del modello μ -diff, non è possibile effettuare un confronto tra gli impianti dispacciati.

6.3.4. Domanda pari al 80%

Iter	μ -unico				μ -diff				μ -unico μ -diff	
	μ_1^N	μ_1^S	μ_2^N	μ_2^S	μ_1^N	μ_1^S	μ_2^N	μ_2^S	Profit ₁	Profit ₂
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	340040	48600
					1.000	1.000	1.000	1.000	340040	48600
1	1.400	1.143	1.076	1.000	1.400	1.300	7.143	1.400	357651.8	69954.64
					7.143	7.143	7.143	7.143	427026.2	1397228
2	1.074	1.143	1.074	1.067	7.143	7.143	6.985	7.032	384967.3	65667.05
					7.143	7.143	5.101	4.734	4627175	2933059
3	1.073	1.219	1.073	1.067	6.632	6.154	5.937	5.945	390007.7	70557.12
					5.101	6.382	4.391	3.679	3785451	2458683
4	1.073	1.219	1.073	1.066	5.701	4.783	5.322	4.783	389964.3	70519.65
					4.391	6.120	4.385	3.411	3093260	1960224
5	1.073	1.217	1.073	1.063	5.700	4.434	5.700	4.434	389835.8	70217.72
					4.385	5.251	4.385	3.167	2852991	1833315
6	1.072	1.215	1.067	1.000	5.700	4.117	5.700	4.117	389030.5	68686.4
					4.385	5.251	4.385	2.739	2838920	1771165
7	1.066	1.143	1.066	1.000	5.689	3.559	4.644	3.559	381138.2	63787.62
					3.576	5.241	3.576	2.542	2663817	1446878
8	1.065	1.143	1.065	1.300	4.644	3.303	4.643	3.302	380605.9	63516.57
					3.572	5.229	3.572	2.359	2277591	1394783
9	1.001	1.384	1.065	1.061	4.641	3.057	4.626	3.057	400258.3	85756.95
					3.571	5.217	3.559	2.183	2208226	1342362
10	1.063	1.123	1.063	1.000	4.626	2.838	4.626	2.834	384845.1	67805.57
					3.559	5.217	3.559	2.027	2142666	1299411
11	1.061	1.143	1.061	1.300	4.625	2.510	4.576	2.473	378858.2	62654.23
					3.520	5.216	3.520	1.793	2035033	1224877
12	1.061	1.380	1.061	1.061	4.493	2.280	4.414	1.000	400844.8	95271.32
					7.143	6.971	7.143	1.568	1646599	993393.1
13	1.061	1.206	1.061	1.055	7.143	7.143	7.143	7.143	383260.1	66816.89
					7.143	6.960	5.102	5.494	2519111	2921212
14	1.061	1.206	1.061	1.000	6.633	6.633	6.619	6.573	383259.8	66816.73
					5.102	6.957	4.738	4.716	3963053	2703950
15	1.060	1.143	1.060	1.298	6.157	6.129	6.129	6.129	378376.8	62418.58
					4.738	6.943	4.378	4.714	3672657	2488797
16	1.000	1.378	1.005	1.060	5.690	5.690	5.689	5.689	396093.8	83794.89
					4.377	6.943	4.064	4.377	3402851	2301875
17	1.400	1.212	1.007	1.000	4.574	5.278	4.573	5.278	362701.4	74669.29
					3.677	6.705	3.267	4.060	3123794	1839619
18	1.077	1.143	1.007	1.000	4.247	5.278	4.173	5.276	386072.4	66212.07
					3.267	6.705	2.981	4.060	2562034	1691922
19	1.077	1.142	1.077	1.000	3.861	5.276	3.861	5.275	386012.2	66212.07
					2.981	7.143	2.758	4.058	2016185	1605927
20	1.077	1.143	1.077	1.300	3.583	5.275	3.455	5.227	386064.9	66211.94
					2.241	7.143	7.143	6.250	2291911	1502214

Tabella 6.14 – Esito simulazione, domanda 80%

Dalla tabella si estrapolano gli andamenti dei profitti per le società strategiche.

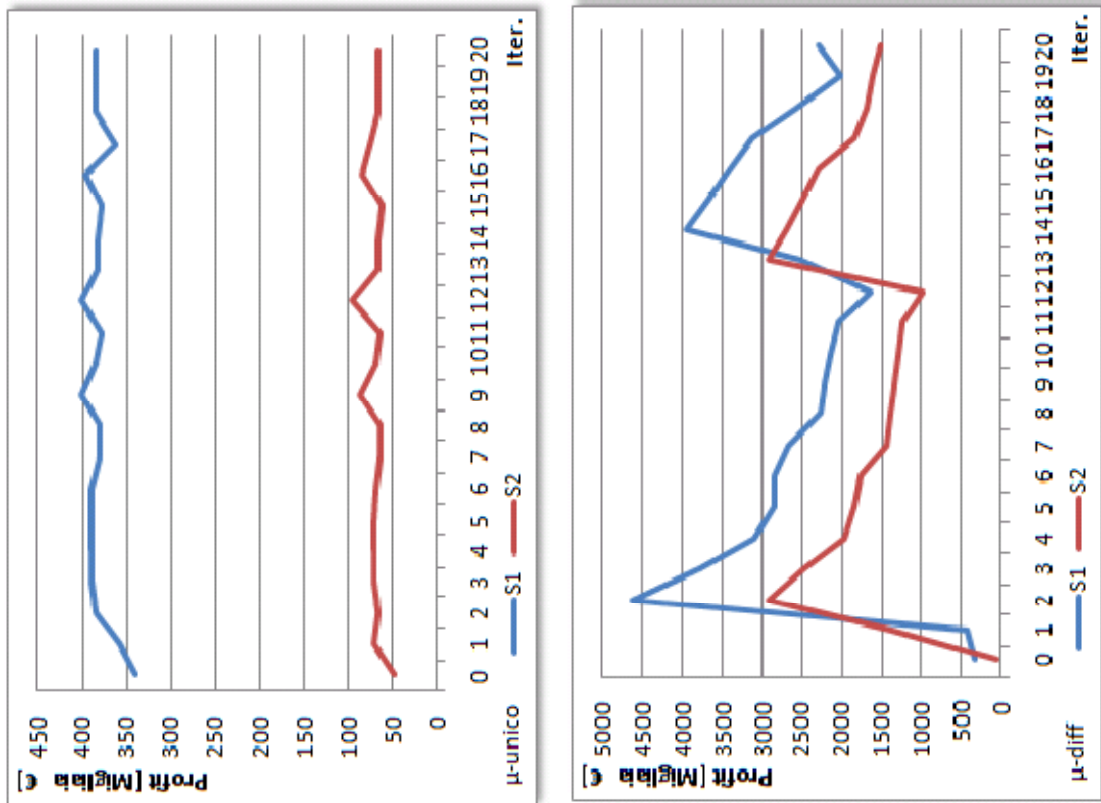


Figura 6.54 - Andamento dei profitti delle società strategiche in funzione delle iterazioni, $d=80\%$

Si riporta in un grafico la quantità di potenza installata per zona geografica e il relativo fabbisogno elettrico (figura 6.55).

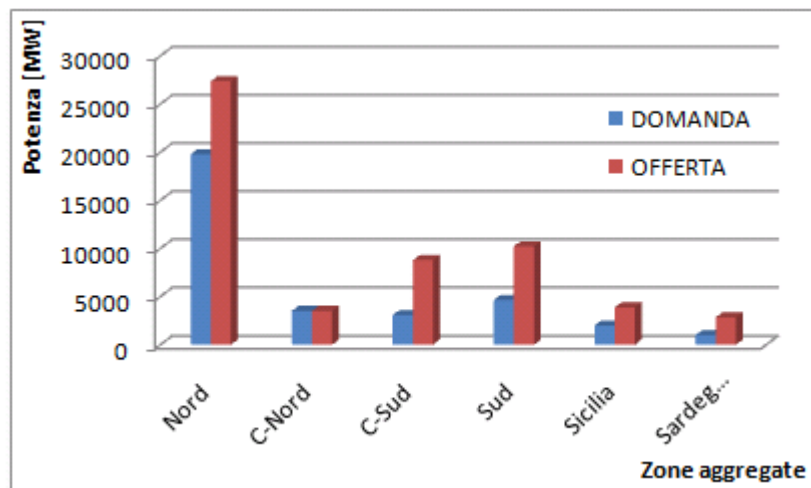


Figura 6.55 - Confronto tra domanda ed offerta zonale, $d=80\%$

Nel caso μ -unico, osservando che l'andamento di profitti e prezzi si mantiene pressoché costante nel periodo considerato, il prezzo di vendita è rappresentato in figura 6.56.

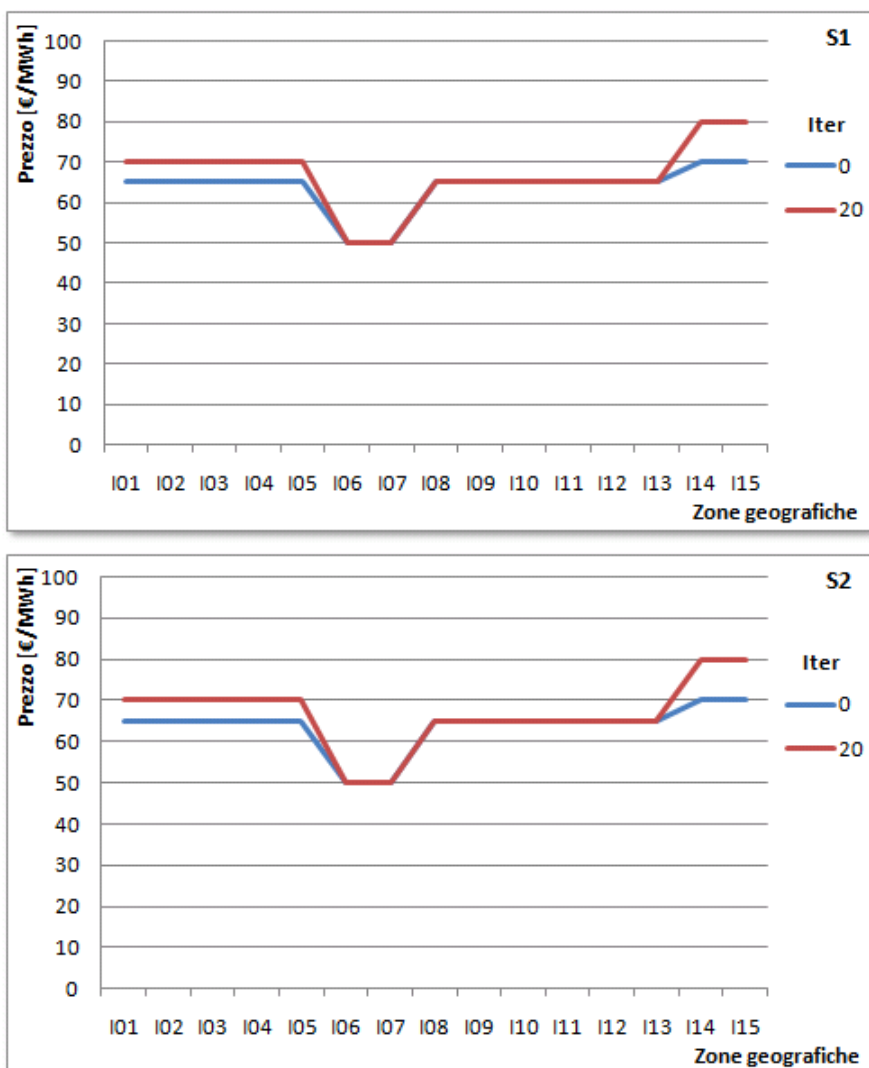


Figura 6.56 - Andamento del prezzo zonale nelle iterazioni suddette, domanda=80%, μ -unico

La copertura di ciascuna società di produzione strategica del carico totale, in percentuale è, per le due società strategiche, rappresentata in figura 6.57.

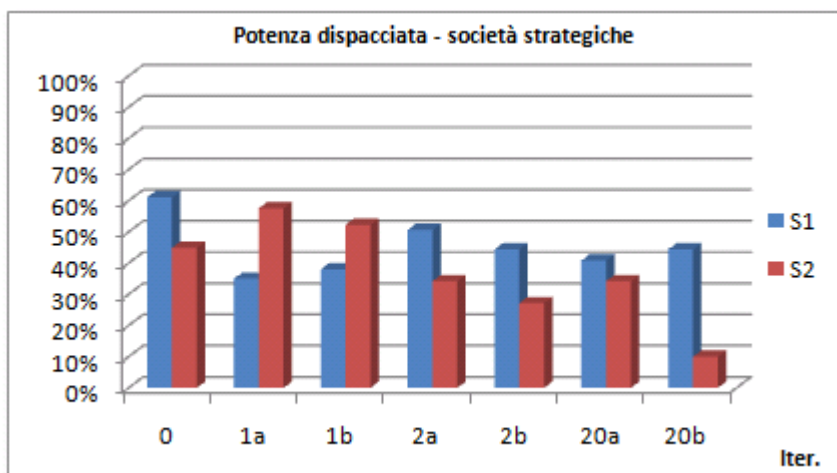


Figura 6.57 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=80\%$, μ -unico

La percentuale della potenza dispacciata rispetto alla potenza installata per le 3 tipologie di produzione nelle iterazioni suddette è, per le due società strategiche, rappresentata in figura 6.58.

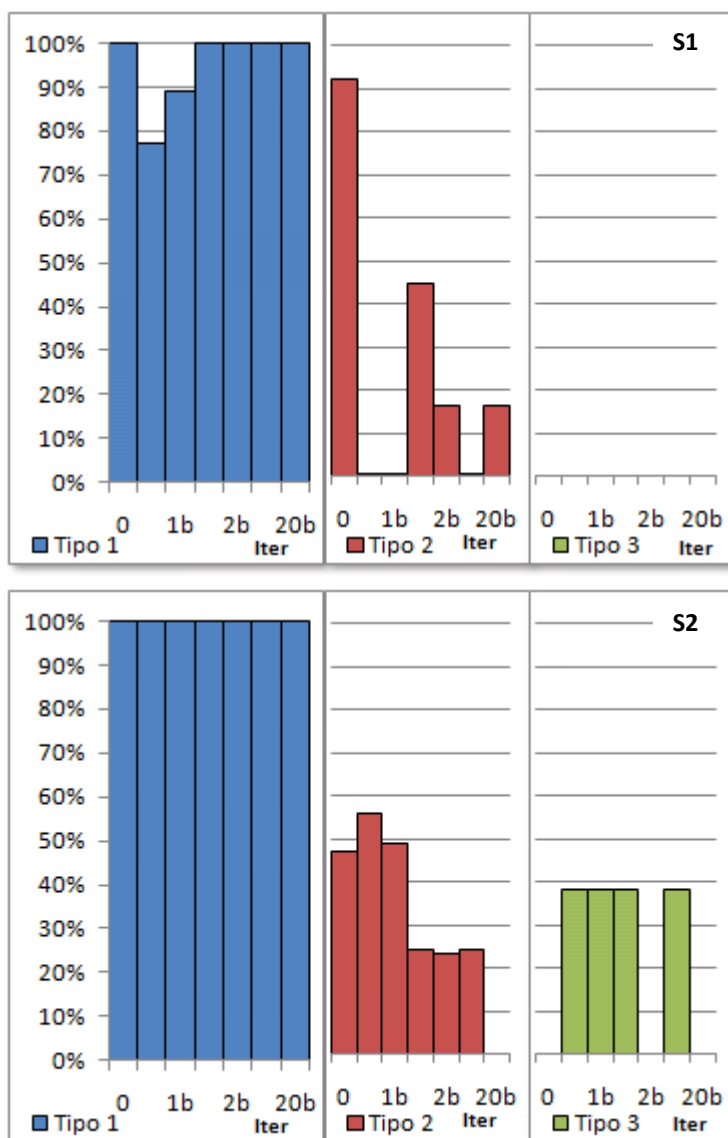


Figura 6.58 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, domanda=80%, μ -unico

Nel caso μ -diff si osserva come nel periodo considerato ci siano due oscillazioni (fig.6.54). Considerando il primo picco del profitto, più alto, e il successivo punto di minimo, il prezzo di vendita zonale risulta in figura 6.59.

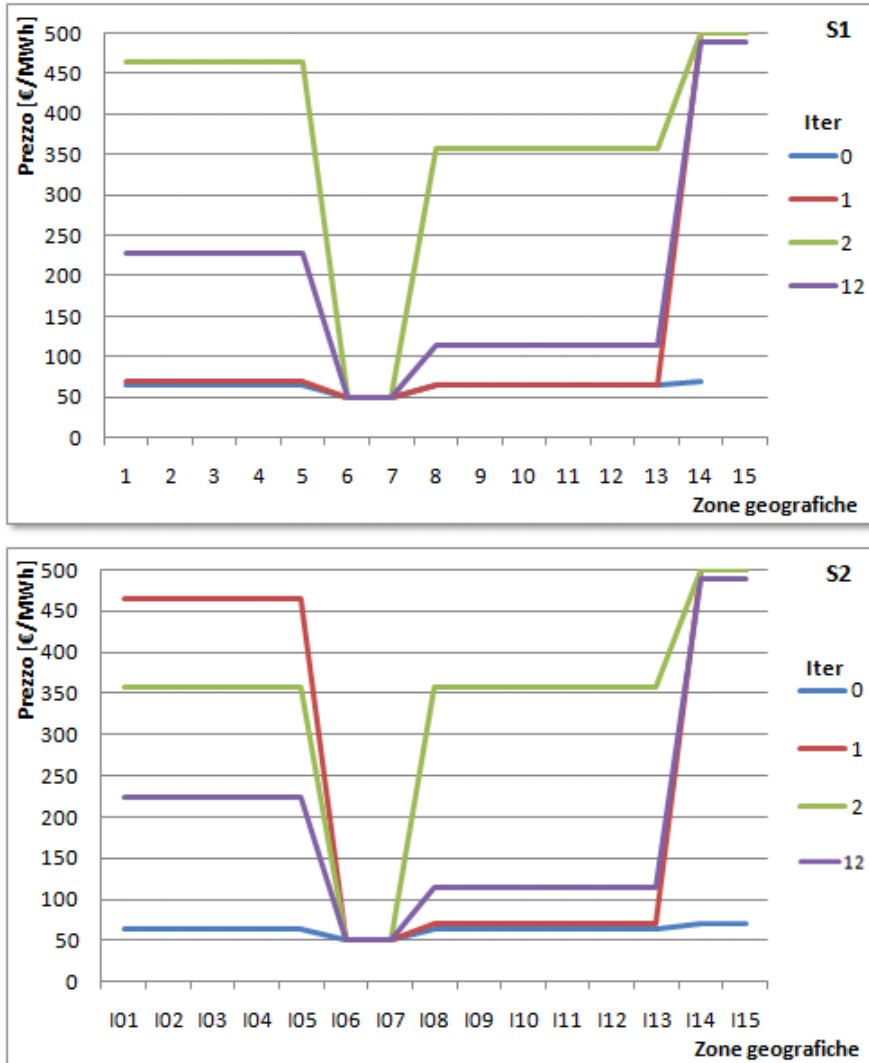


Figura 6.59 - Andamento del prezzo zonale nelle iterazioni suddette, domanda=80%, μ -diff

La copertura di ciascuna società di produzione strategica del carico totale, in percentuale è, per le due società strategiche, rappresentata in figura 6.60.

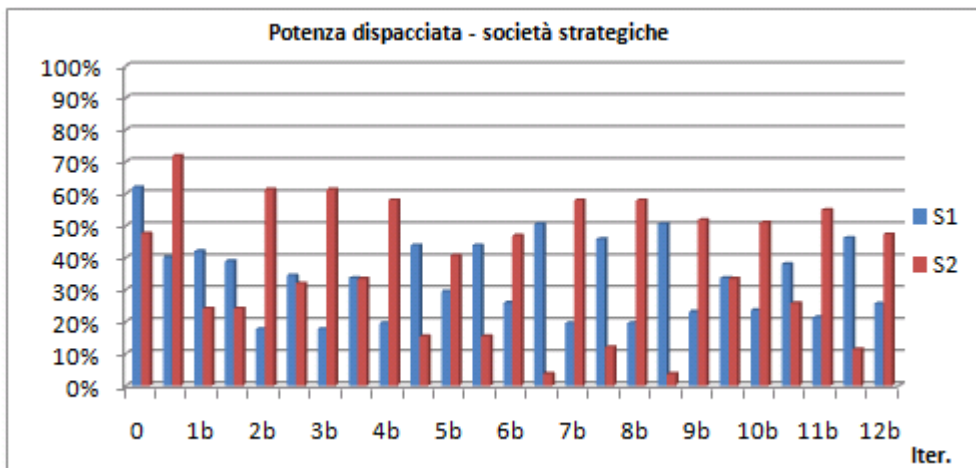


Figura 6.60 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=80\%$, μ -diff

La percentuale della potenza dispacciata rispetto alla potenza installata per le 3 tipologie di produzione nelle iterazioni suddette è, per le due società strategiche, rappresentata in figura 6.61.

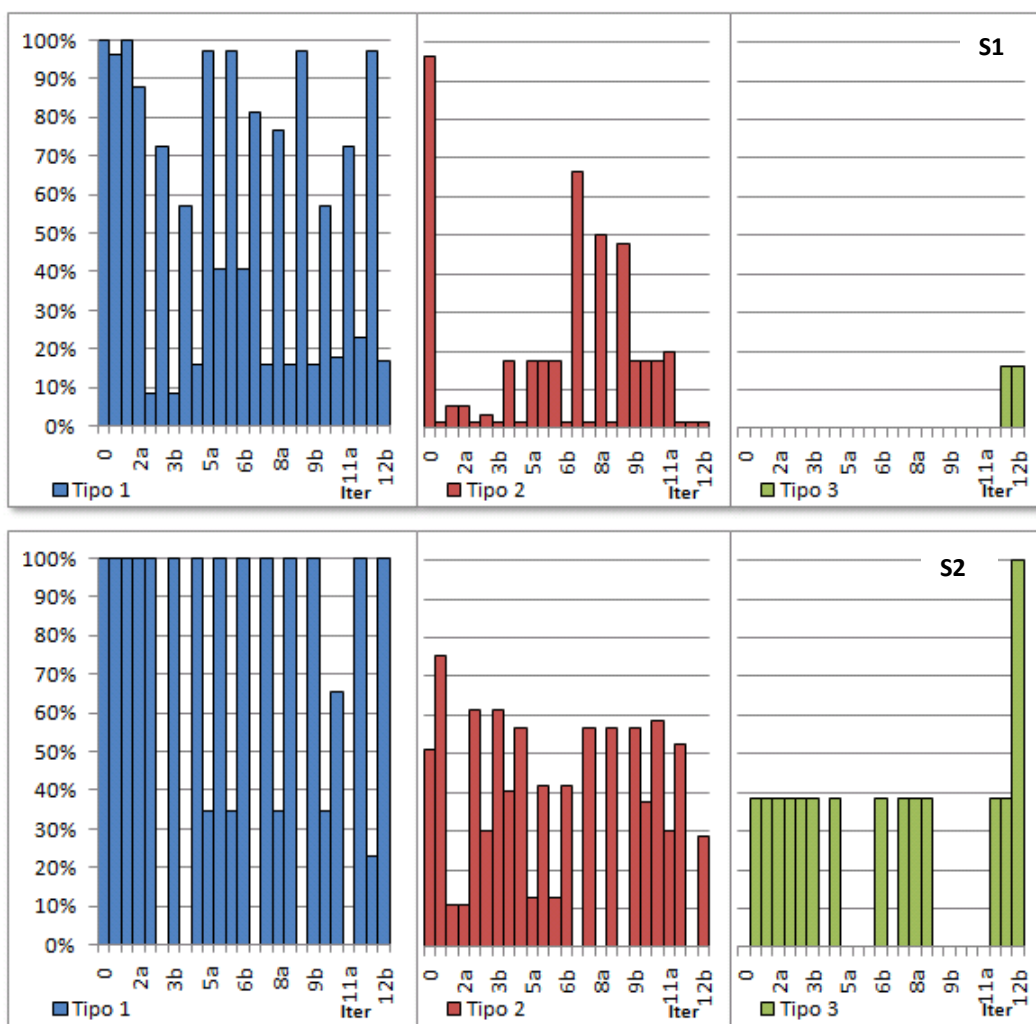


Figura 6.61 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, domanda=80%, μ -diff

Poiché l'andamento dei profitti nel modello μ -unico non è confrontabile con l'esito del modello μ -diff, non è possibile effettuare un confronto tra gli impianti dispacciati.

6.3.5. Domanda pari al 70%

Iter	μ -unico				μ -diff				μ -unico μ -diff	
	μ_1^N	μ_1^S	μ_2^N	μ_2^S	μ_1^N	μ_1^S	μ_2^N	μ_2^S	Profit ₁	Profit ₂
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	340040	48600
					1.000	1.000	1.000	1.000		
					1.000	1.000	1.000	1.000	340040	48600
1	1.299	1.143	1.300	1.300	1.300	1.300	1.300	1.075	347883.2	48600
					7.143	1.121	5.182	5.810		
					7.143	7.143	7.143	7.143	346687.8	48600
2	1.400	1.300	1.077	1.137	1.392	1.062	1.339	1.119	373904.9	68238.86
					7.143	7.143	7.143	7.143		
					7.143	7.143	7.143	6.250	619829.3	285034.3
3	1.400	1.300	1.055	1.137	1.400	1.300	1.392	1.048	373879.3	68232.23
					7.143	7.143	7.143	7.143		
					7.143	7.143	7.143	6.250	621591.8	285399.4
4	1.400	1.300	1.055	1.137	1.391	1.299	1.338	1.300	373878.7	56967.29
					7.143	7.143	7.143	7.143		
					7.143	7.143	7.143	6.250	625055	285016.6
5	1.372	1.300	1.055	1.137	1.400	1.298	1.000	1.085	367841.9	64912.19
					7.143	7.143	7.143	7.143		
					7.143	7.143	7.143	6.250	621591.8	285380.3
6	1.372	1.299	1.055	1.137	1.400	1.300	1.000	1.217	367793.7	64867.8
					7.143	7.142	7.143	7.142		
					7.143	7.143	7.143	6.250	621570.6	285377.9
7	1.372	1.299	1.055	1.137	1.400	1.300	1.000	1.000	367793.4	64867.52
					7.143	7.142	7.143	7.143		
					7.143	7.143	7.143	6.250	621567.9	285377.9
8	1.372	1.299	1.321	1.137	1.389	1.300	1.000	1.125	367787.2	59650.62
					7.143	7.142	7.143	7.143		
					4.425	7.143	7.143	6.249	619118.5	284866.6
9	1.400	1.299	1.399	1.137	1.400	1.000	1.000	1.291	373843.9	60905.26
					7.143	7.142	7.143	7.143		
					7.143	7.143	7.143	6.249	621562.2	285372.8
10	1.399	1.299	1.076	1.136	1.000	1.137	1.282	1.300	378870.7	68121.3
					3.257	7.143	7.143	7.143		
					7.143	7.143	7.143	6.249	604168.1	280967.8
11	1.399	1.299	1.076	1.136	1.400	1.298	1.000	1.064	373713.3	68071.74
					7.143	7.142	7.143	7.143		
					7.143	7.143	7.143	6.249	621555.1	285366.3
12	1.399	1.299	1.076	1.136	1.395	1.300	1.000	1.207	373625.8	68070.02
					7.143	7.142	7.143	7.143		
					7.143	7.143	7.143	6.249	620588	285165.8
13	1.399	1.299	1.076	1.136	1.400	1.297	1.007	1.098	373625.8	68069.97
					7.143	7.142	1.061	7.143		
					7.143	7.143	7.143	6.249	621554.8	290228.9
14	1.399	1.299	1.076	1.136	1.379	1.300	1.000	1.000	373624	68068.97
					7.143	7.142	1.059	1.000		
					7.143	1.000	7.143	6.244	617141.7	289684
15	1.399	1.299	1.076	1.136	1.376	1.295	1.371	1.295	373601.8	67967.09
					7.143	7.136	7.143	7.143		
					7.143	7.143	7.143	6.244	616302.8	284113.1
16	1.398	1.299	1.075	1.136	1.400	1.300	1.000	1.236	373439	67943.92
					7.143	7.136	7.143	7.035		
					7.143	7.143	7.143	6.244	621316.9	285151.8
17	1.398	1.299	1.356	1.136	1.395	1.300	1.000	1.000	373396.8	60802.48
					7.143	7.136	7.143	7.143		
					7.143	7.143	7.143	6.244	620343	284942.3
18	1.395	1.299	1.072	1.136	1.400	1.300	1.120	1.300	372775.7	67483.14
					7.143	7.136	7.143	7.143		
					7.143	7.143	7.143	6.244	621302.2	285141
19	1.394	1.299	1.072	1.136	1.400	1.295	1.400	1.300	372558.4	67482.8
					7.143	7.136	7.143	7.143		
					7.143	7.143	7.143	6.244	621302.6	285136.1
20	1.394	1.299	1.072	1.136	1.000	1.278	7.127	1.000	372558.2	67482.44
					7.143	7.136	7.143	7.143		
					7.143	7.143	7.143	6.244	626350.5	278416.1

Tabella 6.15 – Esito simulazione, domanda 70%

Dalla tabella si estrapolano gli andamenti dei profitti per le società strategiche.

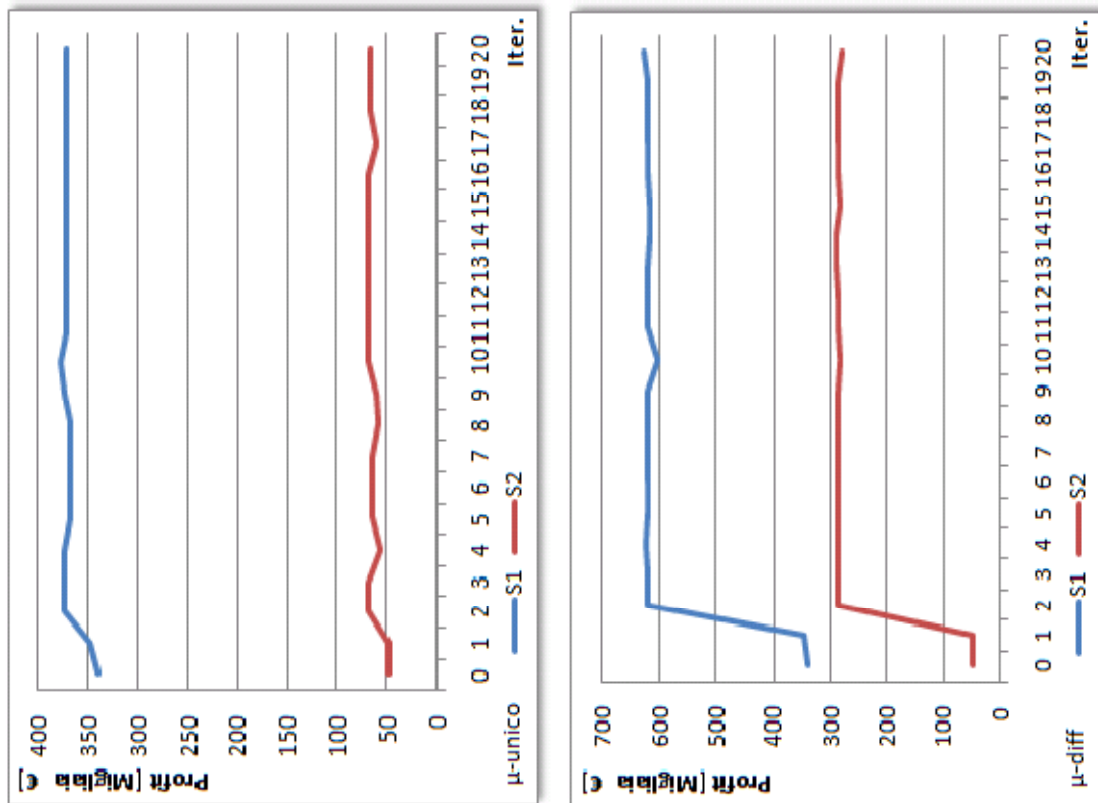


Figura 6.62 – Andamento dei profitti delle società strategiche in funzione delle iterazioni, $d=70\%$

Si riporta in un grafico la quantità di potenza installata per zona geografica e il relativo fabbisogno elettrico (figura 6.63).

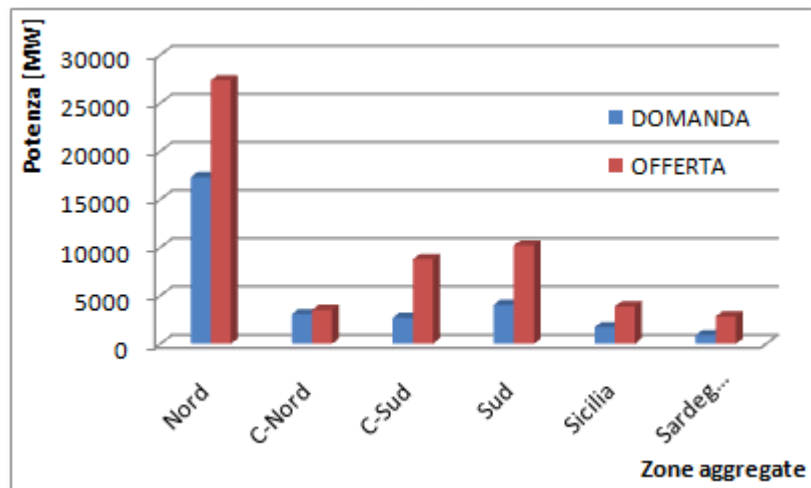


Figura 6.63 - Confronto tra domanda ed offerta zonale, domanda=70%

Nel caso μ -unico, osservando un andamento pressoché costante, il prezzo di vendita zonale risulta in figura 6.64.

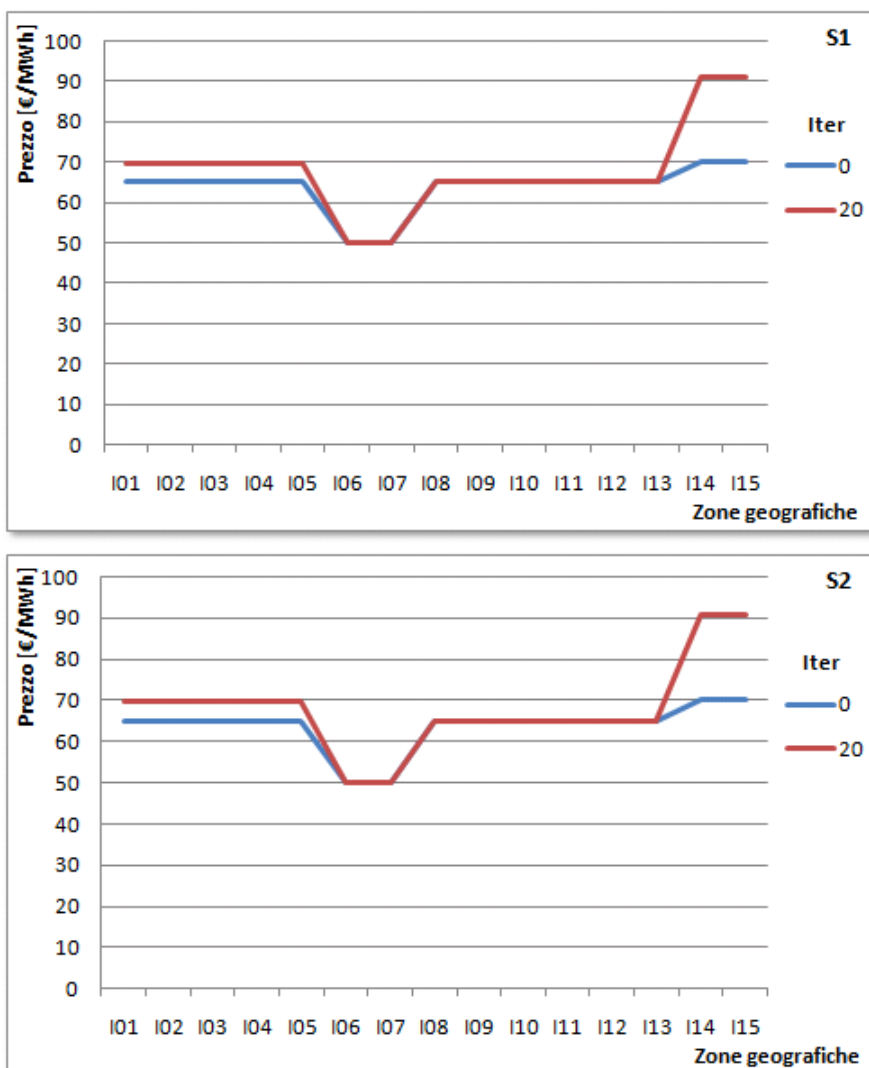


Figura 6.64 - Andamento del prezzo zonale nelle iterazioni suddette, domanda=70%, μ -unico

Le potenze dispacciate risultano, in percentuale alla potenza installata, rappresentate in figura 6.65.

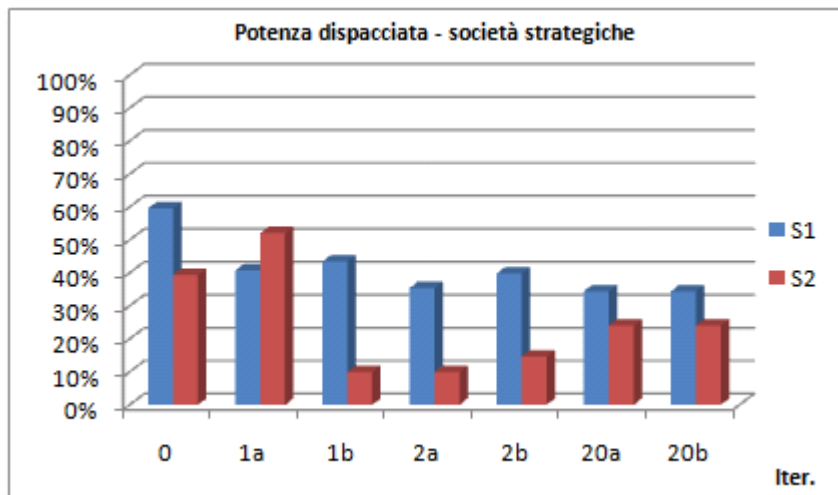


Figura 6.65 - Percentuale di potenza dispacciata, $d=70\%$, μ -unico

La percentuale della potenza dispacciata rispetto alla potenza installata per le 3 tipologie di produzione nelle iterazioni suddette è, per le due società strategiche, rappresentata in figura 6.66.

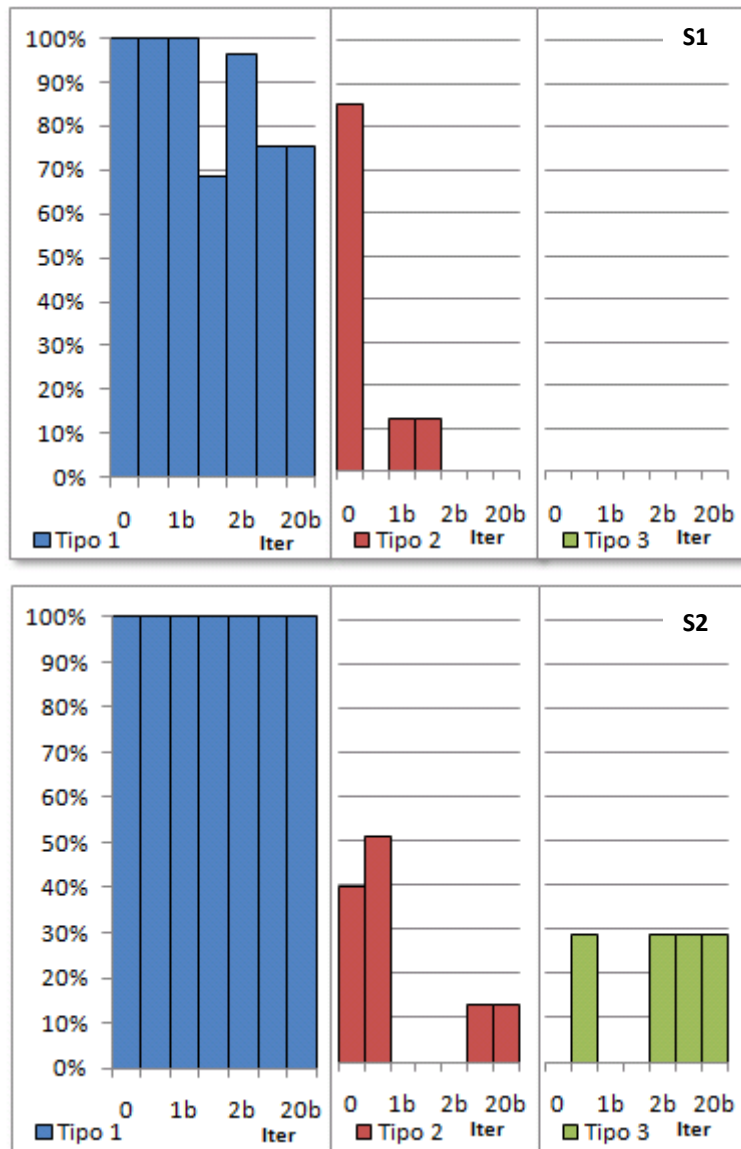


Figura 6.66 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, domanda=70%, μ -unico

Nel caso μ -diff, dopo un aumento repentino del profitto nelle prime iterazioni, l'andamento si mantiene su livelli costanti sino al termine del periodo considerato (fig. 6.62) e l'andamento del prezzo zonale è rappresentato in figura 6.67.

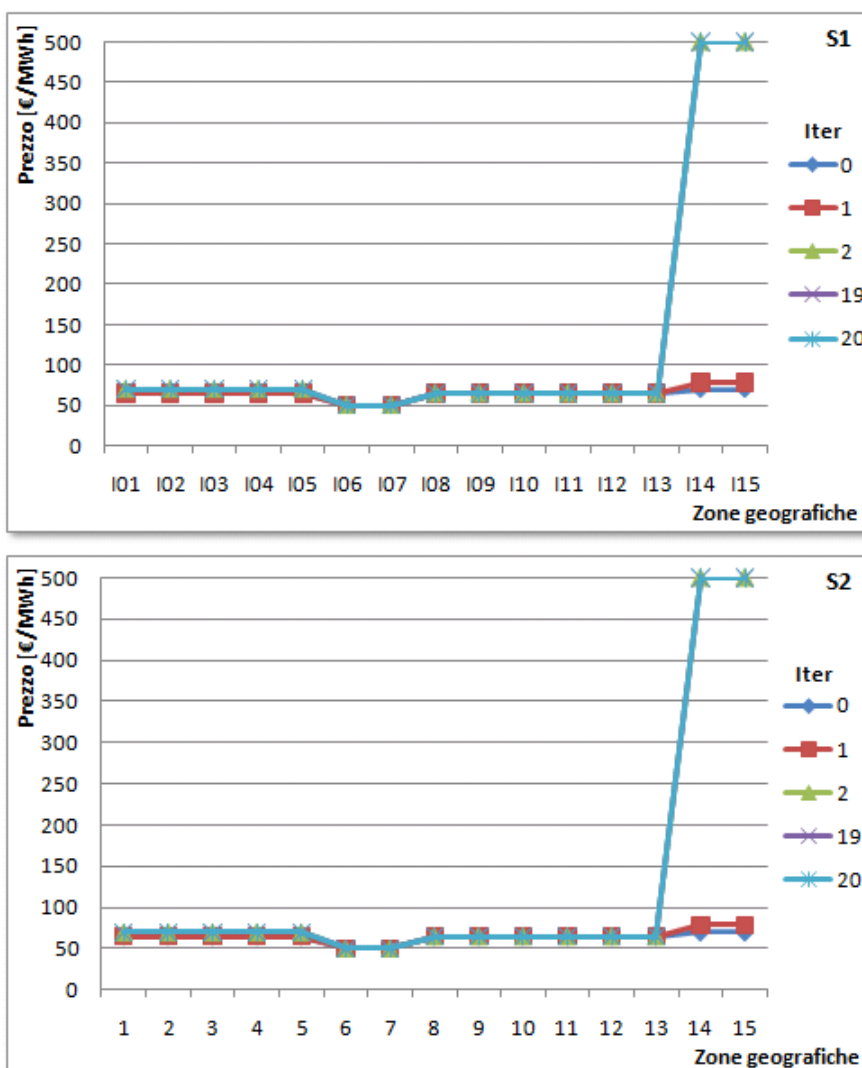


Figura 6.67 - Andamento del prezzo zonale nelle iterazioni suddette, domanda=70%, μ -diff

La copertura di ciascuna società di produzione strategica del carico totale, in percentuale è, per le due società strategiche, rappresentata in figura 6.68.

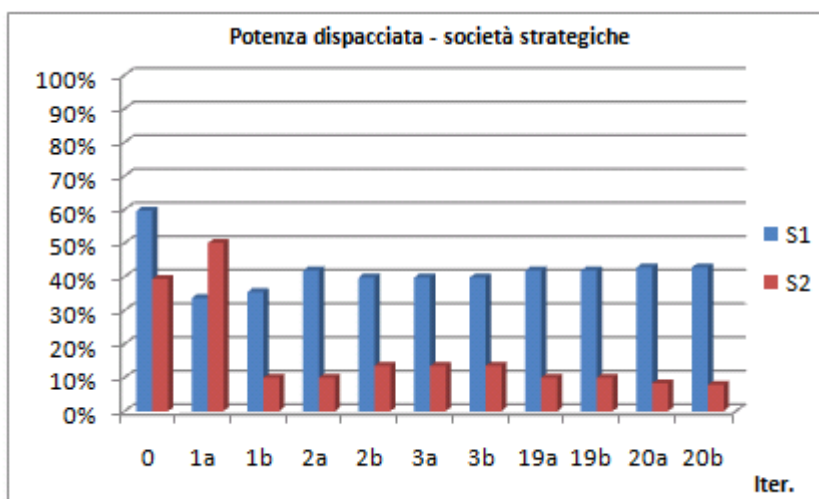


Figura 6.68 - Percentuale di potenza dispacciata, domanda=70%, μ -diff

La percentuale della potenza dispacciata rispetto alla potenza installata per le 3 tipologie di produzione nelle iterazioni suddette è, per le due società strategiche, rappresentata in figura 6.69.

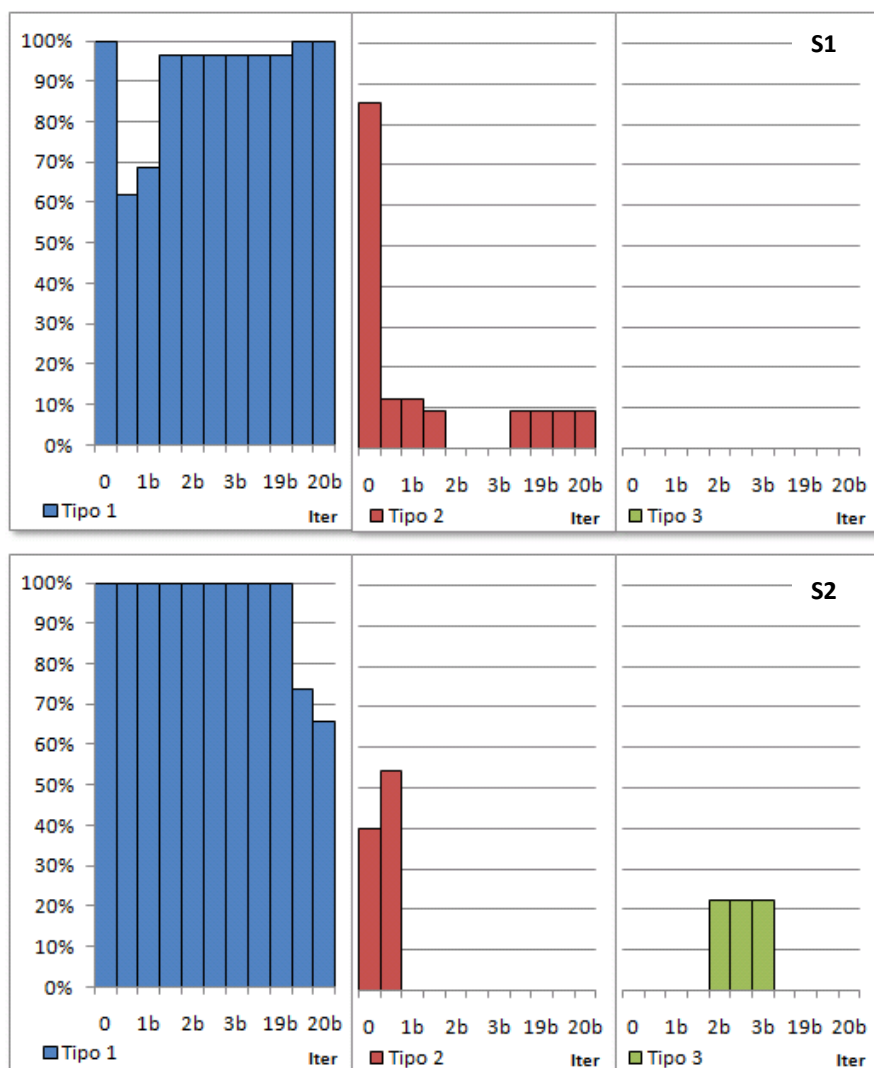


Figura 6.69 - Ripartizione della potenza dispacciata per tecnologia di produzione, domanda=70%, μ -diff

6.4. Considerazioni conclusive relative al caso CC

Inserendo nel modello i limiti di transito interzonali si nota come i profitti delle società strategiche siano superiori rispetto al caso UC. Inoltre si può vedere come la quota di mercato delle società price taker si riduca notevolmente, generando così un più elevato potere di mercato da parte delle società strategiche.

Con un livello di domanda pari al 110%, nel caso μ -unico i punti di equilibrio si ripetono nel periodo considerato raggiungendo profitti molto maggiori rispetto al caso UC. Per effetto dei valori di domanda e offerta zonale si sono determinati prezzi nelle zone Nord e Centro Nord superiori alle zone Sud e Centro Sud. Ciò accade anche nelle altre simulazioni effettuate con altri valori di domanda e, a differenza di quando succedeva in passato, anche nella realtà: per effetto della nuova struttura zonale, il prezzo nelle zone Sud e Centro-Sud risulta inferiore al prezzo nelle zone Nord e Centro-Nord [1].

Nella realtà, inoltre, non si ha un riscontro con il prezzo delle zone Sicilia e Sardegna: nel

modello implementato, infatti, il mark-up in quest'ultima zona è fissato a 1 e non viene ottimizzato.

In CP, a differenza di tutti gli altri casi, la società S2 spaccia una percentuale di potenza, rispetto a quella installata, maggiore a quella di S1. I valori percentuali nelle iterazioni successive sono simili a quelli ottenuti nel caso UC, per cui i profitti così elevati sono determinati dai differenziali di prezzo.

Nel caso μ -diff gli andamenti dei profitti sono simili al caso μ -unico.

Con domanda pari al 100%, nel caso μ -unico, come accade nel caso precedente, la società S1 ottiene profitti maggiori rispetto al caso UC, mentre quelli di S2 sono minori.

In CP i prezzi zonalì ridotti determinano profitti molto minori di quelli che caratterizzano i punti di equilibrio identificati. Inoltre, pur osservando profitti molto variabili, la percentuale di potenza spacciata dalle due società rimane quasi inalterata: in particolare, la percentuale di S1 rimane costante durante l'ottimizzazione della propria strategia a circa il 60% e durante l'ottimizzazione della strategia della società concorrente a circa il 20-30%.

Nel caso μ -diff, a differenza del corrispondente caso UC, in cui si riscontravano gli stessi valori ottenuti nel caso μ -unico, non esiste un andamento che si ripete.

Dato il livello di domanda, sono chiamati alla produzione gli impianti di tipo 3, i quali, nella maggior parte dei casi, non vengono però spacciati ai

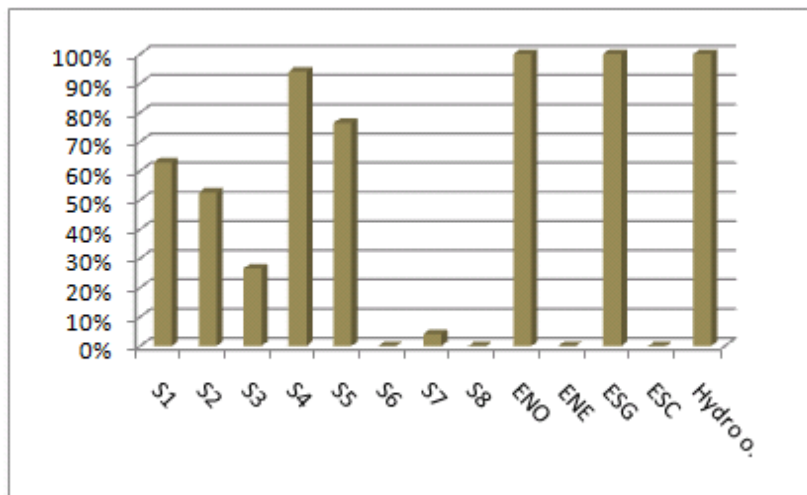


Figura 6.70 - Potenza spacciata dalle società nel caso di CP

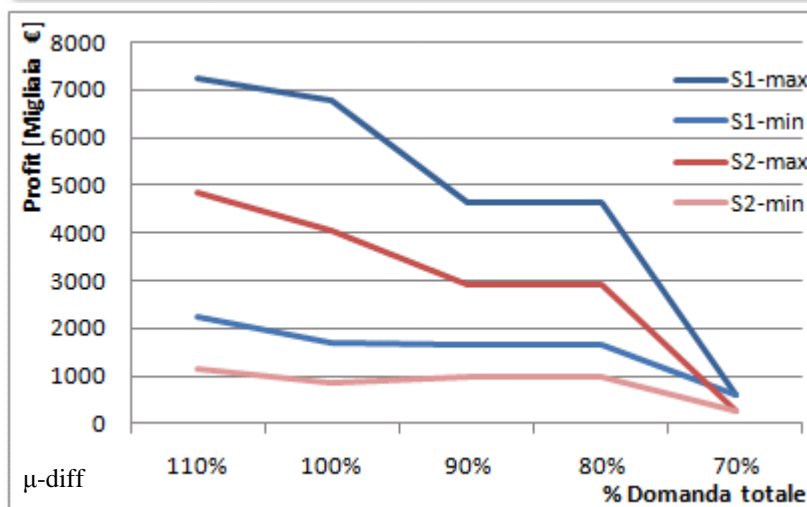
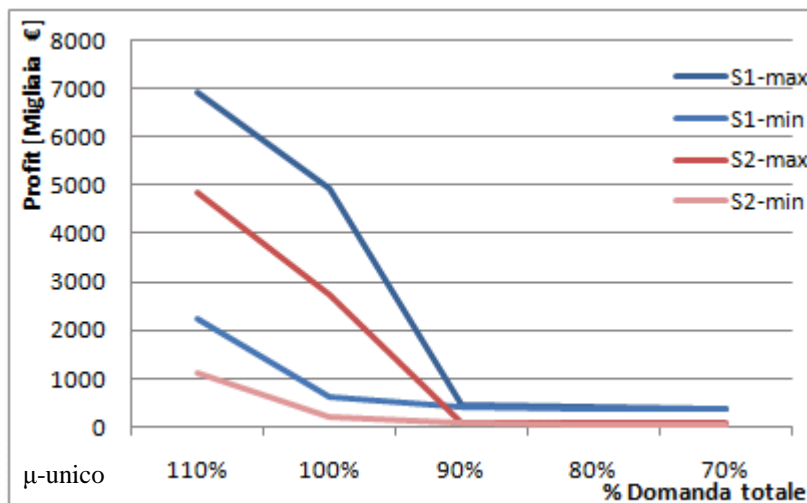


Figura 6.71 - Confronto tra profitti massimi e minimi, μ -unico e μ -diff

livelli di domanda inferiori.

Le considerazioni che si traggono con domanda ridotta al 90% sono medesime a quelle tratte con domanda ridotta del 20%. Nel caso μ -unico, la presenza e l'assenza di limiti determinano lo stesso equilibrio finale in termini di profitto.

In CP la potenza dispacciata da S1 è leggermente maggiore e quella di S2 leggermente inferiore rispetto al caso UC, mentre in equilibrio tale differenza risulta più evidente.

In equilibrio, rispetto al caso di CP si ottengono prezzi lievemente superiori per le zone territoriali, molto maggiori nella zona Sicilia e uguali in Sardegna, con un PUN complessivo lievemente superiore.

Nel caso μ -diff il profitto presenta due oscillazioni nel periodo. Il prezzo zonale, considerando le iterazioni da 2 a 12, risulta molto superiore a quello di CP, probabilmente a causa della riduzione della potenza prodotta da impianti di tipo 1 e dall'aumento della produzione da impianti di tipo 2 e 3.

Con domanda pari al 70%, nel caso μ -unico si ottiene lo stesso equilibrio ottenuto nel caso UC. Analizzando il prezzo zonale si ripetono le considerazioni del livello di domanda precedente.

In CP la potenza dispacciata dalle due società strategiche è leggermente superiore, mentre in equilibrio la produzione di S2 risulta leggermente ridotta.

Nel caso μ -diff, l'equilibrio al termine del processo determina profitti, per le due società strategiche, maggiori rispetto al caso μ -unico, e anche rispetto al caso μ -diff UC, derivante dal dispacciamento di impianti di tipo 3.

Infine, come si osserva dai grafici sopra riportati, utilizzare un mark-up diversificato per tecnologia di produzione implica profitti maggiori per la società di produzione strategiche, sia in termini di valori massimi che di valori minimi.

6.5. Bibliografia

- [1] GME, “*Dati di sintesi mensile*”, febbraio 2010, disponibile in:
<http://www.mercatoelettrico.org/It/Statistiche/ME/RapportiMensili.aspx>

7. Conclusioni

Lo sviluppo di questo lavoro di tesi è orientato alla definizione di un modello di mercato al fine di poter disporre di uno strumento di simulazione in grado di valutare, sul piano tecnico ed economico, le conseguenze delle scelte degli operatori che partecipano alla borsa elettrica. Il modello realizzato consente il calcolo dei profili di produzione e dei flussi di potenza sul modello zonale. In particolare, lo studio si concentra sull'analisi e modellazione dei comportamenti strategici mediante l'impiego della teoria dei giochi, con particolare riferimento al modello Supply Function Equilibrium (SFE) che consente di modellizzare il comportamento strategico di un oligopolio, in presenza di domanda perfettamente anelastica. L'idea di impiegare il modello SFE per studiare l'oligopolio in luogo ai modelli tradizionali, è dettata principalmente dal fatto che è un modello dinamico, in cui ogni partecipante ha la possibilità di osservare le azioni altrui e di reagire di conseguenza nella fase successiva. E' un modello più flessibile rispetto agli altri presenti in letteratura per lo studio del mercato elettrico italiano, poiché è in grado di simulare e analizzare l'impatto dei comportamenti strategici adottati dalle maggiori società di produzione valutando diversi scenari del mercato. Permette inoltre una rappresentazione più realistica del mercato elettrico, poiché consente di fronteggiare una domanda che risulta perfettamente anelastica e include l'ampia rete di trasmissione nazionale con i suoi vincoli di transito.

Gli svantaggi derivano da una complessa implementazione e da alcune limitazioni di carattere computazionale. Inoltre, l'esistenza di un punto di ottimo (Equilibrio di Nash), ovvero di una certa situazione stabile che ciascun soggetto considera "ottima" e dalla quale nessuno ha convenienza a spostarsi, non è assicurata.

Questo punto, o insieme di punti, determina la strategia ottima di una società, ovvero la strategia che ne massimizza il profitto. Poiché quest'ultimo è definito come la quantità di potenza spacciata, moltiplicata per la differenza tra il prezzo di vendita dell'energia determinato dal mercato e il costo di produzione dei vari impianti, è possibile guidare la massimizzazione del profitto ottimizzando tale differenza, realizzando l'ottimizzazione del mark-up.

Ciò viene effettuato mediante la tecnica degli algoritmi genetici: l'implementazione di una codifica reale permette una maggior velocità di esecuzione dell'algoritmo e l'assenza di errori dovuti alla discretizzazione delle variabili necessaria con un algoritmo genetico a codifica binaria.

Le simulazioni (ciascuna ha richiesto molte ore) sono state effettuate in assenza e, successivamente, in presenza dei limiti di transito, considerando in quest'ultimo scenario la struttura zonale semplificata a tre zone. Per ciascuno, l'ottimizzazione del mark-up ha seguito due strade diverse: in primo luogo si è adottato un mark-up unico per tutti gli impianti, mentre in seguito si è operata una differenziazione per tecnologia di produzione.

Con le ipotesi introdotte, le simulazioni effettuate non hanno portato al raggiungimento di un unico equilibrio di Nash, eccetto quelle caratterizzate da bassi livelli di domanda.

Dai risultati ottenuti, si osserva che, in assenza dei vincoli di trasmissione, le due società di produzione strategiche analizzate esercitano potere di mercato, incrementando i prezzi dell'energia rispetto ai costi marginali, ottenendo in questo modo profitti maggiori di quelli ottenibili in concorrenza perfetta.

In presenza di limiti di transito, con alti livelli di domanda si manifesta un comportamento ciclico delle offerte, equivalente all'esistenza di più equilibri di Nash del mercato. Inoltre, il

prezzo zonale differisce tra le zone in cui è stata suddivisa la rete anche nel caso di concorrenza perfetta.

La differenziazione della tecnologia di produzione ha portato, infine, a concludere che con un alto livello di domanda l'algoritmo μ -diff lavora in modo simile all'algoritmo μ -unico, determinando valori di equilibrio e profitti molto simili.

Il comportamento appena descritto si riscontra anche in presenza di limiti di transito: il modello μ -diff produce quasi sempre profitti maggiori del modello μ -unico, soprattutto con domande basse (90%, 80% e 70%). Questo conferma un fatto intuitivo: le società di generazione il cui parco di produzione è differenziato per tecnologia produttiva hanno maggiore possibilità di adottare strategie vincenti nella borsa elettrica.

Inoltre, per quanto riguarda la ripartizione della potenza dispacciata in funzione della tecnologia di produzione, si osserva che in condizioni di concorrenza perfetta i modelli μ -unico e μ -diff determinano gli stessi risultati in termini percentuali, mentre nelle iterazioni successive sono presenti sostanzialmente due comportamenti: o i due modelli determinano percentuali molto simili tra loro, oppure il modello μ -diff implica una distribuzione più uniforme degli impianti in servizio.

Si è quindi simulato il mercato elettrico italiano sotto diverse ipotesi e i risultati ottenuti hanno dimostrato l'effettivo esercizio di potere di mercato da parte delle società strategiche¹, principalmente determinato dall'elevata concentrazione del mercato, dalla presenza dei vincoli di transito e dalla scarsa elasticità della domanda.

I limiti del modello sono legati alle ipotesi introdotte, di seguito riassunte:

- mark-up fisso e unitario per la zona Sardegna;
- struttura zonale semplificata a tre zone;
- ottimizzazione di due variabili, rappresentative di una macrozona nord e di una macrozona sud;
- impianti connessi alla RTN 220/380 kV, e relativa domanda;
- offerte presentate sul mercato di tipo "semplice";
- assenza di un ente regolatore;
- assenza di vincoli tecnici, quali la dispacciabilità degli impianti e i vincoli di accensione e di spegnimento.

I cui primi tre punti sono dettati dall'elevata difficoltà computazionale del modello legata ai tempi di calcolo.

Gli sviluppi futuri riguarderanno quindi la rimozione di queste ipotesi, e in particolare:

- in riferimento alla nuova struttura zonale, introdurre un mark-up per ogni macrozona ed ottimizzare la strategia delle società price maker in ognuna di queste;
- definire un Data Base degli impianti connessi a livelli di tensione inferiore simulando così l'intero parco di generazione;
- introdurre la possibilità, per le società di produzione e per il mercato, di gestire curve di offerta più complesse;
- modellizzare un ente regolatore che possa svolgere un'attività di controllo sui prezzi praticati dalle società;
- modificare la modalità con cui vengono remunerati i produttori, ovvero confrontare la regola "prezzo uniforme", tutt'ora in vigore nel MGP, con la regola "pay-as-bid".

¹ Il potere di mercato costituisce un obiettivo naturale, perché permette la realizzazione di profitti elevati, superiori alla remunerazione "equa" del capitale. Dal punto di vista della collettività, tuttavia il mantenimento nel tempo del potere di mercato da parte delle imprese determina una riduzione del benessere collettivo.