

**POLITECNICO DI MILANO**

Facoltà di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea Specialistica in  
Ingegneria Aeronautica



Griglie di forma circolare: misurazioni PIV sull'effetto delle  
condizioni iniziali

Relatore: Prof. Aldo COGHE

Co-relatore: Ing. Fabio PIERELLA

Tesi di Laurea di:

Stefano D'ALOISIO Matr. 682218

Anno Accademico 2009 - 2010



*A mio nonno.*



# Sommario

Le griglie sono utilizzate in campo fluidodinamico per creare una caduta di pressione e conseguentemente attenuare i profili di velocità, rendendo omogenee le strutture turbolente. Griglie di estensione "infinita" vengono ampiamente utilizzate nelle gallerie del vento per creare turbolenza il più possibile omogenea, come ampiamente discusso da [3].

Le griglie di dimensione finita possono essere utilizzate per altri scopi, ad esempio come dischi attuatori per la simulazione sperimentale di scie prodotte da turbine eoliche.

L'obiettivo del presente progetto è quello di caratterizzare la scia generata da due griglie circolari di estensione finita, dette anche dischi porosi, e di analizzare e comparare le principali caratteristiche della scia (lunghezze caratteristiche, velocità di centre-line). Le griglie presentano la stessa forma e dimensione, e sono costruite con gli stessi elementi di legno. La unica differenza è relativa alla geometria della mesh: un disco è composto da una mesh monoplanare mentre nell'altro la mesh è biplanare.

Misure sperimentali preliminari mediante tubo di Pitot avevano mostrato come il disco monoplanare inducesse una scia circolare assialsimmetrica, e come la griglia biplanare creasse invece una scia non assialsimmetrica con una particolare forma a doppio emisfero.

In letteratura sono disponibili molti studi sulle scie assialsimmetriche, a contrario del caso delle scie non assialsimmetriche. Pertanto si è ritenuto opportuno utilizzare i parametri delle scie assialsimmetriche per valutare in maniera coerente il grado di non assialsimmetricità della scia della mesh biplanare.

Le tecniche utilizzate nel corso del lavoro sono state visualizzazioni di flusso attraverso linee di fumo e misurazioni PIV 2-D su entrambi i modelli di disco, aventi un diametro di 80mm. Le visualizzazioni con linee di fumo hanno permesso di caratterizzare qualitativamente la scia nelle vicinanze del disco poroso ( $1D - 5D$  downstream). La tecnica PIV è stata utilizzata al fine di ottenere un'analisi quantitativa sui campi di velocità istantanei e medi nella regione vicina a valle dei dischi porosi

( $1D - 8D$  downstream). I risultati sono stati quindi elaborati per ottenere i parametri necessari alla comparazione con i lavori presenti in letteratura. Le misurazioni sono state condotte ad un solo numero di Reynold, ( $Re_D = 80'000$ ).

Le visualizzazioni di flusso confermano l'assialsimmetria della scia del disco monoplanare, e le disomogeneità nel caso del disco biplanare. Infatti, il piano orizzontale della scia del disco biplanare si sviluppa più velocemente rispetto al piano verticale, e ad una distanza di 8 diametri presenta una grandezza doppia.

Le visualizzazioni dimostrano, inequivocabilmente, come la disomogeneità sia collegata alla caratteristica di biplanarità del disco: ruotando il disco di  $90^\circ$ , la scia ruota di conseguenza.

Dalle misurazioni del campo medio di velocità attraverso la PIV, si osserva che la lunghezza caratteristica *Transverse length scale* cresce con un andamento di  $x^{1/3}$ , in buon accordo con la teoria e i lavori precedenti. Il deficit di velocità della centre-line decresce, nel disco monoplanare, come  $x^{-2/3}$ , ancora una volta in accordo con quanto riportato in letteratura [6]. Nel caso biplanare, i risultati sembrano confermare un andamento proporzionale a  $x^{-1}$ . Il presente lavoro ha fornito un'analisi comparativa tra una scia assialsimmetrica ed una non assialsimmetrica generate da una griglia con simili parametri geometrici. Le visualizzazioni di flusso hanno confermato questa disomogeneità. Le misurazioni tramite tecnica PIV hanno aiutato a quantificare la disomogeneità della scia, sebbene siano necessarie ulteriori analisi per meglio comprendere il fenomeno fisico alla base della disomogeneità.

Un numero maggiore di misurazioni nella regione lontana della scia assicurerebbe maggiore affidabilità nell'analisi dell'andamento asintotico dei parametri caratteristici.

**Parole chiave:** Disco poroso, PIV, Condizioni iniziali

# Abstract

Grids and meshes are utilized in flows in order to create a pressure drop thereby smoothening and attenuating the velocity profiles and to break up and homogenize the turbulence structure. “Infinitely” extended grids are used to produce the classical grid generated turbulent flows, enabling experimental results to be compared to one dimensional (1-D) models for turbulence development. Finite extension grids have been used for other purposes, for example as actuator discs to experimentally simulate wind turbine wakes.

The aim of the present project is to analyze the wake behind two grids of finite extension (porous discs) and to analyze and compare the principal features of the wake (length scales, momentum loss, centre-line velocity). The grids have the same size and shape, and are made up of the same wooden elements. The only difference is related to mesh geometry: one disc is monoplanar and one is biplanar.

Former wind tunnel measurements by means of a Pitot Tube had shown that the monoplanar grid induced a circular axisymmetric wake, while the biplanar grid created a non-axisymmetric wake with a double emisphere shape. Many literature reviews are available for axisymmetric far and near wakes; not the case for the non axisymmetric one.

The tools used in this work are flow visualization through smoke streaks and wind tunnel PIV measurements on two discs model, one with monoplanar and one with biplanar mesh, both with  $80\text{mm}$  diameter. The smoke visualizations were used to have a qualitative insight into the near wake creation process. The PIV tool was used to get quantitative data on instantaneous and mean velocity field of the near-far wake transition region. Data were elaborated to yield the characterization parameters (see above) necessary to compare our results with literature references. Our measurements were carried out at a single Reynolds number ( $Re_D = 80'000$ ) and down to 8 disc diameters downstream.

Flow visualizations confirm the axisymmetry of the monoplanar grid wake, and the dishomogeneity of the biplanar one. The horizontal plane

wake of the biplanar mesh develops faster than the vertical one, and at  $8D$  downstream is twice as wide. The visualizations relate unequivocally the reasons of the dishomogeneity to the biplanar character of the mesh: rotating the disc of  $90^\circ$ , the wake rotates in consequence. From mean velocity measurements through PIV, we can say that the monoplanar transverse length scale increases at a rate of  $x^{1/3}$ , in good agreement with theory and references. The nondimensional velocity profiles show that at  $2D$  downstream the monoplanar velocity profiles have become self similar. The vertical biplanar disc wake becomes self similar after  $3D$ ; at  $8D$  the horizontal one is still not fully developed instead. The centre-line velocity deficit for the monoplanar disc decreases as  $x^{-2/3}$ , again in good agreement with theoretical results. For the biplanar disc, the results seem to confirm a decrease rate of  $x^{-1}$ .

This work has provided the comparative analysis of an axisymmetric wake and a non axisymmetric one with similar geometrical parameters. The visualization have given some insight into the reason of this inequality. The PIV measurements helped to quantify the wake asymmetry, though more experimental work is needed to get a proper insight into the physical motivations of the dishomogeneity. A greater number of measurements in the far wake region would have assured a more reliable analysis of the wake developing rates.

**Keywords:** Porous disc, PIV, Initial conditions



# Indice

<b>Elenco delle figure</b>	<b>xi</b>
<b>Elenco delle tabelle</b>	<b>xv</b>
<b>1 Introduzione</b>	<b>1</b>
1.1 Dischi porosi: revisione della letteratura . . . . .	1
1.1.1 Pierella e Sætran: griglie biplanari e monoplanari . .	1
1.1.2 Bevilaqua e Lykoudis: confronto fra un disco poroso e una sfera . . . . .	5
1.1.3 Johansson: le scie assial-simmetriche . . . . .	6
1.2 Influenza di corpi in galleria . . . . .	8
<b>2 Apparato sperimentale e metodo di analisi</b>	<b>13</b>
2.1 Smoke tunnel . . . . .	13
2.2 Galleria del vento . . . . .	15
2.3 Costruzione dischi porosi . . . . .	16
2.4 Sistema di traversing . . . . .	17
2.5 PIV . . . . .	19
2.5.1 Generatore di fumo . . . . .	22
2.5.2 Laser . . . . .	23
2.5.3 Fotocamera . . . . .	24
2.5.4 Setup di acquisizione . . . . .	24
2.5.5 Acquisizione delle immagini . . . . .	29
2.5.6 Analisi e valutazione delle immagini . . . . .	29
2.5.7 Cross - correlazione . . . . .	30
2.5.8 Adaptive - correlation . . . . .	31
2.5.9 Sovrapposizione delle immagini . . . . .	37
<b>3 Risultati e discussione</b>	<b>39</b>
3.1 Visualizzazioni tramite linee di fumo . . . . .	40
3.2 Campo medio di velocità . . . . .	43

3.2.1	Componente trasversale . . . . .	46
3.2.2	Componente assiale . . . . .	46
3.2.3	Deficit di velocità di centre-line . . . . .	50
3.3	Spessore di quantità di moto $\theta$ . . . . .	52
3.4	Transverse length scale . . . . .	54
3.5	Confronto con dischi porosi di diversa solidità . . . . .	55
<b>4</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>61</b>
	<b>Appendice</b>	<b>63</b>
<b>A</b>	<b>Cenni sulla PIV</b>	<b>65</b>
A.1	Aspetti generali della PIV . . . . .	65
A.2	Valutazione statistica attraverso la PIV . . . . .	68
A.3	Valore atteso della correlazione . . . . .	75
A.4	Ottimizzazione della correlazione . . . . .	78
	<b>Bibliografia</b>	<b>81</b>

# Elenco delle figure

1.1	Disco poroso all'interno della galleria del vento, immagine da Pierella e Saetran. . . . .	2
1.2	Particolare della mesh. A sinistra: disco monoplanare. A destra: disco biplanare. Immagine da Pierella e Saetran. . . .	3
1.3	Profilo della scia del disco monoplanare a 1D e 4D downstream. Immagine da Pierella e Saetran. . . . .	4
1.4	Profilo della scia del disco biplanare a 1D e 4D downstream. Immagine da Pierella e Saetran. . . . .	4
1.5	Velocità media e intensità di turbolenza nella scia del disco poroso, dati da Bevilaqua e Lykoudis. . . . .	5
1.6	Evoluzione delle lunghezze e velocità caratteristiche nella scia del disco poroso, $\sigma = 0.82$ . . . . .	6
1.7	Variazione della <i>Transverse lenght scale</i> con $x$ , scalati con $\theta$ . Immagine da Johansson . . . . .	8
1.8	Profili di velocità media, dati da Johansson . . . . .	9
1.9	Profili di velocità media per un disco poroso di $\sigma = 0.70$ , dati da Cannon . . . . .	9
1.10	Profili di intensità di turbolenza per il disco poroso, $\sigma = 0.70$ , (sinistra) e per il disco (destra), dati da Johansson . . . .	10
2.1	Smoke tunnel . . . . .	14
2.2	Ugelli presenti nello smoke tunnel . . . . .	14
2.3	Modello di telecamera Canon HF10 . . . . .	15
2.4	Galleria del vento utilizzata per le prove con PIV . . . . .	15
2.5	Ingresso ottico per laser . . . . .	16
2.6	Ingresso ottico per fotocamera . . . . .	17
2.7	Disco poroso monoplanare . . . . .	18
2.8	Disco poroso biplanare . . . . .	18
2.9	Sistema di traversing . . . . .	19
2.10	Tecnica PIV . . . . .	20
2.11	Suddivisione dell'immagine in aree di interrogazione . . . .	21

2.12	Generatore di fumo in dotazione . . . . .	22
2.13	Sistema Laser in dotazione . . . . .	23
2.14	Fotocamera CCD Flow Sense 2M . . . . .	24
2.15	Tecniche single frame . . . . .	26
2.16	Tecniche multi frame . . . . .	26
2.17	Panoramica DC Image Acquisition System . . . . .	27
2.18	Calibrazione della strumentazione PIV . . . . .	28
2.19	Sistema di coordinate e piano dell'Immagine/Oggetto . . . . .	30
2.20	Funzione spostamento . . . . .	31
2.21	Adaptive Correlation . . . . .	32
2.22	Adaptive Correlation: esempio di <i>shifting</i> delle finestre . . . . .	32
2.23	Risultato di una analisi mediante cross-correlazione . . . . .	33
2.24	Risultato di una analisi mediante Adaptive-correlazione . . . . .	33
2.25	Parametri impostati della Adaptive Correlation . . . . .	34
2.26	Le funzioni distrutte dalla finestra vengono recuperate utilizzando la sovrapposizione delle aree di interrogazione . . . . .	36
2.27	Finestra del programma Flow Manager per la Vector Statistics . . . . .	37
2.28	Funzione errore . . . . .	38
3.1	Coordinate della scia . . . . .	39
3.2	Visualizzazioni con linee di fumo per il piano orizzontale del disco biplanare di $d = 80\text{mm}$ . . . . .	41
3.3	Particolare delle visualizzazioni con linee di fumo per il piano orizzontale del disco biplanare di $d = 270\text{mm}$ . . . . .	41
3.4	Visualizzazioni con linee di fumo per il piano verticale del disco biplanare di $d = 80\text{mm}$ . . . . .	42
3.5	Particolare delle visualizzazioni con linee di fumo per il piano verticale del disco biplanare di $d = 270\text{mm}$ . . . . .	42
3.6	Visualizzazioni con linee di fumo per il disco monoplanare $d = 80\text{mm}$ . . . . .	44
3.7	Visualizzazioni con linee di fumo per il disco monoplanare $d = 80\text{mm}$ ruotato di $90^\circ$ . . . . .	44
3.8	Campo medio di velocità $U[m/s]$ a valle del disco monoplanare. . . . .	45
3.9	Campo medio di velocità $V[m/s]$ nel caso del disco monoplanare a),piano orizzontale del disco biplanare b) e piano verticale del disco biplanare c) . . . . .	47
3.10	Campo medio di velocità $U[m/s]$ nel caso del disco monoplanare a),piano orizzontale del disco biplanare b) e piano verticale del disco biplanare c) . . . . .	48
3.11	Profili della velocità media adimensionalizzati . . . . .	50

3.12	Profili della velocità media adimensionalizzati . . . . .	51
3.13	Profili della velocità media adimensionalizzati . . . . .	51
3.14	Andamento della $U_0$ . . . . .	52
3.15	Andamento della $\theta$ nei tre casi. . . . .	53
3.16	Transverse length scale . . . . .	55
3.17	Cross stream length scale . . . . .	56
3.18	Profili di velocità media, dati da Johansson . . . . .	56
3.19	Mean velocity profile per il disco poroso monoplanare . . . . .	57
3.20	Mean velocity profile per il disco poroso biplanare nel piano orizzontale . . . . .	57
3.21	Mean velocity profile per il disco poroso biplanare nel piano verticale . . . . .	58
3.22	Andamento del deficit di velocità di centreline . . . . .	59
3.23	Variazione della <i>Cross stream length scale</i> con $x/\theta$ . . . . .	59
A.1	Rappresentazione schematica delle aree di interrogazione. . . . .	68
A.2	Esempio del campo di intensità $I$ (singola esposizione). . . . .	70
A.3	Composizione dei picchi nella funzione autocorrelazione. . . . .	72
A.4	Rappresentazione schematica dell'autocorrelazione del cam- po di intensità $I$ dato in Fig.(A.2). . . . .	73
A.5	Campo di intensità $I$ acquisito all'istante $t$ e campo di inten- sità $I'$ acquisito dopo un tempo $\Delta t$ a $t'$ . . . . .	74
A.6	Rappresentazione schematica della cross-correlazione del cam- po di intensità $I$ e $I'$ , dati in Fig.(A.5). . . . .	75
A.7	Composizione dei picchi nella funzione cross-correlazione. . . . .	76
A.8	Rappresentazione schematica per l'ottimizzazione del tem- po tra due pulsazioni. . . . .	79



# Elenco delle tabelle

2.1	Specifiche tecniche Laser SOLO PIV 120XT . . . . .	23
2.2	Specifiche fisiche Laser SOLO PIV 120XT . . . . .	24
3.1	Disallineamento del centro del disco . . . . .	49
3.2	Caratteristiche deficit di velocità della centreline . . . . .	59





# Introduzione

Il presente lavoro ha riguardato lo studio e la comparazione del flusso medio generato da griglie di dimensione finita, non uniformi circolari. I dischi porosi, così vengono anche chiamati tali generatori, posti in una corrente fluida danno luogo ad una caduta di pressione e quindi ad un deficit di momento inversamente proporzionale alla loro porosità, grandezza percentuale definita come rapporto tra area frontale libera ed area frontale totale. I dischi porosi trovano numerose applicazioni, sia nel campo fluidodinamico per lo studio delle caratteristiche della turbolenza, sia in altri campi come l'eolico, come si vedrà in seguito. Le scie prodotte dai generatori sono generalmente assialsimmetriche, e sono state accuratamente descritte e caratterizzate in letteratura.

Inizialmente sarà introdotto il lavoro di Pierella e Sætran [10], relativamente alle scie di dischi porosi con due griglie di diversa geometria, studio che rappresenta il punto di partenza da cui muovono le esigenze della tesi in oggetto.

Successivamente verranno analizzati altri studi presenti in letteratura relativi a scie assialsimmetriche di dischi sia porosi che solidi. I risultati raccolti sui lavori esposti verranno poi utilizzati come termini di paragone per il seguente progetto.

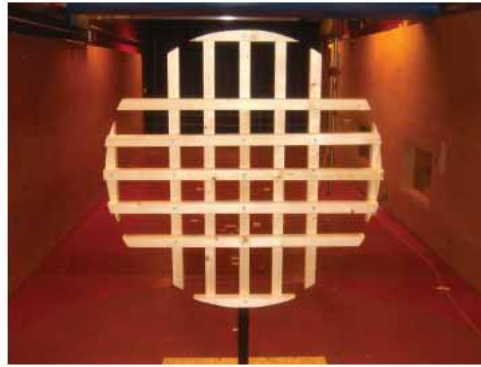
Infine si è ritenuto opportuno introdurre dei principi relativi all'influenza che un corpo generico esercita sul flusso indotto quando posizionato in galleria del vento, come descritto ampiamente in [5].

## 1.1 Dischi porosi: revisione della letteratura

### 1.1.1 Pierella e Sætran: griglie biplanari e monoplanari

Dal lavoro di Pierella e Sætran [10], scaturiscono le ragioni del seguente progetto. Nello studio sono state comparate le caratteristiche del flusso medio generato da due griglie finite di forma circolare, al fine di studiare

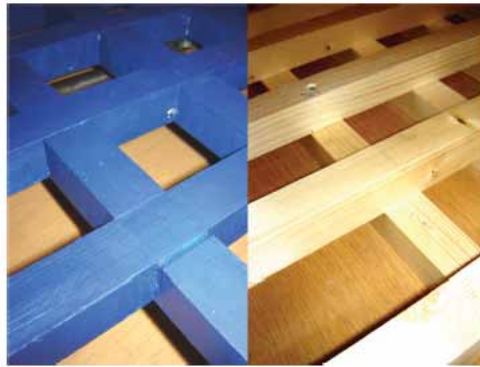
le influenze delle condizioni iniziali sullo sviluppo della scia. I dischi, di diametro  $D = 800\text{mm}$  sono stati posizionati all'interno di una galleria a ciclo chiuso di sezione test  $3000 \times 1800\text{ mm}$ . Entrambi i dischi sono stati costruiti con barre a sezione quadrata di  $30\text{mm}$  di legno comune, con la stessa dimensione di mesh,  $150\text{mm}$ . La porosità di tali dischi risultava essere di  $\sigma = 0.55$ . Come è possibile osservare dalla Fig.(1.1), il disco presentava una distribuzione della griglia non uniforme, con le 5 barre centrali più ravvicinate rispetto alle ultime due esterne.



**Figura 1.1:** Disco poroso all'interno della galleria del vento, immagine da Pierella e SaeTRAN.

Come spiegato nel lavoro, la scelta di tale disomogeneità risiedeva nel fatto che i dischi porosi erano stati costruiti con l'obiettivo di simulare, successivamente, il campo di moto indotto da una turbina eolica. L'utilizzo di questi generatori statici di scie nella ricerca relativa all'eolico è abbastanza diffuso, vedi [9] e [2]; un limite di questa pratica consiste nella impossibilità per un generatore statico di simulare la rotazione della scia indotta da una turbina. Al fine di poter meglio simulare il campo medio indotto da una turbina, è stato deciso di conferire al disco una maggiore solidità nella parte centrale rispetto alla regione esterna; inoltre il valore di porosità è stato scelto per poter ottenere dei valori del coefficiente di resistenza comparabili tra il disco e una turbina funzionante in regime di massimo rendimento. Il coefficiente di resistenza del disco è di  $C_D = 0.85$ . I due dischi presentavano una differenza sostanziale: mentre nel generatore monoplanare gli elementi della mesh erano posizionati nello stesso piano, nel generatore biplanare due griglie di barre perpendicolari venivano sovrapposte, Fig.(1.2).

Le misure di velocità erano state effettuate attraverso un tubo di Pitot, che veniva posizionato a diverse stazioni a valle del disco, previamente



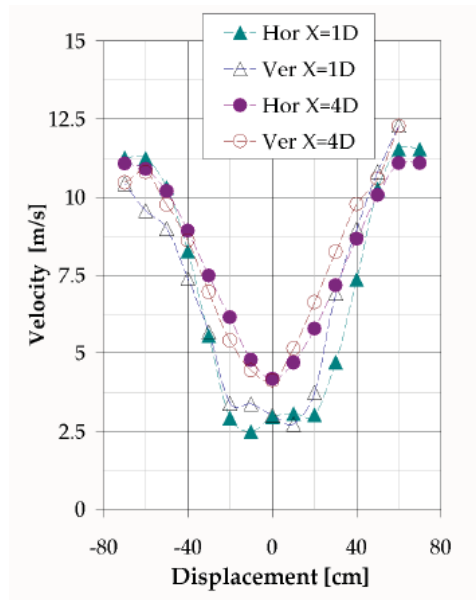
**Figura 1.2:** Particolare della mesh. A sinistra: disco monoplanare. A destra: disco biplanare. Immagine da Pierella e Saetran.

stabilite. Le analisi hanno mostrato una forte sensibilità del campo risultante rispetto alle condizioni iniziali. Infatti il generatore biplanare ha inaspettatamente prodotto un campo di velocità non assialsimmetrico. Quando le barre orizzontali erano posizionate sopravento, infatti, i profili di velocità in direzione orizzontale risultavano significativamente più ampi rispetto alle velocità rilevate in direzione verticale. Per esempio, ad una distanza di  $6D$ , il profilo orizzontale è circa il doppio del corrispondente verticale. Inoltre, dalla distanza dal disco di  $4D$ , i profili di velocità orizzontale assumevano una particolare forma bilobata, Fig.(1.4).

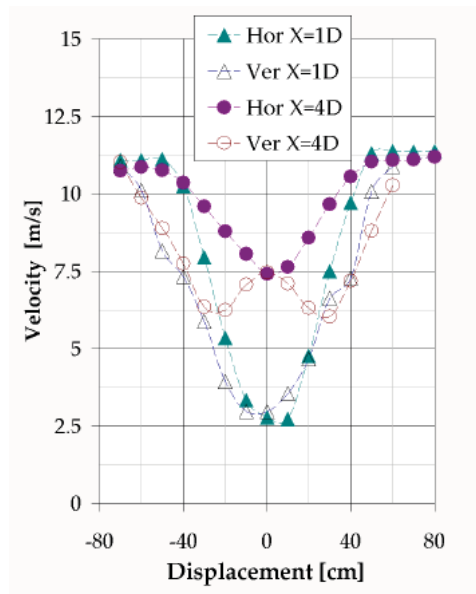
Nel caso del disco monoplanare, Fig.(1.3), il flusso indotto a valle del generatore presentava caratteristiche di simmetria in tutte le stazioni di riferimento: per osservare tale fenomeno il disco era stato ruotato rispettivamente a  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  e  $270^\circ$ .

Si è deciso quindi di analizzare tramite misurazioni PIV di *near wake* tale inaspettata disomogeneità; i risultati di queste misurazioni sono oggetto della presente tesi.

Dall'analisi della letteratura scientifica, emergono altri esperimenti interessanti su dischi di diversa porosità e geometria della mesh. Questi esperimenti sono focalizzati sull'analisi di scie assialsimmetriche; lo studio dei parametri relativi alle scie assialsimmetriche fungeranno da termine di paragone per i risultati del presente lavoro.



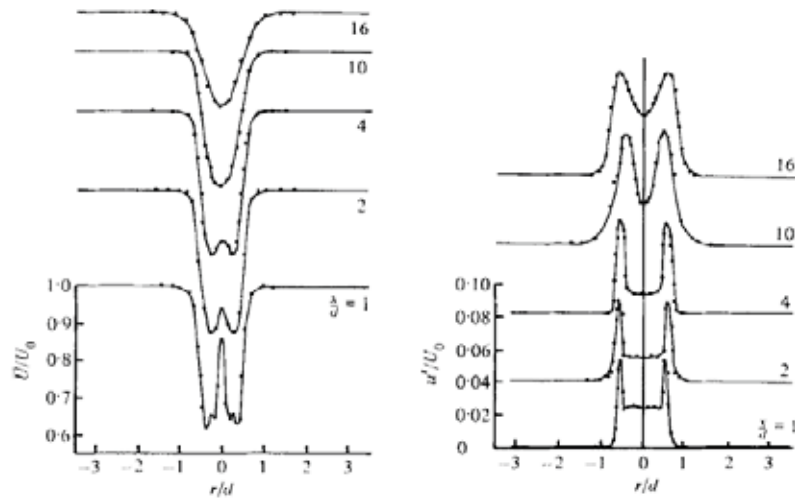
**Figura 1.3:** Profilo della scia del disco monoplanare a 1D e 4D downstream. Immagine da Pierella e Saetran.



**Figura 1.4:** Profilo della scia del disco biplanare a 1D e 4D downstream. Immagine da Pierella e Saetran.

### 1.1.2 Bevilaqua e Lykoudis: confronto fra un disco poroso e una sfera

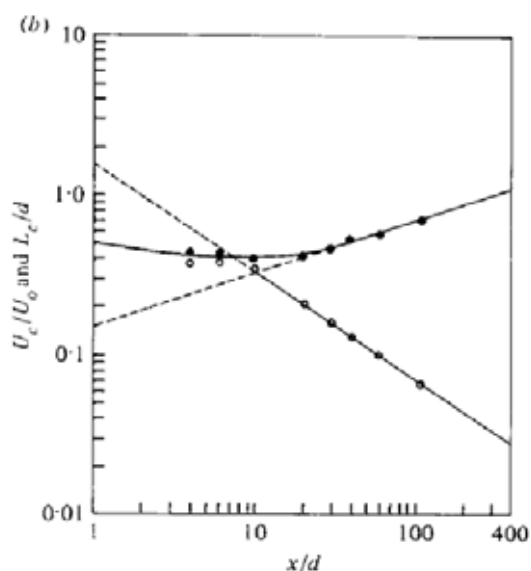
Bevilaqua e Lykoudis, [7], esaminarono le scie di una sfera e un disco poroso, entrambi con un diametro di  $D = 25.4\text{mm}$ . I due oggetti presentavano lo stesso coefficiente di resistenza, ed il disco aveva una porosità di  $\sigma = 0.82$ . Risultò, abbastanza chiaramente, che il flusso indotto dal disco presentava importanti differenze rispetto al flusso indotto dalla sfera. Come prima rilevante differenza, l'elevata porosità del disco assicurava che non si avessero zone di ricircolo a valle dello stesso. In Fig.(1.5) sono riportate la variazione assiale della velocità media e dell'intensità di turbolenza all'interno della scia, a varie stazioni a valle del disco.



**Figura 1.5:** Velocità media e intensità di turbolenza nella scia del disco poroso, dati da Bevilaqua e Lykoudis.

Nella scia a pochi diametri di distanza, si osserva un picco nei profili di velocità in corrispondenza dell'asse centrale; dopo 20 diametri, i profili sembrano raggiungere uno stato di equilibrio. A tale distanza termina appunto la zona di scia vicina, che risente cioè in maniera significativa delle condizioni iniziali del flusso. I profili di velocità media e degli sforzi di Reynolds sono geometricamente simili nella regioni di equilibrio, e possono essere quindi normalizzati attraverso opportune scale di lunghezze e velocità caratteristiche. Una quantità adimensionale utilizzata nel lavoro di Bevilaqua e Lykoudis è il deficit di velocità di centre-line, definita come  $U_C = U_0 - U_{cl}$ , quantità che verrà poi utilizzata anche nel corso del

seguinte progetto. La  $U_0$  identifica la velocità della corrente libera mentre la  $U_{cl}$  indica la velocità in corrispondenza dell'asse del disco poroso. Come scala di lunghezza è stata utilizzata la  $L_C$ , definita come la coordinata radiale in corrispondenza della quale si aveva  $U_{loc}/U_C = \exp(-1/2)$ . In Fig.(1.6) si osserva come lo stato di equilibrio venga raggiunto nel caso del disco poroso a circa 20 diametri a valle. Le due rette mostrate nel grafico logaritmico si riferiscono rispettivamente a  $U_C/U_0 = (x/d)^{-2/3}$  e  $L_C/d = (x/d)^{1/3}$ .



**Figura 1.6:** Evoluzione delle lunghezze e velocità caratteristiche nella scia del disco poroso,  $\sigma = 0.82$ .

### 1.1.3 Johansson: le scie assial-simmetriche

Johansson ha riassunto e rielaborato nel suo lavoro [6], diverse decadi di esperimenti sulle scie assialsimmetriche.

Uno dei più recenti studi sulle scie turbolente assial-simmetriche, rielaborato da Johansson nella sua tesi di dottorato, è quello di Cannon. Questi effettua studi su scie assialsimmetriche prodotte da 5 diversi generatori, nello specifico 3 dischi di differente porosità, una sfera e un disco pieno. Gli strumenti utilizzati sono visualizzazioni del flusso e decomposizioni bidimensionali di Fourier della velocità misurata tramite anemometro a filo caldo. Tutti i generatori presentavano la stessa resistenza e lo stesso nu-

mero di Reynolds basato sullo spessore di momento,  $R_\theta = U_\infty \theta / \nu \approx 3500$ , dove lo spessore di momento  $\theta$  viene definito come:

$$\theta^2 = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{U_\infty^2} \int_0^r U(U_\infty - U) r dr \quad (1.1)$$

Questo valore corrispondeva a un numero di Reynolds basato sul diametro dei generatori di  $R_D = 14000$  per il disco pieno,  $14000 - 17000$  per i dischi porosi e  $21500$  per la sfera.

Attraverso le visualizzazioni di fumo si osservò come un aumento della solidità del disco poroso, definita come rapporto tra area chiusa ed area frontale totale, risultasse in maniera approssimativamente proporzionale in un aumento delle dimensioni della scia. Inoltre, per bassi rapporti di solidità, non si presentava una evidente regione di ricircolo, mentre aumentando il parametro di solidità si osservava una zona di flusso inverso a valle del disco.

Durante l'ultima decade sono stati condotti diversi studi per la caratterizzazione della scia prodotta da corpi tozzi di differente forma, tra i quali i dischi porosi, attraverso analisi DNS, Gourlay et al., e attraverso POD, Proper Orthogonal Decomposition, effettuata dallo stesso Johansson. Le analisi coprivano distanze fino a 150 diametri a valle del generatore.

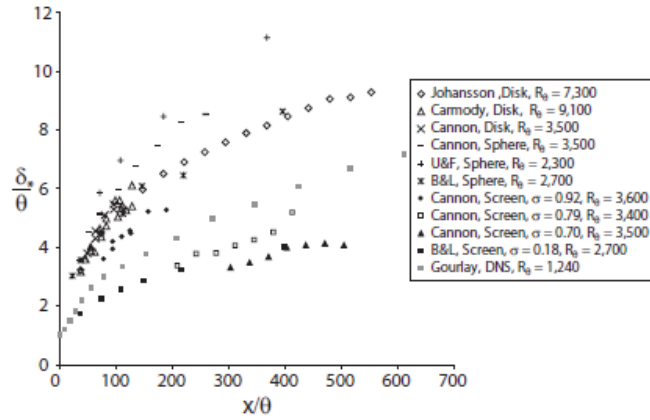
Dopo una lettura attenta degli studi sopra citati, Johansson trasse le le seguenti conclusioni:

1. Le differenti condizioni iniziali, porosità, dimensioni del disco e velocità del fluido, influenzano l'evoluzione della scia, contrariamente alla teoria classica secondo la quale tutte le scie dipendevano unicamente dalla distanza  $x$  e dalla resistenza,  $2\pi\rho U_\infty^2 \theta^2$ . Qui,  $\rho$  è la densità del fluido,  $U_\infty$  la velocità del flusso indisturbato e  $\theta$  lo spessore di momento definito dalla eq. ???. In Fig.(1.7) vengono presentati i dati raccolti relativi agli studi condotti sui generatori di scie assial-simmetriche.

Il grafico mostra la variazione con  $x$  della *Transverse lenght scale*, ampiezza della scia, definita come:

$$\delta_*^2 = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{U_0} \int_0^r U(U_\infty - U) r dr \quad (1.2)$$

dove  $U_0$  definisce il deficit di velocità di centre-line. I dati raccolti mostrano chiaramente come le curve in Fig.(1.7), relative a diversi



**Figura 1.7:** *Variazione della Transverse length scale con  $x$ , scalati con  $\theta$ . Immagine da Johansson*

generatori, non collassino in una singola curva. Gli effetti delle condizioni iniziali, inoltre, sembrano essere rilevanti anche ad elevati numeri di Reynolds e a distanze significative a valle dei generatori.

2. Sia nel caso di un disco pieno, analizzato da Johansson Fig.(3.18), sia nel caso di un disco poroso Fig.(1.9), i profili di velocità media collassano in una singola curva quando adimensionalizzati rispetto alla velocità di centre-line e al  $\delta$ . Questa caratteristica sembra mostrarsi anche negli altri studi analizzati.
3. I profili di intensità di turbolenza presentati da Cannon, per le medesime condizioni di flusso, non collassano per il disco di porosità  $\sigma = 0.70$ , anche a distanze significative,  $x/\theta > 500$ . In contrasto, nel lavoro presentato da Johansson, i profili di  $u'/U_0$  sembrano collassare, anche se non prima di  $x/\theta \approx 200$ .

## 1.2 Influenza di corpi in galleria

Le condizioni di flusso all'interno di una galleria del vento differiscono, abbastanza chiaramente, da quelle riscontrate in una corrente d'aria libera. L'aspetto più importante da considerare riguarda l'effettiva distanza tra le pareti della galleria e l'oggetto in esame: solitamente, per effetti che andremo a spiegare, essa risulta più piccola di quella reale. Inoltre,



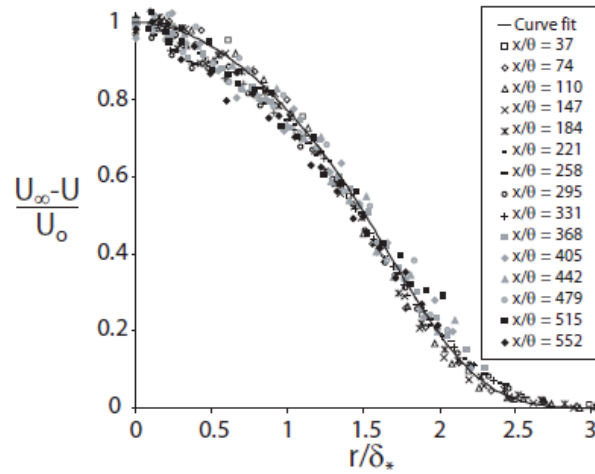


Figura 1.8: Profili di velocità media, dati da Johansson

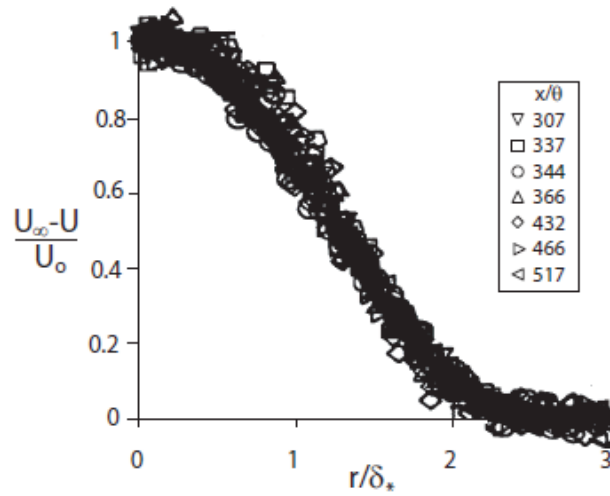
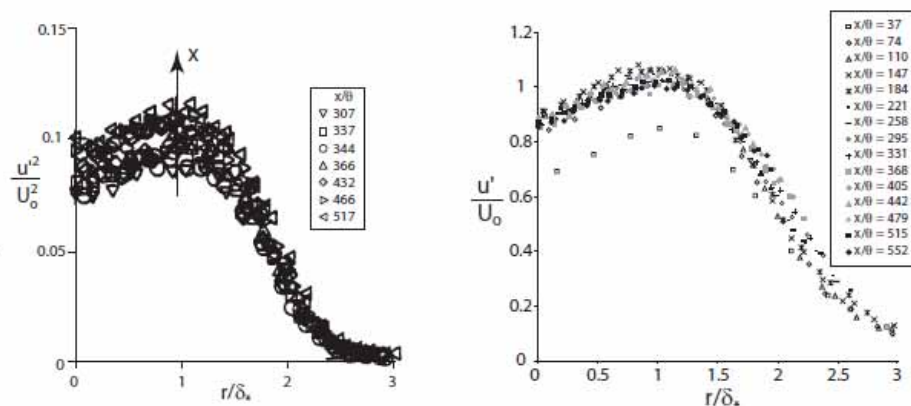


Figura 1.9: Profili di velocità media per un disco poroso di  $\sigma = 0.70$ , dati da Cannon



**Figura 1.10:** Profili di intensità di turbolenza per il disco poroso,  $\sigma = 0.70$ , (sinistra) e per il disco (destra), dati da Johansson

il flusso all'interno della galleria può possedere una distribuzione non omogenea delle proprietà temporali e spaziali. Piccole deviazioni possono modificare significativamente la distribuzione degli sforzi superficiali e le forze totali risultanti. Si analizzeranno i tre effetti più significativi presenti in una galleria del vento a ciclo chiuso come quella utilizzata nei test, effetti tra di loro dipendenti, ma che in prima approssimazione sono tradizionalmente considerati separatamente.

1. *Horizontal Buoyancy*: si riferisce ad una variazione della pressione statica lungo la sezione test della galleria, in assenza di corpi all'interno della galleria. In molte gallerie è diversa da zero, a causa dello spessore dello strato limite. Essa produce una resistenza analoga alla forza idrostatica di un oggetto in un fluido stazionario all'interno di un campo gravitazionale uniforme. Può produrre un significativo cambiamento nella direzione della spinta per alcune configurazioni di getti liberi in piccole sezioni. Non deve però essere confusa con la variazione della pressione statica lungo la sezione test indotta dalla presenza di un oggetto. In presenza di grandi corpi è possibile un'interazione tra i due gradienti, ciò nonostante il seguente progetto, sia a causa della dimensione della sezione test sia a causa della grandezza del disco, non ricade in questa categoria.

2. *Solid Blockage*: la presenza di pareti che delimitano il flusso intorno al modello nella sezione test riducono l'area di passaggio del flusso e quindi aumentano la velocità della corrente nelle vicinanze del modello. Questo aumento di pressione dinamica, che solitamente è costante su tutto il modello, è chiamato *Solid Blockage*. L'importanza dell'effetto è funzione dello spessore del modello, della sua distribuzione e della dimensione del modello. L'incremento di velocità è tuttavia inferiore, circa un quarto, rispetto all'incremento ottenuto attraverso una riduzione diretta dell'area di passaggio. Il rapporto tra l'area frontale dell'oggetto e l'area della sezione test è di fatto zero in molte applicazioni. E' tipicamente scelto in un range di  $0.01 - 0.10$ , con  $0.5$  valore tipico. Un effetto tipico di questo rapporto è rappresentato da un aumento degli sforzi di superficie rispetto al corrispondente caso in corrente di aria indisturbata. In prima approssimazione non si tiene conto del cambio di distribuzione degli sforzi superficiali, assunzione naturalmente non valida per alti rapporti di bloccaggio.
3. *Wake blockage*: la maggior parte degli oggetti generano, all'interno di una galleria, una scia nella quale la velocità media risulta inferiore rispetto a quella della corrente libera. In accordo con la legge di continuità, la velocità esterna alla scia, in una galleria a ciclo chiuso, dovrà essere maggiore del flusso indisturbato. La conseguente diminuzione di pressione genera un gradiente e incrementa la velocità sul modello. E' un effetto più complesso da tenere in conto in quanto la dimensione della scia è essa stessa funzione sia della forma del corpo sia del rapporto tra la sua area e quella della sezione test. La grandezza della correzione da effettuare aumenta con l'aumento della scia, che corrisponde ad un aumento della resistenza. In una galleria a ciclo chiuso la wake blockage aumenta la resistenza misurata.

Detto questo, un flusso uniforme è il più comunemente raffigurato nelle condizioni operazionali approssimate da una simulazione in galleria del vento. A causa delle dimensioni ridotte dell'oggetto rispetto alla sezione test, nel corso del progetto non sono state apportate modifiche che tenessero in conto dei fattori sopra esposti.



# Apparato sperimentale e metodo di analisi

In questa sezione verrà descritto l'apparato sperimentale in dotazione presso il Dipartimento di Energia dell'Università norvegese di Trondheim, NT-NU. In principio saranno mostrate le caratteristiche delle due gallerie del vento nelle quali sono state eseguite le misurazioni. Si passerà quindi all'esposizione del sistema di traversing costruito ed utilizzato per la movimentazione del disco all'interno della galleria. La parte finale della sezione è dedicata alla descrizione dell'apparato PIV in dotazione e alla tecnica di acquisizione utilizzata.

## 2.1 Smoke tunnel

Le visualizzazioni qualitative di fumo sono state condotte in una galleria a ciclo aperto aspirata, Fig.(2.1). L'apparato presenta un serbatoio pressurizzato contenente liquido "Fog Fluid Standard", fornito dalla Dantec Dynamics. Il liquido viene vaporizzato attraverso un piccolo tubo di diametro  $d = 1mm$ , riscaldato esternamente attraverso resistenze elettriche. Per l'immissione del fumo in galleria sono presenti 40 ugelli allineati verticalmente, come mostrato in Fig.(2.2). La galleria presenta 4 diverse condizioni di funzionamento, regolabili attraverso comando a distanza. Il range operativo di velocità è di  $0.5m/s - 1.4m/s$ . Per le registrazioni è stata utilizzata una telecamera digitale Canon HF10, in grado di registrare filmati in alta definizione completa con una risoluzione 1920X1080, Fig.(2.3).



**Figura 2.1:** *Smoke tunnel*



**Figura 2.2:** *Ugelli presenti nello smoke tunnel*



**Figura 2.3:** *Modello di telecamera Canon HF10*

## 2.2 Galleria del vento

Gli esperimenti tramite misurazione PIV sono stati condotti in una galleria a ciclo chiuso, Fig.(2.4), caratterizzata da una sezione test di dimensioni 500X1000 mm.



**Figura 2.4:** *Galleria del vento utilizzata per le prove con PIV*

La velocità del flusso indisturbato nella sezione test è controllata tramite un meccanismo pneumatico a regolazione manuale. La massima velocità di funzionamento della galleria è di  $20\text{m/s}$ . Dalle misurazioni preliminari ai test, l'intensità di turbolenza in condizioni di flusso indisturbato è risultata essere del 3.5%. La velocità del flusso durante gli esperimenti è stata monitorata in prima approssimazione tramite un tubo di Pitot collegato ad

un manometro manuale ad alcool. Il tubo è stato posizionato 1500mm a monte della sezione di test. La velocità è stata poi misurata tramite PIV all'inizio di ogni sessione di misura. Si sono riscontrati scostamenti tra i due sistemi di misura nell'ordine del 5%. Un' opportuna retta di calibrazione ha eliminato l'errore sistematico del sistema di misura con tubo di Pitot, in modo che le misure con i due sistemi di acquisizione coincidessero. La galleria presenta accessi ottici idonei alle misurazioni PIV: nella parete superiore del tunnel è presente una apertura di 100X200 mm con chiusura vetrata. Tale apertura è stata utilizzata per l'accesso ottico della fotocamera, Fig.(2.6). Un portello laterale di plexiglass garantisce l'accesso per il laser, Fig.(2.5).



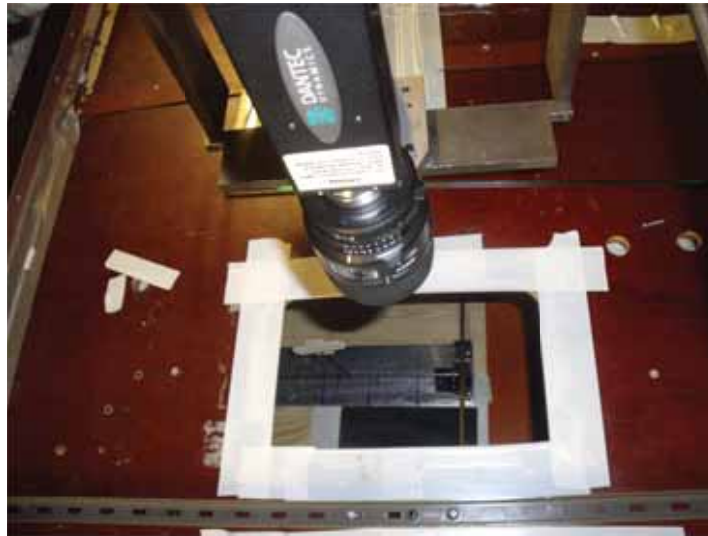
Figura 2.5: Ingresso ottico per laser

Per la misurazione della pressione atmosferica si è utilizzato un manometro a mercurio. La temperatura del flusso è stata misurata tramite un termistore con annesso un display lcd, di precisione  $\pm 0.1^{\circ}C$ .

### 2.3 Costruzione dischi porosi

Per la realizzazione dei dischi porosi è stato utilizzata balsa da modellismo. La costruzione dei dischi dal diametro di 80mm è stata effettuata tagliando barre a sezione quadrata di 3mm. Le parti esterne dei dischi porosi sono state contornate a profilo e posizionate in modo da sagomare



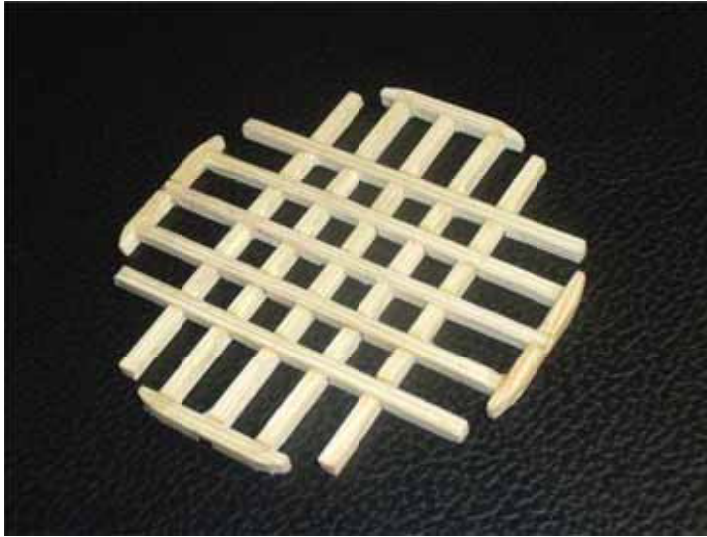


**Figura 2.6:** *Ingresso ottico per fotocamera*

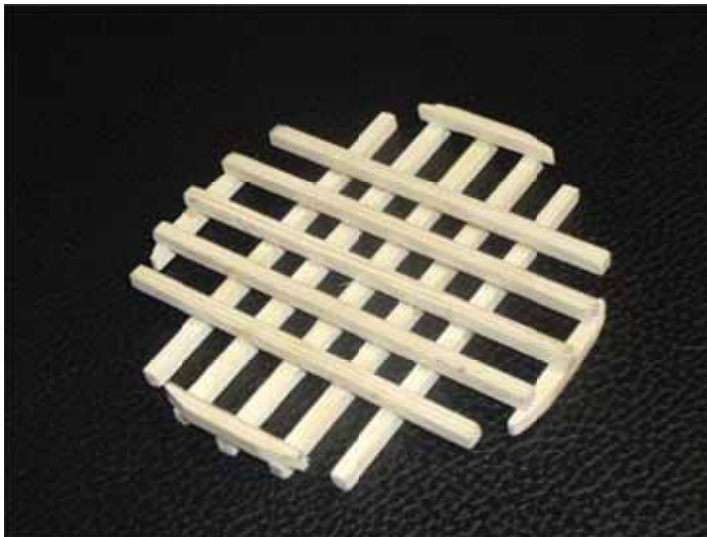
la sezione circolare del disco. Il disco monoplanare è stato realizzato lavorando le singole barre ed eseguendo un montaggio ad incastro per ottenerne la corretta planarità. Nel caso biplanare le barre sono state invece sovrapposte ed incollate, Fig.(2.7) e Fig.(2.8).

## 2.4 Sistema di traversing

Il campo visivo della telecamera era limitato dalle ottiche utilizzate e da esigenze del sistema PIV. Nel caso in esame, esso misurava 70X100 mm. Per effettuare misurazioni fino a 8 diametri a valle del disco, vale a dire su un'area di circa 300X600mm, si è deciso di costruire un sistema manuale di traversing che permettesse al disco movimenti nelle due direzioni principali, longitudinale e trasversale alla direzione principale del flusso. In questo modo è stato possibile spostare il disco nelle due direzioni riducendo considerevolmente sia i tempi di acquisizione delle immagini sia gli errori di disallineamento legati allo spostamento del disco. Tale sistema ha eliminato anche la necessità di fissare direttamente il disco sulla base della galleria, evitando di usurare il piano stesso. Attraverso il sistema di traversing, mostrato in Fig.(2.9), il disco veniva spostato di volta in volta nella posizione desiderata all'interno della galleria e si procedeva successivamente all'acquisizione delle immagini. Nella sezione 2.5.9 verrà illustrato l'algoritmo utilizzato per la costruzione del campo totale di velocità



**Figura 2.7:** *Disco poroso monoplanare*



**Figura 2.8:** *Disco poroso biplanare*

partendo dalle singole acquisizioni. Il sistema di traversing è stato realizzato su un basamento in legno comune di dimensioni 600X300X5 mm, fissato al fondo della galleria attraverso viti.



**Figura 2.9:** *Sistema di traversing*

Ai lati del basamento sono state fissate delle staffe ad "L" in acciaio forate, nelle quali sono stati inseriti cilindri di diametro  $9\text{mm}$  con funzione di guida per la piattaforma in acciaio dove il disco era fissato. In questo modo veniva assicurato il movimento longitudinale. La piattaforma di fissaggio del disco è costituita da una base in acciaio di dimensioni  $150 \times 500 \times 5\text{mm}$ , collegata alle guide cilindriche di cui sopra. Il disco è stato fissato su una barra in alluminio con sezione a "C", a sua volta innestata su un tondo cilindrico di diametro  $9\text{mm}$  con funzione di guida per il movimento trasversale del disco.

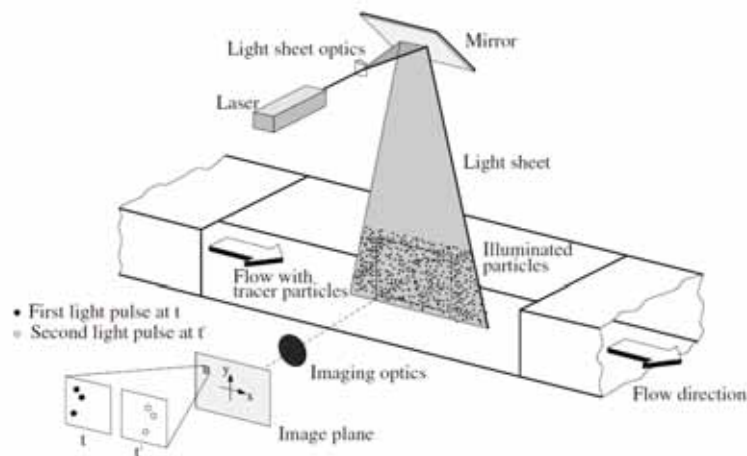
## 2.5 PIV

La PIV, Particle Image Velocimetry, è da circa 30 anni una delle tecniche non intrusive più utilizzate nel campo fluidodinamico. La PIV, come suggerisce il nome, riesce a misurare simultaneamente campi di velocità istantanei e medi su domini 2D e 3D con una ottima accuratezza; in quest'ottica ha rappresentato quindi un'estensione quantitativa e qualitativa della tecnica di visualizzazione del fluido, utilizzata per diverse decadi.

I principali campi di applicazione della tecnica PIV oggi sono:

1. Esperimenti in galleria del vento per test aerodinamici su componenti meccaniche, treni, aerei, costruzioni e altri oggetti/strutture.
2. Misure di velocità in acqua, come ricerche idrodinamiche, progettazione di scafi per imbarcazioni, macchinari rotanti, fluidi in tubazioni e canali.
3. Misure di velocità su gocce, angoli conici, lunghezze di penetrazione.
4. Ricerche ambientali: ricerche sulle combustioni, dinamica delle onde, ingegneria costiera, modellazione di maree, idrologia dei fiumi.
5. Ricerche ambientali: ricerche sulle combustioni, dinamica delle onde, ingegneria costiera, modellazione di maree, idrologia dei fiumi.
6. Verifica di esperimenti condotti attraverso CFD.

La Fig.(2.10) mostra schematicamente il setup tipico per l'acquisizione tramite PIV in galleria del vento.



**Figura 2.10:** *Tecnica PIV*

Il fluido viene tracciato attraverso particelle di fumo. Un piano, o lastra luminosa, viene illuminato all'interno del fluido ad intermittenza attraverso un laser modulato. Il tempo che intercorre tra le pulsazioni dipende

dalla velocità media del flusso e dall'ingrandimento dell'immagine necessario. E' assunto che le particelle traccianti si muovano con una velocità pari alla velocità locale del fluido tra le illuminazioni. La luce rifratta dalle particelle viene catturata attraverso una lente ad alta qualità in un singolo frame o in due frame separati, a seconda della tecnica utilizzata per l'acquisizione. L'uscita del sensore digitale viene trasferita direttamente nella memoria di un computer. Per l'analisi delle immagini PIV acquisite, la foto viene divisa in sottoaree denominate aree di interrogazione, Fig.(2.11).

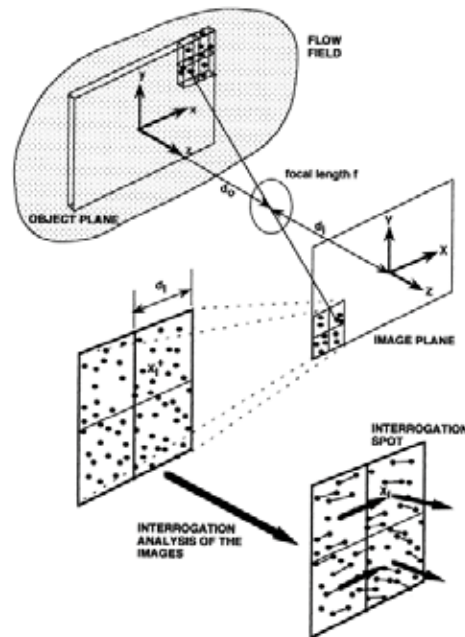


Figura 2.11: *Suddivisione dell'immagine in aree di interrogazione*

I vettori di spostamento locale delle particelle traccianti della prima e seconda illuminazione sono determinate per ogni singola area di interrogazione attraverso metodi statistici, vale a dire algoritmi di autocorrelazione e cross-correlazione appendice A. Si assume che le particelle all'interno della singola area di interrogazione si muovano in maniera omogenea nell'intervallo delle due illuminazioni. La proiezione del vettore velocità del flusso locale sul piano della lastra luminosa è calcolato tenendo in considerazione il lasso di tempo trascorso tra le due illuminazioni e l'ingrandimento dell'immagine. Tale processo di analisi viene ripetuto per tutte le aree di interrogazione dell'immagine acquisita.

La tecnica PIV richiede, riassumendo, 4 elementi base per poter essere utilizzata:

1. Sezione test di galleria trasparente contenente il fluido tracciato, liquido o gas;
2. Sorgente di luce (Laser) per illuminare la regione di interesse, piano o volume;
3. Mezzo di registrazione: film, CCD camera o piastra olografica;
4. Software per l'elaborazione dei dati ed estrazione delle velocità dalle posizioni delle particelle traccianti.

Si andranno ora a descrivere separatamente i singoli componenti utilizzati nel corso del lavoro.

### 2.5.1 Generatore di fumo

E' stato utilizzato un *Safex Fog Generator 2010* della Dantec Dynamics, sistema utilizzato in larga misura nelle applicazioni PIV, Fig.(2.12). Il sistema genera fumo bianco dall'evaporazione e condensazione di liquido a base di acqua. Il generatore viene alimentato da liquido Fog Fluid Standard, fornito dalla Dantec Dynamics. La quantità di fumo richiesto può essere regolata dall'uso di due unità a controllo remoto o direttamente sul generatore di fumo. I consumi minimi e massimi del generatore sono di  $10\text{ml}/\text{min}$ – $85\text{ml}/\text{min}$ . Il generatore richiede un'alimentazione a  $220\text{Volts}$ . La grandezza media delle particelle traccianti è di  $1\mu\text{m}$ .



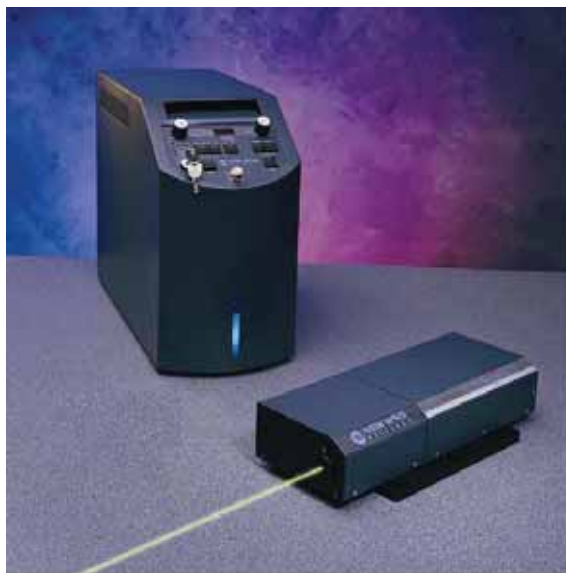
Figura 2.12: Generatore di fumo in dotazione

Frequenza di ripetizione (Hz)	15
Energia (mJ) a 532nm	120
Stabilità energetica a 532nm ( $\pm\%$ )	4
Diametro di emissione (mm)	5
Pulse Width (ns)	3 – 5
Divergenza	< 3
Beam Pointing	< 100
Jitter ( $\pm ns$ )	1

**Tabella 2.1:** Specifiche tecniche Laser SOLO PIV 120XT

### 2.5.2 Laser

Nelle prove sperimentali è stato utilizzato un sistema laser a ND:YAG SOLO PIV 120XT fornito dalla NEW WAVE RESEARCH. Il sistema in dotazione presenta una testa laser e una componente di alimentazione, le cui dimensioni e caratteristiche tecniche sono mostrate in Tab. 2.1 e Tab. 2.2.



**Figura 2.13:** Sistema Laser in dotazione



	Testa laser	Power supply
Lunghezza (mm)	569	483
Altezza (mm)	123	381
Larghezza (mm)	235	218
Peso (Kg)	15.5	25
Length Umbilical (m)	3	

**Tabella 2.2:** Specifiche fisiche Laser SOLO PIV 120XT

### 2.5.3 Fotocamera

E' stata utilizzata una fotocamera digitale *CCD Flow Sense 2M* dalla Dan-tec Dynamics, Fig.(2.14). La strumentazione utilizza un chip CCD ad alte prestazioni nella scansione progressiva dell'interlinea, sensitività dalla luce di  $532nm$  e approssimativamente un 60% nella regione giallo arancio del-lo spettro di luce. Il chip possiede  $1600 \times 1186$  celle foto-sensitive. La FlowSense 2M possiede la qualità di poter registrare con una risoluzione a 8 o 10 bit (256 o 1024 livelli di grigi), con un basso rumore di sottofondo. La risoluzione della fotocamera è di  $1186 \times 1600$  pixels, con una grandezza di pixel di  $7.4\mu m$ , ed una frequenza massima di acquisizione di 15 frame per secondo ( $15Hz$ ).



**Figura 2.14:** Fotocamera CCD Flow Sense 2M

### 2.5.4 Setup di acquisizione

In generale le scelte effettuate sul setup sperimentale della PIV vengono prese scegliendo quale delle seguenti caratteristiche abbia priorità nel progetto:

1. Alta risoluzione spaziale e/o temporale sul campo di moto sotto investigazione.



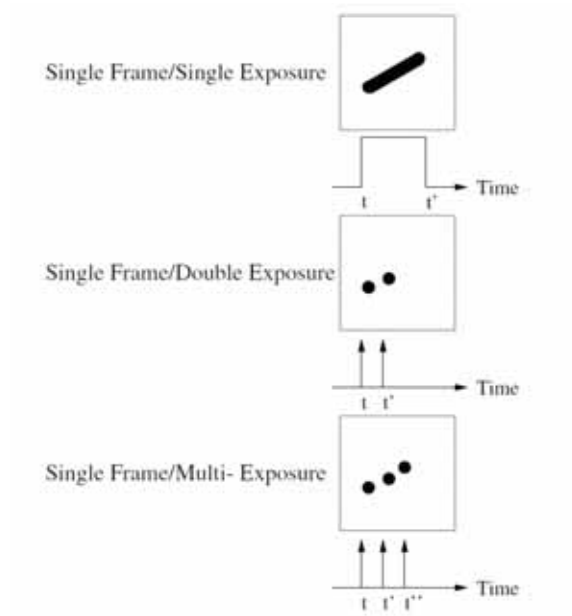
2. Risoluzione richiesta sulle fluttuazione del fluido
3. Intervallo di tempo tra le acquisizioni con PIV
4. Componenti disponibili nel laboratorio o acquistabili ai costi desiderati.

In base alle priorità che possiede il progetto, è possibile scegliere la tecnica e i parametri di acquisizione più adatti. Le modalità di registrazione con la PIV sono principalmente due: il primo, denominato *single frame/multiple exposure*, cattura le immagini del flusso illuminato in un singolo frame mentre il secondo, chiamato *multiframe/single exposure*, è in grado di fornire una singola foto per ogni pulsazione e quindi ogni illuminazione del fluido. Storicamente il primo metodo è stato largamente utilizzato, soprattutto a causa dei limiti tecnologici presenti. Infatti, grazie ad esso non era possibile avere informazioni sull'ordine temporale delle illuminazioni, e ciò comportava quindi una evidente ambiguità nei vettori spostamento risultanti. Per questa ragione è stato necessario introdurre una grande varietà di schemi che tenessero in conto questa ambiguità, come la "imaging shifting", come descritto da *citePivbook*. Con l'avvento delle camere ad alta velocità CCD digitali si è passati all'utilizzo della *multiframe/single exposure*, tecnica utilizzata nel corso del presente progetto, grazie alla quale si preserva l'ordine temporale delle immagini acquisite eliminando l'ambiguità direzionale, riducendo i tempi di analisi e valutazione. Tale tecnica permette inoltre di adattare il tempo di separazione tra le pulsazioni in un ampio range, ed un maggiore rapporto tra segnale e rumore nel piano della correlazione disponibile a pari grandezza di area di interrogazione.

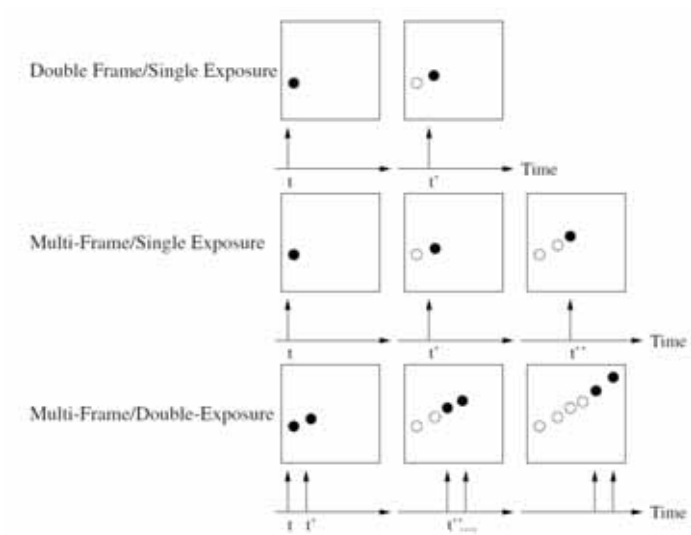
Nel progetto è stato utilizzato un sistema di acquisizione DC Image Acquisition System, fornito dalla Dantec Dynamics, la cui panoramica generale è data dalla Fig.(2.17).

Il laser e la fotocamera sono sincronizzati mediante timer box. Tale dispositivo fa intervenire in maniera sincronizzata le due periferiche, in modo tale che l'immagine delle particelle traccianti illuminate dalla prima pulsazione laser venga registrata sul frame 1 della fotocamera e, nell'istante della seconda, sul frame 2. Il lasso di tempo che intercorre tra due pulsazioni laser successive (chiamato anche risoluzione temporale) è lo stesso che intercorre tra l'acquisizione di due immagini successive. Le immagini acquisite vengono immagazzinate sulla memoria RAM e successivamente salvate permanentemente sull'hard disk in dotazione al PC.

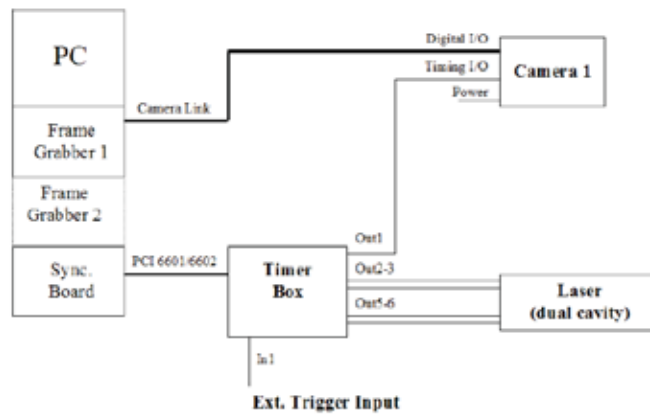
Il procedimento di setup prevede innanzitutto l'allineamento del fascio laser ad un piano orizzontale di riferimento. Il procedimento è stato effettuato mediante una livella elettronica con precisione  $\pm 0.1$ gradi. Il passo



**Figura 2.15:** *Tecniche single frame*



**Figura 2.16:** *Tecniche multi frame*



**Figura 2.17:** *Panoramica DC Image Acquisition System*

successivo prevede l'allineamento della telecamera con il piano suddetto, sempre mediante ausilio della livella elettronica. In tal modo si è assicurata il parallelismo del piano di fuoco della telecamera con il piano laser. La distanza della telecamera dal piano laser è limitata da fattori contingenti, nello specifico dal sistema di fissaggio della telecamera stessa. La telecamera è stata posizionata alla massima distanza possibile dal piano laser,  $750\text{mm}$  circa, col fine di ottenere il più esteso campo visivo possibile. Si è proceduto quindi alla calibrazione della strumentazione. A tale scopo, è stato inserito in galleria un campione di riferimento, una piastra contenente punti equispaziati a distanze note. Nella Fig.(2.18) si mostra la foto del campione e l'inserimento della distanza nota tra i punti, pari a  $25\text{mm}$ , nel programma di calcolo. In questo modo veniva aggiornato il fattore di scala dell'immagine  $S$ , quantità importante per la futura analisi.

È stato necessario poi focalizzare la telecamera sul piano laser. A tale scopo si è iniettato fumo nel tunnel tramite il generatore *SAFEX* di cui sopra. Per ottenere una buona qualità di immagini, necessaria ma non sufficiente per effettuare delle analisi accurate, i seguenti parametri sono stati regolati:

1. Energia del fascio laser: il laser è stato utilizzato mediamente al 65% della energia massima: più energia significa una maggiore quantità di luce rifratta dalle particelle, e quindi immagini più nitide. Si è cercato di mantenere l'energia su un livello che permettesse un corretto raffreddamento del laser, sufficientemente lontano dalla soglia di massima energia.



**Figura 2.18:** *Calibrazione della strumentazione PIV*

2. Intervallo temporale tra l'acquisizione dei due frame successivi, o "risoluzione temporale"  $\Delta t$ : l'intervallo temporale tra i frame è un parametro fondamentale che va affinato mediante procedure empiriche. È intuitivo capire che tale parametro sia correlato in maniera inversamente proporzionale alla velocità del flusso. Questo lasso di tempo è limitato inferiormente dallo spostamento delle particelle (il quale deve essere maggiore od uguale ad un pixel) e superiormente dalla dimensione delle aree di interrogazione (in prima approssimazione, lo spostamento medio delle particelle tra le due foto non deve essere maggiore di un quarto del lato dell'area di interrogazione). Testando diversi setup è stato possibile individuare di volta in volta l'intervallo che garantisce la migliore qualità di analisi. In generale un  $\Delta t = 50ms$  ha consentito ottimi risultati nelle analisi.
3. Densità delle particelle traccianti all'interno dell'immagine: La quantità di fumo iniettato è stata stabilizzata alla minima portata necessaria per avere un "average gray level" nelle immagini acquisite di circa 80 su una scala di 1024. (mettere screenshot del programma con finestra di analisi dei pixel)

La messa a fuoco della fotocamera è stata effettuata manualmente. Si è proceduto allo spostamento del piano focale fino ad ottenere una soddisfacente nitidezza dell'immagine delle particelle di fumo nel piano laser. L'allineamento è stato effettuato in modalità di osservazione "on line" del programma FlowManager: le immagini acquisite dalla fotocamera non vengono salvate nella RAM ma direttamente visualizzate nel display, così

da rendere possibile il monitoraggio real-time della qualità dell'immagine durante le operazioni di messa a fuoco. Una volta completata la messa a fuoco, il sistema è pronto per il procedimento di acquisizione.

### 2.5.5 Acquisizione delle immagini

Il disco è stato inizialmente allineato al margine del campo visivo della telecamera rivolto a monte del flusso. Dopo aver lasciato stabilizzare il flusso per alcuni secondi, si è iniziato a iniettare fumo tramite il generatore. In modalità online si è osservato che l' "average gray level" si attestasse attorno ad un livello di 80 su 1024. mantenendo il quantitativo di fumo costante, si è provveduto ad acquisire le coppie di foto. Per ogni posizione del disco sono state acquisite 110 coppie di frame. In simultanea, i valori di temperatura, pressione e velocità del flusso registrata dal Pitot sono stati registrati su un foglio Excel. Una volta terminato il salvataggio delle foto su hard-disk, si è proceduto allo spostamento del disco nella successiva posizione di acquisizione.

### 2.5.6 Analisi e valutazione delle immagini

Il software utilizza un sistema di coordinate Cartesiane con il piano  $XY$  coincidente con il piano laser (cita il manuale di flowmanager). Osservando l'immagine dal punto di vista della telecamera, l'asse  $X$  viene preso positivo verso destra e l'asse  $Y$  positivo verso l'alto. In questo modo il piano laser e l'orientazione della fotocamera definiscono il sistema di coordinate. L'origine  $(0, 0)$  è posizionata nel vertice inferiore sinistro dell'area osservata (ovvero il pixel in basso a sinistra, Fig.(2.19)).

I simboli  $(i, j)$ ,  $(k, l)$  e  $(m, n)$  descrivono le coordinate delle immagini misurate in pixels, mentre i simboli  $(x, y)$  sono utilizzate per le coordinate dell'oggetto misurate nel Sistema Internazionale. Tutti i calcoli implementati dal software vengono svolti utilizzando i pixels e poi trasformati in unità metrica attraverso il fattore di scala dell'immagine  $S$ . Come precedentemente accennato, due differenti tecniche di correlazione possono essere utilizzate: auto-correlazione e cross-correlazione. Nella appendice 1 verrà approfondito l'aspetto matematico delle correlazioni implementate dal software. Ci limitiamo in questa sede a offrire una panoramica generale del problema. La risoluzione dell'analisi delle due immagini acquisite dal sistema PIV è definita dalle dimensioni del campione estratto dalla foto, vale a dire dalle dimensioni dell'area di interrogazione. All'interno delle aree di interrogazione, può essere osservato uno spostamento

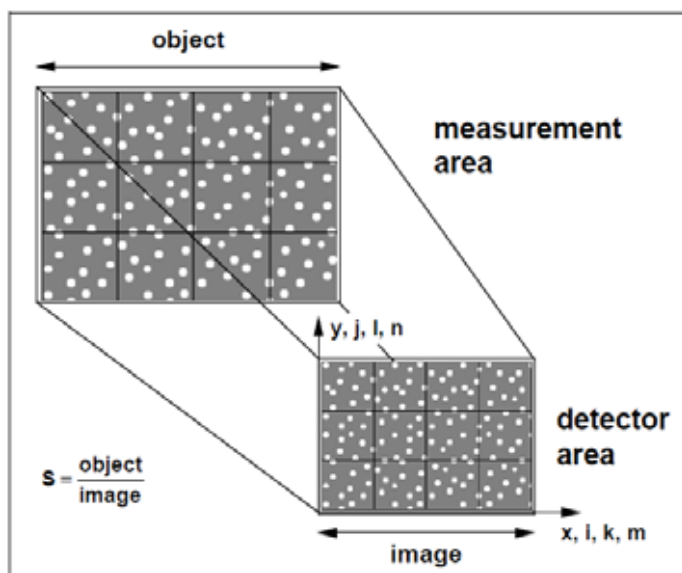


Figura 2.19: Sistema di coordinate e piano dell'Immagine/Oggetto

medio spaziale delle particelle traccianti da un campione (o area di interrogazione) al suo omologo nella seconda immagine, a condizione ovviamente che sia presente del fluido nel piano illuminato. Lo spostamento può essere descritto semplicemente con un modello illustrato in Fig.(2.20).

### 2.5.7 Cross - correlazione

La funzione  $f(m, n)$  descrive l'intensità di luce all'interno dell'area di interrogazione registrata al tempo  $t$ , la funzione  $g(m, n)$  descrive l'intensità di luce all'interno dell'area di interrogazione acquisita all'istante  $t + \Delta t$ . La seconda può essere considerata l'uscita della funzione di trasferimento  $s(m, n)$ , considerando la  $f(m, n)$  come l'ingresso, e con una funzione rumore aggiuntiva  $d(m, n)$ . Le funzioni descritte con le lettere in maiuscolo sono le corrispondenti trasformate di Fourier. La funzione di spostamento temporale  $s(m, n)$  è direttamente correlata al flusso e al tempo tra le due registrazioni, mentre il rumore  $d(m, n)$  è il risultato del movimento delle particelle traccianti all'interno e all'esterno dell'area di interrogazione nel periodo tra le due acquisizioni. Il principale compito della PIV è la stima della funzione di spostamento spaziale  $s(m, n)$  sulla base della conoscenza (misurata) dei valori delle funzioni  $f(m, n)$  e  $g(m, n)$ , attraverso quindi tecniche statistiche di correlazione spaziale, autocorrelazione nel caso di

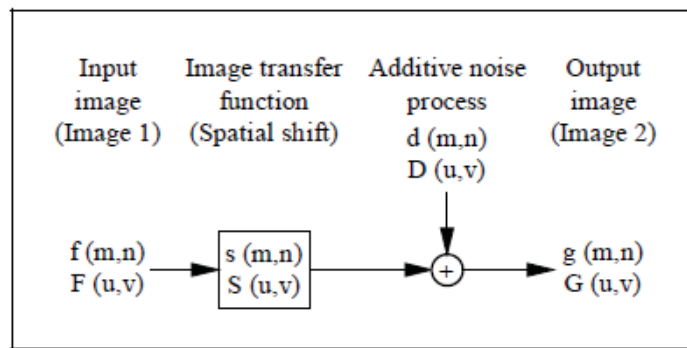


Figura 2.20: Funzione spostamento

tecniche *single frame/multiple exposure* e cross-correlazione nel caso di *multiframe/double exposure*, che verranno spiegate nel dettaglio nell'Appendice 1.

### 2.5.8 Adaptive - correlation

Nelle sperimentazioni in oggetto si è utilizzata una tecnica di analisi particolare, denominata *Adaptive-correlation*. In un algoritmo standard di cross-correlazione, le particelle traccianti che entrano o abbandonano l'area di interrogazione durante l'acquisizione della coppia di immagini non contribuiscono positivamente al calcolo della correlazione, venendo a mancare nell'area la posizione iniziale o finale delle particelle. Nonostante ciò, esse contribuiscono alle cosiddette correlazioni random e quindi diminuiscono il rapporto segnale/rumore. Nella PIV questo fenomeno è anche chiamato "loss-of-pairs" o "signal drop-out", e contribuisce in misura importante sull'errore della misura. Per diminuire il peso di questo errore si è deciso di utilizzare la *Adaptive-correlation*, trattata anche in [11]. La tecnica si basa su un metodo iterativo: viene scelto un valore di offset iniziale, valore che viene applicato dalla prima finestra (l'area di interrogazione nell'immagine 1) alla seconda. Si implementa quindi una cross-correlazione tra le due immagini e il valore ottenuto dall'analisi viene utilizzato come nuovo offset per la successiva analisi, questa volta però con aree di interrogazione più piccole. Il processo può essere ripetuto più volte, per affinare il livello di precisione dell'analisi. Il maggior beneficio proveniente dallo *shifting* delle finestre è proprio di catturare le particelle traccianti che abbandonano la finestra durante la registrazione. Inoltre, catturando un numero maggiore di particelle per ogni vettore, le aree di interrogazione

sono più raffinate, pur continuando a mantenere un numero adeguato di vettori esatti senza incrementare la densità delle particelle nel flusso.

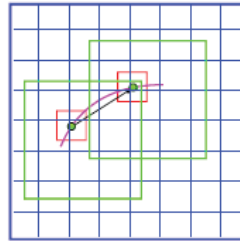


Figura 2.21: *Adaptive Correlation*

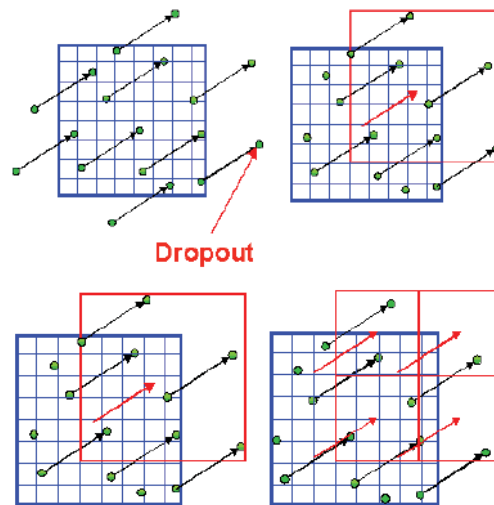
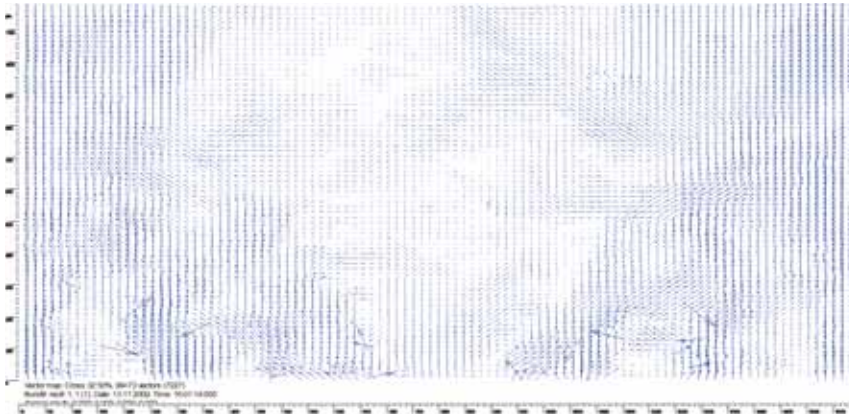


Figura 2.22: *Adaptive Correlation: esempio di shifting delle finestre*

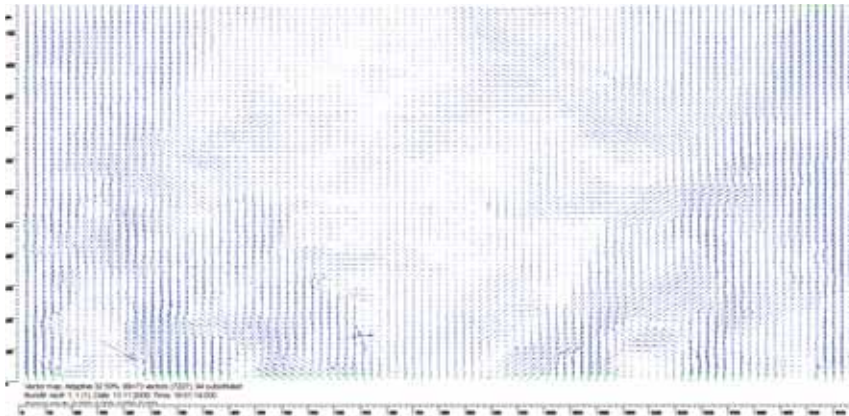
L'utilizzo della Adaptive Correlation contribuisce quindi in maniera positiva, sia perchè si aumenta la forza del segnale andando a catturare le particelle fuori dalla finestra di interrogazione, sia perchè le aree di interrogazione vengono raffinate, essendo possibile applicare degli offset adattativi sulle finestre. Nelle seguenti immagini, Fig.(2.23) e Fig.(2.24), vengono comparati i risultati di una analisi di cross-correlazione ed una ottenuta attraverso una Adaptive correlation. E' evidente come, soprattutto



nelle regioni con gradienti di velocità più alti, la seconda tecnica produca analisi più accurate.



**Figura 2.23:** Risultato di una analisi mediante cross-correlazione



**Figura 2.24:** Risultato di una analisi mediante Adaptive-correlazione

La finestra in Fig.(2.25) mostra i seguenti parametri che si sono impostati per l'analisi Adaptive Correlation.

1. Area di interrogazione finale: è indicata in pixels. Generalmente per un buon successo dell'analisi sono richieste 5/10 particelle traccianti per area di interrogazione; con l'utilizzo della Adaptive Correlation questa richiesta può essere rilassata e si può andare sotto il limite

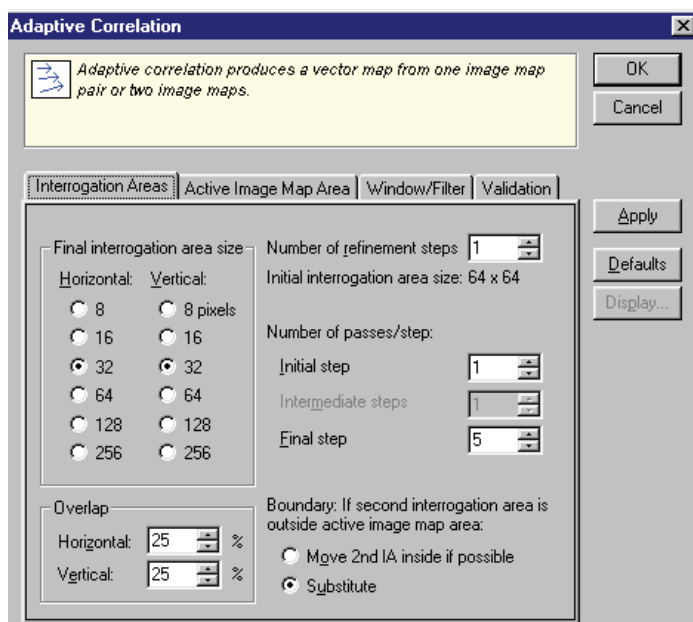


Figura 2.25: Parametri impostati della Adaptive Correlation

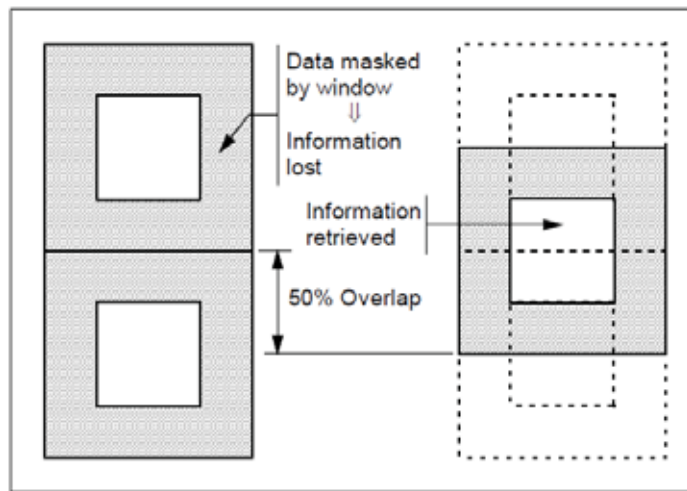
richiesto mantenendo una buona qualità di analisi. Nelle sperimentazioni in esame si è deciso di utilizzare aree di interrogazione di 32X32 pixels. Si sono utilizzati 2 "refinement steps", partendo cioè da finestre inizialmente di 256X256 pixels.

2. Percentuale di sovrapposizione: Le correlazioni sono calcolate dal processore utilizzando una Fast Fourier Transformation (FFT); tale algoritmo di analisi è affetto da rumori ciclici. Per ridurre questi rumori si ricorre all'uso di funzioni finestra e di sovrapposizione delle aree di interrogazione. Grazie a tale tecnica, le informazioni che non sono utilizzate in una area di interrogazione vengono utilizzate in un'altra area che parzialmente si sovrappone alla prima. In questo lavoro la percentuale di sovrapposizione è stata settata a 50%. Ciò consente di avere un numero doppio di vettori rispetto ad una normale cross correlation. In totale quindi, considerando l'area totale dell'immagine di 1600x1296 pixels, i campi vettoriali risultanti saranno composti da 100X98 vettori di velocità.
3. Active image map area: percentuale dell'area della foto che si intende processare. Nel lavoro in esame è stata settata al valore massi-

mo (1600X1196).

4. Interrogation area offset: parametri che indicano le politiche da eseguire nello shift delle finestre (central difference nel caso in esame). Per le aree di interrogazione poste ai bordi delle foto, si è scelto di sostituire i vettori con una delle due aree di interrogazione all'esterno del campo visivo.
5. Validazione: Durante il processo iterativo della Adaptive correlation, per passare da un livello al successivo è necessaria la validazione dei vettori spostamento. Si utilizza quindi una *Peak validation* ed una *Local Neighborhood Validation*. Utilizzando la prima, si vanno a validare o a scartare i singoli vettori a seconda del valore di picco corrispondente al piano di correlazione dove il vettore spostamento viene misurato. Viene principalmente utilizzata per determinare la qualità dei vettori provenienti dall'analisi. Nella cross-correlazione è infatti assunto, come meglio chiarito in appendice 1, che il picco di maggiore intensità rappresenti il segnale mentre il secondo corrisponde al rumore (correlazioni random). Se la qualità dei dati è alta, il picco del segnale dovrebbe essere sufficientemente maggiore rispetto al picco del rumore. E' stato scelto un valore di 1.2, come suggerito anche da [4]. Attraverso la seconda validazione, vengono validati o scartati i vettori in comparazione con i vettori circostanti. I vettori scartati vengono quindi sostituiti con vettori stimati sui valori vicini. La continuità nel comportamento del campo di moto è un'assunzione implicita nell'utilizzo di questo metodo.
6. Window filters: vengono utilizzate per migliorare le analisi. Nel corso del lavoro è stato deciso di non fare uso dei filtri di finestra in quanto non apportavano un importante miglioramento delle analisi a fronte di un considerevole aumento dei tempi di esecuzione dell'implementazione.

Una volta eseguita la Adaptive Correlation per ogni singola coppia di immagini, è stata effettuata una analisi di *Moving Average*, per aumentare l'accuratezza delle analisi. Alla base di questo approccio c'è l'idea che il campo di velocità misurato sia pressoché costante all'interno dell'area di interrogazione e che quindi non esista una grande differenza tra vettori adiacenti. In altre parole, esiste una correlazione tra di loro, o equivalentemente, il campo di moto è sopra campionato. All'interno di una finestra quadrata scelta per l'analisi si procede quindi ad una comparazione dei vettori velocità in relazione ai vettori adiacenti, prendendo come riferimento la media statistica dei vettori all'interno della finestra. Se il vettore



**Figura 2.26:** Le funzioni distrutte dalla finestra vengono recuperate utilizzando la sovrapposizione delle aree di interrogazione

devia di una certa quantità fissata, esso viene sostituito. Si rimanda all'appendice 1 per l'approfondimento del procedimento matematico alla base. Nel lavoro in oggetto, si è scelto di effettuare una *Moving Average* su un'area quadrata di dimensioni 3x3 aree di interrogazione. La sequenza di analisi effettuata su ogni singola foto prevede perciò:

1. - Adaptive correlation
2. - Moving Average validation

Per ogni posizione sono state acquisite 110 coppie di foto, e per ciascuna di esse è stata compiuta la sequenza di analisi sopra specificata. Il passo successivo è stato calcolare le quantità statistiche sui valori di velocità ottenuti. Le principali grandezze calcolate sono:

1. Media delle componenti di velocità  $U$  e  $V$ .
2. Deviazione Standard
3. Varianza e Covarianza
4. Coefficiente di correlazione

Per l'analisi è stato scelto di includere tutti i vettori precedentemente validati, includendo quindi i vettori sostituiti dalle validazioni effettuate, Fig.(2.27).

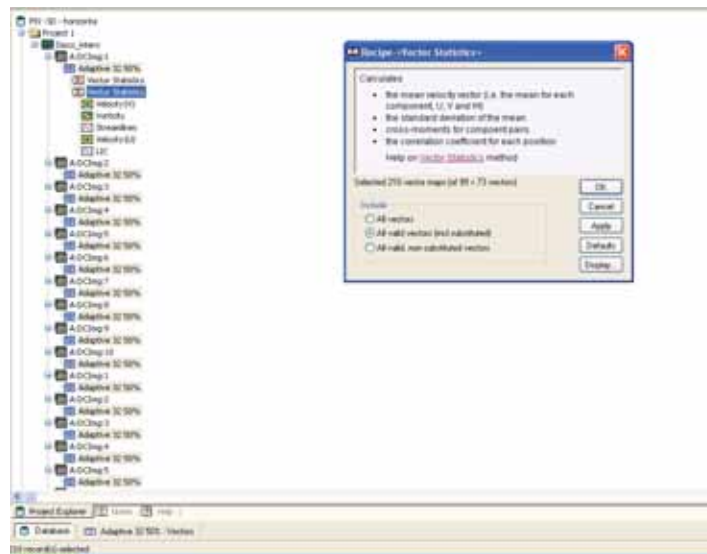
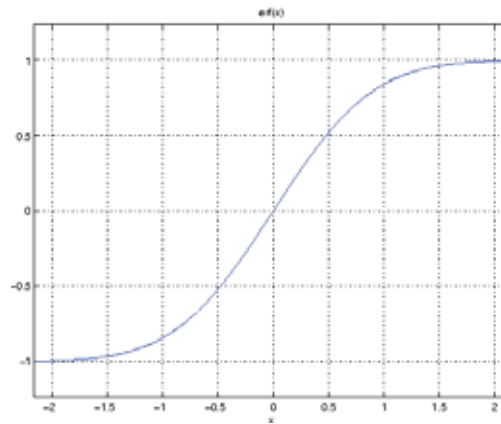


Figura 2.27: Finestra del programma Flow Manager per la Vector Statistics

## 2.5.9 Sovrapposizione delle immagini

Per effettuare una analisi su larga scala e caratterizzare quindi il campo di moto fino a 8 diametri a valle del disco, è stato necessario acquisire 24 immagini adiacenti (2x12), ognuna per ogni differente posizione assunta dal disco. Ogni foto, una volta analizzata, dà origine a 99x73 vettori velocità. E' stato inoltre deciso di mantenere una sovrapposizione tra le regioni durante l'acquisizione delle immagini, sovrapposizione corrispondente a 10mm in senso longitudinale e 5 mm in senso trasversale, corrispondenti a 10 e 5 vettori velocità. La sovrapposizione è stata introdotta con lo scopo di facilitare la ricostruzione del campo totale di velocità dai campi vettoriali ricavati dalle singole fotografie. Dopo aver eseguito le analisi e ottenuto il campo di velocità per ogni singola posizione, si è reso necessario implementare un codice Matlab che riuscisse a ricostruire l'intero campo di studio. Il codice è stato strutturato in maniera da ricevere in ingresso le matrici contenenti il campo di velocità di ogni regione, sotto forma di una matrice contenente posizione e valore dei vettori di velocità. Nelle aree di sovrapposizione delle fotografie si avevano quindi a disposizione, per ogni punto, due misure di velocità. Un primo metodo di sovrapposizione sperimentato consisteva nell'implementare una funzione che effettuasse una semplice media tra i due valori. Tale scelta comportava una non perfetta combinazione delle immagini: nelle aree di

sovrapposizione erano osservabili delle variazioni a gradino delle velocità non accettabili. Si è quindi passati all'utilizzo della funzione degli errori, Fig.(2.28) che permettesse di addolcire tali gradini di velocità e di ottenere una sovrapposizione più accurata.



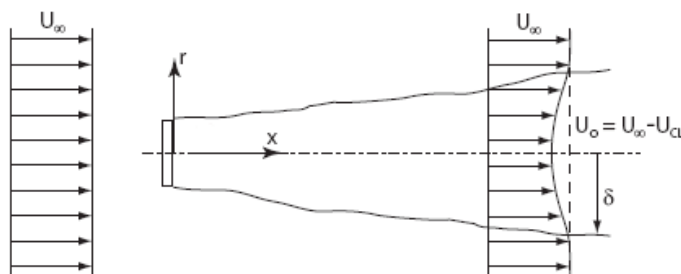
**Figura 2.28:** Funzione errore

Il codice è stato poi utilizzato per calcolare le quantità necessarie alla caratterizzazione del campo di moto.

## Risultati e discussione

In questo capitolo verranno esposti ed analizzati i risultati sperimentali ottenuti. Come già introdotto, due differenti dischi porosi saranno oggetto di studio. Come esposto nel capitolo 2, essi presentano stessa solidità ma diversa geometria. Il primo disco è costituito da una griglia mono-planare, ed il secondo da una griglia disposta su due diversi piani, Fig.(2.7) e Fig.(2.8).

Nella prima parte verranno analizzate le visualizzazioni di flusso effettuate nella galleria descritta nel capitolo 2, mediante linee di fumo. In seguito, saranno prese in esame le misurazioni PIV delle scie dei due dischi, con particolare attenzione alle caratteristiche del flusso medio indotto. In ragione della simmetria della scia rispetto all'asse dei dischi, previamente verificata, solo metà campo di flusso sarà analizzato. Lo studio fluidodinamico si estende a valle del disco per 640 mm, corrispondente a 8 diametri. Verrà quindi effettuata una analisi quantitativa dei campi medi di velocità, basata su calcolo ed interpretazione delle seguenti quantità, mostrate in Fig.(3.1), necessarie alla caratterizzazione del flusso nei casi in esame:



**Figura 3.1:** *Coordinate della scia*



- Deficit di velocità di centre-line : definita come  $U_0 = U_\infty - U_{cl}$  dove  $U_0$  rappresenta la velocità di centre-line del disco e  $U_\infty$  rappresenta la velocità del flusso indisturbato misurata in galleria.
- *Transverse length scale*: tale quantità sarà utilizzata al fine di dare una stima della ampiezza della scia e della sua evoluzione. Secondo l'equazione ??, la grandezza si definisce come:

$$\delta_*^2 = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{U_0} \int_0^r U(U_\infty - U) r dr$$

Si prenderà inoltre in considerazione la *Cross stream length scale*, definita come  $\delta/\theta$ . Il parametro  $\theta$ , *momentum thickness*, viene definito come:

$$\theta^2 = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{U_\infty^2} \int_0^r U(U_\infty - U) r dr$$

La *Cross stream length scale* è utilizzata in letteratura, [6] nello studio delle scie assialsimmetriche. Tali parametri saranno fondamentali per poter comparare, a termine dell'esposizione dei risultati, il lavoro in oggetto con altri studi relativi alla caratterizzazione di dischi porosi. Verranno quindi commentate le analogie e le differenze riscontrate.

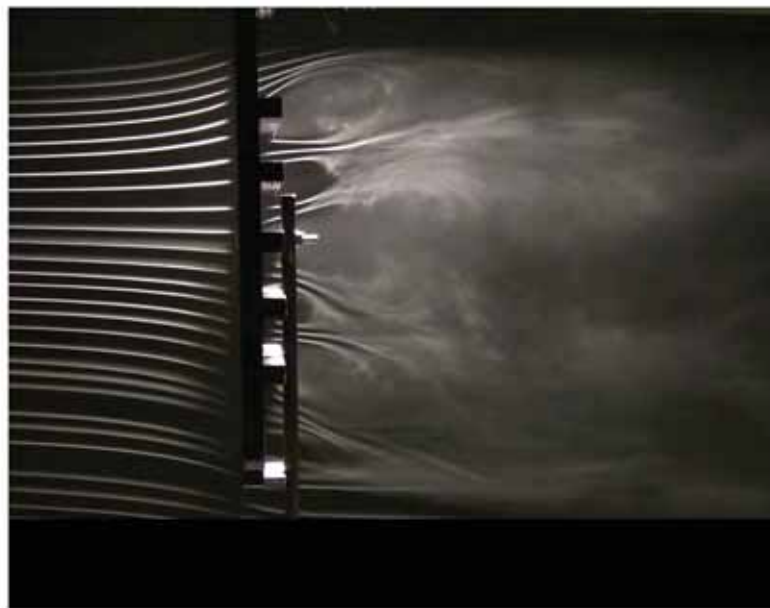
### 3.1 Visualizzazioni tramite linee di fumo

Nella prima parte del lavoro sono state realizzate delle visualizzazioni con linee di fumo, al fine di ottenere un'analisi qualitativa del flusso che si sviluppa nella regione di *near wake* del disco. Oggetto di studio sono stati i dischi monoplanare e biplanare con  $d = 80mm$  (di seguito, indicati rispettivamente con i pedici SM e SB, che stanno per *Small Monoplanar* e *Small Biplanar*), e il solo disco biplanare con  $d = 270mm$  (indicato di seguito come BB, *Big Biplanar*). La velocità del flusso indisturbato cui sono state effettuate le prove è di  $U_\infty = 1.1m/s$ , corrispondente a  $Re_{DSM} = Re_{DSB} = \frac{U_\infty D}{\nu} = 6000$  e  $Re_{DBB} = 20000$ , rispettivamente. Si ricorda che una descrizione più dettagliata dell'apparato sperimentale è oggetto del capitolo 2. In tutte e tre le visualizzazioni il disco è disposto alla sinistra dell'immagine e le linee di fumo fluiscono da sinistra verso destra. Per la visualizzazione del flusso indotto nei due piani, verticale ed orizzontale, è stato necessario ruotare i dischi biplanari di 90 gradi. Per tale configurazione, il *piano verticale* è definito come il piano parallelo alle barre verticali, quando queste si trovano a rivolte a valle del flusso. Il *piano orizzontale* è ovviamente definito come il piano perpendicolare alle barre

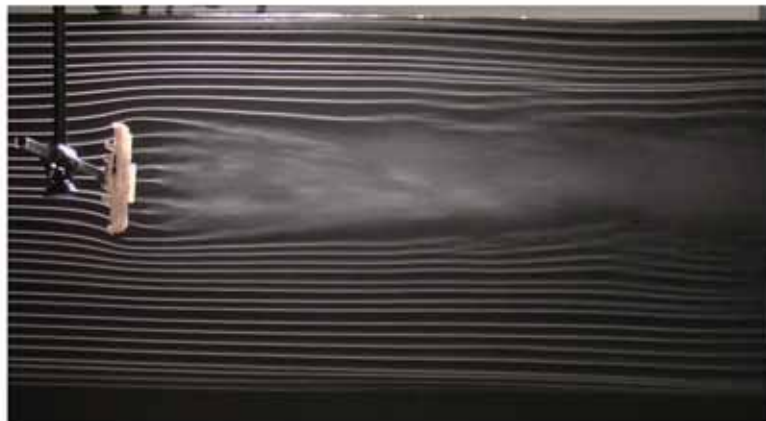




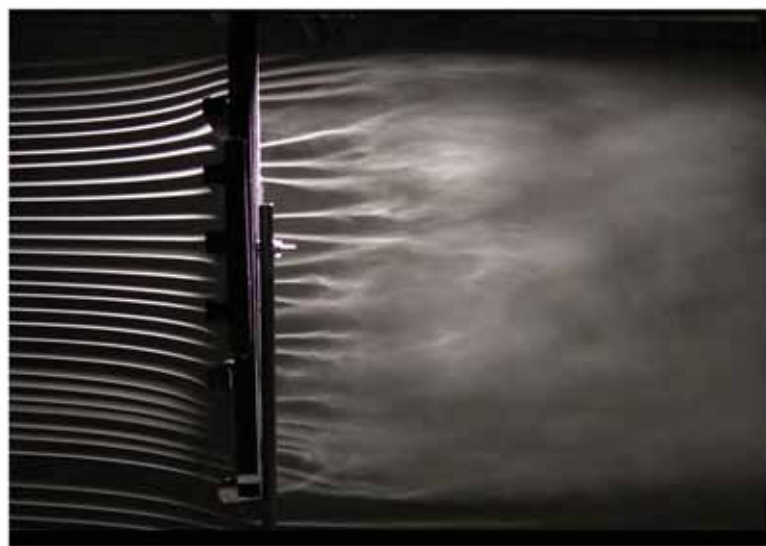
**Figura 3.2:** Visualizzazioni con linee di fumo per il piano orizzontale del disco biplanare di  $d = 80\text{mm}$



**Figura 3.3:** Particolare delle visualizzazioni con linee di fumo per il piano orizzontale del disco biplanare di  $d = 270\text{mm}$



**Figura 3.4:** Visualizzazioni con linee di fumo per il piano verticale del disco biplanare di  $d = 80\text{mm}$

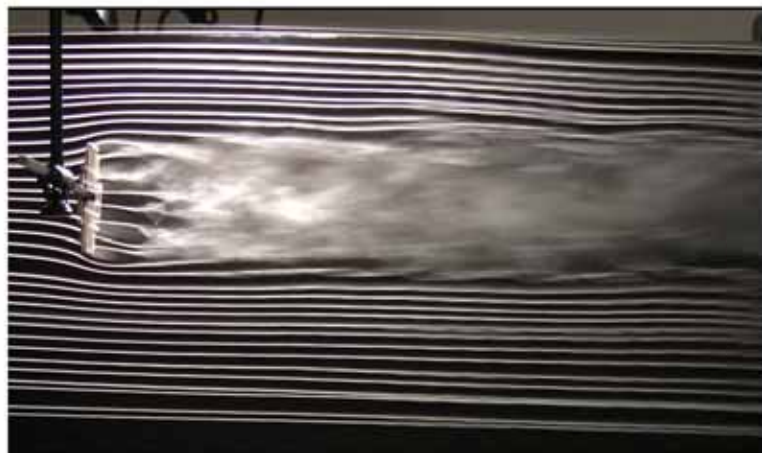


**Figura 3.5:** Particolare delle visualizzazioni con linee di fumo per il piano verticale del disco biplanare di  $d = 270\text{mm}$

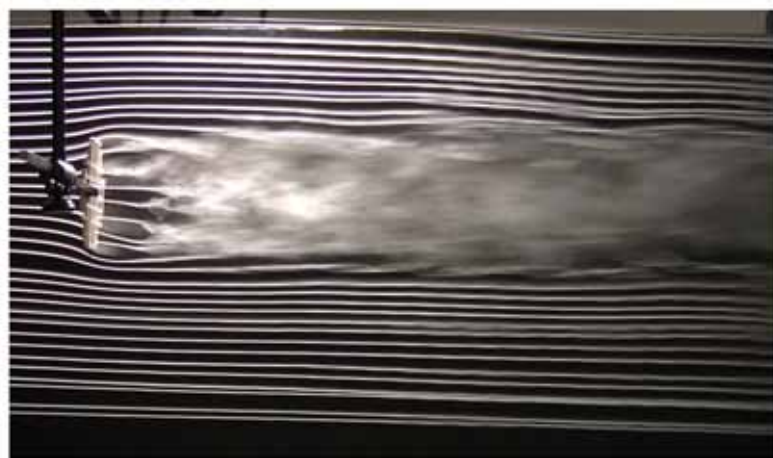
verticali, sempre nel caso in cui le barre verticali si trovano a rivotte a valle del flusso. Appare evidente la natura turbolenta del flusso indotto da tutti i dischi, turbolenza che inizia dopo un breve tratto di flusso laminare. Le scie mostrano caratteristiche di simmetria rispetto alla linea centrale del disco in tutti i casi analizzati. In relazione ai dischi biplanari (sia SB, Fig.(3.2) e Fig.(3.4), che BB, Fig.(3.3) e Fig.(3.5), si evidenzia la assoluta diversità della scia nel disco biplanare nei due piani in analisi. Nel piano verticale, le linee di fumo si mantengono parallele rispetto alla direzione assiale del flusso. Nel piano orizzontale esse vengono deviate verso la parte esterna della scia. Si nota chiaramente come i getti originatisi dalle aperture della maglia porosa tendano a confluire, e parimenti si nota la formazione di un'ampia zona di ricircolo nella parte centrale della scia. Inoltre, la scia nel piano verticale ha dimensioni, in direzione trasversale al flusso, notevolmente più contenute rispetto al piano orizzontale: viene quindi ribadita la natura di non assialsimmetria per i dischi con maglia biplanare. Le visualizzazioni effettuate sul disco di diametro maggiore, (Fig.(3.3)) e Fig.(3.5) evidenziando ancora più chiaramente le differenze del flusso a valle del disco nella regione di *near wake*, in special modo la confluenza dei getti di cui sopra. Le dimensioni eccessive del disco rispetto a quelle della zona con linee di fumo non consentono considerazioni sulla dimensione della scia. Dalla stessa figura si osserva chiaramente come dietro le barre siano presenti zone di ricircolo con la conseguente formazione di vortici; contrariamente alla Fig.(3.5) in cui si nota come le linee di flusso si mantengano inizialmente parallele al flusso indisturbato, e poi si diffondano repentinamente in corrispondenza dell'inizio della regione turbolenta.

## 3.2 Campo medio di velocità

Dalle precedenti visualizzazioni con linee di fumo, appare evidente come le scie delle mesh biplanari non siano caratterizzate da assialsimmetria, e come questa condizione sia invece propria delle mesh monoplanari. In questo paragrafo verranno presentate le misurazioni PIV effettuate sui dischi con mesh monoplanare e biplanare di  $d = 80mm$  (SB and SM rispettivamente). Per la descrizione dell'apparato utilizzato si rimanda al capitolo capitolo 2. In primis, è stata verificata la condizione di simmetria delle scie verticali ed orizzontali di SB e SM (per la precisione, simmetria rispetto a un piano perpendicolare ad esse passante per l'asse del disco). Le prove sono state effettuate posizionando il disco al centro della galleria ed effettuando misurazioni PIV fino ad 1D a valle. Le misurazioni

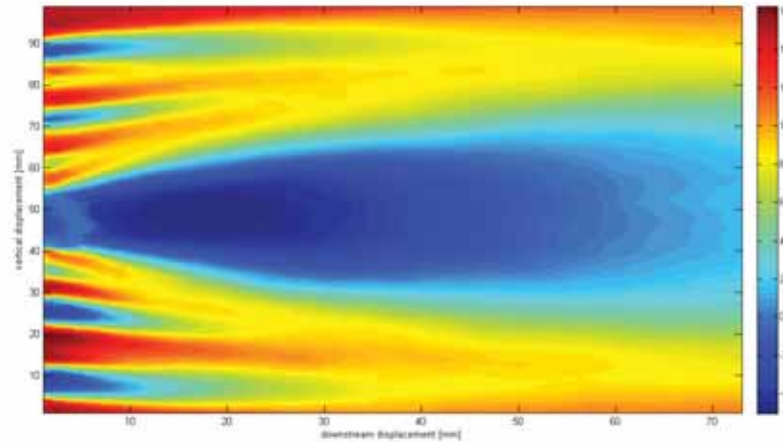


**Figura 3.6:** Visualizzazioni con linee di fumo per il disco monoplanare  $d = 80\text{mm}$



**Figura 3.7:** Visualizzazioni con linee di fumo per il disco monoplanare  $d = 80\text{mm}$  ruotato di  $90^\circ$

effettuate hanno verificato la sospettata simmetria (Fig.(3.8)). Tale simmetria suggerisce la scelta di misurare solamente metà delle scie indotte dai dischi, consentendo così, da una parte, il dimezzamento della durata della fase di acquisizione dati, e dall'altra la possibilità di studiare una area maggiore in direzione trasversale al flusso.



**Figura 3.8:** Campo medio di velocità  $U$  [m/s] a valle del disco monoplanare.

Come anticipato dalle visualizzazioni di flusso, le analisi dimostrano la caratteristica di assialsimmetria del flusso nel disco monoplanare. Lo stesso comportamento non trova riscontro nel caso del disco biplanare, dove i campi medi di velocità nei due piani perpendicolari evidenziano palesi disomogeneità; resta valida l'assunzione di simmetria di entrambe le scie, nell'accezione precedentemente menzionata. Queste ulteriori considerazioni portano a ridurre della metà le misurazioni del campo di moto per quanto riguarda il disco biplanare, e a ridurre a un quarto quelle necessarie per il disco monoplanare. Si ricorda che i dischi analizzati con la tecnica della PIV (SB e SM) presentano un  $d = 80\text{mm}$ , e che in tutti i casi presi in esame il campo di studio si estende a valle del disco in direzione assiale per 8 diametri. Ciò significa che il campo analizzato presenta dimensioni di circa  $140 \times 640\text{mm}$ . I *contour plot* raffiguranti i campi medi di velocità Fig.(3.9) e Fig.(3.10) presentano la medesima scala di colori. Le ascisse hanno la medesima estensione, mentre per le figure relative al SB, piano verticale, si fa notare che l'ordinata possiede una scala differente. Le analisi sono state effettuate ad un  $Re_D = 80000$  costante. I dischi sono stati posizionati  $5\text{mm}$  a monte del campo visivo.

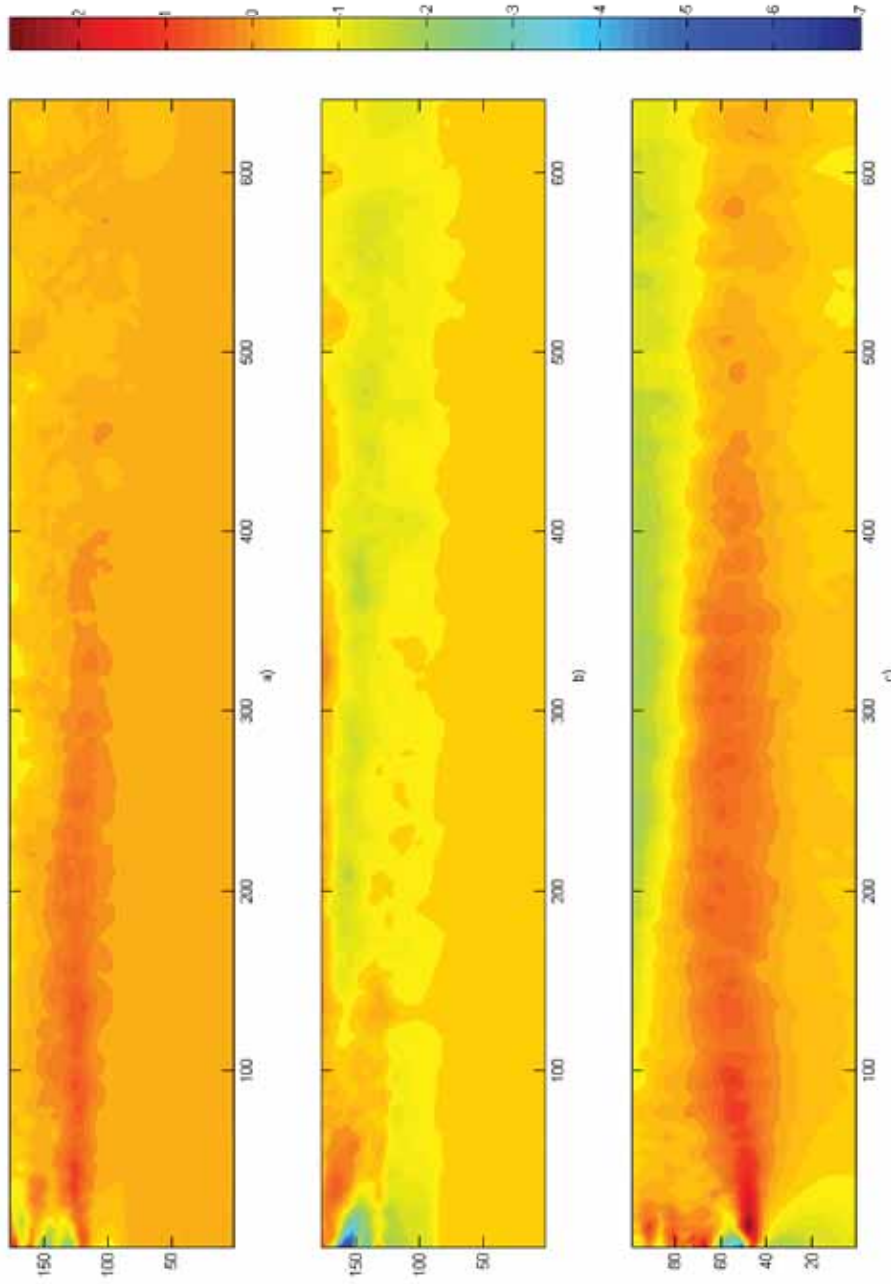
### 3.2.1 Componente trasversale

Nelle figure di seguito si presentano i campi di velocità trasversale del flusso, indicata come componente  $V$ . Il flusso indisturbato fluisce da sinistra a destra. Il disco è posizionato  $5mm$  a sinistra del margine sinistro delle immagini. Dalla Fig.(3.9) si osserva come in prossimità del disco si registri una componente di velocità trasversale importante in tutti e tre i casi considerati. Il flusso risente della presenza del corpo, c'è una caduta di pressione statica, e il flusso espande. In corrispondenza delle barre verticali (perpendicolari al piano analizzato), si notano zone con velocità trasversali di segno opposto e relativamente elevata intensità. Ciò indica una regione con una forte presenza di vorticità. Le intensità maggiori si registrano nel piano orizzontale del disco biplanare, dove abbiamo visto essere più significativa l'espansione della scia. Immediatamente a valle del disco si evidenziano le maggiori differenze tra i campi di moto trasversali. Nel caso del SM, non si notano picchi di intensità nella componente trasversale di velocità. A  $(0, 130 - 150)$  si osserva una componente di intensità circa  $2m/s$  diretta verso il basso, responsabile dell'espansione del flusso. Nel piano SB-V, una forte componente negativa della  $V$  a  $(0, 150)$  di intensità circa  $5m/s$  è indice di una espansione piuttosto evidente della scia subito a valle del disco. Nel piano SB-H al contrario, si osserva a  $(0, 40)$  una forte componente di velocità trasversale diretta verso l'alto. Si capisce pertanto come la scia sia indotta a stringersi nel piano orizzontale, mentre nel piano verticale essa espanda più marcatamente.

Più a valle invece, nel piano SB-V esiste una componente di modesta intensità (modulo circa  $1m/s$ ) diretta verso il basso che redistribuisce la quantità di moto in direzione perpendicolare al flusso principale (da centro scia verso l'esterno). Nel piano SB-H al contrario esiste una componente della medesima intensità diretta verso l'alto, che indica un trasferimento di quantità di moto in direzione inversa rispetto al piano verticale (dall'esterno della scia verso l'interno).

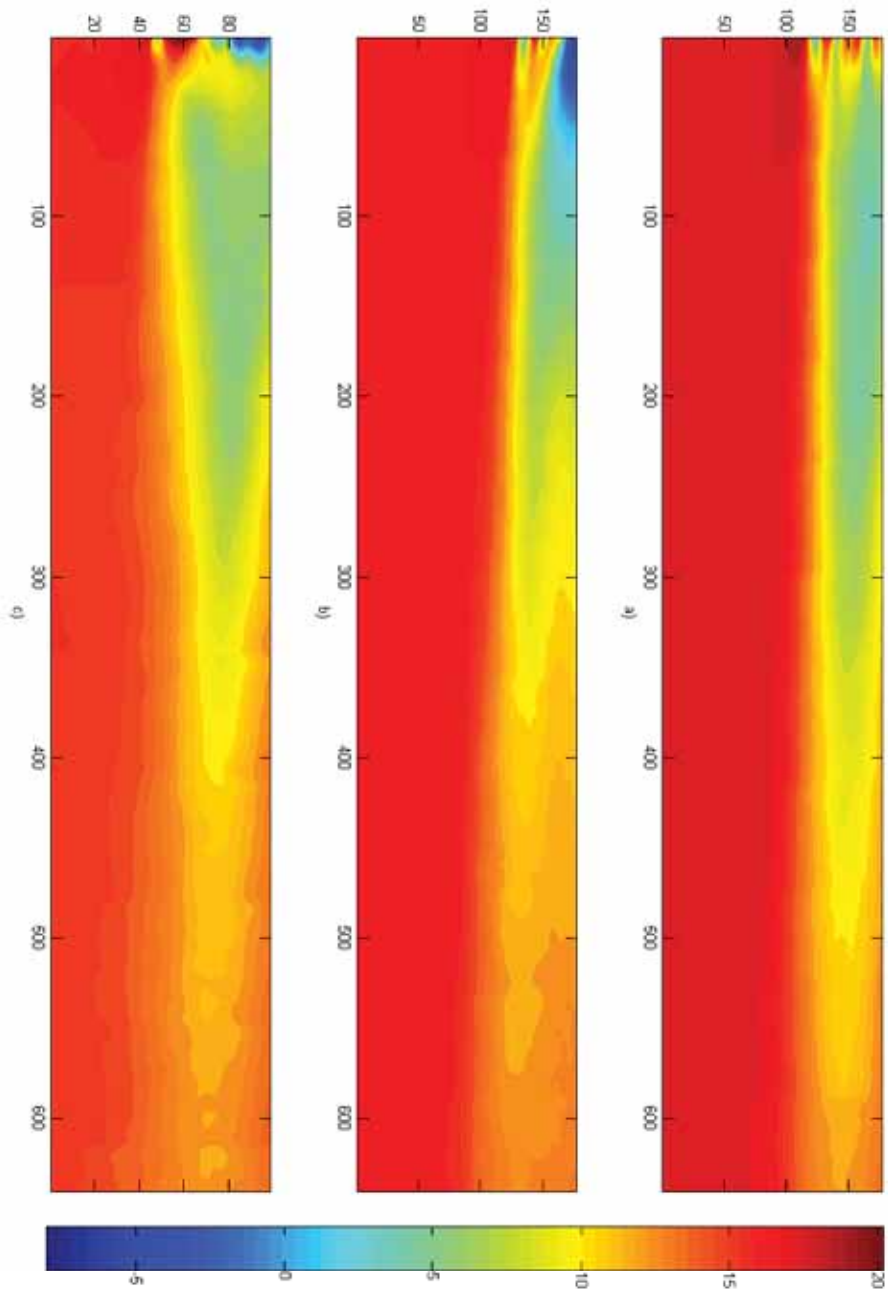
### 3.2.2 Componente assiale

La Fig.(3.10) mostra l'evoluzione della componente parallela al flusso indisturbato a valle dei dischi porosi in esame. In entrambi i piani del disco biplanare è osservabile una regione di ricircolo, che mentre nel piano orizzontale interessa l'intera zona centrale del disco, si presenta nel piano verticale solo in prossimità delle barre. Nel disco monoplanare, al contrario, non è possibile osservare nessuna regione con velocità minore di zero. In tutti e tre i casi si possono osservare chiaramente la comparsa di getti,



**Figura 3.9:** Campo medio di velocità  $V$  [ $\text{m/s}$ ] nel caso del disco monoplanare a), piano orizzontale del disco biplanare b) e piano verticale del disco biplanare c)





**Figura 3.10:** Campo medio di velocità  $U$  [m/s] nel caso del disco monoplanare a), piano orizzontale del disco biplanare b) e piano verticale del disco biplanare c)



corrispondenti quindi ad una accelerazione del fluido, che si sviluppano dalle aperture della griglia: nel disco monoplanare i getti che si generano si mantengono indipendenti e paralleli tra loro, mentre nel piano orizzontale del disco biplanare è evidente come essi confluiscono andando a formare un unico getto che devia verso l'esterno della scia. Ciò crea una ampia zona di ricircolo ( $1D \times 0,5D$  di massima ampiezza) in corrispondenza del centro geometrico del disco stesso. Nella regione compresa tra i  $2D$  e i  $7D$  a valle del disco, nel piano orizzontale del disco biplanare osserviamo la disomogeneità discussa nel capitolo 1, con una riaccelerazione del flusso nella zona centrale del disco. Tale disomogeneità risulta più chiara dalla visualizzazione dei profili di velocità, Fig.(3.11). Vengono quindi confermate le misurazioni effettuate da Pierella e Sætran, di cui si è parlato estesamente nel capitolo introduttivo.

Si osserva abbastanza chiaramente in entrambi i casi una leggera deriva verso il basso del flusso medio, chiara anche dall'analisi dei profili di velocità. Dalle figure si nota come il centro della scia, corrispondente al punto di minimo della velocità, subisca una leggera deviazione verso la parte inferiore della figura. Questa è stata quantificata attraverso una regressione lineare ai minimi quadrati per i tre distinti casi.

Monoplanare	2.1°
Biplanare piano orizzontale	1.36°
Biplanare piano verticale	1.58°

**Tabella 3.1:** Disallineamento del centro del disco

Questo leggero scostamento può essere ascritto alla concomitanza di due fattori, costanti in tutte le misurazioni effettuate:

1. In corrispondenza del laser, come descritto nel capitolo 2, la galleria presenta una apertura di dimensioni  $100 \times 70\text{mm}$ , utilizzata come accesso ottico per la lama laser. Tale apertura potrebbe aver comportato una significativa deviazione del flusso medio.
2. È stato osservato, durante le prove sperimentali, che lo spostamento del disco tramite il meccanismo di *traversing* causa un non perfetto allineamento tra le posizioni dei dischi.

Nel corso del lavoro la deviazione del centro è stata tenuta in considerazione; i possibili errori nelle analisi effettuate sono state limitati aggiornando volta per volta la posizione del centro della scia a seconda della sua reale posizione.

Le Fig.(3.11),Fig.(3.12) e Fig.(3.13) rappresentano i profili di velocità adimensionalizzati rispetto alla velocità del flusso indisturbato, rappresentati rispetto alla distanza radiale dal centro del disco adimensionalizzata con il diametro dello stesso  $r/D$ . Riguardo all'estensione della scia (intesa come la zona in cui  $U/U_\infty < 1$ ), possiamo notare come la sua estensione sia notevolmente maggiore nel piano orizzontale del disco biplanare rispetto a quello verticale. Tale osservazione è in accordo con le misurazioni con il tubo Pitot e con le visualizzazioni di flusso, che avevano messo in luce la non assialsimmetria della scia. La velocità di centre-line nei due piani del disco biplanare dovrebbero coincidere data la perpendicolarità dei piani analizzati, ma dalle figure appare evidente che questa uguaglianza non sussiste per tutte le distanze prese in esame. La spiegazione più verosimile risiede nel sopracitato errore di disallineamento durante le misurazioni.

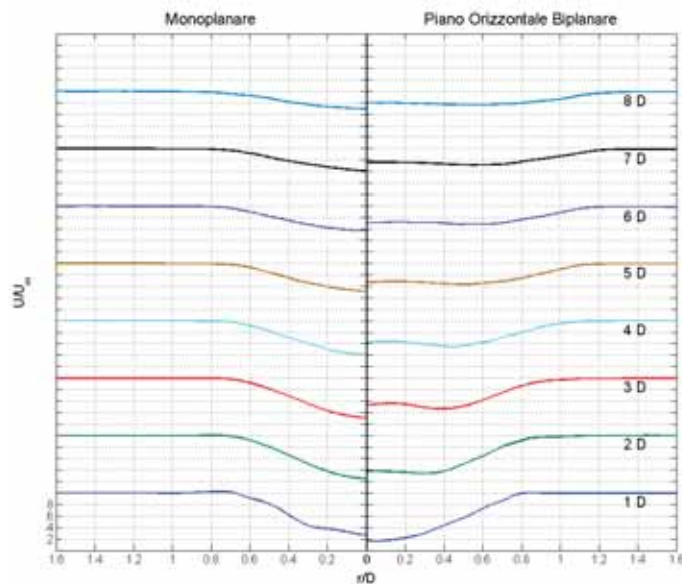


Figura 3.11: *Profili della velocità media adimensionalizzati*

### 3.2.3 Deficit di velocità di centre-line

In Fig.(3.14) viene presentato il deficit di velocità (calcolato come sopra) per il disco poroso monoplanare e per i due piani del disco biplanare.

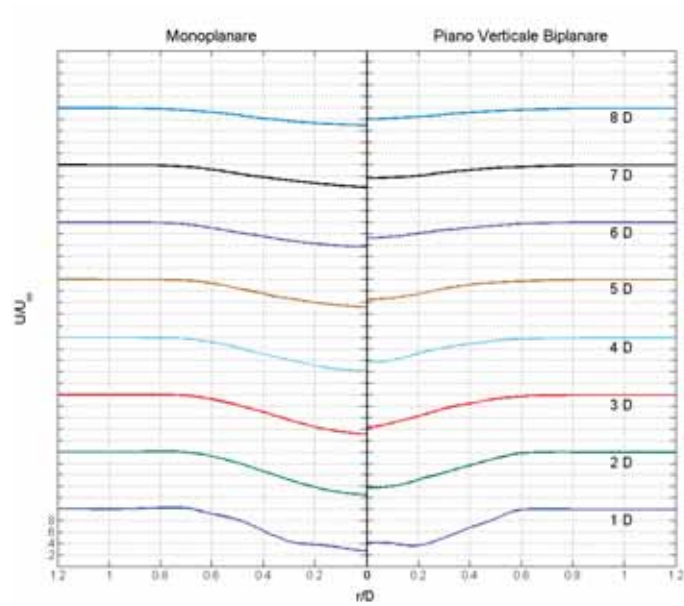


Figura 3.12: Profili della velocità media adimensionalizzati

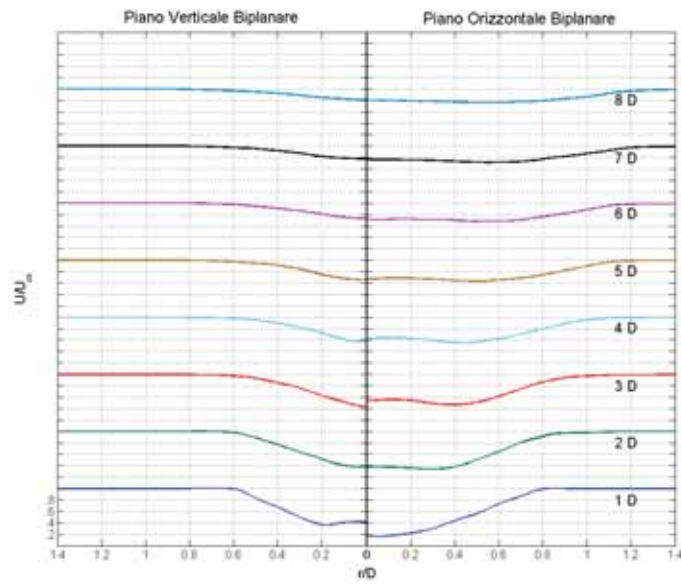


Figura 3.13: Profili della velocità media adimensionalizzati

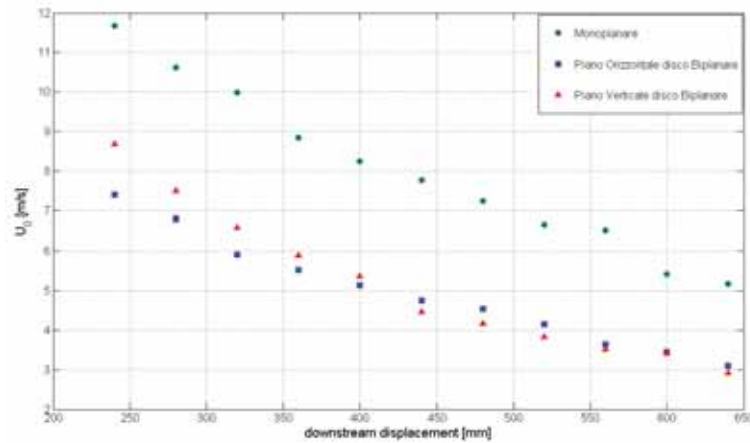


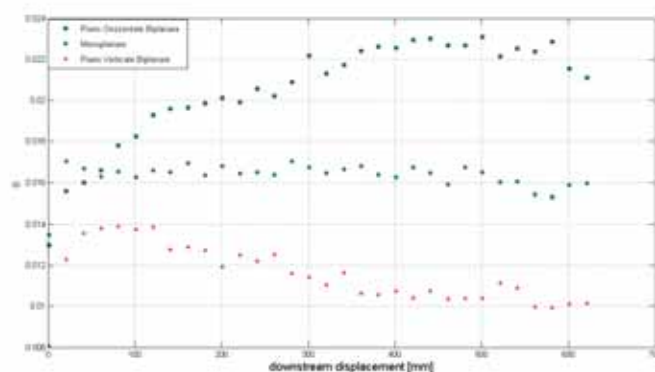
Figura 3.14: Andamento della  $U_0$

Si nota come la velocità di centre-line del disco monoplanare sia maggiore di quella misurata nel disco biplanare. Ciò risulta evidente dalle rappresentazioni dei profili di velocità, (vedi Fig.(3.14)). Per quanto concerne il disco biplanare, i due deficit di velocità, che come detto dovrebbero coincidere viste le medesime condizioni in galleria e la perpendicolarità dei piani, presentano valori leggermente differenti, nonostante tale differenza tenda a diminuire a distanze progressivamente maggiori dal disco. Pertanto, di seguito solo uno di questi profili sarà scelto come rappresentativo del disco biplanare. Successivamente questo parametro sarà ripreso e comparato con i risultati ottenuti su dischi porosi di differente solidità, di cui si è parlato nel capitolo introduttivo.

### 3.3 Spessore di quantità di moto $\theta$

Il parametro  $\theta$  è direttamente correlato al deficit di momento in una scia. Se le misurazioni sono effettuate correttamente, tale quantità deve rimanere costante in una qualsiasi scia. Per quanto riguarda il disco monoplanare, si nota, dal grafico Fig.(3.15) come dopo un iniziale momento in cui il parametro aumenta molto rapidamente, da  $D/5$  diametri a valle in poi assume un valore costante di circa  $D/4$ . Ciò prova come i profili misurati diventino quasi immediatamente auto-simili, e rappresenta altresì una ulteriore conferma della assialsimmetria della scia indotta dalla mesh monoplanare. Lo stesso grafico dimostra come il parametro  $\theta$  non

sia invece costante relativamente ai piani verticali ed orizzontali del disco con mesh biplanare.



**Figura 3.15:** Andamento della  $\theta$  nei tre casi.

La  $\theta$  della scia orizzontale aumenta progressivamente all'aumentare della distanza dal disco. A circa  $7D$  a valle la  $\theta$  presenta un massimo relativo con valore  $0.5D$ , per poi decadere. Non è possibile registrare una tendenza asintotica nel parametro in esame. Il *momentum thickness* della scia verticale aumenta in un primo momento, presentando un massimo a circa  $1.5D$  downstream. Successivamente il valore decade con pendenza apparentemente asintotica, appiattendosi sul valore di  $0.25D$  a  $8D$  a valle. Si potrebbe descrivere qualitativamente tale aumento come un trasferimento di momento dalla scia verticale alla scia orizzontale, anche se ciò non è del tutto corretto. Infatti le scie orizzontali e verticali non sono rappresentative del profilo di velocità del disco, che abbiamo visto esser ben lontano da una forma regolare, fosse anche non assialsimmetrica (ad esempio, una scia di contorno ellittico). Avendo a disposizione misure di velocità su un piano parallelo al piano del disco, e non in un piano perpendicolare al disco come nel caso delle presenti misurazioni PIV, la  $\theta$  calcolata su tutto il piano è in effetti costante (vedi Pierella e Sætran). Il *momentum thickness* ha le caratteristiche necessarie per rappresentare una ottima lunghezza caratteristica utile a descrivere le scie assialsimmetriche, in quanto è essa stessa proporzionale al momento estratto da un corpo dal flusso. La non costanza delle  $\theta$  per quanto riguarda il disco biplanare è da tenere ben in considerazione nell'interpretazione dei risultati delle analisi che effettueremo qui di seguito.

### 3.4 Transverse length scale

Una quantità di notevole interesse e largamente utilizzata per caratterizzare una scia è la *Transverse length scale*, definita dalla Ec.(1.2). Fisicamente essa può essere così spiegata: è la dimensione trasversale di una scia rettangolare di profondità pari al deficit di velocità di centre-line che presenta lo stesso deficit di velocità integrale della scia in esame. La Fig.(3.16) è in accordo con le considerazioni evinte dai *contour plot* delle velocità presentati precedentemente. Nel piano orizzontale del disco biplanare il flusso è caratterizzato da un  $\delta$  maggiore, circa il doppio a  $8D$  a valle, rispetto al caso monoplanare e soprattutto in confronto al piano verticale dello stesso disco. La  $\delta$  del piano orizzontale cresce monotonicamente da  $1D$  fino ad  $8D$ . Ad  $8D$  la delta vale  $1.1D$ . Non si dispone di sufficienti dati per poter affermare di riconoscere una tendenza asintotica nell'andamento della  $\delta$ . In altre parole, la scia aumenta costantemente di ampiezza all'aumentare della distanza dal disco. La *transverse length scale* presenta un andamento non monotono: dopo un massimo relativo a  $1D$ , il parametro presenta un minimo a circa  $3D$  downstream e poi cresce senza presentare alcuna tendenza asintotica. Il rapporto tra le due scale trasversali presenta un massimo a circa  $5D$  a valle, dove la scia orizzontale è 2.5 volte la scia verticale. Il rapporto di ampiezze diminuisce fino ad un minimo di  $2D$  a  $8D$  downstream. Ciò implica un progressivo ritorno della scia ad una condizione di maggiore equilibrio. Tale rapporto non sembra tendere ad alcun valore asintotico. Altre misure a maggior distanza dal disco sono necessarie per effettuare ulteriori considerazioni.

La *Cross stream length scale*, definita come  $\delta/\theta$  è un parametro adimensionale che quantifica l'espansione della scia. Nella Fig.(3.17) la grandezza viene plottata rispetto alla quantità adimensionale  $x/\theta$ . Si osserva, inoltre, come la *Transverse length scale* e la *Cross stream length scale*, anche se strettamente correlate, presentino andamenti diversi in quanto il parametro di adimensionalizzazione,  $\theta$ , descritto precedentemente, risulti nei tre casi diverso. Il parametro  $\theta$  è direttamente correlato al deficit di momento in una scia. Tale quantità deve perciò rimanere costante in una qualsiasi scia, secondo le equazioni di Navier-Stokes. Il grafico dimostra che questa condizione non si verifica per i piani verticali ed orizzontali del disco con mesh biplanare. Si evince perciò che una analisi puramente bidimensionale non risulta essere uno strumento del tutto appropriato per una scia dal carattere fortemente tridimensionale. Ciò limita indubbiamente la precisione dell'analisi qui effettuata.

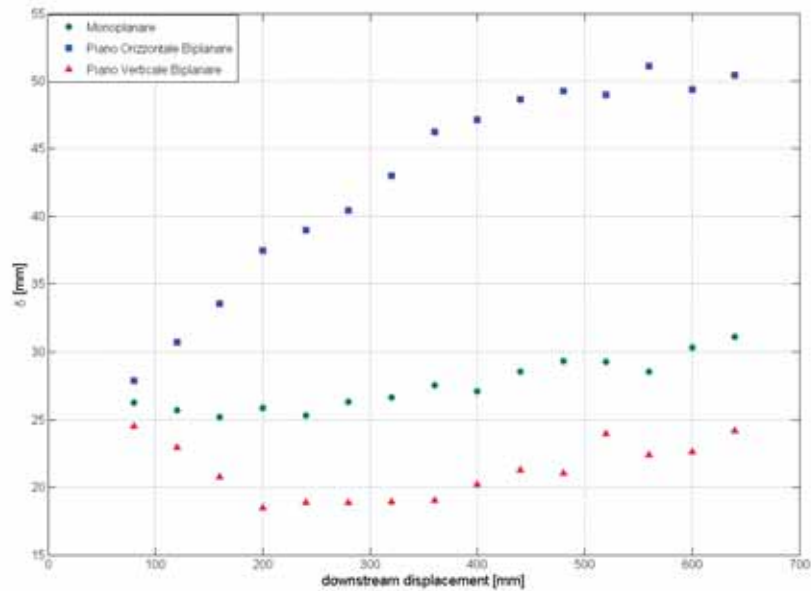


Figura 3.16: *Transverse length scale*

### 3.5 Confronto con dischi porosi di diversa solidità

In questa sezione verranno ripresi alcuni dei parametri ottenuti ed analizzati precedentemente, in particolar modo il deficit di velocità di centre-line e la *Transverse length scale*, e quindi comparati con i valori ottenuti su dischi porosi di diversa solidità, presenti in [7] e [6].

Di seguito si riportano le curve del campo medio di velocità, in cui la velocità media e la distanza radiale dal centro della scia sono state adimensionalizzate in maniera opportuna (la prima secondo  $\frac{U_\infty - U}{U_0}$ , la seconda rispetto alla *transverse length scale*). Le stesse quantità erano state studiate da Johansson, come mostrato nel capitolo 1, Fig.(3.18), ottenendo dei risultati molto simili a quelli trovati nel corso del seguente lavoro.

Dalle Fig.(3.19), Fig.(3.20) e Fig.(3.21), si nota che nel caso monoplanare le curve collassano in una singola curva a partire da una distanza di tre diametri downstream. Nel caso della griglia biplanare si osserva un collasso delle curve solo nel piano verticale a partire da  $3D$ , mentre il fenomeno non sembra esistere nel piano orizzontale della scia.

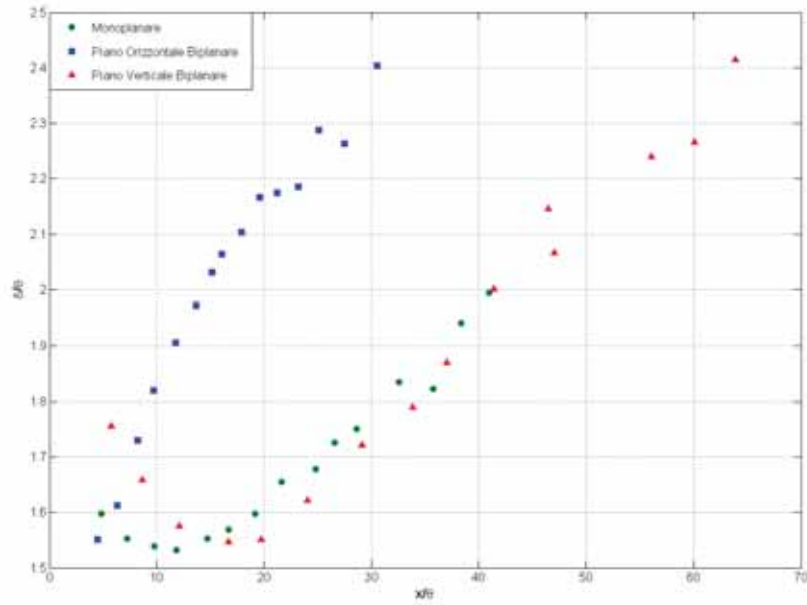


Figura 3.17: Cross stream length scale

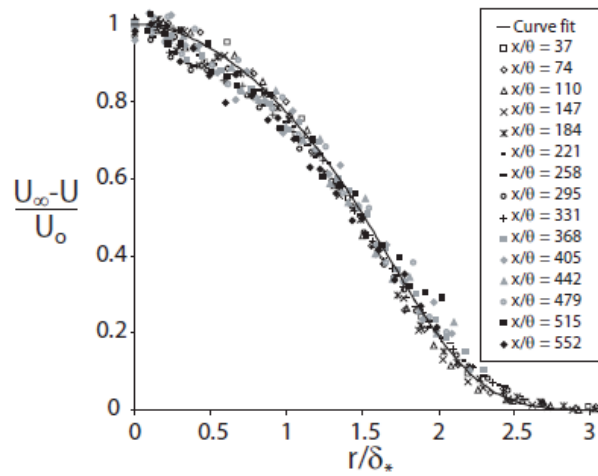


Figura 3.18: Profili di velocità media, dati da Johansson



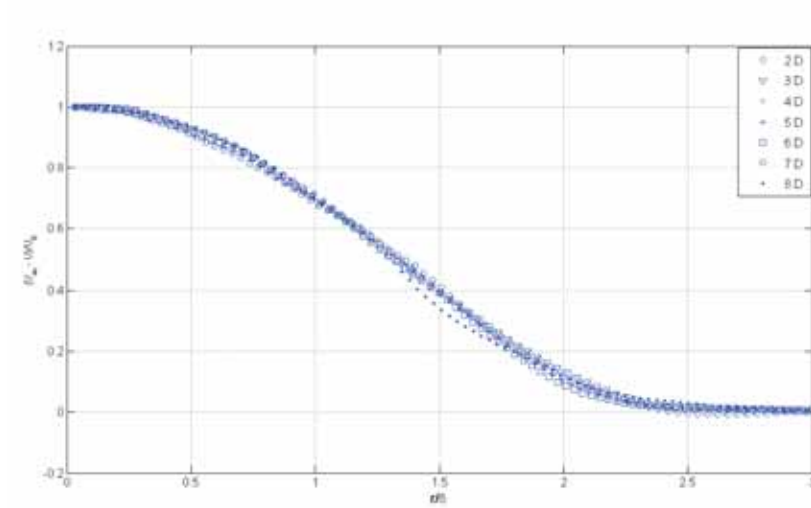


Figura 3.19: Mean velocity profile per il disco poroso monoplanare

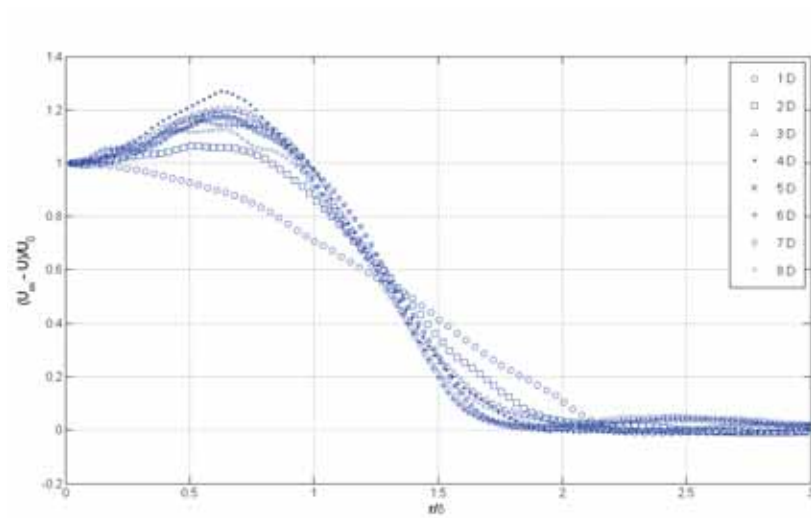
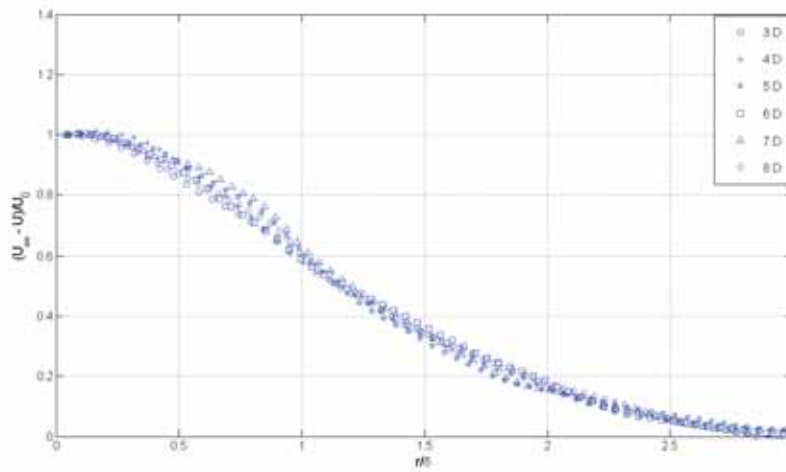


Figura 3.20: Mean velocity profile per il disco poroso biplanare nel piano orizzontale



**Figura 3.21:** Mean velocity profile per il disco poroso biplanare nel piano verticale

Nella Fig.(3.22) si rappresentano i deficit di velocità rilevati a valle del disco poroso monoplanare, nel piano verticale del disco biplanare, e il disco poroso presentato in [7]. Si è scelto di prendere come riferimento nel caso biplanare il piano verticale, nonostante la disomogeneità rispetto ai valori di velocità di centre-line riscontrata precedentemente, in quanto si è osservato che in questo piano i profili di velocità media adimensionalizzata, Fig.(3.21), collassano in un'unica curva. Sono presentati, in un grafico logaritmico, i valori dei deficit di velocità per i tre casi e le rette interpolanti ottenute attraverso una regressione lineare ai minimi quadrati. Per il disco monoplanare, si è deciso di interpolare i valori a partire dalla distanza di  $3D$ , corrispondente alla distanza dalla quale iniziano a collassare le curve dei profili di velocità, viste precedentemente, Fig.(3.19). Stesso discorso vale per il caso del piano verticale del disco poroso biplanare: la regressione lineare ha inizio a  $3D$ . Si osserva, quindi, dalla Tabella 3.2 come le rette interpolanti nel caso monoplanare e nello studio di Bevilacqua, a fronte di un buon coefficiente di determinazione, presentino due pendenze molto vicine tra loro. Questo conferma quindi i risultati di Bevilacqua e Lykoudis, in cui si riscontra che  $U_0/U_\infty \propto (x/d)^{-2/3}$ .

Si passa quindi alla comparazione della *Cross stream length scale*. Nel lavoro di Johansson, [6], vengono presentati i valori di  $\delta/\theta$  plottati rispetto a  $x/\theta$ , come mostrato nel capitolo 1, Fig.(1.7). Si riportano quindi, in un grafico logaritmico, Fig.(3.23), i valori ottenuti nei lavori di Cannon e Bevilacqua, e quelli ottenuti nel corso del presente progetto.

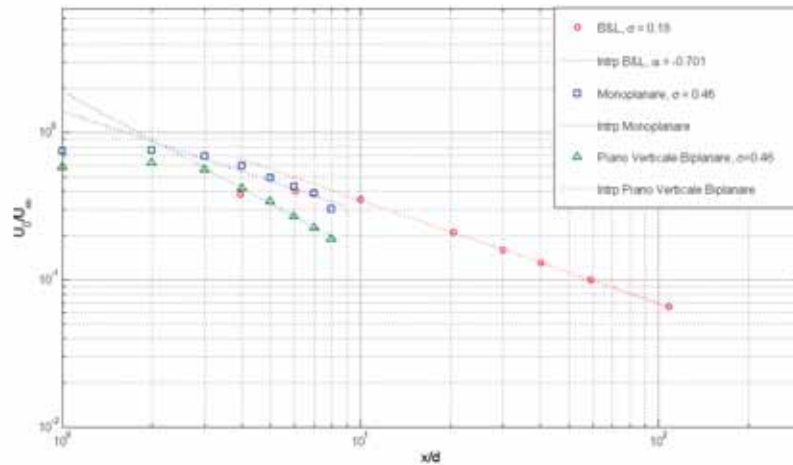


Figura 3.22: Andamento del deficit di velocità di centreline

	Monoplanare	Biplanare	Bevilaqua
Porosità $\sigma$	0.46	0.46	0.18
Pendenza retta di regressione	-0.675	-1	-0.701
Coefficiente di determinazione	0.93	0.99	0.99

Tabella 3.2: Caratteristiche deficit di velocità della centreline

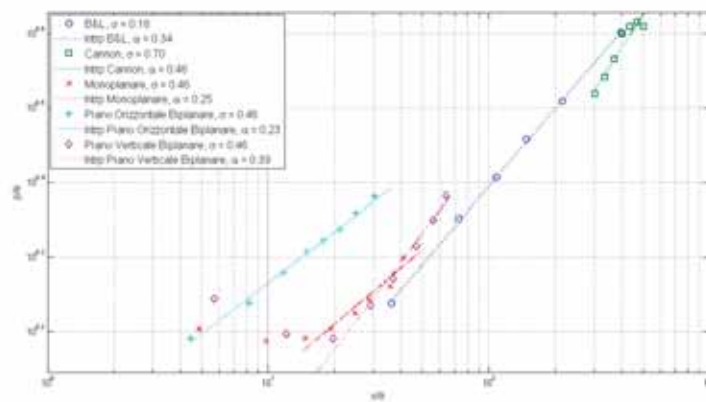


Figura 3.23: Variazione della Cross stream length scale con  $x/\theta$ .

Si osserva in prima analisi come i valori ottenuti nel corso del seguente progetto presentino lo stesso ordine di grandezza di quelli presenti in letteratura. Questo conferma la attendibilità delle analisi prodotte. Si può vedere chiaramente come nei 5 casi rappresentati si ottengano delle pendenze distinte, che, come ipotizzato dallo stesso Johansson, sono attribuibili agli effetti delle condizioni iniziali. Il parametro  $\theta$ , utilizzato come termine per la adimensionalizzazione, varia nei casi in esame, in relazione alla diversa porosità dei dischi in analisi. Si può dedurre, inoltre, come la pendenza nel caso del disco monoplanare si avvicini a quella del piano orizzontale del disco biplanare, mentre nel piano verticale si ottiene un andamento della *Cross stream length scale* più vicino ai casi della letteratura. Quest'ultima considerazione è in apparente contrasto con quanto detto finora: infatti i risultati sul disco monoplanare non sembrano essere confrontabili con la letteratura. Le spiegazioni trovate a tale discordanza risiedono nel fatto che l'interpolazione è stata effettuata considerando i dati ottenuti da  $3D$  fino a  $8D$ , così come fatto per il deficit di velocità di centre-line, mentre nei lavori di Cannon e Bevilaqua le misure si spingono fino a  $30D$  a valle dei dischi. Effettuando una interpolazione che tenesse in conto i valori da  $4D$  si è osservato un aumento consistente della pendenza, confermando quindi le ipotesi fatte.

## Conclusioni

All'inizio del lavoro si era posto l'obiettivo di caratterizzare il flusso medio indotto da diverse griglie di forma circolare. In particolare, gli esperimenti di Pierella e Sætran avevano evidenziato una netta asimmetria del flusso indotto da una griglia circolare con mesh biplanare rispetto ad una con mesh monoplanare. Obiettivo del presente lavoro era tentare di spiegare la suddetta disomogeneità utilizzando tecniche di visualizzazione del flusso, e mediante misurazioni di scia vicina tramite la Particle Image Velocimetry.

Dopo una attenta analisi della letteratura, si è scelto di prendere come termine di confronto i lavori di Johansson e Bevilaqua riguardo a scie assialsimmetriche originate da diversi corpi tozzi, tra cui sfere, dischi solidi e dischi porosi di differenti caratteristiche geometriche (geometria della mesh, porosità, dimensioni).

Le visualizzazioni di fumo hanno mostrato una netta differenza delle condizioni di flusso a valle del disco tra i piani verticale ed orizzontale del disco con mesh biplanare. Nel piano orizzontale si osserva una ampia zona di ricircolo immediatamente a valle del disco, confinata al centro del disco. Nel piano verticale il flusso è palesemente differente. Non si osservano chiare zone di ricircolo, e le linee di flusso si mantengono parallele. Per contro, il disco monoplanare esibisce un comportamento omogeneo nei due piani analizzati, e non si evidenziano zone con flusso ricircolante.

Le misurazioni PIV hanno consentito di ottenere una misura quantitativa delle differenze tra i due dischi porosi.

I profili del disco monoplanare diventano autosimili dopo soli 3 diametri *downstream*. I profili si accordano in maniera egregia con i dati trovati in letteratura. I profili verticali del disco biplanare sembrano seguire la stessa tendenza, mentre quelli orizzontali non raggiungono, nel range di misurazioni effettuate, la autosimilarità. I profili orizzontali hanno una forma disomogenea, con un picco centrale che raggiunge il valore massimo a circa  $4D$  *downstream*, per poi appiattirsi più a valle.

Le grandezze caratteristiche relative al disco monoplanare ben si accor-

dano con i valori presenti in letteratura. Per quanto riguarda il disco biplanare, i comportamenti dei due piani differiscono tra loro relativamente al parametro *Cross stream length scale*. La scia orizzontale presenta inizialmente una scala maggiore di quella verticale, e si espande con andamento  $\approx x^{0.23}$ , paragonabile al disco monoplanare ( $\approx x^{0.25}$ ). La scia verticale si espande in maniera più rapida ( $\approx x^{0.46}$ ), nonostante abbia una minore dimensione trasversale.

Il deficit di velocità di centre-line è recuperato più velocemente nel disco biplanare ( $\approx x^{-1}$ ) che nel disco monoplanare ( $\approx x^{-0.675}$ ). I valori analizzati sono ad ogni modo relativi una distanza dal disco troppo ridotta per dare indicazioni decise sugli andamenti della *centre-line velocity*.

Si può pertanto concludere che in una così pronunciata divergenza di condizioni di flusso a valle del disco biplanare possono essere trovate le ragioni della disomogeneità: la zona di ricircolo fa sì che nel piano orizzontale la scia si espanda in maniera pronunciata, e che il deficit di quantità di moto aumenti in maniera improvvisa. La bassa pressione che vige nella zona di ricircolo provoca una significativa deviazione delle linee di flusso nel piano verticale, che riduce il deficit di momento nella corrispondente scia ed origina il picco di velocità evidente nei profili orizzontali.

La PIV si è mostrata un ottimo strumento per l'analisi della scia vicina. Nonostante ciò, misurare un fenomeno caratterizzato da un evidente carattere tridimensionale con uno strumento in grado di fornire solo misure  $2D$  si è rivelato in parte limitante. La misurazione di due piani mutualmente perpendicolari non è stata infatti sufficiente a caratterizzare in maniera completa la disomogeneità della scia, ed ha consentito l'elaborazione numerica di parametri relativi a scie assialsimmetriche, e ad esse ha limitato il campo di confronto. Il sistema di *traversing* del disco ha creato alcuni problemi di allineamento che hanno introdotto evidenti errori nelle misure. Buona affidabilità ha invece mostrato l'algoritmo di composizione dei singoli campi di velocità per ottenere informazioni su aree maggiori dell'aera di una singola foto.

Ulteriori studi sulla scia del disco non potranno prescindere da misurazioni di campi  $3D$  di velocità; tali risultati saranno essenziali ad una migliore comprensione dei fenomeni fluidodinamici che accadono immediatamente a valle del disco. Misurazioni di *far wake* mediante tubo di Pitot forniranno migliori informazioni riguardo allo sviluppo delle grandezze caratteristiche a distanza maggiore dal disco. Infine, dall'analisi effettuata appare evidente l'utilizzo di sistemi di misura per quantificare i parametri caratteristici di turbolenza, al fine di caratterizzare in maniera completa il fenomeno fluidodinamico presente.

# Appendice





## Cenni sulla PIV

### A.1 Aspetti generali della PIV

Verranno ora discussi brevemente alcuni aspetti caratteristici della tecnica di misura PIV, esposti esaurientemente in [8], utili a comprendere meglio la sua robustezza e la sua versatilità oltre che le sue caratteristiche principali:

**Misura di velocità non intrusiva:** a differenza di tecniche di misura di velocità che utilizzano sonde come tubi di pressione o fili caldi, la PIV è una tecnica ottica che lavora in maniera non intrusiva. Questo permette l'applicazione della PIV anche in fluidi ad alte velocità con presenza di onde d'urto, in strati limitati in prossimità di pareti solide, dove il fluido potrebbe essere disturbato dalla presenza delle sonde.

**Misure di velocità indirette:** nella stessa maniera della tecnica Laser doppler, la PIV misura la velocità di un fluido attraverso la rilevazione delle velocità di particelle traccianti all'interno del flusso che, in molte applicazioni, sono state aggiunte al fluido prima dell'inizio dell'esperimento. Nei fluidi bifase, le particelle sono già presenti nel flusso da studiare.

**Tecnica a larga scala:** la PIV permette di acquisire immagini di una ampia regione del campo di flusso in una grande varietà di applicazioni in mezzi gassosi e liquidi, e di estrarre le informazioni sulle velocità dalle immagini. Questa caratteristica è unica della PIV. A parte della *Doppler Global Velocimetry* (DGV, anche conosciuta come Planar Doppler Velocimetry), che è una nuova tecnica particolarmente appropriata per flussi d'aria ad alte velocità, e la *Molecular Tagging Velocimetry* (MTV), tutte le altre tecniche per la misurazione della velocità permettono l'acquisizione della velocità di un singolo punto, sebbene in molti casi con una grande risoluzione temporale. La risoluzione spaziale della PIV è grande, allo stesso tempo quella temporale, data dalla frequenza dei singoli fotogrammi, è limitata alle restrizioni imposte dalla tecnologia esistente. Quindi, l'acquisizione istantanea delle immagini e la grande risoluzione spaziale permettono la

rilevazioni di strutture anche in campi di moto non stazionari.

**Velocity lag:** la necessità di utilizzare particelle traccianti nelle misure richiede che in ogni esperimento venga controllato accuratamente che le particelle seguano fedelmente il movimento del fluido, in modo da soddisfare gli obiettivi minimi dell'investigazione. Le piccole particelle seguiranno meglio il moto del flusso.

**Illuminazione:** per le applicazioni in mezzi gassosi si richiede una sorgente luminosa ad alta intensità per l'illuminazione delle minuscole particelle traccianti, in modo da esporre nella maniera migliore il film fotografico o il sensore video alla luce dispersa. Ciò nonostante, il bisogno di utilizzare particelle più grandi a causa della loro migliore efficienza di dispersione della luce è in contraddizione con la richiesta di avere particelle piccole per seguire in maniera fedele il flusso. Nella maggior parte delle applicazioni si cerca di raggiungere un compromesso tra le due richieste.

**Durata della frequenza di illuminazione:** deve essere abbastanza corta da bloccare il movimento delle particelle durante l'esposizione, in maniera da eliminare l'offuscamento dell'immagine (mancanza di striature).

**Tempo tra due pulsazioni laser:** il tempo che intercorre tra le due pulsazioni laser deve essere da una parte abbastanza grande da permettere di determinare lo spostamento tra le immagini delle particelle traccianti con una sufficiente risoluzione, e dall'altra abbastanza piccolo per eliminare le particelle con una componente di velocità fuori dal piano che lasciano il piano illuminato durante le illuminazioni. Successivamente verrà mostrato come ottimizzare tale quantità.

**Distribuzione delle particelle traccianti nel fluido:** nelle visualizzazioni qualitative del flusso le aree di interesse sono rese visibili attraverso l'utilizzo di marcatori, come fumo o dye. Il tracciante viene inserito in specifiche aree del flusso (strati limite, scie dietro modelli) a seconda del posizionamento della strumentazione tracciante. La struttura e l'evoluzione temporale del fluido può essere quindi studiato attraverso un'analisi qualitativa delle visualizzazioni. Nella PIV la situazione è differente: per immagini PIV ad alta qualità, in modo da ottenere un'analisi ottima, è richiesta una distribuzione di densità media omogenea su tutto il campo di moto.

**Densità delle particelle traccianti nell'immagine:** qualitativamente possono essere distinte tre differenti tipologie di densità di immagine. Nel caso di una bassa densità, possono essere distinte le singole particelle e le immagini corrispondenti alla stessa particella originate da diverse illuminazioni. A questo caso viene attribuito l'abbreviazione PTV. Nel caso di una densità media dell'immagine, è possibile ancora individuare le singole particelle traccianti. Ciò nonostante non è possibile identificare la

coppia di immagini da una analisi visuale dei dati. La densità media è richiesta nelle applicazioni standard della PIV. Nel caso di un'alta densità nell'immagine, non si riesce ad individuare le singole immagini dal momento che si sovrappongono e si formano speckle. Questa tecnica è chiamata Laser Speckle Velocimetry, LSV, termine coniato agli inizi degli anni ottanta.

**Numero di illuminazioni per registrazioni:** sia nella tecnica fotografica che in quella digitale si deve distinguere tra la possibilità di immagazzinare le immagini di ogni singola illuminazione in differenti frame, sia nella possibilità di acquisire le immagini di differenti illuminazioni in un singolo frame.

**Numero di componenti del vettore velocità:** nella tecnica standard PIV (2D PIV) possono essere determinate solo due componenti del vettore velocità, avendo a disposizione una illuminazione planare. Sono presenti metodi per estrarre la terza componente di velocità come la tecnica stereografica, la dual-plane PIV e la registrazione olografica, che per sua caratteristica è tridimensionale. I primi due metodi lavorano sempre in domini planari del campo di fluido (2D PIV).

**Estensione del volume di osservazione:** nelle applicazioni più comuni è possibile estendere il volume di osservazione attraverso la tecnica olografica (3D PIV). Esistono altri metodi, come utilizzo di più piani paralleli di illuminazione, o scansione di un volume in sequenze temporali.

**Risoluzione temporale:** molti sistemi PIV garantiscono una alta risoluzione spaziale, ma ad una relativamente bassa frequenza di frame. Grazie al recente sviluppo di laser ad alta velocità e camere digitali si è risolto il problema temporale nello studio dei liquidi e di flussi a basse velocità.

**Risoluzione spaziale:** la dimensione delle aree di interrogazione durante l'analisi deve essere abbastanza piccola da garantire che i gradienti di velocità non influenzino i risultati. Inoltre determina il numero dei vettori velocità indipendenti e la massima risoluzione spaziale del campo di velocità.

**Ripetibilità della misura:** nella PIV tutte le informazioni sul campo di velocità (eccetto il tempo tra le pulsazioni e l'ingrandimento dell'immagine) sono acquisite nel tempo di registrazione. In questo modo le registrazioni PIV possono essere facilmente utilizzate per la valutazione e il post-processing con differenti tecniche di impiego. Le informazioni sul campo di velocità contenute completamente nelle registrazioni PIV possono essere, inoltre, utilizzate successivamente in maniera differente da quella originariamente pianificata, senza dover ripetere gli esperimenti.

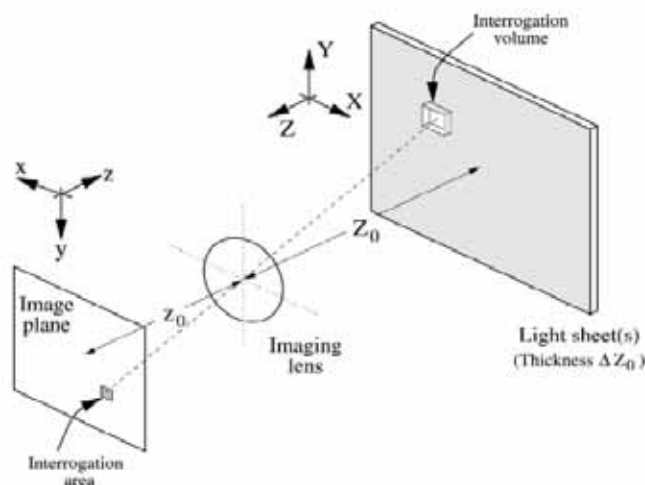


Figura A.1: Rappresentazione schematica delle aree di interrogazione.

## A.2 Valutazione statistica attraverso la PIV

Tipicamente, le immagini acquisite dalla PIV sono suddivise in aree di interrogazione durante il processo di analisi. Queste aree sono chiamate *interrogation spots*, nel caso si utilizzi una acquisizione ottica, o finestre di interrogazione, quando vengono acquisite immagini digitali. La grandezza delle aree di interrogazione determina, infatti, la risoluzione spaziale del campo di velocità. Nei sistemi con acquisizione ottica, essa è definita dal diametro del raggio laser, mentre nei sistemi digitali la griglia di pixel rettangolari impone finestre rettangolari. Nelle analisi di cross correlazione le aree di interrogazione non devono necessariamente essere localizzate nella stessa posizione delle immagini acquisite. La loro proiezione geometrica nel piano di luce sarà, infatti, riferita a un volume di interrogazione, come mostrato in Fig.(A.1).

Si prende in considerazione una singola immagine acquisita. Essa consiste in una distribuzione random di particelle traccianti, che corrispondono al seguente schema:

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_N \end{pmatrix} \quad \text{con} \quad \mathbf{X}_i = \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix}$$

che danno la posizione delle particelle traccianti nello spazio  $3N$  dimensionale.  $\Gamma$  descrive lo stato del sistema ad un certo istante  $t$ .  $X_i$  è la posizione del vettore della particella  $i$  al tempo  $t$ . Le lettere scritte in minuscolo si riferiscono alle coordinate nel piano dell'immagine, Fig.(A.1):

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

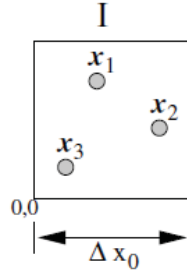
Nel proseguo della sezione, si assumerà che la posizione delle particelle e la posizione dell'immagine siano legate tra di loro attraverso un fattore costante di ingrandimento  $S$ , tale per cui:

$$\mathbf{X}_i = \mathbf{x}_i/S \quad e \quad \mathbf{Y}_i = \mathbf{y}_i/S$$

Si passa quindi alla rappresentazione matematica della distribuzione di intensità nel piano dell'immagine. Si assume che l'immagine può essere descritta, nel migliore dei modi, come una convoluzione dell'immagine geometrica e della risposta all'impulso del sistema di acquisizione, funzione anche chiamata PSF (*point spread function*). Si osserva che, per le fotocamere CCD, come nel caso del seguente progetto, un'analisi più accurata richiede modelli di maggiore complessità che non sono ancora stati trattati esaurientemente in letteratura. Nella seguente analisi si assumerà che la risposta all'impulso,  $\tau(\mathbf{x})$ , del sistema ottico utilizzato, sia una funzione Gaussiana, approssimazione molto utilizzata in letteratura e abbastanza accurata per i sistemi utilizzati oggi. Il prodotto di convoluzione di  $\tau(\mathbf{x})$  con l'immagine geometrica della particella tracciante alla posizione  $\mathbf{x}_i$  descrive l'immagine di una singola particella posizionata ad  $\mathbf{X}_i$ . Inoltre l'analisi è ristretta a particelle infinitesimali con piccolo ingrandimento. Si utilizzerà la funzione delta di Dirac in  $\mathbf{x}_i$  per descrivere la parte geometrica dell'immagine della particella. Come mostrato schematicamente in Fig.(A.2), il campo di intensità dell'immagine della prima esposizione può essere espresso come:

$$I = I(\mathbf{x}, \Gamma) = \tau(\mathbf{x}) * \sum_{i=1}^N V_0(\mathbf{X}_i) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \quad (\text{A.1})$$

dove  $V_0(\mathbf{X}_i)$  identifica la funzione di trasferimento che fornisce l'energia luminosa dell'immagine della singola particella  $i$  all'interno del volume di interrogazione  $V_I$  e la sua conversione in un segnale elettronico.  $\tau(\mathbf{x})$  è considerata uguale per ogni posizione. La visibilità di una particella dipende da molti parametri come ad esempio le proprietà di diffusione della particelle, l'intensità di luce nelle posizioni della stessa, la sensibilità



**Figura A.2:** Esempio del campo di intensità  $I$  (singola esposizione).

del sensore ottico alla posizione determinata. Ciò nonostante, nel modello si assumerà che le particelle posseggano la stessa diffusione in tutte le posizioni assunte e che il sensore ottico abbia una sensibilità costante sul piano dell'immagine. Con  $\tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) = \tau(\mathbf{x}) * \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)$  e l'assunzione che le immagini non si sovrappongono, l'equazione può essere riscritta:

$$I = I(\mathbf{x}, \Gamma) = \sum_{i=1}^N V_0(\mathbf{X}_i) \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \quad (\text{A.2})$$

L'espressione verrà ampiamente utilizzata successivamente per identificare il campo di intensità dell'immagine. Si andranno ora a descrivere le principali quantità derivate da un'analisi di una singola immagine acquisita e una coppia di immagini catturate separatamente. La media spaziale è definita come:

$$\langle I(\mathbf{x}, \Gamma) \rangle = \frac{1}{a_I} \int_{a_I} I(\mathbf{x}, \Gamma) d\mathbf{x}$$

dove  $a_I$  è l'area di interrogazione. Si ottiene in questo modo:

$$\langle I(\mathbf{x}, \Gamma) \rangle = \frac{1}{a_I} \int_{a_I} \sum_{i=1}^N V_0(\mathbf{X}_i) \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) d\mathbf{x}$$

Il valore medio del campo di intensità può essere approssimativamente scritto come:

$$\mu_I = \langle I(\mathbf{x}, \Gamma) \rangle = \frac{1}{a_I} V_0(\mathbf{X}_i) \int_{a_I} \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) d\mathbf{x}.$$

Si può derivare la auto correlazione del campo di intensità di una singola esposizione in maniera simile:

$$R_I(\mathbf{s}, \Gamma) = \langle I(\mathbf{x}, \Gamma)I(\mathbf{x} + \mathbf{s}, \Gamma) \rangle$$

$$= \frac{1}{a_I} \int_{a_I} \sum_{i=1}^N V_0(\mathbf{X}_i) \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \sum_{j=1}^N V_0(\mathbf{X}_j) \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j + \mathbf{s}) d\mathbf{x} \quad (\text{A.3})$$

dove  $\mathbf{s}$  indica il vettore di spostamento nel piano di correlazione. I termini con  $i \neq j$  rappresentano le correlazioni delle immagini di particelle differenti ed inoltre il rumore distribuito nel piano di correlazione, mentre i termini con  $i = j$  rappresentano le correlazioni di ogni singola particella con la medesima. Si arriva quindi a:

$$R_I(\mathbf{s}, \Gamma) = \frac{1}{a_I} \sum_{i \neq j}^N V_0(\mathbf{X}_i) V_0(\mathbf{X}_j) \int_{a_I} \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j + \mathbf{s}) d\mathbf{x} +$$

$$+ \frac{1}{a_I} \sum_{i=j}^N V_0^2(\mathbf{X}_i) \int_{a_I} \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j + \mathbf{s}) d\mathbf{x} \quad (\text{A.4})$$

Seguendo la decomposizione proposta da [1], si può scrivere:

$$R_I(\mathbf{s}, \Gamma) = R_C(\mathbf{s}, \Gamma) + R_F(\mathbf{s}, \Gamma) + R_P(\mathbf{s}, \Gamma)$$

dove  $R_C(\mathbf{s}, \Gamma)$  è la convoluzione delle intensità medie  $I$  e  $R_F(\mathbf{s}, \Gamma)$  è la componente di rumore risultante dai termini con  $i \neq j$ .  $R_P(\mathbf{s}, \Gamma)$ , infine, rappresenta il picco di auto correlazione posizionati in  $(0, 0)$  nel piano di correlazione. Questa risulta dalla correlazione di ogni immagine delle particelle con se stessa (termini  $i = j$ ). L'autocorrelazione dei dati è fornita in Fig.(A.3) e mostra chiaramente un picco centrale circondato dal rumore.

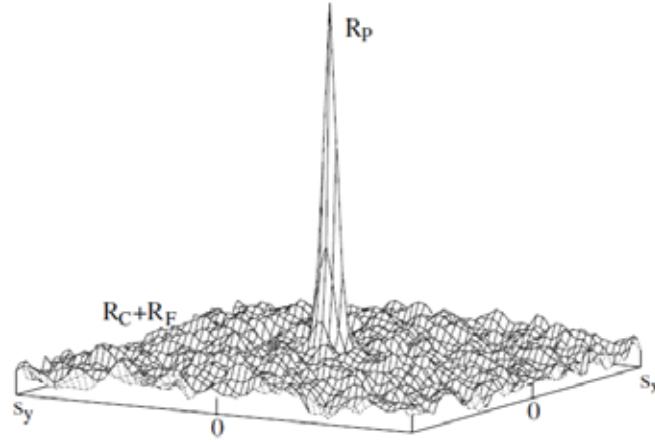
Per una distribuzione Gaussiana dell'intensità dell'immagine,

$$\tau(\mathbf{x}) = \text{Kexp} \left( -\frac{8 |\mathbf{x}|^2}{d_\tau^2} \right)$$

si può osservare come la funzione di autocorrelazione  $R_C(\mathbf{s})$  è ancora una funzione gaussiana con una larghezza di  $\sqrt{2}d_\tau$ . Conseguentemente  $R_P(\mathbf{s}, \Gamma)$  può essere riscritta come:

$$R_P(\mathbf{s}, \Gamma) = \sum_{i=1}^N V_0^2(\mathbf{X}_i) \text{exp} \left( -\frac{8 |\mathbf{s}|^2}{(\sqrt{2}d_\tau)^2} \right) \frac{1}{a_I} \int_{a_I} \tau^2(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i + \frac{\mathbf{s}}{2}) d\mathbf{x}$$

Si utilizzerà inoltre la seguente uguaglianza per la  $R_\tau$ :



**Figura A.3:** Composizione dei picchi nella funzione autocorrelazione.

$$R_\tau(\mathbf{s}) = \exp\left(-\frac{8|\mathbf{s}|^2}{(\sqrt{2}d_\tau)^2}\right) \frac{1}{a_I} \int_{a_I} \tau^2\left(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i + \frac{\mathbf{s}}{2}\right) d\mathbf{x}$$

tenendo in considerazione che le caratteristiche rimangono inalterate anche per una  $\tau(\mathbf{x})$  non Gaussiana. Il massimo di  $R_\tau(\mathbf{s})$  è localizzato in  $|\mathbf{s}| = 0$  e le caratteristiche della sua forma sono date dalla forma delle immagini delle particelle. Inoltre

$$R_P(\mathbf{s}, \Gamma) = R_\tau(\mathbf{s}) \sum_{i=1}^N V_0^2(\mathbf{X}_i).$$

In Fig.(A.4) è data una rappresentazione schematica dell'autocorrelazione di un esempio di un campo di intensità  $I$ .

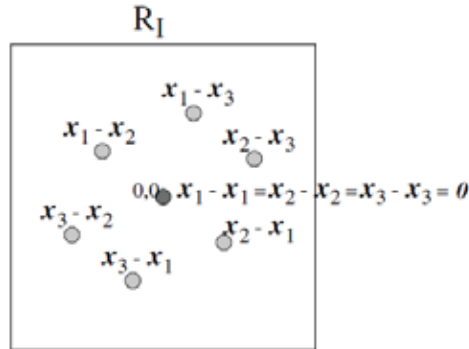
I picchi di correlazione ( $R_P$  e  $R_F$ ) si trovano in corrispondenza delle differenze vettoriali tra le posizioni delle immagini delle particelle. La loro intensità è proporzionale al numero di tutte le possibili differenze che ci sono in quella posizione. Per i campi di intensità con valore medio nullo, la autocorrelazione corrisponde alla autocovarianza. Per i campi di intensità a valore medio non nullo, la autocovarianza può essere calcolata come:

$$C_I(\mathbf{s}) = R_I(\mathbf{s}) - \mu_I^2.$$

Una stima della varianza del campo di intensità può essere ottenuto come:

$$\sigma_I^2 = C_I(\mathbf{0}, \Gamma) = R_I(\mathbf{0}, \Gamma) - \mu_I^2 = R_P(\mathbf{0}, \Gamma) - \mu_I^2.$$





**Figura A.4:** Rappresentazione schematica dell'autocorrelazione del campo di intensità  $I$  dato in Fig.(A.2).

Come già visto nel corso del progetto, negli ultimi anni è stata utilizzata la tecnica della cross-correlazione per la valutazione del campo dei vettori spostamento, grazie all'utilizzo di componenti che permettevano di catturare più immagini in istanti di tempo successivi. Si consideri uno spostamento costante  $\mathbf{D}$  di tutte le particelle all'interno del volume di interrogazione, in modo tale che la posizione delle particelle durante la seconda esposizione all'istante  $t' = t + \Delta t$  sia data da:

$$\mathbf{X}'_i = \mathbf{X}_i + \mathbf{D} = \begin{pmatrix} X_i + D_X \\ Y_i + D_Y \\ Z_i + D_Z \end{pmatrix}$$

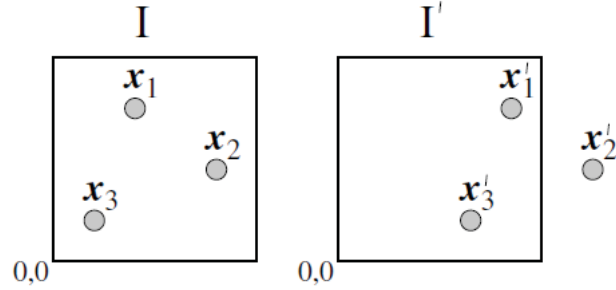
Inoltre si assume che lo spostamento delle particelle sia dato da:

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} SD_X \\ SD_Y \end{pmatrix}$$

Si arriva in questo modo alla seguente rappresentazione del campo di intensità dell'immagine per l'istante della seconda esposizione:

$$I'(\mathbf{x}, \Gamma) = \sum_{j=1}^N V'_0(\mathbf{X}_j + \mathbf{D}) \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j - \mathbf{d})$$

dove  $V'_0(\mathbf{X})$  definisce il volume di interrogazione durante la seconda esposizione. Se si considera lo stesso piano luminoso e le medesime caratteristiche per la finestra di osservazione, la funzione di cross-correlazione



**Figura A.5:** Campo di intensità  $I$  acquisito all'istante  $t$  e campo di intensità  $I'$  acquisito dopo un tempo  $\Delta t$  a  $t'$ .

tra le due aree di interrogazione può essere scritta:

$$R_{II}(\mathbf{s}, \Gamma, \mathbf{D}) = \frac{1}{a_I} \sum_{i,j} V_0(\mathbf{X}_i) V_0(\mathbf{X}_j + \mathbf{D}) \int_{a_I} \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j + \mathbf{s} - \mathbf{d}) d\mathbf{x}$$

dove  $\mathbf{s}$  rappresenta il vettore spostamento nel piano di correlazione. Seguendo una procedura analoga a quella vista per il caso dell'autocorrelazione, si arriva a:

$$R_{II}(\mathbf{s}, \Gamma, \mathbf{D}) = \sum_{i,j} V_0(\mathbf{X}_i) V_0(\mathbf{X}_j + \mathbf{D}) R_\tau(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j + \mathbf{s} - \mathbf{d})$$

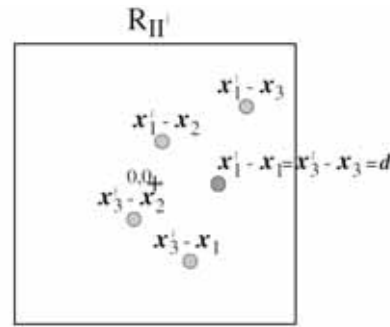
Distinguendo i termini  $i \neq j$ , che rappresentano la correlazione delle differenti particelle distribuite casualmente e che quindi contribuiscono al rumore nel piano di correlazione, con i termini  $i = j$ , che contengono le informazioni desiderate sullo spostamento, si ottiene:

$$R_{II}(\mathbf{s}, \Gamma, \mathbf{D}) = \sum_{i \neq j} V_0(\mathbf{X}_i) V_0(\mathbf{X}_j + \mathbf{D}) R_\tau(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j + \mathbf{s} - \mathbf{d}) + R_\tau(\mathbf{s} - \mathbf{d}) \sum_{i=1}^N V_0(\mathbf{X}_j) V_0(\mathbf{X}_i + \mathbf{D}). \quad (\text{A.5})$$

Di nuovo, si scompone la correlazione in 3 parti:

$$R_{II}(\mathbf{s}, \Gamma, \mathbf{D}) = R_C(\mathbf{s}, \Gamma, \mathbf{D}) + R_F(\mathbf{s}, \Gamma, \mathbf{D}) + R_D(\mathbf{s}, \Gamma, \mathbf{D}).$$

dove  $R_D(\mathbf{s}, \Gamma, \mathbf{D})$  rappresenta la componente della funzione di cross-correlazione corrispondente alla correlazione delle immagini della prima esposizione



**Figura A.6:** Rappresentazione schematica della cross-correlazione del campo di intensità  $I$  e  $I'$ , dati in Fig.(A.5).

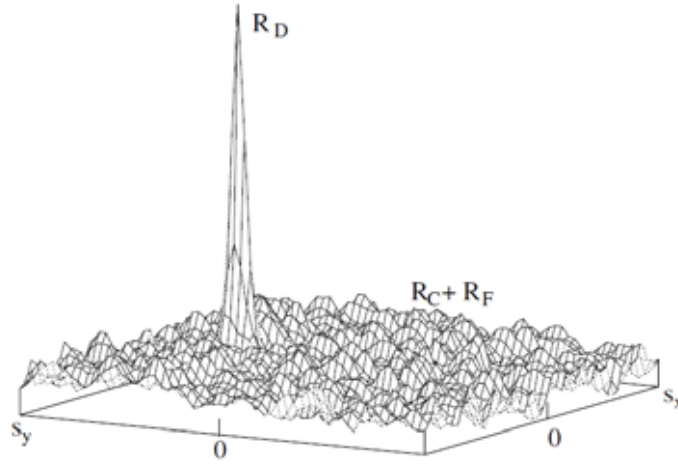
con le immagini delle stesse particelle ottenute con la seconda esposizione (termini  $i = j$ ):

$$R_D(\mathbf{s}, \Gamma, \mathbf{D}) = R_\tau(\mathbf{s} - \mathbf{d}) \sum_{i=1}^N V_0(\mathbf{X}_i) V_0(\mathbf{X}_i + \mathbf{D}). \quad (\text{A.6})$$

Quindi, per una data distribuzione di particelle all'interno del fluido, il picco di correlazione dello spostamento raggiunge il suo massimo per  $\mathbf{s} = \mathbf{d}$ . Come già osservato, la localizzazione del picco di massima intensità fornisce lo spostamento medio nel piano, e quindi le componenti di velocità  $U$  e  $V$ . In Fig.(A.6) si mostra una schematizzazione della cross-correlazione dei campi di intensità  $I$  e  $I'$ . Come si osserva, si trovano gli stessi picchi di correlazione rispetto al caso dell'autocorrelazione, Fig.(A.4), naturalmente traslati di  $\mathbf{d}$ . La correlazione di  $x_2'$  non compare, in quanto la sua immagine è posizionata al di fuori dell'area di interrogazione, Fig.(A.5). Si può osservare che la correlazione di spostamento è una funzione delle variabili  $(\mathbf{X}_i)_{i=1 \dots N}$ . Conseguentemente si possono ottenere stime dello spostamento con differenti accuratèzze, dipendenti dallo stato del sistema tracciante. In seguito si forniranno delle regole generali per l'ottimizzazione della stima dello spostamento.

### A.3 Valore atteso della correlazione

In prima analisi si determina il valore atteso della correlazione  $E\{R_D\}$  per tutte le  $\Gamma$ . In altre parole, si vuole calcolare la funzione di correlazione



**Figura A.7:** Composizione dei picchi nella funzione cross-correlazione.

media di tutte le possibili soluzioni che possono esistere con  $N$  particelle. Si scrive quindi:

$$\begin{aligned} E \{R_D\} &= E \left\{ R_\tau(\mathbf{s} - \mathbf{d}) \sum_{i=1}^N V_0(\mathbf{X}_i) V_0(\mathbf{X}_i + \mathbf{D}) \right\} = \\ &= R_\tau(\mathbf{s} - \mathbf{d}) E \left\{ \sum_{i=1}^N V_0(\mathbf{X}_i) V_0(\mathbf{X}_i + \mathbf{D}) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Definendo  $f_1(\mathbf{X}) = V_0(\mathbf{X})V_0(\mathbf{X} + \mathbf{D})$ , si ottiene:

$$E \{R_D\} = R_\tau(\mathbf{s} - \mathbf{d}) E \left\{ \sum_{i=1}^N f_1(\mathbf{X}_i) \right\}. \quad (\text{A.8})$$

Sapendo che:

$$E \left\{ \sum_{i=1}^N f_1(\mathbf{X}_i) \right\} = \frac{N}{V_F} \int_{V_F} f_1(\mathbf{s}) d\mathbf{X}$$

dove:

$$\int_{V_F} f_1(\mathbf{s}) d\mathbf{X} = \int \int \int f_1(X, Y, Z) dX dY dZ$$

Si ottiene:

$$E \{R_D\} = \frac{N}{V_F} R_\tau(\mathbf{s} - \mathbf{d}) \int_{V_F} f_1(\mathbf{X}) d\mathbf{X} \quad (\text{A.9})$$

Dal momento che è stato definito  $N$  come il numero totale delle particelle presenti,  $V_F$  indicherà l'intero volume del fluido tracciato. Il volume di interrogazione  $V_0(\mathbf{X})$  può essere descritto come:

$$V_0(\mathbf{X}) = W_0(X, Y) I_0(Z) \quad (\text{A.10})$$

dove  $I_0(Z)$  rappresenta il profilo di intensità del piano laser in direzione  $Z$  e  $W_0(X, Y)$  la funzione della finestra di interrogazione proiettata nel piano laser. Si riscrive quindi l'integrale di  $f_1(\mathbf{X})$  come:

$$\begin{aligned} \int_{V_F} f_1(\mathbf{X}) d\mathbf{X} &= \int I_0(Z) I_0(Z + D_Z) dZ \\ \times \int \int W_0(X, Y) W_0(X + D_X, Y + D_Y) dX dY &= \\ &= \int_{V_F} V_0^2(\mathbf{X}) d\mathbf{X} \cdot F_0(D_Z) F_I(D_X, D_Y) \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

con

$$F_I(D_X, D_Y) = \frac{\int \int W_0(X, Y) W_0(X + D_X, Y + D_Y) dX dY}{\int \int W_0(X, Y)^2 dX dY} \quad (\text{A.12})$$

$$F_0(D_Z) = \frac{\int I_0(Z) I_0(Z + D_Z) dZ}{\int I_0^2 dZ} \quad (\text{A.13})$$

Adrian [1] definì  $F_I$  come il fattore che esprimeva la perdita nel piano delle particelle, *in-plane loss-of-pairs*, e  $F_0$  il fattore che indicava la perdita fuori dal piano delle particelle, *out-of-plane loss-of-pairs*. Quando non sono presenti particelle fuori dai piani in considerazione, i due fattori assumono valore unitario. Si ottiene, quindi, il valore atteso, pari a:

$$E \{R_D(\mathbf{s}, \mathbf{D})\} = C_R R_\tau(\mathbf{s} - \mathbf{d}) F_0(D_Z) F_I(D_X, D_Y) \quad (\text{A.14})$$

dove la costante  $C_R$  è definita come:

$$C_R = \frac{N}{V_F} \int_{V_F} V_0^2(\mathbf{X}) d\mathbf{X}.$$

## A.4 Ottimizzazione della correlazione

Il primo parametro che deve essere ottimizzato durante le misurazioni tramite PIV è il tempo di separazione tra le due pulsazioni laser consecutive. In accordo con i principi della tecnica, la velocità misurata è determinata dal rapporto tra le due componenti di spostamento,  $D_X$  e  $D_Y$ , e il tempo di separazione  $\Delta t$ . Dal momento che lo spostamento delle particelle, considerato nel seguito funzione di  $\Delta t$ , è determinato dallo spostamento delle immagini delle particelle come  $D_X(\Delta t) = d_x(\Delta t)/M$  e  $D_Y(\Delta t) = d_y(\Delta t)/M$  rispettivamente, e che gli spostamenti delle immagini acquisite contengono un errore residuale,  $\epsilon_{resid}$ , si può definire il valore dello spostamento locale misurato come:

$$|\mathbf{U}| = \frac{|\mathbf{d}(\Delta t)|}{M\Delta t} + \frac{\epsilon_{resid}}{M\Delta t} \quad (\text{A.15})$$

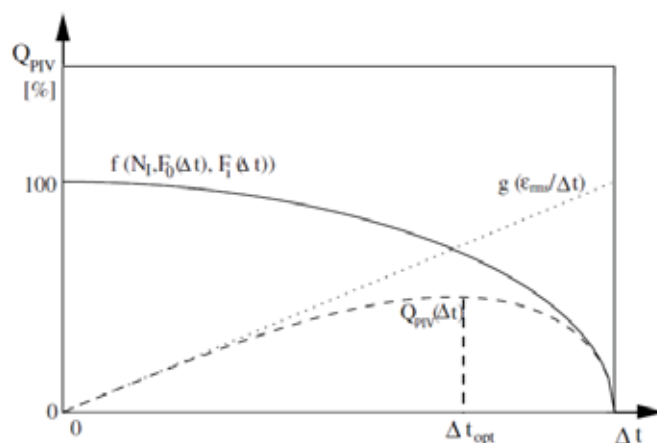
Dal momento che lo spostamento, per una data configurazione di acquisizione, si riduce linearmente con il tempo di separazione delle pulsazioni, il primo termine dell'equazione rimane costante con il tendere a zero di  $\Delta t$ :

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\mathbf{d}(\Delta t)|}{M\Delta t} = |\mathbf{U}|$$

Al contrario, il termine di errore residuale, contenuto nello spostamento dell'immagine misurata, non può essere diminuita al di sotto di un certo limite, riducendo il tempo tra le pulsazioni. Il secondo termine dell'equazione, nel quale si osserva come l'errore di misura viene pesato con il termine  $1/\Delta t$ , aumenta rapidamente con il decrescere della separazione tra le pulsazioni:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\epsilon_{resid}}{M\Delta t} = \infty$$

Da queste osservazioni si deduce che l'accuratezza della misura può essere aumentata incrementando il tempo di separazione tra le pulsazioni, sotto determinate condizioni. Comunque, per alti valori di  $\Delta t$  aumenta il rumore delle misurazioni. Questo diventa chiaro se si analizza il valore atteso della correlazione di spostamento, data in Ec.(A.14). Si può vedere come l'intensità del segnale medio è pesata con la perdita delle particelle dovuta allo spostamento  $\mathbf{D}(\Delta t)$ . Per un tempo di separazione molto grande, lo spostamento delle particelle, che aumenta linearmente con  $(\Delta t)$ , potrebbe superare la grandezza del volume di interrogazione. Di conseguenza, nessuna particella sarebbe illuminata due volte, e non si otterrebbe alcuna correlazione tra le immagini. In Fig.(A.8) si evidenziano i due aspetti della scelta del  $\Delta t$  sulla qualità dell'analisi PIV. La curva punteggiata  $g$  rappresenta gli effetti dell'errore residuale in funzione



**Figura A.8:** Rappresentazione schematica per l'ottimizzazione del tempo tra due pulsazioni.

del tempo  $\Delta t$ , mentre la curva  $f$  mostra l'influenza della perdita delle particelle sulla qualità dell'analisi. I valori ottimali di  $\Delta t$  possono essere trovati determinando il massimo della funzione qualità  $Q_{PIV}$ , ad esempio il prodotto delle curve  $f$  e  $g$ , rappresentate dalla linea tratteggiata. La forma della curva  $f$  è stata scelta in maniera arbitraria, dal momento che è difficile definire un valore generale per la qualità delle immagini. Se si utilizzano sistemi digitali, che permettono un feedback immediato durante le prove, il valore ottimale può essere trovato iterativamente aumentando progressivamente il tempo di separazione tra le pulsazioni.





# Bibliografia

- [1] R. J. Adrian. Twenty years of particle image velocimetry. *Experiments in Fluids*, 39:159–169, 2005.
- [2] Sandrine Aubrun. Modelling wind turbine wakes with a porosity concept. *EU-ROMECH Colloquium 464b - Wind Energy, University of Oldenburg, Germany*, 2005.
- [3] G. K. Batchelor. *The Theory Of Homogeneous Turbulence*. Cambridge University Press, 1982.
- [4] I. Grant. Particle image velocimetri: a review. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 211:55–76, 1997.
- [5] Alan Pope Jewel B. Barlow, William H. Rae Jr. *Low-Speed Wind Tunnel Testing, Third Edition*. John Wiley & Sons Ltd., 1999.
- [6] Peter B. V. Johansson. The axisymmetric turbulent wake. Master's thesis, Department of Thermo and Fluid Dynamics, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 2002.
- [7] Paul M. Bevilaqua & Paul S. Lykoudis. Turbulence memory in self-preserving wakes. *J. Fluid Mech.*, 89, part 3:589–606, 1978.
- [8] Steve T. Wereley J. Kompenhans M. Raffel, Christian E. Willert. *Particle Image Velocimetry, A Practical Guide*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1999-2007, 2007.
- [9] G. Espana S. Aubrun, Ph. Devinant. Physical modelling of the far wake from wind turbines. application to wind turbine interactions. *Ewec2007, May 7-10, Milan, Italy*, 2005.
- [10] Fabio Pierella & Lars Sætran. Effect of initial conditions on mean and turbulent flow past grids of finite extension. 2009.

- [11] W. Fan W. Weng, G. Liao. An improved cross-correlation method for (digital) particle image velocimetry. *Acta Mechanica Sinica*, 17(4):332–339, Novembre 2001.