

**Simulazione idraulica di canali a pelo
libero per irrigazione con controllo
distribuito**

Giovanni Redaelli mat. 721543

Luglio, 2010

Indice

1	Introduzione	2
1.1	Reti di irrigazione	6
1.2	Attuatori e sensori	8
1.3	Automazione del sistema	12
1.4	Obiettivi del controllo	15
1.5	Organizzazione della tesi	16
2	Modellazione dei canali	17
2.1	Derivazione delle equazioni di Saint Venant	18
2.1.1	Derivazione dell'equazione di massa (equazione di continuità)	19
2.1.2	Derivazione dell'equazione del momento (equazione dinamica)	21
2.2	Discretizzazione per la simulazione	24
2.2.1	Metodi numerici per la soluzione di PDE iperboliche	24
2.2.2	Simulazione in open-loop per pool singola	29
2.2.3	Simulazione in open-loop per una serie di pool	30
2.3	Modello semplificato per il progetto del controllo	35
2.3.1	Premesse e parametri per il modello semplice	35
2.3.2	Identificazione dei parametri dai dati sperimentali	37

2.4	Confronto tra il modello TDM ed il modello Saint Venant	38
3	Progetto e sintesi del controllo	41
3.1	Architettura di controllo distribuita con feedback	41
3.2	Sintesi del controllore dal problema di ottimo	44
3.2.1	Progetto basato su Loop Shaping H_∞	44
3.2.2	progetto del loop-shaping	47
3.2.3	Caratterizzazione State-Space del problema di sintesi H_∞	48
3.3	Sfruttamento di misure del disturbo	53
3.3.1	Modifica del modello della pool generalizzato	54
3.3.2	Progetto del filtro per il condizionamento della misura del disturbo	57
3.4	Simulazioni in anello chiuso con modello TDM	59
3.5	Simulazioni in anello chiuso col modello di Saint-Venant	66
4	Presentazione del tool di simulazione per sistemi idraulici in closed-loop	71
4.1	Architettura del software	71
4.1.1	Architettura 'channel_model_control_sim.m'	73
4.1.2	Architettura 'SaintVenant_sim.m'	82
5	Conclusioni	88

Capitolo 1

Introduzione

L'acqua è uno degli elementi naturali più importanti sia nei bisogni primari delle persone che nelle controversie economiche e politiche. La popolazione mondiale necessita di acqua non solo per il consumo diretto ma anche per i processi industriali e la produzione di cibo. L'incremento demografico e la conseguente crescita del settore agricolo provocano in tutto il mondo un aumento della richiesta di acqua, facendo di essa una risorsa scarsa e strategica. Una stima dell'UNESCO rivela poi che il 70% dell'acqua fresca è impiegato nell'agricoltura. Secondo un recente report delle Nazioni Unite si verificherà un'insufficienza delle risorse idriche a livello mondiale già nel 2020 [1] e [2]. A questo punto è evidente che il mondo dovrà affrontare problemi di ristrettezze idriche se una qualche misura non verrà presa.

L'Australia è un continente secco, dove l'acqua è ancora di più una risorsa preziosa. Nella città di Melbourne l'aumento delle restrizioni al consumo nel periodo estivo mostrano un forte impegno del governo per salvaguardare la disponibilità di acqua nel futuro.

La sfida cruciale è utilizzare le risorse disponibili nel modo più efficiente, minimizzando le perdite. Come riportato in [3], lo spreco di acqua in Australia è alto, arrivando a toccare il 30% del totale.

La distribuzione di acqua fresca è svolta principalmente per mezzo di canali a pelo libero, naturali o costruiti dall'uomo. Un fiume è un esempio di sistema di canali a pelo libero. I sistemi di distribuzione dell'acqua a gravità naturale sono infrastrutture critiche per l'agricoltura, dove gli impianti agricoli consumano grosse quantità di acqua fresca ed è noto che ampie porzioni di quest'acqua vengono quotidianamente sprecate a causa dell'inefficiente distribuzione dal bacino sorgente all'utenza finale. Si può ottenere una distribuzione più efficace con lo sviluppo di migliori sistemi di controllo e di supporto alle decisioni. Implementando su questi impianti civili di larga scala appropriate strutture informative, sensori, attuatori e reti di comunicazione, è possibile applicare i concetti dell'ingegneria dei sistemi per incrementare le prestazioni. Per lo sviluppo ed il testing di tali sistemi sono necessari modelli matematici del fiume accurati, capaci di catturare le dinamiche rilevanti per il controllo ma allo stesso semplici per il progetto dello stesso.

Le equazioni di Saint Venant sono tradizionalmente usate per modellare i sistemi fluviali. Queste sono equazioni alle derivate parziali (PDE), non lineari, iperboliche, risolvibili con metodi numerici come lo schema di Preissman, utilizzato in questo lavoro. Attraverso confronti tra i risultati delle simulazioni e risultati sperimentali si può determinare la buona qualità dell'accuratezza di tali soluzioni.

Le equazioni di Saint Venant sono difficilmente utilizzabili per il progetto del controllo, viene quindi valutato un secondo modello più semplice che considera solo un ritardo di propagazione (TDM). Tale modello è adeguato per cogliere le dinamiche rilevanti in un sistema di canali. È stato tuttavia rilevato che il ritardo varia con la portata di flusso, richiedendo quindi una particolare robustezza del controllore.

Stato della ricerca

I politici in Australia hanno riconosciuto l'importanza di riorganizzare l'utilizzo attuale in un ottica di sostenibilità a lungo termine. Inoltre l'Australia è un continente secco che non potrà supportare l'attuale modo di utilizzo delle risorse idriche con l'attuale crescita demografica e industriale e le variazioni climatiche.

Negli ultimi dieci anni i ricercatori della *University of Melbourne* hanno collaborato con *Rubicon System Australia* per migliorare la fornitura di acqua nei sistemi di canali a pelo libero. Il processo di ricerca e sviluppo è partito considerando le cattive prestazioni di un regolatore locale che, sembrando mal tarato, causava forti escursioni del livello del liquido nella sezione sotto controllo. Il processo si è articolato in una prima fase di modellazione e progetto di possibili controlli, proseguendo poi allo sviluppo di nuovi sensori e di sistemi hardware di nuova generazione. Alcuni progetti pilota iniziati all'interno della ricerca sono ora in produzione su scala industriale, avendo come obiettivo la totale automazione del sistema idrico dello stato del Victoria. Questo sarà il primo impianto di tale genere totalmente controllato in closed-loop, dove gli ordini saranno soddisfatti in real time.

Le ricerche fino ad ora si sono focalizzate sul controllo della quantità di acqua nei canali, rilevata come flusso, volume e livello. Inoltre dei sensori possono verificare in real-time le condizioni biochimiche. L'infrastruttura informatica può così essere usata per migliorare la qualità oltre che la quantità dell'acqua distribuita.

Si è già detto che in Australia il settore agricolo consuma più del 70% di tutta l'acqua fresca [1] [2]. La maggioranza dell'irrigazione è eseguita attraverso un esteso sistema civile di canali e cisterne di riserva che fornisce acqua alle fattorie. Il sistema di distribuzione di larga scala è azionato esclusivamente a gravità. Anche buona parte delle fattorie si alimentano al loro interno solo a gravità, per questo il numero di punti che è possibile connettere con questi

sistemi è limitato dall'ampiezza del dislivello (energia potenziale) tra bacino e utenza.

Negli studi [3] e [4] che riguardano l'efficienza della distribuzione d'acqua, intesa come il rapporto tra il volume usato dall'utenza e quello uscito dal bacino, si rileva che questo dato è inferiore al 50%. Le perdite si dividono tra la distribuzione in larga scala e le perdite all'interno della fattoria. Buona parte di esse è dovuta ad una cattiva pianificazione, spesso attuata manualmente. La maggior parte degli sprechi sono riconducibili all'ovvia tendenza a sovrastimare la richiesta di acqua, visto che un'eventuale difetto avrebbe conseguenze gravi sui raccolti. Inoltre le perdite combinate con il cattivo drenaggio provocano deterioramento delle condizioni del suolo. L'oversupply in Australia comporta semplicemente la concentrazione del liquido nell'ultimo tratto di canale fino alla tracimazione, l'acqua rimane inutilizzabile in qualche zona desertica, pur rimanendo com'è ovvio parte del ciclo naturale. Altre perdite sono dovute all'evaporazione, altre ancora a crepe nelle pareti dei canali.

L'incremento dell'efficienza per l'irrigazione è un obiettivo interessante per il controllo in closed-loop. La distribuzione può essere ampiamente migliorata installando un sistema di sensori e attuatori collegato da una rete di supervisione, controllo e acquisizione dati (SCADA). I dati così derivati possono essere elaborati per effettuare identificazione ed implementare tecniche di controllo ottimizzando l'efficienza.

Il principale scopo di questa ricerca è assicurare la sostenibilità delle risorse idriche, in linea con i recenti sforzi del governo Australiano nel promuovere un utilizzo prudente dell'acqua per le generazioni future. L'obiettivo della ricerca è sviluppare un modello per i sistemi fluviali da utilizzarsi per lo sviluppo di sistemi di controllo e supporto alle decisioni.

Questi obiettivi aiuteranno a ridurre le grosse perdite d'acqua incrementando l'efficienza della distribuzione. L'approccio di modellazione emerge dal successo nell'utilizzo di tecniche di identificazione per la modellazione di ca-

nali di irrigazione. Inoltre l'implementazione di controllori ha già mostrato la possibilità di incrementare del 20% l'efficienza dei sistemi (dal 70% al 90%).

La necessità del modello

È quindi necessario un modello che catturi le dinamiche rilevanti del sistema in modo da permettere un buon progetto del controllore (*Un buon modello è quello che è utile per l'obiettivo proposto*). Sarebbe ideale ottenere un modello lineare, data la quantità di letteratura riguardante il controllo lineare. Il controllore progettato dovrebbe garantire il minimo spreco di acqua fornendo all'utenza il quantitativo richiesto. Inoltre va preservato il minimo rischio possibile di fuoriuscite, con robustezza rispetto fenomeni come piogge, infiltrazioni o prelievi inaspettati.

Per l'obiettivo di supporto alle decisioni il modello trova la sua utilità nella previsione delle condizioni del canale. Ciò include la previsione del livello dell'acqua per il monitoraggio e prevenzione di inondazioni. Il sistema di supporto decisionale può essere inoltre usato per simulazioni di scenario per verificare gli effetti di politiche e strategie di controllo con livelli superiori, usate principalmente per analisi di rischio quantitative [5]. In questa trattazione si preferisce invece adottare un modello con costo computazionale basso, per evitare di avere risultati generati troppo lentamente. Il modello ideale per il tipo di controllo studiato in questo lavoro è, come verrà largamente illustrato in seguito, il modello di *Saint Venant*.

1.1 Reti di irrigazione

Si è detto che attraverso una serie di canali a pelo libero, l'acqua è distribuita dalla riserva alle fattorie sfruttando l'energia potenziale gravitazionale accumulata nel bacino. Il routing e la schedulazione dell'acqua è eseguito mediante

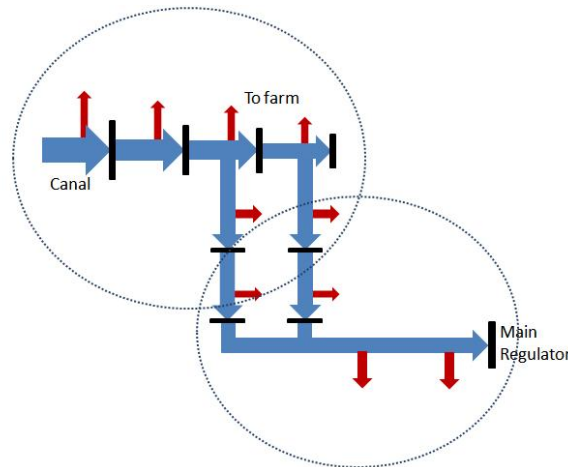


Figura 1.1: *Rappresentazione schematica della topografia di un canale*

strutture di regolazione applicate sulle chiuse poste nei canali. Queste chiuse limitano il flusso d'acqua nel canale.

Una sezione della rete di distribuzione è rappresentata in figura 1.1. La topologia può essere rappresentata come un grafo direzionato dove i nodi sono le chiuse, gli archi i canali e la direzione rappresenta il flusso. In molti dei sistemi alimentati a gravità il grafo è un albero.

Il tratto di canale tra due chiuse viene definito *pool* (figura 1.2). Nella maggior parte dei casi i canali di prelievo per le utenze sono posti all'estremità bassa della pool. In Australia la maggior parte dei canali ha una pendenza di $1/10,000$; i bordi di contenimento non sono solitamente molto estesi: con un errore oltre i $0,5m$ si hanno sversamenti.

L'infrastruttura di bacini e canali è fondamentale in Australia, il suo valore attorno alle decine di miliardi di dollari. Per comprendere la scala dei valori, si considerino i seguenti dati riferiti ad un distretto di medie dimensioni (come riportato in [6]): 500km di canali principali; circa 500 strutture di regolazione; oltre 600 utenze connesse; $1,1Gm^2$ di terreno agricolo irrigato; $0,6Gm^3$ di acqua allocata per anno. Il distretto del Golburn-Murray, il più grande in

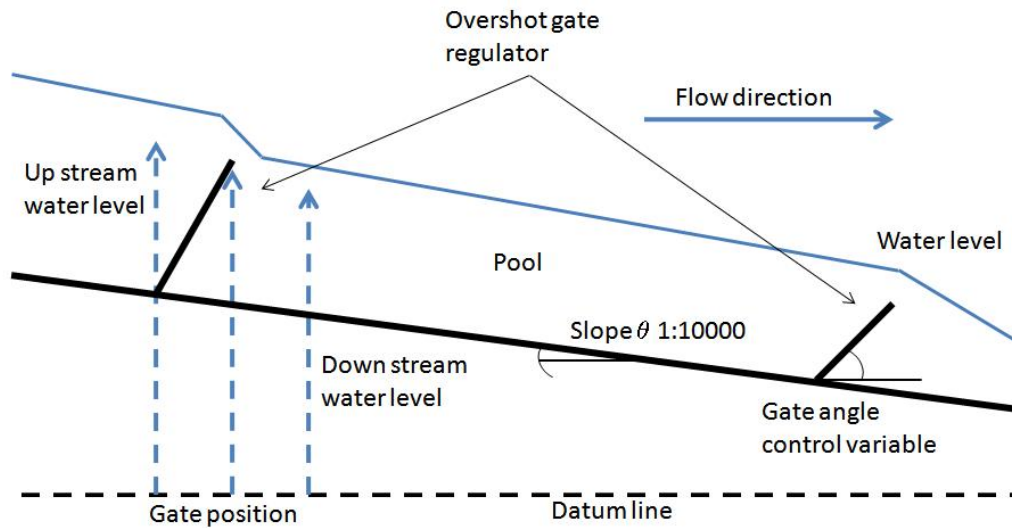


Figura 1.2: *Rappresentazione schematica di un'infrastruttura a pelo libero; sezione verticale al centro del canale*

Australia, ha una dimensione 10 volte superiore (7000 km di canali; 17000 regolatori e 21000 utenze, con una media annua di $2Gm^3$ di acqua distribuita) esistono distretti anche 100 volte più ampi negli USA, in India, Pakistan e Cina.

Dal punto di vista dell'agricoltore la qualità del servizio di irrigazione è determinato dalla tempestività della fornitura d'acqua e, nel caso la fattoria sia alimentata a gravità, il livello dell'acqua al punto di prelievo. Saranno quindi questi alcuni degli obiettivi critici per il controllo.

1.2 Attuatori e sensori

Tipologie di chiuse idrauliche

Nei sistemi agricoli australiani si incontrano principalmente tre tipo di attuatori: le prime strutture da valutare sono le valvole a cono, conosciute anche come

valvole Howell-Bunger, queste hanno meccanismo a manica mobile, utilizzato spesso nelle dighe. Altre fanno uso di chiuse sommerse (Overshot gates), nelle quali l'acqua fluisce al di sopra del regolatore, in altre ancora l'acqua fluisce al di sotto del corpo attuatore (Undershot gates). Le figure 1.4, 1.5, 1.6 mostrano esempi dei flussi d'acqua nei tre casi illustrati.

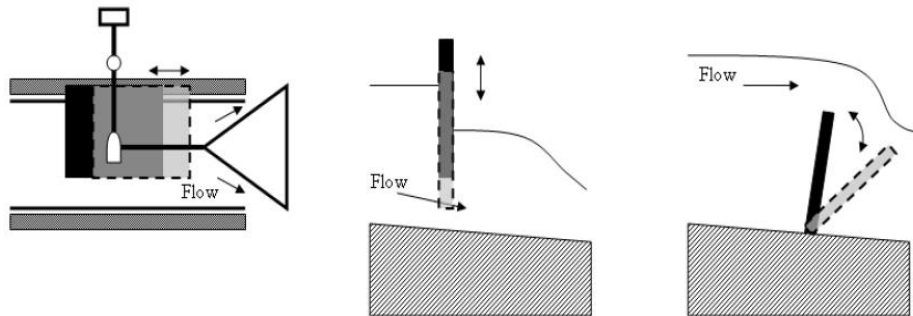


Figura 1.3: Esempi delle tre tipologie di chiusa: cono, undershoot, overshoot



Figura 1.4: Chiusa con attuatore a cono

Esistono sia chiuse non regolate (figura 1.7) che regolate; le prime sono solitamente azionate manualmente da un tecnico quando viene richiesto dall'utenza.



Figura 1.5: *Chiusa tipo undershot*



Figura 1.6: *Chiusa tipo overshot*



Figura 1.7: *Esempio di chiusa non regolata*

Le chiusi utilizzate nel sistema trattato in questa esposizione sono tutte chiusi a overshoot; su ogniuna di queste è montato un controllore di posizione con attuatore meccanico che posiziona l'angolo del corpo regolatore a seconda del quantitativo di acqua che si vuole lasciar passare. La chiusa può operare in regime di overflow, cioè con il livello dell'acqua a valle superiore al gate, o in drowned condition, col livello a valle più basso del gate (figura 1.8). Misurando il livello dell'acqua sulla chiusa si regola l'altezza di overshoot al valore desiderato con una dinamica di pochi secondi. Questo è importante per il sistema di controllo globale, il quale può considerare trascurabile questa dinamica e modellare la chiusa con una semplice equazione del flusso dipendente dalla variabile h

$$Q = ch^{3/2}$$

dove c è il coefficiente di efflusso della chiusa.

Misure

Le misure sono normalmente ricavate da strutture idrauliche e possono includere misure di livello, flusso, salinità, pH, Chemical Oxygen Demand (COD) etc. In questa trattazione interessano solo il livello dell'acqua e del flusso, poi-

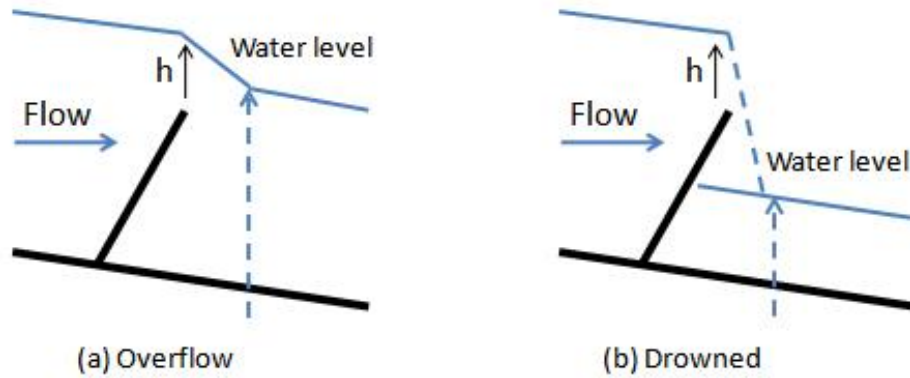


Figura 1.8: *Condizioni di lavoro delle chiuse overshot*

ché sono le dinamiche di queste due variabili a interessare il controllo per la distribuzione. Volendo controllare anche la qualità dell'acqua si dovrebbero invece considerare anche le misure di pH e COD.

Viene spesso misurato solo il livello dell'acqua immediatamente a monte della struttura idrica, il flusso viene poi ricavato da questa misura. Questo passaggio dipende dalle strutture in cui l'acqua fluisce per cui esistono a volte curve caratteristiche.

1.3 Automazione del sistema

La figura 1.9 illustra un hardware automatico di nuova generazione che sostituisce le classiche chiuse azionate manualmente. Il posizionamento di queste chiuse segue ancora la disposizione dei dispositivi classici ma sono già in corso studi per l'ottimizzazione della topologia dei punti di controllo.

Tutti i gate, sia sui canali che nelle fattorie, sono equipaggiati con sensori

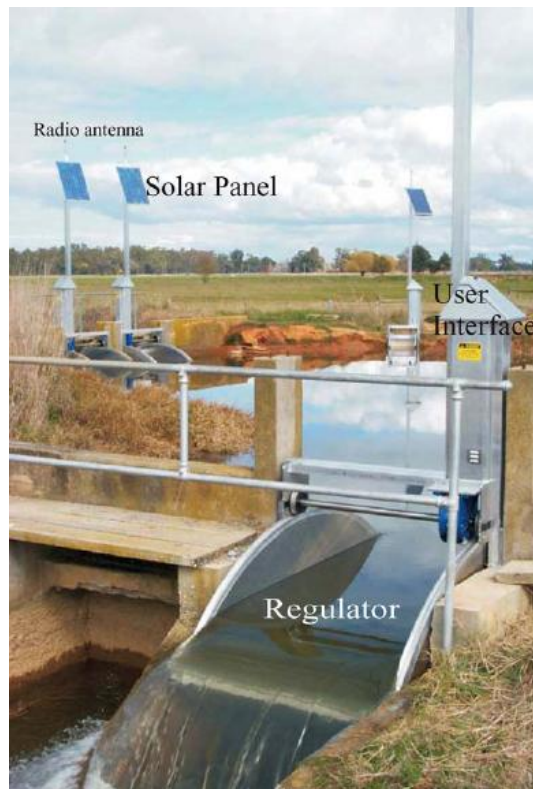


Figura 1.9: *Esempio di chiusa overshoot con infrastruttura di controllo e supervisione*

per misurare il livello dell'acqua e l'attuale posizione del corpo regolatore. Il fatto che anche i gate delle utenze abbiano dei sensori permette di monitorare on-line il prelievo d'acqua

Ogni gate può comunicare tramite una rete di telecomunicazione con ogni altro isto del sistema. Questa rete consente sia broadcasting (e.g. per un update del software) che comunicazione peer to peer in tutti i punti. Un peer tipico contiene fino a 10 nodi. Per i distretti di media dimensione descritti sopra si considerano oltre 1000 nodi, il massimo numero di router disponibili per la comunicazione site to site è sei, mentre la comunicazione diretta al nodo centrale richiede al massimo tre passaggi di router.

Il flusso di dati richiesto per il controllo è mantenuto più basso possibile utilizzando una particolare struttura decentralizzata e logiche event-driven ed Event-based communication, cioè i dati vengono passati solo quando il livello cambia significativamente (movimento del gate o cambiamento del setpoint). Oltre questo, i dati trasmessi devono anche trattare altri tipo di eventi, come allarmi segnalati da hardware o software. L'affidabilità di questi sistemi di comunicazione è stata confermata nel corso di alcune stagioni di irrigazione. Per minimizzare il quantitativo di dati inviati si usa una particolare struttura di controllo decentralizzata. Con tale configurazione il dato sul flusso d'acqua è richiesto solo dal nodo direttamente a monte, il che richiede solo una comunicazione peer to peer, senza richiedere di supervisione. Inoltre, il supervisore centrale non necessita di un sampling regolare essendo anch'esso data-driven.

A livello locale, sul gate, tutti i dati dei sensori, attuatori e condizioni hardware sono monitorati da un sampler ad intervalli regolari, ed un gran quantitativo di dati è mantenuto in memoria. Al nodo centrale viene salvato uno storico di tutti gli evanti significativi.

1.4 Obiettivi del controllo

I principali obiettivi per il controllo real time sono:

- Ottimizzazione dell'efficienza di distribuzione, i.e. minimizzare il quantitativo totale di acqua in uscita dai bacini per soddisfare la domanda dell'utenza. La massima efficienza si ottiene quando il flusso in uscita dall'ultimo canale è nullo;
- Fornitura real-time on-demand del volume di acqua richiesto a tutte le uscite di irrigazione;
- regolazione del livello dell'acqua alle prese per le utenze ad un determinato set-point (con un certo limite di tolleranza).

Il controllo supervisivo deve garantire che non si superi il massimo flusso fisicamente trasportabile, che il livello dell'acqua rimanga nell'intorno del set-point concordato con gli utenti e che l'acqua rispetti lo scheduling. Chiaramente, la strategia di controllo del supervisore è anch'essa un obiettivo dinamico. Il sistema di controllo supervisivo riceve le richieste dalle fattorie attraverso un sistema di ordering automatizzato. Gli ordini sono verificati, se legittimati considerando la disponibilità fisica di acqua l'ordine è processato, se rifiutato l'ordine può essere ri-schedulato in un altro momento, per questo il supervisore può suggerire slot di tempo alternativi. Che qualche rescheduling sia inevitabile è chiaro dal fatto che la capacità in uscita installata in una sezione normale è di circa $25 \text{ m}^3/\text{s}$, che è poco più di quattro volte la capacità in ingresso media ($6.1 \text{ m}^3/\text{s}$); la situazione è simile in tutto il sistema.

Il più semplice obiettivo di controllo è porre $u_N = 0$ (uscita nulla dall'ultima pool) e che tutti gli u_i con $i = 1, \dots, N - 1$ siano regolati al livello di riferimento y_i^{ref} con una certa tolleranza. In questo caso la regolazione al set-point soddisfa direttamente la consegna d'acqua on-demand, sempre che sia rispettato il limite fisico del sistema

1.5 Organizzazione della tesi

La seguente tesi è composta di due parti principali: la soluzione numerica di un'equazione PDE finalizzata alla simulazione del livello dell'acqua e del flusso nel canale (capitolo 1) ed il progetto di un sistema di controllo distribuito (capitolo 2). Per ogni sezione sono presentati risultati di simulazioni sul sistema in open-loop o closed-loop. Nel quarto capitolo viene poi presentata la struttura ed il funzionamento del software che esegue automaticamente il progetto e la simulazione del controllore per una striscia di pool. Nell'ultimo capitolo sono riportate le considerazioni finali sul progetto.

Capitolo 2

Modellazione dei canali

Possibili approcci alla modellazione

Esistono due approcci principali: modellazione fisica e modellazione empirica. Nell'approccio fisico il modello viene derivato dalle equazioni di massa e momento, richiede solitamente alti costi in termini di tempo computazionale ma fornisce una visione fisica del sistema. Questo richiede la specificazione dei parametri fisici del sistema, i quali sono spesso incogniti e devono essere stimati da dati sperimentali, in alternativa il modello può essere calibrato confrontandolo con dati operativi.

Per contro, i modelli empirici non richiedono alcuna quantità fisica, sono costruiti a partire da dati sperimentali con tecniche di identificazione. Sono quindi necessarie buone misurazione dei dati operazionali. Il modello così costruito è generalmente più semplice ma spesso non da una visione facilmente riconducibile a caratteristiche fisiche reali. Questo approccio è definito approccio black-box. Quando la struttura del modello è scelta basandosi anche su conoscenze a priori del sistema, si dice modellazione grey-box.

Come detto sopra sono richiesti buoni dati sperimentali; sfortunatamente questo è raro nei sistemi fluviali. Quindi per la seguente trattazione l'approccio adottato è esclusivamente quello fisico.

Sequendo tale approccio, in questo capitolo vengono derivate le equazioni di Saint Venant dai bilanci di momento e massa. Sarà quindi presentato lo schema di Preissman, che è lo schema numerico generalmente più utilizzato per la soluzione numerica di questo modello.

2.1 Derivazione delle equazioni di Saint Venant

Le equazioni di Saint Venant hanno la forma:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial AV}{\partial t} + \frac{\partial(QV)}{\partial x} + gA \frac{\partial y}{\partial x} + gA(S_f - S_0) = 0$$

dove A identifica la sezione trasversale bagnata del canale (proporzionale a y), cioè la profondità dell'acqua, V il volume dell'acqua contenuta nel canale, g l'accelerazione gravitazionale, S_0 la pendenza del fondo del canale, S_f la pendenza equivalente per l'attrito e Q la portata volumetrica o flusso vedi figura 2.1. Queste equazioni sono derivate dai bilanci di massa e momento sotto le seguenti ipotesi:

1. Flusso monodirezionale
2. Distribuzione idrostatica della pressione
3. Velocità uniforme sulla sezione
4. La pendenza media del fondo è piccola. Ciò implica che l'angolo θ tra il fondo del canale e il piano di riferimento sia molto piccolo. Si può così approssimare la misura di profondità verticale alla misura di flusso perpendicolare al fondo.
5. Fluido incomprimibile

Una derivazione semplice dell'equazione di Saint Venant sarà presentata subito di seguito. Per una versione più dettagliata si può consultare un comune libro di testo sui canali a pelo libero (e.g. [7], [8], [9]). Si comincia considerando la conservazione della massa

2.1.1 Derivazione dell'equazione di massa (equazione di continuità)

Considerando un volume di elemento come rappresentato in figura 2.1, dove ρ_0 è la densità del fluido (acqua), A la sezione trasversale, V il volume, Q la portata volumetrica, i pedici U e D indicano le condizioni a monte e valle rispettivamente (Upstream e Downstream), Δx è la distanza tra gli estremi monte e valle del volume e la direzione del flusso è lungo l'asse x .

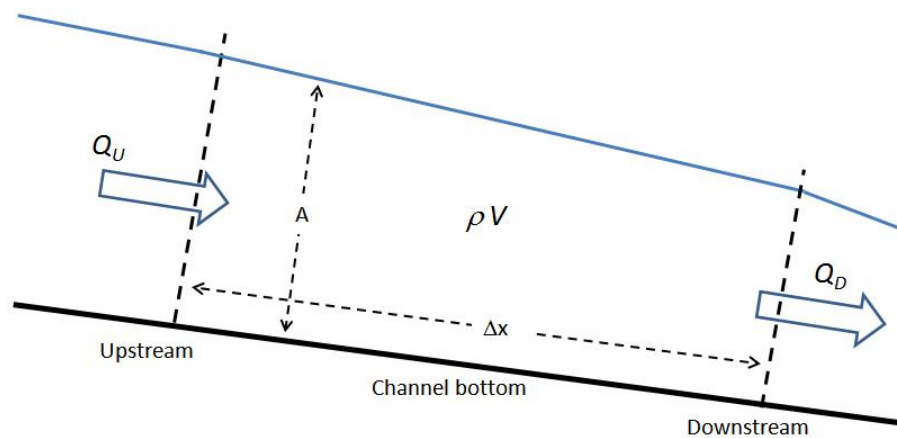


Figura 2.1: Sezione del canale per la conservazione della massa

La conservazione della massa definisce

$$\begin{aligned} &\text{Differenza netta di massa entrante/uscente al volume} \\ & \hspace{20em} = \end{aligned} \quad (2.1)$$

Rapporto di variazione della massa nel volume di elemento

Dalla figura 2.1, la massa dell'acqua nel canale è data da $\rho_0 A \Delta x$. L'acqua entra nel volume con una portata massica data da ρQ_U e lascia il volume con ρQ_D in un tempo finito Δt . Eguagliando i due lati dell'equazione di conservazione si ha

$$[\rho] \rho Q_U - \rho Q_D = \frac{\Delta(\rho A \Delta x)}{\Delta t} \quad (2.2)$$

In generale si può considerare l'acqua come fluido incomprimibile, ciò implica ρ_0 costante. L'equazione (2.2) può essere quindi riscritta come:

$$\begin{aligned} Q_u - Q_D &= \frac{\Delta(A \Delta x)}{\Delta t} \\ \frac{Q_U - Q_D}{\Delta x} &= \frac{\Delta A}{\Delta t} \\ \frac{Q_D - Q_U}{\Delta x} + \frac{\Delta A}{\Delta t} &= 0 \\ \frac{\Delta Q}{\Delta x} + \frac{\Delta A}{\Delta t} &= 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Dove $\Delta Q = Q_D - Q_U$. Facendo tendere Δx e Δt a 0, l'equazioni (2.2) diventano

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (2.4)$$

Con t e x che indicano rispettivamente tempo e posizione nella direzione principale del flusso (i.e. x , nel caso in esame). Questa è normalmente conosciuta come *equazione di continuità*.

2.1.2 Derivazione dell'equazione del momento (equazione dinamica)

Viene ora derivata la seconda equazione di Saint Venant dal bilancio del momento, considerando il volume come in figura 2.2

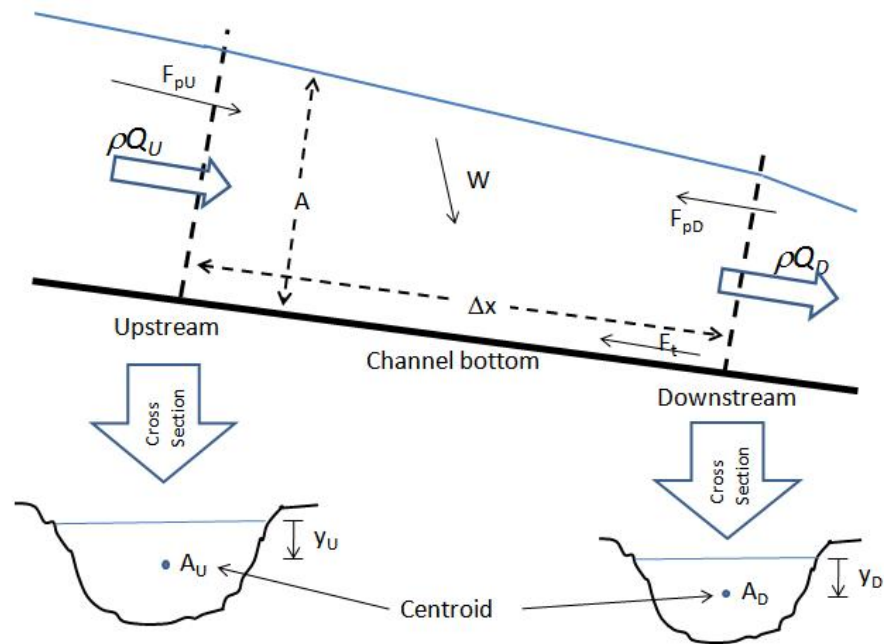


Figura 2.2: Sezione del canale per la conservazione del momento

ρ_0 , Q , A , Δx e i pedici U e D hanno lo stesso significato definito sopra. \bar{y} è la profondità del centroide (cioè il baricentro della sezione d'acqua), V la velocità, F_p la forza di pressione, F_f la forza di frizione e W il peso dell'acqua.

Secondo la conservazione del momento:

$$\begin{aligned}
 & \text{Rapporto di variazione nel volume elementare} \\
 & \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad = \\
 & \text{Rapporto netto di trasferimento del momento nel volume elementare} \quad (2.5) \\
 & \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad + \\
 & \text{Somma di tutte le forze che agiscono sul volume}
 \end{aligned}$$

Il lato sinistro dell'espressione può essere scritto come

$$\frac{\Delta(\rho \Delta x AV)}{\Delta t} \quad (2.6)$$

Il primo termine a destra come:

$$\rho Q_U V_U - \rho Q_D V_D \quad (2.7)$$

Il secondo termine a destra comprende la forza di pressione, l'attrito, e la forza dovuta al peso dell'acqua lungo la direzione del flusso, cioè x . La forza di pressione si ottiene come:

$$F(p, U) - F(p, D) = \rho g A_U \bar{y}_U - \rho g A_D \bar{y}_D \quad (2.8)$$

La forza d'attrito, F_f è data da

$$F_f = -\rho g A \Delta x S_f \quad (2.9)$$

Dove S_f è la pendenza corrispondente all'attrito e il segno negativo è dovuto alla forza che agisce nella direzione opposta al flusso (vedi figura 2.2).

Utilizzando il coefficiente di attrito di manning, S_f può essere espresso come $\frac{n^2 Q^2}{A^2 R^{(4/3)}}$, dove n è appunto il coefficiente di Manning e $R = A/P$, P è il perimetro dell'area bagnata. La forza dovuta al peso del fluido è data da

$$W = \rho g A \Delta x S_0 \quad (2.10)$$

Dove $S_0 = \sin(\theta)$. Mettendo insieme tutto ciò che finora abbiamo ricavato si ottiene

$$\frac{\Delta(\rho \Delta x AV)}{\Delta t} = (\rho Q_U V_U - \rho Q_D V_D) + (\rho g A_U \bar{y}_U - \rho g A_D \bar{y}_D) + \rho g A \Delta x S_0 - \rho g A \Delta x S_f \quad (2.11)$$

Inoltre ρ è costante dato che l'acqua si può assumere come incomprimibile. Dividendo l'equazione (2.11) per Δx , l'equazione diventa

$$\frac{\Delta(AV)}{\Delta t} + \frac{\Delta(QV)}{\Delta x} + g \frac{\Delta(A\bar{y})}{\Delta x} + g A S_f - g A S_0 = 0 \quad (2.12)$$

dove $\Delta QV = Q_D V_D - Q_U V_U$ e $\Delta(A\bar{y}) = A_D \bar{y}_D - A_U \bar{y}_U$. Facendo tendere Δx e Δt a zero, quindi, l'equazione (2.12) diventa

$$\frac{\partial(AV)}{\partial t} + \frac{\partial(QV)}{\partial x} + g \frac{\partial(A\bar{y})}{\partial x} + g A S_f - g A S_0 = 0 \quad (2.13)$$

E' stata qui usata la relazione (vedi [10] per una trattazione rigorosa)

$$\frac{g(\partial A\bar{y})}{\partial t} = g A \frac{\partial y}{\partial x} \quad (2.14)$$

Sostituendo l'equazione (2.14) nella (2.13), si ottiene

$$\frac{\partial(AV)}{\partial t} + \frac{\partial(QV)}{\partial x} + g A \frac{\partial y}{\partial x} + g A S_f - g A S_0 = 0 \quad (2.15)$$

L'equazione (2.15) è anche conosciuta come *Equazione dinamica*. Le equazioni (2.4) e (2.15) formano le equazioni di Saint Venant del flusso monodimensionale.

2.2 Discretizzazione per la simulazione

2.2.1 Metodi numerici per la soluzione di PDE iperboliche

Metodo delle differenze finite

Risolvendo un sistema di PDE come quelle di Saint Venant, è necessario ricorrere a metodi di soluzione numerica, data l'assenza di una soluzione in forma chiusa. Il metodo delle differenze finite (FDM) viene comunemente utilizzato per discretizzare la PDE in spazio e tempo, mentre delle approssimazioni alle derivate parziali in serie di Taylor risolvono la dinamica del modello. Questo consente di usare la griglia computazionale in figura 2.3

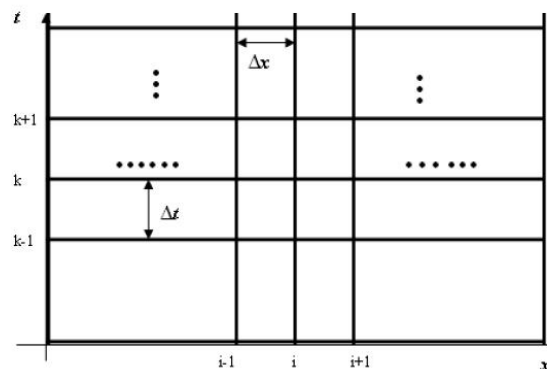


Figura 2.3: *Griglia computazionale*

Nella figura 2.3, le linee della griglia orizzontale rappresentano la discretizzazione nel tempo, k , mentre quelle verticali rappresentano la discretizzazione

nello spazio, i . Gli incrementi temporali e spaziali sono indicati con Δt e Δx rispettivamente. Per l'equazione di Saint Venant, ogni griglia verticale rappresenta uno spostamento in avanti lungo il corso del fiume; la prima linea a sinistra rappresenta il limite a monte del canale, mentre l'ultima a destra il limite a valle. Gli apici vengono usati per indicare il tempo, mentre i pedici indicano lo spazio. Per esempio, con Q_i^k , intendiamo al flusso Q nella griglia spaziale il punto i al tempo k .

Lo schema FDM può essere sia esplicito che implicito. Nello schema esplicito l'approssimazione si basa su di un'espansione in serie di Taylor espressa in variabili al tempo corrente, mentre nello schema implicito viene espresso in variabile al tempo futuro.

Lo schema di Preissman

Solitamente si evita l'utilizzo della struttura esplicita poiché può soffrire di instabilità numerica. Lo schema implicito viene preferito poiché non è affetto da nessuno di questi problemi.

Gli schemi impliciti utilizzabili per discretizzare l'equazione di St Venant sono vari (vedi [8] ed i riferimenti quivi riportati). Quello più largamente usato è lo schema di Preissman ([8] e [9]), che verrà utilizzato anche in questo progetto. Lo schema è brevemente illustrato di seguito.

Le equazioni di Saint Venant hanno la forma

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial AV}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} + gA\bar{y} \right) + gA(S_f - S_0) = 0$$

Che può essere riscritta in forma matriciale

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \mathbf{S} = 0 \tag{2.16}$$

Dove

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} A \\ Q \end{bmatrix} \mathbf{F} = \begin{bmatrix} Q \\ \frac{Q^2}{A} + gA\bar{y} \end{bmatrix} \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ gA(S_f - S_0) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Approssimando le variabili e le loro derivate parziali

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{(f_i^{k+1} + f_{i+1}^{k+1}) - (f_i^k + f_{i+1}^k)}{2\Delta t}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\alpha(f_i^{k+1} + f_{i+1}^{k+1}) - (1 - \alpha)(f_{i+1}^k - f_i^k)}{\Delta x}$$

Dove α è un peso per stabilizzare l'equazione. L'equazione 2.16 può essere riscritta come

$$(\mathbf{U}_i^{k+1} + \mathbf{U}_{i+1}^{k+1}) - (\mathbf{U}_i^k + \mathbf{U}_{i+1}^k) + \frac{2\Delta t}{\Delta x} [\alpha(\mathbf{F}_{i+1}^{k+1} - \mathbf{F}_i^{k+1}) + (1 - \alpha)(\mathbf{F}_{i+1}^k - \mathbf{F}_i^k)] + \Delta t [\alpha((S)_{i+1}^{k+1} - \mathbf{S}_i^{k+1}) + (1 - \alpha)(\mathbf{S}_{i+1}^k - \mathbf{S}_i^k)] \quad (2.18)$$

Per alfa compreso tra 0.5 e 1 lo schema di Preissman è incondizionatamente stabile [8] ed [7]. possiamo vedere che usando lo schema di Preissman, l'approssimazione alle derivate parziali è espressa in termini di tempo corrente, k e tempo futuro, $k + 1$. L'equazione 2.18 consiste quindi in un set di equazioni algebriche non lineari che devono essere risolte simultaneamente.

Viene quindi approssimata la sezione bagnata del canale con un area trapezoidale (vedi figura 2.4). Esprimendo \bar{y} ed A in termini di y (i.e. $\bar{y} \approx y$ e $A = (b + sy)y$, dove b è la larghezza del fondo del canale ed s la pendenza della sponda), L'equazione (2.18) è costituita da due equazioni algebriche non lineari con quattro incognite (i.e. $y_i^{k+1}, Q_i^{k+1}, y_{i+1}^{k+1}, Q_{i+1}^{k+1}$). Due equazioni sono quindi insufficienti ad risolvere tutte e quattro le variabili. Supponendo di avere $i = 1, \dots, N$ dove N è il numero di linee spaziali nella griglia computazionale e scrivendo l'equazione (2.18) per ogni segmento si generano infatti $2(N - 1)$

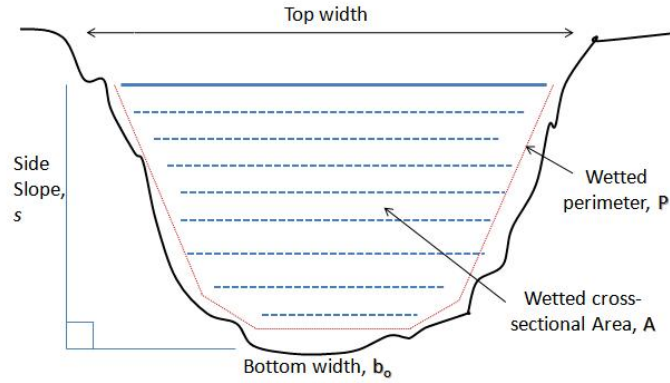


Figura 2.4: *Sezione trasversale approssimata ad un trapezio, Nota: la figura non è in scala*

equazioni e $2N$ incognite. È quindi necessario determinare due condizioni al contorno, cioè agli estremi monte e valle per determinare in modo univoco la soluzione.

Per una visualizzazione semplice ci si può riferire alla figura 2.5 in cui viene considerato un caso semplice con $N = 4$. In ogni segmento spaziale si hanno due incognite, individuate dal punto nero. Possiamo invece scrivere solo 3 paia di equazioni, non avendo accesso a $i = 0$ ed $i = 5$. Questo implica 8 incognite e 6 equazioni, sono perciò necessarie 2 condizioni al contorno che determinano univocamente le 8 variabili.

In questo caso le condizioni al contorno sono impostate come segue: all'estremità a monte la condizione è data da

$$Q_{i=1}^{k+1} = Q_{up}^{k+1} \quad (2.19)$$

dove Q_{up}^{k+1} è dato dalla portata in ingresso alla pool. Assumendo che all'estremità a valle sia posta una chiusa, si può utilizzare la relazione caratteristica del flusso sulla chiusa sommersa (i.e. $Q(t) = ch^{3/2}$ ([11]), dove c è la costante pro-

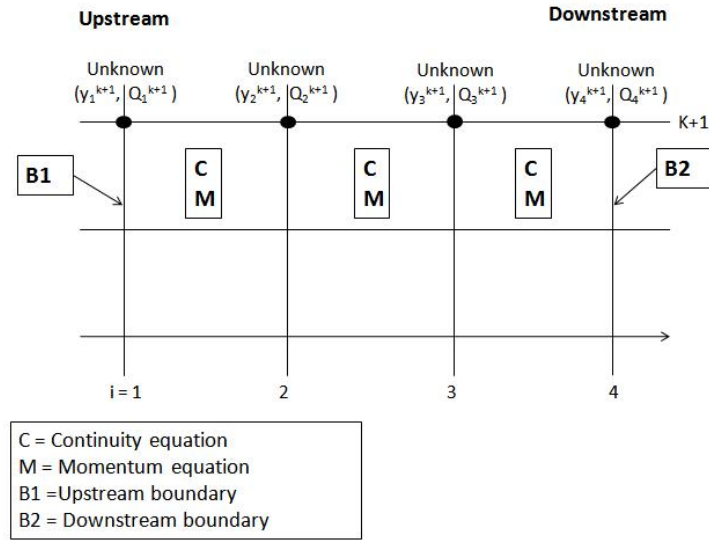


Figura 2.5: Esempio di applicazione dello schema di Preissman

porzionale della chiusa ed h è l'altezza dell'acqua sopra di essa), la condizione al contorno può essere espressa come

$$\begin{aligned}
 Q_{i=1}^{k+1} &= 0 & \text{if } h_{down}^{k+1} < 0 \\
 Q_{i=1}^{k+1} &= c_{weir} (h_{down}^{k+1})^{3/2} & \text{altrimenti}
 \end{aligned}
 \tag{2.20}$$

dove $Q_{i=N}^{k+1}$ è il flusso all'ultima linea della griglia spaziale ed h_{down}^{k+1} è l'altezza sopra la chiusa data da $y_{down}^{k+1} - p_{down}$, dove y_{down}^{k+1} e p_{down} sono rispettivamente il livello dell'acqua a valle e la posizione della chiusa.

Le equazioni (2.18), (2.19) e (2.20) costituiscono un set di $2N$ equazioni algebriche non lineari con $2N$ incognite, che può essere risolto con tecniche iterative. Quella più comunemente usata è l'iterazione di Newton-Raphson (e.g. vedi [7] e [12]) il quale metodo verrà usato in questa trattazione.

Per avviare la soluzione numerica è necessario impostare le condizioni iniziali, che si ottengono risolvendo l'equazione di Saint Venant in condizioni statiche, con l'ultima linea spaziale posta allo stesso livello della pool al valle.

2.2.2 Simulazione in open-loop per pool singola

Tutte le simulazioni presentate in questo progetto riguardano canali secondari del distretto agricolo dell'Eastern Golburn river, nel nord dello stato del Victoria, in Australia. Questo è uno dei distretti dove il governo australiano sta procedendo con l'automazione totale del sistema di distribuzione dell'acqua. Si considerano in particolare segmenti del canale EG12, composto da 42 pool di lunghezza tra i 390 e i 2980 metri per un percorso totale di 76 km. L'ampiezza dei canali varia tra 4 e 8 metri, per un volume totale di acqua di oltre 500,000 m^3 .

Per testare il funzionamento della simulazione numerica con il modello di Saint Venant si prende in esame inizialmente una pool del canale, i cui parametri sono riportati in tabella 2.1.

Lunghezza	850
Pendenza sponda	2,5
Pendenza letto	0,00015
Coefficiente Manning	0,0225
Ampiezza Gate Up (m)	1,578
Ampiezza Gate Down (m)	1,579
Setpoint profondità (m)	1,2

Tabella 2.1: *Parametri per pool singola*

Il test viene eseguito sottoponendo il canale prima ad un off-take a scalino di $0,1m^3/s$ e successivamente ad un ingresso d'acqua da monte della stessa quantità (figura 2.6). Il passo di tempo per l'integrazione è fisso a 60s mentre per quanto riguarda lo spazio la pool è divisa in 20 sezioni. Questi parametri di simulazione sono sufficientemente accurati per canali delle dimensioni in questione, come discusso in [21].

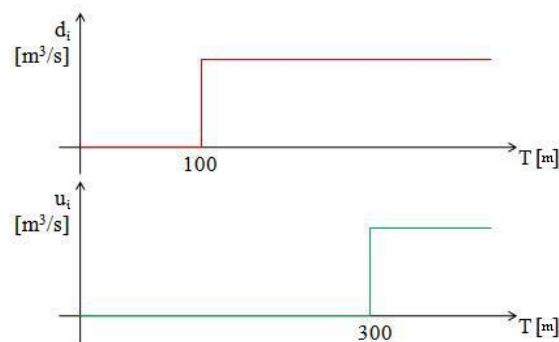


Figura 2.6: *Ingressi al sistema per il test*

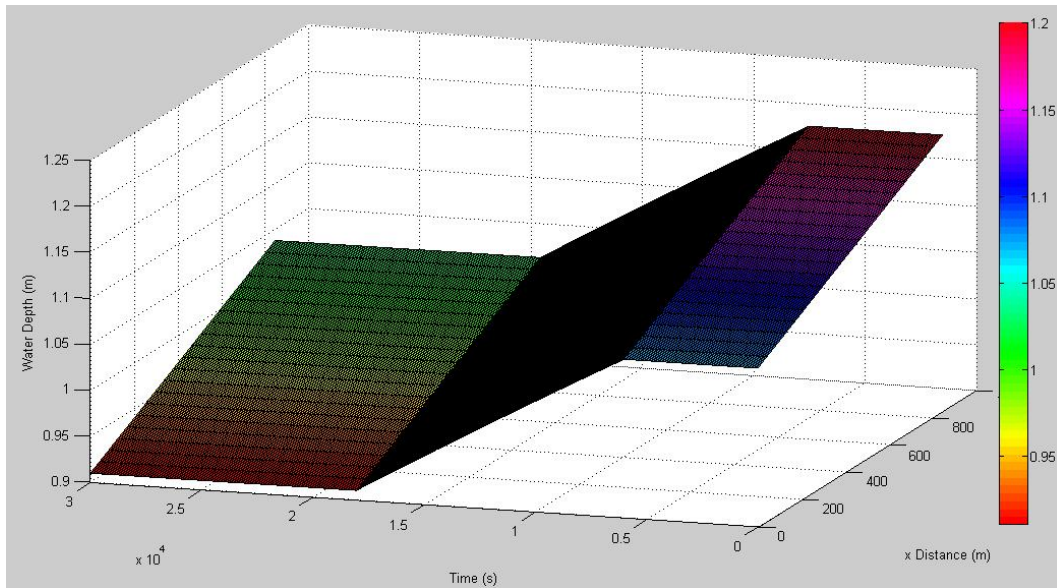
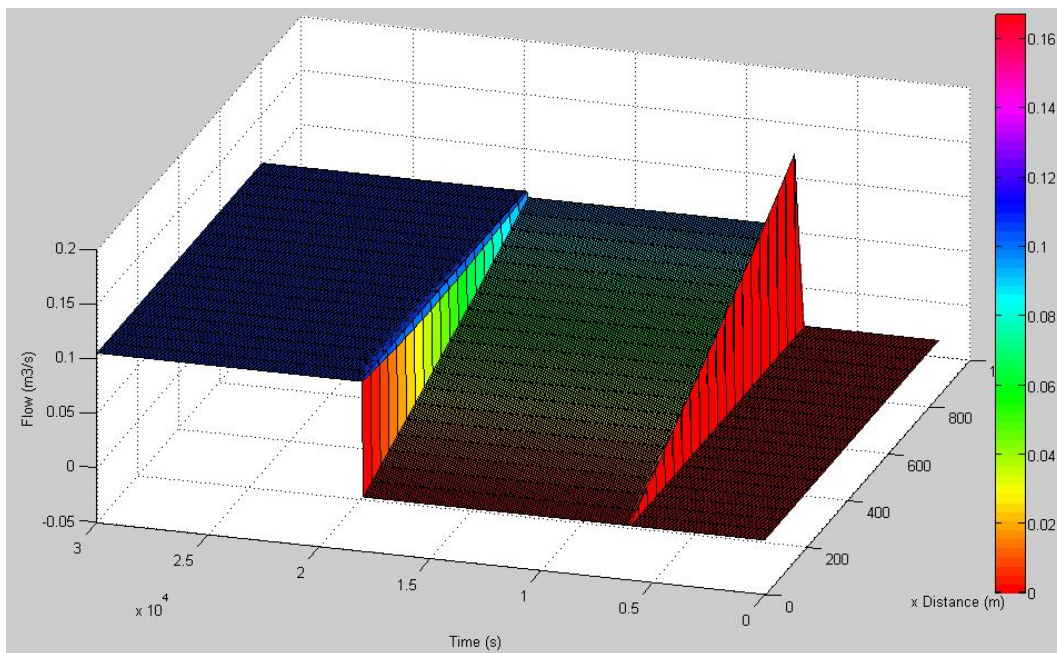
Nella figura 2.7 è riportata la risposta del livello dell'acqua e in figura 2.8 quella del flusso su tutta la pool in tempo e spazio.

Nel comportamento del livello si può osservare un'inclinazione nello spazio, questa è ragionevolmente dovuta alla pendenza del letto del canale. Nel tempo si nota un abbassamento a seguito dell'off-take, più marcato in corrispondenza dell'uscita del canale poi compensato dall'aumento di flusso in ingresso che riporta il livello in condizioni stazionarie.

Per quanto riguarda la portata si vede che all'inizio è nulla su tutto il canale, infatti non c'è né ingresso né uscita di fluido. con l'apertura dell'off-take si alza la portata alla fine della sezione ma non all'ingresso, dove è imposta a 0 dalle condizioni al contorno; ciò corrisponde all'abbassamento del livello osservato precedentemente. A seguito dell'aumento di portata entrante il flusso si uniforma su tutto il canale a $0,1 m^3/s$.

2.2.3 Simulazione in open-loop per una serie di pool

Si esegue ora una simulazione su una serie di pool, le ultime del canale - EG12 menzionato in precedenza. Considerare cinque di queste è un sufficiente

Figura 2.7: *Andamento del livello dell'acqua*Figura 2.8: *Andamento della portata*

per verificare il corretto funzionamento del sistema, in particolare nelle sue interfaccia, mantenendo tempi di simulazione ragionevolmente bassi.

I parametri delle pool considerate sono riportati in tabella 2.2

Pool	1	2	3	4	5
Lunghezza (m)	850	850	1500	2980	1230
Pendenza sponda	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
Pendenza letto	0,00015	0,00015	0,00015	0,00015	0,00015
Coefficiente Manning	0,0225	0,0225	0,0225	0,0225	0,0225
Ampiezza Gate Up (m)	1,578	1,578	1,578	1,578	1,578
Ampiezza Gate Down (m)	1,579	1,578	1,578	1,578	1,579
Setpoint profondità (m)	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2

Tabella 2.2: *Parametri per la seire di 5 pools*

La connessione tra le pool è eseguita imponendo lo stesso flusso tra uscita e ingresso in corrispondenza delle chiuse; questo avviene usando la variabile $h_{up/down}$ ($Q = ch^{3/2}$). Il significato fisico di questa scelta sta nell'esistenza del controllo di posizione dell'attuatore implementato in ogni chiusa con dinamica temporale trascurabile. Il sistema meccanico di ogni chiusa si autoregola misurando il livello a monte per lasciare una determinata altezza di acqua sopra il pannello regolante. Come si vedrà nelle simulazioni questo ha un effetto di disaccoppiamento tra le dinamiche delle varie pool.

Nella simulazione si apre un off-take prima nella quinta pool, successivamente viene aumentato del 50% il flusso in uscita dalla terza pool. Nella figura 2.9 è riportata la risposta del livello dell'acqua e in figura 2.10 quella del flusso su tutta la pool in tempo e spazio. Nella figure 2.11 e 2.12 invece, si evidenziano flusso e livello all'ultima sezione di ogni pool.

Dalle figure si nota il disaccoppiamento delle varie pool dichiarato sopra. Nel caso del disturbo di off-take nell'ultima pool si vede come il livello inicial-

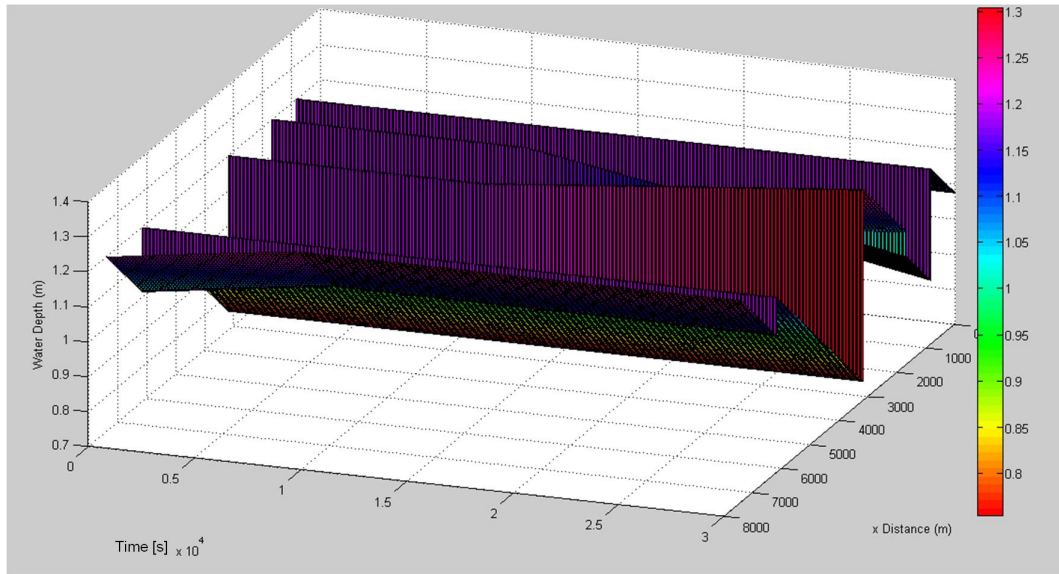


Figura 2.9: *Andamento del livello dell'acqua sul canale*

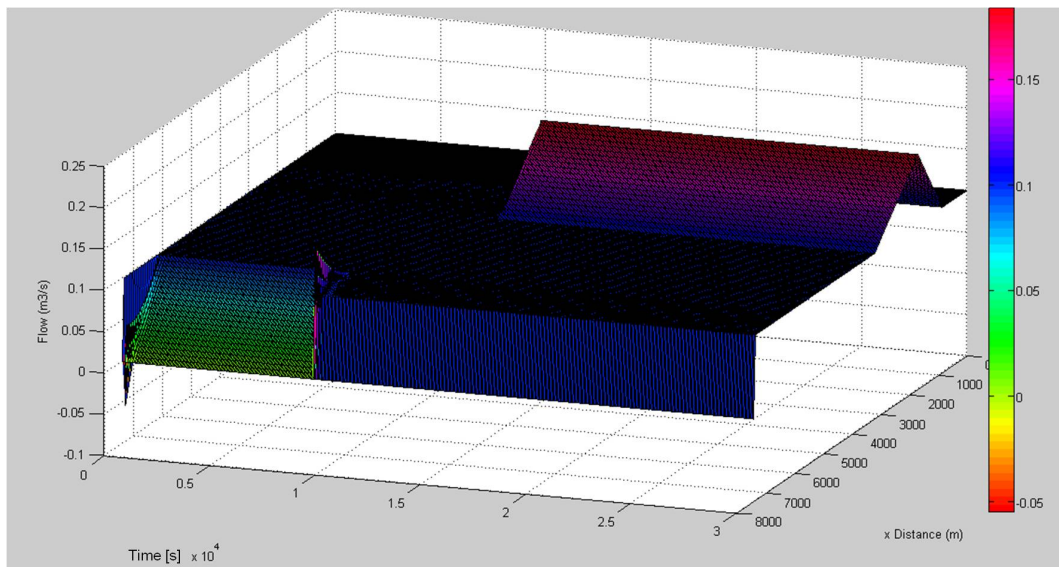


Figura 2.10: *Andamento della portata sul canale*

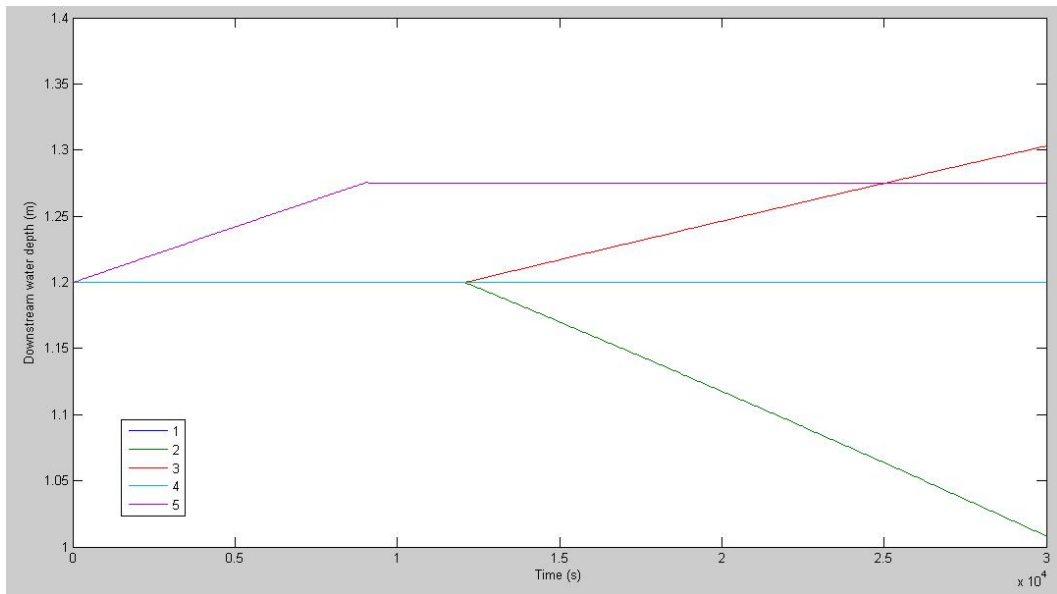


Figura 2.11: *Andamento del livello dell'acqua alla fine delle pool*

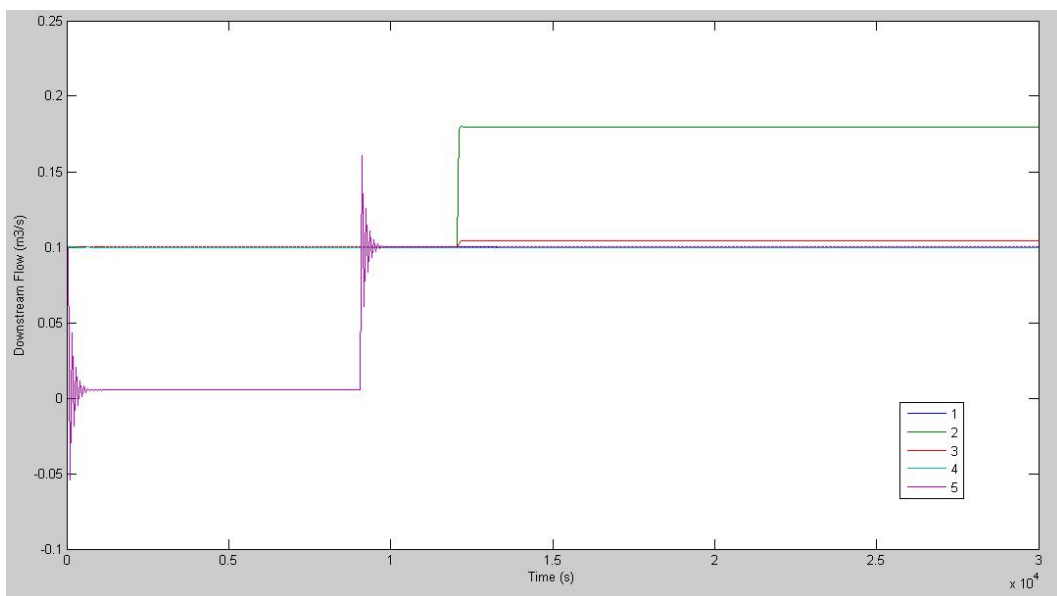


Figura 2.12: *Andamento della portata alla fine della pool*

mente salga, immagazzinando nel fondo del canale tutta l'acqua trasportata. Dando invece uno sfogo a questo flusso con l'off-take il livello si stabilizza ed il flusso si uniforma su tutto il canale.

Quando invece si varia la portata u_3 cambia l'interfaccia tra due sezioni, la variazione interessa quindi entrambe. Si nota che il livello scende nella 2 e sale nella 3, mentre il flusso ha un picco in corrispondenza della chiusa e si annulla agli altri estremi dei due canali, essendo imposto dalle altre connessioni.

Si sottolinea che il flusso di downstream mostrato nella figura 2.12 è misurato alla penultima sezione, non all'estremità. Misurando in questo punto si noterebbe solo il valore imposto dalla connessione, è interessante invece vedere il movimento dell'acqua che riflette tutta la pool.

2.3 Modello semplificato per il progetto del controllo

2.3.1 Premesse e parametri per il modello semplice

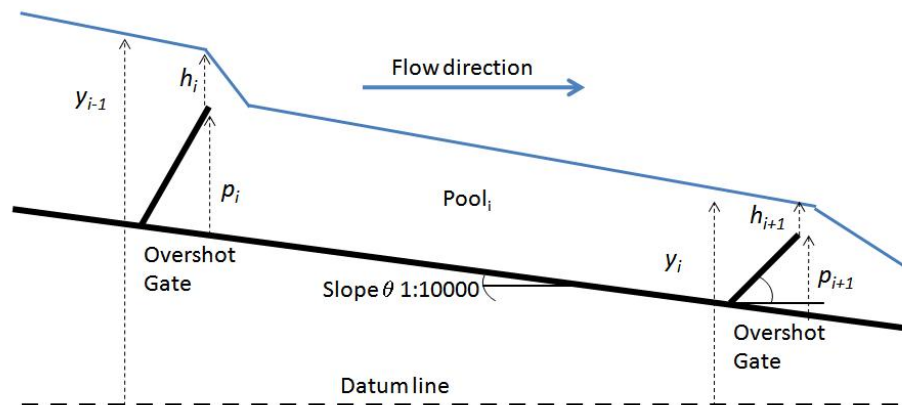


Figura 2.13: sezione di una pool

In riferimento alla figura 2.13, per soddisfare la domanda di acqua senza sprechi è importante regolare il livello a valle di un dato gate, y_i , al setpoint r_i . Per tale scopo, è sufficiente un semplice modello con ritardo (Time Delay Model, TDM) del livello dell'acqua, espresso nel dominio delle frequenze ed ottenibile dall'equazione di conservazione della massa (vedi [12]):

$$P_i : y_i(s) = \frac{1}{s\alpha_i}(e^{-s\tau_i}u_i(s) - v_i(s) - d_i(s)) \quad (2.21)$$

dove d_i rappresenta il disturbo di off-take nella i -esima pool, u_i è il flusso passante sull' i -esimo gate, τ_i è il ritardo di propagazione, α_i è una misura della superficie della pool e $v_i = u_{i+1}$, caratterizza le connessioni tra le pool adiacenti.

Questa rappresentazione linearizza globalmente il comportamento non lineare del canale; inoltre va considerata una limitazione sugli input: $u_{max,i} \geq u_i \geq 0$. Il disturbo $d_i(t) \geq 0$ è il prelievo (off-take) dalla pool i , approssimato appena a monte del regolatore $i + 1$. Si tratta di un disturbo spesso misurabile, tuttavia alcune parti del dato non possono essere rilevate direttamente: evaporazione, perdite ed off-take non programmati causati dall'erosione delle sponde sono chiaramente difficili da monitorare. Rappresentano comunque solo una piccola frazione di d_i e gli off-take non programmati possono essere identificati dal modello.

I parametri del sistema, α_i e τ_i vengono facilmente ricavati con tecniche di identificazione (discusse nel prossimo paragrafo e più a fondo in [12] e [16]). Seppure il modello (2.21) non catturi le dinamiche delle onde è ancora utile per il progetto del controllo in quanto rappresenta il comportamento desiderato dalla pool in closed-loop [17]. Il sistema di controllo così progettato verrà poi testato sul modello di Saint Venant che descrive la dinamica completa, per verificare che non si provochino oscillazioni e onde nel livello problematiche per la sicurezza dell'impianto.

2.3.2 Identificazione dei parametri dai dati sperimentali

Esistono metodi di identificazione ampiamente studiati ed utilizzati per ricavare i valori dalle misure eseguite in semplici esperimenti ([21], [22], [23], [13]).

Un metodo semplice ed efficace consiste in una semplice prova a scalino sul flusso in ingresso.

$$u(t) = \begin{cases} A + A_0 & t \geq 0 \\ At & t < 0 \end{cases}$$

I dati ricavati vengono confrontati con un modello del primo ordine con ritardo del tipo

$$\frac{Ke^{s\tau}}{(1 + T_c s)^i}$$

dove K è il guadagno del sistema, τ è il ritardo e T_c è una costante di tempo, cioè il tempo che il livello dell'acqua impiega ad arrivare al 63% del valore stazionario.

In questo modo si può osservare che il valore della costante di tempo è molto inferiore all'ampiezza del ritardo; ciò conferma la bontà dell'approssimazione ad un modello TDM puro. La figura 2.14 riporta un esempio di questo confronto per un canale standard.

Esistono altre tecniche di identificazione più complesse che utilizzano segnali in frequenza per rilevare il ritardo ma l'accuratezza dei risultati non varia significativamente, come spiegato in [13] [21], [22]. Per questo lavoro ci si limita quindi al metodo illustrato. I coefficienti di efflusso ed il termine di integrazione sono ottenuti dai dati sperimentali con tecniche di interpolazione sul modello TDM.

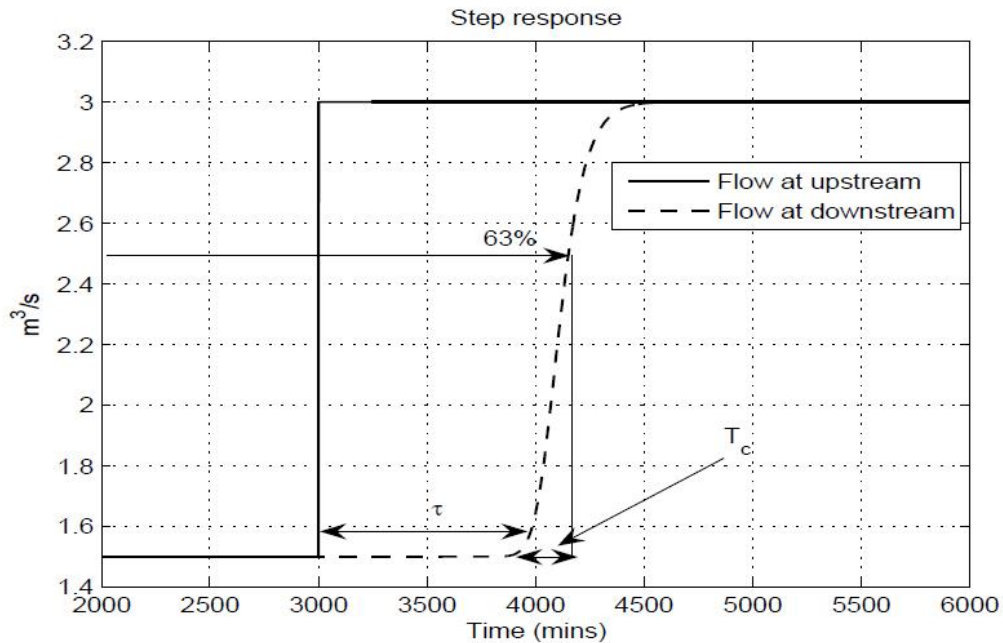


Figura 2.14: risposta a scalino in ingresso

2.4 Confronto tra il modello TDM ed il modello Saint Venant

Attraverso semplici esperimenti è possibile apprezzare la corrispondenza dei due modelli ai fini del controllo, per cui la dinamica rilevante è quella della profondità dell'acqua.

Nella prima prova si sottopone il canale ad un ingresso di acqua (u) a rampa per dare un segnale inferiore in frequenza alla banda delle onde, l'ingresso viene poi compensato da un off-take (d) a scalino. Dalla figura 2.15 si vede come, non eccitando le alte frequenze, gli errori di livello generati dai due modelli si comportano esattamente nello stesso modo.

Nella seconda prova, il cui risultato è riportato in figura 2.16, si introducono due segnali a scalino, apposta per eccitare le onde. Il primo segnale è un'uscita

di acqua dalla chiusa in fondo al canale (v) a cui segue un ingresso (u) della stessa portata che ristabilisce l'equilibrio. Si possono notare le oscillazioni del livello legate alle onde che si smorzano nel tempo.

Non sono stati riportati gli andamenti del flusso in uscita perchè sono imposti dalle condizioni al contorno, non sarebbe quindi interessante evidenziarne il comportamento.

Si può quindi ipotizzare con ragionevole certezza che il controllo progettato per il modello semplice sarà efficace anche per un canale descritto dall'equazione di Saint-Venant.

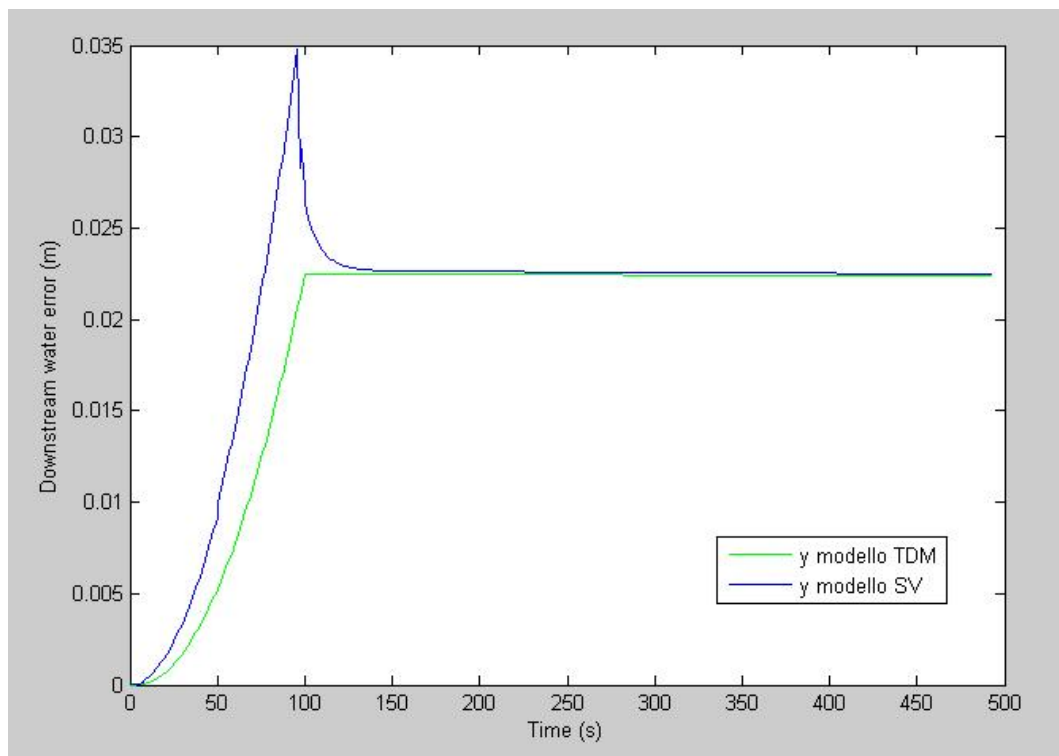


Figura 2.15: *Paragone del comportamento dei due modelli*

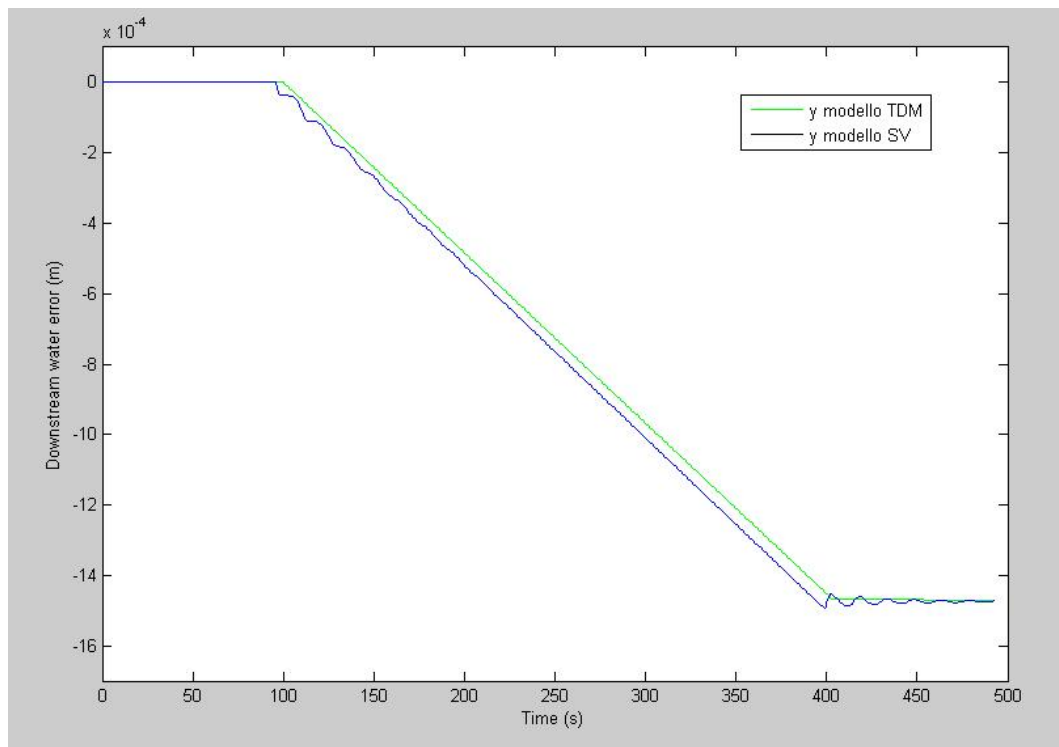


Figura 2.16: *Paragone del comportamento dei due modelli*

Capitolo 3

Progetto e sintesi del controllo

Quando il numero di pool da controllare è grande e i gate sono molto sparsi, il controllo con feedback centralizzato può incappare in pesanti disfunzioni. Questo può rendere difficile assicurare l'efficienza minima della comunicazione per il funzionamento del sistema, provocando errori nella lettura e trattamento di dati fondamentali per il controllo. Una soluzione interessante al problema è l'utilizzo di una struttura di controllo decentralizzata che richieda solo uno scambio locale di informazioni tra gates adiacenti.

3.1 Architettura di controllo distribuita con feedback

Si prende ora in considerazione una sequenza di pools regolate da una serie di overshot gates. Il progetto di uno schema decentralizzato è trattato ampiamente in [14] e [15]. La caratteristica principale è che l'ingresso del regolatore a monte u_i $i = 1, \dots, N - 1$ è usato per regolare il livello $i + 1$ basandosi su informazioni disponibili al regolatore a valle ($i + 1$) ed al regolatore i , così come l'off-take misurato alla pool i . Il sistema può così gestire la comunicazione con uno

schema peer to peer. u_N , cioè il flusso in uscita dall'ultima pool a valle, va sempre posto a zero.

Si presenta ora un approccio sistematico alla sintesi di un controllore di questo tipo, adatto alla particolare struttura informativa. La struttura distribuita risolve il problema dello scambio di informazioni, agendo similmente ad un'azione di feed-forward di disaccoppiamento tra regolatori adiacenti. Questo facilita la gestione del trade-off tra le performance locali del controllore e la propagazione dell'errore di livello da valle a monte dovuto all'azione di controllo. Tale struttura inoltre, confina l'errore di livello alle sole pool a monte, senza alcun effetto su tutto il tratto a valle di eventuali disturbi come gli off-takes; ciò è importante in termini di qualità ed efficienza del servizio.

Per una prospettiva di controllo, se si suppone che il controllo sia tale da non eccitare la dinamica delle onde, si può tranquillamente utilizzare il modello semplificato per il progetto del controllore. La frequenza d'onda principale è quindi un dato molto importante del modello in quanto determina la banda del sistema in anello chiuso.

$$P_i : y_i(s) = \frac{1}{s\alpha_i}(e^{-s\tau_i}u_i(s) - v_i(s) - d_i(s)) \quad (3.1)$$

Considerando utile per il controllo il modello TDM illustrato nel capitolo precedente, un canale aperto può essere interpretato come una stringa di pools ogniuna con una dinamica di forma (3.1) come mostrato in figura 3.1

Regolando la posizione dell' i -esimo gate, che controlla il livello a monte, il flusso u_i è usato come variabile di controllo. Gli obiettivi di regolare il livello dell'acqua ad un certo setpoint e la reiezione dei disturbi dati dagli off-take possono essere ottenuti regolando in feed-back u_i in base alle misure di y e d . Un controllo centralizzato ([18]; [19]) può usare le misure di livello su tutto il sistema per calcolare tutti i flussi da imporre ad ogni pool. Questo consente buone prestazioni ma con un enorme impegno del sistema di comunicazione, non sempre sostenibile. Inoltre la propagazione dell'errore nel controllo decen-

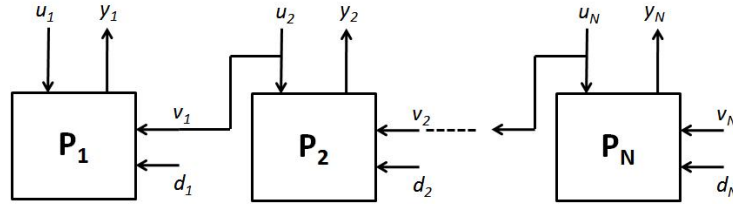


Figura 3.1: serie di N pool con dinamica (3.1)

tralizzato è segregata alle pool a monte, permettendo così di disaccoppiare la regolazione a zero del flusso in uscita al fondo del canale.

Si pone tuttavia un interessante trade-off tra le performance locali e la modalità di propagazione dell'errore. Difatti è possibile che una componente dell'errore venga amplificata propagandosi a monte ([17]; [20]) in particolare quando due pool consecutive hanno la stessa lunghezza, che è il caso peggiore di accoppiamento. Questo può condurre alla saturazione del gate e ad un'inaccettabile deviazione dal setpoint.

Siccome la propagazione dell'errore dipende direttamente dall'azione di controllo, che apre il flusso in una pool prelevandolo da un'altra, uno scambio di informazioni tra controllori adiacenti può facilitare la gestione del trade-off sopra menzionato.

Nel seguito si formula un problema di controllo ottimo standard, basato sull'ideal di loop-shaping, per costruire gli elementi di un controllore distribuito. L'indice di performance generale considera tra l'altro il trade-off tra performance locali e propagazione dell'errore e il progetto del peso del loop-shaping è eseguito pool per pool.

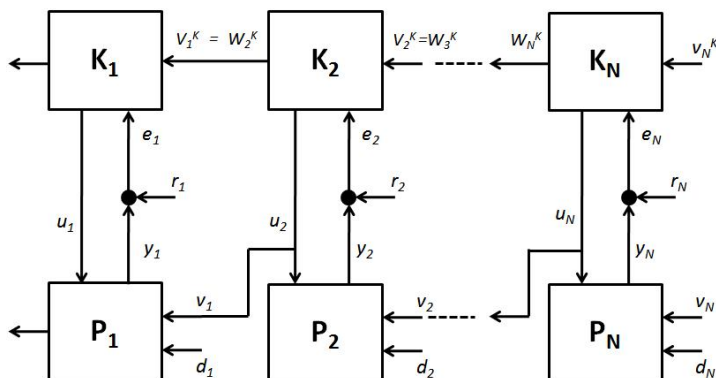


Figura 3.2: serie di N pool con controllo distribuito

3.2 Sintesi del controllore dal problema di ottimo

3.2.1 Progetto basato su Loop Shaping H_∞

Per il progetto del controllore si consideri il sistema in anello chiuso mostrato in figura 3.3 questo rappresenta una porzione locale del canale sotto controllo distribuito in feed-back. Come sopra, P_i è il modello nominale (3.1) della $pool_i$; il componente locale K_i del controllore distribuito viene diviso in un peso di loop-shaping W_i e un compensatore \hat{K}_i ; ciò in accordo con l'approccio classico di progetto in loop shaping H_∞ per feed-back. W_i modula la dinamica dell'anello chiuso secondo una forma desiderata, considerando le richieste di robustezza e performance locali su tutte le frequenze. A questo punto il flusso trasmesso da una pool all'altra per il controllo dell'errore potrebbe essere trattato come un disturbo addizionale da rigettare. Dato invece che questo dato è conosciuto può essere trattato dal compensatore addizionale \hat{K}_i , che a sua volta passa informazioni al regolatore a monte. In particolare, considerando una data classe del loop-shaping gain, i gradi di libertà rimanenti possono es-

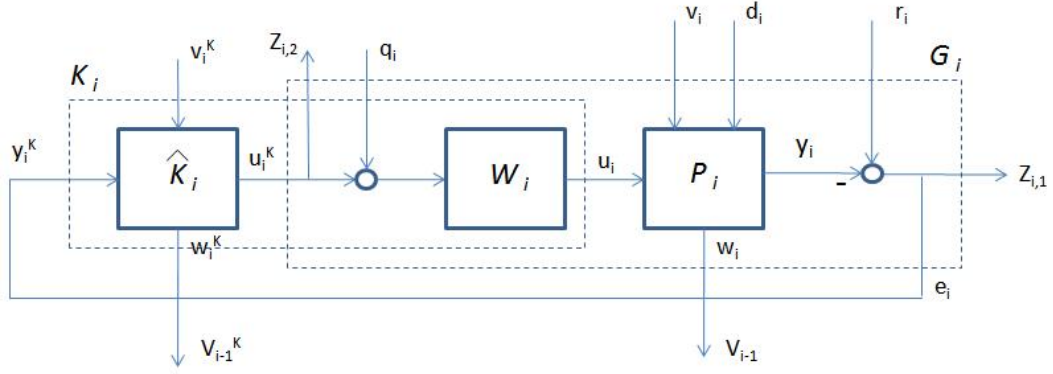


Figura 3.3: Sezione locale del canale controllato

sere usati per migliorare l'indice di prestazione generale, sempre considerando il trade-off.

Ancora in riferimento alla figura 3.3, la funzione di trasferimento dell'*i*-esima pool generalizzata

$$\begin{pmatrix} v_i \\ n_i \\ u_i^K \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} w_i = u_i \\ z_i \\ y_i^K = e_i \end{pmatrix}$$

prende la forma

$$G_i(s) = \begin{pmatrix} 0 & \begin{pmatrix} 0 & 0 & W_i(s) \end{pmatrix} & W_i(s) \\ \begin{pmatrix} \frac{1}{s\alpha_i} \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{s\alpha_i} & \frac{-e^{-s\tau_i}}{-s\alpha_i} W_i(s) \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \frac{-e^{-s\tau_i}}{-s\alpha_i} W_i(s) \\ 1 \end{pmatrix} \\ \frac{1}{s\alpha_i} & \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{s\alpha_i} & \frac{-e^{-s\tau_i}}{-s\alpha_i} W_i(s) \end{pmatrix} & \frac{-e^{-s\tau_i}}{-s\alpha_i} W_i(s) \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

dove il setpoint e l'off-take sono stati raggruppati nel segnale $n_i := (r_i, d_i, q_i)^T$, insieme ad un segnale q_i usato per modellare eventuali altre incertezze nel flusso

sul gate i . L'interfaccia tra le pool è espressa con la relazione $v_i = w_{i+1}$ con condizione al contorno $v_N = 0$. In questo contesto, il tradeoff di progetto sopra menzionato corrisponde al controllo coordinato dell'effetto del segnale esogeno $n_i := (r_i, d_i, q_i)^T$ sul segnale

$$z_i := \begin{pmatrix} y_i^K = e_i \\ u_i^K \end{pmatrix}$$

Questo si ottiene con un'oculata scelta delle interconnessioni del compensatore distribuito, denotato come $\hat{K} = \{\hat{K}_1, \dots, \hat{K}_N\}$ dove

$$\hat{K}_i = \begin{pmatrix} v_i^K \\ y_i^K \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} w_i^K \\ u_i^K \end{pmatrix}$$

e $v_i^K = w_{i+1}^K$ con condizioni al contorno $v_N^K = 0$. In particolare, usando $G := (G_1, \dots, G_N)$ per descrivere le interconnessioni del modello generalizzato della pool (3.1), e $H(G, \hat{K})$ per descrivere la funzione d'anello complessiva dal vettore del segnale esogeno $n := (n_1^T, \dots, n_N^T)^T$ al vettore del segnale $z := (z_1^T, \dots, z_N^T)^T$ mostrato in figura 3.4, il trade-off può essere soddisfatto scegliendo un \hat{K} tale da stabilizzare $H(G, \hat{K})$ e minimizzare

$$\|H(G, \hat{K})\|_\infty = \sup \bar{\sigma} (H(G, \hat{K})(j\omega))$$

dove σ indica il massimo valore singolare della matrice. Questo problema di sintesi strutturato a H_∞ corrisponde ad ottimizzare una misura pesata delle performance globali, agendo positivamente per le performance locali e rafforzando la reiezione della propagazione dell'errore

Successivamente verrà presentato una caratterizzazione in spazio di stato convesso del controllore distribuito che garantisce la stabilità in closed loop ed un limite specificato per l'indice di performance $\|H(G, \hat{K})\|_\infty$. Dato un \hat{K} che garantisce una prestazione minima (o soddisfacente), l' i -esimo componente del distributed down-stream controller, mostrato in figura 3.2, è esprimibile come

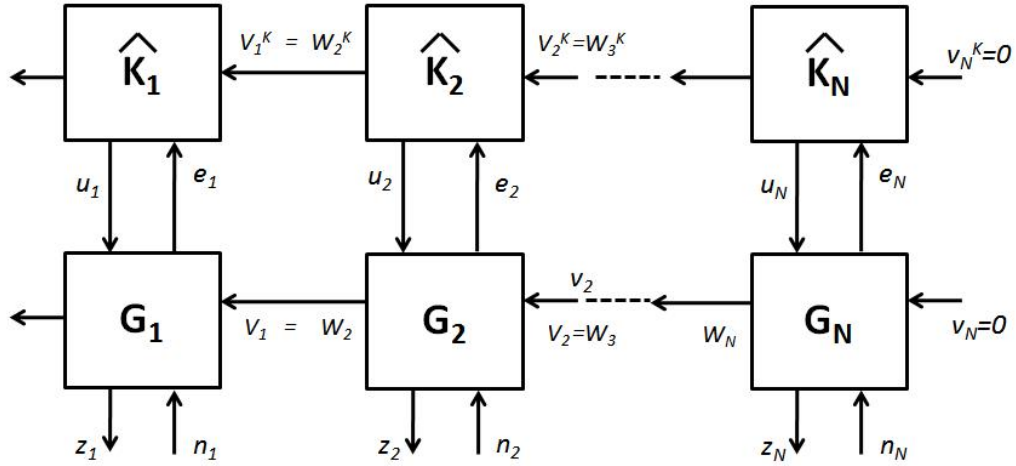


Figura 3.4: Sezione locale del canale controllato

$$K_i = \begin{pmatrix} v_i^K \\ e_i \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} w_i^K \\ u_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & W_i \end{pmatrix} \hat{K}_i$$

3.2.2 progetto del loop-shaping

Il progetto dei guadagni per il loop shaping viene eseguito indipendentemente per ogni pool. Il progetto di W_i ha lo scopo di modellare il loop gain $L_i(s) = W_i(s)/s\alpha_i$ sul piano delle frequenze, di modo che le funzioni di trasferimento in anello chiuso

$$T_{d_i, v_i \rightarrow e_i}(s) := \frac{1}{1 + L_i(s)e^{-s\tau_i}},$$

$$T_{r_i \rightarrow e_i}(s) := \frac{1}{1 + L_i(s)e^{-s\tau_i}} \left(\frac{1}{s\alpha_i} \right),$$

e

$$T_{d_i \rightarrow u_i}(s) := \frac{L_i(s)}{1 + L_i(s)e^{-s\tau_i}}$$

siano consistenti con gli obiettivi di robustezza e comportamento locali, cioè la regolazione al setpoint del livello, la reiezione dei disturbi e la non eccitazione delle frequenze d'onda. In particolare, per ottenere errore nullo a regime per il livello a fronte di disturbi a scalino, $W_i(s)$ deve avere almeno un integratore puro. Inoltre, coerentemente con le idee classiche del controllo, un buon inseguimento del setpoint con reiezione del disturbo richiede che il modulo del guadagno in closed-loop sia alto nelle frequenze rilevanti per il riferimento r e basso per il disturbo d , cioè a basse frequenze. Inoltre la banda del sistema in anello chiuso deve essere inferiore alla frequenza delle onde nella pool, che non è descritta dal modello del primo ordine. In letteratura esistono studi per ottenere queste prestazioni con un semplice regolatore PI

$$W_i(s) = \frac{k_i(1 + s\phi_i)}{s(1 + s\rho_i)}$$

o più semplicemente da un regolatore puramente integrale

$$W_i(s) = \frac{k_i}{s}$$

Da [24],[25] risulta più efficiente il controllo puramente integrale, questa soluzione viene pertanto adottata nel seguito del progetto.

3.2.3 Caratterizzazione State-Space del problema di sintesi H_∞

Una volta definita la caratterizzazione in spazio di stato del sistema di controllo distribuito $\hat{K} = (\hat{K}_1, \dots, \hat{K}_N)$ che stabilizza la seire di pool interconnesse con guadagno di loop-shaping $G = (G_i, \dots, G_N)$ si formula un problema convesso con l'obiettivo di minimizzare l'indice di performance $\|H(G, \hat{K})\|_\infty$. Si utilizza un modello in spazio di stato della pool costruito sfruttando un'approssimante

di Padè del ritardo per ogni pool. In definitiva ogni shaped-pool ($G_i = W_i P_i$) è approssimata dal modello in spazio di stato

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_i \\ w_i \\ z_i \\ y_i^K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_i^{tt} & A_i^{ts} & B_i^{tn} & B_i^{tu} \\ A_i^{st} & A_i^{ss} & B_i^{sn} & B_i^{su} \\ C_i^{tz} & C_i^{sz} & D_i^{zn} & B_i^{zu} \\ C_i^{ty} & C_i^{sy} & D_i^{yn} & B_i^{yu} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ v_i \\ n_i^K \\ u_i^K \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

$$:= \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\alpha_i} & -\frac{1}{\alpha_i} & 0 & -\frac{1}{\alpha_i} & 0 & -\frac{1}{\alpha_i} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{\tau_i} & \frac{2}{\tau_i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_i \phi_i}{\rho_i} & \frac{k_i \phi_i}{\rho_i} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\rho_i} & 0 & 0 & 0 & \frac{k_i(\rho_i - \phi_i)}{\rho_i^2} & \frac{k_i(\rho_i - \phi_i)}{\rho_i^2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ v_i \\ n_i^K \\ u_i^K \end{pmatrix}$$

Dove lo stato locale è $x_i = (y_i, \Delta_i, u_i, \Omega_i)^T$ contiene il sotto-stato Ω_i corrispondente all'integratore del loop shaping a $s = -1/\rho_i$ e il sotto-stato Δ_i corrispondente al polo dell'approssimante di Padè del ritardo. Per $i = N$ l'input v_N è 0, così il modello può essere semplificato rimuovendo la seconda colonna della matrice (in pratica sostituendola con una colonna di zeri). Allo stesso modo, per $i = 1$ non c'è bisogno di ricavare l'output w_1 per la prospettiva di sintesi del problema, quindi si può semplificare il modello sostituendo una riga di zeri alla seconda riga della matrice.

Sfruttando tutte queste informazioni si giunge ad un caso particolare del *Teorema 4* di [26], che porta a formalizzare una rappresentazione in spazio di stato del problema di sintesi H_∞ strutturato introdotto sopra; si veda l'*Osservazione 2*

Teorema 1. *Esiste un'interconnessione \hat{K} per i controllori distribuiti \hat{K}_i con un modello in spazio di stato*

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_i^K \\ w_i^K \\ u_i^K \end{pmatrix} = \mathcal{S}_i \begin{pmatrix} x_i^K \\ v_i^K \\ y_i^K \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

dove le dimensioni di x_i^K sono uguali a quelle di x_i in (3.3) e le connessioni corrispondono a $v_i^K = w_{i+1}^K$ con la condizione al contorno $v_N^K = 0$, tale che

1. stabilizza la connessione $G = (G_1, \dots, G_N)$ delle shaped pool (3.3), soggette a $v_i^K = w_{i+1}^K$ con la condizione al contorno $v_N^K = 0$, e
2. Mantiene $\|H(G, \hat{K})\|_\infty < \gamma$, dove $H(G, \hat{K})$ rappresenta la funzione di trasferimento in anello chiuso dal vettore dei segnali $(n_i^T, \dots, n_N^T)^T$ al vettore dei segnali $(z_i^T, \dots, z_N^T)^T$ mostrato in figura (3.4)

se e solo se, esiste le matrici simmetriche $X_i^{tt} > 0$ ed $Y_i^{tt} > 0$, per $i = 1, \dots, N$, e le matrici simmetriche $X_{i,i-1} < 0$ e $Y_{i,i-1} < 0$, per $i = 2, \dots, N$, tali che per $i = 1, \dots, N$ vale

$$\begin{pmatrix} X_i^{tt} & I \\ I & Y_i^{tt} \end{pmatrix} \geq 0, \quad \begin{pmatrix} X_{i,i-1} & -I \\ -I & Y_{i,i-1} \end{pmatrix} \leq 0,$$

$$(\Pi_i^X)^T \begin{pmatrix} 0 & X_i^{tt} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ X_i^{tt} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -X_{i,i-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -X_{i+1,i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{pmatrix} \Pi_i^X > 0,$$

$$(\Pi_i^Y)^T \begin{pmatrix} 0 & Y_i^{tt} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Y_i^{tt} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Y_{i,i-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{i+1,i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{pmatrix} \Pi_i^Y > 0,$$

dove

$$\Pi_i^X = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \\ A_i^{tt} & A_i^{ts} & B_i^{tn} \\ A_i^{st} & A_i^{ss} & B_i^{sn} \\ 0 & I & 0 \\ C_i^{tz} & C_i^{sz} & D_i^{zn} \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix} \mathcal{N}_i^X,$$

$$\Pi_i^Y = \begin{pmatrix} (A_i^{tt})^T & (A_i^{st})^T & (C_i^{tz})^T \\ -I & 0 & 0 \\ 0 & -I & 0 \\ (A_i^{ts})^T & (A_i^{ss})^T & (C_i^{sz})^T \\ 0 & 0 & -I \\ (B_i^{tn})^T & (B_i^{sn})^T & (D_i^{zn})^T \end{pmatrix} \mathcal{N}_i^Y,$$

\mathcal{N}_i^X è una matrice di colonne che sostituisce lo stato nullo di $(C_i^{ty} \ C_i^{sy} \ D_i^{yn})$, \mathcal{N}_i^Y è una matrice di colonne che sostituisce lo stato nullo di $((B_i^{tu})^T \ (B_i^{su})^T \ (D_i^{zu})^T)$, $A_1^{st} = \square$, $A_1^{ss} = \square$, $B_1^{sn} = \square$, $A_N^{ts} = \square$, $A_N^{ss} = \square$, $C_N^{sz} = \square$, $X_{1,0} = \square$, $Y_{1,0} = \square$, $X_{N+1,N} = \square$, $Y_{N+1,N} = \square$, e \square indica una matrice nulla con numero di colonne e righe appropriato; ciò significa che, quando appare un blocco nullo nella matrice principale, i blocchi rimanenti nella stessa riga/colonna prendono stato nullo e dimensione zero.

Osservazione 1. Le condizioni convesse del Teorema 1 sono accoppiate tramite $X_{i,i-1}$ ed $Y_{i,i-1}$ in un andamento dovuto alla struttura di connessione diretta delle shaped-pool G_i e dei controllori distribuiti \hat{K}_i . Minimizzare γ sotto le condizioni del problema convesso è possibile utilizzando efficienti metodi numerici ([27]), anche per problemi di grosse dimensioni.

Osservazione 2. Date le matrici $X_i^{tt}, Y_i^{tt}, X_{i,i-1}, Y_{i,i-1}$ che soddisfino le condizioni del LMI (Linear Matricial Inequalities) nel Teorema 1 per uno specifico valore di $\gamma > 0$, le matrici

$$\mathcal{S}_i = -\epsilon_i^{-1} \mathcal{U}_i \Phi_i \mathcal{V}_i^T (\mathcal{V}_i \Phi_i \mathcal{V}_i^T)^i, \quad i = 1, \dots, N, \quad (3.5)$$

sono tali che la connessione $\hat{K} = (\hat{K}_1, \dots, \hat{K}_N)$ del controllore in forma di stato (3.4) soddisfano

$$\|H(G, \hat{K})\|_\infty < \gamma,$$

dove

$$\Phi_i = (\epsilon_i^{-1} \mathcal{U}_i^T \mathcal{U}_i - \mathcal{G}_i)^{-1},$$

$$\mathcal{U}_i = ((\mathcal{T}_{i,1}^u)^T \mathcal{X}_i^{tt} \quad 0 \quad (\mathcal{T}_{i,2}^u)^T),$$

$$\mathcal{V}_i = (\mathcal{T}_i^y \quad 0),$$

$$\mathcal{G}_i = \begin{pmatrix} (\mathcal{T}_i^{11})^T \mathcal{X}_i^{tt} + (\mathcal{X}_i^{tt})^T \mathcal{T}_i^{11} & (\mathcal{X}_i^{tt})^T \mathcal{T}_i^{12} & (\mathcal{T}_i^{21})^T \\ * & \begin{pmatrix} \mathcal{X}_{i+1,i} & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I \end{pmatrix} & (\mathcal{T}_i^{22})^T \\ * & * & \begin{pmatrix} \mathcal{X}_{i,i-1}^{-1} & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$\mathcal{X}_i^{tt} = \begin{pmatrix} X_i^{tt} & Z_i^{tt} \\ * & I \end{pmatrix}, \quad Z_i^{tt} (Z_i^{tt})^T = X_i^{tt} - (Y_i^{tt})^{-1},$$

$$\mathcal{X}_{i,i-1} = \begin{pmatrix} X_{i,i-1} & I \\ I & Z_{i,i-1} \end{pmatrix}, \quad Z_{i,i-1}^{-1} = X_{i,i-1} - (Y_{i,i-1})^{-1},$$

$$\begin{pmatrix} \mathcal{T}_i^{11} & \mathcal{T}_i^{12} \\ \mathcal{T}_i^{21} & \mathcal{T}_i^{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} A_i^{tt} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} A_i^{ts} & 0 & B_i^{tn} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} A_i^{tt} & 0 \\ 0 & 0 \\ C_i^{tz} & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} A_i^{ss} & 0 & B_i^{sn} \\ 0 & 0 & 0 \\ A_i^{sz} & 0 & B_i^{zn} \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \mathcal{T}_{i,1}^u \\ \mathcal{T}_{i,2}^u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & B_i^{tu} \\ I & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & B_i^{tu} \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & D_i^{zu} \end{pmatrix} \end{pmatrix},$$

$$\mathcal{T}_i^y = \begin{pmatrix} 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ C_i^{ty} & 0 & C_i^{sy} & 0 & D_i^{yn} \end{pmatrix},$$

ϵ_i è uno scalare positivo tale che $\epsilon_i \ll 1/\mu_i$, e

$$\mu_i = \lambda_{max}((\mathcal{U}_i^+)^T (\mathcal{G}_i - \mathcal{G}_i \mathcal{U}_i^\perp ((\mathcal{U}_i^\perp)^T \mathcal{G}_i \mathcal{U}_i^\perp)^{-1} (\mathcal{U}_i^\perp)^T \mathcal{G}_i) \mathcal{U}_i^+),$$

con $+$ che indica l'inversa di Moore-Penrose, \perp il complemento ortogonale e λ_{max} il massimo autovalore della matrice

3.3 Sfruttamento di misure del disturbo

In questa sezione si esamina la possibilità di utilizzare una misura dell'acqua prelevata dalle utenze per migliorare il controllo distribuito con un'azione di feed-forward.

Questo studio è stato direttamente richiesto da *Rubicon Australia* per valutare l'eventualità di un investimento su larga scala per l'installazione di misuratori di portata su tutte le prese d'acqua dei clienti. Date le dimensioni importanti del distretto di irrigazione ed il conseguente numero di sensori da installare, anche l'entità dell'investimento assume proporzioni preoccupanti. Una misura degli off-takes servirebbe anche a monitorare con più precisione i consumi delle utenze ma per questa ragione non è una risorsa critica.

Per sfruttare al meglio l'informazione è necessario riformulare per intero il problema di ottimo, considerando un modello modificato che includa anche la misura in esame.

3.3.1 Modifica del modello della pool generalizzato

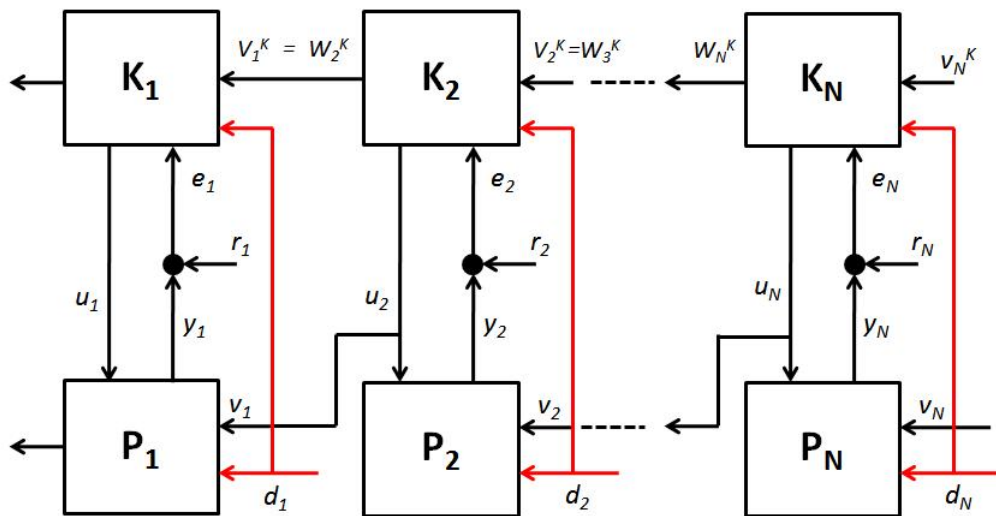


Figura 3.5: Stringa di pool controllate con misura dell'off-take

Vedendo figura 3.5 si vuole valutare come modificare il modello del sistema (3.3) per includere il nuovo ingresso al controllore. La funzione di trasferimento

considerata per la pool si modificherà quindi da

$$\begin{pmatrix} v_i \\ n_i \\ u_i^K \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} w_i = u_i \\ z_i \\ y_i^K = e_i \end{pmatrix} \quad \text{a} \quad \begin{pmatrix} v_i \\ n_i \\ u_i^K \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} w_i = u_i \\ z_i \\ y_i^K = e_i \\ d_i^* \end{pmatrix}$$

Si prevede di utilizzare un filtro di condizionamento del segnale misurato da progettare in base alle prestazioni desiderate di velocità ed annullamento dell'errore, come indicato in figura 3.6. Il segnale visto dal controllore ottimizzato è quindi $d_i^* = \nabla(s)d_i$

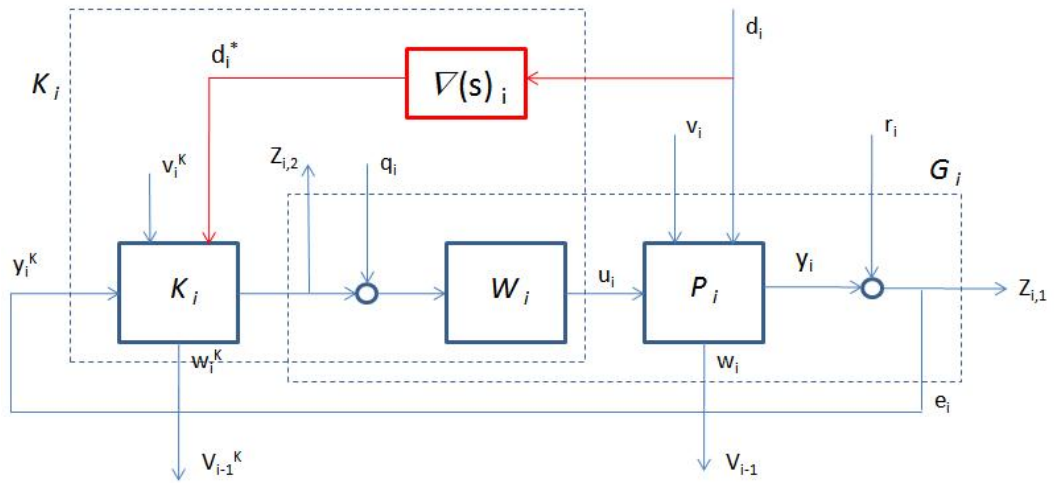


Figura 3.6: *Controllore locale con misura dell'off-take*

Dalla (3.3), il vettore obiettivo dei segnali per la minimizzazione, $z_i := (y_i^K \ u_i^K)^T$ rimane invariato come il vettore dei segnali esogeni $n_i := (r_i \ d_i \ q_i)^T$. Cambia invece la serie di segnali di output che deve include-

re d_i^* oltre che y_i^K e lo stato x_i che dovrà contenere uno stato addizionale legato al filtro ∇ .

La (3.3) diventa quindi

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_i \\ w_i \\ \begin{pmatrix} e_i \\ u_i^K \end{pmatrix} \\ e_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{tt} & A_{ts} & B_{tn} & B_{tu} \\ A_{st} & A_{ss} & B_{sn} & B_{su} \\ C_{tz} & C_{sz} & D_{zn} & B_{zu} \\ C_{ty} & C_{sy} & D_{yn} & B_{yu} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ v_i \\ \begin{pmatrix} r_i \\ q_i \\ d_i \end{pmatrix} \\ u_i^K \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

$$:= \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\alpha_i} & -\frac{1}{\alpha_i} & 0 & 0 & -\frac{1}{\alpha_i} & 0 & -\frac{1}{\alpha_i} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{\tau_i} & \frac{2}{\tau_i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_i \phi_i}{\rho_i} & \frac{k_i \phi_i}{\rho_i} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\rho_i} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_i(\rho_i - \phi_i)}{\rho_i^2} & \frac{k_i(\rho_i - \phi_i)}{\rho_i^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{f_i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \nabla & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_i \\ v_i \\ \begin{pmatrix} r_i \\ q_i \\ d_i \end{pmatrix} \\ u_i^K \end{pmatrix}$$

Il teorema (1) mantiene la sua validità per soluzione del problema di ottimo anche con il nuovo modello; è quindi sufficiente risolvere ancora la minimizzazione della funzione $\|H(G, \hat{K})\|_\infty$ per ottenere un nuovo controllore $\hat{K} = (\hat{K}_1, \dots, \hat{K}_N)$. Anche lo stato di quest'ultimo risulterà aumentato per includere lo stato del filtro ∇ e verrà considerata una variabile di ingresso addizionale in una nuova riga della matrice.

3.3.2 Progetto del filtro per il condizionamento della misura del disturbo

Ancora in riferimento alla figura 3.6, si nota che la connessione diretta (cioè con guadagno DC finito) del segnale misurato introduce un termine senza integratore nella funzione di trasferimento $T_{d_i \rightarrow y_i}(s)$, non permette di annullare l'errore a regime. Inoltre è necessario ricordare che l'azione di ogni controllore locale ha effetto su tutti i segnali delle pool a monte. Un errore può quindi propagarsi pericolosamente su buona parte del sistema se il filtro $\nabla(s)$ non viene adeguatamente progettato.

A questo scopo bisogna valutare una serie di funzioni di trasferimento, espresse in riferimento al modello della pool (3.1) il controllore locale viene considerato come

$$\begin{pmatrix} w_i^K(s) \\ u_i^K(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{11}(s) & k_{12}(s) & k_{13}(s) \\ k_{21}(s) & k_{22}(s) & k_{23}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_i^K \\ e_i \\ d_i^* \end{pmatrix}$$

Si osserva ogni k_{ij} ha lo stesso numero di zeri e poli, per cui i termini all'infinito diventano \bar{k}_{ij} finiti.

$$T_{d_i \rightarrow y_i}(s) = \frac{\frac{C_{out}}{s}(\nabla(s))k_{23}(s)\frac{w_i}{s}\frac{c_{in}}{C_{out}}e^{-s\tau} - 1}{1 + k_{22}(s)\frac{w_i}{s}\frac{c_{in}}{C_{out}}e^{-s\tau}} \quad (3.7)$$

$$T_{d_i \rightarrow w_i}(s) = \frac{\nabla(s)k_{23}(s)\frac{w_i}{s} - \frac{C_{out}}{s}k_{22}(s)\frac{w_i}{s}}{1 + k_{22}(s)\frac{w_i}{s}\frac{c_{in}}{C_{out}}e^{-s\tau}} \quad (3.8)$$

$$T_{d_i \rightarrow w_i^K}(s) = \nabla(s)k_{13}(s) - \frac{\frac{C_{out}}{s}(\nabla(s))k_{23}(s)\frac{w_i}{s}\frac{c_{in}}{C_{out}}e^{-s\tau} - 1}{1 + k_{22}(s)\frac{w_i}{s}\frac{c_{in}}{C_{out}}e^{-s\tau}}k_{12}(s) \quad (3.9)$$

$$T_{v_i \rightarrow y_i}(s) = \frac{-\frac{C_{out}}{s}}{1 + k_{22}(s)\frac{w_i}{s}\frac{c_{in}}{C_{out}}e^{-s\tau}}T_{v_i^K \rightarrow y_i}(s) = \frac{k_{21}(s)\frac{w_i}{s}\frac{c_{in}}{C_{out}}e^{-s\tau}}{1 + k_{22}(s)\frac{w_i}{s}\frac{c_{in}}{C_{out}}e^{-s\tau}} \quad (3.10)$$

$$T_{d_i \rightarrow y_{i-1}}(s) = T_{d_i \rightarrow w_i}(s)T_{v_{i-1} \rightarrow y_{i-1}}(s) + T_{d_i \rightarrow w_i^K}(s)T_{v_{i-1}^K \rightarrow y_{i-1}}(s) \quad (3.11)$$

In particolare la (3.7) esprime l'effetto del disturbo sul livello dell'acqua nella pool da cui è prelevato il flusso e la (3.11) quello sulla pool a monte.

Entrambe queste funzioni dipendenti da $\nabla(s)$ devono dare errore nullo a regime a fronte di un disturbo a scalino, tutti gli off-takes possono essere infatti modellati come tali.

Si osserva dunque il teorema del valore finale per il caso in esame

$$\lim_{s \rightarrow 0} T_{d_i \rightarrow y_i}(s) = \dots = \frac{\bar{k}_{23} w_i \frac{c_{in}}{c_{out}} \nabla(s)}{\bar{k}_{22} w_i c_{in}} \quad (3.12)$$

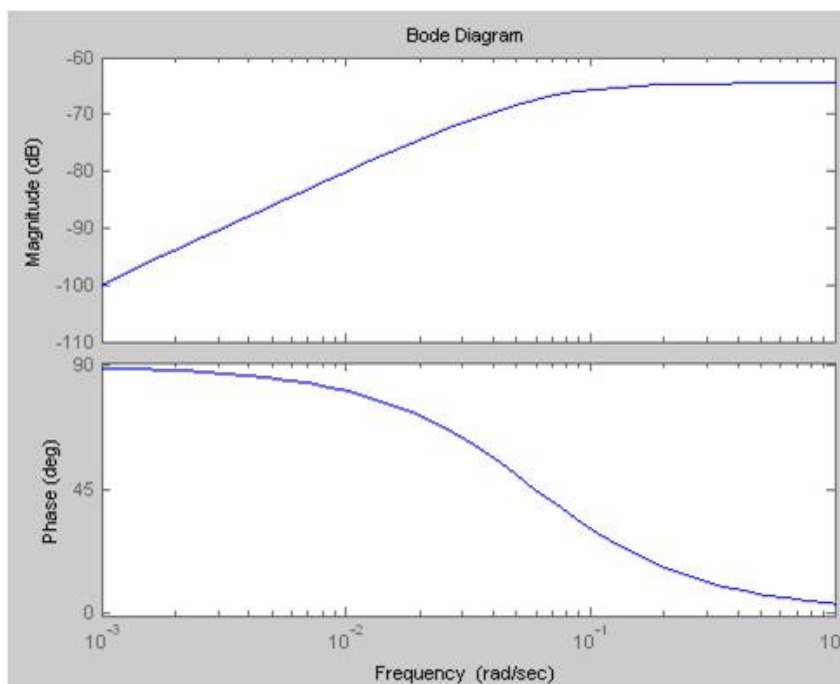
$$\lim_{s \rightarrow 0} T_{d_i \rightarrow y_{i-1}}(s) = \dots = \lim_{s \rightarrow 0} -\frac{s \nabla(s)}{c_{in}} \quad (3.13)$$

Da queste è evidente che per annullare l'errore a regime ∇ deve avere almeno uno zero puro; per rendere la funzione realizzabile si introduce un polo la cui frequenza va posta oltre la banda del controllo in feed-back. Il controllo in feed-forward deve infatti agire solo quando si verificano variazioni alle condizioni della pool, per aumentare la velocità della risposta. L'annullamento dell'errore viene poi controllato prioritariamente dal controllo classico in feed-back.

Il filtro prende in fine la forma (3.14) le cui prestazioni in frequenza sono riportate in figura (3.7), dove T_f è posta una decade sopra la banda del feed-back e k_f viene scelto sperimentalmente uguale a 0, 1.

$$\nabla(s) = \frac{k_f s}{s + T_s} \quad (3.14)$$

Le prestazioni di questo tipo di controllo sono discusse nella sezione seguente in raffronto alle prestazioni del controllore privo di misura dell'off-take per valutare l'opportunità di un investimento in tale senso.

Figura 3.7: *Diagramma di bode del filtro (3.14).*

3.4 Simulazioni in anello chiuso con modello TDM

Nel seguente paragrafo si riportano i risultati di test simulati per il controllo della serie di pool già presa in considerazione nel paragrafo (2.2.3), i cui dati sono riportati in tabella (2.2).

Il sistema di controllo distribuito è ricavato seguendo la procedura illustrata in questo capitolo con la serie di modelli TDM delle pool che hanno i parametri riportati in tabella (3.1). Nel controllore è stato anche inserito un semplice blocco anti-windup per agire compatibilmente alla saturazione propria del sistema; infatti non si può introdurre una portata negativa dal controllore.

Il test riportato segue le indicazioni standardizzate in [29], che permettono

Pool	1	2	3	4	5
C_{in} (m)	0.0212	0.0212	0.0120	0.0061	0.0147
C_{out}	0.0212	0.0212	0.0120	0.0061	0.0147
Delay (mins)	4	4	8	18	3.5

Tabella 3.1: Parametri per la seire di 5 pools

il confronto con i risultati di altri studi. Ogni prova ha una durata di 48 ore (1.440 minuti), divisa in due parti: 0-24, 24-48. Durante il primo periodo viene prelevato dall'ultima pool un flusso pari ad $0,1m^3/s$ ($6m^3/min$). Nel secondo periodo questo flusso viene riportato a 0. Per il tipo di controllore in esame non c'è alcuna differenza tra prelievi di acqua programmati o meno, i due tipi di segnali vengono quindi raggruppati.

Indici di prestazione

Per ogni test vengono calcolati i seguenti

- *Maximum Absolute Error (MAE)*

$$MAE = \frac{\max(|y_t - y^*|)}{y^*} \quad (3.15)$$

dove y_t è il livello misurato e y^* è il riferimento.

- *Integral of Absolute Magnitude of Error (IAE)*

$$IAE = \frac{\Delta t \sum_{t=0}^T |y_t - y^*|}{y^*} \quad (3.16)$$

dove Δt è il passo di integrazione nel tempo e T il tempo totale della prova

- *Steady State Error (StE)*

$$StE = \frac{\max(|\bar{y}_{0-12} - y^*|), \max(|\bar{y}_{12-24} - y^*|)}{y^*} \quad (3.17)$$

è la media dell'errore nelle ultime due ore di simulazione per ogni fase, si suppone che in questo tempo il sistema sia a regime.

- *Integrated Absolute Discharge Change (IAQ)*

$$IAQ = \sum_{t=t_1}^{t_2} (|Q_1 - Q_{t-1}|) - |Q_{t_1} - Q_{t_2}| \quad (3.18)$$

dove Q_t è l'uscita dal gate al tempo t . Il secondo termine è semplicemente la differenza tra il valore iniziale e finale del flusso e permette al minimo valore di IAQ di essere nullo.

Risultati dei test

Le figure (3.8), (3.9) riportano gli andamenti dei test per il controllo senza feed-forward, gli stessi risultati con il feed-forward attivato sono espressi nelle figure (3.10), (3.11). Le tabelle (3.2) (3.3) riportano invece gli indici di prestazione per i due casi.

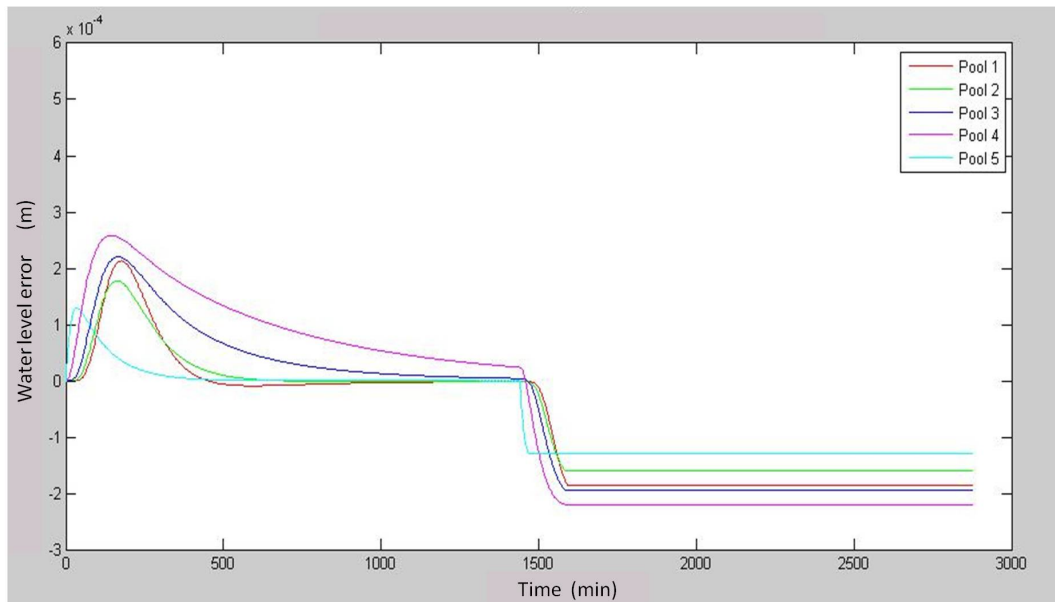


Figura 3.8: *Andamento dell'errore di livello dell'acqua senza feed-forward*

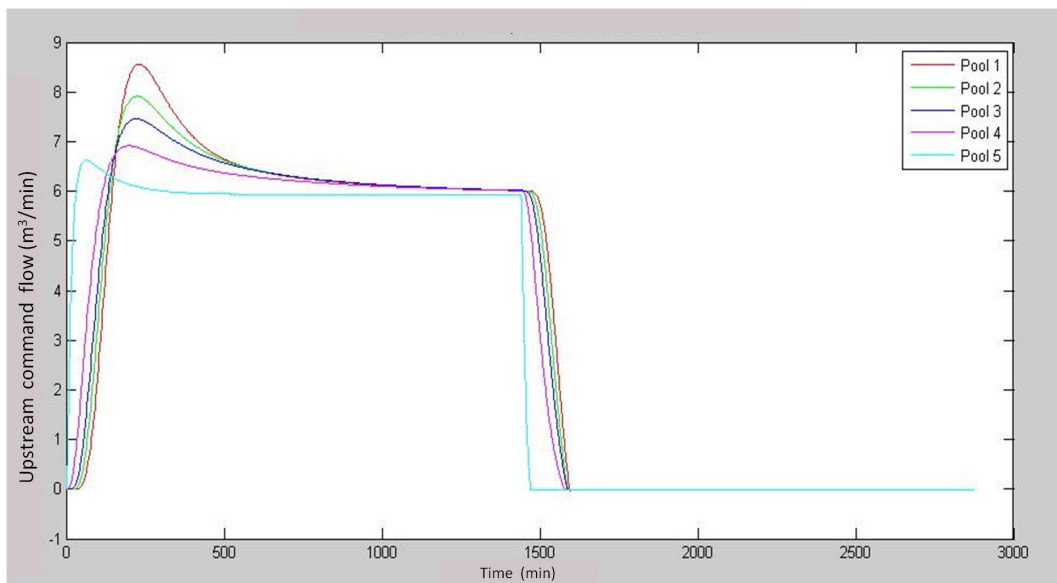


Figura 3.9: *Andamento della portata dell'acqua senza feed-forward*

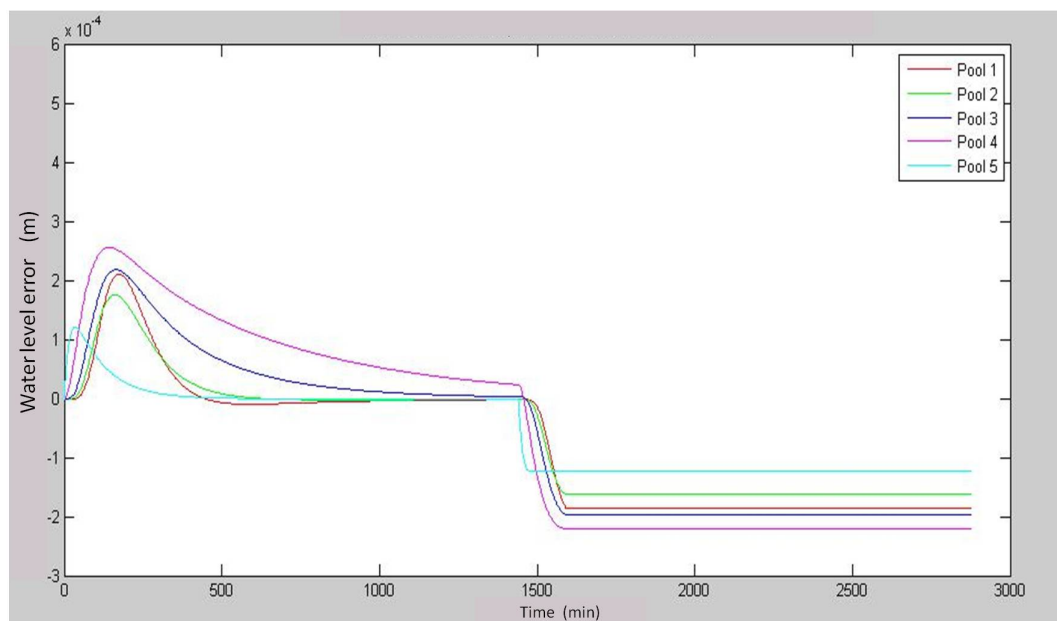


Figura 3.10: *Andamento dell'errore di livello dell'acqua con feed-forward*

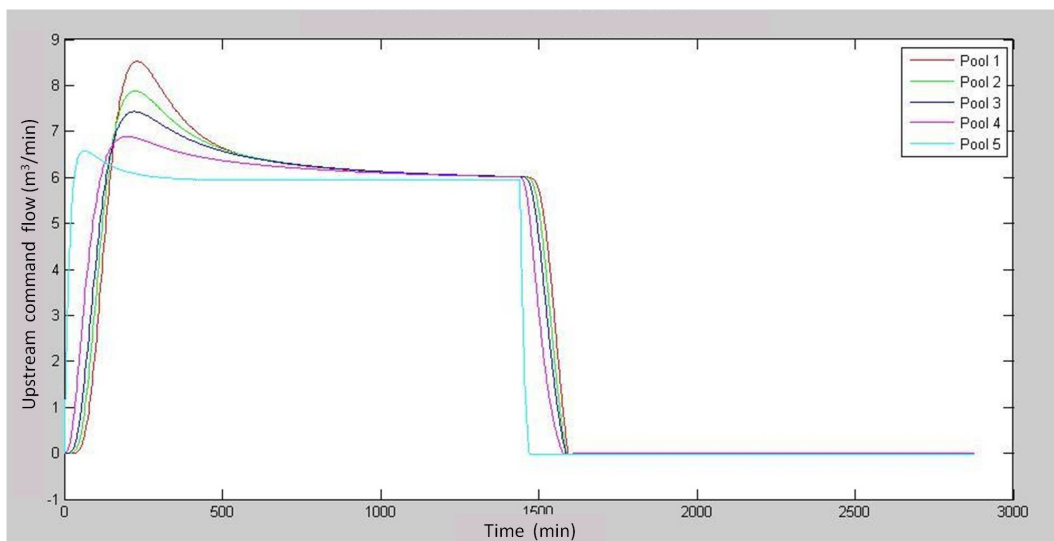


Figura 3.11: *Andamento della portata dell'acqua con feed-forward*

Pool	1	2	3	4	5
MAE	0.00021319	0.00017772	0.00022027	0.00025853	0.00013028
IAE	0.00013195	0.00011521	0.0001477	0.00018046	9.6392e-005
StE	0.00018636	0.00016077	0.0001955	0.00022054	0.00013028
IAQ	17.1259	15.8336	14.9288	13.8464	28.3505

Tabella 3.2: *Indici di prestazione per il controllo senza feed-forward*

Pool	1	2	3	4	5
MAE	0.00021192	0.00017655	0.00021904	0.0002569	0.00012154
IAE	0.00013168	0.00011499	0.00014759	0.00018008	8.9857e-005
StE	0.00018626	0.00016072	0.00019586	0.00022019	0.00012154
IAQ	17.0661	15.7813	14.8782	13.7953	28.3614

Tabella 3.3: *Indici di prestazione per il controllo con feed-forward*

Dalle simulazioni si vede innanzitutto che il controllore riesce a mantenere l'errore di livello molto basso (nell'ordine dei millimetri); si nota che rimane un'errore negativo a regime. Questo è dovuto alla saturazione delle chiuse ed alla banda del controllo, infatti quando viene interrotto l'off-take si deve interrompere il flusso in tutte le pool. Per non eccitare le onde la chiusura non può essere troppo rapida, quindi l'acqua continuerà a passare per un certo tempo; non avendo più uno sbocco si accumula nelle pool alzandone il livello (errore negativo). A questo punto sarebbe necessaria un'azione di controllo negativa per svuotare il canale del liquido in eccesso, ma questo non è possibile date le caratteristiche delle chiuse.

Dalla simulazione della portata si nota che il valore della portata in tutte le chiuse si adatta all'ampiezza dell'off-take con una lieve sovraelongazione. Quando invece lo scalino di portata è negativo questa sovraelongazione non è concessa ed il segnale di controllo è fermato a 0.

Come ultima osservazione si evidenzia il fatto che la differenza tra le prestazioni dei due controlli è minima; dagli indici riportati nelle tabelle si nota un miglioramento inferiore all'1%. Nelle figure (3.12), (3.13) si evidenzia che l'unica differenza nel comportamento del sistema si ha in corrispondenza delle variazioni del valore di off-take, le figure risaltano il confronto tra i due controlli sull'ultima pool. Effettivamente il controllo con feed-forward è più veloce, e questo è esattamente il comportamento desiderato. Si ricorda che il filtro della misura del disturbo è progettato per non avere effetto a basse frequenze.

Un'ulteriore spiegazione dell'effetto limitato del feed-forward sta nella soluzione del problema di ottimo che genera il controllore. Analizzando le matrici dei controllori locali si nota che il termine di guadagno relativo al disturbo misurato è molto basso. Si può dedurre che il problema di ottimo smorza l'azione in avanti; evidentemente un comportamento troppo veloce in risposta ad un off-take potrebbe avere effetto molto positivo sulla pool interessata, ma generare problemi di stabilità e propagazione dell'errore a monte. La soluzio-

ne ottimale è quindi un controllo generalmente più lento ma che consideri il sistema nella sua interezza e complessità.

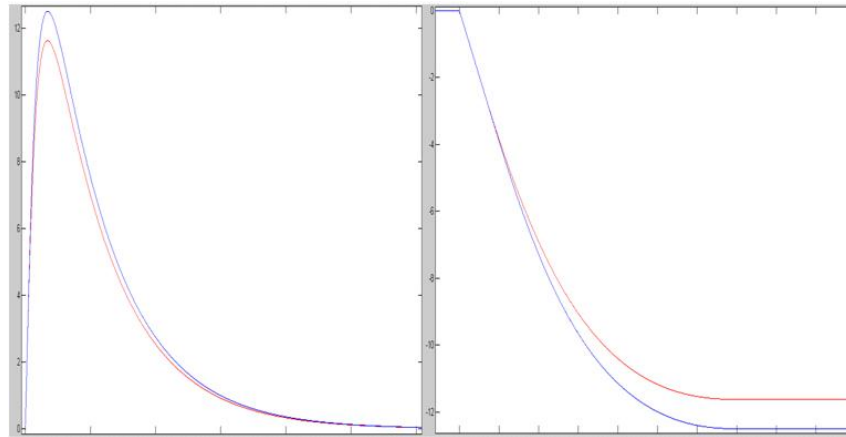


Figura 3.12: *Zoom dell'andamento del livello dell'acqua con feed-forward*

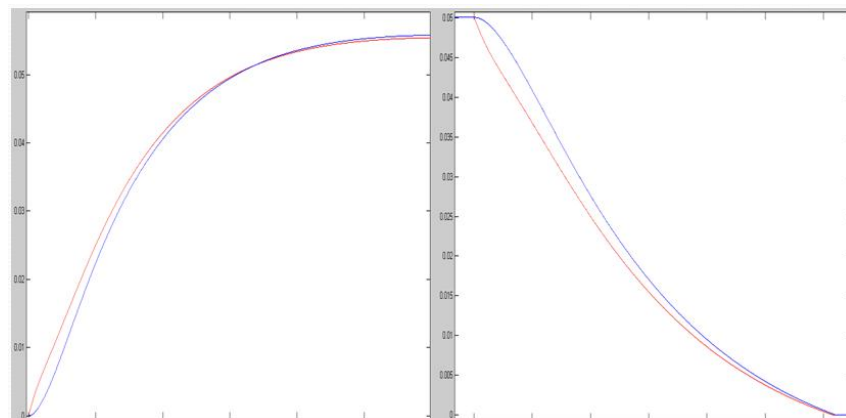


Figura 3.13: *Zoom dell'andamento della portata dell'acqua con feed-forward*

3.5 Simulazioni in anello chiuso col modello di Saint-Venant

In ultimo si riportano i risultati di una simulazione eseguita controllando la solita striscia di pool descritte con l'equazione di Saint Venant attraverso il controllore costruito sul modello TDM. I parametri di esecuzione della prova sono gli stessi considerati nell'ultimo paragrafo del terzo capitolo, cioè un disturbo a scalino di $0.1m^3/s$ sull'ultima pool per 24 ore, poi rimosso per altre 24 ore.

Data la differenza minima tra i risultati del controllo con feed-forward o senza, rilevata anche nel capitolo 3, si sceglie di riportare solo una delle prove, cioè quella che sfrutta anche la misura dell'off-take per il controllo.

In figura (3.14) si trova l'andamento del livello dell'acqua all'estremità inferiore di ogni canale(riportato come errore), mentre in figura (3.15) sono riportati i dati relativi alle portate di acqua comandate dai controllori locali.

Si nota che il comportamento è effettivamente simile al controllo sul modello TMD per cui è stato progettato il controllore e che era stato in precedenza testato. La banda lenta del controllo riesce a non eccitare le frequenze delle onde, infatti non si notano oscillazioni significative del livello dell'acqua. L'unica oscillazione osservabile si ritrova dopo l'abbassamento dello scalino del disturbo sul livello della quinta pool ed è effettivamente dovuto a questo impulso non controllato dal sistema distribuito.

Nelle figure (3.16) e (3.17) si confrontano le prestazioni del controllo sui due modelli, le linee tratteggiate mostrano il comportamento del modello TDM. Come prevedibile quest'ultimo ha prestazioni migliori, dato che il modello è l'input per la generazione del controllo. Tuttavia si apprezza una volta di più che la robustezza del controllo è più che sufficiente a compensare le incertezze di modellazione.

Nelle figure (3.18) e (3.19) si riportano le prestazioni del controllo sulle

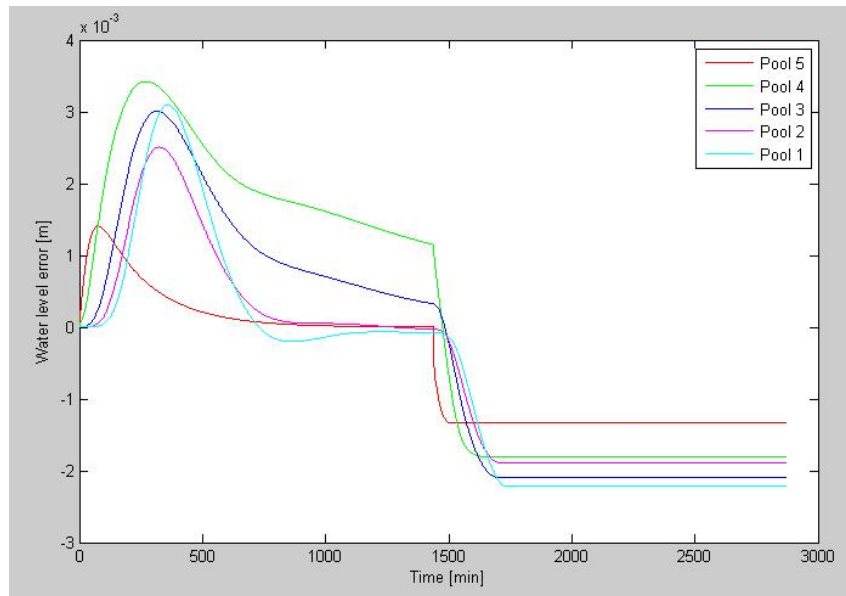


Figura 3.14: *Andamento dell'errore di livello nella striscia di pool Saint Venant controllate*

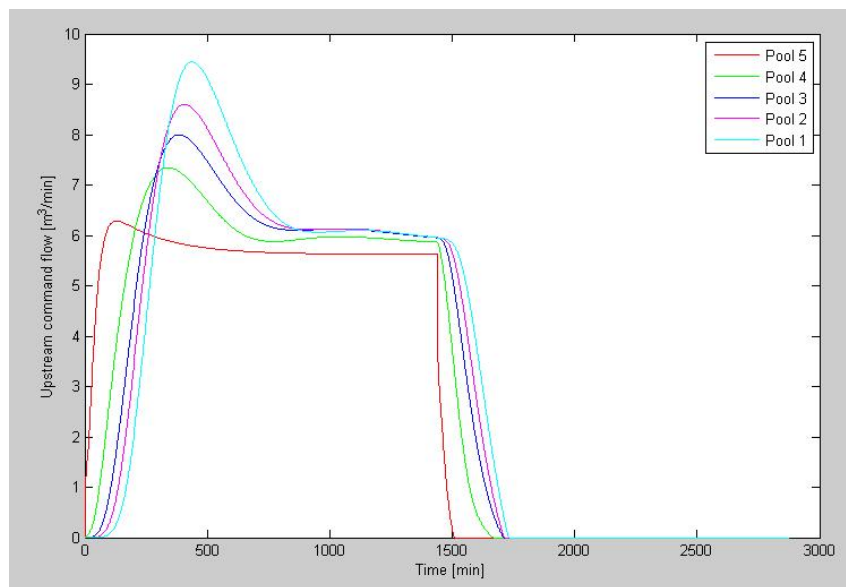


Figura 3.15: *Andamento della portata nella striscia di pool Saint Venant controllate*

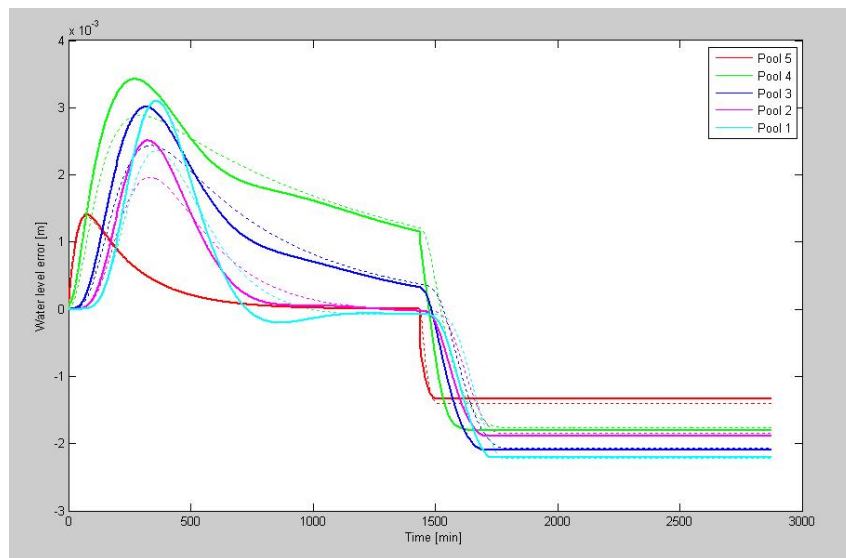


Figura 3.16: Confronto prestazione per l'errore di livello tra il controllo sul modello Saint Venant e il modello TDM

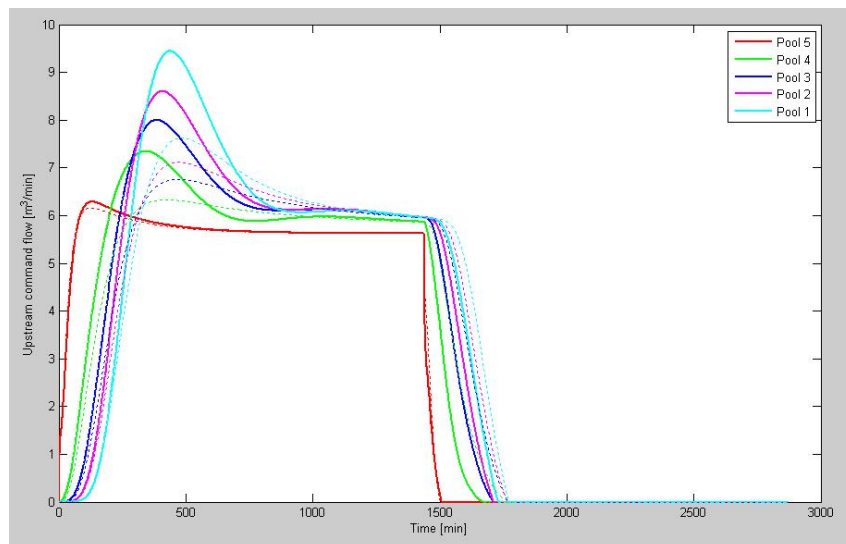


Figura 3.17: Confronto prestazione per la portata tra il controllo sul modello Saint Venant e il modello TDM

pool Saint Venant risultanti da un altro test, per un'ulteriore conferma delle prestazioni del controllo. In questo caso si considerano due off-take a scalino, a $t = 0$ nella quarta pool e a $t = 24h$ nella seconda pool.

Si nota come la quinta pool non sia mai interessata da nessuna variazione, confermando il fatto che tutto ciò che avviene nel sistema si propaga solo a monte. Si vede inoltre che il flusso delle prime quattro pool si assesta inizialmente alla stessa portata dell'off-take ($0,1m^3/s$), successivamente al secondo off-take le portate delle prime due pool arrivano al doppio, per compensare entrambi i disturbi. Gli errori di livello sono sempre piccoli e si annullano col tempo, anche se molto lentamente.

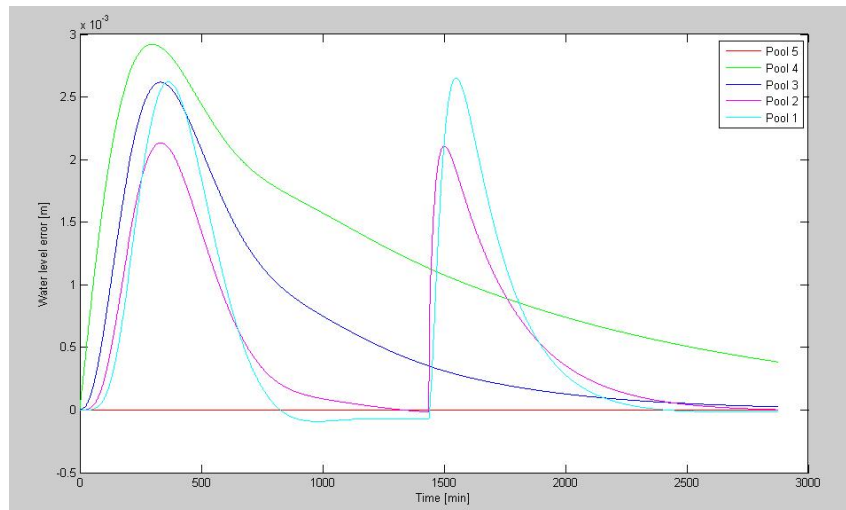


Figura 3.18: *Andamento dell'errore di livello nella striscia di pool Saint Venant controllate per il secondo test*

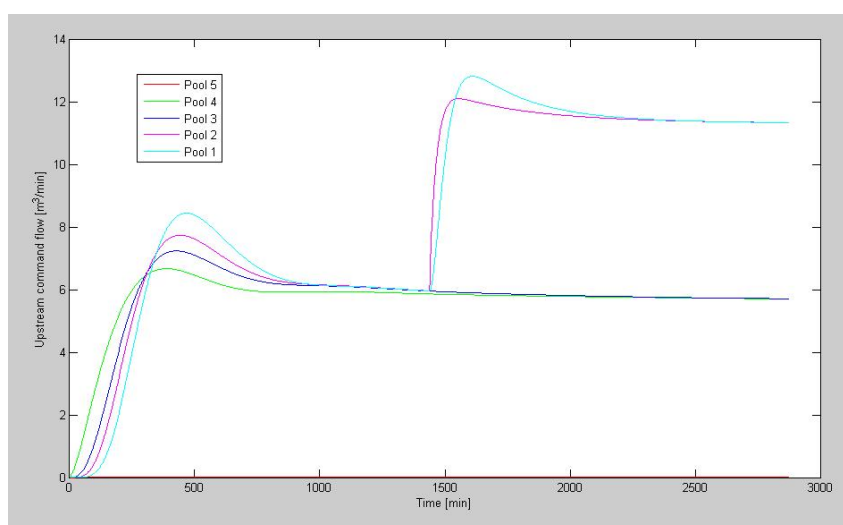


Figura 3.19: *Andamento della portata d'acqua nella striscia di pool Saint Venant controllate per il secondo test*

Capitolo 4

Presentazione del tool di simulazione per sistemi idraulici in closed-loop

4.1 Architettura del software

Come già detto in precedenza questo progetto è composto di due parti principali: la simulazione di un'equazione PDE (Saint Venant) per modellizzare un canale idraulico e la sintesi di un sistema di controllo distribuito a partire da un Time Delay Model.

Queste due sezioni sono svolte in due software indipendenti che sono illustrati nei seguenti paragrafi. Entrambi caricano i dati necessari alla simulazione leggendo da un file 'poolsInfo.mat' generato da 'poolsInfo.m'. I dati contenuti in tale file sono riportati in tabella (4.1) e sono dichiarati per ogni singola pool.

Tabella 4.1: Dati generali dei canali

Field	Brief description
number_of_pools	numero delle pool nel canale
Length	Lunghezza di ogni sezione del canale [m]
bo	Larghezza del letto del canale [m]
S	Pendenza del letto del canale [m/m]
sideS	Pendenza della sponda del canale [m/m]
n	Coefficiente di Manning per l'attrito
a	α peso dell'integratore del livello di acqua nel canale
gatewidthup	Ampiezza del gate a monte del canale [m]
gatewidthdown	Ampiezza del gate a valle del canale [m]
cin	Coefficiente di efflusso in ingresso al canale con modello TDM, [$m^{-1/2}/min$]
cout	Coefficiente di efflusso in uscita dal canale con modello TDM, [$m^{-1/2}/min$]
delay	Ritardo τ_i nel canale con modello TDM, [min]
nusg	Numero di gates all'ingresso di ogni pool
gammain	Coefficienti di efflusso γ_i associati al gate a monte di ogni pool [$m^{3/2}/min$]. Usato per calcolare il flusso in m^3/min sopra il gate
gammaout	Coefficienti di efflusso γ_i associati al gate a valle di ogni pool [$m^{3/2}/min$]. Usato per calcolare il flusso in m^3/min sopra il gate

4.1.1 Architettura 'channel_model_control_sim.m'

Il tool è composto dai source files illustrati in tabella (4.2). Il programma è stato sviluppato e testato in MATLAB 7.4.0 (R2007a) e dipende dai seguenti toolbox di MATLAB:

- Control System Toolbox.
- YALMIP (tools di progetto sviluppato con la versione 3 - R14SP3)
- SDPT3 (tools di progetto sviluppato con la versione 3.0)

Questi servono per eseguire numericamente la minimizzazione della funzione di guadagno del sistema.

Tabella 4.2: source files per 'channel_model_control_sim.m'

File name	Level of hieracy	Brief description
channel_model_control_sim.m	0(i.e. top)	MATLAB script per: specificazione dei dati del modello e le richieste per le performance locali; sintesi ottima di un controllore distribuito; generazione di una simulazione closed-loop ed altri plot
channel_model_control_synt.m	1	MATLAB function che ricava un controllore distribuito in spazio di stato e genera indici di prestazione, sulla basa dei dati forniti dall'utente

Continued on next page

Tabella 4.2 – continued from previous page		
File name	Level of hieracy	Brief description
channel_sim_dstrbgl.m	1	MATLAB function che simula la risposta in closed-loop per un dato modello e controllore distribuito ad uno step del disturbo nell'ultima pool. La funzione ritorna un vettore di campioni nel tempo corrispondenti all'errore sul livello d'acqua ed al flusso comandato.
channel_sim_clssmodel.m	2	MATLAB function che calcola la derivata del modello state-space in closed-loop come parte della simulazione prodotta da 'channel_sim_dstrbcl.m'
dstrb_cntrl_synth_LMIs.m	2	MATLAB function che costruisce e testa (con YALMIP e SDPT3) la fattibilità di un set di una Matrice di Disequazioni Lineari (LMIs) associata alla sintesi di un controllore distribuito e ritorna un valore di scala quando il set di soluzioni è non nullo.
Continued on next page		

Tabella 4.2 – continued from previous page		
File name	Level of hieracy	Brief description
dstrb_cntrl_synth_build.m	2	MATLAB function che costruisce un modello in spazio di stato del controllore distribuito considerando il fattore di scala che soddisfi LMIs.
PerformanceIndicator.m	2	MATLAB function che calcola gli indici di performance dalla simulazione in closed-loop del sistema (MAE, IAE, StE, IAQ)
dstrb_cntrl_synth_schlem.m	3	MATLAB function chiamata da 'dstrb_cntrl_synth_build.m' come parte della costruzione della realizzazione state-space del controllo distribuito.
solver_path.m	3	MATLAB function chiamata da 'dstrb_cntrl_synth_LMIs.m' per impostare la soluzione tramite SDPT3 per YALMIP.

Segue un template dello script principale, il quale serve per specificare

- Dati del modello e richieste per la banda del local loop-gain,
- flags che controllano il comportamento della sintesi e della simulazione del sistema,

e di conseguenza genera

- Un sistema di controllo distribuito in accordo con le specifiche dichiarate,
- Misure e rappresentazioni grafiche (Bode) delle performace locali,
- simulazioni in closed-loop della risposta ad una variazione a scalino dell'off-take nell'ultima pool.

Eseguendo lo script vengono generate le vaiabili

```
channel =  
    data: [1x1 struct]  
    distrib_controller: [1x1 struct]
```

nel workspace di MATLAB, oltre ai plot eventualmente richiesti. Se non esiste un controllore accettabile, il programma produce un segnale di errore e la struttura 'channel' verra generata senza il campo 'controller'. In caso di successo nella generazione del controllo quest'ultimo viene salvato in un file 'OptimalControl.mat', sia in forma di stato (vettore KK) che di funzione di trasferimento (vettore den/num).

La struttura 'channel' viene riassunta in tabella (4.3). La struttura 'distrib_controller' viene riassunta in tabella (4.4). Il comportamento dello script, in termini di sintesi del controllore distribuito e generazione dei plot, è definito da una serie di variabili specificate dall'utente esposte in tabella (4.5).

Lo script chiama la funzione MATLAB 'channel_control_synth' per costruire il controllore distribuito e la funzione 'channel_sim_dstrbcl' per generare una simulazione della risposta in closed-loop ad uno scalino.

Tabella 4.3: struct 'channel.data' per 'channel_model_control_sim.m'

Field	Subfield	Brief description
data		Struttura di dati specificati dall'utente rilevanti per il modello e le specifiche prestazioni di banda del controllo
	name	string contenete i caratteri del nome del canale
	number_of_pools	numero delle pool nel canale
	cins	vettore dei coefficienti di efflusso in ingresso al canale con modello TDM, [$m^{-1/2}/min$]
	couts	vettore dei coefficienti di efflusso in uscita dal canale con modello TDM, [$m^{-1/2}/min$]
	delays	vettore dei ritardi τ_i nel canale con modello TDM, [min]
	wave_freqs	vettore delle frequenze di risonanza associate alle onde nelle pool in [rad/min]. Se non conosciute si approssimano a $2\pi/(3\tau_i)$
	nusg	vettore contenente il numero di gates all'ingresso di ogni pool
	bin	vettore contenente l'ampiezza dei gates all'ingresso di ogni pool [m]
Continued on next page		

Tabella 4.3 – continued from previous page

Field	Subfield	Brief description
	bin	vettore contenente l'ampiezza dei gates all'uscita di ogni pool [m]
	gammas	vettore dei coefficienti di efflusso γ_i associati al gate a monte di ogni pool [$m^{3/2}/min$]. Usato per calcolare il flusso in m^3/min sopra il gate.
	llgbwr	vettore delle frequenze di crossover del guadagno in anello chiuso richieste al controllore in [rad/min]. Poste generalmente una decade prima della frequenza delle onde.

Tabella 4.4: struct 'channel.data' per 'channel_model_control_sim.m'

Field	Subfield	Brief description
distrib_controller		Struttura di dati associati al controllore distribuito ricavato secondo le specifiche date dall'utente e le richieste di banda
Continued on next page		

Tabella 4.4 – continued from previous page		
Field	Subfield	Brief description
	synthflags	struttura di dati corrispondente alle specifiche dell'utente per il setting di sintesi e simulazione
	ssmodel	struttura di vettori A_{tt} , A_{ts} , A_{st} , A_{ss} , B_t , B_s , C_t , C_s , D , associati al modello state space del controllore locale K_i contenuto nella struttura del controllore distribuito K . Include con \hat{K}_i anche W_i e ∇
	llgwf	vettore dei guadagni del sistema in anello chiuso alle frequenze delle onde per ogni pool
	lGm	vettore dei margini di guadagno locali [dB]
	lPm	vettore dei margini di fase locali [deg]
	denij, i=1:2 j=1:3	vettore di celle contenente i denominatori della funzione di trasferimento dell' ij -esimo blocco del controllore distribuito K . La cella i contiene il dato relativo a K_i
	denij, i=1:2 j=1:3	vettore di celle contenente i numeratori della funzione di trasferimento dell' ij -esimo blocco del controllore distribuito K . La cella i contiene il dato relativo a K_i

Tabella 4.5: Flags per 'channel_model_control_sim.m'

Flag	Brief description
ZPOS	posizione del segnale obiettivo z del loop-shaping H_∞ per la sintesi del controllo. 0= input/output della shaped-pool (default), 1=input/output del controller Usato generalmente nei test, il funzionamento non cambia
LOAD_DIST_FLAG	porre a 1 per includere il disturbo di off-take nel modello per la formulazione del problema di ottimo H_∞ , insieme ai segnali r e q nel vettore n . Necessario per poter implementare il controllo con feed-forward sul disturbo
FEED_FOR_FLAG	porre a 1 per includere generare un controllore con azione di feed-forward sul disturbo d . Porta solitamente a riduzioni dell'over-shot in risposta a scalini e azione di controllo più veloce. LOAD_DIST_FLAG deve essere posto a 1
EXTEND_FLAG	porre a 1 per eseguire la sintesi del controllore per un canale aumentato di una pool a monte e una a valle
WEIGHTPOS	imposta la posizione del guadagno del loop-shaping per la sintesi del controllo. 0 = all'ingresso della pool (default), 1 = uscita della pool (lettura del livello). Questa seconda opzione è sconsigliata
Continued on next page	

Tabella 4.5 – continued from previous page	
Flag	Brief description
LEADLAG_FLAG	porre a 1 per aggiungere una compensazione lead-lag all'integratore standard per il loop-shaping. 0 = solo integratore (default), 1 = integratore + lead-lag L'utilizzo del lead-lag aumenta la complessità del problema senza evidenti vantaggi
MAX_CL_NUMBER	norma massima del closed-loop per la sintesi del controllore. Deve essere maggiore di 1 (tipicamente da 20 a 50). Determina se un controllore è 'accettabile' o meno in termini di overshoot ed errore di livello in risposta a disturbi. La norma in closed-loop raggiunta può essere molto migliore di questo limite
BODE_POLT_FLAG	porre a 1 per stampare i diagrammi di bode delle funzioni di trasferimento che compongono K_i
SIM_FLAG	porre a 1 per eseguire la simulazione del sistema in anello chiuso
STEP_DURATION	imposta la frazione del tempo di simulazione per cui è attivo il disturbo
HEAD_CHNG_BG	imposta la l'ampiezza del flusso prelevato dall'ultima pool per la simulazione
SAT_FLAG	porre ad 1 per includere la saturazione negativa della chiusa ed un semplice schema anti-windup con guadagno 5 per la simulazione in closed-loop

4.1.2 Architettura 'SaintVenant_sim.m'

Il tool è composto dai source files illustrati in tabella (4.6), descritti più a fondo nel seguito. I dati relativi al sistema vengono letti dal file 'poolsInfo.mat' e le caratteristiche del controllore da 'OptimalController.m'. Il programma è stato sviluppato e testato in MATLAB 7.4.0 (R2007a).

Tabella 4.6: source files per 'SaintVenant_sim.m'

File name	Level of hieracy	Brief description
SaintVenant_sim.m	0(i.e. top)	MATLAB script che esegue la lettura da file dati del sistema e delle condizioni per la simulazione, soluzione numerica della simulazione in open-loop o closed-loop e plot dei risultati della simulazione
CalcInitial.m	1	MATLAB function che utilizza il metodo di Newton per ricavare lo stato di equilibrio iniziale del sistema, imponendo $X1 = X2$ e sfruttando la funzione 'EvalFunction.m'
Continued on next page		

Tabella 4.6 – continued from previous page		
File name	Level of hieracy	Brief description
EvalJacobian.m	1	MATLAB function per calcolare lo Jacobiano della funzione data dall'equazione di Saint Venant, le derivate parziale per lo Jacobiano sono calcolate come $df/dx(X1) = (f(X1 + x) - f(X1))/x$. Seleziona e computa solo le derivate non nulle, risparmiando molto tempo.
EvalFunction.m	1	MATLAB function che calcola l'Equazione di Saint Venat rispetto alla condizione al contorno corrente. I residui della funzione sono salvati in un vettore F , lo script principale continua ad iterare finchè F non è molto vicino a zero ($ F \ll \epsilon$, piccolo a piacere)
Optimal_SS_controller.m	1	MATLAB function che calcola il valore di h_{up} per ogni pool sfruttando il controllore ottimo distribuito in forma di spazio di stato

Segue un template dello script principale, il quale serve per specificare i dati del modello e le condizioni della prova per la simulazione, con un flag che determina se la prova è in open-loop o closed-loop.

Eseguendo lo script vengono generate nel workspace di MATLAB due matrici 2D di dati contenenti i termini di y e Q per ogni istante e per ogni sezione di spazio del canale seguendo la griglia di simulazione, oltre ai plot eventualmente richiesti. Se le condizioni operative abbassano sensibilmente il livello dell'acqua nel canale, il programma produce un segnale di errore avvisando di resettare le portate di controllo, se si arriva allo svuotamento del canale la simulazione viene interrotta.

Le principali variabili considerate per il funzionamento dello script sono illustrate (4.7).

Lo script esegue un ciclo temporale impostando istante per istante le condizioni al contorno come definito dall'utente e dal controllo, quindi chiama le funzioni MATLAB 'EvalFunction.m' ed 'EvalJacobian.m' per risolvere iterativamente l'equazione alle derivate parziali con il metodo di Newton.

Vengono poi plottate una rappresentazione 3D di flusso e portata su tutta la pool ed un plot 2D dei dati all'ultima sezione di ogni pool, rilevanti per il controllo.

Tabella 4.7: variabili in 'SaintVenant_sim.m'

Variable	Brief description
maxitr	numero massimo di iterazione consentite per ridurre il residuo dell'equazione di SaintVenant per la soluzione della stessa
prec	precisione richiesta per interrompere l'iterazione per la soluzione dell'equazione di SaintVenant
dX2	vettore di incremento dell'iterazione della soluzione
Continued on next page	

Tabella 4.7 – continued from previous page	
Variable	Brief description
F	vettore dei residui della soluzione iterata restituito da 'EvalFunction.m'
totpools	numero delle pool che formano il canale
CONTROL_ON	flag che attiva il controllo se posto a 1, se il controllo è off l'head-over dei gates è mantenuto al valore iniziale
AllLength	vettore contenente la lunghezza di tutte le pool del canale
AllS	vettore contenente la pendenza del letto di tutte le pool del canale
Allbo	vettore contenente la larghezza del letto di tutte le pool del canale
Allc1	vettore contenente il coefficiente di efflusso in ingresso a tutte le pool del canale in $[m^{3/2}/min]$
Allc2	vettore contenente il coefficiente di efflusso in uscita da tutte le pool del canale in $[m^{3/2}/min]$
Alln	vettore contenente il coefficiente di Manning di tutte le pool del canale
AllsS	vettore contenente la pendenza della sponda di tutte le pool del canale
Allspaces	vettore contenente il numero di sezioni spaziali in cui è divisa ogni pool
Continued on next page	

Tabella 4.7 – continued from previous page	
Variable	Brief description
Allxstep	vettore contenente la lunghezza delle sezioni spaziali in cui sono divise le pool
Allydown	vettore contenente il setpoint di livello per ogni pool
Allhup	vettore contenente l'head-over sulle chiuse in ingresso alle pool, viene ricalcolato ad ogni passo temporale in caso di prova in closed-loop
Allhdown	vettore contenente l'head-over sulle chiuse in uscita alle pool, in caso di prova in closed-loop viene aggiornato ad ogni passo temporale e posto uguale all'ingresso comandato sulla pool a valle
Alld	vettore contenente l'off-take per ogni pool all'istante zero, può essere modificato durante la simulazione
$X1 = [A1 \ Q1]$	vettore contenente lo stato corrente di ogni pool, viene utilizzato come condizione iniziale per le iterazioni di Newton e poi aggiornato $=X2$ per il passo temporale successivo
setvalues	vettore contenente [h1, h2, gamma1, gamma2, a] utilizzato per passare informazioni alle sottofunzioni ed aggiornato ad ogni passo
Continued on next page	

Tabella 4.7 – continued from previous page	
Variable	Brief description
sc	vettore contenente [tstep, xstep, xspaces] utilizzato per passare informazioni alle sottofunzioni ed aggiornato ad ogni passo
geo	vettore contenente [bo, S, sideS, n] utilizzato per passare informazioni alle sottofunzioni ed aggiornato ad ogni passo
PoolRange	vettore contenente le coordinate nello spazio dell'inizio e fine di ogni pool
ControlMatrix	vettore di matrici ricavato dall lettura da file del modello in spazio di stato del controllore ottimo distribuito
e	vettore che salva tutti i valori dell'errore di livello durante la simulazione
u	vettore che salva tutti i valori della variabile di controllo durante la simulazione
wk	vettore che salva tutti i valori della variabile di interfaccia tra i controllori distribuiti durante la simulazione
h	vettore che salva tutti i valori dell'head-over sui gate durante la simulazione

Capitolo 5

Conclusioni

Il proposito di questo progetto era lo sviluppo di un software per il progetto ed il test di un sistema di controllo distribuito per canali a pelo libero. A tal fine sono stati studiati due modelli, uno più semplice per la sintesi automatica del controllore, uno più complesso per testare lo stesso su di un sistema che colga tutte le dinamiche in gioco.

Il primo modello studiato è espresso dalle equazioni di Saint Venant, di cui è stata ricavata la formulazione dalle equazioni di massa e momento all'interno di un canale. Per la soluzione delle equazioni PDE si è identificato un metodo numerico, utilizzando lo schema di Preissman. Attraverso alcune simulazioni in anello aperto si è potuto osservare il buon funzionamento del modello.

In seguito si è esposta la formulazione di un modello TDM, i cui parametri sono stati identificati da prove sperimentali. Confrontando il comportamento dei due modelli si è potuto apprezzare un andamento molto simile, ottenendo la validazione del modello di Saint Venant.

Il modello TDM è stato poi utilizzato per la sintesi di un controllore ottimo distribuito; la procedura per la sintesi è stata illustrata in dettaglio e il funzionamento del sistema è stato testato sia sul modello TDM che su Saint Venant.

Tutti gli obiettivi del lavoro sono stati raggiunti, identificando un metodo semplice ed automatico per lo sviluppo del sistema di controllo e la verifica delle prestazioni dello stesso. La stessa procedura può infatti essere utilizzata con tempi limitati su qualsiasi serie di canali, partendo semplicemente da un file dati con le caratteristiche geometriche. Il controllore garantisce buone prestazioni su entrambi i modelli, rivelando la propria robustezza.

Per il futuro i campi di ricerca sono innumerevoli. Il modello considera solo successioni lineari di pool, sarebbe invece interessante introdurre la possibilità di considerare diramazioni e bacini di immagazzinamento. Sono poi in studio metodi adattativi per il self tuning del sistema di controllo, infatti il ritardo di propagazione ed altri parametri variano con l'ampiezza del flusso. Un'altra condizione che può richiedere un aggiornamento automatico del sistema di controllo è il guasto di una chiusa, per cui i controllori a monte e valle devono cambiare le proprie condizioni di lavoro.

In conclusione, il lavoro è stato terminato con successo, aprendo però la strada allo studio di sistemi ancora più efficienti e sofisticati per la salvaguardia delle risorse idriche.

Bibliografia

- [1] *Securing our future together* (2004). <http://www.dse.vic.gov.au/dse> report prepared on behalf of the Department of Victoria Land and Water Management Policy.
- [2] *The United Nation World Water Development Report, Exexecutive Summary* (2003). <http://www.unesco.org/water/wwap>.
- [3] *Water and the Australian Economy* (1999). <http://www.atse.org.au/publications/reports/water9.htm>. report prepares on behalf of the Australian Academy of Technological Sciences and Engineering.
- [4] *Water Savings in Irrigation Distribution Systems* (2000). Report prepared by Sinclair Knight & Merz
- [5] Jamshidian F. and Y. Zhu: *Scenario simulation: theory and methodology. Finance and Stochastics* (1996).

-
- [6] I. Mareels et al: *System engineering for irrigation system: Success and challenges* (2005).
- [7] Akan, A. O. (2006). *Open channel hydraulics*. Butterworth-Heinemann Elsevier, Oxford.
- [8] Chaudhry, M. (1993). *Open-channel flow*. Englewood Cliffs NJ Prentice Hall.
- [9] Cunge, J. A., F. M. Holly and A. Verwey (1980). *Practical aspects of computational river hydraulics*. Boston Pitman Advanced Publication Program.
- [10] Chow, V. T., R. M. Maidment and L. W. Mays (1988). *Applied Hydrology*. McGraw-Hill Book, Co., New York NY.
- [11] Bos, M. G. (1978). *Discharge measurement structures. Technical report*. International Institute for Land Reclamation and Improvement (IIRI), The Netherlands.
- [12] Weyer, E. (2001). *System identification of an open water channel*. Control Engineering Practice (IFAC), vol. 9, pp. 1289-1299.
- [13] G. Ferretti, C. Maffezzoni, and R. Scattolini. *On the identification of time delay with least squares methods*. 1995 European Control Conference, Roma.
- [14] Li, Y., Cantoni, M., and Weyer, E. (2005). *On water-level error propagation in controlled irrigation channels* Proceedings of the combined 44th IEEE CDC and ECC 2005, Seville, Spain.
- [15] Weyer, E. (2003). *LQ control of an irrigation channel*. Proceedings of the 42nd IEEE CDC, pp. 750.755, Hawaii, USA.

- [16] Ooi, S.K., Krutzen, M., and Weyer, E. (2003). *On physical and data driven modeling of irrigation channels*. Control Engineering Practice, vol. 13(4), pp. 461.471.
- [17] Cantoni, M., Weyer, E., Li, Y., Ooi, S.K., Mareels, I., and Ryan, M. (2007). *Control of large-scale irrigation networks*. Special Issue on the Emerging Technology of Networked Control Systems, Proceedings of the IEEE, vol. 95(1), pp. 75.91.
- [18] Li, Y., Cantoni, M., and Weyer, E. (2004). *Design of centralised controller for an irrigation channel using H1 loop-shaping*. Proceedings of Control 2004, Bath, UK.
- [19] Weyer, E. (2007). *Control of open water channels*. IEEE Transaction on Control Systems Technology, to appear.
- [20] Li, Y. (2006). *Robust control of open water channels*. PhD Dissertation, The University of Melbourne.
- [21] Foo, M. (2009). *Modelling and Identification of River Systems* PhD Dissertation, The University of Melbourne.
- [22] Soderström, T. and P. Stoica (1988). *System Identification* Englewood Cliffs NJ: Prentice Hall.
- [23] Weyer, E. (2001). *System identification of an open water channel* Control Engineering Practice 9
- [24] M. Cantoni, E. Weyer, Y. Li, S. K. Ooi, I. Mareels and M. Ryan, *Control of large-scale irrigation networks. Special Issue on the Emerging Technology of Networked Control Systems* Proceedings of the IEEE, 2007.
- [25] Y. Li, M. Cantoni *Distributed controller design for open water channels* The University of Melbourne, 2007

-
- [26] Langbort, C., Chandra, R., and DAndrea, R. (2004). *Distributed control design for systems interconnected over an arbitrary graph* IEEE Transactions on Automatic Control.
- [27] Gahinet, P., Nemirovski, A., Laub, A., and Chilali, M. (1995). *LMI Control Toolbox User Guide*. The Mathworks, Natick, MA.
- [28] Iwasaki, T., and Skelton, R. (1994). *All controllers for the general H_1 control problem: LMI existence conditions and state space formulas*.
- [29] Clemmens J., Kacerek T., Grawitz B. *Test cases for canal control algorithms*. Journal of Irrigation and Drainage Engineering (1998)