

POLITECNICO DI MILANO
FACOLTA' DI INGEGNERIA INDUSTRIALE



Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Meccanica

**MODELLAZIONE MATEMATICA E
IDENTIFICAZIONE DEI PARAMETRI PER LA
SIMULAZIONE DELL'INTERAZIONE
DINAMICA TRA PANTOGRAFO E
CATENARIA**

Relatore: Prof. Stefano BRUNI
Correlatore: Ing. Marco CARNEVALE

Tesi di Laurea di:
Marco NESSI
matr. 724765

Anno Accademico 2009-2010

Ringraziamenti

Ringrazio il Prof. Stefano Bruni per la possibilità offertami di lavorare su di un argomento complesso ma allo stesso tempo interessante ed affascinante, e per la chiarezza ed efficacia dei suggerimenti fornitici.

Ringrazio inoltre l'Ing. Marco Carnevale e l'Ing. Alan Facchinetti per la grande disponibilità che hanno sempre dimostrato, e per tutto l'aiuto che mi hanno fornito nella realizzazione di questo lavoro.

Un ringraziamento va anche all'Ing. Paolo Sala e all'Ing. Livio Gasparetto per il loro supporto nella fase di stesura del lavoro di tesi.

Indice

Introduzione	7
Il pantografo ferroviario	10
1.1 Sistema fisico	10
1.1.1 Il pantografo	10
1.1.1 La catenaria.....	13
1.2 Stato dell'arte	14
Caratterizzazione sperimentale della dinamica del pantografo.....	16
2.1 Setup di prova per la caratterizzazione dinamica del pantografo.....	16
2.2 Setup di misura.....	19
2.3 Caratterizzazione sperimentale del pantografo Faiveley CX.....	20
2.4 Caratterizzazione sperimentale del pantografo Atr95	27
Metodi di identificazione dei parametri	32
3.1 Modelli a parametri concentrati del pantografo	32
3.1.1 Modello a due gradi di libertà.....	32
3.1.2 Modello a tre gradi di libertà con rapporto di trasmissione.....	33
3.1.3 Modello a tre gradi di libertà senza rapporto di trasmissione.....	36
3.2 Metodi di identificazione basati sulla minimizzazione della differenza tra FRF sperimentali e numeriche.....	36
3.3 Filtro nel dominio delle frequenze	38
3.4 Identificazione dei parametri del pantografo Faiveley CX	39
3.4.1 Identificazione da prove di ampiezza 1mm.....	39
3.4.2 Identificazione da prove di ampiezza 20mm e 1mm.....	46
3.4.3 Confronto con risultati dell'identificazione di Deutsche Bahn	49
3.5 Identificazione dei parametri del pantografo Atr95	57
3.5.1 Identificazione da prove di ampiezza 1mm.....	57

3.5.2	Identificazione da prove di ampiezza 5mm	62
3.5.3	Identificazione da prove di ampiezza 5mm con il filtro nel dominio delle frequenze	65
3.6	Considerazioni conclusive sull'identificazione dei parametri	68
Analisi del moto di rollio della testa del pantografo		69
4.1	Prove ad eccitazione decentrata	69
4.2	Modello a quattro gradi di libertà	74
4.3	Identificazione dei parametri del moto di rollio	75
Simulazione numerica dell'interazione pantografo-catenaria.....		83
5.1	Descrizione del modello di simulazione	83
5.2	Introduzione della flessibilità del quadrilatero superiore del pantografo	86
5.3	Effetti dipendenti dall'eccitazione decentrata.....	88
5.4	Simulazioni numeriche	90
Conclusioni		100
Bibliografia		102

Introduzione

L'interazione pantografo-catenaria riveste un ruolo di fondamentale importanza nell'esercizio dei sistemi ferroviari a trazione elettrica, e in particolare dei sistemi ad alta velocità. Infatti un comportamento dinamico inadeguato del pantografo o della catenaria, oppure eccessivi effetti di interazione dinamica tra questi due sottosistemi, influenzando negativamente sul contatto fra gli striscianti e il filo di contatto, può pregiudicare la qualità della captazione di potenza elettrica dalla catenaria, limitando la velocità massima di esercizio del treno e dando luogo ad effetti di degrado accelerato degli striscianti e della catenaria.

Il recente incremento della velocità di esercizio dei sistemi, con la nascita di reti nazionali ad alta velocità, ha esasperato le problematiche connesse all'interazione pantografo catenaria, rendendo necessario lo studio di nuove soluzioni sia di pantografi, sia di impianti fissi, per consentire l'innalzamento delle velocità di servizio.

Inoltre, la tendenza in Europa a interconnettere le reti ferroviarie nazionali, formando corridoi ferroviari Europei, ha implicato la necessità di risolvere, per il sistema pantografo-catenaria, importanti problemi legati alla interoperabilità, ossia alla necessità di assicurare il corretto esercizio del materiale rotabile su infrastrutture ferroviarie appartenenti a diverse reti nazionali. Sotto questo punto di vista, il sistema pantografo-catenaria rappresenta un elemento critico, perché storicamente le reti nazionali (non solo Europee) hanno sviluppato diversi sistemi di elettrificazione, caratterizzati da diverse modalità di trasmissione della potenza elettrica (corrente continua / alternata), e da diverse tensioni e, frequenze di alimentazione. Queste differenze si riflettono anche nelle caratteristiche meccaniche delle catenarie, e richiedono quindi che il pantografo si adatti a interagire con infrastrutture fortemente differenziate sotto il profilo meccanico.

Il presente lavoro di tesi si propone di contribuire allo sviluppo di modelli di simulazione della interazione pantografo-catenaria, un filone di ricerche in atto da numerosi anni presso il Dipartimento di Meccanica del Politecnico di Milano. Inoltre, la tesi si inserisce nelle ricerche sviluppate dal Dipartimento nell'ambito del progetto PANTOTRAIN, finanziato dalla Comunità Europea nell'ambito del 7° Programma Quadro,

e avente per oggetto il miglioramento delle normative relative alla omologazione di nuovi sistemi pantografo-catenaria, con particolare riferimento alle problematiche di interoperabilità.

Obiettivo di questa tesi è di definire le modalità con cui il modello matematico del pantografo ferroviario può essere definito, a partire da prove di caratterizzazione dinamica di laboratorio eseguite sul sistema fisico. Infatti, il pantografo è un sistema complesso, per il quale può risultare difficile definire un modello matematico sufficientemente adeguato per via puramente teorica: si preferisce quindi eseguire prove di caratterizzazione dinamica del pantografo in laboratorio, ed estrarre da tali prove un modello a parametri concentrati, rappresentativo della dinamica del pantografo nel campo di frequenze di interesse. In questa tesi, vengono sviluppati metodi di identificazione parametrica atti a definire i parametri di un modello a parametri concentrati del pantografo, a partire da misure di risposta in frequenza del pantografo eseguite per diversi livelli di ampiezza della eccitazione. Mediante questo approccio, è possibile assicurare che il modello matematico del pantografo riproduca al meglio il comportamento dinamico misurato sul sistema reale, e quindi migliorare l'accuratezza del modello complessivo di simulazione della interazione pantografo-catenaria.

Gli approcci sopra descritti sono stati applicati a due diversi pantografi per alta velocità, ossia il pantografo Faiveley CX, in uso sui treni ad alta velocità Francesi, e il pantografo ATR95-25kV, in uso in Italia sui treni ETR500.

La tesi si occupa inoltre della modellazione degli effetti di interazione pantografo-catenaria legati al moto di rollio dell'archetto. Infatti, la maggior parte dei modelli matematici del pantografo normalmente utilizzati [Rif.(1), (2), (3) e (4)] prevedono la modellazione del solo movimento verticale dei corpi che compongono il pantografo. Sono state perciò effettuate ulteriori prove di laboratorio che hanno dimostrato un sensibile effetto del decentramento della eccitazione rispetto al piano medio del pantografo sulla risposta in frequenza misurata. Considerando un grado di libertà aggiuntivo per il pantografo associato al moto di rollio e introducendo uno smorzamento della sospensione dell'archetto variabile con la posizione dell'eccitazione, ha reso possibile riprodurre correttamente nel modello matematico del pantografo questo effetto rilevato sperimentalmente. Pertanto, la parte conclusiva della tesi è dedicata alla introduzione degli effetti di rollio dell'archetto nel modello matematico della interazione pantografo-catenaria precedentemente sviluppato presso il Politecnico di Milano, e alla valutazione mediante simulazioni dell'effetto di questa modifica sui risultati forniti dal modello.

Capitolo 1

Il pantografo ferroviario

Prima di affrontare il problema relativo alla modellazione, può essere utile descrivere i componenti del sistema fisico che permettono la captazione dell'energia elettrica. In particolare si approfondirà il ruolo del pantografo in modo da introdurre le problematiche relative all'interazione con il sistema di distribuzione dell'energia.

1.1 Sistema fisico

1.1.1 Il pantografo

Il pantografo è il sistema di sospensione che permette al veicolo ferroviario la captazione dell'energia elettrica, è costituito da un cinematismo a doppio quadrilatero tramite tubolari o scatolati d'acciaio che conferiscono in particolare al quadrilatero superiore una significativa flessibilità. Il cinematismo a doppio quadrilatero, rappresentato in Figura 1.1, permette di ottenere un moto di pura traslazione verticale dell'asta verticale all'apice del quadrilatero superiore. Quest'asta è solitamente l'estremo inferiore della sospensione ed è quindi importante evitare che si sposti lateralmente per un corretto funzionamento della sospensione stessa.

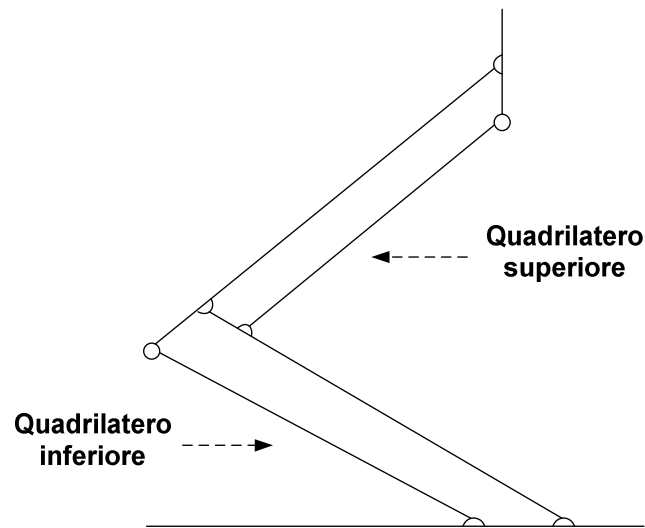


Figura 1.1: Cinematismo del pantografo

La struttura cinematica è completata dai due livelli di sospensione e dagli archetti (Figura 1.2).

Alla base del quadrilatero inferiore è presente un attuatore pneumatico che solleva il quadrilatero stesso e fornisce il precarico statico, ossia la forza necessaria per garantire il contatto tra fune e strisciante. L'attuatore pneumatico è generalmente in parallelo ad uno smorzatore costituendo così la sospensione primaria. Il collegamento tra i due quadrilateri avviene tramite tre cerniere che collegano le rispettive aste, questa parte è comunemente detta 'naso'. Il quadrilatero superiore è collegato agli archetti dal secondo livello di sospensione, l'estremo della sospensione appartenente al quadrilatero superiore è detto 'quadro', mentre l'estremo superiore sono gli archetti che ospitano gli striscianti. La sospensione secondaria è costituita solitamente da molle ad elica a passo variabile e generalmente non sono accoppiate ad uno smorzatore vero e proprio ma fungono esse da elemento smorzante. L'insieme degli archetti e della sospensione secondaria è chiamata 'testa'. Per i pantografi ad alta velocità è presente solitamente una coppia di archetti che a seconda del tipo di sospensione possono essere indipendenti nella traslazione e con rotazione di rollio impedita, come avviene nell'Atr95 o resi dipendenti vincolandone la rotazione di beccheggio e permettendone il rollio, come nel caso del Faiveley CX. Gli archetti solitamente in acciaio o in lega leggera hanno fissati gli striscianti, elementi in grafite e rame sinterizzati, che sono a contatto con la catenaria.

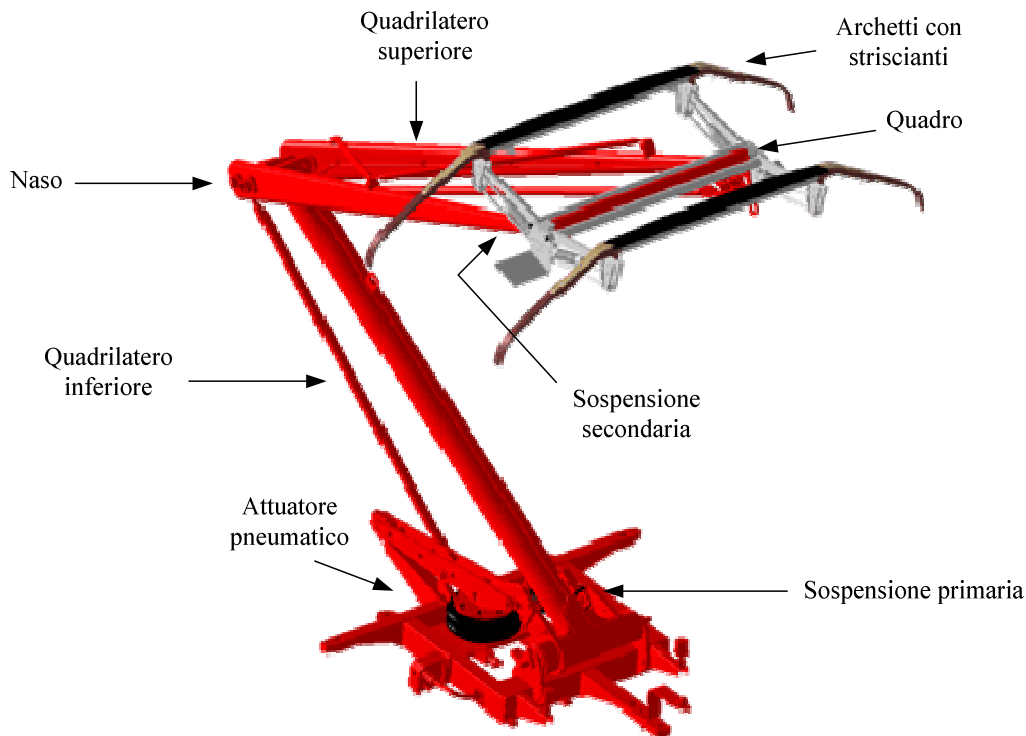


Figura 1.2: Terminologia utilizzata per i componenti del pantografo

Per capire l'effetto del regolatore di pressione nella dinamica del pantografo è necessario chiarire la sua logica di funzionamento.

Il sistema di sostegno della fune di contatto della catenaria introduce, oltre alle inevitabili irregolarità di posa, una variazione della rigidità flessionale della fune stessa che si traduce, a fronte di una spinta costante del pantografo, in una variazione della quota verticale dell'archetto durante il contatto con la fune. Come visto precedentemente, questo è dovuto ai pendini di supporto, collegati alla fune di sostegno, ed ai tiranti di poligonazione che introducono variazioni di rigidità con periodicità pari alla loro distanza di posizionamento, ossia rispettivamente circa 7m e 60m. L'ordine di grandezza della variazione di rigidità dovuta alle sospensioni nei pali di campata è significativamente maggiore, circa 20 volte rispetto a quanto avviene per i pendini. Questa caratteristica della fune di contatto ha la conseguenza di forzare il moto verticale del pantografo, infatti se ad esempio si dà all'attuatore pneumatico una pressione necessaria per avere una determinata forza di contatto e lo si isola dal circuito di regolazione della pressione questo si comporta come una semplice molla e quindi la presenza della rigidità variabile della fune di contatto innescherà il moto dell'archetto. In questo caso avremo quindi che la pressione nell'attuatore seguirà l'andamento dello spostamento del quadro e oscillerà nell'intorno del valore con cui l'attuatore è stato pressurizzato. Per cercare di contrastare questa variazione

di rigidezza e ridurre quindi le oscillazioni del pantografo, si interviene collegando l'attuatore pneumatico al circuito di regolazione della pressione in modo da mantenere idealmente costante la pressione. Conseguentemente ad una pressione costante avremo una forza costante scambiata dall'attuatore e quindi, un'oscillazione ridotta da parte del quadro. Ora consideriamo solamente il pantografo e imponiamo al quadro uno spostamento quasi-statico. Per ricavare la rigidezza della sospensione primaria, costituita ad esempio dal solo attuatore pneumatico, uguagliamo la variazione di forza dell'attuatore rispetto al valore statico, e quindi la variazione di pressione a meno di una costante, all'espressione della forza elastica:

$$\Delta F_{ATT} = h \cdot \Delta p_{ATT} = k \cdot x \quad (1.1)$$

in cui $\Delta F_{ATT} [N]$ è la variazione di forza dell'attuatore rispetto al valore statico, $h [m^2]$ è la costante che lega la pressione alla forza, $\Delta p_{ATT} [N/m^2]$ è la variazione di pressione, $k [N/m]$ è la rigidezza e $x [m]$ è lo spostamento rispetto alla posizione assunta con forza pari al valore statico.

Possiamo dedurre che se la regolazione di pressione è ideale, imponendo uno spostamento la rigidezza del sistema è nulla. In realtà la regolazione interverrà solo se si supera una certa soglia di pressione, ossia tenderà ad annullare la rigidezza solo oltre la soglia di intervento, questo varierà le caratteristiche del sistema meccanico a seconda dell'ampiezza di moto.

1.1.1 La catenaria

La catenaria ferroviaria ha il compito di distribuire l'energia elettrica. Una successione di pali, ad una distanza di circa 60m, detta distanza di campata, sorreggono una o più funi portanti attraverso delle sospensioni. Le funi portanti hanno il compito di sostenere le funi di contatto attraverso dei pendini posti ad intervalli di circa 7m, i pendini sono funi verticali che sostengono attraverso dei morsetti la fune di contatto che con il suo peso li tiene in tensione. La lunghezza dei pendini varia a seconda della loro posizione in modo da posizionare le fune di contatto all'altezza desiderata, ossia il più possibile costante. La fune di contatto ha infatti il compito di trasmettere all'archetto del pantografo l'energia elettrica, perciò un'altezza costante favorisce lo strisciamento della fune sugli archetti. Infine per evitare che il punto di contatto usuri una parte limitata dello strisciante dell'archetto e ne riduca la vita utile, la fune di contatto viene tesata in direzione trasversale tramite dei tiranti

di poligonazione in modo che durante la marcia il punto di contatto spazi su gran parte della superficie dello strisciante rendendo così uniforme l'usura dello strisciante.

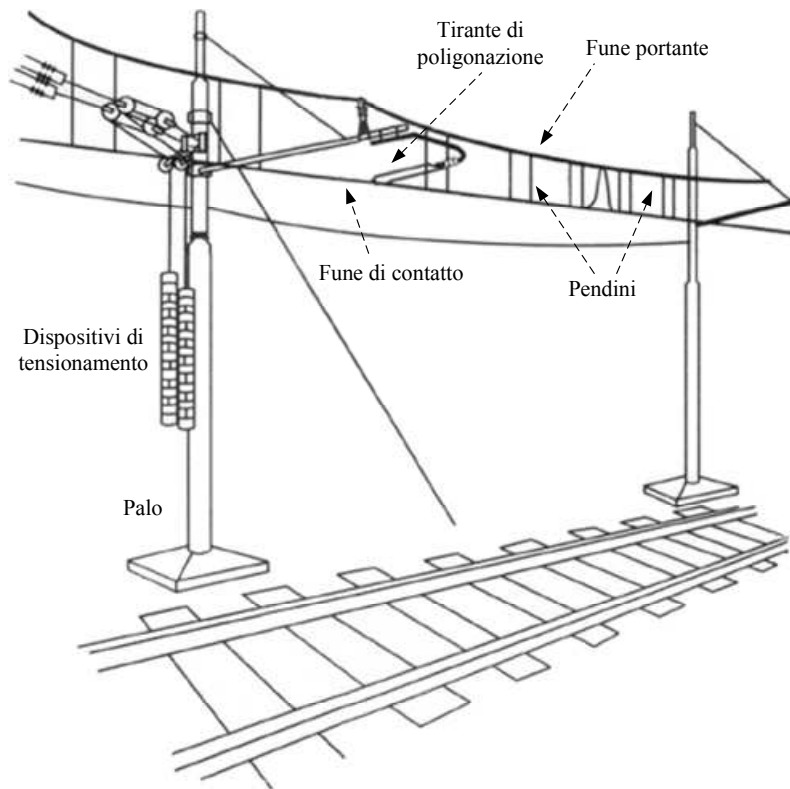


Figura 1.3: Schema della catenaria

1.2 Stato dell'arte

Nell'ambito della simulazione numerica dell'interazione tra pantografo e catenaria, il pantografo è generalmente costituito da un modello a parametri concentrati. I modelli a parametri concentrati devono la loro diffusione alla loro semplicità d'implementazione e ai contenuti tempi di calcolo. A seconda dell'accuratezza e del campo di frequenze indagato possono essere utilizzati modelli a diversi gradi di libertà. Ad esempio per studiare l'effetto della variazione di rigidità dovuta alle sospensioni di campata è stato utilizzato un modello ad uno o due gradi di libertà in [Rif. (3)].

In [Rif. (1)] invece è stato introdotto un modello non lineare dei pendini in una catenaria ad elementi finiti e si è ricorsi ad un modello a tre gradi di libertà. Per studiare l'usura della superficie di contatto dell'archetto [Rif. (5)] è stato necessario estendere il

campo di frequenze fino a 100Hz e quindi ricorrere ad un modello di pantografo a 12 gradi di libertà che comprende i primi tre modi flessionale dell'archetto.

Raramente sono stati implementati modelli multibody [Rif. (2)], con lo scopo di considerare gli effetti d'inerzia delle aste e i vincoli cinematici.

Capitolo 2

Caratterizzazione sperimentale della dinamica del pantografo

La caratterizzazione dinamica e sperimentale consiste nella definizione di una metodologia di prova la che sia in grado di produrre informazioni utili alla successiva fase di modellazione. La caratterizzazione è basata su prove sperimentali svolte nell'apposito banco prova del Dipartimento di Meccanica che consistono nel forzare il moto verticale dell'archetto con l'obbiettivo di riprodurre le effettive condizioni di lavoro del pantografo per ottenere dati utili ad indagarne la dinamica. Inoltre nell'ottica di consolidare e standardizzare questa metodologia sono stati presi in considerazione due modelli di pantografo: l'Atr95 e il Faiveley CX.

2.1 Setup di prova per la caratterizzazione dinamica del pantografo

Lo scopo della caratterizzazione dinamica è ottenere le funzioni di risposta in frequenza (FRF) necessarie per poter ottenere informazioni sulla dinamica del pantografo. Le funzioni di risposta in frequenza sperimentali sono state calcolate considerando come risposta del sistema le accelerazioni di appositi punti del pantografo a fronte della forza applicata sull'archetto, definendo così un sistema a singolo ingresso e multipla uscita. D'altra parte nelle prove sperimentali l'ingresso è lo spostamento dell'archetto mentre le uscite sono le misure delle accelerazioni e della forza trasmessa all'archetto stesso. La scelta dello spostamento come ingresso ha lo scopo di controllare le condizioni di prova in modo da ottenere informazioni sul sistema meccanico per determinate ampiezze del moto dell'archetto. Considerando invece la forza come ingresso nelle funzioni di risposta in frequenza permette di visualizzare la risposta del sistema in senso più generale, ad esempio permettendo il confronto con sistemi di eccitazioni diversi che possono eventualmente imporre lo spostamento a monte di un ulteriore livello di sospensione.

Le prove sperimentali sono state eseguite presso il banco prova del Dipartimento di Meccanica. Una struttura di travi a doppia T sostiene un attuatore idraulico che forza il moto verticale dell'archetto imponendone lo spostamento (Figura 2.1).

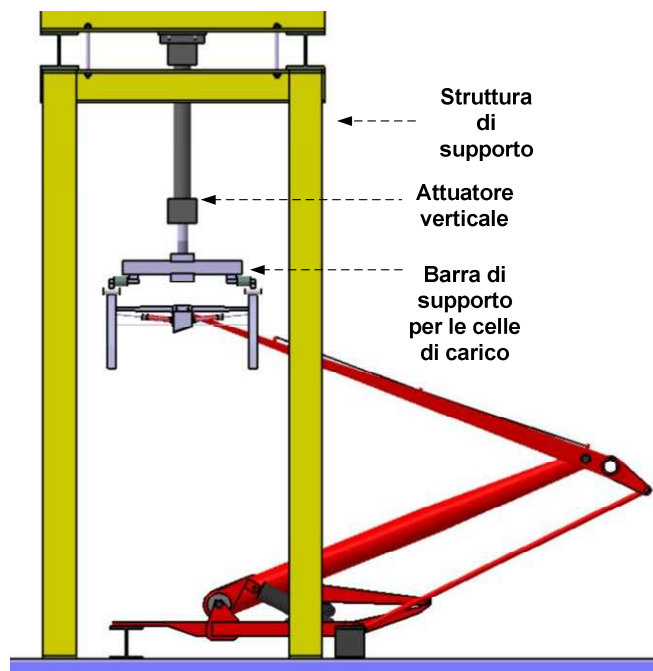


Figura 2.1: Layout del banco prova

Al termine del cilindro dell'attuatore è fissata una barra che ha il compito di ospitare le due celle di carico che a contatto con gli archetti ne trasmetteranno il moto imposto dall'attuatore. Il banco prova consente, spostando lateralmente il pantografo, di forzare il moto verticale dell'archetto in posizione decentrata o nella sua mezzeria in modo da eccitarne o meno il moto a rollio.

Per poter indagare il comportamento del pantografo nelle sue effettive condizioni di lavoro sono state effettuate prove a differenti ampiezze di spostamento armonico imposto dell'archetto. Le condizioni di lavoro del pantografo sono determinate dalle irregolarità della struttura meccanica della catenaria.

La principale sollecitazione è dovuta all'irregolarità di posa della fune di contatto in prossimità dei pali di campata. La fune di contatto essendo sorretta principalmente dalle sospensioni presenti nei pali di campata avrà una rigidità secondo il suo moto verticale che sarà massima proprio in prossimità dei pali. Il passaggio sotto il palo di campata comporta generalmente ampiezze di moto dell'archetto dell'ordine dei 30mm. Una distanza di campata di circa 60m per una velocità del treno sempre di 300Km/h comporta una forzante nell'ordine di 1,5Hz.

Una seconda irregolarità è causata dalla successione dei pendini, la loro presenza causa una leggera variazione della rigidità secondo lo spostamento verticale della fune di contatto, la rigidità variabile diviene così una forzante per il moto del pantografo. La variazione di rigidità nel moto verticale della fune è molto minore rispetto a quella introdotta dai pali di campata, e comporta escursioni dell'ordine del millimetro. Questi sono posti ad intervalli di circa 7m che per una velocità del treno di circa 300Km/h introducono una forzante di circa 11Hz.

Sono quindi state scelte tre condizioni di prova schematizzate in Figura 2.2, due con ampiezze e frequenze simili alle effettive condizioni di lavoro viste precedentemente, mentre una terza prova intermedia ha il compito principale di indagare le non linearità che un sistema meccanico complesso come il pantografo può presentare. I dati ottenuti da queste prove possono infatti chiarire quanto e quando siano accurate le indicazioni ottenute dai due livelli estremi di ampiezza per poter spiegare correttamente il comportamento del pantografo per livelli intermedi di ampiezza di eccitazione.

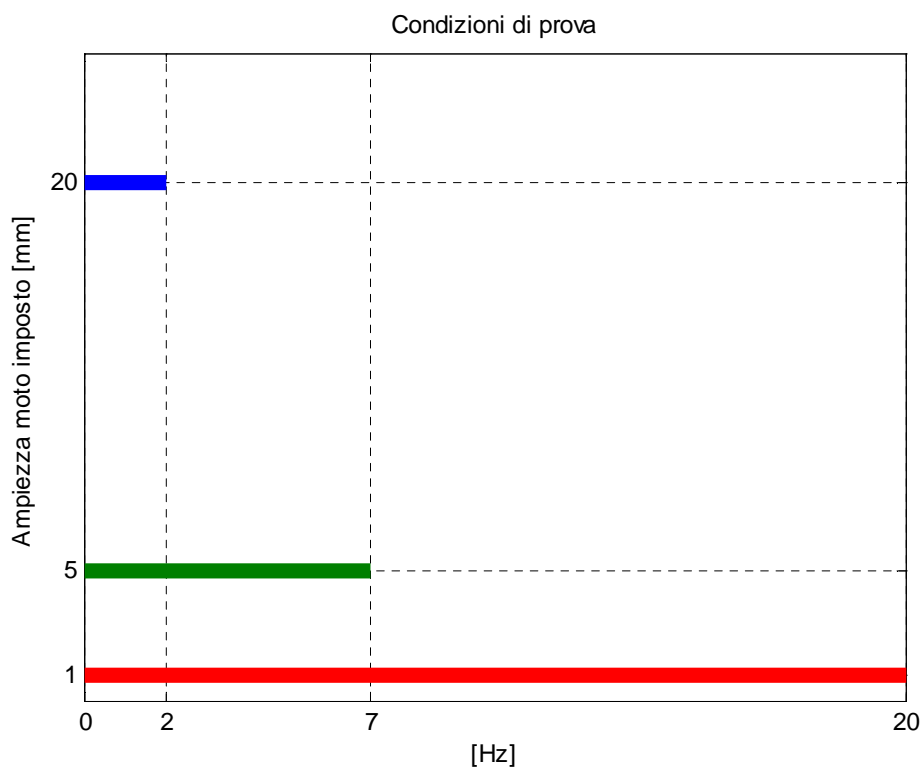


Figura 2.2: Ampiezze e frequenze del moto imposto all'archetto nelle prove sperimentali

2.2 Setup di misura

Gli strumenti di misura utilizzati per le prove sperimentali sono:

- Celle di carico HBM Z6FD1: sono poste tra lo stelo dell'attuatore e gli archetti (Figura 2.3), misurano la forza che l'attuatore scambia con il singolo archetto, hanno un carico nominale di 1000N. Come detto precedentemente le celle sono rese solidali al moto del cilindro dell'attuatore tramite una barra d'acciaio che permette di adattare il loro posizionamento alla distanza che intercorre tra gli archetti.



Figura 2.3: Posizionamento delle celle di carico

- Trasduttore di spostamento: contenuto negli attuatori verticali ne misurano la posizione dello stelo, servono principalmente per verificare che il moto imposto dall'attuatore sia effettivamente quello specificato nella configurazione di prova.
- Accelerometri piezoelettrici PCB3741DHB: Misurano l'accelerazione per il calcolo della funzione di trasferimento sperimentale, sono posizionati in modo da poter

ricavare informazioni sul moto verticale o laterale della parte del pantografo presa in considerazione. Hanno un range di $\pm 30g$.

- Trasduttore di distanza laser ACUITY –AR700: acquisisce lo spostamento verticale del quadro.
- Sensore di pressione FESTO SDET-22T-D10: misura la pressione dell'attuatore pneumatico del pantografo. Misura fino a 10 bar.

2.3 Caratterizzazione sperimentale del pantografo Faiveley CX

Il pantografo CX di Faiveley è usato prevalentemente nelle linee ad alta velocità francesi. La testa è costituita da due archetti che fanno parte di un corpo unico al quali è permesso un limitato moto di beccheggio, mentre la sospensione secondaria ne consente il moto verticale e di rollio. Il quadrilatero superiore è costituito da una grande asta centrale affiancata da una laterale di dimensione ridotte, entrambe si collegano al supporto dell'estremo inferiore della sospensione. Il quadrilatero inferiore, visibile in Figura 2.5, ha invece aste di diametro maggiore e di lunghezza minore che gli conferiscono una maggiore rigidità a flessione.

Per studiare il moto dell'archetto sono stati posizionati 3 accelerometri (Figura 2.4): due in corrispondenza della molla della sospensione secondaria e uno centrale, nella mezzieria dell'archetto. In questo modo gli accelerometri laterali permetteranno di ottenere informazioni sul moto di rollio degli archetti.

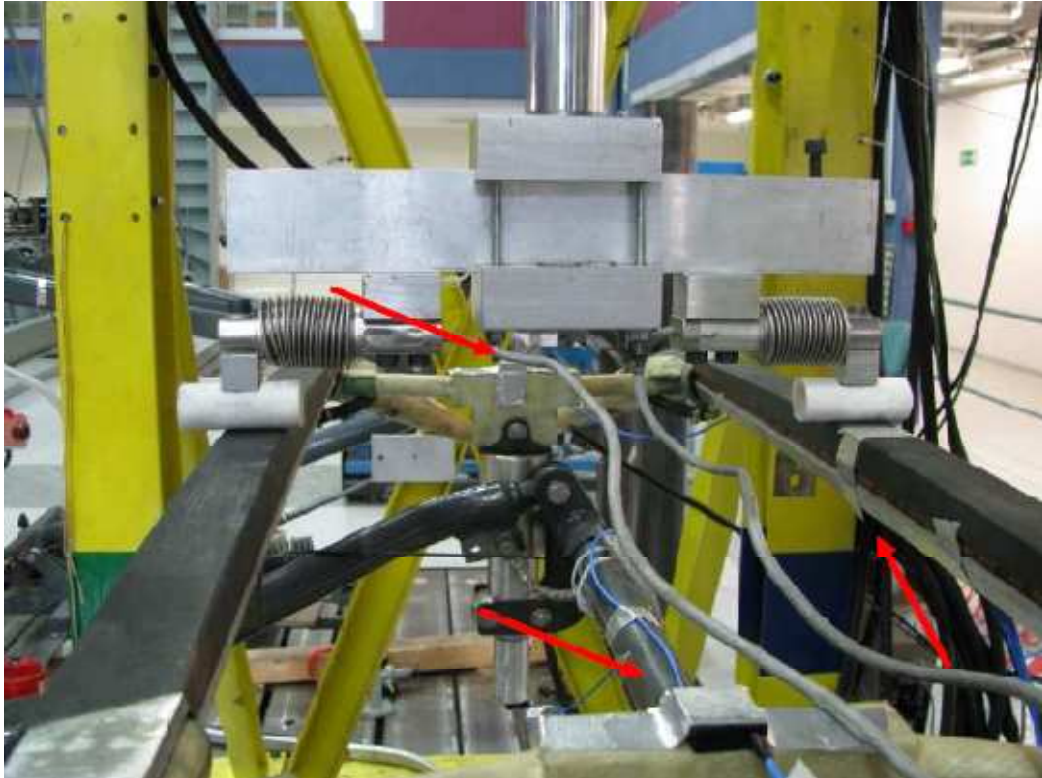


Figura 2.4: Disposizione accelerometri sulla testa del Faiveley CX

Per quanto riguarda il moto del quadro, sono stati posizionati accelerometri in corrispondenza dell'estremo della sospensione secondaria solidale al quadro. Anche in questo caso la loro disposizione permette di indagare il moto a rollio del quadro. Infine per il moto del naso sono stati disposti due accelerometri: uno per la misura dell'accelerazione verticale e uno per l'accelerazione laterale (Figura 2.5).



Figura 2.5: Posizionamento degli accelerometri sul naso del CX

La misura delle forze trasmesse da parte delle celle di carico e delle accelerazioni ha permesso di calcolare le funzioni di trasferimento, necessarie per indagare la dinamica del pantografo.

Le funzioni di trasferimento sono state definite come rapporto tra lo spettro complesso dell'accelerazione misurata e la forza totale trasmessa al pantografo, ossia la somma delle forze misurate dalle celle di carico. Sono stati quindi definite tre funzioni di trasferimento:

- $a3/FT$: Rapporto complesso tra lo spettro dell'accelerazione media dei 3 accelerometri sugli archetti e la forza totale trasmessa.
- $a2/FT$: Rapporto tra la media dei due accelerometri posti sul quadro superiore e la forza totale.
- $a1/FT$: Rapporto tra l'accelerazione verticale del naso e la forza totale.

Osserviamo ora i risultati ottenuti in Figura 2.6, Figura 2.7 e Figura 2.8, premettendo che la forza agente sull'archetto è considerata positiva con segno verso il basso, viceversa le accelerazioni.

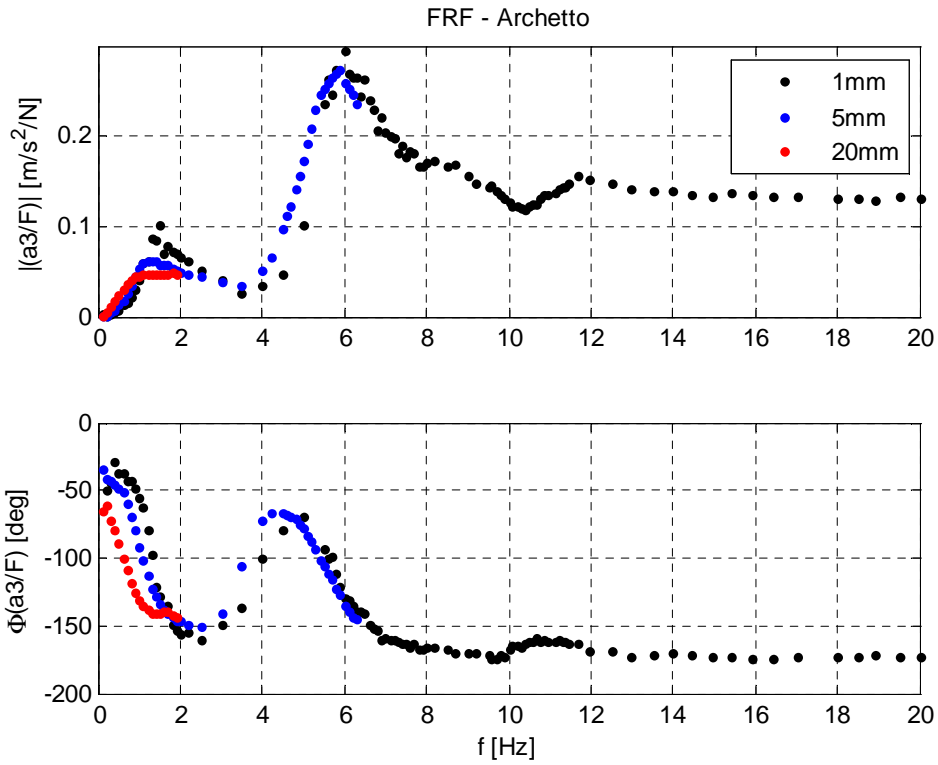


Figura 2.6: Funzione di risposta in frequenza sperimentale tra accelerazione dell'archetto e forza

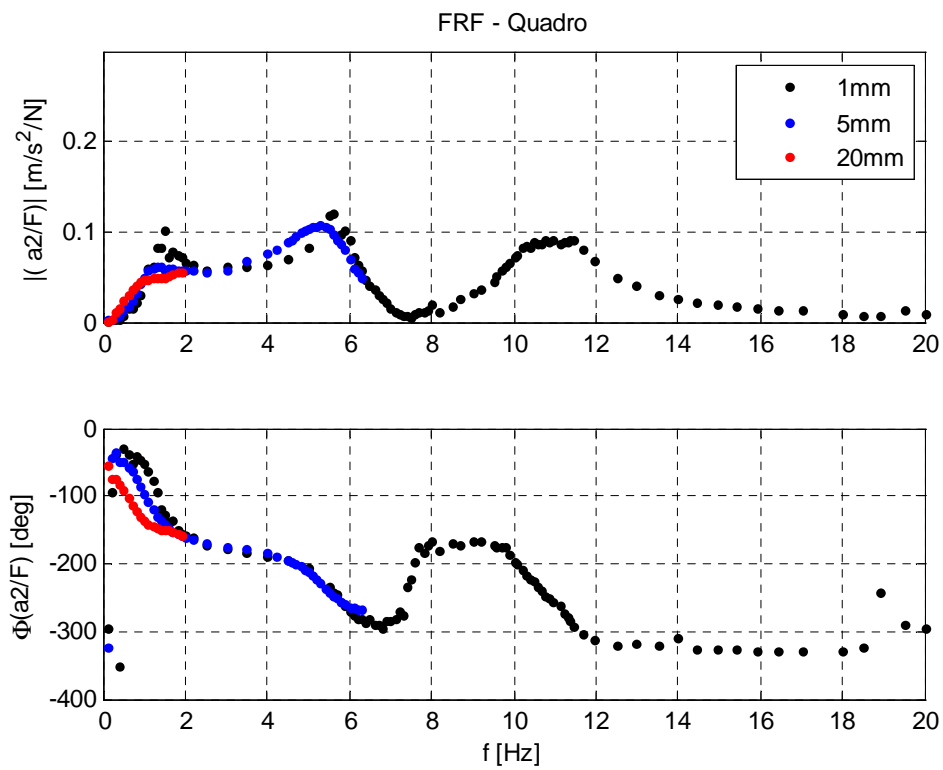


Figura 2.7: Funzione di risposta in frequenza sperimentale tra accelerazione del quadro e forza

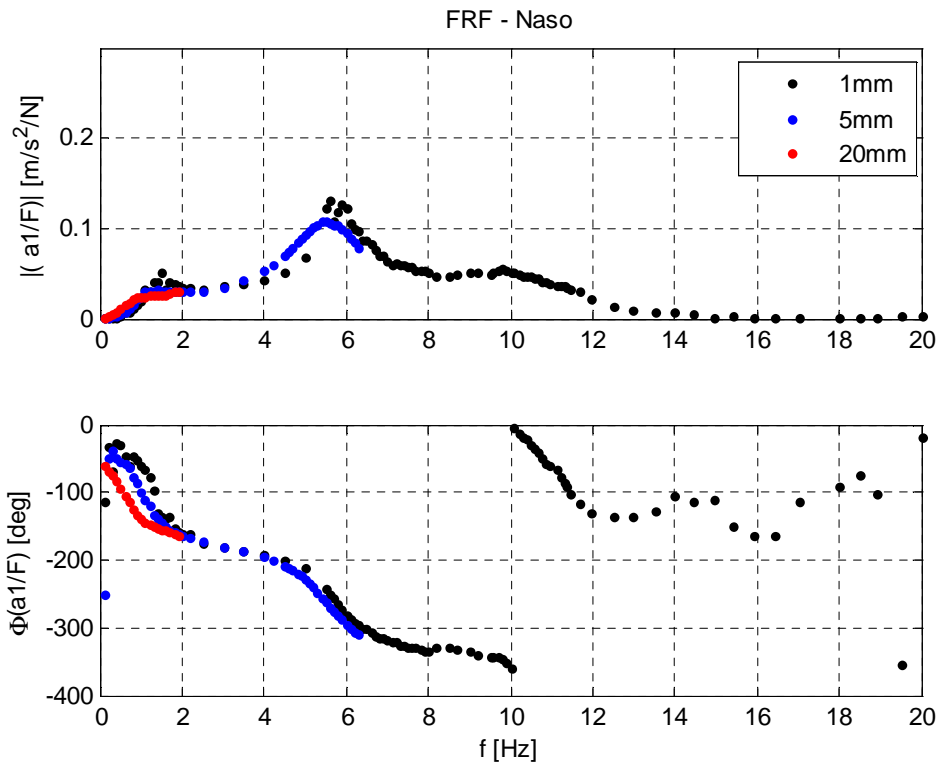


Figura 2.8: Funzione di risposta in frequenza tra accelerazione del naso e forza.

Iniziamo analizzando i risultati ottenuti dalle prove ad ampiezza di 1mm. Le funzioni di trasferimento sperimentali a bassa ampiezza, coprendo un maggior range di frequenza, possono dare informazioni utili per la scelta del modello a parametri concentrati oltre che per capire la dinamica del sistema meccanico reale. Possono infatti dare indicazioni sul numero di gradi di libertà da modellare oltre che evidenziare i modi di vibrare del sistema. Le funzioni di trasferimento sperimentali mostrano come vi siano sostanzialmente tre frequenze di risonanza, deducibili dai tre picchi e dai passaggi della fase per -90° o per -270° , questo indica che un modello a tre gradi di libertà potrebbe essere sufficientemente accurato. Passiamo ora alla descrizione dei modi di vibrare, il primo modo di vibrare corrispondente alla frequenza di circa 1,5Hz vede i tre gradi di libertà in fase tra loro, infatti in corrispondenza del primo picco di risonanza hanno tutti una fase di -90° rispetto alla forza. Alle basse frequenze quindi quadro e naso seguiranno il moto dell'archetto come se fossero vincolati rigidamente ad esso, perciò la sospensione primaria è l'unica che interagisce col moto e quindi le sue caratteristiche ed il funzionamento del sistema di regolazione della pressione nell'attuatore pneumatico che però, data la piccola ampiezza del moto, rimane sostanzialmente inattivo, andranno a condizionare prevalentemente il primo picco di risonanza delle risposte in frequenza.

Il secondo picco di risonanza è posto nell'intorno dei 5.5Hz, in questo caso abbiamo che la fase del naso e del quadro è di -270° , al contrario l'archetto ha una fase di -90° . Questo mostra che nel secondo modo di vibrare si ha il moto del quadro e del naso in fase tra loro, ma in opposizione al moto dell'archetto. Perciò in questo range di frequenze anche la sospensione secondaria parteciperà al moto del pantografo e quindi anche le sue caratteristiche andranno ad influenzare il secondo picco di risonanza.

Infine a circa 10Hz troviamo la terza risonanza, osservando la funzione di trasferimento relativa all'Archetto notiamo come la fase ha un cambiamento meno marcato ed assume un valore di circa -150° . quadro e naso hanno invece un picco ben individuabile e la fase assume in modo marcato rispettivamente i valori di -270° e -90° . Queste fasi descrivono un terzo modo di vibrare in cui quadro e naso sono in opposizione, mentre l'archetto è sfasato di circa 60° rispetto al naso, per le alte frequenze quindi avrà un ruolo principale ciò che collega il naso con il quadro, ossia il quadrilatero superiore. Quest'ultimo agirà come un ulteriore livello di sospensione le cui caratteristiche dipenderanno perciò dalla sua rigidezza a flessione e dallo smorzamento strutturale del quadrilatero stesso.

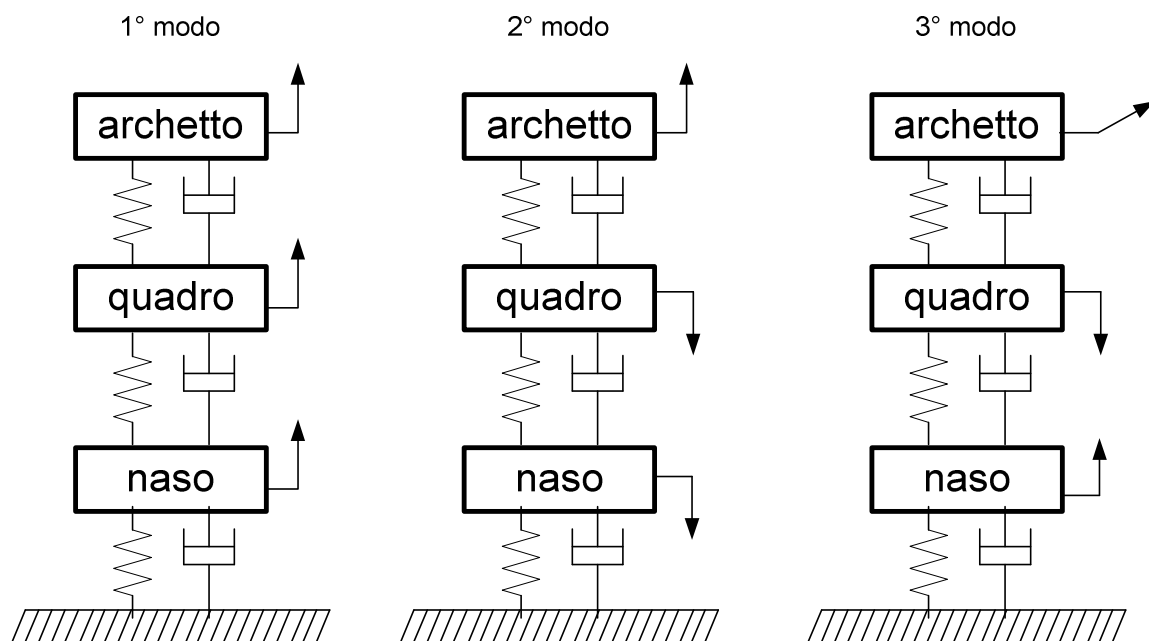


Figura 2.9: Primi tre modi di vibrare del pantografo

Le prove sperimentali relative all'ampiezza di eccitazione pari a 5mm confermano una sostanziale linearità del sistema meccanico, le funzioni di trasferimento sperimentali sono infatti coincidenti con quelle ad ampiezza minore mostrando come il sistema non cambi per ampiezze maggiori. Si può notare solo una lieve differenza nell'intorno del primo picco di risonanza dove entra in funzione il regolatore di pressione dell'attuatore pneumatico che di

conseguenza ne modifica i parametri di rigidità e smorzamento, modificando così le caratteristiche della sospensione primaria, e coerentemente con quanto visto precedentemente nella descrizione dei modi di vibrare questa variazione ha sostanzialmente effetto solamente sul primo modo di vibrare.

Passando al livello di ampiezza maggiore, ossia 20mm, abbiamo una risposta ancora più condizionata dalla regolazione di pressione dell'attuatore pneumatico che per ampiezze maggiori interviene in modo più significativo.

Figura 2.10 mostra l'andamento della pressione dell'attuatore per diverse ampiezze, notiamo l'intervento del regolatore per le ampiezze di 5 e 20mm dall'andamento temporale della pressione che se non vi fosse il regolatore sarebbe sinusoidale come il moto imposto, mentre qui si presenta con un picco appiattito.

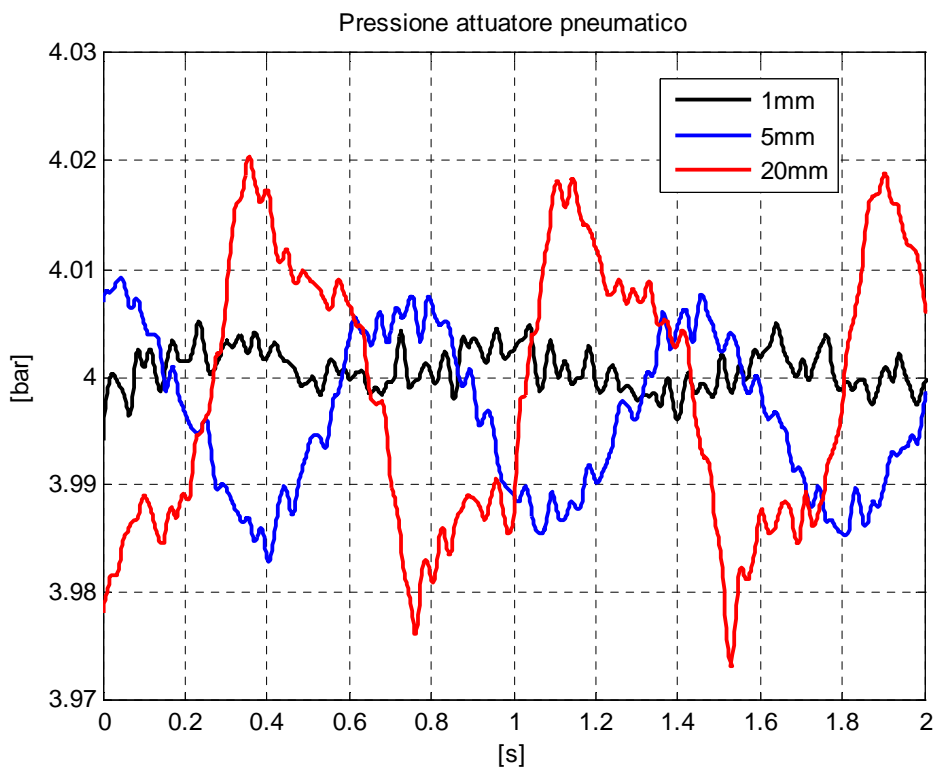


Figura 2.10: Storia temporale della pressione dell'attuatore pneumatico per le diverse ampiezze di eccitazione e frequenza 1,4Hz

La regolazione quindi, che idealmente porterebbe all'annullamento della rigidità, come visto nel Paragrafo 1.1.1, comporterà nella realtà una diminuzione della stessa che sarà sempre più significativa col crescere dell'ampiezza di eccitazione, questo spiega perché nelle funzioni di risposta in frequenza sperimentali ottenute il passaggio della fase per -90°

avviene sempre a frequenze minori ossia la prima frequenza propria diminuisce coerentemente con la diminuzione di rigidezza.

2.4 Caratterizzazione sperimentale del pantografo Atr95

Il pantografo Atr95 è prevalentemente utilizzato nelle linee ad alta velocità italiane. La testa è composta da due archetti distinti che possono traslare indipendentemente, mentre la rotazione di rollio degli archetti è invece impedita da due barre che vincolano gli estremi dell'archetto allo stesso spostamento verticale.



Figura 2.11: Posizionamento degli accelerometri sul naso del' Atr95

I due quadrilateri si notano in Figura 2.11. Nell'Atr95 l'asta principale del quadrilatero superiore è costituita da due aste principali di supporto collegate tra loro da due più sottili che formano una struttura triangolare, l'altra asta del quadrilatero è invece di dimensioni minori ed è posta sotto una delle due aste di supporto. Analogamente al CX il quadrilatero inferiore ha aste più corte e di spessore maggiore.

L'archetto è stato strumentato con quattro accelerometri, posti in prossimità dei collegamenti con la sospensione secondaria.

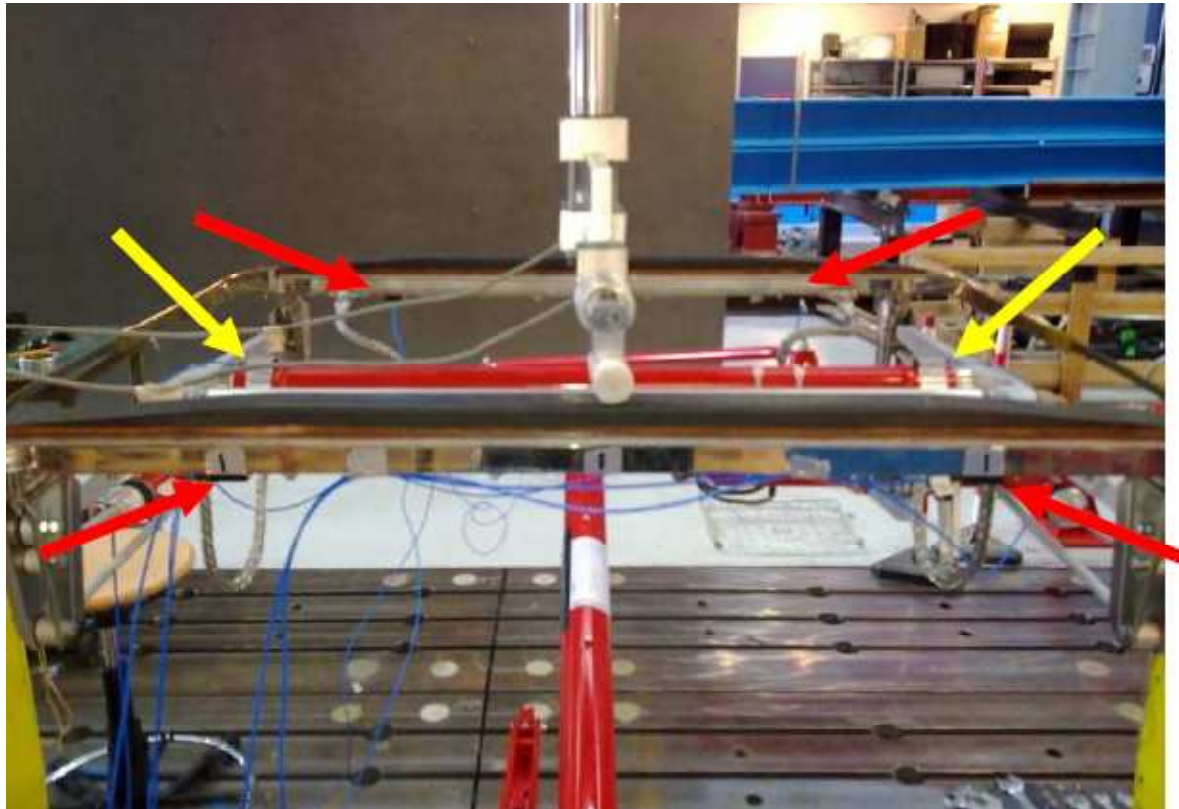


Figura 2.12: Posizionamento degli accelerometri sul quadro (in giallo) e sugli archetti (in rosso) dell'Atr95.

Per quanto riguarda il quadro, sono stati posizionati due accelerometri sulla barra che costituisce un estremo della sospensione secondaria. Mentre per il naso sono stati posizionati due accelerometri orientati in modo da misurare le accelerazioni in direzione verticale e laterale.

Come per il Faiveley CX sono stati definite tre funzioni di trasferimento:

- $a3/FT$: Rapporto complesso tra lo spettro dell'accelerazione media dei 4 accelerometri sugli archetti e la forza totale trasmessa.
- $a2/FT$: Rapporto tra la media dei due accelerometri posti sul quadro superiore e la forza totale.
- $a1/FT$: Rapporto tra l'accelerazione verticale del naso e la forza totale.

Osserviamo quindi le funzioni di trasferimento sperimentali ottenute in Figura 2.13, Figura 2.14 e Figura 2.15.

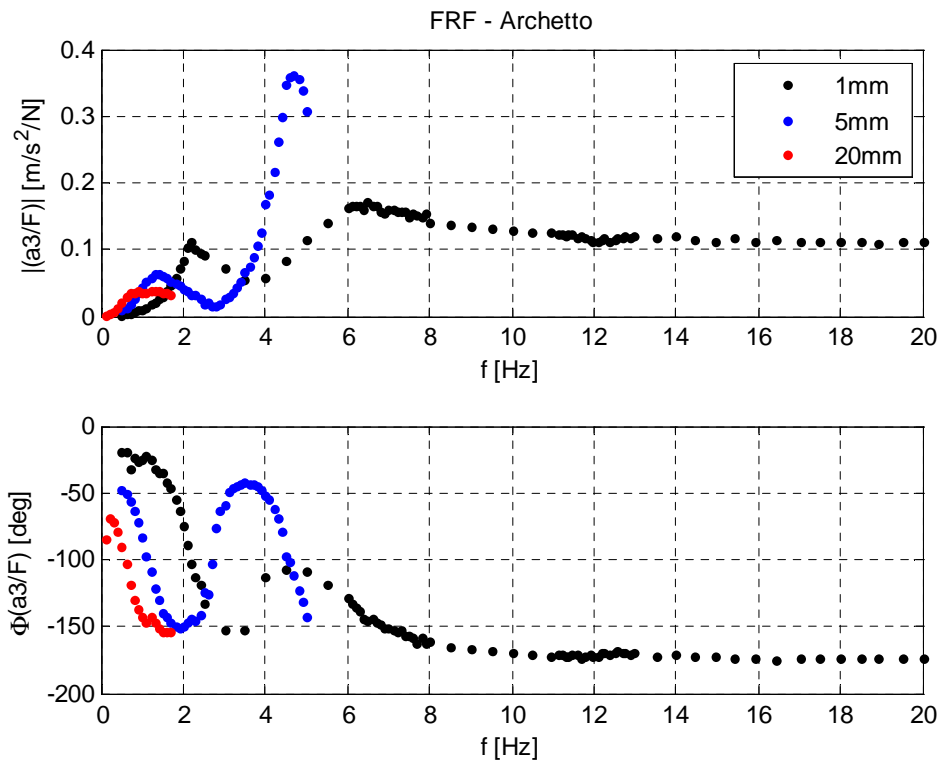


Figura 2.13: Funzione di risposta in frequenza sperimentale tra accelerazione dell'archetto e forza

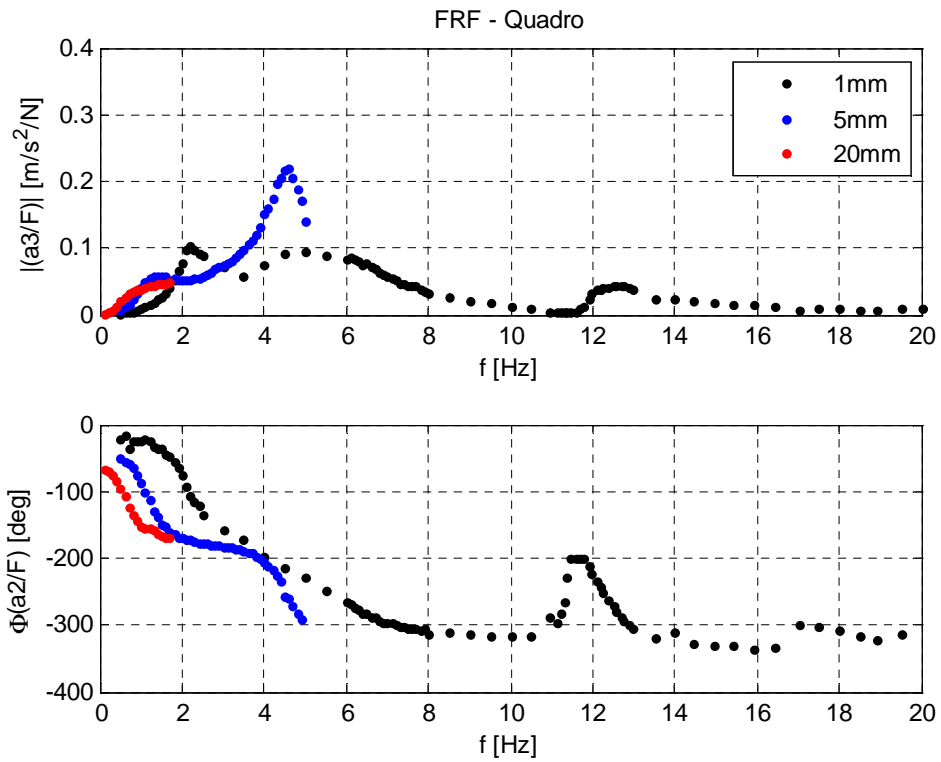


Figura 2.14: Funzione di risposta in frequenza sperimentale tra accelerazione del quadro e forza

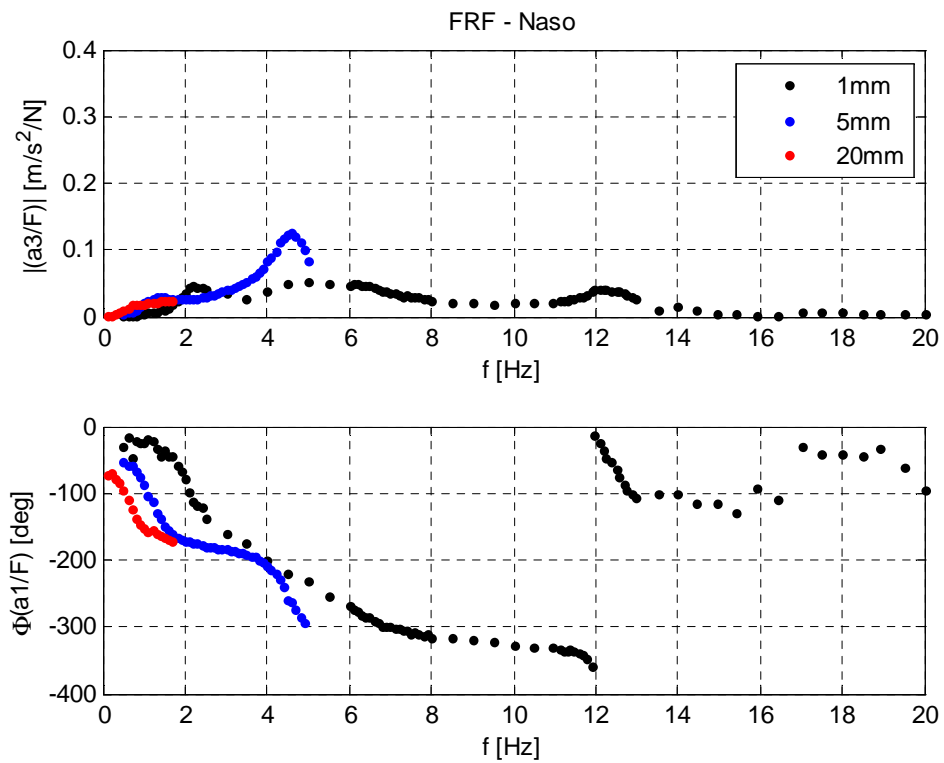


Figura 2.15: Funzione di risposta in frequenza sperimentale tra accelerazione del naso e forza

Coerentemente con quanto visto per il CX le prove sperimentali per l'Atr95 ad ampiezza di 1mm mostrano gli stessi modi di vibrare a frequenze ovviamente diverse.

Passando all'ampiezza di 5mm notiamo invece una significativa differenza con le funzioni di trasferimento ad ampiezza minore. Infatti, al contrario di quanto visto per il CX, il secondo picco di risonanza per i tre gradi di libertà ha ampiezza nettamente maggiore per le prove ad ampiezza di 5mm rispetto a quelle di 1mm, così come maggiore è la pendenza della fase in corrispondenza della seconda risonanza, questo mostra come passando dall'ampiezza di 1mm a 5mm si ha una significativa diminuzione dello smorzamento per quanto riguarda il secondo modo di vibrare. Questa diminuzione dello smorzamento è dovuta in parte allo smorzatore della sospensione primaria e in parte al cinematisimo che grazie ad un profilo eccentrico impedisce il rollio degli archetti. Infatti per piccoli spostamenti si ha nel pistone dello smorzatore un marcato effetto di attrito con le pareti del cilindro che si somma alla normale dissipazione fluidodinamica dovuta all'olio. A questa non linearità della sospensione primaria se ne aggiunge una presente nella secondaria, in questo caso è la camma che impedisce il beccheggio degli archetti a introdurre ulteriore attrito. Per quanto riguarda il primo modo di vibrare abbiamo invece un comportamento analogo a quanto visto per il CX, anche qui la regolazione di pressione diminuisce la rigidità della sospensione primaria andando perciò ad abbassare la prima frequenza propria come notiamo chiaramente osservando che il passaggio di fase avviene sempre a frequenze minori con l'aumento dell'ampiezza di eccitazione.

Capitolo 3

Metodi di identificazione dei parametri

In questo capitolo verranno descritti inizialmente i modelli a parametri concentrati e la loro relazione con le misure sperimentali. Successivamente verranno introdotte le tecniche di identificazione e come sono stati utilizzati i dati sperimentali per ricavare i parametri che definiranno il modello matematico del pantografo.

3.1 Modelli a parametri concentrati del pantografo

Per poter descrivere la dinamica del pantografo nelle effettive condizioni di lavoro in modo efficace è stato scelto un modello a parametri concentrati a 3 gradi di libertà al quale è stato affiancato un modello ridotto a 2 gradi di libertà con lo scopo di facilitare la procedura di identificazione dei parametri del modello finale.

3.1.1 Modello a due gradi di libertà

I gradi di libertà adottati in questo modello corrispondono alla traslazione verticale dell'archetto e la traslazione verticale del quadro, rispettivamente x_3 e x_2 in Figura 3.1.

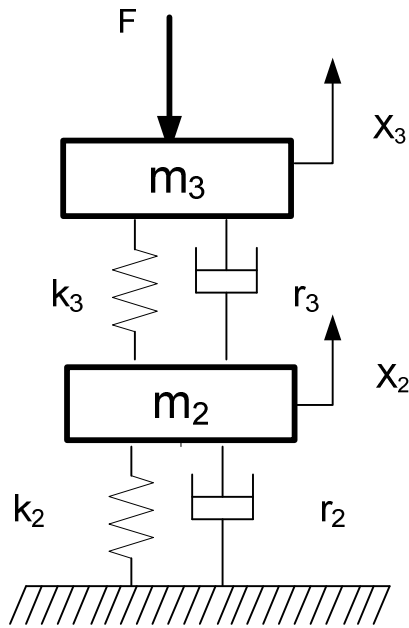


Figura 3.1: Modello a due gradi di libertà

Le equazioni del sistema sono quindi:

$$\begin{bmatrix} m_3 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_3 & -r_3 \\ -r_3 & r_3 + r_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_3 & -k_3 \\ -k_3 & k_3 + k_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot F \quad (3.1)$$

3.1.2 Modello a tre gradi di libertà con rapporto di trasmissione

Ai due gradi di libertà del modello precedente ne viene aggiunto uno ulteriore con lo scopo di includere nel modello la flessibilità del quadrilatero superiore del pantografo come illustrato in . Con quest'obiettivo si associa un grado di libertà alla traslazione verticale del quadro considerando il quadrilatero superiore un corpo rigido (Punto B) e un grado di libertà alla traslazione verticale del quadro considerandolo invece flessibile (Punto B').

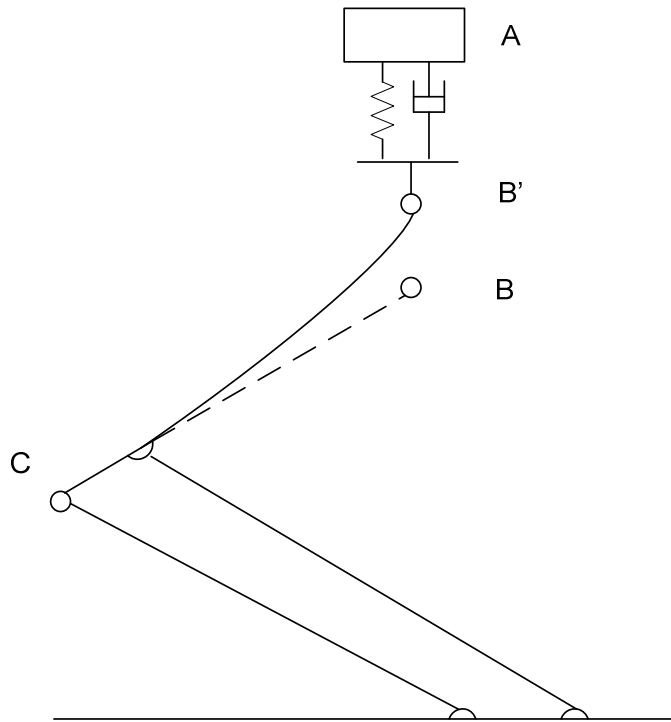


Figura 3.2: Rappresentazione della deformabilità del quadrilatero superiore

Per poter disporre di misure relative al moto del quadro nel caso di quadrilatero rigido è necessario introdurre un rapporto di trasmissione che riporti le accelerazioni verticali acquisite sul naso (Punto C) in termini di accelerazioni verticali del quadro: la presenza di un rapporto di trasmissione costante permette così di definire il moto verticale del quadro definito solo dal cinematismo del pantografo considerando di fatto il quadrilatero superiore un corpo rigido, infatti in questo caso il moto del quadro dipenderà solo dal cinematismo e dalle misure del naso escludendo così il contributo al moto della flessibilità del quadro superiore. Le misure acquisite direttamente sul quadro al contrario ne conterranno inevitabilmente il contributo. Grazie all'introduzione del rapporto di trasmissione i tre gradi di libertà saranno quindi gli spostamenti verticali di archetto, quadro e naso (rispettivamente x_3 , x_2 e x_1 in Figura 3.3).

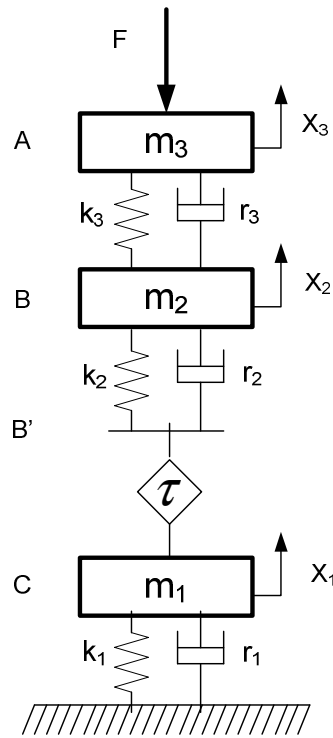


Figura 3.3: Modello a tre gradi di libertà con rapporto di trasmissione

Il rapporto di trasmissione è definito dal rapporto tra l'accelerazione verticale del quadro e l'accelerazione verticale del naso ottenute nelle prove ad ampiezza 20mm alla frequenza di 0,5Hz.

Le equazioni devono quindi essere riscritte tenendo conto del rapporto di trasmissione, ad esempio l'allungamento della molla rappresentante la flessibilità del quadrilatero superiore sarà:

$$\Delta l_2 = x_2 - \frac{x_1}{\tau} \quad (3.2)$$

mentre il sistema di equazioni finale:

$$\begin{bmatrix} m_3 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_3 & -r_3 & 0 \\ -r_3 & r_2 & -\frac{r_2}{\tau} \\ 0 & -\frac{r_2}{\tau} & r_1 + \frac{r_2}{\tau^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_3 & -k_3 & 0 \\ -k_3 & k_2 & -\frac{k_2}{\tau} \\ 0 & -\frac{k_2}{\tau} & k_1 + \frac{k_2}{\tau^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot F \quad (3.3)$$

3.1.3 Modello a tre gradi di libertà senza rapporto di trasmissione

Questo modello ha il solo scopo di riportare i parametri identificati tramite il modello con rapporto di trasmissione in uno che ne è privo. Inoltre, questo è il modello del pantografo utilizzato per la simulazione della interazione pantografo-catenaria introdotta nel Capitolo 5. Questo può essere utile qualora si voglia confrontare set di parametri identificati con differenti rapporti di trasmissione o relativi a diversi modelli di pantografi aventi inevitabilmente una cinematica differente. In questo caso, riferendosi a Figura 3.4, i tre gradi di libertà sono direttamente gli spostamenti verticali di archetto (A) e quadro con quadrilatero superiore rigido (B) e con quadrilatero superiore flessibile (B').

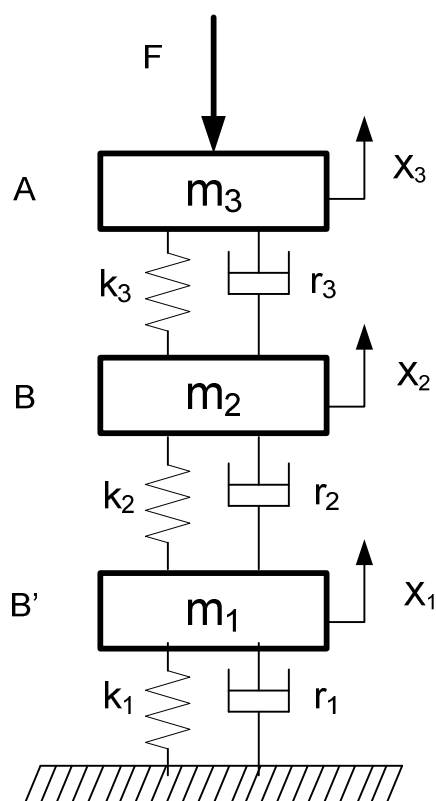


Figura 3.4: Modello a tre gradi di libertà senza rapporto di trasmissione

3.2 Metodi di identificazione basati sulla minimizzazione della differenza tra FRF sperimentali e numeriche

Il metodo principale utilizzato per l'identificazione consiste nel definire una funzione residuo, definita nell'equazione (3.4) che dovrà essere minimizzata. La funzione residuo dipenderà ovviamente dai parametri da identificare ed è definita semplicemente dalla

sommatoria per ogni frequenza sperimentale e per ogni grado di libertà del quadrato della differenza tra le funzioni di trasferimento sperimentali e analitiche, dove quest'ultime introducono la dipendenza dai parametri della funzione residuo:

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^{n_{gdl}} \sum_{k=1}^{n_f} \text{abs}(FRF_i(\mathbf{p}, f_k) - FRF_{exp_i}(f_k)) \quad (3.4)$$

dove n_{gdl} è il numero di gradi di libertà del modello considerato, n_f è il numero di frequenze di cui si hanno a disposizione dati sperimentali e \mathbf{p} è il vettore dei parametri incogniti, mentre le funzioni di trasferimento analitiche FRF_i sono calcolate a partire dalle matrici del sistema viste precedentemente:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{p}) \cdot \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{R}(\mathbf{p}) \cdot \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}(\mathbf{p}) \cdot \mathbf{x} &= \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot F \\ \Rightarrow [-\Omega^2 \cdot \mathbf{M}(\mathbf{p}) + i\Omega \cdot \mathbf{R}(\mathbf{p}) + \mathbf{K}(\mathbf{p})] \cdot \mathbf{x}_0 &= \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot F_0 \\ \Rightarrow \mathbf{x}_0/F_0 = [-\Omega^2 \cdot \mathbf{M}(\mathbf{p}) + i\Omega \cdot \mathbf{R}(\mathbf{p}) + \mathbf{K}(\mathbf{p})]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \ddot{\mathbf{x}}_0/F_0 = \mathbf{FRF}(\mathbf{p}, \Omega) = -\Omega^2 \cdot [-\Omega^2 \cdot \mathbf{M}(\mathbf{p}) + i\Omega \cdot \mathbf{R}(\mathbf{p}) + \mathbf{K}(\mathbf{p})]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.5)$$

dove \mathbf{M} , \mathbf{R} e \mathbf{K} sono le matrici di massa, smorzamento e rigidità dipendenti dal vettore di parametri \mathbf{p} , \mathbf{x} è il vettore dei gradi di libertà, mentre \mathbf{FRF} è il vettore delle funzioni di risposta in frequenza analitiche.

La minimizzazione del residuo è eseguita utilizzando procedimenti numerici di tipo iterativo. In particolare nel presente lavoro sono stati utilizzati diversi algoritmi presenti nel toolkit 'optimization' di Matlab.

Per facilitare il processo di identificazione vengono utilizzate in successione due funzioni di minimizzazione. La prima funzione utilizzata è la *fminsearch*, che utilizza l'algoritmo del simplesso [Rif. (6)] ed è priva della possibilità di introdurre vincoli alle variabili. Successivamente i parametri ottenuti dalla *fminsearch* vengono passati alla funzione di minimizzazione *lsqnonlin*, basata sul metodo di Newton-Raphson descritto in [Rif. (7)] e [Rif. (8)] che permette invece di introdurre vincoli ai parametri. In questo modo è possibile evitare di identificare dei parametri negativi privi di senso fisico, infatti eventuali

parametri negativi ottenuti nella prima fase di identificazione vengono posti pari a zero e ovviamente vincolati ad esser positivi o al più nulli nella seconda fase.

3.3 Filtro nel dominio delle frequenze

Un'alternativa alla minimizzazione dell'errore è l'introduzione di un filtro nel dominio delle frequenze (FFD), secondo quanto proposto da Mottershead [Rif (9)]. Il filtro continuo in frequenza minimizza la cifra di merito definita dal seguente funzionale:

$$J(\boldsymbol{\vartheta}) = \int_0^{\Omega} \{\mathbf{f}(\omega) - \mathbf{B}(\omega, \boldsymbol{\vartheta})\mathbf{x}(\omega)\}^H \mathbf{W} \{\mathbf{f}(\omega) - \mathbf{B}(\omega, \boldsymbol{\vartheta})\mathbf{x}(\omega)\} d\omega \quad (3.6)$$

mentre la matrice \mathbf{B} è:

$$\mathbf{B}(\omega, \boldsymbol{\vartheta}) = -\omega^2 \mathbf{M}(\boldsymbol{\vartheta}) + i\omega \mathbf{R}(\boldsymbol{\vartheta}) + \mathbf{K}(\boldsymbol{\vartheta}) \quad (3.7)$$

dove i vettori \mathbf{x} e \mathbf{f} rappresentano gli spostamenti e le forze misurati, \mathbf{M} , \mathbf{R} e \mathbf{K} sono le matrici di massa, smorzamento e rigidità che contengono i parametri $\boldsymbol{\vartheta}$ da identificare, \mathbf{W} è una matrice di pesi relativi ai gradi di libertà e Ω è la frequenza alla quale si valuta la cifra di merito, l'apice H indica infine la trasposizione complessa coniugata.

Le equazioni per l'integrazione dei parametri sono:

$$\frac{d\boldsymbol{\vartheta}}{d\Omega} = 2\mathbf{P} \operatorname{Re}\{\mathbf{H}(\Omega)\} \mathbf{W} \operatorname{Re}\{\mathbf{f}(\Omega) - \mathbf{B}(\Omega, \boldsymbol{\vartheta})\mathbf{x}(\Omega)\} \quad (3.8)$$

$$\frac{d\mathbf{P}}{d\Omega} = -2\mathbf{P} \operatorname{Re}\{\mathbf{H}(\Omega)\} \mathbf{W} \operatorname{Re}\{\mathbf{H}^T(\Omega)\} \mathbf{P} \quad (3.9)$$

La matrice \mathbf{H} è data da:

$$[\mathbf{H}(\omega)]_{kj} = \frac{\partial}{\partial \vartheta_j} \{\mathbf{B}(\omega, \boldsymbol{\vartheta})\mathbf{x}(\omega)\}_k \quad (3.10)$$

se le matrici di massa, rigidità e smorzamento del sistema sono funzioni lineari dei parametri la matrice \mathbf{H} verrà calcolata una volta sola e le equazioni di \mathbf{P} e $\boldsymbol{\vartheta}$ possono essere integrate separatamente. Le equazioni da integrare viste fin ora utilizzano la parte reale dei

dati sperimentali, è quindi necessario utilizzare analoghe espressioni relative alla parte immaginaria. La matrice P convergerà ad una matrice di covarianza dei parametri. La matrice può quindi essere inizializzata diagonale con valori tanto maggiori quanto l'incertezza che si ha sul corrispondente parametro. I parametri invece convergeranno a valori che rispecchiano i dati sperimentali. Non essendo disponibili dati sperimentali in forma continua sarà necessario integrare in modo discreto. Il metodo sopra esposto è stato implementato in un programma di calcolo.

3.4 Identificazione dei parametri del pantografo Faiveley CX

I metodi di identificazione per il Faiveley CX sono stati scelti in base all'aspetto delle funzioni di risposta in frequenza sperimentali riportate nel paragrafo 2.3. Queste mostrano sostanzialmente che l'unica non linearità presentata dal Faiveley CX è dovuta al regolatore di pressione, indicando quindi che tutte le informazioni necessarie per spiegare la dinamica del pantografo possono essere ottenute dalle prove con ampiezza di eccitazione di 1mm e 20mm. Perciò saranno queste le prove sperimentali utilizzate nei metodi di identificazione.

3.4.1 Identificazione da prove di ampiezza 1mm

Una prima metodologia per ottenere i parametri consiste nell'utilizzare i dati provenienti dalle prove ad ampiezza minima. In questo modo verranno identificati dei parametri che caratterizzano il sistema per spostamenti dell'ordine di 1mm, ossia un sistema meccanico in cui non ha alcun effetto il regolatore di pressione dell'attuatore pneumatico. In generale portano alla definizione di un modello che spieghi il comportamento del pantografo per le piccole ampiezze di oscillazione, prima che entrino in gioco non-linearità dovute al regolatore stesso (unica non-linearità nel caso del CX come evidenziano le prove sperimentali) o ad altri fattori (non linearità dello smorzatore per l'Atr95).

Il primo passo per giungere al set di parametri finali consiste nel definire i parametri del modello a due gradi di libertà introdotto precedentemente. Poiché il modello a due gradi di libertà è in grado di spiegare solo le prime due risonanze e i conseguenti modi di vibrare sono stati presi in considerazione dati nel range di frequenze in cui questi primi due modi si manifestano, cioè fino a 10Hz. Per quanto riguarda i valori dei parametri da cui parte l'identificazione sono stati ottenuti da una randomizzazione in modo da verificare l'efficacia del programma di identificazione.

Tabella 3.1 mostra come vengano identificati gli stessi parametri a partire da soluzioni iniziali differenti tra loro.

Tabella 3.1 – Confronto tra i parametri identificati con tre soluzioni di partenza iniziali differenti, le masse sono in [kg], le rigidezze in [N/m] e gli smorzamenti in [Ns/m].

	valori iniziali	identificati	valori iniziali	identificati	valori iniziali	identificati
m_3	19,92	9,82	15,76	9,82	12,90	9,82
m_2	12,43	26,18	30,92	26,18	23,05	26,18
k_3	5132,27	8836,19	3961,50	8836,19	4669,37	8836,19
k_2	0,74	2535,56	157,15	2535,56	270,67	2535,56
r_3	22,96	61,11	61,42	61,11	43,99	61,11
r_2	337,08	114,92	345,30	114,92	2,03	114,92

Figura 3.5 e Figura 3.6 mostrano il confronto tra le FRF misurate dalle prove ad ampiezza 1mm (dati sperimentali utilizzati per l'identificazione) e la FRF calcolata utilizzando il modello a due gradi di libertà con i parametri identificati.

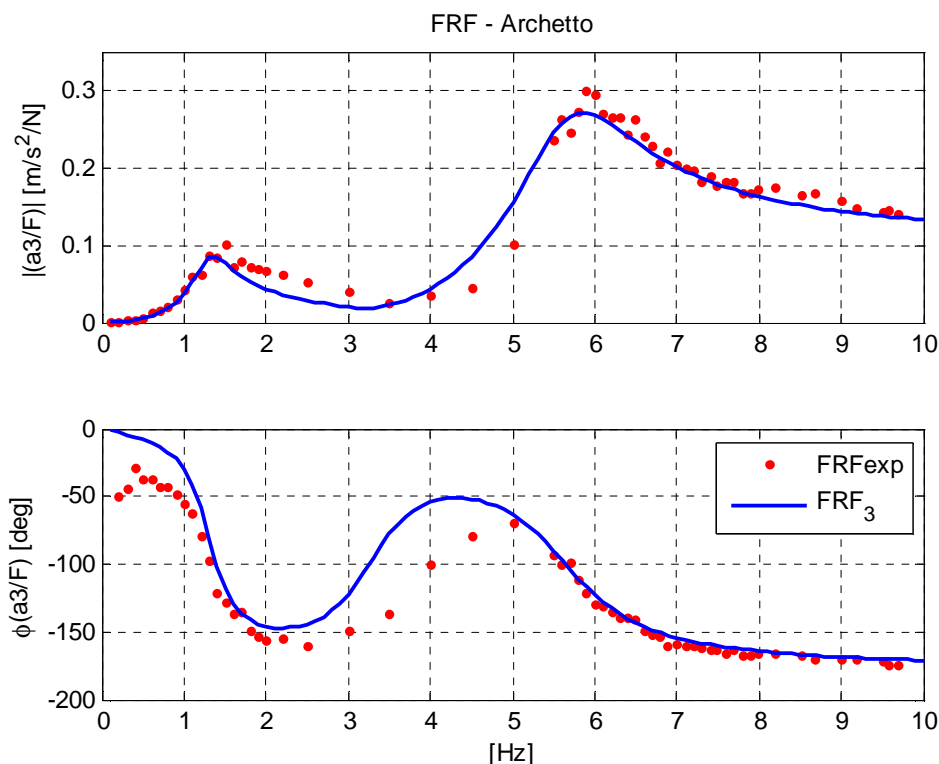


Figura 3.5: Identificazione FRF dell'archetto con il modello a due gradi di libertà

Notiamo inoltre come le FRF analitiche e sperimentali in Figura 3.6 iniziano a divergere non appena inizia a manifestarsi il terzo modo di vibrare.

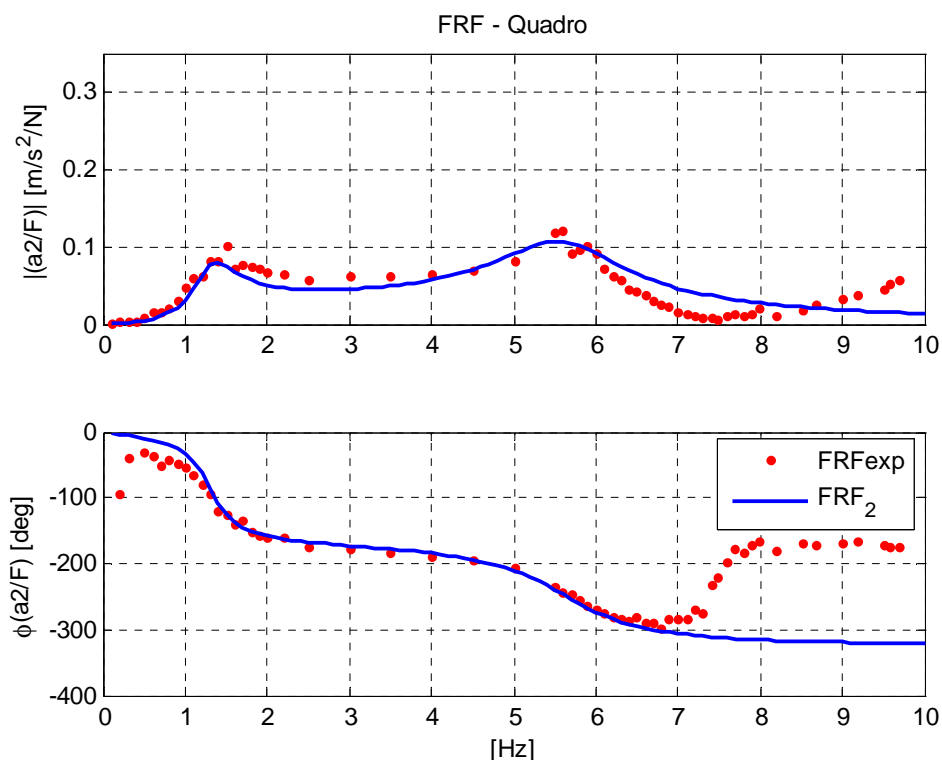


Figura 3.6: Identificazione FRF del quadro con il modello a due gradi di libertà

Il modello a due gradi di libertà ha quindi lo scopo principale di fornire una buona soluzione di partenza per la procedura di identificazione dei parametri del modello a tre gradi di libertà, che questa volta utilizzerà i dati acquisiti nell'intero campo di frequenze.

I parametri iniziali del modello a 3 gradi di libertà vengono così determinati:

- I parametri relativi al grado di libertà dell'archetto sono gli stessi del modello a due gradi di libertà.
- La massa del quadro e del naso sono poste, in primo tentativo rispettivamente al 30% e al 70% della massa del quadro nel modello a due gradi di libertà.
- La rigidezza k_2 relativa al quadro, è determinata associando al modo flessibile del quadrilatero superiore un modello ad un grado di libertà dalla stessa frequenza propria e massa pari alla massa del quadro a tre gradi di libertà. La terza frequenza ($III f_p$ in eq. (3.11)) propria è stimata dalle funzioni di trasferimento sperimentali semplicemente prendendo la frequenza del terzo picco.

$$k_2 = (2\pi \cdot IIIfp)^2 \cdot m_2 \quad (3.11)$$

- Mentre lo smorzamento r_2 è definito in primo tentativo considerando uno smorzamento adimensionale del 2%, ragionevole per il moto considerato, che è associato alla flessibilità del quadrilatero superiore del pantografo.

$$r_2 = 0,002 \cdot m_2 \cdot (2\pi \cdot IIIfp) \quad (3.12)$$

- La rigidezza e lo smorzamento della sospensione primaria, k_1 e r_1 , devono invece tener conto del rapporto di trasmissione, infatti se nel modello a due gradi di libertà l'estremo della molla era il quadro, ora è invece il naso che per essere confrontato con il quadro deve essere moltiplicato per il rapporto di trasmissione. I parametri sono quindi ricavati eguagliando nei due modelli l'energia potenziale elastica della molla:

$$\frac{1}{2} k_{2_{2gdl}} \cdot x_2^2 = \frac{1}{2} k_{1_{3gdl}} \cdot x_1^2 \quad (3.13)$$

$$x_1 = \tau \cdot x_2 \quad (3.14)$$

$$k_{1_{3gdl}} = \frac{k_{2_{2gdl}}}{\tau^2} \quad (3.15)$$

analogamente, per lo smorzamento si pone:

$$r_{1_{3gdl}} = \frac{r_{2_{2gdl}}}{\tau^2} \quad (3.16)$$

Sulla base dei valori iniziali dei parametri definiti a partire dal modello a due gradi di libertà come sopra descritto, si esegue una nuova minimizzazione sempre basata sull'utilizzo combinato di una minimizzazione non vincolata e successivamente di una minimizzazione vincolata. In Tabella 3.2 si riportano i risultati delle due fasi successive del procedimento di identificazione, unitamente ai valori iniziali. I parametri sono riferiti al modello a tre gradi di libertà senza rapporto di trasmissione descritto nel paragrafo 3.1.3.

Tabella 3.2 - Confronto tra i parametri iniziale e ottenuti dalle funzioni di minimizzazione senza vincoli e vincolata

	Valori iniziali da 2gdl	Valori identificati Fase 1: non vincolati	Valori identificati Fase 2: vincolati
m1	4,78	8,53	8,44
m2	7,85	10,06	9,98
m3	9,82	8,74	8,86
r1	114,92	99,19	100,02
r2	23,09	2,53	2,44
r3	61,11	48,79	46,88
k1	2535,56	1786,90	1789,89
k2	42441,09	18722,31	18897,30
k3	8836,19	8377,83	8430,46

I valori riportati in Tabella 3.2 mostrano che il risultato della minimizzazione vincolata è molto prossimo a quello della minimizzazione non vincolata e, di fatto, la seconda fase di minimizzazione ne conferma i valori. Figura 3.7, Figura 3.8 e Figura 3.9 confrontano le FRF sperimentali con quelle ottenute dai parametri identificate. Ricordiamo che i gradi di libertà rappresentati sono relativi al modello a tre gradi di libertà senza rapporto di trasmissione e definiti in Figura 3.2.

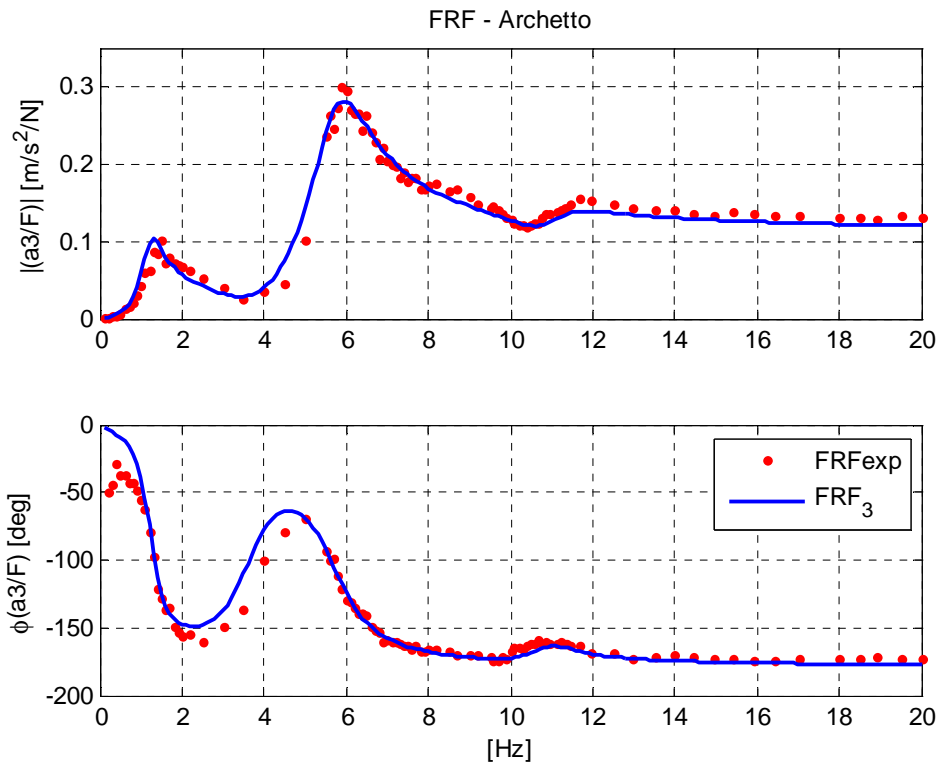


Figura 3.7: Identificazione della FRF dell'archetto con il modello a tre gradi di libertà

Notiamo come vi sia un sostanziale accordo tra FRF sperimentali e numeriche, la maggior differenza si nota generalmente in prossimità della terza frequenza propria.

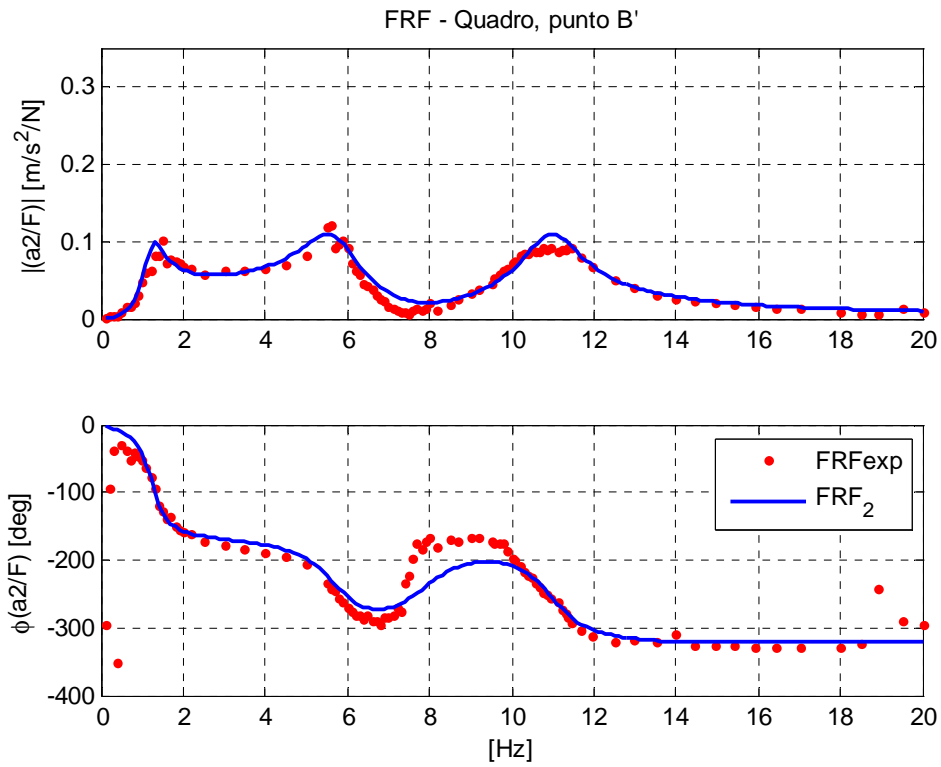


Figura 3.8: Identificazione della FRF del grado di libertà associato al quadro considerando la flessibilità del quadrilatero superiore

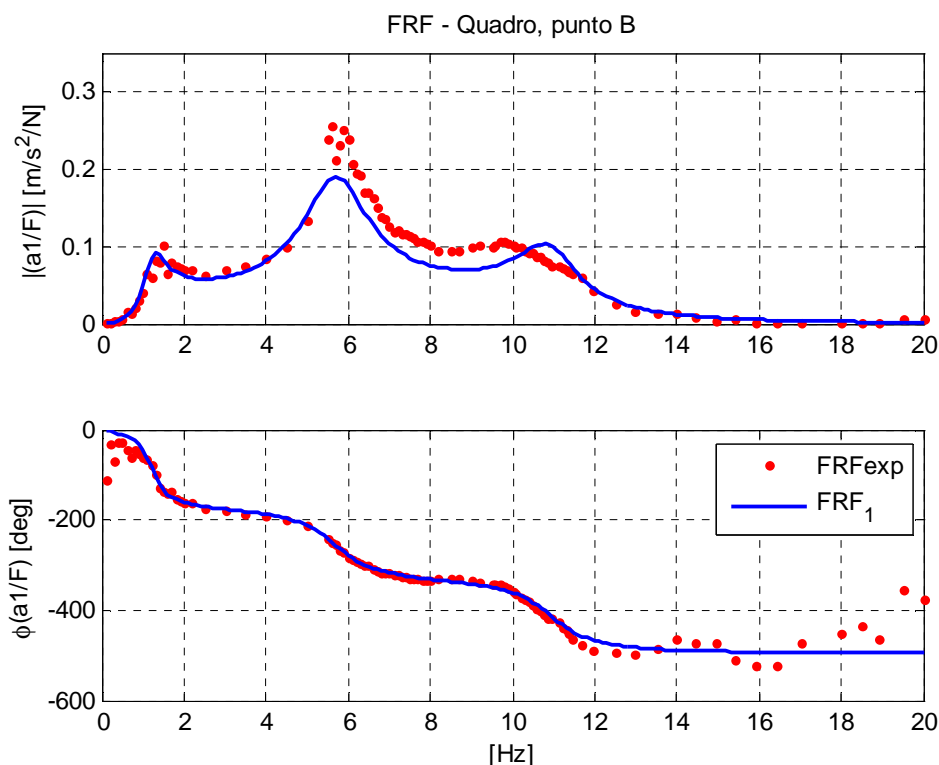


Figura 3.9: Identificazione della FRF del grado di libertà associato al quadro considerando rigido il quadrilatero superiore

3.4.2 Identificazione da prove di ampiezza 20mm e 1mm

Questa metodologia ha lo scopo di ricavare un set di parametri che definiscano un sistema meccanico che segua le risposte sperimentali per le grandi ampiezze e le basse frequenze, mentre segua le risposte alle piccole ampiezze per le alte frequenze, perciò tali parametri in accordo con entrambi i livelli di ampiezze saranno utilizzati nelle simulazioni numeriche condotte nel Capitolo 5. Il primo passo consiste nell'identificare il modello a due gradi di libertà utilizzando questa volta i dati provenienti dalle prove ad ampiezza di 20mm. Poiché quest'ultime arrivano solamente a 2Hz e contengono informazioni relative al solo primo modo di vibrare quando è invece necessario caratterizzare un modello a due gradi di libertà, si riducono i parametri da identificare ricavando il valore di alcuni di essi da altre semplici prove. La massa dell'archetto è così ottenuta da una semplice pesatura, mentre la rigidità della sospensione dell'archetto è ricavata da una prova statica.

Successivamente i dati ottenuti vengono utilizzati come soluzione di partenza per l'identificazione del sistema a tre gradi di libertà, questa volta però saranno utilizzati i dati provenienti dalle prove ad ampiezza di 1mm e nel campo di frequenze complementare a

quello utilizzato per identificare il modello a due gradi di libertà, ossia 2-20Hz. Anche in questo caso però, i dati sperimentali non forniscono informazioni sufficienti per identificare correttamente un sistema a tre gradi di libertà, infatti solamente il secondo e terzo modo di vibrare si manifestano in questo range di frequenze essendo il primo confinato al di sotto dei 2Hz. Perciò si è deciso di fissare i parametri relativi allo smorzamento e alla rigidità della sospensione primaria ai valori identificati grazie al modello a due gradi di libertà. Sono questi parametri che infatti influenzano maggiormente il primo modo di vibrare. Vengono inoltre mantenuti anche nel modello a tre gradi di libertà i parametri ottenuti dalla pesatura dell'archetto e dalla prova statica.

Tabella 3.3 mostra i risultati dell'identificazione con il modello a due gradi di libertà. I parametri identificati mostrano come la rigidità della sospensione primaria sia drasticamente diminuita da circa 1800N/m a 178N/m, mostrando in questo modo il significativo intervento del regolatore.

Tabella 3.3 - Set di parametri identificato dalle prove di ampiezza di 20mm con il modello a due gradi di libertà.

	Valori iniziali	Valori identificati
m3	7,75	7,75
k3	7000	7000
r3	30	271,09
m2	13	12,10
r2	150	108,40
k2	400	178,45

Osserviamo inizialmente i risultati dell'identificazione con il modello a due gradi di libertà, come si nota da Figura 3.10 e Figura 3.11, la FRF sperimentale è correttamente riprodotta dal modello.

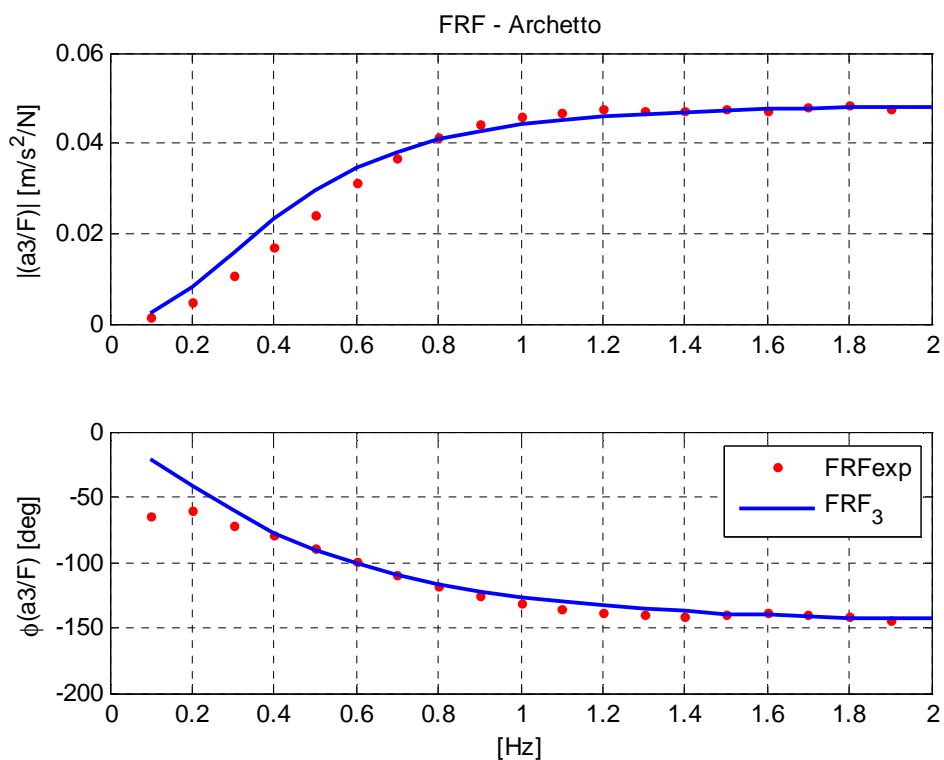


Figura 3.10: Identificazione della FRF dell'archetto con il modello a due gradi di libertà, prove di 20mm

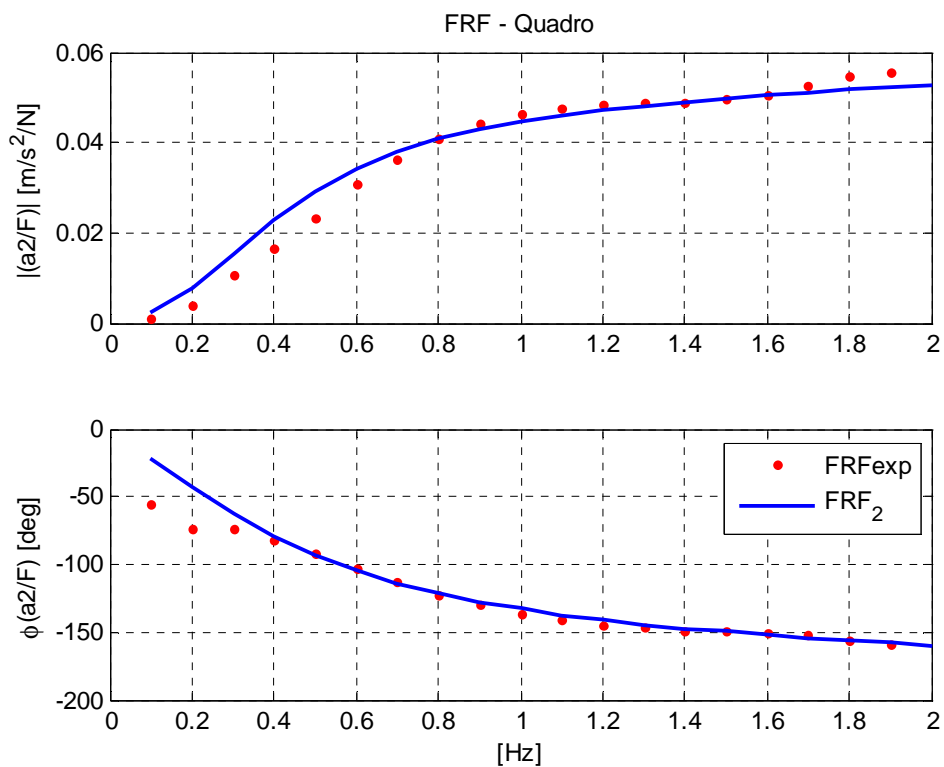


Figura 3.11: Identificazione FRF del quadro con il modello a due gradi di libertà, prove di 20mm

Il passaggio dei parametri al modello a tre gradi di libertà avviene come descritto per il metodo precedente (Par. 3.4.1). Questa volta, come detto, la rigidità e lo smorzamento della sospensione primaria, la massa dell'archetto e la rigidità della sospensione secondaria, non faranno parte del vettore delle incognite nella funzione residuo da minimizzare. I risultati della fase di identificazione condotta con il modello a tre gradi di libertà sono riportati nel paragrafo 3.4.3.

3.4.3 Confronto con risultati dell'identificazione di Deutsche Bahn

I risultati dell'identificazione condotta nel paragrafo 3.4.2 sono confrontati con quelli ottenuti dalle Ferrovie tedesche (DB). DB ha svolto prove simili a quelle condotte nel Dipartimento di Meccanica sul pantografo Faiveley CX. Il sistema di eccitazione consiste nell'imporre un moto ad un attuatore collegato all'archetto da un ulteriore livello di sospensione e da una barra, rappresentato nel modello di Figura 3.12, dove m_f è la massa della barra mentre k_f e r_f sono le caratteristiche del livello di sospensione a monte del quale vi è l'attuatore.

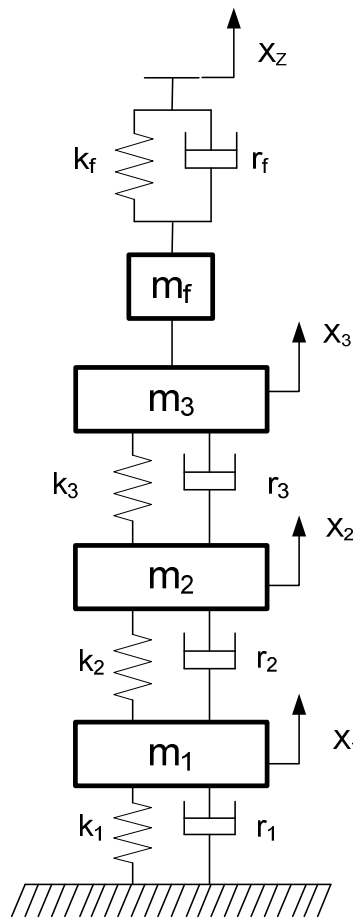


Figura 3.12: Modello utilizzato da DB

Le funzioni di trasferimento utilizzate da DB sono definite tra l'accelerazione dei gradi di libertà e lo spostamento imposto x_z , viene anche definita una funzione di trasferimento tra la forza di contatto a monte della massa della barra di attuazione e lo spostamento imposto. Le equazioni del sistema saranno quindi:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 + m_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_1 + r_2 & -r_2 & 0 & 0 \\ -r_2 & r_2 + r_3 & -r_3 & 0 \\ 0 & -r_3 & r_f + r_3 & -r_f \\ 0 & 0 & -r_f & r_f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_f + k_3 & -k_f \\ 0 & 0 & -k_f & k_f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

L'ampiezza dello spostamento imposto x_z è fatta variare in modo inversamente proporzionale alla frequenza partendo da circa 30mm a 0,2Hz. Perciò è possibile confrontare i parametri identificati da DB con quelli ottenuti con il secondo metodo di identificazione poiché le prove sperimentali in entrambi i casi ecciteranno il pantografo a basse frequenze con alte ampiezze e viceversa ad alte frequenze con basse ampiezze.

Per poter effettuare un confronto più completo con i parametri identificati da DB è utile considerare entrambe le funzioni di trasferimento sperimentali.

Riportiamo quindi un confronto tra i parametri ottenuti con questo metodo di identificazione e i parametri di DB. I parametri sono riferiti al modello a tre gradi di libertà senza rapporto di trasmissione descritto nel paragrafo 3.1.3.

Tabella 3.4 - Confronto tra i parametri di DB e quelli ottenuti con il secondo metodo di identificazione

	Valori iniziali: 2gdl	Valori identificati: 3gdl non vincolati	Valori identificati: 3gdl vincolati	Valori DB
m1	2,21	5,78	5,58	4,50
m2	3,63	9,43	8,78	6,27
m3	7,75	7,75	7,75	7,80
r1	108,39	108,39	108,39	54,20
r2	10,67	-15,25	0,09	0,00
r3	271,09	50,44	45,85	30,00
k1	178,45	178,45	178,45	62,30
k2	19611,17	15491,70	15487,59	8000,00
k3	7000,00	7000,00	7000,00	7000,00

Tabella 3.4 riporta i risultati con gli analoghi valori di DB. Confrontando inizialmente i parametri dell'identificazione non vincolata e vincolata notiamo che correttamente quest'ultima riporta ad un valor non negativo i parametri che la funzione di minimizzazione non vincolata aveva posto minori di zero, mentre i restanti vengono solo leggermente variati.

Passando ora ad un confronto con i valori ottenuti da DB notiamo come vi sia una maggior somiglianza con i parametri relativi al grado di libertà dell'archetto, mentre la differenza aumenta se si considerano i restanti due gradi di libertà. Possiamo inoltre osservare come i valori delle masse siano molto vicini, rigidezze e smorzamenti si differenziano in maniera più significativa.

I confronti con le prove sperimentali condotte nel Dipartimento di Meccanica sono mostrate in Figura 3.13, Figura 3.14, e Figura 3.15.

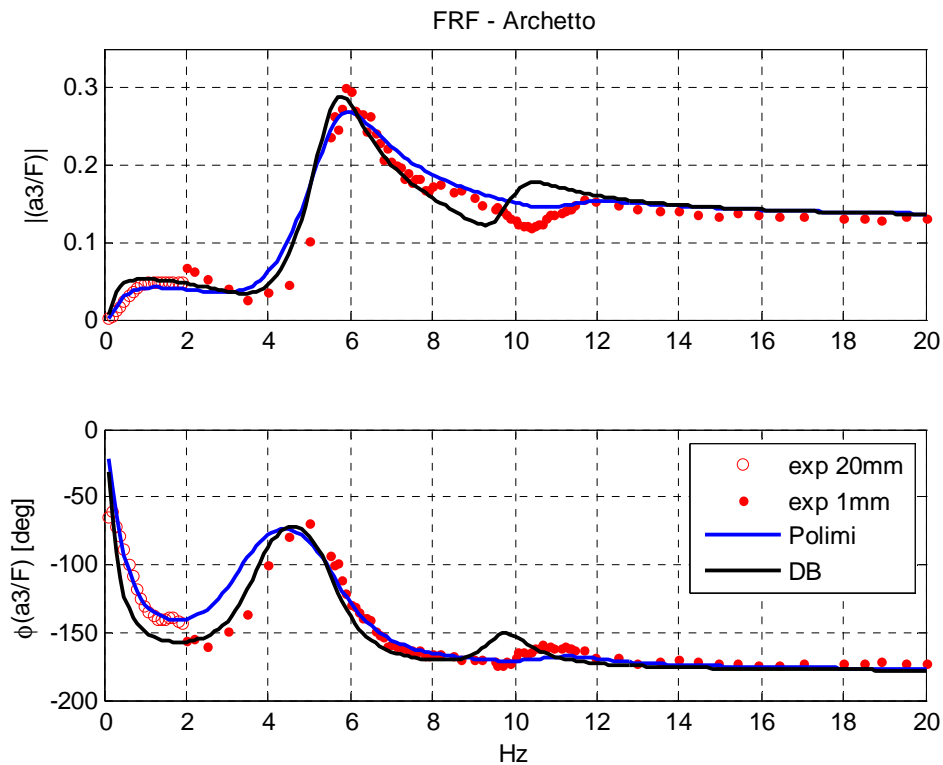


Figura 3.13: Prove Politecnico, FRF dell'accelerazione dell'archetto

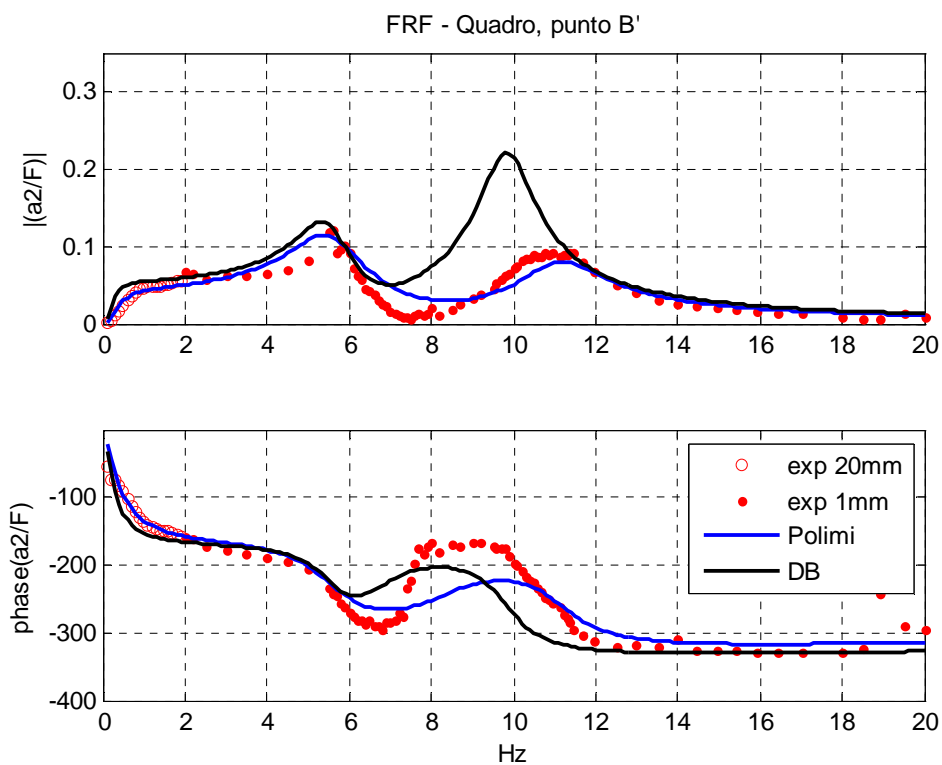


Figura 3.14: Prove Politecnico, FRF del grado di libertà associato al quadro considerando la flessibilità del quadrilatero superiore

Notiamo come i parametri identificati riescano a riprodurre meglio le FRF sperimentali rispetto ai parametri di DB per quanto riguarda la terza frequenza propria, mentre per le prime due le due soluzioni sono sostanzialmente equivalenti.

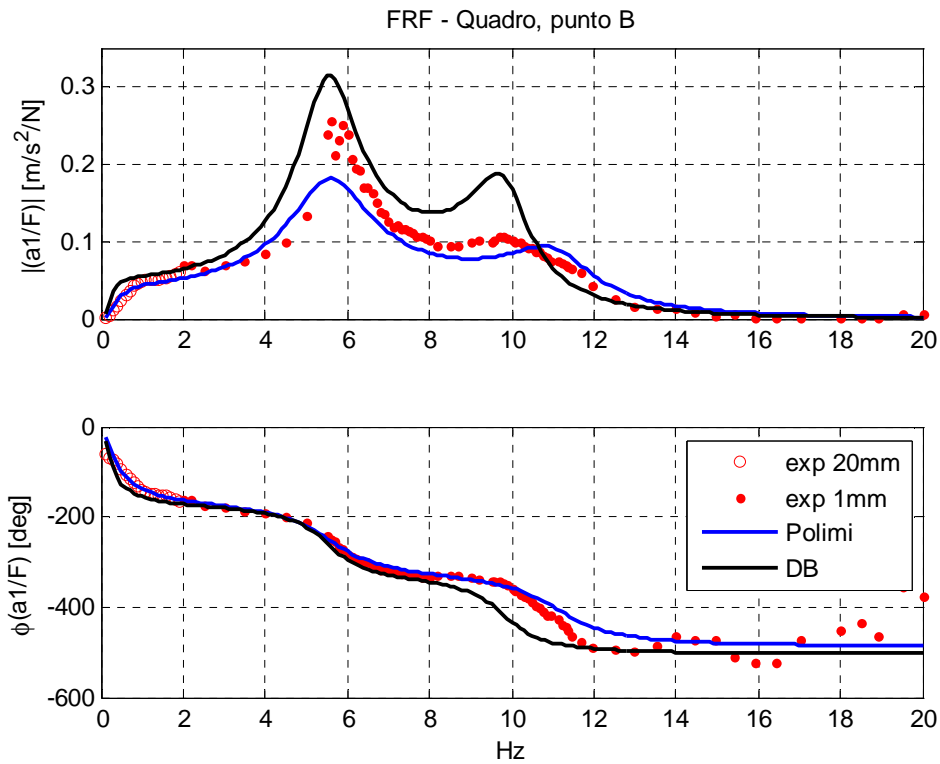


Figura 3.15: Prove Politecnico, FRF del grado di libertà associato al quadro considerando il quadrilatero superiore rigido

Passando al confronto sulla base delle FRF sperimentali ottenute da DB, mostrate in Figura 3.16, Figura 3.17, Figura 3.18, e Figura 3.19, si nota un sostanziale accordo tra i due set di parametri fino a circa 6Hz.

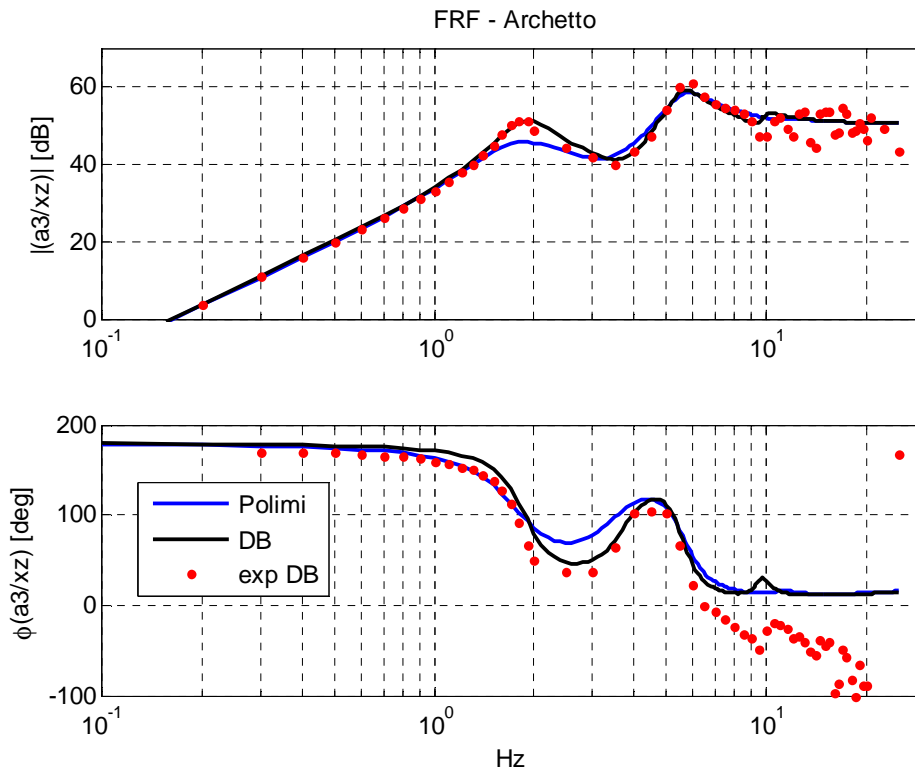


Figura 3.16: Prove DB, FRF del grado di libertà associato all'accelerazione dell'archetto

Mentre nell'intorno della terza frequenza propria la soluzione di DB è leggermente più vicina ai dati sperimentali.

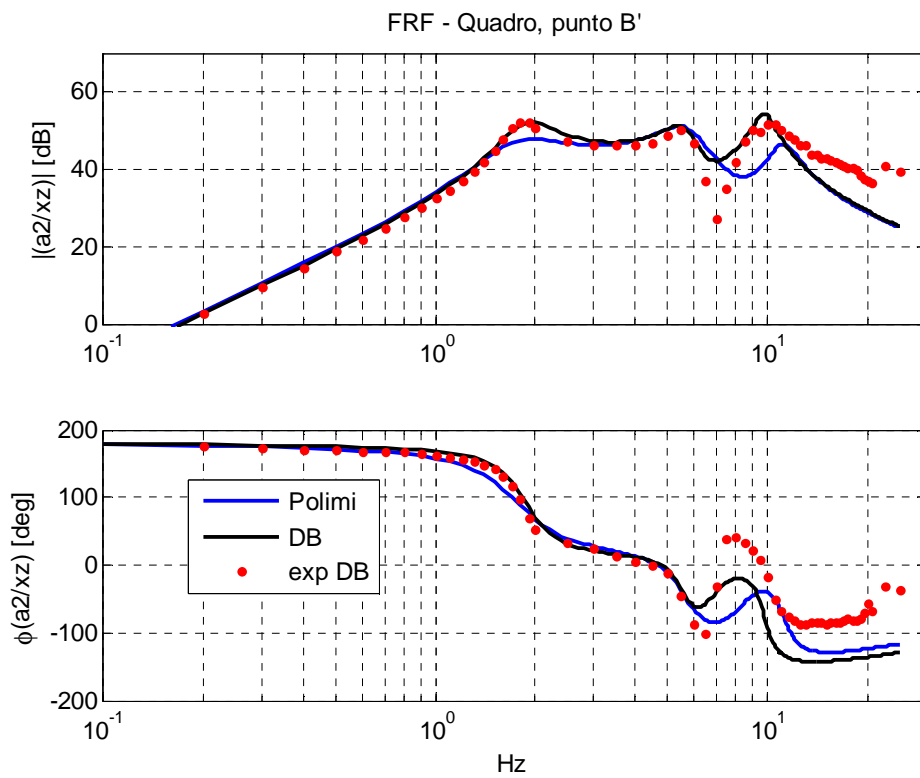


Figura 3.17: Prove DB, FRF del grado di libertà associato al quadro considerando la flessibilità del quadrilatero superiore

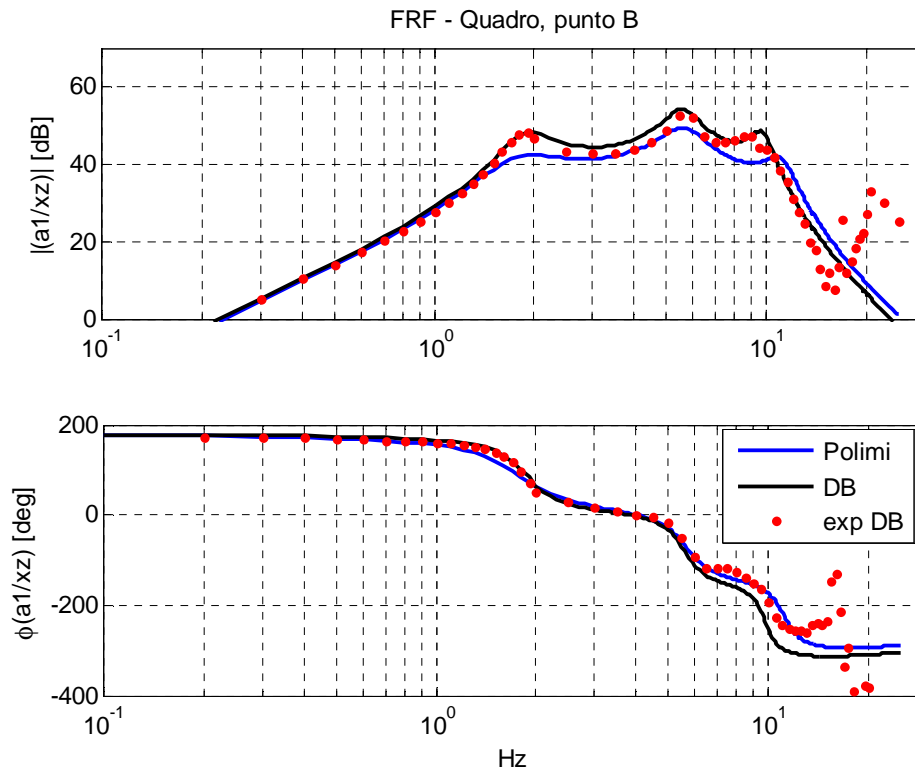


Figura 3.18: Prove DB, FRF del grado di libertà associato al quadro considerando rigido il quadrilatero superiore

Infine in Figura 3.19 è rappresentata la risposta in frequenza della forza misurata a monte della massa m_f (definita in Figura 3.12), alle basse frequenze le due soluzioni descrivono alternamente in maniera più accurata i dati sperimentali, mentre entrambe mostrano un picco non presente nei dati sperimentali nell'intorno dei 6Hz.

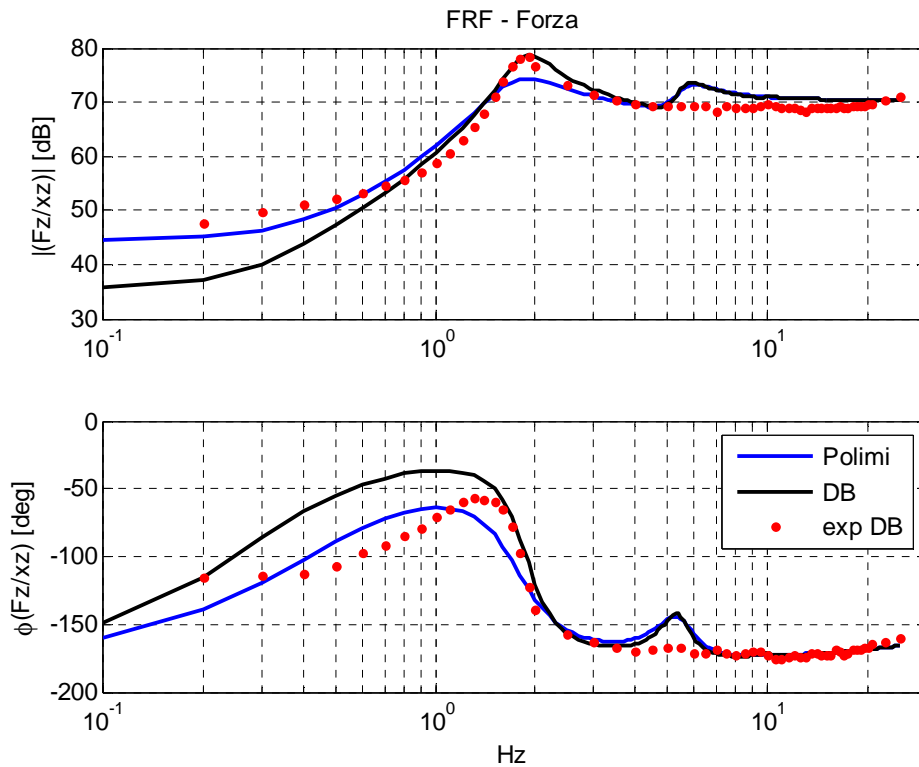


Figura 3.19: Prove DB, FRF del della forza trasmessa alla massa m_f

3.5 Identificazione dei parametri del pantografo Atr95

Come visto per il Faiveley CX, la scelta dei metodi di identificazione è basata sulle funzioni di risposta in frequenza sperimentali. Il paragrafo 2.4 mostra come l'Atr95 presenta forti non linearità dovute a fenomeni d'attrito oltre al consueto intervento del regolatore di pressione. Perciò per poter avere una visione completa della dinamica del pantografo è necessario utilizzare le FRF sperimentali che comprendano entrambe le non linearità, si è quindi scelto di utilizzare le prove ad ampiezza di 1mm e 5mm.

3.5.1 Identificazione da prove di ampiezza 1mm

Il metodo è l'analogo di quanto visto per il Faiveley CX nel paragrafo 3.4.1, anche per l'Atr95 si è ricorso ad un modello a due gradi di libertà per facilitare l'identificazione del set finale di parametri.

Iniziamo quindi mostrando i risultati dell'identificazione intermedia a due gradi di libertà.

Tabella 3.5 - Confronto tra i parametri identificati con tre soluzioni di partenza iniziali differenti, le masse sono in [kg], le rigidezze in [N/m] e gli smorzamenti in [Ns/m].

	valori iniziali	identificati	valori iniziali	identificati	valori iniziali	identificati
m_3	12,35	10,57	14,53	10,57	4,66	10,57
m_2	18,94	19,83	8,80	19,83	25,90	19,83
k_3	2660,51	8092,58	3959,37	8092,58	3390,64	8093,03
k_2	592,18	5612,80	136,95	5612,80	439,78	5612,06
r_3	12,81	68,95	48,54	68,95	67,55	68,94
r_2	131,22	192,53	0,68	192,53	53,63	192,53

I valori identificati sono riportati in Tabella 3.5, anche in questo caso vengono identificati gli stessi parametri partendo da soluzioni iniziali diverse. Visualizziamo quindi le FRF analitiche relative al modello a due gradi di libertà.

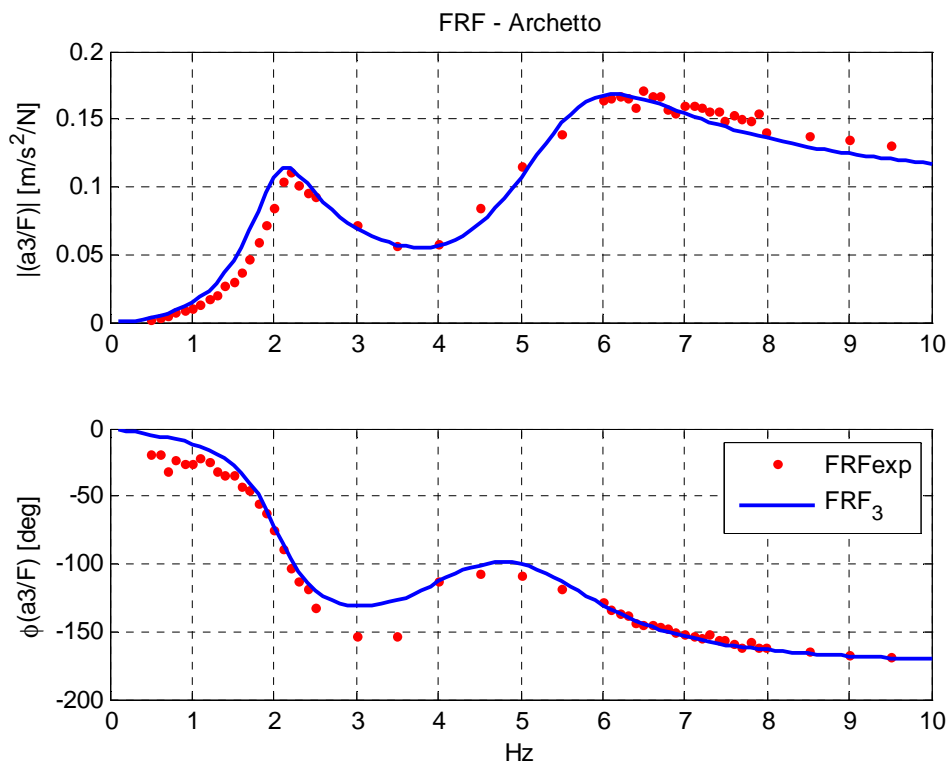


Figura 3.20: Identificazione FRF dell'archetto con il modello a due gradi di libertà

Figura 3.20 e Figura 3.21 mostrano come i parametri identificati riproducano in maniera efficace i dati sperimentali.

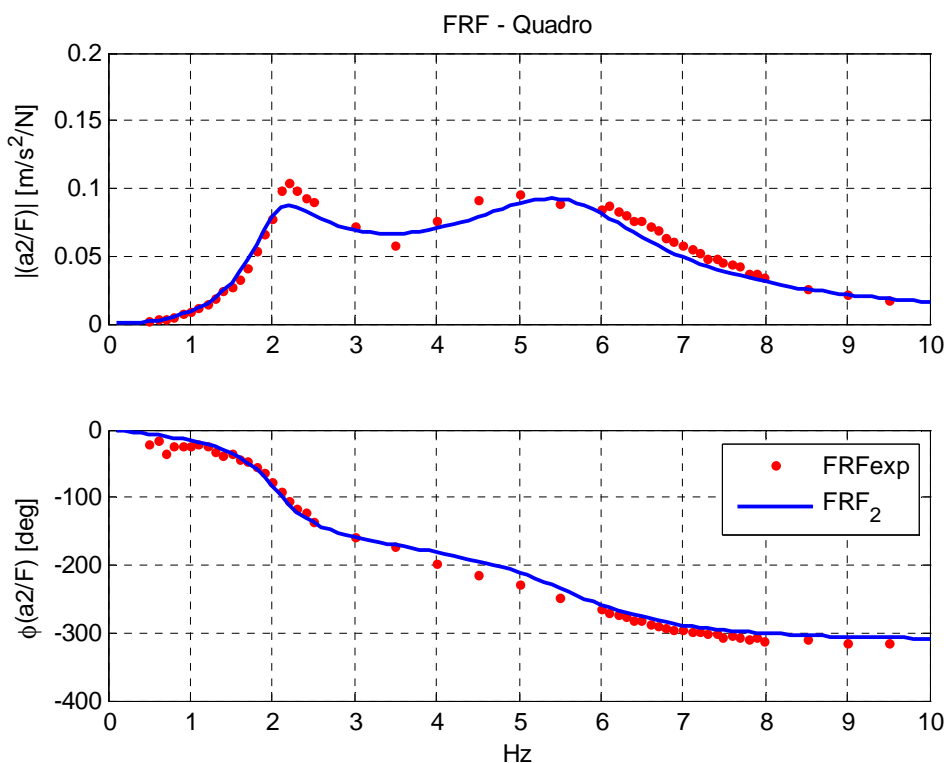


Figura 3.21: Identificazione FRF del quadro con il modello a due gradi di libertà

Passiamo ora alla fase successiva che porta a identificare i parametri del modello a tre gradi di libertà. La soluzione di partenza sarà data, come visto per il Faiveley CX, dal modello a due gradi di libertà. Osserviamo quindi la successione dei parametri ottenuti in Tabella 3.6.

Tabella 3.6 - Confronto tra i parametri iniziale e ottenuti dalle funzioni di minimizzazione senza vincoli e vincolata

	Valori iniziali: da 2gdl	Valori identificati Fase1: non vincolati	Valori identificati Fase2: vincolati
m_1	3,47	7,84	10,15
m_2	5,95	19,15	13,03
m_3	10,57	9,59	9,45
r_1	192,53	268,47	225,95
r_2	18,69	-108,72	0,01
r_3	68,94	87,25	87,67
k_1	5612,06	7270,94	7247,83
k_2	36698,92	30192,74	30273,49
k_3	8093,03	7909,93	7968,15

Anche per l'Atr95 come visto per il Faiveley CX nel paragrafo 3.4.2 l'identificazione non vincolata porta ad un valore negativo dello smorzamento relativo alla flessibilità del quadrilatero superiore. Figura 3.22, Figura 3.23 e Figura 3.24 mostrano il confronto tra i parametri identificati e le prove sperimentali.

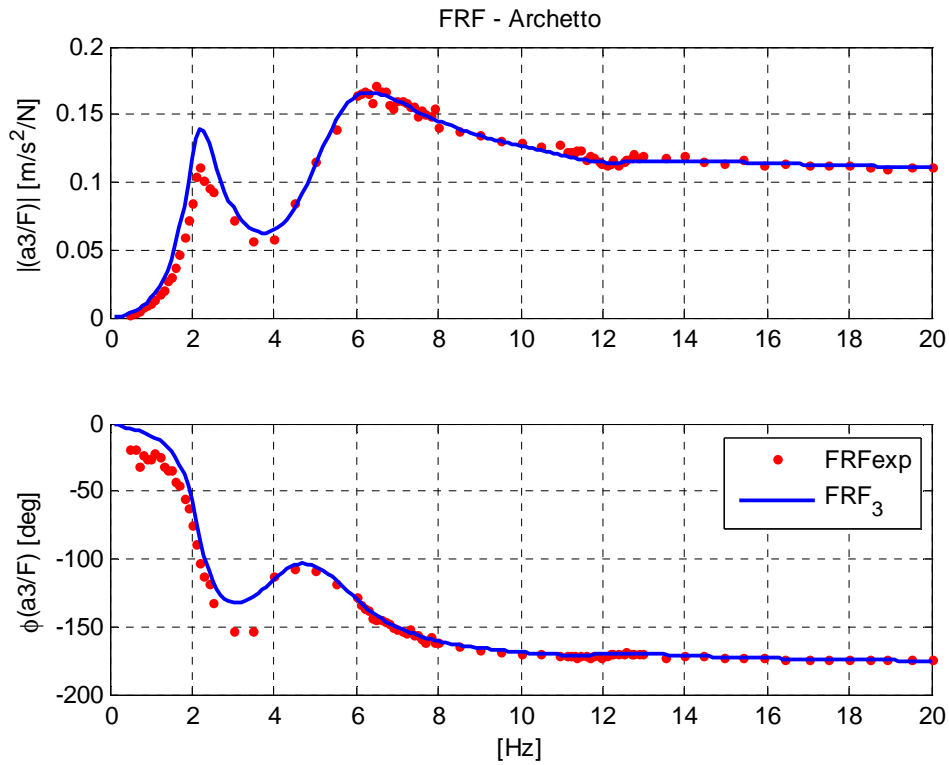


Figura 3.22: Identificazione della FRF dell'archetto con il modello a tre gradi di libertà

Notiamo come la FRF dell'archetto ottenuta dai parametri identificati sia molto vicina alla FRF sperimentale.

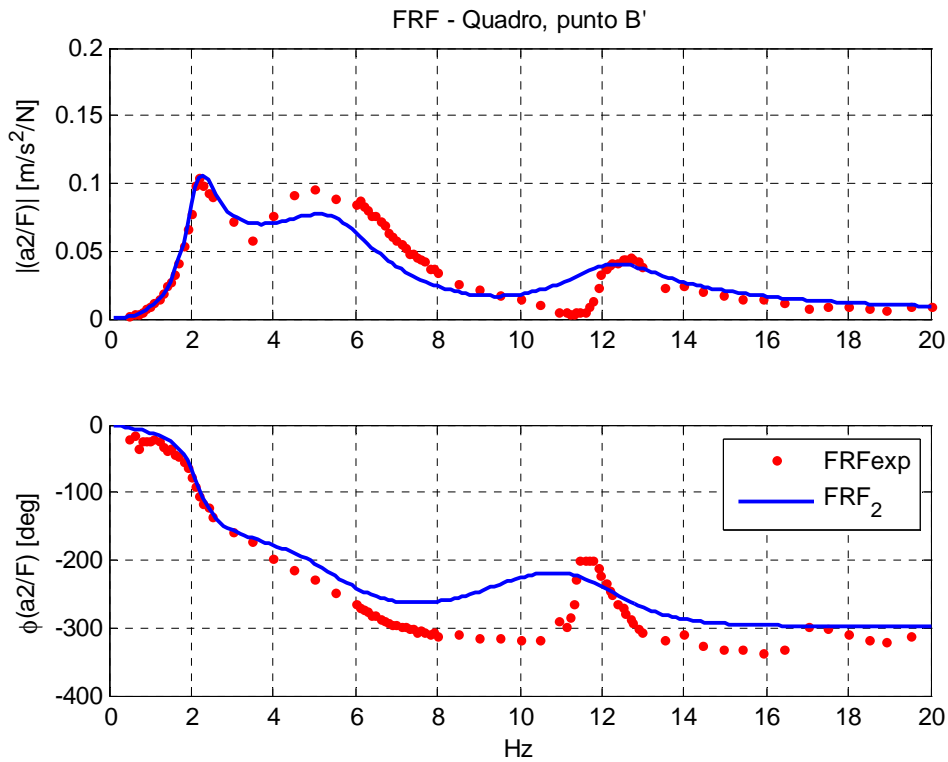


Figura 3.23: : Identificazione della FRF del grado di libertà associato al quadro considerando la flessibilità del quadrilatero superiore

Passando al grado di libertà relativo al moto flessibile del quadro, riportato in Figura 3.23, osserviamo come i parametri riproducano con meno precisione il terzo picco di risonanza rispetto ai primi due. Questa tendenza è evidenziata anche in Figura 3.24 considerando il moto rigido del quadro.

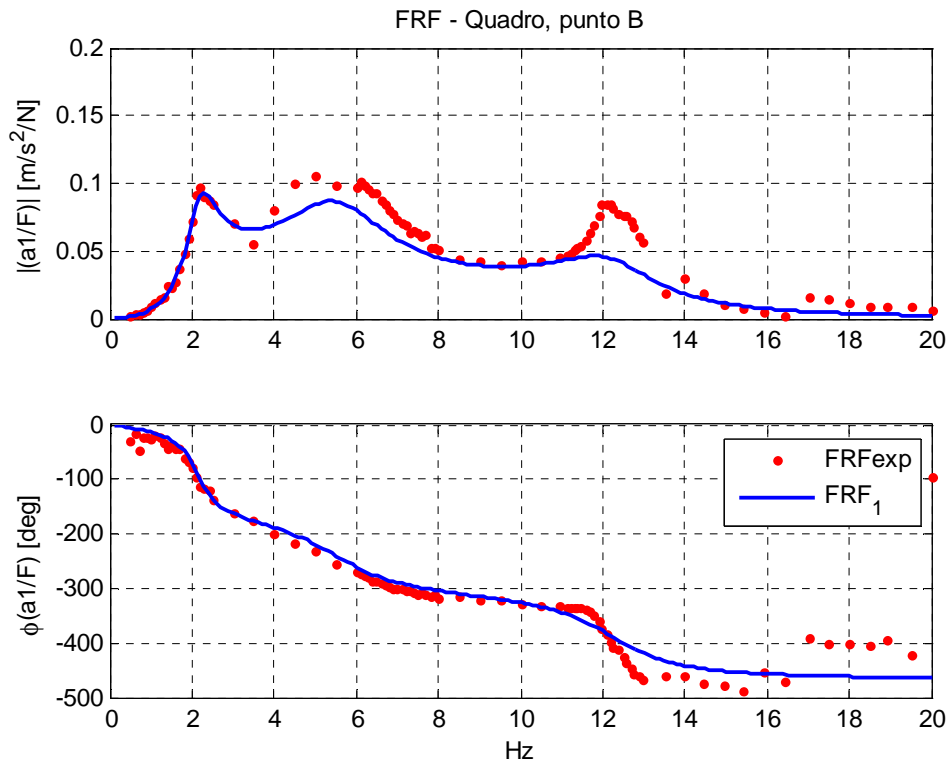


Figura 3.24: : Identificazione della FRF del grado di libertà associato al quadro considerando rigido il quadrilatero superiore

3.5.2 Identificazione da prove di ampiezza 5mm

Il metodo di identificazione riguardante le prove a 5mm porterà ad un set di parametri che descrivono un sistema meccanico in cui vi è l'intervento del regolatore di pressione e le non linearità dovute all'attrito sono meno marcate. Poiché le prove a quest'ampiezza coprono un range di frequenze limitato ai primi due modi di vibrare è necessario utilizzare un modello a due gradi di libertà. Il procedimento è quindi analogo a quanto visto nel paragrafo 3.5.1 per il modello a due gradi di libertà.

Tabella 3.7 - Confronto tra i parametri identificati con tre soluzioni di partenza iniziali differenti, le masse sono in [kg], le rigidità in [N/m] e gli smorzamenti in [Ns/m].

	valori iniziali	identificati		valori iniziali	identificati		valori iniziali	identificati
m_3	8,66	9,59		8,03	9,59		8,72	9,58
m_2	16,63	17,89		12,66	17,89		14,09	17,99
k_3	3871,83	5103,90		2660,35	5103,90		1569,04	5111,55
k_2	163,14	1113,26		412,85	1113,26		485,88	1099,17
r_3	33,30	20,18		28,55	20,18		38,27	20,54
r_2	142,65	100,66		143,15	100,66		149,80	99,40

I risultati dell'identificazione sono mostrati in Tabella 3.7, confrontandoli con quelli ottenuti dalle prove ad 1mm mostrati in Tabella 3.6 come i parametri di smorzamenti siano minori per l'ampiezza di 5mm. Lo smorzamento della sospensione secondaria passa infatti da un valore di circa 90Ns/m ad un valore di circa 20Ns/m, mentre l'analogo della sospensione primaria passa da 225Ns/m a circa 100Ns/m. Le masse rimangono sostanzialmente invariate mentre il cambiamento più significativo si ha per la rigidità della sospensione primaria, infatti per l'intervento del regolatore per le ampiezze di 5mm si riduce passando da circa 7000N/m a circa 1000N/m.

Confrontiamo ora le FRF ottenute in Figura 3.25 e Figura 3.26.

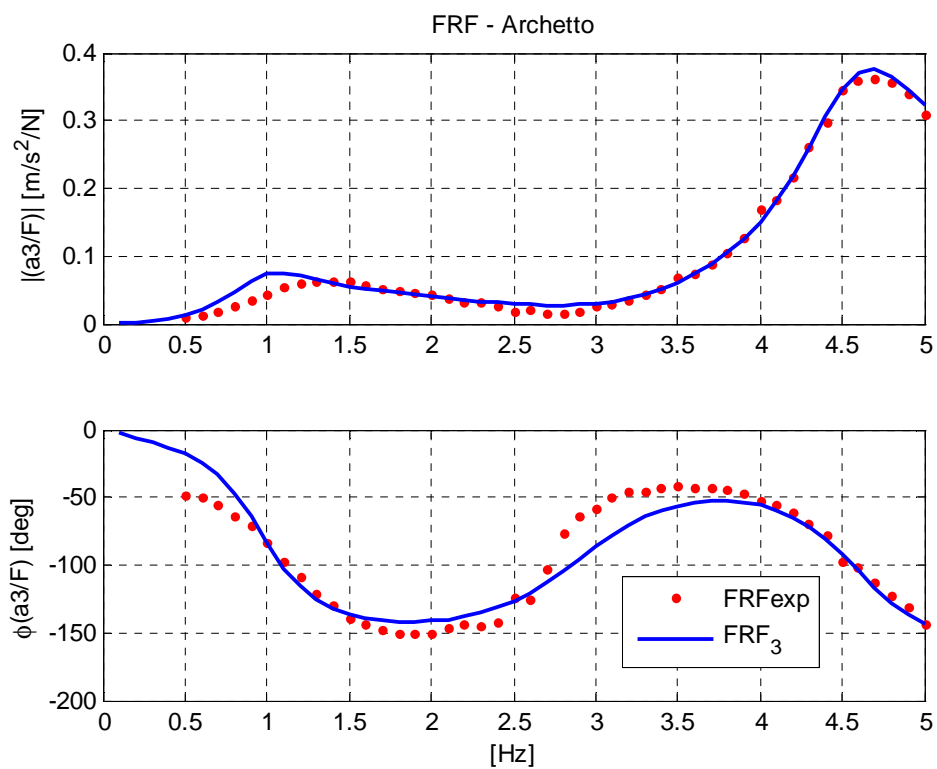


Figura 3.25: Identificazione FRF dell'archetto con il modello a due gradi di libertà, prove di ampiezza 5mm

Le FRF analitiche seguono bene l'andamento delle FRF sperimentali non presentando punti in cui si discostano significativamente.

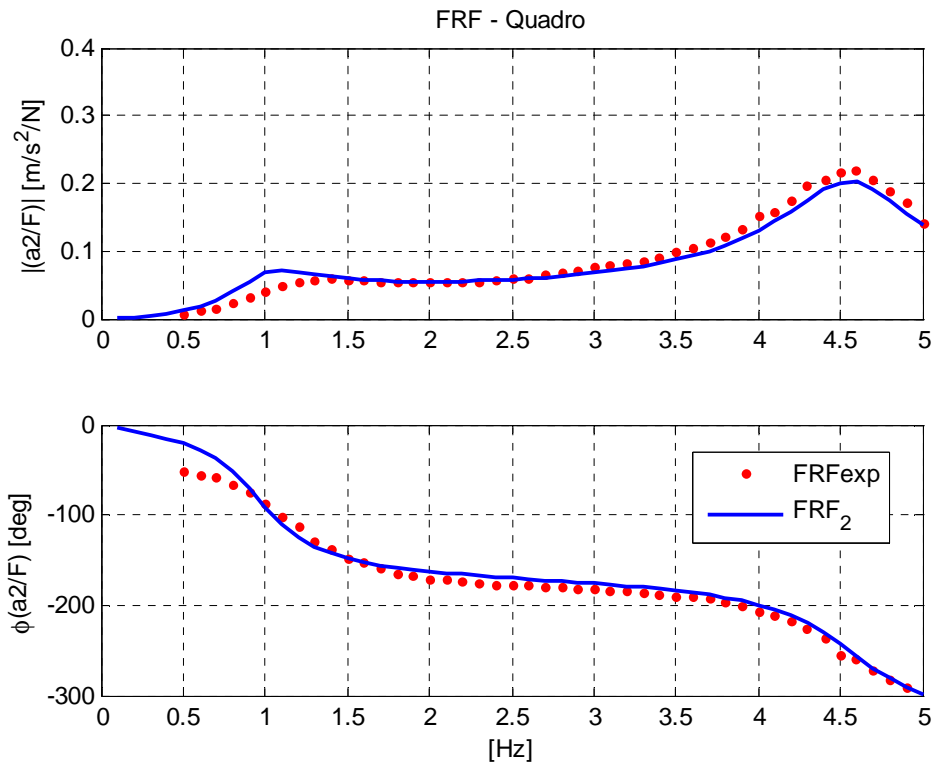


Figura 3.26: Identificazione FRF del quadro con il modello a due gradi di libertà, prove di ampiezza 5mm

3.5.3 Identificazione da prove di ampiezza 5mm con il filtro nel dominio delle frequenze

A titolo di esempio dell'applicazione del filtro nel dominio delle frequenze esposto nel paragrafo 3.3 si riportano i risultati ottenuti per l'identificazioni dei parametri dalle prove di ampiezza 5mm effettuate sull'Atr95. Analogamente a quanto visto nel 3.5.2 si è utilizzato il modello a due gradi di libertà di Figura 3.1 dato il limitato campo di frequenze coperto dalle prove sperimentali. Riportiamo inizialmente i parametri ottenuti in Tabella 3.8 con lo scopo di confrontarli con quelli ottenuti nel paragrafo 3.5.2 tramite la minimizzazione del residuo.

Tabella 3.8 - Confronto tra l'identificazione con il filtro nel dominio delle frequenze (FFD) e il metodo di minimizzazione del residuo.

	FFD	Min. residuo
m3	11,30	9,59
m2	18,32	17,89
k3	5505,70	5103,90
k2	1139,30	1113,26
r3	5,15	20,18
r2	147,79	100,66

Dal confronto non emergono differenze significative, i parametri di smorzamento sono quelli che si discostano maggiormente. Per una visione più completa si riportano in Figura 3.27 e Figura 3.28 le FRF determinate dai parametri di Tabella 3.8 unitamente alle prove sperimentali utilizzate per l'identificazione.

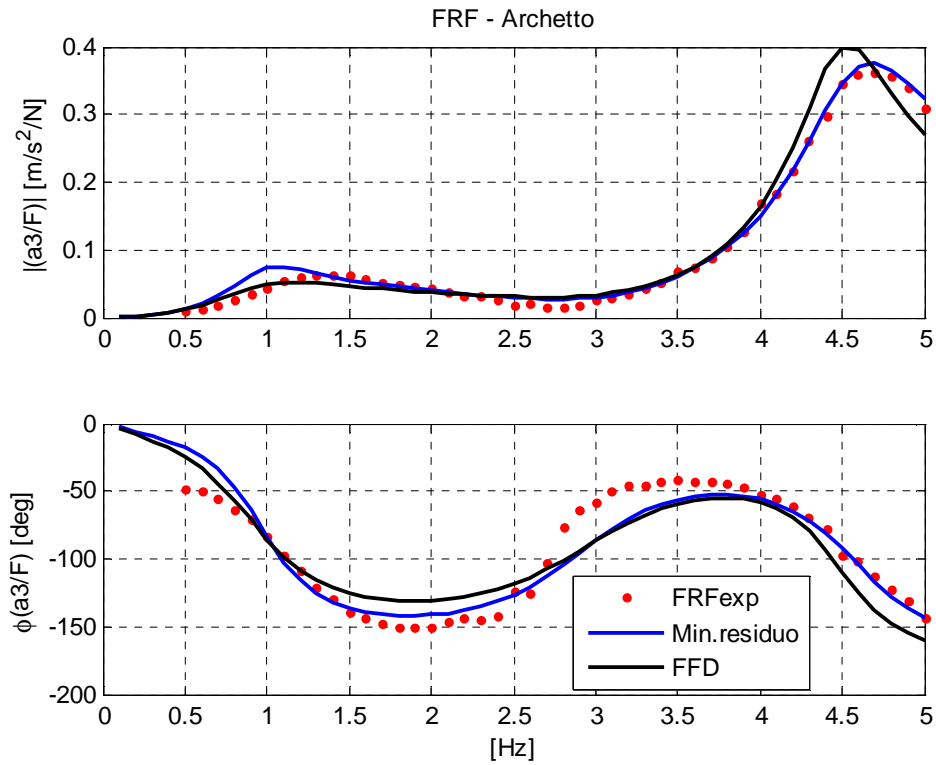


Figura 3.27: Confronto tra FFD e minimizzazione del residuo, FRF archetto prove di ampiezza 5mm

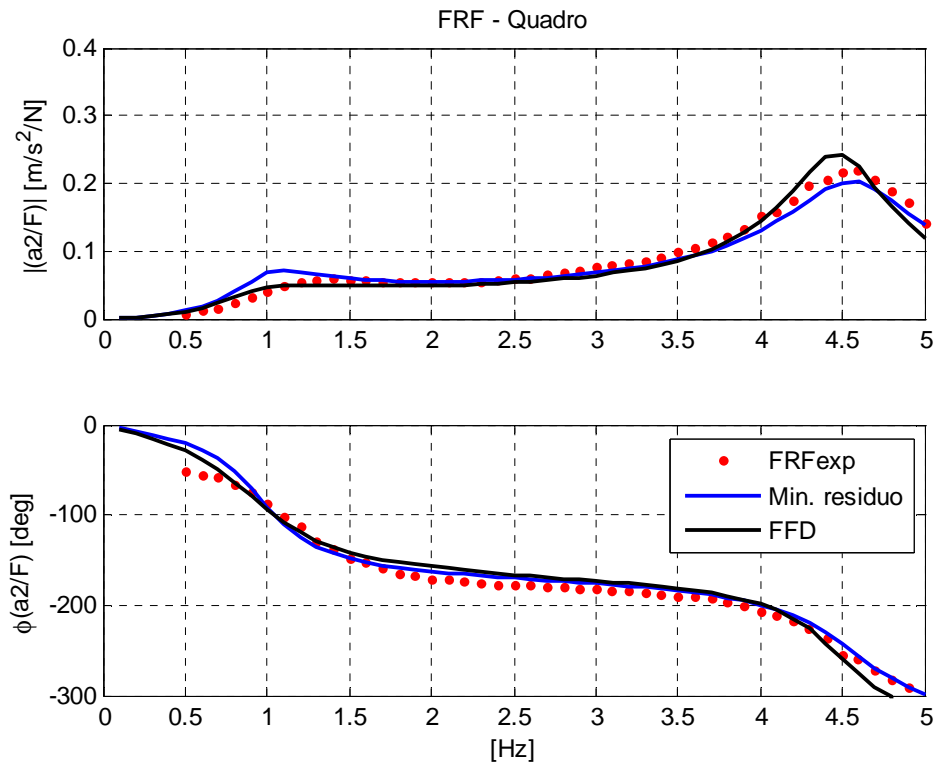


Figura 3.28: Confronto tra FFD e minimizzazione del residuo, FRF quadro, prove di ampiezza 5mm

Il confronto delle FRF mostra come entrambe le soluzioni siano molto vicine alle prove sperimentali. I parametri ottenuti tramite FFD riproducono meglio il primo picco di risonanza grazie ad un maggior smorzamento relativo alla sospensione primaria, viceversa i parametri ottenuti dalla minimizzazione del residuo sono in grado di seguire meglio il secondo picco di risonanza grazie ad un maggior smorzamento della sospensione secondaria.

Il filtro nel dominio delle frequenze ha mostrato di poter ottenere risultati validi quanto quelli ottenuti dalla minimizzazione del residuo, d'altra parte ha però richiesto, per la convergenza dei parametri, uno sforzo significativo per la determinazione del valore iniziale della matrice di covarianza dei parametri \mathbf{P} definita in eq. (3.9) oltre che alla matrice dei pesi sui gradi di libertà \mathbf{W} . Perciò al filtro in frequenza è stato preferito il più efficace metodo di minimizzazione del residuo.

3.6 Considerazioni conclusive sull'identificazione dei parametri

I metodi di identificazione presentati in questo capitolo sono stati definiti sulla base dei risultati delle prove sperimentali, queste hanno infatti il ruolo fondamentale di fornire informazioni sul comportamento del pantografo. L'identificazione perciò per essere efficace deve essere in grado di sintetizzare le informazioni contenute nelle prove sperimentali per poter descrivere in maniera completa la dinamica del pantografo nelle simulazioni numeriche. L'obiettivo finale è infatti implementare un modello matematico che nelle simulazioni numeriche rispecchi nel modo più completo possibile la dinamica reale del pantografo.

I due pantografi presi in considerazione in questo lavoro, il Faiveley CX e l'Atr95, sono un buon esempio di come i metodi di identificazione hanno dovuto adattarsi alle diverse problematiche presentate dai pantografi, non solo in termini di scelta delle ampiezze da identificare, come visto nei paragrafi 3.4 e 3.5, ma anche in termini di definizione del modello per le simulazioni numeriche. Infatti, per quanto riguarda la simulazione numerica, se per il Faiveley CX è sufficiente un unico set di parametri definito nel paragrafo 3.4.2, in grado di descrivere tutte le non linearità, per quanto riguarda l'Atr95 bisogna far riferimento a più set relativi ad ampiezze differenti. In questo lavoro si è scelto di utilizzare le simulazioni numeriche per approfondire lo studio della dinamica del Faiveley CX analizzando il moto di rollio della testa, mentre una possibile soluzione alla sintesi dei set di parametri relativi all'Atr95 è stata introdotta nel lavoro [Rif. (5)] dove un elemento ad attrito Coulombiano permette di gestire la variazione dei parametri di rigidità e smorzamento nel dominio del tempo.

In conclusione il capitolo appena affrontato ha avuto un'impronta generica con l'obiettivo di consolidare dei metodi di identificazione che però, per definire un modello adeguato alla simulazione numerica, potranno eventualmente richiedere successive operazioni di adattamento alle particolari problematiche che il singolo pantografo presenta.

Capitolo 4

Analisi del moto di rollio della testa del pantografo

In questo capitolo si è scelto di approfondire l'analisi del pantografo Faiveley CX con l'obiettivo di studiare come la poligonazione della catenaria influisca la dinamica della captazione della corrente. Le prove ad eccitazione decentrata hanno indicato una forte variabilità della risposta in frequenza del pantografo in funzione del punto di applicazione dell'eccitazione sull'archetto. È quindi presumibile che l'effetto di decentramento dell'eccitazione, variabile con la poligonazione, giochi un ruolo importante nella dinamica del sistema pantografo-catenaria. Infine dopo un ulteriore processo di identificazione si è cercato di sintetizzare i parametri ottenuti legando la loro variazione alla distanza di decentramento del punto di forzamento dell'archetto.

4.1 Prove ad eccitazione decentrata

Il primo passo nell'indagine del moto di rollio dell'archetto consiste nello svolgimento di prove imponendo il moto armonico ad un punto decentrato rispetto alla mezzeria dell'archetto. Le prove sono state inizialmente effettuate ad un decentramento pari all'ampiezza di poligonazione della catenaria ossia 200mm, successivamente data la significativa differenza con le prove ad eccitazione centrata si è deciso di condurre delle prove ad un decentramento intermedio, 100mm. Le ampiezze di prova considerate, in vista di una definizione di un set di parametri che tenga conto dell'effetto del regolatore di pressione, sono 1mm e 20mm.

Osserviamo quindi i risultati delle prove introducendo una nuova funzione di risposta in frequenza relativa al rollio, ossia la semidifferenza tra le accelerazioni misurate dai due accelerometri laterali dell'archetto (Figura 2.4) che chiameremo Δa_3 .

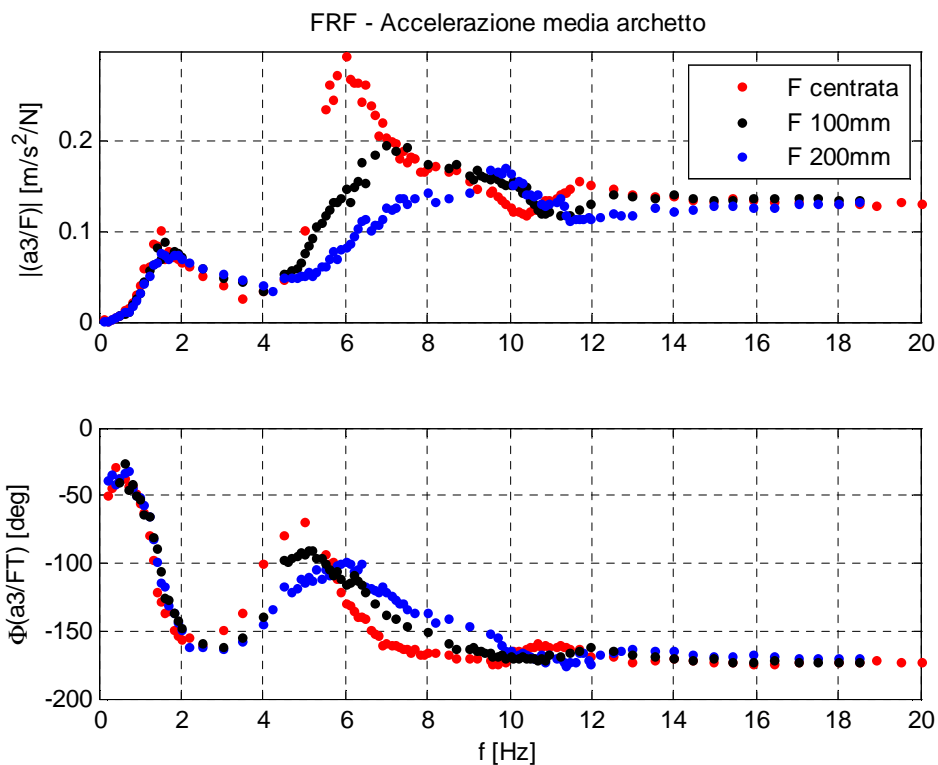


Figura 4.1: Funzione di risposta in frequenza tra accelerazione media dell'archetto e forza

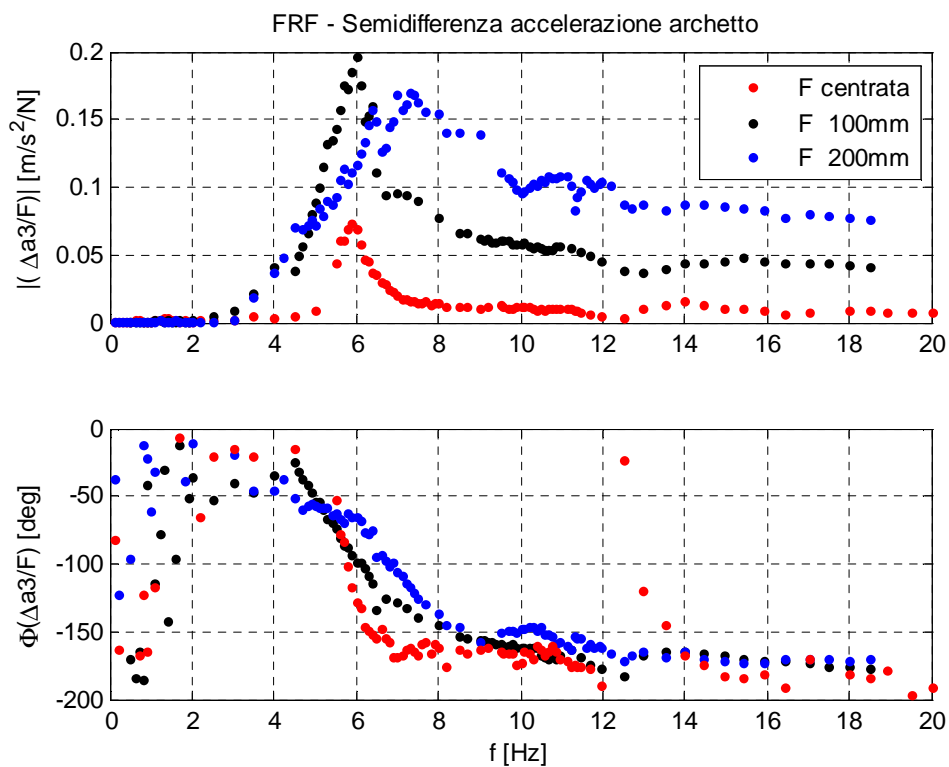


Figura 4.2: Funzione di risposta in frequenza tra semidifferenza dell'accelerazione dell'archetto e forza

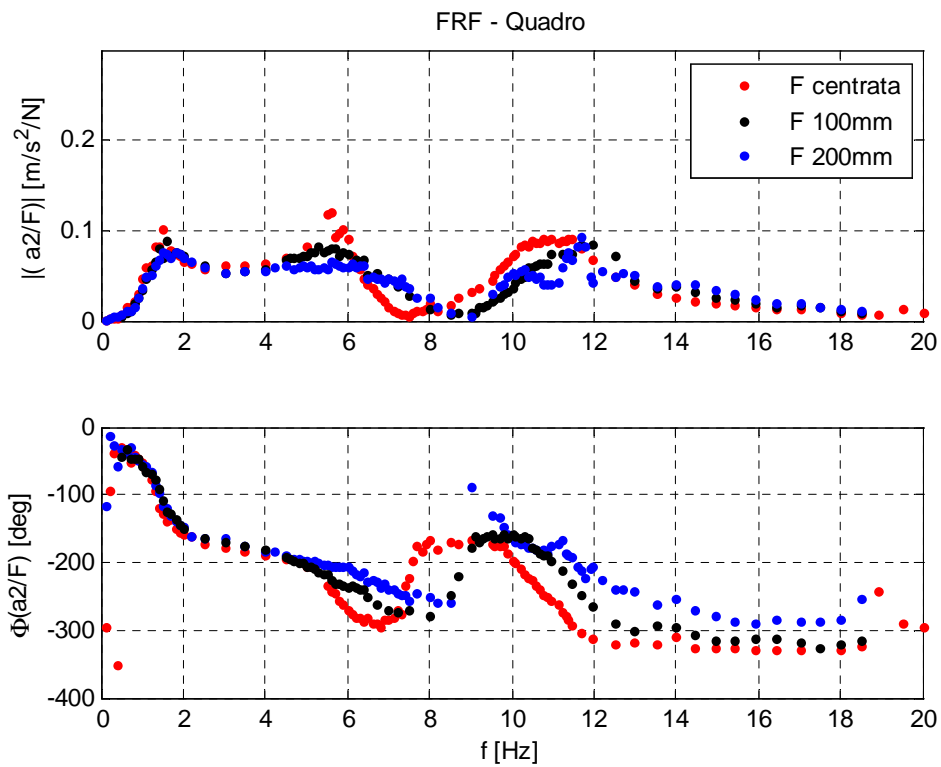


Figura 4.3: Funzione di risposta in frequenza tra accelerazione del quadro e forza

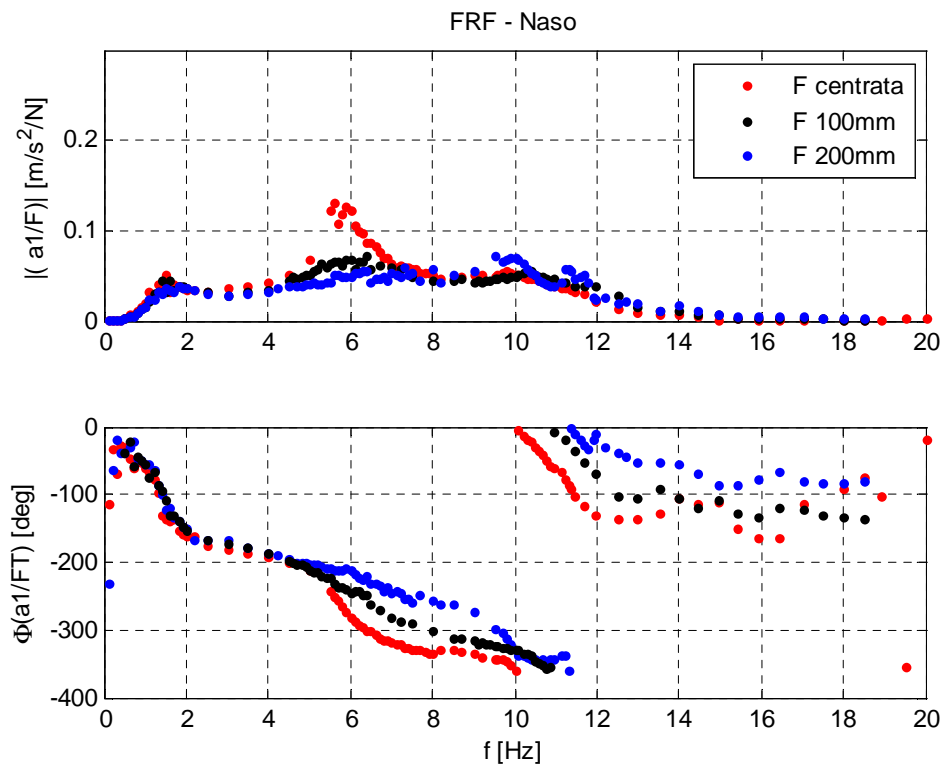


Figura 4.4: Funzione di risposta in frequenza tra accelerazione del naso e forza

Analizziamo inizialmente le funzioni di risposta in frequenza sperimentali relative ai gradi di libertà di traslazione. Il primo picco di risonanza è sostanzialmente immutato, mentre l'ampiezza del secondo picco di risonanza mostra una diminuzione significativa oltre che ad una diminuzione della pendenza della fase in prossimità della seconda frequenza propria, indici entrambi di un incremento dello smorzamento associato al modo di vibrare. Infine per le alte frequenze abbiamo un comportamento invariato per l'archetto mentre per naso e quadro notiamo cambiamenti più significativi dovuti a modi flessibili delle aste dei quadrilateri del pantografo che non sono eccitati nelle prove centrate. Il grado di libertà Δa_3 relativo al rollio della testa mostra nel passaggio da forza centrata alla forza decentrata di 100mm un aumento in tutto il campo delle frequenze poiché aumenta la componente Lagrangiana della forza secondo il moto di rollio, nel caso di prova centrata la presenza di una risposta non nulla è dovuta agli inevitabili errori di centramento e alla non perfetta simmetria delle caratteristiche tra la parte destra e sinistra del pantografo. Infine il passaggio della fase per -90° in risonanza avviene con una pendenza minore. Le prove con eccitazione decentrata di 200mm mostrano sempre un aumento della risposta coerente con l'aumento della componente Lagrangiana della forza nella zona sismica, ma il picco di risonanza ha un'ampiezza paragonabile all'analogo del 100mm, mentre il passaggio della fase per -90° in risonanza avviene con una pendenza molto ridotta rispetto alla prova con decentramento di 100mm. Queste considerazioni portano a individuare come principale responsabile di questi cambiamenti un aumento dello smorzamento della sospensione secondaria, che come visto nei modi di vibrare (Par. 2.3), influenza l'aspetto del secondo picco di risonanza. L'aumento dello smorzamento può essere attribuito alla nascita di ulteriori attriti tra parti scorrevoli all'interno della sospensione a causa della posizione inclinata che l'archetto assume in condizioni di carico decentrato.

Le funzioni di risposta in frequenza sperimentali relative all'ampiezza di 20mm sono immutate rispetto al caso centrato, ne riportiamo solo l'accelerazione media dell'archetto e la semidifferenza, che mostra come il rollio dell'archetto è praticamente nullo.

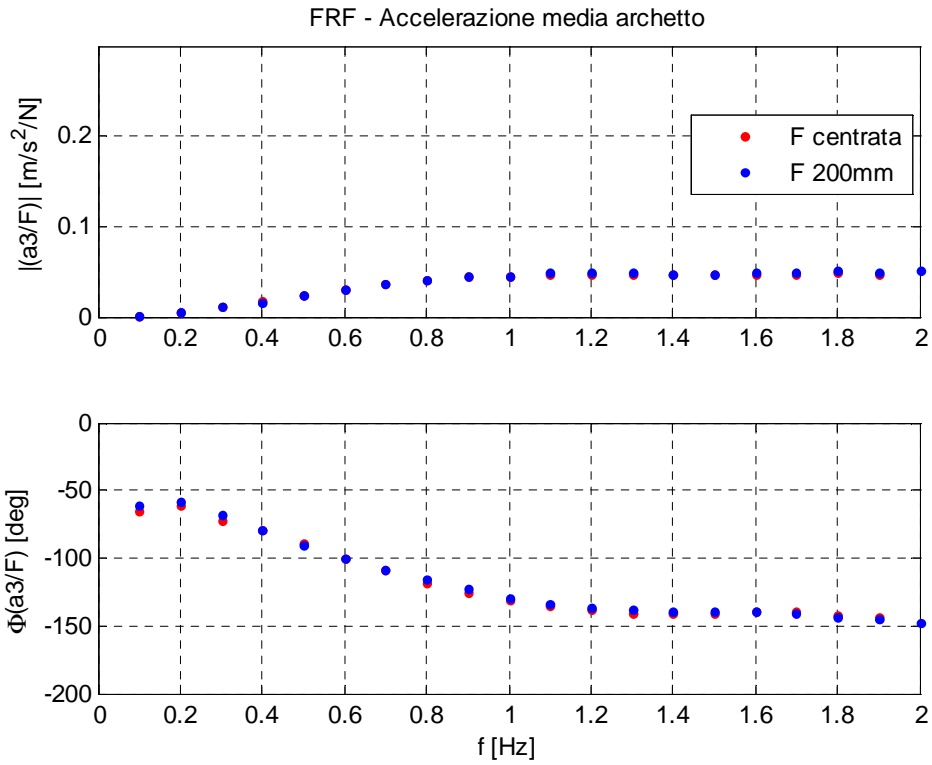


Figura 4.5: Funzione di risposta in frequenza tra accelerazione media dell'archetto e forza, ampiezza 20mm

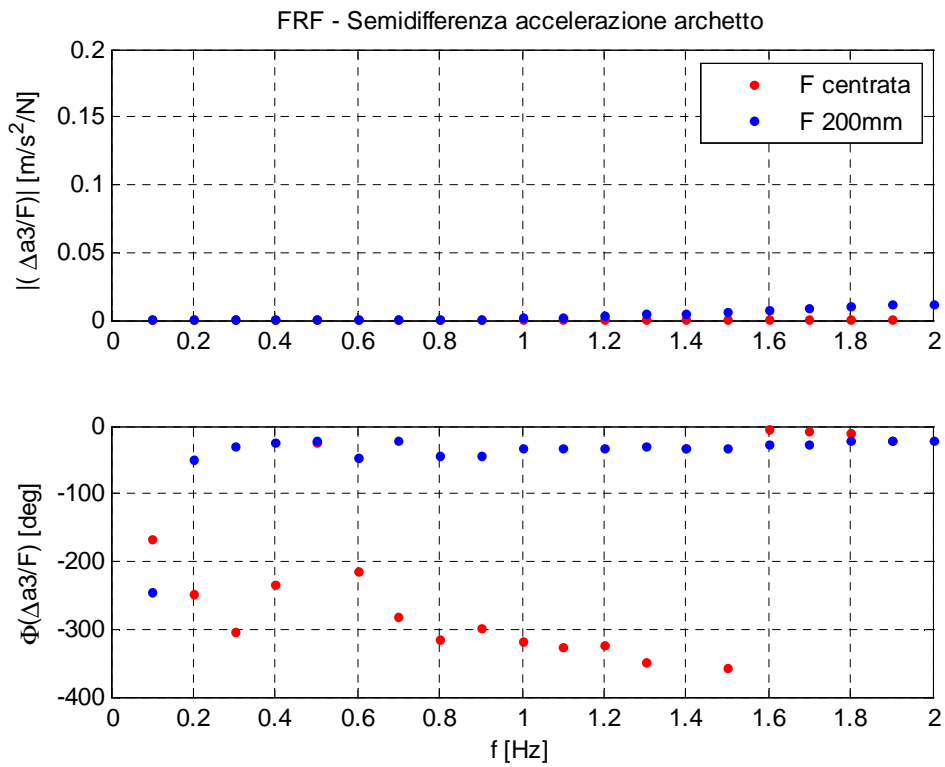


Figura 4.6: Funzione di risposta in frequenza tra semidifferenza dell'accelerazione dell'archetto e forza, ampiezza 20mm

4.2 Modello a quattro gradi di libertà

Per poter descrivere la dinamica relativa alle prove decentrate si è definito un nuovo modello aggiungendo il rollio dell'archetto al modello a 3 gradi di libertà senza rapporto di trasmissione (Par. 3.1.2).

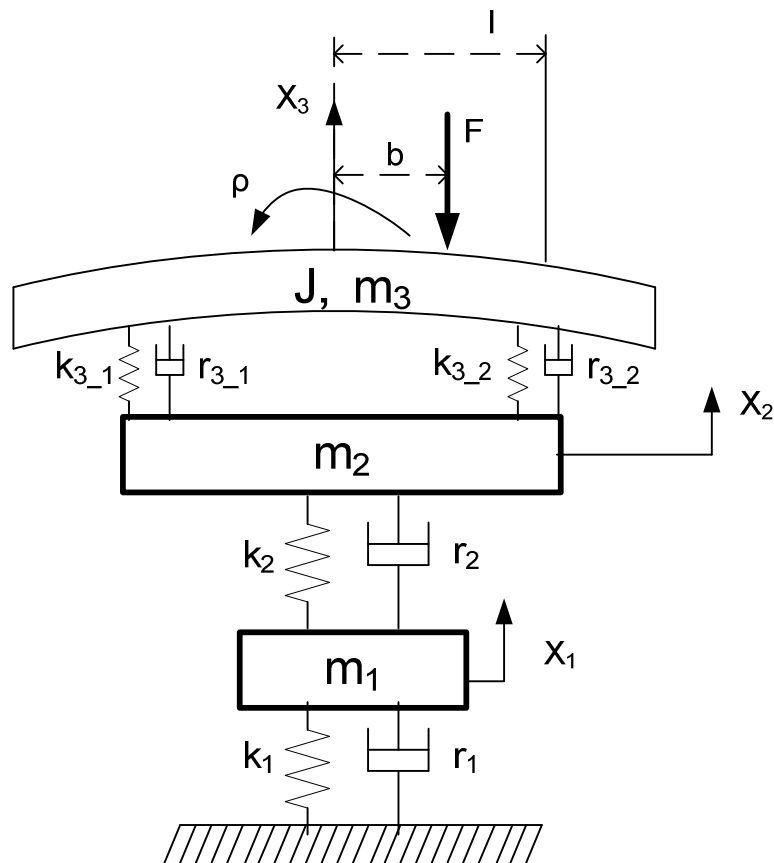


Figura 4.7: Modello a quattro gradi di libertà

I gradi di libertà del modello sono quindi: spostamento verticali di archetto x_3 , spostamento verticale del quadro con quadrilatero superiore rigido x_1 e con quadrilatero superiore flessibile x_2 , e rollio dell'archetto ρ .

Le equazione del sistema saranno quindi:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} m_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_3 \\ \dot{\rho} \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_1 \end{bmatrix} + \\
& \begin{bmatrix} r_{3,1} + r_{3,2} & l(r_{3,2} - r_{3,1}) & -r_{3,1} - r_{3,2} & 0 \\ l(r_{3,1} - r_{3,2}) & l^2(r_{3,1} + r_{3,2}) & l(r_{3,1} - r_{3,2}) & 0 \\ -r_{3,1} - r_{3,2} & l(r_{3,1} - r_{3,2}) & r_2 + r_{3,1} + r_{3,2} & -r_2 \\ 0 & 0 & -r_2 & r_1 + r_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{\rho} \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_1 \end{bmatrix} + \\
& \begin{bmatrix} k_{3,1} + k_{3,2} & l(k_{3,2} - k_{3,1}) & -k_{3,1} - k_{3,2} & 0 \\ l(k_{3,1} - k_{3,2}) & l^2(k_{3,1} + k_{3,2}) & l(k_{3,1} - k_{3,2}) & 0 \\ -k_{3,1} - k_{3,2} & l(k_{3,1} - k_{3,2}) & k_2 + k_{3,1} + k_{3,2} & -k_2 \\ 0 & 0 & -k_2 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_3 \\ \rho \\ x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -b \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot F
\end{aligned} \tag{4.18}$$

4.3 Identificazione dei parametri del moto di rollio

Il processo di identificazione relativo al rollio ha il compito di definire i valori dei parametri introdotti dal modello a quattro gradi di libertà, ossia il momento d'inerzia dell'archetto J e le rigidezze e gli smorzamenti della sospensione secondaria. Questo processo d'identificazione è però stato guidato dall'osservazione delle funzioni di risposta in frequenza sperimentali delle prove decentrate. Come già accennato nel Par. 4.1, si è attribuita la variazione della risposta all'aumento dello smorzamento della sospensione secondaria, perciò si sono identificati solo i parametri di smorzamento $r_{3,2}$ e $r_{3,1}$ oltre al momento d'inerzia dell'archetto J (Figura 4.7). Infine in vista di utilizzare i parametri ottenuti in una simulazione si è scelto di utilizzare i dati dalle prove centrate di ampiezza 20mm fino a 2Hz e i dati dalle prove decentrate di ampiezza 1mm per le restanti frequenze.

L'identificazione dei parametri relativi al moto di rollio è stata condotta affiancando ad una funzione di minimizzazione non vincolata una funzione di minimizzazione vincolata nella quale è fissato il valore dello smorzamento $r_{3,1}$ relativo allo smorzatore del lato opposto del punto di applicazione della forza. Questa scelta è stata dettata dal minor peso dello smorzamento $r_{3,1}$ sull'aspetto delle FRF poiché il contributo maggiore della forza trasmessa passerà attraverso lo smorzatore $r_{3,2}$ nel quale si avranno le maggiori dissipazioni dovute all'attrito tra pareti scorrevoli della sospensione.

I risultati dell'identificazione per le prove decentrate sono riportate in Tabella 4.1. I valori iniziali sono stati ricavati dall'identificazione con il modello a tre g.d.l. vista nel

paragrafo 3.4.3. In particolare il momento d'inerzia J è stato calcolato a partire dalla massa m_3 , considerandola uniformemente distribuita lungo l'archetto di lunghezza $2l$, mentre i valori di smorzamento $r_{3,1}$ e $r_{3,2}$ sono semplicemente la metà del parametro r_3 .

Tabella 4.1 – Parametri identificati dalle prove con forza decentrata di 100mm e 200mm, momenti d'inerzia in $[\text{kgm}^2]$ e smorzamenti in $[\text{Ns/m}]$, b è il decentramento della forza.

	valori iniziali	b=100mm		b=200mm	
		no vincoli	r3_1 fissato	no vincoli	r3_1 fissato
J	0,52	0,61	0,60	0,63	0,61
$r_{3,1}$	22,93	44,21	22,93	9,40	22,92
$r_{3,2}$	22,93	40,14	34,32	101,19	99,38

Le diverse soluzioni trovate dalle funzioni di minimizzazione mostrano valori molto prossimi del momento d'inerzia dell'archetto, mentre lo smorzamento $r_{3,2}$ presenta le maggiori variazioni.

Figura 4.8, Figura 4.9, Figura 4.10 e Figura 4.11 mostrano il confronto tre FRF sperimentali e numeriche.

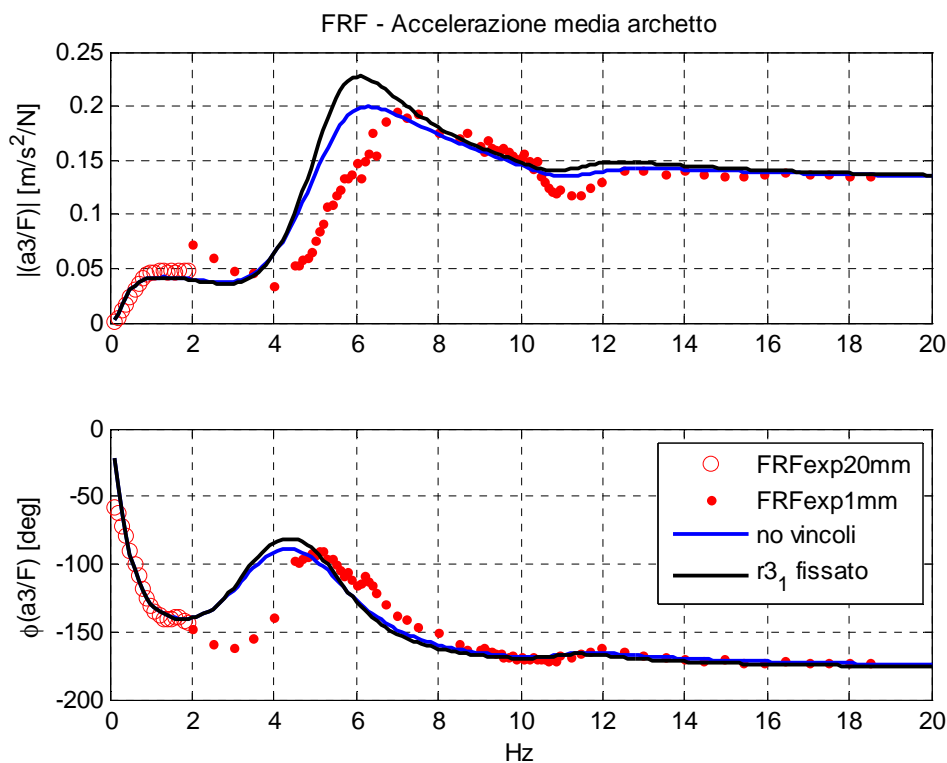


Figura 4.8: Identificazione della traslazione dell'archetto, forza decentrata di 100mm

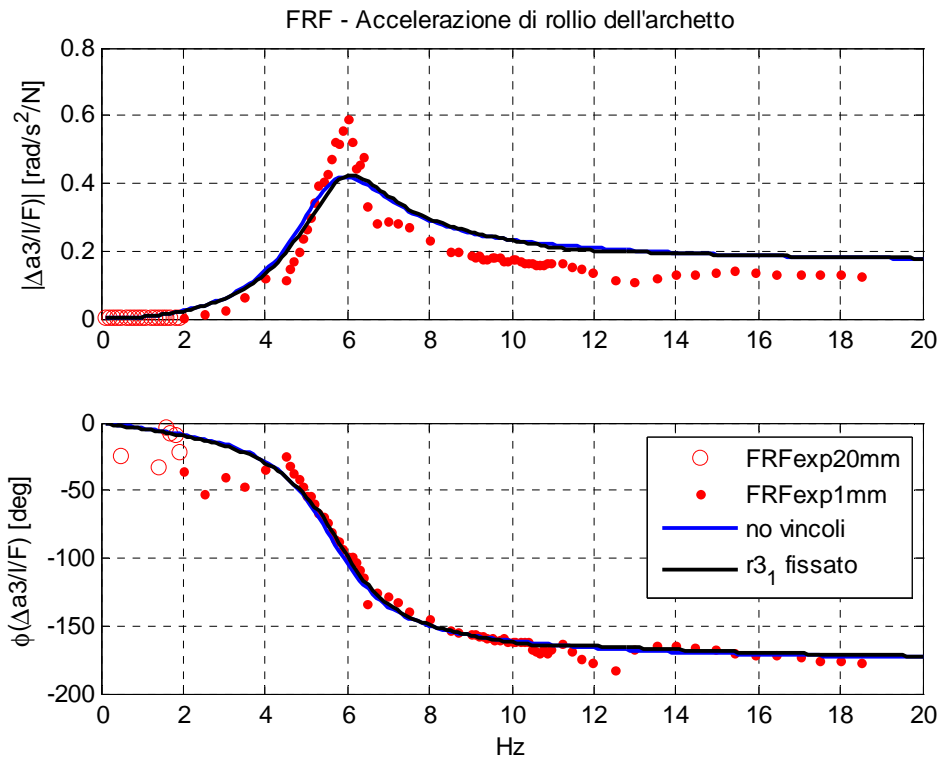


Figura 4.9: Identificazione del rollio dell'archetto, forza decentrata di 100mm

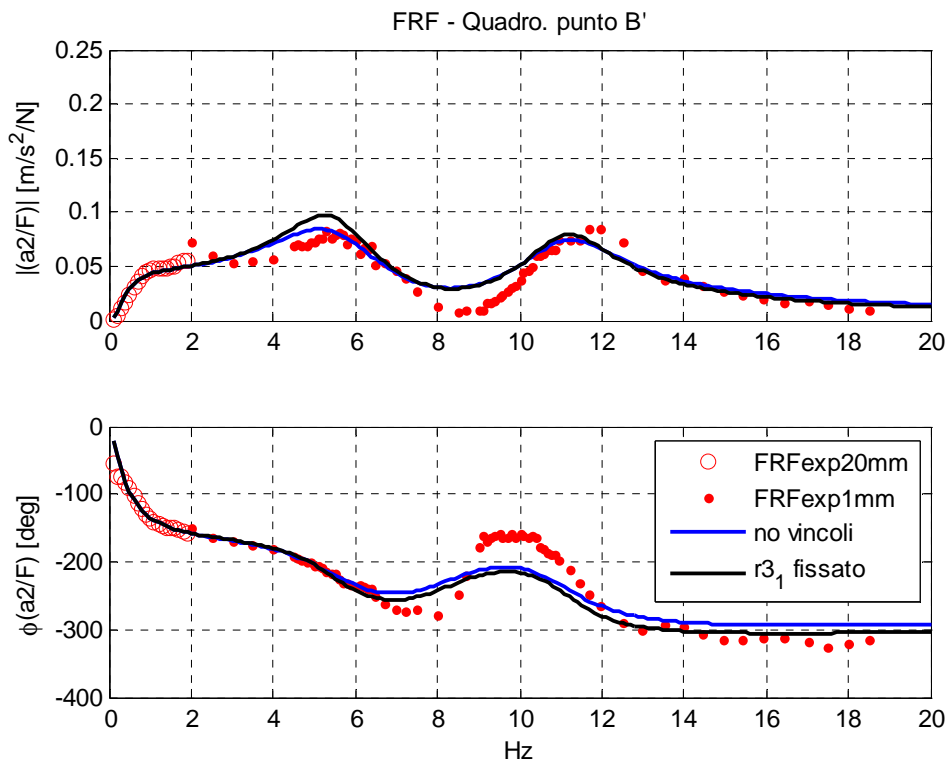


Figura 4.10: Identificazione del grado di libertà associato al quadro considerando flessibile il quadrilatero superiore, forza decentrata di 100mm

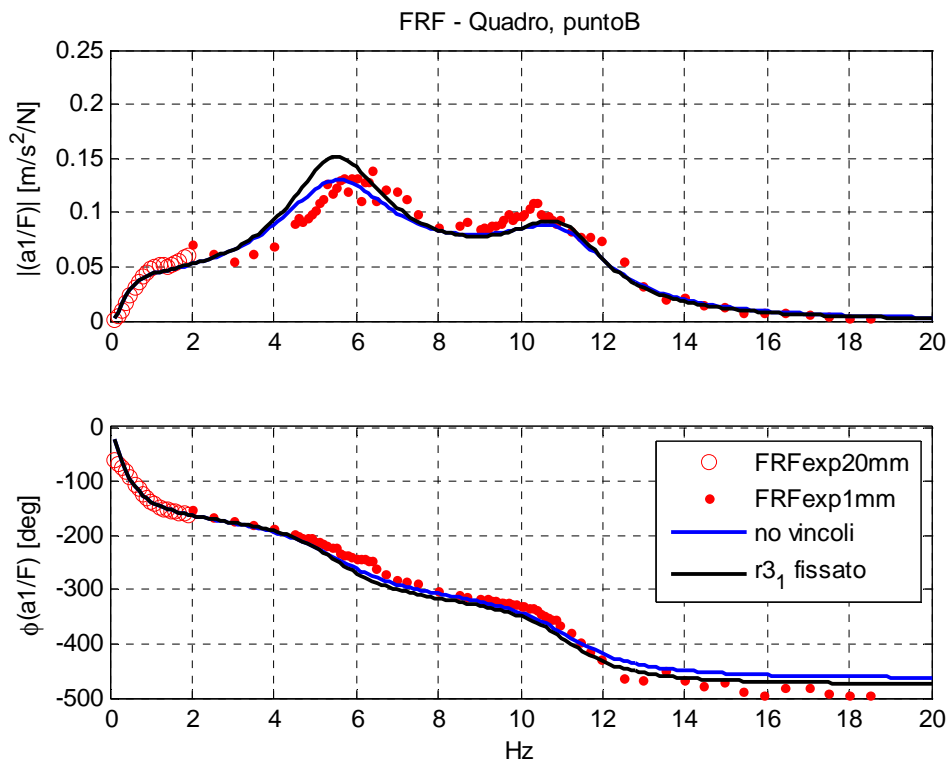


Figura 4.11: Identificazione del grado di libertà associato al quadro considerando rigido il quadrilatero superiore, forza decentrata di 100mm

I risultati ottenuti dalle due diverse funzioni di minimizzazione sono entrambi molto prossimi alle FRF sperimentali. Notiamo come in tutti i gradi di libertà le due soluzioni siano sostanzialmente equivalenti. Per questo livello di decentramento si può osservare come in prossimità della frequenza di risonanza del modo flessionale del quadrilatero superiore le FRF ricavate dai parametri identificate siano molto prossime ai dati sperimentali, poiché, come visto nel paragrafo 4.1, non si manifestano ancora i contributi di ulteriori modi flessibili delle aste dei quadrilateri eccitati dal decentramento della forza.

Prima di trarre ulteriori conclusioni passiamo al decentramento della forza di 200mm, i risultati sono in Figura 4.12, Figura 4.13, Figura 4.14 e Figura 4.15.

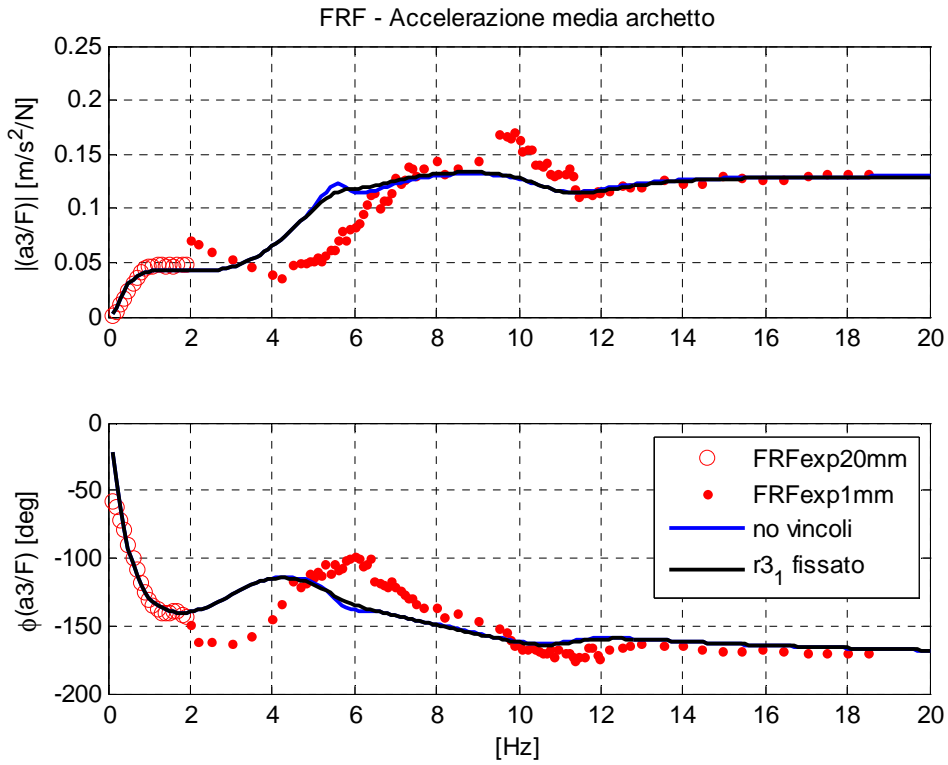


Figura 4.12: Identificazione della traslazione dell'archetto, forza decentrata di 200mm

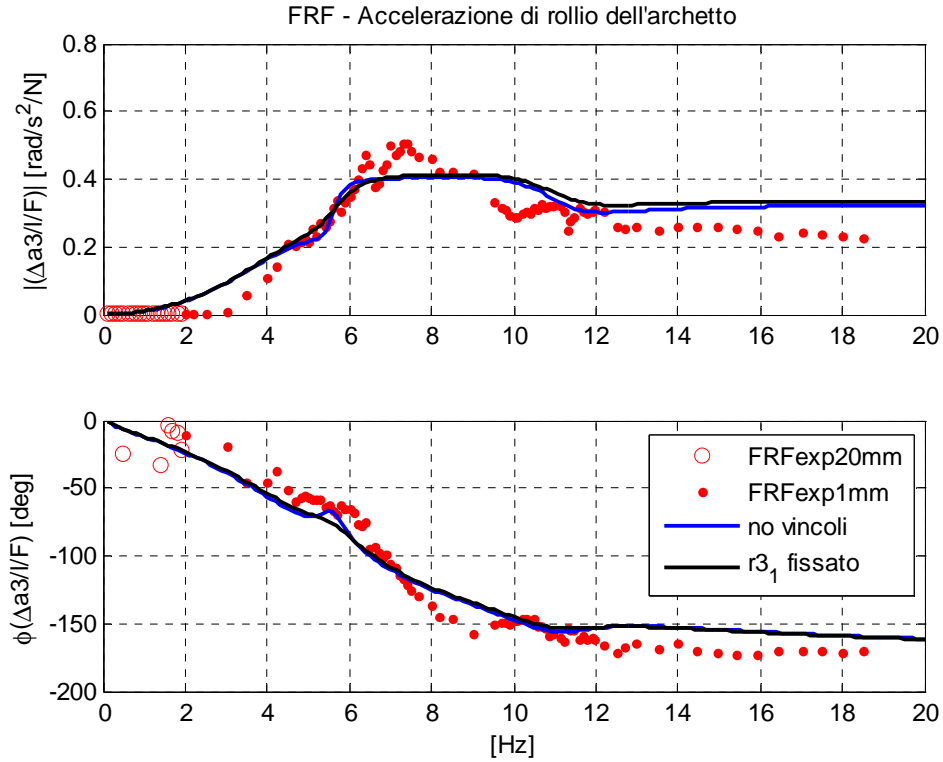


Figura 4.13: Identificazione del rollio dell'archetto, forza decentrata di 200mm

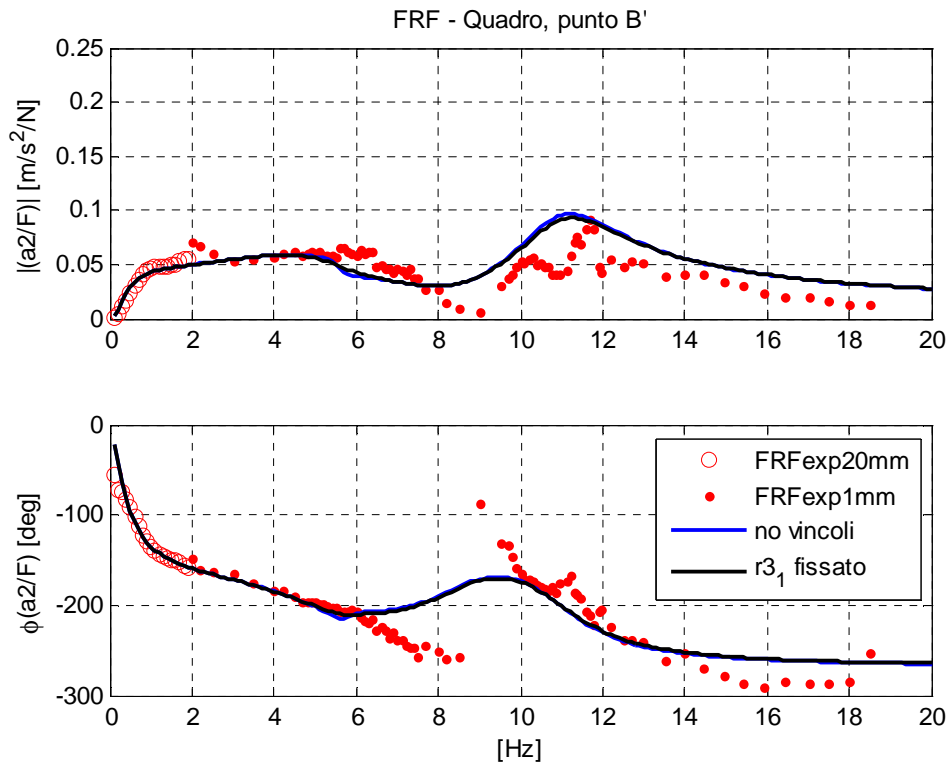


Figura 4.14: Identificazione del grado di libertà associato al quadro considerando flessibile il quadrilatero superiore, forza decentrata di 200mm

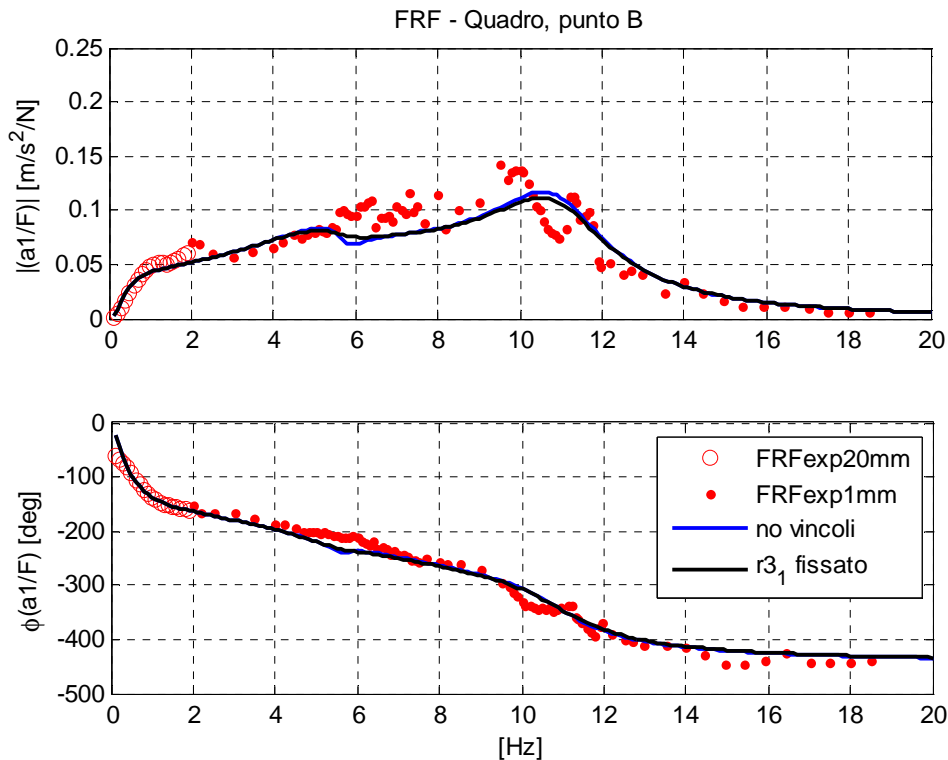


Figura 4.15: Identificazione del grado di libertà associato al quadro considerando rigido il quadrilatero superiore, forza decentrata di 200mm

Le FRF relative alle prove con eccitazione decentrata di 200mm mostrano ancora una volta come le due soluzioni siano vicine ai dati sperimentali. In questo caso notiamo come vi sia una maggior dispersione dei dati sperimentali in particolare in prossimità della risonanza del modo di rollio dell'archetto, circa 6Hz. Inoltre osservando le FRF relative alle traslazioni del quadro si nota nell'intorno di 11Hz la comparsa di due picchi di ampiezza minore probabilmente dovuti a dei modi flessionali del quadrilatero superiore eccitati dal decentramento della forza, che il modello a parametri concentrati a 4 g.d.l. non riesce ovviamente a cogliere.

Le FRF osservate fin ora, che mostrano come entrambe le funzioni di minimizzazione diano buoni risultati, e i valori dei parametri identificati di Tabella 4.1 confermano ulteriormente che il valore dello smorzamento posto in corrispondenza del punto della forza ha un peso maggiore nel determinare l'aspetto delle FRF, infatti le due soluzioni osservate fin ora differiscono sostanzialmente solo per il valore di $r_{3,1}$. Perciò si terrà in considerazione il set di parametri che ha fissato il valore di $r_{3,1}$ per poter descrivere la variazione di smorzamento dovuto alla traslazione del punto di contatto tra catenaria e archetto.

A partire dai risultati dell'identificazione dei parametri eseguita nelle prove con eccentricità dell'eccitazione pari a 0, 100 e 200mm, è stato definito un andamento dello smorzamento della sospensione al variare dell'eccentricità che è riportato in Figura 4.16. Gli asterischi mostrano i valori identificate dalle prove a differente eccentricità di eccitazione, mentre la linea continua rappresenta la funzione del parametro $r_{3,2}$, ossia il coefficiente di smorzamento destro della sospensione secondaria, al variare della posizione del punto di eccitazione.

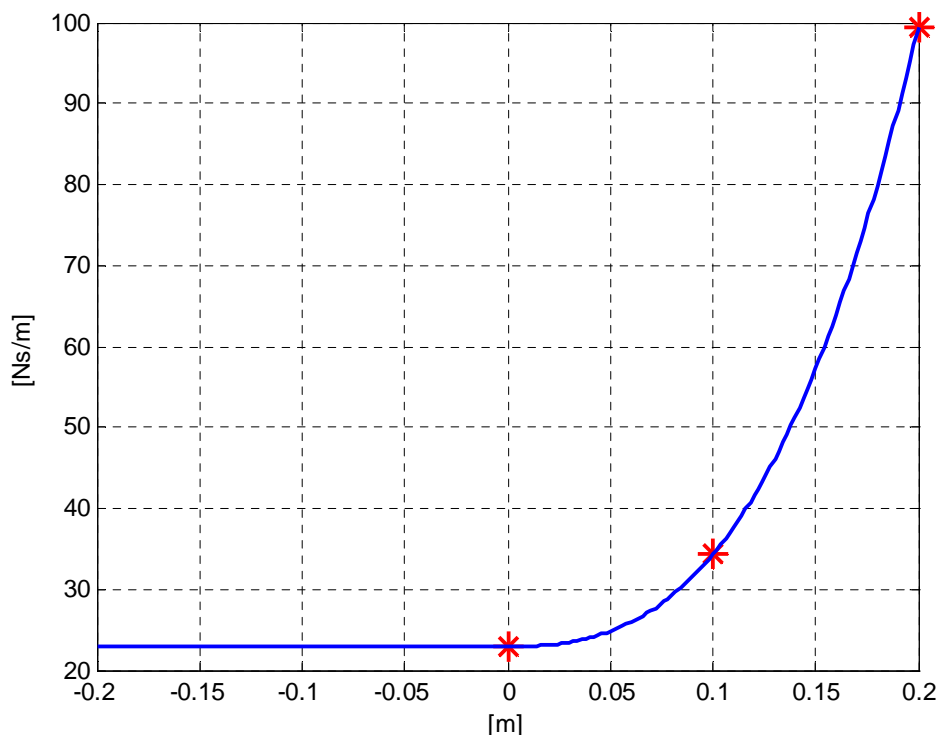


Figura 4.16: Smorzamento della sospensione secondaria in funzione del decentramento e punti ricavati dalle prove sperimentali

La legge che sintetizza la variazione delle FRF sperimentali dovute al decentramento dell'eccitazione permette di passare alla fase successiva del lavoro, ossia la simulazione numerica. Nel modello matematico utilizzato per le simulazione la posizione del punto di contatto è infatti una grandezza disponibile in quanto è determinata dalla poligonazione della fune di contatto, l'unica operazione necessaria sarà perciò introdurre la legge di Figura 4.16 nelle equazioni di moto del pantografo.

Capitolo 5

Simulazione numerica dell'interazione pantografo-catenaria

In quest'ultimo capitolo verranno utilizzati i risultati dell'identificazione relativa al pantografo Faiveley CX per condurre delle simulazioni numeriche dell'interazione pantografo-catenaria. I risultati delle simulazioni saranno poi confrontati con misure sperimentali relative al pantografo Faiveley CX e alla catenaria ad alta velocità francese (LN2). Lo scopo principale di questa parte del lavoro è valutare in che modo successivi affinamenti del modello del pantografo riescano a riprodurre in maniera efficace i dati sperimentali acquisiti in linea. Verranno quindi analizzate due fasi successive di affinamento del modello del pantografo: l'introduzione del grado di rollio dell'archetto e la variabilità dello smorzamento della sospensione secondaria mostrati nel paragrafo 4.3.

5.1 Descrizione del modello di simulazione

Il modello di simulazione utilizzato per le simulazioni numeriche è stato ottenuto apportando le modifiche necessarie al preesistente sviluppato dal Dipartimento di Meccanica del Politecnico di Milano. In particolare si è introdotta la possibilità di simulare un pantografo a 4 g.d.l che comprenda contemporaneamente la flessibilità del quadrilatero superiore e il moto di rollio dell'archetto.

In quest'ultimo la catenaria è modellata tramite elementi finiti tridimensionali di tipo trave tesata in grado di introdurre la rigidità flessionale della fune di contatto. I pendini sono inclusi nel modello f.e.m. della catenaria come elementi non lineari, considerando la relazione tra forza e deformazione ricavata da prove sperimentali. La sospensione della fune di contatto ad ogni campata è introdotta da un modello tridimensionale ad elementi finiti del tirante di poligonazione, che rende quindi possibile modellare la variazione della posizione del punto di contatto tra fune e archetto lungo lo strisciante. L'equazione di moto relativa alla catenaria risulta quindi:

$$[M_c] \cdot \ddot{\mathbf{x}}_c + [R_c] \cdot \dot{\mathbf{x}}_c + [K_c] \cdot \mathbf{x}_c = \mathbf{F}_{cc}(\mathbf{x}_c) + \mathbf{F}_{pc}(\mathbf{x}_c, \dot{\mathbf{x}}_c, \mathbf{x}_p, \dot{\mathbf{x}}_p, t) \quad (5.1)$$

dove $[M_c]$, $[R_c]$ e $[K_c]$ sono le matrici di massa, smorzamento e rigidezza che rappresentano il contributo lineare delle funi di contatto, della fune portante e dei tiranti di poligonazione, \mathbf{x}_c è il vettore delle coordinate modali della catenaria, e \mathbf{x}_p è il vettore dei gradi di libertà associati al pantografo. Dall'altra parte dell'uguale avremo il vettore $\mathbf{F}_{cc}(\mathbf{x}_c)$ delle forze non lineari dovute ai pendini e \mathbf{F}_{cp} che rappresenta le forze agenti sulla catenaria nel punto di contatto dovute al pantografo la cui dipendenza dal tempo è dovuto allo spostamento del punto di contatto lungo la fune di contatto a causa della velocità.

Il modello matematico iniziale del pantografo ha come gradi di libertà la traslazione del quadro e le coordinate modali dell'archetto (Figura 5.1).

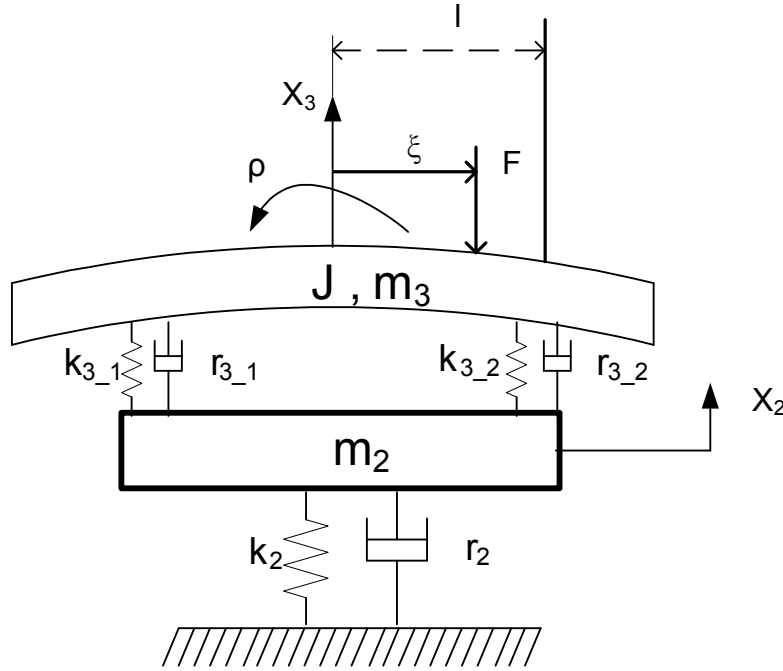


Figura 5.1: Modello originale utilizzato per le simulazioni

Quest'ultimo è infatti introdotto come struttura modale, i primi due modi saranno relativi ai gradi di libertà di traslazione e rotazione mentre i successivi descriveranno la flessibilità dell'archetto. Le equazioni relative al moto del pantografo risultano quindi:

$$[M_p] \cdot \ddot{\mathbf{x}}_p + [R_p] \cdot \dot{\mathbf{x}}_p + [K_p] \cdot \mathbf{x}_p = \mathbf{F}_{pp}(\mathbf{x}_p) + \mathbf{F}_{pc}(\mathbf{x}_c, \dot{\mathbf{x}}_c, \mathbf{x}_p, \dot{\mathbf{x}}_p, t) \quad (5.2)$$

dove $[M_p]$, $[R_p]$ e $[K_p]$ sono le matrici di massa, smorzamento e rigidezza del pantografo. Dall'altra parte dell'uguale avremo il vettore $\mathbf{F}_{pp}(\mathbf{x}_p)$ delle forze dovute alle non

linearità del pantografo e F_{pc} che rappresenta le forze agenti sul pantografo nel punto di contatto dovute alla catenaria.

Nel modello, per riprodurre la dinamica dell'Atr95 è stato introdotto un elemento d'attrito Coulombiano nella sospensione primaria in modo da riprodurre le significative non linearità dovute ad attriti che l'Atr95 presenta (Par. 2.4). Per quanto riguarda il Faiveley CX, avendo come unica non linearità il regolatore di pressione, non è necessario introdurre il termine relativo alle forze non lineari per descriverne la dinamica in quanto il set di parametri utilizzato è già in grado di tener conto di questa non linearità (Par 3.4.2).

Il modello matematico del contatto consiste in una molla in parallelo ad uno smorzatore inseriti tra fune di contatto e archetto che impone una relazione di congruenza tra le rispettive velocità e spostamenti (Figura 5.2).

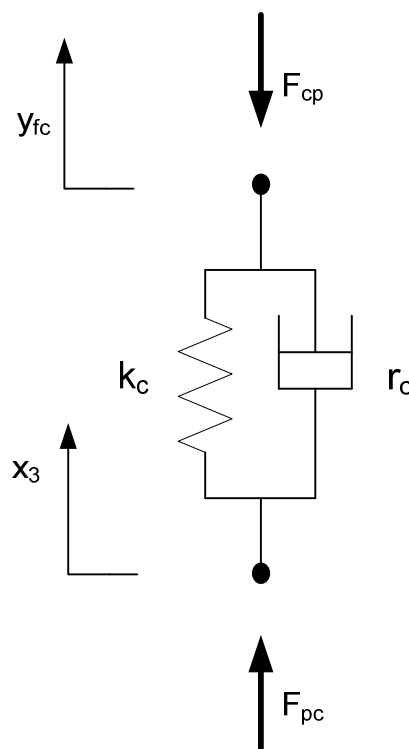


Figura 5.2: Modello del contatto

Il contatto è quindi retto dall'equazione (5.3)

$$F_{pc} = -F_{cp} = k_c \cdot (y_{fc} - x_3) + r_c \cdot (\dot{y}_{fc} - \dot{x}_3) \quad (5.3)$$

Per tener conto del distacco tra fune di contatto e archetto è stato introdotto un vincolo di saturazione che non permette alla forza di contatto di assumere valori negativi, mentre i

valori di rigidità e smorzamento sono stati scelti in modo da caratterizzare in modo adeguato il moto relativo tra fune e archetto, ad esempio con l'aumentare del loro valore aumenterà il campo di frequenze in cui fune e archetto possono essere considerati come rigidamente vincolati.

5.2 Introduzione della flessibilità del quadrilatero superiore del pantografo

Una prima modifica al modello matematico del pantografo originario è l'introduzione della flessibilità del quadrilatero superiore. L'aggiunta di un ulteriore grado di libertà permette così utilizzare direttamente i parametri identificati nel Capitolo 3 che riflettono i risultati delle prove sperimentali riportate nel Capitolo 2.

Il modello del pantografo utilizzato per le simulazioni è mostrato in Figura 5.3.

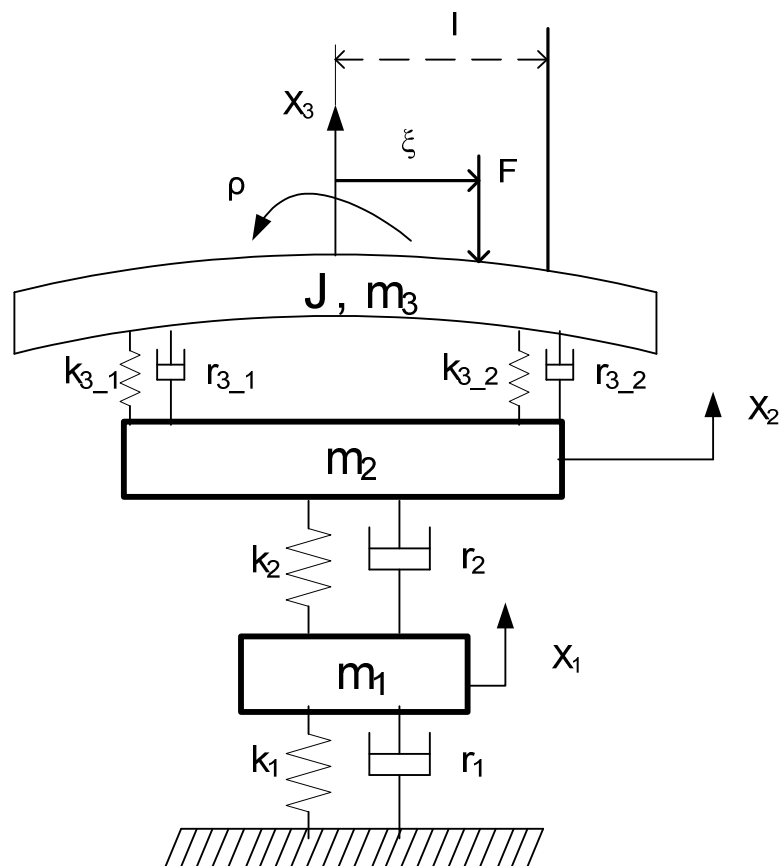


Figura 5.3: Modello del pantografo utilizzato nelle simulazioni

Dove ξ è la distanza del punto di contatto tra fune e strisciante e la mezzeria dell'archetto.

Mentre il relativo vettore dei gradi di libertà sarà:

$$\mathbf{x}_p = \begin{bmatrix} x_3 \\ \rho \\ x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Dove si prendono in considerazione i gradi di libertà relativi alla traslazione verticale e alla rotazione dell'archetto rispettivamente x_3 e ρ , la traslazione verticale del quadro considerando il quadrilatero superiore flessibile x_2 e considerando il quadrilatero superiore rigido x_1 .

Per ricavare il sistema di equazioni relative al modello di pantografo utilizzato è necessario esprimere le forme di energia in funzione dei gradi di libertà e calcolare le matrici di massa, rigidità e smorzamento attraverso il metodo di Lagrange.

L'energia cinetica del sistema sarà pari a:

$$E_c = \frac{1}{2} m_1 \cdot \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \cdot \dot{x}_3^2 + \frac{1}{2} J \cdot \dot{\rho}^2 \quad (5.5)$$

Da cui si ricava la matrice di massa:

$$[M_p] = \begin{bmatrix} m_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Mentre l'energia associata agli smorzatori e l'energia elastica sono rispettivamente riportate nelle equazioni (5.7) e (5.8).

$$D = \frac{1}{2} r_1 \cdot \Delta \dot{l}_1^2 + \frac{1}{2} r_2 \cdot \Delta \dot{l}_2^2 + \frac{1}{2} r_{3_1} \cdot \Delta \dot{l}_{3_1}^2 + \frac{1}{2} r_{3_2} \cdot \Delta \dot{l}_{3_2}^2 \quad (5.7)$$

$$U = \frac{1}{2} r_1 \cdot \Delta l_1^2 + \frac{1}{2} r_2 \cdot \Delta l_2^2 + \frac{1}{2} r_{3_1} \cdot \Delta l_{3_1}^2 + \frac{1}{2} r_{3_2} \cdot \Delta l_{3_2}^2 \quad (5.8)$$

I legami tra variabili fisiche e variabili indipendenti sono:

$$\begin{aligned}
\Delta l_1 &= x_1 \\
\Delta l_2 &= x_2 - x_1 \\
\Delta l_{3,1} &= x_3 - l \cdot \rho - x_2 \\
\Delta l_{3,2} &= x_3 + l \cdot \rho - x_2
\end{aligned} \tag{5.9}$$

Che portano a definire le matrici di smorzamento e rigidezza in (5.10) e (5.11):

$$[R_p] = \begin{bmatrix} r_{3,1} + r_{3,2} & l(r_{3,2} - r_{3,1}) & -r_{3,1} - r_{3,2} & 0 \\ l(r_{3,1} - r_{3,2}) & l^2(r_{3,1} + r_{3,2}) & l(r_{3,1} - r_{3,2}) & 0 \\ -r_{3,1} - r_{3,2} & l(r_{3,1} - r_{3,2}) & r_2 + r_{3,1} + r_{3,2} & -r_2 \\ 0 & 0 & -r_2 & r_1 + r_2 \end{bmatrix} \tag{5.10}$$

$$[K_p] = \begin{bmatrix} k_{3,1} + k_{3,2} & l(k_{3,2} - k_{3,1}) & -k_{3,1} - k_{3,2} & 0 \\ l(k_{3,1} - k_{3,2}) & l^2(k_{3,1} + k_{3,2}) & l(k_{3,1} - k_{3,2}) & 0 \\ -k_{3,1} - k_{3,2} & l(k_{3,1} - k_{3,2}) & k_2 + k_{3,1} + k_{3,2} & -k_2 \\ 0 & 0 & -k_2 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \tag{5.11}$$

Il sistema di equazioni relative al moto del pantografo diverrà quindi:

$$[M_p] \cdot \ddot{x}_p + [R_p] \cdot \dot{x}_p + [K_p] \cdot x_p = F_{pc}(x_c, \dot{x}_c, x_p, \dot{x}_p) \tag{5.12}$$

5.3 Effetti dipendenti dall'eccitazione decentrata

Una volta introdotte le equazioni di moto del pantografo possiamo aggiungere i termini legati al decentramento del punto di contatto tra fune e archetto.

Nel paragrafo 4.3 si è introdotta una legge di tipo cubica per legare lo smorzamento della sospensione secondaria in funzione della coordinata del punto di contatto. Un metodo semplice per inserire nelle equazioni di moto questo termine non lineare consiste nell'assegnare ai parametri di smorzamento un valore costante pari al valore previsto dalla legge in caso di eccitazione centrata, e introdurre una forzante pari alla variazione di smorzamento dovuta al decentramento. In quest'ottica lo smorzamento è stato visto come somma di una parte costante r_{30} e una variabile $\Delta r_3(\xi)$ come mostrato nell'equazione (5.13)

e in Figura 5. per lo smorzamento destro $r_{3,2}$, l'analogo di sinistra $r_{3,1}$ avrà un andamento esattamente simmetrico rispetto all'asse delle ordinate.

$$r_{3,2}(\xi) = r_{30} + \Delta r_3(\xi) \quad (5.13)$$

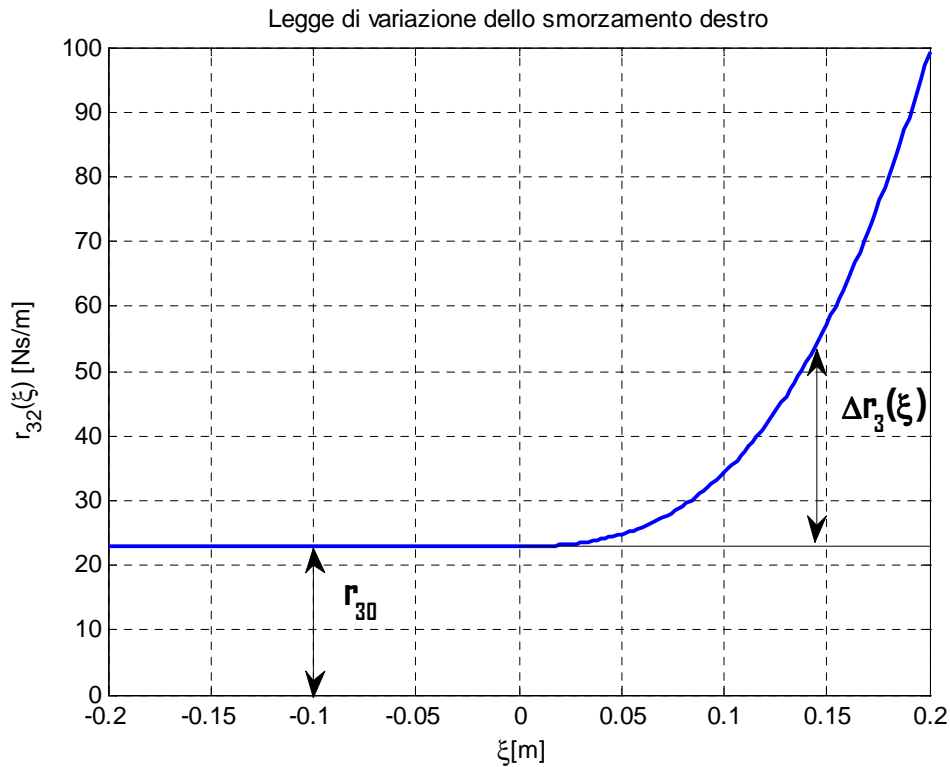


Figura 5.4: Smorzamento destro della sospensione secondaria in funzione della coordinata del punto di contatto.

La componente costante r_{30} andrà a far parte delle matrici di smorzamento del pantografo, la matrice di smorzamento diverrà perciò:

$$[R_p] = \begin{bmatrix} 2r_{30} & 0 & -2r_{30} & 0 \\ 0 & l^2(2r_{30}) & 0 & 0 \\ -2r_{30} & 0 & r_2 + 2r_{30} & -r_2 \\ 0 & 0 & -r_2 & r_1 + r_2 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Mentre la parte variabile sarà introdotta esprimendone il valore della forza in funzione dei gradi di libertà del modello, ad esempio per lo smorzatore destro avremo:

$$F_{d2}(\xi, \dot{\mathbf{x}}_p) = \Delta r_3(\xi) \cdot \Delta l_{3,2}(\dot{\mathbf{x}}_p) = \Delta r_3(\xi) \cdot (\dot{x}_3 + l \cdot \dot{\rho} - \dot{x}_2) \quad (5.15)$$

il lavoro virtuale sarà perciò pari a:

$$\delta^* L_{d2} = -F_{d2}(\xi, \dot{\mathbf{x}}_p) \cdot (\delta^* x_3 + l \cdot \delta^* \rho - \delta^* x_2) \quad (5.16)$$

le componenti Lagrangiane secondo i gradi di libertà del modello del pantografo risultano quindi espresse nell'equazione (5.17).

$$\frac{\delta^* L_{d2}}{\delta \mathbf{x}_p} = \mathbf{Q}_{d2}(\dot{\mathbf{x}}_p, \xi) = \begin{bmatrix} -F_{d2}(\xi, \dot{\mathbf{x}}_p) \\ -F_{d2}(\xi, \dot{\mathbf{x}}_p) \cdot l \\ F_{d2}(\xi, \dot{\mathbf{x}}_p) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

le equazioni di moto del pantografo diverranno:

$$[M_p] \cdot \ddot{\mathbf{x}}_p + [R_p] \cdot \dot{\mathbf{x}}_p + [K_p] \cdot \mathbf{x}_p = \mathbf{F}_{pc}(\mathbf{x}_c, \dot{\mathbf{x}}_c, \mathbf{x}_p, \dot{\mathbf{x}}_p) + \mathbf{Q}_{d1}(\dot{\mathbf{x}}_p, \xi) + \mathbf{Q}_{d2}(\dot{\mathbf{x}}_p, \xi) \quad (5.18)$$

5.4 Simulazioni numeriche

Al fine di valutare l'effetto delle diverse opzioni di modellazione sui risultati della simulazione dell'interazione dinamica pantografo-catenaria è stato considerato il caso del pantografo Faiveley CX accoppiato alla catenaria Francese LN2. Per questa coppia pantografo-catenaria, è disponibile una misura sperimentale eseguita alla velocità di 300km/h che sarà usata come termine di paragone per valutare i risultati della simulazione.

Le simulazioni numeriche condotte hanno preso in considerazione differenti versioni del modello riportato in Figura 5.3, con lo scopo di valutarne la bontà attraverso un confronto con i dati sperimentali. In particolare sono stati utilizzati, per le velocità di marcia di 250 km/h, 275 km/h, 300 km/h e 330 km/h, i seguenti modelli:

- pantografo a 3 g.d.l. (x_1, x_2, x_3) privo di rollio dell'archetto.
- pantografo a 4 g.d.l. (x_1, x_2, x_3 e ρ) con del rollio dell'archetto.
- pantografo a 4 g.d.l. (x_1, x_2, x_3 e ρ) con del rollio dell'archetto, con smorzamento variabile della sospensione secondaria.

Visualizziamo inizialmente la disposizione dei pendini lungo la campata per poter poi interpretare i risultati.

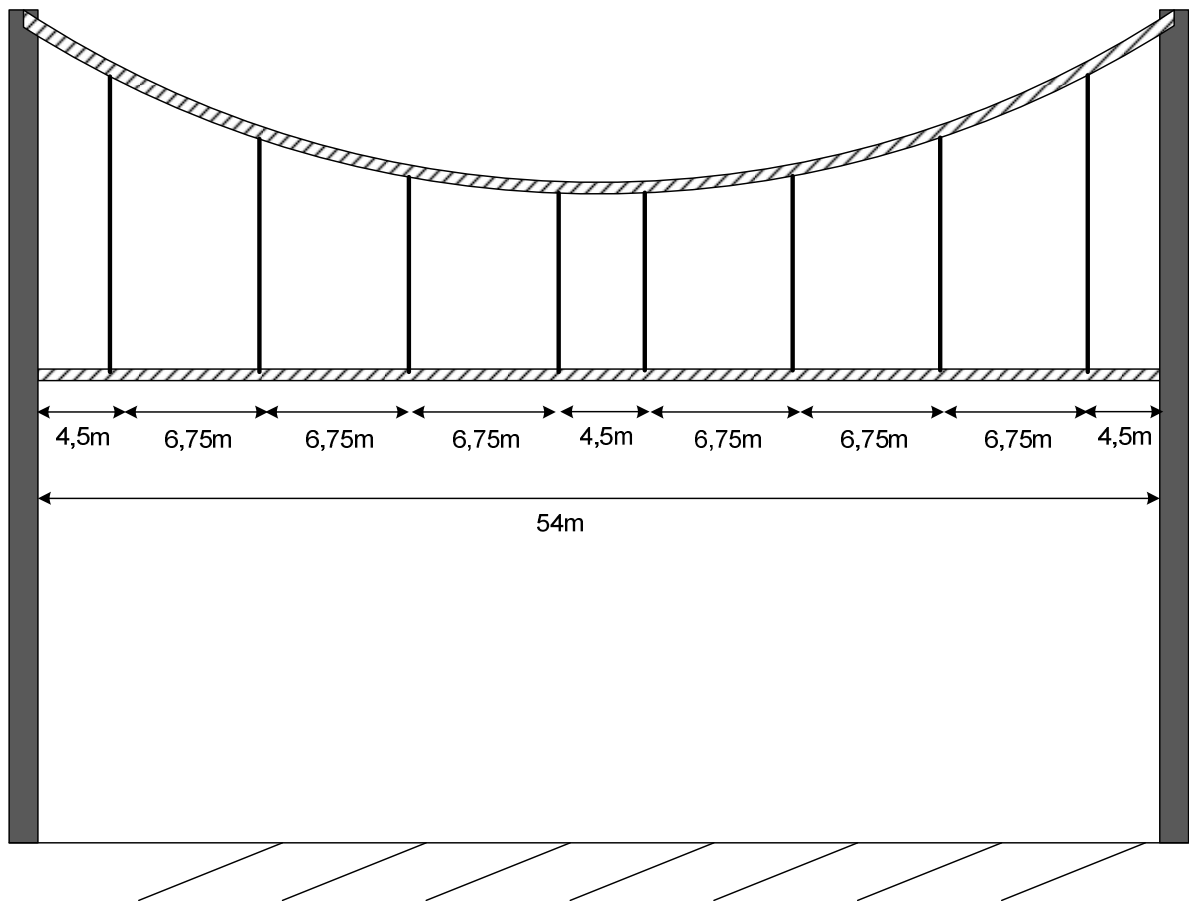


Figura 5.5: Modello della campata, disposizione dei pendini

La Figura 5.5 mostra come vi siano 8 pendini per campata distanziati tra loro di 6,75m, ad eccezione dei due pendini a centro campata che distano tra loro 4,5m e di quelli immediatamente antecedenti e seguenti il palo di sospensione che distano 4,5 m da quest'ultimo.

In Figura 5.6 si riportano i risultati relativi alla forza di contatto relativa a misure in linea lungo la catenaria francese LN2 su pantografo Faiveley CX strumentato alla velocità di 300 Km/h. (dati forniti da SNCF). Si riportano nell'ordine la distribuzione statistica della forza, lo spettro, e l'andamento spaziale lungo cinque campate. Tali dati verranno assunti come riferimento per valutare le diverse versioni di modelli analizzati.

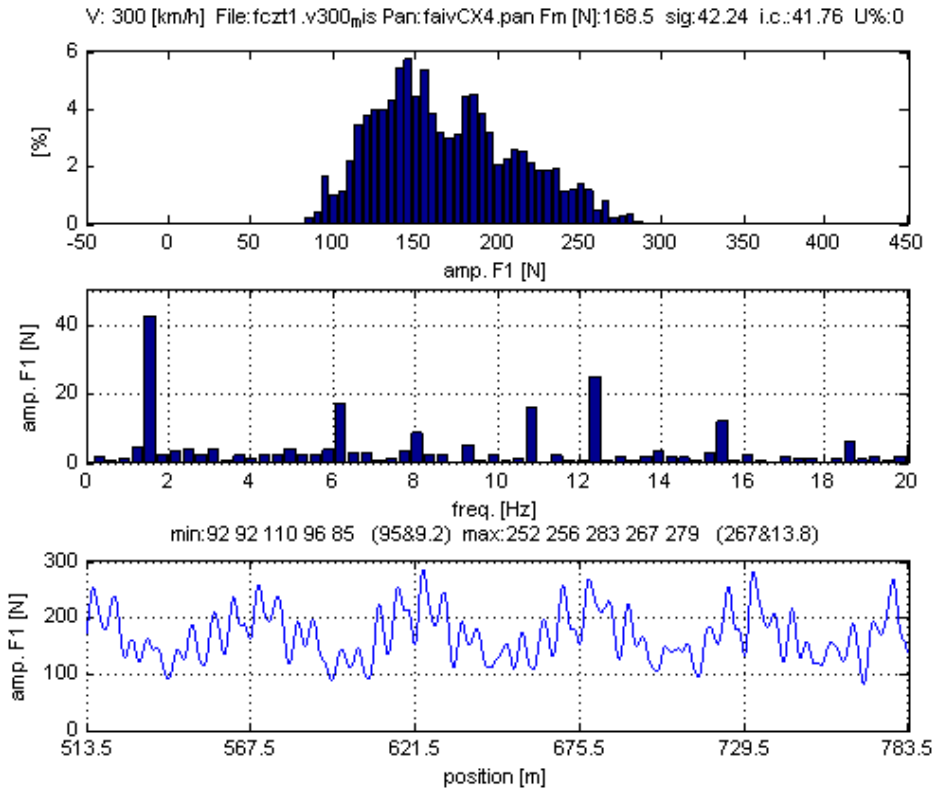


Figura 5.6: Risultati sperimentali, pantografo Faiveley CX, catenaria francese LN2

L'analisi in frequenza del segnale di forza evidenzia una armonica fondamentale di 1.54 Hz corrispondente alla campata, determinata dalla velocità di percorrenza e dalla lunghezza della campata, nel caso specifico pari a 83.3 m/s e 54 m.

L'armonica a 6.16 Hz è vicina alle frequenze proprie relative al modo di vibrare in cui quadro e archetto sono in opposizione di fase, e al modo di rollio dell'archetto (Figura 2.6, Figura 2.7 e Figura 4.2), mentre l'armonica a circa 11Hz è prossima alla frequenza propria del modo flessionale del quadrilatero superiore (Figura 2.7 e Figura 2.8). Nel campo di frequenze da 9Hz a 18.5Hz sono presenti le armoniche dovute all'eccitazione del sistema da parte dei pendini che come mostra Figura 5.5 hanno una distanza di posizionamento che varia da 9m a 4.5m, in particolare a circa 12Hz troviamo l'armonica determinata dalla distanza di posizionamento dei pendini di 6.75m.

Figura 5.7, Figura 5.8 e Figura 5.9 rappresentano l'andamento della forza di contatto per simulazioni a 300 Km/h rispettivamente con il modello a 3 g.d.l., con il rollio dell'archetto e con lo smorzamento variabile.

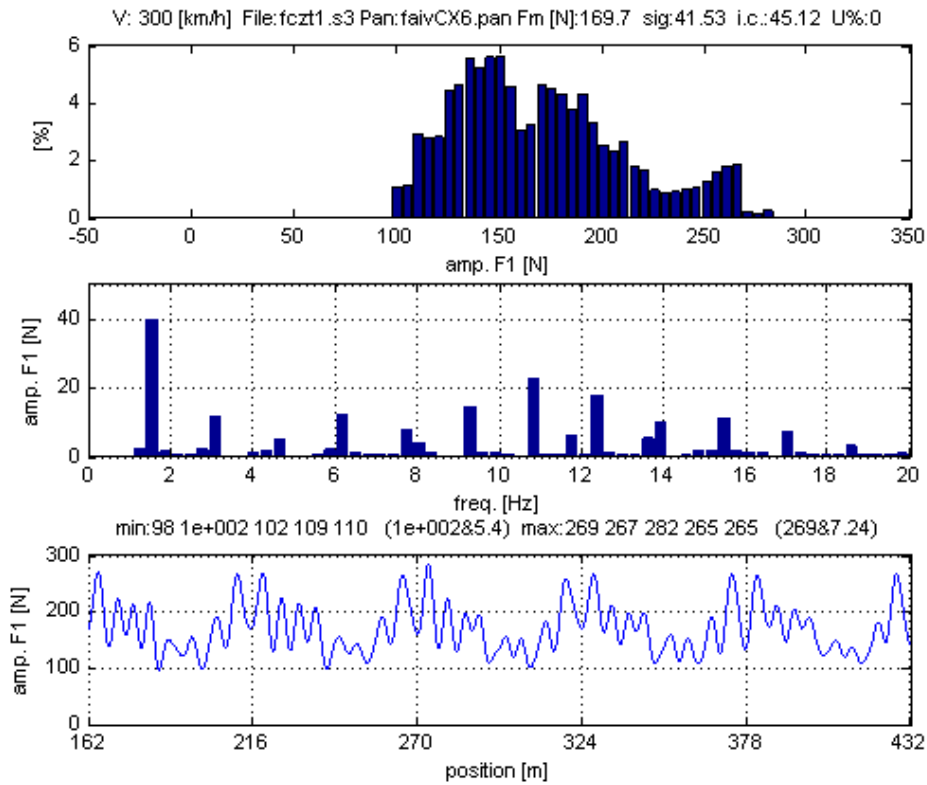


Figura 5.7: Risultati della simulazione numerica, modello a 3 g.d.l.

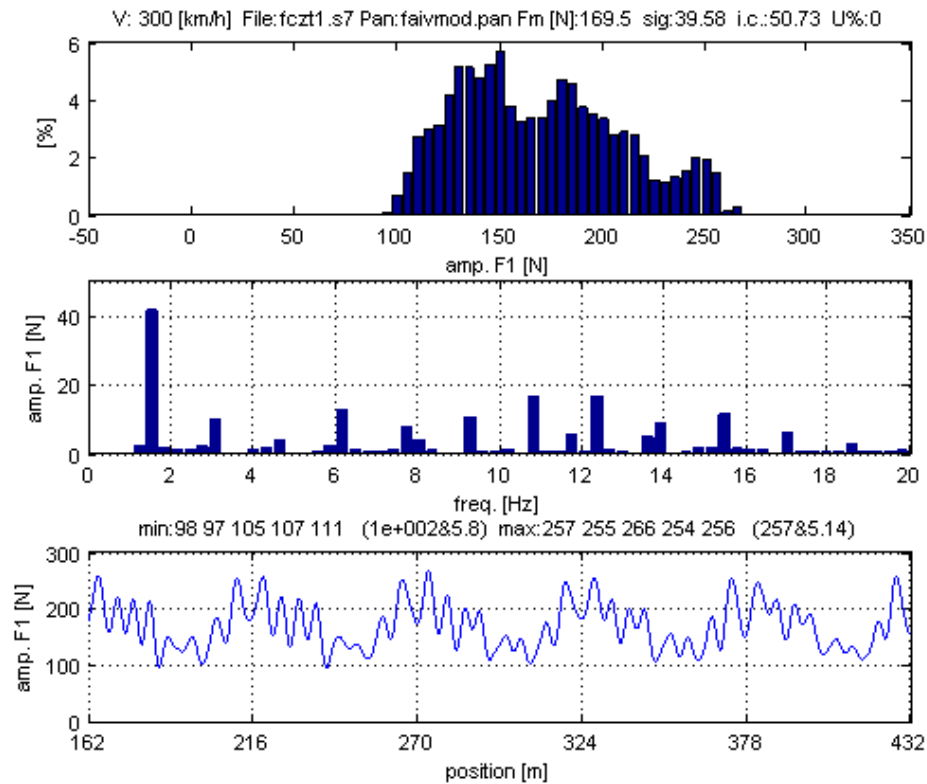


Figura 5.8: Risultati della simulazione numerica, modello con rollio dell'archetto

Osservando i risultati delle simulazioni notiamo come analogamente a quanto visto per le prove sperimentale, compaiano le armoniche relative al passaggio di campata a 1.54Hz, alle frequenze proprie del pantografo (6Hz e 11Hz) e all'eccitazione dei pendini (da 9 a 18.5Hz). A queste se ne aggiungono altre di minor valore a circa 3 e 14Hz. Nella storia spaziale della forza di contatto mostra sono distinguibili i picchi del valore di forza in prossimità del palo di sospensione che si verificano ogni 54m.

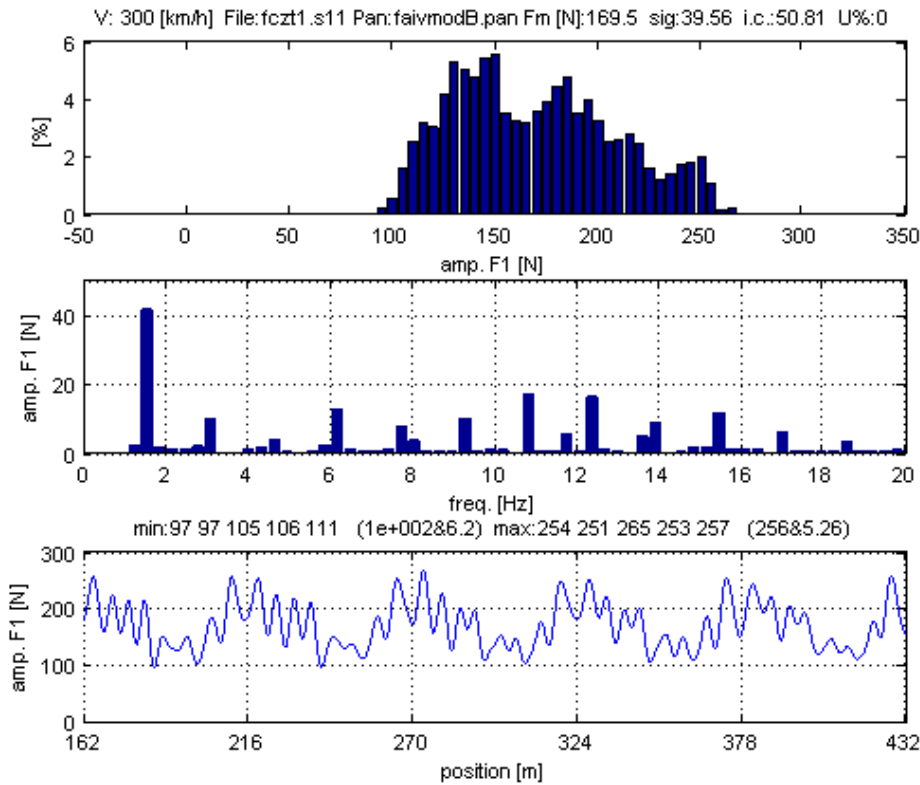


Figura 5.9: Risultati della simulazione numerica, modello con rollio dell'archetto

L'andamento del contenuto in frequenza della forza di contatto è considerato un parametro di giudizio più completo rispetto alla deviazione standard dell'intero segnale, in quanto permette di osservare se il modello è in grado di riprodurre correttamente i fenomeni fisici che avvengono alle varie frequenze.

Il confronto tra i diversi risultati viene effettuato in termini di densità di potenza spettrale (PSD) della forza verticale di contatto, calcolata per bande di frequenza centrate nelle armoniche multiple della frequenza di campata (Figura 5.10). In questo modo si vuole compensare la maggior dispersione del contributo armonico del segnale sperimentale rispetto ai risultati numerici, legata all'inevitabile non uniformità del posizionamento dei pendini su una campata reale.

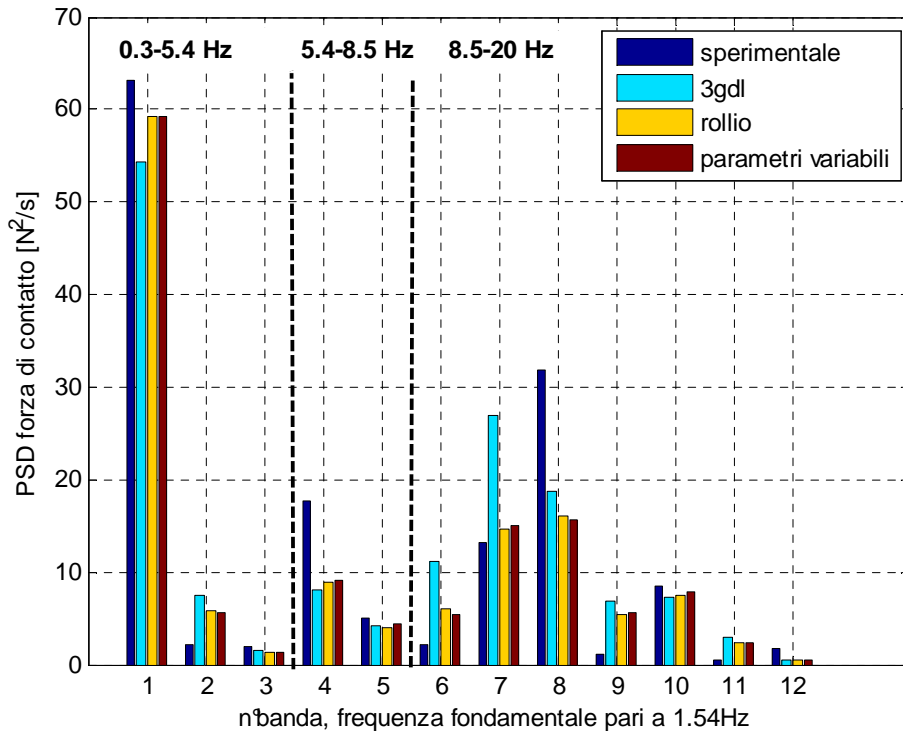


Figura 5.10: PSD della forza di contatto, velocità di percorrenza 300km/h

La Figura 5.10 mostra come vi sia un sostanziale accordo tra PSD sperimentale e numerica. In essa si sono evidenziati i tre range di frequenze legati al passaggio di campata (0.3-5.4Hz) alle risonanze del modo di rollio e del modo in cui archetto e quadro sono in opposizione di fase (5.4-8.5Hz) e alla pendinatura (8.5-20Hz).

In particolare, nel caso delle prime tre armoniche multiple di quella del passaggio campata, i modelli che presentano la possibilità di rollio sono da preferirsi al più semplice modello a 3 g.d.l, che pure concorda in maniera soddisfacente con il risultato sperimentale. La maggior differenza tra i modelli e i dati si ha per le bande n°4 e n°8, rispettivamente centrate sulle frequenze di 6,13Hz 12,32Hz. La quarta banda è centrata nell'intorno della risonanza del modo di vibrare in cui archetto e quadro sono in opposizione (Figura 2.6, Figura 2.7, e Figura 2.9). La differenza potrebbe esser spiegata da un differente coefficiente di amplificazione dinamica in corrispondenza della risonanza legato ad un diverso smorzamento tra il pantografo usato nelle prove di caratterizzazione e il pantografo usato nelle prove in linea. Per quanto riguarda l'ottava banda la differenza può essere dovuta ad una ripartizione differente del segnale legata alla variabilità della distanza tra i pendini nella catenaria reale, evidenziata dalla netta differenza tra l'ampiezza delle bande n°8 e 9°. In generale, a meno della discordanza relativa all'ottava banda, anche nel campo di frequenze

relative al posizionamento dei pendini il grado di rollio permette di avvicinarsi ai dati sperimentali, è necessaria però un'ulteriore fase di analisi, come riportato nel seguito di questo paragrafo, per supportare questa conclusione.

Una volta osservato l'accordo tra i modelli e le prove sperimentali e il miglior comportamento del modello che comprende il rollio passiamo alla fase successiva del confronto.

Sulla base della conformazione della campata riportata in Figura 5.5 può essere utile indagare dove i vari modelli si differenziano in termini di riproduzione dell'interazione con il passaggio di campata e i pendini al variare della velocità di percorrenza. Definiamo quindi tre bande in frequenza con l'obiettivo di dividere il segnale in base alla frequenza spaziale di campata e di pendinatura, l'estensione delle bande permetterà di compensare l'inevitabile dispersione in frequenza del segnale. La banda relativa alle armoniche coinvolte dal passaggio di campata si estenderà dalla frequenza minima fino a 3,5 volte l'armonica di campata in modo da descrivere in modo completo gli effetti della campata stessa. Mentre la banda relativa alla pendinatura avrà come limite inferiore il 90% della minima frequenza dovuta alla distanza maggiore tra due pendini, ossia 9m a cavallo del palo di sospensione (Figura 5.5), il limite superiore sarà invece il 110% della frequenza determinata dalla minima distanza tra due pendini, ossia 4,5m. La banda intermedia comprende contributi delle armoniche multiple, e quindi di ampiezza minore, del segnale legate a frequenze spaziali del passaggio di campata, ma essendo generalmente nell'intorno della seconda frequenza propria del pantografo assumono una rilevanza significativa.

Le tre bande definite sono mostrate in Figura 5.11, dove:

$$f_{camp} = \frac{V}{54m} \quad f_{p1} = \frac{V}{9m} \quad f_{p2} = \frac{V}{4,5m} \quad (5.19)$$

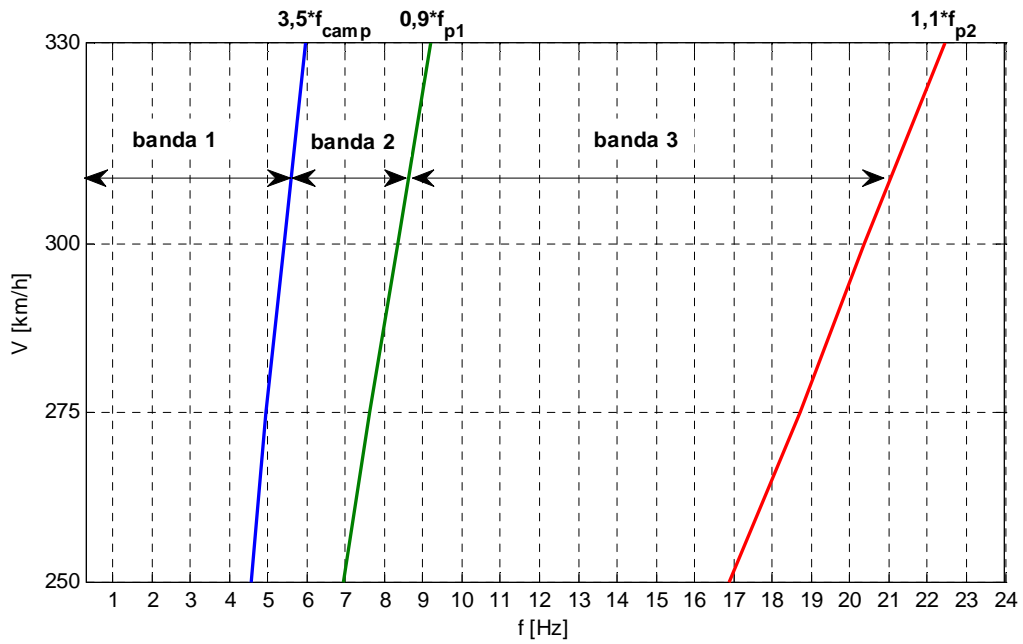


Figura 5.11: Definizione delle bande per l'analisi dell'rms della forza di contatto

I risultati relativi all'analisi in tre bande sono riportati in Figura 5.12, Figura 5.13 e Figura 5.14.

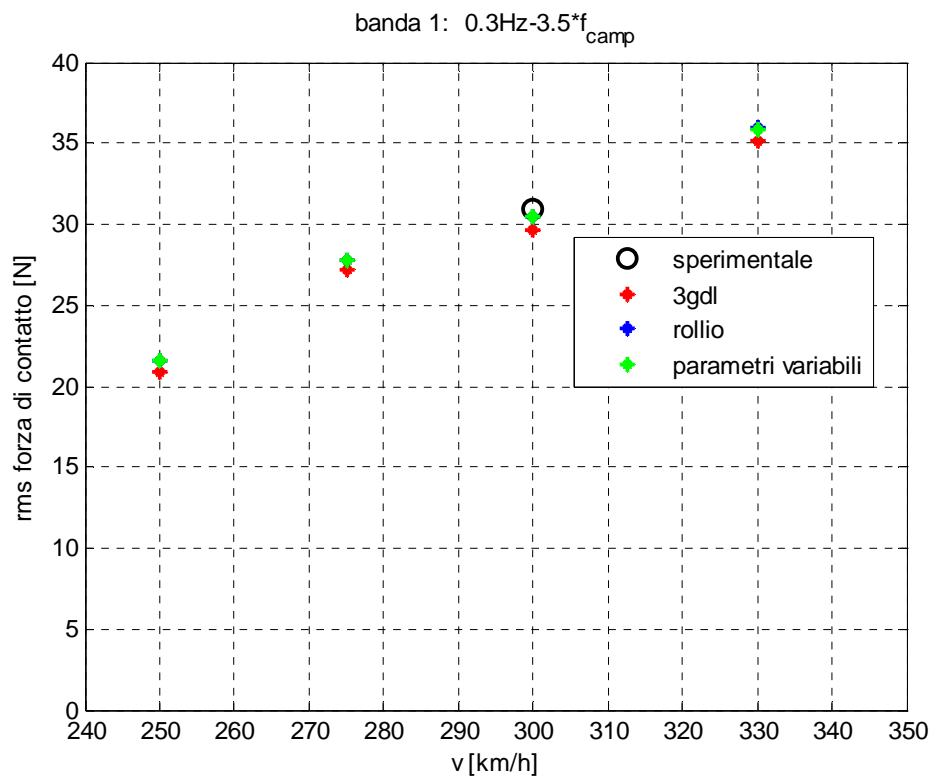


Figura 5.12: Rms della forza di contatto in funzione della velocità, banda relativa al passaggio campata

Analizzando i risultati della banda relativi al passaggio di campata si deduce come i modelli che comprendono il grado di rollio dell'archetto sono leggermente in maggior accordo con il dato sperimentale disponibile a 300 Km/h. La loro differenza rimane sostanzialmente invariata con la velocità.

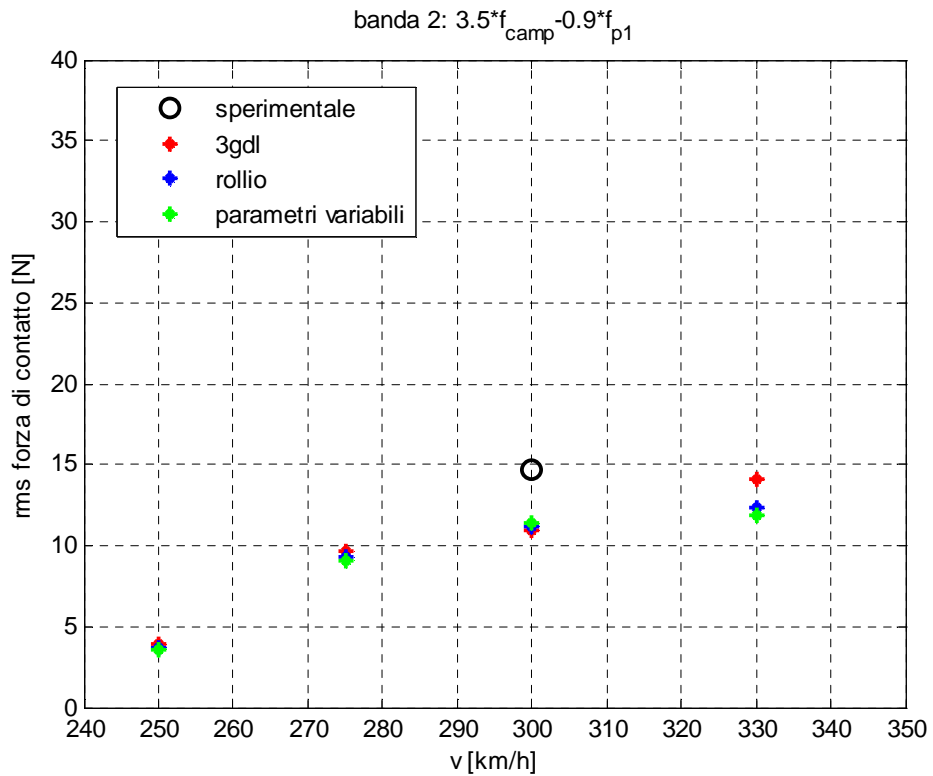


Figura 5.13: Rms della forza di contatto in funzione della velocità, banda intermedia

La banda intermedia mostra come i tre modelli siano sostanzialmente equivalenti, ad eccezione della velocità massima in cui il modello a 3 g.d.l si differenzia dai modelli comprendenti il rollio.

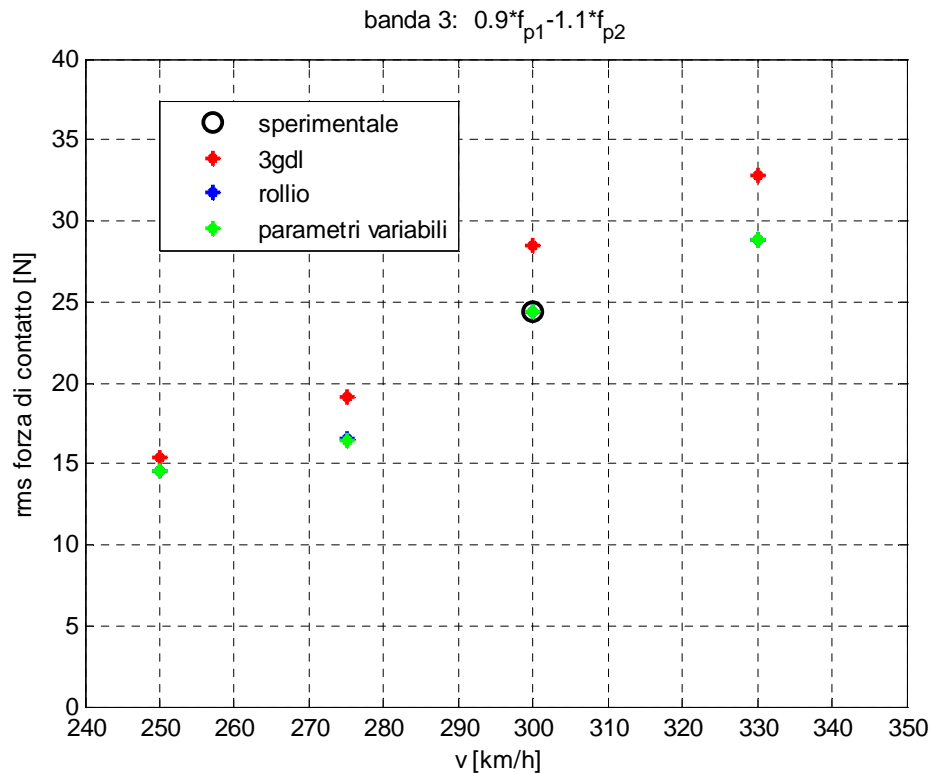


Figura 5.14: Rms della forza di contatto in funzione della velocità, banda relativa alla pendinatura

La banda con il contributo armonico relativo ai pendini mostra come l'introduzione del rollio comporti una differenza più significativa tra i modelli, che cresce con la velocità di percorrenza. Il grado di rollio permette di ottenere risultati molto vicini ai dati sperimentali. La Figura 5.14 completa quindi l'analisi dei risultati basata sulla PSD riportata in Figura 5.10 mostrando come, considerando il range complessivo delle frequenze legate alla pendinatura, l'introduzione del moto di rollio dell'archetto permette di riprodurre più fedelmente le sollecitazioni dovute ai pendini.

In conclusione tutti i modelli presi in considerazione permettono di riprodurre fedelmente gli effetti relativi al passaggio di campata. La modellazione del moto di rollio dell'archetto introduce miglioramenti che si manifestano in modo più significativo per gli effetti di pendinatura. La sostanziale equivalenza tra il modello a parametri variabili e il modello con il solo rollio, rende le prove ad eccitazione centrata sufficientemente adeguate.

Conclusioni

Il presente lavoro è stato condotto con l'obiettivo di determinare le modalità di definizione del modello matematico e dei relativi parametri di un pantografo ferroviario a partire da prove di caratterizzazione dinamica di laboratorio eseguite sul sistema fisico. Per consolidare le modalità di sviluppo del lavoro sono stati presi in considerazione due modelli differenti di pantografo.

Il lavoro ha avuto una prima fase sperimentale condotta nel banco prova del Dipartimento di Meccanica del Politecnico di Milano che ha permesso di ottenere le funzioni di risposta in frequenza relative al comportamento dinamico del pantografo necessarie per lo sviluppo e la definizione delle fasi successive.

La successiva fase di identificazione dei parametri è infatti stata implementata a partire dai risultati della caratterizzazione sperimentale della dinamica del pantografo preso in considerazione in modo da riprodurre le diverse tipologie di non linearità emerse dalle prove. Questa parte del lavoro ha mostrato come l'utilizzo combinato di diversi modelli a parametri concentrati permetta di identificare parametri che riproducono funzioni di risposta in frequenza molto prossime a quelle sperimentali, ad esempio l'introduzione di un livello intermedio di identificazione basato su un modello a due gradi di libertà ha facilitato la successiva identificazione condotta con il modello a tre gradi di libertà fornendo una buona soluzione di partenza.

Una volta affrontate le fasi di caratterizzazione sperimentale e identificazione dei parametri del modello a tre gradi di libertà si è proseguito affinando ulteriormente il modello matematico del pantografo introducendo un ulteriore grado di libertà relativo al rollio dell'archetto. Questa fase ha richiesto l'esecuzione di prove sperimentali ad eccitazione decentrata, definite sulla base della conformazione della poligonazione della fune di contatto, che hanno permesso di caratterizzare la dinamica del nuovo grado di libertà introdotto. I risultati delle prove ad eccitazione decentrata hanno mostrato funzioni di risposta in frequenza alterate rispetto alle prove ad eccitazione centrata in luogo ad un aumento dell'attrito tra i componenti della sospensione secondaria. Questo ha portato a definire un ulteriore sviluppo del modello matematico del pantografo che consiste nel legare

il valore dello smorzamento della sospensione secondaria al decentramento del punto di contatto.

Infine il lavoro è concluso da una fase di simulazione numerica dell'interazione tra pantografo e catenaria che ha permesso, tramite un confronto con misure in linea, di valutare i risultati ottenuti nella fase di identificazione confermandone la corrispondenza con i dati sperimentali. Sono state confrontate tre versioni del modello matematico corrispondenti a diversi livelli di affinamento del modello del pantografo: l'introduzione del rollio dell'archetto e l'aggiunta della legge che lega lo smorzamento della sospensione secondaria al decentramento del punto di eccitazione. Quest'ultimo confronto ha mostrato come la modellazione del rollio dell'archetto permette di migliorare significativamente la riproduzione della dinamica dovuta all'interazione con la pendinatura.

Bibliografia

1. **Cho, Y.H.** Numerical simulation of the dynamic responses of railway overhead contact lines to a moving pantograph, considering a nonlinear dropper. *Journal of Sound and Vibration*. 2008, Vol. 315, pp. 433-454.
2. **Seo, Jong-Hwi, et al.** Dynamic analysis of a pantograph-catenary system using absolute nodal coordinates. *Vehicle System Dynamics*. 2006, Vols. 44, 8, pp. 615-630.
3. **Wu, T.X. and Brennan, M.J.** Basic Analytical Study of Pantograph-catenary System Dynamics. *Vehicle System Dynamics*. 1998, Vols. 30, 6, pp. 443 - 456.
4. **Massat, J.P., Laine, J.P. and Bobillot, A.** Pantograph-catenary dynamics simulation. *Vehicle System Dynamics*. 2006, Vols. 44, 1, pp. 551-559.
5. **Collina, Andrea and Bruni, Stefano.** Numerical simulation of pantograph-overhead equipment interaction. *Vehicle System Dynamics*. 2002, Vol. 38, 4.
6. **Lagarias, J.C, et al.** Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions. *SIAM Journal of Optimization*. 1998, Vol. 9, 1, pp. 112-147.
7. **Coleman, T. F. and Li, Y.** An Interior, Trust Region Approach for Nonlinear Minimization Subject to Bounds. *SIAM Journal on Optimization*. 1996, Vol. 6, pp. 418-445.
8. —. On the Convergence of Reflective Newton Methods for Large-Scale Nonlinear Minimization Subject to bounds. *Mathematical Programming*. 1994, Vol. 67, 2, pp. 189-224.
9. **Mottershead, J.E. and Friswell, M.I.** *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*. s.l. : Kluwer Academic Publishers, 1995.

