POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Meccanica



INDAGINE NUMERICO-SPERIMENTALE SUL COMPORTAMENTO DINAMICO DI STRUTTURE SNELLE SOGGETTE A DISTACCO DI VORTICE

Relatore: Prof. Fabio FOSSATI

Co-relatore: Ing. Sara MUGGIASCA

Tesi di Laurea di:

Sandro RIVELLINI Matr. 725530

Marco VILLANI Matr. 721221

Anno Accademico 2009 - 2010

Indice

Introduzione

1	Il d	istacco di vortici	1
	1.1	Distacco di vortici da cilindro fisso	3
		1.1.1 Influenza del numero di Reynolds	3
		1.1.2 Influenza della rugosità superficiale	7
		1.1.3 Influenza della turbolenza	9
	1.2	Distacco di vortici da cilindri mobili	11
		1.2.1 L'intervallo di sincronismo	13
		1.2.2 Influenza dello smorzamento	15
	1.3	Distacco di vortici da corpi a sezione rettangolare	16
2	L'os	scillatore equivalente	24
	2.1	Il modello	25
	2.2	I parametri da identificare \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	28
3	Car	atterizzazione aerodinamica della torre	32
	3.1	Descrizione del modello	32
	3.2	Prove statiche	35
	3.3	Il modello sospeso	38
		3.3.1 Risultati delle prove sperimentali	41
4	Mo	dellazione dell'oscillatore equivalente	53
	4.1	Definizione delle grandezze di riferimento	53
		4.1.1 Frequenza di distacco di vortici	54
		4.1.2 Calcolo dello smorzamento adimensionale	56

 $\mathbf{x}\mathbf{v}\mathbf{i}$

		4.1.3	Potenza introdotta dal distacco di vortici	60
	4.2	Identifi	cazione dei parametri dell'oscillatore equivalente - Direzione λ	K 62
		4.2.1	Analisi preliminare	63
		4.2.2	Analisi di sensibilità sui parametri	66
	4.3	Risulta	ti del confronto numerico-sperimentale - Direzione X	70
		4.3.1	Campana di sincronismo	71
		4.3.2	Smorzamento adimensionale in funzione della velocità $\ . \ .$	73
		4.3.3	Potenza introdotta in funzione delle ampiezze	74
	4.4	Identifi	cazione dei parametri dell'oscillatore equivalente - Direzione Y	× 82
		4.4.1	Risultati del confronto numerico-sperimentale	83
5	Il m	odello	aeroelastico della torre	87
	5.1	Proget	tazione del modello in scala	87
	5.2	Realizz	azione del modello	90
	5.3	Caratte	erizzazione dinamica	93
	5.4	Risulta	ti sperimentali	95
6	\mathbf{Sim}	ulazion	e della dinamica della torre	104
	6.1	Il mode	ello numerico della torre	104
		6.1.1	Analisi preliminare	107
		6.1.2	Confronto coordinate fisiche - coordinate modali	109
		6.1.3	Analisi di sensibilità sui parametri del modello numerico	114
	6.2	Risulta	ti del modello numerico della torre completa - Esposizione	
		90° - D	$Pirezione X \dots $	121
		6.2.1	Confronto delle storie temporali alle piccole ampiezze di oscil-	
			lazione	123
		6.2.2	Confronto delle storie temporali di transitorio all'interno del-	
			le campane di sincronismo	124
		6.2.3	Confronto tra le ampiezze di oscillazione a regime alle diverse	
			velocità del vento	126
	6.3	Estensi	one del modello a diverse esposizioni - Direzione X	129
		6.3.1	Studio della risposta del modello alle diverse incidenze	130
	6.4	Simula	zione della dinamica della torre nello spazio	142
		6.4.1	Validazione del modello 3D	143
	6.5	Effetti	di tridimensionalità del modello aeroelastico \ldots	146
C	onclu	sioni		151

A	Lista dei simboli	153
в	Analisi di sensibilità - Modello sezionale	154
\mathbf{C}	Potenza introdotta dal vento sul modello sezionale	156
D	Analisi di sensibilità - Modello della torre completa	157
\mathbf{E}	Confronto numerico-sperimentale per la torre - Esposizione 0° -10	0
	- Direzione X	161

Elenco delle figure

1.1	Strato di nubi che oltrepassa un isolotto nell'oceano	2
1.2	Primo e secondo punto di separazione del flusso su un cilindro in	
	condizioni di regime precritico	4
1.3	Corrente bidimensionale attorno a un corpo cilindrico a sezione cir-	
	colare in regime $TrBL1$	4
1.4	Andamento del coefficiente di drag al variare del numero di Reynolds	5
1.5	Corrente bidimensionale attorno a un corpo cilindrico a sezione cir-	
	colare in regime supercritico	6
1.6	Densità di potenza spettrale del coefficiente di lift in regime super-	
	critico e postcritico	7
1.7	Andamento del coefficiente di drag per differenti valori di rugosità	
	superficiale in funzione di Re	8
1.8	Andamento del numero di Strouhal per differenti valori di rugosità	
	superficiale in funzione di Re	9
1.9	Andamento di C'_L e C_D per differenti valori di turbolenza al variare	
	del numero di Reynolds	10
1.10	Andamento del numero di Strouhal per differenti valori di turbolenza	
	in funzione di Re	11
1.11	Ampiezze di vibrazione adimensionalizzate al diametro del cilindro	
	in funzione del rapporto V/V_{St} ;[15]	14
1.12	Ampiezza massima di oscillazione all'interno del campo di sincroni-	
	smo in funzione del numero di Scrouton secondo Sarpkaya e Iwan e	
	Blevins	15
1.13	Ampiezza del campo di sincronismo in funzione del numero di Scrouton	16

1.14	Rappresentazione del flusso bidimensionale attorno ad un corpo toz-	17
1 15	zo con due spigon pronunciati; $Re \simeq 0.5$	17
1.10	rappresentazione dei nusso bidimensionale attorno ad un corpo toz- zo con duo spigoli propunciati: $B_c \sim 10$	17
1 16	Bappresentazione del flusso bidimensionale attorno ad un corpo toz-	11
1.10	zo con due spigoli pronunciati: $R_e \sim 250$	18
1 17	Bappresentazione del flusso bidimensionale attorno ad un corpo toz-	10
1.11	zo con due spigoli pronunciati: $R_e > 1000$	18
1 18	Localizzazione delle zone di separazione per un cilindro a sezione	10
1.10	quadrata o rettangolare investito dal vento	10
1 10	Visualizzazione del campo di moto attorno ad un cilindro a sezione	15
1.15	rettangolare con $\frac{B}{2} = 2$ [12]	10
1.20	Andamento del numero di Stroubal al variare dell'angolo di incidenza	15
1.20	del flusso per un cilindro a sezione rettangolare con $\frac{B}{2} - 2$. [12]	91
1 21	Andamento del coefficiente di lift al variare dell'angolo di incidenza	41
1.21	del flusso per un cilindro a sezione rettangolare con $\frac{B}{2} = 2$: [12]	22
1 22	Andamento del coefficiente di drag al variare dell'angolo di incidenza	
1.22	del flusso per un cilindro a sezione rettangolare con $\frac{B}{2} - 2$. [12]	22
	defination per un ennitivo a sezione rettangolare con $D = 2$, [12] $\cdot \cdot$	
2.1	Schema dell'oscillatore equivalente	26
2.1 2.2	Schema dell'oscillatore equivalente	26 27
2.1 2.2 2.3	Schema dell'oscillatore equivalente	26 27 29
 2.1 2.2 2.3 3.1 	Schema dell'oscillatore equivalente	26 27 29 34
 2.1 2.2 2.3 3.1 3.2 	Schema dell'oscillatore equivalente	26 27 29 34
 2.1 2.2 2.3 3.1 3.2 	Schema dell'oscillatore equivalente	26 27 29 34 35
 2.1 2.2 2.3 3.1 3.2 3.3 	Schema dell'oscillatore equivalente	26 27 29 34 35 36
 2.1 2.2 2.3 3.1 3.2 3.3 3.4 	Schema dell'oscillatore equivalente	26 27 29 34 35 36 37
 2.1 2.2 2.3 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 	Schema dell'oscillatore equivalente	26 27 29 34 35 36 37 37
 2.1 2.2 2.3 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 	Schema dell'oscillatore equivalente	26 27 29 34 35 36 37 37 38
$2.1 \\ 2.2 \\ 2.3 \\ 3.1 \\ 3.2 \\ 3.3 \\ 3.4 \\ 3.5 \\ 3.6 \\ 3.7 \\ 3.7 \\ $	Schema dell'oscillatore equivalente	266 277 299 344 355 366 377 378 40
$2.1 \\ 2.2 \\ 2.3 \\ 3.1 \\ 3.2 \\ 3.3 \\ 3.4 \\ 3.5 \\ 3.6 \\ 3.7 \\ 3.8 $	Schema dell'oscillatore equivalente	26 27 29 34 35 36 37 37 38 40
$2.1 \\ 2.2 \\ 2.3 \\ 3.1 \\ 3.2 \\ 3.3 \\ 3.4 \\ 3.5 \\ 3.6 \\ 3.7 \\ 3.8 \\$	Schema dell'oscillatore equivalente \dots Schema dell'oscillatore equivalente \dots Schema delle forze che interessano le due masse \dots Schema delle forze che interessano le due masse \dots Schema delle forze che interessano le due masse \dots Schema semplificato dell'apparato di misura per le forze aerodinamiche e relative convenzioni \dots Setup di misura per i coefficienti di forza su modello sezionale fisso Coefficiente di drag al variare dell'angolo di incidenza del vento \dots Coefficiente di lift al variare dell'angolo di incidenza del vento \dots Modello sezionale sospeso montato in camera di prova \dots Ampiezze di oscillazione adimensionali in funzione della velocità del vento per incidenza pari a 0° - direzione di oscillazione $x \dots$	266 277 299 344 355 366 377 377 388 400 43
$2.1 \\ 2.2 \\ 2.3 \\ 3.1 \\ 3.2 \\ 3.3 \\ 3.4 \\ 3.5 \\ 3.6 \\ 3.7 \\ 3.8 \\ 3.9 \\$	Schema dell'oscillatore equivalente \dots Forze di lift e di drag sul modello sezionale \dots Schema delle forze che interessano le due masse \dots Dettagli della geometria del modello sezionale \dots Schema semplificato dell'apparato di misura per le forze aerodina- miche e relative convenzioni \dots Setup di misura per i coefficienti di forza su modello sezionale fisso Coefficiente di drag al variare dell'angolo di incidenza del vento \dots Coefficiente di lift al variare dell'angolo di incidenza del vento \dots Coefficiente di coppia al variare dell'angolo di incidenza del vento \dots Modello sezionale sospeso montato in camera di prova \dots Ampiezze di oscillazione adimensionali in funzione della velocità del vento per incidenza pari a 0° - direzione di oscillazione x \dots	26 27 29 34 35 36 37 38 40 43
$2.1 \\ 2.2 \\ 2.3 \\ 3.1 \\ 3.2 \\ 3.3 \\ 3.4 \\ 3.5 \\ 3.6 \\ 3.7 \\ 3.8 \\ 3.9 $	Schema dell'oscillatore equivalente $\dots \dots \dots \dots \dots$ Forze di lift e di drag sul modello sezionale $\dots \dots \dots \dots \dots$ Schema delle forze che interessano le due masse $\dots \dots \dots \dots \dots$ Dettagli della geometria del modello sezionale $\dots \dots \dots \dots \dots$ Schema semplificato dell'apparato di misura per le forze aerodina- miche e relative convenzioni $\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$ Setup di misura per i coefficienti di forza su modello sezionale fisso Coefficiente di drag al variare dell'angolo di incidenza del vento \dots Coefficiente di lift al variare dell'angolo di incidenza del vento \dots Coefficiente di coppia al variare dell'angolo di incidenza del vento \dots Modello sezionale sospeso montato in camera di prova $\dots \dots \dots \dots$ Ampiezze di oscillazione adimensionali in funzione della velocità del vento per incidenza pari a 0° - direzione di oscillazione $x \dots \dots \dots$	266 277 299 344 355 366 377 377 388 400 433
2.1 2.2 2.3 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7 3.8 3.9 3.10	Schema dell'oscillatore equivalente \dots Forze di lift e di drag sul modello sezionale \dots Forze di lift e di drag sul modello sezionale \dots Schema delle forze che interessano le due masse \dots Schema delle forze che interessano le due masse \dots Schema semplificato dell'apparato di misura per le forze aerodinamiche e relative convenzioni \dots Setup di misura per i coefficienti di forza su modello sezionale fisso Coefficiente di drag al variare dell'angolo di incidenza del vento \dots Coefficiente di lift al variare dell'angolo di incidenza del vento \dots Coefficiente di coppia al variare dell'angolo di incidenza del vento \dots Modello sezionale sospeso montato in camera di prova \dots Setup di oscillazione adimensionali in funzione della velocità del vento per incidenza pari a 0° - direzione di oscillazione x mpiezze di oscillazione adimensionali in funzione della velocità del vento per incidenza pari a 0° - direzione di oscillazione y modello vento per incidenza pari a 0° - direzione di oscillazione y modella velocità del vento per incidenza pari a 0° - direzione di oscillazione y modella velocità del vento per incidenza pari a 0° - direzione di oscillazione y modella velocità del vento per incidenza pari a 0° - direzione di oscillazione y modella velocità del vento per incidenza pari a 0° - direzione di oscillazione y modella velocità del vento per incidenza pari a 0° - direzione di oscillazione y modella velocità del vento per incidenza pari a 0° - direzione di oscillazione y modella velocità del vento per incidenza pari a 0° - direzione di oscillazione y modella velocità del vento per incidenza pari a 0° - direzione di oscillazione y modella velocità del vento per incidenza pari a 0° - direzione di oscillazione y modella velocità del vento per incidenza pari a 0° - direzione di oscillazione y modella velocità del vento per incidenza pari a 0° - direzione di oscillazione y modella velocità del vento per incidenza pari a 0° - direzione di oscillazione y modella velocità del vento per inc	266 277 299 344 355 366 377 378 400 433 43

3.27	Angolo α modello sezionale	52
4.1	PSD dei coefficienti di forza misurati su modello sezionale fisso per incidenza del vento pari a 30° a velocità di vento pari a 12.8 m/s	55
4.2	Dettaglio della sonda di pressione: Sistema di riferimento per la misura delle componenti di velocità del flusso (a): convenzioni per	00
	gli angoli di <i>pitch</i> e <i>uaw</i> (b)	55
4.3	Segnale temporale con sovrapposto l'andamento del modulo della	
	trasformata di Hilbert condotta su di esso	58
4.4	Segnale temporale in accelerazione relativa ad una prova di decay	
	strutturale sul modello sezionale	59
4.5	Interpolazione lineare a tratti per l'andamento del modulo della	
	trasformata di Hilbert	59
4.6	Andamento dello smorzamento adimensionale in funzione delle am-	
	piezze di oscillazione del modello	60
4.7	Stima del numero di Strouhal per il modello investito dal vento a 80°	62
4.8	Stima dello smorzamento adimensionale per il modello investito dal	
	vento a 80°	63
4.9	Andamento della frequenza di oscillazione del modello e del distacco	
	di vortici in funzione di $\frac{V}{V_{Str}}$	65
4.10	Andamento di $\frac{\alpha}{\omega}$ in funzione di $\frac{V}{V_{Str}}$	65
4.11	Esempio di funzione non lineare per la descrizione delle forze indotte	
	dal distacco di vortici in funzione delle ampiezze di oscillazione $\ .$.	66
4.12	$ E sempio \ di \ and amento \ dello \ smorzamento \ strutturale \ adimensionale $	
	(ξ_S) in funzione delle ampiezze di oscillazione del modello sezionale	67
4.13	Analisi di sensibilità al variare del parametro $chkacc$	68
4.14	Analisi di sensibilità al variare del parametro chkaer	68
4.15	Analisi di sensibilità al variare del parametro chraer	69
4.16	Analisi di sensibilità al variare del parametro chracc	70
4.17	Sovrapposizione della campana di sincronismo numerica su quella	
	sperimentale per la configurazione dinamica $S0$ ed incidenza del	
	vento pari a 90°	72
4.18	Sovrapposizione della campana di sincronismo numerica su quella	
	sperimentale per la configurazione dinamica $S1$ ed incidenza del	
	vento pari a 80°	72

4.19	Sovrapposizione della campana di sincronismo numerica su quella	
	sperimentale per la configurazione dinamica $S2$ ed incidenza del	
	vento pari a 80°	73
4.20	Andamento numerico e sperimentale dello smorzamento adimensio-	
	nale totale in funzione della velocità del vento incidente a 80°	74
4.21	Andamento numerico dello smorzamento adimensionale totale in	
	funzione della velocità del vento incidente a 80° per le tre confi-	
	gurazioni $S0, S1, S2$	74
4.22	Sovrapposizione delle curve inviluppo di due transitori espansivi,	
	numerico e sperimentale - configurazione $S1$	75
4.23	Andamento sperimentale dei termini di smorzamento adimensionale	
	strutturale, aerodinamico e totale per velocità del vento pari a 6 m/s	
	ed incidenza di 80°	76
4.24	Calcolo della potenza introdotta in funzione delle ampiezze; confi-	
	gurazione S0 del modello sezionale $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	77
4.25	Calcolo della potenza introdotta in funzione delle ampiezze; confi-	
	gurazione S0 del modello sezionale $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	78
4.26	Calcolo della potenza introdotta in funzione delle ampiezze; confi-	
	gurazione S0 del modello sezionale $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	78
4.27	Curve di potenza massima introdotta dal vento come inviluppo degli	
	and amenti ottenuti alle singole velocità - Configurazione $S0$	79
4.28	Confronto numerico-sperimentale tra le curve di massima potenza	
	introdotta dal vento - Configurazione $S0$	79
4.29	Curve di potenza massima introdotta dal vento come inviluppo degli	
	and amenti ottenuti alle singole velocità - Configurazione $S1$	80
4.30	Confronto numerico-sperimentale tra le curve di massima potenza	
	introdotta dal vento - Configurazione $S1$	81
4.31	Confronto tra le curve numeriche di massima potenza introdotta dal	
	vento per le configurazioni S0, S1 ed S2 del modello sezionale	82
4.32	Incidenza 25° - Direzione y di oscillazione $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	82
4.33	Stima della legge di variazione dello smorzamento adimensionale	
	strutturale per il modello sezionale in direzione y- 25°	84
4.34	Valutazione della legge di Strouhal sul modello sezionale sospeso	
	nelle piccole ampiezze di oscillazione - 25°	84
4.35	Andamento dei picchi dei moduli dello spostamento al variare della	
	velocità del vento incidente - 25° - direzione y - $Sc \subset [0.25; 0.46]$	85

4.36	Confronto numerico-sperimentale delle curve di inviluppo delle storie temporali di build up	86
5.1	Rappresentazione delle diverse sezioni della spina in acciaio del mo-	
	dello della torre	91
5.2	Sistema di riferimento del modello aeroelastico	91
5.3		92
5.4		92
5.5	Deformate modali dei primi quattro modi di vibrare - confronto	
	numerico-sperimentale	94
5.6	Esposizione 0°	96
5.7	Modulo dello spettro del segnale di accelerazione in direzione $x \in y$	
	a 8.0 m/s - Esposizione 0°	97
5.8	Esposizione 10°	97
5.9	Modulo dello spettro del segnale di accelerazione in direzione $x \in y$	
	a 8.02 m/s - Esposizione 10°	98
5.10	Esposizione 20°	98
5.11	Modulo dello spettro del segnale di accelerazione in direzione X -	
	Esposizione 20°	99
5.12	Modulo dello spettro del segnale di accelerazione in direzione \boldsymbol{Y} -	
	Esposizione 20°	99
5.13	Esposizione 25°	100
5.14	Modulo dello spettro del segnale di accelerazione in direzione X -	
	Esposizione 25°	100
5.15	Modulo dello spettro del segnale di accelerazione in direzione Y -	
	Esposizione 25°	100
5.16	Esposizione 50°	101
5.17	Modulo dello spettro del segnale di accelerazione in direzione X -	
	Esposizione 50°	101
5.18	Modulo dello spettro del segnale di accelerazione in direzione \boldsymbol{Y} -	
	Esposizione 50°	102
5.19	Esposizione 90°	102
5.20	Modulo dello spettro del segnale di accelerazione in direzione X -	
	Esposizione 90°	103
5.21	Modulo dello spettro del segnale di accelerazione in direzione \boldsymbol{Y} -	
	Esposizione 90°	103

6.1	Deformate modali dei primi quattro modi di vibrare ottenute dalle matrici di massa e di rigidezza del modello discretizzato	106
6.2	Deformata 3D del quarto modo di vibrare della torre e mappa delle	
	esposizioni	106
6.3	Angolo di esposizione 90°	108
6.4	Spostamento del nodo Top Torre in prove in decay in aria ferma	110
6.5	Spettro dello spostamento del nodo Top Torre in prove in decay in aria ferma	110
6.6	Confronto numerico-sperimentale - decay in aria ferma - I modo	112
6.7	Confronto numerico-sperimentale - decay in aria ferma - <i>II</i> modo .	113
6.8	Analisi di sensibilità al variare dello smorzamento aerodinamico in termini di deviazione standard dell'accelerazione in condizioni di	
	ciclo limite	115
6.9	Confronto dei moduli delle trasformate di Hilbert di storie temporali	
	di build up al variare dello smorzamento aerodinamico	116
6.10	Analisi di sensibilità al variare della rigidezza aerodinamica in ter-	
	mini di deviazione standard dell'accelerazione in condizioni di ciclo	
	limite	116
6.11	Confronto dei moduli delle trasformate di Hilbert di storie temporali	
	di build up al variare della rigidezza aerodinamica	117
6.12	Analisi di sensibilità al variare dello smorzamento di accoppiamento	
	in termini di deviazione standard dell'accelerazione in condizioni di	
	ciclo limite	117
6.13	Confronto dei moduli delle trasformate di Hilbert di storie temporali	
	di build up al variare dello smorzamento di accoppiamento	118
6.14	Analisi di sensibilità al variare della rigidezza di accoppiamento in	
	termini di deviazione standard dell'accelerazione in condizioni di	
	ciclo limite	119
6.15	Confronto dei moduli delle trasformate di Hilbert di storie temporali	
	di build up al variare della rigidezza di accoppiamento	119
6.16	Analisi di sensibilità al variare di <i>ckraer</i> in termini di deviazione	1.0.0
0	standard dell'accelerazione in condizioni di ciclo limite	120
6.17	Contronto dei moduli delle trasformate di Hilbert di storie tempo-	
	rali di build up al variare del termine non lineare di smorzamento	101
		121

6.18	Sovrapposizione dei valori di α/ω numerico e sperimentale - 90° -	
	direzione x	124
6.19	Confronto numerico-sperimentale di build up all'interno della prima	
	campana di sincronismo - Top Torre	125
6.20	Confronto numerico-sperimentale di build up all'interno della secon-	
	da campana di sincronismo - Top Torre	125
6.21	Campana numerica e sperimentale valutata in termini di accelera-	
	zione standard	126
6.22	Variazione della risposta del modello numerico al variare del legame	
	$\xi_2 = \xi_{2(X_{top})}$ in termini di deviazione standard delle accelerazioni a	
	regime all'apice della torre	127
6.23	Modulo degli spettri delle storie temporali al variare della velocità	
	del vento incidente \ldots	128
6.24	Deformate massime assunte dalla torre a regime nei due campi di	
	sincronismo	129
6.25	Variazione dei coefficienti di rigidezza e smorzamento aerodinamici	
	${\rm con}\ l'esposizione\ al\ vento\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\$	133
6.26	Variazione del numero di Strouhal relativo alla prima e alla seconda	
	campana di sincronismo con l'esposizione al vento	134
6.27	Simulazione numerica e confronto sperimentale delle ampiezze di	
	oscillazione a regime all'apice della torre per diversi valori della	
	velocità del vento incidente - $\alpha = 20^{\circ}$	136
6.28	Esempi di storie temporali numeriche all'interno delle due regioni di	
	sincronismo - $\alpha = 20^{\circ}$	136
6.29	Simulazione numerica e confronto sperimentale delle ampiezze di	
	oscillazione a regime all'apice della torre per diversi valori della	
	velocità del vento incidente - $\alpha = 25^{\circ}$	137
6.30	Esempi di storie temporali numeriche all'interno delle due regioni di	
	sincronismo - $\alpha = 25^{\circ}$	137
6.31	Confronto dello smorzamento strutturale con lo smorzamento totale	
	in funzione dell'ampiezza di oscillazione all'interno della regione di	
	sincronismo per condizioni iniziali maggiori del ciclo limite - $\beta{=}25^\circ$	138
6.32	Simulazione numerica delle ampiezze di oscillazione a regime all'a-	
	pice della torre per diversi valori della velocità del vento incidente -	
	$\alpha = 30^{\circ}$	139

xi

6.33	Simulazione numerica e confronto sperimentale delle ampiezze di oscillazione a regime all'apice della torre per diversi valori della	
	velocità del vento incidente - $\alpha = 50^{\circ}$	140
6.34	Esempi di storie temporali numeriche all'interno delle due regioni di	
	sincronismo - $\alpha = 50^{\circ}$	140
6.35	Esempio di storia temporale di build up sperimentale e confronto	
	delle curve di inviluppo numerico-sperimentale - Esposizione 50° .	141
6.36	Simulazione numerica delle ampiezze di oscillazione a regime all'a-	
	pice della torre per diversi valori della velocità del vento incidente -	
	$\alpha = 70^{\circ}$	142
6.37	Dettaglio dello schema meccanico di due oscillatori equivalenti ap-	
	plicati nel nodo $i-esimo$ nelle due direzioni di oscillazione $\ .\ .\ .$	144
6.38	Confronto numerico - sperimentale delle ampiezze di oscillazione per	
	diversi valori della velocità del vento incidente - $\alpha{=}25^\circ$	145
6.39	Esempi di storie temporali di build up e spettri a regime ottenuti	
	dal modello numerico per la simulazione della dinamica del modello	
	aeroelastico nello spazio	146
6.40	Distribuzione della dimensione caratteristica lungo l'estensione as-	
	siale della torre	150
B.1	Analisi di sensibilità sulla campana del sincronismo al variare dei	
2.1	parametri non lineari	155
	F	
C.1	Confronto numerico-sperimentale della potenza introdotta in funzio-	
	ne delle ampiezze; configurazione $S1$ del modello sezionale $\ldots \ldots$	156
D 1	Analisi di sensibiltià al variare di <i>chkaer</i> in termini di deviazione	
D.1	standard dell'accelerazione in condizioni di ciclo limite	158
D 2	Confronto dei moduli delle trasformate di Hilbert di storie temporali	100
D.2	di build up al variare del termine non lineare di rigidezza aerodinamic	a158
D 3	Analisi di sensibiltià al variare di <i>ckracc</i> in termini di deviazione	a100
D.0	standard dell'accelerazione in condizioni di ciclo limite	159
D.4	Confronto dei moduli delle trasformate di Hilbert di storie temporali	100
_ • •	di build up al variare del termine non lineare di smorzamento di	
	accoppiamento	159
D.5	Analisi di sensibiltià al variare di <i>ckkacc</i> in termini di deviazione	
	standard dell'accelerazione in condizioni di ciclo limite	160

Confronto dei moduli delle trasformate di Hilbert di storie tempo-			
rali di build up al variare del termine non lineare di rigi	idezza di		
accoppiamento	••••	160	
E.1 Simulazione numerica e confronto sperimentale delle amp	piezze di		
oscillazione a regime all'apice della torre per diversi val	lori della		
velocità del vento incidente - $\beta{=}0^\circ$		162	
E.2 Simulazione numerica e confronto sperimentale delle amp	piezze di		
oscillazione a regime all'apice della torre per diversi val	lori della		
velocità del vento incidente - $\beta = 10^{\circ}$		163	
E.3 Simulazione numerica delle ampiezze di oscillazione a regi	ime all'a-		
pice della torre per diversi valori della velocità del vento in	ncidente -		
$\beta = 15^{\circ}$		164	

Elenco delle tabelle

1.1	Vibrazioni indotte dal distacco di vortici al variare della velocità			
	ridotta su cilindro libero di vibrare	12		
2.1	Parametri di smorzamento e rigidezza non lineari	30		
3.1	1 Tabella dei simboli principali impiegati nella trattazione del modello			
	sezionale	33		
3.2	Caratterizzazione dinamica per la configurazione $S0$	39		
3.3	Caratterizzazione dinamica per la configurazione $S1$	40		
3.4	Caratterizzazione dinamica per la configurazione $S2$	40		
3.5	Caratterizzazione dinamica per la configurazione $S3$	40		
3.6	Tabella riassuntiva delle configurazioni di prova considerate con rela-			
	tivo valore di ampiezza adimensionale massima raggiunta dal modello	42		
4.1	Caratterizzazione dinamica per le configurazioni del modello sezio-			
	nale analizzate	71		
4.2	Grandezze caratteristiche del modello sospeso sezionale per una espo-			
	sizione di 25° nella configurazione a momento di inerzia maggiorato	83		
5.1	Fattori di scala per le grandezze fisiche di interesse	90		
5.2	Frequenze e smorzamenti modali per le configurazioni $R0$ ed $R1$.	95		
5.3	Tabella riassuntiva dei valori massimi di accelerazione standard mi-			
	surati per le diverse campane di sincronismo alle diverse esposizioni:			
	si specifica quale sia il modo predominante nello spettro	95		
		00		

5.4	Tabella riassuntiva dei valori di Strouhal stimati per le diverse espo		
	sizioni al vento in corrispondenza dei modi eccitati nelle diverse		
	regioni di sincronismo	96	
6.1	Prime dieci frequenze proprie della struttura ad elementi finiti nello		
	spazio	105	
6.2	Prime cinque frequenze proprie della struttura ad elementi finiti		
	relative ai modi di vibrare nel piano xz	108	
6.3	Smorzamento strutturale dei primi due modi di vibrare: confronto		
	dei valori sperimentali con quelli ottenuti numericamente tramite		
	approccio in coordinate fisiche	111	
6.4	Estensione del campo di sincronismo ricavati dalle prove sperimen-		
	tali sul modello sezionale in due diverse configurazioni analizzate $% \mathcal{A}$.	148	
6.5	Estensione dei campi di sincronismo relativi relativi al primo e al		
	secondo modo di vibrare ricavati dalle prove sperimentali sul modello		
	aeroelastico	148	

Sommario

Il lavoro di tesi riguarda le vibrazioni indotte da distacco di vortici su strutture snelle; in particolare prende in analisi la risposta dinamica di una torre del Forth Replacement Crossing (FRC), un ponte strallato di prossima costruzione a Edimburgo, il cui progetto definitivo è stato verificato tramite una campagna di prove sperimentali condotte presso la Galleria del Vento del Politecnico di Milano. Il comportamento aerodinamico della torre è stato caratterizzato attraverso prove statiche e dinamiche su un modello sezionale della torre; la risposta della struttura completa è stata analizzata con un modello aeroelastico completo. Lo scopo del lavoro è quello di riprodurre per via numerica le forze non lineari dovute a distacco di vortici, attraverso il metodo dell'oscillatore equivalente, un modello fisico a parametri concentrati operante nel dominio del tempo che è stato identificato a partire dalle prove effettuate su modello sezionale. L'oscillatore equivalente è stato impiegato per simulare il forzamento indotto dal distacco di vortici lungo l'altezza della torre, la cui dinamica viene risolta da un codice agli elementi finiti; la bontà del modello numerico viene valutata sull'evidenza sperimentale delle prove sul modello aeroelastico.

Parole chiave: Distacco di vortici, struttura snella, Oscillatore Equivalente, corpo tozzo

Abstract

This work is concerned with vortex induced vibration of slender structures; it is focused on the dynamic response of a tower of the Forth Replacement Crossing (FRC), a cable-stayed bridge which will be erected in Edinburgh, whose confirmatory tests were performed in the Politecnico di Milano Wind Tunnel. The aerodynamic behavior of the tower is characterized via static and dynamic sectional model tests; the whole structure response has been investigated with the full aeroelastic model of the tower in a stand-alone configuration. The aim is to numerically reproduce the non-linear forces dued to vortex shedding through the *Equivalent oscillator*, a physical model which operates in time domain, which has been identified on the sectional test results. The Equivalent oscillator has been used in a tridimensional finite element model of the tower to reproduce the vortex shedding force distribution on the structure and its response has been compared to the one measured on the aeroelastic model.

Keywords: Vortex shedding, slender structures, Equivalent Oscillator, bluff body

Introduzione

L A PROGETTAZIONE di strutture soggette ai carichi eolici è generalmente critica per edifici o strutture ad elevato sviluppo verticale, linee aeree per la trasmissione di energia elettrica, impalcati o funi portanti di ponti a grande luce. Tutte le strutture citate presentano generalmente una forma snella ed una sezione tozza, caratteristiche che le possono esporre a fenomeni di interazione aeroelastica quali distacco di vortici ed instabilità dinamica.

Il presente lavoro di tesi si colloca nell'ambito della campagna di prove sperimentali di verifica del progetto Forth Replacement Crossing (FRC), ponte strallato di prossima realizzazione ad Edimburgo, condotta presso la Galleria del Vento del Politecnico di Milano. Il presente studio analizza la dinamica indotta dal fenomeno del distacco di vortici su una delle torri di sostegno del ponte ed in particolare l'obiettivo del lavoro di tesi è quello di implementare un modello numerico in grado di simulare tale comportamento e confrontare i risultati sulla base delle prove sperimentali.

L'interesse nell'approfondire gli effetti del distacco di vortici su strutture snelle è dovuto al fatto che tale fenomeno può indurre oscillazioni di ampiezze significative anche a fronte di velocità del vento più basse rispetto a quelle che interessano tipicamente i fenomeni di instabilità aerodinamica, determinando sollecitazioni a fatica della struttura.

Il distacco di vortici da una generica struttura è un fenomeno periodico che si manifesta in un preciso intervallo di velocità del vento, producendo un campo di forze variabile nel tempo agenti sia nella direzione del vento (in-line) sia nella direzione ad esso perpendicolare (cross-flow). La frequenza del distacco dei vortici è proporzionale alla velocità del vento tramite una costante, il numero di Strouhal, che risulta essere dipendente dalla geometria della sezione investita dal vento. Se la frequenza caratteristica del distacco di vortici risulta essere sufficientemente vicina ad una dele frequenze proprie della struttura, possono insorgere fenomeni di risonanza. Tale fenomeno, noto con il nome di lock-in, è dovuto al fatto che il distacco di vortici si sintonizza sulla frequenza naturale dell'oggetto in questione, portando le ampiezze di oscillazione a valori anche prossimi alla dimensione della sezione del corpo.

L'aspetto innovativo del lavoro riguarda l'applicazione al caso di una struttura rastremata anzichè dotata di sezione costante come nel caso delle strutture considerate in letteratura (cavi portanti, linee elettriche, oleodotti). La geometria della torre può portare a differenze significative nel campo di moto del fluido che si instaura alle diverse quote e incidere quindi sulla correlazione del fenomeno del distacco di vortici lungo l'altezza. Va sottolineato inoltre che la forma stessa della sezione non è convenzionale rispetto a quelle prese in considerazione nei precedenti studi (tipicamente circolari) in quanto presenta superfici curve e spigoli che alterano la sagoma esposta al vento al variare dell'angolo di esposizione. Per tener conto di questi fattori occorre adottare alcuni accorgimenti a partire dall'impostazione delle prove sperimentali e nella formulazione del modello numerico.

Il presente lavoro di tesi è organizzato come segue.

Nel primo capitolo viene approfondito il caso molto studiato in letteratura del fenomeno del distacco di vortici da corpi cilindrici a sezione circolare, quindi, le peculiarità che contraddistinguono il caso di corpi tozzi di geometria elementare.

Il secondo capitolo introduce e descrive il modello dell'oscillatore equivalente. Si tratta di un modello fisico a parametri concentrati che permette di riprodurre nel dominio del tempo le forze non lineari che si sviluppano sulla superfice di un corpo soggetto a distacco di vortici.

Il terzo capitolo presenta l'indagine sperimentale svolta in galleria del vento mirata a caratterizzare in tutta la sua complessità l'assetto aerodinamico di una delle tre torri di sostegno del FRC. In particolare sono state condotte prove statiche e dinamiche su un modello sezionale della struttura in scala 1 : 30 con l'obiettivo di evidenziare l'eventuale distacco di vortici.

Nel quarto capitolo si descrive la procedura che ha portato all'identificazione dei parametri caratteristici dell'oscillatore equivalente sulla base dell'evidenza sperimentale raccolta durante le prove sul modello sezionale. Questa fase è mirata all'identificazione del modello numerico per la simulazione della forzante lungo ciascuna delle due direzioni principali di oscillazione. Nel quinto capitolo si descrive la campagna sperimentale condotta in galleria del vento su un modello aeroelastico completo della torre in scala 1 : 100, finalizzata ad indagare gli aspetti tipicamente tridimensionali del problema.

Nel sesto capitolo si illustra come il modello dell'oscillatore equivalente può essere utilizzato per simulare la dinamica della torre completa per diverse esposizioni al vento. A tale scopo è necessario considerare un modello ad elementi finiti in grado di riprodurre le proprietà elastiche ed inerziali della torre. Le forze prodotte da distacco di vortici per unità di lunghezza lungo lo sviluppo verticale del modello sono simulate da una distribuzione degli oscillatori equivalenti posti in corrispondenza dei nodi del modello FEM. Questo approccio consente di tener conto della variabilità del fenomeno di distacco di vortici con la geometria lungo l'altezza della torre e di gestire in maniera indipendente la risposta del sistema lungo le due direzioni principali di oscillazione.

Capitolo 1

Il distacco di vortici

L DISTACCO DI VORTICI è la particolare fenomenologia fluidodinamica che si può instaurare a valle di corpi investiti da fluido qualora si verifichi una separazione dello strato limite.

La separazione del flusso da un corpo immerso è dovuta alla presenza di un gradiente avverso di pressione lungo la superfice di contorno oppure in corrispondenza di bordi salienti. Con lo stacco della vena si ha la formazione di una regione di scia a valle dell'ostacolo, costituita da continui scambi di energia fra le diverse linee di flusso. La scia può essere di tipo laminare o turbolento a seconda che lo scambio di energia avvenga rispettivamente a livello molecolare o a livello macroscopico.

La separazione dello strato limite e la formazione di vortici dipendono dalla geometria del corpo, dal numero di Reynolds, Re, e, in maniera meno sostanziale, dal livello di turbolenza del flusso indisturbato e dalla rugosità superficiale del corpo [17]. Nel caso dei corpi tozzi il punto di separazione e le caratteristiche della scia vorticosa che si instaura dipendono sensibilmente dal numero di Reynolds definito come:

$$Re = \frac{\rho VD}{\mu} \tag{1.1}$$

dove ρ è la densità dell'aria, V la velocità della vena fluida, D una dimensione caratteristica e μ la viscosità dinamica del fluido considerato. In determinati campi di tale parametro si verifica che la scia a valle del corpo tozzo è costituita da una doppia schiera di vortici controrotanti, staccati alternativamente dal lato superiore ed inferiore della sezione, secondo le modalità che verranno presentate nel seguito. Durante l'evoluzione del fenomeno avviene una variazione periodica della distribuzione di pressione attorno all'oggetto. Questa condizione genera una forza pulsante



Figura 1.1: Strato di nubi che oltrepassa un isolotto nell'oceano

con componenti nella direzione della vena incidente e in quella ad essa perpendicolare. Qualora la frequenza del forzamento si avvicini ad una delle frequenze proprie di una struttura reale, si potrebbero riscontrare criticità nella risposta dinamica, specialmente in presenza di bassi valori di smorzamento e geometrie sfavorevoli, come nel caso di strutture snelle.

Fenomeni di questo tipo sono stati evidenziati per la prima volta dal fisico Vincent Strouhal nel 1878, grazie a esperimenti di vibroacustica condotti su elementi metallici in grado di emettere rumore sotto l'azione del vento. E' da ricondurre ai suoi studi la formulazione del legame fra la frequenza di distacco e la velocità della vena fluida incidente: egli infatti ha riassunto nell'omonima legge l'essenza fisica di un fenomeno così vario e complesso riconducendola ai pochi parametri in gioco. In particolare, rifacendosi ad un problema semplice con un corpo di forma cilindrica a sezione circolare investito dal vento, si può scrivere che:

$$f_{St} = St \frac{V}{D} \tag{1.2}$$

dove f_{St} rappresenta la frequenza di distacco di vortici, D il diametro del cilindro, V la velocità della vena incidente e St il cosiddetto numero di Strouhal, vale a dire il parametro chiave che definisce il legame lineare che esiste tra la velocità e la frequenza caratteristica del fenomeno: tale costante è legata alla geometria del corpo considerato (quindi la formula è estesa a corpi tozzi di vario genere, non solo a sezione circolare) e al numero di Reynolds.

Strouhal scoprì inoltre l'eccezione data dal fenomeno della sincronizzazione,

notando che un oggetto con una certa frequenza propria può essere forzato in risonanza per un certo range delle velocità del vento, e in tale regione, detta di sincronismo, il distacco di vortici si accorda sulla frequenza naturale del corpo oscillante; in tale regione viene meno il legame imposto dalla legge di Strouhal.

1.1 Distacco di vortici da cilindro fisso

Per poter inquadrare meglio il fenomeno è bene analizzare una situazione semplice, quale è il distacco di vortici da un corpo cilindrico a sezione circolare fermo all'interno del campo di moto del fluido. Di seguito si analizza in dettaglio l'influenza sulla complessa fluidodinamica del problema del numero di Reynolds, della rugosità superficiale del cilindro, dell'intensità e della scala della turbolenza del flusso.

1.1.1 Influenza del numero di Reynolds

Esiste una prima distinzione tra il distacco di vortici a bassa velocità (Re < 300), in cui questi prendono forma e crescono gradualmente nel tragitto a valle del cilindro, ed il distacco ad alta velocità (Re > 300) che prevede la formazione dei vortici in un punto ben definito nella scia dell'oggetto e il propagarsi a valle dei medesimi; quest'ultima è la condizione fluidodinamica che interessa maggiormente da un punto di vista ingegneristico.

Il flusso agente su corpi tozzi subisce una successione di transizioni all'aumentare del numero di Reynolds. Andando a considerare la sola modalità di distacco ad alta velocità della vena incidente si possono individuare due differenti tipologie di transizione: TrSL (*Transition in shear layers state*) per $Re < 10^5$ e TrBL (*Transition in boundary layers state*) per $Re > 10^5$. La transizione TrSL si sviluppa attraverso tre fasi distinte al crescere di Re:

- *TrSL1* (regime subcritico inferiore): appaiono onde di transizione lungo lo shear layer libero che stabilizzano la scia adiacente al cilindro
- *TrSL2* (regime subcritico intermedio): si formano vortici di transizione sotto forma di catene che precedono il passaggio alla turbolenza. Al crescere di Re, la transizione si avvicina progressivamente ai punti di separazione della scia
- *TrSL3* (regime subcritico superiore): vicino al cilindro si assiste ad una transizione immediata alla turbolenza, accompagnata da una scia molto corta. La formazione di vortici vicino al cilindro aumenta in modo considerevole il



Figura 1.2: Primo e secondo punto di separazione del flusso su un cilindro in condizioni di regime precritico



Figura 1.3: Corrente bidimensionale attorno a un corpo cilindrico a sezione circolare in regime TrBL1

coefficiente di drag, C_D , e la componente fluttuante del coefficiente di lift, C_L , rispetto ai due regimi precedentemente descritti.

La transizione TrBL, su cui concentriamo il nostro interesse, si può, invece, a sua volta distinguere in quattro differenti regimi: precritico, critico (suddiviso in *One Bubble* e *Two Bubble*), supercritico e postcritico, ognuno dei quali presenta differenti comportamenti fluidodinamici che si traducono in differenti valori del coefficiente di drag, in diverse caratteristiche degli spettri del coefficiente di lift e in differenti distribuzioni di pressione.

Il regime precritico, o regime $TrBL\theta$, viene definito per valori di Re compresi tra 10^5 e $3 \cdot 10^5$. La transizione da strato limite laminare a turbolento avviene ancora nel free shear layer, ma immediatamente dopo il punto di separazione (SP1in Figura 1.2); la turbolenza introdotta induce però lo shear layer a riattaccarsi al cilindro come strato limite turbolento, per poi separarsi definitivamente nel punto SP2. I vortici si formano regolarmente e si staccano, alternati, dalla parte superiore e inferiore del cilindro. La frequenza di distacco è costante, determinata dal valore di St e quindi dalla geometria del corpo; il fenomeno può essere definito periodico.



Figura 1.4: Andamento del coefficiente di drag al variare del numero di Reynolds

Il regime precritico è seguito dal regime One Bubble, o TrBL1, che è definito per valori di Reynolds compresi tra $3 \cdot 10^5$ e $3.8 \cdot 10^5$. Con riferimento alla Figura 1.3, si ha che lo strato limite si separa dal cilindro in corrispondenza di TB. Il flusso staccato da TB si riattacca in TA creando una bolla di separazione, definita appunto one bubble. Raggiunto il punto TS lo strato limite si separa definitivamente. All'aumentare del numero di Reynolds l'ampiezza di scia si riduce fino a raggiungere il valore più basso per $Re \simeq 3.8 \cdot 10^5$: si tratta della cosiddetta crisi del drag evidente in Figura 1.4. Per quanto riguarda il numero di Strouhal, il regime TrBL1 è caratterizzato da un'elevata dispersione di valori in quanto si è in assenza di un distacco di vortici periodico.

Differentemente dal regime TrBL1 che presenta una distribuzione di pressione asimmetrica, il regime TrBL2 (detto anche regime $Two \ Bubble$) è contraddistinto da un profilo di pressioni simmetrico. Tale regime mostra da entrambi i lati del cilindro una combinazione intrecciata di separazione laminare, transizione, riattacco della scia, separazione turbolenta che caratterizzano lo strato limite. I regimi One Bubble e Two Bubble, che insieme si può dire costituiscano il regime critico, sono molto sensibili ai disturbi; non risulta possibile individuarli in presenza di una rugosità superficiale e di una turbolenza di vena libera sufficientemente elevate.

Le condizioni di regime supercritico, denominato anche TrBL3, si realizzano per numeri di Reynolds compresi tra $5 \cdot 10^5$ e $3 \cdot 10^6$. Come si può notare in Figura 1.5 si assiste ad un aumento dell'ampiezza della scia rispetto al caso critico; all'incrementare del numero di Reynolds il punto di transizione tra laminare e turbolento si avvicina al punto di ristagno LB. Il distacco di vortici è casuale sia in ampiezza che in frequenza e non si riscontra nessuna periodicità nella variazione di



Figura 1.5: Corrente bidimensionale attorno a un corpo cilindrico a sezione circolare in regime supercritico

pressione superficiale del cilindro. L'andamento riferito al coefficiente della forza di drag denota un costante incremento successivo al punto caratterizzato dal valore minimo (per $Re \simeq 3.8 \cdot 10^5$).

Il regime postcritico (TrBL4) si manifesta per numeri di Reynolds superiori a $3 \cdot 10^6$. Il coefficiente di drag, dopo la progressiva crescita che si realizza nel regime supercritico, raggiunge un nuovo plateau nell'intorno del valore 0.7.

Caratteristica fondamentale del regime postcritico è la ricomparsa del fenomeno del distacco di vortici periodico; a tal proposito in Figura 1.6 è rappresentata la *Power Spectral Density* (*PSD*) del coefficiente di lift in regime supercritico (a) e in regime postcritico (b). Nel secondo caso, assistiamo alla presenza di un picco ben definito in corrispondenza del numero di Strouhal (il fenomeno di distacco di vortici viene quindi definito in banda stretta). Il grafico riferito invece al regime supercritico non indica una chiara e definita periodicità nel distacco di vortici (fenomeno in banda larga). Proprio per questo motivo, il numero di Strouhal in regime postcritico presenta un valore più elevato rispetto al caso precritico e presenta un andamento crescente con valori che, nel caso di modello liscio, oscillano tra 0.19 e 0.24.

Questa trattazione è indispensabile per comprendere come il numero di Reynolds giochi un ruolo fondamentale nella previsione della forza di drag sul cilindro (F_D) . Tale azione si può valutare secondo la (1.3) come funzione quadratica della velocità del flusso incidente, racchiudendo nel coefficiente adimensionale di drag, C_D , tutte le informazioni relative alla geometria e finitura superficiale del corpo e le caratteristiche del flusso:



Figura 1.6: Densità di potenza spettrale del coefficiente di lift in regime supercritico e postcritico

$$F_D = \frac{1}{2}\rho DC_D V^2 \tag{1.3}$$

dove ρ è la densità del fluido, D una dimensione caratteristica, il diametro in questo caso, V la velocità indisturbata di vena e F_D rappresenta la forza di drag per unità di lunghezza, agente in direzione parallela alla velocità e applicata nel centro delle pressioni dell'oggetto. In termini globali la forza di drag è da vedersi come l'integrale della distribuzione di azioni tangenziali e pressioni lungo la superficie del corpo, proiettate nella direzione della velocità; il drag di frizione, dovuto alle prime, è rilevante qualora si considerino corpi allungati (es: profili alari) in quanto sono considerevoli le superfici a contatto col fluido, mentre nell'analisi di corpi tozzi risulta predominante il cosiddetto drag di pressione, legato all'entità del recupero di pressione che si ha a valle dell'oggetto. Tale recupero dipende dalla posizione del punto di distacco della vena rispetto al punto di ristagno posteriore, ovvero, all'ampiezza della scia che si viene a creare. Quindi, alla luce delle considerazioni fatte riguardo alla fluidodinamica del fenomeno ai diversi regimi, si può dedurre l'andamento della forza di drag in funzione di Re o, analogamente, quello del coefficiente adimensionale C_D ; nello specifico si ha che tale valore risulta contenuto laddove si instauri una regione di scia piuttosto stretta ed elevato in caso contrario.

1.1.2 Influenza della rugosità superficiale

L'influenza della rugosità superficiale per un flusso incidente su un corpo cilindrico è stata studiata da numerosi autori; tali ricerche si sono concentrate sull'analisi delle forze aerodinamiche agenti (medie e oscillanti) e sulla variazione delle proprietà



Figura 1.7: Andamento del coefficiente di drag per differenti valori di rugosità superficiale in funzione di Re

del fluido. Il parametro caratteristico circa l'influenza della rugosità è $\frac{K}{D}$ dove K rappresenta la dimensione della rugosità presa in esame e D la dimensione caratteristica (il diametro) del cilindro. E' necessario precisare che i risultati presentati in letteratura sono fortemente dipendenti dalla tipologia di rugosità presa in esame (sfere, reti, piramidi, carta smerigliata, rugosità naturale, etc). La rugosità deve essere distribuita in modo uniforme sulla superficie del modello interessato in modo da garantire un comportamento omogeneo del fluido in movimento. In primo luogo, in Figura 1.7 è riportato l'andamento del coefficiente di drag al variare di $\frac{K}{D}$; la rugosità è stata ottenuta tramite l'applicazione di fogli di carta smerigliata sulla superficie del cilindro liscio (i dati sono presentati in funzione del numero di Reynolds).

E' possibile osservare come il regime precritico non sia influenzato dalla rugosità superficiale; il valore di C_D si mantiene infatti costante per un ampio intervallo di Re. Per quanto riguarda invece il regime critico (identificabile dal brusco decremento del coefficiente di drag) si possono individuare due andamenti macroscopici: il valore minimo raggiunto dal C_D cresce con l'aumentare del parametro $\frac{K}{D}$ e il numero di Reynolds a cui si presenta il brusco decremento diminuisce progressivamente. Appare evidente come al crescere di $\frac{K}{D}$ l'ampiezza del regime critico si riduca sensibilmente arrivando quasi a scomparire. Alcuni autori hanno osservato, durante le loro campagne di prove, che una rugosità sufficientemente elevata impedisce la formazione dei regimi One Bubble e Two Bubbles. Aumentando ulteriormente il numero di Reynolds, il coefficiente di drag risale (regime supercritico) e raggiunge un valore costante all'interno della zona postcritica. E' possibile osservare come il valore del parametro C_D in questo regime sia fortemente dipendente



Figura 1.8: Andamento del numero di Strouhal per differenti valori di rugosità superficiale in funzione di Re

dal valore di $\frac{K}{D}$ e cresca all'aumentare di quest'ultimo. Per alti valori di rugosità superficiale i regimi critico e supercritico non si presentano e il regime TrBl0 è seguito direttamente dal TrBL4. In questo caso il fenomeno di distacco di vortici non cessa (come invece è previsto all'interno del regime supercritico) ed è sempre presente per un ampio range di Reynolds.

La presenza di una rugosità superficiale inoltre condiziona fortemente l'andamento del numero di Strouhal, come messo in evidenza dagli studi di G. Buresti e G. Martini. In Figura 1.8 sono riportati i risultati riferiti a una rugosità ottenuta attraverso fogli smerigliati applicati sulla superficie del cilindro.

Come si osserva, è presente una notevole dispersione dei dati ma è comunque possibile estrapolare un andamento generale: al crescere della rugosità e del numero di Reynolds al quale la prova è stata condotta il numero di Strouhal decresce progressivamente. Tali risultati sono però, come già detto in precedenza, fortemente condizionati dalla tipologia di rugosità presa in esame e le discrepanze riscontrate tra i vari autori che hanno analizzato l'argomento sono imputabili alla difficoltà nel definire in maniera univoca la dimensione geometrica che caratterizza la rugosità e la sua distribuzione sulla superficie.

1.1.3 Influenza della turbolenza

Il comportamento del vento turbolento reale è un fenomeno complesso e random, variabile nel tempo e nello spazio; le sue caratteristiche ci permettono, tuttavia, di considerarlo come un processo stazionario ed ergodico e la trattazione viene fatta in termini statistici. Ipotizzando che il flusso sia omogeneo su un piano orizzontale, le componenti fluttuanti di velocità $u, v \in w$ dipendono solo dalla quota z. E' possibile introdurre un fattore indice di turbolenza per la componente orizzontale u definito come:

$$I_U(z) = \frac{\sigma_U(z)}{U(z)} \tag{1.4}$$

dove U(z) è il valor medio della velocità in direzione longitudinale alla quota z e $\sigma_U(z)$ è la deviazione standard della componente fluttuante u, dipendente dalla sola altezza z a seguito delle ipotesi di flusso del piano orizzontale, definita come:

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left[u(t)\right]^2 dt}$$
(1.5)

Dove T rappresenta la lunghezza della base temporale di interesse. Allo stesso modo è possibile definire un indice di turbolenza per le altre componenti $v \in w$.

La turbolenza di un flusso incidente ha un effetto rilevante sulle forze che il flusso stesso esercita sul cilindro [16], [11]. E' largamente noto che, come nel caso sopra citato della rugosità, essa ha come conseguenza uno spostamento della regione di transizione verso un range di Reynolds più bassi.



Figura 1.9: Andamento di C'_L e C_D per differenti valori di turbolenza al variare del numero di Reynolds

La Figura 1.9(b) mostra l'andamento, in funzione del numero di Reynolds in scala logaritmica, del coefficiente di drag; quest'ultimo, all'interno del regime



Figura 1.10: Andamento del numero di Strouhal per differenti valori di turbolenza in funzione di Re

precritico, diminuisce al crescere della turbolenza del flusso incidente. La caduta del C_D propria del regime critico si verifica ad un numero di Reynolds inferiore rispetto al caso di un flusso caratterizzato dall'assenza di turbolenza (curva con indice di turbolenza pari a 0.4 %). Allo stesso modo, l'incremento del numero di Strouhal con il crescere della turbolenza (vedi Figura 1.10) dimostra che il numero di Reynolds in corrispondenza del quale lo strato limite subisce la transizione diminuisce. In Figura 1.9(a) è visualizzata la componente fluttuante della forza di lift. In presenza di turbolenza, il decremento del C'_L all'interno del regime critico, avviene a un Reynolds ancora inferiore rispetto ai dati riportati in letteratura riguardo alle prove in presenza di un flusso indisturbato.

1.2 Distacco di vortici da cilindri mobili

Quanto esposto finora è valido se si considera un cilindro rigido e fisso nello spazio. Quando invece il cilindro, sottoposto alle forze indotte dal distacco, è libero di vibrare si determinano le condizioni che danno origine ad un complesso meccanismo di interazione fluidoelastica, detto vibrazioni indotte da distacco di vortici (o VIV da vortex induced vibration). Quando una corrente uniforme investe un cilindro che ha la possibilità di vibrare, si verifica che questo inizia ad oscillare con ampiezze significative nel momento in cui la frequenza del distacco di vortici, data dalla 1.2, si avvicina alla sua frequenza propria f_0 . E' quindi possibile definire, attraverso la relazione di Strouhal, una velocità della vena fluida incidente, detta appunto velocità di Strouhal V_{St} , in corrispondenza della quale si distaccano vortici ad una frequenza pari alla frequenza propria del cilindro f_0 :

$$V_{St} = \frac{f_0 D}{St} \tag{1.6}$$

dove con St è indicato il numero di Strouhal. In altri termini, le ampiezze di oscillazione del cilindro, diventano significative per velocità della corrente prossime alla velocità di Strouhal. Considerando la forzante in direzione cross-flow assimilabile ad una forza sinusoidale con frequenza pari a f_{St} , quando la velocità della corrente si avvicina al valore indicato dalla relazione 1.6 si configura la condizione di forzamento in risonanza per il cilindro. Sulla base di questa considerazione ci si può riferire quindi ad un parametro adimensionale di comune utilizzo in fluidoelasticità, cioè la velocità ridotta, definita nell'equazione seguente:

$$V_R = \frac{V}{f_0 D} \tag{1.7}$$

Sulla base di questo parametro, per un cilindro libero di muoversi nello spazio si distinguono i comportamenti riportati in tabella 1.1:

Intervallo di V_R	Fenomeno osservato
$V_R < 1.25$	Piccole oscillazioni indotte dalla turbolenza
$1.25 < V_R < 2.7$	Vortici simmetrici: oscillazioni in direzione in-
	line
$2.7 < V_R < 4.5$	Vortici alternati: oscillazioni in direzione in-line
	(con frequenza $2f_{St}$) e in direzione cross-flow
	$(ext{con frequenza } f_s)$
$V_R > 4.5$	Vortici alternati: oscillazione in direzione cross-
	flow di ampiezza confrontabile con il diametro
	del cilindro

Tabella 1.1: Vibrazioni indotte dal distacco di vortici al variare della velocità ridotta su cilindro libero di vibrare

Più nel dettaglio, per $V_R < 1.25$ si possono osservare ampiezze di oscillazione molto piccole in entrambe le direzioni, trasversale e longitudinale, principalmente causate dalla turbolenza del fluido, incrementando il valore di velocità, fino a stabilire le condizioni caratterizzate da $1.25 < V_R < 2.7$, si riscontrano oscillazioni essenzialmente nella direzione della velocità della vena: in questa situazione il moto del cilindro condiziona il distacco di vortici che avviene simultaneamente dai due lati del cilindro. L'intervallo di velocità ridotta $2.7 < V_R < 4.5$ è caratterizzato dalla compresenza del forzamento in-line e cross-flow, il corpo forzato si muove seguendo delle traiettorie ad otto, che manifestano come il forzamento nella direzione della vena fluida avvenga a frequenza doppia rispetto alle variazioni della forza di lift. Il distacco di vortici avviene in maniera alternata. Nel range di velocità ridotta compreso tra 4.5 e 8 si ha il massimo forzamento nella direzione cross-flow e le ampiezze di vibrazione diventano paragonabili al diametro del cilindro stesso. L'effetto del forzamento produce spostamenti molto più evidenti nella direzione ortogonale al fluido incidente, rendendo questi più significativi in fase di analisi della dinamica indotta dal distacco di vortici.

Numerosi esperimenti hanno mostrato che quando la frequenza di distacco di vortice f_{St} è prossima alla frequenza propria, f_0 , di una struttura deformabile, in apparente violazione della relazione di Strouhal, la struttura prende il controllo del distacco facendo collassare le frequenze in una singola frequenza prossima ad f_0 . Questo particolare fenomeno, detto lock-in o sincronizzazione, è un aspetto peculiare delle vibrazioni indotte da distacco di vortici e vale in un certo intervallo di velocità della vena fluida incidente, prossime alla velocità di Strouhal, detto campo di sincronismo.

1.2.1 L'intervallo di sincronismo

Si consideri un cilindro dotato del solo grado di libertà cross-flow investito da un fluido in movimento, a valle del cilindro si avrà la formazione di una scia di vortici che vengono staccati ad una frequenza caratterizzata dalla relazione di Strouhal, riportata in 1.2. Incrementando la velocità del fluido si ha un incremento della frequenza del distacco. Quando la frequenza di distacco si avvicina alla frequenza propria del cilindro, quest'ultimo inizia a muoversi poichè forzato in risonanza. A questo punto lo stesso moto del cilindro guida il distacco di vortici, sincronizzandolo sulla propria frequenza di moto. Anche un ulteriore aumento della velocità mantiene il fenomeno innescato, fino a che improvvisamente la frequenza di distacco ritorna a seguire la relazione di Strouhal. Questo fenomeno prende il nome di sincronizzazione e il range di velocità per il quale avviene è detto campo di sincronismo. Rispetto al caso di un cilindro stazionario, il moto del cilindro favorisce una crescita più rapida dei vortici dando luogo ad un incremento della loro energia. Il moto oscillatorio determina anche l'aumento della correlazione spaziale tra i vortici staccati lungo il cilindro. Questi cambiamenti delle proprietà della scia si ripercuotono sulle forze di drag e di lift: un aumento della correlazione tra i vortici provoca un incremento della forza fluttuante di lift; inoltre le oscillazioni danno origine ad un incremento della ampiezza di scia provocando forze di drag più elevate rispetto al caso di cilindro stazionario [17]. Le ampiezze di vibrazione raggiunte dal cilindro sono autolimitate e funzione non lineare del rapporto di sincronizzazione, cioè dal rapporto tra la velocità del fluido e la velocità di Strouhal. In Figura 1.11 sono mostrate le ampiezze di vibrazione raggiunte dal cilindro in funzione del rapporto V/V_{St} .



Figura 1.11: Ampiezze di vibrazione adimensionalizzate al diametro del cilindro in funzione del rapporto V/V_{St} ;[15]

Si nota come si abbiano ampiezze di vibrazione diverse da zero per un ampio intervallo del rapporto V/V_{St} , in particolare per $0.9 < V/V_{St} < 1.4$, quindi lontano dal quella che sarebbe la condizione di risonanza senza accoppiamento fluidoelastico. Nella Figura sono riportate le ampiezze di vibrazione ottenute per regimi progressivi, cioè cambiando la velocità del vento una volta che il cilindro ha raggiunto la condizione di regime alla velocità precedente. Sono riportate sia le ampiezze di vibrazione ottenute incrementando la velocità del vento, contrassegnate da un quadrato, sia quelle ottenute diminuendo la velocità, contrassegnate da un cerchio; tale accorgimento può essere utile per evidenziare eventuali isteresi del fenomeno.

1.2.2 Influenza dello smorzamento

Sia l'ampiezza del campo di sincronismo sia le ampiezze di oscillazione dipendono dalle caratteristiche strutturali del cilindro quali il diametro, la massa lineare e lo smorzamento strutturale; nella letteratura tecnica si utilizza spesso un parametro adimensionale chiamato numero di Scrouton, in funzione del quale possono essere previste le ampiezze massime di oscillazione e l'ampiezza del campo di lock-in. Esso è definito come:

$$Sc = \frac{2\pi mh}{\rho D^2} \tag{1.8}$$

dove m indica la massa al metro della struttura in questione, h lo smorzamento strutturale, come rapporto tra lo smorzamento e lo smorzamento critico, ρ la densità del fluido e D il diametro del cilindro.



Figura 1.12: Ampiezza massima di oscillazione all'interno del campo di sincronismo in funzione del numero di Scrouton secondo Sarpkaya e Iwan e Blevins

In Figura 1.12 è riportata la massima ampiezza di oscillazione in funzione del numero di Scrouton, mentre la Figura 1.13 mostra l'ampiezza del campo di sincronismo, in termini di velocità ridotta, al variare del parametro adimensionale *Sc.* All'aumentare del numero di Scrouton si riduce sia l'ampiezza della zona di sincronismo che l'ampiezza massima di vibrazione, per Scrouton maggiore di 32 il lock-in non si manifesta.


Figura 1.13: Ampiezza del campo di sincronismo in funzione del numero di Scrouton

1.3 Distacco di vortici da corpi a sezione rettangolare

La forma del cilindro con sezione rettangolare è molto ricorrente in ambito civile quindi in letteratura è possibile trovare diversi studi riguardanti il fenomeno del distacco di vortice da corpi di questo genere. La ricerca in tale campo non è orientata solo all'analisi dell'interazione dinamica fluido-struttura ma anche all'aspetto termodinamico del fenomeno: il distacco di vortici, grazie alle sue caratteristiche non lineari, può infatti essere sfruttato per migliorare lo scambio termico convettivo fra un corpo fisico ed il fluido che lo investe, specialmente in situazioni di flusso laminare; tecniche di questo tipo trovano oggi largo impiego nei sistemi di raffreddamento di componenti elettronici.

L'interesse della trattazione è rivolto al comportamento che possono denotare strutture snelle come la torre di sostegno oggetto del lavoro di tesi quando soggette a distacco di vortici; sulla base dei risultati riportati in letteratura riguardo all'interazione aeroelastica per oggetti di sezione simile a quella della torre, si cerca di studiare la dipendenza del fenomeno dall'angolo di incidenza del vento e dalle caratteristiche geometriche della sezione [2][12][8][13].

A differenza dei profili aerodinamici e dei corpi con superfici curve, i corpi con spigoli vivi presentano dei punti di separazione che dipendono unicamente dalla forma del corpo, mentre il processo di formazione della scia dipende dal numero di Reynolds [10][9]. Si consideri, ad esempio, il corpo di Figura 1.14, per valori molto bassi del numero di Reynolds ($Re \simeq 0.3$), il flusso non si separa, ma segue il contorno della sezione; per $Re \simeq 10$ (Figura 1.15) il flusso si separa in corrispondenza degli spigoli e forma una scia caratterizzata da due vortici simmetrici. Aumentando ulteriormente il numero di Reynolds fino ad $Re \simeq 250$, come si nota in Figura 1.16, la scia sarà composta da due vortici che si staccano alternativamente dagli spigoli. Infine per Re > 1000 (Figura 1.17) le forze fluide inerziali prevalgono e pertanto non si può assistere alla formazione di grandi vortici, anzi la scia è composta da vortici di piccole dimensioni.



Figura 1.14: Rappresentazione del flusso bidimensionale attorno ad un corpo tozzo con due spigoli pronunciati; $Re \simeq 0.3$



Figura 1.15: Rappresentazione del flusso bidimensionale attorno ad un corpo tozzo con due spigoli pronunciati; $Re \simeq 10$



Figura 1.16: Rappresentazione del flusso bidimensionale attorno ad un corpo tozzo con due spigoli pronunciati; $Re \simeq 250$



Figura 1.17: Rappresentazione del flusso bidimensionale attorno ad un corpo tozzo con due spigoli pronunciati; Re > 1000

Passando al caso più concreto di cilindro a sezione quadrata o rettangolare, investito dal vento in direzione normale al lato più corto, la fenomenologia aumenta di complessità dal momento che tali corpi presentano quattro punti di separazione anzichè i due mostrati nell'esempio precedente. Per alti numeri di Reynolds la sezione quadrata vede una separazione del flusso allo spigolo sopravento (*leading edge*) e una regione di scia molto ampia che racchiude anche il bordo d'uscita (1.18) [2][18]; se si considera invece una sezione rettangolare con fattore di forma $\frac{B}{D}$ sufficientemente elevato (*B* dimensione longitudinale, *D* dimensione trasversale) si nota che si crea una prima regione di separazione in corrispondenza del *leading*



Figura 1.18: Localizzazione delle zone di separazione per un cilindro a sezione quadrata o rettangolare investito dal vento



Figura 1.19: Visualizzazione del campo di moto attorno ad un cilindro a sezione rettangolare con $\frac{B}{D} = 2$; [12]

edge, il flusso riesce però a riattaccarsi prima dello spigolo sottovento (trailing edge) dove poi separa definitivamente (1.18)[14][12]. Questa conformazione del campo di moto implica solitamente che la regione di scia a valle del corpo sia più ridotta e di conseguenza il drag di pressione risulti più contenuto rispetto al caso della sezione quadrata.

Sotto opportune condizioni, in termini di numero di Reynolds e incidenza della vena fluida, si innesca un distacco di vortici primario al *leading edge*, il quale genera delle formazioni vorticose che vengono trasportate verso valle lungo le facce laterali del rettangolo e, nella zona del *trailing edge*, si trovano a dover interagire con il cosiddetto distacco di vortici secondario, come mostrato in Figura 1.19.

E' possibile che i vortici staccati dai due spigoli si combinino formandone uno di entità maggiore qualora si abbia un opportuna combinazione di velocità di vena ed estensione della faccia laterale del rettangolo; considerando un corpo libero di oscillare in direzione cross-flow, al fine di garantire la coalescenza dei due vortici è necessario che venga soddisfatta la relazione proposta da Shiraishi e Matsumoto [12]:

$$B = 0.6nVT_0 \tag{1.9}$$

dove B è la dimensione longitudinale della sezione rettangolare, T_0 è il periodo di oscillazione del modo in direzione cross-flow, V è la velocità di vena e n è un intero compreso fra 1 e poche unità e indica ogni quante oscillazioni del corpo si ottiene la coalescenza fra i vortici. Da tale relazione sperimentale è possibile avere una stima della velocità ridotta critica oltre la quale si può incorrere in oscillazioni causate dal fenomeno illustrato:

$$V_{r,Cr} = \frac{1}{0.6n} \frac{B}{D}$$
(1.10)

nella quale viene esplicitata la dipendenza dal fattore di forma della sezione $\frac{B}{D}$.

Il vortice che viene staccato al *leading edge* del corpo è un cosiddetto *one-shear-layer vortex* dal momento che esso si forma a partire da una zona di strato limite adiacente ad una certa superficie, al contrario di quanto avviene nel caso di un *double-shear-layer vortex*, ossia di un vortice frutto dell'interazione dei due strati limite relativi alle regioni laterali rispetto all'ostacolo fisico. A quest'ultima categoria appartiene la classica scia di Von Kàrmàn, ovvero la condizione di distacco di vortici controrotanti alternati che si può instaurare a valle di corpi tozzi ed è le forma più nota di forzamento. Per quel che riguarda il *one-shear-layer vortex shedding* il processo di formazione e successivo distacco dei vortici avviene in maniera nettamente diversa, e in particolare non viene influenzato dalla regione di scia: questa caratteristica rende inutili le tecniche atte a impedire la generazione di vortici basate sull'installazione di *splitter plates* nella scia del corpo (tecniche comunque valide nell'ottica di mitigare la formazione dei vortici secondari). Le uniche misure efficaci consistono in opportune modifiche della geometria del *leading edge* come smussi, deflettori ed altri accorgimenti aerodinamici.

Un ulteriore grado di complessità nasce dalla necessità di studiare la sensibilità del fenomeno fluidodinamico con il variare dell'angolo di incidenza del flusso. In letteratura sono presenti vari studi orientati in tale direzione; nel seguito si discutono i risultati ottenuti da M.Matsumoto [12] riguardo al comportamento di un cilindro rettangolare con rapporto di forma $\frac{B}{D} = 0.5$ per diverse incidenze della vena fluida. Le prove, condotte in flusso laminare, permettono di identificare tre



Figura 1.20: Andamento del numero di Strouhal al variare dell'angolo di incidenza del flusso per un cilindro a sezione rettangolare con $\frac{B}{D} = 2$; [12]

tipologie di distacco di vortice: la modalità one-shear-layer, il distacco alla Von Kàrmàn e il distacco di vortici simmetrico, una forma di instabilità di scia del tipo double-shear-layer che si evidenzia tipicamente nel campo di numeri di Reynolds molto bassi e provoca un forzamento in direzione del vento alla frequenza che si può predire attraverso la legge di Strouhal opportunamente modificata: noto infatti il valore del parametro St relativo al Kàrmàn vortex shedding per il medesimo corpo, si dimostra che le oscillazioni in-line dovute al distacco simmetrico avvengano alla frequenza:

$$f = 4St \frac{V}{D} \tag{1.11}$$

da cui segue che il moto del corpo oscillante può sincronizzare tale modalità di distacco di vortici ad una velocità ridotta pari ad un quarto di quella critica per il distacco alla Von Kàrmàn.

Il parametro che meglio può sintetizzare i caratteri del distacco di vortice da un corpo tozzo è indubbiamente il numero di Strouhal; per il problema in analisi tale valore presenta l'andamento al variare dell'angolo di incidenza mostrato in Figura 1.20, dove la condizione di incidenza nulla vede la sezione rettangolare investita dal vento con velocità normale al lato più lungo.

Come si nota, tale coefficiente raggiunge un valore massimo pari a circa 0.2 per un angolo di 23° : alcuni autori riconducono tale risultato al fatto che per tale



Figura 1.21: Andamento del coefficiente di lift al variare dell'angolo di incidenza del flusso per un cilindro a sezione rettangolare con $\frac{B}{D} = 2$; [12]



Figura 1.22: Andamento del coefficiente di drag al variare dell'angolo di incidenza del flusso per un cilindro a sezione rettangolare con $\frac{B}{D} = 2$; [12]

incidenza del vento lo strato limite separato al *leading edge* possa riattaccarsi al profilo prima di incorrere nella separazione definitiva allo spigolo di valle e quindi si ottenga una scia piuttosto stretta; in tali condizioni, oltre ad avere un minimo per il drag, si può immaginare di avere una riduzione della dimensione dei vortici staccati ed un conseguente aumento della frequenza di Strouhal. Le medesime considerazioni possono essere fatte anche per il picco evidenziato per incidenza pari a 83° e vengono confermate anche dagli andamenti sperimentali ricavati per il coefficiente di drag e di lift (figure 1.21 e 1.22).

Analizzando l'evidenza sperimentale relativa a prove su prismi di altro genere con un differente valore del rapporto $\frac{B}{D}$ si nota che l'andamento qualitativo del numero di Strouhal è sempre molto simile a quello riportato; un altro parametro da considerare è il numero di Reynolds caratterizzante le prove: il fenomeno studiato non si dimostra sensibile a variazioni di tale numero quando questo superi indicativamente $Re \simeq 10^4$, regione all'interno della quale ricade l'analisi condotta da Matsumoto [12]; spostandosi invece nel range di numeri di Reynolds più bassi si osserva uno spostamento del picco del numero di Strouhal verso angoli di incidenza più elevati ma in generale si riscontra una forte variabilità del problema rispetto al valore del parametro Re, la quale risulta peraltro legata alla particolare sezione adottata nelle prove.

Per quel che riguarda la morfologia del campo fluidodinamico alle varie incidenze della vena fluida, la campagna sperimentale condotta dall'autore dimostra che nel range compreso tra 0° e 23°, dove lo Strouhal presenta una crescita progressiva, possono manifestarsi in maniera più o meno evidente le tre modalità di distacco di vortice; nel campo di incidenze comprese tra 23° e 83°, dove lo Strouhal e i coefficienti aerodinamici presentano una zona pressochè costante, si verifica solamente Kàrmàn vortex shedding e nella zona rimanente sono presenti, anche se allo stato latente, tutte le modalità di distacco presentate nella trattazione.

Capitolo 2

L'oscillatore equivalente

L A MODELLAZIONE NUMERICA del distacco di vortici è stata demandata ad un modello meccanico a parametri concentrati, la cui identificazione è fondata sulla sperimentazione quale riscontro e metodo di validazione. E' stata infatti scartata l'ipotesi di far ricorso a tecniche di simulazione per mezzo della fluidodinamica computazionale, dal momento che questo tipo di approccio non ha ancora raggiunto un livello di maturità tale da rendere possibile l'ottenimento di risultati affidabili in tempi ingegneristicamente ragionevoli.

Nella presente trattazione è stato utilizzato il modello dell'oscillatore equivalente [5], uno strumento che nell'ambito della ricerca ha già trovato varie applicazioni, in particolare nello studio del fenomeno del distacco di vortici da strutture snelle di forma cilindrica quali cavi delle linee aeree [7], oleodotti sottomarini [1],[4] e camini ad elevato sviluppo verticale. Le forze dovute alla formazione e distacco periodico di vortici vengono riprodotte, nel dominio del tempo, grazie all'interazione viscoelastica tra il corpo in esame ed una massa aggiuntiva, detta massa aerodinamica, che è libera di oscillare nella stessa direzione in cui è forzato il corpo fisico.

Obiettivo dello studio è quello di utilizzare l'oscillatore equivalente per simulare il distacco di vortici da una struttura con una sezione che non sia circolare e che non si mantenga costante lungo lo sviluppo verticale del modello. La torre considerata presenta una sezione pressochè rettangolare ma con due lati convessi e dei particolari dettagli geometrici in corrispondenza degli spigoli mentre, per quanto riguarda l'aspetto tridimensionale, è certamente da evidenziare la rastremazione verso l'alto. All'interno del capitolo 3 si discuterà la soluzione pratica adottata per far fronte a queste difficoltà, specialmente nell'ottica di poter riprodurre diverse incidenze del vento. Per meglio inquadrare il problema è necessario limitare la complessità strutturale dell'oggetto in esame e focalizzare l'attenzione sull'interazione fluidodinamica in un approccio bidimensionale. Questo si ottiene sperimentalmente attraverso le prove su modello sezionale nelle quali viene studiato il comportamento dinamico di un corpo rigido a sezione costante investito dal vento, come meglio illustrato nel capitolo 3; il modello in prova è pertanto considerabile al pari di un sistema oscillante ad un grado di libertà vincolato al suolo; ad esso si deve supporre collegata la massa aerodinamica attraverso un elemento elastico ed uno dissipativo e quest'ultima risulta a sua volta vincolata a terra per mezzo di un elemento viscoelastico. Tali elementi hanno la peculiarità di presentare un comportamento non lineare con lo spostamento o la velocità su cui lavorano: ciò risulta ovviamente cruciale per la modellazione di un fenomeno tipicamente non lineare quale il distacco di vortici.

2.1 Il modello

Scopo della seguente trattazione è quello di presentare la teoria che sta alla base del modello dell'oscillatore equivalente, formulata con l'intento di simulare il distacco di vortici da corpi a sezione circolare; l'estensione al caso di corpi di sezione generica verrà discussa nel capitolo 3. Secondo quanto descritto l'oscillatore equivalente deve essere opportunamente vincolato al corpo di cui interessi analizzare la risposta al distacco di vortici, ottenendo così lo schema dinamico di un semplice sistema a due gradi di libertà come mostrato in Figura 2.1; delle due masse sospese una è quella del modello sezionale (rappresentato come un cilindro) l'altra, m_{aer} , è quella aerodinamica, la quale si può vedere come la massa d'aria messa in moto dall'oscillazione del corpo; ξ ed η sono, rispettivamente, lo spostamento del modello e quello della massa aerodinamica. Il sistema di vincolo del modello sezionale è riassunto in K_{st} e R_{st} che rappresentano la rigidezza e lo smorzamento strutturali. Gli elementi elastici e dissipativi non lineari sono quelli che uniscono le due masse, $K_{acc} \in R_{acc}$, e quelli che collegano a terra la massa aerodinamica, $K_{aer} \in R_{aer}$. La formulazione matematica di tali parametri prevede di affiancare al termine costante un altro contributo che sia funzione non lineare dell'allungamento per quel che riguarda le rigidezze o della velocità d'allungamento per gli smorzamenti; come legame non lineare è stato adottato quello della tangente iperbolica con l'obiettivo di ottenere, per ampiezze superiori ad un certo limite, un valore asintotico costante per i parametri: questo andamento si coniuga perfettamente con il comportamento reale del modello all'interno della zona di lock-in, dove l'introduzione di energia



Figura 2.1: Schema dell'oscillatore equivalente

promuove la crescita delle ampiezze di oscillazione fino a quando si raggiunge una condizione di equilibrio e le vibrazioni si attestano ad un ciclo limite. Il modello dell'oscillatore equivalente richiede l'identificazione di questi parametri, nella parte lineare e non lineare, mediante il confronto con l'evidenza raccolta durante le prove.

Il modello dell'oscillatore equivalente richiede una solida base sperimentale ma trova spunto e giustificazione in alcune considerazioni di ordine fisico che si traducono in un approccio adimensionale al problema, secondo la trattazione che segue.

Le forze di lift e drag agenti sul modello sezionale investito dalla corrente fluida caratterizzata da una velocità indisturbata V si possono scrivere come:

$$F_L = \frac{1}{2}\rho DLC_L V_R^2 \sin(\omega t + \phi)$$
(2.1)



Figura 2.2: Forze di lift e di drag sul modello sezionale

$$F_D = \frac{1}{2}\rho DLC_D V_R^2 \tag{2.2}$$

dove ρ è la densità dell'aria, D ed L sono due dimensioni caratteristiche del modello (nel caso del cilindro coincidono con diametro e lunghezza), C_L e C_D sono i coefficienti adimensionali di lift e di drag e V_R rappresenta la velocità relativa del vento vista dal modello, ossia la combinazione vettoriale fra velocità della vena fluida incidente e velocità del modello oscillante.

La componente di lift si suppone variabile nel tempo secondo una sinusoide con pulsazione pari a quella propria del sezionale, come nella condizione di lock-in. Partendo dalla constatazione che il corpo sospeso possa oscillare solo nella direzione ortogonale al vento, si deduce che la componente di forza che introduce energia nel sistema vale:

$$F_{\xi} = F_L \cos \psi - F_D \sin \psi \tag{2.3}$$

dove ψ è l'angolo formato fra il vettore velocità assoluta e quello della velocità relativa.

Sulla base delle osservazioni sperimentali si può assumere che la forza di lift abbia un andamento non lineare con le ampiezze di oscillazione ed esplicitarlo nel coefficiente adimensionale C_L secondo la seguente forma:

$$C_L = \frac{\xi}{D} \left(H - \frac{\xi}{D} K \right) \tag{2.4}$$

dove H e K sono delle costanti; introducendo l'ipotesi di piccoli spostamenti è lecito confondere la velocità relativa con quella assoluta del vento incidente e approssimare $\cos \psi \simeq 1$ e $\sin \psi \simeq \frac{\dot{\xi}}{V}$, da cui:

$$F_{\xi} = \frac{1}{2}\rho DLV^2 \frac{\xi}{D} \left(H - \frac{\xi}{D}K\right) \sin(\omega t + \phi) - \frac{1}{2}\rho DLV^2 \frac{\dot{\xi}}{V} C_D$$
(2.5)

Nella relazione (2.5) è resa esplicita la dipendenza della forzante dallo spostamento e dalla velocità del modello, il che suggerisce proprio di schematizzare tale forza mediante molle e smorzatori opportuni.

L'applicazione del modello dell'oscillatore equivalente richiede che vengano soddisfatte alcune ipotesi preliminari, in modo da assicurare che il fenomeno fisico sia riprodotto nella maniera più fedele possibile:

• la frequenza di oscillazione della massa aerodinamica, nell'ipotesi di modello fermo, deve soddisfare la legge di Strouhal presentata nella (1.2) : tale richiesta si formula tramite la relazione:

$$\omega_{St} = \sqrt{\frac{K'_{Aer} + K'_{Acc}}{M_{Aer}}} \tag{2.6}$$

dove ω_{St} è la pulsazione legata al distacco di vortici mentre K'_{Aer} e K'_{Acc} sono i termini lineari di rigidezza del problema.

- la massa aerodinamica deve oscillare su ampiezze paragonabili a quelle del modello e, per tali valori d'ampiezza, gli elementi viscoelastici devono esercitare sul sezionale le forze dovute al distacco di vortici.
- al variare della velocità della vena incidente, o meglio, del suo rapporto con la velocità di Strouhal, i termini di smorzamento R_{Aer} e R_{Acc} devono controllare l'introduzione o dissipazione di energia nel sistema meccanico. Ciò dipende sia dal valore che tali parametri assumono alle varie velocità del vento, sia dalla velocità d'allungamento su cui questi lavorano: quest'ultima quantità è a sua volta legata alla fase relativa fra gli spostamenti delle due masse oscillanti (questo è vero per lo smorzatore d'accoppiamento).

2.2 I parametri da identificare

L'impostazione del problema meccanico, vale a dire, la scrittura delle equazioni di moto per il sistema a due gradi di libertà presentato, permette di evidenziare quali siano le variabili su cui verte la messa a punto del modello.

Come si nota in Figura 2.3 la massa aerodinamica è soggetta alla forza F_{Osc} , data dall'elemento viscoelastico che la vincola a terra e a F_{Vor} , dovuta invece



Figura 2.3: Schema delle forze che interessano le due masse

all'elemento di accoppiamento; il bilancio di forze per l'oscillatore si scrive quindi come:

$$M_{Aer}\ddot{\eta} = F_{Osc}(\eta, \dot{\eta}, V) + F_{Vor}(\eta, \dot{\eta}, \xi, \dot{\xi}, V)$$
(2.7)

Per quanto riguarda la dinamica del modello sospeso, essa è governata dai parametri strutturali specifici del setup di prova e, ovviamente, dagli effetti della forza di accoppiamento, F_{Vor} . Nella (2.7) è messa in evidenza la dipendenza delle forze dalle variabili libere del problema e dalle rispettive derivate, oltre che dalla velocità del vento; andando più nello specifico:

$$F_{Osc}(\eta, \dot{\eta}, V) = -g_{Kaer}(\eta, V) - g_{Raer}(\dot{\eta}, V)$$
(2.8)

$$F_{Vor}(\eta, \dot{\eta}, \xi, \dot{\xi}, V) = g_{Kacc}(\xi - \eta, V) + g_{Racc}(\dot{\xi} - \dot{\eta}, V)$$

$$(2.9)$$

La forza trasmessa a terra dalla massa aerodinamica, F_{Osc} , è composta da un contributo legato alla molla, g_{Kaer} , e da uno legato allo smorzatore, g_{Raer} , entrambi caratterizzati da una funzione non lineare nella variabile di pertinenza; il medesimo

discorso vale per la forza d'accoppiamento. Di seguito si riporta la formulazione matematica delle funzioni appena introdotte:

$$g_{Kaer}(\eta, V) = K'_{Aer}\eta + K''_{Aer}f(\eta)$$
(2.10)

$$g_{Raer}(\dot{\eta}, V) = R'_{Aer}\dot{\eta} + R''_{Aer}f(\dot{\eta})$$
(2.11)

$$g_{Kacc}(\xi - \eta, V) = K'_{Acc}(\xi - \eta) + K''_{Acc}f(\xi - \eta)$$
(2.12)

$$g_{Racc}(\dot{\xi} - \dot{\eta}, V) = R'_{Acc}(\dot{\xi} - \dot{\eta}) + R''_{Acc}f(\dot{\xi} - \dot{\eta})$$
(2.13)

Come già anticipato in precedenza i termini di forza dei singoli elementi elastici e dissipativi sono formati da una parte costante, indicata con l'apice, affiancata da una parte non lineare, indicata con il doppio apice; quest'ultima si presenta nella forma di una generica funzione non lineare f degli spostamenti e velocità di oscillazione e verrà in seguito meglio definita. Va sottolineato inoltre che la dipendenza dalla velocità del vento è racchiusa negli otto parametri di smorzamento e rigidezza. Più nel dettaglio:

$$\begin{split} K'_{Aer} &= AAchkaer \frac{1}{D} \qquad K''_{Aer} = AAckkaer \frac{1}{D} \\ R'_{Aer} &= AAchraer \frac{1}{\omega D} \qquad R''_{Aer} = AAckraer \frac{1}{\omega D} \\ K'_{Acc} &= AAchkacc \frac{1}{D} \qquad K''_{Acc} = AAckkacc \frac{1}{D} \\ R'_{Acc} &= AAchracc \frac{1}{\omega D} \qquad R''_{Acc} = AAckracc \frac{1}{\omega D} \end{split}$$

Tabella 2.1: Parametri di smorzamento e rigidezza non lineari

Il coefficiente AA che compare nelle definizioni di tabella 2.1 rende conto dell'energia che il vento porta con sè e vale:

$$AA = \frac{1}{2}\rho LDV^2 \tag{2.14}$$

I parametri *chkaer*, *ckkaer*, ... sono i valori costanti da determinare per configurare l'oscillatore equivalente e, come già sottolineato, tale procedura deve basarsi necessariamente sull'evidenza sperimentale; la bontà del modello numerico è vincolata alla completezza della banca dati disponibile per caratterizzare il fenomeno fisico: infatti, potendo descrivere in maniera dettagliata ed esaustiva l'interazione aeroelastica fra modello e vena fluida è possibile definire un maggior numero di indicatori che abbiano il ruolo di funzione obiettivo nell'ottica di ottimizzazione dei parametri dell'oscillatore, ed essere quindi in grado, almeno potenzialmente, di trasferire sul modello matematico tutta la complessità del fenomeno in analisi.

Tipicamente il confronto numerico-sperimentale verte sulle seguenti caratteristiche:

- range di velocità del vento incidente per cui si evidenziano oscillazioni indotte dal distacco di vortici, ossia estensione della campana di sincronismo
- andamento delle ampiezze di oscillazione del modello rapportate alla sua dimensione caratteristica D in funzione del parametro $\frac{V}{V_{Str}}$
- comportamento del modello sospeso in fase di transitorio all'interno del campo di sincronismo: in termini di tempo impiegato per raggiungere la condizione di regime e di andamento della potenza introdotta dal vento

Quelle presentate sono grandezze che sperimentalmente vengono ricavate in maniera più o meno diretta a partire dalle storie temporali; la potenza introdotta dal vento al sistema oscillante viene calcolata a partire dal transitorio dello spostamento secondo quanto proposto da Farquharson.

Capitolo 3

Caratterizzazione aerodinamica della torre

L MODELLO SEZIONALE di una struttura viene utilizzato per misurare grandezze attinenti l'aerodinamica della stessa con un approccio essenzialmente bidimensionale. E' possibile condurre prove a modello fisso, le polari statiche, per valutare i coefficienti di forza e momento aerodinamici e prove con il modello sospeso libero di oscillare per studiare l'interazione aeroelastica attraverso misure di spostamento.

Nella presente trattazione, particolare attenzione viene rivolta alle prove con modello sospeso, dal momento che lo studio del fenomeno del distacco di vortici richiede l'osservazione della risposta del modello al forzamento prodotto dal vento; d'altra parte, in un fenomeno come quello analizzato, le forze scambiate tra vena fluida e modello sono funzione proprio dello spostamento e della velocità di oscillazione di quest'ultimo. Un modello sospeso è un corpo rigido di forma cilindrica e con una sezione assegnata che viene messo nelle condizioni di poter oscillare in un'unica direzione quando investito dal vento; in particolare viene vincolato a terra in modo da mantenere lineare la rigidezza nel campo delle ampiezze di oscillazione indagato e in modo da ottenere valori di smorzamento contenuti che accentuino il fenomeno di interazione aeroelastica.

3.1 Descrizione del modello

Nella scelta della configurazione di prova del modello sezionale sono state affrontate due difficoltà legate alla complessità della struttura reale; questa, infatti, presenta una rastremazione verso l'alto per cui è stato necessario scegliere una sezione che

Simbolo	Dimensioni	Valore	Descrizione
λ_l	[-]	1:30	Scala geometrica del modello
D	[m]	0.2833	dimensione caratteristica crosswind
\mathbf{L}	[m]	1.138	lunghezza del modello sezionale
b ρ	$[kg/m^3]$	misurata	densità dell'aria
$ar{q}$	[Pa]	$\overline{q} = \frac{1}{2}\rho U^2$	pressione dinamica
α	[deg]	-	angolo di incidenza del vento
C_{F_i}	[-]	-	coefficienti di forza $(i=x,y)$
C_M	[-]	-	coefficiente di Coppia
$C_D C_L$	[-]	-	coefficienti di Drag e di Lift
f_s	[Hz]	$\omega_s = 2\pi \cdot f_s$	frequenza di oscillazione del modello
m	[kg/m]	-	massa al metro del modello
ξ	[-]	$\xi = r/r_c$	smorzamento adimensionale
ξ_s	[-]	-	smorzamento strutturale del modello
ξ_{aero}	[-]	-	smorzamento aerodinamico
ξ_{tot}	[-]	$\xi_{tot} = \xi_s + \xi_{aero}$	smorzamento totale del modello
U	[m/s]	misurata	Velocità del vento a 100 m di quota
U^*	[-]	$U^* = \frac{U}{f_s B}$	velocità ridotta
St	[-]	-	numero di Strouhal
Sc	[-]	$Sc = \frac{2\pi m\xi_s}{\rho D^2}$	numero di Scrouton

Tabella 3.1: Tabella dei simboli principali impiegati nella trattazione del modello sezionale.

fosse rappresentativa per tutta la torre. Considerando che il tratto dalla base della torre fino alla quota di circa 60 m (al vero) è molto rastremato ma poco influente sulla dinamica della struttura, si è optato per prendere a campione una sezione intermedia nel restante tratto, per la precisione alla quota di 137 m.

A ciò si aggiunge la complessità legata alla geometria stessa della sezione, la quale, non essendo circolare, richiede un'analisi per diverse incidenze del vento. Per questa ragione, le prove con modello sospeso sono eseguite variando l'angolo di incidenza ma imponendo al modello sezionale di oscillare sempre lungo una delle due direzioni preferenziali (x ed y di Figura 3.2).

Il modello consiste in una sagoma cilindrica lunga 1.138 m avente la sezione di Figura 3.1, ossia la sezione di riferimento della torre ridimensionata secondo il fattore di scala geometrico:

$$\lambda_L = \frac{L_M}{L_R} = \frac{1}{30} \tag{3.1}$$

dove L_M è una generica misura sul modello e L_R la corrispondente al vero.



Figura 3.1: Dettagli della geometria del modello sezionale

Caratteristiche del vento

Le prove sono state condotte nella camera a strato limite della Galleria del Vento del Politecnico di Milano dove è possibile ricreare lo strato limite terrestre, sia in termini di profilo medio che di turbolenza.

La turbolenza presente nel flusso viene caratterizzata attraverso gli indici di turbolenza, quantità descritte in § 1.1.3, e le lunghezze di scala integrale.

Le lunghezze di scala integrale sono degli indici della correlazione spaziale del fenomeno e danno una misura delle dimensioni medie dei vortici nel vento. Le fluttuazioni di velocità del vento, misurate in un punto, possono essere considerate come l'effetto della sovrapposizione di questi vortici trasportati dalla velocità media del flusso. Sono definite nove lunghezze di scala integrale, corrispondenti alle tre dimensioni caratteristiche associate alla fluttuazione di velocità longitudinale u, trasversale v, verticale w:

$$\begin{array}{cccc} L^x_u & L^y_u & L^z_u \\ L^x_v & L^y_v & L^z_v \\ L^x_w & L^y_w & L^z_w \end{array}$$

Ad esempio L_u^x , L_u^y e L_u^z sono rispettivamente la misura della dimensione media longitudinale, trasversale e verticale dei vortici, associate alla fluttuazione della velocità longitudinale u. In realtà non tutti i nove valori vengono presi in esame poiché soltanto alcuni di essi sono veramente significativi. Infatti, risulta importante conoscere le dimensioni caratteristiche associate alla fluttuazione di velocità longitudinale $L_u^x \in L_u^y$.

Nel caso in esame si è prestata attenzione alle condizioni di flusso a bassa turbolenza, nelle quali risultasse meglio delineato il fenomeno del distacco di vortici; in tale condizione la zona di strato limite risulta confinata entro una distanza pari a circa 20 cm dalle pareti e, nella restante parte, la deviazione massima della velocità rispetto al valor medio non supera il 3 %; inoltre, sempre nella zona al di fuori dello strato limite, si ottiene un valore degli indici di turbolenza inferiore al 2 % e una lunghezza di scala integrale media nella direzione del vento (L_u^x) pari a 0.15 m.

3.2 Prove statiche

Le prove su modello sezionale fisso hanno lo scopo di valutare i coefficienti di forza adimensionali per la specifica geometria considerata a partire da misure di forza e momento. Il modello viene montato su un dispositivo realizzato presso il Politecnico di Milano che provvede in maniera automatica a posizionare la sagoma secondo diversi angoli di incidenza rispetto alla vena incidente e permette la misura delle forze e della coppia nel piano in cui si esplicano le azioni di lift e di drag; la particolare bilancia dinamometrica a cui il modello è collegato può misurare le componenti di forza secondo il sistema di riferimento solidale al corpo, pertanto lift e drag si ottengono come proiezione di queste ultime.



Figura 3.2: Schema semplificato dell'apparato di misura per le forze aerodinamiche e relative convenzioni



Figura 3.3: Setup di misura per i coefficienti di forza su modello sezionale fisso

Tale setup di prova viene collocato al centro della sezione della camera della galleria del vento e l'aggiunta di due grandi end-plates assicura la bidimensionalità del flusso che investe il modello. Le prove vengono condotte angolo per angolo in condizioni stazionarie e per due valori di velocità di vena, avendo inoltre cura di acquisire storie temporali in assenza di vento per poter depurare le misure dagli effetti dovuti al peso proprio del sezionale.

I coefficienti di forza adimensionali sono definiti con riferimento alla velocità indisturbata della vena incidente V e alle due dimensioni caratteristiche D ed L secondo le seguenti relazioni:

$$C_{Fx} = \frac{F_X}{qDL} \tag{3.2}$$

$$C_{Fy} = \frac{F_Y}{qDL} \tag{3.3}$$

$$C_M = \frac{M_Z}{qD^2L} \tag{3.4}$$

Nelle quali $q = \frac{1}{2}\rho V^2$ rappresenta la pressione aerodinamica del vento; proiettando le forze F_X ed F_Y nelle direzioni along-wind e cross-wind si ottengono le componenti di lift e di drag agenti sul sezionale e i relativi coefficienti adimensionali:

$$C_L = \frac{F_L}{qDL} \tag{3.5}$$

$$C_D = \frac{F_D}{qDL} \tag{3.6}$$

Nelle figure 3.4, 3.5 e 3.6 sono riportati gli andamenti dei coefficienti di drag, di lift e di coppia al variare dell'angolo di incidenza del vento α e per due valori assegnati di velocità di vena, rispettivamente, 4.6 m/s e 12.8 m/s. Il coefficiente di drag mostra un comportamento peculiare per incidenze comprese fra 30° e 60° dove si evidenziano brusche discontinuità nei valori sperimentali. In particolare si nota che i dati si dispongono lungo due tratti di curva caratterizzati da valori di drag molto diversi, il che sembra suggerire la presenza di una doppia soluzione per il campo fluidodinamico attorno all'oggetto. Tale situazione viene messa in luce sia dalle prove a bassa velocità, sia da quelle condotte a velocità maggiore, inoltre una duplice soluzione si riscontra anche per incidenza pari a 85°. Da un indagine più approfondita dei dati acquisiti attraverso le bilance dinamometriche si trova che la soluzione ad alto drag è accompagnata da distacco di vortici mentre l'altra soluzione non evidenzia tale fenomeno: le considerazioni fatte per il modello in scala risultano difficilmente estendibili al caso reale a causa degli effetti legati al numero di Reynolds e alla turbolenza.



Figura 3.4: Coefficiente di drag al variare dell'angolo di incidenza del vento



Figura 3.5: Coefficiente di lift al variare dell'angolo di incidenza del vento

Per quanto riguarda l'andamento del coefficiente di lift si riscontra la presenza di due zone a pendenza negativa, una nell'intorno di 10° ed una fra 80° e 90° dove potrebbero insorgere forme di instabilità dinamica. Gli altri cambi di pendenza riscontrabili nel grafico si ritiene che siano dei salti imputabili al passaggio da una soluzione fluidodinamica all'altra, come già osservato relativamente al coefficiente di drag.



Figura 3.6: Coefficiente di coppia al variare dell'angolo di incidenza del vento

3.3 Il modello sospeso

Per poter condurre le prove dinamiche il modello sezionale viene sospeso elasticamente nella camera di prova a 2 m d'altezza dal suolo tramite una coppia di cavi d'acciaio tesati, disposti in modo tale da garantire l'oscillazione in una sola direzione; questa può coincidere con l'asse x o y della torre a seconda di come la sagoma venga montata rispetto al piano in cui giacciono i cavi. Il modello dista all'incirca 2 m dalle pareti inferiore e superiore della camera di prova, pertanto si può assumere che il campo di velocità della vena incidente sia uniforme in tutta la regione interessata dall'oscillazione del corpo e che questo non produca effetto di bloccaggio. Per garantire la bidimensionalità del flusso su tutta l'estensione del sezionale sono stati aggiunti alle estremità della sagoma due dischi rigidi (*end plates*), come è possibile notare in Figura 3.7(a).

Il modello è strumentato mediante tre accelerometri piezoelettrici PCB per monitorare le oscillazioni lungo la direzione di interesse sia lato sopravento che lato sottovento, così da poter stimare anche la rotazione attorno all'asse longitudinale, e lungo la direzione ortogonale alla precedente (e giacente nel piano dei cavi), per poter evidenziare la tendenza della torre ad oscillare anche nel piano normale a quello analizzato. Sul sezionale è montato anche un inclinometro per poter imporre l'angolo di incidenza richiesto nelle varie prove, mentre le misure di carattere fluidodinamico vengono condotte a mezzo di un tubo di Pitot posizionato a monte del modello e alla sua stessa quota e, ove richiesto, tramite una sonda di pressione messa in scia, come specificato in § 4.1.1.

Il sezionale è stato provato in diverse configurazioni al fine di poter indagare la sensibilità del fenomeno rispetto al numero di Scrouton e per depurare le prove dai modi di vibrare indesiderati. Le varianti prevedono aggiunta di massa, smorzatori o molle, a seconda delle specifiche esigenze: di seguito si analizzano le quattro configurazioni e se ne riportano le caratteristiche salienti.

Configurazione base

Il modello sospeso nella condizione di riferimento, S0, presenta una massa modale di circa 7 kg, la quale rende conto sia del peso proprio del sezionale sia della quota parte dovuta ai cavi di sostegno; questi sono tesati in modo tale da ottenere una frequenza propria attorno ai 2.5 Hz. In tabella 3.2 M rappresenta la massa al metro modale del sezionale, f_0 è la frequenza propria, ξ è lo smorzamento adimensionale medio preso come riferimento e Scr è il numero di Scrouton calcolato su tali dati come:

$$Scr = \frac{2\pi M\xi}{\rho D^2} \tag{3.7}$$

dove D è la dimensione caratteristica per il modello e ρ la densità dell'aria.

Configurazione	M[Kg/m]	$f_0[Hz]$	ξ	Scr
S0	6.151	2.54	0.0007	0.3

 $Tabella \ 3.2: \ Caratterizzazione \ dinamica \ per \ la \ configurazione \ S0$

Configurazione con massa aggiunta

La configurazione base evidenzia la presenza del modo torsionale del modello sospeso con una frequenza molto prossima a quella del modo d'interesse. Al fine di limitare il disturbo generato dalle oscillazioni torsionali del modello, si è provveduto ad allontanare le frequenze dei due modi aggiungendo due masse eccentriche secondo quanto mostrato in Figura 3.7(b). In tale configurazione, chiamata S1, la frequenza di oscillazione nella direzione indagata nelle prove è stata mantenuta costante modificando la tensione dei cavi.





(a) Configurazione S0

(b) Configurazione S1

Figura 3.7: Modello sezionale sospeso montato in camera di prova

Configurazione	M[Kg/m]	$f_0[Hz]$	ξ	Scr
S1	7.908	2.54	0.0026	1.4

Tabella 3.3: Caratterizzazione dinamica per la configurazione S1

Configurazione con smorzatori aggiunti

In questa configurazione si è voluto testare la risposta del sistema meccanico per un numero di Scrouton nettamente più elevato delle precedenti prove: l'obiettivo è stato raggiunto impiegando quattro smorzatori a correnti parassite posizionati in modo da agire direttamente sugli stralli che vincolano il modello a terra.

Configurazione	M[Kg/m]	$f_0[Hz]$	ξ	Scr
S2	7.908	2.49	0.0149	7.8

Tabella 3.4:	Caratterizzazione	dinamica	per la	configurazione	S2
--------------	-------------------	----------	--------	----------------	----

Configurazione con molle aggiunte

L'ultimo setup di prova che è stato considerato, S3, è stato realizzato una volta ancora con l'intento di eliminare il disturbo dato dalle oscillazioni torsionali del modello; in questo caso però la frequenza di tale modo è stata aumentata, utilizzando quattro molle da 380 N/m per vincolare a terra le estremità del sezionale.

Configurazione	M[Kg/m]	$f_0[Hz]$	ξ	Scr
S3	7.908	2.8	0.0046	2.4

Tabella 3.5: Caratterizzazione dinamica per la configurazione S3

3.3.1 Risultati delle prove sperimentali

La campagna di prove sul modello sezionale è orientata a sottolineare possibili criticità legate alla geometria della torre. Data la peculiare sezione della struttura in analisi è necessario indagare tutto il campo delle incidenze del vento in maniera dettagliata: sono stati scelti dodici diversi angoli di incidenza del vento compresi tra 0° e 90° e, data la simmetria, i risultati ottenuti per questo quadrante sono estendibili ai rimanenti.

In Tabella 3.6 sono riassunti i risultati ottenuti in termini di ampiezze massime di oscillazione: di angolo in angolo il setup di prova è stato adattato in modo da evidenziare il moto lungo x oppure y, inoltre, per incidenze particolarmente critiche le prove sono state ripetute su configurazioni a diverso numero di Scrouton.

Nel corso della campagna sperimentale sono state realizzate due differenti tipologie di prove: regimi progressivi e transitori. Le prove di regimi progressivi prevedono l'acquisizione del regime di oscillazione raggiunto dal cilindro in corrispondenza di differenti velocità del flusso incidente. Tali prove sono state condotte aumentando per piccoli passi successivi la velocità del vento e attendendo il raggiungimento di una nuova condizione stazionaria a partire dallo stato di oscillazione relativo al passo precedente. Le prove di transitorio prevedono invece l'acquisizione di decay strutturali o con vento oppure build-up del cilindro a partire dalla condizione di modello fermo, per diverse velocità del flusso incidente nell'intorno della velocità di sincronismo.

Tutte le storie temporali acquisite sono campionate a 200 Hz, ad eccezione delle prove condotte in presenza di sonde per la misura delle componenti della velocità in scia, le quali richiedono una frequenza di campionamento pari a 1000 Hz. I segnali vengono filtrati a 30 Hz in fase di elaborazione e vengono calcolate le storie in spostamento mediante una doppia integrazione dei segnali accelerometrici.

Angolo [°]	Scrouton	Ampiezza adimensionale	Direzione
90	0.3		X
85	0.3	0.72	X
80	0.3	0.72	
80	1.4	0.04	
80	1.8	0.21	Λ
70	0.3	0.57	X
60	0.3	0.008	X
40	0.3	—	Y
40	0.3	0.002	X
30	0.3	—	Y
25	0.3	0.14	Y
25	1.4	0.1	Y
25	2.4	0.07	Y
25	2.4	0.13	X
25	2.4	0.3	X
20	1.4	0.06	Y
20	2.4	0.21	X
15	1.4	0.035	Y
10	1.4	0.008	Y
0	1.4	0.067	Y
0	0.3	—	X

Tabella 3.6: Tabella riassuntiva delle configurazioni di prova considerate con relativo valore di ampiezza adimensionale massima raggiunta dal modello

Angolo d'incidenza 0°

In questa condizione di incidenza il vento risulta normale alle facce piane del sezionale e questo è stato messo in condizione di poter oscillare sia lungo x che lungo y. Il coefficiente di drag misurato tramite le polari statiche assume il valore minimo, mentre il lift mostra derivata positiva. I relativi spettri non evidenziano il fenomeno del distacco di vortici che risulta però apprezzabile nelle prove dinamiche relative alla direzione y: si riportano nelle Figure 3.8 e 3.9 gli andamenti delle ampiezze di oscillazione adimensionali del modello in funzione della velocità del vento per le direzioni di oscillazione x ed y, rispettivamente.



Figura 3.8: Ampiezze di oscillazione adimensionali in funzione della velocità del vento per incidenza pari a 0° - direzione di oscillazione x



Figura 3.9: Ampiezze di oscillazione adimensionali in funzione della velocità del vento per incidenza pari a 0° - direzione di oscillazione y

Angolo d'incidenza 10°

Nonostante il coefficiente di lift presenti una derivata negativa nell'intorno di tale incidenza del vento, le prove dinamiche non evidenziano comportamento instabile per le alte velocità del vento ma solamente delle oscillazioni di piccola entità riconducibili a distacco di vortici, come si nota in Figura 3.10.



Figura 3.10: Ampiezze di oscillazione adimensionali in funzione della velocità del vento per incidenza pari a 10° - direzione di oscillazione y

Angolo d'incidenza 15°

Per quest'angolo di incidenza il coefficiente di lift raggiunge il suo valore minimo e quello di drag è piuttosto contenuto. Il modello sospeso viene lasciato libero di oscillare in direzione y, vale a dire circa cross-flow rispetto al vento incidente; con riferimento a Figura 3.11 si nota che le ampiezze di oscillazione misurate sono minime ma comunque imputabili al fenomeno di distacco di vortici.



Figura 3.11: Ampiezze di oscillazione adimensionali in funzione della velocità del vento per incidenza pari a 15° - direzione di oscillazione y

Angolo d'incidenza 20°

Gli spettri delle forze misurate per incidenza del vento pari a 20° mostrano la presenza di un picco che si può ricollegare all'insorgere di distacco di vortici; come

meglio chiarito dalle figure 3.12 e 3.13, relative alla serie di prove su modello sospeso, la presenza di tale fenomeno si esplicita in un comportamento oscillatorio sia lungo x che y, con ampiezze in spostamento pari a circa il 20 % della dimensione di riferimento D. Nei grafici sono riportati anche dei punti dedotti da prove di transitorio (build-up), per le quali l'ampiezza di vibrazione è stata misurata sulla sola parte di regime identificabile nel tratto finale della storia temporale acquisita.



Figura 3.12: Ampiezze di oscillazione adimensionali in funzione della velocità del vento per incidenza pari a 20° - direzione di oscillazione x



Figura 3.13: Ampiezze di oscillazione adimensionali in funzione della velocità del vento per incidenza pari a 20° - direzione di oscillazione y

Angolo d'incidenza 25°

Per quest'angolo di incidenza del vento il modello sezionale della torre dimostra di essere soggetto a distacco di vortici e di essere forzato sia in direzione x che y fino a valori di ampiezza adimensionale rilevanti. Nelle Figure 3.14 e 3.15 si riportano

le campane di sincronismo valutate sulla configurazione dinamica S1 del modello sospeso, con direzione di oscillazione $x \in y$, rispettivamente. Anche in questo caso i grafici mostrano dei punti dedotti da prove di build-up, per le quali l'ampiezza di vibrazione è stata misurata sulla sola parte di regime identificabile nel tratto finale della storia temporale acquisita. Essendo disponibili molte prove di decay in presenza di vento si può misurare lo smorzamento totale del modello in funzione delle ampiezze di oscillazione (adimensionali) al variare della velocità del flusso incidente; si riporta il risultato di tale analisi in Figura 3.16 nel caso di modello sezionale oscillante in direzione y.



Figura 3.14: Ampiezze di oscillazione adimensionali in funzione della velocità del vento per incidenza pari a 25° - direzione di oscillazione x



Figura 3.15: Ampiezze di oscillazione adimensionali in funzione della velocità del vento per incidenza pari a 25° - direzione di oscillazione y



Figura 3.16: Andamento di ξ_{tot} in funzione dell'ampiezza di oscillazione e della velocità del vento per prove di decay - direzione di oscillazione y

Angolo d'incidenza 40°

Nonostante lo spettro delle forze misurate durante le prove statiche suggerisca la presenza di distacco di vortici, non si è avuto un simile riscontro nelle prove con modello sospeso, dove le ampiezze di oscillazione risultano modeste in tutto il campo di velocità indagato, come si riscontra in Figura 3.17.



Figura 3.17: Ampiezze di oscillazione adimensionali in funzione della velocità del vento per incidenza pari a 40° - direzione di oscillazione x

Angolo d'incidenza 60°

Il modello colpito da vento a 60° non è soggetto a fenomeni vibratori rilevanti; si riporta a titolo d'esempio l'andamento delle ampiezze d'oscillazione in direzione x in funzione della velocità del vento incidente (3.18).



Figura 3.18: Ampiezze di oscillazione adimensionali in funzione della velocità del vento per incidenza pari a 60° - direzione di oscillazione x

Angolo d'incidenza 70°

Per questo angolo di incidenza della vena fluida la resistenza aerodinamica della torre è piuttosto grande e il modello sospeso dimostra di essere soggetto a distacco di vortici come si nota da Figura 3.19. Il modello oscilla in direzione x, vale a dire pressochè crossflow rispetto al vento incidente; sulle alte velocità non si rilevano criticità legate a instabilità dinamica, come deducibile dalla pendenza positiva del coefficiente di lift.



Figura 3.19: Ampiezze di oscillazione adimensionali in funzione della velocità del vento per incidenza pari a 70° - direzione di oscillazione x

Angolo d'incidenza 80°

Le prove statiche relative a questa incidenza evidenziano un coefficiente di drag piuttosto elevato mentre il lift presenta pendenza negativa. I grafici della PSD

di tali forze mostrano un picco imputabile a distacco di vortici e l'andamento delle ampiezze di oscillazione in direzione x in funzione della velocità conferma la presenza di una campana di sincronismo.

Data la completezza delle prove dinamiche per questo angolo di incidenza è possibile delineare tale andamento per due diversi numeri di Scrouton. Per quel che riguarda la configurazione a più basso numero di Scrouton, S1, si nota immediatamente da Figura 3.20 che la parte destra della campana non è definibile e le ampiezze, superato il picco massimo corrispondente al 54 % della misura di riferimento, riprendono a crescere progressivamente per alte velocità, il che indica l'instaurarsi dell'instabilità dinamica. Sulle curve compaiono anche dei punti sperimentali ottenuti dall'analisi dei regimi raggiunti a seguito di prove di transitorio, nelle quali l'ampiezza adimensionale è stata misurata sulla sola parte a regime della storia temporale.



Figura 3.20: Ampiezze di oscillazione adimensionali in funzione della velocità del vento per incidenza pari a 80° e Scr = 0.4 - 1.8 - direzione di oscillazione x

Nell'intento di limitare l'incidenza dell'instabilità dinamica si è deciso di analizzare anche una configurazione a Scrouton maggiore, S2, dove è stato notevolmente incrementato lo smorzamento strutturale; come si nota da Figura 3.21 la campana di sincronismo risulta ora ben delineata e si può apprezzare come la differenza nel valore di Scrouton si rifletta chiaramente sull'entità delle ampiezze di oscillazione e sul campo di sincronismo riducendone visibilmente l'ampiezza.



Figura 3.21: Ampiezze di oscillazione adimensionali in funzione della velocità del vento per incidenza pari a 80° e Scr = 7 - 8.7 - direzione di oscillazione x

Angolo d'incidenza 85°

Per quest'angolo di incidenza il coefficiente di drag presenta doppia soluzione e il lift ha pendenza negativa; con riferimento alla condizione ad alto drag si evidenzia chiaramente il fenomeno del distacco di vortici che riesce ad agganciare la frequenza propria del modello in un range di velocità compreso fra 4 m/s e 10 m/s e lo porta ad ampiezze di oscillazione in direzione x pari a circa il 70 % della dimensione caratteristica come evidenziato in Figura 3.22. Non si nota insorgere instabilità sulle alte velocità.



Figura 3.22: Ampiezze di oscillazione adimensionali in funzione della velocità del vento per incidenza pari a 85° - direzione di oscillazione x

Angolo d'incidenza 90°

Il vento risulta per questa incidenza parallelo alle facce piane del modello e quest'ultimo è libero di oscillare in direzione x, ossia crossflow. Il coefficiente di drag è piuttosto elevato, la curva del coefficiente di lift ha pendenza negativa e gli spettri valutati sulle rispettive forze non evidenziano presenza di armoniche dovute a distacco di vortici; per contro, dalle prove dinamiche, si ricava una tipica campana di sincronismo (3.23) con un valore massimo alquanto elevato pari al 70 % della dimensione di riferimento e si esclude la presenza di instabilità dinamica. In Figura 3.24 si riporta inoltre l'andamento in funzione delle ampiezze dello smorzamento totale del sistema valutato su prove di build-up a differenti velocità del vento.



Figura 3.23: Ampiezze di oscillazione adimensionali in funzione della velocità del vento per incidenza pari a 90° - direzione di oscillazione x



Figura 3.24: Andamento dello smorzamento totale del sistema in funzione delle ampiezze valutato su prove di build-up a differenti velocità del vento per incidenza pari a 90° - direzione di oscillazione x
Andamento sperimentale del numero di Strouhal

Il valore del numero di Strouhal è stato stimato per tutti gli angoli di esposizione in cui il modello sezionale denota distacco di vortici. In Figura 3.25 si riporta l'andamento ottenuto e lo si mette a confronto con quello misurato da Matsumoto nel corso di prove ad incidenza variabile su un corpo prismatico a sezione rettangolare di *aspect ratio* pari a $\frac{B}{D} = 0.5$ (§ 1.3). Come si nota si ha un buon riscontro nonostante le geometrie in analisi non siano del tutto simili.





Figura 3.26: Angolo α per Matsumoto



Figura 3.25: Andamento del numero di Strouhal misurato per il modello sezionale al variare dell'angolo di incidenza del vento, confrontato con quello misurato da Matsumoto su un prisma a sezione rettangolare di aspect ratio $\frac{B}{D} = 0.5$

Figura 3.27: Angolo α modello sezionale

Capitolo 4

Modellazione dell'oscillatore equivalente

Alla luce dell'evidenza sperimentale attinente il modello sezionale della torre, raccolta durante le prove in galleria del vento, è stato deciso di caratterizzare l'oscillatore equivalente per un'incidenza del vento di 80° . In tale esposizione il fenomeno del distacco di vortici risulta ben evidente nella risposta dinamica del modello sezionale lungo la direzione x, indotta dal forzamento cross-flow. E' stato quindi identificato un secondo oscillatore equivalente per riprodurre gli effetti del forzamento nella direzione y: la risposta al distacco di vortici lungo questa direzione è in generale poco marcata, ad eccezione dell'incidenza del vento di 25°, per la quale il modello sezionale mostra ampiezze di oscillazione confrontabili con quelle rilevate in direzione x; l'oscillatore equivalente è pertanto caratterizzato per tale esposizione (§ 4.4).

Per quel che riguarda la successiva estensione del modello agli altri angoli di incidenza si rimanda al Capitolo 5 nel quale viene presa in considerazione la struttura in tutta la sua complessità.

4.1 Definizione delle grandezze di riferimento

Prima di percorrere la procedura di identificazione dell'oscillatore equivalente per il modello sezionale si introducono alcune delle grandezze fisiche utilizzate per descrivere il fenomeno studiato. Queste sono indispensabili per poter confrontare i risultati numerici con quelli sperimentali e per valutare quindi la bontà della modellazione eseguita. Nel seguito si illustra come viene calcolata la frequenza del distacco di vortici, lo smorzamento strutturale e aerodinamico del modello e l'entità della potenza introdotta nel sistema dal fenomeno in questione.

4.1.1 Frequenza di distacco di vortici

Uno dei parametri cruciali nell'analisi del fenomeno del distacco di vortici è il numero di Strouhal, St, definito dalla (1.2). Come illustrato in § 1.3, tale parametro è particolarmente rappresentativo della geometria del corpo che si considera, ovvero della sagoma investita dal vento alle varie incidenze, pertanto ha un ruolo chiave nella modellazione numerica del problema. La stima di St avviene sperimentalmente andando a caratterizzare l'andamento della frequenza del distacco di vortici, legata al forzamento in direzione cross-wind, al variare della velocità del vento che investe il modello: da questa analisi ci si aspetta di ottenere un trend lineare al di fuori della regione di sincronismo, la cui pendenza è legata al parametro $\frac{St}{D}$; il legame lineare è garantito nel campo di velocità interessato dalle prove, nel quale non si prevede di riscontrare effetti Reynolds che facciano variare significativamente il numero di Strouhal.

Per quel che riguarda la misura della frequenza di distacco di vortici si può procedere in due modi; nel primo caso ci si basa sui risultati ottenuti da prove statiche (§ 3.2) durante le quali vengono acquisite le storie temporali delle forze aerodinamiche agenti sul modello sezionale per valori assegnati di velocità del vento. Ove presente distacco di vortici è possibile riconoscere nei loro spettri l'eventuale armonica associata al forzamento dato dal fenomeno in questione. A titolo d'esempio, si riporta nelle Figure 4.1(a) e 4.1(b) la densità di potenza spettrale dei segnali del coefficiente di drag e di lift misurati per un'incidenza del vento pari a 30° e velocità di vena pari a 12.8 m/s. Come si nota, in entrambi i grafici emerge un picco associato ad una componente di forza oscillante alla frequenza di 7.7 Hz, riconducibile a distacco di vortici; la conferma si ritrova anche nel picco a frequenza doppia riscontrabile nella PSD del coefficiente di drag, il quale rende conto della componente di forzamento in-line dovuta al distacco di ogni singolo vortice. Le prove statiche caratterizzano ogni angolo per due soli valori di velocità del vento, in ogni caso, con le misure di frequenza ottenute è possibile delineare il legame lineare con la velocità e dedurre la costante St.



Figura 4.1: PSD dei coefficienti di forza misurati su modello sezionale fisso per incidenza del vento pari a 30° e velocità di vena pari a 12.8 m/s

Un altro metodo per valutare la frequenza di distacco di vortici si basa sui segnali misurabili da sonde di pressione poste in scia al modello (§ 4.2); si tratta di strumenti studiati per calcolare puntualmente le componenti di velocità nelle tre direzioni a partire da misure di pressione dinamica. La frequenza di distacco di vortici si riconosce nello spettro della componente di velocità in direzione crosswind.



Figura 4.2: Dettaglio della sonda di pressione: Sistema di riferimento per la misura delle componenti di velocità del flusso (a); convenzioni per gli angoli di pitch e yaw (b)

Nella campagna di prove dinamiche condotte su modello sospeso tale frequenza è stata monitorata tramite la sonda di pressione citata, pertanto è possibile descriverne l'andamento in funzione della velocità in maniera accurata; la stima del numero di Strouhal si riferisce al corpo fermo, pertanto i dati ottenuti da prove dinamiche si ricavano solo laddove non si evidenzino effetti aeroelastici, vale a dire durante intervalli temporali in cui la dinamica del modello sia trascurabile. Operando in questa modo si ricostruisce, ad esempio, la legge di Strouhal presentata in Figura 4.7 relativa ad un range di incidenze del vento attorno a 80° .

4.1.2 Calcolo dello smorzamento adimensionale

Il parametro dello smorzamento adimensionale serve per caratterizzare qualsiasi tipo di sistema vibrante, che è un indice della potenza dissipata dal sistema [3]; per un sistema meccanico ad un grado di libertà esso è definito come:

$$\xi = \frac{R}{2M\omega_0} \tag{4.1}$$

dove R è il termine dissipativo dell'equazione del moto, M la massa e ω_0 la frequenza propria del sistema.

Nello studio di fenomeni aeroelastici lo smorzamento adimensionale complessivo di un sistema è la somma di due contributi: una quota parte strutturale, indicata con ξ_S , che è rappresentativa della dinamica del modello in assenza della forzante vento, ed un'altra di origine aerodinamica, ξ_{Aer} , che renda conto proprio del contributo dato dal vento. Quest'ultimo termine può essere positivo o negativo a seconda che l'interazione fluido-struttura abbia carattere dissipativo oppure il vento introduca energia nel sistema vibrante: la corretta valutazione del valore di smorzamento complessivo è indispensabile per giudicarne la stabilità dinamica.

Nella trattazione che segue tale grandezza è stata calcolata mediante due approcci differenti, uno analitico ed uno sperimentale; nel corso della modellazione dell'oscillatore equivalente occorre avere delle stime dello smorzamento totale del sistema meccanico attraverso l'analisi del problema agli autovalori. Per tale scopo si scrive l'equazione del moto per il sistema preso in considerazione, completa dei termini di smorzamento e rigidezza equivalenti derivanti dalla linearizzazione della forzante aerodinamica nell'intorno della condizione di equilibrio; si calcolano quindi gli autovalori λ_i relativi ai singoli modi di vibrare che si presentano nella forma:

$$\lambda_i = -\alpha_i \pm \imath \omega_i \tag{4.2}$$

dove la parte reale α_i denota il trend esponenziale della risposta di moto libero del sistema mentre la parte immaginaria ω_i rappresenta la pulsazione del modo iesimo considerato. Lo smorzamento totale adimensionale del problema linearizzato si identifica col rapporto fra le due quantità:

$$\xi_{tot,i} = -\frac{\alpha_i}{\omega_i} \tag{4.3}$$

Alla stessa maniera è possibile valutare la sola quota parte di smorzamento strutturale del sistema vibrante, relativa al problema del moto libero del sistema.

Il secondo approccio consente il calcolo dello smorzamento sia numerico che sperimentale ed è basato sull'analisi della risposta dinamica del sistema meccanico in fase di transitorio. A seconda che il transitorio sia dissipativo o espansivo il valore di ξ_{tot} ha segno positivo o negativo, rispettivamente, ed il suo modulo indica il trend di variazione dell'ampiezza di oscillazione del sistema. Per avere una stima immediata di tale grandezza si può impiegare il metodo del decremento logaritmico, il quale parte dalla misura del rapporto fra i valori di due creste distanziate fra loro di k periodi di oscillazione e da questa deduce il valore di ξ secondo la seguente relazione:

$$\xi = \frac{1}{2\pi k} \log\left(\frac{x_{n+k}}{x_n}\right) \tag{4.4}$$

dove $x_n e x_{n+k}$ rappresentano i valori di picco. Tale tecnica è fondata sull'ipotesi di sistema lineare e il trend del transitorio in tal caso è di tipo esponenziale e quindi lo smorzamento adimensionale costante nel tratto individuato: questa ipotesi costituisce un limite nei confronti dell'indagine che si vuol sviluppare, nella quale è fondamentale cogliere la sensibilità del fenomeno fisico rispetto alle ampiezze di oscillazione e pertanto è auspicabile caratterizzare un andamento dello smorzamento funzione delle stesse. Inoltre la tecnica del decremento logaritmico risulta molto sensibile ad eventuali disturbi e anomalie presenti nella storia temporale, quindi nella presente trattazione si preferisce adottare un metodo alternativo, che si basa sulla trasformata di Hilbert.

Calcolo dello smorzamento adimensionale tramite la Trasformata di Hilbert

La trasformata di Hilbert è una trasformazione integrale utilizzata nell'analisi dei segnali definita con:

$$H[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(u)}{\pi(t-u)} du$$
 (4.5)



Figura 4.3: Segnale temporale con sovrapposto l'andamento del modulo della trasformata di Hilbert condotta su di esso

in cui x(t) è il segnale nel dominio del tempo che si vuol analizzare. Essa si può vedere anche come l'integrale di convoluzione fra il segnale x(t) ed un segnale $\frac{1}{\pi t}$:

$$H[x(t)] = x(t) \otimes \left(\frac{1}{\pi t}\right) \tag{4.6}$$

L'effetto della trasformata di Hilbert su un segnale monoarmonico è simile a quello di un'integrazione, dal momento che tale segnale mantiene il medesimo aspetto ma subisce un ritardo pari ad un quarto della sua lunghezza d'onda (il ritardo temporale è quindi legato alla frequenza dell'armonica); visto che la trasformata di Hilbert è un operatore lineare si può immaginare che nel caso di un generico segnale ogni armonica presente subirà una rotazione pari a $-\frac{\pi}{2}$.

Il programma di elaborazione dei segnali impiegato restituisce, a fronte di un segnale in input x(t), la seguente quantità complessa:

$$\tilde{H} = x(t) + i \left(H[x(t)] \right) \tag{4.7}$$

in cui la parte reale coincide con il segnale di partenza e la parte complessa è la trasformata di Hilbert di tale segnale. L'aspetto interessante ai fini della stima dello smorzamento, risiede nel fatto che il modulo della quantità complessa appena definita rappresenta la linea di inviluppo per la storia temporale, vale a dire l'andamento dell'ampiezza istantanea di oscillazione, come si nota nell'esempio riportato in Figura 4.3 dove si mostra una storia temporale in spostamento presa a campione e la sovrapposizione del modulo della trasformata di Hilbert calcolato; si può osservare come la linea di inviluppo delinei il trend espansivo del transitorio, depurando il segnale dall'andamento oscillatorio caratteristico del fenomeno.

La pendenza locale della curva inviluppo è un indice molto diretto del valore di smorzamento adimensionale, che può quindi essere valutato in funzione dell'ampiezza istantanea di oscillazione del sistema. Per comodità di visualizzazione il grafico contenente il modulo della trasformata viene portato in scala logaritmica



Figura 4.4: Segnale temporale in accelerazione relativa ad una prova di decay strutturale sul modello sezionale



Figura 4.5: Interpolazione lineare a tratti per l'andamento del modulo della trasformata di Hilbert

(per le sole ordinate) cosicchè un eventuale andamento costante dello smorzamento è deducibile dal trend lineare della quantità rappresentata. Tipicamente viene eseguita un'interpolazione lineare a tratti su base temporale scelta di lunghezza opportuna al fine di cogliere l'andamento effettivo di ξ .

Le Figure 4.4, 4.5 e 4.6 descrivono la procedura di identificazione dello smorzamento adimensionale in funzione dell'ampiezza di oscillazione, sulla base della storia accelerometrica (Figura 4.4) di un decay strutturale condotto sul modello sezionale. La Figura 4.5 mostra il modulo della trasformata di Hilbert in scala logaritmica per le accelerazioni: è possibile notare anche la linea interpolante costruita per descriverne l'andamento. In Figura 4.6 è presente il risultato finale dell'analisi: sulle ascisse si leggono i valori di ampiezza di oscillazione dedotti dalle accelerazioni medie nei sottointervalli temporali considerati, mentre in ordinata ci sono i corrispondenti valori di smorzamento adimensionale stimati.

Il metodo presentato si applica con successo anche su segnali che contengono più contributi armonici ed è possibile valutare gli smorzamenti adimensionali associati ai diversi modi di una certa struttura, a patto di poter filtrare selettivamente il segnale andando a focalizzare l'analisi su una ristretta banda in frequenza.



Figura 4.6: Andamento dello smorzamento adimensionale in funzione delle ampiezze di oscillazione del modello

4.1.3 Potenza introdotta dal distacco di vortici

Una delle grandezze che meglio quantifica gli effetti dovuti al distacco di vortici è la potenza che il vento introduce in condizioni di lock-in [6]. Uno dei metodi più diretti di calcolo si basa sulla conoscenza delle forze e degli spostamenti misurati nelle prove di build-up. Tali grandezze variano in ampiezza durante il transitorio, in particolare da un ciclo all'altro assumono valori sempre diversi, introducendo importanti non linearità nel sistema. Per valutare la dipendenza delle forze con gli spostamenti si definisce un coefficiente di lift che riesca a rappresentare la variazione in modulo e fase della forza con le ampiezze di oscillazione adimensionali. Ne segue la relazione:

$$E_W = \pi x F \sin \psi \tag{4.8}$$

dove E_W è l'energia introdotta dal vento in ogni ciclo, x è l'ampiezza di oscillazione media sul periodo, F è l'ampiezza media della forza e ψ è la fase relativa tra forza e spostamento. Come precisato, la forza si può a sua volta scrivere:

$$F = qBLC_L\left(\frac{x}{B}\right) \tag{4.9}$$

con $q = \frac{1}{2}\rho V^2$ pressione aerodinamica del vento, *B* ed *L* dimensioni caratteristiche del sezionale e C_L il coefficiente di lift dinamico funzione delle ampiezze di oscillazione, che viene tipicamente dedotto da prove con modelli dotati di una sezione dinamometrica.

Un altro modo per stimare l'energia introdotta dal vento, utilizzata nel presente lavoro, consiste nel metodo proposto da Farquharson e parte dall'ipotesi che nel corso di un transitorio espansivo (build-up) il modello sia forzato esattamente in risonanza e quindi oscilli alla frequenza propria descrivendo una sinusoide modulata secondo un'esponenziale. Da un approccio agli equilibri dinamici per tale sistema vibrante si evidenzia come la forza dovuta al distacco di vortici venga equilibrata sia da un contributo legato allo smorzamento strutturale (l'unico in caso di oscillazioni a regime), sia da un contributo imputabile alla forza d'inerzia, (il quale rende conto dell'incremento di energia cinetica dovuto al transitorio). Il risultato che deriva da questa trattazione è la seguente forma dell'energia introdotta ad ogni ciclo di oscillazione del modello:

$$E_W = \pi r_{Aer} \omega_0 x^2 \tag{4.10}$$

dove ω_0 è la pulsazione del modo sincronizzato, x è l'ampiezza media sul periodo e r_{Aer} indica lo smorzamento aerodinamico modale medio e vale:

$$r_{Aer} = 2m\omega_0 \xi_{Aer} \tag{4.11}$$

con m massa per unità di lunghezza del sezionale e ξ_{Aer} smorzamento aerodinamico adimensionale. La potenza introdotta risulta intrinsecamente legata all'andamento che r_{Aer} mostra all'interno della storia temporale: tale valore di smorzamento, negativo qualora si abbia introduzione di energia nel sistema meccanico, è fortemente dipendente dalle ampiezze di oscillazione e può essere determinato sperimentalmente come differenza fra lo smorzamento totale e quello strutturale misurabili rispettivamente su transitori di build-up e su decay in aria ferma:

$$\xi_{Aer}\left(\frac{x}{B}\right) = \xi_{Tot}\left(\frac{x}{B}\right) - \xi_S\left(\frac{x}{B}\right) \tag{4.12}$$

Dalle relazioni (4.10), (4.11) e (4.12) si deduce la forma nota in letteratura per la potenza introdotta secondo Farquharson:

$$\frac{W}{f^3 B^4} = 8\pi^3 m \xi_{Aer} \left(\frac{1}{D^2}\right) \left(\frac{x}{D}\right)^2 \tag{4.13}$$

Tale approccio consente lo studio sia di risultati numerici che sperimentali a partire dall'andamento in funzione delle ampiezze dello smorzamento strutturale noto da prove di decay e da quello dello smorzamento totale ricavato da prove di build-up. Impiegando la relazione (4.13) è possibile calcolare il valore di potenza introdotta nel sistema in funzione dell'ampiezza di oscillazione del modello per diversi valori di velocità appartenenti alla regione di lock-in

4.2 Identificazione dei parametri dell'oscillatore equivalente - Direzione X

Si considera la configurazione di prova del modello sezionale con angolo di esposizione pari a 80° e libero di oscillare in direzione x. Per caratterizzare in maniera esaustiva il problema aeroelastico si è previsto di mutuare i risultati provenienti dalle prove relative agli angoli adiacenti (fra 70° e 90°), verificando che il fenomeno fluidodinamico non cambi in maniera significativa qualora l'incidenza del vento vari in un intorno dell'angolo di interesse. Tale ipotesi trova conferma nel fatto che sia i numeri di Strouhal sia gli smorzamenti aerodinamici relativi alle prove fatte su tali incidenze siano pressochè i medesimi.



Figura 4.7: Stima del numero di Strouhal per il modello investito dal vento a 80°

In Figura 4.7 viene infatti mostrato come la frequenza di distacco di vortici al variare della velocità del vento, relativi alle diverse incidenze appartenenti al range precisato evidenzino lo stesso trend lineare fuori dalla zona di lock-in; è quindi ragionevole considerare che il numero di Strouhal sia lo stesso e lo si ricava dalla pendenza della retta di regressione indicata nel grafico con una linea continua.

La medesima analisi è stata condotta anche per gli smorzamenti adimensionali (§ 4.1.2) misurati a partire da prove di transitorio col vento, quindi depurati del contributo strutturale relativo allo specifico setup di prova; in questo modo si è potuto paragonare il solo contributo aerodinamico, legato alla geometria, ovvero all'incidenza del vento ed appurare che non variasse in modo evidente fra gli angoli considerati. In Figura 4.8 si riportano gli andamenti di tale grandezza al va-

riare della velocità del vento distinguendo la provenienza dei dati sperimentali: si può ragionevolmente assumere che gli andamenti ottenuti non presentino differenze significative al variare dell'angolo di incidenza.



Figura 4.8: Stima dello smorzamento adimensionale per il modello investito dal vento a 80°

La validazione di tale oscillatore equivalente è stata condotta considerando i dati sperimentali ottenuti con tre configurazioni dinamiche diverse del modello sezionale (S0, S1, S2) e verificando di volta in volta che i risultati numerici fossero in accordo con quelli sperimentali.

4.2.1 Analisi preliminare

I parametri lineari dell'oscillatore equivalente sono stati stimati in modo da riprodurre la localizzazione del range di sincronismo e le sua ampiezza, ritenendo trascurabile l'effetto dei parametri non lineari su questi fattori, poichè non significativo in condizioni di piccole ampiezze di oscillazione, quando cioè il fenomeno si sta innescando od esaurendo. Per le stesse ragioni, è stata prestata particolare attenzione alla possibilità di simulare correttamente anche l'energia introdotta nel sistema dal distacco di vortici durante il transitorio d'avvio delle vibrazioni, riconducendola in prima approssimazione ad un valore di smorzamento adimensionale. Tale accortezza si rende necessaria nell'ottica di estendere l'utilizzo dell'oscillatore equivalente all'interno di un modello di simulazione della struttura completa deformabile della torre: infatti, in certe condizioni di flusso, questa vibra secondo più modi di vibrare e l'accurata riproduzione dell'energia reale introdotta dal distacco di vortici diviene per l'oscillatore condizione essenziale al fine di configurare un modello analitico congruente con la realtà.

Per la stima dei parametri lineari di primo tentativo ci si è avvalsi di un algoritmo ricorsivo non lineare di best fitting in grado di minimizzare il valore di una funzione obiettivo non lineare F, descritta nell'equazione 4.14. Tale funzione valuta, ad ogni valore di velocità del vento, gli scarti tra le frequenze o gli smorzamenti adimensionali misurati sul modello e i corrispondenti valori numerici simulati.

I dati sperimentali sono ricavabili dalle storie temporali a disposizione poichè la frequenza di oscillazione del sezionale si riconosce nello spettro di tali segnali, la frequenza di distacco di vortici si identifica secondo le modalità descritte nel § 4.1.1 e lo smorzamento adimensionale $\xi = -\frac{\alpha}{\omega}$ si calcola tramite la trasformata di Hilbert (§ 4.1.2) andando a considerare solo i tratti di transitorio sulle piccole ampiezze; per quel che riguarda invece i dati numerici si risolve il problema agli autovalori per il sistema meccanico costituito dalle due masse oscillanti e da elementi viscoelastici lineari, riconoscendo frequenza e smorzamento adimensionale rispettivamente nella parte immaginaria e in quella reale di tali autovalori, secondo quanto trattato nel§ 4.1.2. La funzione obiettivo presentata si calcola come:

$$F = \sum [f_s(V) - f_n(V, \bar{p})]^2 + \sum [\xi_s(V) - \xi_n(V, \bar{p})]^2$$
(4.14)

dove il pedice s indica la misura sperimentale mentre n il valore numerico, \bar{p} rappresenta il vettore dei parametri lineari da determinare; la sommatoria indicata è quella sulle varie velocità del vento.

Il risultato di tale processo di ottimizzazione viene presentato attraverso il confronto grafico delle figure 4.9 e 4.10 relative alla configurazione dinamica con smorzamento aggiuntivo (S3); nella prima si sovrappongono i valori sperimentali di frequenza di oscillazione del modello (f_{Mod}) e di distacco di vortici (f_{St}) sulle curve numeriche dell'andamento delle frequenze dei due modi di vibrare $(f_1 e f_2)$ con la velocità del vento. Come si nota, la dinamica del modello a due gradi di libertà dell'oscillatore è stata aggiustata in maniera tale che un modo di vibrare ricalchi le frequenze del sezionale, l'altro quelle di distacco di vortici. Per quanto riguarda gli smorzamenti adimensionali si riporta nella Figura 4.10 l'andamento di $\frac{\alpha}{\omega}$ per uno solo dei modi del sistema meccanico, nella fattispecie quello che vuol descrivere la dinamica del modello sezionale; come si vede, tale curva costituisce una sorta di best fitting per la nuvola di dati sperimentali raccolti.

I parametri non lineari che compaiono nella formulazione delle forze nel modello dell'oscillatore equivalente servono per rendere il problema sensibile alle ampiezze

4.2. Identificazione dei parametri dell'oscillatore equivalente - Direzione \boldsymbol{X}





Figura 4.9: Andamento della frequenza di oscillazione del modello e del distacco di vortici in funzione di $\frac{V}{V_{\text{Str}}}$

Figura 4.10: Andamento di $\frac{\alpha}{\omega}$ in funzione di $\frac{V}{V_{Str}}$

di oscillazione cosicchè, ad esempio, l'introduzione di energia in fase di transitorio sia opportunamente modulata e le oscillazioni raggiungano un ciclo limite. La stima dei parametri non lineari non si può ottenere a priori come nel caso dei parametri lineari: infatti l'influenza che questi hanno sul sistema meccanico è riscontrabile nella risposta del modello nel dominio del tempo, pertanto è richiesto che venga risolto il problema non lineare mediante integrazione numerica. L'identificazione di tali parametri avviene mediante un procedimento iterativo che prevede di simulare la risposta dinamica del modello sezionale al variare degli stessi e di confrontarla con quella misurata in fase sperimentale. Le caratteristiche fondamentali che devono essere riprodotte riguardano la localizzazione del range di sincronismo, le ampiezze di oscillazione massime raggiunte in tale regione, i tempi di transitorio richiesti per raggiungere il ciclo limite e l'andamento della potenza introdotta in funzione delle ampiezze (§ 4.3.3).

Come anticipato nel § 2.1 la formulazione del contributo non lineare delle forze scambiate avviene tramite una funzione tangente iperbolica modulata dal parametro non lineare di pertinenza. Tale forma è stata adottata in quanto descrittiva della fisicità del fenomeno studiato, ovvero del comportamento asintotico nelle ampiezze tipico di un ciclo limite. In Figura 4.11 si propone un esempio di tali funzioni matematiche: x, argomento della tangente iperbolica, rappresenta un'ampiezza di oscillazione oppure una velocità di allungamento a seconda che si consideri il termine non lineare di forza associato ad una molla o a uno smorzatore; inoltre il suo valore varia fra termine aerodinamico e termine di accoppiamento dal momento che questi operano su spostamenti (e velocità) relativi differenti.





Figura 4.11: Esempio di funzione non lineare per la descrizione delle forze indotte dal distacco di vortici in funzione delle ampiezze di oscillazione

4.2.2 Analisi di sensibilità sui parametri

Allo scopo di ottimizzare il comportamento del modello dell'oscillatore equivalente rispetto alle evidenze sperimentali disponibili dalle prove sul modello sezionale della torre si è effettuata un'analisi di sensibilità dei parametri. Utilizzando una routine di calcolo scritta in Fortran si risolve la dinamica del modello accoppiato all'oscillatore e si ottengono delle storie temporali in condizioni analoghe a quelle delle prove sperimentali condotte in galleria del vento. Si studia quindi la risposta del sezionale al variare della velocità di vena, tenendo presente che il modello matematico riproduce unicamente gli effetti aerodinamici dati dal distacco di vortici.

Nel programma di calcolo sono stati inseriti i parametri dinamici caratterizzanti il modello sospeso, avendo cura di implementare uno smorzamento strutturale adimensionale funzione dell'ampiezza di oscillazione del modello, coerentemente con quanto fatto per i termini di smorzamento aerodinamico e d'accoppiamento definiti per l'oscillatore equivalente nel § 2.2. Sulla base di prove di decay in aria ferma condotte sul modello sezionale si valuta lo smorzamento strutturale adimensionale in funzione dell'ampiezza di oscillazione mediante trasformata di Hilbert (§ 4.1.2); come si nota dall'esempio riportato in Figura 4.12, l'andamento di tale grandezza per il setup di prova del sezionale risulta lineare nelle ampiezze.

Per quel che riguarda la modellazione della forzante rappresentata dal distacco di vortici, il programma riceve in ingresso il numero di Strouhal e il set di parametri dell'oscillatore equivalente; in particolare, si ricorda che i quattro termini lineari derivano da una stima di primo tentativo di cui già discusso nel§ 4.2.1 mentre i corrispettivi non lineari vengono introdotti inizialmente come una piccola percentuale sui primi.

L'analisi di sensibilità viene condotta facendo variare un parametro alla volta rispetto al set di valori di primo tentativo e valutando l'influenza di tale parametro sulla risposta del sistema meccanico (i parametri lineari vengono variati a pari





Figura 4.12: Esempio di andamento dello smorzamento strutturale adimensionale (ξ_S) in funzione delle ampiezze di oscillazione del modello sezionale

rapporto con i non lineari, mentre l'analisi di sensibilità sui non lineari avviene in maniera indipendente dai primi). In particolare si presta attenzione a come si modifica la campana di sincronismo e a come variano i tempi di transitorio, analizzando le trasformate di Hilbert di determinate storie di build-up. Si precisa che un'analisi di sensibilità condotta su un problema non lineare fornisce delle informazioni orientative utili ma non è in grado di cogliere le interdipendenze tra parametri; pertanto la ricerca della soluzione ottimale prevede un procedimento iterativo nel quale ogni coefficiente venga fatto variare, per piccoli incrementi, nella direzione di miglioramento prospettata dall'analisi di sensibilità e ad ogni passo si confronti il risultato numerico con quello sperimentale secondo quanto descritto in § 4.3.

Influenza dei parametri lineari

Il parametro *chkacc* è rappresentativo del contributo lineare di rigidezza dato dalla molla di accoppiamento tra la massa aerodinamica e il corpo oscillante; come si nota in Figura 4.13(a), la campana di sincronismo non risulta molto sensibile alla variazione di tale coefficiente, ma si può apprezzare un ritardo nella chiusura della campana ed un innalzamento del picco massimo al crescere di *chkacc*. Osservando il confronto tra due storie temporali (Figura 4.13(b)) ottenute per velocità del vento corrispondente al picco della campane relative a due valori diversi del parametro (i due valori estremi) si trova conferma riguardo all'entità delle ampiezze limite raggiunte dal modello nei due casi e si riconosce un transitorio leggermente più rapido per il valore più basso di *chkacc*.



Figura 4.13: Analisi di sensibilità al variare del parametro chkacc

Il parametro *chkaer* rappresenta la rigidezza data dalla molla che vincola a terra la massa aerodinamica nello schema dell'oscillatore equivalente; in Figura 4.14(a) viene riportata l'analisi di sensibilità sulla campana del sincronismo rispetto a tale parametro ed è evidente come una sua riduzione permetta di ampliare il campo di lock-in verso destra e di ottenere ampiezze massime di oscillazione maggiori. Osservando il confronto fra gli inviluppi di storie temporali analoghe (Figura 4.14(b)) ottenute per valori molto diversi di *chkaer* si nota che tale parametro di rigidezza non influisce in maniera apprezzabile sul tempo di transitorio (considerando l'intervallo di tempo impiegato per raggiungere la stessa ampiezza di oscillazione nelle due storie temporali) ma unicamente sull'ampiezza di oscillazione raggiunta dal ciclo limite.



Figura 4.14: Analisi di sensibilità al variare del parametro chkaer

Il parametro *chraer* è rappresentativo del contributo lineare di forza associato allo smorzatore che vincola la massa aerodinamica a terra. Tale smorzatore è cruciale nella modellazione del'oscillatore equivalente in quanto è responsabile dell'introduzione di energia nel sistema meccanico. In Figura 4.15(a) è riportato l'andamento della campana numerica al variare di tale parametro: si nota come i valori di picco crescano in maniera considerevole con l'incremento di *chraer*, passando da una condizione in cui non è apprezzabile la forma della campana (*chraer* = 0.938) ad una che denota ampiezze massime di oscillazione pari al 27 % della misura caratteristica del modello (*chraer* = 2.813). Si riscontra inoltre uno spostamento del picco massimo verso valori crescenti di velocità del vento all'aumentare di *chraer*.

Il confronto fra storie temporali di transitorio ottenute per valori molto differenti del parametro è mostrato nella Figura 4.15(b) permette di evidenziare la peculiarità del termine viscoso analizzato: la prima Figura (*chraer* = 1.406) mostra un transitorio di build-up che, solo nella parte terminale, accenna a stabilizzarsi su una condizione di regime, con un tempo di transitorio superiore a 100 s; nella seconda Figura (*chraer* = 2.813) si osserva invece la storia temporale di un build-up che porta il modello a oscillare sulle ampiezze del ciclo limite in poco più di 30 s; è possibile quindi considerare che il parametro *chraer*, in quanto associabile all'energia introdotta dal fenomeno fisico del distacco di vortici, sia il diretto responsabile della rapidità dei transitori espansivi.



Figura 4.15: Analisi di sensibilità al variare del parametro chraer

Il parametro *chracc* è indicativo della forza scambiata dall'elemento viscoso che accoppia la massa aerodinamica con il modello sezionale. Tale smorzatore è predisposto per dissipare energia, infatti il confronto fra storie temporali di transitorio mostrato nella Figura 4.16(b) chiarisce che un incremento del valore del parametro renda più lenta la dinamica del corpo oscillante in fase di build-up, dal momento che l'energia netta entrante nel sistema è minore. Non si notano invece effetti considerevoli sull'aspetto della campana di sincronismo, come evidenziato dall'analisi di sensibilità di Figura 4.16(a).



Figura 4.16: Analisi di sensibilità al variare del parametro chracc

Per quel che riguarda l'analisi di sensibilità condotta sui parametri non lineari si rimanda all'appendice (B). Si sottolinea che il termine non lineare *ckraer* permette di modulare il corrispondente termine lineare *chraer* al variare delle ampiezze; esso viene introdotto con segno negativo cosicchè l'introduzione di energia sia più consistente alle basse ampiezze e di minor entità sulle alte, proprio come si riscontra dai transitori di build-up sperimentali. Il coefficiente *ckraer* influisce sensibilmente sulle ampiezze massime raggiunte nel ciclo limite.

Gli altri parametri non lineari influenzano in maniera non apprezzabile la forma della campana di sincronismo. D'altra parte per poter riscontrare gli effetti ad essi imputabili è richiesta un'analisi più completa della risposta dinamica del modello sezionale ed è proprio in quest'ottica che viene condotta la fase finale di ottimizzazione dell'oscillatore equivalente.

4.3 Risultati del confronto numerico-sperimentale - Direzione X

Il confronto tra il comportamento del modello numerico e quello del modello sezionale indagato durante la campagna di prove sperimentali verte su molteplici fattori; occorre principalmente riprodurre la corretta localizzazione del range di sincronismo: in tale regione si devono ottenere ampiezze di oscillazione a regime simili a quelle raggiunte dal sezionale mentre trascurabili per i restanti valori di velocità. Si paragona inoltre l'andamento dello smorzamento totale adimensionale calcolato al variare della velocità (\S 4.2, \S 4.1.2) e la potenza introdotta in fase di transitorio, calcolata secondo quanto spiegato nel \S 4.3.3.

Per poter far un confronto in questi termini è necessario che la modellazione numerica sia accurata e risponda a tutti gli obiettivi prefissati: la fase finale dell'identificazione dei parametri dell'oscillatore equivalente prende spunto dalle indicazioni ottenute dall'analisi di sensibilità ma prevede di simulare numericamente la risposta del sezionale variando in maniera simultanea, o comunque non disaccoppiata, i parametri caratterizzanti l'oscillatore, e giudicando, di volta in volta, la bontà dei risultati rispetto ai singoli obiettivi illustrati all'inizio del paragrafo.

Attraverso tale procedimento iterativo è possibile identificare i parametri che rappresentino la soluzione ottimale, la quale deve peraltro risultare validata sull'evidenza sperimentale relativa a tre configurazioni dinamiche diverse. Nel seguito si riportano i risultati del confronto numerico-sperimentale condotto sulle configurazioni S0, $S1 \in S2$, di cui si riassumono le caratteristiche salienti in Tabella 4.1.

Configurazione	M[Kg/m]	$f_0[Hz]$	ξ	Scr
S0	6.151	2.54	0.0007	0.3
S1	7.908	2.54	0.0026	1.4
S2	7.908	2.49	0.0149	7.8

Tabella 4.1: Caratterizzazione dinamica per le configurazioni del modello sezionale analizzate

4.3.1 Campana di sincronismo

Per quel che riguarda la configurazione S0 si è presa in considerazione l'incidenza del vento pari a 90°. In Figura 4.17 si riporta la sovrapposizione della campana di sincronismo sperimentale ottenuta per tale incidenza e quella calcolata numericamente. Come si nota la curva numerica ricalca bene i dati sperimentali nella fase ascendente della campana, meno accuratamente nella parte restante; questo può essere imputato al fatto che il fenomeno fluidodinamico sia poco energetico ai limiti della regione di sincronismo e sperimentalmente le prove siano soggette a maggior incertezza.



Figura 4.17: Sovrapposizione della campana di sincronismo numerica su quella sperimentale per la configurazione dinamica S0 ed incidenza del vento pari a 90°

In Figura 4.18 si propone il medesimo confronto per la configurazione S1, quella con massa aggiunta: come si può vedere, la curva sperimentale evidenzia l'instabilità dinamica che avviene ad alte velocità per l'incidenza del vento di 80° ; pur non essendo apprezzabile l'estensione del campo di sincronismo sperimentale è stato comunque verificato che quella misurata numericamente fosse ragionevole sulla base di altre campane ottenute per l'incidenza di 85° e 90° sempre nella medesima configurazione.



Figura 4.18: Sovrapposizione della campana di sincronismo numerica su quella sperimentale per la configurazione dinamica S1 ed incidenza del vento pari a 80°

Il confronto per la configurazione con smorzatori aggiunti (S2) mostra un buon riscontro sia in termini di ampiezze di oscillazione, sia in termini di range di velocità; come si apprezza in Figura 4.19 la differenza nel valore di Scrouton si riflette chiaramente sull'entità delle ampiezze di oscillazione, ma anche sul campo di sincronismo riducendone visibilmente l'estensione.



Figura 4.19: Sovrapposizione della campana di sincronismo numerica su quella sperimentale per la configurazione dinamica S2 ed incidenza del vento pari a 80°

4.3.2 Smorzamento adimensionale in funzione della velocità

Un altro fondamentale parametro per valutare la bontà del modello sviluppato è l'andamento dello smorzamento adimensionale totale del modello in funzione della velocità del vento, come già discusso nel § 4.2.1. Esso viene calcolato sulle piccole ampiezze di oscillazione nei transitori di decay e build-up attraverso la trasformata di Hilbert sia per storie temporali acquisite in prova, sia per le rispettive simulazioni numeriche, secondo le modalità descritte nel § 4.1.2. Si riporta tale confronto in Figura 4.20 dove l'andamento numerico dello smorzamento in funzione della velocità viene sovrapposto ai dati misurati: si considera la configurazione ad alto smorzamento (S2) che è stata ben caratterizzata sperimentalmente in questi termini.



Figura 4.20: Andamento numerico e sperimentale dello smorzamento adimensionale totale in funzione della velocità del vento incidente a 80°

E' inoltre possibile evidenziare come il numero di Scrouton possa influire sullo smorzamento totale come mostrato nel confronto dei risultati numerici di Figura 4.21 relativi alle tre diverse configurazioni dinamiche.



Figura 4.21: Andamento numerico dello smorzamento adimensionale totale in funzione della velocità del vento incidente a 80° per le tre configurazioni S0, S1, S2

4.3.3 Potenza introdotta in funzione delle ampiezze

Il confronto fra le modalità di introduzione di potenza riscontrate sul modello sezionale provato in galleria del vento e sul modello numerico è l'indagine quantitativa che permette di paragonare il comportamento che evidenzia il sistema vibrante in fase di transitorio espansivo. Essa è descrittiva della rapidità del build-up e della sua forma, caratteristiche che si possono notare da un confronto qualitativo come quello proposto nella Figura 4.22 relativo a due storie di transitorio, una sperimentale ed una ottenuta per via numerica alla medesima velocità. Le curve di inviluppo calcolate con la trasformata di Hilbert (§ 4.1.2) permettono di fare un'analisi immediata riguardo alla rapidità di crescita delle ampiezze di oscillazione.



Figura 4.22: Sovrapposizione delle curve inviluppo di due transitori espansivi, numerico e sperimentale - configurazione S1

Il confronto in termini di potenza introdotta viene condotto sulla base dei dati sperimentali raccolti per incidenze del vento comprese fra 70° e 90°, avvalendosi delle ipotesi gia fatte nel § 4.2 e prendendo in considerazione le configurazioni S0 ed S1. Le storie temporali numeriche e sperimentali sono state elaborate come già illustrato nel § 4.3.3: si è trattato di ricavare l'andamento in funzione delle ampiezze dello smorzamento strutturale da prove di decay e quello dello smorzamento totale a partire da prove di build-up condotte per valori di velocità appartenenti alla regione di lock-in. In Figura 4.23 si riporta un esempio dell'andamento misurato per tali grandezze su una storia sperimentale acquisita a velocità del vento pari a 6 m/s ed incidenza di 80°; la curva relativa allo smorzamento aerodinamico, ξ_{Aer} , si ricava per differenza dalle precedenti secondo quanto trattato in § 4.1.2.



Figura 4.23: Andamento sperimentale dei termini di smorzamento adimensionale strutturale, aerodinamico e totale per velocità del vento pari a 6 m/s ed incidenza di 80°

Impiegando la relazione (4.13) è possibile calcolare il valore di potenza introdotta nel sistema in funzione dell'ampiezza di oscillazione del modello.

Configurazione S0

Nel seguito si riporta il confronto numerico-sperimentale effettuato sulla configurazione dinamica base del modello sezionale, S0, per valori fissati di velocità della vena incidente. In particolare sono stati scelti dei valori per la quantità $\frac{V}{V_{St}}$ opportuni per caratterizzare in modo esauriente il campo di sincronismo del sistema fisico; nei grafici si indica con il tratteggio la curva ottenuta per via numerica mentre i risultati sperimentali sono riportati per punti: come si nota, si distinguono varie distribuzioni, a seconda della provenienza di questi ultimi dati (angoli di incidenza del vento pari a 70°, 80°, 85° e 90°). Trattando velocità centrali alla regione di sincronismo i risultati ottenuti per i diversi angoli si possono riferire a prove condotte a valori di $\frac{V}{V_{St}}$ non rigorosamente uguali: ogni grafico presentato focalizza quindi l'attenzione su un ristretto range di velocità appartenente alla zona di lock-in.

In Figura 4.24(a) si riporta l'andamento della potenza introdotta dal vento per un valore di $\frac{V}{V_{St}}$ pari a 0.85: la curva numerica, indicata col tratteggio, viene paragonata a tre diversi risultati sperimentali ottenuti alla medesima velocità di vena del flusso incidente.



Figura 4.24: Calcolo della potenza introdotta in funzione delle ampiezze; configurazione S0 del modello sezionale

Si nota che in alcuni casi la descrizione dell'andamento sperimentale di tale grandezza si interrompe ad un certo valore di ampiezza di oscillazione: ciò è dovuto al fatto che le storie temporali su cui viene condotta l'analisi possono non raggiungere i valori di ampiezza di oscillazione del ciclo limite. In Figura 4.24(b) viene mostrato l'andamento numerico della potenza introdotta per $0.92 < \frac{V}{V_{St}} < 0.95$, confrontandolo con quello stimato per due prove sperimentali: con riferimento particolare alla prova condotta a 80° di incidenza del vento si osserva un ottimo riscontro. In Figura 4.25(a) il confronto numerico-sperimentale è stato fatto per $0.95 < \frac{V}{V_{St}} < 0.98$ sulla base di numerose prove, mentre in Figura 4.25(b) è stato considerato il campo $0.98 < \frac{V}{V_{St}} < 0.99$. In entrambi i casi si può notare una tendenza del modello numerico a sovrastimare la potenza entrante nel sistema sulle piccole e medie ampiezze di oscillazione e a sottostimarla sulle alte. I grafici di Figura 4.26(a) e 4.26(b) contengono le curve di potenza numeriche e sperimentali per $1.05 < \frac{V}{V_{St}} < 1.12$ e $1.23 < \frac{V}{V_{St}} < 1.41$ rispettivamente.



Figura 4.25: Calcolo della potenza introdotta in funzione delle ampiezze; configurazione S0 del modello sezionale



Figura 4.26: Calcolo della potenza introdotta in funzione delle ampiezze; configurazione S0 del modello sezionale

L'energia introdotta dal vento per distacco di vortici è generalmente maggiore alle basse velocità per le piccole ampiezze di oscillazione. Alle velocità più alte il fenomeno di eccitazione può essere più lento a innescarsi, diventando più energetico per le ampiezze più grandi. E'quindi interessante valutare la potenza massima che il vento può introdurre alle varie ampiezze; tale risultato si ottiene costruendo la curva inviluppo sugli andamenti delle potenze introdotte per differenti valori di velocità del vento nel campo di sincronismo. In Figura 4.27(a) si mostra con un tratto continuo la curva sperimentale di potenza massima introdotta valutata sulla base dei risultati più significativi relativi alle singole velocità (riportati per punti). La stessa indagine viene ripetuta per la risposta del modello numerico: in Figura 4.27(b) vengono sovrapposti gli andamenti della potenza introdotta dal vento per vari valori di $\frac{V}{V_{st}}$ (tratteggio) e se ne delinea l'inviluppo (linea continua). Il confronto a livello energetico tra il modello fisico e quello numerico può essere effettuato in termini di potenza massima in Figura 4.28: si denota la tendenza da parte del modello numerico a sovrastimare la potenza massima introdotta sulle medie ampiezze e a sottostimarla sulle alte, come già osservato a livello delle singole velocità.



Figura 4.27: Curve di potenza massima introdotta dal vento come inviluppo degli andamenti ottenuti alle singole velocità - Configurazione S0



Figura 4.28: Confronto numerico-sperimentale tra le curve di massima potenza introdotta dal vento - Configurazione S0

Configurazione S1

Per quel che riguarda la configurazione del modello sezionale con massa aggiunta, S1, si riporta un confronto sintetico in termini di curve di potenza massima in-

trodotta e si rimanda invece all'appendice (C) per un'analisi di dettaglio condotta sulle potenze introdotte dal vento velocità per velocità.

In Figura 4.29(a) si può osservare la curva inviluppo (linea continua) valutata sugli andamenti sperimentali della potenza introdotta dal vento calcolati per determinati valori di velocità: essa ricalca l'andamento ottenuto per $\frac{V}{V_{St}} = 1.1$ (contrassegnato dal quadrato), che è tipicamente una velocità del campo di sincronismo cui sono associati i massimi valori di potenza e di ampiezze del ciclo limite. In Figura 4.29(b) è mostrata la medesima analisi per il comportamento evidenziato dal modello numerico; si riporta con tratto continuo la curva di potenza massima introdotta e per punti gli andamenti ottenuti alle varie velocità. Anche in questo caso si può osservare che i valori maggiori di potenza (e di ampiezza di oscillazione) riguardano le storie di transitorio condotte per $1.1 < \frac{V}{V_{St}} < 1.2$. Per completare il confronto in Figura 4.30 si sovrappongono le curve di potenza massima introdotta dal distacco di vortici appena presentate per il modello fisico e per quello numerico; è possibile considerare che quest'ultimo sottostimi leggermente la grandezza in esame su tutto il range di ampiezze di oscillazione.



Figura 4.29: Curve di potenza massima introdotta dal vento come inviluppo degli andamenti ottenuti alle singole velocità - Configurazione S1



Figura 4.30: Confronto numerico-sperimentale tra le curve di massima potenza introdotta dal vento - Configurazione S1

Da ultimo si ritiene interessante riportare un confronto fra le curve di massima potenza introdotta ottenute per le diverse configurazioni dinamiche del modello sezionale; si prendono come riferimento i dati calcolati sulla risposta simulata numericamente, considerando, oltre alle configurazioni $S0 \in S1$, anche quella ad alto smorzamento S2, caratterizzata in maniera esauriente solamente nel caso numerico. La Figura 4.31 mostra sovrapposte le curve inviluppo già presentate in 4.27(b) e 4.29(b) rispettivamente per la condizione base e con massa maggiorata del sezionale, e quella calcolata nella configurazione ad alto smorzamento: come si nota quest'ultima ricopre un campo di ampiezze più limitato delle precedenti, coerentemente con le oscillazioni che il modello registra in fase di transitorio nei tre diversi setup di prova. A parte l'estensione delle singole curve, l'andamento evidenziato è il medesimo: si verifica pertanto che la potenza massima introdotta nel sistema non dipende dalla configurazione considerata ma solo dalla geometria caratterizzante il modello; si ricorda infatti che tale grandezza è calcolata sulla quota parte di smorzamento di origine aerodinamica (§ 4.3.3), ovvero dallo smorzamento totale al netto di quello strutturale, ed è indipendente quindi dal setup di prova adottato.



Figura 4.31: Confronto tra le curve numeriche di massima potenza introdotta dal vento per le configurazioni S0, S1 ed S2 del modello sezionale

4.4 Identificazione dei parametri dell'oscillatore equivalente - Direzione Y

La caratterizzazione dell'oscillatore equivalente parte dallo studio della dinamica del modello rigido per l'angolo di esposizione pari a 25° e libero di oscillare in direzione y, e ricalca la procedura di identificazione dei parametri dell'oscillatore equivalente per l'incidenza 80° . In questo caso il fenomeno è molto meno significativo, tuttavia i dati sperimentali sono sufficienti per riprodurre in maniera fedele la risposta del modello.



Figura 4.32: Incidenza 25° - Direzione y di oscillazione

L'identificazione dei parametri del modello è realizzata in termini di:

• α/ω , per caratterizzare l'introduzione di energia nel campo delle piccole ampiezze di oscillazione

- tempo di transitorio nelle prove di build up
- ampiezza di oscillazione a regime ed estensione del campo di sincronismo

Per ottenere questi risultati è necessario innanzitutto individuare le funzioni che modulano i coefficienti non lineari nella definizione delle forze aerodinamiche e di accoppiamento. Questa ricerca deve essere fatta al fine di renderli ininfluenti nel range delle piccole ampiezze di oscillazione in relazione alla risposta dinamica del modello nella nuova configurazione considerata.

In seguito è possibile individuare i termini non lineari come percentuale di quelli lineari. In questa fase ci si pone come obbiettivo quello di controllare l'evoluzione della storia temporale al crescere delle ampiezze di oscillazione all'interno del campo di sincronismo, e quindi il ciclo limite raggiunto a valle del transitorio.

I valori caratteristici del modello sezionale sono riportati in Tabella 4.2, e sono relativi alla configurazione a momento di inerzia maggiorato, per il quale sono stati individuati i parametri dell'oscillatore equivalente.

Strouhal[-]	.184	
D[m]	0.2833	
$f_0[Hz]$	2.54	
m[kg/m]	7.908	

Tabella 4.2: Grandezze caratteristiche del modello sospeso sezionale per una esposizione di 25° nella configurazione a momento di inerzia maggiorato

L'andamento dello smorzamento strutturale in funzione dell'ampiezza di oscillazione, grandezza necessaria per la stima del modello dell'oscillatore equivalente, è riportato in Figura 4.33. I risultati sono riportati in termini di dati sperimentali derivanti dalle prove di decay in aria ferma e della retta di regressione stimata.

In Figura 4.34 si riporta l'andamento della frequenza di distacco di vortice al di fuori del campo di sincronismo valutata a partire dagli spettri dei segnali delle sonde anemometriche poste in scia al modello sospeso per una esposizione di 25° . Come osservato nel §4.2 lo studio è limitato al campo delle sole piccole oscillazioni (<4 % della dimensione caratteristica del modello riportata in tabella 4.2).

4.4.1 Risultati del confronto numerico-sperimentale

In Figura 4.35(a) si riporta il confronto numerico e sperimentale in termini di valori massimi dei moduli degli spettri in spostamento del modello sezionale, adimensio-



Figura 4.33: Stima della legge di variazione dello smorzamento adimensionale strutturale per il modello sezionale in direzione y- 25°



Figura 4.34: Valutazione della legge di Strouhal sul modello sezionale sospeso nelle piccole ampiezze di oscillazione - 25°

4.4. Identificazione dei parametri dell'oscillatore equivalente - Direzione \boldsymbol{Y}



Figura 4.35: Andamento dei picchi dei moduli dello spostamento al variare della velocità del vento incidente - 25° - direzione y - $Sc \subset [0.25; 0.46]$

nalizzati rispetto la dimensione caratteristica assunta per il modello ad un grado di libertà.

In Figura 4.35(b) si riporta per i diversi valori della velocità incidente il picco del modulo dello spettro relativo agli spostamenti della massa aerodinamica del modello individuato a 25° per la direzione di oscillazione y. Si nota che le ampiezze di oscillazione raggiunte dalla massa aerodinamica del modello dell'oscillatore sono paragonabili a quelle del modello rigido. Questa condizione garantisce che tutti gli elementi smorzanti ed elastici lavorino nel medesimo range di deformazione.

E' possibile inoltre validare la bontà del modello dell'oscillatore equivalente individuato per il modello sezionale oltre che in termini di ciclo limite raggiunto a regime, anche in termini di potenza introdotta. Avendo modellato correttamente l'andamento dello smorzamento strutturale in funzione dell'ampiezza di oscillazione (Figura 4.33), questa analisi può essere ricondotta ad un'indagine qualitativa mirata al confronto dei transitori di build up all'interno della campana di sincronismo: il confronto riportato in Figura 4.36 mostra le pendenze delle curve di inviluppo di due transitori (ottenute come modulo della trasformata di Hilbert) e si può concludere che la potenza introdotta dal vento sul modello sezionale è riprodotta con buona approssimazione dal modello numerico.

4.4. Identificazione dei parametri dell'oscillatore equivalente - Direzione \boldsymbol{Y}



Figura 4.36: Confronto numerico-sperimentale delle curve di inviluppo delle storie temporali di build up

Capitolo 5

Il modello aeroelastico della torre

L PROGETTO delle torri del Forth Replacement Crossing viene verificato con il modello aeroelastico con l'intento di riprodurre il fenomeno di interazione fluido-struttura in tutta la sua tridimensionalità. In quest'ottica, si riproduce fedelmente il sistema di vincolo della struttura al vero e, in base a opportuni criteri di similitudine, si ricostruisce la geometria ed il comportamento meccanico della stessa. L'obiettivo principale della presente trattazione è applicare l'oscillatore equivalente sulla struttura completa e simulare numericamente la risposta al distacco di vortici.

5.1 Progettazione del modello in scala

Una prova aeroelastica è in grado di fornire informazioni sia sui carichi totali, medi e dinamici, indotti dal vento su una struttura, sia sulla sua risposta nel caso in cui le forze aerodinamiche siano influenzate dai movimenti della struttura stessa. Inoltre, perchè le prove possano essere considerate significative, occorre che siano modellate sia le proprietà del vento naturale, sia le caratteristiche geometriche e strutturali che possono influire dal punto di vista aerodinamico.

Nel presente studio viene realizzato il cosiddetto modello a spina equivalente secondo cui una scocca esterna garantisce la similitudine della geometria complessiva e quindi delle forze aerodinamiche, mentre il sistema strutturale interno riproduce le proprietà elastiche. I modelli aeroelastici equivalenti sono progettati per simulare solo certi comportamenti strutturali: questo garantisce una maggiore flessibilità nella progettazione e una certa libertà nella scelta dei materiali, ma impone che
vengano determinati in anticipo i modi di vibrare e le caratteristiche elastiche della struttura al vero.

Il primo legame di similitudine fra modello e struttura reale è costituito dal fattore di scala geometrico λ_L , definito come il rapporto fra una generica misura di lunghezza sul modello, L_M , e la corrispondente misura al vero, L_R . Nel presente caso, considerata l'altezza effettiva della torre e quella della camera di prova, si è ritenuto opportuno ridurre il modello in scala 1 : 100:

$$\lambda_L = \frac{L_M}{L_R} = \frac{1}{100} \tag{5.1}$$

Per quel che riguarda il comportamento aeroelastico della struttura, il numero adimensionale più significativo è la cosiddetta velocità ridotta, v_R , definita come:

$$v_R = \frac{V}{Bf} \tag{5.2}$$

dove U è la velocità della vena fluida indisturbata, B è una dimensione caratteristica ed f è la frequenza propria di riferimento. Tale parametro valuta il rapporto fra il periodo di evoluzione dei fenomeni fluidodinamici e quello di oscillazione del corpo investito dal flusso. Affinchè l'interazione fluido-struttura possa essere riprodotta in scala modello è necessario che tale rapporto sia uguale a quello della struttura al vero. Ne segue la seguente relazione:

$$\frac{\lambda_V}{\lambda_L \lambda_f} = 1 \tag{5.3}$$

dove λ_V è il fattore di scala delle velocità, mentre λ_f quello relativo alle frequenze.

Qualora la rigidezza della struttura sia dovuta prevalentemente ad azioni elastiche, come nel caso in esame, la definizione della scala delle velocità è basata sulla similitudine di *Cauchy* e viene imposta da vincoli pratici quali i materiali disponibili o l'intervallo di operatività della galleria del vento. Proprio nell'ottica di coniugare il range di velocità al vero da indagare con quello coperto dall'impianto di generazione del vento, si è imposto:

$$\lambda_V = \frac{V_M}{V_R} = 0.15\tag{5.4}$$

dove V_M e V_R sono rispettivamente la velocità in scala modello e al vero.

Tale fattore di scala permette di determinare le caratteristiche elastiche che deve garantire la spina del modello, attraverso la relazione derivante dalla similitudine in Cauchy:

$$\lambda_V = \sqrt{\frac{EI_M}{EI_R} \frac{1}{\lambda_L^4}} \tag{5.5}$$

Tale legame riguarda il caso di strutture dove sia predominante la deformabilità flessionale, caratterizzata dal termine EI. Dalla scala delle velocità discende direttamente la scala per le frequenze e quella temporale:

$$\lambda_f = \frac{f_M}{f_R} = 15 \tag{5.6}$$

$$\lambda_T = \frac{1}{\lambda_f} = 0.066 \tag{5.7}$$

Per quel che riguarda i fattori di scala delle rimanenti grandezze di interesse si applicano i fattori prima determinati.

$$\lambda_F = \frac{F_M}{F_R} = \frac{\rho_M v_M^2 A_M}{\rho_R v_R^2 A_R} = \lambda_\rho \lambda_v^2 \lambda_L^2 \tag{5.8}$$

Nel nostro caso la densità dell'aria è la medesima che si ha nella realtà, quindi $\lambda_{\rho} = 1$, mentre il rapporto fra le superfici di riferimento nel calcolo delle forze non è altro che il quadrato del fattore di scala geometrico.

Ragionando nello stesso modo si deduce il fattore di scala per masse e momenti d'inerzia:

$$\lambda_M = \lambda_\rho \lambda_L^3 \tag{5.9}$$

$$\lambda_I = \lambda_M \lambda_L^2 \tag{5.10}$$

Da ultimo, sfruttando l'equazione fondamentale della dinamica, si ottengono anche i fattori di scala per accelerazione, rigidezza e smorzamento:

$$\lambda_a = \frac{\lambda_v^2}{\lambda_L} \tag{5.11}$$

$$\lambda_K = \lambda_v^2 \lambda_L \tag{5.12}$$

$$\lambda_R = \lambda_v \lambda_L^2 \tag{5.13}$$

La realizzazione del modello fisico si pone come obiettivo quello di ottenere un sistema con un basso indice di smorzamento, al fine di renderne evidente la risposta dinamica determinata dall'interazione fluido-struttura.

Grandezza	Simbolo	Fattore di scala
Lunghezza	L	0.01
Velocità	V	0.15
Tempo	T	0.066
Frequenza	f	15
Massa	M	1e-6
Accelerazione	a	2.25
Forza	F	2.25e-6
Rigidezza	K	2.25e-4
Rigidezza torsionale	K_{ϑ}	2.25e-8
EJ	EJ	2.25e-10
Area	A	1e-4
Smorzamento adimensionale	ξ	1

In Tabella 5.1 vengono riassunti i fattori di scala relativi al modello della torre completa.

Tabella 5.1: Fattori di scala per le grandezze fisiche di interesse

5.2 Realizzazione del modello

Si parte dall'assunzione che il comportamento meccanico della torre sia governato dalla sua rigidezza flessionale; si è impiegata come anima una barra metallica che fornisce le proprietà elastiche alla torre, e dei gusci che garantiscono la corretta geometria della superficie di interfaccia con il fluido e un'opportuna distribuzione di massa.

La struttura interna del modello è una spina d'acciaio con sezione resistente variabile lungo l'altezza, in particolare, sono state utilizzate sei differenti sezioni rettangolari, riportate in Figura 5.1, così da modellare le due diverse rigidezze flessionali nei due piani d'oscillazione.



Figura 5.1: Rappresentazione delle diverse sezioni della spina in acciaio del modello della torre

La struttura esterna è stata realizzata mediante conci di resina direttamente incollati all'anima metallica della torre. Per riprodurre la distribuzione verticale di massa della torre sono state impiegate resine di differente densità, inoltre, dopo la lavorazione a controllo numerico, la massa di ogni concio è stata portata al valore di progetto mediante l'aggiunta di piombo.

Strumentazione

Il sistema di riferimento adottato per la misurazione delle grandezze fisiche del modello aeroelastico è riportato in Figura 5.2:



Figura 5.2: Sistema di riferimento del modello aeroelastico

Al fine di studiare la dinamica della torre dovuta all'interazione fluido-struttura, il modello è stato strumentato con quattro piezoaccelerometri per misurare le accelerazioni a due altezze della torre nelle due direzioni orizzontali (Figura 5.3).



(a) Dettaglio dei due accelerometri PCB all'apice della torre.



(b) Posizione delle sezioni accelerometriche sul modello.



Le misure di forza sono invece condotte per mezzo di una bilancia dinamometrica a sei componenti RUAG, mostrata in Figura 5.4(a). Essa è in grado di misurare le tre componenti di forza e i tre momenti lungo tre assi in corrispondenza della zona di fondazione della torre, secondo le convenzioni riportate in Figura 5.4(b).



(a) Particolare della bilancia montata alla base del modello e degli estensimetri sull'anima in metallo.



(b) Convenzioni per le forze e i momenti misurati dalla bilancia.

Figura 5.4

La velocità indisturbata della vena incidente viene rilevata ad una quota nominale di 1 m al centro della camera di prova, che corrisponde a 100 m di quota al vero, grazie ad un tubo di Pitot, il cui segnale in pressione viene acquisito da un micromanometro differenziale Furness. Ulteriori misure di velocità del flusso vengono eseguite per mezzo di una sonda anemometrica, dispositivo in grado di misurare il vettore di velocità nelle tre componenti nello spazio. Le misure effettuate con tale strumentazione sono finalizzate a caratterizzare il profilo di velocità e la turbolenza della corrente fluida, nonchè allo studio della frequenza di distacco di vortici.

Analogamente a quanto visto per il modello rigido, infatti, la frequenza del distacco di vortici, ove presente, può essere stimata per una certa velocità del vento incidente a partire dello studio dello spettro delle sonde anemometriche poste in scia al modello alla quota di riferimento di 1370 mm e ad una distanza pari a circa 2 volte la dimensione trasversale della sezione. Indagando come varia la frequenza di distacco di vortici per diversi valori di velocità del vento incidente è possibile stimare il numero di Strouhal tramite la relazione lineare che lega queste due grandezze al di fuori del campo di sincronismo. Nel modello della torre completa il numero di Strouhal è riferito alla medesima dimensione geometrica D individuata per caratterizzare l'oscillatore equivalente sul modello sezionale. In particolare la dimensione caratteristica, data la peculiare geometria del corpo in analisi, è riferita alla quota di riferimento ed è pari a 85 mm.

Per il principio di funzionamento di queste sonde anemometriche e per l'analisi delle misure di pressione finalizzata allo studio del distacco di vortice si rimanda al § 4.1.1.

5.3 Caratterizzazione dinamica

Una volta realizzato il modello aeroelastico della torre, esso è stato caratterizzato mediante identificazione modale per due diverse condizioni di smorzamento strutturale denominate $R0 \in R1$. La prima rappresenta la configurazione a basso smorzamento e si riferisce al modello realizzato secondo quanto descritto in precedenza. La seconda configurazione si distingue per un incremento dello smorzamento strutturale distribuito, ottenuto ponendo negli interstizi tra i conci della torre del materiale spugnoso, e collegando questi tra loro mediante nastro isolante.

I parametri modali sono stati ricavati tramite tecniche di identificazione basate sull'approssimazione delle funzioni di trasferimento sperimentali con delle espressioni analitiche contenenti i parametri incogniti. Le curve sperimentali sono state ottenute eccitando in sommità la torre con un martello dinamometrico e misurando la risposta attraverso gli accelerometri. Nelle Figura 5.5 si riportano gli andamenti delle prime quattro forme modali della struttura ricavate dal modello ad elemen-



(c) Deformata del secondo modo in \boldsymbol{x}



Figura 5.5: Deformate modali dei primi quattro modi di vibrare - confronto numericosperimentale

ti finiti della torre, la cui trattazione è rimandata al § 6. Le deformate modali vengono confrontate con quelle sperimentali in corrispondenza delle due sezioni accelerometriche.

E' possibile notare che ciascun modo di vibrare della struttura interessa un solo piano di oscillazione. In particolare i primi due modi nel piano xz sono a frequenza più alta dei primi due nel piano yz lungo il quale la torre presenta una rigidezza flessionale minore.

In Tabella 5.2 sono riassunti i parametri modali specifici delle configurazioni a basso e alto smorzamento per la torre, R0 ed R1, rispettivamente, mostrando i valori nominali e sperimentali delle frequenze proprie, $f_{0,n}$ e f_0 , e quelli di smorzamento strutturale adimensionale, ξ .

Modo	$f_{0,n}[Hz]$	$f_0[Hz]$	$\xi_{R0}[-]$	$\xi_{R1}[-]$
1	3.74	3.87	0.00038	0.0053
2	4.52	4.45	0.00056	0.0054
3	13.81	14.21	0.00039	0.0091
4	17.89	17.48	0.00068	0.0066

Tabella 5.2: Frequenze e smorzamenti modali per le configurazioni R0 ed R1

5.4 Risultati sperimentali

Il modello completo della torre è stato provato in galleria del vento in condizione 'stand-alone'per riprodurre la circostanza reale relativa alla fase di costruzione del ponte.

Le prove sono state condotte ad alta e bassa turbolenza, ricreando nel primo caso lo strato limite atmosferico caratteristico dell'area geografica di interesse. Ai fini della presente indagine verranno considerate solo le condizioni di bassa turbolenza.

La banca dati sperimentali consta principalmente di prove ai regimi progressivi, volte a ricostruire l'andamento delle ampiezze di oscillazione del modello al variare della velocità e dell'esposizione al vento. Gli angoli di esposizione indagati nel corso dell'indagine sono quelli riportati in tabella 5.3.

Angolo	Accelerazione std massima $[m/s^2]$			
[deg]	$1^{\circ}modo$	$2^{\circ}modo$	$3^{\circ}modo$	$4^{\circ}modo$
0	_	_	_	_
10	_	_	_	_
20	_	3	_	_
25	_	5.6	1.2	0.8
50	_	3.4	0.5	2.3
90	_	> 5	_	> 18

Tabella 5.3: Tabella riassuntiva dei valori massimi di accelerazione standard misurati per le diverse campane di sincronismo alle diverse esposizioni; si specifica quale sia il modo predominante nello spettro

In Tabella 5.4 sono riportati i valori del numero di Strouhal stimati a partire dai segnali della sonda anemometrica posta in scia al modello. La dimensione caratteristica D che compare nella definizione del numero di Strouhal:

$$St = \frac{fD}{V} \tag{5.14}$$

vale 85 mm per ogni esposizione, pari alla distanza tra le facce piane della sezione alla quota di 1370 mm.

Si nota che la variazione con l'esposizione del numero di Strouhal stimato sperimentalmente è sintomo della variabilità della fluidodinamica che si stabilisce attorno alla torre che mostra una sagoma variabile con la direzione del vento incidente.

Angolo	Strouhal [–]			
[deg]	$1^{\circ}modo$	$2^{\circ}modo$	$3^{\circ}modo$	$4^{\circ}modo$
0	_	_	_	_
10	_	_	_	_
20	_	0.20	_	_
25	_	0.17	0.20	0.18
50	_	0.17	_	0.15
90	_	0.17	_	0.16

Tabella 5.4: Tabella riassuntiva dei valori di Strouhal stimati per le diverse esposizioni al vento in corrispondenza dei modi eccitati nelle diverse regioni di sincronismo

Angolo di esposizione 0°

In Figura 5.6 si riportano le deviazioni standard dell'accelerazione del modello valutate a regime; l'analisi è condotta sui segnali di tutti e quattro gli accelerometri posizionati sulla torre e pertanto fornisce informazioni riguardo alle oscillazioni nelle direzioni x ed y, a metà altezza (mid tower) e all'apice (top tower) della stessa.



Per questa esposizione della torre non si evidenzia l'insorgere del fenomeno di distacco di vortici, ma solamente un incremento delle accelerazioni in entrambe le direzioni imputabili all'aumento della turbolenza del vento per le alte velocità.

In Figura 5.7 si riportano gli spettri dei segnali per una velocità di 8.0 m/s del vento incidente; si nota che l'accelerazione all'apice della torre nelle due direzioni mostra i picchi alle frequenze proprie del modello ma non si evidenzia il prevalere di un modo vibrare. Poichè le frequenze proprie sono lontane le une dalle altre pertanto si può escludere il verificarsi di distacco di vortici che interessi entrambi i modi contemporaneamente.



Figura 5.7: Modulo dello spettro del segnale di accelerazione in direzione x e y a 8.0 m/s- Esposizione 0°

Angolo di esposizione 10°

Nonostante si osservi un leggero incremento della risposta dinamica del sistema con la velocità del vento, non si evidenzia la presenza di una regione di sincronismo per nessun modo di vibrare della torre (Figura 5.8).



A titolo di esempio in Figura 5.9 si riportano gli spettri dei segnali per una velocità di 8.02 m/s.



Figura 5.9: Modulo dello spettro del segnale di accelerazione in direzione x e y a 8.02 m/s - Esposizione 10°

Angolo di esposizione 20°

A questa esposizione si denota una chiara regione di sincronismo definita tra 1.6 m/s e 2.2 m/s, all'interno della quale si osserva una prevalente risposta dinamica lungo l'asse forte a 4.37 Hz. Un accenno ad una campana di sincronismo può essere evidenziato per velocità intorno a 6.8 m/s, che è del tutto trascurabile in termini di spostamento, essendo dovuta ad una dinamica ad alta frequenza (Figura 5.10). Dal relativo spettro non si manifesta l'insorgere di un unico modo di vibrare, il che consente di escludere un'evidente presenza del fenomeno di distacco di vortici.



Nelle Figure 5.11 e 5.12 si riportano gli spettri dei segnali di accelerazione per

le velocità del vento incidente alle quali si evidenziano i picchi delle deviazioni standard dei segnali rispettivamente in direzione $X \in Y$.



Figura 5.11: Modulo dello spettro del segnale di accelerazione in direzione X - Esposizione 20°



Figura 5.12: Modulo dello spettro del segnale di accelerazione in direzione Y - Esposizione 20°

Angolo di esposizione 25°

In questa condizione risulta ancora più evidente la presenza di un campo di sincronismo per velocità del vento comprese tra 1.5 m/s e 2.3 m/s, per le quali si determina una eccitazione del secondo modo di vibrare della torre a 4.37 Hz, lungo l'asse forte della torre. Si osserva inoltre un probabile campo di sincronismo relativo al quarto modo di vibrare della torre a 17.03 Hz, in direzione x. Osservando la risposta dinamica del modello lungo y si osserva infine una eccitazione del terzo modo di vibrare a 13.93 Hz per velocità del vento intorno a 6.3 m/s, per le quali tuttavia la risposta in termini di spostamento della torre è molto minore rispetto alla risposta nel primo campo di sincronismo in direzione x. Non è possibile pertanto delimitare con chiarezza il campo di sincronismo dovuto all'eccitazione in direzione y (Figura 5.13).



Nelle Figure 5.14 e 5.15 si riportano gli spettri dei segnali di accelerazione per le velocità del vento incidente alle quali si evidenzia il picco delle campane di sincronismo rispettivamente in direzione $X \in Y$.



Figura 5.14: Modulo dello spettro del segnale di accelerazione in direzione X - Esposizione 25°



Figura 5.15: Modulo dello spettro del segnale di accelerazione in direzione Y - Esposizione 25°

Angolo di esposizione 50°

Le prove sul modello aeroelastico per esposizione al vento di 50° evidenziano una chiara risposta lungo l'asse forte per un campo di velocità del vento compreso tra 2.1 m/s e 3.0 m/s, ad una frequenza di oscillazione pari a 4.37 Hz (Figure 5.17 e 5.18). Una chiara dinamica del modello in questa direzione si ripresenta per velocità del vento intorno a 9.7 m/s, velocità alla quale si osserva una prevalenza del quarto modo di vibrare a 17.03 Hz. Lungo l'asse debole non è presente una risposta dinamica significativa per tutto il campo di velocità indagato (Figura 5.16).



Figura 5.17: Modulo dello spettro del segnale di accelerazione in direzione X - Esposizione 50°



Figura 5.18: Modulo dello spettro del segnale di accelerazione in direzione Y - Esposizione 50°

Angolo di esposizione 90°

L'esposizione della torre alla quale si presenta con maggior evidenza il fenomeno di distacco di vortici è 90°. In questa configurazione le prove effettuate sono state interrotte a causa delle ampie vibrazioni del modello aeroelastico lungo l'asse forte di oscillazione. Questa condizione si è ripetuta sia per quanto riguarda la prima regione li lock-in (individuata a partire da velocità superiori a 2.05 m/s) che per la seconda (nella quale il distacco di vortici aggancia il quarto modo di vibrare per velocità superiori a 7.3 m/s).

In questa esposizione la dinamica presente in direzione y è totalmente trascurabile rispetto a quella lungo l'asse forte della torre (Figura 5.19).



Figura 5.19: Esposizione 90°

Nelle Figure 5.20 e 5.21 si riportano gli spettri dei segnali di accelerazione per le velocità del vento sperimentate più interne alle due regioni di sincronismo.



Figura 5.20: Modulo dello spettro del segnale di accelerazione in direzione X - Esposizione 90°



Figura 5.21: Modulo dello spettro del segnale di accelerazione in direzione Y - Esposizione 90°

Capitolo 6

Simulazione della dinamica della torre

Al fine di simulare la dinamica della torre completa per effetto del distacco di vortici si è scelto di applicare una distribuzione di oscillatori ad un modello tridimensionale ad elementi finiti della torre.

6.1 Il modello numerico della torre

Per giungere alla realizzazione di un modello numerico atto a riprodurre le proprietà statiche e dinamiche della torre completa, è necessario innanzitutto fare alcune osservazioni sulle caratteristiche strutturali del modello fisico, trattate nel § 5.2, e sulle modalità di vincolo a terra dello stesso.

Come spiegato nel § 5.2, l'anima in acciaio della torre è vincolata a terra tramite il fissaggio ad una bilancia dinanometrica. Questo consente di trascurare, a causa dell'elevata rigidezza della bilancia, traslazioni del modello nelle tre direzioni in corrispondenza del vincolo a terra. Lo stesso può essere detto per quanto riguarda la deformazione torsionale del modello. Dato il basso momento di inerzia della sezione e l'elevata rigidezza torsionale, i modi torsionali sono infatti a frequenze proprie fuori dal campo di interesse. Per poter invece considerare la cedevolezza flessionale della bilancia attorno ai due assi orrizzontali si è adottato uno schema di vincolo costituito da una cerniera, mentre la rigidezza flessionale della bilancia è riprodotta da due molle flessionali a terra. Infatti data la geometria ad alto sviluppo verticale della torre una condizione di vincolo ad incastro non consentirebbe di individuare correttamente le frequenze proprie del modello. Per poter simulare la dinamica della torre per via numerica si ricorre ad un approccio ad elementi finiti per rappresentare la distribuzione delle masse e delle rigidezze lungo i due assi principali della torre, così da poter riprodurre frequenze proprie e modi di vibrare individuati al vero. Il corpo della torre è discretizzato mediante elementi finiti di tipo trave, ciascuno caratterizzato da 12 gradi di libertà nello spazio.

Studio dei risultati numerici del modello FEM della torre: frequenze proprie e modi di vibrare

Note le matrici di massa e di rigidezza assemblate dal programma ad elementi finiti è possibile risolvere il problema agli autovalori per identificare le frequenze proprie del modello numerico della struttura (Tabella 6.1).

Modo	Direzione	$f_0[Hz]$
1	y	3.79
2	x	4.37
3	y	13.93
4	x	17.03
5	y	33.26
6	x	41.72
7	y	61.84
8	x	79.16
9	y	101.28
10	x	128.54

Tabella 6.1: Prime dieci frequenze proprie della struttura ad elementi finiti nello spazio

Si riportano in Figura 6.1 le deformate modali ottenute sostituendo i singoli autovalori nella soluzione dell'equazione di moto. Gli autovettori così ricavati sono stati normalizzati in modo da ottenere:

$$[\Phi]^T[M][\Phi] = [I] \tag{6.1}$$

essendo $[\Phi]$ la matrice degli autovettori del problema.



Figura 6.1: Deformate modali dei primi quattro modi di vibrare ottenute dalle matrici di massa e di rigidezza del modello discretizzato

In Figura 6.2 si riporta la rappresentazione tridimensionale del modello ad elementi finiti della torre dove è messo in evidenza il sistema di riferimento cartesiano ed una generica esposizione α del vento. Il modello ad elementi finiti è riportato alla deformata modale alla quarta frequenza propria del sistema.



Figura 6.2: Deformata 3D del quarto modo di vibrare della torre e mappa delle esposizioni

6.1.1 Analisi preliminare

Il modello descritto nel § 6.1 consente di riprodurre accuratamente le proprietà inerziali ed elastiche della torre completa. La risoluzione della dinamica richiede di risolvere simultaneamente due set di equazioni differenziali: uno rappresentativo della dinamica della torre (6.2), l'altro della dinamica delle masse aerodinamiche che sono accoppiate ai singoli nodi della struttura FEM (6.3).

$$[M_{tot}] \,\underline{\ddot{x}}_{tot} + [R_{tot}] \,\underline{\dot{x}}_{tot} + [K_{tot}] \,\underline{x}_{tot} = \underline{F}_{1vor} \left(\underline{x}_{tot}, \underline{\dot{x}}_{tot}, \underline{\eta}, \underline{\dot{\eta}}, \vec{V} \right) \tag{6.2}$$

$$[m_{aer}]\,\underline{\ddot{\eta}} = \underline{F}_{2vor}\left(\underline{x}_{tot}, \underline{\dot{x}}_{tot}, \underline{\eta}, \underline{\dot{\eta}}, \vec{V}\right) \tag{6.3}$$

dove $[M_{tot}], [R_{tot}], [K_{tot}]$ sono rispettivamente le matrici di massa, smorzamento e rigidezza strutturali del modello ad elementi finiti.

 \underline{F}_{1vor} è il vettore delle forze di accoppiamento scambiate tra i nodi del modello numerico e le rispettive masse aerodinamiche.

 $[m_{aer}]$ è la matrice diagonale contenente le masse aerodinamiche della distribuzione di oscillatori.

<u> F_{2vor} </u> è il vettore delle forze risultanti applicate sulle masse aerodinamiche. Ciascun elemento è la somma vettoriale delle forze di accoppiamento (F_{Osc}) e forze a terra (F_{Vor}) mostrate nel § 2.2.

Al fine di calcolare la risposta dinamica della torre indotta dal distacco di vortice è ora possibile apporre delle semplificazioni al modello numerico al fine di rendere la risoluzione delle equazioni di moto meno onerosa dal punto di vista computazionale.

Dai risultati sperimentali riportati nel § 5.4 si evince che, per ogni esposizione al vento in cui si manifesta il fenomeno di *vortex shedding*, prevale la dinamica della torre lungo il suo asse forte. Questo risulta particolarmente evidente per l'esposizione di 90° (Figura 6.3), configurazione alla quale è stato identificato il modello dell'oscillatore equivalente a partire dalle prove sperimentali sul modello sezionale ad un grado di libertà.

Poichè le prove sperimentali non mostrano un accoppiamento del moto della torre lungo i due assi principali di oscillazione, è lecito limitare l'analisi numerica alla simulazione della risposta dinamica della torre lungo la sola direzione x. In questo modo è possibile ridurre significativamente il numero di gradi di libertà presi in considerazione nella risoluzione delle equazioni di moto, senza perdere in accuratezza nella modellazione del fenomeno.



Figura 6.3: Angolo di esposizione 90°

Nella Tabella 6.2 sono riportate le prime cinque frequenze proprie ricavate numericamente partendo dalle matrici di massa e di rigidezza relative al modello FEM atto a simulare la dinamica lungo il solo asse forte della torre. I valori riportati sono gli stessi individuati nella direzione x e riportati in Tabella 6.1.

Modo	Direzione	$f_0[Hz]$
1	x	4.37
2	x	17.03
3	x	41.72
4	x	79.16
5	x	128.54

Tabella 6.2: Prime cinque frequenze proprie della struttura ad elementi finiti relative ai modi di vibrare nel piano xz

Un'altra osservazione utile alla risoluzione del problema numerico riguarda il campo di frequenze al quale è limitato il fenomeno che si intende analizzare. Per avere una stima della frequenza massima che interessa il fenomeno studiato è possibile considerare che la frequenza della sola forzante che eccita il sistema è uguale alla frequenza di distacco di vortici, legata tramite il numero di Strouhal alla velocità del vento incidente. Partendo dai valori del numero di Strouhal ricavati sperimentalmente e riportati in Tabella 5.4, si ricava che la forzante sulla torre ha una frequenza al limite pari a:

$$f_{St} = St \frac{V}{D} = 0.2 \frac{15.42}{0.085} = 36 \text{ Hz}$$
(6.4)

dove V è la massima velocità considerata nelle prove sperimentali.

Osservando la Tabella 6.2 si nota che avendo limitato l'analisi alla risoluzione della dinamica della torre nella sola direzione di oscillazione x, il fenomeno del distacco di vortici può agganciare solo i primi due modi di vibrare. Questa osservazione giustifica il passaggio ad un approccio modale del problema, il quale consente di escludere tutti i modi che non vengono coinvolti nella risposta dinamica della torre. A rigore l'esclusione dei modi di vibrare non interessati dal fenomeno di distacco di vortice può determinare una non precisa caratterizzazione dell'evoluzione del fenomeno nelle fasi di transitorio, durante le quali tutti i modi di vibrare partecipano nella definizione della storia temporale. Per questo motivo nello studio della dinamica della torre tramite approccio modale si è scelto di tenere in considerazione i primi 4 modi di vibrare della struttura lungo l'asse forte, giustificando questa approssimazione con il confronto dei risultati numerici ottenuti tramite un approccio in coordinate fisiche con quelli in coordinate modali.

6.1.2 Confronto coordinate fisiche - coordinate modali

Per verificare che l'approssimazione introdotta nel passaggio in coordinate principali non comporti delle variazioni rilevanti sulla risposta dinamica del modello numerico si è condotto un confronto dei risultati numerici di decay in aria ferma.

Confronto fra transitori - decay in aria ferma

Per effettuare tale studio è necessario risolvere l'equazione di moto della struttura fornendo una condizioni iniziale tale da eccitarne tutti modi di vibrare. In particolare per le simulazioni realizzate sul codice che opera in coordinate fisiche si è scelto di imporre all'istante iniziale di integrazione una deformata $\{X_0\}$ ottenuta dalla soluzione di un carico statico applicato all'apice della torre. Per le simulazioni realizzate sul codice che opera in coordinate modali si è scelto di imporre all'istante iniziale di integrazione un vettore delle coordinate modali ottenuto tramite la trasformazione $\{Q_0\} = [\Phi]^{-1}\{X_0\}$, ovvero ricostruendo la deformata della torre considerando un numero limitato di modi di vibrare.

Il confronto fra i risultati ottenuti in termini di storia temporale di spostamento del nodo all'apice della torre è mostrato in Figura 6.4.



Figura 6.4: Spostamento del nodo Top Torre in prove in decay in aria ferma

L'osservazione delle storie temporali non evidenzia nessuna differenza tra i risultati ottenuti con i due metodi.

L'analisi nel dominio delle frequenze dei risultati ottenuti dall'integrazione in coordinate fisiche permette di evidenziare in scala logaritmica i contributi delle componenti armoniche ad alta frequenza, assenti nell'approccio in coordinate modali (Figura 6.5).



Figura 6.5: Spettro dello spostamento del nodo Top Torre in prove in decay in aria ferma

E' possibile concludere che ricostruire la dinamica del modello aeroelastico tramite solo i primi quattro modi di vibrare non introduce significativi errori nei risultati di integrazione, e non pregiudica quindi l'esito dell'analisi.

Vantaggi legati all'approccio modale

L'approccio modale mostra effetti nettamente positivi sui tempi di calcolo. Innanzitutto ridurre la dimensione del vettore delle coordinate libere da 154 (quanti sono i gradi di libertà del modello ad elementi finiti) a 4 (quanti sono i modi presi in considerazione limitandosi all'analisi del problema bidimensionale) consente di gestire una mole di dati notevolmente inferiore ad opera del compilatore. Questo approccio infatti consente di immagazzinare solo le storie temporali delle coordinate modali considerate, con le quali è possibile ricostruire l'intera deformata della torre nel tempo.

Un altro vantaggio che consegue all'approccio modale riguarda la definizione della matrice di smorzamento. Secondo un approccio fisico questa viene definita come combinazione lineare delle matrici di massa e di rigidezza, basandosi sulla constatazione che lo smorzamento distribuito di un sistema meccanico è dovuto ai microslittamenti che si verificano all'interno delle strutture deformabili, e in maniera tanto più consistente quanto più questi elementi sono dotati di massa. Si introducono quindi due coefficienti, $\alpha \in \beta$, definiti in maniera tale di approssimare gli smorzamenti modali valutati sperimentalmente da prove di decay in aria ferma della torre tramite il metodo del decadimento logaritmico piuttosto che tramite la trasformata di Hilbert (come discusso nel § 4.1.2). Da una analisi sui coefficienti $\alpha \in \beta$ si ottiene la configurazione che consente di minimizzare lo scarto quadratico di dei valori di smorzamento numerici rispetto a quelli sperimentali.

Come mostra la Tabella 6.3 un approccio in coordinate fisiche comporta la sovrastima del primo smorzamento modale, e la sottostima dello smorzamento del secondo modo di vibrare.

	$\xi sperimental e$	ξ numerico
Primo modo	5.60e - 4	6.49e - 4
Secondo modo	6.80e - 4	3.41e - 4

Tabella 6.3: Smorzamento strutturale dei primi due modi di vibrare: confronto dei valori sperimentali con quelli ottenuti numericamente tramite approccio in coordinate fisiche

Viceversa l'approccio modale consente di fornire direttamente nelle posizioni dei modi considerati i valori numerici degli smorzamenti modali sperimentali ricavati dalle prove di decay in aria ferma. Inoltre tramite la trasformazione in coordinate principali è possibile considerare una eventuale dipendenza dall'ampiezza di oscillazione dei singoli smorzamenti strutturali modali in maniera più agile rispetto ad un approccio in coordinate fisiche. In particolare dalle prove di decay in aria ferma è stato possibile individuare come varia lo smorzamento adimensionale per i diversi valori di ampiezza di oscillazione, considerando una approssimazione lineare a tratti della trasformata di Hilbert della storia temporale (come trattato nel § 4.1.2). Per isolare il contributo di un solo modo per volta, ai segnali è stato applicato un filtro digitale passa banda nell'intorno della frequenza di interesse. Questa condizione è necessaria nelle analisi delle prove sperimentali, per le quali l'eccitazione della struttura è avvenuta in maniera impulsiva tramite un martello dinamometrico con punta di durezza tale da eccitare con sufficiente energia l'intero range di frequenze di interesse.

La Figura 6.6(a) riporta il confronto numerico-sperimentale dei moduli delle trasformate di Hilbert sulle storie temporali di spostamento all'apice della torre in prove di decay del primo modo.

La Figura 6.6(b) rappresenta il confronto numerico-sperimentale dello smorzamento strutturale ottenuto dal primo modo di vibrare per diversi valori di ampiezza di oscillazione dell'apice della torre. I risultati sperimentali non manifestano nessun trend significativo con l'ampiezza di oscillazione del modello.



Figura 6.6: Confronto numerico-sperimentale - decay in aria ferma - I modo

In maniera analoga la Figura 6.7(a)riporta il confronto numerico-sperimentale dei moduli delle trasformate di Hilbert sulle storie temporali di spostamento all'apice della torre in prove di decay del secondo modo.



Figura 6.7: Confronto numerico-sperimentale - decay in aria ferma - II modo

La Figura 6.7(b) rappresenta il confronto numerico-sperimentale dello smorzamento strutturale ottenuto dalle prove di decay sul secondo modo di vibrare per diversi valori di ampiezza di oscillazione dell'apice della torre. Il trend che si può individuare dai risultati sperimentali è riprodotto per via numerica da una relazione lineare dello smorzamento del secondo modo con l'ampiezza di oscillazione all'apice della torre.

In questo modo è stato possibile estrapolare una legge analitica che consente di avere una stima del valore di ξ_2 anche per ampiezze di oscillazioni più elevate di quelle indagate sperimentalmente nelle prove di decay senza vento.

Il passaggio alle coordinate principali consente quindi di trattare facilmente in maniera distinta gli smorzamenti modali e quindi le ampiezze di oscillazione a regime raggiunte nei due campi di sincronismo.

Il modello dell'oscillatore equivalente applicato alla torre

La definizione di un modello ad elementi finiti consente l'applicazione di una distribuzione discreta di oscillatori equivalenti lungo l'altezza della torre. Secondo questa schematizzazione la forza scambiata da ciascun nodo della struttura con la propria massa aerodinamica simula nel tempo la risultante della distribuzione di pressioni esercitata dal vento sul tratto di torre corrispondente.

Il modello ad elementi finiti permette di simulare numericamente gli effetti legati alla tridimensionalità del modello in esame sia in termini di variazione della geometria della sezione del corpo sia in termini di profilo del vento incidente lungo l'altezza della torre. La trattazione di questi aspetti è rimandata al § 6.5. Come già anticipato la modellazione della forzante del distacco di vortici per la torre completa prende in considerazione, in un primo momento, l'esposizione di 90°, attorno alla quale si è identificato il modello dell'oscillatore equivalente. Questa scelta è giustificata anche dalla importante risposta dinamica del modello sperimentale della torre riportata al § 5.4. Il riscontro che si ha sperimentalmente sulla risposta dinamica osservata sul sistema ad un grado di libertà con quella della torre completa è fondamentale ai fini dello studio del fenomeno. Infatti conferma che la fluidodinamica sul modello sezionale è la medesima di quella che si verifica sulla torre completa (condizione necessaria per la trasposizione del modello dell'oscillatore equivalente).

6.1.3 Analisi di sensibilità sui parametri del modello numerico

Analisi di sensibilità sui parametri lineari e non lineari del modello numerico

Si è voluto appurare che l'influenza dei parametri dell'oscillatore equivalente sulla risposta del modello deformabile sia la stessa di quella riscontrata su quello rigido. A tale scopo si è condotta un'analisi numerica mirata ad identificare la variazione della risposta dinamica del modello aeroelastico al variare dei singoli coefficienti lineari e non lineari dell'oscillatore numerico.

Il confronto dei risultati delle integrazioni numeriche viene realizzato sia in termini di storia temporale di build up per ciascuna delle campane di sincronismo, che in termini di ampiezza di oscillazione a regime in corrispondenza del nodo all'apice della torre.

Di seguito si riportano i risultati ottenuti variando i coefficienti lineari e non lineari come percentuale costante di quelli lineari.

Analisi di sensibilità sullo smorzamento aerodinamico Nella Figura 6.8 si riporta per diversi coefficienti di smorzamento aerodinamico i valori delle deviazioni standard delle accelerazioni raggiunte in condizioni di regime dal nodo all'apice della torre per diverse velocità del vento incidente.



Figura 6.8: Analisi di sensibilità al variare dello smorzamento aerodinamico in termini di deviazione standard dell'accelerazione in condizioni di ciclo limite

E' possibile notare che un incremento del termine di smorzamento aerodinamico comporta un aumento delle ampiezze limite di oscillazione ed un'estensione della regione di sincronismo. Questo è dovuto al fatto che lo smorzamento lineare aerodinamico è responsabile dell'introduzione di energia a partire dalle piccole ampiezze di oscillazione imposte nelle condizioni iniziali. Nonostante si sia variato anche il termine non lineare di smorzamento aerodinamico, questo risulta ininfluente nel campo delle piccole oscillazioni, non influenzando l'innesco del fenomeno di distacco di vortici.

In Figura 6.9 si riportano le curve di inviluppo di due storie temporali di build up alle velocità centrali sia per la prima che per la seconda regione di sincronismo. Si evidenzia come un abbassamento del termine di smorzamento aerodinamico comporti una riduzione delle ampiezze a regime ed un allungamento dei tempi di transitorio.



Figura 6.9: Confronto dei moduli delle trasformate di Hilbert di storie temporali di build up al variare dello smorzamento aerodinamico

Analisi di sensibilità sulla rigidezza aerodinamica I medesimi risultati sono riportati in Figura 6.10 dove si indaga l'influenza della rigidezza aerodinamica sulla deviazione standard dell'accelerazione del nodo all'apice della torre in condizioni di regime.



Figura 6.10: Analisi di sensibilità al variare della rigidezza aerodinamica in termini di deviazione standard dell'accelerazione in condizioni di ciclo limite

Si evidenzia come un abbassamento del termine di rigidezza aerodinamica estenda la regione di sincronismo ed aumenti la velocità del vento alla quale si ha il massimo delle oscillazioni. Si riscontra inoltre un aumento delle ampiezze raggiunte a regime. In Figura 6.11 si riportano le curve di inviluppo di due storie temporali di build up alle velocità centrali sia per la prima che per la seconda regione di sincronismo. In entrambi i casi si osserva che un abbassamento del termine di rigidezza aerodinamica non abbia un effetto significativo in termini di tempi di transitorio.



Figura 6.11: Confronto dei moduli delle trasformate di Hilbert di storie temporali di build up al variare della rigidezza aerodinamica

Analisi di sensibilità sullo smorzamento di accoppiamento Nella Figura 6.12 si riporta per diversi coefficienti di smorzamento di accoppiamento i valori delle deviazioni standard delle accelerazioni raggiunte in condizioni di regime dal nodo all'apice della torre per diverse velocità del vento incidente.



Figura 6.12: Analisi di sensibilità al variare dello smorzamento di accoppiamento in termini di deviazione standard dell'accelerazione in condizioni di ciclo limite

Si può notare che una variazione del termine di smorzamento di accoppiamento non apporta delle significative variazioni in termini di ampiezza di oscillazione a regime all'interno delle due regioni di sincronismo. Questo comportamento può essere giustificato dal fatto che risulta predominante l'effetto dello smorzamento strutturale su quello di accoppiamento.

In Figura 6.13 si riportano le curve di inviluppo di due storie temporali di build up alle velocità centrali sia per la prima che per la seconda regione di sincronismo. Si evidenzia come una variazione del termine di smorzamento di accoppiamento nel range indagato non comporti significative variazioni dei tempi di transitorio.



Figura 6.13: Confronto dei moduli delle trasformate di Hilbert di storie temporali di build up al variare dello smorzamento di accoppiamento

Analisi di sensibilità sulla rigidezza di accoppiamento La Figura 6.14 mostra l'analisi di sensibilità condotta sul termine di rigidezza di accoppiamento nella medesima logica dei risultati precedenti.



Figura 6.14: Analisi di sensibilità al variare della rigidezza di accoppiamento in termini di deviazione standard dell'accelerazione in condizioni di ciclo limite

Si osserva che un aumento del termine di rigidezza di accoppiamento sposti le campane di sincronismo verso velocità del vento maggiori, senza estendere l'estensione delle regioni di lock-in. La variazione della risposta a regime imputabile al termine di rigidezza di accoppiamento è tuttavia meno significativa rispetto a quella legata alla rigidezza aerodinamica.

In Figura 6.15 si riportano le curve di inviluppo di due storie temporali di build up alle velocità centrali sia per la prima che per la seconda regione di sincronismo. Dai risultati riportati si può notare che un abbassamento della rigidezza di accoppiamento anticipi in maniera poco marcata il raggiungimento del ciclo limite.



Figura 6.15: Confronto dei moduli delle trasformate di Hilbert di storie temporali di build up al variare della rigidezza di accoppiamento

Analisi di sensibilità sui parametri non lineari del modello numerico

Un'ulteriore analisi può essere condotta per analizzare l'influenza dei soli termini non lineari sulla risposta del modello numerico.

Analisi di sensibilità sul termine non lineare di smorzamento aerodinamico Nella Figura 6.16 si riporta al variare del termine di smorzamento aerodinamico non lineare i valori delle deviazioni standard delle accelerazioni raggiunte in condizioni di regime dal nodo all'apice della torre per diverse velocita del vento incidente.



Figura 6.16: Analisi di sensibilità al variare di ckraer in termini di deviazione standard dell'accelerazione in condizioni di ciclo limite

Si nota come un incremento del termine *ckraer* comporti una riduzione delle ampiezze limite di oscillazione, e quindi un valore minore della deviazione standard dell'accelerazione a regime.

Il termine non lineare di smorzamento aerodinamico agisce infatti in modo da ridurre lo smorzamento aerodinamico complessivo all'aumentare dell'ampiezza di oscillazione del corrispondente nodo della torre. Questo comportamento rispecchia la tendenza osservata sul modello sezionale, che è caratterizzato da build up molto ripidi nelle prime fasi di transitorio, seguiti da una riduzione del trend di crescita verso il raggiungimento del ciclo limite.

In Figura 6.17 si riportano le curve di inviluppo di due storie temporali di build up alle velocità centrali sia per la prima che per la seconda regione di sincronismo. In entrambi i casi i tempi di transitorio del build up si riducono all'aumentare in modulo del termine non lineare di smorzamento aerodinamico. Questa tendenza è dovuta al fatto che al crescere delle ampiezze di oscillazione il vento introduce meno energia nel sistema, giungendo prima alle condizioni di ciclo limite.



Figura 6.17: Confronto dei moduli delle trasformate di Hilbert di storie temporali di build up al variare del termine non lineare di smorzamento aerodinamico

Infine un'analisi di sensibilità condotta facendo variare singolarmente i restanti coefficienti non lineari evidenzia particolare influenza in termini di ampiezze di oscillazione a regime, nè in termini di tempi di transitorio all'interno delle regioni di sincronismo. I risultati numerici sono riportati in appendice (D).

6.2 Risultati del modello numerico della torre completa - Esposizione 90° - Direzione X

Il calcolo della risposta dinamica della torre in direzione trasversale per effetto del distacco di vortici ad una esposizione di 90° è stata realizzata in un range di velocità compreso tra 0 m/s e 15 m/s. In questo campo di velocità i segnali degli accelerometri posti a 1025 mm e 2090 mm (§ 5.2) sono stati confrontati con le storie temporali di accelerazione dei corrispondenti nodi della struttura. Il confronto è stato realizzato in termini di:

- α/ω valutato all'interno della regione di sincronismo per le piccole ampiezze di oscillazione
- Evoluzione della storia temporale sull'intero transitorio di build up all'interno della regione di sincronismo
- Risposta a regime del sistema per diverse velocità del vento incidente

Il termine α/ω è una misura della rapidità del transitorio nelle prime fasi di un build up dove è possibile considerare un problema lineare e quindi stimare un unico valore dello smorzamento totale del sistema. In questo modo si verifica che per le diverse velocità del vento incidente l'innesco del fenomeno del distacco di vortici sia correttamente modellizzato (§ 4.1.2).

L'analisi comparativa dei transitori di build up consente di trarre delle considerazioni di carattere energetico. Infatti più la pendenza della curva di inviluppo numerica approssima quella sperimentale più l'andamento dello ξ_{tot} stimato dal modello numerico, e quindi dello ξ_{aer} in funzione dell'ampiezza di oscillazione approssima quello ricavato dalle prove in galleria. Da ciò ne deriva un confronto qualitativo tra la potenza introdotta dal vento sul modello sperimentale e quella complessivamente fornita dagli oscillatori ai nodi della torre.

I risultati in termini di risposta a regime possono essere riassunti in un unico diagramma in funzione della velocità media del vento incidente mettendo in evidenza le campane di sincronismo dei modi agganciati dal fenomeno fluidodinamico. Il confronto del sistema numerico con il modello sperimentale può essere effettuato in termini di spostamento piuttosto che di accelerazione. All'interno delle regioni di sincronismo infatti il fenomeno osservato è prevalentemente monoarmonico e quindi sussiste un legame di proporzionalità diretto tra i segnali di accelerazione e di spostamento. L'eccitazione di un modo per volta sia nel modello numerico che sperimentale è garantita dal fatto che le frequenze proprie del sistema in esame sono lontane tra di loro e quindi i campi di sincronismo sono distinti.

Naturalmente i segnali sperimentali non sono monofrequenti, ma occorre filtrare le storie acquisite per pulire la storia temporale da componenti armoniche ad alta frequenza. Esse infatti, seppur avendo un peso irrilevante in termini di spostamento del sistema, possono essere importanti in termini di accelerazione.

La rappresentazione delle campane di sincronismo in termini di spostamento o di accelerazione può avvenire secondo diversi indicatori statistici. Il valore di picco è definito come il valore atteso del massimo di una grandezza y su un periodo di osservazione di 10 min (6.5), ed è generalmente utilizzato come indicatore nei criteri di comfort per strutture residenziali.

$$\widehat{y} = E(\max(y_t)|T = 10 \min) \tag{6.5}$$

Per come è definito, una stima robusta di questo indicatore richiede l'acquisizione di n storie temporali di 10 min su cui fare la media dei valori massimi osservati. Esso pertanto risulta particolarmente indicato per lo studio di fenomeni caratterizzati da fluttuazioni delle storie temporali e quindi con più componenti armoniche.

La rappresentazione delle campane di sincronismo in termini di deviazione standard (σ_y) risulta vantaggiosa per l'analisi dei dati raccolti nella campagna sperimentale della torre completa. Infatti la varianza, ovvero (σ_y^2), fornisce una misura robusta della potenza del segnale di spostamento di accelerazione, ovvero poco sensibile alla presenza di picchi singolari delle storie temporali. A differenza del valore di picco, essa non necessita di una base dati molto estesa per essere stimata con sufficiente accuratezza.

Si può inoltre osservare che per lo studio di un fenomeno prevalentemente monoarmonico e pressocchè privo di picchi singolari, quale è quello della risposta dinamica della torre all'interno delle regioni di sincronismo, non è necessario adottare uno stimatore statistico robusto come quello del valore di picco. Considerando una storia temporale monoarmonica infatti si può individuare un rapporto costante tra $\hat{y} \in \sigma_y$ pari a 1.4.

6.2.1 Confronto delle storie temporali alle piccole ampiezze di oscillazione

La bontà del modello dell'oscillatore equivalente individuato sul sistema ad un grado di libertà parte dalla verifica dei coefficienti lineari. Come già anticipato in questa fase occorre limitare l'attenzione alle piccole ampiezze di oscillazione, per le quali l'influenza dei coefficienti non lineari è trascurabile. Si è scelto di stimare il valore di α/ω per ampiezze di oscillazione inferiori al 4 % della dimensione caratteristica con la procedura descritta nel § 4.1.2.

In Figura 6.18 sono riportati i valori di α/ω per diversi valori di velocità della vena incidente, sia numerici che sperimentali, e relativi ad entrambi i campi di sincronismo.


Figura 6.18: Sovrapposizione dei valori di α/ω numerico e sperimentale - 90° - direzione x

Si può osservare un buon riscontro dei risultati ottenuti dal modello numerico con i dati sperimentali, nonostante i dati ricavati dalle prove in galleria del vento non consentano di indagare in dettaglio il campo di velocità di interesse.

6.2.2 Confronto delle storie temporali di transitorio all'interno delle campane di sincronismo

La bontà dei coefficienti non lineari e delle funzioni che ne regolano l'influenza nella definizione delle forze in funzione dell'ampiezza di oscillazione può essere valutata qualitativamente dal confronto delle storie temporali di build up a pari velocità della vena incidente.

In Figura 6.19 si riporta il confronto numerico-sperimentale tra i moduli della trasformata di Hilbert realizzata su storie temporali di build up all'interno della prima regione di sincronismo. Si riporta inoltre il confronto del contributo armonico in condizioni di regime per entrambe le storie temporali.



Figura 6.19: Confronto numerico-sperimentale di build up all'interno della prima campana di sincronismo - Top Torre

Come si può notare il tempo complessivo di transitorio ottenuto nella simulazione numerca è paragonabile a quello che si osserva nelle prove sperimentali da quando si innesca il fenomeno fluidodinamico fino al raggiungimento del ciclo limite. Dal confronto delle pendenze dei moduli della trasformata di Hilbert sui segnali si può riconoscere che la potenza introdotta dal vento sul modello della torre è confrontabile con quella riscontrata dalle simulazioni numeriche.

Il medesimo confronto può essere effettuato partendo dalle storie temporali di build up numeriche e sperimentali ricavate all'interno della seconda regione di sincronismo. In Figura 6.20 se ne riporta il confronto numerico-sperimentale tra i moduli della trasformata di Hilbert.



Figura 6.20: Confronto numerico-sperimentale di build up all'interno della seconda campana di sincronismo - Top Torre

6.2.3 Confronto tra le ampiezze di oscillazione a regime alle diverse velocità del vento

Ripetendo le simulazioni per diversi valori di velocità del vento incidente è possibile valutare come cambi la risposta del sistema in termini di ampiezza di oscillazione del ciclo limite.

In Figura 6.21(a) e 6.21(b) si riportano gli andamenti delle deviazioni standard dei segnali degli accelerometri posti a metà e all'apice della torre, filtrati con un filtro digitale passa-basso (frequenza di taglio di 30 Hz). Ai risultati sperimentali sono sovrapposti quelli ottenuti dalle simulazioni numeriche dei corrispondenti nodi della struttura modellizzata. Entrambi i risultati sono riferiti alla sola parte a regime della storia temporale acquisita.

A causa delle notevoli ampiezze di oscillazione osservate sul modello, è stato necessario interrompere le prove sperimentali alle velocità centrali delle regioni di sincronismo. Questo consente di verificare l'estensione e il posizionamento del campo di *lock-in*, ma non le ampiezze di oscillazione effettivamente raggiunte.



Figura 6.21: Campana numerica e sperimentale valutata in termini di accelerazione standard

Dalle campane di sincronismo riportate si può constatare un ottimo riscontro del comportamento del modello numerico con i risultati sperimentali raccolti. Le ampiezze di oscillazione raggiunte dal modello al centro delle campane di sincronismo tuttavia sono limitate dall'andamento dello smorzamento strutturale con le ampiezze di oscillazione, modellizzato a partire dalle prove di decay in aria ferma (Figure 6.6(b) e 6.7(b)). Naturalmente per alti valori della velocità del vento la dinamica della torre in galleria è condizionata da piccole fluttuazioni della velocità dovute all'incremento della turbolenza (buffeting). Questi fenomeni aumentano la potenza del segnale di accelerazione sperimentale rispetto ad una condizione di vento incidente ideale, e quindi il valore di deviazione standard riportato si scosta da quello numerico.

E' importante notare che data l'incertezza a cui è soggetta la definizione dello smorzamento modale del sistema in funzione dell'ampiezza di oscillazione (Figura 6.7(b)) non è possibile stimare in maniera accurata le ampiezze di oscillazione a regime, fortemente sensibili a tale legame fisico. Questo è confermato in Figura 6.22, dove si evidenzia che all'aumentare della pendenza della retta $\xi_2 = \xi_{2(x,top)}$ il sistema numerico risponde con un graduale abbassamento della seconda campana, non sortendo alcun effetto sull'ampiezza a regime nella prima regione di sincronismo.



Figura 6.22: Variazione della risposta del modello numerico al variare del legame $\xi_2 = \xi_{2(X_{top})}$ in termini di deviazione standard delle accelerazioni a regime all'apice della torre

Una rappresentazione analoga delle campane di sincronismo può essere riportata in un grafico tridimensionale riportante per le diverse velocità del vento il modulo degli spettri dei segnali in spostamento (Figure 6.23(a) e 6.23(b)). Questi devono essere valutati sulla parte a regime del segnale e per un numero intero di periodi, e consentono di mettere in evidenza quale sia il contributo armonico alle campane di sincronismo riportate nelle Figure 6.21(a) e 6.21(b).



Figura 6.23: Modulo degli spettri delle storie temporali al variare della velocità del vento incidente

Come precedentemente messo in evidenza, tramite l'approccio modale è possibile costruire la storia temporale di tutti i nodi della torre partendo dalle storie temporali delle coordinate modali prese in considerazione. Nella Figura 6.24 sono riportate le deformante di massimo spostamento della torre in condizioni di regime alle velocità centrali rispetto alla regione di sincronismo rispettivamente del primo e del secondo modo. Dal momento che le frequenze proprie interessate da *vortex shedding* sono sufficientemente lontane le une dalle altre e i rispettivi campi di sincronismo sono separati, per una velocità del vento si può eccitare un solo modo di vibrare. All'interno di una regione di sincronismo, quindi, a regime il sistema si atteggia secondo la deformata del solo modo in risonanza, come si vede dal confronto con le Figure 5.5(a) e 5.5(b) dei modi di vibrare ricavati a partire dalle matrici di massa e di rigidezza del modello FEM.



Figura 6.24: Deformate massime assunte dalla torre a regime nei due campi di sincronismo

6.3 Estensione del modello a diverse esposizioni - Direzione X

Verificata la bontà del modello dell'oscillatore equivalente per simulare l'effetto del forzamento per distacco di vortici ad una data esposizione alla vena fluida, è possibile estendere il modello per diverse direzioni del vento.

Al variare di α il profilo esposto modifica le proprie caratteristiche geometriche in maniera rilevante. Basti pensare alla diversa esposizione degli spigoli della sezione che determinano un punto di stacco della vena.

La variazione della posizione di questi punti singolari al variare dell'esposizione determina un cambiamento importante nella fluidodinamica attorno al modello e quindi può favorire o impedire la formazione dei vortici in scia. Ne segue che la risposta dinamica della torre non ha un andamento monotono al variare dell'esposizione, come si vede dai risultati sperimentali riportati nel § 5.4. Il distacco di vortici risulta essere infatti molto evidente nell'intorno dei 90° con dinamica prevalente cross-wind, per poi diminuire a 50° e ripresentarsi in maniera più importante intorno a 20° - 25°. Infine nell'intorno dell'esposizione di 0° il distacco di vortici diventa completamente assente (Tabella 5.3).

Un approccio alla soluzione della dinamica della torre al variare dell'esposizione al vento potrebbe essere quello di considerare una distribuzione di oscillatori equivalenti ortogonale al vento ed indipendente da α . La risposta del modello numerico sarebbe determinata dalla proiezione delle forze lungo le direzioni preferenziali di oscillazione della struttura. Questa soluzione sarebbe valida nel caso in cui la presenza di distacco di vortici fosse indipendente dall'angolo di attacco del vento. Nel caso in esame il modello numerico non consentirebbe però di distinguere le particolari esposizioni in cui si verifica la condizione di sincronismo.

E' pertanto preferibile modificare i parametri del modello numerico al variare dell'esposizione per individuarne diversi set partendo dai dati sperimentali acquisiti. In seguito è possibile riconoscere un trend dei parametri caratteristici al fine di simulare la risposta dinamica della torre per le tutte esposizioni.

6.3.1 Studio della risposta del modello alle diverse incidenze

Confrontando i risultati sperimentali ricavati dalle prove sul modello sezionale con quelli ottenuti sulla torre completa, si osserva corrispondenza dei risultati ottenuti per incidenze di 0°, 10°, 20° e 25°. Per queste esposizioni quindi è possibile applicare la medesima metodologia utilizzata per la stima dei parametri dell'oscillatore a 90° a partire dai risultati ottenuti sul modello rigido.

Per quanto riguarda l'esposizione a 50° si osserva una discrepanza tra le prove sperimentali effettuate sul modello rigido e quelle sul modello aeroelastico. Il sezionale mostra una dinamica pressochè assente tra i 30° e i 60° , mentre la torre evidenzia due campane di sincronismo dovute all'eccitazione dei due modi di vibrare lungo il suo asse forte. Questo richiede un diverso approccio per l'identificazione dei parametri a questa esposizione, basato sull'evidenza sperimentale del modello aeroelastico.

Occorre notare che durante la campagna sperimentale sul modello aeroelastico non sono state acquisite storie temporali di build up per esposizioni diverse dai 90°, fatta eccezione per un esempio di transitorio a 50° all'interno della prima regione di sincronismo. Questo consentirà di fare un confronto solamente qualitativo sui tempi di transitorio partendo dal confronto con quelli individuati per l'esposizione a 90° .

Si riporta di seguito la procedura adottata per l'identificazione di un modello numerico valido per diversi angoli di esposizione al vento. Inoltre si riporta il confronto dei risultati numerici e sperimentali in termini di campane di sincronismo e di transitori di build up.

Identificazione dei parametri per esposizioni di 0° e 10°

L'assenza del fenomeno del distacco di vortici per le esposizioni della torre di 0° e 10° suggerisce un progressivo abbassamento del termine lineare di smorzamento aerodinamico, che all'interno del campo si sincronismo introduce energia al sistema alle basse ampiezze di oscillazione imposte dalle condizioni iniziali. Per modellare l'assenza del fenomeno fisico si può pertanto agire su questo parametro, ignorando gli altri termini che entrano in gioco nella definizione del modello numerico.

Identificazione dei parametri per esposizioni di 20° e 25°

Si osserva dalle campane sperimentali sia del modello sezionale che della torre completa che per le esposizioni di 20° e 25° il fenomeno del distacco di vortici è meno accentuato rispetto a quanto riportato per incidenze intorno a 90°. Questo confronto vale sia in termini ampiezze di oscillazione che di estensione degli intervalli di sincronismo attorno alla velocità di Strouhal.

Partendo dal set di coefficienti individuati per l'oscillatore a 90°, è possibile identificare un altro modello di oscillatore equivalente per l'esposizione di 25° che sia rappresentativo della risposta sperimentale del sezionale. Questo risultato è ottenuto operando sui soli termini aerodinamici di rigidezza e smorzamento. Infatti la rigidezza aerodinamica consente di modulare l'estensione dell'intervallo di sincronismo, con un effetto poco importante sui transitori di build up, (come evidenziato nell'analisi di sensibilità condotta sul modello sezionale, § 4.2.2, e confermata da quella sul modello aeroelastico, § 6.1.3). Il rapporto tra *chkaer* e *ckkaer* è stato mantenuto costante al valore individuato per l'esposizione a 90°.

La variazione del termine di smorzamento aerodinamico consente di modulare i tempi di transitorio richiesti per raggiungere il ciclo limite e le ampiezze raggiunte dalla campana, mantenendo centrate le regioni di sincronismo attorno a V_{St} . In particolare per ridurre le ampiezze limite di oscillazione e allo stesso tempo ottenere tempi di transitorio confrontabili con i risultati sperimentali è necessario agire separatamente sui termini lineari e non lineari di smorzamento aerodinamico. La riduzione di *chraer* consente infatti di allungare il tempo di risposta del sistema alle piccole ampiezze di oscillazione. Il termine *ckraer* permette di riprodurre la tendenza del fenomeno di distacco di vortici ad introdurre meno energia per elevate ampiezze di oscillazione. Esso agisce infatti riducendo il contributo dello smorzamento aerodinamico e la sua riduzione consente di raggiungere nei tempi sperimentali la condizione di regime.

Identificazione dei parametri per l'esposizione di 50°

La geometria a sezione costante che caratterizza il modello rigido non consente di riprodurre, per una esposizione al vento di 50° , la fluidodinamica della torre per effetti legati alla tridimensionalità del modello. La particolare geometria rastremata della torre, come già spiegato nel § 6.5, può facilitare l'insorgere di vortici in scia ed estendere le condizioni per le quali si manifesta il forzamento del sistema. Infatti proprio nell'esposizione in cui il fenomeno del distacco è presente ma più debole sulla torre completa, a 50° , il modello rigido non manifesta l'insorgere di *vortex shedding.* Volendo tuttavia individuare un modello che consenta di simulare la dinamica della torre anche a questa esposizione, è necessario partire direttamente dallo studio della risposta della torre completa.

A tale scopo occorre indagare come varia la risposta del modello numerico della torre al variare dei coefficienti della distribuzione degli oscillatori, partendo dalle indicazioni fornite dall'analisi di sensibilità riportata al § 6.1.3. In questo modo, seppur dovendo abbandonare la logica dell'individuazione dell'oscillatore equivalente tramite un modello rigido che ne riproduca la fluidodinamica, è possibile individuare per tutte le esposizioni indagate sperimentalmente i coefficienti aerodinamici lineari che consentono di riprodurre la dinamica della torre completa.

La bontà dei parametri identificati può essere valutata confrontando le risposte del modello numerico con i grafici sperimentali in termini di tempi di transitorio, ampiezze dei cicli limite ed estensione delle regioni di sincronismo. Analogamente all'esposizioni di 20° e 25°, il posizionamento della regione di sincronismo è riprodotto dalla variazione del numero di Strouhal, e quindi della f_{St} . L'estensione della regione di sincronismo, è riprodotta agendo sul termine di rigidezza aerodinamica mantenendo costante il rapporto tra il termine lineare e non lineare rispetto alla configurazione a 90°. L'aumento dei tempi di transitorio per basse ampiezze è stato ottenuto riducendo il coefficiente lineare di smorzamento aerodinamico, mentre il raggiungimento di una condizione di ciclo limite minore in un tempo di transitorio paragonabile con i risultati sperimentali è stato ottenuto aumentando in modulo il termine *ckraer* rispetto alla condizione di rapporto costante.

Identificazione del modello numerico per una generica esposizione al vento

Noti i coefficienti di rigidezza e smorzamento aerodinamici per gli angoli di esposizione provati in galleria del vento è possibile individuare per ciascuno di essi una curva interpolante che consenta di dedurli per le tutte le incidenze della vena fluida. Questa operazione è lecita dal momento che lo studio dei risultati sperimentali sul modello sezionale evidenzia un variazione progressiva della risposta del modello al variare dell'esposizione. E' giustificato così ammettere una variazione graduale dei coefficienti individuati per esposizioni intermedie a quelle analizzate sperimentalmente.

Si può considerare inoltre la simmetria a due assi della sezione della torre, e dunque la periodicità dei coefficienti fatti variare con l'esposizione. Si identificano gli andamenti riportati in Figura 6.25 dei coefficienti di rigidezza e smorzamento rapportati ai valori della configurazione a 90° .



Figura 6.25: Variazione dei coefficienti di rigidezza e smorzamento aerodinamici con l'esposizione al vento

La variazione dell'esposizione al vento determina sperimentalmente anche una variazione del posizionamento e dell'ampiezza del campo di sincronismo in cui si manifesta distacco di vortici. Sul modello numerico questa condizione si traduce in una variazione del numero di Strouhal, che è stata presa in considerazione con la stessa logica dei coefficienti aerodinamici (Figura 6.26). Individuare un andamento del numero di Strouhal per un generico corpo tozzo può essere fatto a partire da una base sperimentale ben più ampia di quella disponibile dalla campagna eseguita sul modello aeroelastico. I punti sperimentali acquisiti mostrano un buon accordo con quelli riportati in letteratura per un corpo rigido a sezione rettangolare con aspect ratio pari a 0.5 (§ 1.3). Partendo da questo riscontro è possibile quindi ipotizzare un andamento dei numeri di Strouhal relativi alla prima ed alla seconda campana, utili al fine di stimare la risposta del modello aeroelastico per diversi valori di α .



Figura 6.26: Variazione del numero di Strouhal relativo alla prima e alla seconda campana di sincronismo con l'esposizione al vento

Risultati numerici ottenuti per diverse esposizione al vento e confronto con i risultati sperimentali - Direzione X

Di seguito si riportano gli andamenti delle deviazioni standard della accelerazione a regime del nodo all'apice della torre. Le campane di sincronismo degli angoli di attacco non indagati sperimentalmente sono ricavate valutando dalle curve di interpolazione stimate i valori dei coefficienti aerodinamici e del numero di Strouhal.

Per gli angoli ai quali sono presenti risultati sperimentali si osserva un buon comportamento del modello numerico in termini di ampiezza di oscillazione a regime per le diverse velocità del vento incidente.

Per le esposizioni di $20^{\circ}, 25^{\circ}, 50^{\circ}$ sono riportati anche degli esempi di storie temporali di build up all'interno delle due regioni di sincronismo. Si fa notare che

i risultati sperimentali in termini di storie temporali di transitorio sono presenti solamente per angoli pari a 90° (i cui risultati sono già stati discussi nel § 6.1) e 50° . In questo secondo caso la storia di build up è relativa alla sola prima regione di sincronismo (Figura 6.35(a)) e non raggiunge le ampiezze limite di oscillazione. Si mostra infatti che dopo 120 s di transitorio espansivo le ampiezze raggiunte sono pari a meno di 2 mm, mentre le ampiezze di oscillazione a regime, valutabili dalla campana di sincronismo (Figura 6.33), sono pari a 3.37 mm.

Esposizione 0° - 10°

I risultati ottenuti per le esposizioni di 0° e 10° , come si è dimostrato nel § 5.4, non mettono in evidenza fenomeno di distacco di vortici, condizione verificata dai risultati numerici riportati in appendice (E).

Esposizione $20^{\circ}-25^{\circ}$

Per le incidenze di 20° e 25° la sovrapposizione delle deviazioni standard delle accelerazioni a regime mostra un buon confronto dei risultati forniti dal modello numerico con quelli trovati sperimentalmente (Figure 6.27 e 6.29). Essendo il distacco di vortici poco energetico in corrispondenza della seconda regione di sincronismo, sperimentalmente non si evidenzia alcuna campana di sincronismo.

Gli esempi di storie temporali all'interno della prima regione di sincronismo mostrano dei tempi di transitorio sensibilmente più lunghi di quelli riscontrati a 90°. Ciò è dovuto al fatto che il fenomeno è meno energetico (Figure 6.28 e 6.30).



Figura 6.27: Simulazione numerica e confronto sperimentale delle ampiezze di oscillazione a regime all'apice della torre per diversi valori della velocità del vento incidente - $\alpha = 20^{\circ}$



Figura 6.28: Esempi di storie temporali numeriche all'interno delle due regioni di sincronismo - $\alpha{=}20^\circ$



Figura 6.29: Simulazione numerica e confronto sperimentale delle ampiezze di oscillazione a regime all'apice della torre per diversi valori della velocità del vento incidente - $\alpha = 25^{\circ}$



Figura 6.30: Esempi di storie temporali numeriche all'interno delle due regioni di sincronismo - $\alpha{=}25^\circ$

Occorre notare che a causa delle condizioni iniziali imposte la campana di sincronismo accennata ad alta velocità non corrisponde a storie temporali di build up, ma a decay assestati su un ciclo limite. Questo consente di notare che anche all'interno delle regioni di sincronismo il modello dell'oscillatore equivalente introduce un termine di smorzamento positivo a quello strutturale per ampiezze di oscillazione maggiori di quelle del ciclo limite. Questa condizione è dovuta al fatto che le ampiezze di oscillazione dei nodi della torre sono tali da far prevalere il termine di smorzamento di accoppiamento su quello aerodinamico, che è funzione delle sole ampiezze di oscillazione della massa aerodinamica. Questa conclusione può essere evidenziata dal confronto dello smorzamento strutturale con quello totale valutato su prove di decay che si assestano su un ciclo limite. In Figura 6.31 si riporta tale confronto per la simulazione numerica condotta ad un'esposizione di 25° all'interno della seconda regione di sincronismo (V = 8.8 m/s), dove si evidenzia che per le grosse ampiezze di oscillazione si verifica un incremento significativo del termine di smorzamento totale, imputabile all'effetto dissipativo dello smorzamento di accoppiamento.



Figura 6.31: Confronto dello smorzamento strutturale con lo smorzamento totale in funzione dell'ampiezza di oscillazione all'interno della regione di sincronismo per condizioni iniziali maggiori del ciclo limite - β =25°

Esposizione 30°

I risultati ottenuti dal modello numerico per un'esposizione di 30° sono riportati in Figura 6.32 in termini di deviazione standard dell'accelerazione del nodo all'apice della torre in condizioni di regime. Per questa esposizione il modello numerico simula delle ampiezze di oscillazione a regime pari a 22.5 mm e 0.53 mm rispettivamente nella prima e nella seconda regione di sincronismo.



Figura 6.32: Simulazione numerica delle ampiezze di oscillazione a regime all'apice della torre per diversi valori della velocità del vento incidente - α =30°

Esposizione 50°

In Figura 6.33 è riportato il medesimo risultato per una esposizione di 50°. Nella figura si riporta il confronto con i risultati sperimentali per l'accelerazione all'apice della torre, confermando una buona simulazione del comportamento del modello aeroelastico all'interno della prima regione di sincronismo.



Figura 6.33: Simulazione numerica e confronto sperimentale delle ampiezze di oscillazione a regime all'apice della torre per diversi valori della velocità del vento incidente - α =50°

In Figura 6.34 si riportano due esempi di storie temporali all'interno delle due regioni di sincronismo individuate dal modello numerico.



Figura 6.34: Esempi di storie temporali numeriche all'interno delle due regioni di sincronismo - $\alpha{=}50^\circ$

In Figura 6.35 si riporta un esempio di storia temporale di build up all'interno della prima regione di sincronismo. Inoltre si propone il confronto numericosperimentale delle curve di inviluppo di build up ottenute come modulo delle trasformate di Hilbert. Il buon accordo del trend di crescita di build up a pari velocità del vento consente di concludere che il modello numerico simula con sufficiente accuratezza l'introduzione di potenza da parte del vento sul modello aeroelastico (essendo lo smorzamento strutturale correttamente modellato dalle prove di decay, Figura 6.6(b)).



Figura 6.35: Esempio di storia temporale di build up sperimentale e confronto delle curve di inviluppo numerico-sperimentale - Esposizione 50°

Esposizione 70°

Infine in Figura 6.36 si riporta il risultato della simulazione numerica in termini di andamento delle deviazioni standard delle accelerazioni a regime per un'esposizione di 70° .



Figura 6.36: Simulazione numerica delle ampiezze di oscillazione a regime all'apice della torre per diversi valori della velocità del vento incidente - α =70°

6.4 Simulazione della dinamica della torre nello spazio

Il modello dell'oscillatore equivalente applicato sul modello FEM della torre consente di simulare indipendentemente la risposta dinamica del modello nelle due direzioni principali di oscillazione. Questa condizione è verificata sperimentalmente per il fatto che la riposta del modello aeroelastico nelle due direzioni non si manifesta simultaneamente per ogni esposizione. In questo modo quindi è possibile trattare separatamente i campi di sincronismo all'interno dei quali vengono agganciati i singoli modi di vibrare.

La simulazione della dinamica della torre completa nello spazio richiede quindi l'introduzione della risposta del modello lungo l'asse debole della torre per effetto del distacco di vortice. Dai risultati sperimentali relativi al modello rigido riportati nel § 3.3.1 è possibile evidenziare una risposta dinamica del modello in direzione y per esposizioni pari a 10°, 20° e 25°. Le ampiezze di oscillazione sperimentate dal modello sezionale in queste condizioni risultano tuttavia essere notevolmente inferiori rispetto a quanto evidenziato in direzione cross-wind per un'esposizione di 90° e l'estensione del campo di sincronismo risulta molto più limitata. Questa condizione consente di concludere che la fluidodinamica che si instaura attorno alla sezione indagata determina delle forzanti aerodinamiche lungo la direzione y nulle o poco importanti per ogni esposizione del modello al vento. Pertanto è ragionevole aspettarsi una risposta dinamica sulla torre completa poco rilevante. La campagna sperimentale realizzata sulla torre completa conferma infatti i risultati riportati per il modello sezionale per una esposizione tra 20° e 25°, anche se la dinamica riscontrata tra 0° e 10° non mette in evidenza alcuna campana di sincronismo.

Queste considerazioni consentono di impiegare il modello individuato nel § 4.4 per la simulazione del forzamento in direzione y del modello aeroelastico per l'esposizione di 20° e 25°. L'assenza del forzamento del modello in direzione y per le altre esposizioni è riprodotta da un annullamento del coefficiente lineare di smorzamento aerodinamico, responsabile dell'eccitazione del sistema alle piccole ampiezze.

6.4.1 Validazione del modello 3D

Avendo identificato i parametri degli oscillatori equivalenti per la simulazione del forzamento per distacco di vortici lungo le due direzioni di oscillazione, è possibile predisporre le due distribuzione degli oscillatori per la risoluzione della dinamica della torre completa nello spazio. Il modello meccanico che simula l'eccitazione di un nodo i-esimo della torre è quello rappresentato in Figura 6.37, dove gli elementi strutturali non compaiono poichè non rappresentabili come termini concentrati per il modello aeroelastico:



Figura 6.37: Dettaglio dello schema meccanico di due oscillatori equivalenti applicati nel nodo i - esimo nelle due direzioni di oscillazione

A valle delle considerazioni fatte questo studio viene realizzato per le sole esposizioni di 20° e 25° in cui si manifesta il moto in entrambe le direzioni preferenziali di oscillazione della torre nel range di velocità considerato.

Dal confronto dei risultati numerici e sperimentali si osserva un ottimo comportamento del modello numerico per la simulazione della dinamica della torre limitatamente al primo campo di sincronismo lungo entrambi i piani di oscillazione. Nella Figura 6.38 sono riportati i confronti numerici-sperimentali dei valori di deviazione standard dei segnali di accelerazione a metà e all'apice della torre con i corrispondenti nodi del modello numerico. Una ottima corrispondenza si osserva sia per quanto riguarda l'ampiezza di oscillazione al ciclo limite che in termini di estensione e posizionamento del campo di sincronismo.

Si nota che a causa della sovrapposizione parziale dei campi di sincronismo relativi alle prime due frequenze proprie della struttura nello spazio, l'accoppiamento dei moti di oscillazione nei due piani principali a due diverse frequenze di oscillazione genera un moto tridimensionale, seppur prevalente lungo l'asse forte. Questa condizione determina un incremento dello smorzamento nel sistema che si manifesta in una riduzione dell'ampiezza di oscillazione nel ciclo limite rispetto a quanto ottenuto nel problema bidimensionale, come si denota dalle Figure 6.38(a) e 6.38(b). Un buon funzionamento si osserva per la distribuzione di oscillatori eccitanti il sistema lungo l'asse debole. Si nota inoltre che le campane di sincronismo dovute all'eccitazione dei secondi modi lungo l'asse forte e lungo l'asse debole sono assenti nella simulazione numerica. Questo trova riscontro sperimentale in direzione x mentre lungo l'asse debole la seconda campana si estende in un campo di velocità molto limitato e con ampiezze di oscillazione poco significative.



Figura 6.38: Confronto numerico - sperimentale delle ampiezze di oscillazione per diversi valori della velocità del vento incidente - $\alpha = 25^{\circ}$

In Figura 6.39 si riporta un esempio numerico di storia temporale di build up all'interno della prima regione di sincronismo per ciascuna delle due direzioni principali di oscillazione, con i relativi spettri di storia a regime. Si osserva che i tempi di transitorio sono in linea con quelli sperimentali (presenti per esposizioni di 50° e 90°).



build up



(b) Direzione X - Modulo dello spettro a regime



Figura 6.39: Esempi di storie temporali di build up e spettri a regime ottenuti dal modello numerico per la simulazione della dinamica del modello aeroelastico nello spazio

A valle di queste considerazioni si può ritenere esauriente la simulazione della dinamica della torre per i primi modi di vibrare lungo ciascuna delle due direzioni principali di oscillazione, sia in un'ottica bidimensionale che tridimensionale.

6.5 Effetti di tridimensionalità del modello aeroelastico

Dalle analisi fatte sul modello aeroelastico è possibile trarre alcune considerazioni in merito agli effetti legati alla geometria particolare della struttura.

Alcune osservazioni riguardano l'effetto sul meccanismo di distacco di vortici dovuto alla variazione della dimensione caratteristica lungo l'estensione della torre. Essendo il numero di Strouhal un parametro adimensionale, consente di individuare la frequenza di distacco di vortici in condizioni diverse da quelle per le quali è stato stimato, ed in particolare sia al variare della velocità del vento sia della dimensione caratteristica scelta. Ciò significa che per ogni nodo della struttura tale dimensione deve essere valutata con precisione in maniera tale da poter apprezzare, in termini di frequenza di Strouhal, la graduale evoluzione del fenomeno lungo l'estensione verticale della torre.

Occorre far notare infatti che in un modello a sezione costante è possibile riconoscere un unico campo di sincronismo lungo l'intera estensione assiale, poichè esiste un unica V_{St} . Di conseguenza per ogni velocità ciascun oscillatore applicato alla struttura ha il medesimo comportamento eccitante all'interno del campo di sincronismo e dissipativo al di fuori. Per questo motivo volendo escludere un profilo non uniforme di velocità è possibile considerare un unico oscillatore equivalente applicato alla struttura non deformabile ad un unico grado di libertà.

In un modello a sezione variabile è ragionevole aspettarsi che il forzamento per distacco di vortice interessi per velocità più basse la regione del modello con una dimensione caratteristica minore, e quindi una f_{St} minore, mentre per velocità maggiori le sezioni con una dimensione caratteristica più elevata. Naturalmente questa considerazione vale se il profilo esterno è uguale per ciascuna sezione del corpo e quindi la fluidodinamica che si stabilisce sia la stessa lungo il suo sviluppo verticale. In questa condizione il numero di Strouhal è indipendente dalla sezione considerata, e l'unica variabile nella relazione (6.6) sia la dimensione D, essendo f_0 la frequenza propria della struttura caratteristica dell'intero sistema.

$$V_{St} = f_0 \frac{D}{St} \tag{6.6}$$

Quindi per una struttura tridimensionale a sezione variabile ad ogni singolo oscillatore competono V_{St} diverse; ciò comporta che è possibile aspettarsi un campo di sincronismo più esteso rispetto a quello che si riscontra in una indagine monodimensionale. La risposta al forzamento dell'intera struttura per una data velocità del vento tuttavia non è definita dal comportamento dei singoli oscillatori equivalenti. Essa è determinata infatti dal bilancio energetico globale tra l'introduzione di potenza da parte degli oscillatori che agganciano un modo di vibrare della struttura e quelli che sono fuori dalla loro regione di lock-in. Si può verificare infatti la condizione in cui solo in una regione della torre prevalga il comportamento dissipativo degli elementi smorzanti, mentre in un'altra parte della struttura si verifichi una netta introduzione di potenza da parte degli smorzatori aerodinamici. Quindi se il fenomeno di distacco di vortice sulla porzione di torre interessata è sufficientemente energetico, la dinamica della struttura evolve in un ciclo limite per ogni nodo della struttura (fenomeno autoeccitante), altrimenti imposte le condizioni iniziali si esaurisce nel tempo con andamento esponenziale.

Inoltre in questo bilancio di forze un peso rilevante è dato dalla rigidezza della struttura, la quale propaga il moto oscillatorio indotto da vortex shedding anche sui nodi che non vengono agganciati dal fenomeno fluidodinamico. Queste oscillazioni determinano quindi l'allungamento di tutti gli elementi elastici e viscosi della struttura.

Per queste ragioni non è possibile concludere a priori se il campo di sincronismo di una struttura rastremata sia più o meno esteso in termini di V/V_{St} rispetto al modello sezionale corrispondente.

Nella torre oggetto di studio si osserva una buona corrispondenza delle estensioni dei campi di sincronismo evidenziati dalle prove sperimentali sul modello rigido ed il modello aeroelastico (Tabelle 6.4 e 6.5).

Modello Sezionale	$V_{St}[{ m m/s}]$	V/VSt
S1	5.60	[0.80, 1.451]
S2	5.60	[0.90, 1.27]

Tabella 6.4: Estensione del campo di sincronismo ricavati dalle prove sperimentali sul modello sezionale in due diverse configurazioni analizzate

Modello aeroelastico	$V_{St}[{ m m/s}]$	V/VSt
I regione di sincronismo	2.18	[0.87, 1.42]
II regione di sincronismo	9.04	[0.86, 1.41]

Tabella 6.5: Estensione dei campi di sincronismo relativi relativi al primo e al secondo modo di vibrare ricavati dalle prove sperimentali sul modello aeroelastico

Un'altra peculiarità che occorre considerare nel modello numerico della torre completa riguarda il valore di velocità che viene fornito come input agli oscillatori alle diverse quote. In generale ogni qual volta si considera l'effetto del vento su strutture a sviluppo verticale occorre considerare il profilo dello strato limite caratteristico della vena incidente. Tuttavia le prove sperimentali realizzate tramite traversing nella galleria del vento, come si evidenzia dai risultati riportati nel capitolo 3.1, consentono di evidenziare che in condizioni di flusso a bassa turbolenza i diversi punti della torre sono investiti da un profilo pressochè uniforme del vento. In particolare è possibile notare che per una distanza da terra di 20 cm (ovvero dal 4° nodo del modello numerico della torre) può dirsi esaurito lo strato limite e si può considerare la velocità media del vento indipendente dalla posizione, ammettendo un errore del 3 % sulla deviazione massima della velocità rispetto al valor medio.

Effetti di tridimensionalità: conseguenze sulla modellazione del problema

Il fenomeno descritto nel \S 6.5 pone un limite inferiore al numero di elementi con cui viene discretizzata la struttura. Per cogliere frequenze proprie e deformate modali del sistema sarebbe sufficiente adottare un numero di elementi finiti di lunghezza tale per cui possa essere colta la deformata del modo a più alta frequenza interessato dalla dinamica della struttura. In genere è buona norma garantire la condizione per cui la massima frequenza propria del sistema discretizzato sia almeno il doppio della frequenza della forzante sul sistema che si intende analizzare. Un limite più stringente può essere imposto dalla geometria della sezione variabile lungo l'estensione della struttura. Se si intende indagare la risposta al forzamento per distacco di vortice di una struttura rastremata, essendo il campo di sincronismo dei singoli oscillatori indipendente e definito oltre che dal numero di Strouhal anche dalla dimensione caratteristica, si rischia di agganciare separatamente due regioni distinte della struttura, perdendo il contributo energetico di una regione della torre intermedia a due nodi. Questo fenomeno può verificarsi se le dimensioni caratteristiche tra due nodi adiacenti sono molto diverse, e quindi le frequenze di sincronismo molto distanti. In tal caso il modello può non simulare la regione di sincronismo che compete al tratto di torre modellizzato con un unico elemento trave, che al vero cambia con continuità la propria dimensione caratteristica.

Indicando un generico campo di sincronismo come

$$\frac{V}{V_{St}} \subset [l_i, l_s] \tag{6.7}$$

per non perdere il contributo di una porzione della torre è necessario garantire la sovrapposizione delle regioni di lock-in degli oscillatori lungo l'altezza del modello, ovvero:

$$l_s V_{St,i} > l_i V_{St,i+1} \tag{6.8}$$

indicando con i pedici $i \in i + 1$ due nodi consecutivi dall'apice della torre.

Nel caso in esame, noto il campo di sincronismo individuato per il modello sezionale si ha:

$$1.451 f_0 \frac{D_i}{S_t} > 0.806 f_0 \frac{D_{i+1}}{S_t} \tag{6.9}$$

Si ricava la seguente condizione sulla distribuzione delle dimensioni caratteristiche:

$$\frac{D_i}{D_{i+1}} > \frac{0.806}{1.451} \simeq 56 \ \% \tag{6.10}$$

In Figura 6.40 si riporta l'andamento della dimensione caratteristica del modello della torre: si osserva che la regione che è potenzialmente più sensibile ai problemi legati alla tridimensionalità della torre è alla base della struttura. Essa tuttavia ha un contributo alla introduzione di energia da parte del vento molto limitata essendo la componente lagrangiana delle forze un questa regione molto limitata, come si deduce dall'andamento delle deformate modali (Figura 6.1). Inoltre si verifica che il rapporto minimo tra le dimensioni caratteristiche è pari al 96 %, tale quindi da cogliere il graduale cambiamento dell campo di sincronismo lungo l'altezza della torre.



Figura 6.40: Distribuzione della dimensione caratteristica lungo l'estensione assiale della torre

Conclusioni

L PRESENTE LAVORO di tesi ha approfondito il meccanismo di distacco di vortici che si instaura su strutture snelle immerse in vena fluida e ha sviluppato un metodo numerico per riprodurre questo genere di forzamento. La fase iniziale dell'indagine è stata finalizzata allo studio del fenomeno fluidodinamico, con particolare attenzione agli effetti legati alla geometria della sezione della torre analizzata, e alla presentazione del metodo dell'oscillatore equivalente, lo strumento utilizzato per la modellazione numerica del distacco di vortici. Questa prima fase è stata accompagnata da un'intensa attività sperimentale in galleria del vento utilizzando un modello sezionale della struttura, finalizzata a caratterizzare l'aerodinamica della sezione al variare dell'angolo di incidenza del vento. I parametri del modello numerico dell'oscillatore equivalente sono stati identificati sulla base dei risultati sperimentali relativi alle esposizioni per le quali l'eccitazione dovuta al fenomeno di distacco di vortici risulta essere più evidente. Questo studio è mirato a simulare in maniera indipendente l'eccitazione lungo le due direzioni principali di oscillazione della torre. Si è quindi affrontato il problema dell'applicazione dell'oscillatore equivalente, ad oggi impiegata solo per strutture a sezione circolare, per la modellazione delle forze indotte da distacco di vortici su una geometria non assialsimmetrica. I risultati forniti dal modello numerico identificato trovano un ottimo riscontro sull'evidenza sperimentale delle prove condotte sul modello rigido, sia in termini di potenza introdotta dal vento che di ampiezza di oscillazione raggiunta a regime.

L'obiettivo finale dell'indagine è stato quello di simulare, con la tecnica presentata, il forzamento nelle due direzioni principali dovuto al fenomeno fluidodinamico in esame sulla struttura completa della torre. Questo studio richiede una rappresentazione ad elementi finiti del modello aeroelastico accoppiato ad una distribuzione di oscillatori equivalenti disposta lungo la sua altezza. I risultati ottenuti sono stati verificati sulla base dell'evidenza sperimentale raccolta nel corso di prove in galleria del vento su un modello aeroelastico della torre in scala 1 : 100. E' stato possibile verificare che il modello dell'oscillatore equivalente identificato sul modello sezionale è in grado di riprodurre in maniera fedele il forzamento sulla torre completa, confermando così la validità dell'approccio adottato.

Ulteriore obiettivo raggiunto è stato quello di aver messo a punto il modello numerico in modo da poter riprodurre le diverse incidenze del vento tramite un'opportuna modulazione dei parametri caratteristici. Per le diverse esposizioni i risultati ottenuti trovano un'ottimo accordo con quelli sperimentali sia in termini di riposta a regime che di transitori.

Sulla base dei risultati ottenuti è quindi possibile prevedere un utilizzo del modello individuato per la simulazione numerica della dinamica del ponte completo del Forth Replacement Crossing, tenendo conto correttamente della presenza del forzamento eolico sulle torri di sostegno.

Appendice A

Lista dei simboli

 λ_l : Scala geometrica del modello D: dimensione caratteristica crosswind L: lunghezza del modello sezionale b ρ : densità dell'aria \bar{q} : pressione dinamica alla quota di riferimento α : angolo di esposizione al vento C_{F_i} : coefficienti di forza (i = x, y) C_M : coefficiente di Coppia C_D : coefficiente di Drag C_L : coefficiente di Lift f_0 : frequenza di oscillazione del modello m: massa al metro del modello ξ : smorzamento adimensionale ξ_s : smorzamento strutturale del modello ξ_{aero} : smorzamento aerodinamico ξ_{tot} : smorzamento totale del modello V: Velocità del vento a 100 m di quota V^r : velocità ridotta St: numero di Strouhal Sc: numero di Scrouton

Appendice B

Analisi di sensibilità - Modello sezionale

Nella presente appendice vengono riportati i risultati dell'analisi di sensibilità sui parametri non lineari dell'oscillatore equivalente identificato sul modello sezionale aggiuntivi a quelli presentati nel § 4.2.2.



Figura B.1: Analisi di sensibilità sulla campana del sincronismo al variare dei parametri non lineari

Appendice C

Potenza introdotta dal vento sul modello sezionale

Nella presente appendice vengono riportati i risultati del calcolo delle potenza introdotta dal vento in funzione dell'ampiezza di oscillazione per il modello sezionale nella configurazione S1.



Figura C.1: Confronto numerico-sperimentale della potenza introdotta in funzione delle ampiezze; configurazione S1 del modello sezionale

Appendice D

Analisi di sensibilità - Modello della torre completa

Si riportano i risultati delle analisi di sensibilità condotte sui termini non lineari di accoppiamento e di rigidezza aerodinamica. I risultati sono proposti in termini di andamento della deviazione standard dell'accelerazione a regime del nodo all'apice della torre e di confronti dei moduli delle trasformate di Hilbert di storie di build up per le velocità centrali delle due regioni di sincronismo. Nel range indagato non si evidenziano variazioni significative sulla risposta del sistema.



Figura D.1: Analisi di sensibiltià al variare di ckkaer in termini di deviazione standard dell'accelerazione in condizioni di ciclo limite



Figura D.2: Confronto dei moduli delle trasformate di Hilbert di storie temporali di build up al variare del termine non lineare di rigidezza aerodinamica

Analisi di sensibilità sul termine non lineare di smorzamento di accoppiamento



Figura D.3: Analisi di sensibiltià al variare di ckracc in termini di deviazione standard dell'accelerazione in condizioni di ciclo limite



Figura D.4: Confronto dei moduli delle trasformate di Hilbert di storie temporali di build up al variare del termine non lineare di smorzamento di accoppiamento
Analisi di sensibilità sul termine non lineare di rigidezza di accoppiamento



Figura D.5: Analisi di sensibiltià al variare di ckkacc in termini di deviazione standard dell'accelerazione in condizioni di ciclo limite



Figura D.6: Confronto dei moduli delle trasformate di Hilbert di storie temporali di build up al variare del termine non lineare di rigidezza di accoppiamento

Appendice E

Confronto numerico-sperimentale per la torre - Esposizione 0° - 10° -Direzione X

Le Figure E.1 - E.2 mostrano la sovrapposizione numerico-sperimentale delle deviazioni standard dei segnali di accelerazione a regime al variare della velocità del vento. Come già mostrato nello studio dei risultati sperimentali riportati al § 5.4 non si evidenzia alcuna campana di sincronismo.



Figura E.1: Simulazione numerica e confronto sperimentale delle ampiezze di oscillazione a regime all'apice della torre per diversi valori della velocità del vento incidente - $\beta = 0^{\circ}$



Figura E.2: Simulazione numerica e confronto sperimentale delle ampiezze di oscillazione a regime all'apice della torre per diversi valori della velocità del vento incidente - β =10°

Lo stesso risultato numerico è riportato in Figura E.3 per una esposizione di 15°, per la quale il modello non riproduce un chiaro fenomeno di distacco di vortici per nessuna velocità del vento incidente.



Figura E.3: Simulazione numerica delle ampiezze di oscillazione a regime all'apice della torre per diversi valori della velocità del vento incidente - β =15°

Bibliografia

- [1] M. Belloli. Un modello matematico per l'analisi del comportamento dinamico di strutture snelle deformabili soggette a distacco di vortice. 2001.
- [2] Jerry M. Chen and Chia-Hung Liu. Vortex shedding and surface pressures on a square cylinder at incidence to a uniform air stream. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 20, 1999.
- [3] G. Diana and F. Cheli. Dinamica e vibrazione dei sistemi. Utet, Torino, 1993.
- [4] G. Diana, F. Fossati, F. Resta, and M. Belloli. Vortex induced vibrations of marine risers subjected to current and sea waves. In *Proceedings of 4th Int. Symp. on Cable Dynamics*, Montreal Canada, 2001.
- [5] G. Diana and M. Gasparetto. Simulation of vortex shedding by means of an equivalent oscillator. L'Energia Elettrica, 1980.
- [6] G. Diana, F. Resta, M. Belloli, and D. Rocchi. On the vortex shedding forcing on suspension bridge deck. *Journal of Wind Enigneering and Industrial Aerodynamics*, 94, 2006.
- [7] F. Fossati. Un metodo di calcolo non lineare per l'analisi del comportamento dinamico di conduttori soggetti a vibrazioni eoliche. *Tesi di Dottorato in Ingegneria Meccanica*, 1994.
- [8] P. Hémon and F. Santi. On the aeroelastic behaviour of rectangular cylinders in cross-flow. Journal of Fluids and Structures, 16(7):855–889, 2002.
- [9] R. P. Hoxey, A. M. Reynolds, G. M. Richardson, A. P. Robertson, and J. L. Short. Observations of reynolds number sensitivity in the separated flow region on a bluff body. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 73(3):231–249, 1998.
- [10] G. L. Larose and A. D'Auteuil. On the reynolds number sensitivity of the aerodynamics of bluff bodies with sharp edges. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 94(5):365–376, 2006.
- [11] Q. S. Li and W. H. Melbourne. The effect of large-scale turbulence on pressure

fluctuations in separated and reattaching flows. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 83:159–169, 1999.

- [12] M. Matsumoto. Vortex shedding of bluff bodies: a review. Journal of Fluids and Structures, 13, 1999.
- [13] M. Matsumoto, H. Ishizaki, C. Matsuoka, Y. Daito, Y. Ichikawa, and A. Shimahara. Aerodynamic effects of the angle of attack on a rectangular prism. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 77-78:531–542, 1998.
- [14] M. Matsumoto, T. Yagi, H. Tamaki, and T. Tsubota. Vortex-induced vibration and its effect on torsional flutter instability in the case of b/d = 4 rectangular cylinder. *Journal of Wind Enigneering and Industrial Aerodynamics*, 96, 2008.
- [15] S. Muggiasca. Vibrazioni indotte dal fenomeno di distacco di vortici su corpi cilindrici: dall'analisi sperimentale allo sviluppo di un modello numerico. 2006.
- [16] Yasuharu Nakamura and Shigehira Ozono. Effects of turbulence on a separated and reattaching flow. Journal of Fluid Mechanics, 178:477–490, 1987.
- [17] T. Sarpkaya. Vortex-induced oscillations. a selective review. Journal of Applied Mechanics, 46, 1979.
- [18] I. Taylor and M. Vezza. Prediction of unsteady flow around square and rectangular section cylinders using a discrete vortex method. *Journal of Wind Enigneering and Industrial Aerodynamics*, 82, 1999.