

POLITECNICO DI MILANO
Facoltà di Ingegneria dei Sistemi
Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Biomedica



**VALUTAZIONE DEGLI EFFETTI DELL'ANISOTROPIA DI UN
MATERIALE POLIMERICO PER APPLICAZIONI DI PROTESI
VALVOLARI CARDIACHE**

Relatore: Prof. Ing. Maria Laura COSTANTINO

Correlatore: Dott. Ing. Adriano ZAFFORA

Tesi di Laurea Specialistica di:
Francesco IMPICCIATORE Matr. 711774

Anno Accademico 2009/2010

Ringraziamenti

Alla mia famiglia.

SOMMARIO

Le protesi valvolari cardiache Biomorfe polimeriche sono un emergente categoria di impianti per la sostituzione delle valvole naturali danneggiate. Esse sono costituite da materiali soffici e tentano di integrare in unico dispositivo l'affidabilità delle valvole meccaniche e l'efficienza delle valvole biologiche, offrendo un'alternativa ottimale alle protesi attualmente in uso.

Il presente lavoro di tesi è inserito nell'ambito del processo di design di una nuova valvola protesica biomorfa. A partire dall'analisi di un materiale si è voluto studiarne il comportamento in una geometria valvolare, attraverso un modello numerico.

Studi sulla risposta meccanica di valvole naturali hanno mostrato che la risposta anisotropa del materiale naturale porta dei vantaggi in termini di prestazioni del dispositivo. Nell'ottica di riprodurre questo principio in una protesi artificiale, la valutazione dell'anisotropia rappresenta un aspetto cruciale nello sviluppo di materiali per valvole biomorfe. In questo studio viene sviluppato uno strumento innovativo capace di riorientare l'anisotropia del materiale lungo la direzione principale degli sforzi in modo da valutare gli effetti sul foglietto valvolare attraverso l'osservazione dello stato di sforzo, dello stato di deformazione e di altri parametri di tipo strutturale.

La strategia progettuale è mirata alla riduzione del rischio di cedimento della valvola. Al momento protesi valvolari costituite da un materiale polimerico nano composito, basate sull'orientazione così ottimizzata, sono solamente in fase di studio e non ancora realizzate.

In una prima fase sono stati analizzati dei dati sperimentali acquisiti da prove meccaniche, fatte su provini del materiale sperimentale, presso i laboratori dell'Università di Cambridge (UK). I dati sperimentali sono stati ottenuti con prove di trazione uniassiale effettuate da terzi. Le prove consistono nel sottoporre provini, a sezione rettangolare, di diverso spessore e diversa simmetria, del materiale V4111 (Dexco Polymers) (Joanna Stasiak 2009) a trazioni uniassiale dopo 10 cicli di preconditionamento (velocità di 1 [mm/s] da 0 al 100% di deformazione). I dati sperimentali acquisiti sono la forza e l'allungamento del

provino. Sono stati elaborati tramite fogli di calcolo elettronici (excel(MICROSOFT)). La procedura di elaborazione dei dati sperimentali è rappresentata da:

- Riduzione del rumore di misura;
- Calcolo della curva sforzo-deformazione ingegneristico;
- Calcolo della curva sforzo-deformazione reale sotto l'ipotesi di materiale incomprimibile.

Obiettivo dell'elaborazione è l'individuazione della curva caratteristica σ - ϵ al variare dello spessore del materiale.

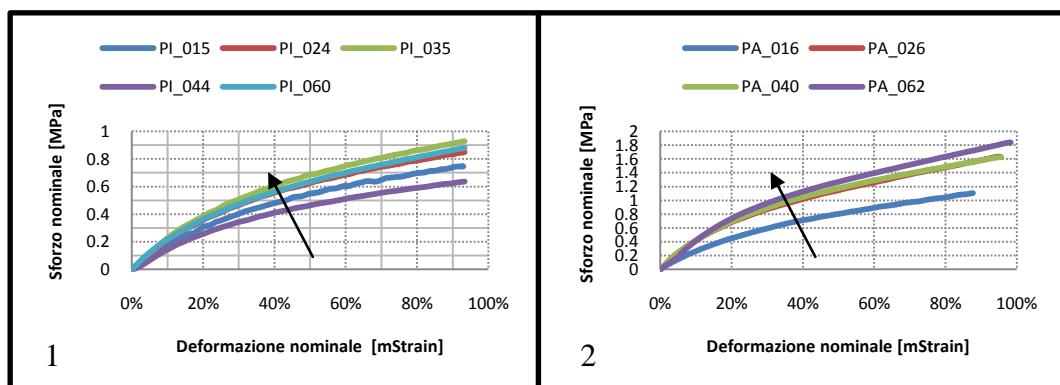


Figura a (1) Provini isotropi; (2) Provini anisotropi

Sia nel caso dei provini isotropi sia dei provini anisotropi si osserva un trend al variare dello spessore (vedi Figura a) in cui aumenta la rigidità all'aumentare dello spessore. Nel caso anisotropo, in cui l'anisotropia è in direzione della lunghezza del materiale, l'aumento dello spessore aumenta del 83.92% la rigidità del materiale rispetto al materiale isotropo. Si osserva anche che per deformazioni inferiori al 10% il materiale presenta caratteristiche di elasticità lineare, mentre dal 10% in poi il materiale presenta un andamento non lineare. Inoltre a partire dallo spessore di 0.24 mm è stato osservato una ridotta influenza dello spessore sulla risposta meccanica del materiale.

In una seconda fase sono state effettuate simulazioni numeriche delle prove meccaniche sperimentali. Le simulazioni consistono nell'applicare i modelli matematici del materiale, descritti nel Capitolo III, a una forma geometrica identica alla struttura del provino, realizzate con un programma di calcolo agli elementi finiti, (Abaqus, versione 6.82). Le prove sono state divise per materiali modellando il materiale rispettivamente nel caso:

- Isotropo:
 1. Neo-Hookean
 2. Mooney-Rivlin

- Anisotropo:
 1. Alla Holzapfel

Suddetti modelli sono già implementati, in Abaqus. Nel programma di calcolo è stata riprodotta identicamente la prova meccanica sperimentale al fine di validare il modello materiale scelto. Sono stati, così, confrontati i risultati numerici con i dati sperimentali e si è giunti alla stima dei parametri del modello costitutivo del materiale sperimentale.

Per tutti i provini isotropi sono stati ricavati separatamente i parametri dei due modelli utilizzati (vedi tab 1).

Provino	Neo-Hookean	Mooney-Rivlin		D
	C10	C10	C01	
PI_015	0.2595	0.107	0.228	0
PI_024	0.2869	0.0938	0.3073	0
PI_035	0.321	0.1106	0.3217	0
PI_060	0.3063	0.1037	0.3017	0

tab 1

Per poter stabilire l'affidabilità del modello è stato introdotto un indice di errore I_R basato sul calcolo dell'errore quadratico medio tra lo sforzo numerico e lo sforzo reale sperimentale per tre zone di deformazioni 20%, 40% e 80% della curva. Un esempio è riportato in tab. 2

PI_015	Errore quadratico medio		
Modello	$I_{err20\%}$	$I_{err40\%}$	$I_{err80\%}$
Neo-Hookean	0.088162567	0.017814464	1.457769119
Mooney-Rivlin	0.000363657	0.000194225	0.00011177

tab 2

Sia l'indice di errore calcolato nel caso del modello Neo-Hookean, sia nel caso del modello Mooney-Rivlin risultano inferiori al 1%, di conseguenza è lecito affermare che i 2 modelli costitutivi isotropi sono applicabili. Tuttavia il modello di Mooney-Rivlin ha una media dell'indice I_R circa 2000 volte più piccolo del modello Neo-Hookean: alla luce dei risultati è stato adottato il modello costitutivo Mooney-Rivlin per descrivere la risposta meccanica del materiale polimerico isotropo in un foglietto valvolare. Per quanto riguarda la stima dei parametri del modello alla Holzapfel nel caso dei provini anisotropi è stata riscontrata una criticità del modello poiché confrontando i risultati con i dati sperimentali si osserva che il modello Holzapfel non è adatto a modellizzare questo specifico materiale anisotropo polimerico: si riscontra un andamento della curva numerica del tutto diverso dalla curva sperimentale. Sebbene si è preso atto di questa discrepanza tra i dati sperimentali e il modello numerico si è adottato il legame alla Holzapfel per lo studio dell'effetto di una anisotropia del tipo "tissue" e con l'obiettivo di impiegarlo per la progettazione di un materiale ideale per valvole artificiali biomorfe. Il modello di materiale alla Holzapfel (1,2) ha una forma dell'energia potenziale di deformazione composta da tre contributi: un contributo isotropo, un contributo volumetrico, e un contributo anisotropo che interpreta l'anisotropia con la presenza di fibre orientate nel materiale.

$$W = c_{10}(I_1 - 3) + \frac{1}{D} \left(\frac{(J^{el})^2 - 1}{2} - \ln J^{el} \right) + \frac{k_1}{2k_2} \sum_{\alpha=1}^N \{ \exp[k_2 \langle E_\alpha \rangle^2] - 1 \} \quad 1$$

e con

$$E_\alpha \stackrel{\text{def}}{=} k(I_1 - 3) + (1 - 3k) (I_{4(\alpha,\alpha)} - 1) \quad 2$$

Quindi si effettuerà uno studio di un materiale anisotropo specifico. Tale materiale sarà interpretato come il modello costitutivo di Holzapfel interpreta i materiali anisotropi, e così si assegnerà al contributo isotropo della forma di energia potenziale di deformazione le caratteristiche del materiale sperimentale isotropo esaminato e l'anisotropia del materiale sarà messa in conto sfruttando le potenzialità del modello assegnando dei valori, secondo un criterio opportuno, ai parametri k_1 , k_2 e dando una direzione di orientazione delle fibre all'interno del materiale. Ragionando in questi termini si vuole proporre uno studio numerico delle caratteristiche anisotrope di un materiale applicato a una protesi valvolare

ideale. A tal proposito si è realizzato un modello numerico di un foglietto valvolare (vedi Figura b 1).

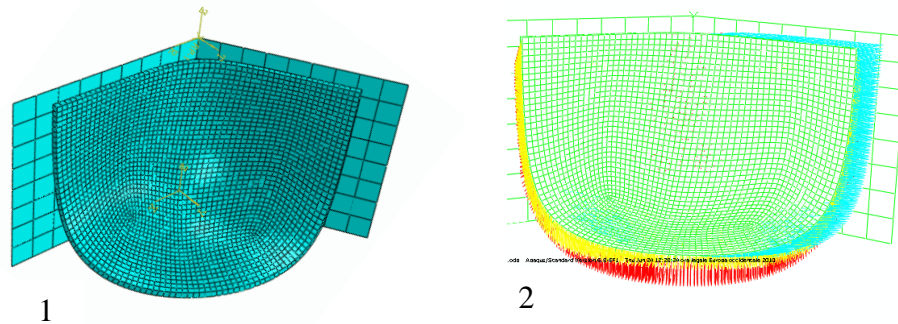


Figura b (1) modello numerico di un foglietto valvolare; (2) Distribuzione delle terne locali sul foglietto valvole e un particolare ingrandito del foglietto (in azzurro è la prima direzione, gialla è la seconda direzione, rossa è la terza direzione)

Data la complessità della geometria differenziale del foglietto nel modello numerico la direzione delle fibre è stata messa in conto assegnando ad ogni elemento del foglietto una terna di riferimento locale (vedi figura b (2)). A questo punto nel file di input di Abaqus attraverso la subroutine “*Orientation” si indica su quale dei vettori orientare la direzione delle fibre con cui il legame costitutivo lavora.

Per un confronto univoco basato di parametri quantitativi per valutare gli effetti macroscopici sul foglietto valvolare sono stati studiati gli andamenti di parametri quali: Sforzo principale massimo globale (medio), Sforzo di Von Mises (medio). La deformazione reale massima principale globale (medio); e parametri strutturali quali: l’area di contatto tra i foglietti valvolari che si forma durante il processo deformativo del foglietto; lo spostamento verticale limite (SVL) del foglietto valvolare, esso infatti è un indicatore del livello di scorrimento del foglietto valvolare per effetto del carico pressorio applicato. I parametri sono stati impiegati per la valutazione dell’effetto dello spessore su un foglietto valvolare con caratteristiche isotrope del materiale; dell’effetto dell’anisotropia del materiale quando lo spessore del foglietto viene mantenuto costante e il materiale isotropo; per valutare, infine, l’effetto di una nuova orientazione del materiale di cui è costituito il foglietto valvolare. È essenziale, al fine di estendere la durata della valvola, limitare i fattori direttamente responsabili dei cedimenti strutturali, generalmente associati

a meccanismi di fatica. Come criterio di valutazione è stato analizzato il cedimento strutturale che può quindi essere ritardato controllando la distribuzione delle tensioni e la distribuzione delle deformazioni nel foglietto riducendo gli scorrimenti che si verificano durante il ciclo operativo. Per studiare quale delle configurazioni del foglietto valvolare introdotte in questa tesi arrecassero dei vantaggi nel comportamento meccanico è stato valutato lo scostamento dei parametri in termini percentuali rispetto al foglietto di spessore 0.35mm.

Dai risultati (vedi Figura d (1-4)) si osserva che per il foglietto con materiale anisotropo rispetto al materiale isotropo:

- media degli sforzi massimi principali aumentata del 4.63%. (1)
- media delle deformazioni principali diminuito del 19.58%.(2)
- SVL diminuita del 24.74%.(3)
- l'area di contatto diminuisce del 5%. (4)

L'anisotropia introdotta comporta un contenimento dello stato di sforzo, una diminuzione dello scorrimento del foglietto valvolare, producendo uno stato deformativo molto più basso. Secondo i criteri di valutazione la configurazione anisotropa riduce i rischi di cedimento perché riduce la sollecitazione massima nel foglietto nella fase chiusura.

A questo punto è stata sviluppata una procedura, grazie a uno strumento innovativo capace di riorientare l'anisotropia del materiale lungo la direzione principale degli sforzi (vedi Figura c), che consentisse di ottimizzare l'orientamento del materiale all'interno del foglietto. In linea di principio, questa procedura consentirebbe di migliorare ulteriormente l'impiego del materiale nei foglietti valvolari migliorando di conseguenza le prestazioni del dispositivo. Il processo di ottimizzazione è stato basato sulla riduzione della deformazione principale reale media del foglietto. Infatti, fornendo maggiore rigidità nelle direzioni in cui il materiale è più sollecitato, all'equilibrio, lo spostamento risultante diminuisce per effetto della riduzione della deformazione principale associata.

Dai risultati (vedi Figura d (5-8)) si osserva che per il foglietto con materiale anisotropo ottimizzato rispetto al foglietto anisotropo originale:

- La media degli sforzi massimi principali diminuisce del 0.39%. (5)
- La media delle deformazioni principali diminuisce del 10.39%. (6)
- Lo spostamento del punto basso diminuisce del 9%. (7)
- L'area di contatto aumenta del 1.65%. (8)

Dai risultati ottenuti si può affermare che l'ottimizzazione dell'orientazione nel foglietto valvolare garantisce uno stato di sforzo invariato, una riduzione dello scorrimento e dello stato deformativo favorendo così una prestazione più vantaggiosa rispetto al foglietto di materiale anisotropo con orientazione originale. Inoltre pur deformandosi di meno si riesce ad avere un area di contatto migliore aumentando nuovamente la flessibilità del foglietto. In linea di principio si può sostenere che tale configurazione può contribuire a ridurre il rischio di cedimento aumentando la vita utile del dispositivo.

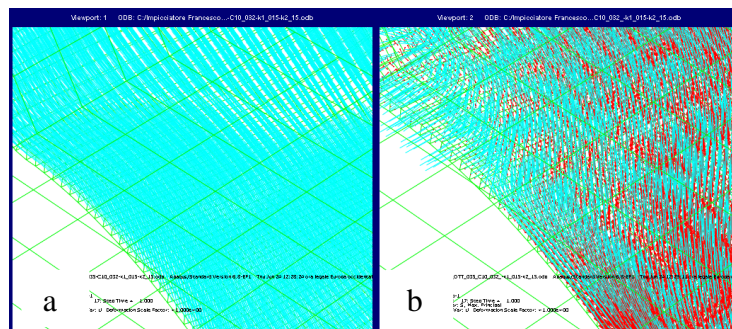


Figura c (a) orientazione originale delle fibre; (b) Sovrapposizione della nuova orientazione con la direzione principale in rosso

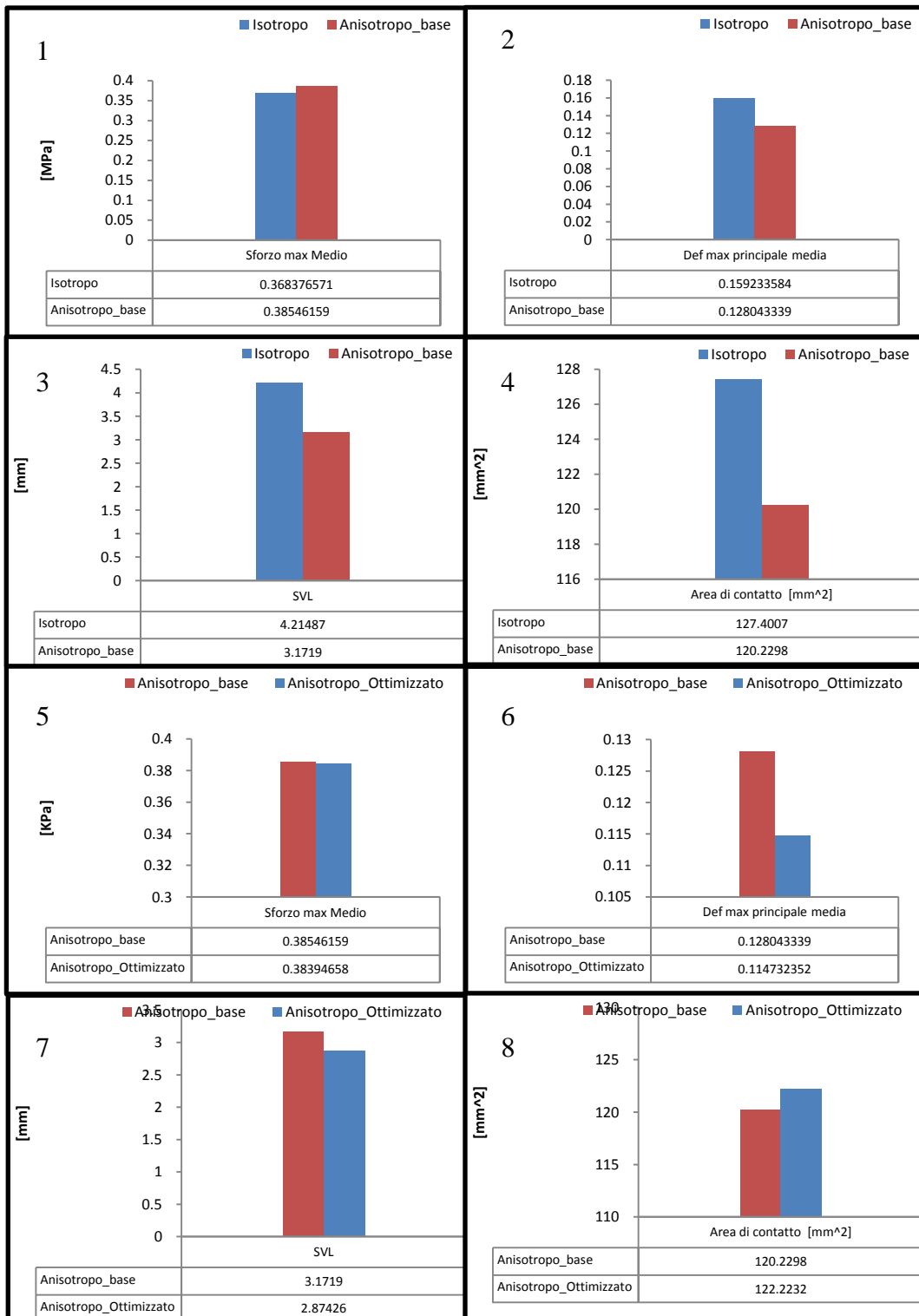


Figura d Risultati ottenuti per i parametri scelti nella configurazione isotropa, anisotropa e anisotropa ottimizzata del foglietto valvolare

ABSTRACT

Synthetic Heart Valves Leaflets reproduce the behaviour of native valves by using synthetic materials, thus joining the advantages of mechanical and bio-prosthetic valves and offering an optimum alternative to current prostheses. Basing on the results obtained from the analysis of a material, its behaviour in a valvular geometry has been studied employing a numerical model. The valuation of the anisotropy plays a central role in the development of the materials for such valves, which could be build up in several kinds of anisotropy. In this thesis work an innovative tool is presented, which allows , which allows to re-orientate the anisotropy of the material towards the main direction of the stress, so that it is possible evaluating the effects on the valvular leaflet by the observation of the stress condition, the deformation state, and other structural parameters. The used strategy is aimed to lower the risk of structural failure of the valve. By the time being valvular prostheses constituted of nanocomposite polymer and based on the so optimized orientation, are just in course of study, thus not yet obtained.

In a first phase experimental data obtained from mechanical tests, were analyzed, in the laboratories of the University of Cambridge (UK). The experimental data were obtained by uniaxial tensile tests performed by third parties. Rectangular specimens from material V411 (Dexco Polymers) (Joanna Stasiak 2009), different in thickness and orientation, were tested under uniaxial tensile load, after 10 preconditioning cycles. Therefore, they were stretched till 100% of deformation was obtained. Collected data were processed using spreadsheets (Microsoft Excel). The procedure for processing experimental data is represented by:

- Noise reduction measures;
- Calculation of the engineering stress-strain curve;

- Calculation of real stress-strain curve under the assumption of incompressible material;

Purpose of the work is the identification of the characteristic curve σ - ϵ as a function of the thickness of the main material

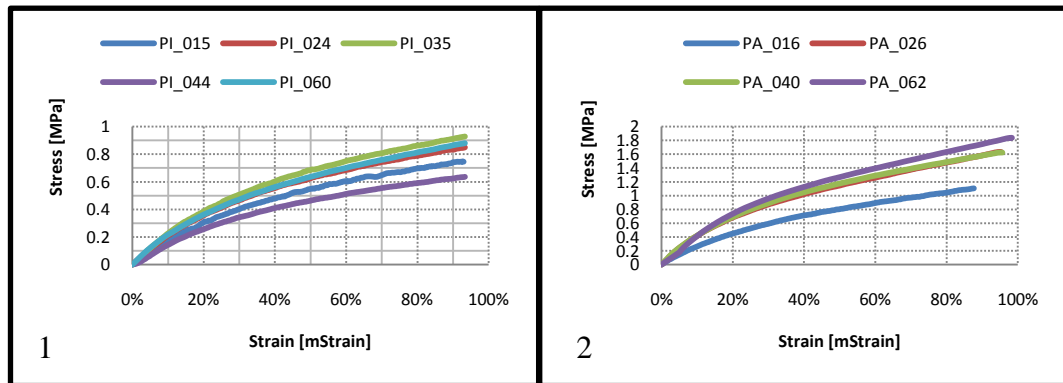


Fig. b (1) Isotropic specimens; (2) Anisotropic specimens

As in the case of isotropic as anisotropic specimens, it is noticed a trend thickness variation (see Figure a) where the stiffness increases with increasing thickness. In the anisotropic case, where the anisotropy is along the length of material, increasing the thickness increases by 83.92% compared to the stiffness of the isotropic material. It also observes that for deformations less than 10% material showing features of linear elasticity, and from 10% then the material has a non-linear trend. Moreover from thickness of 0.24 mm observed a reduced influence of thickness on the mechanical response of the material.

In a second phase numerical simulations of the mechanical testing experiments were made. The simulations consist in applied mathematical models of the material, described in Chapter III, at similar geometry to the structure of the specimen, made with a finite element program (Abaqus, version 6.8). The tests were divided by materials, modeling material respectively in case of:

- Isotropic material:
 1. Neo-Hookean
 2. Mooney-Rivlin
- Anisotropic material:

1. Holzapfel

These models are already implemented in Abaqus. In the calculation program was identically reproduced the experimental mechanical test to validate the material model chosen. Thus were compared the numerical results with experimental data and it has been estimated parameters of the constitutive model of experimental material.

For all isotropic samples were obtained separately the parameters of the two models used (See table 1).

Specimen	Neo-Hookean	Mooney-Rivlin		D
	C10	C10	C01	
PI_015	0.2595	0.107	0.228	0
PI_024	0.2869	0.0938	0.3073	0
PI_035	0.321	0.1106	0.3217	0
PI_060	0.3063	0.1037	0.3017	0

table 1

To determine the reliability of the model was introduced an index error I_R which is based on the calculation of mean square error between numerical stress and the stress for real experimental for three zones of deformation 20%, 40% and 80% of the curve.

PI_015	Mean Squared Error		
Model	$I_{err20\%}$	$I_{err40\%}$	$I_{err80\%}$
Neo-Hookean	0.088162567	0.017814464	1.457769119
Mooney-Rivlin	0.000363657	0.000194225	0.00011177

table 2

Both indices calculated error in the case of Neo-Hookean model, both in the case of Mooney-Rivlin model are less than 1%, therefore it can be said that the two constituent isotropic models are applicable. However, the Mooney-Rivlin model has an average of I_R about 2000 times smaller than the Neo-Hookean model. By these results, was adopted Mooney-Rivlin constitutive model to describe the mechanical response of isotropic

polymer material on the valvular leaflet. Regarding the estimation of model parameters in the case of anisotropic specimens, there was found a critical situation in Holzapfel's model, since for comparing the results with experimental data is observed that the Holzapfel model is not suitable for this specific anisotropic polymer material: is found a numerical trend curve totally different from the experimental curve. However, the constitutive model to Holzapfel is an excellent tool for studying the effect of anisotropy such as "tissue" and thus can be used to design an ideal material for artificial valves biomorphic. The material model to Holzapfel (1.2) has a form of potential energy of deformation consists of three contributions: a contribution to isotropic, a contribution volumetric and anisotropic contributions interpreting anisotropy with the presence of fibers oriented in the material.

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + \frac{1}{D} \left(\frac{(J^{el})^2 - 1}{2} - \ln J^{el} \right) + \frac{k_1}{2k_2} \sum_{\alpha=1}^N \{ \exp[k_2 \langle \mathbf{E}_\alpha \rangle^2] - 1 \} \quad 1$$

and with

$$\mathbf{E}_\alpha \stackrel{\text{def}}{=} k(I_1 - 3) + (1 - 3k) (I_{4(\alpha,\alpha)} - 1) \quad 2$$

Then, it will be made a study of a specific anisotropic material. Such material will be interpreted as the constitutive model of Holzapfel interprets anisotropic materials, and so will be assigned to the contribution of the isotropic form of potential energy of deformation characteristics of the experimental material examined and the anisotropy material will be put into account by exploiting the potential of the model assigning values, according to criteria appropriate to the parameters k_1 , k_2 and giving a direction of orientation of fibers within the material. Thinking in these terms is to propose a numerical study of anisotropic properties of a material applied to an ideal prosthetic valve.

In that respect, it was built up a numerical model of a valvular leaflet (see Figure b (1)).

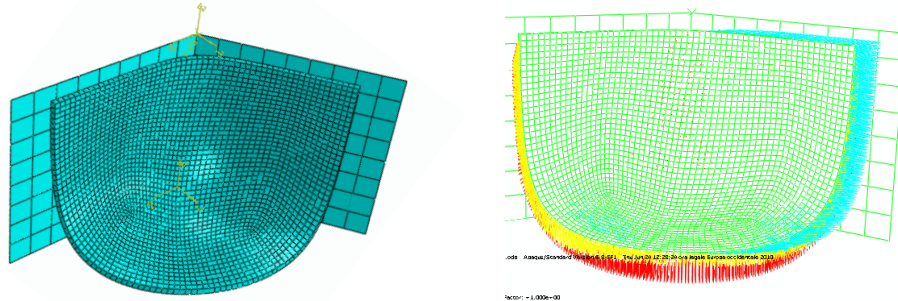


Figure b (1) numerical model of a valve leaflet, (2) Distribution of local triads in the package and an enlarged detail of the valve leaflet (blue is the first direction, second direction is the yellow, red is the third direction).

Given the complexity of differential geometry valvular leaflet in the numerical model the fiber direction has been accounted by assigning to each element of the valvular leaflet a set of local reference (see Figure b (2)). Then in Abaqus input file by subroutine "*Orientation" it indicates on which of the vectors to orient the fiber direction with which the constitutive law works.

For a unique comparison based of quantitative parameters for evaluating the macroscopic effects on the valvular leaflet were studied the trends of parameters such as: real maximum principal stress (average), Von Mises stress (average), real maximum principal deformation (average), and structural parameters such as: the contact area between the valve leaflets that formed during the deformation of valvular leaflet, the vertical displacement limit (SVL) of the valvular leaflet, because it is an indicator the level of sliding valvular leaflet of effect of applied pressure load. The parameters were used to evaluate:

- the effect of thickness on valvular leaflet with characteristics of isotropic material;
- the effect of anisotropy (where the direction of anisotropy is oriented along the first vector of the local triad) of the leaflet is kept constant and material isotropic;
- the effect of a new orientation of the material composing the valvular leaflet.

It is very important, in order to extend the duration of the valve, limiting the factors directly responsible for structural failure, usually associated with fatigue. As evaluation criterion was analyzed structural failure can be delayed by controlling the stress distribution and the distribution of deformation in the valvular leaflet by reducing the sliding that occur during the operating cycle. To investigate which of the leaflet valve configurations introduced in this thesis being caused by the advantages in mechanical behavior was evaluated the deviation of the parameters in percentage terms than the of valvular leaflet with thickness same as 0.35 mm. We observed that for valvular leaflet with anisotropic material in comparison to isotropic material:

- The average maximum principal stress increased by 4.63% .(1)
- The average main deformation decreased by 19.58%. (2)
- SVL decreased by 24.74%. (3)
- The contact area decreases by 5%. (4)

The anisotropy introduced involves a containment of the stress state, a decrease of the sliding valvular leaflet, producing a much lower state of deformation. According to the criteria for assessing the anisotropic configuration reduces the risk of failure because it reduces the maximum stress on the valvular leaflet during closing.

Now a procedure has been developed through an innovative instrument that can redirect the anisotropy of the material along the main direction of stress (see Figure c), which allow to optimize the orientation of material on the valvular leaflet. In principle, this procedure could further improve the use of the material in the valve leaflets thereby improving device performance. To test the validity of the method, the first attempt at optimization was based on the reduction of average real main deformation on the valvular leaflet.

In fact, provide more stiffness in directions where the material is stressed, at balance, movement decreases due to the reduction of principal strain associated. From results (see Figure d (5-8)) we observe that on the valvular leaflet with optimized anisotropic microstructure:

- The average maximum principal stress decreases by 0.39% .(5)
- The average of main deformation decreases by 10.39%.(6)
- SLV decreased by 9%.(7)
- The contact area increases by 1.65% . (8)

The results can be said that the optimization in the orientation on the valvular leaflet ensures a stress state unchanged, a reduction of slip and deformation state thereby providing a more advantageous than the valvular leaflet of anisotropic material with the original orientation. But also deformed less we achieve a better contact area by increasing the flexibility of the valvular leaflet again. In principle it can be argued that this configuration can reduce the risk of failure increasing the lifespan of the device.

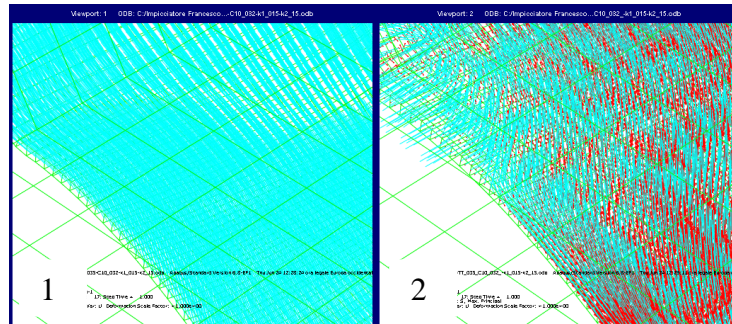


Figure c (1) The original orientation of the fibers; (2) Overlay of the new orientation with the main direction in red.

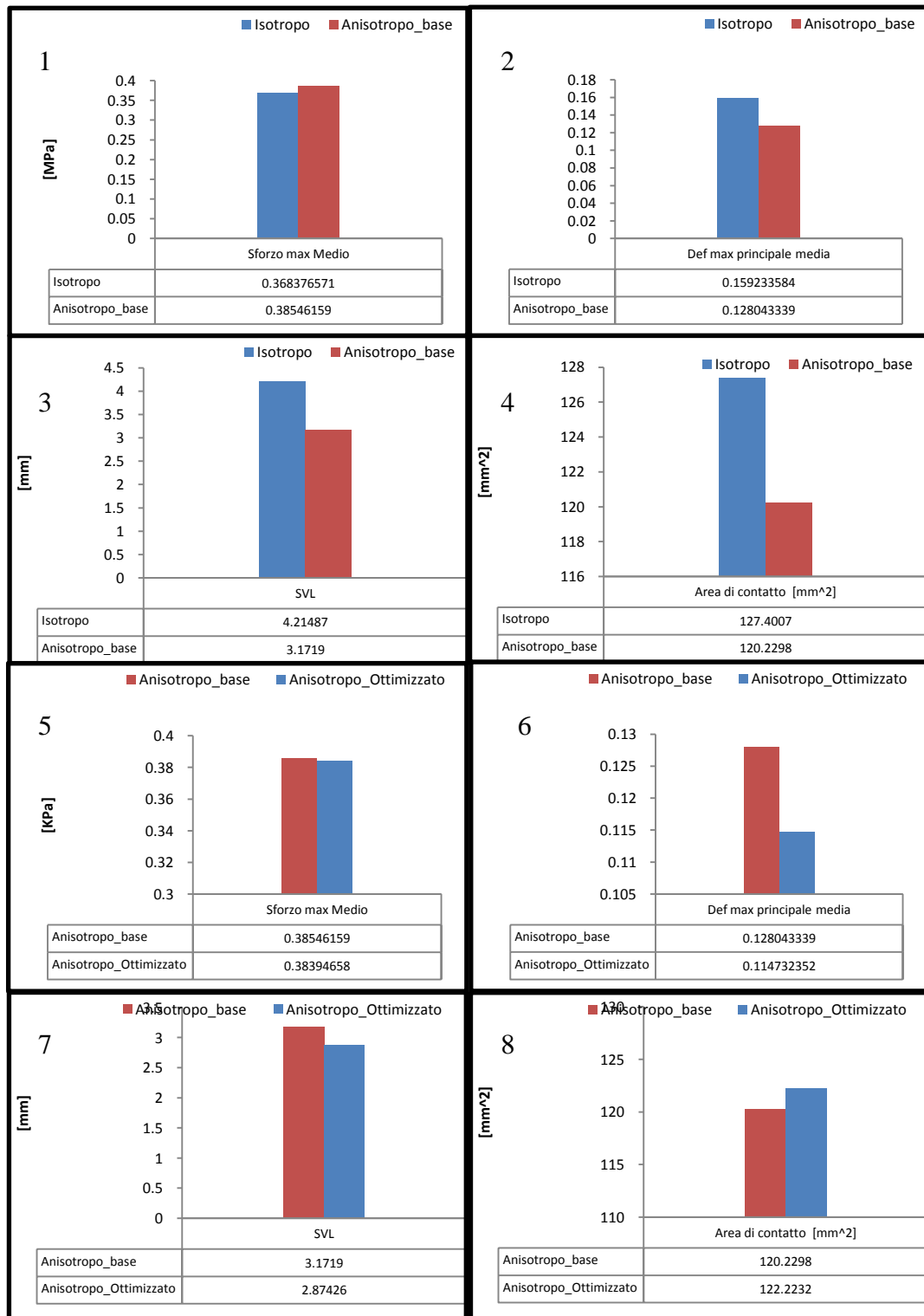


Figure d Results for configuration isotropic, anisotropic and anisotropic optimized valve leaflet.

INDICE

Sommario	3
Abstract.....	11
1.Fisiologia delle valvole cardiache naturali	23
1.1 Fisiologia del cuore e delle sue valvole	23
1.2 Patologie valvolari	26
1.3 La sostituzione Valvolare.....	27
2.Protesi valvolari cardiache	29
2.1 Premessa	29
2.2 Specifiche di progetto per una protesi valvolare ideale	30
2.3 Protesi valvolari meccaniche.....	31
2.4 Protesi valvolari Biomorfe	35
2.5 Considerazioni sulle protesi valvolari cardiache	38
2.6 Protesi valvolari Biomorfe Polimeriche.....	39
2.7 Obiettivi dello studio: materiali innovativi polimerici per protesi valvolari artificiali.	41
3.Modellizzare un materiale	43
3.1 Introduzione	43
3.2 Stato di deformazione:.....	45
3.3 Stato di sforzo.....	46
3.4 Il legame costitutivo : funzione dell'Energia di deformazione	47
3.5 Scelta del modello per la valutazione del materiale polimerico sperimentale.....	51
4.Stima dei parametri.....	58
4.1 Metodo utilizzato per la stima dei parametri	58
4.2 Descrizione della prova	59
4.3 Elaborazione dei dati.....	60
4.4 Simulazione Numerica della prova sperimentale	69

5.Strumento numerico per l'analisi di un foglietto valvolare e orientazione delle fibre nel materiale	81
5.1 Acquisizione della geometria della protesi	82
5.2 Assemblaggio e Iterazioni	83
5.3 Interazione	83
5.4 Vincoli e condizioni al contorno	85
5.5 Scelta degli elementi e realizzazione della mesh	86
6.Confronto e interpretazione dei risultati	93
6.1 Parametri valutati.....	93
6.2 Criterio di valutazione	94
6.3 Valutazione effetto spessore su foglietto isotropo	95
6.4 Valutare a parità di spessore un foglietto a diversa simmetria	97
6.5 Ottimizzazione dell'orientazione del materiale	101
6.6 Ottimizzazione dell'orientazione.....	101
6.7 Valutazione di una nuova orientazione nel materiale anisotropo.....	107
7.Considerazioni conclusive e sviluppi futuri	111
Appendice	114
Appendice A	114
Appendice B	120
Appendice C	130
Bibliografia	142

INDICE FIGURE

Figura 1. 1	Illustrazione delle valvole all'interno del cuore.....	23
Figura 1. 2	(a) Sezione trasversale di cuore in fase di sistole. (b) Sezione trasversale di cuore in fase di diastole	24
Figura 1. 3	Schema illustrato dell'apparato circolatorio	25
Figura 2. 1	(a) Protesi a palla ; (b) Protesi a palla con doppia gabbia;	33
Figura 2. 2	(a) Protesi valvolare a disco oscillante; (b) Protesi valvolare a 2 emidischi.	35
Figura 2. 3	Rappresentazione di una valvola aortica porcina e il supporto in dettaglio.	36
Figura 2. 4	(a) Protesi valvolare porcina; (b) Protesi valvolare pericardica.	37
Figura 2. 5	Valvole con uno, due e tre foglietti.	38
Figura 4. 1	(a) Discretizzazione del provino numerico; (b) Condizioni al contorno della prova numerica	70
Figura 4. 2	Esempio di identificazione dei parametri attraverso il fitting dei dati sperimentali eseguito da Abaqus.	71
Figura 4. 3	(a) Rappresentazione direzione anisotropia provini sperimentale (b) Orientazione anisotropia ortogonale alla direzione dei provini sperimentali.....	77
Figura 5. 1	Foglietto reale a confronto con un foglietto generato da Rhinoceros utilizzando lo script.	82
Figura 5. 2	(a) Immagine delle due part create in Abaqus ed assemblate; (b) Esempio di iterazione tra le due entità.....	83
Figura 5. 3	(a) Aree in cui sono stati imposti i vincoli e il carico pressorio; (b) Particolare dell'estremità alta della zona free edge.	86
Figura 5. 4	Discretizzazione del volume solido e del piano rigido	88

Figura 5. 5	Distribuzione delle terne locali sul foglietto valvole e un particolare ingrandito del foglietto (in azzurro è la prima direzione, gialla è la seconda direzione, rossa è la terza direzione).....	91
Figura 6. 1	(a) Area di contatto che si genera a fine prova; (b) Punto basso cerchiato in grigio.	94
Figura 6. 2	Formule utilizzate per stimare l'angolo di rotazione secondo la teoria di Eulero.	102
Figura 6. 3	(a) Esempio di un elemento della mesh del foglietto dove si riporta i due vettori della terna locale (blu e giallo) e il vettore della direzione principale (Rosso) in configurazione non ruotata; (b) Elemento post ottimizzazione, dove si nota qualitativamente la sovrapposizione della direzione delle fibre (blu) e la direzione dello sforzo massimo principale (rosso).....	103
Figura 6. 4	A sinistra è plottato l'angolo di rotazione per ogni elemento e a destra la distribuzione p. Entrambi per ogni iterazione.	105
Figura 6. 5	(a) orientazione originale delle fibre; (b) Sovrapposizione della nuova orientazione con la direzione principale in rosso.	107

CAPITOLO I

FISIOLOGIA DELLE VALVOLE CARDIACHE NATURALI

Descrizione della fisiologia del cuore e del ruolo fondamentale delle valvole cardiache.

1.1 Fisiologia del cuore e delle sue valvole

Il cuore è un organo muscolare cavo situato in mezzo al torace, che con le sue contrazioni ritmiche determina il movimento circolatorio del sangue. Anatomicamente il cuore è composto da quattro cavità : atrio destro e sinistro e ventricolo destro e sinistro; da sei vasi in entrata, di cui quattro giungono all'atrio sinistro e due all'atrio destro; infine da 2 vasi in uscita, l'arteria polmonare e l'aorta (vedi Figura 1.1).

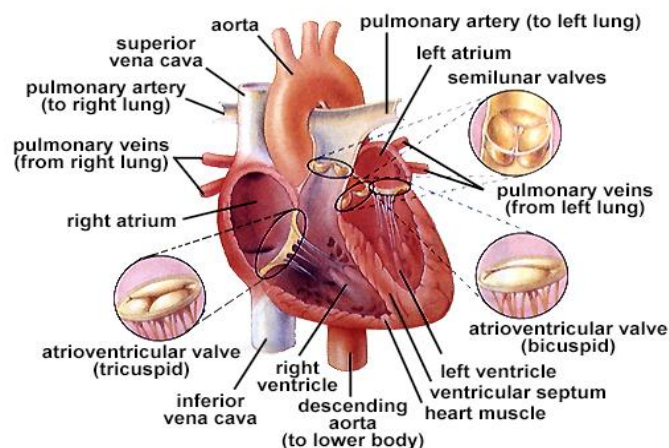


Figura 1.1 Illustrazione delle valvole all'interno del cuore

Gli atri e i ventricoli destri e sinistri sono separati tra di loro rispettivamente dal setto interatriale e da quello interventricolare, mentre ciascun atrio è in comunicazione col ventricolo sottostante per mezzo di orifici attraverso i quali il sangue passa regolato dai

dispositivi valvolari. In particolare, considerando lo scheletro fibroso del cuore, esso risulta come un'impalcatura di sostegno alla quale sono attaccate le masse muscolari e le valvole. Lo scheletro fibroso separa gli atri dai ventricoli e delimita ampie aperture per gli orifizi della valvola tricuspide, tra atrio e ventricolo destro, e mitrale, tra atrio e ventricolo sinistro. Inoltre, sempre lo scheletro fibroso comprende anche gli orifizi (più piccoli) delle due valvole di uscita: la valvola aortica, tra ventricolo sinistro e aorta, e la valvola polmonare, tra ventricolo destro ed arteria polmonare. Anatomicamente le valvole aortiche e polmonari sono simili. Esse sono composte da tre sottili cuspidi a forma di mezzaluna (da cui deriva il nome di valvole semilunari), che in posizione di completa apertura sono distanti tra loro, mentre durante la chiusura si raggiungono contemporaneamente in modo da coprire ciascuna un settore di 120° occludendo, così, l'orifizio valvolare. La valvola bicuspidale o mitrale è composta da due membrane sottili di forma approssimativamente trapezoidale. I lembi delle due cuspidi si presentano in una forma irregolare per effetto dell'inserimento delle corde tendinee. Queste sono escrescenze muscolari, provenienti dai muscoli papillari della parete del ventricolo, con il compito di evitare che i lembi valvolari si riflettano verso la cavità atriale. In posizione di apertura i lembi valvolari formano una struttura quasi conica, mentre in posizione di chiusura i lembi sono pressati l'uno contro l'altro per assicurare la chiusura della valvola. La morfologia della valvola tricuspide è simile a quella della valvola mitrale, tuttavia le cuspidi della prima hanno dimensioni maggiori, oltre ad essere tre (Figura 1.2).

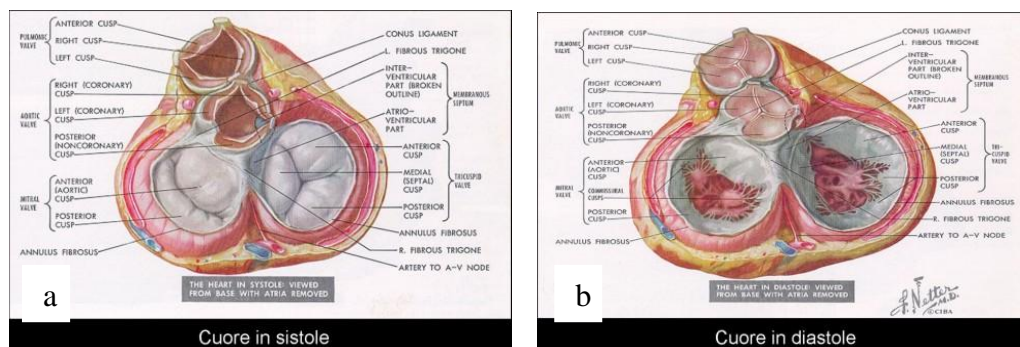


Figura 1.2 (a) Sezione trasversale di cuore in fase di sistole. (b) Sezione trasversale di cuore in fase di diastole

Il cuore può essere considerato come una pompa, o più precisamente, come due pompe in serie la cui funzione principale è quella di pompare il sangue in tutti i distretti corporei. La

contrazione ritmica del miocardio, attuatore del moto sanguigno è regolata da un sistema di conduzione. Esso è costituito dal nodo seno-atriale, che è considerato il punto dal quale si genera l'attività elettrica del cuore. I fenomeni ripetuti di polarizzazione e di depolarizzazione di atrio e ventricolo, determinano la contrazione ritmica del cuore, facendolo funzionare come una pompa per il sangue.

Considerando le caratteristiche meccaniche del sistema cardiaco, è fondamentale osservare che l'azione della parte destra del cuore è simile a quella sinistra. Durante il normale funzionamento, il sangue giunge all'atrio destro attraverso le due cave, superiore e inferiore, poi passa al ventricolo destro attraverso l'orifizio della valvola tricuspидale, in seguito esce dal ventricolo destro attraverso l'arteria polmonare per percorrere il circolo polmonare (vedi Figura 1.3), dove viene ossigenato ricevendo O_2 e cedendo CO_2 , e infine ritorna al cuore nell'atrio sinistro attraverso le quattro vene polmonari. Nella parte sinistra, invece, il sangue dall'atrio sinistro passa al ventricolo sottostante attraverso l'orifizio della valvola mitrale, quindi esce dal ventricolo attraverso la valvola aortica e percorre il circolo sistemico (vedi Figura 1.3), cedendo O_2 e ricevendo CO_2 , infine ritorna all'atrio destro, attraverso le vene periferiche e le vene cave, da dove ricomincia il ciclo.

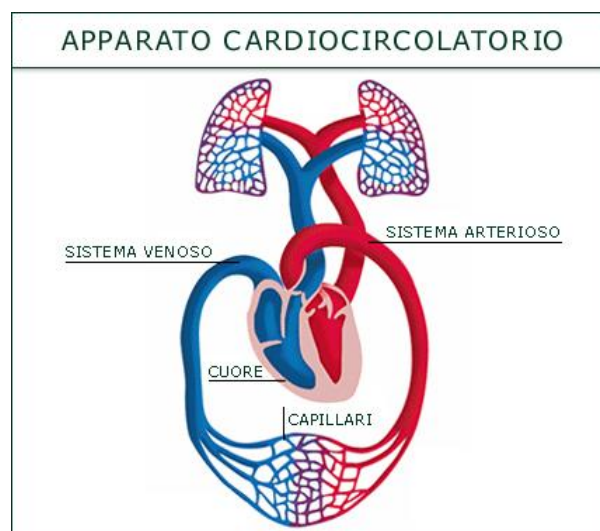


Figura 1.3 Schema illustrato dell'apparato circolatorio

Tutto ciò avviene in due momenti fondamentali dell'attività cardiaca: sistole e diastole (vedi Figura 1.2), durante i quali le valvole determinano la direzione del flusso. La fase diastolica è quella di rilasciamento dei ventricoli. Durante la quale le valvole d'ingresso

sono aperte, consentendo così il passaggio del sangue contenuto negli atri e riempiendo i ventricoli, mentre le valvole di uscita sono chiuse. La fase sistolica è quella di contrazione del cuore. I ventricoli contraendosi spingono il sangue nelle arterie (polmonare e aortica), il cui fluire è permesso dalle valvole di uscita dei ventricoli che sono aperte, mentre quelle d'ingresso sono chiuse. Avendo constatato, quindi, l'importanza della funzionalità delle valvole per la circolazione del sangue, si deve osservare che i movimenti di apertura e di chiusura delle valvole devono avvenire in un tempo brevissimo. Infatti, un tempo di apertura quasi nullo è la condizione ideale per non creare ostacoli per il sangue, similmente un tempo di chiusura brevissimo è la condizione ideale per evitare un moto retrogrado del flusso sanguigno. Il movimento valvolare che determina o impedisce il passaggio del sangue in una certa direzione è comandato dalle variazioni di pressione nelle quattro cavità. Ad esempio durante la sistole dei ventricoli della parte destra e della parte sinistra del cuore, l'aumento di pressione determina l'apertura delle valvole d'uscita, polmonare e aortica, e la chiusura delle valvole d'ingresso del ventricolo, tricuspide e mitrale. (Arthur C. Guyton 2002)

1.2 Patologie valvolari

Come avviene in generale, anche nelle valvole cardiache, la presenza di malattie congenite o acquisite è in grado di alterare il loro corretto funzionamento. Si deve precisare che le malattie congenite provocano un errato sviluppo dell'organo colpito, mentre le malattie acquisite si presentano secondo tre forme differenti:

- Malattie di tipo infiammatorio
- Malattie di tipo degenerativo
- Malattie di tipo neoplastico

Nel caso delle valvole cardiache le patologie più frequenti sono causate da malattie acquisite, più precisamente sono generalmente dovute a malattie infettive come febbri reumatiche o sifilide. Gli effetti provocati da tali malattie si manifestano con danni irreversibili alla struttura valvolare, tali da compromettere il loro corretto funzionamento.

Le patologie alle quali sono soggette le valvole cardiache sono di tre tipi:

- Stenosi: è un restringimento dell'orifizio valvolare causato da un irrigidimento dei lembi valvolari, da un loro ispessimento dell'orifizio e da una successiva calcificazione; causando elevate variazioni di pressione a cavallo della valvola stessa;
- Insufficienza: è l'incapacità dei lembi valvolari di resistere alla pressione esercitata dal flusso sanguigno durante la fase di chiusura, che provoca un moto retrogrado del flusso sanguigno; dando luogo a un sovraccarico di volume per il ventricolo e per l'atrio;
- Steno-insufficienza: Compresenza della stenosi ed dell'insufficienza presentando i difetti valvolari di entrambe le malattie.

In tutte le disfunzioni valvolari, comunque, l'alterazione della funzione cardiaca comporta un lavoro maggiore per il cuore. Inoltre poiché la parte sinistra del cuore è soggetta a regimi pressori maggiori rispetto alla parte destra del cuore, per le valvole della parte sinistra si hanno maggiore probabilità di insorgenza di danno.

1.3 La sostituzione Valvolare

A causa delle possibili patologie descritte nel paragrafo precedente, occorre intervenire per ripristinare la funzione fisiologica del cuore, o almeno per limitarne i danni. Infatti le malattie che colpiscono i tessuti degli apparati valvolari riducono l'efficacia e la unidirezionalità del flusso di sangue e, quando sono di particolare gravità, possono portare alla morte del soggetto per insufficiente capacità di pompaggio del cuore.

Prima dell'avvento della macchina per la circolazione extracorporea del sangue, che ha reso possibili gli interventi a cuore aperto in arresto cardiaco, le patologie valvolari non erano curabili chirurgicamente e conducevano ad una crescente riduzione di attività del malato ed infine alla morte. La nascita della cardiocirurgia è stata seguita dallo sviluppo di protesi valvolari cardiache con le quali è possibile sostituire una o più valvole stenotiche e/o insufficienti ripristinando una buona funzione pompante. (Pietrabissa 1996)

CAPITOLO II

PROTESI VALVOLARI CARDIACHE

2.1 Premessa

Le protesi valvolari sono endoprotesi che sostituiscono le valvole cardiache native e possono essere costruite con materiali completamente artificiali oppure con materiale di origine biologica. In base ai materiali adottati si distinguono le seguenti classi:

- Valvole meccaniche
- Valvole Biomorfe

Le valvole meccaniche sono realizzate completamente con materiali artificiali (tipicamente grafite rivestita con carbonio pirolitico) e con elemento funzionale (lambi artificiali) costituito da doppio semidisco. Il motivo del loro largo impiego è da attribuirsi alla grande affidabilità nel tempo che si paga con la necessità di affiancare la somministrazione di farmaci anticoagulanti: questa controindicazione ne limita l'impiego su pazienti sensibili a tali terapie (quali anziani e donne nel periodo fertile della loro vita).

Le valvole Biomorfe, a differenza delle meccaniche, sfruttano materiali di origine biologica opportunamente lavorati in modo da ricostruire la morfologia della valvola naturale. Inoltre in funzione dell'origine del materiale si possono distinguere valvole:

- Eterologhe: costituite principalmente di pericardio bovino o valvole cardiache porcine;
- Omologhe: si basano su un tessuto valvolare espantato da cadaveri;

Di queste, in realtà, le valvole omologhe non sono molto usate non solo per questioni etiche, ma anche per ragioni industriali.

Le valvole eterologhe in generale hanno una durata di vita molto inferiore rispetto alle valvole meccaniche, stimabile in media tra i 10 e i 15 anni.

Attualmente le valvole che vengono impiantate sono quelle meccaniche e quelle eterologhe. Le differenti caratteristiche in termini di materiali e prestazioni le fanno preferire le une alle altre, a secondo del paziente. I parametri di scelta di carattere clinico sono: la durata di vita prevista del paziente, l'età, il sesso, la malattia che ha portato alla necessità di una sostituzione della valvola naturale, la possibilità di assumere sostanze anticoagulanti. In ogni caso tutte le valvole protesiche, essendo dispositivi artificiali impiantati, presentano un rischio di fallimento, identificato con la non corretta o l'insufficiente apertura/chiusura del lume. Viste le implicazioni cliniche dell'utilizzo di valvole protesiche meccaniche, di recente interesse, è la progettazione e lo sviluppo di valvole Biomorfe con materiali sintetici soffici. In particolare l'utilizzo di materiali polimerici che consente una maggiore affidabilità nel tempo a parità di proprietà emodinamiche con le valvole costituite da tessuto biologico. (D'urso 2009)

2.2 Specifiche di progetto per una protesi valvolare ideale

Le specifiche di progetto sono le caratteristiche tecniche che dovrà possedere il progetto. Nel caso Bioingegneristico, vengono stilate non solo sulla conoscenza delle soluzioni tecnologiche esistenti, ma anche in base alla soluzione fisiologica. Per questo motivo la conoscenza della fisiologia umana è essenziale se si vuole realizzare un'endoprotesi.

Nel caso specifico delle protesi valvolari cardiache, le specifiche di progetto che la protesi valvolare ideale dovrebbe possedere sono le seguenti caratteristiche

- Dovrebbe aprirsi e chiudersi passivamente secondo livelli pressori a monte e a valle;
- Dovrebbe chiudersi e aprirsi in tempi estremamente rapidi così da non creare gravi energetici al cuore;
- Durante l'apertura non dovrebbe creare perdite di pressione al sangue che l'attraversa o comunque non tali da provocare sintomi per aggravati energetici al cuore;
- Durante la chiusura non dovrebbe consentire flussi retrogradi o comunque non tali da provocare sintomi per aggravati energetici al cuore;

- Dovrebbe mantenere le sue caratteristiche chimico-fisiche e meccaniche per un tempo pari all'aspettativa di vita del portatore tenendo presente che alla frequenza di 72 battiti /min deve sopportare circa 40 milioni di cicli di apertura e chiusura all'anno;
- Non dovrebbe indurre alterazioni nel sangue e in particolare non dovrebbe causarne la coagulazione, né l'emolisi;
- Dovrebbe essere almeno in parte radiopaca così da consentire il controllo del suo funzionamento con indagini radiografiche;
- Non dovrebbe indurre alterazioni nei tessuti circostanti;
- Dovrebbe avere dimensioni tali da adattarsi alle taglie dei diversi portatori senza sollecitare in modo dannoso i tessuti circostanti e senza urtare, durante il funzionamento, i tessuti e le strutture cardiache con i quali non è previsto il contatto;
- Dovrebbe essere facilmente impiantabile così da minimizzare la durata dell'intervento chirurgico e non richiedere tecniche complicate di impianto;
- Non dovrebbe produrre rumore avvertibile dal portatore durante i movimenti di apertura e chiusura in quanto tali rumori possono indurre stati psicologici dannosi per il recupero sociale del portatore.

I tentativi di ottenere una protesi valvolare cardiaca con tutte o con il maggior numero di queste caratteristiche sono stati indirizzati verso la ricerca di nuovi materiali e di nuove geometrie. (Pietrabissa 1996)

2.3 Protesi valvolari meccaniche

Le protesi valvolari meccaniche sono costituite da uno o più organi mobili differentemente vincolati ad una struttura fissata al cuore. I movimenti degli organi mobili rispetto alla struttura fissa determinano l'apertura e la chiusura della valvola. I materiali impiegati sono

sia metalli, sia materiali ceramici e sia polimerici, ma comunque materiali non deformabili dalle sollecitazioni meccaniche a cui sono sottoposti.

In seguito saranno descritte brevemente le principali protesi valvolari meccaniche.

2.3.1 Protesi valvolari a palla

Il meccanismo consiste nell'impiego di una palla mobile all'interno di una gabbietta per ottenere la funzione valvolare cardiaca. Di questo tipo la prima realizzazione risale agli anni '50 e il primo impianto di un dispositivo di questo tipo è del 1952 che fu impiantato per trattare una grave insufficienza aortica. La valvola a palla (Figura 2.1 (a)) è costituita da tre elementi: la gabbia, la palla, e l'anello di sutura. Ognuno dei quali è costituito da diversi metalli come nei casi recenti abbiamo per la gabbia una lega di cobalto; la palla è realizzata in gomma siliconica addizionata con il 2% in peso di solfato di bario per renderla radiopaca; infine l'anello di sutura è realizzato con tessuto di Dacron e di Teflon.

Principali Inconvenienti:

- Fluidodinamica a valvola aperta e fortemente disturbata dalla presenza della palla.
- Produce un effetto stenotico, soprattutto in posizione aortica.
- In posizione mitrale la gabbia può urtare con le pareti ventricolari producendo alterazioni nei fenomeni di conduzione elettrica.
- Tempi di apertura e chiusura molto elevati visto le dimensioni.
- I materiali con cui viene realizzata sono potenzialmente trombogeni.
- La palla in fase di chiusura si appoggia sulla sede della gabbia e questo è potenzialmente causa di emolisi per schiacciamento meccanico.

Per ovviare ad alcuni di questi problemi è stata sviluppata una protesi a palla con doppia gabbia (Figura 2.1 (b)), a monte e a valle, e palla più piccola. Infatti realizzando una palla con un diametro più piccolo, permette ad essa, durante la chiusura, di non appoggiarsi sull'anello di base ma di essere trattenuta da un'altra gabbia a monte. Ciò produce un modesto reflusso a causa del gioco necessario tra palla e sede della gabbia, ma elimina il rischio di emolisi.

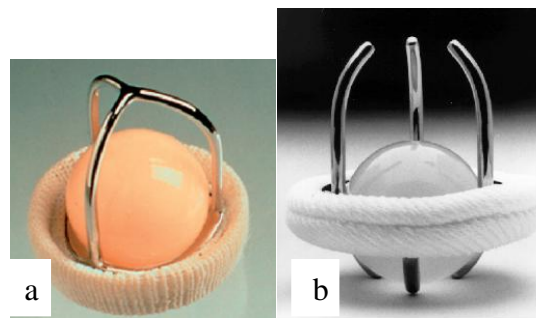


Figura 2. 1 (a) Protesi a palla ; (b) Protesi a palla con doppia gabbia;

2.3.2 Protesi Valvolari a disco oscillante

E' stata sviluppata questa tipologia di valvola meccanica nel tentativo di ovviare alcuni principali problemi delle protesi a palla, come la non buona fluidodinamica e la perdita di carico dovuta all'ingombro della palla. Le valvole a disco oscillante sono costituite da tre elementi: un disco, una gabbietta e un anello di sutura. Il meccanismo Di funzionamento valvolare consiste nel movimento di rotazione del disco intorno ad un asse, fisso o traslante, perpendicolare rispetto alla direzione del flusso di sangue. In tal senso il disco apre e chiude la sede valvolare secondo il meccanismo di uno sportello. Questa ha un comportamento fluidodinamico migliore rispetto alla valvola a palla in quanto la presenza del disco nel letto fluido genera solo una modesta flessione dei profili fluidi. La perdita di pressione trans valvolare è contenuta e in genere il grado di stenosi è trascurabile. Il disco inoltre non causa particolari zone di ristagno e riduce il rischio trombogeno. Diversamente dalla valvola a palla, il disco ha un diametro leggermente inferiore e questo causa un modesto riflusso che deve essere minimizzato. Si riduce il rischio di emolisi per schiacciamento, ma può generarsi emolisi per trafileamento di sangue nel meato lasciato dal gioco tra disco e anello della gabbietta. In genere l'emolisi globale prodotta è comunque inferiore dell'emolisi prodotta dalla valvola a palla. Per quanto riguarda i materiali:

- Gabbietta: quasi tutte le gabbiette sono realizzate in metallo. Si fa uso del titanio che viene lavorato per asportazione di truciolo o per elettroerosione e della Stellite che consente anche microfusioni e saldature.
- Disco: Sono costituiti da un'anima in graffite sulla quale viene depositato con la tecnologia a letto fluido il carbonio pirolitico per uno spessore di circa $0.2 \div 0.3$ mm.

La superficie poi viene lucidata a mano per ottenere i migliori effetti di antitrombogenicità e di resistenza all'usura. Al fine di rendere il disco radiopaco in alcuni dischi è stato inserito un piccolo anello in tantalio.

- Anello di sutura: è realizzato in tessuto di Teflon o di Dacron. In alcuni casi anche rivestito con un film sottile di carbonio pirolitico.

Le valvole a disco oscillante (vedi Figura 2.2 (a)) hanno un'elevatissima resistenza meccanica, una buona fluidodinamica e il carbonio pirolitico del disco ha ottime caratteristiche di emocompatibilità. Nonostante queste ottime caratteristiche permane il rischio trombo embolico e i portatori devono comunque essere sottoposti a terapia anticoagulante. Non è di facile impianto in quanto bisogna stare attenti a cercare di non far urtare le strutture biologiche circostanti poiché ci può essere il rischio di bloccarlo. Un altro problema emerso è il rumore prodotto dall'urto fra il disco e la gabbietta in fase di chiusura. Ciò può causare problemi psicologici al portatore. Infine, non è facile da realizzare, infatti il processo di realizzazione deve prevenire ogni possibile causa di rottura del disco che provoca la morte del portatore. E' opportuno controllare la tecnologia di disposizione del carbonio in modo da avere uno spessore uniforme sul disco.

2.3.3. Protesi valvolari a due emidischi

Le protesi valvolari a due emidischi (vedi Figura 2.2 (b)) sono un'evoluzione delle protesi valvolari a disco oscillanti. Sono costituite da quattro principali componenti: due emidischi identici, un anello valvolare e un anello di sutura. Sia i due emidischi che l'anello valvolare sono realizzati in carbonio pirolitico. Altri modelli presentano i due emidischi senza anima in graffite. Ci sono anche valvole con i due emidischi costituiti da titanio rivestito con carbonio pirolitico. I due emidischi sono incernierati all'anello valvolare così da realizzare una valvola a due sportelli. Le zone di cerniera sono le più critiche sia per quanto riguarda la resistenza meccanica, sia per quanto riguarda il rischio di coagulazione del sangue. Le protesi valvolari a due emidischi hanno un comportamento fluidodinamico superiore rispetto alle valvole a disco oscillante in quanto i filetti fluidi sono poco disturbati e deviati

dalla presenza dei due emidischi che in genere hanno angoli di apertura molto elevati. Questo fatto, insieme alla realizzazione dei due emidischi in carbonio pirolitico riduce molto il rischio di coagulazione del sangue, rischio comunque presente che impone un trattamento di farmaci anticoagulante per il portatore. In genere è molto basso il riflusso a valvola chiusa e anche il rischio emolitico. Anche questa tipologia di valvole, a volte, produce un rumore udibile dal portatore durante la chiusura.

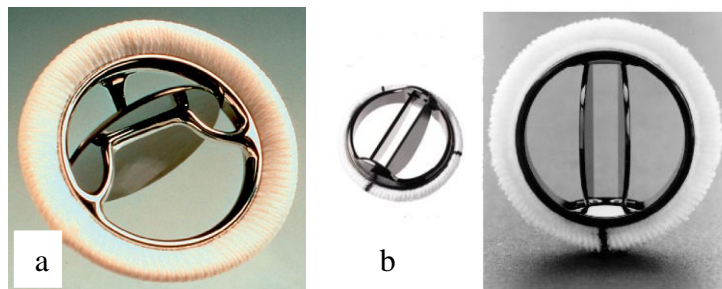


Figura 2.2 (a) Protesi valvolare a disco oscillante; (b) Protesi valvolare a 2 emidischi.

2.4 Protesi valvolari Biomorfe

Le valvole Biomorfe invece sono costituite da una struttura metallica o polimerica che sostiene una valvola di forma simile alla valvola naturale aortica e realizzata con tessuto biologico di origine animale, o più recentemente di materiale polimerico. Il funzionamento valvolare di apertura e chiusura non dipende in questo caso dal moto di organi rigidi all'interno di una struttura, ma dalla deformazione flessionale del tessuto biologico.. Più di recente si producono e impiantano protesi biomorfe realizzare senza supporto (stentless). In seguito saranno descritte brevemente le principali protesi valvolari Biomorfe.

2.4.1 Protesi valvolari porcine

Le protesi valvolari porcine (vedi Figura 2.4 a) sono costituite da una valvola naturale aortica porcina montata su un supporto che la tiene in forma. La valvola porcina è stata scelta per realizzare una protesi valvolare perché il cuore del maiale, e quindi anche la sua

valvola, è di forma e dimensioni molto simili a quello umano. Inoltre il maiale è un animale da allevamento per scopi alimentari e questo determina la grande disponibilità di valvole cardiache aortiche. Si è scelta la valvola aortica poiché risulta quella più adatta ad essere montata su un supporto (vedi Figura 2.3) che ne consente sia il corretto funzionamento, sia l'ancoraggio al cuore del paziente. Si noti che anche se fabbricata, si può usare la valvola aortica porcina applicandola indifferentemente per la sostituzione delle valvole atrioventricolari (mitrali e tricuspide).

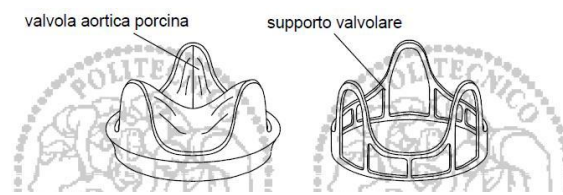


Figura 2.3 Rappresentazione di una valvola aortica porcina e il supporto in dettaglio.

La fabbricazione di una valvola porcina inizia con il prelievo della valvola aortica porcina che viene quindi montata, mediante sutura, sul supporto valvolare. I foglietti della valvola aortica porcina e di quella umana sono molto simili come costituzione tissutale: sono composti da tessuto connettivo contenente collagene, elastina e mucopolissacaridi. Questi componenti sono variamente arrangiati a costituire tre stati: ventricolare, spongioso e fibroso. Il tutto è rivestito da uno strato monocellulare endoteliale. La struttura risultante ha proprietà meccaniche fortemente anisotrope tali da sopportare le sollecitazioni circonferenziali consentendo ampie deformazioni radiali. Al fine di prevenire la degenerazione del tessuto valvolare, di inibire la sua antigenicità e di aumentare le proprietà meccaniche, la valvola porcina viene sottoposta ad un trattamento chimico, per la devitalizzazione, per la sterilizzazione e per migliorare le proprietà meccaniche e la resistenza alla fatica del tessuto. Il trattamento chimico-fisico consiste nell'applicare al tessuto reagenti chimici in differenti concentrazioni, per tempi diversi e sono preparati in soluzioni di pH diversi. In genere il supporto valvolare è rivestito con tessuto di teflon o di Dacron per favorirne il rivestimento con una sorta di endotelio così come avviene nelle protesi vascolari. Mentre i primi supporti erano rigidi, sono stati realizzati più recentemente supporti elastici che flettendosi in parte durante la chiusura della valvola,

riducono gli stress nei foglietti valvolari. In genere i supporti sono realizzati in leghe metalliche inossidabili oppure con materiale polimerico e in questo caso spesso contengono degli inserti radiopachi per consentire il controllo dopo l'impianto.

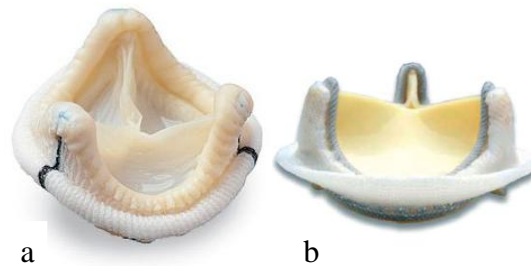


Figura 2. 4 (a) Protesi valvolare porcina; (b) Protesi valvolare pericardica.

2.4.2 Protesi valvolari pericardiche

La protesi valvolare pericardica (vedi Figura 2.4 b) è costituita da una striscia di pericardio bovino suturata esternamente ad una struttura valvolare e dotato di anello di sutura. Il motivo per il quale è stato scelto il tessuto pericardico è che questo presenta buone caratteristiche meccaniche ed alta compatibilità biologica. Il pericardio è una sottile membrana fibrosa che riveste il cuore ed è costituito da due parti: un foglietto interno detto “pericardio viscerale” che riveste il cuore intero ed uno esterno detto “pericardio parietale”. Fra i due è presente una piccola quantità di liquido che serve ad impedirne il contatto ed evitare così che si crei attrito durante il battito cardiaco. Il ruolo che svolge consiste quindi nel mantenere il cuore in sede e difenderlo da aggressioni esterne. Affinché possa essere utilizzato nelle applicazioni cliniche il tessuto viene devitalizzato per eliminare la componente cellulare e successivamente viene lavorato al fine di assumere la forma dei foglietti valvolari. Questi verranno poi montati sugli stent, supporti meccanici delle protesi valvolari. Il pericardio bovino è strutturalmente differente dal tessuto costituente la valvola aortica naturale e anche la porcina. E' un materiale abbastanza isotropo costituito da pressoché identici strati di collagene orientati parallelamente alla superficie. I produttori di protesi pericardiche nella fase di prelievo possono selezionare la

parte migliore del pericardio, che in genere è la parte centrale del pericardio poiché presenta un più alto contenuto di elastina, quindi una maggiore deformabilità. Il fatto poi da dover ricreare i lembi dal tessuto pericardico è un vantaggio poiché si ha la possibilità di produrre valvole di dimensioni standard. Il progettista di valvole pericardiche non deve necessariamente realizzare la valvola imitando la naturale, infatti il tessuto pericardio possiede caratteristiche meccaniche diverse, e la geometria anatomica può presentare diverse soluzioni. Infatti oltre alle valvole a tre foglietti, di cui peraltro sono stati sviluppati modelli con diverse geometrie soprattutto in termini di rapporto fra altezza e diametro, sono state realizzate anche valvole con due o con un solo foglietto (vedi Figura 2.5). (Pietrabissa 1996)

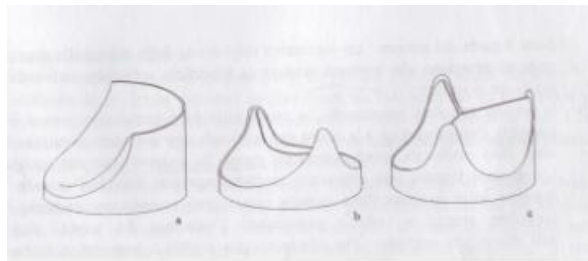


Figura 2.5 Valvole con uno, due e tre foglietti.

2.5 Considerazioni sulle protesi valvolari cardiache

Focalizziamo l'attenzione sui svariati problemi che presentano le protesi attualmente in uso clinico:

- Le protesi valvolari meccaniche hanno una buona affidabilità meccanica, ma il loro malfunzionamento e soprattutto la loro rottura possono essere improvvisi e fatali;
- Le protesi valvolari meccaniche, a causa della loro fluidodinamica, possono essere danneggiate sulla superficie dagli effetti di cavitazione. L'implosione delle microbolle provoca onde di pressione che possono erodere la superficie valvolare arrivando a produrne la rottura;
- Le protesi valvolari meccaniche, a causa della loro forma che genera un'anomala fluidodinamica e a causa dei materiali con cui sono costruite; essi sono potenziale causa di coagulazione del sangue, e costringono i portatori di valvole meccaniche a sottoporsi per il resto della vita a trattamenti farmacologici come l'assunzione di eparina (terapia anticoagulante);

- Le protesi valvolari biologiche hanno una buona fluidodinamica e, dato che sono fabbricate con materiale emocompatibile, il rischio di coagulazione del sangue è molto basso. I portatori di valvole biologiche non necessitano di trattamenti farmacologici;
- Le protesi valvolari Biomorfe sono soggette a un progressivo cedimento dei foglietti biologici, cedimento in parte aggravato dai processi di calcificazione, pertanto la loro affidabilità meccanica e funzionale è limitata nel tempo;
- Le protesi valvolari Biomorfe sono soggette a calcificazione e quindi a irrigamento dei foglietti. Ciò induce la riduzione del lume di apertura rendendo la protesi stenotica e può anche inibire la completa chiusura rendendo la protesi insufficiente;
- Per le protesi valvolari Biomorfe si presentano altre tre cause di fallimento come la formazione di pannus e trombosi, induzione di risposte infiammatorie croniche e lacerazione dei lembi valvolari.

2.6 Protesi valvolari Biomorfe Polimeriche

Un tipo di protesi valvolare cardiaca che potrebbe risolvere gran parte dei problemi della valvola meccanica e delle valvole biologiche è una valvola di forma e dimensioni simili a quella della valvola aortica naturale (quindi come le biologiche), ma fabbricata con materiali polimerici che non siano soggetti ai fenomeni di cedimento meccanico e di calcificazione delle valvole biologiche. Quindi l'idea è di ottenere una valvola con l'affidabilità delle valvole meccaniche e la compatibilità (anatomica, funzionale e biologica) delle valvole biologiche.

2.6.1 Sviluppi sull'utilizzo del materiale polimerico per Protesi Valvolari Biomorfe

Attualmente, come già detto, i dispositivi clinicamente disponibili sono le protesi valvolari meccaniche e biologiche. Le valvole protesiche polimeriche potrebbero rappresentare un'alternativa valida tra le protesi esistenti. In teoria hanno il potenziale per superare i problemi clinici associati alle protesi valvolari esistenti sia meccaniche che biologiche, come i fenomeni tromboembolici, gli effetti collaterali anticoagulanti e fallimento

premature, inoltre forniscono una superiore funzione emodinamica e hanno una migliore durabilità. Tuttavia i polimeri disponibili ad oggi non forniscono sufficiente durabilità per diventare il materiale adatto per lo sviluppo di dispositivi valvolari. Recenti studi (Alexander M. Seifalian 2009) riguardo i nanomateriali e le tecniche di trattamento superficiale sui polimeri hanno portato miglioramenti nella biocompatibilità (capacità di un biomateriale/dispositivo di svolgere la funzione appropriata senza interferire con i meccanismi fisiologici e riparativi dell'organismo umano) e biostabilità.

In più nuove alternative terapeutiche, come la sostituzione percutanea a bassa invasività, con il quale si richiede ai dispositivi la capacità di essere compressi per introdurli in un piccolo catetere, hanno attirato ancora di più l'attenzione per le valvole protesiche polimeriche.

Questi materiali potenziati, che hanno i vantaggi nel poter essere ingegnerizzati e disegnati facilmente e capaci di riprodurre la geometria e l'emodinamica caratteristici delle valvole native, hanno animato nuove speranze per lo sviluppo di valvole protesiche polimeriche

2.6.2 Scelta del materiale

La scelta del materiale nella progettazione delle protesi valvolari polimeriche ha un'importanza cruciale in quanto fattore determinante per la durabilità e la biocompatibilità. I fattori fondamentali che determinano la scelta di un materiale tra i diversi polimerici sono:

- Biostabilità;
- Emocompatibilità;
- Anti-trombogenicità;
- Resistenza alla degradazione;
- Resistenza alla calcificazione;
- Buona affinità cellule endoteliali.

Da quando fu introdotta la terapia della sostituzione valvolare negli anni '50 sono stati studiati diversi polimeri sintetici per realizzare i nuovi foglietti valvolari. I materiali inerti sintetici come il silicone e la gomma sono stati subito abbandonati per la loro inadatta

durabilità. Per le stesse ragioni anche il PTFE è stato abbandonato anche perché causava un'alta incidenza di trombosi e calcificazione.

Il Poliuretano (PU) è tra i più diffusi materiali utilizzati per le applicazioni biomedicali. Questo polimero ha proprietà vantaggiose grazie alla sua doppia fase microstrutturale che consiste in segmenti duri cristallini e segmenti morbidi di elastomeri, il cui rapporto determina le caratteristiche del materiale, come la sua rigidità. La sua versatilità nelle caratteristiche come la emocompatibilità e le proprietà meccaniche rendono il PU un materiale attrattivo per lo sviluppo delle protesi valvolari cardiache. Ma come ogni materiale presenta anche dei svantaggi: la bassa biostabilità, causata dalla sua suscettibilità alla degradazione. La degradazione risultata dalla ossidazione, che man mano fa ridurre le proprietà meccaniche e creando strappi e rotture sui foglietti. Per queste ragioni sono stati compiuti molti sforzi per migliorare il PU, in particolare andando a cambiare la componente morbida del materiale che si ritiene essere la parte debole del materiale. Per maggiori approfondimenti su questo argomento (Alexander M. Seifalian 2009).

2.7 Obiettivi dello studio: materiali innovativi polimerici per protesi valvolari artificiali

A partire dall'analisi di un materiale si è voluto studiarne il comportamento in una geometria valvolare, attraverso un modello numerico. Nella prima fase dello studio sono stati estratti dall'analisi dei dati sperimentali le caratteristiche del materiale al variare dello spessore. Successivamente è stato modellizzato un foglietto valvolare a cui sono state assegnate le proprietà del materiale attraverso un modello costitutivo. Infine per analizzare una nuova configurazione del materiale si è realizzato uno strumento innovativo capace di riorientare l'anisotropia del materiale lungo la direzione principale degli sforzi in modo da valutare gli effetti sul foglietto valvolare attraverso l'osservazione dello stato di sforzo, dello stato di deformazione e di altri parametri di tipo strutturale.

CAPITOLO III

MODELLIZZARE UN MATERIALE

3.1 Introduzione

Nel realizzare modelli per materiali destinati a sostituire il tessuto, che nel caso specifico è il tessuto valvolare, si riscontrano complicazioni. Al fine di modellare questi materiali occorre mettere a fuoco alcuni punti fondamentali (Vena 2009):

- L'obiettivo è costruire dei modelli tipici della meccanica dei continui, sulla relazione σ e ϵ e inserirli in modelli numerici;
- Bisogna tener conto che i materiali sono sottoposti a grandi deformazioni superiori al 20%, perciò necessita una descrizione della cinematica e della statica delle grandi deformazioni;
- Nel campo delle grandi deformazioni non si ha più una relazione lineare tra configurazione indeformata e configurazione corrente.
- Inoltre non esistono tessuti biologici isotropi poiché la microstruttura del materiale contiene sempre fibre di collagene di rinforzo, e perciò anche il materiale che andrà a sostituire il tessuto, dovrà essere anisotropo. L'anisotropia rende la trattazione più complicata, ma comunque in alcuni casi si può approssimare il comportamento al caso isotropo.

Il comportamento di un materiale è caratterizzato dalla sua reazione ad una sollecitazione. L'ingegnere spesso è limitato nella realizzazione dei propri progetti a causa delle proprietà dei materiali disponibili. La risposta del materiale alla forza applicata dipende dal tipo di legami, dall'arrangiamento strutturale degli atomi o molecole e dal tipo e numero di difetti,

che sono sempre presenti nei solidi eccetto rare eccezioni. Malgrado la loro complessità strutturale, i materiali possono essere suddivisi in tre tipi a seconda del meccanismo di deformazione conseguente all'applicazione di una forza (Tanzi 2006):

1. Elastoplastici: deformazione plastica.
2. Viscoelastici: deformazione viscosa.
3. Elastici: elastica.

Per ogni forza o carico applicato ad un materiale si ha uno stato sforzo e uno stato di deformazione nel materiale. Lo sforzo (stress) rappresenta l'intensità della forza di reazione in ogni punto del corpo sottoposto a carichi. Viene misurato come la forza che agisce per unità di area ed è presente come il rapporto tra la forza applicata e l'area della sezione di materiale su cui tale forza agisce:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (3.1)$$

Il cambiamento di forma o dimensioni provocato da uno sforzo su un corpo si dice deformazione (strain). La deformazione è espressa in unità adimensionali, spesso trovato in percentuale:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (3.2)$$

Come accennato possiamo individuare due mondi diversi :

- Stato di sforzo: nasce dalle condizioni di equilibrio che si vengono ad instaurare tra le forze o carichi applicati e le sollecitazioni localmente presenti nella struttura;
- Stato di deformazione: associato al campo degli spostamenti della struttura.

E' altresì importante che una parte della deformazione sia legata da un rapporto causa effetto allo sforzo, e tale rapporto dipende dalla natura del materiale che possiamo descrivere tramite un legame costitutivo. La legge costitutiva si riferisce alla relazione matematica che c'è tra lo stato di sforzo e lo stato di deformazione del materiale:

$$\sigma_{ij} = f(\varepsilon_{hk}) \quad (3.3)$$

Riguardo alla funzione che esprime il legame bisogna :

1. Stabilire la struttura matematica.
2. Determinare i parametri.
3. Rispettare le condizioni di carattere termodinamico.

Prima di trovare un legame costitutivo per il modello teorico bisogna introdurre un'analisi strutturale in regime di grandi deformazioni.

3.2 Stato di deformazione:

Si vogliono ora definire misure che caratterizzino lo stato di deformazione del mezzo nella transizione finita $\Omega_0 \rightarrow \Omega$. Sarebbe spontaneo considerare la transizione come una sequenza di atti di moto, per ognuno dei quali è stato definito il tensore di velocità di deformazione $\bar{\mathbf{D}}$ (Appendice A) ed ottenere il risultato integrando tale tensore sul percorso. Esistono due rappresentazioni fondamentali della cinematica di un mezzo continuo: L'approccio Lagrangiano e quello Euleriano. L'approccio Lagrangiano (o materiale) assume come variabili indipendenti il punto materiale P (o, equivalentemente, la sua posizione iniziale $\bar{\mathbf{X}}$) e il tempo t , mentre l'approccio Euleriano (o spaziale) considera la posizione $\bar{\mathbf{x}}$ occupata dal punto al tempo t e il tempo stesso. Il primo è spontaneo nella meccanica dei solidi, dove l'interesse è di regola focalizzato sulle vicende del punto materiale; il secondo, che fissa l'attenzione su di una regione di spazio piuttosto che su di una porzione di materia, appare invece più adatto in meccanica dei fluidi. Entrambi gli approcci forniscono comunque una descrizione completa della cinematica del mezzo. Esse sono interscambiabili attraverso relazioni matematiche precise.

La misura di deformazione Lagrangiana è esprimibile come:

$$\bar{\mathbf{C}} = \bar{\mathbf{F}}^T \cdot \bar{\mathbf{F}}\bar{\mathbf{E}} = (\bar{\mathbf{F}}^T \cdot \bar{\mathbf{F}} - \bar{\mathbf{I}}) = \frac{1}{2} (\bar{\mathbf{C}} - \bar{\mathbf{I}}) \quad (3.4)$$

Nella (3.4) sono presenti i due tensori (simmetrici) di deformazione destro di Green-Lagrange cercate (vedi Appendice A).

Le misure di deformazione Euleriane si ottengono in modo analogo (vedi Appendice A). Si esprimono:

$$\bar{\mathbf{c}} = \bar{\mathbf{F}}^{-1\text{T}} \cdot \bar{\mathbf{F}}^{-1} \quad \bar{\mathbf{e}} = \frac{1}{2} \left(\bar{\mathbf{I}} - \bar{\mathbf{F}}^{-1\text{T}} \cdot \bar{\mathbf{F}}^{-1} \right) = \frac{1}{2} (\bar{\mathbf{I}} - \bar{\mathbf{C}}) \quad (3.5)$$

Il tensore $\bar{\mathbf{e}}$, che rappresenta la misura Euleriana di deformazione finita più usata, è noto come tensore di Almansi. Le relazioni mostrate sono molto importanti nel caso in cui si trattano i materiali anisotropi.

3.3 Stato di sforzo

Alle misure cinematiche precedenti è necessario associare grandezze statiche con esse coerenti. Il problema è evidente con riferimento all'approccio Lagrangiano, in quanto le quantità statiche introdotte in precedenza, sono riferite alla configurazione corrente ed hanno quindi natura Euleriana. In presenza di grandi deformazioni si devono introdurre due nuovi tensori dello sforzo per lo studio dei materiali. Il tensore primo di Piola-Kirchhoff $\bar{\bar{\mathbf{T}}}^{1\text{pk}}$ e il secondo tensore di Piola-Kirchhoff $\bar{\bar{\mathbf{T}}}^{2\text{pk}}$ (vedi Appendice A).

Allo scopo di avere una misura dello sforzo riferita alla configurazione iniziale che sia anche simmetrica ci si riferisce al secondo tensore Piola-Kirchhoff $\bar{\bar{\mathbf{T}}}^{2\text{pk}}$:

$$\bar{\bar{\mathbf{T}}}^{2\text{pk}} \triangleq \bar{\mathbf{F}}^{-1} \bar{\bar{\mathbf{T}}}^{1\text{pk}} = J \bar{\mathbf{F}}^{-1} \bar{\bar{\mathbf{T}}} \bar{\mathbf{F}}^{-1\text{T}} \quad (3.6)$$

Il tensore secondo di Piola-Kirchhoff rappresenta una definizione di sforzo puramente formale, di non facile interpretazione, al quale è difficile dare un significato fisico. Comunemente viene quindi riferito ad una misura di sforzo più diretta come lo sforzo di Cauchy, grazie ad una relazione differenziale.

3.4 Il legame costitutivo : funzione dell'Energia di deformazione.

In Meccanica del continuo, le relazioni costitutive (dette anche equazioni costitutive, leggi costitutive o legami costitutivi) sono relazioni matematiche atte a caratterizzare il comportamento (macroscopico) dei materiali costituenti un corpo continuo. Esse completano, assieme alla descrizione cinematica e alle equazioni di bilancio (equazioni di equilibrio), il quadro delle relazioni meccaniche di un modello di corpo.

In pratica, le relazioni costitutive definiscono diverse classi di materiali ideali che rappresentano un modello di comportamento per i materiali reali. Più precisamente, esse sono rappresentative di particolari comportamenti ideali (elastico, plastico, viscoso, ecc.) che i diversi materiali possono seguire in determinate circostanze. Si deve identificare uno specifico modello che possa descrivere sufficientemente le caratteristiche del materiale sperimentale. Nell'applicazione oggetto di questa tesi, il materiale di cui è costituita la valvola artificiale viene descritto da una relazione costitutiva che è inquadrata nel campo della elasticità non lineare in deformazioni finite. Un materiale elastico è un materiale caratterizzato da una equazione costitutiva, il quale specifica che lo sforzo è una funzione della sola deformazione; inoltre è possibile rappresentare la legge costitutiva che esprime lo sforzo in funzione del gradiente di deformazione $\bar{\mathbf{F}}$ (vedi appendice A) come segue:

$$\bar{\mathbf{T}} = g(\bar{\mathbf{F}}) \quad (3.7)$$

In termini del secondo tensore di Piola-Kirchhoff $\bar{\mathbf{T}}^{2pk}$ l'equazione costitutiva per un materiale elastico ha la seguente forma:

$$\bar{\mathbf{T}}^{2pk} = t(\bar{\mathbf{C}}) \quad (3.8)$$

Trattando il materiale in maniera isotropa, il tensore secondo di Piola-Kirchhoff diventa una funzione isotropica del tensore destro di Cauchy-Green (vedi appendice A). Si può così esprimere il tensore secondo di Piola-kirchhoff generalmente in questa forma:

$$\bar{\mathbf{T}}^{2pk} = a_0 \bar{\mathbf{I}} + a_1 \bar{\mathbf{C}} + a_2 \bar{\mathbf{C}}^2 \quad (3.9)$$

Dove a_0, a_1 e a_2 sono opportuni coefficienti e $\bar{\mathbf{I}}$ è il tensore unitario.

3.4.1 Concetto di iperelasticità:

Un materiale è detto iperelastico quando il lavoro compiuto dallo stato di sforzo durante il processo deformativo dipende solamente dalla configurazione iniziale al tempo t_0 e da quella finale al tempo t . Dal punto di vista matematico, si postula quindi l'esistenza di un potenziale $W(\bar{\mathbf{C}})$, definito positivo, che riflette l'ovvia necessità di compiere lavoro positivo per deformare il solido.

$$W > 0 \quad (3.10)$$

La funzione di energia di deformazione è indicata con il simbolo W e corrisponde all'energia accumulata all'interno del corpo in seguito ad una deformazione. I materiali iperelastici rispettano la condizione termodinamica, (altrimenti non sarebbe derivabile la funzione di energia). L'espressione della funzione di energia di deformazione in termini del tensore di Cauchy e del primo e secondo tensore di Piola-Kirchhoff ha la seguente forma:

$$\bar{\mathbf{T}}^{2pk} = \frac{\partial W}{\partial \bar{\mathbf{C}}} \quad (3.11)$$

Alcune considerazioni:

Sapendo che il tensore delle deformazioni di Green-Lagrange $\bar{\mathbf{E}}$ (vedi Appendice A):

$$\bar{\mathbf{E}} = \frac{1}{2}[\bar{\mathbf{C}} - \bar{\mathbf{I}}] \quad \bar{\mathbf{C}} = 2\bar{\mathbf{E}} + \bar{\mathbf{I}} \quad (3.12)$$

Allora:

$$\bar{\mathbf{T}}^{2pk} = \frac{\partial W}{\partial \bar{\mathbf{C}}} \frac{\partial \bar{\mathbf{C}}}{\partial \bar{\mathbf{E}}} = \frac{\partial W}{\partial \bar{\mathbf{E}}} \quad (3.13)$$

Un esempio della funzione di energia di deformazione di un materiale isotropo elastico :

$$W = W(\bar{\mathbf{C}}) = W(\lambda_1^2, \lambda_2^2, \lambda_3^2) \quad (3.14)$$

è condizionata da $\bar{\mathbf{C}}$ e solo attraverso gli invarianti di $\bar{\mathbf{C}}$ (I_C, II_C, III_C):

- $I_C = \text{tr}(\bar{\mathbf{C}}) = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = 3 + 2E_{kk}$
- $II_C = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2$
- $III_C = \det(\bar{\mathbf{C}}) = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2$

Riformulando il $\bar{\mathbf{T}}^{2pk}$ nel seguente modo:

$$\bar{\mathbf{T}}^{2pk} = 2 \frac{\partial W}{\partial \bar{\mathbf{C}}} = 2 \frac{\partial W}{\partial I_C} \frac{\partial I_C}{\partial \bar{\mathbf{C}}} + 2 \frac{\partial W}{\partial II_C} \frac{\partial II_C}{\partial \bar{\mathbf{C}}} + 2 \frac{\partial W}{\partial III_C} \frac{\partial III_C}{\partial \bar{\mathbf{C}}} \quad (3.15)$$

E derivando gli invarianti come indicato:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_C}{\partial C_{ij}} &= \bar{\mathbf{I}} = \delta_{ij} \\ \frac{\partial II_C}{\partial C_{ij}} &= \bar{\mathbf{I}} I_C - \bar{\mathbf{C}} \\ \frac{\partial III_C}{\partial C_{ij}} &= III_C \bar{\mathbf{C}}^{-1} \end{aligned}$$

Alla fine si ottiene il legame costitutivo così rappresentato:

$$\bar{\mathbf{T}}^{2pk} = 2 \left[\left\{ \frac{\partial W}{\partial I_C} + I_C \frac{\partial W}{\partial II_C} + \frac{\partial W}{\partial III_C} II_C \right\} \bar{\mathbf{I}} - \left\{ \frac{\partial W}{\partial II_C} + I_C \frac{\partial W}{\partial III_C} \right\} \bar{\mathbf{C}} + \frac{\partial W}{\partial III_C} \bar{\mathbf{C}}^2 \right] \quad (3.16)$$

Arrivando alla formulazione generale, già citata in precedenza (3.8):

Con :

$$a_0 = 2 \left\{ \frac{\partial W}{\partial I_C} + I_C \frac{\partial W}{\partial II_C} + \frac{\partial W}{\partial III_C} III_C \right\}; a_1 = -2 \left\{ \frac{\partial W}{\partial II_C} + I_C \frac{\partial W}{\partial III_C} \right\} \bar{\mathbf{C}}; a_2 = 2 \frac{\partial W}{\partial III_C} \bar{\mathbf{C}}^2 \quad (3.17)$$

Una possibile espressione dell'esempio di funzione dell'energia di deformazione potrebbe essere (Vena 2009):

$$W = \alpha(I_C - 3) + \beta(II_C - 3) + \gamma(III_C - 1) \quad (3.18)$$

Tale forma di energia è determinata dalla condizione indeformata in cui l'energia deve essere uguale a zero.

Variando l'espressione matematica dell'energia di deformazione si può descrivere il comportamento meccanico in elasticità, di una ampia gamma di materiali. In particolare la struttura matematica alla base della teoria dell'iperelasticità consente di sviluppare una struttura di calcolo robusta e altamente flessibile, plasmabile alle esigenze modellistiche del progettista.

3.5 Scelta del modello per la valutazione del materiale polimerico sperimentale

I materiali polimerici studiati hanno un comportamento iperelastico. Tra le diverse proposte in letteratura per la descrizione della risposta meccanica di materiali polimerici tipo *rubber*, nel presente lavoro sono stati indagati i seguenti:

- Modello isotropo:
 1. Neo-Hookean
 2. Mooney-Rivlin

- Modello anisotropo:
 1. alla Holzapfel

3.5.1 Modello Neo-Hookean

Il modello Neo-Hookean è frequentemente utilizzato per caratterizzazione di materiali polimerici. È utilizzato per predire il comportamento sforzo-deformazione di un materiale sottoposto a grandi deformazioni. Diversamente dalla legge di Hooke per i materiali elastici, la curva sforzo-deformazione per un materiale iperelastico non è lineare. Inizialmente la relazione sforzo-deformazione è lineare ma a un certo punto la curva avrà un plateau. Il modello Neo-Hookean non tiene conto del rilascio di energia dovuto alla dissipazione durante la deformazione, in quanto è un modello perfettamente elastico.

Si basa sulla statistica termodinamica tra i legami della catena polimerica del materiale e si può utilizzarlo per materiali plastici e sostanze gommose.

La funzione potenziale dell'energia di deformazione:

$$W = C_1(I_1 - 3) + D_1(J - 1)^2 \quad \text{con } J = \det(\bar{\mathbf{F}}) \quad (\text{vedi Appendice A}) \quad (3.19)$$

Dove C_1 e D_1 sono parametri costanti del materiale, che identificano le proprietà del materiale. I_1 è il primo invariante del tensore sinistro di Cauchy-Green.

La formulazione esposta riguarda il caso di un materiale iperelastico comprimibile. In realtà si è considerato in tutte le prove numeriche che il materiale è incomprimibile. Ciò significa porre il parametro $D_1=0$.

Si è fatto uso di dati sperimentali per stimare i parametri della funzione potenziale dell'energia di deformazione.

3.5.2 Modello Mooney-Rivlin

Si tratta sempre di un modello per materiali iperelastici e isotropi. La differenza con il modello Neo-Hookean sta nel fatto di aggiungere un termine di secondo grado.

La funzione potenziale dell'energia di deformazione:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + D_1(J - 1)^2 \quad (3.20)$$

Dove C_{10} e C_{01} sono parametri del modello determinabili sperimentalmente; I_1 e I_2 sono l'invariante primo e secondo del tensore $\bar{\mathbf{C}}$. Si nota come ponendo $C_{01}=0$ si ottiene la funzione del modello Neo-Hookean.

Sia il modello mooney-rivlin sia il modello Neo-Hookean sono casi particolari della forma generalizzata del modello di Rivlin:

$$W = \sum_{p,q=0}^N C_{pq}(I_1 - 3)^p(I_2 - 3)^q + \sum_{m=1}^M D_M(J - 1)^{2m} \quad (3.21)$$

Dove C_{pq} sono costanti caratteristiche dei materiali e i D_m sono costanti del materiale che si riferiscono alla risposta volumetrica nel caso il materiale fosse comprimibile.

3.6.3 Modello Anisotropo

Gran parte dei materiali d'interesse tecnologico e industriale presenta un comportamento elastico anisotropo dovuto alla presenza di direzioni preferenziali all'interno della microstruttura del materiale. Una categoria di modelli costitutivi interpreta questa anisotropia con un analogo con materiali compositi rinforzati da fibre. I materiali compositi infatti presentano una risposta meccanica diversa in una direzione piuttosto che in un'altra. Molti dei tessuti biologici, come l'osso, le arterie, e come il tessuto valvolare presentano proprietà anisotrope dovute alla presenza di fibre di collagene, o elastina. Grazie alla loro presenza in particolari direzioni di carico presentano risposte, ossia distribuzioni di sforzi, tali da massimizzare le loro prestazioni.

Quando questi materiali sono soggetti a piccole deformazioni (inferiori al 2% ÷ 5%) il loro comportamento meccanico può essere generalmente modellato usando modelli convenzionali lineari elastici anisotropi. Sottoposti a grandi deformazioni, tuttavia, questi materiali presentano comportamenti altamente anisotropi.

La modellazione di questi effetti dovuto alla presenza di grande deformazione e comportamento elastico non lineare richiede avanzati modelli iperelastici anisotropi.

Formulazione basata sugli Invarianti del tensore di deformazione:

Riferendoci alla teoria del continuo dei materiali compositi rinforzati da fibre l'energia di deformazione può essere espressa direttamente in termini d'invarianti del tensore di deformazione e orientazione delle fibre.

Si può considerare il materiale elastico non lineare come un materiale composito, composto, per esempio, da una matrice isotropa iperelastica rinforzata da N famiglie di fibre.

Le direzioni delle fibre nella configurazione di riferimento sono caratterizzate da una serie di vettori \mathbf{A}_α , ($\alpha = 1, \dots, N$). Assumendo che l'energia di deformazione dipende non solo dalla deformazione ma anche dalla direzione delle fibre, si può postulare la seguente forma:

$$W = W(\bar{\mathbf{C}}, \mathbf{A}_\alpha); \alpha = 1, \dots, N \quad (3.22)$$

E' riportato un esempio nel caso di due famiglie di fibre :

L'energia di deformazione del materiale deve rimanere invariata se sia la matrice sia le fibre compiono una rotazione rigida.

Spencer (Spencer 1984), ha dimostrato che si può esprimere l'energia di deformazione in termini d'invarianti del tensore $\bar{\mathbf{C}}$ (appendice A) e dei vettori \mathbf{A}_α :

$$W = W(I_1, I_2, J^{el}, I_{4(\alpha,\beta)}, I_{5(\alpha,\beta)}; \zeta_{(\alpha,\beta)}) \quad \alpha, \beta = 1, \dots, N, \quad (3.23)$$

dove I_1 e I_2 sono il primo e secondo invariante $\bar{\mathbf{C}}$, J^{el} è la frazione di volume elastico, $I_{4(\alpha,\beta)}$ e $I_{5(\alpha,\beta)}$ sono gli pseudo invarianti di $\bar{\mathbf{C}}, \mathbf{A}_\alpha$, definiti come:

- $I_{4(\alpha,\beta)} = \mathbf{A}_\alpha \bar{\mathbf{C}} \mathbf{A}_\beta$
- $I_{5(\alpha,\beta)} = \mathbf{A}_\alpha \bar{\mathbf{C}}^2 \mathbf{A}_\beta$

I termini $\zeta_{(\alpha,\beta)}$ sono le costanti geometriche (indipendenti dalla deformazione) uguali al coseno dell'angolo tra la direzione di qualsiasi due famiglie di fibre nella configurazione di riferimento.

Per lo studio con metodi ad elementi finiti della risposta meccanica dei materiali si è adottato il software commerciale Abaqus (Simulia). Sono disponibili due forme di implementazione ad elementi finiti dei legami iperelastici anisotropi basati sul potenziale dell'energia di deformazione per modellare i materiali incomprimibili.

1. La forma generalizzata di Fung (Inclusi i casi anisotropi e ortotropici.) (Appendice A).
2. La forma di energia proposta da Holzapfel-Gasser-Odgen per le pareti delle arterie (Gasser 2006).

Forma di energia di deformazione proposta da Holzapfel-Gasser-Odgen:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + \frac{1}{D} \left(\frac{(J^{el})^2 - 1}{2} - \ln J^{el} \right) + \frac{k_1}{2k_2} \sum_{\alpha=1}^N \{ \exp[k_2 \langle \mathbf{E}_\alpha \rangle^2] - 1 \} \quad (3.24)$$

Con:

$$\mathbf{E}_\alpha \stackrel{\text{def}}{=} k(I_1 - 3) + (1 - 3k) (I_{4(\alpha,\alpha)} - 1) \quad (3.25)$$

Dove:

- W : è l'energia di deformazione per unità di volume.
- C_{10}, k_1, k_2 e k sono parametri del materiale: con C_{10} si tiene conto delle proprietà meccaniche della matrice ; e con k_1, k_2 e k le proprietà meccaniche delle fibre e la loro orientazione.
- N : è il numero di famiglie di fibre.

Da sottolineare che il modello considera le direzioni delle fibre di ogni famiglia disperse intorno a una direzione predefinita. Con il parametro k ($0 < k < 1/3$) si descrive il livello di dispersione nella direzione delle fibre:

$$k = \frac{1}{4} \int_0^\pi \rho(\theta) \sin^3 \theta d\theta \quad (3.26)$$

La $\rho(\theta)$ è la funzione della densità di orientazione che caratterizza la distribuzione delle fibre. Inoltre si assume che tutte le famiglie di fibre hanno le stesse proprietà meccaniche e la stessa dispersione.

Per $k = 0$ le fibre sono perfettamente allineate (nonc'è dispersione). Quando $k = 1/3$ le fibre sono distribuite sfericamente (random) e il materiale diviene isotropo (vedi 3.25). La quantità legata alle deformazioni \mathbf{E}_α caratterizza la deformazione delle famiglie di fibre con la direzione media di \mathbf{A}_α .

Per il perfetto allineamento delle fibre ($k = 0$) si ha : $\mathbf{E}_\alpha = I_{4(\alpha,\alpha)} - 1$

Per la distribuzione random delle fibre ($k = 1/3$) si ha : $\mathbf{E}_\alpha = (I_1 - 3)$

Nella (3.24) i primi due termini nell'espressione dell'energia di deformazione rappresentano i contributi di distorsione della matrice e contrazione volumetrica rispettivamente, priva delle fibre; mentre il terzo termine della funzione dell'energia di deformazione rappresenta il contributo delle famiglie di fibre, includendo anche l'effetto della dispersione. Nel modello si assume che le fibre supportano solo la tensione, e non contribuiscono alla compressione. Così, il contributo anisotropo nella funzione dell'energia di deformazione sarà presente solo per le deformazioni positive delle fibre.

Nel prossimo Capitolo si spiegherà come sono stati determinati i parametri dei diversi modelli del materiale e i problemi incontrati nel svolgere l'elaborazione dei risultati. Parametri che si utilizzeranno per simulare prove su un lembo di valvola in configurazione chiusa a diverse simmetrie del materiale.

In modo particolare sarà descritto come si è riusciti ad orientare le fibre lungo la direzione degli sforzi principali e quali risultati ha prodotto.

CAPITOLO IV

STIMA DEI PARAMETRI

Si spiegherà come sono stati determinati i parametri dei diversi modelli del materiale, problemi incontrati nel svolgere l'elaborazione dei dati sperimentali e dei risultati, e si determineranno i parametri che si utilizzeranno per simulare prove su un lembo di valvola in configurazione chiusa a diverse simmetrie del materiale

4.1 Metodo utilizzato per la stima dei parametri

Il metodo utilizzato è costituito da due fasi:

1. Analisi dei dati sperimentali
2. Simulazione numerica

In un primo momento sono stati analizzati dei dati sperimentali acquisiti da prove meccaniche, fatte su provini del materiale sperimentale, presso i laboratori dell'Università di Cambridge (UK). In seguito sono state effettuate simulazioni numeriche delle prove meccaniche sperimentali. Le simulazioni consistono nell'applicare uno dei modelli matematici del materiale, descritti nel capitolo precedente, a una forma geometrica identica alla struttura del provino, realizzate con un programma di calcolo agli elementi finiti, Abaqus, versione 6.8.

Nel programma di calcolo è stata riprodotta identicamente la prova meccanica sperimentale al fine di validare il modello materiale scelto. Sono stati, così, confrontati i risultati numerici con i dati sperimentali e si è giunti alla stima dei parametri del modello costitutivo del materiale sperimentale.

Una volta validato il modello costitutivo, è stato possibile sviluppare diverse geometrie e diverse condizioni al contorno per simulare un caso reale di interesse, cercando di capire il ruolo che gioca il materiale nella risposta di una protesi valvolare ideale. Nel prossimo Capitolo saranno applicati i modelli del materiale, con i rispettivi parametri, a differenti geometrie valvolari in una particolare configurazione in modo da indagare come l'isotropia e la diversa orientazione dell'anisotropia del materiale possano influenzare i risultati delle prove.

4.2. Descrizione della prova

I dati sperimentali sono stati ottenuti con prove di trazione uniassiale effettuate da terzi. Le prove consistono nel sottoporre provini, di diverso spessore e diversa simmetria, del materiale V4111 (Dexco Polymers) (Joanna Stasiak 2009) a trazioni uniassiale dopo 10 cicli di preconditionamento. La prova di trazione realizzata, diffusamente utilizzata per caratterizzare le proprietà meccaniche di un materiale, consiste nell'assoggettare un campione del materiale (detto provino) a ripetuti spostamenti noti, e nel misurare la corrispondente forza attraverso una cella di carico estensimetrica.

Le dimensioni dei diversi provini, a sezione rettangolare, sono mostrati in tabella (4.1;4.2):

Provino Isotropo	spessore [mm]	larghezza [mm]	lunghezza [mm]
PI_015	0.15	0.60	30
PI_035	0.35	0.60	30
PI_044	0.44	0.60	30
PI_060	0.60	0.60	30

Tabella 4. 1 Dimensioni provini isotropi

Provino Anisotropo	spessore [mm]	larghezza [mm]	lunghezza [mm]
PA_016	0.16	0.60	30
PA_026	0.26	0.60	30
PA_040	0.40	0.60	30
PA_062	0.62	0.60	30

Tabella 4.2 Dimensioni dei provini anisotropi

In particolare i provini sono stati preconditionati attraverso 10 cicli di carico-scarico a velocità di 1 [mm/s] da 0 al 100% di deformazione. Quindi sono stati trazionati fino al 100% di spostamento a velocità costante.

I dati acquisiti sono stati elaborati ed estratte le curve caratteristiche del materiale.

4.3 Elaborazione dei dati

I dati sperimentali acquisiti sono la forza e l'allungamento del provino. Sono stati elaborati tramite fogli di calcolo elettronici (excel(MICROSOFT)).

La procedura di elaborazione dei dati sperimentali è rappresentata da:

- Riduzione del rumore di misura;
- Calcolo della curva sforzo-deformazione ingegneristico;
- Calcolo della curva sforzo-deformazione reale sotto l'ipotesi di materiale incompressibile.

Obiettivo dell'elaborazione è l'individuazione della curva caratteristica σ - ε al variare dello spessore del materiale

4.3.1 Riduzione del rumore di misura

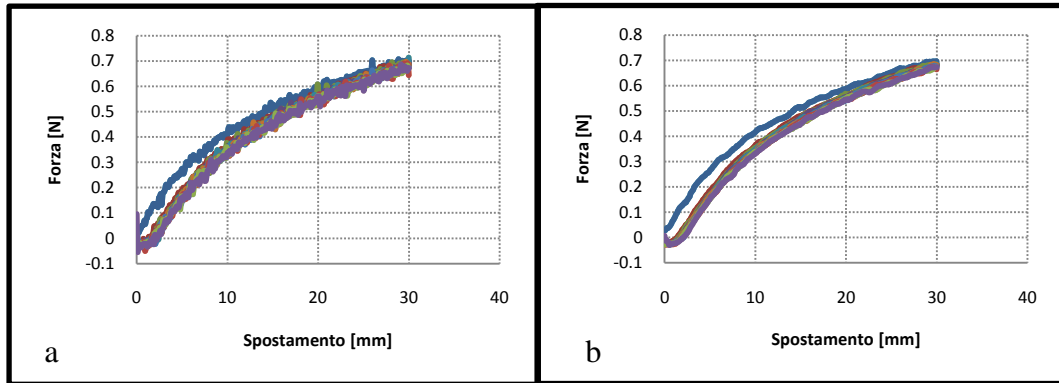


Grafico 4. 1 (a) Presenza del rumore nella fase di carico; (b) Eliminazione del rumore nella fase di carico

I dati acquisiti erano visibilmente affetti da rumore (vedi grafico 4.1 a). Per eliminare il rumore si è utilizzato un filtro lineare a media mobile. Il filtro a media mobile consiste nel mediare i 5 valori selezionati prima e dopo il valore di forza di riferimento (centrato). La finestra di calcolo viene quindi fatta scorrere su tutti i dati ottenendo una attenuazione del rumore (appendice B), (vedi grafico 4.1 b).

Tra i cicli a disposizione il primo ciclo in blu (vedi grafico 4.1 b) non sarà considerato ai fini dell'analisi poiché riguarda una fase di assestamento in cui si ha una riorganizzazione della microstruttura del polimero. Durante la fase di scarico, in cui si riporta il materiale alla posizione di partenza, sono stati registrati dei valori negativi di forza (vedi grafico 4.2 a). Apparentemente il materiale è sottoposto a compressione ma si trascurano questi valori per possibile instabilità del provino. E' stato anche forzato lo zero tramite una stima dell'intercetta con l'asse dell'ascisse basato su una regressione lineare. Tale procedura è conforme con la teoria dello stato naturale del materiale. Le curve ottenute dall'elaborazione sono mostrate nel grafico 4.2 b.

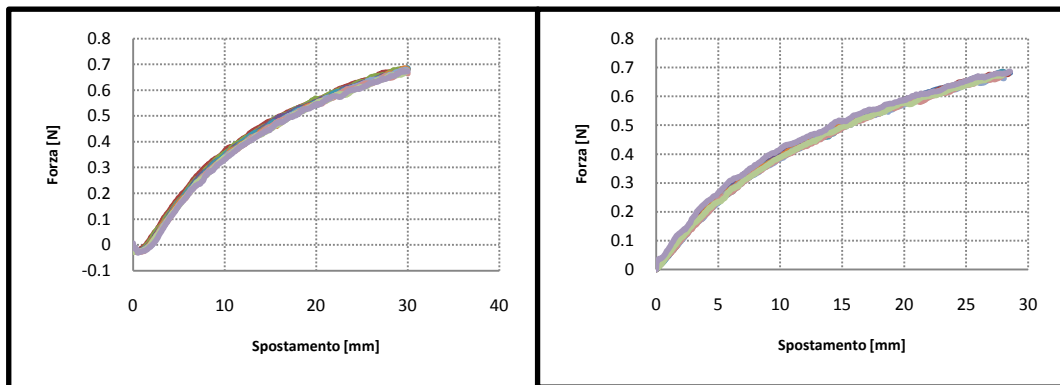


Grafico 4.2 (a) Andamento dei cicli di carico in presenza di valori di forza negativi (b) Andamenti dei cicli di carico a seguito dell'elaborazione.

Al fine di ottenere curva caratteristica σ - ε del materiale più affidabile le prossime elaborazioni si riferiranno al decimo ciclo.

4.3.2 Curve sforzo nominale – deformazione nominale

Si definisce sforzo nominale il rapporto:

$$\sigma_n = \frac{F}{A_0} \quad (4.1)$$

Dove:

- σ_n : Sforzo nominale;
- F : Forza rilevata dalla prova;
- A_0 : sezione iniziale del provino in corrispondenza del tratto utile.

Si definisce deformazione nominale il rapporto:

$$\varepsilon_n = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (4.2)$$

Dove:

- ε_n : deformazione nominale;
- L_0 : Lunghezza iniziale del tratto utile del provino;
- $\Delta L = L - L_0$: La variazione di lunghezza ad un certo istante della prova.

Riportando in diagramma i valori di σ_n e ε_n si ottengono le curve sforzo nominale – sforzo nominale. Per ogni spessore dei provini sia isotropi, sia anisotropi sono stati estrapolati dai dati sperimentali le curve $\sigma_n - \varepsilon_n$.

Influenza dello spessore sulla caratteristica meccanica del materiale:

Con riferimento alla tabella 4.1, nel caso dei provini isotropi si osserva un trend al variare dello spessore, da 0.15 mm a 0.60 mm, in cui aumenta la rigidità all'aumentare dello spessore.

Al 60% di deformazione del materiale si ha un aumento dello sforzo del 16.77% dello sforzo del PI_015 per il provino PI_060. Unica eccezioni è dovuta dal PI_044 che non segue il trend, infatti lo sforzo diminuisce del 14.69% rispetto al PI_015 (vedi grafico 4.3). Si è ritenuto che la prova sperimentale non è stata eseguita correttamente, di conseguenza non sarà tenuta in conto nelle future valutazioni (vedi grafico 4.3). Per deformazioni inferiori al 10% il materiale presenta caratteristiche di elasticità lineare. Il modulo elastico medio uguale a 2 MPa. Il modulo elastico è stato calcolato tracciando la secante delle curve per il valore di deformazione nominale pari al 10%, e poi fatta la media tra le pendenza delle secanti. Oltre il 20% di deformazione si ha un andamento non lineare della curva. Inoltre a partire dallo spessore di 0.24 mm si osserva una ridotta influenza dello spessore sulla risposta meccanica del materiale. Trattandosi di deformazioni grandi bisogna esaminare la curva sforzo-deformazione reale (paragrafo 4.3.3) per essere più precisi poiché nell'approccio precedente si considera la sezione iniziale del provino per calcolare lo sforzo (4.1).

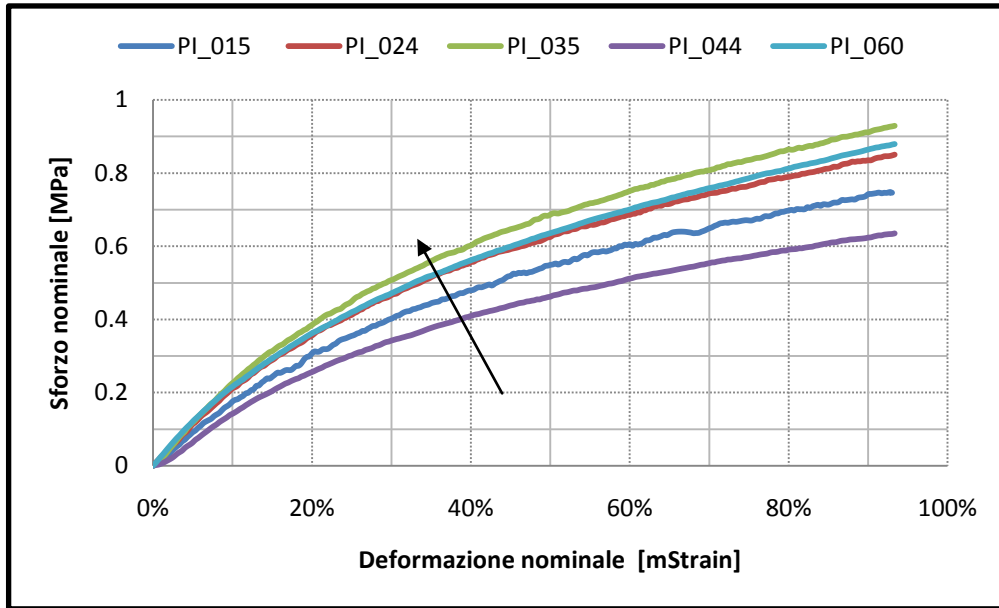


Grafico 4.3 Trend di aumento della rigidità all'aumentare dello spessore per provini isotropi; anomalia del provino PI_044

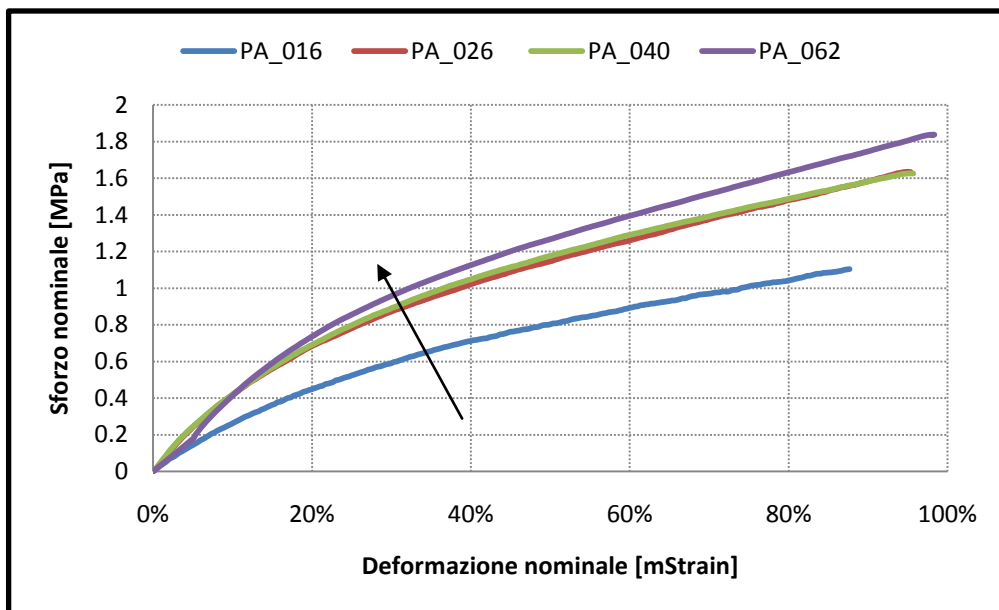


Grafico 4.4 Trend di aumento della rigidità all'aumentare dello spessore per provini Anisotropi

Nel caso di provini anisotropi, in cui si l'anisotropia è in direzione della lunghezza del materiale sono state effettuate le stesse considerazioni dei provini isotropi.

Si osserva uno stesso trend al variare dello spessore, da 0.16 mm a 0.62 mm, in cui aumenta la rigidità all'aumentare dello spessore. Si sono presi, per una deformazione pari al 60%, gli scostamenti percentuali di sforzo dei provini PA_026, PA_040 e PA_62 rispetto a PA_016 e si è fatta la media. Al 60% di deformazione si ha un aumento medio di sforzo del 47.34% (vedi grafico 4.5). Quindi nel caso anisotropo l'aumento dello spessore aumenta di molto la rigidità del materiale.

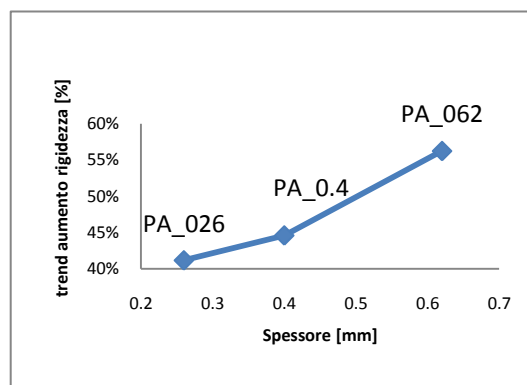


Grafico 4.5 Trend della rigidità rispetto allo spessore

Anche in questo caso per deformazioni inferiori al 10% il materiale presenta caratteristiche di elasticità lineare. Il modulo elastico medio delle curve è di 4 MPa, il doppio rispetto ai provini isotropi. Oltre il 10% di deformazione si ha un andamento non lineare. Inoltre a partire dallo spessore di 0.26 mm si osserva sempre una ridotta influenza dello spessore sulla risposta meccanica del materiale. In questo caso è più evidente poiché l'aumento medio dello sforzo dal provino di spessore 0.26 al provino di spessore 0.62 è del 7.91% ed è più contenuto.

Se si confrontano il PI_024 e il PA_26 si osserva come il provino anisotropo ha una rigidità molto più alta. Infatti per una deformazione del 60% si ha un aumento dello sforzo nel caso anisotropo del 83.92% dello sforzo isotropo passando da un valore di sforzo di 0.685 MPa, nel caso isotropo, a 1.260 MPa nel caso anisotropo, circa il doppio (vedi grafico 4.6).

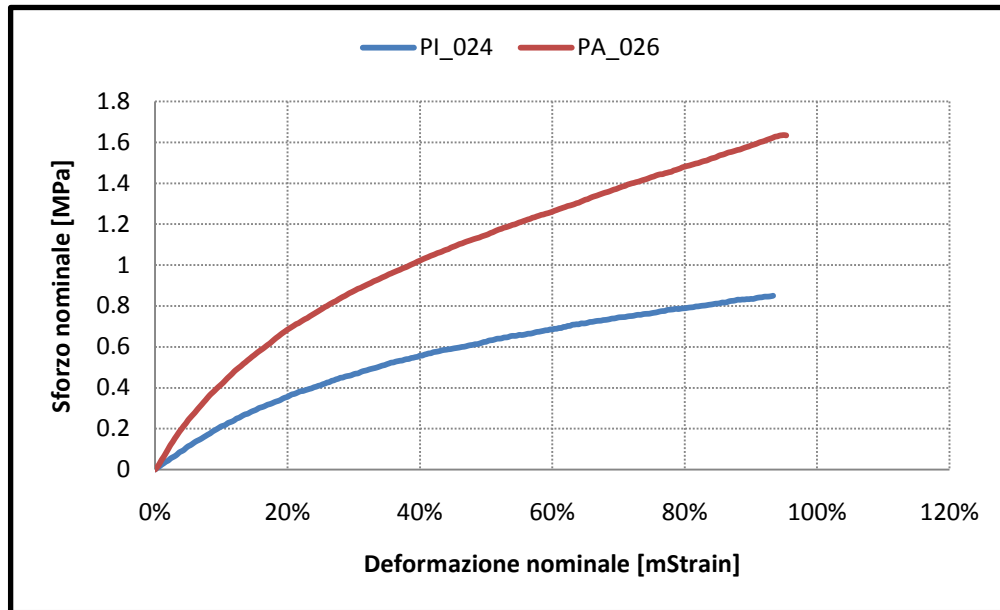


Grafico 4.6 Confronto tra la curva sforzo-deformazione nominale delPI_024 e il PA_026

4.3.3 La curva Sforzi reale – deformazioni reale

La curva sforzi nominali–deformazioni nominali dal punto di vista meccanico non tengono conto del reale stato di sollecitazione del materiale in quanto, nella definizione delle variabili che la caratterizzano, si fa riferimento alle dimensioni originali del provino, mentre in realtà esse variano continuamente durante la prova specialmente in provini di materiale polimerico soffice. Inoltre, quando ha inizio il fenomeno della strizione della sezione resistente del provino, la deformazione continua a prodursi solo in corrispondenza della parte del provino interessata dalla riduzione localizzata di sezione, mentre la restante parte di esso non subisce alcuna ulteriore deformazione. In tali condizioni, se si considera la tensione nominale σ ne discenderebbe che l'andamento della curva sforzo sia più bassa.

Allora si deve fare riferimento alla tensione reale (true-stress) definita dal rapporto:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{A_0}(\lambda) \quad (4.3)$$

Dove :

- σ : sforzo vero;
- A : sezione effettiva del provino;
- $\lambda = \frac{L}{L_0}$.

Mentre al posto della deformazione nominale si fa riferimento alla deformazione naturale ε :

$$\varepsilon = \ln(\lambda) \quad (4.4)$$

Nel campo delle grandi deformazioni, tipiche nei processi del materiale polimerico considerato, è necessario riferirsi sempre alla definizione naturale, essendo le dimensioni della sezione resistente continuamente variabile durante la formatura.

Riportando in diagramma i valori di σ_n e ε_n si ottengono le curve sforzi veri– deformazioni vere. Per ogni spessore dei provini sia isotropi, sia anisotropi sono stati estrapolati dai dati sperimentali le curve $\sigma - \varepsilon$.

Gli andamenti dei provini isotropi (vedi grafico 4.7) e dei provini anisotropi (vedi grafico 4.8) conferma il trend osservato nelle curve sforzo-deformazione ingegneristico. Si ha invece un aumento dello sforzo reale rispetto allo sforzo nominale. A fine deformazione nel caso isotropi osserva un aumento medio dello sforzo reale circa pari al 93% dello sforzo nominale, si è quasi al doppio; nel caso anisotropo a fine deformazione l'aumento è del circa 95%. Fondamentale considerare lo sforzo reale ai fini di una analisi della risposta meccanica in regime di grandi deformazioni. Come metro di validazione del modello numerico saranno confrontati i risultati numerici con gli andamenti delle curve sforzo-deformazioni sperimentali rispettivamente per ogni provino.

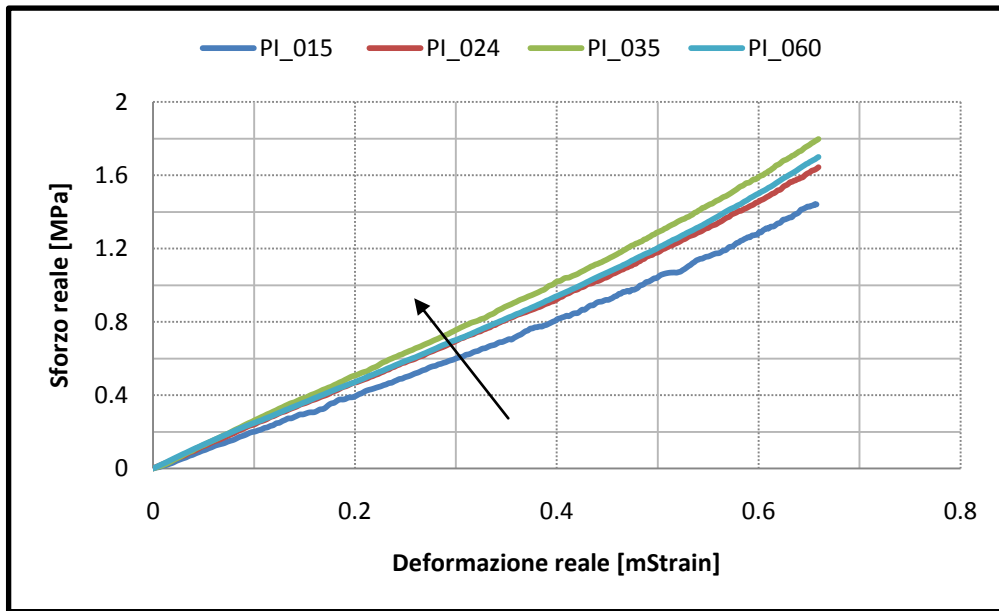


Grafico 4.7 Curve sforzo-deformazione reali provini isotropi

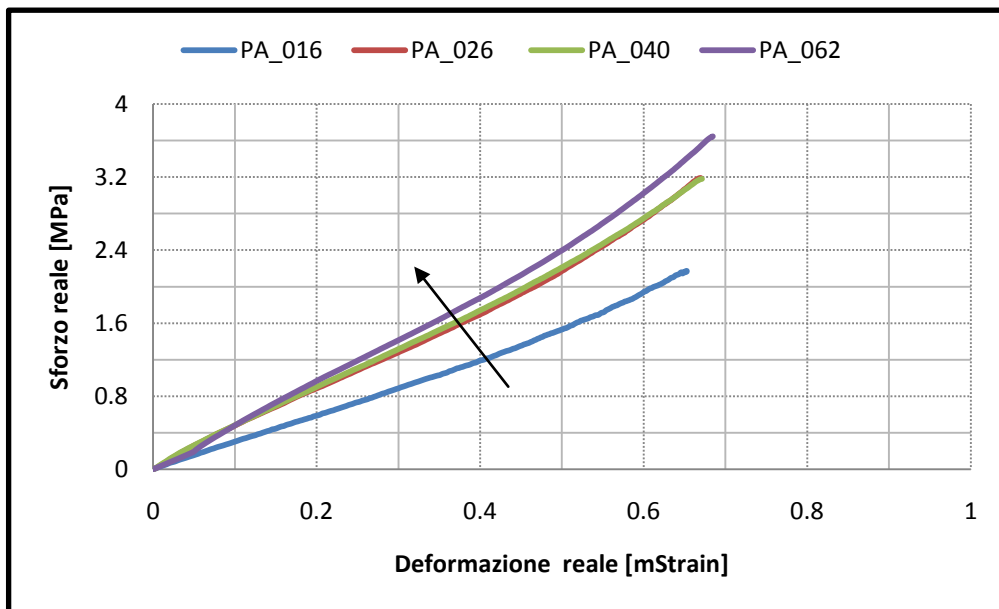


Grafico 4.8 Curve sforzo-deformazione reali provini Anisotropi

4.4 Simulazione Numerica della prova sperimentale

Il metodo degli elementi finiti per stimare i parametri dei diversi modelli si è utilizzato Abaqus. Abaqus è un programma di calcolo agli elementi finiti, che permette di realizzare le simulazione attraverso:

- **Modellizzazione:** in cui si passa dal sistema fisico ad un modello matematico, che estrae alcuni aspetti di interesse del sistema fisico. In particolare sarà realizzato un modello della struttura fedele al provino utilizzato, e gli saranno attribuite le proprietà del materiale con i modelli citati nel capitolo precedente.
- **Discretizzazione:** in una simulazione per via numerica è necessario passare da un numero infinito di gradi di libertà (condizione propria del "continuum") ad un numero finito (situazione propria della mesh). In particolare sarà creata una mesh della struttura.

Con Abaqus si è disegnato il provino e a partire dal disegno si è creata la struttura 3-D riproducendo fedelmente le dimensioni di tutti i provini sperimentali a disposizione. Ogni geometria modellizzata è stata discretizzata utilizzando l'interfaccia grafica della mesh (vedi Figura 4.1 a). Per riprodurre le condizioni di vincolo strutturali della prova sperimentale si è imposto un incastro ad una delle estremità del provino (vedi Figura 4.1 b.1). Per deformare il provino è stato imposto all'estremità opposta al vincolo strutturale uno spostamento (vedi Figura 4.1 b.2), pari al doppio della lunghezza del provino in maniera portare la deformazione al 100% come avveniva nel caso sperimentale. Successivamente sono state riprodotte tutte le prove sperimentali facendo girare le simulazioni su Abaqus.

I risultati sono stati ottenuti impostando su Abaqus un problema elastico non lineare statico.

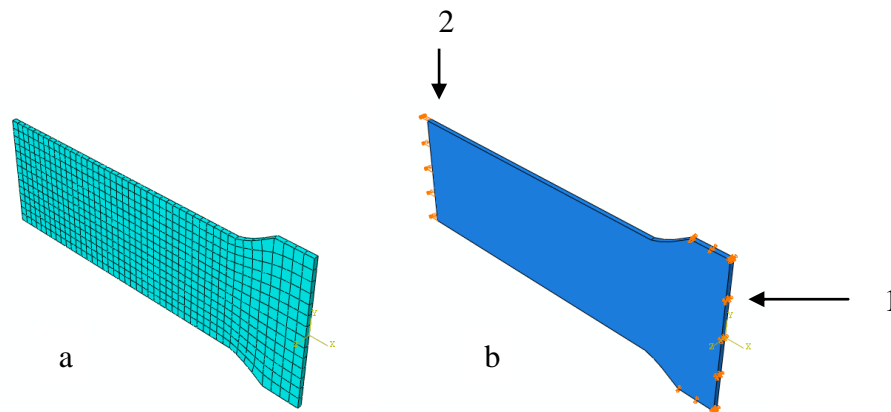


Figura 4.1 (a) Discretizzazione del provino numerico; (b) Condizioni al contorno della prova numerica

E' stato, poi, assegnato il modello costitutivo materiale alla struttura del provino numerico. Le prove sono state divise per materiali modellizzando il materiale rispettivamente nel caso:

- Isotropo:
 3. Neo-Hookean
 4. Mooney-Rivlin

- Anisotropo:
 2. Alla Holzapfel

Suddetti modelli sono già implementati, in Abaqus. L'identificazione dei parametri dei modelli isotropi è stata svolta con il *tool* di identificazione dei parametri di Abaqus. Inserendo i dati sperimentali della curva sforzo deformazione ingegneristica nell'apposita tabella fornita dall'interfaccia grafica, è possibile far fittare i dati sperimentali con il modello scelto (vedi Figura 4.2). Alla fine della procedura di *best fitting* il software restituisce i valori dei parametri del modello (Appendice B). Diversa è la procedura per i provini anisotropi (paragrafo 4.4.2). Così, a seconda del caso, isotropo o anisotropo, si è scelta la modellizzazione più idonea stimando i parametri al fine di ottenere una sovrapposizione dei risultati numerici con i dati sperimentali. Se tale congruenza dei risultati ci sarà, allora posso avvalermi di tale strumento per studiare una geometria valvolare sottoposta a carico pressorio costituito dal materiale polimerico sperimentale ed

in particolare si può cercare di prevedere come la diversa orientazione delle fibre possa influenzare il comportamento di una valvola protesica cardiaca Biomorfa.

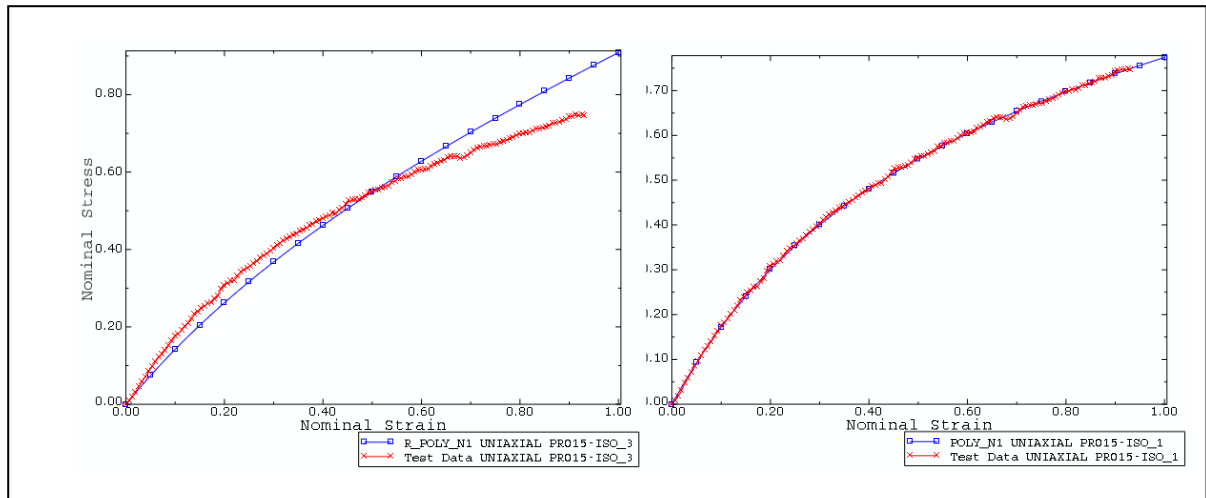


Figura 4.2 Esempio di identificazione dei parametri attraverso il fitting dei dati sperimentali eseguito da Abaqus.

4.4.1 Caso isotropo: Parametri e Risultati:

Nel caso isotropo il materiale è stato modellizzato con il modello Neo-Hookean e il modello Mooney-Rivlin. La procedura seguita è stata la seguente per entrambi i casi:

Per tutti i provini isotropi sono stati ricavati separatamente i parametri dei due modelli utilizzati (vedi tabella 4.3). In seguito è stata simulata la prova sperimentale con il modello costitutivo scelto, avente i parametri appena stimati. Allo scopo di voler validare il modello numerico sono stati confrontati le curve sforzo deformazione numeriche con le curve sforzo deformazione reali sperimentali (vedi grafico 4.9 a b). Per poter stabilire l'affidabilità del modello è stato introdotto un indice di errore che calcola l'errore quadratico medio tra lo sforzo numerico e lo sforzo reale sperimentale per tre zone di deformazioni 20%, 40% e 80% della curva (vedi tabella 4.5). I risultati di tutti i provini isotropi sono disponibili nell'appendice B.

Provino	Neo-Hookean	Mooney-Rivlin		D
	C10	C10	C01	
PI_015	0.2595	0.107	0.228	0
PI_024	0.2869	0.0938	0.3073	0
PI_035	0.321	0.1106	0.3217	0
PI_060	0.3063	0.1037	0.3017	0

Tabella 4.3 Parametri stimati dei diversi modelli utilizzati

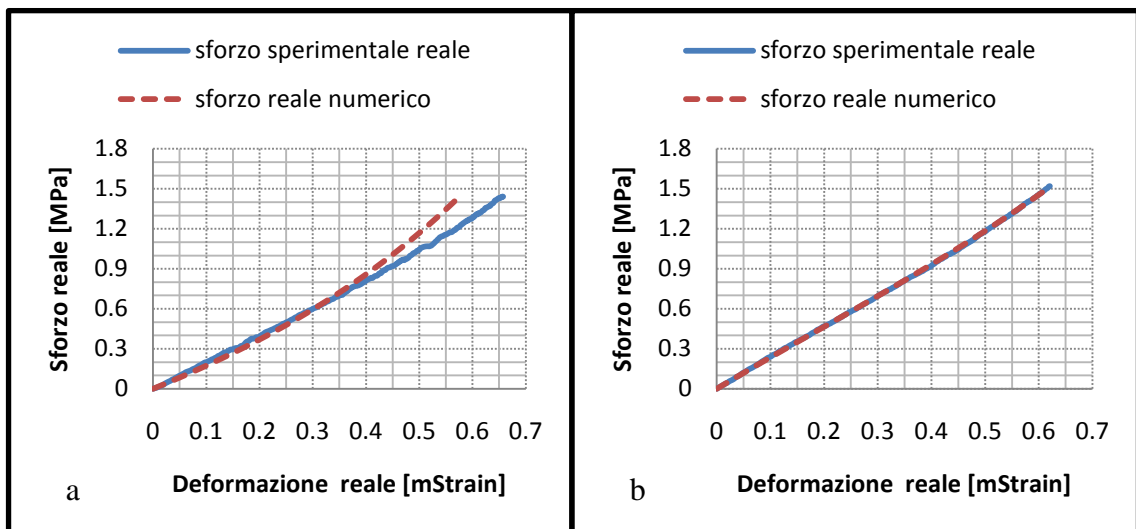


Grafico 4.9 Esempio di confronto tra dati sperimentali e dati numerici nel caso del modello Neo-Hookean (a) e il modello Mooney-Rivlin (b)

PI_015	Errore quadratico medio		
Modello	$I_{err20\%}$	$I_{err40\%}$	$I_{err80\%}$
Neo-Hookean	0.088162567	0.017814464	1.457769119
Mooney-Rivlin	0.000363657	0.000194225	0.00011177

Tabella 4.4 Esempio di errori quadratici medi commessi dopo il confronto tra i dati sperimentali e dati numerici

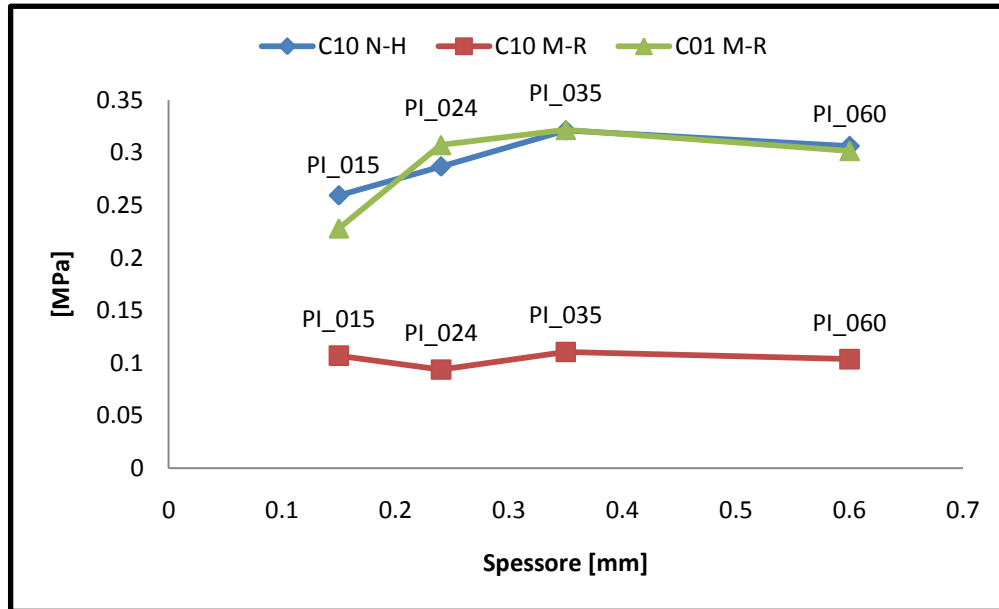


Grafico 4.10 Andamento dei parametri del modello in funzione dello spessore

Confrontando i valori del parametro C10 a partire dallo spessore di 0.24 mm si osserva una ridotta influenza dello spessore sulla variazione dei parametri sia nel caso Neo-Hookean che nel caso Mooney-Rivlin. Questo risultato conferma la validità del modello numerico poiché si osserva lo stesso comportamento dei dati sperimentali con spessori dei provini maggiore di 0.24 mm. Inoltre definendo un indice degli errori chiamato I_R nel seguente modo:

$$I_R = \frac{(I_{err20\%} + I_{err40\%} + I_{err80\%})}{3} \quad (4.5)$$

E mediando I_R di ogni provino si commette un errore pari al 0.5% per il modello Neo-Hookean mentre nell'adottare il modello Mooney-Rivlin si commette un errore pari al 0.002%. Entrambi gli indici di errore sono inferiori al 1%, di conseguenza è lecito affermare che i 2 modelli costitutivi isotropi sono applicabili. Il materiale così modellizzato sarà possibile applicarlo a una qualsiasi struttura di interesse. Tuttavia il

modello di Mooney-Rivlin ha una media del I_R , calcolato per ogni provino isotropo, circa 2000 volte più piccolo del modello Neo-Hookean. Alla luce dei risultati si è adottato il modello costitutivo Mooney-Rivlin per descrivere la risposta meccanica del materiale polimerico isotropo in un foglietto valvolare. Per quanto riguarda l'energia potenziale di deformazione Neo-Hookean, essa sarà importante per la trattazione dei materiali anisotropi con il modello alla Holzapfel, poiché la parte dell'energia potenziale che tiene conto della matrice isotropa del materiale avrà la stessa forma di energia Neo-Hookean.

4.4.2 Caso anisotropo: Parametri e Risultati:

Per il materiale polimerico sperimentale in configurazione anisotropa la procedura è stata diversa da quella utilizzata nel caso isotropo. Per quanto riguarda la struttura sono stati variati gli spessori dei provini, mentre per quanto riguarda l'assegnazione delle proprietà del materiale la versione 6.8 di Abaqus non consente da interfaccia grafica di impostare i parametri del modello costitutivo Holzapfel, dunque è necessario aggiungerli nel file di input dell'analisi (dettagli in Appendice B).

Ovvero tramite l'interfaccia grafica di Abaqus si è ricostruita la struttura del provino (vedi tabella 4.2), si sono assegnate le proprietà del materiale alla struttura, che poi è stata vincolata e caricata come le prove sperimentali, ed infine le è stata attribuita una mesh e sono state scelte le caratteristiche principali degli elementi. A partire da questo file di input (file.inp) sono state apportate delle modifiche, per poter utilizzare il modello Holzapfel. In particolare il legame costitutivo richiede l'introduzione di una direzione lungo la quale disporre le fibre e la sostituzione del codice del materiale base con il codice del legame costitutivo Holzapfel. (dettagli in Appendice B).

Una volta realizzato il file di input del provino si è potuta effettuare la simulazione delle prove sperimentali. A differenza del caso isotropo, in cui si potevano ottenere direttamente i parametri dei modelli isotropi con il fitting dei dati, nel caso anisotropo bisogna procedere per tentavi.

La procedura è raccolta in punti:

- Per prima cosa si assegna una direzione alle fibre (vedi Figura 4.3 a), uguale per tutti i provini poiché i provini sperimentali anisotropi hanno la stessa anisotropia;
- Si assegnano, poi, dei valori ai parametri del modello Holzapfel e si fa girare la simulazione numerica;
- Raccolti i risultati vengono inseriti in un foglio di calcolo elettronico (excel MICROSOFT);
- Infine si confronta la curva numerica con la curva sperimentale sforzo vero–deformazione vera del provino anisotropo;
- Si valuta la sovrapposizione delle due curve e l'indice d'errore I_R (4.5);
- Si ripete la procedura, variando ogni volta i parametri, fino a minimizzare l'errore ed ottenere la migliore sovrapposizione delle due curve;

Dopo n tentativi sono stati ottenuti dei parametri raccolti in tabella 4.5. E' riportato anche un esempio di tentativo di fitting dei dati per un provino nel grafico 4.11, e l'errore quadratico medio minimizzato in tabella 4.6.

Provino	Holzapfel			D	K
	C10	K ₁	K ₂		
PA_016	0.43	0.01	0.0001	0	0
PA_026	0.65	0.01	0.0001	0	0
PA_040	0.65	0.01	0.0001	0	0
PA_062	0.69	0.01	0.0001	0	0

Tabella 4.5 Raccolta dei parametri stimati per il modello costitutivo Holzapfel

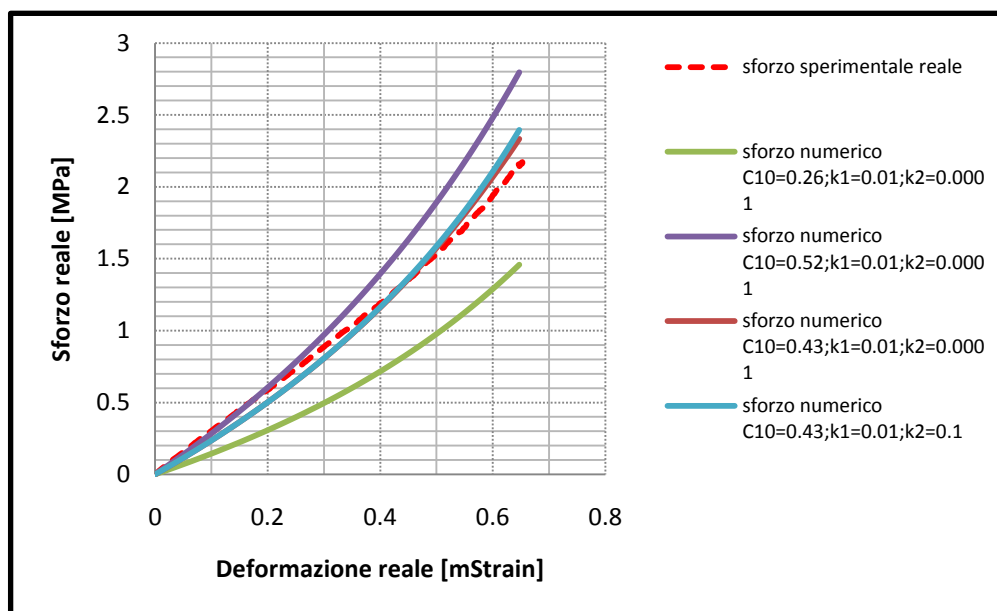


Grafico 4.11 Esempio di diversi tentativi per minimizzare l'errore quadratico medio

PI_016	Errore quadratico medio		
	<i>I_{err}20%</i>	<i>I_{err}40%</i>	<i>I_{err}80%</i>
Holzapfel	2.180634983	0.071898105	4.002704199

Tabella 4.6 Esempio di errori quadratici medi commessi dopo il confronto tra i dati sperimentali e dati numerici

4.6 Criticità del modello per il materiale sperimentale anisotropo

Dal confronto con i dati sperimentali si capisce che il modello Holzapfel non è adatto a modellizzare questo specifico materiale anisotropo polimerico. Anche se gli errori che si commettono non sono poi molto elevati, la media dell'indice di errore (4.5), calcolati per ogni provino, è uguale a 1.6%, si riscontra un andamento della curva numerica del tutto diverso dalla curva sperimentale. Inoltre per poter fittare i dati sperimentali si è dovuto portare a un valore quasi nullo il contributo anisotropo attraverso i parametri k_1 e k_2 , ed a un valore troppo elevato della rigidità della matrice, che così facendo riduce il modello a una modellizzazione isotropa del materiale. Per un'ulteriore verifica e certezza è stata effettuata una nuova prova per il PA_040 in cui a parità dei valori dei parametri è stata variata la direzione delle fibre, disponendole ortogonalmente alla direzione originale (vedi Figura 4.3 b):

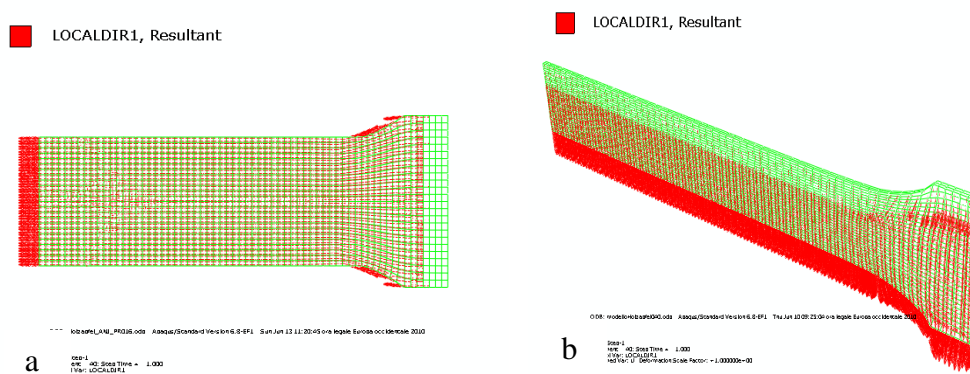


Figura 4.3 (a) Rappresentazione direzione anisotropia provini sperimentale (b) Orientazione anisotropia ortogonale alla direzione dei provini sperimentali.

La prova è stata voluta per capire se con quei parametri fosse messa ancora in conto l'anisotropia, ovvero ci si dovrebbe aspettare un andamento della curva sforzo deformazione per un'orientazione delle fibre e un altro andamento per un'orientazione ortogonale alla originale.

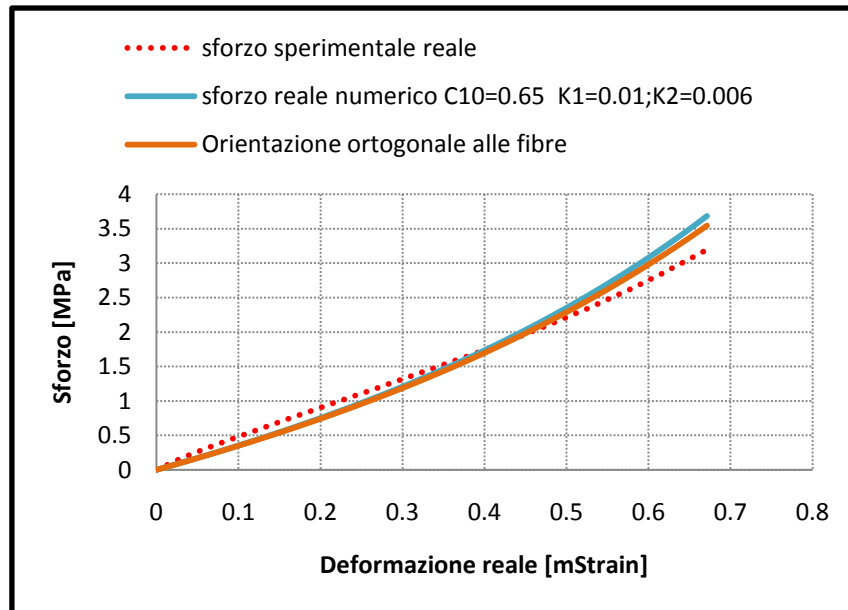


Grafico 4.12 Confronto tra le curve ottenute rispettivamente con l'orientazione originale e l'orientazione ortogonale all'originale.

I risultati mostrano che i due andamenti sono praticamente identici (vedi grafico 4.12). Indipendentemente da come sono disposte le fibre il comportamento del materiale non cambia; tale comportamento è lo stesso di un materiale isotropo. Infatti la variazione di sforzo tra lo sforzo numerico, calcolato con l'orientazione originale, e lo sforzo numerico, calcolato con l'orientazione ortogonale è di 0.14 MPa. Invece la differenza di sforzo ottenuto da provini isotropi e lo sforzo ottenuto tra provini anisotropi, quindi tra materiali simmetricamente diversi, è pari a 2 MPa. Si arriva così alla conclusione che il modello Holzapfel non è adeguato a rappresentare le caratteristiche dell'anisotropia del materiale polimerico specifico.

Tuttavia il legame costitutivo rappresenta un ottimo strumento per lo studio dell'effetto di una anisotropia del tipo "tissue" e dunque può essere impiegato per la progettazione di un materiale ideale per valvole artificiali biomorfe.

Il modello di materiale alla Holzapfel ha una forma di energia potenziale di deformazione (3.24) composta da tre contributi: un contributo isotropo, un contributo volumetrico e un contributo anisotropo che interpreta l'anisotropia con la presenza di fibre orientate nel materiale. Quindi si effettuerà uno studio di un materiale anisotropo specifico. Tale materiale sarà interpretato come il modello costitutivo di Holzapfel interpreta i materiali

anisotropi, e così si assegnerà al contributo isotropo della forma di energia potenziale di deformazione le caratteristiche del materiale sperimentale isotropo appena esaminato e l'anisotropia del materiale sarà messa in conto sfruttando le potenzialità del modello assegnando dei valori, secondo un criterio opportuno, ai parametri k_1 , k_2 e dando una direzione di orientazione delle fibre all'interno del materiale. Ragionando in questi termini si vuole proporre uno studio numerico delle caratteristiche anisotrope di un materiale.

Particolare attenzione sarà fatta sull'orientazione grazie anche a un nuovo strumento che riesce a orientare le fibre inseguendo una delle direzione degli sforzi principali prodotti.

Alla fine si cercherà di stabilire come, sia in parte la geometria, sia il materiale, dovranno essere progettati allo scopo di ottenere una maggiore affidabilità e una maggiore durabilità delle valvole protesiche biomorfe.

CAPITOLO V

STRUMENTO NUMERICO PER L'ANALISI DI UN FOGLIETTO VALVOLARE E ORIENTAZIONE DELLE FIBRE NEL MATERIALE.

Nella maggior parte dei casi pratici, lo stato di sforzo o deformazione dei componenti o delle strutture che devono essere studiati non possono essere risolti analiticamente, ma è necessario ricorrere ad un approccio di tipo numerico, solitamente basato sul metodo degli elementi finiti (FEM). Spesso le prove sperimentali sono utilizzate come riscontro della validità dei risultati numerici ottenuti. E' importante ricordare che la buona modellazione agli elementi finiti non è quella che utilizza il maggior numero di elementi e proprietà del materiale e che ottiene in risposta tutti i valori che il software è in grado di fornire, bensì quella che sfrutta al meglio le possibilità offerte dal programma, scegliendo il numero adeguato di variabili ed elementi che permettono di giungere ad un risultato affidabile e corretto, con un tempo di elaborazione che sia il più breve possibile. Questo capitolo tratta la realizzazione del modello FEM del foglietto valvolare in esame nel presente lavoro di tesi. Saranno discussi i problemi incontrati nella modellazione e le soluzioni adottate per superarli, in tutte le fasi del lavoro: dalla scelta degli spessori e dall'acquisizione del profilo, alla descrizione degli elementi utilizzati, delle interazioni, dei vincoli e dei carichi in gioco.

5.1 Acquisizione della geometria della protesi

Per l'acquisizione della geometria valvolare si è utilizzato il programma Computer Aided Design (CAD) Rhinoceros (McNeel). In particolare è stato utilizzato uno script sviluppato da terzi presso il laboratorio di Meccanica delle Strutture Biologiche (LaBS), grazie al quale si riescono a ottenere velocemente e facilmente foglietti valvolari.

Lo script permette, attraverso l'inserimento dei valori geometrici, quale il diametro, spessore o altezza, angolo di apertura, di generare la geometria di un foglietto valvolare (vedi Figura 5.1).

Oltre a tirar fuori la geometria del foglietto, genera anche un file di testo contenente delle coordinate cartesiane di specifici punti appartenenti alla superficie. (vedi diagramma a blocchi 5.1)

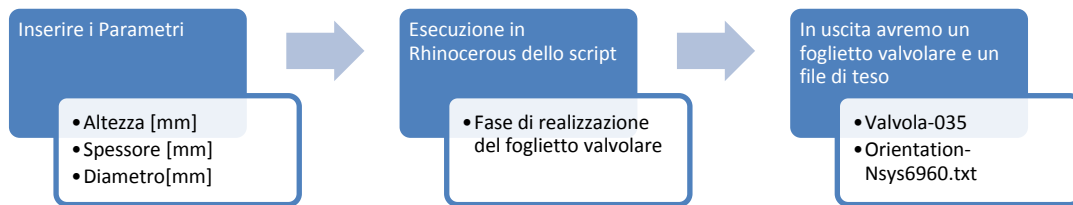


Diagramma 5.1 Diagramma a blocchi dello script di Rhinoceros.



Figura 5.1 Foglietto reale a confronto con un foglietto generato da Rhinoceros utilizzando lo script.

I foglietti valvolari realizzati in Rhinoceros per semplicità si riferiscono ad un foglietto simmetrico valvolare di altezza 12 mm e diametro 24 mm. Per gli scopi di questo lavoro vengono indagati più spessori, in particolare un foglietto con spessore 0.35 mm e un foglietto con spessore 0.45 mm.

5.2 Assemblaggio e Iterazioni

La geometria realizzata in Rhinoceros è stata esportata ed inserita in Abaqus come *part*, assegnandogli nella finestra tipo l'opzione deformabile, messa a disposizione nell'interfaccia grafica. In Abaqus poi si è realizzata un'altra *part* costituita da due piani inclinati di 120° come piani di simmetria. Il piano di simmetria è stato modellizzato con un corpo rigido discreto, a cui non è permesso deformarsi, il quale rappresenterà un vincolo cinematico. In seguito, le due *part*, sono state assemblate insieme, lasciando un piccolo intercapedine tra le due (vedi Figura 5.2 a).

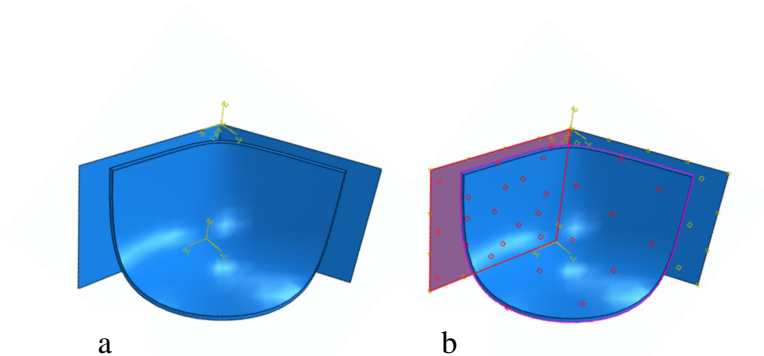


Figura 5. 2 (a) Immagine delle due *part* create in Abaqus ed assemblate; (b) Esempio di iterazione tra le due entità.

5.3 Interazione

Per realizzare un modello fedele è stato necessario creare delle interazioni tra la protesi vera e propria e un'altra entità. Infatti per simulare la chiusura valvolare è stato necessario creare un piano di appoggio che simulasse lo scorrimento del foglietto sugli altri foglietti.

5.3.1 Modellizzazione dell'interazione tra lembi valvolari tramite algoritmi di contatto

La modellazione della prova statica sperimentale non poteva prescindere dalla definizione di un piano rigido posto nella parte inferiore, con cui il foglietto doveva entrare in contatto. Per realizzare queste richieste il software Abaqus mette a disposizione dell'utente la definizione di un particolare tipo di interazioni, definite appunto di contatto, molto utili per rafforzare i vincoli tra corpi che durante l'analisi devono essere accostati. L'introduzione di un contatto tra due parti richiede di specificare alcune condizioni, ossia:

- definire, su ciascuna delle due parti interagenti, quali sono le zone che potenzialmente possono entrare in contatto;
- specificare quali sono le superfici interagenti;
- definire la superficie "master" e la superficie "slave";
- definire il modello meccanico che governa il comportamento delle superfici a contatto.

La superficie master è quella su cui viene modellato il contatto dell'altra parte e in Abaqus una superficie analitica rigida deve obbligatoriamente agire come master (vedi Figura 5.2 b). Come già detto nel paragrafo 5.2 le due parti impiegate in questo studio sono una deformabile (la protesi) e una rigida (il piano), quindi l'assegnazione dei ruoli di superfici *master* e *slave*, benché già di per sé piuttosto ovvia, è forzata dalle imposizioni del software. Il tipo di interazione di contatto scelta è *surface-to-surface*, che si distingue dal tipo *node-to-surface* per la maggiore accuratezza nei risultati. Questo avviene perché la discretizzazione considera la forma delle due superfici slave e master e impone ai nodi di resistere alla compenetrazione in senso medio, ossia su regioni finite del modello. In questo modo si evita l'imposizione delle condizioni in punti discreti e di conseguenza un'eccessiva (e numericamente errata) concentrazione degli sforzi sui nodi, con dei risultati notevolmente più omogenei, ottenuti senza bisogno di raffinare molto la mesh. In pratica sono consentite delle compenetrazioni di alcuni nodi, ma non si avranno mai delle eccessive penetrazioni di nodi master nella superficie slave. L'analisi con contatti di tipo *surface-to-surface* richiede un tempo più lungo rispetto ad un contatto *node-to-surface*, ma questa penalizzazione è compensata dalla possibilità di utilizzare un minor numero di

elementi finiti a parità di accuratezza nei risultati. Comunque l'allungamento nei tempi di analisi si sente soprattutto se la superficie master ha una mesh più raffinata, sono coinvolti più elementi nel contatto oppure si assegna all'interazione una larga parte del modello, ma questo non è il caso del presente studio.

Il programma consente anche di scegliere il tipo di scivolamento, che può essere piccolo (small sliding) o finito (finite sliding): in questa analisi si è scelta la seconda opzione. Per quanto riguarda il modello meccanico che governa il mutuo comportamento delle superfici sono state lasciate le impostazioni standard di Abaqus, che prevede assenza di attrito tangenziale e un comportamento di tipo "hard contact" sulla componente normale. Infine è stato imposto un aggiustamento iniziale tra le superfici, che vada a rimuovere eventuali compenetrazioni o deformazioni quando si è ancora in assenza di carico.

5.4 Vincoli e condizioni al contorno

La scelta dei vincoli è stata fatta cercando di riprodurre le reali condizioni al contorno che una valvola protesica si troverebbe di fronte, una volta impiantata. I vincoli imposti non vengono mutati per tutte le simulazioni presentate. Si possono distinguere tre aree in cui sono stati imposti vincoli (vedi Figura 5.3 a):

- Commisurale zone
- Free edge
- Piano rigido

Nella commisure zone sono stati imposti due vincoli chiamati BC-1 e common-up rispettivamente imposta il blocco delle traslazioni lungo x, y e z del bordo adiacente allo stent del foglietto e impedisce spostamenti radiali all'area laterale di piccolo spessore adiacente allo stent. Nella free edge sono state selezionate le due estremità alte, e a queste estremità si è impedito di fare spostamenti lungo la coordinata z del sistema di riferimento cilindrico, mettendo un vincolo chiamato top.

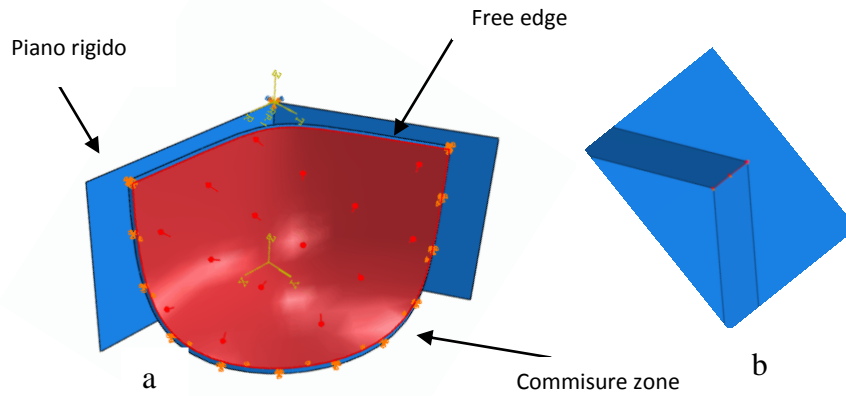


Figura 5.3 (a) Aree in cui sono stati imposti i vincoli e il carico pressorio; (b) Particolare dell'estremità alta della zona free edge.

Il piano rigido con cui il foglietto va in contatto rappresenta il vincolo cinematico. Il piano rappresenta lo scorrimento tra foglietti valvolari. Inoltre in modo da fissare la struttura completa nello spazio si è imposto a un punto sul piano, chiamato rp , un vincolo di incastro.

5.4.1 Pressione sulla superficie

La condizione di carico più gravosa per una valvola cardiaca è quella di chiusura. Inoltre se la valvola è impiegata in posizione mitralica è soggetta ai picchi massimi di pressione trans valvolare dovuti alle prime fasi di contrazione cardiaca. In condizioni di intensa attività cardiaca la pressione trans valvolare mitralica può raggiungere picchi di 180 mmHg. Per descrivere questa condizione di carico si impone una pressione di 180 mmHg sulle facce concave e 0 mmHg nelle facce convessa.

5.5 Scelta degli elementi e realizzazione della mesh

La scelta degli elementi che meglio possono descrivere il componente e la realizzazione di una griglia di calcolo il più possibile uniforme sono elementi essenziali per la buona riuscita di un'analisi numerica ad elementi finiti. Una scelta oculata permette di ottenere risultati attendibili, senza appesantire eccessivamente i calcoli della simulazione.

5.5.1 Elementi utilizzati

Per la modellazione della protesi sono stati utilizzati elementi di tipo C3D8H. Di seguito viene spiegato il significato di questa sigla e le ragioni che hanno portato ad una tale scelta. La parte della sigla C3D si riferisce alla famiglia di elementi utilizzati che sta ad indicare elementi di tipo continuo solido tridimensionali, i quali risultano i più adatti per fare analisi lineari e analisi non lineari più complicate coinvolgendo contatto, plasticità e grandi deformazioni. Con 8 si indica il numero di nodi con cui è costituito l'elemento. Infine la lettera H si riferisce alla formulazione ibrida. Gli elementi ibridi sono usati per trattare il comportamento del materiale incomprimibile e quasi incomprimibile. Per realizzare un modello che fosse il più simile possibile alla simulazione sperimentale si è resa necessaria l'imposizione di un'interazione di contatto con un piano rigido, il quale è stato modellato con elementi di tipo diverso dalla protesi, denominati R3D4. La sigla definisce elementi di tipo rigido, tridimensionali, a quattro nodi.

Gli elementi rigidi sono utilizzati sempre e solo per modellare corpi definiti a loro volta rigidi, ossia corpi associati ad un nodo di riferimento, il quale governa il moto dell'intera parte. Le posizioni relative dei nodi in un oggetto modellato in questo modo rimangono dunque costanti, non si hanno cioè deformazioni, ma solo spostamenti. Questa famiglia di elementi risulta particolarmente adatta per realizzare interazioni di contatto oppure vincoli, rendendo i calcoli dell'elaborazione più rapidi, poiché vengono eseguiti solo su un nodo con sei gradi di libertà (tre traslazioni e tre rotazioni rigide).

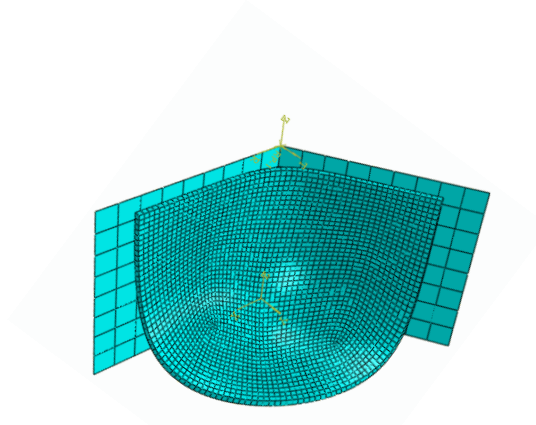


Figura 5.4 Discretizzazione del volume solido e del piano rigido

5.5.2 Discretizzazione del volume solido

La mesh si ottiene andando a discretizzare la struttura geometrica, suddividendo il corpo del foglietto e il piano di simmetria in nodi e in elementi (vedi Figura 5.4). I risultati ottenuti dai solutori numerici dipendono strettamente dalla discretizzazione

La definizione di mesh di buona qualità risulta essenziale per l'ottenimento di risultati affidabili da parte del solutore. Così in base al numero di nodi, e al numero di elementi, si possono ottenere differenze nei risultati conseguiti dal risolutore con il rischio di commettere errori.

Al fine di stabilire se i calcoli fossero accurati anche con una rete di nodi meno fitta (e di conseguenza, ovviamente, meno gravosa dal punto di vista dell'elaborazione numerica) si è fatta un'analisi di sensitività. L'analisi consiste nell' incrementare il numero degli elementi e andare a verificare :

- Media degli sforzi massimi principali
- Media delle deformazioni principale massima reale

I parametri confrontati (vedi grafico 5.1) sono stati ottenuti da simulazioni fatte nel caso in cui il foglietto è costituito da materiale polimerico isotropo, inserendo nel modello Mooney-Rivlin i parametri trovati nel Capitolo IV dal fitting con i dati sperimentali:

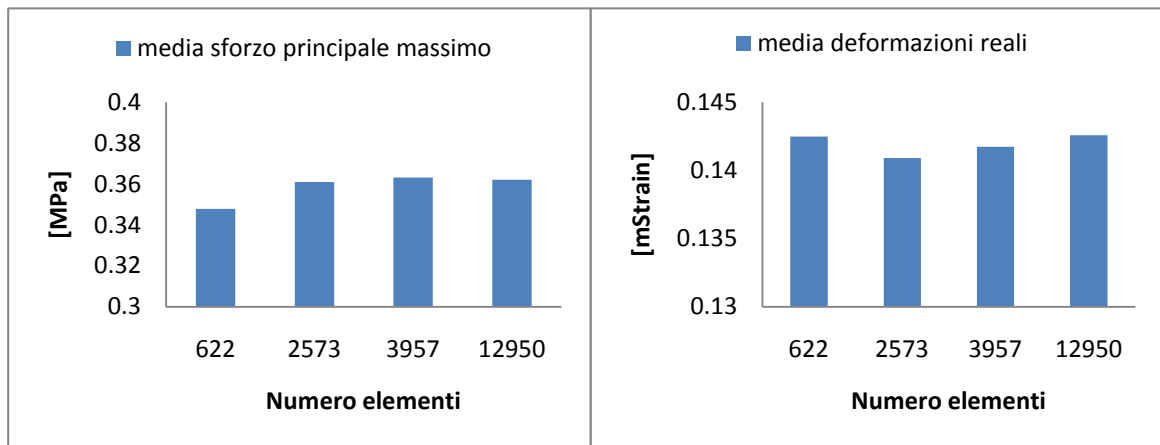


Grafico 5.1 (a) Variazione della media degli sforzi massimi principali in funzione del numero di elementi; (b) Variazione della media delle deformazioni reali massime principali in funzione del numero di elementi;

Si è deciso di valutare gli scostamenti percentuali sia della media degli sforzi che della media delle deformazioni al variare del numero di elementi. Lo scostamento percentuale è calcolato facendo la differenza tra lo sforzo ottenuto con una mesh di tot elementi e lo sforzo calcolato con un mesh a più elementi, diviso per quest'ultimo sforzo e infine tutto calcolato per 100. Per la mesh con 2573 elementi si osserva uno scostamento della media dello sforzo di 3.76% rispetto alla mesh di 622 elementi; per la mesh di 3957 elementi lo scostamento rispetto alla mesh di 2573 elementi è di 0.62%; e diminuisce ancora per la mesh di 12950 elementi con un valori di 0.31% rispetto alla mesh con 3957 elementi. Riguardo le deformazioni si hanno scostamenti inferiori al 1%. Questi risultati mi permettono di scegliere una mesh con un numero di elementi di 2573 elementi in modo da garantire un'alta affidabilità dei risultati, senza appesantire l'elaborazione numerica. Per quanto riguarda il piano rigido, non si ricercavano valori particolari di sforzo o spostamento, in quanto doveva funzionare solo come vincolo di contatto, per cui a mesh di questa parte è stata realizzata molto semplicemente utilizzando 8 elementi per lato.

Nel Capitolo seguente i risultati procurati e confrontati sono stati ottenuti a parità di mesh.

5.6 Caratteristiche del materiale e direzione delle fibre

Sistemata la geometria, le condizioni al contorno e la mesh bisogna assegnare alla struttura le caratteristiche del materiale con cui è costituito, e inserire la direzione per l'eventuale presenza di fibre nel caso si voglia trattare il materiale come materiale anisotropo. Sono state realizzate simulazioni nel caso in cui il foglietto presenta caratteristiche isotrope del materiale sperimentale e nel caso in cui il foglietto presenta caratteristiche anisotrope esaminando gli effetti su due diversi spessori.

5.6.1 Assegnare il modello costitutivo alla struttura

Nel caso isotropo la procedura è analoga a quella presentata nel paragrafo 4.4. Si ricostruisce la simulazione attraverso l'interfaccia grafica e si sfruttano i modelli utilizzati nel caso isotropi già implementati e disponibili. Si è scelto di assegnare le caratteristiche del materiale isotropo sperimentale al foglietto con il modello costitutivo isotropo Mooney-Rivlin, inserendo opportunamente i parametri stimati (tabella 4.3), a secondo dello spessore del foglietto.

Nel caso anisotropo la procedura comporta la necessità di gestire anche l'orientazione del materiale. Abaqus versione 6.8 non consente di impostare da interfaccia grafica i parametri del modello costitutivo Holzapfel, ma è necessario aggiungere nel file di input il codice del modello (vedi appendice B).

5.6.2 Individuare la direzione di anisotropia per il legame costitutivo Holzapfel

Data la complessità della geometria differenziale del foglietto nel modello numerico la direzione delle fibre è stata messa in conto assegnando ad ogni elemento del foglietto una terna di riferimento locale. La terna di riferimento locale è ottenuta utilizzando in matlab il file `creaset.m`, già esistente (vedi appendice C). Tale codice implementa l'algoritmo che a partire dalle coordinate spaziali di una rete di punti situati sulla superficie del foglietto, contenuta in un file di testo generato dallo script di Rhinoceros (vedi paragrafo 5.1), e dalle coordinate dei centroidi degli elementi, calcolati dalle coordinate dei nodi contenuti nel file

di testo Nodi.txt e dal file Elementi.txt assegna ad ogni centroide una coppia di vettori. Si ottiene così una distribuzione di coppie di riferimento locale sul foglietto valvolare. La distribuzione di coppie di riferimento e l'elenco degli elementi corrispondenti sono raccolti in due file di testo rispettivamente : distribution-PER-ABAQUS.txt, elset-PER-ABAQUS.txt. I due file generati saranno inseriti nel file di input di Abaqus. A questo punto nel file di input si invoca una subroutine “*Orientation” che permette di indicare su quale dei vettori orientare la direzione delle fibre con cui il legame costitutivo lavora. Il terzo asse della terna locale è generata automaticamente dalla subroutine “*Orientation”. (dettagli in Appendice B e C). In figura 5.5 vengono mostrate le tre direzioni della terna locale ottenute.

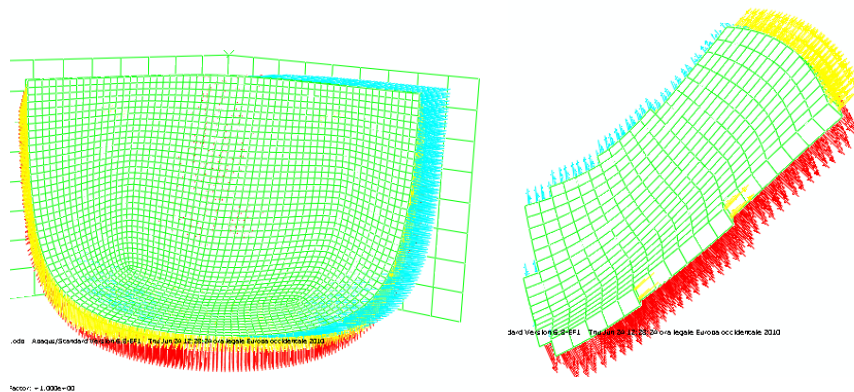


Figura 5.5 Distribuzione delle terne locali sul foglietto valvole e un particolare ingrandito del foglietto (in azzurro è la prima direzione, gialla è la seconda direzione, rossa è la terza direzione)

CAPITOLO VI

CONFRONTO E INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI

Dopo aver mostrato le prove sperimentali e i loro risultati ed aver descritto la realizzazione del modello numerico, in questo capitolo viene affrontato il confronto tra i risultati numerici ottenuti dal software Abaqus per le diverse configurazioni della geometria e del materiale nel foglietto valvolare.

Si è focalizzata l'attenzione soprattutto sugli effetti che la nuova orientazione genera sul foglietto valvolare nel caso di anisotropia.

6.1 Parametri valutati

Per un confronto univoco basato di parametri quantitativi si sono valutati gli andamenti dei seguenti parametri:

- Sforzo principale massimo globale(medio);
- Sforzo di Von Mises (medio);
- Deformazione reale massima principale globale (medio);

Lo sforzo principale medio e lo sforzo di Von Mises medio sono stati ottenuti calcolando rispettivamente le media su tutti gli elementi degli sforzi principali massimi e la media su tutti gli elementi degli sforzi di Von Mises del foglietto valvolare. Lo stesso criterio è stato adottato per ottenere la media delle deformazioni reali massime principali.

Per valutare gli effetti macroscopici sul foglietto valvolare sono stati poi studiati gli andamenti di parametri strutturali quali:

- l'area di contatto tra i foglietti valvolari che si forma durante il processo formativo del foglietto (vedi Figura 6.1 a);
- lo spostamento verticale limite (SVL) del foglietto valvolare, esso infatti è un indicatore del livello di scorrimento del foglietto valvolare per effetto del carico pressorio applicato (vedi Figura 6.1 b).

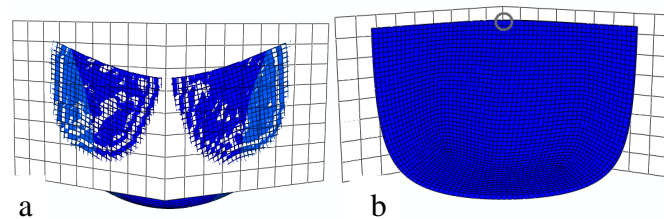


Figura 6.1 (a) Area di contatto che si genera a fine prova; (b) Punto basso cerchiato in grigio.

I parametri sono stati impiegati per la valutazione dell'effetto dello spessore su un foglietto valvolare con caratteristiche isotrope del materiale; dell'effetto dell'anisotropia del materiale quando lo spessore del foglietto viene mantenuto costante e il materiale isotropo; per valutare, infine, l'effetto di una nuova orientazione del materiale di cui è costituito il foglietto valvolare. La valutazione di questi aspetti è stata svolta a valle di specifiche analisi numeriche di seguito descritte.

6.2 Criterio di valutazione

Una proprietà essenziale delle protesi valvolari cardiache è la vita utile di esercizio. In particolare, le valvole cardiache operano ad una frequenza di circa 40 milioni di cicli l'anno (600 milioni di cicli nell'arco di 15 anni) (Pietrabissa 1996), per cui i danneggiamenti meccanici che possono insorgere sono dovuti ad una combinazione di fenomeni di fatica e di abrasioni meccaniche. Il disegno insieme alla tecnologia costruttiva costituiscono gli aspetti operativi che consentono la riduzione del rischio di danneggiamento a fatica del dispositivo: per esempio le abrasioni possono essere limitate nelle zone tipicamente

più critiche immergendo lo stent all'interno del materiale che costituisce i lembi, evitando così possibili movimenti relativi tra i due componenti. È essenziale, al fine di estendere la durata della valvola, limitare i fattori direttamente responsabili dei cedimenti strutturali, generalmente associati a meccanismi di fatica. Il cedimento strutturale può quindi essere ritardato controllando la distribuzione delle tensioni e la distribuzione delle deformazioni nel foglietto riducendo gli scorrimenti che si verificano durante il ciclo operativo.

Per studiare quale delle configurazioni del foglietto valvolare introdotte in questa tesi arrecassero degli vantaggi nel comportamento meccanico si è valutato lo scostamento dei parametri in termini percentuali rispetto al foglietto di spessore 0.35mm.

6.3 Valutazione effetto spessore su foglietto isotropo

Allo scopo di valutare l'effetto dello spessore sul foglietto sono state simulate due geometrie valvolari: la prima con spessore dei foglietti di 0.35mm e l'altra con spessore 0.45mm. Alle geometrie ottenute secondo la procedura descritta nel capitolo 5, sono stati assegnati i parametri scelti per il modello costitutivo Mooney-Rivlin (tabella 4.3).

A differenza di quanto osservato nella caratterizzazione e identificazione del comportamento meccanico del materiale impiegato, lo spessore valvolare gioca un ruolo strutturale importante. Infatti, dall'analisi degli istogrammi riportati nel grafico 6.1 si osserva che per il foglietto con spessore 0.45 mm la media degli sforzi massimi principali diminuisce del 23.10% (a), lo sforzo medio di Von Mises diminuisce del 22.14% (b), la media delle deformazioni principali diminuisce del 21.48% (c), SVL diminuisce 20.59% (d); l'area di contatto diminuisce del 10.06% (e).

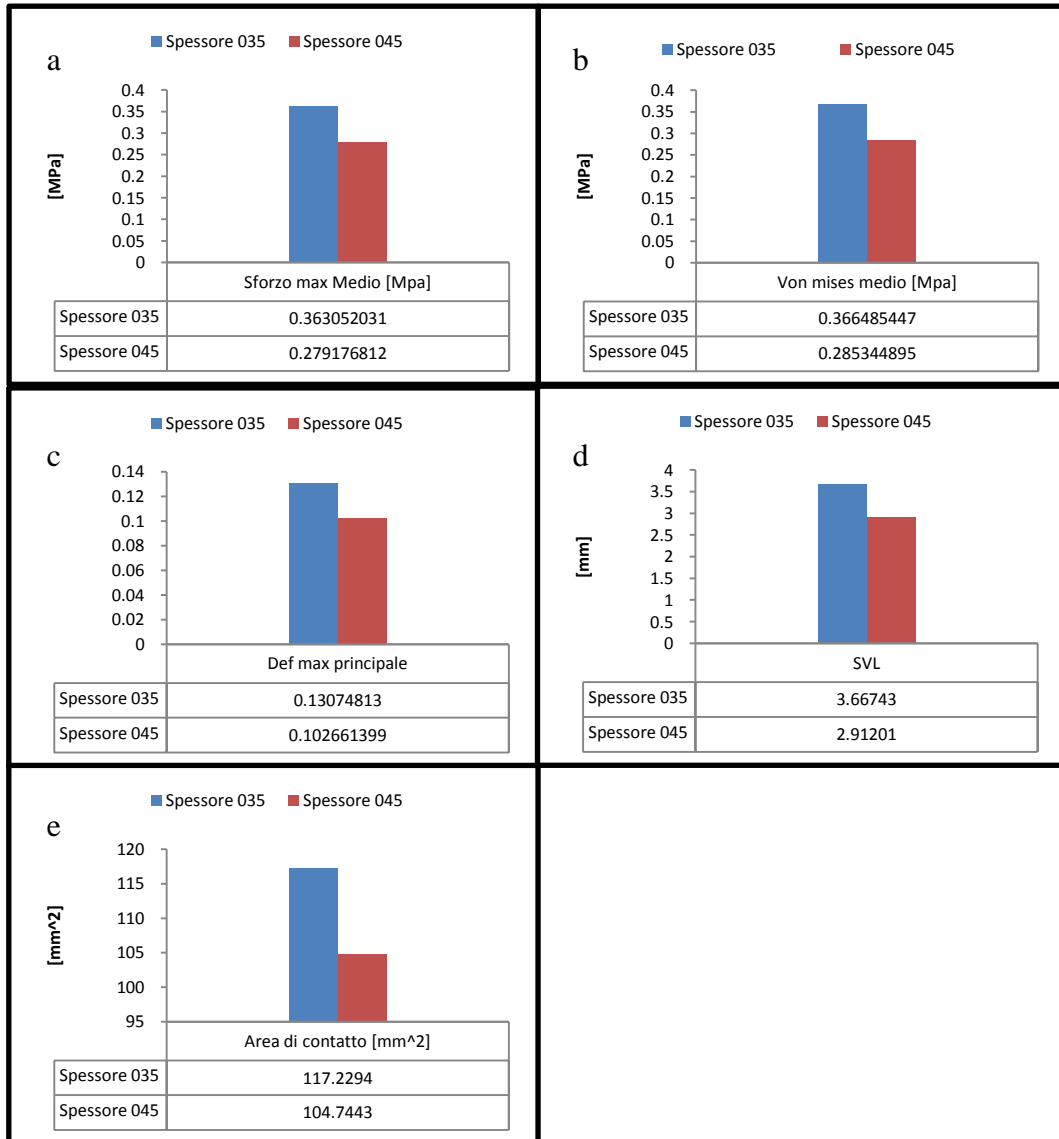


Grafico 6.1 Raccolta dei risultati nelle tabelle e gli istogrammi relativi.

La riduzione SVL indica un ridotto scorrimento del foglietto riducendo di conseguenza lo stato deformativo, avendo così valori dello degli sforzi in media più bassi. Dunque, come atteso, un foglietto più spesso è anche globalmente più rigido.

L'area di contatto è un indice di tenuta della chiusura valvolare e di flessibilità valvolare. Diminuendo si abbassa la tenuta del foglietto di spessore 0.45 mm rispetto al foglietto 0.35mm. Preso come indice di tenuta, questo abbassamento comporta una riduzione dell'efficienza della valvola rispetto al rigurgito. Si deve però osservare che i valori ottenuti, seppur significativi, non compromettono la stabilità del foglietto in chiusura, suggerendo una equivalenza delle due geometrie.

Dal punto di vista statico, è da preferire un foglietto più spesso. Tuttavia uno spessore eccessivo può rendere critica la fase dinamica di apertura e chiusura nonché la perdite di carico generata durante il ciclo cardiaco. I materiali fin qui presentati consentono, in linea teorica, di introdurre una nuova variabile di progetto: l'orientazione del materiale. Questa consentirebbe di ottenere con spessori ridotti le stesse prestazioni statiche di una valvola più spessa. In questa condizione risulta critica la definizione di una orientazione ottimale.

6.4 Valutare a parità di spessore un foglietto a diversa simmetria

La prima fase nella procedura di studio della risposta meccanica di un foglietto valvolare costituito da un materiale anisotropo non esistente, dove la direzione di anisotropia è orientata lungo il primo vettore della terna locale (vedi Figura 5.5), è legata alla identificazione dei parametri costitutivi del modello di materiale adottato. Nello specifico il modello costitutivo alla Holzapfel, qui studiato impone la valutazione di parametri ascrivibili alla risposta isotropa del materiale e a quella anisotropa (il materiale è incomprimibile).

6.4.1 Studio della sensibilità del modello Holzapfel

I parametri da individuare sono i seguenti:

- C_{10} : È il parametro che rappresenta la rigidità della matrice isotropa. L'unità di misura è [kPa].
- k_1, k_2 : Rappresentano l'anisotropia del materiale, interpretata come la presenza di una o più famiglie di fibre che rinforzano la matrice isotropa del materiale composito. k_1 si misura in [kPa], tenendo conto della rigidità delle fibre, mentre k_2 è un parametro adimensionale.

Il valore del parametro C_{10} è stato stimato andando a fittare la curva sforzo-deformazione reale del materiale sperimentale isotropo con il modello Neo-Hookean, affinché si resti comunque legati a un materiale con caratteristiche reali (vedi tabella 6.1). La scelta dei restanti parametri è stata ottenuta effettuando un'analisi di sensibilità del modello, in modo che i parametri scelti riproducessero una chiusura valvolare il più possibile fisiologica.

In particolare il range di variazione dei parametri anisotropi k_1 e k_2 è individuato sulla base della flessibilità della valvola che si traduce in una adeguata area di contatto e sulla base della rigidità: che si riflette sull'apertura valvolare.

Prova	C_{10}	k_1	k_2	k	D
1	0.32	0.1	0.01	0	0
2	0.32	0.1	1	0	0
3	0.32	0.15	0.015	0	0
4	<u>0.32</u>	<u>0.15</u>	<u>1.5</u>	<u>0</u>	<u>0</u>
5	0.32	0.2	0.02	0	0
6	0.32	0.2	2	0	0

Tabella 6.1 Valore dei parametri utilizzati nell'analisi di sensibilità

Sono stati riportati in tabella 6.1 i valori individuati e assegnati ai parametri. Nonostante si tratti di parametri costitutivi arbitrari, quindi non direttamente correlabili ad un materiale esistente, la logica adottata nella sequenza di scelte consente di identificare un grado di anisotropia desiderato in un ipotetico materiale di nuova generazione.

6.4.2 Risultati ottenuti e confronto con materiale isotropo

Per apprezzare le differenze in termini prestazionali della risposta strutturale di una valvola anisotropa si sono confrontati i risultati delle analisi numeriche con i dati ottenuti dalle analisi su foglietti isotropi. In particolare, per valutare il solo effetto dell'anisotropia nella risposta meccanica, i foglietti isotropi sono stati studiati applicando il modello Neo-Hookean con parametro isotropo identico al C10 del omologo modello di Holzapfel (vedi paragrafo 6.2).

Il confronto dei risultati (vedi grafico 6.2) permette di osservare che con il materiale anisotropo presenta:

- media degli sforzi massimi principali nel foglietto aumentata del 4.63%.(a)
- sforzo medio di Von Mises aumentato del 2.59%.(b)
- media delle deformazioni principali diminuito del 19.58%.(c)
- SVL diminuita del 24.74%.(d)
- l'area di contatto diminuisce del 5%. (e)

L'anisotropia introdotta comporta un contenimento dello stato di sforzo, una diminuzione dello scorrimento del foglietto valvolare, producendo una stato deformativo molto più basso. Secondo i criteri di valutazione la configurazione anisotropa riduce i rischi di cedimento perché riduce la sollecitazione massima nel foglietto nella fase chiusura, e inoltre consente di utilizzare un foglietto con spessore inferiore con conseguenti vantaggi in termini dinamici. L'area di contatto diminuisce, ma in maniera più contenuta rispetto al caso del foglietto valvolare di spessore 0.45 mm, di conseguenza si ha una riduzione più lieve della flessibilità. In conclusione con un materiale anisotropo opportunamente orientato si riesce a raggiungere prestazioni migliori in termini deformativi e di flessibilità con uno spessore di 0.35 mm.

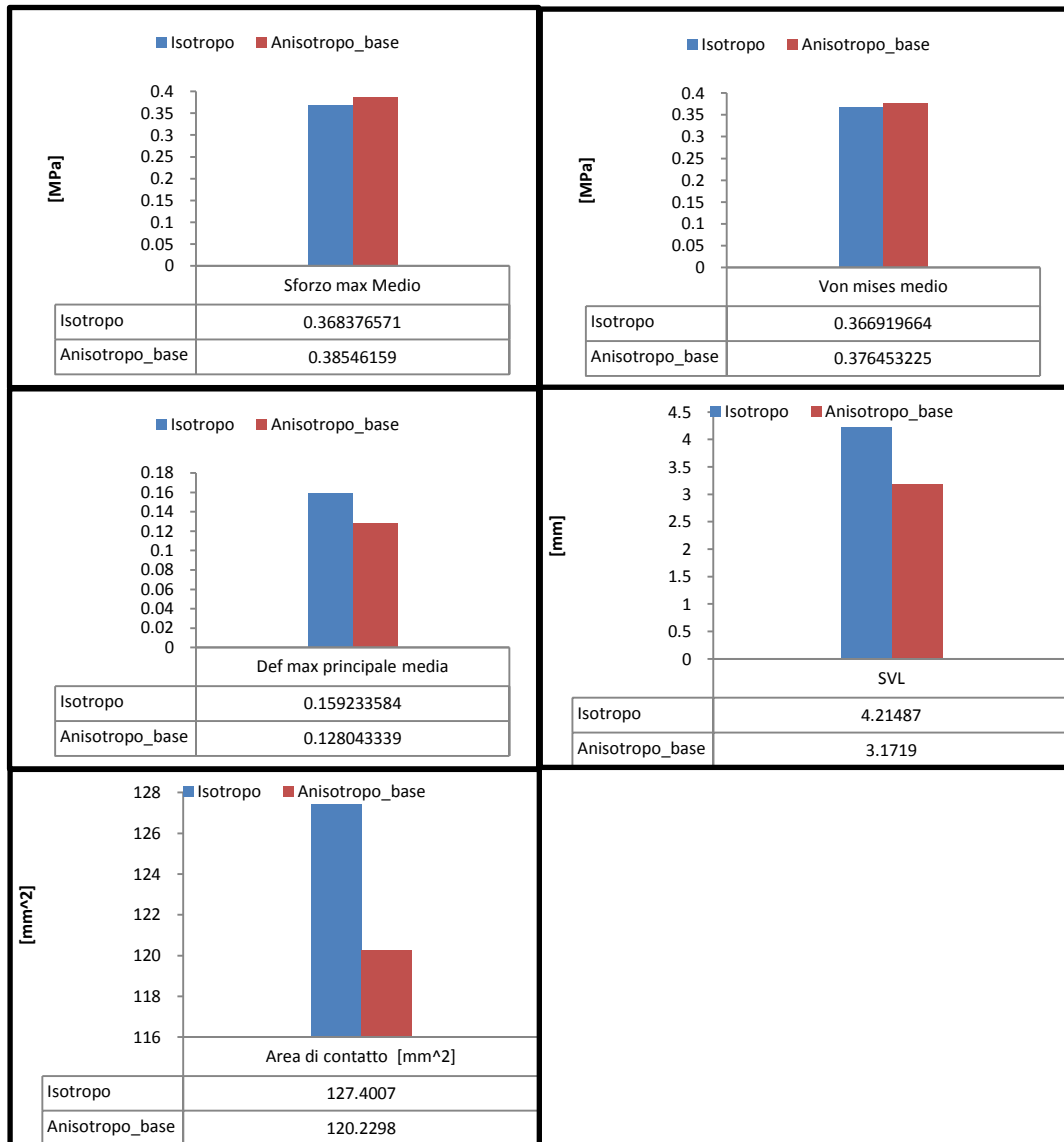


Grafico 6.2 Raccolta dei risultati nelle tabelle con i rispettivi istogrammi.

6.5 Ottimizzazione dell'orientazione del materiale

In via del tutto speculativa in questa fase del lavoro, ed in vista dei risultati incoraggianti ottenuti dall'introduzione di una semplice anisotropia del materiale, si è sviluppata una procedura che consentisse di ottimizzare l'orientamento del materiale all'interno del foglietto. In linea di principio, questa procedura consentirebbe di migliorare ulteriormente l'impiego del materiale nei foglietti valvolare migliorando di conseguenza le prestazioni del dispositivo. Il processo di ottimizzazione è stato basato sulla riduzione della deformazione principale reale media del foglietto.

6.6 Ottimizzazione dell'orientazione

In linea di principio per ottenere una riduzione della deformazione globale del foglietto è sufficiente orientare il materiale nella stessa direzione degli sforzi principali massimi. Infatti, fornendo maggiore rigidità nelle direzioni in cui il materiale è più sollecitato, all'equilibrio, lo spostamento risultante diminuisce per effetto della riduzione della deformazione principale associata.

6.6.1 Metodo

L'orientazione del materiale è ottenuta attraverso l'assegnazione di un vettore unitario opportunamente orientato nel foglietto valvolare servendosi di un set di sistemi di riferimento locali.

Per poter orientare la direzione delle fibre lungo una delle direzioni principali degli sforzi si è realizzato uno strumento capace di far ruotare la terna di assi locale (vedi paragrafo 5.6.2) di una certa quantità, tale da inseguire la direzione principale. Il metodo si basa sulla teoria degli angoli di Eulero (vedi Figura 6.2).

A partire da un sistema di riferimento locale (terna locale) si estraggono le direzioni principali dello sforzo per ogni elemento della mesh dal tensore di sforzo dell'elemento considerato. Le direzioni principali sono tre e formano anche loro una terna di assi cartesiani ortonormali che chiameremo *terna principale*. Per effetto del complesso stato di sollecitazione che il materiale subisce in ogni punto della valvola, lo stress principale

massimo non coincide con la direzione di orientazione del materiale: ne consegue che la terna principale, rispetto la terna locale di riferimento risulta ruotata di un angolo solido. Attraverso la teoria di Eulero si è quantificato di quanto la terna principale è ruotata rispetto alla terna locale.

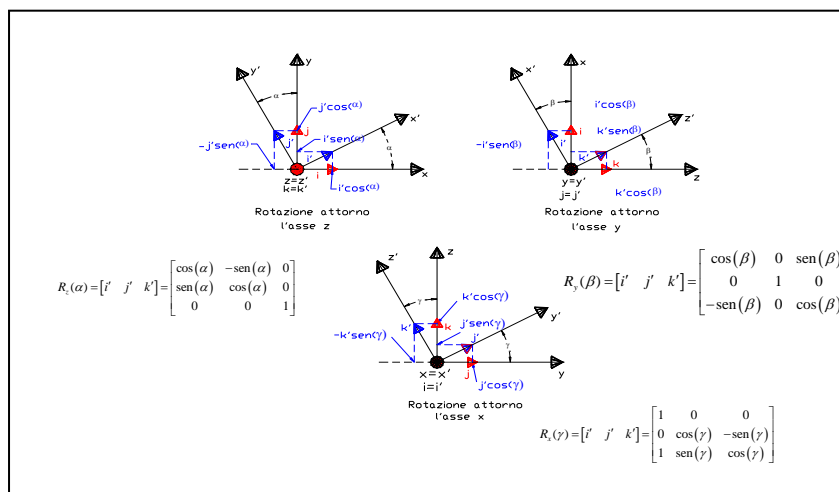


Figura 6.2 Formule utilizzate per stimare l’angolo di rotazione secondo la teoria di Eulero.

Per riorientare il materiale la terna locale di ogni elemento è stata fatta ruotare dell’angolo calcolato. Poiché si è imposta la planarità della distribuzione di orientazioni nel foglietto, la rotazione è stata applicata mantenendo immutata la direzione dell’asse normale alla superficie del foglietto in ogni elemento. A tal proposito è stato implementato l’algoritmo su MATLAB (OrientazioneAlIEI_ZeY_Sforzi.m) (dettagli appendice C). L’algoritmo processa in ingresso i dati di stress e le orientazioni del materiale prima dell’analisi e genera gli input necessari per assegnare le nuove orientazioni al foglietto per una nuova analisi in una logica iterativa.

Più precisamente, nel file di input di Abaqus con la subroutine “*Orientation” (vedi paragrafo 5.6.2) si individua la nuova orientazione alla quale il legame costitutivo Holzapfel fa riferimento. Poiché l’analisi è non lineare per valutare l’ottimizzazione è necessario procedere iterativamente: la procedura risulta completa quando mediamente le orientazioni locali vengono ruotate di valori di angolo solido inferiori ai 5°. In figura 6.3 è riportato un esempio di riorientazione.

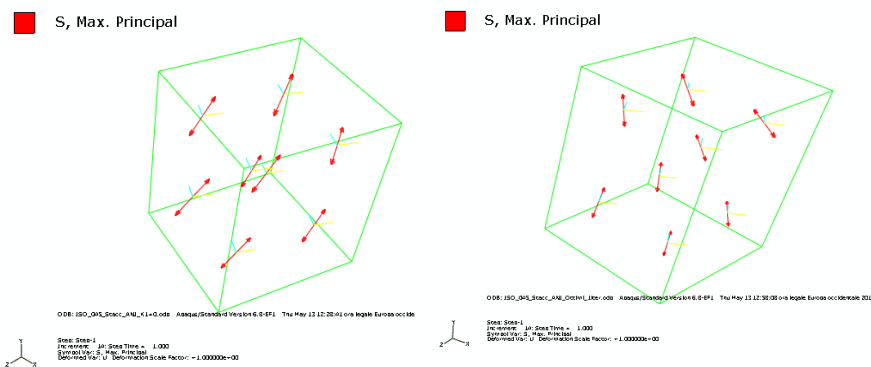


Figura 6.3 (a) Esempio di un elemento della mesh del foglietto dove si riporta i due vettori della terna locale (blu e giallo) e il vettore della direzione principale (Rosso) in configurazione non ruotata; (b) Elemento post ottimizzazione, dove si nota qualitativamente la sovrapposizione della direzione delle fibre (blu) e la direzione dello sforzo massimo principale (rosso).

La procedura iterativa prevede le seguenti fasi:

1. Prendere il tensori degli sforzi di ogni elemento della mesh del volume solido ;
2. importarli su matlab;
3. utilizzare il nuovo codice (OrientazioneAllEl_ZeY_Sforzi_2.m, dettagli in appendice C) che confronta la terna locale precedentemente ricalcolata con la nuova terna principale;
4. Se necessario ruotare di nuovo la direzione precedentemente calcolata e quindi assegnare, di nuovo, per ogni elemento le distribuzioni delle coordinate ricalcolate;
5. Generare di nuovo i file di testo (distribution-PER-ABAQUS.txt, elset-PER-ABAQUS.txt) e inserirli nel file di input da eseguire in Abaqus;
6. Ripetere la simulazione e ripartire dal punto 1.

Nel punto 4 si effettua un controllo attraverso un indice sulla bontà della sovrapposizione. L'indice stimato è la media μ delle rotazioni applicate ad ogni elemento. Se μ risulta essere prossima allo zero allora si può considerare la sovrapposizione accettabile, di conseguenza di rendere i risultati delle simulazioni affidabili. Inoltre nell'implementazione dell'algoritmo è presente un filtro capace di far ruotare solo le direzioni locale che sono scostate dalla direzione principale di un angolo maggiore di 5° , sempre nel filtro è stato

inserito un contatore che mi permette di valutare il numero di elementi ruotati al variare del numero di interazione(vedi grafico 6.3).

Inoltre sono stati riportati anche graficamente, per una valutazione qualitativa il valore dell'angolo di rotazione della direzione locale per ogni elemento; una distribuzione gaussiana secondo tipica formulazione:

$$p = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)} * \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right) \quad (6.1)$$

Dove μ è la media e σ la deviazione standard.

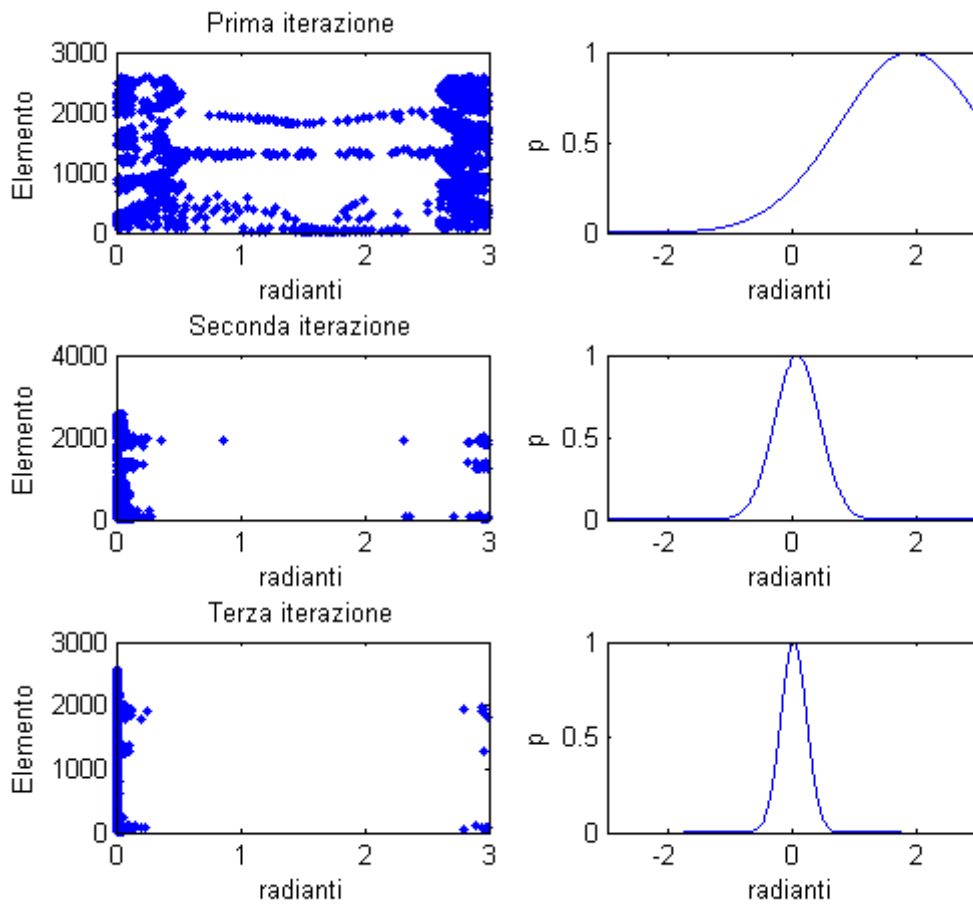


Figura 6.4 A sinistra è plottato l'angolo di rotazione per ogni elemento e a destra la distribuzione p . Entrambi per ogni iterazione.

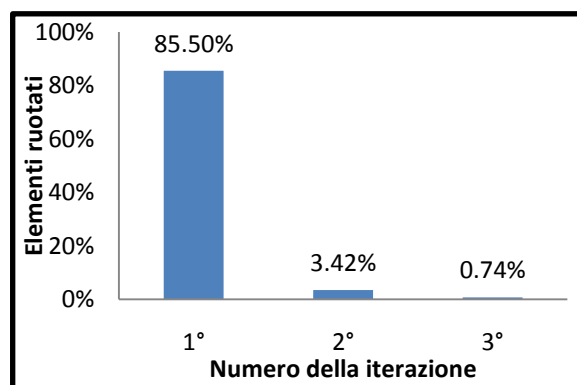


Grafico 6.3 Numero di elementi ruotati a secondo dell'iterazione.

	Prima iterazione	Seconda iterazione	Terza iterazione
μ [rad]	1.9	0.0814	0.0234
elementi ruotati [%]	85.5	3.24	0.74

Tabella 6.2 Dati raccolti in tabella

Dai risultati raccolti in tabella 6.2 si osserva come già dalla seconda iterazione il valore di μ si porta molto vicino allo zero con un valore 0.0814 rad. Ciò significa che mentre nella prima iterazione le direzioni di ogni elemento non coincidevano per nulla con le direzioni principale (si noti la distribuzione nella Figura 6.4 prima iterazione), a partire dalla seconda iterazione si ha già una buona sovrapposizione. Anche il numero degli elementi in cui è stata ruotata la direzione locale è sceso significativamente a 3.24%.

I risultati permettono di considerare ottimale la distribuzione delle nuove direzioni dell'orientazione a partire già dalla seconda iterazione. A tal proposito non occorreranno ulteriori iterazioni oltre la seconda, e questa scelta sarà applicata a tutte le simulazioni con cui si vuole valutare la nuova orientazione.

6.7 Valutazione di una nuova orientazione nel materiale anisotropo

Ai fini di valutare come la nuova orientazione dell'anisotropia del materiale si è fatto un confronto tra un foglietto con anisotropia originale e un foglietto con la nuova anisotropia a parità di spessore. Lo spessore in questione è 0.35 mm.

Dalla figura 6.5 si può notare la sovrapposizione qualitativa tra la direzione delle fibre e la direzione dello sforzo massimo principale.

La differenza dei risultati sono dovuti alle diverse simmetrie del materiale. Dai risultati (vedi grafico 6.4) si osserva che per il foglietto con materiale anisotropo ottimizzato:

- La media degli sforzi massimi principali nel foglietto diminuisce del 0.39%.(a)
- Lo sforzo medio di Von Mises aumenta del 0.31%.(b)
- La media delle deformazioni principali diminuisce del 10.39%.(c)
- SVL diminuisce del 9%.(d)
- L'area di contatto aumenta del 1.65%. (e)

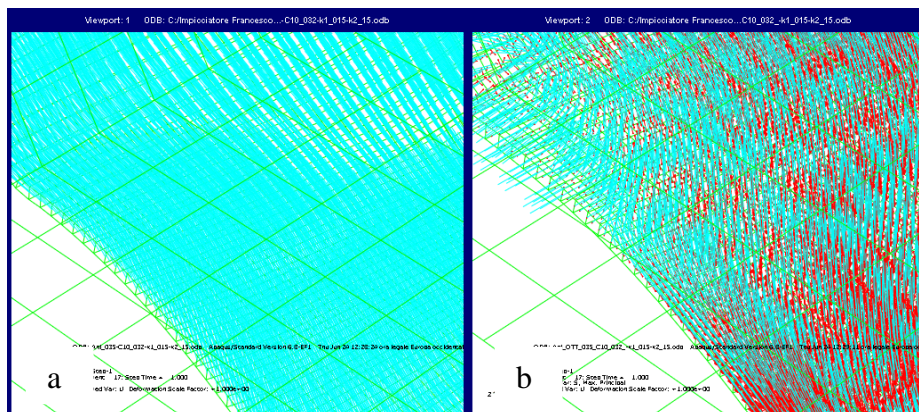


Figura 6.5 (a) orientazione originale delle fibre; (b) Sovrapposizione della nuova orientazione con la direzione principale in rosso.

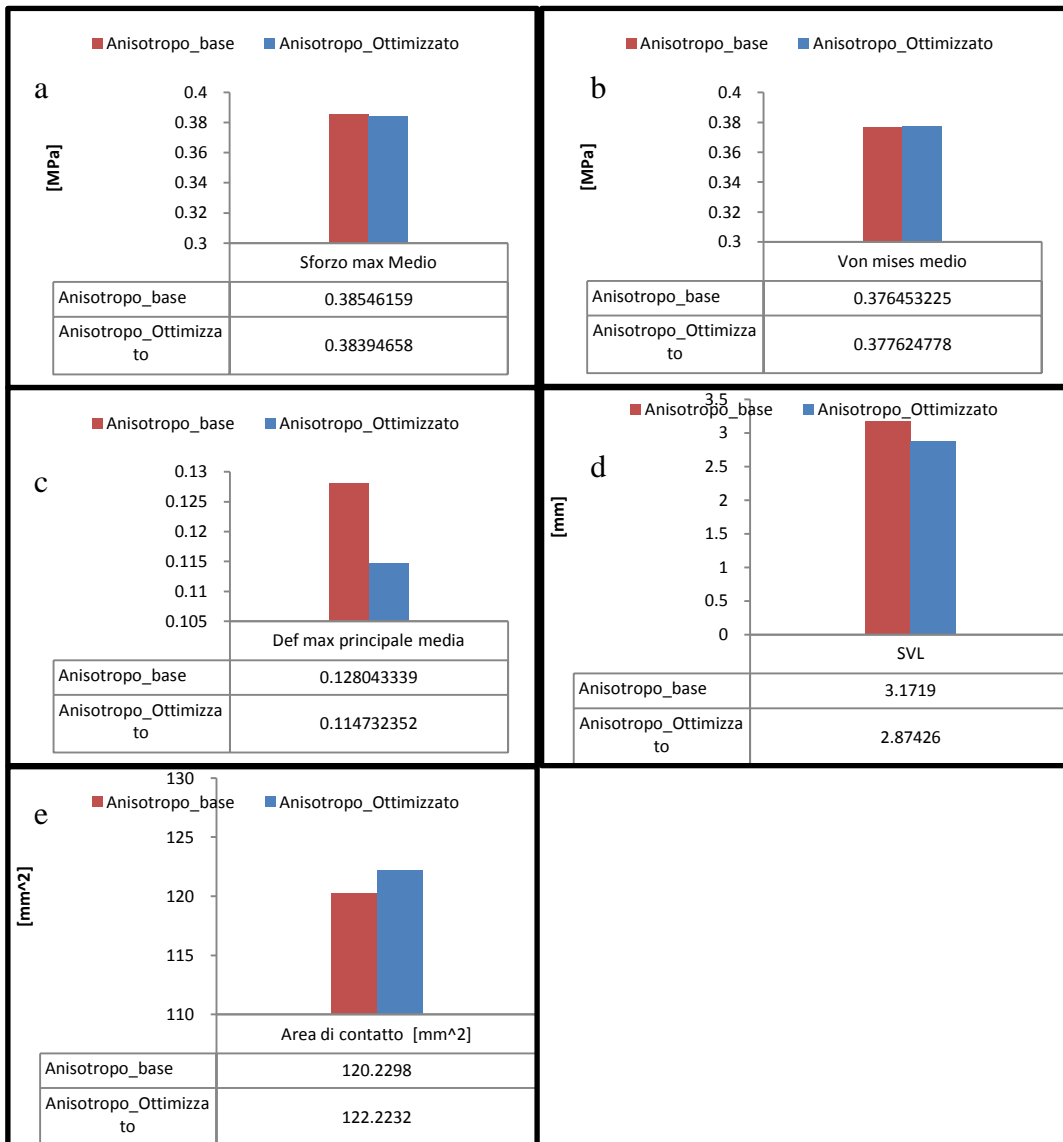


Grafico 6.4 Raccolta dei risultati nelle tabelle con i rispettivi istogrammi

Osservando i risultati si nota immediatamente come lo stato di sforzo non varia, restando pressoché identico secondo i parametri considerati. Lo scorrimento del foglietto diminuisce del 9%, che secondo del criterio di valutazione, si può concludere che tale configurazione riduce il rischio di cedimento aumentando la vita utile.

E' importante notare come la media delle deformazione reale diminuisce, favorendo così una migliore prestazione in termini di stato de formativo. Inoltre pur deformandosi di meno si riesce ad avere un area di contatto migliore aumentando nuovamente la flessibilità del foglietto del 1,6% rispetto al foglietto di materiale anisotropo con orientazione originale.

CAPITOLO VII

CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE E SVILUPPI FUTURI

In questo studio è stata studiata l'ottimizzazione dell'orientazione di un materiale polimerico per applicazioni di valvole protesiche Biomorfe, basato sull'applicazione di metodi numerici agli elementi finiti. I criteri obiettivo scelti hanno mirato ad una riduzione della deformazione globale del foglietto al fine di garantire una durata utile più longeva. Dai risultati ottenuti si può affermare che l'ottimizzazione dell'orientazione nel foglietto valvolare garantisce uno stato di sforzo invariato, una riduzione dello scorrimento e dello stato deformativo favorendo così una prestazione più vantaggiosa rispetto al foglietto di materiale anisotropo con orientazione originale. Inoltre pur deformandosi di meno si riesce ad avere un area di contatto migliore aumentando nuovamente la flessibilità del foglietto. In linea di principio secondo il criterio di valutazione, si può concludere che tale configurazione può ridurre il rischio di cedimento aumentando la vita utile del dispositivo. Tuttavia lo studio è stato condotto solo in termini numerici speculando sul legame costitutivo alla Holzapfel, che, anche se rappresenta un ottimo strumento per lo studio dell'effetto di una anisotropia del tipo "tissue", non è adatto a descrivere la risposta meccanica del materiale anisotropo esaminato sperimentalmente. In particolare il range di variazione dei parametri anisotropi k_1 e k_2 è individuato sulla base della flessibilità della valvola, che si traduce in una adeguata area di contatto, e sulla base della rigidità, che si riflette sull'apertura valvolare, e non sulle effettive proprietà di un materiale polimerico sperimentale.

Lo studio rivela il potenziale di sviluppo ancora disponibile nella progettazione di valvole cardiache, e le opportunità di forme di anisotropia e analisi offerte dai metodi numerici.

Per quanto concerne gli sviluppi futuri bisogna migliorare il modello costitutivo alla Holzapfel allo scopo di riuscire a rappresentare la complessità del materiale sperimentale analizzato e non solo. Un suggerimento potrebbe essere quello di sostituire la formulazione matematica della componente isotropa della energia potenziale di deformazione del legame costitutivo con una relazione matematica polinomiale di ordine superiore. Un esempio potrebbe essere la sostituzione della componente isotropa del modello Holzapfel con la formulazione matematica del modello Mooney-Rivlin.

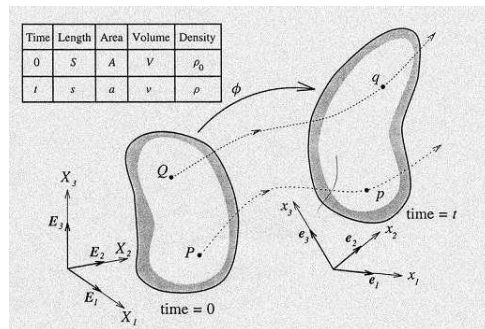
Inoltre si potrebbe valutare le prestazioni dell'orientazione ottimizzata sul foglietto variando la geometria dello stesso. In particolare si possono effettuare diverse prove in cui si mantengono fisse le caratteristiche del materiale anisotropo ottimizzato e si varia lo spessore del foglietto. A tal proposito, sfruttando l'orientazione ottimizzata, si potrebbe stabilire fino a che punto si può ridurre lo spessore del foglietto senza aumentare il rischio di cedimento, in modo da migliorare la fase dinamica di apertura e chiusura nonché la perdite di carico generata durante il ciclo cardiaco.

APPENDICE

APPENDICE A

Analisi Strutturale in regime di grandi deformazioni:

Cinematica di un atto di moto



App_Figura1 Cinematica di un corpo deformabile in regime di grandi deformazioni

Come illustrato in figura ci sono due configurazioni del corpo occupante un volume inizialmente V_0 :

Sia Ω_0 la *configurazione di riferimento* del mezzo in cui il punto P ha coordinate $\bar{\mathbf{X}}$.

Il mezzo subisca un processo deformativo che lo porti, al tempo t , in una configurazione $\Omega(t)$: il punto P si troverà ora in una posizione p , di coordinate $\bar{\mathbf{x}}$ rispetto allo stesso riferimento, entrambe su di un piano euclideo.

Il vettore $\bar{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{x}}(\bar{\mathbf{X}}, t)$ è detto *traiettoria* del punto $P(\bar{\mathbf{X}})$. Il vettore:

$$\bar{\mathbf{u}}(\bar{\mathbf{X}}, t) = \bar{\mathbf{x}}(\bar{\mathbf{X}}, t) - \bar{\mathbf{X}} \quad (3.1)$$

definisce lo *spostamento* del punto nella transizione $\Omega_0 \rightarrow \Omega$. L'ipotesi fondamentale, detta di *congruenza*, assume che il cambiamento di configurazione avvenga senza lacerazioni o compenetrazioni di materiale. Ciò richiede che le componenti del vettore spostamento siano funzione continue e ad un solo valore di $\bar{\mathbf{X}}$.

Si definiscono ora le relazioni cinematiche relative ad un *atto di moto* a partire dalla configurazione corrente $\Omega(t)$. Si consideri in Ω un punto $P_0(\bar{\mathbf{X}}_0)$ che in $\Omega(t)$ si è trasformato in $p_0(\bar{\mathbf{x}}_0)$ seguendo la traiettoria $\bar{\mathbf{x}}_0 = \bar{\mathbf{x}}_0(\bar{\mathbf{X}}_0, t)$. Per congruenza, un punto $P(\bar{\mathbf{X}})$ originariamente nell'intorno di $P_0(\bar{\mathbf{X}} - \bar{\mathbf{X}}_0 = d\bar{\mathbf{X}})$ si trasforma in $p(\bar{\mathbf{x}})$ sempre nell'intorno $p_0(\bar{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{x}}_0 = d\bar{\mathbf{x}})$.

Dove:

$$d\bar{\mathbf{x}} = \begin{Bmatrix} dx_1 \\ dx_2 \\ dx_3 \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

$$d\bar{\mathbf{X}} = \begin{Bmatrix} dX_1 \\ dX_2 \\ dX_3 \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

Sia $\bar{\mathbf{v}}_0(\bar{\mathbf{x}}_0, t) = \frac{\partial \bar{\mathbf{x}}_0}{\partial t} = \partial \bar{\mathbf{s}}_0 / \partial t$ la velocità di \mathbf{p}_0 nell'atto di moto da $\Omega(t)$ e $d\bar{\mathbf{v}}$ la velocità relativa di \mathbf{p} rispetto a \mathbf{p}_0 . la velocità di \mathbf{p} è allora $\bar{\mathbf{v}} = \bar{\mathbf{v}}_0 + d\bar{\mathbf{v}}$, dove:

$$d\bar{\mathbf{v}} = \bar{\bar{\mathbf{L}}} \cdot d\bar{\mathbf{x}} \text{ con } \bar{\bar{\mathbf{L}}} = \frac{\partial \bar{\mathbf{v}}}{\partial \bar{\mathbf{x}}} \quad (3.4)$$

Il tensore del secondo ordine $\bar{\bar{\mathbf{L}}}$ è detto *gradiente di velocità*. Esso può essere espresso come somma delle sue parti emisimmetrica ($\bar{\bar{\mathbf{L}}} = \bar{\bar{\mathbf{Y}}} + \bar{\bar{\mathbf{D}}}$) con

$$\bar{\bar{\mathbf{Y}}} = \frac{1}{2}(\bar{\bar{\mathbf{L}}} - \bar{\bar{\mathbf{L}}}^T), \bar{\bar{\mathbf{D}}} = \frac{1}{2}(\bar{\bar{\mathbf{L}}} + \bar{\bar{\mathbf{L}}}^T) = \nabla^s \bar{\mathbf{v}} \quad (3.5)$$

essendo $\nabla^s \alpha$ un simbolo abbreviato per indicare la parte simmetrica del gradiente del tensore α . La velocità del punto \mathbf{p} allora si scrive :

$$\bar{\mathbf{v}} = \bar{\mathbf{v}}_0 + \bar{\bar{\mathbf{Y}}} \cdot d\bar{\mathbf{x}} + \bar{\bar{\mathbf{D}}} \cdot d\bar{\mathbf{x}} \quad (3.6)$$

La (3.6) distingue, nell'atto di moto, il contributo della traslazione rigida $\bar{\mathbf{v}}_0$ dell'intorno, quella della sua rotazione rigida $\bar{\bar{\mathbf{Y}}} \cdot d\bar{\mathbf{x}}$ e la sua parte puramente deformativa $\bar{\bar{\mathbf{D}}} \cdot d\bar{\mathbf{x}}$. $\bar{\bar{\mathbf{Y}}}$ è noto come velocità di rotazione o spin, mentre $\bar{\bar{\mathbf{D}}}$ prende il nome di velocità di deformazione o *stretching*.

Il principio delle potenze virtuali

Si consideri un mezzo continuo in una configurazione Ω , soggetto alle forze di volume e di superficie $\rho \mathbf{b}$ e \mathbf{f} . Si definisce atto di moto *virtuale* da Ω una qualunque distribuzione di velocità $\hat{\mathbf{v}}$ da cui sia derivabile attraverso la seconda delle (3.5) un tensore velocità di deformazione $\bar{\bar{\mathbf{D}}} = \nabla^s \hat{\mathbf{v}}$. Si può dimostrare che imporre l'uguaglianza:

$$\int_V \rho \mathbf{b} \cdot \hat{\mathbf{v}} dV + \int_S \mathbf{f} \cdot \hat{\mathbf{v}} dS = \int_V \text{tr}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \bar{\bar{\mathbf{D}}}) dV \quad (3.7)$$

Per tutti i possibili atti di moto virtuali da Ω equivale ad imporre le condizioni di equilibrio in Ω . Il primo membro della (3.7) rappresenta la potenza virtuale esterna, mentre il secondo, definisce la potenza virtuale interna.

Il principio non sottintende alcun rapporto causa-effetto tra le quantità statistiche in Ω e l'atto di moto da Ω , ne è in alcun modo condizionato dalla natura del materiale di cui il pezzo è costituito. Esso coinvolge unicamente la struttura matematica degli operatori che governano gli ambiti statici e cinematici, stabilendone la coerenza formale.

Deformazioni finite

Sia la traiettoria che lo spostamento dei punti, tra cui sussiste la relazione (3.1), descrivono completamente il cambiamento di configurazione $\Omega_0 \rightarrow \Omega$. Con riferimento alla posizione iniziale $\bar{\mathbf{X}}$ (approccio lagrangiano) di un punto, si scrive :

$$\bar{\mathbf{x}}(\bar{\mathbf{X}}, t) = \bar{\mathbf{X}} + \bar{\mathbf{u}}(\bar{\mathbf{X}}, t) \quad (3.8)$$

Un vettore $d\bar{\mathbf{x}}$ che congiunge due punti a distanza infinitesima in Ω_0 si trasformerà nel vettore $d\bar{\mathbf{x}}$ in Ω . La trasformazione è governata dalla relazione

$$d\bar{\mathbf{x}} = \bar{\bar{\mathbf{F}}} \cdot d\bar{\mathbf{X}} \quad \text{con} \quad \bar{\bar{\mathbf{F}}} = \frac{\partial \bar{\mathbf{x}}}{\partial \bar{\mathbf{X}}} = \bar{\bar{\mathbf{I}}} + \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial \bar{\mathbf{X}}} \quad (3.9)$$

Essendo $\bar{\bar{\mathbf{I}}}$ il tensore identità del secondo ordine. Il tensore doppio $\bar{\bar{\mathbf{F}}}$ è noto come *gradiente di deformazione*. Indicando con lettere maiuscole le coordinate del punto Ω_0 e con minuscole quelle in Ω , la sua espressione scritta in un piano cartesiano ortogonale:

$$\bar{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}_1}{\partial \mathbf{X}_1} & \frac{\partial \mathbf{x}_1}{\partial \mathbf{X}_2} & \frac{\partial \mathbf{x}_1}{\partial \mathbf{X}_3} \\ \frac{\partial \mathbf{x}_2}{\partial \mathbf{X}_1} & \frac{\partial \mathbf{x}_2}{\partial \mathbf{X}_2} & \frac{\partial \mathbf{x}_2}{\partial \mathbf{X}_3} \\ \frac{\partial \mathbf{x}_3}{\partial \mathbf{X}_1} & \frac{\partial \mathbf{x}_3}{\partial \mathbf{X}_2} & \frac{\partial \mathbf{x}_3}{\partial \mathbf{X}_3} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Si consideri ora una configurazione intermedia nella transizione $\Omega_0 \rightarrow \Omega$, in cui il vettore $d\bar{\mathbf{x}}$ si è trasformato in $d\bar{\xi}$. Si può allora scrivere successivamente $d\bar{\xi} = \bar{\mathbf{F}}_1 \cdot d\bar{\mathbf{X}}$ e $d\bar{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{F}}_2 \cdot d\bar{\xi}$ da cui consegue $d\bar{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{F}}_2 \cdot \bar{\mathbf{F}}_1 d\bar{\mathbf{X}}$. E' quindi $\bar{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{F}}_2 \cdot \bar{\mathbf{F}}_1$: il gradiente di deformazione totale si ottiene come il prodotto dei contributi delle transizioni intermedie, presi nell'ordine inverso.

Nella transizione, $d\bar{\mathbf{X}}$ può cambiare sia il modulo che la direzione. Il secondo effetto è in genere dovuto sia a deformazione che a rotazione rigida. Utilizzando il teorema di decomposizione polare, è possibile separare i due contributi scrivendo:

$$\bar{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{R}} \cdot \bar{\mathbf{U}} = \bar{\mathbf{V}} \cdot \bar{\mathbf{R}} \quad (3.11)$$

Dove $\bar{\mathbf{R}}$ è un tensore ortonormale ($\bar{\mathbf{R}}^{-1} = \bar{\mathbf{R}}^T$) che governa la rotazione rigida e $\bar{\mathbf{U}}$ e $\bar{\mathbf{V}}$ sono due tensori, simmetrici e definiti positivi, che misurano la parte puramente deformativa, noti come tensori di *stretch*, rispettivamente destro e sinistro. Per quanto sopra affermato, la prima espressione assume che l'intorno venga prima deformato senza rotazione ($\bar{\mathbf{F}}_1 = \bar{\mathbf{U}}$) e successivamente ruotato ($\bar{\mathbf{F}}_2 = \bar{\mathbf{R}}$), mentre la seconda presuppone la sequenza inversa. Pur rappresentando lo stesso stato deformativo, i due tensori sono tra loro diversi a causa della rotazione del riferimento (incidentalmente, integrando il tensore di stretching $\bar{\mathbf{D}}$ in assenza di spin, si ottiene il tensore $\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{ln}(\bar{\mathbf{U}})$, a volte utilizzato come misura di deformazione).

Misure che non presuppongono una particolare sequenza tra deformazioni e rotazioni vengono definite considerando che, dette rispettivamente $dU = |d\bar{\mathbf{X}}|$ e $du = |d\bar{\mathbf{x}}|$ le lunghezze iniziale e corrente di una fibra, l'intorno di un punto subisce al più un moto rigido se è $du = dU$ per tutte leal suo intorno. Si pone allora :

$$(du)^2 = d\bar{\mathbf{X}} \cdot \bar{\mathbf{C}} \cdot d\bar{\mathbf{X}}^T - (dU)^2 = 2d\bar{\mathbf{X}} \cdot \bar{\mathbf{E}} \cdot d\bar{\mathbf{X}}^T \quad (3.12)$$

Dove $\bar{\mathbf{C}}$ e $\bar{\mathbf{E}}$ sono le misure di deformazione Lagrangiana cercate (di fatto equivalenti).

Essendo $(dU)^2 = d\bar{\mathbf{X}} \cdot d\bar{\mathbf{X}}^T$, $(du)^2 = d\bar{\mathbf{x}} \cdot d\bar{\mathbf{x}}^T$ e ricordando la (3.12) si ottiene immediatamente:

$$\bar{\mathbf{C}} = \bar{\mathbf{F}}^T \cdot \bar{\mathbf{F}} = (\bar{\mathbf{F}}^T \cdot \bar{\mathbf{F}} - \bar{\mathbf{I}}) = \frac{1}{2} (\bar{\mathbf{C}} - \bar{\mathbf{I}}) \quad (3.13)$$

Sono questi i due tensori (simmetrici) di deformazione destro di Green e di Lagrange. Si noti come in assenza di deformazione, si abbia $\bar{\mathbf{C}} = \bar{\mathbf{I}}$ e $\bar{\mathbf{E}} = \mathbf{0}$.

Come per ogni tensore simmetrico, il tensore $\bar{\mathbf{E}}$ (e anche il tensore $\bar{\mathbf{C}}$) ammette un riferimento triortogonale nel quale assume forma diagonale, precisamente

$$\begin{bmatrix} E_I & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E_{II} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & E_{III} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

I valori E_α , con $\alpha = I, II, III$, e gli assi di questo riferimento privilegiato sono noti come deformazioni e direzioni *principali*. Le deformazioni principali, che sono quantità indipendenti dal riferimento rispetto al quale $\bar{\mathbf{E}}$ è stato originariamente definito, sono quindi *invarianti* dello stato deformativo. Ulteriori invarianti scalari sono forniti dalle seguenti espressioni compatte:

$$I_E = \text{tr}(\bar{\mathbf{E}}) = \frac{1}{2} (I_E^2 - \bar{\mathbf{E}} : \bar{\mathbf{E}}) \quad III_E = \det(\bar{\mathbf{E}}) \quad (3.15)$$

Che esplicitate diventano

$$\mathbf{I}_E = \mathbf{E}_{xx} + \mathbf{E}_{yy} + \mathbf{E}_{zz} = \mathbf{E}_I + \mathbf{E}_{II} + \mathbf{E}_{III} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{II}_E &= \mathbf{E}_{xx}\mathbf{E}_{yy} + \mathbf{E}_{yy}\mathbf{E}_{zz} + \mathbf{E}_{zz}\mathbf{E}_{xx} - \mathbf{E}_{xy}\mathbf{E}_{xy} + \mathbf{E}_{yz}\mathbf{E}_{zy} + \mathbf{E}_{zx}\mathbf{E}_{xz} = \\ &= \mathbf{E}_I\mathbf{E}_{II} + \mathbf{E}_{II}\mathbf{E}_{III} + \mathbf{E}_{III}\mathbf{E}_I \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\mathbf{III}_E = \mathbf{E}_I\mathbf{E}_{II}\mathbf{E}_{III} \quad (3.18)$$

Noti, rispettivamente, come invarianti lineare, quadratico e cubico (in generale, l'indice identifica il tensore cui gli invarianti si riferiscono). Informazioni deformative di interesse ingegneristico possono essere ricavate a partire da questi tensori.

La (3.16) e la seconda delle (3.9) permettono di esprimere le componenti dei tensori di deformazione in termini delle derivate degli spostamenti.

Ad esempio, in un riferimento cartesiano ortogonale (O;X;Y;Z) si ottiene, per le componenti di $\bar{\bar{\mathbf{E}}}$:

$$\mathbf{E}_{xx} = \frac{\partial \mathbf{u}_x}{\partial \mathbf{X}} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{u}_x}{\partial \mathbf{X}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{u}_y}{\partial \mathbf{X}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{u}_z}{\partial \mathbf{X}} \right)^2 \right] \quad (3.19)$$

$$\mathbf{E}_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{u}_x}{\partial \mathbf{Y}} + \frac{\partial \mathbf{u}_y}{\partial \mathbf{X}} \right) + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \mathbf{u}_x}{\partial \mathbf{X}} \frac{\partial \mathbf{u}_x}{\partial \mathbf{Y}} + \frac{\partial \mathbf{u}_y}{\partial \mathbf{X}} \frac{\partial \mathbf{u}_y}{\partial \mathbf{Y}} + \frac{\partial \mathbf{u}_z}{\partial \mathbf{X}} \frac{\partial \mathbf{u}_z}{\partial \mathbf{Y}} \right] \quad (3.20)$$

Se le derivate degli spostamenti sono piccole rispetto all'unità, i termini in parentesi quadra possono essere trascurati, fornendo così l'espressione normalmente impiegata in presenza di *piccole deformazioni* (l'ipotesi in realtà richiede che anche le rotazioni sono piccole).

In materiali molto deformabili, tuttavia, la linearizzazione del legame non è legittima.

Misura di deformazione Euleriana si ottengono in modo analogo. L'ipotesi di congruenza assicura che la trasformazione $\bar{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{x}}(\bar{\mathbf{X}})$ è invertibile. E' quindi possibile scrivere, in luogo della (3.8):

$$\bar{\mathbf{X}}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{t}) = \bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{u}}(\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{t}) \quad (3.21)$$

$$d\bar{\mathbf{X}} = \bar{\bar{\mathbf{F}}}^{-1} d\bar{\mathbf{x}} \text{ con } \bar{\bar{\mathbf{F}}}^{-1} = \frac{\partial \bar{\mathbf{X}}}{\partial \bar{\mathbf{x}}} = \bar{\mathbf{I}} - \frac{\partial \bar{\mathbf{s}}}{\partial \bar{\mathbf{x}}} \quad (3.22)$$

La (3.19) definisce la posizione iniziale del punto materiale che correntemente (dal tempo \mathbf{t}) occupa la posizione $\bar{\mathbf{x}}$. Il gradiente di deformazione Euleriano (3.22) è il tensore inverso dell'analoga misura Lagrangiana ($\bar{\bar{\mathbf{F}}}^{-1} \cdot \bar{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{I}}$). Procedendo come nel caso precedente, si ottengono i tensori:

$$\bar{\bar{\mathbf{c}}} = \bar{\bar{\mathbf{F}}}^{-1T} \cdot \bar{\bar{\mathbf{F}}}^{-1} \bar{\mathbf{e}} = \frac{1}{2} \left(\bar{\mathbf{I}} - \bar{\bar{\mathbf{F}}}^{-1T} \cdot \bar{\bar{\mathbf{F}}}^{-1} \right) = \frac{1}{2} (\bar{\mathbf{I}} - \bar{\mathbf{C}}) \quad (3.23)$$

Tali che $(d\mathbf{u})^2 = d\bar{\mathbf{x}} \cdot \bar{\bar{\mathbf{c}}} \cdot d\bar{\mathbf{x}}^T$ e $(d\mathbf{u})^2 - (d\mathbf{U})^2 = 2d\bar{\mathbf{x}} \cdot \bar{\bar{\mathbf{e}}} \cdot d\bar{\mathbf{x}}^T$.

Il tensore $\bar{\bar{\mathbf{e}}}$, che rappresenta la misura Euleriana di deformazione finita più usata, è noto come tensore di Almansi.

Misure statiche coniugate Stato di sforzo:

Alle misure cinematiche precedenti è necessario associare grandezze statiche con esse coerenti. Il problema è evidente con riferimento all'approccio Lagrangiano, in quanto le quantità statiche introdotte in precedenza, sono riferite alla configurazione corrente ed hanno quindi natura Euleriana.

In presenza di grandi deformazioni si devono introdurre due nuovi tensori degli sforzi per lo studio dei materiali. Il tensore primo di Piola-Kirchhoff $\bar{\bar{\mathbf{T}}}^{1pk}$ e il secondo tensore di Piola-Kirchhoff $\bar{\bar{\mathbf{T}}}^{2pk}$.

Nell'equazione di moto dello sforzo:

$$\rho \ddot{\mathbf{x}} = \nabla \cdot \bar{\mathbf{T}} + \rho \bar{\mathbf{d}} \quad (3.24)$$

dove $\bar{\mathbf{T}}$ è il tensore degli sforzi di cauchy, ρ è la densità, $\bar{\mathbf{d}}$ è una forza x unità di massa e $\rho \mathbf{x}$ sono le forze inerziali. Il $\bar{\mathbf{T}}$ è riferito al riferimento di coordinate spaziali corrente, misurato rispetto all'area corrente. Nelle prove meccaniche il termine "true stress" viene utilizzato per identificare lo sforzo calcolato rispetto all'area corrente piuttosto che l'area iniziale.

Nel campo delle grandi deformazioni a seconda del riferimento si hanno due sforzi calcolati diversi, cosa che non accadeva nel campo delle piccole deformazioni poiché l'area finale coincideva con quella iniziale, approssimativamente.

E' stata considerata la totalità delle forze che agisce sul corpo al fine ditrovare un legame tra gli sforzi che agiscono nelle due diverse configurazioni. Infatti la totalità delle forze esterne che agisce sul corpo è la stessa in entrambe le configurazioni. Perciò:

$$\mathbf{f} = \int_{\partial_0} \bar{\mathbf{T}}^{1pk} d\mathbf{A} = \int_{\partial_0} \bar{\mathbf{T}} d\mathbf{a} \quad (3.25)$$

Dove: $\bar{\mathbf{T}}^{1pk}$ e $d\mathbf{A}$ sono lo sforzo e l'elemento di area differenziale nella configurazione iniziale, $\bar{\mathbf{T}}$ e $d\mathbf{a}$ sono lo sforzo e l'elemento di area differenziale nella configurazione deformata.

Facendo uso della relazione di Nanson, che lega le due aree infinitesime :

$$\bar{\mathbf{F}}^T d\bar{\mathbf{a}} = J d\bar{\mathbf{A}} \quad (3.26)$$

Sostituendo all' interno della f, si ottiene:

$$\int_{\partial_0} \bar{\mathbf{T}}^{1pk} d\mathbf{A} = \int_{\partial_0} J \bar{\mathbf{T}} \bar{\mathbf{F}}^{-1T} d\mathbf{A} \quad (3.27)$$

Tensore primo di Piola-Kirchhoff:

$$\bar{\mathbf{T}}^{1pk} = J \bar{\mathbf{T}} \bar{\mathbf{F}}^{-1T} \quad (3.28)$$

Tensore doppio di Cauchy:

$$\bar{\mathbf{T}} = \frac{1}{J} \bar{\mathbf{T}}^{1pk} \bar{\mathbf{F}}^T \quad (3.29)$$

L'equazione di moto dello sforzo adesso può essere riderivata rispetto alle coordinate del materiale, e in termini del primo tensore Piola-Kirchhoff:

$$\rho \ddot{\mathbf{x}} = \nabla \cdot \bar{\mathbf{T}}^{1pk} + \rho_R \bar{\mathbf{d}} \quad (3.30)$$

dove ρ_R è la densità del corpo in configurazione iniziale, la divergenza è espressa in coordinate materiali, non più in coordinate spaziali. Il risultato $\bar{\mathbf{T}}^{1pk} \bar{\mathbf{F}}^T = \bar{\mathbf{F}} \bar{\mathbf{T}}^{1pk}$ mostra che il tensore Piola-kirchhoff non è simmetrico. Allo scopo di avere una misura dello sforzo riferita alla configurazione iniziale che sia anche simmetrica ci si riferisce al secondo tensore Piola-kirchhoff $\bar{\mathbf{T}}^{2pk}$:

$$\bar{\mathbf{T}}^{2pk} \triangleq \bar{\mathbf{F}}^{-1} \bar{\mathbf{T}}^{1pk} = J \bar{\mathbf{F}}^{-1} \bar{\mathbf{T}} \bar{\mathbf{F}}^{-1T} \quad (3.31)$$

Il tensore secondoPiola-Kirchhoff è stato introdotto per la sua comodità nella trattazione matematica. Esso rappresenta tuttavia, una definizione di sforzo puramente formale, di non facile interpretazione, al quale è difficile dare un significato fisico.

Modello anisotropo:

Forma del potenziale dell'energia di deformazione di Fung:

$$W = \frac{c}{2} (\exp(Q) - 1) + \frac{1}{D} \left(\frac{(J^{el})^2 - 1}{2} - \ln J^{el} \right) \quad (3.32)$$

Dove:

W: Energia di deformazione per unità di volume;

D: un parametro del materiale dipendente dalla temperatura;

J^{el} : frazione del volume: $J^{el} = \frac{J}{J^{th}}$.

APPENDICE B

Filtro lineare a media mobile:

Terzo ciclo del provino isotropo PI_015		
Spostamento [mm]	Forza [N] sporca da rumore	Forza [N] ripulita da media mobile
0.018	0.012	-0.0195
0.117	-0.025	-0.0206
0.218	-0.036	-0.02233
0.317	-0.029	-0.02313
0.417	-0.02	-0.0229
0.517	-0.027	-0.0266
0.618	-0.031	-0.026
0.717	-0.024	-0.0235
0.817	-0.029	-0.0223
0.918	-0.018	-0.0206
1.018	-0.015	-0.0183
1.117	-0.018	-0.0153
1.217	-0.012	-0.0121
1.317	-0.014	-0.0088
1.418	-0.007	-0.0049
1.518	0.002	-0.0006
1.617	0.002	0.0033
1.717	0.006	0.0068
1.817	0.014	0.0131
1.918	0.019	0.0175
2.017	0.021	0.0219

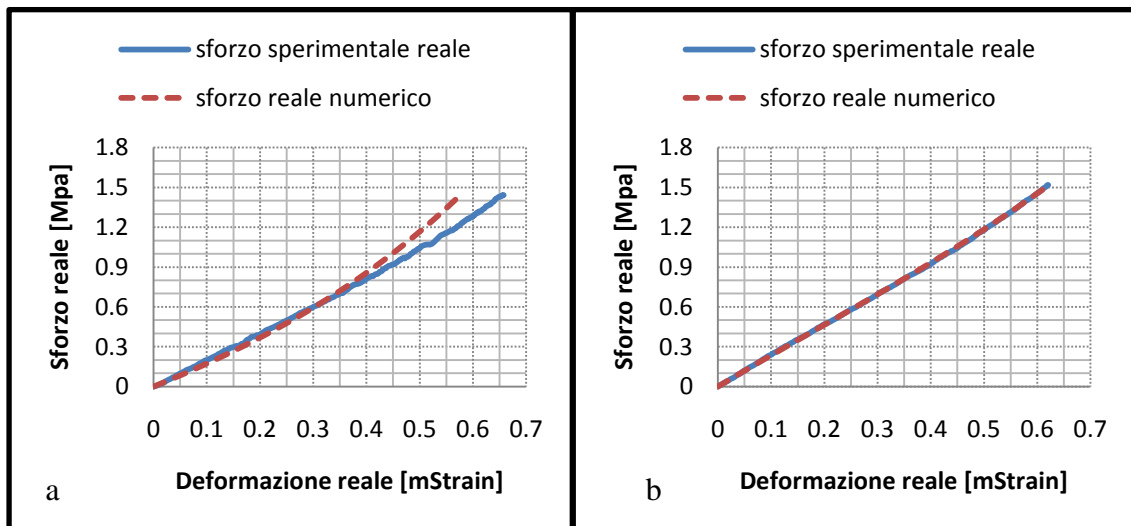
I risultati di tutti i provini isotropi:

PROVINI ISOTROPI:

- **PI_015**

Provino	Neo-Hookean	Mooney-Rivlin		D
	C10	C10	C01	
PI_015	0.2595	0.107	0.228	0

Parametri stimati PI_015



PI_015 :Modello Neo-Hookean (a) e il modello Mooney-Rivlin (b)

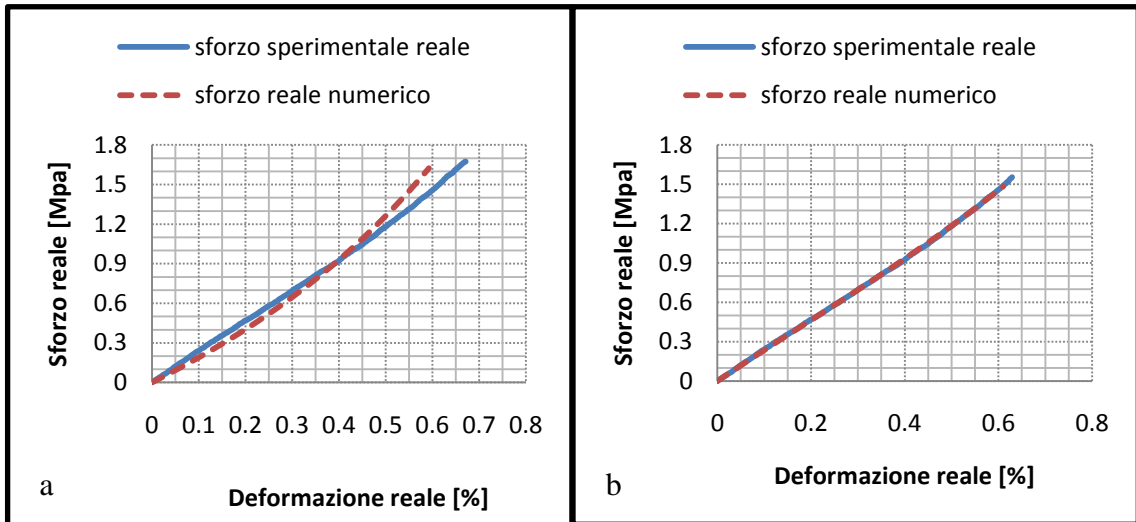
PI_015	Errore quadratico medio			
	Modello	$I_{err20\%}$	$I_{err40\%}$	$I_{err80\%}$
Neo-Hookean		0.088162567	0.017814464	1.457769119
Mooney-Rivlin		0.000363657	0.000194225	0.00011177

Errori quadratici medi commessi dopo il confronto tra i dati sperimentali e dati numerici

• PI_024

Provino	Neo-Hookean	Mooney-Rivlin		D
	C10	C10	C01	
PI_024	0.2869	0.0938	0.3073	0

Parametri stimati PI_024



PI_024 :Modello Neo-Hookean (a) e il modello Mooney-Rivlin (b)

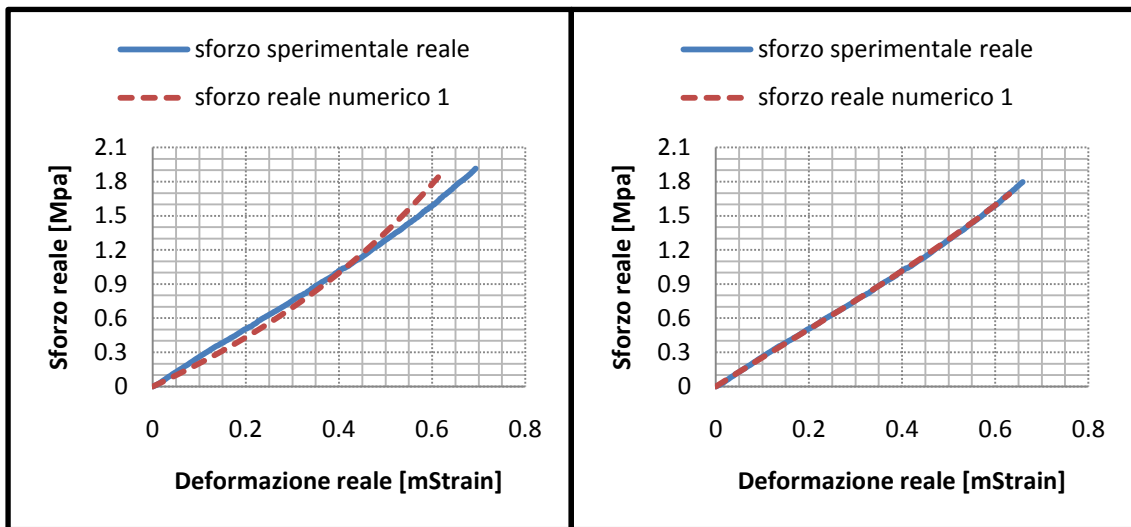
PI_024	Errore quadratico medio		
Modello	$I_{err20\%}$	$I_{err40\%}$	$I_{err80\%}$
Neo-Hookean	0.376483044	0.097467425	0.726106164
Mooney-Rivlin	0.001484928	0.00212951	0.002156723

Errori quadratici medi commessi dopo il confronto tra i dati sperimentali e dati numerici

- PI_035

Provino	Neo-Hookean	Mooney-Rivlin		D
	C10	C10	C01	
PI_035	0.321	0.1106	0.3217	0

Parametri stimati PI_035



PI_035 :Modello Neo-Hookean (a) e il modello Mooney-Rivlin (b)

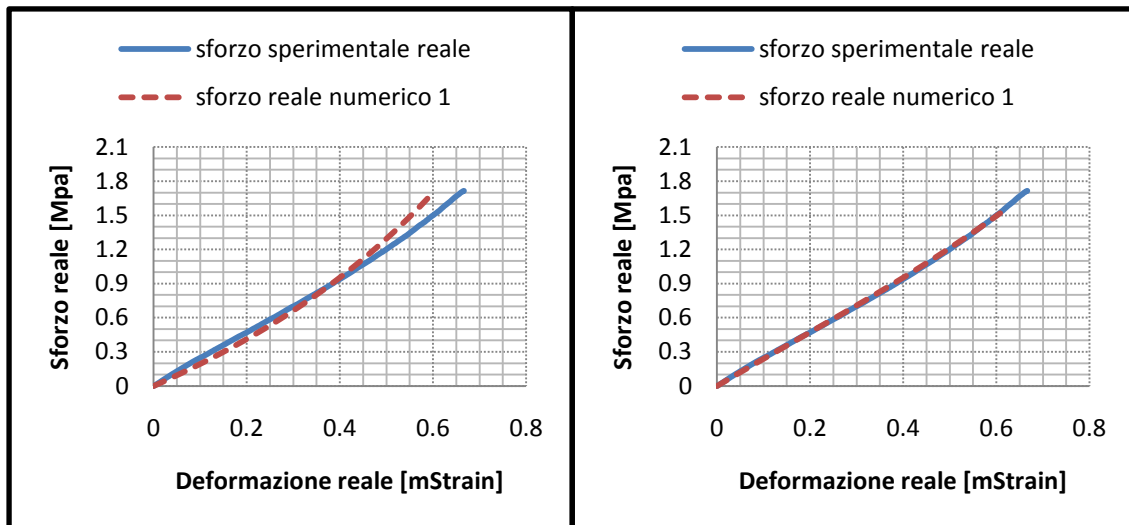
PI_035	Errore quadratico medio		
Modello	$I_{err20\%}$	$I_{err40\%}$	$I_{err80\%}$
Neo-Hookean	0.723816913	0.348834533	0.217222253
Mooney-Rivlin	0.038170946	0.03242069	0.181390679

Errori quadratici medi commessi dopo il confronto tra i dati sperimentali e dati numerici

• **PI_060**

Provino	Neo-Hookean	Mooney-Rivlin		D
	C10	C10	C01	
PI_060	0.3063	0.1037	0.3017	0

Parametri stimati PI_060



PI_035 :Modello Neo-Hookean (a) e il modello Mooney-Rivlin (b)

PI_060	Errore quadratico medio			
	Modello	$I_{err20\%}$	$I_{err40\%}$	$I_{err80\%}$
	Neo-Hookean	0.367448942	0.05182275	0.816489048
	Mooney-Rivlin	0.003299738	0.010621741	0.004234775

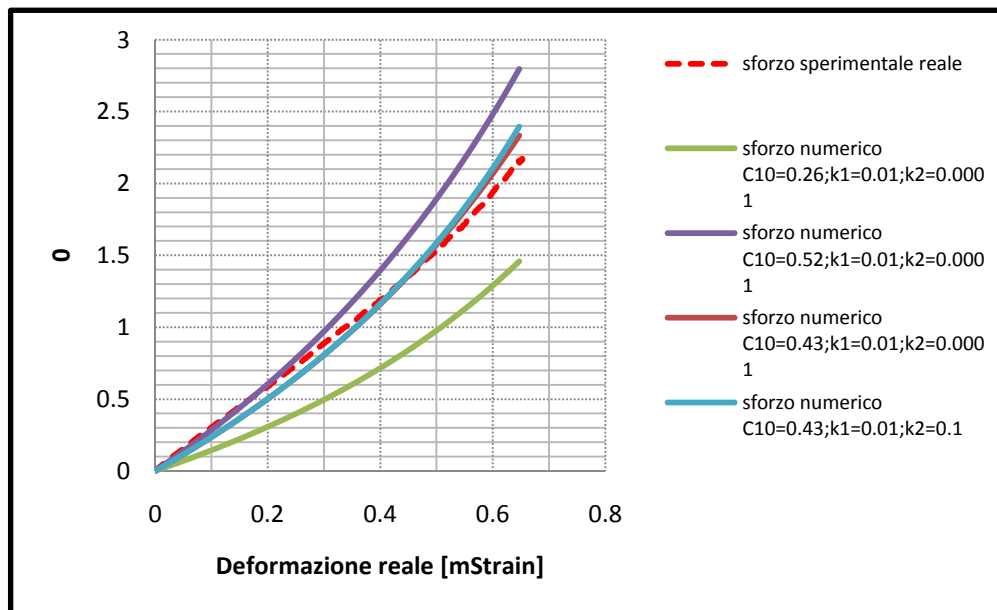
Errori quadratici medi commessi dopo il confronto tra i dati sperimentali e dati numerici

PROVINI ANISOTROPI:

- PA_016

Provino	Holzapfel			D	K
	C10	K ₁	K ₂		
PA_016	0.43	0.01	0.0001	0	0

Parametri stimati PA_016



Tentativi per minimizzare l'errore quadratico medio

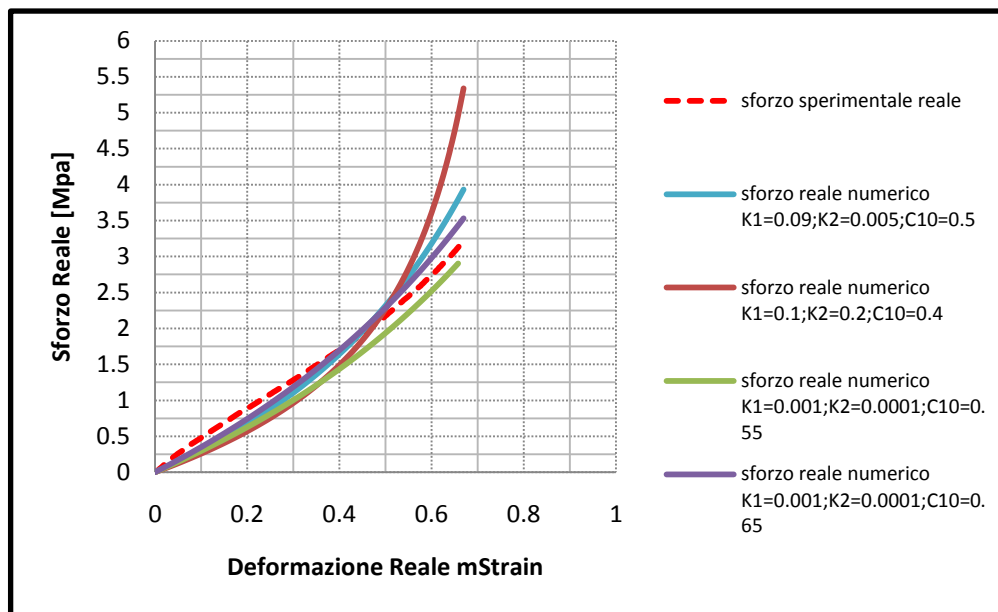
PI_016	Errore quadratico medio		
	<i>I_{err}</i> 20%	<i>I_{err}</i> 40%	<i>I_{err}</i> 80%
Holzapfel	2.180634983	0.071898105	4.002704199

Errori quadratici medi commessi dopo il confronto tra i dati sperimentali e dati numerici

- PA_026

Provino	Holzapfel			D	K
	C10	K ₁	K ₂		
PA_026	0.65	0.01	0.0001	0	0

Parametri stimati PA_026



Tentativi per minimizzare l'errore quadratico medio

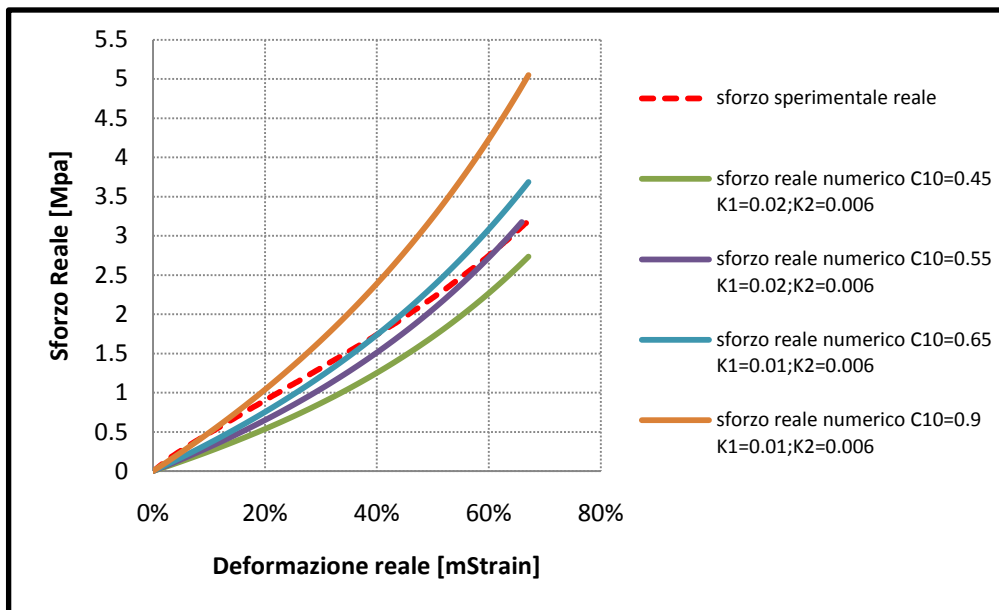
PI_016	Errore quadratico medio		
	<i>I_{err}20%</i>	<i>I_{err}40%</i>	<i>I_{err}80%</i>
Holzapfel	1.93066477	0.05983235	5.4532333

Errori quadratici medi commessi dopo il confronto tra i dati sperimentali e dati numerici

- PA_062

Provino	Holzapfel			D	K
	C10	K ₁	K ₂		
PA_040	0.65	0.01	0.0001	0	0

Parametri stimati PA_040



Tentativi per minimizzare l'errore quadratico medio

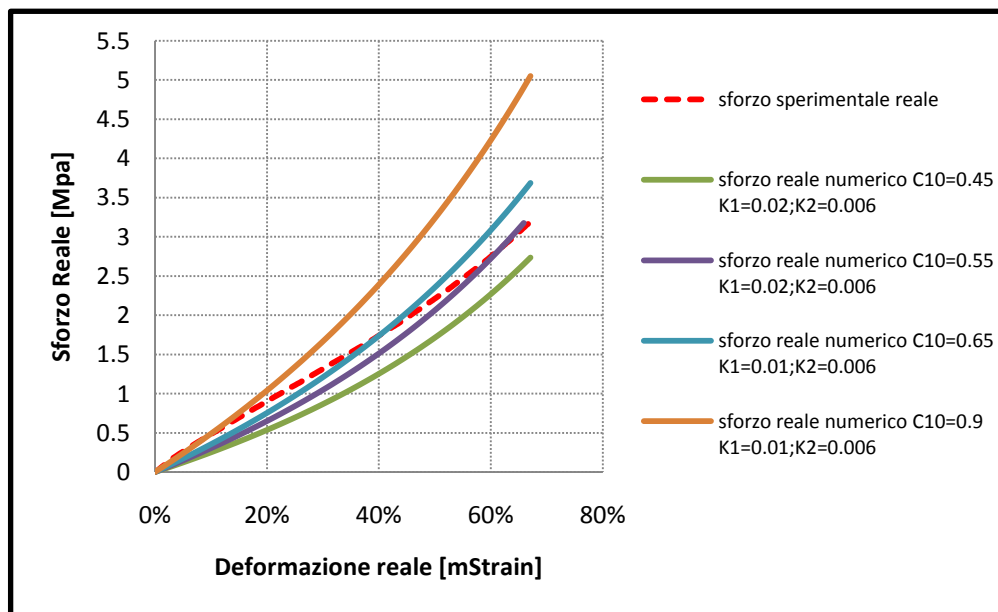
PI_016	Errore quadratico medio		
Modello	$I_{err20\%}$	$I_{err40\%}$	$I_{err80\%}$
Holzapfel	1.531101447	0.087739666	8.66186734

Errori quadratici medi commessi dopo il confronto tra i dati sperimentali e dati numerici

- PA_062

Provino	Holzapfel			D	K
	C10	K ₁	K ₂		
PA_062	0.69	0.01	0.0001	0	0

Parametri stimati PA_040



Tentativi per minimizzare l'errore quadratico medio

PI_016	Errore quadratico medio		
	<i>I_{err}</i> 20%	<i>I_{err}</i> 40%	<i>I_{err}</i> 80%
Holzapfel	2.755440943	0.513680761	1.725478191

Errori errori quadratici medi commessi dopo il confronto tra i dati sperimentali e dati numerici

LISTATI

1. L'introduzione di una di direzione lungo le quali disporre le fibre:

```

** Section: Section-1
*parameter
  Pi = 3.141592654
  gamma =-90
  theta1 = gamma - 90
  c1 = cos(theta1*Pi/180)
  s1 = sin(theta1*Pi/180)
*orientation,name=ori-1,local directions=1
  1.0,0.0,0.0,0.0,1.0,0.0
  3,0.0
  <c1>, <s1>, 0.0
*Solid Section, elset=_PickedSet4, material=PR016-ANI,
orientation=ori-1
1.,

```

Codice 1 1 Codice per inserire un orientazione nel file di input di Abaqus

2. L'assegnazione tramite holzapfel delle proprietà del materiale:

```

** MATERIALS
**
*parameter
  density=1.0e-4
  C10=0.43
  D=0
  K1=0.01
  K2=0.1
  Kappa=0
*Material, name=PR016-ANI
*density
  <density>
*anisotropic hyperelastic,holzapfel, local directions=1
  <C10>, <D>, <K1>, <K2>, <Kappa>

```

Codice 1 2 Codice per la definizione delle proprietà del materiale con il modello Holzapfel nel file di input di Abaqus

APPENDICE C

Listati:

```
...
%% ***esport file con i set
nomefileoutput='elset-PER-ABAQUS.txt' ;
fid=fopen(nomefileoutput,'w');
for i=1:nelem
fprintf(fid,'*Elset, elset=elset%i, internal, instance=valvola045-1\n',i);
fprintf(fid,' %i,\n ',i);
end
fprintf(fid,'\n');
fclose(fid);

%% ***export file con la distribuzione di orientazioni% DISTRIBUTION%
fid=fopen('distribution-PER-ABAQUS.txt','w');
fprintf(fid,'*DISTRIBUTION,                                LOCATION=element,
NAME=distribution,TABLE=dist_table\n,1,0,0,0,1,0')

for i=1:length(distribution)
fprintf(fid,'\n elset%i,%d,%d,%d,%d,%d,%d',i,distribution(i,2:(end-3)));
end
fprintf(fid,'\n*Distribution Table, NAME=dist_table\n COORD3D, COORD3D');
fclose(fid);
...
```

Codice 1 3 Generazione dei file di testo 'elset-PER-ABAQUS.txt','distribution-PER-ABAQUS.txt'

Frammenti dei due file di testo 'elset-PER-ABAQUS.txt','distribution-PER-ABAQUS.txt':

```
*Elset, elset=elset1, internal, instance=valvola045-1
1284,1285,
*Elset, elset=elset2, internal, instance=valvola045-1
1286,1287,1301,1302,
*Elset, elset=elset3, internal, instance=valvola045-1
1288,1289,1303,1304,
*Elset, elset=elset4, internal, instance=valvola045-1
1290,1291,1305,1306,
*Elset, elset=elset5, internal, instance=valvola045-1
1292,1293,1307,1308,
*Elset, elset=elset6, internal, instance=valvola045-1
225,226,1294,1309,
*Elset, elset=elset7, internal, instance=valvola045-1
264,265,303,304,342,
*Elset, elset=elset8, internal, instance=valvola045-1
...

```

Frammento2 'elset-PER-ABAQUS.txt'

```
*DISTRIBUTION,LOCATION=element,
NAME=distribution,TABLE=dist_table
,1,0,0,0,1,0
elset1,-9.692967e-001,6.900096e-002,-2.360143e-
001,2.356338e-001,-1.372026e-002,-9.717451e-
001
elset2,-9.698427e-001,1.251735e-001,-2.091333e-
001,2.076883e-001,-2.463251e-002,-9.778849e-
001
elset3,-9.623336e-001,2.180869e-001,-1.623336e-
001,1.598443e-001,-2.913085e-002,-9.867123e-
001
...
```

Frammento1 'elset-PER-ABAQUS.txt'

Codice funzione MATLAB Creaset.m:

```
close,
clear,
clc,
%load('Input-nodi-ele-centri.mat')
% Trova i Set

lelem=load('Element.txt');
lnodi=load('Nodi.txt');

%[lnodi,lelem]=interpinfile();
distribution=load('Orientation-Nsys5020.txt');
distribution=sortrows(distribution,1);

coordCentrofitta=distribution(:,(end-2:end));
asseX=distribution(:,2:4);
asseY=distribution(:,5:7);
%normalizza i vettori direzione
for i=1:size(distribution,1)
clc
n=asseX(i,:)-coordCentrofitta(i,:);
nnorm=sqrt(sum(n.^2))
asseX(i,:)=n./nnorm;
n=asseY(i,:)-coordCentrofitta(i,:);
nnorm=sqrt(sum(n.^2))
asseY(i,:)=n./nnorm;
end
distribution=[distribution(:,1),asseX(:,1:end),asseY(:,1:end),coordCentrofitta(:,1:end)];

lsys=zeros(size(coordCentrofitta,1),4);
lelem=sortrows(lelem,1);
lnodi=sortrows(lnodi,1);
nnodi=size(lnodi,1);
nelem=size(lelem,1);
nsys=size(lsys,1);

lsys(:,1)=[1:nsys]';
lsys(:,2:end)=coordCentrofitta;

....
```

```
....
% Calcolo del centroide elc
elc=zeros(nelem,4);
ElSysCorrelation=zeros(nelem,2);
for i=1:nelem
%centroide
elc(i,1)=lelem(i,1); %nome elemento
elc(i,2:4)=[mean(lnodi(lelem(i,2:end),2)),mean(lnodi(lelem(i,2:end),3)),mean(lnodi(lelem(i,2:end),4))];
%accoppiamento
elcd=meshgrid(elc(i,2:end),1:nsys); % concateno il centroide
diff= lsys(:,2:end)-elcd;
magdiff=sqrt(sum(diff.^2)); %distanza euclidea
nrmin=min(magdiff);
inrst=find(magdiff==nrmin);% indice delsys piu' vicino
nrSYSname=find(lsys(:,1)==inrst);
ElSysCorrelation(lelem(i,1,:)=elc(i,1),lsys(nrSYSname));
end

% Filtro i dati per trovare i riferimenti ulizzati e la loro molteplicit?
[rifusati,mults] = knt2brk(ElSysCorrelation(:,2));
% mmults mi serve per dimensionare l'array sei set
mmults=max(mults);
xxxdim=length(rifusati);
rifusati=sort(rifusati);
% per trovare quelli non usati invece
rifnonusati=lsys(:,1);
rifnonusati(rifusati,1)=0;
nonusati=lsys(find(rifnonusati>0),1);
```

```
....
% dati
Telset=zeros(xxxdim,mmults+1);
for i=1:xxxdim
% cerca tra i riferimenti quelli usati e raggruppa gli elementi per
% creare il set

elsetIND=find(ElSysCorrelation(:,2)==rifusati(i));
elset=ElSysCorrelation(elsetIND,1)';

ze=zeros(1,size(Telset,2)-length(elset)-1)/0; %tappa buchi
if isnan(length(ze))
Telset(i,:)= [rifusati(i), elset];
else
Telset(i,:)= [rifusati(i), elset, ze];
end
%Telset=sortrows(Telset,1);
End
%% ***esport file con i set
nomefileoutput='elset-PER-ABAQUS.txt' ;
fid=fopen(nomefileoutput,'w');
for i=1:xxxdim
nomeset=Telset(i,1); %deve essere uguale al riferimento in distribution

fprintf(fid,'*Elset, elset=elset%i, internal, instance=geo-056-1\n',nomeset);
lelset=Telset(i,2:end);

for j=1:length(lelset)

resto=mod(j,16);
nomeelem=lelset(j);
if isnan(nomeelem), fprintf(fid,'\n');break,end

if resto>0 &&j<=length(lelset)
fprintf(fid,' %i, ',nomeelem);
else
fprintf(fid,'\n');
end
end
end
fprintf(fid,'\n');
fclose(fid);
....
```

```
....
%% ***export file con la distribuzione di orientazioni
fid=fopen('distribution-PER-ABAQUS.txt','w');
fprintf(fid,'*DISTRIBUTION, LOCATION=element, NAME=distribution, TABLE=dist_table\n,1,0,0,0,1,0')
% riferimenti non utilizzati eliminazione da distribution
for i=1:length(distribution)
test=find(nonusati==distribution(i));
if isempty(test)
fprintf(fid,'\n elset%i,%d,%d,%d,%d,%d,%d,i,distribution(i,2:(end-3)));
else
clc, warning('%i non esiste\n',i);
end
end
fprintf(fid,'\n *Distribution Table, NAME=dist_table\n COORD3D, COORD3D');
fclose(fid);

clear ze xxxdim nrmin nsys nrSYSname diff nomefileoutput elc elsetIND...
asseX asseY...

nnodi nelem mmults magdiff inrst i elset elcd mults ElSysCorrelation...
test resto rifnonusati j ans fid nomeelem nomeset elsetIN lelem lelset lnodi lsys n nnorm
```

Implementazione l' algoritmo orientazione ottimizzata (OrientazioneAllEl_ZeY_Sforzi.m).

Si è partiti dal far girare in abaqus una simulazione in cui il materiale del foglietto è isotropo. Alla fine della simulazione si è tirato fuori il tensore degli sforzi per ogni elemento. I tensori $\bar{\sigma}$ ricavati sono stati importati in matlab.

Un esempio di tensore dello sforzo estratto con matlab:

$$tensore = \begin{bmatrix} 0,037951 & 0,0018673 & -0,00021497 \\ 0,0018673 & -0,0033774 & 0,0020979 \\ -0,00021497 & 0,0020979 & -0,035729 \end{bmatrix}$$

Si vuole trovare quel particolare sistema di riferimento, chiamato sistema di riferimento principale, in cui le componenti tangenziali del tensore risultano nulle. Si deve verificare:

- $\bar{\sigma}_{\alpha} = s \bar{n}_{\alpha}$
- $\bar{\sigma} \bar{n}_{\alpha} = s \bar{n}_{\alpha}$

$$|\bar{\sigma} - \bar{I}s| \bar{n}_{\alpha} = \mathbf{0}$$

Risolvendo il sistema imposto sopra si ottengono 3 autovettori :

$$\bar{n}_{\alpha} = \begin{Bmatrix} \mathbf{n}_{\alpha,1} \\ \mathbf{n}_{\alpha,2} \\ \mathbf{n}_{\alpha,3} \end{Bmatrix}$$

I tre autovettori che si ricavano corrispondono alle 3 direzioni principali.

In Matlab è stata utilizzata la funzione eig.m per ricavare i tre autovettori rappresentanti le tre direzioni principali. La funzione eig.m tira fuori gli autovettori e gli autovalori del tensore. Gli autovettori corrispondono altre tre direzioni principali su cui sono diretti i tre sforzi principali.

```
for i=1:length(Matricesforzi)
tensore=[Matricesforzi(i,2:4)',Matricesforzi(i,5:7)',Matricesforzi(i,8:10)'];
[autovet,autoval]=eig(tensore);
direzioniPrincipali(i,:)=i,autovet(:,3)',autovet(:,2)',autovet(:,1)'];%%questa è giusta
```

Le coordinate delle tre direzioni principali sono state inserite in una matrice contenente l'elemento di riferimento. Poi si crea un'altra matrice in cui si inserisce per ogni elemento il sistema di riferimento assegnato, che coincide con la terna locale con cui viene calcolato il tensore degli sforzi per ciascun elemento.

```
%%%%%%%%creo una matrice che assegna per ogni elemento il sdr locale
%%%%%%%%rispettivo.
for i=1:nelem
sdrlocale_inizialeAllElements(i,:)=i,distributionDIR( ElSysCorrelation(i,2),2:end)];
end
```

Si ha, così, a disposizioni per ogni elemento sia la terna locale iniziale e la terna corrispondente alle tre direzioni principali su cui sono diretti gli sforzi principali. Per riorientare il materiale la terna locale di ogni elemento è stata fatta ruotare dell'angolo calcolato attraverso l'algoritmo implementato con Matlab. Si riporta la parte fondamentale del codice che permette di ottenere la nuova distribuzione dell'orientazione ottimizzata contenuta nel file di testo distribution-PER-ABAQUS.txt:

```

prima=0;
for i=1:nelem
A=[sdrlocale_inizialeAllElements(i,2:4);sdrlocale_inizialeAllElements(i,5:7);sdrlocale_inizialeAllElements(i,8:10)];
%%A è la matrice che contiene il sdr locale che deve essere
%%ruotato
B=[direzioniPrincipali(i,2:4);direzioniPrincipali(i,5:7);direzioniPrincipali(i,8:10)];
%%B contiene le nuove direzioni. Da qui mi tiro fuori l'angolo con
%%cui deve essere ruotato il sdr locale
%%% det(A) è sempre 1...
theta=atan2(B(1,2),B(1,1));%% è l'angolo in radianti con cui devo ruotare.
eta=atan2(B(1,3),(sum(B(1,1:2).^2))^0.5);
ang=(theta*360)/(2*pi);%%Per maggiore leggibilità esprimo theta in gradi
angeta=(eta*360)/(2*pi);
Angoli(i,:)= [i,theta,eta,ang,angeta];%%mi conservo per ogni sdr l'angolo con cui verrà ruotato
%%Adesso ruoto il sdr locale, inseguendo la direzione principale dello sforzo massimo
%%Posso aggiungere delle condizioni per ottenere una
%%visualizzazione migliore variando i versi ma non
%%la direzione.
RotThetaZ=[cos(theta) -sin(theta) 0;sin(theta) cos(theta) 0;0 0 1];
RotEtaY=[cos(eta) 0 -sin(eta);0 1 0;sin(eta) 0 cos(eta)];
if ang>5 || ang<-5
if ang <170 && ang >-170
prima=prima+1;
end
end
if angeta<5 && angeta>-5
dir=(RotThetaZ*A);
NuoveDirezioni(i,:)= [i,dir(1,:),dir(2,:)];
else
dir=(RotThetaZ*A);
dir=RotEtaY*dir;
NuoveDirezioni(i,:)= [i,dir(1,:),dir(2,:)];
end
end
if theta > 3
theta=theta-pi;
end
if theta< -3
theta=theta+pi;
end
AngoliErr(i,:)= [i,theta,eta,ang];
if eta > 3
eta=eta-pi;
end
if eta<-3
eta=eta+pi;
end
AngoliErr(i,:)= [i,theta,eta,ang];
end...

```


OrientazioneAlLEl_ZeY_Sforzi_2.m

```
...

subplot(2,1,1);
plot(sign(AngoliErr(:,2)).*AngoliErr(:,2),AngoliErr(:,1),'');

title('Prima iterazione');
xlabel('radianti');
ylabel('Elemento');
%%provo a visualizzare una distribuzione gaussiana
[muhat, sigmahat] = normfit(AngoliErr(:,2));
x=[min(Angoli(:,2)):1/nelem:max(AngoliErr(:,2))];
p=(1/sqrt(2*pi))*sigmahat*exp(-0.5*((x-muhat)./sigmahat).^2);
% p = pdf('Normal',Angoli(:,2),1);
subplot(2,1,2);
p=p./max(p);

plot(x,p,'.')
axis([-3 3 0 1]);
xlabel('radianti');
ylabel('Distribuzione gaussiana');
figure
errore=[];
OrientatoErr_1Theta=mean(abs(AngoliErr(:,2)))%%qui mi tiro fuori di quanto ho mediante ruotato le direzioni intorno all'asse z
OrientatoErr_1Eta=mean(abs(AngoliErr(:,3)))%% " " " "intorno all'asse y
```

```
% close,
%clear,
clc,
%load('Input-nodi-ele-centri.mat')
% Trova i Set
%Qui cerco di tirare fuoro dal tensore degli sforzi le direzioni
%principali degli sforzi.
%Da queste direzioni vorrei far ruotare il sistema locale di riferimento di un
%certo angolo sul piano in modo da seguire le direzioni principali.

lelem=load('Elementi.txt');
lnodi=load('Nodi.txt');

%[lnodi,lelem]=interpinfile();
distribution=load('distribution_2.txt');
Matricesforzi=load('Input_tensore_sforzi_2_ISO.txt');%%input del tensore degli sforzi da abaqus
%MatriceDeformazione=load('Input_tensore_def.txt');
distribution=sortrows(distribution,1);
%%%%%%Mi ricavo le direzioni principali degli sforzi.

for i=1:length(Matricesforzi)
tensore=[Matricesforzi(i,2:4),Matricesforzi(i,5:7),Matricesforzi(i,8:10)];
[autovet,autoval]=eig(tensore);
direzioniPrincipali(i,:)=[i,autovet(:,3),autovet(:,2),autovet(:,1)];%%questa è giusta

end

%%trovato direzioniPrincipali

lelem=sortrows(lelem,1);
lnodi=sortrows(lnodi,1);
nmodi=size(lnodi,1);
nelem=size(lelem,1);
%%%%creo una matrice che assegna per ogni elemento il sdr locale
%%%%rispettivo.
...
```

```

...
%%RUOTO I SDR LOCALI%%
seconda=0;
for i=1:nelem
A=[ distribution(i,2:4);distribution(i,5:7);distribution(i,8:10)];
%%A è la matrice che contiene il sdr locale che deve essere
%%ruotato
B=[direzioniPrincipali(i,2:4);direzioniPrincipali(i,5:7);direzioniPrincipali(i,8:10)];
%%B contiene le nuove direzioni. Da qui mi tiro fuori l'angolo con
%%cui deve essere ruotato il sdr locale
%%% det(A) è sempre 1....

theta=atan2(B(1,2),B(1,1));%% è l'angolo in radianti con cui devo ruotare.
eta=atan2(B(1,3),(sum(B(1,1:2).^2)^0.5);
ang=(theta*360)/(2*pi);%%Per maggiore leggibilità esprimo theta in gradi
angeta=(eta*360)/(2*pi);
Angoli(i,:)=[i,theta,eta,ang,angeta];%%mi conservo per ogni sdr l'angolo con cui verrà ruotato

RotThetaZ=[cos(theta) -sin(theta) 0;sin(theta) cos(theta) 0;0 0 1];
RotEtaY=[cos(eta) 0 -sin(eta);0 1 0;sin(eta) 0 cos(eta)];
if ang>5 || ang<-5
if ang<170 && ang>-170
seconda=seconda+1;
end
end

if angeta<5 && angeta>-5
dir=(RotThetaZ*A);
NuoveDirezioni(i,:)=[i,dir(1,:),dir(2,:)];
else
dir=(RotThetaZ*A);
dir=RotEtaY*dir;
NuoveDirezioni(i,:)=[i,dir(1,:),dir(2,:)];
end

if theta > 3
theta=theta-pi;
end

```

```

...
if theta < -3
theta=theta+pi;
end
AngoliErr(i,:)= [i,theta,eta,ang];
if eta > 3
eta=eta-pi;
end
if eta < -3
eta=eta+pi;
end
AngoliErr(i,:)= [i,theta,eta,ang];
end
%%%
subplot(2,1,1);
plot(sign(AngoliErr(:,2)).*AngoliErr(:,2),AngoliErr(:,1),'.');
axis([0 3.14 0 3000]);
title('Seconda iterazione');
xlabel('radianti');
ylabel('Elemento');
%%provo a visualizzare una distribuzione gaussiana
[muhat, sigmahat] = normfit(AngoliErr(:,2))
x=[min(Angoli(:,2)):1/nelm:max(AngoliErr(:,2))];
p=(1/sqrt(2*pi))*sigmahat*exp(-0.5*((x-muhat)./sigmahat).^2);
% p = pdf('Normal',Angoli(:,2),1);
subplot(2,1,2);
% p=p./max(p);
plot(x,p,')
axis([-0.2 0.2 0 1]);
xlabel('radianti');
ylabel('Distribuzione gaussiana');
% figure

% plot(sign(AngoliErr(:,2)).*AngoliErr(:,2),AngoliErr(:,1),'.')
OrientatoErr_1Theta=mean(abs(AngoliErr(:,2)))%%qui mi tiro fuori di quanto ho mediante ruotato le direzioni intorno all'asse z
OrientatoErr_1Eta=mean(abs(AngoliErr(:,3)))%% " " " "intorno all'asse y
errore1=[OrientatoErr_1Theta;OrientatoErr_1Eta];
errore=[errore errore1];
%%%%OTTENGO LA NUOVA DISTRIBUZIONE
distribution_2=[direzioniPrincipali(:,1),NuoveDirezioni(:,2:4),NuoveDirezioni(:,5:7),distribution(:,8:10)];

%% **export file con la distribuzione di orientazioni X IL SECONDO CICLO
fid=fopen('distribution_3.txt','w');
for i=1:length(distribution)

fprintf(fid,'%d,%d,%d,%d,%d,%d,%d,%d,%d,%d \n',i,distribution_2(i,2:end));

end...

```

```
...
%% **esport file con i set
nomefileoutput='elset-PER-ABAQUS.txt' ;
fid=fopen(nomefileoutput,'w');
for i=1:nelem
fprintf(fid,'*Elset, elset=elset%i, internal, instance=valvola035-1\n',i);
fprintf(fid,' %i,\n ',i);
end
fprintf(fid,'\n');
fclose(fid);

%% **export file con la distribuzione di orientazioni% DISTRIBUTION%
fid=fopen('distribution-PER-ABAQUS.txt','w');
fprintf(fid,'*DISTRIBUTION, LOCATION=element, NAME=distribution, TABLE=dist_table\n,1,0,0,1,0')

for i=1:length(distribution)
fprintf(fid,'\n elset%i,%d,%d,%d,%d,%d,%d,i,distribution_2(i,2:(end-3)));
end
fprintf(fid,'\n *Distribution Table, NAME=dist_table\n COORD3D, COORD3D');
fclose(fid);

% plot3(coordCentro(:,1),coordCentro(:,2),coordCentro(:,3),'r')
% hold on
% plot3(lnodi(:,2),lnodi(:,3),lnodi(:,4),'b')
% axis equal
%hold off
clear ze xxxdim nrmin nsys nrSYSname diff nomefileoutput elc elsetIND...
asseX asseY...
% nnodi nelem mmults magdiff inrst i elset elcd mults ElSysCorrelation...
... test resto rifonuscata j ans fid nomeelem nomeelset elsetIN lelem leset lnodi lsys n nnorm
```

BIBLIOGRAFIA

- [1] Abaqus Version, 6.8-EF. «Documentation of Abaqus.» 2009.
- [2] Alexander M. Seifalian, Helene Viatge, Asmeret G. Kidane, Gaetano Burriesci, Mehdi Tavakoli and Hossein Ghanbari. «Polymeric heart valves: new materials emerging hopes.» *Cell*, 2009: 359-367.
- [3] Arthur C. Guyton, John E. Hall. *Fisiologia Medica*. EdiSES, 2002.
- [4] D'urso, Davide Giuseppe. «Analisi bibliografica sul fallimento di protesi valvolari Biomorfe.» *Elaborato finale*, 2009: 33-67.
- [5] Gasser, T.C., G.A. Holzapfel, and R. W. Ogden. «Hyperelastic Modelling of Arterial Layers with Distributed Collagen Fibre Orientation.» *Journal of the Royal Society Interface*, 2006: 15-35.
- [6] Joanna Stasiak, Adam M. Squires, Valeria Catelletto, Ian W. Hamley, and Geoff D. Moggridge. «Effect of Stretching on the Structure of Cylinder- and Sphere-Forming Styrene-Isoprene-Styrene Block Copolymers.» *Macromolecules*, 2009: 5256-5265.
- [7] Pietrabissa, Riccardo. *Biomateriali per Protesi e Organi Artificiali*. Milano: Patron Editore, 1996.
- [8] Spencer, A. J. M.,. «Constitutive Theory for Strongly Anisotropic Solids.» *CISM Courses and Lecture No. 282, International Centre For Mechanical Sciences*, 1984: 1-32.
- [9] Tanzi, Maria Cristina. *Fondamenti di Bioingegneria Chimica: non solo biomateriali*. Milano: Pitagora editrice Bologna, 2006.
- [10] Vena, Pasquale. «Appunti del corso Meccanica delle strutture biologiche.» 2009.