



**POLITECNICO DI MILANO**

Facoltà di Ingegneria Civile, Ambientale e Territoriale

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Civile - Orientamento Strutture

**TESI DI LAUREA**

**IL VETRO STRUTTURALE:**

**RISPOSTA DI ELEMENTI STRATIFICATI INFLESSI**

**E PROVE DI INDENTAZIONE**

RELATORE: Prof. Ing. Luigi Biolzi

CORRELATORE: Prof. Ing. Sara Cattaneo

LAUREANDO: Elisabetta Tonella 733840

APPELLO DI LAUREA: 22 ottobre 2010

ANNO ACCADEMICO: 2009-2010



Sommario

<b>1. IL VETRO STRUTTURALE .....</b>	<b>9</b>
1.1 PROGETTARE STRUTTURE IN VETRO .....	12
1.1.1 <i>Il concetto di Ridondanza nella progettazione di strutture in vetro.....</i>	14
1.1.2 <i>I concetti di Gerarchia e Prevedibilità .....</i>	16
<b>2. IL VETRO .....</b>	<b>19</b>
2.1 COSTITUENTI DEL VETRO .....	20
2.2 PROPRIETÀ MECCANICHE.....	23
2.3 PROPRIETÀ FISICHE.....	25
2.3.1 <i>Trasparenza.....</i>	25
2.3.2 <i>Viscosità .....</i>	27
2.4 PRODUZIONE DEL VETRO PIANO.....	31
<i>La fusione delle materie prime.....</i>	31
2.4.1 <i>Processo di produzione del Vetro Float.....</i>	33
<i>La ricottura .....</i>	34
<i>La squadratura.....</i>	35
2.4.2 <i>Processi meccanici sul vetro: taglio, foratura e molatura.....</i>	38
2.5 TRATTAMENTI TERMICI.....	40
2.5.1 <i>La tempra .....</i>	40
2.5.2 <i>Effetti indotti dal processo di tempra.....</i>	45
2.5.3 <i>Misura dello stato di presollecitazione superficiale imposto dal processo di tempra.....</i>	50
<i>Strainoptics Laser Gasp Polarimeter .....</i>	50
2.6 COMPORTAMENTO DEL VETRO A TRAZIONE E COMPRESSIONE .....	53
2.7 COMPORTAMENTO A FLESSIONE.....	56
2.8 RESISTENZA ALLO SHOCK TERMICO.....	58
<b>3. VETRO STRATIFICATO.....</b>	<b>65</b>

3.1 INTERLAYER.....	66
3.1.1 <i>Il polivinilbutirrale - PVB</i> .....	67
3.1.2 <i>Cast in place resin - CIP</i> .....	69
3.1.3 <i>Il Sentry Glas Plus - SGP</i> .....	69
3.1.4 <i>Carico di collasso</i> .....	71
3.2 PRODUZIONE DEL VETRO STRATIFICATO.....	72
3.3 COMPORTAMENTO VETRO STRATIFICATO.....	73
<b>4. VETRO STAMPATO O SERIGRAFATO.....</b>	<b>77</b>
<b>5. CONDIZIONI DI SICUREZZA PER ELEMENTI IN VETRO .....</b>	<b>81</b>
5.1 PROVA CON DOPPI ANELLI CONCENTRICI SU GRANDI SUPERFICI PIANE SOLLECITATE.....	83
5.2 PROVA A FLESSIONE SU QUATTRO PUNTI .....	86
5.3 PROVA DEL PENDOLO – METODO DELLA PROVA DI IMPATTO E CLASSIFICAZIONE PER IL VETRO PIANO.....	88
5.4 PROVA DI IMPATTO DA CORPO DURO.....	91
5.5 RESISTENZA ALL’IMPATTO DELL’ASCIA .....	93
5.6 RESISTENZA ALLE ESPLOSIONI .....	95
5.7 RESISTENZA AI PROIETTILI .....	96
5.8 TENSIONI AMMISSIBILI .....	97
<b>6. WJC - World Join Center.....</b>	<b>99</b>
6.1 PROVE DI LABORATORIO SU LASTRE DI VETRO.....	100
6.1.2 <i>Normativa di riferimento</i> .....	100
6.2 <i>Prelievo dei provini</i> .....	101
6.3 <i>Preparazione dei provini</i> .....	104
6.4 <i>Misura ottica dello stato tensionale superficiale</i> .....	106
6.4.1 <i>Rilievo dello stato di presollecitazione superficiale indotto dal processo di         tempra tramite GASP</i> .....	106



6.4.1a) <i>Lastra monolitica di facciata 1 - UNI EN 12150-2-05</i> .....	108
6.4.2 b) <i>Lastra monolitica di facciata 2 - ASTM C 1048 – 04</i> .....	109
6.5 Prove di flessione su quattro punti .....	110
6.6 LASTRA STRATIFICATA DI COPERTURA 2.....	114
6.7 LASTRA STRATIFICATA DI COPERTURA 1.....	121
6.8 LASTRA STRATIFICATA DI COPERTURA DANNEGGIATA.....	128
6.9 LASTRA MONOLITICA.....	132
6.10 PROVA DI FRAMMENTAZIONE.....	135
6.11 DETERMINAZIONE DELLA RESISTENZA CARATTERISTICA.....	139
6.11.1 <i>Principi per determinare il carico resistente tramite sperimentazione</i> .....	140
6.11.2 <i>Simboli e coefficienti</i> .....	141
6.11.3 <i>Coefficienti dei materiali</i> .....	143
6.11.4 <i>Coefficiente</i> .....	143
6.11.5 <i>Valori della resistenza caratteristica del vetro presollecitato</i> .....	144
6.11.6 <i>Calcolo della freccia e del massimo sforzo</i> .....	144
6.11.7 <i>Freccia ammissibile</i> .....	144
6.12 VERIFICHE DI RESISTENZA .....	145
6.12.1 <i>PRIMA IPOTESI</i> .....	145
6.12.2 <i>SECONDA IPOTESI</i> .....	146
6.12.3 <i>TERZA IPOTESI</i> .....	148
6.13 VERIFICHE DI PROGETTO .....	150
6.13.1 <i>Peso proprio e carico da neve</i> .....	150
6.13.2 <i>Peso proprio e carico da manutenzione</i> .....	157
<b>7. MECCANICA DELLA FRATTURA.....</b>	<b>161</b>
7.1 FATTORE DI CONCENTRAZIONE DEGLI SFORZI.....	163
7.2 CONCETTO DI ENERGIA BILANCIATA DI GRIFFITH: EQUILIBRIO ALLA FRATTURA.....	166

7.2.1 Fessure in condizioni di sollecitazione costante .....	169
7.2.2 Teoria molecolare della resistenza.....	171
7.2.3 Difetti di Griffith.....	172
7.2.4 Propagazione delle fratture .....	174
7.3 APPROCCIO CONTINUO ALL'EQUILIBRIO DELLE FESSURE: SISTEMA DELLE FESSURE COME CICLO TERMODINAMICO .....	175
7.3.1 Rapporto di energia meccanica rilasciata, $G$ .....	178
7.3.1.1 Forza costante .....	179
7.3.1.2 Spostamento costante.....	180
7.3.2 Modi di propagazione delle fratture.....	182
7.4 COMPORTAMENTO ELASTICO LINEARE ALLA PUNTA DELLA FRATTURA .....	183
7.5 COMPORTAMENTO NON LINEARE ALLA PUNTA DELLA FRATTURA .	187
7.6 DIFETTI DEL CONCETTO DI COMPORTAMENTO ELASTICO LINEARE DEL CONTINUO .....	188
7.6.1 Curve $R$ .....	192
7.6.2 I parametri $K$ , $G$ e $K_C$ e $G_C$ .....	194
<b>8. INDENTAZIONE .....</b>	<b>197</b>
8.1 CONTATTO ELASTICO.....	200
8.1.1 Indentatore sferico.....	200
8.1.2 Indentatore conico.....	203
8.2 NANOINDENTAZIONE.....	205
8.2.1 Durezza di indentazione e modulo elastico.....	207
8.2.2 Nanoindentatori.....	208
8.2.2 a) Indentatore sferico.....	210
8.2.2 b) Indentatore Vickers .....	211
8.2.2 c) Indentatore Berkovich.....	212

8.2.3 d) <i>Indentatore Knoop</i> .....	213
8.3 CURVE CARICO – PROFONDITA’ DI PENETRAZIONE .....	215
8.4 TECNICA DI SPERIMENTAZIONE.....	218
8.4.1 <i>Distanza di lavoro e penetrazione iniziale</i> .....	219
8.4.2 <i>Fattori influenzanti la nanoindentazione</i> .....	221
8.4.2 a) <i>Deviazione termica</i> .....	222
8.4.2 b) <i>Penetrazione iniziale</i> .....	223
8.4.2 c) <i>Geometria dell’indentatore</i> .....	226
8.4.2 d) <i>Piling-Up e Sinking-In</i> .....	229
8.4.2 e) <i>Effetto profondità di penetrazione</i> .....	231
8.4.2 f) <i>Irregolarità superficiale</i> .....	232
8.4.2 g) <i>Arrotondamento della punta dell’indentatore</i> .....	233
8.4.2 h) <i>Sforzi superficiali residui</i> .....	234
8.5 EMISSIONE ONDE ACUSTICHE .....	236
8.6 EMISSIONI ACUSTICHE E INDENTAZIONE .....	237
8.6.1 <i>Resistenza a fessurazione</i> .....	238
<b>9. PROVA DI INDENTAZIONE SU ELEMENTI IN VETRO .....</b>	<b>243</b>
9.1 INDENTAZIONE HERTZIANA .....	244
9.2 POSSIBILI COMPORTAMENTI A SEGUITO DELL’INDENTAZIONE.....	246
9.2.1 <i>Stato di sollecitazione</i> .....	247
9.3 CONO DI FRATTURA HERTZIANO IN MATERIALI FRAGILI.....	251
9.3.1 <i>Meccanica della frattura</i> .....	254
<b>10. PROVE DI INDENTAZIONE.....</b>	<b>261</b>
10.1 DETERMINAZIONE DIMENSIONE DELLE CRICCHE E DELLE TENSIONI.....	263
10.2 PRIMO CICLO DI PROVE – PROVE PRELIMINARI.....	266

10.3 SECONDO CICLO DI PROVE – PROVE SU LASTRE CON SPESSORE DIFFERENTE.....	275
10.3.1 Prova di indentazione su lastra di spessore nominale 2 mm.....	276
10.3.2 Prova di indentazione su lastra di spessore nominale 3 mm.....	280
10.3.3 Prova di indentazione su lastra di spessore nominale 4 mm.....	284
10.3.4 Prova di indentazione su lastra di spessore nominale 5 mm.....	288
10.3.5 Prova di indentazione su lastra di spessore nominale 6 mm.....	292
10.4 TERZO CICLO DI PROVE – PROVE SU LASTRE CON SPESSORE DIFFERENTE.....	296
10.4.1 Prova di indentazione su lastra di spessore nominale 2 mm.....	298
10.4.2 Prova di indentazione su lastra di spessore nominale 3 mm.....	300
10.4.3 Prova di indentazione su lastra di spessore nominale 4 mm.....	301
10.4.4 Prova di indentazione su lastra di spessore nominale 5 mm.....	302
10.4.5 Prova di indentazione su lastra di spessore nominale 6 mm.....	303
10.5 QUARTO CICLO DI PROVE.....	305
10.5.1 Prima prova di indentazione su lastra di spessore nominale 10 mm.....	307
10.5.2 Seconda prova di indentazione su lastra di spessore nominale 10 mm.....	311
10.5.3 Terza prova di indentazione su lastra di spessore nominale 10 mm.....	313
10.6 Conclusioni .....	316

## 1. IL VETRO STRUTTURALE

Le attuali conoscenze tecniche nel campo dell'ingegneria strutturale consentono la realizzazione di pilastri, travi, pareti, solai, coperture e anche interi sistemi con funzioni portanti in vetro, dove i tradizionali materiali strutturali vengono ridotti di importanza e massa per essere sostituiti dal vetro (Charleson, 2005). Nonostante ciò è presente ancora molta diffidenza, anche tra i professionisti, nei confronti di questo materiale, ed il vetro resta per ora impiegato prevalentemente nella funzione di tamponamento, o al massimo come elemento portante locale, ossia con la funzione di trasmettere carichi e forze a strutture costituite da altri materiali (come acciaio, alluminio, legno).

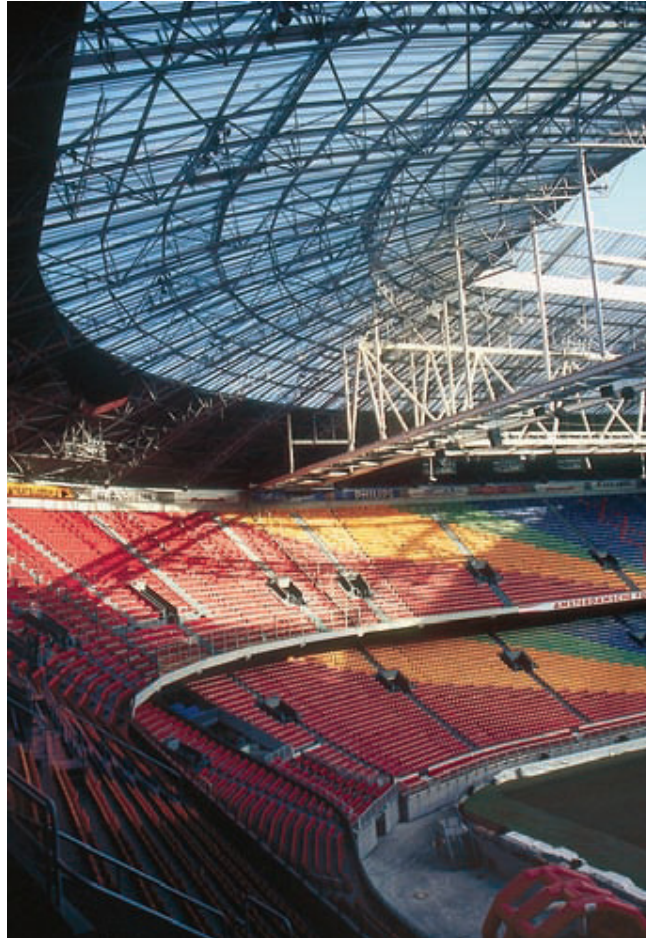


**Fig. 1.1 Vetro strutturale**

Le ricerche sperimentali e le recenti realizzazioni concrete testimoniano in maniera visibile la fattibilità di strutture in vetro e la notevole valenza architettonica che esse sono in grado di assumere. Quasi tutte le nuove architetture che si esprimono tramite sistemi che impiegano il vetro con funzione portante, sono manufatti che appartengono alla sfera dell'avanguardia e dell'eccellenza. Esempi di così alto livello non solo indicano la direzione per le future realizzazioni con il vetro strutturale, ma tendono anche a dare un impulso all'ambiente della progettazione, fissando nuovi traguardi, sperimentando processi di produzione più moderni e creando nuove attese e richieste da parte di utenti e committenti.

Sono proprio queste caratteristiche di strutture innovative, leggere, luminose, armoniose e più facilmente inseribili sia nei contesti naturali che urbani a far sì che il vetro strutturale venga sempre più richiesto ed impiegato nella progettazione di nuovi edifici (Wurm, 2007).

Data, però, la caratteristica fragilità del vetro, affinché si realizzino costruzioni che siano esteticamente pregevoli, ma anche sicure, risulta necessario riporre più attenzione nell'impiego di ogni singolo componente progettuale rispetto a quanto si usi fare solitamente con altri materiali che lasciano molto più margine di errore. Tale necessità si riflette sia sul calcolo complessivo di queste nuove strutture, che sul disegno dei componenti e delle singole parti; si pensi ad esempio agli elementi di connessione o ai sistemi di irrigidimento, o ancora ai metodi di ancoraggio delle lastre.



**Fig. 1.2** Stadio di calcio Amsterdam Arena

Quando si progetta il vetro strutturale è necessario individuare tutte le azioni che possono potenzialmente intervenire durante la fase di esercizio, le risposte dei singoli componenti e come questi interagiscano tra loro.

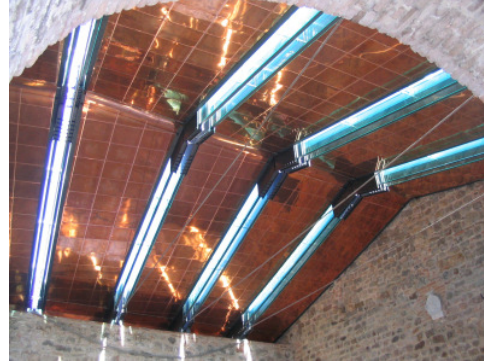
Com'è ovvio infatti, il vetro non può essere considerato come un materiale strutturale tradizionale e pertanto sarà necessario un approccio alla progettazione basato sul calcolo, sulla previsione e la simulazione degli stati d'esercizio, sulla sperimentazione e l'innovazione delle tecnologie impiegate per la sua produzione e messa in opera.

### **1.1 PROGETTARE STRUTTURE IN VETRO**

Negli ultimi anni la richiesta di progettare elementi portanti in vetro si è sempre più diffusa nel mondo dell'architettura e dell'ingegneria. Le caratteristiche di esteticità del vetro vengono infatti unite alle sue caratteristiche meccaniche al fine di creare facciate di edifici, oltre che a colonne, travi, coperture e pavimenti tutti rigorosamente in vetro (vedi Figg. 1.3 e 1.4).



**Fig. 1.3 Pavimento portante in vetro**



**Fig. 1.4 Travi di copertura in vetro**

Questi elementi strutturali in vetro vengono realizzati nonostante la quasi totale assenza di Norme o raccomandazioni che descrivano come progettare in vetro.

Tra le Norme Italiane l'unico riferimento a costruzioni in vetro strutturale è presente all'interno delle "Norme tecniche per le costruzioni" di cui al D.M. 14 gennaio 2008 dove si esplicita:

#### **4.6 COSTRUZIONI DI ALTRI MATERIALI**

*I materiali non tradizionali o non trattati nelle presenti norme tecniche potranno essere utilizzati per la realizzazione di elementi strutturali od opere, previa autorizzazione del Servizio Tecnico Centrale su parere del Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici, autorizzazione che riguarderà l'utilizzo del materiale nelle specifiche tipologie strutturali proposte sulla base di procedure definite dal Servizio Tecnico Centrale.*

*Si intende qui riferirsi a materiali quali calcestruzzi di classe di resistenza superiore a C70/85, calcestruzzi fibrorinforzati, acciai da costruzione non previsti in § 4.2, leghe di alluminio, leghe di rame, travi tralicciate in acciaio conglobate nel getto di calcestruzzo collaborante, materiali polimerici fibrorinforzati, pannelli con poliuretano o polistirolo*



*collaborante, materiali murari non tradizionali, vetro strutturale, materiali diversi dall'acciaio con funzione di armatura da c.a.*

Nonostante l'assenza di leggi, per progettare in vetro è buona norma porre particolare attenzione alla natura del materiale stesso. Come detto in precedenza, il comportamento tipicamente fragile ed il comportamento post rottura devono essere considerati punti cardine della progettazione al fine di adottare accorgimenti atti a garantire le adeguate misure di sicurezza.

Per questo motivo i progettisti basano le loro realizzazioni in vetro sui concetti di ridondanza, gerarchia e prevedibilità.

### **1.1.1 Il concetto di Ridondanza nella progettazione di strutture in vetro**

Il comportamento fragile, unito alla forte aleatorietà delle caratteristiche di resistenza del materiale vetro, aleatorietà generata dalla distribuzione di microfratture superficiali con conseguente forte concentrazione di sforzi (come verrà illustrato in modo approfondito nel capitolo 7 – Meccanica della frattura), è tale da pregiudicare la sicurezza dell'elemento in vetro anche più cautelativamente dimensionato.

Per attenuare questo problema, favorendo così la diffusione del materiale vetro come materiale strutturale e non più soltanto estetico, si è introdotto il *concetto di ridondanza* (Biolzi et al., 2009).

Esso consente infatti di ottenere, a livello di struttura, quella duttilità mancante a livello di materiale e di singolo elemento strutturale.

Se si volesse soltanto incrementare la resistenza di un elemento in vetro basterebbe sottoporlo al processo di tempra, che grazie allo stato di presollecitazione superficiale imposto, limita la propagazione dei difetti.

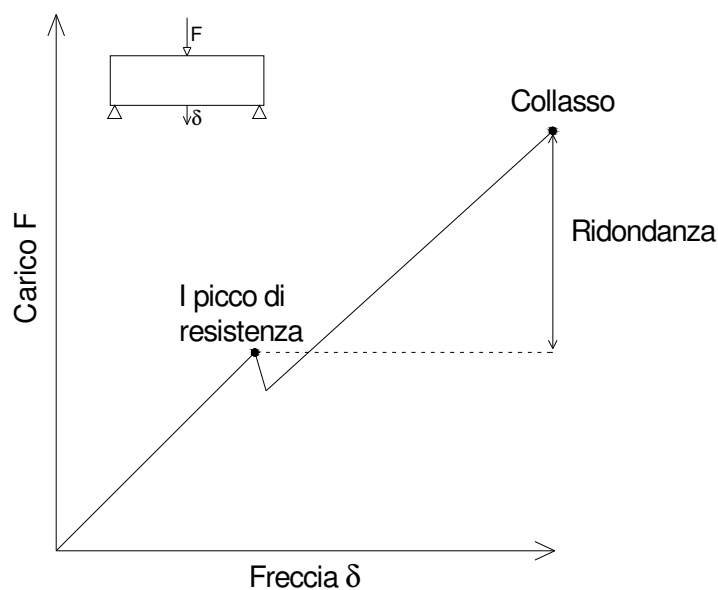
Dal punto di vista strutturale l'uso del vetro temprato non ha eguali ma allo stesso tempo può presentare degli svantaggi. In caso di collasso si frattura infatti in centinaia di piccoli pezzi non taglienti che, se da una parte proteggono l'incolumità delle persone che possono venire a contatto, dall'altra parte possono generare gravi pericoli, come ad esempio la caduta nel vuoto.

Per far fronte a tale evenienza si è introdotto l'uso del vetro laminato che, grazie alla combinazione di più lastre in vetro con comportamenti differenti, permette di sfruttarne al meglio le potenzialità. Grazie alla presenza di interlayer plastici, la laminazione del vetro garantisce la redistribuzione degli sforzi nel caso in cui uno strato collassi, generando così un positivo comportamento post-rottura.

Si consideri, ad esempio, uno stratificato costituito da una lastra di vetro temprato ed una di vetro indurito e lo si sottoponga ad un carico crescente. Raggiunto un determinato livello di carico il vetro indurito collassa provocando una parziale diminuzione della resistenza del vetro. La presenza dell'interlayer permette però il mantenimento in posizione dei frammenti di vetro e allo stesso tempo permette una redistribuzione degli sforzi che verranno ora completamente assorbiti dal temprato.

In Fig. 1.5 si nota come il valore finale di carico di rottura sia ben superiore al primo picco di resistenza proprio perché l'elemento è progettato secondo il concetto di ridondanza.

Applicare tale concetto alla progettazione significa costituire il sistema in esame da più parti così che il collasso di una non pregiudichi il comportamento complessivo dell'elemento ma al contrario tale collasso possa essere controllato e limitato da una seconda parte costituente lo stesso sistema.



**Fig. 1.5 Ridondanza**

Si definisce dunque ridondanza di un vetro laminato quell'intervallo di resistenza che l'elemento in vetro è in grado di garantire dopo il collasso del primo strato. Si deve però sottolineare che per ottenere un significativo livello di ridondanza si deve scegliere con cura sia il tipo di vetro impiegato che lo spessore e il grado di presollecitazione superficiale imposta. Per essere certi del comportamento complessivo e del livello di ridondanza dello stratificato risulta quindi molto utile effettuare delle prove sperimentali sui dei provini prototipi.

A livello di comportamento globale il concetto di ridondanza implica che la struttura nel suo insieme non collassi a seguito della rottura di una o più delle sue parti. Occorre perciò prevedere accuratamente i vari possibili scenari di rotture locali, e progettare la struttura in modo che sia in grado di redistribuire i carichi, conservando nel suo insieme una capacità portante sufficiente.

### 1.1.2 I concetti di Gerarchia e Prevedibilità

Per essere efficace il concetto di ridondanza deve essere affiancato da quelli di *gerarchia* e *prevedibilità*: occorre infatti imporre una funzione precisa a ciascun elemento strutturale, e stabilire l'importanza relativa di ciascuna funzione (ad esempio dividendo gli elementi in primari, secondari, ecc.), vedi Fig. 1.6.

La Norma prEN 13474-3 "*Glass in building - Determination of the strength of glass panes - Part 3: General method of calculation and determination of strength of glass by testing*" definisce i differenti livelli di importanza strutturale.

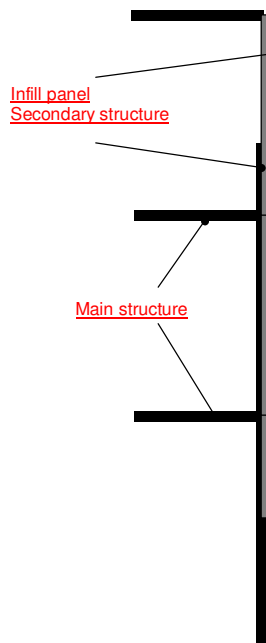


Fig. 1.6 Gerarchia strutturale

Si parla dunque di elementi primari, o struttura portante, che hanno il compito di portare il proprio peso e quello degli elementi secondari; in caso di collasso devono poi garantire la stabilità dell'intero sistema.

Gli elementi secondari sono invece degli elementi portati, il cui eventuale collasso non va ad interferire con la stabilità e sicurezza generale della struttura nel suo complesso.

Infine sono presenti gli elementi di completamento che, nel caso di elementi in vetro, rappresentano ad esempio le lastre di facciata qualora non abbiano funzione portante ma vengano inserite in un apposito telaio.

Definiti dunque le tipologie ed il ruolo dei vari elementi costituenti la struttura, si deve determinare un percorso dei carichi chiaro e ben identificabile. Ciascun elemento deve essere chiamato a svolgere la funzione per cui è stato progettato, non solo per una questione di eleganza formale e di ottimizzazione strutturale, quanto piuttosto per una forte esigenza di accuratezza nella definizione dello stato tensionale, che, nel caso del vetro, risulta più stringente rispetto ai casi di progettazione con materiali tradizionali. Anche in questo caso un ruolo di primo piano è assegnato ai software di calcolo avanzati.

Bibliografia Capitolo 1:

- [1] Charleson, A W, Structure as Architecture - A source book for architects and structural engineers, Elsevier (2005);
- [2] Wurm, J, Glass Structures - Design and construction of Self-supporting skins, Birkhauser Verlag AG (2007);
- [3] “Norme tecniche per le costruzioni” di cui al D.M. 14 gennaio 2008;
- [4] Biolzi, L, Cattaneo, S & Rosati, G, Progressive damage and fracture of laminated glass beams, Construction and Building Materials **23** [4], pp. 577-584 (2009).

## 2. IL VETRO

Il vetro è un materiale prodotto da fusione definito come liquido sottoraffreddato metastabile (Eric Le Bourhins, 2008).

In genere quando un solido allo stato fuso viene raffreddato, il suo volume diminuisce progressivamente sino alla temperatura di solidificazione, alla quale si completa un processo di riorganizzazione strutturale che attraverso opportuni riarrangiamenti interni porta alla creazione di una struttura ordinata e geometricamente ben definita. Se il raffreddamento non è troppo rapido il fuso ha tutto il tempo necessario per raggiungere la configurazione cristallina.

Esistono, però, dei liquidi che in prossimità del punto di solidificazione sono dotati di altissima viscosità e che dunque non hanno il tempo di cristallizzare secondo percorsi geometrici definiti. Le molecole che li compongono non hanno infatti la mobilità sufficiente per realizzare quegli spostamenti relativi necessari al raggiungimento di una configurazione cristallina ordinata. Il raffreddamento di questi liquidi dà così origine ad uno stato *metastabile* intermedio detto *stato vetroso*.

La silice, componente principale del vetro, può esistere in natura sia sotto forma cristallina (quarzo, tridimite, cristobalite) sia sotto forma vetrosa.

In quest'ultimo caso si presenta sottoforma di ossidiana, un vetro vulcanico la cui formazione è dovuta al rapido raffreddamento delle lave.



**Fig. 2.1 Ossidiana, vetro naturale**

All'interno dei vulcani, infatti, la temperatura e la pressione è così elevata da fondere i silicati dando origine alla lava. Essa, in particolari condizioni, a contatto con l'aria si raffredda rapidamente trasformandosi in ossidiana (vedi Fig. 2.1).

Il raffreddamento è così veloce da non consentire agli atomi di ordinarsi in forma cristallina. L'ossidiana si presenta dunque come un vetro naturale, del tutto simile a quello di produzione umana.

## 2.1 COSTITUENTI DEL VETRO

Le materie prime per la formazione del vetro si possono suddividere in:

- *formatori* (detti anche vetrificanti): sono sostanze che per semplice fusione e raffreddamento possono assumere struttura vetrosa, come il diossido di silice  $\text{SiO}_2$
- *modificatori* (detti anche fondenti): vengono aggiunti ai vetrificanti per abbassare il punto di rammollimento. In genere si utilizzano gli ossidi di metalli alcalini ( $\text{Na}_2\text{O}$  oppure  $\text{K}_2\text{O}$ ) o in alternativa alcalino - terrosi ( $\text{CaO}$ )
- *additivi*: possono essere aggiunti con funzionalità diverse: stabilizzanti, opacizzanti, affinantanti, ecc.

Il vetro utilizzato nelle costruzioni è composto per il 75 % da *diossido di silice* ( $\text{SiO}_2$ ). Questa componente proviene principalmente dalla sabbia, materia prima "vetrificante" per eccellenza.

La silice causa quel reticolo a carattere amorfo e disordinato che caratterizza la struttura vetrosa (vedi Fig. 2.2).

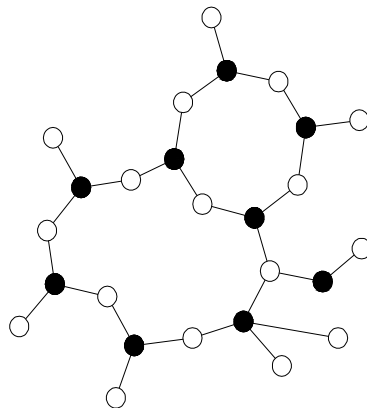


Fig. 2.2 Matrice irregolare di  $\text{SiO}_2$  ( pallino nero = silicio, pallino bianco = ossigeno)



Oltre alla silice, costituente essenziale del vetro è l'*ossido di sodio* ( $\text{Na}_2\text{O}$ ), impiegato al fine di abbassare la temperatura di fusione della silice da  $2000^\circ\text{C}$  a  $550^\circ\text{C}$  e facilitare in questo modo i processi di lavorazione.

L'ossido di sodio è presente in proporzioni variabili tra il 12-13% nei vetri per lastre, 13-16% nei vetri per contenitori e circa il 20% nei vetri artistici. Viene introdotto nella miscela vetrificabile attraverso la soda, carbonato sodico di provenienza industriale. L'apporto dell'ossido di sodio è indispensabile per assicurare la fusibilità della materia prima e per la modifica intenzionale di proprietà, quali densità, dilatazione, resistenza chimica e intervallo di lavorabilità del materiale.

Si deve, infatti, sottolineare che il vetro non presenta una temperatura di solidificazione univoca, così come non presenta un unico punto di fusione; esso, una volta riscaldato, passa gradualmente dallo stato solido a quello di massa fusa, attraverso lo stato plastico-viscoso. La formatura dell'elemento in vetro avviene dunque in un intervallo di tempo, detto appunto "intervallo di lavorazione", all'interno del quale si realizza un aumento progressivo di viscosità fino al raggiungimento dello stato solido.

Dal momento che una maggiore quantità di sodio comporta un intervallo di lavorazione più lungo e compreso tra due temperature più basse, ne deriva che un vetro a maggior contenuto di ossido di sodio è adatto alla lenta lavorazione manuale, mentre quello a minor contenuto di ossido di sodio è adatto alla elevata velocità di lavorazione delle macchine utilizzate nella produzione industriale.

Altro componente del vetro è il carbonato di calcio, utilizzato per introdurre nel vetro l'*ossido di calcio* ( $\text{CaO}$ ), uno stabilizzante che contribuisce a rendere la struttura del vetro meno alterabile rispetto a quella che si otterrebbe da composizioni costituite esclusivamente da silice ed ossido di sodio.

L'ossido di calcio rende i vetri più stabili sia chimicamente che meccanicamente ed influisce sulla viscosità del fuso limitando l'intervallo di lavorazione.

A sabbia, soda e carbonato di calcio, si aggiunge infine *solfo sodico*, una sostanza "affinante" che facilita l'espulsione dal fuso delle bolle gassose generate dalla decomposizione della miscela migliorando così l'omogeneità del vetro.

Le materie prime indicate, se di opportuna purezza, consentono di ottenere vetro trasparente e incolore; aggiunte di piccole quantità di sostanze coloranti, ad esempio

ossidi di ferro e cromo per il verde, composti di zolfo per il giallo-bruno, di cobalto per il blu, consentono di ottenere vetri di colorazione diversa e della tonalità desiderata.

Tra le materie prime impiegate per la produzione del vetro deve essere annoverato anche il rottame di vetro che, depurato da ogni elemento estraneo, può essere immesso nel ciclo produttivo in percentuale variabile, sino al 90%, consentendo di risparmiare energia e materie prime (vedi Fig. 2.3).



**Fig. 2.3 Rottami di vetro**

## 2.2 PROPRIETÀ MECCANICHE

- **Densità:** il vetro ha densità pari a  $25 \text{ kN/m}^3$ .
- **Modulo di Young:** questo modulo esprime la forza di trazione che bisognerebbe teoricamente applicare ad una provino di vetro per conferirgli un allungamento pari alla sua lunghezza iniziale.  
Secondo le Norme Europee per il vetro vale  $70 \text{ GPa}$ .
- **Resistenza alla compressione:** il vetro offre un'elevatissima resistenza a compressione, circa  $1000 \text{ MPa}$ .
- **Resistenza a flessione:** un vetro sollecitato a flessione presenta una faccia compressa ed una tesa. La criticità del vetro si presenta sulla faccia tesa dove la resistenza varia a seconda della tipologia di vetro.  
Se il vetro è ricotto la sua resistenza a trazione è dell'ordine di  $45 \text{ MPa}$ , mentre se è temprato varia tra  $120$  e  $200 \text{ MPa}$  a seconda della lavorazione e dello spessore.  
  
Nel vetro temprato si ha un'alta resistenza a trazione in quanto entrambe le facce del vetro vengono sottoposte ad uno stato tensionale di presollecitazione di compressione.
- **Coefficiente di Poisson  $\nu$ :** quando un provino subisce un allungamento in conseguenza di uno sforzo meccanico, si osserva un restringimento della sua sezione. Il coefficiente di Poisson  $\nu$  è il rapporto tra il restringimento unitario in direzione perpendicolare al senso dello sforzo e l'allungamento unitario in direzione dello sforzo. Per i vetri utilizzati in edilizia vale  $0.22$ .
- **Coefficiente di espansione termica  $\alpha_T$ :** la dilatazione lineare per effetto termico è espressa dalla misura dell'allungamento dell'unità di lunghezza di provino per variazione di temperatura di  $1 \text{ }^\circ\text{K}$ .  
Il coefficiente si riferisce ad un intervallo di temperatura compreso tra i  $20^\circ\text{C}$  e i  $300 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Per il vetro il coefficiente  $\alpha_T$  vale  $9 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

**Tab. 2.1 Proprietà meccaniche vetro**

Caratteristica	Simbolo	Valore numerico
Densità (a 18 °C)	$\rho$	2500 kg/m <sup>3</sup>
Durezza (Knoop)	$HK$	6 GPa
Modulo elastico	$E$	70000 MPa
Coefficiente di Poisson	$\nu$	0.2
Resistenza caratteristica a flessione	$f_{gk}$	45 MPa
Coefficiente di espansione termica tra 20°C e 300°C	$C$	$0.72 \cdot 10^{-3}$ J/(kg·K)
Resistenza a differenziali improvvisi di temperatura	$\alpha$	$9 \cdot 10^{-6}$ K <sup>-1</sup>
Conducibilità termica	$\lambda$	1 W/(m·K)
Indice medio di riflessione nel campo del visibile	$N$	1.5
Emissività	$\varepsilon$	0.837

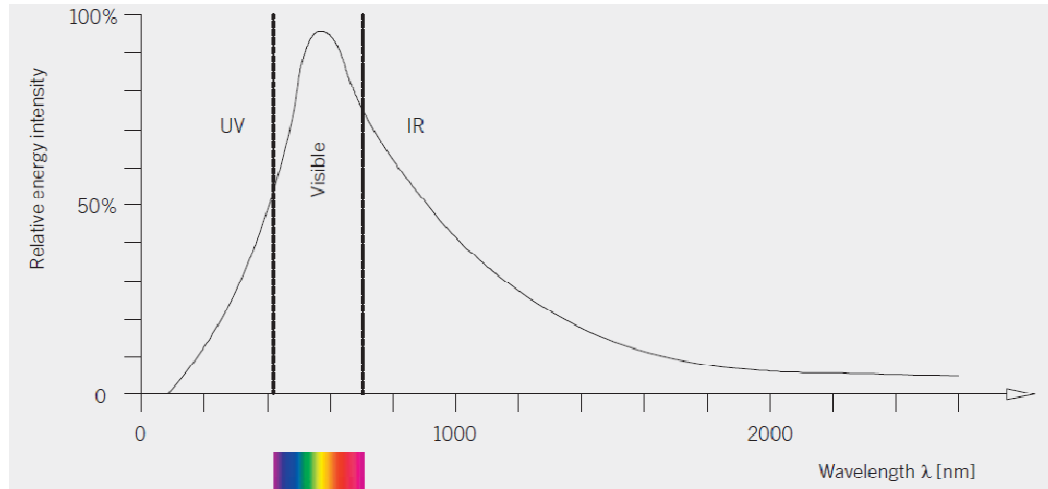
**Tab. 2.2 Confronto proprietà meccaniche**

	<b>Acciaio S235</b>	<b>Legno S10</b>	<b>Calcestruzzo C20/25</b>	<b>Vetro di silicato sodo-calcico</b>
Indice medio di riflessione nel campo del visibile	-	-	-	1.5
Densità (a 18 °C) [kN/m <sup>3</sup> ]	78.5	6	22	25
Modulo elastico [MPa]	210000	11000	29000	70000
Resistenza caratteristica a trazione [MPa]	240	14	2.2	45
Elongazione a rottura [%]	25	0.7	-	0.006-0.17

## 2.3 PROPRIETÀ FISICHE

### 2.3.1 Trasparenza

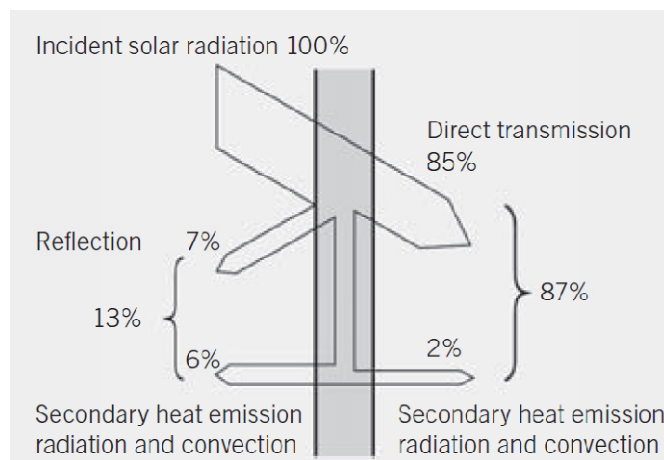
La proprietà più evidente del materiale vetro è l'elevata trasparenza nell'intervallo del visibile, dove le lunghezze d'onda  $\lambda$  sono comprese tra 380 e 750 nm (vedi Fig. 2.4).



**Fig. 2.4 Campo del visibile**

In realtà il vetro non è completamente trasparente, parte della luce che investe il materiale infatti viene assorbita e parte riflessa (Wurm, 2007).

Con il termine di *trasmissione* si indica la porzione di luce che oltrepassa l'elemento vetro senza subire deviazioni mentre si indica con *riflessione* la quota parte di luce che viene appunto riflessa, infine con il termine di *assorbimento* si intende la capacità del materiale in esame di trasformare l'onda luminosa in altre forme di energia come ad esempio il calore. La percentuale di luce assorbita dipende dallo spessore dell'elemento in vetro.



**Fig. 2.5 Differenziazione dell'onda luminosa in trasmissione, riflessione, assorbimento**

Alla base dei fenomeni di trasmissione, riflessione ed assorbimento c'è il principio di conservazione dell'energia, secondo il quale:

$$\tau + \rho + \alpha = 1,$$

dove  $\tau$  è il fattore di trasmissione,  $\rho$  è il fattore di riflessione e  $\alpha$  è il fattore di assorbimento.

Un'altra importante proprietà consiste nell'elevata viscosità del vetro, a temperatura ambiente infatti la viscosità raggiunge  $10^{20}$  dPa s (per capirne l'importanza si può confrontare tale valore di viscosità con quello dell'acqua che vale  $10^{-1}$  dPa s).

### 2.3.2 Viscosità

La viscosità è una grandezza che misura la resistenza di un liquido viscoso alle deformazioni di taglio.

Più alta è la viscosità, maggiore sarà la resistenza a scorrimento.

Si consideri un materiale compreso tra due piani (superfici  $S$ ) e si applichi una forza tangenziale  $F$  al piano superiore. Se il materiale è solido (viscosità infinita) non si verifica nessun scorrimento, se al contrario è un liquido viscoso ci sarà scorrimento (vedi Fig. 2.6).

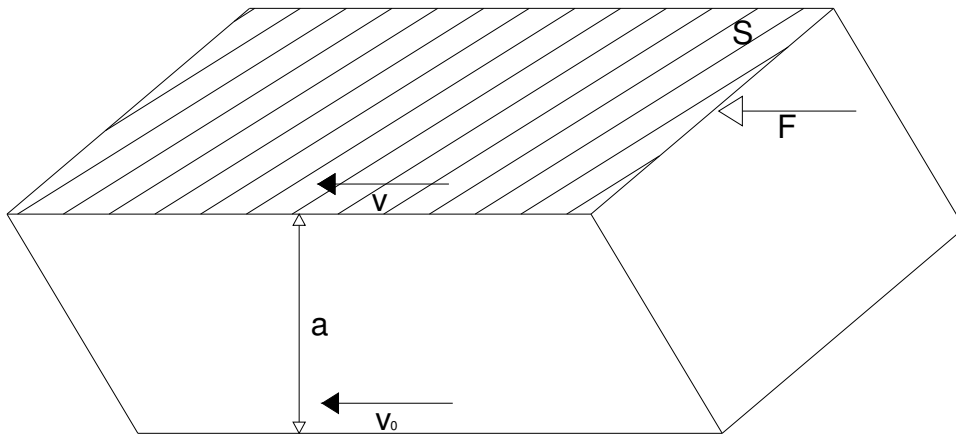


Fig. 2.6 Viscosità

Se si ipotizza che non ci siano spostamenti tra il materiale e il piano di appoggio, la velocità di scorrimento varierà tra  $v_0$  alla base (in questo caso  $v_0$  vale zero) e il valore  $v$  alla distanza  $a$  secondo il gradiente:

$$\nabla v = \frac{v - v_0}{a}.$$

Questo gradiente cresce al crescere della forza  $F$  applicata.

Definendo lo sforzo di taglio come:

$$\tau = \frac{F}{S},$$

si può legare il gradiente della velocità allo sforzo di taglio come:

$$\tau = \frac{F}{S} = \eta \cdot \nabla v,$$

dove  $\eta$  indica la viscosità e si misura in Pa s.

In genere la viscosità del vetro viene espressa in Poise che equivalgono ad 1 dPa s (un deci-pascal secondo).

La viscosità dinamica,  $\eta$ , è quindi una grandezza che descrive la resistenza opposta allo scorrimento da un liquido sotto l'azione di una forza.

Essa dipende fondamentalmente da tre parametri: temperatura, composizione chimica del materiale e storia termica, ovvero il modo con cui il vetro si è formato a partire dallo stato di fuso.

Si può definire la viscosità come un processo cinetico di attivazione, di conseguenza la sua dipendenza dalla temperatura può essere descritta attraverso la relazione di Boltzmann:

$$\eta = k \cdot e^{\frac{E_{\eta}}{RT}},$$

dove  $E_{\eta}$  è l'energia di attivazione dello scorrimento viscoso ed  $R$  è la costante dei gas. Questa relazione rappresenta solo un'approssimazione del reale comportamento di un fluido viscoso, essa sarebbe infatti valida per fluidi ideali con particelle perfettamente sferiche e perfettamente isotrope dal punto di vista delle forze di legame. Se infatti si volesse costruire il grafico del  $\log \eta$  contro l'inverso della temperatura per diversi tipi di vetro si otterrebbero delle rette la cui pendenza è proprio rappresentata da  $E_{\eta}$  (vedi Fig. 2.7).

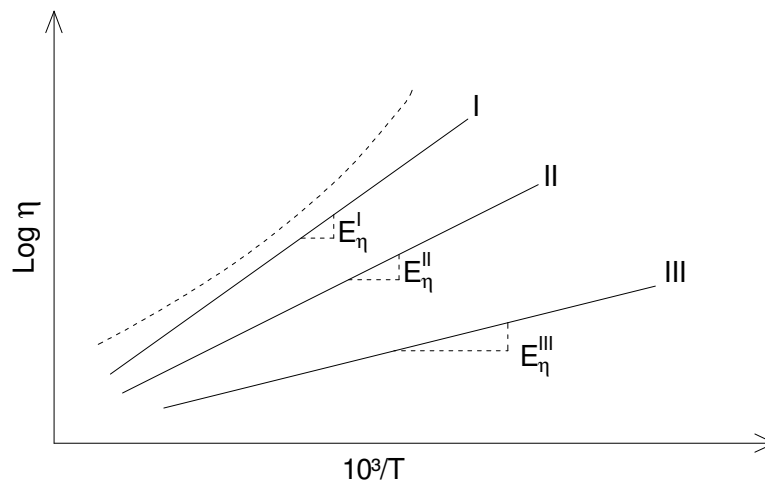


Fig. 2.7 Energia di attivazione dello scorrimento viscoso in funzione della temperatura



I vetri con bassi valori di energia di attivazione dello scorrimento viscoso sono detti del III tipo o "dolci": essi sono caratterizzati da una viscosità che varia poco in un ampio intervallo di temperatura, sono quindi i più adatti a subire lavorazioni quali processi di formatura o laminazione. I vetri con alti valori di energia di scorrimento viscoso sono detti invece del I tipo o "corti", in questo caso la viscosità varia notevolmente in un piccolo intervallo di temperatura, la lavorazione diventa quindi più difficile perché richiede un accurato controllo della temperatura.

Spesso non si hanno relazioni lineari tra viscosità e temperatura (curva tratteggiata) e questo è un'ulteriore conferma dell'esistenza nel vetro di strutture complesse (clusters, aggregati molecolari, ecc.) che si oppongono al progressivo allentamento del materiale all'aumentare della temperatura.

La viscosità è dunque molto importante ed influente nella produzione del vetro; si riportano i valori che essa assume in funzione della fase di lavorazione:

$\eta = 10^2$ dPas	punto di fusione
$\eta = 10^4$ dPas	punto di lavorazione
$\eta = 10^{7.6}$ dPas	punto di rammollimento
$\eta = 10^{13}$ dPas	punto superiore di ricottura
$\eta = 10^{14.5}$ dPas	punto inferiore di ricottura, o di tensione

Durante la fase di fusione è essenziale omogeneizzare il fuso e permettere l'eliminazione delle bolle formatesi per decomposizione della miscela, attraverso un processo apposito detto affinaggio.

L'efficienza dei processi di fusione e affinaggio aumenta al diminuire della viscosità ed è pertanto consuetudine fondere il vetro in un range di viscosità attorno ai 100 poises (punto di fusione,  $\log \eta = 2$ ). Per la grande maggioranza dei vetri commerciali sodico calcici a questa viscosità corrisponde una temperatura di 1400-1500°C, ma per vetri con elevati tenori in silice, quali i vetri borosilicati, può essere necessario fondere a temperature prossime a 1700°C.

Nella produzione di articoli in vetro, in particolare per la produzione in automatico, si deve convertire il vetro fuso in articolo finito nel più breve tempo possibile. Per un vetro sodico-calcico ciò significa introdurre il vetro nella macchina formatrice a temperature attorno ai 1200°C ed estrarlo attorno ai 700°C, temperatura alla quale il vetro non si deforma più sotto il proprio peso. In questo intervallo di lavorazione il valore iniziale della viscosità dipende dalle dimensioni dell'oggetto e dal tipo di lavorazione: si va da  $\log \eta = 3$  per oggetti prodotti automaticamente a  $\log \eta = 4$  per quelli formati manualmente. Alla temperatura inferiore dell'intervallo di lavorazione, alla quale, come detto, il vetro non rammollisce sotto il proprio peso, la viscosità è pari  $\log \eta = 7.6$ . L'oggetto di vetro deve infine essere raffreddato molto lentamente, ad una temperatura alla quale l'oggetto, pur non deformandosi possiede una viscosità tale da consentire il rilascio delle tensioni ( $\log \eta = 13.4$ , punto di ricottura) sino ad una temperatura al di sotto della quale il vetro può essere considerato completamente elastico ( $\log \eta = 14.5$ , punto di tensione).

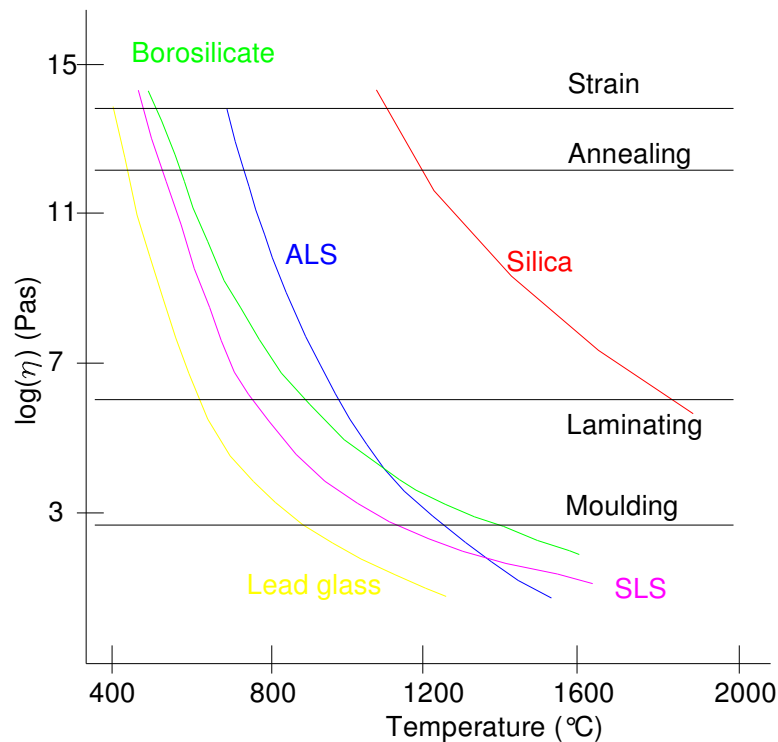


Fig. 2.8 Legame Temperatura - Viscosità

In Fig. 2.8 si osserva come la viscosità dipenda sia dalla temperatura che dalla composizione chimica dell'elemento di vetro in esame.

## 2.4 PRODUZIONE DEL VETRO PIANO

La tecnica di produzione, attualmente utilizzata per la fabbricazione di vetro piano, è stata messa a punto negli anni Cinquanta e consiste nel far galleggiare il vetro fuso su di un bagno di stagno liquido (Eric Le Bourhins, 2008 e Haldimann et al., 2008).

Nella formazione del vetro, elemento che, come detto, non presenta un punto di fusione netto, si lavora in un range di temperatura in cui il materiale è allo stato plastico. I limiti di tale intervallo oscillano tra picchi massimi detti "punti di aggregazione", in cui la temperatura è di 1100 °C circa, e livelli minimi, detti "punti di trasformazione", in cui la temperatura si aggira attorno a 800 °C.

La fabbricazione e la lavorazione del vetro si articolano in quattro fasi: fusione, formatura, ricottura, finitura.

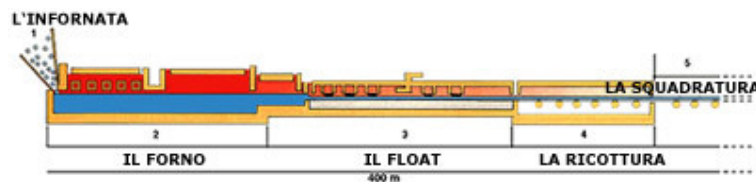


Fig. 2.9 Processo produzione vetro

### La fusione delle materie prime

Le materie prime, contenute in silos, vengono elettronicamente pesate ed opportunamente miscelate ed umidificate.

Si ottiene così una miscela vetrificabile che viene convogliata, mediante nastri trasportatori, nel forno fusorio, all'interno del quale la temperatura raggiunge i 1550 °C, la più alta dell'industria (vedi Fig. 2.10).

Durante la fusione, si verificano l'eliminazione dell'acqua presente nei componenti di partenza, la dissociazione dei carbonati e dei solfati con sviluppo di anidride carbonica o solforosa così da formare una massa fusa il più possibile omogenea.



**Fig. 2.10** Introduzione materie prime nella miscela vetrosa

Per ovviare agli inconvenienti dovuti alla presenza di bolle di gas all'interno della miscela, difficilmente eliminabili a causa dell'alta viscosità del vetro fuso, vengono aggiunti degli affinananti che, quando riscaldati, sviluppano dei gas in grado di trascinare le bollicine presenti nella massa vetrosa in superficie, operando inoltre un efficace rimescolamento che rende la massa fusa maggiormente omogenea. Per evitare la devetrificazione si può diminuire la velocità di raffreddamento e impedire la formazione di germi aggiungendo piccole quantità di  $Al_2O_3$ ,  $MgO$ ,  $ZnO$ ,  $BaO$ .

### 2.4.1 Processo di produzione del Vetro Float

Per quanto concerne la produzione del vetro piano, a partire dalla fine degli anni Cinquanta è stato introdotto il processo float (Pilkington) in sostituzione dei precedenti metodi di tiratura.

Nel processo denominato *float glass*, la pasta vitrea, proveniente dal crogiolo alla temperatura di 1100 °C, assume forma perfettamente piana in un forno a tunnel la cui base è formata da un letto di 7 cm di stagno fuso. Il vetro che a questa temperatura è molto viscoso e lo stagno, che invece è molto fluido, non si mischiano. Nel tunnel è presente un'atmosfera condizionata debolmente riducente, contenente azoto e idrogeno, in modo da non ossidare lo stagno. Il vetro viene quindi fatto galleggiare (float) sullo stagno. Lo stagno leviga la superficie inferiore del vetro per diretto contatto, mentre la parte superiore si appiattisce per gravità essendo ancora materiale allo stato semifuso.

Lo spessore del nastro di vetro float è dato dalla velocità di rotazione dei rulli, detti tops, situati ai bordi della vasca. Un rallentamento dei tops determina una stesura del vetro liquido a minore velocità e la formazione di un nastro di vetro di maggiore consistenza. Si ha la situazione inversa se si verifica un'accelerazione dei rulli ed un aumento della pressione delle saracinesche poste all'inizio del bagno. Alla fine di quest'ultima fase, il vetro ha raggiunto la temperatura di 600 °C ed è ormai allo stato semisolido: viene quindi sollevato e posto in un tunnel di raffreddamento. Segue quindi la fase di taglio trasversale del vetro in lastre (in genere di 6 m di lunghezza) e un ulteriore taglio longitudinale per rimuovere le tracce dei rulli. I pezzi di vetro di scarto verranno reintrodotti nel processo produttivo come rottame di vetro.



**Fig. 2.11 Raffreddamento e taglio dei nastri di vetro**

I vantaggi del procedimento *Float glass* sono la semplicità di esecuzione, l'elevata resa (un forno produce oltre 600 tonnellate al giorno di vetro con ridotto scarto), la perfetta planarità e parallelismo delle superfici della lastra e la possibilità di ottenere qualunque spessore tra 1,3 e 24 mm.

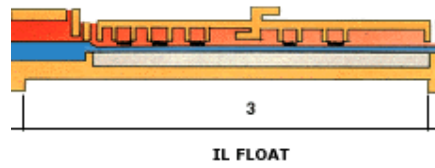


Fig. 2.12 Il vetro float

### La ricottura

Il nastro di vetro, deposto a 600°C sui rulli di un tunnel di raffreddamento, lungo 100 metri, si raffredda sotto controllo fino alla temperatura ambiente (vedi Fig. 2.13).

Esso acquista intorno ai 500°C le proprietà di un solido perfettamente elastico.

Al fine di eliminare le tensioni che si generano durante la formatura e che rendono difficile le operazioni di finitura come, ad esempio, il taglio, si procede effettuando la fase di ricottura, ovvero si procede a riscaldare nuovamente il vetro fino a 600 °C.

Tale operazione è una fase essenziale per eliminare le tensioni interne formatesi per irregolarità di riscaldamento o raffreddamento.

La scelta della temperatura e della velocità di raffreddamento avviene in funzione del tipo di vetro e del suo spessore. Dopo aver raggiunto la temperatura di 600 °C, l'oggetto viene mantenuto in tale stato per un periodo sufficiente ad assicurare il raggiungimento dell'uniformità termica in ogni suo punto; quindi viene raffreddato lentamente fino ad una temperatura di 450 °C, ed infine viene portato a temperatura ambiente.

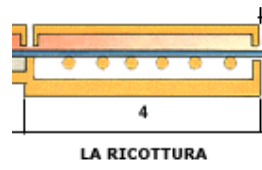


Fig. 2.13 La ricottura

### La squadratura

Raffreddato all'aria libera, il nastro di vetro è controllato e, successivamente, tagliato in lastre dalla dimensione massima di 6 x 3,21 m, con taglio dei bordi longitudinali. Gli elementi sono successivamente posizionati verticalmente su dei cavalletti per mezzo di elevatori a ventosa (vedi Fig. 2.15).

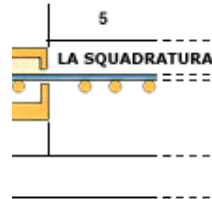


Fig. 2.14 La squadratura



Fig. 2.15 Vetri posizionati su cavalletti

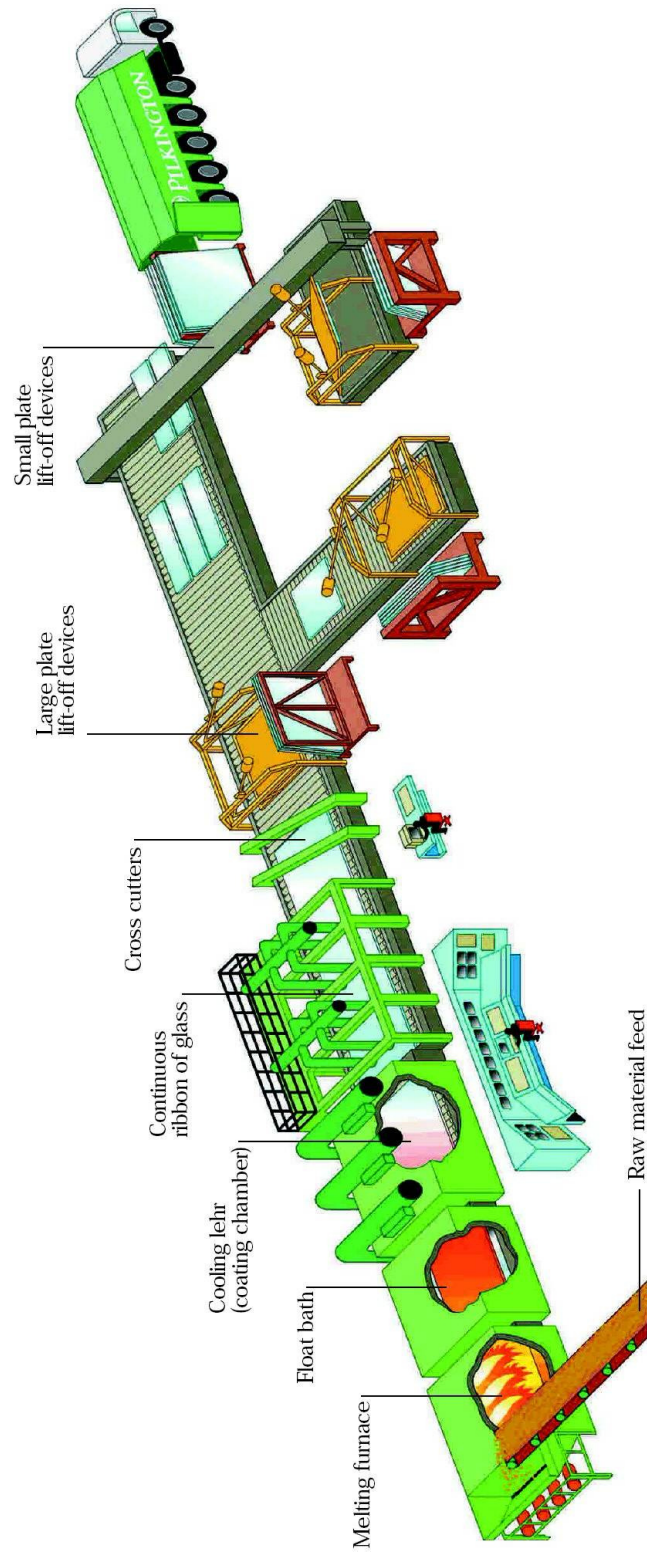


Fig. 2.16 Schema di produzione Metodo Pilkington



Così realizzato, il vetro non ha più bisogno di levigatura superficiale.

Una volta prodotta, la lastra di vetro può subire delle trasformazioni atte a conferirle le prestazioni termiche, estetiche, meccaniche, elettriche, ecc. volute.

Tra queste possiamo ricordare:

- la *modifica della composizione*, per la produzione di vetri colorati, di vetri speciali, vetroceramici;
- l'*associazione con altri materiali*, che permette la realizzazione di prodotti compositi quali: vetro e polivinilbutirrale (sicurezza), vetro e resina (isolamento acustico), vetri e gel (antifuoco), vetro e vetro con particolari funzioni estetiche (decorazione);
- la *trasformazione della superficie*, attraverso trattamenti come la molatura o la satinatura dei vetri utilizzati nell'architettura di interni e la decorazione;
- il *deposito superficiale* di strati sottili per la fabbricazione di specchi, di vetri smaltati, di vetri a controllo solare o di vetri che permettono il risparmio energetico;
- l'*indurimento meccanico* attraverso la tempra termica o chimica per la produzione di vetri di sicurezza.

### 2.4.2 Processi meccanici sul vetro: taglio, foratura e molatura

I processi meccanici su un materiale fragile come il vetro vengono fatti attraverso strumentazione a più punte, polvere di diamante, carborundum; tali processi includono: il taglio, la foratura e la molatura degli spigoli e della superficie (Wurm, 2007).

Tutti questi processi portano alla rimozione di microscopiche e macroscopiche scaglie di materiale nell'area trattata e ciò comporta una diminuzione della resistenza.

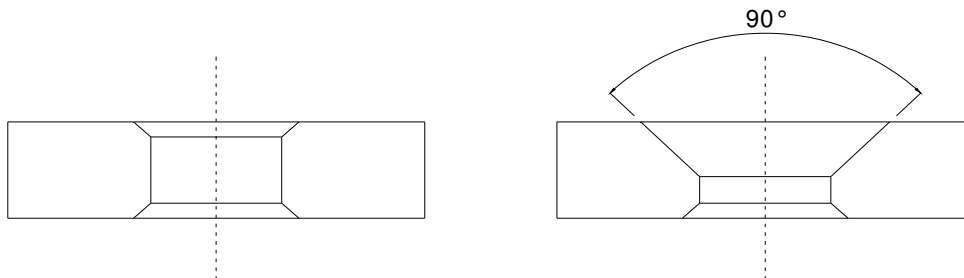
Essa dipende infatti strettamente dalla forma e dalle condizioni della superficie e degli spigoli.

Gli spigoli dei vetri tagliati con metodi convenzionali presentano microfratture e linee ondulate, linee di Wallner, che nascono sulle superfici di rottura dei materiali fragili per interazione del fronte di rottura con onde acustiche trasversali, che si originano per effetto di eventuali discontinuità presenti nel materiale. Per limitare l'effetto di questi difetti, gli spigoli del vetro strutturale vengono sottoposti ad una accurata molatura, che asporta in genere 2 mm di materiale.

Anche i trattamenti della superficie del vetro possono essere influenti sulla resistenza del materiale stesso, ad esempio la sabbiatura, fatta al fine di creare un effetto matt, può ridurre la resistenza del 50%.

Tale riduzione può essere in parte recuperata se si effettua l'operazione di tempra dopo aver completato tutti gli altri processi meccanici.

Nel vetro strutturale è molto diffusa l'operazione di foratura per connessioni bullonate. Il diametro dei fori deve essere almeno uguale allo spessore del vetro, preferibilmente due volte lo spessore (vedi Fig. 2.17). Inoltre la Norma prescrive specifiche distanze tra i fori e gli spigoli della lastra di vetro (vedi Fig. 2.18).



**Fig. 2.17 Foratura cilindrica per bullonatura**

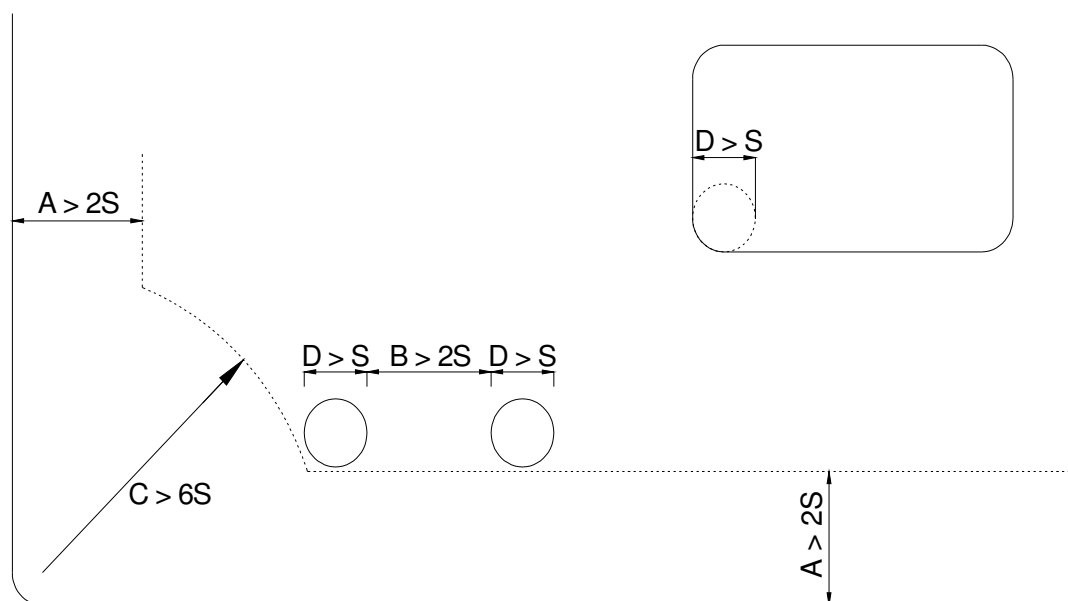


Fig. 2.18 Distanze minime tra fori e spigoli

- A distanza dallo spigolo
- B distanza tra fori
- C distanza dall'angolo
- S spessore del vetro

Si sottolinea che i processi secondari di rifinitura indicati, quali la molatura degli spigoli, sono essenziali nei vetri che verranno esposti all'ambiente perché riducono le possibilità di rottura ed incrementano la trasparenza e la lucidità della superficie.

Ad esempio la qualità di riflessione degli spigoli incrementa al diminuire della dimensione dei grani utilizzati per la molatura.

## 2.5 TRATTAMENTI TERMICI

I trattamenti termici comportano un notevole incremento della resistenza del vetro qualora venga sottoposto a carichi meccanici o termici, fra questi processi il principale è la tempra.

### 2.5.1 La tempra

Frutto di una intensa ricerca di laboratorio, la tecnica della tempra risale al 1959 quale adeguata risposta alla domanda dell'industria automobilistica; essa richiedeva infatti che i vetri impiegati non si rompessero in frammenti taglienti a seguito di eventuali urti.

La **tempra** consiste dunque nell'incrementare notevolmente la resistenza meccanica superficiale dell'elemento in vetro attraverso un iniziale riscaldamento dell'impasto vitreo fino a circa 640 °C, seguito da un brusco raffreddamento con getti di aria fredda. La tecnica determina la creazione di tensioni permanenti di compressione sulla superficie del vetro, bilanciate all'interno da equivalenti tensioni di trazione. In questo modo si incrementa da 3 a 5 volte la resistenza meccanica a trazione, all'urto ed allo sbalzo termico del vetro.

Il vetro temprato, inizialmente utilizzato per la fabbricazione di vetri per le automobili, è oggi largamente impiegato nell'edilizia e in quelle speciali applicazioni in cui è richiesto un particolare grado di sicurezza. Sottoposto ad un colpo violento, infatti, il vetro temprato, rompendosi, si frantuma in una moltitudine di piccoli frammenti non taglienti (vedi Fig. 2.19).

Esistono due principali tipi di tempra: quella termica e quella chimica.

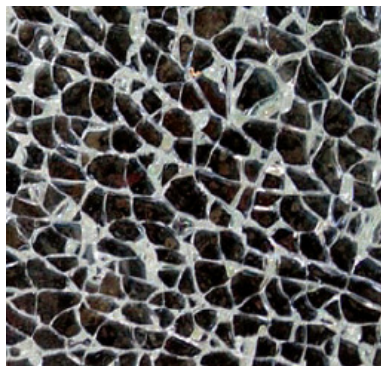
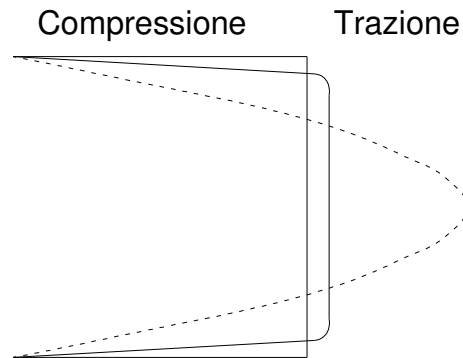


Fig. 2.19 Tipica rottura del vetro temprato

Il processo di *tempra chimica* viene effettuato su vetri con alto contenuto di sodio tramite un processo di scambio ionico, esso consiste nell'immergere il vetro in un bagno di

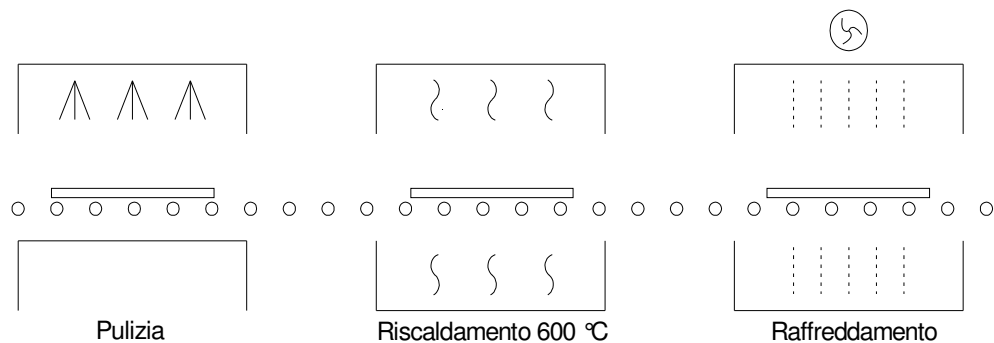
cloruro di potassio scaldato a circa 350°C così che si realizzi uno scambio tra gli ioni di sodio, di piccolo diametro, della superficie del vetro e gli ioni  $K^+$  della soluzione, di maggiori dimensioni. La zona superficiale del vetro tende a dilatarsi, ma essendo contrastata dalla parte interna, viene posta in compressione. Rispetto alla tempra termica, in quella chimica lo sforzo di compressione indotto è più elevato ma si sviluppa per uno spessore inferiore, questo fa sì che i difetti superficiali abbiano ancora notevole influenza sul comportamento del vetro (vedi Fig. 2.20). Grazie all'immersione della lastra di vetro nel bagno di sali vengono temprati anche i bordi della lastra.



**Fig. 2.20** Andamento degli sforzi indotti in una lastra di vetro da tempra chimica (linea continua) e da tempra termica (linea tratteggiata)

Per quanto riguarda la tempra di tipo termico ne esistono due tipi: *fully tempered safety glass* e *heat strengthened glass*.

Il primo tipo di tempra permette il raggiungimento di più elevate sollecitazioni interne in quanto, a partire dalla stessa temperatura iniziale, il raffreddamento avviene molto più velocemente.



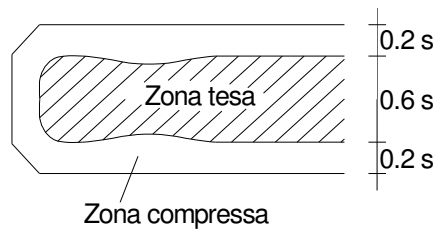
**Fig. 2.21** Processo di tempra

Il vetro, prodotto con il processo di floating, è posto su un tavolo a rulli e fatto scorrere all'interno di un forno così da essere riscaldato fino alla temperatura di tempra, ovvero

640 °C (vedi Fig. 2.21). Una volta estratto dal forno, il vetro viene raffreddato con aria in movimento alla temperatura ambiente, in modo tale che la pelle esterna si raffreddi velocemente con conseguente indurimento, mentre quella interna si raffredda con tempi molto più lunghi. Quindi quando la parte interna arriva a raffreddamento, quella esterna si trova già alla sua forma permanente, il tentativo di restringimento della parte interna, essendo attaccata a quella esterna, comporta dunque una sorta di richiamo sull'esterna. Ecco perché si genera uno stato di compressione nella pelle esterna, e per bilanciare gli sforzi, una conseguente tensione nella parte interiore.

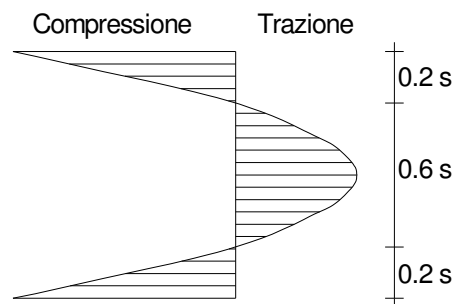
Il processo di tempra, imponendo uno stato di compressione superficiale, comporta che le fratture o i difetti esistenti in superficie vengano “chiusi”, la rottura risulta così posposta, in quanto il carico deve esaurire prima la risorsa di resistenza dovuta allo stato di compressione esterna e solo dopo potrà generare uno stato di trazione nel materiale stesso.

Gli stati di tensione indotti dal processo di tempra possono essere determinati osservando il vetro in luce polarizzata (vedi Fig. 2.22).



**Fig. 2.22 Stato di sollecitazione interna imposto dalla tempra**

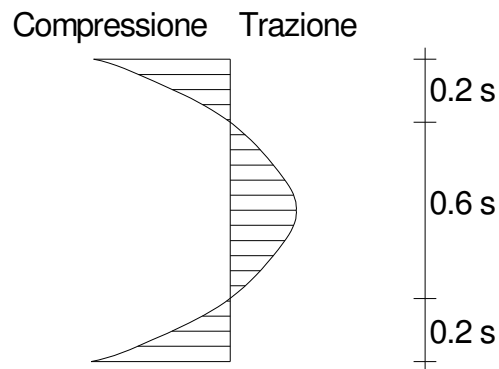
Non tutti i vetri sono però temprabili; in particolare, non lo sono se presentano forme articolate o numerosi fori vicini tra loro, in quanto possono rompersi durante il trattamento termico, a causa delle tensioni interne del materiale. Inoltre lo spessore del vetro da temprare deve essere di almeno 4 mm per permettere il corretto sviluppo e la corretta distribuzione delle tensioni interne.



**Fig. 2.23 Distribuzione parabolica tensioni interne per *fully tempered safety glass***

Gli *heat strengthened glass*, detti anche vetri induriti, presentano anch'essi una distribuzione di sollecitazioni interne di tipo parabolico ma vengono raggiunti dei picchi di sollecitazione inferiori (vedi Fig. 2.24).

Rispetto al vetro float il vetro indurito ha una resistenza a flessione maggiore ed anche una resistenza maggiore agli sbalzi termici.



**Fig. 2.24** Distribuzione parabolica tensioni interne per *heat strengthened glass*

I vetri sottoposti a tempra completa vengono prodotti con spessori fino a 19 mm (casi particolari raggiungono anche 25 mm di spessore), quelli invece induriti raggiungono al massimo uno spessore di 12 mm, in quanto si presentano difficoltà di controllo della qualità per spessori superiori.

Come detto in precedenza, il vetro temprato è decisamente più resistente del vetro *float*, questo perché i difetti superficiali vengono mantenuti "chiusi" dalle tensioni meccaniche di compressione imposte dal processo termico. Si sottolinea che, anche se la parte interna può presentare difetti in grado di generare fessurazione, è difficile che si sviluppi questo fenomeno per la difficoltà che incontrano gli agenti esterni a penetrare nel vetro.

Quindi il vetro temprato è meno facilmente indotto a fessurarsi e comunque, anche se ciò avvenisse, i frammenti di piccole dimensioni e con bordi non taglienti, derivanti dalla rottura, provocano danni molto limitati a persone o cose nel caso in cui si verifici il contatto.

Tab. 2.3 Caratteristiche vetro temprato

	Stock sizes	Surface compressive strength [MPa]	Fracture strength [MPa]	Thermal shock resistance [K]	Risk of spontaneous fracture (NiS inclusions)	Can be cut
<b>Soda-lime glass</b>						
<b>Float glass</b>	2mm-21mm	-	45	40	No	Yes
<b>Heat strengthened float glass</b>	4mm-12mm	35-55	70	100	No	No
<b>Tempered float glass</b>	4mm-19mm	10-15	120	150	Yes	No
<b>Rolled glass</b>	4mm-19mm	-	25	30	No	Yes
<b>Tempered cast glass</b>	4mm-19mm	10-15	90	150	Yes	No

Gli sforzi di compressione che si generano sulla superficie del vetro comportano quindi la chiusura dei difetti superficiali presenti, impedendogli quindi di diventare motivo di riduzione della resistenza del vetro. I difetti, infatti, sono causa di rottura solo se gli effetti di presollecitazione presenti in superficie vengono annullati dai carichi esterni.



### 2.5.2 Effetti indotti dal processo di tempra

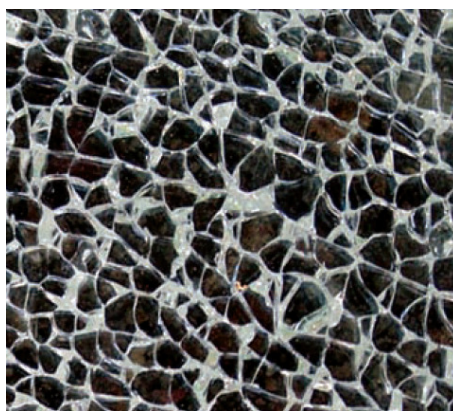
Come ampiamente mostrato al Paragrafo 2.5.1, il processo di tempra, che sia di tipo termico o chimico, comporta sempre un incremento della resistenza del vetro.

Tale incremento di resistenza varia a seconda del valore di picco raggiunto dalle tensioni di presollecitazione imposte (vedi Figg. 2.20, 2.23 e 2.24).

Essendo il valore di precompressione dell' *heat strengthened glass* inferiore a quello del *fully tempered safety glass*, la resistenza caratteristica minima diviene la metà di quello completamente temprato ma resta comunque due volte più grande del vetro ricotto.

I trattamenti termici comportano, oltre all'aumento della resistenza meccanica, anche un aumento della resistenza del vetro a shock termico, ovvero all'incremento della temperatura. Infatti per il vetro completamente temprato tale intervallo di resistenza è di 150 K, per il vetro parzialmente temprato è di 100 K mentre per quello semplicemente ricotto è di solo 40 K.

Il trattamento termico influisce anche sul modo di fratturarsi del vetro, infatti la grande quantità di energia che si accumula all'interno del temprato comporta la rottura del vetro in tanti piccoli pezzi smussati (vedi Fig. 2.25).



**Fig. 2.25 Rottura vetro completamente temprato**

Proprio perché gli spigoli dei frammenti sono smussati, questo tipo di vetro è detto di sicurezza.

Il vetro indurito si frattura invece a partire da un centro e le fessure si diramano poi tutto intorno disponendosi a raggio e creando dei frammenti piuttosto grandi, simili alla rottura del vetro non temprato (vedi Fig. 2.26).



**Fig. 2.26 Rottura vetro indurito**

Il vetro indurito presenta inoltre un particolare modo di fessurarsi in prossimità degli spigoli, si generano infatti dei frammenti molto sottili e allungati (vedi Fig. 2.27).



**Fig. 2.27 Rottura vetro indurito in prossimità degli spigoli**

La tipologia di rottura dei differenti tipi di vetro viene caratterizzata dalle Normative EN 12150 e EN 1863.

Dopo aver presentato i vantaggi del processo di tempra si devono però evidenziare anche i difetti di questa lavorazione.

A causa del bilanciamento degli sforzi interni, un eventuale danno ad un estremo della lastra causa la frantumazione del vetro in tantissimi piccoli frammenti. Per questo motivo il taglio e qualsiasi altra lavorazione devono essere effettuati prima del processo di tempra. I vetri sottoposti a trattamenti termici richiedono inoltre tolleranze maggiori sulle dimensioni (vedi Tab. 2.4 e Fig. 2.28)

Tab. 2.4 Tolleranze per vetro temprato

Lunghezza lato [mm]	Tolleranza per spessore < 12 mm [mm]	Tolleranza per spessore > 12 mm [mm]
≤ 2000	± 2.5	± 3.0
2000-3000	± 3.0	± 4.0
>3000	± 4.0	± 5.0

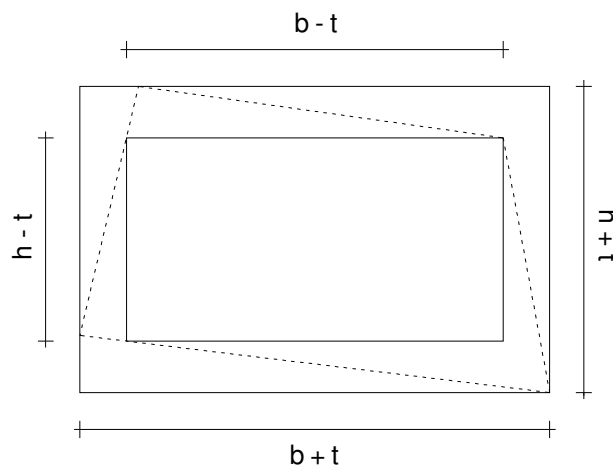


Fig. 2.28 Tolleranze per vetro temprato

Un particolare fenomeno che si può generare nel vetro temprato di sicurezza è la **rottura spontanea**. Essa si sviluppa a seguito di un graduale aumento del volume delle particelle di solfuro di Nichel (NiS) che possono essere presenti nella microstruttura del vetro (vedi Fig. 2.29).

Durante la produzione di vetro, infatti, nella massa fusa si insidiano inevitabilmente delle particelle di nichel e di zolfo che sono componenti naturali delle materie prime del vetro, oppure durante la fase di fusione dei cocci di vetro tale particelle finiscono nella miscela come impurità.

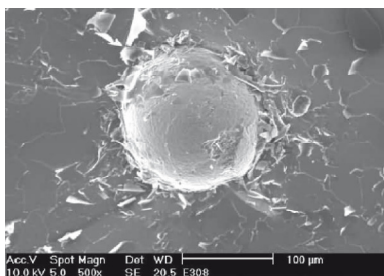


Fig. 2.29 Cristallo di solfuro di Nichel visto al microscopio ottico

Di conseguenza durante la fusione e il conseguente rapido raffreddamento, si formano dei cristalli di solfuro di Nichel (NiS) di minuscole dimensioni (all'incirca da 0,05 a 0,5 mm). Di solito tali particelle risiedono nel vetro completamente innocue, anche se tuttavia sono insidiose perché possono comparire sotto due forme di cristallizzazione caratterizzate da dimensioni differenti. Per transitare dalla fase ad alta temperatura "Alpha", dove sono state congelate con un raffreddamento rapido, alla fase abituale fase a bassa temperatura "Beta" occorre molto tempo.

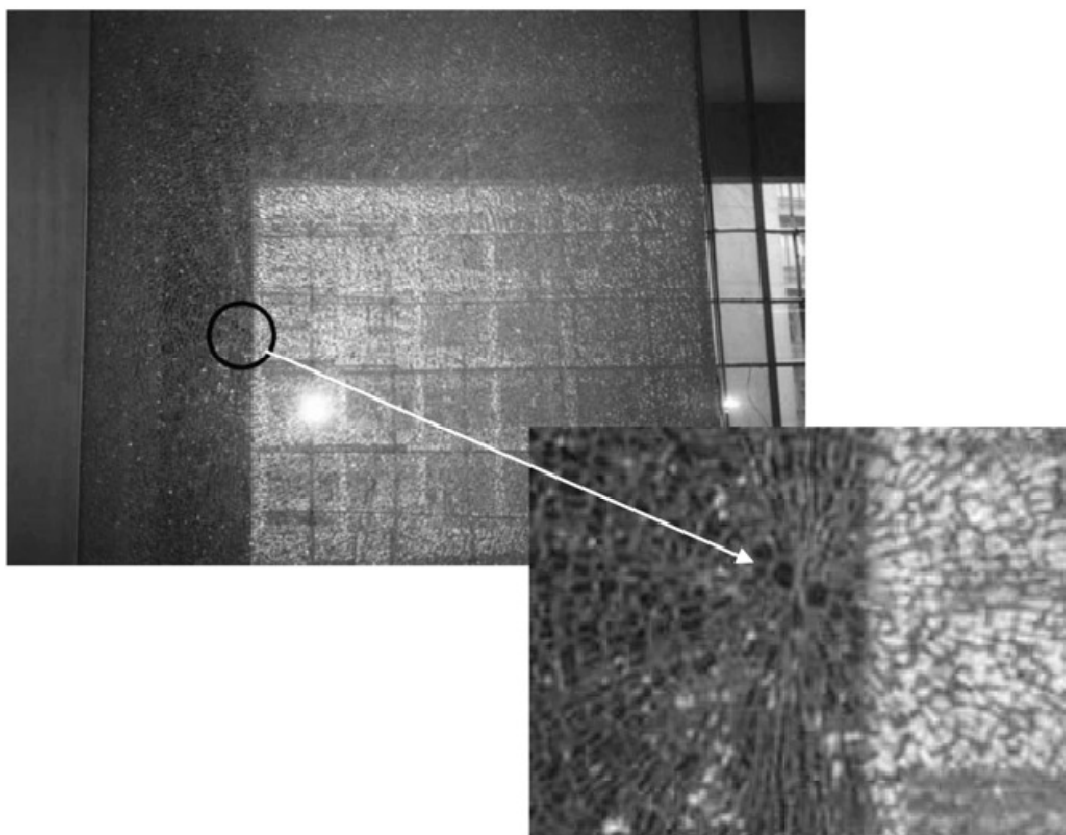
L'alta temperatura a cui il vetro può essere soggetto per riscaldamento solare, però, accelera notevolmente tale processo di transizione: maggiore è il calore, più veloce è il processo. I pannelli di facciata al pari di altri vetri estremamente assorbenti offrono pertanto delle condizioni «favorevoli» al passaggio di stato del Solfuro di Nichel. Tale passaggio di stato, comportando un aumento di volume delle particelle, genera all'interno del vetro delle tensioni che possono far collassare il materiale. Tuttavia bisogna aggiungere che i cristalli di solfuro di Nichel sprigionano la propria forza esplosiva solo nei vetri temprati di sicurezza.

Una lastra di vetro temprato di sicurezza infatti è soggetta ad una tensione meccanica estremamente elevata anche se in equilibrio. Se il cristallo di solfuro di Nichel «latente» dovesse cambiare di stato aumenterebbe il proprio volume di circa il 4%. Questo minimo aumento basterebbe per squilibrare lo stato tensionale interno. Qualora la transizione avvenisse centralmente nel vetro temprato di sicurezza, lì dove si registrano elevate sollecitazioni di trazione, infrangerebbe la lastra in una frazione di secondo.

La rottura che si verifica per intrusione di particelle di Solfuro di Nichel viene detta a "farfalla" (vedi Fig. 2.30).

Per evitare l'impiego di lastre che possono contenere particelle di solfuro di Nichel, esse vengono sottoposte all'*Heat Soak Test*, HST. Con questo trattamento vengono individuati con elevata probabilità le lastre contenenti cristalli di solfuro di Nichel: in tal caso la lastra deve essere distrutta, non è infatti possibile impiegarla.

In questa prova le lastre vengono riscaldate come se si trovassero in condizioni di utilizzo reale andando però ad imporre temperature più elevate. Si raggiunge così una media di 290 °C, temperatura mantenuta costante per alcune ore, favorendo così la transizione e il cambio di volume delle eventuali particelle di solfuro di Nichel. Se la lastra rimane integra si può allora garantire con una elevata probabilità l'assenza dei cristalli di NiS.



**Fig. 2.30** Tipico collasso a “farfalla” causato dall’intrusione di Solfuro di Nichel nella matrice di vetro

La prima normativa a descrivere l’HST è stata la norma tedesca DIN 18516 – 4; successivamente la Norma europea EN 14179-1: 9-2005 si è occupata di stabilire le caratteristiche che devono essere rispettate nel condurre una prova di HST standard. Purtroppo, anche con le più accurate attenzioni nel condurre la prova, non è possibile escludere qualsiasi rottura spontanea potenziale, persiste infatti sempre un minimo rischio residuo di non trovare tutte le particelle incluse nella matrice di vetro.

Attualmente questa prova si riferisce ai pannelli di facciata, ma vi sono delle forti tendenze a sottoporre le lastre dei vetri temprati di sicurezza al trattamento di «Heat Soak Test» anche in altri campi di applicazione.

### 2.5.3 Misura dello stato di presollecitazione superficiale imposto dal processo di tempra

Il processo di tempra impone all'elemento di vetro uno stato di presollecitazione superficiale di compressione al fine di migliorarne le caratteristiche di resistenza. Risulta dunque necessario individuare dei metodi e dell'apposita strumentazione che permetta la valutazione di tale stato di sollecitazione superficiale. Si tratta di metodi non distruttivi in grado di misurare la luce rifratta dalla superficie dell'elemento di vetro, ad esempio tramite Strainoptics Laser Gasp Polarimeter.

#### Strainoptics Laser Gasp Polarimeter

Il polarimetro Gasp (vedi Fig. 2.31) basa il suo impiego sull'uso di raggi di luce che attraversando la superficie di vetro sono in grado di determinare lo stato di presollecitazione superficiale presente.



Fig. 2.31 Strainoptics Laser Gasp Polarimeter

L'operatore deve posare sulla superficie (lato stagno) della lastra una goccia di un particolare liquido che permette un adeguato contatto ottico tra strumento e vetro. Il polarimetro viene quindi posto sulla goccia così che il prisma ottico sia in contatto con il liquido.

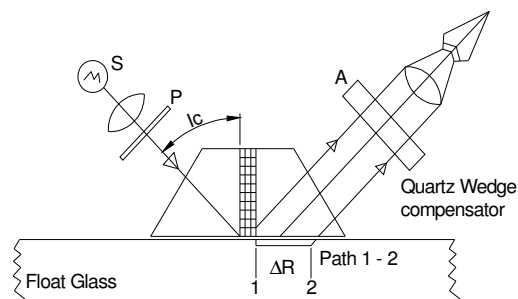


Fig. 2.32 Funzionamento Gasp

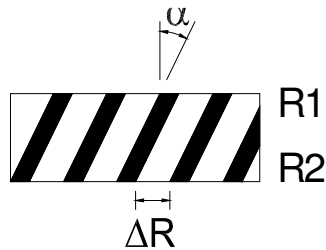
Il raggio luminoso entra nel prisma secondo l'angolo critico  $i_c$  ed attraversa la superficie superiore del vetro, muovendosi parallelo ad essa per un certo tratto. Quindi ritorna ad attraversare il prisma in uscita (vedi Fig.2.32).

La presenza di uno stato di presollecitazione superficiale introduce un ritardo fotoelastico  $R$  che cresce linearmente lungo il percorso 1 – 2 (vedi Fig. 2.32). L'operatore osserverà dunque delle strisce inclinate, la cui inclinazione  $\alpha$  dipende proprio dal grado di sollecitazione presente e può essere facilmente rapportata al relativo valore di sforzo in MPa tramite un'opportuna tabella di conversione.



**Fig. 2.33 Osservazione su lastra di vetro non presollecitata**

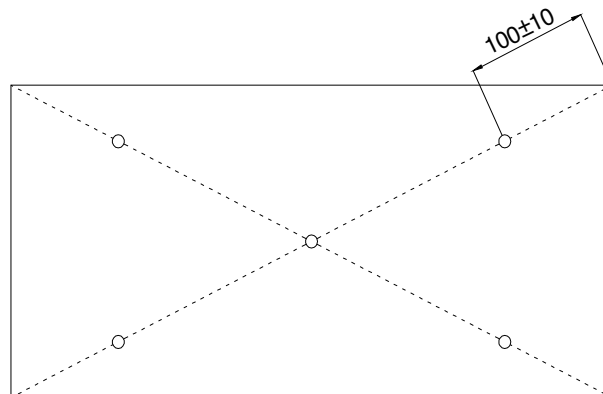
Maggiore è l'angolo di inclinazione, maggiore è lo stato tensionale superficiale presente (vedi Fig. 2.34).



**Fig. 2.34 Osservazione su lastra di vetro presollecitata**

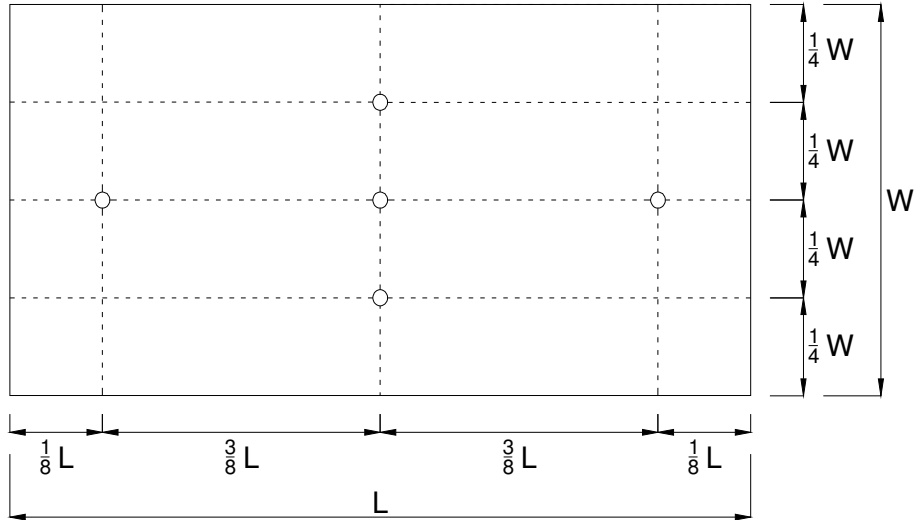
Le Norme che descrivono l'utilizzo della strumentazione Gasp sono: la Norma Europea UNI EN 12150-2-05 e quella Americana ASTM C 1048 – 04.

Secondo la UNI EN 12150-2-05 le misurazioni della compressione devono essere eseguite in cinque punti come indicato in Fig.2.35:



**Fig. 2.35 Punti di misura stato di presollecitazione superficiale secondo UNI EN 12150-2-05**

Secondo invece la Norma americana si devono effettuare due osservazioni per ogni punto di prova, dirette secondo due direzioni ortogonali tra di esse. Le misure devono essere effettuate secondo lo schema indicato in Fig. 2.36:



**Fig. 2.36 Punti di misura stato di presollecitazione superficiale secondo ASTM C 1048 – 04**

Si andranno quindi ad effettuare dieci osservazioni per ogni provino, quindi le misure ottenute dovranno essere mediate al fine di ottenere il valore di sforzo superficiale presente.

Secondo la suddetta Norma un vetro può considerarsi temprato qualora il valore di presollecitazione superficiale rilevato sia superiore a 69 MPa.



## 2.6 COMPORTAMENTO DEL VETRO A TRAZIONE E COMPRESSIONE

Il vetro mostra un comportamento perfettamente elastico ed isotropo con rottura di tipo fragile. Non presentando snervamento non ha la possibilità di redistribuire gli sforzi come invece accade ad esempio nel caso dell'acciaio.

Si presenta un confronto del comportamento del vetro e dell'acciaio (vedi Fig. 2.37).

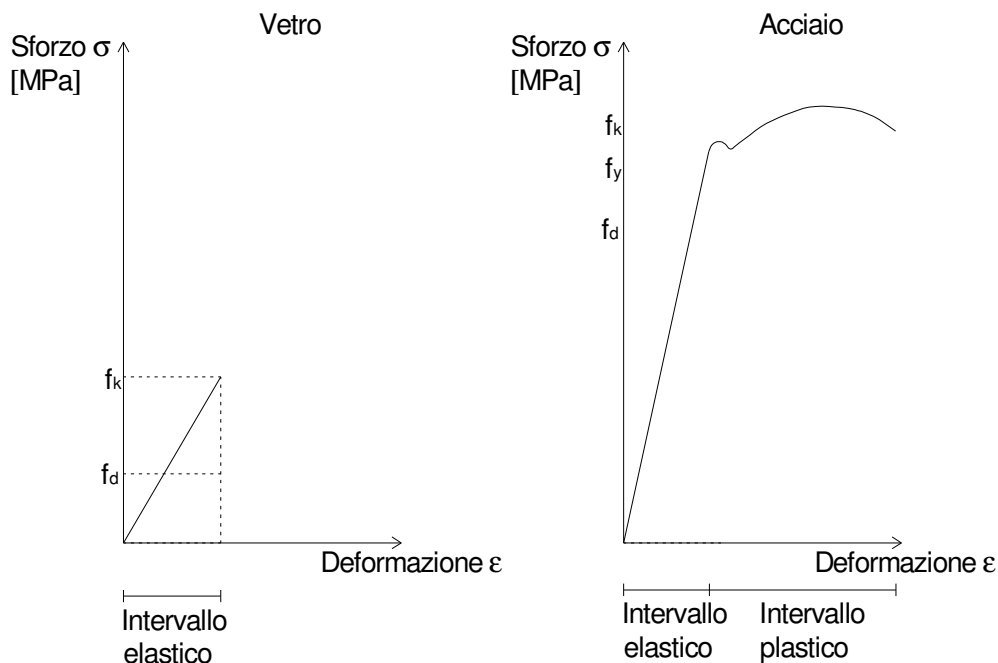


Fig. 2.37 Comportamento vetro e acciaio

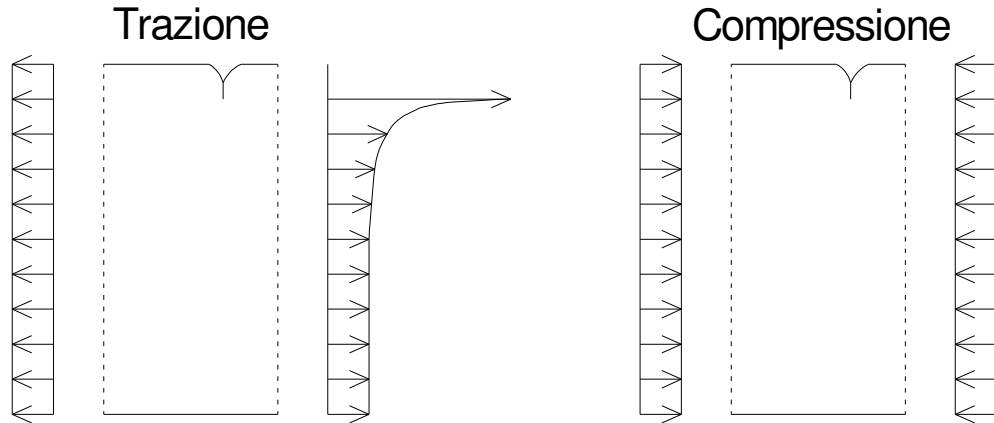
Il comportamento elastico del vetro risulta evidente dal legame costitutivo Tensione – Deformazione che evidenzia una perfetta linearità fino a rottura.

La resistenza a trazione teorica del vetro, ovvero quella determinata in funzione della sua struttura molecolare, è molto elevata, può arrivare infatti a 32 GPa. Essa non viene però mai raggiunta nella realtà perché sulla superficie del vetro sono sempre presenti delle fessure, visibili o meno ad occhio nudo che portano a rottura l'elemento per valori di tensione ben inferiori.

Un elemento in vetro, infatti, collassa quando l'intensità della sollecitazione di trazione in punta di una fessura raggiunge il valore di sforzo critico.

Si osserva che la dimensione di queste fessure cresce nel tempo in funzione dei carichi a cui è soggetto l'elemento ed in funzione delle condizioni climatiche esterne.

Di conseguenza anche la resistenza a trazione dipende dalle condizioni della superficie e dalle dimensioni del vetro, oltreché dalla storia di carico, dalle presollecitazioni superficiali presenti e dalle condizioni ambientali.



**Fig. 2.38 Andamento delle tensioni in caso di trazione e compressione**

L'andamento delle tensioni in prossimità di una fessura è notevolmente differente a seconda che il materiale sia soggetto a trazione od a compressione (vedi Fig. 2.38). Nel primo caso, infatti, lo stato sollecitante tende ad aprire la fessura con il conseguente verificarsi di un picco negli sforzi. Non appena tale valore di sollecitazione raggiunge il valore critico si innesca in modo subitaneo la fase di propagazione fragile della fessura (vedi Capitolo 7 – Meccanica della frattura).

Nel caso invece in cui l'elemento in vetro sia soggetto a compressione, non si presentano concentrazioni di sforzo in presenza di una fessura in quanto essa tende ad essere richiusa dalle sollecitazioni stesse; lo stato sollecitante favorisce dunque un incremento della resistenza del materiale stesso.

Si può allora affermare che maggiore è l'entità del carico, maggiore è la durata del carico, più profonde sono le fessure, minore sarà la resistenza a trazione.

In realtà si osserva che le fibre di vetro presentano una resistenza a trazione più elevata di quella del vetro comune, tale comportamento si giustifica osservando che la profondità delle fessure nelle fibre è inferiore a quelle presenti nei panetti di vetro.

I materiali fragili come il vetro vengono generalmente provati a compressione in quanto anche il loro impiego pratico avviene di solito in queste condizioni. In questa prova si sottopone un provino a compressione crescente e si valuta la deformazione di esso fino a

rottura. Il vetro, come già detto, è un materiale fragile quindi la rottura avviene improvvisamente senza deformazione plastica, peraltro il suo comportamento prima della rottura è lineare, quindi facilmente descrivibile. Da questa prova si riescono a conoscere caratteristiche fondamentali come il carico a rottura e il modulo di elasticità del materiale.

Nella prova di trazione, invece, un campione viene allungato sotto tensione, mentre vengono registrati con continuità il carico e l'allungamento. La rottura del vetro non è preceduta da strizione, come avviene per altri materiali come l'alluminio, l'acciaio o il rame, e la sua rottura si sviluppa in corrispondenza di un carico molto basso dato che l'innescarsi della fase di propagazione di una microfrattura non viene contrastata da alcuna plasticizzazione locale, per cui la presenza di imperfezioni locali, tra l'altro inevitabili, determina un comportamento poco favorevole all'uso del materiale vetro in edilizia se non sottoponendolo a particolari processi in grado di migliorarne le qualità, come ad esempio la tempra.

## **2.7 COMPORTAMENTO A FLESSIONE**

Per utilizzare un materiale in edilizia è fondamentale conoscere la sua resistenza a flessione, la quale risulta fortemente influenzata da fattori come:

1) *Condizione della superficie*: Ai fini delle prove di resistenza a flessione, il vetro si comporta come un materiale perfettamente elastico lineare, che si rompe in modo fragile. Questa fragilità comporta che il contatto con un qualsiasi oggetto duro può causare danni sotto forma di fratture e scheggiature ultra sottili e parzialmente sub microscopiche. Un danno superficiale di questo tipo, che è praticamente inevitabile durante il normale impiego del vetro, genera una difettosità che diventa il fattore principale nella riduzione della resistenza meccanica del materiale, mentre la composizione chimica del vetro ha soltanto un'importanza minore e, in alcuni casi, del tutto trascurabile.

La resistenza è influenzata dalle seguenti caratteristiche principali:

- a) Specifico danneggiamento superficiale generato dai trattamenti a cui è stato sottoposto il vetro e che implica pertanto una resistenza specifica relativa a quella determinata condizione di finitura superficiale;
- b) Presenza di sollecitazioni residue, per esempio sotto forma di precompressione termica o chimica prodotta intenzionalmente, come pure le sollecitazioni residue non intenzionali.

2) *Durata e frequenza dei carichi*: per un'interpretazione corretta dei risultati della sperimentazione, assume un'importanza specifica la durata e la frequenza dei carichi applicati. Infatti, si può avere la propagazione istantanea di microcricche anche se le lastre di vetro sono soggette a forze di trazione inferiori al livello critico (teoria di Griffith), questo innesco può essere dovuto a fattori come la temperatura, umidità o appunto la frequenza dei carichi.

Per il vetro pretensionato, questa dipendenza dal tempo non si manifesta fino a quando lo sforzo di trazione indotto nella superficie non eccede lo sforzo di compressione costantemente presente in essa.

3) *Porzione di superficie caricata*: questo fattore si lega a quanto detto nel punto 1, in quanto una superficie sollecitata maggiore ha più probabilità di contenere imperfezioni al suo interno. La normativa specifica la porzione di area da testare in base al macchinario

usato, e mostra come la differenza dei risultati ottenuti tra differenti aree possa essere anche del 300%.

4) *Caratteristiche dell'ambiente:* L'ambiente circostante, in cui sono eseguite le prove, influenza la resistenza del vetro stesso, in particolare modo se il livello di umidità è molto basso. Quando si utilizza il vetro in edilizia, l'umidità relativa varia generalmente dal 30% al 100%. Entro questo intervallo, l'effetto sulla resistenza a flessione non è elevato. Tuttavia, le prove su vetro per edilizia devono essere eseguite in condizioni di prova con livelli di umidità dal 40% al 70%, per evitare che l'effetto umidità influenzi il confronto dei risultati di resistenza a flessione.

5) *Effetto invecchiamento:* Se la superficie del vetro è modificata (a seguito di abrasione, acidatura, lavorazione dei bordi, ecc.) prima delle prove, si deve consentire il risanamento del danno recente prima di procedere alla prova. In pratica, è assai improbabile che il vetro venga sollecitato immediatamente dopo essere stato sottoposto a trattamento, in ogni caso, comunque, deve essere condizionato per almeno 24 ore prima delle prove.

6) *Effetto della temperatura:* La resistenza a flessione del vetro è influenzata dai cambiamenti di temperatura. Questo effetto non è molto significativo nell'ambito del normale campo di temperature a cui è sottoposto il vetro in edilizia ma, per evitare delle possibili complicazioni nel confronto fra i valori di resistenza a flessione, le prove devono essere effettuate in un campo limitato di temperature.

Per i vetri piani le prove sono descritte dalle normative EN1288-1, EN1288-2, EN1288-3, EN1288-5 in cui le prove a flessione vengono condotte variando la superficie caricata e la tipologia di vincolo.

Tali prove si distinguono per la dimensione del campione, la forma e il tipo di vincolo imposto dalla macchina. I metodi di prova descritti nelle EN 1288-2, EN 1288-3, EN 1288-4 e EN 1288-5 hanno lo scopo di indurre uno sforzo di flessione uniforme sull'area di prova del provino. Tuttavia, le prove sono statisticamente indeterminate, cioè gli sforzi causati dai carichi indotti dipendono sia dalla natura del materiale sottoposto a prova che dalla distribuzione del carico.

## **2.8 RESISTENZA ALLO SHOCK TERMICO**

Con shock termico si definisce la più alta differenza di temperatura che un vetro di un dato spessore può sopportare tra le due facce opposte, senza che vi sia rottura per le sollecitazioni meccaniche instaurate, precisamente per lo sforzo di trazione prodotto sul lato freddo della lastra.

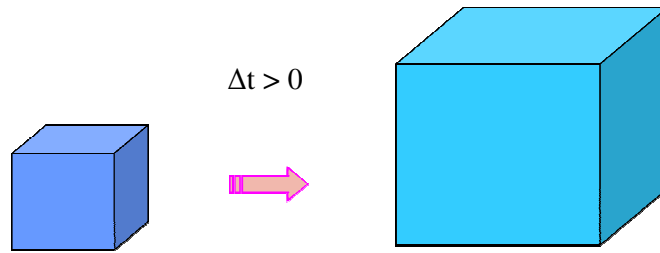
Le sollecitazioni termiche sono indotte da gradienti di temperatura presenti sulla superficie del vetro in esame. La sorgente di tale energia termica può essere di vario tipo.

- *Radiazione solare elevata:* l'intensità della radiazione sull' elemento è determinata dalla dislocazione geografica dell'edificio, dall'orientamento della vetrata, dalla stagione, dall'ora del giorno, dalla nuvolosità, dall'inquinamento atmosferico e dalla riflessione del terreno o delle strutture adiacenti.
- *Elevato assorbimento di calore irraggiato:* la caratteristica più rilevante per il vetro in riferimento alla sicurezza termica è l'assorbimento. Tanto maggiore è l'assorbimento termico della radiazione solare, tanto più alta è la temperatura del vetro e tanto maggiore è lo stress termico.
- *Pareti od oggetti retrostanti:* qualunque oggetto tenda a riflettere o reirradiare calore verso il vetro dall'interno dell'edificio va ad incrementare la quantità di calore assorbito dal vetro. Trattasi di strutture permanenti poste vicino alla superficie interna del vetro. Spesso ci si riferisce a tendaggi, spandrel o pannelli a tutt'altezza, ma possono essere anche controsoffitti sospesi, condotti di un sistema interno di riscaldamento, colonne interne o bordi di gradini sul pavimento.
- *Condizioni di bordo del vetro:* le condizioni del bordo della lastra sono estremamente importanti. Dal momento che la tensione di trazione è indotta sui bordi del vetro, la tensione di rottura è generalmente influenzata dall'estensione e dalla posizione di difetti su di esso.
- *Tipo di telaio:* la temperatura del bordo, e dunque lo stress termico del vetro, sono influenzati dal tipo e dalle proprietà del telaio. Le caratteristiche termiche dei vari materiali (cemento, metallo, legno, materie plastiche, ecc.) utilizzate per intelaiare il vetro variano in modo considerevole; oltre a questo la forma del serramento è importante in quanto determina la quantità di vetro che verrà riscaldata o meno.

Una facile conduzione di calore dal serramento al muro tende ad abbassare la temperatura del bordo del vetro.

- *Ombreggiatura esterna:* ombre portate sul vetro, temporanee o permanenti, possono causare forti differenze di temperatura. Tensioni termiche addizionali vengono così indotte nel vetro quando esso è parzialmente schermato dal sole per effetto di agenti esterni come coperture, cornicioni, terrazzi, montanti sporgenti o muri contigui. Ombre possono essere proiettate anche da oggetti più distanti quali alberi o edifici circostanti.
- *Schermature interne:* Tende, avvolgibili, veneziane o altri sistemi schermanti possono interferire con il movimento naturale dell'aria a contatto col vetro. Esse possono inoltre riflettere e reirradiare la radiazione solare, incrementando la temperatura del vetro.
- *Elementi di riscaldamento:* la fonte primaria di energia che provoca stress termico è il sole. Fonti secondarie come radiatori o convettori per riscaldamento possono aggiungere calore supplementare al vetro ed incrementare le tensioni termiche specialmente quando il calore sia emesso direttamente contro la lastra.
- *Vetrare isolanti:* per le vetrate isolanti la quantità di calore trasferita dal vetro all'aria circostante è ridotta. La riduzione è ancora più pronunciata al crescere del numero di intercapedini e di lastre.
- *Elevata temperatura e flusso ridotto dell'aria:* temperatura elevata e ristagno dell'aria tendono a ridurre la quantità di calore che viene ceduto dal vetro, favorendone il riscaldamento.
- *Inclinazione della vetrata (verticale o non verticale):* l'incidenza della radiazione solare varia con l'angolo di inclinazione.
- *Finestre apribili o scorrevoli:* si deve tenere in considerazione che finestre apribili o scorrevoli possono diventare delle vere e proprie doppie, triple o quaduple vetrate quando lasciate aperte.
- *Film per il controllo solare:* l'applicazione di film a controllo solare a finestre esistenti può incrementare l'assorbimento di calore da parte del vetro e quindi lo stress termico.
- *Caratteristiche fisiche del vetro:* Colore: I vetri colorati (brunzo – fumè- ecc .)  
Spessore: I vetri a forte spessore (solitamente superiore a 12 mm), i blindati e anche se in minor maniera i basso emissivi.

I materiali soggetti a variazioni di temperatura, subiscono delle deformazioni termiche.



**Fig. 2.39**Variazione di volume a seguito di un incremento di temperatura

Se una variazione di temperatura uniforme è applicata ad un elemento di vetro libero di deformarsi, accanto alle variazioni dimensionali, possono rilevarsi apprezzabili conseguenze anche sulle proprietà meccaniche: la resistenza ed il modulo di elasticità del materiale tendono infatti a diminuire con la temperatura e quindi si hanno effetti sulle prestazioni dell'elemento stesso.

La tipica condizione che comporta variazioni termiche, anche notevoli, negli elementi in vetro è data dal posizionamento di lastre di facciata all'interno di appositi telai, ad esempio metallici. La lastra di vetro sarà infatti irradiata dal sole nella parte esposta direttamente alla luce mentre in ombra dove il vetro si inserisce all'interno del telaio sarà. Si possono così generare delle variazioni termiche differenziali che si sviluppano sia attraverso lo spessore dell'elemento che attraverso il piano stesso della lastra. Si avrà infatti la parte di vetro esposta al sole che tende a dilatare mentre quella all'ombra ne impedirà tale variazione di volume in quanto fredda.

È proprio in questi casi che si possono generare dei campi di Tensione - Deformazione in grado di determinare la rottura della lastra, rottura che tipicamente si innesca dai bordi.

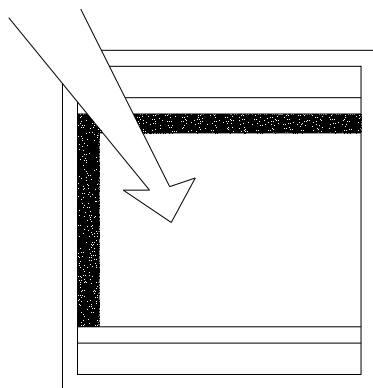


Un esempio di tale fenomeno è dato dal CNA Building di Chicago, dove, nell'ottobre del 1999, si è verificata la fessurazione di una lastra del ventinovesimo piano che, cadendo, ha provocato la morte di un pedone sulla strada sottostante (vedi Fig. 2.40).



**Fig. 2.40 CNA Building, Chicago e Particolare della frattura della lastre di vetro di facciata**

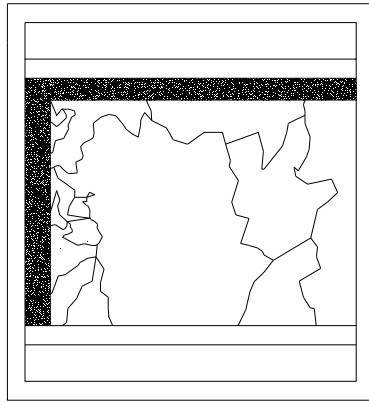
Le fasi di sviluppo della frattura sono state le seguenti:



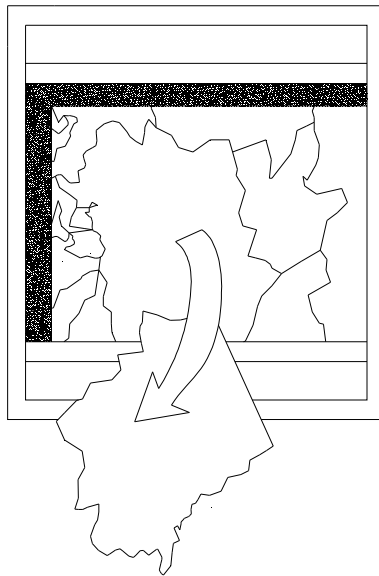
**Fig. 2.41 Lastra di vetro inserita in telaio**

- 1) Il sole illumina e riscalda la parte esposta;
- 2) La porzione centrale tende a dilatarsi per il riscaldamento (vedi Fig. 2.41);

- 3) Le parti vetrate non illuminate vincolano la dilatazione delle parti riscaldate dal sole;
- 4) Fessurazioni si rilevano dai bordi (parti più deboli) (vedi Fig. 2.42);
- 5) Le fessurazioni possono progredire a causa di sollecitazioni aggiuntive (vento);
- 6) Eventuale distacco di pezzi di vetro (vedi Fig. 2.43).



**Fig. 2.42 Fessurazione della lastra**



**Fig. 2.43 Distacco di una parte della lastra**

Le rotture di tipo termico si presentano in genere con andamento ortogonale ai bordi (vedi Fig. 2.44).



**Fig. 2.44 Frattura di tipo termico**

Altrimenti, se non sono di tipo termico, presentano una direzione qualsiasi (vedi Fig. 2.45).



**Fig. 2.45 Frattura non di tipo termico**

Lo stress termico fa innescare la frattura dell'elemento in vetro nei punti più deboli del materiale. Tali punti possono essere:

- Difetti interni al materiale, come inclusioni di materiale estraneo nella matrice vetrosa presenti già dal processo di fusione.
- Difetti del processo di fabbricazione, come il contatto tra il vetro caldo e il metallo freddo.
- Difetti dovuti alla lavorazione e taglio del vetro.
- Difetti dei bordi che possono essere danneggiati durante lavorazione, imballaggio, trasporto, manipolazione o installazione.

Si può dunque capire quanto sia importante sia il controllo di produzione del materiale che di progettazione e di messa in opera. Qualsiasi disattenzione può infatti diventare determinante nella riduzione di resistenza del materiale.

Bibliografia Capitolo 2:

- [1] Charleson, A W, Structure as Architecture - A source book for architects and structural engineers, Elsevier (2005);
- [2] Wurm, J, Glass Structures - Design and construction of Self-supporting skins, Birkhauser Verlag AG (2007);
- [3] Le Bourhins, E, Glass – Mechanics and technology, Wiley-VCH Verlag GmbH (2008);
- [4] Haldimann, M, Luble, A & Overend, M, Structural use of glass, IABSE (2008).

Sitologia Capitolo 2:

- [1] [www.assovetro.it](http://www.assovetro.it)
- [2] [www.dupont.com](http://www.dupont.com)
- [3] [www.spevetro.it](http://www.spevetro.it)
- [4] [www.vetrostrutturale.it](http://www.vetrostrutturale.it)

### 3. VETRO STRATIFICATO

Nel 1909 il chimico francese Edouard Benedictus inventò il vetro stratificato, al quale diede il nome di *TRIPLEX*.

Stratificare un elemento in vetro consiste nell'interporre tra due o più lastre di vetro un foglio di materiale plastico, conferendo così all'elemento particolari caratteristiche di sicurezza. In caso di urto, infatti, se il vetro dovesse rompersi, l'interlayer plastico è in grado di trattenere i frammenti di vetro.

Ogni fase della produzione dello stratificato è legato all'utilizzo di macchinari e attrezzature specifici, ciò comporta dei limiti nelle dimensioni, nei pesi e negli spessori che possono essere prodotti (vedi Tab. 3.1).

Naturalmente i costi degli elementi in vetro dipendono dal tipo di produzione, dalle finiture, dalla complessità del trasporto in opera e dall'associato rischio di rottura.

**Tab. 3.1 Dimensioni e spessori ottenibili industrialmente**

<b>Tipo di vetro</b>	<b>Spessore [mm]</b>	<b>Dimensioni massime [m x m]</b>
Vetro float	3-19	3.21 x 6.00
Temprato	6-19	2.70 x 6.00
Tipologia A	4-15	1.67 x 7.00
Temprato	8-19	2.80 x 6.00
Tipologia B	6-19	2.50 x 5.00
Indurito termicamente	4-12	2.70 x 6.00
Tipologia A		1.67 x 7.00
Indurito termicamente	6-12	2.80 x 6.00
Tipologia B		2.50 x 5.00
Laminato Tipologia A	4-80	2.40 x 3.80 2.00 x 4.00
Laminato Tipologia B	8-100	2.30 x 5.40 2.40 x 5.00

### 3.1 INTERLAYER

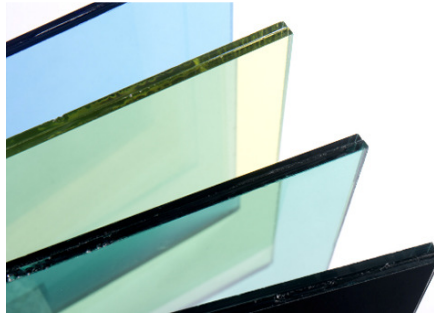


Fig. 3.1 Vetro laminato

L'interlayer ha il compito di mantenere uniti i frammenti di vetro dopo la rottura, incrementando allo stesso tempo la resistenza residua del materiale.

Esistono differenti tipi di interlayer a seconda del materiale impiegato, il più utilizzato è il *Polyvinyl butyral* (PVB) anche se presenta basse qualità meccaniche.

Attualmente è impiegato anche un nuovo tipo di interlayer prodotto dalla Dupont®, il *Sentry Glas Plus* (SGP) che, al contrario del precedente, presenta una resistenza relativamente alta.

Tutti i materiali citati hanno proprietà reologiche dipendenti dalla temperatura.

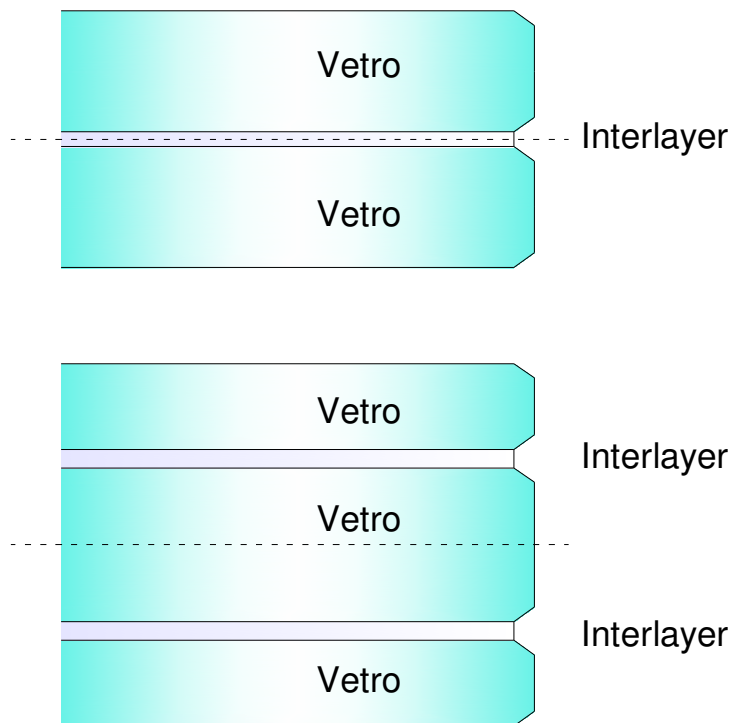


Fig. 3.2 Disposizione strati di vetro e interlayer



**Fig. 3.3** Tipico comportamento a rottura di uno stratificato

### 3.1.1 Il polivinilbutirrale - PVB

Normalmente le lastre di vetro laminate vengono tenute insieme da un foglio incollante costituito da PVB, un polimero, il polivinilbutirrale, posto tra i due pannelli, pressati all'interno di un'autoclave a una temperatura di 250 °C.

Il PVB ha una resistenza dell'ordine di 20 MPa ed una dilatazione ultima di circa il 40%, è quindi in grado di sopportare grandissimi allungamenti prima di giungere a rottura. Il vantaggio dell'utilizzo di un interlayer è quello di conferire alle lastre un'eccezionale resistenza agli urti, che potrebbe essere migliorata ulteriormente aumentando il numero di lastre tra le quali è inserito il foglio di materiale plastico.

Al contrario di come si potrebbe pensare, l'inserimento dell'interlayer non peggiora le proprietà del vetro, quali la trasparenza, ma addirittura comporta notevoli miglioramenti, ad esempio l'isolamento termico ed acustico.

Le caratteristiche di resistenza di questa tipologia di vetri sono principalmente legate a due fattori: la temperatura di esercizio e il grado di adesione tra materiale plastico e vetro.

L'adesione tra il polimero e il vetro è strettamente collegata al contenuto di umidità del polimero stesso, che dipende dall'umidità relativa dell'ambiente. Si ha infatti che al crescere del contenuto di umidità diminuisce l'adesione, con pericolo di *delaminazione*. Questo fenomeno consiste nella perdita di capacità di trattenere i frammenti di vetro da

parte dell'interlayer, che si staccano dalla lastra con conseguente perdita di sicurezza e una minore resistenza agli urti. Esso si verifica non solo a causa dell'aumento dell'umidità ma anche al crescere della temperatura.

D'altro canto però una minore adesione, favorendo scorrimenti tra vetro e plastica, consente all'interlayer stesso di assorbire meglio lo sforzo, senza essere tagliato dai frammenti di vetro, ad esempio nel caso di un urto da corpo massiccio. Si ha quindi che una maggiore duttilità determina un aumento della resistenza allo sfondamento del prodotto.

Per quanto riguarda invece gli effetti della temperatura alla quale un vetro è esposto, si è riscontrato che questa può influenzare in modo molto sensibile le caratteristiche di resistenza del prodotto.

**Tab. 3.2 Caratteristiche meccaniche PVB**

<b>Proprietà PVB</b>	
Modulo elastico	2.1 MPa
Resistenza a trazione	21 MPa
Coefficiente di Poisson	0.49
Densità	1060 kg/m <sup>3</sup>
Coefficiente di espansione termica	8 · 10 <sup>-5</sup>

Mediamente la resistenza allo sfondamento cresce rapidamente all'aumentare della temperatura fino a circa 15°C per poi diminuire con altrettanta rapidità. Di conseguenza si deve ipotizzare una variazione dell'adesione in funzione della temperatura.

Se si considera invece la resistenza meccanica all'urto, occorre sottolineare che la risposta del materiale composito è diversa a seconda della sollecitazione a cui è sottoposto.

Le sollecitazioni d'urto possono essere di due tipi, da corpo molle o da corpo duro. L'effetto su un vetro laminato è notevolmente diverso nei due casi, in quanto differente è il tempo di applicazione del carico. Nel caso di urto da corpo molle il tempo è dell'ordine di 10<sup>-2</sup> secondi ed è quindi molto maggiore del tempo di rilassamento del foglio di polimero interposto. In queste condizioni il foglio in PVB assumerà un comportamento elasto-plastico con deformazioni notevoli prima della rottura, che in genere non si verifica.



Nel caso di urto da corpo duro invece, il tempo di rilassamento del polimero è confrontabile con la durata di applicazione del carico, quindi dell'ordine di  $10^{-4}$ -  $10^{-5}$  secondi. Il comportamento del composito si avvicina quindi a quello di un corpo rigido, annullando in parte la capacità del polimero di assorbire l'energia di impatto mediante deformazioni elastiche e plastiche.

### 3.1.2 Cast in place resin - CIP

Alcuni prodotti vetrari con superfici non uniformi (ad esempio certi tipi di vetro stampato), non sono facili da laminare con PVB. Per questi tipi di vetro un'alternativa può essere rappresentata dall'utilizzo di resine cast-in-place (CIP).

Il processo di fabbricazione richiede sostanzialmente che la resina sia versata tra due lastre di vetro predisposte alla distanza desiderata, fino a riempire completamente l'intercapedine tra le due. La resina viene quindi fatta polimerizzare per formare un interlayer in grado di assorbire energia.

L'adesione al vetro di questo tipo di resina è buona ma lo spessore del laminato tende in genere a non essere uniforme. L'intercalare CIP non ha inoltre le ottime caratteristiche di assorbimento di energia tipiche del PVB.

### 3.1.3 Il Sentry Glas Plus - SGP

L'azienda DuPont® ha sviluppato un particolare tipo di interlayer per la laminazione delle lastre di vetro, il Sentry Glas Plus (SGP), le cui caratteristiche sono indicate in Tab. 3.3.

Tab. 3.3 Caratteristiche meccaniche SGP

<b>Proprietà SGP</b>	
Modulo elastico	300 MPa
Resistenza a trazione	34.5 MPa
Coefficiente di Poisson	0.49
Densità	950 kg/m <sup>3</sup>
Coefficiente di espansione termica	10-15 · 10 <sup>-3</sup>

L'SGP è un interlayer che viene posto fra più lastre per creare vetri stratificati in grado di resistere ad impatti di grande entità ed anche alle esplosioni.

Originariamente, infatti, venne creato per essere applicato nel campo dei vetri ad alta sicurezza, atti a resistere a cicloni ed uragani. Attualmente viene impiegato come

componente edilizio in grado di sopportare grandi carichi così che il vetro stesso possa risultare un elemento strutturale.

Utilizzato in applicazioni quali solai, scale e facciate sospese, il vetro laminato con SGP agisce come materiale composito dotato di un'eccellente resistenza alla rottura ed al collasso in fase di post-rottura.

Le procedure per realizzare il vetro stratificato con SGP sono molto simili a quelle adottate per gli altri materiali convenzionali, quali il PVB; la differenza principale sta nella modalità di fornitura: il primo si presenta in fogli tagliati e non richiede di esser conservato in luoghi freschi, mentre il secondo è fornito in rotoli.

Il vetro laminato contenente SGP provvede a garantire una resistenza superiore comparabile a quella del vetro monolitico. I principali vantaggi legati a questa maggiore resistenza sono la possibilità di imporre carichi più elevati, realizzazioni più snelle e minori inflessioni.

### 3.1.4 Carico di collasso

Si vuole valutare il differente comportamento di lastre in vetro con interlayer in PVB o SGP.

Si osserva che, prendendo una lastra per tipo e sottoponendola ad un carico di 300 kg tramite dei sacchi contenenti sabbia, dopo un certo periodo di tempo il vetro giunge a rottura.

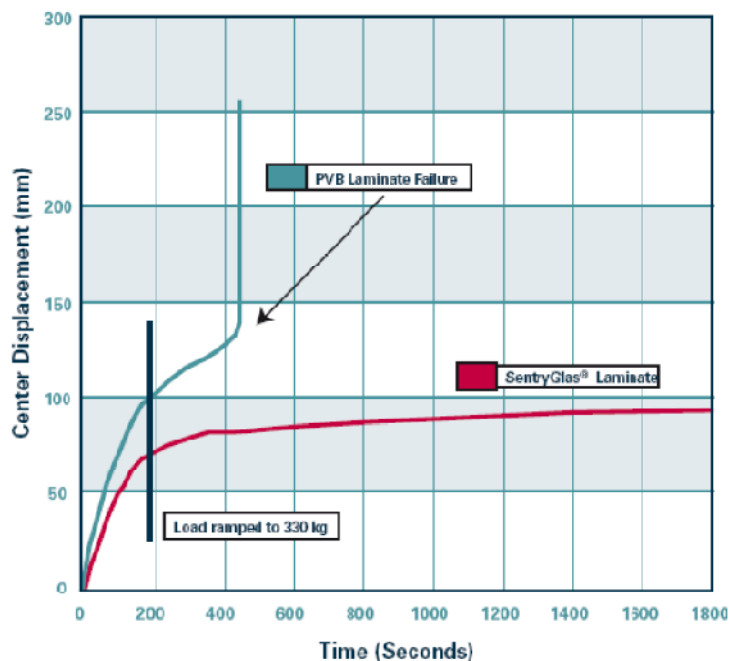


Fig. 3.4 Andamento Spostamento – Tempo di lastre in PVB e SGP

Si può notare in Fig. 3.4 che a parità di condizioni ambientali (23 °C) e a parità di spessori dei materiali di interlayer e luce degli elementi su cui sono state eseguite le prove di carico – rottura, il vetro contenente PVB si è frantumato dopo soltanto circa sette minuti, mentre quello contenente SGP ha mantenuto la sua efficienza per un tempo nettamente superiore. Il vetro stratificato con SGP ha mostrato inoltre una resistenza post rottura notevolmente superiore a quello laminato con PVB.

### 3.2 PRODUZIONE DEL VETRO STRATIFICATO

I vetri laminati con uso di interlayer in PVB o SGP sono prodotti in due stadi (Le Bourhins, 2008).

Le lastre di vetro, una volta prodotte secondo il metodo floating, vengono, prima, lavate, quindi si posiziona tra loro lo strato di materiale plastico.

Il pacchetto viene a questo punto scaldato e pressato. Solo dopo questa prima prelaminazione gli strati vengono definitivamente uniti grazie all'uso di alte pressioni e di una temperatura di 140°C (vedi Figg. 3.5 e 3.5).

Lo spessore degli interlayer è sempre multiplo dello spessore dei singoli film che possono essere di 0.38 o 0.76 mm.

Il processo di laminazione dei vetri con interlayer in SGP è molto simile a quello impiegato per il PVB solo che viene fornito in fogli con spessori del materiale plastico di 1.52 e 2.28 mm.

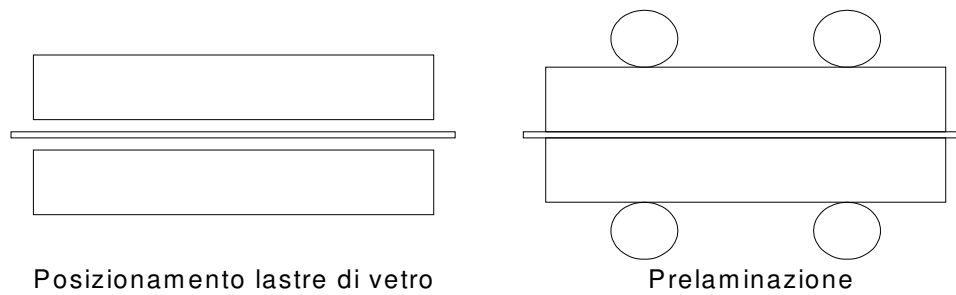


Fig. 3.5 Fase 1 nella produzione del vetro laminato

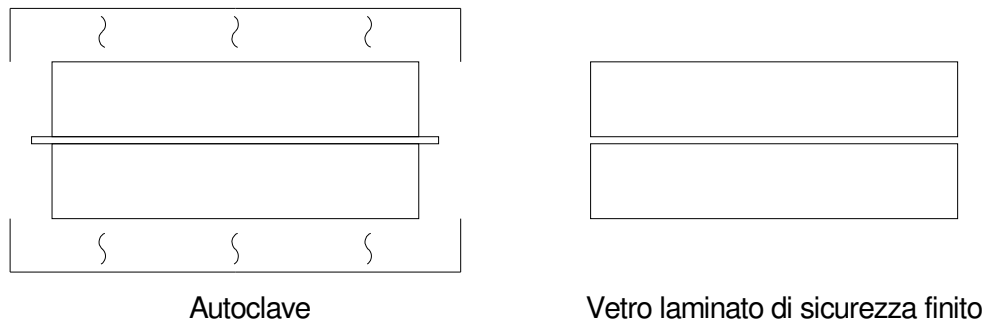


Fig. 3.5

Fig. 3.6 Fase 2 nella produzione del vetro laminato

### **3.3 COMPORTAMENTO VETRO STRATIFICATO**

L'utilizzo di lastre di vetro stratificate permette di incrementare il comportamento sotto carico, la robustezza e il comportamento post rottura del materiale.

La capacità di mantenere uniti i frammenti, la resistenza iniziale e residua del vetro dipendono sia dalle prestazioni dei singoli strati di vetro sia dall'azione composta di vetro ed interlayer (Biolzi et al., 2009).

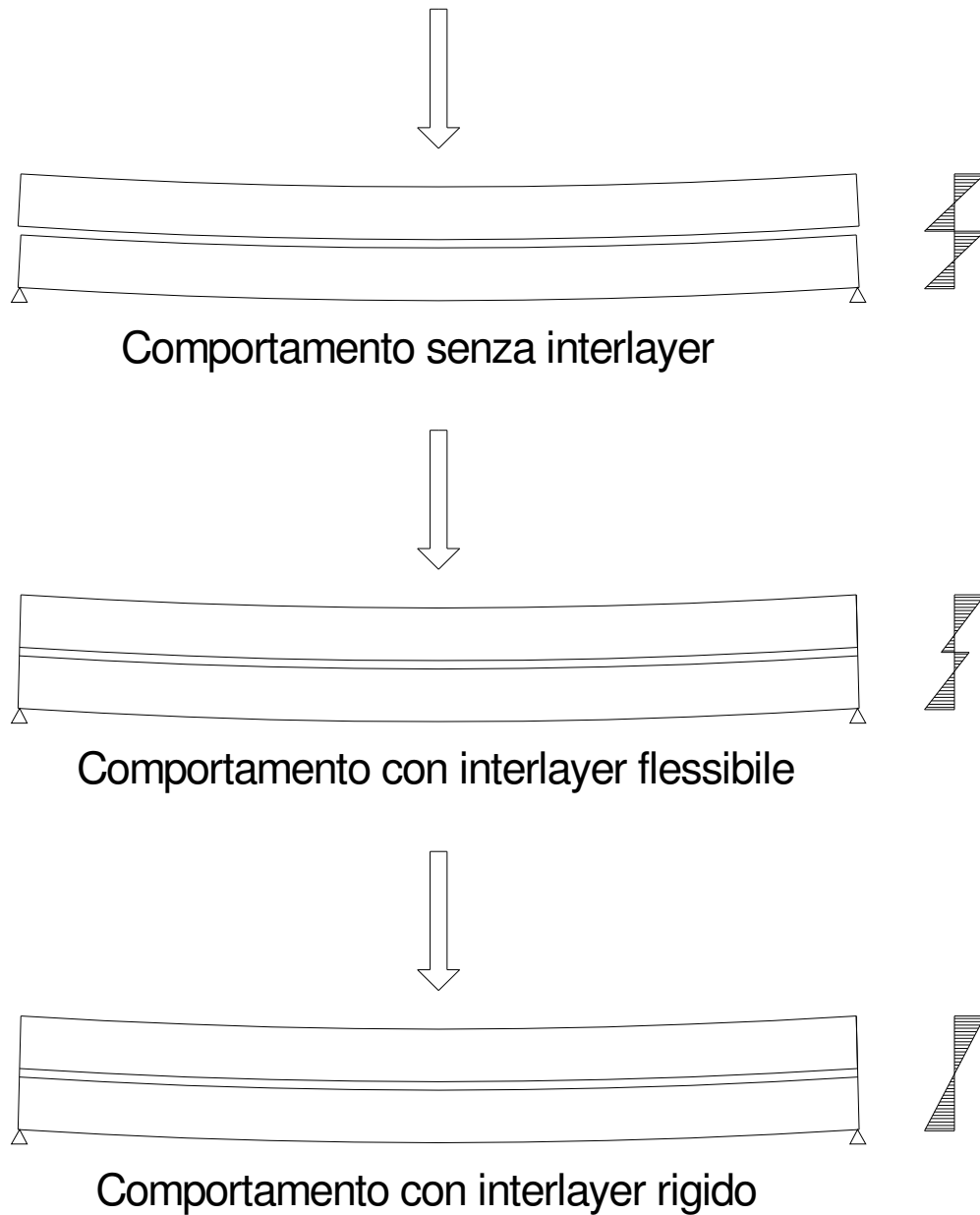
Nel progettare un elemento in vetro stratificato si deve quindi conoscere l'interazione che si crea tra vetro e materiale plastico. A seconda della posizione dell'interlayer si possono infatti generare differenti distribuzioni di tensioni interne (vedi Fig.3.7).

Se i due strati di vetro sono simmetrici, il materiale plastico giacerà proprio sull'asse neutro della sezione, quindi nel caso di pura flessione sarà soggetto a soli sforzi tangenziali.

Il comportamento del vetro stratificato è inoltre influenzato dal grado di rigidità dell'interlayer.

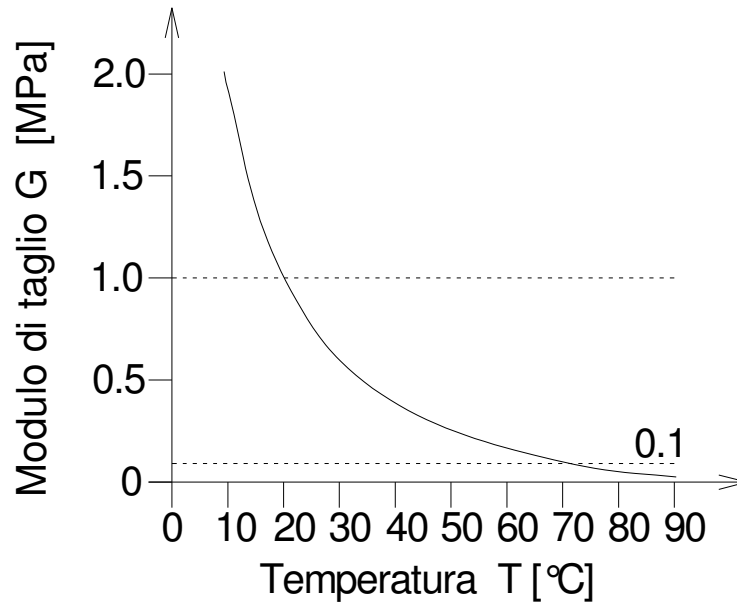
Più è rigido l'interlayer maggiore sarà l'azione composta dei due materiali. La sezione dunque presenterà una distribuzione di sforzi continua, come se fosse costituita da un unico materiale e la freccia sarà piccola.

Se la rigidità dell'interlayer è minore i due o più strati di vetro si comporteranno in maniera indipendente, si genereranno infatti delle forze di scorrimento tra uno strato e l'altro.



**Fig. 3.7** Diversi comportamenti in funzione dell'interlayer

Si osserva che i materiali utilizzati come interlayer hanno comportamento visco-elastico e termo-plastico, il loro modulo di taglio dipende quindi dalla temperatura dell'ambiente e dalla durata del carico (vedi Fig. 3.8).



**Fig. 3.8 Dipendenza G dalla temperatura**

Si può considerare la sezione interamente reagente solo nel caso di carichi a breve termine come il vento o gli impatti.

Per carichi a lungo termine, come il peso proprio, si deve considerare la rigidità dei solistrati di vetro.

Bibliografia Capitolo 3:

- [1] Wurm, J, Glass Structures - Design and construction of Self-supporting skins, Birkhauser Verlag AG (2007);
- [2] Le Bourhins, E, Glass – Mechanics and technology, Wiley-VCH Verlag GmbH (2008);
- [3] Haldimann, M, Luible, A & Overend, M, Structural use of glass, IABSE (2008);
- [4] Biolzi, L, Cattaneo, S & Rosati, G, Progressive damage and fracture of laminated glass beams, Construction and Building Materials **23** [4], pp. 577-584 (2009).

Sitologia Capitolo 3:

- [1] [www.assovetro.it](http://www.assovetro.it)
- [2] [www.dupont.com](http://www.dupont.com)
- [3] [www.spevetro.it](http://www.spevetro.it)
- [4] [www.vetrostrutturale.it](http://www.vetrostrutturale.it)



#### 4. VETRO STAMPATO O SERIGRAFATO

Il vetro stampato viene creato andando a distribuire o stendere sopra la superficie del vetro un sottile strato di pigmento ceramico o di smalto che andrà poi a cuocere ed indurire durante il successivo processo termico così che la stampa risulti permanentemente adesa all'elemento in vetro.

Il vetro stampato o serigrafato in genere viene impiegato per il controllo solare e per evitare abbagliamento per il riflesso del sole sulla superficie del vetro stesso. La quantità di luce trasmessa dipende dal tipo di disegno e dal tipo di colore impiegato oltre che dal tipo di vetro, dal suo spessore e soprattutto dalla densità di copertura della stampa.

La lavorazione di stampa deve essere effettuata solo su elementi piani che si trovano già alla dimensione finale e che abbiano già subito tutti i processi meccanici di produzione. Purtroppo le proprietà meccaniche del vetro stampato vengono notevolmente diminuite dal processo stesso di stampa. Esso impone infatti una riduzione anche del 40% della resistenza a flessione dei vetri temprati od induriti (Wurm, 2007).

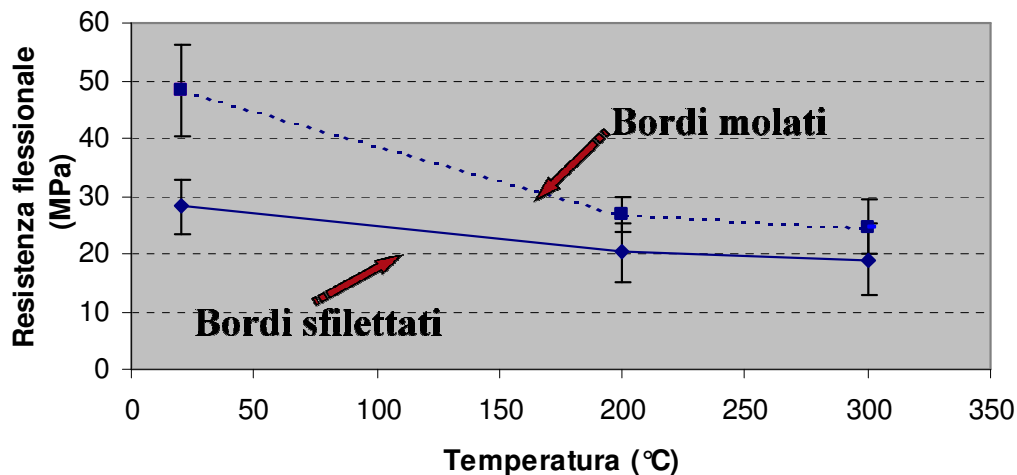
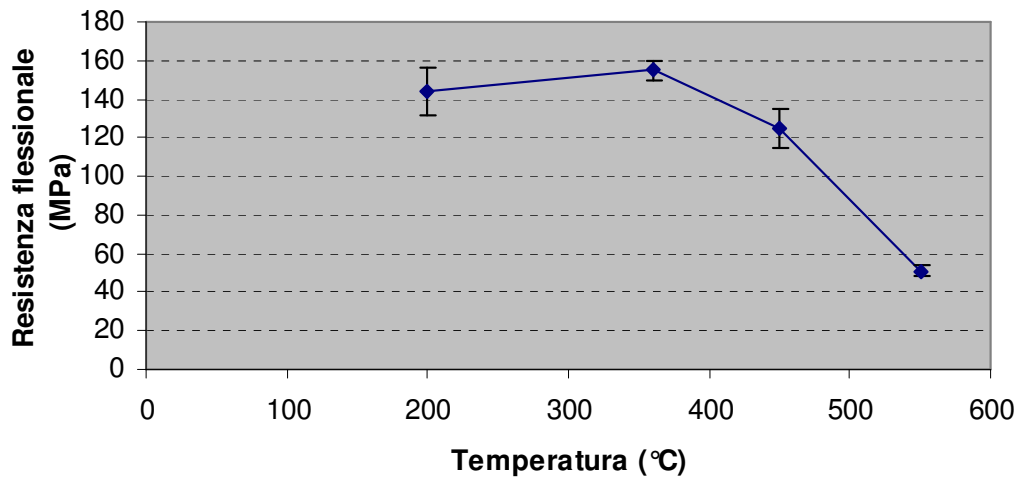


Fig. 4.1 Resistenza flessionale di vetro float in funzione della temperatura

In Fig. 4.1 si osserva come la resistenza flessionale del vetro float vari notevolmente in funzione della temperatura a cui è soggetto l'elemento. Inoltre tale variazione dipende anche dalle condizioni dei bordi, è auspicabile applicare sempre un'accurata lavorazione dei bordi al fine di limitare la possibile presenza di difettosità in grado di far innescare la fessurazione dell'elemento.

La resistenza flessionale del vetro risulta strettamente dipendente dalla temperatura anche nel caso di vetri temprati (vedi Fig. 4.2).



**Fig. 4.2 Resistenza flessionale di vetro temprato in funzione della temperatura**

Data quindi la notevole incidenza della temperatura sulla resistenza flessionale del vetro si può comprendere come l'operazione di serigrafia, a causa del processo di cottura imposto dalla stampa, comporti una riduzione di resistenza, che, come detto sopra, può arrivare anche al 40 %.

Inoltre poiché la presenza dello stato di colore modifica le proprietà di adesione della superficie del vetro, nel caso di vetro laminato si va a stampare il lato esterno del vetro, quello cioè che non andrà in contatto con l'interlayer.

Bibliografia Capitolo 4:

- [1] Wurm, J, Glass Structures - Design and construction of Self-supporting skins, Birkhauser Verlag AG (2007);
- [2] Biolzi, L, Cattaneo, S & Rosati, G, Progressive damage and fracture of laminated glass beams, Construction and Building Materials **23** [4], pp. 577-584 (2009).



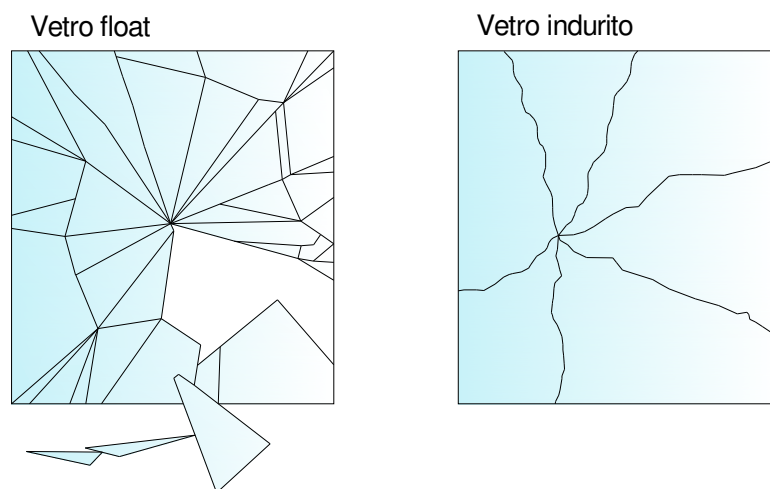
## 5. CONDIZIONI DI SICUREZZA PER ELEMENTI IN VETRO

L'utilizzo di elementi o strutture in vetro richiede, così come avviene per gli altri materiali da costruzione, il rispetto di particolari condizioni di utilizzo e di opportune caratteristiche che deve possedere il materiale affinché venga garantita la sicurezza.

Nel caso di elementi in vetro si richiede:

- resistenza dell'elemento in vetro come indicato in fase di progettazione
- protezione delle persone contro il rischio di lesioni dovute a vetri rotti, taglienti; oppure protezione da caduta nel vuoto (defenestrazione)
- protezione dei beni e sicurezza contro effrazioni e atti di vandalismo in abitazioni private, negozi e uffici; in questo caso, il vetro deve rimanere in posizione e impedire l'accesso di persone o oggetti;
- protezione contro le armi da fuoco;
- protezione contro le esplosioni.

Il vetro float, così come descritto in precedenza, si rompe in grandi frammenti taglienti dunque non può essere considerato un vetro di sicurezza. Lo stesso vale per il vetro indurito, che presenta un modello di frammentazione analogo a quello del vetro float (vedi Fig. 5.1).



**Fig. 5.1** Modalità di rottura del vetro float e del vetro indurito

Solo i vetri temprati e stratificati dunque soddisfano i criteri di sicurezza richiesti dalle Norme.

Nei vetri stratificati di sicurezza, il tipo di intercalare più utilizzato è una pellicola di PVB (polivinilbutirrale) plastico, ma possono essere utilizzate anche pellicole EVA (etilene vinilacetato) o resine di sicurezza. In caso di rottura, l'incollaggio tra il vetro e l'intercalare fa sì che i frammenti rimangano al loro posto (quanto meno per un periodo determinato o fino a uno specifico livello di carico).

Di conseguenza, in applicazioni specifiche dove occorrono elevati livelli di resistenza alla compressione, talvolta vengono utilizzati vetri stratificati composti da vetro temprato e indurito; il primo, infatti, garantisce la resistenza meccanica mentre il secondo fornisce adeguata stabilità residua sino alla sostituzione del vetro rotto. Il vetro stratificato indurito è impiegato quando serve una resistenza alla flessione superiore a quella del vetro float o bisogna prevenire il rischio di rottura per shock termico.

In base alla norma EN ISO 12543-2, un vetro stratificato rientra nella categoria dei vetri di sicurezza se è conforme ad almeno una delle classificazioni di resistenza 3B3 determinate dalle prove di impatto di un pendolo descritte nella norma EN 12600.

Per verificare dunque che l'elemento in vetro garantisca adeguate caratteristiche di sicurezza, le Norme impongono che venga sottoposto a differenti tipi di prova a seconda del futuro uso dell'elemento stesso.

Tali prove sono:

- Prova con doppi anelli concentrici su grandi superfici piane sollecitate
- Prova a flessione su quattro punti
- Prova del pendolo – Metodo della prova di impatto e classificazione per il vetro piano
- Prova di impatto da corpo duro
- Resistenza all'impatto dell'ascia
- Resistenza alle esplosioni
- Resistenza ai proiettili

### 5.1 PROVA CON DOPPI ANELLI CONCENTRICI SU GRANDI SUPERFICI PIANE SOLLECITATE

La prova a flessione con doppi anelli concentrici secondo la EN 1288-2 comporta che solo una limitata area di forma circolare della superficie del provino sia sottoposta alla massima sollecitazione.

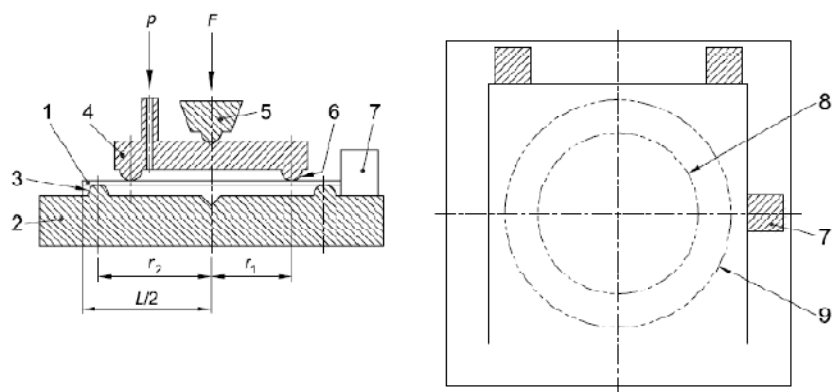


Fig. 5.2 Prova a flessione con doppi anelli concentrici

Si elencano i principali costituenti dell'apparecchiatura di prova (vedi Fig. 5.2):

1. Provino
2. Piastra rigida  $r_2$
3. Profilo in gomma
4. Anello di carico rigido  $r_1$
5. Trasmissione della forza
6. Profilo in gomma
7. Morsetti di regolazione
8. Cerchio di contatto dell'anello di carico
9. Cerchio di carico del supporto

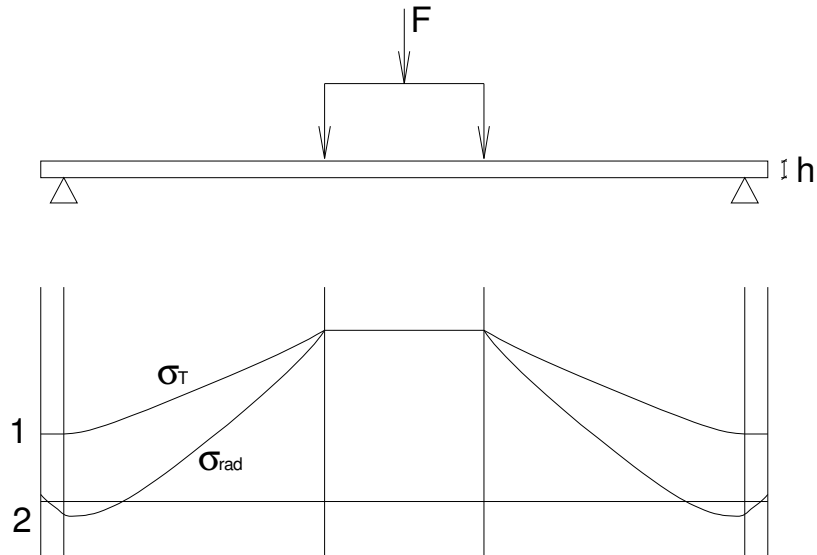
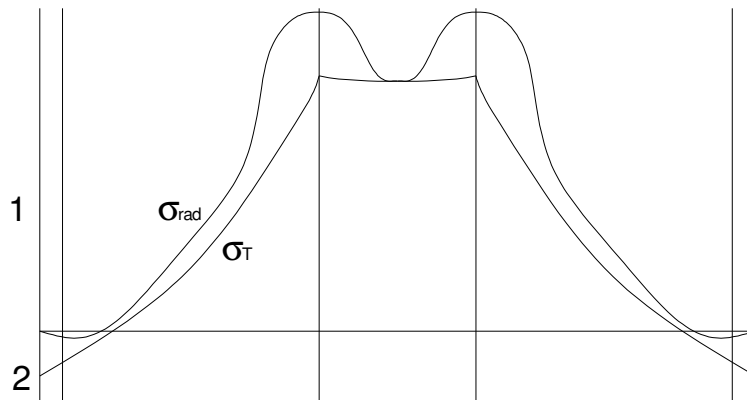


Fig. 5.3 Andamento delle tensioni di trazione (1) e di compressione (2) nel caso di piccole deflessioni

In Fig. 5.3 si dimostra che se le deflessioni sono relativamente ridotte, l'area superficiale centrale è sottoposta ad una sollecitazione di trazione uniforme ove le sollecitazioni radiali e tangenziali sono di uguale entità.

Se le deflessioni diventano maggiori, cioè se superano la metà circa dello spessore della lastra (il limite esatto dipende dal rapporto degli anelli  $r_2/r_1$ ), si verificano degli aumenti localizzati di sollecitazione al di sotto del bordo dell'anello di carico, la cui entità aumenta con l'aumentare del carico. A questo stadio del carico, le sollecitazioni radiali e tangenziali cambiano in modo diverso e non è più possibile eseguire un semplice calcolo delle sollecitazioni. Le sollecitazioni calcolate in base alla teoria della flessione lineare sarebbero infatti troppo elevate (vedi Fig. 5.4).





**Fig. 5.4 Andamento delle tensioni di trazione (1) e di compressione (2) nel caso di grandi deflessioni**

Lo stato di tensione biassiale che si viene a creare è proprio uno dei vantaggi di questa prova; l'indipendenza della direzionalità del carico neutralizza le possibili imperfezioni che possono svilupparsi secondo direzioni privilegiate.

Il resoconto di prova deve contenere le seguenti informazioni:

1. tipo e nome del vetro;
2. pretrattamento e condizione della superficie del provino sottoposto a prova compresa la sequenza dei vari stadi di trattamento. Nel caso di provini con una sola superficie stampata, si deve indicare la superficie sottoposta a trazione (lato piano o stampato);
3. sforzi interni del provino, vetro sottoposto a ricottura o precompressione, compresa la natura e se possibile il grado di precompressione;
4. numero dei provini.

Inoltre per ogni provino, le seguenti informazioni:

- a) spessore  $h$  in mm, approssimato ai 0,05 mm più prossimi, nel caso di provini con superfici piane; massimo spessore (spessore di lastra), minimo spessore (spessore del fondo) e spessore medio  $h$  in mm, approssimato ai 0,05 mm più prossimi, nel caso di provini con una o due superfici decorate,)
- b) resistenza a flessione,  $\sigma_{bB}$  o  $\sigma_{beqB}$ , in  $N/mm^2$ , arrotondato a 0,1  $N/mm^2$ , di ogni provino rotto,
- c) tempo di rottura in secondi, approssimato al secondo più prossimo.

Non si deve fornire alcuna media per i risultati misurati sul numero dei provini non rotti.

## 5.2 PROVA A FLESSIONE SU QUATTRO PUNTI

La prova a flessione su quattro punti viene standardizzata dalla Norma UNI EN 1288-3:2001.

I provini devono essere piani ed i loro bordi devono essere rappresentativi della finitura da sottoporre a prova. Se il bordo è asimmetrico rispetto all'asse neutro del provino, entrambi i lati sottoposti a sollecitazione devono avere lo stesso orientamento e tutti i provini di una campionatura devono essere sottoposti a prova nello stesso verso.

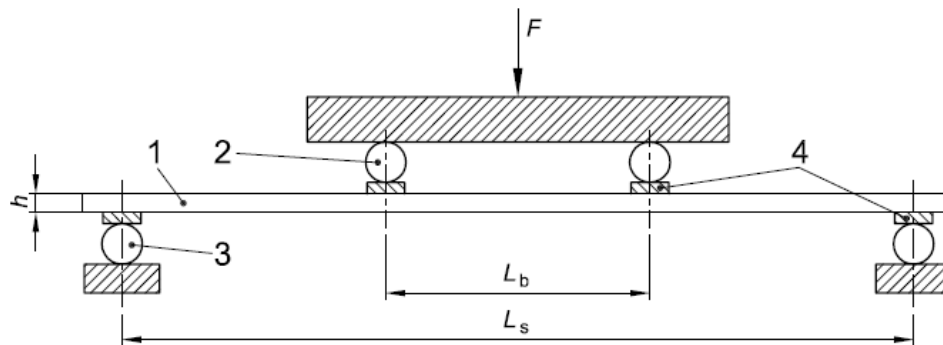


Fig. 5.5 Apparecchiatura per prova a flessione su quattro punti

Si elencano le parti principali costituenti l'apparecchiatura di prova (vedi Fig. 5.5):

1. Provino
2. Rullo di flessione
3. Rullo d'appoggio
4. Striscia in gomma

$$L_b = 200 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}$$

$$L_s = 1\,000 \text{ mm} \pm 2 \text{ mm}$$

Il provino deve essere montato come illustrato nella figura precedente. Tra le lame di carico ed il provino devono essere posizionate delle strisce di gomma di 3 mm di spessore e di durezza  $40 \pm 10$  IRHD.

La prova di flessione deve essere eseguita a  $23 \pm 5$  °C con umidità relativa tra il 40% ed il 70%. Nel corso della prova, la temperatura deve essere mantenuta costante entro 1 °C per evitare lo sviluppo di sollecitazioni termiche.

Il provino deve essere flesso con una sollecitazione di flessione crescente in modo uniforme con velocità d'incremento di  $2 \pm 0,4 \text{ N}/(\text{mm}^2 \cdot \text{s})$  fino a quando si verifica la rottura.

Obiettivo della prova consiste nel misurare il carico massimo e registrare il tempo impiegato per raggiungere tale carico. Ai fini della valutazione, si devono considerare solo quei provini in cui l'origine della rottura si trovi tra i rulli di flessione.

Per una sezione trasversale rettangolare, ove  $Z = \frac{B \cdot h^2}{6}$ , e con il carico applicato come illustrato nella figura precedente, la resistenza a flessione  $\sigma_{bB}$  vale:

$$\sigma_{bB} = k \cdot \left[ F_{\max} \cdot \frac{3 \cdot (L_s - L_b)}{2 \cdot B \cdot h^2} + \sigma_{bG} \right].$$

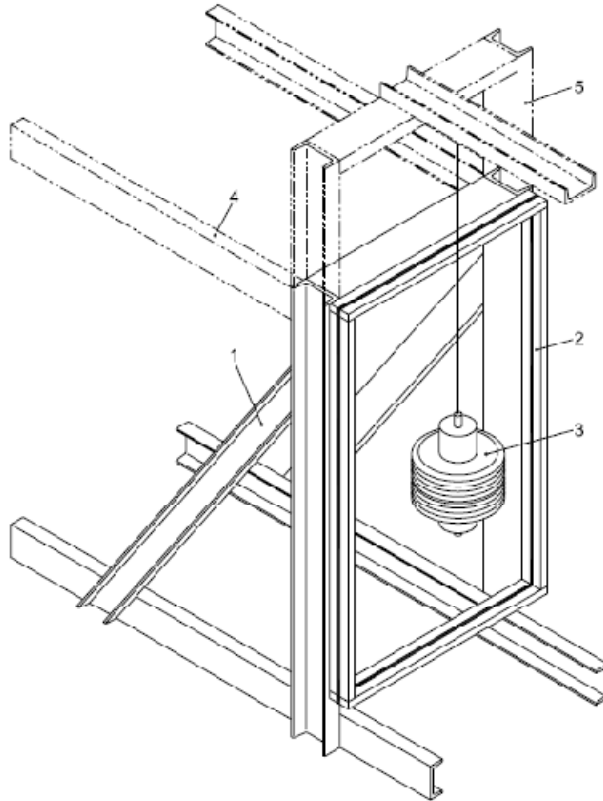
Lo sforzo a flessione  $\sigma_{bG}$  imposto dal peso proprio del provino deve essere calcolato secondo la seguente espressione:

$$\sigma_{bG} = \frac{3 \cdot \rho \cdot g \cdot L_s^2}{4 \cdot h}.$$

Il fattore  $k$  è assunto pari a 1.

### **5.3 PROVA DEL PENDOLO – METODO DELLA PROVA DI IMPATTO E CLASSIFICAZIONE PER IL VETRO PIANO**

La norma EN 12600 “Prova del pendolo – Metodo della prova di impatto e classificazione per il vetro piano” descrive la classificazione dei vetri in base all’impatto di materiale morbido che nel caso della prova consiste in un doppio pneumatico. Il vetro è classificato in termini di rischio di lesione e defenestrazione.



**Fig. 5.6 Apparecchiatura di prova**

Si presentano le principali parti costituenti l’apparecchiatura di prova (vedi Fig. 5.6):

1. Intelaiatura principale
2. Intelaiatura di bloccaggio
3. Impattatore
4. Elemento di supporto opzionale
5. Dispositivo di sospensione opzionale

A seconda della rottura che presenta il provino in esame si può definire la tipologia di vetro che lo costituisce.

Sono standardizzate le seguenti modalità di rottura:

- Tipo A: appaiono numerose fessurazioni che formano frammenti separati con spigoli vivi, alcuni dei quali di grandi dimensioni;
- Tipo B: appaiono numerose fessurazioni, ma i frammenti rimangono uniti e non si separano;
- Tipo C: il provino si disintegra, producendo un numero elevato di piccole particelle relativamente innocue.

Ed in funzione del tipo di rottura si riconducono i seguenti tipi di vetro:

- Tipo A: modalità di rottura tipica del vetro ricotto;
- Tipo B: modalità di rottura tipica del vetro stratificato;
- Tipo C: modalità di rottura tipica del vetro temprato.

Una volta che la prova è stata portata a termine i provini vengono classificati con due cifre e una lettera:

- $\alpha$  è la classe più elevata di altezza di caduta per la quale il vetro si rompe in base a uno dei due modelli di frammentazione descritti successivamente;
- $\beta$  è il tipo di rottura;
- $\varphi$  è la classe più elevata di altezza di caduta per la quale il vetro si rompe senza consentire la penetrazione (conformemente con il primo dei due criteri elencati di seguito); se si rompe con una caduta dall'altezza minima e consente la penetrazione, il vetro è indicato con 0.

I due metodi di frammentazione accettati dalla norma per il criterio  $\alpha$  sono:

- 1) presenza di numerose spaccature, ma nessun taglio o apertura nel pezzo di prova attraverso il quale possa passare una sfera di diametro 76 mm a cui viene applicata una forza massima di 25 N. Inoltre, se dal pezzo di prova si staccano piccoli frammenti entro 3 minuti dall'impatto, questi devono pesare complessivamente non più di una massa equivalente a 10000 mm<sup>2</sup> del pezzo di prova originario. Il frammento più grande deve avere un peso inferiore a quello di una massa equivalente a 4400 mm<sup>2</sup> dell'originario pezzo di prova;
- 2) si ha disintegrazione e i 10 pezzi privi di spaccature più ampie raccolti entro 3 minuti dall'impatto e pesati, insieme, entro 5 minuti dall'impatto non devono

pesare più di una massa equivalente a  $6500 \text{ mm}^2$  dell'originario pezzo di prova. I frammenti deve essere scelti solamente dalla parte del pezzo di prova originario esposta nella cornice di prova. Per determinare la massa equivalente occorre tenere conto solamente della zona esposta nella cornice di prova. La prova deve essere effettuata su quattro pezzi di prova, per ciascuna altezza di caduta. Per i vetri asimmetrici stratificati utilizzati in più di un orientamento, le prove devono essere effettuate su entrambi lati.



**Fig. 5.7 Sequenza prova di impatto**

La classe minima per il vetro stratificato è la 3B.

La norma europea UNI EN 356 del 2002 stabilisce i requisiti ed i metodi di prova per le vetrazioni di sicurezza destinate a resistere ad azioni di forza ritardando, per un breve periodo di tempo, l'accesso di oggetti e/o persone ad uno spazio protetto. La presente norma classifica le vetrazioni di sicurezza in categorie di resistenza alle azioni di forza. La scelta della categoria adatta dovrebbe essere eseguita dall'utilizzatore per ogni singolo caso, dopo aver consultato un esperto, se necessario

### 5.4 PROVA DI IMPATTO DA CORPO DURO

La Norma UNI EN 356:2002 permette la valutazione di lastre di vetro di sicurezza che sono più comunemente note come "vetri anti-effrazione" e "vetri anti-vandalismo".

Dato che non esiste una singola prova che possa coprire l'ampio campo delle resistenze agli attacchi, si utilizzano due metodi di prova ben distinti per fornire una gamma continua di categorie di resistenza: la prova di impatto da corpo duro e la prova di impatto con ascia.

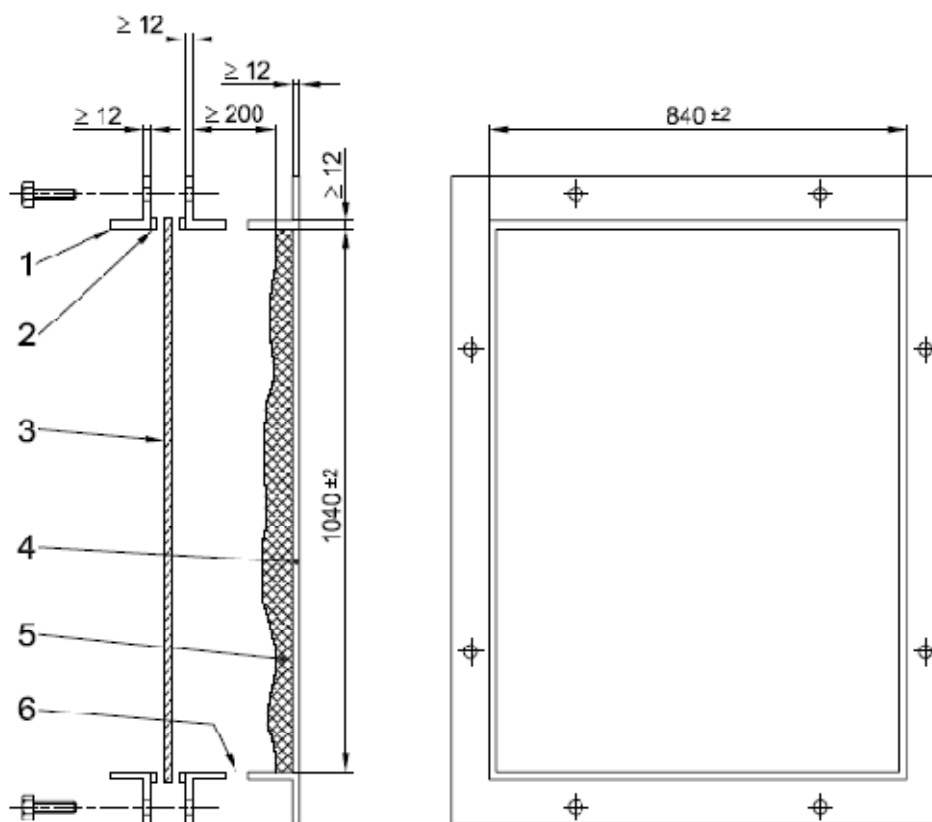


Fig. 5.8 Apparecchiatura di prova

1. Telaio di bloccaggio di acciaio
2. Striscia di gomma
3. Provino
4. Contenitore di ricezione di acciaio
5. Assorbitore di energia
6. Fori di ventilazione

Dimensioni in mm

Il provino deve essere posizionato orizzontalmente nel telaio di bloccaggio dell'apparecchiatura di supporto e fissato, come mostrato nella figura precedente. L'altezza di caduta (misurata dal fondo del corpo di impatto fino alla superficie del provino) deve essere regolata secondo la categoria di resistenza da sottoporre a prova.

Per le categorie P1A, P2A, P3A e P4A, il corpo di impatto deve essere fatto cadere su ogni provino tre volte dalla stessa altezza, in modo che le posizioni di impatto formino la sagoma di un triangolo equilatero con una lunghezza di lato di  $(130 \pm 20)$  mm attorno al centro geometrico del provino, con un lato del triangolo parallelo al lato corto del campione.

La posizione di impatto opposta a questo lato del triangolo deve essere colpita per prima. Per la categoria P5A, il procedimento di cui sopra deve essere ripetuto per un totale di tre volte su ogni provino, dando nove colpi, tre su ogni punto del triangolo.

Dopo ogni impatto, deve essere controllata la penetrazione nel provino da parte del corpo di impatto.

Un provino deve essere considerato penetrato se il corpo di impatto è passato completamente attraverso il provino prima che siano trascorsi cinque secondi dall'istante di impatto. Dopo ogni impatto, il provino deve essere esaminato anche per riscontrare segni di scivolamento dal telaio di bloccaggio.

La prova non è valida se uno qualsiasi dei bordi del provino si è spostato per più di 5 mm nel telaio di bloccaggio. In questo caso, la prova deve essere ripetuta con un nuovo provino. Se si ritiene necessario aumentare la pressione di bloccaggio per impedire lo scivolamento, ciò deve essere registrato nel resoconto di prova e dell'attestazione della prova di tipo.

La vetratura di sicurezza deve essere classificata in quella categoria di resistenza corrispondente all'altezza di caduta applicata ed ai numeri di impatti, purché tutti e tre i provini abbiano resistito alla penetrazione da parte del corpo di impatto.



### 5.5 RESISTENZA ALL'IMPATTO DELL'ASCIA

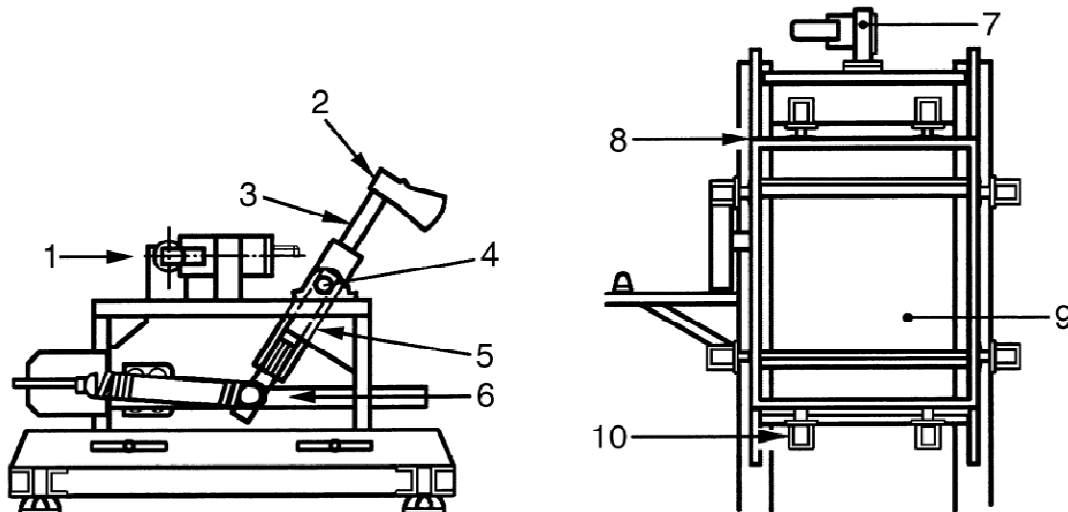


Fig. 5.9 Apparecchiatura di prova

Si presentano le principali parti costituenti l'apparecchiatura di prova (vedi Fig. 5.9):

1. Meccanismo di rilascio
2. Testa dell'ascia
3. Impugnatura
4. Asse di rotazione
5. Manicotto
6. Molla di tensione
7. Regolatore di altezza
8. Telaio di bloccaggio
9. Provino
10. Morse pneumatiche

Lo scopo della prova è di produrre un'apertura quadrata con una lunghezza di lato di  $(400 \pm 10)$  mm così che il centro dell'apertura quadrata coincida con il centro del campione e in modo tale da usare il minimo numero di colpi di martello e di ascia, combinati. Per ogni colpo di ascia viene misurata la velocità di impatto  $v_i$ .

Al primo punto di impatto il martello deve colpire tante volte quante sono necessarie per rompere tutti gli strati di vetro prima di passare alla posizione successiva. Se qualche strato di vetro non si rompe dopo 10 impatti, la posizione di impatto deve essere spostata

di 50 mm e continuare con il procedimento. La distanza tra due consecutive posizioni di impatto del martello deve essere tale che le aree frantumate si tocchino l'un l'altra. La distanza non deve essere minore di 50 mm e non maggiore di 130 mm. Ad ogni posizione, il martello deve colpire tante volte quante sono necessarie per rompere tutti gli strati di vetro. Se qualche strato di vetro non si rompe dopo 10 impatti, occorre spostare la posizione di impatto di 50 mm e continuare con il procedimento. Dopo che gli strati di vetro sono stati frantumati lungo un lato dell'apertura quadrata, il provino e il telaio di bloccaggio vengono fatti ruotare di 90° in senso orario e gli impatti del martello devono continuare lungo il secondo lato, seguito analogamente dal terzo e dal quarto.

### **5.6 RESISTENZA ALLE ESPLOSIONI**

La norma EN 13541 “Vetro di sicurezza – Prove classificazione della resistenza alla pressione causata da esplosioni“ classifica i vetri antiesplosioni (metodo tubo da onda d’urto -“shock-tube”-).

Il vetro è posizionato all’estremità di un tubo; all’altra estremità, viene fatta esplodere una carica creando così una sovrappressione.

Si individuano quindi quattro classi di vetro, da ER1 a ER4 (è indicata inoltre la presenza o assenza di schegge – (S) o (NS) – dietro il vetro).

Un tubo da onda d'urto (shock-tube) o un dispositivo analogo per generare la deflagrazione desiderata, deve assicurare l'adeguata riproduzione di una onda d'urto piana perpendicolare alla superficie d'attacco del campione. L'onda d'urto deve essere simulata a partire da una carica esplosiva sferica elevata non dirompente. La fase di pressione positiva dovrebbe avere una forma che possa essere correlata a quella di una carica sferica avente un peso noto di trinitrotoluene (TNT) detonante a una distanza nota.

La prova è considerata superata se tre lastre di prova non mostrano segni di perforazione “trasversale“ del lato esposto né alcuna apertura tra il supporto del vetro e i bordi della lastra di prova.

La resistenza alle esplosioni ha senso solamente in relazione alla protezione di persone all’interno di un edificio, per esplosioni che avvengono all’esterno dello stabile.

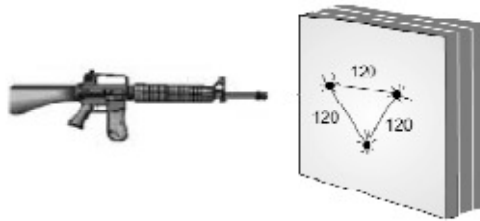
Non sono date indicazioni per esplosioni che avvengano all’interno della struttura.

Le norme prEN 13123-1/2 e 13124-1/2 illustrano i metodi da utilizzare per provare la resistenza dei telai alle esplosioni. La parte 1 si basa su una prova con tubo e le classi sono indicate da EPR1 a EPR4. La parte 2 si basa su prove all’aperto e le classi sono indicate da EXR1 a EXR5.

### 5.7 RESISTENZA AI PROIETTILI

La norma EN 1063 distingue fra due tipi di armi: pistole e fucili (classi BR) e fucili a palla (classi SG). I vetri sottoposti alla prova di resistenza ai proiettili devono soddisfare almeno uno dei requisiti sotto elencati:

1. Nessuna perforazione della vetrata da proiettile o parte di esso e nessuna perforazione da schegge di vetro del foglio testimone sulla faccia opposta. Questo tipo di vetrata resistente ai proiettili deve essere classificata nella classe appropriata con un marchio addizionale "NS" (senza schegge).
2. Nessuna perforazione della vetrata da proiettile o parti di esso, ma perforazione del foglio testimone da schegge di vetro staccatesi dalla faccia posteriore. Questo tipo di vetrata resistente ai proiettili deve essere classificata nella classe appropriata con un marchio addizionale "S" (schegge).



**Fig. 5.10 Schema di prova**

Nelle classi da BR1 a BR7 rientrano i vetri con livelli di protezione crescenti; un vetro che soddisfa i requisiti previsti per una determinata classe soddisferà quindi anche quelli delle classi inferiori.

Il provino deve essere conservato per un periodo di almeno 12 h alla temperatura costante di  $(18 \pm 5) ^\circ\text{C}$  prima della prova. Una volta scelta l'arma e posizionato il provino sul telaio rigido, al centro viene tracciato un triangolo equilatero di lato uguale alla distanza tra gli impatti e successivamente vengono segnati i vertici in modo tale che siano ben visibili per il tiratore. Dopo aver sottoposto il provino a uno o tre tiri si misura la velocità della pallottola per ciascun tiro (vedi Fig.5.10).

### 5.8 TENSIONI AMMISSIBILI

La determinazione dei valori ammissibili delle tensioni di trazione, dipende da innumerevoli fattori, primo tra tutti la durata dei carichi. Si è visto come i carichi di lunga durata siano maggiormente dannosi rispetto a quelli di breve termine, il vetro è infatti soggetto al fenomeno di "fatica statica" che riduce le caratteristiche meccaniche del materiale sottoposto ad un carico costante. Sarà quindi necessario considerare dei valori di tensione ammissibile differenti a secondo della durata della sollecitazione. I valori riportati sono indicati dalla Normativa BS5516 (Inglese) e su indicazione della Pilkington Glass Consultant (vedi Tab. 5.1).

La Normativa italiana a riguardo non fornisce alcuna indicazione.

**Tab. 5.1 Tensioni ammissibili a trazione per varie tipologie di vetro**

<b>Tipo di vetro</b>	<b>Tensione ammissibile di trazione</b>
Vetro float fino a spessore di 6 mm	28 MPa
Vetro float di spessore 8 mm	22.9 MPa
Vetro float con spessore superiore a 10 mm	17.8 MPa
Vetro patterned	27 MPa
Vetro wired	21 MPa
Vetro temprato	59 MPa

Per la tensione di compressione il valore ammissibile è sensibilmente maggiore, il vetro infatti, come tutti i materiali fragili, ha un comportamento a compressione nettamente migliore, essendo inibiti tutti quei fattori che determinano una rottura prematura. Ciò nonostante strutture interamente compresse costruite con il vetro, come i pilastri, rappresentano esempi isolati proprio per la difficoltà di avere compressioni semplici. Si consiglia di usare come valore ammissibile per la tensione di compressione  $\sigma_{adm} = 400 \text{ N/mm}^2$ .

Bibliografia Capitolo 4:

- [1] UNI EN 1288-2:2001 - Vetro per edilizia - Determinazione della resistenza a flessione del vetro - Prova con doppi anelli concentrici su provini piani, su grandi superfici sollecitate
- [2] UNI EN 1288-3:2001 - Vetro per edilizia - Determinazione della resistenza a flessione del vetro - Prova con provino supportato in due punti (flessione in quattro punti)
- [3] UNI EN 12600:2004 - Vetro per edilizia - Prova del pendolo - Metodo della prova di impatto e classificazione per il vetro piano
- [4] UNI EN 356:2002 - Vetro per edilizia - Vetro di sicurezza - Prove e classificazione di resistenza contro l'attacco manuale
- [5] UNI EN 13541:2002 - Vetro per edilizia - Vetro di sicurezza - Prove e classificazione della resistenza alla pressione causata da esplosioni
- [6] UNI EN 1063:2001- Vetro per edilizia - Vetrate di sicurezza - Classificazione e prove di resistenza ai proiettili

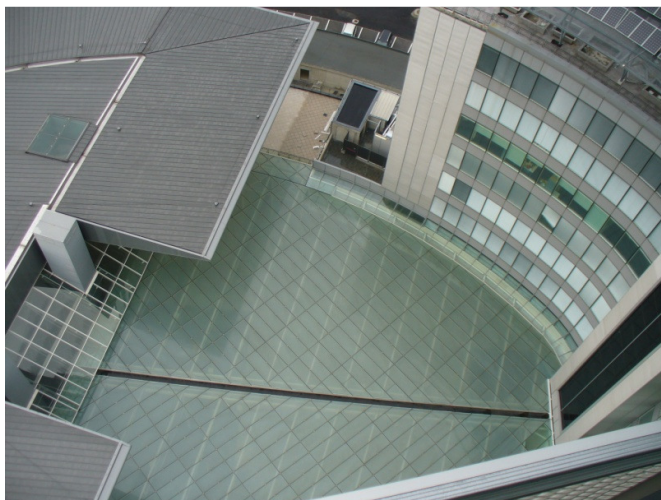
## 6. WJC - World Join Center

In data 27 agosto 2009 si è verificato il collasso di due lastre di facciata in vetro presso l'edificio WJC – World Join Center in Milano (vedi Fig. 6.1).



**Fig. 6.1 World Join Center**

Si sono inoltre fessurate altre due lastre in vetro impiegate come copertura dell'antistante cortile dell'edificio (vedi Fig. 6.2).



**Fig. 6.2 Vista dall'alto della copertura in vetro del cortile del World Join Center**

È risultato dunque necessario effettuare delle prove di laboratorio al fine di determinare la tipologia e la resistenza di tali vetrate per verificare il rispetto delle caratteristiche richieste in fase di progettazione.

## **6.1 PROVE DI LABORATORIO SU LASTRE DI VETRO PRELEVATE IN SITO**

### **6.1.2 Normativa di riferimento**

Le prove sperimentali sono state condotte conformemente alle seguenti Norme:

- UNI EN 1288-1:2001 Vetro per edilizia - Determinazione della resistenza a flessione del vetro – Principi fondamentali delle prove sul vetro
- UNI EN 1288-3:2001 Vetro per edilizia - Determinazione della resistenza a flessione del vetro - Prova con provino supportato in due punti (flessione in quattro punti)
- UNI EN 12150-1:2001 Vetro per edilizia - Vetro di silicato sodocalcico di sicurezza temprato termicamente - Definizione e descrizione
- UNI EN 12150-2:2005 Vetro per edilizia - Vetro di silicato sodocalcico di sicurezza temprato termicamente Parte 2: Valutazione di conformità/Norma di prodotto
- UNI EN 13830:2005 Facciate continue - Norma di prodotto
- UNI EN 12600 04 vetro per edilizia - Prova del pendolo; metodo della prova di impatto e classificazione per il vetro piano.
- UNI 7697 – 2001 Criteri di sicurezza nelle applicazioni vetrarie.
- UNI EN 1863-2:2005 Vetro per edilizia - Vetro di silicato sodocalcico indurito termicamente. Parte 2: Valutazione di conformità/Norma di prodotto.
- UNI EN 14179 -1-2005 Vetro di silicato sodocalcico di sicurezza temprato termicamente e sottoposto a “heat soak test”. Parte 1 definizione e descrizione.
- UNI EN 14179 -2-2005 Vetro di silicato sodocalcico di sicurezza temprato termicamente e sottoposto a “heat soak test”. Parte 2 Valutazione di conformità/Norma di prodotto.
- UNI EN 14449-2005. Vetro per edilizia : vetro stratificato e vetro stratificato di sicurezza Valutazione di conformità/Norma di prodotto.
- ASTM C 1048 – 04 Standard specification for Heat treated flat glass



### 6.1.3 Prelievo dei provini

Innanzitutto si è proceduto prelevando dall'edificio in esame delle lastre in vetro dello stesso tipo di quelle che hanno presentato fessurazione e collasso. In particolare sono state prelevate:

- Due pannelli esterni di facciata a lastra monolitica incollati ad un telaio di alluminio con silicone strutturale. Il telaio era inoltre dotato di due supporti di montaggio per ciascun lato orizzontale (vedi Figg. 6.3 e 6.4).



**Fig. 6.3** Rimozione lastra di vetro facciata esterna



**Fig. 6.4** Prelievo del provino - specchiatura esterna di facciata

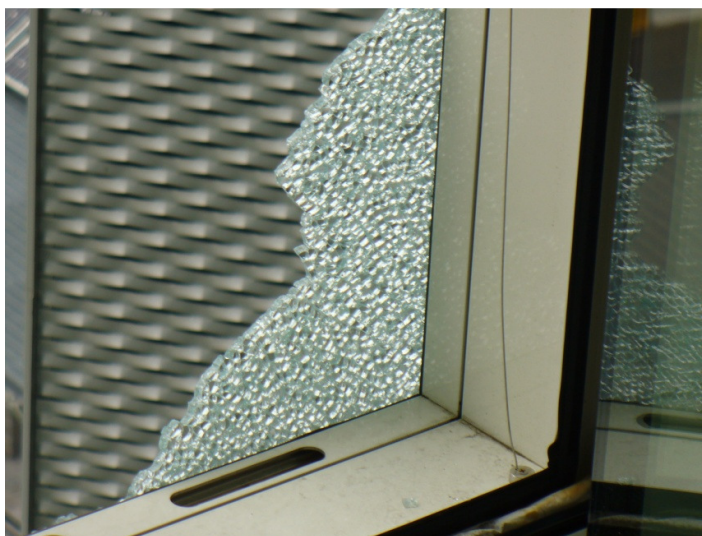
- Un'anta interna di facciata con telaio in alluminio con chiusura a inserto quadro e vetrocamera con cricca già presente al momento del prelievo.
- Tre lastre di copertura stratificate di forma rettangolare, di cui due senza danni visibili ed una con fessure presumibilmente di tipo "termico" nella lastra inferiore. Le lastre di copertura poste sulla struttura portante tubolare in acciaio con debole pendenza rispetto all'orizzontale erano fissate tramite quattro piatti di acciaio inox con viti e siliconate sui bordi (vedi Fig. 6.5).



**Fig. 6.5** Prelievo del provino lastra stratificata di copertura

Durante la fase di prelievo sono state inoltre ispezionate le due specchiature di facciata che, nel mese di agosto 2009, sono collassate.

Le lastre fessurandosi sono cadute nella parte antistante la facciata, restavano però ancora visibili in loco piccole porzioni di specchiatura del tutto fessurate ma ancora posizionate secondo la messa in opera (vedi Fig. 6.6).



**Fig. 6.6 Residui della rottura del mese di agosto 2009**

Erano inoltre ancora presenti in loco i sostegni della vetrata, posti sul lato orizzontale del telaio, anche se presentavano evidenti deformazioni (vedi Fig. 6.7).



**Fig. 6.7 Rottura del supporto di montaggio inferiore in alluminio  
(rottura mese di agosto 2009)**

#### 6.1.4 Preparazione dei provini

I campioni prelevati, essendo presumibilmente composti da lastre temprate e/o indurite, non potevano essere portati alle dimensioni indicate nelle norme UNI EN 1288-3 per eseguire le prove meccaniche, pena la distruzione totale degli elementi. Si è proceduto pertanto alla sola pulizia dei bordi dal silicone per le lastre stratificate al fine di rilevare la presenza di marchi o diciture di varia natura.

Le lastre monolitiche di facciata sono state separate dal telaio in alluminio, tagliando con cura il silicone strutturale di bordo utilizzato per l'incollaggio.

Si è osservato che le uniche lastre che riportano una dicitura stampigliata sono le due stratificate di copertura integre (lastra 1 e 2). Su queste lastre appare infatti la dicitura "TEMPERED" (vedi Fig. 6.10).

La dicitura non presentava, però, le caratteristiche richieste per la marcatura CE. Secondo le Norme UNI EN 1748-1-1:2005, UNI EN 1748-1-2:2005, UNI EN 1748-2-1:2005, UNI EN 1748-2-2:2005 gli elementi devono presentare una marcatura CE obbligatoria seguita da un apposito documento certificante le caratteristiche del vetro in esame. Tale marcatura e documentazione risultavano però assenti.

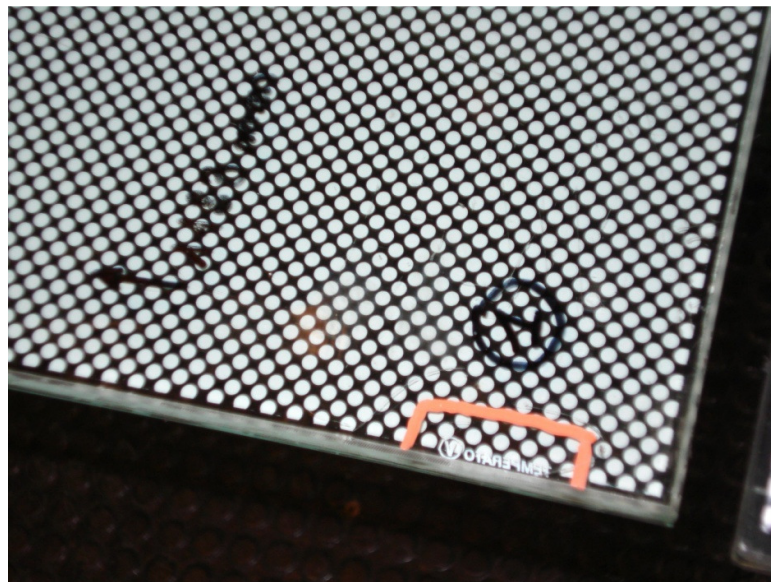


Fig. 6.8 Lastra 1 di copertura dopo la pulizia





**Fig. 6.9** Lastra 2 di copertura dopo la pulizia



**Fig. 6.10** Particolare della dicitura stampata sulla lastra

Una volta puliti e preparati i provini, si è potuto procedere con la vera e propria fase sperimentale di prova al fine di determinare le caratteristiche meccaniche delle lastre oggetto di esame.

### 6.1.5 Misura ottica dello stato tensionale superficiale

Innanzitutto si è voluto determinare se le lastre monolitiche di facciata fossero realmente di vetro temprato.

Dopo aver identificato il lato “stagno” della vetrata, si è dunque proceduto con la misura ottica dello stato di sforzo superficiale attraverso l’apparecchio Strainoptics Laser Gasp Polarimeter (ASTM C 1048 – 04, UNI EN 12150-2-05).

La Norma impone infatti che un vetro, per essere considerato temprato, presenti un valore di compressione indotta superficiale superiore a 69 MPa.

#### 6.1.5.1 Rilievo dello stato di presollecitazione superficiale indotto dal processo di tempra tramite GASP

Tab. 6.1 Tabella di taratura dello strumento utilizzato:

Angle [°]	$\sigma$ [MPa]
64	86.31
65	90.27
66	94.54
67	99.17
68	104.19
69	109.66
70	115.65
71	122.25

La Norma richiede che il rilievo dello stato di presollecitazione sia fatto in cinque punti, posizionati diversamente a seconda che si segua la Norma Europea UNI EN 12150-2-05 oppure quella Americana ASTM C 1048 – 04, come descritto al Paragrafo 2.5.3.

Il rilievo deve essere effettuato due volte in ogni punto, andando a posizionare lo strumento secondo due direzioni tra loro ortogonali.

Per la lastra monolitica di facciata indicata con il numero 1 si è eseguita la prova secondo la Norma Europea (vedi Fig. 6.11) mentre per la lastra monolitica di facciata 2 si sono disposti i punti di rilievo secondo la Norma Americana (vedi Fig. 6.12).

Per entrambe le lastre si è eseguito il rilievo dello stato di presollecitazione sia in direzione  $x$  che  $y$ .

6.1.5.1 a) Lastra monolitica di facciata 1 - UNI EN 12150-2-05

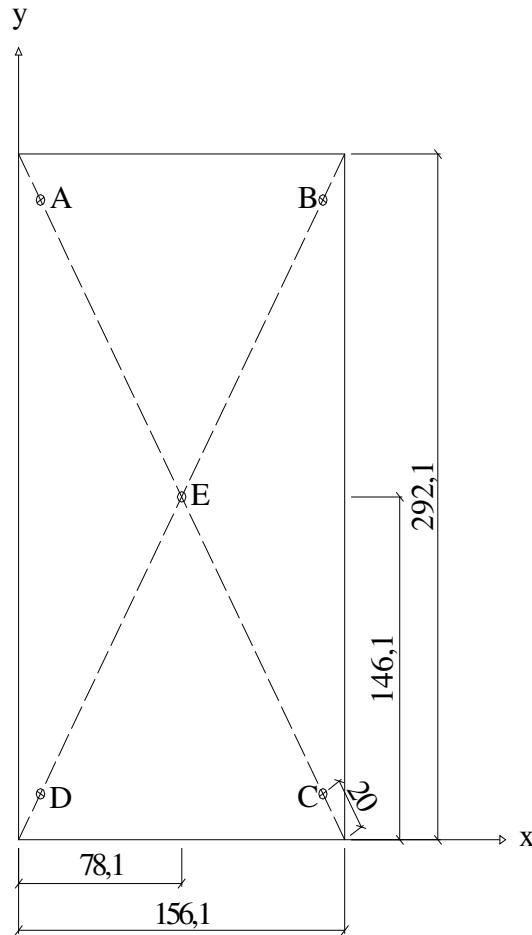


Fig. 6.11 Disposizione dei punti di rilievo dello stato di presollecitazione superficiale - Latra 1

LASTRA 1

punti	$\alpha$ vert [°]	MPa
A	66	94,54
B	66	94,54
C	66	94,54
D	66	94,54
E	66	94,54

$\alpha$ oriz [°]	$\sigma$ [Mpa]
66	94,54
67	99,17
68	104,19
67	99,17
65	90,27

<b>Media</b>	66	94,54
<b>Dev. St.</b>	0	

66,6	97,468
1,14	

$\sigma$ med	96,004	Mpa
--------------	--------	-----



6.1.5.1 b) Lastra monolitica di facciata 2 - ASTM C 1048 – 04

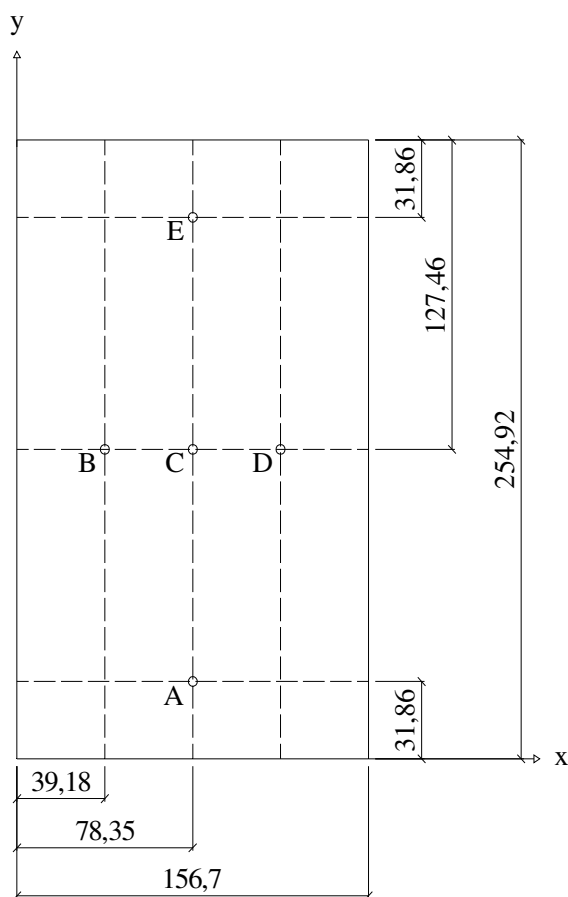


Fig. 6.12 Disposizione dei punti di rilievo dello stato di presollecitazione superficiale - Latra 2

LASTRA 2					
punti			α oriz [°]		
	α vert [°]	MPa		σ [Mpa]	
A	67	99,17	67	99,17	
B	68	104,19	70	115,65	
C	67	99,17	67	99,17	
D	68	104,19	68	104,19	
E	66	94,54	66	94,54	
<b>Media</b>	67,2	100,252	67,6	102,544	
<b>Dev. St.</b>	0,84		1,52		
		<b>σ med</b>	101,398	Mpa	

Le osservazioni effettuate hanno mostrato come lo stato di presollecitazione delle lastre in esame sia tipicamente da elementi temprati.

## 6.2 PROVE DI FLESSIONE SU QUATTRO PUNTI

Per determinare la resistenza meccanica delle lastre prelevate in sito, sono state condotte cinque prove di flessione su quattro punti.

Come indicato in precedenza, non è stato possibile mantenere le dimensioni indicate nella UNI EN 1288-3 in quanto i campioni non erano modificabili.

Sono stati però mantenuti i rapporti dimensionali indicati nella stessa Norma al fine di ricreare una prova con campione in scala rispetto a quello da Normativa.

Nelle prime due prove sulle lastre stratificate di copertura n. 1 e 2 si è mantenuto il rapporto:

$$\frac{L_S}{L_B} = 5 = \frac{275\text{cm}}{55\text{cm}} \text{ come indicato nella Norma UNI EN 1288-3:2001}$$

con

$L_S$  distanza tra i punti di appoggio

$L_B$  distanza tra le lame di carico (vedi Fig. 6.13).

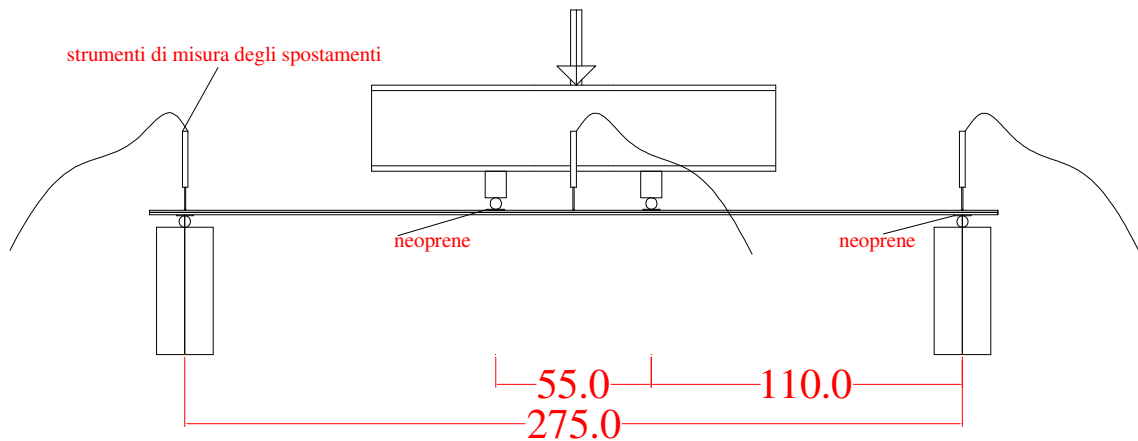
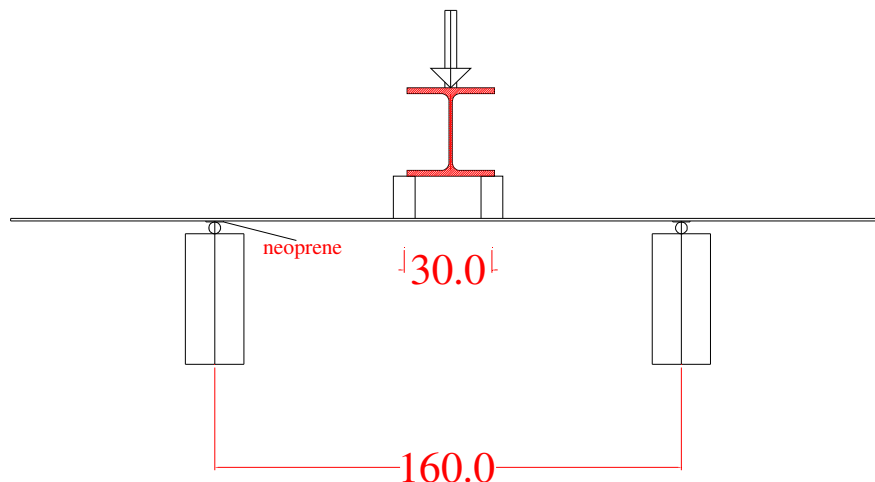


Fig. 6.13 Schema di prova per le lastre stratificate di copertura n.1 e 2

Tra gli appoggi e la lastra di vetro, così come tra le lame di carico e la lastra di vetro è stato posto un foglio di neoprene, come espressamente indicato nella Norma di riferimento.

Le altre tre prove (due su stratificati di copertura danneggiati ed una sul monolitico di facciata sp 8 mm) sono state eseguite con luce  $L_s$  ridotta a 160 cm e  $L_b$  a 30 cm (vedi Fig. 6.14).



**Fig. 6.14** Schema di prova per le lastre stratificate di copertura danneggiate e monolitica di facciata

Si precisa che la ripetizione della prova su lastra danneggiata è stata necessaria in quanto non è stato possibile portare a completa rottura la lastra stratificata n.1 con il primo schema di carico adottato, per eccesso di deformabilità, incompatibile con il fondo scala del martinetto di prova.

La seconda lastra danneggiata, come precedentemente indicato è stata prelevata già fessurata.

Le tre lastre stratificate di copertura avevano dimensioni di 1182 mm x 2982 mm ed erano composte da due lastre monolitiche 6 + 8 mm, lo spessore totale della lastra è 15,1 mm.

La lastra monolitica di facciata aveva le dimensioni riportate nel paragrafo dedicato alle misure ottiche e spessore 8 mm.

Per effettuare la prova a flessione sono stati impiegati martinetti idraulici e trasduttori di spostamento induttivo LVDT.

Il martinetto idraulico è uno strumento in grado di generare una forza attraverso l'imposizione di pressione su di un pistone (vedi Fig. 6.16). Tale pressione interna viene controllata attraverso una valvolina che chiude o apre un circuito di olio permettendo così di mettere in pressione e muovere il pistone avanti e indietro. I martinetti utilizzati durante le prove erano ad effetto singolo, ovvero con sola possibilità di generare compressione, con pressione interna massima di 210 bar (21 MPa) (vedi Fig. 6.15).

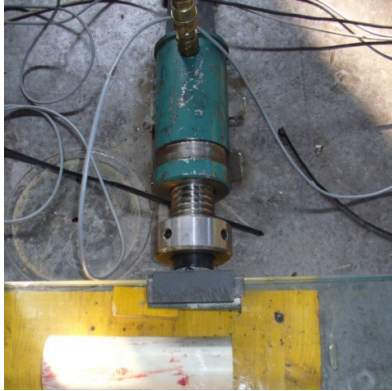


Fig. 6.15 Martinetto idraulico

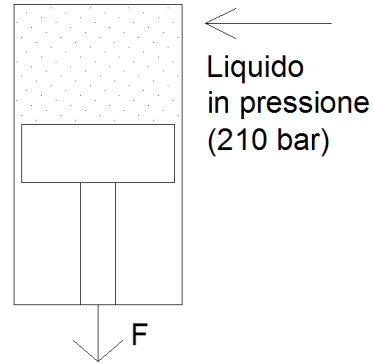


Fig. 6.16 Martinetto idraulico – schema interno

Il trasduttore di spostamento induttivo (LVDT) è un dispositivo elettronico usato per misurare lo spostamento rispetto ad un punto (vedi Fig. 6.17). Esso è realizzato mediante un tubo composto da tre avvolgimenti disposti attorno lo stesso asse e con all'interno un nucleo cilindrico ferromagnetico mobile (vedi Fig.6.18). L'avvolgimento centrale è detto primario (A), gli altri due secondari (B) servono per misurare la tensione in uscita. Quando il nucleo cilindrico è al centro, la tensione indotta sugli avvolgimenti secondari è uguale e sfasata di  $180^\circ$ , di modo che il segnale misurato tra le due sia nullo. Allo spostarsi del nucleo, a seconda che si sposti verso sinistra o verso destra, l'accoppiamento induttivo risulterà maggiore o minore. Di conseguenza il segnale in uscita aumenterà proporzionalmente allo spostamento del nucleo. Da qui la misura dello spostamento.

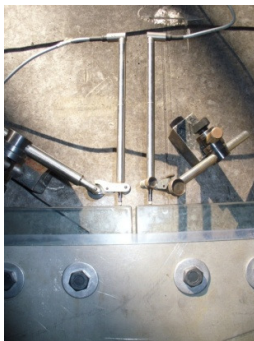


Fig. 6.17 Trasduttore di spostamento induttivo

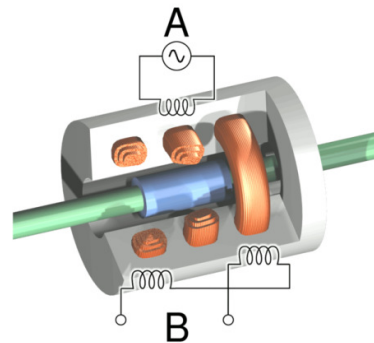


Fig. 6.18 LVDT – schema interno

Tab. 6.2 “Risultati delle prove di flessione” (dove: S.C. indica lo schema di carico e b il braccio)

	I picco di resistenza [kN]	S.C.	b [m]	Tipo di rottura lastra inferiore	Momento flettente I Picco [kNm]
	Lastra 2	3.21	1	0.55	Fessurazione schegge lunghe
II picco di resistenza [kN]		S.C.	b [m]	Tipo di rottura lastra superiore	Momento flettente II picco [kNm]
	2.78	1	0.55	Collasso globale Frammentazione di piccole dimensioni	1.53
Lastra 1	I picco di resistenza [kN]	S.C.	b [m]	Tipo di rottura lastra inferiore	Momento flettente I Picco [kNm]
	3.10	1	0.55	Fessurazione schegge lunghe	1.71
	II picco di resistenza [kN]	S.C.	b [m]	Tipo di rottura lastra superiore	Momento flettente II picco [kNm]
	6.18	2	0.33	Collasso globale Frammentazione di piccole dimensioni	2.01
Lastra danneggiata	I picco di resistenza [kN]	S.C.	b [m]	Tipo di rottura lastra inferiore	Momento flettente I Picco [kNm]
	3.94	2	0.33	Fessurazione schegge lunghe	1.28
	II picco di resistenza [kN]	S.C.	b [m]	Tipo di rottura lastra superiore	Momento flettente II picco [kNm]
	5.27	2	0.33	Collasso globale Fessurazione schegge lunghe	1.71
Monolitico di facciata	I picco di resistenza [kN]	S.C.	b [m]	Tipo di rottura lastra inferiore	Momento flettente I Picco [kNm]
	6.21	2	0.33	Collasso globale Frammentazione di piccole dimensioni	2.02

### 6.3 LASTRA STRATIFICATA DI COPERTURA 2

Si è sottoposta a prova una lastra laminata costituita da due strati di vetro uniti tramite interlayer plastico. Data la stratificazione si è ipotizzato che, una volta posta sotto carico, presentasse due picchi di resistenza in funzione della fessurazione dei due strati.

Si presentano i valori di Carico – Freccia rilevati direttamente durante la prova a flessione su quattro punti (vedi Fig. 6.19).

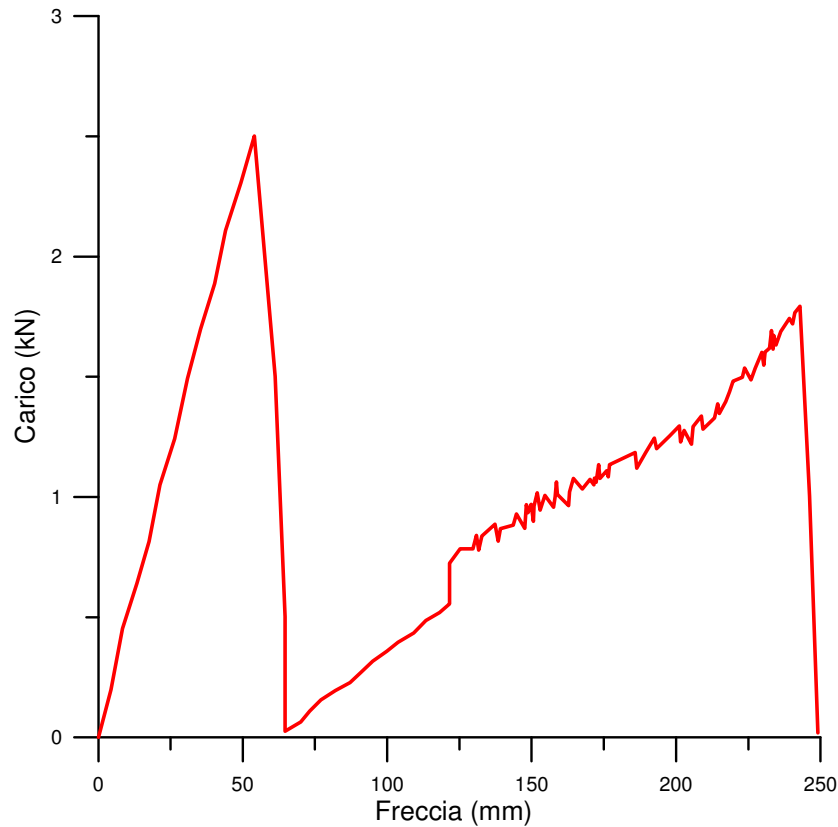


Fig. 6.19 Andamento Carico - Freccia

La prova a flessione ha mostrato, come da ipotesi iniziale, due picchi di resistenza dovuti alla rottura indipendente dei due strati di vetro.

Si è supposto che il vetro fosse costituito dall'abbinamento di un vetro indurito con un temprato. Tale ipotesi è stata confermata dal tipo di risultati ottenuti durante la prova, in quanto il primo picco di resistenza è stato accompagnato da una rottura a schegge lunghe, tipica dei vetri ricotti e non temprati (vedi Fig. 6.18).

Tale picco si è verificato per una resistenza di 2.501 kN con 53.94 mm di freccia.

Una volta raggiunto il primo picco di resistenza, la lastra ha presentato un'ulteriore fonte di resistenza grazie alla stratificazione. Come spiegato al Paragrafo 1.1.1, la progettazione di vetro strutturale si basa sul concetto di ridondanza, ovvero sulla capacità di redistribuzione degli sforzi anche in un materiale fragile come il vetro grazie all'utilizzo della laminazione.

L'interlayer plastico posto tra i due strati di vetro ha permesso alle schegge createsi al raggiungimento del primo picco di rimanere unite tra loro e di non cadere a terra. Essendo poi lo strato di temprato ancora integro si è potuto caricare ulteriormente la lastra, lo sforzo è stato assorbito a questo punto da tale strato.

Si è così potuto caricare l'elemento in vetro fino al raggiungimento del secondo picco di resistenza che si è verificato per un carico di 1.793 kN e una freccia di 242.85 mm. Il raggiungimento di tale picco è correlato alla resistenza ultima della lastra, la rottura del vetro temprato ha comportato infatti il collasso dell'elemento (vedi Fig. 6.20).



**Fig. 6.20 Prima rottura lastra n.2 ; vetro inferiore**



**Fig. 6.21** Collasso con rottura vetro superiore della lastra n.2.

La rottura dello strato superiore di vetro temprato ha portato all'annullarsi di qualsiasi resistenza del materiale.

In Fig. 6.21 si mostra il comportamento estremamente duttile e plastico che l'interlayer conferisce al materiale vetro. La lastra caduta si è adagiata infatti sul pavimento prendendo la forma dell'attrezzatura sottostante ed inoltre la perdita di resistenza non ha comportato il distacco delle schegge lunghe ed appuntite che si erano create per fessurazione del vetro indurito, così come non si è verificato il distacco dei pezzetti arrotondati generati dalla fessurazione del temprato e tutto questo perché lo strato di interlayer ha assolto proprio il compito di mantenere uniti i frammenti di vetro. Si è osservato inoltre come il secondo picco di resistenza fosse legato al collasso dello strato di vetro temprato; in Fig. 6.19 si vede come le iniziali schegge lunghe siano diventate ora dei piccoli e numerosissimi frammenti.

I dati di carico rilevati direttamente durante la prova sono stati modificati durante l'analisi per tener conto del peso proprio della lastra e degli spessori che sono stati aggiunti durante la prova stessa per poter portare a rottura la lastra. La sua eccessiva deformabilità, infatti, era incompatibile con il fondo scala dei martinetti.



Peso proprio:

$$\text{Volume lastra} = a \cdot b \cdot s = 2.750 \cdot 1.182 \cdot 0.014 = 0.4551 \text{ m}^3,$$

dove

- a altezza lastra
- b larghezza lastra
- s spessore lastra.

$$\text{Peso proprio} = Q = \rho \cdot V = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.4551 \text{ m}^3 = 113.767 \text{ kg} = 1.137 \text{ kN},$$

dove

- $\rho$  densità vetro
- V volume lastra.

$$\text{Peso proprio distribuito} = q = \frac{Q}{a} = \frac{1.137}{2.75} = 0.414 \frac{\text{kN}}{\text{m}},$$

dove

- Q peso proprio lastra (carico concentrato)
- a altezza lastra.

La prova è stata effettuata con il seguente schema di carico (vedi Fig. 6.22):

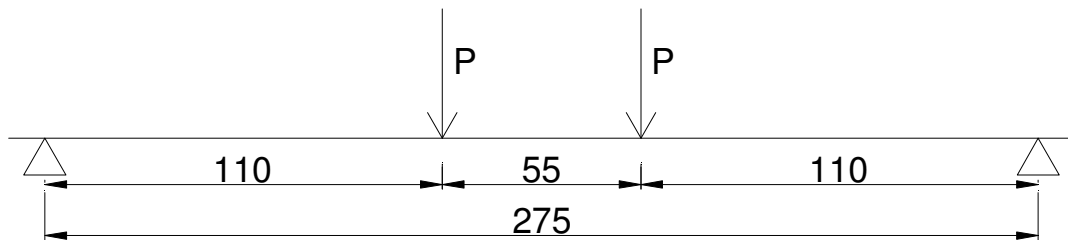


Fig. 6.22 Schema di carico 1

Quindi si è calcolato il seguente momento in mezzeria dovuto al solo peso proprio:

$$M_{mezzeria} = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{0.414 \cdot 2.75^2}{8} = 0.391 kNm.$$

Si potuto poi determinare quale fosse il valore del carico P, legato al peso proprio, in grado di generare tale momento in mezzeria:

$$P = \frac{0.391 \cdot 2}{1.1} = 0.71 kN.$$

Il primo picco di resistenza della lastra è risultato pari al valore rilevato più il carico rappresentante l'effetto del peso proprio:

$$P_{primopicco} = P_{rilevato} + P_{pesoproprio} = 2.50 + 0.71 = 3.21 kN.$$

Si mostra dunque l'andamento Carico – Freccia ottenuto tenendo conto del peso proprio (vedi Tab. 6.3 e Fig. 6.23):

**Tab. 6.3 Andamento Carico - Freccia**

<b>Freccia [mm]</b>	<b>Carico [kN]</b>
0	0
20,6	0,909
24,6	1,162
29,6	1,35
33,8	1,525
37,6	1,761
42,6	1,952
47,1	2,202
51,6	2,408
56,5	2,598
60,3	2,818
65,6	3,016
70,2	3,211

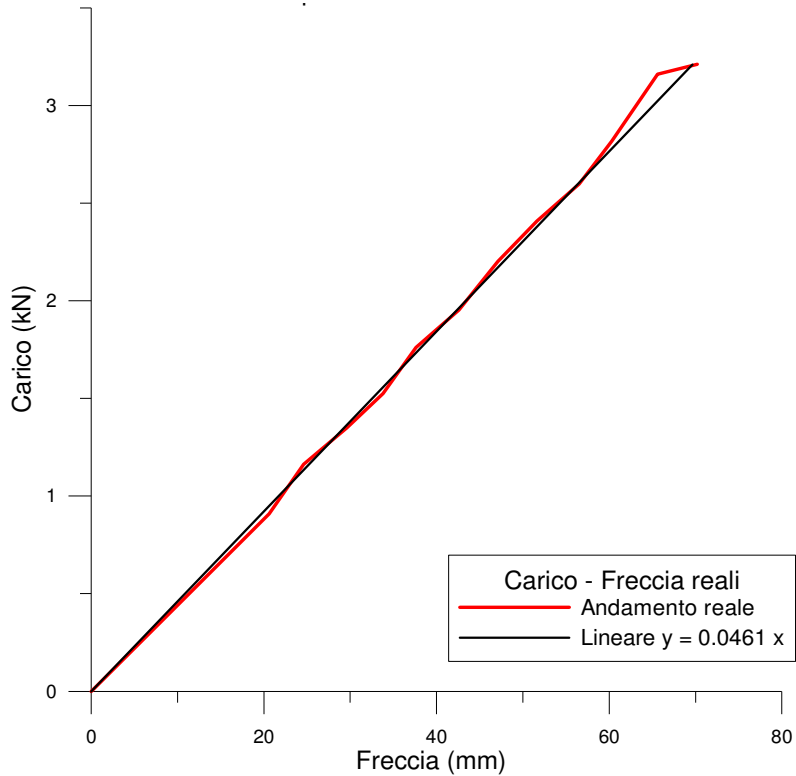


Fig. 6.23 Andamento Carico – Freccia (I picco di resistenza)

Noto il valore finale del carico di primo picco si è determinato il momento in mezzeria della lastra e quindi lo stato tensionale di sforzo che ha portato alla rottura:

$$M_{mezzeriatot} = P_{primopiccotot} \cdot braccio = 3.21 \cdot 0.55 = 1.765 kNm.$$

Da cui è derivato il seguente sforzo critico:

$$\sigma = \frac{M_{mezzeriatot}}{W} = \frac{M_{mezzeriatot}}{\frac{b \cdot h^3}{12}} \cdot \frac{h}{2} = \frac{1765500 \cdot 6}{14^2 \cdot 1183} = 45.68 MPa.$$

Lo spessore utilizzato nel calcolo dello sforzo critico è pari alla somma degli spessori dei due strati di vetro.

Per quanto riguarda invece la valutazione del secondo valore di picco, non si è dovuto aggiungere il solo peso proprio ma anche il carico dovuto agli spessori messi durante la prova per sopperire al limitato fondo scala della corsa dei martinetti.

Il valore di secondo picco rilevato durante la prova è stato di 1.793 kN con una freccia di 246.2 mm.

Come nel caso precedente il carico puntuale  $P$  da aggiungere per tener conto del peso proprio è risultato pari a 0.714 kN, mentre gli spessori corrispondono ad un ulteriore carico puntuale di 0.28 kN.

Si è ottenuto dunque un valore finale di secondo picco pari a:

$$P_{\text{secondopicco}} = P_{\text{rilevato}} + P_{\text{pesoproprio}} + P_{\text{spessori}} = 1.79 + 0.71 + 0.28 = 2.78 \text{ kN}.$$

Dal valore del carico concentrato  $P$  si è determinato il momento in mezzeria totale:

$$M_{\text{mezzeria tot}} = P_{\text{secondopiccotot}} \cdot \text{braccio} = 2.78 \cdot 0.55 = 1.529 \text{ kNm}.$$

Da cui è derivato il seguente sforzo critico:

$$\sigma = \frac{M_{\text{mezzeria tot}}}{W} = \frac{M_{\text{mezzeria tot}}}{\frac{b \cdot h^3}{12}} \cdot \frac{h}{2} = \frac{1529000 \cdot 6}{8^2 \cdot 1183} = 121.2 \text{ MPa}.$$

Essendosi già rotto uno strato, si è utilizzato lo spessore del solo strato di vetro temprato.

#### 6.4 LASTRA STRATIFICATA DI COPERTURA 1

Si è proseguito effettuando una prova a flessione su quattro punti sulla Lastra di copertura 1. Come per la lastra precedente, anch'essa presentava una stratificazione costituita da un temprato ed un indurito.

Nella prima parte di prova si è impiegato lo schema di carico 1, quindi si sono avvicinati i martinetti (schema di carico 2) per evitare problemi legati al loro limitato fondo scala.

La lastra in esame ha mostrato, come spiegato per la precedente lastra esaminata, il tipico comportamento del vetro stratificato. Si è presentato infatti un primo picco di resistenza dovuto al raggiungimento del carico ultimo da parte dello strato inferiore di vetro indurito, tale resistenza si è verificata per un carico di 2.39 kN e una freccia di 69 mm (vedi Fig. 6.24).

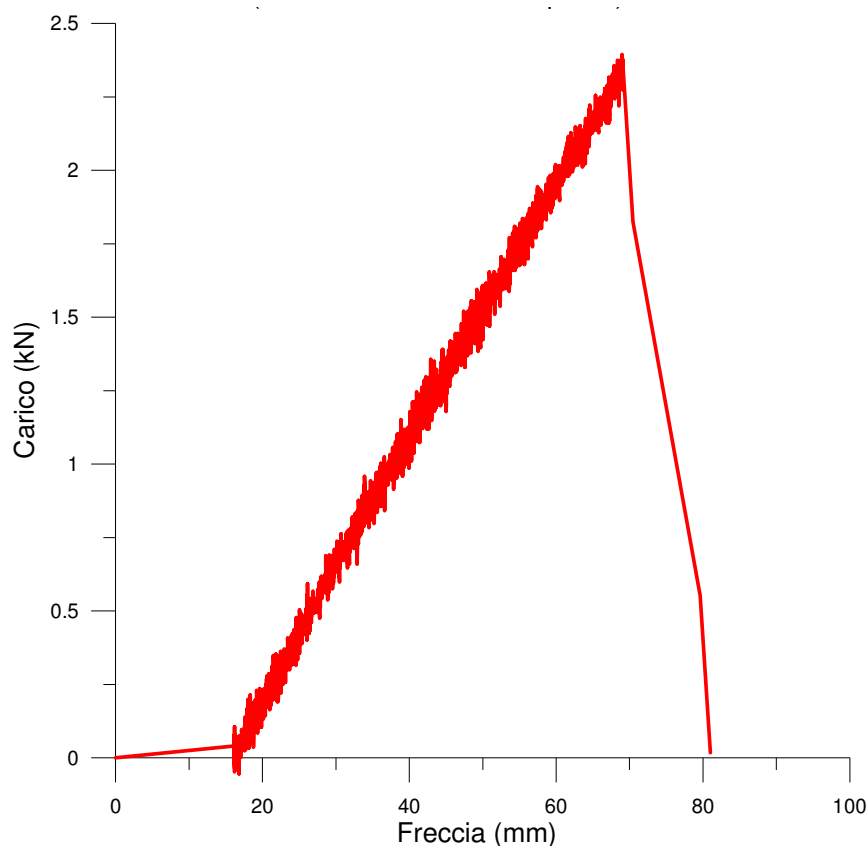


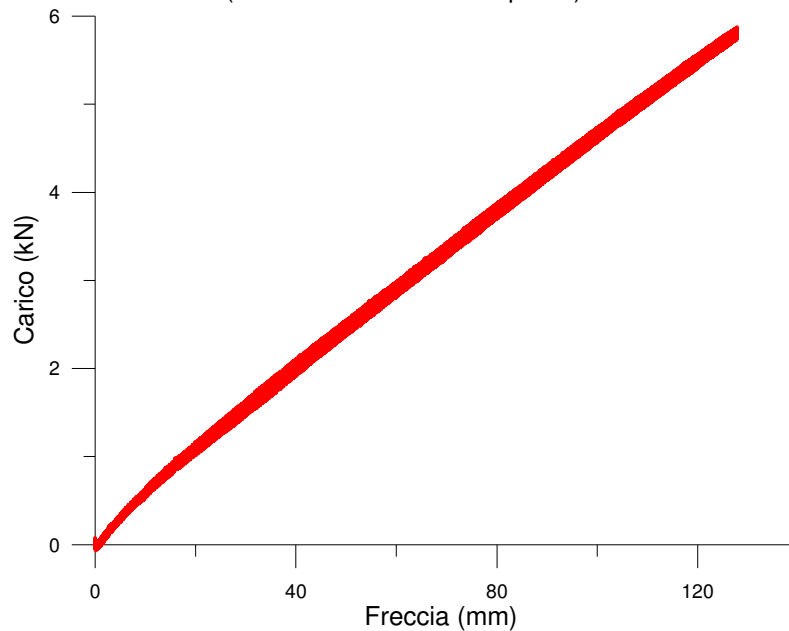
Fig. 6.24 Andamento Carico – Freccia (I picco di resistenza)

La rottura ha presentato schegge sottili e lunghe proprio perché si trattava di vetro indurito (vedi Fig. 6.25).



**Fig. 6.25 Raggiungimento del collasso dello strato inferiore di vetro della lastra n.1**

Quindi si è proceduto caricando nuovamente la lastra per portarne a rottura lo strato superiore di vetro temprato, il collasso è avvenuto per un carico di 5.87 kN e una freccia di 127.8 mm (vedi Fig. 6.26).



**Fig. 6.26 Andamento Carico – Freccia (II picco di resistenza)**

Come osservato in precedenza sono stati aggiunti ai carichi rilevati l'effetto del peso proprio e dei ripartitori espressi come carico concentrato esercitato dai martinetti.

Come per la lastra 2, il peso proprio è stato valutato nel seguente modo:

Peso proprio:

$$\text{Volume lastra} = a \cdot b \cdot s = 2.750 \cdot 1.182 \cdot 0.014 = 0.4551 \text{ m}^3,$$

dove

- a altezza lastra
- b larghezza lastra
- s spessore lastra.

$$\text{Peso proprio} = Q = \rho \cdot V = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.4551 \text{ m}^3 = 113.767 \text{ kg} = 1.137 \text{ kN},$$

dove

- $\rho$  densità vetro
- V volume lastra.

$$\text{Peso proprio distribuito} = q = \frac{Q}{a} = \frac{1.137}{2.75} = 0.414 \frac{\text{kN}}{\text{m}},$$

dove

- Q peso proprio lastra (carico concentrato)
- a altezza lastra.

Nella valutazione del I picco di resistenza si ha la seguente disposizione di carico (vedi Fig. 6.27):

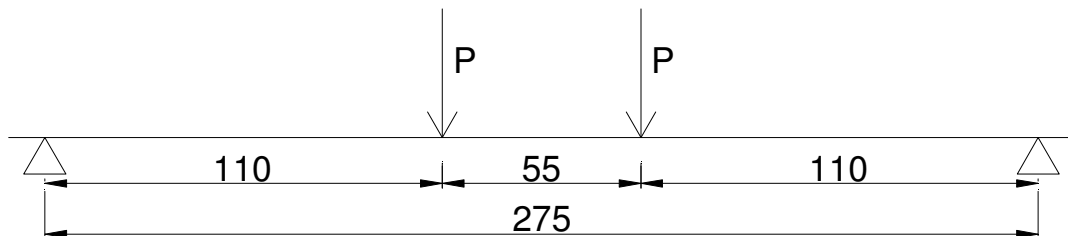


Fig. 6.27 Schema di carico 1

Quindi il momento in mezzzeria dovuto al solo peso proprio è risultato pari a:

$$M_{mezzzeria} = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{0.414 \cdot 2.75^2}{8} = 0.391 kNm.$$

Si è potuto dunque determinare il carico  $P$ , legato al peso proprio, che genera tale momento in mezzzeria:

$$P = \frac{0.391 \cdot 2}{1.1} = 0.71 kN.$$

Il primo picco di resistenza della lastra è risultato pari al valore rilevato più il carico rappresentante l'effetto del peso proprio:

$$P_{primopicco} = P_{rilevato} + P_{pesoproprio} = 2.394 + 0.710 = 3.104 kN.$$

Si mostra il reale andamento Carico – Freccia della Lastra 1 (vedi Fig. 6.28):

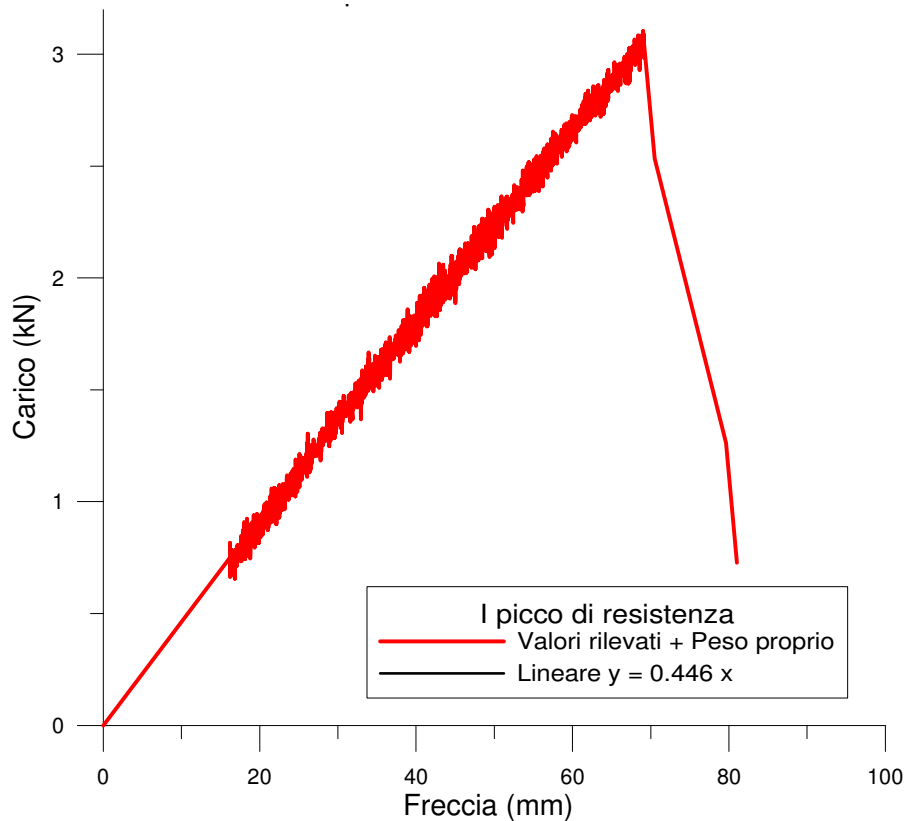


Fig. 6.28 Andamento reale Carico – Freccia (I picco di resistenza)



Noto il valore finale del carico di primo picco si è potuto determinare il momento in mezzeria della lastra e quindi lo stato tensionale di sforzo che ha portato alla rottura dello strato di indurito:

$$M_{mezzeriato} = P_{primopiccotot} \cdot braccio = 3.104 \cdot 0.55 = 1.707 kNm.$$

Da cui è derivato il seguente sforzo critico:

$$\sigma = \frac{M_{mezzeriato}}{W} = \frac{M_{mezzeriato}}{\frac{b \cdot h^3}{12}} \cdot \frac{h}{2} = \frac{1707200 \cdot 6}{14^2 \cdot 1183} = 44.17 MPa.$$

Lo spessore utilizzato nel calcolo dello sforzo è dato alla somma dei due strati di vetro in quanto prima di giungere alla fratturazione dello strato di vetro indurito si è sviluppata la collaborazione dei due strati di vetro grazie alla presenza dell'interlayer plastico.

Nella valutazione del reale valore del secondo picco di resistenza, non si è dovuto aggiungere al valore rilevato il solo peso proprio ma anche il carico dovuto ai ripartitori utilizzati per sopperire al limitato fondo scala dei martinetti.

Il secondo picco di resistenza, governato dalla resistenza del temprato, è stato determinato andando a disporre la lastra secondo lo schema di carico 2, (vedi Fig. 6.29).

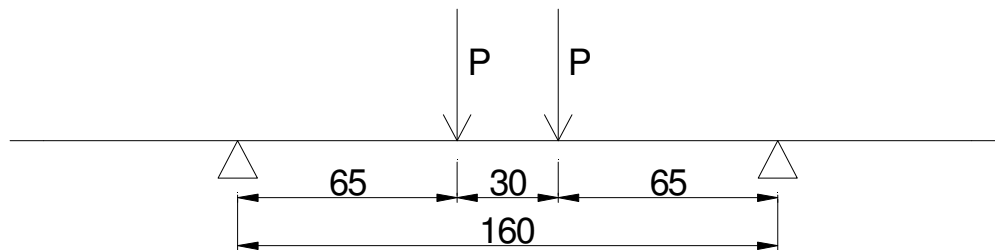


Fig. 6.29 Schema di carico 2

Peso proprio:

$$\text{Volume lastra} = a \cdot b \cdot s = 1.60 \cdot 1.182 \cdot 0.014 = 0.0265 \text{ m}^3,$$

dove

- a    altezza lastra
- b    larghezza lastra
- s    spessore lastra.

$$\text{Peso proprio} = Q = \rho \cdot V = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.0265 \text{m}^3 = 66.192 \text{kg} = 0.66 \text{kN},$$

dove

$\rho$  densità vetro

$V$  volume lastra.

$$\text{Peso proprio distribuito} = q = \frac{Q}{a} = \frac{0.66}{1.60} = 0.413 \frac{\text{kN}}{\text{m}},$$

dove

$Q$  peso proprio lastra (carico concentrato)

$a$  altezza lastra.

Quindi il momento in mezzeria dovuto al solo peso proprio è risultato pari a:

$$M_{\text{mezzeria}} = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{0.413 \cdot 1.60^2}{8} = 0.132 \text{kNm}.$$

Si è potuto dunque determinare quale fosse il carico concentrato  $P$  in grado di generare tale momento in mezzeria:

$$P = \frac{0.132 \cdot 2}{0.65} = 0.41 \text{kN}.$$

I ripartitori di carico hanno comportato un ulteriore incremento del carico  $P$  pari a 0.21 kN.

Quindi avendo rilevato in laboratorio un valore di  $\Pi$  picco pari a 5.87 kN, per ottenere il vero andamento dei carichi si sono aggiunti ai valori rilevati quelli dovuti al peso proprio ed ai ripartitori:

$$P_{\text{secondopico}} = P_{\text{rilevato}} + P_{\text{pesoproprio}} + P_{\text{spessori}} = 5.87 + 0.41 + 0.21 = 6.18 \text{kN}$$

In Fig. 6.30 si presenta il reale andamento Carico – Freccia della lastra:

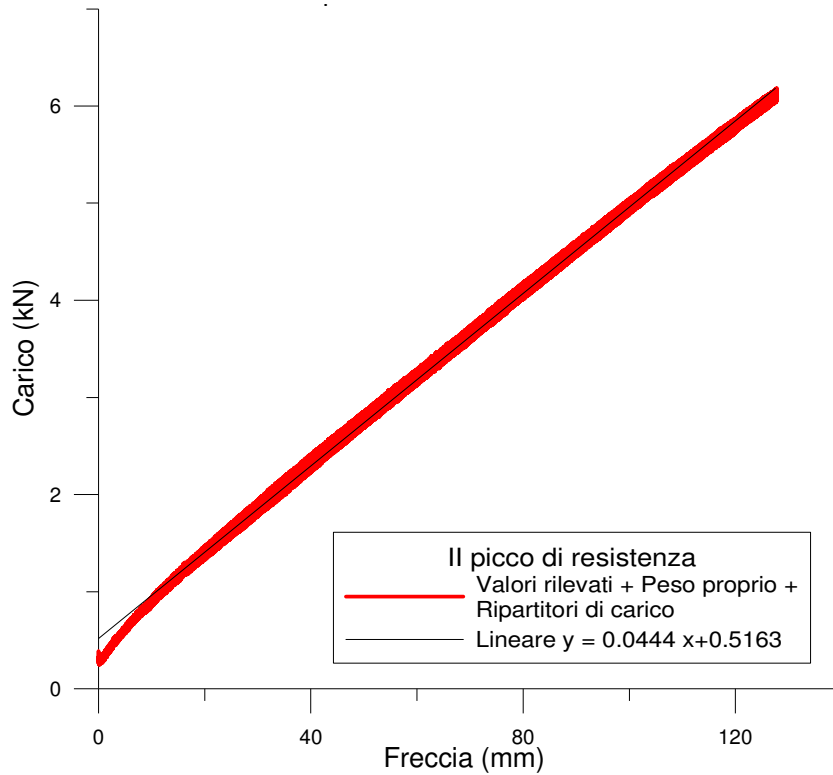


Fig. 6.30 Reale andamento Carico – Freccia (II picco di resistenza)

Dal valore del carico concentrato  $P$  si è calcolato il momento in mezzzeria totale:

$$M_{mezzzeria\ tot} = P_{secondopiccotot} \cdot braccio = 6.18 \cdot 0.30 = 2.01 kNm.$$

Da cui è derivato il seguente sforzo critico:

$$\sigma = \frac{M_{mezzzeria\ tot}}{W} = \frac{M_{mezzzeria\ tot}}{\frac{b \cdot h^3}{12}} \cdot \frac{h}{2} = \frac{2008500 \cdot 6}{8^2 \cdot 1183} = 159.16 MPa.$$

Essendosi già rotto uno strato, nella formula precedente si è utilizzato lo spessore del solo layer temprato.

### 6.5 LASTRA STRATIFICATA DI COPERTURA DANNEGGIATA

Si è proseguito effettuando una prova a flessione su quattro punti sulla lastra prelevata già danneggiata direttamente dal sito. La prova è stata effettuata direttamente secondo lo schema di carico 2 per sopperire al limitato fondo scala dei martinetti.

Il vetro inferiore della lastra presentava fessure allungate che dividevano il vetro in schegge lunghe e taglienti, tipiche dell'indurito. Si è quindi supposto che sottoponendo la lastra ad una prova di flessione si dovesse verificare un primo picco di resistenza dovuto alla resistenza residua dell'indurito seguito poi da un secondo picco legato alla resistenza che il vetro temprato conferisce alla lastra.

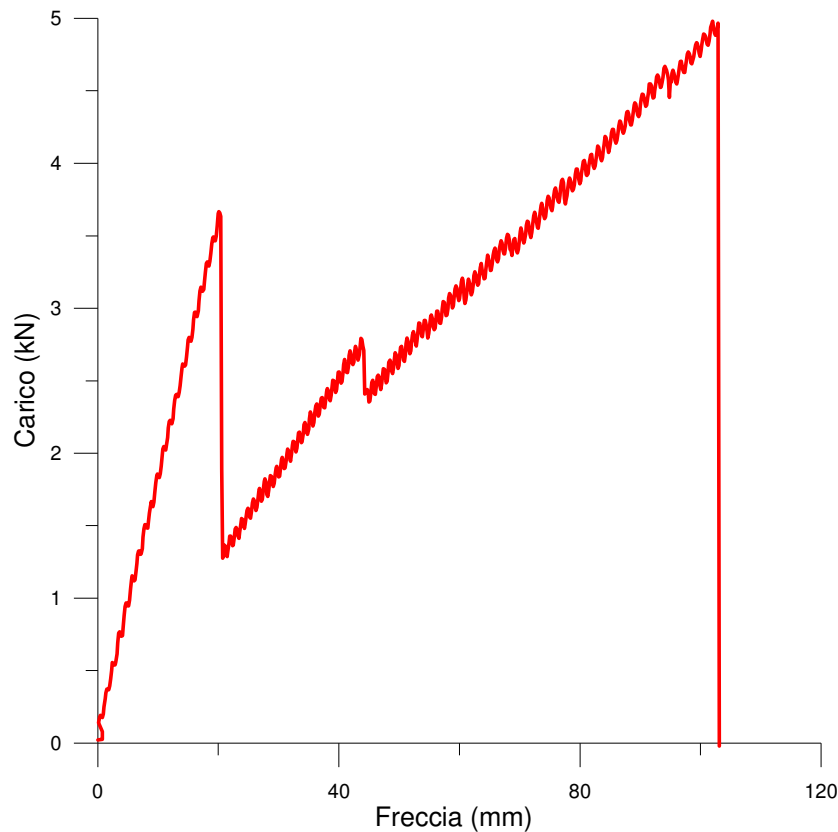


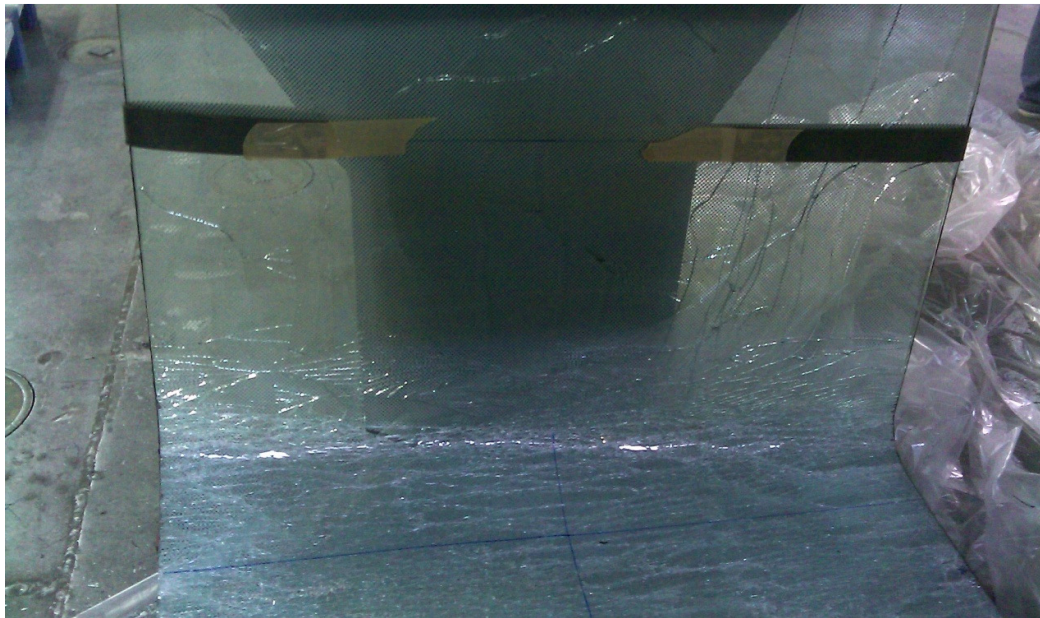
Fig. 6.31 Andamento Carico – Freccia

Come ipotizzato la lastra in esame ha presentato un I picco di resistenza, corrispondente alla rottura del vetro inferiore, già danneggiato, che si è presentato per un carico di 3.63 kN e una freccia di 19 mm. È risultata evidente la presenza di una resistenza residua nello strato di vetro già danneggiato in sito da variazioni termiche (vedi Fig. 6.31).

Procedendo con la fase di carico si è poi raggiunto un secondo picco di resistenza dato dalla rottura dello strato superiore di vetro temprato, che si è verificato con un carico di 4.96 kN e una freccia di 102.9 mm (vedi Fig. 6.29).

Raggiunto il II picco di resistenza è avvenuta la rottura dello strato superiore, esso si è frantumato in tanti piccoli pezzetti arrotondati essendo un vetro temprato.

La rottura di questo secondo strato ha portato al collasso totale della lastra di vetro, i due strati di vetro sono però rimasti uniti in quanto l'interlayer ha fatto da legante (vedi Fig. 6.32).



**Fig. 6.32 Collasso con rottura vetro superiore della “lastra danneggiata”**

Anche per questa analisi si è dovuto aggiungere al valore di carico rilevato in laboratorio, come forza esercitata dai martinetti, quella proveniente dal peso proprio e dai ripartitori di carico.

$$P_{\text{primopizzo}} = P_{\text{rilevato}} + P_{\text{pesoproprio}} + P_{\text{ripartitori}} = 3.63 + 0.10 + 0.21 = 3.94 \text{ kN}.$$

Dal valore del carico concentrato  $P$  si è determinato il momento in mezzeria totale:

$$M_{\text{mezzeria tot}} = P_{\text{primopicotot}} \cdot \text{braccio} = 3.94 \cdot 0.30 = 1.28 \text{ kNm}.$$

Da cui è derivato il seguente sforzo critico:

$$\sigma = \frac{M_{mezzeriator}}{W} = \frac{M_{mezzeriator}}{\frac{b \cdot h^3}{12}} \cdot \frac{h}{2} = \frac{1280500 \cdot 6}{14^2 \cdot 1183} = 33.14 MPa.$$

In modo analogo si è proseguito nella valutazione del reale valore di II picco:

$$P_{secondopicco} = P_{rilevato} + P_{pesoproprio} + P_{spessori} = 4.96 + 0.10 + 0.21 = 5.27 kN.$$

Dal valore del carico concentrato  $P$  si è determinato il momento in mezzeria totale:

$$M_{mezzeriator} = P_{secondopiccotot} \cdot braccio = 5.27 \cdot 0.30 = 1.71 kNm.$$

Da cui è derivato il seguente sforzo critico di II picco:

$$\sigma = \frac{M_{mezzeriator}}{W} = \frac{M_{mezzeriator}}{\frac{b \cdot h^3}{12}} \cdot \frac{h}{2} = \frac{1712750 \cdot 6}{8^2 \cdot 1183} = 135.71 MPa.$$

Si mostra in Fig. 6.33 il reale andamento Carico – Freccia della lastra predanneggiata:

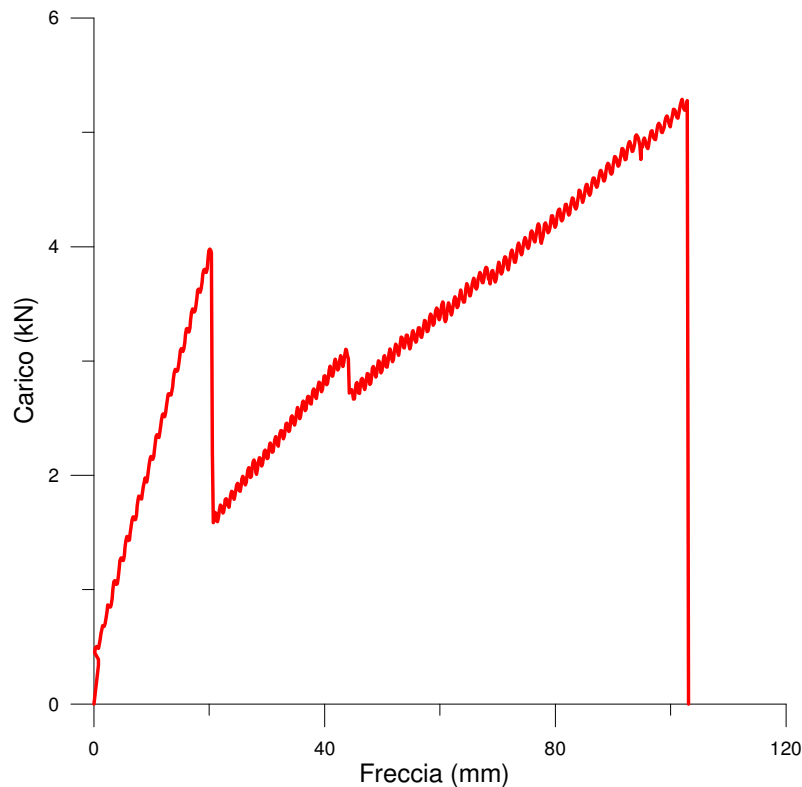


Fig. 6.33 Reale andamento Carico - Freccia

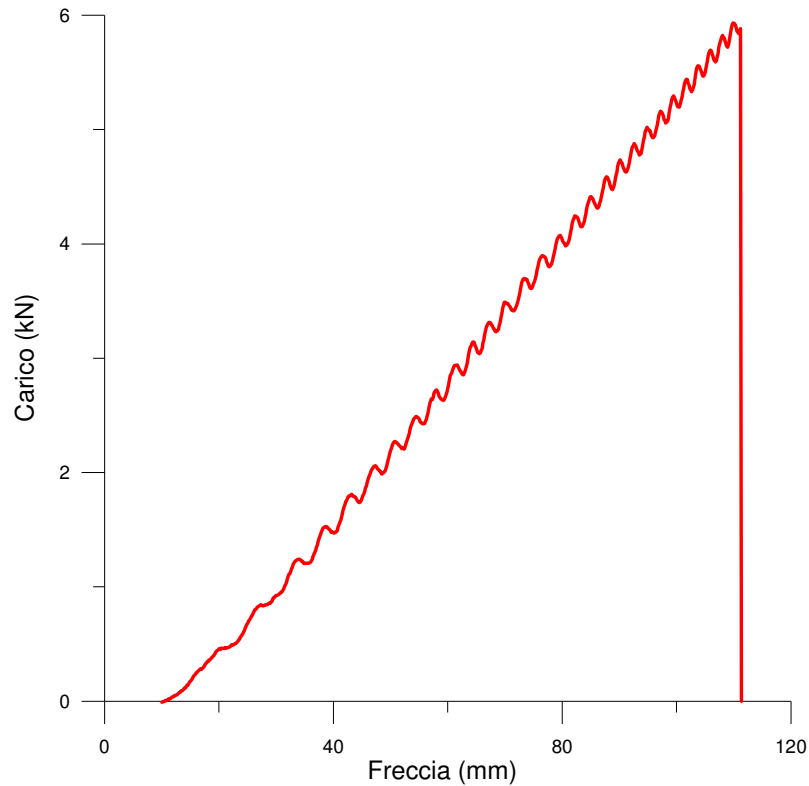
In Fig. 6.31 risulta evidente il concetto di ridondanza. Dopo la prima fessurazione infatti la lastra di vetro ha mostrato un'ulteriore resistenza residua di 1.33 kN. Tale resistenza è nata proprio dall'accoppiamento in un unico elemento di due strati di vetro differenti che sono in grado di collaborare, grazie al film di interlayer plastico posto tra di essi, con una conseguente redistribuzione degli sforzi.

### 6.6 LASTRA MONOLITICA

Infine si è effettuata una prova a flessione su quattro punti sulla lastra monolitica di facciata, con vetro temprato dello spessore di 8 mm.

La prova è stata eseguita secondo lo schema di carico 2.

Data la natura di lastra monolitica si è presentato un unico picco di resistenza pari a 5.88 kN con 111,10 mm di freccia (vedi Fig. 6.34).



**Fig. 6.34 Andamento Carico - Freccia**

L'andamento Carico – Freccia rilevato in laboratorio è stato modificato per tener conto del peso proprio e del peso dei ripartitori.

Si è calcolato quindi il reale valore di picco:

$$P_{picco} = P_{rilevato} + P_{pesoproprio} + P_{spessori} = 5.93 + 0.071 + 0.21 = 6.21 kN.$$

Dal valore del carico concentrato  $P$  si è determinato il momento in mezzeria totale:

$$M_{mezzeria\ tot} = P_{picco} \cdot braccio = 6.21 \cdot 0.30 = 2.018 kNm.$$



Da cui è derivato il seguente sforzo critico:

$$\sigma = \frac{M_{mezzeriato}}{W} = \frac{M_{mezzeriato}}{\frac{b \cdot h^3}{12}} \cdot \frac{h}{2} = \frac{2018575 \cdot 6}{8^2 \cdot 1150} = 122.09 \text{ MPa.}$$

Si mostra in Fig. 6.35 il reale andamento Carico – Freccia della lastra predanneggiata:

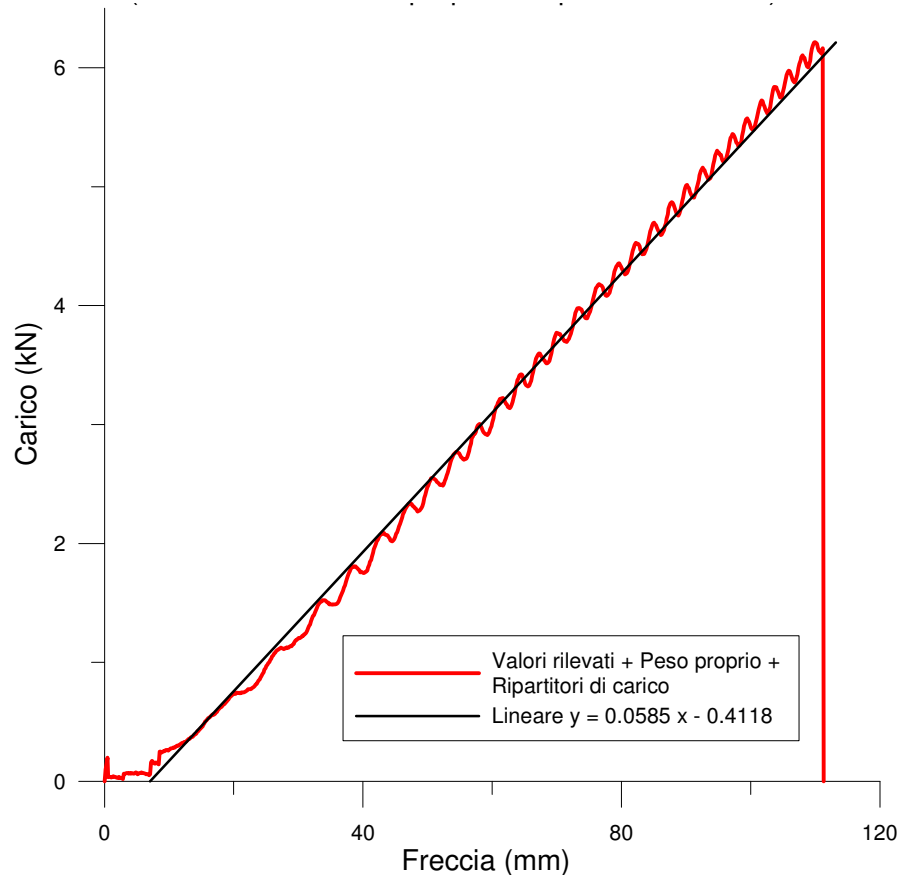


Fig. 6.35 Reale andamento Carico - Freccia

La lastra, come verificato in precedenza tramite la misura ottica della presollecitazione superficiale effettuata con misuratore GASP, è risultata temprata.

Si era rilevato infatti che la superficie presentava una compressione indotta di 98 MPa circa, superiore al limite minimo dato dalla Norma ASTM C 1048-04 ( 69 MPa).

La Norma Europea non indica valori limite dello stato di presollecitazione da imporre ad un vetro temprato, ma tale mancanza viene in parte sopperita andando a richiedere un'ulteriore prova di verifica della tempratura, ovvero la prova di frammentazione.

Caratteristica peculiare della frattura del vetro temprato è infatti la frammentazione del materiale in tanti pezzettini di piccole dimensioni e con bordi arrotondati (vedi Fig. 6.36).



**Fig. 6.36** Residuo ottenuto dalla rottura della lastra monolitica di facciata rinvenuto integro sotto il banco di prova e caduto dalla quota di 90 cm.

### **6.7 PROVA DI FRAMMENTAZIONE**

Dopo aver effettuato la prova di flessione su quattro punti, si è osservato il tipo di frammentazione che le lastre di vetro presentavano.

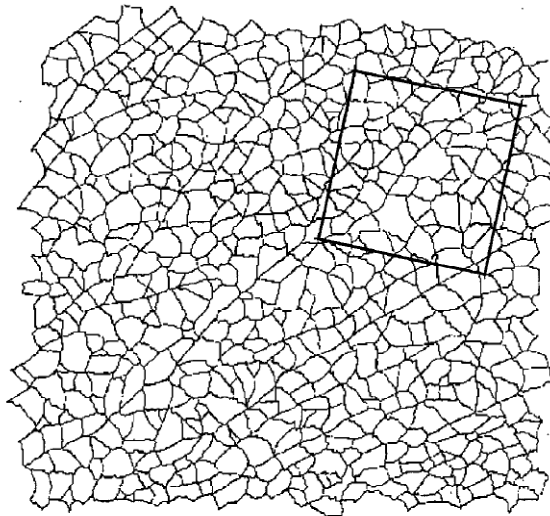
La prova di frammentazione, secondo UNI EN 12150-1:2001, determina se il vetro si rompe nel modo prescritto per un vetro di silicato sodio-calcico di sicurezza temprato termicamente andando ad osservare e quantificare la fessurazione del provino.

Nell'effettuare la prova di frammentazione, così come era accaduto per la prova a flessione su quattro punti, non sono state rispettate le dimensioni dei provini in quanto i campioni non sono modificabili.

La Norma prescrive la metodologia da seguire per frammentare il provino ma tale procedura non può essere eseguita in quanto si ha a disposizione un numero limitato di campioni. Per questo motivo si impiegano i provini fratturati con la prova a flessione su quattro punti.

La prova impone che, una volta avvenuta la frammentazione, si debba conteggiare il numero dei frammenti entro 4 – 5 minuti dalla rottura e che tale conteggio debba essere eseguito nella zona a minor frammentazione (allo scopo di ottenere il valore minimo).

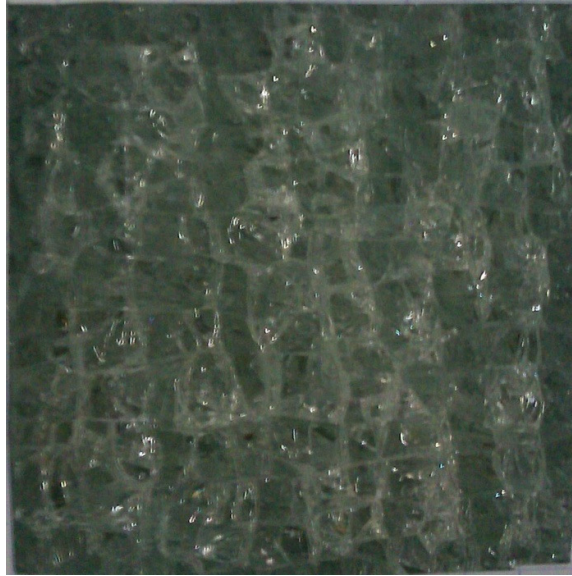
Il conteggio deve essere effettuato posizionando sul provino una mascherina di  $(50 \pm 1)$  mm x  $(50 \pm 1)$  mm (vedi Fig. 6.37).



**Fig. 6.37 Esempio di posizionamento mascherina**

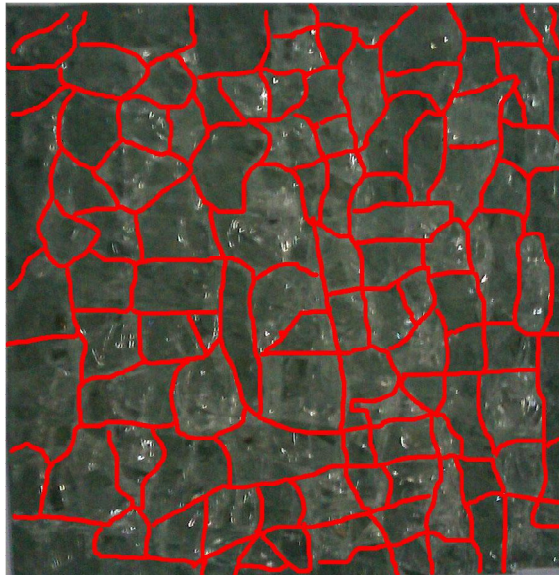
Obiettivo della prova è stato dunque determinare il numero dei frammenti esenti da fessurazione all'interno dell'area delimitata dalla mascherina. Un frammento viene considerato "esente da fessurazione" se al suo interno non sono presenti fessurazioni che lo attraversano da un bordo all'altro.

In Fig. 6.38 si illustra la frammentazione rilevata per la lastra stratificata 2:



**Fig. 6.38 Frammentazione tipica lastra stratificata 2**

Tale frammentazione corrisponde alla seguente disposizione di frammenti integri (vedi Fig. 6.39):



**Fig. 6.39 Frammenti evidenziati per prova Frammentazione**

Si sono contati 85 frammenti interni e 30 frammenti al bordo, per cui si hanno in totale:  
 $n^\circ \text{ frammenti} = 85 + 30/2 = 100$ .

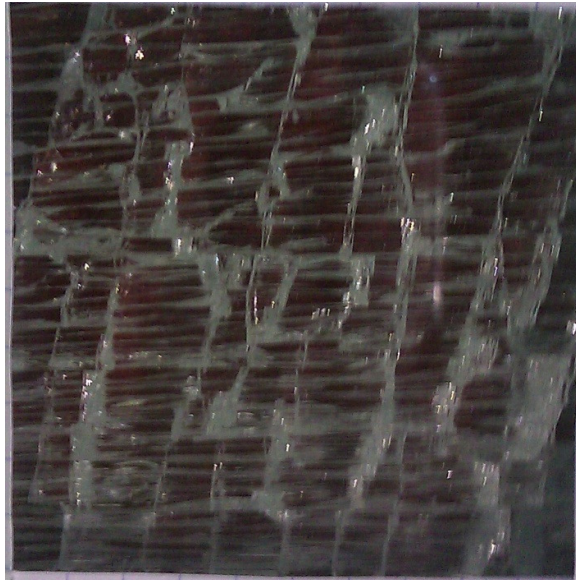
La Normativa prescrive i seguenti numeri minimi di frammenti a seconda del tipo di vetro e dello spessore (vedi Tab. 6.4).

**Tab. 6.4 Risultati della Prova di Frammentazione**

Tipo di vetro	Spessore nominale (d) in mm	Numero minimo di frammenti
Float e vetro tirato	2	15
	da 4 a 12	40
	da 15 a 19	30
Stampato	da 4 a 10	30

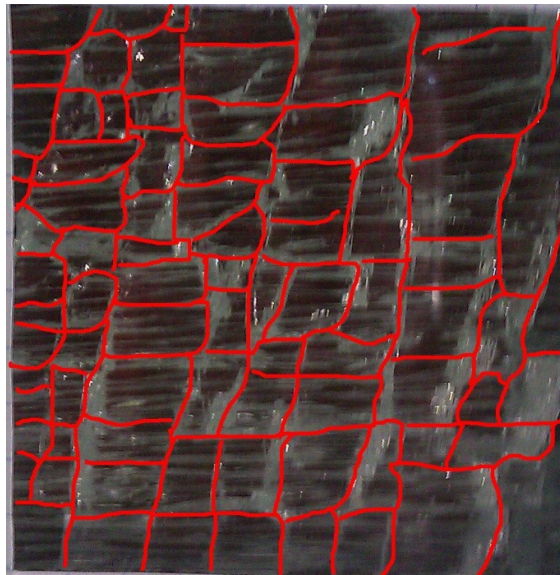
Essendo lo spessore dello strato di vetro compreso tra 4 e 12 mm, il numero minimo di frammenti è stato rispettato. La prova di frammentazione è risultata dunque superata.

In Fig. 6.40 si illustra la frammentazione rilevata per la lastra monolitica di facciata:



**Fig. 6.40 Frammentazione tipica lastra monolitica di facciata**

Sono stati dunque evidenziati i seguenti frammenti (vedi Fig. 6.41):



**Fig. 6.41 Frammenti evidenziati per prova Frammentazione**

Si sono contati 53 frammenti interni e 29 frammenti al bordo, per cui si hanno in totale:  
 $n^{\circ}$  frammenti =  $53+29/2 = 67.5$ . Anche in questo caso, essendo lo spessore 8 mm, il limite della prova di frammentazione è rispettato.

Si può dunque concludere che le lastre di vetro in esame hanno presentato una frammentazione tipica dei vetri temprati.

### **6.8 DETERMINAZIONE DELLA RESISTENZA CARATTERISTICA**

In seguito ai risultati emersi dalle prove sperimentali effettuate sui materiali oggetto di perizia eseguite a cura del Laboratorio Prove Materiali del Dipartimento di Ingegneria Strutturale presso il Politecnico di Milano, è stato possibile determinare i valori delle tensioni ammissibili secondo quanto indicato dalla normativa europea **prEN 13474-3** “*Glass in building - Determination of the strength of glass panes - Part 3: General method of calculation and determination of strength of glass by testing*” .

Sono state calcolate le resistenze delle lastre stratificate 1 e 2, ovvero delle lastre di copertura, utilizzando i dati desunti dalle prove sperimentali.

I valori dei momenti sollecitanti, di cui alla tabella “*Risultati delle prove di flessione*” (a pagina 99) sono risultati pari a:

- Lastra stratificata 2 : 1,82 kNm;
- Lastra stratificata 1 : 1,71 kNm.

Si è assunto, pertanto, un valore di momento medio pari a:

$$M_{medio} = \frac{1,82 + 1,71}{2} = 1,76 \text{ kNm.}$$

Si è voluto dunque determinare se la resistenza presentata dalle lastre in laboratorio fosse adeguata alle caratteristiche richieste ai materiali, ovvero che le lastre fossero in grado di sopportare i carichi previsti da Normativa.

Essendo le lastre in esame stratificate si è dovuto prima di tutto determinare lo spessore effettivo, ovvero un unico spessore che rappresenti il reale comportamento del laminato. Per far ciò si è dovuto valutare quanto l’interlayer fosse influente sul comportamento complessivo delle lastre di vetro.

Per valutare la resistenza delle lastre di vetro si è seguito un procedimento conforme a *EN 1990: Eurocode – Basis of structural Design*.

### 6.8.1 Principi per determinare il carico resistente tramite sperimentazione

Secondo la Norma le prove per determinare la resistenza di elementi strutturali in vetro dovrebbero essere effettuate su provini in scala reale. Se non sono disponibili modelli in scala reale si deve verificare che le deformazioni e tensioni calcolate sul provino abbiano un elevato valore di accuratezza e confidenza.

Per lo Stato Limite Ultimo si deve verificare che:

$$E_{ULS,d} \leq R_d,$$

dove

$E_{ULS,d}$  è il valore dell'azione sollecitante l'elemento allo stato limite ultimo; essa può essere valutata attraverso il calcolo o come sollecitazione direttamente misurata durante la prova oppure come valore definito in funzione di quello direttamente misurato nel test qualora non sia presente un provino in scala reale

$R_d$  è il valore della resistenza di progetto valutata per l'elemento in esame, è espressa come il massimo sforzo ammissibile indicato dalla suddetta Norma

Per lo Stato Limite di Esercizio si deve verificare che:

$$E_{SLS,d} \leq C_d,$$

dove

$E_{SLS,d}$  è il valore dell'azione sollecitante l'elemento allo stato limite di esercizio, calcolata o come sollecitazione direttamente misurata durante la prova oppure come valore definito in funzione di quello direttamente misurato nel test qualora non sia presente un provino in scala reale. Essendo uno stato limite di servizio il valore può anche rappresentare una deformazione

$C_d$  è il valore della resistenza di progetto valutata per l'elemento in esame, è espressa come il massimo sforzo ammissibile indicato dalla suddetta Norma oppure come massima deformazione ammissibile



Per valutare l'azione sollecitante e la resistenza si sono considerati dei coefficienti amplificativi dei carichi differenti a seconda dello stato limite considerato.

### 6.8.2 Simboli e coefficienti

Nell'analisi del comportamento delle lastre si è fatto riferimento ai seguenti simboli ed abbreviazioni:

A	area pannello di vetro
a	lato più corto del pannello
b	lato più lungo del pannello
$C_d$	valore limite di progetto della resistenza allo stato limite di servizio
E	modulo di Young
$E_d$	effetto delle azioni sollecitanti
$E_{SLS,d}$	valore limite di progetto delle azioni sollecitanti allo stato limite di esercizio
$E_{ULS,d}$	valore limite di progetto delle azioni sollecitanti allo stato limite ultimo
$F_d$	valore di progetto di una azione
$f_{b,k}$	valore caratteristico della resistenza a flessione di un vetro presollecitato
$f_{g,d}$	Massimo sforzo ammissibile per la superficie di pannelli di vetro
$f_{g,k}$	valore caratteristico della resistenza a flessione di un vetro ricotto
G	valore del peso proprio
h	spessore nominale di un pannello di vetro
$h_i$	spessore nominale dell'i-esimo strato di un vetro laminato
$h_{ef,w}$	spessore effettivo di un vetro laminato calcolato per determinare la deformata
$h_{ef,\sigma j}$	spessore effettivo di un vetro laminato calcolato per determinare lo sforzo presente nello strato j dell'elemento
$k_{mod}$	fattore per la durata dei carichi

$k_{\text{mod,c}}$	fattore per la durata dei carichi quando se ne consideri una combinazione
$k_{\text{sp}}$	fattore per le condizioni superficiali del vetro
$k_v$	fattore per l'indurimento di vetri presollecitati
$Q_{k1}$	valore di una singola azione variabile o dell'azione variabile dominante
$Q_{ki}$	valore dell'i-esima azione variabile non dominante
$R_d$	valore di progetto della resistenza
$t$	durata del carico (in ore)
$w_d$	freccia ammissibile
$w_{\text{max}}$	massima freccia calcolata in fase di progetto
$\gamma_G$	coefficiente parziale per i carichi permanenti che tiene conto dell'incertezze di modello e delle variazioni di dimensione
$\gamma_M$	coefficiente parziale dei materiali
$\gamma_{M,A}$	coefficiente parziale del materiale per un vetro ricotto
$\gamma_{M,V}$	coefficiente parziale del materiale per un vetro presollecitato
$\gamma_Q$	coefficiente parziale per le azioni variabili che tiene conto delle incertezze del modello e delle variazioni di dimensione
$\lambda$	rapporto di dimensioni del pannello (= a/b)
$\nu$	numero di Poisson
$\rho$	densità del vetro
$\sigma_{\text{max}}$	massimo sforzo calcolato per i carichi di progetto
$\bar{\omega}$	coefficiente della forza tagliante trasmessa dall'interlayer in un vetro laminato
$\Psi$	fattore di combinazione delle azioni non dominanti

### 6.8.3 Coefficienti dei materiali

I valori indicati dalla sopra citata Norma per i coefficienti dei materiali sono indicati in Tab. 6.5.

**Tab. 6.5 Coefficienti dei materiali**

	Stato limite ultimo	Stato limite di servizio
Vetro ricotto	$\gamma_{M,A} = 1.8$	$\gamma_{M,A} = 1.0$
Vetro presollecitato	$\gamma_{M,V} = 1.2$	$\gamma_{M,V} = 1.0$

### 6.8.4 Coefficiente $\bar{\omega}$

Il valore del coefficiente  $\bar{\omega}$  dipende dalla combinazione di carico considerata e dalla rigidità dell'interlayer presente nello stratificato.

La Norma divide gli interlayer in quattro famiglie a seconda della loro resistenza a taglio in funzione della condizione di carico (vedi Tab. 6.6).

Si deve però sottolineare come i coefficienti  $\bar{\omega}$  espressi siano puramente indicativi. Non sono infatti ancora a disposizione dei valori definiti e sicuri del coefficiente.

**Tab. 6.6 Coefficienti  $\bar{\omega}$  per gli interlayer**

Famiglia dell'interlayer in funzione della rigidità	Valore di $\bar{\omega}$
3	0.6 ?
2	0.25 ?
1	0.1 ?
0	0

### 6.8.5 Valori della resistenza caratteristica del vetro presollecitato

La Norma presenta i valori tipici della resistenza del vetro in funzione della metodologia con cui si impone la presollecitazione e del tipo di pannello (vedi Tab. 6.7).

**Tab. 6.7 Valori resistenza caratteristica del vetro**

Tipologia di vetro (qualsiasi composizione)	Valore caratteristico della resistenza a flessione $f_{b,k}$		
	<i>Thermally toughened safety glass</i>	<i>Heat strengthened glass</i>	<i>Chemically strengthened glass</i>
Float glass	120 MPa	70 MPa	150 MPa
Patterned glass	90 MPa	55 MPa	150 MPa
Enamelled float	75 MPa	45 MPa	-
Enamelled patterned glass	75 MPa	45 MPa	-

I massimi sforzi che vengono determinati in fase di progetto per gli elementi in vetro devono quindi rispettare la tabella precedente.

### 6.8.6 Calcolo della freccia e del massimo sforzo

I carichi di progetto vengono definiti per valutare i massimi sforzi flessionali  $\sigma_{max}$  e la massima freccia  $w_{max}$ .

Per determinare tali valori la Norma impone l'uso della teoria lineare. Se la freccia generata supera, però, metà dello spessore del vetro, la teoria lineare della flessione delle piastre sovrastima eccessivamente i massimi sforzi e la freccia è quindi consentito l'uso della teoria non lineare delle piastre.

### 6.8.7 Freccia ammissibile

Non ci sono particolari imposizioni che limitino la massima deflessione degli elementi in vetro sottoposti a carico. È buona regola, però, che la massima freccia sia inferiore al

valore minore tra  $\frac{1}{65}$  della luce e 50 mm.

## 6.9 VERIFICHE DI RESISTENZA

Si è voluto verificare che l'azione sollecitante che ha portato alla rottura delle lastre di vetro stratificato fosse confrontabile con le resistenze caratteristiche del vetro float indurito tramite tempra, ovvero che i vetri in esame rispettino le caratteristiche richieste in fase di progettazione.

Per determinare tale azione sollecitante interna si è dovuto verificare il grado di interazione tra i due strati della lastra di vetro e di conseguenza lo spessore effettivo dello stratificato. Essendo questa un'operazione di verifica non si conosce il reale valore  $\bar{\omega}$  dell'interlayer, si deve quindi procedere ipotizzando diversi possibili valori di questo coefficiente.

Si inizierà con l'ipotesi limite di  $\bar{\omega} = 1$ , ovvero di completa e duratura interazione tra i due strati di vetro senza che sia permesso nessuno scorrimento.

In seguito si ipotizzerà  $\bar{\omega} = 0.25$ , come previsto da Normativa; infine si porrà  $\bar{\omega} = 0.05$ , valore indicato per le condizioni di carico a lungo termine.

### 6.9.1 PRIMA IPOTESI

Inizialmente si è fatta l'ipotesi limite che il comportamento del vetro stratificato fosse paragonabile a quello di una lastra monolitica, ovvero che l'interlayer avesse una resistenza a taglio tale da garantire completa e duratura adesione tra i due strati di vetro, senza che avvenga scorrimento.

Si è dunque valutato il valore dello sforzo generato dall'applicazione del massimo momento determinato nelle prove sperimentali considerando lo spessore totale della lastra, ovvero (6 + 8 mm).

$$\sigma = \frac{M \cdot 6}{b \cdot h^2} = \frac{1.760.000 \cdot 6}{1183 \cdot 14^2} = 45,54 \text{ MPa.}$$

Dall'ipotesi di completa e perfetta adesione tra i due strati si è ottenuto che la resistenza della lastra è di poco superiore a quella caratteristica del vetro ricotto (45 MPa) ma non di quella del vetro stampato indurito (55 MPa) né tantomeno di quella del vetro float indurito (70 MPa).

### 6.9.2 SECONDA IPOTESI

Con la seconda ipotesi si è supposto un coefficiente di collaborazione tra i due strati di vetro  $\bar{\omega}$  pari a 0.25. È risultato dunque necessario valutare lo spessore effettivo della lastra, come indicato al punto 9.2.1 “*Calculation method*” della Norma prEN 13474-3.

L’interlayer presente negli stratificati possiede infatti una certa resistenza di taglio che deve essere tenuta in conto allorquando si valuti la resistenza a flessione oppure la deformata flessionale dei laminati.

Si è innanzitutto calcolato lo spessore effettivo nel caso di determinazione della deformata flessionale.

$$h_{ef;w} = \sqrt[3]{(1-\bar{\omega}) \sum_i h_i^3 + \bar{\omega} \left( \sum_i h_i \right)^3},$$

dove:

$h_i$  = spessore della lastra  $i_{esima}$

$\bar{\omega}$  = coefficiente di trasferimento del taglio dell’interlayer assunto pari a 0,25 secondo quanto indicato dalla suddetta normativa al pt.9.2.2.

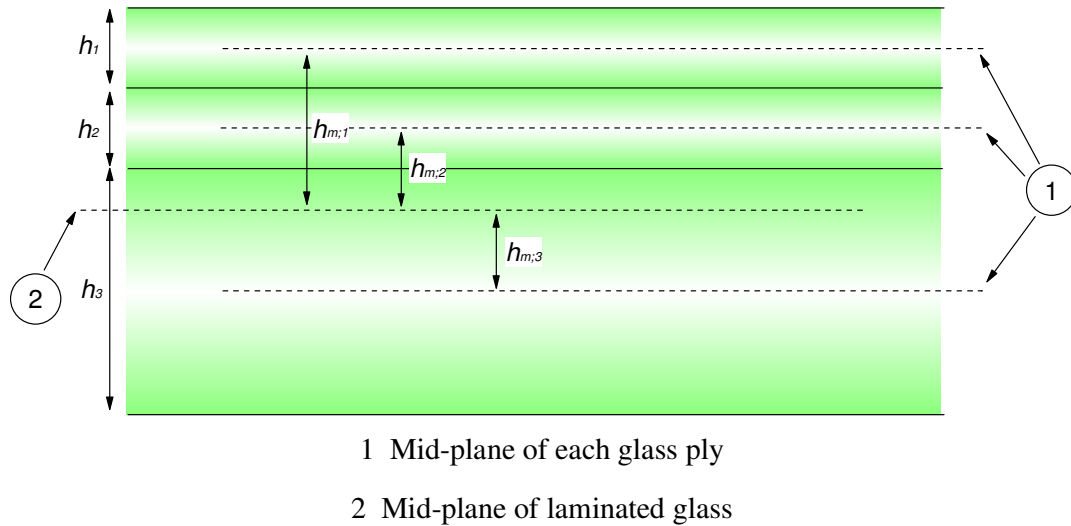
Esplicitando i valori numerici si è ottenuto:

$$h_{ef;w} = \sqrt[3]{(1-0,25)(6^3 + 8^3) + 0,25(6+8)^3} = 10,72 \text{ mm.}$$

A questo punto è stato possibile applicare la formula (11) della suddetta Norma per valutare lo spessore effettivo da utilizzare nel calcolo degli sforzi:

$$h_{ef;\sigma;j} = \sqrt{\frac{(h_{ef;w})^3}{(h_j + 2\bar{\omega}h_{m,j})}},$$

dove le altezze a cui fare riferimento per il calcolo di  $h_{m,j}$  sono indicate in Fig. 6.44 “*Example of laminated glass thickness dimensions*” .



**Fig. 6.42 Altezze da considerare nel calcolo dello spessore efficace di uno stratificato**

Nel caso in esame, pertanto,  $h_{m,j}$ , in riferimento allo spessore di 6 mm, è stato determinato operando la differenza tra la misura dello spessore medio del vetro laminato e metà dell'altezza dello strato stesso, ossia 7-3 mm.

Si è proseguito quindi con il calcolo di  $h_{ef:\sigma;j}$ :

$$h_{ef:\sigma;j} = \sqrt{\frac{(10,72)^3}{(6 + 2 \cdot 0,25 \cdot (7 - 3))}} = 12,40 \text{ mm.}$$

Da cui si è dedotto il valore dello sforzo interno generato dalla sollecitazione determinata in fase sperimentale :

$$\sigma = \frac{M \cdot 6}{b \cdot h^2} = \frac{1.760.000 \cdot 6}{1183 \cdot 12,4^2} = 58,05 \text{ MPa.}$$

Si è ottenuto dunque che a rottura, ovvero con un momento flettente sollecitante pari alla media dei momenti di II picco, la lastra di vetro che dovrebbe essere temprato si frattura per un'azione sollecitante di 58,05 MPa. Tale resistenza è superiore a quella caratteristica del vetro ricotto (45 MPa) e di poco maggiore a quella del vetro stampato indurito (55 MPa) ma non del vetro float indurito (70 MPa).

Si deve ricordare che le lastre in esame sono stampate, di conseguenza la loro resistenza a flessione ne risulta influenzata. Si può quindi affermare che le lastre laminate con un indurito ed un temprato presentano una resistenza inferiore ai 70 MPa richiesti per i vetri

temprati in quanto sono state sottoposte al processo di serigrafia. Tale processo comporta infatti una perdita di resistenza flessionale proprio perché il vetro, una volta prodotto, deve essere nuovamente scaldato per effettuare la serigrafia. Come detto al Capitolo 4, il processo di stampa può ridurre la resistenza a flessione anche del 40 %.

### 6.9.3 TERZA IPOTESI

Considerato che il prodotto oggetto di perizia non era dotato di certificati attestanti valori specifici riferiti al coefficiente  $\bar{\omega}$  dell'interlayer e vista l'aleatorietà della normativa di riferimento che non espone un valore definito ed univoco, si è deciso di operare un'ulteriore valutazione della resistenza considerando il valore di  $\bar{\omega} = 0,05$  (riferito ai carichi di lunga durata) anch'esso espresso all'interno della Normativa.

Si è pertanto ripetuto il calcolo precedentemente svolto introducendo il nuovo valore numerico, per cui si è determinato che lo spessore efficace nella determinazione della deformata flessionale vale:

$$h_{ef:w} = \sqrt[3]{(1-\bar{\omega})\sum_i h_i^3 + \bar{\omega}\left(\sum_i h_i\right)^3}$$

$$= \sqrt[3]{(1-0,05)(6^3 + 8^3) + 0,05(6+8)^3} = 9,39 \text{ mm.}$$

E' stato possibile, a questo punto, applicare la formula (11) per determinare lo spessore effettivo necessario per la valutazione dello stato tensionale interno:

$$h_{ef:\sigma;j} = \sqrt{\frac{(h_{ef:w})^3}{(h_j + 2\bar{\omega}h_{m,j})}} = \sqrt{\frac{(9,39)^3}{(6 + 2 \cdot 0,05 \cdot (7 - 3))}} = 11,37 \text{ mm.}$$

Lo stato tensionale interno è risultato pari a:

$$\sigma = \frac{M \cdot 6}{b \cdot h^2} = \frac{1.760.000 \cdot 6}{1.183 \cdot (11,37)^2} = 69,05 \text{ MPa.}$$

In conseguenza a questa terza analisi si è ottenuta una resistenza maggiore della resistenza del caratteristica del vetro ricotto (45 MPa) e superiore anche a quella del vetro stampato indurito (55 MPa) ma non superiore a quella prevista per i vetri float induriti (70 MPa), benché siano state operate delle considerazioni atte a migliorare le prestazioni



della lastra di vetro in esame. Tale risultato è ancora imputabile al processo di serigrafia a cui sono state sottoposte le lastre di vetro prima della posa in opera. La serigrafia impone infatti una riduzione della resistenza flessionale degli elementi.

### **6.10 VERIFICHE DI PROGETTO**

Dopo aver correlato lo stato resistente delle lastre a rottura con il tipo di vetro che le formava si è proseguito con le verifiche di progetto compiute sempre secondo quanto indicato all'interno della prEN 13474-3.

Sono state considerate le seguenti combinazioni di carico:

- Azione agente: peso proprio e carico da neve
- Azione agente: peso proprio e carico dovuto a manutenzione su copertura

Nei calcoli successivi si è considerato come spessore effettivo 12.40 mm, ovvero il valore ottenuto con la seconda delle ipotesi precedenti che presentava una condizione intermedia di  $\bar{w}$ , condizione che maggiormente si avvicina al comportamento effettivo dello stratificato serigrafato.

#### **6.10.1 Peso proprio e carico da neve**

Alla luce dei risultati ottenuti, si è verificato il comportamento delle lastre soggette ai carichi: peso proprio e carico da neve.

I coefficienti di sicurezza indicati dalla Norma per il calcolo delle azioni sollecitanti, nel caso siano a sfavore di sicurezza, sono pari a:

$$\gamma_G = 1,2 \quad \text{carico permanente}$$

$$\gamma_P = 1,3 \quad \text{carico da neve.}$$

Calcolo peso proprio:

si considera una profondità unitaria ( $a = 1 \text{ m}$ )

$$\text{Volume lastra} = a \cdot b \cdot s = 1 \cdot 1,20 \cdot 0,014 = 0,0168 \text{ m}^3,$$

dove

a larghezza lastra

b altezza lastra

s spessore lastra.

$$\text{Peso proprio} = Q = \rho \cdot V = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.0168 \text{m}^3 = 42 \text{kg} = 420 \text{N},$$

dove

$\rho$  densità vetro

$V$  volume lastra.

$$\text{Peso proprio distribuito} = q = \frac{Q}{a} = \frac{420}{1.20} = 350 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 0.350 \frac{\text{N}}{\text{mm}},$$

dove

$Q$  peso proprio lastra (carico concentrato)

$a$  altezza lastra.

Calcolo carico da neve:

per la determinazione del carico da neve si è fatto riferimento al D.M. 14 gennaio 2008 – Norme tecniche per le Costruzioni.

Secondo la suddetta Norma il carico da neve si calcola con la seguente espressione:

$$q_s = \mu_i \cdot q_{sk} \cdot C_E \cdot C_t,$$

dove:

$\mu_i$  coefficiente di forma della copertura

$q_{sk}$  valore caratteristico del carico da neve al suolo per un periodo di ritorno di 50 anni

$C_E$  coefficiente di esposizione

$C_t$  coefficiente termico.

Il valore caratteristico da neve al suolo  $q_{sk}$  viene valutato in funzione della posizione geografica dell'edificio che si sta considerando e della sua altitudine. Nel caso in esame l'edificio si trova in zona I Mediterranea con un'altitudine inferiore ai 200 m, quindi:

$$q_{sk} = 1.50 \frac{kN}{m^2}.$$

Si è valutato poi il coefficiente di esposizione che, essendo la copertura riparata dagli edifici adiacenti, vale:

$$C_E = 1.1.$$

Il coefficiente termico è stato considerato pari all'unità non essendo presente uno studio particolareggiato dell'emissione di calore da parte dell'edificio.

Il coefficiente di forma  $\mu_i$  è stato preso pari a 0.8, avendo la copertura un'inclinazione compresa tra 0° e 30°.

Quindi il carico da neve sulla copertura in esame è risultato valere:

$$q_s = \mu_i \cdot q_{sk} \cdot C_E \cdot C_t = 0.8 \cdot 1.50 \cdot 1.1 \cdot 1 = 1.32 \frac{kN}{m^2}.$$

Si è quindi potuta determinare la seguente azione sollecitante:

$$\begin{aligned} \sigma_{sdG} &= 1,2 \cdot \frac{P_{p.p.} \cdot l^2}{8} \cdot \frac{6}{b \cdot h_{ef,\sigma}^2} = \\ &= 1,2 \cdot \frac{0.00035 \cdot 1200^2}{8} \cdot \frac{6}{1 \cdot 12,4^2} = 2,95 \text{ MPa.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{sdQ1} &= 1,3 \cdot \frac{P_{neve.} \cdot l^2}{8} \cdot \frac{6}{b \cdot h_{ef,\sigma}^2} = \\ &= 1,3 \cdot \frac{0.00132 \cdot 1200^2}{8} \cdot \frac{6}{1 \cdot 12,4^2} = 12,05 \text{ MPa.} \end{aligned}$$

$$\sigma_{sd} = 2,95 + 12,05 = 15 \text{ MPa.}$$

Definito lo sforzo sollecitante in questa prima condizione di carico, si è dovuto valutare lo sforzo ammissibile dall'elemento in vetro. Per far questo si è dovuto tener conto della durata del carico che si stava considerando tramite un coefficiente che nella Norma viene indicato come  $k_{mod}$ .

Per calcolarlo si è utilizzata la seguente formula:

$$k_{mod} = 0.663 \cdot t^{-\frac{1}{16}},$$

dove t è la durata del carico espressa in ore.

Il fattore  $k_{mod}$  assume un valore massimo di 1 ed uno minimo pari a 0.25.

Ad esempio nel caso di carico permanente si può valutare una durata di 50 anni, che può essere approssimata considerando 500.000 ore, si ha dunque:

$$k_{mod} = 0.663 \cdot t^{-\frac{1}{16}} = 0.663 \cdot \left( 500000^{-\frac{1}{16}} \right) = 0.29.$$

Nel caso di carico variabile da neve, considerando una durata di 30 giorni, ovvero 720 ore, si ha:

$$k_{mod} = 0.663 \cdot t^{-\frac{1}{16}} = 0.663 \cdot \left( 720^{-\frac{1}{16}} \right) = 0.44.$$

La Norma presenta una tabella contenente i valori di  $k_{mod}$  per le principali e più comuni condizioni di carico (vedi Tab. 6.8).

**Tab. 6.8 Valori coefficiente Kmod in funzione delle azioni di carico**

Action	Load duration	$K_{mod}$
Personnel loads	Short, single	0.85
Wind	Short, multiple	0.74
Snow	Intermediate	0.44
Daily temperature variation	Intermediate	0.57
Barometric pressure variation	Intermediate	0.50
Yearly temperature variation	Intermediate	0.39
Dead load, self weight	Permanent	0.29

La Norma spiega che quando, nella medesima combinazione, sono presenti carichi dalle durate differenti non si può più impiegare il singolo valore di  $k_{mod}$  ma se ne deve determinare uno adatta alla situazione, ovvero il valore  $k_{mod,c}$  che riesce a proporzionare e pesare le differenti durate.

Dal valore di  $k_{mod}$ , si è ricavato  $k_{mod,c}$  applicando la formula (6) presente nella Normativa di riferimento:

$$k_{mod,c} = \frac{\sigma_{Sd,G} + \sigma_{Sd,Q1}}{\frac{\sigma_{Sd,G}}{k_{mod,p.p.}} + \frac{\sigma_{Sd,Q1}}{k_{mod,neve}}} = \frac{2,95 + 10,96}{\frac{2,95}{0,29} + \frac{10,96}{0,44}} = \mathbf{0,396.}$$

Per definire lo sforzo resistente si è però dovuto tener conto anche delle caratteristiche che presentava la superficie dell'elemento in vetro.

Si è dovuto quindi definire il valore del coefficiente  $k_{sp}$  (vedi Tab. 6.9).

**Tab. 6.9 Valori coefficiente  $K_{sp}$  in funzione della tipologia di vetro**

<b>Tipologia di vetro</b>	<b><math>k_{sp}</math></b>
Float glass	1.0
Drawn sheet glass	1.0
Enamelled float glass	1.0
Patterned glass	0.75
Enamelled patterned glass	0.75
Polished wired glass	0.75
Patterned wired glass	0.6

Nel caso in esame si è considerato:  $k_{sp} = 0.75$ .

Si è dovuto poi valutare il coefficiente  $k_v$  che tiene conto del particolare processo di indurimento a cui è stato sottoposto l'elemento di vetro (vedi Tab. 6.10).

**Tab. 6.10** Valori coefficiente  $K_v$  in funzione del tipo di tempra

Processo di indurimento	$k_v$
Tempra orizzontale	1.0
Tempra verticale	0.6

Noti i coefficienti che tengono conto delle particolari condizioni di carico e delle caratteristiche dell'elemento che si sta considerando si è proseguito con il calcolo della tensione ammissibile della lastra in esame:

$$f_{g,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot k_{\text{sp}} \cdot f_{g;k}}{\gamma_{M;A}} + \frac{k_v \cdot (f_{b;k} - f_{g;k})}{\gamma_{M;v}},$$

dove:

$f_{g;k}$  valore caratteristico della resistenza a flessione (45 MPa)

$k_{\text{sp}}$  coefficiente che tiene conto delle caratteristiche superficiali dell'elemento

$\gamma_{M;A}$  coefficiente parziale del vetro ricotto

$\gamma_{M;v}$  coefficiente parziale del vetro presollecitato

$k_v$  coefficiente che tiene conto del processo di indurimento

$f_{b;k}$  valore della resistenza caratteristica a flessione del vetro presollecitato.

Pertanto, introducendo i valori numerici si è ottenuto che:

$$\begin{aligned} f_{g,d} &= \frac{k_{\text{mod}} \cdot k_{\text{sp}} \cdot f_{g;k}}{\gamma_{M;A}} + \frac{k_v \cdot (f_{b;k} - f_{g;k})}{\gamma_{M;v}} = \\ &= \frac{0,396 \cdot 0,75 \cdot 45}{1,8} + \frac{1 \cdot (70 - 58)}{1,2} = 23,36 \text{ MPa.} \end{aligned}$$

Confrontando quindi il valore di  $\sigma_{\text{sd}}$  agente (15 MPa) con il valore di sforzo resistente  $f_{g,d}$  (23,36 MPa) si è determinata la seguente relazione:

$$15 \text{ MPa} < 23,36 \text{ MPa},$$

ossia  $\sigma_{Sd} < f_{g,d}$ , la verifica è risultata allora soddisfatta.



### 6.10.2 Peso proprio e carico da manutenzione

Come anticipato in precedenza, si è proseguito con la verifica delle lastre considerando come carichi agenti: peso proprio e carico dovuto alla manutenzione sulla copertura, valutato pari ad un carico puntuale di 150 Kg.

Si sono ottenute le seguenti azioni sollecitanti:

$$\begin{aligned}\sigma_{sdG} &= 1,2 \cdot \frac{P_{p.p.} \cdot l^2}{8} \cdot \frac{6}{b \cdot h_{ef,\sigma}^2} = \\ &= 1,2 \cdot \frac{0,00035 \cdot 1200^2}{8} \cdot \frac{6}{1 \cdot 12,4^2} = 2,95 \text{ MPa.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{sdQ1} &= 1,3 \cdot \frac{P_{manutenzione} \cdot l}{4} \cdot \frac{6}{b \cdot h_{ef,\sigma}^2} = \\ &= 1,3 \cdot \frac{1500 \cdot 1200}{4} \cdot \frac{6}{1000 \cdot 12,4^2} = 22,82 \text{ MPa.}\end{aligned}$$

$$\sigma_{Sd} = 2,95 + 22,82 = 25,77 \text{ MPa.}$$

Noto lo sforzo sollecitante nella combinazione di carico che si sta considerando si è dovuto procedere con il calcolo dell'azione resistente.

Come in precedenza si sono determinati i coefficienti legati alle particolari condizioni dell'elemento in analisi.

Si è dovuto infatti determinare innanzitutto il coefficiente  $k_{mod}$  legato alla durata dei carichi della combinazione in esame.

Per quanto riguarda il peso proprio si è scelto  $k_{mod} = 0,29$ , come nella combinazione precedente. Per quanto riguarda il carico per manutenzione, invece, la Normativa indica  $k_{mod} = 0,85$ . Tale valore è rappresentativo di un carico dato da una sola persona per un minuto.

Dal valore di  $k_{mod}$ , si è ricavato  $k_{mod,c}$  per tener conto delle differenti durate dei carichi previsti nell'attuale combinazione.

Applicando la formula (6) presente nella Normativa di riferimento si è determinato il seguente valore del coefficiente  $k_{mod,c}$ :

$$k_{mod,c} = \frac{\sigma_{Sd,G} + \sigma_{Sd,Q1}}{\frac{\sigma_{Sd,G}}{k_{mod,p.p.}} + \frac{\sigma_{Sd,Q1}}{k_{mod,manutenzione}}} =$$

$$= \frac{2,95 + 22,82}{\frac{2,95}{0,29} + \frac{22,82}{0,85}} = 0,70.$$

È stato allora possibile calcolare il valore della tensione ammissibile come:

$$f_{g,d} = \frac{k_{mod} \cdot k_{sp} \cdot f_{g;k}}{\gamma_{M;A}} + \frac{k_v \cdot (f_{b;k} - f_{g;k})}{\gamma_{M;v}} =$$

$$= \frac{0,70 \cdot 0,75 \cdot 58}{1,8} + \frac{1 \cdot (70 - 58)}{1,2} = 26,91 \text{ MPa.}$$

Confrontando quindi il valore di  $\sigma_{Sd}$  agente (25,77 MPa) con il valore di sforzo resistente  $f_{g,d}$  (26,91 MPa) si è determinato che:

$$25,77 \text{ MPa} < 26,91 \text{ MPa,}$$

ossia  $\sigma_{Sd} < f_{g,d}$ .

La verifica è risultata dunque rispettata.

Bibliografia Capitolo 6:

- [1] UNI EN 1288-1:2001 Vetro per edilizia - Determinazione della resistenza a flessione del vetro – Principi fondamentali delle prove sul vetro
- [2] UNI EN 1288-3:2001 Vetro per edilizia - Determinazione della resistenza a flessione del vetro - Prova con provino supportato in due punti (flessione in quattro punti)
- [3] UNI EN 12150-1:2001 Vetro per edilizia - Vetro di silicato sodocalcico di sicurezza temprato termicamente - Definizione e descrizione
- [4] UNI EN 12150-2:2005 Vetro per edilizia - Vetro di silicato sodocalcico di sicurezza temprato termicamente Parte 2: Valutazione di conformità/Norma di prodotto
- [5] UNI EN 13830:2005 Facciate continue - Norma di prodotto
- [6] UNI EN 12600 04 vetro per edilizia - Prova del pendolo; metodo della prova di impatto e classificazione per il vetro piano.
- [7] UNI 7697 – 2001 Criteri di sicurezza nelle applicazioni vetrarie.
- [8] UNI EN 1863-2:2005 Vetro per edilizia - Vetro di silicato sodocalcico indurito termicamente. Parte 2: Valutazione di conformità/Norma di prodotto.
- [9] UNI EN 14179 -1-2005 Vetro di silicato sodocalcico di sicurezza temprato termicamente e sottoposto a “heat soak test”. Parte 1 definizione e descrizione.
- [10] UNI EN 14179 -2-2005 Vetro di silicato sodocalcico di sicurezza temprato termicamente e sottoposto a “heat soak test”. Parte 2 Valutazione di conformità/Norma di prodotto.
- [11] UNI EN 14449-2005. Vetro per edilizia : vetro stratificato e vetro stratificato di sicurezza Valutazione di conformità/Norma di prodotto.
- [12] ASTM C 1048 – 04 Standard specification for Heat treated flat glass



## 7. MECCANICA DELLA FRATTURA

Attraverso vari esperimenti si osservò che molti materiali si fratturano qualora vengano sottoposti ad una sollecitazione superiore ad un determinato sforzo critico, sembrò quindi inizialmente ragionevole considerare la resistenza come una proprietà intrinseca del materiale stesso (Lawn, 2004).

L'idea che un materiale avesse un proprio ben definito sforzo critico era molto apprezzata in quanto, in fase di progettazione, bastava assicurare che gli sforzi sollecitanti non eccedessero il valore limite di sforzo per garantirne la sicurezza.

In realtà questa teoria mostrò ben presto di non essere in grado di spiegare il comportamento reale dei materiali. Molti di essi presentavano infatti valori di resistenza a rottura differenti, anche di un ordine di grandezza, al variare del provino e al variare delle condizioni di prova: temperatura, umidità, caratteristiche chimiche dell'ambiente, tipologia e durata del carico, ecc.

Inoltre, a seconda del tipo di materiale, si erano evidenziati comportamenti diversi, ad esempio il vetro mostrava comportamento elastico fino al raggiungimento della rottura che avveniva in modo istantaneo mentre i solidi metallici si deformavano inizialmente con scorrimento plastico per poi arrivare a rottura per taglio.

Solo nel 1920, attraverso la Teoria della Meccanica della Frattura di Griffith, si iniziò a comprendere il vero comportamento dei materiali.

La Meccanica della Frattura può essere infatti definita come la disciplina che studia il fenomeno del collasso di una struttura difettata dal punto di vista micro o macroscopico, cercando di stabilire criteri per prevedere le condizioni che causano l'inizio della propagazione instabile di una fessura (condizioni critiche).

A seconda dell'assenza o meno della fase di propagazione stabile della cricca, è possibile quindi individuare due differenti modalità di frattura:

- Frattura fragile
- Frattura duttile

La *frattura fragile* è caratterizzata dall'improvviso inizio di propagazione stabile del difetto e dalla sua successiva, immediata, rapida e inarrestabile crescita instabile fino al collasso completo del materiale.

In tale tipo di frattura risulta quindi quasi completamente assente la fase di crescita stabile della fessurazione in quando si innesca in modo praticamente istantaneo la fase instabile. Di conseguenza risultano assenti i fenomeni di arrotondamento e plasticizzazione dell'apice del difetto, così come risultano assenti o trascurabili comportamenti non lineari. Il fenomeno è perciò sempre descrivibile in termini lineari ed elastici.

La seconda modalità di rottura, denominata con il termine di *frattura duttile*, è generalmente associata a condizioni di non trascurabilità della fase di estensione della zona plastica ed è caratterizzata dalla presenza della fase di crescita stabile del difetto. Nel materiale sono dunque presenti effetti tipicamente non lineari.

Griffith attribuì la causa del cedimento di materiali sollecitati con carichi ridotti rispetto al limite di sicurezza, preso come riferimento, alla riduzione della resistenza dovuta alla difettosità interna del materiale.

Egli, pertanto, schematizzò il materiale in esame come un continuo a comportamento lineare ed elastico contenente una cricca interna e soggetto a carichi applicati al contorno. Tale supposizione portò alla formulazione di un criterio per la rottura dei materiali basato sul bilancio energetico, utilizzando i teoremi della meccanica e della termodinamica.

### 7.1 FATTORE DI CONCENTRAZIONE DEGLI SFORZI

Un importante precursore degli studi di Griffith fu lo studioso Inglis che nel 1913 analizzò il comportamento di una fessura di forma ellittica in una piastra sollecitata uniformemente.

Le sue analisi mostrarono che lo sforzo locale in presenza di incavi taglienti o di angoli può raggiungere valori di molte volte superiori al valore dello sforzo applicato.

Divenne quindi evidente che anche le più piccole fessure potevano diventare delle fonti di debolezza per il materiale. Inglis decise così di considerare un taglio a forma di ellisse allungata di dimensione infinitesima come rappresentazione di una qualsiasi microfrattura.

Data una piastra contenente una cavità ellittica di semiassi  $b$  e  $c$ , soggetta ad una tensione uniforme pari a  $\sigma_A$  lungo l'asse  $Y$ , si vuole definire come la presenza della fessura possa influenzare la distribuzione interna degli sforzi nel materiale (vedi Fig. 7.1).

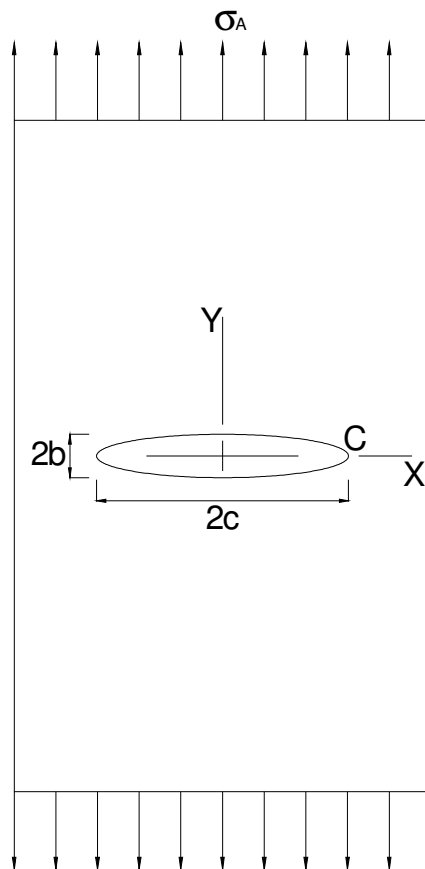


Fig. 7.1 Piastra contenente una cavità ellittica soggetta a trazione uniforme

Se si considera valida la legge di Hooke in ogni punto della piastra, che i bordi dell'ellisse siano a sforzo nullo e che le dimensioni  $b$  e  $c$  siano molto minori delle dimensioni della piastra stessa, il problema si riduce ad un esercizio di elasticità lineare.

A partire dall'equazione dell'ellisse:

$$\frac{x^2}{c^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

si può osservare come il raggio di curvatura abbia il valore minimo:

$$\rho = \frac{b^2}{c} \quad (b < c),$$

in corrispondenza del punto C.

Si avrà quindi proprio in C il valore più elevato di concentrazione degli sforzi:

$$\sigma_C = \sigma_A \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{c}{b}\right) = \sigma_A \cdot \left(1 + 2 \cdot \left(\frac{c}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}\right).$$

Nel caso in cui si consideri una fessura particolarmente allungata in cui  $b \ll c$ , l'equazione dell'ellisse si riduce a:

$$\frac{\sigma_C}{\sigma_A} \approx 2 \cdot \frac{c}{b} = 2 \cdot \left(\frac{c}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Si definisce quindi il rapporto  $\left(\frac{c}{\rho}\right)$  come *Fattore di concentrazione degli sforzi*.

Tanto maggiore risulta tale valore tanto maggiore sarà lo sforzo presente in prossimità della fessura. Inoltre esso dipende dalla forma della fessura mentre non dipende dalla sua dimensione.

Si può allora capire come la concentrazione di sforzi in prossimità dell'apice delle fessure divenga causa dell'innescio e della propagazione della fessura con il possibile seguente collasso del materiale.



Si Valuta ora come lo sforzo locale vari in direzione X (vedi Fig. 7.2).

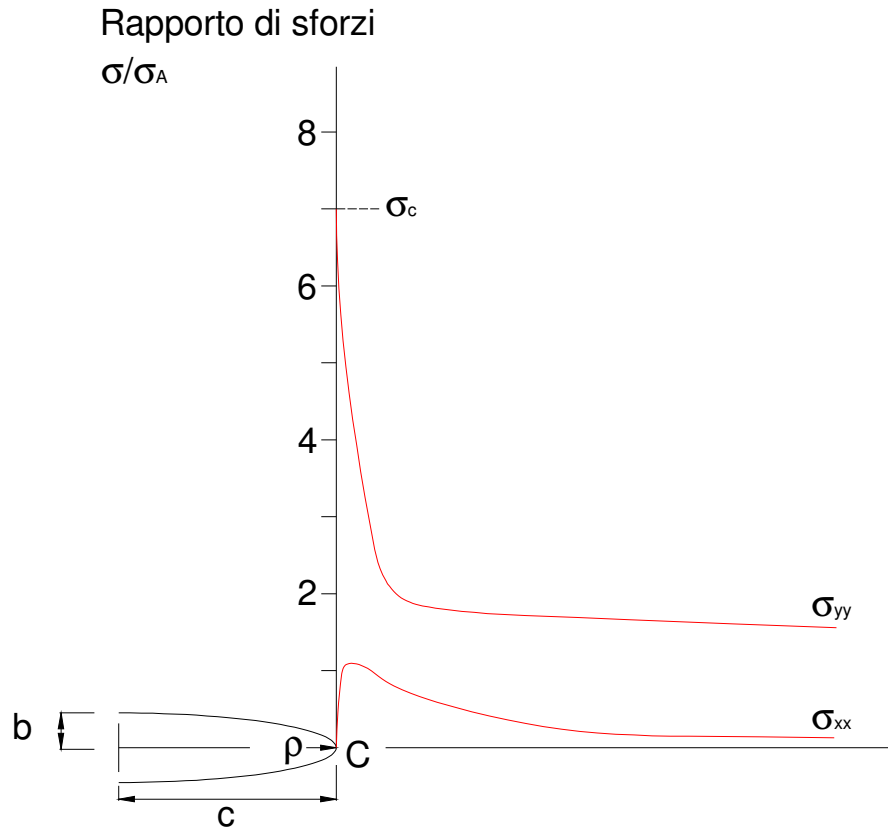


Fig. 7.2 Andamento degli sforzi in prossimità della cavità ellittica

Si osserva come le perturbazioni nel campo degli sforzi dovute alla presenza della fessura si presentino solo per una distanza pari a  $c$  dal bordo stesso della fessura, con il maggior gradiente localizzato in una regione di dimensione  $\approx \rho$ .

Inglis concluse quindi che l'unica caratteristica geometrica in grado di influenzare la distribuzione degli sforzi fosse la presenza di regioni con elevata curvatura.

Nonostante le osservazioni di Inglis cominciassero a spiegare la teoria della frattura, rimanevano ancora insolte alcune questioni, ad esempio non si spiegava come mai le fessure di dimensioni maggiori mostrassero una velocità di propagazione della fessura stessa molto più bassa di quella di fessure più piccole. Tale comportamento violava infatti la proprietà del fattore di concentrazione degli sforzi secondo cui è influente solo la forma della frattura e non la dimensione.

## 7.2 CONCETTO DI ENERGIA BILANCIATA DI GRIFFITH: EQUILIBRIO ALLA FRATTURA

Gli studi condotti da Inglis divennero così le basi per lo sviluppo della teoria di Griffith. Secondo l'approccio di Griffith, affinché una fessura si propaghi, è necessario rispettare due condizioni: primo, che la propagazione sia energeticamente favorevole e secondo, che esista un meccanismo molecolare tramite il quale possa avvenire la trasformazione dell'energia.

La sua idea base fu quella di modellizzare una frattura statica come un sistema reversibile termodinamicamente.

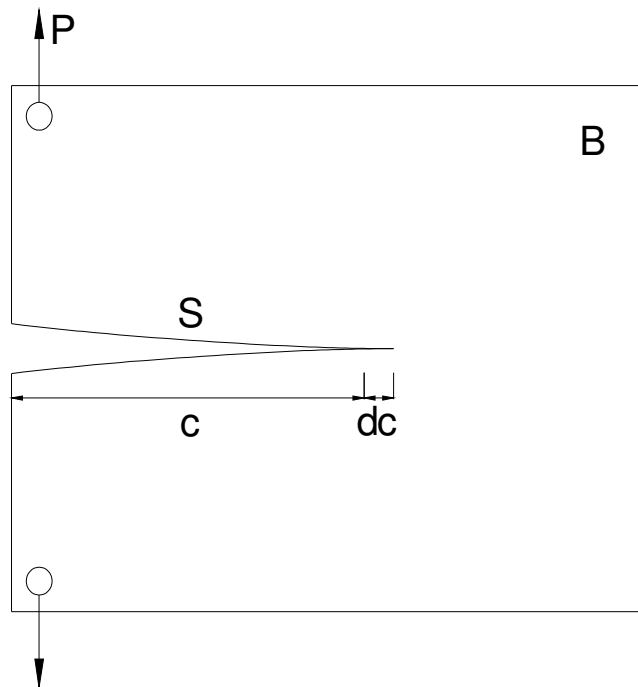


Fig. 7.3 Frattura statica con incremento di estensione

Egli considerò un corpo elastico  $B$ , contenente una superficie piana di frattura  $S$  di lunghezza  $c$ , soggetto ad un carico  $P$  applicato al bordo esterno (vedi Fig. 7.3).

Quindi cercò quale configurazione minimizzasse l'energia libera totale del sistema; in tale condizione infatti il sistema sarebbe risultato in equilibrio.

Prima di tutto dovette scrivere un'espressione in grado di definire l'energia totale  $U$  del sistema. Essa, nel caso di formazione di una fessura, può essere considerata costituita da due termini: quello meccanico e quello di superficie.

$$U = U_M + U_S.$$

L'energia meccanica è costituita a sua volta da altri due termini:

$$U_M = U_E + U_A,$$

dove

$U_E$  energia potenziale di deformazione

$U_A$  energia potenziale dovuta alla presenza del carico esterno, pari al lavoro associato agli spostamenti imposti dal carico, cambiato di segno.

Il termine di *energia di superficie* è dato invece dall'energia libera spesa durante la creazione della fessura stessa.

La condizione di equilibrio viene quindi garantita andando a bilanciare i termini di energia meccanica e di superficie per un incremento  $dc$  della dimensione della fessura.

Si osserva quindi che l'energia meccanica, a seguito dell'estensione della fessura, tende a decrescere :

$$\frac{dU_M}{dc} < 0.$$

Al contrario il termine di energia di superficie tende ad aumentare, infatti, per incrementare la dimensione della fessura, l'energia presente deve essere in grado di superare le forze di attrazione molecolare del materiale:

$$\frac{dU_S}{dc} > 0.$$

Quindi il primo termine dell'energia totale favorisce la formazione della frattura mentre il secondo tende ad opporsi ad essa in quanto richiede un aumento di energia.

Il concetto di energia bilanciata di Griffith divenne espressione formale di ciò che viene richiesto dall'equilibrio stesso, ovvero:

$$\frac{dU}{dc} = 0.$$

Il criterio alla base della formazione di una fessura è quindi radicato nella legge di conservazione dell'energia. Una fessura tenderà infatti ad estendersi o a richiudersi a seconda che la variazione di energia sia negativa o positiva.

### 7.2.1 Fessure in condizioni di sollecitazione costante

L'idea di Griffith divenne il punto cardine per studiare il problema della frattura in caso di forze di tipo conservativo. Egli cercò quindi di applicare la sua teoria a reali configurazioni di fessurazione al fine di verificarne la correttezza.

Prendendo spunto dai risultati di Inglis, Griffith considerò il caso di un solido dotato di una cavità allungata di forma ellittica di lunghezza  $2c$ , sottoposto ad uno stato uniforme di tensione  $\sigma_A$ . Inoltre scelse come materiale il vetro, in quanto isotropo e con comportamento il più vicino possibile alla legge di Hooke fino al raggiungimento della rottura.

Nel valutare l'energia meccanica coinvolta nel sistema in esame, Griffith utilizzò il risultato della teoria dell'elasticità lineare secondo cui, in un corpo soggetto ad uno stato sollecitante costante durante la formazione della fessura, i termini dell'energia meccanica valgono:

$$U_A = -2 \cdot U_E,$$

così che:

$$U_M = -U_E.$$

Il segno negativo indica una riduzione di energia meccanica durante la formazione della fessura. Quindi a partire dalla soluzione di Inglis può essere calcolata la densità di energia di deformazione per ogni elemento di volume della frattura.

Integrando su dimensioni grandi rispetto alla lunghezza delle fessura stessa si ottiene la seguente energia potenziale di deformazione per unità di larghezza lungo il fronte della frattura:

$$U_E = \frac{\pi \cdot c^2 \cdot \sigma_A^2}{E'},$$

dove  $E'$  rappresenta il modulo elastico  $E$  nel caso di problema piano negli sforzi (piastra sottile) oppure vale  $E/(1-\nu^2)$  nel caso di problema piano nelle deformazioni (piastra spessa),  $\nu$  è il coefficiente di Poisson.

Per quanto riguarda l'energia di superficie, Griffith considerò la seguente grandezza per unità di larghezza del fronte:

$$U_s = 4 \cdot c \cdot \gamma,$$

con

$\gamma$  energia libera di superficie per unità di area.

L'energia totale del sistema diviene così:

$$U(c) = -\frac{\pi \cdot c^2 \cdot \sigma_A^2}{E'} + 4 \cdot c \cdot \gamma.$$

Definita quindi l'energia totale posseduta dal sistema si può applicare la condizione di equilibrio indicata da Griffith:

$$\frac{dU}{dc} > 0,$$

dove:

$$\frac{dU}{dc} = -\frac{2 \cdot \pi \cdot c \cdot \sigma_A^2}{E'} + 4 \cdot \gamma.$$

Allo stesso tempo si può valutare la condizione critica per cui si verifica il collasso, dove  $\sigma_A = \sigma_F$  e  $c = c_0$ :

$$\left. \frac{dU}{dc} \right|_{\substack{c=c_0 \\ \sigma_A=\sigma_F}} = 0,$$

da cui si ricava la *relazione di resistenza di Griffith*:

$$\sigma_F = \left( \frac{2 \cdot E' \cdot \gamma}{\pi \cdot c_0} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

### 7.2.2 Teoria molecolare della resistenza

Nonostante Griffith avesse formulato il suo criterio considerando solo quantità termodinamiche macroscopiche, egli era comunque conscio della necessità di descrivere il fenomeno anche a livello molecolare.

Ipotizzò dunque che il massimo valore di sforzo alla punta di una frattura in condizioni di equilibrio corrispondesse alla resistenza molecolare teorica del materiale, ovvero il massimo sforzo che la struttura molecolare riesce a sostenere in virtù della resistenza dei legami tra le molecole stesse costituenti la materia del solido.

Griffith stimò dunque la resistenza molecolare dei provini in vetro da lui impiegati, andando ad inserire nella formula che esprime il fattore di concentrazione degli sforzi la dimensione delle molecole di vetro:

$$\frac{\sigma_C}{\sigma_A} \approx 2 \cdot \frac{c}{b} = 2 \cdot \left( \frac{c}{\rho} \right)^{1/2},$$

$\rho \approx 0.5 \text{ nm}$  (dimensione delle molecole di vetro),

considerando tale valore come ragionevole dimensione del raggio di punta per la crescita della frattura dovuta ad un continuo susseguirsi di rotture dei legami intermolecolari. Unita a questa relazione considerò anche la seguente espressione:

$$\sigma_A \cdot c^{1/2} = \sigma_F \cdot c_0^{1/2},$$

in condizioni di instabilità.

Griffith ottenne così  $\sigma_C \approx 23 \text{ GPa}$ , ovvero una frazione apprezzabile del modulo elastico del vetro, corrispondente ad una deformazione di 0.3 – 0.4.

Griffith stimò che la legge di Hooke potesse considerarsi valida fino a tali livelli di deformazione, mentre appena prima della rottura il comportamento non potesse essere più considerato lineare proprio a causa della forza di separazione intermolecolare necessaria per rompere i legami.

### 7.2.3 Difetti di Griffith

Definita la resistenza intermolecolare di un materiale ideale, Griffith decise allora di studiare la resistenza reale dei materiali, in quanto aveva osservato che quella effettivamente raggiunta dai provini da lui utilizzati era di molto inferiore alla resistenza prevista a livello teorico (anche di due ordini di grandezza), nonostante fossero state impiegate tutte le possibili precauzioni per mantenere il provino integro, per lo meno a livello ottico.

Griffith spiegò dunque tale fenomeno ipotizzando che i materiali fragili dovessero contenere una grande quantità di fratture microscopiche e submicroscopiche, non osservabili ad occhio nudo, ma che diventavano facilmente punti di debolezza del materiale.

Per definire quindi la lunghezza effettiva di queste microfessure, Griffith considerò la resistenza a trazione più alta tra quelle mostrate dai vetri da lui testati,  $\sigma_F = 170$  MPa, e la inserì nella relazione che esprime la condizione critica di equilibrio:

$$\sigma_F = \left( \frac{2 \cdot E' \cdot \gamma}{\pi \cdot c_0} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Ottenne così la seguente dimensione dei cosiddetti *difetti di Griffith*:

$$c_f \approx 2 \mu m.$$

Poiché con tale dimensione della frattura il fattore di intensificazione degli sforzi vale all'incirca 100, si mostra quanto un pur piccolo difetto possa diventare fonte di grande indebolimento.

Per validare la sua teoria, Griffith condusse una serie di esperimenti sulla resistenza di fibre di vetro. Tali fibre, dello stesso tipo di vetro impiegato in precedenza, furono rotte sia sottoponendole a trazione sia sottoponendole a flessione con carico crescente monotonicamente.

Si osservò così come le fibre di vetro meglio conservate presentassero una resistenza molto vicina a quella teorica raggiunta dal materiale privo di difetti, mentre quelle fibre che, prima di essere provate, venivano esposte all'atmosfera presente in laboratorio mostravano una resistenza in rapido declino in funzione del tempo di esposizione



all'atmosfera stessa, tale declino di resistenza terminava dopo poche ore con il raggiungimento di una condizione stabile i cui valori di resistenza erano però tipici di provini di vetro ordinario.

Definita allora l'importanza di mantenere i provini in condizioni protette per non influenzare il loro comportamento, Griffith decise di testare tali provini variandone il diametro da 1 mm fino a 3  $\mu\text{m}$ . Ottenne così un' influenza della dimensione del provino sul comportamento dello stesso; i provini più sottili mostravano infatti una resistenza ben superiore a quelli più grandi.

Griffith poté così concludere che la presenza di difetti fosse fonte di indebolimento per tutti i provini, ma che tale perdita di resistenza poteva essere limitata applicando sufficienti precauzioni nella preparazione e nell'uso dei provini stessi.

L'attuale produzione ed impiego di fibre ultrasottili, formate da fibre sottilissime di vetro immerse in particolari resine protettive è quindi una moderna applicazione degli studi portati a termine da Griffith.

L'ultimo aspetto da indagare era dunque capire da dove nascessero tali difetti. Griffith non li considerò come reali microfessure presenti nei provini, così come non accettò l'ipotesi che potessero formarsi spontaneamente a causa di variazioni di sforzo a seguito di fluttuazioni di tipo termico.

Egli spiegò infatti la presenza di questi difetti come conseguenza di variazioni nella disposizione delle molecole all'interno del materiale, con trasformazioni dallo stato amorfo ad uno a densità più elevata con conseguente devettrificazione.

Si può concludere quindi che Griffith, con il suo concetto di equilibrio bilanciato e con le sue ipotesi sui difetti, definì e spiegò sia la fase di innesco delle fessure sia la fase di propagazione delle stesse creando la base per lo sviluppo di tutta la successiva Meccanica della Frattura.

#### **7.2.4 Propagazione delle fratture**

Gli studi di Griffith come esposto in precedenza identificarono due differenti stadi nell'evoluzione delle fessure: l'innesco e la propagazione.

La formulazione del meccanismo di frattura inizia però con le osservazioni ed analisi condotte da Irwin e dai suoi collaboratori nel 1950.

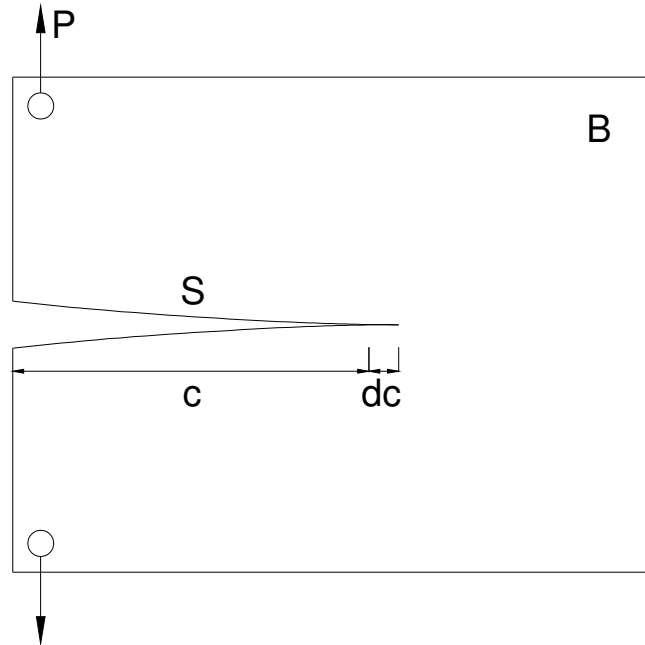
La formulazione di Irwin conserva l'idea che la propagazione delle fessure sia da studiare a livello macroscopico e termodinamico.

Essa si basa su due criteri generali: innanzitutto per effettuare analisi sulle diverse tipologie geometriche di provini e di fessure si deve inserire il concetto di equilibrio di Griffith in un più ampio contesto. Tale necessità sorge dal bisogno di determinare delle quantità funzionali che permettano di definire le forze in gioco durante la fessurazione. Negli studi attuali delle quantità appena sopra citate si impiegano in modo diffuso: il rapporto di energia meccanica libera rilasciata  $G$  e il fattore di intensificazione degli sforzi  $K$ .

Risultava inoltre necessario definire la natura dello stato di equilibrio e come esso fosse legato a condizioni di stabilità. Si era infatti osservato come molti sistemi di fessure giungessero al collasso finale dopo aver superato una sequenza di stadi di equilibrio stabili ed instabili.

**7.3 APPROCCIO CONTINUO ALL'EQUILIBRIO DELLE FESSURE: SISTEMA DELLE FESSURE COME CICLO TERMODINAMICO**

Si consideri il seguente sistema:



**Fig. 7.4 Frattura statica con incremento di estensione**

Si consideri un solido  $B$  costituito da un materiale continuo, isotropo con comportamento elastico lineare, caricato arbitrariamente alle estremità. La frattura è data da un'infinitesima fessura allungata e sottile (vedi Fig. 7.4).

Si vuole capire come lo stato di sollecitazione e di deformazione in prossimità della punta della frattura possa determinare l'energia con cui avviene la propagazione della frattura stessa.

Dalle analisi condotte da Inglis si deducono le seguenti osservazioni: l'intensità del campo di sforzi è determinata largamente dalle condizioni al contorno del bordo esterno del solido (ovvero dalla condizione di carico), la distribuzione di tali sforzi è invece individuata dalle condizioni al bordo interno del solido (ovvero dal fatto che il bordo della fessura sia considerato libero da sforzi).

L'approccio continuo all'equilibrio delle fessure consiste dunque nel considerare la propagazione delle fratture come un ipotetico ciclo di aperture e chiusure della frattura stessa.

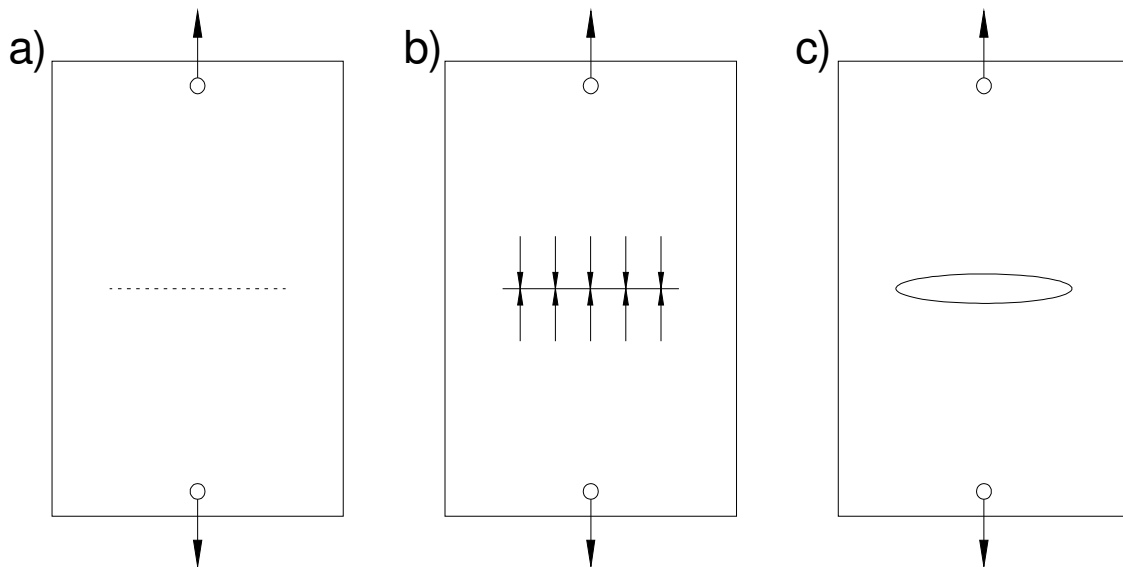
Tale ciclo può essere immaginato in due modi.

Il primo consiste nel considerare la formazione dell'intera fessura a partire dal solido integro ed intatto.

Il secondo modo consiste invece nel considerare una continua e progressiva espansione di una frattura preesistente.

Nella successiva presentazione si ipotizza che i due termini di energia meccanica e di superficie possano essere considerati come indipendenti l'uno dall'altro.

Il primo tipo di ciclo merita attenzione in quanto considera il termine di energia meccanica  $U_M$  determinato unicamente in funzione della condizione di carico del solido prima che si inneschi la formazione della frattura. Tale ipotesi inizialmente può apparire sbagliata in quanto il processo di fessurazione deve essere per forza determinato dalle particolari condizioni di sollecitazione che sono presenti all'istante di sviluppo della frattura e non da condizioni precedenti. In realtà si riesce però a legare lo stato sollecitante all'istante di fessurazione con il carico presente in precedenza se si considera un particolare ciclo (vedi Fig. 7.5).



**Fig. 7.5 Ciclo di apertura e chiusura di una fessura**

Allo stato iniziale, configurazione *a*, il solido non presenta fessure ed il campo elastico degli sforzi dato dallo stato di trazione a cui è sottoposto il materiale risulta noto.

Si crea quindi un taglio molto sottile sulla superficie e si impone sui suoi bordi uno stato di sollecitazione uguale e contrario a quello già presente al fine di mantenere le condizioni di equilibrio, configurazione  $b$ . Questa operazione che ci porta al secondo stato coinvolge soltanto l'energia  $U_S$  data dalla creazione della nuova fessura.

A questo punto si fa decrescere lo stato di trazione fino a zero applicando dei vincoli che impediscano l'estensione della fessura, il solido si porta così alla configurazione  $c$  della figura precedente e l'energia rilasciata per raggiungere questo stato è proprio  $U_M$ .

Il processo viene poi invertito. Viene riapplicato lo stato di trazione fino a richiudere completamente la fessura attraverso una crescita lineare del carico. Se il sistema è di tipo conservativo lo stato di sollecitazione finale risulta pari a quello iniziale. Quindi il decremento di energia meccanica associato alla formazione della frattura può essere espresso come l'integrale sull'area della frattura dello stato di sforzo iniziale moltiplicato per lo spostamento tra i bordi della fessura. Poiché tali spostamenti sono legati linearmente alla trazione applicata alla fessura attraverso le equazioni di elasticità, si vede come lo stato iniziale di distribuzione degli sforzi sia l'unico a determinare l'energia coinvolta nella propagazione delle fessure.

Quindi in alcuni sistemi anche apparentemente complessi il comportamento a frattura può essere spiegato attraverso un'analisi degli sforzi in condizione di solido non fratturato.

La seconda tipologia di ciclo considera l'estensione di una fessura già esistente.

La presenza della fessura comporta un'analisi di elasticità più complicata, nonostante ciò sono presenti delle soluzioni generalizzate che possono essere applicate e che rendono tale procedura eseguibile con relativa facilità.

### 7.3.1 Rapporto di energia meccanica rilasciata, G

Si consideri ora il sistema di fratturazione in Fig. 7.6.

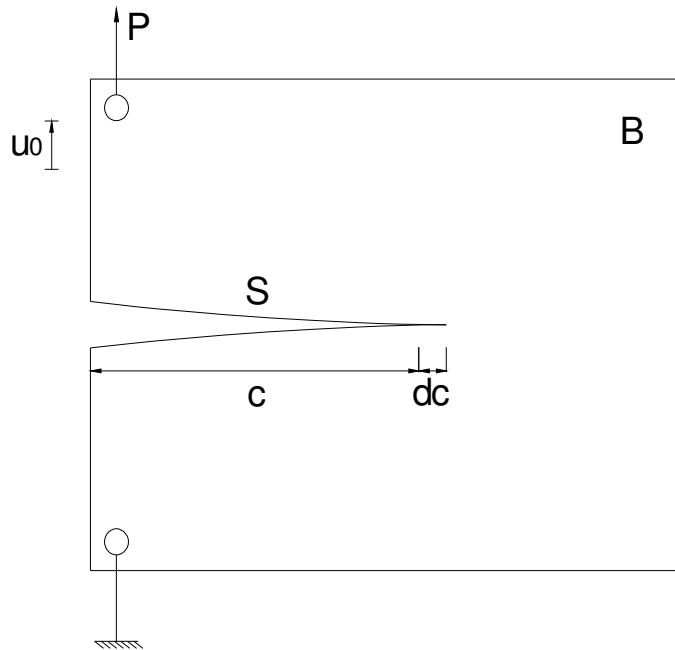


Fig. 7.6 Provino atto a definire il rapporto di energia meccanica rilasciata G

Il solido contiene una fessura di lunghezza  $c$  i cui bordi sono a sforzo nullo. L'estremo inferiore è fissato rigidamente al sistema di riferimento mentre l'estremo superiore è caricato con una forza di trazione pari a  $P$ .

Se sulla punta della fessura si impongono dei vincoli che ne impediscano l'estensione, il provino si comporta come una molla elastica che rispetta la seguente legge:

$$u_0 = \lambda \cdot P,$$

dove

$u_0$  spostamento del punto di applicazione della trazione  $P$

$\lambda$  costante elastica di cedevolezza

L'energia di deformazione del sistema è uguale al lavoro compiuto dal carico applicato e risulta pari a:

$$U_E = \int_0^{u_0} P(u_0) du_0 = \frac{1}{2} \cdot P \cdot u_0 = \frac{1}{2} \cdot P \cdot \lambda^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{u_0^2}{\lambda}.$$

Si supponga ora di mantenere il corpo in configurazione caricata mentre si rilasciano i vincoli che impedivano l'estensione della fessura, permettendone ora un incremento pari a  $dc$ . A tale condizione si prevede corrispondere un aumento dell'elasticità del sistema.

Per evidenziare tale cambiamento si procede differenziando l'espressione iniziale:

$$u_0 = \lambda \cdot P,$$

$$du_0 = \lambda \cdot dP + d\lambda \cdot P.$$

Si ottiene infatti che per  $du_0 \geq 0$  e  $dP \leq 0$  si ha sempre  $d\lambda \geq 0$ .

Allo stesso tempo ci si aspetta un decremento dell'energia meccanica:  $U_M = U_E + U_A$ .

Si considerano ora due differenti condizioni di carico:

- Forza costante
- Spostamento costante

### 7.3.1.1 Forza costante

Si applica al solido in esame un carico  $P$  di trazione che si mantiene costante all'estendersi della cricca.

Il cambio di energia potenziale del sistema determinato dal lavoro compiuto dal carico, cambiato di segno, vale dunque:

$$dU_A = -P \cdot du_0 = -P^2 \cdot d\lambda.$$

Tale variazione di energia potenziale corrisponde alla seguente variazione di energia di deformazione elastica:

$$dU_E = \frac{1}{2} \cdot P^2 \cdot d\lambda.$$

Quindi la variazione totale di energia meccanica risulta:

$$dU_M = dU_E + dU_A = -\frac{1}{2} \cdot P^2 \cdot d\lambda.$$

### 7.3.1.2 Spostamento costante

Durante l'estensione della frattura lo spostamento del punto di applicazione del carico risulta pari a zero. Considerando allora  $u_0 = costante$  si ottengono le seguenti variazioni di energia:

$$dU_A = 0,$$

$$dU_E = -\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{u_0^2}{\lambda^2} \right) \cdot d\lambda = -\frac{1}{2} \cdot P^2 \cdot d\lambda.$$

Da questi due termini si deduce quindi che l'energia meccanica totale vale:

$$dU_M = dU_E + dU_A = -\frac{1}{2} \cdot P^2 \cdot d\lambda.$$

Si osserva allora che in entrambi i casi, forza costante e spostamento costante, si ottengono energie meccaniche totali uguali, ovvero l'energia meccanica rilasciata durante la progressiva estensione della frattura è indipendente dalla configurazione di carico. Tale risultato può infatti essere verificato anche per casi più complessi dove la forza e lo spostamento non sono costanti.

Si osserva che nei casi in esame si sono considerate configurazioni in cui il carico era applicato puntualmente, i risultati ottenuti hanno però valenza generale.

Si può allora definire il *rapporto di energia meccanica rilasciata*, ovvero:

$$G = -\frac{dU_M}{dC},$$

dove

C      area dell'interfaccia della frattura

Il rapporto  $G$  ha le dimensioni di un'energia per unità di area, ciò dimostra come l'energia necessaria per formare una frattura sia pari ad un'energia di superficie.



Nel caso particolare in cui la fessura sia molto allungata, dove quindi la lunghezza  $c$  è già sufficiente per definire l'area, il rapporto  $G$  diventa:

$$G = -\frac{dU_M}{dc},$$

ovvero un'energia per unità di lunghezza.

Poiché, come mostrato in precedenza, il rapporto  $G$  non dipende dalla configurazione di carico, si può analizzare il solo caso di spostamento costante con la certezza di non perdere di generalità. L'espressione di  $G$  diviene allora:

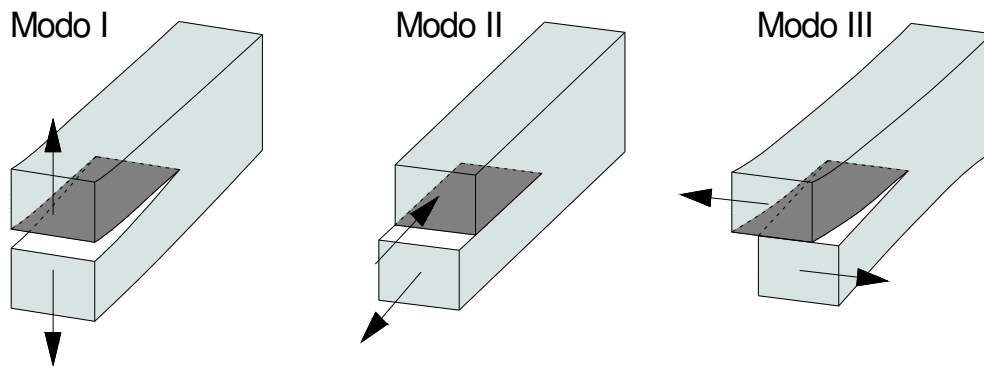
$$G = -\left(\frac{\partial U_E}{\partial c}\right)_{u_0},$$

che esprime il rapporto di energia di deformazione rilasciata per unità di larghezza della frattura.

### 7.3.2 Modi di propagazione delle fratture

Si possono distinguere tre differenti modi di propagazione delle fessure (vedi Fig. 7.8):

- Modo I: detto anche *modo di apertura*, corrisponde ad una separazione normale dei bordi della frattura a causa dell'applicazione di tensioni di trazione;
- Modo II: detto anche *modo di scorrimento*, corrisponde allo scorrimento longitudinale dei bordi della fessura in direzione normale al fronte della frattura stessa.
- Modo III: detto anche *modo di strappamento*, corrisponde ad uno scorrimento laterale parallelo al piano di fessurazione.



**Fig. 7.8** Tipologie di frattura

Dei tre modi presentati il primo risulta essere il più adatto per descrivere il comportamento di materiali fragili. Si è infatti osservato che nei materiali con comportamento fragile la fessurazione avviene sempre secondo un'orientazione che tende a minimizzare lo scorrimento per taglio (Gross et al., 2006).

#### 7.4 COMPORTAMENTO ELASTICO LINEARE ALLA PUNTA DELLA FRATTURA

Si vuole ora esaminare la soluzione analitica che descrive sforzi e spostamenti nella zona attorno alla frattura in un solido ideale, continuo e che abbia comportamento descritto dalla Legge di Hooke.

L'approccio classico per problemi elastici lineari di questo tipo consiste nella ricerca di *funzioni di sforzo* in grado di soddisfare le cosiddette equazioni biarmoniche, ovvero delle equazioni differenziali di quarto ordine ottenute imponendo l'equilibrio, la congruenza e il legame costitutivo e completate quindi con le relative condizioni al contorno. Dalle funzioni di sforzo diventa quindi diretta la determinazione dello stato sollecitativo e di spostamento a cui è soggetto il corpo in esame.

Tale ricerca risulta particolarmente semplice qualora si studino solidi che presentano delle fessure infinitesimamente sottili, e la soluzione è in coordinate polari.

L'ipotesi base nella ricerca delle funzioni di sforzo è quella di considerare il bordo della frattura libero da qualsiasi azione di trazione ad ogni stadio del processo di carico.

Si presenta dunque la soluzione di Irwin per il I modo di frattura.

Verranno impiegate le seguenti grandezze:

K     fattore di intensificazione degli sforzi

E     modulo elastico

$\nu$     modulo di Poisson

$$\left. \begin{array}{l} \kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu) \\ \nu' = 0 \\ \nu'' = \nu \end{array} \right\} \text{comportamento piano negli sforzi}$$

$$\left. \begin{array}{l} \kappa = (3 - 4\nu) \\ \nu' = \nu \\ \nu'' = 0 \end{array} \right\} \text{comportamento piano nelle deformazioni}$$

Lo stato di sollecitazione vale:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{(2 \cdot \pi \cdot r)^{1/2}} \cdot \begin{Bmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \\ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \end{Bmatrix},$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{r\vartheta} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{(2 \cdot \pi \cdot r)^{1/2}} \cdot \begin{Bmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \left[1 + \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \\ \cos^3\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{Bmatrix},$$

$$\sigma_{zz} = \nu' \cdot (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) = \nu' \cdot (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}),$$

$$\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{rz} = \sigma_{\theta z} = 0.$$

Gli spostamenti valgono:

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{2 \cdot E} \cdot \left\{ \frac{r}{2 \cdot \pi} \right\}^{1/2} \cdot \begin{Bmatrix} (1+\nu) \cdot \left[ (2 \cdot \kappa - 1) \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \\ (1+\nu) \cdot \left[ (2 \cdot \kappa + 1) \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \end{Bmatrix},$$

$$\begin{Bmatrix} u_r \\ u_\theta \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{2 \cdot E} \cdot \left\{ \frac{r}{2 \cdot \pi} \right\}^{1/2} \cdot \begin{Bmatrix} (1+\nu) \cdot \left[ (2 \cdot \kappa - 1) \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \\ (1+\nu) \cdot \left[ -(2 \cdot \kappa + 1) \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \end{Bmatrix},$$

$$u_z = -\left(\frac{\nu'' \cdot z}{E}\right) \cdot (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) = -\left(\frac{\nu'' \cdot z}{E}\right) \cdot (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}).$$

Definite le soluzioni per sforzi e spostamenti si può sottolineare come tali grandezze possano essere espresse nella seguente forma semplificata:

$$\sigma_{ij} = K \cdot (2 \cdot \pi \cdot r)^{\frac{1}{2}} \cdot f_{ij}(\theta),$$

$$u_i = \frac{K}{2 \cdot E} \cdot \left(\frac{r}{2 \cdot \pi}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot f_i(\theta).$$

Si osserva come il fattore di intensificazione degli sforzi  $K$  dipenda solo dalle *condizioni al contorno* del bordo lontano del solido, ad esempio carico applicato o geometria del provino, di conseguenza esso determina l'intensità del campo locale degli sforzi.

I fattori rimanenti dipendono dalle coordinate spaziali angolari e radiali della punta della frattura e determinano la *distribuzione delle sollecitazioni*.

Il carico applicato influisce dunque sugli sforzi e sugli spostamenti solo attraverso il fattore  $K$  e tale fenomeno si presenta nel comportamento di tutti e tre i modi di fessurazione. Per il principio di sovrapposizione, applicato alle deformazioni lineari ed elastiche, si ha quindi che, per un dato modo, si possa determinare il valore di  $K$  proprio per sovrapposizione. Tale risultato è di notevole importanza perché permette lo studio anche di casi di carico complessi.

Si osserva inoltre come per  $r = 0$  si abbia una singolarità nel campo degli sforzi, singolarità che può essere giustificata solo considerando fratture perfettamente appuntite.

Nel caso di carico di trazione, l'apertura della frattura secondo la teoria di Irwin segue forma parabolica nel tratto  $c - x$  (vedi Fig. 7.9).

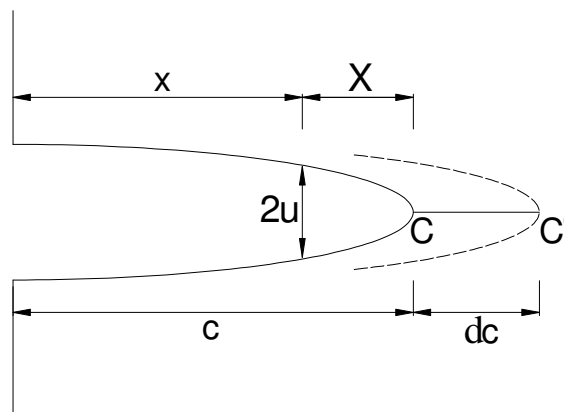


Fig. 7.9 Profilo parabolico di frattura

Tale risultato è confermato introducendo negli spostamenti:

$$\theta = \pm\pi$$

$$r = X$$

$$u = u_y$$

si ottiene infatti:

$$u(X) = \left(\frac{K}{E'}\right) \cdot \left(\frac{8 \cdot X}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

In realtà però tale conformazione non può essere considerata come reale perché entra in contrasto con l'ipotesi di vertice della frattura perfettamente appuntito.

Eventuali complicazioni nello studio e nell'utilizzo del campo di sforzi e spostamenti  $K$  appena esposto possono derivare dalla presenza di disomogeneità e anisotropia presente nei materiali in analisi.

### **7.5 COMPORTAMENTO NON LINEARE ALLA PUNTA DELLA FRATTURA**

La generalizzazione del concetto di Griffith effettuata da Irwin ha permesso la comprensione del meccanismo della fessurazione. In particolare, bilanciando l'energia meccanica rilasciata con l'incremento dell'energia di superficie si ottiene un criterio che permette la determinazione del momento in cui la fessura di un materiale fragile inizia a propagare, criterio rispettante i principi termodinamici.

La teoria di Irwin non spiega però come la frattura si estenda.

Per capire come si sviluppa una fessura si deve tener conto che la crescita della stessa può essere accompagnata da processi di deformazione localizzati nella zona attorno alla punta della frattura e tali deformazioni possono essere fortemente dissipative.

Se si vuole allora tener conto del reale comportamento dei materiali ceramici e degli altri materiali fragili si deve introdurre all'interno dell'equilibrio un termine riferito al comportamento non lineare.

Rimane sempre valido che, nei materiali fragili, la rottura dei legami interatomici è la causa principale di propagazione delle fessure. Ciò nonostante le deformazioni irreversibili alla punta della frattura possono interagire con essa andando a modificare parzialmente lo stato sollecitativo presente.

Nei materiali fragili è quindi sempre presente il comportamento di fessurazione per rottura dei legami, mentre in quelli duttili le deformazioni appena introdotte rivestono un ruolo ben più importante e determinante nel meccanismo di rottura.

A prima vista sembrerebbe che nulla precluda l'utilizzo del concetto di equilibrio dell'energia anche per descrivere il comportamento non lineare dei materiali. In realtà però si andrebbero ad introdurre eccessive complicazioni nell'analisi, sono stati perciò studiati altri modelli in grado di spiegare tale fenomeno. Il principale di questi è detto *principio della zona a piccola scala*, esso introduce un termine dissipativo nella valutazione dell'energia di superficie.

**7.6 DIFETTI DEL CONCETTO DI COMPORTAMENTO ELASTICO LINEARE DEL CONTINUO**

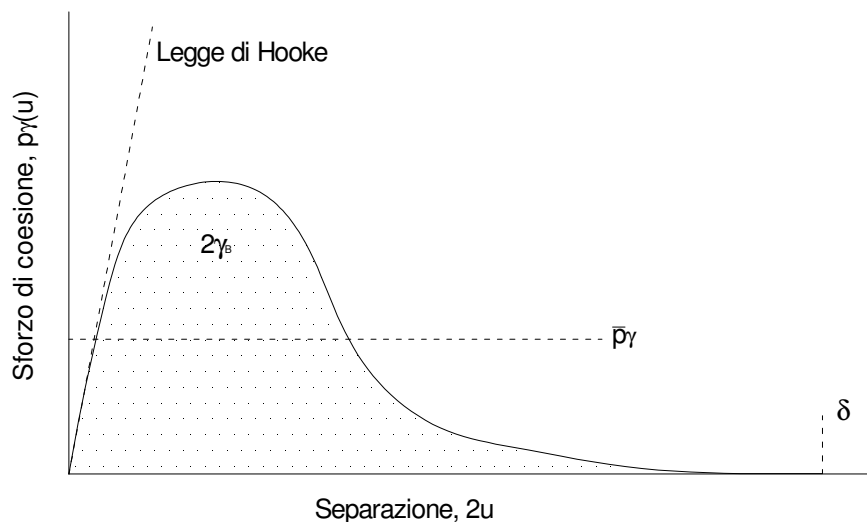
L'ipotesi di fessura infinitamente sottile ed appuntita comporta la presenza di un punto di singolarità nella soluzione del campo degli sforzi, come indicato in precedenza. Tale caratteristica deriva da due aspetti: l'aver considerato sempre valida la Legge di Hooke e dall'approssimazione del continuo.

Come osservato in precedenza, la soluzione di Irwin implica che la punta della frattura abbia forma parabolica. Si può però dimostrare come la deformazione  $\frac{du}{dX}$  tenda all'infinito man mano che ci si avvicina alla punta. Tale risultato è una diretta conseguenza dell'aver impiegato una legge oltre i suoi limiti di validità, si è infatti considerato un solido ideale con comportamento sottostante alla Legge di Hooke senza tener conto di limiti nella deformazione elastica con conseguente sviluppo di una resistenza infinita.

In realtà ogni materiale presenta un valore massimo degli sforzi che è in grado di sopportare e tale limitazione deve essere tenuta in conto nei modelli studiati.

Si consideri un materiale fragile ed ideale come un solido omogeneo, privo di difetti e con una struttura molecolare regolare disposta a griglia. Si prenda un volume elementare di materiale posto sul piano di fessurazione e confinato da due righe adiacenti di molecole.

In Fig. 7.10 si presenta una funzione che indica l'andamento della forza di separazione necessaria per separare due atomi.



**Fig. 7.10 Funzione di sforzo di coesione – separazione per due atomi di un materiale fragile**



La funzione segue inizialmente l'andamento lineare della Legge di Hooke ma al contrario del comportamento ideale presenta un massimo che si sviluppa in contemporanea all'estensione della frattura decrescendo poi fino a zero nel momento in cui il materiale si separa.

Risulta quindi evidente come un parametro pari a  $\delta$  sia necessario per definire il comportamento non lineare del materiale, tale valore in teoria risulta pari ad infinito, in realtà viene preso pari a qualche diametro di atomo.

Si osserva inoltre come, anche considerando in modo semplificato l'andamento medio della funzione, indicato con una retta orizzontale tratteggiata, esso descriva il comportamento del materiale in modo più reale rispetto a quanto fatto dalla Legge di Hooke se considerata illimitata.

L'area confinata al di sotto della curva rappresenta il lavoro di adesione, ovvero:

$$R_0 = W_{BB} = \int_0^{\delta} p_{\gamma}(u) d(u) = 2 \int_0^{\delta/2} p_{\gamma}(u) d(u) = 2 \cdot \gamma_B.$$

Si può dunque considerare  $R_0$  come il valore intrinseco di coesione del materiale. Esso riunisce le caratteristiche di non linearità del comportamento reale del solido attraverso  $p_{\gamma}$  e  $\delta$ .

A questo punto risulta essenziale inserire tale non linearità nei modelli precedentemente esaminati. Irwin ed Orowan introdussero quindi nel 1953 il principio della zona a piccola scala.

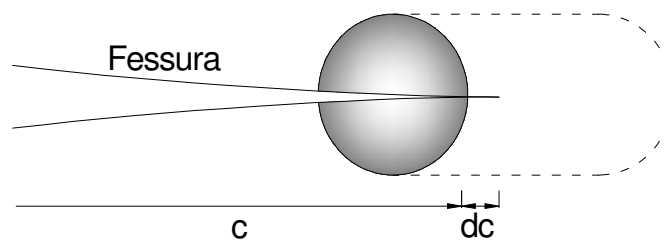


Fig. 7.11 Modello a piccola scala introdotto da Irwin – Orowan

Lo spazio attorno alla frattura può essere diviso in due zone: una *zona esterna*, con comportamento elastico lineare, trasmette i carichi applicati ad una *zona più interna* dove si sviluppa la rottura dei legami (vedi Fig. 7.11).

Ipotizzando che la zona interna sia molto più piccola dell'esterna (principio di zona a piccola scala), i termini di energia possono essere separati come segue:

- Il lavoro di separazione compiuto nella zona interna è determinato dal fattore di concentrazione degli sforzi ed è insensibile alla natura del carico precedente al momento della rottura.
- Il rapporto di energia meccanica rilasciata è governato dalla configurazione elastica presente nella zona esterna, risulta dunque non dipendente dagli eventi che si sviluppano nella zona interna.

A partire da queste osservazioni la teoria di Griffith può essere modificata in maniera semplice.

Data la frattura rappresentata nella figura precedente, si consideri che l'area totale della superficie  $C$  subisca un incremento  $dC$ . Il rapporto meccanico di lavoro  $dU_M$ , escludendo la zona interna perché di dimensioni trascurabili, può essere espresso come indicato in precedenza per il comportamento lineare del materiale. Escludendo poi la zona esterna, si può specificare il rapporto del lavoro di superficie  $dU_S$  dovuto alla separazione delle due pareti della frattura tenendo però ora in conto dei termini dissipativi di energia.

Quindi l'incremento totale di energia può essere scritto come segue:

$$dU = dU_M + dU_S = -GdC + RdC = -gdC,$$

dove

$$G = -\frac{dU_M}{dC} \quad \text{rapporto di energia meccanica rilasciata}$$

$$R = \frac{dU_S}{dC} \quad \text{energia di resistenza a frattura}$$

Così come avveniva per  $R_0$ ,  $R$  è positiva ( $dU_S > 0$  per  $dC > 0$ ).

La condizione per l'equilibrio è che la forza di estensione della frattura

$$g = -\frac{dU}{dC} = G - R \text{ si annulli. Nel caso di } g = 0 \text{ e } G = G_C, \text{ si ottiene:}$$

$$G_c = \frac{K_C^2}{E'} = R.$$

L'energia di resistenza alla frattura  $R$  diviene così uno dei principali indicatori della durezza di un materiale.

La teoria di Irwin – Orowan permette dunque di tener conto dei termini non lineari di comportamento del materiale. Essa si basa però sull'assunzione che la zona interna possa considerarsi di dimensione trascurabile rispetto a quella esterna, tale presupposto non risulta però sempre verificato anche se si considerano materiali ceramici, come verrà mostrato più avanti.

Inoltre nonostante si sia definita l'energia di resistenza alla frattura non si è indicato quali valori essa possa assumere, non viene quindi esplicitato il termine dissipativo con sufficiente accuratezza.

### 7.6.1 Curve R

La condizione di instabilità di un corpo criccato si può rappresentare graficamente mediante le cosiddette curve  $R$ .

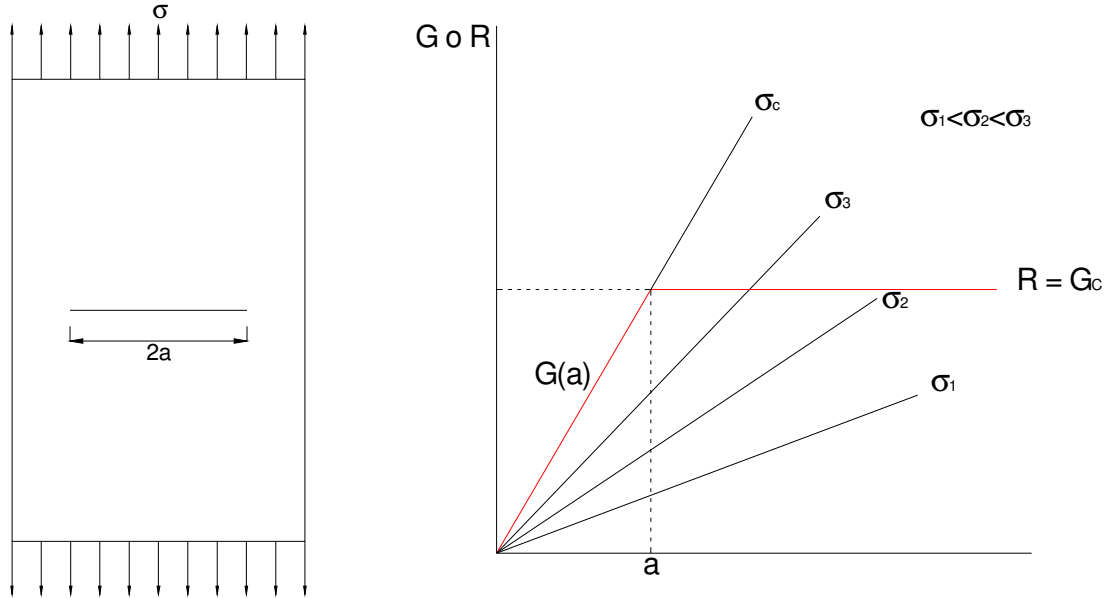


Fig. 7.12 Curve R

Riportando in funzione di  $a$  le curve (vedi Fig. 7.12):

- $G$  strain energy release rate (variazione dell'energia liberata dal materiale);
- $R$  crack resistance force (variazione dell'energia assorbita dal materiale).

Dalla definizione di  $K_I$  si può scrivere:

$$G_I = \alpha \cdot \sigma^2 \cdot a.$$

L'equazione individua nel piano cartesiano al variare di  $a$ , un fascio di rette passanti per l'origine.

La condizione di instabilità è rappresentata dalla retta parallela all'asse delle ascisse:

$$G = G_{Ic} = R.$$

Se ad un corpo con cricca di lunghezza  $a_o$  applichiamo una sollecitazione crescente da zero secondo il modo I, l'intersezione della retta  $G_I$  con l'ascissa  $a_o$  rappresenta una

condizione di stabilità del sistema finché  $G_I < R$ ; non appena  $G_I = R$ , il sistema diventa instabile e la cricca si propaga.

La curva  $R$  per una cricca di lunghezza  $a_o$  è pertanto rappresentata dalla spezzata evidenziata nel disegno.

La curva piatta è tipica dei materiali fragili.

### 7.6.2 I parametri $K$ , $G$ e $K_C$ e $G_C$

Finora si è parlato di  $G$  e  $K$  definendoli  $G_C$  e  $K_C$  nei casi di condizione di criticità (Chambolle et al., 2009).

La lettera “ $c$ ”, accanto ai simboli  $K$  e  $G$ , sta infatti a indicare condizioni che determinano l'innesco della propagazione instabile della frattura.

Tuttavia, la differenza tra  $K$  e  $K_C$ ,  $G$  e  $G_C$  è sostanziale: infatti  $K$  definisce il campo di sforzi applicato dalle forze esterne a un materiale all'apice di una cricca mentre  $G$  la diminuzione di energia potenziale totale elastica di deformazione di un materiale, contenente una cricca, per effetto di una crescita infinitesima della cricca preesistente, in assenza di lavoro delle forze esterne.

$K_C$  rappresenta il valore massimo del campo di sforzi sopportabile dal materiale e  $G_C$  rappresenta la diminuzione di energia potenziale elastica di deformazione di un materiale contenente una cricca per un'effettiva propagazione infinitesima della cricca stessa, propagazione che può avvenire solo quando il “ $G$ ” applicato uguaglia “ $R$ ” ovvero la resistenza del materiale alla propagazione della frattura.

In sostanza  $K_C$  e  $G_C$  esprimono il campo di sforzo e l'energia potenziale elastica di deformazione (per unità di superficie di frattura) che si libera al propagarsi della cricca, capaci cioè di innescare il processo di frattura e sono pertanto critici e caratteristici di ogni dato materiale.

Si è trattato di  $K$  e di  $G$  critici come di valori caratteristici di un materiale (indipendenti cioè dalla geometria e dimensione del provino); ebbene questo è vero solo nel caso di rottura in condizioni di deformazione piana. Non altrettanto si ha in condizioni di sforzo piano, dove questi parametri non sono più caratteristiche intrinseche del materiale. Pertanto per distinguere gli uni dagli altri si indica nel primo caso  $K$  e  $G$  con  $K_{IC}$  e  $G_{IC}$ , mentre si lascia semplicemente  $K_C$  e  $G_C$  nel secondo per indicare solamente condizioni di criticità alla frattura. Si deve però rilevare che  $K_{IC}$  e  $G_{IC}$  sono i valori minimi assunti dai parametri critici  $K_C$  e  $G_C$  al variare delle condizioni di sollecitazione rimanendo costante il modo di apertura della cricca, e inoltre sono minori dei valori di  $K$  e di  $G$  corrispondenti al modo di apertura II e al modo III della cricca. Tali grandezze sono pertanto utili nella progettazione.

La tenacità alla frattura di un materiale, come indicato in precedenza, si esprime spesso con  $K_{IC}$  o  $G_{IC}$ .

Per i materiali nei quali la rottura avviene in campo elastico  $K_{IC}$  e  $G_{IC}$  sono grandezze direttamente utilizzabili. Per esempio, poiché:  $K_{IC} = \gamma \cdot \sigma \cdot a$  si può, dalla conoscenza di  $K_{IC}$  ricavare immediatamente lo sforzo critico  $\sigma_c$  di propagazione della cricca di data semiampiezza  $a$ , o, viceversa valutare la semiampiezza critica  $a_c$  noto lo sforzo nominale  $\sigma$ .

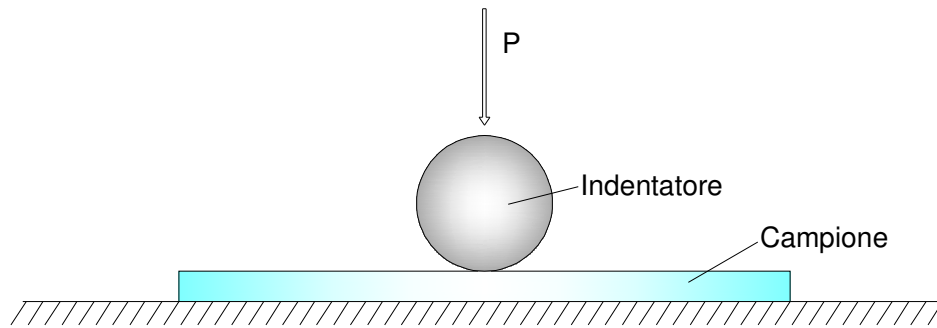
Bibliografia Capitolo 7:

- [1] Lawn, B, Fracture of brittle solids, Cambridge University Press (2004);
- [2] Gross, D & Seelig, T, Fracture Mechanics - With an Introduction to Micromechanics, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2006);
- [3] A. Chambolle, G. A. Francfort e J.J. Marigo, When and how do cracks propagate?, Journal of the Mechanics and Physics of Solids **57**, pp. 1614-1622 (2009).



## 8. INDENTAZIONE

La prova di indentazione ha come obiettivo la valutazione di alcune proprietà meccaniche di un materiale come ad esempio modulo elastico, durezza e resistenza (Fischer-Cripps, 2000). Consiste nel porre a contatto il “campione” con un “indentatore” di note proprietà meccaniche e quindi di sottoporlo ad un ciclo di carico e scarico (vedi Fig. 8.1).



**Fig. 8.1 Schema prova di indentazione**

La tecnica trova le sue origini nel 1882 con la Scala di durezza Moh secondo la quale tra due materiali si definiva più duro quello che era in grado di lasciare una scalfittura sulla superficie dell'altro, una volta posti a contatto e sollecitati con un opportuno carico. Il diamante venne e viene considerato il materiale esistente più duro, di conseguenza gli è stato assegnato il valore più alto della scala, ovvero 10.

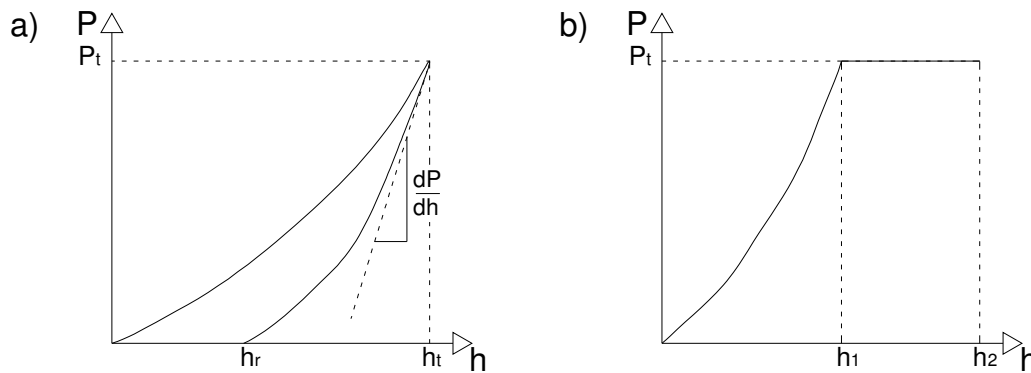
Le prove Brinell, Knoop, Vickers e Rockwell, impiegate oggi per definire la durezza dei materiali, consistono semplicemente in un ulteriore sviluppo ed affinamento della tecnica di indentazione di un materiale in un altro.

Con la tecnica dell'indentazione si deve porre a contatto un indentatore con la superficie del provino e quindi si deve procedere con una ciclo di carico e scarico. Sia il carico che la profondità di penetrazione vengono registrati ad ogni incremento di carico.

Nella fase di carico si verifica in genere un iniziale comportamento elastico a cui può seguire una fase anelastica con un andamento che dipende dal tipo di materiale oggetto di studio.

Il massimo valore di penetrazione, insieme all'inclinazione della tangente alla curva di scarico misurata nel punto di massimo carico, permette la determinazione sia della durezza che del modulo elastico.

Due possibili andamenti Carico – Profondità di penetrazione di una prova di indentazione sono illustrati in Fig. 8.2:



**Fig. 8.2 Prova di carico e scarico su a) materiale elasto-plastico e su b) materiale visco-elastico con indentatore sferico**

Se il comportamento del materiale è visco-elastico, la risposta all'indentatore non dipende solo dalla grandezza del carico ma anche dalla durata.

Se, invece la prova viene effettuata su materiali fragili possono verificarsi delle fratture istantanee, che, in particolare, nascono in presenza di spigoli nell'impronta di carico. La lunghezza e il tipo di queste fratture, come si vedrà più avanti, può essere utilizzata per determinare la resistenza del materiale.

Con la nascita delle attuali tecnologie e lo sviluppo dei più recenti materiali si è diffusa anche la tecnica della nanoindentazione.

Essa consiste in una prova di indentazione svolta in scala ridotta dove gli ordini di grandezza sono nanometri ( $10^{-9}$  m) piuttosto che micron ( $10^{-6}$  m) o millimetri ( $10^{-3}$  m). Risulta dunque molto utilizzata per definire ad esempio le caratteristiche meccaniche di particolari film, di spessore ridottissimo, che vengono posti sui materiali per modificarne le proprietà.

Le forze coinvolte sono in genere dell'ordine dei Newton (N) per l'indentazione mentre nella nanoindentazione dell'ordine dei millinewton (mN) con risoluzione dell'ordine dei nanonewton (nN).

Al di là della scala utilizzata nella misura, ciò che distingue i vari test di indentazione è il modo con cui viene misurata l'area di contatto tra indentatore e provino.

Nei test convenzionali, l'area di contatto è calcolata dalla misura diretta delle dimensioni dell'impronta residua lasciata sulla superficie del provino dopo aver rimosso l'indentatore.

Nei test di nanoindentazione invece, tale dimensione è dell'ordine dei micron, troppo piccola quindi per essere valutata in modo diretto senza commettere rilevanti errori di misura. In genere si valuta l'area di contatto attraverso la misura della profondità di penetrazione dell'indentatore nel provino. Conoscendo, infatti, la geometria dell'indentatore, si perviene in modo indiretto alla misura dell'area di contatto a pieno carico.

Si spiega dunque perché la nanoindentazione viene spesso definita come ***Depth Sensing Indentation*** (DSI).

## 8.1 CONTATTO ELASTICO

Per definire i test di indentazione si devono innanzitutto conoscere gli sforzi e le deformazioni che nascono dal contatto di due solidi con comportamento elastico.

### 8.1.1 Indentatore sferico

Il più tipico esempio di indentazione è quello tra un indentatore sferico ed una superficie piana (vedi Fig. 8.3).

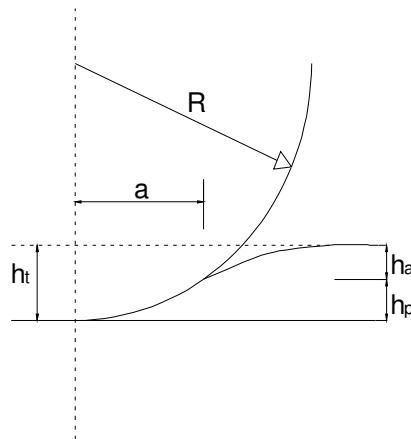


Fig. 8.3 Schema del contatto tra un indentatore rigido sferico e una superficie piana

Le grandezze geometriche necessarie a definire la tipologia di indentazione sono:  $R_i$  raggio dell'indentatore,  $a$  raggio del cerchio limite di indentazione,  $h_t$  altezza totale di penetrazione,  $h_a$  profondità del cerchio limite di contatto dalla superficie libera del provino e  $h_p$  distanza tra la massima profondità di indentazione e il cerchio limite di contatto (vedi Fig. 8.3).

Nel 1881 Hertz dimostrò che il raggio del cerchio di contatto  $a$  è relazionato sia con il carico  $P$  applicato all'indentatore, sia con il raggio  $R$  dell'indentatore che con le proprietà elastiche dei materiali a contatto attraverso la seguente formula (Lawn, 1998):

$$a^3 = \frac{3}{4} \cdot \frac{P \cdot R}{E^*}$$

La quantità  $E^*$ , chiamata *modulo ridotto*, combina il modulo elastico dell'indentatore con quello del provino attraverso la seguente relazione:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{(1-\nu_i^2)}{E_i} + \frac{(1-\nu_s^2)}{E_s},$$

dove  $E_i$  è il modulo elastico dell'indentatore,  $E_s$  è il modulo elastico del provino,  $\nu_i$  è il coefficiente di Poisson dell'indentatore e  $\nu_s$  è il coefficiente di Poisson del provino.

Il raggio  $R$  viene definito in funzione delle curvature dei due elementi:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_s}.$$

Si considera sempre positivo il raggio dell'indentatore mentre il raggio dell'impronta è positivo se il centro di curvatura è dalla parte dell'indentatore.

L'inflessione  $h$  della superficie del provino nelle vicinanze dell'indentatore in funzione della distanza dal centro di indenzione è definita come:

$$h = h(r) = \frac{1}{E^*} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{P}{4 \cdot a} \cdot \left( 2 - \frac{r^2}{a^2} \right) \quad \text{con } r \leq a.$$

Si può dimostrare che la profondità del cerchio limite di contatto è la metà dello spostamento elastico totale, cioè la distanza tra la superficie libera del provino e la profondità del cerchio limite a pieno carico:

$$h_a = h_p = \frac{h_t}{2}.$$

Definite le grandezze geometriche governanti il problema, si può valutare la *pressione media di contatto* come il rapporto tra il carico applicato all'indentatore e l'area di contatto:

$$p_m = \frac{P}{\pi \cdot a^2}.$$

Essa può essere a sua volta espressa in funzione delle proprietà dei materiali come:

$$p_m = \left( \frac{4 \cdot E^*}{3 \cdot \pi} \right) \cdot \frac{a}{R}.$$

Quest'espressione è di notevole importanza in quanto, se si definisce la pressione media di contatto  $p_m$  come *sforzo di indentazione*, mentre il rapporto  $\frac{a}{R}$  come *deformazione da indentazione*, essa rappresenta una legge sforzo-deformazione molto simile a quelle di norma utilizzate nelle prove di compressione uniassiale.

La natura localizzata della prova di indentazione permette però di valutare le proprietà elastoplastiche di un materiale, proprietà che non possono essere definite da normale prova di trazione o compressione uniassiale, soprattutto per materiali fragili.

Nel caso di nanoindentazione, per problemi di scala, l'area di contatto è posta in relazione quindi con la profondità di penetrazione dell'indentatore, grandezza misurabile in modo diretto.

Nel caso di indentatore sferico, il raggio  $a$  del cerchio limite di contatto è definito in funzione della profondità di penetrazione  $h_p$  attraverso la seguente formula:

$$a = \sqrt{2 \cdot R_i \cdot h_p - h_p^2} \approx \sqrt{2 \cdot R_i \cdot h_p}.$$

L'approssimazione indicata è valida quando la deformazione data dall'indentatore è piccola, ovvero quando  $h_p$  è molto minore del raggio  $R_i$ .

### 8.1.2 Indentatore conico

Le grandezze precedentemente espresse per un indentatore sferico possono essere determinate anche nel caso di indentatore conico.

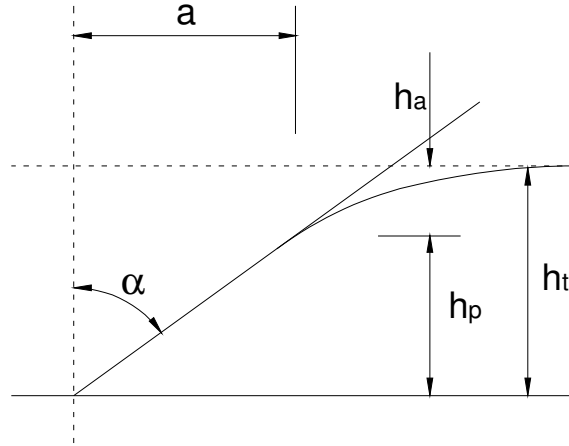


Fig. 8.4 Schema di contatto tra un indentatore conico e una superficie piana

Le grandezze geometriche necessarie a definire la tipologia di indentazione sono:  $a$  raggio del cerchio limite di indentazione,  $h_t$  altezza totale di penetrazione,  $h_a$  profondità del cerchio limite di contatto dalla superficie libera del provino,  $h_p$  distanza tra la massima profondità di indentazione e il cerchio limite di contatto e  $\alpha$  inclinazione cono indentatore (vedi Fig. 8.4).

In questo caso il raggio del cerchio di contatto è in relazione con il carico dell'indentatore attraverso la seguente formula:

$$P = \frac{\pi \cdot a}{2} \cdot E^* \cdot a \cdot \cot \alpha.$$

Si definisce inoltre la legge che lega l'altezza della superficie deformata al raggio  $r$  come:

$$h = h(r) = \left( \frac{\pi}{2} - \frac{r}{a} \right) \cdot a \cdot \cot \alpha, \quad \text{con } r \leq a,$$

dove la quantità  $a \cdot \cot \alpha$  rappresenta la profondità di penetrazione  $h_p$  misurata al limite del cerchio di contatto.

Utilizzando le equazioni precedenti, nel caso si considerasse  $r = 0$ , si avrebbe:

$$P = \frac{2 \cdot E^* \cdot \tan \alpha}{\pi} \cdot h_t^2,$$

dove  $h_t$  è la profondità di penetrazione dell'apice dell'indentatore.

Così come per l'indentatore sferico, anche per quello conico si può relazionare la profondità di penetrazione, grandezza direttamente misurabile, con il raggio del cerchio limite di contatto. Si ha:

$$a = h_p \cdot \tan \alpha.$$

Nei test di indentazione si impiegano spesso degli indentatori piramidali, essi sono in genere considerati come conici con un'inclinazione  $\alpha$  che permette di avere la stessa legge Area - Profondità di penetrazione di quest'ultimi.



## 8.2 NANOINDENTAZIONE

La tecnica della nanoindentazione permette di ottenere importanti informazioni riguardanti il modulo elastico, la durezza, la deformazione di incrudimento del provino oltre che a determinare la tipologia di fessurazione e l'energia assorbita dallo stesso (Lawn, 2004).

Inoltre la dimensione dell'effetto della prova, ovvero l'impronta residua, è così piccola che la prova può considerarsi *non distruttiva*.

La prova è di semplice effettuazione e non necessita lo svolgimento nel vuoto.

La nanoindentazione nasce attorno agli anni Ottanta per la necessità di misurare le proprietà meccaniche di quelle pellicole sottili che venivano poste sulla superficie di alcuni materiali attraverso particolari procedimenti meccanici e chimici.

Gli strumenti disponibili all'epoca per effettuare delle prove di durezza non erano però in grado di applicare delle forze sufficientemente piccole per generare profondità di penetrazione inferiori allo spessore dei sottilissimi film superficiali applicati.

Inoltre, anche se si fossero potute applicare tali forze non si sarebbe comunque stati in grado di misurare con la necessaria accuratezza l'impronta residua lasciata dalla penetrazione.

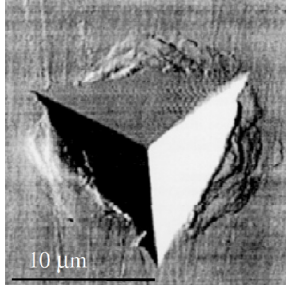
Infatti, ad esempio, se si considerasse un'impronta di 5  $\mu\text{m}$  di diagonale (prodotta da un indentatore di tipo Vickers) l'incertezza dovuta alla misura con un metodo ottico sarebbe dell'ordine del 20%. Tale incertezza crescerebbe, inoltre, con il diminuire delle dimensioni dell'impronta, fino a diventare del 100% per una diagonale di 1  $\mu\text{m}$ .

Poiché dunque l'area di contatto non può essere misurata direttamente, la moderna nanoindentazione preferisce determinarla attraverso la profondità di penetrazione dell'indentatore (valutata attraverso il carico applicato) e la geometria dello stesso che risulta essere nota. Questa procedura viene definita *Depth Sensing Indentation Test* (Fischer, 2000).

Per valutare la profondità di penetrazione si considera la superficie del provino come sistema di riferimento.

L'indentatore viene quindi messo a contatto con il provino cercando di applicare inizialmente la più piccola forza possibile per non generare penetrazioni non misurate. Nonostante questa attenzione, però, si viene sempre a verificare un'iniziale penetrazione, la cui profondità dovrà essere considerata nelle successive analisi.

Ulteriori correzioni nei dati rilevati devono poi essere introdotte per tener conto delle irregolarità presenti sia nella forma dell'indentatore sia sulla superficie del provino oltre che all'accumulo di materiale attorno all'indentatore stesso, fenomeno di Piling-Up.



**Fig. 8.5** Impronta residua lasciata da un indentatore di tipo Berkovich nell'acciaio

Si deve tener conto di tutti questi effetti in quanto introducono degli errori nella misura della profondità di penetrazione e, di conseguenza, nella determinazione del modulo elastico o della resistenza.

Inoltre si deve sottolineare che la scala di misura è comparabile sia con la dimensione dei grani costituenti il materiale che degli eventuali difetti presenti. I risultati divengono allora ancor più suscettibili di errore.

Durante le analisi si dovranno dunque apportare delle opportune correzioni ai dati rilevati, come verrà spiegato più avanti.

### 8.2.1 Durezza di indentazione e modulo elastico

Come già indicato per l'indentazione convenzionale, il valore di *pressione media di contatto* è una grandezza con particolare significato fisico. Essa si determina dividendo il carico applicato dall'indentatore per l'area di contatto proiettata sul piano.

La pressione di contatto media, quando viene calcolata in condizione di completo sviluppo del campo plastico, viene indicata come *durezza da indentazione* del materiale costituente il provino in esame, e viene indicata con *H*.

Parimenti, il modulo elastico, determinato dall'inclinazione della curva di scarico dell'andamento Carico – Profondità di penetrazione, viene chiamato *Modulo di indentazione*.

Si deve però sottolineare che esiste una notevole differenza tra la durezza convenzionale di un materiale e quella misurata con la tecnica dell'indentazione. Infatti, in una prova classica di misura della durezza, come può essere un test di Brinell, l'area di contatto viene determinata direttamente dalla superficie dell'impronta residua.

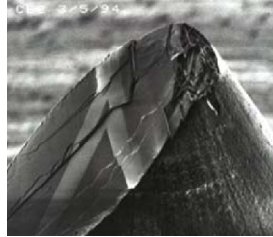
Nei *Depth Sensing Indentation Test*, invece, l'area di contatto a pieno di carico è misurata attraverso la profondità di penetrazione.

In genere le due modalità di misura producono risultati praticamente identici ma ciò non può considerarsi vero per tutti i tipi di materiale.

Qualora si provasse, infatti, un materiale con comportamento molto elastico si avrebbe un'impronta residua decisamente piccola ma una grande profondità di penetrazione. Quindi nel caso dei test convenzionali si definirebbe tale materiale con durezza elevata mentre nel caso del *Depth Sensing Indentation Test* la durezza sarebbe decisamente più bassa.

### 8.2.2 Nanoindentatori

I nanoindentatori, in genere, sono in diamante. Di conseguenza sono molto duri ma anche fragili, possono quindi scheggiarsi o rompersi con estrema facilità.



**Fig. 8.6 Rottura fragile di un indentatore sferico-conico di raggio 2  $\mu\text{m}$**

La rottura dell'indentatore viene influenzata dalla distribuzione cristallo-grafica del diamante stesso dove sono evidenti i piani di fessurazione (vedi Fig. 8.6).

La natura cristallina del diamante, inoltre, fa sì che le sue proprietà meccaniche differiscano in funzione dell'orientazione della misura.

In letteratura si considera il modulo elastico del diamante compreso tra 800 GPa e 1200 GPa. In genere nei test di nanoindentazione si considera un valore di 1000 GPa e un coefficiente di Poisson di 0.07.

Affinché la prova sia svolta correttamente, l'indentatore deve presentare una superficie pulita e libera da agenti contaminanti. Per garantire tale condizione si preme l'indentatore in una massa di polistirene addensato.

Il polistirene infatti, non svolge solo un'azione meccanica pulente ma contiene degli agenti chimici che agiscono come solventi per le eventuali sostanze contaminanti presenti sulla superficie del diamante.

La scelta dell'indentatore è importante e dipende dalle informazioni che si vogliono ottenere tramite la prova di nanoindentazione.

Più l'angolo dell'indentatore è acuto maggiore sarà la deformazione che si può provocare. Quindi se è necessario imporre una notevole deformazione, ad esempio per indurre la fessurazione del provino, si deve usare un indentatore con punta tagliente.

L'indentazione generata da un indentatore tagliente, acuto è subito di tipo plastico, quindi viene impiegata nel caso si voglia determinare la durezza di film molto sottili, indipendentemente dal substrato presente.

Se si vuole invece una transizione graduale da comportamento elastico a elasto-plastico si deve utilizzare un indentatore sferico. La sua deformazione tipica dipende dal carico applicato secondo la seguente relazione:

$$\varepsilon = 0.2 \cdot \frac{a}{R}$$

I più comuni indentatori sono:

- Indentatore sferico (vedi Par. 8.2.2 a)
- Indentatore Vickers (vedi Par. 8.2.2 b)
- Indentatore Berkovich (vedi Par. 8.2.2 c)
- Indentatore Knoop (vedi Par. 8.2.2 d).

### 8.2.2 a) Indentatore sferico

La pressione media di contatto e, quindi, la durezza da indentazione per un'impronta fatta con un indentatore di tipo sferico è definita come:

$$p_m = H = \frac{4 \cdot P}{\pi \cdot d^2},$$

dove  $d$  è il diametro del cerchio di contatto a pieno carico (che si considera uguale al diametro dell'impronta residua)

La pressione media così definita viene chiamata **Durezza di Meyer**, da non confondere con la durezza di Brinell, BHN, che considera la reale area della superficie incurvata dell'impronta residua:

$$BHN = \frac{2 \cdot P}{\pi \cdot D \cdot (D - \sqrt{D^2 - d^2})},$$

dove  $D$  è il diametro dell'indentatore e  $d$  è il diametro del cerchio di contatto a pieno carico.



Fig. 8.7 Punta di un indentatore sferico conico

Nella prova Brinell l'uso della reale area della superficie incurvata fu originariamente introdotto per compensare la deformazione da incrudimento del provino, attualmente si ritiene però che la durezza di Meyer sia più significativa.

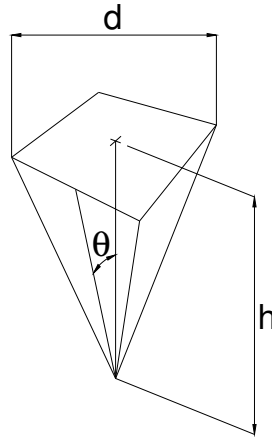
Meyer scoprì infatti empiricamente che il diametro dell'impronta residua e il carico applicato all'indentatore sono legati dalla seguente relazione, nota come **Legge di Meyer**:

$$P = k \cdot d^n,$$

dove  $k$  e  $n$  sono coefficienti di comportamento del materiale.

### 8.2.2 b) Indentatore Vickers

L'indentatore di Vickers ha forma piramidale, con base quadrata e con facce opposte inclinate di  $136^\circ$  (vedi Fig. 8.8).



**Fig. 8.8 Indentatore Vickers**

La durezza che si determina con questa tipologia di indentatore viene detta Durezza diamantata di Vickers, VDH, ed è calcolata attraverso il carico applicato e la reale area della superficie di impronta.

Essa viene definita come:

$$VDH = \frac{2 \cdot P}{d^2} \cdot \sin\left(\frac{136}{2}\right) = 1.86 \cdot \frac{P}{d^2},$$

dove  $d$  è la lunghezza della diagonale dell'impronta residua misurata da angolo a angolo

Tale durezza è inferiore alla pressione di contatto media del 7% circa.

La pressione media di contatto viene calcolata usando l'area di contatto proiettata:

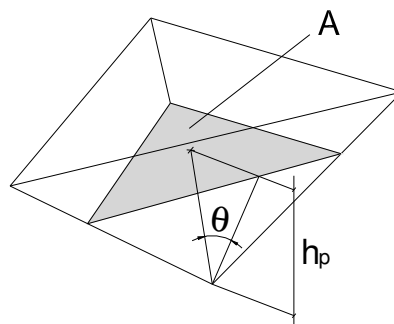
$$p_m = 2 \cdot \frac{P}{d^2}.$$

### 8.2.2 c) Indentatore Berkovich

L'indentatore Berkovich è spesso usato nei test di nanoindentazione in quanto la sua forma è molto più appuntita dell'indentatore Vickers, permettendo così un migliore controllo della fase di indentazione (vedi Fig. 8.9).

La punta di questo tipo di indentatore è dell'ordine di 50-100 nm.

L'angolo  $\theta$  di inclinazione delle facce è di  $65.3^\circ$  nel caso dei test di nanoindentazione. Tale angolo è stato scelto affinché si avesse lo stesso rapporto area di contatto proiettata su profondità che si ha nell'indentatore di tipo Vickers.



**Fig. 8.9 Indentatore Berkovich**

La pressione media di contatto è determinata attraverso la misura della profondità plastica di penetrazione  $h_p$ .

L'area di contatto viene dunque così definita:

$$A = 3\sqrt{3} \cdot h_p^2 \cdot \tan^2 \theta.$$

Considerando il tipico valore  $\theta = 65.3^\circ$ , si ha:

$$A = 24.5 \cdot h_p^2.$$

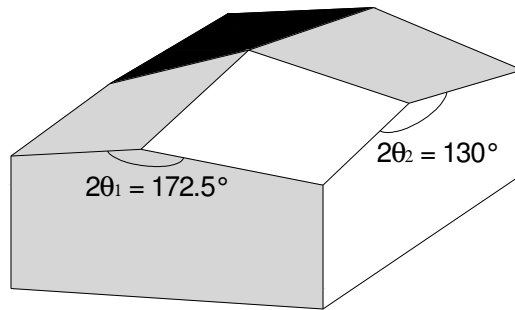
Di conseguenza si può valutare la pressione media di contatto e la durezza di indentazione come:

$$H = \frac{P}{24.5 \cdot h_p^2}.$$



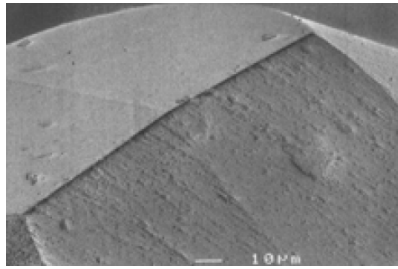
### 8.2.3 d) Indentatore Knoop

L'indentatore Knoop è simile a quello Vickers, la differenza sta nelle diverse lunghezze dei lati della piramide diamantata. Questo fa sì che l'impronta residua abbia la diagonale principale di lunghezza sette volte maggiore di quella corta.



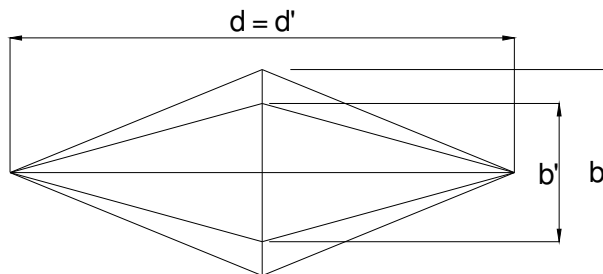
**Fig. 8.10 Indentatore Knoop**

In questo indentatore, l'angolo tra facce opposte vale  $172.5^\circ$  e  $130^\circ$  (vedi Fig. 8.10).



**Fig. 8.11 Punta di indentatore Knoop**

L'indentatore Knoop è molto utile nello studio di materiali particolarmente duri perché la lunghezza della diagonale lunga dell'impronta residua è molto più facilmente misurabile rispetto alle dimensioni dell'impronta lasciata da un indentatore sferico o Vickers (vedi Fig. 8.12). La lunghezza  $d$  della diagonale maggiore viene impiegata per valutare l'area proiettata dell'impronta.



**Fig. 8.12 Impronta residua**

Tale lunghezza rimane pressoché uguale tra la condizione di pieno carico e quella di scarico. La lunghezza della diagonale corta passa invece da  $b$  a  $b'$  per effetto del recupero elastico durante la fase di scarico.

La durezza di Knoop, KHN, si basa sulla misura dell'area di contatto proiettata e si esprime come:

$$KHN = \frac{2 \cdot P}{a^2 \cdot \left[ \cot \frac{172.5}{2} \cdot \tan \frac{130}{2} \right]}$$

### 8.3 CURVE CARICO – PROFONDITA' DI PENETRAZIONE

La tecnica dell'indentazione ha tra i suoi possibili obiettivi la determinazione della durezza e il modulo elastico di un materiale a partire dalla valutazione sperimentale del legame: Carico dell'indentatore – Profondità di penetrazione (vedi Fig. 8.13).

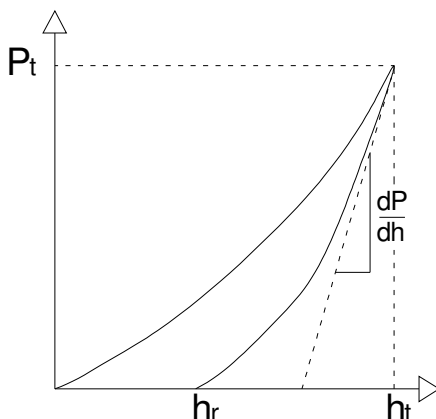


Fig. 8.13 Curva Carico – Profondità di penetrazione

Quando la prova è svolta in modo classico si osserva il comportamento del provino durante un intero ciclo di carico da zero fino al valore massimo  $P_t$ , a cui corrisponde la massima penetrazione  $h_t$ , seguito poi dalla fase di scarico fino al raggiungimento di carico nullo.

Il carico può essere applicato con continuità oppure attraverso tanti piccoli incrementi. Ad ogni step si può programmare un parziale scarico per capire se la durezza e il modulo elastico subiscono delle variazioni a seconda della profondità di penetrazione.

Se durante il ciclo di carico si manifesta un comportamento plastico, si crea un'impronta residua sulla superficie del provino, individuata con la profondità di penetrazione  $h_r$ , che non verrà recuperata in fase di scarico.

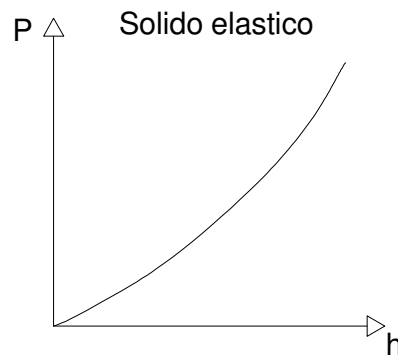
Per valutare la durezza di un materiale si procede con la misura della profondità di penetrazione dell'indentatore  $h_p$ , da cui si ricava indirettamente l'area di contatto e quindi si determina la pressione media, la quale a sua volta permette di valutare la durezza.

Se invece si vuole determinare il modulo elastico si deve seguire lo sviluppo della fase di scarico. Quando si rimuove il carico dall'indentatore, infatti, il materiale tende a portarsi nuovamente alla forma originale ma la componente plastica di deformazione ne impedisce il completo recupero. Per questo in genere si verifica solo un riacquisto parziale della forma iniziale attraverso il recupero della deformazione elastica.

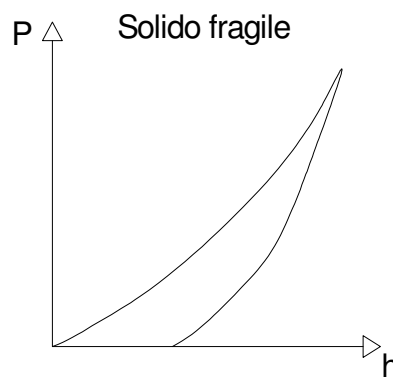
L'analisi dell'inclinazione  $\frac{dP}{dh}$  di questa porzione iniziale di recupero elastico ci permette di valutare il modulo elastico di indentazione.

Si può affermare che l'analisi delle proprietà meccaniche tramite indentazione viene applicata ai più svariati materiali. Questa tecnica infatti non permette solo la valutazione della durezza e del modulo elastico ma anche l'identificazione di eventi non lineari come cambiamenti di fase, formazione di fratture o delaminazione del materiale.

Si presentano le curve Carico – Profondità di penetrazione dei più comuni materiali:



**Fig. 8.14** Curva carico – Profondità di penetrazione di un materiale solido elastico



**Fig. 8.15** Curva carico – Profondità di penetrazione di un materiale solido fragile

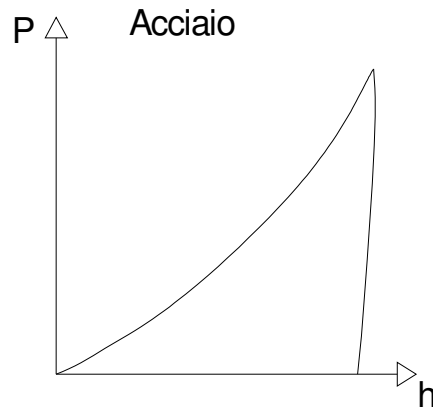


Fig. 8.16 Curva carico – Profondità di penetrazione di un materiale solido duttile

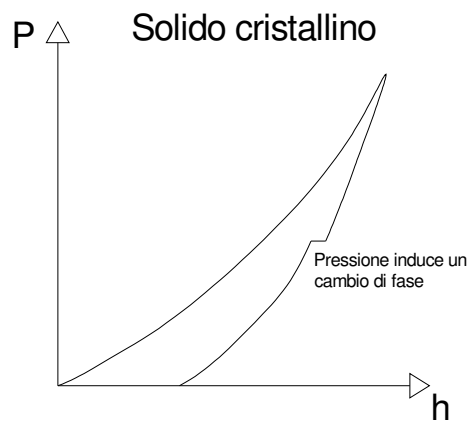


Fig. 8.17 Curva carico – Profondità di penetrazione di un materiale solido cristallino

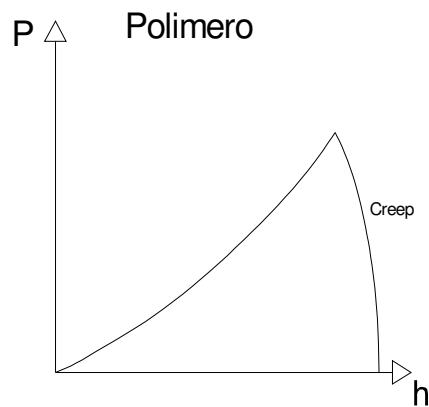


Fig. 8.18 Curva carico – Profondità di penetrazione di un polimero con fenomeno di creep

Si può osservare che la deformazione residua permanente non è sempre causata da comportamento plastico, essa può infatti originarsi da fratture o cambiamenti di fase indotti nella struttura del provino stesso.

#### **8.4 TECNICA DI SPERIMENTAZIONE**

Le prove di nanoindentazione sono estremamente sensibili alle variazioni termiche ed alle vibrazioni meccaniche (Fischer, 2000).

Durante lo svolgimento della prova, dunque, si deve assicurare che tutta la strumentazione e il provino siano isolati da eventuali variazioni di temperatura, vibrazioni e interferenze acustiche.

Il provino, costituito da una tessera di materiale di 10 mm x 10 mm, deve essere preparato almeno un'ora prima della prova affinché non si creino gradienti termici in grado di introdurre degli errori nella misura degli spostamenti.

Inoltre la colonna di carico e la base dello strumento per nanoindentazione devono essere dotate di un peso che funga da massa sismica così che vengano ridotte le eventuali vibrazioni.

Il provino viene montato su di un supporto metallico, e tenuto adeso attraverso una cera o particolari adesivi. Eventualmente possono essere usati anche dei morsetti o delle molle a tenuta. Il supporto viene poi incastrato meccanicamente o magneticamente ad un piatto portaoggetti, il cui movimento è controllato attraverso un asse motorizzato, dotato di servocomando, con risoluzione inferiore a 0.5  $\mu\text{m}$ .

Un controllo di posizione così accurato risulta necessario per effettuare le prove anche sui film più sottili.

Si richiede inoltre che la superficie del provino sia liscia e che le due facce siano parallele.

Il carico, applicato all'indentatore, è generato dall'espansione di un elemento piezoelettrico e gli spostamenti vengono misurati attraverso segnali elettrici.

La maggior parte degli strumenti per nanoindentazione sono a controllo di carico, ovvero viene imposto un carico e quindi viene misurato lo spostamento relativo.

#### 8.4.1 Distanza di lavoro e penetrazione iniziale

Gli strumenti per nanoindentazione possiedono un range limite di spostamento nel quale si è in grado di effettuare la misurazione della profondità di penetrazione.

Si deve quindi assicurare che l'intero intervallo di spostamento sia utilizzato per la penetrazione dell'indentatore nel provino e non per portare l'indentatore a contatto con la superficie libera del provino stesso.

In genere si può far traslare l'indentatore verticalmente per step successivi fino a che ci si trovi entro 20  $\mu\text{m}$  dalla superficie del provino. Questa distanza viene chiamata *spazio di lavoro* e garantisce che la maggior parte dello spostamento disponibile dell'indentatore non avvenga per avvicinarsi alla superficie del provino ma per la seguente penetrazione.

Una volta che l'indentatore è stato posto alla distanza di lavoro, è necessario portarlo a contatto con la superficie imponendo la minor forza possibile poiché la posizione di contatto diventa il riferimento iniziale per la misurazione della profondità di penetrazione. Si può affermare che un valido parametro per misurare la performance di uno strumento per nanoindentazione sia proprio il valore minimo di forza che lo strumento è in grado di imporre. Esso permette infatti di distinguere quali siano gli strumenti per microindentazione e quali per nanoindentazione.

La forza iniziale di contatto è in genere dell'ordine di 5  $\mu\text{N}$  o meno.

Anche con gli strumenti più accurati si verifica comunque sempre una penetrazione iniziale non voluta che dovrà essere considerata nella fase di analisi dei risultati.

Si deve sottolineare che un'eccessiva penetrazione iniziale può invalidare la prova qualora la punta dell'indentatore oltrepassasse lo spessore del film da misurare oppure penetrasse troppo nel materiale non dando più informazioni riguardanti il comportamento superficiale.

Per giungere dunque al corretto contatto indentatore provino si possono impiegare diversi metodi.

Alcuni strumenti per nanoindentazione fanno abbassare l'indentatore ad una velocità molto lenta fino a che non si generi una data forza di contatto, misurata attraverso appositi sensori.

Altri strumenti invece definiscono il corretto contatto impiegando la durezza del contatto, ovvero fanno oscillare il supporto dell'indentatore fino a che le oscillazioni misurate non subiscano una brusca riduzione di ampiezza a causa del contatto con la superficie del provino.



#### **8.4.2 Fattori influenzanti la nanoindentazione**

Il test di nanoindentazione, come ampiamente spiegato in precedenza, permette di valutare la durezza e il modulo elastico di un materiale attraverso la misura dell'impronta lasciata dall'indentatore sulla superficie del provino a seguito di un ciclo di carico e scarico.

La procedura con cui si svolge la prova può essere però influenzata da molti fattori in grado di apportare errori di misurazione e quindi errori nei risultati.

Tali errori possono nascere da cambiamenti nelle condizioni ambientali in cui si effettua il test oppure dalla forma errata dell'indentatore piuttosto che da difetti presenti nel provino o sulla sua superficie.

Si possono considerare i seguenti principali fattori:

- Deviazione termica (vedi Par. 8.4.2 a)
- Penetrazione iniziale (vedi Par. 8.4.2 b)
- Geometria dell'indentatore (vedi Par. 8.4.2 c)
- Piling up e Sinking in (vedi Par. 8.4.2 d)
- Effetto profondità di penetrazione (vedi Par. 8.4.2 e)
- Irregolarità superficiale (vedi Par. 8.4.2 f)
- Arrotondamento della punta dell'indentatore (vedi Par. 8.4.2 g)
- Sforzi superficiali residui (vedi Par. 8.4.2 h)

#### **8.4.2 a) Deviazione termica**

Nella nanoindentazione si può osservare un aumento di profondità di penetrazione non dovuto ad un incremento di carico.

Il primo motivo che porta ad un tale comportamento consiste nel fenomeno di creep, che si verifica nel materiale a seguito del manifestarsi della viscosità. Esso consiste nel continuo aumento della profondità di penetrazione dell'indentatore mantenendo il carico costante.

L'incremento di penetrazione a carico costante si verifica però anche per un cambio di dimensioni della strumentazione dovuto a dilatazione o contrazione termica.

Questo cambio di profondità provocato dall'impulso termico e non dal carico va ad imporsi sulle letture della profondità di penetrazione introducendo così degli errori di rilievo.

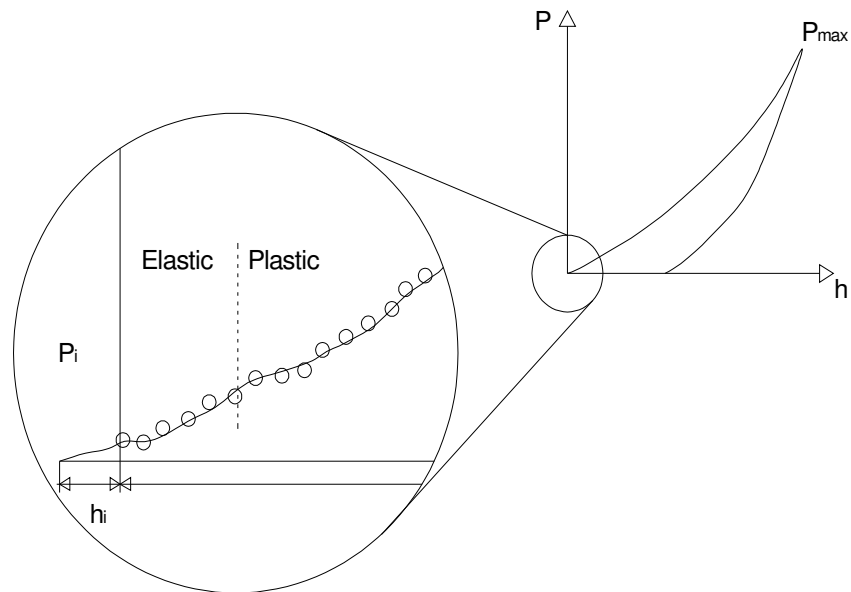
Per far fronte a questi possibili comportamenti, la strumentazione per nanoindentazione, in genere, ammette che vengano raccolti più dati puntuali a carico massimo o al termine dello scarico.

Se si vogliono correggere i risultati per tener conto del fenomeno della viscosità si dovranno utilizzare i dati rilevati a carico massimo, se invece si vuole correggere l'impulso termico si utilizzeranno quelli a scarico avvenuto, ovvero dove il creep non può più manifestarsi.

### 8.4.2 b) Penetrazione iniziale

La profondità di penetrazione viene misurata teoricamente a livello della superficie libera del provino, in realtà, però, quando si inizia con il rilievo delle misure il contatto tra indentatore e provino è già avvenuto. Come già descritto, si cerca di limitare al minimo la forza con cui avviene questo contatto proprio per evitare che si verifichi dell'indentazione iniziale non facilmente determinabile. Generalmente si considera accettabile una forza di contatto iniziale dell'ordine di 1  $\mu\text{N}$ .

Nonostante questa attenzione si verifica comunque sempre una penetrazione iniziale  $h_i$ , si deve quindi traslare il grafico Carico – Spostamento del corrispondente valore (vedi Fig. 8.19).



**Fig. 8.19 Effetto di penetrazione iniziale dovuto al contatto indentatore - superficie provino**

Tutte le misurazioni effettuate dovranno quindi essere corrette aggiungendo il valore  $h_i$ . Si deve allora determinare innanzitutto un metodo adatto per valutare questa penetrazione iniziale.

Nel caso di indentatori sferici, si può ipotizzare che il contatto iniziale, e quindi il primo step di carico, si sviluppi in campo elastico.

Si può allora modellare il comportamento iniziale utilizzando le equazioni di Hertz; esse descrivono la relazione tra carico e profondità di penetrazione nel modo seguente:

$$h \propto P^n ,$$

dove in modo approssimato si ha che:  $n = \frac{2}{3}$  per indentatori sferici,  $n = 1$  per indentatori cilindrici e  $n = \frac{1}{2}$  per indentatori conici.

Si ipotizza che al carico iniziale  $P_i$ , corrisponde una profondità impressa  $h_i$ .

Se la massima profondità di penetrazione misurata vale  $h_t$ , lo spostamento totale sarà allora pari a:

$$h'_t = h_t + h_i \propto P^n,$$

e quindi:

$$h_t \propto P^n - h_i = k \cdot (P^n - P_i^n),$$

dove  $k$  è una costante il cui valore dipende dalla forma dell'indentatore.

Considerando ad esempio che la risposta elastica del provino si verifichi per i primi cinque rilievi, in questo intervallo di misurazione si hanno a disposizione cinque valori di profondità rilevate in funzione dei carichi impressi; si conosce inoltre il valore  $P_i$ .

Nelle espressioni precedenti risultano però incogniti i valori di  $n$  e  $k$ .

Per determinare tali variabili si può andare a rappresentare su un grafico in scala logaritmica il valore di  $h_t$  in funzione di  $(P^n - P_i^n)$  ed imporre quindi che la pendenza  $m$  sia unitaria.

$$\log h_t = \log k + m \cdot \log (P^n - P_i^n),$$

dove  $m = 1$ .

Solo una scelta corretta di  $n$  e  $k$  fa sì che la pendenza valga 1.

In questa espressione non si deve inserire il primo punto di rilievo, dove  $h_t$  vale zero e  $P = P_i$ , poiché non si può determinare il valore di un logaritmo nullo.

Si deve sottolineare che, come detto in precedenza, il primo contatto deve avvenire applicando la più piccola forza che l'indentatore è in grado di controllare. Purtroppo ciò significa operare con forze il cui modulo è al limite della risoluzione dello strumento

stesso, si possono quindi verificare delle incongruenze tra forza teorica applicata e forza reale.

La differenza tra il carico indicato dallo strumento e quello realmente applicato, però, diminuisce all'aumentare del carico stesso poiché ci si sposta in un regime di forze controllabili.

Per minimizzare allora questo possibile errore si deve graficare  $h_t$  in funzione di  $(P^n - P_i^n)$  andando ad imporre inizialmente  $n = \frac{2}{3}$  e modificando  $P_i$  finché la pendenza della retta vale 1.

A questo punto, noto il valore del carico iniziale si può procedere con il rilievo della profondità di penetrazione in funzione del carico imposto e quindi illustrare:

$$\log h_t = \log k + m \cdot \log (P^n - P_i^n),$$

modificando il valore di  $n$  finché la pendenza  $m$  non sia unitaria.

Definito il valore di  $n$ , si determina l'incognita  $k$  valutando l'intercetta della retta con l'asse delle ordinate.

Una volta noti tali coefficienti si determina la penetrazione iniziale come:

$$h_i = k \cdot P_i^n.$$

Conoscere la penetrazione iniziale permette la valutazione della reale profondità di penetrazione:

$$h'_t = h_t + h_i.$$

È molto importante che i dati iniziali utilizzati per portare a termine questa calibrazione siano scelti in campo elastico, altrimenti i valori rilevati subirebbero l'influenza delle deformazioni plastiche ed il procedimento sopra descritto sarebbe inutilizzabile.

### 8.4.2 c) Geometria dell'indentatore

Nei test di nanoindentazione, l'area di contatto si determina indirettamente attraverso la profondità di penetrazione supponendo di conoscere la geometria dell'indentatore.

In Tab. 8.1 si riassumono le formule che permettono la definizione dell'area di contatto in funzione della tipologia di indentatore.

Tab. 8.1 Caratteristiche geometriche indentatori

Tipo di indentatore	Proiezione area di contatto	Semiangolo $\theta$ [deg]	Angolo $\alpha$ [deg]	Fattore di correzione geometrica $\beta$
Sferico	$A \approx \pi \cdot 2 \cdot R \cdot h_p$	-	-	1
Berkovich	$A = 3\sqrt{3} \cdot h_p^2 \cdot \tan^2 \theta$	65.3°	70.2996°	1.034
Vickers	$A = 4 \cdot h_p^2 \cdot \tan^2 \theta$	68°	70.32°	1.012
Knoop	$A = 2 \cdot h_p^2 \cdot \tan \theta_1 \cdot \tan \theta_2$	$\theta_1 = 86.25^\circ$ $\theta_2 = 65^\circ$	77.64°	1.012
Angolo cubico	$A = 3\sqrt{3} \cdot h_p^2 \cdot \tan^2 \theta$	35.26°	42.28°	1.034
Conico	$A = \pi \cdot h_p^2 \cdot \tan^2 \alpha$	$\alpha$	$\alpha$	1

Le formule indicate sono valide solo se la geometria dell'indentatore non presenta alcun tipo di difetto che la allontani dalle caratteristiche ideali. Nella realtà, però, queste condizioni di perfezione non possono essere raggiunte.

La stessa natura anisotropa del diamante può influenzare la forma voluta per l'indentatore.

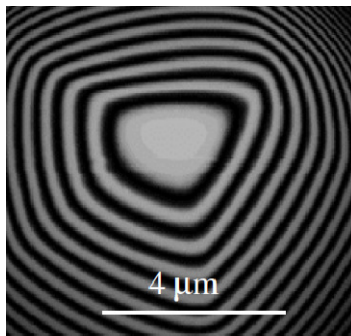
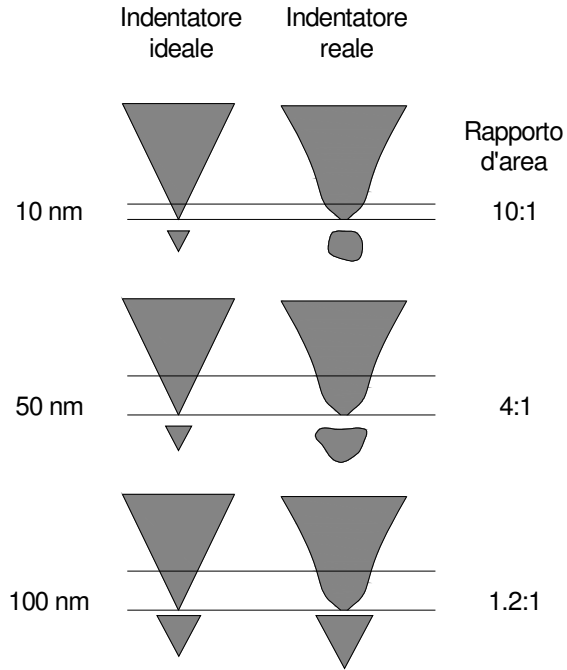


Fig. 8.20 Profilo superficiale di un indentatore sferico di 10  $\mu\text{m}$

In Fig. 8.20 si osserva come i difetti possano essere molto evidenti.

Per tener conto di questi difetti si deve applicare alla profondità di penetrazione rilevata un fattore correttivo  $\beta$  in modo da determinare la vera area di contatto.

Definendo con  $A$  l'area di contatto reale e con  $A_i$  quella ideale, si possono valutare i rapporti  $A/A_i$  indicati in Fig. 8.21.



**Fig. 8.21 Confronto delle aree di contatto tra indentatore con forma ideale e indentatore reale**

Per determinare una funzione analitica che descriva il legame tra profondità di penetrazione e reale area proiettata si può utilizzare un metodo indiretto che consiste nell'effettuare una serie di prove a massimo carico su provini standard di cui si conosce il modulo elastico e il coefficiente di Poisson.

Noto il valore del modulo elastico ridotto  $E^*$ , si determina infatti l'area di contatto come:

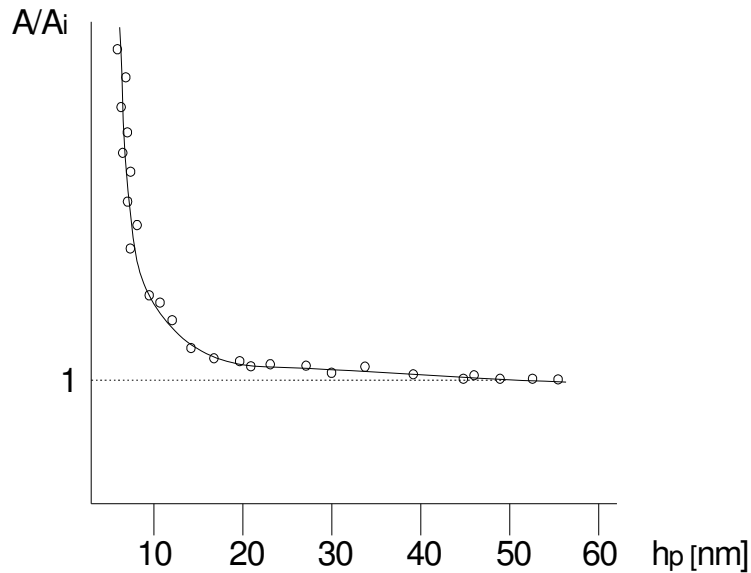
$$A = \pi \cdot \left[ \frac{dP}{dh} \cdot \frac{1}{2 \cdot \beta \cdot E^*} \right]$$

Effettuando più prove si ha a disposizione un numero di dati sufficiente per creare una relazione tra la profondità di penetrazione e l'area di contatto effettiva.

È usuale definire la *funzione area* come rapporto  $A/A_i$ .

Si osserva che, nel caso di indentatori appuntiti, le differenze maggiori tra le aree si presentano per valori di carico piccoli. Questo fenomeno è riconducibile all'eventuale smussatura che può presentare la punta dell'indentatore stesso.

In Fig. 8.22 si presenta una tipica *funzione area* per indentatore Berkovich.



**Fig. 8.22 Funzione area per un indentatore Berkovich**

Il rapporto  $A/A_i$  tende all'unità al crescere della profondità di penetrazione poiché l'errore dovuto alla smussatura della punta dell'indentatore risulta sempre più attenuato (vedi Fig. 8.23).

Si valuta dunque la seguente *durezza corretta*:

$$H = \frac{P}{A} \cdot \left[ \frac{A_i}{A} \right],$$

e il *modulo elastico corretto* come:

$$E^* = \frac{dP}{dh} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2 \cdot \beta \cdot \sqrt{A}} \cdot \sqrt{\frac{A_i}{A}}.$$

Si sottolinea che nel caso di indentatore sferico l'area è proporzionale al raggio dell'indentatore. Se si ottiene un valore di  $A/A_i$  superiore all'unità, si sta allora utilizzando uno strumento con raggio superiore a quello standard voluto. Se non si correggessero i dati si otterrebbe dunque una durezza maggiore di quella reale. Viceversa, se il rapporto tra le aree fosse inferiore all'unità, non correggendo i rilievi, si otterrebbe una durezza inferiore a quella reale.



### 8.4.2 d) Piling-Up e Sinking-In

Con il fenomeno di *Sinking-In* si ha un progressivo abbassamento della superficie del provino per effetto di attrito con l'indentatore.

Al contrario con il fenomeno di *Piling-Up* si ha un accumulo di materiale ai bordi della zona contatto.

Quando si effettua una prova di indentazione su di un materiale elastico, la superficie del provino viene usualmente compressa con il conseguente verificarsi di *Sinking-In*. Se invece il materiale ha comportamento plastico si può verificare sia *Sinking-In* che *Piling-Up* della superficie.

Questi due fenomeni comportano uno spostamento di materiale che influenza la misura della profondità di penetrazione (vedi Fig. 8.23).

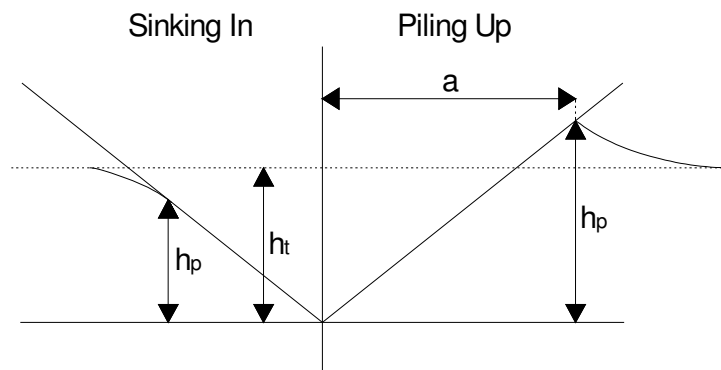


Fig. 8.23 Possibili comportamenti di Sinking-In e Piling-Up

Valutando una misura di profondità  $h_p$  differente dalla reale indentazione  $h_t$ , si verifica anche un errore nella valutazione dell'area di contatto (vedi Fig. 8.24).

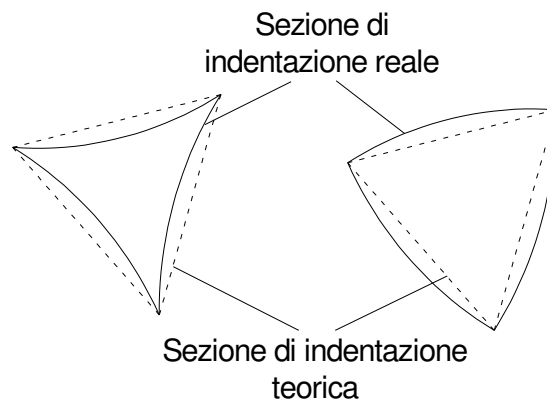


Fig. 8.24 Differenza tra area reale e ideale

La natura meccanica del materiale può essere descritta con la seguente relazione sforzo-deformazione:

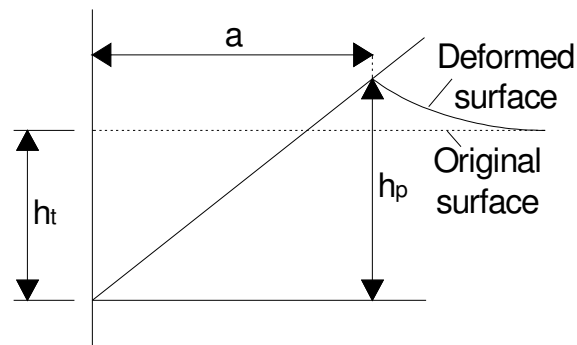
$$\begin{aligned} \sigma &= E \cdot \varepsilon & \varepsilon &\leq Y / E \\ \sigma &= K \cdot \varepsilon^x & \varepsilon &\geq Y / E \end{aligned}$$

dove

$$K = Y \cdot [E/Y]^x$$

$Y$  valore di incrudimento del materiale

Il grado di accumulo o abbassamento del materiale dipende dal rapporto  $E/Y$  del provino e dall'esponente di incrudimento  $x$ . Si può allora definire il rapporto  $h_p/h_t$  come quantificatore dell'entità del fenomeno (vedi Fig. 8.25).



**Fig. 8.25** Differenza tra reale profondità di penetrazione e quella di Piling-Up

Per i materiali che presentano un basso valore del rapporto  $E/Y$ , come il vetro e i materiali ceramici, la zona di plasticizzazione è in genere di entità modesta e del tutto contenuta entro i confini del cerchio limite di contatto. Le deformazioni elastiche invece sono presenti anche a grande distanza dall'indentatore, è quindi più facile che si verifichi il fenomeno di Sinking-In.

### 8.4.2 e) Effetto profondità di penetrazione

Nonostante si pensi che in un materiale omogeneo ed isotropo si debba misurare un unico valore di durezza e di modulo elastico, le prove di laboratorio dimostrano che spesso, al variare della profondità di penetrazione, si rilevano valori differenti.

Queste variazioni possono generarsi per i più svariati motivi; ad esempio possono essere dovute alla presenza di piccolissime particelle di materiali con caratteristiche meccaniche differenti da quelle del provino, oppure alla presenza di sforzi residui, infine possono generarsi per l'attrito tra l'indentatore e lo stesso provino.

Si può comunque considerare che il principale motivo causa di un rilievo di differenti proprietà meccaniche, in funzione della profondità di penetrazione, sia dovuto ad un'errata valutazione della funzione area.

In genere nei materiali duri il fenomeno dell'*indentation size effect* è ridotto, mentre può essere notevole nei materiali "morbidi".

Per valutare l'eventuale variazione di durezza o modulo elastico in funzione della profondità di penetrazione si possono programmare dei parziali scarichi durante la fase di carico (vedi Fig. 8.26).

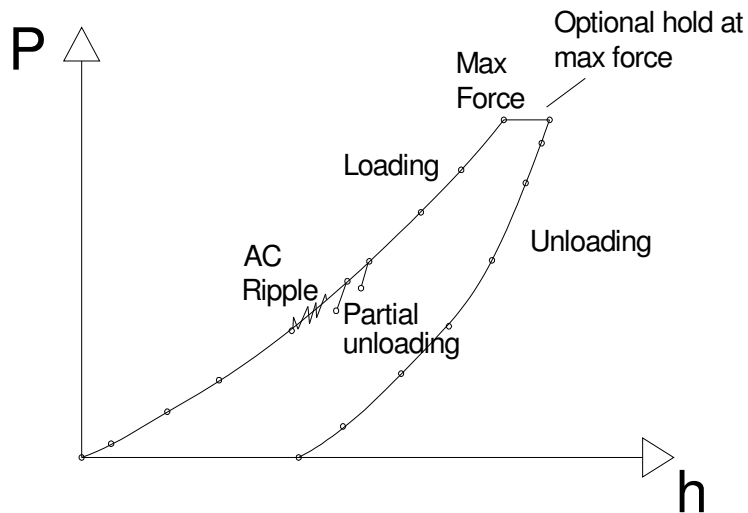


Fig. 8.26 Parziali scarichi durante la fase di carico

#### 8.4.2 f) Irregolarità superficiale

L'irregolarità superficiale del materiale sottoposto a nanoindentazione ha notevole rilevanza nella determinazione della profondità di penetrazione e di conseguenza nella valutazione dell'area di contatto.

Essa è caratterizzata dall'altezza delle asperità e dalla loro distribuzione sulla superficie del provino (vedi Fig. 8.27).

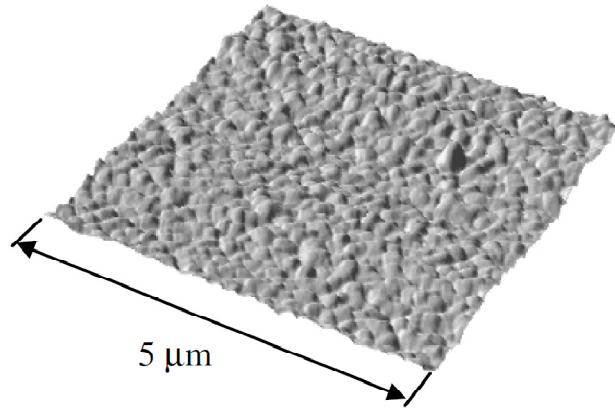


Fig. 8.27 Irregolarità superficiale

L'irregolarità superficiale può essere valutata attraverso il parametro  $\alpha$ , che vale:

$$\alpha = \frac{h \cdot R}{a_0^2},$$

dove  $h$  è l'altezza massima delle asperità,  $R$  è il raggio dell'indentatore e  $a_0$  è il raggio di contatto che si otterrebbe con lo stesso carico  $P$  e la superficie liscia

Il parametro  $\alpha$  dipende dunque indirettamente dal carico applicato.

L'irregolarità superficiale, che diventa rilevante per  $\alpha \geq 0.05$ , introduce errori durante la sperimentazione poiché, aumentando il raggio di contatto, va a diminuire la pressione media di contatto.

Con il decremento di pressione media si ha una relativa diminuzione del modulo elastico computato.

Dal parametro  $\alpha$  si nota che l'irregolarità è proporzionale al raggio dell'indentatore ed inoltre incrementa al diminuire del carico. Questo significa che può essere molto influente nel caso di indentatori sferici e bassi livelli di carico mentre per indentatori appuntiti, come il Berkovich, dove la punta ha raggio di 100 nm circa, genera un effetto decisamente meno rilevante.

### 8.4.2 g) Arrotondamento della punta dell'indentatore

Nei test di nanoindentazione l'indentatore più comunemente impiegato è quello di Berkovich. Nonostante questo tipo di strumento sia molto più appuntito degli altri possibili tipi di indentatore, è comune che la sua punta non sia perfetta bensì mostri un arrotondamento dell'ordine di 100 nm.

L'eventuale arrotondamento della punta diventa importante quando si desidera sottoporre a prova di nanoindentazione film con spessore dell'ordine di 500 nm e con profondità di penetrazione massima di 50 nm.

Per superare il problema della punta smussata si può pensare di produrre un indentatore sferico-conico, che presenti dunque una forma arrotondata proprio per conformazione naturale (vedi Fig. 8.28).

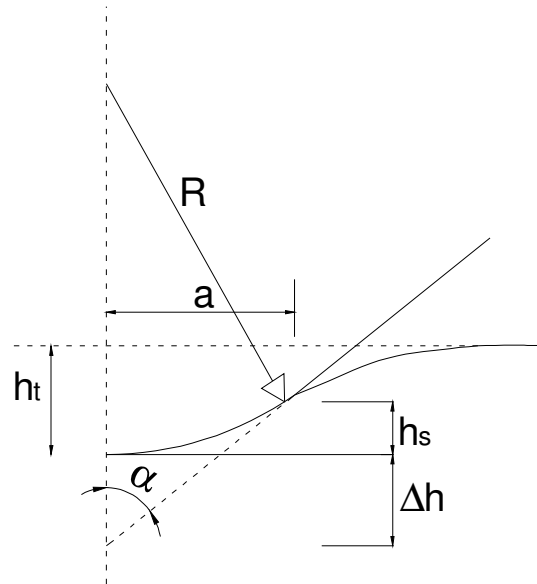


Fig. 8.28 Indentatore sferico-conico

Dato il semiangolo  $\alpha$ , la profondità  $h_s$ , dove si passa da forma sferica a quella conica, si può determinare come:

$$h_s = R \cdot (1 - \sin \alpha).$$

Gli effetti dell'arrotondamento della punta sono spesso inclusi nel fattore correttivo della funzione area.

#### 8.4.2 h) Sforzi superficiali residui

In molti materiali è possibile osservare la presenza di sforzi superficiali, di trazione o di compressione, dovuti a particolari processi superficiali applicati al materiale, ad esempio la tempra, oppure dovuti alla preparazione del provino prima della prova.

Per determinare la presenza e il grado di sforzi residui presenti si può osservare la forma del fenomeno di Piling-Up che si sviluppa ai bordi del cerchio di contatto. Se sono presenti delle irregolarità è probabile che ci siano degli stati sollecitanti superficiali residui.

Si è anche visto che, nei materiali a comportamento fragile, attraverso il carico critico che comporta l'inizio della fessurazione e attraverso la grandezza di tali fessure si può determinare l'entità degli sforzi superficiali.

Gli studi di Chaudhri e Phillips hanno determinato lo sforzo residuo come:

$$\sigma_R = \frac{\chi \cdot (P^* - P)}{1.16 \cdot c^2},$$

dove:  $P^*$  è il carico che produce fessure di raggio  $c$  per vetro temprato e  $P$  è il carico che produce fessure di raggio  $c$  per vetro ricotto in un indentatore Vickers con:

$$\chi = \frac{1}{\pi^{3/2} \cdot \tan 68}.$$

Confrontando i risultati sperimentali con quelli ottenuti attraverso gli elementi finiti si è scoperto che, nel caso di contatto elastico, gli sforzi residui provocano una variazione nella distribuzione degli sforzi che non seguirà più la teoria Hertziana. Lo snervamento, che nella distribuzione delle sollecitazioni di Hertz si verifica quando la pressione media di contatto è pari a 1.1 volte il valore di snervamento del materiale, si evidenzia invece per:

$$p_m = 1.1 \cdot (Y - \sigma_R).$$

Quindi, sapendo che nel contatto elastico si ha:

$$p_m = \left( \frac{4 \cdot E^*}{3 \cdot \pi} \right) \cdot \frac{a}{R}.$$

Combinando le due espressioni precedenti si ottiene:

$$\sigma_R = Y - \left( \frac{4 \cdot E^*}{3.3 \cdot \pi} \right) \cdot \frac{a}{R},$$

che permette di definire lo sforzo superficiale residuo, una volta noti lo snervamento e il modulo elastico.

### **8.5 EMISSIONE ONDE ACUSTICHE**

La propagazione di fessure nei materiali fragili o quasi fragili è in genere accompagnata dal rilascio di energia sottoforma di onde elastiche che generano segnali microsismici chiamati *emissioni acustiche* (AE - Acoustic Emission).

La tecnica di rilievo delle emissioni acustiche viene impiegata per il monitoraggio dello stato di danno presente nel materiale, ovvero per determinare la posizione e il meccanismo di sviluppo di microfessure in grado di portare al collasso la struttura stessa.

Per rilevare ogni possibile attività microsismica vengono di solito impiegati degli appositi sensori, distribuiti sul campione in prova secondo un reticolo di riferimento.

Il segnale che viene rilevato è costituito da tre tipi di onde, le primarie e le secondarie e le onde di Rayleigh. Conoscendo i tempi di arrivo delle onde primarie, onde P, la loro velocità e le coordinate dei ricevitori si può stimare l'ipocentro del microsisma generato dallo sviluppo di una microfessura o dall'unione di più microfessure. Definendo l'ipocentro si determina il punto di formazione della fessura.

Il problema presenta allora quattro incognite: le coordinate spaziali  $x$ ,  $y$ ,  $z$  dell'ipocentro e il tempo  $t$  in cui si sviluppa l'evento, di conseguenza si necessita di almeno quattro sensori.

Poiché si possono sviluppare degli errori di rilievo dovuti alla ricezione delle onde P, ad esempio si può non conoscere l'esatto momento di arrivo del segnale, si preferisce aumentare il numero di sensori, facendo diventare il problema sovradeterminato.

Per determinare la soluzione si procede quindi andando a minimizzare l'errore così da ottenere la miglior soluzione.



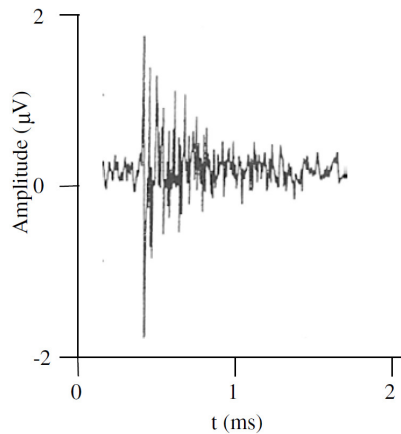
### 8.6 EMISSIONI ACUSTICHE E INDENTAZIONE

Le prove di indentazione possono essere monitorate con sensori per il rilievo delle emissioni acustiche per poter interpretare meglio il fenomeno di progressivo danneggiamento e frattura associato alla formazione del cono Hertziano (Bao et al., 2007).

L'obiettivo della prova consiste nel rilevare il momento in cui si sviluppano le emissioni acustiche e la loro posizione durante l'applicazione del carico tramite indentatore.

Il sensore è un cristallo piezoelettrico che una frequenza di risonanza in genere compresa tra 200 e 300 kHz. Questa caratteristica rende lo strumento praticamente insensibile alle vibrazioni meccaniche indotte dall'esterno.

L'emissione acustica generata da una prova di indentazione è caratterizzata da un segnale impulsivo che indica "un evento" di danno, ovvero lo sviluppo di una microfessura, la cui ampiezza è direttamente correlata alla grandezza dell'evento (vedi Fig. 8.29).



**Fig. 8.29** Arrivo del segnale impulsivo di un'emissione acustica

Quindi la nascita di una microfessura all'interno del materiale comporta lo sviluppo di un segnale di tipo impulsivo, cioè un improvviso incremento dell'ampiezza del segnale a seguito dell'arrivo delle onde di pressione, onde P (vedi Fig. 8.30).

### 8.6.1 Resistenza a fessurazione

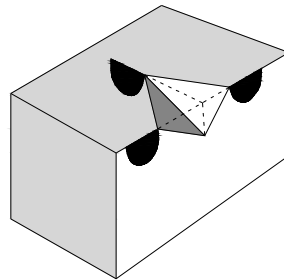
La tecnica di indentazione può essere impiegata per determinare la resistenza a fessurazione dei materiali.

Durante la fase di carico, infatti, vengono indotti nel provino degli sforzi di trazione, che divengono causa di fessurazione nei materiali fragili, quali il vetro. Quando si procede con la fase di scarico il materiale vorrebbe recuperare le deformazioni indotte ma la presenza di deformazioni permanenti impedisce il ritorno alla forma originale. Si sviluppano così delle microfessure.

In genere la fessurazione può essere di quattro tipi:

- radiale
- laterale
- mediana
- mediana radiale

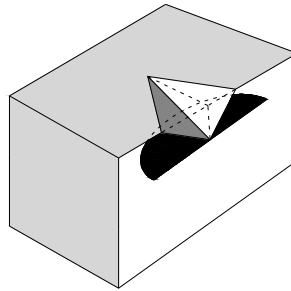
Le *fessure radiali* si sviluppano al di fuori della zona di plasticizzazione del provino, agli angoli dell'impronta residua lasciata dall'indentatore ed assumono una forma semicircolare (vedi Fig. 8.30).



**Fig. 8.30 Fessure radiali**

Queste fessure sono generate da sforzi circonferenziali e si sviluppano in direzione verticale anche se sono in genere poco profonde.

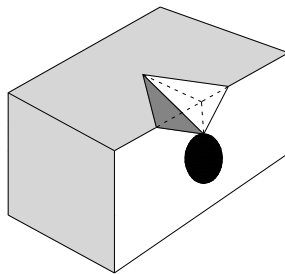
Le *fessure laterali* sono fessure orizzontali che si creano al disotto della superficie del provino sviluppandosi simmetricamente rispetto all'asse di carico (vedi Fig. 8.31).



**Fig. 8.31 Fessure laterali**

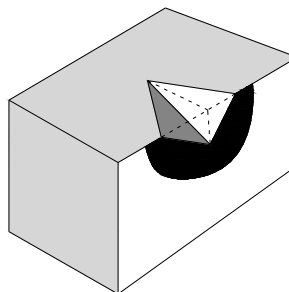
Sono generate da sforzi di trazione. Esse possono giungere alla superficie del provino con la creazione di un anello e il conseguente scheggiarsi del materiale superficiale.

Le *fessure mediane* sono fessure verticali, a forma circolare, che si formano al di sotto della superficie lungo l'asse di carico (vedi Fig. 8.32).



**Fig. 8.32 Fessure mediane**

A seconda delle condizioni di carico, le fessure mediane possono estendersi verso la superficie del provino fino ad unirsi alle fessure radiali (vedi Fig. 8.33).



**Fig. 8.33 Unione di fessure mediane e radiali**

La sequenza esatta con cui si formano queste fessure dipende dalle condizioni con cui vengono effettuate le prove.

Si è osservato che, nel caso di vetro sodo-calcico caricato tramite indentatore Vickers, si sviluppano prima di tutto le fessure mediane.

Durante la fase di scarico poi, la presenza di sforzi residui, dovuti alla formazione dell'impronta, produce una frattura laterale orizzontale che può eventualmente incurvarsi all'insù fino alla superficie. Se si prosegue con un nuova fase di carico le fessure laterali tendono a chiudersi mentre quelle mediane a riaprirsi.

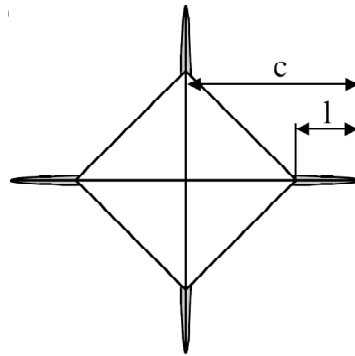
Si nota inoltre che per valori bassi del carico dell'indentatore si possono formare fessure radiali anche durante la fase di scarico. Per carichi elevati, invece, durante la fase di scarico, le fessure mediane possono estendersi fino ad unirsi con quelle radiali creando una fessurazione mediana radiale, come descritto in precedenza.

In genere, quando si effettuano prove su elementi in vetro si creano sempre delle fessure complete mediane radiali.

Lo studio e il monitoraggio delle fessure mediane radiali è importantissimo perché, essendo fessure superficiali, hanno un'influenza notevole sulla resistenza a frattura del provino che può essere valutata in funzione della lunghezza delle fessure radiali stesse.

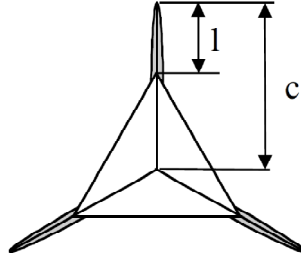
Si considerano due diverse lunghezze:

- $l$  distanza tra vertice dell'impronta residua e termine della fessura radiale
  - $c$  distanza tra centro dell'impronta residua e termine della fessura radiale
- (vedi Fig. 8.34).



**Fig. 8.34 Parametri di fessurazione per indentatore Vickers**

Si è visto da prove sperimentali che la lunghezza  $l$  dipende linearmente dal carico di indentazione, e che il rapporto  $\frac{P}{c^{3/2}}$  è una costante che dipende solo dal materiale costituente il provino stesso.



**Fig. 8.35** Parametri di fessurazione per indentatore Berkovich

Si valuta dunque la resistenza a frattura come:

$$K_c = k \cdot \left( \frac{E}{H} \right)^n \cdot \frac{P}{c^{3/2}},$$

dove  $k$  e  $n$  sono costanti empiriche di calibrazione

Bibliografia Capitolo 8:

- [1] Dietmar Gross e Thomas Seelig, Fracture Mechanics - With an Introduction to Micromechanics, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2006);
- [2] Le Bourhins, E, Glass – Mechanics and technology, Wiley-VCH Verlag GmbH (2008);
- [3] Fischer-Cripps, A C, Introduction to Contact Mechanics, Springer (2000).

## 9. PROVA DI INDENTAZIONE SU ELEMENTI IN VETRO

Definito un requisito di resistenza, come si può valutare se un elemento in vetro rispetti tale requisito senza effettuare una prova distruttiva? Come è possibile determinare se la sua resistenza è superiore o inferiore a quella richiesta mantenendo il provino integro? (Bao et al., 2007).

Trovare una soluzione a queste domande può essere considerato il punto cardine dell'analisi e del controllo qualità di elementi in vetro.

Attualmente, infatti, la determinazione della resistenza caratteristica e l'esame di qualità di prodotti in vetro vengono effettuati con prove distruttive.

I provini vengono scelti a random, quindi vengono provati a rottura.

Si arriva dunque a conoscerne la resistenza ma a causa della prova, che ha caratteristiche distruttive, divengono inutilizzabili. Al contrario gli elementi che verranno posti in opera non subiranno nessun tipo di prova proprio per mantenerne l'integrità. Di conseguenza non si ha la certezza che la loro resistenza sia superiore al limite minimo ammissibile.

L'impossibilità di provare gli elementi che verranno posti in opera è di notevole rilevanza. Non sapendo infatti la loro reale resistenza non si è cautelati nei confronti di un eventuale collasso, che essendo il vetro un materiale fragile, si manifesta istantaneamente.

Si spiega allora quanto sia importante definire e regolare un approccio sperimentale che permetta di valutare le caratteristiche del materiale vetro senza impiegare dei metodi distruttivi.

Una valida soluzione a questo problema consiste nello sviluppare delle prove che impieghino la tecnica dell'indentazione. L'indentazione Hertziana è stata infatti ampiamente utilizzata per caratterizzare il comportamento di materiali fragili.

Si è visto che nei materiali fragili l'inizio della formazione del cono di rottura di Hertz rappresenta l'inizio della frattura che provocherà il collasso dell'elemento.

Lo sforzo di indentazione che porta alla nascita del cono di rottura sulla superficie di contatto diviene allora un parametro fondamentale per determinare la resistenza del materiale.

### **9.1 INDENTAZIONE HERTZIANA**

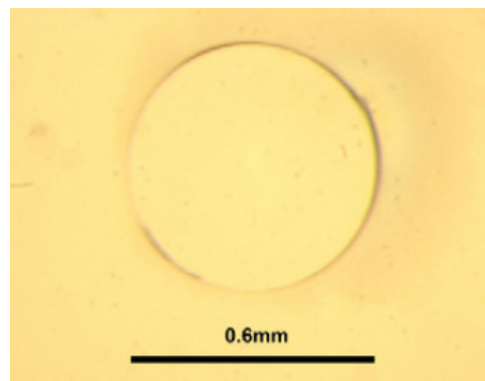
Da quando per primo nel 1880 Hertz studiò la formazione di fratture coniche a seguito dell'indentazione di lenti di vetro, l'uso della tecnica di indentazione è diventato sempre più diffuso per la caratterizzazione della meccanica sia di materiali fragili che di materiali duttili (Lawn, 1995 e Chen et al., 1995).

Lo studio del comportamento del materiale sottoposto ad indentazione diviene essenziale nella definizione della sua resistenza, durezza e resistenza a fatica.

Se inizialmente queste prove furono utilizzate per il vetro, con indentatori sfere in acciaio o in carburo di tungsteno, in seguito, soprattutto a partire dagli anni Settanta, questa tecnica venne applicata anche ad altri materiali con struttura cristallina e a materiali ceramici policristallini.

La frattura Hertziana si sviluppa inizialmente con la formazione di una frattura circolare superficiale appena al di fuori del contatto elastico, in seguito, raggiunto il carico critico, essa si propaga in profondità assumendo la tipica forma a tronco di cono.

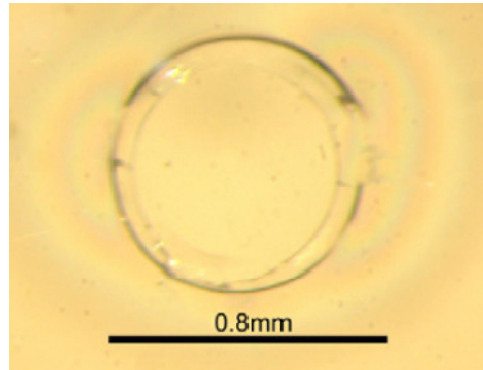
Sperimentalmente si osserva (Bao et al., 2007) che quando il carico applicato dall'indentatore raggiunge un determinato valore, detto carico critico, sulla superficie del provino si forma una tipica frattura ad anello (vedi Fig. 9.1).



**Fig. 9.1 Frattura Hertziana a carico critico**

L'eventuale superamento del carico critico comporta un ulteriore incremento della zona danneggiata del provino che si sviluppa in profondità con una tipica frattura tronco-conica (vedi Fig. 79.2).





**Fig. 9.2 Evoluzione frattura Hertziana**

I primi studi, svolti al fine di definire le condizioni che portavano all'innescio del cono Hertziano, osservarono una relazione di linearità tra il carico critico e la dimensione della sfera di indentazione, tale relazione è nota come Legge di Auerbach e risale al 1891(Auerbach, 1891).

Auerbach dimostrò infatti empiricamente che il carico critico che porta all'inizio della fessurazione è proporzionale al raggio della sfera indentatrice:  $P_c \propto r$ .

Nacque così un paradosso; la teoria violava infatti il principio secondo cui la frattura deve iniziare quando il massimo sforzo di trazione sviluppatosi nel provino, a seguito dell'indentazione, raggiunge ed eccede la resistenza del materiale.

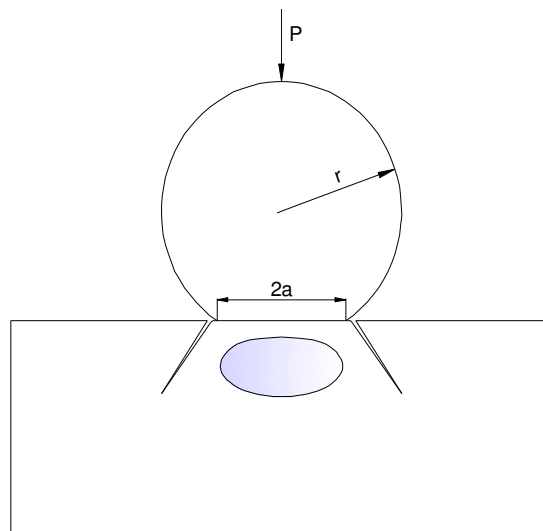
Per spiegare e giustificare la nascita del paradosso di Auerbach venne utilizzata alla fine degli anni Sessanta la meccanica della frattura di Griffith e Irwin, come si vedrà in seguito.

## 9.2 POSSIBILI COMPORTAMENTI A SEGUITO DELL'INDENTAZIONE

Recentemente la tecnica dell'indentazione è stata utilizzata per lo studio di materiali con presenza di vuoti interni, con anisotropia di comportamento e con elevate sollecitazioni interne.

La curva R può essere dovuta a differenti meccanismi di tenacizzazione ma è più comunemente associata alla dissipazione di energia interna dovuta all'attrito generato dallo scorrimento dei grani o di altri elementi microstrutturali che creano e permettono la formazione di una serie di fratture.

Questi materiali ceramici mostrano comportamento completamente fragile nelle tradizionali prove di laboratorio mentre mostrano un comportamento "quasi plastico" quando sono sottoposti a prove di indentazione (Lawn, 1995). La tipica frattura Hertziana tende infatti ad essere sostituita da una zona di deformazione anelastica localizzata nella regione sottostante al contatto dove sono presenti forti tensioni di compressione e taglio (vedi Fig. 9.3).



**Fig. 9.3** Contatto Hertziano di una sfera su di un provino ceramico liscio.

**Oltre i limiti elastici il provino può fratturarsi secondo un cono (comportamento fragile) oppure si può creare una zona di deformazione (comportamento anelastico)**

A livello macroscopico tale comportamento tende a quello dei metalli ma, a livello microscopico, presenta un danneggiamento completamente differente caratterizzato da una serie di fratture dovute ad uno scorrimento interno (difetti di taglio).

### 9.2.1 Stato di sollecitazione

Definite le grandezze geometriche governanti il problema dell'indentazione, come detto in precedenza, si può valutare la *pressione media di contatto* come il rapporto tra il carico applicato all'indentatore e l'area di contatto (Lawn, 1988):

$$p_m = \frac{P}{\pi \cdot a^2}.$$

Essa può essere a sua volta espressa in funzione delle proprietà dei materiali come (vedi Paragrafo 8.1.1):

$$p_m = \left( \frac{4 \cdot E^*}{3 \cdot \pi} \right) \cdot \frac{a}{R}.$$

Data la pressione media di contatto si può indicare la massima tensione di trazione che si genera nel provino in prossimità del cerchio di contatto come:

$$\sigma_m = \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\nu) \cdot p_m.$$

Il massimo sforzo di taglio è localizzato lungo l'asse di simmetria del contatto di un qualsiasi piano che taglia verticalmente ed in modo simmetrico la sfera indentatrice ad una profondità  $\approx 0.5 \cdot a$  sotto la superficie:

$$\tau_m \approx 0.48 \cdot p_m.$$

Gli sforzi principali normali e gli sforzi di taglio possono essere calcolati a partire da soluzioni analitiche delle condizioni al contorno, dove si ha il contatto.

Si possono valutare gli sforzi presenti nel campo sollecitativo elastico Hertziano attraverso le seguenti espressioni, valutate in un sistema di coordinate cilindrico ( $R, \theta, z$ ), con la coordinata  $z$  che si sviluppa lungo l'asse di simmetria:

$$\frac{\sigma_R}{p_m} = \frac{1}{2} \cdot (1 - 2\nu) \cdot \left( \frac{a}{R} \right)^2 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{z}{u^{0.5}} \right)^3 \right] + \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{z}{u^{0.5}} \right) \cdot \left[ (1 - \nu) \cdot \frac{u}{(a^2 + u)} + (1 - \nu) \cdot \left( \frac{u^{0.5}}{a} \right) \cdot \arctan \left( \frac{a}{u^{0.5}} \right) - 2 \right],$$

$$\frac{\sigma_{\theta}}{p_m} = \frac{1}{2} \cdot (1-2\nu) \cdot \left(\frac{a}{R}\right)^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{z}{u^{0.5}}\right)^3\right] + \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{z}{u^{0.5}}\right)^3 \cdot \left[\frac{a^2 \cdot u}{(a^2 \cdot z^2 + u^2)}\right] + \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{z}{u^{0.5}}\right) \cdot \left[\left(1-\nu\right) \cdot \frac{u}{(a^2 + u)} + (1-\nu) \cdot \left(\frac{u^{0.5}}{a}\right) \cdot \arctan\left(\frac{a}{u^{0.5}}\right) - 2\right],$$

$$\frac{\sigma_z}{p_m} = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{z}{u^{0.5}}\right)^3 \cdot \left[\frac{a^2 \cdot u}{(a^2 \cdot z^2 + u^2)}\right],$$

$$\tau_{Rz} = \frac{3}{2} \cdot \left[\frac{z^2 \cdot R}{(a^2 \cdot z^2 + u^2)}\right] \cdot \left[\frac{a^2 \cdot u^{0.5}}{(a^2 + u)}\right],$$

dove

$$u = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \left(R^2 + z^2 - a^2\right) + \left[\left(R^2 + z^2 - a^2\right)^2 + 4 \cdot a^2 \cdot z^2\right]^{0.5} \right\}.$$

Gli sforzi principali, definiti in modo che  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ , praticamente ovunque, valgono:

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_R + \sigma_z) + \left\{ \left[ \frac{1}{2} \cdot (\sigma_R + \sigma_z) \right]^2 + \tau_{Rz}^2 \right\},$$

$$\sigma_2 = \sigma_{\theta},$$

$$\sigma_3 = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_R + \sigma_z) - \left\{ \left[ \frac{1}{2} \cdot (\sigma_R + \sigma_z) \right]^2 + \tau_{Rz}^2 \right\},$$

dove  $\sigma_2$  è uno sforzo circonferenziale.

La massima tensione tangenziale vale quindi:

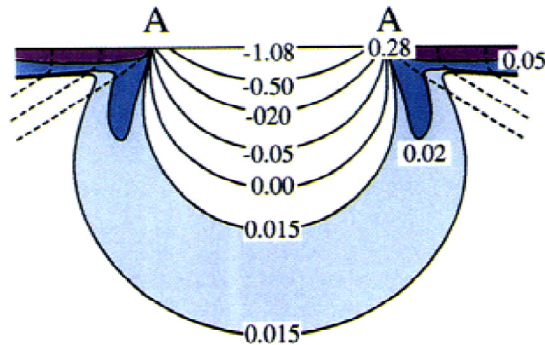
$$\tau_{13} = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1 - \sigma_3).$$

L'angolo  $\alpha$  tra la traiettoria di  $(\sigma_2 - \sigma_3)$ , molto vicina alla traiettoria di sviluppo del cono Hertziano, e la superficie libera del provino è dato da:

$$\tan 2\alpha = \frac{-2 \cdot \tau_{Rz}}{(\sigma_R - \sigma_z)}$$

Si può dunque osservare la distribuzione delle curva di livello di tali sforzi in funzione della profondità e della distanza dall'asse di simmetria (vedi Figg. 9.4, 9.5 e 9.6).

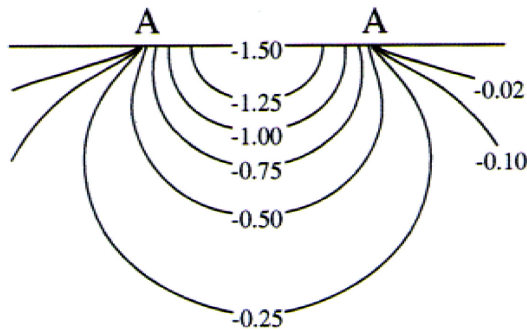
In Fig. 9.4 si vede che lo sforzo principale di trazione  $\sigma_1$  raggiunge i valori maggiori in una regione poco profonda appena al di sotto della superficie di contatto, mentre il valore massimo  $\sigma_m$  si localizza lungo il cerchio di contatto.



**Fig. 9.4 Distribuzione sforzo principale di trazione  $\sigma_1$  (espresso in unità  $p_m$ )**

Sempre in Fig. 9.4 sono indicate con linee tratteggiate le traiettorie degli sforzi  $\sigma_3$ . Si può osservare che tali traiettorie partono dalla superficie del provino e si sviluppano sempre perpendicolarmente alle traiettorie degli sforzi  $\sigma_1$ . Il rapido decrescere degli sforzi  $\sigma_1$  lungo queste traiettorie è una caratteristica tipica dell'indentazione.

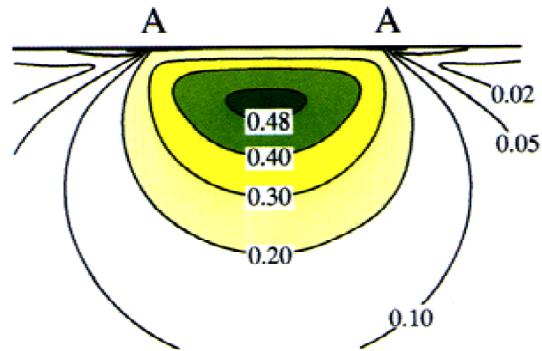
Si presenta in Fig. 9.5 l'andamento degli sforzi principali  $\sigma_3$ :



**Fig. 9.5 Distribuzione sforzo principale di trazione  $\sigma_3$  (espresso in unità  $p_m$ )**

come si può osservare in Fig. 9.5 gli sforzi sono sempre di compressione.

Infine in Fig. 9.6 si mostra l'andamento degli sforzi taglienti  $\tau_{13}$ :



**Fig. 9.6** Distribuzione sforzo  $\tau_{13}$  (espresso in unità  $p_m$ )

Tali sforzi sono concentrati nella zona sottostante il contatto ed assumono il valore massimo lungo l'asse di simmetria z.

Nelle figura precedenti gli sforzi sono indicati in unità  $p_m$  e valutati per un coefficiente di Poisson pari a 0.22. Il tratto AA indica il diametro di contatto ed è pari a  $2a$ .

### 9.3 CONO DI FRATTURA HERTZIANO IN MATERIALI FRAGILI

Come già detto, i primi esperimenti sulla frattura Hertziana furono condotti su vetro sodico – calcico (Hertz, 1896). La trasparenza tipica di questo materiale rese particolarmente semplice seguire l'evoluzione delle fratture (vedi Fig. 9.7).

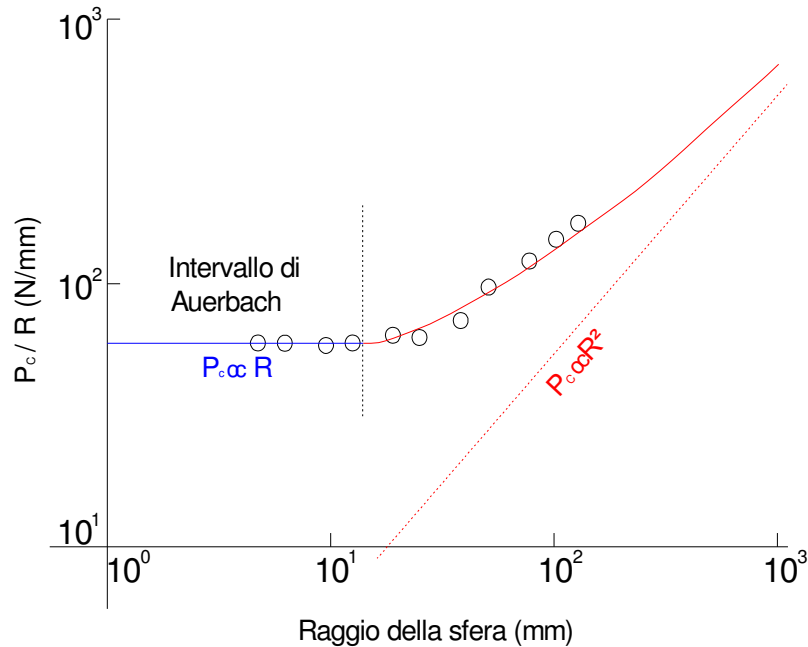


Fig. 9.7 Cono Hertziano generato in vetro sodico calcico sottoposto a carico di 40 kN

Solo negli anni Cinquanta gli studiosi si dedicarono seriamente all'analisi della meccanica della frattura Hertziana, i primi risultati sono dovuti alle ricerche condotte da Tillet e Roesler (Tillet, 1956 e Roesler, 1956). Roesler, attraverso il concetto di energia bilanciata ed usando i dati sperimentali ottenuti da Tillet, stabilì la seguente relazione tra il carico di indentazione e il raggio dell'indentatore:

$$\frac{P}{R^{\frac{3}{2}}} = \text{costante.}$$

In genere, una volta effettuato lo scarico, la fessurazione risulta ancora visibile a causa della chiusura imperfetta dell'interfaccia di frattura. Gli studi di Tillet permisero di spiegare il paradosso di Auerbach, secondo il quale il carico critico è proporzionale al raggio dell'indentatore. Tillet vide infatti che, relazionando il raggio dell'indentatore con il carico critico, si ottengono due differenti regioni (vedi Fig. 9.8): il primo tratto è caratterizzato da un comportamento che conferma la legge di Auerbach,  $P_c \propto r$ , regione in cui i raggi dell'indentatore sono piccoli. Il secondo tratto, dove invece si hanno grandi raggi di indentatore, è caratterizzato da una curva asintotica a:  $P_c \propto r^2$ .



**Fig. 9.8 Risultati sperimentali ottenuti da Tillet per indentazione di vetro sodico calcico con sfere in acciaio**

Successivamente Roesler dimostrò l'accettabilità della legge di Auerbach per un elevato numero di condizioni di contatto, incluso l'impatto (Roesler, 1956).

Si osserva infatti che utilizzando i valori di  $P_c$  rilevati sperimentalmente per valutare lo sforzo  $\sigma_m$ , si ottengono valori di resistenza ben superiori a quelli del materiale in se stesso, tanto più alti quanto è più piccolo il raggio, comportando così il collasso del concetto di sforzo critico. La relazione di Auerbach comporta infatti che:

$$\sigma_m \propto r^{-1/3}.$$

Si osserva dunque che, per raggi sufficientemente piccoli, lo sforzo critico può diventare abbastanza elevato da generare un comportamento plastico appena prima che inizi la fessurazione, anche nei più fragili dei materiali. Si verifica quindi una transizione di comportamento da fragile a duttile che risulta sempre più evidente all'aumentare dell'acutezza della punta dell'indentatore.

Allo stesso tempo lo sforzo che innesca la fessurazione risulta generalmente inferiore alla coesione del materiale: ciò indica quindi che la frattura si sviluppa sempre a partire da fessure o micro fessure già presenti sulla superficie.



Compreso che la fessurazione poteva innescarsi solo a partire da difetti pre-esistenti in superficie nacque la necessità di capire se anche la distribuzione e la dimensione degli stessi potesse influenzare il valore di carico critico.

Inizialmente la legge di Auerbach si riteneva valida solo quando erano presenti dei difetti sufficientemente sparsi. Considerando valido il criterio dello sforzo critico, si pensò che più piccolo fosse il contatto meno possibilità avesse di localizzarsi su grandi difetti all'interno della data popolazione di fessure e micro fessure presenti. Da questa ipotesi risultava quindi che il carico critico aumentava al diminuire del raggio dell'indentatore.

Successivi esperimenti, condotti su provini con superfici appositamente danneggiate per creare una popolazione di difetti controllata, misero però in luce che il valore del carico critico risulta pressoché insensibile alla dimensione delle fessure quando ci si trovi nell'intervallo di raggi per cui vale la relazione di Auerbach (Lawn, 1998).

### 9.3.1 Meccanica della frattura

La teoria della frattura di Griffith-Irwin venne introdotta nel campo della frattura Hertziana nel 1967 da Frank e Lawn con il proposito di spiegare il paradosso di Auerbach (Frank & Lawn, 1967).

I concetti basilari della meccanica della frattura necessari nel campo dell'indentazione posso essere riassunti come segue.

La frattura a cono tende a formarsi nei materiali altamente fragili senza curve R, ad esempio per materiali con singoli valori di durezza,  $K_{IC} = T_0$ . Per tali materiali l'estensione di fessure di lunghezza  $c$  in condizioni di equilibrio è determinata dalla semplice uguaglianza  $K(c) = T_0$ :

$$\text{se } \frac{dK(c)}{dc} > 0 \text{ equilibrio instabile,}$$

$$\text{se } \frac{dK(c)}{dc} < 0 \text{ equilibrio stabile.}$$

Si consideri ora la frattura a cono del tutto sviluppata. La reale lunghezza  $c$  della fessura è relazionata alla dimensione  $C$  del cono virtuale (vedi Fig. 9.9) con la punta localizzata sull'asse di simmetria, attraverso la seguente relazione:

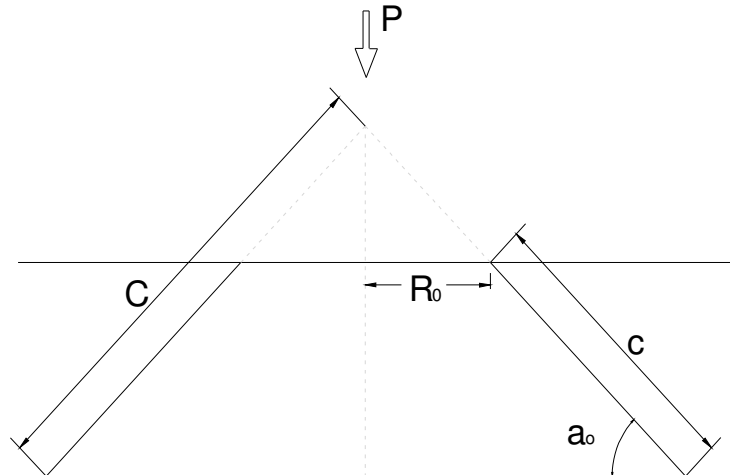
$$C = c + \frac{R_0}{\cos \alpha_0},$$

dove:  $R_0$  è il raggio dell'anello di fessurazione superficiale e  $\alpha_0$  è l'angolo alla base del cono.

Il fattore di intensificazione dello sforzo per il sistema di cono virtuale è dato da:

$$K(c) = \chi \cdot \frac{P}{C^{3/2}},$$

dove:  $\chi$  è il coefficiente relativo alla geometria della frattura.

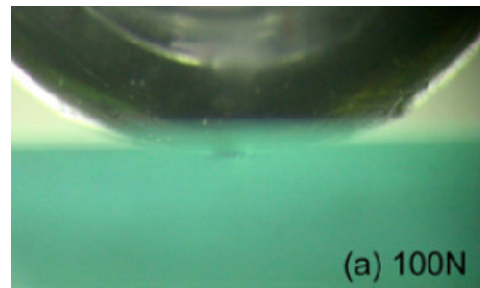


**Fig. 9.9** Schema delle grandezze geometriche caratterizzanti il cono virtuale

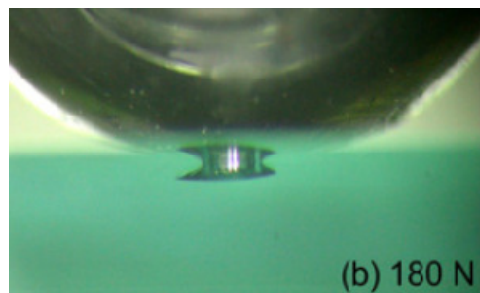
Per  $K = T_0$  si ha  $P \propto C^{3/2}$ , relazione di Roesler.

Nelle formule precedenti il raggio  $r$  dell'induttore è presente solo attraverso la grandezza  $R_0$ ; di conseguenza si ottiene che  $K(c)$  non risente della grandezza  $r$  quando si ha  $c \gg R_0$ .

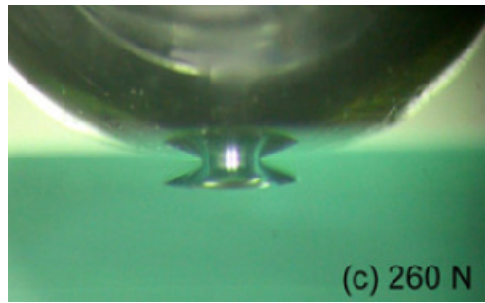
Il meccanismo di innesco della fessurazione a cono è complesso, esso si sviluppa seguendo differenti fasi ( vedi Figg. 9.10, 9.11, 9.12 e 9.13).



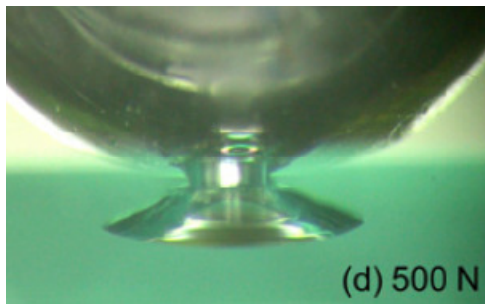
**Fig. 9.10** Il carico è sufficientemente basso e non si manifestano fessurazioni



**Fig. 9.11** Si osserva l'inizio della formazione del cono di fessurazione Hertziana



**Fig. 9.12 Il cono di fessurazione Hertziana si sviluppa sempre più in profondità**



**Fig. 9.13 Completa formazione del cono di fessurazione**

Si osserva come al crescere del carico si abbia un aumento del profilo di indentazione con conseguente propagazione della fessurazione (vedi Fig. 9.13).

Si rileva che per lo stesso provino viene rilevato un intervallo abbastanza ampio di valori di carico critico. Si sottolinea dunque la necessità e l'importanza di effettuare più prove sullo stesso provino al fine di valutare un valore di resistenza "statistico".

L'evoluzione del cono è graduale in funzione del carico critico. Per semplicità si possono raggruppare i vari passi in due grandi gruppi:

1. La fessurazione a cono si innesca a partire da difetti superficiali del provino presenti lungo il cerchio di contatto dove si localizzano i più elevati sforzi di trazione. Si crea dunque un vero e proprio anello di fessure poco profonde che segue la forma del cerchio di contatto stesso. Tale processo continua poi con la propagazione delle fessure in profondità e verso l'esterno della zona di contatto, seguendo in modo abbastanza preciso le traiettorie degli sforzi  $\sigma_3$  (così da essere in tutti i punti perpendicolare agli sforzi  $\sigma_1$ ).

2. In funzione di tali sforzi principali  $\sigma_1(s)$ , dove  $s$  è la coordinata lungo la traiettoria di  $\sigma_3$ , si può esprimere un *fattore di intensificazione degli sforzi* che governa l'estensione e la propagazione della frattura e che vale:

$$K(c/a) = p_0 \cdot a^{1/2} \cdot I(c/a, \beta, \nu),$$

dove

$$\beta = R_0/a$$

$I(c/a, \beta, \nu)$  è un integrale adimensionale dato da:

$$I(c/a, \beta, \nu) = 2 \cdot \left(\frac{c}{\pi a}\right)^{1/2} \int_0^{c/a} \left[ \frac{\sigma_1(s/a, \beta, \nu)}{p_m} \right] d(s/a) \cdot \frac{1}{\left(\frac{c^2}{a^2} - \frac{s^2}{a^2}\right)^{1/2}}.$$

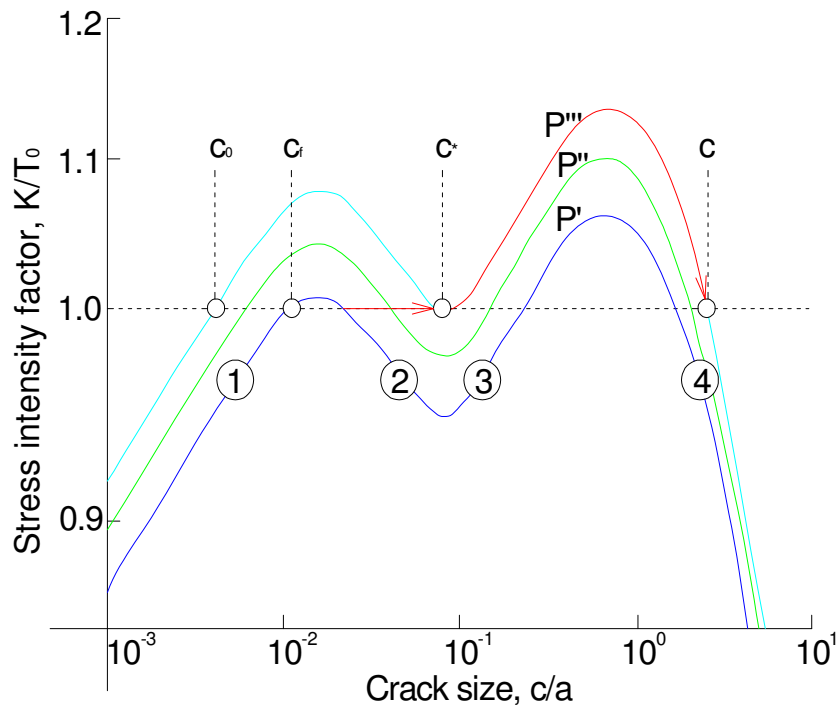


Fig. 9.14 Curva  $K(c)$  normalizzata per frattura Hertziana ( $\beta = 1$  e  $\nu = 0.3$ )

In Fig. 9.14 si mostra la funzione normalizzata  $K(c/a)/T_0$  per una sequenza di carichi crescenti: ( $P' \Rightarrow P'' \Rightarrow P'''$ ). La curva presenta due rami instabili (1,3) e due stabili (2,4). Si supponga che il provino presenti dei difetti con dimensione compresa in:  $c_0 \leq c_f \leq c^*$  e che la condizione di equilibrio prevalga. Allora la fessurazione si evolverà seguendo il percorso indicato dalla freccia rossa, crescendo stabilmente con il carico lungo la retta  $K/T_0 = 1$  fino al raggiungimento della profondità critica di penetrazione  $c^*$ , quindi si

svilupperà il cono Hertziano fino al completo arresto della fessurazione sul ramo 4. Se si considera  $I^* = I(c^*/a) = \text{costante}$  e si utilizzano le seguenti espressioni:

$$a^3 = \frac{3}{4} \cdot \frac{P \cdot R}{E^*}, \quad p_m = \frac{P}{\pi \cdot a^2}.$$

Il fattore di intensità degli sforzi viene trasformato nella seguente relazione:

$$\frac{P_c}{r} = \frac{A \cdot T_0^2}{E} = \text{costante},$$

dove  $A = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot k}{3 \cdot I_*^2} = \text{costante}.$

L'espressione ottenuta diviene qui la corretta interpretazione e spiegazione della Legge di Auerbach. Una caratteristica dell'espressione ottenuta è l'apparenza di durezza  $T_0$  (non apparente nella Legge di Auerbach originale). Essa venne utilizzata per determinare la durezza di numerosi tipi di vetro e di materiali ceramici; attualmente però si considera l'indentatore di tipo Vickers più adatto a questo fine.

Il fatto che il difetto superficiale debba raggiungere la profondità critica  $c_*$  prima che si sviluppi il cono Hertziano fa sì che il carico critico  $P_c$  sia indipendente da  $c_f$ . Tale comportamento rispetta pienamente i risultati sperimentali.

Nel caso di difetti veramente piccoli, con dimensione  $c_f \ll c_0$  o per sfere di indentazione con raggi molto grandi ( $r$  elevati,  $a$  elevati) l'innesco della fessurazione è spontaneo dal ramo 1 al ramo 4. Tale porzione di curva è asintotica a  $P_c \propto r^2$ .

Bibliografia Capitolo 9:

- [1] Fischer-Cripps, A C, Introduction to Contact Mechanics, Springer (2000);
- [2] Lawn, B, Fracture of brittle solids, Cambridge University Press (2004);
- [3] Green, D J, Hertzian contact of coated glass, *Glass Technology* **41** [2], pp. 48-52 (2000);
- [4] Lawn, B R, Indentation of ceramics with sphere: A century after Hertz, *Journal of the American Ceramic Society* **81** [8], pp. 1977–94 (1998);
- [5] Lardner, T J, Spherical indentation and fracture of glass plates, *Journal of the American Ceramic Society* **80** [7], pp. 1851-1862 (1997);
- [6] Lawn, B R, Contact damage of brittle solids, *Solid-Solid Interactions. Proceedings of the First Royal Society – UnileverIndo - UK Forum in Materials Science and Engineering*, M.J. Adams, B.J. Briscoe and S.K. Biswas, eds. Imperial College Press - Royal Society of London, London, p.29 (1995);
- [7] Chen, S Y, Farris, T N & Chandrasekar, S, Contact of mechanics of Hertzian cone cracking, *International Journal of Solids Structures* **32** [3/4], pp. 329-340 (1995);
- [8] Labuz, J F, Chang, H S, Dowding, C H & Shah, S P, Parametric study of Acoustic emission location using only four sensors, *Rock Mechanics and Rock Engineering* **21**, pp. 139-148 (1988);
- [9] Bao, Y W, Gao, S J, Local strength evaluation and proof test of glass components via spherical indentation, *Journal of Non-Crystalline Solids* **354**, pp. 1378–1381 (2007);
- [10] Auerbach, F, Measurement of Hardness, *Ann. Phys. Chem.*, **43**, pp. 61 (1891);
- [11] Hertz, H, Hertz's Miscellaneous Papers, Chs. 5 and 6. Macmillan, London,U.K., (1896);
- [12] Tillett, J P, Fracture of Glass by Spherical Indenters, *Proc. Phys. Soc. London*, **B69** [433] pp. 47–54 (1956);

- [13] Roesler, F C, Brittle Fractures Near Equilibrium, *Proc. Phys. Soc. London*, **B69**, pp. 981–92 (1956);
- [14] Roesler, F C, Indentation Hardness of Glass as an Energy Scaling Law, *Proc. Phys. Soc. London*, **B69** [433] pp. 55–60 (1956);
- [15] Frank, F C, & Lawn, B R, On the Theory of Hertzian Fracture, *Proc.R. Soc. London*, **A299** [1458], pp. 291–306 (1967).



## 10. PROVE DI INDENTAZIONE

Negli ultimi anni, a causa del sempre più diffuso impiego del vetro come materiale strutturale, è sorta la necessità di definire e standardizzare una prova non distruttiva da applicare a tutti gli elementi in vetro prima di porli in opera e che permetta di determinarne la resistenza locale.

Attualmente la determinazione della resistenza caratteristica e l'esame di qualità di prodotti in vetro vengono effettuati con prove distruttive.

I provini vengono scelti casualmente tra la totalità della popolazione, quindi vengono provati.

Si arriva dunque a conoscerne la resistenza ma, a causa della prova che ha caratteristiche distruttive, gli elementi in esame divengono inutilizzabili. Al contrario quelli che verranno posti in opera non subiranno nessun tipo di prova proprio per mantenerne l'integrità. Di conseguenza non si ha la certezza che la loro resistenza sia superiore al limite minimo ammissibile.

L'impossibilità di provare gli elementi che verranno posti in opera è di notevole rilevanza. Non sapendo infatti la loro reale resistenza non si è cautelati nei confronti di un eventuale collasso, che si manifesta istantaneamente.

Si spiega allora quanto sia importante definire e regolare un approccio sperimentale che permetta di valutare le caratteristiche del materiale vetro senza impiegare dei metodi distruttivi.

Una valida soluzione a questo problema consiste nello sviluppare delle prove che impieghino la tecnica dell'indentazione. L'indentazione Hertziana è stata infatti ampiamente utilizzata per caratterizzare il collasso di materiali fragili in quanto la formazione del cono di rottura di Hertz rappresenta di fatto l'inizio della frattura che provocherà il collasso dell'elemento.

Lo sforzo di indentazione che porta alla nascita del cono di rottura sulla superficie di contatto diviene allora un parametro fondamentale per determinare la resistenza locale del materiale.

Per effettuare dunque una prova che impieghi la tecnica dell'indentazione si deve innanzitutto disporre di più elementi in vetro dello stesso tipo così da poter effettuare diverse prove, sia per garantire una certa statisticità dei dati determinati sia per poter portare a collasso completo certi provini e determinarne così la resistenza locale ultima.

Una volta definiti tali valori si procede sottoponendo tutti gli elementi in vetro alla prova di indentazione così da poter valutare se rispettino o meno le caratteristiche richieste in fase di progettazione e poter così decidere se possono essere messi in opera o se si necessita di altri vetri.

Si sono allora effettuate in laboratorio delle prove di indentazione con l'obiettivo di studiare il fenomeno di formazione e sviluppo della frattura nel vetro monitorando il danneggiamento locale attraverso la tecnica delle emissioni acustiche, tecnica non utilizzata in precedenza.

I fenomeni di danneggiamento e fessurazione dei materiali sono sempre accompagnati da emissioni acustiche (AE - Acoustic Emission), cioè sviluppo di energia sottoforma di onde elastiche che generano eventi microsismici chiamati appunto *emissioni acustiche*. La scelta dunque di utilizzare un monitoraggio dello stato di danno presente nei provini sottoposti alla prova di indentazione con opportuni sensori in grado di rilevare le onde elastiche in superficie risulta decisamente innovativa.

**10.1 DETERMINAZIONE DIMENSIONE DELLE CRICCHE E DELLE TENSIONI**

Inizialmente si è voluto determinare la distribuzione delle tensioni presente nell'intorno di un indentatore sferico di raggio R, ovvero come l'indentatore che verrà utilizzato nelle successive prove, con parametro il carico applicato.

Secondo le espressioni presenti al Par. 9.1.1 si sono valutate le grandezze necessarie per il calcolo, vedi Tab. 10.1.

**Tab. 10.1 Dati Indentatore e provino**

$K_{IC}$ [MPa m <sup>1/2</sup> ]	0,75
$E_{vetro}$ [MPa]	70000
$E_{acciaio}$ [MPa]	210000
$\nu_{vetro}$	0,22
k	0,7137
%	10%
Y	0,713
$\beta$ [MPa m <sup>1/2</sup> ]	6,66
$\alpha$ [mm/N <sup>1/3</sup> ]	0,051

Si è determinato quindi come varia l'andamento delle tensioni in funzione del carico di rottura P, dato il raggio dell'indentatore pari a 10 mm, ed in funzione della distanza del punto considerato dal centro di indentazione, vedi Tab. 10.2.

**Tab. 10.2 Andamento del raggio di indentazione in funzione del carico**

P [N]	a <sub>1</sub> [mm]	a <sub>2</sub> [mm]	a <sub>3</sub> [mm]	a <sub>4</sub> [mm]	a <sub>5</sub> [mm]	a <sub>6</sub> [mm]	a <sub>7</sub> [mm]	a <sub>8</sub> [mm]	a <sub>9</sub> [mm]	a <sub>10</sub> [mm]	a <sub>11</sub> [mm]	a <sub>12</sub> [mm]	a <sub>13</sub> [mm]	a <sub>14</sub> [mm]
100	0,239	0,264	0,289	0,314	0,339	0,364	0,389	0,414	0,439	0,464	0,489	0,514	0,539	0,668
300	0,344	0,369	0,394	0,419	0,444	0,469	0,494	0,519	0,544	0,569	0,594	0,619	0,644	0,669
500	0,408	0,433	0,458	0,483	0,508	0,533	0,558	0,583	0,608	0,633	0,658	0,683	0,708	0,733
700	0,457	0,482	0,507	0,532	0,557	0,582	0,607	0,632	0,657	0,682	0,707	0,732	0,757	0,782
900	0,496	0,521	0,546	0,571	0,596	0,621	0,646	0,671	0,696	0,721	0,746	0,771	0,796	0,821
1100	0,531	0,556	0,581	0,606	0,631	0,656	0,681	0,706	0,731	0,756	0,781	0,806	0,831	0,856

Definiti la distanza dati i carichi di rottura P sono stati determinati i valori di sforzo critico relativi a tali grandezze, vedi Tab. 10.3.

Tab. 10.3 Sforzi critici in funzione del raggio di indentazione

$\sigma_1$ [MPa]	$\sigma_2$ [MPa]	$\sigma_3$ [MPa]	$\sigma_4$ [MPa]	$\sigma_5$ [MPa]	$\sigma_6$ [MPa]	$\sigma_7$ [MPa]	$\sigma_8$ [MPa]	$\sigma_9$ [MPa]	$\sigma_{10}$ [MPa]	$\sigma_{11}$ [MPa]	$\sigma_{12}$ [MPa]	$\sigma_{13}$ [MPa]	$\sigma_{14}$ [MPa]
156	128	107	91	78	67	59	52	46	41	37	34	31	20
226	196	172	152	136	121	109	99	90	83	76	70	64	60
268	238	212	191	173	157	143	131	121	111	103	95	89	83
299	269	243	221	201	184	170	156	145	134	125	117	109	102
325	295	269	246	225	208	192	178	165	154	144	135	126	119
348	317	291	267	246	228	212	197	184	172	161	151	142	134

In Fig. 10.1 si mostra l'andamento degli sforzi che si sviluppano nel vetro in funzione del raggio di indentazione.

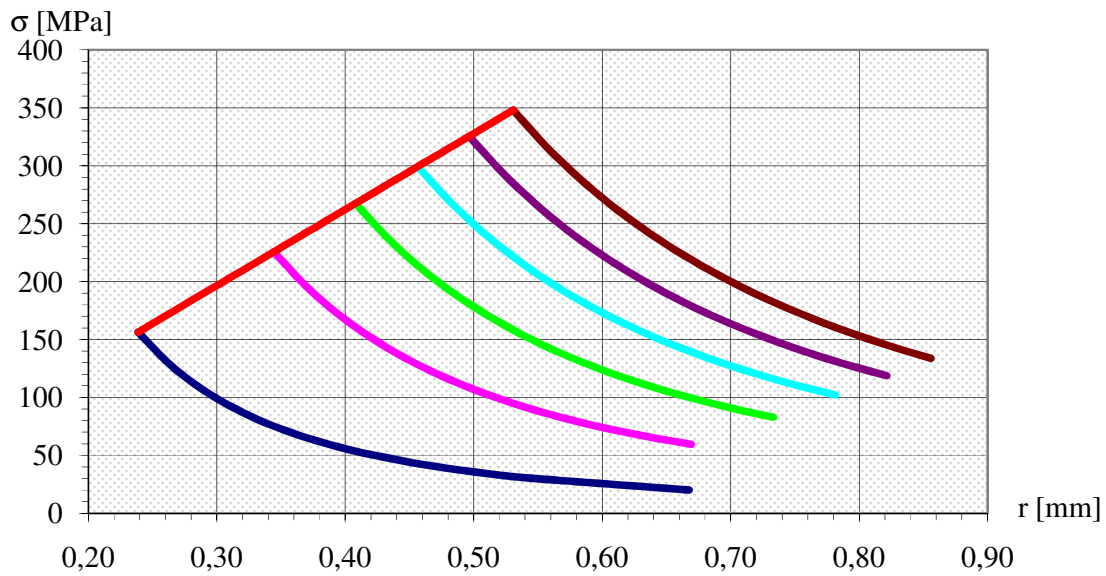


Fig. 10.1 Andamento degli sforzi in funzione del raggio di indentazione

- Carico 100 N
- Carico 300 N
- Carico 500 N
- Carico 700 N
- Carico 900 N
- Carico 1100 N
- Sforzo massimo

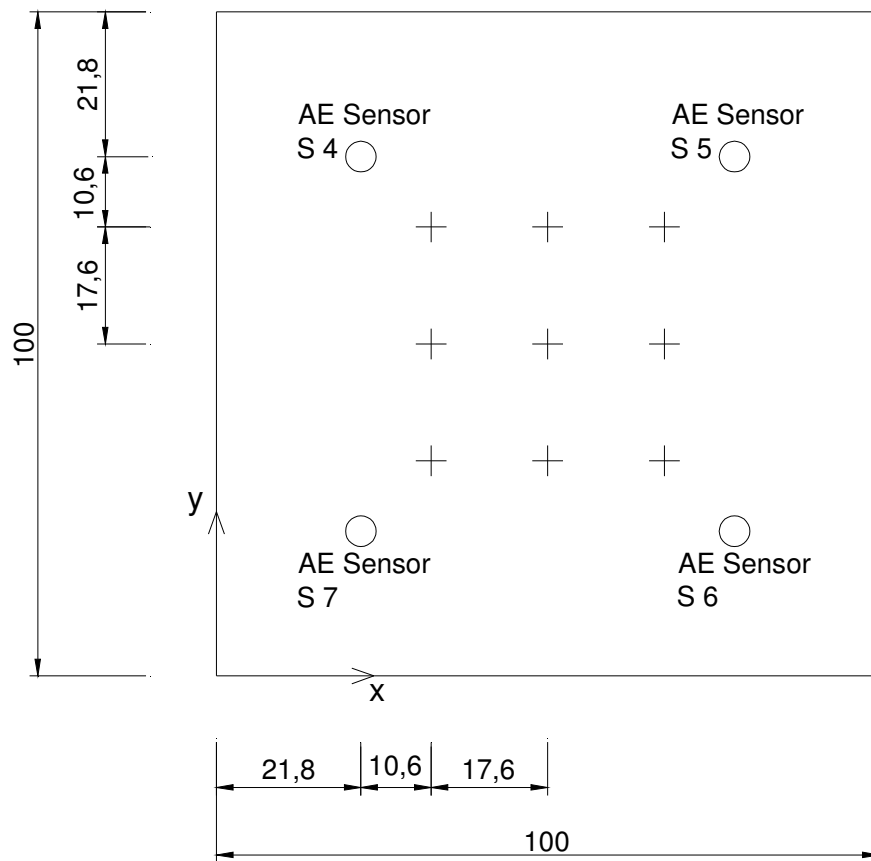
Si è notato come la tensione diminuisca rapidamente all'aumentare delle distanza dal centro di indentazione; questo significa che la cricca eventualmente presente è soggetta ad una tensione rapidamente variabile nello spazio (superficie). Si è dunque ulteriormente sottolineato come la prova di indentazione determini una resistenza puntuale. Essa dipende infatti strettamente dalla dimensione della cricca presente nell'immediata vicinanza del centro di indentazione.

**10.2 PRIMO CICLO DI PROVE – PROVE PRELIMINARI**

Inizialmente si sono condotte delle prove di indentazione preliminari su lastrine di vetro di 100 mm x 100 mm e spessore di 2 mm. È stato sottoposto ad indentazione il lato *non stagno* della lastrina di vetro in quanto su questo lato si ha mediamente una resistenza del 20-30% superiore a quella presente sull'altro lato.

Come indentatore si è utilizzata una sferetta in acciaio di 20 mm di diametro.

Per rilevare ogni possibile evento microsismico dovuto al carico applicato o a variazioni di ambiente, sono stati impiegati degli appositi sensori (Labuz, 1988), distribuiti sul materiale di prova secondo un ben preciso reticolo di riferimento (vedi Fig. 10.1).



**Fig. 10.2** Disposizione sensori e punti di indentazione (dimensioni in mm)

La prova è stata condotta attraverso i seguenti passaggi: dopo aver eseguito un'accurata pulizia della superficie del provino si è definito un sistema di riferimento per ogni provino così da poter individuare sia i punti di indentazione (indicati con delle crocette nella

figura precedente) sia i punti in cui posizionare i sensori (indicati con S). Essi distano in diagonale 30 mm dagli angoli della lastra, in modo da non risentire degli effetti di bordo. Laddove si è deciso di posizionare i sensori è stato posto un sottile strato di cianoacrilato, una sostanza in grado di garantire la perfetta aderenza tra il sensore stesso e la superficie del vetro. Tale sostanza inoltre non va ad interferire con le emissioni rilevate dai sensori.

Sia la sferetta di indentazione che la zona superficiale del vetro, dove si effettua la prova, sono stati ricoperti da uno strato di acido stearico in modo da evitare attriti che possano apparire come eventi acustici associati al progressivo danneggiamento del materiale.

Le prove sono state effettuate in condizioni ambientali.

La fase di prova è iniziata andando a posizionare la sferetta sulla superficie di vetro nel punto di indentazione in alto a sinistra. Inizialmente si voleva infatti caricare il provino senza portarlo però a rottura così da poter effettuare diverse prove sulla stessa lastrina e poter poi osservare l'eventuale formazione del cono Hertziano attraverso microscopio ottico. Quindi si è proceduto caricando la sferetta con la più bassa velocità possibile (1 $\mu$ m/minuto). Il carico, monotonicamente crescente, ha provocato nel materiale uno stato di sollecitazione di trazione che ha a sua volta generato delle microfessure rilevate dai sensori come dei piccoli microsismi.

Tramite un'opportuna centralina sono stati acquisiti sia i dati relativi all'andamento Carico – Profondità di penetrazione, sia l'accumulo degli eventi in funzione del tempo.

In realtà la prova è stata poi condotta fino a completa fessurazione del provino in quanto, a differenza dell'ipotesi iniziale, già da livelli di carico bassi si sono generati degli eventi. Essi non sono dunque più relazionati al raggiungimento del carico critico da parte del materiale.

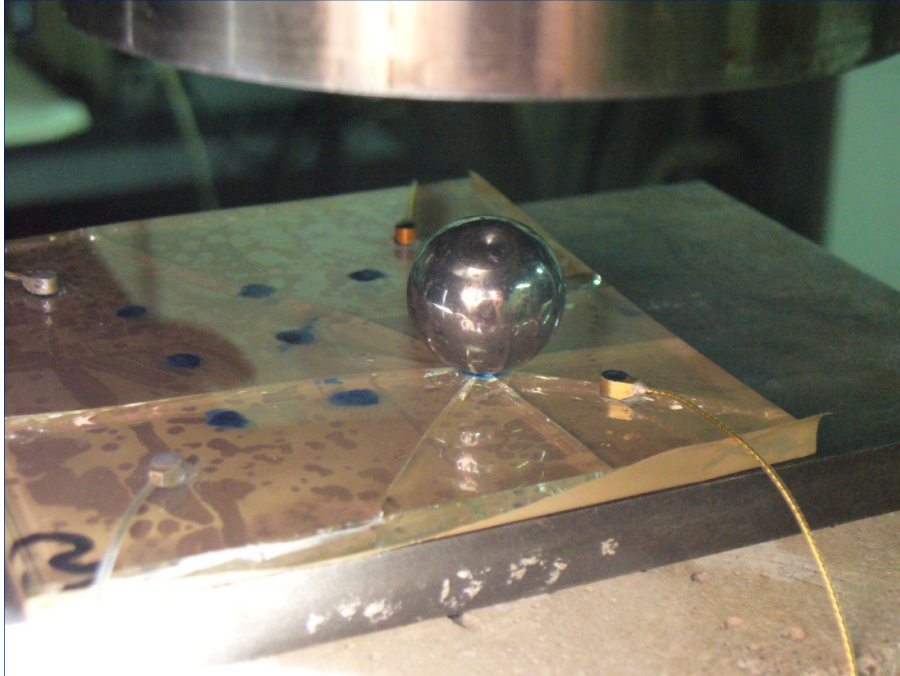


Fig. 10.3 Completa fessurazione della lastra di vetro sottoposta ad indentazione

Nel caso in esame la fessurazione è stata raggiunta per un carico di 2.853 kN (vedi Fig. 10.3).

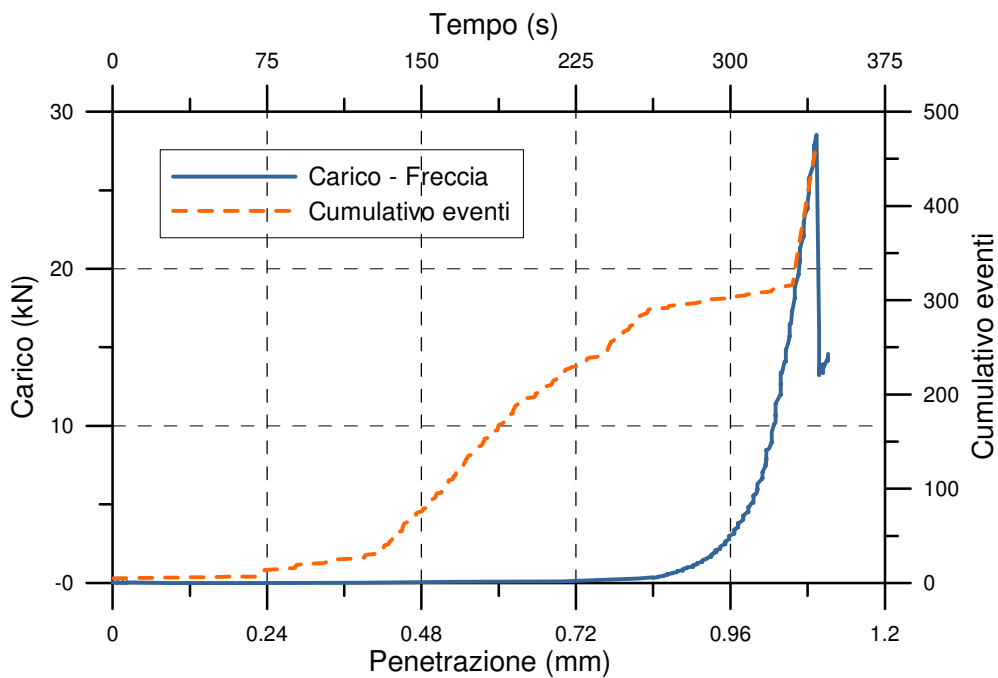


Fig. 10.4 Andamento Carico - Freccia e Tempo - Cumulativo eventi



Si è osservato (vedi Fig. 10.3) come l'evoluzione degli eventi nel tempo segua un andamento spezzato, caratterizzato da tre tratti pressoché rettilinei e a diversa pendenza, indicati con il colore rosso, verde e giallo in Fig. 10.4.

Poiché la fessurazione della lastrina di vetro a seguito della prova di indentazione implica la formazione di un cono Hertziano, si è ipotizzato che l'andamento dell'acquisizione degli eventi sia correlato allo sviluppo del cono stesso.

Gli eventi localizzati sulla primo tratto corrispondono ad un addensamento localizzato sotto l'indentatore dovuto a fenomeni di schiacciamento locale. Lo sviluppo stabile del cono Hertziano invece può essere relazionata con il secondo tratto, quello verde. Infine si ha la propagazione instabile di tale cono che porta alla frammentazione completa della lastra, ultimo tratto.

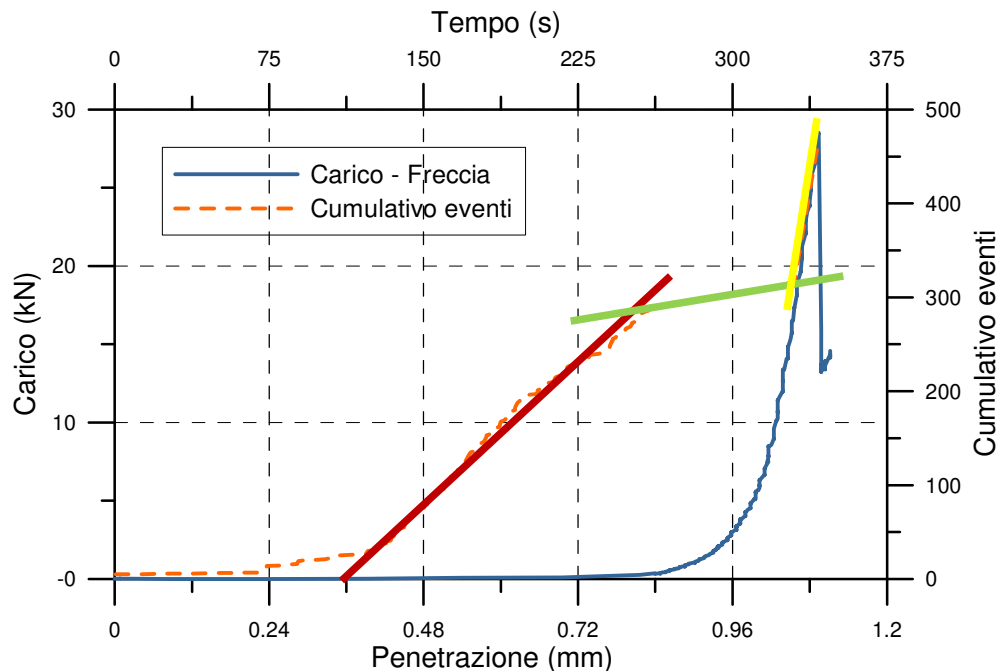
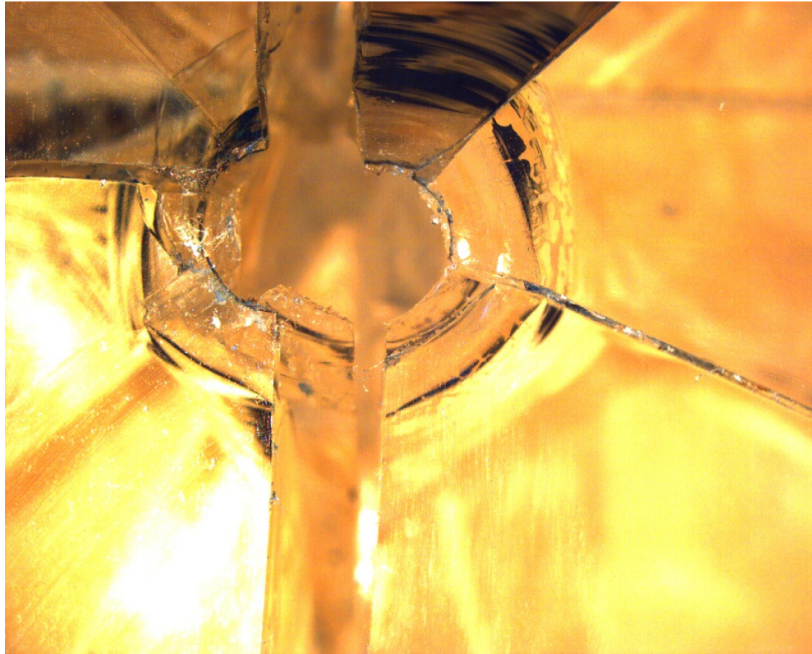


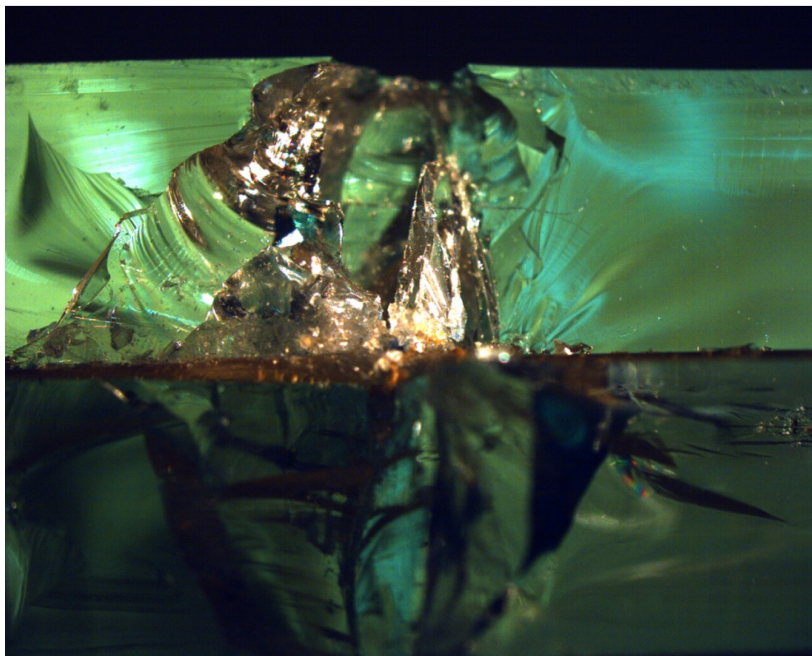
Fig. 10.5 Andamento approssimato della Curva di Carico

Una volta effettuata la prova, si è visto come, togliendo la sferetta e riponendola sulla lastra, essa si sia localizzata nuovamente nell'esatto punto di indentazione, proprio come se si fosse creata sulla superficie una culla, cioè un addensamento localizzato di materiale adatto alla sfera. Tale comportamento può essere ricollegato alla deformazione anelastica che si sviluppa laddove il vetro è sollecitato da forte compressione e taglio.

Terminata la prova, si è osservata la lastra tramite microscopio ottico al fine di valutare l'eventuale formazione del cono Hertziano (vedi Figg. 10.5 e 10.6).



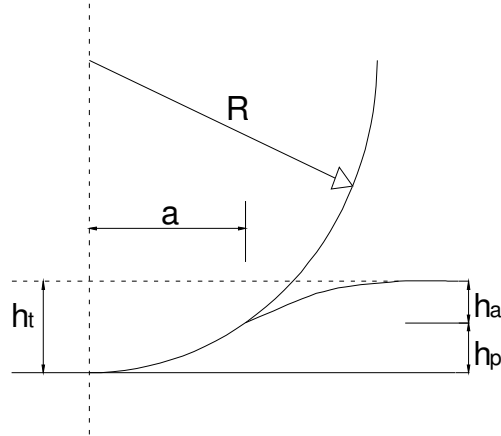
**Fig. 10.6** Fotografia a microscopio ottico del cono Hertziano (vista dall'alto) – Ingrandimento 16x



**Fig. 10.7** Fotografia a microscopio ottico del cono Hertziano (vista laterale) – Ingrandimento 12.5x

Si presenta ora lo schema di contatto tra indentatore sferico e superficie piana, ovvero il tipo di contatto che si sviluppa nelle prove di indentazione che sono state effettuate in laboratorio.

Esso è caratterizzato dalle grandezze indicate in Fig. 10.7:



**Fig. 10.8 Schema del contatto tra un indentatore rigido sferico e una superficie piana**

dove:  $R_i$  è il raggio dell'indentatore,  $a$  è il raggio del cerchio limite di indentazione,  $h_t$  è l'altezza totale di penetrazione,  $h_a$  è la profondità del cerchio limite di contatto dalla superficie libera del provino e  $h_p$  è la distanza tra la massima profondità di indentazione e il cerchio limite di contatto.

Come ampiamente descritto al Capitolo 8, il raggio del cerchio limite di indentazione può essere determinato attraverso la seguente formula:

$$a^3 = \frac{3}{4} \cdot \frac{P \cdot R}{E^*}$$

Si deve però prima valutare la quantità  $E^*$ , chiamata *modulo ridotto*, la quale combina il modulo elastico dell'indentatore con quello del provino attraverso la seguente relazione:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{(1-\nu_i^2)}{E_i} + \frac{(1-\nu_s^2)}{E_s}$$

dove:  $E_i$  è il modulo elastico dell'indentatore (acciaio),  $E_s$  è il modulo elastico del provino (vetro),  $\nu_i$  è il coefficiente di Poisson dell'indentatore (acciaio) e  $\nu_s$  è il coefficiente di Poisson del provino (vetro).

Il modulo elastico ottenuto è indicato in Tab. 10.1.

**Tab. 10.4 Calcolo Modulo elastico ridotto**

P =	2,853	kN
R <sub>sfera</sub> =	10	mm
E <sub>vetro</sub> =	70000	MPa
v <sub>vetro</sub> =	0,22	
E <sub>acciaio</sub> =	210000	MPa
v <sub>acciaio</sub> =	0,3	
E* <sup>-1</sup> =	0,0000179	MPa <sup>-1</sup>
E* =	55780	MPa

Determinato il valore del modulo elastico ridotto, si è valutato il raggio del cerchio limite di indentazione:

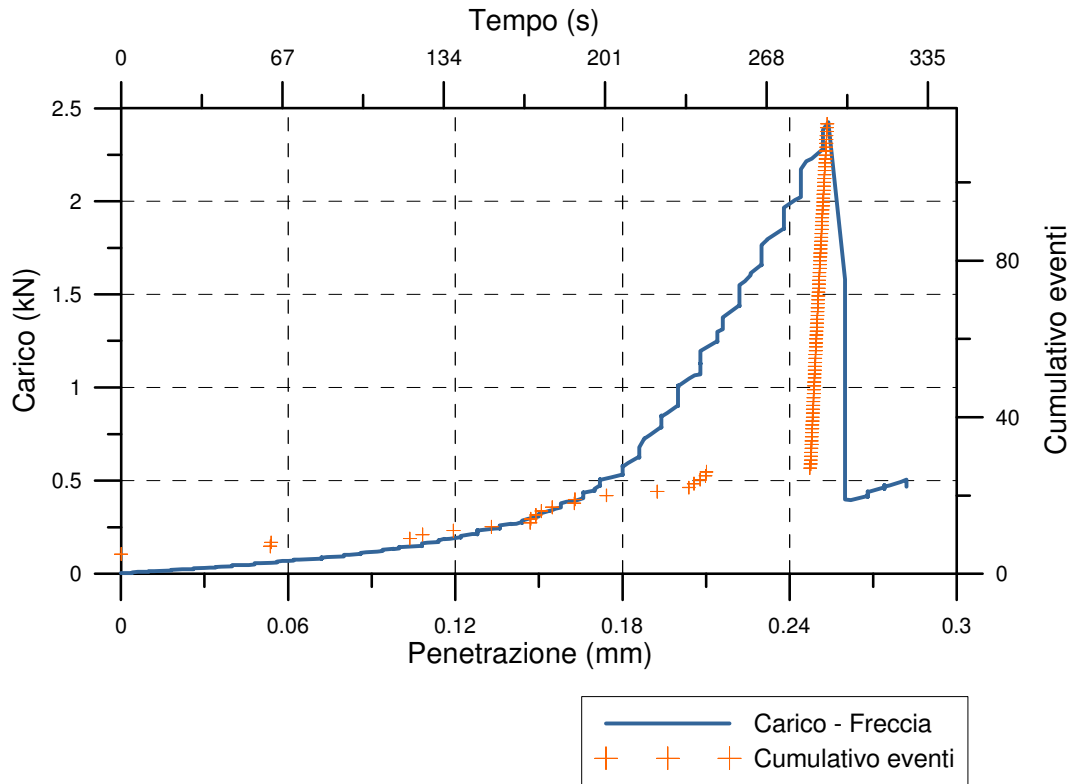
$$a = \sqrt[3]{\frac{3}{4} \cdot \frac{P \cdot R}{E^*}} = 0,726 \text{ mm.}$$

Quindi, definite le grandezze geometriche governanti il problema, si è calcolato lo sforzo massimo di trazione, che si localizza appena al di fuori dell'area di contatto e che rappresenta l'inizio della fase di rottura, esso vale:

$$\sigma_{\max} = \frac{P \cdot (1 - 2 \cdot v_s)}{2 \cdot \pi \cdot a^2} = 481,63 \text{ MPa.}$$

La prova viene quindi ripetuta su di una seconda lastrina di vetro, sempre di 2 mm di spessore e seguendo lo stesso procedimento indicato in precedenza al fine di accertare la riproducibilità della prova stessa.

In Fig. 10.9 si mostra l'andamento Carico - Freccia , Tempo - Cumulativo eventi:



**Fig. 10.9 Andamento Carico – Penetrazione e Tempo – Cumulativo eventi**

Nell'andamento degli eventi in funzione del tempo si è rilevato come, appena prima dell'inizio della serie di eventi che porteranno a rottura la lastra, si verifichi un intervallo di tempo in cui i sensori non rilevano alcuna emissione acustica.



**Fig. 10.10 Osservazione con Hertziano con microscopio ottico – Ingrandimento 20x**

Si è ipotizzato di conseguenza che l'osservazione del periodo di tempo privo di eventi possa essere indice del successivo, subitaneo sviluppo del cono Hertziano.

Con i dati rilevati durante questa prova si sono determinati i valori di modulo elastico ridotto, raggio limite di indentazione e sforzo massimo di trazione indicati in Tab. 10.5.

**Tab. 10.5 Calcolo massimo sforzo di trazione**

Spessore =	2	mm
P =	2,445	kN
R <sub>sfera</sub> =	10	mm
E <sub>vetro</sub> =	70000	MPa
v <sub>vetro</sub> =	0,22	
E <sub>acciaio</sub> =	210000	MPa
v <sub>acciaio</sub> =	0,3	
E <sup>*-1</sup> =	0,000018	MPa <sup>-1</sup>
E* =	55779,86	MPa
a =	0,6902	mm
σ <sub>max</sub> =	457,49	MPa

**10.3 SECONDO CICLO DI PROVE – PROVE SU LASTRE CON SPESSORE DIFFERENTE**

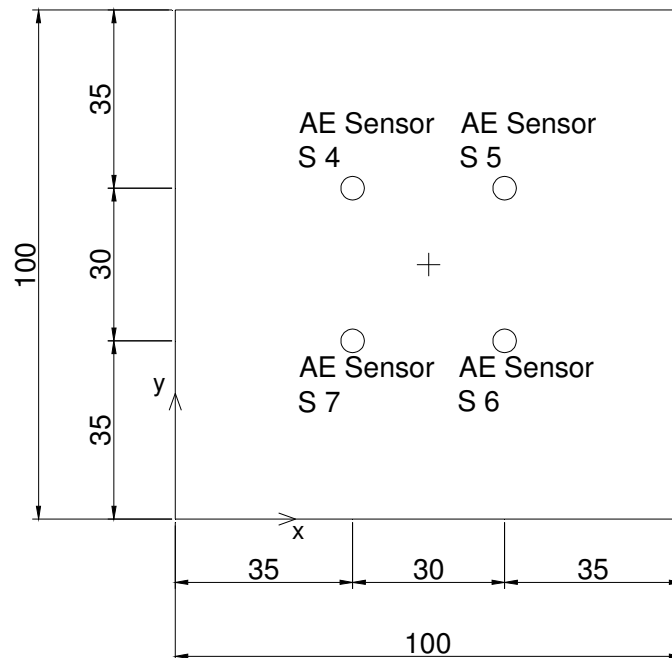
Dopo aver effettuato il primo ciclo di prove preliminari atte a definire una corretta metodologia di prova, si è proseguito con un secondo ciclo di prove di indentazione condotte su lastre di spessore differente. L'evoluzione dello stato di danneggiamento del materiale dovuto alla tecnica di indentazione è stato monitorato tramite il rilievo di emissioni acustiche.

Le prove sono state effettuate sui seguenti provini:

- 2 lastre di dimensione 100 mm x 100 mm con spessore nominale di 2 mm
- 2 lastre di dimensione 100 mm x 100 mm con spessore nominale di 3 mm
- 2 lastre di dimensione 100 mm x 100 mm con spessore nominale di 4 mm
- 2 lastre di dimensione 100 mm x 100 mm con spessore nominale di 5 mm
- 2 lastre di dimensione 100 mm x 100 mm con spessore nominale di 6 mm

Ogni prova è stata eseguita seguendo un ciclo completo di carico fino alla rottura finale della lastra per osservare il comportamento del materiale in relazione allo spessore dell'elemento.

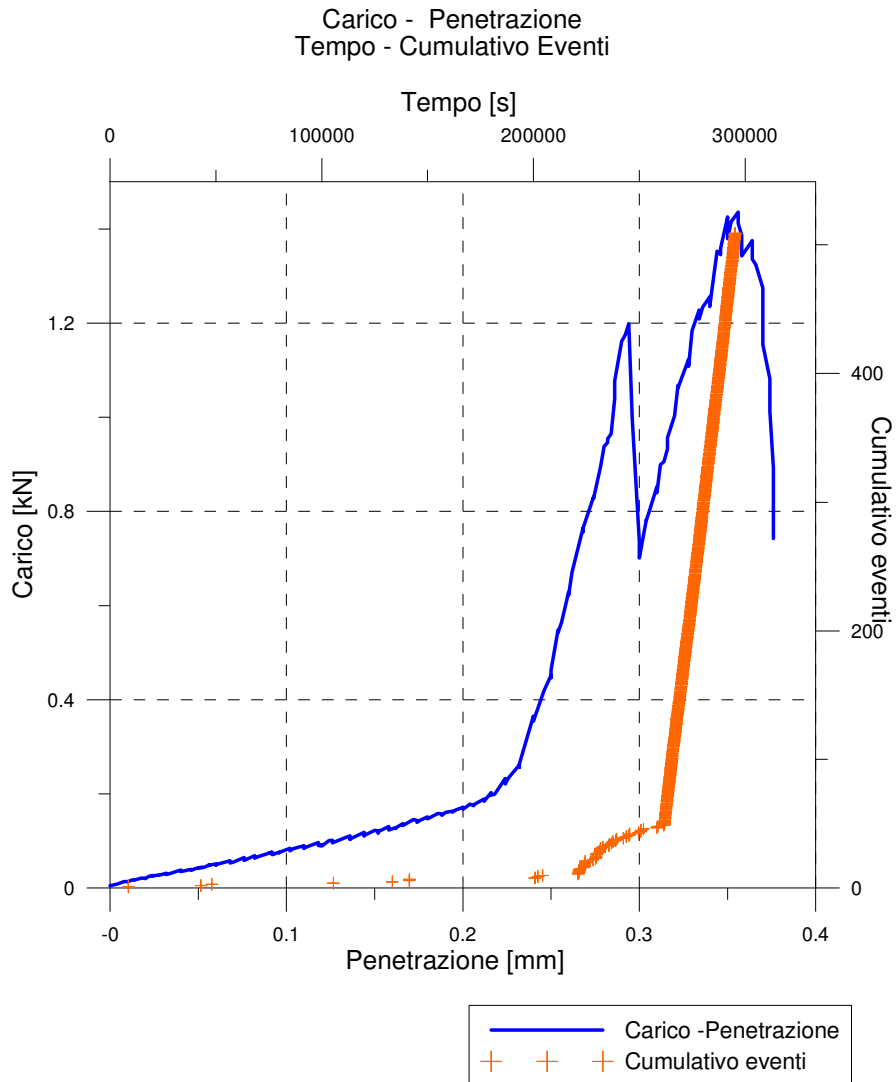
La prova di indentazione è stata condotta sul punto centrale di ogni provino. Si indica con un pallino la posizione dei sensori di emissioni acustiche (vedi Fig. 10.11).



**Fig. 10.11 Schema di indentazione secondo ciclo di prove**

### 10.3.1 Prova di indentazione su lastra di spessore nominale 2 mm

Dopo aver pulito il provino ed aver tracciato il sistema di riferimento, sono stati posizionati i quattro sensori secondo lo schema precedente (vedi Fig. 10.11). La lastrina è stata quindi sottoposta ad indentazione fino al raggiungimento della rottura completa, la quale si è verificata per un carico di 1.38 kN (vedi Fig. 10.12).



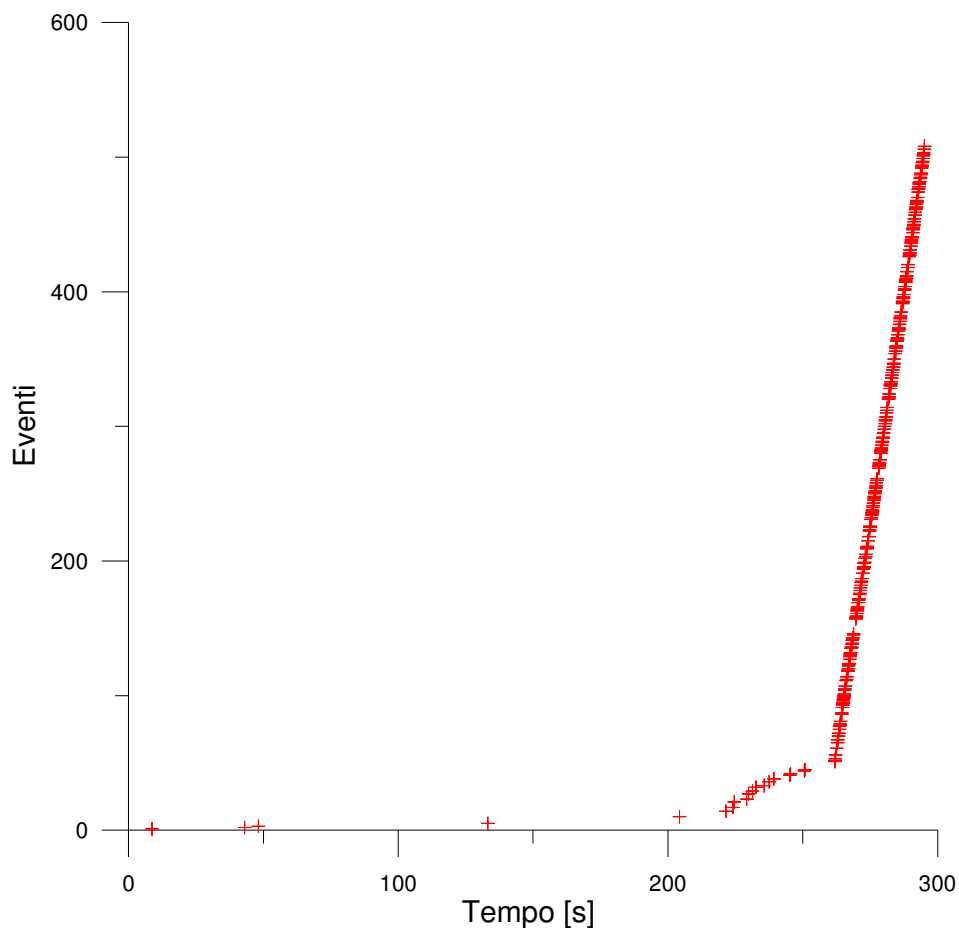
**Fig. 10.12 Andamento Carico – Penetrazione e Tempo – Cumulativo eventi**

Anche in questa prova si è visto come l'accadimento degli eventi si sviluppi nel tempo lungo una curva approssimabile con tre tratti, di cui il secondo dovrebbe essere correlato con l'inizio della formazione del cono Hertziano.



Si è quindi deciso di provare ad incrementare la soglia di rilievo dei sensori per determinarne il valore più adatto a rendere visibile l'intervallo di tempo privo di eventi che si è ipotizzato preceda l'innescò del cono e poterlo così impiegare come indicatore di tale fenomeno.

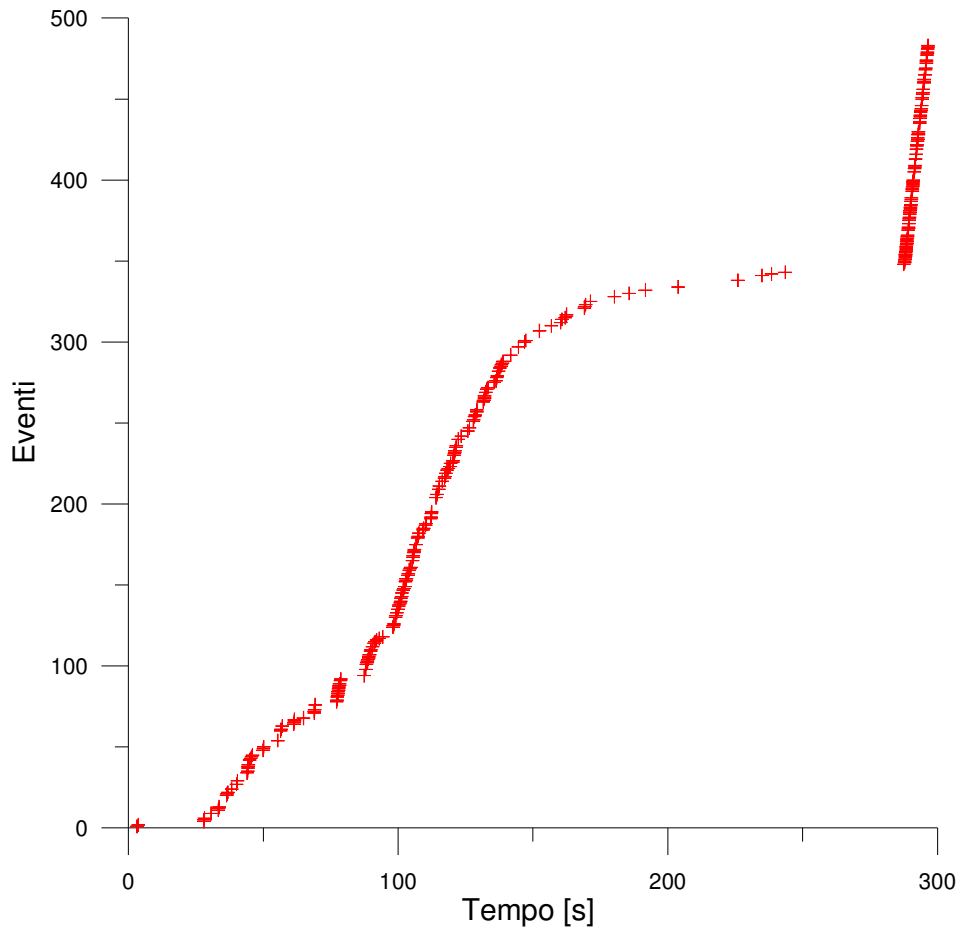
Si presenta allora l'andamento degli eventi rilevati dal primo sensore considerando una soglia di  $1 \cdot 10^8$  mV, cioè escludendo quegli eventi che presentano un segnale inferiore a tale valore di soglia (vedi Fig. 10.13).



**Fig. 10.13 Tempo – Cumulativo eventi, soglia  $1 \cdot 10^8$  mV (I sensore)**

Aver portato la soglia di recepimento a  $1 \cdot 10^8$  mV ha comportato lo scarto dei soli eventi a carico più basso, laddove cioè non si è ancora innescata la formazione del cono Hertziano (vedi Fig. 10.13).

Si presenta in Fig. 10.14 lo stesso andamento degli eventi rilevati dal primo sensore elevando però la soglia a  $2 \cdot 10^8$  mV.



**Fig. 10.14** Tempo – Cumulativo eventi, soglia  $2 \cdot 10^8$  mV (I sensore)

Si è visto sperimentalmente che, aumentando la soglia di recepimento delle emissioni acustiche da  $1 \cdot 10^8$  mV a  $2 \cdot 10^8$  mV, sono stati esclusi anche gli eventi appartenenti al secondo tratto, tale valore di soglia potrebbe dunque essere considerato adatto a determinare lo sviluppo del cono Hertziano.

L'obiettivo dell'elaborazione di questi dati è consistito infatti nel determinare se esiste una relazione tra gli eventi rilevati legati alla formazione del cono Hertziano e la soglia di recepimento dei sensori. Se si trovasse infatti un valore di soglia in grado di caratterizzare quei microsismi che originano il cono Hertziano si potrebbero utilizzare le emissioni acustiche come indice per descrivere l'innescò e la propagazione del cono stesso e di conseguenza della fessurazione e collasso della lastrina di vetro.

Si è determinato lo sforzo a trazione che genera il collasso completo della lastrina di vetro (vedi Tab. 10.6).

**Tab. 10.6 Calcolo sforzo di trazione massimo**

Spessore =	2	mm
P =	1,38	kN
R <sub>sfera</sub> =	10	mm
E <sub>vetro</sub> =	70000	MPa
v <sub>vetro</sub> =	0,22	
E <sub>acciaio</sub> =	210000	MPa
v <sub>acciaio</sub> =	0,3	
E* <sup>-1</sup> =	0,0000179	MPa <sup>-1</sup>
E* =	55780	MPa
a =	0,570	mm
σ <sub>max</sub> =	378,07	MPa

### 10.3.2 Prova di indentazione su lastra di spessore nominale 3 mm

Si presentano ora i risultati ottenuti dalla prova di indentazione svolta sulla lastrina di vetro di spessore 3 mm ed eseguita seguendo sempre il procedimento indicato per il secondo ciclo di prove.

L'andamento Carico – Penetrazione (vedi Fig. 10.15) ha mostrato che il carico che porta al collasso della lastrina di vetro vale: 3.66 kN. Si è verificato inoltre come lo sviluppo degli eventi sia ancora approssimabile a tre tratti.

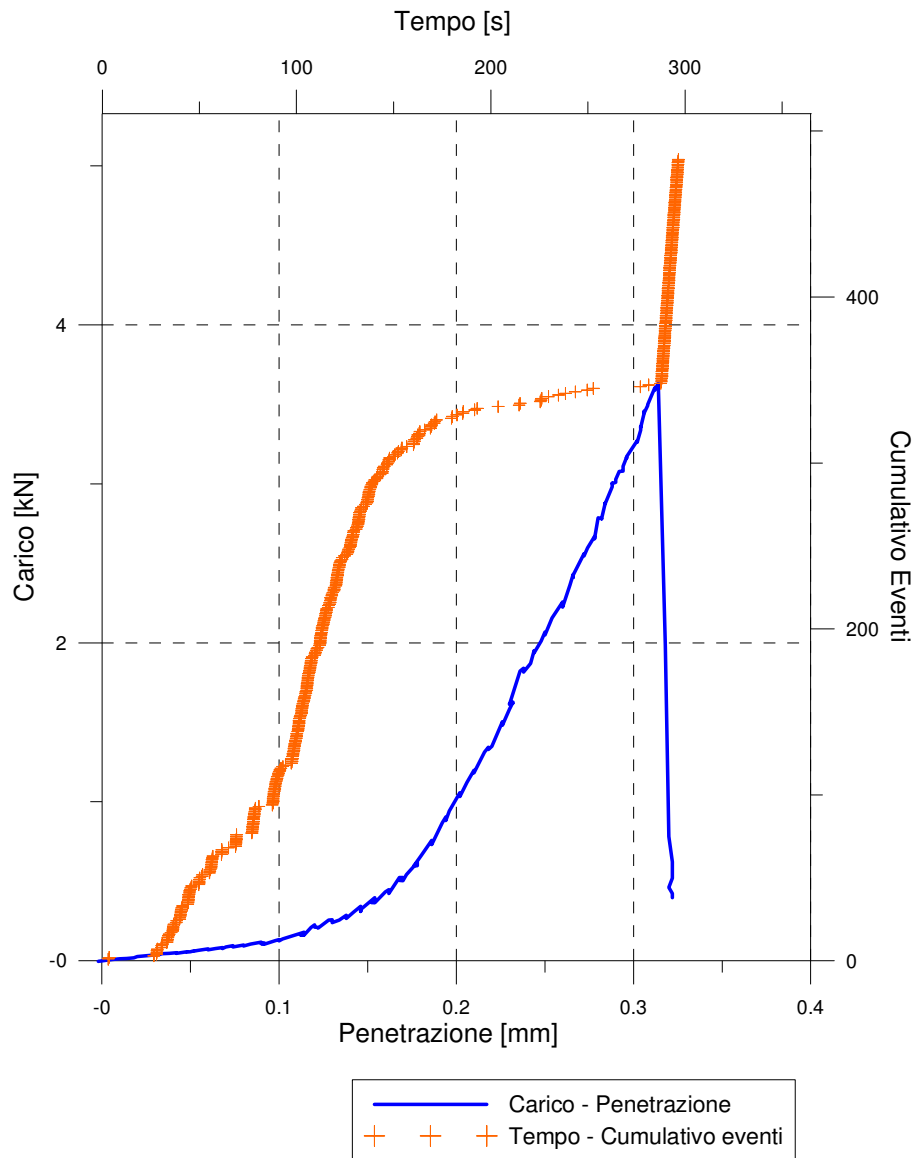
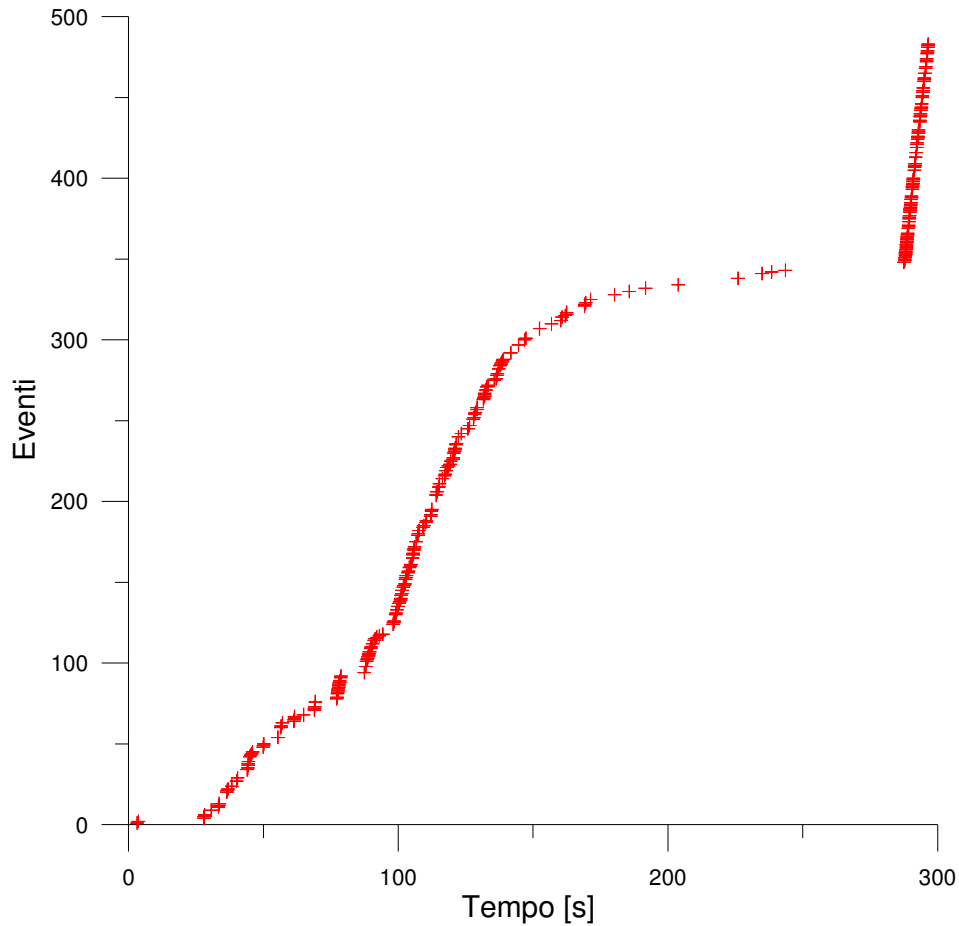


Fig. 10.15 Andamento Carico – Penetrazione e Tempo – Cumulativo eventi

Anche in questo caso si è voluto valutare cosa comporti un eventuale incremento della soglia delle emissioni acustiche recepite. Si presentano dunque i dati rilevati dal primo sensore considerando le soglie di  $1 \cdot 10^8$  mV (vedi Fig. 10.16) e  $2 \cdot 10^8$  mV (vedi Fig. 10.17).

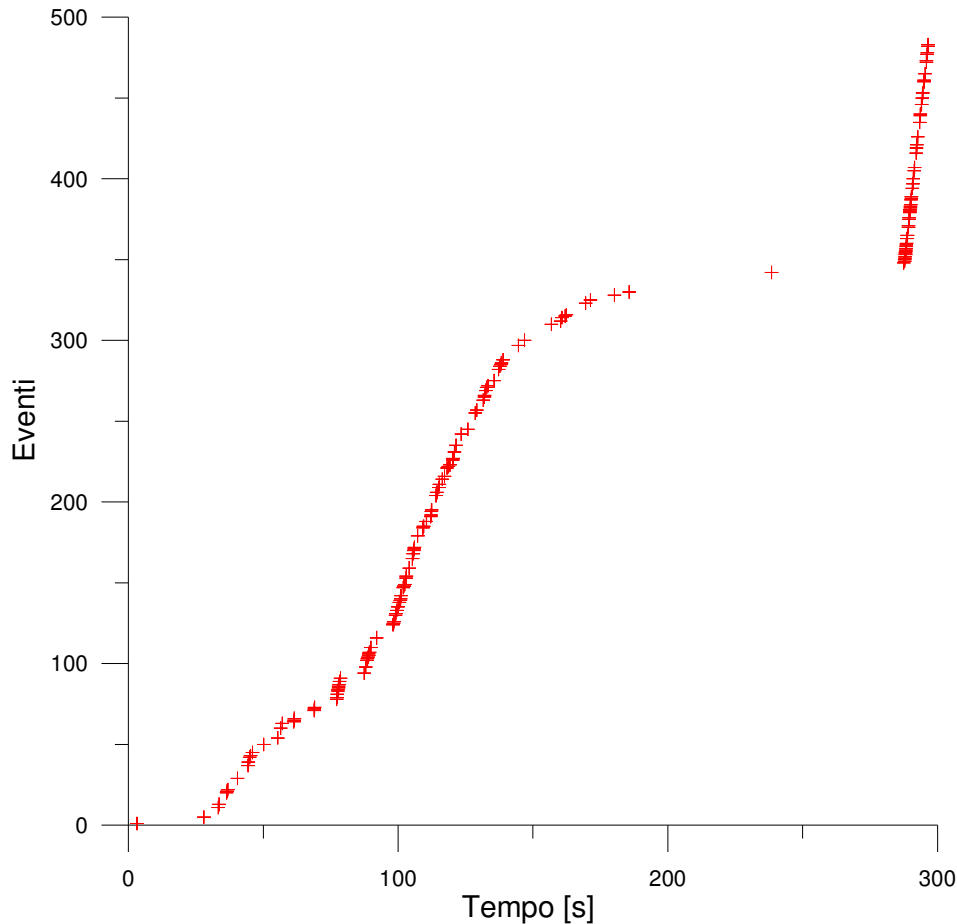


**Fig. 10.16 Tempo – Cumulativo eventi, soglia  $1 \cdot 10^8$  mV (I sensore) – distacco 23 secondi**

Dall'andamento degli eventi nel tempo (Fig. 10.16) si è osservato come, prima della fase finale, si verifici un periodo in cui non accadono eventi. È nata allora la necessità di determinare se tale periodo in cui non si rilevano eventi si verifici sempre prima dell'innesco instabile della propagazione del cono Hertziano al variare dello spessore della lastra di vetro.

Si è proceduto dunque andando ad aumentare la soglia di recepimento degli eventi dei sensori impiegati nella prova (vedi Fig. 10.17).

In questo modo si è voluto innanzitutto verificare l'ipotesi nata nella prova precedente secondo la quale, incrementando il valore della soglia, si ha un diradamento degli eventi proprio nella seconda fase di sviluppo del cumulativo degli eventi stesso. Inoltre si è voluto anche verificare il comportamento descritto in Figura 10.16, ovvero come si modifichi la fase di silenzio nella ricezione degli eventi.



**Fig. 10.17 Tempo – Cumulativo eventi, soglia  $2 \cdot 10^8$  mV (I sensore) – distacco 53 secondi**

Aumentando la soglia di ricezione si è visto come si abbia davvero eliminato eventi appartenenti principalmente al secondo ramo. Inoltre si è osservato un deciso aumento del periodo in cui non si rilevano eventi, proprio appena prima che il grafico mostri l'andamento finale. Si può notare infatti come la durata dell'intervallo senza acquisizione di eventi risulti più che raddoppiata (vedi Fig. 10.17).

Se tale comportamento si verificasse per tutti gli spessori delle lastre in esame, si potrebbe considerare questa fase in cui non si rilevano eventi come indicatore del

momento in cui la prova può essere interrotta senza che si inneschi la propagazione instabile delle fessure, ovvero non si provoca il collasso della lastrina.

Il comportamento descritto nei grafici precedenti è confermato dai dati rilevati dagli altri sensori disposti sulla lastra durante la prova; essi rilevano intervalli di tempo privi di eventi di durata anche superiore a quella indicata dal primo sensore.

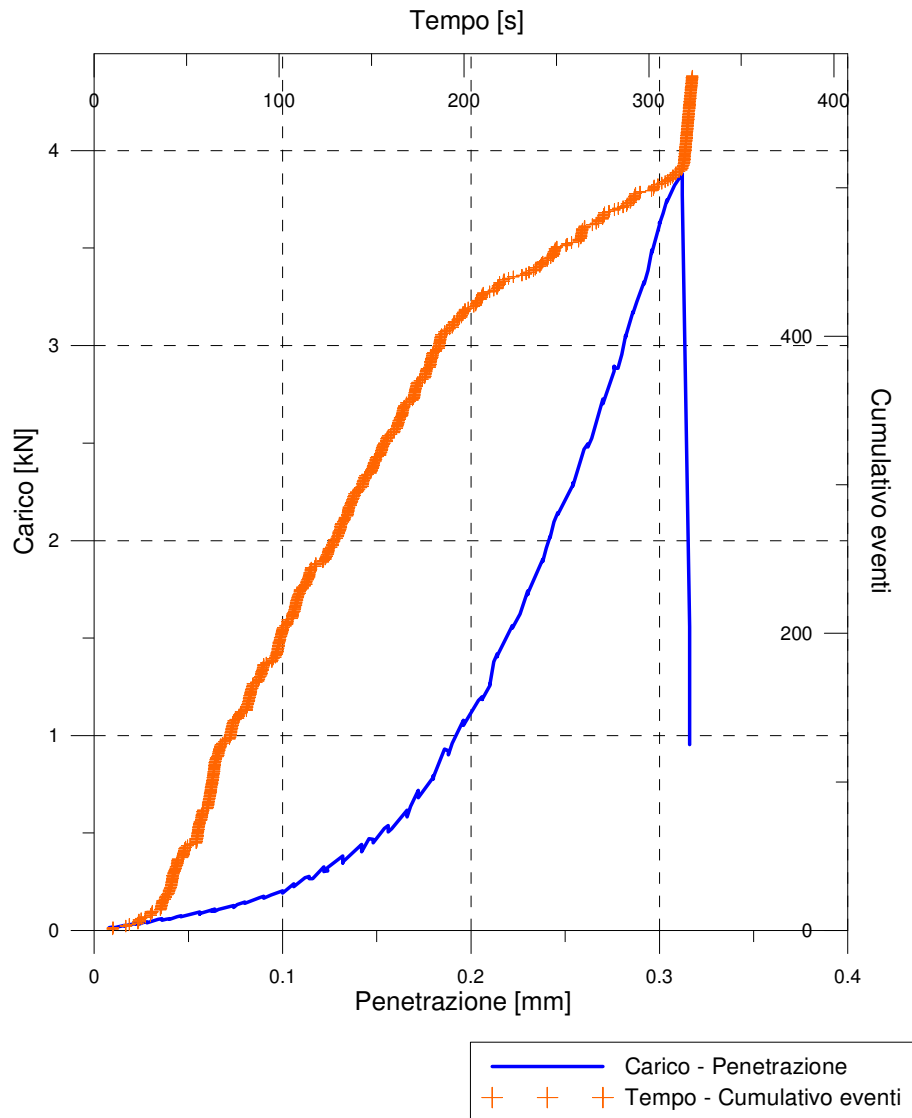
Una volta determinato l'andamento degli eventi nel tempo si è calcolato il massimo sforzo a trazione che porta alla fessurazione completa della lastra (vedi Tab. 10.7).

**Tab. 10.7 Calcolo sforzo di trazione massimo**

Spessore =	3	mm
P =	3,66	kN
R <sub>sfera</sub> =	10	mm
E <sub>vetro</sub> =	70000	MPa
v <sub>vetro</sub> =	0,22	
E <sub>acciaio</sub> =	210000	MPa
v <sub>acciaio</sub> =	0,3	
E* <sup>-1</sup> =	0,0000179	MPa <sup>-1</sup>
E* =	55780	MPa
a =	0,789	mm
σ <sub>max</sub> =	523,33	MPa

### 10.3.3 Prova di indentazione su lastra di spessore nominale 4 mm

Si è proceduto andando ad effettuare lo stesso tipo di prova di indentazione descritta in precedenza su di una lastrina di vetro di spessore 4 mm. E' stato sottoposto ad indentazione il lato non stagno del vetro al fine di rilevare una resistenza superiore.

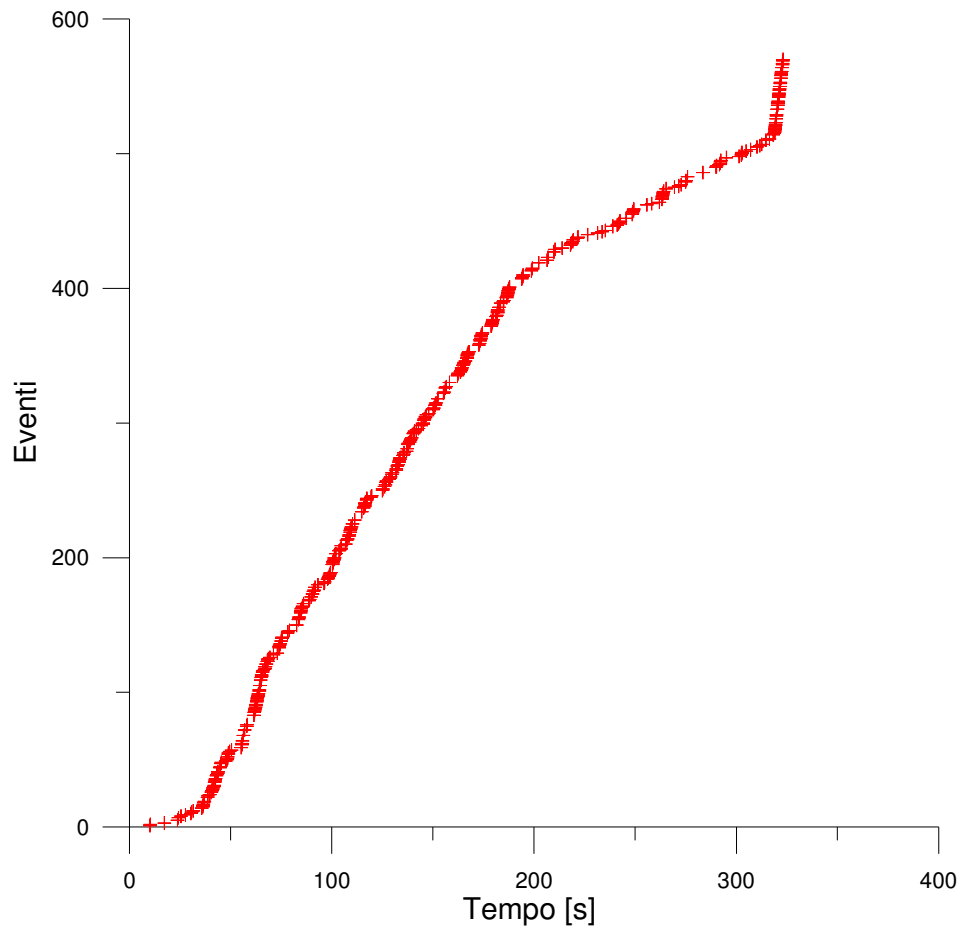


**Fig. 10.18 Andamento Carico – Penetrazione e Tempo – Cumulativo eventi**

Il carico che porta al collasso della lastrina di vetro vale 3.88 kN (vedi Fig. 10.18).

Si è valutato quindi il comportamento della lastra andando ad incrementare la soglia prima a  $1 \cdot 10^8$  mV (vedi Fig. 10.19) per poi passare a  $2 \cdot 10^8$  mV (vedi Fig. 10.20).

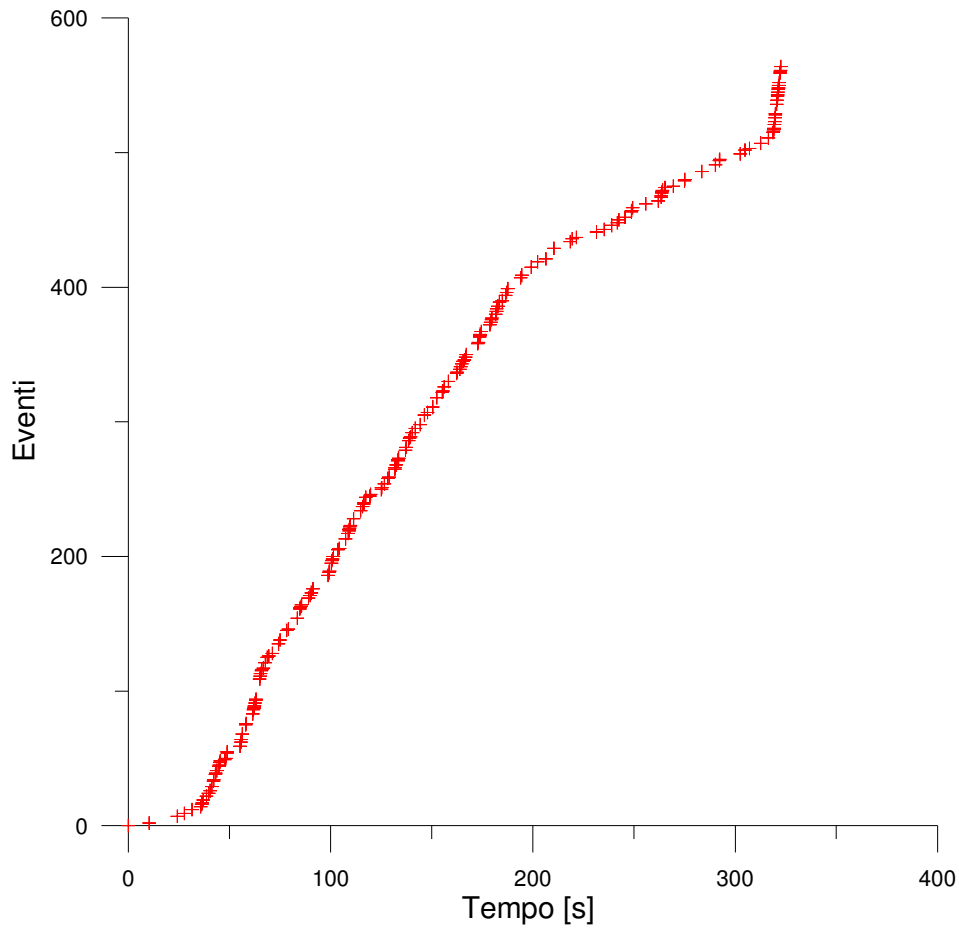




**Fig. 10.19** Tempo – Cumulativo eventi, soglia  $1 \cdot 10^8$  mV (I sensore)

Con la soglia a  $1 \cdot 10^8$  mV non sono stati rilevati periodi privi di eventi.

Si illustrano in Fig. 10.20 i risultati ottenuti incrementando la soglia di ricezione a  $2 \cdot 10^8$  mV.



**Fig. 10.20** Tempo – Cumulativo eventi, soglia  $2 \cdot 10^8$  mV (I sensore)

Anche incrementando la soglia non si sono creati periodi in cui non sono rilevati eventi, bensì si vanno a perdere gli ultimi eventi, ovvero quelli che si sono verificati appena prima della rottura della lastra. Con lo spessore di vetro di 4 mm non si è osservato dunque lo stesso comportamento descritto per i casi precedenti.

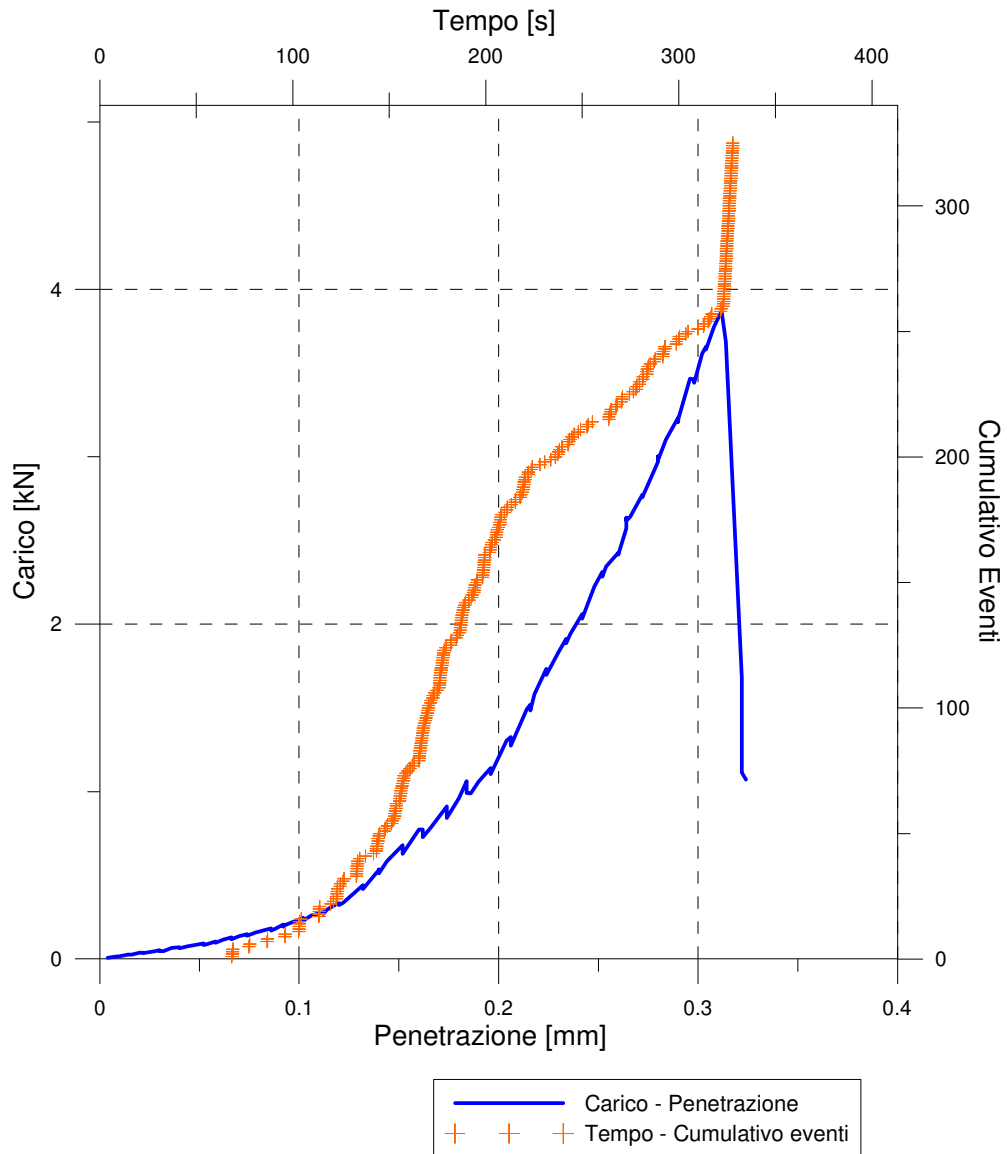
Si è comunque calcolato il massimo sforzo di trazione che si genera nella lastra a rottura (Tab. 10.8).

**Tab. 10.8 Calcolo massimo sforzo di trazione**

Spessore =	4	mm
P =	3,88	kN
R <sub>sfera</sub> =	10	mm
E <sub>vetro</sub> =	70000	MPa
v <sub>vetro</sub> =	0,22	
E <sub>acciaio</sub> =	210000	MPa
v <sub>acciaio</sub> =	0,3	
E* <sup>-1</sup> =	0,0000179	MPa <sup>-1</sup>
E* =	55780	MPa
a =	0,805	mm
σ <sub>max</sub> =	533,61	MPa

### 10.3.4 Prova di indentazione su lastra di spessore nominale 5 mm

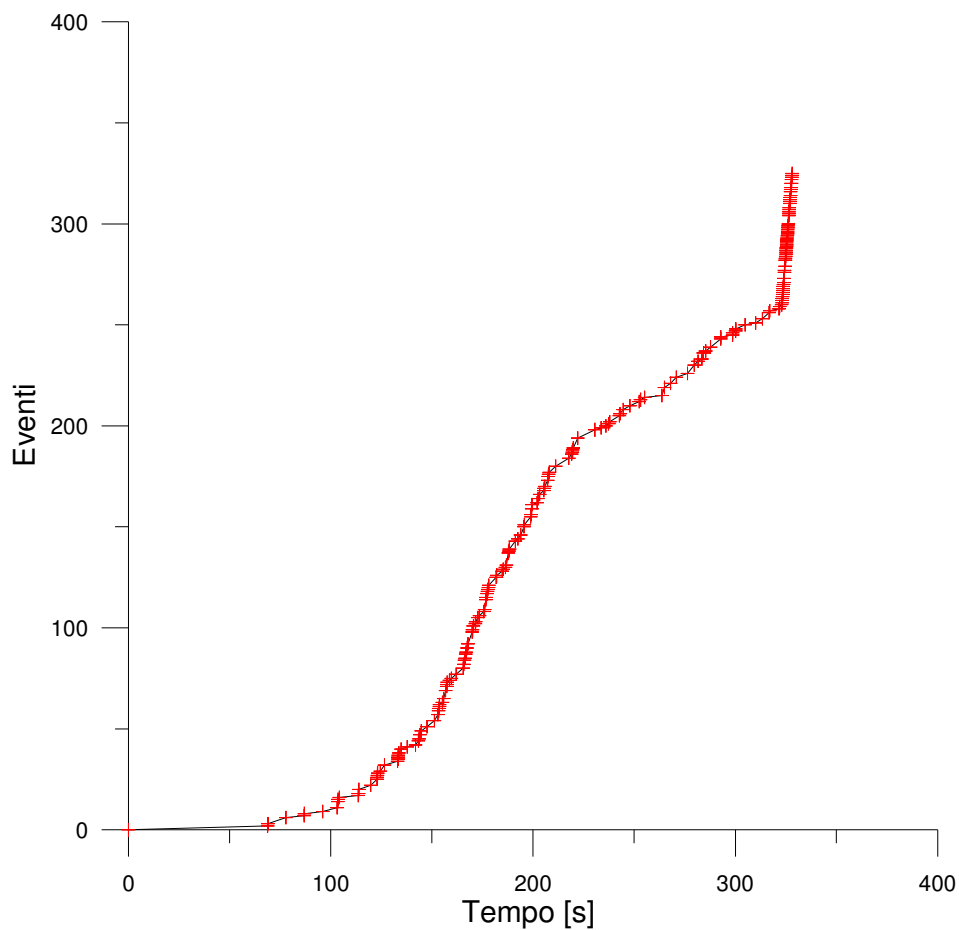
Dopo aver effettuato la prova di indentazione sulla lastra di 4 mm di spessore si si è effettuata un'identica prova su una lastrina di 5 mm di spessore nominale.



**Fig. 10.21 Andamento Carico – Penetrazione e Tempo – Cumulativo eventi**

Il carico massimo che ha portato alla fessurazione completa della lastrina vale 3.87 kN (vedi Fig. 10.21).

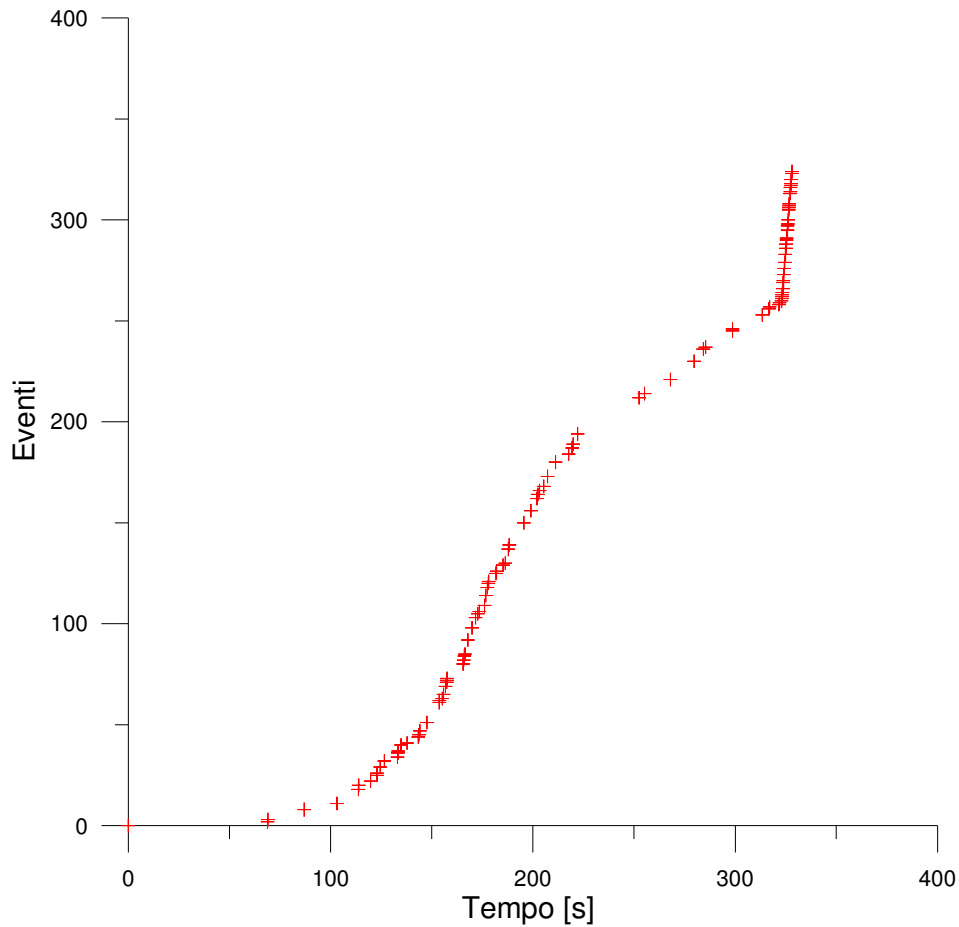
Come effettuato per le prove precedenti si è analizzato l'evoluzione degli eventi nel tempo andando a considerare una soglia pari a  $1 \cdot 10^8$  mV (vedi Fig. 10.22) per poi passare a  $2 \cdot 10^8$  mV (vedi Fig. 10.23).



**Fig. 10.22 Tempo – Cumulativo eventi, soglia  $1 \cdot 10^8$  mV (I sensore)**

Con la soglia a  $1 \cdot 10^8$  mV non si è osservato nessun distacco temporale negli eventi rilevati (vedi Fig. 10.22).

Si illustra in Fig.10.23 l'evoluzione degli eventi considerando una soglia di recepimento pari a  $2 \cdot 10^8$  mV.



**Fig. 10.23 Tempo – Cumulativo eventi, soglia  $2 \cdot 10^8$  mV (I sensore)**

Al contrario di ciò che era avvenuto per la lastrina di spessore 4 mm, in questo caso, incrementando la soglia di ricezione, si è riusciti ad ottenere un periodo di tempo privo di eventi. Purtroppo però tale intervallo si verifica ben prima della fase finale di propagazione del cono Hertziano, non può essere considerato come indicatore dell'inizio della fase finale di fessurazione.

Come per le prove precedenti si è determinato il massimo sforzo a trazione che si sviluppa a rottura completa della lastrina di vetro (vedi Tab. 10.9).

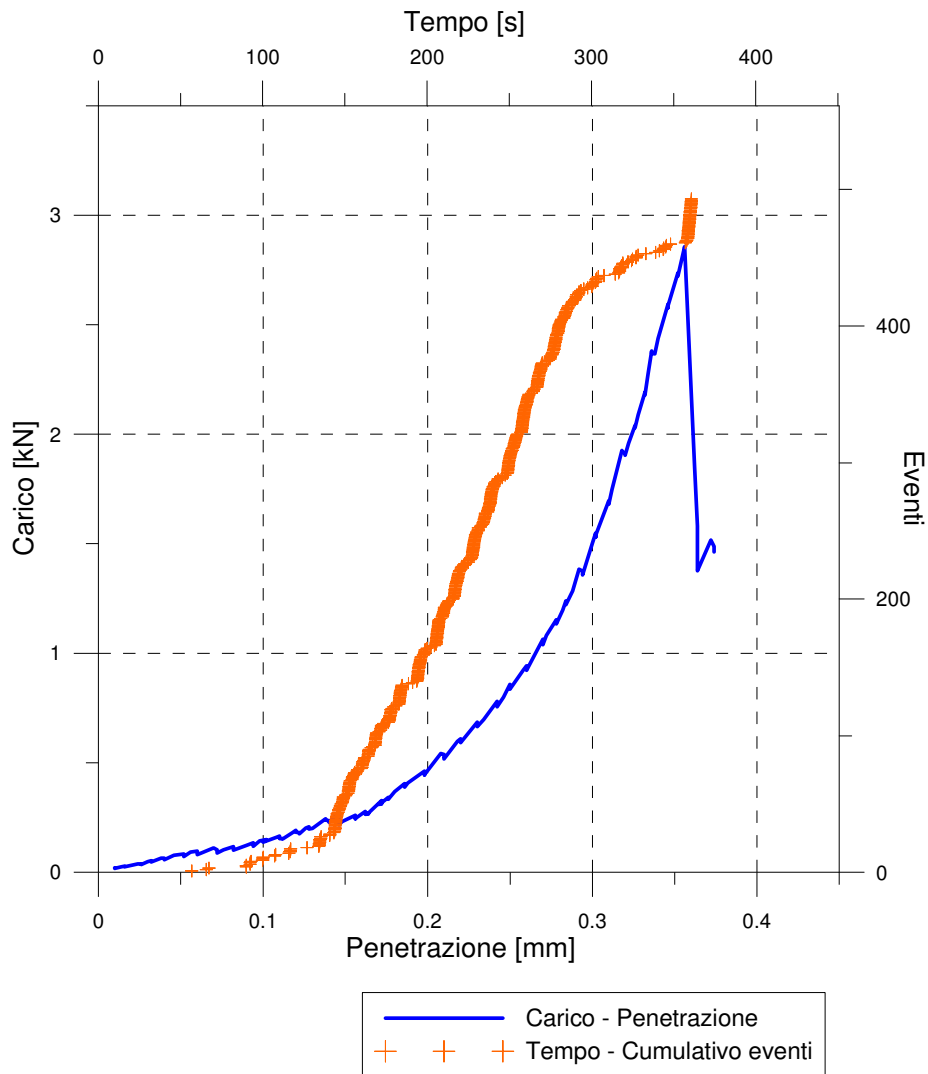
**Tab. 10.9 Calcolo sforzo di trazione massimo**

Spessore =	5	mm
P =	3,87	kN
R <sub>sfera</sub> =	10	mm
E <sub>vetro</sub> =	70000	MPa
v <sub>vetro</sub> =	0,22	
E <sub>acciaio</sub> =	210000	MPa
v <sub>acciaio</sub> =	0,3	
E* <sup>-1</sup> =	0,0000179	MPa <sup>-1</sup>
E* =	55780	MPa
a =	0,804	mm
σ <sub>max</sub> =	533,15	MPa

### 10.3.5 Prova di indentazione su lastra di spessore nominale 6 mm

Infine si è effettuata una prova di indentazione su di una lastrina di spessore nominale 6 mm.

Dalla prova sperimentale si è ottenuto il seguente andamento Carico - Penetrazione e Tempo - Cumulativo eventi (vedi Fig. 10.24):



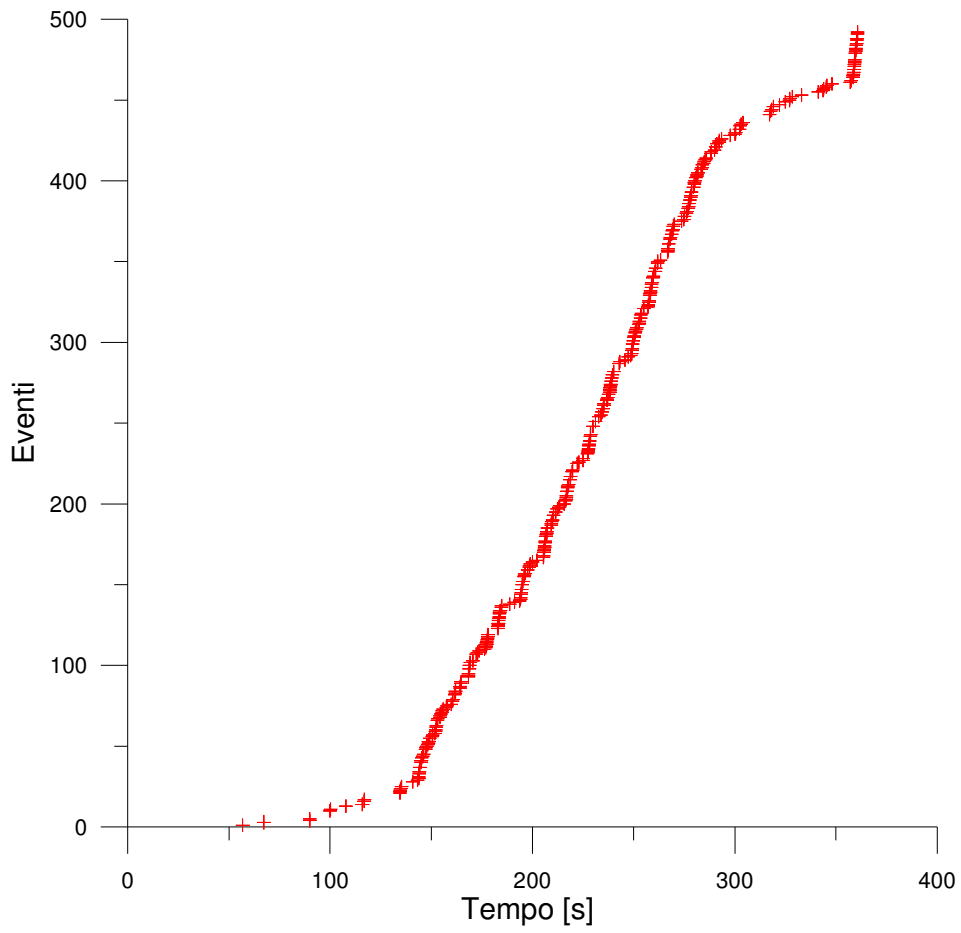
**Fig. 10.24 Andamento Carico – Penetrazione e Tempo – Cumulativo eventi**

Il carico massimo raggiunto durante la prova vale 2.85 kN (vedi Fig. 10.24).

Anche per quest'ultima prova si è proceduto con la valutazione degli eventi nel tempo al variare della soglia al fine di valutare eventuali periodi privi di eventi.

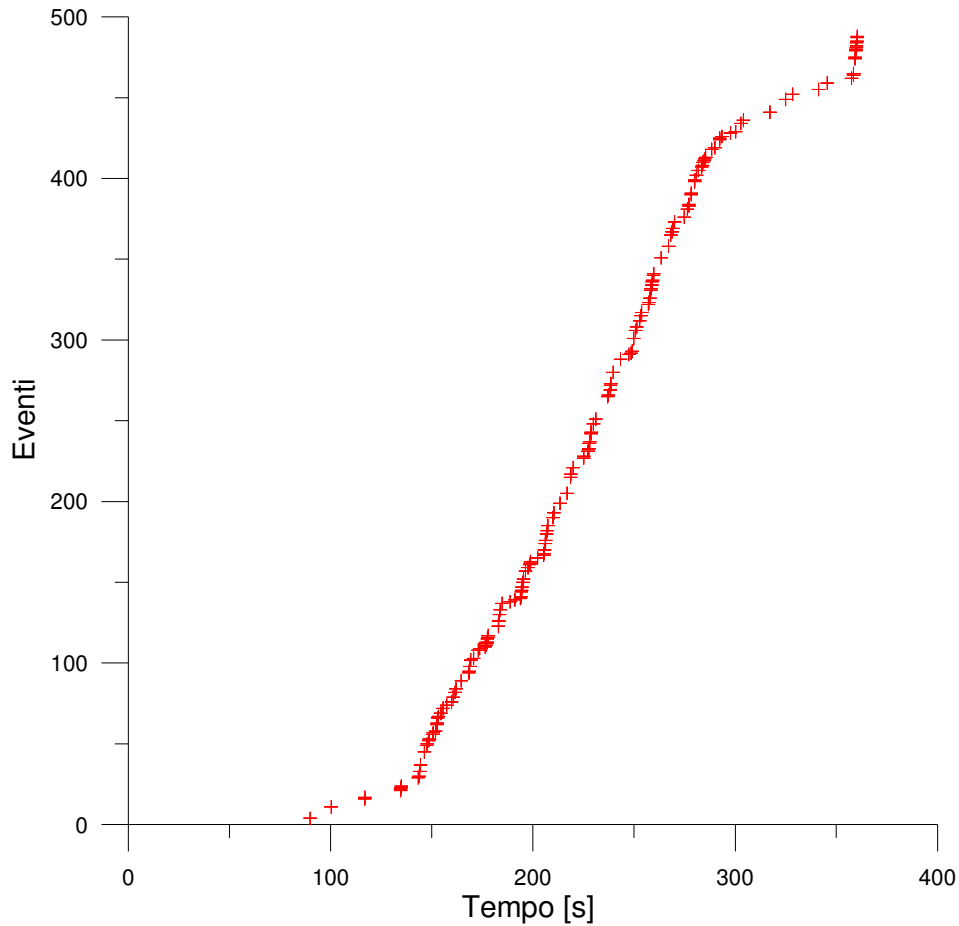


Si presenta prima l'andamento degli eventi nel tempo che si è ottenuto andando ad imporre una soglia pari a  $1 \cdot 10^8$  mV (vedi Fig. 10.25).



**Fig. 10.25 Tempo – Cumulativo eventi, soglia  $1 \cdot 10^8$  mV (I sensore)**

Quindi si presenta l'andamento degli eventi elevando la soglia a  $2 \cdot 10^8$  mV (vedi Fig. 10.26).



**Fig. 10.26 Tempo – Cumulativo eventi, soglia  $2 \cdot 10^8$  mV (I sensore) – distacco 13 secondi**

Si è osservato però come portare la soglia di carico a  $1 \cdot 10^8$  mV non sia sempre sufficiente per determinare un intervallo di tempo privo di eventi che possa indicare la formazione del cono Hertziano (vedi Fig. 10.25). Elevando invece la soglia a  $2 \cdot 10^8$  mV si è osservato tale intervallo proprio appena prima dell'ultimo ramo ascendente degli eventi, ovvero proprio dove può indicare l'innesco del cono Hertziano (vedi Fig. 10.26).

È stato determinato il seguente sforzo di trazione in grado di portare la lastra di vetro a collasso (Tab. 10.10).

**Tab. 10.10 Calcolo massimo sforzo di trazione**

Spessore =	6	mm
P =	2,73	kN
R <sub>sfera</sub> =	10	mm
E <sub>vetro</sub> =	70000	MPa
v <sub>vetro</sub> =	0,22	
E <sub>acciaio</sub> =	210000	MPa
v <sub>acciaio</sub> =	0,3	
E* <sup>-1</sup> =	0,0000179	MPa <sup>-1</sup>
E* =	55780	MPa
a =	0,716	mm
σ <sub>max</sub> =	474,61	MPa

#### ***10.4 TERZO CICLO DI PROVE – PROVE SU LASTRE CON SPESSORE DIFFERENTE***

Dopo aver condotto il secondo ciclo di prove, dove le lastre di vetro sono state portate a collasso andandole a sottoporre ad un carico di indentazione crescente nel tempo, si è proceduto andando ad effettuare un terzo ciclo di prove.

In queste prove sono state sottoposte ad indentazione delle lastre di vetro dello stesso tipo del ciclo di prove precedenti, ovvero delle lastre di 100 mm x 100 mm e di spessore differente, precisamente:

- 1 lastra di dimensione 100 mm x 100 mm con spessore nominale di 2 mm
- 1 lastra di dimensione 100 mm x 100 mm con spessore nominale di 3 mm
- 1 lastra di dimensione 100 mm x 100 mm con spessore nominale di 4 mm
- 1 lastra di dimensione 100 mm x 100 mm con spessore nominale di 5 mm
- 1 lastre di dimensione 100 mm x 100 mm con spessore nominale di 6 mm

Avendo però dedotto dalle prove sperimentali precedenti che prima della propagazione instabile del cono Hertziano si verifica un intervallo temporale privo di eventi, si è deciso di sottoporre queste nuove lastre di vetro ad indentazione con carico crescente, incremento di carico che è stato però interrotto quando non appena si è rilevato il periodo di assenza di eventi. Naturalmente, come osservato dalle prove precedenti, la soglia di ricezione delle emissioni acustiche è stata posta a  $2 \cdot 10^8$  mV in modo tale da essere certi che l'intervallo di tempo ricercato si verifici proprio appena prima dello sviluppo finale del cono Hertziano.

L'obiettivo che ci si è posti andando ad interrompere la prova nel periodo in cui non si rilevano eventi è stato quello di permettere l'innesco della formazione del cono Hertziano senza però portare a rottura la lastra. Salvaguardare l'integrità dell'elemento in vetro permette infatti una migliore osservazione del cono a microscopio ottico.

Nel condurre questo ciclo di prove si è seguita la stessa preparazione delle lastre utilizzata nelle sperimentazioni precedenti. Tale preparazione è consistita da un'iniziale pulizia delle lastre di vetro seguita dalla definizione di un sistema di riferimento che permetta il corretto posizionamento sia dei sensori che del punto di indentazione. Si mostra in Fig.

10.26 tale disposizione, dove sono stati indicati con dei pallini i punti di applicazione dei sensori e con una crocetta il punto di indentazione:

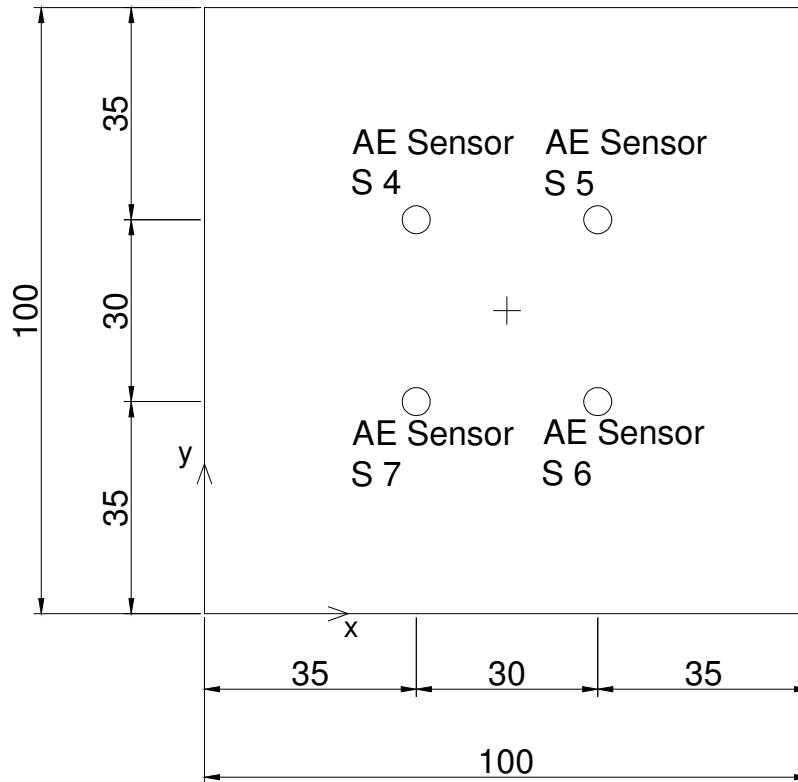


Fig. 10.27 Schema di indentazione terzo ciclo di prove

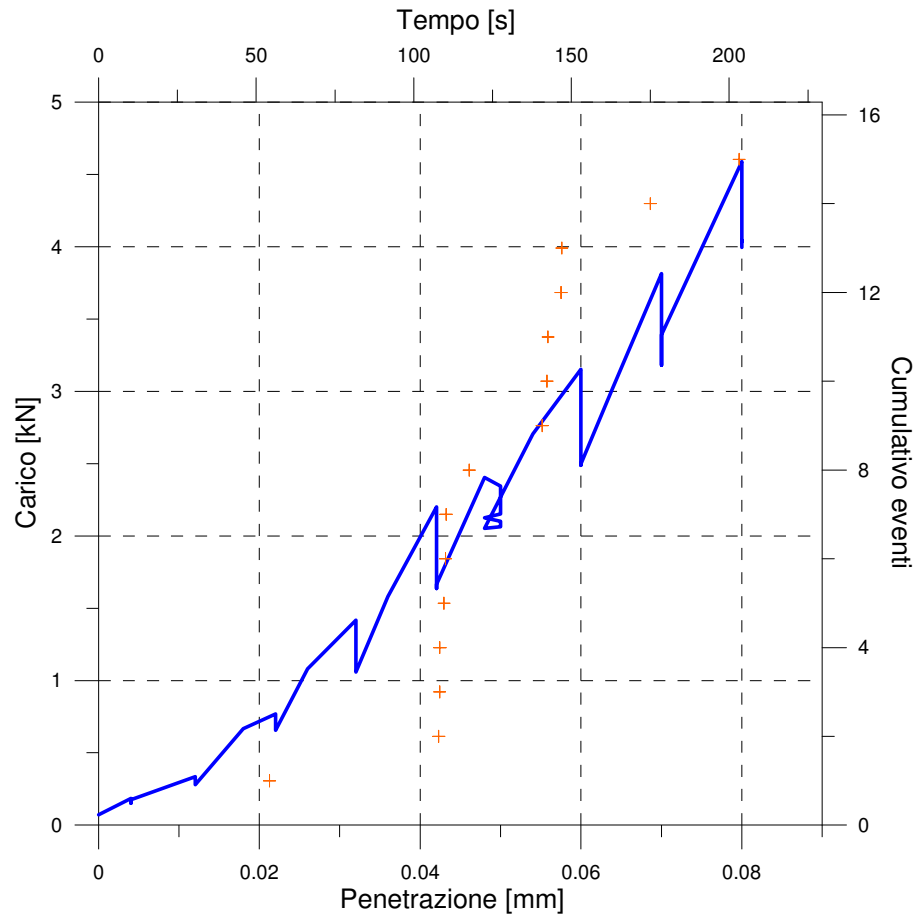
Prima di effettuare la prova è stato inoltre steso sul punto di indentazione e sulla sferetta indentatrice un sottile strato di acido stearico al fine di escludere l'effetto dell'attrito sui risultati.

#### **10.4.1 Prova di indentazione su lastra di spessore nominale 2 mm**

Come descritto nell'introduzione a questo ciclo di prove, si è deciso di effettuare delle prove di indentazione con l'ausilio delle emissioni acustiche al fine di determinare le condizioni che portano allo sviluppo del cono Hertziano. Si è proceduto dunque con la preparazione della lastrina di 2 mm di spessore nominale.

Al contrario delle prove precedenti, il carico non è stato incrementato fino a rottura completa della lastrina, bensì tale fase è stata interrotta quando si è rilevato l'intervallo temporale privo di eventi, che si è ipotizzato essere connesso con lo sviluppo instabile del cono Hertziano. Ci si aspettava infatti che, interrompendo la prova, si facilitasse la visione a microscopio dell'anello circolare Hertziano che si genera all'inizio del processo di formazione del cono Hertziano, supponendo inoltre che parte di questo cono fosse già visibile in questa fase del carico.

La prova ha mostrato il seguente andamento Carico – Penetrazione e Tempo – Cumulativo eventi (vedi Fig. 10.28):



**Fig. 10.278 Andamento Carico – Penetrazione e Tempo – Cumulativo eventi**

Il carico è stato interrotto a 4.588 kN.

La lastrina è stata poi osservata con il microscopio ottico al fine di determinare l'eventuale presenza dell'anello circolare Hertziano e del cono Hertziano.

### 10.4.2 Prova di indentazione su lastra di spessore nominale 3 mm

Si è proseguito quindi effettuando una prova di indentazione su una lastrina di 3 mm di spessore nominale. Come per la prova precedente la fase di carico è stata interrotta non appena si è verificato l'intervallo temporale privo di eventi.

Si presenta in Fig. 10.29 l'andamento Carico – Penetrazione, Tempo – Cumulativo eventi rilevato durante la prova:

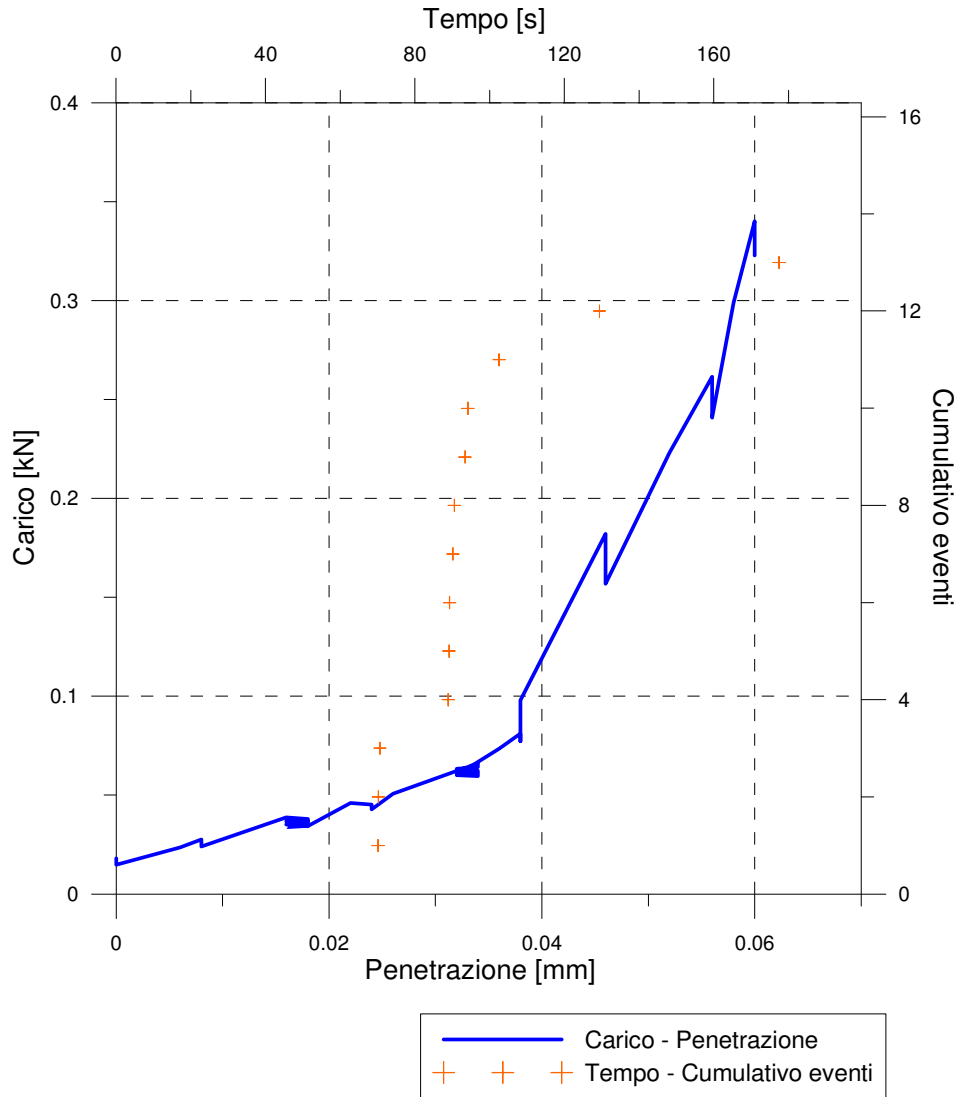


Fig. 10.29 Andamento Carico – Penetrazione e Tempo – Cumulativo eventi

La fase di carico è stata interrotta a 0.334 kN.



### 10.4.3 Prova di indentazione su lastra di spessore nominale 4 mm

Dopo aver effettuato la prova di indentazione sulla lastrina di vetro di 3 mm di spessore, è stata condotta una prova identica anche sulla lastrina di 4 mm di spessore nominale. Il carico di indentazione è stato incrementato fino a quando i sensori delle emissioni acustiche non hanno rilevato una fase temporale priva di eventi, a quel punto la prova è stata interrotta per conservare l'integrità della lastra.

Si presenta in Fig. 10.30 l'andamento Carico – Penetrazione, Tempo – Cumulativo eventi rilevato in fase di sperimentazione:

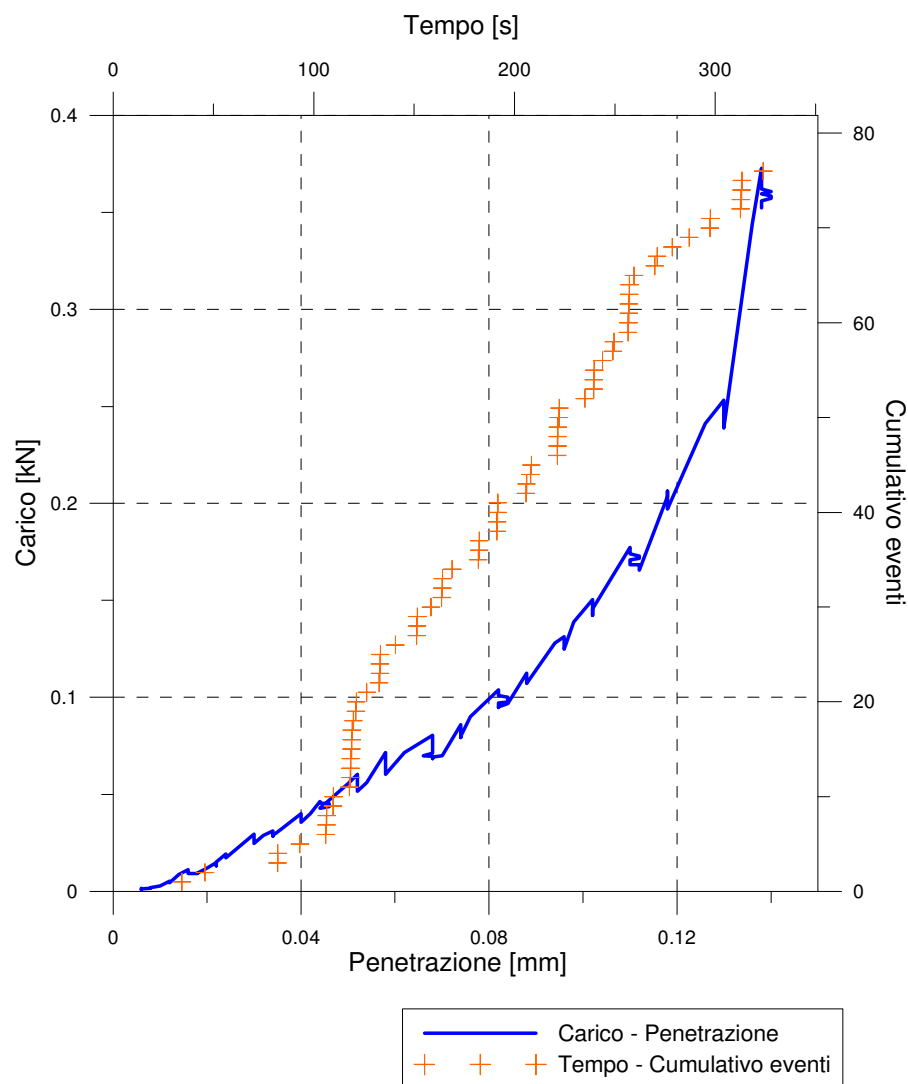


Fig. 10.30 Andamento Carico – Penetrazione e Tempo – Cumulativo eventi

La fase di carico è stata interrotta a 0.372 kN.

### 10.4.4 Prova di indentazione su lastra di spessore nominale 5 mm

Si è proceduto quindi effettuando una prova di indentazione su una lastrina di 5 mm di spessore nominale. Come per la prova precedente la fase di carico è stata interrotta non appena si è verificato l'intervallo temporale privo di eventi.

Si presenta in Fig. 10.31 l'andamento Carico – Penetrazione, Tempo – Cumulativo eventi rilevato:

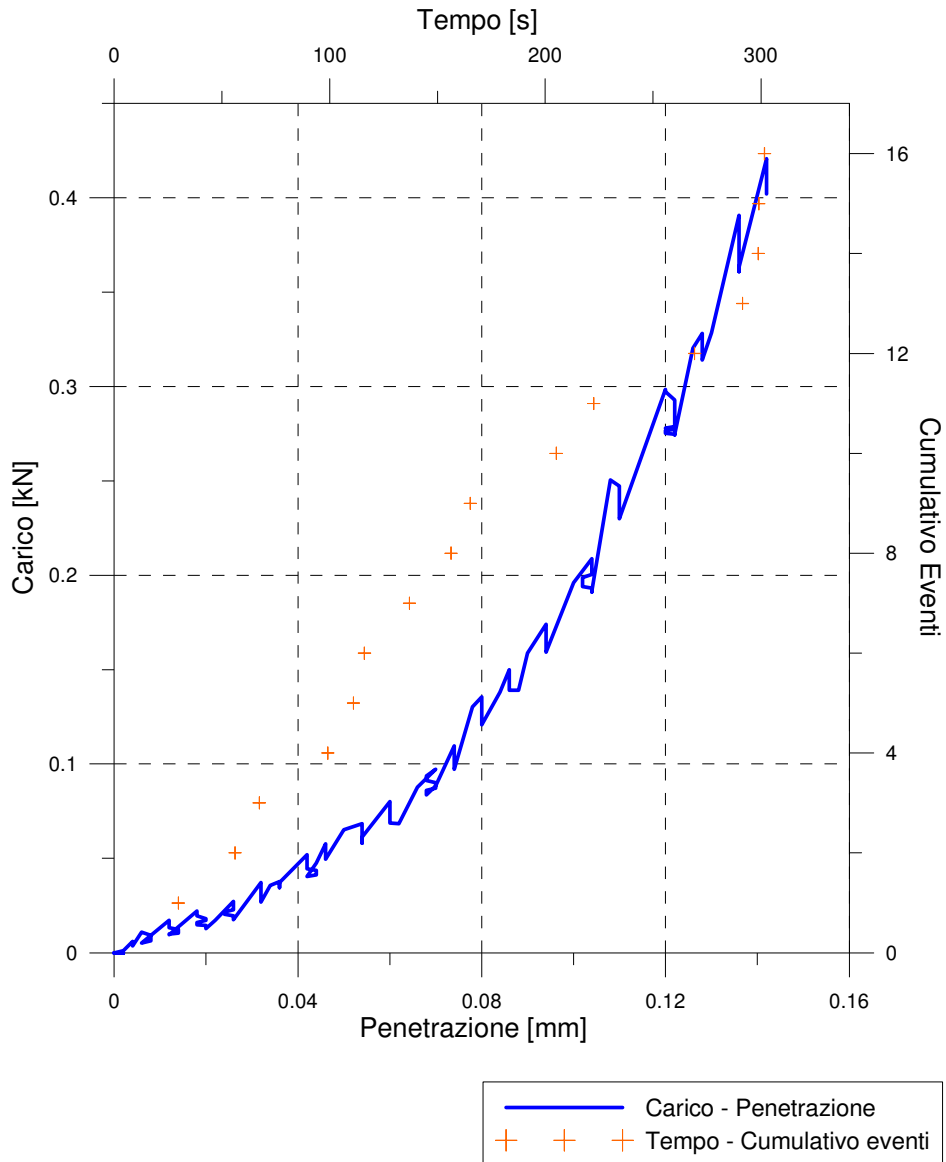


Fig. 10.31 Andamento Carico – Penetrazione e Tempo – Cumulativo eventi

La fase di carico è stata interrotta a 0.421 kN.

### 10.4.5 Prova di indentazione su lastra di spessore nominale 6 mm

Infine si è effettuata la prova di indentazione su una lastrina di 6 mm di spessore nominale, andando ad interrompere la fase di carico in corrispondenza con l'intervallo temporale privo di eventi.

Si presenta in Fig. 10.32 l'andamento Carico – Penetrazione, Tempo – Cumulativo eventi rilevato:

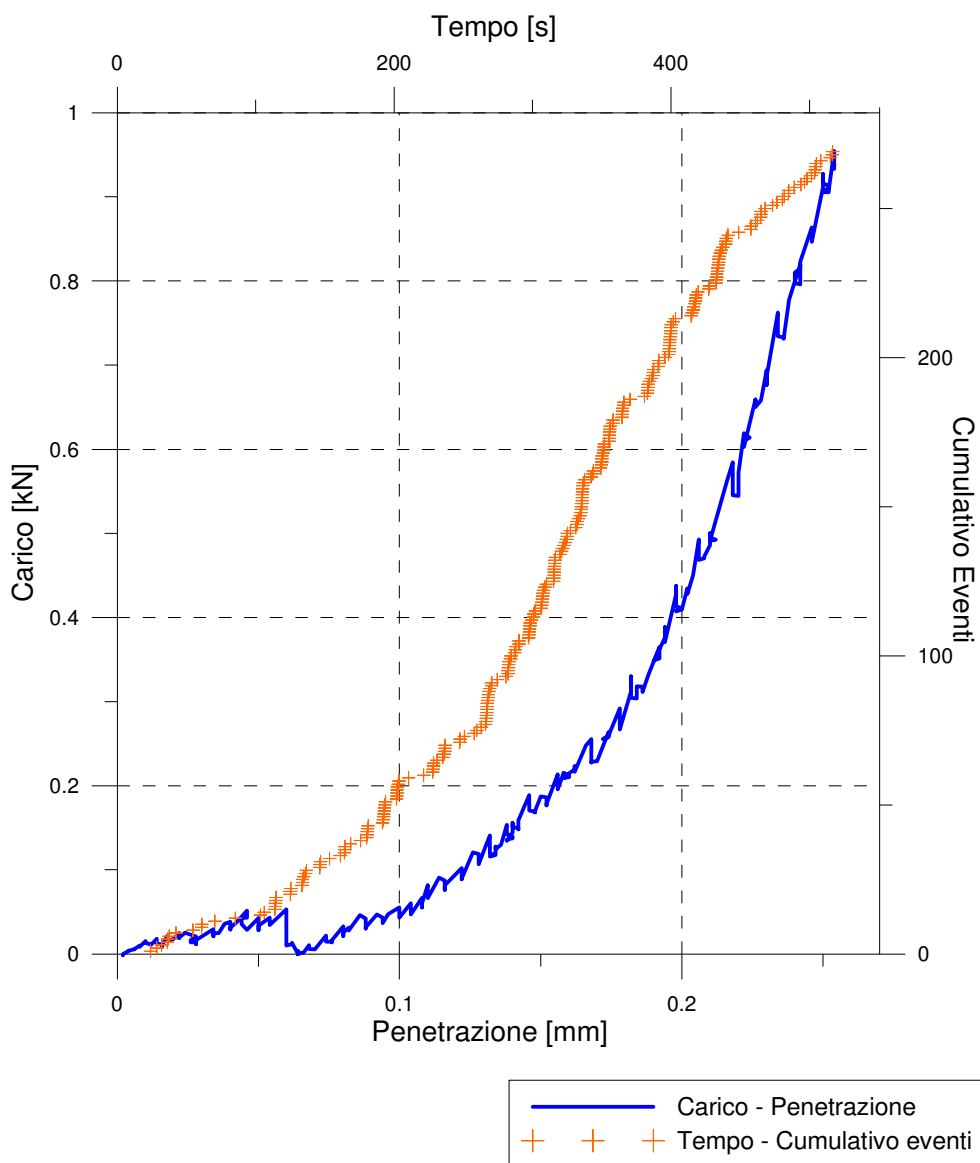


Fig. 10.32 Andamento Carico – Penetrazione e Tempo – Cumulativo eventi

La fase di carico è stata interrotta a 0.954 kN.

Il terzo ciclo di prove di indentazione è stato condotto con l'obiettivo di determinare un parametro in grado di indicare la formazione del cono Hertziano all'interno del vetro in esame. La fessurazione Hertziana può essere infatti considerata un indice di resistenza locale del materiale vetro. Determinare, quindi, lo stato sollecitante che innesca la formazione del cono comporta in contemporanea la determinazione dello sforzo limite che l'elemento in esame è in grado di sopportare.

Grazie alle osservazioni condotte durante il secondo ciclo di prove si era ipotizzato che l'innescò della formazione del cono Hertziano potesse essere correlato con l'intervallo temporale privo di eventi che si era rilevato verificarsi proprio in questo ciclo di prove durante la fase di indentazione.

Si era osservato infatti che l'evoluzione degli eventi nel tempo era continua e regolare e poteva essere approssimata da una spezzata costituita da tre tratti, tale regolarità veniva però interrotta appena prima che si generasse l'ultima fase di eventi. In prossimità dell'ultimo ramo ascendente si verificava infatti un intervallo temporale privo di eventi in cui i sensori non rilevavano nessuna emissione acustica dovuta all'innescò o alla propagazione di microfessure.

Dopo aver effettuato queste osservazioni è stato dunque condotto un terzo ciclo di prove in cui sono state indentate delle lastre di vetro dello stesso spessore di quelle impiegate nel secondo ciclo di prove. Tali lastre non sono state però portate a rottura come per il ciclo precedente, bensì la fase di indentazione è stata interrotta non appena è stato rilevato l'intervallo temporale privo di eventi.

In questo modo si è mantenuta l'integrità del provino al fine di rendere il cono Hertziano più facilmente visibile.

Le osservazioni condotte tramite microscopio ottico non hanno però rilevato nessun cono Hertziano. Le lastre presentavano solo una microframmentazione superficiale localizzata laddove il vetro era stato indentato. Tale fenomeno rappresenta l'addensamento locale del materiale dovuto al forte stato di compressione che si genera nella zona sottostante l'indentatore.

### 10.5 QUARTO CICLO DI PROVE

Dopo aver condotto il terzo ciclo di prove al fine di valutare se l'intervallo temporale privo di eventi fosse relazionato con la formazione del cono Hertziano e avendo osservato che le lastre indentate non presentavano fessurazioni legate alla frattura Hertziana, si è deciso di effettuare un altro ciclo di prove su lastre di spessore nominale di 10 mm.

La formazione del cono Hertziano è infatti relazionata al rapporto tra lo spessore dell'elemento in vetro e il raggio della sferetta utilizzata come indentatore. Con il secondo e il terzo ciclo di prove si era osservato come la dimensione della sferetta indentatrice fosse troppo grande rispetto allo spessore delle lastre di vetro, questo rapporto di dimensioni errato ha comportato che la visione del cono Hertziano potesse essere condotta solo a fratturazione completa del provino. Non appena infatti si innescava la formazione del cono si verificava anche il subitaneo collasso dell'elemento in esame.

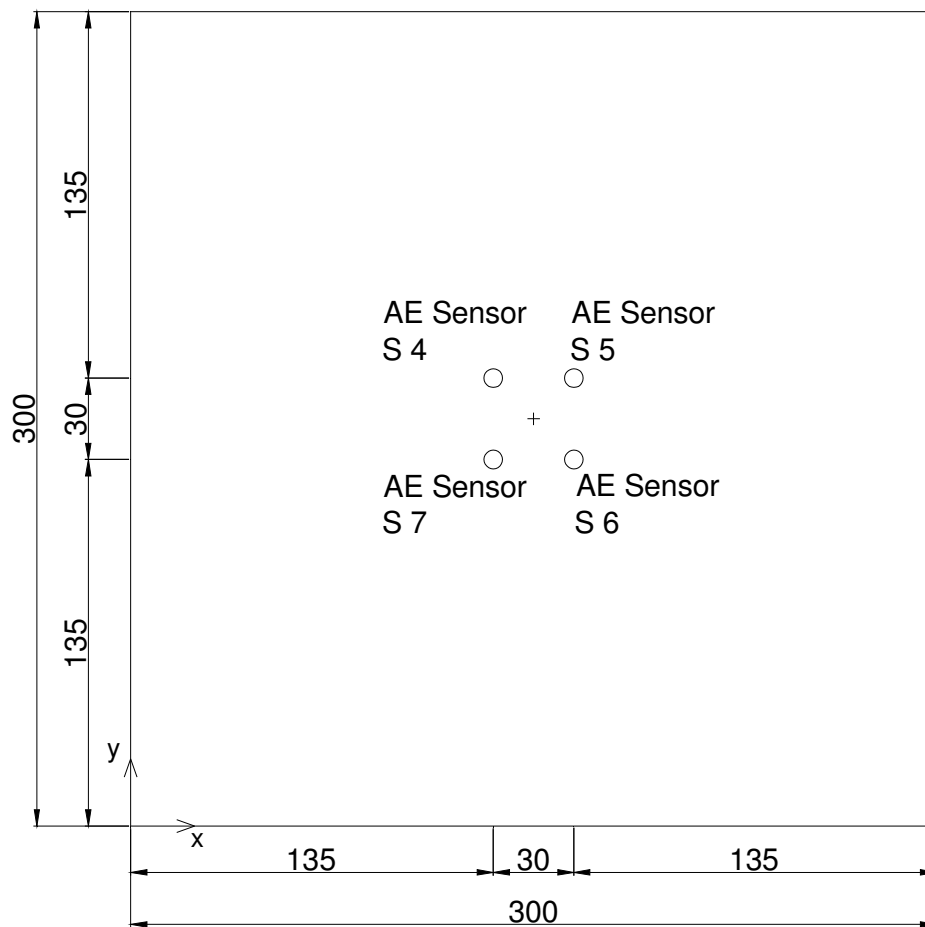


Fig.10.33 Diposizione sensori e punti di indentazione (dimensioni in mm)

Avendo allora a disposizione una sferetta in acciaio di 10 mm di raggio si è ipotizzato che per garantire un corretto e osservabile sviluppo del cono Hertziano si debba indentare una lastra di dimensioni simili alla sferetta. Per questo motivo si è scelto di condurre un quarto ciclo di prove in cui si sono indentate delle lastre di vetro di 10 mm di spessore e di dimensione 300 mm x 300 mm, (vedi Fig. 10.33) dove si è indicato con una crocetta il punto di indentazione e con dei pallini le corrette posizioni dei sensori.

Se infatti con questo ciclo di prove si fosse riuscito ad ottenere la formazione del cono Hertziano senza essere costretti a portare la lastra a rottura si sarebbe spiegato il comportamento osservato nel secondo e terzo ciclo di prove, ovvero che il corretto sviluppo del cono Hertziano può avvenire solo se si utilizzano dei provini e degli indentatori con dimensioni simili.

### 10.5.1 Prima prova di indentazione su lastra di spessore nominale 10 mm

Prima di iniziare con la prova di indentazione si è provveduto alla preparazione delle lastre di vetro di dimensioni 300 mm x 300 mm e spessore 10 mm. Tale preparazione ha comportato la pulizia delle due superfici di vetro e l'individuazione del lato non stagno così da poter condurre la prova sull'altro lato in quanto presenta delle resistenze in genere del 20-30% superiori. Quindi si è definito un sistema di riferimento che ha permesso il corretto posizionamento dei sensori e del punto di indentazione. La sferetta utilizzata come indentatore, di raggio 10 mm, è stata ricoperta con un sottile strato di acido stearico al fine di diminuire l'eventuale attrito con la superficie di vetro.

Una volta disposti i sensori (vedi Fig. 10.33), la lastra è stata sottoposta ad indentazione. In figura 10.34 è mostrata l'apparecchiatura di prova.

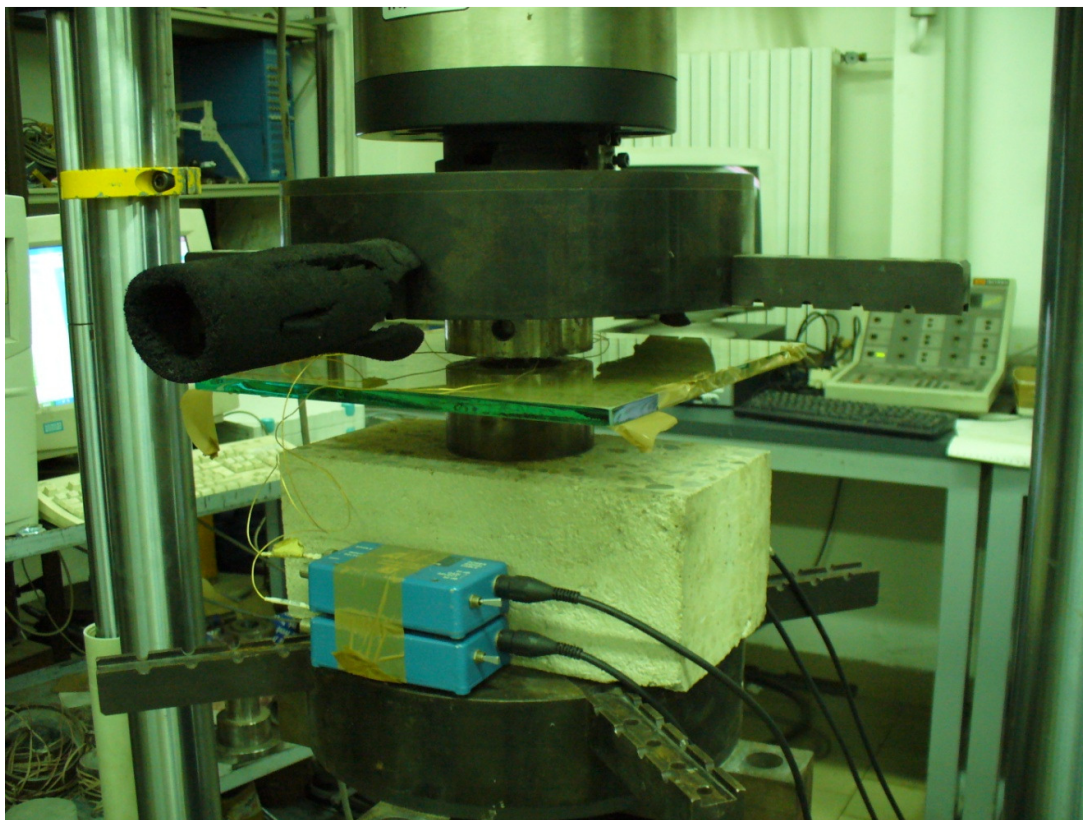
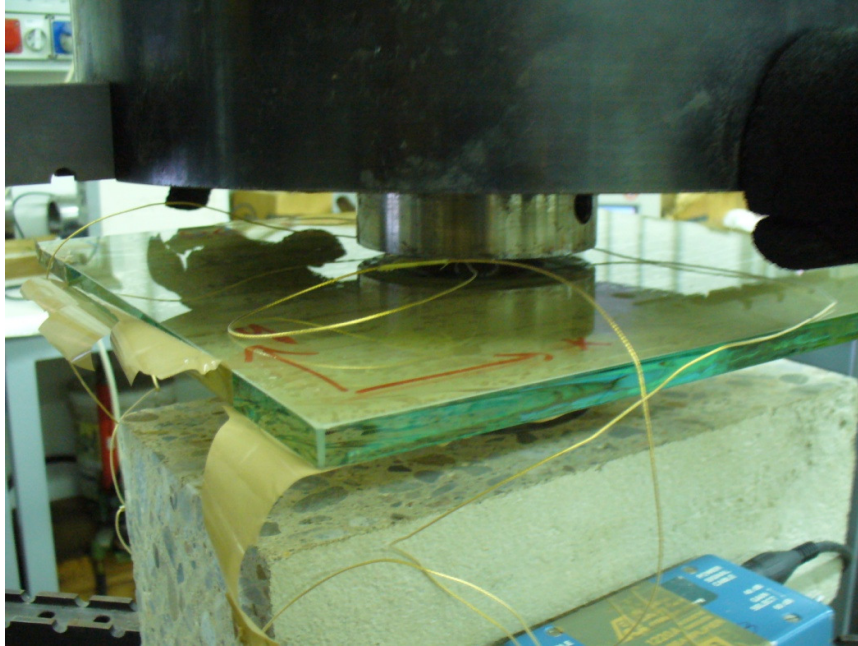


Fig. 10.34 Lastra di vetro sottoposta ad indentazione

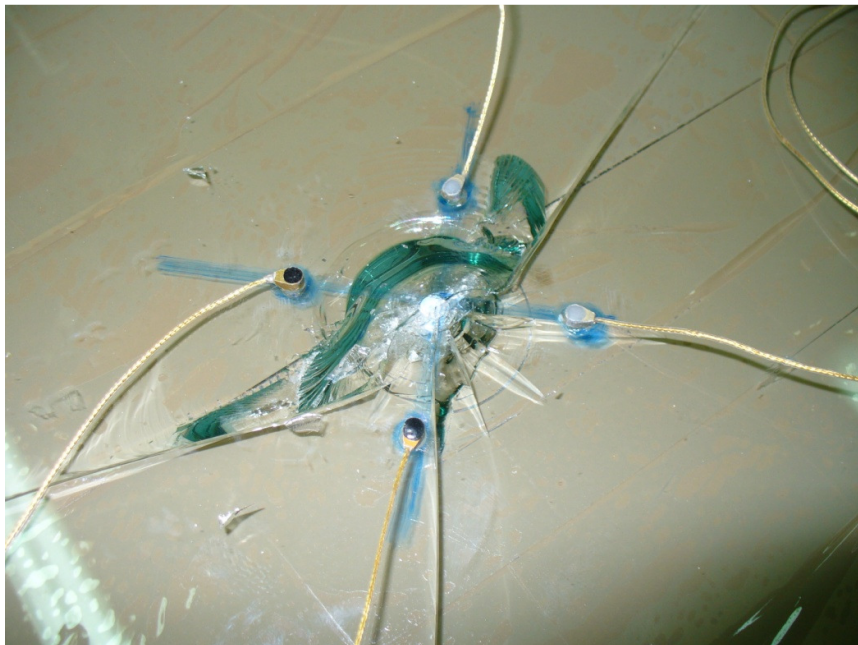
Si è impostata una velocità di carico di 1  $\mu\text{m}/\text{secondo}$ .



**Fig. 10.35 Particolare della lastra sottoposta ad indentazione**

La lastra di vetro è stata caricata fino a portarla a rottura così da poter seguire l'intero sviluppo della fessurazione fino al raggiungimento del collasso del materiale.

Grazie allo spessore decisamente maggiore di quello delle lastre impiegate nelle precedenti prove, è risultato subito possibile osservare ad occhio nudo la formazione del cono Hertziano (vedi Fig. 10.36).

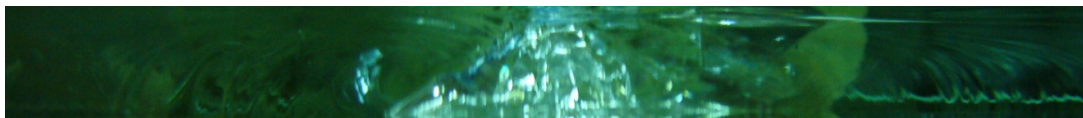


**Fig. 10.36 Prima prova – Lastra indentata fino a rottura**

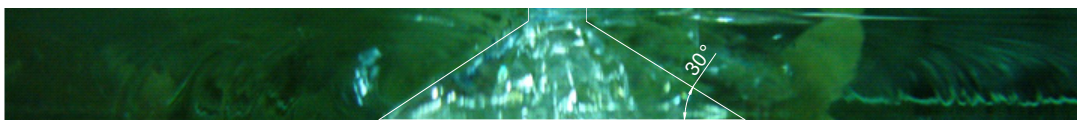


Essendo la lastra in vetro float, la frammentazione ha comportato la generazione di fessure radiali che dipartono dal punto di indentazione e attraversano l'intera lastra.

Il cono Hertziano è risultato inoltre visibile anche lateralmente attraverso lo spessore della lastra di vetro (vedi Fig. 10.37).



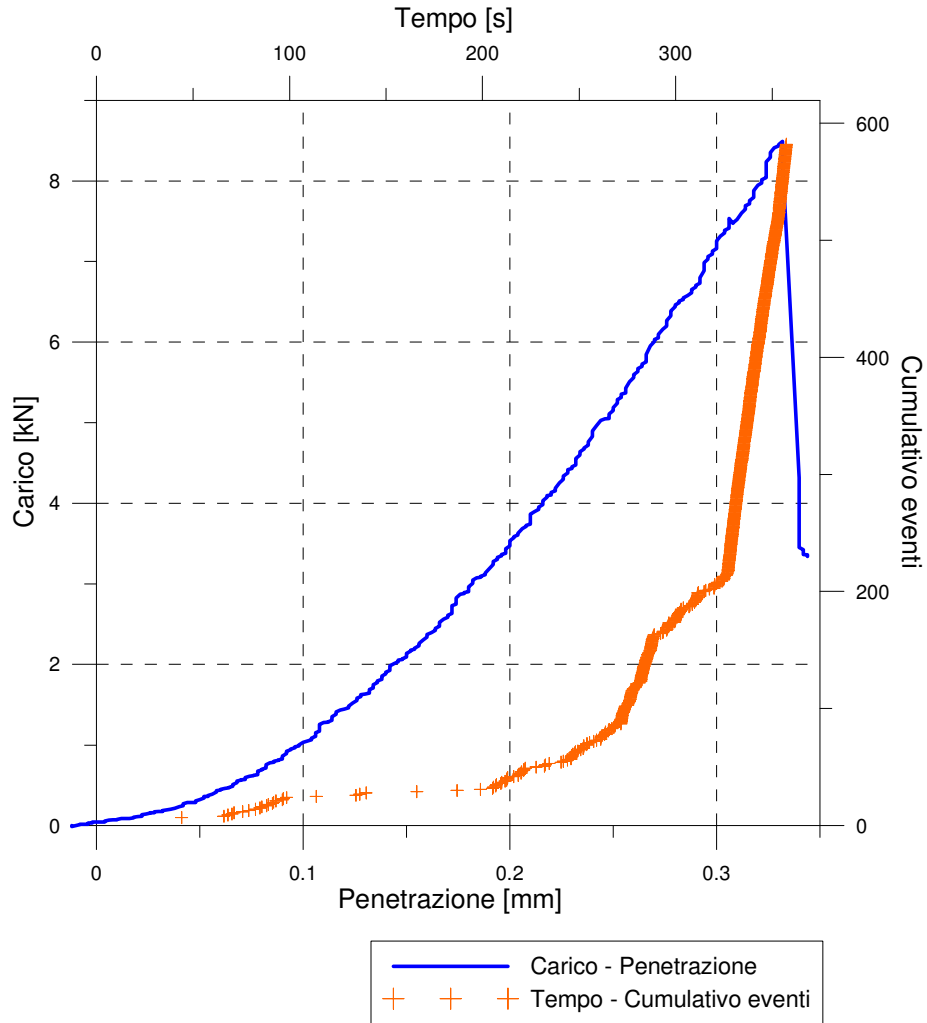
**Fig. 10.37 Vista laterale del cono Hertziano**



**Fig. 10.38 Forma cono Hertziano**

Come noto dalla teoria della frattura Hertziana, il cono si sviluppa secondo una direzione verticale nel primo tratto appena al di sotto della superficie, quindi si allarga nella vera e propria forma di cono, seguendo un angolo di  $30^\circ$  (vedi Fig. 10.38).

Si presenta in Fig. 10.39 l'andamento Carico – Penetrazione, Tempo – Cumulativo eventi rilevato durante la prova:



**Fig. 10.39 Andamento Carico – Penetrazione e Tempo – Cumulativo eventi**

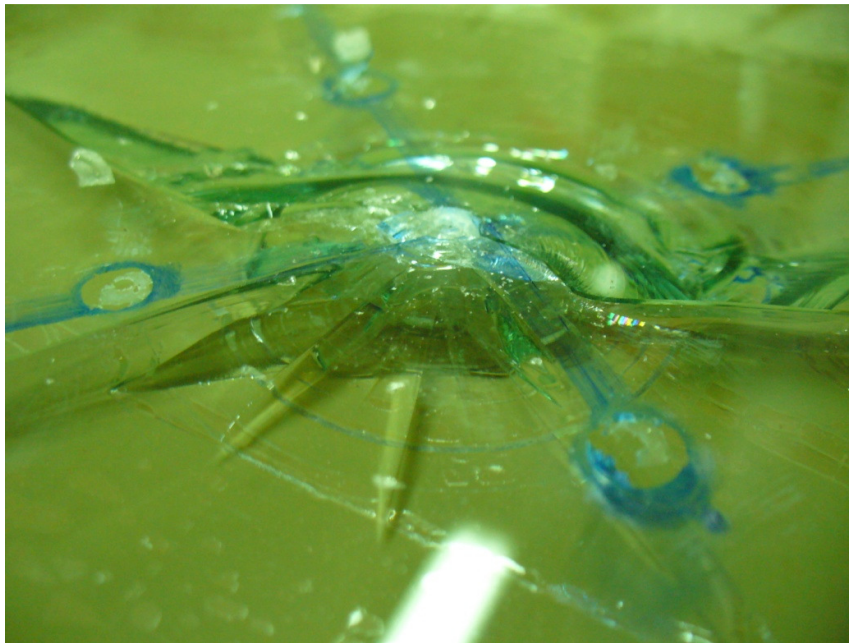
La lastra di vetro ha raggiunto la rottura a 8.49 kN.

Come già osservato nei cicli di prove precedenti, l'andamento degli eventi nel tempo può essere approssimato con una spezzata costituita da tre segmenti, di cui l'ultimo indica lo sviluppo del cono Hertziano fino al raggiungimento del collasso.

### 10.5.2 Seconda prova di indentazione su lastra di spessore nominale 10 mm

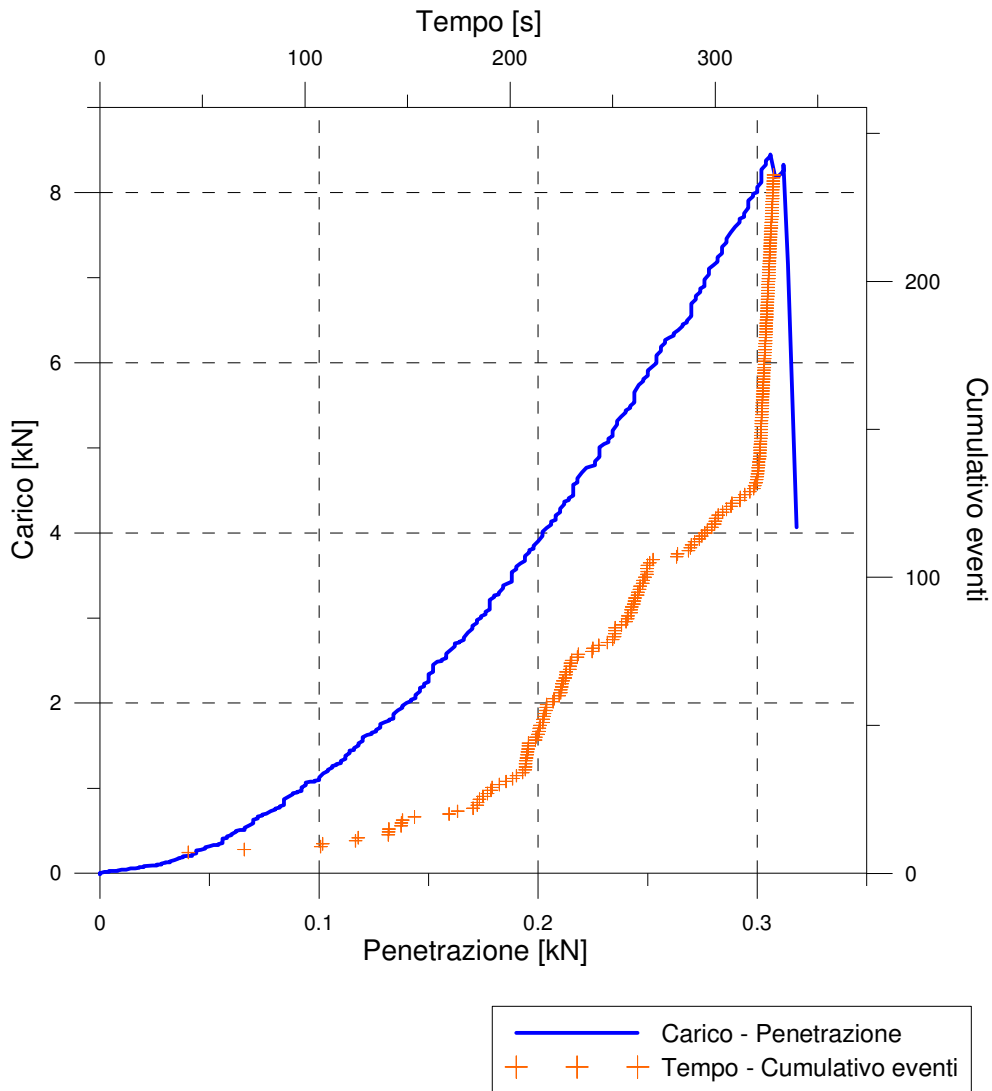
Dopo aver effettuato una prima prova preliminare su lastra da 10 mm di spessore è stata condotta una seconda prova ancora con le stesse caratteristiche geometriche e di procedura indicate nella prova precedente. Durante questa prova si era infatti udito, appena prima della fessurazione completa del vetro, un evento di maggiore intensità, distinguibile chiaramente anche senza l'uso dei sensori. Si è quindi deciso di condurre un'altra prova per verificare la riproducibilità del processo di progressivo danneggiamento.

Anche in questa seconda prova, è risultata ben distinguibile ad occhio nudo la forma del cono Hertziano (vedi Fig. 10.40).



**Fig. 10.40** Seconda prova – Lastra indentata fino a rottura

Si presenta in Fig. 10.41 l'andamento Carico – Penetrazione, Tempo – Cumulativo eventi rilevato durante la prova:



**Fig. 10.41 Andamento Carico – Penetrazione e Tempo – Cumulativo eventi**

La lastra è giunta al collasso completo con un carico di 8.48 kN e, come nel caso precedente, la frattura è stata anticipata da un evento di maggiore intensità rispetto agli altri.

Si è supposto che tale evento fosse correlato all'innesco del cono Hertziano.

### 10.5.3 Terza prova di indentazione su lastra di spessore nominale 10 mm

Infine si è eseguita una terza prova di indentazione su una lastra di vetro di dimensioni 300 mm x 300 mm e uno spessore di 10 mm, al contrario delle lastre precedenti però non si è portato il vetro a rottura completa. La fase di carico è stata infatti interrotta non appena si è sentita l'emissione acustica maggiore, in questo modo si è voluto verificare che tale emissione accompagna la formazione del cono Hertziano, prima però che si inneschi la fessurazione completa della lastra.

Si presenta in Fig. 10.42 l'andamento Carico – Penetrazione, Tempo – Cumulativo eventi rilevato durante la prova:

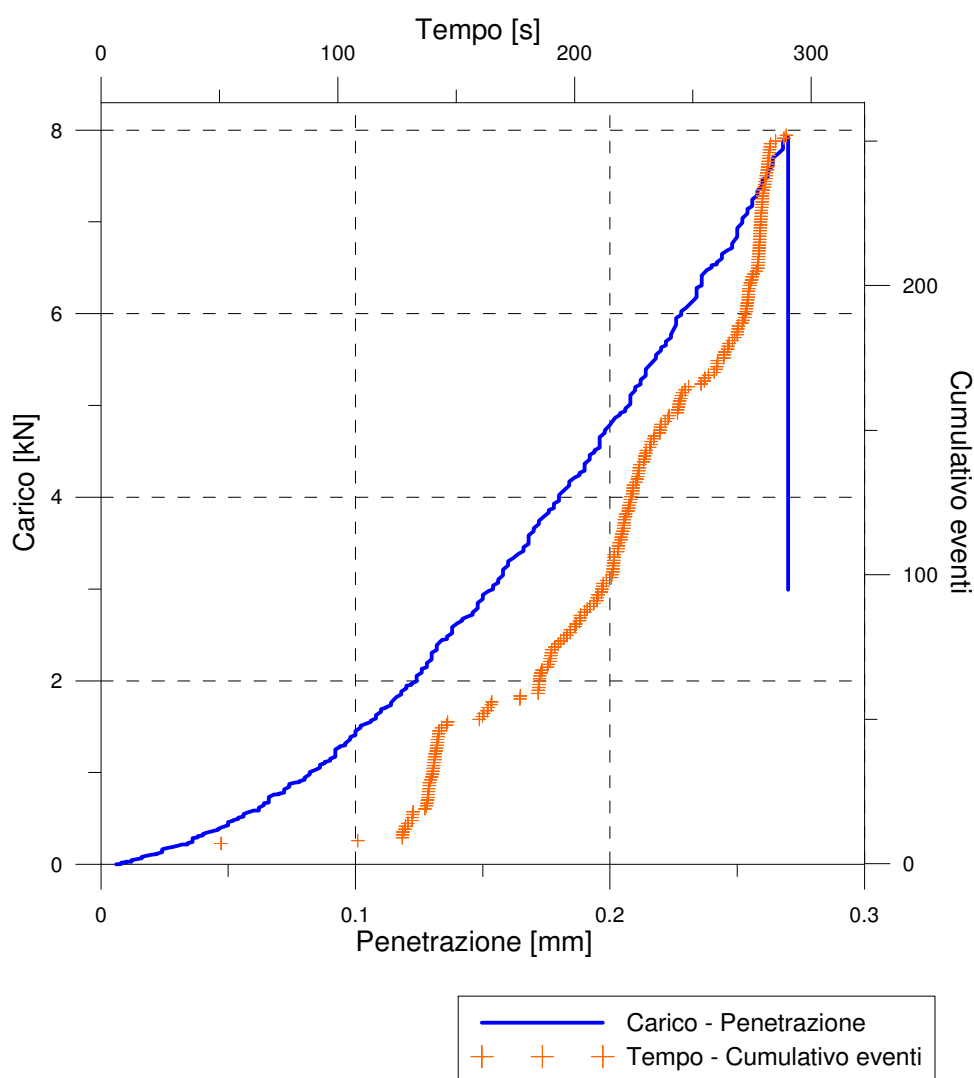
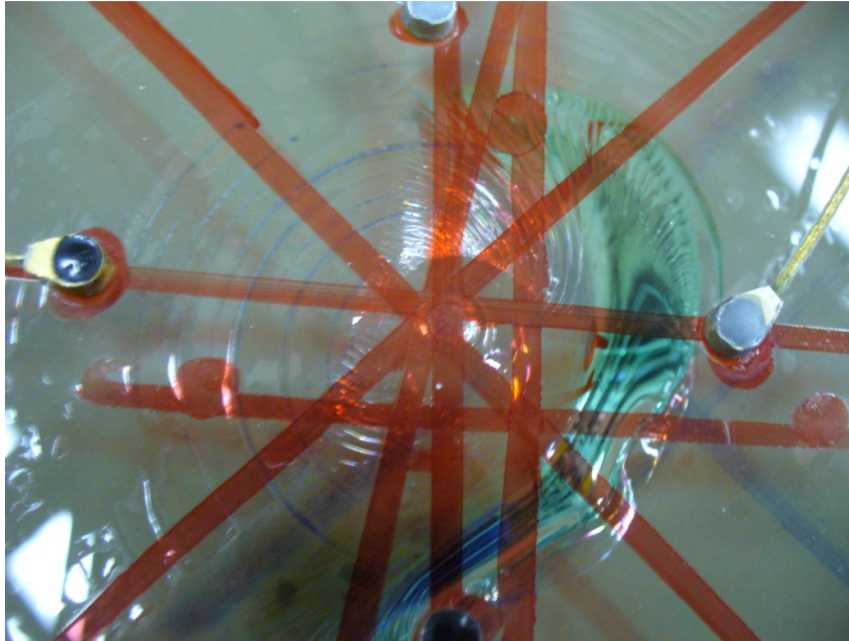
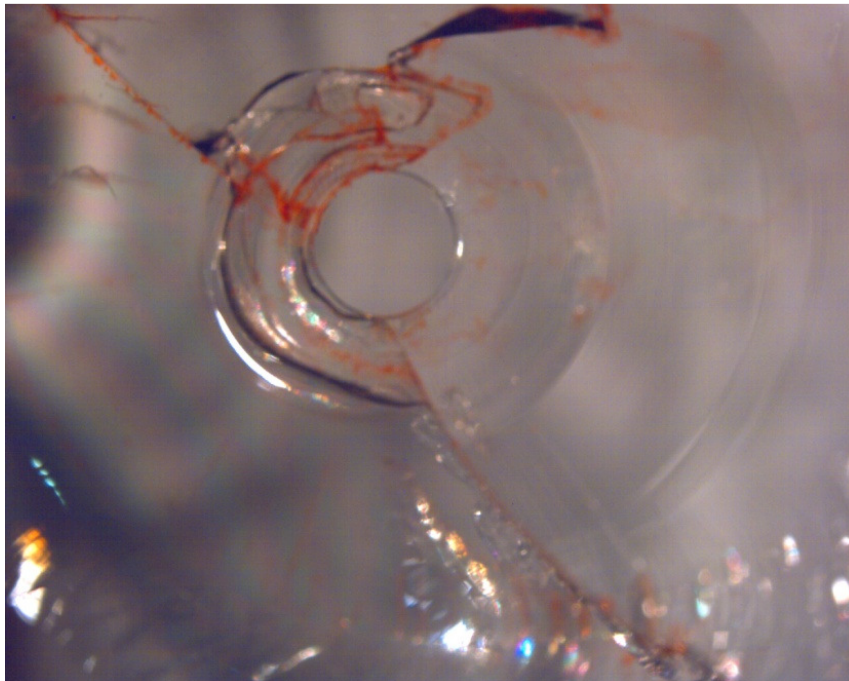


Fig. 10.42 Andamento Carico – Penetrazione e Tempo – Cumulativo eventi

La fase di carico è stata interrotta non appena si è rilevata l'emissione acustica di maggiore entità, ovvero quando si avevano 7.92 kN di carico. Nonostante la lastra non fosse rotta, risultava chiaramente visibile nello spessore di vetro un ben sviluppato cono Hertziano (vedi Fig. 10.43).



**Fig. 10.43 Terza prova – Cono Hertziano senza rottura della lastra**



**Fig. 10.44 Terza Prova – Anello di indentazione**

Confrontando con le prove precedenti, dove il collasso veniva raggiunto a 8.48 kN, si è compreso come interrompere la fase di carico, come si è fatto in questa prova, possa essere considerato un valido metodo per determinare la resistenza locale del vetro in esame.

Si è osservato infatti come la formazione del cono Hertziano, visibile nelle Figg. 10.43 e 10.44, si sia verificata per un valore di carico (7.92 kN) prossimo alla resistenza ultima del vetro in esame (8.48 kN).

### ***10.6 Conclusioni***

Dato il sempre più diffuso impiego del vetro come materiale strutturale e presentando esso un comportamento altamente fragile, ovvero con collasso raggiunto in modo subitaneo, senza segnali premonitori, si può capire quanto risulti impellente la necessità di determinare una prova applicabile a tutti gli elementi in vetro al fine di valutarne la resistenza locale ultima e la difettosità superficiale presente lasciandoli però poi utilizzabili direttamente nel campo dell'edilizia.

L'obiettivo allora che ci si è posti nel condurre le prove descritte in questo capitolo consiste nello studio della tecnica di indentazione combinata con l'uso delle emissioni acustiche al fine di determinare una possibile prova standard che permetta la valutazione della resistenza locale ultima di un elemento in vetro senza portarlo al collasso.

La tecnica dell'indentazione unita a quella del rilievo delle emissioni acustiche risulta una combinazione innovativa per provare il materiale vetro e monitorare il conseguente stato di danneggiamento interno. Tale innovazione consiste nel poter valutare la qualità e le caratteristiche meccaniche di tutti gli elementi in vetro, anche quelli che verranno posti in opera, in quanto si presenta come prova non distruttiva.

Grazie alle sperimentazioni condotte su lastre di vetro si è potuto non solo caratterizzare il comportamento del materiale sottoposto ad indentazione per determinarne la resistenza ultima locale ma anche evidenziare una possibile modalità di prova non distruttiva.

Innanzitutto si è deciso di ripetere più volte le varie prove, effettuandole anche su spessori differenti di vetro, per verificare la riproducibilità del processo di prova e per poter trattare statisticamente i dati rilevati. Tale riproducibilità è confermata dai risultati ottenuti.

La scelta di monitorare in dettaglio lo stato di danneggiamento all'interno del materiale attraverso la tecnica delle emissioni acustiche si è mostrata non solo innovativa ma anche efficace. Essa ha permesso infatti di seguire l'intera evoluzione della fessurazione del vetro, laddove è stato sottoposto ad indentazione, grazie all'uso di quattro sensori che hanno rilevato l'intero accadimento di eventi durante tutta la fase di carico e scarico avvenuta durante la prova.

Proprio grazie a queste osservazioni si sono potute definire le fasi con le quali si innesca e si forma un cono Hertziano. Come mostrato nei grafici precedenti, l'evoluzione degli



eventi nel tempo può essere approssimato da tre tratti rettilinei a pendenza pressoché costante, ognuno legato ad un particolare momento della fessurazione.

Il primo tratto è in genere caratterizzato da un'inclinazione veramente piccola ed è correlato con un numero limitato di eventi. Grazie alle prove interrotte non appena si rilevava l'intervallo di tempo privo di acquisizioni, si è potuto capire che questo primo tratto rappresenta un processo di crashing superficiale dato da un addensamento locale del materiale. Tale comportamento è dovuto quindi alla deformazione anelastica che si genera nel vetro per le forti sollecitazioni di compressione e taglio presenti al di sotto dell'indentatore.

Il secondo tratto, caratterizzato da una pendenza ben superiore al primo tratto, è individuato da un numero elevato di eventi. Questo significa che questa fase di indentazione comporta un'elevata dissipazione di energia, si tratta infatti della fase che porta all'innescò del cono Hertziano. Esso si sviluppa inizialmente seguendo una fessurazione superficiale diretta verticalmente (vedi Fig. 10.44) e solo in seguito propaga nella classica forma di cono, ultimo tratto dell'evoluzione degli eventi nel tempo.

Una volta che l'innescò della fessurazione Hertziana è avvenuto, il materiale necessita di una quantità inferiore di energia per poter proseguire nella formazione del cono. Per questo motivo, si è osservato che l'ultimo tratto dell'andamento degli eventi nel tempo presenta un'inclinazione elevata, che si avvicina alla verticalità e che comporta quindi una quantità di energia dissipata inferiore rispetto alla fase precedente.

Osservati ed analizzati i risultati ottenuti nella fase sperimentale, si è potuta individuare una possibile modalità con cui condurre le prove future:

- 1) Innanzitutto alcuni provini devono essere portati a rottura così da poter definire statisticamente la resistenza locale del vetro in esame.
- 2) Altri provini devono invece essere indentati senza giungere a rottura ma fermandosi non appena si innesca il cono Hertziano (vedi Paragrafo 10.4.3), in questo modo si può determinare quanto prima della resistenza ultima si formi tale cono.
- 3) Quindi per tutti gli altri elementi in vetro da sottoporre a prova si può applicare la tecnica dell'indentazione portando il carico fino a valori di poco inferiori a quello

che provoca l'innesco del cono ed interrompendo la fase di carico non appena si giunge a tale valore.

- 4) Se la lastra risulta priva di fessurazioni e priva del cono Hertziano si può garantire che la sua resistenza è per lo meno pari a quella presente nei provini portati a rottura. In questo modo dunque si può determinare la resistenza degli elementi in vetro, o per lo meno un limite inferiore di resistenza, senza effettuare una prova distruttiva. Il provino che soddisfa le richieste introdotte in fase di progettazione risulta infatti integro.

La prova si sviluppa quindi avendo innanzitutto a disposizione tutti gli elementi in vetro di cui si deve caratterizzare la resistenza ultima. Si procede poi scegliendo a random degli elementi da portare al collasso al fine di determinare il comportamento medio del vetro in esame. Quindi tutti gli altri elementi in vetro possono essere provati senza però portarli a rottura, si può cioè definirne la resistenza locale mantenendone l'integrità. Applicando tale prova si riesce allora ad ottenere un risultato doppio rispetto alla prove classiche su vetro. Se infatti si devono comunque portare a collasso completo dei provini per valutarne la resistenza ultima, così come accade nelle prove indicate dalla Normativa, diventa però a questo punto possibile provare tutti gli elementi in vetro, anche quelli che verranno posti in opera.

Risulta allora evidente quanto la tecnica di indentazione possa essere innovativa e valida nel campo dell'uso del vetro ed in quanto tale si evidenzia come sia necessario portare avanti una profonda fase sperimentale per poter definire sempre più nei particolari non solo la metodologia e gli strumenti di prova ma anche come applicare i risultati ottenuti anche ad elementi in vetro dalla forma complessa come ad esempio il vetro curvo, oppure per vetri stratificati.

Bibliografia Capitolo 10:

- [1] Labuz, J F, Chang, H S, Dowding, C H & Shah, S P, Parametric study of Acoustic emission location using only four sensors, *Rock Mechanics and Rock Engineering* **21**, pp. 139-148 (1988)
- [2] Lawn, B, *Fracture of brittle solids*, Cambridge University Press (2004).



*Ringraziamenti:*

*Desidero ringraziare sinceramente il Prof. Ing. Luigi Biolzi, per avermi introdotto all'argomento del vetro strutturale, per avermi dato l'opportunità di avvalermi delle sue competenze e per la grandissima disponibilità e la gentilezza mostrate durante tutta la stesura della tesi.*

*Vorrei poi ringraziare la Prof. Ing. Sara Cattaneo per l'aiuto e la disponibilità dimostratami durante l'intero sviluppo della tesi.*

*Vorrei inoltre ringraziare senza menzione tutti coloro che hanno contribuito a vario titolo ad aiutarmi in questo lavoro.*

*Rivolgo un grazie doveroso ai miei genitori e agli amici che mi hanno sempre supportato nel mio percorso di studi.*