

POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Civile, Ambientale e Territoriale

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Civile



Modelli computazionali per il taglio
meccanico di gusci sottili

Relatore:

Prof. Umberto PEREGO

Tesi di Laurea di:
Marco LOMBARDELLI
Matr. 720120

Anno accademico 2009-2010

INDICE

| | |
|---|----|
| ABSTRACT..... | 1 |
| 1 – INTRODUZIONE | 3 |
| 1.1– Inquadramento del contesto e degli argomenti trattati..... | 3 |
| 1.2– Lavorazione di taglio: sintesi e panoramica dello stato dell’arte..... | 4 |
| 1.2.1– Generalità..... | 4 |
| 1.2.2– Meccanica del taglio | 5 |
| 1.2.3– Formazione del truciolo | 7 |
| 1.2.4 – Macchine Utensili | 9 |
| 1.2.5 – Modellazione della lavorazione e calcolo delle forze di taglio (cenni) | 11 |
| 1.2.5.1– Teoria di Ernst & Merchant..... | 11 |
| 1.3– Operazione di taglio: tre casi fondamentali..... | 13 |
| 1.3.1 – Taglio ortogonale mediante utensile a geometria fissa..... | 14 |
| 1.3.2 – Taglio mediante scorrimento tangenziale..... | 15 |
| 1.3.3 – Taglio mediante utensile a geometria variabile | 17 |
| 1.3.4 – Obiettivo del lavoro | 18 |
| 2 – TAGLIO MEDIANTE UTENSILE A GEOMETRIA FISSA | 19 |
| 2.1 – Premessa: Arricciamento, instabilità , taglio..... | 19 |
| 2.1.1 – Arricciamento | 20 |
| 2.1.2 – Instabilità..... | 21 |
| 2.1.3 – Taglio regolare | 22 |
| 2.2 – Modello energetico di Atkins..... | 23 |
| 2.2.1 – Taglio diretto..... | 24 |
| 2.2.2 – Taglio “slice-push” | 26 |
| 2.2.3 – Dati sperimentali..... | 30 |
| 2.2.3.1 – Dati sperimentali di taglio diretto su lastre pre-tensionate in gomma. | 30 |
| 2.2.3.2 – Confronto dati sperimentali con risultati teorici secondo modello di Atkins | 31 |
| 2.2.3.3 – Dati sperimentali di taglio Slice-push..... | 33 |
| 2.2.3.4 – Confronto dati sperimentali con risultati teorici secondo modello Slice-push di Atkins..... | 34 |
| 2.3 – Modello di Wierzbicki..... | 36 |
| 2.3.1 – Modello di base..... | 36 |
| 2.3.1.1 – Potenza dissipata flessionalmente: \dot{E}_b | 39 |
| 2.3.1.2 – Potenza dissipata membranamente: \dot{E}_m | 39 |
| 2.3.1.3 – Attrito..... | 43 |
| 2.3.2 – Applicazione al caso di taglio stazionario | 46 |
| 2.3.2.1 – Semplificazioni di regime stazionario | 47 |
| 2.3.2.2 – Contributo flessionale (zona 2)..... | 48 |
| 2.3.2.3 – Contributo membranale: zona 1 | 48 |
| 2.3.2.4 – Contributo membranale: zona 3..... | 49 |
| 2.3.2.5 – Attrito..... | 51 |
| 2.3.3 – Risultati sperimentali | 52 |

| | |
|--|-----|
| 2.3.3.1 – Taglio mediante cuneo | 53 |
| 2.3.3.2 – Taglio stazionario mediante lama | 57 |
| 3 – TAGLIO MEDIANTE SCORRIMENTO TANGENZIALE | 60 |
| 3.1 – Osservazioni sperimentali..... | 62 |
| 3.2 – Modello di Atkins..... | 63 |
| 3.2.1 – Plasticizzazione..... | 64 |
| 3.2.2 – Fratturazione | 66 |
| 3.3 – Modello di Wierzbicki..... | 70 |
| 3.3.1 – Plasticizzazione..... | 71 |
| 3.3.2 – Fratturazione | 74 |
| 3.4 – Dati sperimentali..... | 77 |
| 3.4.1 – Applicazione del modello di Atkins | 78 |
| 3.4.1.1 – Posizione di inizio frattura S_{CR} | 78 |
| 3.4.1.2 – Larghezza della banda di scorrimento w | 79 |
| 3.4.1.3 – Coefficiente di attrito μ | 79 |
| 3.4.2 – Applicazione del modello di Wierzbicki | 80 |
| 3.4.4 – Valori sperimentali e teorici. | 80 |
| 4 – TAGLIO MEDIANTE UTENSILE A GEOMETRIA VARIABILE | 88 |
| 4.1 – Premessa..... | 88 |
| 4.2 - Modello di Atkins..... | 90 |
| 4.3 - Modello di Mahvash..... | 93 |
| 5 – SIMULAZIONI NUMERICHE | 97 |
| 5.1 – Premessa..... | 97 |
| 5.2 – Modello di frattura coesiva..... | 98 |
| 5.3 – Codice di calcolo..... | 100 |
| 5.3.1 – Generalità..... | 100 |
| 5.3.2 – Parametri di simulazione | 102 |
| 5.3.3 – Esperienze precedenti di utilizzo del codice di calcolo | 104 |
| 5.3.4 – Simulazione di taglio diretto applicato al caso di lastra tesa | 109 |
| 5.3.4.1 – SUCCESSIONE CRONOLOGICA DELLE FASI SIMULATE..... | 113 |
| 5.3.4.2 – GEOMETRIA DELL’UTENSILE | 113 |
| 5.3.4.3 – PARAMETRI DEL MATERIALE..... | 114 |
| 5.3.4.4 – SIMULAZIONE 1 | 116 |
| 5.3.4.5 – SIMULAZIONE 2 | 122 |
| 5.3.4.6 – INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI..... | 129 |
| 6 – NOTE CONCLUSIVE..... | 130 |
| BIBLIOGRAFIA..... | 132 |

INDICE DELLE FIGURE

| | |
|---|----|
| Figura 1.1: Aspetti e definizioni fondamentali nel processo di taglio | 5 |
| Figura 1.2: Caso di taglio ortogonale puro (piallatura)..... | 6 |
| Figura 1.3: schema delle lavorazioni di piallatura (a) e tornitura (b) | 6 |
| Figura 1.4: Fresatura periferica (a) e frontale (b) | 7 |
| Figura 1.5: direzione di smaltimento del truciolo in funzione dell'angolo λ positivo (a), negativo (b) e nullo (c)..... | 7 |
| Figura 1.6: direzione di smaltimento truciolo in funzione della geometria..... | 8 |
| Figura 1.7: Diverse tipologie di truciolo..... | 8 |
| Figura 1.8: Tornio parallelo a comando manuale | 9 |
| Figura 1.9: Tornio parallelo CNC | 10 |
| Figura 1.10: Fresatrice 3 assi a comando manuale | 10 |
| Figura 1.11: Fresatrice a banco fisso CNC | 11 |
| Figura 1.12: Meccanismo di scorrimento del materiale: angolo di scorrimento ϕ | 12 |
| Figura 1.13: Forze associate al meccanismo di deformazione | 12 |
| Figura 1.14: meccanica del taglio mediante lama..... | 14 |
| Figura 1.15: Lastra tagliata mediante lama..... | 14 |
| Figura 1.16: Taglio per Punzonamento..... | 15 |
| Figura 1.17: Taglio per ghigliottinamento | 15 |
| Figura 1.18: Taglio per tranciatura | 16 |
| Figura 1.19: zona di scorrimento in fase di punzonamento/tranciatura..... | 16 |
| Figura 1.20: Taglio mediante utensile a geometria variabile..... | 17 |
| | |
| Figura 2.1: Pianta della configurazione di taglio lastra-lama | 19 |
| Figura 2.2: Concertina tearing failure | 20 |
| Figura 2.3: Grafico per la valutazione di stabilità del fenomeno di taglio proposto da Zheng | 21 |
| Figura 2.4: Braided tearing | 22 |
| Figura 2.5: "clean cut" | 22 |
| Figura 2.6: taglio slice-push..... | 23 |
| Figura 2.7: Lunghezza di penetrazione a | 24 |
| Figura 2.8: lamiera tesa in direzione x..... | 25 |
| Figura 2.9: Caso di taglio "slice-push" | 26 |
| Figura 2.10: Forze adimensionalizzate vs slice-push ratio | 28 |
| Figura 2.11: schema di riferimento..... | 30 |
| Figura 2.12: apparato sperimentale (1-lastra in prova, 2-lama)..... | 30 |
| Figura 2.13: Dati sperimentali di Lake & Yeoh | 31 |
| Figura 2.14: Confronto dati sperimentali con formula (2.12)..... | 32 |
| Figura 2.15: Risultati F_z "Cheddar cheese" | 34 |
| Figura 2.16: Risultati F_y "Cheddar cheese" | 34 |
| Figura 2.17: Risultati F_z "Pepper salami" | 35 |
| Figura 2.18: Risultati F_y "Pepper salami" | 35 |
| Figura 2.19: Caso di taglio mediante cuneo..... | 37 |
| Figura 2.20: Prova sperimentale di taglio mediante cuneo..... | 37 |
| Figura 2.21: Flaps e relativi assi di rotazione | 38 |
| Figura 2.22: near-tip plastic zone..... | 40 |
| Figura 2.23: apertura del taglio in funzione di X nel caso di materiale perfettamente fragile | 41 |
| Figura 2.24: meccanismo di fatturazione..... | 41 |

| | |
|---|----|
| Figura 2.25: meccanismo cinematico in relazione alla curva delta | 42 |
| Figura 2.26: Velocità di strisciamento cuneo-flap..... | 43 |
| Figura 2.27: composizione delle forze..... | 44 |
| Figura 2.28: caso di taglio stazionario mediante lama..... | 46 |
| Figura 2.29: traiettoria ξ | 47 |
| Figura 2.30: coordinate ξ - η in zona di transizione | 50 |
| Figura 2.31: Apparato sperimentale di Lu e Calladine | 52 |
| Figura 2.32: risultato sperimentale 1 | 53 |
| Figura 2.33: Prima curva sperimentale vs curva teorica..... | 54 |
| Figura 2.34: risultato sperimentale 2 | 55 |
| Figura 2.35: Seconda curva sperimentale vs curva teorica..... | 55 |
| Figura 2.36: grafico sperimentale (prova 1) | 57 |
| Figura 2.37: Risultato visivo dell'operazione di taglio (prova 1) | 58 |
| Figura 2.38: Machining friction vs sliding friction..... | 59 |
| Figura 2.39: Grafico sperimentale (prova 2)..... | 59 |
| Figura 2.40: risultato visivo dell'operazione di taglio (prova 2)..... | 60 |
| Figura 2.41: risultato sperimentale (prova 3)..... | 61 |
| | |
| Figura 3.1: taglio per punzonamento | 63 |
| Figura 3.2: taglio per tranciatura..... | 63 |
| Figura 3.3: zona di scorrimento del materiale con conseguente formazione del taglio..... | 63 |
| Figura 3.4: Andamento tipico della forza di punzonamento in funzione dell'avanzamento del punzone | 64 |
| Figura 3.5: diverse configurazioni durante la fase di taglio..... | 66 |
| Figura 3.6: Andamento del contributo di plasticizzazione della forza di punzonamento..... | 68 |
| Figura 3.7: Lavoro assorbito durante il taglio..... | 71 |
| Figura 3.8: Allungamento del materiale AB – AC | 72 |
| Figura 3.9: Striscia di materiale che per effetto di una grande deformazione di taglio subisce un allungamento..... | 73 |
| Figura 3.10: forza dF in funzione dello spostamento S | 75 |
| Figura 3.11: Configurazione della lastra per $S > S_{cr}$ | 76 |
| Figura 3.12: Incongruenza del modello per differenti angoli di scorrimento | 78 |
| Figura 3.13: Risposta forza-spostamento dei vari materiali | 79 |
| Figura 3.14: Valori teorici vs sperimentali : Piombo..... | 82 |
| Figura 3.15: Valori teorici vs sperimentali : Stagno | 83 |
| Figura 3.16: Valori teorici vs sperimentali : Alluminio(1)..... | 84 |
| Figura 3.17: Valori teorici vs sperimentali : Alluminio(2) | 84 |
| Figura 3.18 :Valori teorici vs sperimentali : Rame..... | 85 |
| Figura 3.19 :Valori teorici vs sperimentali : Rame..... | 85 |
| Figura 3.20:Valori teorici vs sperimentali : Acciaio (1) | 86 |
| Figura 3.21:Valori teorici vs sperimentali : Acciaio (2) | 87 |
| | |
| Figura 4.1: Taglio mediante forbici | 88 |
| Figura 4.2: Scorrimento tangenziale durante il taglio con forbici (piano yz di figura 4.1) | 90 |
| Figura 4.3 : Modello cinematico (1) | 91 |
| Figura 4.4: Modello cinematico (2) | 91 |
| Figura 4.5: Schema di taglio (ipotesi di simmetria)..... | 92 |
| Figura 4.6: Modello cinematico di Mahvash | 94 |
| Figura 4.7: Curva che identifica il bordo lama | 95 |

| | |
|--|-----|
| Figura 5.1: (a) modello , (b) elementi prossimi alla rottura allo step n, (c) elementi eliminati alle step n+1 | 97 |
| Figura 5.2: Modello di fessura coesiva; (a) zona di processo; (b) forze coesive..... | 98 |
| Figura 5.3: Meccanismo di "crazing" dei materiali polimerici..... | 99 |
| Figura 5.4: Legame sforzo-apertura della fessura, caratteristico del materiale | 99 |
| Figura 5.5: Caso di lastra tesa; step 1 (comportamento elastico) | 100 |
| Figura 5.6: Progressione di apertura della frattura..... | 101 |
| Figura 5.7: Significato dei parametri di elasticità..... | 103 |
| Figura 5.8: Significato dei parametri di coesione | 103 |
| Figura 5.9: tipico comportamento meccanico alla trazione di compositi laminati per packaging alimentare..... | 104 |
| Figura 5.10: sistema simulato | 105 |
| Figura 5.11: mesh..... | 105 |
| Figura 5.12: Evoluzione del processo di apertura della confezione simulato..... | 106 |
| Figura 5.13: Dettaglio elementi coesivi | 107 |
| Figura 5.14: Curva coppia-posizione angolare dell'utensile (sperimentale e numerica a confronto) | 108 |
| Figura 5.15: Evoluzione sperimentale a confronto di quella simulata..... | 108 |
| Figura 5.16: Configurazione del taglio di lastra tesa [9] | 109 |
| Figura 5.17: Mesh utilizzata per la simulazione della lastra..... | 110 |
| Figura 5.18: Risultati sperimentali di Lake & Yeoh in condizioni stabili..... | 111 |
| Figura 5.19: Forza di taglio instabile | 112 |
| Figura 5.20: Geometria dell'utensile | 114 |
| Figura 5.21: Comportamento elastico, legame costitutivo | 115 |
| Figura 5.22: Modello coesivo | 115 |
| Figura 5.23: simulazione 1, tempo 0 – 0.003 s | 117 |
| Figura 5.24: simulazione 1, tempo 0.006 - 0.012 s..... | 117 |
| Figura 5.25: simulazione 1, tempo 0.015 - 0.018 s..... | 118 |
| Figura 5.26: simulazione 1, tempo 0.021 - 0.024 s..... | 118 |
| Figura 5.27: simulazione 1, tempo 0.027 - 0.03 s..... | 119 |
| Figura 5.28: simulazione 1, tempo 0.015 s (zoom)..... | 119 |
| Figura 5.29: simulazione 1, tempo 0.018 s (zoom)..... | 120 |
| Figura 5.30: Reazione vincolare longitudinale ai bordi vs tempo | 121 |
| Figura 5.31: Forza di contatto utensile-lastra vs tempo | 121 |
| Figura 5.32: simulazione 2, tempo 0 - 0.002 s..... | 123 |
| Figura 5.33: simulazione 2, tempo 0.004 - 0.008 s..... | 123 |
| Figura 5.34: simulazione 2, tempo 0.012 - 0.014 s..... | 124 |
| Figura 5.35: simulazione 2, tempo 0.016 - 0.018 s..... | 124 |
| Figura 5.36: simulazione 2, tempo = 0.02 s..... | 125 |
| Figura 5.37: simulazione 2, tempo 0.014 s (zoom)..... | 125 |
| Figura 5.38: simulazione 2, tempo 0.016 s (zoom)..... | 126 |
| Figura 39: simulazione 2, tempo 0.018 s (zoom)..... | 126 |
| Figura 5.40: simulazione 2, tempo 0.02 s (zoom)..... | 127 |
| Figura 5.41: Reazione vincolare longitudinale ai bordi vs tempo | 128 |
| Figura 5.42: Forza di contatto utensile-lastra in direzione di avanzamento utensile vs tempo | 128 |

ABSTRACT

L'esigenza di poter stimare le forze necessarie ad eseguire lavorazioni di taglio meccanico di gusci sottili è sentita in diversi settori; oltre al caso più diffuso di taglio di lamiera metalliche nel settore industriale metalmeccanico, l'esigenza è sentita anche in altri ambiti quali ad esempio il settore biomedico (tele-chirurgia), navale (ship grounding) e degli imballaggi (per l'apertura delle confezioni).

Negli ultimi anni i ricercatori hanno proposto diversi modelli computazionali finalizzati alla stima delle forze di taglio; tali modelli sono di diverse tipologie (analitici, numerici, empirici) e applicabili a diversi casi specifici (taglio diretto, strappamento, tranciatura ecc.).

Nel panorama dei ricercatori che si occupano di queste tematiche, particolare rilievo è assunto da due figure: Tony Atkins dell'università di Reading (UK) e Tomas Wierzbicki del MIT (USA).

L'obiettivo di questo lavoro è quello di analizzare i principali modelli computazionali di taglio meccanico, uniformandone per quanto possibile le notazioni simboliche e procedendo con un confronto diretto tra valori previsionali e valori sperimentali.

Il lavoro di analisi dei modelli è finalizzato anche alla validazione di un codice di calcolo che il Dipartimento di Ingegneria Strutturale del Politecnico di Milano sta sviluppando proprio al fine di poter disporre di uno strumento in grado di stimare le forze e le principali caratteristiche di un generico processo di taglio meccanico. Il codice di calcolo è caratterizzato da un metodo innovativo per la simulazione numerica di fratture coesive.

1 – INTRODUZIONE

1.1 – *Inquadramento del contesto e degli argomenti trattati*

L'obiettivo di questo lavoro di tesi è quello di raggruppare, spiegare ed utilizzare diversi modelli teorici e numerici che sono stati proposti nel tempo per descrivere e simulare il processo di taglio di lastre e piastre, tipicamente denominato "Cutting".

Spesso con il termine "cutting", si fa riferimento sia alle operazioni di taglio vero e proprio di una lastra che anche alle operazioni di asportazione di materiale da un corpo in lavorazione;

Con particolare riferimento alle lavorazioni meccaniche (di materiali metallici) per asportazione di truciolo, tipicamente si parla di "taglio del materiale", oppure di "parametri di taglio".

Sostanzialmente nel contesto delle lavorazioni meccaniche per asportazione di truciolo si tratta il caso di un singolo pezzo meccanico in lavorazione, dal quale viene asportato materiale tramite un processo di "taglio"; questo tipo di processo permette di asportare una certa quantità di materiale, che però non potrà essere riutilizzato conseguentemente alle forti deformazioni alle quali è stato sottoposto e soprattutto alle dimensioni limitate (materiale asportato sotto forma di truciolo).

In questo documento identificheremo questo tipo di taglio con la dicitura "lavorazione di taglio"; esempi noti di lavorazioni di taglio sono ad esempio le tecnologie di tornitura e di fresatura di pezzi meccanici. Questi argomenti non sono però destinati ed essere trattati in questo lavoro.

Il caso che si vuole trattare è invece il taglio di una lastra sottile mediante una lama o comunque mediante un oggetto acuminate. La differenza fondamentale rispetto al caso di "lavorazione di taglio" sta nel fatto che dopo la fase di taglio di una lastra sottile si hanno due pezzi di lastra che possono essere impiegati entrambi per diversi scopi. In sostanza, se prendiamo un foglio di carta e lo tagliamo con una forbice, otteniamo due fogli di carta che possono essere utilizzati entrambi.

In questa sede identificheremo questo tipo di taglio con la dicitura "operazione di taglio", che rappresenta l'argomento che si intende trattare in questo documento.

In passato, molte ricerche e molti studi sono stati destinati alle lavorazioni di taglio , lavorazioni che rappresentano una delle basi delle tecnologie meccaniche comunemente utilizzate nelle operazioni produttive che vedono l'impiego di materiali metallici.

In opposizione a questo, il numero di ricerche e di pubblicazioni relative all'operazione di taglio è decisamente inferiore ed è anche per questo motivo che ci si pone l'obiettivo di raccogliere ed identificare il maggior numero di informazioni possibile relative a questo processo.

1.2 – Lavorazione di taglio: sintesi e panoramica dello stato dell'arte

Come già accennato nel paragrafo precedente, esistono in letteratura moltissime pubblicazioni dedicate all'argomento delle lavorazioni di taglio. In questo paragrafo ci si limita a fornire al lettore le informazioni di base relative alle tipologie di lavorazione impiegate in campo metalmeccanico ed allo stato dell'arte in termini di modellistica. Per maggiori dettagli ed eventuali approfondimenti si rimanda a [1] e [2].

1.2.1 – Generalità

La lavorazione di taglio (fig. 1.1), è un processo per deformazione plastica nel quale un *utensile*, dotato di moto relativo rispetto ad un *pezzo*, ne asporta uno strato superficiale detto *sovrametallo* trasformandolo in *truciolo* e generando una superficie con caratteristiche tendenzialmente migliori di quelle della superficie di partenza in termini di precisione dimensionale e rugosità. Il truciolo rappresenta lo scarto di lavorazione.

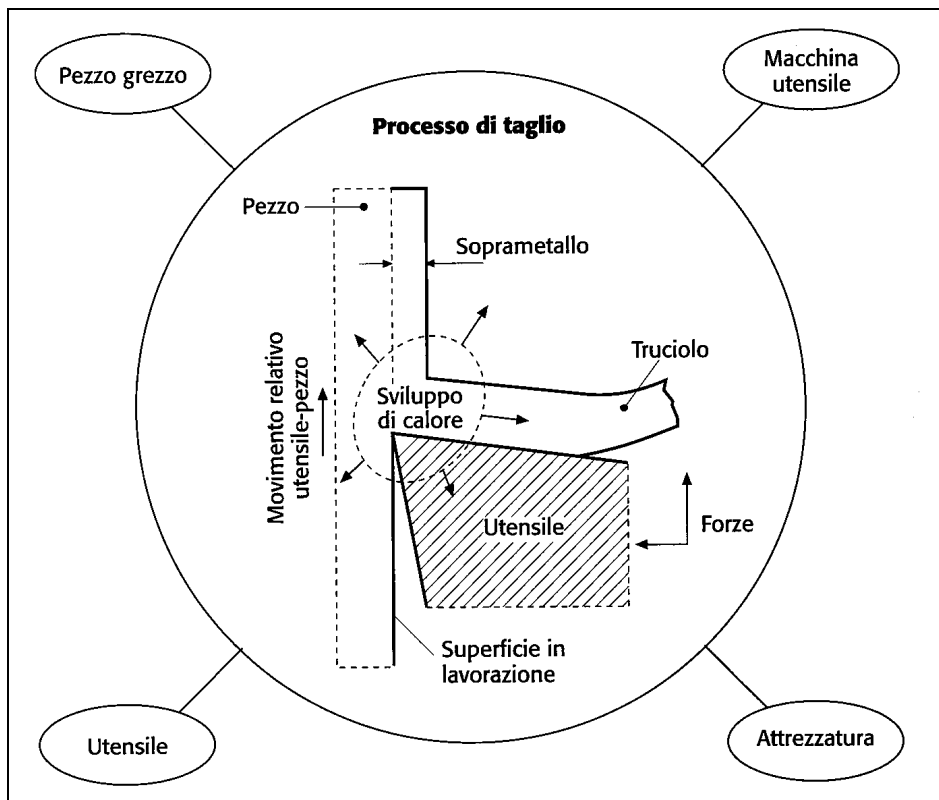


Figura 1.1: Aspetti e definizioni fondamentali nel processo di taglio

Il processo avviene grazie a uno o più *moti* forniti da una *macchina utensile*. La lavorazione è fatta a temperatura ambiente, tuttavia il calore sviluppato sia dal lavoro di deformazione plastica sia dalle forze di attrito causa innalzamento di temperatura del pezzo, dell'utensile e del truciolo. La deformazione plastica che genera il truciolo si ottiene grazie a *forze*, generate dalla macchina utensile, sotto la cui azione il pezzo tende a muoversi o a deformarsi: per evitare ciò si utilizza una *attrezzatura*. In sintesi, la lavorazione di taglio richiede sempre quattro elementi (fig. 1.1):

- Il *pezzo grezzo*, proveniente da processi precedenti come fusione, stampaggio, laminazione ecc.
- La *macchina utensile*
- L'*utensile*
- L'*attrezzatura*

1.2.2 – Meccanica del taglio

Lo studio della meccanica della formazione del truciolo può essere riferito, senza che perda la sua generalità, a un caso particolarmente semplice, anche se piuttosto raro: il taglio ortogonale. Il caso di taglio ortogonale è definito dall'ortogonalità tra il bordo principale del tagliente e la velocità

relativa tra pezzo ed utensile. Conseguentemente a questa caratteristica il taglio ortogonale può essere studiato in modo bidimensionale.

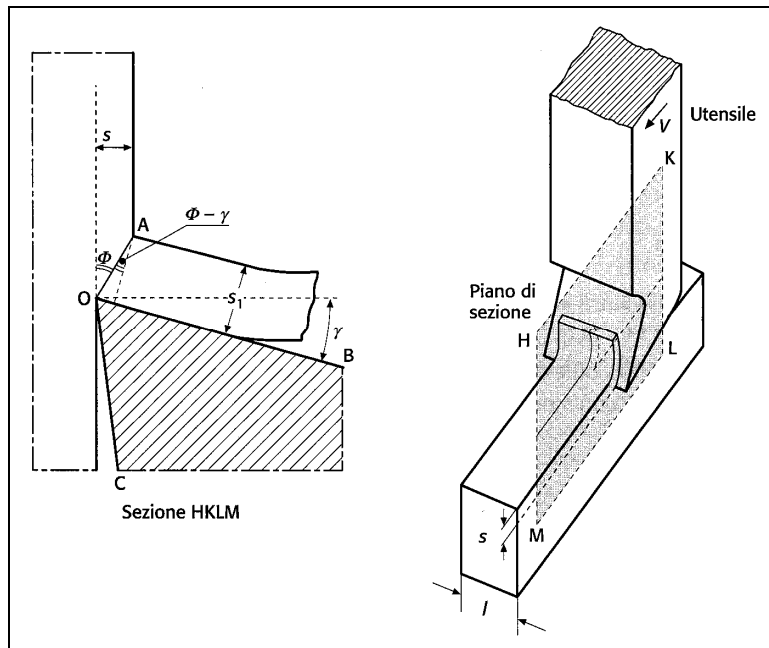


Figura 1.2: Caso di taglio ortogonale puro (piallatura)

Il moto di taglio, che in fig. 1.2 è identificato dalla velocità V , può essere conferito al pezzo in lavorazione, all'utensile, oppure ad entrambi. In base al tipo di moto (traslatorio o rotatorio) di pezzo ed utensile, si definiscono le singole tipologie di lavorazione.

Ad esempio, nelle lavorazioni di piallatura e di tornitura cilindrica, il moto di taglio è conferito al pezzo in lavorazione (fig. 1.3).

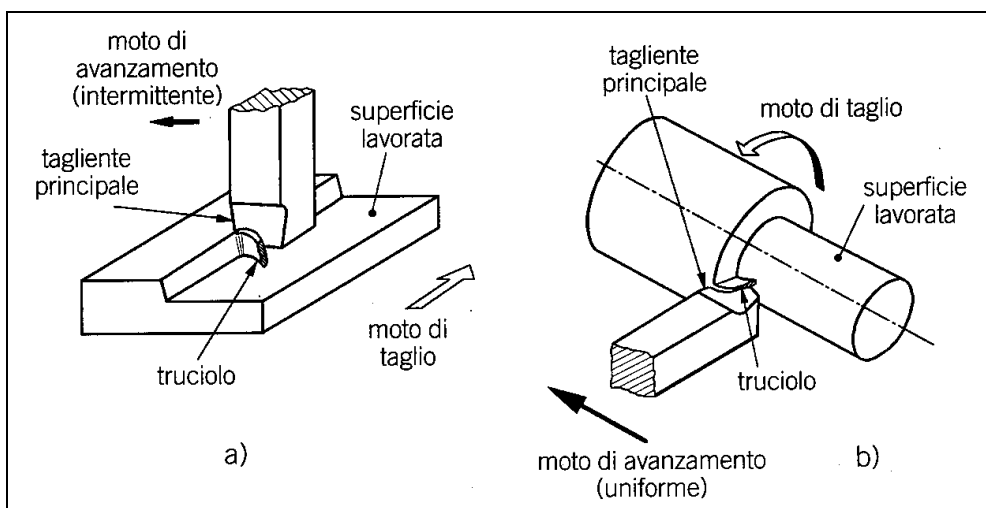


Figura 1.3: schema delle lavorazioni di piallatura (a) e tornitura (b)

Nella lavorazione di fresatura invece, il moto di taglio è impresso ad un utensile dentato che lavora un pezzo mantenuto fermo e solidale alla attrezzatura di lavorazione (fig. 1.4).

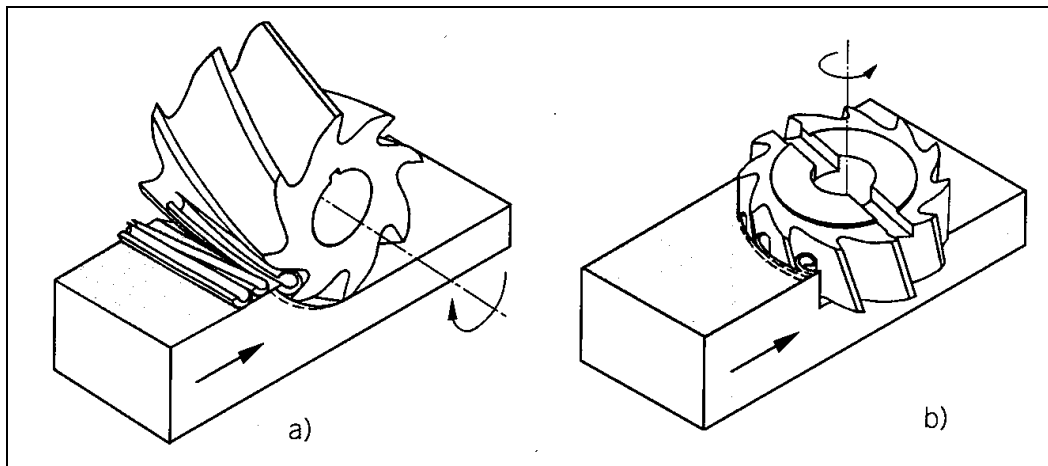


Figura 1.4: Fresatura periferica (a) e frontale (b)

Ovviamente in base allo schema di taglio adottato, ai parametri di taglio (avanzamento, profondità, velocità, ecc) ed al tipo di materiale, le forze necessarie alla lavorazione variano in modo significativo; L'obiettivo della modellazione teorica applicata a questo argomento è tipicamente quello di individuare le correlazioni tra forze e parametri di taglio.

1.2.3 – Formazione del truciolo

Il materiale che viene “tagliato”, come si è detto in precedenza, subisce una forte deformazione plastica e quindi una variazione di forma; in base al tipo di materiale (fragile, duttile, molto duttile) ed ai parametri di taglio, la formazione del truciolo assume caratteristiche molto variabili.

In primo luogo si deve tener conto del fatto che la direzione di smaltimento del materiale di scarto non è casuale, ma a sua volta dipende dai parametri di taglio stesso (angoli caratteristici dell'utensile); in figura 1.5 è rappresentato un caso di tornitura.

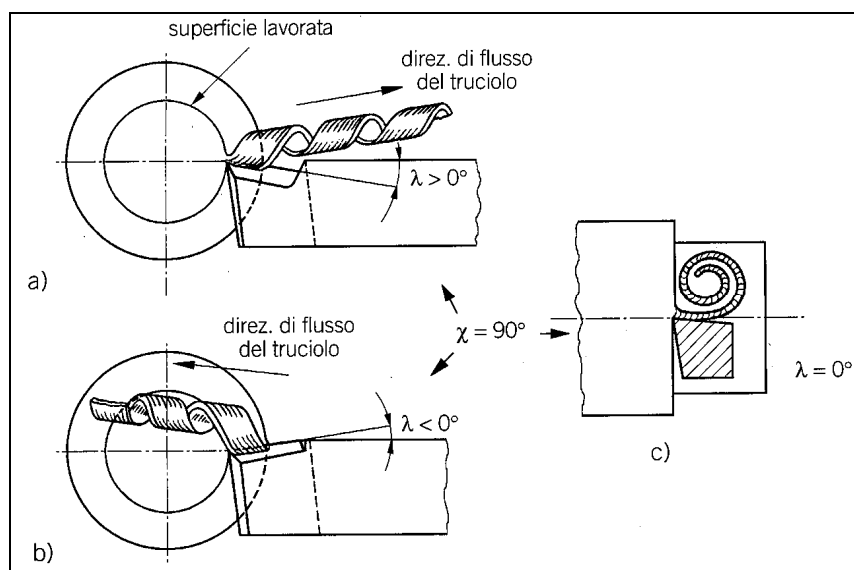


Figura 1.5: direzione di smaltimento del truciolo in funzione dell'angolo λ positivo (a), negativo (b) e nullo (c)

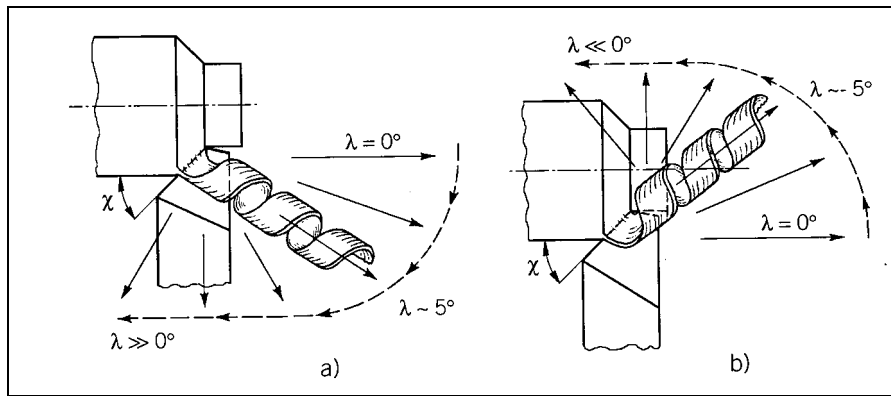


Figura 1.6: direzione di smaltimento truciolo in funzione della geometria

In secondo luogo, la formazione del truciolo in termini di forma è fortemente influenzata dalla caratteristiche di duttilità del materiale. Al variare delle possibili combinazioni di materiale, geometria e parametri di taglio, le possibili configurazioni del truciolo sono quelle rappresentate in fig. 1.7.

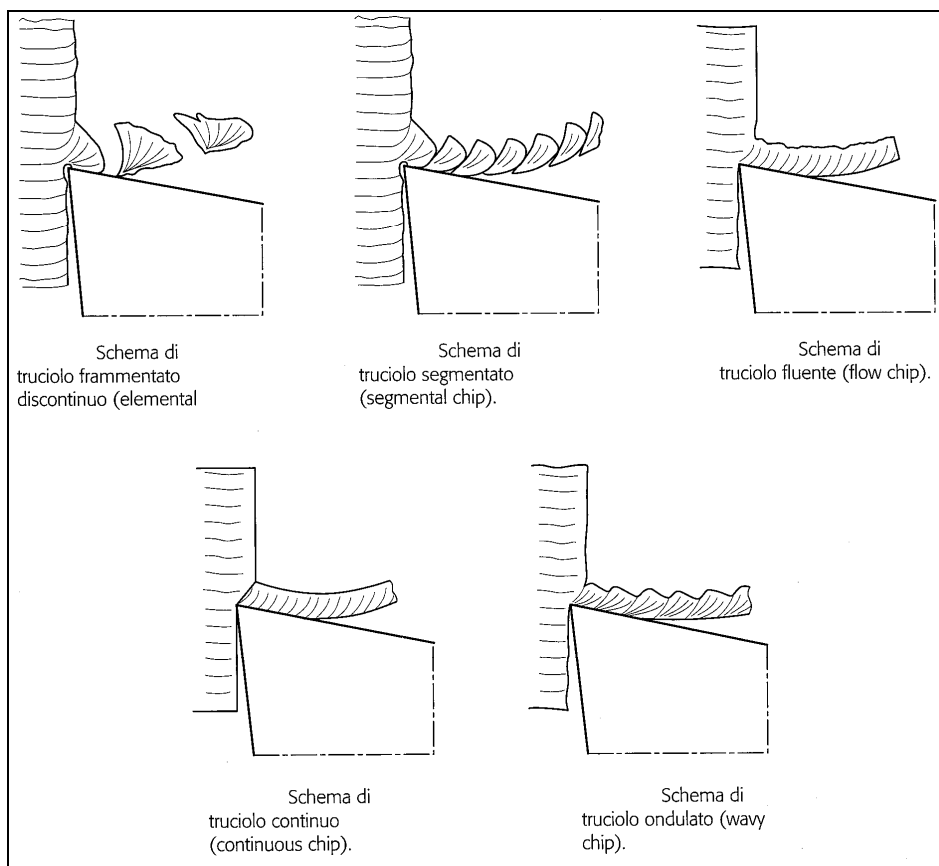


Figura 1.7: Diverse tipologie di truciolo

1.2.4 – Macchine Utensili

La macchina tramite la quale si realizza la lavorazione è detta macchina utensile; esistono diversi tipi di macchina utensile che differiscono tra loro per potenza, dimensione ma soprattutto per tipologia di lavorazione. Le due macchine utensili più diffuse sono quelle per le lavorazioni di tornitura e fresatura, ovvero torni e fresatrici.

Il tornio è caratterizzato da un basamento al quale vengono montati i dispositivi di afferraggio del pezzo in lavorazione e dell'utensile nonché le motorizzazioni necessarie ad imprimere i moti di taglio e di avanzamento. La configurazione classica è ad asse orizzontale (tornio parallelo) ma esistono anche configurazioni ad asse verticale (tipicamente di grosse dimensioni).

In figura 1.8 è rappresentato lo schema classico di un tornio parallelo; il pezzo in lavorazione viene montato tra *mandrino* e *controtesta*, mentre l'utensile viene montato su una torretta opportunamente attrezzata e fissata al *carro*.

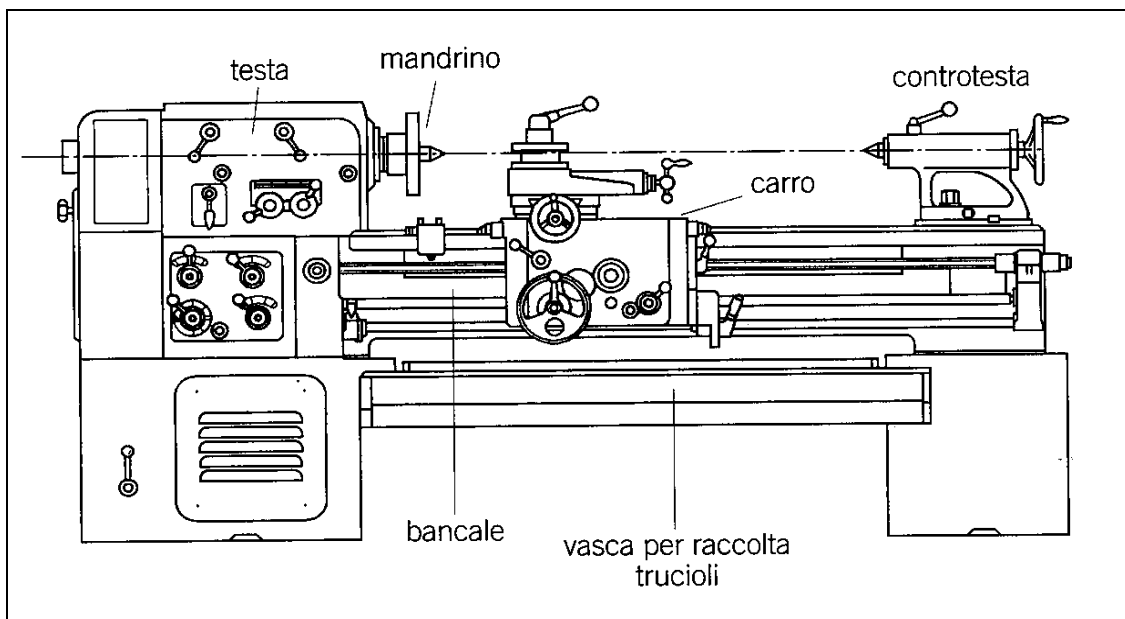


Figura 1.8: Tornio parallelo a comando manuale

Per aumentare le precisioni di lavorazione le macchine utensili moderne vengono attrezzate mediante opportuni sistemi di controllo gestiti da calcolatore che permettono sia di ottenere migliori risultati sia di operare in modo automatico. Le macchine dotate di queste sistemi prendono il nome di macchine CNC (controllo numerico computerizzato).

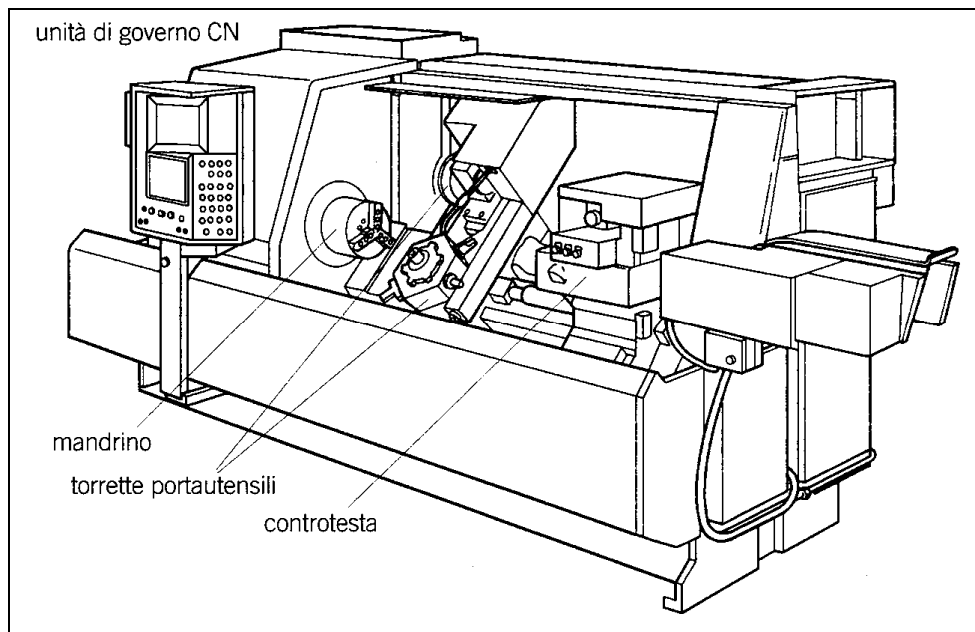


Figura 1.9: Tornio parallelo CNC

Le fresatrici sono invece caratterizzate da un basamento al quale viene fissata la tavola porta-pezzo e da una testa motorizzata porta-utensile; sia la tavola che la testa possono essere fisse oppure mobili in funzione delle esigenze d'officina. In base al numero di possibili movimentazioni si parla di fresatrici 3 o 5 assi in base al fatto che abbiano la possibilità di gestire solo le traslazioni (X,Y,Z) oppure anche due rotazioni della testa porta-utensile.

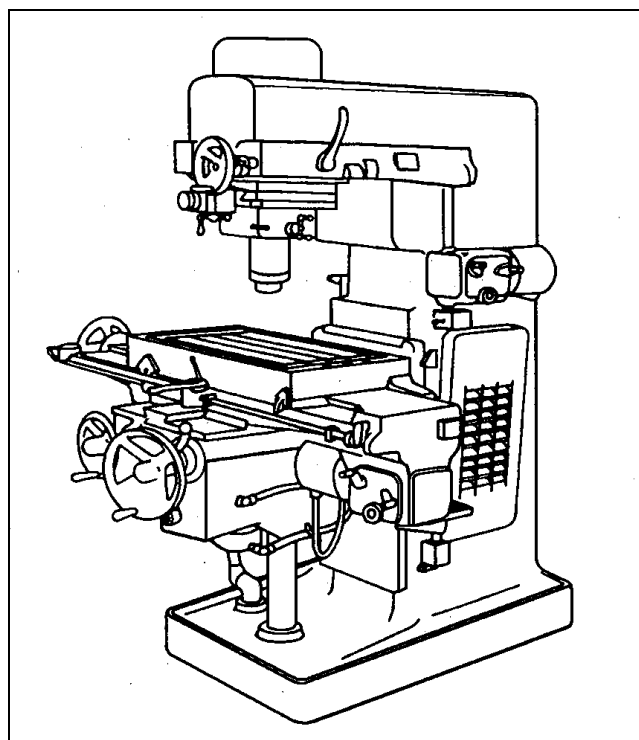


Figura 1.10: Fresatrice 3 assi a comando manuale

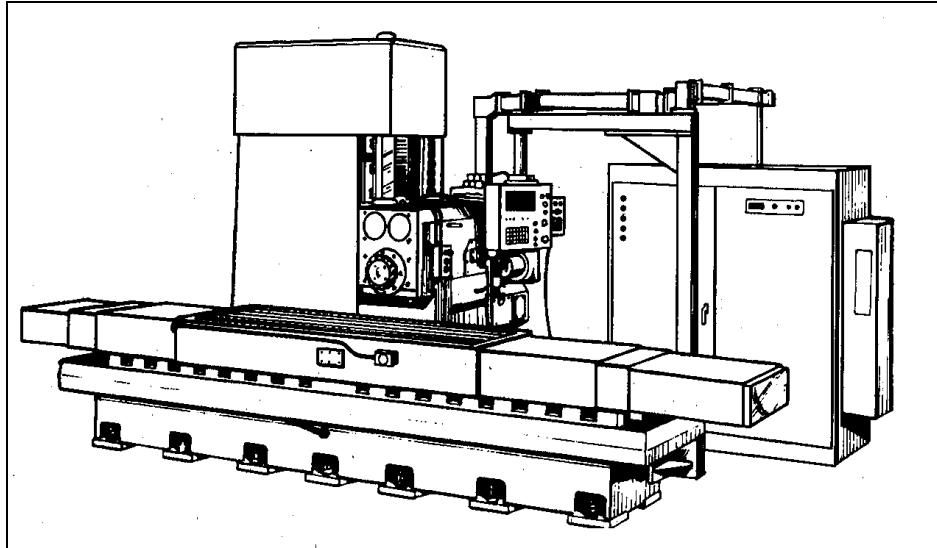


Figura 1.11: Fresatrice a banco fisso CNC

1.2.5 – Modellazione della lavorazione e calcolo delle forze di taglio (cenni)

Come già accennato in precedenza, esistono in letteratura molti lavori dedicati alla modellazione della lavorazione in oggetto. A titolo di esempio, si riporta una breve descrizione del modello di Ernst & Merchant ([1], [2], [3]), che risulta essere uno dei più conosciuti.

1.2.5.1 – Teoria di Ernst & Merchant

La formulazione teorica proposta da Ernst & Merchant vede come ipotesi di base la formazione di piani di scorrimento identificati da una inclinazione φ corrispondente al minimo livello energetico. Il caso a cui ci si riferisce è il più semplice, ovvero il caso di taglio ortogonale modellato come problema piano.

Affrontando il problema mediante equazioni di equilibrio, con riferimento alla situazione rappresentata nelle figure 1.12-1.13, si ottiene l'equazione (1.1) che definisce il lavoro associato alla forza di taglio F_t ed al relativo spostamento H .

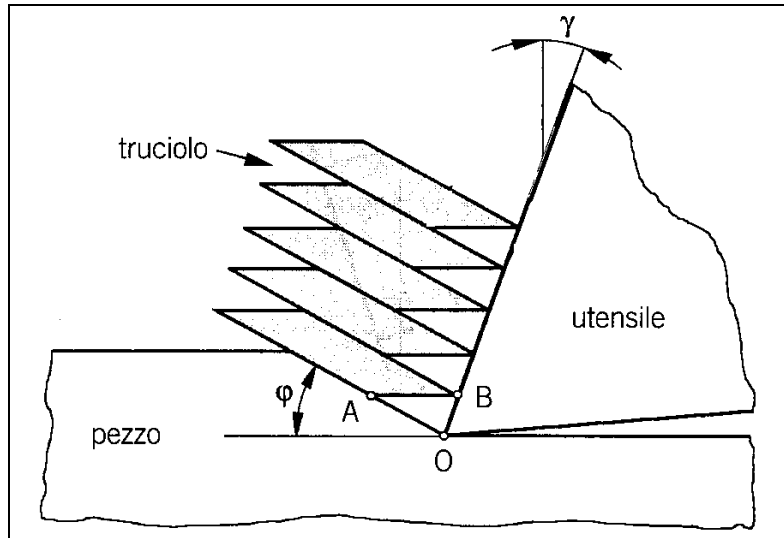


Figura 1.12: Meccanismo di scorrimento del materiale: angolo di scorrimento φ

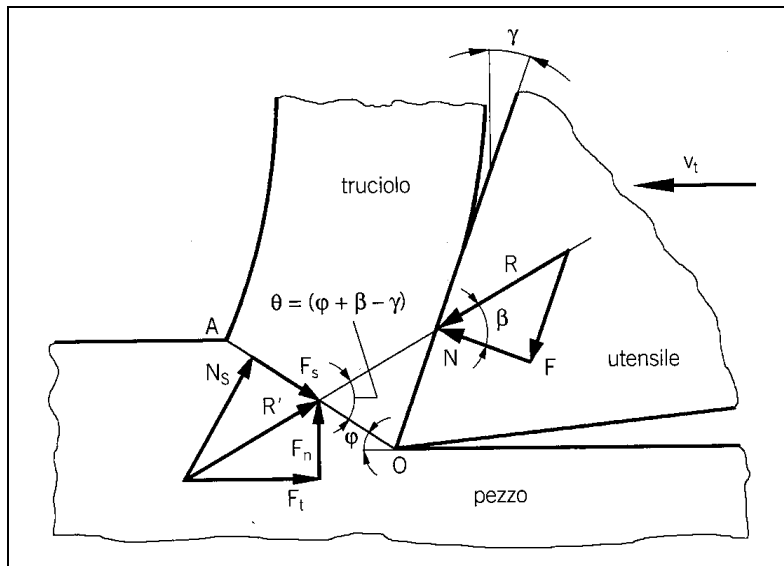


Figura 1.13: Forze associate al meccanismo di deformazione

Il lavoro sviluppato dalla forza F_t in funzione dell'angolo di scorrimento incognito φ risulta essere:

$$W_t = F_t \cdot H = A \cdot \tau_s \cdot \frac{\cos(\beta - \gamma)}{\sin\varphi \cdot \cos(\varphi + \beta - \gamma)} \cdot H \quad (1.1)$$

Dove A rappresenta la sezione del truciolo in deformato, τ_s lo sforzo tangenziale di snervamento del materiale, H lo spostamento dell'utensile, β l'angolo di attrito, γ l'inclinazione del petto dell'utensile e φ l'angolo di scorrimento (ignoto).

Volendo valutare l'angolo di scorrimento in virtù del minimo livello energetico si ha:

$$\frac{\partial W_t}{\partial \varphi} = 0 = A \cdot \tau_s \cdot H \cdot \frac{-\cos \varphi \cdot \cos(\varphi + \beta - \gamma) + \sin \varphi \cdot \sin(\varphi + \beta - \gamma)}{\sin^2 \varphi \cdot \cos^2(\varphi + \beta - \gamma)} \quad (1.2)$$

Dalla quale si ottiene:

$$\cos(2\varphi + \beta - \gamma) = 0 \quad (1.3)$$

Ovvero:

$$2\varphi + \beta - \gamma = \frac{\pi}{2} \quad (1.4)$$

Noti i valori di attrito e geometria del problema, si valuta l'angolo di scorrimento φ tramite la (1.4); una volta noto il valore dell'angolo di scorrimento è possibile valutare la forza di taglio mediante la correlazione (1.1).

1.3 – Operazione di taglio: tre casi fondamentali

Come già anticipato nei paragrafi precedenti, con la dicitura “operazione di taglio” si fa riferimento al processo di suddivisione in due o più parti di una lastra. La differenza fondamentale rispetto al caso di “Lavorazione di taglio” sta nel fatto di ottenere due parti che possono essere utilizzate nello stesso modo, mentre nel caso trattato in precedenza la lavorazione di taglio consisteva nell'asportare materiale da un componente principale.

Sulla base della letteratura disponibile, si è deciso di effettuare una classificazione in base alla meccanica di separazione, ovvero al cinematismo che permette la scissione del materiale. In base a questo criterio, tratteremo tre diversi casi “notevoli”:

- 1 - Operazione di taglio mediante utensile a geometria fissa: Taglio in modo I
- 2 - Operazione di taglio mediante utensile a geometria fissa: Taglio in modo III
- 3 - Operazione di taglio mediante utensile a geometria variabile

I tre casi di taglio sono molto differenti tra loro; il primo è sostanzialmente il caso di una lastra tagliata da una lama che scorre, il secondo è sostanzialmente il caso del punzonamento/tranciatura ed il terzo caso è identificato dall'operazione di taglio mediante forbici (caso che geometricamente rappresenta la sovrapposizione dei primi due meccanismi).

1.3.1 – Taglio ortogonale mediante utensile a geometria fissa

Il caso geometricamente più semplice da trattare è quello di un utensile acuminato che si muove lungo il piano della lastra e che la taglia separandone i lembi attraverso un meccanismo di separazione del materiale che si concentra nella zona adiacente al filo della lama.

In figura 1.14 è rappresentato il caso più diffuso. La lama si muove nel proprio piano di simmetria in direzione parallela alla lastra da tagliare.

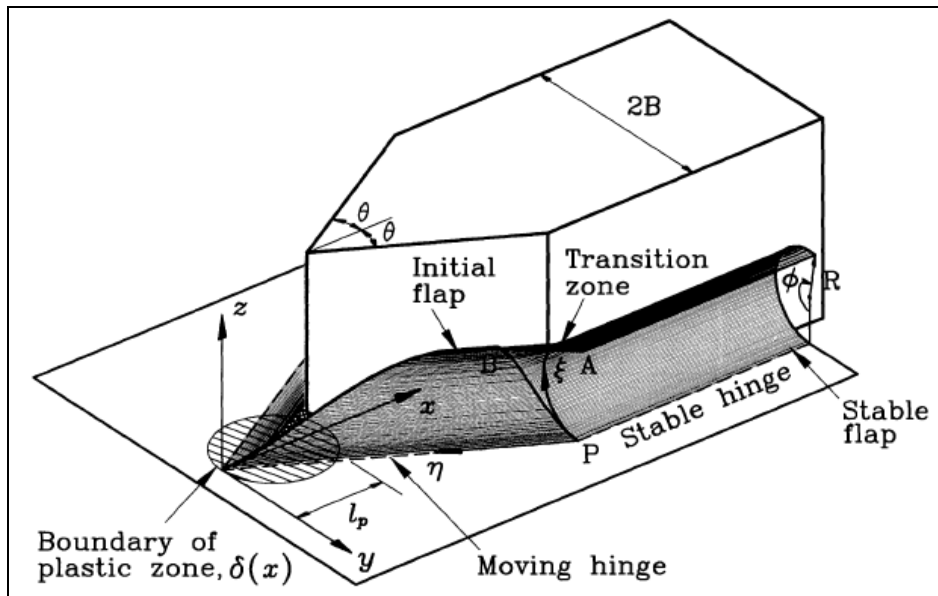


Figura 1.14: meccanica del taglio mediante lama

Il risultato, come vedremo nei capitoli successivi, può essere di diverso tipo ma in linea di massima presenta una zona alterata con deformazioni permanenti in corrispondenza dei bordi tagliati.

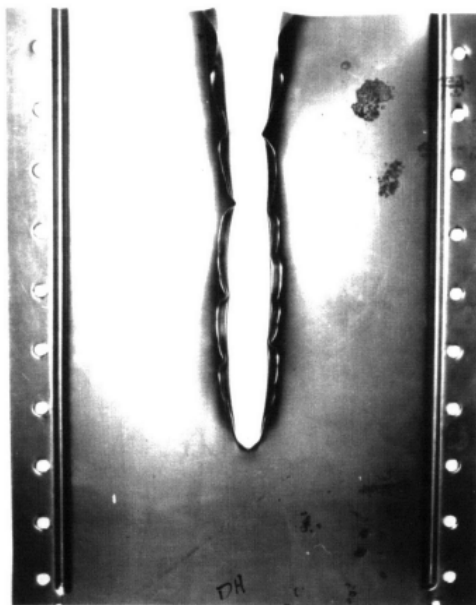


Figura 1.15: Lastra tagliata mediante lama

1.3.2 – Taglio mediante scorrimento tangenziale

Caso altrettanto diffuso è quello dell'esecuzione di fori o di aperture in lastre metalliche (e non) mediante rottura del materiale per taglio, ovvero per scorrimento fuori piano. Tipicamente questo tipo di processo viene utilizzato nelle operazioni di punzonatura o di tranciatura di lamiera.

Sostanzialmente si tratta di forzare una certa porzione della lastra in oggetto a muoversi in direzione perpendicolare al proprio piano e contemporaneamente vincolare nella stessa direzione la porzione rimanente della lastra.

In fig. 1.16 è rappresentato il caso di punzonamento; sono evidenziate le zone in cui si concentra la deformazione e quindi la rottura.

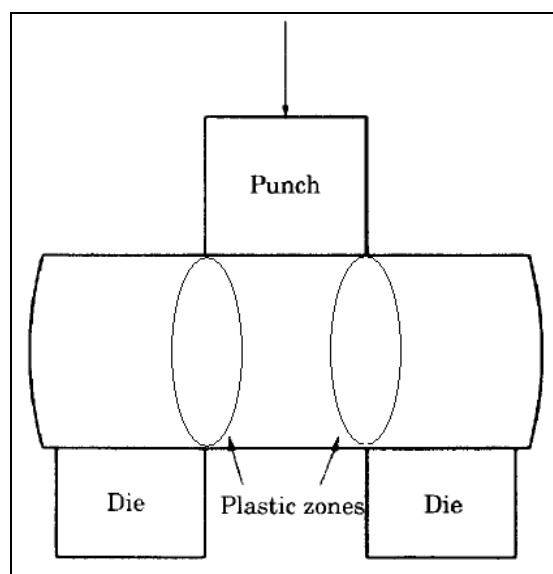


Figura 1.16: Taglio per Punzonamento

In fig. 1.17 è rappresentato il caso di “ghigliottinamento”; sostanzialmente si procede utilizzando un punzone con piano di lavoro non parallelo alla lamiera in lavorazione.

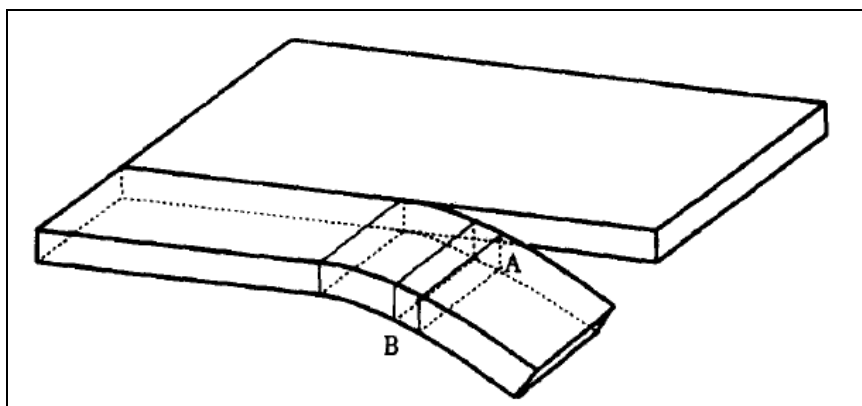


Figura 1.17: Taglio per ghigliottinamento

In fig. 1.18 è rappresentato lo schema di un taglio per tranciatura: sostanzialmente il caso riprende il concetto del punzonamento ma con geometria rettilinea anziché circolare.

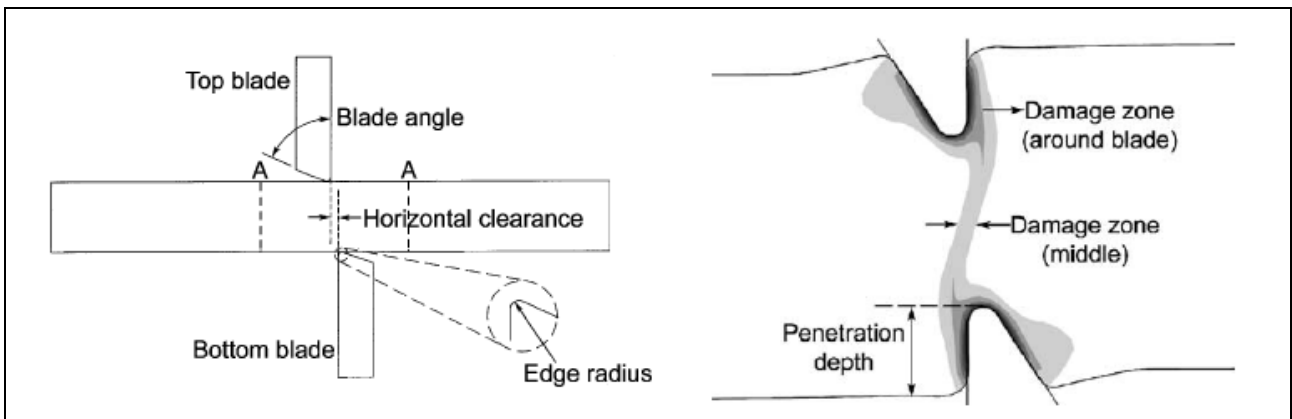


Figura 1.18: Taglio per tranciatura

Tutti i casi citati in questo paragrafo sono accomunati dalla sollecitazione per taglio del materiale; lo studio di questa tipologia di taglio si concentra quindi sull'analisi del comportamento del materiale sollecitato a taglio oltre la soglia elastica (fig. 1.19)

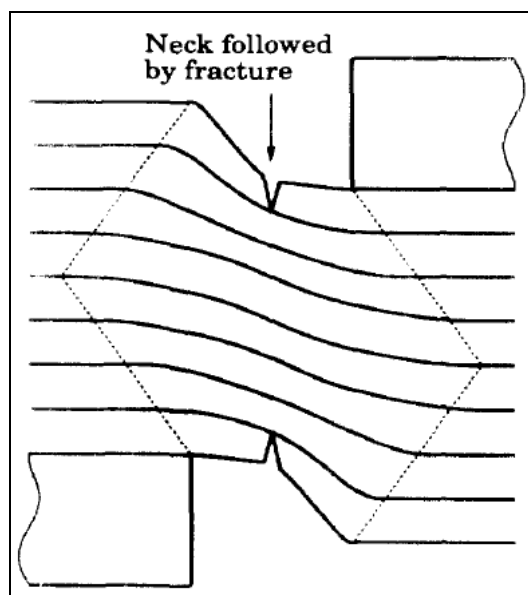


Figura 1.19: zona di scorrimento in fase di punzonamento/tranciatura

1.3.3 – Taglio mediante utensile a geometria variabile

Il terzo caso è quello tipicamente associato all'esperienza comune, ovvero il caso di taglio mediante forbici. In questo caso si ha una sovrapposizione di effetti, generati da diversi fattori.

Semplificando al massimo la fenomenologia di questo tipo di taglio, è possibile individuare due diverse componenti:

- Una prima componente del meccanismo di taglio è quella associata al movimento di chiusura delle lame della forbice in assenza di un avanzamento del perno di collegamento delle lame stesse. In questa fase si ha un progressivo cambiamento dell'assetto delle lame relativamente alla lastra che istante per istante cambiano la propria inclinazione (da qui la dicitura "a geometria variabile").
- Una seconda componente del meccanismo è quella associata all'avanzamento del perno della forbice in assenza di movimento relativo tra le lame; questa fase è schematizzabile come taglio mediante utensile a geometria fissa.

La sovrapposizione di questi due effetti permette di ricostruire il fenomeno che comunque è in qualche modo riconducibile anche alla modalità di taglio mediante scorrimento tangenziale in quanto le lame che vanno ad eseguire il taglio non sono perfettamente allineate e quindi, generano una sollecitazione di taglio localizzata.

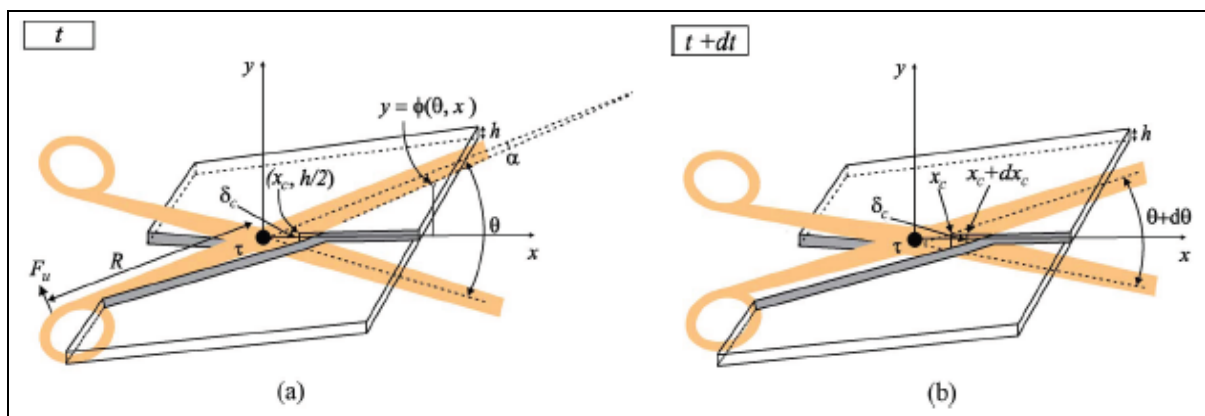


Figura 1.20: Taglio mediante utensile a geometria variabile

Lo studio di questo tipo di taglio rappresenta una serie di difficoltà aggiuntive rispetto ai primi due casi (che peraltro non sono di immediata interpretazione). Oltre a questo, il numero di pubblicazioni in merito è decisamente inferiore rispetto a quelle dedicate ai primi due tipi di taglio. Il fatto che il problema sia stato affrontato in modo meno diffuso è da ricondurre al fatto che l'unico settore nel

quale si utilizza questo tipo di processo è quello medico, mentre nei settori legati all'industria sono sicuramente più impiegati i tagli a geometria fissa e per scorrimento.

Per questi motivi, anche in questo documento il taglio a geometria variabile sarà trattato in modo meno approfondito rispetto ai primi due, che di fatto rappresentano i casi di effettivo interesse.

1.3.4 – Obiettivo del lavoro

Come già accennato in fase introduttiva, l'obiettivo di questo lavoro è quello di indagare i modelli teorici disponibili in letteratura e confrontarne i risultati con i valori sperimentali (da letteratura) e numerici, ottenuti mediante calcolo agli elementi finiti effettuato utilizzando un codice di calcolo sviluppato ad hoc presso il dipartimento di Ingegneria strutturale del Politecnico di Milano.

I capitoli seguenti sono organizzati in modo tale da trattare dapprima gli aspetti teorici proposti in letteratura seguendo la classificazione dei tre diversi tipi di taglio; successivamente viene trattato il caso di modellazione mediante software applicato a tre diverse simulazioni che verranno utilizzate per effettuare il confronto con i valori teorici.

Il software utilizzato, sviluppato dal dipartimento di Ingegneria strutturale del Politecnico di Milano, si basa su un modello innovativo per la simulazione del comportamento di fratture coesive. Questo argomento sarà trattato nei capitoli seguenti. Per maggiori dettagli relativi al software si faccia riferimento a [4].

2 – TAGLIO MEDIANTE UTENSILE A GEOMETRIA FISSA

Nel capitolo introduttivo si è parlato di operazione di taglio mediante utensile a geometria fissa riferendosi al caso di utensile affilato che muovendosi parallelamente ad una lastra la taglia in due parti. Riferendosi all'esperienza comune, è immediato pensare al fatto che non sempre l'operazione di accostamento di una lama ad una lastra garantisce l'avviamento del taglio; per questo motivo, prima di vagliare eventuali modelli teorici è bene prendere in considerazione le diverse casistiche che si possono manifestare quando si "tenta" di effettuare un taglio di questo genere.

2.1 – Premessa: Arricciamento, instabilità, taglio

Il fenomeno che si intende studiare è, come già ripetuto più volte, quello dell'avanzamento longitudinale di una lama in una lastra sottile. Come caso di riferimento si prenda in esame quello rappresentato in fig. 2.1, rappresentazione in pianta della stessa situazione rappresentata in fig. 1.14.

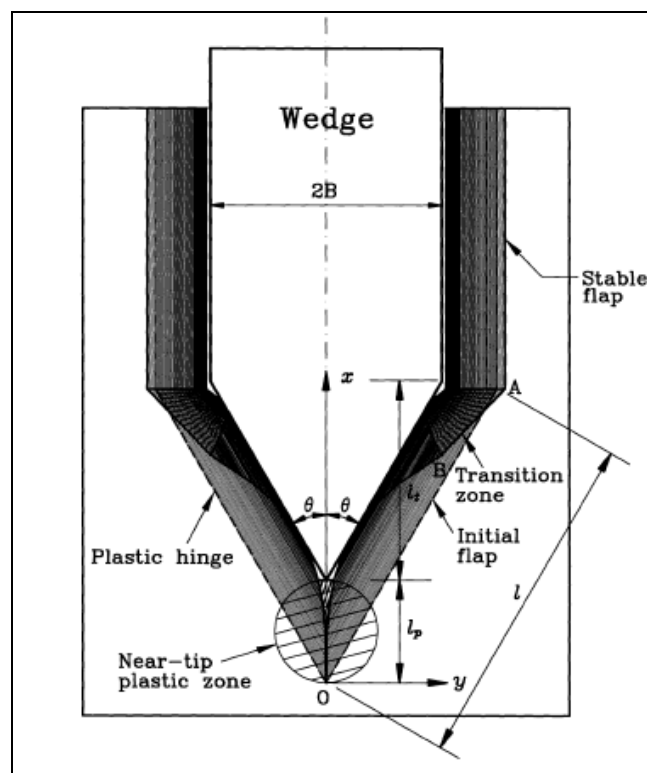


Figura 2.1: Pianta della configurazione di taglio lastra-lama

Definiamo “B” la semilarghezza della lama, “ θ ” il seminagolo di cuneo e “t” lo spessore della lastra. Il caso genericamente indicato in figura 2.1 non sempre può rappresentare una configurazione di taglio. In particolare, all’aumentare di B ed al diminuire di t si degenera in configurazioni tali per le quali il taglio non si può verificare ma si instaurano delle condizioni di instabilità.

Prima di procedere alla formulazione di modelli matematici del processo di taglio, è opportuno individuare quali sono gli ordini di grandezza dei parametri in condizione di taglio e capire quali sono le risposte alternative al taglio.

Al variare dei parametri “B”, “t” e “ θ ” si possono presentare tre diverse situazioni.

2.1.1 – Arricciamento

Se ipotizziamo di approcciare ad una lamiera molto sottile con una lama di spessore “B” elevato ($B > 100 \cdot t$), è intuitivo pensare che la resistenza della lamiera non sarà tale da poter sopportare le forze di taglio che si generano nella zona di contatto tra lastra e lama. In questa circostanza, quello che si osserva è un fenomeno di arricciamento del materiale dovuto alla scarsa rigidità trasversale della lastra. Questo tipo di risposta prende il nome di “concertina tearing failure” (volendo tradurre in italiano si potrebbe definirlo “strappo a fisarmonica”, si è preferito utilizzare la dicitura “arricciamento”).

In fig. 2.2 un esempio di questo tipo di risposta.

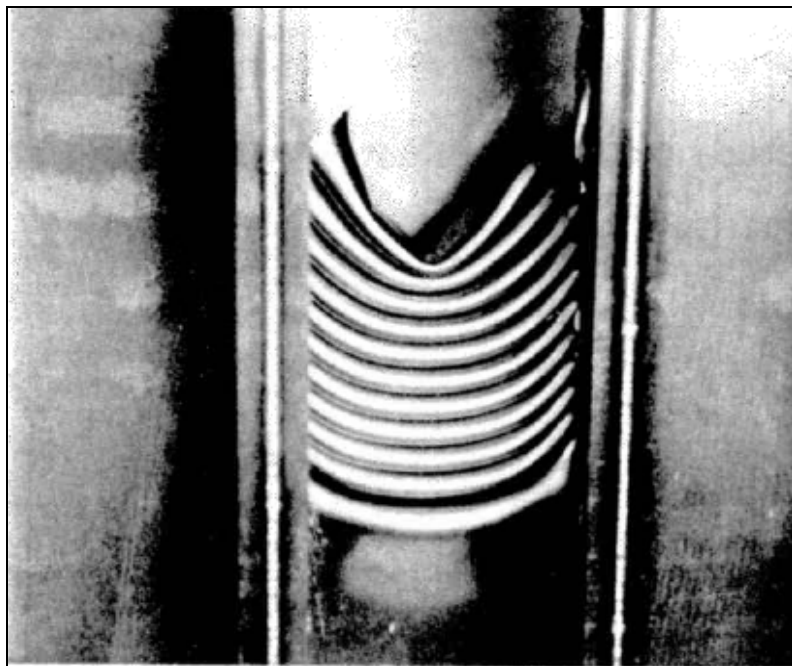


Figura 2.2: Concertina tearing failure

Zheng [5] , propone un grafico per valutare per quali valori dei parametri in gioco si verifica questo tipo di risposta. In fig. 2.3 si riporta il grafico di Zheng; le diciture “flap model” sono riferite a concetti che saranno illustrati nelle sezioni seguenti.

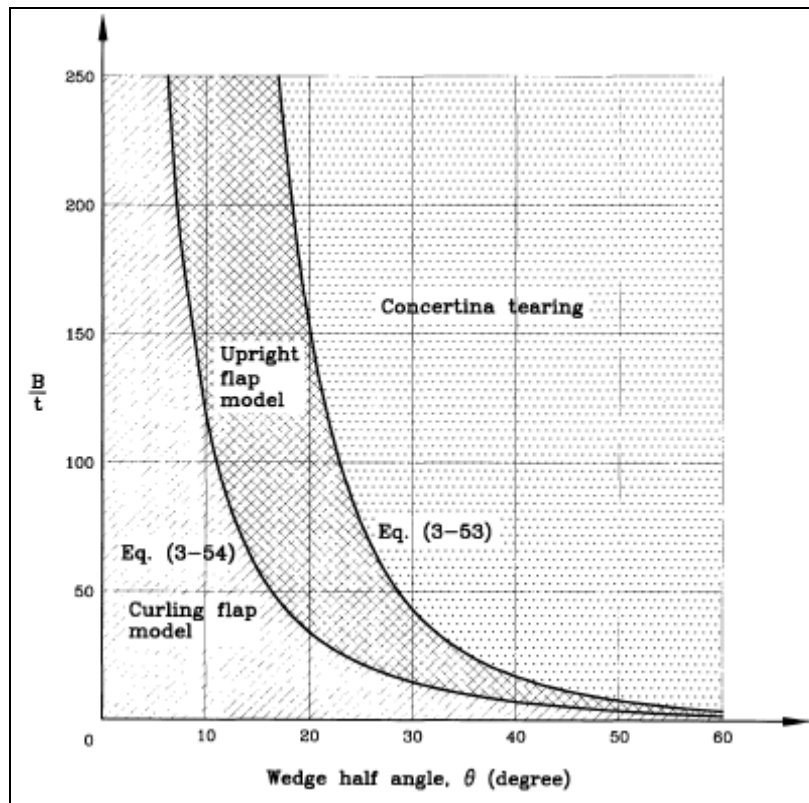


Figura 2.3: Grafico per la valutazione di stabilità del fenomeno di taglio proposto da Zheng

Il grafico proposto (ricavato sperimentalmente), permette di stabilire per quali combinazioni dei tre parametri in gioco si verifica l'arricciamento; le aree riferite al “flap model” indicano le zone di stabilità del taglio (concetto che sarà trattato in seguito).

2.1.2 – Instabilità

Un secondo possibile tipo di risposta è rappresentato dal caso in cui il taglio si inneschi, ma il comportamento della lamiera in relazione all'avanzamento della lama non sia stabile.

In sostanza se la forma della zona alterata dal passaggio della lama non è regolare, in qualche modo significa che esistono dei fattori instabilizzanti che non consentono la stazionarietà del fenomeno di taglio.

In fig. 2.4 è rappresentato il tipico caso di risposta “braided tearing”; letteralmente la traduzione italiana di questa definizione dovrebbe essere qualcosa come “strappo intrecciato”, ma per rendere l'idea della non stazionarietà si è preferito utilizzare il termine “instabilità”.

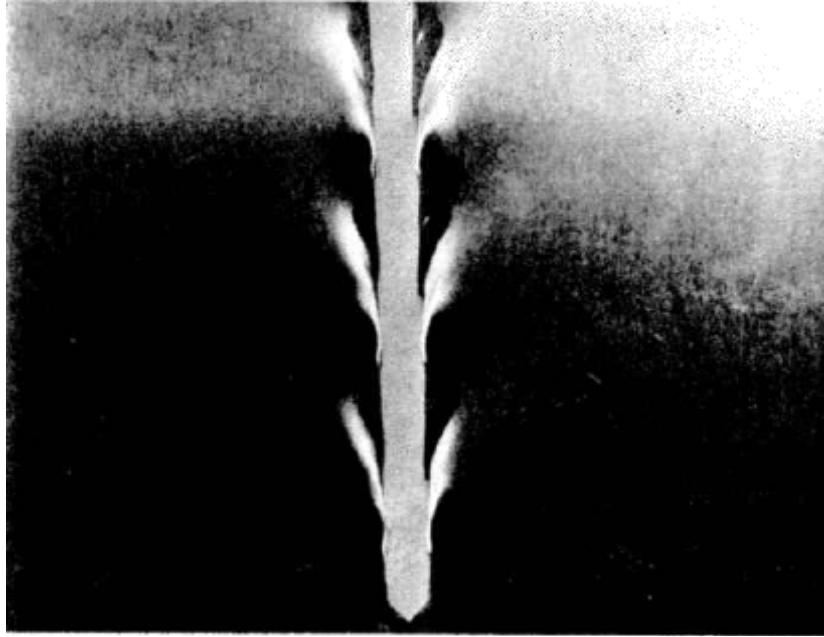


Figura 2.4: Braided tearing

2.1.3 – Taglio regolare

Il terzo possibile tipo di risposta è rappresentato dall'effettivo taglio regolare della lastra per azione del passaggio della lama. Questo è il caso per il quale viene proposto un modello analitico; rappresenta l'effettivo interesse delle applicazioni pratiche in quanto se si desidera tagliare una lastra, tipicamente si cerca una tipo di taglio "netto" in modo tale da alterare il meno possibile la zona di separazione del materiale.

In fig. 2.5 è rappresentato un caso di taglio regolare, solitamente denominato taglio "pulito".

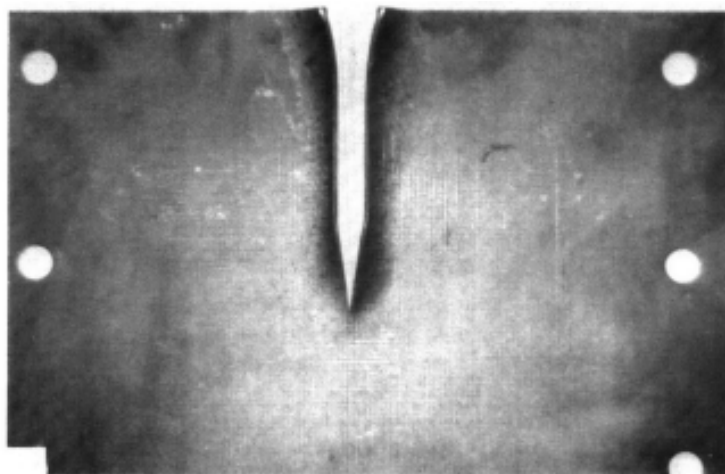


Figura 2.5: "clean cut"

2.2 – Modello energetico di Atkins

Atkins propone varie formulazioni per modellare il problema in oggetto; la formulazione più semplice e diretta è sicuramente quella energetica; tale formulazione si basa sul concetto del bilancio energetico considerando i vari contributi di energia entranti ed uscenti dal sistema (inteso come sistema lastra + lama).

Questo tipo di formulazione può essere applicata sia al caso di taglio “diretto” che anche al caso di taglio “slice-push”.

Per taglio “diretto” si intende il caso in cui una lama caratterizzata da bordo perpendicolare al piano della lastra da tagliare si muova esclusivamente in direzione parallela (V_y) al piano della lastra stessa.

Per taglio “slice-push” si intende invece il caso in cui la lama, caratterizzata anche qui dal bordo perpendicolare al piano della lastra, si muova contemporaneamente sia in direzione parallela che perpendicolare ($V_y + V_z$) al piano della lastra stessa (fig. 2.6).

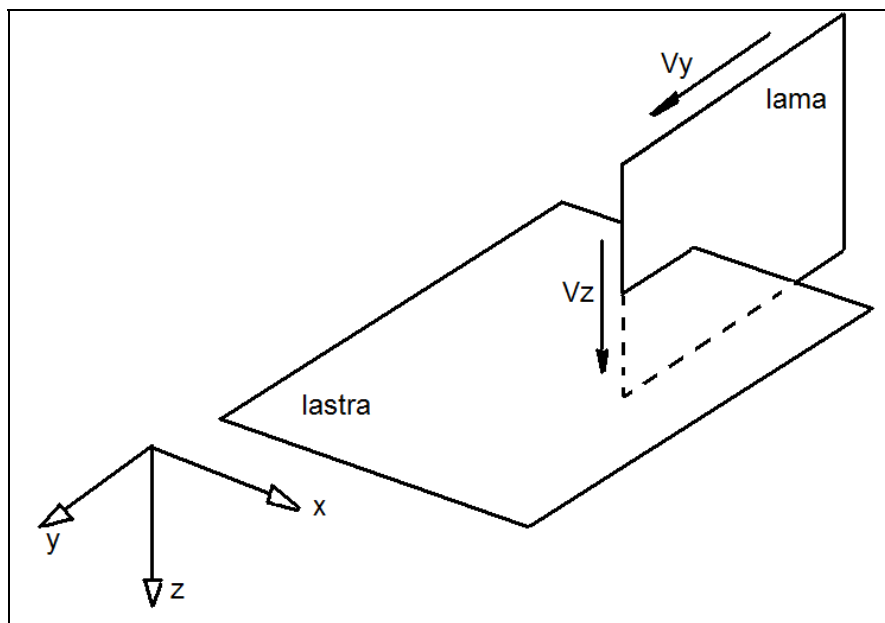


Figura 2.6: taglio slice-push

Il caso di taglio diretto rappresenta un sottocaso dello slice-push; tuttavia è preferibile trattare singolarmente i due casi per poter sottolineare alcuni dettagli.

Entrambi i casi sono trattati da Atkins in modo approfondito in [6] e [7].

2.2.1 – Taglio diretto

Con riferimento alla figura 2.7, ipotizzando un avanzamento dy (in direzione y) della lama in condizioni di frattura stabile (la lastra in lavorazione rimane ferma), è possibile impostare il seguente bilancio energetico:

$$F_y \cdot dy = R \cdot t \cdot dy + d \quad (2.1)$$

Dove con “ F_y ” ed “ dy ” sono indicati rispettivamente la forza e lo spostamento in direzione y relativi alla lama, con “ R ” l’energia di fratturazione del materiale della lastra, con “ t ” lo spessore della lastra e con “ d ” il lavoro della forza di attrito.

Si osserva immediatamente che secondo questa scrittura, in assenza di attrito vale la seguente:

$$F_y = R \cdot t \quad (2.2)$$

Il termine di attrito può essere esplicitato in funzione della lunghezza di penetrazione “ a ” (fig. 2.7) e

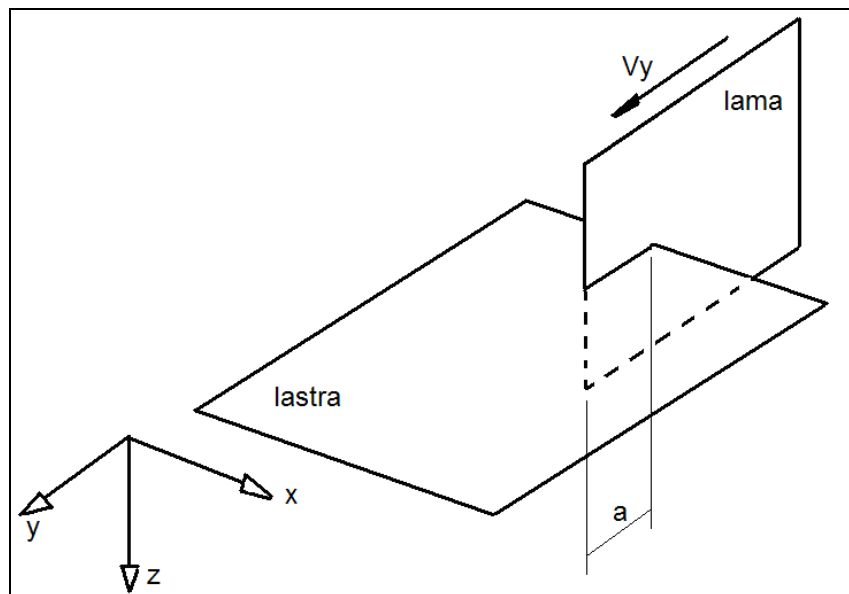


Figura 2.7: Lunghezza di penetrazione a

dello sforzo tangenziale di attrito τ_f che si sviluppa tra i fianchi della lama e le pareti tagliate della lastra (ipotizzato costante sulla lunghezza L).

$$d = 2 \cdot t \cdot a \cdot \tau_f \cdot dy \quad (2.3)$$

Sostituendo la (2.3) nella (2.1) si ottiene:

$$F_y = R \cdot t \cdot (1 + M) \quad (2.4)$$

Con “ M ” definito dalla seguente:

$$M = \frac{2 \cdot a \cdot \tau_f}{R} \quad (2.5)$$

Questo semplice modello, che permette di stimare la forza di taglio F_y , può essere arricchito considerando anche l'effetto di un tensionamento trasversale della lastra.

Se consideriamo un tensionamento trasversale della lastra, tale per cui i fianchi della lama non rimangono in contatto con la lastra, è possibile trascurare il termine di attrito laterale. Al posto del contributo energetico di attrito comparirà l'energia elastica rilasciata per effetto dell'allungamento della frattura.

Si consideri il caso rappresentato in figura 2.8, caratterizzato da una deformazione trasversale ε_{0x} .

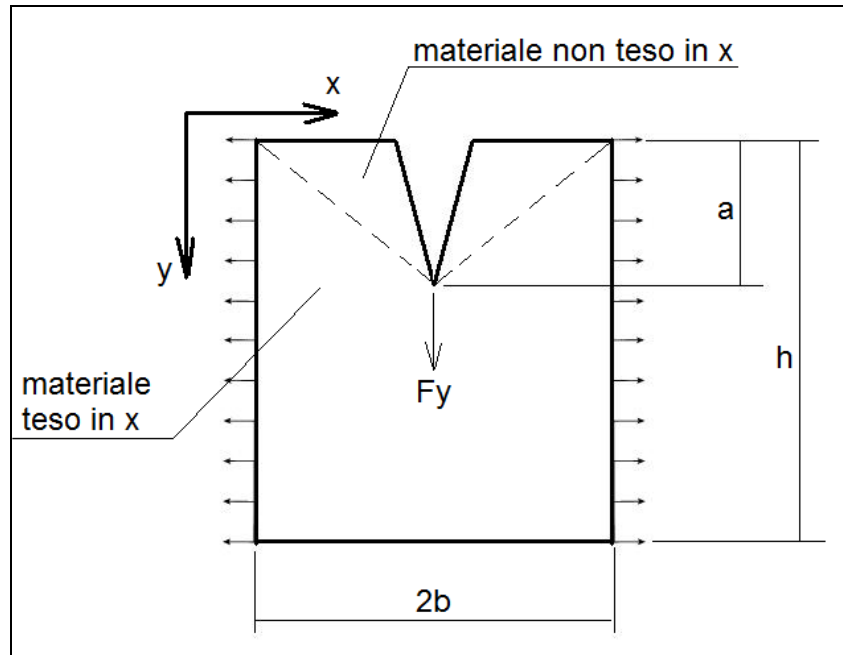


Figura 2.8: lamiera tesa in direzione x

L'energia elastica del sistema è data da:

$$W_E = \frac{1}{2} \cdot E \cdot \varepsilon_{0x}^2 \cdot V \quad (2.6)$$

Dove V indica la porzione di volume soggetta alla deformazione ε_{0x} , che può essere approssimativamente stimata come (fig. 2.8):

$$V = 2b \cdot \left(h - \frac{1}{2} a \right) \cdot t = 2bht - bat \quad (2.7)$$

Sostituendo la (2.7) nella (2.6) e differenziando in da si ottiene:

$$dW_E = -\frac{1}{2} \cdot E \cdot \varepsilon_{0x}^2 \cdot b \cdot t \cdot da \quad (2.8)$$

Imponendo il bilancio energetico corrispondente ad un avanzamento dy della lama in condizioni di frattura stabile si ha:

$$F_y \cdot dy = R \cdot t \cdot dy - \frac{1}{2} E \cdot \varepsilon_{0x}^2 \cdot b \cdot t \cdot dy \quad (2.9)$$

$$F_y = \left(R - \frac{1}{2} E \cdot \varepsilon_{0x}^2 \cdot b \right) t \quad (2.10)$$

Dalla (2.10) si intuisce facilmente il ruolo del tensionamento che risulta essere favorevole al taglio; per valori di ε_{0x} maggiori o uguali a $\sqrt{\frac{2R}{Eb}}$ la forza necessaria all'avanzamento del taglio è nulla.

Le correlazioni proposte per la valutazione della forza di taglio F_y , e in particolare la (2.10), sono valide in caso di materiale elastico. Volendo ripetere la stessa trattazione utilizzando un modello di potenza per il legame costitutivo si ottiene:

$$\sigma = E_0 \cdot \varepsilon^n \quad (2.11)$$

$$F_y = \left(R - \frac{\varepsilon^{n+1}}{n+1} \cdot E_0 \cdot b \right) t \quad (2.12)$$

2.2.2 – Taglio “slice-push”

Con riferimento alla figura 2.9, consideriamo ora il caso di lastra ferma e lama in movimento sia lungo y che lungo z (in assenza di pre-tensionamento).

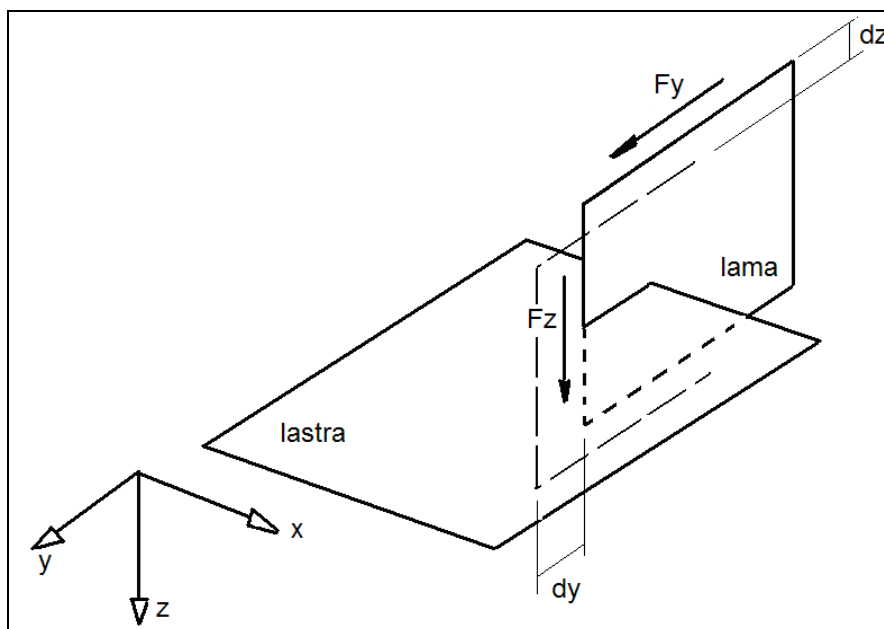


Figura 2.9: Caso di taglio "slice-push"

In prima battuta si trascura l'attrito per semplicità; ripercorrendo l'approccio del caso di taglio diretto (equazione (2.1)) si ottiene:

$$F_y \cdot dy + F_z \cdot dz = R \cdot t \cdot dy \quad (2.13)$$

La forza risultante è $\sqrt{F_y^2 + F_z^2}$ e lo spostamento totale è $\sqrt{dy^2 + dz^2}$. In generale forza risultante e spostamento totale non sono allineati (non hanno la stessa direzione). In [8] si dimostra che in caso di deformazioni permanenti nulle in corrispondenza della zona di taglio, forza risultante e spostamento totale hanno la stessa direzione mentre la stessa cosa non si può dire in caso di deformazioni permanenti non nulle.

Seguendo il caso più semplice, ovvero di assenza di deformazioni permanenti, si scrive la (2.13) sotto la seguente forma:

$$\sqrt{F_y^2 + F_z^2} \cdot \sqrt{dy^2 + dz^2} = R \cdot t \cdot dy \quad (2.14)$$

Definendo il parametro “rapporto slice/push”

$$\xi = \frac{F_z}{F_y} = \frac{dz}{dy} \quad (2.15)$$

è possibile scrivere l'equazione (2.13) come segue:

$$F_z \cdot \xi = R \cdot t - F_y \quad (2.16)$$

Sostituendo la (2.15) e la (2.16) nella (2.14) si ottengono le seguenti correlazioni:

$$\frac{F_z}{R \cdot t} = \frac{\xi}{(1 + \xi^2)} \quad (2.17)$$

$$\frac{F_y}{R \cdot t} = \frac{1}{(1 + \xi^2)} \quad (2.18)$$

La (2.17) e la (2.18) forniscono le cosiddette “forze di taglio adimensionalizzate”, ovvero i termini F_y/Rt e F_z/Rt .

Diagrammando le forze di taglio adimensionalizzate in funzione del rapporto ξ si osserva come all'aumentare della componente di moto in direzione z, e quindi ortogonale alla lastra in lavorazione, la forza di taglio in direzione y diminuisce in modo marcato. Questo comportamento è di fatto la spiegazione al tipo di approccio che si utilizza quando si vuole tagliare con un coltello una qualsiasi pietanza; facendo scorrere il coltello in direzione perpendicolare all'avanzamento del taglio le forze da applicare sono inferiori rispetto al caso di sola pressione sul coltello in direzione di avanzamento del taglio.

In figura 2.10 è riportato il grafico delle forze di taglio adimensionalizzate.

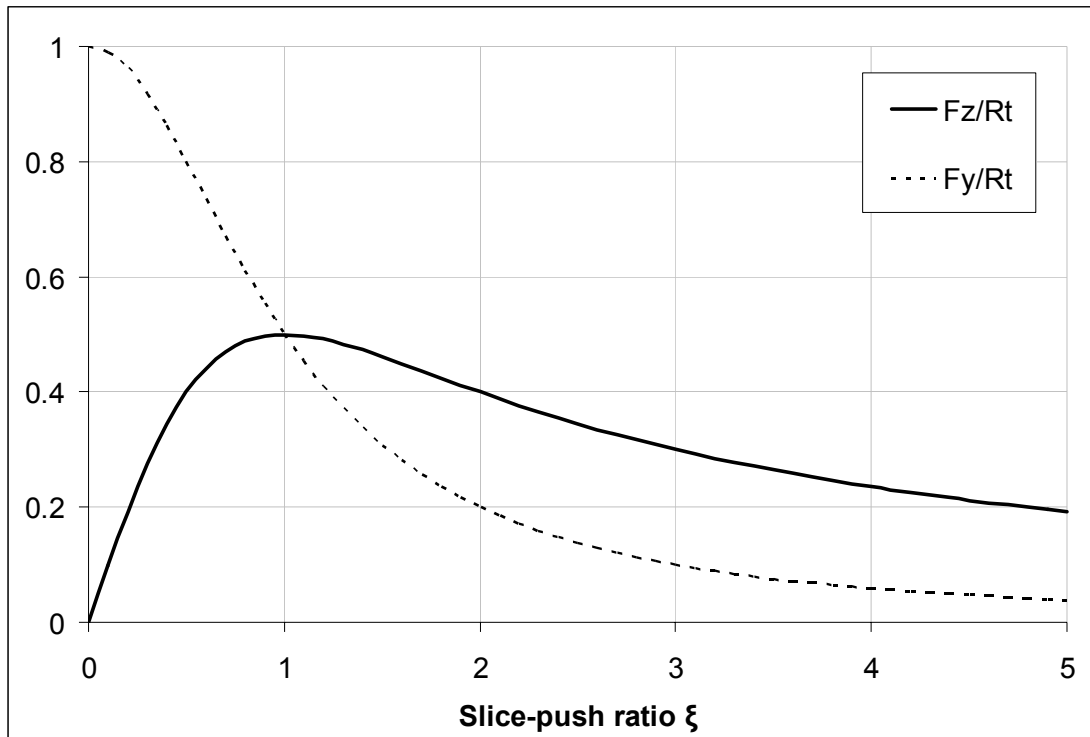


Figura 2.10: Forze adimensionalizzate vs slice-push ratio

La forza risultante è data dalla seguente:

$$F_{res} = \sqrt{F_z^2 + F_y^2} = \sqrt{\left(\frac{R \cdot t}{(1 + \xi^2)}\right)^2 \xi^2 + \left(\frac{R \cdot t}{(1 + \xi^2)}\right)^2} = \frac{R \cdot t}{(1 + \xi^2)} \sqrt{1 + \xi^2} \quad (2.19)$$

Dalla (2.19) è immediata la scrittura della forza risultante adimensionalizzata:

$$\frac{F_{res}}{R \cdot t} = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} \Rightarrow Rt = F_{res} \sqrt{1 + \xi^2} \quad (2.20)$$

Le correlazioni scritte fino a questo momento non tengono in considerazione il contributo dell'attrito, che pure è presente come nel caso del taglio diretto illustrato nel paragrafo precedente.

Consideriamo ora il contributo dell'attrito.

Dividendo le equazioni (2.17) e (2.18) per la (2.20) si ottengono i rapporti tra le forze F_y, F_z e la forza risultante.

$$\frac{F_z}{F_{res}} = \frac{\xi}{\sqrt{1 + \xi^2}} \quad (2.21)$$

$$\frac{F_y}{F_{res}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} \quad (2.22)$$

La stessa proporzione che lega le forze F_y, F_z alla forza risultante di taglio, può essere impiegata per ricavare le componenti in direzione y e z della forza di attrito. La forza complessiva di attrito “A”, con riferimento alla fig. 2.7 ed alla (2.3) vale:

$$A = 2 \cdot a \cdot \tau_f \cdot t \quad (2.23)$$

Utilizzando la (2.21) e la (2.22), le componenti della forza di attrito “ A_z ” ed “ A_y ”, rispettivamente in direzione z ed y valgono:

$$A_z = 2 \cdot a \cdot \tau_f \cdot t \cdot \frac{\xi}{\sqrt{1 + \xi^2}} \quad (2.24)$$

$$A_y = 2 \cdot a \cdot \tau_f \cdot t \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} \quad (2.25)$$

Dividendo la (2.24) e la (2.25) per $R \cdot t$ si ottengono le componenti adimensionalizzate delle forze di attrito:

$$\frac{A_z}{R \cdot t} = \frac{2 \cdot a \cdot \tau_f}{R} \cdot \frac{\xi}{\sqrt{1 + \xi^2}} = M \frac{\xi}{\sqrt{1 + \xi^2}} \quad (2.26)$$

$$\frac{A_y}{R \cdot t} = \frac{2 \cdot a \cdot \tau_f}{R} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} = M \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} \quad (2.27)$$

Sommando, rispettivamente in direzione z ed y , le forze di taglio e le forze di attrito si ottengono i valori delle forze adimensionalizzate globali:

$$\frac{F_z + A_z}{R \cdot t} = \frac{\xi}{(1 + \xi^2)} + M \frac{\xi}{\sqrt{1 + \xi^2}} = \left(1 + M \sqrt{1 + \xi^2}\right) \cdot \frac{\xi}{(1 + \xi^2)} \quad (2.28)$$

$$\frac{F_y + A_y}{R \cdot t} = \frac{1}{(1 + \xi^2)} + M \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} = \left(1 + M \sqrt{1 + \xi^2}\right) \cdot \frac{1}{(1 + \xi^2)} \quad (2.29)$$

Si osserva che le forze adimensionalizzate globali si ottengono moltiplicando le forze adimensionalizzate prive di attrito per il coefficiente moltiplicativo $\left(1 + M \sqrt{1 + \xi^2}\right)$.

2.2.3 – Dati sperimentali

Dati sperimentali direttamente correlati ai due casi trattati sono disponibili nei documenti [7] e [9]. In particolare in [9] sono riportati i valori associati al taglio diretto mediante lama di lastre in gomma pre-tensionate, mentre in [7] sono riportati valori sperimentali di taglio slice-push effettuati su prodotti alimentari.

2.2.3.1 – Dati sperimentali di taglio diretto su lastre pre-tensionate in gomma.

Lake & Yeoh [9], hanno effettuato una serie di prove per valutare la resistenza al taglio di lastre in gomma. Essendo la gomma particolarmente efficace nello sviluppare forze di attrito, le prove sono state condotte in assenza di attrito applicando un pre-tensionamento trasversale alla lastra.

In figura è rappresentato l'apparato sperimentale utilizzato.

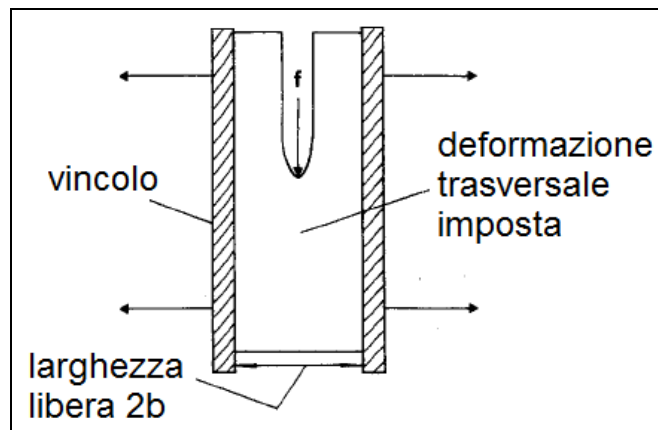


Figura 2.11: schema di riferimento

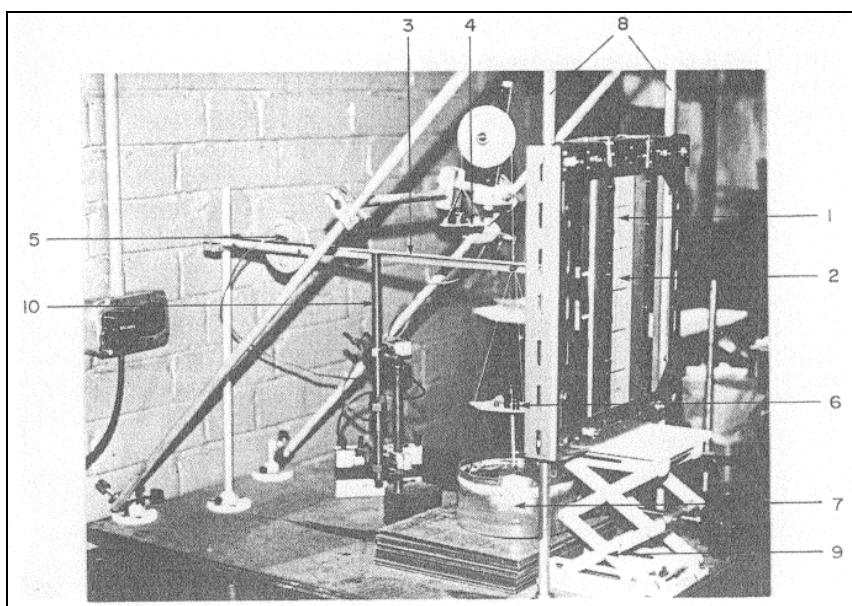


Figura 2.12: apparato sperimentale (1-lastra in prova, 2-lama)

I risultati sperimentali in termini di forza di taglio per unità di spessore “ F_c ”, ovvero di energia di taglio espressa in J/m^2 sono riportati nel grafico seguente per diversi valori di larghezza $2b$. Il grafico è tracciato in funzione dei valori di deformazione trasversale imposta.

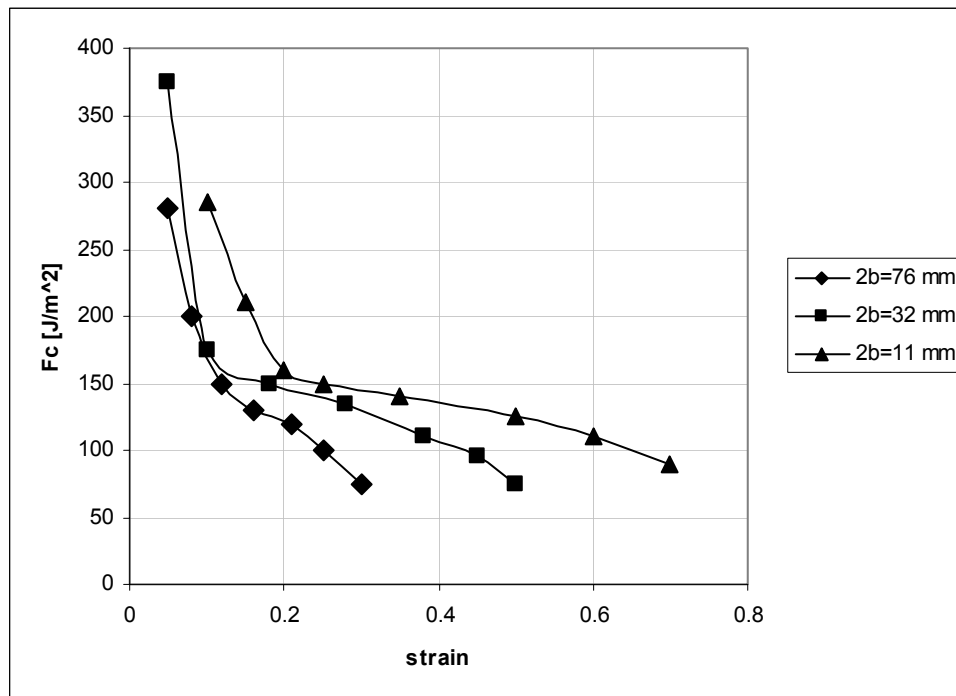


Figura 2.13: Dati sperimentali di Lake & Yeoh

2.2.3.2 – Confronto dati sperimentali con risultati teorici secondo modello di Atkins

Per poter effettuare i calcoli con il modello energetico di Atkins (eq. (2.12)), è necessario conoscere almeno i tre parametri del materiale “ E_0 ”, “ n ” ed “ R ”. Lake & Yeoh in [9] non riportano nessuna caratteristica specifica del materiale, ma si limitano a dire che il materiale utilizzato in prova è gomma naturale non vulcanizzata.

Non disponendo di specifici valori del materiale, ci si limita in questa sezione a valutare se il modello è in grado di prevedere almeno il comportamento sperimentale. Per fare questo si è deciso di individuare i parametri del materiale tramite un approccio ai minimi quadrati; in sostanza si adottano i parametri del materiale che meglio interpretano il comportamento sperimentale.

Procedendo in questo modo si sono ottenuti i seguenti valori:

$$E_0 = 41685 \text{ N/m}^2$$

$$n = 0.954$$

$$R = 158 \text{ J/m}^2$$

Effettuando le stime teoriche utilizzando l'equazione (2.12), si ottengono i seguenti risultati.

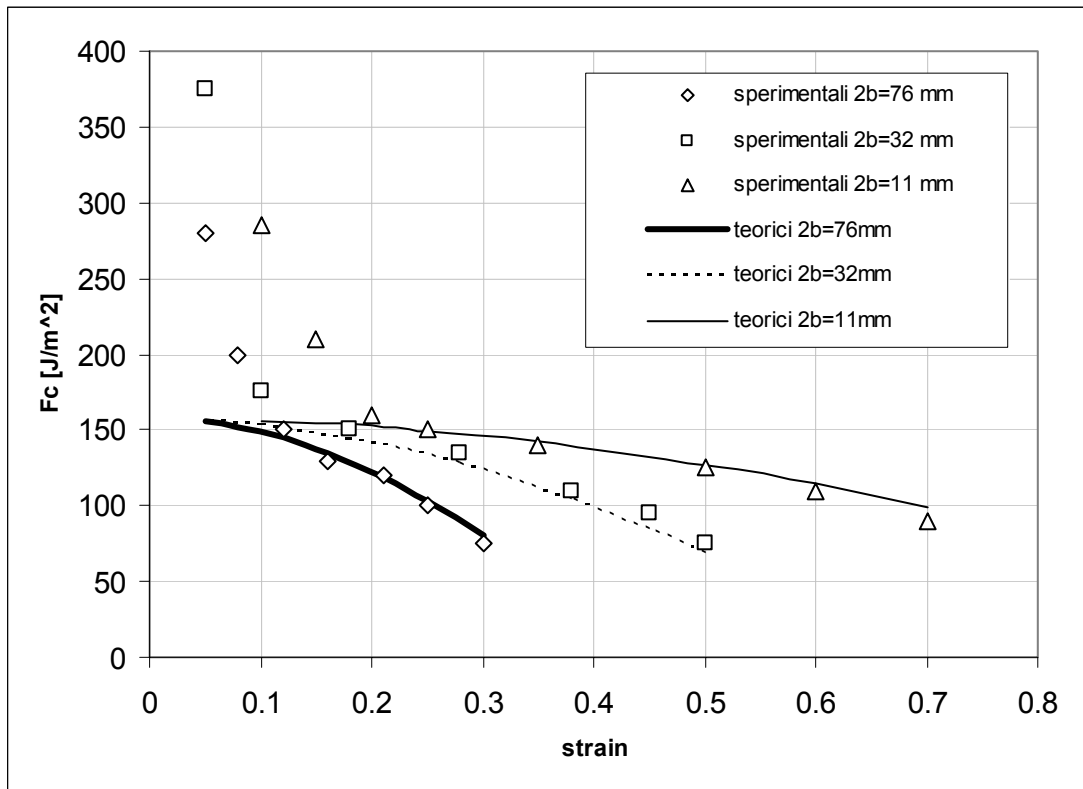


Figura 2.14: Confronto dati sperimentali con formula (2.12)

In prima battuta si evince che il modello non aderisce ai risultati sperimentali per deformazioni trasversali inferiori al 15%. Il diverso comportamento delle previsioni teoriche rispetto ai valori sperimentali è da attribuire a due fattori: in primo luogo si osserva che la formulazione del modello è analiticamente troppo povera in quanto il comportamento sperimentale che si osserva in 2.13 non è simulabile con le equazioni proposte; in secondo luogo è da sottolineare il fatto che per basse deformazioni trasversali, il cuneo che avanza nella lastra di gomma è soggetto all'attrito che si sviluppa per strisciamento dei fianchi dell'utensile sulle pareti tagliate della lastra mentre per deformazioni elevate l'effetto dell'attrito è trascurabile, questo aspetto non può essere previsto dal modello e quindi a maggior ragione è possibile affermare che relativamente al caso sperimentale considerato il modello è troppo povero. Tuttavia si osserva che per deformazioni superiori al 15%, l'aderenza tra risultati teorici e risultati sperimentali è decisamente buona.

La validazione del modello, richiederebbe ulteriori esami, preferibilmente applicati a materiali metallici di cui si conoscono in modo univoco le caratteristiche di elasticità, di resistenza e di tenacità. Al momento non si dispone di dati sperimentali e quindi ci si limita alle valutazioni riportate in precedenza.

2.2.3.3 – Dati sperimentali di taglio Slice-push

Atkins [7], riporta nella sua trattazione alcuni dati sperimentali ottenuti mediante prove su prodotti alimentari. Le prove sono state effettuate mediante due diversi dispositivi; il primo consiste in un dispositivo di taglio “a nastro”, e il secondo in un taglio mediante una lama circolare rotante. I dettagli delle prove sono riportati in [10].

Gli articoli alimentari utilizzati sono due; una certa tipologia di formaggio denominata “cheddar cheese” ed un insaccato di carne suina aromatizzata, denominato da Atkins “pepper salami”.

Per motivi legati al complesso comportamento meccanico di questi materiali, le prove sono state condotte al di sotto della temperatura di congelamento in modo tale da fornire ai prodotti una consistenza tale da permettere lo svolgimento delle prove.

Ai fini della valutazione delle forze di taglio, è necessario conoscere il valore di R (energia di fatturazione del materiale); Tale valore viene valutato tramite le prove sperimentali stesse, che in corrispondenza di un valore di slice-push ratio nullo permettono di stimare il coefficiente M e da quest’ultimo il valore di R . I valori riportati in [7] sono variabili all’interno di un intervallo di cui si riportano gli estremi:

1) Cheddar cheese ($t=45\text{mm}$)

Min: $R= 120 \text{ J/m}^2$, $M = 1.2$

Max: $R= 150 \text{ J/m}^2$, $M = 2.0$

2) Pepper salami ($t=65\text{mm}$)

Min: $R= 70 \text{ J/m}^2$, $M=0.5$

Max: $R= 100 \text{ J/m}^2$, $M=2.0$

I valori delle forze di taglio non vengono espressamente indicati, ma riportati nei grafici di confronto con le valutazioni teoriche.

2.2.3.4 – Confronto dati sperimentali con risultati teorici secondo modello Slice-push di Atkins

I grafici seguenti riportano le curve teoriche F_y ed F_z in funzione di ξ (vedi fig. 2.10), tracciate per i valori massimi e minimi dei parametri M ed R a confronto con i valori dei dati sperimentali .

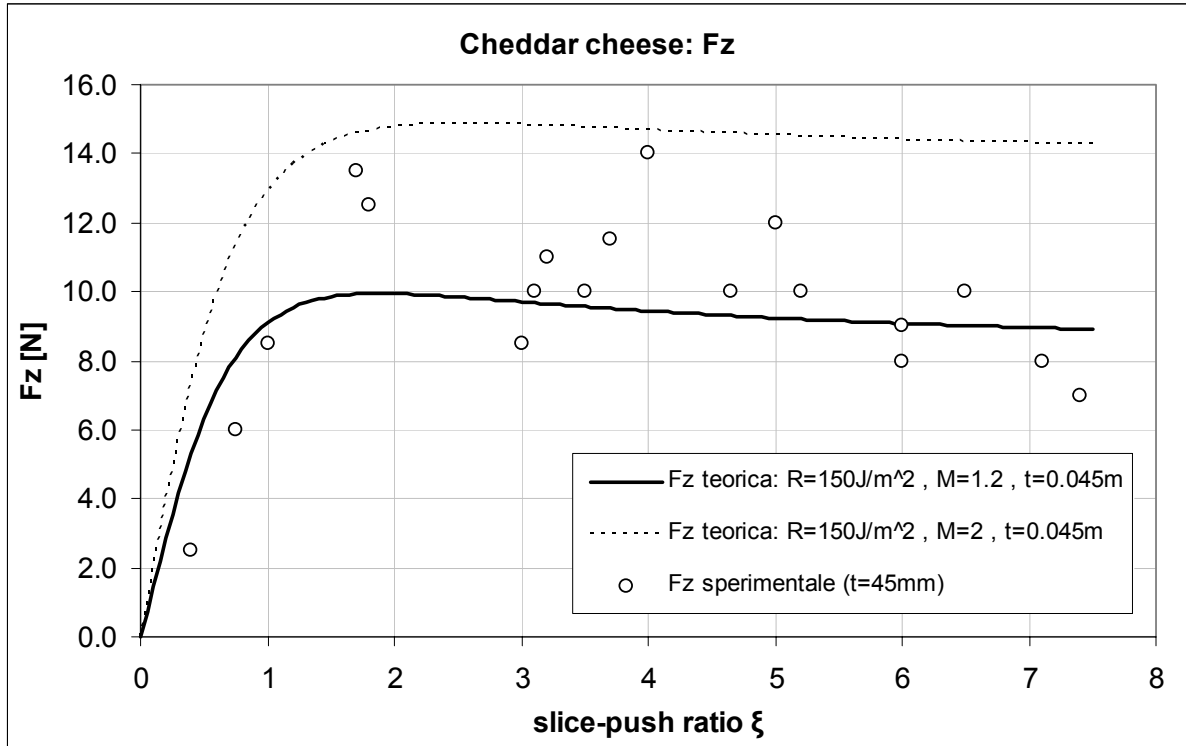


Figura 2.15: Risultati F_z "Cheddar cheese"

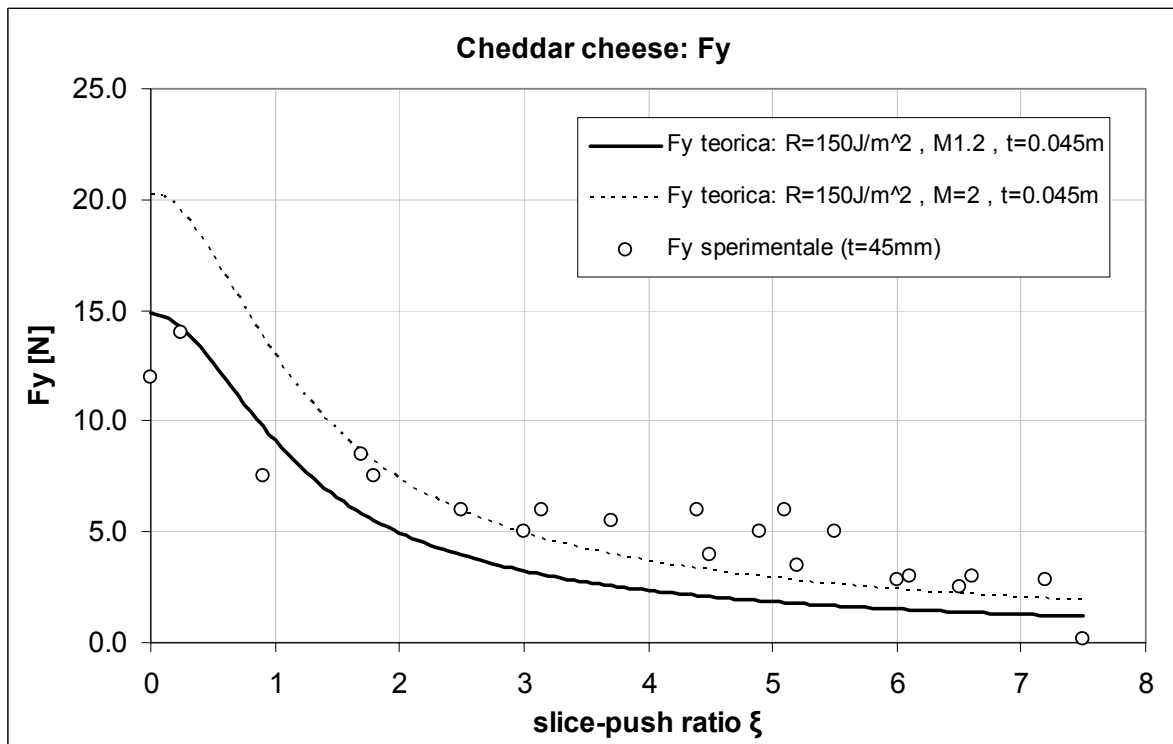


Figura 2.16: Risultati F_y "Cheddar cheese"

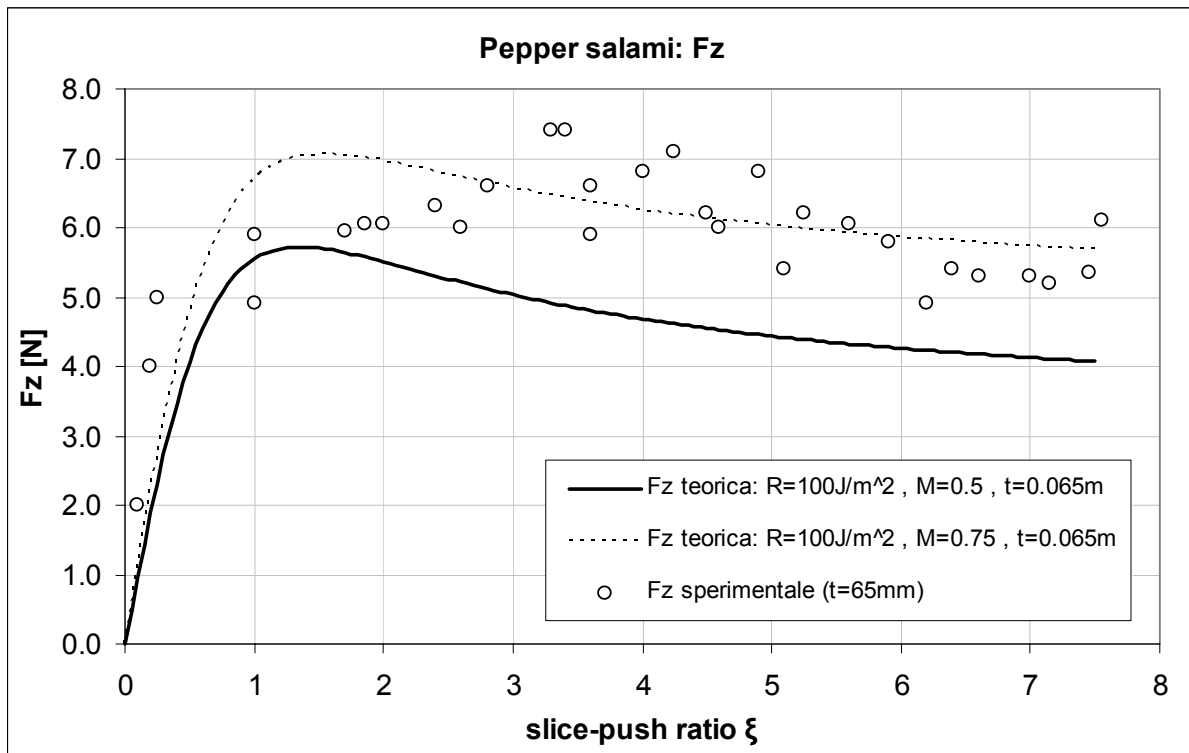


Figura 2.17: Risultati Fz "Pepper salami"

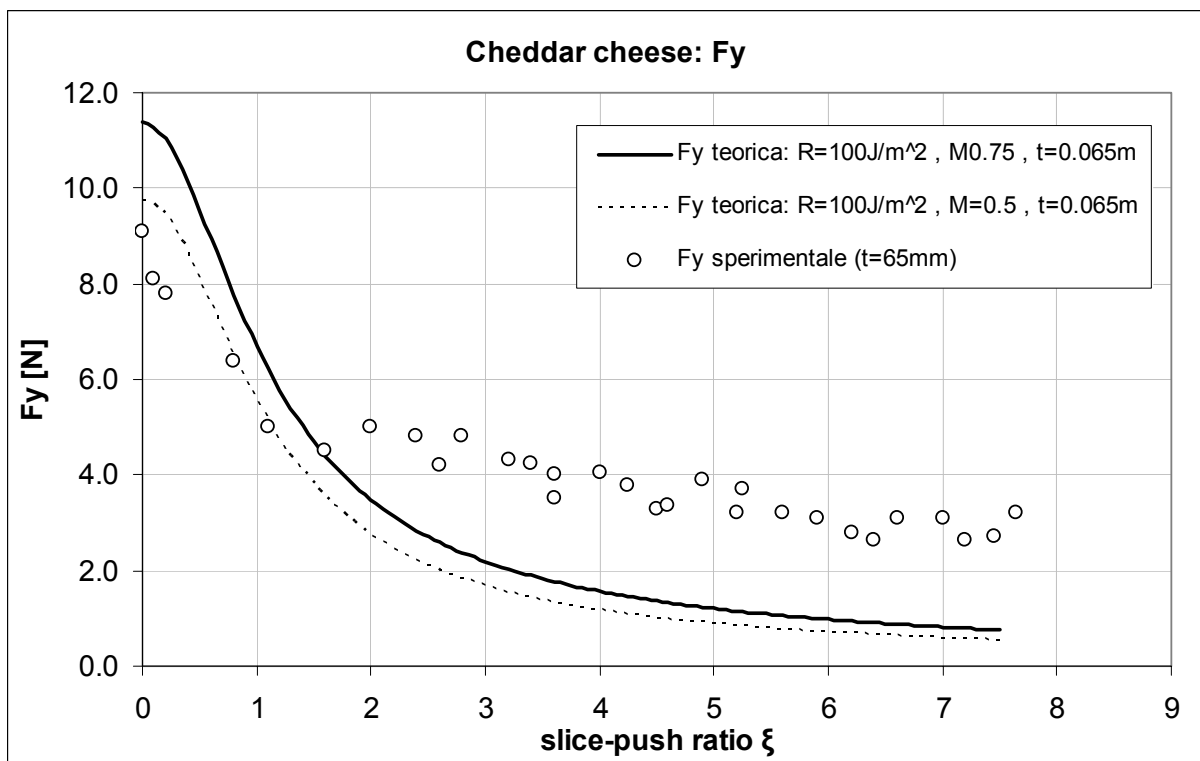


Figura 2.18: Risultati Fy "Pepper salami"

In base ai parametri sperimentali di attrito "M" e di energia di frattura "R", si identifica una porzione di piano compresa tra le curve teoriche tracciate per M_{min} ed M_{max} . Se il modello fosse

in grado di prevedere i risultati sperimentali in modo soddisfacente, i valori sperimentali dovrebbero cadere all'interno della fascia stessa, identificata nei grafici dalle curve teoriche.

Osservando i grafici delle figure 2.15 – 2.18, si nota immediatamente che il modello teorico non aderisce alla realtà in modo soddisfacente.

Si osserva che per elevati valori di ξ la forza di taglio F_y (ovvero la forza di avanzamento del taglio) viene sottostimata. Gli autori del modello ritengono che questo comportamento sia da attribuire a due fattori: In primo luogo i materiali in esame hanno caratteristiche molto variabili in funzione di parametri che non sono stati considerati (temperatura, umidità, stato di conservazione ecc.), e in secondo luogo si ritiene che la modellazione delle forze di attrito sia eccessivamente semplificata.

Si osserva altresì che la forza di scorrimento trasversale viene stimata in modo ragionevolmente buono.

2.3 – Modello di Wierzbicki

Nel capitolo 2.2 si è trattato il caso di taglio con lama di geometria non definita mediante un approccio puramente energetico; Non considerando gli effetti di spessore e forma della lama, di fatto si tratta il problema di lama con spessore nullo. Il caso di spessore della lama nullo è evidentemente una idealizzazione di un problema che in realtà risente fortemente degli effetti di “affilatura” della lama stessa.

Wierzbicki, Thomas e Zheng [5] [11] [12] analizzano il caso di lamiera tagliata mediante “cuneo”, ovvero lama di spessore finito con affilatura caratterizzata da un angolo noto. La trattazione è caratterizzata da una prima fase (modello di base) nella quale ci si concentra sullo studio di quello che succede all'apice del cuneo (lama di spessore infinito con affilatura triangolare; lo spessore della lama è definito in fig. 2.1 con il valore $2B$), e da una seconda fase che prende in considerazione il caso di taglio stazionario.

2.3.1 – Modello di base

Come accennato in fase introduttiva, quello che si vuole studiare è l'effetto di spessore ed affilatura della lama sulle forze di taglio nel caso di taglio diretto di una lastra di spessore e materiale noto.

Wierzbicki e Thomas [11], studiano un modello puramente analitico per stimare la forza di taglio necessaria nel caso di cuneo con assegnato angolo di apertura.

Il caso a cui ci si riferisce è rappresentato in fig. 2.19.

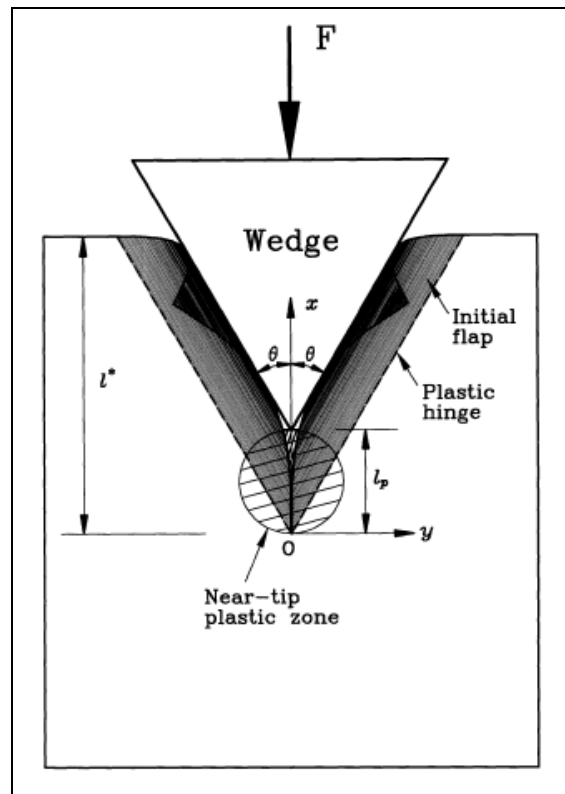


Figura 2.19: Caso di taglio mediante cuneo

Sulla base di osservazioni sperimentali (fig. 2.20), Wierzbicki propone un modello cinematico caratterizzato da due zone di avvolgimento cilindrico della lamiera, denominati “flap”, i cui assi di rotazione sono concorrenti in un punto O (fig.2.21).

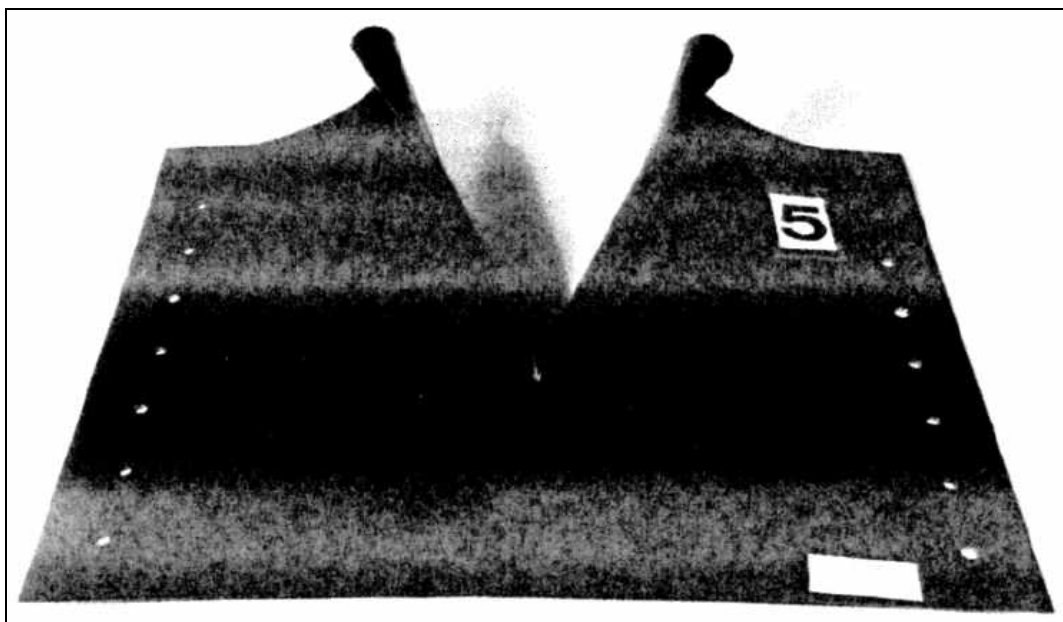


Figura 2.20: Prova sperimentale di taglio mediante cuneo

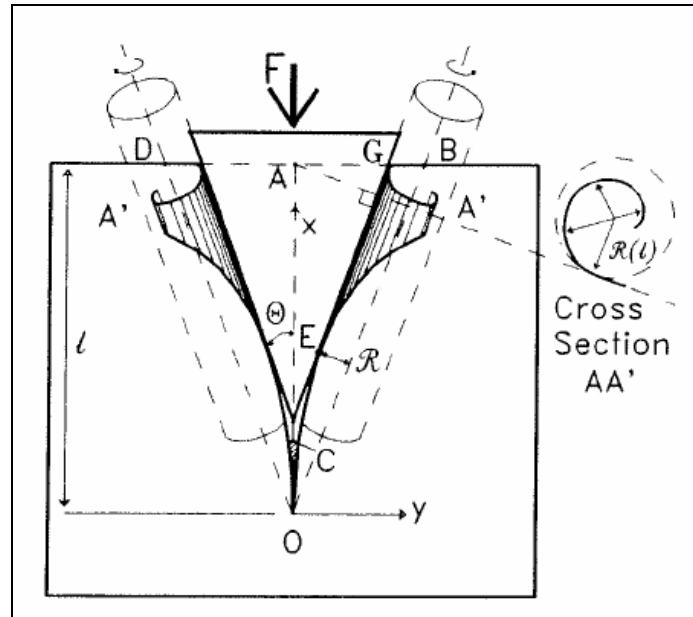


Figura 2.21: Flaps e relativi assi di rotazione

Per semplificare la trattazione si considera una lamiera di spessore “t” realizzata in materiale elastico-perfettamente plastico con sforzo di plasticizzazione “ σ_0 ”. Il cuneo si ipotizza realizzato in materiale perfettamente rigido e caratterizzato da una semiampiezza θ dell’angolo di apertura .

Al fine di identificare una forma analitica chiusa che permetta di valutare la forza di taglio F, si procede impostando un bilancio di potenze:

$$F \cdot V = \dot{E}_b + \dot{E}_m + d \quad (2.30)$$

Il prodotto della forza F per la velocità V (velocità del cuneo in direzione x negativa) rappresenta la potenza necessaria all’avanzamento del cuneo; il termine \dot{E}_b rappresenta la potenza dissipata per plasticizzazione flessionale (bending) mediante formazione di cerniera plastica lineare sui bordi dei flaps (vedi “plastic hinge” in fig. 2.19); il termine \dot{E}_m rappresenta invece la potenza dissipata per plasticizzazione membranale di stretching nella zona adiacente al bordo tagliente del cuneo (vedi “near tip plastic zone” in fig. 2.19); d è il contributo dell’attrito.

Facendo riferimento agli argomenti teorici di meccanica della frattura, il termine \dot{E}_m gioca nell’equazione (2.30) il ruolo dell’energia di frattura (modello di Dugdale).

Nei sottoparagrafi che seguono si identificano i contributi dissipativi \dot{E}_b, \dot{E}_m, d .

2.3.1.1 – Potenza dissipata flessionalmente: \dot{E}_b

Con riferimento alla fig. 2.21, La potenza dissipata dalle cerniere plastiche lineari OD ed OB è data da:

$$\dot{E}_b = 2 \cdot M_0 \cdot \dot{\phi} \cdot \frac{l}{\cos \theta} \quad (2.31)$$

Dove “ M_0 ” indica il momento per unità di lunghezza di completa plasticizzazione della sezione trasversale della piastra, “ $l/\cos \theta$ ” è la lunghezza della cerniera plastica e “ $\dot{\phi}$ ” è la velocità angolare di avvolgimento dei flap.

Da considerazioni geometriche si ricava che la velocità angolare di avvolgimento vale:

$$\dot{\phi} = \frac{V \cdot \sin \theta}{R} \quad (2.32)$$

Dove “R” indica il raggio di avvolgimento del flap (fig 2.21 – sez AA’), che al momento rappresenta una incognita del problema; la valutazione teorica del raggio di avvolgimento R verrà trattata nelle pagine seguenti.

Il momento di completa plasticizzazione di piastra per unità di lunghezza vale:

$$M_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sigma_0 \cdot t^2}{4} \quad (2.33)$$

Si ricorda che il valore $\frac{\sigma_0 t^2}{4}$ rappresenta il momento di completa plasticizzazione di una trave a sezione rettangolare di altezza t e larghezza unitaria. Il coefficiente $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (circa uguale a 1.15) indica la correzione dovuta al comportamento di piastra; per approfondimenti legati a questo coefficiente correttivo si rimanda a [13].

Sostituendo la (2.32) e la (2.33) nella (2.31) si ottiene l’equazione che definisce la potenza dissipata flessionalmente in funzione del raggio di avvolgimento di flap R che per il momento rimane ignoto.

$$\dot{E}_b = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sigma_0 \cdot t^2 \cdot l \cdot V \cdot \tan \theta}{R} \quad (2.34)$$

2.3.1.2 – Potenza dissipata membranamente: \dot{E}_m

Con riferimento alla figura 2.19, il modello cinematico è caratterizzato da una zona di plasticizzazione di trazione nel piano della lamiera. Tale zona è situata in prossimità del filo della lama ed è individuata in fig. 2.19 con la dicitura “near tip plastic zone”. In questa zona, per effetto

dell'avanzamento del cuneo, il materiale viene sottoposto ad uno sforzo di trazione con conseguente strappamento.

In fig. 2.22 è rappresentata la zona di plasticizzazione membranale, riferita allo stesso sistema di coordinate x-y utilizzato nelle figure 2.19 e 2.21, centrato in O (intersezione degli assi di avvolgimento dei flaps).

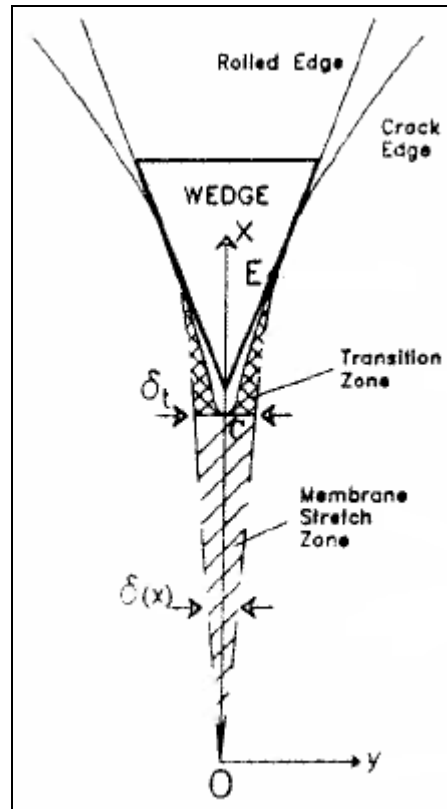


Figura 2.22: near-tip plastic zone

La curva $\delta(x)$, viene identificata mediante le seguenti considerazioni cinematiche:

Considerando un materiale perfettamente fragile (e quindi incapace di sviluppare deformazioni plastiche all'apice della frattura),coerentemente al modello cinematico di flap cilindrici con assi di avvolgimento paralleli ai fianchi del cuneo, l'apertura della frattura avviene in corrispondenza del punto O (fig.2.21).

Facendo riferimento alla figura 2.23, l'angolo α viene determinato, ipotizzando l'assenza di deformazioni permanenti, mediante la seguente:

$$\alpha = \frac{x \cdot \sin \theta}{R}$$

La semiapertura della lastra proiettata sul piano indeformato (in sezione CC) vale:

$$\delta' = x \cdot \sin \theta - R \cdot \sin \alpha = x \cdot \sin \theta - R \cdot \sin \left(\frac{x \cdot \sin \theta}{R} \right)$$

L'apertura totale $\delta(x)$ (fig. 2.22) si ottiene proiettando δ' sulla sezione B-B (equazione 2.35)

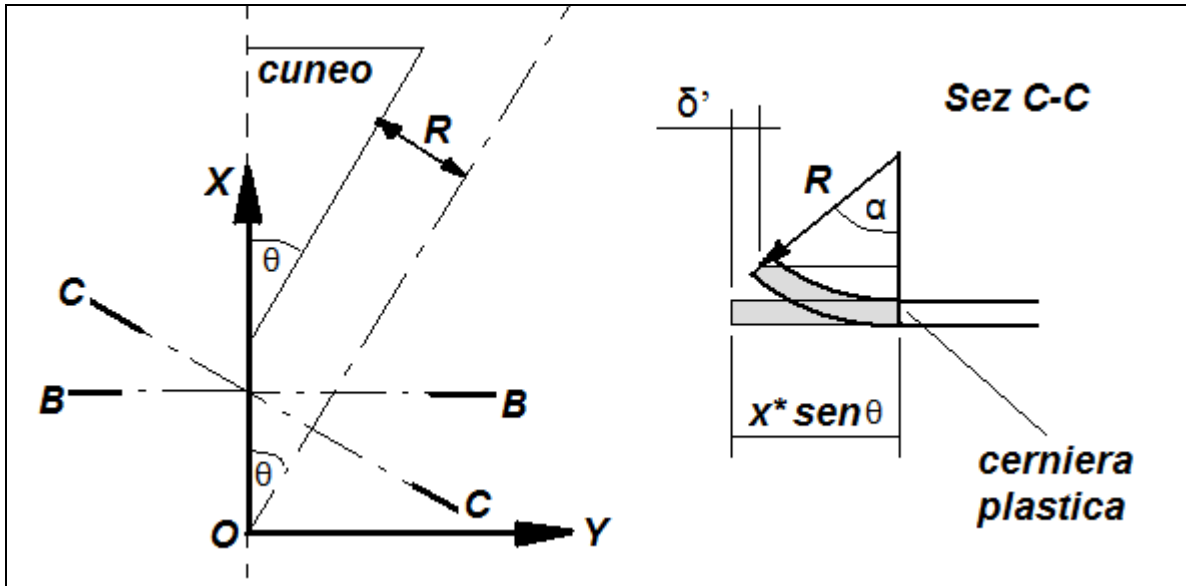


Figura 2.23: apertura del taglio in funzione di X nel caso di materiale perfettamente fragile

$$\delta(x) = 2 \cdot \delta' \cdot \cos \theta = 2 \left[x \cdot \text{sen} \theta - R \cdot \text{sen} \left(\frac{x}{R} \text{sen} \theta \right) \right] \cos \theta \quad (2.35)$$

Considerando invece un materiale duttile, secondo gli autori la curva $\delta(x)$ assume il significato di frontiera della zona plasticizzata. Tale funzione matematica è quindi utile per stimare il lavoro di plasticizzazione. Il meccanismo appena descritto è rappresentato nelle figure 2.24 e 2.25.

La proposta di considerare la curva $\delta(x)$, identificata nel caso di materiale fragile, anche per il caso di materiale duttile potrebbe essere contestata dal lettore; tale scelta è una ipotesi semplificativa adottata da Wierzbicki, e come tale deve essere considerata in fase di validazione del modello.

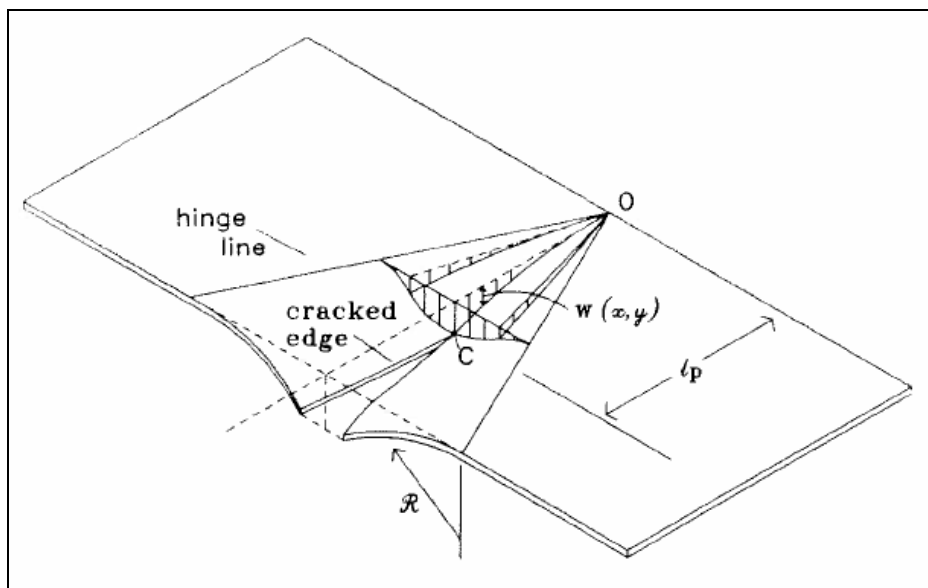


Figura 2.24: meccanismo di fatturazione

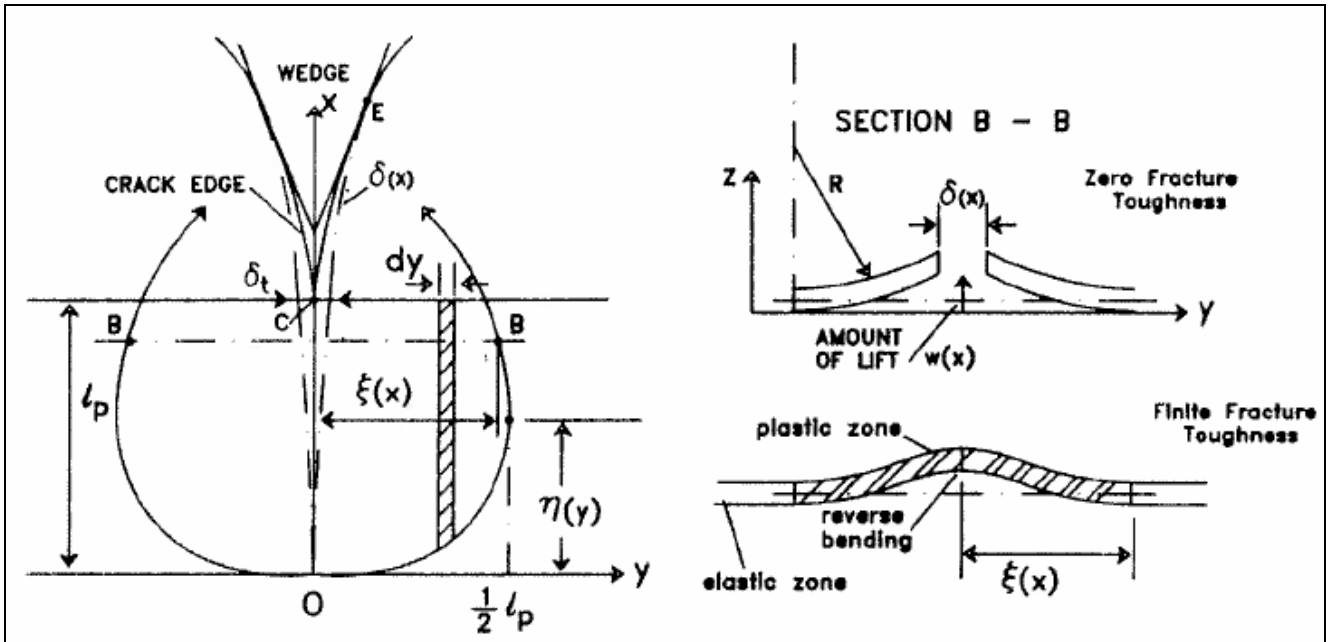


Figura 2.25: meccanismo cinematico in relazione alla curva delta

L'equazione (2.35) rappresenta quindi l'ampiezza della zona plasticizzata membranalmente, la cui estensione (l_p) è compresa tra $x=0$ e $\delta(x=l_p)=\delta_t$, dove δ_t è l'elongazione corrispondente alla rottura delle fibre plasticizzate. Tale equazione è utile al fine di valutare la lunghezza l_p a partire dal valore δ_t che tipicamente dipende dal materiale della lastra in lavorazione. Per semplificare tale operazione (stima di l_p), gli autori propongono (motivandone la scelta) di utilizzare uno sviluppo in serie di Taylor della (2.35) troncato al terzo ordine.

$$\delta(x) \cong \frac{R}{3} \cdot \left(\frac{x}{R} \sin \theta \right)^3 \cos \theta \quad (2.36)$$

Con riferimento allo schema di fig. 2.22 il lavoro dissipato membranalmente è:

$$E_m = 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot t \sigma_0 \cdot \int_0^{l_p} \frac{\delta(x)}{2} dx \quad (2.37)$$

Dove il coefficiente $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ha lo stesso significato della (2.33).

Ragionando in termini di velocità si ricava il contributo in potenza:

$$\dot{E}_m = \frac{4}{\sqrt{3}} t \sigma_0 \int_0^{l_p} v_y(x) dx \quad (2.38)$$

La velocità $v_y(x)$ dovrebbe essere determinata derivando la (2.36) nel seguente modo:

$$v_y(x) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\delta(x)}{2} \right) \frac{\partial x}{\partial t} \quad (2.39)$$

Dove $\partial x / \partial t$ è la velocità di avanzamento dell'apice del taglio.

Tuttavia, gli autori preferiscono utilizzare una funzione semplificata, basando questa scelta su considerazioni geometriche; sostanzialmente riferendosi alla fig. 2.22 si nota che la differenza di velocità in direzione y dei punti C ed E deve essere molto piccola e che la porzione di materiale evidenziata con doppia campitura (transition zone) non viene ulteriormente plasticizzata membranamente. Per questo motivo, essendo $\delta(x)$ una cubica in x, essendo $\partial x / \partial t$ pari a V (velocità del cuneo in condizioni di avanzamento a velocità costante) e volendo imporre una correlazione per la quale $v_y(l_p) = V \tan \theta$, si utilizza la seguente:

$$v_y(x) = V \tan \theta \left(\frac{x}{l_p} \right)^2 \quad (2.40)$$

Sostituendo la (2.40) nella (2.38) ed integrando si ottiene quindi che il contributo dissipativo di potenza membranale vale:

$$\dot{E}_m = \frac{4}{3\sqrt{3}} \sigma_0 t \cdot l_p \cdot V \tan \theta \quad (2.41)$$

2.3.1.3 – Attrito

Il termine indicato con “d” nell'equazione (2.30), rappresenta la potenza frenante a cui il cuneo viene sottoposto per effetto dell'attrito che si sviluppa tra le pareti dei flaps ed i fianchi del cuneo stesso.

Lo strisciamento tra lastra e cuneo è caratterizzato da due componenti; la prima in direzione tangenziale e la seconda in direzione normale rispetto al piano della lastra indeformata (fig.2.26).

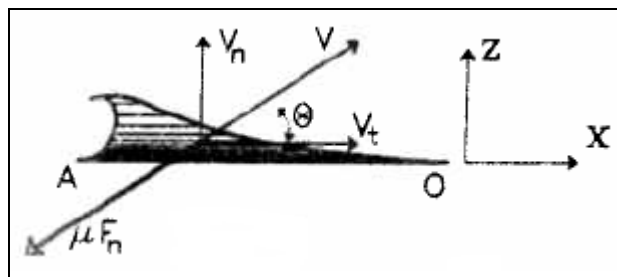


Figura 2.26: Velocità di strisciamento cuneo-flap

La componente tangenziale assume, per evidenti motivi geometrici, la seguente forma:

$$V_t = V \cos \theta \quad (2.42)$$

La componente normale invece, non è determinabile a priori in quanto dipende fortemente dalla forma del flap; Wierzbicki [11] ritiene che tale velocità possa essere ritenuta approssimativamente proporzionale al seno del semiangolo di cuneo.

$$V_n = V \sin \theta \quad (2.43)$$

Considerando l'equilibrio alle forze in assenza di attrito nel piano della lastra indeformata, si ricava la forza che preme il flap contro la parete laterale del cuneo :

$$F_n = \frac{1}{2} F_p \frac{1}{\sin \theta} \quad (2.44)$$

Dove con F_p si è indicata la forza che si scarica sul cuneo per effetto dei lavori di deformazione

membranale e flessionale: $F_p = \left(\dot{E}_m + \dot{E}_b \right) / V$.

Considerando un coefficiente di attrito μ , e calcolando la componente della forza di attrito in direzione dell'avanzamento del cuneo si ottiene:

$$A = F_p \cdot \mu \cdot \cot \theta \quad (2.45)$$

Si ricorda che "A" indica la forza di attrito (in direzione di avanzamento del cuneo), " μ " il coefficiente di attrito tra flap e parete laterale del cuneo e " θ " il semiangolo di cuneo (vedi fig.2.27).

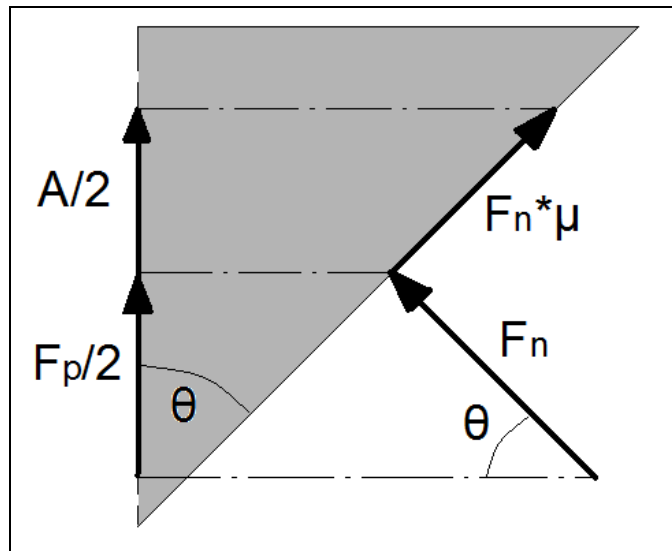


Figura 2.27: composizione delle forze

Considerando i tre contributi, (membranale, flessionale e di attrito) è possibile procedere a scrivere la correlazione che permette di valutare la forza complessiva F (vedi fig. 2.19).

$$F = F_p + A = \left(\frac{\dot{E}_m + \dot{E}_b}{V} \right) + A = \left(\frac{\dot{E}_m + \dot{E}_b}{V} \right) (1 + \mu \cdot \cot \theta) \quad (2.46)$$

Sostituendo le equazioni (2.34) e (2.41) nella (2.46) si ottiene:

$$F_p = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 t^2 \left(\frac{1}{2} \frac{l}{R} + \frac{2}{3} \frac{l_p}{t} \right) \tan \theta \quad (2.47)$$

La lunghezza di plasticizzazione l_p può essere espressa in funzione di R e δ_t imponendo il risultato della (2.36) pari a δ_t :

$$l_p = \sqrt[3]{\frac{3\delta_t R^2}{\sin^3 \theta \cdot \cos \theta}} \quad (2.48)$$

Sostituendo la (2.48) nella (2.47) si ottiene la forza di plasticizzazione in funzione dei parametri del materiale σ_0, δ_t e delle caratteristiche cinematiche R, θ, t .

$$F_p = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 t^2 \left[\frac{1}{2} \frac{l}{R} \tan \theta + \frac{1}{t} \left(\frac{2 \cdot \sqrt[3]{3}}{3} \right) (R)^{2/3} (\delta_t)^{1/3} (\cos \theta)^{-4/3} \right] \quad (2.49)$$

Si osserva che la correlazione (2.49) permette di calcolare la forza di taglio (a meno del contributo di attrito) noti parametri $\sigma_0, \delta_t, R, \theta, t$; di questi 5 parametri i primi due sono caratteristiche del materiale, gli ultimi due sono caratteristiche geometriche mentre il parametro R risulta ignoto. Il valore di R (raggio di avvolgimento dei flap laterali, fig. 2.21), può essere calcolato secondo gli autori individuando il valore per il quale la forza di taglio è minima; questa proposta è associata alla soluzione caratterizzata dal minimo impiego di energia.

$$\frac{\partial F_p}{\partial R} = 0 \Rightarrow R = 0.86 (t^{2/5}) (l^{3/5}) \left(\frac{\delta_t}{t} \right)^{-1/5} \left[(\sin \theta)^{3/5} \cdot (\cos \theta)^{1/5} \right] \quad (2.50)$$

Si osserva che il raggio di avvolgimento non è costante durante il taglio, ma varia in base alla lunghezza di taglio "l"; al crescere di "l", aumenta la lunghezza dei flap cilindrici e quindi la quantità di energia che viene dissipata plasticamente. Di conseguenza, durante il taglio il raggio di avvolgimento aumenta.

Noto il valore del raggio di avvolgimento R (mediante la (2.50)), la forza complessiva di taglio F può essere valutata sostituendo la (2.49) nella (2.46).

$$F = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 t^2 \left[\frac{1}{2} \frac{l}{R} \tan \theta + \frac{1}{t} \left(\frac{2 \cdot \sqrt[3]{3}}{3} \right) (R)^{2/3} (\delta_t)^{1/3} (\cos \theta)^{-4/3} \right] (1 + \mu \cdot \cot \theta) \quad (2.51)$$

2.3.2 – Applicazione al caso di taglio stazionario

Il caso preso in esame nel paragrafo precedente è utile al fine di comprendere il meccanismo di taglio, ma di fatto non rappresenta un caso interessante ai fini pratici in quanto considera solo la fase iniziale del fenomeno di taglio mediante lama; volendo considerare il caso di taglio stazionario si deve tener conto del fatto che la lama ha uno spessore finito, che indicheremo con $2B$.

La situazione di riferimento è quella rappresentata in fig.2.28.

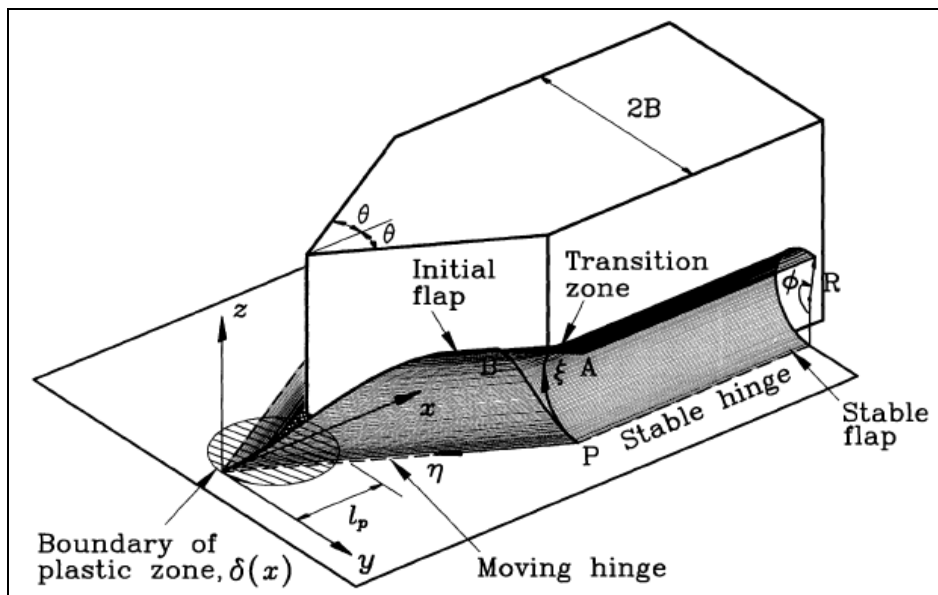


Figura 2.28: caso di taglio stazionario mediante lama

Il modello cinematico associato al caso stazionario è caratterizzato da tre zone di plasticizzazione:

- Zona 1: La prima zona è quella adiacente al filo della lama, che in precedenza è stata chiamata “near-tip plastic zone”: in questa zona il materiale viene sollecitato prevalentemente membranamente (la parte flessionale è trascurabile)
- Zona 2: La seconda zona è la zona di formazione dei flap; in fig. 2.28 questa zona viene chiamata “Initial flap”. In questa fase il materiale viene sollecitato esclusivamente in modo flessionale lungo una cerniera plastica lineare indicata in figura con “moving hinge”.
- Zona 3: La terza zona è la zona di transizione (transition zone): in questa fase il materiale viene sollecitato sia flessionalmente che membranamente. Si ritiene che il contributo flessionale in questa fase sia trascurabile rispetto a quello membranale.

Il modello per il calcolo della forza di taglio dovrà quindi considerare tre contributi di plasticizzazione più il contributo dell'attrito.

2.3.2.1 – Semplificazioni di regime stazionario

Nei casi di fenomeni stazionari, come quello considerato, risulta conveniente approcciarsi al problema mediante la ricostruzione di una generica porzione di materiale che segue l'intero percorso deformativo. Ad esempio, nel caso in esame risulta conveniente utilizzare come riferimento una porzione di materiale che percorre il percorso lungo la traiettoria ξ (fig.2.29).

Tale elemento (di lati $d\xi$ - $d\eta$), percorre dapprima la zona di strappo del materiale, in seguito la zona di formazione dei flap, la zona di transizione e infine la zona di flap stabile.

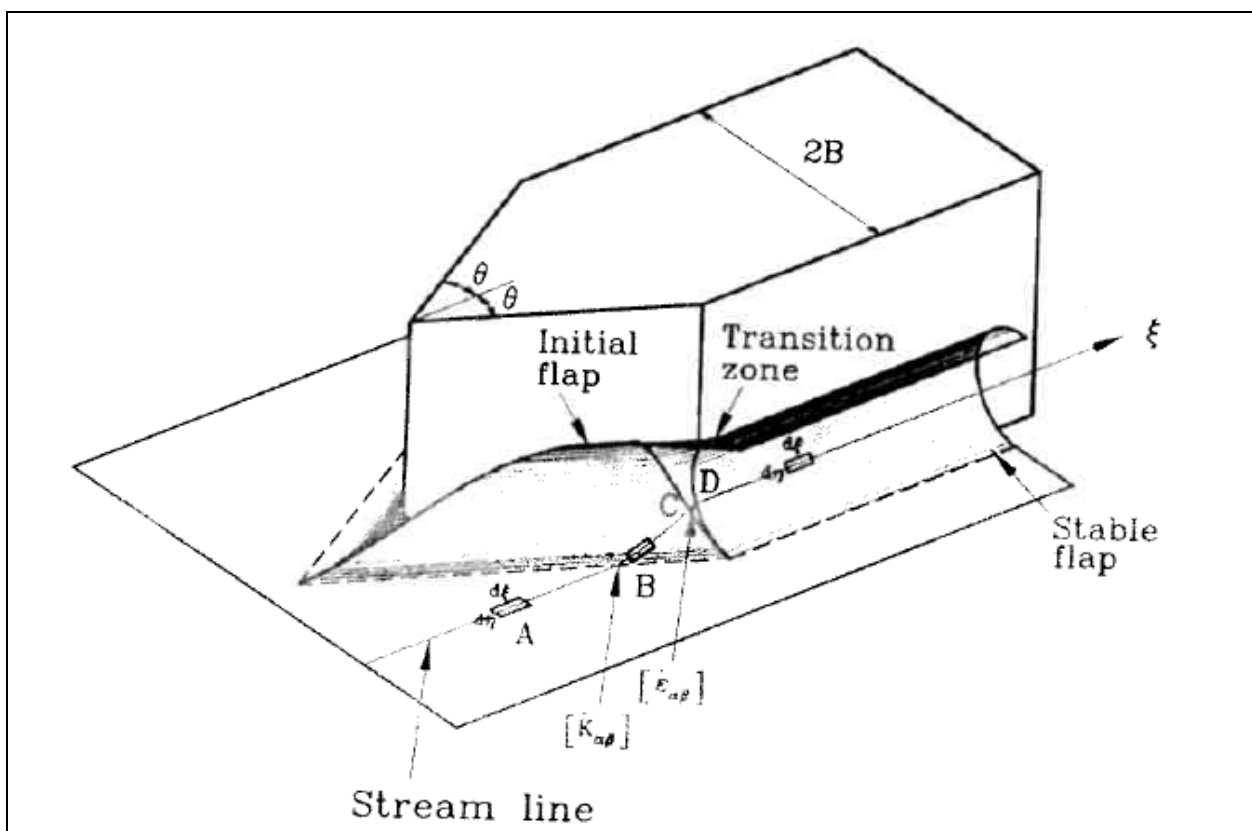


Figura 2.29: traiettoria ξ

Sfruttando questo approccio, è possibile scrivere i contributi di potenza mediante integrali di superficie moltiplicati per la velocità di avanzamento della lama:

$$\frac{d}{dt}(\dots) = \frac{\partial}{\partial \xi}(\dots) \cdot \frac{d\xi}{dt} = V \frac{\partial}{\partial \xi}(\dots)$$

La scrittura del bilancio di potenza è quindi riconducibile ad una forma simile alla seguente:

$$FV = V \int_s N \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} dS + V \int_s M \frac{\partial k}{\partial \xi} dS \quad (2.52)$$

Dove N ed M rappresentano rispettivamente forza membranale e momento flettente per unità di larghezza, mentre invece ε e k rispettivamente deformazione membranale nella stessa direzione di N e curvatura nella stessa direzione di M.

2.3.2.2 – Contributo flessionale (zona 2)

Come già visto nei paragrafi precedenti, la zona in cui il contributo flessionale è rilevante è quella di formazione dei flap, ovvero quella indicata con la dicitura “initial flap” in fig.2.29.

In questa zona, la (2.52) diventa:

$$\dot{E}_b = V \int_0^{l_\xi} \int_0^{l_\eta} M \frac{dk}{d\xi} d\xi d\eta = V \int_0^{l_\eta} M [k]_0^{l_\xi} d\eta \quad (2.53)$$

Dove l_η e l_ξ rappresentano i lati di un rettangolo contenente la cerniera plastica lineare OP (fig.2.28). Considerando l'ipotesi in cui i flap assumano la forma di superfici cilindriche, la curvatura k assume valore nullo in $\xi=0$ e vale $1/R$ in $\xi=l_\xi$. La lunghezza l_η invece è pari alla somma della semilarghezza della lama e del raggio di avvolgimento del flap R.

$$l_\eta = R + B \quad (2.54)$$

Considerando “M” come momento unitario di totale plasticizzazione di piastra “ M_0 ” (equazione (2.33)), la (2.53) conseguentemente alle considerazioni appena riportate diventa:

$$\dot{E}_b = V \cdot M_0 \cdot \frac{R + B}{R} \quad (2.55)$$

2.3.2.3 – Contributo membranale: zona 1

Il comportamento al quale si fa riferimento è lo stesso già trattato nel paragrafo 2.3.1.2 ; Relativamente al caso di taglio stazionario, gli autori ([12]) propongono di seguire l'ipotesi che l'apice della fessura coincida con il filo della lama, ovvero che il materiale si separi per effetto

dell'incisione della lama sulla lastra; ne consegue, con riferimento alla fig. 2.22, che la lunghezza l_p vale:

$$l_p = \frac{R}{\sin\theta} \quad (2.56)$$

La forma della zona plasticizzata rimane invariata rispetto a quella indicata in precedenza, ovvero viene descritta dalla (2.35).

Volendo valutare l'apertura della zona plasticizzata in corrispondenza del filo della lama, ovvero della coordinata x di separazione del materiale sostituendo la (2.56) nella (2.35) si ottiene:

$$\delta(x = l_p) = 2 \cdot (1 - \sin(1)) \cdot R \cdot \cos\theta \cong 0.317 \cdot R \cdot \cos\theta \quad (2.57)$$

Seguendo il modello esposto nella (2.52), si ha:

$$\dot{E}_{m1} = t \cdot \int_S \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \dot{\varepsilon} dS = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 t V \int_{-\psi_0}^{+\psi_p} \int_0^{l_p} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} d\xi d\eta \quad (2.58)$$

Dove $\psi(\xi)$ è il confine della zona plasticizzata in direzione trasversale. Sviluppando si ottiene:

$$\dot{E}_{m1} = 2 \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 t V \cdot \int_0^{l_p} \frac{\partial}{\partial \xi} (u_\eta) d\xi \quad (2.59)$$

$$\dot{E}_{m1} = 2 \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 t V \cdot u_\eta(l_p) \quad (2.60)$$

Il termine $u_\eta(l_p)$ rappresenta l'apertura della zona plasticizzata in corrispondenza del valore $x=l_p$, ovvero $\delta(x=l_p)/2$. Sostituendo la (2.57) e la (2.33) nella (2.60) si ottiene la funzione che restituisce il valore della potenza membranale dissipata nella zona di taglio.

$$\dot{E}_{m1} = 1.46 \cdot M_0 V \frac{R}{t} \cos\theta \quad (2.61)$$

2.3.2.4 – Contributo membranale: zona 3

Nella zona 3, detta anche zona di transizione, il materiale viene plasticizzato membranamente nella fase di passaggio dal flap iniziale al flap definitivo o stabile (fig. 2.25).

Assumendo che in questa zona, la lunghezza d'arco del flap sia uguale a quella del flap definitivo, e che in direzione circonferenziale non ci sia plasticizzazione ($\varepsilon_{\eta\eta} = 0$), la potenza dissipata membranamente in questa zona si può esprimere secondo la seguente:

$$\dot{E}_{m2} = 2V \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 t \int_{-C}^C \int_0^{\eta_{\max}} \frac{\partial \varepsilon_\xi}{\partial \xi} d\xi d\eta \quad (2.62)$$

La lunghezza η_{\max} coincide con la lunghezza dell'arco di flap.

$$\eta_{\max} = R + B \quad (2.63)$$

Sostituendo la (2.63) nella (2.62) e sviluppando l'integrale in ξ si ottiene:

$$\dot{E}_{m2} = \frac{4}{\sqrt{3}} \sigma_0 t V \int_0^{R+B} [\varepsilon_\xi] d\eta \quad (2.64)$$

La deformazione plastica $[\varepsilon_\xi]$ varia lungo l'ascissa circolare η (lungo l'arco di cerchio definito come sezione trasversale del flap) secondo il seguente rapporto

$$\varepsilon_\xi = \frac{u_\xi(\eta)}{l_\xi(\eta)} \quad (2.65)$$

Dove $u_\xi(\eta)$ rappresenta l'allungamento della porzione di materiale caratterizzata dalla lunghezza $l_\xi(\eta)$ (misurata su un piano parallelo a quello della lastra in deformata).

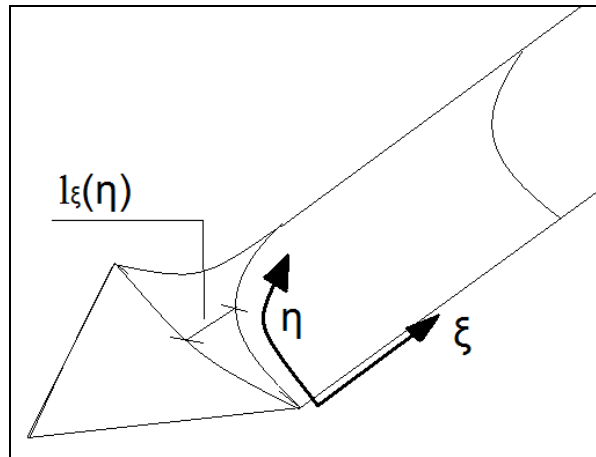


Figura 2.30: coordinate ξ - η in zona di transizione

Sia il numeratore che il denominatore della (2.65) si ricavano a partire dal modello cinematico; Si riportano qui le correlazioni proposte dagli autori, per le quali si rimanda all'appendice di [12] nel caso in cui il lettore desideri approfondire.

$$l_\xi(\eta) = \eta \cdot \cot \theta \quad (2.66)$$

$$u_\xi(\eta) = 0.16 \cdot \frac{\theta^2}{\text{sen}(1/2 \cdot \theta)} \cdot \frac{\eta^2}{R} \quad (2.67)$$

Utilizzando le correlazioni (2.66),(2.67) e (2.33) nella (2.64) si ottiene la formulazione finale della potenza di plasticizzazione associata alla zona di transizione dei flap.

$$\dot{E}_{m2} = 1.28 \cdot VM_0 \theta^2 \cdot \frac{(R+B)^2}{Rt} \cdot \frac{\tan \theta}{\sin(1/2 \cdot \theta)} \quad (2.68)$$

2.3.2.5 – Attrito

Il termine di attrito viene considerato anche in questo caso utilizzando la (2.45). La forza complessiva è quindi data dalla somma delle forza F_p ed A (nella direzione di avanzamento).

$$F = F_p + A = \left(\frac{\dot{E}_{m1} + \dot{E}_{m2} + \dot{E}_b}{V} \right) + A = \left(\frac{\dot{E}_{m1} + \dot{E}_{m2} + \dot{E}_b}{V} \right) (1 + \mu \cdot \cot \theta) \quad (2.69)$$

Si ipotizza che nella zona stabilizzata i flap non producano forza resistente per effetto dello strisciamento con le pareti della lama.

Sostituendo le equazioni (2.68),(2.61) e (2.55) nella (2.69) si ottiene il valore della forza di taglio complessiva F (adimensionalizzata secondo M_0) in funzione dei parametri geometrici noti e del raggio di avvolgimento dei flap R ignoto.

$$\frac{F}{M_0} = \left[2 \frac{R+B}{R} + 1.46 \frac{R}{t} \cos \theta + 1.28 \cdot \theta^2 \frac{(R+B)^2}{Rt} \cdot \frac{\tan \theta}{\sin(\theta/2)} \right] (1 + \mu \cdot \cot \theta) \quad (2.70)$$

Come nel caso precedente, ovvero il modello generale di cuneo indefinito, il valore del raggio di avvolgimento dei flap viene valutato minimizzando la forza di taglio. Eseguendo l'operazione di derivazione ed individuando il minimo si ottiene la formula finale per la valutazione della forza di taglio stazionario, ovvero la (2.70) valutata in corrispondenza del valore R dato dalla (2.71).

$$\frac{\partial F}{\partial R} = 0 \Rightarrow R = B \sqrt{\frac{2(t/B) + 1.28 \cdot \theta^2 \cdot \cos(\theta/2)}{1.46 \cos \theta + 1.28 \cdot \theta^2 \cdot \cos(\theta/2)}} \quad (2.71)$$

2.3.3 – Risultati sperimentali

I due modelli proposti sono stati vagliati confrontandone i risultati con quelli ottenuti sperimentalmente. Lu e Calladine [14], hanno effettuato una serie di prove sperimentali, utili al fine di validare sia il primo modello(“modello di base”, eq. (2.50) (2.51)) che il secondo modello (“taglio stazionario”, eq. (2.70),(2.71)).

Altri dati sperimentali riferiti al caso di taglio stazionario, prodotti da autori diversi, sono disponibili in [15] e [16].

L'apparato sperimentale utilizzato da Lu e Calladine è rappresentato in figura 2.31 e consiste in un supporto che blocca la lamiera ai bordi mediante serraggi a vite. La lunghezza di penetrazione massima è di 100 mm; il supporto può essere opportunamente regolato per imprimere al movimento relativo tra cuneo e lastra le due inclinazioni α e β .

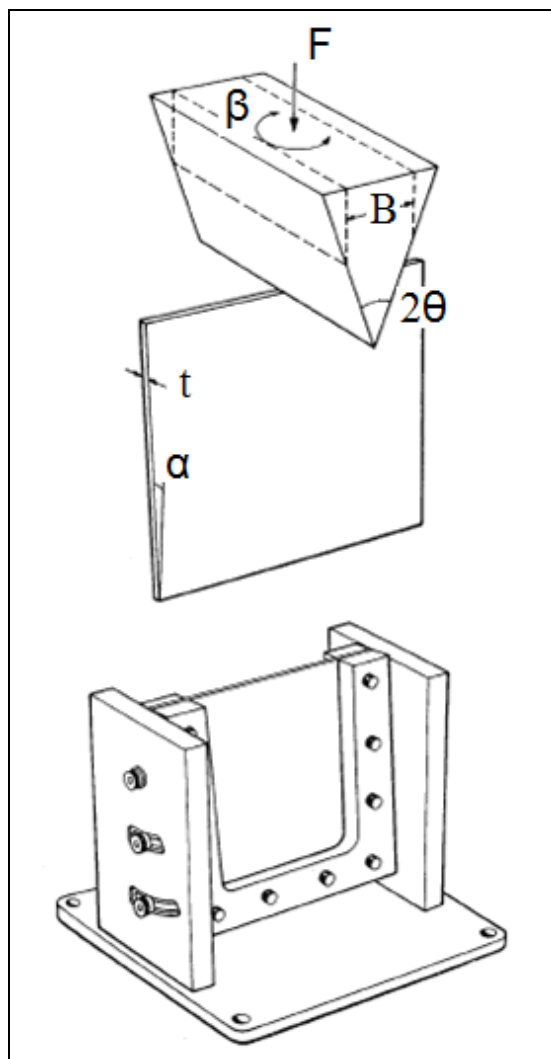


Figura 2.31: Apparato sperimentale di Lu e Calladine

2.3.3.1 – Taglio mediante cuneo

Si considerano due curve sperimentali per validare il modello esposto nella sezione 2.3.1; Tali curve si riferiscono al caso di lastra in acciaio.

La prima curva sperimentale è stata ottenuta per i seguenti valori dei parametri.

$$\sigma_0 = 272 \text{ MPa}$$

$$t = 1.6 \text{ mm}$$

$$\theta = 20^\circ$$

$$\mu = 0.3$$

$$\delta_t = t$$

$$\alpha = 0$$

$$\beta = 0$$

Il fatto che il cuneo si muova in direzione perfettamente ortogonale al piano della lastra, induce fenomeni di instabilità dei flap che non possono essere considerati nel modello; in fig. 2.32 è rappresentata l'immagine della prova sperimentale.

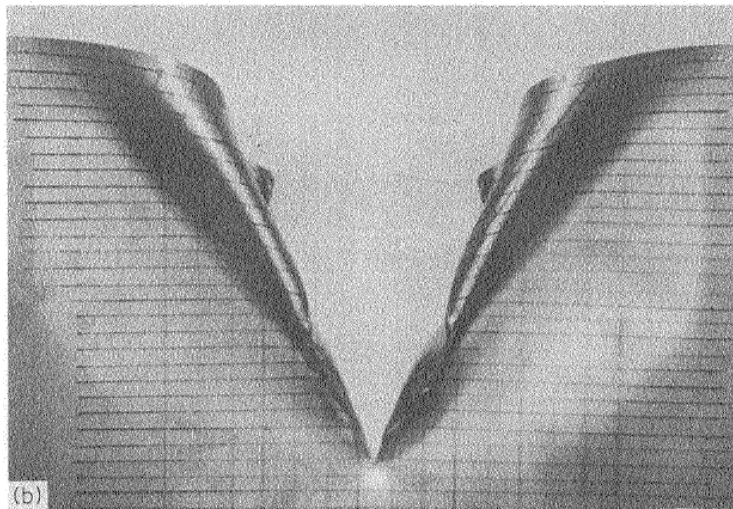


Figura 2.32: risultato sperimentale 1

Confrontando la curva sperimentale con la curva teorica ottenuta con il modello di Wierzbicki descritto dalle equazioni (2.50) e (2.51) si ottiene il seguente grafico:

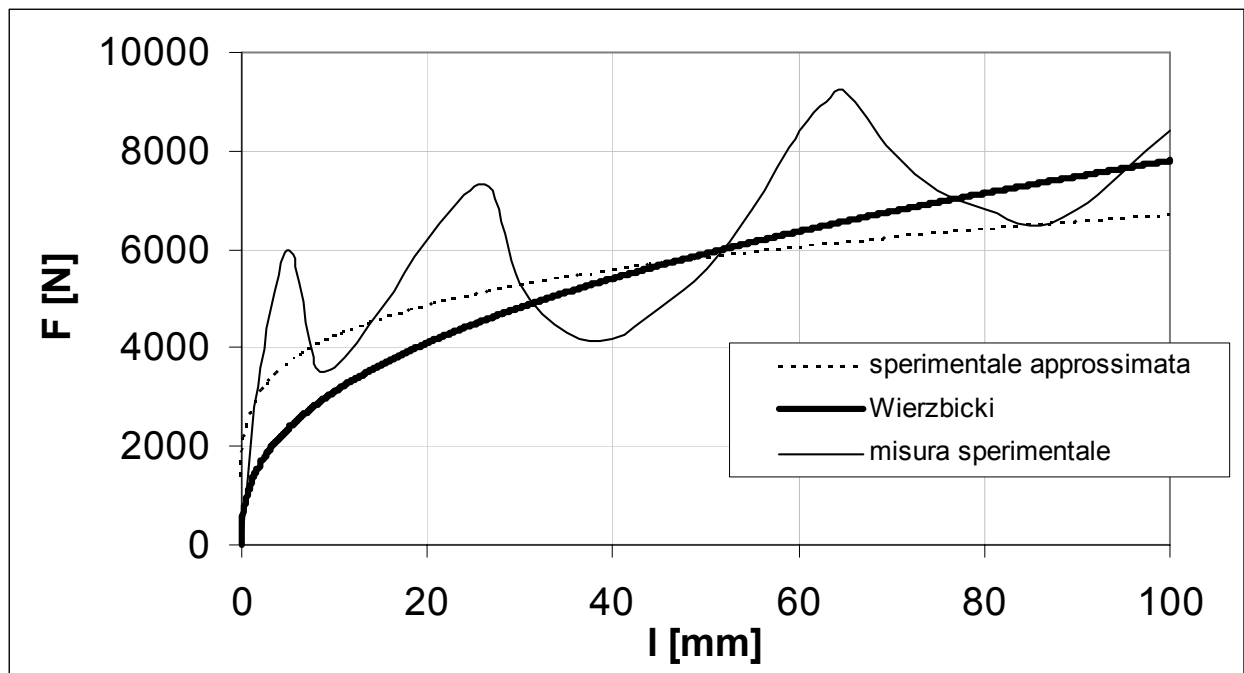


Figura 2.33: Prima curva sperimentale vs curva teorica

Nel grafico sono riportate tre curve: la prima (tratteggiata) è l'approssimazione dei valori effettivamente misurati sperimentalmente secondo una legge esponenziale (Lu-Calladine [14]). La seconda (continua spessa) è la previsione teorica valutata mediante il modello di Wierzbicki (equazioni (2.50)-(2.51)). La terza (continua sottile) è l'effettivo risultato ricavato misurando i valori di forza e spostamento direttamente dalla prova. In ordinata è riportata la forza applicata per far avanzare il cuneo, in ascissa l'avanzamento del cuneo.

Si osserva che la curva sperimentale è caratterizzata da un andamento irregolare riconducibile ai fenomeni di instabilità citati in precedenza (fig. 2.32); in linea di massima tale curva è comunque in accordo con la curva teorica di Wierzbicki. Tuttavia, se si osserva il comportamento dell'approssimante esponenziale dei dati sperimentali si individua una discrepanza con la curva teorica. In particolare, tale discrepanza è data dal fatto che la curva teorica sembra sovrastimare la forza di taglio per elevati valori di penetrazione del cuneo mentre invece sembra sottostimare per piccoli valori di penetrazione

La seconda curva sperimentale è ottenuta per i seguenti valori dei parametri:

$$\sigma_0 = 272 \text{ MPa}$$

$$t = 0.9 \text{ mm}$$

$$\theta = 20^\circ$$

$$\mu = 0.3$$

$$\delta_i = t$$

$$\alpha = 10^\circ$$

$$\beta = 0$$

Il fatto di introdurre un angolo di “tilting” $\alpha=10^\circ$, permette ai flap di rimanere stabili. In figura 2.34 il risultato sperimentale, immediatamente dopo il grafico dei risultati teorici.

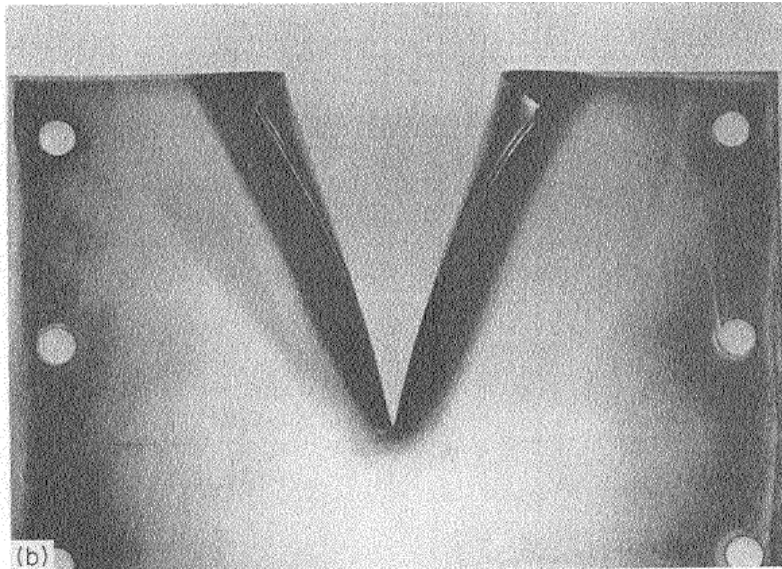


Figura 2.34: risultato sperimentale 2

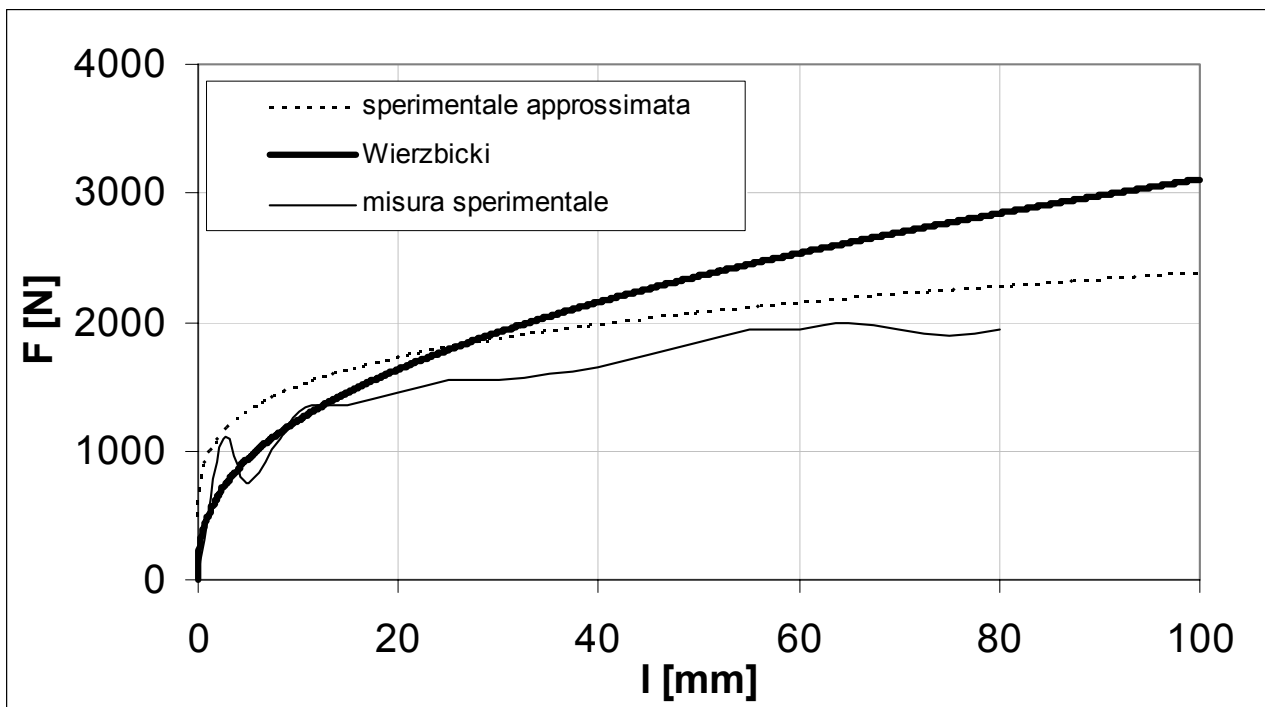


Figura 2.35: Seconda curva sperimentale vs curva teorica

In questo secondo grafico si osserva che la risposta sperimentale (sottile continua) è decisamente meno fluttuante del caso precedente, in accordo anche al tipo di deformazione globale subita dalla lastra (fig. 2.34). Anche in questo caso si osserva che le previsioni teoriche sono in disaccordo con l'approssimante dei dati sperimentali per sovrastima della forza in corrispondenza di valori elevati dell'affondamento del cuneo.

Il fatto che le previsioni teoriche non siano in accordo con i dati sperimentali potrebbe essere legato a diversi fattori. In merito a questa valutazione gli autori non indicano su quali aspetti ci si deve concentrare per comprendere la mancata corretta previsione.

Dei tre contributi che contribuiscono alla valutazione teorica (flessionale, membranale e attrito), quello che gioca numericamente il ruolo più importante è il contributo di plasticizzazione membranale. Tale contributo viene calcolato mediante correlazioni semplificate che potenzialmente non interpretano in modo corretto la realtà del meccanismo deformativo; in particolare l'approssimazione principale è data dalla (2.40) che rappresenta una approssimazione della (2.39).

Anche volendo utilizzare la (2.39) il problema sarebbe comunque caratterizzato da un certo grado di approssimazione in quanto la curva $\delta(x)$ è ricavata sulla base del solo modello cinematico applicato in caso di materiale perfettamente fragile e poi applicato al caso di materiale duttile. Risulta intuitivo che in caso di materiale duttile, la curva $\delta(x)$ deve essere tale da confinare la zona membranale deformata ad un'area minore (a causa della tensione di snervamento che agendo sui bordi della zona plasticizzata tende a "chiuderla").

Il modello teorico, definito dalla (2.50) e dalla (2.51) è caratterizzato da una dipendenza dalla lunghezza "l" di penetrazione del cuneo secondo un esponente pari a 0.4.

$$F_{Wierzbicki} \propto (l)^{2/5} \quad (2.72)$$

Dal confronto con i dati sperimentali si evince invece che la dipendenza da "l" effettiva è caratterizzata da un esponente inferiore a 0.4.

2.3.3.2 – Taglio stazionario mediante lama

I dati sperimentali relativi al taglio stazionario con lama di forma del tipo riportato in fig.2.1 sono raccolti in tabella. Si osservi che tutti i valori di cui si dispone sono ottenuti per valori di α pari a 10° . La lama in questo caso è più affilata, con una semiapertura di 10° , pari alla metà di quella del cuneo utilizzato nella prova precedente. L'ultima colonna della tabella riporta i valori teorici calcolati mediante le equazioni (2.70) e (2.71).

| Prova | Riferimento | α [deg] | t [mm] | B [mm] | θ [deg] | σ_0 [Mpa] | μ | Fsperimentale [N] | Fwierzbicki [N] |
|-------|-------------|----------------|--------|--------|----------------|------------------|-------|-------------------|-----------------|
| 1 | [14] | 10 | 1.60 | 5.0 | 10 | 272 | 0.3 | 5900 | 4900 |
| 2 | [15] | 10 | 0.75 | 9.5 | 45 | 320 | 0.3 | 2500 | 2940 |
| 3 | [16] | 10 | 20.00 | 125.0 | 30 | 526 | 0.3 | 4500000 | 3505000 |

Si riportano alcuni dettagli e commenti relativi alle 3 prove riportate in tabella.

Prova 1)

Si considera il caso di lamiera sottile ($t=1.6$ mm) tagliata con una lama spessa 10mm.

| Prova | Riferimento | α [deg] | t [mm] | B [mm] | θ [deg] | σ_0 [Mpa] | μ | Fsperimentale [N] | Fwierzbicki [N] |
|-------|-------------|----------------|--------|--------|----------------|------------------|-------|-------------------|-----------------|
| 1 | [14] | 10 | 1.60 | 5.0 | 10 | 272 | 0.3 | 5900 | 4900 |

In figura 2.36 – 2.37, il risultato sperimentale ottenuto da Lu e Calladine [14].

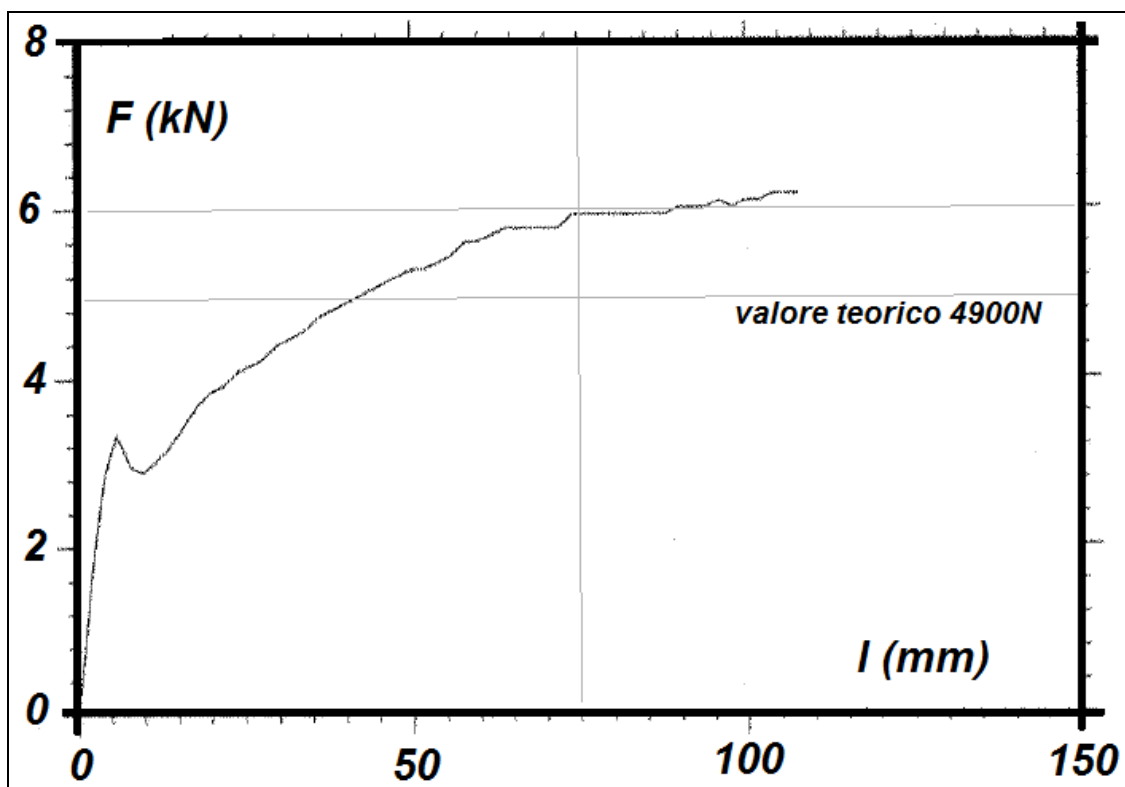


Figura 2.36: grafico sperimentale (prova 1)

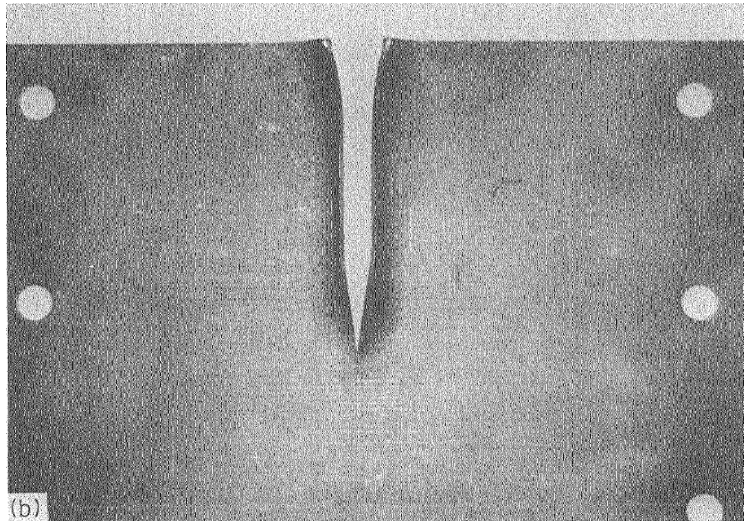


Figura 2.37: Risultato visivo dell'operazione di taglio (prova 1)

Dopo aver ottenuto il grafico di fig.2.36, Lu & Calladine ritengono che per valori di spostamento superiori a 75mm, l'intensità della forza di taglio possa essere ritenuta costante e pari a 5900N.

Il valore calcolato mediante le formule teoriche (2.70) e (2.71), ovvero $F=4900N$, è significativamente inferiore al valore sperimentale. Wierzbicki attribuisce in parte questa discrepanza al fatto che il modello teorico non tiene in conto di un contributo di attrito, denominato "machining friction". Tale contributo, secondo l'autore, può essere trascurato se il semiangolo di cuneo θ è sufficientemente grande (in questo caso tale angolo è "piccolo": 10°).

In fig.2.38 sono indicate due diverse zone di attrito; la zona di primo contatto tra la lamiera tagliata ed il fianco dell'utensile si ritiene che possa essere caratterizzata da un coefficiente di attrito superiore alla normale zona di strisciamento. La motivazione che sta alla base di questa considerazione è che la superficie di rottura del materiale che entra in contatto con il fianco dell'utensile ha una rugosità grossolana, causata appunto dallo strappamento subito dal materiale. A valle della prima zona di contatto, tale rugosità si abbassa per effetto dello strisciamento con l'utensile. Per questa ragione, l'autore propone di fare differenza tra l'attrito che caratterizza la prima zona di contatto e l'attrito invece associato allo strisciamento "ordinario". La dicitura "machining friction" è appunto associata al fatto che la rugosità della superficie fratturata viene attenuata dallo strisciamento.

In fig. 2.38 è indicata con "machining friction" la zona di primo contatto (che secondo l'autore potrebbe essere caratterizzata da un coefficiente μ pari a 0.6-0.7) mentre invece la zona di strisciamento ordinario è indicata con "sliding friction".

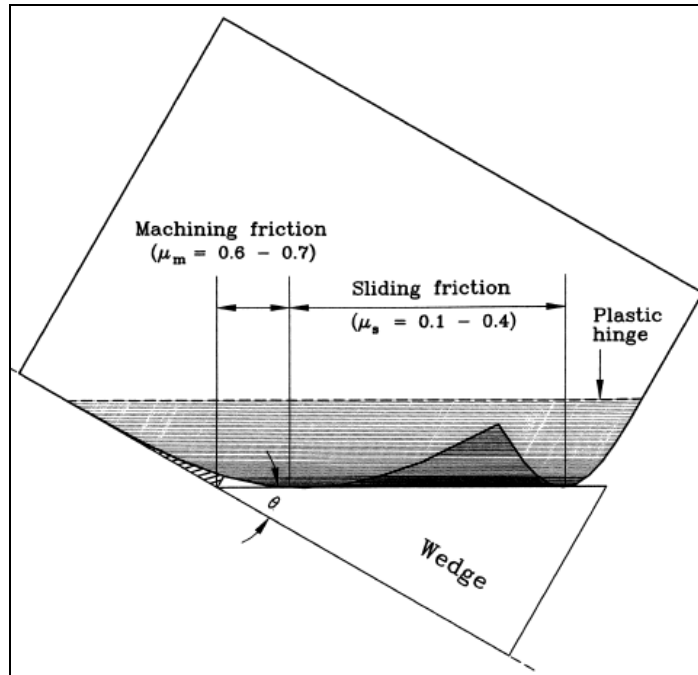


Figura 2.38: Machining friction vs sliding friction

Prova 2)

Si considera il caso di lamiera sottile ($t=0.75\text{mm}$) tagliata con lama spessa 19mm.

| Prova | Riferimento | α [deg] | t [mm] | B [mm] | θ [deg] | σ_0 [Mpa] | μ | $F_{\text{sperimentale}}$ [N] | $F_{\text{wierzicki}}$ [N] |
|-------|-------------|----------------|----------|----------|----------------|------------------|-------|-------------------------------|----------------------------|
| 2 | [15] | 10 | 0.75 | 9.5 | 45 | 320 | 0.3 | 2500 | 2940 |

In figura 2.39 – 2.40, il risultato sperimentale ottenuto da Yahiaoui [15].

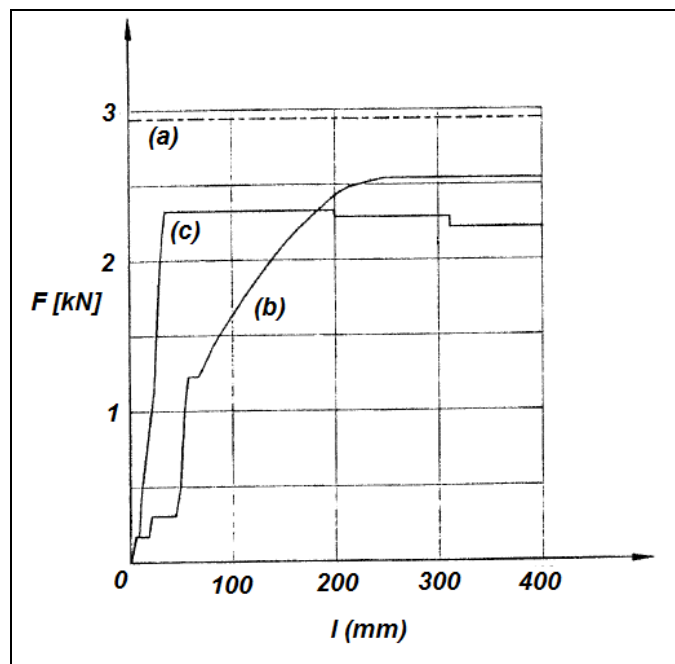


Figura 2.39: Grafico sperimentale (prova 2)

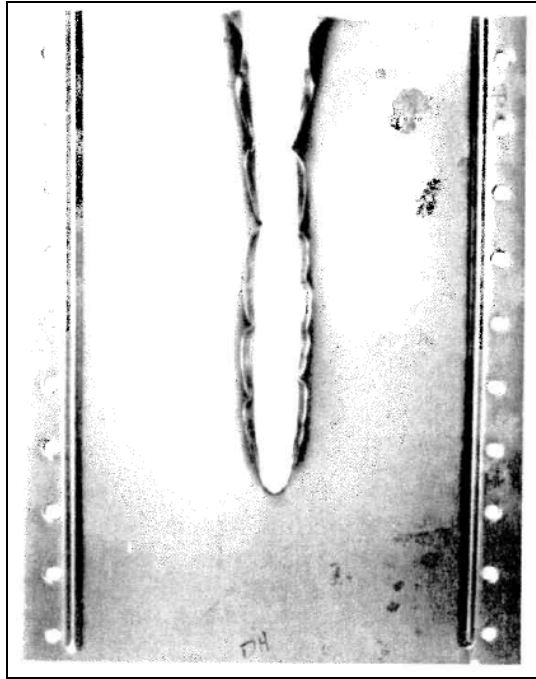


Figura 2.40: risultato visivo dell'operazione di taglio (prova 2)

In figura 2.39 sono indicati le curve sperimentali tracciate per due diversi valori di pre-taglio. La curva (b) è relativa al caso di lamiera tagliata (prima della prova) per una lunghezza pari a 50mm, mentre la curva (c) è relativa ad un taglio di 30mm. La curva (a) rappresenta il risultato teorico valutato con le equazioni (2.70) e (2.71).

Anche in questo caso si osserva una mancata corretta previsione del modello teorico. Gli autori della prova sperimentale ritengono che il risultato sperimentale sia sensibilmente inferiore rispetto a quello teorico, conseguentemente al fatto che durante il taglio si innescano fenomeni di instabilità tali per cui la forma dei flap laterali risulta irregolare, come rappresentato in figura 2.40.

I fenomeni di instabilità accennati dagli autori sono concettualmente coerenti con un aumento dello spessore “2B” e una diminuzione dello spessore “t” rispetto alla prova 1.

Prova 3)

Si considera il caso di lamiera non sottile ($t=20\text{mm}$) tagliata con lama spessa 250 mm ([16]).

| Prova | Riferimento | α [deg] | t [mm] | B [mm] | θ [deg] | σ_0 [Mpa] | μ | Fsperimentale [kN] | Fwierzbicki [kN] |
|-------|-------------|----------------|--------|--------|----------------|------------------|-------|--------------------|------------------|
| 3 | [16] | 10 | 20.00 | 125.0 | 30 | 526 | 0.3 | 4500 | 3505 |

Non si dispone dell'immagine della prova, ma si riporta il grafico che riassume i risultati (fig.2.41).

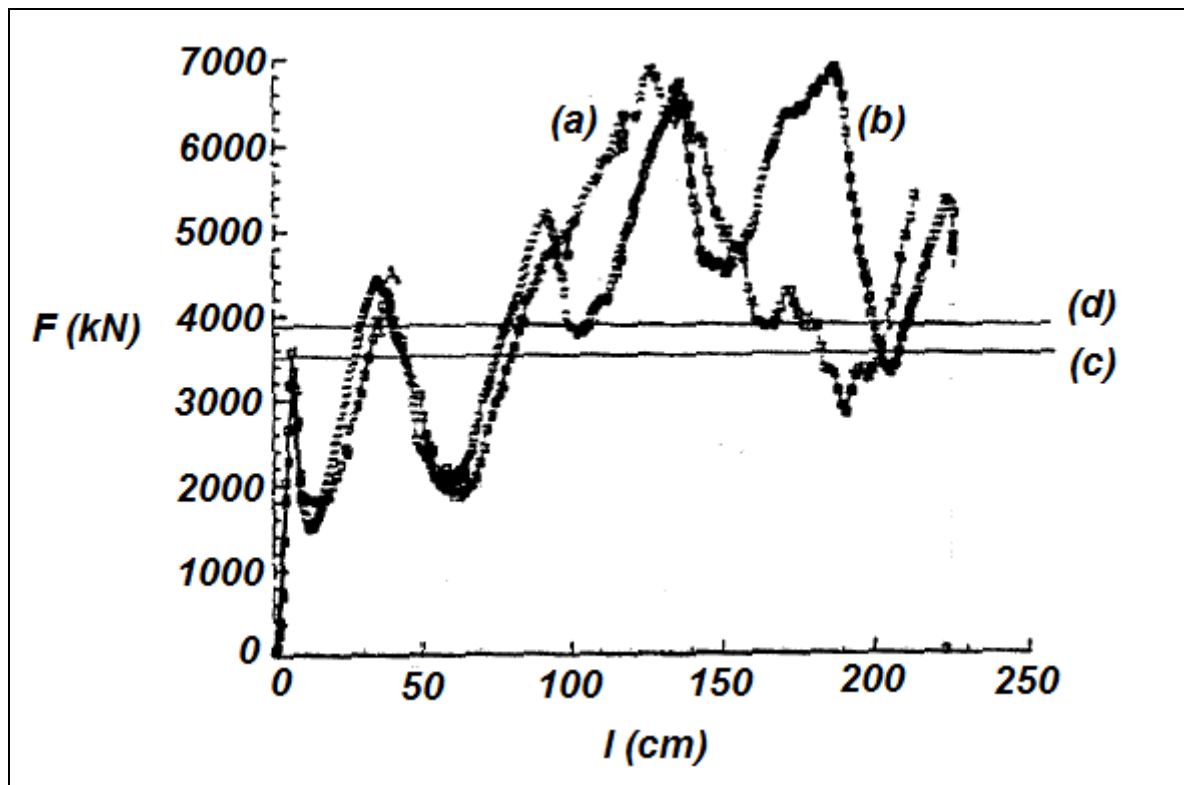


Figura 2.41: risultato sperimentale (prova 3)

In figura 2.41 sono riportate 4 curve, di cui due sperimentali e due teoriche. Le due curve sperimentali (a) e (b) sono i risultati ottenuti su due diverse lastre utilizzando gli stessi parametri. Le due curve teoriche (c) e (d) sono state tracciate utilizzando le equazioni (2.70) e (2.71) considerando un coefficiente di attrito rispettivamente pari a 0.3 (curva (c): $F=3505$ kN) e 0.4 (curva (d): $F=3909$ kN).

Si osserva che i risultati sperimentali sono caratterizzati da una forte fluttuazione. Tale caratteristica, come spiegato dagli autori della prova, è da attribuire alla formazione diffusa di fratture trasversali durante il taglio; La formazione diffusa ed irregolare di fratture trasversali rende il modello cinematico teorico assolutamente non corrispondente a quello reale e di conseguenza anche i valori medi della forza di taglio sperimentale ($F=4500$ kN) non aderiscono alle previsioni.

3 – TAGLIO MEDIANTE SCORRIMENTO TANGENZIALE

Nel capitolo precedente si è trattato il caso di taglio di una lastra sottile per effetto di una lama, considerando dapprima gli aspetti energetici del problema e successivamente studiando nel dettaglio il meccanismo di taglio. In questo capitolo ci si dedica ad una tipologia di taglio profondamente differente; il caso che si intende trattare in questa sezione è quello di taglio mediante scorrimento tangenziale.

La situazione di riferimento è quella di una lastra in lavorazione che viene sollecitata da almeno due utensili in movimento relativo tra loro; il movimento tra gli utensili genera nella lastra in lavorazione una zona in cui si concentrano sforzi e deformazioni di taglio in modo tale da realizzare un vero e proprio “scorrimento” di materiale in corrispondenza di una determinata sezione della lastra stessa.

Nel capitolo introduttivo questo tipo di operazione di taglio è stata descritta in modo sommario; Tipicamente la lamiera in lavorazione viene sollecitata tramite due utensili, denominati “punzone” (punch) e “matrice” (die). La matrice viene di norma mantenuta ferma e il punzone viene fatto scorrere in direzione ortogonale alla lastra in lavorazione. In base alla geometria di questi due utensili, l’operazione di taglio viene denominata “punzonamento” oppure “tranciatura”. Nel caso di geometria circolare, e più in generale quando la geometria del punzone è tale da realizzare un foro eventualmente non di forma circolare, si parla di “punzonamento”(punching); nel caso invece in cui la geometria del punzone sia rettilinea si parla di “tranciatura” (blanking).

Nel primo caso il taglio vero e proprio si sviluppa per scorrimento in direzione assiale lungo la superficie laterale di un cilindro (o eventualmente di un prisma se il foro da realizzare non è circolare) mentre nel secondo caso il taglio avviene per scorrimento lungo un piano normale alla lastra in lavorazione. Il punzonamento è tipico nel caso di lamiere di ampie dimensioni, la tranciatura invece si verifica solitamente nel caso in cui la lastra in lavorazione abbia un lato molto più piccolo dell’altro (la lastra in realtà è un nastro).

Richiamando le figure del capitolo introduttivo, si riportano gli schemi relativi al punzonamento ed alla tranciatura.

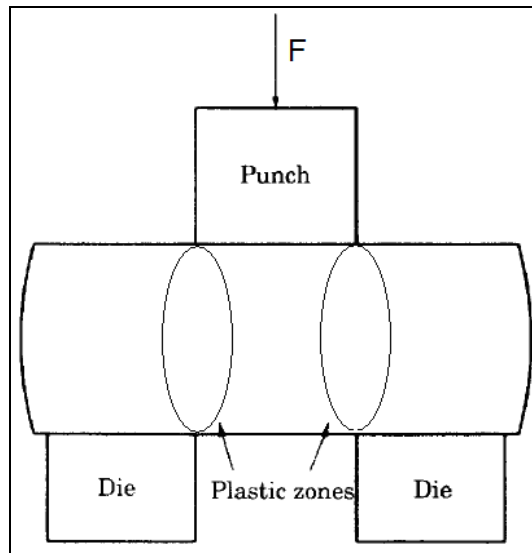


Figura 3.1: taglio per punzonamento

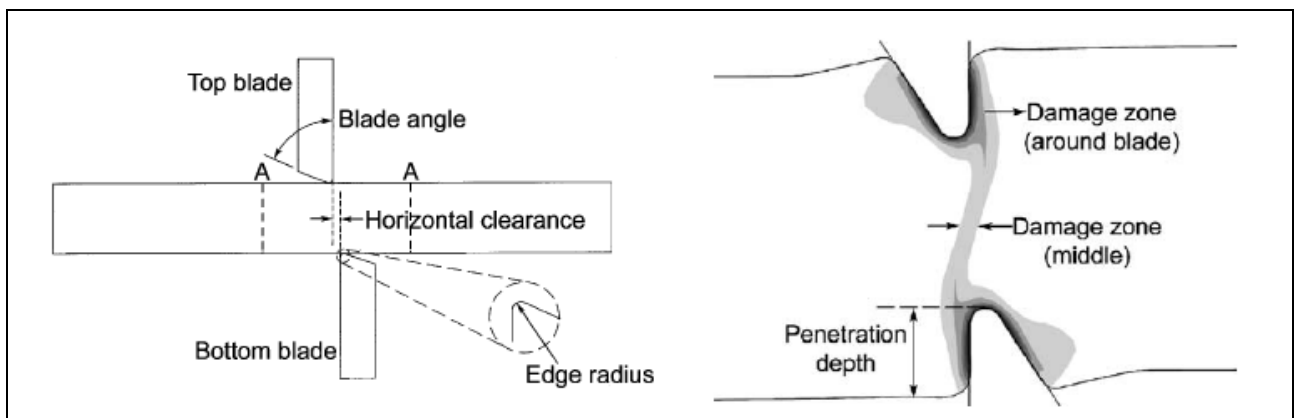


Figura 3.2: taglio per tranciatura

In entrambi i casi, il materiale nella zona che si interpone tra matrice e punzone viene sollecitato mediante scorrimento tangenziale lungo il piano di scorrimento del punzone. L'obiettivo della modellazione relativa a questo tipo di taglio è quello di individuare correlazioni teoriche che permettano di valutare la forza necessaria alla rottura del materiale.

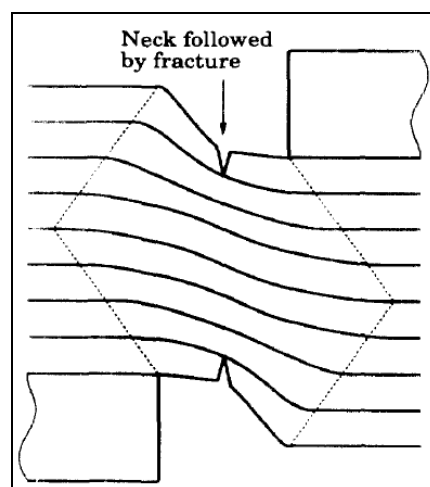


Figura 3.3: zona di scorrimento del materiale con conseguente formazione del taglio

3.1 – Osservazioni sperimentali

Come anticipato in precedenza, l'obiettivo della modellazione di questo tipo di taglio è quello di stimare in via teorica la forza da applicare al punzone affinché possa eseguire il taglio. Considerando che lo spessore della lastra in lavorazione è uno dei parametri del problema, l'obiettivo vero e proprio diventa quello di valutare la forza relativa ad un determinato affondamento del punzone; in sostanza si vuole valutare il comportamento che lega forza da applicare al punzone e spostamento del punzone stesso.

Eseguendo delle misure sperimentali, si ricostruisce il comportamento di massima del fenomeno; in figura 3.4 ([17]) è rappresentata la risposta tipica di forza-spostamento del punzone.

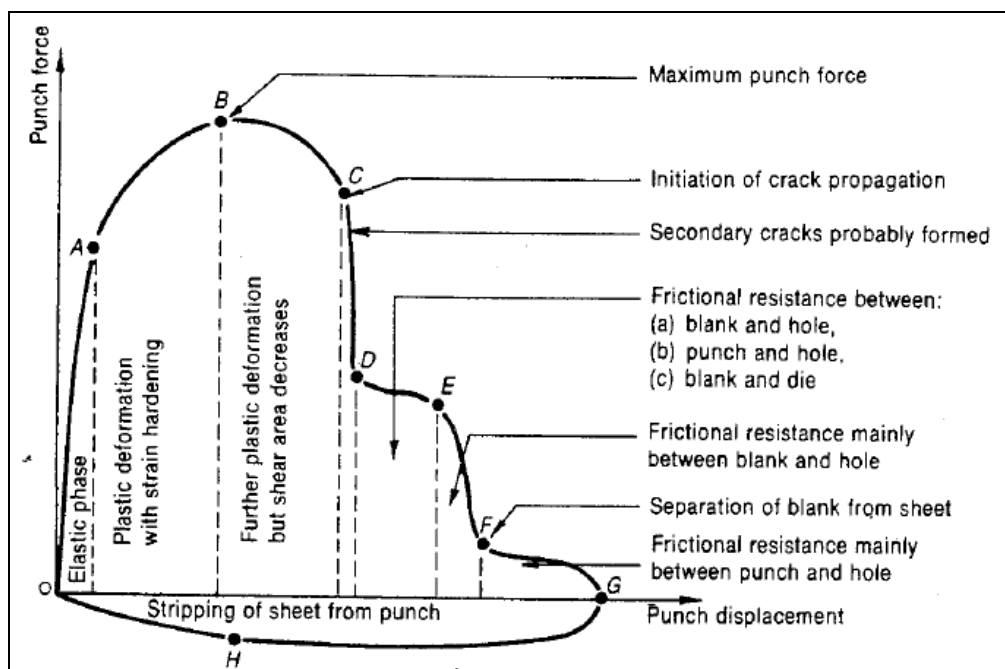


Figura 3.4: Andamento tipico della forza di punzonamento in funzione dell'avanzamento del punzone

In figura sono indicati da "A" ad "H" i punti notevoli della risposta sperimentale. Descrivendo sommariamente le diverse fasi si ha:

- 1) O-A : Considerando che la lastra in lavorazione sia realizzata con un materiale elasto-plastico, la fase iniziale della risposta è caratterizzata da una zona elastica in cui il legame tra forza e spostamento è pressoché lineare.
- 2) A-B : La fase successiva è caratterizzata dalla plasticizzazione del materiale in lavorazione con conseguente comportamento non lineare del grafico; in questa fase non si sono ancora formate fessurazioni nel materiale (ipotizzato elasto-plastico). Il fatto che unitamente ad un

incremento dello sforzo di taglio (dato dal legame costitutivo del materiale) si verifichi anche la diminuzione della sezione per effetto dell'avanzamento del punzone (l'effetto di riduzione della sezione è una conseguenza diretta dell'avanzamento del punzone; tale effetto è rappresentato in fig. 3.5a), fa sì che la forza raggiunga un valore massimo per poi diminuire (punto B).

- 3) B-C : Dopo il raggiungimento della forza massima nel punto B, l'effetto di riduzione della sezione resistente è dominante rispetto all'incremento dello sforzo tangenziale resistente. La forza diminuisce pur non essendosi ancora formate fratture.
- 4) C-D : Nel punto C avviene la nucleazione della frattura che si propaga rapidamente;
- 5) D-E : In corrispondenza di uno spostamento sufficientemente elevato (punto D), gli effetti di attrito iniziano a manifestarsi secondo tre contributi: attrito tra le facce di taglio della lastra, tra superficie di taglio e punzone, tra superficie di taglio e matrice. Ad una prima osservazione del meccanismo di taglio (fig.3.5) non risulta evidente il contributo di attrito che si sviluppa tra le facce della lastra ovvero tra le superfici della frattura; le superfici che si formano per effetto della formazione della frattura sono caratterizzate da una rugosità elevata che fa sì che comunque si generi uno strisciamento e quindi attrito.
- 6) E-F : In questa fase avviene la completa separazione dei lembi della lastra in lavorazione.
- 7) F-G : Successivamente alla completa separazione dei lembi, il punzone si trova in posizione tale da generare attrito con la lastra tagliata.
- 8) G-H : In fase di ritiro del punzone si instaura una forza di attrito uguale e contraria a quella della fase F-G.

Sulla base dell'osservazione di massima della risposta sperimentale, sono stati proposti diversi modelli di calcolo, dei quali verranno esposti i principali nelle sezioni seguenti.

3.2 – Modello di Atkins

Atkins [17] propone un modello per i materiali la cui fase plastica può essere rappresentata mediante una legge di potenza sia per quanto riguarda il comportamento assiale che tangenziale. Il modello proposto tiene conto sia della fase iniziale di plasticizzazione (0-C in fig. 3.4) che della successiva fase di fratturazione del materiale (C-D in fig. 3.4).

Sotto l'ipotesi di carico monotono, il materiale al quale si fa riferimento in questa sezione è caratterizzato da un comportamento rigido-plastico rappresentabile mediante legge di potenza, rispettivamente assiale e tangenziale:

$$\sigma = E_0 \cdot \varepsilon^n \quad (3.1)$$

$$\tau = G_0 \cdot \gamma^n \quad (3.2)$$

Considerando che in una generica situazione deformata in trazione semplice deve essere verificato che $\tau = \sigma/2$ e che $\gamma = 2\varepsilon$, le equazioni proposte (3.1) e (3.2) sono correlate tramite le seguente:

$$G_0 = \frac{E_0}{2^{n+1}} \quad (3.3)$$

Nei paragrafi seguenti viene esposto il modello proposto da Atkins; come detto in precedenza il modello è composto da due contributi, il primo relativo alla plasticizzazione del materiale (fig. 3.5a) ed il secondo alla nucleazione e propagazione della frattura (fig.3.5b, 3.5c).

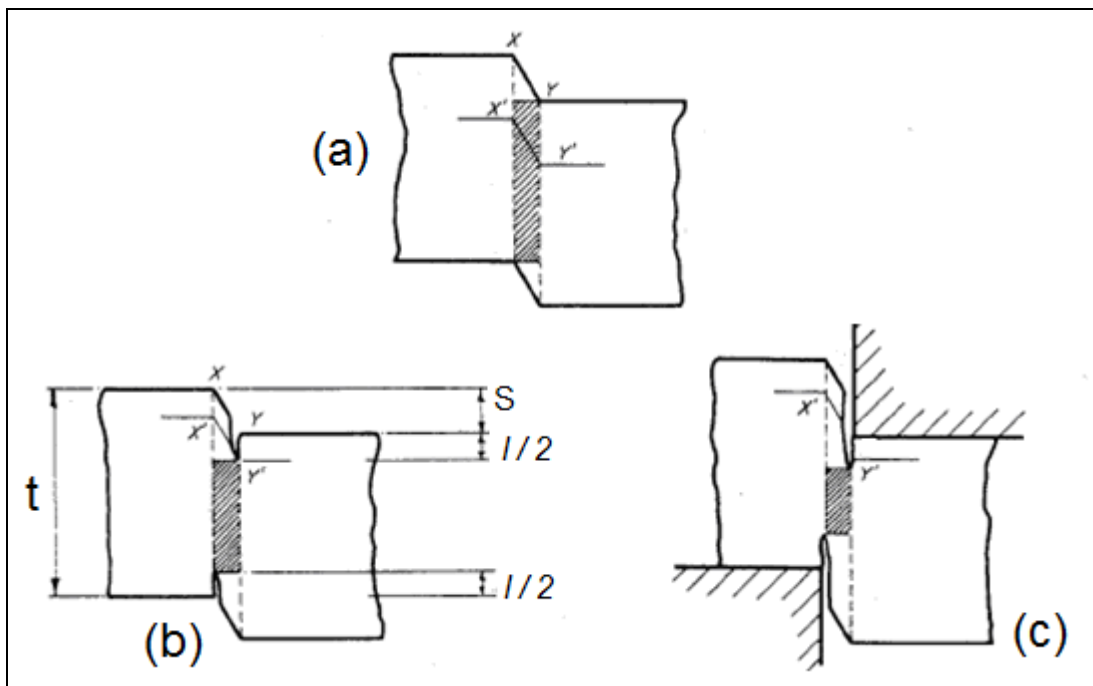


Figura 3.5: diverse configurazioni durante la fase di taglio

3.2.1 – Plasticizzazione

Considerando la situazione rappresentata in fig.3.5a, assumendo una distribuzione costante degli sforzi tangenziali nello spessore ed utilizzando la nomenclatura indicata in fig. 3.5b, la forza F da applicare al punzone per garantire l'equilibrio è:

$$F = \pi \cdot D \cdot \tau \cdot (t - S) = \pi \cdot D \cdot G_0 \cdot \gamma^n \cdot (t - S) \quad (3.4)$$

L'equazione (3.4) considera il caso di punzone circolare con diametro D.

La forza F, secondo la (3.4) è proporzionale all'angolo γ , che a sua volta dipende sia dallo spostamento S che dalla larghezza della banda di scorrimento w.

$$\gamma = S / w \quad (3.5)$$

Il contributo dell'attrito viene considerato da Atkins in relazione all'affondamento S ed al coefficiente di attrito μ . L'attrito viene considerato in proporzione a 2S in quanto si ha sia l'attrito sia sul punzone che sulla matrice.

$$F = \pi \cdot D \cdot \tau \cdot [(t - S) + 2\mu S] \quad (3.6)$$

Sostituendo la (3.5) e la (3.2) nella (3.6) si ottiene la forza F in funzione dell'affondamento S, del coefficiente di attrito e della larghezza della banda di scorrimento.

$$F = \pi D [t - (1 - 2\mu)S] G_0 \left(\frac{S}{w}\right)^n \quad (3.7)$$

L'equazione (3.7) ha un contributo decrescente ed uno crescente in S; è quindi caratterizzata da un massimo relativo in corrispondenza del valore $S = S_B$ che individua il picco di forza, ovvero il punto "B" di figura 3.4.

$$\frac{\partial F}{\partial S} = 0 \Rightarrow S_B = \frac{nt}{(1 - 2\mu)(n + 1)} \quad (3.8)$$

Considerando il caso di attrito trascurabile, il valore di affondamento corrispondente al picco di forza vale:

$$S_B = \frac{nt}{(n + 1)} \quad (3.9)$$

In figura 3.6 è rappresentato l'andamento adimensionalizzato della forza di punzonamento espressa dalla (3.7) e valutata per $t=w=1$ in assenza di attrito.

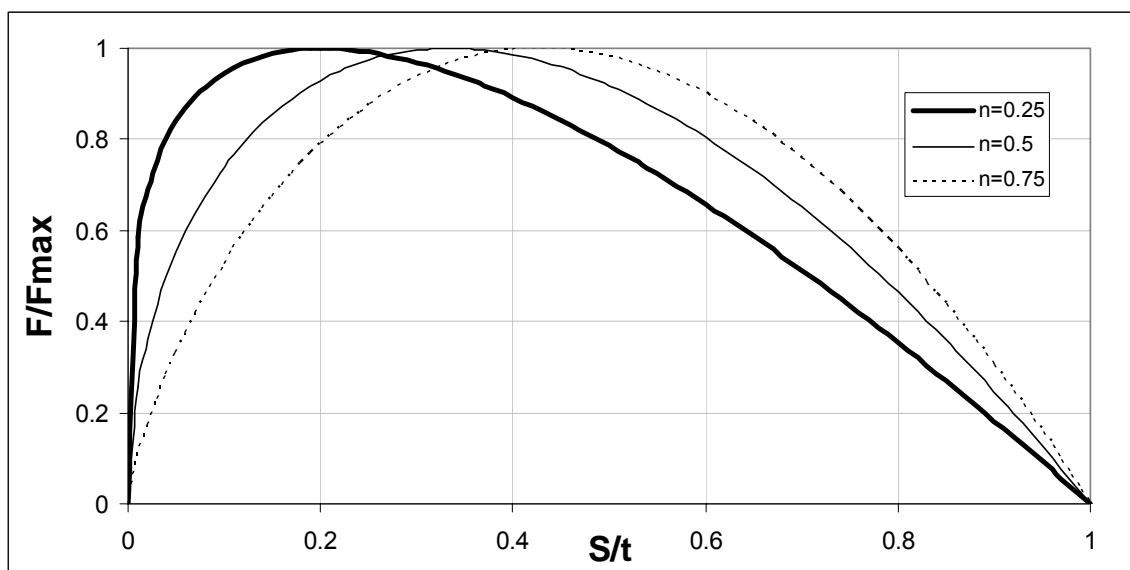


Figura 3.6: Andamento del contributo di plasticizzazione della forza di punzonamento F per $t=w=1$.

Il grafico rappresentato in fig. 3.6 mostra che malgrado la sua semplicità, il modello proposto permette di apprezzare il comportamento plastico che si è osservato sperimentalmente, ovvero il tratto O-C di figura 3.4.

Fino ad ora ci si è riferiti al caso di punzonamento, tralasciando il caso di tranciatura; Le correlazioni proposte in questa sezione sono valide anche per la tranciatura a patto di sostituire il termine πD con il valore di lunghezza del taglio di tranciatura nella (3.7).

$$F = l_t [t - (1 - 2\mu)S] G_0 \left(\frac{S}{w} \right)^n \quad (3.10)$$

3.2.2 – Fratturazione

Gli autori, osservando che l'energia realmente assorbita dal taglio è inferiore a quella calcolata con il solo contributo di plasticizzazione (eq. (3.10)), procedono con l'elaborazione del modello dal punto di vista energetico.

Il lavoro assorbito dal sistema in corrispondenza di una certa configurazione "S", è dato da:

$$\int_0^S F ds = \int_0^S \pi D G_0 \left(\frac{S}{w} \right)^n [t - (1 - 2\mu)S] ds \quad (3.11)$$

Sostituendo la (3.3) nella (3.11) e svolgendo l'integrazione si ottiene che il lavoro di plasticizzazione per la generica posizione del punzone "S" vale:

$$\int_0^S F ds = E_0 \pi D \frac{\left[\frac{t \cdot S^{n+1}}{n+1} - \frac{(1-2\mu)S^{n+2}}{n+2} \right]}{2^{n+1} \cdot w^n} \quad (3.12)$$

Si ipotizza che in corrispondenza di una certa posizione del punzone $S = S_{CR}$ (con $0 \leq S_{CR} \leq t$) avvenga la nucleazione della frattura, secondo lo schema di figura 3.5b. Si indica con "l" la lunghezza totale della frattura, ovvero la somma della lunghezza della frattura superiore ed inferiore.

Considerando quindi che per valori di spostamento S superiori ad S_{CR} esiste una fessura di lunghezza complessiva "l", il lavoro assorbito può essere calcolato come segue:

$$\int_0^{S_{CR}} \pi D G_0 \left(\frac{S}{w} \right)^n [t - (1-2\mu)S] ds + \int_{S_{CR}}^S \pi D (t - S - l) G_0 \left(\frac{S}{w} \right)^n ds \quad (3.13)$$

L'autore propone una correlazione lineare tra spostamento e lunghezza della fessura "l", proporzionale ad un coefficiente "k":

$$l = k(S - S_{CR}) \quad (3.14)$$

Allo stesso modo in cui si è definito il valore di spostamento di nucleazione della fessura, si definisce un secondo valore di spostamento, denominato S_F , in corrispondenza del quale la sezione resistente si annulla, ovvero la somma dello spostamento del punzone "S" e la lunghezza totale della fessura "l" uguagliano lo spessore "t".

Imponendo l'annullamento della sezione resistente in corrispondenza di S_F , il coefficiente k vale:

$$k = \frac{t - S_F}{S_F - S_{CR}} \quad (3.15)$$

Durante la fase di propagazione della fessura, ovvero per spostamenti compresi tra S_{CR} e S_F , l'effetto di diminuzione della forza totale per diminuzione di sezione resistente è dominante rispetto all'effetto di aumento della forza per effetto del legame costitutivo. Per questo motivo l'autore propone di apportare una semplificazione alla (3.13):

$$\int_0^{S_{CR}} \pi D G_0 \left(\frac{S}{w} \right)^n [t - (1-2\mu)S] ds + \pi D \tau_{cr} \int_{S_{CR}}^S (t - S - l) ds \quad (3.16)$$

Dove con τ_{cr} si è indicato lo stress tangenziale in corrispondenza dello spostamento S_{CR} .

$$\tau_{cr} = G_0 \left(\frac{S_{CR}}{w} \right)^n \quad (3.17)$$

Osservando che la (3.16) non tiene conto dall'attrito durante la fase di propagazione della frattura, si modifica il secondo integrale come segue:

$$\int_0^{S_{CR}} \pi D G_0 \left(\frac{S}{w} \right)^n [t - (1 - 2\mu)S] ds + \pi D \tau_{cr} \int_{S_{CR}}^S [(t - S - l) + \mu(2S + l)] ds \quad (3.18)$$

Il modello proposto per la valutazione dell'energia assorbita durante il punzonamento è piuttosto semplice, tuttavia è da sottolineare che i parametri S_{CR} e S_F non sono valori associabili strettamente al materiale, in quanto dipendono anche da altri fattori come ad esempio i raggi di raccordo di punzone e matrice. Questo rappresenta un grosso limite di questo modello, che di fatto si basa su parametri difficilmente stimabili.

In figura 3.7, sono tracciate le curve relative alle equazioni (3.7) e (3.18), ovvero le energie assorbite dal taglio in funzione dell'affondamento del punzone S considerando prima il solo contributo di plasticizzazione (eq.3.7) e poi l'espressione completa (3.18). I parametri utilizzati per tracciare le curva sono i seguenti:

$$t = 1 \text{ mm}$$

$$w = 1 \text{ mm}$$

$$G_0 = 1000 \text{ MPa}$$

$$n = 0.5$$

$$D = 10 \text{ mm}$$

$$\mu = 0.1$$

$$S_{CR} = 0.4 \text{ mm}$$

$$S_F = 0.8 \text{ mm}$$

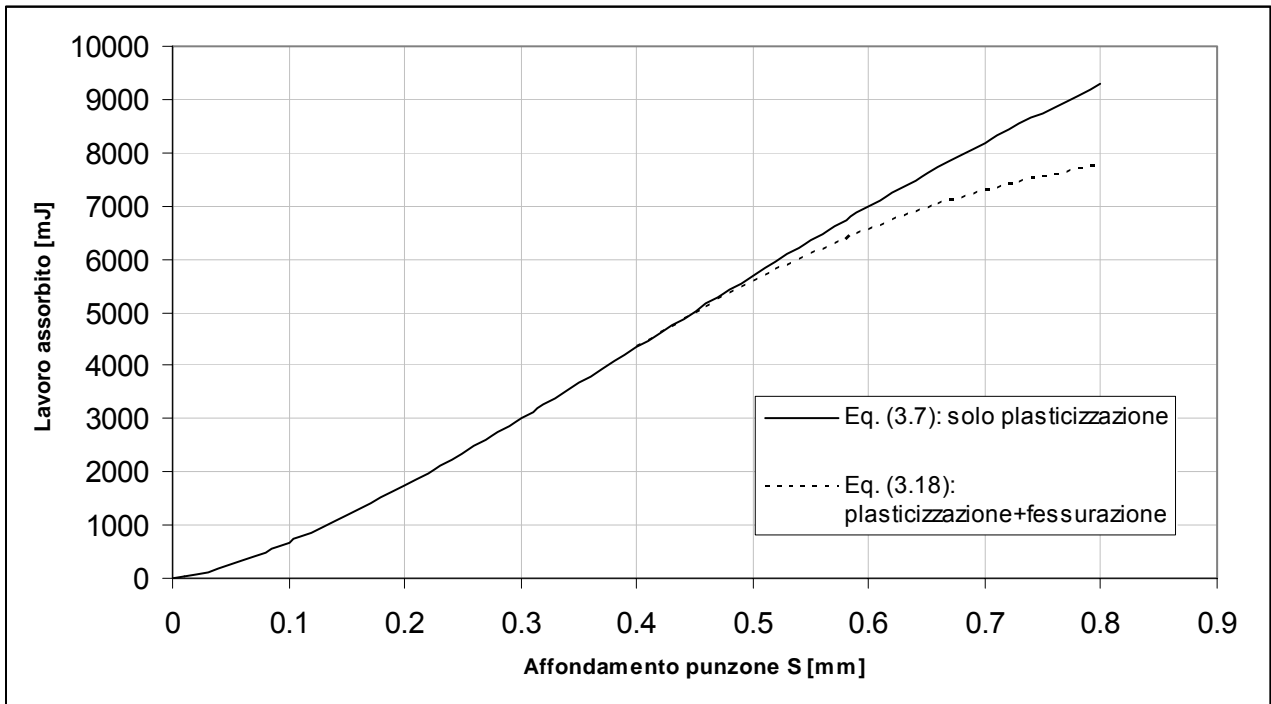


Figura 3.7: Lavoro assorbito durante il taglio

3.3 – Modello di Wierzbicki

Il modello di Atkins ([17]), è basato sostanzialmente sul comportamento a taglio; Zhou e Wierzbicki [18] propongono invece un modello basato sul comportamento a trazione, ripercorrendo in linea di massima le stesse linee guida del modello di Atkins.

La proposta di basare il modello sul comportamento a trazione, nasce dall'osservazione della fig. 3.3 e 3.8; in sostanza, tenendo conto che sulle superfici in contatto con punzone e matrice non si verifica scorrimento (per attrito), è immediato notare che il materiale appartenente alla zona deformata subisce un allungamento longitudinale.

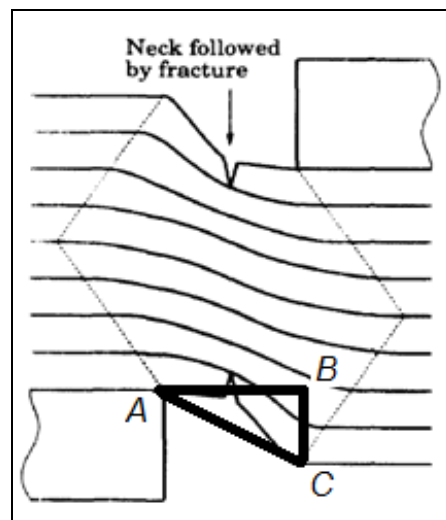


Figura 3.8: Allungamento del materiale AB – AC

In posizione indeformata, la striscia di materiale AB è caratterizzata da una certa lunghezza; passando alla posizione deformata la lunghezza della striscia AB aumenta fino a raggiungere la lunghezza AC, maggiore di AB. Il modello proposto da Wierzbicki si basa su questo allungamento e per questo motivo viene anche detto “tension zone model”.

Come già accennato, le linee guida del tension zone model, sono le stesse del modello di Atkins; in sostanza si procede trattando separatamente i contributi di plasticizzazione prima e di fratturazione poi. La differenza sostanziale sta nel modello di plasticizzazione.

3.3.1 – Plasticizzazione

Si consideri una generica striscia di materiale, come rappresentato in fig.3.8, che dalla configurazione AB passa a quella BC.

La situazione di riferimento è rappresentata in figura 3.9.

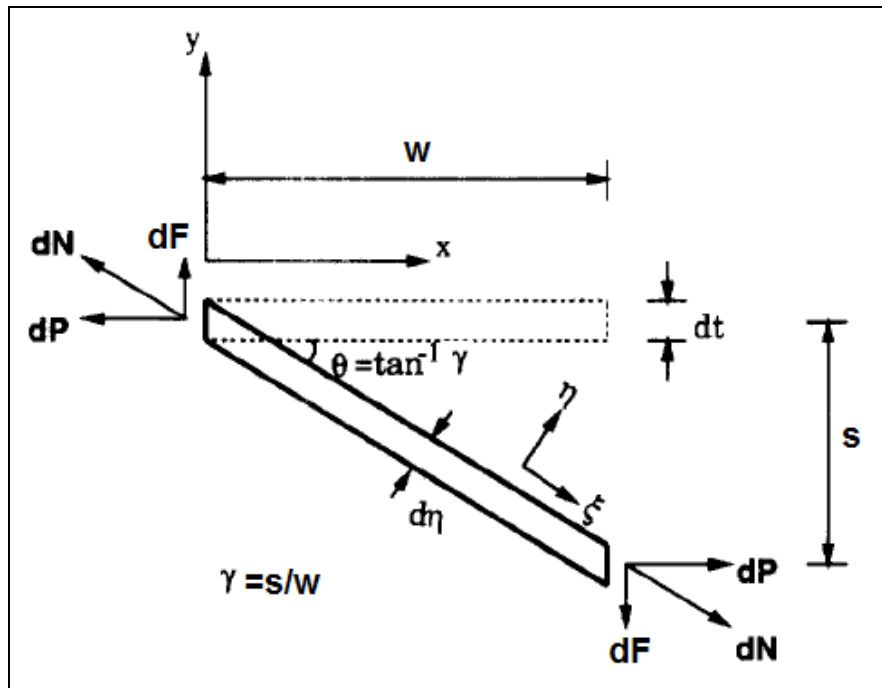


Figura 3.9: Striscia di materiale che per effetto di una grande deformazione di taglio subisce un allungamento

Gli autori ([18]) sviluppano la formulazione in accordo con le seguenti ipotesi:

- 1) I singoli “elementi” non si trasmettono sforzi in direzione η , né normali e né tangenziali. Sostanzialmente i lati lunghi della singola striscia sono “scarichi”.
- 2) Il problema è di deformazione piana; le deformazioni fuori piano, ovvero in direzione Z sono nulle.
- 3) La lunghezza w della banda di scorrimento è sufficientemente piccola da poter trascurare i contributi flessionali a cui la striscia è soggetta.
- 4) Lo spostamento in direzione X è nullo per tutti i punti.

La forza dN che deforma la striscia assialmente, ovvero in direzione ξ , si ottiene mediante la scrittura dell’equilibrio conseguente all’applicazione della forza dF.

$$dP = \frac{dF}{\tan \theta} = \frac{dF}{\gamma} \quad (3.19)$$

$$dN = \sqrt{dP^2 + dF^2} \quad (3.20)$$

Conseguentemente alle ipotesi elencate, considerando che il problema è caratterizzato da grandi spostamenti, la deformazione assiale e trasversale si ottengono mediante le seguenti:

$$\varepsilon_{\xi} = \ln \frac{w/\cos\theta}{w} = \ln \frac{1}{\cos\theta} = \ln \sqrt{1+\gamma^2} \quad (3.21)$$

$$d\eta = dt \cdot \cos\theta = dt \frac{1}{\sqrt{1+\gamma^2}} \quad (3.22)$$

$$\varepsilon_{\eta} = \ln \frac{d\eta}{dt} = \ln \frac{1}{\sqrt{1+\gamma^2}} = -\varepsilon_{\xi} \quad (3.23)$$

Il fatto che la deformazione assiale sia opposta alla deformazione trasversale, unitamente all'ipotesi di deformazione piana $\varepsilon_z = 0$, è in accordo con la condizione di incompressibilità ovvero di volume costante;

Riassumendo, la condizione tenso-deformativa alla quale è soggetto l'elemento rappresentato in fig.3.9 riferita al sistema $\xi - \eta - Z$ è la seguente:

$$\varepsilon_{\xi} = \ln \sqrt{1+\gamma^2} \quad (3.24)$$

$$\sigma_{\xi} = \frac{dN}{d\eta \cdot dZ} \quad (3.25)$$

$$\varepsilon_{\eta} = \ln \frac{1}{\sqrt{1+\gamma^2}} \quad (3.26)$$

$$\sigma_{\eta} = 0 \quad (3.27)$$

$$\varepsilon_z = 0 \quad (3.28)$$

$$\sigma_z = \frac{1}{2} \sigma_{\xi} \quad (3.29)$$

Il problema tridimensionale descritto, viene trattato dagli autori assumendo un comportamento rigido-plastico secondo sforzo e deformazione equivalente di Von-Mises che, sotto l'ipotesi di carico monotono, può essere espresso utilizzando un legame costitutivo uniassiale caratterizzato da legge di potenza.

$$\sigma = \sigma_{VM} = \frac{\sqrt{3}}{2} |\sigma_{\xi}| \quad (3.30)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{VM} = \frac{2}{\sqrt{3}} |\varepsilon_{\xi}| \quad (3.31)$$

$$\sigma = E_0 \cdot \varepsilon^n \quad (3.32)$$

Sostituendo la (3.30) e la (3.31) nella (3.32) si ottiene il valore della tensione assiale dell'elemento.

$$\sigma_{\xi} = E_0 \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{n+1} \varepsilon_{\xi}^n \quad (3.33)$$

Valutando le forze a cui è soggetto l'elemento rappresentato in figura 3.9, considerando uno spessore unitario in direzione Z, si ottiene:

$$dN = \sigma_{\xi} \cdot d\eta = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{n+1} E_0 \frac{(\ln \sqrt{1+\gamma^2})^n}{\sqrt{1+\gamma^2}} dt \quad (3.34)$$

$$dF = dN \cdot \sin \theta = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{n+1} E_0 (\ln \sqrt{1+\gamma^2})^n \frac{\gamma}{1+\gamma^2} dt \quad (3.35)$$

$$dP = dN \cdot \cos \theta = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{n+1} E_0 (\ln \sqrt{1+\gamma^2})^n \frac{1}{1+\gamma^2} dt \quad (3.36)$$

Ipotizzando che la larghezza della banda di scorrimento w sia costante sullo spessore della lastra, la forza applicata al punzone per unità di spessore Z può essere valutata mediante la (3.35). Diagrammando la forza dF adimensionalizzata in funzione dell'angolo di scorrimento $\gamma = S/W$, si apprezza che il modello proposto fino a questo momento è in grado di seguire qualitativamente l'andamento della prima parte del grafico sperimentale di fig.3.4; Dal grafico rappresentato in fig. 3.10 si osserva che la forza dF è caratterizzata da un massimo relativo.

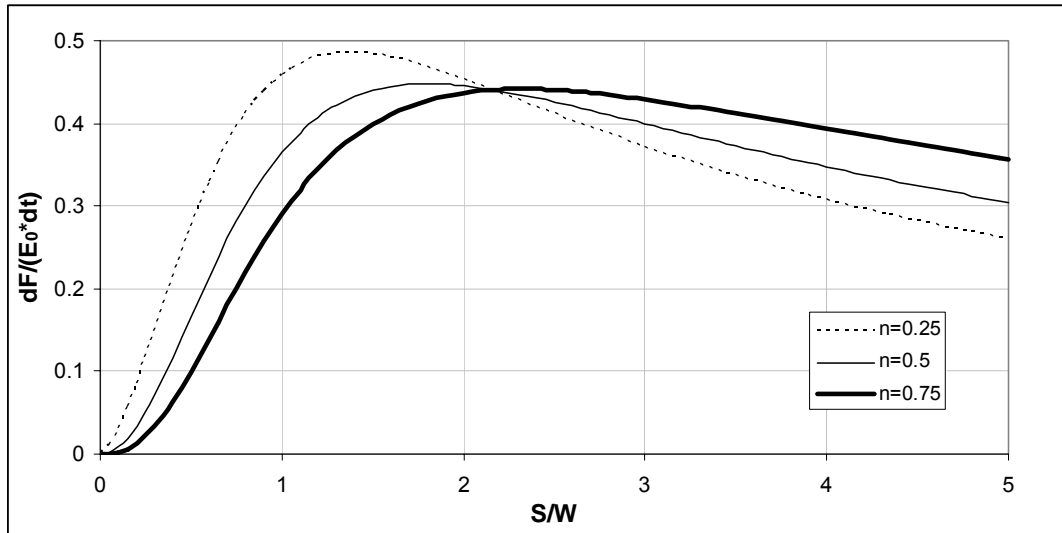


Figura 3.10: forza dF in funzione dello spostamento S

Per identificare il valore di scorrimento γ corrispondente alla massima forza di taglio F, procedendo analiticamente si ottiene:

$$\frac{\partial}{\partial \gamma} (dF) = 0 \Rightarrow n = \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2} (\ln \sqrt{1+\gamma^2}) \quad (3.37)$$

3.3.2 – Fratturazione

Seguendo l'impostazione data da Atkins ([17]), Wierzbicki basa il modello di frattura su un legame lineare tra avanzamento della frattura stessa ed affondamento del punzone. Anche in questo caso si fa riferimento ai parametri S_{CR} ed S_F , ovvero agli spostamenti del punzone in corrispondenza rispettivamente dell'innesco della frattura e dell'annullamento della sezione resistente.

La situazione di riferimento è quella rappresentata in fig. 3.11.

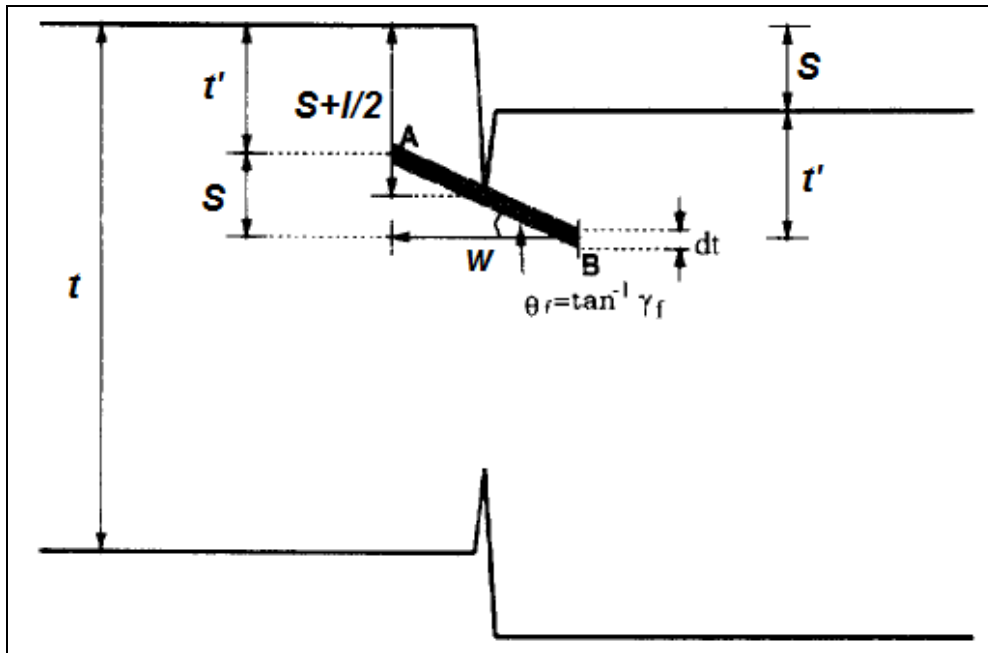


Figura 3.11: Configurazione della lastra per $S > S_{CR}$

Per individuare in modo univoco il singolo “elemento”, si introduce la coordinata t' ; tale coordinata vale zero in corrispondenza della faccia superiore della lastra in lavorazione e vale t (spessore della lastra) in corrispondenza della faccia inferiore della lastra stessa.

Il legame lineare tra frattura ed affondamento punzone proposto dagli autori è lo stesso proposto da Atkins in precedenza:

$$S + \frac{l}{2} = t' + \frac{S}{2} \Rightarrow t' = \frac{l}{2} + \frac{S}{2} \quad (S > S_{CR}) \quad (3.38)$$

$$l = k(S - S_{CR}) \quad (3.39)$$

$$k = \frac{t - S_F}{S_F - S_{CR}} \quad (3.40)$$

Diversamente da Atkins, in questo modello la banda di scorrimento viene ipotizzata a larghezza variabile linearmente rispetto a t' , coerentemente con quanto illustrato in figura 3.8.

Per definire il legame $w(t')$, si considerano le seguenti ipotesi:

1) Legame lineare

$$2) \quad w(t'=0) = \frac{S_{CR}}{\gamma_F}$$

$$3) \quad w\left(t' = \frac{t}{2}\right) = \frac{S_F}{\gamma_F}$$

Dove γ_F indica la deformazione angolare ultima del materiale della lastra, ottenibile tramite prove dirette di taglio o di torsione.

Sotto le ipotesi elencate, la correlazione utile per valutare la larghezza della banda di scorrimento è la seguente:

$$w(t') = \frac{S_{CR}}{\gamma_F} + \frac{2(S_F - S_{CR})}{\gamma_F} \frac{t'}{t} = w_{CR} + \zeta \cdot t' \quad (3.41)$$

Per comodità di scrittura sono stati introdotti i coefficienti w_{CR} e ζ .

$$w_{CR} = \frac{S_{CR}}{\gamma_F} \quad (3.42)$$

$$\zeta = \frac{2(S_F - S_{CR})}{\gamma_F \cdot t} \quad (3.43)$$

Noto l'andamento $w(t')$, è possibile ricavare l'andamento di γ in funzione di t' .

$$S = w \cdot \gamma \quad (3.44)$$

$$w = w_{CR} + \zeta \cdot t' = \frac{S}{\gamma} \quad (3.45)$$

$$\gamma = \frac{S}{w_{CR} + \zeta \cdot t'} \quad (3.46)$$

Dalla (3.46), si identifica il valore della deformazione angolare minima γ_0 , che si verifica in corrispondenza di $t'=t/2$.

$$\gamma_0 = \frac{2S}{2w_{CR} + \zeta \cdot t} \quad (3.47)$$

Noto l'andamento di γ è possibile procedere all'integrazione della forza dF sullo spessore per valutare la forza complessiva F in funzione dello spostamento S , per valori compresi tra S_{CR} ed S_F .

Differenziando la (3.45) si ottiene:

$$\zeta \cdot dt' = -\frac{S}{\gamma^2} d\gamma \Rightarrow dt = dt' = -\frac{S \cdot d\gamma}{\zeta \cdot \gamma^2} \quad (3.48)$$

Sostituendo la (3.48) nella (3.35) si ottiene il valore della forza complessiva F(S).

$$F = \int dF = 2 \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{n+1} \frac{E_0 S}{\zeta} I_1 \quad (3.49)$$

Il coefficiente I_1 viene introdotto per comodità, ed assume il seguente valore.

$$I_1 = \int_{\gamma_0}^{\gamma_F} \left(\ln \sqrt{1 + \gamma^2} \right)^n \frac{1}{\gamma(1 + \gamma^2)} d\gamma \quad (3.50)$$

Il modello proposto, si basa su considerazioni geometriche relative al meccanismo di fratturazione; si osserva che il cinematismo delle diverse strisce del materiale, al variare della coordinata t' non è congruente. Tale incongruenza è associata al fatto che le diverse strisce di materiale, muovendosi per differenti angoli di scorrimento, ovvero diverse inclinazioni, non possono avere uno spessore costante. In fig.3.12 è rappresentata la situazione incongruente, caratterizzata da un distacco delle diverse strisce di materiale.

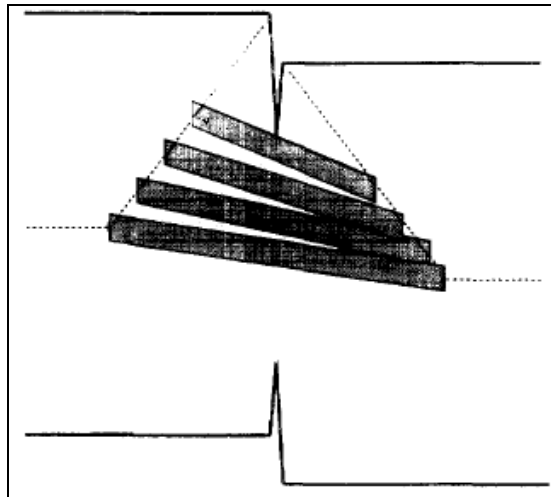


Figura 3.12: Incongruenza del modello per differenti angoli di scorrimento

Per tener conto dell'effettiva variabilità dello spessore delle singole strisce, gli autori propongono di utilizzare la (3.49), sostituendo il termine I_1 con il termine $I_{1\text{mod}}$ (mod: modificato), definito tenendo conto della variabilità dello spessore e dell'inclinazione dei singoli elementi di materiali.

$$I_{1\text{mod}} = \int_{\gamma_0}^{\gamma_F} \left(\ln \sqrt{1 + \gamma^2} \right)^n \frac{1}{\gamma(1 + \gamma^2)} \left(1 + \frac{\zeta \gamma \sqrt{1 + \gamma^2}}{4 \cdot \ln \sqrt{1 + \gamma^2}} \right)^n d\gamma \quad (3.51)$$

Per maggiori dettagli relativi alla (3.51) si rimanda a [18].

3.4 – Dati sperimentali

In [17] e [18] sono riportati diversi valori ottenuti sperimentalmente. I dati a cui si fa riferimento sono stati ottenuti mediante prove di punzonamento (circonferenza punzone 3 inch); per ogni materiale in prova si dispone dei parametri di legge costitutiva, dei valori di spostamento alla rottura S_F e deformazione angolare ultima γ_F .

I materiali presi in considerazione sono tutti metallici; non si dispone della composizione chimica dei vari materiali, ma solo i parametri di legge costitutiva. Per questo motivo i diversi materiali verranno indicati con il nome generico del tipo di lega.

Nella tabella seguente sono riportati i valori raccolti in letteratura.

| Materiale | E_0 [MPa] | G_0 [Mpa] | n | t [mm] | $S(F_{max})$ [mm] | $F_{max}/\pi t d$ [N/mm] | γ_F min | γ_F max | S_F [mm] |
|---------------|-------------|-------------|------|--------|-------------------|--------------------------|----------------|----------------|------------|
| Piombo | 17.0 | 7.5 | 0.18 | 12.7 | 1.52 | 117 | 5.2 | 8.6 | 12.7 |
| Stagno | 27.8 | 11.6 | 0.26 | 12.7 | 2.41 | 158 | 3.7 | 4.5 | 12.7 |
| Alluminio (1) | 163.4 | 61.5 | 0.41 | 12.7 | 3.94 | 718 | 2.0 | 3.2 | 12.7 |
| Alluminio (2) | 168.4 | 59.9 | 0.49 | 12.7 | 3.81 | 835 | 2.2 | 2.6 | 12.7 |
| Rame | 443.3 | 182.6 | 0.28 | 12.7 | 2.67 | 1973 | 1.4 | 1.8 | 12.7 |
| Ottone | 773.6 | 258.8 | 0.58 | 12.7 | 4.67 | 2744 | 1.6 | 2.0 | 6.8 |
| Acciaio (1) | 712.2 | 305.7 | 0.22 | 12.7 | 2.41 | 3806 | 1.6 | 2.2 | 7.7 |
| Acciaio (2) | 783.2 | 331.6 | 0.24 | 12.7 | 2.41 | 3975 | 1.5 | 2.0 | 3 |

In [17] è anche riportato un grafico qualitativo delle varie prove;

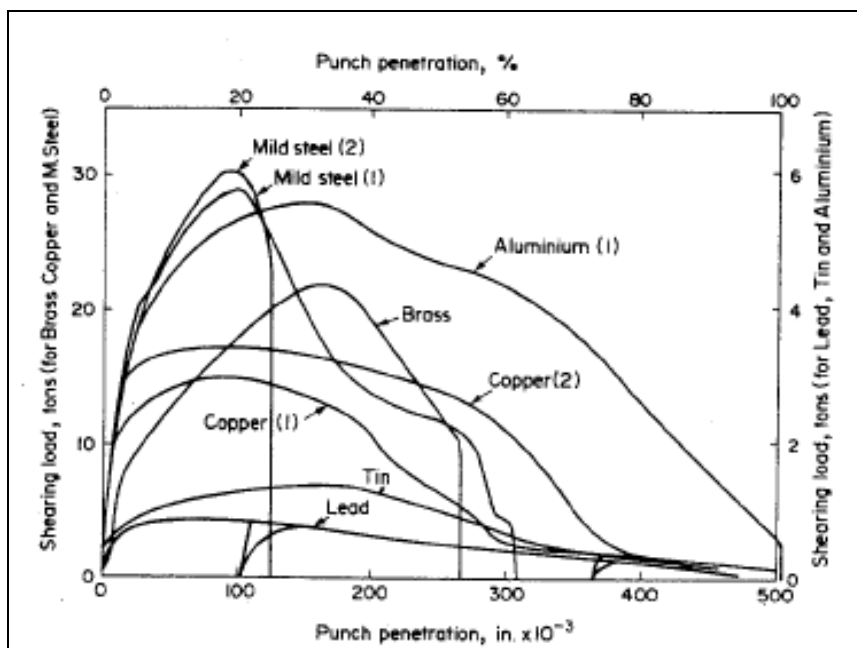


Figura 3.13: Risposta forza-spostamento dei vari materiali

Si procede valutando le previsioni teoriche utilizzando i due modelli proposti e successivamente confrontando tutti i risultati.

3.4.1 – Applicazione del modello di Atkins

Per poter applicare questo modello, oltre ai dati riportati in tabella, sono necessari anche i valori relativi allo spessore della banda di scorrimento w (vedi fig. 3.5), alla posizione di inizio frattura S_{CR} ed al valore del coefficiente di attrito μ . In mancanza di dati certi, si procede come segue:

3.4.1.1 – Posizione di inizio frattura S_{CR}

Non avendo modo di stimare questo parametro, ci si limita a considerare il caso in cui il valore di S_{CR} sia zero. La situazione fisica che corrisponde a questa scelta non è unica.

Se si considera un caso in cui lo spostamento di annullamento della sezione S_F sia pari allo spessore t , allora il fatto di scegliere S_{CR} pari a zero sta a significare che il materiale non si frattura ma continua idealmente a deformarsi plasticamente (vedi eq. (3.14) e (3.15)):

$$l = k(S - S_{CR}) \quad (3.14)$$

$$k = \frac{t - S_F}{S_F - S_{CR}} \quad (3.15)$$

$$S_F = t \Rightarrow l = cost = 0 \quad (3.52)$$

Il caso $S_F = t$, si riferisce alla maggior parte dei materiali di cui si dispongono i dati sperimentali. Osservando il grafico in fig.3.13 si evince che la maggior parte dei materiali in prova si comportano in modo tale da annullare la forza di taglio al raggiungimento della condizione $S=t$ (in figura il valore di spostamento di 500 millesimi di pollice indica esattamente lo spessore della lastra, ovvero 12.7mm).

Se invece si considera un caso in cui lo spostamento S_F sia inferiore allo spessore t , allora il modello simula effettivamente il processo di fatturazione a partire da $S=0$; riferendosi al grafico di fig.3.13 si osserva che i materiali che presentano questo tipo di comportamento sono tre (mild steel 1 ($S_F = 7.7mm$), mild steel 2 ($S_F = 3mm$), brass ($S_F = 6.8mm$)).

3.4.1.2 – Larghezza della banda di scorrimento w

Non avendo valori di riferimento, si procede stimando a ritroso lo spessore w, a partire dai valori sperimentali di forza massima e spostamento in corrispondenza della forza massima (tabella pag.77). Volendo considerare il caso generale si utilizza la forza associata all'equazione (3.18), che per valori nulli di S_{CR} assume la seguente forma:

$$\frac{F}{\pi D} = G_0 \left(\frac{S}{w} \right)^n \left[t - S - \left(\frac{t - S_F}{S_F} \right) S + \mu \left(2S + \left(\frac{t - S_F}{S_F} \right) S \right) \right] \quad (3.53)$$

Applicando la (3.53) al valore di forza massima si ottiene:

$$\frac{F_{MAX}}{\pi D} = G_0 \left(\frac{S^*}{w} \right)^n \left[t - S^* - \left(\frac{t - S_F}{S_F} \right) S^* + \mu \left(2S^* + \left(\frac{t - S_F}{S_F} \right) S^* \right) \right] ; \quad S^* = S(F_{MAX}) \quad (3.54)$$

Invertendo la (3.54) è possibile valutare la larghezza w.

$$w = \left(\frac{G_0 \cdot S^{*n} \left[t - S^* - \left(\frac{t - S_F}{S_F} \right) S^* + \mu \left(2S^* + \left(\frac{t - S_F}{S_F} \right) S^* \right) \right]}{\left(\frac{F_{MAX}}{\pi D} \right)} \right)^{1/n} \quad (3.55)$$

Prima di procedere con il confronto tra risultati teorici (secondo il modello di Atkins) e sperimentali, è opportuno osservare che se si valuta il parametro w partendo dai risultati sperimentali stessi (Risultati sperimentali: Forza massima F_{MAX} e spostamento corrispondente $S(F_{MAX})$), la previsione teorica sarà tale da interpolare perfettamente il valore di forza massima e relativo spostamento. In base a questa osservazione quello che si intende valutare è la capacità del modello di individuare correttamente il valore di spostamento corrispondente alla forza massima.

3.4.1.3 – Coefficiente di attrito μ

Si effettua la stima dei valori di forza ipotizzando tre diversi valori del coefficiente di attrito:

$$\mu=0$$

$$\mu=0.1$$

$$\mu=0.2$$

3.4.2 – Applicazione del modello di Wierzbicki

La valutazione delle previsioni secondo il modello di Wierzbicki viene fatta utilizzando l'equazione (3.49), determinando i parametri mediante la (3.51), (3.41) e (3.47).

Per coerenza con le previsioni fatte mediante il modello di Atkins, anche in questo caso si considera $S_{CR}=0$. Il valore γ_F viene valutato come media dei valori min e max indicati in tabella.

3.4.4 – Valori sperimentali e teorici.

Per ogni singolo materiale si traccia il grafico della forza prevista in funzione dello spostamento S mediante il modello di Atkins per i tre valori di coefficiente di attrito e mediante il modello di Wierzbicki. In ogni grafico è riportato anche il valore sperimentale di forza massima e relativo spostamento (tabella pag.77).

3.4.4.1- Piombo

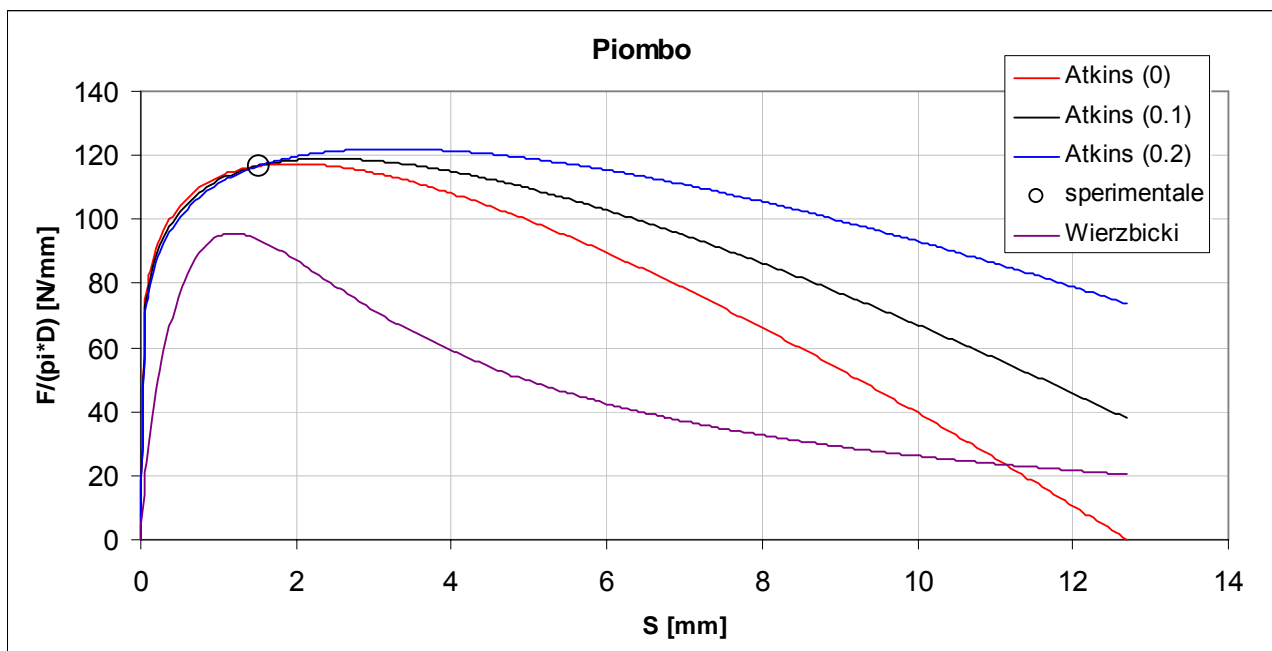


Figura 3.14: Valori teorici vs sperimentali : Piombo

Dal grafico in fig. 3.14 si osserva che il modello di Atkins individua correttamente il punto sperimentale di forza massima e relativo spostamento in caso coefficiente di attrito nullo (curva rossa, $\mu=0$). Per quanto riguarda invece il modello di Wierzbicki si osserva una previsione ragionevolmente buona dello spostamento relativo al picco di forza (sperimentale 1.52mm, teorico

1.2mm), mentre il valore di forza stesso viene sottostimato del 18% circa (sperimentale 117N/mm, teorico 96N/mm).

3.4.4.2 – Stagno

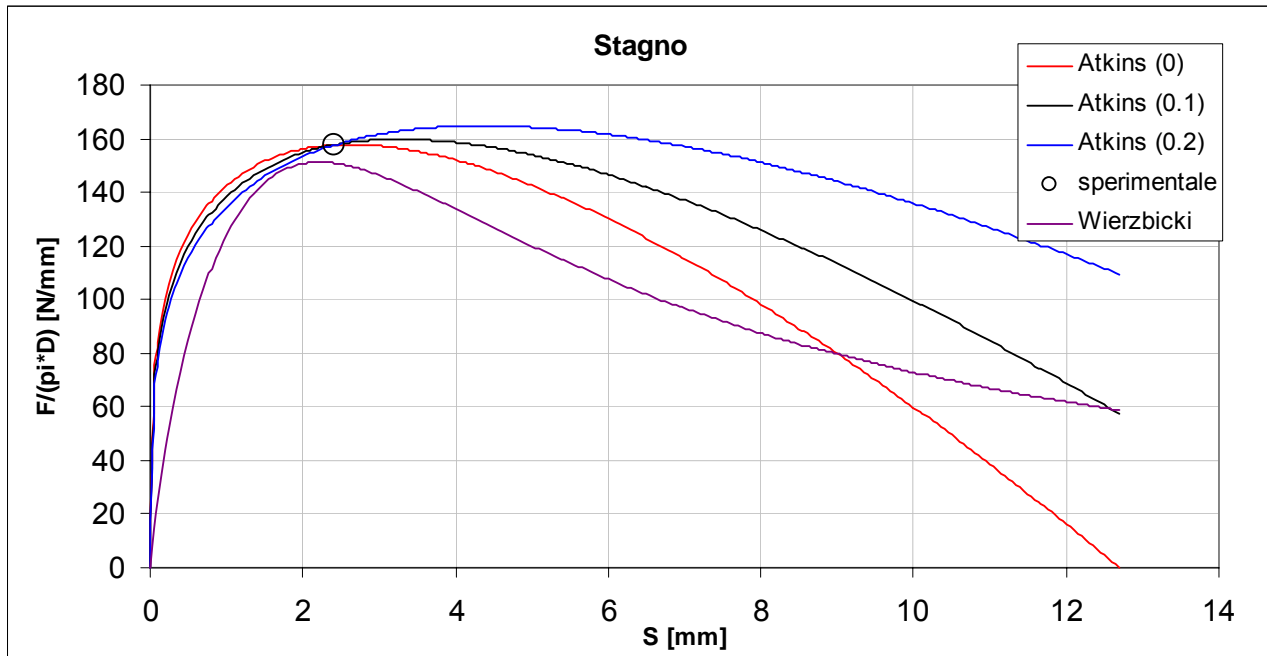


Figura 3.15: Valori teorici vs sperimentali : Stagno

Anche in questo caso si osserva che il modello di Atkins individua correttamente il picco di forza per coefficiente di attrito nullo; questa osservazione è valida anche per i due alluminio e per il rame (successivi tre materiali).

Per quanto riguarda il modello di Wierzbicki, il picco teorico è sensibilmente prossimo a quello sperimentale; anche in questo caso il modello sottostima il valore sperimentale di forza massima (F_{max} : teorica 151N/mm, sperimentale 158N/mm. $S(F_{max})$: teorico 2.2mm, sperimentale 2.4mm).

3.4.4.3 – Alluminio (1)

Rispetto ai casi precedenti si osserva lo stesso comportamento, fatta eccezione per il fatto che il modello di Wierzbicki pur individuando correttamente lo spostamento relativo al picco di forza sovrastima in modo evidente il valore della forza massima stessa (F_{max} : teorica 881N/mm, sperimentale 718N/mm).

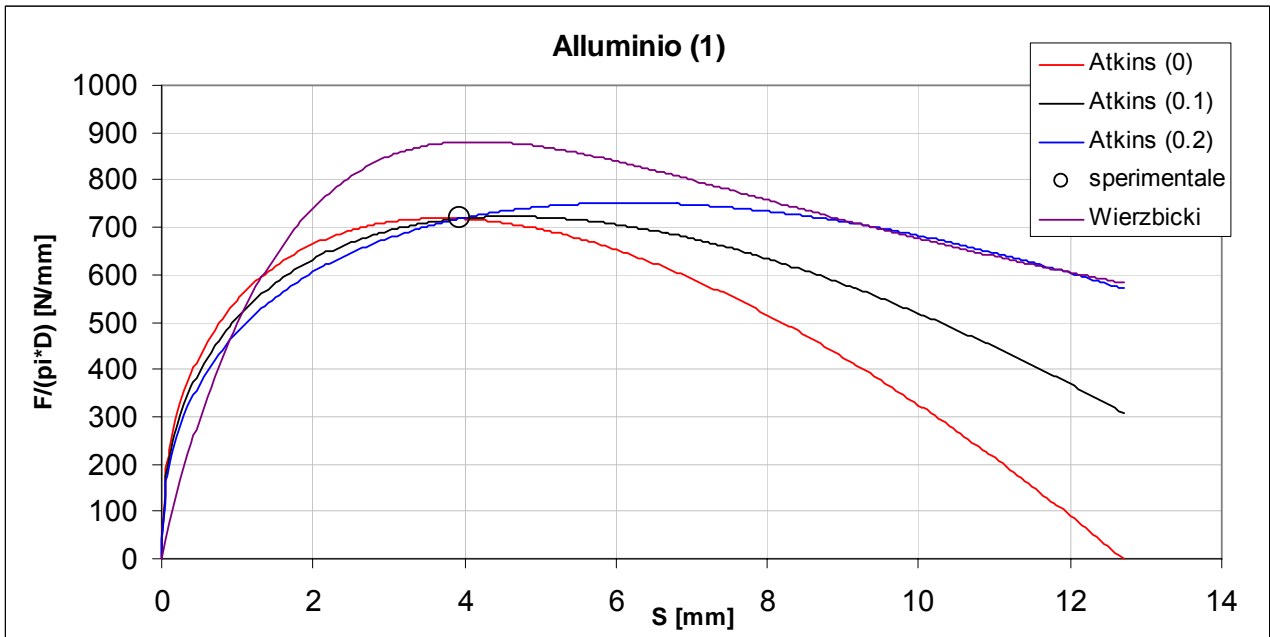


Figura 3.16: Valori teorici vs sperimentali : Alluminio(1)

3.4.4.4 – Alluminio (2)

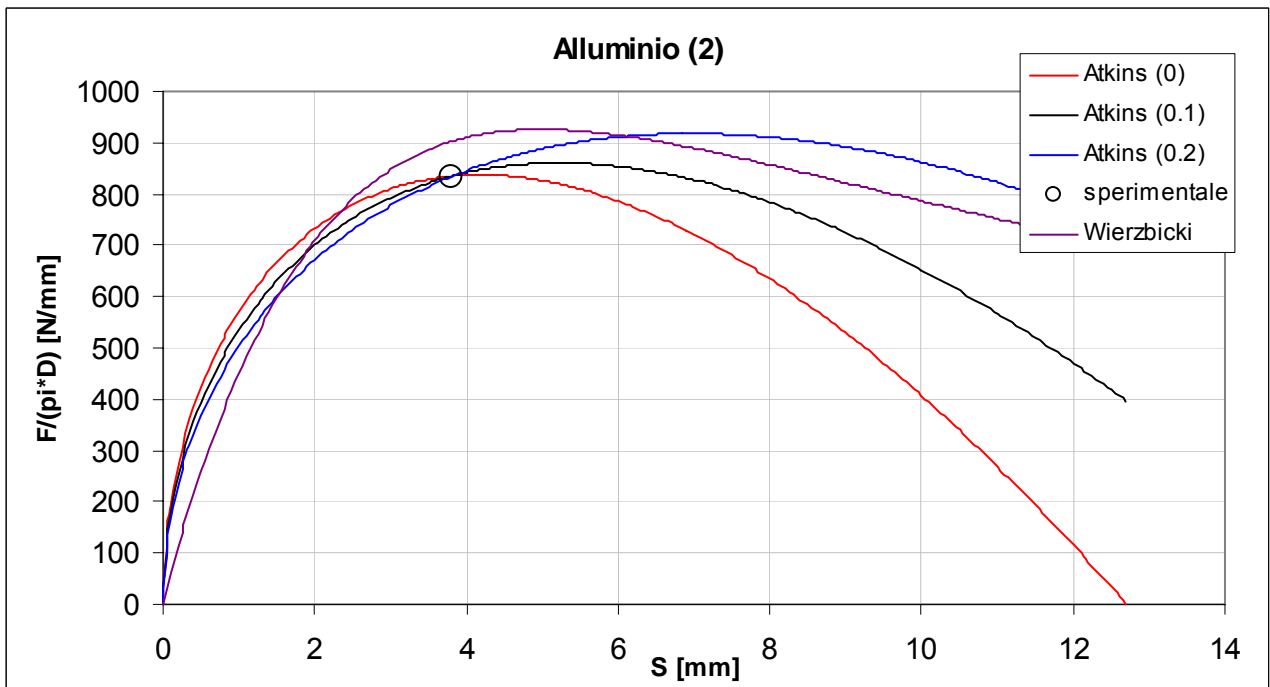


Figura 3.17: Valori teorici vs sperimentali : Alluminio(2)

Rispetto al caso precedente, con riferimento al modello teorico di Wierzbicki, si osserva in questo caso anche un decentramento del valore di spostamento relativo alla forza massima teorico rispetto a quello sperimentale (F_{max} : teorica 926N/mm, sperimentale 835N/mm; $S(F_{max})$: teorico 5mm, sperimentale 3.81mm).

3.4.4.5 – Rame

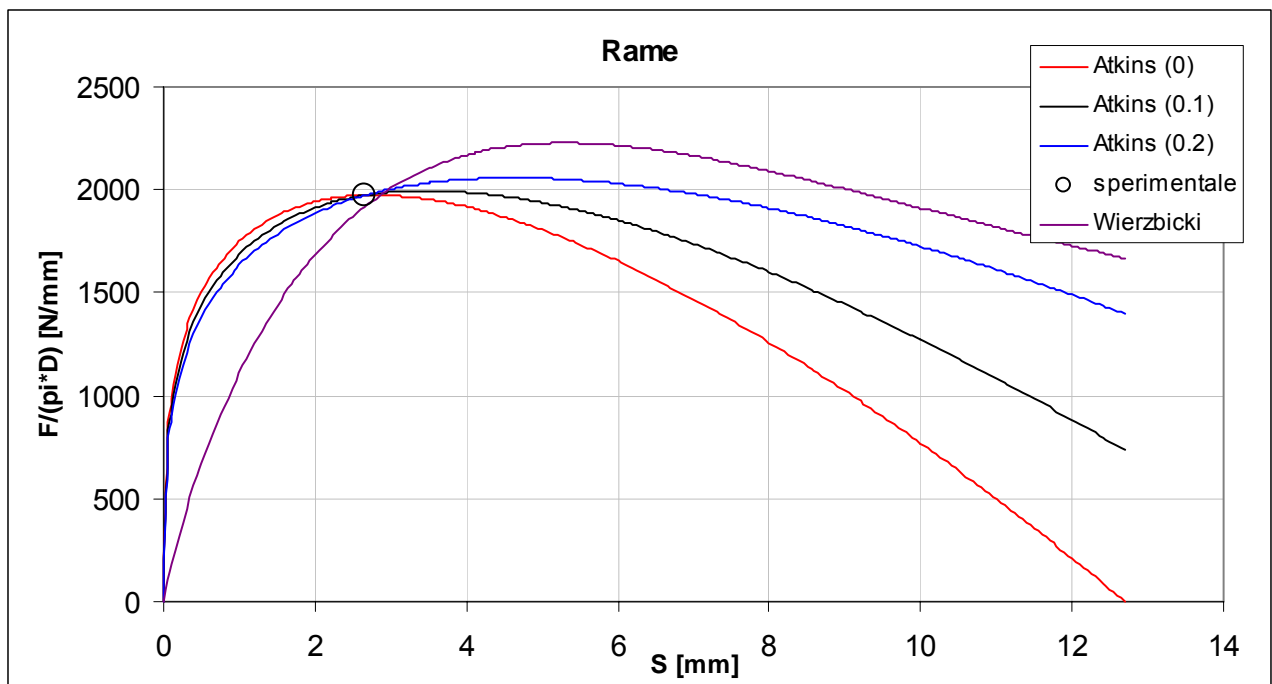


Figura 3.18 : Valori teorici vs sperimentali : Rame

Il comportamento teorico è simile al caso precedente.

3.4.4.6 – Ottone

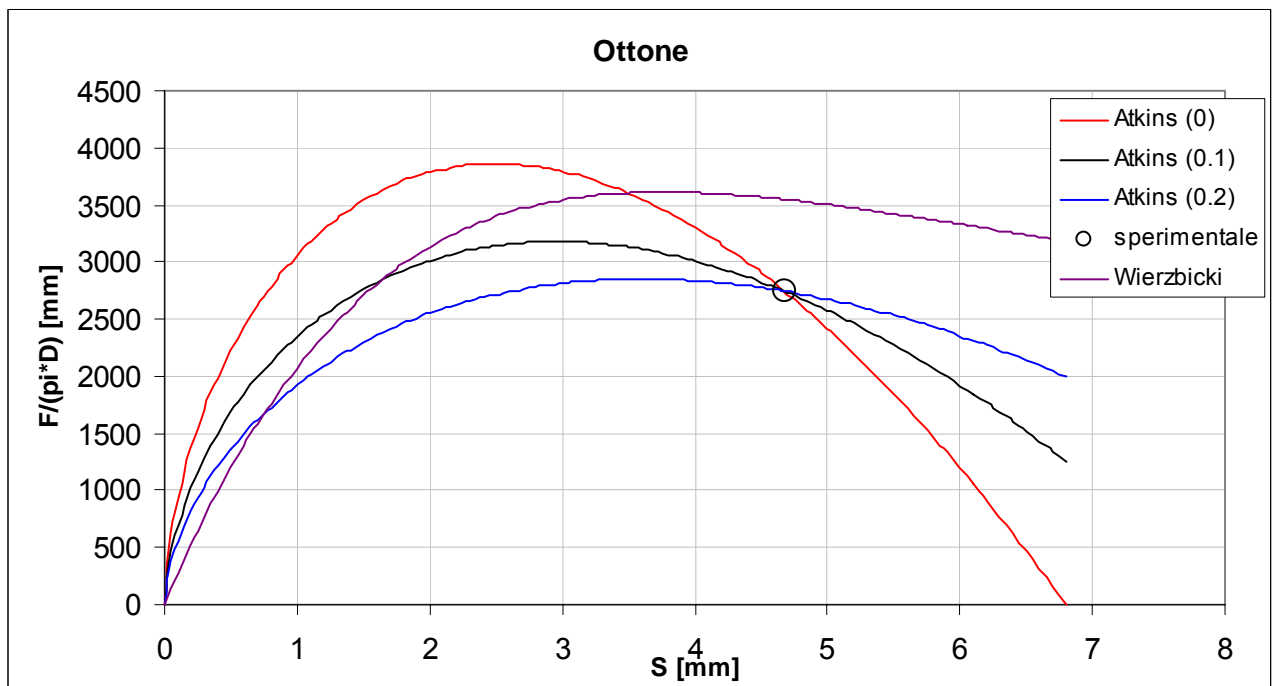


Figura 3.19 : Valori teorici vs sperimentali : Rame

A differenza dei casi precedenti, questo materiale (unitamente ai materiali seguenti) è caratterizzato da un valore S_F inferiore allo spessore t . Per apprezzare questo aspetto si rimanda alla fig. 3.13.

Si osserva che il modello di Atkins, che fino a questo momento ha sempre presentato un buon comportamento in relazione ai valori sperimentali di picco, sovrastima in modo evidente i valori di forza massima; l'errore della previsione di Atkins risulta tanto più elevato quanto più basso è il coefficiente di attrito. Per quanto riguarda il modello di Wierzbicki si osserva un errore in eccesso nella stima del valore di forza massima.

3.4.4.7 – Acciaio (1)

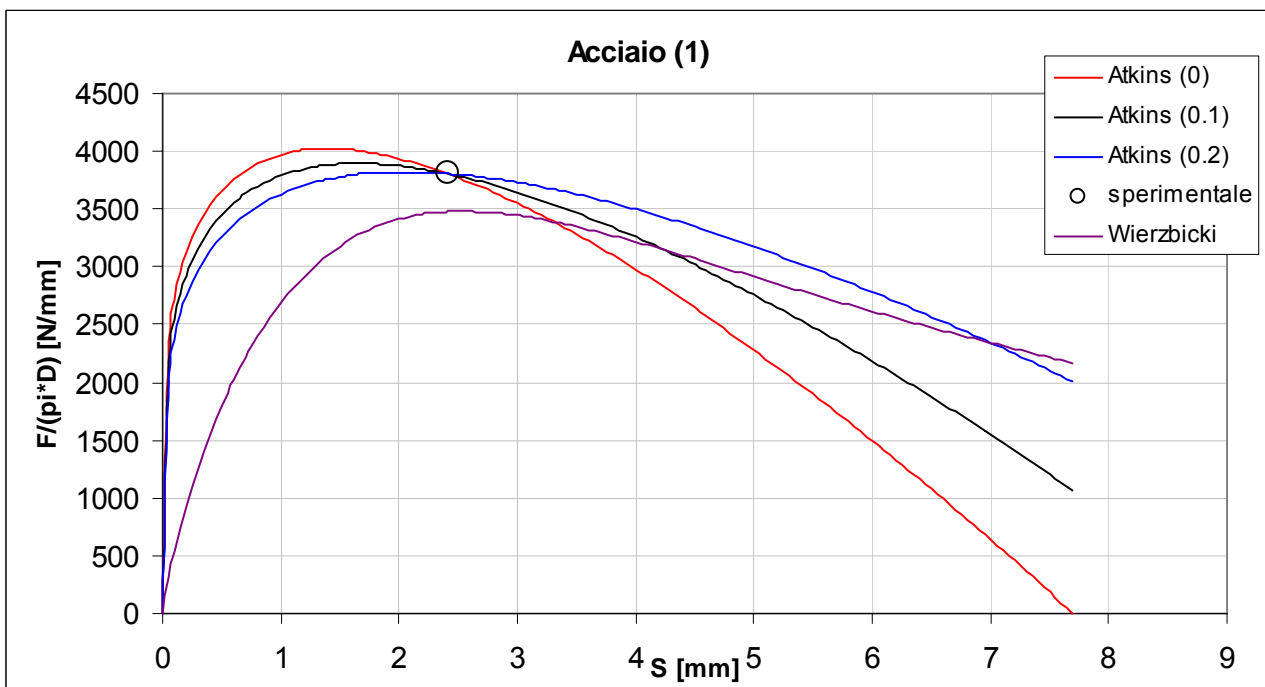


Figura 3.20: Valori teorici vs sperimentali : Acciaio (1)

Il comportamento dei valori teorici è del tutto simile a quello del caso precedente fatta eccezione per il modello di Wierzbicki che sottostima la forza massima.

3.4.4.8 – Acciaio (2)

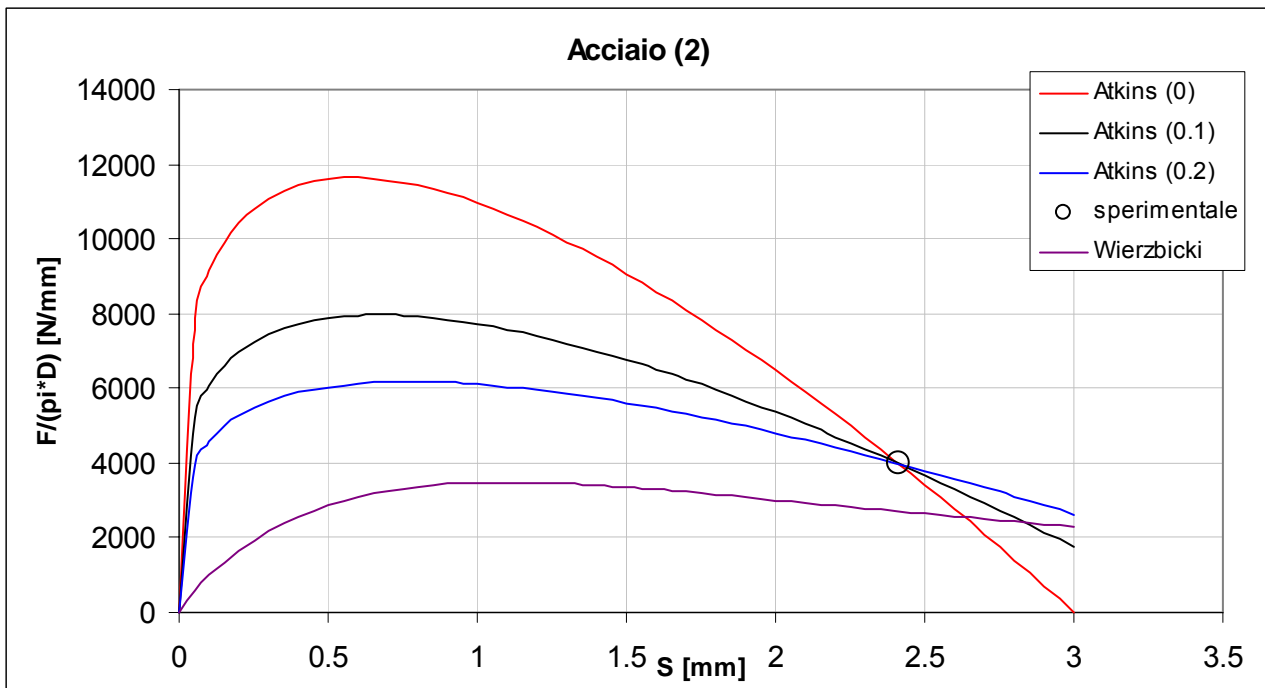


Figura 3.21: Valori teorici vs sperimentali : Acciaio (2)

In fig. 3.21 si osserva lo stesso andamento qualitativo di fig.3.20, con errori notevolmente amplificati. In questo caso il modello di Wierzbicki approssima in modo soddisfacente il valore di forza massima pur sbagliando in modo evidente la previsione in termini di spostamento relativo alla forza massima.

Dalle osservazioni fatte, si evince che per materiali caratterizzati da $S_F = t$ (affondamento punzone per il quale si annulla la forza uguale allo spessore della lastra) il modello di Atkins fornisce risultati buoni se applicato con coefficiente di attrito nullo mentre per materiali caratterizzati da $S_F < t$ (ottone e acciai) il modello di Wierzbicki acquista una affidabilità paragonabile al modello di Atkins, affidabilità che in qualche caso (acciaio2) risulta addirittura superiore a quella del modello di Atkins stesso.

4 – TAGLIO MEDIANTE UTENSILE A GEOMETRIA VARIABILE

4.1 – Premessa

Nel capitolo introduttivo si è fatto cenno al taglio di lastre mediante utensile a geometria variabile; Sostanzialmente questo tipo di taglio è caratterizzato da una o più lame che tagliano la lastra in lavorazione, la cui peculiarità sta nel fatto che le lame durante l'operazione di taglio modificano la loro posizione mediante un movimento roto-traslatorio e non semplicemente traslatorio come nel caso di utensile a geometria fissa (cap. 2).

Questa operazione di taglio è presente nell'esperienza comune di tutti e si concretizza utilizzando un paio di forbici. Sostanzialmente il tipo di taglio di cui ci si intende occupare in questo capitolo è il taglio mediante forbici.

Sebbene l'operazione di taglio in oggetto sia molto semplice da realizzare, il meccanismo di taglio che si instaura nella zona di separazione del materiale è molto complesso e oltretutto è stato affrontato solo da pochi autori. Il numero di pubblicazioni dedicate a questo argomento è decisamente basso.

Prima di procedere ad esaminare i modelli matematici proposti in letteratura, è opportuno sottolineare la complessità di questo tipo di taglio; proprio a causa di tale complessità, i modelli proposti non possono che essere basati su ipotesi semplificative e di conseguenza approssimati.

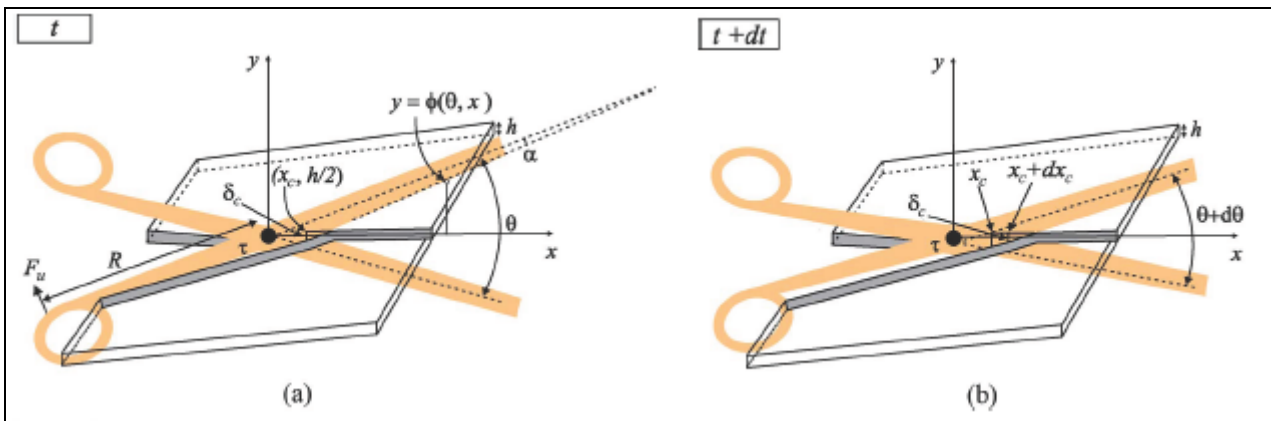


Figura 4.1: Taglio mediante forbici

In figura 4.1, è rappresentato un comune taglio mediante forbici.

Da una prima analisi qualitativa del meccanismo, è possibile individuare due contributi.

1) Il primo contributo è associato al taglio che si realizza per effetto della chiusura delle lame: Passando dall'istante "t" (fig.4.1a) all'istante "t+dt" (fig.4.1b), l'angolo di chiusura delle lame si riduce (dal valore θ al valore $\theta+d\theta$) per effetto della forza "Fu" applicata alle impugnature della forbice facendo avanzare il taglio. Per effetto della chiusura delle lame il taglio avanza anche in assenza di avanzamento del perno τ delle forbici, localizzato nell'origine del sistema di riferimento xy (fig. 4.1). Questo primo contributo, ovvero l'avanzamento del taglio per effetto della chiusura delle lame in assenza di moto relativo tra lastra e perno, è caratterizzato dalla variabilità della geometria di taglio.

2) Il secondo contributo è invece associato al taglio che si realizza per effetto dell'avanzamento del perno τ in assenza di chiusura delle lame: Passando dall'istante "t" all'istante "t+dt", se l'angolo θ rimane invariato ma il perno τ avanza allora si realizza comunque un taglio. Tale tipo di taglio è riconducibile al caso di taglio con utensile a geometria fissa, caratterizzato da una forma particolare dettata dalla geometria delle lame e dalla posizione delle stesse in termini di angolazione θ .

Il meccanismo complessivo è dato in generale dalla sovrapposizione dei due contributi appena descritti.

Volendo rimandare parte dell'analisi del meccanismo di taglio agli argomenti già esposti nei capitoli precedenti, è immediato capire che il contributo "2)" potrebbe essere affrontato utilizzando i modelli visti nel capitolo 2. Oltre a questo aspetto, si osserva anche che per quanto le lame siano sottili ed affilate, e per quanto possano essere assemblate tra di loro con precisione, non è possibile evitare un certo disassamento delle lame stesse in direzione z (fig.4.1). Il fatto che le lame debbano per forza di cose essere posizionate su piani paralleli tra loro (paralleli al piano xy (fig.4.1)), fa sì che anche il meccanismo di taglio per scorrimento tangenziale (capitolo 3) venga in qualche modo chiamato in causa.

In figura 4.2 è richiamato il meccanismo in oggetto.

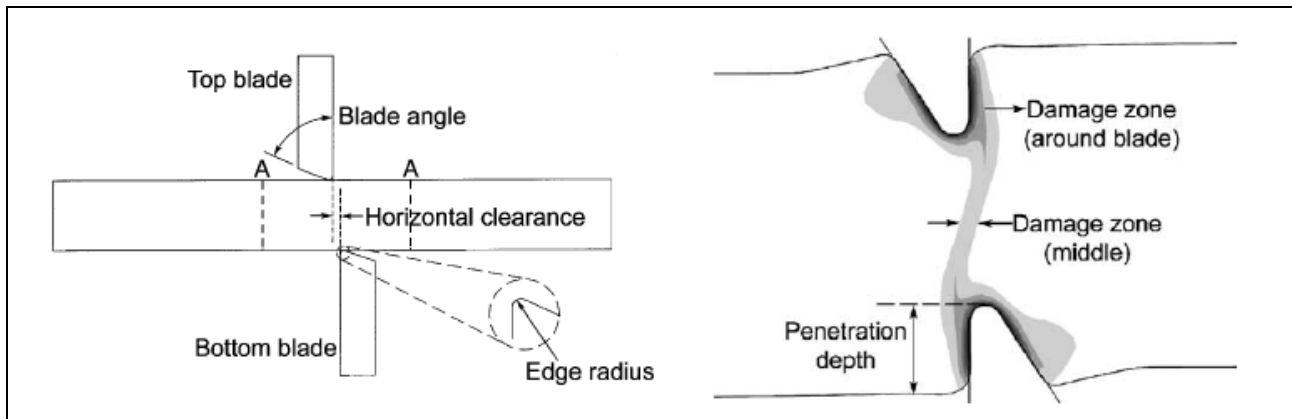


Figura 4.2: Scorrimento tangenziale durante il taglio con forbici (piano yz di figura 4.1)

Dalle osservazioni effettuate, ci si rende conto che il meccanismo di taglio è decisamente complesso. Il taglio mediante forbici può essere visto in qualche modo come sovrapposizione di un taglio ordinario a geometria fissa (capitolo 2), un taglio per scorrimento tangenziale (capitolo 3) e un taglio caratterizzato da utensile roto-traslante. In particolare quest'ultimo tipo di taglio verrà trattato in questo capitolo.

4.2 - Modello di Atkins

Atkins e Xu [19], propongono un modello energetico, basato sull'energia di frattura R , seguendo lo stesso tipo di approccio già visto nel capitolo 2.2.

Sostanzialmente il modello proposto si basa esclusivamente su considerazioni geometriche che permettono di valutare l'entità della sezione di taglio a partire dalla configurazione geometrica della forbice. Gli autori prendono in considerazione esclusivamente il contributo di chiusura delle lame, mentre ignorano l'effetto di avanzamento del perno; sostanzialmente il modello proposto è dedicato al solo caso di taglio mediante forbici in assenza di movimento relativo tra perno delle forbici stesse e lastra in lavorazione.

Il modello cinematico considerato è rappresentato nelle figure 4.3 e 4.4.

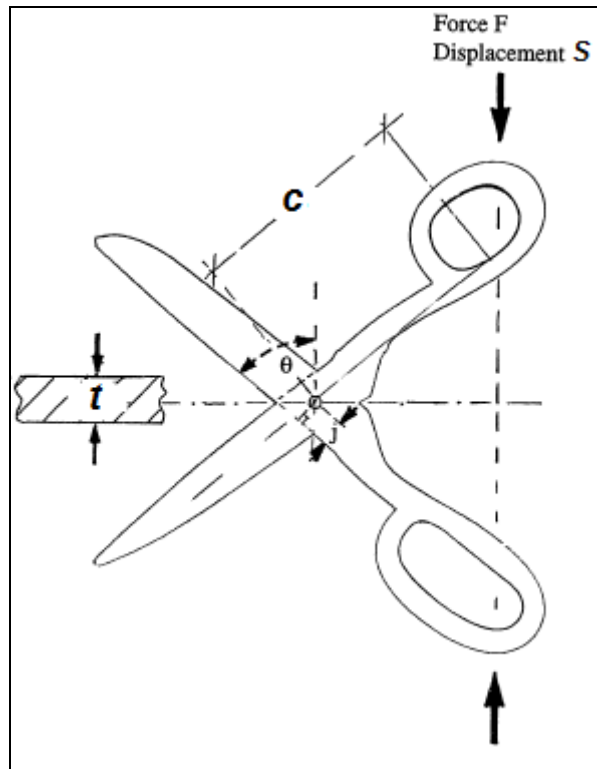


Figura 4.3 : Modello cinematico (1)

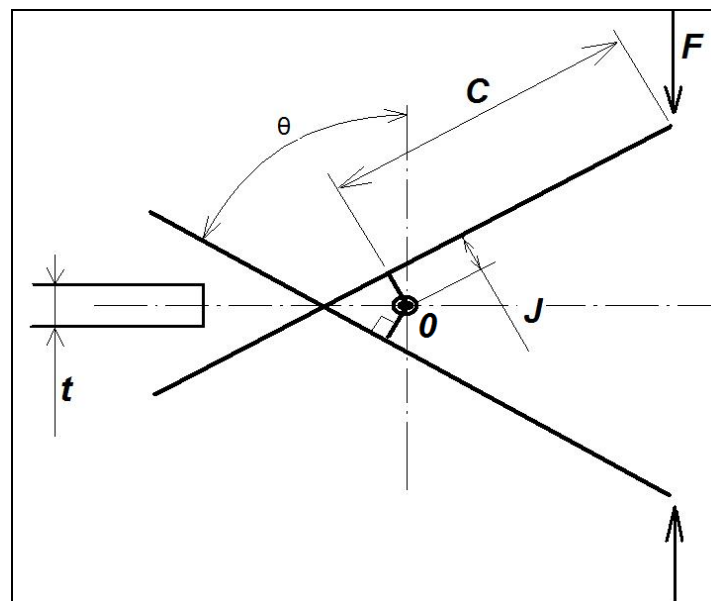


Figura 4.4: Modello cinematico (2)

Procedendo secondo lo stesso approccio di bilancio energetico utilizzato nel capitolo 2.2.1, Atkins propone di valutare la forza di taglio F (fig. 4.3) come segue:

$$F \cdot dS = R \cdot dA + d \quad (4.1)$$

Dove il termine $F \cdot dS$ indica il lavoro della forza F , il termine $R \cdot dA$ indica l'energia di frattura relativa ad un aumento della sezione tagliata pari a dA (R è l'energia di frattura per unità di superficie) e " d " rappresenta il generico termine di attrito.

Sulla base del modello cinematico rappresentato in figura 4.4, il lavoro della forza F è dato da:

$$F \cdot dS = F(C - J \cdot \cot \theta) \cdot \text{sen} \theta \cdot d\theta \quad (4.2)$$

Tramite la (4.2) è possibile valutare il lavoro in funzione della posizione di apertura θ . Volendo ricavare la forza F in funzione delle caratteristiche della lastra (materiale e spessore) e della posizione di apertura θ è necessario esprimere il termine dA in funzione di $d\theta$.

Per individuare la correlazione che intercorre tra dA e $d\theta$ si procede ad analizzare il progressivo avanzamento della lama secondo lo schema rappresentato in fig. 4.5.

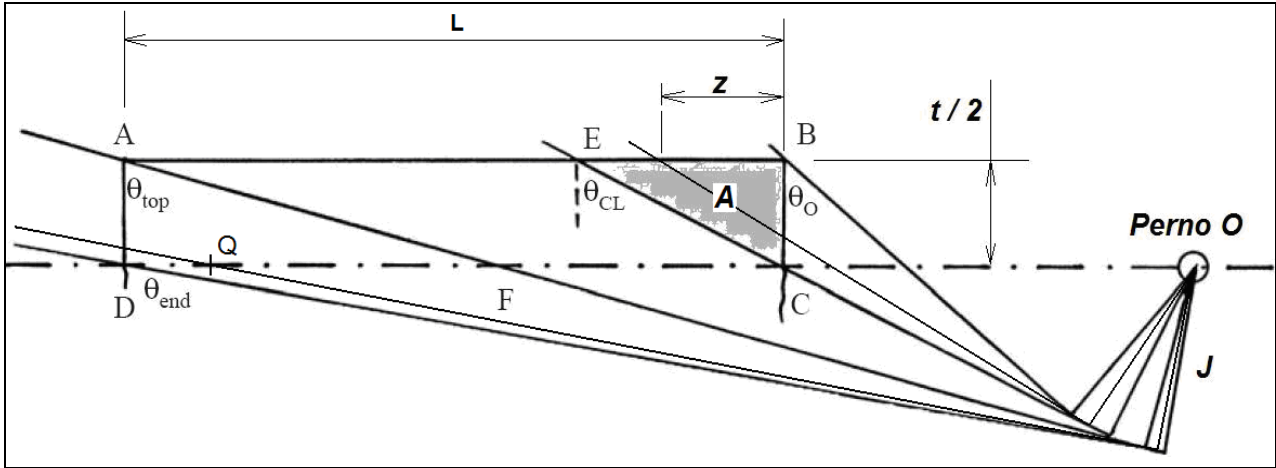


Figura 4.5: Schema di taglio (ipotesi di simmetria)

Con riferimento alle tre possibili condizioni di taglio (fig.4.5), gli autori propongono le seguenti correlazioni per valutare il rapporto tra dA e $d\theta$.

1) $\theta_0 < \theta < \theta_{CL}$:

$$d(\text{Area}) = dA = \left(\frac{z \cdot dz}{\tan \theta} \right) - \left(\frac{z^2 \cdot d\theta}{2 \cdot \text{sen}^2 \theta} \right) \quad (4.3)$$

$$dz = \left(\frac{t \cdot d\theta}{2 \cdot \cos^2 \theta} \right) + \left(\frac{J \cdot \text{sen} \theta \cdot d\theta}{\cos^2 \theta} \right) \quad (4.4)$$

2) $\theta_{CL} < \theta < \theta_{top}$:

$$d(\text{Area}) = dA = \left(\frac{t^2 \cdot d\theta}{8 \cdot \cos^2 \theta} \right) + \left(\frac{t \cdot J \cdot \text{sen} \theta \cdot d\theta}{2 \cdot \cos^2 \theta} \right) \quad (4.5)$$

3) $\theta_{top} < \theta < \theta_{end}$:

$$d(\text{Area}) = dA = -0.5 \left[2 \cdot \overline{DQ} \cdot \tan \theta \cdot d(\overline{DQ}) - \left\{ \frac{(\overline{DQ})^2 \cdot d\theta}{\cos^2 \theta} \right\} \right] / \tan^2 \theta \quad (4.6)$$

$$d(\overline{DQ}) = \frac{-J \cdot \text{sen} \theta \cdot d\theta}{\cos^2 \theta} \quad (4.7)$$

Sostanzialmente, considerando il generico caso caratterizzato da $\theta_{CL} < \theta < \theta_{top}$, in assenza di attrito il criterio è definito sostituendo la (4.2) e la (4.5) nella (4.1):

$$F = \frac{R \cdot \left[\left(\frac{t^2}{8 \cdot \cos^2 \theta} \right) + \left(\frac{t \cdot J}{2 \cdot \cos^2 \theta} \right) \right]}{(C - J \cdot \cot \theta) \cdot \sin \theta} \quad (4.8)$$

Dovendo considerare anche la componente di attrito, Atkins propone di utilizzare la seguente correlazione, già utilizzata nel capitolo 2.

$$F_{total} = F_{Frictionless} (1 + M) \quad (4.9)$$

Dove M è un parametro adimensionale definito dal rapporto tra la larghezza di contatto della lama “L” e l’energia di frattura “R” moltiplicato per la forza di attrito tangenziale unitaria “ τ_f ”.

$$M = \frac{\tau_f \cdot L}{R} \quad (4.10)$$

4.3 - Modello di Mahvash

Mahvash ([20]) propone un modello concettualmente simile a quello di Atkins ma caratterizzato da una diversa scelta delle variabili cinematiche.

Come nel caso precedente ci si concentra sull’aspetto di chiusura delle lame in assenza di avanzamento del perno.

Come rappresentato in figura 4.1, il modello si riferisce ad un sistema xy con asse x orientato secondo la direzione di avanzamento del taglio ed asse y orientato normalmente alla lastra in lavorazione; l’origine del sistema è posizionata in corrispondenza del perno della forbice che si ipotizza fisso.

Il modello cinematico viene definito secondo parametri geometrici differenti rispetto al modello di Atkins; in fig. 4.6 è rappresentato il modello cinematico adottato.

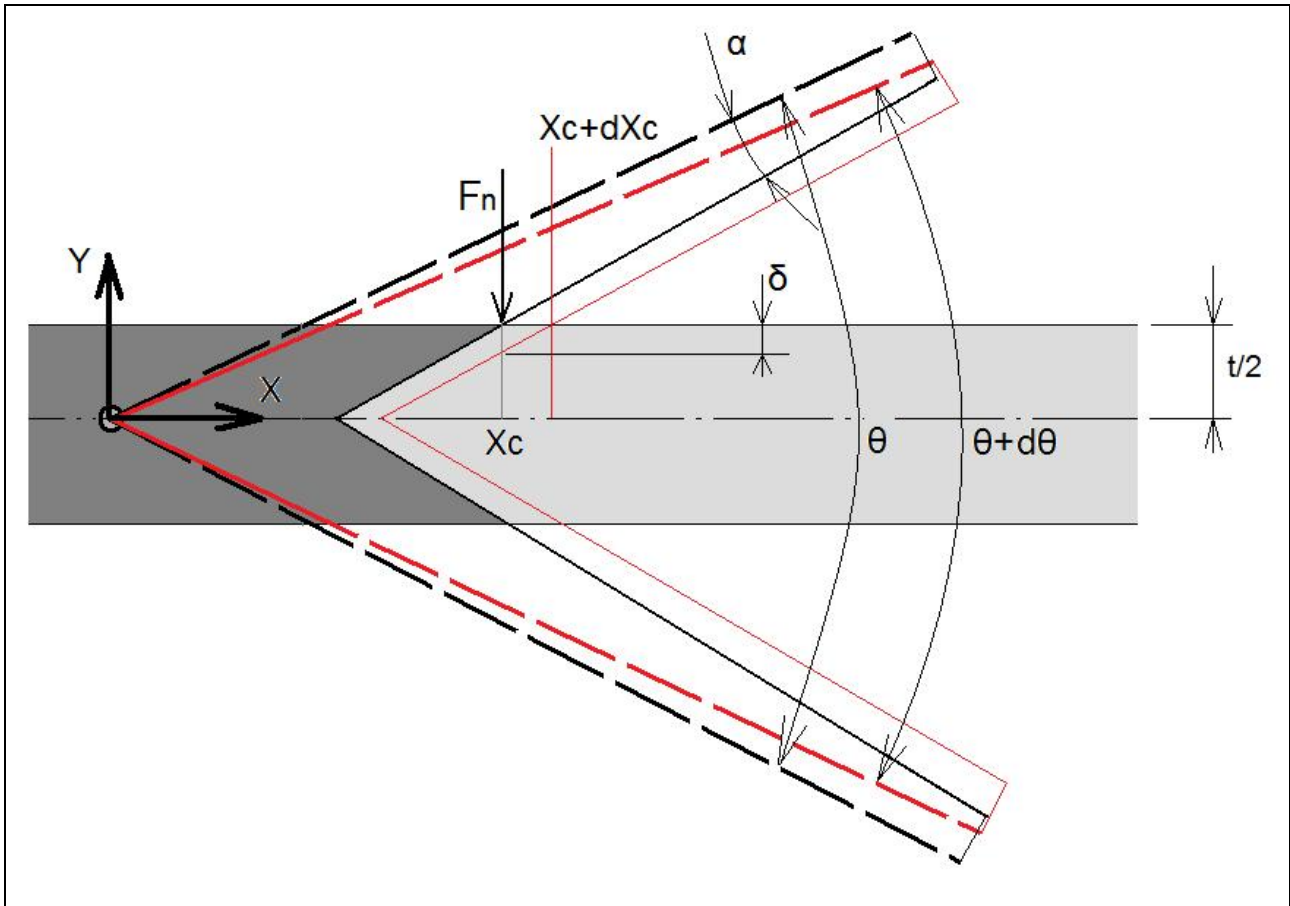


Figura 4.6: Modello cinematico di Mahvash

Il modello considera una forza F_n applicata nel punto di estremità superiore del bordo di taglio che secondo gli autori è funzione non lineare dell'affondamento δ (definito come abbassamento del punto di applicazione di F_n : vedi fig. 4.6).

$$F_n = g(\delta) \quad (4.11)$$

In prima approssimazione, la porzione di sezione della lamina che viene tagliata durante la chiusura delle lame secondo l'angolo $d\theta$ vale:

$$dA = t \cdot dX_c \quad (4.12)$$

Le grandezze principali che variano durante la chiusura delle lame sono le seguenti:

- Tempo: $T \rightarrow T + dT$ (4.13)

- Posizione superiore apice della fessura: $(X_c; t/2) \rightarrow (X_c + dX_c; t/2)$ (4.14)

- Angolo relativo tra le lame: $\theta \rightarrow \theta + d\theta$ (4.15)

- Area di taglio: $A \rightarrow A + dA = A + t \cdot dX_c$ (4.16)

Per stimare la coppia necessaria alla chiusura delle lame l'autore propone la seguente:

$$C = F_n \cdot X_c \cdot (\cos \alpha) \quad (4.17)$$

Il modello viene sviluppato considerando una geometria delle lame non necessariamente rettilinea. In fig.4.7 è definita la curva Φ che identifica il bordo tagliente della lama relativamente allo stesso sistema di riferimento XY utilizzato in fig.4.1 e 4.6.

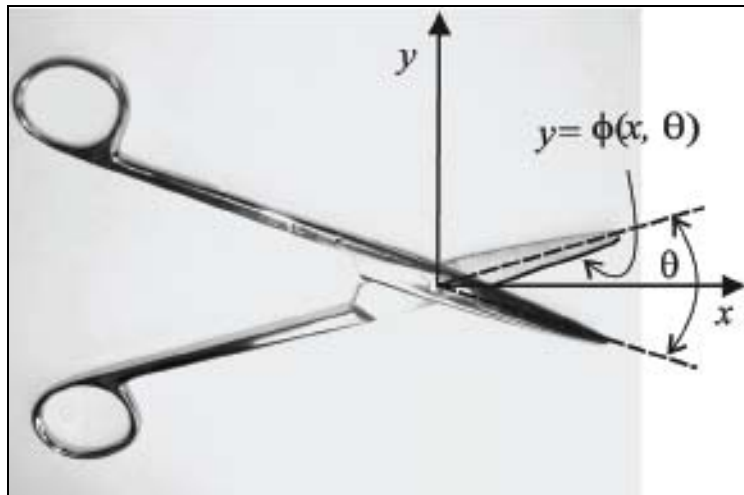


Figura 4.7: Curva che identifica il bordo lama

Volendo utilizzare la (4.11) per valutare la forza F_n , è necessario identificare il valore dell'affondamento δ in funzione dei parametri geometrici.

Utilizzando la definizione della curva $\phi(x, \theta)$ di fig.4.7, è possibile identificare l'affondamento δ secondo la seguente correlazione:

$$t/2 - \delta = \phi(X_c, \theta) \rightarrow \delta = t/2 - \phi(X_c, \theta) \quad (4.18)$$

Anche Mahvash, come Atkins, segue un approccio di tipo energetico; Il bilancio energetico tra gli istanti "T" e "T+dT" viene affrontato come segue:

$$dWe = dWa + dU \quad (4.19)$$

Dove i vari termini assumono il significato rispettivamente di lavoro esterno (dWe), energia rilasciata durante l'avanzamento della frattura (dWa) ed energia elastica immagazzinata nella lastra per effetto del meccanismo deformativo (dU). Tali termini possono essere legati ai parametri in gioco tramite le seguenti correlazioni.

$$dWe = -C \cdot d\theta \quad (4.20)$$

Il segno negativo che caratterizza la (4.20) è da attribuire al fatto che durante la fase di chiusura delle lame l'angolo θ diminuisce, con conseguente valore negativo di $d\theta$ (vedi fig. 4.6).

$$dWa = R \cdot dA = R \cdot t \cdot dX_c \quad (4.21)$$

Dove con R si è indicata l'energia di frattura del materiale.

Sostituendo la (4.20) e la (4.21) nella (4.19) si ottiene:

$$C = -R \cdot t \cdot \frac{dXc}{d\theta} - \frac{dU}{d\theta} \quad (4.22)$$

Trascurando il termine associato all'energia elastica si ottiene che la coppia C è proporzionale al termine $dXc/d\theta$.

$$C = -R \cdot t \cdot \frac{dXc}{d\theta} \quad (4.23)$$

Per ottenere una correlazione che esprima la coppia C direttamente in funzione dei parametri in gioco si procede esplicitando il termine $dXc/d\theta$ in funzione dell'affondamento δ e quindi del profilo della lama ϕ secondo il procedimento riportato.

$$t/2 - \delta = \phi(Xc, \theta) \rightarrow \delta = t/2 - \phi(Xc, \theta) \quad (4.18)$$

$$\frac{d\delta}{d\theta} = \frac{1}{2} \frac{dt}{d\theta} - \frac{d\phi(Xc, \theta)}{d\theta} = 0 - \frac{d\phi(Xc, \theta)}{d\theta} = -\frac{\partial\phi}{\partial\theta} - \frac{\partial\phi}{\partial Xc} \cdot \frac{dXc}{d\theta} \quad (4.24)$$

Per valori modesti dell'angolo di apertura delle lame θ , il termine di affondamento diventa trascurabile rispetto al termine di avanzamento della frattura; In base a questa osservazione l'autore propone di trascurare il termine $d\delta/d\theta$.

$$\frac{dXc}{d\theta} = -\frac{\partial\phi/\partial\theta}{\partial\phi/\partial Xc} \quad (4.25)$$

Sostituendo la (4.25) nella (4.23) si ottiene che in prima approssimazione la coppia necessaria all'avanzamento del taglio dipende dalle caratteristiche del materiale (R), dallo spessore (t), dalla forma e dalla posizione angolare della lama.

$$C = R \cdot t \cdot \frac{\partial\phi/\partial\theta}{\partial\phi/\partial Xc} \quad (4.26)$$

5 – SIMULAZIONI NUMERICHE

5.1 – Premessa

L'approccio che viene tipicamente utilizzato per la simulazione ad elementi finiti del processo di fratturazione di gusci sottili prevede di eseguire una simulazione dinamica nel dominio del tempo; tramite questo approccio è possibile calcolare passo-passo, ovvero ad ogni passo temporale simulato, il valore di sforzi e deformazioni in ogni singolo elemento. Ipotizzando un determinato livello di rottura in termini di sforzo o in termini di deformazione è possibile “eliminare” dalla simulazione quegli elementi per i quali il livello di sforzo o di deformazione uguaglia o supera il livello stabilito.

Un esempio di questo tipo di approccio è descritto in [21], dove si simula la rottura per tranciatura di un nastro magnetico; in questo esempio il criterio di rottura è assunto secondo una soglia di deformazione equivalente applicato ad una analisi elasto-plastica.

In figura 5.1 viene sintetizzata in modo intuitivo la logica della simulazione: ipotizzando di premere una sfera rigida su di una superficie caratterizzata da comportamento elasto-plastico e adottando un determinato livello di deformazione equivalente come criterio di rottura, si individuano gli elementi che devono essere eliminati dalla simulazione.

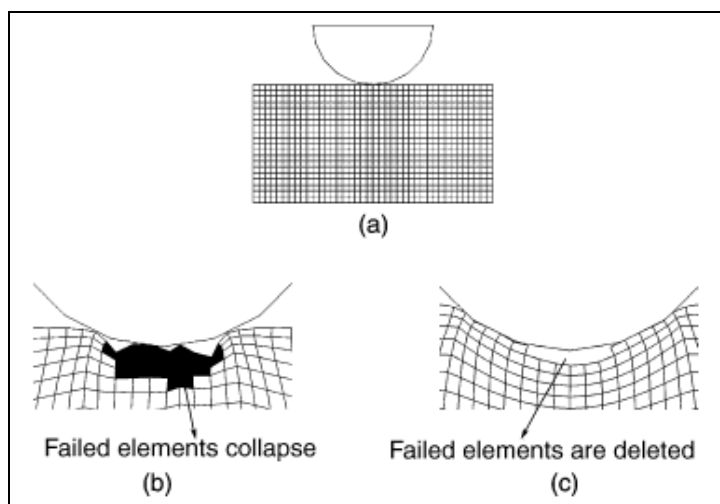


Figura 5.1: (a) modello , (b) elementi prossimi alla rottura allo step n, (c) elementi eliminati alle step n+1

Questo tipo di approccio permette di simulare in modo soddisfacente molti casi di comune interesse come ad esempio i casi associati ad esplosioni oppure a rotture recate da impatto con oggetti non affilati. I casi in cui invece questo tipo di approccio non è applicabile, sono quelli caratterizzati da danneggiamenti localizzati generati dal contatto con oggetti affilati oppure da propagazione di fratture isolate.

Per poter simulare in modo accettabile questi ultimi casi, in tempi recenti sono stati proposti nuovi approcci; tali approcci si basano sul modello di frattura coesiva.

5.2 – Modello di frattura coesiva

Il modello di frattura coesiva nasce e viene applicato per tenere in considerazione l'effetto di transizione che i materiali presentano a monte e a valle dell'apice di una frattura.

In fig. 5.2 è rappresentata la schematizzazione del fenomeno di fratturazione di un materiale non omogeneo, caratterizzato da inclusioni grossolane come ad esempio il calcestruzzo.

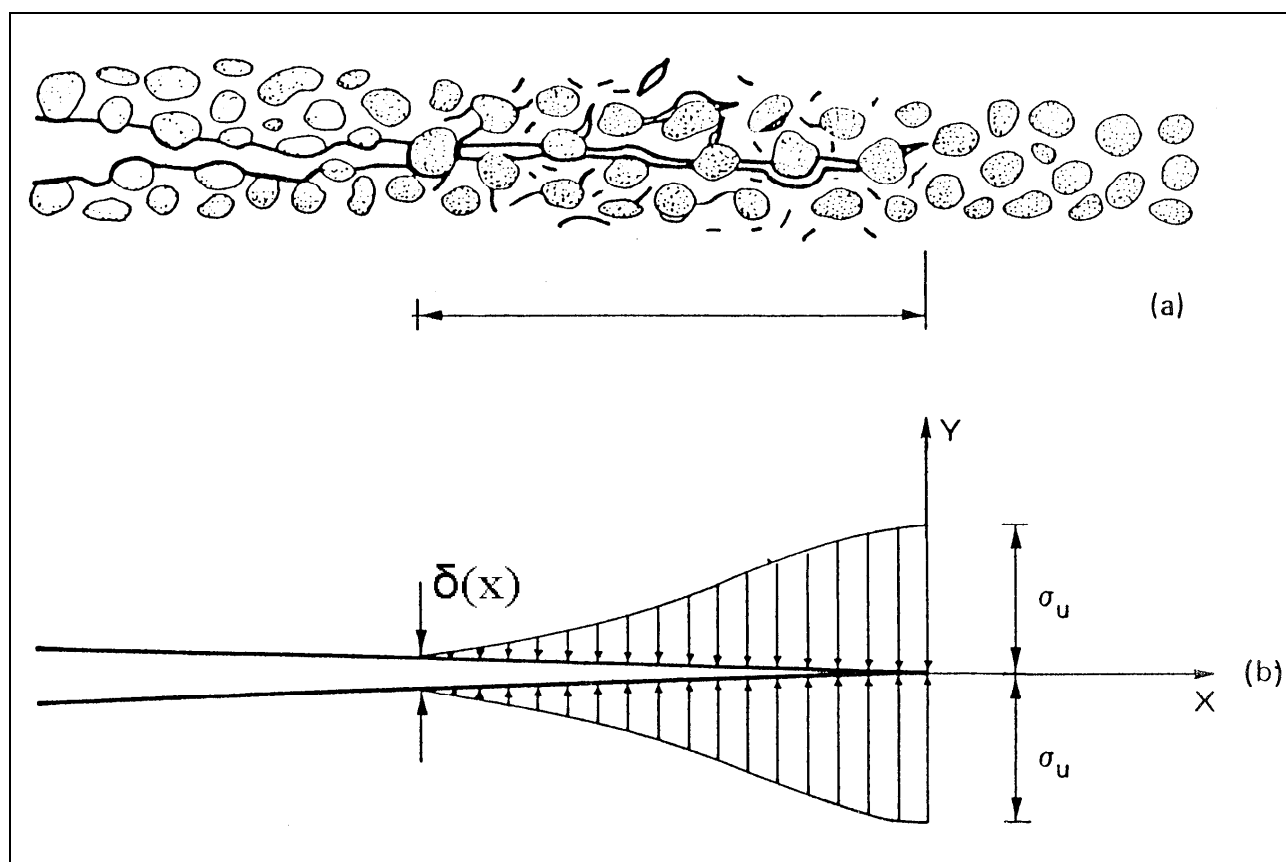


Figura 5.2: Modello di fessura coesiva; (a) zona di processo; (b) forze coesive

Lo stesso modello può essere applicato anche a materiali diversi dal calcestruzzo. Ad esempio, il meccanismo di fratturazione dei materiali polimerici, detto “crazing”, è caratterizzato dalla formazione di vuoti, ovvero di micro aperture che si ingrandiscono progressivamente fino alla rottura completa del materiale in una zona davanti all’apice della frattura, che viene appunto detta zona di craze. Tale comportamento è rappresentato in fig. 5.3.

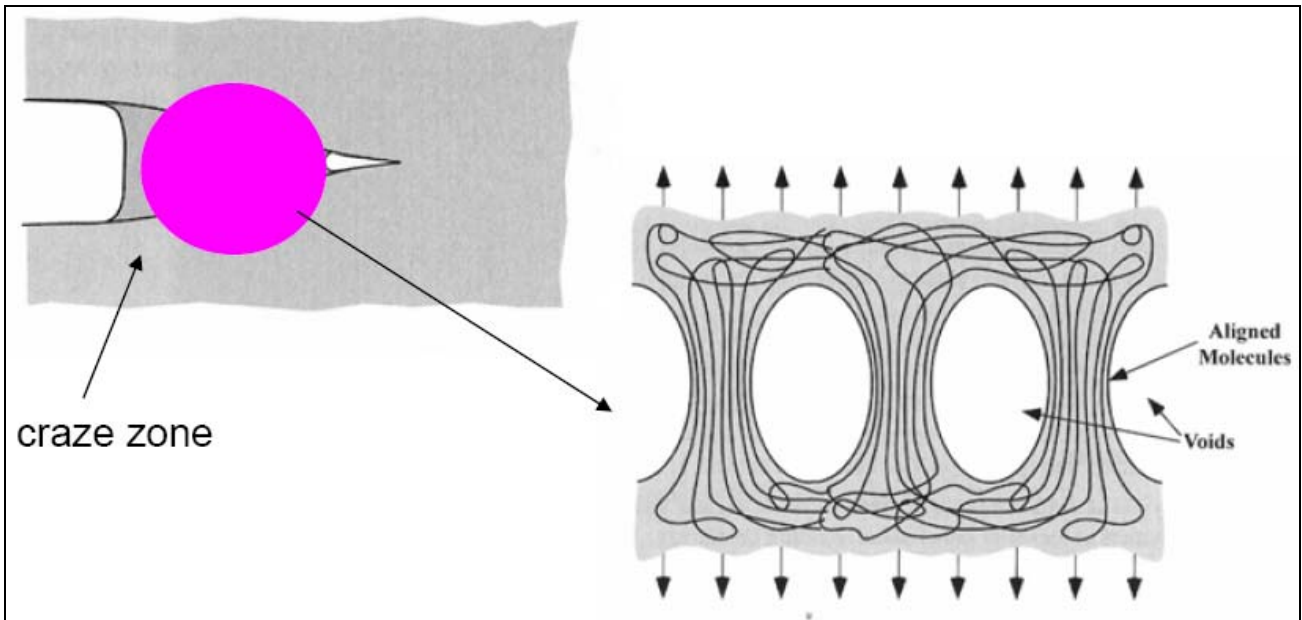


Figura 5.3: Meccanismo di "crazing" dei materiali polimerici

Sulla base del meccanismo di rottura appena descritto, il modello di frattura coesiva consiste nel descrivere il materiale secondo due diversi legami costitutivi: Il primo che descrive il legame sforzi-deformazioni monoassiale del materiale “integro”, e il secondo che descrive il legame sforzo-apertura della fessura.

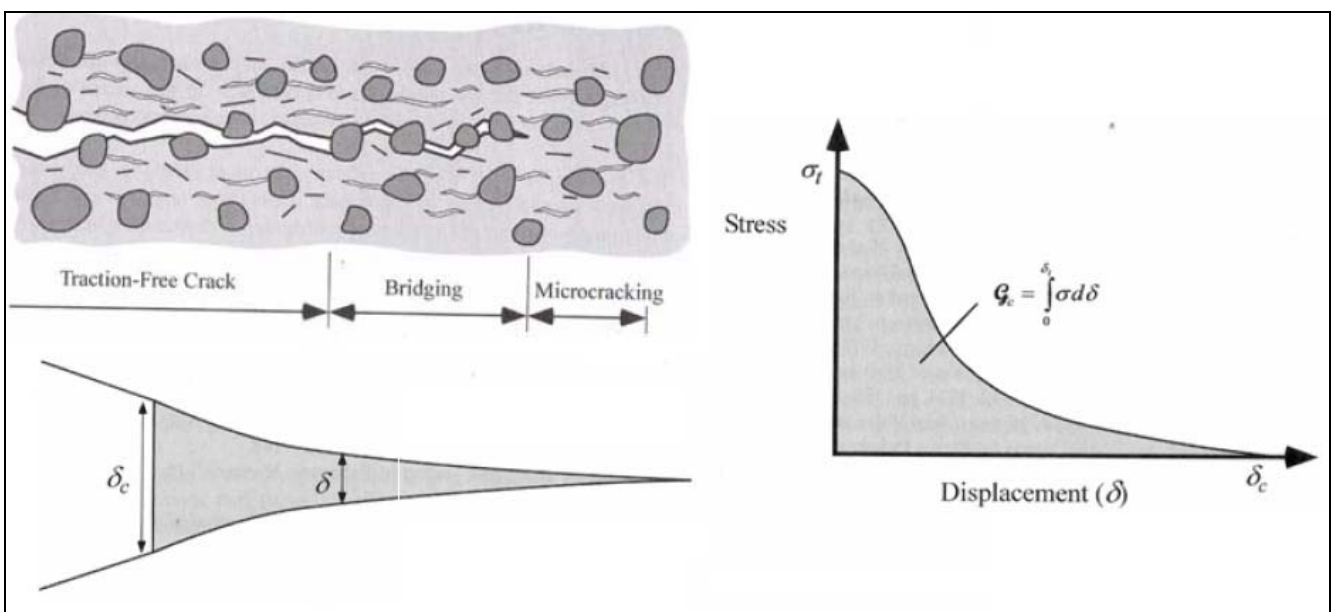


Figura 5.4: Legame sforzo-apertura della fessura, caratteristico del materiale

5.3 – Codice di calcolo

Presso il Dipartimento di Ingegneria strutturale del Politecnico di Milano è stato sviluppato un codice di calcolo che permette di effettuare simulazioni numeriche ad elementi finiti del processo di taglio di gusci sottili basate sul modello di frattura coesiva.

5.3.1 – Generalità

Il codice di calcolo è basato su un algoritmo di simulazione dinamica nel dominio del tempo di tipo esplicito. La lastra in lavorazione viene modellata mediante elementi finiti 2D di tipo guscio a 4 nodi caratterizzati da comportamento elastico, mentre l'utensile viene modellato utilizzando elementi 2D triangolari a 3 nodi perfettamente rigidi.

In assenza di rottura del materiale, il codice è in sostanza uno strumento in grado di simulare il solo comportamento elastico della lastra in lavorazione. Procedendo per istanti successivi, nel momento in cui lo sforzo principale di trazione calcolato in un nodo supera il valore limite assegnato dall'utente, il codice simula la rottura locale separando gli elementi contigui nella zona di concentrazione dello sforzo e interponendo tra di essi degli elementi di tipo "funne", caratterizzati da una legge costitutiva sforzo-lunghezza concettualmente simile a quella rappresentata in fig.5.4.

Nelle figure 5.5 e 5.6 è rappresentato per step successivi il meccanismo di fratturazione di una lastra soggetta ad una deformazione trasversale crescente nel tempo in direzione ortogonale alla frattura.

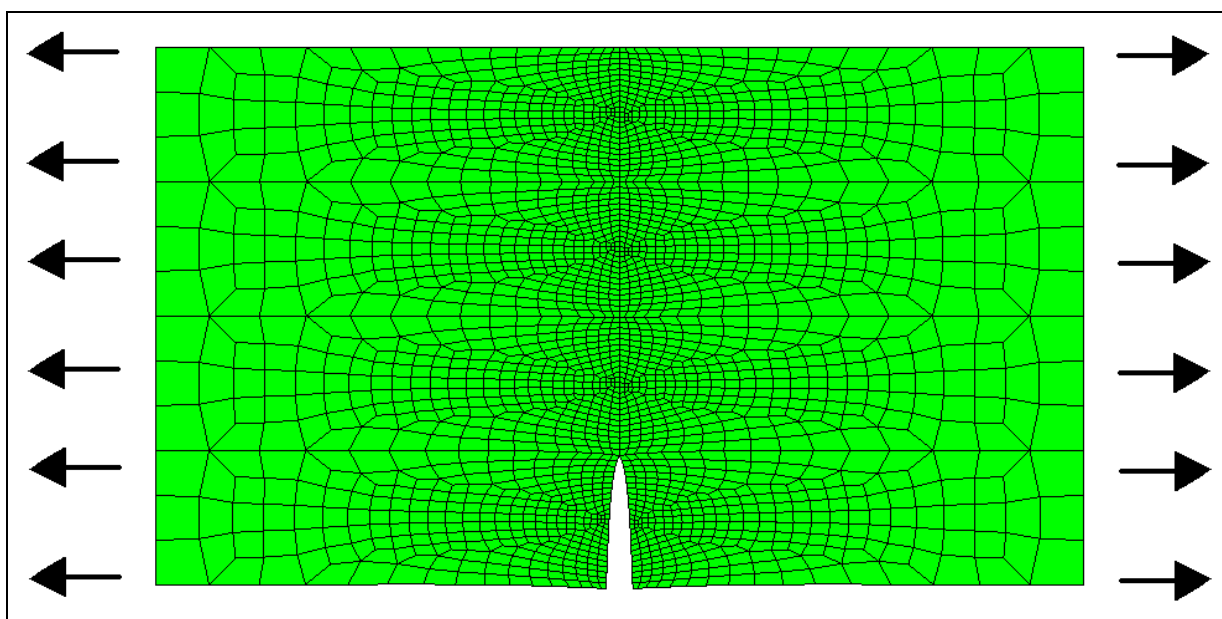


Figura 5.5: Caso di lastra tesa; step 1 (comportamento elastico)

In figura 5.6 viene rappresentata l'evoluzione progressiva della configurazione degli elementi in corrispondenza dell'apice della frattura.

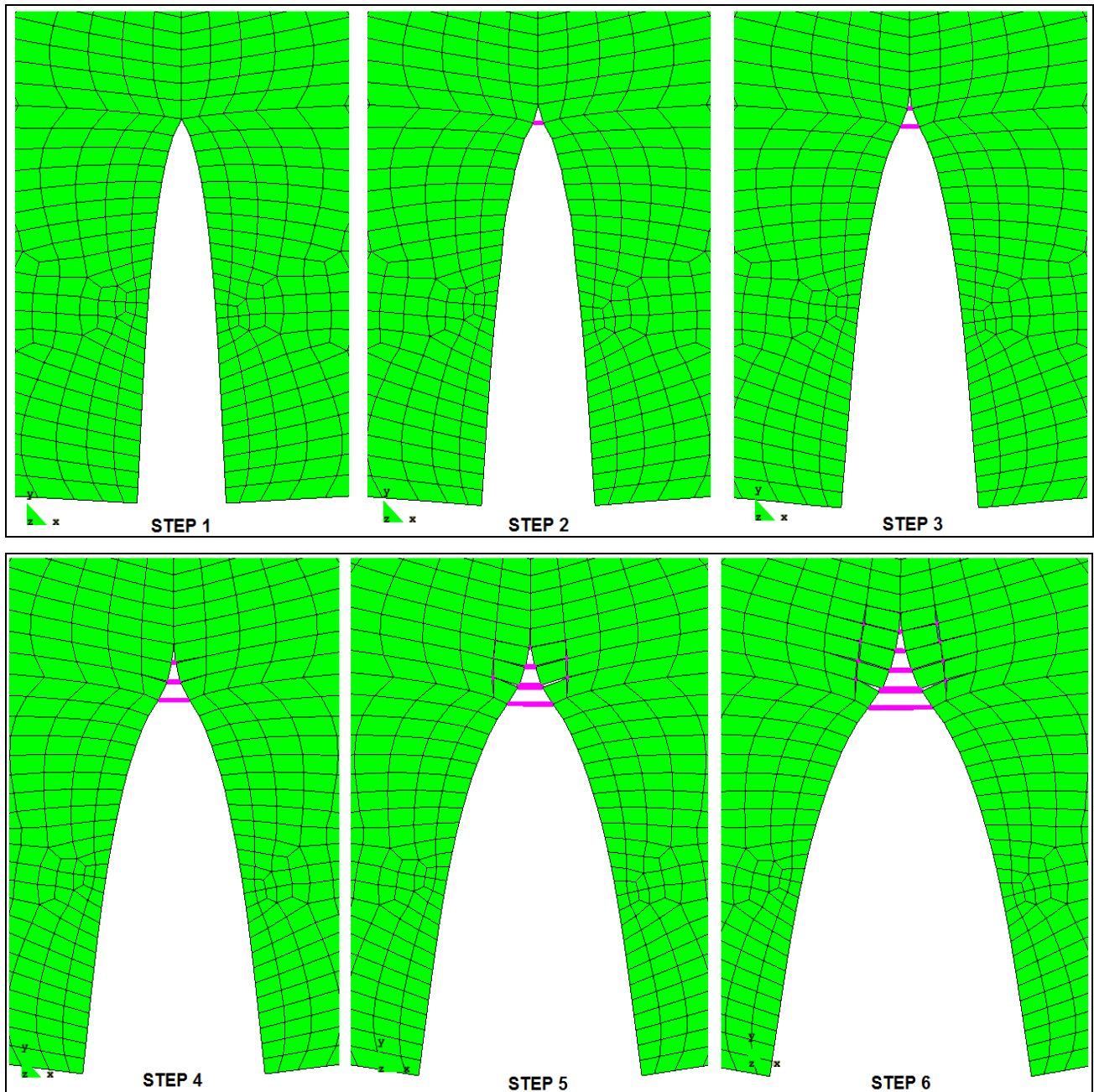


Figura 5.6: Progressione di apertura della frattura

Procedendo per step successivi, incrementando progressivamente la deformazione trasversale della lastra, si osserva come il codice di calcolo adotti simuli la zona di accumulo del danneggiamento del materiale. In corrispondenza dello step 1 il materiale rimane completamente in campo elastico; passando dallo step 1 allo step 2 lo sforzo in corrispondenza dell'apice della frattura supera il limite di elasticità del materiale. Nell'istante in cui lo sforzo calcolato all'apice della frattura eccede lo

sforzo massimo di coesione, il codice di calcolo introduce un nuovo nodo in modo tale da poter disporre di due nodi in corrispondenza della zona di rottura. Tra i due nuovi nodi viene automaticamente interposto un elemento “funne”, caratterizzato da una legge sforzo-lunghezza fissata dall’utente e concettualmente simile a quella rappresentata in fig. 5.4.

Procedendo agli step successivi, per deformazioni trasversali crescenti il codice estende la zona danneggiata ai nodi che giacciono nell’intorno dell’apice della frattura interponendo tra i vari elementi coinvolti nella rottura i relativi elementi “funne”. Il risultato è quello di avere una simulazione di frattura coesiva discretizzata secondo un certo numero di elementi funne che dipende dal grado di infittimento locale della mesh. Procedendo oltre allo step 6, si verificherebbe il raggiungimento della lunghezza limite da parte dell’elemento funne più lungo con conseguente cancellazione dello stesso.

Ulteriori descrizioni della logica computazionale del codice sono riportate in [4].

5.3.2 – Parametri di simulazione

In primo luogo l’utente deve stabilire la geometria della lastra in lavorazione e dell’utensile di taglio mediante la definizione delle mesh delle due entità. Per definire le mesh l’utente deve assegnare le coordinate dei singoli nodi e la matrice di connettività sia per la lastra che per l’utensile. Questo viene normalmente fatto utilizzando un preprocessore grafico interattivo commerciale.

Una volta definite le caratteristiche geometriche della mesh l’utente deve assegnare le caratteristiche strutturali e i parametri di contatto. Le caratteristiche strutturali comprendono lo spessore della lastra in lavorazione e i vincoli nodali da definire sulla base della mesh. I parametri di contatto comprendono il numero di punti di contatto per singolo elemento piastra, il numero di punti di contatto per singolo elemento “funne” e il coefficiente di penalizzazione per il contatto, ovvero la rigidezza degli elementi di tipo “gap” che definiscono il contatto stesso.

I parametri meccanici definiscono il comportamento meccanico del materiale. Come già accennato in precedenza il comportamento che si vuole simulare è di tipo elasto-fragile. I parametri che l’utente deve assegnare sono quindi le caratteristiche di elasticità (sotto le ipotesi di materiale elastico lineare omogeneo ed isotropo) e le caratteristiche di fragilità, ovvero le caratteristiche di frattura coesiva.

1- Parametri elastici

- Modulo di Young: E
- Coefficiente di Poisson: ν
- Densità: ρ
- Sforzo limite di comportamento elastico: σ_e

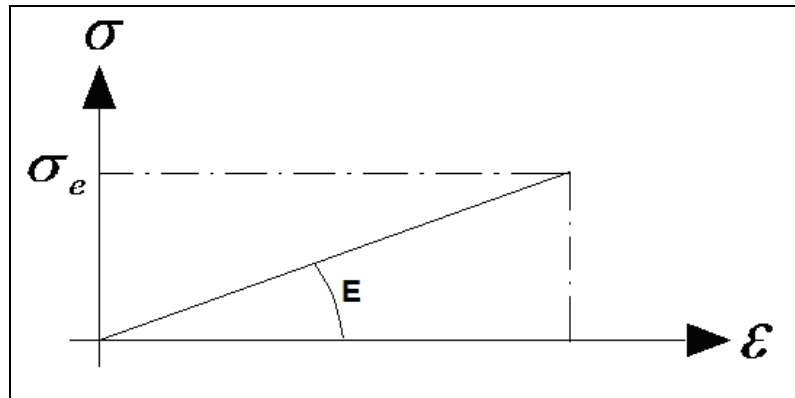


Figura 5.7: Significato dei parametri di elasticità

2- Parametri del modello coesivo

Per motivi computazionali si è deciso di adottare una legge di coesione di forma trapezia: i parametri che la definiscono sono:

- Sforzo massimo di coesione: σ_c
- Apertura di indebolimento della coesione: δ_p
- Apertura di annullamento della coesione (rottura definitiva): δ_c

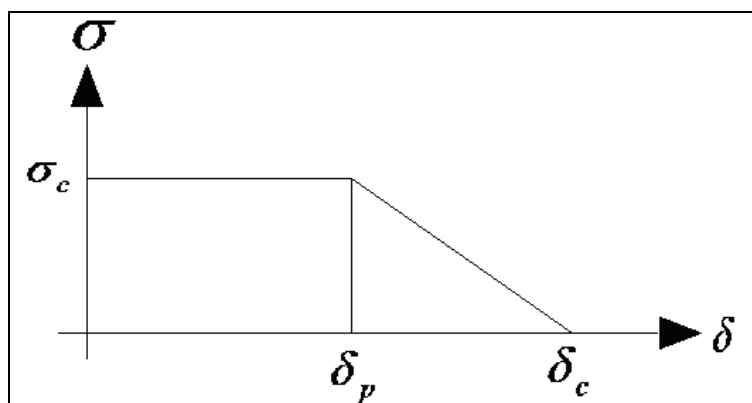


Figura 5.8: Significato dei parametri di coesione

Gli ultimi parametri che l'utente deve definire per poter avviare la simulazione sono i parametri temporali. In sostanza l'utente ha la facoltà di definire delle "storie di carico" mediante le quali identifica l'istante di inizio e fine movimentazione dell'utensile e di eventuali nodi della lastra che

devono essere spostati (ad esempio nel caso di tesatura della lastra l'utente dovrà assegnare una storia di carico tale da spostare i nodi di bordo della lastra).

5.3.3 – Esperienze precedenti di utilizzo del codice di calcolo

Il codice di calcolo in oggetto è stato recentemente utilizzato per effettuare simulazioni di taglio applicate ad un caso reale. Il caso è stato sottoposto da una nota azienda produttrice di confezioni per bevande e prodotti alimentari ed è finalizzato alla valutazione della coppia necessaria per aprire una confezione mediante un sistema di taglio integrato nel tappo della confezione stessa.

Il materiale utilizzato per la realizzazione della confezione nella zona del tappo è un composito stratificato di spessore complessivo approssimativamente pari a 70 – 85 μm . La stratificazione è ottenuta utilizzando uno strato di alluminio dello spessore di 6 – 9 μm rivestito da diversi strati di polietilene a bassa densità (LDPE: low-density polyethylene). La rigidità globale della confezione è conferita da un robusto strato di cartone che viene pre-tagliato nella zona del tappo, creando una zona circolare in cui sono presenti solo i sottili strati di alluminio e polietilene sopra menzionati.

In fig. 5.9 è rappresentata la curva caratteristica sforzo – deformazione monoassiale del materiale in oggetto per provini ricavati nella direzione di laminazione e nella direzione trasversale alla laminazione. Il grafico permette di apprezzare che il comportamento meccanico è sostanzialmente quello dell'alluminio nel tratto iniziale; una volta raggiunta e superata la deformazione limite dell'alluminio il comportamento è invece sostanzialmente quello del polietilene che prima di rompersi completamente è in grado di raggiungere deformazioni fino al 900%.

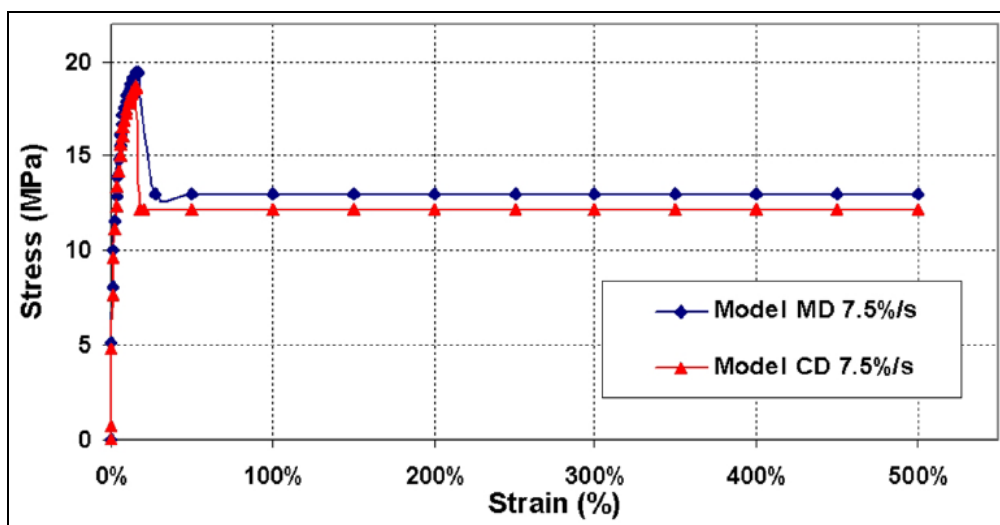


Figura 5.9: tipico comportamento meccanico alla trazione di compositi laminati per packaging alimentare

In fig. 5.10 sono rappresentati i componenti principali coinvolti nel processo di taglio simulato:

- Fig.5.10 a : confezione alla quale verrà applicato il sistema di apertura (si osserva una zona circolare in corrispondenza della successiva applicazione del tappo in cui non è presente lo strato di cartone, allo scopo di facilitare il taglio).
- Fig.5.10 b : confezione completa di sistema di chiusura
- Fig.5.10 c : Elemento tagliante integrato nel sistema di chiusura. L'elemento tagliante viene messo in roto-traslazione nel momento di apertura del tappo.

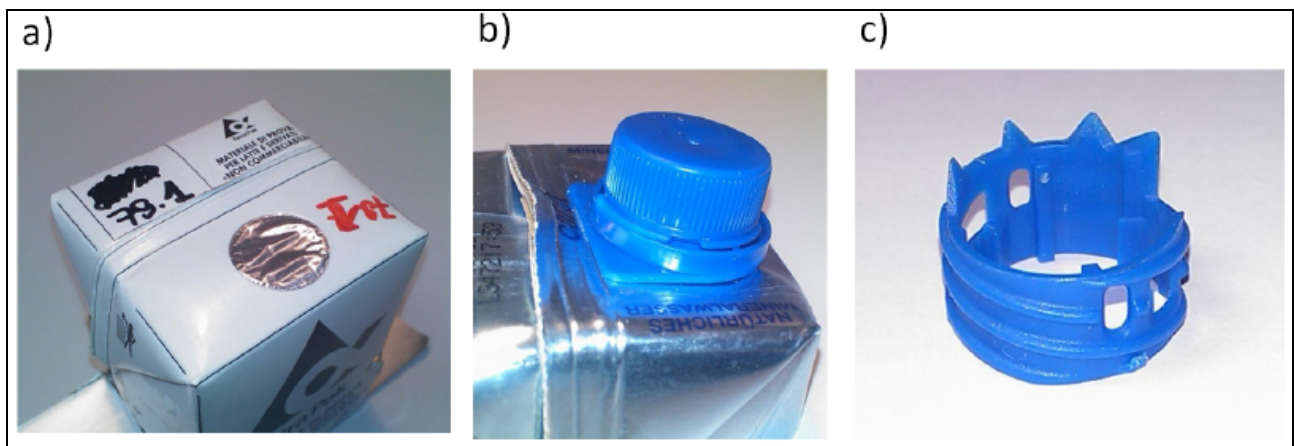


Figura 5.10: sistema simulato

La simulazione è stata effettuata limitandosi alla porzione della confezione priva dello strato di cartone (vedi fig. 5.10a); in fig. 5.11 viene rappresentata la mesh utilizzata per la simulazione della zona da tagliare costruita utilizzando un'orditura più ordinata e fine in corrispondenza della corona circolare corrispondente alla zona in cui il materiale verrà tagliato.

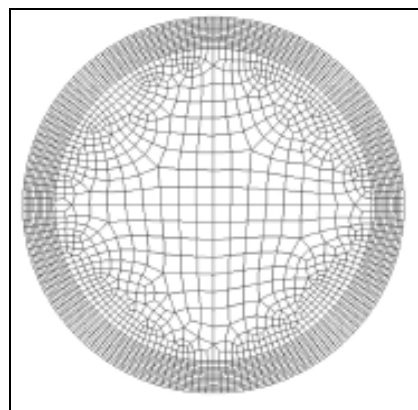


Figura 5.11: mesh

Alla mesh di fig. 5.11 sono stati applicati vincoli di traslazione nulla ai nodi appartenenti alla circonferenza esterna.

I parametri meccanici utilizzati sono stati desunti dalla curva sperimentale in figura 5.9:

- $E = 1678 \text{ MPa}$
- $\nu = 0.3$
- $\sigma_e = 18 \text{ MPa}$
- $\sigma_c = 12 \text{ MPa}$
- $\delta_p = 3 \text{ mm}$
- $\delta_c = 4 \text{ mm}$

La storia di carico assegnata all'utensile è una rototraslazione che prevede una traslazione in direzione normale al piano della lastra da tagliare di 5mm e contemporaneamente una rotazione di 180° attorno ad un asse parallelo alla direzione di traslazione e passante per il centro della circonferenza vincolata. Tale movimento dell'utensile è illustrato in fig. 5.12.

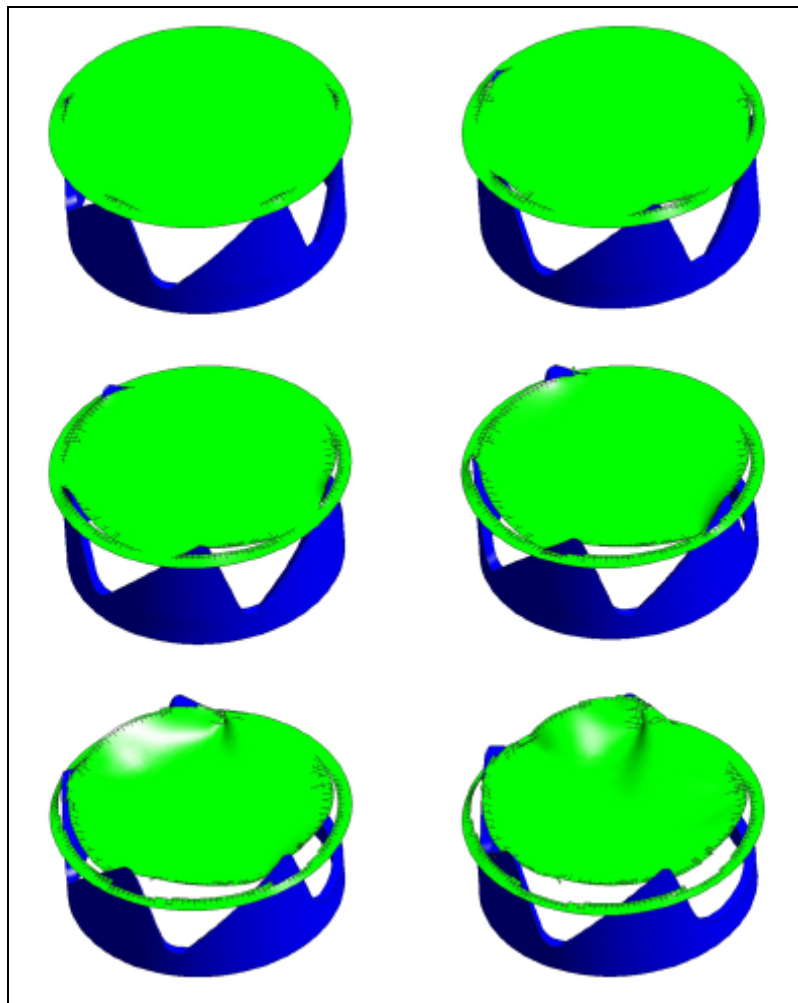


Figura 5.12: Evoluzione del processo di apertura della confezione simulato

Facendo un ingrandimento della zona di contatto tra il bordo di un dente dell'utensile e la superficie in lavorazione è possibile apprezzare la dinamica del comportamento degli elementi coesivi. In fig. 5.13 è rappresentato tale ingrandimento.

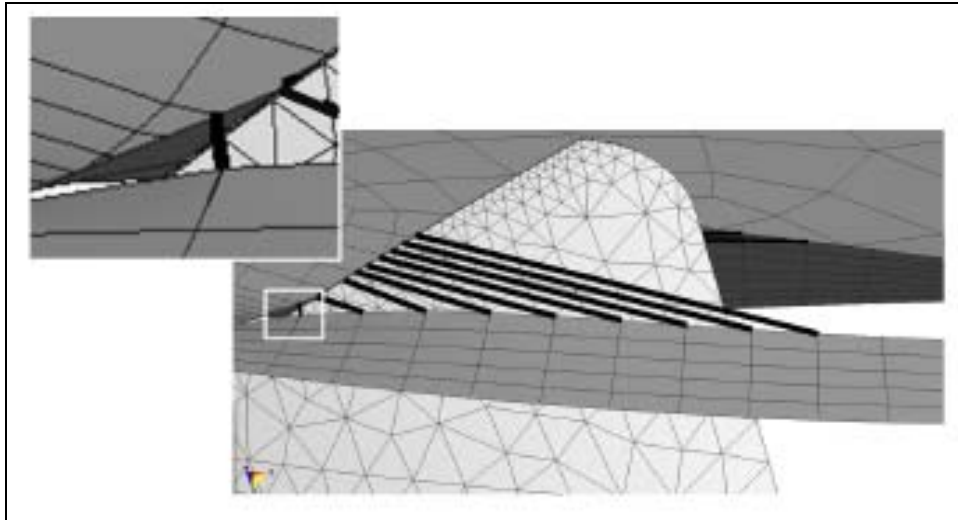


Figura 5.13: Dettaglio elementi coesivi

La simulazione numerica effettuata è stata poi validata sperimentalmente sia in termini di coppia di apertura sia in termini di evoluzione geometrica del taglio.

In fig. 5.14 è riportata la curva di coppia sperimentale a confronto della coppia valutata mediante la simulazione numerica. Osservando le due curve di coppia a confronto si evince che pur presentando errori percentuali del 10 – 20% la simulazione è in grado di ricostruire in modo ragionevolmente soddisfacente il fenomeno misurato sperimentalmente. Si sottolinea che parte della differenza tra le due curve di coppia è da attribuire all'attrito che in simulazione non viene considerato. Il valore iniziale (in corrispondenza della posizione 0°) di coppia simulata è nullo in quanto non vi è contatto tra utensile e lastra da tagliare; il valore iniziale misurato sperimentalmente invece è diverso da zero proprio a causa dell'attrito che in realtà è presente e si sviluppa tra la parte fissa e la parte mobile del sistema di taglio integrato nel tappo.

In fig. 5.15 sono rappresentate a confronto l'evoluzione reale e quella numerica del processo di taglio ad istanti sincronizzati. Da questo secondo confronto si evince che la simulazione è soddisfacente anche dal punto di vista qualitativo.

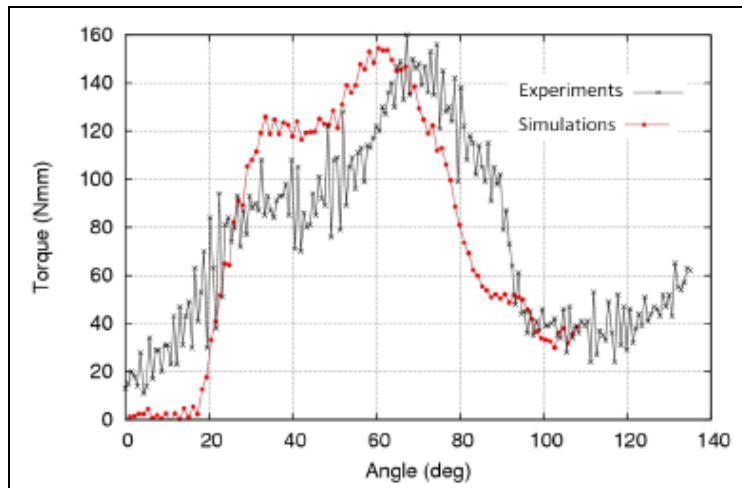


Figura 5.14: Curva coppia-posizione angolare dell'utensile (sperimentale e numerica a confronto)

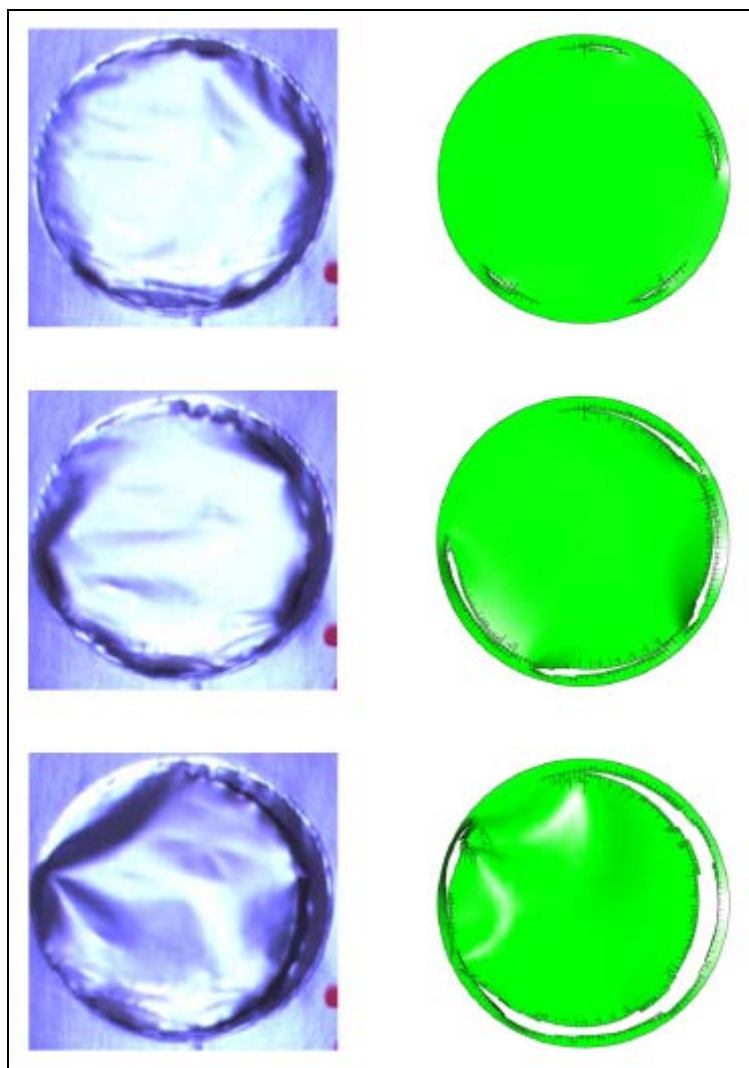


Figura 5.15: Evoluzione sperimentale a confronto di quella simulata

5.3.4 – Simulazione di taglio diretto applicato al caso di lastra tesa

Con riferimento agli argomenti trattati nel capitolo 2, ed in particolare alla sezione 2.2.1, sono state condotte alcune simulazioni di taglio diretto applicato al caso di lastra tesa.

Il caso di riferimento è quello rappresentato in fig. 5.16, ovvero il caso di lastra vincolata ai bordi e tesa in direzione trasversale secondo una deformazione imposta.

La forza di taglio è ottenuta mediante un utensile che viene fatto scorrere in corrispondenza dell'asse di simmetria della lastra in lavorazione.

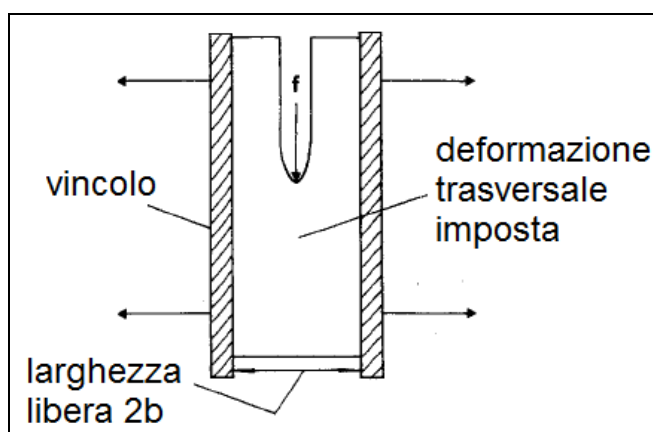


Figura 5.16: Configurazione del taglio di lastra tesa [9]

La situazione che si intende simulare è quella discussa nella sezione 2.2.3.2, relativa al caso di taglio diretto di una lastra realizzata in gomma naturale non vulcanizzata, analizzata sperimentalmente da Lake e Yeoh [9].

Non disponendo di dati certi per quanto concerne le caratteristiche meccaniche del materiale impiegato da Lake & Yeoh, è stata condotta una ricerca bibliografica per capire quali potrebbero essere dei valori verosimili dei parametri da attribuire al materiale che si intende simulare, ovvero gomma naturale non vulcanizzata.

Dall'analisi dei documenti bibliografici [21], [22], [23] e [24] è emerso che i range plausibili per il materiale considerato sono i seguenti:

- Modulo di Young: $E = 0.2 - 3.0$ MPa
- Sforzo di rottura: $\sigma_e = 1.0 - 10.0$ MPa
- Energia di frattura: $R = 300 - 1000$ J/m²

La lastra in lavorazione è stata discretizzata come rappresentato in figura 5.17.

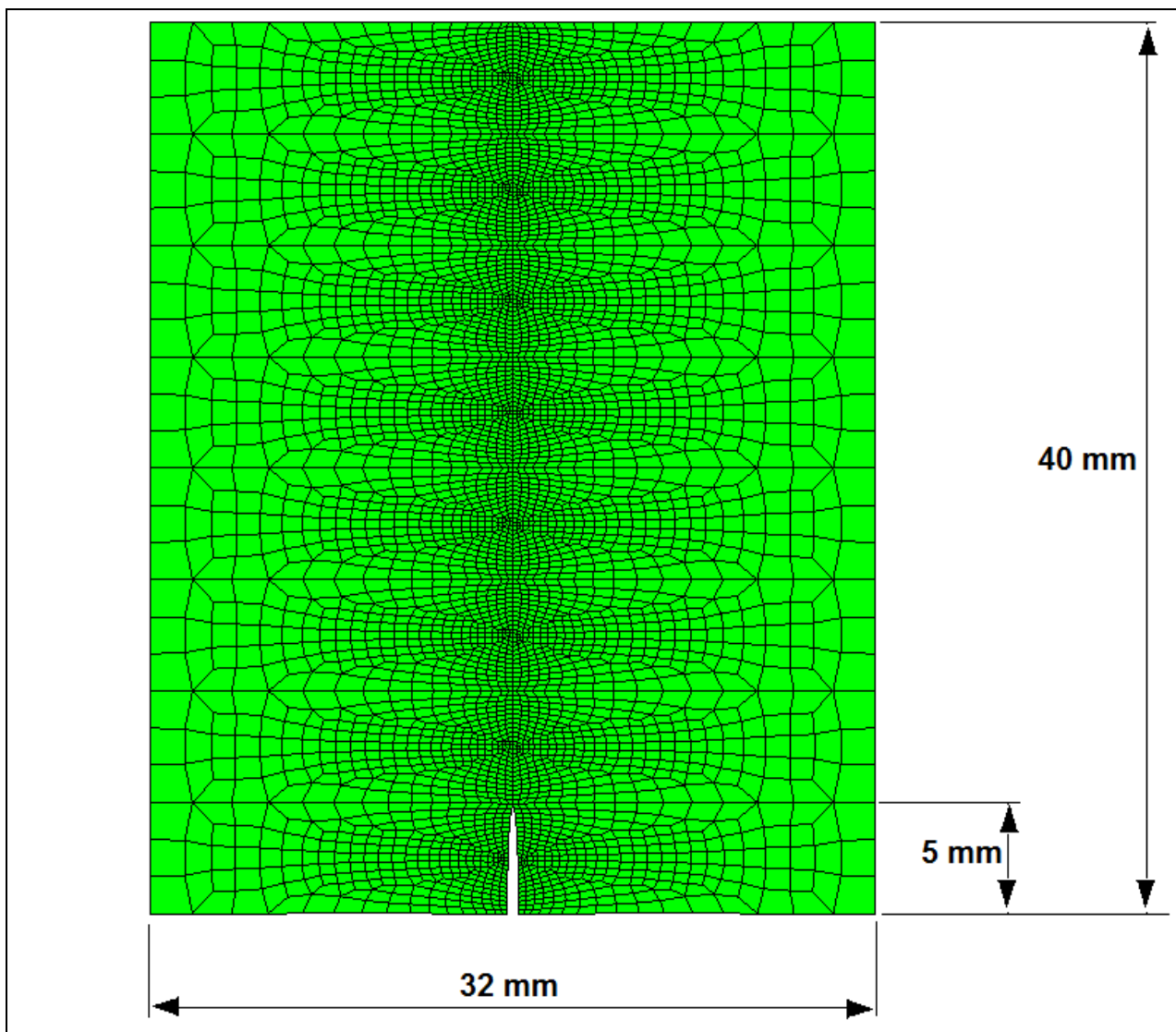


Figura 5.17: Mesh utilizzata per la simulazione della lastra

Caratteristiche principali della mesh utilizzata (fig. 5.17) :

- Numero di elementi lungo i bordi laterali: 24
- Numero di elementi lungo la linea di taglio : 175
- Spessore: 0.1 mm

Prima di descrivere e commentare le analisi è bene sottolineare gli aspetti principali inerenti ai risultati sperimentali ottenuti da Lake & Yeoh, al fine di poterli interpretare correttamente.

I risultati riportati in [9] sono visualizzati in due grafici, associabili rispettivamente al comportamento stabile ed instabile del taglio sperimentato.

Si applica dapprima una deformazione trasversale di entità che varia da un esperimento all'altro, che genera uno stato di presollecitazione di trazione in direzione ortogonale alla giacitura del difetto. La deformazione iniziale non produce alcun avanzamento del difetto.

Il primo gruppo di dati documenta il comportamento stabile della frattura; sostanzialmente applicando una forza di bassa entità alla lama (il concetto di bassa entità è in questo caso riferito ai valori limiti) si osserva sperimentalmente un avanzamento iniziale che poi progredisce nel tempo con una velocità molto lenta, dell'ordine di qualche mm/h. La velocità di crescita della frattura a forza costante è proporzionale al valore della forza stessa ed è riportata dagli autori delle prove nel seguente grafico dove in ascissa sono riportati i valori di forza applicata alla lama per unità di spessore della lastra ([N/mm]) e in ordinata il valore della velocità di deformazione espressa in mm/h. Il grafico è tracciato per diversi valori di deformazione trasversale imposta.

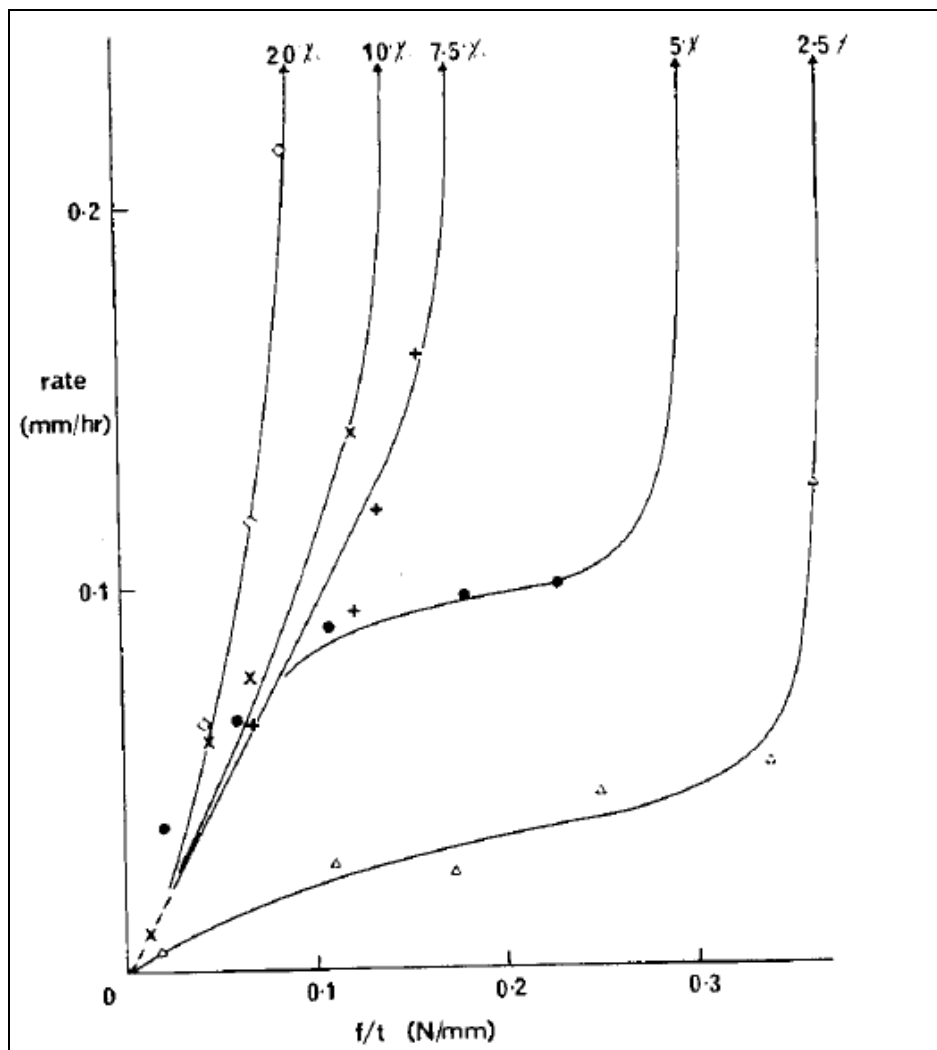


Figura 5.18: Risultati sperimentali di Lake & Yeoh in condizioni stabili

Si osserva che, a parità di deformazione trasversale imposta, al crescere della forza di taglio la velocità di avanzamento tende ad avere una tangente verticale, in corrispondenza della transizione del comportamento da stabile ad instabile.

Il secondo gruppo di dati è associato al comportamento instabile. Le prove sperimentali sono state condotte in controllo di forza. Aumentando progressivamente la forza applicata all'utensile la condizione di taglio si instabilizza degenerando in un brusco e repentino avanzamento dell'utensile conseguentemente alla propagazione della frattura.

Il grafico associato ai dati di taglio instabile (già riportato nel capitolo 2) ha come ascisse i valori di deformazione trasversale iniziale imposta e come ordinata il valore di Forza di taglio per unità di spessore ovvero l'energia di taglio per unità di sezione corrispondente al livello di instabilità. Il grafico è tracciato per diversi valori di larghezza "2b" della lastra.

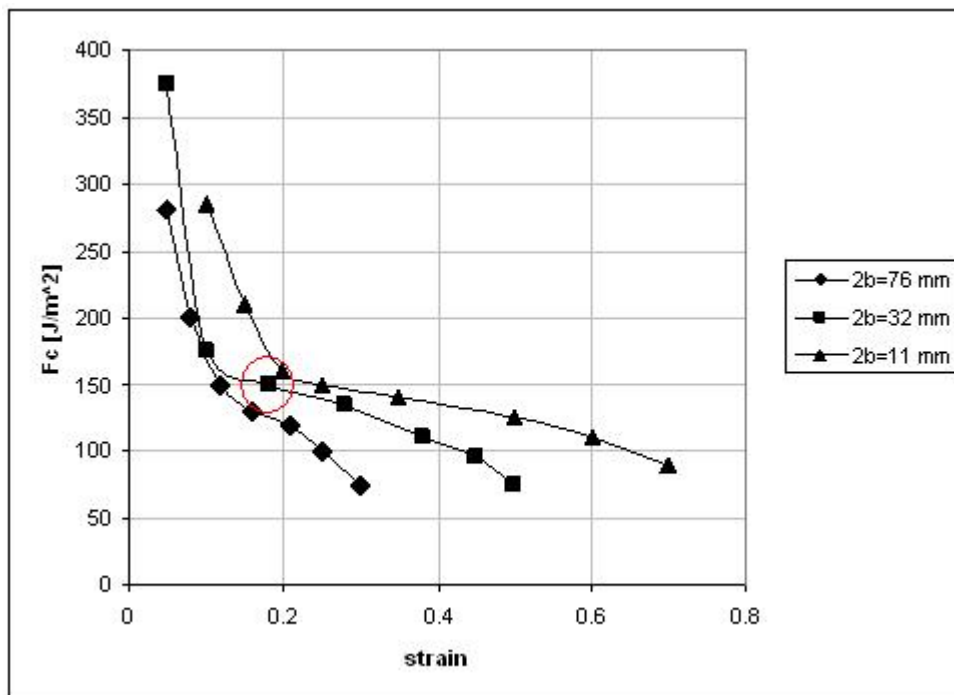


Figura 5.19: Forza di taglio instabile

Le simulazioni sono state condotte cercando di riprodurre la condizione di taglio corrispondente ai seguenti parametri (valore cerchiato in fig. 5.19):

- Deformazione trasversale imposta : $\varepsilon_{0,x} = 18\%$
- Forza di taglio per unità di spessore corrispondente alla condizione instabile: $F = 150$ N/m
- Larghezza lastra a riposo: $2b = 32$ mm

5.3.4.1 – SUCCESSIONE CRONOLOGICA DELLE FASI SIMULATE

Ogni simulazione prevede una successione di fasi ben precisa, ognuna delle quali è stata impostata conseguentemente a valutazioni iterative.

Le fasi fondamentali sono quattro.

- 1) Fase di tesatura della lastra: In questa fase i bordi della lastra vengono spostati in direzione trasversale (secondo lo schema di fig. 5.5) di una quantità tale da tendere la lastra secondo una deformazione del 18%. Essendo la larghezza della lastra pari a 32 mm lo spostamento da imprimere ad ognuno dei due bordi è pari a 2.88 mm.
- 2) Fase di annullamento degli effetti dinamici indotti dalla fase di tesatura: A valle della fase di tesatura la lastra risulta deformata dagli effetti dinamici che si generano a causa dei tempi ridotti. Volendo esaminare la condizione di taglio (fasi successive) a partire da una condizione statica è necessario attendere che dopo la prima fase la lastra raggiunga la quiete. In sostanza questa fase consiste in una semplice attesa dell'annullamento degli effetti dinamici (azzeramento delle forze di inerzia).
- 3) Fase di avvicinamento dell'utensile all'apice della frattura: In questa fase l'utensile viene avvicinato ad alta velocità all'apice della frattura senza raggiungere la condizione di contatto.
- 4) Fase di taglio: A valle della terza fase l'utensile viene fatto avanzare a velocità ridotta per simulare l'effettivo taglio della lastra.

5.3.4.2 – GEOMETRIA DELL'UTENSILE

Volendo simulare una condizione plausibilmente confrontabile con le prove sperimentali condotte da Lake & Yeoh, si fa riferimento all'utensile utilizzato nelle prove sperimentali. Gli autori delle prove non descrivono in dettaglio la geometria dell'utensile utilizzato ma si limitano a dire di aver utilizzato una lama di rasoio. Conseguentemente alla mancanza di informazioni l'utensile è stato arbitrariamente modellato secondo le caratteristiche geometriche rappresentate in fig. 5.20. In figura è anche riportata una vista tridimensionale dell'utensile posizionato alla base della lastra nella quale è possibile apprezzare il grado di finitura della mesh utilizzata per l'utensile stesso.

L'apice dell'utensile è lievemente smussato (raggio di curvatura pari a 0.1 mm) per evitare difficoltà numeriche nell'algoritmo di contatto.

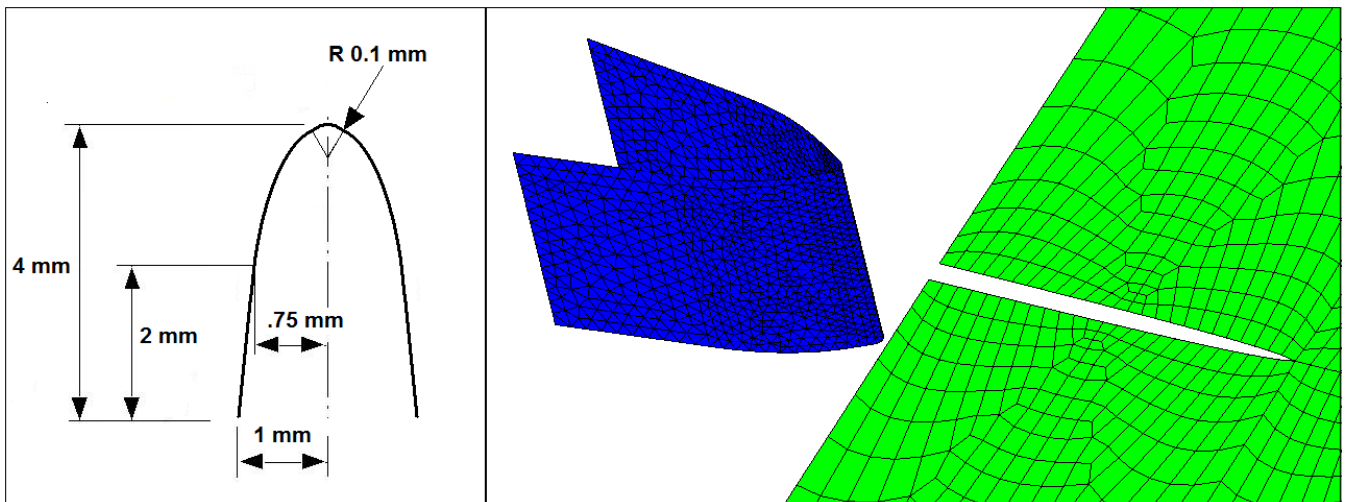


Figura 5.20: Geometria dell'utensile

5.3.4.3 – PARAMETRI DEL MATERIALE

Il set di parametri da attribuire al materiale simulato è stato individuato in modo iterativo, prendendo come riferimento il dato sperimentale e stimando mediante la formula di Atkins (formula (2.10)) un possibile set di parametri corrispondente al valore sperimentale stesso. Utilizzando la stessa notazione della formula (2.10), i valori dei parametri (compatibili con i valori tipici di letteratura) sono i seguenti:

Valori sperimentali:

- Deformazione trasversale imposta : $\varepsilon_{0,x} = 18\%$
- Forza di taglio per unità di spessore corrispondente alla condizione instabile: $F_y = 150 \text{ N/m}$
- Larghezza lastra a riposo: $2b = 32 \text{ mm}$

Parametri identificati mediante formula di Atkins:

- Modulo di Young: $E = 1 \text{ MPa}$
- Energia di frattura: $R = 410 \text{ J/m}^2$
- Forza di taglio per unità di spessore: $F_y = \left(R - \frac{1}{2} E \cdot \varepsilon_{0,x}^2 \cdot b \right) = 150.8 \text{ N/m}$

Oltre ai due parametri valutati mediante la formula di Atkins è indispensabile identificare tutti gli altri parametri precedentemente menzionati. Tali valori sono stati identificati coerentemente agli

intervalli di valori verosimili ricavati dalla letteratura e coerentemente al valore di energia di frattura appena valutato.

Altri parametri:

- Coefficiente di Poisson: $\nu = 0.45$
- Densità: $\rho = 1 \text{ kg/dm}^3$
- Sforzo limite di comportamento elastico: $\sigma_e = 1 \text{ MPa}$
- Sforzo massimo di coesione: $\sigma_c = 1 \text{ MPa}$
- Apertura di indebolimento della coesione: $\delta_p = 0 \text{ mm}$
- Apertura di annullamento della coesione (rottura definitiva): $\delta_c = 0.82 \text{ mm}$
- Matrice di smorzamento alla Rayleigh ($\underline{C} = \alpha \underline{M} + \beta \underline{K}$; con $\alpha = 10^{-2}$, $\beta = 10^{-6}$)

Al fine di rendere più chiaro il modello meccanico associato al materiale si riportano i diagrammi caratteristici adottati.

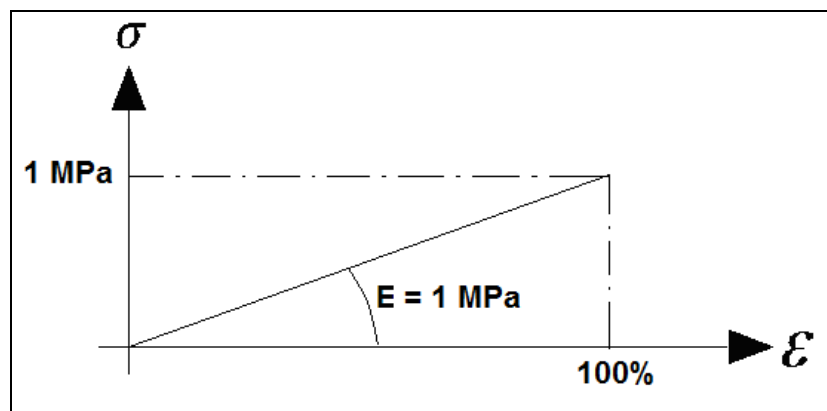


Figura 5.21: Comportamento elastico, legame costitutivo

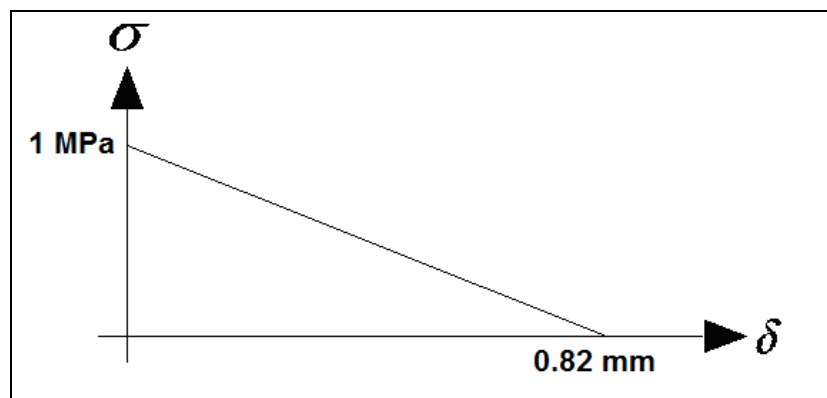


Figura 5.22: Modello coesivo

5.3.4.4 – SIMULAZIONE 1

La prima simulazione è finalizzata all'ottenimento di un risultato in grado di riprodurre in modo soddisfacente le condizioni di propagazione instabile della frattura in accordo alle indicazioni sperimentali.

Le 4 fasi descritte in precedenza vengono simulate nel tempo secondo i seguenti intervalli:

1) *Fase 1: tesatura trasversale della lastra*

I bordi laterali della lastra vengono spostati da 0 a 2.88 mm in un tempo pari a 0.0035 s.

2) *Fase 2: Smorzamento degli effetti dinamici*

Dopo la tesatura, i bordi e l'utensile vengono tenuti in quiete fino all'annullamento degli effetti dinamici indotti dalla fase 1. Il periodo di attesa è compreso tra 0.0035 s e 0.0130 s.

3) *Fase 3: Avvicinamento del tagliente all'apice della frattura.*

Dopo che la lastra ha raggiunto la condizione di tesatura statica, l'utensile viene avvicinato alla zona dell'apice della frattura ad alta velocità. Il periodo di movimentazione rapida dell'utensile è compreso tra 0.0130 s e 0.0135 s.

4) *Fase 4: Fase di taglio*

La fase di taglio viene simulata effettuando uno spostamento totale dell'utensile di 25mm (compreso lo spostamento effettuato nella fase 3). Il periodo di movimentazione di questa fase è compreso tra 0.0135 s e 0.03 s.

Nelle figure successive viene rappresentata in 2d la simulazione svolta, riportando i fotogrammi più significativi. L'analisi è suddivisa in 500 step, distribuiti in modo omogeneo sull'intervallo di tempo simulato.

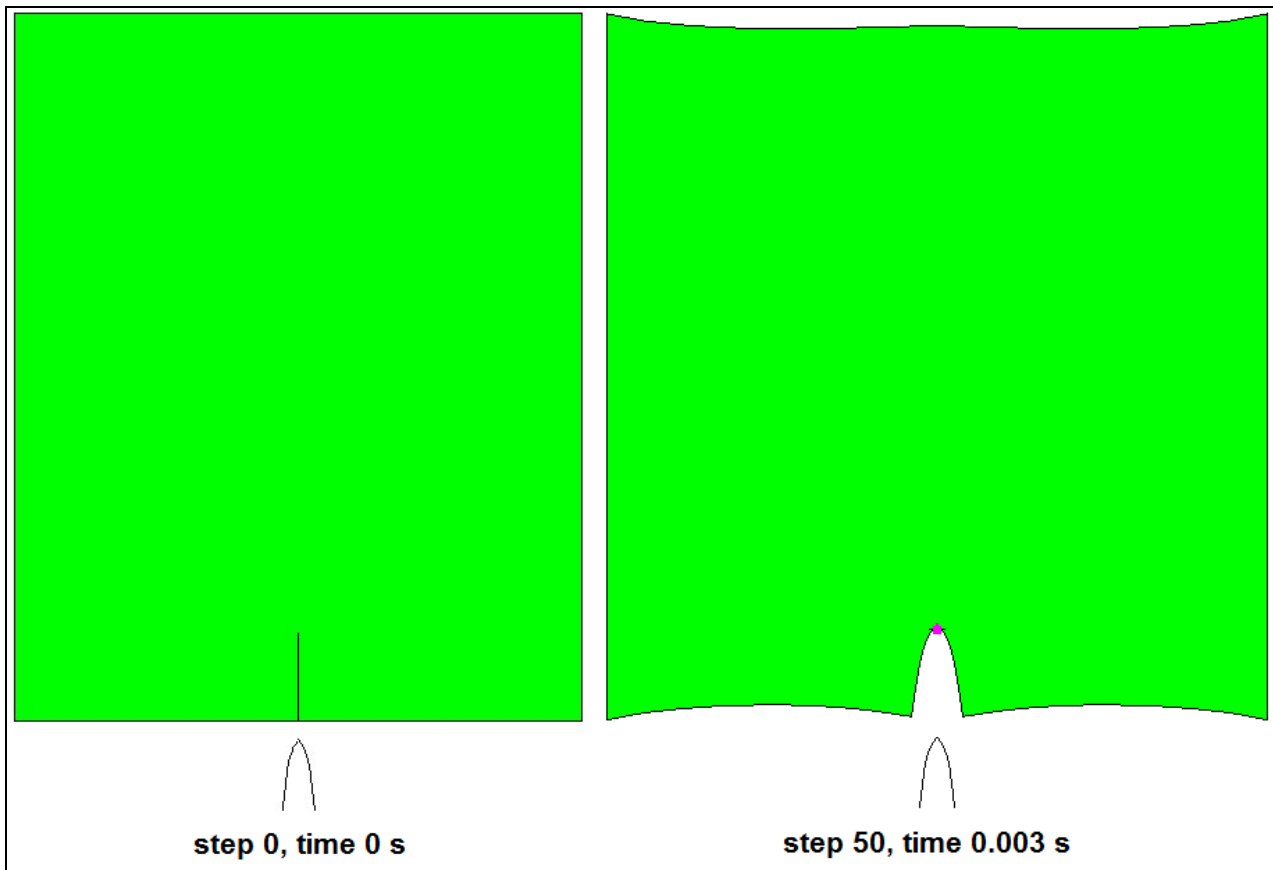


Figura 5.23: simulazione 1, tempo 0 – 0.003 s

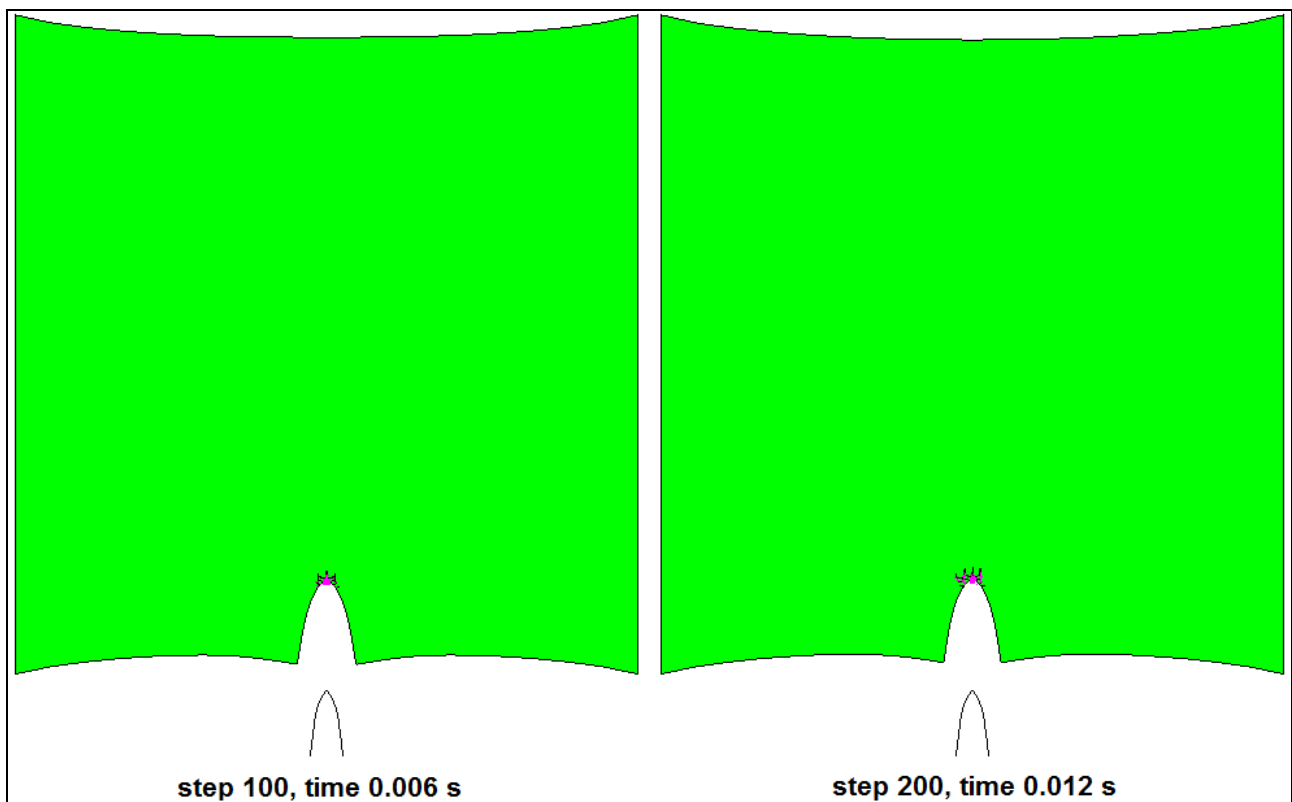


Figura 5.24: simulazione 1, tempo 0.006 - 0.012 s

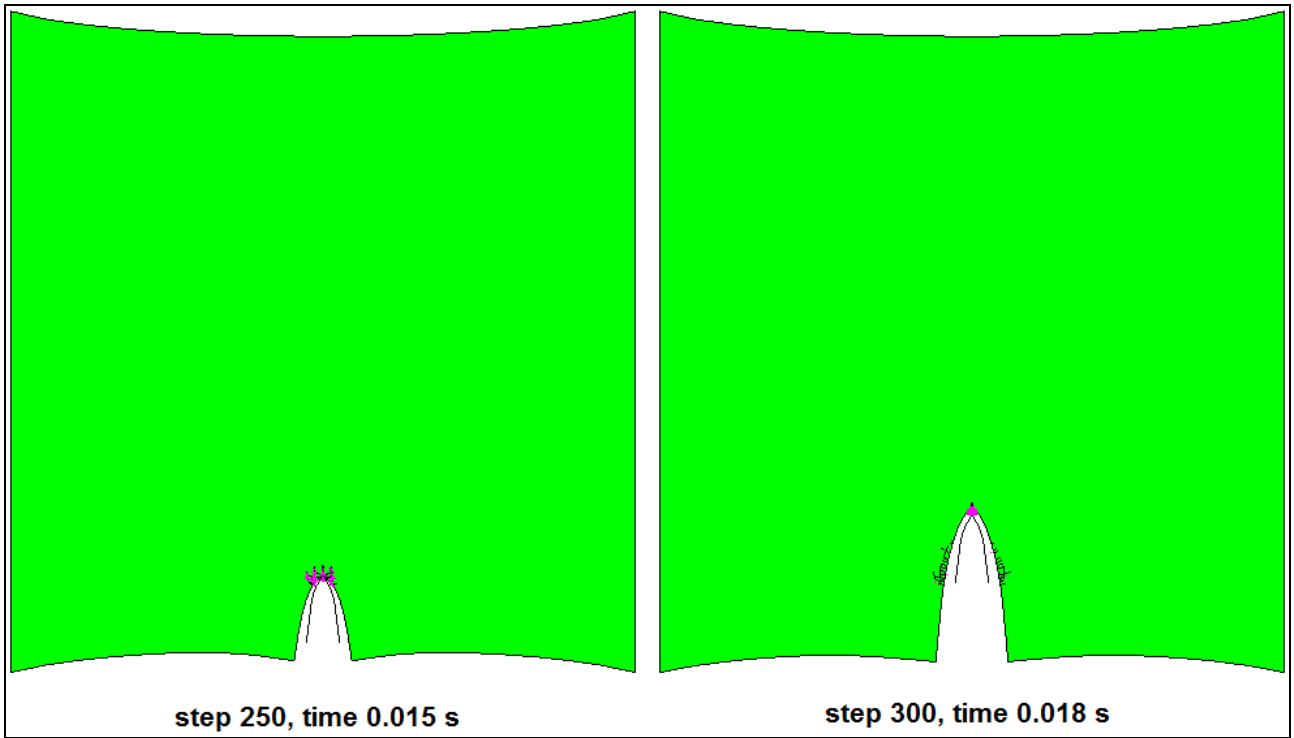


Figura 5.25:simulazione 1, tempo 0.015 - 0.018 s

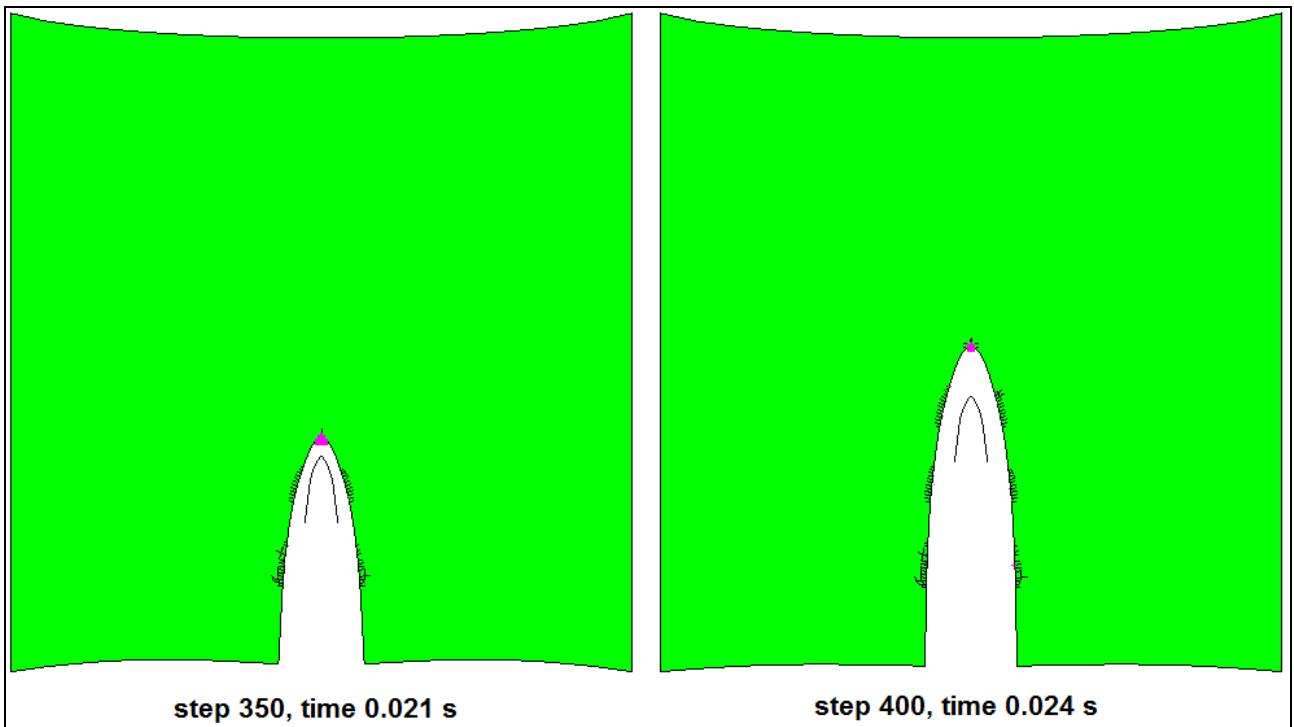


Figura 5.26: simulazione 1, tempo 0.021 - 0.024 s



Figura 5.27: simulazione 1, tempo 0.027 - 0.03 s

Per poter apprezzare la meccanica del taglio si riportano gli zoom della zona di apertura della frattura per gli step più significativi.



Figura 5.28: simulazione 1, tempo 0.015 s (zoom)



Figura 5.29: simulazione 1, tempo 0.018 s (zoom)

Per poter confrontare i risultati sperimentali e quelli ottenuti mediante simulazione in termini di forza di taglio, sono state valutate le forze di reazione vincolare in direzione y (ovvero la direzione di avanzamento dell'utensile) in corrispondenza dei bordi vincolati della lastra (ovvero i bordi ai quali è stato impresso lo spostamento iniziale) e la forza totale di contatto tra utensile e lastra. Tali risultati sono riportati nei seguenti grafici.

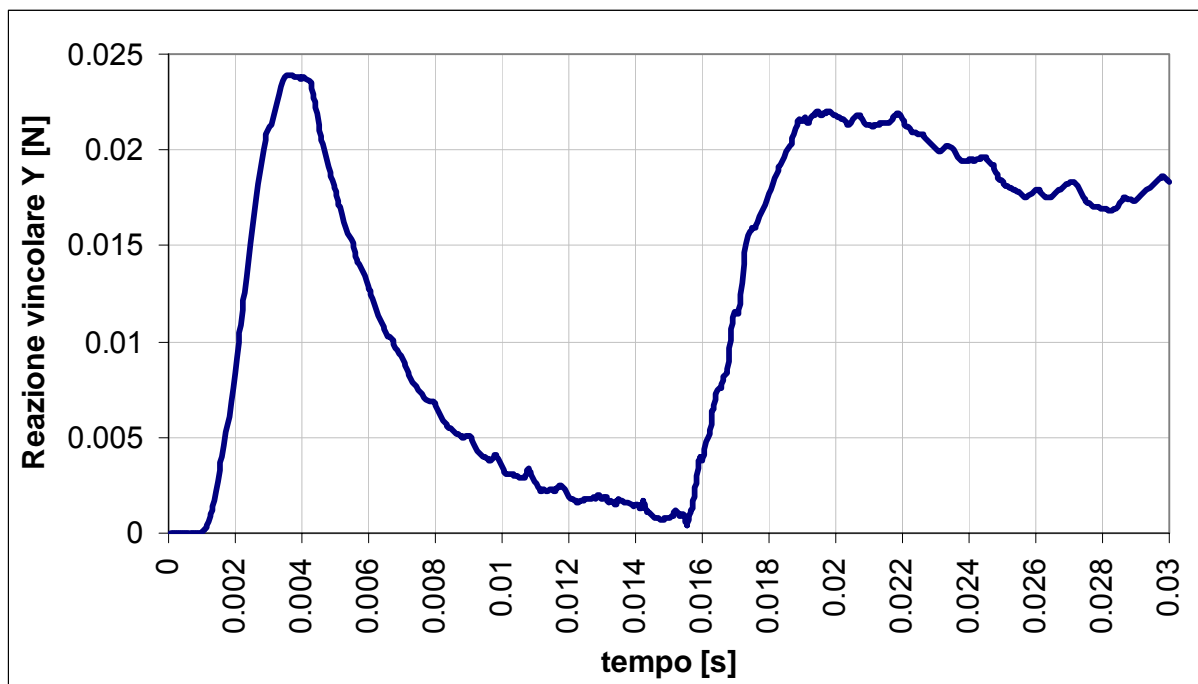


Figura 5.30: Reazione vincolare longitudinale ai bordi vs tempo

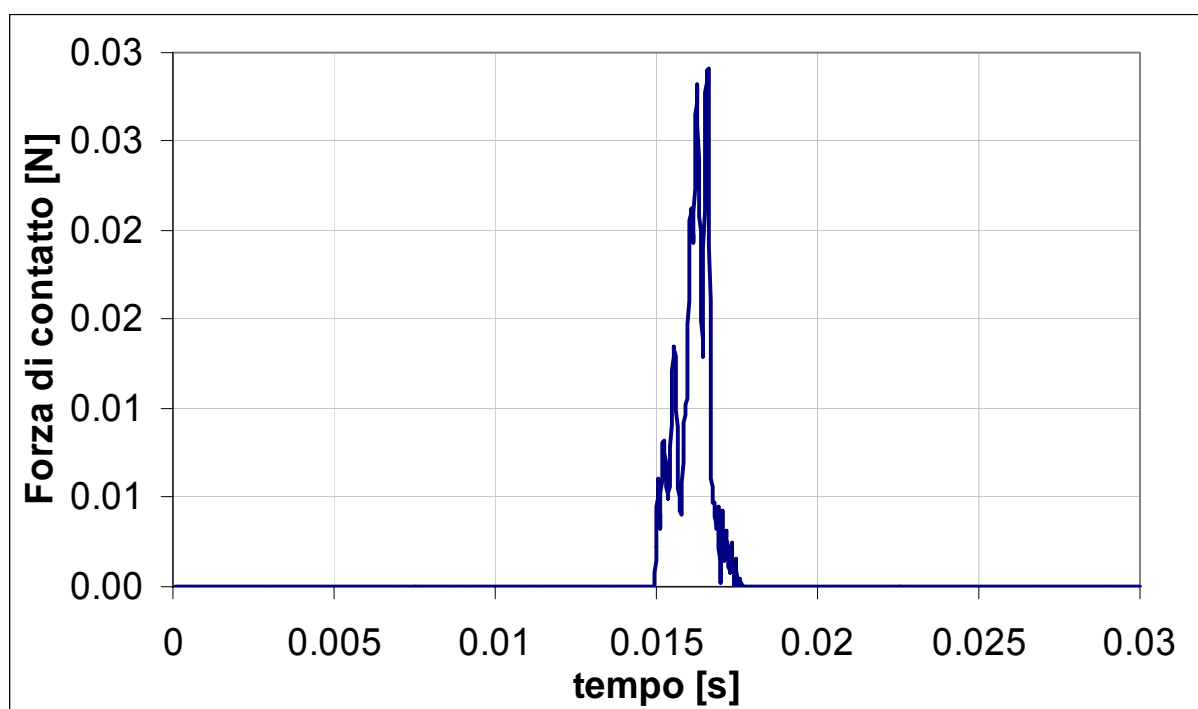


Figura 5.31: Forza di contatto utensile-lastra vs tempo

Dalla fig. 5.31, si nota che dopo un picco iniziale la forza di contatto va a zero a circa 0.018 s. Questo significa che la propagazione del difetto è diventata instabile e che la velocità di avanzamento dell'apice è superiore a quella della lama.

5.3.4.5 – SIMULAZIONE 2

La seconda simulazione è finalizzata a riprodurre il valore della forza di taglio riportata nei dati sperimentali. Partendo dal presupposto che i dati sperimentali sono stati ottenuti in controllo di forza, per poter simulare il taglio vero e proprio è necessario che la fase 4 sia sufficientemente rapida da mantenere il bordo tagliente dell'utensile sempre in contatto con l'apice della frattura; in sostanza rispetto al caso precedente è necessario movimentare l'utensile con una velocità maggiore di quella di propagazione instabile della frattura.

Le 4 fasi descritte in precedenza vengono simulate nel tempo secondo i seguenti intervalli:

5) *Fase 1: tesatura trasversale della lastra*

I bordi laterali della lastra vengono spostati da 0 a 2.88 mm in un tempo pari a 0.0035 s.

6) *Fase 2: Smorzamento degli effetti dinamici*

Dopo la tesatura, i bordi e l'utensile vengono tenuti in quiete fino all'annullamento degli effetti dinamici indotti dalla fase 1. Il periodo di attesa è compreso tra 0.0035 s e 0.0130 s.

7) *Fase 3: Avvicinamento del tagliente all'apice della frattura.*

Dopo che la lastra ha raggiunto la condizione di tesatura statica, l'utensile viene avvicinato alla zona dell'apice della frattura ad alta velocità. Il periodo di movimentazione rapida dell'utensile è compreso tra 0.0130 s e 0.0135 s.

8) *Fase 4: Fase di taglio*

La fase di taglio viene simulata effettuando uno spostamento totale dell'utensile di 25mm (compreso lo spostamento effettuato nella fase 3). Il periodo di movimentazione di questa fase è compreso tra 0.0135 s e 0.02 s, con una velocità quindi superiore a quella utilizzata nell'analisi precedente.

Nelle figure successive viene rappresentata in 2d la simulazione svolta, riportando i fotogrammi più significativi.

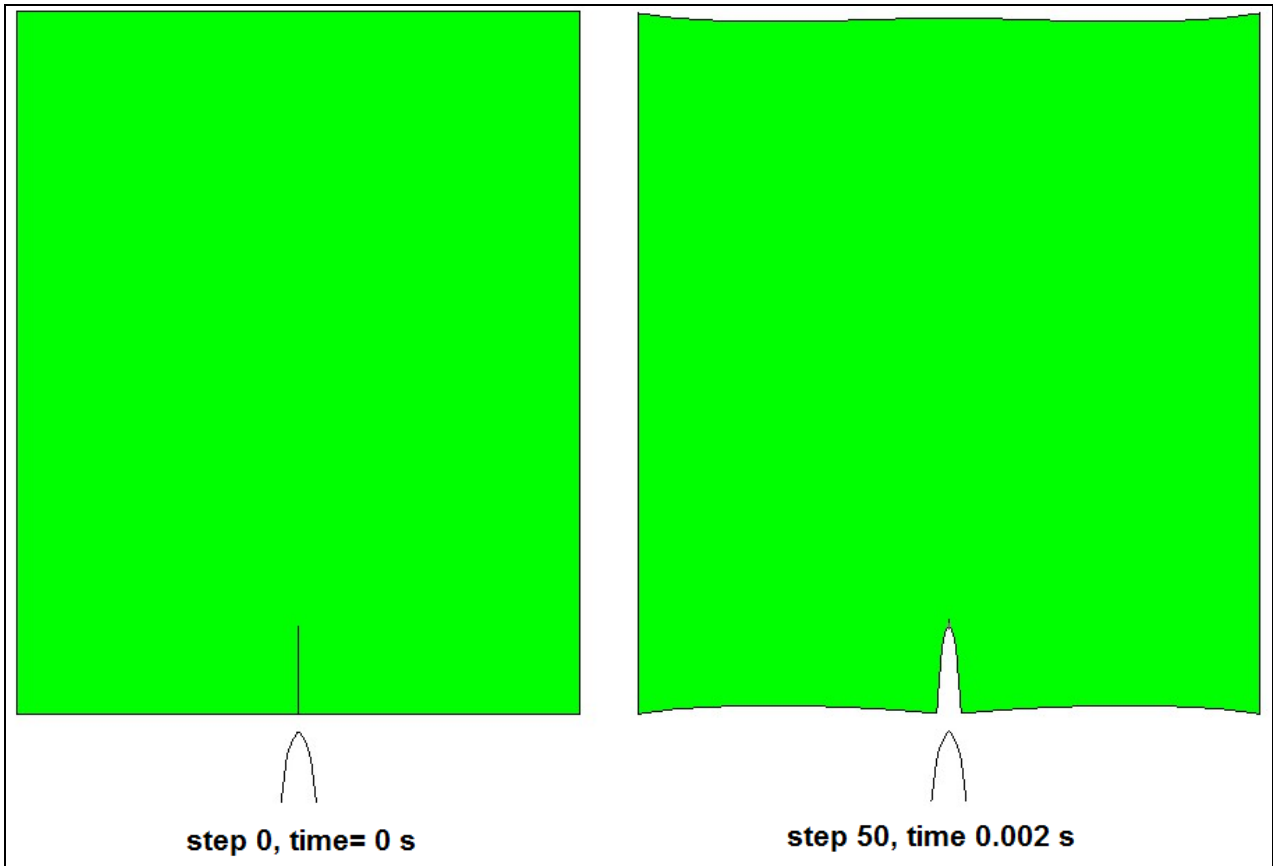


Figura 5.32: simulazione 2, tempo 0 - 0.002 s

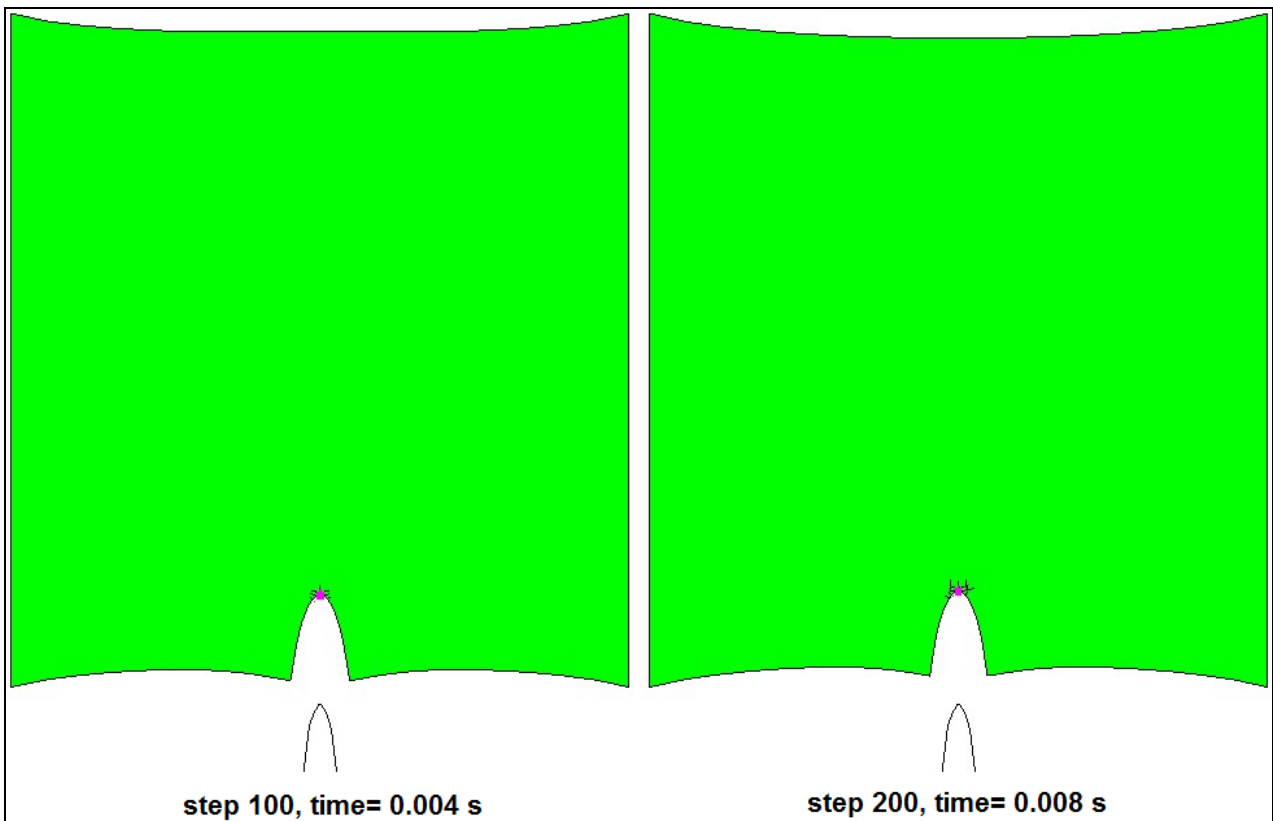


Figura 5.33: simulazione 2, tempo 0.004 - 0.008 s

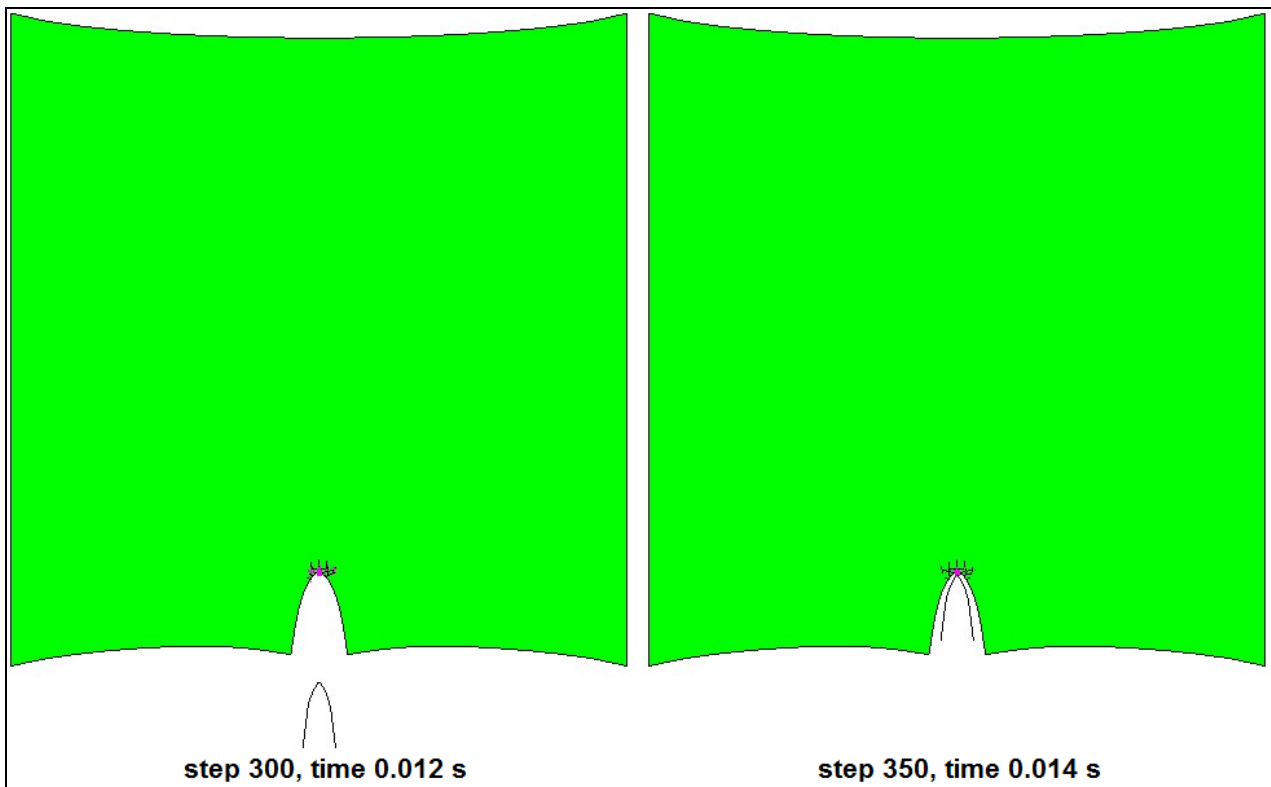


Figura 5.34: simulazione 2, tempo 0.012 - 0.014 s

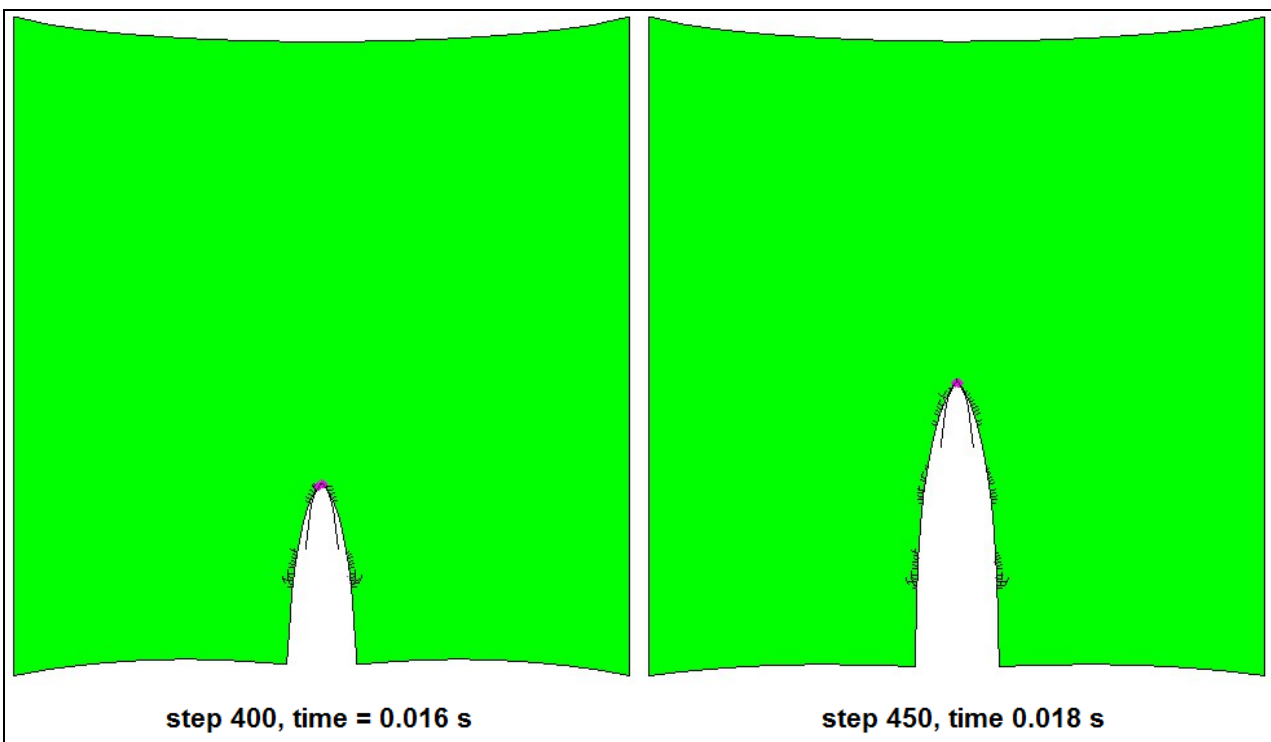


Figura 5.35: simulazione 2, tempo 0.016 - 0.018 s

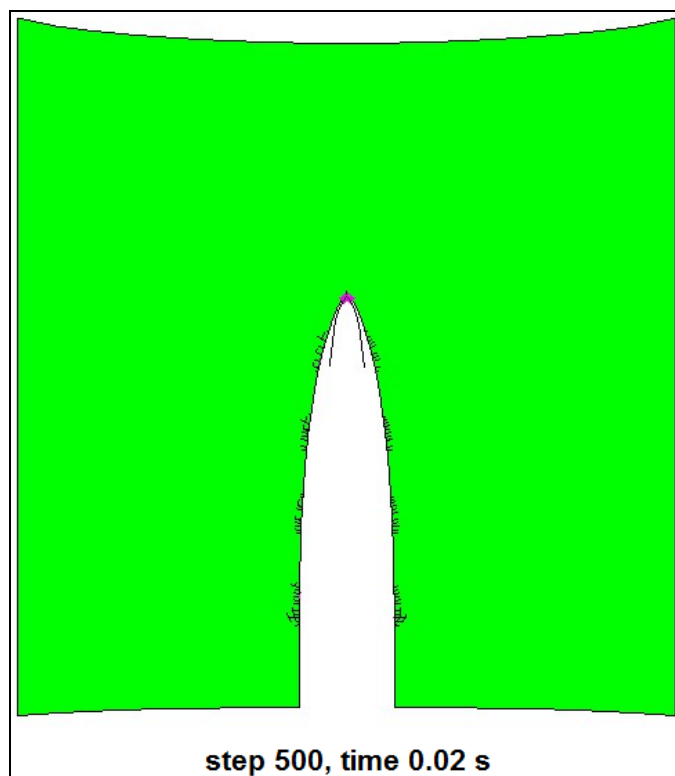


Figura 5.36: simulazione 2, tempo = 0.02 s

Per poter apprezzare la meccanica del taglio si riportano gli zoom della zona di apertura della frattura per gli step più significativi.



Figura 5.37: simulazione 2, tempo 0.014 s (zoom)

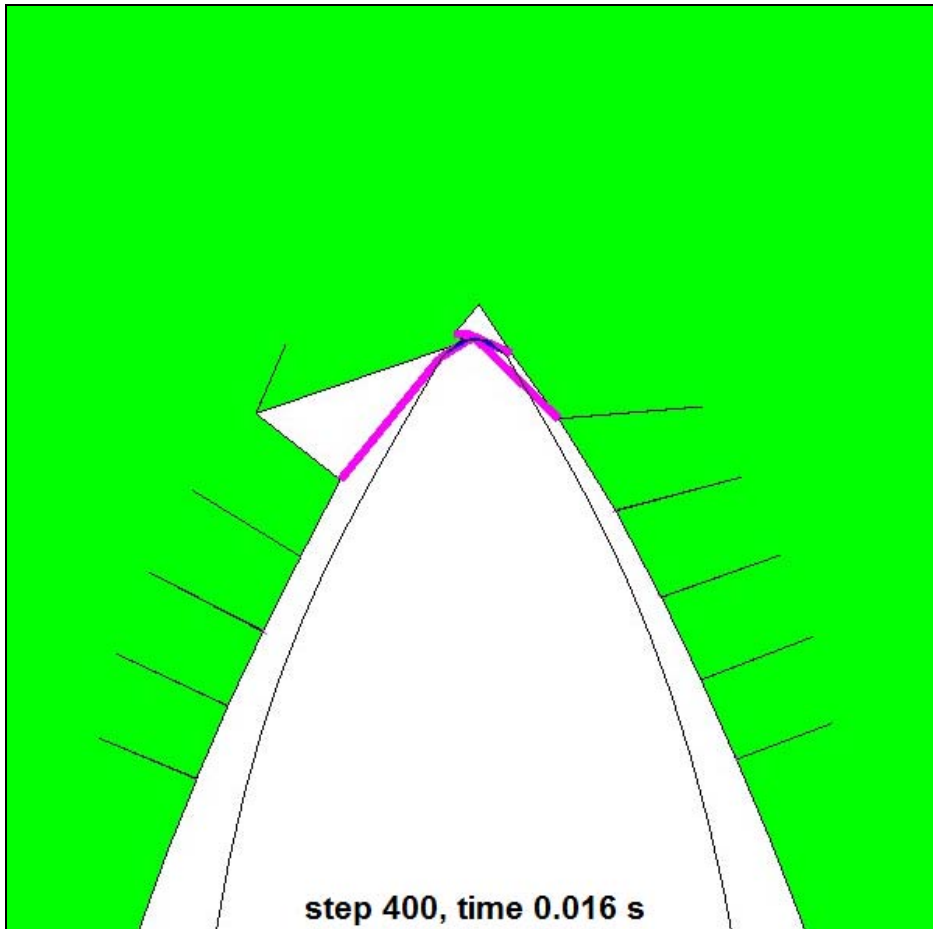


Figura 5.38: simulazione 2, tempo 0.016 s (zoom)

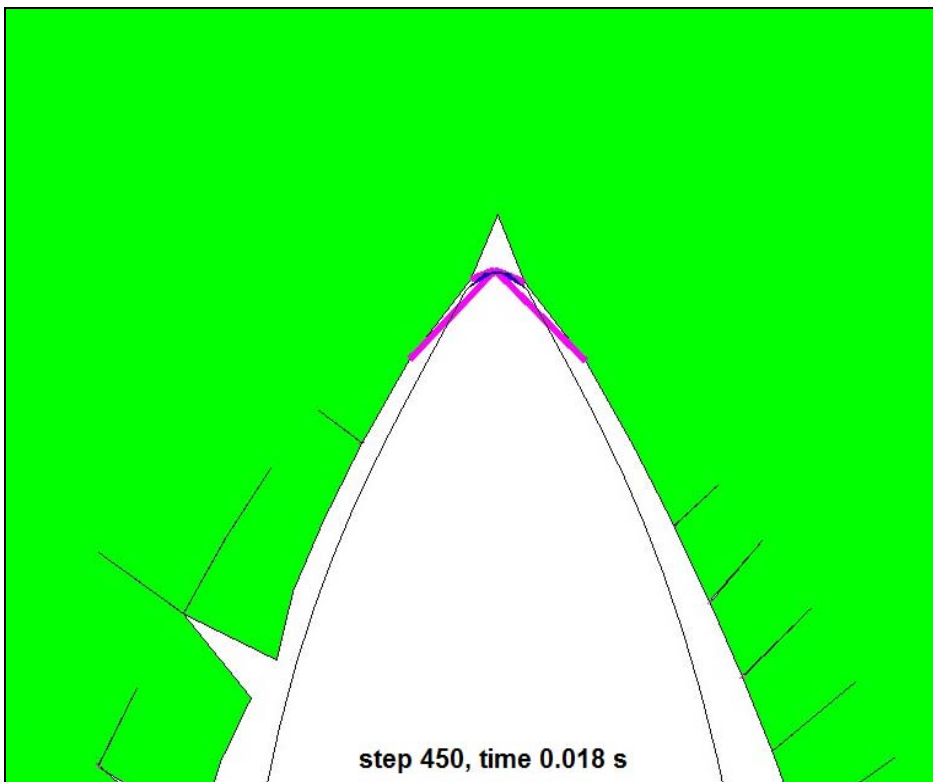


Figura 39: simulazione 2, tempo 0.018 s (zoom)

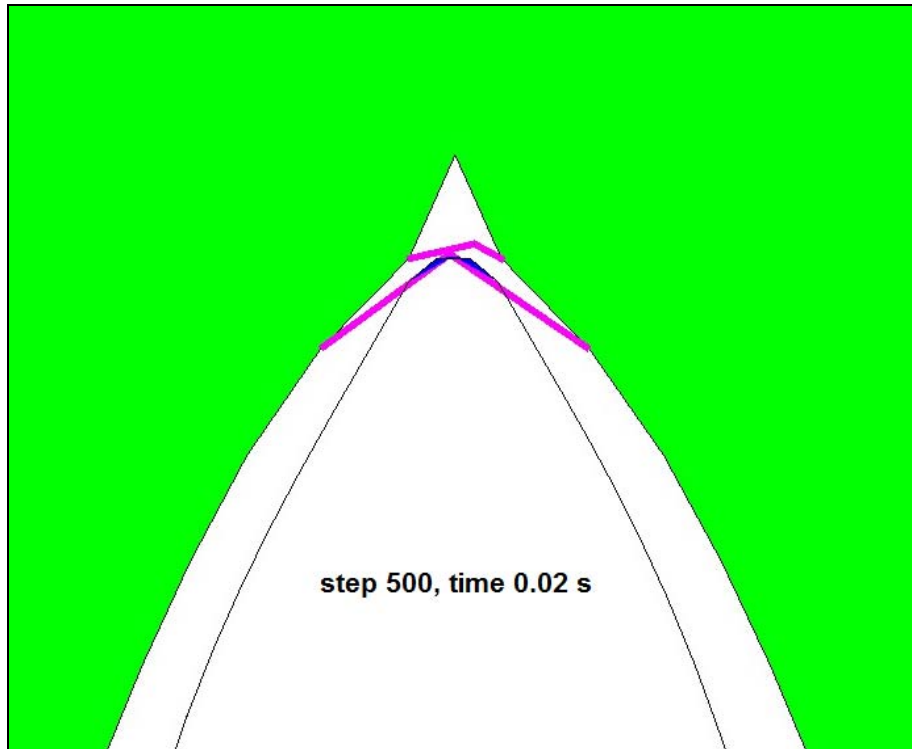


Figura 5.40: simulazione 2, tempo 0.02 s (zoom)

Per poter confrontare i risultati sperimentali e quelli ottenuti mediante simulazione in termini di forza di taglio, sono state valutate le forze di reazione vincolare in direzione y (ovvero la direzione di avanzamento dell'utensile) in corrispondenza dei bordi vincolati (ovvero i bordi ai quali è stato impresso lo spostamento iniziale) e la forza totale di contatto tra utensile e lastra. Tali risultati sono riportati nei seguenti grafici.

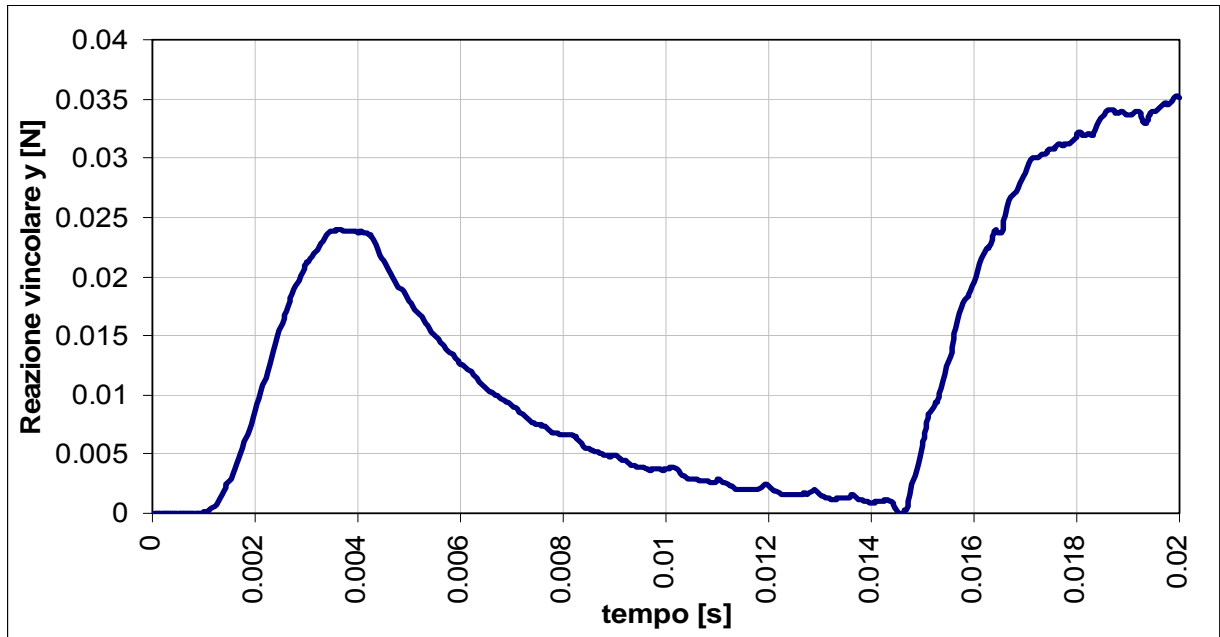


Figura 5.41: Reazione vincolare longitudinale ai bordi vs tempo

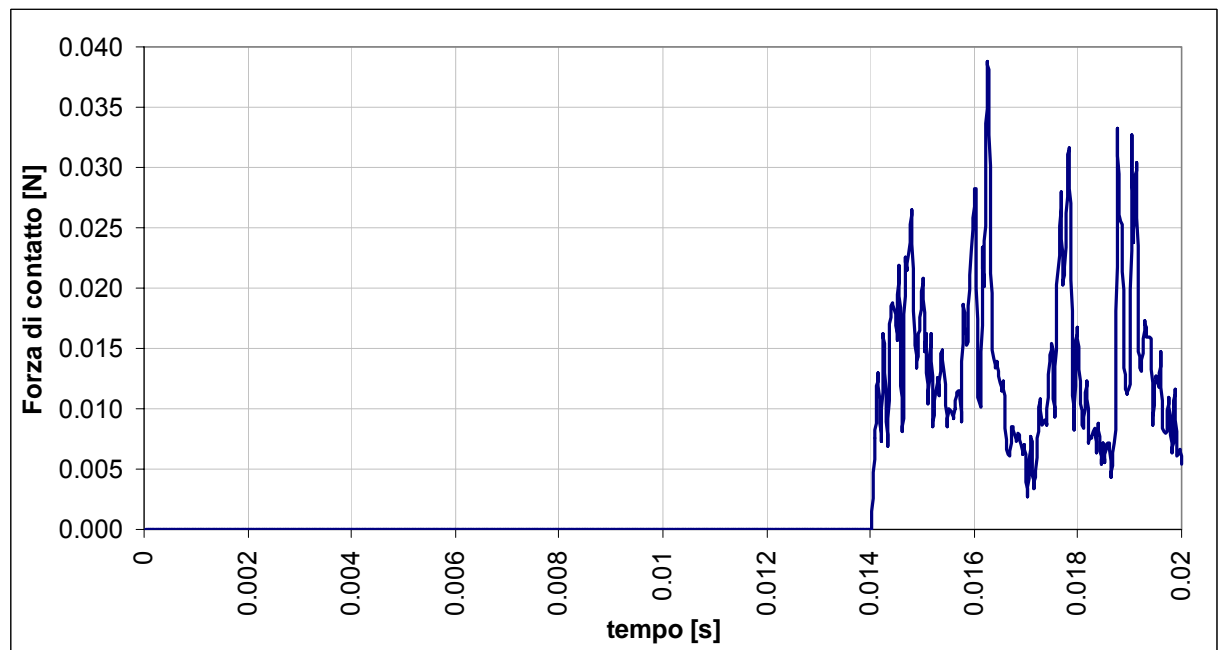


Figura 5.42: Forza di contatto utensile-lastra in direzione di avanzamento utensile vs tempo

5.3.4.6 – INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI

Dai grafici relativi alla simulazione 1 (fig. 5.30 e 5.31) si evince che a valle della fase di tesatura (0 – 0.0035 s) la lastra raggiunge la condizione di quiete in un tempo pari a 0.01 s circa; Il contatto tra utensile ed apice della frattura avviene in corrispondenza dei 0.015 s circa e dopo un breve periodo di contatto (0.015 – 0.017 s) la frattura propaga spontaneamente ad una velocità superiore a quella del cuneo con conseguenti effetti dinamici che vengono equilibrati dalla reazione vincolare ai bordi della lastra. Questo risultato è in accordo ai risultati sperimentali per quanto riguarda gli aspetti di instabilità ma non per quanto riguarda la forza di taglio; sostanzialmente avendo a disposizione un dato di forza di taglio ottenuto in controllo di forza in condizioni instabili, per poter misurare la forza di taglio è necessario procedere muovendo il cuneo ad una velocità superiore di quella di propagazione instabile della frattura.

Dai grafici relativi alla simulazione 2 (fig. 5.40 e 5.41) si osserva invece che muovendo il cuneo con velocità superiore si misura una forza di taglio caratterizzata da forti oscillazioni attorno al valore medio di 0.015 N (fig. 5.42). Tale valore è in accordo al risultato sperimentale che indica una forza di taglio di 150 N per unità di spessore della lastra ovvero 150 N/m; considerando che la simulazione è stata fatta utilizzando uno spessore di 0.1 mm si osserva una buona coerenza dei risultato sperimentali con quelli ottenuti in via numerica.

6 – NOTE CONCLUSIVE

Il lavoro svolto è basato su una attività di ricerca, raccolta ed analisi di documenti bibliografici che trattano l'argomento in oggetto, ovvero il taglio meccanico di gusci sottili e i relativi modelli computazionali.

Dall'analisi dei documenti raccolti in letteratura è emerso che, tra i vari ricercatori che si sono dedicati a queste tematiche, due figure spiccano in quanto a qualità e quantità delle opere di ricerca in questo settore. Tali figure sono quelle di Tony Atkins (School of construction management and engineering, University of Reading, UK) e di Tomas Wierzbicki (Department of Ocean Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, USA).

Volendo effettuare dei confronti di vario tipo tra i modelli computazionali raccolti in letteratura, è stato necessario eseguire una attività di omogeneizzazione della notazione e della simbologia utilizzata, indispensabile per poter comprendere le differenze concettuali che intercorrono tra un modello e l'altro.

Basandosi sulla raccolta bibliografica è stato selezionato un problema di taglio di una lastra in gomma per il quale erano disponibili dei risultati sperimentali. Sono state quindi fatte delle simulazioni numeriche utilizzando un codice di calcolo sviluppato dal Dipartimento di Ingegneria Strutturale del Politecnico di Milano, a scopo di validazione. Tale codice di calcolo era stato in passato impiegato con buoni risultati.

Dovendo affrontare in termini di simulazione un caso reale fortemente diverso da quelli già simulati in passato, è stato necessario effettuare una serie di modifiche e di migliorie al codice di calcolo stesso. Il raggiungimento dei risultati che sono stati esposti nei capitoli precedenti è frutto di una intensa attività iterativa composta da simulazioni varie che hanno permesso di apportare le dovute modifiche al codice di calcolo.

Il codice di calcolo è stato sviluppato sia in termini di algoritmi di calcolo che in termini di affidabilità, apportando delle modifiche atte anche a migliorare il grado di stabilità del software.

I risultati ottenuti dalle simulazioni numeriche effettuate riferendosi alla sperimentazione individuata in letteratura, mostrano un buon grado di aderenza ai risultati sperimentali stessi sia in termini di forza di taglio che in termini di instabilità della frattura; partendo da un risultato sperimentale che forniva il valore della forza di taglio misurata in controllo di forza relativamente alla condizione di propagazione instabile della frattura, è stato possibile simulare sia gli aspetti relativi alla propagazione instabile, sia gli aspetti relativi alla stima della forza di taglio stessa.

BIBLIOGRAFIA

- [1] – “Tecnologia meccanica, lavorazioni per asportazione di truciolo”, A. Zompì – R. Levi , Ed. UTET (2005).
- [2] – “Tecnologia meccanica e studi di fabbricazione”, M. Santochi – F.Giusti , Ed. Casa editrice Ambrosiana (2005).
- [3] – “Esercitazioni di macchine utensili”, A.Andrisano – W. Grilli, Ed. Pitagora Editrice Bologna (1981).
- [4] – “Directional cohesive elements for the simulation of blade cutting of thin shells”, A.Frangi – M.Pagani – U.Perego – R.Borsari. CMES, vol.57,no.3,pp.205-224, 2010
- [5] – “Theoretical analyses of wedge cutting through metal plates”, Z.Zheng , MIT (doctor thesis) (1994)
- [6] – “The science and engineering of cutting: the mechanics and process of separating, scratching and puncturing biomaterials, metals and non-metals”, T.Atkins, Ed. Elsevier (2009).
- [7] – “Cutting, by ‘pressing and slicing,’ of thin floppy slices of materials illustrated by experiments on cheddar cheese an salami”, Atkins – Xu – Jeronimidis , Journal of materials science 39 (2004) p.2761 – 2766.
- [8] – “The machining of metals”, E.J. Amarego – R.H. Brown , Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1969.
- [9] – “Measurement of rubber cutting resistance in the absence of friction”, G.J.Lake – O.H.Yeoh , Int. journal of fracture, vol. 14, no.5, 509-526, October 1978.
- [10] – “Application of the cutting model”, Atkins – Xu – Jeronimidis , Defra Link cutting report (university of Bristol), 2002.
- [11] – “Closed-form solution for wedge cutting force through thin metal sheets”, T.Wierzbicki – P.Thomas, Int. journal of mechanical science vol.35 (1993) 209-229.
- [12] – “A theoretical study of steady-state wedge cutting through metal plates”, Z.M.Zheng – T.Wierzbicki , Int. journal of fracture vol.78 (1996) 45-66.
- [13] – “Meccanica delle strutture, la valutazione della capacità portante, Vol.3”, L.Corradi Dell’acqua , Ed. McGraw-Hill (1994).
- [14] – “On the cutting of a plate by a wedge”, G.Lu – C.R.Calladine, Int. journal mech. Science vol. 32, pp 293-313, 1990.
- [15] – “Experimental studies on scale models for grounding, joint MIT-industry program on tanker safety”, M.Yahiaoui – M.Bracco – P.Little – K.Trauth, report no.18, Department of ocean engineering MIT (1994).

- [16] – “Cutting of thick plates by a wedge – an experimental study, joint MIT- industry program on tanker safety”, O.Astrup , report no.27, Department of ocean engineering MIT (1994).
- [17] – “On cropping and related processes”, A.G. Atkins , Int. journal of mechanical science, vol.22 pp. 215-231, (1980).
- [18] – “A tension zone model of blanking and tearing of ductile metal plates”, T.Wierzbicki – Q.Zhou, Int. journal of mechanical science vol.38, pp 303-324, 1996.
- [19] – “Slicing of soft flexible solids with industrial applications”, A.G.Atkins – X.Xu , Int.journal of mechanical science 47 (2005) 479-492.
- [20] – “Modeling the forces of cutting with scissors”, M.Mahvash – L.M.Voo – D.Kim – K.Jeung – J.Wainer – A.M.Okamura , IEEE transactions on biomedical engineering vol.55 no.3 (march 2008).
- [21] – “Finite element analysis of the magnetic tape slitting process”, S.Aggarwal – B.Bhushan- N.Katsube, Journal of Materials Processing Technology 166 (2005) 205-217.
- [22] – “The deformation and fracture energy of natural rubber under high strain rates”, Ali A. Al-Quraishi, Doctor of philosophy grade Thesis, University of Akron 2007.
- [23] – “Scanning electron microscopy studies on tear fracture of natural rubber”, N.M.Mathew – S.K.De , Polymer Vol.32 1982 pp.632-634.
- [24] – “Test method for determining the shear modulus of elastomeric bearings”, C.Topkaya – J.A.Yura, Journal of structure Engineering, June 2002 pp. 797-805.

