

POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Aeronautica



TRATTAMENTI ACUSTICI
PER APPLICAZIONI ELICOTTERISTICHE
Estensione dell'approccio Transfer Matrix
ai materiali ortotropi

Relatore: Prof. Gian Luca GHIRINGHELLI
Tutor aziendale: Ing. Alessandro PERAZZOLO

Tesi di laurea di:
Stefano PETRELLA Matr. 721234

Anno Accademico 2009-2010

Alla mia famiglia

Sommario

La strategia comunemente utilizzata per l'insonorizzazione della cabina passeggeri su un elicottero è l'applicazione di un trattamento acustico multistrato. Una delle tecniche di analisi per calcolare le proprietà acustiche del trattamento è la Tecnica Multistrato nell'approccio Transfer Matrix che può essere sfruttata per ottenere le caratteristiche necessarie all'analisi SEA della struttura di un elicottero. Il software che implementa tale teoria non ammette la trattazione di materiali ortotropi il cui utilizzo è diffuso a bordo di un elicottero. Con il presente lavoro di tesi si propone l'estensione dell'approccio Transfer Matrix esistente ai materiali compositi.

Abstract

The strategy generally used in helicopter passenger cabin insonorization concerns to the application of a multilayer acoustic treatment. An analysis technique commonly adopted in order to compute the acoustic properties of this treatment is the Transfer Matrix Technique, which is also useful to obtain the characteristics necessary for Statistical Energy Analysis of an helicopter's structure. The software implementing this theory doesn't treat orthotropic materials, which are diffused in helicopter design. The present work shows a way to extend the Transfer Matrix Method with the theory of 3-D elasticity, which deals with composite materials.

Indice

1	L'insonorizzazione nel mondo elicotteristico	1
1.1	Sorgenti e vie di propagazione del rumore	1
1.1.1	Sorgenti di rumore	1
1.1.2	Vie di propagazione del rumore	4
1.2	Livelli di insonorizzazione	7
1.2.1	Efficacia del trattamento	8
1.3	I materiali acustici	9
1.3.1	Pennelli e Barriere	10
1.3.2	Fonoassorbenti	14
1.3.3	Smorzanti	15
1.4	Utilizzo dei materiali acustici	16
1.5	Materiali compositi	17
2	Tecniche di simulazione vibroacustica	19
2.1	L'analisi Statistico-Energetica (SEA)	19
2.1.1	Introduzione	20
2.1.2	Modellazione SEA	20
2.1.3	SEA: approccio <i>Energetico</i>	21
2.1.4	SEA: approccio <i>Statistico</i>	23
2.1.5	Modellazione SEA di un elicottero	24
3	Il calcolo multistrato: estensione ai solidi ortotropi	29
3.1	I trattamenti acustici multistrato	29
3.2	Il calcolo multistrato nell'approccio <i>Transfer Matrix</i>	30
3.2.1	Matrici di trasferimento	30
3.2.2	Matrici di interfaccia	33
3.2.3	Assemblaggio del sistema	37
3.2.4	Calcolo dei coefficienti acustici	38
3.3	Estensione ai materiali ortotropi	40
3.3.1	La teoria dell' <i>Elasticità 3d</i>	40

3.3.2	Integrazione con l'approccio <i>Transfer Matrix</i>	42
4	Codici di calcolo e procedure numeriche di implementazione	47
4.1	Codici di calcolo	47
4.1.1	Stato dell'arte: il codice <i>Ex2</i>	47
4.1.2	Implementazione della teoria dell' <i>elasticità 3d</i> : il codice <i>multistrato3D</i>	48
4.1.3	Estensione della <i>Transfer Matrix</i> ai materiali ortotropi: il codice <i>E2_3d</i>	48
4.2	Procedure numeriche	48
4.2.1	Integrazione numerica del campo diffuso	49
4.2.2	Esponenziale di matrice	52
4.2.3	Inversione della $T_{3d,1}$ e il suo malcondizionamento <i>intrinseco</i>	56
5	Validazione e risultati	59
5.1	Validazione del solutore per la <i>Elasticità 3d</i>	59
5.1.1	Confronto con la letteratura	59
5.1.2	Materiale isotropo: confronto <i>multistrato3D</i> VS <i>Ex2</i>	61
5.2	Il codice <i>Ex2_3d</i> : l'estensione di <i>Ex2</i> con il modello dell' <i>Elasticità 3d</i>	65
5.2.1	Matrici di trasferimento	65
5.2.2	Curve di Transmission Loss	65
5.2.3	Validazione procedura di interfaccia	67
5.2.4	Calcolo multistrato isotropo	67
5.3	Materiali ortotropi. Confronto tra <i>multistrato3D</i> e <i>Ex2_3d</i>	70
5.3.1	Singolo strato ortotropo	70
6	Conclusioni e sviluppi futuri	75
6.1	Conclusioni	75
6.2	Sviluppi futuri	76
6.2.1	Integrazione adattiva	76
6.2.2	Finestratura	77
6.2.3	Ottimizzazione	77
A	Dalla <i>elasticità 3d</i> alla <i>Transfer Matrix</i>. Un esempio applicativo	79
A.0.4	Matrice T_{3d} dalla <i>elasticità 3d</i>	79
B	Coefficienti complessi dalla <i>elasticità 3d</i>	83

C	Legame costitutivo elastico per materiali ortotropi	87
----------	--	-----------

Elenco delle tabelle

3.1	Approccio Transfer Matrix. Dati di ingresso per il codice solutore. Legenda:	34
4.1	Alluminio. Errore ϵ_T di troncamento commesso arrestando la serie (4.2) all'ordine n con tolleranza $toll = 10^{-20}$	55
4.2	Styrofoam. Errore ϵ_T di troncamento commesso arrestando la serie (4.2) all'ordine n con tolleranza $toll = 10^{-20}$	55
5.1	Alluminio	60
5.2	Alluminio. Multistrato equivalente.	67
5.3	Pacchetto CSC (compensato-styrofoam-compensato)	68
5.4	Stratificazione pannello in carbonio	70
B.1	Correzione coefficienti r e τ	86

Elenco delle figure

1.1	L'oggetto dell'insonorizzazione: la cabina passeggeri [2] . . .	2
1.2	Principali sorgenti di rumore su un elicottero [1]	2
1.3	Tonali caratteristiche delle principali fonti di rumore	3
1.4	Contributo al livello di rumore complessivo delle principali fonti di rumore	4
1.5	Curve di pesatura generalmente utilizzate.	4
1.6	Propagazione del rumore diretta ed indiretta	5
1.7	Vie di propagazione del rumore in un elicottero [1]	5
1.8	Struttura e liner [2]	6
1.9	Propagazione tra struttura e liner	7
1.10	Efficacia dei trattamenti acustici (velocità 140kts). Dati cortese- mente forniti da AgustaWestland	9
1.11	Schematizzazione materiale	9
1.12	Legge della massa	11
1.13	Il comportamento di doppia parete	13
1.14	Schematizzazione di un sistema a doppia parete	13
1.15	Tipico pacchetto acustico multistrato	17
2.1	Sottosistemi singolo ed accoppiati	21
2.2	Quattro sottosistemi accoppiati	22
2.3	AW139. Modello SEA: struttura	24
2.4	AW139. Modello SEA: cavità	25
2.5	AW139. Modello SEA: localizzazione delle forzanti mecca- niche ed acustiche	26
2.6	AW139. Modello SEA: Livelli di pressione acustica nella cabina	26
3.1	Schematizzazione multistrato	31

4.1	Alluminio. <i>Ex2</i> . Sensitività al passo di integrazione di campo diffuso $\Delta\vartheta$. Vari casi.	49
4.2	Alluminio. <i>Ex2</i> . Sensitività al passo di integrazione di campo diffuso $\Delta\vartheta$. $\Delta\vartheta = 2; 0.1 \text{ deg}$	50
4.3	Alluminio. <i>Ex2</i> . Sensitività allo smorzamento. $\Delta\vartheta = 2 \text{ deg}$	51
4.4	Alluminio. <i>Ex2</i> . Sensitività allo smorzamento. $\Delta\vartheta = 1 \text{ deg}$	51
4.5	Alluminio. Sensitività all'ordine dello sviluppo per l'esponenziale di matrice. $\Delta\vartheta = 0.2 \text{ deg}$	52
4.6	Styrofoam. Sensitività all'ordine dello sviluppo per l'esponenziale di matrice. $\Delta\vartheta = 0.2 \text{ deg}$	53
4.7	Alluminio. Esponenziale di matrice a troncamento automatico. $\text{toll} = 10^{-20}; \text{maxord} = 30; \Delta\vartheta = 0.2 \text{ deg}$	54
4.8	Styrofoam. Esponenziale di matrice a troncamento automatico. $\text{toll} = 10^{-20}; \text{maxord} = 30; \Delta\vartheta = 0.2 \text{ deg}$	54
5.1	Alluminio. <i>multistrato3d</i> : $\Delta\vartheta = 0.1 \text{ deg}$	60
5.2	Alluminio. Coefficiente di riflessione - parte Reale	61
5.3	Alluminio. Coefficiente di riflessione - parte Immaginaria	61
5.4	Alluminio. Coefficiente di trasmissione - parte Reale	62
5.5	Alluminio. Coefficiente di trasmissione - parte Immaginaria	62
5.6	Alluminio. τ^2	63
5.7	Alluminio. Transmission Loss - scala lineare	64
5.8	Alluminio. Transmission Loss - scala logaritmica	64
5.9	Alluminio. Confronto tra modello isotropo e ortotropo.	66
5.10	Alluminio. Validazione calcolo multistrato. $\Delta\vartheta = 0.1 \text{ deg}$	67
5.11	Multistrato isotropo CSC non smorzato. Validazione calcolo multistrato. $\Delta\vartheta = 0.2 \text{ deg}$	68
5.12	Multistrato isotropo CSC. Effetto dello smorzamento.	69
5.13	Grafite. Coefficiente di riflessione - parte Reale	71
5.14	Grafite. Coefficiente di riflessione - parte Immaginaria	71
5.15	Grafite. Coefficiente di trasmissione - parte Reale	72
5.16	Grafite. Coefficiente di trasmissione - parte Immaginaria	72
5.17	Grafite. $ \tau ^2$	73
5.18	Grafite. Transmission Loss - scala lineare	73
B.1	Alluminio. Confronto tra <i>Ex2</i> e 3d originale. $\Re(r)$	84
B.2	Alluminio. Confronto tra <i>Ex2</i> e 3d originale. $\Im(r)$	84
B.3	Alluminio. Confronto tra <i>Ex2</i> e 3d originale. $\Re(\tau)$	85
B.4	Alluminio. Confronto tra <i>Ex2</i> e 3d originale. $\Im(\tau)$	85
B.5	Alluminio. Confronto tra <i>Ex2</i> e 3d originale. $ \tau ^2$	86

Prefazione

Il presente lavoro è stato svolto in collaborazione con l'ufficio di Acustica di Agusta Westland con lo scopo di estendere un codice di calcolo elaborato per la caratterizzazione dei trattamenti acustici multistrato ai materiali dalle caratteristiche ortotrope.

L'oggetto del lavoro è stato dunque il software che implementa la teoria multistrato secondo l'approccio Transfer Matrix di cui si disponeva dei file sorgenti. Esso permette la trattazione di strati fluidi, materiali porosi, e solidi isotropi.

La base teorica per la caratterizzazione dei materiali ortotropi è stata reperita in letteratura. Modificando opportunamente le matrici ricavate nello sviluppo di tale teoria è stato possibile accorpere con successo il modello ivi presentato nel codice esistente.

Ringraziamenti

Ringrazio il professor Ghiringhelli per la fiducia e la disponibilità dedicatami e il professor Dozio per avermi seguito durante la presentazione.

Un grazie particolare lo rivolgo all'Ing. Alessandro Perazzolo per il prezioso supporto didattico e professionale e all'Ing. Sara Scaini.

Ringrazio inoltre l'azienda Agusta-Westland per l'ospitalità offertami presso i suoi uffici.

Introduzione

Nel mondo aeronautico è da ormai parecchi anni che il comfort interno ha acquisito sempre maggior importanza

Nel campo elicotteristico in particolare, i committenti della macchina non sono più solo enti statali di soccorso e/o di difesa nazionale ma anche privati che vedono nell'elicottero un utile e veloce mezzo di trasporto passeggeri. Se nel primo caso il comfort di bordo passa in secondo piano rispetto alla capacità della macchina nell'eseguire particolari funzioni (e.g. eliambulanza, antincendio, ricerca e soccorso), nel secondo caso diventa fondamentale l'abitabilità della cabina passeggeri.

Il privato che destina l'elicottero al puro trasporto di persone è interessato ad un volo il più confortevole possibile. In questo senso per un produttore di elicotteri quale Agusta Westland è importante offrire un adeguato livello di insonorizzazione della cabina passeggeri. Per questo è stato necessario per i progettisti dotarsi di strumenti di analisi e predizione delle caratteristiche acustiche della macchina.

Nel caso specifico di Agusta Westland¹ tale strumento rientra nell'ambito dei metodi di Analisi Statistico Energetica (SEA) che permettono una predizione del livello acustico presente in cabina una volta assegnate le sorgenti e le diverse vie di propagazione del rumore.

Questo tipo di analisi passa evidentemente dalla caratterizzazione acustica dei materiali utilizzati a bordo.

Le tecniche di insonorizzazione diffuse nel mondo aeronautico prevedono l'applicazione di un pacchetto acustico costituito dalla stratificazione di diversi materiali.

Uno strumento utilizzabile per la caratterizzazione di questi pacchetti è la tecnica multistrato secondo l'approccio Transfer Matrix. Con questo metodo è possibile modellare diversi tipi di materiali, tutti però riconducibili ad un comportamento isotropo.

¹Nel cui ambito industriale è stato svolto il presente lavoro di tesi

Nel progetto strutturale legato all'industria aeronautica a cui il mondo elicotteristico è riconducibile è ormai molto diffuso e comune l'utilizzo di materiali con caratteristiche ortotrope (e.g. compositi, sandwich) il che comporta, ai fini della modellazione acustica del sistema, la necessità di una loro caratterizzazione da tale punto di vista.

Ad oggi, nell'ambito dell'approccio Transfer Matrix non esiste un modello di riferimento che permetta di trattare materiali quali i compositi. Oggetto del presente lavoro sarà l'estensione di questa tecnica di caratterizzazione acustica ai materiali ortotropi.

La via via maggior importanza dell'aspetto acustico di bordo è riscontrabile anche nel fatto che si sta studiando la possibilità di inserire materiali acustici direttamente all'interno della stratificazione del sandwich strutturale per migliorarne fin da subito le caratteristiche insonorizzanti. Anche questi nuovi materiali diventano modellabili con l'estensione della Transfer Matrix ai materiali ortotropi qui proposta.

Capitolo 1

L'insonorizzazione nel mondo elicotteristico

Verranno qui presentate le principali problematiche acustiche relative al mondo elicotteristico prendendo in esame gli elementi alla base della generazione del rumore avvertito in cabina e i materiali acustici usati per la realizzazione del trattamento insonorizzante.

L'oggetto del progetto del trattamento acustico è la cabina passeggeri.

1.1 Sorgenti e vie di propagazione del rumore

Il rumore presente a bordo di un elicottero viene generato da diverse sorgenti e si propaga all'interno della struttura con diverse modalità fino alla cabina passeggeri.

1.1.1 Sorgenti di rumore

Le principali sorgenti del rumore avvertito in cabina sono relative alla componentistica di bordo e a fonti di rumore aerodinamico esterne.

- Trasmissione
- Pompe ed impianti idraulici
- Rotori principale e di coda
- Motori
- Aerodinamica

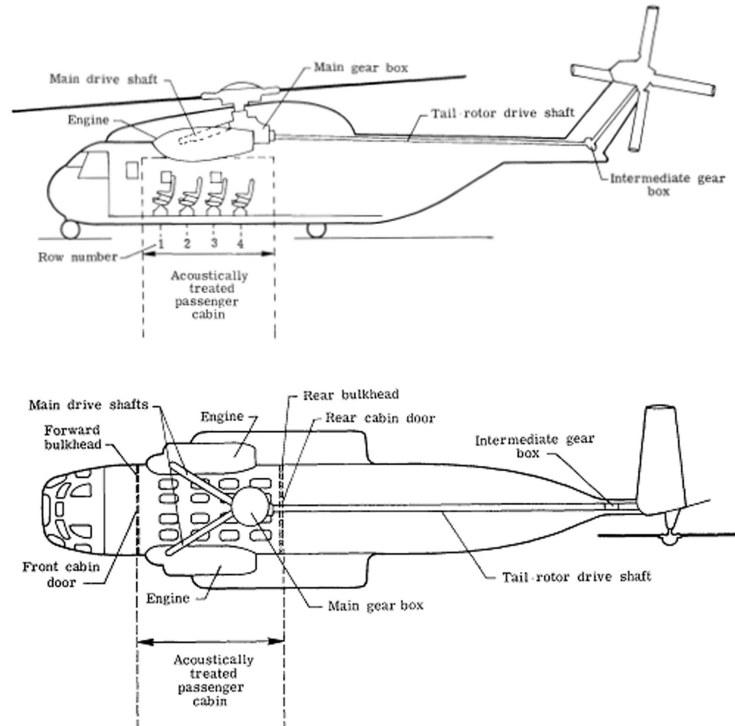


Figura 1.1: L'oggetto dell'insonorizzazione: la cabina passeggeri [2]

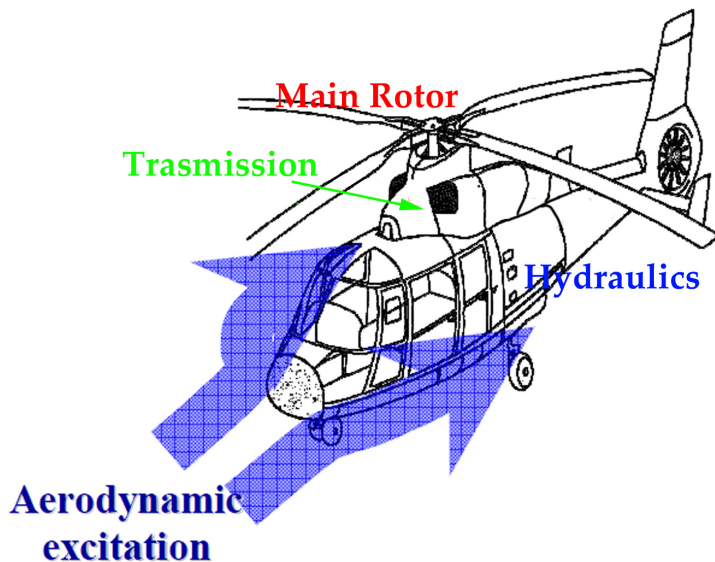


Figura 1.2: Principali sorgenti di rumore su un elicottero [1]

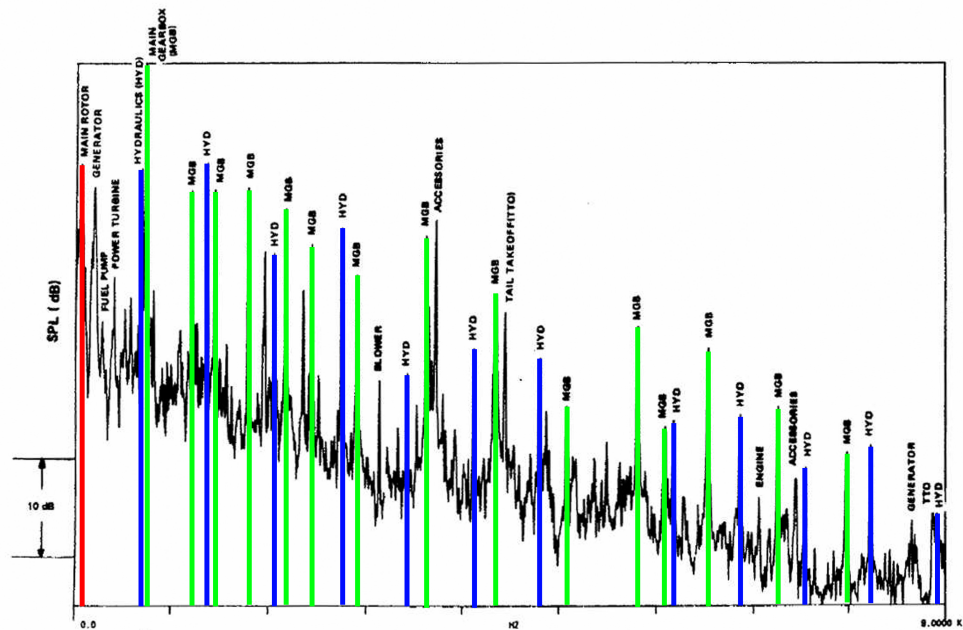


Figura 1.3: Tonalità caratteristiche delle principali fonti di rumore

- Impianto di condizionamento
- Apparatì avionici e ventole

Esse contribuiscono ognuna al livello complessivo del rumore avvertito e si differenziano per la propria frequenza caratteristica.

Dalla Figura 1.3 si nota come solo la prima tonale del rotore principale venga chiaramente avvertita in cabina, mentre le successive hanno un livello tale da confondersi nel rumore di fondo presente. Al contrario l'impianto idraulico e la trasmissione si ripresentano chiaramente anche alle tonali successive apparendo inoltre come i principali contributi al livello di rumore presente (Figura 1.4). Sarebbe quindi opportuno dedicare attenzione alla rumorosità e al livello vibratorico propri di tali componenti per ottenere una migliore insonorizzazione della macchina.

Il trattamento acustico applicato alla cabina è infatti un sistema passivo mirato a ridurre il rumore generato dalle sorgenti. Se tale problematica venisse considerata anche nel progetto della componentistica presente a bordo si potrebbero ottenere livelli di comfort di bordo più elevato facilitando il progetto e alleggerendo il peso del trattamento insonorizzante applicato a posteriori.

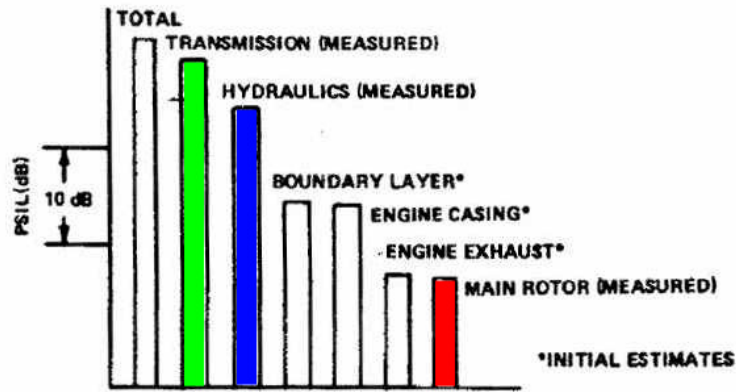


Figura 1.4: Contributo al livello di rumore complessivo delle principali fonti di rumore

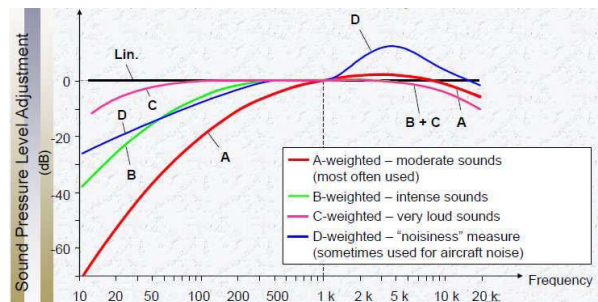


Figura 1.5: Curve di pesatura generalmente utilizzate.

Percezione umana del suono

È importante sottolineare il fatto che il livello di rumore prodotto e presente in cabina è avvertito in modo particolare dall'orecchio umano. Si rivela quindi opportuno tenere conto dell'effetto di pesatura della percezione umana scalando i risultati sperimentali con le curve di pesatura comunemente diffuse nel mondo industriale (Figura 1.5). In questo modo è possibile prestare la corretta attenzione alle tonali più critiche indirizzando meglio il progetto dell'insonorizzazione.

1.1.2 Vie di propagazione del rumore

Il rumore così generato si diffonde attraverso le vie di propagazione strutturale ed aerea fino ai pannelli della cabina passeggeri che agiscono

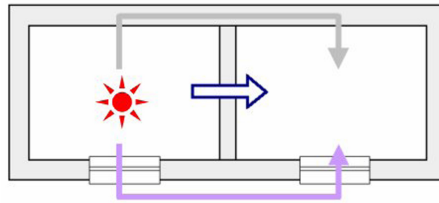


Figura 1.6: Propagazione del rumore diretta ed indiretta

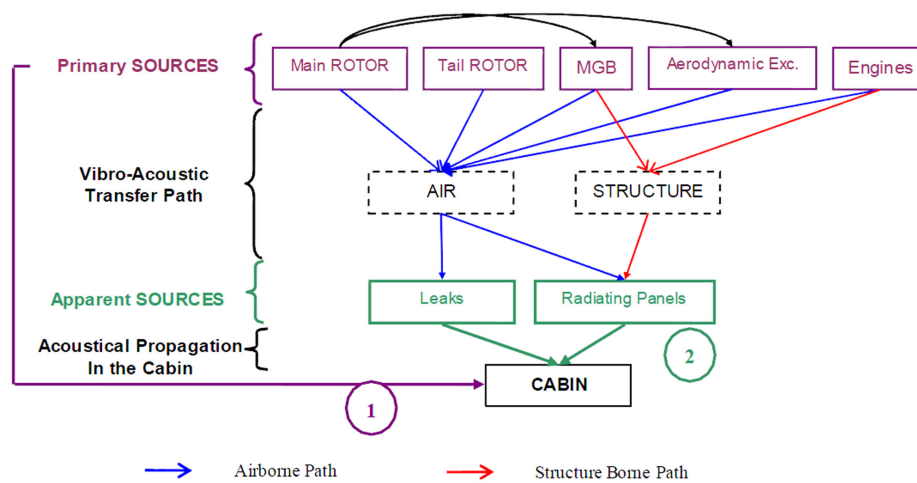


Figura 1.7: Vie di propagazione del rumore in un elicottero [1]

come sorgenti apparenti.

É inoltre possibile distinguere la propagazione del rumore in diretta ed indiretta. Nel primo caso il rumore passa da due ambienti attraverso il solo elemento separatore tra di essi. Nel secondo caso vengono coinvolti anche gli elementi circostanti (Figura 1.6).

L'analisi acustica dell'intero mezzo presenta due particolari difficoltà. La prima consiste nello stimare il contributo che ogni sorgente primaria ha sul livello di rumore interno (nr.1 in Figura 1.7), informazione questa ottenibile con un'analisi spettrale il cui esito produrrebbe un grafico del tipo riportato in Figura 1.3.

Il secondo problema (nr.2 in Figura 1.7) è capire come il rumore si propaga attraverso le varie vie di trasmissione, in modo da individuare i pannelli maggiormente radianti per poter opportunamente applicare il

trattamento acustico.

Struttura e liner

All'interno della fusoliera è ricavata la cabina passeggeri chiusa nel liner (Figura 1.8). Il sistema da insonorizzare può essere considerato come una cavità delimitata da due gusci esterni tra i quali è presente l'intercapedine in cui viene normalmente posizionato il trattamento acustico multistrato.

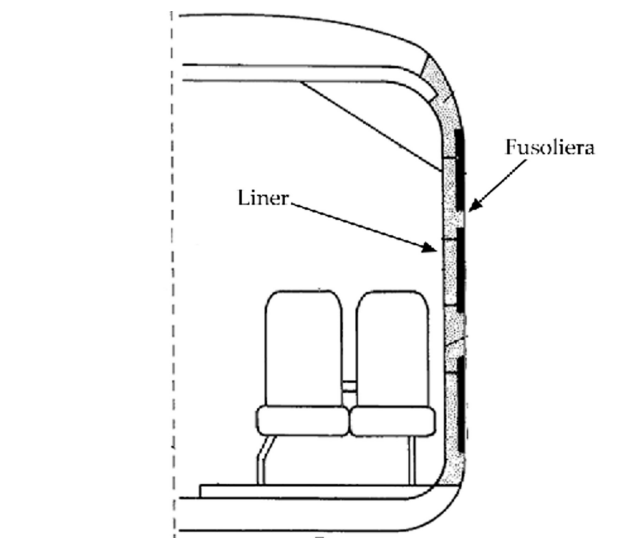


Figura 1.8: Struttura e liner [2]

Il rumore, attraverso le vie strutturale ed aerea, giunge dalle sorgenti ai pannelli di fusoliera che sono indotti a vibrare irradiando nell'intercapedine che li separa dal liner. L'energia fin qui giunta arriva ai pannelli del liner per via aerea sotto forma di onda sonora e per via strutturale attraverso i supporti che li collegano alla struttura (Figura 1.9).

Nei confronti dell'onda sonora di pressione generata dalla vibrazione strutturale, il liner appare come un sistema a singola parete.

Considerando invece l'onda proveniente dall'esterno per via aerea (di origine sia aerodinamica che generata dagli apparati sopra il tetto dell'elicottero che irradiano rumore nella cavità sovrastante la fusoliera e delimitata dal fairing), il complesso struttura/liner è configurabile come un sistema a doppia parete (cfr. Sezione 1.3.1).

Lo scopo del trattamento acustico multistrato è quello di ridurre, al limite annullare, la quantità di energia che giunge al liner per via aerea.

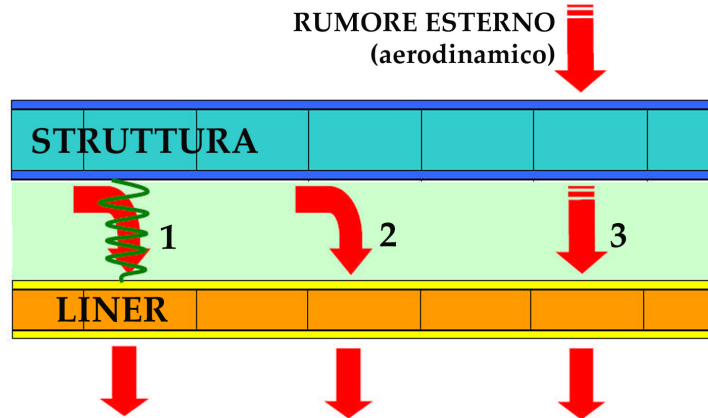


Figura 1.9: Propagazione tra struttura e liner

La soppressione delle vibrazioni direttamente trasmesse al liner è invece oggetto della progettazione di opportuni isolatori da montare sui suoi supporti.

1.2 Livelli di insonorizzazione

A seconda del trattamento applicato è possibile individuare diversi livelli di qualità acustica di bordo che comportano chiaramente un peso sempre maggiore del pacchetto insonorizzante installato.

Si riportano a seguire le principali configurazioni insonorizzanti.

Configurazione Green

É la configurazione nuda di base da considerare come un riferimento per valutare la qualità del trattamento acustico applicato.

Configurazione Offshore

Prevede la presenza di liner e di un trattamento acustico molto ridotto per contenere i pesi. É la configurazione destinata alle operazioni da piattaforma o che richiedono comunque la capacità di trasportare il massimo carico pagante.

Configurazione Utility

Configurazione dedicata al trasporto passeggeri con un trattamento acustico dal peso contenuto onde ottenere un discreto livello di rumore interno. Implica l'utilizzo delle cuffie in cabina in quanto il comfort acustico raggiunto non è tale da rimanere senza di esse per voli di medio-lunga durata.

Configurazione VIP

È la configurazione che garantisce la migliore qualità acustica di bordo. Il liner è lo stesso delle configurazioni offshore e utility ma il trattamento acustico installato è della migliore fattura possibile. Si differenzia dalle configurazioni precedenti anche per il fatto che su di essa sono installati dei sileziatori idraulici la cui adozione permette di abbattere la trasmissione del rumore generato dalle pompe idrauliche che si propaga attraverso le condutture che arrivano in cabina. È appositamente progettato per consentire ai passeggeri di rimanere in cabina con un livello di comfort acustico tale da non richiedere l'utilizzo di cuffie protettive.

Configurazione Army

Destinata ai mezzi militari è dotata di un soft liner diverso da quello installato sulle configurazioni civili costituito da un semplice materiale fonoassorbente contenuto in un tessuto trapuntato.

1.2.1 Efficacia del trattamento

Per valutare l'effettiva efficacia del trattamento applicato alle varie versioni sono stati ricavati da misure sperimentali i valori del SIL4 che vengono presentati in relazione al peso del trattamento¹ (Figura 1.10).

Dalla Figura 1.10 si nota come il trattamento acustico installato porti un effettivo e sensibile miglioramento del comfort acustico.

¹I valori assoluti non sono stati riportati perchè confidenziali. Ai fini del presente lavoro è sufficiente riportare il SIL in termini di Δ dB

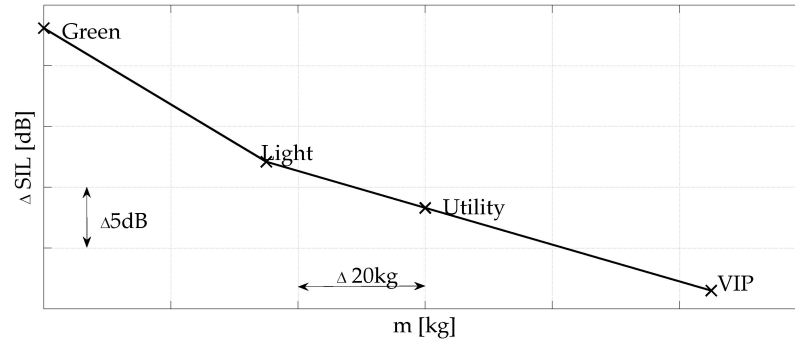


Figura 1.10: Efficacia dei trattamenti acustici (velocità 140kts). Dati cortesemente forniti da AgustaWestland

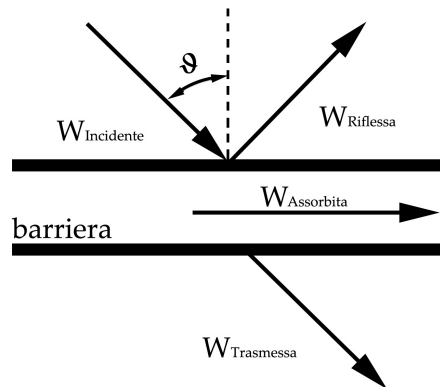


Figura 1.11: Schematizzazione materiale

1.3 I materiali acustici

Il trattamento acustico applicato tra liner e fusoliera prevede la stratificazione di una serie di materiali ognuno con le proprie peculiarità insonorizzanti. Essi sono classificati in base al principio sfruttato per la riduzione del livello sonoro in un ambiente. Si distinguono in barriere, smorzanti e fonoassorbenti [3].

Un requisito fondamentale da tenere in considerazione per la scelta dei materiali da utilizzare nelle applicazioni elicotteristiche è la capacità di mostrare caratteristiche ignifughe e autoestinguenti come richiesto dalla normativa internazionale (FAR 26-2).

La caratterizzazione dei materiali acustici passa attraverso la definizione

di alcuni coefficienti acustici dipendenti dalla frequenza e legati all'energia sonora coinvolta nella propagazione delle onde acustiche. Essi sono i coefficienti di riflessione r , di assorbimento α e di trasmissione τ ottenibili dall'equazione del bilancio energetico che vede la potenza incidente scomponibile nelle potenze riflessa, assorbita e trasmessa normalizzando rispetto alla potenza incidente [4].

$$W_I = W_R + W_A + W_T \quad (1.1a)$$

$$1 = r + \alpha + \tau \quad (1.1b)$$

Un altro importante parametro è il Transmission Loss TL direttamente legato al coefficiente di trasmissione secondo la

$$TL = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{|\tau|^2} \right) \quad (1.2)$$

1.3.1 Pennelli e Barriere

Una barriera attenua l'ampiezza di un'onda propagante in una certa direzione interferendo con essa. L'onda sonora, che continua a propagarsi nella direzione originale, viene ridotta notevolmente in ampiezza rispetto all'onda originale. Nel momento in cui l'onda incontra la barriera, la massa dello strato si oppone al moto delle molecole incidenti riflettendo parte dell'energia sonora. Una frazione di energia viene dissipata dallo smorzamento interno del materiale e una restante porzione è trasmessa attraverso il materiale e continua nella propagazione con un'ampiezza ora ridotta.

Funzionamento

A bassa frequenza domina il comportamento modale del pannello che dipende dalla sua distribuzione di massa, rigidità e dal suo smorzamento modale. Aumentando la frequenza l'andamento del $TL(f)$ segue la *legge della massa* (Figura 1.12) in cui domina la massa superficiale del pannello.

Alla frequenza cosiddetta di *coincidenza*, quando la velocità di propagazione dell'onda meccanica del pannello coincide con la velocità di propagazione dell'onda acustica nell'aria, si innesca il massimo dell'efficienza di irradiazione e il pannello emette rumore (per via strutturale) riducendo il fonoisolamento. La riduzione di quest'ultimo dipende dal livello di smorzamento del pannello.

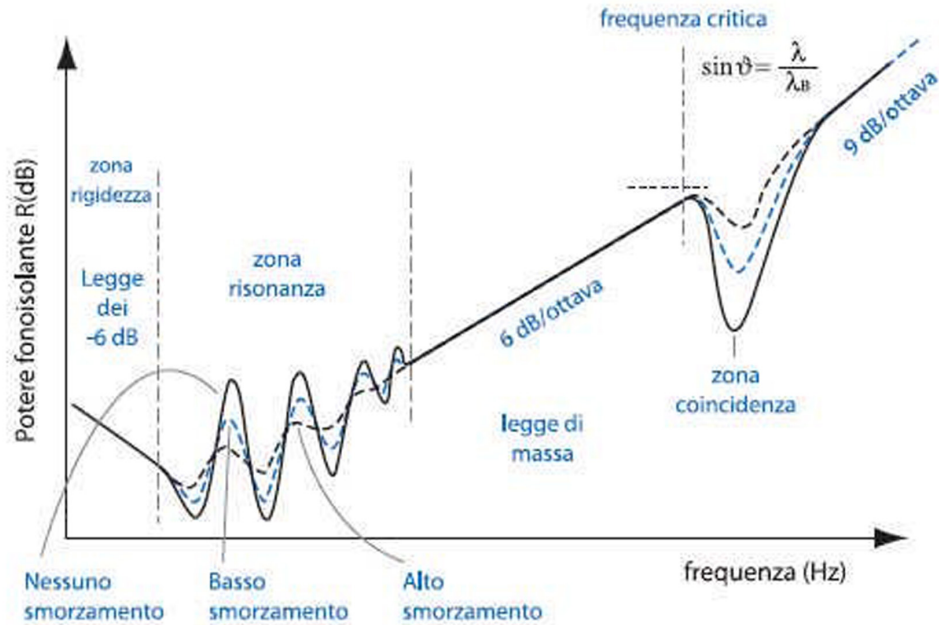


Figura 1.12: Legge della massa

Nell'applicazione di questo tipo di materiali è importante verificare che le frequenze del rumore che si voglio abbattere non cadano nelle zone di penalizzazione della barriera individuate dalle risonanze del pannello e dal fenomeno della coincidenza soprattutto se il grado di smorzamento non è molto apprezzabile.

Questi materiali dovrebbero essere il più possibile omogenei e impermeabili all'aria. I pori riducono l'effettiva dimensione del pannello lasciando una via di propagazione diretta della pressione sonora dell'aria tra le due facce del materiale e riducendo le caratteristiche fonoisolanti della barriera.

La legge della massa

Per i materiali le cui proprietà acustiche sono prevalentemente influenzate dalla massa, il TL segue una legge lineare in scala logaritmica con pendenza pari a 6dB/ottava.

Tale legge è tale per cui si ha un incremento di 6dB per ogni raddoppio di frequenza o di massa superficiale.

Lo schema a doppia parete

Per incrementare le caratteristiche fonoisolanti di un trattamento sfruttandone semplicemente le caratteristiche di massa è possibile disaccoppiare due barriere in modo da ricreare uno schema a doppia parete.

Il disaccoppiamento può essere ottenuto attraverso un'intercapedine d'aria o con un materiale morbido e poroso (schiuma o fibroso) interposto tra le due barriere.

Si consideri un pannello di massa superficiale m_1 . Ad una certa frequenza avrà un transmission loss pari a TL_1 . Un pannello avente massa doppia $m_2 = 2m_1$ avrà un $TL_2 = TL_1 + 6dB$. Considerando invece due pannelli di massa m_1 distanziati da un'intercapedine d'aria (o da altro materiale), essi assicurano entrambi un transmission loss pari a TL_1 . Questo sistema a doppia parete darà quindi un $TL_{DP} = 2TL_1 > TL_2 = TL_1 + 6dB$.

Dalla Figura 1.13 si nota come a partire dalla frequenza f_0 di risonanza la pendenza della curva di TL si impenna a 18 dB/ottava per poi assestarsi a 12 dB/ottava con ovvi vantaggi in termini di fonoisolamento rispetto alla barriera semplice.

Ancora una volta è necessario fare attenzione alle zone di risonanza che si ripresentano ad ogni cambio di pendenza della curva $TL(f)$: un sistema a doppia parete esibisce una frequenza di risonanza f_0 tanto più bassa quanto più è morbido lo strato intermedio o quanto più sono pesanti le pareti:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_r}} \quad (1.3)$$

avendo definito con riferimento alla Figura 1.14 le seguenti grandezze

$$k = \frac{E_r A}{h_r} \quad m_1 = \rho_1 \cdot h_1 \quad m_2 = \rho_2 \cdot h_2 \quad m_r = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (1.4a)$$

Nel caso dell'elicottero si nota come lo schema liner-fusoliera sia già di per se strutturato a doppia parete in relazione al rumore che giunge per via aerea dall'esterno.

Effetti penalizzanti delle barriere

Questi tipi di materiali sono inefficaci qualora posizionati su un'area non interposta fra una sorgente di rumore e l'ambiente di ricezione.

Nel caso in cui esistano vincoli progettuali che implicano la produzione di buchi nella barriera (e.g. passaggio di cablaggi elettrici o di tubazioni idrauliche), si avrà un forte decadimento delle sue qualità insonorizzanti.

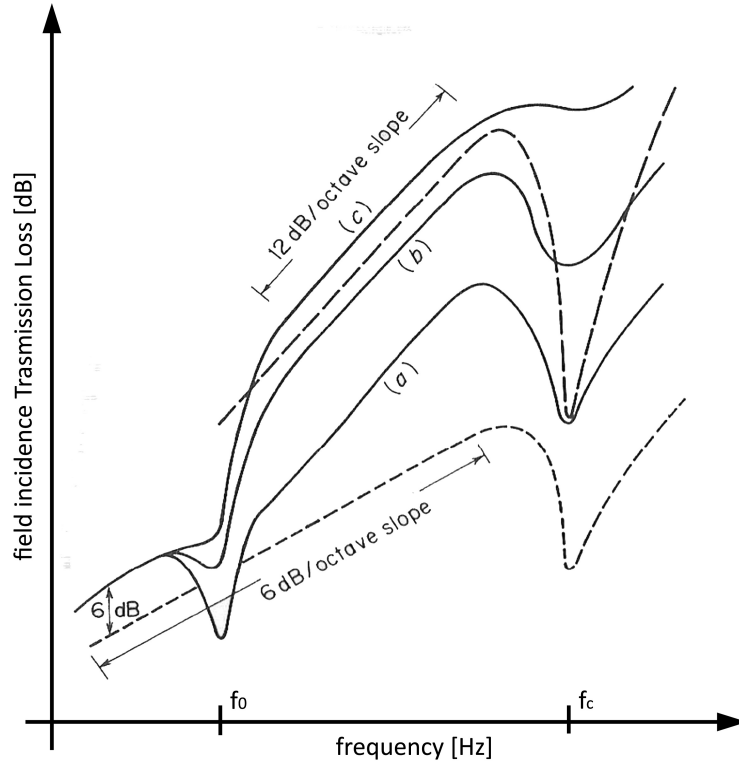


Figura 1.13: Il comportamento di doppia parete

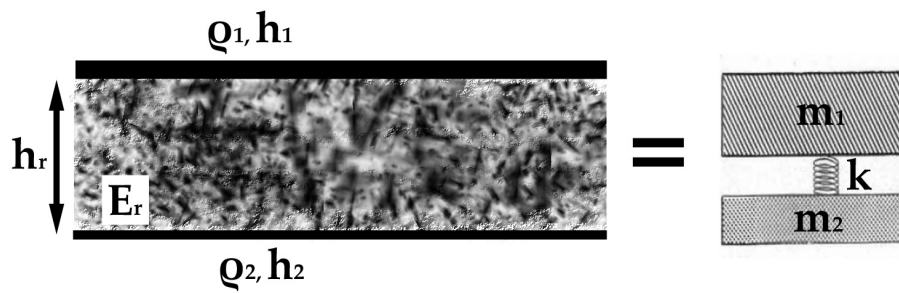


Figura 1.14: Schematizzazione di un sistema a doppia parete

Le barriere di efficacia limitata nella limitazione del rumore che si propaga per via strutturale.

Materiali tipici

Ogni materiale con una massa sufficiente ed impermeabile all'aria può essere assimilato ad una barriera. Tipicamente si tratta di gomme siliciche e materiali a base acqua.

1.3.2 Fonoassorbenti

I materiali fonoassorbenti riducono l'energia acustica di un'onda sonora mentre essa passa attraverso il materiale. Il coefficiente di assorbimento può essere anche riscritto come

$$\alpha = 1 - r = 1 - \frac{W_R}{W_I}$$

Funzionamento

Affinchè il materiale assorbente funzioni correttamente deve essere poroso o fibroso. L'onda acustica che propaga nel materiale perde energia per dissipazione viscosa. Le fibre sono inoltre eccitate a scontrarsi le une con le altre producendo calore che porta ad un'ulteriore dissipazione dell'energia acustica.

Un requisito fondamentale per lo strato fonoassorbente è che la superficie che riceve l'onda sonora incidente deve essere poco riflettente permettendo il passaggio del suono all'interno del materiale. Tutta la potenza che viene riflessa è infatti destinata a tornare nel sistema in altra forma. Si intuisce quindi come un buon fonoassorbente sarà sicuramente una barriera di scarsa efficacia.

Inefficacia dei fonoassorbenti

Posizionando questi materiali in una zona non attraversata dall'onda sonora il loro utilizzo è inutile. Diventano invece molto efficaci se applicati su superfici molto riflettenti: in questo modo la potenza sonora passa al loro interno due volte incrementando l'assorbimento.

Materiali tipici

I materiali più diffusi sono schiume poliuritaniche, melanimiche e siliciche. Molto diffuso l'utilizzo di porosi tessili a fibra sintetica.

1.3.3 Smorzanti

Un materiale smorzante è utilizzato per ridurre il livello vibratorio di un sistema dinamico.

Nelle applicazioni elicotteristiche essi sono principalmente utilizzati su quei pannelli che esibiscono alti livelli vibratorii.

Come indice di riferimento si usa il coefficiente di smorzamento η che quantifica la capacità del materiale di dissipare l'energia vibratoria di un pannello.

$$\eta = \frac{W_{diss}}{W_{tot}}$$

Funzionamento

Gli smorzanti dissipano l'energia vibratoria generando calore. Essi sono una sorta di smorzatori che aderiscono alla superficie vibrante essendo in genere costituiti di materiale viscoelastico che produce calore quando deformato. L'efficacia di questi materiali è legata sia alla loro rigidità meccanica che alla temperatura di esercizio.

Altro fattore da considerare è che, aderendo perfettamente al pannello su cui è applicato, lo smorzante ne cambia le caratteristiche dinamiche, tra cui le risonanze.

Per il corretto funzionamento di un trattamento smorzante è fondamentale che esso sia meccanicamente accoppiato al sistema vibrante. La buona adesione del trattamento al pannello incide non poco sulla sua prestazione.

È possibile utilizzare lo smorzante in diverse configurazioni. Un trattamento a strato libero (FDL - Free damping layer) consiste nella semplice applicazione di uno strato di viscoelastico sul pannello vibrante. L'efficacia di tale applicazione può essere incrementata separando il pannello e il viscoelastico in modo da incrementarne la deformazione membranale.

Applicando lo smorzante tra due strati rigidi (CDL - Constrained Damping Layer) è possibile sfruttare anche la deformabilità flessionale del materiale viscoelastico ottenendo una maggiore dissipazione di energia vibratoria.

Inefficacia degli smorzanti

Lo smorzante è inutile su pannelli le cui vibrazioni sono forzate ed è inefficace quando il pannello su cui è applicato non ha modo di esibire i propri modi liberi.

Il sistema pannello/smorzante può essere considerato come un pannello con rapporto rigidità/massa progettabile. Il cambiamento delle caratteristiche dinamiche che il pannello subisce per l'applicazione del trattamento deve essere tenuto in conto per non rischiare di far cadere le nuove frequenze di risonanza nella banda di qualche altra forzante presente sull'elicottero. Ciò porterebbe ad un degrado della qualità acustica complessiva.

Materiali tipici

Come smorzanti sono utilizzati materiali viscoelastici e schiume smorzanti. Sono reperibili lamine di materiale viscoelastico libero o già in configurazione CDL.

1.4 Utilizzo dei materiali acustici

Il pacchetto acustico installato tra i pannelli strutturali di fusoliera e il liner è una sequenza di strati costituiti da tutte le tipologie di materiali fin qui presentate applicati opportunamente per poterne sfruttare le varie caratteristiche.

La prassi seguita in AgustaWestland per l'applicazione del trattamento acustico può essere ricondotta ad una comune configurazione del multistrato. I vari casi si differenziano poi per gli spessori attribuiti ad ogni strato.

Sui pannelli di fusoliera, essendo essi soggetti alle vibrazioni indotte dalla propagazione per via strutturale delle sorgenti vibratorie (trasmissione, pompe idrauliche e di lubrificazione, etc), è incollato del materiale smorzante con uno strato irrigidente di alluminio² denominato CDL (cfr. Sezione 1.3.3).

Poichè, come si è visto, anche il liner è eccitato meccanicamente, è necessario ridurre le vibrazioni proprie con uno smorzante irrigidito oppor-

²In alternativa è talvolta utilizzato del piombo se lo spazio disponibile al trattamento scarseggia.



Figura 1.15: Tipico pacchetto acustico multistrato

tunamente e progettato sulla base delle proprietà fisiche e meccaniche del liner in modo da massimizzarne l'efficacia smorzante.

Attraverso questi strati smorzanti si cerca di ridurre l'entità del livello vibratorio e, di conseguenza, l'irradiazione di rumore (per via strutturale) in cabina.

Per migliorare l'abbattimento del rumore collocato nell'intercapedine fra liner e struttura e che tende a propagarsi in cabina, si colloca una barriera adiacente all'alluminio del lato liner e del poroso nel restante spazio rimasto disponibile.

Infine, sulla parete del liner lato cabina è applicata della schiuma soft touch e del rivestimento in pelle che costituisce l'ultimo strato a contatto con l'aria e che costituisce la finitura estetica visibile dall'interno cabina.

1.5 Materiali compositi

Nel progetto strutturale di un elicottero è diffuso l'utilizzo di pannelli compositi e sandwich che devono necessariamente essere tenuti in conto nella modellazione acustica del sistema elicottero.

In particolare si riscontra un diffuso utilizzo di pannelli sandwich come tecnologia realizzativa dei liner, il cui progetto è dettato da requisiti di sicurezza passiva a crash.

Capitolo 2

Tecniche di simulazione vibroacustica

Le tecniche di modellazione vibroacustica di un sistema complesso come può essere ritenuto un elicottero cadono nell'ambito dell'Analisi ad Elementi Finiti (FEM), ad Elementi di Contorno (BEM) e Statistico Energetica (SEA). L'utilizzo di una o dell'altra procedura dipende dal campo di frequenze a cui si è interessati.

Se le discretizzazioni FEM e BEM sono utili alle basse frequenze (fino a 200÷300 Hz) per il campo delle medie ed alte frequenze (da 300Hz a 4 kHz) è opportuno l'utilizzo della modellazione SEA.

Il codice comunemente utilizzato per la simulazione vibroacustica è *VA-One* della *ESI Group*. Esso è in grado di fornire la risposta del sistema lungo tutto lo spettro di frequenze di interesse industriale combinando tra loro le tecniche di modellazione ad Elementi Finiti, agli Elementi di Contorno e Statistico/Energetica [5].

Viene qui presentata una descrizione sommaria delle principali peculiarità della modellazione SEA in modo da capire come il presente lavoro di tesi si inserisce nello stato dell'arte del calcolo acustico a livello industriale.

Per maggiori dettagli si rimanda ai testi specifici sull'argomento [6] e [7].

2.1 L'analisi Statistico-Energetica (SEA)

Dato che il livello di rumore interno è principalmente valutato in termini di SIL4 (Speech Interference Level) e cioè di intelleggibilità del par-

lato all'interno della cabina, l'attenzione nella progettazione si focalizza sul campo delle medio-alte frequenze. Di conseguenza la tecnica numerica principe utilizzata nelle simulazioni acustiche è la SEA.

2.1.1 Introduzione

Il nome Statistical Energy Analysis (SEA) pone l'attenzione sui principali aspetti di questa metodologia. Si tratta infatti di un approccio metodologico (*Analysis*) avente come grandezza primaria di analisi l'energia del sistema (*Energy*) i cui parametri e variabili sono ricavati da una popolazione statistica (*Statistical*).

Dalle prime analisi di calcolo riconducibili al SEA in cui si studiò il flusso di energia tra due oscillatori debolmente accoppiati e di un risonatore eccitato da un campo sonoro diffuso ad ampio spettro dovuti rispettivamente a Lyon [8] e Smith [9], si è passati agli studi di interazione acusto-strutturale e tra domini strutturali.

L'attenzione rivolta al SEA è cresciuta a tal punto da farlo diventare una metodologia di comune utilizzo nell'ingegneria industriale.

Fin dai primi lavori basati sul SEA è stato possibile individuare i principali parametri per la predizione della risposta dinamica: *densità modale*, *coefficiente di smorzamento* e *coefficiente di accoppiamento tra sottosistemi*. Tali parametri si ritrovano nell'odierna formulazione SEA.

2.1.2 Modellazione SEA

L'idea di base della filosofia Statistico Energetica è considerare la struttura come partizionata in *sottosistemi* accoppiati andando ad analizzare le energie accumulate e mutuamente scambiate. La teoria originale è basata sullo studio dell'interazione di gruppi modali.

Ogni *sottosistema* può essere modellato come un insieme o tipologia di modi. La definizione originale di sottosistema lo configura come *un gruppo di modi d'accumulo energetico simili*. Ogni elemento è caratterizzabile in ogni banda di frequenza da diverse tipologie di modi.

È da notare che in generale una *sottostruttura* (i.e. un componente della struttura nel suo complesso) non costituisce necessariamente un unico *sottosistema*.

Per identificare un sottosistema è necessario tener presente che tutti i modi relativi ad esso devono essere simili e che il suo livello energetico deve essere significativo.

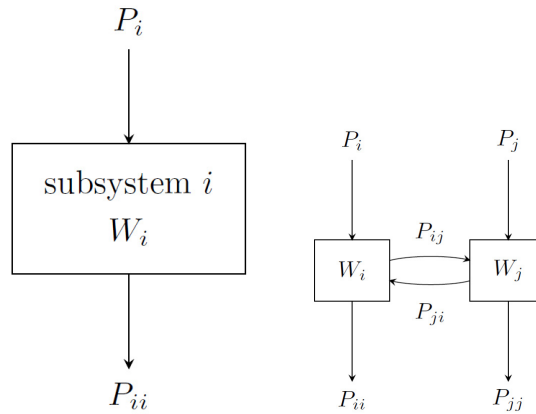


Figura 2.1: Sottosistemi singolo ed accoppiati

La prima affermazione comporta per esempio il fatto che in una trave i modi torsionali e flessionali vanno ritenuti come due sottosistemi distinti.

La seconda, relativa al livello energetico del sottosistema, indica che possono essere trascurati nel bilancio energetico globale quei modi non sufficientemente eccitati, con basso livello energetico e caratterizzati da un accoppiamento con il resto del sistema marginale.

Alcuni sottosistemi sono ad esempio

- **cavità acustica:** si ha un'unica onda longitudinale trattata come un unico sottosistema. È caratterizzata dal suo volume, dai parametri del fluido contenuto e dall'assorbimento;
- **pannello:** si hanno tre sottosistemi che modellano onde flessionali, membranali (estensionali) e di taglio. Lo caratterizzano spessore, area e proprietà del materiale costituente;
- **trave:** si hanno quattro tipi di onde (assiale, due flessionali e torsionale) ed è caratterizzata dalla lunghezza, forma della sezione e proprietà del materiale.

2.1.3 SEA: approccio *Energetico*

Considerando un singolo sottosistema i isolato, ogni eccitazione che lo forza può essere quantificata in termini di potenza in ingresso P_i . Ricevendo tale potenza il sistema reagisce accumulando dell'energia vibratoria W_i (Figura 2.1). Per chiudere il bilancio energetico è necessario includere nel modello anche delle perdite P_{ii} (e.g. per dissipazione). Esse

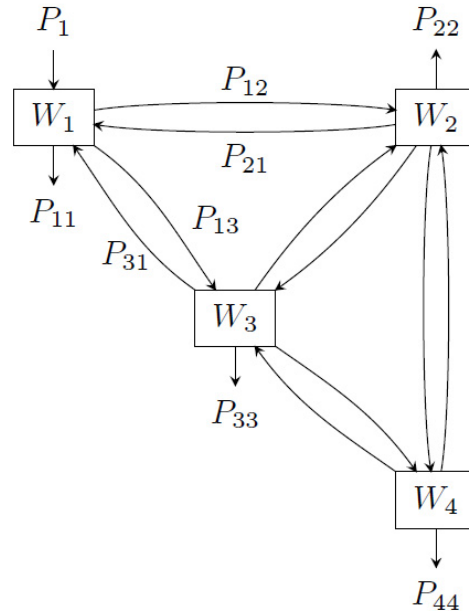


Figura 2.2: Quattro sottosistemi accoppiati

possono essere legate alla potenza accumulata attraverso un coefficiente di dissipazione η_i

$$P_{ii} = \omega \eta_i W_i \quad (2.1)$$

Se l'analisi fosse relegata al caso stazionario il bilancio energetico citerebbe $P_i = P_{ii}$.

Considerando ora un secondo sottosistema accoppiato al primo, lo stesso bilancio di potenza potrebbe essere riferito ad entrambi i sottosistemi i e j . Oltre alle potenze P_i e P_j entranti e alle potenze perse P_{ii} e P_{jj} deve essere contemplato lo scambio di energia vibratoria P_{ij} e P_{ji} che interviene tra i due.

$$P_{ij} = \omega \eta_{ij} W_i \quad (2.2)$$

Con η_{ij} si è indicato il fattore di accoppiamento per la radiazione modale (coupling loss factor) ed assume espressioni diverse in relazione al tipo di giunzione fisica presente tra i due sottosistemi i e j .

Con un sistema più complesso è possibile scrivere

$$\begin{aligned} P_1 &= P_{11} + P_{12} + P_{13} - P_{21} - P_{31} \\ 0 &= P_{22} + P_{21} + P_{23} + P_{24} - P_{12} - P_{32} - P_{42} \\ 0 &= P_{33} + P_{31} + P_{32} + P_{34} - P_{13} - P_{23} - P_{43} \\ 0 &= P_{44} + P_{42} + P_{43} - P_{24} - P_{34} \end{aligned}$$

Sostituendo la Eq.(2.2) si ricava il sistema

$$\omega \begin{bmatrix} \eta_{11} & -\eta_{12} & -\eta_{13} & -\eta_{14} \\ -\eta_{21} & \eta_{22} & -\eta_{23} & -\eta_{24} \\ -\eta_{31} & -\eta_{32} & \eta_{33} & -\eta_{34} \\ -\eta_{41} & -\eta_{42} & -\eta_{43} & \eta_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$

L'assemblaggio delle equazioni di bilancio energetico per ogni sottosistema porta ad un sistema di equazioni legato al problema acustico associato al sistema nel suo complesso dalla cui risoluzione è possibile ricavare il SPL nelle cavità.

Nell'esempio presentato, i sottosistemi 1 e 4 sono disaccoppiati. Pertanto i fattori di accoppiamento η_{14} e η_{41} saranno nulli. Gli elementi diagonali della matrice dei coefficienti dell'Eq.(2.4) sono detti fattori di accoppiamento totali e sono associati alle perdite del relativo sottosistema

$$\eta_{ii} = \eta_i + \sum_{j \neq i} \eta_{ij} \quad (2.5)$$

2.1.4 SEA: approccio *Statistico*

Dalle formule appena presentate è chiaro come il SEA sia un approccio energetico. Non vi è però traccia di alcun tipo di analisi statistica. In questa descrizione di base della metodologia è possibile leggere nella parola *Statistico* dell'acronimo il fatto che l'analisi è eseguita in qualche modo con un processo di media.

I calcoli sono infatti riferiti sempre a bande di frequenza (ottave, terzi d'ottava) ma sono eseguiti solo al centro della banda. Ciò è attribuibile intrinsecamente ad una *media sulle frequenze*.

La giustificazione di tale affermazione risiede nel fatto che la metodologia SEA ha tra i suoi parametri di base la *densità modale*. Ciò comporta che la procedura di calcolo funzioni tanto più correttamente quanto più la densità modale relativa ad un sottosistema è elevata, il che significa operare nel campo delle alte frequenze eseguendo i calcoli non in banda fine.

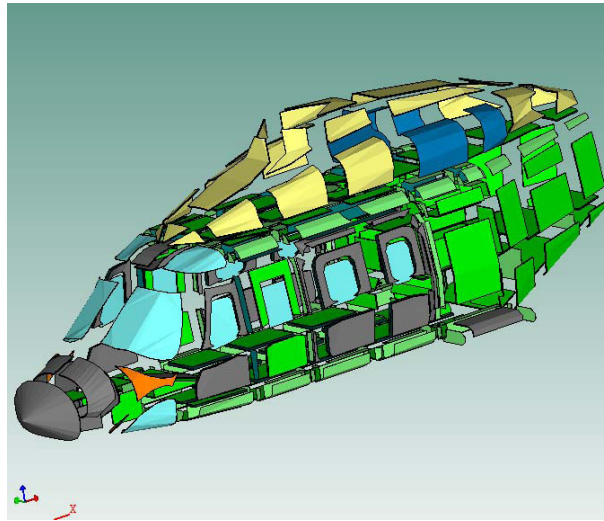


Figura 2.3: AW139. Modello SEA: struttura

Il fatto di riferire il livello energetico del sottosistema ad una sola variabile è in qualche modo come una *media spaziale*.

Nel complesso dell'analisi la caratterizzazione acustica del sistema è riferita a pochi parametri e non è possibile recuperare da essi il comportamento vibratorio di ogni componente. Per esempio, come ingresso della modellazione di un pannello, si hanno solo spessore, area e materiale. A parità di tali parametri, il solutore SEA è insensibile alla forma del pannello. Un siffatto tipo di approccio può essere riferito ad una *media d'insieme*.

Questi tre processi di media sono tutti inclusi nella *media per gruppi modali*. Parlando di medie è necessario anche riferire i risultati ottenuti ad una loro varianza che diviene accettabile solo alle alte frequenze. Ciò giustifica in qualche modo l'utilizzabilità del metodo in questa banda e la sua poca precisione alle frequenze più basse.

2.1.5 Modellazione SEA di un elicottero

L'approccio SEA è attualmente utilizzato alle medio/alte frequenze. La struttura dell'elicottero è suddivisa in macropannelli a cui riferire le proprietà dei corrispondenti materiali (Figura 2.3) mentre i volumi interni ed esterni sono suddivisi in macrocavità (Figura 2.4).

È importante sottolineare che già in fase di modellazione è necessario avere una sensazione della fisica del fenomeno, poichè i collegamenti tra i

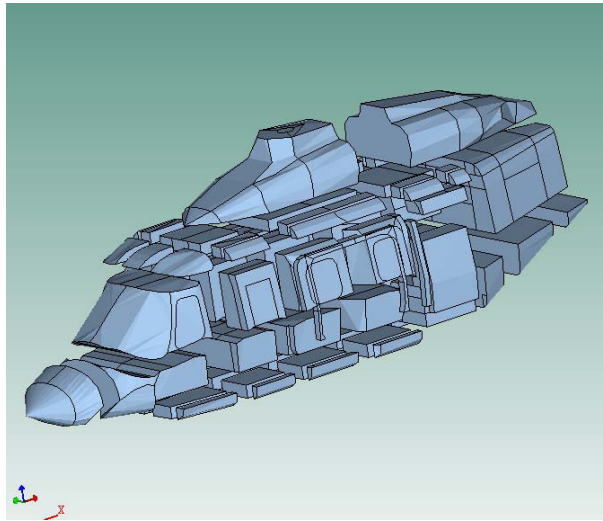


Figura 2.4: AW139. Modello SEA: cavità

vari sottosistemi devono essere immessi dall'analista. Il solutore SEA non potrà mai assegnare un flusso energetico in assenza di accoppiamento tra due sottosistemi.

Elaborato il modello come insieme di sottosistemi interconnessi dagli opportuni collegamenti energetici (giunzioni), è possibile imporre i carichi meccanici ed acustici (Figura 2.5) rappresentanti le sorgenti di rumore presenti sull'elicottero. A questo punto è possibile calcolare le energie dei macrosistemi e le relative quantità ingegneristiche di interesse come il livello vibratorio della struttura e le pressioni acustiche nelle cavità (Figura 2.6).

Modellazione del trattamento acustico e il calcolo multistrato

All'interno di un modello SEA un pannello strutturale è rappresentabile come un complesso di sottosistemi (uno per ogni modo caratteristico) le cui caratteristiche sono calcolate a partire dalle proprietà meccaniche e geometriche del componente.

Per poter considerare invece l'accoppiamento tra i vari sottosistemi strutturali e il resto del sistema deve essere creata una giunzione che permetta il passaggio di energia. Il trattamento acustico entra nel modello a questo livello: da esso dipendono le caratteristiche proprie della giunzione corrispondente.

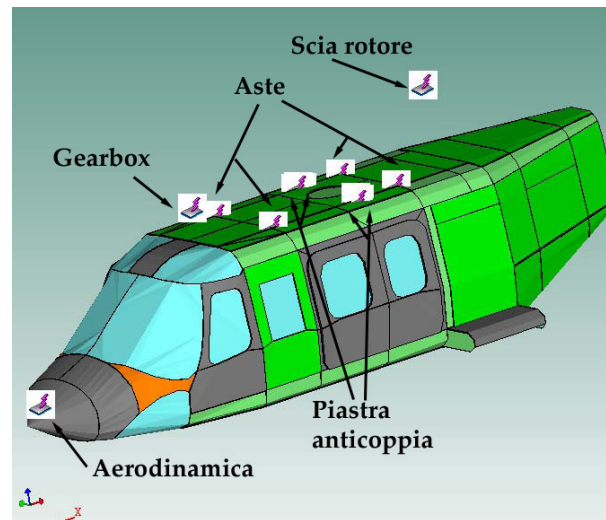


Figura 2.5: AW139. Modello SEA: localizzazione delle forzanti meccaniche ed acustiche

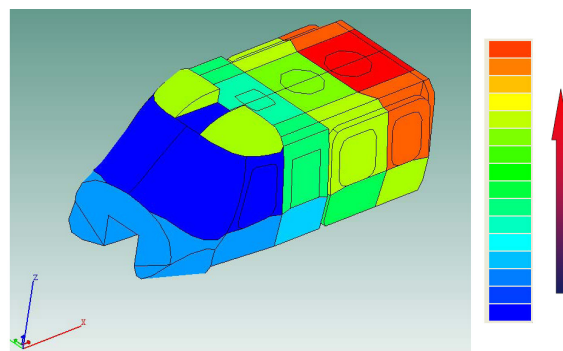


Figura 2.6: AW139. Modello SEA: Livelli di pressione acustica nella cabina

Nei codici di calcolo commercialmente disponibili è in genere presente un modulo in grado di calcolare autonomamente le caratteristiche acustiche di un trattamento attribuendole alla rispettiva giunzione. Nel caso di AgustaWestland il codice utilizzato per l'analisi SEA è VA-One ([5]), che dispone del modulo FOAM per il calcolo delle proprietà acustiche di un trattamento da attribuire successivamente alla giunzione. In VA-One è possibile caratterizzare quest'ultima attraverso delle proprietà imposte dall'utente e ottenibili ad esempio da misure sperimentali e/o da altre tipologie di calcolo.

Per poter calcolare i parametri della giunzione è necessario conoscere le caratteristiche acustiche quali Transmission Loss del trattamento (cfr. Sezione 1.3).

In particolare si può imporre la curva di TL senza che il programma la calcoli attraverso il suo modulo interno.

È qui che si inserisce la possibilità di sfruttare il calcolo secondo l'approccio *Transfer Matrix* (cfr. Sezione 3.2) all'interno della modellazione acustica di un elicottero. Attraverso la tecnica multistrato è infatti possibile ricavare le caratteristiche acustiche dell'intero trattamento applicato ad un componente (e.g. pannelli di fusoliera e liner) e fornire al solutore del sistema elicottero le curve di TL e assorbimento ricavate.

Con il presente lavoro si propone una possibilità per l'estensione di tale metodologia di calcolo ai materiali ortotropi altrimenti non modellabili in modo integrato in un pacchetto multistrato.

Capitolo 3

Il calcolo multistrato: estensione ai solidi ortotropi

Una delle teorie diffuse per il calcolo delle caratteristiche di pacchetti acustici è quella relativa all'approccio multistrato proposta da Allard et al. [10] e [11]. Essa permette il calcolo acustico dei diversi tipi di materiali comunemente utilizzati per l'insonorizzazione nel mondo industriale. In questo capitolo viene presentata tale teoria ed la sua estensione ai materiali ortotropi.

3.1 I trattamenti acustici multistrato

Nel mondo industriale una delle tecniche diffuse per la riduzione del rumore in un ambiente (sia esso una stanza di edificio o una cabina passeggeri) è l'applicazione di un trattamento acustico sulle pareti che la circondano. Tale trattamento è costituito da una sequenza di materiali di vario tipo (barriere, porosi, smorzanti) che agiscono ognuno in modo differente.

In questo modo si ha un pacchetto multistrato di cui si vogliono calcolare le caratteristiche acustiche in termini di capacità insonorizzante. Ci si riferisce dunque alla possibilità di predire quale sia la capacità di impedire la trasmissione della potenza sonora incidente attraverso il pacchetto acustico. Per quantificare tale caratteristica ci si riferisce al Transmission Loss (cfr. Sezione 1.3) che fornisce una misura delle perdite di potenza attraverso il trattamento.

3.2 Il calcolo multistrato nell'approccio *Transfer Matrix*

L'approccio *Transfer Matrix* si basa sulla preparazione di un sistema di equazioni lineari aventi come incognite le variabili di stato dei diversi strati che compongono il pacchetto acustico. Tali variabili sono alcune componenti della velocità e dello sforzo sulle pareti di ogni singolo strato e, come si vedrà in seguito, il loro tipo e numero varia in base al materiale considerato.

Le equazioni del sistema sono scritte in corrispondenza di ogni interfaccia di transizione fra gli strati utilizzando una combinazione di matrici di interfaccia e di trasferimento. Le prime legano le variabili di stato di due strati adiacenti, le seconde ne forniscono la variazione attraverso lo strato stesso.

La principale ipotesi limitativa alla base di questa teoria è che i pannelli vengono considerati di estensione infinita. Per questo tutte le caratteristiche che è possibile estrarre con tale approccio devono essere riferite ad un modello monodimensionale e quindi sono proprie di una fibra trasversale estratta dal pacchetto acustico.

Un materiale multistrato può essere rappresentato come in Figura 3.1. Per ogni strato è possibile estrarre una matrice di trasferimento che ne descrive le caratteristiche acustiche. Tale matrice lega le grandezze del lato ricevente a quelle del lato trasmittente

$$\mathbf{v}_a = \mathbf{T}\mathbf{v}_b \quad (3.1)$$

A partire dalle matrici di trasferimento di ogni strato è possibile generare un sistema di equazioni in cui appaiono come incognite le variabili di stato di ogni strato. Dalla matrice dei coefficienti di tale sistema sono calcolabili le proprietà acustiche del pacchetto in funzione della frequenza caratteristica dell'onda sonora incidente.

3.2.1 Matrici di trasferimento

Nel seguito verranno presentate le matrici di trasferimento dei vari materiali già implementati nel codice solutore esistente esplicitando per ognuna le variabili di stato a cui si riferiscono.

Ai fini di quanto svolto nell'ambito di questo lavoro non è infatti necessario approfondire le teorie alla base dei vari modelli ma è importante solo

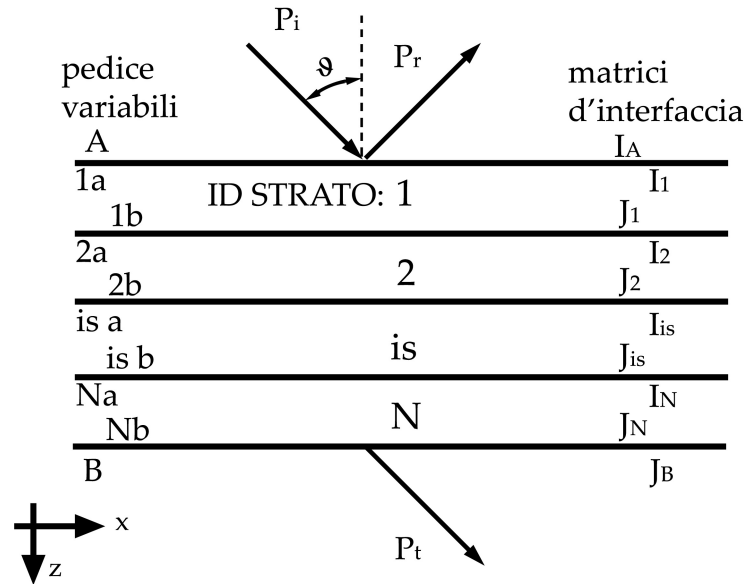


Figura 3.1: Schematizzazione multistrato

sottolineare il numero e il tipo di variabili di stato coinvolte. Per i dettagli relativi ad ogni teoria si rimanda ai riferimenti di volta in volta indicati.

Le caratteristiche che è necessario passare in ingresso al solutore che implementa tutta la teoria multistrato sono riportate in Tabella 3.1.

Strato fluido

Con lo strato fluido è possibile modellare intercapedini contenenti gas (tipicamente l'aria) presenti in molte applicazioni reali.

Le variabili di stato a cui si fa riferimento sono pressione e velocità normale della parete e la matrice di trasferimento ha dimensioni 2x2 [11], [12]

$$\begin{Bmatrix} v_z \\ p \end{Bmatrix}_a = \mathbf{T}_{FLUIDO} \begin{Bmatrix} v_z \\ p \end{Bmatrix}_b$$

Strato solido rigido

I materiali acustici rappresentabili con tale modello sono le barriere. La matrice ha dimensioni 4x4 e le variabili di stato sono velocità e sforzi

normali e tangenziali alla parete

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_z \\ \sigma_z \\ \tau_{zx} \end{pmatrix}_a = \mathbf{T}_{SOLIDO} \begin{pmatrix} v_x \\ v_z \\ \sigma_z \\ \tau_{zx} \end{pmatrix}_b$$

Strato solido elastico

Le variabili di stato sono le stesse del caso rigido ma ora il modello teorico tiene conto della deformabilità del materiale. Con esso sono modellabili tutti i materiali solidi isotropi che mostrano un comportamento riconducibile all'elasticità lineare [13].

Strato solido sottile

Variabili di stato e matrice di trasferimento sono analoghe a quelle del solido elastico rispetto alla cui trattazione teorica vi è una semplificazione legata al fatto che il pannello è considerato sottile. Ciò permette di poterne considerare il solo comportamento elastico membranale e flessionale.

Strato poroso elastico

Per i porosi tra le variabili di stato si introduce una differenziazione tra grandezze relative alla fase solida e alla fase fluida. Tali materiali sono infatti bifase ma il loro comportamento può però essere considerato isotropo. Le variabili di stato sono per la fase solida le stesse del solido elastico, con l'aggiunta di velocità e sforzo normale (pressione) della fase fluida. La matrice di trasferimento ha dimensioni 6x6 [14]

$$\begin{pmatrix} v_{x,s} \\ v_{z,s} \\ v_{z,f} \\ \sigma_{z,s} \\ \tau_{zx,s} \\ \sigma_{z,f} \end{pmatrix}_a = \mathbf{T}_{POROSO} \begin{pmatrix} v_{x,s} \\ v_{z,s} \\ v_{z,f} \\ \sigma_{z,s} \\ \tau_{zx,s} \\ \sigma_{z,f} \end{pmatrix}_b$$

In questa categoria rientrano diversi modelli teorici che si riferiscono a differenti metodi per ottenere il modulo di compressibilità del fluido nel poro. Sono implementati i modelli di Johnson [14] e [15], Allard [16] e Bolton [12] utilizzabili in relazione ai dati disponibili per lo strato poroso.

Strato poroso morbido

Le variabili di stato di riferimento sono solo quelle della fase fluida dato che si considera la rigidità della fase solida trascurabile ai fini del comportamento acustico. La matrice di trasferimento ha dimensioni 2×2

$$\begin{Bmatrix} v_{z,f} \\ p_f \end{Bmatrix}_a = \mathbf{T}_{P.MORBIDO} \begin{Bmatrix} v_{z,f} \\ p_f \end{Bmatrix}_b$$

I due modelli per tali materiali sono quelli di Delany-Bazley [17] che considera completamente trascurabile la fase solida e quello di Bolton [12] per il quale la fase solida risulta importante per l'accoppiamento viscoso e quindi la sua dinamica non è trascurabile. La densità gioca quindi un ruolo importante nella determinazione dei parametri acustici del materiale. In quest'ultimo caso tra le variabili di stato la pressione p è sostituita dalla componente di sforzo normale della fase fluida σ_z^f .

3.2.2 Matrici di interfaccia

Le matrici di interfaccia legano le variabili di due strati adiacenti. Il numero e il tipo di condizioni al contorno da applicare ad ogni interfaccia dipende dal tipo di materiale che caratterizza ogni strato [11]. Considerando un pacchetto acustico formato da N strati (Figura 3.1) è possibile generalizzare le equazioni di interfaccia con l'espressione

$$\mathbf{I}_{ii} \mathbf{v}_{b,ii} + \mathbf{J}_{ii} \mathbf{v}_{a,ii+1} = \mathbf{0} \quad \forall \text{interfaccia } ii = 1 : N - 1 \quad (3.2)$$

per le interfacce interne e con

$$\mathbf{I}_0 \mathbf{v}_A + \mathbf{J}_1 \mathbf{v}_{a,1} = \mathbf{0} \quad (3.3a)$$

$$\mathbf{I}_N \mathbf{v}_{b,N} + \mathbf{J}_{N+1} \mathbf{v}_B = \mathbf{0} \quad (3.3b)$$

per quelle esterne.

La dimensione delle matrici \mathbf{I} e \mathbf{J} dipende dal numero di variabili di stato che entrano nell'equazione di contorno ed è quindi variabile in relazione al tipo di strati che si affacciano all'interfaccia. Indicando con gli indici 1 e 2 gli strati che si interfacciano, si riportano nel seguito le equazioni al contorno nei vari casi possibili.

Per brevità di scrittura si indicherà con DB e BO rispettivamente i modelli per poroso morbido (p.morbido) di Delany-Balzey e BOLton

Tabella 3.1: Approccio Transfer Matrix. Dati di ingresso per il codice solutore. Legenda:
 f.s. = fase solida; f.f. = fase fluida; S.F. = fattore di forma (Shape Factor);
 F. = Fluida; M. = Massa; S. = Solido; JO. = JOhnson; AL. = ALlard; BO. = BOlton; D.B. = Delany-Bazley

PARAMETRO	U.M.	F.	M.	S.	POROSO				
					ELASTICO			MORBIDO	
					JO.	AL.	BO.	D.B.	BO.
velocità del suono	m/s	×							
densità f. s.	kg/m^3		×	×	×	×	×		×
modulo elastico f.s.	Pa			×	×	×	×		×
coeff. di Poisson f.s.	.			×	×	×	×		×
smorzamento f.s.	.			×	×	×	×		×
densità f.f.	kg/m^3	×			×	×	×		
modulo elastico f.f.	Pa				×	×	×		
coeff. di Poisson f.f.	.				×	×	×		
smorzamento f.f.	.				×	×	×		
Flow Resistance	Ns/m^4				×	×	×	×	×
Porosità	.				×	×	×		×
Tortuosità	.				×	×	×		×
S.F. del poro	.					×			
Lunghezza termica	m				×				
Lunghezza viscosa	m				×				

Interfaccia fluido/p. morbido DB (1) CON fluido/p.morbido DB (2)

Poichè lo strato fluido e il poroso morbido hanno le medesime variabili di stato, in termini di equazioni di interfaccia essi possono essere trattati nello stesso modo.

Le due equazioni di contorno impongono la continuità delle componenti di pressione (sforzo normale) e velocità a parete.

$$\sigma_{z,1}^f - \sigma_{z,2}^f = 0 \qquad v_{z,1}^f - v_{z,2}^f = 0$$

Interfaccia p. morbido BO (1) CON p. morbido BO (2)

Essendo qui importante anche il contributo della massa della fase solida nelle equazioni le variabili della fase fluida sono pesate con la porosità del materiale¹.

$$p_1^f/\phi_1 - p_2^f/\phi_2 = 0 \qquad \phi_1 v_{z,1}^f + \phi_2 v_{z,2}^f = 0$$

Interfaccia solido (1) CON solido (2)

Nel caso di due strati solidi si hanno quattro condizioni al contorno di continuità delle variabili di stato proprie del materiale.

$$\begin{aligned} \sigma_{z,1} - \sigma_{z,2} &= 0 & v_{z,1} - v_{z,2} &= 0 \\ \tau_{zx,1} - \tau_{zx,2} &= 0 & v_{x,1} - v_{x,2} &= 0 \end{aligned}$$

Interfaccia poroso elastico (1) CON poroso elastico (2)

Si hanno in questo caso sei condizioni al contorno in cui entra in gioco anche la porosità ϕ del materiale

$$\begin{aligned} v_{x,1}^s - v_{x,2}^s &= 0 & v_{z,1}^s - v_{z,2}^s &= 0 \\ \sigma_{z,1}^f + \sigma_{z,1}^f - \sigma_{z,2}^s - \sigma_{z,2}^f &= 0 & \phi_1(v_{z,1}^f - v_{z,1}^s) - \phi_2(v_{z,2}^f - v_{z,2}^s) &= 0 \\ \tau_{zx,1}^s - \tau_{zx,2}^s &= 0 & \sigma_{z,1}^f/\phi_1 - \sigma_{z,2}^f/\phi_2 &= 0 \end{aligned}$$

Interfaccia fluido/p. morbido DB (1) CON solido (2)

Le condizioni di interfaccia sono tre. La variabile v_x è lasciata libera.

$$p_1 + \sigma_{z,2} = 0 \qquad v_{z,1} - v_{z,2} = 0 \qquad \tau_{zx,2} = 0$$

¹L'introduzione della porosità ϕ nelle equazioni va a tenere in qualche modo conto della riduzione della superficie di contatto disponibile per l'interfaccia

Interfaccia solido (1) CON p. morbido BO (2)

Le equazioni sono analoghe al caso precedente ma in questo caso entra in gioco la porosità nel pesare il contributo della fase solida del materiale poroso.

$$\sigma_{z,1} - \phi_2 \sigma_{z,2}^f = 0 \quad v_{z,1} - v_{z,2}^f = 0 \quad \tau_{zx,1} = 0$$

Interfaccia solido (1) CON poroso elastico (2)

Le cinque equazioni di interfaccia sono:

$$\begin{aligned} v_{x,1} - v_{x,2}^2 &= 0 & v_{z,1} - v_{z,2}^s &= 0 & v_{z,1} - v_{z,2}^f &= 0 \\ \sigma_{z,1} - (\sigma_{z,2}^s + \sigma_{z,2}^f) &= 0 & \tau_{zx,1} - \tau_{zx,2}^s &= 0 \end{aligned}$$

Interfaccia fluido/p. morbido DB (1) CON p. morbido BO (2)

Le due equazioni coinvolgono anche la porosità del poroso modellato secondo Bolton

$$v_{z,1}^f - \phi_2 v_{z,2}^f = 0 \quad p_1 + \phi_2 \sigma_{z,2}^f = 0$$

Interfaccia fluido/p. morbido DB (1) CON poroso elastico (2)

La componente di velocità tangenziale del solido è lasciata libera.

$$\begin{aligned} p_1 + \sigma_{z,2}^f / \phi_2 &= 0 & p_1 + \sigma_{z,2}^s / (1 - \phi_2) &= 0 \\ v_{z,1} - (1 - \phi_2) v_{z,2}^s + \phi_2 v_{z,2}^f &= 0 & \tau_{zx,2}^s &= 0 \end{aligned}$$

Interfaccia p. morbido BO (1) CON poroso elastico (2)

Si hanno quattro condizioni al contorno.

$$\begin{aligned} \phi_1 v_{z,1}^f - (1 - \phi_2) v_{z,2}^s - \phi_2 v_{z,2}^f &= 0 & \tau_{zx,2}^s &= 0 \\ \sigma_{z,1}^f / \phi_1 - \sigma_{z,2}^f / \phi_2 &= 0 & \sigma_{z,1}^f / \phi_1 - \sigma_{z,2}^s / (1 - \phi_2) &= 0 \end{aligned}$$

3.2.3 Assemblaggio del sistema

Considerando ad esempio un sistema ad N strati (Figura 3.1) si può scrivere in termini matriciali

$$\mathbf{v}_{\mathbf{a},is} = \mathbf{T}_{is} \mathbf{v}_{\mathbf{b},is} \quad \forall \text{strato } is = 1 : N - 1 \quad (3.4)$$

L'assemblaggio del sistema finale prevede la sostituzione delle equazioni di trasferimento (3.4) in quelle di interfaccia (3.2) e (3.3). Si giunge così alle equazioni

$$\mathbf{I}_{ii} \mathbf{v}_{\mathbf{b},ii} + \mathbf{J}_{ii+1} \mathbf{T}_{ii+1} \mathbf{v}_{\mathbf{b},ii+1} = 0 \quad \forall ii = 1 : N - 1 \quad (3.5a)$$

$$\mathbf{I}_0 \mathbf{v}_{\mathbf{A}} + \mathbf{J}_1 \mathbf{T}_1 \mathbf{v}_{\mathbf{b},1} = 0 \quad (3.5b)$$

$$\mathbf{I}_N \mathbf{v}_{\mathbf{b},N} + \mathbf{J}_{N+1} \mathbf{v}_{\mathbf{B}} = 0 \quad (3.5c)$$

in cui si è indicato con $\mathbf{v}_{\mathbf{b}}$ il vettore delle variabili di stato sulla faccia trasmittente dello strato, con \mathbf{T} la sua matrice di trasferimento e con \mathbf{I} e \mathbf{J} le matrici che traducono il legame di interfaccia tra strati.

Ordinando opportunamente le Eq.(3.5) è possibile compattare il sistema

$$\mathbf{D} \mathbf{v}_{\mathbf{D}} = 0 \quad (3.6)$$

In $\mathbf{v}_{\mathbf{D}}$ sono contenute tutte le variabili di ogni lato trasmittente dei vari strati nonché quelle relative alle pareti esterne del pacchetto:

$$\mathbf{v}_{\mathbf{D}} = \left[\sigma_{z,A} v_{z,A} \dots \{v_{\mathbf{b}}\}_{is}^T \dots \sigma_{z,B} v_{z,B} \right]^T \quad (3.7)$$

A tale sistema di $n_V - 2$ equazioni in n_V incognite vanno aggiunte due relazioni che introducono le caratteristiche del campo acustico sulle due facce esterne al multistrato.

L'aria esterna ad ambo i lati del pacchetto è schematizzabile come due strati semi infiniti di fluido per i quali valgono le due relazioni di impedenza acustica seguenti

$$p_A - Z_A v_A = 0 \quad (3.8a)$$

$$p_B - Z_B v_B = 0 \quad (3.8b)$$

Le variabili p_A e p_B stanno evidentemente ad indicare le componenti di sforzo normale $\sigma_{z,A}$ e $\sigma_{z,B}$ ai lati del pacchetto acustico, variabili queste già comprese tra le incognite del sistema (3.6). In questo modo si ottiene la matrice da cui è possibile calcolare i parametri acustici del multistrato

$$\mathbf{D}'\mathbf{v}_D = 0 \quad (3.9)$$

con \mathbf{D}' data da

$$\mathbf{D}' = \begin{bmatrix} -1 & Z_A & [0] & 0 & 0 \\ \{0\} & \{0\} & [D] & \{0\} & \{0\} \\ 0 & 0 & [0] & -1 & Z_B \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

3.2.4 Calcolo dei coefficienti acustici

A partire dalla matrice \mathbf{D}' è possibile calcolare le caratteristiche acustiche del pacchetto.

Coefficiente di riflessione r_A

Affinchè il sistema (3.9) ammetta soluzione non nulla è necessario imporre l'annullamento del determinante di \mathbf{D}' il che conduce all'espressione dell'impedenza del pacchetto Z_A .

$$Z_A = - |\mathbf{D}'_1| / |\mathbf{D}'_2| \quad (3.11)$$

Dove si è indicato con $|\mathbf{D}'_1|$ e $|\mathbf{D}'_2|$ sono i determinanti delle sottomatrici ottenute da \mathbf{D}' eliminando la prima riga e, rispettivamente la prima e la seconda colonna.

Dall'impedenza del lato ricevente è possibile calcolare il coefficiente di riflessione [4]

$$r_A = \frac{Z_A - Z_C / \cos \vartheta}{Z_A + Z_C / \cos \vartheta} \quad (3.12)$$

Z_C essendo l'impedenza del fluido circostante data da $Z_C = \rho c$

Coefficiente di assorbimento α

Il coefficiente di riflessione è immediato il calcolo del coefficiente di assorbimento α

$$\alpha = 1 - |r_A|^2 \quad (3.13)$$

Coefficiente di trasmissione τ

Per il calcolo del coefficiente di trasmissione è necessario sostituire l'Eq.(3.8a) nel completare il sistema (3.6) con l'equazione contenente il coefficiente di trasmissione

$$p_A \frac{\tau}{1+r_A} - p_B = 0 \quad (3.14)$$

In questo modo si ottiene il sistema

$$\mathbf{D}'' \mathbf{v}_D = 0 \quad (3.15)$$

in cui la matrice dei coefficienti è ora data da

$$\mathbf{D}'' = \begin{bmatrix} \frac{\tau}{1+r_A} & 0 & [0] & -1 & 0 \\ \{0\} & \{0\} & [D] & \{0\} & \{0\} \\ 0 & 0 & [0] & -1 & Z_B \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Dall'annullamento del determinante di \mathbf{D}'' si ottiene

$$\tau = (1+r_A) |\mathbf{D}''_{n_V-1}| / |\mathbf{D}'_1| \quad (3.17)$$

Di nuovo $|\mathbf{D}'_1|^2$ e $|\mathbf{D}''_{n_V-1}|$ sono i determinanti delle sottomatrici ottenute da \mathbf{D}'' eliminando la prima riga e rispettivamente la prima e la $(n_V - 1)$ esima colonna.

In condizioni di campo diffuso è necessario integrare i valori di $\tau(\vartheta)$ calcolati per incidenza variabile per calcolare il coefficiente di trasmissione da usare nella definizione del Transmission Loss

$$\tau(f)^2 = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\tau(\vartheta, f)|^2 \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta} \quad (3.18)$$

Transmission Loss del pacchetto acustico

Calcolato il coefficiente di trasmissione τ del multistrato è possibile ottenere il Transmission Loss secondo la sua consueta definizione

$$TL(f) = \log_{10} \left(\frac{1}{\tau^2} \right) \quad (3.19)$$

²Si è utilizzata nuovamente la $|\mathbf{D}'_1|$ dato che la $|\mathbf{D}''_1|$ che si ottiene eliminando la prima riga e la prima colonna da \mathbf{D}'' è la stessa $|\mathbf{D}'_1|$ introdotta nell'Eq.(3.11). Non è quindi necessario introdurre il calcolo di una nuova matrice.

3.3 Estensione ai materiali ortotropi

L'approccio *Transfer Matrix* non è in grado di trattare materiali ortotropi. Per poter superare questo limite si è cercato un modello di calcolo per tali materiali che ne ammettesse la trattazione. Ci si è resi conto che in letteratura esistono alcuni lavori tra cui [18] in cui sono proposte teorie per il calcolo delle proprietà acustiche dei materiali ortotropi ma rimangono a se stanti e non sono inseribili nel contesto *Transfer Matrix*.

La teoria che si è scelto di implementare è quella della *Elasticità 3d* di Huang-Nutt [19]. La trattazione da essa proposta conduce alla caratterizzazione acustica di un pannello attraverso l'elaborazione di una matrice di trasferimento per il materiale ortotropo molto simile a quella richiesta dallo strato solido della *Transfer Matrix*.

Rimandando al testo originale per eventuali approfondimenti, verranno nel seguito introdotti i concetti necessari a illustrare l'inserimento di tale modello di calcolo nell'approccio *Transfer Matrix*.

3.3.1 La teoria dell'*Elasticità 3d*

Il modello si basa sulle equazioni generali della dinamica di un pannello:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{cases} \quad (3.20)$$

Introducendo una opportuna matrice di derivazione \mathbf{D} e i vettori contenenti sforzi σ e spostamento \mathbf{u} è possibile compattare la scrittura in

$$\mathbf{D}\sigma = \rho \ddot{\mathbf{u}} \quad (3.21)$$

Considerando il legame costitutivo sforzi-deformazioni³ per un generico materiale si ha

³Per le caratteristiche della matrice elastica ortotropa cfr. Appendice C

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u/x \\ v/y \\ w/z \\ w/y + v/z \\ u/z + w/x \\ v/x + u/y \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

che in notazione tensoriale può essere scritto come

$$\sigma = \mathbf{CD}^T \mathbf{u} \quad (3.23)$$

Combinando le Eq.(3.21) e (3.23) si ha

$$\mathbf{DCD}^T \mathbf{u} = \rho \ddot{\mathbf{u}} \quad (3.24)$$

Sostituendo nel problema (3.24) la seguente soluzione armonica nel tempo

$$\mathbf{u}(x, y, z, t) = \hat{\mathbf{u}}(z) e^{ik_x x} e^{ik_y y} e^{-i\omega t} \quad (3.25a)$$

$$\sigma(x, y, z, t) = \hat{\sigma}(z) e^{ik_x x} e^{ik_y y} e^{-i\omega t} \quad (3.25b)$$

dove ω è la pulsazione e k_x e k_y sono i due numeri d'onda nel piano, si ricava un'equazione differenziale ordinaria del second'ordine nella variabile z

$$\mathbf{B}_2 \frac{d}{dz} \left(\frac{d\hat{\mathbf{u}}}{dz} \right) + \mathbf{B}_1 \frac{d\hat{\mathbf{u}}}{dz} + \mathbf{B}_0 \hat{\mathbf{u}} = -\rho \omega^2 \hat{\mathbf{u}} \quad (3.26)$$

Portando l'Eq.(3.26) agli stati introducendo la nuova variabile

$$\hat{\xi} = \frac{d\hat{\mathbf{u}}}{dz} \quad (3.27)$$

si ottiene un sistema del prim'ordine di dimensioni doppie

$$\frac{d}{dz} \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\xi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_0 & \\ [-\rho \omega^2 \mathbf{B}_2^{-1} & -\mathbf{B}_2^{-1} \mathbf{B}_0] & \mathbf{I}_1 \\ & [-\mathbf{B}_2^{-1} \mathbf{B}_1] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\xi} \end{Bmatrix} \triangleq \mathbf{A} \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\xi} \end{Bmatrix} \quad (3.28)$$

dove si è indicato con \mathbf{I}_0 e \mathbf{I}_1 le matrici nulla ed identità di dimensioni 3x3

$$\mathbf{I}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

La soluzione dell'Eq.(3.28) è

$$\begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}}(z) \\ \hat{\xi}(z) \end{Bmatrix} = e^{\mathbf{A}z} \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}}(0) \\ \hat{\xi}(0) \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$

Rielaborando le varie espressioni fin qui introdotte è possibile estrarre un legame tra gli sforzi e gli spostamenti sulle facce esterne dello strato di materiale analizzato

$$\begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}}(h) \\ \hat{\sigma}'(h) \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_{3d,or} \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}}(0) \\ \hat{\sigma}'(0) \end{Bmatrix} \quad (3.31)$$

dove le variabili di stato sono

$$\hat{\mathbf{u}} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ z \end{Bmatrix} \quad e \quad \hat{\sigma}' = \begin{Bmatrix} \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \sigma_z \end{Bmatrix} \quad (3.32)$$

Il calcolo multistrato nell'Elasticità 3d

Con la teoria dell'Elasticità 3d è possibile eseguire un calcolo acustico di un pacchetto multistrato. In questo caso il problema dell'interfaccia è risolto attraverso una semplice moltiplicazione in sequenza delle matrici di trasferimento essendo tutti i vettori di stato relativi alle stesse variabili

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_N \mathbf{T}_{N-1} \cdots \mathbf{T}_{is} \cdots \mathbf{T}_1 \quad (3.33)$$

avendo indicato con \mathbf{T}_{is} la matrice di trasferimento $\mathbf{T}_{3d,or}$ dell' is -esimo strato.

Transmission Loss nell'Elasticità 3d

Gli autori della teoria descritta propongono una procedura per calcolare i coefficienti di riflessione e trasmissione τ e il Transmission Loss TL a partire dalla matrice di trasferimento dell'Eq.(3.31). Per tutti i dettagli in merito a tale procedura si rimanda all'articolo originale [19].

3.3.2 Integrazione con l'approccio *Transfer Matrix*

La matrice di trasferimento $\mathbf{T}_{3d,or}$ originale ottenuta con il modello della *Elasticità 3d* non è direttamente utilizzabile nella procedura di calcolo relativa alla *Transfer Matrix*. Per questo è necessario manipolare la

$\mathbf{T}_{3d,or}$ opportunamente per ottenere una matrice \mathbf{T}_{3d} compatibile con quelle descritte nella Sezione 3.2.1.

Confrontando la matrice \mathbf{T}_{SOLIDO} dalla *Transfer Matrix* relativa allo strato solido qui riportata per comodità ⁴

$$\begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \sigma_z \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix}_a = \mathbf{T}_{SOLIDO} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \sigma_z \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix}_b \quad (3.34)$$

con la $\mathbf{T}_{3d,or}$ relativa alla *Elasticità 3d*

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \sigma_z \end{Bmatrix}_b = \mathbf{T}_{3d,or} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \sigma_z \end{Bmatrix}_a \quad (3.35)$$

si notano le seguenti diversità:

1. dimensione delle matrici: 4x4 VS 6x6;
2. lati del pacchetto collegati: $\mathbf{v}_a = \mathbf{T}\mathbf{v}_b$ VS $\mathbf{v}_b = \mathbf{T}\mathbf{v}_a$;
3. variabili collegate: velocità e sforzi VS spostamenti e sforzi.

avendo indicato con \mathbf{v} il generico vettore di stato del legame di trasferimento.

Estrazione variabili di interesse per la *Transfer Matrix*

Come primo passo per ricondurre la $\mathbf{T}_{3d,or}$ alla forma *Transfer Matrix* è necessario eliminare le righe e le colonne superflue ordinando allo stesso tempo le variabili come nell'Eq.(3.34).

$$\begin{Bmatrix} u \\ w \\ \sigma_z \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \sigma_z \end{Bmatrix} \triangleq \mathbf{E} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \sigma_z \end{Bmatrix} \quad (3.36)$$

⁴Si è qui utilizzata la notazione introdotta nella presente sezione: le componenti di velocità perpendicolari e parallele al pannello sono qui indicate con $v_z = \dot{w}$ e $v_x = \dot{u}$.

sostituendo l'Eq.(3.36) nella (3.35) si ha una nuova matrice 4x4

$$\begin{pmatrix} u \\ w \\ \sigma_z \\ \tau_{zx} \end{pmatrix}_b = \mathbf{T}_{3d,1} \begin{pmatrix} u \\ w \\ \sigma_z \\ \tau_{zx} \end{pmatrix}_a \quad (3.37)$$

con $\mathbf{T}_{3d,1} = \mathbf{E}\mathbf{T}_{3d,or}\mathbf{E}^T$

Inversione della $\mathbf{T}_{3d,1}$

Per risolvere la seconda diversità è necessario invertire la matrice appena ottenuta per poter ricavare le variabili del lato $()_a$ ricevente in funzione di quelle del lato trasmittente $()_b$ del pannello.

L'inversione della $\mathbf{T}_{3d,1}$ non è ottenibile semplicemente attraverso le usuali tecniche di inversione numerica a causa di un problema di malcondizionamento numerico definito nel seguito come *intrinseco*. Per questo motivo è stata creata una procedura adatta a risolvere tale problema per i cui dettagli si rimanda alla Sezione 4.2.3.

Da tale inversione si ricava la matrice di trasferimento inversa che traduce il legame tra i lati del pacchetto desiderato

$$\begin{pmatrix} u \\ w \\ \sigma_z \\ \tau_{zx} \end{pmatrix}_a = i\mathbf{T}_{3d,1} \begin{pmatrix} u \\ w \\ \sigma_z \\ \tau_{zx} \end{pmatrix}_b \quad (3.38)$$

Estrazione delle componenti di velocità dalle componenti di spostamenti

Il passaggio dalle componenti di spostamenti a quelle di velocità presenti nella $i\mathbf{T}_{3d}$ appena trovata risulta agevole operando in frequenza. In tale dominio la derivazione nel tempo $(\dot{\quad})$ appare come una moltiplicazione per $i\omega$, operazione che non cambia la struttura del problema essendo le matrici di trasferimento fin qui descritte appartenenti al campo complesso

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \sigma_z \\ \tau_{zx} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} i\omega & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u \\ w \\ \tau_{zx} \\ \sigma_z \end{pmatrix} \triangleq \mathbf{D}_{i\omega} \begin{pmatrix} u \\ w \\ \tau_{zx} \\ \sigma_z \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

Sfruttando la matrice di trasformazione $\mathbf{D}_{i\omega}$ introdotta nell'Eq.(3.39) è possibile ricavare la matrice di trasferimento di uno strato solido costituito da

un materiale in generale ortotropo

$$\mathbf{T}_{3d} = \mathbf{D}_{iw} \cdot \mathbf{iT} \cdot \mathbf{D}_{iw}^{-1} \quad (3.40)$$

Interfaccia 3d

Per quanto concerne la matrice di interfaccia è sufficiente trattare il solido ortotropo come un normale solido elastico isotropo avendo entrambi le stesse variabili di stato.

Parametri di ingresso per il modello di solido ortotropo

Elaborata la procedura di estensione della Transfer Matrix ai materiali ortotropi è possibile identificare i parametri necessari al calcolo ortotropo. Essi sono la densità dello strato, i moduli elastici nelle tre direzioni principali E_x, E_y, E_z , i moduli tangenziali G_{zy}, G_{zx}, G_{xy} e i coefficienti di Poisson $\nu_{zy}, \nu_{zx}, \nu_{xy}$.

In alternativa, qualora fosse disponibile, è utilizzabile come dato di ingresso direttamente la matrice elastica del materiale costituente lo strato e relativa al legame $\sigma(\epsilon)$.

Capitolo 4

Codici di calcolo e procedure numeriche di implementazione

In questo capitolo sono presentati i codici di calcolo che implementano le teorie descritte nel Capitolo 3 ed alcune delle procedure numeriche necessarie alla risoluzione delle operazioni incontrate.

4.1 Codici di calcolo

Si fornisce una descrizione delle principali caratteristiche dei codici di calcolo implementati per lo svolgimento del presente lavoro.

4.1.1 Stato dell'arte: il codice *Ex2*

Il codice di calcolo da sviluppare denominato *Ex2* è scritto in linguaggio Fortran ed è in grado di ricavare le caratteristiche acustiche di un pacchetto multistrato. Esso permette di trattare diversi tipi di strati (fluido, solido, poroso) avendo come vincolo, tra gli altri, l'isotropicità del materiale costituente dello strato (cfr. Sezione 3.2).

Il pacchetto di codici sorgenti legati al solutore viene utilizzato per la creazione della libreria dinamica *ex2.dll* che costituisce il solutore di un programma scritto in Visual Basic. Con tale software si ha a disposizione una interfaccia grafica con cui l'utente può impostare i parametri del pacchetto acustico oggetto del calcolo.

Per ovviare ad ogni tipo di problema¹ di utilizzo del linguaggio Visual Basic, si sono utilizzati i sorgenti del codice multistrato per creare una routine *solutoreEx2.exe* che fosse utilizzabile indipendentemente dal sistema operativo montato sul calcolatore in uso.

Questa routine legge i parametri di ingresso da un file *.dat* strutturato e generabile attraverso un codice MatLab con il quale il *solutoreEx2.exe* è interfacciato.

4.1.2 Implementazione della teoria dell'*elasticità 3d*: il codice *multistrato3D*

Per comprendere le peculiarità della teoria che si è voluto scegliere come riferimento per il calcolo acustico ortotropo (cfr. Sezione 3.2) si è creato un solutore MatLab che implementa fino al calcolo del TL quanto presentato in [19].

Tale solutore sarà utile per validare la procedura di inserimento della *elasticità 3d* nell'approccio *Transfer Matrix*.

4.1.3 Estensione della *Transfer Matrix* ai materiali ortotropi: il codice *E2_3d*

L'estensione dell'approccio multistrato di *Ex2* alla teoria della *elasticità 3d* (cfr. Sezione 3.3.2) è compiuto con il codice *solutore_ex2_3d.exe* anch'esso interfacciato con MatLab per la preparazione dei parametri propri del pacchetto acustico.

Dai codici sorgenti così creati è stato possibile riportarsi al formato iniziale di utilizzo del programma andando a generare una libreria dinamica *Ex2_3d.dll* relativa al codice esteso agli ortotropi.

4.2 Procedure numeriche

Nel seguito saranno esposte alcune delle procedure numeriche che si è dovuto utilizzare o elaborare per risolvere i problemi di implementazione che si sono presentati.

¹Si sono riscontrate non poche difficoltà nel cambiare il sistema operativo base per l'utilizzo del programma originale.

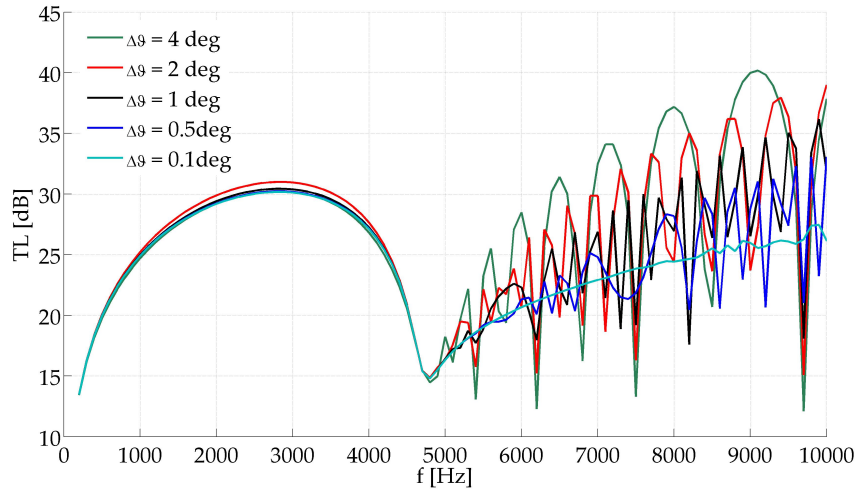


Figura 4.1: Alluminio. Ex2. Sensitività al passo di integrazione di campo diffuso $\Delta\vartheta$. Vari casi.

4.2.1 Integrazione numerica del campo diffuso

Nell'approccio *Transfer Matrix* è necessario, qualora si consideri il caso del campo diffuso, il calcolo dell'integrale ((3.18)) qui riscritto

$$\tau(f)^2 = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\tau(\vartheta, f)|^2 \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta}$$

Nel codice originale Ex2 il calcolo di tale integrale è svolto con la tecnica dei trapezi.

Per capire quanto la discretizzazione del campo di incidenza influisce sulla precisione della soluzione, si sono svolti vari calcoli con differenti passi di integrazione. Tale variabile è infatti un parametro da fornire in ingresso al solutore ed è bene capirne la sensitività sui risultati.

Il caso esaminato è relativo ad un singolo strato modellato come solido elastico (Tabella 5.1). Da una certa frequenza in poi il calcolo dell'integrale (3.18) porta a profonde oscillazioni che si riducono notevolmente al diminuire del passo di integrazione.

La presenza di tali oscillazioni è, come si è mostrato, dovuta allo schema di integrazione numerica ma è da tener presente che il pannello calcolato non presenta alcun tipo smorzamento strutturale presente invece nella realtà.

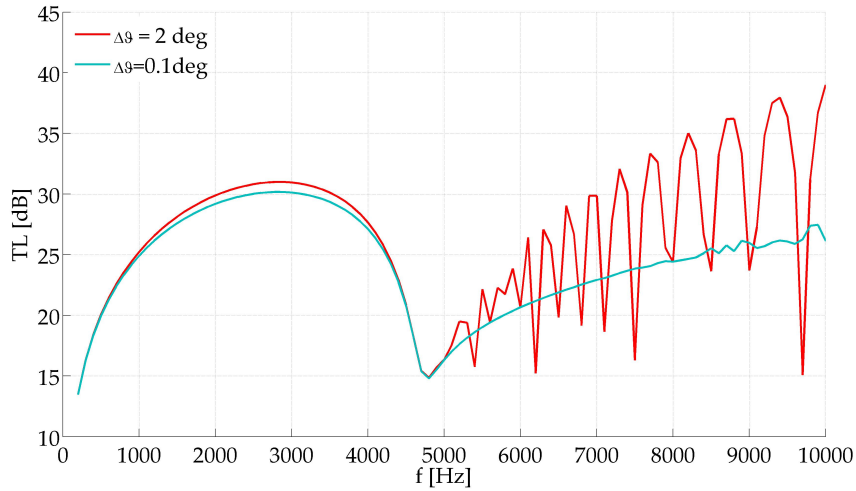


Figura 4.2: Alluminio. *Ex2*. Sensitività al passo di integrazione di campo diffuso $\Delta\vartheta$. $\Delta\vartheta = 2; 0.1$ deg

E' quindi da valutare il fatto di impegnare risorse computazionali per eliminare delle oscillazioni numeriche che potrebbero essere semplicemente ridotte dall'assumere un certo quantitativo di smorzamento strutturale.

Effetto dello smorzamento

Al fine di capire quale si l'effetto dello smorzamento sul modello teorico in esame si è deciso di ripetere le analisi per lo strato di alluminio fin qui trattato variando lo smorzamento. In questo senso si è introdotta una parte immaginaria nel modulo di elasticità di Young.

$$E = \Re(E)(1 + i\eta) \quad (4.1)$$

Si nota dalle Figure 4.2.1 e 4.2.1 che la reale fisica del problema (i.e. la presenza di smorzamento) alleggerisce in una certa misura dai problemi numerici presentatisi. Restano comunque delle oscillazioni ad alta frequenza. Ciò è giustificabile dal fatto che il modello di smorzamento proposto non considera alcun tipo di dipendenza dalla frequenza del fenomeno.

Inoltre, se nel caso senza smorzamento gli andamenti calcolati si discostano da quelli misurati, introducendo dello smorzamento si nota una migliore correlazione numerico-sperimentale dei risultati.

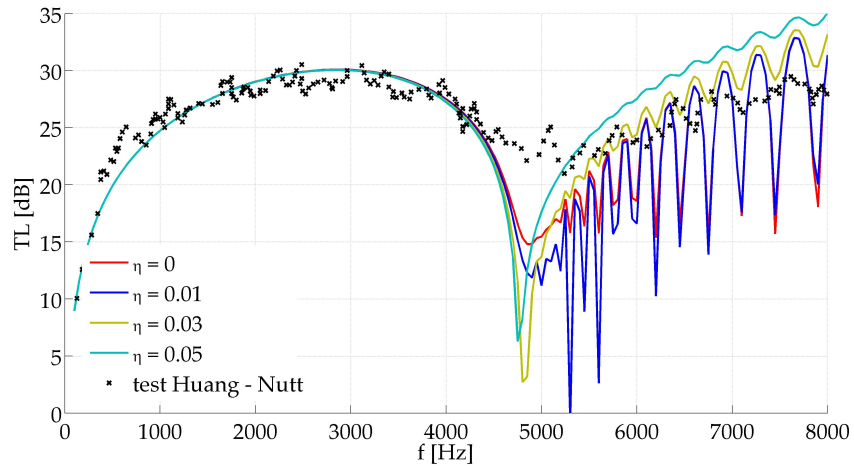


Figura 4.3: Alluminio. Ex2. Sensitività allo smorzamento. $\Delta\vartheta = 2deg$

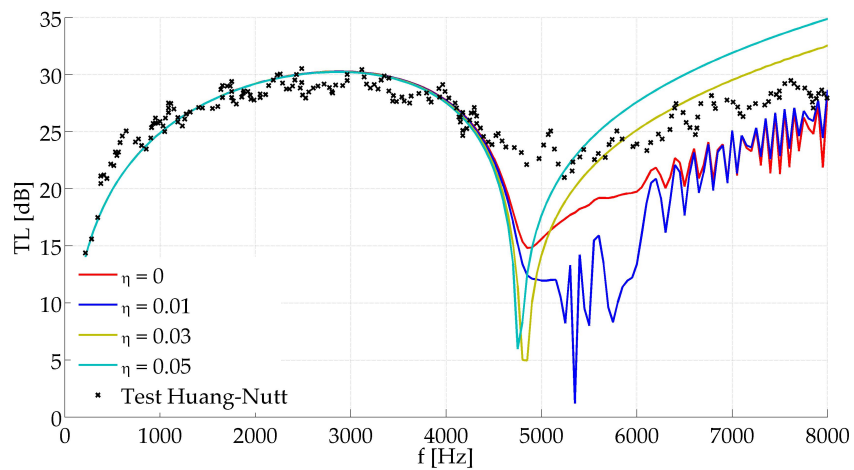


Figura 4.4: Alluminio. Ex2. Sensitività allo smorzamento. $\Delta\vartheta = 1deg$

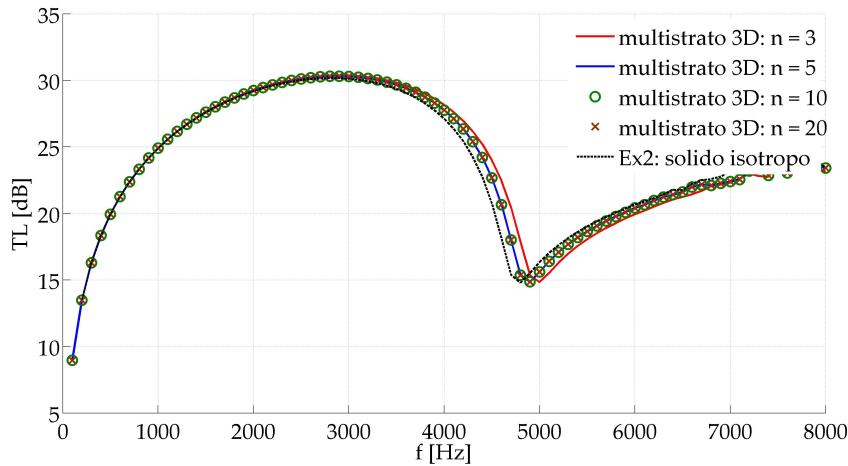


Figura 4.5: Alluminio. Sensitività all'ordine dello sviluppo per l'esponenziale di matrice. $\Delta\vartheta = 0.2\text{deg}$.

4.2.2 Esponenziale di matrice

Nella teoria dell'*elasticità 3d* si è introdotta l'esponenziale di matrice $e^{\mathbf{A}z}$ come soluzione dell'Eq.(3.25). Per l'estrazione della matrice di trasferimento è necessario calcolare tale esponenziale qualora venga valutato in $z=h$ (con h spessore dello strato).

Per calcolare numericamente tale matrice si è usato lo sviluppo in serie di Taylor.

$$e^{\mathbf{A}h} \approx e_n^{\mathbf{A}h} \triangleq \mathbf{I} + \sum_1^n \frac{1}{i!} (\mathbf{A}h)^i \quad (4.2)$$

Per capire l'effetto della scelta dell'ordine dello sviluppo sui risultati ottenibili con la teoria della *elasticità 3d* si è riproposto lo stesso calcolo (eseguito con il codice *multistrato3D*) variando tale parametro per un pannello di alluminio (Tabella 5.1) e per uno strato di styrofoam (Tabella 5.3).

Come riferimento per valutare la correttezza del calcolo si è considerato il risultato ottenuto con il codice *Ex2* originale già validato.

Dalle Figure 4.2.2 e 4.2.2 si nota che la dipendenza della curva di TL dall'ordine dello sviluppo è marcata e si manifesta in relazione alla crescita della frequenza di calcolo e al variare del materiale. Se infatti per l'alluminio si ottengono risultati soddisfacenti arrestando lo sviluppo al terz'ordine (Figura 4.2.2), per lo styrofoam è necessario salire molto con il troncamento (Figura 4.2.2).

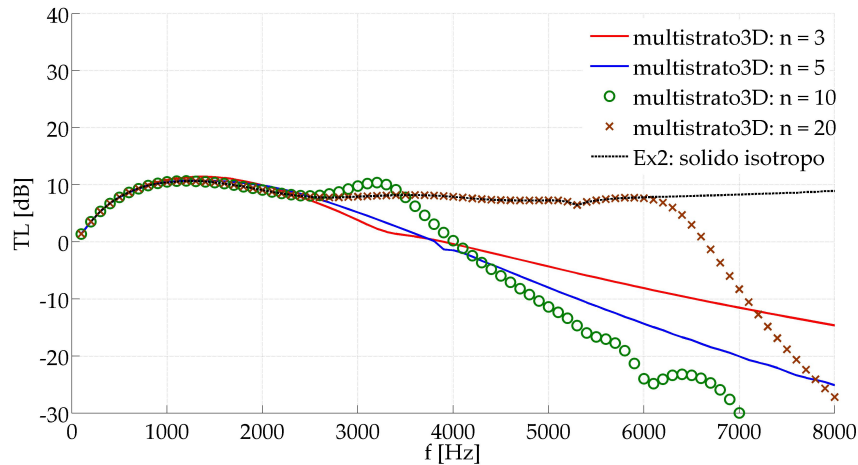


Figura 4.6: Styrofoam. Sensitività all'ordine dello sviluppo per l'esponenziale di matrice. $\Delta\vartheta = 0.2\text{deg}$.

Leggendo le Figure 4.2.2 al crescere della frequenza, si nota come una volta che la soluzione ottenuta con l'esponenziale si discosta dal riferimento, nulla si può dire sulla precisione del metodo numerico. A 8 kHz la curva relativa al troncamento di ordine 20 si allontana maggiormente dal riferimento di quanto non facciano i casi a troncamento più grossolano. Per questo, oltre la deriva dal riferimento, i dati ottenibili dal metodo perdono di significato.

La necessità di aumentare l'ordine del troncamento dello sviluppo di Taylor non si manifesta però per tutti i materiali e per tutte le frequenze di calcolo. Per questo si è sviluppata una procedura automatica che arresta la serie 4.2 sulla base della valutazione di un errore calcolato sul primo termine dello sviluppo trascurato. Esso si riferisce al valore assoluto del termine maggiore della matrice dei rapporti *termine a termine* tra la matrice degli errori di troncamento e quella calcolata di ordine n

$$\epsilon_T = \max \left| \frac{\frac{1}{(n+1)!} [(\mathbf{A}h)^{n+1}]_{ij}}{[e_n^{\mathbf{A}h}]_{ij}} \right| \quad (4.3)$$

In questo modo, assegnando una tolleranza *toll* e un ordine massimo *maxord* dello sviluppo è possibile in qualche modo desensibilizzare il calcolo dall'ordine scelto per la serie (4.2).

Nelle Tabelle 4.1 e 4.2 sono riportati gli errori calcolati ed il relativo ordine di troncamento al variare di incidenza e frequenza.

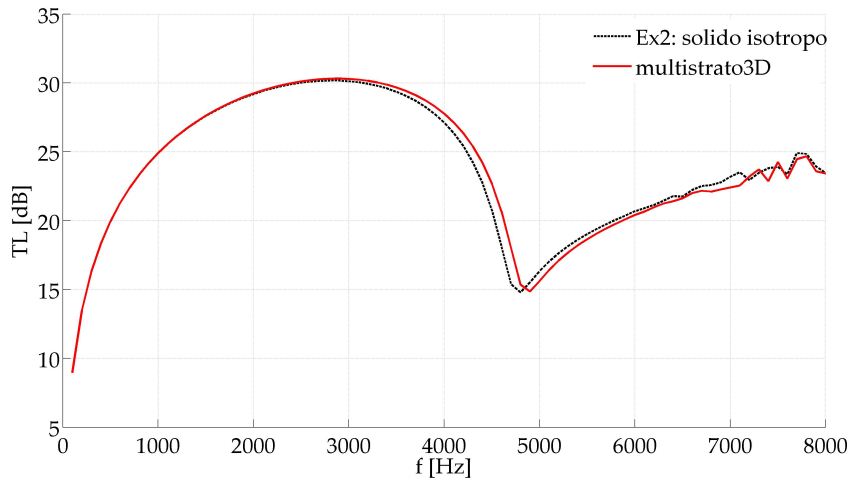


Figura 4.7: Alluminio. Esponenziale di matrice a troncamento automatico.
 $toll = 10^{-20}$; $maxord = 30$; $\Delta\vartheta = 0.2deg$.

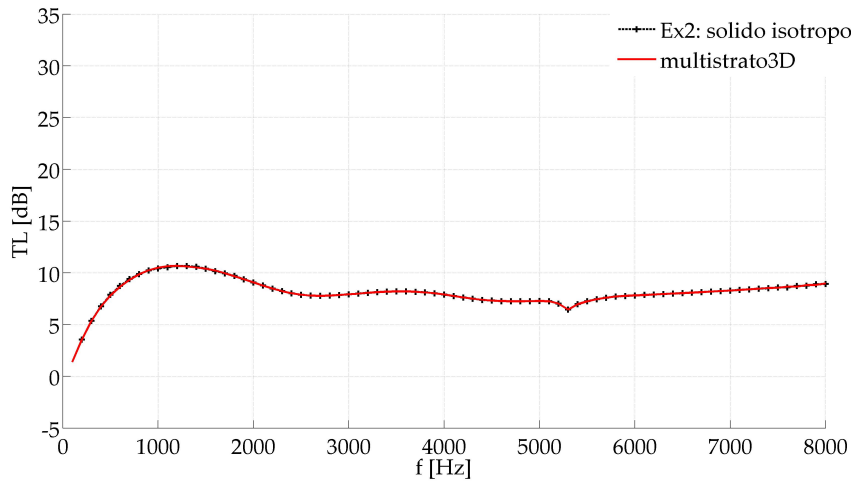


Figura 4.8: Styrofoam. Esponenziale di matrice a troncamento automatico.
 $toll = 10^{-20}$; $maxord = 30$; $\Delta\vartheta = 0.2deg$.

Tabella 4.1: Alluminio. Errore ϵ_T di troncamento commesso arrestando la serie (4.2) all'ordine n con tolleranza $toll = 10^{-20}$

f [Hz]	ϑ [deg]	ϵ_T	n
100.0	0.1	+1.02812E-024	7
100.0	45.1	+3.41821E-026	9
100.0	89.9	+5.55384E-025	9
4000.0	0.1	+5.11066E-021	10
4000.0	45.1	+3.71218E-021	13
4000.0	89.9	+3.91332E-023	15
8000.0	0.1	+5.80911E-023	11
8000.0	45.1	+4.84992E-021	15
8000.0	89.9	+3.14312E-022	17

Tabella 4.2: Styorofoam. Errore ϵ_T di troncamento commesso arrestando la serie (4.2) all'ordine n con tolleranza $toll = 10^{-20}$

f [Hz]	ϑ [deg]	ϵ_T	n
100.0	0.1	+8.37790E-023	13
100.0	45.1	+2.15268E-024	13
100.0	89.9	+1.00538E-021	13
4000.0	0.1	+8.12395E-015	30
4000.0	45.1	+1.99179E-019	30
4000.0	89.9	+3.16289E-014	30
8000.0	0.1	+2.46600E-005	30
8000.0	45.1	+1.21490E-011	30
8000.0	89.9	+2.66487E-007	30

4.2.3 Inversione della $\mathbf{T}_{3d,1}$ e il suo malcondizionamento intrinseco

Per ricavare la matrice di trasferimento compatibile con la *Transfer Matrix* a partire dalla teoria dell'*elasticità 3d* è necessaria l'inversione della matrice $\mathbf{T}_{3d,1}$ ottenuta nella Sezione 3.3.2

L'inversione numerica di tale matrice presenta un problema di malcondizionamento derivante dalla natura intrinseca del legame da essa rappresentato: essa è relativa ad un vettore di stato contenente come variabili spostamenti e sforzi. I blocchi che legano tra loro variabili omogenee sono dell'ordine dell'unità mentre quelli che legano sforzi a spostamenti e viceversa hanno ordini di grandezza molto diversi:

$$\mathbf{T}_{3d,1} = \begin{bmatrix} [\mathbf{T}_{11}] & [\mathbf{T}_{12}] \\ [\mathbf{T}_{21}] & [\mathbf{T}_{22}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{O}(1) & \mathcal{O}(10^{-10}) \\ \mathcal{O}(10^{10}) & \mathcal{O}(1) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Pertanto l'inversione della $\mathbf{T}_{3d,1}$ con le usuali tecniche numeriche non è possibile o comunque difficoltosa. Per tale motivo si è deciso di calcolarne l'inversa attraverso una procedura pensata *ad hoc* in grado di sfruttare la fisicità della struttura di tale matrice espressa nell'Eq.(4.4).

Sfruttando la proprietà della matrice inversa si ha

$$\begin{bmatrix} [i\mathbf{T}_{11}] & [i\mathbf{T}_{12}] \\ [i\mathbf{T}_{21}] & [i\mathbf{T}_{22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\mathbf{T}_{11}] & [\mathbf{T}_{12}] \\ [\mathbf{T}_{21}] & [\mathbf{T}_{22}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Diventa così possibile ricavare il sistema di equazioni avente come incognite le sottomatrici $[i\mathbf{T}_{i,j}]$ in cui è stata partizionata l'inversa

$$\begin{cases} [i\mathbf{T}_{11}][\mathbf{T}_{11}] + [i\mathbf{T}_{12}][\mathbf{T}_{21}] = [\mathbf{I}_{2 \times 2}] \\ [i\mathbf{T}_{21}][\mathbf{T}_{11}] + [i\mathbf{T}_{22}][\mathbf{T}_{21}] = [\mathbf{0}_{2 \times 2}] \\ [i\mathbf{T}_{11}][\mathbf{T}_{12}] + [i\mathbf{T}_{12}][\mathbf{T}_{22}] = [\mathbf{0}_{2 \times 2}] \\ [i\mathbf{T}_{21}][\mathbf{T}_{12}] + [i\mathbf{T}_{22}][\mathbf{T}_{22}] = [\mathbf{I}_{2 \times 2}] \end{cases} \quad (4.6)$$

dove le $[\mathbf{I}_{2 \times 2}]$ e $[\mathbf{0}_{2 \times 2}]$ sono le matrici identità e nulla di dimensioni 2×2 .

Risolvendo tale sistema è possibile ricavare le varie sottomatrici dell'inversa $i\mathbf{T}_{3d}$ cercata attraverso l'inversione delle sottomatrici in cui è stata partizionata la $\mathbf{T}_{3d,1}$, operazione questa numericamente possibile essendo esse ben condizionate se prese a se stanti.

Come prova della correttezza del procedimento di cui sopra è stato elaborato anche il calcolo dell'inversa destra seguendo la stessa filosofia dell'inversione *a blocchi*. Le due strategie portano a identiche inverse.

Procedura alternativa

Un'altra possibilità per risolvere il problema dell'inversione qui presentato è introdurre un cambio di variabili che permetta di bilanciare la $\mathbf{T}_{3d,1}$. Partizionando anche il vettore delle variabili legate a tale matrice nelle sue due parti di velocità \mathbf{v} e sforzo σ si ha

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{v} \\ \sigma \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}^{10} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v} \\ \hat{\sigma} \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

avendo indicato con \mathbf{I} e \mathbf{I}^{10} rispettivamente le matrici 2×2

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{I}^{10} = \begin{bmatrix} 10^{10} & 0 \\ 0 & 10^{10} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

in questo modo introducendo questo cambio delle variabili di stato nell'equazione di trasferimento dello strato solido (3.37) qui riscritta

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{v} \\ \sigma \end{Bmatrix}_b = \mathbf{T}_{3d,1} \begin{Bmatrix} \mathbf{v} \\ \sigma \end{Bmatrix}_a$$

si ha

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}^{10} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v} \\ \hat{\sigma} \end{Bmatrix}_b = \mathbf{T}_{3d,1} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}^{10} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v} \\ \hat{\sigma} \end{Bmatrix}_a \quad (4.9)$$

Il tutto conduce alla definizione di una matrice di trasferimento $\mathbf{T}_{3d,1}^{bil}$ bilanciata che lega le nuove variabili e che non risente del malcondizionamento di cui si discute in questa sezione

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{v} \\ \hat{\sigma} \end{Bmatrix}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}^{-10} \end{bmatrix} \mathbf{T}_{3d,1} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}^{10} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v} \\ \hat{\sigma} \end{Bmatrix}_a \quad (4.10)$$

Svolgendo i prodotti matriciali si ha

$$\mathbf{T}_{3d,1}^{bil} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}^{-10} \end{bmatrix} \mathbf{T}_{3d,1} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}^{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11} & \mathbf{T}_{12}\mathbf{I}^{10} \\ \mathbf{T}_{21}\mathbf{I}^{-10} & \mathbf{T}_{22} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Ricordando gli ordini di grandezza delle sottomatrici della $\mathbf{T}_{3d,1}$, è possibile riscontrare che ora tutti i blocchi 2×2 sono dell'ordine dell'unità.

La $\mathbf{T}_{3d,1}^{bil}$ ottenuta non risente di malcondizionamento ed è invertibile senza problemi. Dalla sua inversa, ritornando alle variabili originarie di sforzo e velocità è possibile ottenere l'inversa \mathbf{iT}_{3d} cercata.

Ad ogni modo, poichè l'ordine di grandezza delle sottomatrici necessarie al bilanciamento non è di sicura correttezza per ogni materiale, si ritiene il metodo a blocchi di più generale utilizzo. Pertanto si propone di procedere con l'inversione a blocchi lasciando comunque quella dell'inversione bilanciata come un'opzione possibile.

Malcondizionamento intrinseco

Con riferimento al caso riportato in Appendice A si rivela necessario invertire la matrice $T_{3d,1}$ 4×4 . Eseguendo tale operazione con Matlab il solutore calcola un risultato segnalando il seguente avvertimento:

```
>> inv(T4)
Warning: Matrix is close to singular or badly scaled.
Results may be inaccurate. RCOND = 4.893687e-024.
```

Un numero di condizionamento vicino a zero (il che significa nell'ambito numerico essere vicino all'epsilon macchina) sta ad indicare che la matrice è malcondizionata, caratteristica questa che rende difficoltosa l'inversione diretta.

Sfruttando invece l'inversione *a blocchi* si scavalca tale problema.

Capitolo 5

Validazione e risultati

In questo capitolo sono presentati i risultati ottenuti con il codice di calcolo implementante la teoria della *Elasticità 3d* quando utilizzata a se stante e qualora integrata nell'approccio *Transfer Matrix*. Oggetti del confronto sono le matrici di trasferimento e le curve di Transmission Loss ottenute nel caso di un materiale isotropo. In questo modo è possibile capire se il codice generale per materiali ortotropi esegue correttamente il calcolo isotropo già possibile nel programma esistente. Nell'ultima sezione è proposto un calcolo ortotropo.

5.1 Validazione del solutore per la *Elasticità 3d*

Per l'applicazione della *Elasticità 3d* si è creato il solutore *multistrato3D* (in ambiente Matlab) che ne implementa in toto la teoria fino al calcolo del Transmission Loss così come proposto da Haung e Nutt in [19].

5.1.1 Confronto con la letteratura

L'implementazione del codice per l'*Elasticità 3d* è stata validata confrontando i risultati da esso ottenuti con quelli presentati in letteratura (Figura 5.1.1) per il caso del materiale isotropo proposto in [19]

Il codice *multistrato3d* riproduce correttamente quanto proposto da Huang e Nutt.

Tabella 5.1: Alluminio

E [GPa]	7.1
ρ [kg/m^3]	2700
ν [·]	0.33
h [mm]	2.5

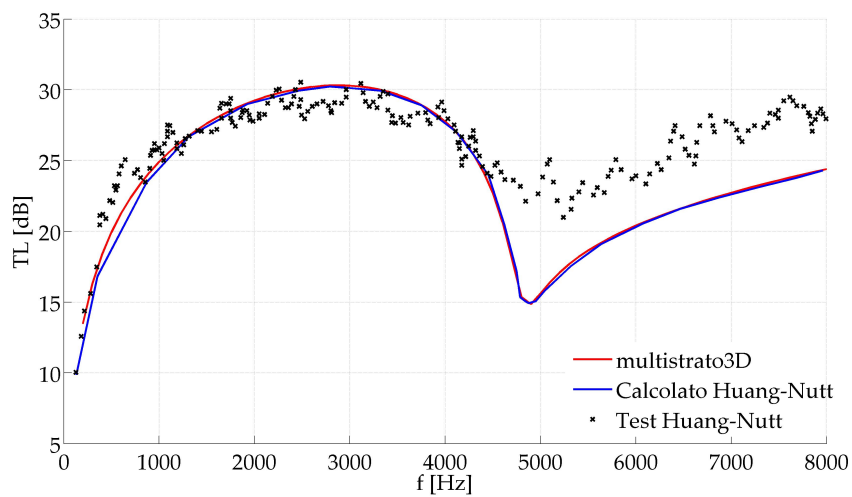


Figura 5.1: Alluminio. *multistrato3d*: $\Delta\vartheta = 0.1$ deg

5.1.2 Materiale isotropo: confronto *multistrato3D* VS *Ex2*

Considerando un materiale isotropo si propone un confronto tra i risultati ottenuti con le due teorie prese a se stanti.

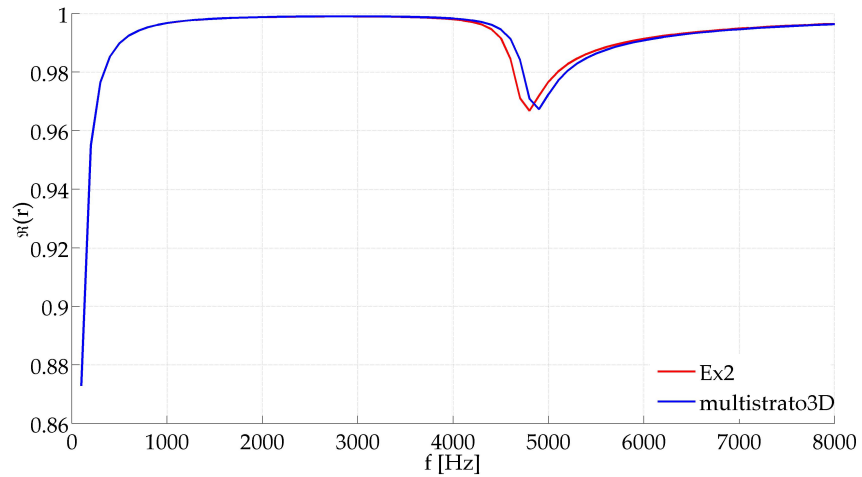


Figura 5.2: Alluminio. Coefficiente di riflessione - parte Reale

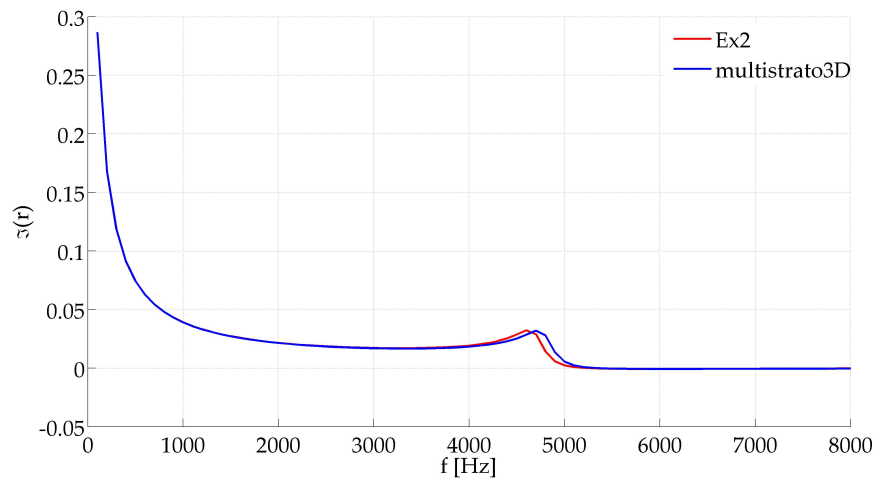


Figura 5.3: Alluminio. Coefficiente di riflessione - parte Immaginaria

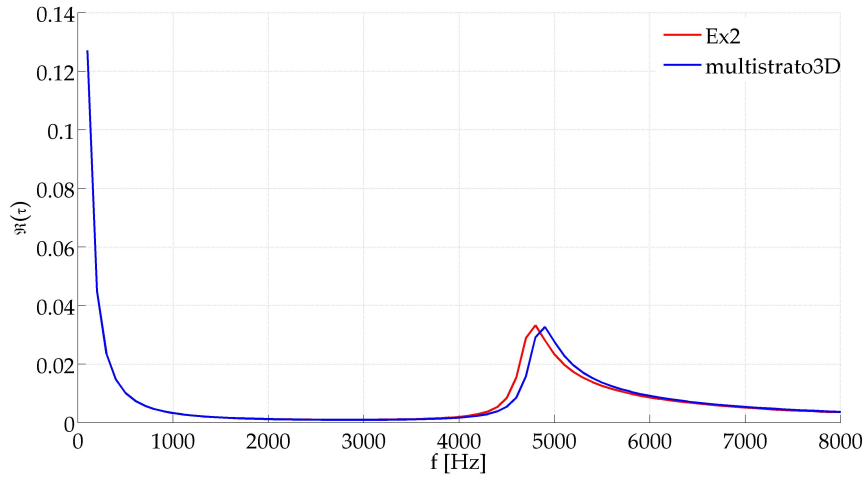


Figura 5.4: Alluminio. Coefficiente di trasmissione - parte Reale

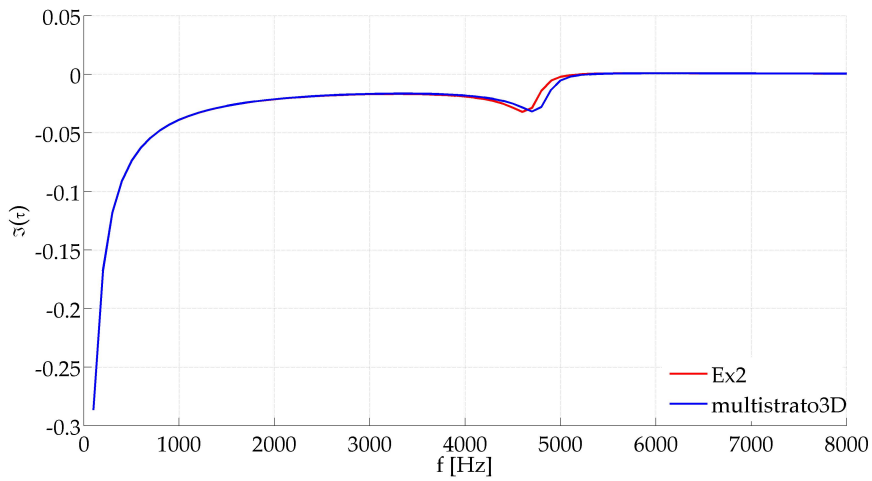
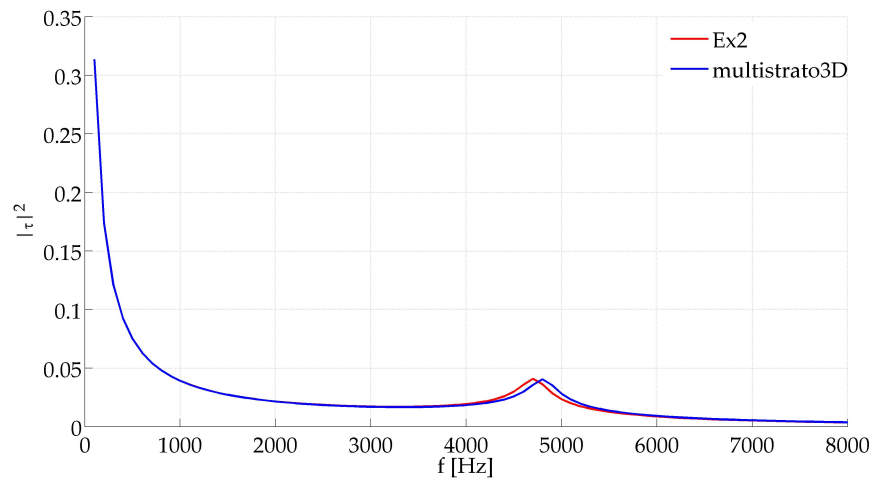


Figura 5.5: Alluminio. Coefficiente di trasmissione - parte Immaginaria

Nella teoria di Huang e Nutt è fornita un'espressione di $|r|^2 = |f_r(f, \vartheta)|$ e $|\tau|^2 = |f_\tau(f, \vartheta)|$ da cui è possibile ricavare, dopo opportune considerazioni (cfr. Appendice B), i coefficienti complessi di riflessione e trasmissione.

Figura 5.6: Alluminio. τ^2

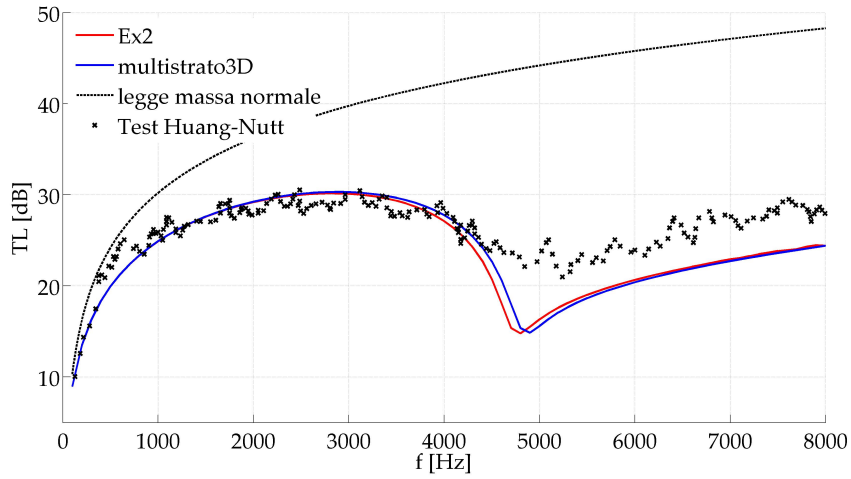


Figura 5.7: Alluminio. Transmission Loss - scala lineare

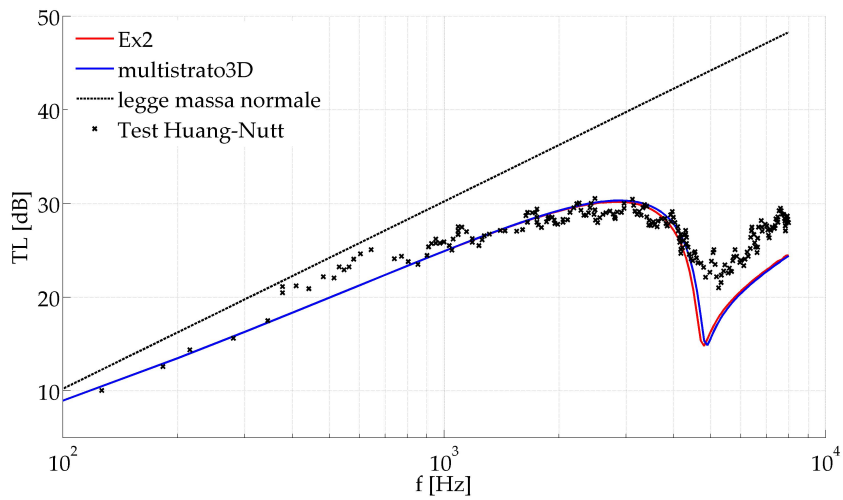


Figura 5.8: Alluminio. Transmission Loss - scala logaritmica

Le due teorie prese a se stanti producono gli stessi risultati per un materiale isotropo.

5.2 Il codice *Ex2_3d*: l'estensione di *Ex2* con il modello dell'*Elasticità 3d*

Una volta appurato che il nuovo modello da risultati coerenti a quelli ottenuti con *Ex2*, è necessario validare la procedura di integrazione delle due teorie descritte nella Sezione 3.3.2.

Il solutore che nasce dall'inserimento della *Elasticità 3d* nell'approccio *Transfer Matrix* verrà denominato d'ora in avanti *Ex2_3d*.

Il confronto avrà come oggetto i risultati ottenuti da tale codice qualora il materiale isotropo (Tabella 5.1) sia modellato secondo le due teorie della *Elasticità 3d* e della *Transfer Matrix*. Diversamente da quanto presentato in precedenza, ora il calcolo del TL è lo stesso per entrambi i modelli e si basa sulle matrici di trasferimento T_{3d} e T_{SOLIDO} (cfr. Sezione 3.3.2) quest'ultima qui ridefinita come T_{Ex2} per maggiore chiarezza.

5.2.1 Matrici di trasferimento

Per capire quanto i due modelli diano gli stessi risultati si sono calcolate le matrici di trasferimento per ogni valore di incidenza ϑ e frequenza f . Dal confronto delle matrici di trasferimento T_{3d} e T_{Ex2} così ottenute è emersa una perfetta corrispondenza termine a termine tra le matrici calcolate con le due procedure fino alla sesta cifra decimale in una scrittura esponenziale. Per questo non si ritiene rilevante riportare le matrici ottenute.

5.2.2 Curve di Transmission Loss

Tutto il calcolo *Transfer Matrix* è basato sull'elaborazione delle matrici di trasferimento caratteristiche di ogni strato. Per uno strato isotropo si è visto come il modello di solido elastico e di solido ortotropo producano gli stessi risultati.

Per questo è ragionevole pensare che anche le curve di Transmission Loss daranno una perfetta corrispondenza.

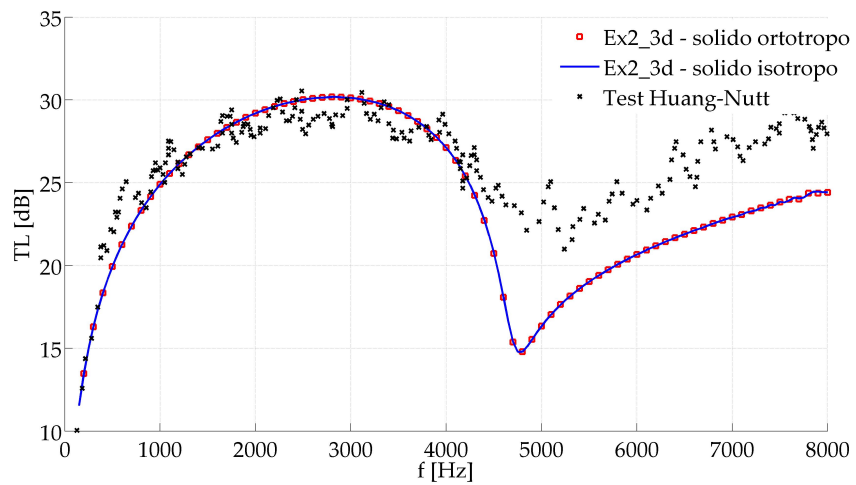


Figura 5.9: Alluminio. Confronto tra modello isotropo e ortotropo.
 $\Delta\vartheta = 0.1 \text{ deg}$

5.2.3 Validazione procedura di interfaccia

Per capire se l'interpretazione delle equazioni di interfaccia è corretta anche per il modello *3d* (cfr. Pagina 45) si è eseguito il calcolo di un multistrato equivalente al singolo strato di alluminio dei casi precedenti. I due singoli strati sono stati modellati uno con la teoria del solido elastico e l'altro con quella propria dei materiali ortotropi (Tabella 5.2).

Tabella 5.2: Alluminio. Multistrato equivalente.

Caratteristiche materiale in Tabella 5.1		
ID STRATO	h [mm]	MODELLO
1	1.2	solido ortotropo
2	1.3	solido elastico

Dall'andamento del Transmission Loss di Figura 5.10 si ha una prova del corretto funzionamento del calcolo delle equazioni di interfaccia tra i vari strati del pacchetto.

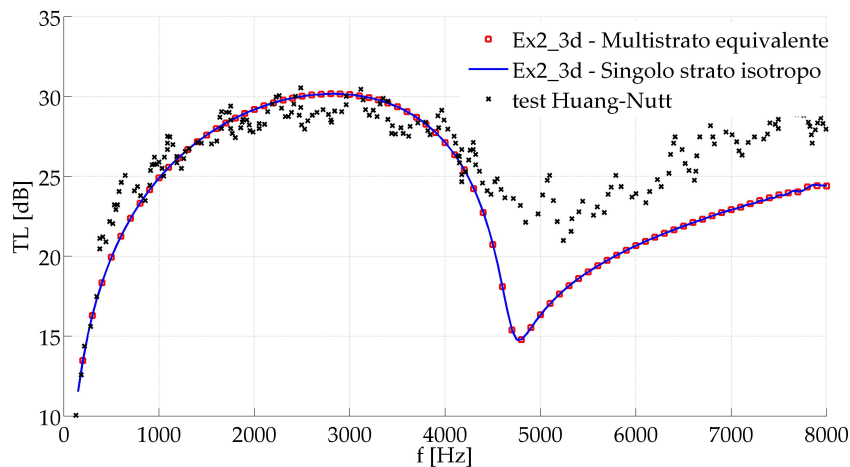


Figura 5.10: Alluminio. Validazione calcolo multistrato. $\Delta\theta = 0.1$ deg

5.2.4 Calcolo multistrato isotropo

Un ulteriore caso disponibile in letteratura per la validazione del codice *Ex2_3d* è quello del multistrato proposto da Moore e Lyon in [18] e ripreso da Huang e Nutt in [19]. Si tratta di un multistrato composto da 2 pannelli uguali di compensato con interposto uno strato di styrofoam 5.3.

Tabella 5.3: Pacchetto CSC (compensato-styrofoam-compensato)

	COMPENSATO	STYROFOAM
E [MPa]	3740	8.277
ρ [kg/m^3]	589.0	16.0
ν [.]	0.38	0.335
h [mm]	6.35	76.2
η - Configurazione smorzata	0.5	0.0

Viene qui proposto un confronto tra i dati sperimentali riportati dagli autori con i risultati della modellazione isotropa ed ortotropa disponibili in *Ex2_3d*.

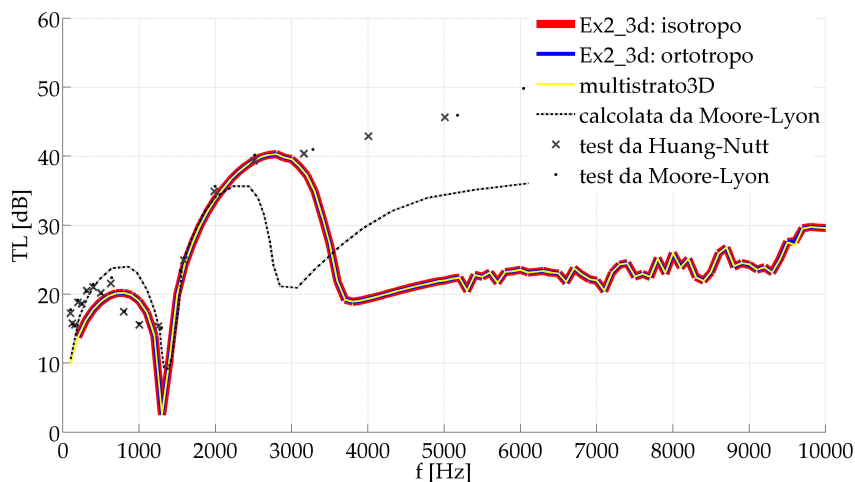


Figura 5.11: Multistrato isotropo CSC non smorzato. Validazione calcolo multistrato. $\Delta\vartheta = 0.2$ deg

Il risultato ottenuto con il calcolo ortotropo che si vuole qui validare si correla perfettamente con le curve relative al modello di solido isotropo preesistente in *Ex2* e alla teoria dell'elasticità 3d completa.

L'inserimento del modello ortotropo esegue correttamente il calcolo isotropo.

Il modello coglie bene anche il fenomeno della risonanza di doppia parete (cfr. Sezione 1.3.1). La frequenza di risonanza di doppia parete ricavabile dal modello (1300 Hz) si avvicina a quella analitica¹ riportata

¹Essendo qui il pannello di estensione infinita si è assegnata un'area unitaria

nell'Eq. (1.4) pari a 1212.93 Hz.

Come sottolineato in [19] e [18] il fatto che ad alta frequenza le curve teoriche si discostano da quelle sperimentali è dovuto al fatto che nei vari modelli non si è inserito alcuno smorzamento strutturale. Tale fenomeno può essere contemplato attraverso un parte immaginaria dei coefficienti elastici caratteristici dei materiali, come indicato nell'Eq. (4.1). I risultati di tale manipolazione sono stati già mostrati per l'alluminio nella Sezione 4.2.1 in cui si nota dalla Figura 4.2.1 come effettivamente lo smorzamento migliori la qualità dei risultati.

L'introduzione dello smorzamento è stata effettuata anche per il multistrato *CSC* e mostra come l'affermazione di cui sopra sia verificata.

Da notare è però il fatto che i valori di smorzamento non sono stati reperiti in relazione ai materiali utilizzati ma sono stati scelti in modo da ottenere una buona correlazione con le misure sperimentali. Lo scopo di questa ultima analisi è infatti quello di verificare che la situazione migliorasse introducendo lo smorzamento e come effettivamente è accaduto.

Lo smorzamento associato al compensato risulta piuttosto alto. Lo effetto della presenza dell'incollaggio non è stato considerato nel multistrato *CSC* e l'alto valore di smorzamento attribuito al compensato può essere ritenuto come legato allo smorzamento introdotto dall'incollaggio presente nella realtà ed altrimenti non contemplato nel modello.

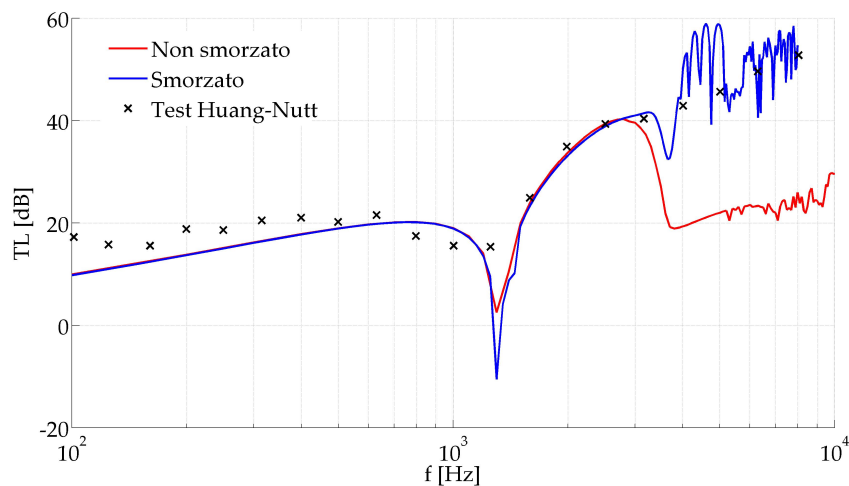


Figura 5.12: Multistrato isotropo *CSC*. Effetto dello smorzamento.

Tabella 5.4: Stratificazione pannello in carbonio

numero di lamine	4
spessore singola lamina [mm]	0.25
tipo di lamine	unidirezionale in grafite
sequenza di laminazione [deg]	45/-45/-45/45
densità complessiva [kg/m ³]	1389.0
E_z [GPa]	119.0
$E_x = E_y$ [GPa]	8.67
G_{xy} [GPa]	3.9
$G_{zx} = G_{zy}$ [GPa]	5.18
ν_{xy} [·]	0.02
$\nu_{zx} = \nu_{zy}$ [·]	0.31

5.3 Materiali ortotropi. Confronto tra *multistrato3D* e *Ex2_3d*

Si presentano i risultati ottenuti con la teoria dell'elasticità 3d integrata nell'approccio *Transfer Matrix* di *Ex2* per il caso di materiali dalle caratteristiche ortotrope.

Lo scopo di tale confronto è capire se la teoria dell'elasticità 3d da i medesimi risultati se presa a se stante e se integrata nella *Transfer Matrix*.

Gli andamenti ottenuti con il codice *Ex2_3d* verranno quindi confrontati con quelli relativi al *multistrato3D*.

5.3.1 Singolo strato ortotropo

Si riporta il caso riportato in [20] di pannello composito con pelli di grafite modellabile come un singolo strato di solido ortotropo (Tabella 5.4).

Anche per il caso ortotropo entrambi i codici producono gli stessi risultati. L'inserimento dell'elasticità 3d all'interno dell'approccio *Transfer Matrix* può essere considerato come efficiente.

Il codice *Ex2_3d* implementa quindi correttamente la teoria proposta da Huang e Nutt in [19].

L'unica differenza presente tra i modelli ortotropi relativi alla elasticità 3d in toto e quelli relativi alla stessa inserita nell'ambito *Transfer Matrix* è il calcolo del coefficiente di trasmissione τ che deriva nei due casi da matrici differenti. Tale differenza però, come si è visto, non affligge l'esito del calcolo.

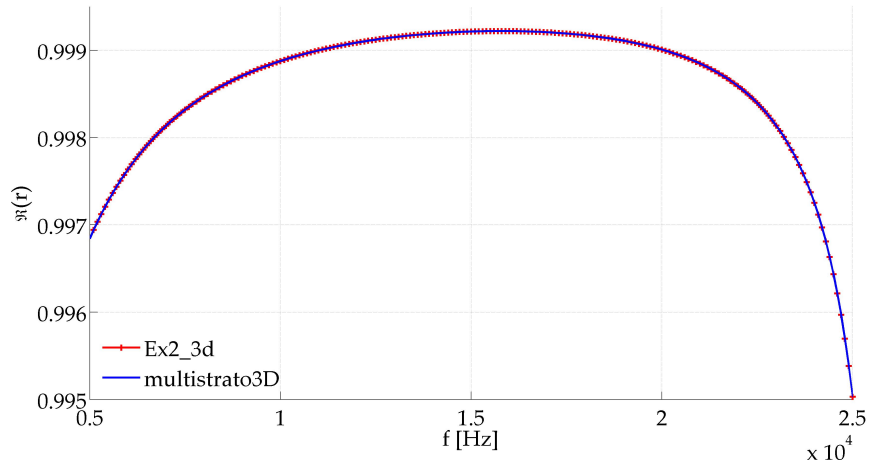


Figura 5.13: Grafite. Coefficiente di riflessione - parte Reale

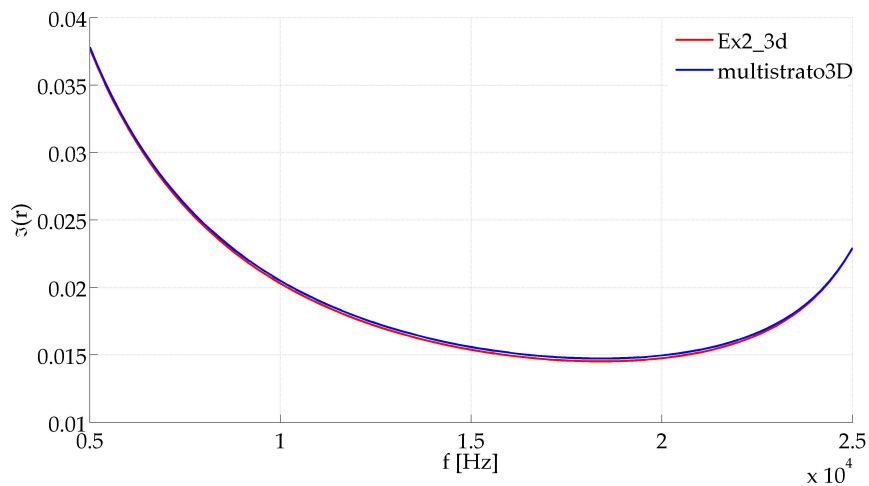


Figura 5.14: Grafite. Coefficiente di riflessione - parte Immaginaria

É possibile quindi affermare che l'estensione della *Transfer Matrix* ai casi ortotropi ha avuto successo. Restano comunque valide le limitazioni che la teoria originale della *elasticità 3d* porta con se.

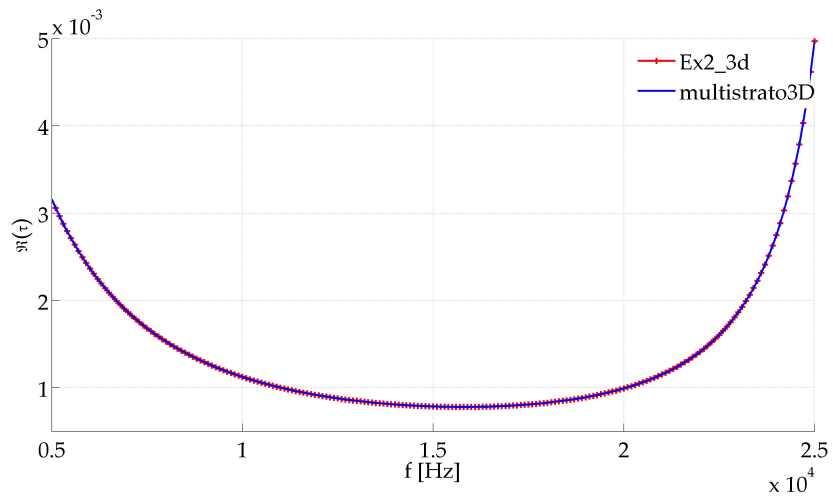


Figura 5.15: Grafite. Coefficiente di trasmissione - parte Reale

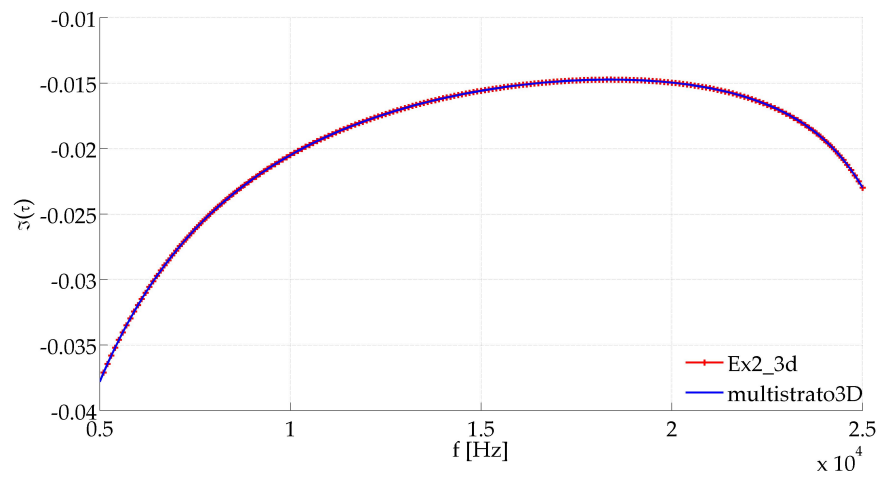


Figura 5.16: Grafite. Coefficiente di trasmissione - parte Immaginaria

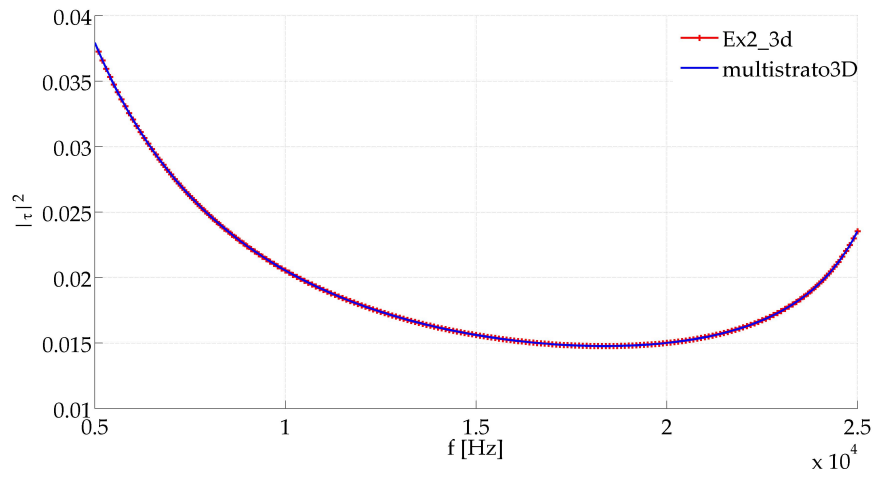
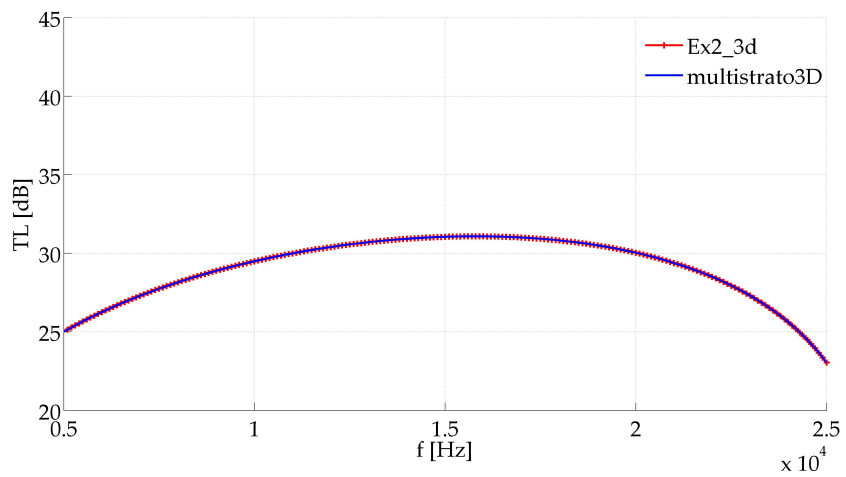
Figura 5.17: Grafite. $|\tau|^2$ 

Figura 5.18: Grafite. Transmission Loss - scala lineare

Capitolo 6

Conclusioni e sviluppi futuri

Con il presente lavoro di tesi è stato possibile approfondire diversi aspetti della modellazione acustica dei materiali ricavando una efficace estensione delle teorie ormai diffuse e conosciute in letteratura. Nello svolgimento del lavoro sono inoltre emerse diverse prospettive di sviluppo che non è stato possibile esaurire.

6.1 Conclusioni

Il presente lavoro ha dimostrato la possibilità di estendere con successo l'approccio *Transfer Matrix* proposto originariamente da Allard [10] con il modello della *elasticità 3d* in grado di ammettere la trattazione dei materiali ortotropi [19].

La tecnica di manipolazione della matrice di trasferimento relativa a tale teoria ha permesso di ricondurre il legame tra le variabili di stato sulle due facce del pannello alla forma utilizzabile nell'approccio *Transfer Matrix*.

Nel caso di un materiale isotropo si è mostrato come tale procedura permetta di ricavare a partire dalla teoria ortotropica una matrice di trasferimento del tutto identica a quella già disponibile originariamente.

Si è reso così disponibile un punto di contatto tra le teorie della *Transfer Matrix* e della *elasticità 3d* ancora non proposto in letteratura.

I calcoli eseguiti per la validazione del codice hanno mostrato una forte dipendenza della qualità dei risultati dalla discretizzazione numerica dell'integrale di campo diffuso nel calcolo dei coefficienti acustici. Ciò si manifesta nella presenza di forti oscillazioni che si presentano ad alta fre-

quenza. Tali oscillazioni sono però figlie della non piena fisicità ottenibile nella rappresentazione numerica non smorzata degli strati.

È stato esaminato l'effetto dello smorzamento sui risultati, operazione a cui la letteratura fa solo accenno senza riportare alcun calcolo. Si è riscontrato che l'introduzione di una parte immaginaria del modulo elastico del materiale avvicina il calcolo numerico all'andamento sperimentale. Resta da valutare l'utilizzo di un modello più raffinato di smorzamento che tenga in qualche modo conto di una dipendenza di tale variabile dalla frequenza di analisi.

6.2 Sviluppi futuri

6.2.1 Integrazione adattiva

Un aspetto che potrebbe essere sviluppato è la risoluzione numerica del campo diffuso descritta nella Sezione 4.2.1. Per eliminare le oscillazioni che si presentano ad alta frequenza è necessario infittire molto il passo di integrazione. Dovendo effettuare i calcoli per ogni incidenza e per ogni frequenza, una riduzione di tale parametro allunga molto i tempi di calcolo.

All'inizio del lavoro si è tentato di utilizzare una tecnica differente di integrazione implementando un algoritmo di integrazione alla Gauss. I miglioramenti riscontrati però erano dovuti al fatto che, utilizzando per esempio un Gauss a tre punti, si aveva un numero maggiore di valutazioni (tre per ogni intervallo) della funzione integranda non portando quindi ad una maggiore velocità della soluzione.

Per ottenere un buon compromesso tra precisione e peso computazionale del calcolo, si suggerisce di far leva sul fatto che le oscillazioni si presentano solo ad alta frequenza. Attraverso un codice adattivo sarebbe possibile modificare il passo di integrazione in relazione ad un parametro (da definire) che possa fornire un'indicazione della bontà attuale dell'integrazione.

Ad ogni modo si è mostrato che i problemi numerici a cui si fa qui riferimento sono alleviati dall'introduzione dello smorzamento dei pannelli esaminati. In questo senso la *fisica* del problema aiuta la risoluzione dell'integrale di campo diffuso.

Un'altra idea nasce dal fatto che le oscillazioni sembrerebbero avvenire attorno al corretto valore di TL. Approfondendo meglio tale considerazione si potrebbe cercare il modo di mantenere il passo di integrazione comunque

abbastanza lasco per non avere un peso computazionale troppo elevato andando a filtrare a posteriori le curve così ottenute.

6.2.2 Finestratura

Le due teorie su cui si è basata la presente ricerca hanno come ipotesi comune il fatto di considerare il pannello in esame di estensione infinita. Esse quindi è come se considerassero il comportamento acustico del pannello studiabile solo attraverso le caratteristiche di una fibra trasversale dello strato

Nessun tipo di riferimento è fatto in merito alle reali dimensioni finite del pannello. Sarebbe interessante approfondire tale limitazione valutando quali siano i limiti di applicabilità dei due modelli, procedura questa affrontabile attraverso una campagna di prove sperimentali che a parità di stratificazione producano gli andamenti dei coefficienti acustici per diverse dimensioni dei pannelli.

In questo modo si potrebbe sia capire quando un pannello può essere (acusticamente) considerato infinito correlando i dati sperimentali con i codici già esistenti sia proporre un loro sviluppo con tecniche che introducano una dipendenza dei risultati dalla finitezza del pannello.

Una possibile procedura di questo tipo è proposta da Villot et al. in [21] con cui è possibile manipolare direttamente il coefficiente di trasmissione del pannello infinito per ricavare quello che considera la finitezza del pannello.

6.2.3 Ottimizzazione

Come obiettivo ultimo del presente lavoro di tesi si era pensato di sfruttare il codice di calcolo per pacchetti multistrato sviluppato come solutore all'interno di un algoritmo di ottimizzazione per trattamenti acustici.

L'estensione del codice originale ai materiali ortotropi ha però richiesto più tempo del previsto e non è stato possibile esaurire questo aspetto nell'ambito di questa tesi.

Si segnalano comunque fin da ora alcune problematiche relative all'implementazione di questa procedura. In primo luogo è da notare che le variabili di progetto sono sia di tipo discreto (tipo di materiale) che

continuo (spessore degli strati)¹. Ciò suggerisce l'adozione di tecniche di ottimizzazione genetica.

In secondo luogo la funzione obiettivo potrebbe riguardare per esempio la massimizzazione di un parametro (e.g. Transmission Loss) in una banda che risulta particolarmente critica relativamente al rumore avvertito. Tale prestazione andrebbe comunque ottenuta senza portare a marcati deterioramenti della capacità insonorizzante del trattamento sul resto del campo di frequenze. In questo senso diventerebbe necessaria l'introduzione di vincoli di minimo su tutto lo spettro.

Avendo come obiettivo ultimo l'utilizzo del codice modificato come solutore all'interno di un algoritmo di ottimizzazione, si è voluto inizialmente svincolare il solutore *Ex2* dall'interfaccia Visual Basic a cui era inizialmente legato, in modo farlo diventare un'applicazione eseguibile da poter integrare facilmente con altri algoritmi.

Allo stesso modo la possibilità di fornire ad esso le caratteristiche del pacchetto acustico attraverso un file di testo vuole essere un aiuto per chi in futuro volesse cimentarsi nello sviluppo di un eventuale ottimizzatore.

¹In realtà essi sono variabili idealmente continue ma devono essere ritenute tecnologicamente discrete

Appendice A

Dalla *elasticità 3d* alla *Transfer Matrix*. Un esempio applicativo

Si presenta qui un esempio dei risultati ottenuti con la procedura necessaria per ricavare la matrice 4×4 \mathbf{T}_{3d} compatibile con l'approccio *Transfer Matrix* a partire dalla $\mathbf{T}_{3d,or}$ di dimensioni 6×6 ottenuta con la teoria dell'*elasticità 3d* (cfr. Sezione 3.3.2).

In questo modo si cerca di fornire una dimostrazione più robusta dei risultati proposti nella Sezione 5.2.

A.0.4 Matrice \mathbf{T}_{3d} dalla *elasticità 3d*

Il materiale utilizzato è ancora l'alluminio le cui caratteristiche sono riportate in Tabella 5.1.

I parametri di campo a cui si riferiscono i risultati proposti sono frequenza $f = 4750$ Hz e incidenza $\vartheta = 32$ deg

Dalla teoria di Huang e Nutt [19] si ottiene la matrice 6×6

$$\Re(\mathbf{T}_{3d,or}) = \begin{bmatrix} 1.017 & 0.0 & 0.0 & 9.402E-14 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.006 & 0.0 & 0.0 & 9.386E-14 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 9.966E-01 & 0.0 & 0.0 & 2.366E-14 \\ 4.269E+11 & 0.0 & 0.0 & 1.017 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.387E+11 & 0.0 & 0.0 & 1.006 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -6.958E+09 & 0.0 & 0.0 & 9.966E-01 \end{bmatrix}$$

$$\mathfrak{S}(\mathbf{T}_{3d,or}) =$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & -1.169E-01 & 0.0 & 0.0 & -4.073E-15 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ -5.779E-02 & 0.0 & 0.0 & -4.073E-15 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & -2.459E+10 & 0.0 & 0.0 & -5.779E-02 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ -2.459E+10 & 0.0 & 0.0 & -1.169E-01 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

Estraendo le variabili di interesse si ha la matrice 4×4

$$\mathfrak{R}(\mathbf{T}_{3d,1}) =$$

$$= \begin{bmatrix} 1.017 & 0.0 & 0.0 & 9.402E-14 \\ 0.0 & 9.966E-01 & 2.366E-14 & 0.0 \\ 0.0 & -6.958E+09 & 9.966E-01 & 0.0 \\ 4.269E+11 & 0.0 & 0.0 & 1.017 \end{bmatrix}$$

$$\mathfrak{S}(\mathbf{T}_{3d,1}) =$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0 & -1.169E-01 & -4.073E-15 & 0.0 \\ -5.779E-02 & 0.0 & 0.0 & -4.073E-15 \\ -2.459E+10 & 0.0 & 0.0 & -1.169E-01 \\ 0.0 & -2.459E+10 & -5.779E-02 & 0.0 \end{bmatrix}$$

E' possibile notare qui il malcondizionamento *fisico* introdotto nella Sezione 4.2.3. Estraendo l'inversa con la procedura ivi descritta si ricava la matrice

$$\mathfrak{R}(i\mathbf{T}_{3d,1}) =$$

$$= \begin{bmatrix} 1.017 & 0.0 & 0.0 & -9.402E-14 \\ 0.0 & 9.966E-01 & -2.366E-14 & 0.0 \\ 0.0 & 6.958E+09 & 9.966E-01 & 0.0 \\ -4.269E+11 & 0.0 & 0.0 & 1.017 \end{bmatrix}$$

$$\mathfrak{S}(i\mathbf{T}_{3d,1}) =$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0 & 1.169E-01 & -4.073E-15 & 0.0 \\ 5.779E-02 & 0.0 & 0.0 & -4.073E-15 \\ -2.459E+10 & 0.0 & 0.0 & 1.169E-01 \\ 0.0 & -2.459E+10 & 5.779E-02 & 0.0 \end{bmatrix}$$

L'ultima operazione permette di avere tra le variabili di stato le velocità anziche gli spostamenti

$$\mathfrak{R}(\mathbf{T}_{3d}) =$$

$$= \begin{bmatrix} 1.017 & 0.0 & 1.216E-10 & 0.0 \\ 0.0 & 9.966E-01 & 0.0 & 1.216E-10 \\ -8.240E+05 & 0.0 & 9.966E-01 & 0.0 \\ 0.0 & -8.240E+05 & 0.0 & 1.017 \end{bmatrix}$$

$$\mathfrak{S}(\mathbf{T}_{3d}) = \begin{bmatrix} 0.0 & 1.169E-01 & 0.0 & -2.806E-09 \\ 5.779E-02 & 0.0 & -7.061E-10 & 0.0 \\ 0.0 & -2.331E+05 & 0.0 & 1.169E-01 \\ 1.430E+07 & 0.0 & 5.779E-02 & 0.0 \end{bmatrix}$$

Quest'ultima matrice calcolata con la teoria dell'*elasticità 3d* modificata opportunamente risulta uguale a quella calcolata con Ex2 applicando il modello di solido elastico

$$\mathfrak{R}(\mathbf{T}_{Ex2}) = \begin{bmatrix} 0.101660E+01 & 0.0 & 0.121562E-09 & 0.0 \\ 0.0 & 0.996583 & 0.0 & 0.121562E-09 \\ -0.824017E+06 & 0.0 & 0.996583 & 0.0 \\ 0.0 & -0.824017E+06 & 0.0 & 0.101660E+01 \end{bmatrix}$$

$$\mathfrak{S}(\mathbf{T}_{Ex2}) = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.116925 & 0.0 & -0.280610E-08 \\ 0.577888E-01 & 0.0 & -0.706144E-09 & 0.0 \\ 0.0 & -0.233139E+06 & 0.0 & 0.116925 \\ 0.143029E+08 & 0.0 & 0.577888E-01 & 0.0 \end{bmatrix}$$

Appendice B

Coefficienti complessi dalla *elasticità 3d*

Il calcolo dei coefficienti di riflessione e trasmissione nella teoria di Huang e Nutt non è ben delineato. In [19] è fornita l'espressione del modulo di tali coefficienti, valore necessario per il calcolo del TL di cui sono riportati i grafici.

$$|\tau|^2 = |f_\tau(f, \vartheta)|^2 \quad (\text{B.1})$$

e

$$|r|^2 = |f_r(f, \vartheta)|^2 \quad (\text{B.2})$$

Si è ritenuto a buon diritto che i valori (complessi) di $f_r(f, \vartheta)$ e $f_\tau(f, \vartheta)$ fossero i coefficienti di trasmissione τ e riflessione r . Dal confronto tra tale teoria e il modello di solido elastico implementato in *Ex2* si nota come, benchè il TL dia ottima corrispondenza, gli altri coefficienti mostrino delle discrepanze.

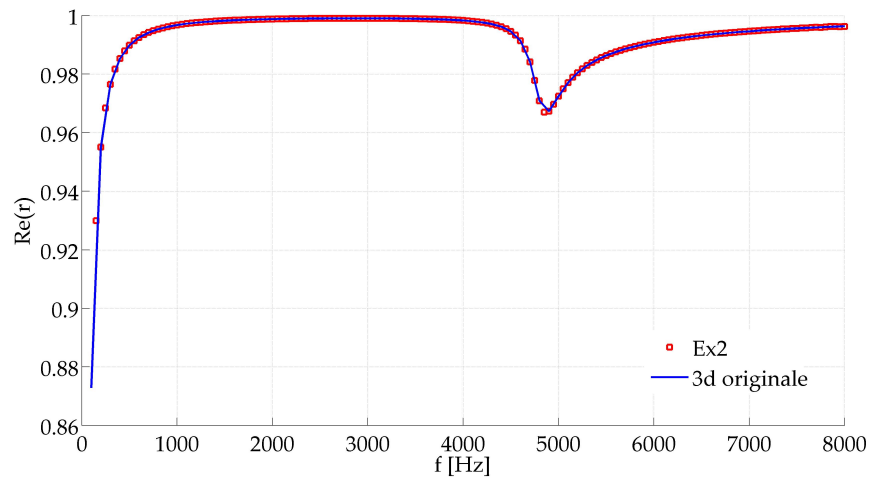


Figura B.1: Alluminio. Confronto tra Ex2 e 3d originale. $\Re(r)$
 $\Delta\vartheta = 0.1$ deg

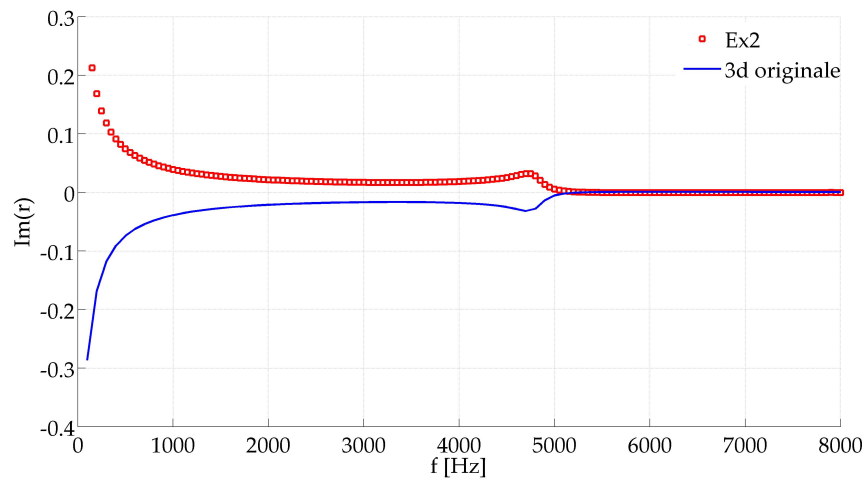


Figura B.2: Alluminio. Confronto tra Ex2 e 3d originale. $\Im(r)$
 $\Delta\vartheta = 0.1$ deg

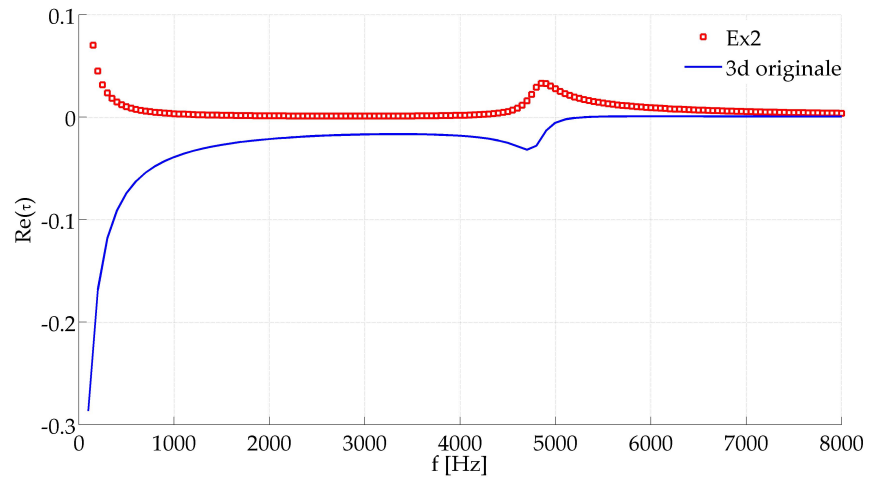


Figura B.3: Alluminio. Confronto tra Ex2 e 3d originale. $\Re(\tau)$
 $\Delta\vartheta = 0.1 \text{ deg}$

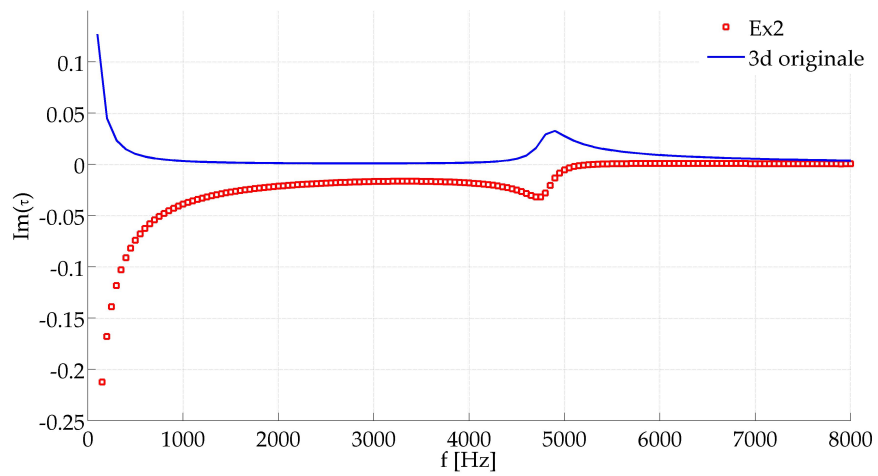


Figura B.4: Alluminio. Confronto tra Ex2 e 3d originale. $\Im(\tau)$
 $\Delta\vartheta = 0.1 \text{ deg}$

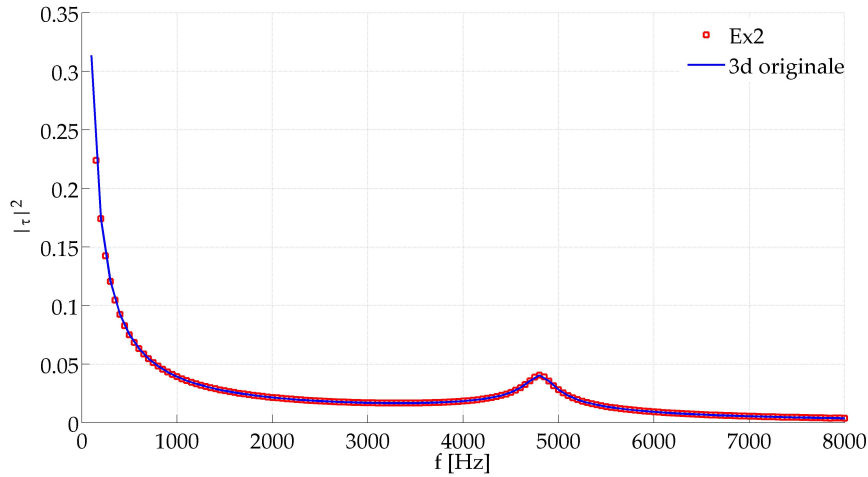


Figura B.5: Alluminio. Confronto tra Ex2 e 3d originale. $|\tau|^2$
 $\Delta\vartheta = 0.1 \text{ deg}$

Poichè in [19] non è fornita nessuna indicazione su cosa in realtà siano le funzioni $f_r(f, \vartheta)$ e $f_\tau(f, \vartheta)$, si è deciso di manipolare le parti reale ed immaginaria dei due coefficienti in modo da farle risultare coerenti con quanto calcolato con *Ex2* considerato come corretto riferimento.

Dall'analisi degli andamenti qui riportati è possibile ricavare la correzione da applicare nel codice *multistrato3D* per ottenere il corretto andamento dei vari coefficienti acustici.

$$\begin{array}{l} \overline{\Re(r)} = \Re(f_r) \\ \overline{\Im(r)} = -\Im(f_r) \\ \overline{\Re(\tau)} = \Im(f_\tau) \\ \overline{\Im(\tau)} = \Re(f_\tau) \end{array}$$

Tabella B.1: Correzione coefficienti r e τ

Operando la correzione di Tabella B.1 si ricavano i risultati presentati in Sezione 5.1.2.

Il codice MatLab *multistrato3D* che implementa la teoria della *elasticità 3d* in toto fino al calcolo del Transmission Loss produce in output gli andamenti dei coefficienti acustici già corretti.

Appendice C

Legame costitutivo elastico per materiali ortotropi

Nel caso del materiale ortotropo che si vuole trattare si considera il legame costitutivo espresso dall' Eq. (C.1)

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{zy} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

Qualora fosse direttamente disponibile tale matrice, non è esclusa la possibilità di inserirne direttamente i coefficienti come ingresso del codice *Ex2.3d*.

Nel caso invece ci si dovesse riferire ai moduli di Young E e G e coefficiente di Poisson ν , la costruzione della matrice elastica seguirebbe la classica legge ortotropa. Indicando con x , y e z le tre direzioni principali del materiale si ha:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{zy} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_x & -\nu_{yx}/E_y & -\nu_{zx}/E_z & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{xy}/E_x & 1/E_y & -\nu_{zy}/E_z & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{xz}/E_x & -\nu_{yz}/E_y & 1/E_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{yz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

per la quale vale la proprietà di simmetria:

$$\nu_{zx}/E_z = \nu_{xz}/E_x \quad \nu_{zy}/E_z = \nu_{yz}/E_y \quad \nu_{yx}/E_y = \nu_{xy}/E_x \quad (\text{C.3})$$

Poichè la teoria necessita del legame inverso, piuttosto di eseguire di volta in volta l'inversione di tale 6×6 si è preferito implementare nel codice *Ex2_3d* l'espressione della sua inversa:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-\nu_{yz}\nu_{zy}}{E_y E_z \Delta} & \frac{\nu_{yx}+\nu_{zx}\nu_{yz}}{E_y E_z \Delta} & \frac{\nu_{zx}+\nu_{yx}\nu_{zy}}{E_y E_z \Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{xy}+\nu_{xz}\nu_{zy}}{E_z E_x \Delta} & \frac{1-\nu_{zx}\nu_{xz}}{E_z E_x \Delta} & \frac{\nu_{zy}+\nu_{zx}\nu_{xy}}{E_z E_x \Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{xz}+\nu_{xy}\nu_{yz}}{E_x E_y \Delta} & \frac{\nu_{yz}+\nu_{xz}\nu_{yx}}{E_x E_y \Delta} & \frac{1-\nu_{xy}\nu_{yx}}{E_x E_y \Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{yz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{yz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{yz} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{zy} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad (\text{C.4})$$

in cui

$$\Delta = \frac{1 - \nu_{yx}\nu_{yx} - \nu_{yx}\nu_{zy} - \nu_{zx}\nu_{xz} - 2\nu_{xy}\nu_{yz}\nu_{zx}}{E_x E_y E_z}$$

Elenco dei Simboli e degli Acronimi

- **SIL4**: Speech Interference Level 4. Indice comunemente utilizzato per valutare la qualità del comfort di bordo. Si ottiene dalla media aritmetica dei livelli di pressione nelle bande d'ottava centrate in 500, 100, 2000 e 4000 Hz. Da un'idea di quanto il rumore avvertito in cabina interferisce con la lingua parlata.
- **Ex2**: Codice originale che si va ad estendere con il presente lavoro di tesi. Scritto in linguaggio Fortran dall'Ing. Alessandro Perazzolo.
- **mltistrato3D**: Codice matlab implementante la teoria dell'*elasticità 3d* descritta in [19].
- **Ex2_3d**: Estensione del codice *Ex2* ai materiali ortotropi. Scritto in linguaggio Fortran, è il prodotto del presente lavoro.
- **SEA**: Statistical Energy Analysis
- **CDL e CFL**: Rispettivamente Constrained e Free Damping Layer. Sono le due possibili configurazioni per l'installazione di un materiale smorzante.
- **BO**: Bolton. Abbreviazione utilizzata per indicare il modello di poroso limp proposto da Bolton
- **DB**: Delany-Bazley. Abbreviazione utilizzata per indicare il modello di poroso limp proposto da Delany-Bazley
- **TL**: Transmission Loss. Coefficiente usato per quantificare la capacità insonorizzante di un pannello.
- **CSC**: Abbreviazione del multistrato Compensato-Styrofoam-Compensato.

Bibliografia

- [1] J. Caillet, F. Marrot, F. Malburet, J-C. Carmona, *Diagnosis and modelling of interior noise in helicopter cabins*, 31st European Rotorcraft Forum, September 2005
- [2] J. T. Howlett, S. A. Clevenson, J. A. Rypf, W. J. Snyder, *Interior noise reduction in a large civil helicopter*, NASA Nota Tecnica D-8477, July 1977
- [3] *Application of Noise Control and Heat Insulation Materials*, American Acoustical Product
- [4] István L. Vér, Leo L. Beranek *Noise and Vibration Control Engineering: Principles and Applications*, 2nd Edition, Dec. 2005, John Wiley & Sons.
- [5] <http://www.esi-group.com/products/vibro-acoustics/va-one>
- [6] S. De Rosa, F. Franco, F. Ricci *Introduzione alla Tecnica Statistico-Energetica (S.E.A.)*, Liguori Editore
- [7] Ennes Sarradj, *Energy-based vibroacoustics: SEA and beyond*, Gesellschaft für Akustikforschung Dresden mbH, D-01099 Dresden, Germany, email: ennes.sarradj@akustikforschung.de
- [8] R.H. Lyon, L. Eichler, *Random vibration of connected structures*, Journal of the Acoustical Society of America, 1964-**36**, 1344-1354
- [9] P.W. jr Smith, *Response and radiation of structural modes excited by sound*, Journal of the Acoustical Society of America, 1962-**34**, 640-647
- [10] W.Lauriks, P.Mees, J.F.Allard, *The acoustic trasmission through layered systems* Journal of Sound and Vibration, 1992-**155**(1),125-132

- [11] B.Brouard, D.Lafarge, J.F.Allard, *A general method of modelling sound propagation in layered media*, Journal of Sound and Vibration, 1995-**183**(1),129-142
- [12] Heng-Yi Lai, S. Katragadda, J.S. Bolton (Purdue Univ.), J.H. Alexander (3M) *Layered Fibrous Treatments for a Sound Absorption and Sound Transmission*, Society of Automotive Engineers, 1997, paper n.972064, 1553-1560
- [13] D. Folds, D. Loggins *Trasmission and Reflection of Ultrasonic Waves in Layered Media*, Journal of the Acoustical Society of America, 1977-**62**, 1102-1109
- [14] J.F. Allard, *Propagation of Sound in Porous Media*, 1993, London:Elsevier Applied Science
- [15] J.F. Allard, P. Herzog, D. Lafarge, M. Tamura, *Recent topics concerning the acoustics of fibrous and porous materials*, Applied Acoustics, 1993-**39**, 3-21
- [16] J.F. Allard, C. Depollier, P. Rebillard, W. Lauriks, A. Cops *Inhomogeneous Biot Waves in Layered Media*, Journal of Applied Phisics, 1989-**66**, 2278-2284
- [17] M.E. Delany, E.N. Bazley, *Acoustical Properties of Fibrous Absorbent Materials*, Applied Acoustics, 1970-(3), 105-116
- [18] J.A.Moore, R.H.Lyon, *Sound transmission loss characteristics of sandwich panel constructions*, Journal of Acoustic Society of America, February 1991-**89**(2), 777-791
- [19] C.Huang, S.Nutt *Sound transmission prediction by 3-D elasticity theory*, Applied Acoustic,**70**(2009),730-736
- [20] Elisabetta Marconi *Modelling wave propagation in two-dimensionale structures using a wave/finite element technique*, PhD Thesis - Cap.4, University of Parma, 2008
- [21] M. Villot, C. Guigou, L. Gagliardini *Predicting the Acoustical Radiation of Finite Size Multi-Layered Structures by Applying Spatial Windowing of Infinites Structures*, Journal of Sound and Vibration, 2001-**245**(3), 433-455