



**POLITECNICO DI MILANO**

POLO REGIONALE DI LECCO

I FACOLTÀ DI INGEGNERIA CIVILE- AMBIENTALE - TERRITORIALE

*MASTER OF SCIENCE IN CIVIL ENGINEERING*

ANNO ACCADEMICO 2009-2010

**Implementazione e sperimentazione  
di una tecnica di correlazione  
multi-immagine per la ricostruzione di  
superfici**

Relatore: Ing. Marco Scaioni

*Dissertazione per il conseguimento del titolo di Dottore in Ingegneria Civile*

Lavoro di tesi di laurea di:

Mattia Previtali

Matricola 734754

Lecco, Novembre 2010

## Indice

<b>Riassunto della tesi</b> .....	7
<b>INTRODUZIONE</b>	
Presentazione degli obiettivi della tesi e sintesi del lavoro.....	8
Convenzioni e simboli .....	11
<b>CAPITOLO 1</b>	
<b>Impiego di tecniche fotogrammetriche per lo studio di pareti rocciose</b> .....	12
1.1.Il comportamento meccanico degli ammassi rocciosi .....	12
1.2.Lo studio delle discontinuità negli ammassi rocciosi .....	13
1.3.Analisi traiettografiche .....	17
1.4.Un sistema fotogrammetrico per il controllo di stabilità dei versanti in roccia .....	19
1.4.1.Progetto e ripresa delle immagini .....	20
1.4.2.Il software di elaborazione ed il flusso di informazioni.....	21
<b>CAPITOLO 2</b>	
<b>Algoritmi e tecniche di matching “area based”</b> .....	22
2.1.Introduzione .....	22
2.2.Fotogrammetria o Laser Scanner? .....	24
2.3.Algoritmi per la ricerca di punti omologhi in modo automatico .....	27
2.3.1.Metodi di correlazione semplice.....	29
2.3.2.Least Squares Matching .....	33
2.3.3.Multi-Photo Geometrically Constrained Matching .....	38
2.3.Metodi di matching denso.....	49
2.3.1.Metodi paralleli .....	49
2.6.2. Metodi sequenziali.....	50
2.6.3.Confronto tra i metodi di matching denso .....	52
2.4.Implementazione di un algoritmo di MGCM.....	52
<b>CAPITOLO 3</b>	
<b>Operazioni preliminari e successive al matching denso</b> .....	60
3.1 Introduzione .....	60
3.2 La calibrazione della camera digitale.....	60
3.3 L’ottimizzazione del contenuto informativo .....	64
3.4. Gli operatori d’interesse .....	67
3.4.1.Operatore di Harris.....	69
3.4.2.Operatore di Förstner .....	73
3.4.3.Operatore di Lowe (SIFT).....	74

3.4.4. Operatore SUSAN .....	77
3.4.5. Operatore FAST .....	78
3.5. Implementazione di un'interfaccia grafica (Matlab GUI) .....	78
<b>CAPITOLO 4</b>	
<b>Esempi di applicazione dell'algoritmo di matching denso</b> .....	83
Provino in calcestruzzo .....	83
Bassorilievo della Chiesa di San Luigi dei Francesi (Roma) .....	91
Considerazioni sui risultati delle applicazioni i .....	98
<b>Conclusioni</b> .....	100
<b>APPENDICE A Equazioni di collinearità</b> .....	102
<b>Bibliografia</b> .....	105

## Indice delle Figure

### CAPITOLO 1

<i>Figura 1.1: Definizione degli angoli di dip e dip direction</i> .....	14
<i>Figura 1.2: Rilievo geostrutturale tradizionale in zona impervia</i> .....	16
<i>Figura 1.3: Esempio di analisi traiettografica</i> .....	18
<i>Figura 1.4: Schema procedurale per il rilievo, la modellazione e l'analisi dei fenomeni di instabilità di pareti rocciose</i> .....	19

### CAPITOLO 2

<i>Figura 2.1: Principio della cross correlazione</i> .....	30
<i>Figura 2.2: L'immagine <math>I^2</math> è trasformata in modo tale da garantire la migliore correlazione dei toni di grigio con <math>I^1</math></i> .....	35
<i>Figura 2.3: Principio del Multi-Photo Geometrically Constrained Matching, correzione delle coordinate terreno del punto <math>\bar{P}</math> (posizione iniziale) e determinazione delle coordinate del punto terreno. <math>P</math> (corretta posizionamento del punto, matching corretto)</i> .....	39
<i>Figura 2.4: Schema della matrice normale e delle sue dimensioni</i> .....	45
<i>Figura 2.5: Schema della struttura della matrice disegno (a sinistra) e della matrice normale (a destra) per MGCM in cui si considerino variabili solo le coordinate oggetto del punto</i> .....	46
<i>Figura 2.6: Movimento della patch lungo la linea epipolare. <math>ST_i, ST_j</math>: punti di matching di partenza errati. <math>A_i, A_j</math>: matching intermedio. <math>C_i, C_j</math>: posizione di matching corretta</i> .....	48
<i>Figura 2.7: Schema di una delle possibili traiettorie di crescita del metodo sequenziale</i> .....	51
<i>Figura 2.8: Schema delle operazioni principali eseguite dall' algoritmo MGCM</i> .....	54
<i>Figura 2.9: Trasformazione coordinate immagine/pixel e vice versa</i> .....	55
<i>Figura 2.10: Potenziali punti terreno individuati sul raggio proiettivo</i> .....	56
<i>Figura 2.11: Proiezione dei punti terreno sulle immagini slave</i> .....	56
<i>Figura 2.12: Posizione stimata del punto terreno</i> .....	59

### CAPITOLO 3

<i>Figura 3.1: Effetti della distorsione radiale. Coordinate immagine indistorte (sinistra) e spostamenti di tali punti a causa della distorsione radiale (destra)</i> .....	62
<i>Figura 3.2: Termini correttivi della distorsione radiale</i> .....	62
<i>Figura 3.3: Eliminazione degli effetti di distorsione. Osservando la linea rossa si riscontra nell'immagine superiore un effetto di distorsione radiale corretto nell'immagine inferiore</i> .....	64
<i>Figura 3.4: Esempio di applicazione del filtro di Wallis. L'immagine superiore è quella originale, l'immagine inferiore è quella filtrata</i> .....	66

<i>Figura 3.5: Esempio di influenza del filtro di Wallis sull'efficacia degli operatori di interesse. L'immagine superiore è quella originale, l'immagine inferiore è quella filtrata.....</i>	<i>67</i>
<i>Figura 3.6: Rappresentazione per curve di livello della funzione di risposta R e della suddivisione tipologica in funzione degli autovalori <math>\alpha</math> e <math>\beta</math>.....</i>	<i>71</i>
<i>Figura 3.7: Schema delle operazioni per la ricostruzione fotogrammetrica di un oggetto ....</i>	<i>79</i>
<i>Figura 3.8: L'interfaccia grafica implementata .....</i>	<i>79</i>
<i>Figura 3.9: GUI per l'estrazione dei punti interessanti .....</i>	<i>81</i>
<i>Figura 3.10: Esempio di nuvola di punti visualizzata da VRML View 3.0.....</i>	<i>82</i>
<i>Figura 3.11: Esempio di triangolarizzazione di nuvola di punti .....</i>	<i>82</i>

## **CAPITOLO 4**

<i>Figura 4.1: Immagine 1(sopra) e 2 (sotto) utilizzate per la ricostruzione del provino in cls ..</i>	<i>84</i>
<i>Figura 4.2 :Grafico della distorsione radiale .....</i>	<i>85</i>
<i>Figura 4.3: Posizioni di presa e punti di legame del blocco realizzato per il provino in cls ...</i>	<i>86</i>
<i>Figura 4.4:Punti di Förstner individuati sul provino in cls .....</i>	<i>86</i>
<i>Figura 4.5: Nuvola di punti che descrive la superficie del provino in cls .....</i>	<i>87</i>
<i>Figura 4.6: Triangolazione della nuvola di punti del provino in cls .....</i>	<i>88</i>
<i>Figura 4.7: Nuvola di punti ottenuta con LSM.....</i>	<i>88</i>
<i>Figura 4.8: Triangolazione della nuvola di punti ottenuta con il LSM.....</i>	<i>89</i>
<i>Figura 4.9: Confronto tra LSM (immagini in alto) ed MGCM (immagine in basso) .....</i>	<i>90</i>
<i>Figura 4.10: Immagini utilizzate per la ricostruzione del bassorilievo.....</i>	<i>91</i>
<i>Figura 4.11: Grafico della distorsione radiale .....</i>	<i>92</i>
<i>Figura 4.12: Posizioni di presa e punti di legame del blocco fotogrammetrico.....</i>	<i>93</i>
<i>Figura 4.13: Punti individuati sull'immagine template per la ricostruzione del bassorilievo ..</i>	<i>94</i>
<i>Figura 4.14: Nuvola di punti che descrive la superficie del bassorilievo .....</i>	<i>95</i>
<i>Figura 4.15: Triangolazione della nuvola di punti del bassorilievo .....</i>	<i>95</i>
<i>Figura 4.16: Triangolazione della nuvola di punti del bassorilievo (vista dall'alto).....</i>	<i>96</i>
<i>Figura 4.17: Particolare della triangolazione della nuvola di punti del bassorilievo .....</i>	<i>96</i>
<i>Figura 4.18: Superficie interpolata del bassorilievo ottenuta con Surfer .....</i>	<i>97</i>
<i>Figura 4.19: Correzioni apportate da mgcm al DTM approssimato.....</i>	<i>97</i>
<i>Figura 4.20: Grafico delle correzioni applicate ai nodi del grigliato .....</i>	<i>98</i>

## **APPENDICE A**

<i>Figura A.1:Collinearità tra il centro di presa O, il punto immagine P' e il punto oggetto P</i>	<i>102</i>
--	------------

## Indice delle Tabelle

### CAPITOLO 4

<i>Tabella 4.1: Parametri di calibrazione della camera utilizzata .....</i>	85
<i>Tabella 4.2: Parametri di orientamento esterno.....</i>	86
<i>Tabella 4.3: Parametri in input per l'algoritmo mgcm.....</i>	87
<i>Tabella 4.4: Parametri di calibrazione della camera utilizzata .....</i>	91
<i>Tabella 4.5: Parametri di orientamento esterno.....</i>	92
<i>Tabella 4.6: Parametri in input per l'algoritmo mgcm.....</i>	94

## Riassunto della tesi

Scopo del presente lavoro di tesi è la ricostruzione della superficie di un oggetto mediante una nuvola densa di punti ricavata dalla elaborazione di una serie di immagini fotografiche mediante tecniche fotogrammetriche. In modo particolare l'interesse finale è rivolto all'analisi della stabilità di pareti in roccia, per il quale un accurato rilievo geometrico tridimensionale costituisce una premessa di fondamentale importanza.

Gli sviluppi nel campo della fotogrammetria digitale hanno recentemente portato all'automazione delle operazioni di orientamento delle immagini anche nel caso di blocchi "terrestri". La ricostruzione della superficie può successivamente essere eseguita tramite l'impiego di algoritmi di correlazione di immagine, che portano a produrre modelli delle superfici costituiti da nuvole dense di punti nello spazio. L'algoritmo più raffinato e maggiormente diffuso in ambito fotogrammetrico è la *correlazione di immagini a minimi quadrati*. I limiti di questa tecnica, che potenzialmente consente di ottenere precisioni nella misura di punti corrispondenti tra le immagini inferiori alla dimensione del pixel (in letteratura si riportano valori nell'ordine di 1/20 di pixel), sono ben noti. La limitata ridondanza conduce ad un limitato controllo sulle correlazioni errate in caso di tessitura ripetuta dell'oggetto ed occlusioni, causando di conseguenza una non corretta determinazione delle coordinate oggetto dei punti. Per queste ragioni la tecnica di correlazione di immagini a minimi quadrati che è stata implementata in questo lavoro (*Multiphoto Geometrically Constrained Matching - MGCM*) combina il confronto tra i toni di grigio delle immagini con l'utilizzo della collinearità come vincolo geometrico aggiuntivo, aumentando così l'affidabilità della soluzione. Un aspetto importante è l'utilizzo simultaneo di più immagini, che oltre ad aumentare l'affidabilità interna delle osservazioni consente di ovviare al problema delle occlusioni.

In questo lavoro è presentato il modello matematico dell'algoritmo MGCM assieme ad alcuni particolari relativi alla sua implementazione. Questo modello può essere sempre applicato nel caso in cui i parametri di orientamento interno ed esterno dei vari fotogrammi siano noti. Il lavoro si conclude con l'analisi di due casi applicativi, che in questa fase non riguardano ancora la superficie di pareti in roccia, bensì quelle di oggetti in campo architettonico. Il lavoro sin qui svolto, sia a livello di sviluppo degli algoritmi che di sperimentazione applicativa, non ha assolutamente un carattere di completezza e definitività, ma costituirà il punto di partenza per un lavoro di dottorato nel corso del prossimo triennio.

## INTRODUZIONE

### ***Presentazione degli obiettivi della tesi e sintesi del lavoro***

Negli ultimi due decenni le scienze Geomatiche, e fra esse la Fotogrammetria, hanno subito notevoli cambiamenti sotto la spinta del notevole progresso tecnologico verificatosi. In particolar modo l'introduzione e lo sviluppo di nuove tecnologie per l'acquisizione dei dati e una sempre maggiore integrazione tra i sensori (camere digitali, sistemi laser a scansione, sensori GNSS e sistemi di navigazione inerziale - INS) hanno aperto nuove metodologie in campo fotogrammetrico. L'elaborazione dei fotogrammi nelle due fasi principali dell'*orientamento* e della restituzione è sempre stata basata sulla misura di punti sulle immagini stesse, indipendentemente dal tipo di supporto (fotogramma analogico o immagine digitale), che di tecnica impiegata (stereoscopia, collimazione monoscopica, utilizzo di algoritmi di correlazione delle immagini). I nuovi sensori stanno portando lentamente all'acquisizione di dati tridimensionali per le applicazioni cartografiche (Fotogrammetria Aerea) nei quali i parametri di orientamento vengono determinati tramite sensori integrati GNSS/INS, lasciando l'analisi delle immagini stesse solo per la fase di restituzione, dove è richiesta l'interpretazione del contenuto delle stesse per il quale l'operatore umano è ancora ineguagliabile.

Queste tecniche si rivelano tuttavia meno efficaci nelle applicazioni terrestri, a causa delle maggiori precisioni richieste e della minore visibilità delle costellazioni satellitari per il posizionamento GNSS. D'altro canto, l'impiego della scansione laser può notevolmente semplificare la restituzione di modelli delle superfici sia in fotogrammetria aerea che terrestre. Tuttavia, in questo secondo campo applicativo i sensori sono ancora molto costosi e ingombranti, fattori che ne limitano fortemente l'impiego e lo sviluppo.

E' quindi di grande interesse lo studio e l'implementazione di nuove soluzioni che siano in grado di fornire lo stesso livello prestazionale degli strumenti laser scanner ma con una maggiore facilità d'uso, un minore tempo necessario per l'acquisizione e l'elaborazione dei dati, una ridotta esperienza richiesta all'operatore.. La fotogrammetria digitale consente di ottenere indiscutibili pregi in questa direzione, in termini di accuratezza, costo, versatilità e velocità di acquisizione dei dati primari.

Allo stato attuale si può ritenere che le fasi preliminari alla ricostruzione 3D (calibrazione, orientamento) siano quasi completamente automatizzate sia nelle applicazioni da aereo che in quelle terrestri. Per quanto invece riguarda la ricostruzione 3D degli oggetti, non si dispone ancora di tecniche completamente automatiche.

La presente dissertazione di laurea verte proprio sullo sviluppo e l'analisi di tecniche di automazione in fotogrammetria terrestre (*close-range*) per la ricostruzione di un insieme



denso di punti che descrivano in modo sufficientemente accurato la superficie di un oggetto a partire da immagini orientate. In particolare è stata implementata una tecnica di correlazione (matching) multi-immagine che integra l'analisi delle somiglianze tra radiometriche con vincoli geometrici per la rimozione automatica dei valori anomali (Matching Multi-Immagine Vincolato Geometricamente – *Multiphoto Geometrically Constrained Matching*).

In particolare modo la tipologia di oggetti per la quale è stata pensata l'applicazione è costituita dalle superfici delle pareti in roccia, la cui modellazione geometrica è importante per diverse finalità. Tra le principali si annoverano l'analisi geomorfologia, la valutazione della stabilità, la progettazione di strutture di consolidamento e protezione, lo studio di percorsi alpinistici, l'analisi delle deformazioni nel tempo. In molti casi questo tipo di strutture naturali è difficilmente modellizzabile tramite forme geometriche semplici a causa della presenza di discontinuità. Non è dunque possibile individuare le geometrie regolari come rette o piani di grande estensione. Per tale ragione è necessario un metodo di ricostruzione dell'oggetto che sia basato sull'acquisizione di nuvole di punti sufficientemente accurate e dense che ne approssimino bene la superficie.

La struttura del presente lavoro prevede innanzitutto la messa a fuoco dell'ambito applicativo all'interno del quale è nata l'idea di implementare un algoritmo di matching per la ricostruzione densa di oggetti. Nel Capitolo 1 viene dunque presentato il problema dello studio della stabilità di pareti in roccia. Rispetto a tale tematica, da alcuni anni è sorto un vivo interesse del settore internazionale della Geotecnica e dell'Ingegneria Geologica (*Engineering Geology*) per l'esplorazione di nuove tecnologie finalizzate al rilievo geometrico delle pareti in roccia. Lo studio di alcune problematiche inerenti proprio a quest'ambito particolare hanno fornito lo spunto di partenza per il seguente lavoro ed in particolare per la realizzazione di un algoritmo di matching denso. Si ritiene, infatti, che l'impiego di tecniche fotogrammetriche possa essere di grande utilità nel settore dell'analisi geomorfologica di un versante roccioso. In particolare l'impiego di queste tecniche permette di garantire una maggiore rapidità e automazione per quanto riguarda la caratterizzazione geometrica del versante. In quest'ottica sono presentate due possibili applicazioni in cui la forte collaborazione tra rilievo fotogrammetrico e analisi geomorfologica può trovare applicazione. Si fa riferimento allo studio delle discontinuità presenti in un ammasso roccioso ed all'analisi traiettografica. In conclusione sono poste alcune osservazioni circa la possibile integrazione dell'analisi fotogrammetrica nel processo di studio della stabilità di un versante e circa il progetto del rilievo fotogrammetrico vero e proprio in quest'ambito particolare.

Nel Capitolo 2 vengono analizzate le tematiche legate alla ricostruzione densa di superfici con tecniche di correlazione tra le immagini, con le quali è possibile, sempre in maniera

totalmente automatica, descrivere la superficie di un oggetto con un insieme costituito da una nuvola di punti. In quest'occasione vengono presentate alcune considerazioni legate all'utilizzo di tecniche fotogrammetriche e *laser scanning*, prima con carattere generale e quindi nell'ambito più specifico del rilievo di pareti in roccia. A questo punto dopo aver presentato gli algoritmi più diffusi (*correlazione semplice* e *Least Square Matching* - LSM), si illustra nei particolari la tecnica di *matching multi-immagine* vincolato geometricamente (MGCM), sviluppata e implementata nella presente dissertazione a partire dal lavoro di Gruen e Baltsavias (1988) e Baltsavias (1991). A conclusione del capitolo viene quindi presentato l'algoritmo MGCM descrivendo in dettaglio le operazioni svolte dall'algoritmo e le informazioni necessarie per il suo funzionamento.

Nel Capitolo 3 vengono presentate le operazioni preliminari e successive alla generazione della nuvola di punti tramite l'algoritmo MGCM. Infatti l'approccio fotogrammetrico per la creazione di un modello 3D prevede l'esecuzione di una serie di fasi consequenziali quali la pre-elaborazione delle immagini, la calibrazione della camera utilizzata per l'acquisizione, l'orientamento del blocco di immagini, la determinazione di punti di interesse sulle immagini, che devono essere completate prima dell'applicazione della tecnica MGCM (o comunque di un'altra metodologia di correlazione di immagini). Una volta che la nuvole di punti è stata generata, questa deve essere *triangolarizzata* per consentire una migliore *visualizzazione* del modello 3D.

Nel Capitolo 4 vengono presentate le prime sperimentazioni dell'algoritmo MGCM implementato, nelle quali esso è stato applicato per la ricostruzione della superficie di un oggetto mediante una nuvola di punti. Il primo esempio riguarda un provino in calcestruzzo sottoposto ad una prova di sfregamento. Per questo caso studio viene presentata anche una comparazione tra i risultati ottenuti con MGCM e quelli ottenuti con LSM. Il secondo esempio riguarda la ricostruzione di una superficie di maggiore complessità rispetto a quella affrontata nel caso precedente, costituita da un bassorilievo presente sulla facciata principale della Chiesa di San Luigi dei Francesi a Roma. Il Capitolo si conclude con alcune considerazioni conclusive che possono essere tratte dalle prime prove a cui l'algoritmo è stato sottoposto e con gli sviluppi futuri che possono essere ipotizzati per questo lavoro di tesi alla luce dei risultati fin qui conseguiti.

Nel Capitolo 5, infine, si cerca di fornire il quadro riassuntivo di tutti gli aspetti trattati nella dissertazione, con particolare riguardo alle possibilità applicative emerse, le problematiche incontrate, gli elementi di originalità e i possibili sviluppi futuri. Molti di questi aspetti verranno comunque analizzati in ciascun capitolo, per mettere in collegamento più immediato gli aspetti più particolari sia dal punto di vista teorico e metodologico che da quello applicativo.

## **Convenzioni e simboli**

Nella presente dissertazione si sono seguite le seguenti convenzioni tipografiche:

- Per quanto riguarda i riferimenti bibliografici, essi sono indicati tra parentesi quadre con il nome del primo autore e l'anno di pubblicazione: tale riferimento è rintracciabile nella bibliografia inserita al termine della presente, in cui tutte le citazioni sono elencate in ordine alfabetico e per data di pubblicazione. Qualora, per uno stesso autore, siano presenti più riferimenti pubblicati nello stesso anno, il riferimento è seguito da una lettera.
- Per quanto riguarda le equazioni inserite nel testo, quelle più significative vengono inserite in una riga isolata e numerate in forma (x.xx) in cui (x) indica il capitolo in cui la formula è inserita e (xx) la numerazione progressiva. Gli elementi scalari vengono solitamente indicati con lettera corsiva minuscola, gli elementi vettoriali bidimensionali con lettera corsiva minuscola in grassetto, quelli tridimensionali o n-dimensionali con lettera corsiva maiuscola in grassetto; le matrici vengono sempre indicate con lettera corsiva maiuscola. Gli indici vengono solitamente indicati con le lettere *i, j, k* in corsivo. Qualora tali convenzioni non vengano rispettate, per motivi di praticità di scrittura, il testo ne darà indicazione illustrando la simbologia utilizzata. Con l'apice "T" si indicherà l'operazione di trasposizione di matrice, il punto moltiplicativo "." Verrà solitamente sottointeso.
- Per quanto riguarda le figure, esse sono numerate nella forma (x.xx) in cui (x) indica il capitolo in cui la figura è inserita e (xx) la numerazione progressiva.
- Per quanto riguarda le tabelle, esse sono numerate nella forma (x.xx) in cui (x) indica il capitolo in cui la tabella è inserita e (xx) la numerazione progressiva; la numerazione delle tabelle è indipendente da quella delle figure.

Qualora, all'interno del testo, fosse necessario utilizzare simbologie differenti da quelle appena descritte, per necessità di stesura, ne verrà data indicazione.

## **CAPITOLO 1**

### **Impiego di tecniche fotogrammetriche per lo studio di pareti rocciose**

Come già accennato nell'Introduzione, con il presente lavoro di tesi si vuole implementare un algoritmo che permetta la ricostruzione della superficie di una parete in roccia mediante una nuvola densa di punti ottenuta a partire da immagini orientate. In questo capitolo si vogliono illustrare con maggiore dettaglio le ragioni che hanno portato a focalizzare su questo ambito le tecniche di automazione sviluppate nel corso del presente lavoro.

La modellazione geometrica di pareti in roccia è importante per diverse finalità. Tra le principali si annoverano l'analisi geomorfologia, la valutazione della stabilità, la progettazione di strutture di consolidamento e protezione, lo studio di percorsi alpinistici, l'analisi delle deformazioni nel tempo. In particolar modo, in questo studio si è focalizzata l'attenzione sul rilievo geometrico per l'analisi di stabilità di corpi rocciosi. Questo tema è stato affrontato in letteratura attraverso la combinazione di varie tecniche geomatiche: di tipo indiretto [Harrison 2000], per mezzo di stazioni totali [Feng 2001], fotogrammetria terrestre [Kemeny 2003] o per mezzo di laser a scansione [Biasion 2004]. Lo studio di versanti in roccia presenta, da un punto di vista geologico, una serie di problematiche piuttosto serie legate all'inaccessibilità della maggior parte dei siti, che limita la possibilità di eseguire un rilievo geostrutturale o la difficoltà di avere una corretta rappresentazione della geometria della parete stessa. In quest'ambito le tecniche di rilevamento ed in particolar modo la fotogrammetria possono consentire la soluzione, almeno parziale, di tali problemi.

Di seguito si vogliono indicare brevemente due importanti campi di applicazione delle tecniche sviluppate nel corso del presente lavoro. Il primo concerne lo studio delle discontinuità negli ammassi rocciosi, il secondo riguarda la modellazione geometrica del versante per analisi traiettografiche. Per comprendere l'importanza di questi due temi nello studio di stabilità delle pareti rocciose si ritiene utile presentare in un breve paragrafo gli elementi basilari che influenzano il comportamento meccanico degli ammassi rocciosi.

#### ***1.1. Il comportamento meccanico degli ammassi rocciosi***

Nonostante le apparenze, un ammasso roccioso è tipicamente un mezzo discontinuo, suddiviso in volumi elementari, con caratteristiche di resistenza che, globalmente, dipendono dalla presenza di giunti e discontinuità di diverso tipo. L'analisi di stabilità di un pendio in roccia, cioè la previsione della risposta tensionale e deformativa della massa rocciosa alle forze agenti, si appoggia a modelli matematici per schematizzarne il comportamento geomeccanico. La scelta del tipo di modellazione più idonea ad un

determinato problema dipende da diversi fattori quali: l'orientamento delle discontinuità, la spaziatura, la persistenza delle fratture e la scala a cui il problema viene esaminato. I parametri geometrici, fisici e meccanici necessari alla descrizione dell'ammasso roccioso vengono raccolti tramite una serie di rilievi geostrutturali attraverso la selezione intelligente dei dettagli geologici e l'individuazione dei parametri importanti dal punto di vista del comportamento meccanico. Osservando, a un'opportuna scala, le superfici di affioramento di un complesso roccioso si constata la presenza di sistemi di fratture che talvolta delimitano chiaramente dei blocchi; in altri casi al contrario la loro esistenza non è affatto evidente.

Il comportamento statico e la stabilità degli ammassi rocciosi dipendono fortemente dalle discontinuità strutturali presenti, ovvero da quegli elementi che ne interrompono la continuità e che, essendo superfici di debolezza statica, possono causare cedimenti (scivolamenti, ribaltamenti, crolli...). Le discontinuità possono essere rappresentate da giunti, ovvero superfici di rottura all'interno della massa rocciosa in cui non sono evidenti movimenti tra le due pareti che possono originarsi sia per traslazione che per taglio, da faglie, ovvero fratture o zone di frattura lungo cui c'è stato uno spostamento riconoscibile (da pochi centimetri ad alcuni chilometri) o, a scala microscopica, dalle scistosità cioè da caratteristiche della matrice rocciosa che rappresentano dei piani di debolezza derivanti dall'orientazione preferenziale dei minerali costituenti la roccia. Le tracce dei giunti sugli affioramenti, nell'analisi geostrutturale, vengono generalmente rappresentate come segmenti di retta e le superfici sono di norma assimilate a elementi piani.

## **1.2.Lo studio delle discontinuità negli ammassi rocciosi**

Come osservato nel paragrafo precedente la presenza di discontinuità all'interno di un ammasso roccioso risulta essere un aspetto rilevante per valutarne la stabilità. Per questa ragione lo studio delle discontinuità presenti in un ammasso roccioso risulta essere una delle fasi più importanti dell'analisi geologica di un sito.

In modo particolare, per caratterizzare la geometria fessurativa si considerano due livelli differenti: le fratture individuali, ovvero le discontinuità e le loro caratteristiche analizzate singolarmente, e i sistemi di fratture, in cui invece si analizza complessivamente l'insieme di discontinuità rilevate, cercando segni della presenza di sistemi di discontinuità, ovvero di insiemi (o famiglie) di piani di discontinuità aventi caratteristiche simili (giacitura, spaziatura...).

Le grandezze che caratterizzano le discontinuità sono diverse:

1. la giacitura (*Figura 1.1*) ovvero l'orientazione di un piano di discontinuità definita, secondo le convenzioni generalmente in uso, per mezzo di due angoli: l'*inclinazione (dip)*, che rappresenta l'angolo che la retta di massima pendenza del piano di discontinuità forma con un piano orizzontale e la *direzione di immersione (dip*

*direction*) cioè l'angolo tra la direzione del Nord e la proiezione della linea di massima pendenza sul piano orizzontale;

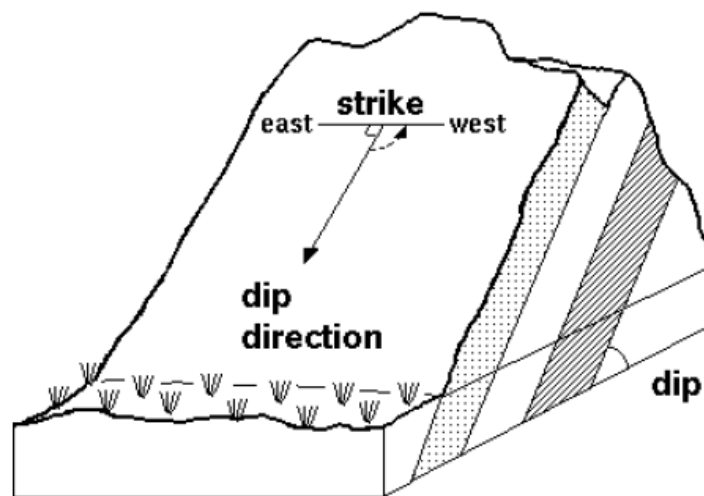


Figura 1.1: Definizione degli angoli di dip e dip direction

2. la *persistenza* ovvero l'estensione areale o la dimensione di una discontinuità entro un piano definita come la frazione di area della discontinuità; può essere approssimativamente quantificata osservando le lunghezze delle tracce di discontinuità sulla superficie esposta;
3. la *spaziatura* che è la distanza, misurata lungo una linea retta d'orientamento prefissato, tra discontinuità adiacenti della stessa famiglia;
4. la *rugosità* parametro fondamentale per valutare la resistenza a taglio delle discontinuità;
5. la *resistenza di parete* misurabile in sito mediante il martello di Schmidt;
6. l'*apertura* definita come la distanza, misurata perpendicolarmente, tra due pareti adiacenti di una discontinuità;
7. il *riempimento*, da intendersi come il materiale compreso tra le due pareti adiacenti di una discontinuità;
8. la *presenza d'acqua*, elemento che può indicare una alta fessurazione della roccia
9. il *numero di sistemi di discontinuità*, si tratta di un fattore determinante per la stabilità di un pendio roccioso assieme all'orientazione delle discontinuità relativamente al fronte dello stesso: se non esiste un numero sufficiente di sistemi di discontinuità, la probabilità d'instabilità è praticamente ridotta a zero; al contrario più sistemi ci sono, più si hanno possibili cinematismi all'interno dell'ammasso.
10. la *dimensione dei blocchi* che è un indicatore estremamente importante del comportamento della massa rocciosa; le misure dei blocchi sono determinate dalla

spaziatura delle discontinuità, dal numero di sistemi e dalla persistenza delle discontinuità che delimitano i blocchi potenziali.

La manifestazione più evidente della strutturazione dei complessi rocciosi è l'esistenza di famiglie di discontinuità che presentano le medesime caratteristiche individuali e sono disposte con una certa regolarità nello spazio. Le diverse famiglie sono identificate da: un'orientazione preferenziale, una spaziatura media in direzione perpendicolare all'orientazione, una lunghezza media e un'apertura media. Per fornire una descrizione scientifica del fenomeno gli studiosi cercano solitamente di individuare tali parametri rapportandoli a distribuzioni statistiche: ricorrere a leggi di probabilità conosciute permette di descrivere le famiglie con un numero limitato di parametri e di ipotizzare l'andamento della fatturazione dove le discontinuità non sono osservabili. Solitamente si studia pertanto la ripartizione delle giaciture dei piani individuando il polo di orientazione caratteristico della famiglia. Conoscendo unicamente la distribuzione dei parametri che definiscono le giaciture dei piani di discontinuità osservabili sulla superficie esterna dell'ammasso roccioso è quindi possibile, in termini probabilistici, caratterizzare approssimativamente il comportamento strutturale dell'ammasso. Gli altri parametri vengono inseriti in modelli numerici per simulare il comportamento statico della parete rocciosa e individuare con maggior precisione i punti critici.

Un progetto geotecnico riguardante strutture rocciose deve sempre prendere avvio con l'esecuzione di un "rilievo geostrutturale", rivolto alla raccolta di dati per la descrizione quantitativa delle discontinuità presenti nella massa rocciosa. Il rilievo si effettua in sito, utilizzando un equipaggiamento portatile, composto da una bussola e una livella, accedendo direttamente all'ammasso roccioso.

Tale metodologia, seppur estremamente diffusa, presenta innegabili limitazioni:

- gli ammassi rocciosi possono essere difficilmente raggiungibili (*Figura 1.2*), ed avere forme geometriche che rendono difficile, se non impossibile, l'accesso diretto. L'acquisizione dei dati in questo caso può essere un processo lungo e dispendioso in quanto avviene lungo *stendimenti*, detti "scanline";
- gli ammassi rocciosi molto fratturati, non supportati da opere di sostegno, possono comportare rischi per l'operatore (solitamente un rocciatore professionista, che segue le indicazioni del geologo incaricato del rilievo);
- la scelta di elementi di interpretazione significativi può essere difficile da eseguire in sito. Spesso, in fase di analisi dei risultati, l'interpretazione e l'elaborazione delle misure conduce ad ambiguità che richiedono chiarimenti per mezzo di un ulteriore rilievo.





Figura 1.2: Rilievo geostrutturale tradizionale in zona impervia

I metodi di rilievo tradizionali non consentono inoltre, in molti casi, di cogliere alcuni aspetti del sistema di fratture che sono indispensabili all'analisi di stabilità di un ammasso roccioso. In particolar modo, le relazioni esistenti tra famiglie di discontinuità, (definita dalla gerarchia dei sistemi di fatturazione), evidenziati dalla tipologia di interruzione dei sistemi di fratture, possono essere molto importanti dal punto di vista del comportamento meccanico d'insieme dell'ammasso. Ciò è intuitivo se si pensa alla differenza di stabilità di un muro di mattoni incolonnati direttamente su quelli sottostanti e la solidità di un muro nel quale la posizione dei mattoni è alternata nelle diverse file.

Infine un rilievo tradizionale presenta costi molto elevati in quanto è richiesto un dispendio di risorse umane non trascurabile, a fronte di una produttività estremamente ridotta: solitamente in una giornata di rilievi si è in grado di coprire pareti che si estendono per non più di 50÷70 m. Questo fatto rende pressoché impraticabile la possibilità di svolgere campagne di misurazione particolarmente estese e richiede un'attenta progettazione delle operazioni. Al contrario, per numerose amministrazioni ed enti pubblici, si sente sempre più la necessità, sia per aspetti di protezione civile e del territorio, sia per aspetti legati allo sfruttamento turistico delle risorse montane, di avere un quadro il più possibile esteso delle caratteristiche statiche degli ammassi rocciosi.

Per superare tutte queste limitazioni sono stati proposti [Harrison 2000] metodi alternativi basati essenzialmente su un'analisi geometrica della superficie dell'ammasso (o *digital surface model* - DSM) ricostruito con un rilievo fotogrammetrico o laser scanning, i parametri di *dip* e *dip direction* possono essere facilmente ottenuti una volta nota l'equazione del piano che rappresenta la discontinuità in un sistema di riferimento orientato a Nord; il piano può essere stimato da una serie di punti ben distribuiti sulla superficie di discontinuità, ad esempio per mezzo di una stima ai minimi quadrati; il centro di massa di tali punti può



fungere da indicatore della collocazione spaziale della discontinuità. Procedendo sistematicamente lungo lo sviluppo della parete rocciosa si genera una banca dati delle discontinuità, descritte per mezzo della loro posizione e del loro orientamento, da impiegare nell'analisi statistica della loro distribuzione o nella costruzione geometrica del modello numerico. L'approccio descritto, sebbene in grado di superare tutte le limitazioni presenti nel rilievo diretto, deve soddisfare alcuni requisiti essenziali affinché tale metodologia possa a buon diritto essere considerata un reale passo in avanti rispetto alle tecniche tradizionali: deve essere possibile ottenere punti misurabili su tutta l'estensione rocciosa considerata ed in particolar modo sulle principali e significative superfici di discontinuità; la precisione della misura in termini di *dip* e *dip direction* deve, con buona garanzia, essere almeno analoga a quella ottenibile con bussola geotecnica (gradi sessagesimali); il metodo deve in effetti presentare una soluzione ottimale in termini di tempi e di risorse impiegate, nel senso di incrementare la produttività delle procedure di misura a costi sostanzialmente inferiori.

### **1.3. Analisi traiettografiche**

Lo studio delle discontinuità all'interno di un ammasso roccioso, così come presentato nel precedente paragrafo, risulta essere importante poiché l'orientamento reciproco che le varie discontinuità e/o famiglie di discontinuità hanno tra di loro può essere tale da pregiudicare in modo serio la stabilità dell'ammasso roccioso o di una sua parte. La tipologia di movimento tipica riscontrabile negli ammassi rocciosi è il ribaltamento o la caduta. Questi movimenti consistono nel distacco e nella successiva caduta di una o più rocce da una parete. Generalmente i blocchi rocciosi che si distaccano tendono ad essere compresi tra più famiglie di discontinuità che ne consentano lo svincolo dal resto dell'ammasso. Una volta determinati i blocchi che in virtù dell'intersezione reciproca delle discontinuità sono in situazione maggiormente instabile, il problema che si pone riguarda il percorso che tale blocco potrebbe percorrere una volta svincolatosi. Tale analisi è particolarmente importante nel caso in cui la parete rocciosa si trovi in prossimità di abitazioni, scuole, reti ferroviarie o stradali e più in generale di elementi di particolare vulnerabilità. In questo caso è infatti necessario verificare se un eventuale fenomeno di crollo può mettere in discussione la sicurezza di tali strutture. Per effettuare tali analisi vengono eseguite delle *analisi traiettografiche* (Figura 1.3), le quali hanno lo scopo di individuare in modo probabilistico il percorso di un masso instabile una volta che esso si è svincolato.

Durante un'analisi traiettografica si considerano le seguenti fasi:

1. *distacco del blocco*: è la fase in cui a causa di azioni sismiche, dissoluzione chimica, cicli gelo-disgelo ripetuti si ha il distacco del blocco roccioso dal versante,
2. *fase di caduta libera*: è la fase di caduta del blocco la cui durata dipende sia dall'altezza del punto di distacco sia dalla velocità iniziale del blocco,

3. *fase di impatto*: rappresenta la fase in cui dopo la caduta libera il blocco impatta sul terreno,
4. *fase di rimbalzo*: il blocco a causa dell'elevata pendenza del terreno su cui impatta può proseguire il proprio percorso eseguendo dei rimbalzi,
5. *fase di rotolamento*: la riduzione dell'energia cinetica del masso durante i rimbalzi ed una riduzione della pendenza del terreno fanno sì che il masso si muova per rotolamento,
6. *fase di arresto*: l'attrito tra masso e terreno durante il rotolamento determina, infine, l'arresto del blocco.

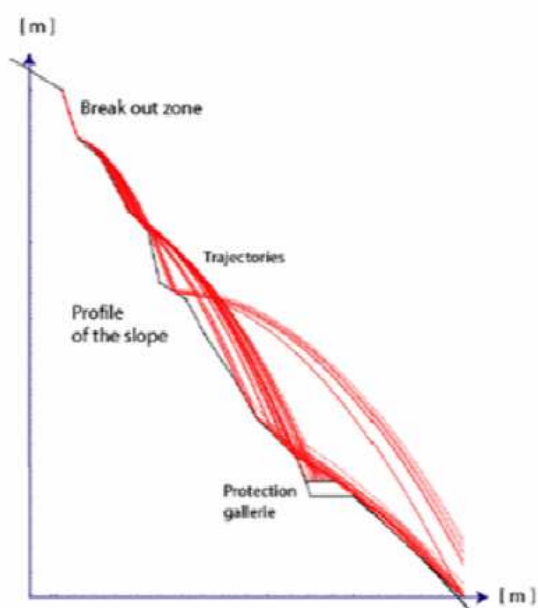


Figura 1.3: Esempio di analisi traiettografica

In tutta questa serie di analisi una corretta modellazione geometrica del versante è indispensabile. Infatti, è necessario poter definire con buona precisione sia la posizione del masso in occasione del distacco, sia avere a disposizione una buona rappresentazione geometrica del terreno nelle vicinanze della parete per definire con buona precisione sia il punto di impatto sia quello d'arresto.

In molti casi sia la localizzazione dei massi instabili che la ricostruzione del terreno nelle vicinanze del versante è svolta mediante le curve di livello derivate dalla cartografia tradizionale e interpolate per derivare un DTM (*digital terrain model*). Bisogna però osservare che spesso tali zone sono zone poco accessibili e in esse la cartografia tradizionale risulta essere in molti casi poco affidabile, anche perché in genere le aree montuose vengono rappresentate a media o piccola scala (1:10000 o 1:25000). Queste incertezze si ripercuotono poi sull'analisi traiettografica in un modo che può essere significativo.

Anche in questo caso la fotogrammetria ed in particolare una ricostruzione densa per punti può ridurre, almeno parzialmente l'incertezza del DTM, garantendo una migliore rappresentazione geometrica del versante roccioso.

### 1.4. Un sistema fotogrammetrico per il controllo di stabilità dei versanti in roccia

Quelli presentati nei precedenti paragrafi rappresentano solo due esempi, anche se particolarmente significativi, in cui la ricostruzione densa per punti di una parete rocciosa può essere estremamente utile.

Per soddisfare le esigenze espresse nei paragrafi precedenti è possibile pensare a un sistema di misurazione fortemente automatizzato per la ricostruzione densa per punti degli ammassi rocciosi basato su tecniche fotogrammetriche, il cui schema procedurale può essere brevemente riassunto in *Figura 1.4*.

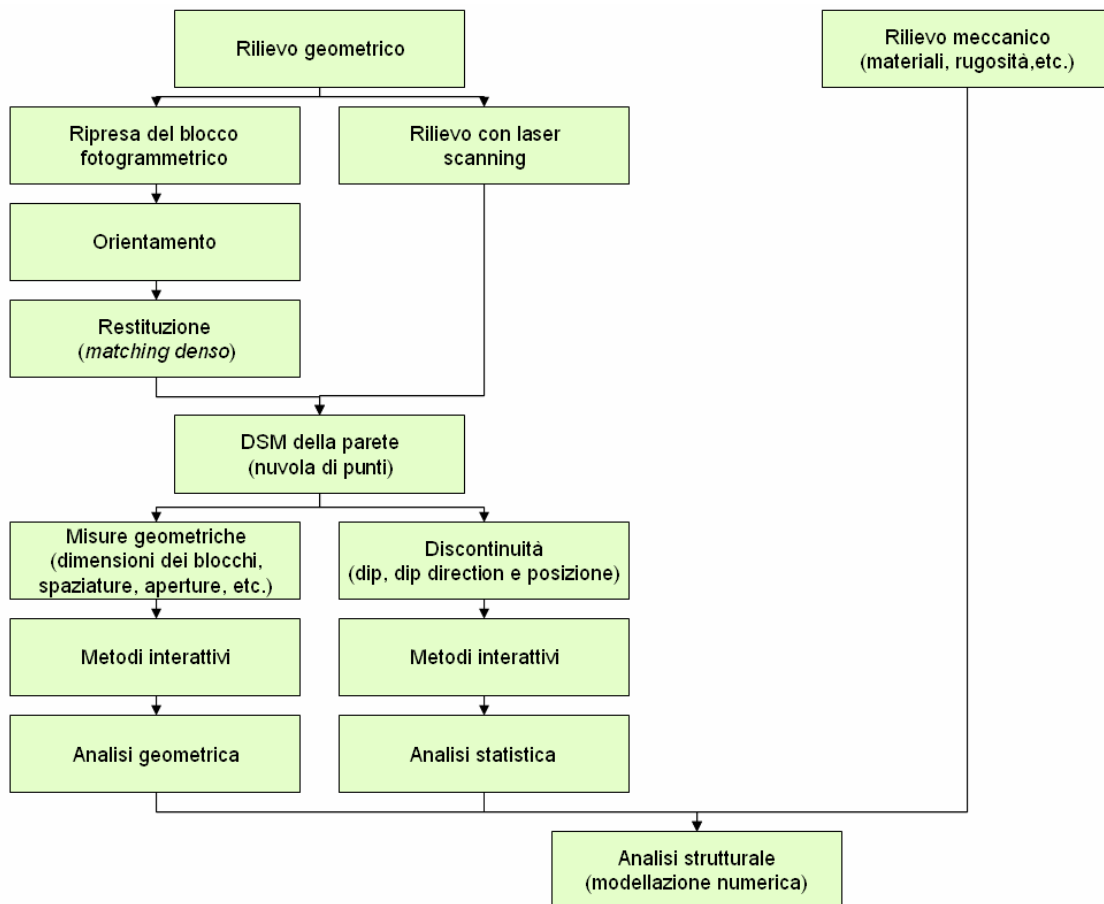


Figura 1.4: Schema procedurale per il rilievo, la modellazione e l'analisi dei fenomeni di instabilità di pareti rocciose

Un sistema così strutturato può presentare costi molto contenuti sia dal punto di vista della strumentazione richiesta (una camera digitale reflex con risoluzione di almeno 7-8 Mpixel e

ottiche calibrate), sia dal punto di vista del personale necessario: sul posto è sufficiente un singolo operatore con una sufficiente esperienza sul rilievo fotogrammetrico e sulle modalità di acquisizione delle immagini. L'elaborazione è svolta successivamente tramite programmi di calcolo, in modo interattivo o automatico.

#### **1.4.1. Progetto e ripresa delle immagini**

L'acquisizione delle immagini richiede una certa esperienza e sensibilità da parte dell'operatore: in particolare per quanto riguarda l'assenza di occlusioni, la buona copertura multi-immagine della superficie da rilevare, le adeguate basi di presa, la scala delle immagini, l'assenza di immagini eccessivamente inclinate rispetto al resto del blocco, al per garantire omogeneità nella precisione e nell'affidabilità del blocco.

Per la grande varietà delle situazioni cui ci si può imbattere, si possono indicare intervalli di massima per i parametri geometrici di riferimento nella progettazione del blocco: in relazione alle caratteristiche tipologiche della roccia ed all'ampiezza della struttura, la scala fotogrammetrica deve consentire una risoluzione al suolo da 2-3 cm a 10-12 cm (densità di campionamento di un punto ogni 10-40 cm). Per quanto riguarda la precisione del DSM, essa andrebbe a rigori derivata da quella necessaria per i piani di discontinuità, dell'ordine dei 4-5°. In generale, porzioni di roccia sensibilmente piane e di forma pressoché quadrata si prestano meglio da altre, di forma allungata; a parità di forma, superfici estese permettono di scegliere i punti a distanze media maggiori e quindi richiedono minor precisione alle coordinate dei punti.

Per contenere le occlusioni e assicurare coperture multi-immagine occorre cercare punti di presa diversi; importante infatti evitare che le famiglie di discontinuità siano occluse o mal determinabili (ad esempio perché viste in posizione eccessivamente scorciata). È importante che durante un sopralluogo preliminare o nel corso dell'acquisizione stessa sia presente un geologo che sappia cogliere gli elementi caratterizzanti da rilevare.

La ricostruzione geometrica della parete può essere effettuata in un sistema di riferimento arbitrario con scala arbitraria; l'analisi geotecnica richiede invece una corretta messa in scala del modello, il riferimento alla verticale e l'orientamento al Nord con approssimazione di qualche grado. Si può, ad esempio, operare con camera e GPS su palina; in alternativa, il fattore di scala e il riferimento alla verticale possono essere ottenuti con metodi speditivi, ad esempio, riprendendo nella sequenza una stadia posta in verticale in più punti; il riferimento al Nord può essere misurato con bussola a traguardo, materializzando due punti di presa. Altre soluzioni sono ovviamente possibili con strumentazione topografica (livello o teodolite): dal rilievo dei punti di appoggio e dai centri di proiezione all'imposizione di vincoli (orizzontalità, verticalità, distanza, dislivello) tra questi; nel quadro del progetto, tuttavia, si vorrebbero limitare sia le esigenze di strumentazione sia le competenze tecniche richieste

### **1.4.2. Il software di elaborazione ed il flusso di informazioni**

L'orientamento delle immagini e al generazione del DSM dell'ammasso roccioso sono sostanzialmente automatiche, se la geometria di presa e la tessitura della roccia hanno le caratteristiche adatte; la georeferenziazione invece, per la quale come visto in precedenza esistono più opzioni, è ovviamente interattiva e può essere effettuata con GPS o con altri metodi. La stima delle *dip* e *dip direction* può essere effettuata interattivamente; si misurano poi manualmente gli altri parametri geometrici che caratterizzano la parete (spaziatura, dimensione dei blocchi, etc.). Da tali misurazioni è quindi possibile eseguire l'inserimento dei risultati nei programmi dedicati all'analisi statistica e strutturale dell'ammasso, rendendo l'intero processo estremamente snello.

## CAPITOLO 2

### Algoritmi e tecniche di matching “area based”

#### 2.1.Introduzione

La modellazione fotogrammetrica 3D può essere classificata in due diverse categorie. La prima categoria prevede la creazione di modelli 3D di grande precisione. Attualmente la maggior parte dei metodi totalmente automatici per la creazione di modelli 3D non permettono grande precisione e sono spesso di portata limitata ad oggetti di dimensioni ridotte. In applicazioni di alta precisione, la determinazione di corrispondenze tra punti omologhi e l'orientamento di fotogrammi con geometrie complesse deve essere totalmente automatizzata. La seconda categoria prevede invece la creazione di modelli 3D che focalizzano l'attenzione soprattutto sul foto-realismo del risultato, piuttosto che sull'accuratezza ottenuta. I modelli così creati sono utilizzati in ambiti in cui la precisione non è l'aspetto fondamentale, come ad esempio per la creazione di modelli di realtà virtuale. In questo lavoro l'attenzione è posta in primo luogo verso la prima delle due categorie sopra presentate e quindi verso la creazione di modelli 3D di grande precisione.

Per la creazione di modelli 3D di grande precisione, l'elevato grado di automazione oggi implementabile nelle varie fasi del processo fotogrammetrico, non può prescindere dallo sviluppo di tecniche di riconoscimento ed interpretazione dei dati altrettanto automatizzate, ovvero con minimo intervento di un operatore. È quindi essenziale garantire la robustezza delle procedure di stima, l'efficienza computazionale delle operazioni e il grado di intelligenza interna al processo nel riconoscere e nel classificare i diversi elementi presenti nell'immagine. L'impiego sempre più diffuso dei database richiede che le informazioni siano classificate, ma la grande quantità di dati da inserire o aggiornare preclude spesso un approccio esclusivamente manuale alla restituzione. Si pensi all'evoluzione del laser a scansione negli ultimi anni: seppur ancora poco diffusa come tecnologia a causa degli elevati costi della strumentazione e dei programmi necessari per elaborare i dati, l'interesse da parte degli specialisti sia in ambito *close-range* che territoriale e il notevole impiego di risorse da parte dei centri di ricerca dimostra che la tecnologia è ormai matura. Se solo qualche anno fa si manifestavano alcune riserve, principalmente per la difficoltà di gestire ed elaborare l'elevatissima mole di dati che gli strumenti sono in grado di fornire, oggi tali problemi sono, se non superati, almeno molto ridotti: sono presenti sul mercato diversi programmi in grado di gestire progetti costituiti da milioni o decine di milioni di punti, mentre gli algoritmi di per la semplificazione e la segmentazione dei dati stanno diventando sempre più efficienti. In alcuni casi, esiste la tendenza da parte di una certa

classe di utilizzatori, forse affascinata dalle potenzialità dello strumento, a sottovalutare le problematiche della precisione della misura, della semplicità di utilizzo del prodotto finale, della progettazione del rilievo, del controllo e dell'affidabilità dei risultati. In altre parole, soprattutto in ambito close-range, la scelta della tecnica *laser scanning* a volte non è sufficientemente ragionata, e non tiene conto dei costi e della complessità delle operazioni commisurate ai reali benefici. Non si è forse ancora sviluppata una sensibilità nel valutare criticamente i risultati, e non si dispone ancora di una casistica sufficientemente ampia per poter definire chiaramente metodologie di controllo e di collaudo.

In tale panorama la fotogrammetria classica, soprattutto in ambito terrestre, viene da alcuni ritenuta una tecnologia superata o quantomeno non competitiva con il laser a scansione; altri, con maggiore equilibrio, vedono le due tecnologie come complementari e prefigurano lo sviluppo di nuovi prodotti che le integrano. Dal punto di vista della strumentazione infatti, l'integrazione tra uno scanner laser e una fotocamera digitale aumenta marginalmente i costi e non complica particolarmente le operazioni di rilievo; analogamente l'efficienza in campo di restituzione può sfruttare efficacemente i punti di forza di entrambe le tecnologie portando ad un flusso operativo più snello e veloce.

Nonostante ciò, a nostro avviso, la fotogrammetria è oggi in grado di fornire, da sola, in molti ambiti applicativi differenti, soluzioni paragonabili a quelle ottenibili con strumentazione laser a scansione o altri sensori 3D più sofisticati e costosa. Ovviamente una restituzione tridimensionale per mezzo della fotogrammetria richiede sempre un approccio stereoscopico o multi-immagine, richiedendo sempre più punti di acquisizione. Con questo vogliamo sottolineare che, la scelta della fotogrammetria, è talvolta più difficoltoso in termini operativi rispetto alle tecnologie di scansione. Tuttavia, come si vedrà tra breve, la fotogrammetria ha anche degli indubbi vantaggi rispetto agli altri metodi, non soltanto in termini di costi.

Il presente capitolo affronta le tecniche attualmente analizzate e sviluppate per ottenere una descrizione fitta della geometria di un oggetto, determinando un'elevata mole di punti sulla sua superficie. Le tecniche per effettuare tale operazione sono diverse, e nella presente si vanno ad analizzare con particolare attenzione quelle attualmente maggiormente utilizzate in campo applicativo; tratto comune di tutte le diverse metodologie è comunque il fatto che, per garantire buoni risultati in termini di precisione ed affidabilità, le immagini sulle quali vanno ad operare devono presentare a livello locale una somiglianza piuttosto elevata dei toni di grigio, in modo tale da favorire una più semplice localizzazione.

Inoltre si andranno ad analizzare le metodologie finora sviluppate per applicare ricorsivamente tali algoritmi di matching, in modo da ottenere la descrizione densa (in termini di distanza fra punti adiacenti) della geometria dell'oggetto che si vuole analizzare.

Anche in questo caso, infatti, è possibile ottenere procedure altamente automatizzate, in cui l'intervento di un operatore umano è di fatto eliminato: seppur in maniera meno diretta, dunque, e richiedendo un maggiore controllo, le tecniche fotogrammetriche che si andranno ad analizzare permettono di ottenere risultati equivalenti a quelli ottenibili mediante strumenti più sofisticati (laser scanner).

## **2.2. Fotogrammetria o Laser Scanner?**

Dal momento che i dati necessari per avere una buona descrizione di una parete rocciosa, così come presentato nel precedente capitolo, sono di natura geometrica, per l'acquisizione di tali dati è possibile fare ricorso a diverse tecnologie; in particolare in alternativa alla fotogrammetria è possibile immaginare l'impiego di laser a scansione terrestre. Sebbene una dettagliata analisi comparativa delle due tecniche sia estranea agli scopi del presente lavoro, sembra opportuno presentare alcune considerazioni generali riguardanti le due tecniche e quindi integrare tali considerazioni con alcune proprie di rilievo di pareti in roccia. Il mercato legato alle scienze del rilevamento è particolarmente fertile e la continua evoluzione della *Computer Graphics*, ormai da più di una decade, favorisce l'aumento nella richiesta di modelli digitali sempre più realistici e complessi. Al momento le due tecnologie che possono fornire questo tipo di informazione sono la fotogrammetria e il laser scanning: mentre la prima richiede però lo sviluppo di algoritmi piuttosto complessi per la restituzione automatica e la competenza tecnica richiesta per una buona progettazione del blocco, la seconda è più immediata ed è in grado di fornire risultati in maniera più diretta e, sotto certi punti di vista, più affidabile. Viene dunque da chiedersi se il continuo sviluppo di questo tipo di tecnologia, unitamente alla diminuzione dei costi delle apparecchiature e del software di gestione, non significhi il lento ma inesorabile declino della fotogrammetria, almeno in questo campo applicativo. Al tempo stesso ci si interroga su quali siano effettivamente i limiti dei due approcci e quali possano essere i criteri oggettivi per la scelta di un metodo piuttosto che l'altro. La vastità dell'argomento è tale che in questa sede non è possibile addentrarsi eccessivamente nel soggetto; nonostante questo ci sembra doveroso esprimere alcune osservazioni a riguardo rimandando alla letteratura per un quadro più completo. Numerose ricerche sono state condotte ([Beraldin 2004], [Habib 2004], [Alshawabkeh 2004], etc...) sulla possibile integrazione delle due metodologie: i tempi ridotti di acquisizione della nuvola di punti non sono necessariamente compensati da quelli di restituzione delle primitive geometriche; al tempo stesso le caratteristiche tecniche degli strumenti attualmente in commercio non permettono di rinunciare alla presa di immagini per la realizzazione di ortofoto o modelli 3D fotorealistici. Come mostrato in [Kadobayashi 2004], in [Furkuo 2004] o in [Lee 2004] da un lato alcuni ritengono che l'integrazione di fotogrammetria e *laser scanning* si limiti a questo aspetto, mentre altri caldeggiavano un grado di integrazione



superiore. Ulteriori aspetti che devono essere presi in considerazione, a nostro avviso, riguardano la versatilità di una strumentazione nei confronti dell'altra, in relazione soprattutto al tipo di precisioni che può essere richiesto: da questo punto di vista diversi sono i lavori sviluppati negli ultimi anni che affrontano approfonditamente la tematica ([Fryer 2005], [Remondino 2004], [Boelher 2004], [Habib 2004]).

La fotogrammetria e le tecniche di laser scanning sono di fatto equivalenti dal punto di vista delle precisioni ottenibili: una adeguata progettazione del blocco fotogrammetrico permette infatti di ottenere il grado di precisione richiesto, così come l'utilizzo di strumentazione laser scanning terrestre adeguata permette di ottenere intervalli di precisione abbastanza ampi; da questo punto di vista le tecniche fotogrammetriche garantiscono una notevole versatilità se confrontate con le limitazioni della strumentazione laser: mentre con l'approccio fotogrammetrico la scala dell'oggetto influenza relativamente poco il tipo di strumentazione richiesto, nel senso che con una stessa camera ed un numero limitato di ottiche è possibile affrontare problemi caratterizzati da scale dimensionali anche molto differenti, con strumentazione laser, i cui costi come tutti sappiamo sono tutt'altro che trascurabili, un sistema è in grado di garantire risultati accettabili solo entro un ben determinato intervallo di distanze.

La risoluzione sull'oggetto è, a parità di distanza, solitamente maggiore nel caso delle tecniche a scansione: sono oggi presenti sul mercato strumenti in grado di sviluppare risoluzioni angolari dell'ordine delle decine di microradiani mentre è facile verificare con semplici calcoli che le risoluzioni nel caso della fotogrammetria sono all'incirca dieci volte inferiori; supponendo ad esempio di utilizzare focali lunghe (80÷150 mm) e considerando che, per non ottenere risultati troppo correlati, si può pensare di estrarre punti sull'immagine ogni 4÷8 pixel, con i sensori attualmente in commercio si ottengono risoluzioni angolari dell'ordine di 300÷700  $\mu$ rad. Inoltre, con ottiche così lunghe il campo inquadrato risulta solitamente piuttosto ristretto e possono essere richiesti diversi fotogrammi per coprire l'intera superficie da analizzare. Anche in questo senso, dunque, se sono richieste densità di punti elevati su una superficie piuttosto ampia e se esistono limitazioni per la realizzazione del blocco (ad esempio non è possibile avvicinarsi molto all'oggetto) le tecniche fotogrammetriche cedono il passo di fronte al laser a scansione.

Se al contrario la tipologia del rilievo richiede una buona maneggevolezza della strumentazione o è richiesto di raggiungere zone impervie, entrambe situazioni tipiche per lo studio di versanti rocciosi, le attuali strumentazioni laser non si dimostrano molto versatili: il peso della strumentazione varia dai 10 ai 13 kg ma bisogna anche considerare il peso del treppiede, delle batterie e dei vari accessori, che portano spesso il peso complessivo della strumentazione intorno ai 25÷30 kg.

D'altro canto bisogna sottolineare come il laser scanner si presenta come uno strumento di maggiore semplicità d'uso (in questo contesto è richiesta una minore sensibilità nella progettazione del rilievo rispetto a quella di un eventuale blocco fotogrammetrico); in quanto strumento attivo, risente in misura assai minore o trascurabile della tessitura della roccia e della condizione di illuminazione (ombre) rispetto alla correlazione di immagini: precisione, risoluzione e affidabilità dei risultati sono legati a prestazioni hardware (peraltro in continuo miglioramento) piuttosto che a elaborazioni software con percentuali di successo variabili; è meno critica la presenza di occlusioni, poiché basta una sola visuale libera invece delle due necessarie in fotogrammetria e quindi vi è maggior libertà di scelta dei punti di stazione; il risultato del rilievo in campagna è direttamente la nuvola di punti, senza elaborazioni intermedie.

Per contro, sebbene destinati a calare in qualche misura con la diffusione crescente della tecnologia, i costi di acquisizione dell'hardware sono oggi inaccessibili alla maggior parte degli utenti e rimarranno di ben oltre un ordine di grandezza superiori a quelli della fotogrammetria (anch'essi in calo pur con una risoluzione dell'immagine in crescita).

Tuttavia, quello che appare come (a nostro avviso) un importante e forse decisivo vantaggio a favore della fotogrammetria è la sua maggiore flessibilità operativa. Il laser infatti deve necessariamente operare da stazioni a terra sufficientemente agevoli da raggiungere (dato l'ingombro ed il peso delle apparecchiature); queste esigenze sono più limitate nel caso di prese fotogrammetriche da terra. Infatti basta fare mente locale ed appare evidente che moltissime sono le situazioni in cui è praticamente impossibile (per le condizioni di accessibilità della parete, il mascheramento da parte della vegetazione, la distanza dalle più vicine strade o sentieri, la pendenza del versante, le visuali defilate od occluse) utilizzare l'apparecchiatura laser scanner e si impone l'utilizzo di una tecnica più flessibile come quella fotogrammetrica. Questo senza negare che in numero certamente non piccolo di casi è ovviamente possibile operare in condizioni logistiche più favorevoli che suggeriscono l'utilizzazione della tecnologia *laser scanning*.

Per completare il quadro delle tecnologie disponibili, sembra corretto aggiungere una ulteriore possibilità, costituita da un laser a scansione da elicottero, integrato con un sistema GNSS/INS per la georeferenziazione dei dati. Con tale tecnologia occorre tuttavia operare modifiche all'installazione dello scanner laser per consentire prese oblique od orizzontali; ciò è legato al fatto che le pareti in roccia presentano generalmente un versante estremamente pendente e molto spesso sub-verticale. Tale geometria di presa particolarmente sfavorevole non sembra in grado di modificare i parametri di scansione per raggiungere le risoluzioni elevate richieste in queste applicazioni. Vi sono casi, per esempio in valli molto strette, in cui l'utilizzo dell'elicottero comporterebbe rischi elevati o una limitazione alla capacità operativa per la scarsa visibilità delle costellazioni GNSS.

### **2.3. Algoritmi per la ricerca di punti omologhi in modo automatico**

Il problema fondamentale nell'automazione delle procedure di orientamento e restituzione in fotogrammetria digitale è quella di ricercare punti corrispondenti sulle diverse immagini che riprendono la stessa porzione dell'oggetto.

Nella fase di orientamento, i punti omologhi serviranno come osservazioni nelle equazioni dei diversi modelli geometrici utilizzati (equazioni di collinearità nella triangolazione aerea, equazioni di complanarità nell'orientamento relativo, ecc.) al fine di determinare i parametri di orientamento esterno, gli eventuali parametri di calibrazione della camera e le coordinate oggetto degli stessi. E' dunque necessario, soprattutto nel caso della triangolazione aerea, che i punti siano visti sul più elevato numero di immagini possibile in modo tale da aumentare la ridondanza locale delle osservazioni. In Büyüksalih and Li, 2005 e Barazzetti et al., 2010 (paper in stampa su Photogrammetric Record) è riportato lo stato dell'arte relativo all'automazione delle procedure di orientamento rispettivamente nelle applicazioni aeree (triangolazione aerea automatica) e terrestri.

Nella fase di *restituzione*, a partire dai fotogrammi orientati e talvolta da un modello approssimato dell'oggetto, si vanno a ricercare punti omologhi tra le diverse immagini in numero tale da poter approssimare la superficie con un numero sufficiente di punti, che risulterà essere funzione della sua complessità e irregolarità. In questo caso la densità spaziale dei punti assume un carattere più importante rispetto alla molteplicità dei singoli punti, quindi al numero delle immagini sulle quali il singolo punto omologo è visto. In molti casi dunque si utilizzano algoritmi di ricerca e correlazione dei punti omologhi che operano solo su due immagini per volta, con il risultato di non avere controllo sulle coordinate oggetto del punto trovato. Infatti, a partire da un punto misurato su due immagini è possibile scrivere 4 equazioni di collinearità, due per ciascuna delle coordinate immagine  $x$  e  $y$ . Dovendo determinare le 3 coordinate oggetto  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  dello stesso punto, la ridondanza risultante è minima. Questa invece può essere incrementata, con un conseguente maggiore controllo del risultato, se il punto viene osservato almeno su un terzo fotogramma.

Allo stato attuale diversi sono gli algoritmi che permettano l'esecuzione del matching automatico di punti tra diverse immagini. Come già sottolineato in precedenza, tali tecniche presentano degli elementi in comune. In particolare tutte le tecniche di matching assumono un'ipotesi piuttosto forte per quanto riguarda l'aspetto radiometrico di punti omologhi; viene infatti ipotizzato che due punti, appartenenti ad immagini diverse, siano omologhi se l'intensità del tono di grigio nell'intorno di tali punti sia simile sulle due immagini. Tale ipotesi può non risultare verificata in diverse situazioni: variazione delle condizioni di illuminazione, in presenza di significative influenze prospettiche tra le immagini, etc. Le diverse tecniche di

matching si differenziano tra di loro proprio per le strategie impiegate per evitare tali inconvenienti.

Di seguito verranno brevemente descritte le tecniche di matching automatico maggiormente impiegate. In particolar modo verranno presentati gli algoritmi facenti parte della cosiddetta categoria “area-based matching” (ABM). Questi sono basati sostanzialmente su criteri di correlazioni di immagine che cercano aree corrispondenti su fotogrammi differenti. Generalmente si determinano, su una o più immagini di riferimento (*master image*), che raffigurano l'oggetto da analizzare, una serie di punti di cui si vogliono conoscere le coordinate spaziali; nell'intorno di ciascuno di tali punti viene poi considerata una finestra di dimensioni prefissate (*template*) che viene messa in correlazione con una analoga finestra (*patch*) sulle restanti immagini (*slave image*), cercando di ottenere una stima della posizione che presenta il massimo grado di similitudine.

Gli algoritmi ABM che saranno analizzati sono i seguenti:

- metodi di correlazione normalizzata semplice;
- least squares matching (LSM),
- multi-photo geometrically constrained matching (MGCM).

L'ordine in cui sono state presentate rappresenta anche l'ordine di evoluzione storica di tali tecniche che hanno cercato di permettere un riconoscimento sempre più fedele di punti omologhi su diverse immagini. Tali tre tecniche di matching presentano una complessità negli algoritmi crescente in modo tale da minimizzare il numero di errori trovati.

Una particolare attenzione verrà posta sull'algoritmo MGCM, che costituisce un'evoluzione del semplice LSM con l'introduzione dei vincoli geometrici di collinearità e la possibilità di operare su più immagini, con il conseguente aumento della ridondanza sui punti misurati.

Per dovere di completezza è opportuno ricordare che esistono anche altre due categorie di algoritmi di matching, le quali sono però utilizzate in modo prevalente per la fase di orientamento. La prima di queste è costituita dagli algoritmi “feature-based matching” (FBM), i quali vanno a ricercare elementi corrispondenti (punti, linee, spigoli) tra le immagini, con il vantaggio di una maggiore robustezza nel correlare immagini che presentano forti differenze geometriche e radiometriche tra loro, ma con minore precisione e densità nella distribuzione dei punti trovati. Talvolta gli algoritmi FBM vengono utilizzati anche per una prima ricostruzione di una superficie in modo approssimato, da migliorare poi con un algoritmo ABM. La terza categoria è quella degli algoritmi di matching relazionale, i quali individuano relazioni tra elementi della stessa immagine a un più alto livello di astrazione. Sulla base del confronto delle strutture trovate tra le diverse immagini è poi possibile individuare le corrispondenze tra punti. Potenzialmente questa categoria di algoritmi è quella più robusta,

tuttavia non si trovano in letteratura tecniche che hanno validità generale e possono essere applicate in ambiente operativo al pari di quelle ABM e FBM.

### 2.3.1. Metodi di correlazione semplice

I metodi ABM più semplici rientrano nella categoria della correlazione semplice: spostando con passi regolari sull'immagine di lavoro (*slave*) una finestra di dimensioni prefissate, si cerca il massimo di una misura di somiglianza dei toni di grigio dei due fotogrammi.

È noto che, salvo condizioni particolari, la precisione di questi metodi è limitata. Tuttavia essi rimangono attuali perché estremamente veloci nel determinare corrispondenze su due immagini: il numero di operazioni richieste per il calcolo dei descrittori statistici è infatti molto minore rispetto ad altre tecniche di matching. Pertanto, quando l'area di ricerca sulle immagini di lavoro è particolarmente estesa e sono quindi necessari numerosi tentativi prima di ottenere la corrispondenza corretta o nelle applicazioni in real time essi sono largamente utilizzati.

Le misure di correlazione più comunemente usate in fotogrammetria e in computer vision sono:

*Somma delle differenze quadratiche (Sum of Squared Differences o SSD)*

$$SSD(i, j) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N (A(i+m, j+n) - S(m, n))^2 \quad (2.1)$$

*Correlazione normalizzata (Normalized Cross-Correlation o NCC)*

$$NCC(i, j) = \frac{\sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N (A(i+m, j+n)B(m, n))}{\sqrt{\sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N A(i+m, j+n)^2 \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N B(m, n)^2}} \quad (2.2)$$

*Correlazione di correlazione (Zero Mean Normalized Cross Correlation o ZNCC)*

$$ZNCC(i, j) = \rho(i, j) = \frac{\sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N ((A(i+m, j+n) - \bar{A})(B(m, n) - \bar{B}))}{\sqrt{\sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N (A(i+m, j+n) - \bar{A})^2 \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N (B(m, n) - \bar{B})^2}} \quad (2.3)$$

In cui A e B rappresentano i valori dei toni di grigio rispettivamente della patch e della template e  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  i valori medi di tali grandezze.

È importante osservare che solo la (2.3) risulta invariante nei confronti di variazione di luminosità e contrasto fra template e patch, mentre le prime due grandezze possono essere

affette in maniera minore (la (2.2)) o maggiore (la (2.1)) da cambiamenti di illuminazione. Il maggiore carico computazionale richiesto dalla (2.3) non è fra l'altro eccessivo, anche per l'esistenza di tecniche di ottimizzazione (si veda nel seguito) e anche di processori dedicati. La *cross-correlazione* è una tecnica estremamente importante per ottenere delle corrispondenze tra immagini digitali. Essa si basa su due assunzioni fondamentali:

1. le due immagini differiscono dal punto di vista geometrico solamente per una traslazione;
2. le due immagini differiscono dal punto di vista radiometrico tra di loro solo per luminosità e contrasto.

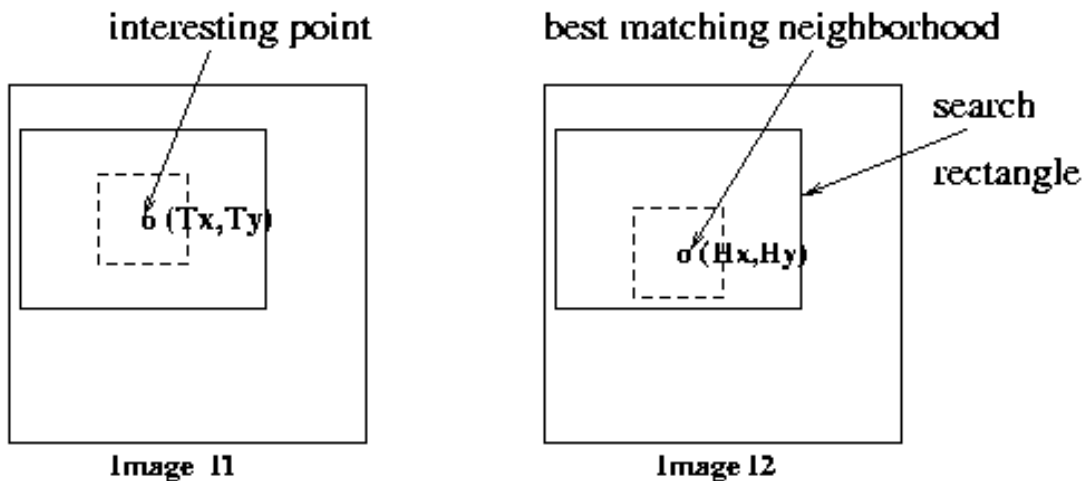
Quindi la trasformazione geometrica :

$$T_G : \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} r \\ c \end{pmatrix}_i + \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \quad (2.4a)$$

è caratterizzata solo dai due parametri di traslazione  $p_G=(u,v)^T$ . La trasformazione radiometrica:

$$T_i : h(f) = a + bf \quad (2.4b)$$

è lineare con i parametri  $p_l=(a,b)^T$ . Il principio è illustrato in *Figura 2.1*.



*Figura 2.1: Principio della cross correlazione*

Una stima  $\hat{p}_G^{(0)} = (\hat{u}, \hat{v})^{0T}$  può essere ottenuta da:

$$\max_{u,v} \rho_{12}(u, v) \rightarrow (\hat{u}, \hat{v})^{(0)} \quad (2.5a)$$

con:

$$\rho_{12}(u, v) = \frac{\sigma_{g_1 g_2}(u, v)}{\sigma_{g_1}(u, v) \sigma_{g_2}(u, v)}$$

$$\sigma_{g_1 g_2}(u, v) = \frac{1}{m-1} \left[ \sum_{i=1}^m g_1(r_i - u, c_i - v) g_2(r_i, c_i) - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m g_1(r_i - u, c_i - v) \sum_{i=1}^m g_2(r_i, c_i) \right] \quad (2.5b)$$

$$\sigma_{g_1}^2(u, v) = \frac{1}{m-1} \left[ \sum_{i=1}^m g_1^2(r_i - u, c_i - v) - \frac{1}{m} \left( \sum_{i=1}^m g_1(r_i - u, c_i - v) \right)^2 \right]$$

$$\sigma_{g_2}^2(u, v) = \frac{1}{m-1} \left[ \sum_{i=1}^m g_2^2(r_i, c_i) - \frac{1}{m} \left( \sum_{i=1}^m g_2(r_i, c_i) \right)^2 \right]$$

Come già detto la stima è indipendente dalla differenza di luminosità e contrasto grazie alla normalizzazione eseguita rispetto alla media ed alla varianza. Il processo di stima viene quindi eseguito per l'intera finestra, assumendo che la correlazione tra i due punti sia raggiunta nel caso in cui si raggiunga un massimo relativo di  $\rho_{12}$ . E' sempre comunque opportuno impostare un valore minimo della correlazione al fine di evitare false corrispondenze. Tale valore (usualmente pari a 0,7-0,8) è facilmente definibile dall'utente modo empirico in funzione dell'applicazione e del tipo di immagini.

Esistono poi altre grandezze che possono essere utilizzate per valutare il grado di similitudine fra due porzioni di immagini (si veda al riguardo [Moravec 1977], [Faugeras 1990] o [Aschwanden 1992]). Al fine di ottenere l'invarianza, anche solo parziale, rispetto a trasformazioni geometriche quali rotazioni o variazioni di scala, diversi autori suggeriscono di utilizzare nell'applicazione degli algoritmi non l'immagine originale ma quella ottenuta per mezzo di opportune convoluzioni [Martin 1995]: si può ad esempio dimostrare facilmente che l'immagine derivata dalla norma del gradiente in ciascun punto si dimostra invariante rispetto alla rotazione. Quando tra *template* e *patch* intervengono variazioni geometriche di una certa entità (è sufficiente che il punto di vista cambi in maniera non trascurabile) i valori di similitudine misurati dalla correlazione semplice sono bassi, anche quando il punto omologo sull'immagine *slave* viene individuato correttamente. Ad esempio, si osserva come la precisione decresca rapidamente quando il modello geometrico del modello sia violato; rotazioni maggiori di 20° e differenze di scala maggiori del 30% determinano delle riduzioni significative della precisione. D'altro lato l'estensione del modello con l'inclusione di altri parametri (rotazioni, differenze di scala) è proibitivo. Come ultimo elemento con la cross correlazione non è possibile maneggiare in modo semplice la presenza di occlusioni.

Applicato in via preliminare, tuttavia, esso fornisce posizioni iniziali sufficientemente accurate per inizializzare altri metodi di matching più raffinati. In altre parole i metodi di correlazione possono essere utilizzati, vista la loro rapidità di esecuzione, per analizzare ampie regioni di immagine alla ricerca di posizioni omologhe; una volta individuate approssimativamente tali zone è un altro algoritmo a individuare con precisione la posizione del punto.

Il numero di operazioni per il calcolo del coefficiente di correlazione cresce con il quadrato della dimensione della template; inoltre il numero di tentativi da effettuare nella ricerca è direttamente proporzionale al numero di pixel che contengono la regione analizzata. Diversi studi sono allora stati compiuti per ottimizzare tali operazioni di ricerca. Di seguito presentiamo l'approccio di Lewis [Lewis1995].

Si consideri l'equazione (2.3) e si indichi rispettivamente con  $A'(m,n) = A(m,n) - \bar{A}$  e con  $B'(m,n) = B(m,n) - \bar{B}$  le funzioni che descrivono patch e template rimuovendo la media; il numeratore della (2.3) può allora essere espresso come:

$$\rho^{num}(i,j) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N A'(i+m, j+n) B'(m,n) \quad (2.6a)$$

Per il suo calcolo, considerando una dimensione della template pari a  $M^2$  su una finestra di ricerca di dimensione  $N^2$ , sono richieste approssimativamente  $N^2(M-N+1)^2$  operazioni di somma e  $N^2(M-N+1)^2$  moltiplicazioni. Al tempo stesso la (2.6a) può essere vista come una convoluzione della template per mezzo della maschera  $A'(m,n)$  e può essere calcolata per mezzo di una trasformata di Fourier. Per calcolare la trasformata i moderni algoritmi di FFT ricedono approssimativamente  $18M^2 \log_2 M$  somme e  $12M^2 \log_2 M$  moltiplicazioni. È facile allora notare che, nel caso in cui  $N$  non sia trascurabile rispetto a  $M$  il secondo metodo richiede un numero di operazioni decisamente inferiore.

Si considerino di nuovo l'equazione (2.3) e la (2.6a): osservando che nel corso della ricerca la template non cambia possiamo scrivere:

$$\rho^{num}(i,j) = \sum A'(i+m, j+n) B'(m,n) - \bar{B} \sum A'(i+m, j+n) \quad (2.6b)$$

Dal momento che, per costruzione  $A'$  ha media zero, l'ultimo termine a secondo membro della (2.6b) può essere eliminato. Anche in questo caso il calcolo può essere condotto per mezzo di una trasformata di Fourier.

Delle due quantità sotto radice a denominatore della (2.3) la seconda, essendo relativa alla template, rimane fissa durante tutta la procedura di ricerca e può quindi essere calcolata una sola volta. La prima, al contrario, deve essere ristirata ad ogni spostamento della patch e comporta l'onere computazionale principale ma può essere efficientemente calcolata per mezzo di due tabelle contenenti un agli integrali in toni di grigio dell'immagine e l'altra il quadrato di tali valori. Tali tabelle possono essere calcolate per mezzo delle cosiddette somme cumulate (*running sum*):



$$s(u, v) = f(u, v) + s(u-1, v) + s(u, v-1) - s(u-1, v-1) \quad (2.7a)$$

$$s^2(u, v) = f^2(u, v) + s^2(u-1, v) + s^2(u, v-1) - s^2(u-1, v-1) \quad (2.7b)$$

La costruzione di tali tabelle richiede approssimativamente  $3M^2$  operazioni ed è quindi sostanzialmente trascurabile se paragonata alle  $3N^2(M-N+1)^2$  richieste per il calcolo del denominatore per ciascun pixel della finestra di ricerca.

Infine il calcolo del denominatore può essere ottenuto in maniera estremamente rapida in quanto richiede solamente poche operazioni sulle somme e le somme dei quadrati dei toni di grigio.

Solitamente, grazie all'algoritmo descritto, si è in grado con finestre di ricerca di dimensioni notevoli, di ottenere tempi di elaborazione anche dieci volte inferiori a quelli dell'approccio tradizionale.

Per quanto concerne la precisione ottenibile con questo tipo di algoritmi, essa è di norma pari alla dimensione del pixel sulle immagini utilizzate. Esistono tuttavia anche versioni della cross-correlazione che consentono una stima sub-pixel basata sull'interpolazione dei valori della correlazione calcolati per i pixel attorno al valore massimo locale (Kraus 2).

E' stata anche sviluppata una versione dell'algoritmo di cross-correlazione (GC<sup>3</sup>) che non ricerca l'omologo all'interno di una finestra rettangolare, bensì la limita utilizzando come vincolo le equazioni di collinearità e un modello approssimato della superficie dell'oggetto. Quest'ultimo può essere derivato da conoscenze a priori (ad esempio un DTM esistente nel caso del terreno) oppure può venire interpolato a partire dalle coordinate oggetto dei punti di legame determinati nella fase di orientamento.

### 2.3.2. Least Squares Matching

Come sottolineato, i metodi di cross-correlazione non sono robusti di fronte a trasformazioni geometriche diverse dalla traslazione, limitandone così l'impiego per le sequenze in cui fotogrammi successivi presentano basi di presa molto piccole, oppure nel caso delle riprese aeree dove le deformazioni prospettiche sono ridotte (salvo quando la scala è molto grande). Per superare il problema sono stati sviluppati negli ultimi 30 anni diversi algoritmi che permettono di considerare differenze geometriche più generali. Dei questi, la tecnica più conosciuta in fotogrammetria è la *correlazione di immagini a minimi quadrati* o *Least Square Matching* (LSM) [Grün 1985]. Esso può essere considerato, per certi aspetti, una generalizzazione della cross correlazione. Il metodo LSM è caratterizzato dai seguenti elementi:

- è possibile considerare qualsiasi tipo di trasformazione geometrica di tipo parametrico tra le due immagini;
- è possibile considerare qualsiasi tipo di relazione radiometrica di tipo parametrico tra le due immagini;
- il processo di stima è molto efficiente essendo basato su uno stimatore ai Minimi Quadrati.

Prese due porzioni di immagine, una estratta sull'immagine di riferimento (*master*) chiamata *template* e la seconda sull'immagine in cui si vuole trovare il punto omologo (*slave*) chiamata *patch*, lo scopo dell'algoritmo è quello di determinare punti corrispondenti sulle due immagini, stimando una opportuna trasformazione che renda la *patch* localmente identica (a meno degli inevitabili residui) alla *template*. Il tono di grigio di ciascun pixel della *template*  $f(i, j)$  vengono confrontati con quelli ritenuti omologhi sulla *patch*  $g(u, v)$ : il grado di somiglianza viene misurato dalla somma dei quadrati delle differenze dei valori radiometrici dei pixel corrispondenti nelle due finestre.

Applicando alla funzione discreta trasformazioni  $g(u, v)$  parametriche sia di tipo geometrico che di tipo radiometrico si ottiene un'immagine  $g'(u, v)$  più simile alla *template*. In termini analitici risulta :

$$f(x, y) - g'(x, y) = e(x, y) \quad (2.8)$$

in cui  $e(x, y)$  è il residuo per il punto di coordinate  $(x, y)$  nel riferimento dell'immagine *master*. Supponendo che tale valore, nel dominio della *template*, si comporti come una variabile casuale a media zero e varianza  $\sigma$ , è possibile ottenere una stima di massima verosimiglianza dei parametri che determinano la trasformazione  $g(u, v) \rightarrow g'(x, y)$  minimizzando la norma L2 del vettore dei residui  $\mathbf{e}$ . Per modellare la trasformazione geometrica della *patch* (Figura 2.2), ovvero la sua forma sulla slave image, si impiega comunemente una trasformazione affine, sebbene sia possibile implementare modelli geometrici più semplici o complessi:

$$\begin{cases} x = a_1u + a_2v + a_3 \\ y = b_1u + b_2v + b_3 \end{cases} \quad (2.9)$$

Tale trasformazione tiene conto di due traslazioni tra le immagini, due differenti scale in direzione ortogonale, una rotazione nel piano e una variazione di affinità. Localmente tale trasformazione approssima in modo sufficiente una trasformazione proiettiva (Baltsavias, 1991). Considerando che la *template* ha dimensioni normalmente un lato inferiore a poche

decine di pixel, i relativi raggi proiettivi sono pressoché paralleli, assunto inoltre che la porzione di oggetto inquadrata sia piana, tale trasformazione assorbe gran parte delle deformazioni prospettiche legate alla variazione del punto di presa.

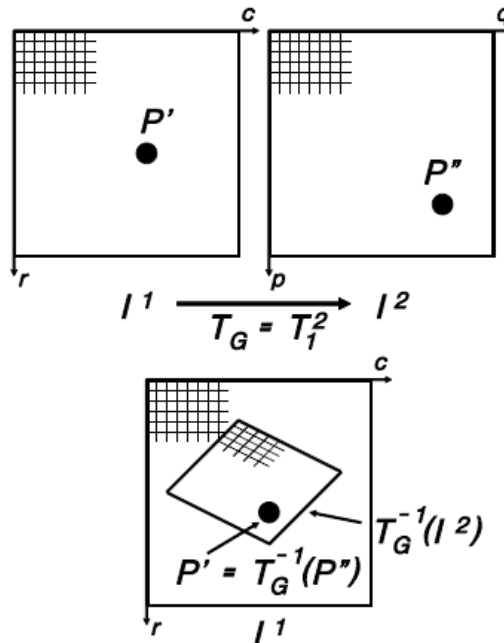


Figura 2.2: L'immagine  $I^2$  è trasformata in modo tale da garantire la migliore correlazione dei toni di grigio con  $I^1$

L'utilizzo di trasformazioni diverse da una trasformazione affine, mostrano come trasformazioni più semplici (sole traslazioni) si dimostrino migliori (con un incremento di precisione tuttavia trascurabile) solo in assenza di deformazioni di tipo prospettico mentre forniscono risultati inaccettabili non appena intervengono trasformazioni differenti. Funzioni di forma più complesse (funzioni quadratiche polinomiali) non mostrano sostanziali differenze rispetto alla (2.9) se non per template molto grandi (caso in cui l'ipotesi di planarità dell'oggetto è meno valida) e in genere creano problemi in quanto i parametri possono essere fortemente correlati tra loro e quindi non correttamente stimabili.

Oltre ad una trasformazione geometrica può essere considerata anche una trasformazione radiometrica tra i toni di grigio, in modo da considerare eventuali cambiamenti di illuminazione e contrasto fra *template* e *patch*. Generalmente si utilizza una trasformazione lineare:

$$g'(x, y) = r_0 + (1 + r_1) \cdot g(x, y) \quad (2.10)$$

Si noti che, se i parametri di illuminazione sono molto simili nella patch e nella template, e quest'ultima non è ben caratterizzata in termini di tessitura (non sono presenti gradienti dei

toni di grigio significativi), i parametri  $r_0$  e  $r_1$  risultano fortemente correlati e possono in qualche modo compromettere l'operazione di stima. Per irrobustire il processo durante la stima ai minimi quadrati si verificano le correlazioni tra i vari parametri, escludendo dalla stima quelli fortemente correlati.

In alternativa, per semplificare il modello e mantenere limitato il numero dei parametri, il modello radiometrico può essere omissso dal LSM. In tale caso tuttavia, è necessario operare una equalizzazione radiometrica preliminare tra *template* e *patch*, per esempio tramite il filtro di Wallis.

La funzione discreta che descrive i toni di grigio nella patch è una funzione generica, pertanto l'equazione (2.8) non risulta lineare e deve essere approssimata con uno sviluppo in serie di Taylor:

$$f(x, y) - e(x, y) = g_0(x, y, p_0) + \frac{\partial g(x, y, p_0)}{\partial x} dx + \frac{\partial g(x, y, p_0)}{\partial y} dy \quad (2.11)$$

Facendo riferimento alle trasformazioni espresse alla (2.9) i differenziali a secondo membro risultano:

$$\begin{aligned} \frac{\partial g(x, y, p_0)}{\partial x} dx &= \frac{\partial g(x, y, p_0)}{\partial x} dx \frac{\partial x}{\partial a_1} \Big|_0 da_1 + \frac{\partial g(x, y, p_0)}{\partial x} dx \frac{\partial x}{\partial a_2} \Big|_0 da_2 + \frac{\partial g(x, y, p_0)}{\partial x} dx \frac{\partial x}{\partial a_3} \Big|_0 da_3 \\ \frac{\partial g(x, y, p_0)}{\partial y} dy &= \frac{\partial g(x, y, p_0)}{\partial y} dy \frac{\partial y}{\partial b_1} \Big|_0 db_1 + \frac{\partial g(x, y, p_0)}{\partial y} dy \frac{\partial y}{\partial b_2} \Big|_0 db_2 + \frac{\partial g(x, y, p_0)}{\partial y} dy \frac{\partial y}{\partial b_3} \Big|_0 db_3 \end{aligned} \quad (2.12)$$

Il modello a minimi quadrati, ad ogni iterazione ed al termine della stima permette il calcolo delle seguenti quantità:

- sigma zero:  $\sigma_0^2 = \frac{1}{n - m} v^T P v$  (2.13)

- matrice di covarianza:  $Q = \sigma_0^2 (J^T P J)^{-1}$  (2.14)

- varianza dei singoli parametri:  $\sigma_i^2 = Q_{ii}$  (2.15)

- covarianza degli scarti:  $C_{vv} = \sigma_0^2 [P^{-1} - J(J^T P J)^{-1} A^T]$  (2.16)

in cui  $n$  è il numero di osservazioni di stima, ovvero il numero di pixel che compongono la template,  $m$  è il numero di gradi di libertà del sistema, ovvero il numero dei parametri stimati,  $P$  è la matrice dei pesi ed infine  $J$  è la matrice jacobiana stimata per mezzo della (2.12) all'iterazione considerata. La matrice dei pesi  $P$  è di difficile determinazione in quanto non è possibile conoscere a priori se alcuni pixel risultano più significativi di altri, così come non è

facile stabilire un valore a priori del  $\sigma_0^2$  (come osservato in [Baltsavias 1991]) e pertanto viene in molti casi posta uguale alla matrice unità. Per questo motivo la grandezza di (2.13) e le singole varianze dei parametri in (2.15) sono di difficile interpretazione. Come parametro di qualità del matching si è soliti, pertanto, considerare il coefficiente di correlazione (2.3) fra template e patch ricampionata, il cui calcolo è computazionalmente trascurabile se confrontato con quello richiesto per la stima dei parametri ai minimi quadrati. Le precisioni di misura, come già detto, non sono facilmente desunte dalla (2.14), pertanto il rapporto  $v/\sigma_v$ , per mettere in luce eventuali errori grossolani deve essere opportunamente riscalato per effettuare il data snooping. Tali errori possono essere causati da una molteplicità di fattori (effetti di rumore del sensore, riflessi dell'oggetto o dell'obiettivo della camera, occlusioni, ecc.)..

L'utilizzo di un modello funzionale linearizzato (2.11) per la soluzione ai minimi quadrati richiede valori approssimati dei parametri. Questi solitamente si riducono a disporre della posizione approssimata dei punti omologhi che l'algoritmo di LSM andrà successivamente a raffinare, in caso di convergenza. Per questo motivo nella fase di ricostruzione della superficie, oltre a disporre dei parametri di orientamento determinati in precedenza, è utile avere già un modello approssimato dell'oggetto che aiuta a localizzare la posizione dell'omologo. Per quanto riguarda gli altri parametri della trasformazione affine (2.9), solitamente si utilizza un valore approssimato pari a 1 per le scale e 0 per le rotazioni. La conoscenza a priori di forti variazioni di scala (superiore al 40%) o di rotazione (superiore a 20°) può essere comunque sfruttata per definire dei valori approssimati diversi.

Il procedimento è applicato in modo iterativo, linearizzando nuovamente il modello a ogni passo fino alla soddisfazione di uno o più criteri di arresto delle iterazioni.

Un altro aspetto importante riguarda da quali candidati partire per la ricerca dell'omologo, in quanto il successo di ogni algoritmo di matching dipende comunque dalla presenza di gradienti in direzioni diverse all'interno della *template* e della *patch*, i quali consentono una buona determinabilità dei parametri geometrici. Nella fase di orientamento spesso si utilizzano segnali aventi una forma nota a priori, che è facile andare a localizzare sulle immagini tramite specifici algoritmi di ricerca. In alternativa, è possibile determinare le coordinate dei punti omologhi attraverso una strategia basata su tecniche FBM, che fornisce valori suscettibili di essere migliorati tramite il LSM. In una seconda fase, dalle coordinate approssimate così trovate si può partire per un affinamento con il LSM.

Nel caso della restituzione, in genere non esistono valori approssimati a priori, ma è possibile operare attraverso due strade diverse, che possono essere anche combinate insieme. La prima si basa sulla estrazione di *punti interessanti* tramite un *operatore di interesse*, il quale è capace di individuare punti caratterizzati da un buon livello di contrasto multi-direzionale. Gli algoritmi più impiegati in fotogrammetria sono quelli di Foerstner

([Föerstner 1987]), Harris ([Harris 1988]), Moravec ([Moravec 1977]) e FAST ([Rosten 2006]). A partire da una serie di *punti interessanti* sulla immagine *master* si vanno a determinare le posizioni approssimate degli stessi punti sulla *slave* utilizzando un modello approssimato dell'oggetto o le linee epipolari. In molti casi, la coppia di immagini viene normalizzata tramite ricampionamento, in modo da semplificare la ricerca lungo le epipolari che diventano in tal caso parallele alla base di presa. La seconda strategia è basata sull'impiego di un grigliato di punti definito sull'immagine *master* o sull'oggetto in modo indipendente dal contenuto radiometrico delle immagini. Se questa strategia può potenzialmente portare a una distribuzione più regolare di punti, il suo successo dipende dai gradienti e quindi può risentire negativamente della presenza di eventuali aree omogenee dal punto di vista dei toni di grigio. L'abbinamento di entrambe le strategie può consentire di sfruttare i vantaggi di entrambe.

Infine non è stata fatta alcuna considerazione sull'impiego di immagini a colori (RGB) piuttosto che monocromatiche (toni di grigio). Se teoricamente sarebbe possibile scrivere le equazioni di osservazione (2.8) per ciascuno dei 3 canali RGB, in realtà i risultati potrebbero essere diversi, richiedendo alla fine il calcolo pesato delle coordinate del centro della *patch*. Si preferisce allora, nel caso di immagini a colori, ricavare per interpolazione radiometrica dei 3 canali RGB una immagine in toni di grigio sulla quale applicare poi gli algoritmi di correlazione. Nel caso si impieghino camere digitali amatoriali che utilizzano un filtro di Beyer per l'acquisizione dei diversi colori, la scelta del solo canale verde consente di tenere conto del maggiore numero di sensori dedicati ad acquisire questo canale e alla più omogenea distribuzione geometrica che questi presentano. Tale scelta è utile nelle applicazioni metrologiche o per la misura di deformazioni nelle prove di laboratorio.

### **2.3.3. Multi-Photo Geometrically Constrained Matching**

Il LSM si basa unicamente sulla similitudine tra i toni di grigio e non è quindi in grado di garantire che le corrispondenze estratte siano geometricamente compatibili: ad esempio non è detto che il punto estratto su un'immagine si trovi sulla linea epipolare individuata dal punto corrispondente sulla template, oppure che le coordinate immagine soddisfino la collinearità con il punto oggetto. A maggior ragione quindi, se il matching viene eseguito su più di due immagini, i punti estratti su ogni *slave* sono indipendenti gli uni dagli altri. Per superare tali limitazioni una tecnica estremamente più versatile è offerta dal Multi-Photo Geometrically Constrained Matching (MPGCM o MGCM) introdotto da [Grün 1988] e [Baltsavias 1991]: si tratta di un'estensione del LSM in cui la soluzione è vincolata a soddisfare le condizioni di collinearità dei raggi omologhi nello spazio oggetto. Il metodo, grazie alle condizioni di collinearità, mette in relazione le osservazioni su più fotogrammi traendo beneficio dalla maggior ridondanza ottenibile con l'uso congiunto di tutte le

immagini, sia in termini di affidabilità che di precisione di misura. I vincoli geometrici vengono imposti trattando le equazioni di collinearità come osservazioni aggiuntive nel sistema ai minimi quadrati. In linea di principio, oltre alle coordinate terreno del punto, anche i parametri di orientamento interno ed esterno possono essere stimati; tuttavia la dinamicità della misura e la potenziale instabilità che nasce per le forti correlazioni tra i parametri sconsiglia di adottare questa soluzione se la geometria non è molto robusta e ridondante. Le dimensioni del sistema risolvibile divengono poi rapidamente molto elevate e l'esperienza mostra che, se non si dispone di parametri approssimati molto buoni, esso può risultare piuttosto instabile, portando a risultati del tutto inattesi. Per questo motivo nel seguito si considera solamente il caso in cui i parametri di orientamento esterno ed interno sono noti a priori e vengono mantenuti fissi durante la stima, limitandosi a considerare solamente le coordinate oggetto del punto. Le equazioni di osservazione consistono di due parti, la parte radiometrica basata sul matching dei toni di grigio tra le immagini e la parte geometrica con il vincolo di collinearità; le due parti sono tuttavia tra loro legate tramite i parametri di traslazione del centro dell'immagine *patch*.

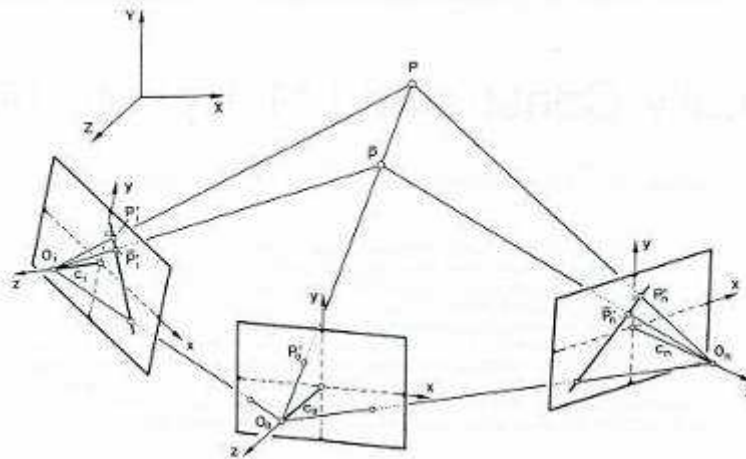


Figura 2.3: Principio del Multi-Photo Geometrically Constrained Matching, correzione delle coordinate terreno del punto  $\bar{P}$  (posizione iniziale) e determinazione delle coordinate del punto terreno.  $P$  (corretta posizionamento del punto, matching corretto)

Si assuma una sequenza di  $n+1$  immagini come quella in Figura 2.3. L'oggetto è definito in un sistema di riferimento di coordinate di tipo cartesiano tridimensionale  $(X, Y, Z)$ , le immagini  $i$  in un sistema di riferimento di coordinate cartesiano bidimensionale  $(x_i, y_i)$ . Le immagini sono costituite da funzioni discrete di toni di grigio. La funzione  $f(x, y)$ , costituita da un'immagine funge da riferimento (*template*) e le restanti  $n$  immagini  $g_1(x, y), \dots, g_n(x, y)$  come immagini *slave*.

Una situazione ideale darebbe:

$$f(x, y) = g_i(x, y); i = 1, \dots, n \quad (2.17)$$

Considerando il rumore ed ipotizzando che il rumore della template sia indipendente dal rumore delle immagini slave, la (2.17) diventa:

$$f(x, y) - e_i(x, y) = g_i(x, y) \quad (2.18)$$

Dove  $e_i(x, y)$  è un vettore costituita da errori.

La (2.18) può essere stimata come una equazione di osservazione non lineare che modella il vettore di osservazioni  $f(x, y)$  con le funzioni  $g_i(x, y)$  la cui localizzazione nelle immagini  $1, \dots, n$  deve essere stimata. La localizzazione è descritta dalle correzioni (*shifts*)  $\Delta x_i, \Delta y_i$  con riferimento rispetto ad una posizione approssimata di ciascuna funzione  $g_i^0(x, y)$ .

Per tenere in considerazione deformazioni sistematiche delle immagini causate da effetti proiettivi o da effetti di riflessione dell'oggetto ed ottenere una migliore corrispondenza, è possibile includere parametri geometrici addizionali ("image shaping"), al pari di quanto fatto nella formulazione del LSM.

Ciascuna funzione  $g_i^0(x, y)$  rappresenta una griglia di valori di grigio collocata in una finestra di ricerca di dimensioni maggiori  $w_i(x, y)$ . La trasformazione geometrica può essere modellata come una trasformazione polinomiale bivariata:

$$x_i = t_y^T \overline{A}_i t_x \quad (2.19a)$$

$$y_i = t_x^T \overline{B}_i t_y \quad (2.19b)$$

con

$$t_x^T = (x_0^0 x_0^1 x_0^2 \dots x_0^{m-1}) \quad (2.20a)$$

$$t_y^T = (y_0^0 y_0^1 y_0^2 \dots y_0^{m-1}) \quad (2.20b)$$

e le matrici dei parametri  $\overline{A}_i, \overline{B}_i$  sono date da:



$$\begin{aligned} \overline{A}_i &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_{1m} \\ \cdot & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & \cdot \\ a_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_{mm} \end{bmatrix}_i, \\ \overline{B}_i &= \begin{bmatrix} b_{11} & b_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & b_{1m} \\ \cdot & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & \cdot \\ b_{m1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & b_{mm} \end{bmatrix}_i \end{aligned} \quad (2.21)$$

dove  $x_0, y_0$  sono le coordinate della griglia costituita dalla funzione discreta  $g_i^0(x, y)$ , e  $m-1$  è il grado del polinomio.

I parametri della trasformazione  $a_{11}, \dots, a_{mn}, b_{11}, \dots, b_{mn}$  devono essere stimati dalla (2.18). Poiché le *patch* per le quali si cerca la corrispondenza sono in genere relativamente piccole e generate da un fascio di raggi molto stretto, la proiezione prospettica può essere localmente rimpiazzata da una proiezione parallela. Quindi, una trasformazione affine (6 parametri) è un'approssimazione valida per il processo di formazione geometrica dell'immagine. Quindi le matrici dei parametri  $\overline{A}_i, \overline{B}_i$  possono essere specificate come:

$$\overline{A}_i = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & 0 \end{bmatrix}_i, \quad \overline{B}_i = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & 0 \end{bmatrix}_i \quad (2.22)$$

Poiché la (2.18) non è lineare, essa può essere linearizzata come:

$$f(x, y) - e_i(x, y) = g_i^0(x, y) + \frac{\partial g_i^0(x, y)}{\partial x_i} dx_i + \frac{\partial g_i^0(x, y)}{\partial y_i} dy_i \quad (2.23)$$

con le notazioni

$$g_{xi} = \frac{\partial g_i^0(x, y)}{\partial x_i}, \quad g_{yi} = \frac{\partial g_i^0(x, y)}{\partial y_i} \quad (2.24)$$

La (2.23) diventa quindi:

$$f(x, y) - e_i(x, y) = g_i^0(x, y) + g_{xi} da_{11i} + g_{xi} x_o da_{12i} + g_{xi} y_o da_{21i} + g_{yi} db_{11i} + g_{yi} x_o db_{12i} + g_{yi} y_o db_{21i} \quad (2.25)$$

con

$$x_i^T = (da_{11} da_{12} da_{21} db_{11} db_{12} db_{21})_i, \quad (2.26a)$$

$$l_i = f(x, y) - g_i^0(x, y), \quad (2.26b)$$

$$A_i = (g_x g_x x_0 g_x y_0 g_x g_y x_0 g_y y_0)_i, \quad (2.26c)$$

La (2.25) diviene quindi:

$$-e_i(x, y) = A_i x_i - l_i \quad ; \quad P_i \quad (2.26)$$

con  $P_i$  matrice dei pesi di  $l_i$ . Nell'ipotesi di  $E(e_i) = 0$  e  $E(e_i e_i^T) = \sigma_{0i}^2 \cdot P_i^{-1}$  forma un sistema costituito da un insieme di  $n$  equazioni di correlazione dei toni di grigio, ciascun insieme di equazioni caratterizzato da  $n_1 \cdot n_2$  equazioni di correlazione ( $n_1, n_2 \dots$  dimensioni in pixel della finestra di correlazione usata per la patch). Nell'equazione (2.26), gli  $n$  insiemi sono ortogonali l'uno rispetto all'altro, ovvero non hanno parametri che li colleghino tra di loro. Questo è equivalente a risolvere gli  $n$  insiemi indipendentemente ciascuno dall'altro usando le tecniche tradizionali di soluzione ai minimi quadrati.

Se il processo di formazione delle immagini segue le leggi della prospettiva, può essere formulato un insieme di  $n+1$  condizioni di collinearità per ciascun punto oggetto delle immagini  $p$  come:

$$\bar{x}_{pk} = \frac{1}{\lambda_{pk}} R_k^T (\bar{X}_p - \bar{X}_{ok}) \quad (2.27)$$

Con  $k = 0, 1, 2, \dots, n$

$p$  = indice del punto oggetto

$$\bar{x}_{pk} = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ -c \end{bmatrix}_k$$

dove  $x_{pk}, y_{pk}$  sono le coordinate immagine del punto  $p$  nella scena  $k$ , riferite al punto principale e  $c_k$  è al focale della camera di scena  $k$ .

La matrice di rotazione della scena  $k$  è :

$$R_k = (r_1 r_2 r_3)_k$$

Il vettore  $\bar{X}_p$  delle coordinate oggetto del punto  $p$  è dato da:

$$\vec{X}_p = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_p$$

Il vettore  $\vec{X}_{ok}$  delle coordinate del centro di presa della scena k nelle sistema di coordinate oggetto è dato da:

$$\vec{X}_{ok} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}_k$$

Mentre  $\lambda_{pk}$  è il fattore di scala per il punto p nelle scena k. Le componenti x e y della (2.27) sono:

$$x_{pk} = -c_k \frac{r_{1k}^T (\vec{X}_p - \vec{X}_{ok})}{r_{3k}^T (\vec{X}_p - \vec{X}_{ok})} \hat{=} -F_k^x \quad (2.28a)$$

$$y_{pk} = -c_k \frac{r_{2k}^T (\vec{X}_p - \vec{X}_{ok})}{r_{3k}^T (\vec{X}_p - \vec{X}_{ok})} \hat{=} -F_k^y \quad (2.28b)$$

Per semplicità, l'indice p identificatore del punto viene di seguito ignorato.

Identificando quindi con :

$$x_k = x_k^0 + \Delta x_k, \quad y_k = y_k^0 + \Delta y_k \quad (2.29)$$

dove  $\Delta x_k, \Delta y_k$  sono i parametri di correzione (shifts) presenti in (2.26) e  $\Delta x_0 = \Delta y_0 = 0$  per l'immagine template. Le equazioni (14) diventano:

$$\Delta x_k + F_k^x + x_k^0 = 0 \quad (2.30a)$$

$$\Delta y_k + F_k^y + y_k^0 = 0 \quad (2.30b)$$

Si ipotizza in questa trattazione che i parametri di orientamento interno,  $(X_0, Y_0, Z_0, \omega, \varphi, \kappa)_k, k = 0, \dots, n$ , relativi a ciascuna posizione del sensore k siano note, così come i parametri di orientamento interno della camera  $(x_H, y_H \dots \text{coordinate del punto principale}, c \dots \text{ focale})_k$ . A questo punto i parametri che devono essere stimati nella (2.30) sono le correzioni (shifts)  $\Delta x_k, \Delta y_k$  e le coordinate del punto oggetto X, Y, Z. le equazioni (2.30) sono non lineari rispetto alle coordinate oggetto X, Y, Z e devono quindi essere linearizzate:

$$\Delta x_k + \frac{\partial F_k^x}{\partial X} dX + \frac{\partial F_k^x}{\partial Y} dY + \frac{\partial F_k^x}{\partial Z} dZ + F_k^{x(0)} + x_k^0 = 0 \quad (2.31a)$$

$$\Delta y_k + \frac{\partial F_k^y}{\partial X} dX + \frac{\partial F_k^y}{\partial Y} dY + \frac{\partial F_k^y}{\partial Z} dZ + F_k^{y(0)} + y_k^0 = 0 \quad (2.31b)$$

Per tenere in considerazione una possibile deformazione sistematica dell'immagini, le equazioni di collinearità idealizzate possono essere corrette mediante i due termini  $\Delta x_{sk}$ ,  $\Delta y_{sk}$ . Il loro uso può essere importante, soprattutto per applicazioni close-range, dove le deformazioni possono essere significative (fino a valori che possono superare i 140 $\mu$ m al bordo dell'immagine. Queste correzioni possono essere introdotte basandosi su una precedente calibrazione della camera. Definendo quindi:

$$t_k = \begin{bmatrix} F^{x(0)} + x^0 + \Delta x_s \\ F^{y(0)} + y^0 + \Delta y_s \end{bmatrix}_k \quad (2.32a)$$

Dove:

$x$  = vettore dei parametri

$B_k$  = matrice disegno dei coefficienti dei parametri per la scena  $k$

L'equazione (2.31) può essere quindi espressa come

$$B_k x + t_k = 0; k = 0, \dots, n \quad (2.32b)$$

Le equazioni (2.26) e (2.32b) sono collegate tra loro per mezzo di parametri di correzione (shifts)  $\Delta x_k$ ,  $\Delta y_k$  che appaiono in entrambe le equazioni. Le equazioni (2.32) non sono trattate come vincoli ma sono considerate come un insieme di funzioni di osservazione. In questo caso la (2.32) diventa:

$$-e_t = Bx + t; P_t \quad (2.33)$$

dove  $P_t$  è la matrice dei pesi di  $t$ . Ipotizzando che  $e_t \approx N(0, \sigma_0^2 Q_{tt})$ ;  $Q_{tt} = P_t^{-1}$  la soluzione ai minimi quadrati per il sistema accoppiato costituito dalle equazioni (2.26) e (2.33) è data da:

$$\hat{x} = (A^T P A + B^T P_t B)^{-1} (A^T P l + B^T P_t t) \quad (2.34)$$

Le matrici dei pesi  $P$ ,  $P_t$  sono matrici diagonali. Quindi il sistema di equazioni costituito dalla (2.34) è molto sparso (Fig. 2.4 e 2.5), elemento che può essere sfruttato per la soluzione del sistema e per la determinazione di  $\hat{x}$ .

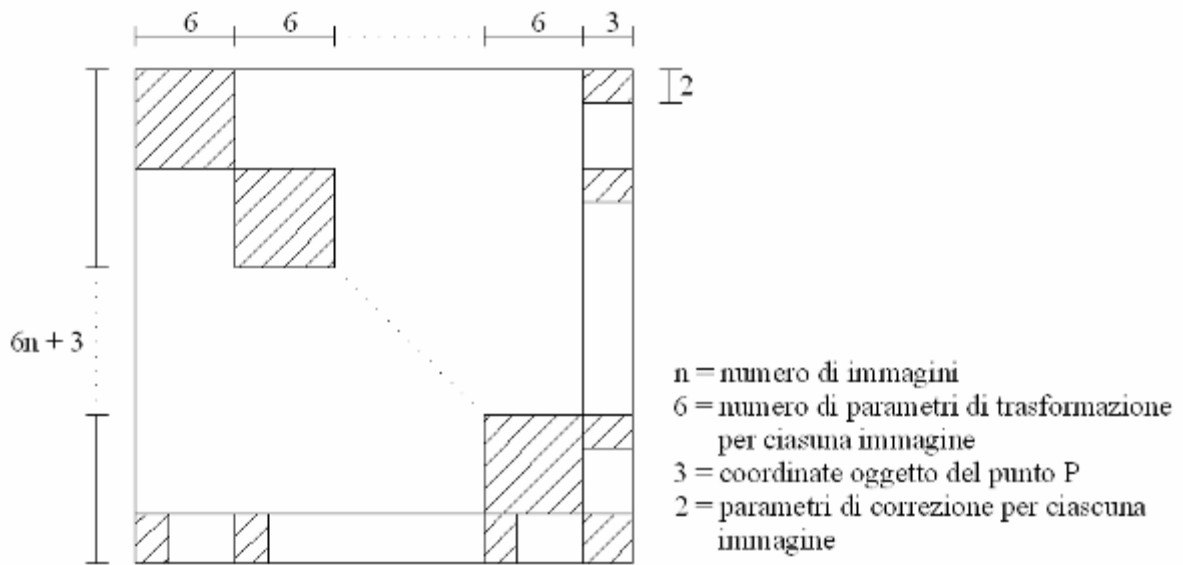


Figura 2.4: Schema della matrice normale e delle sue dimensioni

Con il vettore delle soluzioni  $\hat{x}$  è possibile calcolare:

$v = A\hat{x} - l$  vettore dei residui per le osservazioni radiometriche;

$v_t = B\hat{x} + t$  vettore dei residui per i vincoli di collinearità;

$\sigma_o^2 = \frac{v^T P v + v_t^T P v_t}{r}$  fattore di varianza.

dove:

$r = n - u$ , ridondanza,

$n$  = numero delle osservazioni,

$u$  = numero dei parametri.

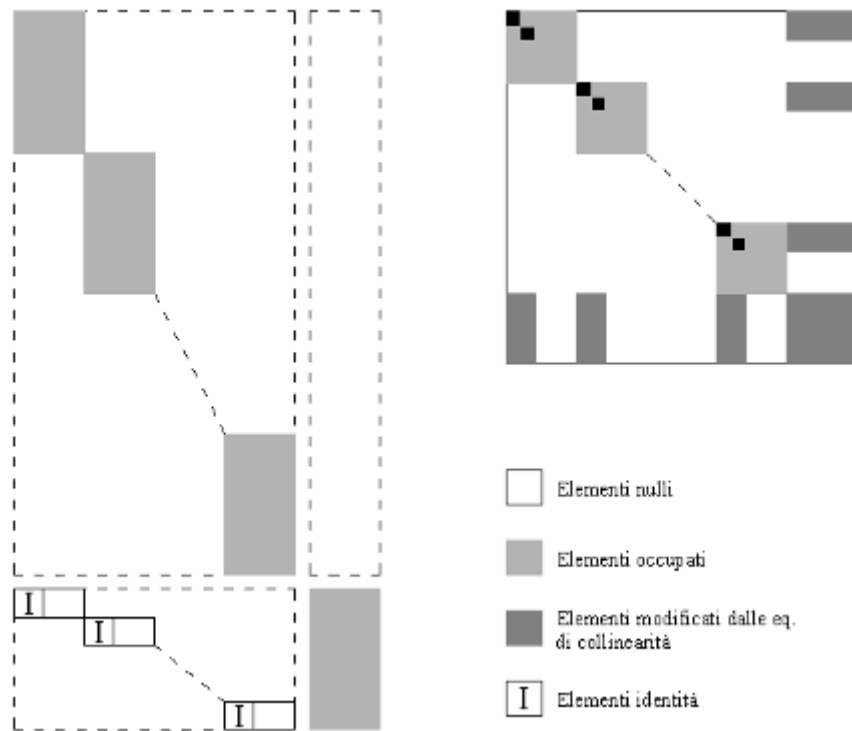


Figura 2.5: Schema della struttura della matrice disegno (a sinistra) e della matrice normale (a destra) per MGCM in cui si considerino variabili solo le coordinate oggetto del punto

A causa della non linearità del sistema accoppiato, la soluzione finale deve essere ottenuta iterativamente, per tale ragione sono necessari valori approssimati dei parametri che si vogliono stimare (sei parametri per la trasformazione affine per ciascuna immagine patch, e le coordinate oggetto del punto p). Le iterazioni sono interrotte quando ciascun elemento del vettore soluzione  $\hat{x}$  si trova al di sotto di un appropriato valore limite. Le considerazioni fatte sulla valutazione dei parametri approssimati nel caso del LSM rimangono valide anche per l'algoritmo MGCM, che ne costituisce il naturale sviluppo.

Un elemento essenziale di tale algoritmo risiede nel fatto che il sistema risolvente sfrutta il legame esistente tra tutte le immagini. In modo più specifico, per la versione tridimensionale di tale algoritmo, le correzioni x,y da adottare per le immagini patch strettamente legate le une alle altre poiché sono, allo stesso tempo, collegate alla variazione delle coordinate oggetto X, Y, Z. seguendo la notazione della (2.31) questa relazione è data da :

$$\begin{aligned} \Delta x_k &= -\frac{\partial F_k^x}{\partial X} dX - \frac{\partial F_k^x}{\partial Y} dY - \frac{\partial F_k^x}{\partial Z} dZ \\ \Delta y_k &= -\frac{\partial F_k^y}{\partial X} dX - \frac{\partial F_k^y}{\partial Y} dY - \frac{\partial F_k^y}{\partial Z} dZ \\ k &= 0,1,\dots,n \end{aligned} \quad (2.35)$$

Poiché per la template ( $k=0$ ) non si ha alcuna correzione,  $\Delta x_0 = \Delta y_0 = 0$ . Quindi, dalle (2.35) per  $k=0$ , possiamo esprimere  $dX$  e  $dY$  come funzione di  $dZ$ . Usando la notazione:

$$F_{Xk}^x = \frac{\partial F_k^x}{\partial X} \quad F_{Yk}^x = \frac{\partial F_k^x}{\partial Y} \quad F_{Zk}^x = \frac{\partial F_k^x}{\partial Z}$$

e similmente per  $y$

$$F_{Xk}^y = \frac{\partial F_k^y}{\partial X} \quad F_{Yk}^y = \frac{\partial F_k^y}{\partial Y} \quad F_{Zk}^y = \frac{\partial F_k^y}{\partial Z}$$

si ottiene quindi:

$$\begin{aligned} dX &= \frac{F_{Z0}^y F_{Y0}^x - F_{Z0}^x F_{Y0}^y}{F_{X0}^x F_{Y0}^y - F_{X0}^y F_{Y0}^x} dZ = CX dZ \\ dY &= \frac{F_{X0}^y F_{Z0}^x - F_{X0}^x F_{Z0}^y}{F_{X0}^x F_{Y0}^y - F_{X0}^y F_{Y0}^x} dZ = CY dZ \end{aligned} \quad (2.36)$$

dove  $CX$  e  $CY$  sono noti.

Sostituendo la (2.36) in (2.35) per  $k = 1, 2, \dots, n$  conduce a :

$$\begin{aligned} \Delta x_k &= (-CX F_{Xk}^x - CY F_{Yk}^x - F_{Zk}^x) dZ = Cx_k dZ \\ \Delta y_k &= (-CX F_{Xk}^y - CY F_{Yk}^y - F_{Zk}^y) dZ = Cy_k dZ \end{aligned} \quad (2.37)$$

dove  $Cx_k$  e  $Cy_k$  sono noti.

La (2.36) e la (2.37) mostrano che tutti i parametri possono essere espressi in funzione di un singolo parametro (in questo caso di  $dZ$ ). Queste formano un sistema di  $2n+2$  equazioni in  $2n+3$  incognite. I coefficienti  $CX$ ,  $CY$ ,  $Cx_k$  e  $Cy_k$  che appaiono in queste equazioni dipendono solo dalle derivate in  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  delle equazioni di collinearità. Queste derivate, a loro volta dipendono dai parametri di orientamento esterno ed interno dei fotogrammi (che sono assunti come noti) e dalla posizione del punto omologo nelle immagini. Piccole variazioni della posizione del punto sulle immagini determinano, in generale, una variazione molto ridotta delle derivate, quindi in pratica queste possono essere considerate come costanti durante le iterazioni. Il loro calcolo ad ogni iterazione, tuttavia, è una operazione banale. Dalla (27) è evidente che le *patch* non possono muoversi arbitrariamente lungo le epipolari, esse devono seguire una certa direzione ed un certo passo. Se ipotizziamo, ed esempio (Figura 2.6), che la *patch*  $i$  si muova lungo l'epipolare a cui appartiene di un passo  $S_i$ :

$$S_i = (\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2)^{1/2} = (Cx_i^2 + Cy_i^2)^{1/2} dZ$$

e ogni altra patch  $j$  ( $j = 2, \dots, n, j \neq i$ ) con un passo  $S_j$ ,

$$S_j = (Cx_j^2 + Cy_j^2)^{1/2} dZ$$

quindi il rapporto  $R_{ij} = S_i / S_j$  è dato da:

$$S_j = \left[ \frac{Cx_i^2 + Cy_i^2}{Cx_j^2 + Cy_j^2} \right]^{1/2} \quad (2.38)$$

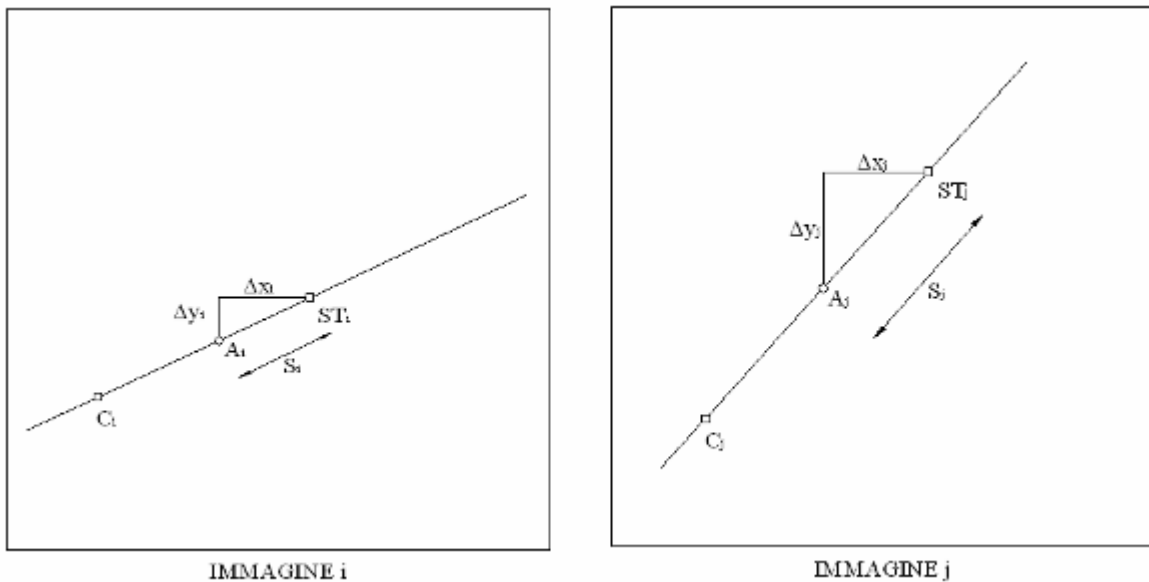


Figura 2.6: Movimento della patch lungo la linea epipolare.  $ST_i, ST_j$ : punti di matching di partenza errati.  $A_i, A_j$ : matching intermedio.  $C_i, C_j$ : posizione di matching corretta

Questo rapporto è praticamente costante lungo le iterazioni per la ragione esposta in precedenza, il che significa che se la patch  $i$  si muove di un passo  $S_i$  verso il punto  $A_i$ , ogni altra patch  $j$  deve muoversi di un passo  $S_j = S_i / R_{ij}$  verso il punto  $A_j$ . Quindi, questa condizione sullo spostamento, impone a tutte le patch delle immagini di muoversi simultaneamente a passi fissati (ad esempio,  $A_k, k = 1, \dots, n$ ) lungo le epipolari. Poiché le correzioni sulle varie immagini sono collegate tra di loro, la funzione obiettivo da minimizzare dall'algoritmo di matching (ad esempio, somma del quadrato dei residui), è una singola funzione globale, cioè, dipende simultaneamente dalla posizione del punto su tutte



le immagini, a differenza di un matching senza vincoli geometrici, dove le correzioni su un'immagine sono indipendenti dalle correzioni sulle altre, e ci sono  $n$  ( $n$  = numero delle immagini) funzioni obiettivo locali da minimizzare. Questo è un considerevole vantaggio rispetto ad altri algoritmi (anche con vincoli sulle epipolari), in cui non esiste relazione e mutui vincoli tra le immagini.

### **2.3. Metodi di matching denso**

Come già anticipato nell'introduzione uno degli scopi principali nello sviluppo di tecniche di correlazione di immagine sempre più efficienti è strettamente legata alla necessità di ottenere, dall'analisi di due o più immagini, la restituzione di un numero di punti molto elevati. Dal momento che tali punti, nell'ottica di una metodologia automatica, non possono essere determinati in posizioni ritenute significative, come potrebbe fare un operatore umano, l'elevato numero di punti estratti ha proprio lo scopo di dare una descrizione generalizzata e il più possibile continua dell'oggetto scelto. In analogia a quanto viene solitamente fatto per mezzo di strumenti a scansione, una volta ottenuta una nuvola di punti sufficientemente densa e ricostruita la superficie dell'oggetto, le operazioni di misurazione possono avvenire direttamente sul modello digitale ottenuto. Dal momento che il numero di punti richiesto per tale descrizione può anche raggiungere il milione di unità, i metodi utilizzati devono innanzitutto essere molto veloci. Inoltre particolare importanza deve essere posta sull'affidabilità offerta dai diversi metodi in quanto, vista la numerosità delle informazioni estratte, risulta impossibile pensare ad un controllo manuale dei risultati.

I metodi di restituzione automatica basati su tecniche di correlazione possono essere suddivise in tre grandi categorie [Rosenfeld 1976], [Zhang 1992]: metodi paralleli, metodi sequenziali, metodi di rilassamento. Di seguito si descriveranno rapidamente le caratteristiche fondamentali dei metodi paralleli e dei metodi sequenziali, non si tratterà invece dei metodi di rilassamento.

#### **2.3.1. Metodi paralleli**

Si basano sull'applicazione iterativa di un dato algoritmo di matching considerando indipendentemente ciascun punto nello spazio immagine: in altre parole il risultato ottenuto nella correlazione di un punto non influenza in alcun modo la stima dei punti che si trovano nelle sue immediate vicinanze.

I parametri iniziali per il matching vengono calcolati inizialmente per ciascun punto da correlare. A tale scopo, le informazioni a disposizione sono le coordinate immagine e terreno dei punti di legame ottenuti in fase di orientamento del blocco. Il loro numero può variare da alcune decine (soprattutto se l'orientamento avviene in modo manuale) ad alcune centinaia uniformemente distribuiti sull'oggetto e i fotogrammi (nel caso di orientamento

automatico). A partire dalle coordinate dei punti terreno così ottenuti è possibile ottenere la ricostruzione di un DTM approssimato. Tale DTM sarà tanto migliore quanto maggiore sarà il numero di punti correlati durante la fase di orientamento del blocco fotogrammetrico. Infatti, la variazione spaziale delle coordinate dei punti, soprattutto se si sta analizzando un oggetto complesso, può essere estremamente elevata e non è dunque semplice garantire una buona stima dei valori iniziali per quanto riguarda i parametri iniziali per il matching.

Affinché tale stima risulti consistente è importante che la distribuzione dei punti e la loro interdistanza sia sufficientemente uniforme su tutto il formato: in caso contrario infatti si possono avere configurazioni geometriche critiche nelle zone di bordo o in zone con lacune di dati.

In alcuni casi il modello dell'oggetto può essere costituito da un DTM già disponibile per l'oggetto che si vuole ricostruire, sebbene con una risoluzione e precisione inferiore a quella cercata con l'algoritmo MGCM.

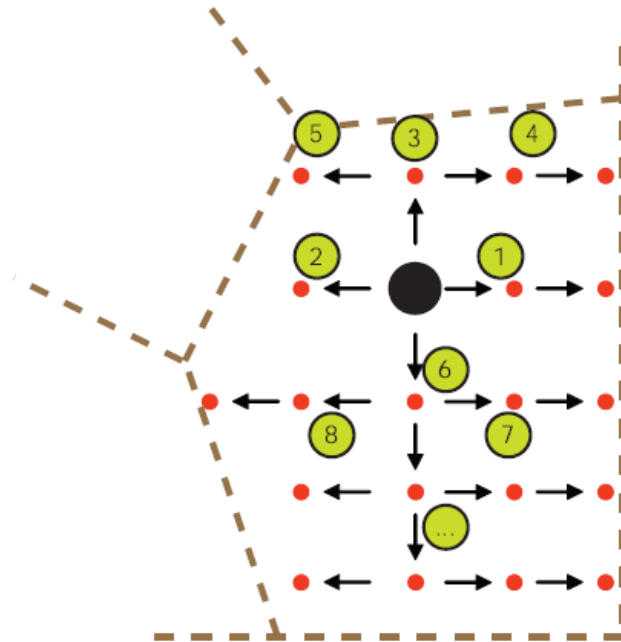
### **2.6.2. Metodi sequenziali**

Un approccio differente per il matching denso è rappresentato dai metodi sequenziali: il termine sequenziale deriva dal fatto che il matching viene condotto utilizzando informazioni che vengono perfezionate nel corso della procedura. Partendo da un certo numero di punti di legame (punti seminali o *seed point*) si giunge a realizzare un fitta e densa rete di punti spostandosi, secondo un certo criterio, dal *seed point* che rappresenta un abbinamento preciso e sicuro, verso punti vicini, dei quali non si hanno informazioni; per tali punti vengono scelti dei parametri approssimati desunti da quelli stimati dal punto precedente (ovvero all'inizio dal *seed point*), che solitamente, grazie alla prossimità alla quale si trovano, sono generalmente poco errati; a questo punto l'algoritmo di matching stima i parametri di matching corretti creando, di fatto un nuovo *seed point*. Il processo viene iterato passando da punto a punto in una sorta di *region growing* fino a determinare le posizioni di tutti i punti che compongono il fotogramma.

Si deduce da quanto detto che il posizionamento e la distribuzione dei *seed point* giocano un ruolo essenziale per il risultato finale: devono infatti essere sufficientemente numerosi e distribuiti con maggior densità nelle zone più irregolari in cui i parametri del matching cambiano in maniera più improvvisa.

Per quanto riguarda le traiettorie di crescita dai punti seminali esistono diverse impostazioni. Un metodo spesso usato [D'Apuzzo 2003] prevede che l'immagine, o meglio la porzione interessante di essa, viene suddivisa in tante regioni poligonali per mezzo di una tassellazione di Voronoi: come noto tale tecnica permette di individuare per ciascun punto seminale il luogo dei punti che presentano distanza minore da tale punto rispetto a tutti gli altri.

Si può a questo punto inizializzare il processo di densificazione delle corrispondenze: si considera uno qualsiasi dei seed point; dalla coordinate dei seed point adiacenti (determinati per mezzo di una triangolazione di Delaunay) si determinano i parametri di una trasformazione affine fra i punti sul fotogramma di riferimento e le slave image: tali informazioni permettono di definire i parametri iniziali per i primi punti ottenuti partendo dal punto seminale; una delle possibili traiettorie di crescita è schematizzata in *Figura 2.7*: ad ogni passo, ovvero per ogni nuovo punto elaborato, si utilizzano come parametri approssimati i valori stimati al passo precedente; è possibile utilizzare uno qualsiasi dei metodi di correlazione visti precedentemente (semplice, LSM, MGCM); al termine della stima si valuta il grado di correlazione fra la template e la/le patch: se il risultato ottenuto è accettabile, nel senso che il coefficiente di correlazione è più alto di una certa soglia, si assume che il punto sia stato correttamente determinato e i parametri stimati vengono passati al punto successivo; nel caso contrario si può ritentare il processo di matching variando alcuni parametri (solitamente la posizione del punto o la dimensione della template); se infine, anche in questo caso, non si è in grado di stimare correttamente il punto, si procede al passo successivo utilizzando i parametri approssimati del punto precedente.



*Figura 2.7: Schema di una delle possibili traiettorie di crescita del metodo sequenziale*

Una volta esauriti tutti i punti relativi ad un seed point si passa ad un nuovo punto seminale e il processo viene reiterato fino alla copertura totale del fotogramma o della regione di interesse.

### **2.6.3. Confronto tra i metodi di matching denso**

Entrambe le impostazioni precedentemente illustrate mostrano caratteristiche che, a seconda dei casi, possono rendere stabile il processo o compromettere seriamente i risultati; i metodi sequenziali possono andare in crisi se, in alcune zone, durante la fase di crescita dai seed point, si incorre in punti in cui il matching non riesce a ottenere la corrispondenza cercata o stima dei parametri errati di cui però non è possibile valutare l'attendibilità; viceversa i metodi paralleli si dimostrano più robusti da questo punto di vista, nel senso che matching erronei in alcune zone del modello non vanno ad inficiare le procedure in altre regioni, ma richiedono un'ottima conoscenza iniziale dei parametri approssimati e non tendono ad usufruire di possibili informazioni messe in luce durante il procedimento.

### **2.4. Implementazione di un algoritmo di MGCM**

L'algoritmo di correlazione multi-immagine MGCM presentato nel paragrafo 2.2.3. è stato implementato in modo da ottenere, noti i parametri di orientamento esterno dei fotogrammi, la ricostruzione di superfici mediante una nuvola densa di punti. L'implementazione dell'algoritmo è stata eseguita mediante la scrittura di un codice in FORTRAN 77, compilato utilizzando con il compilatore NAG Fortran Builder in modo tale da ottenere un eseguibile gestibile in ambiente Windows mediante la *prompt* dei comandi. In questo paragrafo si vogliono evidenziare brevemente le operazioni eseguite dal codice implementato.

Come sottolineato, lo scopo del codice è la ricostruzione di una superficie mediante la generazione una nuvola densa di punti. In modo particolare si assume che il blocco fotogrammetrico a partire dal quale si vuole ricostruire l'oggetto sia stato preventivamente orientato con precisione sub-pixel. Tale orientamento che può essere effettuato sia in modo manuale, e quindi sfruttando qualche decina di punti omologhi, sia in modo automatico, utilizzando anche qualche centinaio di punti omologhi. Poiché si assume che il blocco sia orientato ciò significa che sono noti sia i parametri di orientamento interno propri della camera (in particolare la distanza principale, la posizione del punto principale, la dimensione del pixel, le dimensioni dei fotogrammi e i parametri di correzione della distorsione), sia i parametri di orientamento esterno (coordinate dei punti di presa e angoli  $\omega, \phi, \kappa$  per ciascun fotogramma). Tali parametri devono essere forniti al programma MGCM come dati in input sotto forma di semplici file di testo.

Le immagini vengono preliminarmente ricampionate in modo da essere corrette dalla distorsione, dopodiché vengono trasformate in immagini mono-cromatiche e memorizzate in formato BMP.

Un altro parametro che deve essere fornito in input al programma è costituito da un file di testo contenente le coordinate immagine (in termini di pixel) dei *punti interessanti*. Nel caso si utilizzi un *operatore di interesse* che calcola anche un parametro di qualità dei punti (ad esempio il valore di *interesse* nel caso dell'operatore di Foerstner), è possibile sfruttarlo per poter scegliere i punti "migliori". Si esegue dunque un ordinamento dei punti di interesse trovati utilizzando il parametro di qualità. Poiché è impossibile normalizzare il valore di tale parametro (ad esempio nel caso dell'operatore di Foerstner), si sceglierà di volta in volta una soglia di accettazione in base al numero di punti di interesse che si vogliono utilizzare.

Poiché il metodo di matching denso seguito è un metodo di tipo parallelo senza l'implementazione di algoritmi di region growing e di expansion il numero di punti interessanti estratto deve essere sufficientemente elevato ad consentire effettivamente una ricostruzione densa della superficie. Questo a differenza di altri approcci [Furukawa 2008] di tipo sequenziale con algoritmi di expansion in cui è sufficiente un numero iniziale ridotto di punti d'interesse da cui ottenere una le coordinate oggetto di un set sparso di punti, la generazione di una superficie 3D viene quindi ricostruita grazie alla successiva aggiunta di nuovi punti fino a ricoprire l'intera scena.

Un ulteriore dato di input è rappresentato da un file contenente un DTM approssimato; in modo tale da avere inizialmente un modello approssimato dell'elemento che si vuole ricostruire; partendo da tale approssimazione della superficie reale i dettagli dell'elemento sono ricostruiti durante la fase di generazione della nuvola di punti fino a ottenere quindi una descrizione dettagliata della superficie. Questa tipologia di approccio è abbastanza comune in letteratura. Il formato del file del DTM da impiegare è del tipo di quelli ottenuto con il software commerciale Surfer. Un DTM approssimato può essere semplicemente ottenuto sfruttando le coordinate terreno dei punti ottenuti nella fase di orientazione del blocco. Tanti più punti omologhi saranno stati individuati in questa fase, tanto minore sarà l'approssimazione del DTM. Per ottenere DTM effettivamente significativi, soprattutto per oggetti di forma complessa, è opportuno utilizzare algoritmi di orientamento automatico in grado di individuare centinaia di punti omologhi. Una volta eseguito ottenuti tali punti il programma Surfer è in grado di generare da tale set di punti sparsi una superficie rappresentata mediante un grigliato regolare.

Infine è necessario fornire alcuni parametri relativi ad aspetti particolari dell'algoritmo come ad esempio il nome dei file contenenti le coordinate dei punti "interessanti", l'orientamento interno/esterno ed il DTM approssimato, il numero dell'immagine template, la zona della template da analizzare (è possibile infatti che la porzione dell'immagine da analizzare sia minore rispetto alla dimensione del fotogramma), ed altri parametri che di seguito verranno evidenziati. Tali parametri possono essere inseriti sia manualmente dalla prompt dei comandi sia richiamandoli da un file di testo.

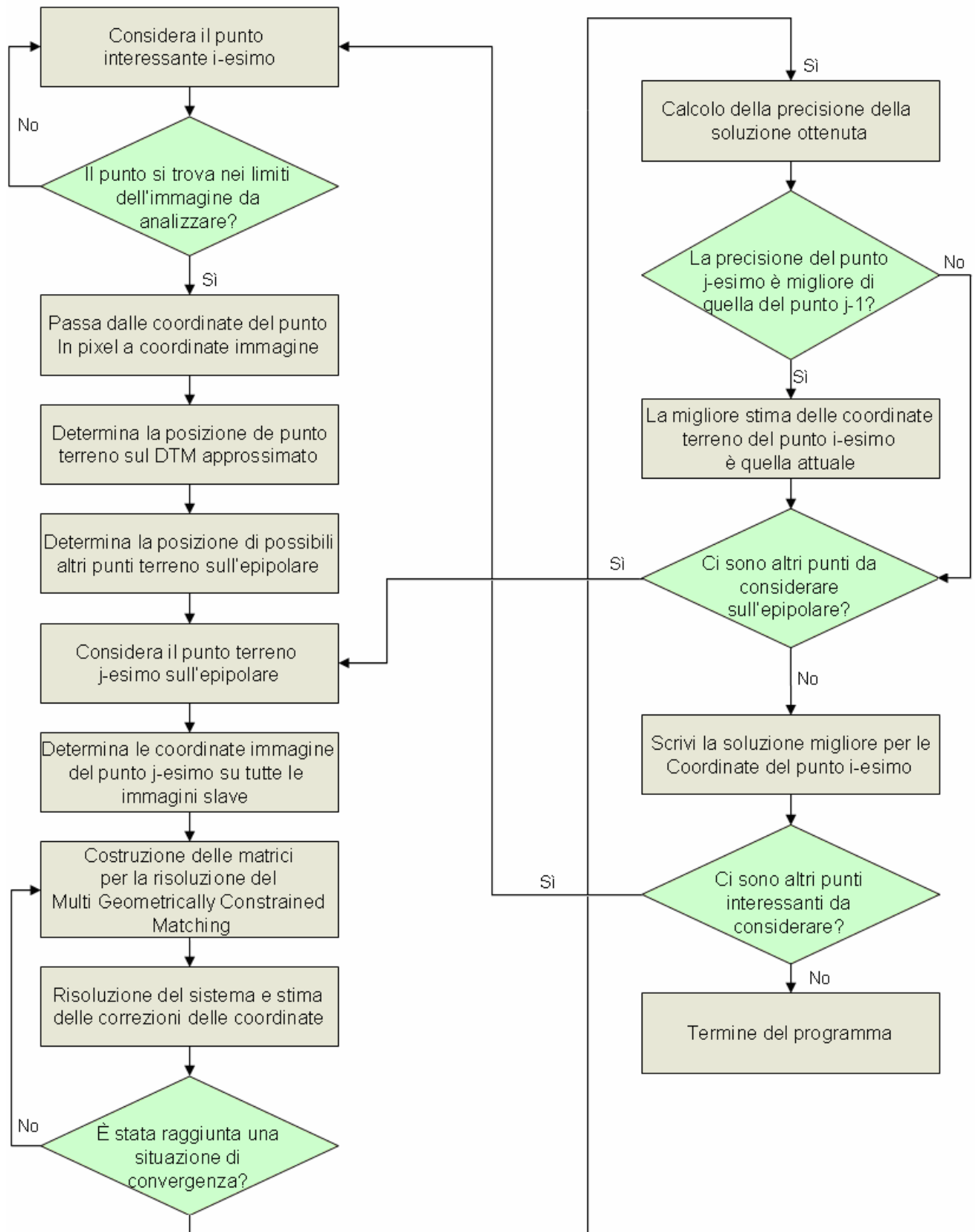


Figura 2.8: Schema delle operazioni principali eseguite dall' algoritmo MGCM

L'algoritmo implementato consente la ricostruzione densa di un oggetto mediante una tecnica che è fortemente legata allo spazio oggetto, grazie ad un modello approssimato della superficie, e permette la ricostruzione delle coordinate 3-D dell'oggetto sfruttando simultaneamente tutte le immagini a disposizione. Avendo un set di immagini, una di queste è scelta dall'operatore per servire da riferimento (*master*), mentre le altre fungono da immagini di ricerca (*slave*).

Come possibile osservare anche dalla Figura 2.8 il primo passo per la ricostruzione densa della superficie è costituito dalla lettura del punto "interessante" *i*-esimo. Tale punto viene confrontato con la soglia di accettazione fissata per l'operatore di interesse. Si verifica successivamente se esso si trova all'interno dei limiti dell'immagine *master* da analizzare e, in caso positivo si calcola la trasformazione delle coordinate *pixel* alle coordinate *immagine* (Figura 2.9).

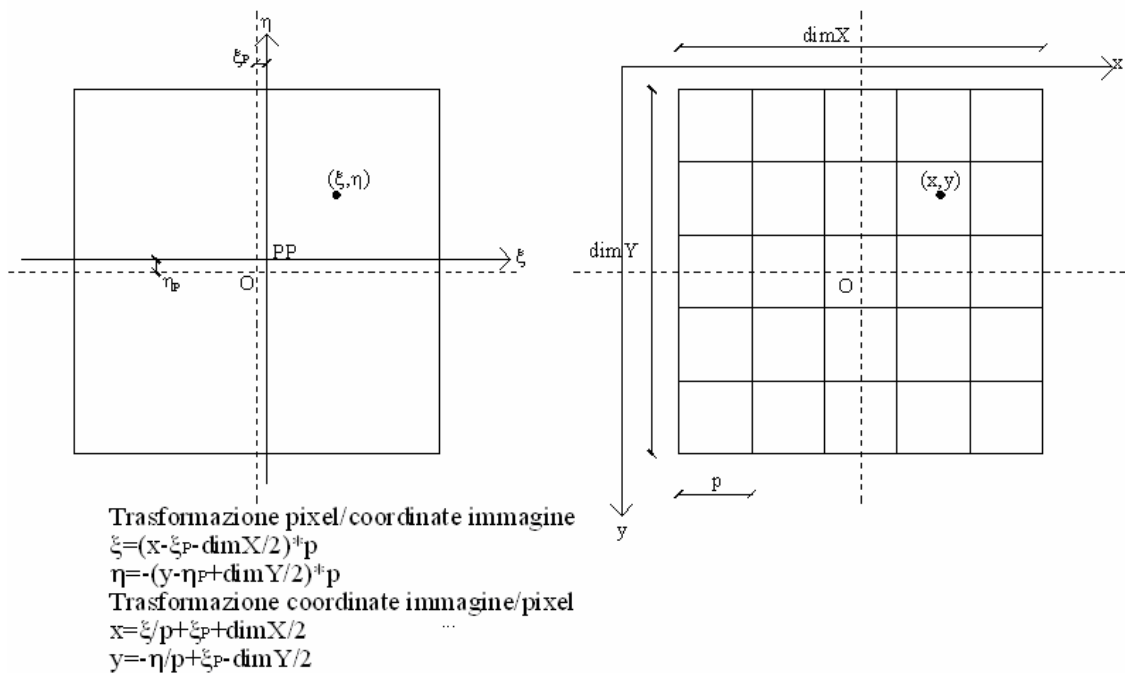


Figura 2.9: Trasformazione coordinate immagine/pixel e vice versa

Note le coordinate immagine del punto *i*-esimo e nota al posizione del centro di pesa dell'immagine *master* è possibile considerare la retta su cui, in base alla collinearità, si trova il punto terreno associato al punto immagine analizzato. Considerando quindi l'intersezione tra il raggio proiettivo e la superficie del DTM è possibile definire un primo valore approssimato delle coordinate terreno del punto. A questo punto si potrebbe riproiettare tale punto, sempre facendo riferimento alla condizione di collinearità, su tutte le possibili immagini *slave*. Si avrebbero quindi a disposizione un insieme di punti approssimati dal quale partire con la tecnica MGCM per calcolare le correzioni e il punto sull'oggetto.

Bisogna a questo punto osservare che le correzioni  $dx$  e  $dy$  delle coordinate immagine sui vari fotogrammi e le correzioni delle coordinate terreno calcolate mediante MGCM, potrebbero essere piccole se il modello del terreno fosse preciso. In realtà, poiché questo può essere anche molto approssimato, il punto riproiettato sulle immagini *slave* può essere anche molto lontano dalla posizione corretta che soddisfa la collinearità.

Per tali ragioni oltre al punto terreno definito dall'intersezione tra il raggio proiettivo del punto immagine analizzato con la superficie del DTM, vengono considerate le coordinate di altri potenziali punti terreno sul raggio proiettivo che potrebbero essere più prossimi all'effettivo punto terreno (Figura 2.10).

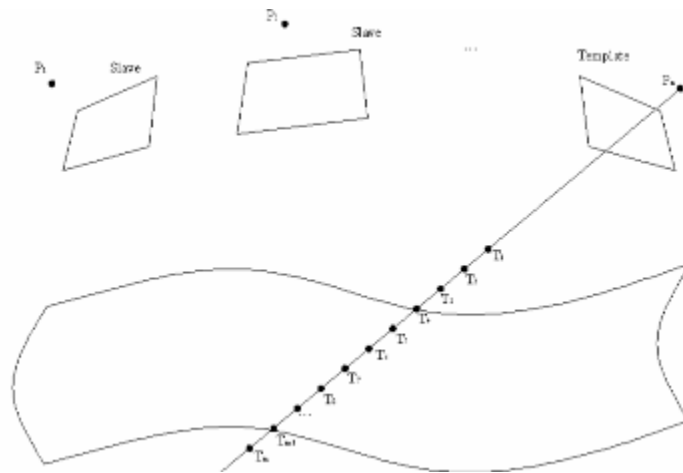


Figura 2.10: Potenziali punti terreno individuati sul raggio proiettivo

Il numero e l'interdistanza di tali punti sul raggi proiettivo vengono definiti dall'utente in base alla qualità del DTM (precisione e risoluzione). Una volta definite le coordinate di tali potenziali punti terreno essi vengono riproiettati su tutte le immagini *slave* a disposizione (Figura 2.11) e si valuta se tali punti sono effettivamente compresi all'interno dei limiti di ciascuna immagine *slave*. Se il punto cade al di fuori di tali limiti tale immagine non sarà successivamente considerata nell'analisi.

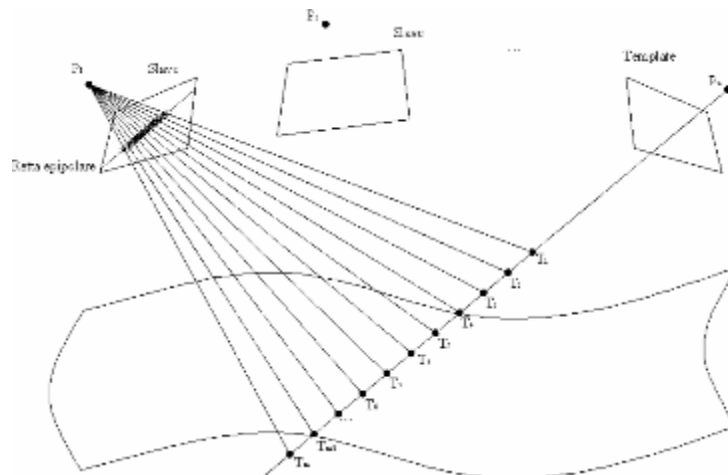


Figura 2.11: Proiezione dei punti terreno sulle immagini slave



La ricerca delle corrispondenze sulle immagini slave è quindi limitata lungo le rette epipolari. A questo punto viene considerato il set di parametri costituito dal punto  $j$ -esimo sul raggio proiettivo e le rispettive coordinate immagine sulle immagini slave. Per tale set di parametri si ha la costruzione delle matrici per la soluzione del sistema. La matrice normale è composta, come già descritto da due parti, una parte radiometrica ed una costituita dalle equazioni di collinearità. Inoltre la matrice normale è decisamente sparsa e presenta una chiara struttura a blocchi, che può essere sfruttata per calcolare in modo più efficiente la soluzione ai minimi quadrati. Quindi si distinguono le due sub-matrici corrispondenti alle equazioni radiometriche e alla collinearità. Prima della scrittura della componente radiometrica della matrice, la finestra di ricerca sulle immagini *slave* viene ricampionata mediante i parametri di una trasformazione affine per tenere in considerazione la differenza di orientamento tra le due immagini *template* e *slave*. I parametri dell'affine utilizzata per il ricampionamento sono quelli approssimati nel corso della prima iterazione, mentre nelle successive vengono applicati quelli stimati dalla soluzione del sistema all'iterazione precedente)

Per quanto riguarda la sub-matrice contenente i coefficienti delle equazioni di collinearità, essa è costituita dai termini desumibili dalle seguenti equazioni (2.39, 2.40):

$$\begin{aligned} x - x_0 &= c \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} \\ y - y_0 &= c \frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} dx &= x_0 + \left. \frac{\partial x}{\partial X} \right|_0 dX + \left. \frac{\partial x}{\partial Y} \right|_0 dY + \left. \frac{\partial x}{\partial Z} \right|_0 dZ \\ dy &= y_0 + \left. \frac{\partial y}{\partial X} \right|_0 dX + \left. \frac{\partial y}{\partial Y} \right|_0 dY + \left. \frac{\partial y}{\partial Z} \right|_0 dZ \end{aligned} \quad (2.40)$$

Come nel LSM resta il problema di stabilire che peso dare alle equazioni radiometriche; la soluzione è ora ulteriormente complicata dalla presenza di osservazioni differenti ed è pertanto necessario almeno fissare i rapporti di peso tra i due. Tale problema risulta di fondamentale importanza per la corretta applicazione del metodo e viene indicato come uno dei maggiori punti di debolezza già dallo stesso [Baltsavias 1991]: se viene dato poco peso alle equazioni di collinearità si ottiene sostanzialmente lo stesso risultato che si avrebbe avuto applicando il solo LSM con le posizioni delle *patch* indipendenti le une dalle altre; se viceversa è troppo elevato il peso delle equazioni di collinearità, si rischia di bloccare la soluzione nella sua posizione iniziale impedendo alla parte radiometrica di migliorare il grado di somiglianza dalle *patch* con la *template*.

In questa prima versione dell'algoritmo il peso assegnato all'equazione di collinearità  $i$ -esima è definito come:

$$P_i = \frac{1}{\sigma_o^2} \quad (2.41)$$

in cui il valore di  $\sigma_o$  viene impostato dall'utente in funzione principalmente della qualità dell'orientamento dei fotogrammi.

Tuttavia come suggerito da [Baltsavias 1991] e [Roncella 2006] un approccio adattativo al problema sembra essere il migliore. Ad ogni iterazione vengono analizzati i risultati delle equazioni di collinearità su ciascun fotogramma: se tali residui risultano contenuti (inferiori a 1/10 pixel) si diminuisce il peso delle equazioni di collinearità in modo da garantire una maggiore libertà alla parte radiometrica; se al contrario i residui della collinearità divengono non trascurabili, il peso delle equazioni viene opportunamente aumentato secondo una legge esponenziale dipendente dalla norma di tali residui, costringendo in tal modo il sistema nell'iterazione successiva a riassumere una configurazione coerente con la geometria del problema. Detto quindi  $\sigma_i$  il valore della norma dei residui di collinearità relativi al fotogramma  $i$ -esimo per il punto considerato, il peso da dare alle equazioni geometriche (sempre al fotogramma  $i$ -esimo) risulta:

$$\frac{1}{\sigma_i^2} = \frac{1}{\sigma_o^2} \cdot 10^{\Delta_i} \quad (2.21)$$

La scelta di una funzione esponenziale è di tipo empirico; si è visto, nel corso della sperimentazione, che tale legge rispetto ad altre rende più stabile il sistema: una legge lineare o più in generale polinomiale, nei casi di scarsa caratterizzazione di tessitura o presenza di oclusioni su uno o più fotogrammi, conduce ad un continuo alternarsi di pesi alti e bassi per le equazioni di collinearità che non portano a convergenza il sistema.

La soluzione del sistema (stima dei parametri della trasformazione affine, stima delle correzioni delle coordinate terreno e stima delle correzioni delle coordinate immagine delle immagini slave) è calcolata in modo semplice con una fattorizzazione di Tcholesky. Se il sistema ha raggiunto una situazione di convergenza si passa al calcolo della precisione della soluzione e si inizia nuovamente considerando il punto terreno  $j+1$  esimo sul raggio proiettivo. Altrimenti si ripete la scrittura del sistema risolvendo aggiornando i parametri con le correzioni ottenute.

Un aspetto importante per la soluzione riguarda la scelta della soluzione migliore tra quelle ottenute considerando come punti di partenza le diverse posizioni sul raggio proiettivo. Per operare tale scelta si considera la precisione della soluzione ottenuta e si considera quindi che il punto terreno effettivo sia quello che massimizza la precisione della soluzione delle coordinate terreno (Figura 2.12).

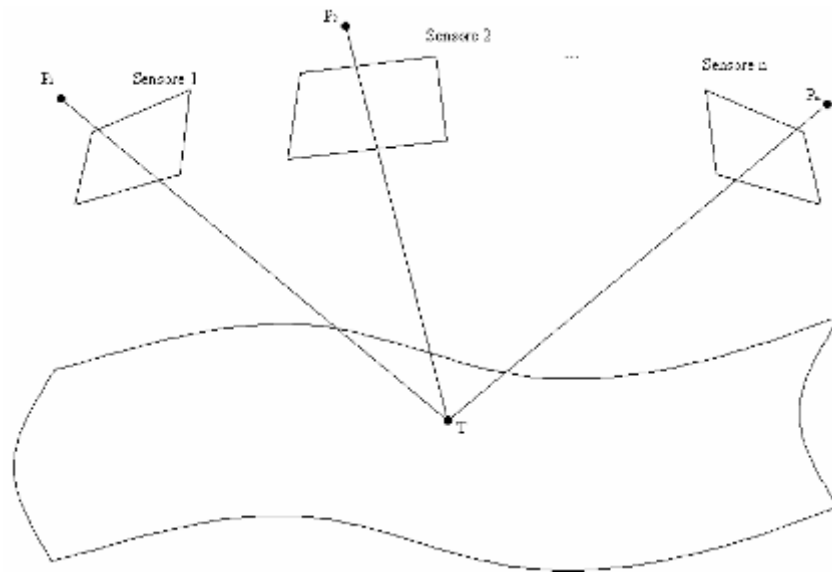


Figura 2.12: Posizione stimata del punto terreno

Terminata l'iterazione per il punto  $i$ -esimo le medesime operazioni qui presentate vengono ripetute anche per tutti i successivi punti interessanti individuati sull'immagine *template*.

L'output del programma è dunque costituito da un file di testo contenente le coordinate tridimensionali dei punti individuati e la loro rispettiva precisione.

## CAPITOLO 3

### Operazioni preliminari e successive al matching denso

#### 3.1 Introduzione

La modellazione fotogrammetrica di un oggetto così come definita in [Remondino, 2006] è un processo che comincia con l'acquisizione delle immagini e termina con la generazione di un modello interattivo virtuale 3D. L'approccio fotogrammetrico alla creazione di un modello 3D prevede le seguenti fasi: pre-elaborazione delle immagini, calibrazione della camera e orientamento del blocco di immagini, determinazione di punti di interesse sulle immagini, generazione della nuvola di punti che ricostruisce la superficie dell'oggetto, individuazione degli errori grossolani, triangolarizzazione della nuvola di punti e *texturing*, visualizzazione del modello ed analisi. Attualmente non esiste un singolo pacchetto software in grado di eseguire tutti i passaggi sopra descritti in un singolo ambiente di lavoro.

In questo capitolo ci si vuole concentrare in modo particolare sulla prima fase necessaria alla generazione di un modello 3D ad alta precisione. Ci si focalizzerà per tale ragione sui seguenti aspetti:

- calibrazione della camera;
- pre-elaborazione delle immagini;
- estrazione dei punti di interesse

In seguito verrà presentata una interfaccia grafica realizzata in ambiente Matlab<sup>®</sup> in cui sono racchiuse tutte le operazioni necessarie alla realizzazione di un modello 3D dell'oggetto, comprese la visualizzazione della nuvola di punti estratta dall'algoritmo MGCM e la triangolazione della nuvola in modo tale da ottenerne una superficie.

#### 3.2 La calibrazione della camera digitale

Per poter utilizzare un'immagine ai fini fotogrammetrici occorre determinare preliminarmente gli elementi di *orientamento interno* che di seguito verranno definiti. Tale operazione prende il nome di *calibrazione* e risulta essere indispensabile nel processo fotogrammetrico.

Dal punto di vista geometrico una immagine di un qualsiasi elemento può essere assimilata, con sufficiente approssimazione, ad una proiezione centrale dello stesso. Ricordiamo che una proiezione centrale è ottenuta proiettando i punti dell'oggetto su un piano, (detto piano o quadro di proiezione), da un punto esterno ad esso, (detto centro di proiezione o di vista).

Le rette congiungenti i punti dell'oggetto con il centro di proiezione sono dette rette proiettanti. I loro punti di intersezione con il piano di proiezione costituiscono le proiezioni o "immagini" dei punti dell'oggetto. Le discrepanze rispetto a questo modello vengono corrette attraverso opportune funzioni di *calibrazione*, che fanno parte dell'orientamento interno.

L'orientamento interno di una camera implica dunque la conoscenza dei seguenti elementi:

- *Distanza principale*: è la distanza tra il centro di presa e il piano dell'immagine;
- *Punto principale*: è il piede della perpendicolare condotta dal centro di presa al piano focale;
- *Distorsione*: l'obiettivo di una qualsiasi camera fotografica, per quanta cura possa essere stata posta nella sua progettazione e costruzione, non è mai totalmente privo di difetti. Alcuni di questi (aberrazioni), influiscono essenzialmente sulla qualità dell'immagine. Altri invece sulla geometria della stessa immagine e quindi sulle misure che su tale immagine devono essere eseguite. Queste ultime aberrazioni sono perciò quelle che più direttamente ci interessano.

Fra esse la più importante dal punto di vista fotogrammetrico è la distorsione, che produce uno spostamento dell'immagine di un punto rispetto alla posizione che tale immagine avrebbe assunto se l'obiettivo fosse stato perfettamente corretto.

In una camera fotogrammetrica, cioè in una camera costruita appositamente per essere destinata ad usi fotogrammetrici, tali elementi vengono normalmente determinati dal costruttore nelle messa a punto della camera. Gli elementi risultanti dalla calibrazione vengono normalmente riportati in un documento detto *certificato di calibrazione*.

La camera da noi utilizzata non è una camera di tipo fotogrammetrico. Per tale ragione i parametri di orientamento interno non sono forniti dal costruttore ed inoltre a causa dell'usura e dei colpi subiti dalla camera tali parametri potrebbero variare nel tempo. Per sopperire a questo la camera è stata calibrata prima di procedere alle operazioni di rilievo.

Modelli matematici per la correzione della distorsione e delle deformazioni dei fotogrammi (*Figura 3.2*) sono stati lungamente studiati dagli anni settanta del secolo scorso a partire da uno studio fondamentale di [Brown 1971] che ha posto le premesse per le tecniche di *auto-calibrazione*. Per maggiori dettagli su tali aspetti e sulle metodologie richieste per la stima dei parametri di calibrazione si rimanda a testi quali [Beyer 1992] [Cooper 1996] o [Fraser 2001]; ci si limita qui a ricordare, per sottolineare l'importanza del problema, che i valori di distorsione nelle camere digitali impiegate correntemente in fotogrammetria possono superare di parecchio il centinaio di micrometri.

La componente principale di distorsione è quella *radiale*:

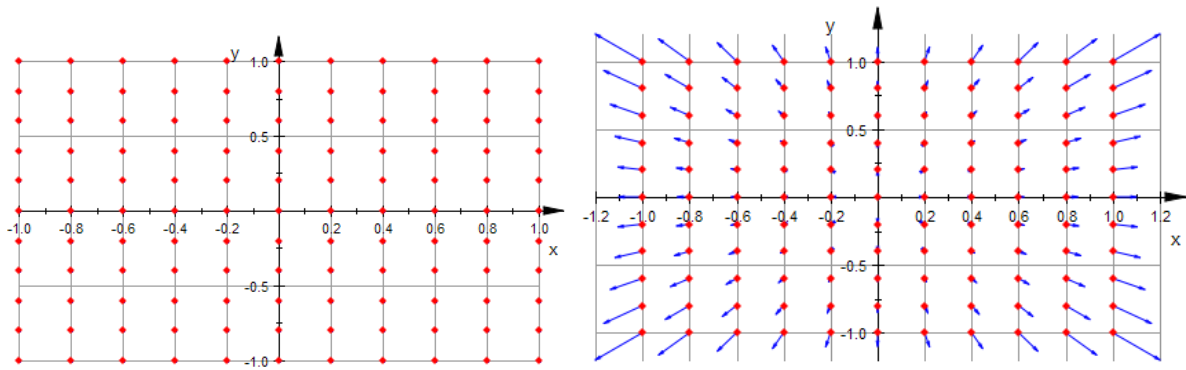


Figura 3.1: Effetti della distorsione radiale. Coordinate immagine indistorte (sinistra) e spostamenti di tali punti a causa della distorsione radiale (destra)

$$\begin{aligned} \Delta x_r &= \frac{x}{r} \Delta r \\ \Delta y_r &= \frac{y}{r} \Delta r \end{aligned} \tag{3.1}$$

dove:

$$\bar{x} = x - x_0, \bar{y} = y - y_0, r^2 = \bar{x}^2 + \bar{y}^2 \tag{3.2}$$

rappresentano la distanza del punto considerato dal centro del fotogramma individuato dal punto principale e la grandezza  $\Delta r$  è ottenuta per mezzo di una opportuna funzione polinomiale:

$$\Delta r = K_1 \cdot r^3 + K_2 \cdot r^5 + K_3 \cdot r^7 + \dots \tag{3.3}$$

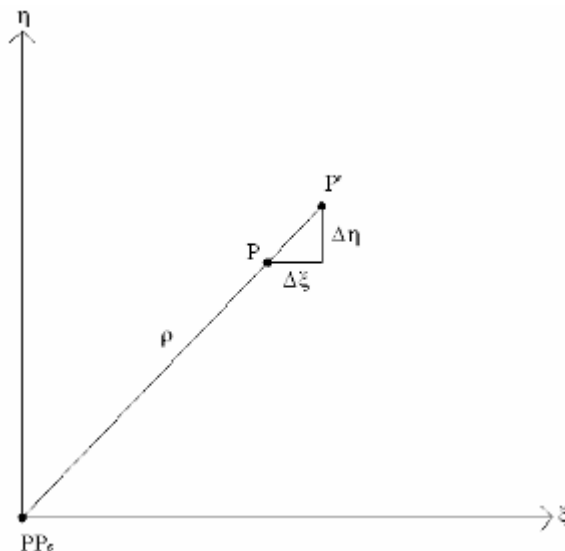


Figura 3.2: Termini correttivi della distorsione radiale

Si possono inoltre considerare affetti dovuti al non perfetto centramento delle diverse lenti che compongono l'obiettivo, che generano effetti di distorsione di tipo *tangenziale*:

$$\begin{aligned}\Delta x_d &= P_1(r^2 + 2\bar{x}^2) + 2P_2\bar{x}\bar{y} \\ \Delta y_d &= P_2(r^2 + 2\bar{y}^2) + 2P_1\bar{x}\bar{y}\end{aligned}\quad (3.4)$$

Seguendo quanto indicato in [Fraser 2001] si possono poi considerare la non perfetta planeità del sensore fotosensibile, che può raggiungere valori elevati in quelli di maggiori dimensioni. La modellazione delle distorsioni indotte è tuttavia complessa a fronte di risultati modesti, per cui questo errore non viene considerato nel seguito. Il sistema di riferimento individuato dal sensore CCD può avere fattori di scala differenti nelle due direzioni principali (ovvero il pixel può non essere quadrato) e può presentare assi coordinati non perfettamente ortogonali (effetto di taglio). Tali fattori sono tuttavia nella maggior parte dei casi del tutto trascurabili.

In definitiva si passa dalle coordinate  $(x,y)$  di un punto misurate sul fotogramma alle corrispondenti coordinate immagine indistorte con la seguente:

$$\begin{aligned}x &= x_0 + \Delta x = x_0 + \Delta x_r + \Delta x_d \\ y &= y_0 + \Delta y = y_0 + \Delta y_r + \Delta y_d\end{aligned}\quad (3.5)$$

In cui le correzioni che compaiono a secondo membro sono rappresentate dalle espressioni (3.1) e (3.4). Di seguito viene presentato un esempio (*Figura 3.5*) in cui è stata applicata l'eliminazione degli effetti di distorsione, le immagini ottenute mediante questa operazione vengono dette immagini "distortion free".





Figura 3.3: Eliminazione degli effetti di distorsione. Osservando la linea rossa si riscontra nell'immagine superiore un effetto di distorsione radiale corretto nell'immagine inferiore

### 3.3 L'ottimizzazione del contenuto informativo

Spesso le immagini che compongono la sequenza che si vuole analizzare presentano zone più o meno estese in cui il contenuto informativo non è ottimale per le operazioni di matching denso; in molti casi tale problema è dovuto alla scarsa tessitura che contraddistingue l'oggetto, situazione che rende il matching instabile e poco affidabile. In queste situazioni è stato osservato ([Baltsavias,1991]), che l'impiego di un filtro è in grado di garantire maggiore dettaglio in zone ombreggiate ed in zone sature, consentendo in questo modo la determinazione di un maggior numero di punti di interesse.

In letteratura diversi autori ([Grün 2003], [Baltsavias 1991], [Remondino 2006] tra gli altri) propongono l'uso del *filtro di Wallis* [Wallis 1976], già implementato all'interno degli algoritmi di LSM e MGCM per compensare le differenze radiometriche tra le finestre *template* e *slave*. Questo filtro permette di migliorare i valori di luminosità e di contrasto di una regione di dimensioni predefinite attorno a ciascun punto dell'immagine in modo adattativo, a differenza di altri filtri che applicano lo stesso livello di contrasto per l'intera immagine. L'immagine risultante contiene un maggior numero di dettagli sia nelle regioni caratterizzate da un basso contrasto sia in quelle ad alto contrasto, garantendo che si ottenga un miglioramento di contrasto locale sull'intera immagine.

L'applicazione del filtro di Wallis richiede all'utilizzatore l'inserimento del valore di toni di grigio medio e di scarto quadratico medio (s.q.m.) che si vuole ottenere a livello locale. I toni di grigio in ciascuna area dell'immagine sono quindi modificati in modo tale da raggiungere i valori di obiettivo stabiliti. La forma generale del filtro di Wallis è la seguente:



$$i_{wallis}(x, y) = i_{originale}(x, y)r_1 + r_0 \quad (3.6)$$

dove

$$r_1 = \frac{c\sigma_{originale}}{\left(c\sigma_{originale} + \frac{\sigma_{obiettivi}}{c}\right)} \quad (3.7)$$

e

$$r_0 = b\mu_{obiettivo} + (1 - b - r_1)\mu_{originale} \quad (3.8)$$

in cui  $i_{wallis}$  ed  $i_{originale}$ , sono rispettivamente l'immagine filtrata e l'immagine originale;  $r_0$  ed  $r_1$  sono, rispettivamente, il parametro additivo e moltiplicativo propri del filtro di Wallis;  $\mu_{originale}$  ed  $\sigma_{originale}$  la media e la s.q.m. dei toni di grigio dell'immagine originale;  $\mu_{obiettivo}$  ed  $\sigma_{obiettivo}$  sono i valori di media e s.q.m. dei toni di grigio, impostati come obiettivo dall'utente, per l'immagine filtrata,  $c$  è la costante che permette di modificare il contrasto finale in relazione a quello obiettivo;  $b$  è un peso che modifica la luminosità.

L'applicazione del filtro di Wallis prevede, innanzitutto, la suddivisione dell'immagine originale in blocchi rettangolari di dimensione prefissata dall'utente. Per ciascuno di tali blocchi verranno calcolati i parametri statistici di media e di s.q.m. dei toni di grigio all'interno del blocco. La scelta della dimensione dei blocchi è legata al livello di dettaglio e dal livello di contrasto che si vogliono ottenere. Blocchi di dimensioni ridotte, per esempio di dimensioni 5x5 pixel, permettono di avere un grande miglioramento di particolari di dimensioni molto ridotte la cui gestione è spesso problematica nelle fasi successive di estrazione dei punti di interesse e di matching. D'altro canto, l'impiego di blocchi dalle dimensioni rilevanti, per esempio 120x120 pixel, determinano una riduzione significativa del livello di dettaglio. Dimensioni dei blocchi intermedie, ad esempi 30x30 o 50 x50 pixel, sono sufficientemente piccole da permettere di recuperare il livello di dettaglio desiderato e sufficientemente grandi da prevenire l'evidenziarsi di dettagli trascurabili ed insignificanti.

I valori originali di media e s.q.m.  $\mu_{originale}$  e  $\sigma_{originale}$ , sono quindi calcolate per ciascun blocco in base ai toni di grigio di ciascun pixel. Il valore risultante è quindi assegnato al pixel centrale di ogni blocco. La media e la s.q.m. di tutti gli altri pixel del blocco sono calcolate a partire da questo pixel centrale mediante interpolazione bilineare. In questo modo, a ciascun pixel è assegnato il valore originale in relazione ai pixel circostanti del blocco.

I valori di media e s.q.m. fissati come obiettivo, specificati dall'utente, sono usati per migliorare la luminosità ed il contrasto dei toni di grigio in ciascun pixel dell'immagine originale. Generalmente si setta il valore medio dei toni di grigio a 127, sebbene si possa utilizzare ogni valore comprese tra 0 e 255. Valori maggiori di 127 danno come risultato delle immagini più chiare, mentre valori maggiori di 127 ad immagini più scure. La s.q.m.

obiettivo generalmente è fissata pari a valori compresi tra 40 e 60, sebbene si possa assegnare ogni valore compreso nell'intervallo 0-255. Valori maggiori per questo parametro determinano un maggiore contrasto locale ed un maggiore dettaglio nell'immagine finale.

L'immagine finale filtrata mediante il filtro di Wallis è una combinazione pesata tra la media e la s.q.m. dei toni di grigio dell'immagine originale e la media e la s.q.m. fissati come obiettivo. I pesi in questa combinazione sono dati dal coefficiente di peso per la luminosità  $b$  ed il coefficiente di peso del contrasto  $c$ . In particolare se il coefficiente di luminosità  $b$  è prossimo a 0 l'immagine presenta medie prossime a quelle originali, se  $b$  è prossimo a 1 si ottengono valori più prossimi a quelli obiettivo. Un peso  $b=0.6$  determina, ad esempio, che ciascun pixel dell'immagine finale sia ottenuto con il 60% con del valore obiettivi fissato e il 40% del valore del pixel nell'immagine originale. Generalmente si utilizza un valore di  $b=0.5-0.8$ .

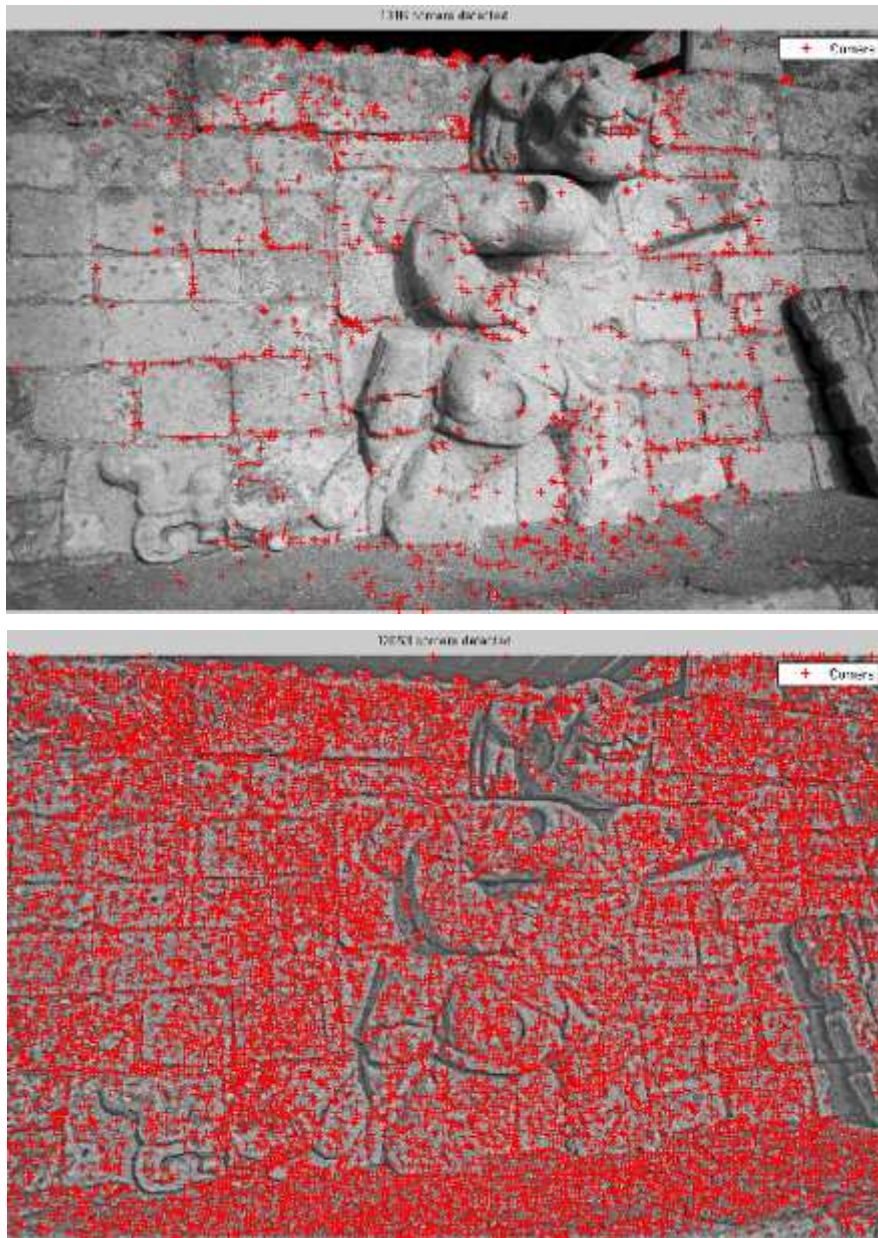
Il coefficiente di peso del contrasto  $c$ , può variare da 0 a 1. Valori di tale parametro prossimi a 0 determinano un immagine con un contrasto molto ridotto e con dettagli poco visibili. Valori di  $c$  prossimi ad 1 determinano, invece, un'immagine molto contrastata con dettagli ben visibili. Generalmente si utilizza un valore di  $c=0.75-0.9$ .

Di seguito viene presentato un esempio (*Figura 3.4*) in cui è stato applicato il filtro di Wallis ad un'immagine.



*Figura 3.4: Esempio di applicazione del filtro di Wallis. L'immagine superiore è quella originale, l'immagine inferiore è quella filtrata.*

L'applicazione del filtro di Wallis consente l'individuazione di un maggior numero di punti mediante gli operatori di interesse. Di seguito viene presentato un esempio (*Figura 3.5*) in cui è possibile valutare il numero di punti estratti da un'immagine dall'operatore di Förstner prima e dopo il filtraggio. A parità di parametri, nell'immagine originaria sono stati individuati 1316 punti, nell'immagine filtrata 13053 punti.



*Figura 3.5: Esempio di influenza del filtro di Wallis sull'efficacia degli operatori di interesse. L'immagine superiore è quella originale, l'immagine inferiore è quella filtrata.*

### **3.4. Gli operatori d'interesse**

Gli operatori di interesse sono algoritmi che rintracciano alcune caratteristiche salienti di un oggetto in un'immagine, come ad esempio spigoli, angoli o regioni. Per la ricostruzione

accurata di modelli 3D, l'utilizzo di operatori di interesse rappresenta una fase preliminare alla generazione della nuvola di punti della superficie del modello, in modo da determinare punti salienti dell'oggetto che possono essere correlati, con un buon grado di probabilità, su diverse immagini. Per mezzo di opportuni operatori matematici si esplora tutta l'immagine analizzando i valori radiometrici sul dominio spaziale del fotogramma; ove tali valori presentano delle caratteristiche peculiari (ad esempio gradienti elevati in due direzioni mutuamente ortogonali) si suppone di aver individuato un punto maggiormente contrastato rispetto agli altri (ad esempio uno spigolo od un vertice dell'oggetto) e si ritiene che tale punto appaia ugualmente contrastato anche nelle altre immagini che compongono il blocco fotogrammetrico. Come già spiegato nel paragrafo § 2.4, una volta individuato un numero sufficientemente elevato di elementi "interessanti", per mezzo di opportuni criteri geometrici e radiometrici, si individuano delle corrispondenze "putative" che formino un primo tentativo di catalogazione di corrispondenze omologhe sui diversi fotogrammi.

La geometria relativa fra due soli fotogrammi non è in grado di fornire una robustezza sufficiente all'eliminazione sistematica di tutti gli errori di accoppiamento, soprattutto in quei casi in cui, a causa ad esempio di una non sufficiente caratterizzazione di tessitura, l'oggetto esaminato può condurre ad una serie numerosa di accoppiamenti ambigui; al contrario, la geometria intercorrente tra tre o più immagini distinte (come implementato nell'algoritmo MGCM), gode di una robustezza decisamente maggiore e presenta molto raramente configurazioni critiche.

I primi operatori di interesse vennero sviluppati a partire dagli anni '70. Non esiste tuttavia un singolo algoritmo che possa essere riconosciuto universalmente come ottimale per tutte le tipologie di applicazioni. In questo lavoro, si riportano alcuni tra gli operatori di interesse maggiormente utilizzati in applicazioni close-range per la ricostruzione accurata di oggetti 3D.

Il primo passo dello è la scelta di elementi facilmente rintracciabili nel maggior numero di fotogrammi che compongono la sequenza. Tali elementi sono generalmente di tipo puntuale in virtù del fatto che, nelle successive operazioni di filtraggio e di eliminazione di corrispondenze sbagliate, risulta più semplice e spesso più robusto lavorare con questo tipo di primitive. Non mancano però implementazioni in cui viene fatto largo uso anche di altre primitive, quali linee e curve: una vasta panoramica dei principali metodi algebrici per gestire tali problemi viene fornita in [Schmid 2000a]. Tali primitive si dimostrano particolarmente utili nello studio di scene in cui effettivamente è preponderante la presenza di elementi lineari (architettura, road modelling, alcune applicazioni industriali, ecc...).

Il criterio fondamentale per valutare la reale efficienza di un operatore di interesse è rappresentato dalla sua capacità di individuare il medesimo particolare (ovvero di fornire punti omologhi) anche su fotogrammi differenti per scala, per il diverso punto di vista, per



condizioni di illuminazione. In particolare un operatore di interesse è tanto più efficace quanto maggiore è il suo grado di invarianza rispetto a trasformazioni geometriche e radiometriche sempre più generali. Un confronto particolarmente interessante fra i differenti operatori si può trovare in [Schmid 2000b] e in [Jazayeri, 2008], dove, a seconda del tipo di trasformazione che interessa i fotogrammi del blocco (rotazioni, variazioni di scala, cambiamenti di illuminazione e risposta radiometrica, deformazioni prospettiche) è possibile individuare l'operatore che fornisce il più alto grado di *ripetibilità* (rapporto tra riconoscimenti corretti e numero di punti individuati sul fotogramma). Altro parametro fondamentale per valutare le prestazioni di un operatore di interesse è la precisione nella localizzazione, ovvero la capacità di individuare esattamente lo stesso punto in termini di coordinate immagine. Tale precisione può essere stimata conoscendo la geometria dell'oggetto o verificando i residui delle equazioni di collinearità dopo aver eseguito il calcolo l'orientamento del blocco tramite la triangolazione aerea a stelle proiettive.

In questa sede andremo ad analizzare i principi teorici fondamentali che contraddistinguono gli operatori attualmente implementati.

Quasi tutti i descrittori di interesse attualmente impiegati, a prescindere dall'implementazione scelta, analizzano la funzione  $I(x,y)$  che descrive la radiometria dell'immagine; come osservato in [Moravec 1977], la funzione di auto-correlazione dei toni di grigio  $f(x, y)$ , calcolata nell'intorno di un dato pixel su una finestra di dimensioni assegnate, può fornire informazioni sul tipo di struttura locale dell'immagine. Posto infatti:

$$f(x, y) = \sum_{(x_k, y_k)} (I(x_k, y_k) - I(x_k + \Delta x, y_k + \Delta y))^2 \quad (3.9)$$

se la finestra è priva di tessitura,  $f(x, y)$ , presenta valori prossimi a zero; qualora la finestra contenga un contorno ("edge"), la correlazione si mantiene alta nella direzione del contorno e cala rapidamente in direzione ad esso ortogonale; in fine, nel caso la finestra contenga uno spigolo ("corner") la funzione di auto-correlazione presenterà variazioni significative in tutte le direzioni.

### 3.4.1. Operatore di Harris

L'operatore di Harris [Harris 1988] è sostanzialmente una rivisitazione ed un superamento di alcuni problemi di ordine concettuale del modello proposto da Moravec [Moravec 1977]. Nell'implementazione di Moravec la funzione di auto-correlazione viene calcolata dando alla finestra gli spostamenti  $\{ (1,0), (1,1), (0,1), (-1,1) \}$  ovvero lungo gli assi x e y e le diagonali:

$$E(x, y) = \sum_{u,v} w(u, v) \cdot f(x, y) \quad (3.10)$$

dove  $w$  indica una funzione finestra che vale 1 nella zona corrispondente all'intorno del punto  $(x, y)$  (cioè appunto la finestra considerata) e 0 altrove.

L'implementazione di Moravec ha tre controindicazioni: poiché vengono prese in considerazione solo direzioni prefissate non è possibile mettere in luce nella stessa maniera linee o spigoli diversamente inclinati; essendo i punti all'interno della finestra equipesati, il metodo risente maggiormente del rumore nei toni di grigio dell'immagine; il metodo tende a rispondere eccessivamente in corrispondenza di elementi lineari dal momento che viene preso in considerazione solo il valore di  $E$ .

La soluzione proposta da Harris permette di risolvere tali problemi. Innanzitutto la funzione di auto-correlazione deve essere calcolata in tutte le direzioni. Analiticamente ciò è possibile considerando uno sviluppo in serie di Taylor di tale funzione (per semplicità arrestato al primo ordine, considerati gli spostamenti modesti che si vogliono analizzare):

$$I(x_k + \Delta x, y_k + \Delta y) \cong I(x_k, y_k) + \left| \frac{\partial I}{\partial x} \right|_{(x_k, y_k)} \frac{\partial I}{\partial y} \Big|_{(x_k, y_k)} \left| \frac{dx}{dy} \right| \quad (3.11)$$

Sostituendo nella (3.9) si ottiene:

$$f(x, y) = \sum_{(x_k, y_k)} \left( \left| \frac{\partial I}{\partial x} \right|_{(x_k, y_k)} \frac{\partial I}{\partial y} \Big|_{(x_k, y_k)} \left| \frac{dx}{dy} \right| \right)^2 \quad (3.12)$$

Sviluppando al secondo membro otteniamo

$$f(x, y) = \left| \frac{dx}{dy} \right| \left| \begin{array}{cc} \sum_{(x_k, y_k)} \left| \frac{\partial I}{\partial x} \right|_{(x_k, y_k)}^2 & \sum_{(x_k, y_k)} \frac{\partial I}{\partial x} \Big|_{(x_k, y_k)} \frac{\partial I}{\partial y} \Big|_{(x_k, y_k)} \\ \sum_{(x_k, y_k)} \frac{\partial I}{\partial x} \Big|_{(x_k, y_k)} \frac{\partial I}{\partial y} \Big|_{(x_k, y_k)} & \sum_{(x_k, y_k)} \left| \frac{\partial I}{\partial y} \right|_{(x_k, y_k)}^2 \end{array} \right| \left| \frac{dx}{dy} \right| = \left| \frac{dx}{dy} \right| A(x, y) \left| \frac{dx}{dy} \right| \quad (3.13)$$

In cui la matrice  $\mathbf{A}$  permette di descrivere approssimativamente la funzione di auto-correlazione nell'intorno del punto  $(x, y)$ .

Inoltre è possibile utilizzare nella (3.10) come funzione finestra una funzione non costante, come ad esempio una funzione gaussiana 2D con simmetria circolare, che permetta di filtrare l'eventuale rumore:

$$w(u, v) = e^{-\frac{u^2 + v^2}{2\sigma^2}} \quad (3.14)$$

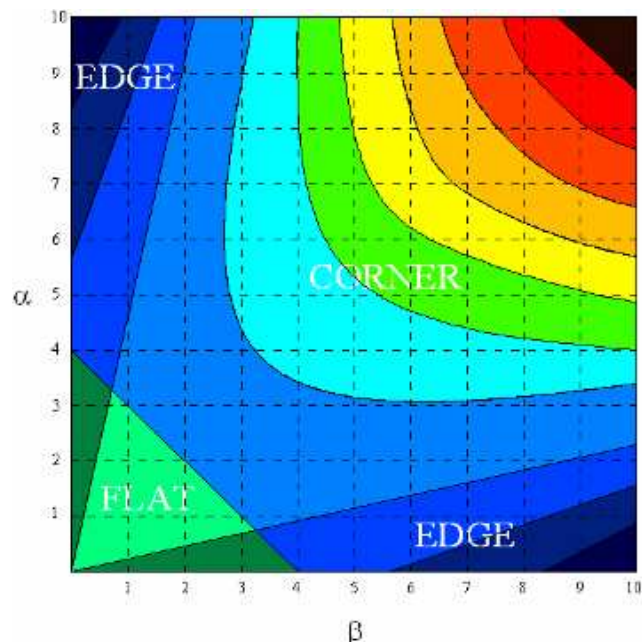
Sostituendo la (3.13) e la (3.14) nell'equazione (3.10) si ottiene infine:

$$E(x, y) = |dx \quad dy| M(x, y) \begin{vmatrix} dx \\ dy \end{vmatrix}. \quad (3.15)$$

con

$$M(x, y) = \begin{vmatrix} \sum_{(x_k, y_k)} \frac{\partial I}{\partial x} \bigg|_{(x_k, y_k)}^2 w(x_k, y_k) & \sum_{(x_k, y_k)} \frac{\partial I}{\partial x} \bigg|_{(x_k, y_k)} \frac{\partial I}{\partial y} \bigg|_{(x_k, y_k)} w(x_k, y_k) \\ \sum_{(x_k, y_k)} \frac{\partial I}{\partial x} \bigg|_{(x_k, y_k)} \frac{\partial I}{\partial y} \bigg|_{(x_k, y_k)} w(x_k, y_k) & \sum_{(x_k, y_k)} \frac{\partial I}{\partial y} \bigg|_{(x_k, y_k)}^2 w(x_k, y_k) \end{vmatrix} \quad (3.16)$$

Si noti come E sia strettamente legata alla funzione di auto-correlazione e come M possa essere utilizzata per definire la forma locale: detti infatti  $\alpha$  e  $\beta$  i due autovalori della matrice M essi rappresentano le componenti principali di curvatura della funzione di auto-correlazione. È immediato allora notare che i valori di  $\alpha$  e  $\beta$  permettano di ottenere una descrizione della forma locale della funzione di autocorrelazione invariante rispetto ad una qualsiasi rotazione. In *Figura 3.6* è evidenziata la classificazione del contenuto della finestra in funzione di  $\alpha$  e  $\beta$ : quando entrambi gli autovalori  $\alpha$  e  $\beta$  presentano valori bassi, la funzione di auto-correlazione fornisce valori prossimi a zero, ovvero il punto considerato si trova su una zona a tessitura omogenea; se uno dei due autovalori risulta più elevato dell'altro, la funzione di auto-correlazione ha valore maggiore lungo la direzione del corrispondente autovettore: siamo quindi in presenza di un contorno; se infine entrambi gli autovalori risultano grandi, la funzione di autocorrelazione tende a variare rapidamente in tutte le direzioni: siamo in presenza di uno spigolo.



*Figura 3.6: Rappresentazione per curve di livello della funzione di risposta R e della suddivisione tipologica in funzione degli autovalori  $\alpha$  e  $\beta$*

Per codificare tali informazioni in un unico valore, che misuri in grado di interesse del punto considerato, Harris suggerisce di considerare un opportuno operatore:

$$R = \text{Det}(M) - k \cdot \text{Tr}(M)^2 \quad (3.17)$$

Osservando che :

$$\text{Det}(M) = \alpha\beta \quad \text{e} \quad \text{Tr}(M) = \alpha + \beta \quad (3.18)$$

Si ottengono valori elevati di R se lo sono entrambi gli autovalori di M; il secondo termine della (3.17) assume il significato di fattore di forma, limitando la risposta quando la funzione di auto-correlazione risulta allungata (quando cioè uno dei due autovalori è preponderante sull'altro). Generalmente la variabile k assume valori intorno a 0.04÷0.06 in presenza di corner ben definiti: la determinazione di tale valore è però del tutto empirica.

Per rendere efficiente il calcolo della funzione R in ciascun punto dell'immagine si può procedere nel seguente modo: per prima cosa si calcolano le derivate locali in direzione x e y per mezzo di una convoluzione con una maschera del tipo  $[-1 \ 0 \ 1]$  o  $[-2 \ -1 \ 0 \ 1 \ 2]$ ; alcuni autori [Schmid 2000b] suggeriscono di usare al posto di una maschera per le differenze finite, come le suddette, una maschera gaussiana con  $\sigma = 1$ ; dalla convoluzione si determinano i termini omogenei della (3.13); eseguendo una ulteriore convoluzione, stavolta con maschera gaussiana di dimensioni prefissate, si considera l'interazione della funzione finestra e si ottengono per ogni punto gli elementi della matrice M; è quindi possibile calcolare il valore di R per ciascun punto dell'immagine. Per selezionare i punti di interesse si applica una soglia preliminare dei valori di R, trascurando cioè i punti che presentano valori di risposta troppo bassi. Infine per mezzo di una finestra di ricerca di dimensioni prefissate si vanno ricercare i punti di massimo locale della funzione R. tale funzione può essere interpolata, ad esempio per mezzo di un polinomio di grado n, in modo da ottenere una stima sub-pixel della posizione del massimo della funzione che, lo ricordiamo, essendo calcolata in corrispondenza di ciascun pixel, è a dominio discreto.

In base a quanto detto, risulta evidente che l'operatore di Harris è invariante rispetto a rotazioni dell'immagine. Viceversa, se la trasformazione che lega localmente i punti dell'oggetto in due differenti fotogrammi presenta variazioni di scala o deformazioni prospettiche, le sue prestazioni peggiorano drasticamente: mentre per rotazioni arbitrarie il grado di ripetibilità tende a mantenersi costante intorno a valori prossimi a 0.9 (il 90 % dei punti estratti su un fotogramma coincidono con quelli estratti nell'altro), è sufficiente un fattore di scala 1.5 per dimezzare il numero di riconoscimenti corretti. Analoghe osservazioni possono essere fatte per cambiamenti di illuminazione e variazioni prospettiche.



### 3.4.2. Operatore di Förstner

L'operatore di Förstner [Förstner 1987] sviluppato un anno prima di quello di Harris, pur partendo da presupposti differenti, arriva ad un risultato assai simile. Il punto di partenza di Förstner è infatti la correlazione ai minimi quadrati o Least Square Matching proposta precedentemente da Grün [Grün 1985]. Maggiori dettagli sul metodo sono stati presentati nel paragrafo § 2.3.2; qui si osserva solo che, considerando la matrice dei pesi unitaria, la matrice normale del sistema ai minimi quadrati è del tutto equivalente alla matrice A (x, y) in (3.13):

$$N = \begin{vmatrix} \sum_{(x_k, y_k)} \left. \frac{\partial I}{\partial x} \right|_{(x_k, y_k)}^2 w(x_k, y_k) & \sum_{(x_k, y_k)} \left. \frac{\partial I}{\partial x} \right|_{(x_k, y_k)} \left. \frac{\partial I}{\partial y} \right|_{(x_k, y_k)} w(x_k, y_k) \\ \sum_{(x_k, y_k)} \left. \frac{\partial I}{\partial x} \right|_{(x_k, y_k)} \left. \frac{\partial I}{\partial y} \right|_{(x_k, y_k)} w(x_k, y_k) & \sum_{(x_k, y_k)} \left. \frac{\partial I}{\partial y} \right|_{(x_k, y_k)}^2 w(x_k, y_k) \end{vmatrix} \quad (3.19)$$

La matrice di covarianza dei due parametri spostamento (in riga e colonna) risulta quindi:

$$C_{xx} = \sigma_0^2 \cdot N^{-1} \quad (3.20)$$

Come noto, dalla matrice di covarianza si possono ricavare i parametri dell'ellisse di errore, che rappresenta in questo caso l'errore atteso nell'individuare il punto con le tecniche del Least Square Matching: maggiori le dimensioni dell'ellisse, maggiore l'incertezza nella determinazione. Förstner osservò poi che, un ellisse di errore molto allungato indica la presenza di un contorno: la posizione del punto lungo la direttrice al contorno è determinata con buona precisione, mentre in direzione parallela ad esso è mal determinata. Noti gli autovalori  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  della matrice normale (3.19), lo schiacciamento dell'ellisse è dato dal parametro *roundness*:

$$q = \frac{4Det(N)}{Tr^2(N)} = 1 - \left( \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right) \quad (3.21)$$

che rappresenta il rapporto tra i due assi principali dell'ellisse, mentre l'area dell'ellisse è misurata da:

$$w = \frac{Det(N)}{Tr(N)} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (3.22)$$

che prende il nome di valore di interesse (interest value).

In tal senso l'operatore di Förstner è sostanzialmente analogo a quello di Harris, non fosse che in questo caso l'autore non definisce una funzione di risposta che tenga in considerazione entrambi i parametri w e q. Valgono di conseguenza le considerazioni fatte per il comportamento dell'operatore di Harris in presenza di trasformazioni geometriche e radiometriche. A questo riguardo, però, può essere interessante osservare che, nell'impostazione di Förstner sarebbe possibile considerare un modello funzionale più

complesso, andando, ad esempio, a considerare una trasformazione geometrica affine ed una variazione radiometrica lineare: in tal caso lo studio dell'ellissoide d'errore, seppur più complessa, potrebbe individuare quei punti dell'immagine che meno risentono di trasformazioni di quel tipo. Tuttavia, tale percorso non porta ad un effettivo miglioramento del metodo, in quanto si presume che solo in condizioni particolari la natura del punto permetta un'invarianza nella procedura di matching richiesta per determinarlo. In altre parole, è il descrittore di interesse che deve utilizzare criteri invarianti rispetto a determinate trasformazioni e non il punto a presentare una conformazione tale da rendere l'operatore invariante.

### 3.4.3. Operatore di Lowe (SIFT)

L'operatore di Lowe [Lowe 1999, 2004] è uno degli algoritmi attualmente più studiati in ambito di ricerca (soprattutto in robotica e Computer Vision) a causa della sua estrema efficienza nel determinare particolari corrispondenti su più immagini. Il metodo non solo è invariante rispetto a trasformazioni di scala, rappresentando pertanto un notevole passo avanti rispetto ai metodi precedentemente analizzati, ma permette di generare per ciascuna caratteristica ("feature") dei descrittori univoci che favoriscono notevolmente le operazioni di matching.

L'invarianza rispetto alla variazione di scala è ottenuta per mezzo di un approccio piramidale in cui l'immagine sorgente viene campionata a diverse scale; al tempo stesso il suo contenuto di frequenze, a ciascun livello di scala, viene scomposto per mezzo di un filtro passa-banda basato sulla differenza di convoluzioni gaussiane. Il metodo prende spunto da studi sulla visione umana [Lindberg 1994], dai quali risulta che l'attenzione del soggetto tende a soffermarsi su particolari differenti in funzione del livello di dettaglio percepibile (ovvero alla distanza dalla quale si osserva l'oggetto) e a scale uguali si tende a concentrare l'attenzione localmente sulle bande di frequenze più significative.

Innanzitutto, dall'immagine originale si deriva il cosiddetto *Pyramide Scale Space* [Witkin 1983], ovvero una struttura dati in cui sono memorizzate immagini separate da intervalli in scala discreti; raggruppamenti di tali immagini vengono definite da Lowe "ottave". In ciascuna ottava, la differenziazione di scala non avviene per mezzo di ridimensionamento dell'immagine, ma per mezzo di un filtro gaussiano che riduce il livello di dettaglio ("defocusing"). Tale struttura, sebbene costituita da serie di immagini separate da intervalli di scala discreti, permette la rappresentazione continua della variazione del contenuto informativo estraibile in funzione della scala dell'immagine. Le immagini che compongono le ottave sono le scomposizioni in frequenza dell'immagine originale, ottenute come già anticipato per differenze tra convoluzioni con gaussiane isotrope di varianza differente: detta

$I(x,y)$  la funzione a dominio e valori discreti che descrive l'immagine ad una determinata scala, risulta:

$$L(x, y, \sigma) = G(x, y, \sigma) \cdot I(x, y) \quad (3.23)$$

dove si è indicato

$$G(x, y, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}} \quad (3.24)$$

Le immagini che compongono l'"ottava" ad una determinata scala sono date dalla differenza fra due funzioni derivate dalla (3.24) utilizzando diversi valori di  $s$ :

$$D(x, y, \sigma) = (G(x, y, k\sigma) - G(x, y, \sigma)) \cdot I(x, y) = L(x, y, k\sigma) - L(x, y, \sigma) \quad (3.25)$$

Come osservato in [Lindberg 1994] e prima ancora in [Koenderik 1984] per ottenere una corretta rappresentazione dello spazio delle scale, in cui ad ogni livello sia garantito lo stesso grado di contenuto informativo, la funzione di ricampionamento deve essere una funzione Laplaciana, in [Lowe 2004] viene effettivamente dimostrato che la differenza tra due gaussiane è proporzionale ad una funzione Laplaciana ed è quindi corretta per ottenere l'invarianza di scala.

Si determina un intervallo incrementale della varianza in (3.24) in modo tale che in ciascuna "ottava" l'ultima immagine abbia valore di  $s$  uguale al doppio di quella iniziale. Il numero di "ottave" da considerare dipende dall'intervallo di scale che si vogliono analizzare: in alternativa, si può stabilire una dimensione minima di immagine in cui non ha più significato cercare di estrarre informazioni. Viceversa il numero di immagini all'interno di un'"ottava" può essere fissato in base al livello di discretizzazione che si vuole operare per lo scale-space: in [Lowe 2004] viene mostrato empiricamente che un valore pari a 3-4 immagini è solitamente sufficiente.

Per determinare i punti di interesse si procede per mezzo di una ricerca dei massimi e dei minimi locali della funzione  $D(x, y, s)$  in ciascuna "ottava": per mezzo di un volume di ricerca cubico (ad esempio di dimensione  $3 \times 3 \times 3$ ) si va a verificare quali punti risultino massimi locali in tale volume (in letteratura viene consigliato di scartare punti con valori di  $D$  minori di 0,03). una volta individuato tale punto, per rendere più precisa l'individuazione del massimo o minimo locale, è possibile procedere come segue [Brown 2002]: si considera una funzione quadratica tridimensionale che interpola i valori della funzione nello scale-space  $D(x, y, s)$  nel punto estremo trovato; tale funzione per mezzo di uno sviluppo in serie di Taylor arrestato al secondo ordine risulta:

$$D(x, y, \sigma) = D(x) = D(x_0) + \frac{\partial D^T}{\partial x} x + \frac{1}{2} x^T \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} x \quad (3.26)$$

Derivando la (3.26) e risolvendo per  $x$  si ottiene la posizione dell'estremo:

$$\frac{\partial D}{\partial x} = \frac{\partial D^T}{\partial x} + \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} x = 0 \quad \rightarrow \quad \hat{x} = -\frac{\partial D}{\partial x} \frac{\partial^2 D^{-1}}{\partial x^2} \quad (3.27)$$

Andando a sostituire la posizione trovata per mezzo della (3.27) nella (3.26) è possibile ricavare il valore corrispondente della funzione  $D$ :

$$D(\hat{x}) = D(x_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial D^T}{\partial x^2} \hat{x} \quad (3.28)$$

Le derivate possono essere stimate localmente, ad esempio per mezzo di un approccio alle differenze finite.

Se non si considera la curvatura della funzione  $D$  non vi è garanzia che il punto determinato non giaccia su un bordo e quindi sia facilmente caratterizzabile in una direzione ma non in quella ortogonale. Seguendo un procedimento analogo a quello sviluppato per l'operatore di Harris si può allora utilizzare l'Hessiano di  $D$  (calcolato unicamente rispetto alle variabili spaziali  $x$  e  $y$ ):

$$H = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 D}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 D}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} \end{vmatrix} \quad (3.29)$$

Gli autovalori della (3.29) permettono di determinare la forma locale (o meglio la curvatura nel piano  $xy$ ) della funzione  $D$  e forniscono una valutazione sulla ripetibilità del riconoscimento del punto trovato.

In [Lowe 2004] viene inoltre proposto un metodo per classificare ciascuna "feature" trovata, costruendo un descrittore matematico che, pur non univoco, equivale ad una sorta di impronta digitale della stessa, che sia esplicitamente confrontabile con quelle trovate nelle altre immagini. Al tempo stesso il metodo impiegato per il matching è estremamente veloce dal punto di vista computazionale.

### 3.4.4. Operatore SUSAN

L'operatore SUSAN [Smith 1997] è stato sviluppato verso la metà degli anni novanta, con lo scopo di creare un operatore basato su approccio totalmente nuovo per la determinazione di punti d'interesse. Questo operatore risulta essere sufficientemente accurato e rispetto ad altri operatori presenta degli indubbi vantaggi soprattutto da un punto di vista computazionale.

L'operatore SUSAN si basa sul concetto che ciascun punto di interesse sull'immagini avrà associato un'area di luminosità simile e che tale area può essere utilizzata come una sorta di guida per aiutare l'algoritmo ad estrarre le caratteristiche di interesse dall'immagine, come ad esempio spigoli. L'operatore SUSAN ricerca aree di luminosità simile, e di conseguenza punti di interesse all'interno di un'opportuna finestra circolare. L'algoritmo identifica il pixel centrale della finestra come il nucleo. Per l'area all'interno della finestra che presenta una luminosità simile a quella del nucleo viene calcolato e definito l'USAN (Univalve Segment Assimilative Nucleus). Un valore basso dell'USAN indica l'individuazione di uno spigolo, poiché il pixel centrale risulta molto differente da quelli circostanti. Dopo l'eliminazione degli errori grossolani, il minimo locale dei SUSAN (smallest USAN) viene identificato come il valore di interesse. Il confronto tra il valore della luminosità dei pixel è calcolato usando la seguente equazione:

$$c(\vec{r}, \vec{r}_0) = \begin{cases} 1 & \text{se } |I(\vec{r}) - I(\vec{r}_0)| \leq t \\ 0 & \text{se } |I(\vec{r}) - I(\vec{r}_0)| > t \end{cases} \quad (3.30)$$

Dove  $\vec{r}_0$  è la posizione del nucleo nell'immagine,  $\vec{r}$  è la posizione di ciascun altro punto all'interno della finestra circolare,  $I(\vec{r})$  è il valore di luminosità di ciascun pixel,  $t$  è il valore di luminosità limite e  $c$  è il risultato del confronto. Tale confronto è calcolato per ciascun pixel nella finestra circolare e il numero totale di pixel con luminosità simile a quella del nucleo è sommata come:

$$n(\vec{r}) = \sum_{\vec{r}} c(\vec{r}, \vec{r}_0) \quad (3.31)$$

Nel passo successivo, il valore  $n(\vec{r})$  è raffrontato con una soglia geometrica  $g$ . l'algoritmo usa una soglia geometrica in modo da distinguere tra "feature" che rappresentano veri punti di interesse e "feature" che invece non lo sono. Per identificare uno spigolo nell'immagine, la soglia del parametro geometrico  $g$  è fissata pari alla metà del valore massimo di  $n(\vec{r})$ ,  $n_{\max}$ . Se  $n_{\max}$  è minore della soglia  $g$  si identifica l'esistenza di uno spigolo.

### 3.4.5. Operatore FAST

L'operatore di interesse FAST [Rosten 2006], sviluppato solo di recente, è stato progettato come operatore d'interesse per riconoscimento di "feature" per applicazioni in tempo reale, applicazioni fotogrammetriche digitali e per la Computer Vision. È stato generalmente osservato che l'operatore FAST sia in grado di offrire prestazioni migliori rispetto ad altri operatori generalmente utilizzati per l'analisi d'immagine, quali quello Harris, SUSAN, e SIFT, soprattutto dal punto di vista della rapidità. Al di là della velocità, un secondo vantaggio dell'operatore FAST risulta essere l'invarianza rispetto alla rotazione ad al cambiamento di scala.

L'algoritmo FAST presenta un funzionamento analogo a quello dell'operatore SUSAN, nel senso che entrambe gli operatori esaminano una *patch* di dimensioni ridotte in un'immagine per valutare quindi se tale *patch* "assomigli" o no a uno spigolo. Una finestra circolare viene fatta scorrere lungo l'immagine e il valore d'intensità dei toni di grigio all'interno e nei dintorni della finestra viene confrontato con il valore del pixel centrale della finestra. L'algoritmo FAST risulta essere particolarmente efficiente e rapido, e a differenza di altri operatori di interesse, nel processo computazionale non si ha la necessità di calcolare la derivata seconda dei toni di grigio poiché solo un numero ridotto di pixel sono considerati per l'individuazione di uno spigolo. Come conseguenza di questo, l'operatore FAST non è dispendioso dal punto di vista computazionale ed offre un'importante opzione nel caso in cui sia necessario gestire immagini di grandi dimensioni.

Come già detto l'algoritmo procede considerando una finestra circolare, dalle dimensioni di 16 pixels attorno al punto candidato  $p$ . Uno spigolo viene individuato quindi il set di  $n$  pixel contigui all'interno della finestra circolare sono tutti di luminosità maggiore rispetto alla luminosità del punto considerato come candidato  $I_p$  più un valore di soglia  $t$ , l'individuazione avviene in modo analogo nel caso in cui tutti i pixel risultino essere meno luminosi rispetto al punto candidato quindi  $I_p \leq t$ . L'operatore fa utilizzo di una struttura ad alberi decisionali per classificare il punto di interesse

### 3.5. Implementazione di un'interfaccia grafica (Matlab GUI)

In questo paragrafo si vuole descrivere l'implementazione di una interfaccia grafica (*Graphical User Interface* - GUI) implementata in ambiente Matlab® tramite la quale è possibile predisporre le informazioni e i parametri di input del programma MGCM nonché gestire i file in output. Tale interfaccia consente di semplificare queste operazioni, che richiedono l'impiego di una particolare struttura che i file devono avere per essere correttamente letti ed interpretati dal programma.

Di seguito vengono descritte nei dettagli le funzioni implementate e raccolte nella GUI, la cui struttura ricalca in modo sequenziale le diverse fasi del rilievo fotogrammetrico (Figura 3.7) per la generazione di una nuvola di punti e la successiva visualizzazione e triangolazione.

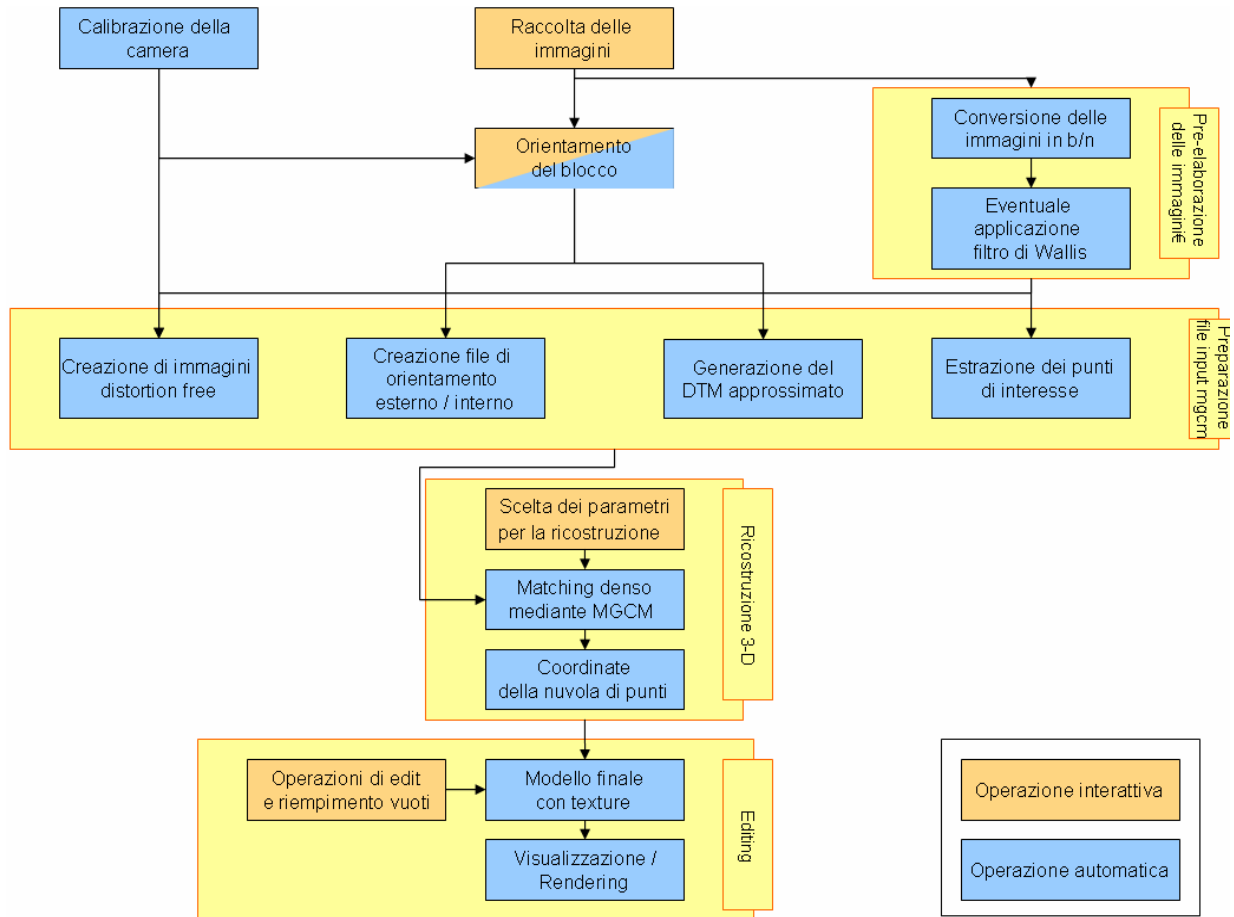


Figura 3.7: Schema delle operazioni per la ricostruzione fotogrammetrica di un oggetto



Figura 3.8: L'interfaccia grafica implementata

La prima parte della GUI è dedicata alla pre-elaborazione delle immagini. In questa prima fase viene operata innanzitutto mediante il comando *Rinomina foto* un cambiamento di nome dei file immagine originari ed una conversione nel formato BMP per la loro lettura dal

parte del programma MGCM. Le immagini da utilizzare per MGCM devono essere in toni di grigio tale conversione viene eseguita mediante il comando "*Estrai immagini in bianco e nero*". Un'operazione opzionale è rappresentata dall'applicazione del filtro di Wallis alle immagini in toni di grigio. Come già spiegato in precedenza tale filtro risulta essere particolarmente utile nel caso in cui si considerino delle superfici caratterizzate da una tessitura scarsa. eseguibile che viene lanciato dal comando "*Applica filtro di Wallis*".

Nella seconda parte della GUI vengono creati i file in input per l'algoritmo MGCM. Innanzitutto i fotogrammi devono essere orientati, operazione che richiede l'individuazione di punti omologhi sui fotogrammi, la misura di eventuali punti di appoggio o comunque la definizione del sistema di riferimento oggetto, il calcolo della triangolazione aerea a "stelle proiettive" (*bundle adjustment*). Solitamente queste operazioni vengono svolte mediante il programma commerciale PhotoModeler 6, che è oggi ampiamente utilizzato per l'orientamento di blocchi d'immagini. Una volta calcolato il *bundle adjustment* e ricostruita quindi la geometria di presa, i file di orientamento esterno e di orientamento interno che devono essere forniti a MGCM vengono creati automaticamente mediante il comando "*File orientamento esterno/interno*" della GUI. La creazione di tali file avviene mediante l'utilizzo della funzionalità DDE (Dynamic Data Exchange), che richiama direttamente i file di da Photomodeler. Il file di orientamento esterno contiene per ciascuna stazione di presa le coordinate del centro di presa nel sistema di riferimento oggetto e gli angoli  $\omega, \varphi$  e  $\kappa$ . Il file di orientamento interno contiene invece le dimensioni in pixel dell'immagine, le coordinate del punto principale e la dimensione in millimetri del pixel, dal momento che Photomodeler è in grado di generare le immagini "distortion-free" che saranno impiegate nella fase di matching denso (funzione "*Estrai immagini distortion free*") e le immagini così ottenute vengono copiate nella cartella MGCM.

Un'ulteriore elemento da fornire ad MGCM è rappresentato da un file contenete i punti interessanti estratti dall'immagine *master*. Il comando "*Estrazione punti interessanti*" lancia l'interfaccia di *Figura 3.9*.



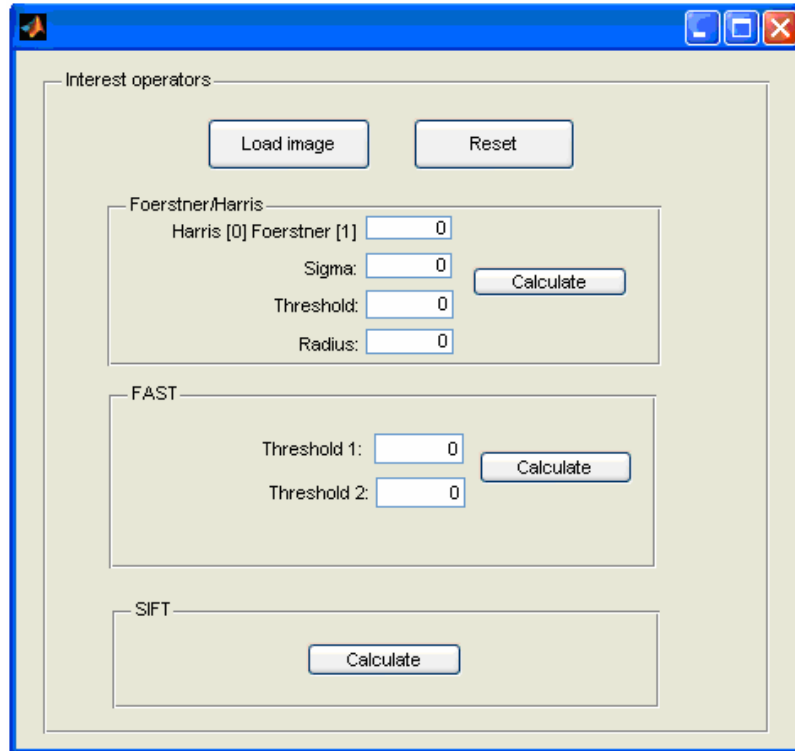


Figura 3.9: GUI per l'estrazione dei punti interessanti

Al momento gli operatori di interesse implementati sono: Harris, Förstner, SIFT e FAST. I punti estratti in base ai parametri impostati dall'utente possono essere visualizzati direttamente sull'immagine da cui sono state estratti. Se il numero di punti estratti è sufficientemente alto da garantire una ricostruzione densa dell'oggetto viene creato un file di testo contenente le coordinate dei punti individuati.

Per la generazione del DTM approssimato si utilizzano le coordinate terreno dei punti omologhi individuati nella fase di orientazione del blocco. Mediante il comando "Creazione DTM approssimato" le coordinate 3-D dei punti terreno vengono importate da PhotoModeler in modalità DDE in modo da creare un file DAT utilizzabile dal software commerciale Surfer. Grazie a Surfer è possibile generare dai punti di legame (sparsi) ottenuti dalla fase di orientamento una superficie interpolante rappresentata mediante le coordinate di punti che vanno a descrivere un grigliato regolare. Il formato del file GS ASCII (GRD) ottenuto da Surfer è leggibile da MGCM.

Con il comando "Creazione file ingresso MGCM" si può creare un file di testo contenente tutti i parametri relativi ad aspetti particolari dell'algorithmo come ad esempio il nome dei file delle coordinate dei punti "interessanti", l'orientamento interno/esterno ed il DTM approssimato, il numero dell'immagine *template* ecc..

L'ultima parte della GUI permette la generazione della nuvola di punti, la sua visualizzazione e la triangolarizzazione.

Il file eseguibile MGCM è lanciato direttamente da Matlab mediante il comando "Avvio MGCM". L'esecuzione del programma avviene quindi nella prompt dei comandi di DOS. Risultato dell'algoritmo è un file di testo contenente le coordinate terreno dei punti individuati e la loro rispettiva precisione.

Per la visualizzazione della nuvola di punti (Figura 3.10) è stato utilizzato il software commerciale VRML View 3.0 fornito dalla System in Motion.

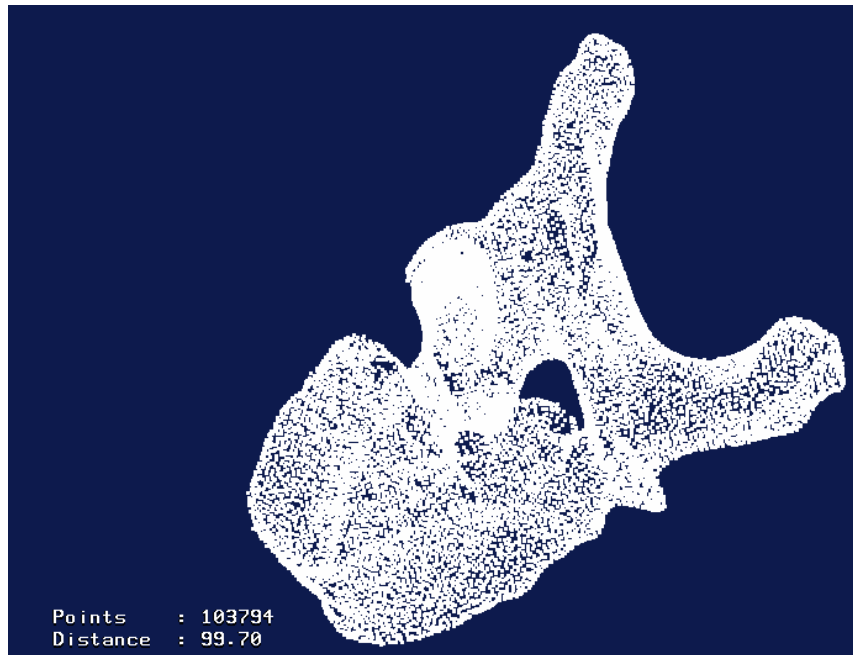


Figura 3.10: Esempio di nuvola di punti visualizzata da VRML View 3.0

La nuvola di punti viene quindi triangolarizzata utilizzando una triangolarizzazione di Delaunay (Figura 3.11).

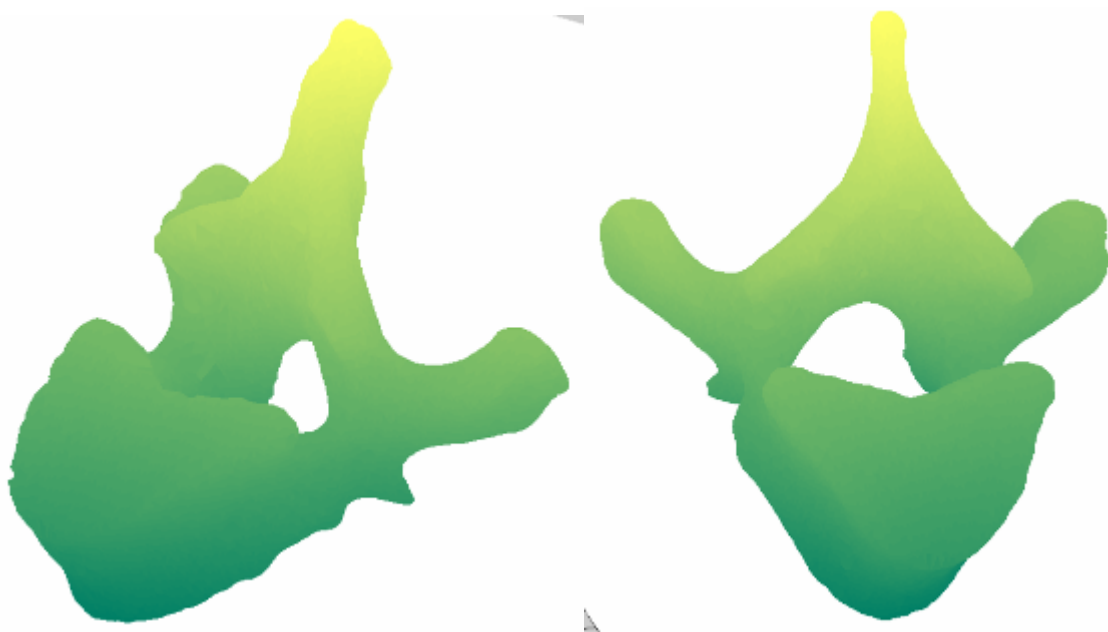


Figura 3.11: Esempio di triangolarizzazione di nuvola di punti

## CAPITOLO 4

### Esempi di applicazione dell'algoritmo di matching denso

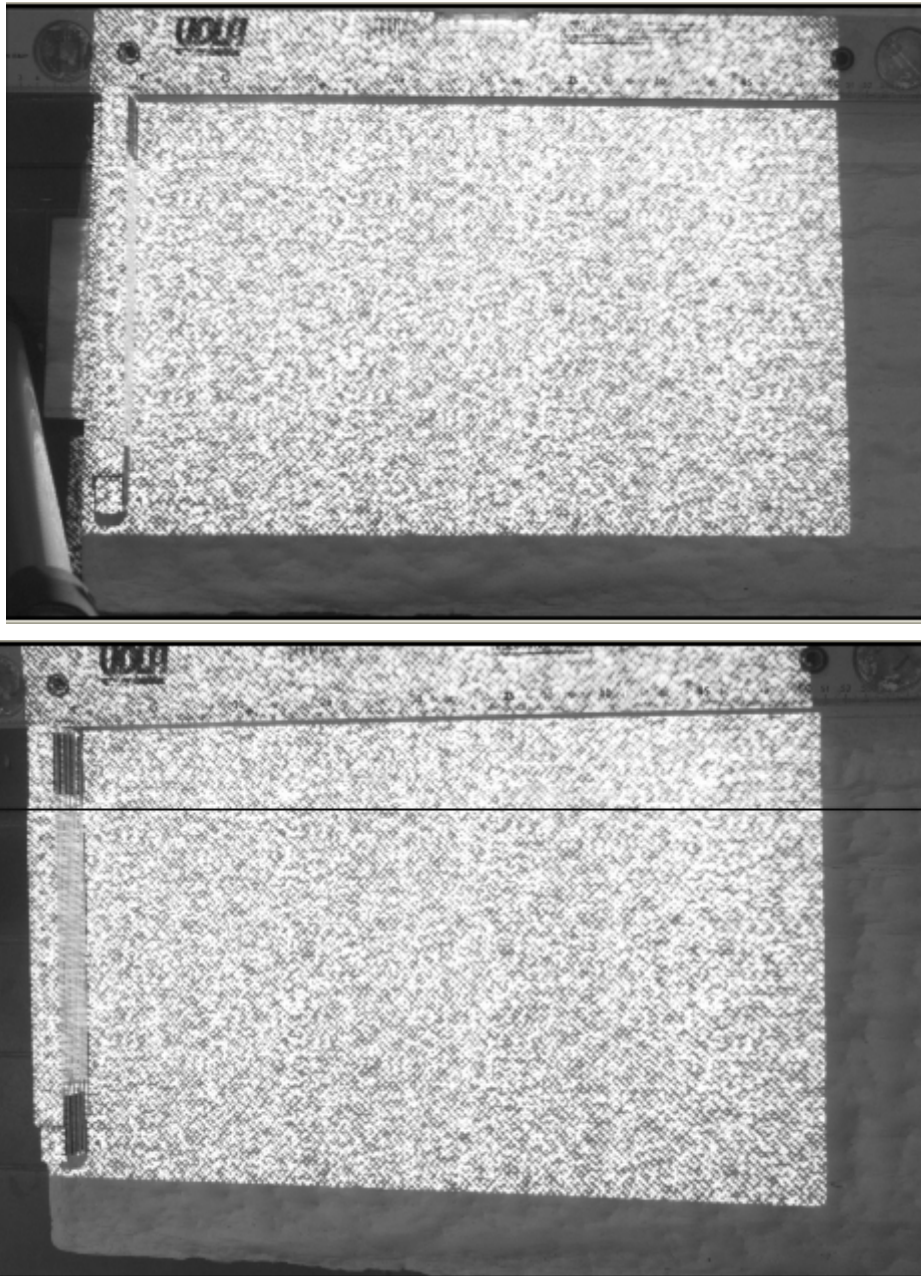
In questo capitolo vengono illustrati i risultati ottenuti nelle prime applicazioni su casi reali dell'algoritmo MGCM descritto in precedenza. Come già espresso nel primo capitolo l'ambito del quale è nata l'idea di sviluppare un algoritmo di matching denso multimmagine è stato quello dello studio della stabilità di versanti in roccia. Tale ambito di applicazione presenta delle peculiarità tali che lo rendono un campo non semplice per le tecniche fotogrammetriche automatiche finalizzate alla ricostruzione di superfici. Per questa ragione si è deciso, in questa prima fase di sperimentazione dell'algoritmo sviluppato, di concentrare l'attenzione verso oggetti la cui ricostruzione presentasse problematiche inferiori rispetto a quella dei versanti in roccia. Tali applicazioni hanno un'importante funzione di validazione dell'algoritmo sviluppato: nel caso in cui i risultati fossero incoraggianti sarebbe possibile prevedere alcune applicazioni per la ricostruzione di pareti rocciose, altrimenti si imporrebbe una revisione dell'intero algoritmo MGCM.

D'altro canto bisogna sottolineare che le generalità della tecnica di ricostruzione densa sviluppata permettono la sua applicazione a campi diversi da quello geotecnico e geologico. I campi architettonico e della salvaguardia dei beni culturali sono, ad esempio, ambiti in cui l'interesse verso l'impiego di tecniche fotogrammetriche di matching denso è molto forte, soprattutto negli ultimi anni. In modo particolare, di seguito vengono presentate due applicazioni in cui è stata richiesta la determinazione della nuvola di punti che descrive la geometria dell'oggetto da analizzare: in questi casi si è fatto ricorso all'algoritmo MGCM implementato e descritto dettagliatamente nel paragrafo § 2.4. La prima applicazione riguarda la ricostruzione densa della superficie di un provino di calcestruzzo, la seconda applicazione riguarda invece un bassorilievo presente sulla facciata della Chiesa di San Luigi dei Francesi a Roma. Per la prima prova eseguita sul provino in calcestruzzo viene inoltre presentato un confronto, per verificare le differenze in termini di precisione e affidabilità, fra il metodo geometricamente vincolato sviluppato (MGCM) ed un metodo non condizionato (LSM).

#### ***Provino in calcestruzzo***

La prima prova eseguita riguarda la ricostruzione densa della superficie di un provino di calcestruzzo sottoposto ad una prova di sfregamento. In questa applicazione la ricostruzione della superficie del provino è stata eseguita utilizzando solamente una coppia di immagini (Figura 4.1). Questa scelta rappresenta un importante test per l'algoritmo

MGCM, in quanto l'impiego di una sola coppia di immagini non consente una adeguata ridondanza nella misura delle coordinate dei punti terreno (rappresentati dai punti della superficie del provino) e quindi vi è la possibilità di avere un numero elevato di errori grossolani.



*Figura 4.1: Immagine 1(sopra) e 2 (sotto) utilizzate per la ricostruzione del provino in cls*

La procedura di calibrazione della fotocamera utilizzata in questa prova è stata condotta secondo le modalità presentate in precedenza. I parametri di orientamento interno della camera, ottenuti a seguito del procedimento di autocalibrazione, sono riportati nella seguente tabella (*Tabella 4.1*):

	Parametri di calibrazione
c(mm)	24.3885
$\zeta$ (mm)	-0.129
$\eta$ (mm)	-0.020
$k_1$	$1.97 \times 10^{-4}$
$k_2$	$-5.481 \times 10^{-7}$
$k_3$	0
$p_1$	$-2.231 \times 10^{-5}$
$p_2$	$4.509 \times 10^{-5}$

Tabella 4.1: Parametri di calibrazione della camera utilizzata

Le dimensioni stimate del pixel risultano  $9,0 \times 9,0 \mu\text{m}$  con un formato immagine pari a  $1524 \times 1012$  pixel.

Dalla curva di distorsione radiale (*Figura 4.2*) ottenuta con i parametri di calibrazione calcolati è possibile osservare che i valori di distorsione massima a bordo immagine sono pari a  $89,24 \mu\text{m}$ , quindi relativamente ridotti. Per questa ragione si è deciso di operare sulle immagini originali evitando quindi di generare le immagini “distortion-free”. Tale aspetto costituisce un’ulteriore prova alla quale l’algoritmo di matching è stato sottoposto con questa prova

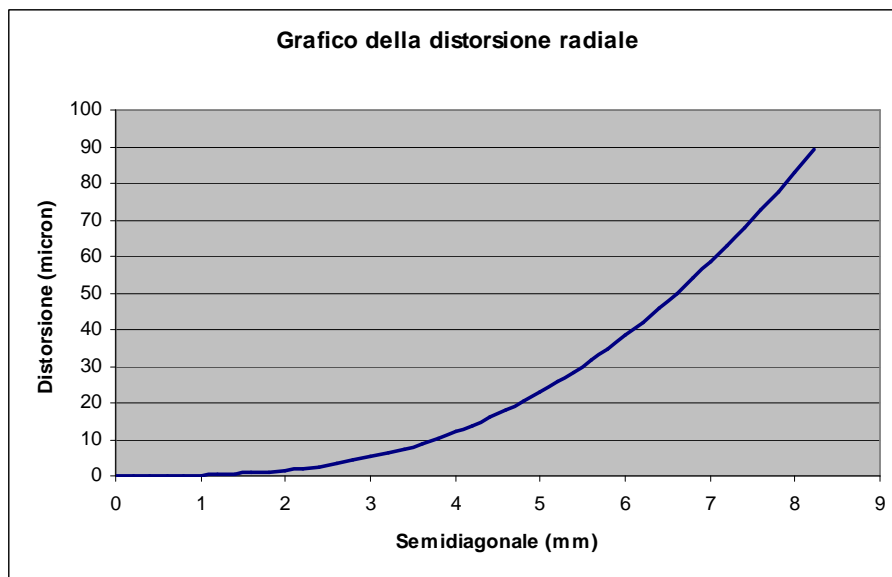


Figura 4.2 :Grafico della distorsione radiale

L’orientamento delle immagini è stato determinato mediante la misura manuale di 32 punti di legame utilizzando il software commerciale PhotoModeler 6. I parametri di orientamento esterno, le coordinate dei centri di presa e gli angoli  $\omega, \varphi$  e  $\kappa$ , sono riassunti in *Tabella 4.2*, mentre la posizione di presa dei fotogrammi e dei punti di legame del blocco è rappresentata in *Figura 4.3*.



Fotogramma	$X_0$ (m)	$Y_0$ (m)	$Z_0$ (m)	$\omega$ (gon)	$\varphi$ (gon)	$\kappa$ (gon)
1	0.011	0.005	0.001	-0.18	0.39	0
2	0.528	0.252	-0.178	-9.75	17.11	0.15

Tabella 4.2: Parametri di orientamento esterno

Tali parametri di orientamento esterno e di orientamento interno sono stati utilizzati dal software di matching denso implementato.



Figura 4.3: Posizioni di presa e punti di legame del blocco realizzato per il provino in cls

Per la generazione della nuvola di punti della superficie del provino è stata scelta come *template* l'immagine numero 1 e su di essa sono stati identificati con l'operatore di Förstner 7964 punti di interesse (Figura 4.4). Mediante l'algoritmo MGCM si andranno ad individuare le coordinate 3D dei rispettivi punti terreno, ottenendo in tal modo una nuvola di punti densa della superficie del provino.

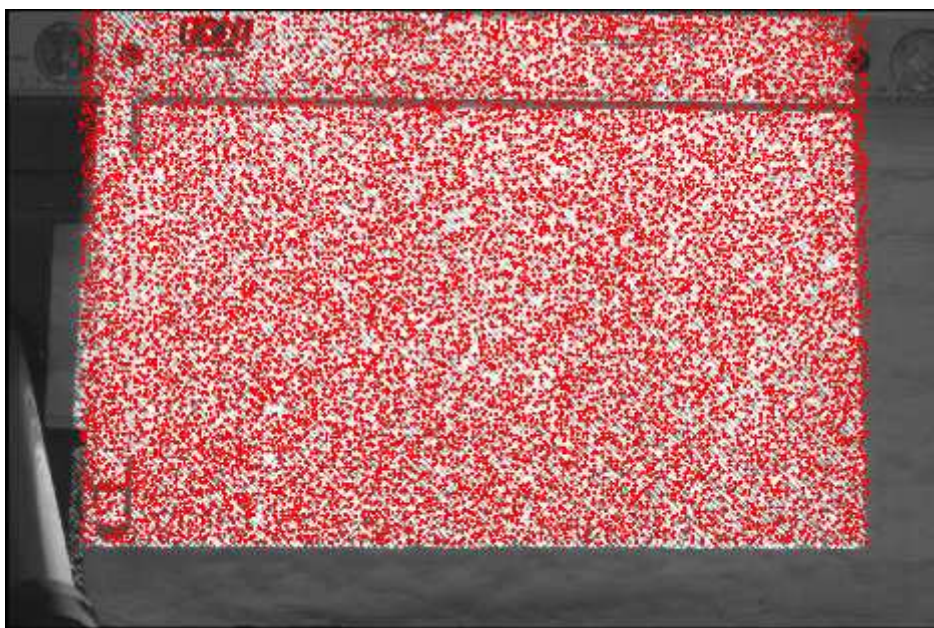


Figura 4.4: Punti di Förstner individuati sul provino in cls

In questo caso per la generazione del DTM approssimato non sono state utilizzate le coordinate terreno dei punti omologhi utilizzati nella fase di orientazione del blocco. Infatti, poiché la superficie del provino è pressoché piana è stato utilizzato un DTM approssimato orizzontale posto ad una quota di -1.845 m.

Gli altri parametri utilizzati dall'algoritmo MGCM sono sintetizzati in Tabella 4.3.

Dimensioni finestra di matching	10 x10 pixel
N° di punti da considerare sull'epipolare	10
Passo dei punti sull'epipolare	1.0 cm
N° massimo di iterazioni per ciascun punto	20
Margine dei punti di interesse dal bordo del fotogramma	20 pixel

Tabella 4.3: Parametri in input per l'algoritmo mgcm

Una volta forniti tali parametri in input è stata lanciata l'esecuzione dell'algoritmo MGCM. Il tempo di esecuzione su PC con processore Intel Celeron Inside 530 (1.75 GHz, 533 MHz FSB, 1MB L2 cache) e RAM di 512 MB è stato di circa 2 ore. La nuvola di punti generata dal programma MGCM, costituita da 7964 punti, è riportata in *Figura 4.5*. Come si può osservare da un'analisi visiva dei risultati, la superficie del provino in CLS è stata ricostruita in modo sostanzialmente corretto, la superficie è stata effettivamente descritta dalla nuvola come pressoché piana, mentre il numero di errori grossolani è molto limitato. sebbene le immagini utilizzate dall'algoritmo siano solamente due e ad esse non sia stata apportata nessuna correzione della distorsione.

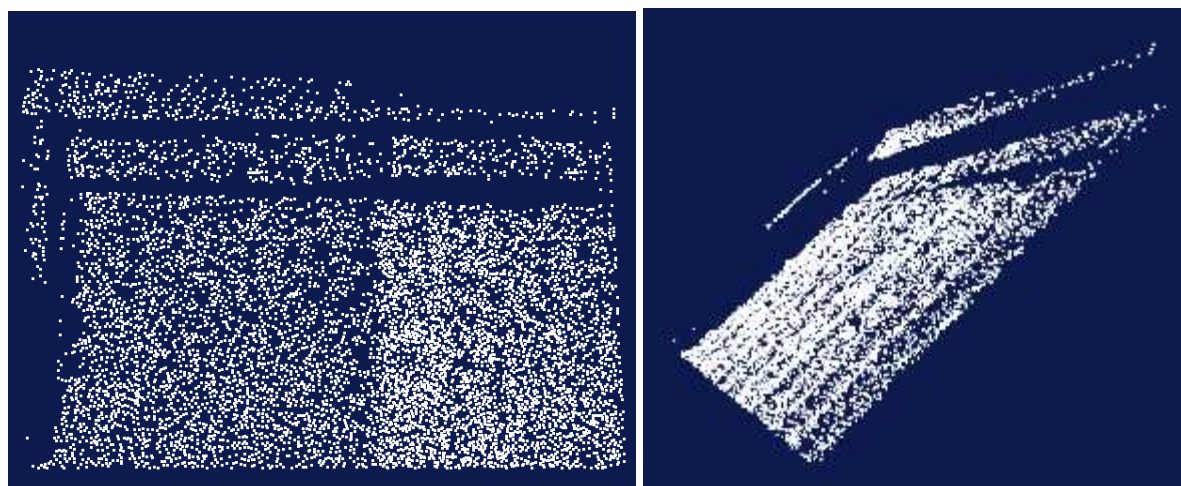
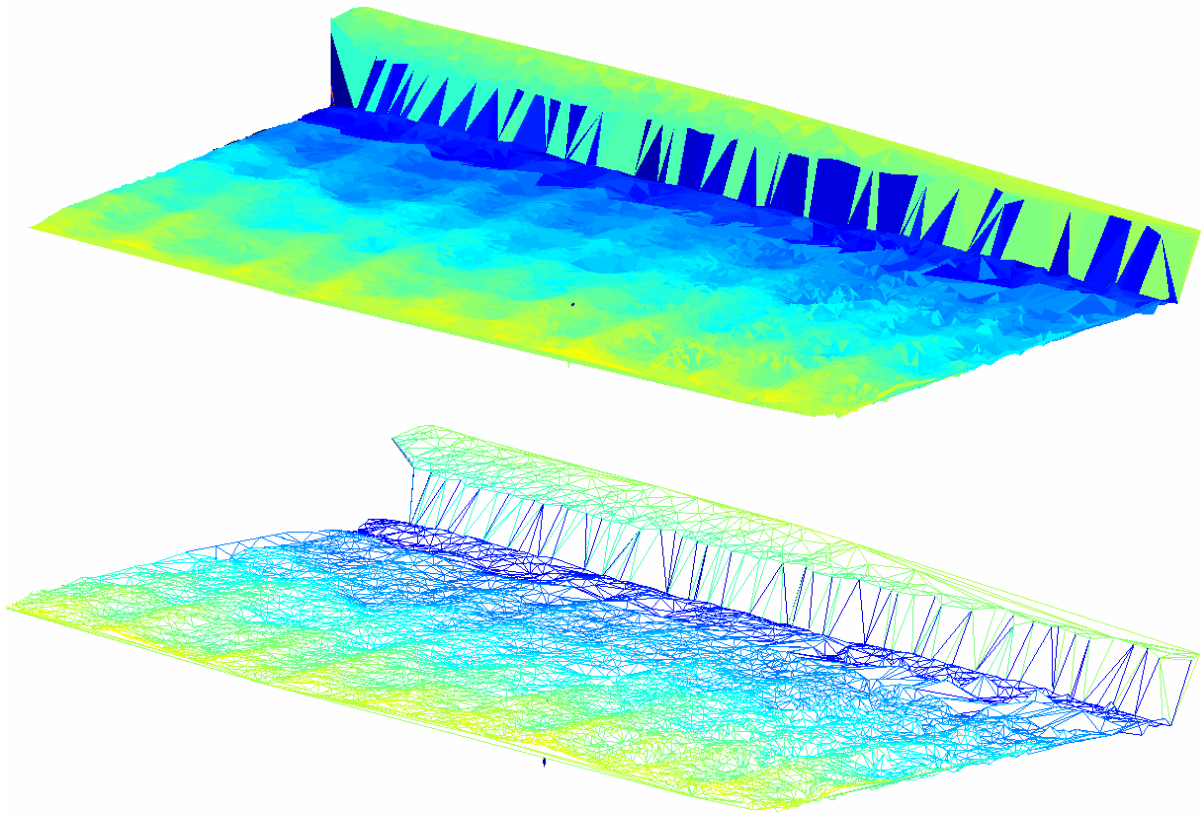


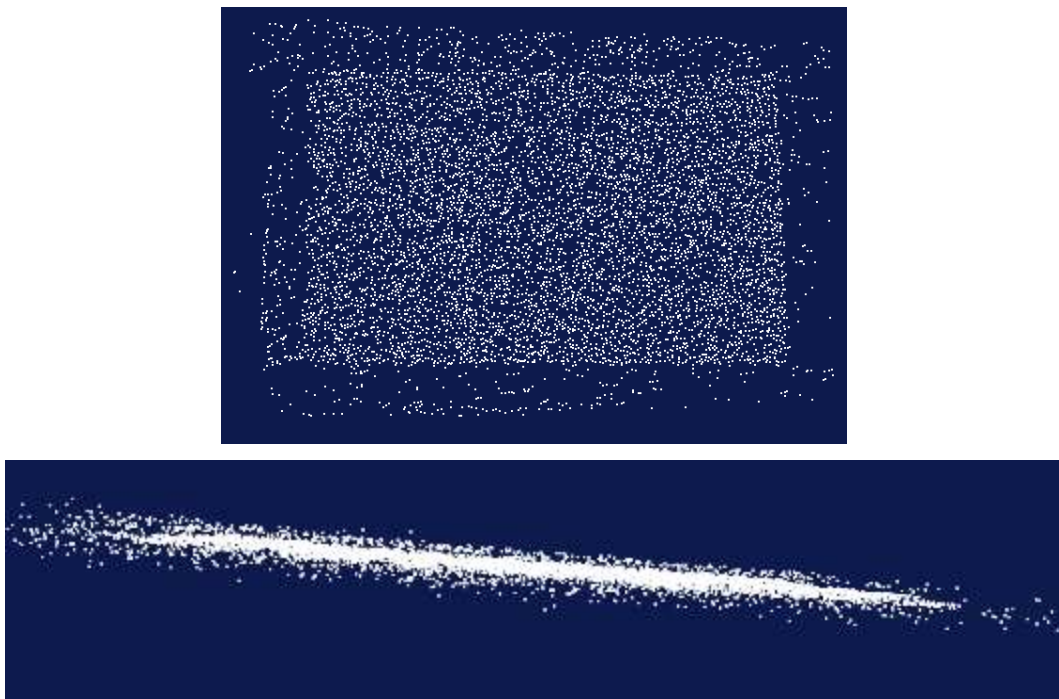
Figura 4.5: Nuvola di punti che descrive la superficie del provino in cls

La nuvola di punti così ottenuta è stata quindi triangolata mediante una triangolazione di Delaunay (Figura 4.6).



*Figura 4.6: Triangolazione della nuvola di punti del provino in cls*

In passato era già stata operata una ricostruzione fotogrammetrica della superficie del provino. La tecnica di matching utilizzata in questo tentativo era stato il Least Squares Matching (LSM). La nuvola di punti ottenuta, costituita da 7131 punti, è riportata in Figura 4.7.



*Figura 4.7: Nuvola di punti ottenuta con LSM*



I risultati della ricostruzione della superficie con il LSM si erano rivelati in realtà piuttosto scadenti (Figura 4.8). Come è possibile osservare il numero di errori grossolani è molto maggiore rispetto alla ricostruzione eseguita con MGCM e in generale si può notare come non venga ricostruita in modo corretto la superficie. Si può infatti osservare nella ricostruzione con LSM una rugosità ed un'asperità della superficie non riscontrabile nella realtà. Questo è dovuto alla scarsa precisione di misura delle coordinate terreno dei vari punti analizzati che non consente nel complesso una corretta ricostruzione della superficie del provino nel suo insieme.

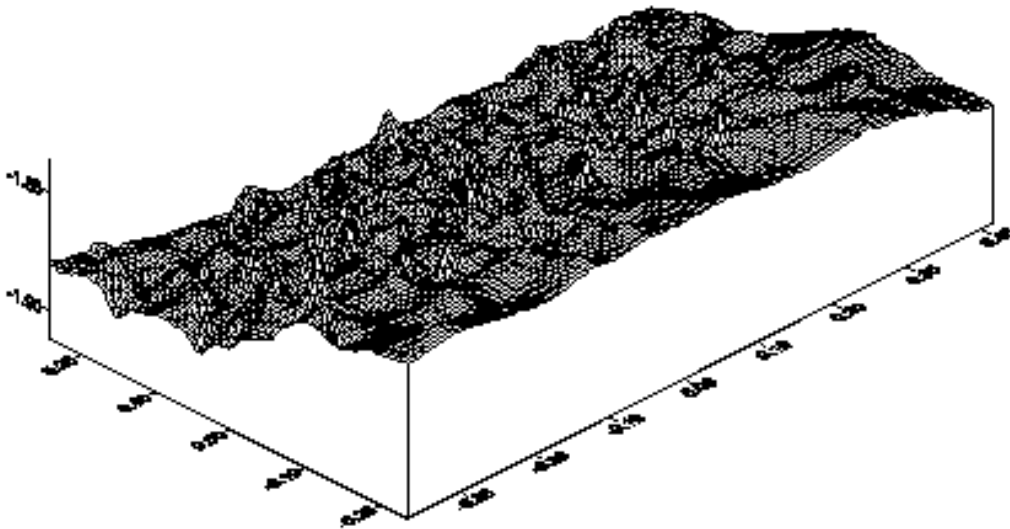
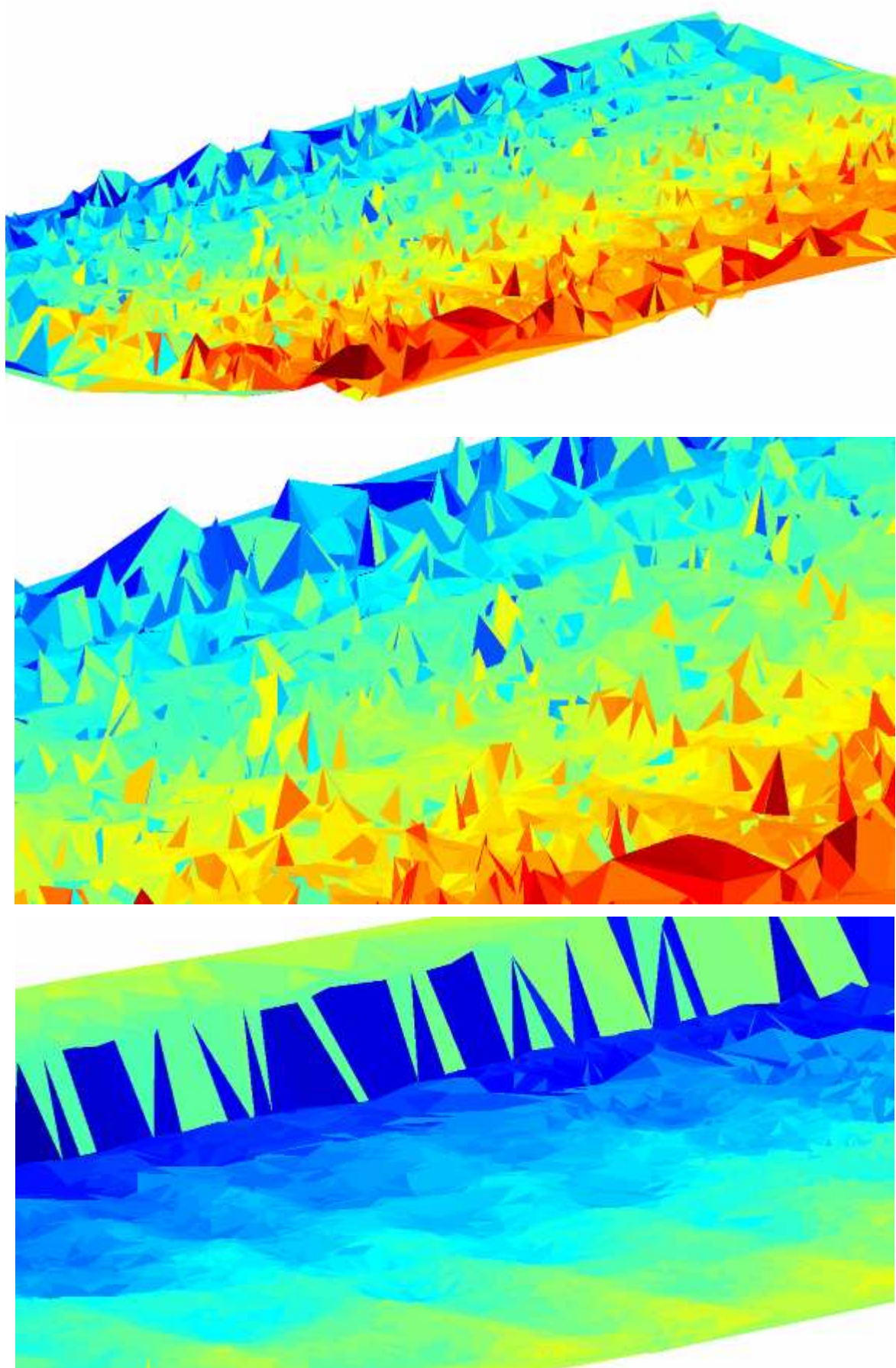


Figura 4.8: Triangolazione della nuvola di punti ottenuta con il LSM

Andando a confrontare in dettaglio le due ricostruzioni (Figura 4.9) le differenze tra i due modelli della superficie sono ancora più evidenti, la migliore rappresentazione della superficie data dall' algoritmo MGCM rispetto al semplice LSM risulta chiara.

I risultati di questa prima prova a cui l' algoritmo MGCM è stato sottoposto sono da considerarsi soddisfacenti. Infine il confronto con il LSM ha messo in rilievo le migliori prestazioni che la tecnica MGCM è in grado di fornire grazie ai vincoli geometrici di collinearità nell'individuazione delle coordinate terreno di un punto.



*Figura 4.9: Confronto tra LSM (immagini in alto) ed MGCM (immagine in basso)*

### ***Bassorilievo della Chiesa di San Luigi dei Francesi (Roma)***

La seconda prova a cui l'algoritmo di MGCM è stato sottoposto riguarda la ricostruzione densa di un bassorilievo posto sulla facciata principale della Chiesa di San Luigi dei Francesi a Roma. Per la ricostruzione di questo bassorilievo, a differenza di quanto fatto nel caso precedente, si è operato andando a sfruttare la possibilità dell'algoritmo di eseguire il matching contemporaneamente su più immagini. In modo particolare per questa prova sono state utilizzate 4 immagini (Figure 4.10).



*Figura 4.10: Immagini utilizzate per la ricostruzione del bassorilievo*

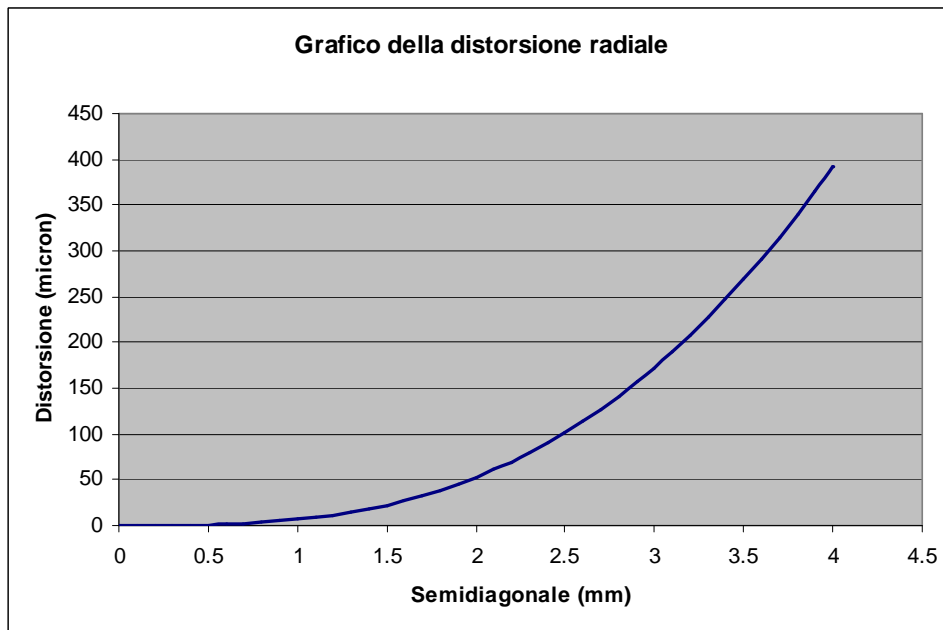
I parametri di orientamento interno della camera, ottenuti a seguito del procedimento di calibrazione, sono riportati nella seguente tabella (Tabella 4.4):

	Parametri di calibrazione
c(mm)	6.4612
$\zeta$ (mm)	0,0289
$\eta$ (mm)	-0,0087
$k_1$	$6.68 \times 10^{-3}$
$k_2$	$-2.91 \times 10^{-5}$
$k_3$	$-3.8513 \times 10^{-7}$
$p_1$	$-4.945 \times 10^{-4}$
$p_2$	$-1.470 \times 10^{-4}$

*Tabella 4.4: Parametri di calibrazione della camera utilizzata*

Le dimensioni stimate del pixel risultano  $1,6 \times 1,6 \mu\text{m}$  con un formato immagine calcolato pari a  $4000 \times 3000$  pixel.

Anche in questo caso, se si va a rappresentare la curva di distorsione radiale (*Figura 4.11*) ottenuta con tali parametri di calibrazione è possibile osservare che i valori di distorsione radiale massima rilevati a bordo immagine pari a  $391,85 \mu\text{m}$ . Gli effetti di distorsione radiale non sono in questo, a differenza del caso precedente, trascurabili. Si è deciso quindi di operare una correzione della distorsione sulle immagini originali generando delle immagini “distortion-free” che saranno utilizzate dall’algoritmo MGCM.



*Figura 4.11: Grafico della distorsione radiale*

L’orientamento delle immagini è stato determinato mediante l’estrazione automatica di 3023 punti di legame tramite il programma ATiPE ([Barazzetti, 2010]) sviluppato presso il gruppo il Politecnico di Milano. I parametri di orientamento esterno, le coordinate dei centri di presa e gli angoli  $\omega, \varphi$  e  $\kappa$ , dei vari fotogrammi sono riassunti in *Tabella 4.5*, mentre la posizione di presa dei fotogrammi e dei punti di legame del blocco è rappresentata in *Figura 4.12*.

Fotogramma	$X_0$ (m)	$Y_0$ (m)	$Z_0$ (m)	$\omega$ (gon)	$\varphi$ (gon)	$\kappa$ (gon)
1	-0.088	0.174	0.721	3.34	-27.40	-0.35
2	0.122	0.166	0.788	3.79	-10.06	-1.09
3	0.302	0.194	0.796	2.60	4.39	-0.80
4	0.477	0.215	0.751	-1.11	18.54	-0.89

*Tabella 4.5: Parametri di orientamento esterno*

Tali parametri di orientamento esterno e di orientamento interno sono stati utilizzati dal software di matching denso MGCM.



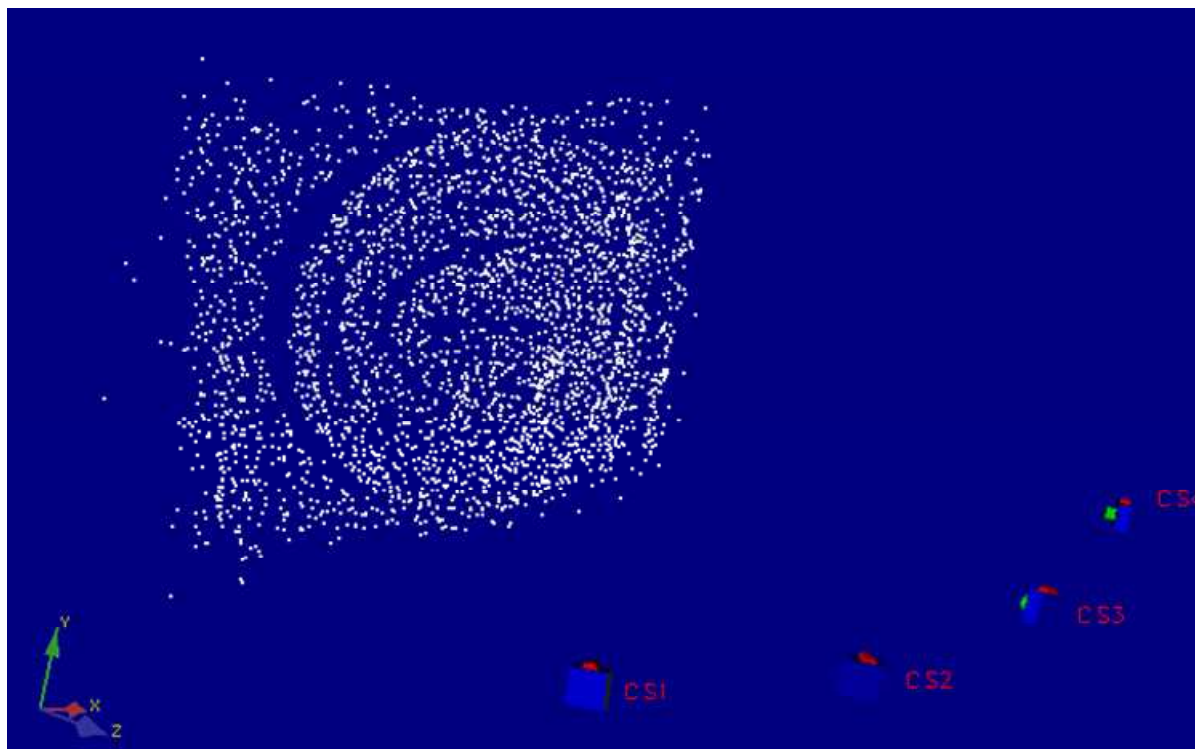


Figura 4.12: Posizioni di presa e punti di legame del blocco fotogrammetrico

In questo caso per la generazione del DTM approssimato si sono utilizzate le coordinate dei punti terreno ottenute dall'algoritmo PMVS (Patch Multi-View Stereopsis) [Furukawa 2008]. PMVS consente di generare un set (quasi) denso di *patch* rettangolari che ricoprono la superficie visibile nelle immagini in input. A partire dai punti ottenuti con PMVS è stato possibile generare un DTM mediante il software commerciale Surfer. La maglia del grigliato è di 292 punti in direzione y e di 249 in direzione x con un passo in entrambe le direzioni pari a 0.02 m.

Per la generazione della nuvola di punti del bassorilievo è stata scelta come *master* l'immagine numero 3. Su di essa sono stati riproiettati i nodi del grigliato del DTM approssimato andando quindi ad individuare sull'immagine *master* 72708 punti (Figura 4.13). Mediante l'algoritmo di matching denso sviluppato si andranno ad individuare le coordinate 3D dei rispettivi punti terreno, ottenendo in tal modo una nuvola di punti densa della superficie del bassorilievo. In questo caso, quindi, le coordinate dei nodi del DTM approssimato, generato da Surfer a partire dai punti estratti con PMVS, vengono corrette dall'algoritmo *master*. Possiamo quindi osservare la versatilità di impiego di *master* che può essere utilizzato anche partendo da punti non estratti con operatori di interesse.

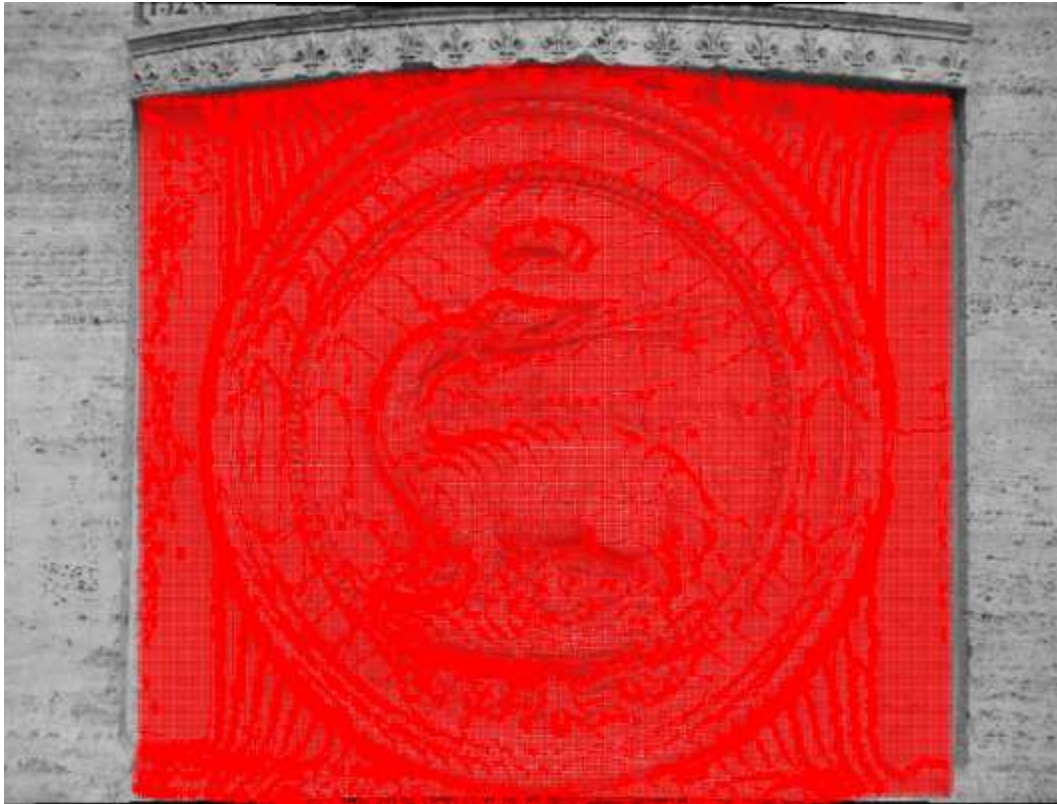


Figura 4.13: Punti individuati sull'immagine template per la ricostruzione del bassorilievo

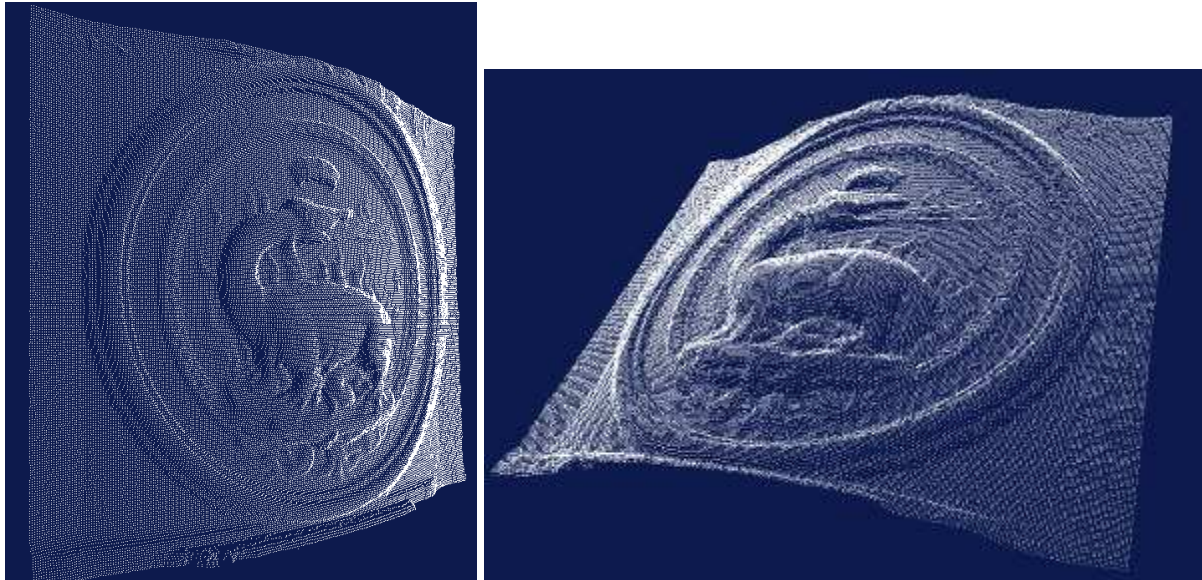
Altri parametri utilizzati dall'algoritmo di matching denso sono sintetizzati in Tabella 4.6.

Dimensioni finestra di matching	10 x10 pixel
N° di punti da considerare sull'epipolare	3
Passo dei punti sull'epipolare	0.5 cm
N° massimo di iterazioni per ciascun punto	20
Margine dei punti di interesse dal bordo del fotogramma	20 pixel

Tabella 4.6: Parametri in input per l'algoritmo mgcm

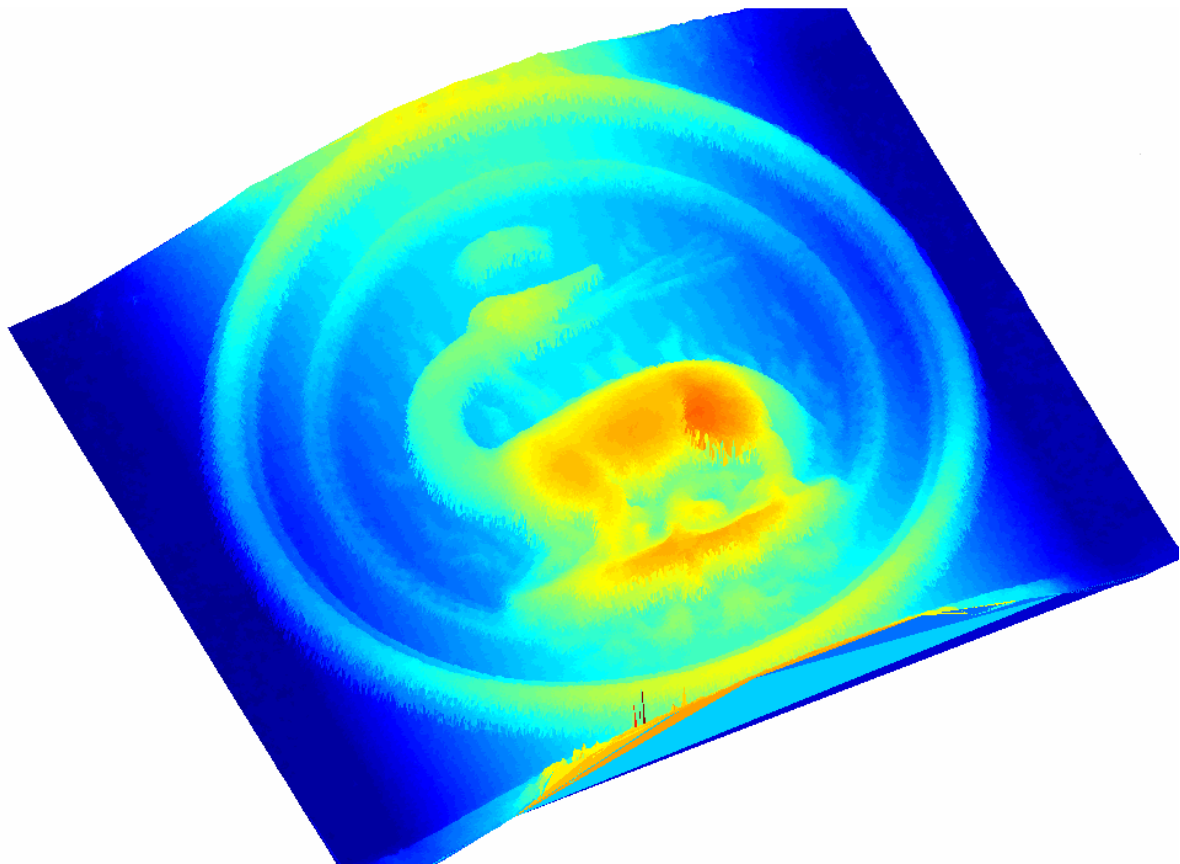
Forniti tali parametri in input è stata lanciata l'esecuzione dell'algoritmo MGCM. Il tempo di esecuzione su pc con processore Intel Celeron Inside 530 (1.75 GHz, 533 MHz FSB, 1MB L2 cache) e RAM di 512 MB è stato di circa 70 ore.

La nuvola di punti, costituita da 72708 punti, generata dal programma MGCM e riportata in Figura 4.14. Come si può osservare in Figura 4.14 il bassorilievo è stato ricostruito in modo sostanzialmente corretto. Il numero di errori grossolani è pressoché nullo grazie soprattutto alle caratteristiche peculiari dell'algoritmo MGCM, che consentono da un lato di utilizzare una tecnica multi-immagine, permettendo così di sfruttare simultaneamente le informazioni provenienti da più immagini, e dall'altro di utilizzare il vincolo di collinearità.



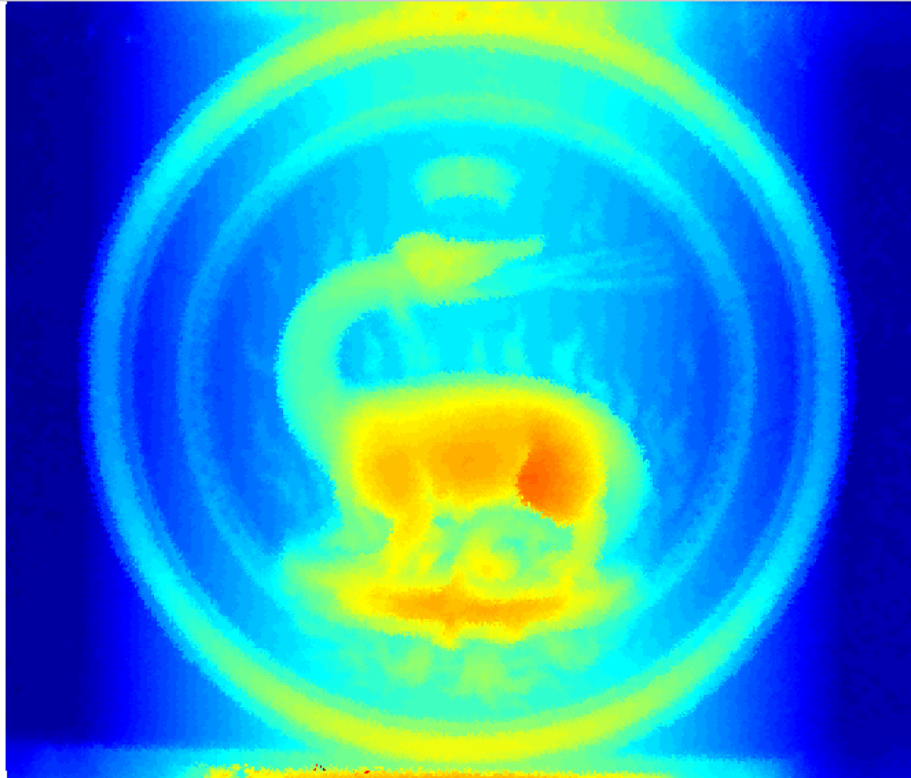
*Figura 4.14: Nuvola di punti che descrive la superficie del bassorilievo*

La nuvola di punti così ottenuta è stata quindi triangolata mediante una triangolazione di Delaunay (Figure 4.15-4.17).

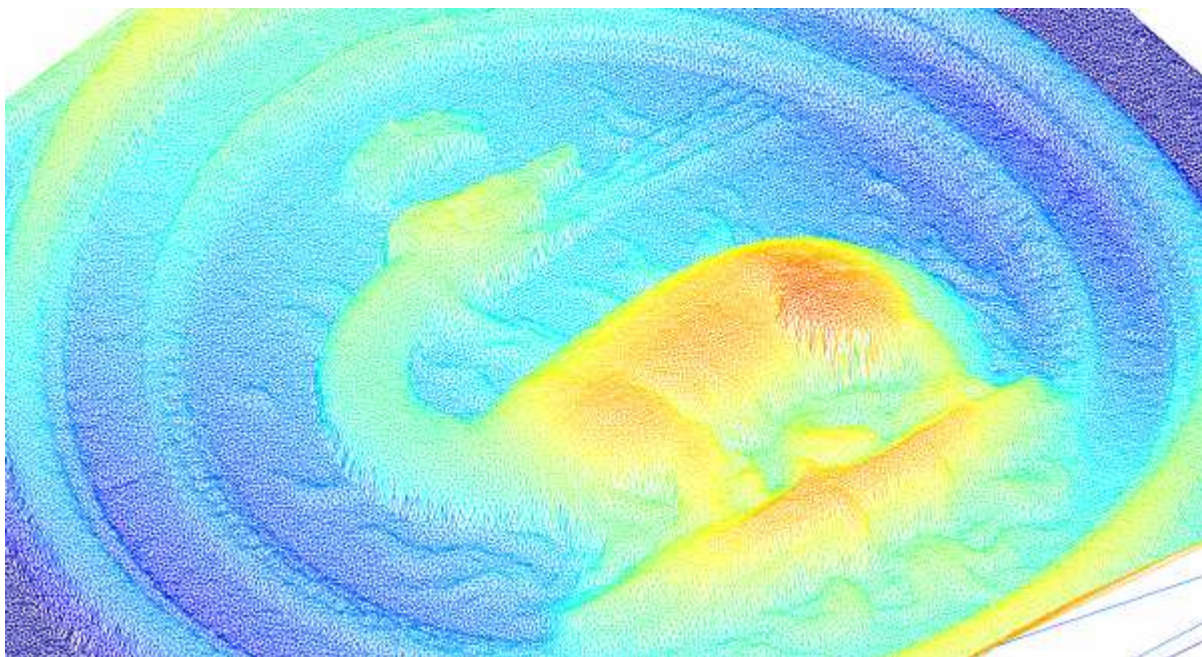


*Figura 4.15: Triangolazione della nuvola di punti del bassorilievo*





*Figura 4.16: Triangolazione della nuvola di punti del bassorilievo (vista dall'alto)*



*Figura 4.17: Particolare della triangolazione della nuvola di punti del bassorilievo*

Oltre a triangolare la nuvola di punti è stata operata anche un'interpolazione della nuvola stessa con il software commerciale Surfer in modo tale da ottenere una descrizione del bassorilievo mediante una superficie continua (*Figura 4.18*).



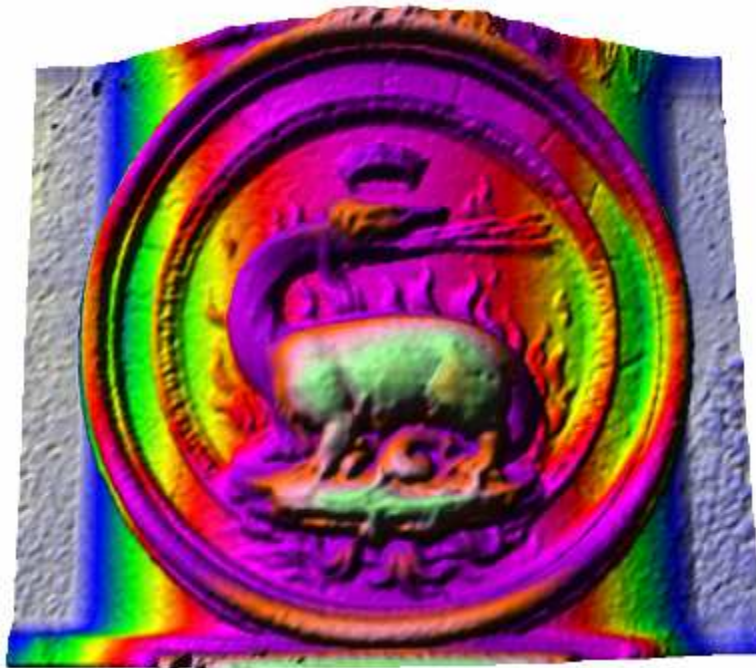


Figura 4.18: Superficie interpolata del bassorilievo ottenuta con Surfer

Come osservato in precedenza i punti utilizzati per la ricostruzione del bassorilievo sono stati ottenuti riproiettando i nodi del DTM approssimato sull'immagine *template*. In questo caso, quindi, le coordinate dei nodi del DTM approssimato vengono corrette dall'algoritmo MGCM. Per quantificare le correzioni apportate dall'algoritmo MGCM è quindi possibile eseguire una differenza tra la superficie interpolata ottenuta a partire dai punti restituiti da MGCM ed il DTM approssimato originale (Figura 4.19).

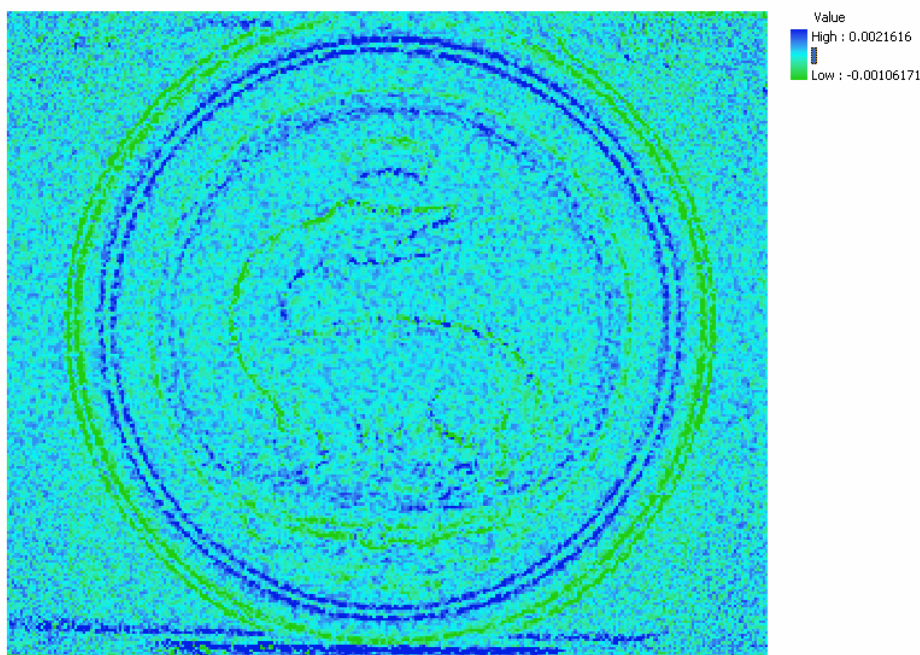


Figura 4.19: Correzioni apportate da mgcm al DTM approssimato

Come è possibile osservare le correzioni apportate da MGCM pur non essendo nulle sono tuttavia molto limitate a pochi millimetri, soprattutto in corrispondenza delle discontinuità del bassorilievo. Questo è un risultato atteso, infatti il DTM approssimato di partenza utilizzato in questo caso era già di per sé molto buono in quanto ottenuto a partire da punti estratti con PMVS, che risulta essere un algoritmo molto efficace per la ricostruzione di oggetti di dimensioni ridotte.

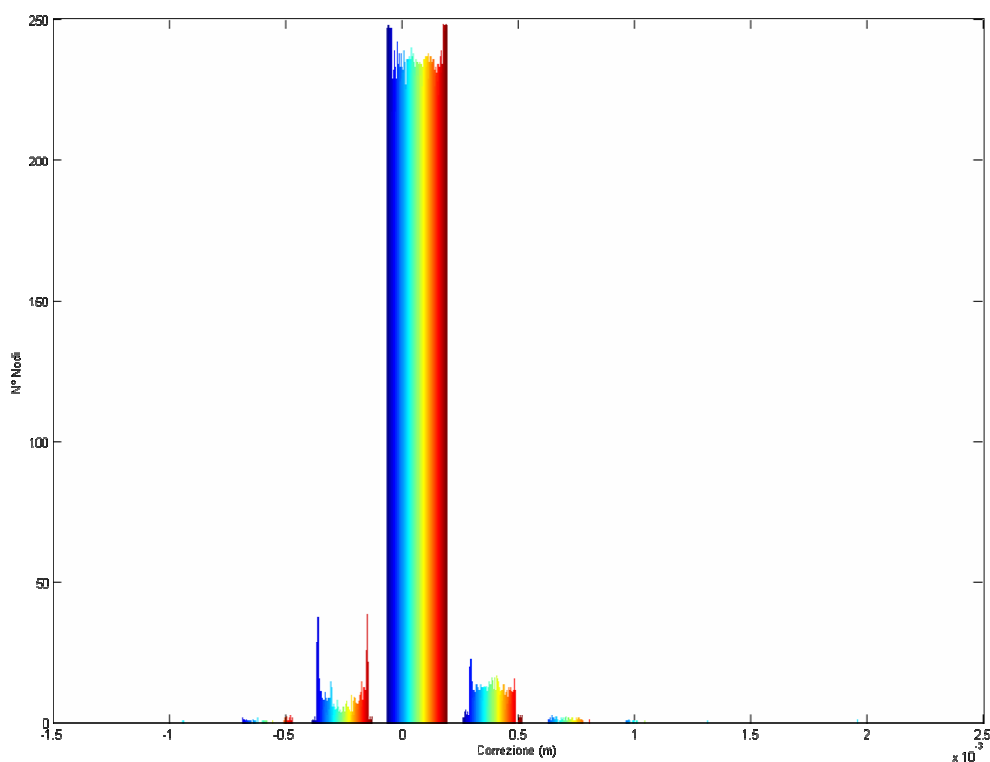


Figura 4.20: Grafico delle correzioni applicate ai nodi del grigliato

In particolare come è possibile osservare anche in *Figura 2.20* le correzioni risultano essere comprese tra -2.0 mm e +2.0 mm e risultano essere più marcate soprattutto in corrispondenza dei corner e delle zone di discontinuità mentre nelle aree in cui la superficie è maggiormente regolare le correzioni sono nulle o nell'ordine di qualche decimo di millimetro.

### ***Considerazioni sui risultati delle applicazioni i***

I risultati dei primi due test a cui l'algoritmo è stato sottoposto sembrano essere, per lo scopo di questa prima fase di sperimentazione, particolarmente soddisfacenti. In entrambi i casi le nuvole di punti generate dall'algoritmo MGCM sono in grado di descrivere in modo soddisfacente la superficie dell'oggetto. Bisogna sottolineare come il numero di test a cui l'algoritmo è stato sottoposto sia molto limitato e non copra certamente l'ampia casistica di situazioni in cui si richiede la ricostruzione di un oggetto mediante una nuvola di punti. Tale analisi sistematica è estranea agli scopi di questo lavoro ma può essere posta al momento

come sviluppo di questo lavoro di tesi. Ben sapendo che l'analisi di più casi può mettere in evidenza lacune e mancanze al momento non riscontrate su un numero limitato di casi, non si esclude che a seguito di ulteriori sperimentazioni sia necessario intervenire modificando, anche profondamente, l'algoritmo sviluppato per risolvere i problemi che potrebbero via via incontrarsi. Nonostante questa doverosa precisazione si ritiene che a seguito dei primi risultati ottenuti lo stato di sviluppo dell'implementazione di MGCM consenta di prevedere in futuro molto prossimo le prime applicazioni dell'algoritmo di matching a casi reali di pareti in roccia.

Un aspetto particolare emerso dalla sperimentazione del software e che merita di essere sottolineato riguarda la versatilità di impiego del software. È emersa, infatti, la possibilità di combinare l'algoritmo sviluppato con altri metodi di matching denso, come ad esempio PMVS, ed in particolare la possibilità di utilizzare MGCM per raffinare i risultati ottenuti con uno di questi.

La sperimentazione dell'algoritmo, anche su un numero ridotto di casi, ha mostrato alcuni aspetti che pur non rappresentando una effettiva criticità possono prevedere un miglioramento. Un primo elemento che deve prevedere uno sviluppo in futuro è il tempo di calcolo. L'algoritmo, soprattutto quando lavora in modalità multi-immagine, prevede dei tempi di esecuzione estremamente lunghi. L'incremento del numero dei punti di ricerca sull'epipolare e l'aumento del numero massimo di cicli di calcolo per ciascun punto rallentano ulteriormente, ed in modo molto significativo, il tempo di esecuzione. Un ulteriore elemento che potrebbe essere rivisto e migliorato in futuro riguarda la gestione del DTM approssimato ed in modo particolare si potrebbe pensarne l'eliminazione e la sua sostituzione con un algoritmo di interpolazione o di triangolarizzazione dei punti estratti durante la fase di orientamento del blocco fotogrammetrico.

## Conclusioni

Oggetto della presente dissertazione è stato lo sviluppo e la sperimentazione di tecniche di automazione in fotogrammetria dei vicini (close-range) per la generazione di modelli numerici della superficie di un oggetto ripreso da un blocco di immagini. L'applicazione finale di questo progetto è quella della modellazione geometrica di pareti rocciose per poter fornire ai geologi e ai geotecnici un supporto per le loro analisi specifiche. La motivazione per l'impiego in questo ambito è nata dalla constatazione che, di fronte agli sviluppi tecnologici nel settore del rilevamento, che vedono le nuove strumentazioni come i laser a scansione, diventare sempre più prestanti, solo un progresso nella direzione dell'automazione può tener vivo il patrimonio di conoscenza accumulato nel settore della fotogrammetria digitale. Questa tecnica presenta infatti degli indubbi vantaggi rispetto alle altre tecniche di modellazione tridimensionale, quali la versatilità, l'economicità e l'impiego di immagini che costituiscono una ricchissima fonte di informazioni. In particolare modo il lavoro condotto ha riguardato l'implementazione di un algoritmo di correlazione di immagini proposto inizialmente da *Gruen e Baltsavias* (1985): il Multiphoto Geometrically Constrained Matching (MGCM). Esso ha lo scopo di misurare punti corrispondenti su più immagini che riprendono la medesima porzione di un oggetto; questi costituiscono la base di tutte le operazioni di orientamento e restituzione necessarie nel processo fotogrammetrico. Nelle prime, i punti omologhi servono per determinare l'orientamento esterno (e in opportune condizioni anche l'orientamento interno) delle immagini. Nelle seconde, a partire dall'orientamento e da una conoscenza a priori della forma grossolana di un oggetto, per la ricostruzione della superficie. Nel gruppo di ricerca di fotogrammetria nell'ambito del quale è stato sviluppato questo lavoro, già da alcuni anni i ricercatori stanno lavorando nel campo dell'automazione delle procedure fotogrammetriche. Ottimi risultati sono stati fino ad oggi conseguiti nell'automazione dell'orientamento dei fotogrammi nelle applicazioni terrestri, mentre l'automazione della stessa operazione è già prassi consolidata da alcuni anni in fotogrammetria aerea. Il lavoro della tesi servirà dunque in futuro anche per il raffinamento delle coordinate dei punti omologhi determinati per la fase di orientamento, ma qui è stato finalizzato alla ricostruzione delle superfici (fase di restituzione) in modalità automatica. Il lavoro verrà poi proseguito nell'ambito di una tesi di dottorato di ricerca.

Rispetto agli altri algoritmi di correlazione delle immagini fino a oggi sviluppata, i principali punti di forza dell'algoritmo MGCM sono due: la possibilità di utilizzare più immagini, con il conseguente aumento della ridondanza di informazioni e quindi della precisione; l'integrazione di osservazioni sul contenuto delle immagini con la struttura geometrica del blocco di immagini determinata nella fase di orientamento consente di aggiungere alcuni vincoli che rendono maggiormente robusto il processo di misura, permettendo così di

identificare gli eventuali errori di misura. Sebbene la formulazione dell'algoritmo è presente in letteratura da parecchi anni, la sua implementazione non è né immediata né semplice, in quanto alcuni aspetti richiedono ulteriori analisi specifiche. Al momento attuale, la sperimentazione non è stata ancora condotta su un caso studio riguardante una parete in roccia. Nella tesi sono presentati alcune sperimentazioni preliminari che hanno avuto lo scopo di verificare la validità dell'algoritmo. Ulteriori sperimentazioni verranno condotte in futuro.

## APPENDICE A Equazioni di collinearità

Per essere in grado di ricostruire la posizione e la forma di un oggetto da una serie di immagini è necessario conoscere la geometria del sistema che ha prodotto al formazione dell'immagine. Con una buona approssimazione, le immagini prodotte dalle camere generalmente usate per applicazioni fotogrammetriche possono essere considerate come una proiezione centrale di un oggetto tridimensionale.

Definendo come:

- O: centro di presa della proiezione centrale,
- PP: punto principale con coordinate  $\xi_0, \eta_0$ ,
- c: distanza principale,
- M: centro geometrico del fotogramma.

Generalmente in fotogrammetria si assume che quando una fotografia viene presa, il punto oggetto P, il punto immagine P' ed il centro di presa O si trovano su una linea retta. La condizione appena espressa viene chiamata in fotogrammetria "condizione di collinearità" (Figura A.1).

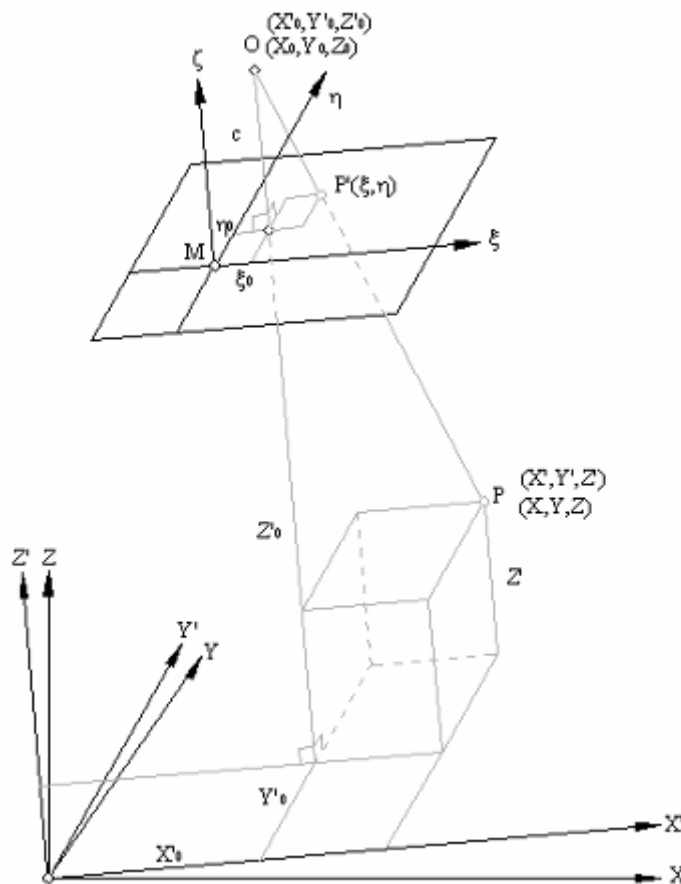


Figura A.1: Collinearità tra il centro di presa O, il punto immagine P' e il punto oggetto P

Questa condizione può essere espressa nel sistema di coordinate  $X'Y'Z'$ , tale sistema di riferimento risulta essere parallelo al sistema di coordinate immagine  $\xi\eta\zeta$ . Entrambe i sistemi sono ugualmente ruotati rispetto al sistema di riferimento oggetto  $XYZ$ . Nel sistema di riferimento immagine  $\zeta=0$  per tutti i punti dell'immagine e  $\zeta=c$  per il centro di presa  $O$ .

Nel sistema di riferimento  $X'Y'Z'$  la condizione di collinearità può essere espressa come:

$$\begin{aligned}\frac{\xi - \xi_0}{c} &= \frac{X' - X'_0}{Z'_0 - Z'} \\ \frac{\eta - \eta_0}{c} &= \frac{Y' - Y'_0}{Z'_0 - Z'}\end{aligned}\quad .(A.1.1)$$

e quindi:

$$\begin{aligned}\xi &= \xi_0 - c \frac{X' - X'_0}{Z'_0 - Z'} \\ \eta &= \eta_0 - c \frac{Y' - Y'_0}{Z'_0 - Z'}\end{aligned}\quad (A.1.2)$$

Se  $R$  è la matrice di rotazione per l'immagine, e quindi anche per il sistema di riferimento  $X'Y'Z'$ , rispetto al sistema di riferimento oggetto  $XYZ$ , segue da (A.1.2) che:

$$\begin{pmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X' - X'_0 \\ Y' - Y'_0 \\ Z' - Z'_0 \end{pmatrix}\quad (A.1.3)$$

Moltiplicando la (A.1.3) per  $R^{-1}=R^T$  e sostituendo nella (A.1.2) si ottiene:

$$\begin{aligned}\xi &= \xi_0 - c \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} = \xi_0 - c \frac{Z_x}{N} \\ \eta &= \eta_0 - c \frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} = \xi_0 - c \frac{Z_y}{N}\end{aligned}\quad (A.1.4)$$

Poiché il sistema di riferimento  $X'Y'Z'$  è parallelo al sistema di coordinate immagine  $\xi\eta\zeta$ , gli elementi  $r_{ik}$  sono:

- i coseni degli angoli compresi tra gli assi di riferimento del sistema immagine e gli assi del sistema oggetto
- funzione degli angoli  $\omega, \varphi$  e  $\kappa$  che rappresentano gli angoli di cui la camera era ruotata rispetto al sistema di coordinate oggetto quando l'immagine è stata ripresa.

Le equazioni di collinearità possono anche essere espresse nella seguente forma:

$$X - X_0 = \begin{pmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{pmatrix} = mR \begin{pmatrix} \xi - \xi_0 \\ \eta - \eta_0 \\ -c \end{pmatrix}\quad (A.1.5)$$

dove:

$m$  = un fattore di scala. Il rapporto tra  $OP$  nello spazio oggetto e  $OP'$  nel sistema di riferimento immagine



## Bibliografia

- [Alshawabkeh 2004] Y. Alshawabkeh and N. Haala. *Integration of Digital Photogrammetry and Laser Scanning for Heritage Documentation*. IAPRES Vol. 35(5) Istanbul, Turkey, 2004
- [Aschwanden 1992] P. Aschwanden and W. Guggenbuhl. Experimental result from a comparative study on correlation-type registration algorithms. . Robust Computer Vision, W. Foerstner and S Ruwiedl,; Eds. Wichmann, 1992
- [Baltsavias 1991] E.P. Baltsavias. *Multiphoto Geometrically Constrained Matching*. Ph. D. thesis, Institute of Geodesy and Photogrammetry, ETH Zurich, Switzerland, Mitteilungen No. 49,1991
- [Baltsavias 1996] E.P. Baltsavias, H. Li, S. Mason, A. Stefainidis and M. Sinning. *Comparison of Two Digital Photogrammetric Systems with Emphasis on DTM Generation: Case Study Glacier Measurement*. IAPRS, Vol. 31, Part B4, Vienna, pp. 104-109, 1996
- [Barazzetti, 2010] L.Barazzetti, M.Scaioni and F.Remondino. *Orientation and 3D modelling from markerless terrestrial images combining accuracy with automation*. The Photogrammetric Record, 25(132): 000–000 (December 2010)
- [Beraldin 2004] J.A. Beraldin. *Investigation of Laser Scanning and Close-Range Photogrammetry – The last Decade and Beyond*. IAPRS, Vol 35(7), Istanbul, Turkey, pp 972-983, 2004
- [Beyer 1992] H.A. Beyer. *Geometric and radiometric analysis of a CCD–camera based photogrammetric close-range system*. Ph.D. thesis. Institute of Geodesy and Photogrammetry, ETH Zurich, Switzerland, Mitteilungen No. 51,1992
- [Biasion 2004] A. Biasion, L. Bornaz and F. Rinaudo. *Monitoraggio di eventi franosi in roccia con tecniche di laser-scanner*. Bollettino Sifet, no. 3, pp 47-60, 2004
- [Boelher 2004] W. Boelher and A Marbs. *3D scanning and Photogrammetry for heritage Recording: a Comparison*. 12<sup>th</sup> Int. Conf. on Geoinformatics, Gavle, Sweden, 2004.
- [Börlin 2002] N. Börlin. Improving the robustness of least squares template matching with a line-search algorithm. IAPRS, Vol. 34/5, 2002
- [Brown 1971] D. Brown. *Close-range camera calibration*. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 37(8), pp 855-866,1971
- [Brown 2002] M. Brown and D.G. Lowe. *Invariant features from interest point groups*. British Machine Vision Conference, Cardiff, pp 656-665, 2002
- [Büyüksalih, 2005] Büyüksalih, G. and Li, Z., 2005. Practical experiences with Automatic Aerial Triangulation using different software packages. Photogrammetric Record, 18(102): 131-155

- [Cooper 1996] M.A. Cooper and S. Robson. *Theory of close range photogrammetry*. Close Range Photogrammetry and Machine Vision, K. B. Atkinson (Ed.), Whittles Publishing, Scotland, pp 9-51, 1996
- [D'Apuzzo 2003] N. D'Apuzzo. *Surface Measurement and Tracking of Human Body Parts from Multi Station Video Sequences*. PH. D. thesis, Institute of Geodesy and Photogrammetry, ETH, Zurich, Switzerland, Mitteilungen No. 81, 2003
- [Faugeras 1990] O. Faugeras, P. Fua, B. Hotz, R. Ma L. Robert, M. Thonnat and Z. Zhang. *Quantitative and Qualitative Comparison of some Area and Feature-Based Stereo Algorithms*. Robust Computer Vision – Quality of Vision Algorithm, W. Foerstner and S. Ruwied, pp 1-26; Eds. Witchmann, 1990
- [Feng 2001] Q. Feng, P. Sjogren, O. Stphansson and L. Jing. *Measuring fracture orientation at exposed rock faces by using a non reflector total station*. Engineering Geology, vol. 59, pp. 133-146, 2001
- [Förstner 1987] M. Förstner and E. Gülch. *A fast operator for detection and precise location of distinct points, corners and centres of circular features*. Intercommision Conference on Fast Processing of Photogrammetric Data, Interlaken; Switzerland, pp 281-305, 1987
- [Fraser 2001] C.S: Fraser. *Photogrammetric Camera Component Calibration: A review of Analytical Techniques*. Calibration and Orientation of Camera in computer Vision, A Gruen and T.S. Huang (eds.), Springer-Verlag Berlin Heidelberg, pp 95-121, 2001
- [Fryer 2005] J. Freyer, J.H. Chandler and s. El-Hakim. *Recording and Modelling an Aboriginal cave painting: With or Without Laser Scanning?* IAPRES Vol. 36, 5/W17, Mestre, Italy, 2005
- [Furkuo 2004] E.K. Furkuo and B. King. *Automatic Fusion of Photogrammetric Imagery and Laser Scanner Point Clouds*. IAPRES Vol. 35(4) Istanbul, Turkey, 2004
- [Furukawa 2008] Y. Furukawa and J. Ponce. *Accurate, Dense, and Robust Multi-View Stereopsis*. Technical Report CVR, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2008
- [Grün 1985] A. Grün. *Adaptive least square correlation – a powerful image matching technique*. South African Journal of Photogrammetry, Remote Sensing and Cartography, Vol. 14(3), pp 175-187, 1985
- [Grün 1988] A. Grün and E.P. Baltsavias. *Geometrically Constrained Multiphoto Matching*. PERS, vol. 54, no 5, pp. 663-671, 1988
- [Grün 2003] A. Grün, F. Remondino and L. Zhang. *Modelling and visualization of the Great Buddah statue in Bamiyan, Afghanistan*. IAPRS, Vol. 34 Part 5/W10, Tarasp-Vulpera, Switzerland, 2003
- [Harris 1988] C. Harris and M. Stephens. *A combined corner and edge detector*. Alvey Vision Conference, pp 147-151, 1988

- [Harrison 2000] J.P. Harrison and T.R. Reid. *A semi-automated methodology for discontinuity trace detection in digital images of rock mass exposures*. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, vol. 37, pp. 1073-1089, 2000
- [Habib 2004] A. abib, M Ghanma and M. Tait. *Integration of LIDAR and Photogrammetry for Close Range Applications*, IAPRES Vol. 35(5) Istanbul, Turkey, 2004
- [Kadobayashi 2004] R. Kadobayashi, N Kochi, H Otami and R. Furukawa. *Comparison and Evaluation of Laser Scanning and Photogrammetry and their Combiner Use for Digital Recording of Cultural Heritage*. IAPRES Vol. 35(5) Istanbul, Turkey, 2004
- [Kemeny 2003] J. Kemeny and R. Post. *Estimating three dimensional rock discontinuity orientation from digital images of fracture traces*. Computers and Geosciences, vol. 29, pp. 65-77, 2003
- [Klein 1939] F. Klein. *Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint*. Macmillan, New York, 1939
- [Krauss 1982] K. Krauss. *Photogrammetry*. Ummier/Bonn, vol. 1-2, Germany, 1982
- [Jazayeri, 2008] i. Jazayeri and C.S. Fraser. Interest operators in close-range object reconstruction. The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. Vol. XXXVII, Part B5. Beijing, 2008
- [Lee 2004] I Lee and Y. Choi. *Fusion of Terrestrial Laser Scanner Data and Images for Building Reconstruction*. IAPRES Vol. 35(5) Istanbul, Turkey, 2004
- [Lewis1995] J.P. Lewis. *Fast normalized cross-correlation*. Vision Interface, pp 120-123, 1995
- [Lindberg 1994] T. Lindberg. *Scale-space theory: A basic tool for analysing structures at different scales*. Journal of Applied Statistics. Vol 21(no 2), pp. 225-270, 1994
- [Lowe 1999] D. G. Lowe. *Object recognition from local scale-invariant features*. International Conference on Computer Vision, Corfù, pp 1150-1157, 1999
- [Lowe 2004] D.G. Lowe. *Distinctive image features from scale-invariant keypoints*. International Journal of Computer Vision, 2004
- [Martin 1995] J. Martin and J.L. Crowley. *Experimental comparison of correlation techniques*. In Proc: International Conf. on Intelligence Autonomous Systems, 1995
- [Moravec 1977] H.P. Moravec. *Towards automatic visual obstacle avoidance*. Preceeding of the 5<sup>th</sup> International Joint Conference on Artificial Intelligence, Cambridge, Massachussets, 1977
- [Remondino 2004] F. Remondino, A. Guarnirei and A. Vettore. *3D Modelling of Close-Range Object: Photogrammetry or Laser Scanning?* Videometrics IX – Electronic Imaging – IS&T/SPIE 17<sup>th</sup> Annual Simposium, pp. 216-225, 2004

- [Remondino, 2006] F. Remondino. *Image-based modelling for object and human reconstruction*. PhD dissertation, Institute of Geodesy and Photogrammetry, ETH Zurich, Mitteilungen No. 91, 174pp, 2006
- [Roncella 2006] R. Roncella. *Sviluppo ed Applicazioni di Tecniche di Automazione in Fotogrammetria dei Vicini*. PhD dissertation, Università di Parma, 2006
- [Rosenfeld 1976] A. Rosenfeld, R. Hummler and S. Zucker. *Scene labeling by relaxation operations*. IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics &, pp. 420-433, 1976
- [Rosten 2006] E. Rosten and T. Drummond. *Machine learning for high-speed corner detection*. European Conference on Computer Vision, Graz, Austria, pp. 430-443, 2006
- [Schmid 2000a] C.Schmid and A.Zisserman. *The geometry and matching of lines and curves over multiple views*. International Journal on Computer Vision, 40(3), 199-234, 2000
- [Schmid 2000b] C.Schmid, R. Mohr and C. Bauckhage. *Evaluation of Interest Point Detectors*. International Journal of Computer Vision, 37(2), 151-172, 2000
- [Smith 1997] S.M. Smith and J.M: Brady. SUSAN – A new approach to low level image processing. International Journal of Computer Vision, 37(2), pp. 151-172, 1997
- [Wallis 1976] R. Wallis. *An approach to the space variant restoration and enhancement of images*. Proc. Of Symposium on Current Mathematical Problems in Image Science, Naval Postgraduate School, Monterey, California, 1976
- [Witkin 1983] A. P. Witkin. *Scale-space filtering*. 8<sup>th</sup> International joint Conference on Artificial Intelligence, Karlsruhe, pp 1019-1022, 1983
- [Zhang 1992] Z. Zhang, J. Zhang, X. Wu, H. Zhang. *Global Image Matching with Relaxation Method*. International Colloquium on Photogrammetry, Remote Sensing and Geographic Information Systems, Wuhan, China, pp. 175-186, 1992