# POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Civile, Ambientale e Territoriale

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile



# MODELLAZIONE DEL DEGRADO DI STRUTTURE IN CALCESTRUZZO ARMATO SOGGETTE A CORROSIONE

Relatore: Prof. Fabio BIONDINI

Tesi di laurea di:

Matteo VERGANI

Matr. n. 731217

Anno Accademico 2009-2010

# INDICE

IN	INTRODUZIONE		1
1	I FENOM	IENI DI DEGRADO NELLE STRUTTURE IN CALCESTRUZZO ARMATO	3
	1.1 Introd	luzione	3
	1.2 Caratt	eristiche del cemento	4
	1.2.1	Chimica del cemento Portland	4
	1.2.2	Porosità della pasta di cemento	5
	1.2.3	Cementi di miscela	5
	1.3 Fenor	neni di trasporto nel calcestruzzo	6
	1.3.1	Diffusione	6
	1.3.2	Permeazione	7
	1.3.3	Assorbimento capillare	8
	1.3.4	Trasporto elettroforetico	8
	1.4 Degra	do del calcestruzzo	9
	1.4.1	Degrado di tipo fisico	9
		1.4.1.1 Calore di idratazione	9
		1.4.1.2 Attacco da gelo-disgelo	10
		1.4.1.3 Incendio	11
	1.4.2	Degrado di tipo chimico	12
		1.4.2.1 Attacco solfatico	12
		1.4.2.2 Reazione alcali-aggregati	12
	1.5 Corro	sione delle barre di armatura	13
	1.5.1	Aspetti elettrochimici	13
	1.5.2	Corrosione da carbonatazione	15
	1.5.3	Corrosione da cloruri	18
	1.5.4	Macrocoppie	21
	1.5.5	Infragilimento da idrogeno	21

2	CC	ORROS	IONE DELLE ARMATURE: SPERIMENTAZIONE E MODELLAZIONE	23
	2.1	Introd	uzione	23
	2.2	Fase d	li innesco	25
		2.2.1	Carbonatazione del calcestruzzo	26
		2.2.2	Diffusione dei cloruri	27
	2.3	Inizio	della corrosione	28
		2.3.1	Contenuto critico di cloruri	29
	2.4	Veloc	ità di corrosione	30
	2.5	Effetti	della corrosione sulle armature	38
		2.5.1	Corrosione uniforme	38
		2.5.2	Corrosione localizzata	39
		2.5.3	Riduzione della duttilità	43
		2.5.4	Variazione delle proprietà meccaniche dell'acciaio	44
	2.6	Effetti	della corrosione sul calcestruzzo	46
		2.6.1	Modelli teorici	51
		2.6.2	Modellazione del degrado della resistenza del calcestruzzo fessurato	52
	2.7	Effetti	della corrosione sull'aderenza	58
	2.8	Effetti	della corrosione sul comportamento strutturale	61
3	FC	ORMUI	AZIONE DELL'ANALISI STRUTTURALE	62
	3.1	Introd	uzione	62
	3.2	Mode	llo cinematico e condizioni di congruenza	63
	3.3	Equaz	ioni di equilibrio	67
	3.4	Equaz	ioni di legame	69
	3.5	L'elen	nento di trave in c.a.	70
	3.6	Effetti	geometrici	72
	3.7	Struttu	ara delle matrici dell'elemento	74
	3.8	Equaz	ioni di equilibrio della struttura	76
	3.9	Metod	li di integrazione numerica	79
	3.1	0 Meto	do di soluzione e condizioni di convergenza	81
	3.1	1 Valid	azione dell'analisi sezionale	84
	3.12	2 Valid	azione dell'analisi strutturale	87

# 4 FORMULAZIONE DI UN ELEMENTO DI TRAVE 3D SOGGETTO A CORROSIONE 91

	4.1	Introduzione	91
	4.2	Degrado delle barre di armatura	92
		4.2.1 Diminuzione della sezione resistente	93
		4.2.2 Variazione delle proprietà meccaniche delle armature	96
	4.3	Degrado del calcestruzzo	97
	4.4	Valutazione degli effetti del degrado sul comportamento strutturale	104
		4.4.1 Colonna incastrata alla base	104
		4.4.2 Trave iperstatica	111
	4.5	Esempio di studio dell'evoluzione temporale del degrado	118
5	VA	LIDAZIONE DELL'ELEMENTO DI TRAVE SOGGETTO A CORROSIONE	124
	5.1	Confronto con i risultati sperimentali di Rodriguez et al. (1995)	124
		5.1.1 Travi di tipo 11	124
		5.1.2 Travi di tipo 31	135
		5.1.3 Confronto con i risultati numerici di altri autori	145
	5.2	Confronto con i risultati sperimentali di Castel et al. (2000)	151
6	AN	IALISI DI UN PONTE AD ARCO SOGGETTO A CORROSIONE	153
	6.1	Descrizione della struttura e criteri di modellazione	153
	6.2	Modellazione del degrado per corrosione	158
	6.3	Analisi incrementale fino a collasso	160
	6.4	Analisi della struttura soggetta a degrado per corrosione	164
		6.4.1 Degrado dell'impalcato	164
		6.4.2 Degrado dei tiranti	169
		6.4.3 Degrado dell'arco	171
		6.4.4 Degrado di tutti gli elementi della struttura	173
	6.5	Conclusioni	178
C	ONC	LUSIONI	180
B	IBLI	OGRAFIA	183

## INDICE DELLE FIGURE

Fig.I Esempi di corrosione nelle travi all'interno di un edificio	2
<b>Fig.1.1</b> Andamento della velocità di carbonatazione in funzione dell'umidità relativa del	
calcestruzzo, in assenza di bagnatura ( da Bertolini, 2006)	16
<b>Fig.1.2</b> Profondità di carbonatazione nel tempo ( da Pedeferri et al., 1996)	16
<b>Fig.1.3</b> Velocità di corrosione in funzione dell'umidità relativa ( da Pedeferri et al. 1996)	17
<b>Fig.1.4</b> Rappresentazione schematica della corrosione per pitting ( da Bertolini et al. 2003)	19
<b>Fig.1.5</b> Macrocoppia in una struttura cava immersa in acqua di mare ( da Bertolini 2006)	21
<b>Fig 2 1</b> Evoluzione qualitativa del degrado nel tempo: fase di innesco e di propagazione	21
( da Giøry 2009)	24
<b>Fig 2 2</b> Effetto dello spessore e della qualità del copriferro sul tempo di innesco della	21
corrosione ( da Rasheeduzzafar et al. 1992)	26
<b>Fig.2.3</b> Definizione della concentrazione superficiale di cloruri da un'analisi di	20
regressione di dati sperimentali sulla penetrazione dei cloruri ( da Giøry 2009)	28
<b>Fig 2.4</b> Relazione qualitativa tra contenuto critico di cloruri $(C_{rel})$ condizioni ambientali	20
e qualità del calcestruzzo (da Giøry 2009)	29
<b>Fig 2.5</b> Andamento dell'intensità di corrente in una trave esposta all'atmosfera nel corso	27
di due anni ( da Andrade et al. 2002)	31
<b>Fig 2 6</b> Andamento dell'intensità di corrente in una trave esposta all'atmosfera nel corso	51
di 12 ore dalle nove del mattino alle nove di sera ( da Andrade et al. 2002)	31
<b>Fig 2 7</b> Andamento dell'intensità di corrente in una trave in seguito ad un evento di pioggia	51
(da Andrade et al. 2002)	31
( da Andrade et al. 2002) <b>Fig 2 8</b> Effette del contenuto d'acque sulla resistività del colocitruzzo (de Gigry, 2000)	27
<b>Fig.2.0</b> Effetto del contenuto d'acqua suna resistività del calcestruzzo (da Gjørv, 2009)	52
<b>Fig.2.9</b> Dipendenza dena velocita di corrosione dana resistivita del calcestruzzo:	22
VH = very high, H = high, M = moderate; (da Andrade et al., 2001)	32
<b>Fig.2.10</b> Relazione tra umidita relativa e velocità di corrosione in assenza e	
in presenza di piccoli tenori di cloruri ( da Pedeferri e Bertolini, 1996)	34
Fig.2.11 Relazione tra rapporto molare di CI- e OH- nella soluzione presente nei pori e velocità	à
di corrosione nel caso di strutture aeree e umide ( da Pedeferri e Bertolini, 1996)	34
Fig.2.12 Riduzione della sezione di acciaio per corrosione uniforme	38

Fig.2.13 Immagini di una barra di acciaio soggetta a corrosione accelerata per pitting:			
(a) condizione iniziale; (b) dopo 10 giorni, (c) dopo 20 giorni, (d) dopo 30			
giorni di corrosione accelerata ( da Apostolopoulos et al., 2008)	40		
Fig.2.14 Riduzione della sezione a causa del pitting secondo il modello di Val – Melchers	41		
Fig.2.15 Riduzione della sezione a causa del pitting secondo il modello di Rodriguez	42		
Fig.2.16 Curve carico-allungamento per barre con diverso livello di corrosione			
( espresso come perdita di massa in %) (da Almusallam, 2001)	43		
Fig.2.17 Effetto della corrosione sull'allungamento a rottura delle barre di armatura			
(da Apostolopoulos e Papadakis, 2008)	44		
Fig.2.18 Resistenza residua di barre di armatura corrose (da Du et al.,2005)	45		
Fig.2.19 Volumi relativi del ferro metallico e dei suoi prodotti di corrosione	47		
Fig.2.20 Fessurazione longitudinale e distacco del copriferro in una trave soggetta			
a corrosione	48		
Fig.2.21 Andamento delle fessure in una trave di sezione 150x280 mm, armata con due			
barre superiori di 6 mm e due inferiori di 12 mm, soggetta a corrosione naturale,			
dopo 23 anni ( le parti retinate rappresentano il calcestruzzo distaccato)			
( da Zhang et al., 2009)	48		
Fig.2.22 Scagliatura del calcestruzzo in seguito alla fessurazione indotta dalla corrosione	49		
Fig.2.23 Delaminazione del calcestruzzo in seguito alla fessurazione indotta dalla corrosione	49		
Fig.2.24 Effetti d'angolo legati alla fessurazione indotta dalla corrosione			
Fig.2.25 Relazione tra il rapporto tra copriferro e diametro (c/d) ed il livello di corrosione			
necessario per avere l'inizio della fessurazione ( da Rasheeduzzafar et al., 1990)	50		
Fig.2.26 Relazione tra la penetrazione dell'attacco che produce la prima fessurazione visibile			
(0.05 mm) ed il rapporto (c/d) ( da Alonso et al., 1997)	51		
Fig.2.27 Modello dell'espansione dei prodotti di corrosione attorno alla barra di armatura	52		
Fig.2.28 Stato tensionale conseguente all'espansione dei prodotti di corrosione	52		
Fig.2.29 Espansione dei prodotti di corrosione attorno alla barra di armatura			
( da Maaddawy et al., 2007)	53		
Fig.2.30 Evoluzione dell'ampiezza delle fessure con la riduzione della sezione della barra			
( da Vidal et al., 2004).	57		
Fig.2.31 Variazione della tensione massima di aderenza con il livello di corrosione			
( da Coronelli et al., 2004)	59		
Fig.2.32 Effetto della corrosione sulla tensione di aderenza ( da Cabrera, 1996)	59		

Fig.3.1 Sistema di riferimento locale e componenti di spostamento	63
Fig.3.2 Componenti di deformazione generalizzate	64
Fig.3.3 Componenti di sollecitazione	67
Fig.3.4 Sezione della trave in c.a.: area e posizione delle armature	70
Fig.3.5 Concio infinitesimo dell'elemento di trave inflesso	73
Fig. 3.6 Sistemi di riferimento globale e locale	77
Fig.3.7 Suddivisione dell'elemento in domini isoparametrici e localizzazione dei punti	
di Gauss	80
Fig. 3.8 Diagramma di flusso del procedimento di analisi	83
Fig.3.9 Sezione in c.a. studiata per la validazione dell'analisi sezionale	84
Fig.3.10 Andamento del legame momento-curvatura per azione assiale N=240 kN	85
Fig.3.11 Andamento del legame momento-curvatura per azione assiale N=1200 kN	86
Fig.3.12 Andamento del legame momento-curvatura per azione assiale N=1680 kN	86
Fig.3.13 Geometria della struttura e sezione della colonna	87
Fig.3.14 Diagramma H-a per la colonna	88
Fig.3.15 Geometria della struttura e sezione della colonna	89
Fig.3.16 Diagramma M-a per la colonna	89
Fig.3.17 Geometria della struttura e sezioni del portale	90
Fig.3.18 Diagramma H-a per il portale	90
Fig.4.1 Area rimanente in funzione del livello di danneggiamento:	
$D_0 = 20$ mm, fattore di pitting R=3	94
Fig.4.2 Area rimanente in funzione del livello di danneggiamento:	
$D_0 = 20$ mm, fattore di pitting R=9	94
Fig.4.3 Area rimanente in funzione del diametro della barra, a parità di profondità	
raggiunta dall'attacco corrosivo ( x=0.5 mm)	95
Fig.4.4 Variazione della duttilità con la riduzione della sezione	97
Fig.4.5 Individuazione degli elementi di calcestruzzo che subiscono danneggiamento	
in seguito alla corrosione delle armature	98
Fig.4.6 Individuazione degli elementi di calcestruzzo che subiscono danneggiamento	
in seguito alla corrosione delle armature	98
Fig.4.7 Confronto tra i modelli di degrado del calcestruzzo, calcolo dell'apertura di fessura:	
sezione di larghezza 150 mm, 4 barre di diametro 10 mm, C=30 mm, f <sub>c</sub> =35 MPa	100

Fig.4.8 Confronto tra i modelli di degrado del calcestruzzo, calcolo dell'apertura di fessura:	
sezione di larghezza 300 mm, 4 barre di diametro 20 mm, C=30 mm, fc=35 MPa	101
Fig.4.9 Confronto tra i modelli di degrado della resistenza a compressione del calcestruzzo:	
sezione di larghezza 150 mm, 4 barre di diametro 10 mm, C=30 mm, $f_c$ =35 MPa	101
Fig.4.10 Confronto tra i modelli di degrado della resistenza a compressione del calcestruzzo:	
sezione di larghezza 300 mm, 4 barre di diametro 20 mm, C=30 mm, $f_c$ =35 MPa	102
Fig.4.11 Diagramma di flusso del procedimento di analisi per l'elemento soggetto a degrado	103
Fig.4.12 Geometria della struttura e sezione della colonna	104
Fig.4.13 Diagrammi carico-spostamento al variare del degrado per corrosione uniforme	105
Fig.4.14 Variazione del carico massimo con il livello di danno	105
Fig.4.15 Diagrammi carico-spostamento al variare del degrado per corrosione per pitting	105
Fig.4.16 Variazione del carico massimo con il livello di danno	106
Fig.4.17 Diagrammi carico-spostamento considerando la riduzione di $f_{sy}$	106
Fig.4.18 Variazione del carico massimo con il livello di danno: confronto tra i modelli	107
<b>Fig.4.19</b> Diagrammi carico-spostamento considerando la riduzione di $\varepsilon_{su}$	107
Fig.4.20 Variazione dello spostamento massimo con il livello di danno:	
confronto tra i modelli	107
Fig.4.21 Diagrammi carico-spostamento al variare del degrado per corrosione uniforme	108
Fig.4.22 Variazione del carico massimo con il livello di danno per corrosione uniforme	108
Fig.4.23 Diagrammi carico-spostamento al variare del degrado per pitting	
con degrado di $\varepsilon_{su}$	109
Fig.4.24 Diagrammi carico-spostamento al variare del degrado per corrosione uniforme	
e del degrado del calcestruzzo	109
Fig.4.25 Variazione del carico massimo con il livello di danno: confronto tra i modelli	110
Fig.4.26 Variazione dello spostamento $a(H_{max})$ con il livello di danno:	
confronto tra i modelli	110
Fig. 4.27 Trave iperstatica: geometria della struttura e della sezione	111
Fig.4.28 Deformata della struttura al variare del livello di corrosione delle barre tese	
all'incastro: le curve sono tracciate per $\delta$ =0,0.05,0.1,0.2,0.3,0.4,0.5.La curva	
tratteggiata è riferita al caso di trave in semplice appoggio	112
Fig.4.29 Diagramma del momento flettente al variare del livello di corrosione delle	
barre tese all'incastro: le curve sono tracciate per $\delta$ =0,0.05,0.1,0.2,0.3,0.4,0.5.	
La curva tratteggiata è riferita al caso di trave in semplice appoggio	112

Fig.4.30 Variazione dello spostamento massimo in campata al variare del livello di	
corrosione delle barre tese all'incastro	113
Fig.4.31 Variazione del momento flettente all'incastro al variare del livello di corrosione	
delle barre tese	113
Fig.4.32 Variazione della posizione del punto di momento flettente nullo al variare del	
livello di corrosione delle barre tese	113
Fig.4.33 Variazione del momento flettente all'incastro al variare del livello di corrosione	
delle barre tese: viene evidenziato il punto in cui si ha lo snervamento delle barre	114
Fig.4.34 Deformata della struttura al variare del livello di corrosione delle barre tese e	
compresse all'incastro: le curve sono tracciate per $\delta$ =0,0.02,0.05,0.1,0.2,0.3,0.33.	114
Fig.4.35 Diagramma del momento flettente al variare del livello di corrosione delle barre tes	e
e compresse all'incastro: le curve sono tracciate per $\delta$ =0,0.02,0.05,0.1,0.2,0.3,0.33.	115
Fig.4.36 Variazione dello spostamento massimo in campata al variare del livello di	
corrosione delle barre tese e compresse all'incastro	115
Fig.4.37 Variazione del momento flettente all'incastro al variare del livello di corrosione	
delle barre tese e compresse	115
Fig.4.38 Variazione dello spostamento massimo rispetto a quello iniziale con il	
livello di corrosione	116
Fig.4.39 Variazione del momento all'incastro rispetto a quello iniziale con il livello	
di corrosione	116
Fig.4.40 Deformata della trave per le diverse configurazioni della corrosione	117
Fig.4.41 Diagramma del momento flettente per le diverse configurazioni della corrosione	117
Fig.4.42 Sezione in c.a. studiata nell'esempio	119
Fig.4.43 Concentrazione di cloruri al livello della barra di armatura nel tempo	119
Fig.4.44 Profilo di penetrazione dei cloruri dopo 20 anni, ottenuto con l'equazione (4.17)	120
Fig.4.45 Variazione della velocità di corrosione nel tempo	120
Fig.4.46 Variazione del livello di degrado delle armature nel tempo	121
Fig.4.47 Diagrammi momento-curvatura per la sezione, al variare del tempo	121
Fig.4.48 Variazione del momento resistente nel tempo con corrosione uniforme delle barre	122
Fig.4.49 Diagrammi momento-curvatura per la sezione, al variare del tempo	122
Fig.4.50 Variazione del momento resistente nel tempo con corrosione per pitting delle barre	123
Fig.4.51 Variazione della curvatura ultima nel tempo con corrosione per pitting delle barre	123

Fig.5.1 Trave tipo 11 ( da Rodriguez et al., 1997)	125
Fig.5.2 Disposizione dei carichi durante la prova	126
Fig.5.3 Curve Carico-Spostamento per le travi di tipo 11 ( da Sand et al, 2007)	127
Fig.5.4 Curva Carico-Spostamento per la trave di riferimento 111:	
confronto tra risultati sperimentali e numerici	128
Fig.5.5 Curva Carico-Spostamento per la trave 115 : effetto della riduzione della sezione	
con l'ipotesi di corrosione uniforme (perdita di area del 13.9%)	129
Fig.5.6 Curva Carico-Spostamento per la trave 115 : effetto della riduzione della sezione	
delle armature tenendo conto della profondità di pitting	130
Fig.5.7 Curva Carico-Spostamento per la trave 115 : effetto della riduzione della sezione	
per pitting e del degrado delle proprietà meccaniche del calcestruzzo	131
Fig.5.8 Curva Carico-Spostamento per la trave 114 : effetto della corrosione con riduzione	
della sezione per pitting e delle proprietà meccaniche dell'acciaio e del calcestruzzo	132
Fig.5.9 Curva Carico-Spostamento per la trave 113 : effetto della corrosione con riduzione	
della sezione per pitting e delle proprietà meccaniche dell'acciaio e del calcestruzzo	132
Fig.5.10 Curva Carico-Spostamento per la trave 116 : effetto della corrosione con riduzione	
della sezione per pitting e delle proprietà meccaniche dell'acciaio e del calcestruzzo	) 133
Fig.5.11 Curve Carico-Spostamento ottenute con le simulazioni numeriche delle prove	
sperimentali per le travi di tipo 11	134
Fig.5.12 Trave tipo 31 (da Rodriguez et al., 1997)	135
Fig.5.13 Curve Carico-Spostamento per le travi di tipo 31 ( da Sand et al, 2007)	136
Fig.5.14 Curva Carico-Spostamento per la trave di riferimento 311: confronto tra risultati	
sperimentali e numerici	137
Fig.5.15 Curva Carico-Spostamento per la trave 313 : corrosione uniforme	138
Fig.5.16 Curva Carico-Spostamento per la trave 313 : corrosione per pitting e	
degrado del calcestruzzo secondo il modello di Vidal per la stima di $w$	139
Fig.5.17 Curva Carico-Spostamento per la trave 313 : corrosione uniforme	
( profondità massima raggiunta solo in 2 delle 4 barre) e degrado del	
calcestruzzo secondo DuraCrete (senza spalling)	139
Fig.5.18 Curva Carico-Spostamento per la trave 313 : corrosione uniforme e spalling del	
calcestruzzo del copriferro superiore	140

141
142
142
143
145
146
146
147
147
148
149
149
150
152
152
153
154

Fig.6.3 Travi e traversi dell'impalcato	154
Fig.6.4 Sezione trasversale del ponte ( da Franciosi, 1958)	155
Fig.6.5 Sezione trasversale dell'impalcato	155
Fig.6.6 Sezioni dell'arco e della trave principale	155
Fig.6.7 Sezioni della trave longitudinale centrale e dei traversi dell'impalcato	156
Fig.6.8 Carico uniforme sulla superficie dell'impalcato	157
Fig.6.9 Corrosione delle travi IPN600	158
Fig.6.10 Degrado dell'area delle travi IPN 600 in funzione della penetrazione della	
corrosione	159
Fig.6.11 Curve carico-spostamento ottenute trascurando la resistenza a trazione del cls	160
Fig.6.12 Curve $\lambda$ -s/s <sub>0</sub> ottenute trascurando la resistenza a trazione del cls	161
Fig.6.13 Curve carico-spostamento ottenute considerando la resistenza a trazione del cls	161
Fig.6.14 Curve $\lambda$ -s/s <sub>0</sub> ottenute considerando la resistenza a trazione del cls	162
Fig.6.15 Spostamenti ed azioni interne nella struttura sotto il carico permanente	
( g=8kN/m <sup>2</sup> ) e sotto il carico massimo ( g+ $\lambda$ q=48.9 kN/m <sup>2</sup> )	163
Fig.6.16 Evoluzione del degrado nella trave della catena	165
Fig.6.17 Curve carico-spostamento relative al nodo di mezzeria della trave principale	165
Fig.6.18 Curve carico-spostamento relative al nodo di mezzeria della trave	
centrale dell'impalcato	166
Fig.6.19 Curve $\lambda$ -s/s <sub>0</sub> relative al nodo di mezzeria della trave principale	166
Fig.6.20 Variazione dello spostamento massimo della trave principale con il livello di	
corrosione delle travi IPN 600 e delle barre di armatura ( g+ $\lambda$ q=20 kN/m <sup>2</sup> )	167
Fig.6.21 Variazione dello spostamento massimo della trave principale con il livello di	
corrosione delle travi IPN 600 e delle barre di armatura ( g+ $\lambda$ q=40 kN/m <sup>2</sup> )	167
Fig.6.22 Variazione del moltiplicatore del carico di collasso con il livello di corrosione	168
<b>Fig.6.23</b> Curve carico-spostamento con corrosione dei tiranti ( $\delta$ =0.3)	169
<b>Fig.6.24</b> Andamento del momento flettente nell'arco con corrosione dei tiranti ( $\delta$ =0.3)	170
<b>Fig.6.25</b> Curve carico-spostamento con corrosione dei tiranti ( $\delta$ =0.4)	170
Fig.6.26 Andamento del momento flettente nell'arco e degli spostamenti verticali con	
corrosione dei tiranti ( $\delta$ =0.3), sotto il carico di collasso	170
Fig.6.27 Variazione dello spostamento massimo nella trave principale con il livello di	
corrosione dei tiranti ( $g+\lambda q=14$ kN/m <sup>2</sup> )	171
<b>Fig.6.28</b> Curve carico-spostamento con degrado per corrosione dell'arco ( $\delta$ =0.5)	172

Fig.6.29	Variazione dello spostamento massimo nella trave principale con il livello di	
	degrado per corrosione dell'arco ( $g+\lambda q=30 \text{ kN/m}^2$ )	172
Fig.6.30	Curve carico-spostamento con degrado per corrosione dell'intera struttura	
	( δ=0.05; x=1 mm)	173
Fig.6.31	Curve carico-spostamento con degrado per corrosione dell'intera struttura	
	$(\delta = 0.1; x = 2mm)$	174
Fig.6.32	Curve carico-spostamento con degrado per corrosione dell'intera struttura	
	( δ=0.2; x=4 mm)	174
Fig.6.33	Curve carico-spostamento con degrado per corrosione dell'intera struttura	
	( δ=0.3; x=6mm)	175
Fig.6.34	Curve carico-spostamento con degrado per corrosione dell'intera struttura	
	( δ=0.4; x=8mm)	175
Fig.6.35	Curve carico-spostamento con degrado per corrosione dell'intera struttura	
	( δ=0.5; x=10 mm)	176
Fig.6.36	Variazione dell'azione assiale massima nell'arco e nella trave principale con	
	il livello di corrosione	177
Fig.6.37	Variazione del moltiplicatore del carico di collasso con il livello di corrosione	177

#### INDICE DELLE TABELLE

Tab1.1 Componenti del cemento Portland ( da Collepardi, 2003)	4
<b>Tab.1.2</b> Classi di esposizione in relazione alle condizioni ambientali ( da EC2)	11
<b>Tab.1.3</b> Classi di esposizione in relazione alle condizioni ambientali ( da EC2)	18
<b>Tab.1.4</b> Classi di esposizione in relazione alle condizioni ambientali ( da EC2)	20

**Tab.2.1** Valori di concentrazione di  $CO_2$  misurati in diversi ambienti ( da Saetta et al., 2004)27

Tab.2.2 Valori del tempo di bagnato w<sub>t</sub> e della resistività media annua per diverse tipologie di clima ( le caratteristiche climatiche sono indicate come alternative).
( da Andrade et al., 2001) 33

# **Tab2.3** Velocità di corrosione in funzione del contenuto di cloruri e dell'umidità relativa( da Assinnata, 2006)

**Tab.2.4** Velocità di corrosione in funzione del contenuto di cloruri ( da Assinnata, 2006)34**Tab.2.5** Velocità di corrosione in calcestruzzo carbonatato ed esposto a cloruri

(da RILEM, 1996)

35

34

<b>Tab.2.6</b> Valori medi ( $\mu$ ) o caratteristici (k) delle distribuzioni statistiche dei parametri	
necessari alla valutazione della velocità di corrosione ( da DuraCrete, 1998)	37
Tab.2.7 Classificazione qualitativa della velocità di corrosione	37
Tab.2.8 Parametri statistici per il fattore di pitting ( da Stewart, 2008)	39
Tab.2.9 Caratteristiche dei prodotti di corrosione ( da Chen et al., 2008)	47
Tab.5.1 Risultati della corrosione accelerata ( da Rodriguez et al., 1997)	126
Tab.5.2 Caratteristiche meccaniche assunte per il calcestruzzo	127
Tab.5.3 Caratteristiche meccaniche assunte per l'acciaio di armatura	128
Tab.5.4 Risultati della corrosione accelerata ( da Rodriguez et al., 1997)	135
Tab.5.5 Caratteristiche meccaniche assunte per il calcestruzzo	136
Tab.5.6 Caratteristiche meccaniche assunte per l'acciaio di armatura	137
Tab.6.1 Proprietà meccaniche del calcestruzzo	156
Tab.6.2 Proprietà meccaniche dell'acciaio	156
Tab.6.3 Valori massimi delle sollecitazioni assiale e flettente nell'arco e nella trave	
principale	162
Tab.6.4 Effetto della corrosione sulla riduzione della sezione delle travi IPN 600	164
Tab.6.5 Carico di collasso ed azioni assiali nell'arco e nella catena al variare	
del livello di corrosione delle travi dell'impalcato	168
Tab.6.6 Carico di collasso ed azioni assiali nell'arco e nella trave principale al variare	
del livello di corrosione	176
Tab.6.6 Carico di collasso e momento flettente massimo nell'arco e nella trave principale	
al variare del livello di corrosione	177

# Abstract

Tra i fenomeni di degrado che coinvolgono le strutture in calcestruzzo armato, la corrosione è certamente il più rilevante per le conseguenze strutturali. Lo studio della letteratura e delle indagini sperimentali riguardanti i diversi aspetti del fenomeno della corrosione, consentono di avere un quadro il più possibile completo su quella che è l'evoluzione della corrosione all'interno della struttura, dalla fase di innesco fino alle diverse forme di degrado che coinvolgono i materiali.

Il metodo di analisi non lineare e la formulazione ad elementi finiti di trave in tre dimensioni sono alla base del codice di calcolo utilizzato per la simulazione del comportamento delle strutture soggette a corrosione. I risultati sperimentali ed i modelli teorici presenti in letteratura vengono utilizzati per definire gli indici di danneggiamento delle diverse proprietà delle sezioni e dei materiali soggetti alla corrosione. Verranno mostrati gli effetti del degrado su alcune semplici strutture ed anche come sia possibile estendere il modello all'analisi nel tempo di una struttura soggetta a degrado. Il modello proposto sarà validato mediante il confronto con prove di laboratorio condotte su travi di medie dimensioni con armature corrose, mostrando come il comportamento registrato nelle prove in termini di curve carico-spostamento riesca ad essere simulato dal modello.

Il modello sviluppato può trovare applicazione anche nello studio di strutture complesse, come dimostra l'analisi strutturale, eseguita in tre dimensioni, di un ponte ad arco soggetto a corrosione.

# INTRODUZIONE

Il presente lavoro si propone di studiare il comportamento di strutture in calcestruzzo armato soggette a degrado. Tra i meccanismi che portano al degrado delle strutture in c.a., la corrosione delle armature è la causa principale di danneggiamento. Gli elevati costi diretti ed indiretti conseguenti alla corrosione delle armature nelle infrastrutture hanno portato negli ultimi anni allo sviluppo di metodi di ispezione delle strutture esistenti e di metodi per valutare le conseguenze strutturali della corrosione. Vi è quindi un bisogno crescente di sviluppare modelli affidabili per calcolare la rigidezza e la resistenza delle strutture deteriorate.

L'obiettivo del lavoro è quindi quello di sviluppare un modello basato sul metodo degli elementi finiti per simulare la risposta meccanica delle strutture in c.a. soggette alla corrosione delle barre di armatura. L'attenzione verrà focalizzata sulla valutazione degli effetti di assegnati livelli di corrosione sul comportamento della struttura, piuttosto che sulla modellazione del processo diffusivo che conduce all'innesco ed alla propagazione della corrosione. Con questi obiettivi, il fenomeno della corrosione verrà studiato in modo approfondito, con un'accurata ricerca bibliografica, prendendo in considerazione anche i numerosi studi sperimentali condotti negli ultimi anni sull'argomento.

Nel Capitolo 1 verranno analizzate le principali forme di degrado che, oltre alla corrosione, coinvolgono le strutture in c.a., studiandone le cause, i fattori che le influenzano maggiormente in relazione ai materiali ed all'ambiente, i metodi per limitarne le conseguenze.

Nel Capitolo 2 si procederà con lo studio della letteratura e delle indagini sperimentali riguardanti i diversi aspetti del fenomeno della corrosione, in modo da avere un quadro il più possibile completo su quella che è l'evoluzione della corrosione all'interno della struttura, dalla fase di innesco fino alle diverse forme di degrado che coinvolgono i materiali.

Nel Capitolo 3 si presenteranno il metodo di analisi non lineare e la formulazione ad elementi finiti di trave alla base del codice di calcolo che sarà utilizzato nelle applicazioni successive.

Nel Capitolo 4 i risultati sperimentali ed i modelli teorici presenti in letteratura saranno utilizzati con lo scopo di definire indici di danneggiamento per le diverse proprietà delle sezioni e dei materiali soggetti alla corrosione, mostrando gli effetti del degrado su alcune semplici strutture ed anche come sia possibile estendere il modello all'analisi nel tempo di una struttura soggetta a degrado.

Nel Capitolo 5 il modello proposto verrà validato mediante il confronto con prove di laboratorio condotte su travi di medie dimensioni con armature corrose, mostrando come il comportamento registrato nelle prove in termini di curve carico-spostamento riesca ad essere simulato dal modello.

Nel Capitolo 6 si mostrerà come il modello sviluppato possa trovare applicazione anche nello studio di strutture complesse, eseguendo l'analisi strutturale di un ponte ad arco in c.a., modellato in tre dimensioni.

Le foto di Figura I ( scattate per caso dal sottoscritto, a dimostrazione di quanto il problema della corrosione sia diffuso) mostrano travi prefabbricate in c.a. ormai in avanzato stato di degrado, al quale in teoria non si dovrebbe giungere, se la struttura è ben progettata. Si distinguono chiaramente i segni del degrado sotto forma di fessure longitudinali parallele alle barre e si vedono i segni dell'ossidazione del metallo. Nella maggior parte delle travi il copriferro è stato ormai espulso: le barre di armatura risultano così esposte direttamente all'ambiente e la corrosione può procedere.



Fig. I Esempi di corrosione nelle travi all'interno di un edificio

# CAPITOLO 1 I FENOMENI DI DEGRADO NELLE STRUTTURE IN CALCESTRUZZO ARMATO

# 1.1 Introduzione

Per comprendere le cause e le modalità di sviluppo del degrado negli elementi strutturali realizzati in calcestruzzo armato è necessario analizzare gli aspetti fondamentali a livello chimico e fisico che caratterizzano il materiale ed i processi che in esso possono avere luogo. Nell'analisi strutturale si considerano solitamente solo le proprietà meccaniche dei materiali ( resistenza a compressione e a trazione del calcestruzzo e dell'acciaio, moduli elastici) senza porre attenzione alle conseguenze che l'esposizione all'ambiente durante l'esercizio può avere sull'effettivo comportamento strutturale nel tempo. Gli sbalzi termici, ad esempio, provocano fessurazione e distacco del calcestruzzo soggetto a cicli di gelo-disgelo. I solfati possono alterare

direttamente la composizione chimica del materiale e comprometterne le proprietà meccaniche.

Il calcestruzzo è un materiale poroso, quindi non è impermeabile alle sostanze presenti nell'ambiente in cui si trova: alcuni elementi chimici possono penetrare all'interno della struttura e interagire con i componenti del materiale, diffondendosi al suo interno, fino a raggiungere le barre di armatura.

Tra i molteplici fenomeni di degrado cui sono esposte le strutture in calcestruzzo armato, è proprio la corrosione delle armature il più importante e pericoloso per la sicurezza.

L'alcalinità del calcestruzzo consente alle barre di armatura di rivestirsi di un film di passività che impedisce l'inizio della corrosione, ma l'interazione con l'anidride carbonica presente nell'ambiente (carbonatazione) o la penetrazione dei cloruri possono creare le condizioni per l'innesco e la propagazione del fenomeno.

Nel primo caso il pH scende a valori prossimi alla neutralità, non consentendo la condizione di passività delle armature che quindi si corrodono in modo uniforme, mentre nel secondo caso i cloruri rompono il film protettivo ed innescano una corrosione localizzata (pitting).

Si studiano quindi le cause ed i fattori ambientali che influenzano i fenomeni alla base del degrado del calcestruzzo ed il ruolo che hanno le proprietà del materiale nello sviluppo di questi processi. In molti casi la vita utile di una struttura può essere garantita con semplici regole sugli spessori minimi di copriferro e sulla resistenza del calcestruzzo, a patto che le fasi di messa in opera e maturazione siano curate adeguatamente. In alcuni ambienti invece l'aggressività è tale da non consentire il normale esercizio per tutta la vita utile prevista in fase di progetto, fino a compromettere la sicurezza strutturale.

Con riferimento alla letteratura in materia (Pedeferri, Bertolini, 1996; Bentur, Diamond, Berke, 1997; Broomfield, 1997; Bertolini, Elsener, Pedeferri, Polder, 2003; Collepardi, 2003; Bertolini, 2006) si richiamano in questo capitolo gli aspetti fondamentali dei processi di degrado che coinvolgono il calcestruzzo armato, con particolare attenzione alla corrosione delle armature.

# 1.2 Caratteristiche del cemento

## 1.2.1 Chimica del cemento Portland

Il cemento è una polvere minerale che, unita all'acqua, forma una pasta che indurisce grazie alle reazioni di idratazione. La struttura e la composizione della pasta cementizia determinano la resistenza del calcestruzzo, non solo meccanica, ma anche ai diversi tipi di degrado. Il cemento più utilizzato è quello di tipo Portland, i cui componenti principali sono riportati nella Tabella 1.1.

Componente	Formula chimica	Percentuale in peso
Silicato tricalcico	$C_3S = 3CaO \cdot SiO_2$	45-60%
Silicato bicalcico	$C_2S = 2CaO \cdot SiO_2$	5-30%
Alluminato tricalcico	$C_3A = 3CaO \cdot Al_2O_3$	6-15%
Ferroalluminato tetracalcico	$C_4AF = CaO \cdot Al_2O_3 \cdot Fe_2O_3$	6-8%
Gesso	$CS = CaSO_4 \cdot 2H_2O$	3-5%

**Tab1.1** Componenti del cemento Portland ( da Collepardi, 2003)

Le reazioni di idratazione, che coinvolgono  $C_3S$  e  $C_2S$ , sono le seguenti:

 $2C_3S+6H = C_3S_2H_3 + 3Ca(OH)_2$ 

 $2C_2S+4H = C_3S_2H_3 + Ca(OH)_2$ 

Il prodotto dell' idratazione di  $C_3S$  e  $C_2S$ , indicato con la sigla C-S-H (calcio silicato idrato), costituisce il 50-60% della pasta completamente idratata ed è formato da particelle colloidali che si aggregano creando una struttura con un'elevata superficie specifica e spazi interstiziali molto ridotti (< 2nm), da cui dipende la resistenza meccanica del calcestruzzo. La reazione produce anche cristalli di idrossido di calcio (portlandite), presenti in percentuale del 20-25%, che conferiscono al calcestruzzo il pH alcalino fondamentale per la passivazione delle armature.

Durante la reazione di idratazione si sviluppa calore, che può portare a fessurazioni durante il getto in strutture massicce, a causa della differenza di temperatura tra il nucleo del getto e la superficie.

#### 1.2.2 Porosità della pasta di cemento

Il gel C-S-H presenta pori della dimensione di pochi nm, quindi ininfluenti sulla resistenza meccanica e sulla durabilità del calcestruzzo, perché non permettono il passaggio degli agenti aggressivi.

I pori capillari, invece, hanno diametro da 10 a 50 nm, fino a  $3-5 \mu m$  se il rapporto a/c è elevato oppure vi è un basso grado di idratazione.

I vuoti dovuti all'aria intrappolata, se introdotti accidentalmente per un difettoso costipamento, possono raggiungere dimensioni di alcuni mm, mentre sono dell'ordine di 0.05-0.2 mm se ottenuti tramite additivi aeranti per contrastare l'azione del gelo-disgelo.

Per la durabilità i pori capillari, in particolare i macropori (di dimensioni maggiori di 50 nm), sono importanti perché consentono la penetrazione degli agenti aggressivi all'interno del calcestruzzo. Al crescere del grado di idratazione, quindi della stagionatura, ed al diminuire del rapporto a/c, diminuisce il volume dei pori ed anche la loro dimensione. Una diminuzione della porosità quindi, non solo aumenta la resistenza meccanica del calcestruzzo, ma rallenta i processi di penetrazione degli agenti aggressivi.

#### 1.2.3 Cementi di miscela

Le caratteristiche della pasta cementizia possono essere modificate aggiungendo al cemento portland alcune sostanze minerali, che migliorano la resistenza alla penetrazione delle sostanze dall'esterno, riducendo la dimensione dei pori.

Le aggiunte pozzolaniche, ossia di materiali contenenti silice amorfa, come le ceneri volanti o il fumo di silice, presentano particelle di dimensioni molto ridotte rispetto a quelle del cemento portland. La silice reagisce con la calce prodotta dall'idratazione del portland e con l'acqua formando C-S-H con una struttura più fine. La reazione di idratazione è più lenta, quindi è più lento lo sviluppo del calore. Il tempo di maturazione necessario è però più lungo rispetto a quello del cemento portland.

L'utilizzo dei cementi di miscela porta inoltre ad una minore produzione di alcali, che vengono consumati dall'idratazione delle aggiunte.

# 1.3 I fenomeni di trasporto nel calcestruzzo

Nel calcestruzzo, attraverso i pori, possono penetrare gas presenti nell'atmosfera e sostanze liquide, come l'acqua, contenenti ioni di diverso tipo.

Nel processo di corrosione delle armature, ad esempio, è fondamentale il trasporto dell'anidride carbonica, dell'ossigeno, dei cloruri e della corrente elettrica.

Le condizioni ambientali locali sulla superficie, la presenza di fessure, la porosità e lo spessore del copriferro, i legami tra le specie che penetrano e quelle presenti nel calcestruzzo, sono i fattori dai quali dipende la cinetica dei fenomeni del degrado. Interessa quindi conoscere le modalità con cui avviene il trasporto delle diverse sostanze nel calcestruzzo.

I meccanismi di trasporto principali sono i seguenti:

- diffusione
- permeazione
- assorbimento capillare
- trasporto elettroforetico

## 1.3.1 Diffusione

Il trasporto per diffusione avviene a causa di un gradiente di concentrazione: una sostanza si muove attraverso i pori da una regione in cui è presente in concentrazione più elevata (ad esempio la superficie del materiale) ad una in cui la sua concentrazione è più bassa. La prima legge di Fick, che descrive la diffusione stazionaria unidirezionale, è la seguente:

$$F = -D\frac{dC}{dx} \tag{1.1}$$

in cui *C* è la concentrazione della specie che diffonde (kg/m<sup>3</sup>), *D* è il coefficiente di diffusione per la specie considerata (m<sup>2</sup>/s) ed *F* (kg/m<sup>2</sup>s) è il flusso, costante nel tempo.

La diffusione dei gas è favorita nei pori contenenti aria, mentre la diffusione degli ioni può avvenire solo attraverso l'acqua nei pori.

Il fenomeno della diffusione in una struttura reale, oltre a dipendere da diversi fattori legati al materiale ed all'ambiente, non è certamente costante nel tempo.

Si può descrivere il flusso unidirezionale non stazionario tramite la seconda legge di Fick:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \tag{1.2}$$

Assumendo che la concentrazione della specie che diffonde rimanga costante nel tempo sulla superficie ( $C = C_s$ ) e che anche D sia una proprietà del materiale costante nel tempo, ipotizzando che all'inizio il materiale non contenga la specie che diffonde (C=0, t=0) si può ottenere la soluzione:

$$\frac{C}{C_s} = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{D \cdot t}}\right) \tag{1.3}$$

Questa soluzione viene utilizzata anche per stimare il coefficiente di diffusione dei cloruri adattando il profilo teorico ai risultati di prove sperimentali su campioni estratti da strutture esposte ai cloruri.

#### 1.3.2 Permeazione

La permeazione è dovuta ad un gradiente di pressione. Il flusso di un liquido attraverso un elemento di sezione *A* e spessore *L* segue la legge di Darcy:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{K \cdot \Delta P \cdot A}{L \cdot \mu} \tag{1.4}$$

in cui  $\mu$  è la viscosità del fluido (Ns/m<sup>2</sup>),  $\Delta P/L$  è il gradiente di pressione (Pa/m), *K* è il coefficiente di permeabilità intrinseco del materiale (m<sup>2</sup>).

La permeabilità della pasta cementizia dipende dalla porosità capillare, quindi il coefficiente di permeabilità diminuisce al diminuire del rapporto a/c e all'aumentare della maturazione.

Con a/c = 0.75 si ottiene un coefficiente di permeabilità all'acqua molto alto ( $10^{-10}$  m/s), mentre con a/c = 0.45 si scende a  $10^{-12} \div 10^{-11}$  m/s.

#### 1.3.3 Assorbimento capillare

L'acqua può essere assorbita dai pori sulla superficie del calcestruzzo per effetto di forze capillari. Queste forze aumentano al diminuire delle dimensioni del poro e della viscosità del liquido.

La superficie del calcestruzzo non è idrorepellente, quindi l'angolo di contatto tra il liquido e le pareti del poro è basso e può avvenire la risalita capillare. Si può valutare sperimentalmente il volume di liquido assorbito per unità di area bagnata  $i (mm^3/mm^2)$  nel tempo:

$$i = S \cdot \sqrt{t} \tag{1.5}$$

S è espressa in mm/min<sup>0.5</sup> e varia tra 0.1 per calcestruzzi poco porosi, come quelli ad alta resistenza, e 0.3 per calcestruzzi molto porosi.

#### 1.3.4 Trasporto elettroforetico

I campi elettrici all'interno del calcestruzzo possono essere generati dai fenomeni corrosivi per pitting o per macrocoppie oppure da correnti provenienti dall'esterno (correnti disperse).

La differenza di tensione prodotta dal campo elettrico tra due punti del materiale determina il movimento degli ioni presenti nella soluzione contenuta nei pori. Il movimento di ioni positivi nel verso della corrente e di ioni negativi nel verso opposto causa un trasporto di materia in interazione con il processo diffusivo, che invece tende a ripristinare una distribuzione uniforme. La resistenza opposta al passaggio di corrente è definita come:

$$R = \int_0^l \frac{\rho \cdot dl}{S} \tag{1.6}$$

in cui *l* è lo spessore, *S* la sezione e  $\rho$  è la resistività ( $\Omega$ cm).

La resistività dipende dalle specie ioniche presenti nel liquido contenuto nei pori e dal contenuto d'acqua. Aumentando l'umidità del materiale, può diminuire la sua resistività di diversi ordini di grandezza. La resistività di un materiale poroso come il calcestruzzo è molto più elevata di quella di una soluzione libera con la stessa composizione del liquido presente nei pori, perché gli ioni dovranno compiere un percorso tortuoso, che li può portare a muoversi in direzione opposta a quella del campo elettrico.

La velocità di corrosione delle armature diminuisce all'aumentare della resistività del calcestruzzo.

### 1.4 Degrado del calcestruzzo

Il degrado del calcestruzzo può essere causato da fattori di tipo fisico, chimico, o meccanico che agiscono direttamente sul materiale modificandone le proprietà: questo può portare in alcuni casi a creare le condizioni favorevoli per la corrosione delle armature. In altri casi è invece la corrosione, innescata da altri fattori, che provoca il successivo danneggiamento del calcestruzzo.

#### 1.4.1 Degrado di tipo fisico

Il degrado di tipo fisico dipende essenzialmente dalle variazioni di temperatura che possono nascere all'interno della struttura:

-variazioni termiche dovute al calore di idratazione

-variazioni termiche naturali (gelo-disgelo)

-variazioni termiche artificiali ( incendi)

#### 1.4.1.1 Calore di idratazione

Le reazioni di idratazione sono esotermiche, quindi il processo di idratazione produce un sensibile sviluppo di calore. Il calore relativo all'idratazione del  $C_3S$  è circa doppio rispetto a quello del  $C_2S$ , mentre è massimo quello del  $C_3A$ . Tenendo conto delle percentuali in cui sono presenti queste componenti, il calore di idratazione del cemento portland può variare da 380 a 500 kJ/kg.

Il calore può provocare problemi negli elementi di grande spessore, poiché durante il getto si possono verificare differenze di temperatura importanti tra la superficie, che scambia calore con l'ambiente e quindi si raffredda, ed il nucleo del getto, che raggiunge invece temperature elevate. La differenza di temperatura tra la parte esterna, che tende a contrarsi, e quella interna, che tende ad espandersi, provoca sforzi di trazione. Il massimo  $\Delta T$  si raggiunge dopo alcuni giorni dal getto: se la differenza supera i 20-25°C, la superficie del calcestruzzo si può fessurare.

#### 1.4.1.2 Attacco da gelo - disgelo

Quando l'acqua contenuta nei pori congela, aumenta di volume, generando sforzi di trazione in grado di provocare fessure e distacchi del calcestruzzo, fino a disgregarlo completamente.

Il congelamento avviene in modo graduale dalla superficie verso l'interno, data la bassa conducibilità termica del calcestruzzo e la presenza di ioni che abbassano la temperatura di congelamento. Nei pori di dimensioni maggiori l'acqua congela prima rispetto a quelli più piccoli in cui invece sono necessarie temperature molto basse perché questo avvenga (-35°C nei pori del gel C-S-H). L'azione del gelo si risente quindi soprattutto nei pori capillari, che si saturano rapidamente di acqua, mentre le bolle d'aria inglobate con l'utilizzo di additivi aeranti, distribuite in modo uniforme e quindi facilmente accessibili, permettono all'acqua nei pori di aumentare di volume senza causare danni al materiale.

Secondo la teoria proposta da Powers, il ghiaccio che si forma nei pori capillari manda in pressione l'acqua ancora liquida, che quindi viene spinta nei pori vicini se sono vuoti o parzialmente vuoti. La pressione aumenta al diminuire del diametro dei pori, all'aumentare della distanza che l'acqua deve percorrere per raggiungere i vuoti o l'esterno, all'aumentare della velocità di formazione del ghiaccio: un congelamento rapido porta ad un danno maggiore.

La resistenza al gelo si determina in base al numero di cicli di gelo-disgelo che il calcestruzzo può sopportare prima di raggiungere un certo livello di degrado in termini di perdita di massa o di diminuzione del modulo elastico. Si può definire un valore critico del grado di saturazione dei pori ( quando circa l'80-90% del volume dei pori è saturo d'acqua) al di sotto del quale il calcestruzzo può sopportare un elevato numero di cicli, mentre al di sopra bastano pochi cicli per danneggiarlo.

Per resistere all'attacco del gelo il calcestruzzo dovrà avere un basso rapporto a/c ed una adeguata stagionatura per ridurre la porosità capillare. L'aggiunta di additivi aeranti porta ad un volume d'aria intrappolata del 4-7%, che causa una diminuzione della resistenza a compressione (1'1% di aria inglobata porta ad una diminuzione del 5% nella resistenza a compressione), quindi è necessario diminuire il rapporto a/c per garantire la stessa resistenza che si avrebbe in assenza di additivi.

L'effetto dei cicli di gelo-disegelo diventa rilevante in ambienti molto freddi e umidi, in cui la formazione del ghiaccio avviene molto rapidamente.

La normativa EN 206-1 individua le seguenti classi di esposizione ai cicli di gelo-disgelo, riassunte nella Tabella 1.2, in ordine crescente di pericolosità.

Classe	Descrizione dell'ambiente	Esempi
XF1	Moderata saturazione d'acqua, senza impiego di agente antigelo	Superfici verticali di calcestruzzo esposte alla pioggia e al gelo
XF2	Moderata saturazione d'acqua, con uso di agente antigelo	Superfici verticali di calcestruzzo di strutture stradali esposte al gelo e ad agenti antigelo
XF3	Elevata saturazione d'acqua, senza antigelo	Superfici orizzontali di calcestruzzo, esposte alla pioggia ed al gelo
XF4	Elevata saturazione d'acqua, con antigelo oppure acqua di mare	Strade e impalcati da ponte esposti agli agenti antigelo Superfici di calcestruzzo esposte direttamente ad agenti antigelo ed al gelo Zone di strutture marine soggette a spruzzi ed esposte al gelo

Tab.1.2 Classi di esposizione in relazione alle condizioni ambientali ( da EC2)

La presenza degli agenti antigelo ( cloruro di sodio o di calcio) fa sì che si riducano gli effetti diretti dei cicli di gelo-disgelo sul calcestruzzo ( si abbassa la temperatura di congelamento) ma l'alta concentrazione superficiale di cloruri diventa determinante per i meccanismi di innesco della corrosione.

## 1.4.1.3 Incendio

Il calcestruzzo ha una bassa conducibilità termica, quindi l'effetto dell'incendio è rilevante sulla superficie, mentre la parte più interna, quindi anche le armature, sono protette dal fuoco.

Sopra i 300°C la pasta cementizia subisce un notevole ritiro dovuto all'allontanamento dell' acqua nel gel e quindi alla decomposizione dei prodotti di idratazione, mentre gli aggregati si espandono. Tra i 450 e i 550°C si ha la decomposizione della portlandite, mentre a 575°C si verifica l'espansione del quarzo presente negli aggregati silicei. A questo punto si ha il distacco del copriferro, con un'improvvisa perdita di resistenza.

L'acqua presente nei pori più profondi può evaporare: se il vapore non riesce a raggiungere la superficie può causare la fessurazione del calcestruzzo o portare ad un comportamento esplosivo con il distacco di frammenti superficiali nel caso di calcestruzzi ad alta resistenza. Il danno subito dal materiale cresce all'aumentare della massima temperatura raggiunta durante l'incendio e del tempo di esposizione ad alta temperatura.

#### 1.4.2 Degrado di tipo chimico

#### 1.4.2.1 Attacco solfatico

Questa forma di degrado si può manifestare nel calcestruzzo a contatto con acqua o terreno contenente ioni solfato, che penetrano nel calcestruzzo reagendo con l'idrossido di calcio per formare gesso ( $CaSO_4 \cdot 2H_2O$ ). La trasformazione della calce in gesso comporta una perdita di resistenza meccanica del calcestruzzo. Inoltre, il gesso può reagire con gli alluminati formando composti espansivi come l'ettringite.

Le conseguenze dell'espansione sono la fessurazione e la disgregazione del calcestruzzo. La pericolosità dell'attacco solfatico dipende dal contenuto dei solfati nell'acqua o nel terreno ed è maggiore nell'acqua, a parità di concentrazione. Nei cementi di miscela l'effetto espansivo è molto limitato rispetto a quello che si ha nel cemento portland: la bassa permeabilità, quindi anche un basso rapporto a/c, è il modo migliore per contrastare questo tipo di attacco. In situazioni particolari, con elevata umidità ( 95%) e bassa temperatura ( sotto i 10°C), si può verificare la formazione di thaumasite: in questo caso sono coinvolti nella reazione i silicati di calcio e il risultato è la trasformazione della pasta cementizia in un materiale incoerente, senza effetti espansivi.

#### 1.4.2.2 Reazione alcali - aggregati

Alcuni aggregati presenti nel calcestruzzo possono reagire con gli ioni Na<sup>+</sup>, K<sup>+</sup> e OH<sup>-</sup>, formando prodotti espansivi, che causano fessurazioni irregolari ed espulsioni localizzate di materiale. Gli aggregati contenenti silice amorfa danno luogo alla reazione alcali - silice, che è la forma più importante per questo tipo di degrado. Il contenuto di alcali nel cemento si può esprimere come percentuale equivalente di Na<sub>2</sub>O in massa, definito come: %Na<sub>2</sub>O<sub>eq</sub> = %Na<sub>2</sub>O+0,659·%K<sub>2</sub>O. Un cemento si considera a basso contenuto di alcali quando Na<sub>2</sub>O<sub>eq</sub> < 0.6\%. Moltiplicando Na<sub>2</sub>O<sub>eq</sub> di ogni componente della miscela per il rispettivo dosaggio (kg/m<sup>3</sup>) si ricava il contenuto di alcali (kg/m<sup>3</sup>) del calcestruzzo: è ad alto contenuto di alcali se ne contiene più di 3-4 kg/m<sup>3</sup>. Il

liquido contenuto nei pori del cemento portland è costituito per la maggior parte da una soluzione di NaOH e KOH: la concentrazione di questi idrossidi cresce con la percentuale equivalente di alcali.

Perché avvenga la reazione è necessario avere umidità relativa elevata (80-90%) e la reazione è favorita dall'aumento di temperatura.

Il contenuto di alcali può essere ridotto con aggiunte pozzolaniche o di scoria d'altoforno: le aggiunte, costituite principalmente da silice amorfa, reagiscono con gli ioni diminuendo la loro concentrazione nel calcestruzzo e quindi abbassano il suo pH.

# 1.5 Corrosione delle barre di armatura

L'ambiente che si crea all'interno del calcestruzzo è ideale per proteggere le armature in acciaio dalla corrosione: a contatto con la soluzione alcalina presente nei pori, l'acciaio è in condizioni di passività, quindi la corrosione non può iniziare.

La corrosione dell'acciaio può manifestarsi con le seguenti modalità:

-corrosione da carbonatazione del calcestruzzo, che porta il pH a valori vicini alla neutralità e quindi l'acciaio non si trova più in condizioni di passività.

-corrosione da cloruri, che rompono localmente il film protettivo e danno luogo ad una corrosione localizzata.

-corrosione da macrocoppie o da correnti disperse

- infragilimento da idrogeno

Le conseguenze della corrosione riguardano l'armatura stessa, in quanto si riduce la sezione delle barre, ma anche il calcestruzzo, poiché i prodotti della corrosione causano la fessurazione ed il distacco del copriferro.

## 1.5.1 Aspetti elettrochimici

La corrosione di un metallo è un fenomeno elettrochimico composto da quattro processi:

-una reazione anodica di ossidazione del metallo, che forma i prodotti di corrosione e produce elettroni nel reticolo cristallino del metallo

-una reazione catodica che riduce una specie presente nell'ambiente aggressivo e consuma gli elettroni prodotti nel processo anodico

-la circolazione di corrente nel metallo, con un flusso di elettroni nel reticolo cristallino
-la circolazione di corrente nell'ambiente, con la migrazione elettrica degli ioni nella soluzione liquida a contatto con il metallo.

La reazione anodica, che provoca il consumo del metallo, nel caso del ferro è:

$$Fe \rightarrow Fe^{2+} + 2e$$

La reazione catodica è la riduzione dell'ossigeno:

$$O_2 + 2H_2O + 4e \rightarrow 4OH^-$$

La velocità di corrosione del metallo è correlata alla velocità di produzione di elettroni attraverso la reazione anodica:

$$Me \rightarrow Me^{z+} + ze$$

In base alla prima legge di Faraday si può esprimere la perdita di massa  $\Delta m$  come:

$$|\Delta m| = \left|\frac{M}{z \cdot F}\right| \cdot q \tag{1.7}$$

in cui q è la carica (C), proporzionale al numero di elettroni prodotti, M è la massa molare del metallo (g/mole), z è la valenza dello ione formato nella reazione anodica, F è la costante di Faraday (96487 C).

Si può quindi definire la velocità di perdita di massa come:

$$v_m = \frac{1}{At} |\Delta m| = \frac{1}{At} \left| \frac{M}{z \cdot F} \right| \cdot q \tag{1.8}$$

La velocità di perdita di massa si esprime solitamente in  $[g/(m^2 anno)]$ : da questa è possibile passare alla velocità di assottigliamento  $v_p$  ( espressa in µm/anno) dividendo  $v_m$  per il peso specifico del materiale  $\rho$ .

Il numero di elettroni che la reazione anodica libera nell'unità di tempo deve essere uguale a quello degli elettroni consumati dalla reazione catodica, quindi anche la corrente che circola nell'ambiente e nel metallo deve essere uguale: il valore comune di queste correnti ( $I_{corr}$ ) misura la velocità di corrosione.

Per stabilire se un metallo si può corrodere in un certo ambiente si confrontano i potenziali di equilibrio del processo anodico ( $E_{eq,a}$ ) e ci quello catodico ( $E_{eq,c}$ ): se  $E_{eq,a} < E_{eq,c}$  la corrosione può avvenire.

I diagrammi di Evans permettono di rappresentare il legame tra il potenziale di un certo processo ed il logaritmo della densità di corrente: se si trascurano le perdite di tensione nell'ambiente, si possono tracciare le curve del processo anodico e catodico, la cui intersezione individua il potenziale di corrosione ( $E_{corr}$ ) e la densità di corrente ( $i_{corr}$ ), quindi la velocità di corrosione.

Alcuni materiali metallici presentano un' elevata resistenza alla corrosione in certe condizioni ambientali, poiché si instaura una condizione di passività: il metallo si ricopre di ossidi protettivi che rendono trascurabile la velocità di corrosione. Per l'acciaio la condizione di passivazione si ha in ambiente con pH elevato, come quello che si crea all'interno del calcestruzzo.

#### 1.5.2 Corrosione da carbonatazione

La carbonatazione del calcestruzzo è provocata dalla reazione tra l'anidride carbonica ( $CO_2$ ) presente nell'atmosfera ed i composti alcalini presenti nei pori del calcestruzzo (NaOH, KOH) e con la portlandite Ca(OH)<sub>2</sub>. La reazione di carbonatazione in soluzione acquosa si può scrivere sinteticamente come:

$$CO_2 + Ca(OH)_2 \rightarrow CaCO_3 + H_2O$$

In seguito alla carbonatazione il pH della soluzione contenuta nei pori si porta a valori prossimi alla neutralità, che non consentono la formazione del film di passività sulle barre di armatura ( si può creare solo con pH superiore a 11,5).

La carbonatazione inizia sulla superficie, per poi estendersi alle parti più interne. La penetrazione nel tempo si esprime mediante la legge:

$$s = K \cdot t^{1/n} \tag{1.9}$$

in cui *n* vale solitamente 2 per calcestruzzi porosi, mentre è maggiore per calcestruzzi compatti; la costante *K*, coefficiente di carbonatazione (mm/anno<sup>1/n</sup>), dipende dall'umidità relativa, dalla concentrazione di CO<sub>2</sub> e dalla temperatura.

Secondo questa relazione la velocità di penetrazione diminuisce nel tempo.

Il trasporto dell'anidride carbonica avviene più facilmente nei pori riempiti d'aria, quindi la velocità di diffusione diminuisce al crescere dell'umidità relativa, fino ad annullarsi se il calcestruzzo è saturo d'acqua.

La reazione di carbonatazione, d'altra parte, necessita della presenza di acqua quindi, per umidità relativa inferiore al 40%, avviene con velocità trascurabile. La velocità di carbonatazione più elevata si riscontra nel calcestruzzo con umidità relativa tra 60 e 80%.

La velocità di carbonatazione risulta più elevata nelle zone riparate dalla pioggia rispetto a quelle esterne. Se i cicli di bagnatura sono più frequenti e di minore durata la velocità di carbonatazione è minore rispetto al caso di cicli meno frequenti e di maggiore durata. La velocità di carbonatazione aumenta all'aumentare della concentrazione di  $CO_2$  nell'atmosfera ( avanza più rapidamente negli ambienti chiusi e inquinati, come i tunnel stradali) e della temperatura.

Nelle strutture esistenti la profondità di carbonatazione può essere misurata ( si spruzza una soluzione di fenolftaleina su una superficie di rottura: le zone con pH superiore a 9 si colorano di rosa), quindi si può risalire al valore di *K*.



Fig.1.1 Andamento della velocità di carbonatazione in funzione dell'umidità relativa del calcestruzzo, in assenza di bagnatura ( da Bertolini, 2006)

I valori di *K* riscontrati su strutture reali esposte all'atmosfera e riparate dalla pioggia variano da 2 a 15 mm/anno<sup>1/2</sup>:

- 2 < K < 6 per calcestruzzi compatti con contenuto di cemento superiore a 350 kg/m<sup>3</sup>

- 6 < K < 9 per calcestruzzi di media compattezza

- K > 9 per calcestruzzi porosi con contenuto di cemento inferiore a 250 kg/m<sup>3</sup>

Utilizzando la relazione (1.9) con i valori di *K* sopra indicati, si nota come solo con K < 2,8 non si superano i 20 mm di profondità di penetrazione dopo 50 anni, mentre con K = 7 si arriva a superare i 50 mm dopo 50 anni.



Fig.1.2 Profondità di carbonatazione nel tempo ( da Pedeferri et al., 1996)

Con questa formula non si tiene conto dell'effetto che l'ambiente ha sulla penetrazione della carbonatazione. Esistono altre formulazioni per il problema, come quella di Tuutti, basata sul processo di diffusione non stazionario o quella empirica di Parrott, che permette di considerare l'umidità relativa dell'ambiente.

Quando il fronte carbonatato raggiunge le armature, facendo loro perdere la condizione di passività, la corrosione può avere inizio in presenza di acqua e ossigeno. Se la struttura è esposta all'atmosfera, vi è sempre un apporto sufficiente di ossigeno e la cinetica della corrosione è dominata dalla resistività del calcestruzzo, quindi dal suo contenuto d'acqua. All'aumentare dell'umidità, diminuisce la resistività e quindi aumenta la velocità di corrosione.

Si è osservato come, per calcestruzzi di buona qualità, la velocità di corrosione rimanga trascurabile se l'umidità relativa è minore dell'80%: si assume che la corrosione si propaghi solo durante il tempo di bagnato, cioè il periodo durante il quale l'umidità relativa si mantiene sopra l'80%.

I valori massimi della velocità di corrosione riscontrati sono dell'ordine di 100-200  $\mu$ m/anno solo se l'umidità relativa è prossima al 100%, mentre scendono a valori compresi tra 5 e 50  $\mu$ m/anno nelle condizioni ambientali più frequenti.



Fig.1.3 Velocità di corrosione in funzione dell'umidità relativa ( da Pedeferri et al., 1996)

Solo nel caso in cui il calcestruzzo carbonatato fosse esposto ad un aumento di umidità tale da far variare il contenuto d'acqua anche a livello delle armature, la velocità di corrosione non

sarebbe trascurabile. La situazione peggiore si ha con l'alternanza di condizioni di bassa e alta umidità, come nel caso del calcestruzzo esposto alla pioggia.

Se nel calcestruzzo sono presenti cloruri (alcune strutture in passato sono state realizzate con cloruri introdotti con l'acqua di impasto, negli aggregati o negli additivi), anche in piccoli tenori, la velocità di corrosione diventa elevata anche per bassa umidità.

La normativa EN 206-1 individua le classi di esposizione alla corrosione da carbonatazione riassunte nella Tabella 1.3, in ordine crescente di pericolosità.

Classe	Descrizione dell'ambiente	Esempi
XC1	Asciutto o permanentemente	Calcestruzzo all'interno di edifici con bassa umidità
	bagnato	relativa
		Calcestruzzo costantemente immerso in acqua
XC2	Bagnato, raramente asciutto	Superfici di calcestruzzo a contatto con acqua per lungo
		tempo
		Molte fondazioni
XC3	Umidità moderata	Calcestruzzo all'interno di edifici con umidità dell'aria
		moderata oppure elevata
		Calcestruzzo esposto all'esterno protetto dalla pioggia
XC4	Ciclicamente bagnato e	Superfici di calcestruzzo soggette al contatto con acqua,
	asciutto	non nella classe di esposizione XC2

Tab.1.3 Classi di esposizione in relazione alle condizioni ambientali ( da EC2)

#### 1.5.3 Corrosione da cloruri

Il meccanismo della corrosione da cloruri è legato alla rottura localizzata del film di passività delle armature in seguito all'ingresso di cloruri nel calcestruzzo.

I cloruri possono penetrare nelle strutture in calcestruzzo realizzate in ambiente marino o nelle strutture stradali su cui vengono sparsi sali antigelo contenenti cloruri ( cloruro di sodio e cloruro di calcio). Quando i cloruri raggiungono un tenore critico sulla superficie delle armature, si verifica la rottura del film di passività ed è possibile la corrosione.

In condizioni di pH elevato la rottura è localizzata, così come la conseguente corrosione, che si concentra quindi sulla zona in cui il film viene a mancare. Il meccanismo è quello del pitting: il passaggio di corrente dall'area anodica a quelle catodiche circostanti favorisce il trasporto dei cloruri verso la zona anodica e ne abbassa l'alcalinità ( all'interno del pit si crea un ambiente

molto aggressivo, con pH inferiore a 5). Nella zona catodica invece il film viene rafforzato, aumentando l'alcalinità, e vengono allontanati i cloruri (Figura 1.4).



Fig.1.4 Rappresentazione schematica della corrosione per pitting (da Bertolini et al., 2003)

Il contenuto di cloruri sufficiente ad innescare l'attacco (contenuto critico) dipende dalle caratteristiche del calcestruzzo e dall'esposizione ambientale. In un calcestruzzo non carbonatato, ottenuto con cemento portland, il rischio di corrosione è basso per tenori di cloruri inferiori a 0.4%, mentre è elevato per tenori superiori all'1%. Per calcestruzzi poco permeabili e con aggiunte il tenore critico è più elevato. Il tenore di cloruri in soluzione all'interno del calcestruzzo dipende anche dalla capacità del cemento di legarsi con i cloruri: la parte di cloruri legata chimicamente ai costituenti del cemento ( ad esempio i cloruri legati all'alluminato tricalcico) non contribuisce alla corrosione. Se la soluzione aggressiva contiene anche solfati, gli alluminati tendono a reagire con questi più che con i cloruri: il tenore critico quindi si abbassa fino allo 0.2%.

Nelle strutture immerse le armature sono caratterizzate da potenziali molto negativi, quindi il tenore critico di cloruri è più alto anche di un ordine di grandezza rispetto a quello delle strutture aeree.

Il tempo necessario per raggiungere il tenore critico di cloruri sulle armature è definito tempo di innesco e dipende dal tenore di cloruri sulla superficie esterna e dalle caratteristiche del calcestruzzo che regolano il trasporto dei cloruri attraverso il copriferro.

I profili di concentrazione per descrivere la penetrazione dei cloruri nel tempo si possono ottenere dalla legge di Fick per la diffusione non stazionaria (1.2): in realtà, solo se il calcestruzzo è completamente saturo i cloruri penetrano per pura diffusione, altrimenti

intervengono altri meccanismi di trasporto, ma l'andamento che si ha dalla soluzione (1.3) della seconda legge di Fick è comunque accettabile e confermato da rilevazioni sperimentali su strutture reali. I profili sono caratterizzati da un elevato contenuto vicino alla superficie, che decresce a profondità maggiori.

Il problema per la soluzione dell'equazione è determinare con una certa affidabilità il coefficiente di diffusione effettivo dei cloruri  $D_{ce}$  e il contenuto superficiale di cloruri  $C_s$ , variabili entrambi nel tempo.

Nelle strutture esposte all'ambiente marino si rilevano i valori di  $C_s$  più elevati nella zona degli spruzzi ( da 0,6 a 1% in peso rispetto al calcestruzzo, aumentando il contenuto di cemento da 300 a 600 kg/m<sup>3</sup>).

Il valore di  $D_{ce}$  varia tra  $10^{-13}$  e  $10^{-10}$  m<sup>2</sup>/s in funzione delle caratteristiche del calcestruzzo, in particolare della permeabilità e della composizione (nei cementi pozzolanici o con scoria d'altoforno il valore di  $D_{ce}$  si riduce sensibilmente).

Quando si è raggiunto il tenore critico di cloruri a livello delle armature e si innesca l'attacco, la velocità di corrosione può passare da qualche decina di  $\mu$ m/anno a 1 mm/anno al crescere dell'umidità dal 70 al 90% e del tenore di cloruri dall' 1 al 3%.

L'attacco può quindi portare in breve tempo ad una riduzione inaccettabile della sezione delle armature. Nel caso di strutture immerse in genere non si raggiungono nemmeno le condizioni per l'innesco della corrosione, ma comunque il ridotto apporto di ossigeno manterrebbe molto bassa la velocità di corrosione.

La normativa EN 206-1 individua le classi di esposizione alla corrosione da carbonatazione riassunte nella Tabella 1.4, in ordine crescente di pericolosità ( le classi XD sono riferite alla corrosione da cloruri in genere, le classi XS a quella in ambiente marino).

Classe	Descrizione dell'ambiente	Esempi
XD1	Umidità moderata	Superfici di calcestruzzo esposte ad atmosfera salina
XD2	Bagnato, raramente asciutto	Piscine; Calcestruzzo esposto ad acque industriali contenenti cloruri
XD3	Ciclicamente bagnato e asciutto	Parti di ponti esposte a spruzzi contenenti cloruri; pavimentazioni di parcheggi
XS1	Esposto a nebbia salina, ma non in contatto diretto con acqua di mare	Strutture prossime oppure sulla costa
XS2	Permanentemente sommerso	Parti di strutture marine
XS3	Zone esposte alle onde, agli spruzzi oppure alle maree	Parti di strutture marine

Tab.1.4 Classi di esposizione in relazione alle condizioni ambientali ( da EC2)

#### 1.5.4 Macrocoppie

Le macrocoppie si possono formare tra due zone di armatura in condizioni elettrochimiche diverse: tra la zona in cui le armature sono attive, in seguito alla carbonatazione o alla penetrazione di cloruri, e quella in cui sono ancora passive, può circolare una corrente che accelera l'attacco corrosivo sulla parte attiva.

L'effetto della macrocoppia è sensibile solo se il calcestruzzo ha una bassa resistività e quindi permette il passaggio di corrente. Se ci sono in prossimità dell'area attiva zone con armatura passiva con calcestruzzo non saturo d'acqua (ad esempio in una struttura cava immersa in acqua di mare, come un tunnel o la pila di una piattaforma offshore), l'attacco si concentra sulle armature attive, che senza macrocoppia non si corroderebbero per mancanza di ossigeno.



Fig.1.5 Macrocoppia in una struttura cava immersa in acqua di mare ( da Bertolini, 2006)

#### 1.5.5 Infragilimento da idrogeno

In certe condizioni l'acciaio da precompressione può essere soggetto a rottura a causa della presenza di idrogeno sulla superficie delle armature. L'idrogeno può innescare la formazione e la propagazione di cricche dalla superficie oppure può penetrare all'interno delle armature, accumularsi in corrispondenza di difetti reticolari e portare a rottura fragile l'armatura. L'infragilimento da idrogeno interessa solo gli acciai ad alta resistenza utilizzati per la precompressione e la quantità di idrogeno necessaria per causarlo diminuisce al crescere della
resistenza dell'acciaio. Gli acciai più sensibili sono quelli ottenuti mediante tempra e rinvenimento con resistenza superiore a 1600 MPa.

L'idrogeno può formarsi sulla superficie delle armature in acciaio per riduzione di ioni idrogeno  $(H^+ + e^- \rightarrow H_{ad})$  o per decomposizione dell'acqua  $(H_2O + e^- \rightarrow H_{ad} + OH^-)$ .

La reazione di riduzione è possibile solo in un determinato campo di pH e potenziale: le condizioni più pericolose sono quelle di basso pH e basso potenziale, associate alla presenza di specie chimiche che ne impediscono la ricombinazione ( sostanze contenenti S,As,Sb,CN<sup>-</sup>).

Le condizioni normali di esercizio in termini di potenziale e pH sono lontane dal campo critico per lo sviluppo di idrogeno ma possono verificarsi situazioni particolari in cui questo è possibile: la corrosione localizzata, che rende molto acide le zone anodiche e ne abbassa il potenziale oppure l'applicazione di polarizzazione catodica alle armature.

Nel calcestruzzo carbonatato, con pH inferiore a 8 e non aerato, il potenziale delle armature potrebbe essere tale da permettere lo sviluppo di idrogeno (questo può verificarsi in strutture ricoperte da composti bituminosi che consentano il passaggio dell'umidità e non dell'ossigeno).

Nelle strutture soggette alla penetrazione dei cloruri con conseguente corrosione per pitting si creano le condizioni per lo sviluppo di idrogeno ( pH 2.5 e potenziale a -600 mV).

L'idrogeno si può generare anche prima del riempimento delle guaine, a causa della presenza di un liquido aggressivo a contatto con l'armatura prima dell'iniezione di malta.

La rottura causata dall'infragilimento si sviluppa con innesco, propagazione di una cricca e infine rottura di schianto in seguito alla sua propagazione instabile.

Nella realizzazione degli elementi precompressi è necessaria la massima attenzione per evitare questa forma di corrosione, che può condurre al collasso senza preavviso dell'intera struttura.

# CAPITOLO 2 CORROSIONE DELLE ARMATURE: SPERIMENTAZIONE E MODELLAZIONE

## 2.1 Introduzione

Dall'analisi di tutti i fenomeni di degrado che possono interessare le strutture in calcestruzzo armato è emerso chiaramente che il più importante è certamente la corrosione delle barre di armatura, non solo per le conseguenze strutturali, ma perché è quello che riguarda il maggior numero di strutture nelle normali condizioni di esercizio.

I costi di manutenzione per problemi legati alla corrosione, in particolare nei viadotti e nei ponti, sono elevatissimi: negli Stati Uniti il costo annuale diretto per la corrosione è di 10 miliardi di dollari per i soli ponti autostradali, con un totale di 22 miliardi per l'intero settore delle infrastrutture (Page, 2003), senza considerare le conseguenti perdite economiche indirette.

Inevitabilmente, dopo un certo periodo di tempo, più o meno lungo in funzione della qualità dei materiali, dell'attenzione posta in fase di realizzazione, dell' esposizione alle sostanze presenti nell'ambiente, verranno raggiunte le condizioni favorevoli per l'innesco della corrosione.

A partire dagli anni '90, si sono svolti numerosi progetti di ricerca ed indagini sperimentali volti alla comprensione del fenomeno di degrado per corrosione, studiando sia gli effetti sui materiali, sia quelli sul comportamento globale della struttura. Alle prove sperimentali si è accompagnato il tentativo di formulare modelli di validità generale, applicabili alla progettazione strutturale.

Si andranno a definire quindi, facendo riferimento alla più recente letteratura in materia ed agli studi svolti, le modalità di innesco del fenomeno, il suo sviluppo nel tempo ed infine le sue conseguenze sul comportamento meccanico dei materiali e della struttura.

Come già detto nel capitolo precedente, si distinguono la corrosione da carbonatazione e quella da cloruri: nel primo caso l'anidride carbonica presente nell'atmosfera reagisce con i componenti alcalini del calcestruzzo portando il pH a valori che non consentono la passivazione delle

armature, causando una corrosione uniforme delle barre; nel secondo caso i cloruri possono rompere localmente il film di passività ed innescare il pitting.

Le due modalità sono differenti, oltre che per il tipo di danno provocato alle armature, anche per i fenomeni che precedono l'innesco, cioè la carbonatazione del calcestruzzo in un caso, la penetrazione degli ioni cloruro nell'altro: in questa parte del lavoro i modelli che descrivono questi processi verranno richiamati brevemente. Per poter poi definire la propagazione del danno nel tempo sarà necessario individuare i fattori che determinano la velocità del processo corrosivo e considerarli in modo adeguato in un modello.

Secondo l'impostazione tradizionale di Tuutti (1982), si definisce l'evoluzione del degrado strutturale come illustrato qualitativamente nella Figura 2.1: alla fase di innesco, in cui si creano le condizioni per danneggiare il film di passività sulla superficie delle barre di armatura, segue una fase di propagazione dell'attacco che nel tempo porterà, oltre alla progressiva riduzione della sezione resistente delle barre, alla fessurazione ed al distacco del calcestruzzo di copriferro ed infine al collasso della struttura.



Fig.2.1 Evoluzione qualitativa del degrado nel tempo: fase di innesco e di propagazione ( da Gjørv, 2009)

E' evidente come un'impostazione di questo tipo non consenta di analizzare l'effettiva evoluzione della struttura nel tempo e la sua capacità di resistere alle sollecitazioni esterne. Ad esempio, riduzione della sezione delle barre di armatura potrà portare ad una diminuzione del momento resistente tale da causare il collasso anche prima del distacco del copriferro, soprattutto nel caso di corrosione per pitting.

Un modello di questo tipo evidenzia d'altra parte come non sia corretto considerare che la vita utile della struttura termini nel momento in cui sulla superficie delle barre di armatura si creano le condizioni per l'inizio della corrosione, cioè quando i cloruri o il fronte di carbonatazione hanno oltrepassato il copriferro.

Tutti i fenomeni legati al processo corrosivo (riduzione della sezione delle barre, perdita di duttilità, fessurazione del calcestruzzo, spalling) devono essere attentamente studiati concentrando l'attenzione sulle conseguenze strutturali.

Diventa quindi interessante non tanto prevedere il momento in cui si verifica una certa condizione di danno ( es. fessurazione del copriferro) quanto studiare come i diversi effetti prodotti dalla corrosione influiscano sul comportamento della struttura e sulla capacità di resistere ai carichi. Spesso infatti ci si accorge del degrado per corrosione di una struttura quando ormai la corrosione è già iniziata: in questi casi, oltre a prevedere i necessari interventi di manutenzione, è indispensabile determinare se la struttura è ancora in grado di resistere alle sollecitazioni per cui era stata progettata oppure la corrosione ne ha compromesso la sicurezza.

## 2.2 Fase di innesco

La fase di innesco è quella che precede l'inizio del fenomeno corrosivo. Tale periodo di tempo si può definire come quello necessario al fronte di calcestruzzo carbonatato per raggiungere le armature o ai cloruri per diffondere attraverso il copriferro e raggiungere una concentrazione sulla superficie delle armature tale da innescare la corrosione.

Si presentano brevemente i modelli adottati per definire questi fenomeni e si cercano di individuare i parametri che maggiormente li influenzano.

Si ribadisce inoltre come la qualità e lo spessore del copriferro siano il modo migliore per ritardare l'inizio della corrosione (Figura 2.2).

Nel Codice Modello per la vita di servizio (2008) si possono trovare utili indicazioni circa le formule da utilizzare e la quantificazione dei parametri in gioco nella valutazione della penetrazione della carbonatazione e dei cloruri all'interno della sezione.



Fig.2.2 Effetto dello spessore e della qualità del copriferro sul tempo di innesco della corrosione ( da Rasheeduzzafar et al., 1992)

## 2.2.1 Carbonatazione del calcestruzzo

Per descrivere la penetrazione della carbonatazione esistono numerose relazioni empiriche basate sull'equazione (1.9), corrette con coefficienti che tengano conto dell'esposizione ambientale, del rapporto a/c, della stagionatura, del tipo di aggiunte nel cemento (Broomfield, 1997).

Ad esempio, la relazione proposta da Parrott (1987) è la seguente:

$$D = ak^{0.4}t^n - c^{0.5} (2.1)$$

in cui k è la permeabilità ( $10^{-16}$  m<sup>2</sup>), dipendente dall'umidità relativa, c è il contenuto di ossido di calcio nel copriferro, a = 64, n vale 0.5 per ambienti interni, mentre decresce all'aumentare dell'umidità relativa.

Una formulazione analitica più complessa, che tiene conto dei flussi di calore, di acqua e di CO<sub>2</sub> all'interno del calcestruzzo, si può trovare in (Saetta et al., 2004) in cui si assume comunque che i coefficienti di diffusione dei gas all'interno del calcestruzzo siano noti da prove sperimentali. Viene evidenziato come i parametri che maggiormente influenzano il fenomeno siano proprio i coefficienti di diffusione dell'ossigeno e dell'anidride carbonica. Entrambi questi parametri possono essere collegati alla porosità del calcestruzzo e quindi al rapporto a/c ed al tipo di cemento. I coefficienti di diffusione decrescono al crescere dell'umidità relativa. Inoltre, per applicare un modello di questo tipo, si deve conoscere la concentrazione di  $CO_2$  nell'ambiente (Tabella 2.1).

Ambiente	Concentrazione di		
	CO <sub>2</sub> [% vol]		
Aperta campagna	0.015		
Centro città	0.036		
Zona industriale	0.045		
Stalla ben aerata	0.046		
Stalla	0.075		

Tab.2.1 Valori di concentrazione di CO<sub>2</sub> misurati in diversi ambienti ( da Saetta et al., 2004)

## 2.2.2 Diffusione dei cloruri

I cloruri possono essere presenti inizialmente nei componenti della miscela del calcestruzzo, oppure diffondere dall'esterno, per l'esposizione ad ambienti marini o per l'utilizzo di sali antigelo.

Nel primo caso l'aggiunta di cloruri in quantità superiore ad una soglia critica, provoca reazioni immediate di corrosione, mentre nel secondo caso, la concentrazione degli ioni cloruro aumenta nel tempo fino a raggiungere la soglia critica.

All'interno del calcestruzzo possono essere presenti sia cloruri legati sia cloruri liberi, ma solo questi ultimi sono in grado di innescare il processo di corrosione.

Il tipo di cemento, la temperatura ed il pH della soluzione acquosa dei pori determinano la quantità di cloruri legati chimicamente. Il trasporto dei cloruri avviene soltanto in acqua quindi, in assenza di umidità nel calcestruzzo, non si ha diffusione di ioni.

Il profilo di penetrazione dei cloruri viene stimato sulla base della relazione (1.3), come:

$$C(x,t) = C_s \left[ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{D \cdot t}}\right) \right]$$
(2.2)

in cui C(x,t) è la concentrazione di cloruri alla profondità x dopo un tempo t,  $C_s$  è la concentrazione superficiale, stimata sulla base di dati sperimentali (Figura 2.3) D è il coefficiente di diffusione dei cloruri.



Depth of chloride penetration

**Fig.2.3** Definizione della concentrazione superficiale di cloruri da un'analisi di regressione di dati sperimentali sulla penetrazione dei cloruri ( da Gjørv, 2009)

La concentrazione superficiale  $C_s$  calcolata in questo modo è maggiore di quella massima misurata sulla superficie. Interpolando i dati sperimentali con la legge (2.2) si ottiene anche il valore del coefficiente di diffusione *D*.

Si vuole citare infine un modello basato sulla teoria degli automi cellulari, per simulare la diffusione delle sostanze nel calcestruzzo anche in due e in tre dimensioni (Biondini et al., 2004).

## 2.3 Inizio della corrosione

Per la corrosione da carbonatazione si può ritenere che le condizioni favorevoli all'innesco si raggiungano quando il fronte di calcestruzzo carbonatato arriva in corrispondenza della barra di armatura, che non si trova più in condizioni di passività.

Nel caso della corrosione da cloruri la determinazione delle condizioni in cui può iniziare la corrosione è più delicata: si dovrà definire un valore limite, o tenore critico, di cloruri raggiunto il quale si ha la rottura localizzata del film protettivo.

#### 2.3.1 Contenuto critico di cloruri

In un recente articolo (Angst et al. 2009) vengono riportati i valori del contenuto critico di cloruri riscontrati nella letteratura, mostrando come non si sia in generale raggiunto un accordo tra i diversi studi condotti sul modo di determinare e di definire il contenuto critico. Esistono due diverse definizioni di  $C_{crit}$ : da un punto di vista scientifico il contenuto critico di cloruri è definito come quello necessario per la depassivazione dell'acciaio, mentre dal punto di vista pratico è stato anche definito come il contenuto associato ad un deterioramento visibile della struttura ( tenendo quindi conto anche della fase di propagazione).

Il contenuto critico di cloruri è solitamente espresso come contenuto totale di cloruri relativo al peso di cemento; in alcuni casi è invece espresso in termini di rapporto Cl<sup>-</sup>/OH<sup>-</sup>, che però dipende dal pH.

In teoria solo i cloruri liberi in soluzione contribuiscono alla rottura del film di passività, tuttavia è difficile calcolarne la quantità, mentre risulta più semplice far riferimento al contenuto totale.

I valori critici riportati in letteratura, rilevati su strutture esposte all'atmosfera, variano tra lo 0.1% e l' 1.96% del contenuto totale di cloruri sul peso di cemento.

In generale è sufficiente una concentrazione molto piccola di cloruri per distruggere il film di passività, ma la probabilità che si sviluppi effettivamente la corrosione dipende degli altri fattori che, come verrà analizzato nel paragrafo successivo, regolano la velocità di corrosione.

In (Gjørv, 2009) è illustrata qualitativamente la relazione tra il contenuto critico di cloruri, le condizioni ambientali e le proprietà del calcestruzzo (Figura 2.4).



Fig.2.4 Relazione qualitativa tra contenuto critico di cloruri (C<sub>cr</sub>), condizioni ambientali e qualità del calcestruzzo (da Gjørv, 2009)

Viene quindi suggerito di utilizzare in un'analisi di durabilità il valore di 0.4% sul peso di cemento (con una deviazione standard dello 0.1%).

Nel MC 90 la concentrazione critica, in % sul peso di cemento, è una distribuzione beta con un margine inferiore di 0.2% e con valore medio di 0.6%.

## 2.4 Velocità di corrosione

I modelli di diffusione consentono di prevedere in modo abbastanza accurato il tempo di innesco della corrosione: il problema è ora quello di determinare la velocità con cui avviene il processo corrosivo per poterne studiare l'evoluzione nel tempo una volta che la corrosione è iniziata. Esistono diverse tecniche per misurare la velocità di corrosione: per strutture esistenti la velocità di assottigliamento  $V_{corr}$  (µm/anno) viene stimata con la legge di Faraday a partire da misure di intensità di corrente  $i_{corr}$  (mA/m<sup>2</sup>):

$$V_{corr} = 1.16 \cdot i_{corr} \tag{2.3}$$

La tecnica più utilizzata per determinare la velocità di corrosione come intensità di corrente è la polarizzazione lineare: quando l'interfaccia metallo/elettrolita viene perturbata da una debole corrente esterna *I*, il potenziale *E* subisce una variazione *dE*, cioè il metallo è soggetto ad una piccola polarizzazione; il rapporto dE/i (con *i* densità di corrente), detto resistenza di polarizzazione ( $R_P$ ), è inversamente proporzionale alla velocità di corrosione ( $i_{corr} = B / R_P$ ). Nel caso di corrosione localizzata la densità di corrente effettiva in corrispondenza del pit risulta molto più alta di quella media calcolata, quindi la misura di velocità ottenuta può sottostimare la penetrazione dell'attacco per pitting.

Chiaramente l'andamento della velocità di corrosione non è costante nel tempo, ma presenta una notevole variabilità, come mostrato in diversi studi condotti esaminando strutture esposte all'atmosfera per un lungo periodo di tempo.

Nei grafici delle Figure 2.5-2.7, relativi ad una campagna sperimentale condotta in Spagna (Andrade et al., 2002) si può osservare la dipendenza della velocità di corrosione dalla temperatura ( nelle ore più calde della giornata la velocità è maggiore) e dall'umidità del calcestruzzo (in seguito ad un evento di pioggia la velocità aumenta).



Fig.2.5 Andamento dell'intensità di corrente in una trave esposta all'atmosfera nel corso di due anni ( da Andrade et al. 2002)



**Fig.2.6** Andamento dell'intensità di corrente in una trave esposta all'atmosfera nel corso di 12 ore, dalle nove del mattino alle nove di sera ( da Andrade et al. 2002)



**Fig.2.7** Andamento dell'intensità di corrente in una trave in seguito ad un evento di pioggia ( da Andrade et al. 2002)

La velocità di corrosione dipende in modo marcato dalla resistività del calcestruzzo (Figura 2.9): la conducibilità aumenta all'aumentare del contenuto d'acqua nei pori, quindi aumenta all'aumentare dell'umidità relativa.

La resistività dipende infatti principalmente dal contenuto d'acqua del calcestruzzo, come si può osservare dalla Figura 2.8.



Fig.2.8 Effetto del contenuto d'acqua sulla resistività del calcestruzzo (da Gjørv, 2009)



**Fig.2.9** Dipendenza della velocità di corrosione dalla resistività del calcestruzzo: VH = very high, H = high, M = moderate; (da Andrade et al., 2001)

In (Andrade et al., 2001) viene anche proposto di utilizzare i valori di resistività medi (Tabella 2.2) misurati su strutture esposte a diversi tipi di clima ( in funzione della piovosità annua e della resistenza del calcestruzzo): dal grafico precedente diventa così possibile valutare la velocità di corrosione.

	r	r				
mm di	Giorni di	Tempo di	$\rho_{av}(k\Omega cm)$			
pioggia/anno	pioggia/anno	bagnato w <sub>t</sub>	Riparato		Non riparato	
			f <sub>c</sub> >30MPa	f <sub>c</sub> >30MPa	f <sub>c</sub> >30MPa	f <sub>c</sub> >30MPa
<250	<50	0.25	100	50	50	30
250-750	50-100	0.5	50	30	30	20
750-1500	100-150	0.75	30	20	20	10
>1500	>150	1	10	5	5	3

**Tab.2.2** Valori del tempo di bagnato  $w_t$  e della resistività media annua per diverse tipologie di clima ( le caratteristiche climatiche sono indicate come alternative). ( da Andrade et al., 2001)

Nel caso di calcestruzzo soggetto a carbonatazione, la velocità di corrosione cresce fino a valori massimi di 100-200  $\mu$ m/anno per umidità relativa vicina al 100%, come mostrato nel grafico di Figura 1.3, per poi decrescere se il calcestruzzo è immerso in acqua a causa del mancato apporto di ossigeno: i valori massimi in condizioni di esposizione atmosferica ( umidità relativa del 70-80%) sono tra 5 e 50  $\mu$ m/anno, mentre i valori medi sono di un ordine di grandezza più piccoli.

La velocità di corrosione è quindi significativa solo per umidità elevata o in situazioni in cui si formano condense sulla superficie tali da far variare il contenuto d'acqua anche a livello delle armature. La situazione più pericolosa è per il calcestruzzo esposto alla pioggia.

Dalla Figura 2.10 risulta evidente come, nel calcestruzzo carbonatato, la presenza di una piccola concentrazione di cloruri provochi l'aumento della velocità di corrosione e mostra comunque circa lo stesso andamento del grafico precedente per quanto riguarda la variazione con l'umidità relativa.

Nel caso di corrosione da cloruri l'andamento della velocità di corrosione varia con il contenuto di cloruri come mostrato dai risultati sperimentali di Figura 2.11.

Dai grafici di Figura 2.10-2.11, basati su un notevole numero di rilevazioni sperimentali, si sono ricavate espressioni in forma esponenziale per correlare la velocità di corrosione  $(mA/m^2)$  all'umidità relativa nel caso di corrosione da carbonatazione ed al contenuto di cloruri nel caso della corrosione da cloruri (Assinnata, 2006), riportate nelle Tabelle 2.2-2.3.



Fig.2.10 Relazione tra umidità relativa e velocità di corrosione in assenza e in presenza di piccoli tenori di cloruri ( da Pedeferri e Bertolini, 1996)



**Fig.2.11** Relazione tra rapporto molare di Cl- e OH- nella soluzione presente nei pori e velocità di corrosione nel caso di strutture aeree e umide ( da Pedeferri e Bertolini, 1996)

0% Cl <sup>-</sup>	$I_{CORR} = 0,003 \cdot e^{0,0853(U.R.)}$	$\forall$ U.R.
0,4% Cl <sup>-</sup>	$I_{CORR} = 0,0132 \cdot e^{0,0745(U.R.)}$	$\forall$ U.R.
1% Cl <sup>-</sup>	$I_{CORR} = 1,0588 \cdot e^{0.0159(U.R.)}$	$40\% \le U.R. \le 65,5\%$
1% Cl <sup>-</sup>	$I_{CORR} = 0,3269 \cdot e^{0,0338(U.R.)}$	$65,5\% \le U.R. \le 74\%$
1% Cl <sup>-</sup>	$I_{CORR} = 0,0132 \cdot e^{0,0654(U.R.)}$	74%≤ U.R. ≤100%

**Tab2.3** Velocità di corrosione in funzione del contenuto di cloruri e dell'umidità relativa ( da Assinnata, 2006)

$Cl^{-} \le 0,4\%$	$I_{CORR} = 0$
$Cl^{-} \ge 0,4\%$	$I_{CORR} = 0,1376 \cdot (Cl\%)^{2,8614}$

Tab.2.4 Velocità di corrosione in funzione del contenuto di cloruri ( da Assinnata, 2006)

Con una formulazione di questo tipo è difficile pensare di poter generalizzare i risultati allo studio di strutture reali, poiché si riferisce a particolari dati sperimentali ( ottenuti peraltro con prove di carbonatazione artificiale) e non si riesce a tenere conto dei molti fattori ambientali che influenzano la velocità di corrosione.

Nei lavori di Saetta viene fatto riferimento ai valori di velocità di corrosione nella Tabella 2.4, espressi anch'essi in funzione dell'umidità relativa.

Umidità relativa	Velocità di corroione nel	Velocità di corrosione nel
(%)	calcestruzzo carbonatato	calcestruzzo contaminato
	(µm/anno)	da cloruri (µm/anno)
99	2	34
95	50	122
90	12	98
85	3	78
80	1	61
75	0.1	47
70	0	36
65	0	27
60	0	19
55	0	14
50	0	9

Tab.2.5 Velocità di corrosione in calcestruzzo carbonatato ed esposto a cloruri (da RILEM,1996)

Questi valori sono riferiti all'area anodica e sono da considerarsi come valori medi approssimati, poiché ricavati da dati sperimentali.

Una formulazione che tiene conto di diversi fattori è quella proposta da Liu e Weyers (da Chen et al., 2008), in cui la velocità di corrosione ( $\mu$ A/cm<sup>2</sup>) in calcestruzzo contaminato da cloruri è espressa come:

$$i_{corr} = 0.926 \exp\left[7.98 + 0.7771 \ln(1.69C_t) - \frac{3006}{T} - 0.000116R_c + 2.24t^{-0.215}\right]$$
(2.4)

in cui  $C_t$  è il contenuto totale di cloruri (kg/m<sub>3</sub> di calcestruzzo), T è la temperatura (°K),  $R_c$  è la resistenza [ $\Omega$ ], t è il tempo in anni.

 $R_c$  viene correlata al contenuto di cloruri nel modo seguente:

$$R_c = exp[8.03 - 0.549\ln(1 + 1.69C_t)]$$
(2.5)

Nel progetto DuraCrete (1998) viene proposta la seguente formula per valutare la velocità di corrosione delle armature:

$$V = \frac{m_0}{\rho} \cdot \alpha \cdot F_{cl} \tag{2.6}$$

in cui m<sub>0</sub> è una costante che vale 882  $\mu$ m  $\Omega$ m/anno,  $\alpha$  è il fattore di pitting,  $F_{cl}$  è un fattore che dipende dal contenuto di cloruri.

Si può notare, in accordo a quanto mostrato nella Figura 2.8, come la velocità di corrosione sia inversamente proporzionale alla resistività del calcestruzzo.

Per determinare la resistività del calcestruzzo si propone nello stesso modello la formula seguente:

$$\rho = \rho_0 \cdot \left(\frac{t_{hydr}}{t_0}\right)^{n_{res}} \cdot K_{c,res} \cdot K_{T,res} \cdot K_{RH,res} \cdot K_{cl,res}$$
(2.7)

in cui  $\rho_0$  è il potenziale di resistività elettrolitica ( con un valore medio di 352  $\Omega$ m), t<sub>0</sub> è l'età del calcestruzzo al test di accettazione (solitamente 28 giorni), t<sub>hydr</sub> è il tempo di idratazione, n<sub>res</sub> serve per relazionare l'età del calcestruzzo con la resistività ( valore medio di 0,54), K<sub>c,res</sub> è un fattore di curing ( solitamente assunto pari ad 1), K<sub>RH,res</sub> dipende dall'umidità relativa dell'ambiente, K<sub>cl,res</sub> dipende dalla quantità di cloruri.

 $K_{T,res}$  è un parametro che collega la resistività alla temperatura e può essere valutato come:

$$K_{T,res} = \frac{1}{1 + K \cdot (T - 20)} \tag{2.8}$$

in cui T (°C) è la temperatura e K il fattore di temperatura.

Per la stima di tutti i fattori contenuti nelle formule (2.6)-(2.8), il modello prevede l'utilizzo di tabelle in cui sono riportati i valori medi o caratteristici in funzione delle condizioni di esposizione e ambientali (Tabella 2.6).

La profondità di corrosione nel tempo è determinata infine con la relazione:

$$x(t) = V \cdot w_t \cdot (t - t_l) \tag{2.9}$$

in cui  $t_l$  è il tempo di innesco della corrosione e  $w_t$  è un parametro che indica in quale percentuale durante l'anno le condizioni atmosferiche sono tali da favorire la corrosione.

Il problema principale in un approccio di questo tipo, che cerca di tenere conto di tutti i fattori che influenzano la velocità di corrosione, è la scelta dei parametri da utilizzare in relazione alla struttura che si vuole studiare ed all'ambiente a cui si prevede sia esposta.

L'approccio probabilistico consente tuttavia di tener conto dell' incertezza relativa alla valutazione di questi parametri.

Variabile w <sub>t</sub>		Variabile K		
Condizione	Valore (µ)	Condizione	Valore (k)	
Secco	0.00	Temperatura sotto i 20°C	0.025 °C <sup>-1</sup>	
Riparata, umidità moderata	0.50	Temperatura sopra i 20°C	0.073 °C <sup>-1</sup>	
Esposta	0.75			
bagnato	1.00			
		Variabile K <sub>RH,r</sub>	es	
		Condizione	Valore (k)	
Variabile $\alpha$		Esposta		
Condizione	Valore (µ)	50% RH	7.58	
Bassa presenza di cloruri	2.0	65% RH	6.45	
Alta presenza di cloruri	9.28	80% RH	3.18	
		90% RH 1.0		
		Sommersa	1.00	
Variabile F <sub>cl</sub>				
Condizione	Valore (k)			
Bassa presenza di cloruri	1.00	Variabile K <sub>cl,res</sub>		
Alta presenza di cloruri	2.63	Condizione	Valore (k)	
		Bassa presenza di cloruri	1.00	
		Alta presenza di cloruri	0.72	

**Tab.2.6** Valori medi ( $\mu$ ) o caratteristici (k) delle distribuzioni statistiche dei parametri necessari per la valutazione della velocità di corrosione ( da DuraCrete, 1998)

Una classificazione qualitativa della velocità di corrosione può essere la seguente (Brite-EuRam, 1995):

	Velocità [µA/cm <sup>2</sup> ]
Trascurabile	< 0,1
Bassa	0,1 - 0,5
Media	0,5 - 1
Elevata	> 1

Tab.2.7 Classificazione qualitativa della velocità di corrosione

Come si è detto, la modellazione dell'evoluzione temporale del degrado per corrosione non è lo scopo di questo lavoro: si è comunque voluta fornire un'ampia analisi dei principali risultati sperimentali e dei modelli proposti in letteratura sull'argomento, per comprendere i fattori che influenzano la velocità di corrosione e permettere eventualmente di correlare le analisi condotte con riferimento ad un parametro di danneggiamento con un'evoluzione temporale realistica del fenomeno.

## 2.5 Effetti della corrosione sulle barre di armatura

## 2.5.1 Corrosione uniforme

Nel calcestruzzo carbonatato, in assenza di rilevanti tenori di cloruri, la corrosione si sviluppa in modo uniforme sulla barra di armatura, una volta che la depassivazione ha creato le condizioni favorevoli.



Fig.2.12 Riduzione della sezione di acciaio per corrosione uniforme

La dimensione dell'area di barra rimanente in funzione della profondità di corrosione x(t) è calcolata come:

$$A_{s}(t) = \pi \cdot \left(\frac{D_{0}}{2} - x(t)\right)^{2}$$
(2.10)

in cui  $A_s(t)$  è l'area della sezione di una barra di armatura al tempo t ( calcolato a partire dal momento in cui ha inizio la corrosione),  $D_0$  è il diametro nominale della barra.

Per considerare la possibilità che l'attacco corrosivo avvenga solamente da una parte oppure da due lati, in (Saetta, 1999) si propone la formula seguente:

$$A_{s}(t) = \frac{\pi \cdot (D_{0} - n \cdot x(t))^{2}}{4}$$
(2.11)

in cui n assume valore 1 se l'attacco avviene da una parte sola, mentre assume valore 2 se l'attacco si considera da entrambi i lati, riconducendosi alla formula precedente. Si può considerare una variazione parabolica di n dal valore 1 quando il fronte di carbonatazione raggiunge la barra di armatura da un lato, al valore 2 quando la depassivazione ha coinvolto l'intera barra, cioè quando il fronte di calcestruzzo carbonatato l'ha oltrepassata.

## 2.5.2 Corrosione localizzata

Quando la corrosione è localizzata, la perdita di area non è uniforme, ma è concentrata in corrispondenza del pit (Figura 1.4). La riduzione di sezione della barra andrà quindi valutata in modo diverso rispetto al caso della corrosione uniforme.

Il problema principale è determinare la massima profondità raggiunta dall'attacco per pitting, quando si conosce la velocità di corrosione espressa come intensità di corrente, poiché il valore medio è diverse volte inferiore a quello massimo.

Si è cercato di determinare sperimentalmente il rapporto R, chiamato fattore di pitting, tra il valore medio e quello massimo di penetrazione dell'attacco:

$$R = \frac{x(t)_{max}}{x(t)_{medio}}$$
(2.12)

In (Gonzalez et al.,1994) i valori di R riscontrati per la corrosione in ambiente naturale variano tra 4 e 8: si è trovato ad esempio un valore di R=5.9 in un campione esposto all'atmosfera e contaminato da cloruri, in cui la penetrazione media dell'attacco era di 0.085 mm dopo 6 anni, mentre quella massima era di 0.5 mm. In prove di corrosione accelerata invece si sono ottenuti valori di R compresi tra 5 e 13.

Pur non essendo dotati di validità generale per il numero limitato di campioni esaminati nelle prove sperimentali, questi risultati indicano che l'attacco per pitting causa una penetrazione massima circa dieci volte maggiore rispetto alla corrosione uniforme, a parità di velocità di corrosione media misurata.

In (Stewart, 2008) i valori riportati per il fattore *R* sono ricavati da prove sperimentali su barre di diverso diametro e l'autore propone di considerare una distribuzione statistica di Gumbel, con i parametri  $\mu_0 e \alpha_0$ , ottenendo i valori per il fattore di pitting riportati nella Tabella 2.8.

	Fattore di	pitting <i>R</i>	Parametri di Gumbel		
D[mm]	media	cov	$\mu_0$	$\alpha_0$	
10	5,65	0,22	5,08	1,02	
16	6,2	0,18	5,56	1,16	
27	7,1	0,17	6,55	1,07	

Tab.2.8 Parametri statistici per il fattore di pitting ( da Stewart, 2008)

Viene proposta una correlazione per riportare i parametri riferiti alle barre di lunghezza  $L_0 = 100$ mm alla lunghezza  $L_U$  della parte di barra di armatura in cui la corrosione localizzata abbia possibilità di produrre conseguenze sulla resistenza strutturale (difficilmente determinabile a priori, perché funzione della geometria delle barre, assunta variabile tra 10 cm e 1 m):

$$\mu = \mu_0 + \frac{1}{\alpha_0} ln \left( \frac{L_U}{L_0} \right) \quad ; \quad \alpha = \alpha_0 \tag{2.13}$$

Un approccio di questo tipo è comunque interessante per quanto riguarda la variazione del fattore di pitting con il diametro della barra.

Per quanto riguarda la distribuzione spaziale della corrosione, non vi sono evidenze che questa avvenga in corrispondenza delle fessure flessionali, se non in una prima fase, ma invece si sviluppa in modo casuale in punti in cui vi siano imperfezioni del film o difetti di interfaccia ( Zhang et al., 2009).

Calcolando invece la velocità di corrosione con la formula (2.6), viene considerato un fattore di pitting caratterizzato dal valore medio di 9.28 e da una deviazione standard di 4.04 con un'alta presenza di cloruri per valutare la massima penetrazione dell'attacco x(t).

I pit hanno forma irregolare e si formano in modo non uniforme sulla lunghezza della barra, come si può osservare dalle immagini di Figura 2.13, ottenute in prove sperimentali con corrosione accelerata in presenza di cloruri.



**Fig.2.13** Immagini di una barra di acciaio soggetta a corrosione accelerata per pitting: (a) condizione iniziale; (b) dopo 10 giorni, (c) dopo 20 giorni, (d) dopo 30 giorni di corrosione accelerata ( da Apostolopoulos et al., 2008)

La riduzione di sezione può essere stimata nel modo seguente ( da Stewart, 2008), con riferimento alla Figura 2.14, in cui si ipotizza che il pit abbia inizio dal punto A e cresca nel tempo seguendo un cerchio di raggio p(t). Nelle formule seguenti si indica con p(t) la profondità raggiunta dall'attacco considerando il fattore di pitting  $R(p(t) = x(t)_{medio} \cdot R)$ .



Fig.2.14 Riduzione della sezione a causa del pitting secondo il modello di Val - Melchers

$$b = 2 \cdot p(t) \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{p(t)}{D_0}\right)^2}$$
(2.14)

$$\theta_1 = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{b}{D_0}\right) \qquad ; \qquad \theta_2 = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{b}{2 \cdot p(t)}\right) \tag{2.15}$$

L'area interessata dal pitting può essere calcolata come:

$$\begin{cases} A_{pit}(t) = A_1 + A_2 & se \ p(t) \le D_0 / \sqrt{2} \\ A_{pit}(t) = A_0 - A_1 + A_2 & se \ D_0 / \sqrt{2} \le p(t) \le D_0 \\ A_{pit}(t) = A_0 & se \ p(t) \ge D_0 \end{cases}$$
(2.16)

in cui:

$$A_{1} = 0.5 \cdot \left[ \theta_{1} \left( \frac{D_{0}}{2} \right)^{2} - b \left| \frac{D_{0}}{2} - \frac{p(t)^{2}}{D_{0}} \right| \right]$$
(2.17)

$$A_{2} = 0.5 \cdot \left[ \theta_{2} p(t)^{2} - b \frac{p(t)^{2}}{D_{0}} \right]$$
(2.18)

$$A_0 = \frac{\pi \cdot D_0}{4}$$
(2.19)

Si può quindi valutare la riduzione percentuale di area in seguito al pitting come:

$$\alpha_{pit} = \frac{A_{pit}}{A_0} \tag{2.20}$$

Un modello alternativo, proposto da Rodriguez, consente di considerare anche una riduzione dell'area uniforme oltre al pitting: in alcuni casi ( ad esempio nelle prove di corrosione accelerata) ci può essere la concomitanza tra una riduzione globale uniforme ed una localizzata in alcuni punti.

Questo modello potrebbe non essere adatto per descrivere situazioni reali in cui la corrosione è prevalentemente di un tipo o dell'altro (Zhang et al., 2009).



Fig.2.15 Riduzione della sezione a causa del pitting secondo il modello di Rodriguez

L'area di acciaio corrosa si calcola con la seguente espressione che, con il fattore di pitting R = 2, si riduce alla formula per la corrosione uniforme:

$$\Delta A_s = \frac{\pi}{4} (2 \cdot p(t) \cdot D_0 - p(t)^2)$$
(2.21)

## 2.5.3 Riduzione della duttilità

Le conseguenze del pitting non si manifestano solamente nella riduzione della sezione resistente delle barre di armatura, ma sperimentalmente si riscontra anche una perdita di duttilità dell'acciaio, arrivando ad un comportamento di tipo fragile.

Si può osservare nei risultati di una prova di trazione su barre con diversi livelli di corrosione quanto affermato (Figura 2.16).



Fig.2.16 Curve carico-allungamento per barre con diverso livello di corrosione ( espresso come perdita di massa in %) (da Almusallam, 2001)

Dalle curve di Figura 2.16 si osserva come, per una perdita di massa abbastanza limitata ( superiore al 13%) si passi ad un comportamento fragile della barra.

Le prove sperimentali condotte da Apostolopoulos et al. (2008) confermano questi risultati ( Figura 2.17), cioè una riduzione molto marcata della duttilità in funzione della perdita di area della sezione ( in queste prove si è riscontrata una perdita di massa lineare nel tempo), che porta ad un valore dell'allungamento a rottura inferiore a quello minimo secondo la normativa greca ( 14%).

Qualitativamente è stato osservato lo stesso andamento più che proporzionale dell'allungamento a rottura con la perdita di massa anche in edifici reali.

Altri risultati sperimentali sono quelli di Kobayashi (2006): in base ai risultati viene ricavata l'espressione seguente per esprimere il rapporto tra l'allungamento residuo e quello iniziale:

$$\frac{\varepsilon_{su}'}{\varepsilon_{su}}(\%) = 100 - 18.1x \tag{2.22}$$

indicando con x la perdita di sezione dell'armatura (%).



Fig.2.17 Effetto della corrosione sull'allungamento a rottura delle barre di armatura (da Apostolopoulos e Papadakis, 2008)

In (Coronelli et al., 2004) è proposta la seguente relazione per valutare la perdita di duttilità, quindi la riduzione nella deformazione ultima dell'acciaio dal valore  $\varepsilon'_{su} = \varepsilon_{su}$  per il materiale vergine fino a  $\varepsilon'_{su} = \varepsilon_{sy}$  per la completa perdita di duttilità:

$$\varepsilon_{su}' = \varepsilon_{sy} + \left(\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sy}\right) \cdot \left(1 - \frac{\alpha_{pit}}{\alpha_{pit,max}}\right) \qquad se \ \alpha_{pit} \le \alpha_{pit,max}$$
(2.23)

L'andamento è lineare ed è proporzionale alla riduzione di area causata dal pitting, così come definita nella relazione (2.20).

Sono stati condotti diversi studi sperimentali per valutare il parametro  $\alpha_{pit,max}$  ed i valori oscillano tra 0.5 e 0.1.

In (Stewart, 2009) si propone di considerare un passaggio netto tra comportamento duttile e fragile delle barre per un valore limite di corrosione del 20%, calcolando  $A_{pit}$  con la formula (2.16).

#### 2.5.4 Variazione delle proprietà meccaniche dell'acciaio

L'effetto della corrosione sulle proprietà del materiale acciaio in termini di resistenza a snervamento e di tensione ultima è trascurabile.

Dai risultati delle prove sperimentali riportati in (Du et al., 2005) si può dedurre una legge lineare per descrivere la variazione della tensione ultima e di quella a snervamento con il livello di corrosione.



Fig.2.18 Resistenza residua di barre di armatura corrose (da Du et al.,2005)

La relazione lineare proposta dagli autori, valida sia per  $f_u$  che per  $f_y$  è la seguente:

$$f = (1 - \beta \cdot Q_{corr}) \cdot f_0 \tag{2.24}$$

in cui  $f_0$  è la resistenza della barra non corrosa e  $Q_{corr}$  è il livello di corrosione [%].

Viene sottolineato d'altra parte come la riduzione delle tensioni di snervamento e ultima non siano da collegare direttamente alla perdita di sezione uniforme: la riduzione dipende essenzialmente dalla corrosione localizzata. Se non vi fosse corrosione localizzata, non si avrebbe alcuna riduzione nella resistenza dell'acciaio ( $\beta = 0$ ). In Stewart (2009) viene proposto di utilizzare la (2.24) considerando come  $Q_{corr}$  il valore ottenuto con la (2.20).

Se si considera una riduzione uniforme della sezione e si vuole tenere conto degli effetti locali sulla resistenza delle barre di armatura, gli autori suggeriscono di utilizzare un coefficiente  $\beta = 0.005$ . Valori analoghi sono stati ottenuti confrontando i dati sperimentali di diversi autori, comunque compresi tra 0.002 e 0.006.

In (Apostolopoulos et al., 2004) si sottolinea come la tensione di snervamento calcolata con riferimento alla sezione corrosa della barra, non subisca variazioni con il livello di corrosione, mentre la tensione ultima decresce lievemente con andamento lineare.

Per le barre di armatura quindi la riduzione della sezione è senza dubbio il danno maggiore indotto dalla corrosione, oltre alla perdita di duttilità, mentre l'influenza sulle proprietà meccaniche è molto limitata.

# 2.6 Effetti della corrosione sul calcestruzzo

Anche se il danno diretto derivante dalla perdita di sezione di armatura è il più rilevante, soprattutto se le barre sono soggette a livelli di tensione elevati, nel caso di corrosione uniforme, con bassa velocità di penetrazione, può diventare rilevante il degrado indiretto subito dal calcestruzzo.

Molti dei problemi legati alla corrosione non sono dovuti alla perdita di sezione delle barre di armatura ma alla formazione dei prodotti di ossidazione: questo porta allo sviluppo di fessure longitudinali ed al distacco del copriferro. Il più comune problema causato dalla corrosione è lo spalling del copriferro, con evidenti problemi di sicurezza per gli utenti delle strutture quando si verifica il distacco di parti di solette o di travi di copertura o di impalcati da ponte (Broomfield, 1997).

Esistono situazioni molto particolari, in cui i prodotti di corrosione riescono a diffondere nei pori ( ad esempio questo può verificarsi quando la superficie è costantemente coperta di acqua), senza dar luogo al distacco del copriferro, mentre comunque la corrosione continua ad avanzare.

A questo proposito è interessante fare una considerazione sul fatto che la fessurazione longitudinale ed il distacco del copriferro costituiscono sì un grave pericolo per la sicurezza degli utenti, ma sono anche il segno inequivocabile del processo corrosivo in atto.

Una volta che le fessure longitudinali si sono formate, chiaramente costituiscono una via di accesso facilitata per gli agenti esterni ( cloruri, ossigeno, acqua) favorendo lo sviluppo della corrosione della barra.

Alcuni dei lavori sperimentali (Vidal et al., 2004), (Zhang et al., 2009) sono rivolti a cercare relazioni che permettano di dedurre il livello di corrosione nelle armature a partire dall'ampiezza delle fessure longitudinali registrata sulla superficie.

Altri lavori sono invece finalizzati a studiare il tempo che intercorre tra l'inizio della corrosione ed il momento in cui avviene la fessurazione del copriferro (Pantazopoulou et al., 2001), (Bhargava et al., 2005), (Maaddawy et al., 2007), senza procedere nell'analisi del calcolo dell'apertura delle fessure.

Lo studio analitico e numerico del fenomeno della fessurazione indotta dall'espansione dei prodotti di corrosione si può trovare in (Li et al., 2007), con la stima del tempo necessario per avere la delaminazione del calcestruzzo.

I prodotti della corrosione del ferro (Figura 2.19 e Tabella 2.9) occupano un volume diverse volte maggiore rispetto a quello del materiale vergine, quindi il loro accumulo attorno alla barra è causa di tensioni nel calcestruzzo, che portano alla fessurazione ed al successivo distacco del copriferro.



Fig.2.19 Volumi relativi del ferro metallico e dei suoi prodotti di corrosione

Prodotto	Rapporto	Peso	Densità	Volume	Volume
di	volumetrico	molecolare	$(10^{3} \text{kg/m}^{3})$	specifico	specifico
corrosione	relativo			$(g/cm^3)$	relativo
Fe	1	56	7.85	0.127	1
FeO	1.7	72	5.93	0.169	1.32
Fe <sub>3</sub> O <sub>4</sub>	2	232	16.24	0.062	0.48
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2.1	160	10.67	0.094	0.74
Fe(OH) <sub>2</sub>	3.6	90	3.5	0.286	2.24
Fe(OH) <sub>3</sub>	4	107	3.75	0.267	2.09
Fe(OH) <sub>3</sub> 3H <sub>2</sub> O	6.2	161	3.64	0.275	2.16

Tab.2.9 Caratteristiche dei prodotti di corrosione ( da Chen et al., 2008)

Le fessure sono prevalentemente longitudinali, parallele alle barre di armatura (Figura 2.20). L'effetto protettivo del copriferro viene così drasticamente ridotto, causando un aumento dell'ingresso delle specie aggressive e della velocità di corrosione.



Fig.2.20 Fessurazione longitudinale e distacco del copriferro in una trave soggetta a corrosione

La distribuzione delle fessure segue la disposizione delle barre longitudinali (Figura 2.21) e le fessure dovute alla corrosione intercettano quelle flessionali con un angolo di circa 90°.



**Fig.2.21** Andamento delle fessure in una trave di sezione 150x280 mm, armata con due barre superiori di 6 mm e due inferiori di 12 mm, soggetta a corrosione naturale, dopo 23 anni ( le parti retinate rappresentano il calcestruzzo distaccato) ( da Zhang et al., 2009)

La conseguenza della fessurazione del copriferro è anche una riduzione della resistenza a compressione del calcestruzzo oltre che dell'aderenza tra acciaio e calcestruzzo.

La disposizione delle barre longitudinali determina le modalità con cui le fessure si sviluppano fino a raggiungere aperture tali da consentire il distacco della parte di calcestruzzo delimitata dalle fessure stesse. Secondo Bazant (1979) si possono prevedere due diverse modalità di rottura, la prima con piani di frattura inclinati di 45°, la seconda con un piano di frattura parallelo alla barra (delaminazione).

Il primo tipo di rottura (Figura 2.22) si avrà quando è verificata la condizione:

$$S > 6D \tag{2.25}$$

in cui S è l'interasse tra le barre di armatura mentre D è il diametro.

La delaminazione (Figura 2.23) si avrà invece quando:

$$C > \frac{S-D}{2} \tag{2.26}$$

indicando con C lo spessore di copriferro.

Vi saranno poi effetti d'angolo per le barre di estremità come quelli rappresentati nella Figura 2.24.



Fig.2.22 Scagliatura del calcestruzzo in seguito alla fessurazione indotta dalla corrosione



Fig.2.23 Delaminazione del calcestruzzo in seguito alla fessurazione indotta dalla corrosione



Fig.2.24 Effetti d'angolo legati alla fessurazione indotta dalla corrosione

I fattori che influenzano la fessurazione del copriferro sono principalmente il rapporto c/d e la qualità del calcestruzzo: chiaramente per un basso rapporto c/d i prodotti di corrosione tenderanno immediatamente a provocare la fessurazione del copriferro, mentre invece con un

rapporto c/d elevato la fessurazione sarà ritardata. Un calcestruzzo con un più alto rapporto a/c, più poroso, permette ai prodotti di corrosione di penetrare nei vuoti riducendo la fessurazione. Si è riscontrata inoltre una relazione tra la fessurazione e la velocità di corrosione: con intensità di corrente più bassa la penetrazione necessaria ad avere una certa apertura di fessura è minore rispetto al caso in cui la velocità di corrosione sia maggiore ( Alonso et al., 1997).

Tra gli studi sperimentali condotti per valutare l'influenza del rapporto tra copriferro e diametro sul livello di corrosione necessario per avere la fessurazione ( visibile in superficie) si ricordano quelli di Rasheeduzzafar et al. ( 1990) e di Alonso et al. ( 1997). Dai risultati riportati nelle Figure 2.25 e 2.26 si comprende come, anche con un rapporto c/d molto elevato, il livello di corrosione necessario a far comparire le fessure in superficie sia molto modesto ( tale cioè da non compromettere l'integrità della barra). Si tenga presente che l'ipotesi adottata da Alonso et al. per calcolare la profondità della corrosione è che la corrosione sia di tipo uniforme, inoltre viene specificata la dimensione della fessura visibile in 0.05 mm. Nel lavoro di Rasheeduzzafar invece la relazione è con la riduzione di sezione misurata tramite la perdita di peso ed inoltre non viene specificata quale sia l'apertura di fessura rilevata.



**Fig.2.25** Relazione tra il rapporto tra copriferro e diametro (c/d) ed il livello di corrosione necessario per avere l'inizio della fessurazione ( da Rasheeduzzafar et al., 1990)



**Fig.2.26** Relazione tra la penetrazione dell'attacco che produce la prima fessurazione visibile (0.05 mm) ed il rapporto (c/d) ( da Alonso et al., 1997)

Per interpolazione dei dati sperimentali di Alonso et al., si è dedotto il seguente legame tra l'apertura della prima fessura ed il rapporto c/d:

$$x_0 = a + b\frac{c}{d}$$
in cui *a* = 7.53; *b* = 9.32
(2.27)

Nella fase di propagazione delle fessure non viene invece individuata una correlazione evidente tra il rapporto c/d e l'apertura delle fessure.

#### 2.6.1 Modelli teorici

Nelle formulazioni teoriche presenti in letteratura [ Pantazopoulou et al. (2001), Bhargava et al. (2005), Maadawy et al. (2007), Li et al. (2007) ], si ipotizza l'accumulo dei prodotti della corrosione attorno alla barra di armatura in modo uniforme, ritenendo quindi che si venga a formare una circonferenza concentrica alla barra costituita dagli ossidi del ferro (Figura 2.27).



Fig.2.27 Modello dell'espansione dei prodotti di corrosione attorno alla barra di armatura

Secondo un modello proposto da Bazant (1976), riportato in (Capozucca, 1995), il tempo necessario per raggiungere la fessurazione del calcestruzzo, a partire dal momento in cui la corrosione ha avuto inizio, si può calcolare come:

$$t_{cr} = \rho \cdot \frac{D \cdot \Delta D}{S \cdot v_{corr}}$$
(2.28)

in cui  $\rho$  è la densità dei prodotti di corrosione,  $\Delta D$  è l'incremento del diametro della barra dovuto alla formazione degli ossidi,  $v_{corr}$  è la velocità di corrosione.

La pressione  $p_r$  necessaria per incrementare la dimensione del foro in cui è inserita la barra della quantità  $\Delta D$  è:

$$p_r = \frac{\Delta D}{k_p} \tag{2.29}$$

indicando con  $k_p$  il coefficiente di flessibilità del cilindro di calcestruzzo attorno alla barra.



Fig.2.28 Stato tensionale conseguente all'espansione dei prodotti di corrosione

Da semplici condizioni di equilibrio (Figura 2.28), indicando con *C* il copriferro, si ottiene:  $2C \cdot f_{ct} = p_r \cdot D$  (2.30) da cui:

- 52 -

$$\Delta D = 2 \cdot f_{ct} \cdot \frac{C}{D} \cdot k_p \tag{2.31}$$

nel caso di linea di frattura inclinata di 45°.

Nel caso di delaminazione invece:

$$\Delta D = f_{ct} \cdot \left(\frac{S}{D} - 1\right) \cdot k_p \tag{2.32}$$

in cui *S* è l'interasse tra le barre di armatura.

Un modello analogo è stato proposto da Maaddawy et al. (2007), con la differenza che si considera la presenza di uno strato poroso attorno alla barra, in cui i prodotti di corrosione sono liberi di espandersi. Solo dopo aver riempito questa zona i prodotti di corrosione iniziano ad esercitare una pressione sul calcestruzzo.

Il calcestruzzo attorno alla barra può essere modellato come cilindro a parete spessa, di spessore pari al copriferro più sottile (Figura 2.29).

Si assume che la fessurazione avvenga quando gli sforzi di trazione in direzione circonferenziale hanno raggiunto il limite di resistenza a trazione del calcestruzzo.

Uno strato uniforme di prodotti di corrosione provocherà una pressione uniforme sul calcestruzzo e quindi uno spostamento radiale uniforme.



Fig.2.29 Espansione dei prodotti di corrosione attorno alla barra di armatura ( da Maaddawy et al., 2007)

La pressione radiale  $P_{cor}$  necessaria per produrre uno spostamento radiale  $\delta_c$  in seguito alla trasformazione dell'acciaio in prodotti di corrosione con un volume maggiore è:

$$\delta_c = k \cdot P_{cor} \tag{2.33}$$

in cui *k* è la costante di flessibilità per il cilindro di calcestruzzo, definita in questo caso tenendo conto della presenza della zona porosa di interfaccia, di spessore pari a  $\delta_0$  (compreso tra 10 e 20 µm). Si assume come raggio interno del cilindro a=D'/2 (in cui  $D'=D+2\delta_0$ ), mentre il raggio esterno è pari a b=C+D'/2.

Per il coefficiente *k* si riporta l'espressione seguente:

$$k = \frac{a}{E_{ef}} \left( \frac{a^2 + b^2}{b^2 - a^2} + \nu \right)$$
(2.34)

in cui  $E_{ef}$  è il modulo elastico efficace del calcestruzzo, pari a  $E_{c'}(1+\varphi)$ .

Si ricava quindi in base alle definizioni precedenti:

$$\delta_c = \frac{D'}{2E_{ef}} (\psi + 1 + \nu) \cdot P_{cor}$$
(2.35)

in cui:

$$\psi = \frac{D'}{2C(C+D')}$$
(2.36)

Per calcolare la pressione radiale causata dalla corrosione si devono determinare lo spessore dello strato di ruggine  $\delta_r$ , quello dell' acciaio perso dalla barra  $\delta_l$ , e quello della zona porosa attorno alla barra  $\delta_0$  (Figura 2.29).

Il diametro della barra aumenta passando da D a  $D+2(\delta_r - \delta_l)$ , con un conseguente aumento di volume: tale aumento di volume dovrà essere uguale a quello calcolato come differenza tra volume di ruggine prodotta e volume di acciaio consumato per unità di lunghezza.

Indicando con  $M_r$  la massa di ruggine prodotta per unità di lunghezza e con  $M_{loss}$  la massa di acciaio consumata per unità di lunghezza per produrre  $M_r$  si può scrivere:

$$\frac{M_r}{\rho_r} - \frac{M_{loss}}{\rho_s} = \frac{\pi}{4} \{ [D + 2(\delta_r - \delta_l)]^2 - D^2 \}$$
(2.37)

Posto  $\delta_r = \delta_l + \delta_0 + \delta_c$ , l'equazione precedente diventa:

$$\frac{M_r}{\rho_r} - \frac{M_{loss}}{\rho_s} = \frac{\pi}{4} [4D(\delta_0 + \delta_c) + 4(\delta_0 + \delta_c)^2]$$
(2.38)

Poiché  $(\delta_0 + \delta_c)^2 \ll D$  l'equazione si può ridurre a:

$$\frac{M_r}{\rho_r} - \frac{M_{loss}}{\rho_s} = \pi D(\delta_0 + \delta_c)$$
(2.39)

Il rapporto tra la massa molecolare dell' acciaio e quella della ruggine varia tra 0,523 e 0,622: assumendo quest'ultimo valore e combinando le equazioni scritte, si ottiene:

$$P_{cor} = \frac{2M_{loss}E_{ef}[(1/0.622\rho_r)(1/\rho_s)]}{\pi D(\psi + 1 + \nu)(D + 2\delta_0)} - \frac{2\delta_0 E_{ef}}{(\psi + 1 + \nu)(D + 2\delta_0)}$$
(2.40)

Considerando il rapporto tra la densità della ruggine e quella dell'acciaio pari a 0,5 ed indicando con  $m_l$  la percentuale di acciaio perso dalla barra in seguito alla corrosione  $(m_l = 100(M_{loss}/M_{st}))$ , l'equazione (2.40) diventa:

$$P_{cor} = \frac{m_l E_{ef} D}{90.9(\psi + 1 + \nu)(D + 2\delta_0)} - \frac{2\delta_0 E_{ef}}{(\psi + 1 + \nu)(D + 2\delta_0)}$$
(2.41)

Si è quindi ottenuta una relazione che lega direttamente la perdita di massa dell'acciaio alla pressione generata sul calcestruzzo durante il processo corrosivo.

Il cilindro di calcestruzzo che circonda la barra si fessurerà quando lo sforzo di trazione in direzione circonferenziale avrà raggiunto la resistenza a trazione del calcestruzzo, pari a  $f_{ct}$ .

La pressione radiale necessaria a provocare la fessurazione del copriferro sarà quindi ricavata dalla relazione:

$$P_{cr}[D+2(\delta_0+\delta_c)] = 2[C-(\delta_0+\delta_c)]f_{ct}$$
(2.42)  
da cui, assumendo  $[D+2(\delta_0+\delta_c)] = D$  e  $[C-(\delta_0+\delta_c)] = C$ , si trova:

$$P_{cr} = \frac{2Cf_{ct}}{D} \tag{2.42}$$

Nel momento in cui avviene la fessurazione varrà l'uguaglianza  $P_{cor} = P_{cr}$ : imponendo quindi l'uguaglianza tra la (2.41) e la (2.42), conoscendo la velocità di corrosione sarà possibile determinare la perdita di massa dell'acciaio ed il tempo necessario alla formazione delle fessure.

#### 2.6.2 Modellazione del degrado della resistenza del calcestruzzo fessurato

La fessurazione del calcestruzzo deve essere tenuta in conto anche prima del distacco e quindi prima della riduzione della sezione resistente.

Un metodo possibile per considerare l'effetto della fessurazione longitudinale sulle proprietà del calcestruzzo. è quello riportato in (Coronelli et al., 2004) di ridurre la resistenza a compressione del calcestruzzo fessurato. La resistenza a compressione ridotta del calcestruzzo si può calcolare come:

$$f_{c,rid} = \frac{f_c}{1 + K\varepsilon_t/\varepsilon_{c0}}$$
(2.43)

in cui *K* è un coefficiente legato alla scabrezza e al diametro delle barre ( si può assumere pari a 0,1 per barre nervate di medio diametro),  $f_c$  è il valore di picco della tensione di compressione, cui corrisponde la deformazione  $\varepsilon_{c0}$ .

Esprimendo  $f_{cm}$  in MPa, la deformazione  $\varepsilon_{c0}$  si può calcolare come:

$$\varepsilon_{c0} = 0.0017 + 0.0010 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{70}\right)$$
 (2.44)

 $\varepsilon_t$  rappresenta la deformazione trasversale di rigonfiamento della sezione e si può calcolare come:

$$\varepsilon_t = \frac{b_f - b_i}{b_i} \tag{2.45}$$

in cui  $b_i$  è la larghezza della parte di sezione considerata,  $b_f$  è la dimensione raggiunta in seguito all'apertura delle fessure.

Indicando con w l'apertura media di fessura per ogni barra si può scrivere:

$$b_f - b_i = n_{barre} \cdot w \tag{2.46}$$

quindi:

$$\varepsilon_t = \frac{n_{barre} \cdot w}{b_i} \tag{2.47}$$

Sulla stima dell'ampiezza di fessurazione, che diventa quindi l'unica variabile che correla il livello raggiunto dalla corrosione al livello di danneggiamento del calcestruzzo, esistono in letteratura numerosi modelli basati su relazioni empiriche.

Secondo l'approccio seguito in DuraCrete (1998) *w* può essere stimato, ipotizzando una corrosione di tipo uniforme della barra, come:

$$w(t) = \begin{cases} 0 & se \ x \le w_0 \\ w_0 + \beta \cdot (x - x_0) & se \ x > x_0 \end{cases}$$
(2.48)

in cui  $w_0 = 0.05 mm$  rappresenta l'apertura di una fessurazione intrinseca da splitting iniziale;  $\beta$ è un parametro costante assunto pari a 0,009 mm/µm; x è la profondità della corrosione;  $x_0$  rappresenta la profondità di corrosione necessaria per produrre la prima fessura da splitting:

$$x_0 = a_1 + a_2 \cdot \frac{c}{D_0} + a_3 \cdot f_{c,sp}$$
(2.49)

in cui *c* è lo spessore di copriferro,  $D_0$  è il diametro della barra più grande nel gruppo considerato; i parametri  $a_1 = 74.4 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $a_2 = 7.3 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $a_3 = -17.4 \text{ }\mu\text{m} \text{ }\text{mm}^2/\text{N}$  sono ottenuti per via sperimentale;  $f_{c,sp}$  è la resistenza caratteristica di trazione allo splitting, valutabile come:

$$f_{c,sp} = \frac{f_{ct,095}}{0.9} \tag{2.50}$$

Quando l'apertura delle fessure da splitting raggiunge il valore w(t) = 1 mm si può ipotizzare il distacco del copriferro, con l'improvvisa riduzione della sezione resistente.

In (Vidal et al.,2004) viene mostrato come sia più aderente ai dati sperimentali la formula (2.27), rispetto alla precedente, che considera la dipendenza da  $f_{c.sp}$ 

Viene quindi proposta una relazione lineare tra l'apertura delle fessure e la riduzione della sezione:

$$w = K \cdot (\Delta A_s - \Delta A_{s0}) \tag{2.51}$$

in cui *w* è l'ampiezza della fessura (mm); K = 0.0575 (r<sup>2</sup>=0.82 da regressione lineare sui risultati sperimentali di Figura 2.30);  $\Delta A_s$  è la perdita di sezione di acciaio (mm<sup>2</sup>) calcolata secondo la (2.21);  $\Delta A_{s0}$  si può calcolare usando la relazione (2.27) per x<sub>0</sub> come:

$$\Delta A_{s0} = A_s \left[ 1 - \left[ 1 - \frac{R}{D_0} \left( 7.53 + 9.32 \frac{c}{D_0} \right) 10^{-3} \right]^2 \right]$$
(2.52)

in cui R è il fattore di pitting, c il copriferro,  $D_0$  il diametro iniziale della barra.

La relazione proposta evidenzia come non vi sia una correlazione diretta tra il rapporto c/d e l'apertura delle fessure così come dedotto dai dati sperimentali (Figura 2.) e confermato da quelli di (Alonso et al., 1997).



**Fig.2.30** Evoluzione dell'ampiezza delle fessure con la riduzione della sezione della barra ( da Vidal et al., 2004).

In (Coronelli et al., 2004) si riporta l'espressione di Molina per calcolare *w*,in cui si ipotizza che tutti i prodotti di corrosione si accumulino attorno alla barra e siano incomprimibili:

$$w = 2\pi \cdot (v_{rs} - 1) \cdot x \tag{2.53}$$

in cui x è la profondità raggiunta dall'attacco corrosivo;  $v_{rs}$  è il rapporto di espansione volumetrica degli ossidi rispetto al materiale vergine (assunto pari a 2)
In (Cabrera, 1996) si riportano le espressioni per calcolare l'incremento del diametro delle barre  $\Delta d$  e l'apertura delle fessure *w*:

$$\Delta d = \frac{\left[\sqrt{D_0^2} + 4 \cdot W_l \cdot D_0 / \rho - D_0\right]}{2}$$
(2.54)

in cui diametro della barra (cm);  $W_1$  è la perdita di peso dell' acciaio per unità di lunghezza (g/cm<sup>2</sup>);  $\rho$  è la densità dei prodotti di corrosione, assunta pari a 3.9 g/cm<sup>3</sup>.

L'apertura delle fessure longitudinali viene quindi calcolata come:

 $w = 4 \cdot \Delta d \cdot \{ \left[ (c_1 + D_0/2) / (c_2 + D_0/2) \right] \cdot \sin\theta + \cos\theta \} \cdot \sin\theta$ (2.55)

in cui  $c_1$  e  $c_2$  sono le distanze tra la barra e la superficie;  $\theta$  è l'angolo tra la direzione della prima e quella della seconda fessura (pari a 10° nelle prove sperimentali riportate)

#### 2.7 Effetti della corrosione sull'aderenza

Vi sono numerosi lavori sperimentali, riportati in (Bhargave et al., 2007) che mostrano come la corrosione possa produrre effetti significativi sull'aderenza tra le barre di armatura ed il calcestruzzo. L'aderenza tra l'armatura e il calcestruzzo diminuisce in presenza di corrosione per la fessurazione del copriferro, per la formazione dello strato di ruggine e per la riduzione delle nervature della barra.

Le prove sperimentali condotte in merito al problema dell'aderenza in presenza di corrosione delle armature hanno messo in evidenza che la resistenza di aderenza varia qualitativamente come indicato nel grafico di Figura 2.31, mostrando un incremento iniziale per bassi livelli di corrosione con una diminuzione in seguito alla fessurazione del copriferro.

Tale andamento è evidente nelle prove sperimentali di Cabrera (1996), in cui i risultati sono ottenuti mediante prove di pull-out (Figura 2.32)

La relazione proposta sulla base dei dati sperimentali è la seguente:

$$\tau_{bu} = 23.478 - 1.313X_p \ (MPa) \tag{2.56}$$

in cui  $X_p$  rappresenta il livello di corrosione espresso come perdita di massa in %.



Fig.2.31 Variazione della tensione massima di aderenza con il livello di corrosione ( da Coronelli et al., 2004)



Fig.2.32 Effetto della corrosione sulla tensione di aderenza ( da Cabrera, 1996)

Sono riportate in letteratura diverse correlazioni sperimentali tra il livello di corrosione e la tensione di aderenza ultima ( $\tau_{bu}$ ), ma dipendono sia dal tipo di prova ( pull-out test o prova di flessione), sia dalle caratteristiche del materiale e della geometria dei provini utilizzati. Ad esempio:

Lee et al. (2002): 
$$\tau_{bu} = 5.21 \cdot e^{(-0.0561 \cdot X_p)}$$
 (MPa) (2.57)

Stanish et al. (1999): 
$$\frac{\tau_{bu}}{\sqrt{f_c}} = 0.77 - 0.027 \cdot X_p$$
 (2.58)  
- 59 -

Chung et al. (2004):  $R = 2.09 \cdot X_p^{(-1.06)} \text{ per } X_p > 2\%$  (2.59)

in cui R è il rapporto tra la tensione di aderenza al livello di corrosione  $X_p$  e quella originale.

Confrontando i dati sperimentali di diverse prove, in (Bhargava et al., 2007) vengono proposte altre due correlazioni empiriche, con riferimento a pull-out e prova a flessione rispettivamente.

Pull-out test: 
$$R = 1 \text{ per } X_p < 1.5\%$$
;  $R = 1.192 \cdot e^{-0.117X_p} \text{ per } X_p > 1.5\%$  (2.60)

Prova di flessione:  $R = 1 \text{ per } X_p < 1,5\%$ ;  $R = 1.346 \cdot e^{-0.198X_p} \text{ per } X_p > 1.5\%$  (2.61)

#### 2.8 Effetti della corrosione sul comportamento strutturale

Poiché lo scopo del presente lavoro è quello di studiare gli effetti della corrosione delle armature sul comportamento strutturale, si vuole riportare una sintesi di alcuni risultati ottenuti in prove di carico su strutture sottoposte a corrosione. Si potranno in questo modo mettere in luce quali sono gli aspetti della risposta strutturale che la corrosione influenza maggiormente ed in che modo gli effetti di cui si è discusso in precedenza interagiscono tra loro per modificare il comportamento e le modalità di collasso.

Tra le prove di carico effettuate su travi isostatiche si ricordano quelle di Rodriguez et al. (1997), in cui vengono evidenziati gli effetti della corrosione accelerata mediante prove di carico a flessione in quattro punti, fino a rottura. In queste prove si è mostrato come la corrosione faccia aumentare lo spostamento e riduca il carico ultimo, a causa degli effetto rilevanti sia della riduzione della sezione delle barre tese, sia del degrado del calcestruzzo compresso in seguito a fessurazione e spalling. Un' altra conseguenza importante è che molte delle travi progettate per rompersi a flessione, a causa della notevole corrosione delle armature trasversali per pitting, hanno presentato rottura per taglio.

Nelle prove di Castel et al. (2000), condotte su travi sottoposte a corrosione naturale, si pone in evidenza il collegamento tra la perdita di duttilità delle barre di armature con la riduzione dello spostamento ultimo nella prova di carico oltre alla riduzione di rigidezza e di carico ultimo rispetto alle stesse grandezze per i provini non corrosi.

Nelle prove di Kobayashi (2006) invece non si riscontra questa dipendenza tra la diminuzione dell'allungamento a rottura delle barre e la perdita di duttilità delle travi corrose. Nelle prove di carico ciclico condotte è risultata fondamentale la fessurazione indotta dalla corrosione e la conseguente perdita di aderenza. Si è mostrata una correlazione evidente tra il livello di corrosione e la riduzione dell'energia dissipata dalla trave, mentre non vi è una così significativa riduzione della resistenza.

Le prove di Torres-Acosta et al. (2006), su provini di piccole dimensioni, con un'unica barra di armatura soggetta a corrosione accelerata fino a valori del 70% di riduzione del diametro, hanno evidenziato la correlazione tra la diminuzione di resistenza e la riduzione massima della sezione in corrispondenza del pit.

Nelle prove condotte da Cairns et al. (2008) su travi iperstatiche il basso livello di corrosione raggiunto e l'utilizzo di barre lisce hanno messo in luce un incremento di resistenza da parte dei provini corrosi, probabilmente a causa di un miglioramento iniziale dell'aderenza alle estremità.

## CAPITOLO 3

## FORMULAZIONE DELL'ANALISI STRUTTURALE

#### 3.1 Introduzione

Per simulare la risposta della struttura e studiare gli effetti che il degrado ha sul comportamento sia dell' intera struttura, sia delle singole sezioni, è necessario ricorrere ad un'analisi di tipo non lineare.

Si fa riferimento ai testi di Bontempi (1992), Malerba (1998) e Biondini (2000) per la formulazione del problema sezionale e strutturale.

L'analisi sezionale è fondamentale per comprendere l'evoluzione del comportamento della sezione in seguito ai fenomeni di degrado: per ogni sezione in c.a. è possibile individuare il dominio di resistenza nel caso generale di pressoflessione deviata ed inoltre tracciare i diagrammi momento-curvatura.

La sezione in c.a., non omogenea, è composta da calcestruzzo e acciaio, materiali a comportamento elastico non lineare ( non linearità meccanica).

L'analisi non lineare viene anche applicata allo studio della struttura a telaio nel suo complesso, mediante la formulazione ad elementi finiti di trave in tre dimensioni, tenendo conto degli effetti che gli spostamenti hanno sull'equilibrio ( non linearità geometrica).

Grazie all'utilizzo di elementi finiti anche nell'analisi della sezione, è possibile studiare elementi con sezioni di forma qualsiasi.

Viene mantenuta l'ipotesi che le sezioni ruotino restando piane e che vi sia perfetta aderenza tra acciaio e calcestruzzo, trascurando la deformabilità per taglio e l'ingobbamento torsionale.

Studiando strutture composte da elementi snelli queste ipotesi sono ampiamente accettabili, poiché in queste strutture i fenomeni di distorsione della sezione ed il taglio hanno effetti trascurabili rispetto a quelli prodotti dalle tensioni normali.

#### 3.2 Modello cinematico e condizioni di congruenza

Si ipotizza che un segmento rettilineo e normale all'asse della trave si sposti rigidamente rimanendo tale nella configurazione deformata: le sezioni ruotano e traslano restando piane e si trascurano la deformabilità per taglio e l'ingobbamento torsionale. Si ritiene valida anche l'ipotesi di perfetta aderenza tra acciaio e calcestruzzo.

Il campo cinematico (u,w,w) del generico punto di coordinate (x',y',z') è quindi completamente definito dalle componenti di spostamento  $u_0(x')$ ,  $v_0(x')$ ,  $w_0(x')$ , del baricentro della sezione di ascissa x' e dalla sua rotazione torsionale  $\varphi_x(x')$ .

Il sistema di riferimento locale dell'elemento e le componenti di deformazione sono rappresentati in Figura 3.1.



Fig. 3.1 Sistema di riferimento locale e componenti di spostamento

Le rotazioni flessionali risultano:

$$\varphi_{y} = -\frac{\partial w_{0}}{\partial x'}$$

$$\frac{\partial v_{0}}{\partial v_{0}}$$
(3.1)

$$\varphi_z = -\frac{\partial v_0}{\partial x'} \tag{3.2}$$

Il campo cinematico è quindi definito come:

$$\begin{cases} u = u_0 - \varphi_z y' + \varphi_y z' \\ v = v_0 - \varphi_x z' \\ w = w_0 + \varphi_x y' \end{cases}$$
(3.3)

Si possono raccogliere gli spostamenti generalizzati nel vettore  $u_0$ :

$$\boldsymbol{u}_{0} = \left[\boldsymbol{u}_{0\alpha}^{T} | \boldsymbol{u}_{0\beta}^{T} | \boldsymbol{u}_{0\gamma}^{T}\right]^{T} = \left[u_{0} | v_{0} w_{0} | \varphi_{x}\right]^{T}$$
(3.4)

Indicando con  $\varepsilon_0$  la dilatazione della fibra baricentrica, con  $\chi_y \in \chi_z$  le curvature flessionali e con  $\theta$  la curvatura torsionale della sezione di ascissa x', si può scrivere:

$$\varepsilon_0 = \frac{\partial u_0}{\partial x'} \tag{3.5}$$

$$\chi_{y} = \frac{\partial \varphi_{y}}{\partial x'} = -\frac{\partial^{2} w_{0}}{\partial x'^{2}}$$
(3.6)

$$\chi_z = \frac{\partial \varphi_z}{\partial x'} = \frac{\partial^2 v_0}{\partial x'^2} \tag{3.7}$$

$$\theta = \frac{\partial \varphi_x}{\partial x'} \tag{3.8}$$

Le deformazioni generalizzate vengono raccolte nel vettore  $e_0$ :

$$\boldsymbol{e}_0 = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 & \chi_y & \chi_z & \theta \end{bmatrix}^T \tag{3.9}$$

Le componenti di deformazione generalizzate sono rappresentate nella Figura 3.2.



Fig. 3.2 Componenti di deformazione generalizzate

Dalle condizioni di congruenza interna si ottengono le componenti di deformazione seguenti:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x'} = \varepsilon_0 - \chi_z y' + \chi_y z' \tag{3.10}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial x'} = 0 \tag{3.11}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z'} = 0 \tag{3.12}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x'} + \frac{\partial u}{\partial y'} = -\theta z'$$
(3.13)

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial v}{\partial x'} + \frac{\partial u}{\partial z'} = \theta y'$$
(3.14)

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y'} + \frac{\partial v}{\partial z'} = 0 \tag{3.15}$$

Le uniche componenti non nulle di deformazione possono essere raccolte nel vettore *e*:

$$\boldsymbol{e} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \end{bmatrix}^T \tag{3.16}$$

Per ridurre il problema differenziale alla forma algebrica si definisce la relazione che lega gli spostamenti generalizzati, raccolti nel vettore  $u_0$ , agli spostamenti nodali, raccolti nel vettore s':

$$\boldsymbol{s}' = \left[\boldsymbol{s}_{\varepsilon}^{T} | \boldsymbol{s}_{\gamma}^{T}\right]^{T} = \left[\boldsymbol{s}_{\alpha}^{T} | \boldsymbol{s}_{\beta}^{T} | \boldsymbol{s}_{\gamma}^{T}\right]^{T} = \left[u_{1} u_{2} | v_{1} \varphi_{z1} v_{2} \varphi_{z2} w_{1} \varphi_{y1} w_{2} \varphi_{y2} | \varphi_{x1} \varphi_{x2}\right]^{T}$$
(3.17)

La relazione è la seguente:

$$\boldsymbol{u}_0 = \boldsymbol{N}\,\boldsymbol{s}' \tag{3.18}$$

*N* è la matrice delle funzioni di forma:

i cui elementi sono le funzioni di forma di Hermite. In particolare, posto  $\xi = x'/l$ :

$N_1 = N_{11} = 1 - \xi$	(3.20)
$N_2 = N_{12} = \xi$	(3.21)
$N_3 = N_7 = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3$	(3.22)
$N_4 = -N_8 = (\xi - 2\xi^2 + \xi^3)l$	(3.23)
$N_5 = N_9 = 3\xi^2 - 2\xi^3$	(3.24)
$N_6 = -N_{10} = (-\xi^2 + \xi^3)l$	(3.25)

In questo modo il campo di spostamento risulta completamente definito in funzione degli spostamenti nodali.

Si può quindi derivare anche la relazione che lega le deformazioni generalizzate al vettore degli spostamenti nodali tramite le equazioni di congruenza interna:

$$\boldsymbol{e}_0 = \boldsymbol{B}\boldsymbol{s}' \tag{3.26}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{\varepsilon} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{B}_{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{\alpha} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{B}_{\beta} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{B}_{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_{\alpha}}{\partial x'} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \frac{\partial^2 N_{\beta}}{\partial x'^2} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \frac{\partial N_{\gamma}}{\partial x'} \end{bmatrix}$$
(3.27)

Dalle deformazioni generalizzate si ricavano le deformazioni in ogni punto:

 $\boldsymbol{e} = \boldsymbol{L}\boldsymbol{e}_0 \tag{3.28}$ 

$$\boldsymbol{L} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{L}_{\varepsilon} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{L}_{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -y' & -z' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -z' \\ 0 & 0 & 0 & y' \end{bmatrix}$$
(3.29)

#### 3.3 Equazioni di equilibrio

L'equilibrio dell'elemento di trave si esprime attraverso il principio dei lavori virtuali nella forma degli spostamenti virtuali.

Il lavoro virtuale interno  $\delta L_i$  e quello esterno  $\delta L_e$  prodotti da un incremento del campo di forze e tensioni effettivo equilibrato per un campo di spostamenti e deformazioni virtuale congruente, devono essere uguali:

$$\delta L_i = \delta L_e \tag{3.30}$$

I carichi applicati nei nodi sono raccolti nel vettore  $f_0'$ :

$$\boldsymbol{f}_{0}^{\prime} = \begin{bmatrix} f_{x1}^{0} & f_{x2}^{0} & f_{y1}^{0} & m_{z1}^{0} & f_{y2}^{0} & m_{z2}^{0} & f_{z1}^{0} & m_{y1}^{0} & f_{z2}^{0} & m_{y2}^{0} & m_{x1}^{0} & m_{x2}^{0} \end{bmatrix}^{T}$$
(3.31)

I carichi distribuiti lungo l'elemento sono raccolti nel vettore  $\hat{f} = \hat{f}(x')$ :

$$\hat{\boldsymbol{f}} = [f_x \quad f_y \quad f_z \quad m_x]^T \tag{3.32}$$

Sui nodi di estremità di ogni elemento di trave agiscono inoltre le forze che esso scambia con la restante parte della struttura, raccolte nel vettore  $f_i$ ':

$$\boldsymbol{f}_{i}^{\prime} = \begin{bmatrix} f_{x1}^{i} & f_{x2}^{i} & f_{y1}^{i} & m_{z1}^{i} & f_{y2}^{i} & m_{z2}^{i} & f_{z1}^{i} & m_{y1}^{i} & f_{z2}^{i} & m_{y2}^{i} & m_{x1}^{i} & m_{x2}^{i} \end{bmatrix}^{T}$$
(3.33)





Si distinguono quindi i tre contributi seguenti al lavoro virtuale esterno:

$$\delta W_0 = \delta \boldsymbol{s}^{\prime T} \boldsymbol{f}^{\prime}{}_0 \tag{3.34}$$

$$\delta W_1 = \int_0^t \delta \boldsymbol{u}_0^T \, \hat{\boldsymbol{f}} dx' = \delta \boldsymbol{s}'^T \int_0^t \boldsymbol{N}^T \, \hat{\boldsymbol{f}} dx' = \delta \boldsymbol{s}'^T \, \boldsymbol{f}_1' \tag{3.35}$$

$$\delta W_i = \delta \mathbf{s}'^T \mathbf{f}'_i \tag{3.36}$$

Il vettore  $f_1'$  contiene le forze nodali equivalenti ai carichi distribuiti esterni applicati all' elemento.

Il lavoro virtuale esterno è dato dalla somma di questi tre contributi:

$$\delta L_e = \delta W_0 + \delta W_1 + \delta W_i \tag{3.37}$$

Per esprimere il lavoro virtuale interno si considerano gli sforzi associati alle deformazioni locali, la tensione normale  $\sigma_x = \sigma_x(x', y', z')$  e le tensioni tangenziali  $\tau_{xy} = \tau_{xy}(x', y', z')$  e  $\tau_{xz} = \tau_{xz}(x', y', z')$ .

Le tensioni sono raccolte nel vettore *t*:

$$\boldsymbol{t} = \boldsymbol{t}(x', y', z') = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \end{bmatrix}^T$$
(3.38)

Il contributo al lavoro interno è quindi:

$$\delta W_{s} = \int_{V} \delta \boldsymbol{e}^{T} \boldsymbol{t} dV = \delta \boldsymbol{s}^{\prime T} \left\{ \int_{V} \boldsymbol{B}^{T} \boldsymbol{L}^{T} \boldsymbol{t} dV \right\} = \delta \boldsymbol{s}^{\prime T} \boldsymbol{r}^{\prime}$$
(3.39)

r' è il vettore delle forze nodali di richiamo.

Imponendo l'uguaglianza tra le espressioni del lavoro virtuale interno ed esterno si ottengono le equazioni di equilibrio per l'elemento di trave nel sistema di riferimento locale:

$$\delta \boldsymbol{s}^{\prime T} \boldsymbol{r}^{\prime} = \delta \boldsymbol{s}^{\prime T} \boldsymbol{f}^{\prime}{}_{0} + \delta \boldsymbol{s}^{\prime T} \boldsymbol{f}^{\prime}{}_{1} + \delta \boldsymbol{s}^{\prime T} \boldsymbol{f}^{\prime}{}_{i}$$
(3.40)

da cui, per l'arbitrarietà del campo virtuale  $\delta s'$ :

$$r' = f'_0 + f'_1 + f'_i \tag{3.41}$$

Il vettore delle forze nodali di richiamo dovrà essere ora esplicitato in funzione degli spostamenti nodali, che costituiscono le incognite del problema: per fare questo si devono definire le equazioni del legame costitutivo dell'elemento.

#### 3.4 Equazioni di legame

Il vettore delle tensioni e quello delle deformazioni sono legati dalla relazione:

$$\boldsymbol{t} = \boldsymbol{D} \boldsymbol{e} \tag{3.42}$$

in cui D è la matrice costitutiva secante che dipende dalle caratteristiche del materiale. Per le ipotesi cinematiche, la matrice D risulta diagonale. I termini non nulli della matrice sono i moduli elastici secanti del materiale, normale E e tangenziale G.

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} E & 0 & 0 \\ 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix}$$
(3.43)

Per il legame  $\sigma - \varepsilon$  si possono formulare modelli affidabili, mentre il legame  $\tau - \gamma$  non può essere facilmente interpretato direttamente a livello di materiale.

Il campo cinematico con l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane non permette di considerare il contributo della distorsione della sezione e dell'ingobbamento torsionale. La rigidezza torsionale, che dipende dalla forma della sezione, non può essere studiata a livello di materiale.

Il comportamento flessionale ( $\epsilon$ ) e quello torsionale ( $\gamma$ ) si considerano separatamente: il primo può essere studiato a livello di materiale mediante un legame costitutivo tra tensioni e deformazioni normali, mentre il secondo viene studiato a livello di sezione con riferimento alla curvatura torsionale  $\theta$ .

Nel vettore delle forze di richiamo si separano quindi i due contributi:

$$\boldsymbol{r}' = \int_{V} \boldsymbol{B}^{T} \boldsymbol{L}^{T} \boldsymbol{t} dV = \int_{V} \boldsymbol{B}_{\varepsilon}^{T} \boldsymbol{L}_{\varepsilon}^{T} \sigma dV + \int_{V} \boldsymbol{B}_{\gamma}^{T} \boldsymbol{L}_{\gamma}^{T} \boldsymbol{t}_{\gamma} dV = \boldsymbol{r}_{\varepsilon} + \boldsymbol{r}_{\gamma}$$
(3.44)

in cui  $\mathbf{t}_{\gamma} = \begin{bmatrix} \tau_{xy} & \tau_{xz} \end{bmatrix}$ 

Il secondo contributo si può esprimere come:

$$\boldsymbol{r}_{\gamma} = \int_{0}^{l} \boldsymbol{B}_{\gamma}^{T} \left\{ \int_{A} \boldsymbol{L}_{\gamma}^{T} \boldsymbol{t} dA \right\} dx' = \int_{0}^{l} \boldsymbol{B}_{\gamma}^{T} T dx'$$
(3.45)

T = T(x') è la sollecitazione sezionale che compie lavoro per la curvatura  $\theta$ . Poiché trascurare l'ingobbamento equivale ad assumere il centro di torsione coincidente con il baricentro, il lavoro mutuo taglio-torsione risulta nullo e quindi la sollecitazione *T*, data dalle sole tensioni conseguenti alla curvatura  $\theta$ , coincide con il momento torcente agente.

Il legame costitutivo al quale si fa riferimento per la parte torsionale è quindi quello tra il momento torcente *T* agente sulla sezione e la curvatura torsionale  $\theta$ .

#### 3.5 L'elemento di trave in C.A.

Si vuole specializzare la trattazione finora svolta ad un elemento finito di trave in calcestruzzo armato, la cui sezione può essere schematizzata come in Figura 3.4.



Fig.3.4 Sezione della trave in c.a.: area e posizione delle armature

L'elemento di trave in c.a. ha  $n_s$  armature longitudinali disposte secondo la direzione di x', ciascuna di area  $A_{si}$  e posizione  $(y_i, z_i)$ , con  $i = 1, ..., n_s$ . Il legame costitutivo dei materiali di cui è composta la sezione influenza solamente la parte flessionale e assiale delle forze di richiamo, che quindi si possono suddividere nelle due parti rispettivamente legate al calcestruzzo (c) ed all'acciaio (s):

$$\boldsymbol{r}_{\varepsilon} = \int_{V_{\varepsilon}} \boldsymbol{B}_{\varepsilon}^{T} \boldsymbol{L}_{\varepsilon}^{T} \sigma_{\varepsilon} \, dV + \int_{V_{\varepsilon}} \boldsymbol{B}_{\varepsilon}^{T} \boldsymbol{L}_{\varepsilon}^{T} \sigma_{\varepsilon} \, dV =$$
$$= \int_{0}^{l} \boldsymbol{B}_{\varepsilon}^{T} \left\{ \int_{A_{\varepsilon}} \boldsymbol{L}_{\varepsilon}^{T} \sigma_{\varepsilon} \, dA \right\} dx' + \int_{0}^{l} \boldsymbol{B}_{\varepsilon}^{T} \left\{ \sum_{i=1}^{n_{\varepsilon}} \boldsymbol{L}_{i}^{T} \sigma_{si} A_{si} \right\} dx'$$
(3.46)

 $\operatorname{con} \boldsymbol{L}_i = \boldsymbol{L}_{\varepsilon} (\boldsymbol{y}_i, \boldsymbol{z}_i)$ 

Le equazioni di legame dei due materiali sono:

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c \tag{3.47}$$

$$\sigma_{si} = E_{si}\varepsilon_{si} \tag{3.48}$$

con  $E_c$  ed  $E_{si}$  moduli elastici secanti del calcestruzzo e dell'i-esima barra di acciaio.

Le equazioni di legame permettono di esprimere il vettore delle forze di richiamo  $r_{\varepsilon}$  in funzione degli spostamenti nodali raccolti nel vettore  $s_{\varepsilon}$ :

$$\boldsymbol{r}_{\varepsilon} = \int_{0}^{l} \boldsymbol{B}_{\varepsilon}^{T} \left( \int_{A_{\varepsilon}} \boldsymbol{L}_{\varepsilon}^{T} \boldsymbol{E}_{\varepsilon} \varepsilon_{\varepsilon} dA \right) dx' + \int_{0}^{l} \boldsymbol{B}_{\varepsilon}^{T} \left( \sum_{i=1}^{n_{\varepsilon}} \boldsymbol{L}_{i}^{T} \boldsymbol{E}_{si} \varepsilon_{si} A_{si} \right) dx' = \\ = \left[ \int_{0}^{l} \boldsymbol{B}_{\varepsilon}^{T} \left( \int_{A_{\varepsilon}} \boldsymbol{E}_{\varepsilon} \boldsymbol{L}_{\varepsilon}^{T} \boldsymbol{L}_{\varepsilon} dA \right) \boldsymbol{B}_{\varepsilon} dx' \right] \boldsymbol{s}_{\varepsilon} + \left[ \int_{0}^{l} \boldsymbol{B}_{\varepsilon}^{T} \left( \sum_{i=1}^{n_{\varepsilon}} \boldsymbol{E}_{si} \boldsymbol{L}_{i}^{T} \boldsymbol{L}_{i} A_{si} \right) \boldsymbol{B}_{\varepsilon} dx' \right] \boldsymbol{s}_{\varepsilon} = \\ = \left[ \int_{0}^{l} \boldsymbol{B}_{\varepsilon}^{T} \boldsymbol{H}_{\varepsilon} \boldsymbol{B}_{\varepsilon} dx' \right] \boldsymbol{s}_{\varepsilon} + \left[ \int_{0}^{l} \boldsymbol{B}_{\varepsilon}^{T} \boldsymbol{H}_{s} \boldsymbol{B}_{\varepsilon} dx' \right] \boldsymbol{s}_{\varepsilon} = \boldsymbol{K}_{\varepsilon} \boldsymbol{s}_{\varepsilon} + \boldsymbol{K}_{s} \boldsymbol{s}_{\varepsilon}$$
(3.49)

 $H_c = H_c(x')$  ed  $H_s = H_s(x')$  sono i contributi di calcestruzzo ed acciaio alla matrice di rigidezza della sezione. Dall'integrazione lungo x' si ricavano i contributi  $K_c$  e  $K_s$  alla matrice di rigidezza dell'elemento:

$$\boldsymbol{H}_{c} = \int_{A_{c}} \boldsymbol{E}_{c} \boldsymbol{L}_{\varepsilon}^{T} \boldsymbol{L}_{\varepsilon} \, dA \tag{3.50}$$

$$\boldsymbol{H}_{s} = \sum_{i=1}^{N_{s}} E_{si} A_{si} \boldsymbol{L}_{i}^{T} \boldsymbol{L}_{i}$$
(3.51)

$$K_{c} = \int_{0}^{l} \boldsymbol{B}_{\varepsilon}^{T} \boldsymbol{H}_{c} \boldsymbol{B}_{\varepsilon} \, dx'$$

$$K_{s} = \int_{0}^{l} \boldsymbol{B}_{\varepsilon}^{T} \boldsymbol{H}_{s} \boldsymbol{B}_{\varepsilon} \, dx'$$
(3.52)
(3.53)

Per quanto riguarda invece la componente torsionale, l'equazione di legame è introdotta a livello sezionale:

$$T = K_{\theta}\theta \tag{3.54}$$

in cui  $K_{\theta}$  è la rigidezza torsionale secante della sezione. Sostituendo questa equazione nell'espressione di  $r_{\gamma}$  si ottiene:

$$\boldsymbol{r}_{\gamma} = \int_{0}^{l} \boldsymbol{B}_{\gamma}^{T} T dx' = \int_{0}^{l} \boldsymbol{B}_{\gamma}^{T} K_{\theta} \theta dx' = \left( \int_{0}^{l} K_{\theta} \boldsymbol{B}_{\gamma}^{T} \boldsymbol{B}_{\gamma} dx' \right) \boldsymbol{s}_{\gamma} = \boldsymbol{K}_{\gamma} \boldsymbol{s}_{\gamma}$$
(3.55)

in cui  $K_{\gamma}$  è la matrice di rigidezza torsionale secante dell'elemento:

$$\boldsymbol{K}_{\gamma} = \int_{0}^{l} K_{\theta} \boldsymbol{B}_{\gamma}^{T} \boldsymbol{B}_{\gamma} dx'$$
(3.56)

#### 3.6 Effetti geometrici

Attraverso i legami costitutivi dei materiali è possibile tenere conto della non linearità meccanica nell'analisi strutturale. Nel caso di strutture snelle diventa interessante valutare anche l'effetto che gli spostamenti trasversali hanno sulla deformazione assiale degli elementi. Per questo è necessario rimuovere l'ipotesi di piccole deformazioni e piccoli spostamenti, considerando le componenti di non linearità associate alla geometria che la struttura assume nella configurazione deformata ( non linearità geometriche).

La configurazione inflessa dell'elemento di trave è definita dalle componenti di spostamento v = v(x') e w = w(x'): nell'ambito della teoria del secondo ordine una variazione di queste componenti comporta anche uno spostamento assiale u = u(x') addizionale.

Tale spostamento è pari alla differenza tra la lunghezza ds della proiezione dell'elemento inflesso e la sua lunghezza indeformata dx' (Figura 3.5).



Fig. 3.5 Concio infinitesimo dell'elemento di trave inflesso

$$ds = \sqrt{dx'^{2} + dv^{2} + dw^{2}} = \left\{ \sqrt{1 + \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial x'} \right)^{2} + \left( \frac{\partial w}{\partial x'} \right)^{2} \right]} \right\} dx' = \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial x'} \right)^{2} + \left( \frac{\partial w}{\partial x'} \right)^{2} \right] - \frac{1}{8} \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial x'} \right)^{4} + \left( \frac{\partial w}{\partial x'} \right)^{4} \right] + \cdots \right\} dx'$$
(3.57)

Trascurando i termini di ordine superiore al secondo si ottiene:

$$du = ds - dx' = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial x'} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x'} \right)^2 \right] dx' + o(4) \cong \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial x'} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x'} \right)^2 \right] dx'$$
(3.58)

Si pone:

$$\boldsymbol{g} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v}{\partial x'} & \frac{\partial w}{\partial x'} \end{bmatrix}^{T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \middle| \frac{\partial \boldsymbol{N}_{\beta}}{\partial x'} \end{bmatrix} \boldsymbol{s}_{\varepsilon} = \boldsymbol{G} \boldsymbol{s}_{\varepsilon}$$
(3.59)

In questo modo si può esprimere lo spostamento du in funzione del campo di spostamenti nodali  $s_{\varepsilon}$ :

$$du = \frac{1}{2} \boldsymbol{g}^T \boldsymbol{g} dx' = \frac{1}{2} \boldsymbol{s}_{\varepsilon}^T \boldsymbol{G}^T \boldsymbol{G} \boldsymbol{s}_{\varepsilon} dx'$$
(3.60)

Per una variazione virtuale del campo cinematico, si ha:

$$\delta(du) = \delta \boldsymbol{s}_{\varepsilon}^{T} \boldsymbol{G}^{T} \boldsymbol{G} \boldsymbol{s}_{\varepsilon} dx'$$
(3.61)

Il lavoro virtuale compiuto dallo sforzo assiale effettivo N(x') sull'intera lunghezza dell'elemento risulta:

$$\delta W_G = \int_0^l \delta u N dx' = \int_0^l \delta s_{\varepsilon}^T G s_{\varepsilon} N dx' = \delta s_{\varepsilon}^T \left\{ \int_0^l N G^T G dx' \right\} s_{\varepsilon} = \delta s_{\varepsilon}^T K_G s_{\varepsilon}$$
(3.62)

Il contributo degli effetti geometrici al vettore delle forze di richiamo sarà quindi:

$$\boldsymbol{r}_{\varepsilon} = \boldsymbol{K}_{G}\boldsymbol{s}_{\varepsilon} \tag{3.63}$$

con  $K_G$  matrice di rigidezza geometrica dell'elemento:

$$\boldsymbol{K}_{G} = \int_{0}^{l} N \boldsymbol{G}^{T} \boldsymbol{G} dx' \tag{3.64}$$

#### 3.7 Struttura delle matrici dell'elemento

Il vettore delle forze nodali di richiamo si costruisce quindi sommando i diversi contributi analizzati, quello della non linearità dei materiali ( $K_M = K_c + K_s$ ) e quello della non linearità geometrica ( $K_G$ ):

$$\boldsymbol{r}_{\varepsilon} = (\boldsymbol{K}_{c} + \boldsymbol{K}_{s} + \boldsymbol{K}_{G})\boldsymbol{s}_{\varepsilon} = (\boldsymbol{K}_{M} + \boldsymbol{K}_{G})\boldsymbol{s}_{\varepsilon} = \boldsymbol{K}_{\varepsilon}\boldsymbol{s}_{\varepsilon}$$
(3.65)

In particolare, la matrice associata alla non linearità dei materiali si ottiene come:

$$\boldsymbol{K}_{M} = \int_{0}^{t} \boldsymbol{B}_{\varepsilon}^{T} \boldsymbol{H} \boldsymbol{B}_{\varepsilon} \, dx' \tag{3.66}$$

con *H* matrice di rigidezza secante della sezione composita:

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_c + \boldsymbol{H}_s \tag{3.67}$$

Per la parte torsionale invece:

$$\boldsymbol{r}_{\gamma} = \boldsymbol{K}_{\gamma} \boldsymbol{s}_{\gamma} \tag{3.68}$$

Complessivamente quindi si può scrivere:

$$\boldsymbol{r}' = \boldsymbol{K}'\boldsymbol{s}' \tag{3.69}$$

in cui K' è la matrice di rigidezza dell'elemento nel riferimento locale:

$$\boldsymbol{K}' = \begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_{\varepsilon} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{K}_{\gamma} \end{bmatrix}$$
(3.70)

E' evidente quindi il disaccoppiamento tra il comportamento assiale-flessionale ( $\epsilon$ ) e quello torsionale ( $\gamma$ ) derivante dal fatto di aver trascurato l'ingobbamento torsionale della sezione. La matrice  $K_{\gamma}$  quindi correla semplicemente forze e spostamenti torsionali agli estremi, senza interagire con gli altri gradi di libertà dell'elemento.

La matrice  $K_{\varepsilon}$  relativa al comportamento assiale e flessionale può essere analizzata nelle sue componenti dividendola in questo modo:

$$\boldsymbol{K}_{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_{\alpha} & \boldsymbol{K}_{\alpha\beta} \\ \boldsymbol{K}_{\beta\alpha} & \boldsymbol{K}_{\beta} \end{bmatrix} = \boldsymbol{K}_{M} + \boldsymbol{K}_{G} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_{\alpha} & \boldsymbol{K}_{\alpha\beta} \\ \boldsymbol{K}_{\beta\alpha} & \boldsymbol{K}_{\beta}^{M} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{K}_{\beta}^{G} \end{bmatrix}$$
(3.71)

In generale quindi il comportamento flessionale e quello assiale sono accoppiati ( la matrice  $K_M$  non presenta partizioni vuote) a causa della non omogeneità del materiale. La matrice di rigidezza sezionale è infatti:

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_{\alpha} & \boldsymbol{H}_{\alpha\beta} \\ \boldsymbol{H}_{\beta\alpha} & \boldsymbol{H}_{\beta}^{M} \end{bmatrix}$$
(3.72)

in cui i termini fuori diagonale sono non nulli, tranne nel caso in cui la traccia dell'asse della trave coincida con il baricentro meccanico della sezione, ad esempio per sezioni di materiale omogeneo a comportamento elastico lineare.

In questo caso la matrice H avrebbe la forma seguente:

$$\boldsymbol{H} = E \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & J_z & 0 \\ 0 & 0 & J_y \end{bmatrix}$$
(3.73)

in cui *E* è il modulo elastico del materiale;  $A, J_z, J_y$  sono l'area e i momenti centrali di inerzia della sezione.

Nel caso invece di materiale non omogeneo a comportamento non lineare e non simmetrico a trazione e a compressione il baricentro meccanico delle sezioni non coincide con quello geometrico ma la sua posizione cambia in funzione del regime statico.

La matrice  $K_G$  invece contiene solo il contributo della parte flessionale e dipende dalla distribuzione dello sforzo assiale N(x').

Se lo sforzo assiale è costante lungo l'elemento, l'espressione di  $K_G$  è la seguente:

$$\boldsymbol{K}_{\beta}^{G} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_{\beta y}^{G} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{K}_{\beta z}^{G} \end{bmatrix}$$
(3.74)

$$\boldsymbol{K}_{\beta y}^{G} = \frac{\overline{N}}{30l} \begin{bmatrix} 36 & 3l & -36 & 3l \\ 3l & 4l^{2} & -3l & -l^{2} \\ -36 & -3l & 36 & 3l \\ 3l & -l^{2} & -3l & 4l^{2} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{K}_{\beta z}^{G} = \frac{\overline{N}}{30l} \begin{bmatrix} 36 & -3l & -36 & -3l \\ -3l & 4l^{2} & 3l & -l^{2} \\ -36 & 3l & 36 & 3l \\ -3l & -l^{2} & 3l & 4l^{2} \end{bmatrix}$$
(3.75)

#### 3.8 Equazioni di equilibrio della struttura

Le espressioni formulate per le matrici di rigidezza dei singoli elementi di trave devono essere opportunamente riportate ad un sistema di riferimento globale e quindi assemblate per comporre la matrice di rigidezza della struttura.

Il passaggio dal sistema di riferimento locale  $\{x', y', z'\}$  a quello globale  $\{x, y, z\}$  avviene tramite una matrice di rotazione  $T_0$ .

Definiti i versori dei due sistemi  $\boldsymbol{\nu}' = [\boldsymbol{i}', \boldsymbol{j}', \boldsymbol{k}']^T$  e  $\boldsymbol{\nu} = [\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}]^T$  (Figura 3.6) vale la relazione:

$$\boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{T}_0 \boldsymbol{\nu}' \tag{3.76}$$

con  $T_0$  matrice dei coseni direttori  $c_{ij}$  degli assi i = x', y', z' rispetto agli assi j = x, y, z:

$$\boldsymbol{T}_{0} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{c}_{x'} & \boldsymbol{c}_{y'} & \boldsymbol{c}_{z'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{x'x} & c_{y'x} & c_{z'x} \\ c_{x'y} & c_{y'y} & c_{z'y} \\ c_{x'z} & c_{y'z} & c_{z'z} \end{bmatrix}$$
(3.77)

per cui vale la proprietà di ortogonalità  $T_0^{-1} = T_0^T$ .

Per definire l'orientamento di un elemento nello spazio sono necessarie le coordinate dei nodi di estremità e quelle di un terzo nodo non allineato, che giace nel piano x' - y'.

Dati tre nodi di coordinate  $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3)$  si definisce il vettore:

$$\mathbf{x}_{ij} = \begin{bmatrix} x_{ij} \\ y_{ij} \\ z_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{j} - x_{i} \\ y_{j} - y_{i} \\ z_{j} - z_{i} \end{bmatrix} \quad \text{con } i, j = 1, 2, 3$$
(3.78)  
la cui norma è:  $\|\mathbf{x}_{ij}\| = \sqrt{x_{ij}^{2} + y_{ij}^{2} + z_{ij}^{2}}$ 

Fig. 3.6 Sistemi di riferimento globale e locale

I vettori dei coseni direttori si possono quindi ottenere come:

$$c_{x'} = \frac{x_{12}}{\|x_{12}\|} \tag{3.79}$$

$$\boldsymbol{c}_{z'} = \frac{\boldsymbol{x}_{12} \wedge \boldsymbol{x}_{13}}{\|\boldsymbol{x}_{12} \wedge \boldsymbol{x}_{13}\|} \tag{3.80}$$

$$\boldsymbol{c}_{y'} = \boldsymbol{c}_{z'} \wedge \boldsymbol{c}_{x'} \tag{3.81}$$

Ordinando i vettori delle quantità statiche e cinematiche nella forma seguente ( riferita agli spostamenti nodali):

$$\mathbf{s}' = \begin{bmatrix} u_1 & v_1 & w_1 & \varphi_{x1} & \varphi_{y1} & \varphi_{z1} & u_2 & v_2 & w_2 & \varphi_{x2} & \varphi_{y2} & \varphi_{z2} \end{bmatrix}^T$$
(3.82)

la matrice di trasformazione *T* si ottiene come:

$$T = \begin{bmatrix} T_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_0 \end{bmatrix}$$
(3.83)

Le relazioni che legano i vettori degli spostamenti s' e quello dei carichi f' nel sistema di riferimento locale alle rispettive quantità nel riferimento globale sono:

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{T}\boldsymbol{s}' \qquad \qquad \boldsymbol{f} = \boldsymbol{T}\boldsymbol{f}' \tag{3.84}$$

$$s' = T^T s \qquad f' = T^T f \qquad (3.85)$$

Si considera una struttura composta da *m* elementi con *n* gradi di libertà. Per il k-esimo elemento le equazioni di equilibrio nel riferimento locale sono:

$$K'_{k}s'_{k} = f'_{k} + f'_{ik}$$
(3.86)

$$\boldsymbol{K}_{k}^{\prime}\boldsymbol{T}_{k}^{T}\boldsymbol{s}_{k} = \boldsymbol{T}_{k}^{T}\boldsymbol{f}_{k} + \boldsymbol{T}_{k}^{T}\boldsymbol{f}_{ik}$$
(3.87)

Si premoltiplicano ambo i membri per  $T_k$  ottenendo le equazioni di equilibrio dell' elemento k nel sistema di riferimento globale:

$$\boldsymbol{T}_{k} \boldsymbol{K}_{k}^{\prime} \boldsymbol{T}_{k}^{T} \boldsymbol{s}_{k} = \boldsymbol{T}_{k} \boldsymbol{T}_{k}^{T} \boldsymbol{f}_{k} + \boldsymbol{T}_{k} \boldsymbol{T}_{k}^{T} \boldsymbol{f}_{ik}$$
(3.88)

da cui, poiché  $T_k T_k^T = 1$ :

$$\boldsymbol{K}_k \boldsymbol{s}_k = \boldsymbol{f}_k + \boldsymbol{f}_{ik} \tag{3.89}$$

I contributi di tutti gli elementi devono essere assemblati sui gradi di libertà corrispondenti. In questo modo si annulla il contributo delle forze scambiate ai nodi tra elementi adiacenti, poiché la somma di queste forze è nulla.

Le equazioni di equilibrio della struttura nel riferimento globale sono quindi:

$$Ks = f \tag{3.90}$$

in cui K è la matrice di rigidezza, s il vettore degli spostamenti nodali incogniti ed f il vettore dei carichi totali, riferiti all'intera struttura.

Il numero di equazioni del sistema è pari al numero di gradi di libertà della struttura e le incognite sono gli spostamenti nodali corrispondenti.

Dopo avere risolto il sistema e aver ricavato gli spostamenti incogniti, mediante relazioni di equilibrio e di congruenza sarà possibile risalire alle sollecitazioni e alle deformazioni dei singoli elementi.

#### 3.9 Metodi di integrazione numerica

Gli integrali presenti nelle espressioni ricavate per la matrice di rigidezza dell'elemento e per i vettori dei carichi nodali equivalenti non possono essere risolti in forma analitica, poiché la geometria della sezione trasversale è arbitraria ed i legami costitutivi sono non lineari. In particolare si devono svolgere i seguenti integrali, riducendoli ad una forma algebrica:

$$\boldsymbol{H}_{c} = \int_{A_{c}} E_{c} \boldsymbol{L}_{\varepsilon}^{T} \boldsymbol{L}_{\varepsilon} \, dA \tag{3.91}$$

$$\boldsymbol{K}_{M} = \int_{0}^{l} \boldsymbol{B}_{\varepsilon}^{T} \boldsymbol{H} \boldsymbol{B}_{\varepsilon} \, dx' \tag{3.92}$$

$$\boldsymbol{K}_{G} = \int_{0}^{l} N \boldsymbol{G}^{T} \boldsymbol{G} dx'$$
(3.93)

$$\boldsymbol{f}_{1}{}' = \int_{0}^{l} \boldsymbol{N}^{T} \hat{\boldsymbol{f}} d\boldsymbol{x}' \tag{3.94}$$

Il primo integrale è sul dominio della sezione trasversale di calcestruzzo, gli altri sono nella direzione dell'asse dell'elemento.

Per risolvere il primo integrale e ricavare la matrice di rigidezza sezionale, la sezione trasversale dell'elemento viene quindi suddivisa in elementi quadrilateri: in ogni elemento viene creata una griglia di  $(n \times n)$  punti di campionamento disposti secondo la tecnica di quadratura di Gauss-Legendre o Gauss-Lobatto. Il secondo metodo consente di avere punti di campionamento posizionati anche sulla frontiera del dominio e quindi è più adatto per calcolare sforzi e deformazioni nelle fibre estreme della sezione.

Lungo l'asse dell'elemento si definiscono in modo analogo m punti di campionamento in cui valutare gli integrali, secondo le stesse tecniche di quadratura.



Fig.3.7 Suddivisione dell'elemento in domini isoparametrici e localizzazione dei punti di Gauss

Assunto un reticolo di punti opportunamente scelti, si calcola nel generico punto il valore della funzione da integrare, si moltiplica tale valore per un peso e per lo jacobiano della trasformazione di coordinate dal dominio normalizzato a quello effettivo, si somma questo contributo a quelli precedentemente accumulati.

Il procedimento può essere riassunto nel modo seguente:

$$I = \int_{D} f(x', y', z') dx' dy' dz'$$
  
=  $\int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} g(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta \cong \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} w_{i} w_{j} w_{k} g(\xi_{i}, \eta_{j}, \zeta_{k})$  (3.95)

in cui f = f(x', y', z') è la funzione da integrare,  $g = g(\xi, \eta, \zeta)$  è il prodotto della funzione per il determinante dello jacobiano della trasformazione dal dominio normalizzato al dominio effettivo;  $w_i, w_j, w_k$  sono i pesi che dipendono dalla forma interpolante associata al tipo di quadratura prescelto, *m* è il numero di punti di Gauss lungo l'asse *x'* dell'elemento, *n* definisce una griglia di  $n \times n$  punti di Gauss nel piano (y', z') della sezione.

Si individuano pertanto due distinti cicli di integrazione:

- ciclo esterno, lungo l'ascissa x' della trave, con *m* ascisse di campionamento  $x_i$ , che permette di valutare la matrice di rigidezza dell'elemento:

$$\boldsymbol{K}_{M} = \int_{0}^{l} \boldsymbol{B}_{\varepsilon}^{T} \boldsymbol{H} \boldsymbol{B}_{\varepsilon} \ dx' \cong \sum_{i=1}^{m} \boldsymbol{B}_{\varepsilon}^{T}(x_{i}) \boldsymbol{H}(x_{i}) \boldsymbol{B}_{\varepsilon} \ (x_{i}) \cdot w_{i} \cdot l$$
(3.96)

-ciclo interno, che permette di valutare la matrice di rigidezza della sezione in corrispondenza dell'ascissa  $x_i$ : il contributo delle armature è già discreto, quindi si deve sviluppare in forma numerica solamente l'integrale per il calcolo di  $H_c$ .

#### 3.10 Metodo di soluzione e condizioni di convergenza

La matrice di rigidezza della struttura K dipende implicitamente dal vettore degli spostamenti incogniti s quindi la soluzione del sistema di equazioni di equilibrio Ks = f si deve cercare attraverso un procedimento iterativo.

La prima iterazione si esegue considerando il modulo elastico tangente all'origine per i materiali valutando la corrispondente matrice di rigidezza strutturale  $K_0$ .

Risolvendo il sistema alla prima iterazione si ottiene la soluzione:

$$s_0 = K_0^{-1} f (3.97)$$

Dalla soluzione in termini di spostamenti si ricavano i valori delle deformazioni puntuali da cui, attraverso il legame costitutivo dei materiali, si determinano i moduli secanti dei materiali e la nuova matrice di rigidezza  $K_1 = K_1(s_0)$ .

La soluzione del sistema di equazioni di equilibrio permette di trovare il vettore degli spostamenti incogniti di secondo tentativo:

$$s_1 = K_1^{-1} f (3.98)$$

Per la *i*-esima iterazione si ottiene:

$$\boldsymbol{K}_i = \boldsymbol{K}_i(\boldsymbol{s}_{i-1}) \tag{3.99}$$

La soluzione del sistema è quindi:

$$\boldsymbol{s}_i = \boldsymbol{K}_i^{-1} \boldsymbol{f} \tag{3.100}$$

Per valutare la convergenza della soluzione si stabiliscono delle tolleranze sugli spostamenti e sulle forze e si verificano le condizioni seguenti:

-convergenza sugli spostamenti:

$$e_{s,i} = \frac{\|\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_{i-1}\|}{\|\mathbf{s}_i\|} \le e_s \tag{3.101}$$

-convergenza sui residui:

$$e_{f,i} = \frac{\|\mathbf{R}_i - f_i\|}{\|f_i\|} \le e_f \tag{3.102}$$

-convergenza sull'energia:

$$e_{E,i} = \frac{(\mathbf{s}_i^T \mathbf{f}_i) - (\mathbf{s}_{i-1}^T \mathbf{f}_{i-1})}{(\mathbf{s}_i^T \mathbf{f}_i)} \le e_E$$
(3.103)

Con  $e_s$ ,  $e_f$ ,  $e_E$  tolleranze ammesse, che si possono assumere pari a 1%-0.1%.

In una storia di carico monotona crescente, per un dato valore del carico, il procedimento iterativo viene interrotto quando si verifica una delle condizioni seguenti:

- convergenza della soluzione, cioè raggiungimento di uno stato di equilibrio;

- collasso per raggiungimento del valore di deformazione ultima di uno dei materiali che compongono la struttura (rottura locale);

- mancata convergenza della soluzione entro il numero massimo di iterazioni previste ( in genere circa 20 ): questa situazione corrisponde ad una condizione di carico che supera la capacità portante della struttura ( rottura globale).

Il procedimento per l'analisi non lineare presentato è stato implementato in un codice di calcolo di cui si riporta il diagramma di flusso (Figura 3.8).



Fig. 3.8 Diagramma di flusso del procedimento di analisi

#### 3.11 Validazione dell'analisi sezionale

Il metodo presentato permette, oltre che di eseguire un'analisi strutturale, anche di effettuare uno studio a livello sezionale per tracciare, ad esempio, i diagrammi momento-curvatura di una sezione per assegnata azione assiale.

L'analisi sezionale si limita alla costruzione della matrice di rigidezza sezionale secante ed alla soluzione iterativa del sistema:

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{e}_0) \cdot \boldsymbol{e}_0 = \boldsymbol{F} \tag{3.104}$$

in cui:

$$\boldsymbol{e}_0 = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 & \chi_y & \chi_z \end{bmatrix}^T \tag{3.105}$$

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} N & M_y & M_z \end{bmatrix}^T \tag{3.106}$$

Avendo sviluppato una formulazione tridimensionale del problema, è necessario assegnare anche uno dei due momenti flettenti oltre all'azione assiale nota. Il diagramma momento-curvatura si può quindi costruire calcolando il momento incognito dalla soluzione del sistema per diversi valori della curvatura imposta.

Per verificare l'affidabilità del metodo e del programma sono state sviluppate alcune applicazioni per un confronto.

Si tracciano i diagrammi momento-curvatura per la sezione in c.a. di figura 3.9.



Fig.3.9 Sezione in c.a. studiata per la validazione dell'analisi sezionale

Per il calcestruzzo si adotta un legame costitutivo parabola-rettangolo con  $f_c = 20 MPa$ ,  $\varepsilon_{c1} = 0.002$  ed  $\varepsilon_{cu} = 0.0035$ . Per l'acciaio si considera invece una legge elastica perfettamente plastica con  $f_s = 375 MPa$ ,  $\varepsilon_{sy} = 0.002$ ,  $\varepsilon_{su} = 0.01$  come indicato nel bollettino CEB n° 123 del 1978. Si assume un copriferro pari a 4 cm.

I diagrammi momento-curvatura vengono tracciati per tre diversi valori dell'azione assiale, considerando la flessione solo secondo un asse.

I risultati dell'analisi numerica vengono riportati nei diagrammi seguenti (Figure 3.10, 3.11, 3.12), in cui sono messi a confronto con quelli pubblicati nel bollettino CEB n° 123 del 1978.



Fig.3.10 Andamento del legame momento-curvatura per azione assiale N=240 kN



Fig.3.11 Andamento del legame momento-curvatura per azione assiale N=1200 kN



Fig.3.12 Andamento del legame momento-curvatura per azione assiale N=1680 kN

Il buon accordo tra i risultati numerici e quelli riportati nel bollettino CEB conferma la validità del metodo di analisi sezionale e del programma.

#### 3.12 Validazione dell'analisi strutturale

Per verificare la capacità del metodo presentato e del programma di cogliere in modo corretto il comportamento strutturale, comprendendo anche gli effetti del secondo ordine, si sviluppano alcuni esempi e si confrontano le soluzioni con quelle riportate nel bollettino CEB n°93 del luglio 1973.

In tutti gli esempi si considera un legame parabola-rettangolo per il calcestruzzo, con  $f_c = 20 MPa$ ,  $\varepsilon_{c1} = 0.002$  ed  $\varepsilon_{cu} = 0.0035$ . Per l'acciaio si considera invece una legge elastica perfettamente plastica con  $f_s = 420 MPa$ ,  $\varepsilon_{sy} = 0.002$ ,  $\varepsilon_{su} = 0.01$ . Si trascura la resistenza a trazione del calcestruzzo e si considera un copriferro di 4 cm.

Come prima applicazione si studia la colonna di figura 3.13, incastrata al piede e soggetta ad un carico verticale costante in sommità.



Fig.3.13 Geometria della struttura e sezione della colonna

Il calcolo viene eseguito in controllo di spostamento, imponendo lo spostamento orizzontale in sommità a e calcolando il valore del carico orizzontale H per cui si ha l'equilibrio.



Fig.3.14 Diagramma H-a per la colonna

I risultati dell'analisi numerica sono molto prossimi a quelli riportati nel bollettino CEB (Figura 3.14): si può quindi affermare che il programma di calcolo è in grado di cogliere correttamente il comportamento della struttura e gli effetti geometrici del problema.

Come secondo esempio si studia la colonna di figura 3.15, incastrata alla base e vincolata orizzontalmente in sommità.

L'analisi viene condotta anche in questo caso in controllo di spostamento: si vuole valutare quale sia il momento M applicabile in sommità per avere l'equilibrio in funzione dello spostamento orizzontale massimo a.

Anche in questo caso l'analisi numerica porta a tracciare un andamento del legame M-a molto vicino a quello riportato nel bollettino CEB (Figura 3.16)



Fig.3.15 Geometria della struttura e sezione della colonna



Fig.3.16 Diagramma M-a per la colonna

Il terzo esempio studiato riguarda il portale di figura 3.17, con le colonne incastrate alla base e la trave soggetta ad un carico uniformemente distribuito. Alla sommità delle colonne è applicato un carico assiale costante. Si vuole studiare l'andamento del carico orizzontale H in funzione dello spostamento a in sommità delle colonne. I risultati numerici si discostano notevolmente da quelli del bollettino CEB, ma lo stesso scostamento è stato rilevato in altre analisi sulla stessa struttura (Malerba e Bontempi, 1989).



Fig.3.17 Geometria della struttura e sezioni del portale



Fig.3.18 Diagramma H-a per il portale

## CAPITOLO 4

# FORMULAZIONE DI UN ELEMENTO DI TRAVE 3D SOGGETTO A CORROSIONE

### 4.1 Introduzione

Dai risultati sperimentali e dai modelli di degrado di cui si è discusso nel Capitolo 2, si vogliono ricavare relazioni utili per la modellazione del degrado all'interno della formulazione ad elementi finiti di trave presentata nel Capitolo 3.

Avendo studiato separatamente i diversi effetti del degrado sulle singole proprietà dei materiali, si vogliono adesso studiare i modelli che li descrivono, con lo scopo di valutare le differenze e la possibilità di utilizzarli in un modello di validità generale.

Tale modello comprenderà gli effetti del degrado di cui si è discusso nel Capitolo 2, ad eccezione di quelli relativi al legame di aderenza, poiché le ipotesi del modello ad elementi finiti non prevedono che vi possa essere una perdita di aderenza tra acciaio e calcestruzzo.

Nell'ambito quindi dello studio del comportamento flessionale delle travi, si cercheranno di mettere in evidenza le particolarità del fenomeno corrosivo sui parametri e sulle proprietà che caratterizzano gli elementi soggetti a momento flettente ed azione assiale.

Le relazioni ricavate da modelli teorici o empirici permettono di formulare indici di danneggiamento relativi alle singole proprietà dei materiali ed alla variazione della geometria e quindi della sezione resistente.

Si utilizzerà come parametro di danneggiamento globale, dal quale far dipendere gli altri indici di danno, il rapporto tra la penetrazione raggiunta dalla corrosione x ed il diametro iniziale delle barre  $D_0$ :

$$\delta = \frac{x}{D_0} \tag{4.1}$$

L'analisi è impostata in modo tale che la corrosione possa essere attivata solamente in alcuni elementi della struttura e, anche a livello di sezione, alle diverse barre può essere imposto un diverso valore di corrosione ( questo è necessario per come è stato definito il parametro di danno globale ma è utile anche, ad esempio, per tenere conto di un diverso fattore di pitting).

Il degrado del calcestruzzo viene anch'esso a dipendere ovviamente dal livello di corrosione raggiunto dalle barre, poiché è direttamente legato alla quantità dei prodotti di ossidazione. In questo lavoro si vogliono mettere in evidenza esclusivamente gli effetti dei danni prodotti dalla corrosione delle armature, quindi il danneggiamento del calcestruzzo inizierà solamente quando la corrosione ha avuto inizio.

Si sfrutta la discretizzazione della sezione in elementi quadrilateri per definire la distribuzione spaziale ( a livello sezionale) del danno, considerando il fatto che la propagazione delle fessure indotte dalla corrosione è limitata alla zona adiacente alle barre di armatura.

Si studierà quindi come varia la risposta strutturale in funzione del livello di danno raggiunto, mettendo poi in luce come le analisi eseguite possano essere rapportate ad una scala temporale semplicemente determinando la velocità con cui avviene il processo corrosivo come visto nel paragrafo (2.4).

La validità delle analisi dovrà poi essere verificata mediante un confronto con strutture reali soggette a corrosione (Capitolo 5).

#### 4.2 Degrado delle barre di armatura

Come si è visto nel Capitolo 2, le modalità con cui la corrosione può avvenire sono sostanzialmente diverse in presenza di carbonatazione o in presenza di cloruri: nel primo caso si potrà ipotizzare una riduzione uniforme della sezione in funzione della profondità raggiunta, nel secondo caso la corrosione sarà di tipo localizzato e la profondità massima raggiunta sarà diverse volte maggiore di quella media. Poiché la crisi avverrà quasi certamente nella sezione più ridotta della barra, si dovrà considerare un modello diverso da quello valido per la corrosione uniforme. Dalle evidenze sperimentali, si può ritenere che in presenza di corrosione uniforme le proprietà meccaniche delle barre di armatura ( $f_{sy}$ ,  $f_{su}$ ,  $\varepsilon_{su}$ ) rimangano praticamente inalterate, mentre invece, quando la corrosione è localizzata, si dovrà fare particolare attenzione soprattutto alla diminuzione della duttilità delle barre.

#### 4.2.1 Diminuzione della sezione resistente

La riduzione della sezione resistente delle barre di armatura è definita attraverso la relazione:

$$A_s(\delta) = A_{s0} \Big[ 1 - \delta_{A_s}(\delta) \Big] \tag{4.2}$$

in cui  $A_{s0}$  è l'area iniziale della barra di armatura;  $\delta_{A_s}$  è l'indice di danno relativo all'area di armatura, variabile tra 0 e 1 (perdita completa della sezione resistente).

Sono stati implementati tre diversi modelli per calcolare la riduzione di sezione, che possono essere utilizzati in base al tipo di corrosione previsto.

Per la corrosione uniforme, ipotizzando che si verifichi da entrambi i lati della barra, si può definire l'indice  $\delta_{A_s}$ , a partire dall'equazione (2.10):

$$1 - \delta_{A_{s,u}}(\delta) = \frac{A_s(\delta)}{A_{s0}} = \frac{(D_0 - 2x)^2}{D_0^2} = 1 - 4\left(\frac{x}{D_0} - \frac{x^2}{D_0^2}\right)$$
(4.3)

Da cui, per la (4.1):

$$\delta_{A_{s,u}}(\delta) = \begin{cases} 4 \cdot \delta \cdot (1 - \delta) & \text{se } 0 \le \delta \le 0.5 \\ 1 & \text{se } \delta > 0.5 \end{cases}$$

$$(4.4)$$

Nel caso di corrosione per pitting si tiene conto del fattore di pitting R, che può essere imposto come dato dell'analisi, oppure calcolato dal programma secondo i valori medi riportati nella Tabella 2.8 in funzione del diametro e della lunghezza dell'elemento di trave.

A questo proposito è chiaro che, tanto più sarà elevato il fattore di pitting, quanto più si tenderà a raggiungere il degrado completo dell'area della sezione anche se il livello di danno globale è piccolo.

Secondo il modello di Rodriguez per il pitting, si utilizza l'equazione (2.21), considerando non il  $\delta$  globale, ma quello moltiplicato per il fattore di pitting *R*.

Analogamente a quanto fatto per la corrosione uniforme, si può porre:

$$1 - \delta_{A_{s,pR}}(\delta R) = \frac{A_s(\delta R)}{A_{s0}} = 1 - \frac{\frac{\pi}{4} \left(2\delta R D_0^2 - (\delta R D_0)^2\right)}{A_{s0}} = 1 - \left(2\delta R - (\delta R)^2\right)$$
(4.5)

Da cui:

$$\delta_{A_{s,pR}}(\delta R) = \begin{cases} (2\delta R - (\delta R)^2) & se \ 0 \le \delta R \le 1\\ 1 & se \ \delta R > 1 \end{cases}$$
(4.6)

In modo del tutto analogo si definisce, attraverso le equazioni (2.14)-(2.19), l'indice di danneggiamento secondo il modello di pit a forma di calotta sferica (Melchers).
Si riporta nei grafici seguenti il confronto tra i modelli per quanto riguarda la riduzione percentuale dell'area rispetto a quella iniziale in funzione del parametro di danneggiamento  $\delta$ .



Fig.4.1 Area rimanente in funzione del livello di danneggiamento:  $D_0 = 20$  mm, fattore di pitting R=3



**Fig.4.2** Area rimanente in funzione del livello di danneggiamento:

 $D_o = 20$  mm, fattore di pitting R=9

Si deve chiaramente fare attenzione all'utilizzo dei modelli di corrosione per pitting. Il modello di Rodriguez potrebbe essere adeguato per studiare un caso di corrosione uniforme in cui siano presenti alcune localizzazioni più accentuate della riduzione di sezione ( ad esempio carbonatazione in presenza di cloruri). Questo modello inoltre si è rivelato adeguato per rappresentare la corrosione durante le prove di corrosione accelerata. Il modello di Melchers può essere invece adatto a situazioni in cui i pit sono molto profondi per l'elevata presenza di cloruri, quindi con fattori di pitting anche elevati (R = 6-9). Con fattori di pitting bassi questo modello risulta meno severo rispetto a quello basato sull' ipotesi di corrosione uniforme.

Dalla Figura 4.3 si vede anche come i modelli, a parità di penetrazione media raggiunta dall'attacco, forniscano una riduzione dell'area significativamente diversa in funzione del diametro della barra: con un fattore di pitting pari a 9, se la barra è di piccolo diametro l'area è quasi completamente consumata secondo il modello di Melchers, mentre se la barra è di grande diametro la riduzione causata dal pitting è circa uguale a quella causata dalla corrosione uniforme. Se si ritiene il modello di Melchers valido per descrivere una situazione reale di corrosione da cloruri, si capisce come le barre di piccolo diametro ( tipicamente i diametri utilizzati per le staffe) siano maggiormente danneggiate dalla corrosione per pitting.



Fig.4.3 Area rimanente in funzione del diametro della barra, a parità di profondità raggiunta dall'attacco corrosivo ( x=0.5 mm)

#### 4.2.2 Variazione delle proprietà meccaniche delle armature

Dai risultati delle prove sperimentali eseguite sulle barre di armatura, riportate nei paragrafi (2.5.3) e (2.5.4), si può trarre la conclusione che la corrosione uniforme abbia influenza trascurabile sulle proprietà meccaniche delle barre: la diminuzione della resistenza è legata quindi solamente alla diminuzione della sezione resistente e, come si vedrà nel seguito, al danneggiamento del calcestruzzo.

Attraverso la relazione (2.24) è tuttavia possibile considerare una riduzione delle proprietà meccaniche delle barre, che tenga conto in modo approssimato dell'effetto di riduzioni localizzate della sezione.

Si definiscono quindi due parametri di danno per le proprietà dell'acciaio ( $\delta_{f_{sy}} \in \delta_{f_{su}}$ ) tali che:

$$f_{sy} = f_{sy0} \left( 1 - \delta_{f_{sy}} \right) \tag{4.7}$$

$$f_{su} = f_{su0} \left( 1 - \delta_{f_{su}} \right) \tag{4.8}$$

in cui  $f_{sy0}$  e  $f_{su0}$  sono la tensione di snervamento e la tensione ultima iniziali.

Per esprimere gli indici di danno, si fa riferimento all'equazione (2.24):

$$\delta_{f_{sy}} = \delta_{f_{su}} = \beta \cdot \delta_{A_{s,u}}(\delta) \tag{4.9}$$

in cui  $\beta$  viene posto pari a 0.5,  $\delta_{A_{s,u}}(\delta)$  è definito nella relazione (4.4).

La formula è chiaramente di natura empirica. Mantenere  $\beta = 0.5$  significa imporre una riduzione delle proprietà meccaniche proporzionale alla metà dell'area di acciaio consumata.

Più interessante è l'aspetto che riguarda la duttilità delle barre di armatura: viste le diverse evidenze sperimentali che confermano una marcata riduzione della deformazione ultima delle barre soggette a corrosione, si è dedotta una legge di tipo esponenziale dalla curva di Figura 2.17.

Si definisce l'indice di danno della deformazione ultima  $\delta_{\varepsilon_{su}}$  tale che:

$$\varepsilon_{su} = \varepsilon_{su0} (1 - \delta_{\varepsilon_{su}}) \tag{4.10}$$

La legge di danneggiamento, dedotta dalle prove sperimentali, è la seguente:

$$\begin{cases} \delta_{\varepsilon_{su}} = 0 & se & \delta_{A_s} \le 0.016 \\ \delta_{\varepsilon_{su}} = 1 - 0.1521 \cdot \delta_{A_s}^{(-0.4583)} & se & \delta_{A_s} > 0.016 \end{cases}$$
(4.11)

In cui  $\delta_{As}$  viene considerato relativo alla perdita uniforme di sezione, poiché nelle prove sperimentali non si è misurata la penetrazione dell'attacco, bensì la perdita di massa.

Nel grafico di Figura 4.4 vengono riportate anche le curve che si ottengono dalle relazioni proposte in (Coronelli et al., 2004) e (Kobayashi, 2006).

Per poter applicare questa legge, si dovrebbe chiaramente conoscere quale sia la duttilità iniziale in termini di allungamento a rottura delle barre. Verrà comunque mostrato come analoghi valori di riduzione, indipendentemente dalla deformazione ultima iniziale, sono stati ottenuti anche in altre prove.



Fig.4.4 Variazione della duttilità con la riduzione della sezione

### 4.3 Degrado del calcestruzzo

Il degrado del calcestruzzo viene modellato in modo tale da riuscire a cogliere in modo abbastanza semplice le conseguenze principali sul comportamento globale della sezione: in particolare si considera il danneggiamento del materiale nella zona circostante le barre di armatura che si corrodono con una diminuzione della resistenza a compressione.

Innanzitutto vengono individuati in modo automatico gli elementi di calcestruzzo che si trovano in prossimità delle barre di armatura e che quindi possono subire il danneggiamento.

A differenza di altri modelli semplificati (Coronelli et al., 2004), in cui si assegnano a priori a tutti gli elementi del copriferro della zona compressa le caratteristiche del materiale degradato, il

modello implementato prevede che solo gli elementi compresi in un intorno della barra di raggio pari al copriferro ( misurato a partire dal centro della barra) siano soggetti al degrado; inoltre solo negli elementi che si trovano al di fuori ( anche solo in parte) del nucleo confinato viene attivato il degrado ( Figure 4.5-4.6).





Fig.4.5 Individuazione degli elementi di calcestruzzo che subiscono danneggiamento in seguito alla corrosione delle armature





Fig.4.6 Individuazione degli elementi di calcestruzzo che subiscono danneggiamento in seguito alla corrosione delle armature

Pur essendo un modello molto semplice, si può vedere comunque come in questo modo si riesca a considerare il diverso meccanismo di danneggiamento dipendente dalla disposizione delle barre: se le barre sono molto vicine tra loro, il copriferro tenderà a distaccarsi secondo un piano (delaminazione), mentre invece se le barre sono lontane oppure sono poste negli angoli, il danneggiamento sarà limitato alla parte vicina alla barra, con piani di frattura inclinati.

Questa disposizione degli elementi soggetti a degrado è in accordo anche con la formulazione semi-analitica di Bazant (1979), già ricordata nel Capitolo 2 ( equazioni 2.25-2.26), secondo cui:

se S > 6 D, la modalità di rottura è con fessure inclinate

se C > (S - D)/2, si verifica la delaminazione

con S spaziatura tra le barre, D diametro delle barre, C spessore di copriferro.

Per gli elementi individuati in questo modo, viene definito un parametro di danneggiamento  $\delta_{f_c}$  da applicare alla resistenza a compressione del calcestruzzo, tale che:

$$f_c = f_{c0}(1 - \delta_{f_c}) \tag{4.12}$$

Il degrado della resistenza a compressione per gli elementi di calcestruzzo viene modellato con riferimento alla relazione riportata in (Coronelli et al., 2004):

$$f_c = \frac{f_{c0}}{1 + 0.1 \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{c0}}}$$
(4.14)

Per come è stato definito il parametro di danneggiamento, una relazione di questo tipo porterebbe ad una diminuzione indefinita della resistenza a compressione.

Il fenomeno considerato, cioè l'apertura delle fessure in seguito all'espansione dei prodotti di corrosione, ha termine quando le fessure hanno raggiunto ampiezza tale da provocare il distacco della parte di calcestruzzo danneggiata.

A questo punto non si considera più il danno in termini di degrado della resistenza a compressione, ma si applica un coefficiente di danneggiamento  $\delta_{A_c} = 1$  tale che:

$$A_c = A_{c0} (1 - \delta_{A_c}) = 0 \tag{4.15}$$

In cui l'area di calcestruzzo considerata soggetta al distacco è solo quella individuata all'inizio dell'analisi come soggetta al degrado.

Per il calcolo della deformazione trasversale  $\varepsilon_t$  si divide l'apertura di fessura stimata per la larghezza della sezione in corrispondenza del gruppo di barre considerato:

$$\varepsilon_t = \frac{n_{bar} w}{b} \tag{4.16}$$

Per la stima dell'apertura di fessura si considerano i modelli empirici già discussi nel Capitolo 2. Data la trattazione approssimata del calcolo della riduzione della resistenza a compressione del calcestruzzo, non si ritiene opportuno il ricorso a modelli analitici complessi per il calcolo dell'apertura di fessura, che in questo tipo di analisi viene utilizzata appunto solamente per definire un danneggiamento globale del materiale. Per quanto riguarda invece la resistenza a trazione, si può ipotizzare che anche questa venga ridotta e calcolarla con le formule da normativa sulla base del valore di resistenza a compressione ridotta.

I modelli presi come riferimento ed implementati nel codice di calcolo sono quelli del progetto Duracrete e quello proposto da Vidal et al. (2003). La differenza fondamentale tra i due modelli, entrambi basati su relazioni empiriche, è che il primo considera la fessurazione dipendente esclusivamente dalla profondità raggiunta dall'attacco corrosivo ( quindi indipendente dal diametro della barra), mentre nel secondo l'apertura di fessura è calcolata in base alla riduzione dell'area.

Questa differenza risulta evidente nel calcolo dell'apertura di fessura e si riflette quindi sulla riduzione della resistenza a compressione.

Si può notare tuttavia come per barre di diametro maggiore la differenza tra i due modelli tenda a diminuire poiché l'area di acciaio consumata, a parità di profondità di penetrazione dell'attacco, è chiaramente maggiore per le barre più grandi.

L'apertura di fessura critica, tale per cui si verifica il distacco del calcestruzzo danneggiato, viene posta pari ad 1mm. Questo limite è convenzionale, quindi potrebbero verificarsi situazioni in cui il distacco avviene per valori inferiori o superiori di apertura di fessura.



Fig.4.7 Confronto tra i modelli di degrado del calcestruzzo, calcolo dell'apertura di fessura: sezione di larghezza 150 mm, 4 barre di diametro 10 mm, C=30 mm, f<sub>c</sub>=35 MPa



**Fig.4.8** Confronto tra i modelli di degrado del calcestruzzo, calcolo dell'apertura di fessura: sezione di larghezza 300 mm, 4 barre di diametro 20 mm, C=30 mm, f<sub>c</sub>=35 MPa



**Fig.4.9** Confronto tra i modelli di degrado della resistenza a compressione del calcestruzzo: sezione di larghezza 150 mm, 4 barre di diametro 10 mm, C=30 mm, f<sub>c</sub>=35 MPa



Fig.4.10 Confronto tra i modelli di degrado della resistenza a compressione del calcestruzzo: sezione di larghezza 300 mm, 4 barre di diametro 20 mm, C=30 mm, f<sub>c</sub>=35 MPa

Dalle Figure 4.7-4.10 si vede come, in presenza di più barre di armatura di medio diametro, la profondità di corrosione sufficiente a danneggiare gravemente il calcestruzzo e a provocarne il distacco, sia modesta rispetto ai valori tali da causare una significativa riduzione della sezione resistente delle barre.

Il codice di calcolo presentato nel Capitolo 3 è stato opportunamente modificato per considerare il degrado della geometria e dei materiali.

A livello di struttura, la distribuzione spaziale del degrado viene definita dall'utente, decidendo a priori quali elementi della struttura potranno subire il degrado.

L'utente definirà inoltre per quale ( o quali) livello di danno eseguire l'analisi ed il tipo di analisi ( strutturale o sezionale).

La definizione della distribuzione spaziale del degrado viene effettuata all'inizio dell'analisi, individuando quali sono gli elementi di calcestruzzo che si trovano in prossimità della barra ( in un raggio pari al copriferro) ed escludendo quelli che si trovano all'interno del nucleo ( tra la barra e il centro della sezione).

Questi elementi saranno gli unici che potranno subire un degrado durante l'analisi.

- 102 -

Tra i dati di input, per le barre di armatura si dovranno indicare: il tipo di degrado previsto ( uniforme o per pitting, con uno dei modelli presentati), lo spessore di copriferro ( la distanza tra il centro della barra ed il bordo della sezione), un gruppo di appartenenza ( la suddivisione in gruppi permette di considerare che il degrado di una parte di sezione sia legato al degrado di più barre, cioè all'espansione dei prodotti di corrosione di tutte le barre del gruppo), un moltiplicatore del danno ( per tenere conto del possibile diverso livello di degrado delle singole barre). Nell'input quindi saranno definiti anche i gruppi di barre, indicando la larghezza della sezione ed il numero di barre del gruppo.

Il calcolo degli indici di danno viene affidato ad una subroutine "DEGRADO", chiamata durante la costruzione della matrice di rigidezza sezionale. All'interno di questa subroutine vengono utilizzate le formule viste in precedenza per calcolare i valori degli indici di danno, relativi alle proprietà meccaniche di acciaio e calcestruzzo: questi indici verranno restituiti come output prima che venga eseguito l'assemblaggio della matrice di rigidezza sezionale.

In questo modo la matrice di rigidezza sezionale che si ottiene è quella dell'elemento di trave degradato.



Fig. 4.11 Diagramma di flusso del procedimento di analisi per l'elemento soggetto a degrado

## 4.4 Valutazione degli effetti del degrado sul comportamento strutturale

L'impostazione dell'analisi mediante indici di danno permette di studiare separatamente gli effetti del degrado sulle diverse proprietà delle sezioni e dei materiali.

Attraverso alcuni semplici esempi, si vuole mostrare come i singoli effetti del degrado vadano ad influenzare il comportamento della struttura.

#### 4.4.1 Colonna incastrata alla base

Si studia il comportamento della colonna di Figura 4.12, soggetta ad azione assiale P costante ed al carico laterale variabile H. L'armatura è composta da due gruppi di barre di 20 mm di diametro, con copriferro netto pari a 30 mm. Il calcestruzzo ha una resistenza a compressione di 35 MPa, con  $\varepsilon_{cu} = 0.35\%$  ed  $\varepsilon_{c1} = 0.225\%$ . Si trascura la resistenza a trazione del calcestruzzo. Per l'acciaio si considera invece un legame elastico perfettamente plastico con  $f_s = 440 MPa, E_s = 210 GPa, \varepsilon_{su} = 0.01.$ 



Fig.4.12 Geometria della struttura e sezione della colonna

Dapprima si eseguono le analisi con P=0. Si tracciano le curve carico-spostamento in sommità, al variare dell'indice di danno  $\delta = x/D$ .

In Figura 4.13 sono riportate le curve ottenute considerando solo la corrosione uniforme delle armature tese e compresse. Il fatto che la resistenza vada a zero per  $\delta$ =0.5 dipende dal fatto che la corrosione uniforme è considerata da entrambi i lati della barra (4.4).



**Fig.4.13** Diagrammi carico-spostamento al variare del degrado per corrosione uniforme Si può anche notare come la riduzione del carico massimo all'aumentare di  $\delta$  segua proprio la legge (4.4), come si vede chiaramente dalla Figura 4.14.



Fig.4.14 Variazione del carico massimo con il livello di danno

Se si considera invece la corrosione per pitting, con il modello di Melchers, i diagrammi che si ottengono sono quelli di Figura 4.15.



Fig.4.15 Diagrammi carico-spostamento al variare del degrado per corrosione per pitting

In questo caso il livello di danno è influenzato dalla presenza del fattore di pitting ( calcolato dal programma, assume il valore di circa 10), quindi si raggiunge il degrado completo quando la penetrazione media è pari a circa 0.1 ( $\delta \cdot R = 1$ ).

La variazione della sezione con l'indice di danno è riportata nella Figura 4.16 e segue l'andamento della legge (2.19).



Fig.4.16 Variazione del carico massimo con il livello di danno

Si mostra in Figura 4.17 l'andamento dei diagrammi ottenuti imponendo il degrado per corrosione uniforme, ma considerando anche la riduzione della tensione di snervamento con l'indice di danno  $\delta_{f_{sy}}$  definito nella (4.9).





E' interessante fare un confronto tra i risultati ottenuti fino ad ora, in termini di riduzione del carico massimo. In Figura 4.18 vengono riportate le curve che descrivono la variazione del carico massimo con l'indice di danno, nelle tre situazioni studiate finora. La ovvia conclusione è che considerare la riduzione della tensione di snervamento, così come proposto da alcuni autori ( Du et al., 2005), per tenere conto del pitting in modo approssimato non sia un metodo valido, soprattutto quando l'area del pit coinvolge una parte significativa della barra.



**Fig.4.18** Variazione del carico massimo con il livello di danno: confronto tra i modelli L'effetto del pitting sulla variazione della deformazione ultima dell'acciaio viene mostrato nella Figura 4.19, in cui si vede chiaramente la diminuzione dello spostamento massimo, anche per una piccola riduzione della sezione (l'area presa come riferimento per il calcolo della riduzione della deformazione ultima è quella media consumata, non quella del pit).





**Fig.4.19** Diagrammi carico-spostamento considerando la riduzione di  $\varepsilon_{su}$ 



Nella Figura è riportato 4.20 il confronto tra la variazione dello spostamento massimo ottenuta con il modello di corrosione per pitting ( curva tratteggiata) e la stessa variazione tenendo conto anche della perdita di duttilità delle barre. Mentre la riduzione della deformazione ultima porta ad una diminuzione trascurabile del carico massimo, lo spostamento a rottura è diminuito di oltre il 60%.

Per valutare l'effetto del degrado del calcestruzzo, che nel caso precedente si rivela essere praticamente trascurabile, si considera la colonna soggetta ad un carico verticale P di intensità costante pari a 1000 kN.

Come si può osservare dai diagrammi di Figura 4.21, il comportamento della colonna viene ovviamente influenzato dalla resistenza del calcestruzzo: il degrado per corrosione uniforme porta sì ad una riduzione del carico massimo, ma si mantiene un minimo valore di resistenza anche quando le barre hanno subito un degrado completo. E' evidente come l'effetto del degrado delle barre sia minore in questo caso rispetto a quello con P=0 (Figura 4.22).



Fig.4.21 Diagrammi carico-spostamento al variare del degrado per corrosione uniforme



Fig.4.22 Variazione del carico massimo con il livello di danno per corrosione uniforme

Anche in questo caso si vuole evidenziare l'effetto di un eventuale pitting nelle barre, calcolando le curve imponendo già anche il degrado della deformazione ultima dell'acciaio.

Per un basso livello di degrado le curve (Figura 4.23) raggiungono il carico massimo prima che avvenga la crisi delle barre e comunque, dopo che le barre sono giunte a rottura, il livello di resistenza scende a quello della struttura priva di armature.



Fig.4.23 Diagrammi carico-spostamento al variare del degrado per pitting con degrado di  $\varepsilon_{su}$ 

Un altro aspetto interessante da valutare è invece l'effetto della corrosione sul degrado del calcestruzzo. Come ci si aspettava, in base ai modelli presentati, già per una piccola riduzione della sezione il degrado del calcestruzzo diventa molto rilevante: il netto calo di resistenza tra  $\delta$ =0.01 e  $\delta$ =0.02 dipende dal fatto che il modello ha previsto il distacco del calcestruzzo danneggiato.



**Fig.4.24** Diagrammi carico-spostamento al variare del degrado per corrosione uniforme e del degrado del calcestruzzo

Si riassumono infine, nei grafici delle Figure 4.25 e 4.26, le curve che descrivono la variazione del carico massimo in funzione del livello di degrado e la variazione dello spostamento in corrispondenza del carico massimo  $a(H_{max})$ . In generale lo spostamento in corrispondenza del carico massimo diminuisce con il livello di corrosione, tranne nel caso in cui si considera il degrado del calcestruzzo: la riduzione della sezione di calcestruzzo comporta in questo caso un aumento dello spostamento in corrispondenza del carico massimo.



Fig. 4.25 Variazione del carico massimo con il livello di danno: confronto tra i modelli



Fig. 4.26 Variazione dello spostamento a(H<sub>max</sub>) con il livello di danno: confronto tra i modelli

#### 4.4.2 Trave iperstatica

Per studiare l'effetto del degrado in una struttura iperstatica, si considera la trave rappresentata in Figura 4.27, incastrata ad un'estremità ed appoggiata nell'altra. La trave è di sezione rettangolare, armata in modo simmetrico con  $4\emptyset16$  superiori e inferiori. Il carico è uniformemente distribuito, di intensità pari a 50 kN/m.



Fig. 4.27 Trave iperstatica: geometria della struttura e della sezione

Si considera che la corrosione delle armature interessi solamente una porzione di trave di 50 cm di lunghezza a partire dall'estremo incastrato.

In questo caso l'analisi viene eseguita imponendo il carico e variando il livello di danno in modo tale da studiare gli effetti sul comportamento della trave iperstatica in termini di sollecitazioni e spostamenti.

In particolare si tracciano, al variare dell'indice di danno  $\delta$ , la deformata della trave ed il diagramma del momento flettente.

In un primo esempio, si studia solamente l'effetto della corrosione delle barre tese all'incastro, ipotizzata di tipo uniforme sulle quattro barre superiori.

Nella Figura 4.28 è riportato l'andamento della deformata della trave al variare del livello di danno delle barre: si nota come, per un livello di corrosione tale da causare la perdita completa della sezione delle barre tese ( $\delta$ =0.5), il comportamento della trave sia molto vicino a quello della stessa trave semplicemente appoggiata ( curva tratteggiata).

Lo stesso si può affermare per quanto riguarda il diagramma del momento flettente, tracciato nella Figura 4.29, in cui si vede chiaramente che all'aumentare del livello di corrosione il valore del momento flettente all'incastro tende ad annullarsi e la situazione finale è molto vicina a quella della trave in semplice appoggio ( curva tratteggiata).



**Fig.4.28** Deformata della struttura al variare del livello di corrosione delle barre tese all'incastro: le curve sono tracciate per  $\delta$ =0,0.05,0.1,0.2,0.3,0.4,0.5.La curva tratteggiata è riferita al caso di trave in semplice appoggio.



**Fig.4.29** Diagramma del momento flettente al variare del livello di corrosione delle barre tese all'incastro: le curve sono tracciate per  $\delta$ =0,0.05,0.1,0.2,0.3,0.4,0.5.La curva tratteggiata è riferita al caso di trave in semplice appoggio.

Nei grafici delle Figure 4.30-4.31 si mostrano gli andamenti dello spostamento massimo in campata e del momento flettente all'incastro rispetto alla situazione iniziale al variare del livello di degrado delle barre tese ( i valori del livello di danno sono gli stessi per cui sono tracciate le curve precedenti).

Lo spostamento del punto di momento nullo al variare del livello di corrosione è rappresentato nella Figura 4.32.



Fig.4.30 Variazione dello spostamento massimo in campata al variare del livello di corrosione delle barre tese all'incastro



Fig.4.31 Variazione del momento flettente all'incastro al variare del livello di corrosione delle barre tese



Fig.4.32 Variazione della posizione del punto di momento flettente nullo al variare del livello di corrosione delle barre tese

E' stato possibile inoltre eseguire un'analisi con incrementi dell'indice di danno molto piccoli ( passo di 0.01) in modo tale da ottenere la curva continua di Figura 4.33, in cui si rappresenta l'andamento del momento flettente all'incastro rispetto a quello iniziale. Si individua chiaramente il punto ( corrispondente a  $\delta$ =0.28) in cui avviene lo snervamento delle barre tese nella sezione di incastro e quindi si ha la formazione progressiva di una cerniera plastica.



**Fig.4.33** Variazione del momento flettente all'incastro al variare del livello di corrosione delle barre tese: viene evidenziato il punto in cui si ha lo snervamento delle barre

Le stesse analisi sono state ripetute considerando che la corrosione fosse estesa anche alle barre inferiori ed attivando il degrado del calcestruzzo.

In questo caso non è stato possibile eseguire le analisi fino a degrado completo delle barre, poiché lo stesso livello di corrosione è stato raggiunto nelle barre tese e compresse, quindi superato un certo livello di degrado ( $\delta$ =0.33) l'analisi della struttura non riesce più a giungere a convergenza ( la struttura non è più in grado di resistere al carico applicato). Dalla Figura 4.34 si vede che lo spostamento tende a divergere all'aumentare del livello di degrado.

Nelle Figure 4.34-4.35 sono riportati la deformata ed il diagramma dei momenti flettenti al variare del livello di corrosione delle barre.



**Fig.4.34** Deformata della struttura al variare del livello di corrosione delle barre tese e compresse all'incastro: le curve sono tracciate per  $\delta$ =0,0.02,0.05,0.1,0.2,0.3,0.33.



**Fig.4.35** Diagramma del momento flettente al variare del livello di corrosione delle barre tese e compresse all'incastro: le curve sono tracciate per  $\delta$ =0,0.02,0.05,0.1,0.2,0.3,0.33.



**Fig.4.36** Variazione dello spostamento massimo in campata al variare del livello di corrosione delle barre tese e compresse all'incastro



Fig.4.37 Variazione del momento flettente all'incastro al variare del livello di corrosione delle barre tese e compresse

Le analisi effettuate considerando le armature corrose sull'intera lunghezza della trave hanno portato ai risultati delle Figure 4.38-4.41.



Fig.4.38 Variazione dello spostamento massimo rispetto a quello iniziale con il livello di corrosione



Fig.4.39 Variazione del momento all'incastro rispetto a quello iniziale con il livello di corrosione



Fig.4.40 Deformata della trave per le diverse configurazioni della corrosione



Fig.4.41 Diagramma del momento flettente per le diverse configurazioni della corrosione

La corrosione uniforme delle barre porta ad una diminuzione della rigidezza della sezione e quindi ad un aumento della deformazione della struttura. I punti in cui le curve delle Figure 4.38-4.40 presentano un cambio netto di pendenza indicano il raggiungimento della tensione di snervamento nelle barre di armatura.

Nel caso in cui entrambe le armature siano soggette allo stesso livello di corrosione, il livello di sollecitazione all'interno della trave si mantiene costante, mentre aumenta la deformazione.

# 4.5 Esempio di studio dell'evoluzione temporale del degrado

Il modello sviluppato nel presente lavoro non ha come scopo principale quello di studiare l'evoluzione del degrado della struttura nel tempo, tuttavia il passaggio ad un'analisi di questo tipo è abbastanza semplice.

Per quanto mostrato nel Capitolo 2, si può studiare il periodo di innesco della corrosione attraverso le leggi che regolano la diffusione delle specie aggressive attraverso il copriferro: una volta che la corrosione è iniziata, si potrà stimare la velocità con cui si sviluppa il degrado delle barre di armatura.

Secondo l'approccio previsto nel Codice Modello per la vita di servizio, il processo diffusivo monodimensionale viene studiato secondo l'equazione (2.2), modificata per considerare la presenza di uno strato  $\Delta x$  in cui la diffusione non segue la legge di Fick, nel modo seguente:

$$C(x = a, t) = C_0 + \left(C_{s,\Delta x} - C_0\right) \cdot \left[1 - erf \frac{a - \Delta x}{2 \cdot \sqrt{D_{app,C}(t) \cdot t}}\right]$$
(4.17)

C(x = a, t) è il contenuto di cloruri al livello dell'armatura al tempo t (% in peso/cemento); a è lo spessore di copriferro (mm);  $C_{s,\Delta x}$  è il contenuto di cloruri alla profondità  $\Delta x$  dopo un tempo t;  $C_0$  è il contenuto iniziale di cloruri nel calcestruzzo (% in peso/cemento);  $D_{app,C}$  è il coefficiente di diffusione apparente dei cloruri attraverso il calcestruzzo (mm<sup>2</sup>/a); t è il tempo in anni. La funzione di errore erf (z) si può esprimere come:

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^z e^{-\eta^2} \, d\eta \tag{4.18}$$

Il coefficiente di diffusione apparente  $D_{app,C}(t)$  viene valutato come:

$$D_{app,C}(t) = k_e \cdot D_{RCM,0} \cdot k_t \cdot A(t)$$
(4.19)

La funzione A(t) è legata all'invecchiamento del calcestruzzo:

$$A(t) = \left(\frac{t_0}{t}\right)^a \tag{4.20}$$

con *a* caratterizzato da un valore medio di 0.3 per il cemento Portland;  $t_0$ = 28 gg = 0.0767 anni;  $k_t e k_e$  possono essere posti pari ad 1. Considerando un rapporto a/c di 0.45 per il calcestruzzo, il coefficiente  $D_{RCM,0}$  si può porre pari a 10·10<sup>-12</sup> (m<sup>2</sup>/s).

La concentrazione critica considerata dal Codice Modello ha un valore medio di 0.6%, mentre in (Gjørv, 2009) si raccomanda di utilizzare il valore di 0.4%.

Per sviluppare un esempio, si assume  $C_0=0$ ,  $C_{s,\Delta x}=1.5\%$ , indicato come valore medio per una struttura esposta in ambiente marino (Gjørv, 2009). Si assume  $\Delta x = 0$  mm.

La sezione è quella rappresentata in Figura 4.42: per le armature si assume un copriferro pari a quello minimo secondo EC2 per la classe di esposizione XS3, pari a 45 mm (vita utile di progetto di 50 anni).



Fig.4.42 Sezione in c.a. studiata nell'esempio

Considerando la presenza dei cloruri solamente sulla superficie inferiore della trave, si può calcolare il tempo necessario ai cloruri per raggiungere una concentrazione critica in corrispondenza delle armature. A quel punto avrà inizio il processo corrosivo per pitting, con velocità ( in termini di intensità di corrente) che può essere calcolata in funzione del contenuto di cloruri e del tempo, ad esempio, con le formule (2.4-2.5).

Il parametro che definisce il danneggiamento  $\delta = x/D_0$  si può correlare alla velocità di corrosione nel modo seguente, sfruttando l'equazione (2.3):

$$\delta(\Delta t) = \frac{x(\Delta t)}{D_0} = \frac{v \cdot \Delta t}{D_0} = \frac{0.00116 \cdot i_{corr} (C(x=a,t)) \cdot \Delta t}{D_0}$$
(4.21)

Indicando con  $\Delta t$  l'intervallo di tempo tra l'istante considerato e quello in cui la corrosione ha avuto inizio ( $i_{corr}$  è espressa in mA/m<sup>2</sup>;  $x \in D_0$  sono espressi in mm).



Fig.4.43 Concentrazione di cloruri al livello della barra di armatura nel tempo

La concentrazione critica di cloruri viene raggiunta dopo soli 12 anni dall'inizio dell'esposizione all'ambiente.

Dopo un tempo di 20 anni si ottiene il profilo di penetrazione dei cloruri rappresentato in Figura 4.44.



Fig.4.44 Profilo di penetrazione dei cloruri dopo 20 anni, ottenuto con l'equazione (4.17)

La corrosione avrà quindi una velocità media dipendente dal tempo, variabile con la concentrazione dei cloruri.



Fig.4.45 Variazione della velocità di corrosione nel tempo

Considerando il diametro delle barre di armatura pari a 24 mm, è possibile calcolare il parametro di danneggiamento  $\delta = x(t)/D_0$  usando la formula (4.21).



Fig.4.46 Variazione del livello di degrado delle armature nel tempo

Il valore apparentemente basso del livello di danno raggiunto, non tiene conto della penetrazione massima che l'attacco può raggiungere a causa del pitting in presenza di cloruri.

Vengono tracciati per la sezione i diagrammi momento-curvatura in funzione del tempo, ipotizzando dapprima una corrosione di tipo uniforme, poi una corrosione localizzata, con un fattore di pitting pari a 9.

Si vuole mostrare quindi, nel caso della corrosione uniforme, solamente l'effetto del degrado della sezione resistente di acciaio sul valore del momento resistente.





Fig.4.47 Diagrammi momento-curvatura per la sezione, al variare del tempo



Fig.4.48 Variazione del momento resistente nel tempo con corrosione uniforme delle barre

La riduzione uniforme della sezione delle barre porta ad una diminuzione del momento resistente direttamente proporzionale alla quantità di acciaio corrosa. Inoltre, anche dopo 150 anni, il momento resistente è pari al 93% di quello iniziale. La duttilità della sezione è rimasta praticamente inalterata.

Si mostrano invece nelle Figure 4.49-4.50, i grafici relativi alla riduzione di sezione delle barre per pitting.



Corrosione per pitting (R=9)

Fig.4.49 Diagrammi momento-curvatura per la sezione, al variare del tempo



Fig.4.50 Variazione del momento resistente nel tempo con corrosione per pitting delle barre

E' interessante notare non solo la riduzione notevole di momento resistente ( dopo 150 anni il momento resistente è pari al 70% di quello iniziale), ma anche la diminuzione della curvatura ultima nel tempo, mostrata nella Figura 4.51.



Fig.4.51 Variazione della curvatura ultima nel tempo con corrosione per pitting delle barre

Dopo 150 anni la curvatura ultima è pari al 49% di quella iniziale, a causa della riduzione di duttilità conseguente al pitting prevista con il modello.

# CAPITOLO 5

# VALIDAZIONE DELL'ELEMENTO DI TRAVE SOGGETTO A CORROSIONE

# 5.1 Confronto con i risultati sperimentali di Rodriguez et al. (1995)

Si considerano le prove sperimentali condotte da Rodriguez et al. (1995) per studiare gli effetti della corrosione delle barre di armatura sulla capacità portante delle travi in c.a. e si cerca di riprodurre i risultati ottenuti nelle prove attraverso il procedimento di analisi ed i modelli di degrado implementati. Le prove sono descritte nell'articolo di Rodriguez et al. (1997) e fanno parte del progetto Brite/Euram BE-4062, iniziato nel 1992 per sviluppare modelli adatti allo studio delle strutture soggette a corrosione.

Le travi analizzate, in cui è stato aggiunto cloruro di calcio all'acqua di impasto, sono state sottoposte ad un processo di corrosione accelerata, con un'intensità di corrente di 100  $\mu$ A/cm<sup>2</sup>, oltre dieci volte superiore a quella che si registra su strutture reali soggette ad un alto livello di corrosione. In questo modo è stato possibile riprodurre, in un numero di giorni compreso tra 100 e 190, gli effetti che si avrebbero in una struttura reale nel corso di decine di anni.

Dapprima si analizzano le travi con una bassa percentuale di armatura ( tipo 11), che hanno mostrato una rottura per flessione ( crisi delle barre tese), quindi si studieranno le travi con la maggiore quantità di armatura ( tipo 31), in cui la crisi è avvenuta nel calcestruzzo compresso.

Le altre travi studiate hanno mostrato modalità di rottura di tipo diverso, per taglio o per perdita di aderenza tra acciaio e calcestruzzo: per le ipotesi del presente modello, questi tipi di rottura non potranno essere analizzati.

Le due tipologie di travi studiate permetteranno comunque di capire la capacità del modello numerico di stimare gli effetti del degrado delle proprietà sia delle barre di armatura che del calcestruzzo.

Oltre a quello con i dati delle prove di laboratorio, verrà effettuato anche un confronto con i risultati numerici ottenuti per le stesse travi da Coronelli et al. (2004) e da Sànchez et al. (2010).

#### 5.1.1 Travi di tipo 11

Le travi di tipo 11 hanno una lunghezza di 2.3 m, altezza di 200 mm e larghezza di 150 mm, come mostrato in Figura 5.1. La trave risulta debolmente armata, con due barre di armatura tesa di diametro 10 mm ( $\rho_s = 0.52\%$ ) e due barre compresse di diametro 8 mm.

Viene disposta un' armatura trasversale con staffe di 6 mm a passo 170 mm, la cui presenza risulta trascurabile ai fini del calcolo flessionale.



**Fig. 5.1** Trave tipo 11 ( da Rodriguez et al., 1997)

Sono state realizzate 6 travi con queste caratteristiche: due di queste (111,112) sono state caricate fino a rottura, le altre (113,114,115,116) sono state sottoposte ad un processo di corrosione accelerata prima di essere provate.

Il calcestruzzo delle prime due travi presentava una resistenza a compressione compresa tra 48 e 52 MPa al momento della prova, quello delle travi soggette a corrosione invece aveva una resistenza tra 34 e 37 MPa.

L'armatura è costituita da barre nervate di tipo AEH 500S, con tensione di snervamento compresa tra 585 e 628 MPa e tensione ultima tra 655 e 760 MPa, variabile con il diametro.

I provini sono stati stagionati per 28 giorni, quindi è iniziato il processo di corrosione accelerata, protratto per un periodo compreso tra 100 e 190 giorni in modo da raggiungere il livello di degrado prefissato ( le armature sono state sottoposte ad un' intensità di corrente costante di circa 0.1 mA/cm<sup>2</sup>).

La prova di carico consiste in un test a flessione con carico in quattro punti. Le travi sono semplicemente appoggiate e due carichi simmetrici sono applicati a distanza di 200 mm dalla mezzeria (Figura 5.2).



Fig.5.2 Disposizione dei carichi durante la prova

Sono state misurate la penetrazione media e massima dell'attacco, dopo aver caricato fino a rottura le travi ed aver rimosso il calcestruzzo. Nella Tabella 5.1 sono riassunte le profondità dell'attacco corrosivo riscontrate (valori medi e massimi).

	Profondità media di penetrazione dell'attacco [mm] (valore massimo)		
Trave	Barre tese	Barre compresse	Staffe
113	0.49 (1.3)	0.56	0.49 (3.9)
114	0.45 (1.1)	0.52	0.39 (3.1)
115	0.36 (1.0)	0.26	0.37 (3.0)
116	0.71 (2.1)	0.48	0.66 (5.0)

Tab.5.1 Risultati della corrosione accelerata ( da Rodriguez et al., 1997)

E' interessante notare come le profondità massime raggiunte siano fino a tre volte superiori al valore medio: questo fatto non può essere trascurato nella stima della resistenza della struttura, poiché quasi certamente sarà la sezione più ridotta il punto in cui si verificherà la crisi della barra. Si può vedere inoltre come il diametro delle staffe sia più che dimezzato dopo il processo corrosivo. Nelle analisi successive verrà considerato il diverso livello di corrosione raggiunto nelle barre tese e compresse.

Si riportano nella Figura 5.3 i risultati delle prove di carico effettuate sulle travi di tipo 11, in termini di relazione tra spostamento in mezzeria e carico applicato ( il carico a cui si fa riferimento nei grafici è quello indicato con 2P nella Figura 5.2).



Fig.5.3 Curve Carico-Spostamento per le travi di tipo 11 ( da Sand et al, 2007)

La trave viene modellata, sfruttando la simmetria del problema, mediante 6 elementi finiti. La sezione viene suddivisa in 300 elementi quadrilateri, con punti di campionamento per l'integrazione secondo Gauss-Lobatto. La necessità di utilizzare molti elementi è legata al fatto di avere utilizzato la stessa griglia per il calcolo e per lo studio del degrado. Tutte le analisi sono condotte in controllo di spostamento, con incrementi piccoli ( 0.2 mm) in modo da avere curve praticamente continue, fino a rottura.

Le caratteristiche meccaniche del calcestruzzo e dell'acciaio assunte nell'analisi sono riportate nelle tabelle seguenti (Tabella 5.2, Tabella 5.3).

Parametro	Travi 111, 112	Travi 113, 114, 115, 116
$f_{cc}$	50 MPa	34 MPa
$f_{ct}$	4.1 MPa	3.1 MPa
E <sub>c</sub>	37300 MPa	33800 MPa

Tab.5.2 Caratteristiche meccaniche assunte per il calcestruzzo

Parametro	Barre $\Phi 10$	Barre $\Phi$ 8
$f_{sy}$	575 MPa	615 MPa
f <sub>su</sub>	655 MPa	673 MPa
Es	210000 MPa	210000 MPa

Tab.5.3 Caratteristiche meccaniche assunte per l'acciaio di armatura

Per il calcestruzzo si adotta un legame costitutivo con legge di Saenz in compressione, con deformazione ultima posta pari a 0.35% e bilineare in trazione.

Per l'acciaio si adotta invece un legame costitutivo elastico lineare, tenendo conto dell'incrudimento con un secondo ramo lineare oltre lo snervamento. I risultati dell'analisi eseguita per la trave di riferimento 111, non sottoposta a corrosione, sono riportati in Figura 5.4 : vengono colti bene sia il valore del carico ultimo sia la freccia in mezzeria a rottura. L'andamento del tratto iniziale, legato alla resistenza a trazione del calcestruzzo, si discosta dalla curva sperimentale, ma lo stesso andamento è ottenuto nelle simulazioni numeriche in letteratura, alle quali si rimanda anche per i confronti successivi: (Coronelli et al., 2004; Sand et al., 2007; Val et al., 2009; Sànchez et al., 2010).



Fig.5.4 Curva Carico-Spostamento per la trave di riferimento 111: confronto tra risultati sperimentali e numerici

Nella trave 115, sottoposta a corrosione accelerata per il periodo più breve, è stata misurata una penetrazione media dell'attacco di 0.36 mm per le barre tese e di 0.26 mm per le barre compresse. La corrosione si ipotizza di tipo uniforme, quindi con una perdita di area del 13.9% per le barre tese.

Si riportano in Figura 5.5 i risultati per l'analisi effettuata trascurando l'effetto della corrosione sul calcestruzzo, considerando solamente la riduzione della sezione resistente delle barre. E' indicata anche la curva numerica per la trave non corrosa, con le stesse caratteristiche meccaniche del calcestruzzo della trave degradata, per valutare gli effetti della corrosione rispetto alla situazione iniziale.



**Fig.5.5** Curva Carico-Spostamento per la trave 115 : effetto della riduzione della sezione con l'ipotesi di corrosione uniforme (perdita di area del 13.9%)

La riduzione della sezione porta ad un incremento della deformabilità e a una riduzione sia del carico di snervamento che di quello ultimo inferiori rispetto a quelle registrate nella prova. Questo significa che considerare solo la riduzione uniforme dell'area delle barre è insufficiente per caratterizzare il degrado meccanico della sezione in c.a. e porta ad una valutazione che sovrastima la resistenza e la rigidezza.

Si è quindi ripetuta l'analisi tenendo conto del dato fornito sulla misura della penetrazione massima dell'attacco (1.0 mm), introducendo un fattore di pitting pari a 2.78 per le barre tese.


Fig.5.6 Curva Carico-Spostamento per la trave 115 : effetto della riduzione della sezione delle armature tenendo conto della profondità di pitting

La curva numerica (Figura 5.6) risulta molto più vicina a quella sperimentale: si può quindi ritenere che il modello utilizzato per considerare anche il pitting nella riduzione della sezione permetta di rispettare maggiormente il comportamento reale della struttura.

Sia il carico di rottura che quello di snervamento, così come le corrispondenti deformazioni, vengono colti molto bene dal modello numerico.

Si è registrata la crisi delle barre tese proprio nello stesso punto in cui termina la curva sperimentale. Nelle curve delle Figure 5.5 e 5.6 si nota come il tratto iniziale ottenuto con la simulazione numerica sia nettamente più rigido rispetto a quello della curva sperimentale: questo può essere legato al fatto che fino ad ora si è trascurato il contributo del degrado del calcestruzzo.

La curva di Figura 5.7, ottenuta attivando il degrado del calcestruzzo, mostra un andamento del tratto iniziale decisamente più aderente al dato sperimentale e conferma il ruolo decisivo del degrado del calcestruzzo anche in zona tesa per definire la risposta della struttura soggetta a corrosione anche sotto i carichi di esercizio.



**Fig. 5.7** Curva Carico-Spostamento per la trave 115 : effetto della riduzione della sezione per pitting e del degrado delle proprietà meccaniche del calcestruzzo

Si sono studiate quindi le travi 113 e 114, che presentano un livello di corrosione simile: i risultati in termini di diagramma tra carico e spostamento in mezzeria sono riportati nelle figure 5.8 e 5.9. La profondità di corrosione ha raggiunto un valore medio di 0.45 mm (max. 1.1 mm) nella trave 114, di 0.49 mm (max. 1.3 mm) nella trave 113.

Dai dati sperimentali risulta evidente una diminuzione notevole dello spostamento in mezzeria a rottura sia rispetto alla trave non degradata, sia rispetto alla trave 115. Questo fatto può essere spiegato tenendo conto della perdita di duttilità delle barre di armatura corrose.

Le prove sperimentali hanno tuttavia evidenziato una rottura anticipata della trave 114, con un livello di corrosione più basso. Il modello, che considera la riduzione di duttilità delle barre in modo proporzionale alla riduzione di area, riesce molto bene in questo caso a cogliere il punto in cui avviene la crisi nelle barre tese ( punto finale della curva sperimentale).

In entrambi i casi il valore del carico di snervamento e di quello ultimo risultano lievemente sovrastimati dal modello, nonostante si sia tenuto conto del pitting e della riduzione delle proprietà meccaniche del calcestruzzo.

Il maggiore degrado del calcestruzzo compresso (livello di corrosione delle barre superiori più alto) si traduce in una maggiore deformabilità della trave 113, colta bene dal modello. Nonostante il livello di corrosione delle barre inferiori lievemente più elevato, la trave 113 ha quindi uno spostamento massimo maggiore rispetto alla 114.



**Fig.5.8** Curva Carico-Spostamento per la trave 114 : effetto della corrosione con riduzione della sezione per pitting e delle proprietà meccaniche dell'acciaio e del calcestruzzo



**Fig.5.9** Curva Carico-Spostamento per la trave 113 : effetto della corrosione con riduzione della sezione per pitting e delle proprietà meccaniche dell'acciaio e del calcestruzzo

Si analizza infine la trave 116, soggetta al livello più alto di corrosione, in cui l'attacco ha raggiunto una penetrazione media di 0.7 mm, con un massimo di 2.1 mm. La riduzione di area delle barre di armatura tese tiene conto di questo con un fattore di pitting pari a 3.

Come si può osservare dal grafico di Figura 5.10, il modello numerico coglie bene l'andamento dei dati sperimentali, con una sottostima dello spostamento ultimo legata alla riduzione della deformazione ultima dell'acciaio. Senza riduzione della deformazione ultima si sarebbe ottenuta una sovrastima del carico ultimo e dello spostamento massimo. Nelle prove peraltro questa trave presenta uno spostamento maggiore di quelle con un livello di corrosione più basso, quindi non in accordo con il modello. D'altra parte, non si hanno informazioni precise circa la deformazione ultima delle barre non corrose. Il tratto iniziale viene approssimato bene trascurando la resistenza a trazione del calcestruzzo, evidentemente molto danneggiato dalla corrosione delle barre tese, anche al di fuori della porzione considerata dal modello.



**Fig.5.10** Curva Carico-Spostamento per la trave 116 : effetto della corrosione con riduzione della sezione per pitting e delle proprietà meccaniche dell'acciaio e del calcestruzzo

Si riportano nella Figura 5.11 tutti i risultati delle analisi numeriche sulle diverse travi e si rimanda al confronto con la Figura 5.3 per apprezzare come l'andamento generale delle curve con il livello di corrosione venga colto molto bene dal modello, soprattutto per quanto riguarda i valori del carico di snervamento e di quello a rottura. La differenza principale rispetto ai dati

sperimentali, come già evidenziato, è nel valore dello spostamento a rottura: nel modello la riduzione della deformazione ultima dell'acciaio è proporzionale alla profondità raggiunta dall'attacco, mentre nelle prove non si individua lo stesso tipo di dipendenza in tutti i casi.



Fig.5.11 Curve Carico-Spostamento ottenute con le simulazioni numeriche delle prove sperimentali per le travi di tipo 11

Dati gli scostamenti minimi e le numerose incertezze legate sia alla distribuzione non uniforme della corrosione nella realtà sia alle proprietà del materiale assunte nell'analisi, si ritiene comunque che il metodo di analisi utilizzato riesca a cogliere bene i principali effetti del degrado per corrosione sul comportamento flessionale delle travi, in particolare sulla riduzione di resistenza data dalla perdita di sezione delle barre e sulla riduzione della deformazione ultima dell'acciaio a causa del pitting.

### 5.1.2 Travi di tipo 31

Nelle travi studiate finora la crisi avveniva nelle barre di armatura in zona tesa: si vogliono analizzare adesso altre travi diversamente armate, che giungono a rottura per compressione del calcestruzzo al lembo superiore.

Le travi di tipo 31 presentano la stessa geometria delle precedenti, ma al lembo inferiore l'armatura è costituita da 4 barre di 12 mm di diametro mentre al lembo superiore sono presenti 4 barre di 8 mm (Figura 5.12). Da notare come le barre superiori non siano distribuite in modo uniforme, ma concentrate negli angoli: la disposizione delle barre è determinante per definire la geometria del degrado della sezione in calcestruzzo. La staffatura ha un passo dimezzato rispetto alle travi precedenti. La quantità di armatura è più che raddoppiata ( $\rho_s = 1.51\%$ ).



Fig.5.12 Trave tipo 31 (da Rodriguez et al., 1997)

Sono state realizzate 6 travi con queste caratteristiche: due di queste (311,312) sono state caricate fino a rottura, le altre (313,314,315,316) sono state sottoposte ad un processo di corrosione accelerata prima di essere provate.

Si sono misurate la penetrazione media e massima dell'attacco dopo aver caricato fino a rottura le travi ed aver rimosso il calcestruzzo. Nella Tabella 5.4 sono riassunte le profondità medie e massime dell'attacco corrosivo riscontrate.

	Profondità media di penetrazione dell'attacco [mm] (valore massimo)		
Trave	Barre tese	Barre compresse	Staffe
313	0.30 (1.3)	0.20	0.35 (2.8)
314	0.48 (1.5)	0.26	0.50 (4.0)
315	0.51 (2.0)	0.34	0.63 (5.0)
316	0.42 (1.8)	0.37	0.54 (4.3)

Tab.5.4 Risultati della corrosione accelerata ( da Rodriguez et al., 1997)

Si riportano nella Figura 5.13 i risultati delle prove di carico effettuate sulle travi di tipo 31, in termini di relazione tra spostamento in mezzeria e carico applicato ( lo schema di carico è ancora quello di Figura 5.2 ed il carico a cui si fa riferimento è quello indicato con 2P ).



Fig. 5.13 Curve Carico-Spostamento per le travi di tipo 31 ( da Sand et al, 2007)

Si conducono anche in questo caso analisi numeriche in controllo di spostamento con lo stesso modello ad elementi finiti adottato per le travi di tipo 11.

Le caratteristiche meccaniche del calcestruzzo e dell'acciaio assunte nell'analisi sono riportate nelle tabelle seguenti (Tabella 5.5 e Tabella 5.6).

Parametro	Travi 311, 312	Travi 313, 314, 315, 316
fcc	49 MPa	37 MPa
$f_{ct}$	4.1 MPa	3.2 MPa
E <sub>c</sub>	37100 MPa	34500 MPa

Tab.5.5 Caratteristiche meccaniche assunte per il calcestruzzo

Parametro	Barre Φ12	Barre $\Phi$ 8
$f_{sy}$	585 MPa	615 MPa
f <sub>su</sub>	673 MPa	673 MPa
Es	210000 MPa	210000 MPa

Tab.5.6 Caratteristiche meccaniche assunte per l'acciaio di armatura

Per il calcestruzzo si adotta un legame costitutivo con legge di Saenz in compressione con deformazione ultima posta pari a 0.39% ( come riportato nei dati sperimentali) ed elastico perfettamente plastico in trazione. Per l'acciaio si adotta invece un legame costitutivo elastico lineare, tenendo conto dell'incrudimento con un secondo ramo lineare oltre lo snervamento, con deformazione ultima pari al 3%.

I risultati dell'analisi eseguita per la trave di riferimento 311, non sottoposta a corrosione, sono riportati in Figura 5.14: vengono colti bene il valore del carico ultimo e dello spostamento massimo a rottura. La crisi avviene lato calcestruzzo, mentre si può vedere come nel tratto iniziale la curva sia meglio avvicinata trascurando la resistenza a trazione del calcestruzzo.



Fig.5.14 Curva Carico-Spostamento per la trave di riferimento 311: confronto tra risultati sperimentali e numerici

Si studia il comportamento della trave 313, sottoposta a corrosione accelerata per il periodo più breve. L' attacco corrosivo ha raggiunto la profondità di 0.3 mm nelle barre tese e di 0.2 mm in quelle compresse. Come fatto in precedenza, si effettua una prima simulazione ipotizzando la corrosione uniforme delle barre, senza considerare né il pitting, né gli effetti della corrosione sul calcestruzzo. Dalla Figura 5.15 si osserva come una tale ipotesi porti ad una curva più vicina a quella ottenuta per la struttura non degradata che a quella sperimentale per la trave soggetta a corrosione.



Fig.5.15 Curva Carico-Spostamento per la trave 313 : corrosione uniforme

Si considera quindi una corrosione per pitting delle barre inferiori, con riferimento ai dati sperimentali sulla massima profondità raggiunta dall'attacco (fattore di pitting pari a 4.3), uniforme per quelle superiori.

Si può vedere dalla Figura 5.16 come si riesca a cogliere con buona approssimazione il carico di rottura. Si è considerato anche il degrado del calcestruzzo, con il modello di Vidal, in cui la riduzione di  $f_c$  dipende dall'area della sezione corrosa ( tenendo conto del pitting). Come si può osservare dal tratto iniziale della curva, il modello ha previsto che il livello di corrosione molto elevato nelle barre inferiori abbia provocato lo spalling del copriferro ( w > 1mm), che quindi non può resistere a trazione. Nella Figura 5.17 è riportata invece l'analisi eseguita utilizzando per il calcestruzzo il modello di degrado con apertura di fessura calcolata secondo DuraCrete.



**Fig.5.16** Curva Carico-Spostamento per la trave 313 : corrosione per pitting e degrado del calcestruzzo secondo il modello di Vidal per la stima di *w* 



**Fig.5.17** Curva Carico-Spostamento per la trave 313 : corrosione uniforme ( profondità massima raggiunta solo in 2 delle 4 barre) e degrado del calcestruzzo secondo DuraCrete ( senza spalling)

La corrosione si ipotizza uniforme ma, dato l'elevato valore della profondità massima raggiunta nelle barre inferiori, si considera comunque che due delle quattro barre tese siano soggette al pitting ( tale ipotesi è ragionevole, poiché non viene detto nel resoconto delle prove di Rodriguez se la profondità massima sia stata raggiunta in tutte le barre). Pur considerando valido il modello per quanto riguarda il degrado del calcestruzzo, si pone un limite maggiore all'apertura delle fessure superato il quale si ha lo spalling del copriferro, in modo tale da non avere lo spalling del copriferro compresso. Con queste ipotesi si ottiene una curva che ricalca molto bene quella sperimentale.

Ulteriori considerazioni riguardanti i modelli di degrado del calcestruzzo si possono fare con riferimento alla Figura 5.18, in cui sono mostrati i risultati numerici calcolati con il modello Duracrete per il degrado del calcestruzzo lasciando il limite di apertura delle fessure per avere lo spalling a 1mm. Se, come fatto con il modello precedente, si pone il limite di apertura di fessura pari ad 1 mm per avere il distacco del copriferro, la curva che si ottiene è quella tratteggiata: l'apertura di fessura stimata con questo modello risulta infatti essere di 2.65 mm per le barre inferiori e di 1.7 mm per quelle superiori. In questo caso quindi si avrebbe non solo il distacco del copriferro delle barre tese, ma anche del copriferro in zona compressa, con una netta riduzione della resistenza. Con il modello precedente le aperture di fessura stimate erano invece di 1.23 e 0.23 mm rispettivamente per il calcestruzzo teso e compresso, quindi era previsto solo il distacco del calcestruzzo in zona tesa, senza conseguenze sulla resistenza.



Fig.5.18 Curva Carico-Spostamento per la trave 313 : corrosione uniforme e spalling del calcestruzzo del copriferro superiore

Il valore della resistenza a compressione ridotta stimata con i due modelli per il calcestruzzo degradato è di 26 MPa nel primo caso, di 12 MPa nel secondo: questo spiega perché, nonostante il modello DuraCrete preveda una corrosione di tipo uniforme, il valore di resistenza stimato sia comunque vicino a quello ottenuto con il pitting di tutte le barre tese.

Si ripetono quindi le analisi per le travi 314 e 316: anche in questi casi, in cui il livello di corrosione è abbastanza simile, l'andamento numerico è molto vicino a quello sperimentale. Nel caso della trave 314 il modello DuraCrete prevede aperture di fessura di 2.27 mm per le barre superiori e di 4.27 mm per quelle inferiori: questo comporterebbe lo spalling di entrambi i copriferri, ma anche in questo caso nella simulazione si è aumentato il limite, per non avere il distacco. Si vede come per la trave 314 (Figura 5.19) il modello riesca bene a cogliere sia l'andamento nel tratto iniziale, sia il valore massimo del carico raggiunto nella prova. Considerando inoltre la riduzione della deformazione ultima dell'acciaio, si vede che l'ultimo punto riportato nelle prove sperimentali è quasi coincidente con quello in cui nel calcolo numerico l'acciaio raggiunge la deformazione ultima e quindi il carico va a zero.



**Fig.5.19** Curva Carico-Spostamento per la trave 314 : effetto della riduzione della sezione delle barre per pitting e degrado del calcestruzzo secondo il modello di Vidal per la stima di *w* 

Con il modello DuraCrete per il calcolo dell'apertura di fessura, la curva che si ottiene (Figura 5.20) ha pendenza minore di quella sperimentale, cioè il modello ha portato a una sottostima della rigidezza della trave. Anche il tratto finale piano viene approssimato bene.



**Fig.5.20** Curva Carico-Spostamento per la trave 314 : effetto della riduzione uniforme della sezione delle barre e degrado del calcestruzzo secondo il modello DuraCrete per la stima di *w* 



**Fig.5.21** Curva Carico-Spostamento per la trave 316 : effetto della riduzione della sezione delle barre per pitting e degrado del calcestruzzo secondo il modello di Vidal per la stima di *w* 



**Fig.5.22** Curva Carico-Spostamento per la trave 316 : effetto della riduzione uniforme della sezione delle barre e degrado del calcestruzzo secondo il modello DuraCrete per la stima di *w* 

Il limite principale dei modelli riguarda la scarsa accuratezza nella stima dell'ampiezza di fessurazione e l'incertezza sul distacco del calcestruzzo di copriferro ( ulteriori considerazioni vengono riportate alla fine del capitolo). L'andamento del tratto iniziale della curva e il valore del carico di rottura sono comunque colti molto bene dal modello.

Ulteriori considerazioni circa la crisi anticipata del calcestruzzo compresso ( non colta dal modello) nelle travi 314 e 316, verranno fatte al termine del capitolo.

Non è stato possibile inoltre simulare la prova sulla trave 315, soggetta al livello di corrosione più elevato, poiché in quel caso si è avuta una crisi prematura per taglio, a causa della corrosione quasi completa delle staffe ( 5 mm di penetrazione massima).

Dati gli scostamenti minimi e le numerose incertezze legate sia alla distribuzione non uniforme della corrosione nella realtà sia alle proprietà del materiale assunte nell'analisi, si ritiene comunque che entrambi i metodi di analisi utilizzati riescano a cogliere bene i principali effetti del degrado per corrosione sul comportamento flessionale delle travi, in particolare sulla riduzione di resistenza data dalla perdita di sezione delle barre e sulla riduzione delle proprietà meccaniche del calcestruzzo.

## 5.1.3 Confronto con i risultati numerici di altri autori

A conclusione di questo capitolo si ritiene interessante effettuare un confronto tra i risultati ottenuti nel presente lavoro e quelli di altri autori che hanno utilizzato le stesse prove per la validazione dei loro modelli numerici.

Si riporta il confronto tra i risultati ottenuti, quelli sperimentali, e i risultati numerici di Sànchez et al. (2010) e Coronelli et al. (2004) per le travi soggette a degrado. In particolare si confrontano le soluzioni per le travi 115, 114 e 116 e per le travi 313 e 314.

Si ricorda che altre simulazioni numeriche delle stesse prove si possono trovare in (Sand et al., 2007; Val et al., 2009).

Il modello di Coronelli et al. (2004) prevede l'utilizzo di elementi quadrilateri per il calcestruzzo ( elementi piani, stato piano di sforzo), elementi lineari per le armature, elementi di contatto tra acciaio e calcestruzzo per tener conto dello scorrimento relativo. Per il calcestruzzo si utilizza un legame monoassiale con ramo di softening per considerare la fessurazione ( Stevens, 1987), per l'acciaio un legame di tipo elasto-plastico ( Menegotto, Pinto, 1973), per l'aderenza una relazione incrementale ( Eligehausen, 1983). Il degrado viene implementato considerando la riduzione di sezione delle barre ed il degrado degli elementi di calcestruzzo nella parte compressa comprendendo l'effetto sul legame di aderenza.

L'approccio di Sànchez et al. (2010) prevede invece la simulazione del fenomeno di espansione dei prodotti di corrosione a livello di analisi sezionale valutando la distribuzione e l'andamento delle fessure. A livello di struttura si utilizzano i risultati dell'analisi sezionale per determinare la risposta meccanica dell'elemento danneggiato. Vengono usati elementi triangolari sia per le barre di armatura che per il calcestruzzo, con elementi di interfaccia tra i due materiali. Gli elementi delle barre di armatura hanno comportamento elastico, quelli di calcestruzzo seguono un approccio particolare (Continuum Strong Discontinuity Approach, CSDA) per analizzare l'evoluzione delle fessure.

Come si può vedere dalle figure, il modello di Sànchez risulta più rigido per le travi in cui la crisi avviene lato acciaio, mentre invece è più deformabile rispetto ai dati sperimentali per quelle in cui la crisi è lato calcestruzzo. Questo fatto sarà spiegato al termine del capitolo, mostrando il confronto tra i modelli di degrado sezionale.

Nell'analisi della trave 115 tutti i modelli numerici risultano abbastanza vicini tra loro e ai dati sperimentali. Per la trave 116 i modelli di Coronelli e Sànchez sottostimano e sovrastimano la resistenza rispettivamente, mentre il presente modello è compreso tra i due ed è molto vicino al dato sperimentale.

Per la trave 114 solo un modello che consideri una riduzione della deformazione ultima delle barre di acciaio, come quello del presente lavoro, è in grado di prevedere la crisi anticipata. Da sottolineare come i modelli numerici degli altri autori non prevedano per i materiali un limite sulla deformazione ultima, che invece viene considerato nel presente modello: questo comporta che il tratto finale delle curve si prolunghi indefinitamente, mentre con il presente modello si coglie la crisi delle bare per raggiungimento della deformazione ultima ( è evidenziato chiaramente per le travi 114 e 116 nelle Figure 5.24-5.25).

Per le travi in cui la crisi avviene lato calcestruzzo (313, 314), tutti i modelli numerici si discostano abbastanza nettamente della curva sperimentale nel tratto iniziale, ma riescono a cogliere circa lo stesso valore del carico ultimo.

Come verrà mostrato alla fine del capitolo, il modello di Sànchez prevede un degrado completo della parte di calcestruzzo interessata dalla fessurazione e quindi la riduzione della sezione resistente di calcestruzzo, con il conseguente netto aumento di deformabilità.

I grafici con i risultati numerici degli altri autori, riportati per punti nelle figure 5.23 - 5.27, sono tratti da (Sànchez et al., 2010).



Fig.5.23 Curva Carico-Spostamento per la trave 115 : confronto tra i risultati di diversi autori



Fig.5.24 Curva Carico-Spostamento per la trave 114 : confronto tra i risultati di diversi autori



Fig.5.25 Curva Carico-Spostamento per la trave 116 : confronto tra i risultati di diversi autori



Fig.5.26 Curva Carico-Spostamento per la trave 313 : confronto tra i risultati di diversi autori



Fig.5.27 Curva Carico-Spostamento per la trave 314 : confronto tra i risultati di diversi autori

Per quanto riguarda l'analisi del degrado del calcestruzzo, è interessante confrontare le previsioni del presente modello sulla distribuzione del danneggiamento e sul fenomeno dello spalling con quelle di Sànchez et al. (2010).

Dalle Figure 5.26 e 5.27 si vede come il danneggiamento seguito all'espansione dei prodotti di corrosione porti ad individuare linee di fessurazione ben definite: in questo caso, prima dell'analisi strutturale, anche agli elementi non danneggiati che sono delimitati da queste linee viene attribuito un indice di danno pari ad 1 (Sànchez et al., 2010), considerandone il distacco.

Anche il presente modello, pur con notevole semplificazione, e senza una così raffinata mesh per la sezione, riesce ad individuare i meccanismi di distacco differenti in base alla disposizione delle barre di armatura.

Per la sezione delle travi di tipo 11, le barre poste agli angoli della sezione portano ad un danneggiamento della porzione adiacente della sezione, senza danneggiare la parte centrale (Figura 5.28). Per la sezione delle travi di tipo 31, il degrado delle 4 barre inferiori porta al distacco dell'intero copriferro; le barre superiori, disposte in prossimità dello spigolo, fanno sì che il degrado coinvolga maggiormente la parte laterale della sezione individuando un piano inclinato di circa 45° (Figura 5.29).

A conferma di quanto detto, si confrontano (Figura 5.28) la soluzione numerica ottenuta per la trave 313 ( in cui il degrado del calcestruzzo è determinante nel calcolo a rottura) nel presente modello considerando il degrado completo ( spalling) della parte di calcestruzzo danneggiata e la curva ottenuta da Sànchez et al. ( 2010). Per ottenere lo stesso andamento del tratto finale si è tolto il limite sulla deformazione ultima dell'acciaio e si è adottato un legame parabola-rettangolo per il calcestruzzo.



**Fig.5.28** Danneggiamento della sezione della trave 116: (a) modello di Sànchez ( da Sànchez et al., 2010); (b) modello presente









Nelle curve sperimentali di Figura 5.13 è riportata un'interessante indicazione sulla crisi del calcestruzzo registrata sulle travi 314 e 316: in questi due casi è evidente come la crisi del calcestruzzo avvenga quasi contemporaneamente allo snervamento delle barre. Se si ripete l'analisi considerando per il calcestruzzo danneggiato una deformazione ultima pari a 0.0016, così come indicato nella Figura 5.13, si ottiene la curva di Figura 5.31. Il comportamento della struttura con il calcestruzzo degradato non si avvicina quindi a quello della stessa struttura senza il calcestruzzo ( distaccatosi per il fenomeno dello spalling) ma mantiene una rigidezza più vicina a quella della struttura non danneggiata. Il calcestruzzo danneggiato si è rotto invece per compressione con una deformazione ultima inferiore a quella originale ( in questo caso pari a meno della metà).



Fig.5.31 Curva Carico-Spostamento per la trave 314 : effetto della riduzione della deformazione ultima del calcestruzzo

# 5.2 Confronto con i risultati sperimentali di Castel at al. (2000)

Si vuole proporre, ad ulteriore conferma della validità del modello adottato per descrivere il degrado della deformazione ultima dell'acciaio in funzione del livello di corrosione raggiunto, il confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali ottenuti da Castel et al. (2000).

Rispetto alle prove di Rodriguez, in questo caso l'unica trave studiata fino a rottura era stata soggetta ad una corrosione di tipo naturale.

La trave studiata, di sezione rettangolare di  $150 \times 280$  mm, è armata con due barre di 12 mm al lembo teso, mentre l'armatura compressa è costituita da due barre di 6 mm. Il copriferro è solamente di 1 cm, per arrivare comunque ad un livello di corrosione elevato in poco tempo.

Dopo 14 anni di esposizione, la trave è stata sottoposta ad una prova di carico ( carico in mezzeria con la trave semplicemente appoggiata alle estremità). La trave, lunga 3 m, è stata appoggiata a 10 cm dalle estremità, riducendo la luce a 2.8m.

Il calcestruzzo ha una resistenza a compressione di 65 MPa, mentre l'acciaio ha tensione di snervamento di 500 MPa e modulo elastico di 250000 MPa.

La Figura 5.32 mostra il risultato della prova di carico in termini di diagramma tra carico applicato e spostamento in mezzeria: si nota, oltre alla riduzione del carico ultimo, anche la notevole riduzione della duttilità, oltre che della pendenza iniziale.

La riduzione di massa media registrata durante la prova è del 16%, mentre nella parte centrale della trave si arriva fino ad un picco del 28% per una delle due barre.

Nell'analisi si è considerata una riduzione uniforme della sezione del 22%, per entrambe le barre di armatura tese ( si è mantenuta in questo modo la simmetria a livello sezionale). La corrosione è stata applicata solo agli elementi centrali della trave, poiché alle estremità la corrosione registrata è trascurabile.

Quello che si vuole mostrare è principalmente il fatto che il modello, oltre a cogliere bene la riduzione del carico ultimo, riesce anche a valutare in modo corretto la diminuzione della duttilità, pari a circa il 70% di quella iniziale.

Il carico di rottura registrato nelle prove è di 54 kN per la trave non degradata, di 42 kN per la trave soggetta a corrosione. Con il modello si è calcolato un carico di rottura di 53.8 kN per la trave non degradata, di 42.8 kN per la trave soggetta a corrosione. La riduzione della resistenza risulta proprio uguale alla percentuale di sezione corrosa, cioè circa il 20%. Se l'elemento non è, come in questo caso, particolarmente danneggiato in zona compressa, la riduzione della capacità portante si può ritenere proporzionale alla riduzione della sezione delle barre. Non si possono però trascurare le conseguenze della corrosione sulla duttilità dell'elemento.



Fig. 5.32 Risultati sperimentali delle prove ( da Castel et al., 2000)



Fig. 5.33 Risultati numerici ottenuti per le prove di Castel et al. (2000)

# CAPITOLO 6 ANALISI DI UN PONTE AD ARCO SOGGETTO A CORROSIONE

# 6.1 Descrizione della struttura e criteri di modellazione

Il ponte che verrà studiato è rappresentato nella Figura 6.1. Si tratta di un ponte ad arco di tipo Nielsen, ossia un arco con impalcato sospeso mediante tiranti inclinati. Per lo schema statico e le dimensioni degli elementi longitudinali si farà riferimento alla struttura analizzata in Franciosi (1958). La luce del ponte, tra gli appoggi di estremità, è di 90 m, ed è suddivisa in 12 campi dai nodi inferiori della sospensione. La freccia dell'arco è di 13 m.



Fig.6.1Ponte ad arco di tipo Nielsen

Ciascuno dei due archi è a sezione rettangolare costante ( $1.4 \times 0.6$  m), con armatura simmetrica costituita da 6 Ø 30 superiori e 6 Ø 30 inferiori. Lo schema statico dell'arco è realizzato in modo tale da essere a spinta eliminata: la catena tesa di ciascun arco è costituita da una coppia di profilati IPN 600 (Figura 6.2), inglobati all'interno di travi in c.a.



Fig. 6.2 Archi in c.a. con catena costituita da profilati in acciaio IPN 600

La sospensione è realizzata mediante tiranti costituiti da tondini unici di acciaio duro Ø70. Nel testo di Franciosi (1958) non si trovano indicazioni circa lo schema statico trasversale

dell'impalcato. Per la modellazione tridimensionale è d'altra parte fondamentale definire la dimensione e la disposizione dei traversi, dai quali dipende il comportamento trasversale dell'impalcato.

Prendendo spunto dalla struttura del ponte di Port d'Agrès sur Lot, realizzato nel 1925, indicato come prototipo dei ponti ad arco di tipo Nielsen (Franciosi, 1958), si dispongono traversi di sezione rettangolare di larghezza 25 cm in corrispondenza dei tiranti e nella mezzeria tra un tirante e l'altro.

Lo schema di travi e traversi, considerando anche la trave longitudinale centrale (anch'essa sezione di 25 cm), è quello rappresentato nella Figura 6.3.

L'interasse tra i traversi è quindi di 3.75 m.



Fig.6.3 Travi e traversi dell'impalcato

La sezione trasversale nella mezzeria del ponte è rappresentata in Figura 6.4. Nelle Figure 6.5-6.7 si riportano la sezione dell'impalcato e le sezioni degli elementi del ponte con le indicazioni relative alla disposizione delle barre di armatura.



Fig.6.4 Sezione trasversale del ponte ( da Franciosi, 1958)







Fig.6.6 Sezioni dell'arco e della trave principale



Fig.6.7 Sezioni della trave longitudinale centrale e dei traversi dell'impalcato

Gli elementi descritti nelle Figure 6.6-6.7 sono stati utilizzati per la modellazione mediante elementi finiti di trave dell'intera struttura. I tiranti, di forma circolare, vengono modellati mediante elementi di trave di sezione quadrata con la stessa area del tirante. Le travi IPN 600 all'interno della catena vengono modellate assegnando agli elementi quadrilateri della sezione corrispondenti alle travi in acciaio le caratteristiche di questo materiale.

Le proprietà meccaniche del calcestruzzo assunte nell'analisi sono riportate nella Tabella 6.1, mentre quelle dell'acciaio delle travi IPN 600, dei tiranti e delle armature, sono elencate nella Tabella 6.2.

$f_c$ [MPa]	$E_c$ [MPa]	$f_{ct}$ [MPa]	$\mathcal{E}_{cl}$	E <sub>cu</sub>
35	34000	3.2	0.00225	0.0035

Tab.6.1 Proprietà meccaniche del calcestruzzo

	$f_y$ [MPa]	E <sub>s</sub> [MPa]	$\mathcal{E}_{SU}$
Armature	440	210000	0.01
Travi IPN 600	275	210000	0.1
Tiranti	1600	200000	0.1

#### Tab.6.2 Proprietà meccaniche dell'acciaio

Per il calcestruzzo si adotta un legame costitutivo con legge di Saenz in compressione ed elastico perfettamente plastico in trazione, mentre per l'acciaio si considera un legame elastico perfettamente plastico.

Nel modello ad elementi finiti della struttura si mantiene per l'impalcato uno schema costituito dalle travi della catena e da quella centrale in senso longitudinale e dai traversi nell'altra direzione, così come rappresentato nella Figura 6.3.

La struttura si considera soggetta al peso proprio e ad un carico variabile uniformemente distribuito sulla superficie dell'impalcato ( esteso su tutta la larghezza di 7 m).

Sulle travi degli archi il peso proprio equivale ad un carico per unità di lunghezza pari a 21 kN/m. Per ripartire il carico dell'impalcato su travi e traversi, così come per calcolare la rigidezza torsionale degli elementi, si considerano le indicazioni presenti in West (1973).

Il carico uniforme su un campo della soletta ( $3.5 \times 3.75$  m) viene ripartito sui quattro elementi che delimitano il campo in modo che siano soggetti ad un carico uniformemente distribuito per unità di lunghezza la cui risultante sia pari a quella del carico di superficie.

Nelle analisi condotte per studiare il comportamento della struttura fino a collasso si mantiene l'impalcato soggetto ad un carico costante uniforme g=8 kN/m<sup>2</sup> ( peso proprio) e ad un carico variabile, sempre per unità di superficie, pari a  $\lambda q$  ( Figura 6.8)



Fig.6.8 Carico uniforme sulla superficie dell'impalcato

Avendo operato la ripartizione del carico come descritto, la trave centrale dell'impalcato risulterà soggetta ad un carico distribuito per unità di lunghezza doppio rispetto alle travi principali dell'arco.

I traversi risultano fondamentali per trasferire il carico alle travi principali ed ai tiranti.

# 6.2 Modellazione del degrado per corrosione

Nel testo di Franciosi (1958) viene eseguito un calcolo elastico della struttura, trascurando la presenza del calcestruzzo attorno ai profilati della trave principale, poiché si dice: "Nel calcolo delle sollecitazioni si è prudenzialmente tenuto conto della sezione dei soli profilati, trascurando quella dell'impalcato, che è soggetto a lesionarsi".

Un elemento in c.a. che deve sopportare trazioni elevate, sarà sicuramente soggetto a fessurazione e questo non potrà che favorire i fenomeni corrosivi non solo delle armature, ma anche dei profilati metallici all'interno delle travi principali.

In queste travi, infatti, è certamente trascurabile il degrado delle barre di armatura ordinaria, dato che l'elemento in grado di resistere alla notevole azione assiale di trazione è costituito dalle coppie di profilati metallici.

Per studiare il degrado dei profilati IPN 600, si ipotizza una penetrazione uniforme della corrosione dall'esterno dei profili, lasciando intatta la parte interna, così come rappresentato nella Figura 6.9.



Fig.6.9 Corrosione delle travi IPN600

Il legame tra la profondità raggiunta dalla corrosione x (mm) e la riduzione della sezione delle travi IPN 600 (Figura 6.10) si può esprimere tramite la seguente relazione lineare:

$$\delta A_{IPN600}(x) = \frac{A}{A_0} = 1 - 0.05x \tag{6.1}$$

in cui x è la profondità raggiunta dalla corrosione in mm.



Fig.6.10 Degrado dell'area delle travi IPN600 in funzione della penetrazione della corrosione

L'altro elemento del ponte esposto direttamente alla corrosione, se non opportunamente protetto, è costituito dai tiranti. In questo caso, considerando la sezione dei tiranti come quella di una barra di armatura, si può ipotizzare lo stesso tipo di corrosione uniforme che coinvolge una barra ( penetrazione da entrambi i lati).

Per quanto riguarda l'arco, si può affermare che il degrado per corrosione avrà un effetto importante principalmente sotto forma di degrado indiretto sul calcestruzzo compresso. In base alle relazioni studiate, secondo cui il degrado di calcestruzzo è proporzionale alla quantità di acciaio consumata ( una maggiore quantità prodotti di corrosione corrisponde ad una maggiore azione espansiva sul calcestruzzo), si può prevedere che anche una piccola profondità di penetrazione dell'attacco nelle barre di armatura di grande diametro ( Ø30) porti alla fessurazione, fino al distacco ( spalling) di parte del calcestruzzo dell'arco.

Poiché l'arco non risulta soggetto ad un significativo momento flettente, il degrado della sezione delle barre di armatura probabilmente non comprometterà la resistenza dell'arco.

Gli altri elementi, che costituiscono l'orditura di travi e traversi dell'impalcato, subiranno un degrado per corrosione analogo a quello studiato nei capitoli precedenti per le travi in c.a. soggette a flessione.

## 6.3 Analisi incrementale fino a collasso

Vengono eseguite le analisi aumentando il carico fino a raggiungere il collasso della struttura. Si riportano i risultati in termini di curve carico-spostamento, con riferimento ai nodi nella mezzeria dell'impalcato. Si tracciano nei grafici le curve relative al nodo di mezzeria della trave principale ed al nodo di mezzeria della trave centrale dell'impalcato, in modo tale da mostrare il diverso comportamento legato alla statica trasversale dell'impalcato.

Nei grafici delle Figure 6.11-6.12 vengono riportate le curve relative alla situazione di struttura non degradata: le curve sono state tracciate trascurando la resistenza a trazione del calcestruzzo: il netto cambio di pendenza della curva relativa alla trave principale ( e di conseguenza dell'altra curva), indica il raggiungimento della tensione di snervamento all'interno delle travi in acciaio IPN 600. Il lungo tratto piano è segno di una modalità di rottura duttile ( è consentito infatti uno spostamento massimo di circa 10 volte superiore a quello iniziale ( sotto il carico permanente). Nella Figura 6.11 il carico comprende la parte permanente di 8 kN/m<sup>2</sup> e quella variabile, che raggiunge il valore di 40.6 kN/m<sup>2</sup> a collasso.

Il moltiplicatore del carico  $\lambda$  indicato nella Figura 6.12 è relativo ad un carico variabile q=10 kN/m<sup>2</sup>. Il rapporto s/s<sub>0</sub> è tra lo spostamento sotto il carico considerato e quello sotto il carico permanente.



Fig.6.11 Curve carico-spostamento ottenute trascurando la resistenza a trazione del cls



Fig.6.12 Curve  $\lambda$ -s/s<sub>0</sub> ottenute trascurando la resistenza a trazione del cls

Nelle Figure 6.13-6.14 sono tracciate le stesse curve, ma avendo considerato nell'analisi la resistenza a trazione del calcestruzzo: si nota che solo per la statica trasversale è rilevante il contributo della resistenza a trazione, mentre la curva relativa alla trave principale non subisce variazioni (l'azione assiale di trazione è tale da far superare la resistenza a trazione del calcestruzzo anche sotto il carico permanente).



Fig.6.13 Curve carico-spostamento ottenute considerando la resistenza a trazione del cls - 161 -



Fig.6.14 Curve  $\lambda$ -s/s<sub>0</sub> ottenute considerando la resistenza a trazione del cls

Lo spostamento assiale massimo è di 28.7 mm sotto il carico permanente, mentre è di 461 mm sotto il carico di collasso.

I valori indicativi delle sollecitazioni massime sono riassunti nella Tabella 6.3, per la situazione di carico permanente e per quella di carico massimo.

	Carico permanente	Carico massimo
N <sub>max,trave</sub> [kN]	3613	14099
N <sub>max,arco</sub> [kN]	4215	16441
M <sub>max,trave</sub> [kNm]	419	1118
M <sub>max,arco</sub> [kNm]	186	1298

Tab.6.3 Valori massimi delle sollecitazioni assiale e flettente nell'arco e nella trave principale

Nella Figura 6.15 sono riportate le rappresentazioni grafiche degli andamenti degli spostamenti e delle azioni interne nella struttura, nella condizione di carico permanente e in quella di carico massimo. Per quanto riguarda lo spostamento verticale, si nota come tutta la parte centrale dell'impalcato sia soggetta ad un valore di spostamento vicino a quello massimo. L'azione assiale nella trave centrale dell'impalcato è di valore trascurabile rispetto a quella della trave principale e dell'arco. Il momento torcente assume valore elevato nella situazione prossima al collasso, in cui la differenza tra lo spostamento della catena e quello al centro dell'impalcato è maggiore.



**Fig.6.15** Spostamenti ed azioni interne nella struttura sotto il carico permanente ( $g=8kN/m^2$ ) e sotto il carico massimo ( $g+\lambda q=48.9 kN/m^2$ )

# 6.4 Analisi della struttura soggetta a degrado per corrosione

Si vogliono adesso studiare gli effetti del degrado sulle diverse parti della struttura, considerandoli separatamente. Si analizzerà quindi la struttura soggetta al degrado per corrosione di ciascuna delle parti principali che la compongono: impalcato, arco, tiranti.

Dopo aver valutato separatamente gli effetti sui diversi elementi, verrà condotta un'analisi considerando tutte le parti della struttura soggette al degrado.

## 6.4.1 Degrado dell'impalcato

Uno dei fenomeni di degrado che maggiormente influenzerà il comportamento del ponte, sarà certamente il degrado delle travi IPN 600 all'interno delle travi principali, (Figura 6.9), poiché dall'analisi della struttura non degradata si è visto che il collasso avviene in seguito allo snervamento di questi elementi.

Si impone quindi un livello di danno crescente, oltre che alle travi in acciaio, anche alle barre di armatura. Si considera anche la conseguenza del degrado delle barre sul calcestruzzo.

I livelli di danno considerati e la conseguente riduzione dell'area delle travi IPN600 sono riportati nella Tabella 6.4.

$\delta = x/D_0$	Penetrazione nelle travi	Riduzione della sezione delle
(D <sub>0</sub> =20 mm)	IPN600 [mm]	travi IPN600 [%]
0.05	1	5%
0.1	2	10%
0.2	4	20%
0.4	8	40%

Tab.6.4 Effetto della corrosione sulla riduzione della sezione delle travi IPN 600

Nelle immagini di Figura 6.16 si può vedere la rappresentazione del degrado della trave principale per i livelli indicati nella Tabella 6.4. Si vede come, anche per un piccolo livello di degrado della trave IPN600, il contemporaneo degrado delle barre di armatura abbia già portato al distacco ( $\delta$ =1) della parte di calcestruzzo attorno alle barre, disposte come mostrato in Figura 6.6.



Fig.6.16 Evoluzione del degrado nella trave della catena

Nelle Figure 6.17-sono riportate le curve carico-spostamento per il nodo di mezzeria della trave principale e per quello di mezzeria della trave centrale per i valori di  $\delta$  indicati nella Tabella 6.4 (lo spostamento massimo, di poco superiore, si raggiunge nelle sezioni a 3.75 m dalla mezzeria) Si nota come la riduzione della sezione porti ad un aumento di deformabilità della struttura ed alla diminuzione del carico di snervamento ed analogamente del carico ultimo, mentre si conserva una buona duttilità: la crisi avviene sempre dopo che le travi di acciaio della catena hanno oltrepassato il limite di snervamento.



Fig.6.17 Curve carico-spostamento relative al nodo di mezzeria della trave principale


Fig.6.18 Curve carico-spostamento relative al nodo di mezzeria della trave centrale dell'impalcato

Nel grafico di Figura 6.19  $s_0$  è lo spostamento della mezzeria sotto il carico permanente ( 8kN/m<sup>2</sup>), calcolato con la struttura degradata. Il rapporto s/s<sub>0</sub> indica quindi come varia lo spostamento all'aumentare del carico rispetto al valore calcolato con la struttura danneggiata soggetta al peso proprio. Questo rapporto diminuisce all'aumentare del livello di corrosione.



Fig.6.19 Curve  $\lambda$ -s/s<sub>0</sub> relative al nodo di mezzeria della trave principale

Sono state quindi condotte due analisi a carico costante, variando per piccoli incrementi il livello di corrosione. Dal grafico di Figura 6.20 si vede come, anche con le barre di armatura  $\emptyset$ 20 delle travi principali completamente corrose ( $\delta$ =0.5) la struttura è ancora in grado di resistere al carico assegnato (la sezione delle travi IPN 600 è ridotta del 50%)



**Fig.6.20** Variazione dello spostamento massimo della trave principale con il livello di corrosione delle travi IPN 600 e delle barre di armatura ( $g+\lambda q=20 \text{ kN/m}^2$ )

Ben diverso è il caso della Figura 6.21 in cui la struttura è soggetta ad un carico di 40 kN/m<sup>2</sup>: si vede chiaramente come lo spostamento tende a divergere per un livello di corrosione  $\delta$ =0.15 (riduzione della sezione delle travi IPN 600 del 15%).



**Fig.6.21** Variazione dello spostamento massimo della trave principale con il livello di corrosione delle travi IPN 600 e delle barre di armatura ( $g+\lambda q=40 \text{ kN/m}^2$ )

δ	$g + \lambda_c q [kN/m^2]$	N <sub>max,arco</sub> [kN]	N <sub>max,catena</sub> [kN]
0	48.9	16441	14099
0.05	45.7	15487	13234
0.1	42.8	14541	12360
0.2	37.3	12909	10944
0.4	26.9	9763	8111

Il valore del carico di collasso e le corrispondenti azioni assiali nell'arco e nella catena sono riportate nella Tabella 6.5, per i valori di  $\delta$  della Tabella 6.4.

**Tab.6.5** Carico di collasso ed azioni assiali nell'arco e nella catena al variare del livello di corrosione delle travi dell'impalcato

Nella Figura 6.22 viene tracciata la variazione del moltiplicatore di carico di collasso  $\lambda_c$  con il livello di corrosione  $\delta$ . L'andamento che si ottiene è molto prossimo ad una retta, analogamente alla riduzione della sezione delle travi di acciaio.



Fig.6.22 Variazione del moltiplicatore del carico di collasso con il livello di corrosione

## 6.4.2 Degrado dei tiranti

Viene studiato l'effetto del degrado per corrosione uniforme dei tiranti sul comportamento della struttura. La corrosione dei tiranti fa aumentare lo spostamento massimo dell'impalcato, mentre non viene ridotto il carico di collasso. Si può vedere bene quanto affermato dal grafico della Figura 6.23, in cui sono messe a confronto le curve carico-spostamento per la situazione iniziale e per un livello di corrosione  $\delta$ =0.3 ( riduzione della sezione dei tiranti dell'84%).



**Fig.6.23** Curve carico-spostamento con corrosione dei tiranti ( $\delta$ =0.3)

Lo spostamento massimo non viene più raggiunto nella parte centrale dell'impalcato ( a 3.75 m dalla mezzeria), ma nelle sezioni che si trovano a 11.25 m dalla mezzeria della catena.

Il momento flettente nell'arco subisce una notevole ridistribuzione rispetto alla situazione in cui i tiranti non erano corrosi.

Si esegue un'analisi imponendo un indice di danno  $\delta$ =0.4, che corrisponde ad una riduzione di sezione dei tiranti del 96% ( il diametro dei tiranti si riduce a 14 mm).

In questo caso, oltre ad un aumento dello spostamento, si ha anche una drastica riduzione del carico massimo che la struttura può sopportare.

La crisi avviene nei tiranti centrali dell'arco, che raggiungono la deformazione ultima: la chiave dell'arco risulta sollecitata da un momento flettente molto elevato ed il calcestruzzo dell'arco, arriva al limite di deformazione ultima e quindi la struttura collassa.



**Fig.6.24** Andamento del momento flettente nell'arco con corrosione dei tiranti ( $\delta$ =0.3)



Fig.6.25 Curve carico-spostamento con corrosione dei tiranti ( $\delta$ =0.4)

Si nota dalla Figura 6.25 come la duttilità della struttura si sia drasticamente ridotta. Il carico di collasso è con  $\lambda_c = 0.95$ .



**Fig.6.26** Andamento del momento flettente nell'arco e degli spostamenti verticali con corrosione dei tiranti ( $\delta$ =0.3), sotto il carico di collasso.

Sotto il carico che precede il collasso lo spostamento verticale nella parte centrale dell'arco è verso l'alto ed il momento flettente assume un valore molto elevato (Figura 6.26).

L'analisi eseguita mantenendo costante il carico e variando il livello di corrosione dei tiranti, mostra come per valori di  $\delta$  fino a 0.3 ( riduzione della sezione dei tiranti dell'84%) l'incremento di spostamento sia solo del 20% rispetto a quello con  $\delta$ =0, mentre cresce rapidamente fino a raggiungere il doppio dello spostamento iniziale per  $\delta$ =0.4 ( 96% di riduzione della sezione).



**Fig.6.27** Variazione dello spostamento massimo nella trave principale con il livello di corrosione dei tiranti ( $g+\lambda q=14 \text{ kN/m}^2$ )

Si può quindi concludere che per un basso livello di corrosione ( $\delta$  inferiore a 0.3) il degrado dei tiranti non incide in modo significativo sul comportamento della struttura, né in fase di esercizio né allo stato limite ultimo.

## 6.4.3 Degrado dell'arco

Il degrado per corrosione delle armature dell'arco non produce effetti rilevanti sul comportamento della struttura. Il modello implementato prevede che anche per un piccolo livello di corrosione, in questo caso si verifichi lo spalling della parte di calcestruzzo danneggiata e che quindi la sezione resistente dell'arco si riduca. La riduzione della sezione non va però ad incidere sulla resistenza della struttura, come si può vedere dalla Figura , in cui è rappresentata la situazione di massimo livello di corrosione possibile ( la sezione delle barre è completamente consumata). Nonostante l'assenza delle barre di armatura, l'arco è ancora in grado di resistere alle sollecitazioni ed infatti il carico di collasso cambia di poco ( 48.6 invece di 48.9 kN/m<sup>2</sup>).

Nel tratto iniziale delle curve, si nota invece come la riduzione della sezione dell'arco porti ad un aumento della deformabilità della struttura.



**Fig.6.28** Curve carico-spostamento con degrado per corrosione dell'arco ( $\delta$ =0.5)

E' interessante notare (Figura 6.29) come, a differenza dei tiranti e delle travi dell'impalcato, in cui all'aumentare del livello di corrosione ad un certo punto si ha la divergenza degli spostamenti, per l'arco lo spostamento tende ad un valore finito all'aumentare del livello di corrosione delle barre. Il salto iniziale della curva è dovuto al fatto che lo spalling del calcestruzzo attorno alle barre che si corrodono viene previsto dal modello per un livello di corrosione molto basso. Il valore finale a cui tende lo spostamento è quello che avrebbe la struttura con una sezione dell'arco ridotta e senza le barre di armatura.



**Fig.6.29** Variazione dello spostamento massimo nella trave principale con il livello di degrado per corrosione dell'arco ( $g+\lambda q=30 \text{ kN/m}^2$ )

#### 6.4.4 Degrado di tutti gli elementi della struttura

Imponendo il degrado a tutte le parti della struttura considerate nelle analisi precedenti, si ipotizza che la corrosione delle armature abbia inizio contemporaneamente e che quindi la profondità raggiunta dall'attacco sia la stessa in tutte le barre e nelle travi di acciaio. Gli indici del modello relativi alle singole barre di armatura vengono calibrati opportunamente in modo tale da avere la stessa profondità di corrosione ( per la relazione tra  $\delta$  e la profondità in mm si considera un diametro di 20 mm quindi, ad esempio,  $\delta$ =0.05 corrisponde ad una profondità di corrosione uniforme su tutte le barre e sulle travi IPN 600 di 1 mm).

Dalle curve carico-spostamento, tracciate al variare dell'indice di danno  $\delta$  fino al collasso della struttura, si nota come la diminuzione del carico massimo sia molto vicina a quella calcolata considerando solamente il degrado delle travi IPN 600. Il degrado dei tiranti ( rispetto al caso di degrado dei soli tiranti, in cui si era arrivati ad una riduzione del diametro di 56 mm, in queste analisi si è arrivati fino a 10 mm), non risulta significativo. Lo spalling del calcestruzzo dell'arco previsto dal modello, invece, è tale da causare un aumento della deformabilità della struttura analogo a quello visto per il caso del degrado del solo arco.



Fig.6.30 Curve carico-spostamento con degrado per corrosione dell'intera struttura ( $\delta$ =0.05; x=1 mm)



Fig.6.31 Curve carico-spostamento con degrado per corrosione dell'intera struttura

( $\delta=0.1$ ; x= 2mm)



Fig.6.32 Curve carico-spostamento con degrado per corrosione dell'intera struttura ( $\delta$ =0.2; x=4 mm)



Fig.6.33 Curve carico-spostamento con degrado per corrosione dell'intera struttura ( $\delta$ =0.3; x=6mm)



Fig.6.34 Curve carico-spostamento con degrado per corrosione dell'intera struttura ( $\delta$ =0.4; x=8mm)



Fig.6.35 Curve carico-spostamento con degrado per corrosione dell'intera struttura ( $\delta$ =0.5; x=10 mm)

Il valore del carico di collasso, così come le massime azioni assiali nell'arco e nella catena non subiscono variazioni rilevanti rispetto al caso di corrosione delle sole travi dell'impalcato. Nella Figura 6.37 si riporta la variazione del moltiplicatore di collasso con il livello di corrosione ( anche in questo caso l'andamento è prossimo ad una retta). Nelle Tabelle 6.6-6.7 si riportano i valori delle massime azioni assiali e dei massimi momenti flettenti nell'arco e nella trave principale, al variare del livello di corrosione.

δ	$g+\lambda q [kN/m^2]$	N <sub>max,arco</sub> [kN]	N <sub>max,trave</sub> [kN]
0	48.9	16441	14099
0.05	45.6	15562	13228
0.1	42.7	14676	12440
0.2	37.1	12968	10917
0.3	31.8	11351	9469
0.4	26.8	9826	8115
0.5	22.0	8390	6809

**Tab.6.6** Carico di collasso ed azioni assiali nell'arco e nella trave principale al variare del livello di corrosione



**Fig.6.36** Variazione dell'azione assiale massima nell'arco e nella trave principale con il livello di corrosione

δ	$g + \lambda_c q [kN/m^2]$	M <sub>max,arco</sub> [kNm]	M <sub>max,trave</sub> [kNm]
0	48.9	1298	1118
0.05	45.6	800	1042
0.1	42.7	800	980
0.2	37.1	788	853
0.3	31.8	792	725
0.4	26.8	792	596
0.5	22.0	712	474

**Tab.6.6** Carico di collasso e momento flettente massimo nell'arco e nella trave principale al variare del livello di corrosione



Fig.6.37 Variazione del moltiplicatore del carico di collasso con il livello di corrosione

## 6.5 Conclusioni

Le analisi svolte hanno mostrato le potenzialità del metodo proposto nello studio di una struttura reale di una certa complessità. La possibilità di assegnare diversi livelli di danneggiamento non uniforme su ogni elemento di trave, ma in modo distinto per ogni barra di armatura, ha permesso di svolgere analisi considerando solamente alcune parti della struttura soggette al degrado.

Questo tipo di analisi si è rivelata molto utile per capire quali elementi della struttura sono più sensibili al degrado per corrosione, cioè quali elementi, se soggetti a degrado, possano compromettere maggiormente le capacità prestazionali del sistema strutturale. Si sono svolte analisi incrementali fino a collasso e in alcuni casi si è valutato l'effetto del degrado sotto carico costante: le curve carico-spostamento, tracciate fino a raggiungere la crisi della struttura, hanno consentito di avere le informazioni necessarie per valutare gli effetti del degrado sia sul comportamento in esercizio, sia sullo stato limite ultimo.

Le analisi effettuate hanno mostrato come il degrado delle travi in acciaio costituisca il problema più rilevante per la struttura. Il carico di collasso dell'intera struttura è infatti direttamente legato al livello di corrosione di questi elementi, poiché la crisi avviene in seguito allo snervamento dell'acciaio teso dei profilati. L'effetto della corrosione di questi elementi sulla deformabilità della struttura (tratto iniziale delle curve) è invece abbastanza limitato.

In questi elementi è d'altra parte prevedibile che la corrosione possa essere favorita dall'apertura di lesioni all'interno del calcestruzzo a causa della notevole azione assiale di trazione ( tale da far superare il limite di resistenza a trazione del calcestruzzo anche sotto il carico dovuto al solo peso proprio della struttura). Il degrado degli elementi di sospensione si è rivelato trascurabile sul comportamento della struttura fino ad una riduzione dell'area superiore all'80%. La crisi di questi elementi, d'altra parte, comprometterebbe il comportamento della struttura riducendone notevolmente la duttilità ( crisi per compressione nell'arco).

Si è dimostrato poi come la resistenza della struttura non venga alterata in modo significativo dal degrado per corrosione delle armature dell'arco. Il degrado del calcestruzzo attorno alle barre invece porta ad un aumento repentino della deformabilità della struttura appena si verifica lo spalling della parte fessurata.

I risultati ottenuti considerando il degrado degli elementi della struttura in modo separato sono stati confermati dalle analisi condotte applicando un livello di corrosione uniforme all'arco, ai tiranti ed alle travi principali. Si è visto come il valore del carico di collasso sia rimasto sostanzialmente inalterato rispetto alla situazione in cui si era considerata la corrosione dei soli profilati in acciaio, mentre invece l'aumento di deformabilità è legato al degrado dell'arco in calcestruzzo.

Le analisi effettuate ipotizzando un livello di corrosione uniforme nei diversi elementi, pur non rappresentando uno scenario realistico del degrado della struttura durante la sua vita di servizio, sono utili per mettere in luce la sensiblità dei diversi elementi della struttura alla corrosione e gli effetti sul comportamento globale.

Affiancato ad un modello che consenta di studiare il processo diffusivo delle sostanze aggressive e di stimare in modo affidabile l'innesco della corrosione e la sua velocità di propagazione, l'approccio proposto consente di prevedere in modo realistico il comportamento della struttura nel tempo.

# CONCLUSIONI

Dopo un'accurata fase di ricerca bibliografica e di studio del fenomeno della corrosione con riferimento alla letteratura in materia ed ai più recenti studi sperimentali, è stato sviluppato un modello basato sull'analisi non lineare mediante elementi finiti per analizzare strutture soggette a degrado per corrosione.

La definizione degli indici di danneggiamento a livello di materiale e di sezione si è basata in parte su modelli teorici, in parte sui risultati di alcune prove sperimentali.

Molti aspetti, legati in particolare alla duttilità delle barre di armatura soggette a corrosione ed alla modellazione del fenomeno della fessurazione in seguito all'espansione dei prodotti di corrosione, richiedono certamente ulteriori indagini sperimentali.

Il degrado imposto a livello di sezione e di materiali, ha consentito di creare un modello facilmente applicabile all'analisi strutturale, garantendo una buona versatilità e semplicità di utilizzo.

Si è poi dimostrato come l'analisi condotta mediante indici di danneggiamento si possa facilmente correlare ad una scala temporale e come sia possibile quindi eseguire uno studio della struttura soggetta a degrado nel tempo introducendo opportuni modelli per la diffusione delle sostanze all'interno del calcestruzzo.

Le analisi strutturali possono essere condotte sia in controllo di carico che di spostamento, permettendo di definire la risposta sia nella fase di esercizio, sia allo stato limite ultimo: si possono valutare gli effetti della corrosione sia sulla rigidezza della struttura, sia sulla duttilità.

Il modello si è rivelato efficace nel simulare i risultati ottenuti nelle prove sperimentali di Rodriguez et al. (1996), prese recentemente come riferimento per la validazione di modelli di calcolo da diversi autori ( Coronelli et al., 2004; Sand et al., 2007; Val et al., 2009; Sànchez et al., 2010). I confronti con i risultati ottenuti non solo nelle prove sperimentali, ma anche nelle simulazioni numeriche pubblicate in letteratura negli ultimi anni, hanno mostrato nella maggior parte dei casi un migliore accordo del modello con i dati sperimentali rispetto alle analisi numeriche di letteratura.

Questo fatto, oltre che confermare la validità di alcuni parametri calibrati su altre prove sperimentali, ha mostrato come il modello sia capace di valutare molto bene gli effetti della corrosione sul comportamento globale della struttura. Non solo il carico ultimo e quello di snervamento sono stati colti dal modello, ma in alcuni casi anche il valore dello spostamento ultimo calcolato si è molto avvicinato al valore sperimentale; inoltre il tratto iniziale delle curve carico-spostamento segue abbastanza bene l'andamento sperimentale.

In queste analisi è risultato fondamentale conoscere l'effettivo livello di corrosione raggiunto nelle barre di armatura (valore medio e massimo) per valutare correttamente la riduzione della sezione: solamente questo dato, insieme alle caratteristiche meccaniche dei materiali, ha consentito di prevedere il comportamento della struttura, comprendendo anche gli effetti del degrado per corrosione sulla duttilità e sul calcestruzzo.

Si osserva quindi che, con una stima affidabile del livello di corrosione raggiunto, il modello proposto sia in grado di prevedere in modo abbastanza accurato la risposta della struttura danneggiata.

Il problema di conoscere con esattezza il livello di corrosione in una struttura esistente è ben lontano dall'essere risolto: opportuni modelli per lo studio della diffusione dei cloruri e della carbonatazione nel calcestruzzo, oltre che una definizione della velocità di corrosione in base alle caratteristiche ambientali, possono certamente essere utili per una stima del livello di corrosione raggiunto nel tempo.

Il tentativo di simulare il comportamento di strutture reali ha messo in luce alcuni limiti del modello, in quanto non è stato possibile prevedere alcune delle modalità di crisi riscontrate sperimentalmente, in particolare la crisi per taglio e per perdita di aderenza.

La corrosione delle armature trasversali è sicuramente un problema rilevante, quindi è interessante lo sviluppo di modelli di analisi che consentano di considerare il degrado della resistenza a taglio e dell'aderenza indotti dalla corrosione.

La semplicità computazionale nella formulazione dell'analisi ad elementi finiti di trave, rispetto ad altri modelli in letteratura basati sull'utilizzo di elementi piani anche per l'analisi strutturale, consente però di studiare agevolmente gli effetti della corrosione su strutture reali anche di una certa complessità.

L'applicazione finale, volta allo studio del comportamento di un ponte ad arco soggetto a degrado per corrosione, ha mostrato le potenzialità dell'analisi nel calcolo della struttura in tre dimensioni.

L'analisi svolta considerando separatamente il degrado delle diverse parti della struttura ha permesso di capire quali elementi fossero più sensibili al degrado per corrosione, cioè quali elementi, se soggetti a degrado, potessero compromettere maggiormente la capacità della struttura di resistere ai carichi o far aumentare le deformazioni.

Si è visto come il degrado delle travi in acciaio costituisca il problema più rilevante, in quanto la riduzione del carico di collasso della struttura è direttamente legata alla corrosione di questi elementi. La riduzione della sezione dei tiranti ( fino ad oltre l'80% di perdita di sezione) è risultata praticamente ininfluente sul valore del carico di collasso, mentre il degrado delle barre di armatura dell'arco ha prodotto un effetto significativo sulla deformabilità della struttura solo a causa del degrado indotto dalla corrosione sul calcestruzzo.

Le analisi incrementali fino a collasso, con il tracciamento delle curve carico-spostamento, consentono quindi di avere le informazioni necessarie per valutare gli effetti del degrado sia sul comportamento in esercizio, sia sullo stato limite ultimo.

Affiancato ad un modello che consenta di studiare il processo diffusivo delle sostanze aggressive e di stimare in modo affidabile l'innesco della corrosione e la sua velocità di propagazione, l'approccio proposto consente di prevedere in modo realistico il comportamento della struttura nel tempo.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Almusallam, A., *Effect of degree of corrosion on the properties of reinforcing steel bars*, Construction and Building Materials 15, 2001, 361-368
- [2] Andrade, C., Alonso, C., Sarria, J., *Corrosion rate evolution in concrete structures exposed to the atmosphere*, Cement & Concrete Composites, 24, 2002, 55-64
- [3] Andrade, C., Alonso, C., *On-site measurements of corrosion rate of reinforcements*, Construction and Building Materials 15, 2001, 141-145
- [4] Angst, U., Elsener, B., Larsen, C.K., Vennesland, Ø., *Critical chloride content in reinforced concrete A review*, Cement and Concrete Research, 2009, 1122-1138
- [5] Apostolopoulos, C.A., Papadakis, V.G., *Consequences of steel corrosion on the ductility properties of reinforcement bar*, Construction and Building Materials, 22, 2008, 2316-2324
- [6] Assinnata, L., Formulazione di un elemento di trave 3D per l'analisi nel tempo di strutture in calcestruzzo armato soggette a degrado, Tesi di Laurea, Politecnico di Milano, 2007
- [7] Bentur, A., Diamond, S., Berke, N.S., *Steel corrosion in concrete, fundamentals and civil engineering practice*, E&FN Spon, 1997
- [8] Berto, L., Simioni, P., Saetta, A., *Numerical modelling of bond behaviour in RC structures affected by reinforcement corrosion*, Engineering Structures 30, 2008, 1375–1385
- [9] Berto, L., Vitaliani, R., Saetta, A., Simioni, P., Seismic assessment of existing RC structures affected by degradation phenomena, Structural Safety 31, 2009, 284–297
- [10] Bertolini, L., Materiali da costruzione, Vol I Struttura, proprietà e tecnologie di produzione, ed. Città Studi, 2006
- [11] Bertolini, L., *Materiali da costruzione*, *Vol II Degrado, prevenzione, diagnosi, restauro,* ed. Città Studi, 2006
- [12] Bertolini, L., Elsener, B., Pedeferri, P., Polder, R., Corrosion of steel in concrete prevention, diagnosis, repair, ed. Wiley-VCH, 2003
- [13] Biondini, F., Bontempi, F., Frangopol, D.M., Malerba, P.G., *Reliability of Material and Geometrically Nonlinear Reinforced and Prestressed Concrete Structures*, Computers & Structures, 82(13-14), 2004, 1021-1031
- [14] Biondini, F., Bontempi, F., Malerba, P.G., *Fuzzy reliability analysis of concrete structures*, Computers and Structures 82(13-14), 2004, 1033-1052

- [15] Biondini, F., Bontempi, F., Frangopol, D.M., Malerba, P.G., Cellular automata approach to durability analysis of concrete structures in aggressive environments, Journal of Structural Engineering, ASCE, November 2004, 1724-1737
- [16] Biondini, F., Bontempi, F., Frangopol, D.M., Malerba, P.G., Probabilistic Service Life Assessment and Maintenance Planning of Concrete Structures, ASCE Journal of Structural Engineering, 132(5), 2006, 810-825
- [17] Biondini, F., Frangopol, D.M., Malerba, P.G., *Time-Variant Structural Performance of the Certosa Cable-Stayed Bridge*, Structural Engineering International, 16(3), 2006, 235-244
- [18] Biondini, F., Frangopol, D.M., *Probabilistic Limit Analysis and Lifetime Prediction of Concrete Structures*, Structure and Infrastructure Engineering, 4(5), 2008, 399-412
- [19] Biondini, F., Frangopol, D.M., Malerba, P.G., Uncertainty effects on lifetime structural performance of cable stayed bridges, Probabilistic Engineering Mechanics 23, 2008, 509-522
- [20] Biondini, F., Frangopol, D.M., Lifetime Reliability-Based Optimization of Reinforced Concrete Cross-Sections under Corrosion, Structural Safety, 31, 2009, 483-489
- [21] Broomfield, J.P., Corrosion of steel in concrete, Spon Press, 1997
- [22] Cabrera, J.G., *Deterioration of concrete due to reinforcement steel corrosion*, Cement & Concrete Composites, 18, 1996, 47-59
- [23] Capozucca, R., *Damage to reinforced concrete due to reinforcement corrosion*, Construction and Building Materials, Volume 9, Number 5, 1995, 295-303
- [24] Capozucca, R., Cerri, N., Influence of reinforcement corrosion in the compressive zone on the behaviour of RC beams, Engineering Structures, 25, 2003, 1575-1583
- [25] Castel,A., François, R., Arliguie, G., Mechanical behaviour of corroded reinforced concrete beams - Part 1: Experimental study of corroded beams, Materials and Structures, Vol.33, November 2000, 539-544
- [26] CEB-FIB, *Codice Modello per il Progetto della Vita di Servizio*, Edizione italiana Aicap, 2008.
- [27] Chen, D., Mahadevan, S., *Chloride-induced reinforcement corrosion and concrete cracking simulation*, Cement & Concrete Composites, 30, 2008, 227-238
- [28] Collepardi, M., Il nuovo calcestruzzo, ed. Tintoretto, 2003
- [29] Coronelli, D., Gambarova, P., *Structural assessment of corroded reinforced concrete beams: modeling guidelines*, ASCE Journal of structural engineering, August 2004, 1214-1224
- [30] DuraCrete 1998, Modelling of degradation, The European Union Brite EuRam III

- [31] Enright, M.P., Frangopol, D.M., *Service-life prediction of deteriorating concrete bridges, ASCE* Journal of Structural Engineering, March 1998, 309-317
- [32] Enright, M.P., Frangopol, D.M., *Failure time prediction of deteriorating fail-safe structures*, *ASCE* Journal of Structural Engineering, December1998, 1448-1557
- [33] Eurocodice 2, Progettazione delle strutture di calcestruzzo, UNI EN 1992-1-1, 2005
- [34] Franciosi, F., Ponti ad arco con impalcato sospeso-Tendenze attuali di esecuzione e di calcolo, Hoepli, 1958
- [35] Gjørv, O.E., *Durability design of concrete structures in severe environments*, Taylor and Francis, 2009
- [36] Gonzalez, J.A., Andrade, C., Alonso, C., Feliu, S., *Comparison of rates of general* corrosion and maximum pitting penetration on concrete embedded steel reinforcement, Cement and Concrete Research, vol. 25, n. 2, 1995, 257-264
- [37] Kobayashi, K., *The seismic behavior of RC members suffering from chloride-induced* corrosion, Proc. of the 2<sup>nd</sup> Int. Congress, FIB, June 2006
- [38] Li, C.Q., Zheng, J.J., Lawanwisut, W., Melchers, R.E., Concrete delamination caused by steel reinforcement corrosion, ASCE Journal of Materials in Civil Engineering, July 2007, 591-600
- [39] Lundgren, K., *Effect of corrosion on the bond between steel and concrete: an overview*, Magazine of Concrete Research, 59, n.6, August 2007, 447-461
- [40] Maaddawy, T.E., Soudki, K., A model for prediction of time from corrosion initiation to corrosion cracking, Cement & Concrete Composites 29 (2007) 168–175
- [41] Markeset, G., Myrdal, R., *Modelling of reinforcement corrosion in concrete State of the art*, SINTEF Building and Infrastructure, COIN Project report 7, 2008
- [42] Melchers, R.E., Li, C.Q., Lawanwisut, W., Probabilistic modeling of structural deterioration of reinforced concrete beams under saline environment corrosion, Structural Safety, 30, 2008, 447-460
- [43] Moskvin, V., Concrete and reinforced concrete deterioration and protection, ed. Mir Publishers
- [44] Oyado, M., Kanakubo, T., Sato, T., Yamamoto, Y., *Bending performance of reinforced concrete member deteriorated by corrosion*. In: Life-Cycle of Civil Engineering Systems, F.Biondini and D.M. Frangopol (Guest Eds.), Special Issue, Structure and Infrastructure Engineering, Vol. 7, Nos. 1-2, January-February 2011, pp.121-130
- [45] Page, C.L., Page, M.M., *Durability of concrete and cement composites*, Woodhead Publishing, 2007
- [46] Pantazopoulou, S.J., Papoulia, K.D., *Modeling cover-cracking due to reinforcement corrosion in rc structures*, ASCE Journal of Engineering Mechanics, April 2001, 342-351

- [47] Pedeferri, P., Bertolini, L., *La corrosione nel calcestruzzo e negli ambienti naturali, ed.* McGraw-Hill,1996
- [48] Rasheeduzzafar, Al-Saadoun, S.S., Al-Gahtani, A.S., Corrosion cracking in relation to bar diameter, cover, and concrete quality, Journal of Materials in Civil Engineering, Vol.4, No.4, November, 1992
- [49] Raupach, M., *Models for the propagation phase of reinforcement corrosion an overview*, Materials and Corrosion, 57, n.8, 2006, 605-613
- [50] RILEM, Durability design of concrete structures, Rep. 14, E&FN Spon, London, 1996
- [51] Rodriguez, J., Ortega, L.M., Casal, J., *Load carrying capacity of concrete structures with corroded reinforcement*, Construction and Building Materials, vol.11, n.4, 1997, 239-248
- [52] Saetta, A., Scotta, R., Vitaliani, R., *Mechanical behavior of concrete under physicalchemical attacks*, Journal of Engineering Mechanics, October1998
- [53] Saetta, A., Scotta, R., Vitaliani, R., *Coupled environmental-mechanical damage model of rc structures*, Journal of Engineering Mechanics, August1999
- [54] Saetta, A., Deterioration of reinforced concrete structures due to chemical-physical phenomena: model-based simulation, ASCE Journal of Materials in Civil Engineering, May/June 2005
- [55] Saetta, A., Vitaliani, R., *Experimental investigation and numerical modeling of carbonation process in reinforced concrete structures Part I: Theoretical formulation*, Cement and Concrete Research 34, 2004, 571–579
- [56] Saetta, A., Vitaliani, R., *Experimental investigation and numerical modeling of carbonation process in reinforced concrete structures Part II: Practical applications,* Cement and Concrete Research 35, 2005, 958–967
- [57] Sànchez, P.J., Huespe, A.E., Oliver, J., Toro, S., *Mesoscopic model to simulate the mechanical behavior of reinforced concrete members affected by corrosion*, International Journal of Solids and Structures 47, 2010, 559-570
- [58] Sand, B., Horrigmoe, G., Sæther, I., Validation of nonlinear finite element modelling of reinforced concrete structures attacked by corrosion - Background document SB3.11, Sustainable Bridges, 2007-11-30
- [59] Sgambi, L., Modellazione dei processi di degrado, Dispense del Corso di Formazione Permanente 2009 "Progetto a Ciclo di Vita Programmato di Ponti e Viadotti", Direttore del Corso Prof. Pier Giorgio Malerba, Politecnico di Milano, 16-19 Giugno 2009
- [60] Stewart, M.G., Mechanical behaviour of pitting corrosion of flexural and shear reinforcement and its effect on structural reliability of corroding RC beams, Structural Safety 31, 2009, 19–30

- [61] Torres-Acosta, A., Navarro-Gutierrez, S., Teràn-Guillèn, J., *Residual flexure capacity of corroded reinforced concrete beams*, Engineering Structures 29 (2007), 1145-1152
- [62] Val, D.V., Chernin, L., Serviceability reliability of Reinforced concrete beams with corroded reinforcement, ASCE Journal of Structural Engineering, August 2009, 896-905
- [63] Val, D.V., Trapper, P.A., *Probabilistic evaluation of initiation time of chloride-induced corrosion*, Reliability Engineering and System Safety 93, 2008, 364-372
- [64] Vidal, T., Castel, A., Francois, R., *Analyzing crack width to predict corrosion in reinforced concrete*, Cement and Concrete Research, 34, 2004, 165-174
- [65] Wang, X.H., Liu, X.L., Modelling effects of corrosion on cover cracking and bond in reinforced concrete, Magazine of Concrete Research, May 2004, n.4, 191-199
- [66] West, R., *Recommendations on the use of grillage analysis for slab and pseudo-slab bridge decks*, C&CA/CIRIA, 1973
- [67] Zhang, R., Castel, A., François, R., *Concrete cover cracking with reinforcement corrosion* of *RC beams during chloride-induced corrosion process*, Cem. Concr. Res., 2009