

POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria dell'Informazione

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica



**Il problema della selezione di rete in ambito wireless:
analisi dell'interazione tra reti ed utenti
tramite un gioco non cooperativo bi-livello.**

Relatore: Prof. Nicola GATTI

Correlatori: Prof. Matteo CESANA

Ing. Ilaria MALANCHINI

Tesi di Laurea di:

Luca VOLPINI, Matricola 736022

Oscar REDAELLI, Matricola 740421

Anno Accademico 2009–2010

Ai Nostri Nonni...

*Mario e Rita, speciali in tutto. Nonna Rita infinitamente dolce
e dinamica, Nonno Mario con la tua bici mi hai mostrato come
scalare le montagne più impervie....*

Vi voglio bene

Luca

*Nonna Andreina e Nonna Rosa, vi sento sempre vicine...
Nonno Oscar e Nonno Giovanni che dall'alto mi proteggete...*

Grazie

Oscar

Ringraziamenti

“Il successo migliore è sempre quello che verrà.”

Passati cinque anni al Politecnico ho ormai assimilato l'importanza del rispetto degli schemi e delle convenzioni. È risaputo che gli ingegneri sono famosi per il loro essere “inquadrati”: molti miei amici laureandi si chiedevano quanto dovesse essere lunga questa sezione riguardante i ringraziamenti. Non ho intenzione di pormi dei limiti e almeno su questo non transigo perciò non mi porrò nemmeno il problema scrivendo tutto ciò che mi passa per la testa. I miei compagni sorrideranno: loro sanno che non incarno lo stereotipo di ingegnere modello. Se sono arrivato a questo punto lo devo anche a tutte quelle persone che desidero ringraziare, che mi sono state vicine aiutandomi, consigliandomi nei momenti difficili e condividendo con me i molti momenti felici che ho vissuto. Un grazie speciale va alla mia famiglia: papà Dario, mamma Pinuccia, Michela... senza di voi tutto questo non sarebbe stato possibile. Dario sei un' esempio per la tua voglia di fare, Pinuccia per la tua disponibilità e perciò vi dico Grazie.

Grazie ai miei nonni Mario e Rita ai quali desidero dedicare questo che per me è un successo. Grazie ai miei zii e cugini. A tutti voi desidero dire Grazie per l'appoggio e il supporto che mi avete dato finora e che continuerete a darmi sempre.

Grazie a Serena, la persona più dolce e di animo gentile che abbia mai conosciuto. Grazie per il tuo supporto nei molti momenti difficili: è in questi attimi che vedi chi realmente ti vuole bene. Grazie ai miei amici, sia a quelli ora da me più lontani, sia a quelli più vicini: Grazie Matteo per la tua contagiosa simpatia e allegria che anche nei momenti più duri mi ha strappato un sorriso, Grazie Davide per la tua costante presenza e disponibilità. So che siete stati sempre con me.

Grazie a Oscar mio amico e compagno di corso con cui ho condiviso questo

lavoro di tesi e trascorso gomito a gomito gli ultimi mesi della mia carriera universitaria. Grazie per avermi trasmesso il tuo infinito ottimismo... a volte anche inutilmente perché sai che io sono più che altro realista! Un grazie anche agli altri compagni di corso, tra cui ho trovato dei veri amici. Grazie Mario, Marta, Filippo, Marco, Massimiliano, Davide, Fabio, Matteo, Roberto: siete riusciti a rendere piacevoli le lunghe giornate di studio e ancora di più i momenti di svago che ci siamo concessi assieme. Un Grazie particolare a Giulio mio compagno di stanza per ben cinque anni. Un buono, qualità molto rara di questi tempi, con cui ho condiviso l'intera esperienza universitaria e non solo.

Grazie a Sara, Stefania, Anna le "amiche del piano di sotto". Un Grazie particolare a Sara e un invito a riconsiderare i suoi gusti personali che concernono l'abbigliamento.

Un Grazie ai miei compagni di squadra con cui condivido la passione per il pallone. Insieme abbiamo avuto tante delusioni e altrettante soddisfazioni. Grazie per avermi dato la possibilità di fare parte di un gruppo fantastico. Grazie a Wilma, Caterina, Lucia, Antonia, Eleonora, Anna che prima di essere mie colleghe di lavoro sono amiche che hanno reso meno pesanti i lunghi fine settimana lavorativi.

Infine un ringraziamento particolare al Professor Nicola Gatti, all'Ingegnere Ilaria Malanchini e al Professor Matteo Cesana che ci hanno seguito con dedizione nella realizzazione di questo lavoro. Un Grazie sentito per la vostra costante disponibilità.

Grazie a tutti,

Luca

Ringraziamenti

“L’ottimismo è il profumo della vita...!”

Eccoci qua, dopo essere finalmente giunto alla cima di questa “alta scalata” voglio provare a spendere due parole verso coloro che mi hanno aiutato e sostenuto in questo lungo e faticoso percorso, però non è facile infatti sono tantissime le persone che hanno contribuito a formare la persona che oggi sono ed è impossibile elencarli tutti in una paginetta o poco più (quindi non offendetevi se non vi nomino tutti). Inoltre contrapposta all’enorme gioia di raggiungere la cima, di arrivare ad un importante traguardo come la laurea, nasce sempre la paura di perdere qualcosa, nascono i dubbi quale sia la strada da prendere, chissà dove mi porterà questa vita... Non meno importante, non sono mai stato un grande scrittore ed ingegneria sicuramente non mi ha migliorato in questo senso... Comunque ci provo:

Desidero innanzitutto ringraziare il Professor Nicola Gatti, per l’aiuto che ci ha fornito nel lavoro di tesi. La ringrazio per il tempo che ci ha donato, la pazienza con cui ci ha seguito e assistito. Allo stesso modo ringrazio il Professor Matteo Cesana e l’Ingegnere Ilaria Malanchini per la preziosa collaborazione in questi mesi.

Grazie a tutta la mia Famiglia per tutto il calore (veramente tanto), l’affetto e l’aiuto che siete riusciti a trasmettermi. Vi ringrazio per avermi permesso di proseguire gli studi, di esser sempre al mio fianco pronti a spalleggiare ogni mia decisione/scelta. Più che un semplice Grazie non saprei che dire...

Grazie Fox, caro compagno di tesi, è stato un onore per me averti a fianco in questi mesi. Ti ringrazio di avermi aspettato, nonostante i tuoi 1000

impegni, per poter concludere insieme questa fetta della nostra vita...! “Se ce la facciamo noi 2, chiunque può farcela...”

Grazie Beltra, caro compagno: di banco, di stanza, di vita...! Ma come hai fatto a sopportarmi così tanto? è più di 13 anni che procediamo insieme nella nostra carriera... spero proprio che il futuro ci riservi ancora la possibilità di vivere a stretto contatto! Grazie di tutto!

Grazie Amici e Amiche di “vecchia data” con cui sto passando i migliori anni, è bello saper di poter contare sempre su di voi, vi sento sempre vicini e vorrei condividere tanti altri momenti con voi. Grazie cara Fede, Mary, Silvia, Giulio (il Malenc), Claudio (il Menghi)...

Grazie ai “Compagni di corso, di progetti, di studio, di mangiate, di bevute, di viaggi e di scommesse” conosciuti nelle interminabili giornate politecniche o nelle allegre serate milanesi. Questi 5 anni con voi sono volati...! Ho avuto la fortuna di trovare molte persone speciali: sempre pronte a donare una mano e un sorriso... Devo ringraziare IL Mate (il neoValtellinese), Mario (il Professore), Max (Mr Simpatia), Colli (il Jolly), Davide (lo Stakanovista), Pippo (l’Hardwarista), Marta (la Fortunata), Trive (il Macchista), Leo (il Geografo), Marco (il Vecchio), Roby (il Pentito), Ale, Villa, Laura, Pazzo, Sare, Anna, Eros e molti molti altri... Tutti ragazzi/e veramente in gamba a cui auguro un sentito in bocca al lupo per il vostro futuro!!

L’ultimo ringraziamento e un caloroso abbraccio va a tutte quelle persone che in passato mi sono state vicine, hanno creduto in me, concedendomi di vivere appieno la vita. Mi reputo molto fortunato di avervi avuto al mio fianco e spero proprio di poter contare su di voi anche in futuro!

Oscar

Indice

1	Introduzione	1
1.1	Obiettivi del progetto	2
1.2	Struttura del documento	3
2	Stato dell'Arte	5
2.1	Selezione della rete	5
2.1.1	Metodologie impiegate	7
2.1.2	La teoria dei giochi nella selezione di rete	11
2.2	Teoria dei giochi	12
2.2.1	Caratteristiche generali	13
2.2.2	Classificazione dei giochi	14
2.2.3	Utilità	14
2.2.4	Giochi in forma normale e in forma estesa	15
2.2.5	Giochi a potenziale	23
2.2.6	Bound PoA/PoS	25
3	Problema lato utente	27
3.1	Introduzione	27
3.2	I - Modello per la selezione di rete	29
3.2.1	Insiemi, parametri e sottoinsiemi	29
3.2.2	Variabili	29
3.2.3	Vincoli	30
3.3	II - Modello per la selezione di frequenza	30
3.3.1	Insiemi, parametri e sottoinsiemi	31
3.3.2	Variabili	32
3.3.3	Vincoli	33

3.3.4	Esempi	34
4	Problema lato antenna	39
4.1	Introduzione	39
4.2	III - Modello bi-livello con 2 antenne	41
4.2.1	Insiemi, parametri e sottoinsiemi	41
4.2.2	Variabili	43
4.2.3	Vincoli	45
4.2.4	Esempi	49
4.2.5	Proprietà	56
4.3	IV - Modello bi-livello con 3 antenne	60
4.3.1	Funzioni obiettivo lato antenna	61
4.3.2	Funzioni obiettivo lato utente	69
4.3.3	Funzioni obiettivo lato antenna-utente	70
4.3.4	Proprietà	73
5	Effetti del <i>rate</i> nella selezione di rete	75
5.1	Introduzione	75
5.2	V - Modello basato sul <i>rate</i> d'utente	77
5.2.1	Insiemi, parametri e sottoinsiemi	78
5.2.2	Variabili	78
5.2.3	Vincoli	78
5.2.4	Analisi lato utente	80
5.2.5	Analisi lato antenna	82
5.2.6	Proprietà	91
5.3	VI - Modello per il calcolo di equilibri approssimati	101
5.3.1	Variabili	101
5.3.2	Vincoli	102
5.3.3	Esempio	103
5.3.4	Risultati sperimentali ottenuti	104
6	Conclusioni e sviluppi futuri	111
6.1	Conclusioni	111
6.2	Sviluppi futuri	113
	Bibliografia	115

Elenco delle figure

2.1	Matrice di un gioco in forma normale.	16
2.2	Matrice dei “costi” per dilemma prigionieri.	20
2.3	Matrice dei <i>payoff</i> standard per il dilemma dei prigionieri. . .	21
2.4	Gioco in forma estesa.	21
2.5	Gioco in forma estesa.	22
2.6	Sottoalbero.	23
2.7	Giochi a potenziale.	24
3.1	Esempio di topologia di rete.	28
3.2	Esempio di topologia di rete.	31
3.3	Topologia d’esempio con 3 antenne e 3 frequenze diverse. . . .	35
3.4	Topologia d’esempio con 2 antenne e 2 frequenze diverse. . . .	35
3.5	Topologia d’esempio con 3 antenne e 2 frequenze diverse. . . .	36
3.6	Topologia d’esempio con 3 antenne e 1 frequenza.	37
4.1	Schema riassuntivo del funzionamento del modello.	40
4.2	Equilibri di Nash a livello antenna, Max A1.	50
4.3	Prima topologia d’esempio, Max A1.	51
4.4	Equilibri di Nash a livello antenna, Max A1.	51
4.5	Seconda topologia d’esempio, Max A1.	52
4.6	Terza topologia di esempio, Equilibri di Nash a livello antenna. .	52
4.7	Terza topologia d’esempio, Max A1.	53
4.8	Terza topologia d’esempio, Max A2.	54
4.9	Prima topologia d’esempio, Max A1 - congestione.	55
4.10	Terza topologia d’esempio, Max A1 - congestione.	55
4.11	Dimostrazione teorica.	56
4.12	Considerazioni teoriche sugli equilibri di Nash.	58
4.13	Topologia di rete presa in analisi.	60

4.14	Max A1.	61
4.15	Equilibri di Nash, Max A1.	62
4.16	Max A2.	63
4.17	Equilibri di Nash, Max A2.	63
4.18	Max A3.	64
4.19	Equilibri di Nash, Max A3.	65
4.20	Max A1 e Max numero equilibri di Nash.	66
4.21	Equilibri di Nash, Max A1 e Max numero equilibri di Nash.	66
4.22	Min A1.	67
4.23	Equilibri di Nash, Min A1.	68
4.24	Considerazioni con tre antenne.	69
4.25	Min congestione percepita dagli utenti.	70
4.26	Equilibri di Nash, Min congestione percepita dagli utenti.	71
4.27	Secondo esempio, Max A2.	71
4.28	Secondo esempio Equilibri di Nash, Max A2.	72
4.29	Max A2 - congestione percepita dagli utenti.	73
4.30	Secondo esempio Equilibri di Nash, Max A2 - congestione percepita dagli utenti.	74
5.1	Topologia d'esempio.	81
5.2	Primo esempio di problema inammissibile.	84
5.3	Secondo esempio di problema inammissibile.	85
5.4	Equilibri di Nash, Secondo esempio di problema inammissibile.	85
5.5	Esempio di problema ammissibile.	86
5.6	Esempio di problema ammissibile: quattro equilibri di Nash.	87
5.7	Andamento problemi inammissibili.	88
5.8	Percentuale di problemi inammissibile con 3 antenne e 2 fre- quenze.	90
5.9	Percentuale di problemi inammissibile con 3 antenne e 3 fre- quenze.	90
5.10	Nessun equilibrio di Nash lato antenne.	91
5.11	Assegnamenti che non ammettono equilibrio di Nash nel bi- livello.	92
5.12	Frequenze uguali.	92
5.13	Frequenze diverse.	93
5.14	Area di non esistenza equilibri di Nash.	94
5.15	Variazione area inammissibile in funzione di n_A	94

5.16	Variazione area inammissibile in funzione di n_A	95
5.17	Variazione area inammissibile in funzione di n_A, n_B	96
5.18	Variazione area inammissibile in funzione di n_A, n_B	97
5.19	Inesistenza equilibri di Nash.	99
5.20	Area di collocazione dell'utente 4.	100
5.21	Regione di non esistenza equilibri di Nash.	101
5.22	ϵ -equilibrium.	104
5.23	Inammissibilità su cinquanta topologie da 1 a 100 utenti.	105
5.24	Andamento di ϵ all'aumentare degli utenti.	106
5.25	Valore massimo tra e_1 e e_2 tra tutte le cinquanta topologie all'aumentare degli utenti.	106
5.26	Valore medio di ϵ nelle topologie 3 antenne 2 frequenze.	107
5.27	Valore mediano di ϵ nelle topologie 3 antenne 2 frequenze.	108
5.28	Valore medio di ϵ nelle topologie 3 antenne 2 frequenze.	109

Sommario

L'accesso alle reti senza fili offre agli utenti l'opportunità di connettersi ad uno tra i punti di accesso disponibili. La necessità di selezionare il punto di accesso è noto come problema di *selezione di rete* e diventa sempre più complesso all'aumentar del numero di reti di accesso disponibili. Se consideriamo un tipico scenario di rete possiamo classificare le entità che ne fanno parte in due classi distinte: gli utenti che devono connettersi alla rete e gli operatori che devono invece implementare una strategia di allocazione delle risorse prendendo decisioni riguardo alle frequenze utilizzate, ai livelli di potenza, ecc.

Questo lavoro di tesi formalizza il problema di *selezione di rete* e di *allocazione delle risorse* mediante un *gioco non-cooperativo bi-livello*, che cattura le interdipendenze delle decisioni prese dai differenti giocatori: utenti e antenne. In particolare, siamo interessati allo studio delle dinamiche competitive tra i differenti utenti razionali che operano nella selezione di rete con l'obiettivo di minimizzare il loro costo di selezione, e allo stesso tempo all'allocazione delle risorse cercando di determinare un assegnamento di frequenze per le varie antenne in modo tale che quest'ultime si aggiudichino il maggior numero di utenti possibili.

Nel presente lavoro di tesi sono stati considerati diversi costi di selezione a livello utente: inizialmente è stata considerata la sola *interferenza*, ovvero il numero di utenti che interferiscono tra loro, per poi considerare congiuntamente sia l'interferenza sia il *rate* percepito dagli utenti. La caratterizzazione del gioco è stata fatta ricorrendo alla programmazione lineare matematica. Le soluzioni trovate sono *equilibri*, cioè punti per cui i giocatori (utenti e/o antenne) non sono portati a cambiare il proprio comportamento, o *equili-*

bri approssimati nel caso in cui non esista alcun assegnamento di frequenze stabile per le antenne.

Capitolo 1

Introduzione

“Non hai veramente capito qualcosa fino a quando non sei in grado di spiegarlo a tua nonna.”

Albert Einstein

Nel 1909 Guglielmo Marconi ha conseguito il Nobel per la fisica per i suoi esperimenti nella comunicazione senza fili, sicuramente non immaginando che la trasmissione radio sarebbe diventata col tempo uno dei più diffusi mezzi di informazione, comunicazione ed intrattenimento. Lo sviluppo della telegrafia senza fili di Marconi è stata la base di importanti eventi che hanno rivoluzionato la vita del nostro secolo. In questo, relativamente breve lasso di tempo, si è avuto uno sviluppo enorme nelle comunicazioni senza fili: dalle comunicazioni Radio in codice Morse, alle trasmissioni radio AM, FM, alle prime trasmissioni televisive, ai Radar, alle comunicazioni satellitari, alle missioni spaziali, fino alla telefonia Mobile, alla televisione digitale, alle reti senza fili.

La caratteristica principale delle tecnologie sopracitate è l'utilizzo dell'etere come mezzo di trasmissione, causando una rapida crescita della domanda di spettro utilizzata per le comunicazioni radio. Lo sviluppo delle tecnologie e delle applicazioni basate sulle onde radio ha portato alla creazione di sistemi molto complessi. Per avere una gestione ottimale delle risorse a disposizione, Mitola [1] ha introdotto il concetto di *Radio Cognitiva*, che, tramite dei dispositivi intelligenti, cerca di sfruttare nel miglior modo possibile tali risorse.

Il lavoro di tesi si colloca proprio in questo ambito: analizza la dinamica competitiva tra diversi *utenti* che necessitano di collegarsi in modo ottimale a delle reti senza fili.

1.1 Obiettivi del progetto

In questa tesi di laurea, proponiamo una valida soluzione al problema della selezione di rete, focalizzando la nostra attenzione su uno scenario di rete cognitiva infrastrutturata in cui diversi punti di accesso (*antenne*) forniscono connettività ad *utenti* radio.

Nel momento in cui tutti gli utenti applicano la propria *best response* si arriva ad una situazione di equilibrio. In particolare nel nostro lavoro non siamo interessati ad analizzare il transitorio che porta gli utenti ad una situazione di equilibrio, bensì a caratterizzare ed analizzare tale equilibrio. Per far ciò risulta di fondamentale importanza l'utilizzo della *programmazione lineare matematica* come strumento per la modellizzazione di sei diversi tipi di scenari che verranno presentati nei diversi capitoli del lavoro di tesi.

Il modello di ottimizzazione lineare descriverà il processo di decisione degli utenti e delle antenne. Tal processo è rappresentato mediante un *gioco a congestione* in cui sia gli utenti che i punti di accesso agiscono in modo opportunistico e *competitivo*. Gli utenti possono selezionare l'antenna cui è più conveniente collegarsi, mentre i punti di accesso sono in grado di scegliere dinamicamente quale frequenza impiegare cercando di soddisfare il maggior numero di utenti.

Nei prossimi capitoli vengono proposti dei modelli di ottimizzazione, sempre più vicini alla realtà, in grado di rappresentare obiettivi e vincoli del problema di selezione della rete. Particolarmente interessanti, per il nostro lavoro, sono le *soluzioni di equilibrio* ovvero quelle soluzioni tali per cui i giocatori (utenti e/o antenne) non sono portati a cambiare il proprio comportamento. Per trovare questi equilibri abbiamo risolto i modelli proposti, attraverso dei risolutori commerciali, analizzando quindi le proprietà degli equilibri trovati.

È possibile suddividere il nostro lavoro in due macrosezioni: nella prima solo gli utenti competono per scegliere il punto di accesso migliore a cui collegarsi, nella seconda sia gli utenti che le antenne competono in un gioco *bi-livello* massimizzando la propria funzione di utilità. Per rendere più verosimile i modelli abbiamo considerato a livello utente diverse funzioni di costo basate su *interferenza* e *rate* percepiti.

1.2 Struttura del documento

Questa tesi di laurea è strutturata come segue:

- Nel capitolo 2, viene fornita un'introduzione generale sulle Reti Cognitive e sullo stato dell'arte riguardo la selezione della rete. Nella seconda parte si introducono i concetti utilizzati nel lavoro di tesi riguardo la teoria dei giochi, esponendo i principi teorici fondamentali.
- Nel capitolo 3, viene modellizzato il problema *lato utenti* in cui gli utenti competono per scegliere il punto d'accesso migliore. Sono presentati due diversi modelli, differenziando i problemi di selezione della rete e di frequenza.
- Il capitolo 4 analizza il problema bi-livello, dove sia gli utenti che le antenne competono congiuntamente per raggiungere un equilibrio. Per quanto riguarda il *lato utenti* questi cercheranno di collegarsi all'antenna migliore (con minor interferenza) mentre per quanto riguarda il *lato antenne* queste sceglieranno la frequenza di trasmissione più vantaggiosa (con un numero di utenti connessi maggiore).
- Nel capitolo 5 viene esteso quanto fatto nel capitolo precedente considerando una nuova funzione di costo a livello utenti, non basata solamente sull'interferenza, ma sul *rate* effettivo percepito da ogni utente.
- Nell'ultimo capitolo si presentano le conclusioni del lavoro svolto e sono discussi dei possibili sviluppi futuri.

Capitolo 2

Stato dell'Arte

“Non importa, se stai procedendo molto lentamente; ciò che importa è che tu non ti sia fermato.”

Confucio

In questo capitolo si introduce lo stato dell'arte riguardo i concetti fondamentali trattati nel nostro lavoro di tesi. In particolare nella prima parte viene presentato il problema della selezione della rete e successivamente vengono esposti gli strumenti della teoria dei giochi necessari per l'analisi.

2.1 Selezione della rete

La tecnologia radio ha avuto in questo relativamente breve lasso di tempo uno sviluppo enorme ed è sempre in continua evoluzione: passando dalle comunicazioni radio in codice Morse, alle trasmissioni radio AM e FM (*Amplitude Modulation e Frequency Modulation*), alle prime trasmissioni di immagini televisive, ai radar, per arrivare alle comunicazioni satellitari, alla telefonia mobile, alle reti locali senza fili e alla televisione in digitale. Esistono molti sistemi e dispositivi che utilizzano tecnologie senza fili per la comunicazione. Oggi le reti wireless sono caratterizzate da politiche di assegnamento dello spettro fisse e l'utilizzo di banda viene regolato da agenzie governative su varie porzioni geografiche. Il problema principale riguarda l'inefficienza

di assegnamento dello spettro come dimostrato da studi effettuati dall'università di Berkeley [2]. In realtà la carenza di spettro è solo un artefatto dei meccanismi di regolazione e licenza dello spettro [3]. Larghe porzioni di spettro risultano infatti inutilizzate. Come possibile soluzione, Mitola ha introdotto alla fine degli anni novanta, il concetto di Radio Intelligenti o *Radio Cognitive (CR)*[1][4].

Mitola definisce per la prima volta il termine CR come “*il punto in cui le reti sono sufficientemente e computazionalmente intelligenti per acquisire informazione dal contesto in cui operano e fornire le risorse radio e i servizi più appropriati alle esigenze degli utenti.*”

Come già spiegato, l'obiettivo principale della tecnologia CR è quello di sfruttare al meglio le scarse risorse di spettro disponibili. Con il termine CR si riferisce ad un sistema che percepisce l'ambiente variando dinamicamente i parametri radio in modo da massimizzare il *throughput*, minimizzare l'interferenza, facilitare l'interoperabilità. Poiché la maggior parte dello spettro è già assegnato, l'obiettivo più importante è quello di condividere lo spettro licenziato senza interferire con la trasmissione di utenti licenziati, usufruendo delle porzioni di spettro inutilizzate dette *spectrum holes* che anche se assegnate a particolari utenti primari potrebbero non essere utilizzate in un certo intervallo di tempo e in una particolare zona geografica.

Le funzionalità di base delle CR sono: l'osservazione diretta o indiretta dell'ambiente, l'adattabilità all'ambiente ovvero la capacità di cambiare il proprio stato, l'intelligenza con cui prende delle decisioni sulla base delle informazioni ottenute durante l'osservazione [5]. Nell'ultimo decennio sono state classificate varie tipologie di reti cognitive in base al livello di intelligenza adottato [6] ognuno dei quali fornisce certe funzionalità.

Spesso il termine cognitive radio viene associato al termine *software defined radio* (SDR) [7]. La caratteristica di riconfigurabilità di una CR può essere implementata attraverso una piattaforma SDR, senza dimenticare però che l'intelligenza è propria della CR e non della SDR. In pratica una piattaforma SDR è in grado di modificare *real-time* i parametri di comunicazione di un terminale.

Si giunge infine all'idea più globale di reti cognitive [8]. L'obiettivo è quello di andare oltre la capacità di autoconfigurazione e di pensare alle reti cognitive come strumenti per sviluppare algoritmi di ottimizzazione multi-livello. Per questo la tecnologia cognitiva potrebbe essere usata per migliorare la gestione delle risorse, la qualità del servizio (QoS), la sicurezza, il controllo d'accesso, ecc.

É importante ricordare che le reti cognitive non sono adatte solo esclusivamente alla tecnologia wireless, ma possono essere estese a diverse tipologie di rete. Tuttavia, l'utilizzo di tecniche cognitive, introduce complessità che deve essere giustificata in termini di performance all'interno dei singoli dispositivi e quindi della rete. Ecco spiegato il motivo per cui sono più idonee per le reti wireless piuttosto che per reti fisse dove potrebbe non aver senso adottare comportamenti cognitivi.

2.1.1 Metodologie impiegate

Per capire come una rete cognitiva riesca a raggiungere i vari livelli di funzionalità legati ai corrispondenti livelli di intelligenza, bisogna considerare la serie di operazioni che vengono eseguite, cioè il ciclo cognitivo. Il ciclo descritto da Mitola [6] comprende le seguenti operazioni per raggiungere l'obiettivo prefissato:

- *Osservazione*: la diretta osservazione del mondo attraverso segnali di ispezione.
- *Valutazione*: processo di valutazione delle informazioni per determinare le priorità.
- *Pianificazione*: considerazione delle alternative possibili.
- *Decisione*: scelta dell'alternativa migliore.
- *Azione*: attuazione delle scelte precedentemente effettuate.
- *Apprendimento*: utilizzo delle conoscenze acquisite per migliorare la qualità delle future operazioni.

Per poter realizzare in modo efficace il ciclo cognitivo appena presentato, sono necessari dei metodi e tecniche per implementare le varie fasi, e strumenti di analisi per poterne confrontare le prestazioni. In questi anni gli strumenti di analisi maggiormente utilizzati sono stati [9]:

- *Teoria dei giochi.*
- *Calcolo evolutivo.*
- *Logica fuzzy.*
- *Processo di decisione di Markov.*
- *Teoria del prezzo.*
- *Teoria delle scienze sociali.*
- *Apprendimento per rinforzo.*

Teoria dei giochi

La teoria dei giochi essendo lo strumento principale nel nostro lavoro di tesi, è ampiamente trattata nella sezione successiva di questo capitolo. In [10][11], Neel utilizza la teoria dei giochi applicandola al ciclo cognitivo, considerando come giocatore le reti cognitive e analizzando le prestazioni in base ai vari modelli di gioco. Oltre a Neel, anche in [12] sono riportati delle analisi sulle reti cognitive.

Calcolo evolutivo

Il calcolo evolutivo è un metodo risolutivo basato sull'evoluzione della vita biologica nel mondo reale. Questo è realizzato simulando il comportamento evolutivo delle singole strutture. La tecnica più comune nel calcolo evolutivo è quella del *genetic algorithm*, algoritmo genetico, che è stata applicato alle radio cognitive. In [13] è stato utilizzato un algoritmo genetico per ottimizzare le prestazioni dei protocolli nei diversi livelli di un sistema di comunicazione. Una radio è stata definita con un insieme di geni di un cromosoma composti dai parametri di trasmissione, quali ad esempio trasmissione di potenza, frequenza, forma d'onda e modulazione. L'obiettivo finale, che in letteratura viene definito dalla funzione di *fitness*, è stato definito in termini di prestazioni di rete, quali ad esempio, *rate* di errore dei bit o *data rate*.

Logica fuzzy

La logica fuzzy fornisce un modo semplice per ottenere la soluzione ad un problema sulla base di informazioni di ingresso imprecise, incomplete e rumorose. Utilizzando un insieme di funzioni di appartenenza e regole di deduzione ottiene le soluzioni che soddisfano gli obiettivi desiderati invece di utilizzare complicate formule matematiche. Le componenti principali di un sistema di controllo fuzzy sono: il fuzzifier, il processore logico fuzzy, e il defuzzifier. Il fuzzifier è usato per mappare gli input reali nell'insieme fuzzy, il processore logico sviluppa un motore di deduzione per ottenere la soluzione sulla base di un insieme di regole predefinite mentre il defuzzifier è applicato per trasformare la soluzione, appartenente ad un insieme fuzzy, in un'uscita reale. La logica fuzzy è di solito utilizzata assieme agli algoritmi di apprendimento. Uno studio sulla logica fuzzy sul ragionamento nelle radio e reti cognitive è sviluppato in [14].

Processo di decisione di Markov

I processi di decisione di Markov forniscono una struttura matematica per la modellazione dei processi decisionali nelle situazioni in cui i risultati sono in parte casuali e in parte sotto il controllo di un decisore. Nelle radio cognitive, si ricorda che il processo di decisione è richiesto per poter scegliere intelligentemente la miglior azione da compiere in risposta agli stimoli dell'ambiente. Un processo di decisione Markov è stato utilizzato per l'accesso dinamico allo spettro in una rete ad-hoc [15].

Teoria del prezzo

La teoria del prezzo si riferisce ai meccanismi che regolano il prezzo di un prodotto in economia. Può essere applicata alle radio nell'allocazione delle risorse nelle reti wireless: ad esempio considerando i desideri dei fornitori dei servizi (vogliono massimizzare le loro entrate) e congiuntamente gli utenti (vogliono minimizzare i costi per le prestazioni sulla qualità del servizio). In [16] vengono analizzati tre modelli di prezzo nel commercio dello spettro: il modello con equilibrio di mercato in cui l'obiettivo è quello di soddisfare le richieste di spettro da parte degli utenti secondari e non vi è concorrenza né cooperazione tra i fornitori del servizio, il modello competitivo in cui l'obiettivo è quello di massimizzare il proprio profitto e vi è competizione

tra i fornitori, e il modello cooperativo in cui l'obiettivo è di massimizzare il profitto totale tramite la cooperazione tra i fornitori.

Teoria delle scienze sociali

Per teoria delle scienze sociali si intendono l'insieme dei metodi di indagine, finalizzati alla comprensione dei fenomeni del comportamento umano, nelle relazioni interpersonali, nella produzione di codici culturali e nella formazione di usi, costumi e tradizioni. Questa teoria è legata all'interazione sociale tra vari soggetti che agiscono l'uno in presenza dell'altro e si influenzano reciprocamente causando una concatenazione di effetti. In [17] viene effettuata un'analisi sull'accesso da parte degli utenti secondari sulle frequenze inutilizzate (*spectrum hole*). Viene quindi studiata la condivisione dello spettro tra diversi sistemi radio, modellando il problema come una società in cui le persone, cioè le radio, prendono decisioni in modo indipendente, e le loro azioni coinvolgono, direttamente o meno, anche le altre.

Apprendimento per rinforzo

L'apprendimento per rinforzo si interessa del modo in cui un agente dovrebbe prendere delle decisioni in un certo ambiente per massimizzare la sua ricompensa in una visione a lungo termine. Si basa sul presupposto di poter ricevere degli stimoli dall'esterno a seconda delle azioni svolte: quindi una scelta corretta comporterà un premio, mentre una scelta scorretta porterà ad una penalizzazione del sistema.

Un algoritmo di rinforzo utilizzato è ad esempio il *Q-learning*. Esso lavora considerando una funzione che fornisce l'utilità attesa di compiere un'azione in un certo stato e successivamente segue le norme di comportamento previste. In [18], questo algoritmo è usato per l'assegnamento dinamico dei canali di trasmissione in una rete di cellulari: l'algoritmo impara e adatta il numero di canali assegnati ad ogni cella, in cui è suddiviso un territorio, in modo da minimizzare la probabilità di rifiuto ad un cliente che vuole accedere al servizio telefonico.

2.1.2 La teoria dei giochi nella selezione di rete

La teoria dei giochi è già stata usata come strumento per risolvere problemi riguardanti il campo delle telecomunicazioni, in particolare nelle procedure adattative per gestire il controllo di potenza [19], la modulazione adattativa, l'accesso casuale (ALOHA) [19], l'allocazione e condivisione di banda [20]. Nel contesto delle reti cognitive, la teoria dei giochi è lo strumento perfetto per il problema di condivisione delle risorse, perché gli utenti CR hanno interessi in comune nell'ottenere più risorse possibili, ma nello stesso tempo competono tra loro per massimizzare il proprio utilizzo di spettro. La teoria dei giochi offre uno schema efficiente e distribuito per modellare questo problema e fornisce i criteri d'equilibrio per valutare l'ottimalità della soluzione. Utilizziamo quindi la teoria dei giochi come approccio di analisi per il nostro lavoro di tesi ponendo l'attenzione sul problema della selezione della rete.

In letteratura sono presenti diversi lavori che trattano questo argomento. In [21], si analizza la dinamica competitiva tra diversi utenti che cercano di collegarsi a delle reti senza fili. L'obiettivo degli utenti consiste nel minimizzare il costo di selezione. La rete wireless è modellizzata come un gioco di congestione fornendo dei risultati sperimentali sulla qualità delle soluzioni ottenute nel caso particolare delle reti wireless 802.11g.

Similmente in [22] viene modellizzata come un gioco la selezione della rete di quarta generazione ($4G^1$), sono presenti un insieme di richieste da distribuire tra le varie reti di accesso. Gli utenti possono scegliere o essere parte attiva nella selezione della miglior rete che soddisfa la richiesta del servizio. In [22] viene modellizzato il gioco competitivo tra le reti di accesso presenti nel sistema 4G, in modo tale che ognuna di esse massimizzi il proprio *payoff*. Il risultato del gioco è la decisione su quale sottoinsieme di richieste di servizi fatte al sistema 4G sono ammesse da ogni rete di accesso. Perciò nel modello presentato da [22] le reti di accesso sono considerate come i giocatori

¹Questa proposta tecnologica di rete di comunicazione è conosciuta come Fourth Generation (4G) ed è presente a livello IP in tutte le reti. È costituita da una rete principale comune che gestisce tutte le funzionalità della rete e differenti reti di accesso che ricevono le richieste di servizi. Viene visto come una singola rete costituita da diversi sistemi di accesso.

mentre gli insiemi di servizi richiesti come le risorse.

Una delle caratteristiche principali delle reti future sarà la loro eterogeneità; i dispositivi mobili dovranno quindi essere in grado di collegarsi a reti di tipologie diverse. Interessante in questo ambito, sono gli articoli [23][24] nei quali viene trattato il problema della selezione di reti eterogenee tra loro (*WMCDM*, *WMAN*, *WLAN*) utilizzando sempre la teoria dei giochi. Per ogni nuova richiesta viene effettuata, in base ai parametri tipici delle reti wireless, la selezione della rete più adatta a rispondere.

Gioco bilivello

Un importante riferimento è [25] in cui viene focalizzata l'attenzione sull'allocatione delle risorse da parte delle antenne (*lato rete*) o sulla selezione della rete (*lato utente*). Questi due aspetti sono strettamente correlati perciò in [25] vengono considerati oltre che singolarmente anche congiuntamente. Il problema viene quindi modellizzato con un gioco *non-cooperativo* dove gli utenti finali e le antenne agiscono in modo indipendente secondo i loro specifici obiettivi.

Ciò che è stato trattato in [25] getta le basi per un'importante definizione di gioco *bi-livello*. In un gioco bi-livello vi sono due tipologie di giocatori ognuna delle quali agisce indipendentemente cercando di raggiungere il proprio obiettivo influenzando la scelta di tutti i giocatori di entrambi i livelli. È importante ricordare che per raggiungere uno stato di equilibrio in un gioco bi-livello è necessario raggiungere l'equilibrio ad entrambi i livelli. Attualmente in letteratura per quanto riguarda la selezione delle reti non è ancora stato approfondito il gioco bi-livello. Il nostro lavoro di tesi propone perciò un'approfondimento in questo ambito.

2.2 Teoria dei giochi

La teoria dei giochi (TdG) è la disciplina matematica che analizza situazioni di conflitto e ne ricerca soluzioni competitive e cooperative. Questa disciplina vede come principali fondatori John Von Neumann e l'economista Oskar Morgenstern, i quali attraverso il libro edito nel 1944 intitolato "Theory of Game and Economic Behaviour" [26] cercarono di descrivere matematica-

mente il comportamento umano in quei casi in cui l'interazione fra uomini comporta la vincita, o lo spartirsi, di qualche tipo di risorsa. Poichè le situazioni di conflitto reali sono estremamente complicate e difficili da esaminare per rendere possibile un'analisi matematica è necessario poter trascurare i fattori secondari e costruire modelli formali semplificati, che vengono appunto chiamati "giochi". Un "gioco" deve essere condotto secondo regole ben definite conosciute ai giocatori e considerare che l'interazione tra diversi soggetti preveda che le azioni di un soggetto influiscano sui risultati conseguibili da un altro.

Pur essendo una scienza giovane, e quindi con ancora ampie potenzialità, questa disciplina è utilizzata in molteplici campi che spaziano dall'economia e finanza, alla politica, alla sociologia, all'etica, alla psicologia, all'informatica, alla biologia, allo sport fino ad arrivare al campo strategico-militare. Essendo una teoria di così ampio utilizzo si considerano in questo lavoro solamente modelli utilizzati nei sistemi multiagente. Infatti lo scopo di un sistema multiagente è quello di trovare metodi che ci permettono di costruire sistemi complessi composti da agenti autonomi che, operando su una conoscenza locale e avendo solo limitate abilità, sono in grado di mettere in pratica i comportamenti globali desiderati in modo distribuito. È importante conoscere come rappresentare quello che il sistema di agenti deve fare e scomporlo nei comportamenti individuali degli agenti. Si presentano nei prossimi paragrafi si presenteranno concetti di base della teoria dei giochi.

2.2.1 Caratteristiche generali

Nei modelli utilizzati nella teoria dei giochi si suppone che esistano dei giocatori con determinate caratteristiche:

- Intelligenza: i giocatori capiscono la situazione in cui si trovano e sono in grado di fare ragionamenti logici di complessità elevata.
- Razionalità: i giocatori hanno preferenze coerenti (transitive) sugli esiti finali del processo decisionale e hanno l'obiettivo di "massimizzare" queste preferenze.

Ogni soggetto presente nel gioco ha il compito di scegliere una *strategia* (cioè un'azione o più azioni) da eseguire per raggiungere determinati obiettivi

definiti sugli esiti del gioco (ad esempio massimizzare/minimizzare la propria funzione di utilità). Per far questo il giocatore si basa sulle informazioni in suo possesso: ogni giocatore infatti conosce tutte le strategie eseguibili da se stesso e dagli altri utenti, e per ogni combinazione di azioni conosce le utilità/costo di ogni giocatore (gioco a informazione perfetta).

2.2.2 Classificazione dei giochi

È possibile classificare in molti modi i giochi ma sicuramente il più significativo prevede di classificarli in base alla cooperazione presente tra i soggetti, in particolare:

- **La teoria dei giochi cooperativi** studia il formarsi di coalizioni con accordi sottoscritti e vincolanti che possono essere di vantaggio ai singoli componenti [27]. Lo studio di questo tipo di coalizioni è stato introdotto da John von Neumann nel 1944.
- **La teoria dei giochi non cooperativi** si occupa delle decisioni dei singoli, sulla base di ragionamenti individuali, in assenza di alleanze vincolanti. Questa teoria è stata introdotta da John Forbes Nash [28] negli anni '50.

2.2.3 Utilità

Un'assunzione comune molto semplificativa è quella che le preferenze di un agente sono catturate da una funzione di utilità. Questa funzione fornisce la mappatura dagli stati del mondo considerato o il risultato del gioco, ad un numero reale. Più grande è questo numero più all'agente piace quel particolare stato. Dato l'insieme degli stati del mondo considerato (quelli che l'agente i può percepire), l'utilità percepita dall'agente i è definita come:

$$u_i : S \longrightarrow \mathfrak{R}$$

Data una funzione di utilità dell'agente, si può definire un ordine di preferenza dell'agente per gli stati del mondo considerato. Confrontando i valori di utilità di due stati, si può determinare quale dei due è preferito dall'agente. Questo ordinamento ha le seguenti proprietà:

- *Riflessiva*: $u_i(s) \geq u_i(s)$.
- *Transitiva*: Se $u_i(a) \geq u_i(b)$ e $u_i(b) \geq u_i(c)$ allora $u_i(a) \geq u_i(c)$.
- *Confrontabile*: $\forall a, b \ u_i(a) \geq u_i(b) \vee u_i(b) \geq u_i(a)$.

Si possono quindi impiegare le funzioni di utilità per descrivere il comportamento di quasi tutti gli agenti. Dopo aver definito la funzione di utilità per tutti i giocatori, essi dovranno scegliere delle azioni che ne massimizzano la loro utilità (*agenti selfish*). Con la parola selfish ci riferiamo perciò ad un agente razionale che vuole massimizzare la propria utilità. Notare come il significato qui dato a questa parola, sia leggermente diverso dal significato attribuitole ogni giorno in cui spesso implica il desiderio di procurare un danno ad altri (in questo caso agli altri agenti). L'utilizzo di agenti selfish non preclude perciò l'implementazione di sistemi multiagente cooperativi. Si può vedere un sistema multiagente cooperativo come quello in cui le funzioni di utilità degli agenti sono stati definiti in modo tale che gli agenti sembrano cooperare.

Si adopera la funzione di utilità come un modo succinto per rappresentare il comportamento di un agente. Queste funzioni potranno essere probabilistiche, ottenute attraverso le azioni degli agenti, o incomplete, o il risultato di induzioni. In modo duale si può definire la funzione di costo, ovviamente ogni giocatore cercherà di minimizzare la propria funzione di costo etc.

2.2.4 Giochi in forma normale e in forma estesa

In tutti i sistemi multiagente abbiamo un insieme di agenti autonomi ognuno dei quali cerca di eseguire le proprie strategie utilizzando le informazioni che ha a disposizione. Dal momento in cui gli altri agenti eseguono delle azioni, ogni agente deve tenerne conto quando deve decidere cosa fare. Perciò le azioni svolte da un agente dipendono da quelle svolte dagli altri agenti e viceversa.

Presenteremo di seguito i principali modelli utilizzati per rappresentare e descrivere i giochi: forma normale [29] ed estesa [30].

Giochi in forma normale

Nel più semplice tipo di gioco abbiamo due agenti ognuno dei quali può scegliere una delle due azioni disponibili. Gli agenti eseguono le azioni nello stesso tempo e riceveranno il valore di utilità, o payoff, basato sulle loro azioni congiunte. Il gioco può essere rappresentato mediante una matrice di *payoff* la quale mostra l'utilità che gli agenti ricevono eseguendo delle specifiche azioni. La Fig. 2.1 mostra una semplice matrice di un gioco in forma normale, anche conosciuta come forma strategica. In questo gioco se Bob esegue l'azione a e Alice esegue l'azione c , allora Bob riceverà un'utilità pari ad 1 e Alice un'utilità pari a 2. Possiamo estendere la matrice di payoff a qualsiasi numero di giocatori ed azioni. In questi giochi si assume sempre che i giocatori eseguano le loro azioni simultaneamente.

		ALICE	
		c	d
BOB	a	1,2	4,3
	b	3,2	2,4

Figura 2.1: Matrice di un gioco in forma normale.

I giochi in forma normale assumono inoltre che i giocatori abbiano una *conoscenza comune* delle utilità che tutti i giocatori possono ricevere. Ovvero, gli agenti sanno della presenza e delle utilità degli altri agenti, e sanno che gli altri sono consapevoli della presenza degli altri agenti e del valore delle utilità.

Definiamo come strategia s l'insieme delle azioni che tutti i giocatori eseguono. Nel caso in cui $s = (a, c)$ verrà assegnato a Bob un valore di utilità pari ad 1 e ad Alice un valore di utilità pari a 2: $u_{Bob}(s) = 1$ e $u_{Alice}(s) = 2$. Questa strategia è un esempio di *strategia pura*: gli agenti eseguono una specifica azione. In contrapposizione, nella *strategia mista*, gli agenti eseguono diverse con una certa probabilità. Ad esempio una strategia mista per Bob è quella di eseguire l'azione a con probabilità 0.3 e l'azione b con probabilità

0.7 (la sommatoria delle probabilità deve essere 1).

Un ulteriore tipo di gioco è quello in cui la sommatoria dei valori all'interno della matrice di *payoff* è pari a zero. Questi giochi sono conosciuti come *giochi a somma zero* e rappresentano lo scenario dove il guadagno di un agente deve provenire dalla perdita degli altri agenti. In questi giochi la cooperazione è improbabile.

È utile chiedersi: data una matrice di *payoff*, quale sia la strategia migliore per gli agenti. Ovviamente può capitare che potrebbe essere la migliore strategia per un agente ma non per un altro agente. Introduciamo quindi alcuni dei diversi concetti di soluzione.

Il primo metodo fu proposto da Von Neumann il quale realizzò che in un dato gioco un agente potrebbe scegliere di eseguire l'azione che massimizza la peggiore utilità che l'agente stesso potrebbe ottenere. Questa strategia è conosciuta come *maxmin*, o *minmax* se si sta parlando di costi anziché di guadagni. In un gioco con due agenti, i e j , la strategia *maxmin* dell'agente i è data da:

$$s_i^* = \max_{s_i} \min_{s_j} u_i(s_i, s_j)$$

In generale, la strategia dove entrambi i giocatori effettuano la loro strategia *maxmin* potrebbe non essere stabile. In alcune matrici *payoff* può succedere che se i conosce che j attuerà la sua strategia *maxmin*, allora i preferirà una strategia differente dalla sua strategia *maxmin*. Ad esempio, in Fig. 2.1, la strategia *maxmin* è (b, d) ma se Alice effettua l'azione d allora Bob dovrebbe eseguire l'azione a . Perciò la strategia (b, d) non è stabile.

Un altro approccio è quello di cercare delle strategie migliori. Diciamo che s è la *strategia dominante* per l'agente i se per l'agente è meglio eseguire s indipendentemente dalle strategie scelte dagli altri agenti. Una strategia pura s è dominante per l'agente i se:

$$\forall s_{-i} \forall r_i \neq s_i \quad u_i(s_{-i}, s_i) \geq u_i(s_{-i}, r_i)$$

dove s_{-i} rappresenta le strategie di tutti gli agenti eccetto i .

L'idea di strategia dominante può essere utilizzata all'interno della *iterated dominance solution* [31] dove le strategie dominate sono eliminate in successione. Esse vengono eliminate da un agente, poi da un altro e così via fino ad arrivare ad una situazione in cui non vi siano strategie dominate. Sfortunatamente questo algoritmo iterativo, quasi sempre, termina prima che la soluzione sia trovata: in questo caso nessun giocatore ha una strategia dominante.

Un ulteriore metodo potrebbe essere quello di massimizzare l'intero "benessere" di tutti i giocatori. La strategia *social welfare* massimizza la somma di tutti i profitti. Ovvero:

$$s^* = \arg \max_s \sum_i u_i(s)$$

Anche questa strategia potrebbe non essere stabile, poiché ogni agente razionale si preoccuperà della propria utilità e perciò eseguirà la strategia che gli permetterà di ottenere la più alta utilità possibile pur sapendo che per tutti gli altri rappresenterà un peggioramento in termini di utilità.

Un strategia è chiamata *Pareto ottimale* se non esistono altre strategie s' tale che, per almeno un agente, la sua utilità è migliore in s' e per nessun agente la sua utilità è peggiore in s' , che in s . Può esserci più di una soluzione *Pareto ottimale* in un dato problema. L'insieme di tutte le strategie di Pareto per un dato problema è formalmente definito come l'insieme:

$$\{s \mid \neg \exists_{s' \neq s} (\exists_i u_i(s') > u_i(s) \wedge \neg \exists_{j \in -i} u_j(s) > u_j(s'))\}$$

Le soluzioni di Pareto sono altamente desiderabili dal punto di vista del benessere sociale in quanto garantiscono che nessun agente può lamentare la possibilità di ottenere una maggiore utilità, senza aver danneggiato qualcun altro nel processo di selezione della strategia. Le soluzioni di Pareto sono soluzioni efficienti, ma potrebbero essere anche instabili in quanto un giocatore potrebbe avere un incentivo per eseguire un'azione differente ottenendo un'utilità maggiore, il che significa che altri agenti otterrebbero meno utilità. In un sistema multiagente dinamico è molto importante il concetto di stabilità in quanto il desiderio dei progettisti è quello di un sistema convergente ad una soluzione.

Il problema della mancanza di stabilità fu risolto da John F. Nash. Una strategia s è un equilibrio di Nash [32] se per tutti gli agenti i , s_i è la migliore strategia per i dato che tutti gli altri giocatori eseguiranno le strategie in s . Quindi si definisce equilibrio di Nash una strategia tale per cui nessun giocatore è interessato a cambiare unilateralmente la propria mossa. Come con la soluzione di Pareto, un gioco può avere più di un equilibrio di Nash. Formalmente l'insieme di tutte le strategie che sono equilibri di Nash per un dato gioco è dato da:

$$\{s \mid \forall_i, \forall a_i \neq s_i \quad u_i(s_{-i}, s_i) \geq u_i(s_{-i}, a_i)\}$$

John F. Nash mostra come tutte le matrici di gioco possano avere almeno una strategia che sia un equilibrio di Nash, ma tale strategia potrebbe essere mista. Inoltre per un dato utente, un certo equilibrio di Nash potrebbe essere migliore di un altro portando quindi i giocatori a litigare su quale specifico equilibrio adottare. Una volta poi che gli agenti concordano sull'adozione di un particolare equilibrio di Nash, allora questo rappresenterà una soluzione veramente stabile. Si nota come non esista una relazione generale tra l'equilibrio di Nash e la soluzione di Pareto: infatti una strategia può essere un equilibrio di Nash ma non una soluzione di Pareto. Similmente, una strategia può essere Pareto ottimale ma non essere un equilibrio di Nash. Tuttavia, la strategia *social welfare* deve essere Pareto ottimale.

Il problema più comune che si presenta quando si progettano sistemi multi-agente è l'esistenza di diversi equilibri di Nash. È possibile progettare un sistema in cui gli agenti razionali convergano ad una soluzione di equilibrio se questa è presente ma nel caso in cui ve ne siano più di uno si dovranno aggiungere altri "vincoli" che assicurino che gli agenti convergano alla stessa strategia.

Nel caso in cui in un dato problema non vi siano equilibri di Nash è possibile introdurre il concetto di ϵ -*equilibrium*. Nella teoria dei giochi l' ϵ -*equilibrium* è una strategia che soddisfa "approssimativamente" le condizioni di equilibrio di Nash. Dato un gioco e un parametro ϵ reale non negativo, una strategia è un ϵ -*equilibrium* se non è possibile per alcun giocatore guadagnare più di ϵ nel *payoff* atteso deviando dalla propria strategia. Ogni equilibrio di Nash è equivalente all' ϵ -*equilibrium* quando $\epsilon = 0$. Formalmente l'insieme di tutte le strategie che sono ϵ -*equilibrium* per un dato gioco è dato da:

$$\{s \mid \forall_i, \forall a_i \neq s_i \quad u_i(s_{-i}, s_i) \geq u_i(s_{-i}, a_i) - \epsilon\}$$

Esempio: Dilemma del prigioniero

Il dilemma del prigioniero fornisce un valido spunto per confrontare i concetti di equilibrio di Nash e di soluzione Pareto ottimale e rappresenta il gioco più famoso in tal senso.

Due sospettati sono stati arrestati dalla polizia. La polizia non ha la certezza di chi ha commesso il reato e quindi i due sono interrogati separatamente. Ad ognuno dei due è stata effettuata la stessa offerta: se uno testimonia per l'accusa contro l'altro, e quest'ultimo resta in silenzio prenderà 10 anni di carcere mentre il traditore rimarrà libero. Se entrambi restano in silenzio saranno condannati a soli 6 mesi mentre se entrambi tradiscono il complice prenderanno 2 anni di carcere ciascuno.

Da questa storia possiamo generare la matrice dei *payoff* mostrata in Fig. 2.2. Possiamo sostituire le sentenze con valori di utilità e ottenere la matrice dei *payoff* standard per il dilemma del prigioniero mostrata in Fig. 2.3. Notiamo che i 10 anni di prigione sono tradotti con il valore di utilità pari a 0, i 2 anni hanno valore di utilità pari a 1, i 6 mesi hanno valore di utilità pari a 3, e la scarcerazione ha valore di utilità pari a 5. Le azioni possibili per i due prigionieri sono: cooperare (C) o tradire (T). Nel primo caso il sospettato manterrà il silenzio mentre nel secondo caso il sospettato accuserà il complice.

		A	
		Silenzio	Tradire
B	Silenzio	Entrambi 6 mesi di carcere	B 10 anni di carcere, A libero
	Tradire	A 10 anni di carcere, B libero	Entrambi 2 anni di carcere

Figura 2.2: Matrice dei "costi" per dilemma prigionieri.

Analizzando la matrice vediamo che la soluzione social welfare è (C, C) , l'insieme delle strategie Pareto ottimali è $(C, C)(T, C)(C, T)$, la strategia dominante per entrambi gli agenti è "tradire", e la strategia che è equilibrio

		A	
		Cooperare	Tradire
B	Cooperare	3,3	0,5
	Tradire	5,0	1,1

Figura 2.3: Matrice dei payoff standard per il dilemma dei prigionieri.

di Nash è (T, T) . Il Dilemma del prigioniero è interessante perché la scelta migliore non è quella razionale. Anche se la soluzione di Pareto (C, C) domina la soluzione (T, T) , un giocatore razionale eseguirà l'azione T . Il gioco è di notevole importanza in quanto applicato a molti casi del mondo reale.

È possibile trovare un equilibrio in strategia pura come si è visto nel paragrafo utilizzando *best response iterative* o come si vedrà nei prossimi capitoli attraverso la programmazione lineare intera.

Giochi in forma estesa

Nei giochi in forma estesa i giocatori eseguono le azioni sequenzialmente, a turni. Questi giochi sono rappresentati mediante un albero dove le frecce ad ogni livello corrispondono alle azioni dei giocatori, mentre, i *payoff* (utilità) di tutti gli agenti si trovano nelle foglie dell'albero.

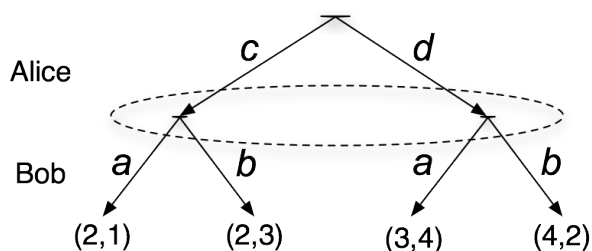


Figura 2.4: Gioco in forma estesa.

Nella Fig. 2.4 il primo numero all'interno delle parentesi rappresenta l'utilità che Bob riceve, mentre il secondo rappresenta quello che riceve Alice. L'ellisse tratteggiata rappresenta i due stati invisibili a Bob: ovvero mostra

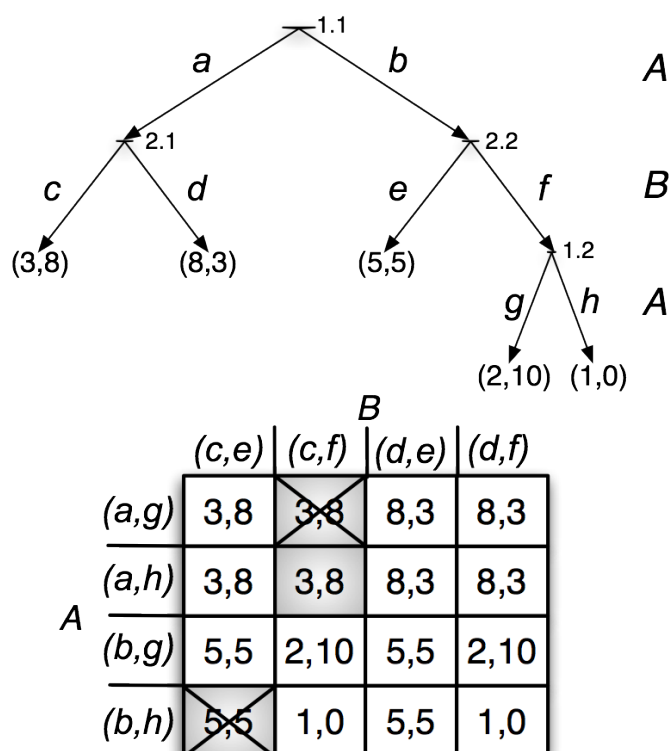


Figura 2.5: Gioco in forma estesa.

come Bob non conosca le azioni eseguite in precedenza da Alice. Eliminando la tratteggiatura Alice eseguirebbe un'azione visibile anche da Bob. La mossa di Bob è l'azione migliore in risposta a quella di Alice. *Perfect information game* significa che nel momento in cui tocca a Bob giocare, esso conosce l'azione eseguita in precedenza da Alice altrimenti parliamo di *Imperfect information game*.

Nei giochi in forma estesa la strategia s_i del giocatore i può non essere una sola azione ma può essere una serie di azioni. Quindi la strategia s_i del giocatore i è rappresentata da un'azione per ogni nodo di decisione. Ad esempio: $s_{alice} = c$ (Alice ha un solo nodo di decisione), $s_{bob} = (a, b)$ (Bob possiede due nodi di decisione).

Se un giocatore avesse la possibilità di vedere le azioni eseguite precedentemente dagli altri agenti, allora potrebbe variare la scelta della propria azione. In Fig. 2.4 l'agente razionale Bob sceglierebbe l'azione b se Alice avesse scelto c , mentre sceglierebbe a se Alice avesse scelto d . L'utilità dell'agente i

proveniente dall'esecuzione della strategia s è pari ad $u_i(s)$ e corrisponde al valore presente nel nodo foglia raggiunto quando tutti i giocatori eseguono la strategia s .

Possiamo ricercare gli equilibri di Nash anche nei giochi in forma estesa. In questo caso gli equilibri di Nash che si trovano potrebbero non essere ragionevoli in quanto costruendo la matrice rappresentante il gioco (come avviene nei giochi in forma normale) si perderebbe la struttura temporale dello stesso ottenendo degli equilibri che nella realtà non esistono (equilibri non ragionevoli). Ad esempio per il gioco in Fig. 2.5 gli equilibri di Nash sono $(a, g), (c, f); (a, h)(c, f); (b, h)(c, f)$. Non tutti gli equilibri sono ragionevoli per il gioco in forma estesa: in particolare $s_A = (a, h) s_B = (c, f)$. Infatti se il giocatore A si trovasse nel nodo in Fig. 2.6 secondo la strategia s_A il giocatore dovrebbe eseguire l'azione h ottenendo meno utilità (1) di quanta ne otterrebbe eseguendo l'azione g (2). Allo stesso modo anche $s_A = (b, h) s_B = (c, e)$ non rappresenta un equilibrio ragionevole.

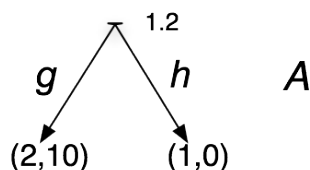


Figura 2.6: Sottoalbero.

Un concetto molto forte in tal senso è quello riguardante la strategia s^* rappresentante un *subgame perfect equilibrium*. Un *subgame perfect equilibrium* è una strategia s^* che è un equilibrio di Nash per ogni sottogioco (ogni sottoalbero del gioco in forma estesa). Quindi un *subgame perfect equilibrium* fornisce a tutti gli agenti la miglior strategia di risposta possibile per ogni nodo dell'albero. Per l'esempio di Fig. 2.5 il *subgame perfect equilibrium* è $s_A = (a, g) s_B = (c, f)$.

2.2.5 Giochi a potenziale

Una particolare classe dei giochi non cooperativi è costituita dai giochi a potenziale [33]: in essi è possibile esprimere l'incentivo degli utenti a cambiare come un'unica funzione globale detta funzione potenziale. L'utile (il costo)

per ogni giocatore viene quindi mappato in una unica funzione. È semplice trovare gli equilibri di Nash: essi si troveranno nei massimi (minimi) locali della funzione.

Se si considera ora il problema in cui ogni giocatore deve minimizzare il proprio costo (in modo duale vale anche per la massimizzazione dell'utile) e si ipotizza un gioco iterativo in cui ad ogni passo si permette agli utenti di cambiare la strategia cercandone una più conveniente, la funzione potenziale diminuirà fino a raggiungere un minimo locale, ossia un equilibrio di Nash puro.

		<i>ALICE</i>	
		<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	3	7	
<i>b</i>	5	6	

Figura 2.7: Giochi a potenziale.

In Fig. 2.7 è rappresentato il gioco potenziale equivalente del gioco in forma normale della Fig. 2.1.

Giochi a congestione

Con il termine giochi a congestione [34] si definiscono quei particolari giochi a potenziale in cui l'utilità (o meglio il costo) di ciascun giocatore dipende dalla risorsa che sceglie e dal numero di utenti che optano per la stessa. I giochi a congestione vengono molto utilizzati in scenari in cui è sempre possibile trovare un equilibrio di Nash, ad esempio il problema dell'allocazione delle risorse. È definito il costo c_i del giocatore i come il numero di giocatori che utilizzano la sua stessa risorsa e lo spazio delle strategie S_i : l'insieme di tutte le possibili azioni attuabili dall'agente i .

È definito come *stato* $s = (s_1, s_2, \dots, s_n) \in S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n$, una qualsiasi combinazione di strategie (s_1, s_2, \dots) per gli n giocatori presenti. Nei giochi a congestione uno stato è un equilibrio di Nash puro se:

$$\forall_i, \forall s'_i \in S_i \quad c_i(s_1, \dots, s_i, \dots, s_n) \leq c_i(s_1, \dots, s'_i, \dots, s_n)$$

dove con s'_i intendiamo le strategie non scelte dall'agente i . È stato dimostrato che per ogni gioco a potenziale esiste un gioco a congestione equivalente.

2.2.6 Bound PoA/PoS

In questo capitolo si è visto come l'utilizzo dei giochi competitivi permette di trovare una soluzione al problema in modo distribuito. Infatti i vari attori hanno la possibilità di scegliere strategie in base alle preferenze effettuate dagli altri giocatori. È facile quindi intuire che la soluzione così costruita può essere ben diversa dalla *soluzione ottimale* costruita in modo centralizzato con lo scopo di raggiungere un determinato obiettivo. Nasce quindi l'esigenza di riuscire a valutare e quindi differenziare diversi equilibri possibili in base alla loro efficienza e qualità. Per caratterizzare tali equilibri di Nash si introducono quindi i concetti di *Price-of-Anarchy (PoA)* e *Price-of-Stability (PoS)*, definiti come il rapporto tra il "valore" del peggiore/migliore equilibrio e la soluzione ottimale [35].

È ora necessario inserire la definizione di E : il sottoinsieme di tutti gli stati che sono equilibri di Nash e della *funzione Costo* $C(s)$ definita come la sommatoria dei costi che ogni utente percepisce in ogni stato s :

$$C(s) = \sum_{i \in N} c_i(s)$$

Quindi PoA è la misura dell'efficienza nel peggiore equilibrio di Nash presente. Tra tutti gli equilibri di Nash presenti scegliamo quello che massimizza la funzione costo C (la funzione Costo rappresenta effettivamente il duale della funzione di "benessere" introdotta nell'espressione (2.2.4)).

$$PoA = \frac{\max_{s \in E} C(s)}{\min_{s \in S} C(s)} \quad (2.1)$$

Analogamente definiamo come PoS la misura dell'efficienza tra il migliore equilibrio di Nash presente e la soluzione ottimale.

$$PoS = \frac{\min_{s \in E} C(s)}{\min_{s \in S} C(s)} \quad (2.2)$$

Sapendo per definizione che $1 \leq PoS \leq PoA$, l'efficienza di ogni equilibrio di Nash, ognuno sar  sicuramente compreso tra il valore PoS e PoA. Abbiamo quindi descritto i *bound* in cui   possibile trovare le nostre soluzioni stabili.

Capitolo 3

Problema lato utente

“Ci sono solo due giorni all’anno in cui non puoi fare niente: uno si chiama ieri, l’altro si chiama domani, perciò oggi è il giorno giusto per amare, credere, fare e, principalmente, vivere.”

Dalai Lama

3.1 Introduzione

Questo capitolo analizza la dinamica di competizione tra gli utenti nella selezione di reti wireless basandosi sulla teoria dei giochi. In particolar modo viene utilizzata una particolare famiglia di giochi: quelli a congestione per riuscire a risolvere il problema della selezione della rete. Essendo questo un problema di una certa complessità è stato semplificato seguendo come esempio di partenza quanto trattato nell’articolo [21].

La topologia di rete analizzata è un sistema costituito da un insieme di antenne ($A1, A2, A3$) aventi ognuna una certa regione di copertura all’interno della quale sono collocati degli utenti ($U1, U2, \dots$). In Fig. 3.1 è possibile vedere un esempio di topologia di rete studiata. Le varie regioni presenti possono avere delle aree sovrapposte tra loro e quindi gli utenti collocati in

tali aree hanno la possibilità di decidere a quale antenna connettersi. Il problema prevede che ogni utente abbia la possibilità di collegarsi ad una sola antenna perciò è necessario per ogni utente selezionare l'antenna migliore in base a una particolare *funzione di costo*.

Di seguito, partendo da un caso elementare, si estende il problema introducendo nuovi concetti che permettono di rendere più verosimile il modello. In generale, comunque, ogni decisione presa da un utente interferisce con la decisione presa dagli altri obbligando a trovare una soluzione stabile: una soluzione che sia un *equilibrio di Nash* per ogni utente.

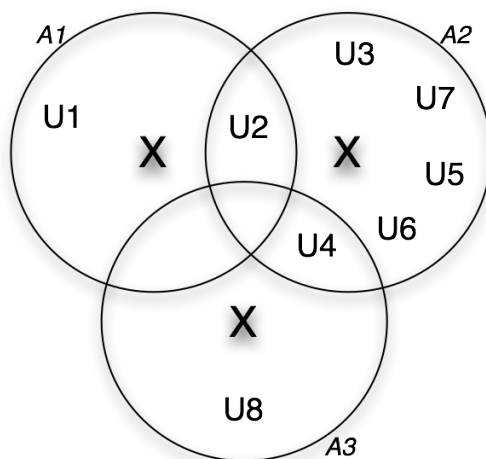


Figura 3.1: Esempio di topologia di rete.

Il modello da noi sviluppato, così come quelli dei capitoli seguenti, è stato modellizzato linearmente utilizzando il linguaggio di programmazione matematica *AMPL* [36] il quale non risolve il problema direttamente ma utilizza il risolutore *CPLEX* [37]. Inoltre, per testare i modelli realizzati, abbiamo implementato un generatore di scenari (sviluppato in C) allo scopo di generare automaticamente i dati da fornire al risolutore.

3.2 I - Modello per la selezione di rete

Nel primo modello sono presenti i antenne e j utenti, ogni utente può decidere di collegarsi ad una determinata antenna solo se effettivamente si trova nel raggio di copertura di quest'ultima, per definire questa proprietà introduciamo il parametro $a_{j,i}$. Una soluzione è d'equilibrio se ogni utente si collega, tra tutte le antenne adiacenti all'utente, all'antenna che presenta il numero minimo di utenti connessi ad essa (*funzione di costo*), quindi ogni utente non è incentivato a cambiare antenna (*strategia*).

3.2.1 Insiemi, parametri e sottoinsiemi

Insiemi

- I antenne presenti nella topologia di rete.
- J utenti presenti nella rete.

Parametri

- $a_{j,i} \in \{0; 1\} \quad \forall j \in J, i \in I$

$$a_{j,i} = \begin{cases} 1 & \text{se l'utente } j \text{ può collegarsi all'antenna } i \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Sottoinsiemi

$$Qa[j] = \{i \in I | a_{j,i} = 1\} \quad \forall j \in J \quad (3.1)$$

(3.1) Sottoinsieme degli utenti che possono collegarsi all'antenna i

3.2.2 Variabili

- $s_{j,i} \in \{0; 1\} \quad \forall j \in J, i \in I$

$$s_{j,i} = \begin{cases} 1 & \text{se l'utente } j \text{ si collega all'antenna } i \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- $x_i \in \mathbb{N} \quad \forall i \in I$
 $x_i =$ numero di utenti collegati all'antenna i

3.2.3 Vincoli

$$\sum_{i \in I} s_{j,i} = 1 \quad \forall j \in J \quad (3.2)$$

$$\sum_{j \in J} s_{j,i} = x_i \quad \forall i \in I \quad (3.3)$$

$$s_{j,i} \leq a_{j,i} \quad \forall j \in J, \forall i \in I \quad (3.4)$$

$$x_{i2} \leq x_{i1} + M \cdot (1 - s_{j,i2}) \quad \forall j \in J, \forall i1 \in Qa[j], \forall i2 \in Qa[j] \quad (3.5)$$

(3.2) Un utente deve essere collegato ad una sola antenna.

(3.3) Calcolo la congestione della antenna i .

(3.4) Un utente sceglie solo antenne a cui può collegarsi (che vede).

(3.5) Vincolo di Nash degli utenti.

In questo caso la funzione costo rappresenta il livello di congestione percepito da ogni utente, cioè il numero di utenti collegati alla stessa antenna (valore assunto dalla variabile x). Il vincolo di Nash (3.5) permette ad ogni utente di scegliere l'antenna con il numero minore di utenti collegati.

Infine la *funzione obiettivo* del modello minimizza la congestione di ogni antenna. In Fig. 3.2 è possibile vedere la soluzione del modello di Fig. 3.1.

$$\min \sum_{i \in I} x_i$$

3.3 II - Modello per la selezione di frequenza

Estendiamo ora il modello precedente introducendo la possibilità di assegnare ad ogni antenna una frequenza e mantenendo comunque l'obiettivo del modello, cioè di determinare un equilibrio di Nash per gli utenti. Dal concetto di frequenza appena introdotto è possibile ricavare il concetto di interferenza. Infatti se consideriamo due utenti appartenenti a un'area comune, ed

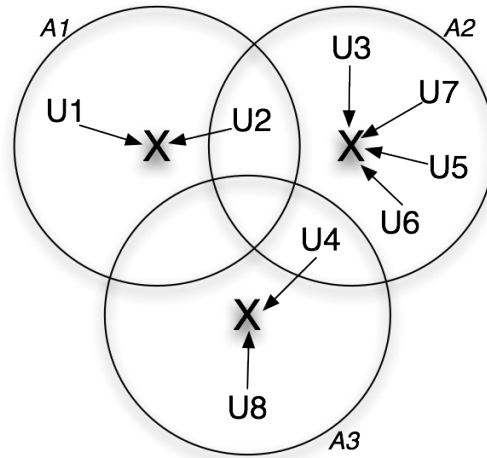


Figura 3.2: Esempio di topologia di rete.

entrambi decidono di collegarsi a delle antenne che trasmettono con la stessa frequenza, essi interferiranno tra di loro nella comunicazione. Ora associamo ad ogni antenna i la frequenza k con cui essa trasmette. Gli utenti che decidono di collegarsi ad una determinata antenna i saranno vincolati ad utilizzare la frequenza k per comunicare.

Si può modificare la *funzione costo* utilizzando la congestione percepita da ogni utente definita come il numero di utenti che interferiscono con l'utente analizzato (tutti quegli utenti collocati nelle stesse regioni di copertura dell'utente e che ne utilizzano la stessa frequenza).

Per introdurre il concetto di frequenza e interferenza nel modello sono stati introdotti tre nuovi parametri: i primi due legano l'antenna i e l'utente j con le frequenze k su cui possono rispettivamente trasmettere ($d_{i,k}$) e decidere di collegarsi ($f_{j,k}$). Il terzo parametro ($b_{j_1,j_2,k}$) descrive l'interferenza tra due utenti, infatti due utenti j_1 e j_2 possono interferire nella comunicazione se entrambi scelgono la frequenza k .

3.3.1 Insiemi, parametri e sottoinsiemi

Definiamo ora gli insiemi, i parametri e i sottoinsiemi appena introdotti nel modello, tenendo validi tutti quelli presenti nel modello precedente.

Insiemi

- K frequenze che possono essere dalle antenne della topologia.

Parametri

- $d_{i,k} \in \{0; 1\} \quad \forall i \in I, k \in K$

$$d_{i,k} = \begin{cases} 1 & \text{se l'antenna } i \text{ trasmette con frequenza } k \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$
- $f_{j,k} \in \{0; 1\} \quad \forall j \in J, k \in K$

$$f_{j,k} = \begin{cases} 1 & \text{se l'utente } j \text{ può collegarsi alla frequenza } k \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$
- $b_{j_1, j_2, k} \in \{0; 1\} \quad \forall j_1 \in J, j_2 \in J, k \in K$

$$b_{j_1, j_2, k} = \begin{cases} 1 & \text{se gli utenti } j_1 \text{ e } j_2 \text{ interferiscono sulla frequenza } k \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Sottoinsiemi

$$M[k] = \{j \in J \mid f_{j,k} = 1\} \quad \forall k \in K \quad (3.6)$$

$$E[j] = \{k \in K \mid f_{j,k} = 1\} \quad \forall j \in J \quad (3.7)$$

(3.6) sottoinsieme degli utenti che possono collegarsi alla frequenza k

(3.7) sottoinsieme delle frequenze a cui l'utente j può collegarsi

3.3.2 Variabili

Definiamo le variabili introdotte nel modello, tenendo comunque valide tutte quelle presenti nel modello precedente.

- $y_{j,k} \in \{0; 1\} \quad \forall j \in J, k \in K$

$$y_{j,k} = \begin{cases} 1 & \text{se l'utente } j \text{ si collega alla frequenza } k \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- $g_{j,k} \in \mathbb{N} \quad \forall j \in J, k \in K$
 $g_{j,k}$ = valore della congestione percepita dall'utente j sulla frequenza k .

3.3.3 Vincoli

Presentiamo di seguito i vincoli che deve rispettare il modello tenendo validi tutti i vincoli presenti nel modello precedente che legano l'utente all'antenna (3.2),(3.3),(3.4), mentre per quanto riguarda il vincolo di Nash (3.5) viene modificato utilizzando le frequenze.

$$s_{j,i} \leq a_{j,i} \quad \forall j \in J, \forall i \in I \quad (3.8)$$

$$y_{j,k} \leq f_{j,k} \quad \forall j \in J, \forall k \in K \quad (3.9)$$

$$s_{j,i} \cdot d_{i,k} \leq y_{j,k} \quad \forall j \in J, \forall i \in I, \forall k \in K \quad (3.10)$$

$$\sum_{k \in K} y_{j,k} = 1 \quad \forall j \in J \quad (3.11)$$

$$\sum_{i \in I} s_{j,i} = 1 \quad \forall j \in J \quad (3.12)$$

$$\sum_{j2 \in M[k]} y_{j2,k} \cdot b_{j1,j2,k} = g_{j1,k} \quad \forall j1 \in J, \forall k \in E[j1] \quad (3.13)$$

$$g_{j,k1} \leq g_{j,k2} + M \cdot (1 - y_{j,k1}) \quad \forall j \in J, \forall k1, k2 \in E[j1] \quad (3.14)$$

- (3.8) Un utente j sceglie solo antenne i a cui può collegarsi.
(3.9) Un utente j sceglie solo frequenze k a cui può collegarsi.
(3.10) Se un utente j è collegato all'antenna i che trasmette a frequenza k allora l'utente j avrà scelto la frequenza k .
(3.11) Un utente j sceglie una sola frequenza.
(3.12) Un utente j deve essere collegato ad una sola antenna.
(3.13) Calcolo della congestione percepita dall'utente $j1$: il numero di utenti che interferiscono con $j1$ e si collegano alla frequenza k .
(3.14) Vincolo di Nash tra le frequenze, ogni utente sceglie la frequenza con meno interferenza.

La funzione obiettivo di questo problema può essere semplicemente una funzione costante, così da permettere al risolutore di trovare uno dei possibili equilibri di Nash. Modificando la funzione obiettivo è possibile selezionare

uno particolare tra gli equilibri di Nash, ad esempio massimizzare il numero di utenti che si collegano all'antenna $A1$:

$$\min \sum_{j \in J} s_{j,A1}$$

3.3.4 Esempi

Analizziamo ora delle topologie di rete per capire il funzionamento del modello, gli esempi qui inseriti considerano solamente la possibilità di avere due o tre antenne, tuttavia il modello descritto è di carattere generale e quindi non vincolato ad un numero prefissato di antenne. Per ben rappresentare i possibili assegnamenti *antenna/frequenza* gli esempi sono stati suddivisi in base al numero di frequenze utilizzate nelle varie topologie:

- *Frequenze diverse*: le antenne presenti nella rete utilizzano tutte delle frequenze diverse una dall'altra.
- *Tre antenne e due frequenze disponibili*: due delle tre antenne presenti nella topologia trasmettono con una determinata frequenza e la terza con un'altra.
- *Frequenze uguali*: Tutte le antenne trasmettono con le stesse frequenze.

Questi semplici problemi saranno utili per comprendere i successivi modelli presenti nei prossimi capitoli.

Frequenze diverse

Nel primo caso viene considerata la topologia presente in Fig. 3.3(a) dove sono presenti tre antenne ($A1, A2, A3$) ed ogni antenna trasmette con frequenza differente dalle altre (rispettivamente $f1, f2, f3$).

La soluzione alla topologia di Fig. 3.3(a) è mostrata in Fig. 3.3(b). Si noti che in ogni antenna sono presenti due o tre utenti. Rappresentando uno dei possibili equilibri di Nash per questa topologia, infatti, nessun utente è incentivato a cambiare strategia. Questa particolare configurazione di assegnamenti utenti/antenna non è comunque l'unico possibile equilibrio di Nash, infatti se si ipotizza di assegnare un utente presente nelle aree di intersezione tra l'antenna $A1$ e le altre antenne (es. utenti D, G, F) all'antenna

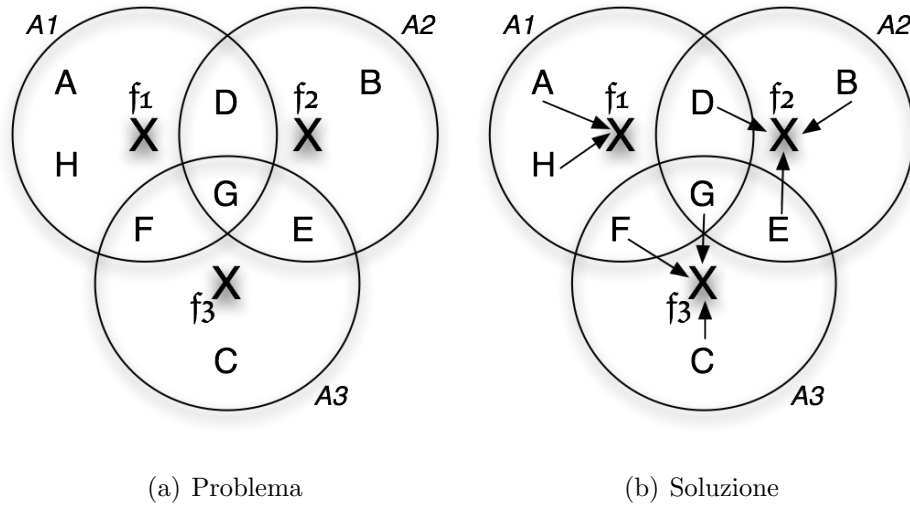


Figura 3.3: Topologia d'esempio con 3 antenne e 3 frequenze diverse.

$A1$, troveremo anche in questa configurazione un equilibrio di Nash, infatti anche ora nessun utente presente è portato a cambiare la propria strategia.

In Fig. 3.4(a), è mostrato invece un esempio con due antenne ($A1, A2$) che tramettono con due frequenze differenti ($f1, f2$). La soluzione è riportata in Fig. 3.4(b): in particolare si nota che gli utenti C e D sono assegnati all'antenna con minor congestione.

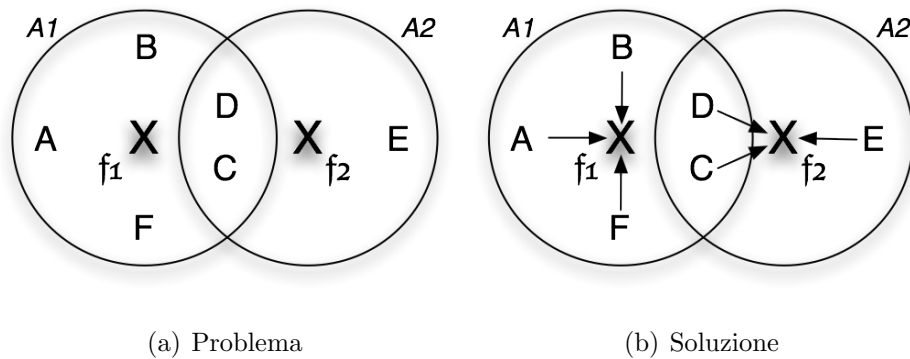


Figura 3.4: Topologia d'esempio con 2 antenne e 2 frequenze diverse.

Tre antenne e due frequenze disponibili

Nel terzo caso consideriamo una rete costituita da tre antenne con la differenza che sono disponibili solamente due frequenze distinte: l'antenna $A1$ trasmette utilizzando la frequenza $f1$ mentre le antenne $A2, A3$ trasmettono sulla frequenza $f2$ Fig. 3.5(a). Questa configurazione di assegnamenti *antenna/frequenza*, oltre ad essere utile per capire il funzionamento del modello, aiuta ad intuire in modo semplice il significato della congestione percepita dagli utenti. Analizziamo ora la soluzione presente in Fig. 3.5(b) controllando

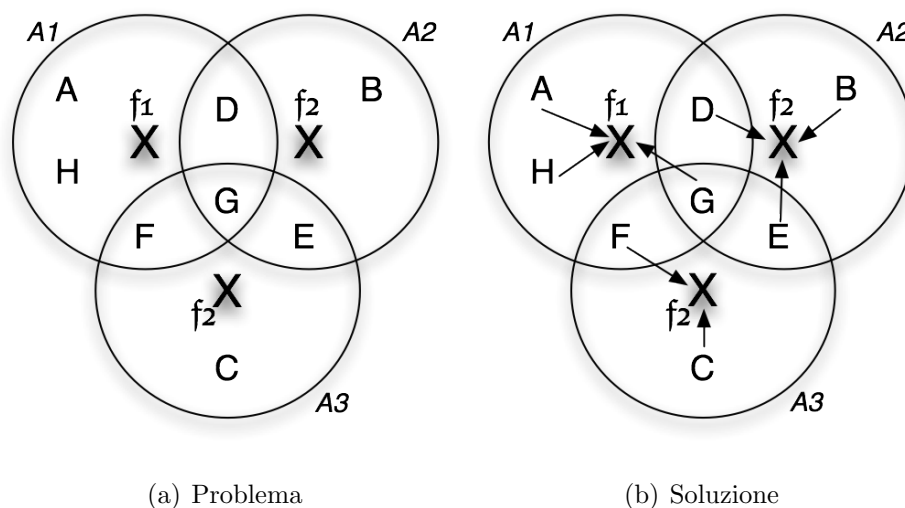


Figura 3.5: Topologia d'esempio con 3 antenne e 2 frequenze diverse.

che effettivamente sia un equilibrio di Nash:

- Considerando gli utenti A, B, C, H essi possono collegarsi all'unica antenna a loro adiacente.
- L'utente G si collega all'antenna $A1$ (avente frequenza $f1$) in quanto la congestione sulla frequenza $f2$ è pari a cinque utenti e quindi maggiore al numero di utenti collegati all'antenna $A1$ (e quindi alla frequenza $f1$).
- Gli utenti D e F sono portati a collegarsi rispettivamente ad $A2$ ed $A3$ perché sulla frequenza $f1$ sono già presenti tre utenti (A, H, G) mentre la congestione sulla frequenza $f2$ è pari al massimo a due utenti.

- L'utente E può decidere di collegarsi indistintamente ad $A2$ o $A3$ in quanto la congestione percepita dall'utente collegandosi ad una delle due antenne è pari alla somma degli utenti collegati sia all'antenna $A2$ che all'antenna $A3$.

Tre frequenze uguali

L'ultimo esempio analizzato considera il caso in cui tre antenne ($A1, A2, A3$) utilizzano tutte la stessa frequenza $f1$. La soluzione rappresentata in Fig. 3.6(b)

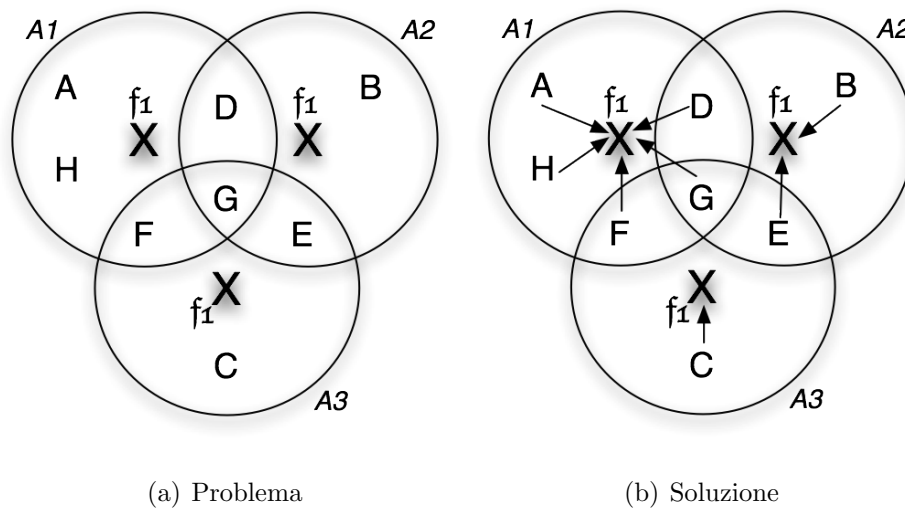


Figura 3.6: Topologia d'esempio con 3 antenne e 1 frequenza.

è certamente un equilibrio di Nash: ogni utente è libero di collegarsi ad una delle antenne che vede indistintamente in quanto il valore di congestione osservato è legato all'unica frequenza ($f1$) emessa da ciascuna antenna. Quindi l'utente G potrà collegarsi a qualsiasi antenna dato che subisce l'interferenza di tutti gli altri utenti. L'utente D può collegarsi all'antenna $A1$ o $A2$ soffrendo l'interferenza di tutti gli utenti tranne C e in modo analogo per tutti gli altri utenti. Questa famiglia di topologie ammettono quindi un gran numero di equilibri di Nash, può esser utile modificare la funzione obiettivo per differenziarli ulteriormente.

Capitolo 4

Problema lato antenna

“Tutti sanno che una cosa è impossibile da realizzare, finché arriva uno sprovveduto che non lo sa e la inventa.”

Albert Einstein

4.1 Introduzione

In questo capitolo, si estendono i modelli trattati in precedenza introducendo il concetto di *bi-livello*. Ora, non solo gli utenti dovranno scegliere a che antenna collegarsi cercando di minimizzare la congestione vista da loro stessi, ma anche le antenne dovranno scegliere la frequenza a cui trasmettere. È stato quindi introdotto l'*equilibrio di Nash a livello antenna*, le antenne scelgono una configurazione di frequenze tale per cui nessuna antenna desidera cambiare siccome il numero di utenti che si collegherebbero ad essa non aumenterebbe. Anche a livello antenna dove è possibile trovare molteplici equilibri di Nash. La selezione può essere fatta in base a una delle diverse funzioni obiettivo: *lato antenna*, *lato utente*, *lato antenna-utente*.

L'obiettivo del capitolo è quello di determinare un assegnamento di equilibrio degli utenti alle varie antenne, in cui ognuno minimizzi il livello di congestione percepito e, contemporaneamente, determinare per le antenne

una configurazione di frequenze a cui trasmettere tal da stabilire un equilibrio di Nash (a livello della scelta delle antenne). In Fig. 4.1 è riportata una rappresentazione grafica del funzionamento del modello e delle parti che lo compongono. Nel prossimo capitolo quindi verrà indicato con il termine *sottogioco* quel particolare gioco a livello utenti in cui è ben definita per ogni antenna la frequenza con cui trasmette. Per ogni sottogioco possibile verrà quindi trovata una soluzione di equilibrio di Nash, e la composizione di questi risultati permetterà di studiare il gioco a livello antenna.

Vista la complessità del problema bi-livello, non è stato possibile realizzare un modello di carattere generale come fatto precedentemente. Nel presente capitolo, prima, si introdurrà e analizzerà (nel terzo modello) il problema bi-livello con due antenne, poi, si estenderà (nel quarto modello) lo scenario con tre antenne.

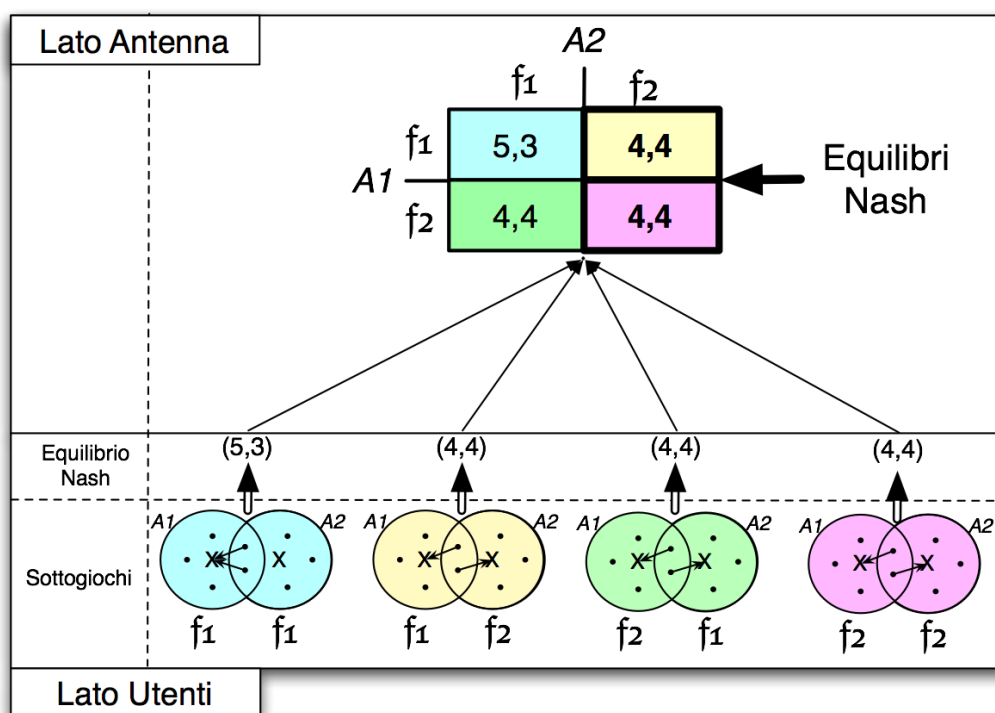


Figura 4.1: Schema riassuntivo del funzionamento del modello.

4.2 III - Modello bi-livello con 2 antenne

Questa sezione estende il secondo modello che lavora a *livello utente* ed introduce il gioco a *livello antenna*. Come si può notare dalla Fig. 4.1 per riuscire a trovare un equilibrio di Nash a livello antenna è necessario trovare delle soluzioni di equilibrio per tutti i sottogiochi presenti. Ricordiamo inoltre che ogni sottogioco si differenzia da un altro per quanto riguarda la frequenza trasmessa da ogni antenna. Quindi, per introdurre il gioco bi-livello è stato necessario modificare alcuni parametri in modo tale da considerare tutte le possibili combinazioni antenna/frequenza e trovare le soluzioni di equilibrio per ogni sottogioco. Per far ciò ogni parametro presente nel secondo modello (f, b, ds) che consideri una frequenza k di trasmissione è stato modificato facendolo dipendere anche dal sottogioco analizzato, si indica con $(ka1, ka2)$ il sottogioco in cui la prima antenna ($A1$) trasmette utilizzando la frequenza $ka1$ e la seconda antenna ($A2$) trasmette utilizzando $ka2$.

4.2.1 Insiemi, parametri e sottoinsiemi

Definiamo ora gli insiemi, parametri e sottoinsiemi introdotti nel modello.

Insiemi

- I antenne presenti nella topologia.
- J utenti presenti nella topologia.
- K frequenze che possono essere usate dalle antenne della topologia.

Parametri che riguardano il problema generale

- N il numero di utenti nel sistema in considerazione.
- M valore elevato per i vincoli di big-M.
- $a_{j,i} \in \{0; 1\} \quad \forall j \in J, i \in I$

$$a_{j,i} = \begin{cases} 1 & \text{se l'utente } j \text{ può collegarsi all'antenna } i \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- $d_{i,k} \in \{0; 1\} \quad \forall i \in I, k \in K$

$$d_{i,k} = \begin{cases} 1 & \text{se l'antenna } i \text{ trasmette con frequenza } k \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Parametri che riguardano i vari sottogiochi $ka1, ka2$

Per ogni parametro seguente considereremo sempre lo specifico sottogioco $(ka1, ka2)$.

- $f_{j,k,ka1,ka2} \in \{0; 1\} \quad \forall j \in J, k \in K, ka1 \in K, ka2 \in K$

$$f_{j,k,ka1,ka2} = \begin{cases} 1 & \text{se l'utente } j \text{ pu\`o collegarsi alla frequenza } k \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$
- $b_{j1,j2,k,ka1,ka2} \in \{0; 1\} \quad \forall j1 \in J, j2 \in J, k \in K, ka1 \in K, ka2 \in K$

$$b_{j1,j2,k,ka1,ka2} = \begin{cases} 1 & \text{se gli utenti } j1 \text{ e } j2 \text{ percepiscono entrambi la frequenza } k \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$
- $ds_{i,k,ka1,ka2} \in \{0; 1\} \quad \forall i \in I, k \in K, ka1 \in K, ka2 \in K$

$$ds_{i,k,ka1,ka2} = \begin{cases} 1 & \text{se l'antenna } i \text{ trasmette a frequenza } k \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Sottoinsiemi

Durante lo sviluppo del modello sono stati introdotti dei sottoinsiemi per ridurre il dominio dei vincoli.

$$Na[i] = \{j \in J | a_{j,i} = 1\} \quad \forall i \in I \quad (4.1)$$

$$Q[i] = \{k \in K | d_{i,k} = 1\} \quad \forall i \in I \quad (4.2)$$

$$Mf[k, ka1, ka2] = \{j \in J | f_{j,k,ka1,ka2} = 1\} \quad \forall k, ka1, ka2 \in K \quad (4.3)$$

$$Qf[j, ka1, ka2] = \{k \in K | f_{j,k,ka1,ka2} = 1\} \quad \forall j \in J, ka1, ka2 \in K \quad (4.4)$$

- (4.1) Sottoinsieme degli utenti che possono collegarsi ad una antenna.
 (4.2) Sottoinsieme delle frequenze utilizzabili da una determinata antenna.
 (4.3) Sottoinsieme degli utenti che possono collegarsi ad una frequenza nel sottogioco $ka1, ka2$.
 (4.4) Sottoinsieme delle frequenze viste da un certo utente nel sottogioco $ka1, ka2$.

4.2.2 Variabili

La maggior complessità del modello realizzato influisce su tutti i livelli, anche nel livello utente e in particolar modo sul significato di congestione. Sono state infatti introdotte diverse variabili per descrivere la congestione percepita dall'utente: una variabile considera, per ogni frequenza possibile, il numero di utenti collegati nello specifico sottogioco, mentre l'altra tratta la congestione percepita dall'utente in riferimento alla frequenza a cui è effettivamente collegato nello specifico sottogioco. Per quanto concerne il livello antenna, variabili sono introdotte con lo scopo di selezionare tra tutte le configurazioni antenna/frequenza la soluzione di equilibrio trovata (w) e gli equilibri di Nash a livello antenna (h). Successivamente, presenteremo in modo più dettagliato le variabili che specificano le congestioni e analizzeremo le varie funzioni obiettivo che potremmo applicare al nostro problema mostrando le rispettive soluzioni trovate.

Per ogni variabile seguente considereremo sempre lo specifico sottogioco $ka1$, $ka2$.

- $s_{j,i,ka1,ka2} \in \{0; 1\} \quad \forall j \in J, i \in I, ka1 \in K, ka2 \in K$
 $s_{j,i,ka1,ka2} = \begin{cases} 1 & \text{se l'utente } j \text{ si collega all'antenna } i \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$
- $w_{ka1,ka2} \in \{0; 1\} \quad \forall ka1 \in K, ka2 \in K$
 $w_{ka1,ka2} = \begin{cases} 1 & \text{se l'equilibrio di Nash a livello antenna prevede di} \\ & \text{trasmettere } A1 \text{ con frequenza } ka1, \text{ mentre } A2 \text{ con } ka2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$
- $h_{ka1,ka2} \in \{0; 1\} \quad \forall ka1 \in K, ka2 \in K$
 $h_{ka1,ka2} = \begin{cases} 1 & \text{se la configurazione di frequenze rappresenta} \\ & \text{per le antenne un equilibrio di Nash} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$
- $y_{j,k,ka1,ka2} \in \{0; 1\} \quad \forall j \in J, k \in K, ka1 \in K, ka2 \in K$
 $y_{j,k,ka1,ka2} = \begin{cases} 1 & \text{se l'utente } j \text{ si collega alla frequenza } k \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

Si userà il termine **soluzione trovata** per indicare l'equilibrio di Nash a livello antenna (soluzione del modello).

Come detto precedentemente vi sono diverse variabili che specificano le congestioni utenti nel nostro problema. Ne possiamo individuare tre: la prima indica la congestione dell'utente j rispetto alla frequenza k nel caso in cui la prima antenna trasmetta con frequenza $ka1$ e la seconda con frequenza $ka2$; la seconda variabile indica la congestione dell'utente j relativamente alla frequenza a cui effettivamente si collega nel caso in cui la prima antenna trasmetta con frequenza $ka1$ e la seconda trasmetta con frequenza $ka2$; la terza indica la congestione dell'utente j relativa alla frequenza k a cui effettivamente si collega nella **soluzione trovata** nel caso in cui la prima antenna trasmetta con frequenza $ka1$ e la seconda con frequenza $ka2$.

- $g_{j,k,ka1,ka2} \in \mathbb{N} \quad \forall j \in J, k \in K, ka1 \in K, ka2 \in K$
 $g_{j,k,ka1,ka2}$ = livello di congestione percepito da ogni utente j sulla frequenza k nel sottogioco $ka1,ka2$.
- $gy_{j,k,ka1,ka2} \in \mathbb{N} \quad \forall j \in J, k \in K, ka1 \in K, ka2 \in K$
 $gy_{j,k,ka1,ka2}$ = livello di congestione dell'utente j dove effettivamente si collega nel sottogioco $ka1,ka2$.
- $gv_{j,k,ka1,ka2} \in \mathbb{N} \quad \forall j \in J, k \in K, ka1 \in K, ka2 \in K$
 $gv_{j,k,ka1,ka2}$ = livello di congestione dell'utente j dove effettivamente si collega nella **soluzione trovata** $ka1,ka2$.
- $cong_{ka1,ka2} \in \mathbb{N} \quad \forall ka1 \in K, ka2 \in K$
 $cong_{ka1,ka2}$ = livello di congestione a livello utente nella **soluzione trovata** $ka1,ka2$.

Oltre alla congestione dell'utente va definita anche la congestione legata ad una determinata antenna ovvero il numero di utenti collegati all'antenna stessa.

- $x_{i,ka1,ka2} \in \mathbb{N} \quad \forall i \in I, ka1 \in K, ka2 \in K$
 $x_{i,ka1,ka2}$ = livello di congestione dell'antenna i nel sottogioco $ka1,ka2$.

- $v_{i,ka1,ka2} \in \mathbb{N} \quad \forall i \in I, ka1 \in K, ka2 \in K$
 $v_{i,ka1,ka2}$ = livello di congestione dell'antenna i nella **soluzione trovata** $ka1,ka2$.

4.2.3 Vincoli

Presentiamo di seguito i vincoli presenti nel modello.

$$\sum_{k \in K} y_{j,k,ka1,ka2} = 1 \quad \forall j \in J, ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.5)$$

$$y_{j,k,ka1,ka2} \leq f_{j,k,ka1,ka2} \quad \forall j \in J, k \in K, ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.6)$$

$$s_{j,i,ka1,ka2} \cdot ds_{i,k,ka1,ka2} \leq y_{j,k,ka1,ka2} \quad \forall j \in J, i \in I, k \in K, ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.7)$$

$$\sum_{j2 \in Mf[k,ka1,ka2]} y_{j2,k,ka1,ka2} \cdot b_{j1,j2,k,ka1,ka2} = g_{j1,k,ka1,ka2} \quad \forall j1 \in J, k \in Qf[j1,ka1,ka2], ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.8)$$

$$g_{j,k1,ka1,ka2} \leq g_{j,k2,ka1,ka2} + M \cdot (1 - y_{j,k1,ka1,ka2}) \quad \forall j \in J, ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2], k1, k2 \in Qf[j,ka1,ka2] \quad (4.9)$$

$$\sum_{i \in I} s_{j,i,ka1,ka2} = 1 \quad \forall j \in J, ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.10)$$

$$\sum_{j \in J} s_{j,i,ka1,ka2} = x_{i,ka1,ka2} \quad \forall i \in I, ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.11)$$

$$s_{j,i,ka1,ka2} \leq a_{j,i} \quad \forall j \in J, i \in I, ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.12)$$

$$\sum_{ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2]} w_{ka1,ka2} = 1 \quad (4.13)$$

$$h_{ka1,ka2} \geq w_{ka1,ka2} \quad \forall ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.14)$$

$$0 \leq v_{i,ka1,ka2} \quad \forall i \in I, ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.15)$$

$$v_{i,ka1,ka2} \leq M \cdot w_{ka1,ka2} \quad \forall i \in I, ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.16)$$

$$v_{i,ka1,ka2} \leq x_{i,ka1,ka2} \quad \forall i \in I, ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.17)$$

$$x_{i,ka1,ka2} - M \cdot (1 - w_{ka1,ka2}) \leq v_{i,ka1,ka2} \quad \forall i \in I, ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.18)$$

$$x_{A1,k,ka2} \geq x_{A1,ka1,ka2} - M \cdot (1 - h_{k,ka2})$$

$$\forall k \in Q[A1], ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.19)$$

$$x_{A2,ka1,k} \geq x_{A2,ka1,ka2} + M \cdot (1 - h_{ka1,k})$$

$$\forall k \in Q[A2], ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.20)$$

$$0 \leq gy_{j,k,ka1,ka2} \leq gy_{j,k,ka1,ka2}$$

$$\forall j \in J, k \in K, ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.21)$$

$$gy_{j,k,ka1,ka2} \leq M \cdot y_{j,k,ka1,ka2}$$

$$\forall j \in J, k \in K, ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.22)$$

$$gy_{j,k,ka1,ka2} \leq g_{j,k,ka1,ka2}$$

$$\forall j \in J, k \in K, ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.23)$$

$$g_{j,k,ka1,ka2} - M \cdot (1 - y_{j,k,ka1,ka2}) \leq gy_{j,k,ka1,ka2}$$

$$\forall j \in J, k \in K, ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.24)$$

$$0 \leq gv_{j,k,ka1,ka2}$$

$$\forall j \in J, k \in K, ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.25)$$

$$gv_{j,k,ka1,ka2} \leq M \cdot w_{ka1,ka2}$$

$$\forall j \in J, k \in K, ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.26)$$

$$g^{v_{j,k,ka1,ka2}} \leq g^{y_{j,k,ka1,ka2}} \quad \forall j \in J, k \in K, ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.27)$$

$$g^{y_{j,k,ka1,ka2}} - M \cdot (1 - w_{ka1,ka2}) \leq g^{v_{j,k,ka1,ka2}} \quad \forall j \in J, k \in K, ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.28)$$

$$\sum_{j \in J, k \in K} g^{v_{j,k,ka1,ka2}} = \text{cong}_{ka1,ka2} \quad \forall ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2] \quad (4.29)$$

(4.5) Un utente j deve scegliere una sola frequenza k nel sottogioco in esame $ka1, ka2$.

(4.6) Un utente j deve scegliere solo frequenze a cui può collegarsi (che vede) in ogni sottogioco in esame $ka1, ka2$.

(4.7) Se un utente j è collegato all'antenna i che trasmette a frequenza k allora l'utente j avrà scelto la frequenza k nel sottogioco in esame $ka1, ka2$.

(4.8) Calcolo della congestione percepita da ogni utente $j1$ in ogni sottogioco $ka1, ka2$.

(4.9) Equilibrio di Nash a livello utenti in ogni sottogioco in esame $ka1, ka2$.

(4.10) Un utente j per ogni possibile sottogioco $ka1, ka2$ deve essere collegato ad una sola antenna i .

(4.11) Calcolo della congestione della antenna i nel sottogioco in esame $ka1, ka2$.

(4.12) Un utente j può scegliere solo antenne a cui può collegarsi (che vede) in ogni sottogioco in esame $ka1, ka2$.

(4.13) Le antenne scelgono solo una frequenza con cui trasmettere (della soluzione trovata).

(4.14) La soluzione trovata deve essere un equilibrio di Nash a livello antenne.

(4.15) Linearizziamo l'espressione: $x_{i,ka1,ka2} \cdot w_{ka1,ka2}$ che rappresenta la congestione della antenna i quando $A1$ sceglie $ka1$ e $A2$ sceglie $ka2$ (4 vincoli)

(4.16),(4.17).

(4.18) Vincolo di linearizzazione: se $w_{ka1,ka2}$ è uguale ad 1 ovvero $A1$ trasmette effettivamente con frequenza $ka1$ e $A2$ con frequenza $ka2$ allora vincoliamo il valore di $x_{i,ka1,ka2} = v_{i,ka1,ka2}$ che è effettivamente il livello della congestione delle varie antenne nella **soluzione trovata**.

(4.19) Vincolo per la selezione dell'equilibrio di Nash a livello antenna (2 vincoli) (4.20).

(4.21) Rendiamo lineare l'espressione: $gy_{j,k,ka1,ka2} = g_{j,k,ka1,ka2} \cdot y_{j,k,ka1,ka2}$ (4 vincoli),(4.22),(4.23),(4.24).

(4.25) Rendiamo lineare l'espressione: $gv_{j,k,ka1,ka2} = gy_{j,k,ka1,ka2} \cdot w_{ka1,ka2}$ gv rappresenta la congestione gy percepita da ogni utente quando $A1$ sceglie $ka1$ e $A2$ sceglie $ka2$ (4 vincoli) (4.26),(4.27).

(4.28) Vincolo di linearizzazione: se $w_{ka1,ka2}$ è uguale ad 1 (ovvero $A1$ trasmette effettivamente con frequenza $ka1$ e $A2$ con frequenza $ka2$), allora vincoliamo il valore di $gy_{j,k,ka1,ka2} = gv_{j,k,ka1,ka2}$, che rappresenta il livello di congestione dell'utente dove effettivamente lui si collega nella soluzione trovata.

(4.29) Calcolo della congestione lato utenti nella soluzione trovata

4.2.4 Esempi

Mostriamo in questa sezione degli esempi per capire il funzionamento del modello testando varie *funzioni obiettivo* che selezionano dei particolari equilibri di Nash a livello antenna. I vari esempi presentati sono suddivisi in base alla tipologia della funzione obiettivo:

- *lato antenna*: tra i vari equilibri di Nash a livello antenna viene selezionato quello che massimizza/minimizza delle proprietà delle antenne.
- *lato antenna-utente*: tra i vari equilibri di Nash a livello antenna viene selezionato quello che massimizza/minimizza delle proprietà delle antenne e, a parità di equilibri, si differenzierà utilizzando anche il lato utente.

Lato antenna

Considerando la funzione obiettivo:

$$\max \sum_{ka1 \in K, ka2 \in K} v_{A1,ka1,ka2}$$

Tra tutti gli equilibri di Nash ottenuti viene selezionato quello che massimizza il numero di utenti che si collegano alla prima antenna. È importante ricordare che la soluzione trovata è un equilibrio di Nash e non necessariamente l'allocazione ottima. Di seguito sono presentati una serie di casi con la relativa soluzione trovata dal nostro modello utilizzando la funzione obiettivo appena presentata.

Nel primo esempio (topologia di rete rappresentata in Fig. 4.2) sono presenti due antenne ($A1$ e $A2$) ed otto utenti (A, B, \dots, H), due dei quali (D, E) sono collocati nell'area di intersezione di $A1$ e $A2$. Le antenne possono decidere di trasmettere ad una delle due frequenze $f1, f2$. Nella Fig. 4.3(b) è

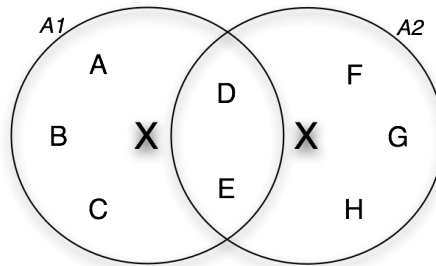


Figura 4.2: Equilibri di Nash a livello antenna, Max $A1$.

mostrata la soluzione trovata dal risolutore dove è possibile notare che l'equilibrio di Nash lato antenna prevede che entrambe le antenne trasmettano con la frequenza $f2$. Questa soluzione mostra che due antenne si spartiscono in maniera uguale gli utenti (Fig. 4.3(a)). La soluzione trovata lato antenna non è l'unica, infatti esiste un'alternativa in cui l'antenna $A1$ utilizza la frequenza $f1$ mentre l'antenna $A2$ utilizza la frequenza $f2$, dividendo anche in questo caso in maniera uguale gli utenti. Quest'ultima sarebbe la soluzione se considerassimo una funzione obiettivo che tenga conto della sommatoria delle congestioni viste dagli utenti (come vedremo in seguito) in modo tale che le due antenne decidono di trasmettere con due frequenze differenti. È

possibile trarre le stesse considerazioni se invece di massimizzare il numero di utenti della prima antenna si massimizzano quelli della seconda antenna.

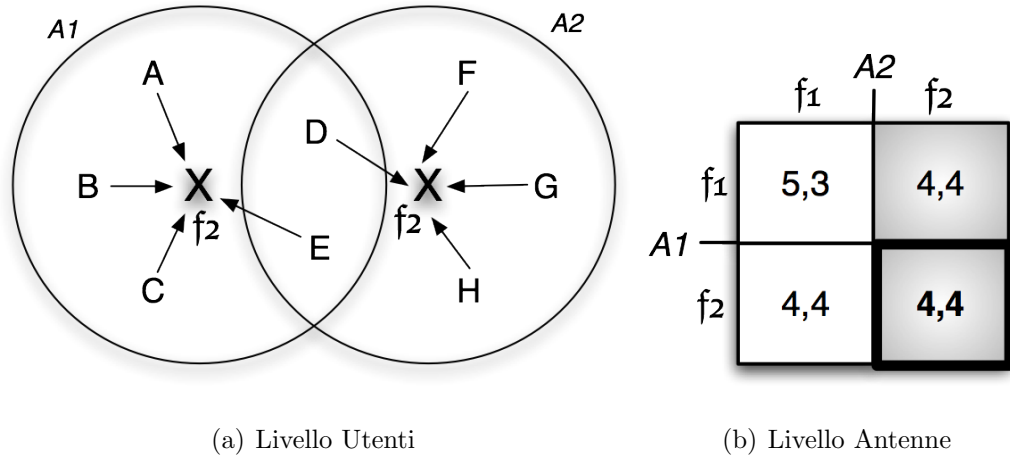


Figura 4.3: Prima topologia d'esempio, Max A_1 .

Nel secondo esempio modificata la collocazione e il numero degli utenti presenti (Fig. 4.4). Nella Fig. 4.5(b) è presente la soluzione in cui troviamo

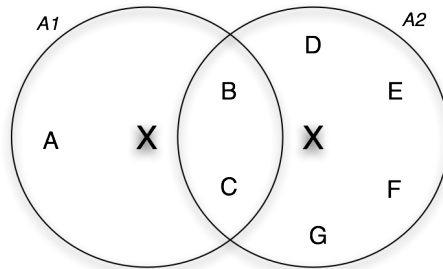
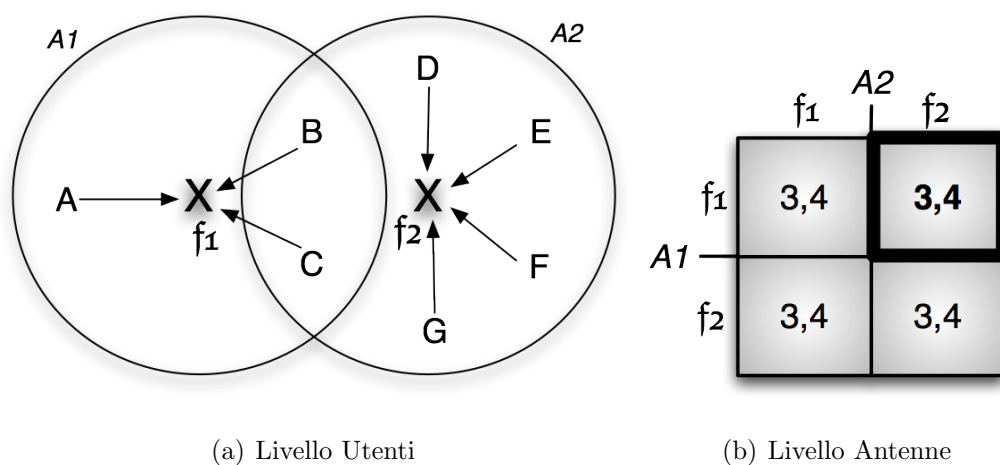


Figura 4.4: Equilibri di Nash a livello antenna, Max A_1 .

come equilibrio di Nash la configurazione per cui l'antenna A_1 trasmette con frequenza f_1 , mentre l'antenna A_2 trasmette con la frequenza f_2 . La soluzione mostra come gli utenti che si collegano ad A_1 e quelli che si collegano ad A_2 differiscono per un'unità. Analizzando le soluzioni (Fig. 4.5(b)) si può notare che l'equilibrio di Nash trovato non è l'unico presente, infatti tutte le configurazioni antenna/frequenza sono equilibri identici che prevedono di assegnare alla prima antenna tre utenti e alla seconda quattro (Fig. 4.5(a))



(a) Livello Utenti

(b) Livello Antenne

Figura 4.5: Seconda topologia d'esempio, Max A1.

indipendentemente dalla frequenza scelta dalle due antenne. Se le due antenne decidano di trasmettere con due frequenze differenti sicuramente i due utenti B, C si collegheranno ad $A1$ in quanto in questo caso saranno meno congestionati. Allo stesso modo, nel caso in cui le due antenne decidano di trasmettere con due frequenze uguali, massimizzando il numero di utenti collegati ad $A1$, gli utenti presenti nella zona di intersezione (B, C) si collegheranno necessariamente ad $A1$. Perciò per qualsiasi combinazione di frequenze, si otterrà sempre lo stesso equilibrio di Nash che assegnerà tre utenti ad $A1$ e quattro ad $A2$.

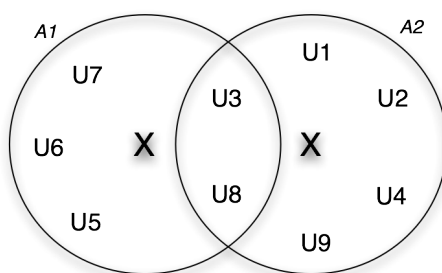


Figura 4.6: Terza topologia di esempio, Equilibri di Nash a livello antenna.

In Fig. 4.6 presentiamo la terza topologia analizzata. Supponendo di massimizzare gli utenti $A1$, l'antenna sceglierà di trasmettere con la frequenza $f2$ mentre $A2$ utilizzerà la frequenza $f1$. Anche in questo caso la soluzione

è indipendente dalla scelta delle due antenne sulla frequenza con cui trasmettere (Fig. 4.7(b)), infatti utilizzando questa funzione obiettivo non c'è distinzione tra i vari equilibri (sono tutti equilibri di Nash identici). Inoltre massimizzando il numero di utenti collegati ad A1, notiamo che la soluzione di Nash presenta un utente in più rispetto a quelli collegati ad A2.

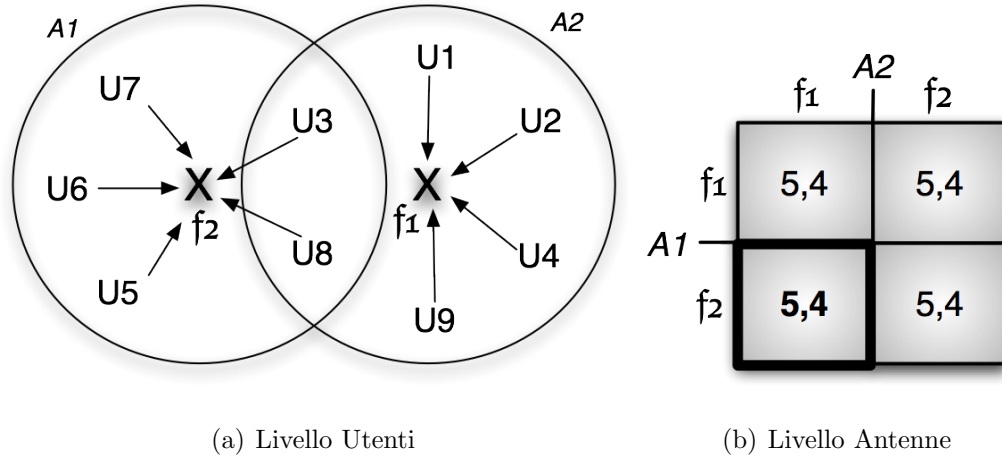


Figura 4.7: Terza topologia d'esempio, Max A1.

In Fig. 4.8(a), massimizzando A2, verrà scelta come soluzione uno dei due equilibri di Nash possibili ovvero quello in cui le antenne trasmettono con la stessa frequenza (anche in questo caso sarebbe interessante poter differenziare ulteriormente le soluzioni anche a livello utenti in modo tale che le due antenne decidano di trasmettere con due frequenze differenti). Infine è possibile notare che massimizzando A2, l'equilibrio di Nash trovato è quello che assegnerà quattro utenti alla prima antenna e cinque alla seconda.

Lato antenna-utente

La seconda funzione obiettivo considerata per il nostro problema lavora sia a lato utente che a lato antenna:

$$\max \sum_{ka1 \in K, ka2 \in K} v_{A1,ka1,ka2} \cdot N^2 - \sum_{ka1 \in K, ka2 \in K} cong_{ka1,ka2}$$

In questo caso tra gli equilibri di Nash trovati viene comunque selezionato quello che massimizza il numero degli utenti che si collegano alla prima anten-

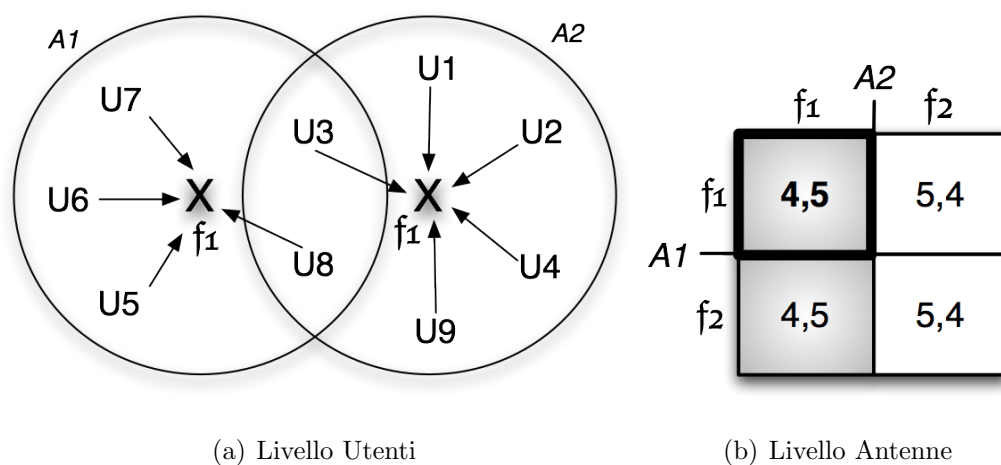


Figura 4.8: Terza topologia d'esempio, Max A2.

na A1, ma nel caso sono presenti due equilibri di Nash identici per quanto riguarda A1, si differenziano le soluzioni minimizzando la congestione lato utenti. Per congestione lato utenti, intendiamo la sommatoria delle congestioni degli utenti nella **soluzione trovata**. Per considerare congiuntamente questi due fattori è stato pesato il valore di utenti dell'antenna con il valore massimo di interferenza possibile, infatti ogni utente "interferirà" al massimo con gli altri $N - 1$ utenti ($N \cdot N - 1$ approssimato a N^2), così solamente nel caso in cui siano presenti degli equilibri di Nash identici sarà utilizzata anche la congestione. Di seguito presenteremo le soluzioni che si differenziano da quelle presentate in precedenza utilizzando la funzione obiettivo appena definita.

Si considera l'esempio trattato precedentemente e mostrato in Fig. 4.2. Nella Fig. 4.9(a) si può notare che tra i due possibili equilibri di Nash trovati viene selezionato quello che minimizza il livello di congestione degli utenti ovvero quello che assegna all'antenna A1 la frequenza f_1 e all'antenna A2 la frequenza f_2 . Essendo una soluzione di Nash gli utenti verranno spartiti equamente tra le due antenne.

Considerando ora l'esempio di Fig. 4.6 con la stessa funzione obiettivo lato utente ed antenna. La soluzione è riportata in Fig. 4.10(a). A parità di equilibri di Nash, andremo a selezionare quello che massimizza il numero di

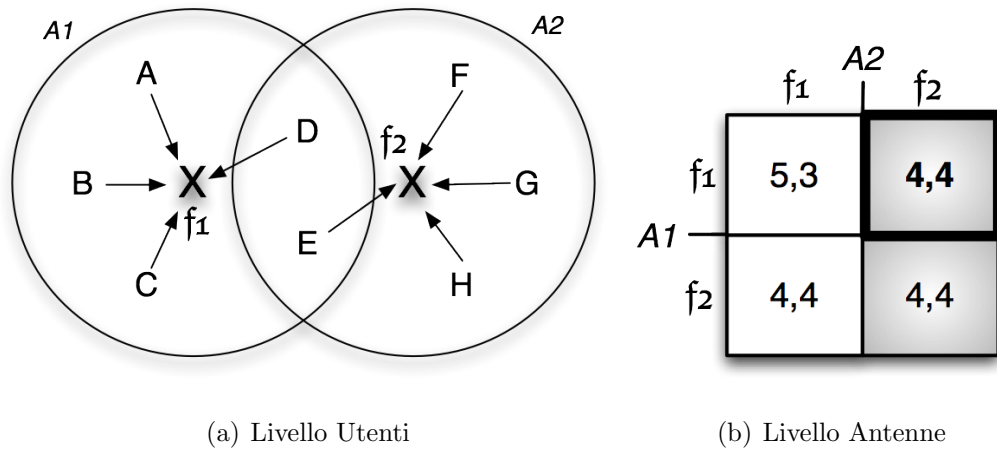


Figura 4.9: Prima topologia d'esempio, Max A1 - congestione.

utenti collegati ad A1 tenendo sempre conto della sommatoria delle congestioni degli utenti. All'antenna A1 si collegano quindi cinque utenti mentre all'antenna A2 si collegano quattro utenti. Siccome la sommatoria delle congestioni degli utenti è minimizzata, le due antenne scelgono di trasmettere con due frequenze differenti (rispettivamente f_1 ed f_2 Fig. 4.10(b)). Nel caso si massimizza il numero di utenti collegati all'antenna A2 valgono le stesse considerazioni fatte precedentemente: alla prima antenna si collegano quattro utenti mentre alla seconda si collegano cinque utenti.

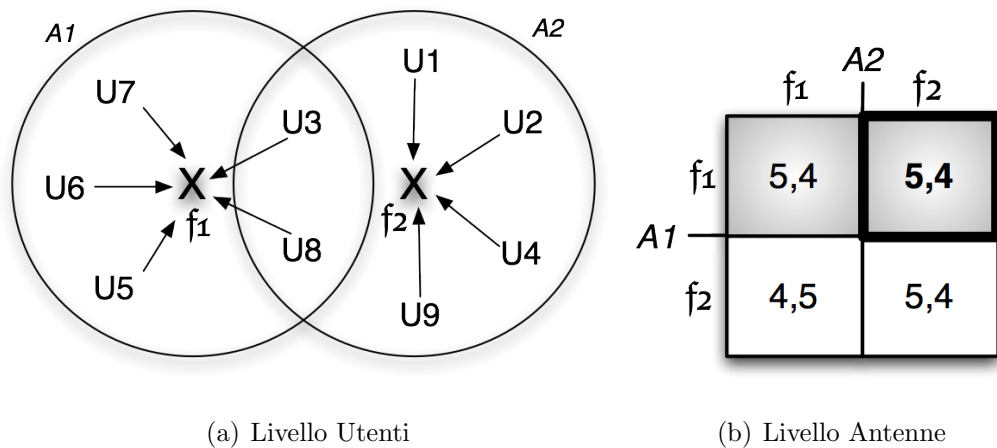


Figura 4.10: Terza topologia d'esempio, Max A1 - congestione.

4.2.5 Proprietà

Questa sezione del lavoro ha lo scopo di dimostrare delle proprietà degli equilibri di Nash trovati.

Partendo da una topologia di rete costituita da due antenne, ognuna delle quali può trasmettere due frequenze (f_1, f_2) ed N utenti, si mostra ora come è sempre possibile trovare un equilibrio di Nash uguale per ogni combinazione di frequenze. A conferma di quanto detto sopra consideriamo un caso generico di topologia di rete a due antenne con numero pari (N) di utenti (Fig. 4.11).

		f_1	$A2$	f_2
	f_1	$x, n-x$		$n/2, n/2$
$A1$	f_2	$n/2, n/2$		$x, n-x$

Figura 4.11: Dimostrazione teorica.

Considerando le combinazioni di frequenze f_1, f_2 e f_2, f_1 l'unico equilibrio di Nash a livello utente è quello che assegna $n/2$ utenti alla prima antenna e $n/2$ utenti alla seconda antenna. Per quanto riguarda invece le combinazioni di frequenze f_1, f_1 e f_2, f_2 sono possibili n diversi equilibri di Nash a livello utente (tutte le possibili combinazioni di assegnamenti degli n utenti alle antenne). Si può notare che esiste almeno un assegnamento degli utenti alle antenne per cui l'equilibrio è stabile per ogni combinazione antenna-frequenza. Per trovare tale soluzione basta imporre il sistema di disequazioni seguente, derivante dalla definizione di equilibrio di Nash.

$$\begin{cases} n - x \geq \frac{n}{2} \\ x \geq \frac{n}{2} \end{cases} \quad x = \frac{n}{2} \quad (4.30)$$

$$\begin{cases} n - y \leq \frac{n}{2} \\ y \leq \frac{n}{2} \end{cases} \quad y = \frac{n}{2} \quad (4.31)$$

È interessante analizzare ulteriori considerazioni sulla presenza e sul numero degli equilibri di Nash a livello antenne. Introduciamo quindi le equazioni necessarie affinché ogni antenna decida di cambiare frequenza di trasmissione. Consideriamo ogni possibile transizione:

$$\text{Se } \frac{n}{2} < y \Rightarrow (f1, f2) \rightarrow (f2, f2) \quad (4.32)$$

$$\text{Se } n - x > \frac{n}{2} \Rightarrow (f1, f2) \rightarrow (f1, f1) \quad (4.33)$$

$$\text{Se } x < \frac{n}{2} \Rightarrow (f1, f1) \rightarrow (f2, f1) \quad (4.34)$$

$$\text{Se } n - x < \frac{n}{2} \Rightarrow (f1, f1) \rightarrow (f1, f2) \quad (4.35)$$

$$\text{Se } \frac{n}{2} < x \Rightarrow (f2, f1) \rightarrow (f1, f1) \quad (4.36)$$

$$\text{Se } \frac{n}{2} < n - y \Rightarrow (f1, f2) \rightarrow (f2, f1) \quad (4.37)$$

$$\text{Se } y < \frac{n}{2} \Rightarrow (f2, f2) \rightarrow (f1, f2) \quad (4.38)$$

$$\text{Se } n - y < \frac{n}{2} \Rightarrow (f2, f2) \rightarrow (f1, f2) \quad (4.39)$$

È possibile non aver alcun equilibrio di Nash nel caso in cui non esista alcuna soluzione stabile per entrambe le antenne. Come si può notare dalla Fig. 4.12(a) viene costituito un ciclo tra i vari assegnamenti. Imponendo un sistema con le seguenti disequazioni (4.33),(4.34),(4.37),(4.38) (o analogamente con (4.32),(4.35),(4.36),(4.39)) è possibile trovare la seguente soluzione:

$$\begin{cases} x < \frac{n}{2} \\ y < \frac{n}{2} \end{cases} \quad (4.40)$$

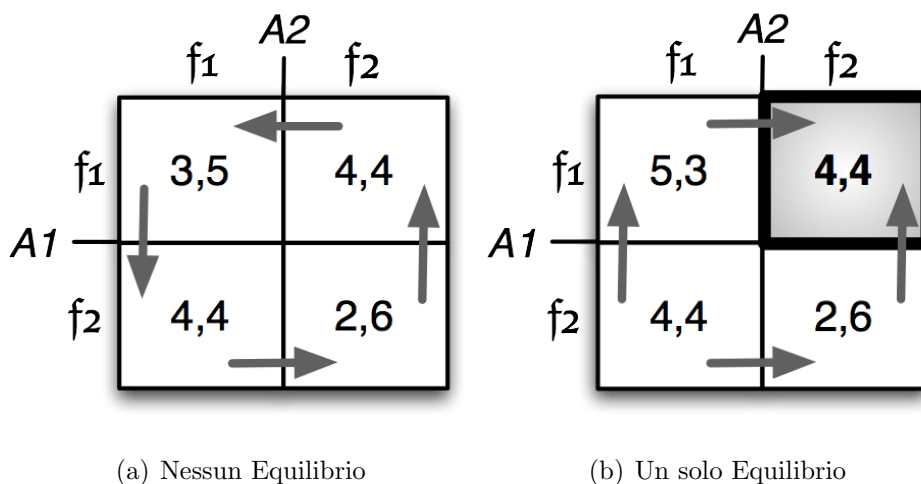


Figura 4.12: Considerazioni teoriche sugli equilibri di Nash.

Ipotizziamo ora di avere un unico equilibrio di Nash quando le due antenne trasmettono con frequenze diverse (f_1, f_2) imponendo il sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} y < \frac{n}{2} \wedge n - x < \frac{n}{2} \Rightarrow (f_2, f_2) \rightarrow (f_1, f_2) \wedge (f_1, f_1) \rightarrow (f_1, f_2) \\ \frac{n}{2} < x \vee \frac{n}{2} < n - y \Rightarrow (f_2, f_1) \rightarrow (f_1, f_1) \vee (f_2, f_1) \rightarrow (f_2, f_2) \end{cases} \quad (4.41)$$

ottenendo come soluzione:

$$\begin{cases} y < \frac{n}{2} \wedge x > \frac{n}{2} \\ x > \frac{n}{2} \vee y < \frac{n}{2} \end{cases} \quad (4.42)$$

Un esempio esplicativo è rappresentato in Fig. 4.12(b) in cui $x = 5$ e $y = 2$. Si nota come le antenne modificano la frequenza di trasmissione fino

ad arrivare all'equilibrio $f1, f2$.

Non è possibile invece, avere un unico equilibrio quando le due antenne trasmettono con due frequenze uguali ($f1, f1$). Infatti imponendo il seguente sistema di disequazioni coerente con la suddetta ipotesi:

$$\begin{cases} x > \frac{n}{2} \wedge n - x > \frac{n}{2} \Rightarrow (f2, f1) \rightarrow (f1, f1) \wedge (f1, f2) \rightarrow (f1, f1) \\ y < \frac{n}{2} \vee n - y < \frac{n}{2} \Rightarrow (f2, f2) \rightarrow (f1, f2) \vee (f2, f2) \rightarrow (f2, f1) \end{cases} \quad (4.43)$$

si ottiene come soluzione:

$$\begin{cases} x > \frac{n}{2} \wedge x < \frac{n}{2} \\ y < \frac{n}{2} \vee y > \frac{n}{2} \end{cases} S = \{\} \quad (4.44)$$

Si può quindi concludere che quando è presente un unico equilibrio di Nash questo non si troverà nella configurazione in cui le due antenne trasmettono con la stessa frequenza. Dalla prima equazione del sistema (5.14) è possibile dedurre che le antenne non sono mai portate a cambiare frequenza di trasmissione in modo tale da trasmettere entrambe con la stessa. Anche per la configurazione $f1, f1$ ($f2, f2$) possibile avere un equilibrio di Nash quando entrambe le antenne non sono portate a modificare la frequenza di trasmissione non traendone vantaggio. Questo è verificato quando vale l'uguaglianza ($x = \frac{n}{2}, n - x = \frac{n}{2}$). In base al valore di y è possibile trovare due o quattro equilibri di Nash:

- quattro equilibri di Nash se $y = \frac{n}{2}$ (equilibri tutti uguali).
- due equilibri di Nash se:
 - . $y < \frac{n}{2}$ allora gli equilibri sono ($f1, f1$) e ($f1, f2$).
 - . $y > \frac{n}{2}$ allora gli equilibri sono ($f1, f1$) e ($f2, f1$).

4.3 IV - Modello bi-livello con 3 antenne

In questa sezione, consideriamo un modello analogo al modello presentato precedentemente con la sola differenza che il numero delle antenne non è più due ma bensì tre. Per tale modello utilizziamo diverse funzioni obiettivo considerando sia separatamente che congiuntamente il *lato antenna* e il *lato utente*. In base alla diversa funzione obiettivo si trova sempre come soluzione un'equilibrio di Nash che la soddisfi. Per il quarto modello non si presentano i vincoli utilizzati in quanto sono la naturale estensione di quelli adottati precedentemente nel terzo modello.

Nella prima parte di questa sezione viene mostrata una particolare topologia di rete composta da tre antenne in cui tutte le antenne possono scegliere di trasmettere tra due frequenze: f_1 e f_2 . Successivamente verrà introdotta la possibilità di utilizzare tre frequenze (f_1, f_2, f_3) .

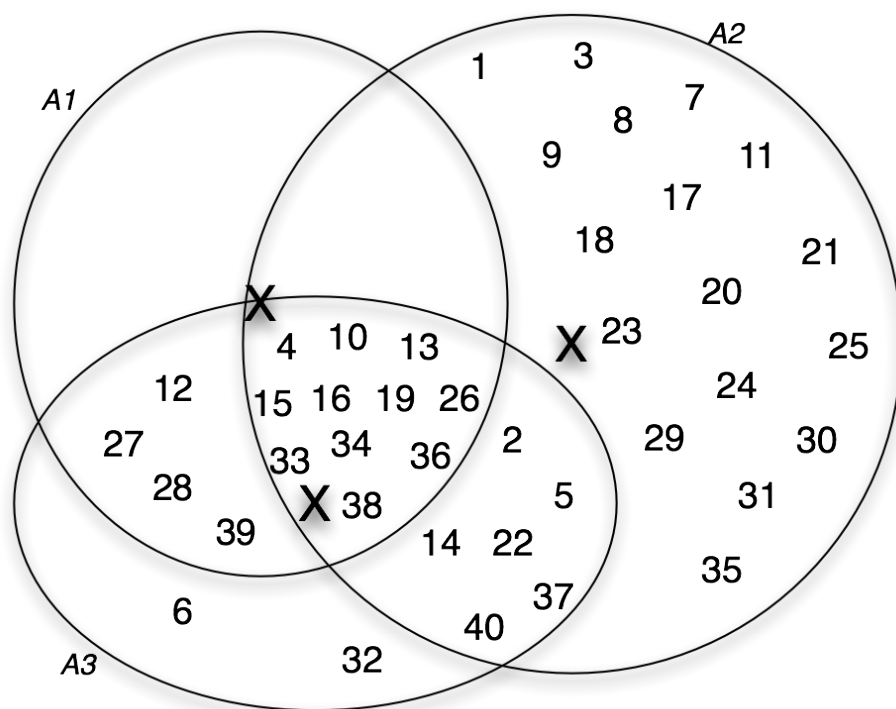


Figura 4.13: Topologia di rete presa in analisi.

In Fig. 4.13 è riportata la topologia considerata composta da 40 utenti. Della soluzione vengono indicati: numero di utenti collegati per ogni antenna

nel particolare sottogioco, quali delle combinazioni Antenna-Frequenza sono equilibri di Nash e le rispettive congestioni lato utente.

4.3.1 Funzioni obiettivo lato antenna

Massimizzazione del numero di utenti collegati ad A1

La prima funzione obiettivo considerata seleziona, tra tutti gli equilibri di Nash, quello che massimizza il numero di utenti collegati ad A1.

$$\max_{ka1 \in K, ka2 \in K, ka3 \in K} \sum U_{A1,ka1,ka2,ka3}$$

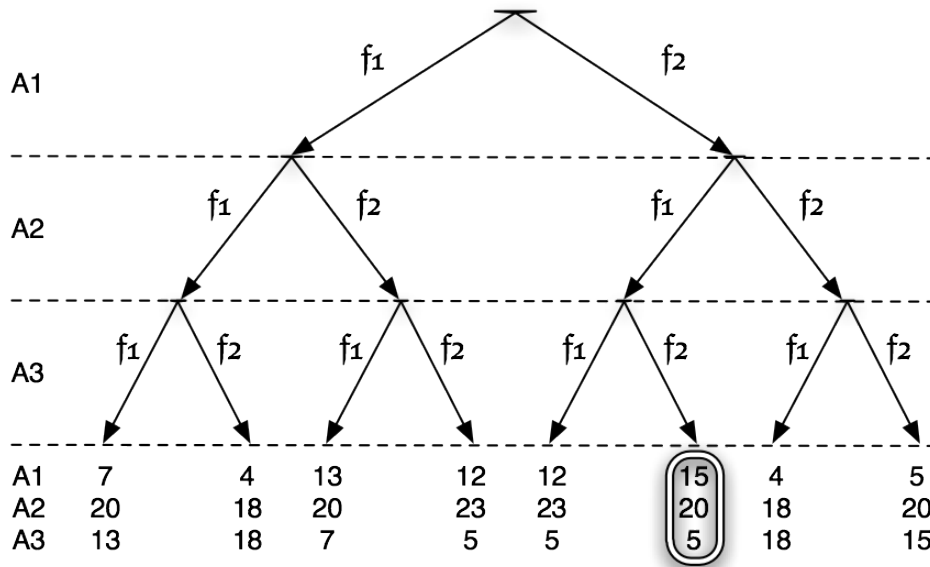


Figura 4.14: Max A1.

Nella Fig. 4.14 sono specificati per ogni combinazione di frequenze assegnate alle tre antenne quanti utenti si collegano alle antenne stesse.

Tra tutti gli equilibri di Nash trovati, Fig. 4.15, viene selezionato quello che massimizza il numero degli utenti collegati ad A1. Perciò l'equilibrio di Nash (soluzione del modello) è quello che assegna alle antenne A1,A2,A3 rispettivamente le frequenze f2,f1,f2 con 15,20,5 utenti (in figura si può notare anche il valore della sommatoria delle congestioni percepite dagli utenti).

		A2	
		f ₁	f ₂
A1	f ₁	7,20,13	13,20,7
	f ₂	12,23,5	4,18,18
		758	800

		A2	
		f ₁	f ₂
A1	f ₁	4,18,18	12,23,5
	f ₂	15,20,5	5,20,15
		800	

Figura 4.15: Equilibri di Nash, Max A1.

Notiamo infatti come questo equilibrio assegni più utenti (15) alla prima antenna rispetto agli altri equilibri di Nash presenti (13 e 12).

Massimizzazione del numero di utenti collegati ad A2

In modo analogo selezioniamo gli equilibri di Nash che massimizzano il numero di utenti collegati ad A2.

$$\max_{ka1 \in K, ka2 \in K, ka3 \in K} \sum v_{A2,ka1,ka2,ka3}$$

Nella Fig. 4.16 sono specificati per ogni combinazione di frequenze assegnate alle tre antenne quanti utenti si collegano alle antenne stesse.

Tra i due equilibri di Nash trovati selezioniamo quello che massimizza il numero di utenti collegati ad A2. Perciò l'equilibrio di Nash che si ottiene come soluzione è quello che assegna alle antenna A1,A2,A3 rispettivamente le frequenze f₂, f₁, f₁ con 12, 23, 5 utenti. Notiamo infatti come questo equilibrio assegni più utenti (23) alla seconda antenna rispetto all'altro equilibrio possibile (20).

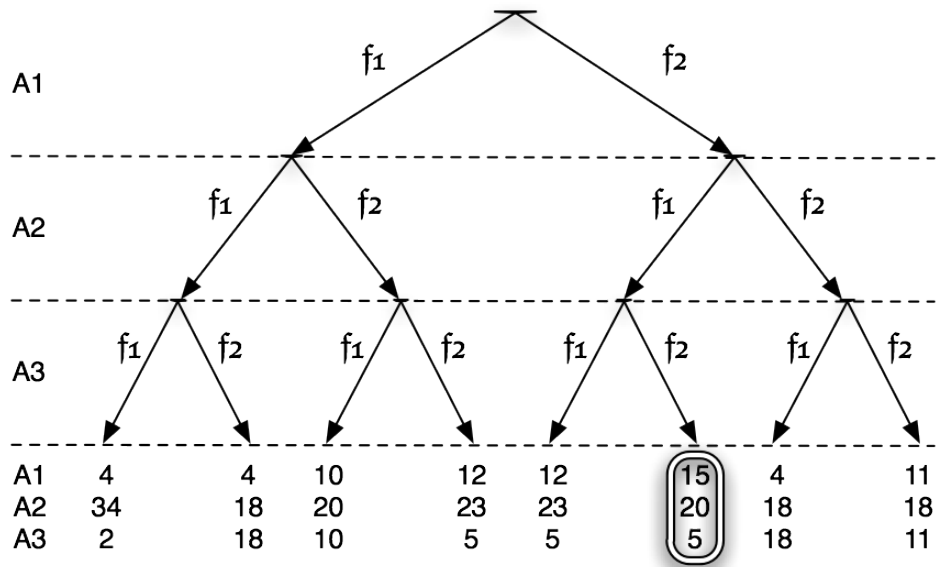


Figura 4.16: Max A2.

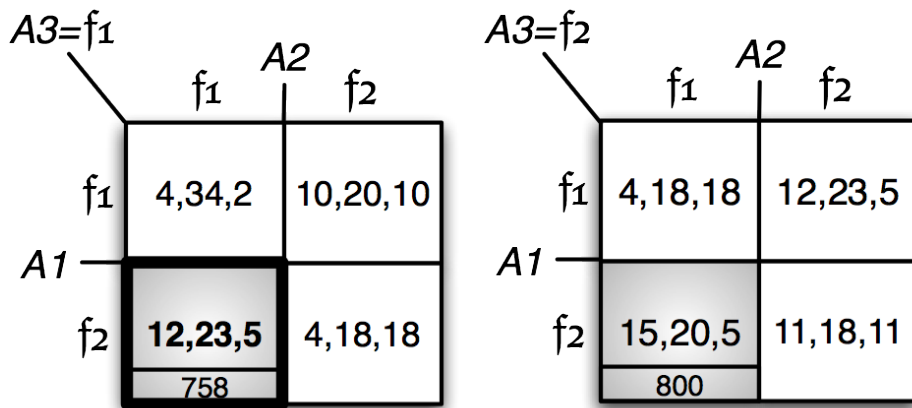


Figura 4.17: Equilibri di Nash, Max A2.

Massimizzazione del numero di utenti collegati ad A3

Analizziamo come terza funzione obiettivo quella che seleziona tra tutti gli equilibri di Nash quello che massimizza il numero di utenti collegati ad A3.

$$\max_{ka1 \in K, ka2 \in K, ka3 \in K} \sum v_{A3,ka1,ka2,ka3}$$

Questo riportato in Fig. 4.18 è un caso particolare in quanto tra i tre equilibri di Nash trovati quelli che massimizzano il numero di utenti collegati ad A3 sono due. Infatti in entrambi i casi in cui le antenne A1, A2, A3 trasmettano con le frequenze f_2, f_2, f_1 o con le frequenze f_1, f_1, f_2 (le due soluzioni sono coincidenti in quanto le prime due antenne trasmettono con la stessa frequenza mentre la terza con una frequenza differente) il numero di utenti che si collegano ad A3 sono 18.

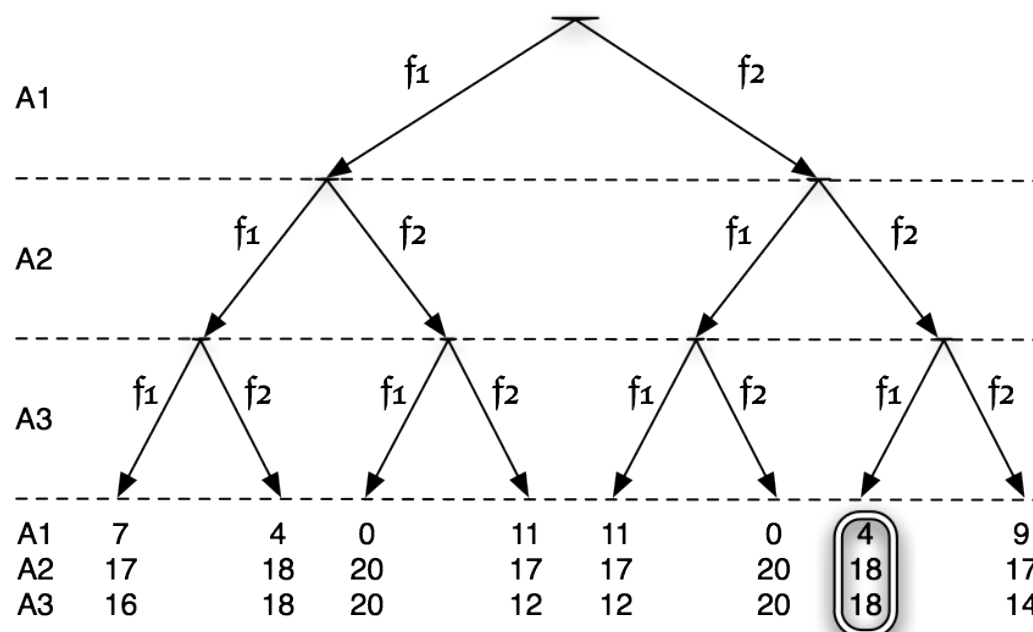


Figura 4.18: Max A3.

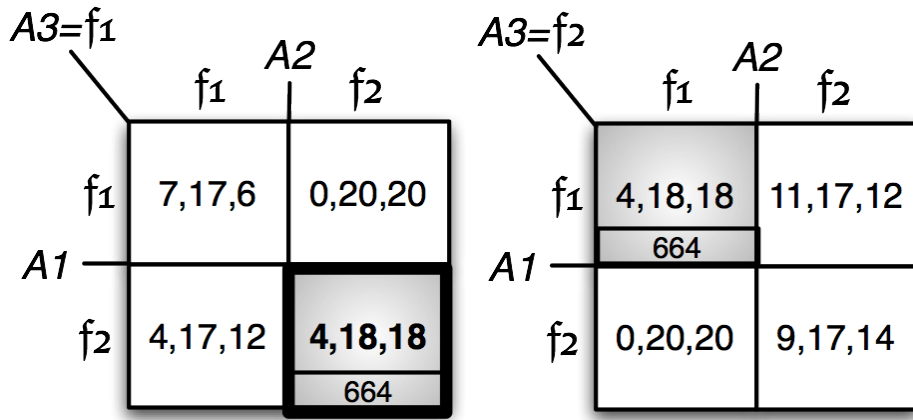


Figura 4.19: Equilibri di Nash, Max A3.

Massimizzazione del numero di utenti collegati ad A1 e congiuntamente del numero di equilibri di Nash

Utilizzando la seguente funzione obiettivo:

$$\max \sum_{ka1 \in K, ka2 \in K, ka3 \in K} v_{A1,ka1,ka2,ka3} \cdot M + h_{ka1,ka2,ka3}$$

si cerca una soluzione tale per cui congiuntamente alla massimizzazione di A1 si richiede il maggior numero di equilibri di Nash possibili. Questa situazione è interessante per capire se al migliore equilibrio per una determinata antenna (A1) è possibile associare un numero elevato di equilibri di Nash. La variabile binaria h vale uno se il sottogioco $ka1, ka2, ka3$ in esame rappresenta un equilibrio di Nash. Così facendo troviamo un ulteriore equilibrio di Nash rispetto a quanto trovato in Fig. 4.15. Avendo diversi equilibri di Nash è quindi possibile presentare più soluzioni stabili per le antenne.

Minimizzazione del numero di utenti collegati ad A1

Finora abbiamo considerato come soluzione quell'equilibrio di Nash che tra tutti gli equilibri massimizza il numero di utenti collegati ad una certa antenna (A1, A2, A3), ora invece consideriamo l'equilibrio di Nash peggiore per ogni antenna. Per far ciò si utilizza la seguente la funzione obiettivo:

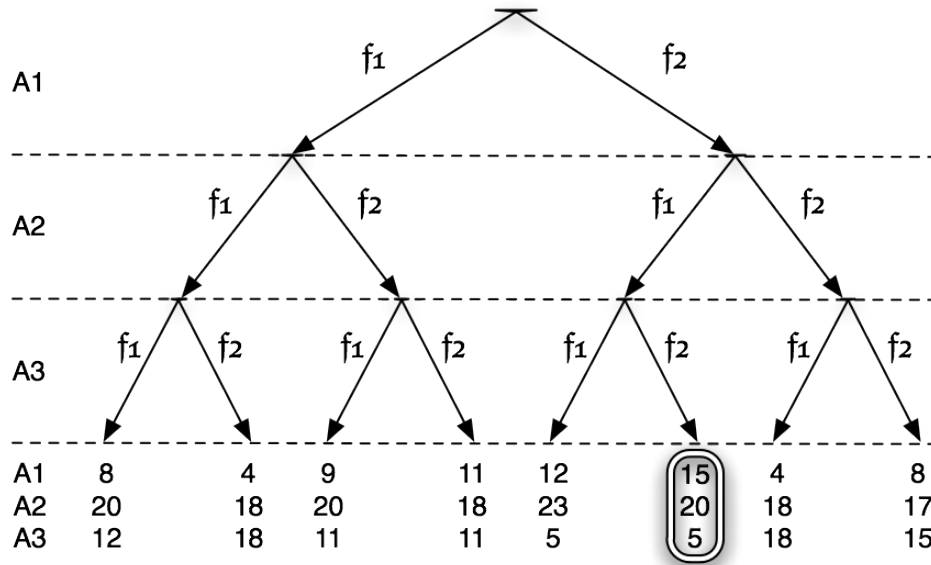


Figura 4.20: Max A1 e Max numero equilibri di Nash.

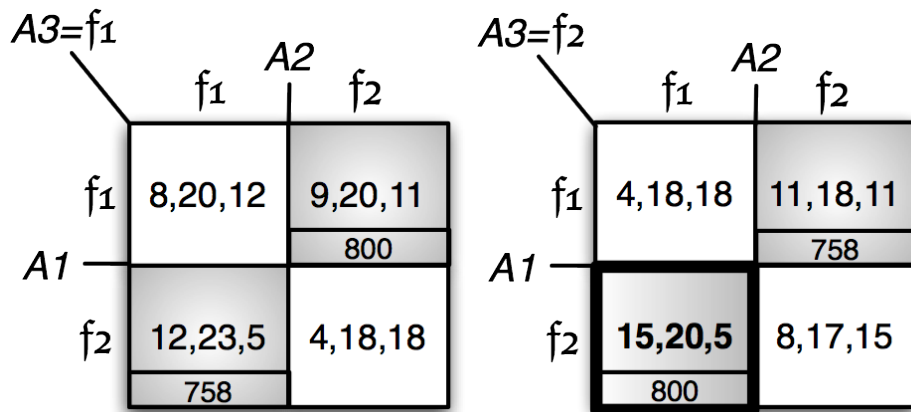


Figura 4.21: Equilibri di Nash, Max A1 e Max numero equilibri di Nash.

$$\min \sum_{ka1 \in K, ka2 \in K, ka3 \in K} v_{A1,ka1,ka2,ka3}$$

la quale tra tutti gli equilibri di Nash seleziona quello che minimizza il numero degli utenti collegati ad A1. Con quest'ultima funzione obiettivo insieme alla prima presentata, che tra tutti gli equilibri di Nash trovati (Fig. 4.15) seleziona quello che massimizza il numero di utenti collegati ad A1, vengono forniti dei *bound*: equilibrio di Nash che presenta il numero massimo possibile di utenti collegati ad A1, equilibrio di Nash che presenta il numero minimo.

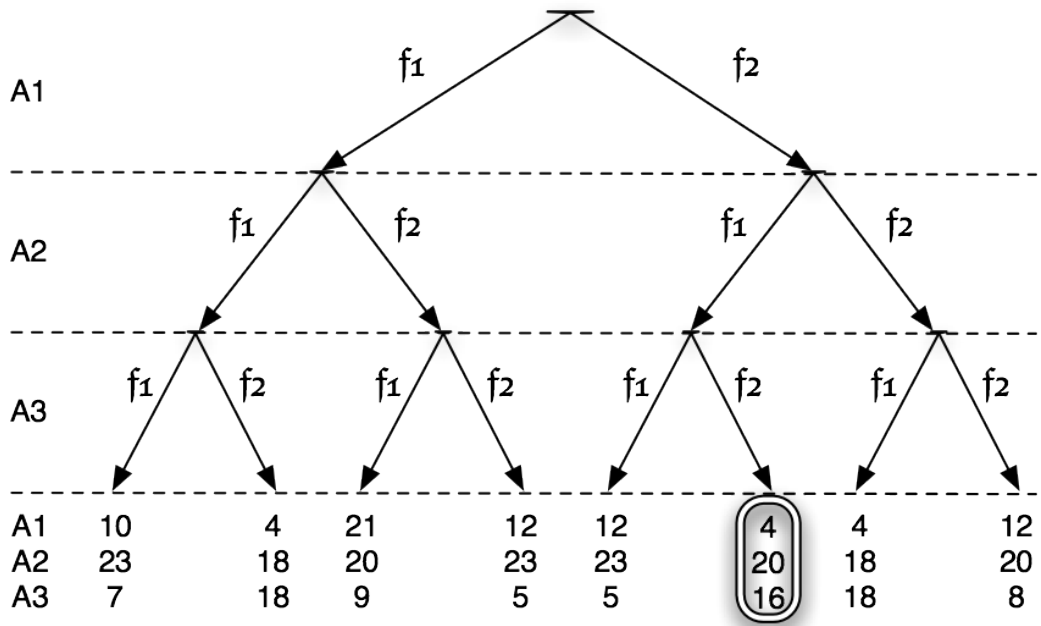


Figura 4.22: Min A1.

Si può quindi notare, Fig. 4.22, come l'equilibrio di Nash selezionato che minimizza il numero di utenti collegati ad A1 sia quello in cui le antenne A1, A2, A3 trasmettono rispettivamente con le frequenze f_2, f_1, f_2 dove alle tre antenne sono assegnati 4, 20, 16 utenti.

		A2	
		f ₁	f ₂
A1	f ₁	10,23,7	11,20,9
	f ₂	12,23,5	4,18,18

		A2	
		f ₁	f ₂
A1	f ₁	4,18,18	12,23,5
	f ₂	4,20,16	12,20,8
		800	

Figura 4.23: Equilibri di Nash, Min A1.

Massimizzazione del numero di equilibri di Nash lato antenna

L'ultima funzione obiettivo considerata massimizza il numero di Nash equilibrio a livello antenna presenti nella soluzione.

$$\max \sum_{ka1 \in K, ka2 \in K, ka3 \in K} h_{ka1, ka2, ka3}$$

Questa funzione obiettivo pur lavorando *lato antenna* non massimizza/minimizza una particolare antenna, ma, cerca di trovare il maggior numero di equilibri lato antenna presenti.

Per chiarire il funzionamento facciamo riferimento alla Fig. 4.24 che rappresenta la soluzione di una topologia di rete costituita da tre antenne che possono trasmettere con tre frequenze diverse e che presenta sei utenti nell'intersezione comune tra le antenne.

La soluzione mostra la presenza di sei equilibri di Nash rispetto al numero massimo possibile che è ventisette (3 frequenze per 3 antenne 3^3). Questa considerazione può aiutarci a trarre delle conclusioni teoriche sul funzionamento del modello con tre antenne in modo analogo a quanto dimostrato precedentemente nel modello a due antenne dove, ricordiamo, è sempre possibile trovare un assegnamento per gli utenti rappresentante un equilibrio di Nash per ciascun sottogioco del problema. Con il modello attuale a tre antenne invece *non è possibile* trovare un equilibrio stabile per ogni sottogioco, a causa della possibilità che esistano due antenne utilizzanti due frequenze

		A2		
		f ₁	f ₂	f ₃
A3= f ₁		f ₁	f ₂	f ₃
A1	f ₁	2,2,2	1,3,2	1,3,2
	f ₂	3,1,2	1,2,3	2,2,2
	f ₃	3,1,2	2,2,2	1,2,3

		A2		
		f ₁	f ₂	f ₃
A3= f ₂		f ₁	f ₂	f ₃
A1	f ₁	1,2,3	3,1,2	2,2,2
	f ₂	1,3,2	2,2,2	1,3,2
	f ₃	2,2,2	3,1,2	1,2,3

		A2		
		f ₁	f ₂	f ₃
A3= f ₃		f ₁	f ₂	f ₃
A1	f ₁	1,2,3	2,2,2	3,1,2
	f ₂	2,2,2	1,2,3	3,1,2
	f ₃	1,3,2	1,3,2	2,2,2

Figura 4.24: Considerazioni con tre antenne.

identiche. Infatti se supponiamo di selezionare l'insieme dei possibili equilibri di Nash lato utente in due sottogiochi:

- in cui tutte le frequenze trasmesse dalle antenne sono differenti (es $f_1 f_2 f_3$) in cui è presente solamente un equilibrio di Nash $(2,2,2)$.
- in cui due antenne trasmettono con la stessa frequenza (es $f_1 f_2 f_2$) in cui sono presenti gli equilibri: $(3,1,2)$ $(3,0,3)$ $(3,2,1)$ $(3,3,0)$.

Si nota che non è presente nessun elemento comune ad entrambi gli insiemi, quindi in generale è impossibile trovare un solo assegnamento che soddisfi tutti i sottogiochi analizzati e risulti stabile per ogni assegnamento antenna/frequenza.

Analizzando ulteriormente la soluzione trovata (Fig. 4.24) si nota che i sei equilibri di Nash sono solo le combinazioni in cui le frequenze di trasmissione sono diverse.

4.3.2 Funzioni obiettivo lato utente

Precedentemente sono state illustrate delle funzioni obiettivo *lato antenna*, dove tra tutti gli equilibri di Nash trovati si selezionava quello che massimizzava o minimizzava il numero di utenti collegati ad una certa antenna.

Ora l'equilibrio di Nash è scelto in base a caratteristiche determinate dal *lato utente*, in particolare quello che minimizza la sommatoria delle congestioni percepite dagli utenti stessi.

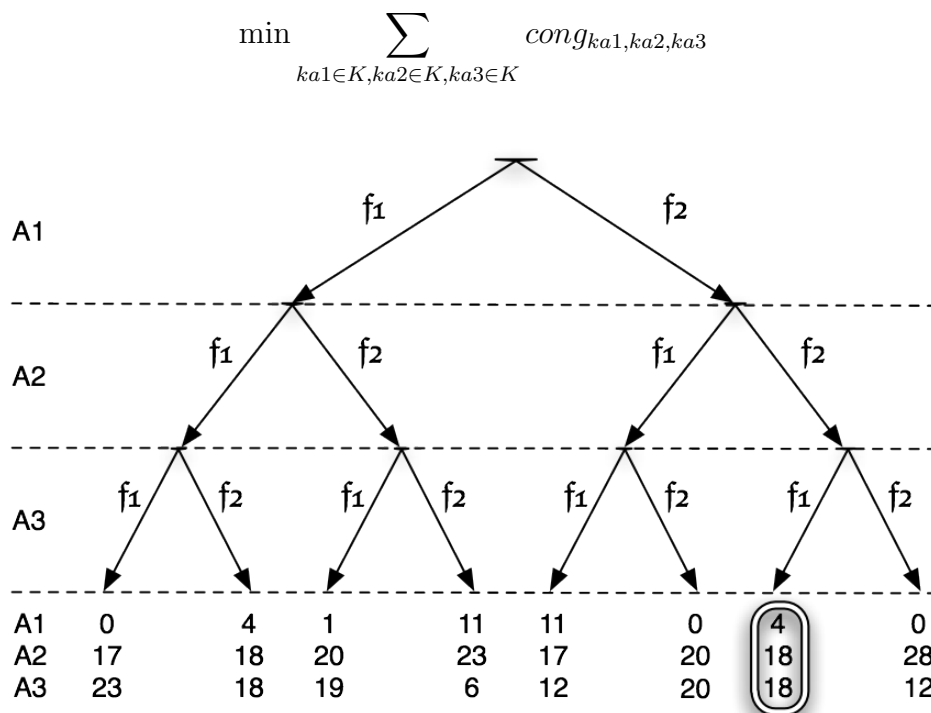


Figura 4.25: Min congestione percepita dagli utenti.

In Fig. 4.25 si nota che l'equilibrio di Nash assegna 4, 18, 18 utenti rispettivamente alle antenne $A1$, $A2$, $A3$ le quali trasmettono con le frequenze $f2$, $f2$, $f1$. Per questo equilibrio, Fig. 4.26, la sommatoria delle congestioni viste dagli utenti è 664, come ulteriore verifica si può notare dalle Fig. 4.15, 4.17, 4.19, 4.21, 4.23 che effettivamente 664 rappresenta la minore congestione possibile tra tutti gli equilibri di Nash trovati.

4.3.3 Funzioni obiettivo lato antenna-utente

Consideriamo ora una funzione obiettivo che lavora *lato antenna-utente* e seleziona, tra tutti gli equilibri di Nash trovati, a parità di numero di utenti collegati ad $A2$, quello che minimizza la sommatoria delle congestioni percepite dagli utenti.

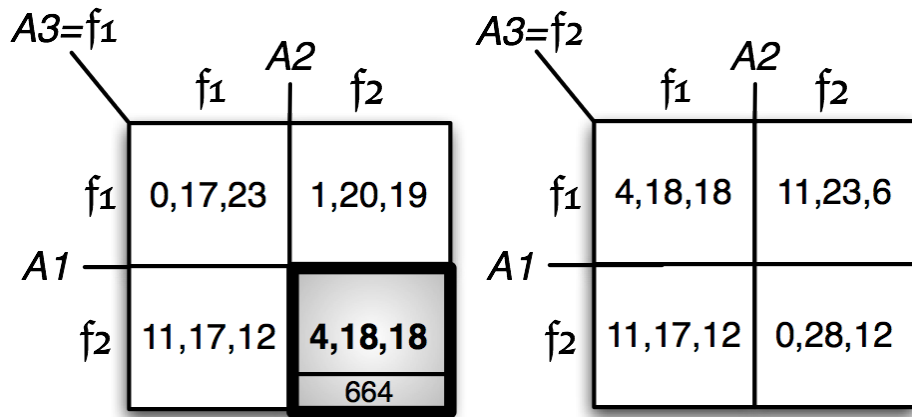


Figura 4.26: Equilibri di Nash, Min congestione percepita dagli utenti.

$$\max \sum_{ka1 \in K, ka2 \in K, ka3 \in K} v_{A2,ka1,ka2,ka3} - cong_{ka1,ka2,ka3}$$

Dato che negli esempi presentati finora non vi sono equilibri di Nash che a parità di utenti collegati ad una certa antenna hanno congestione lato utente differente, presenteremo di seguito una nuova rete con cinque utenti tutti collocati nell'area di intersezione delle tre antenne. Se non si considera la congestione lato utente nella funzione obiettivo, una possibile soluzione sarebbe quella mostrata in Fig. 4.27.

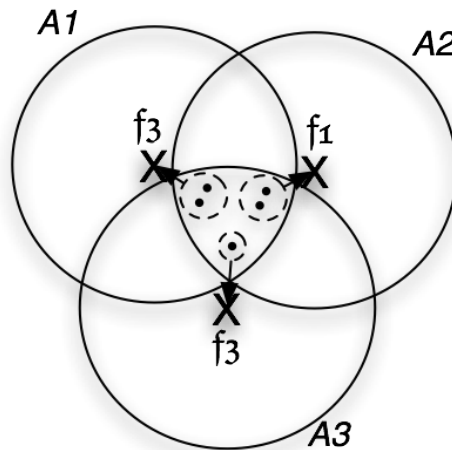


Figura 4.27: Secondo esempio, Max A2.

Analizzando le tabelle di Nash, Fig. 4.28, notiamo come sono presenti due equilibri uguali per quanto riguarda la massimizzazione di utenti collegati ad $A2$. Il risolutore seleziona in modo casuale l'equilibrio che associa 2, 2, 1 utenti rispettivamente alle antenne $A1$, $A2$, $A3$ che trasmettono con frequenze $f3$, $f1$, $f3$. Per tale configurazione la sommatoria delle congestioni degli utenti è pari a 13: i 3 utenti che utilizzano la frequenza $f3$ interferiscono tra di loro ($3 \cdot 3 = 9$) e in modo analogo i 2 utenti che utilizzano la frequenza $f1$ ($2 \cdot 2 = 4$) portando la sommatoria della congestione a 13 ($9 + 4 = 13$).

		$A2$		
		f_1	f_2	f_3
$A1$	f_1	4,0,1	2,2,1	3,2,0
	f_2	2,3,0	2,1,2	2,2,1
	f_3	2,3,0	2,1,2	2,1,2

		$A2$		
		f_1	f_2	f_3
$A1$	f_1	2,1,2	3,2,0	2,2,1
	f_2	2,2,1	2,3,0	2,2,1
	f_3	2,2,1	2,3,0	2,1,2

		$A2$		
		f_1	f_2	f_3
$A1$	f_1	2,1,2	2,1,2	2,3,0
	f_2	2,2,1	2,1,2	2,3,0
	f_3	2,2,1	2,2,1	4,0,1

↑
Congestione: 13

Figura 4.28: Secondo esempio Equilibri di Nash, Max $A2$.

Inserendo nella funzione obiettivo anche la sommatoria delle congestioni, sarà possibile differenziare i due equilibri apparentemente uguali. Una possibile soluzione è quella mostrata in Fig. 4.29 in cui $A1$, $A2$, $A3$ decidono di trasmettere rispettivamente con le frequenze $f2$, $f3$, $f1$.

In questo caso l'equilibrio di Nash selezionato, è sempre quello che associa ad $A1$, $A2$, $A3$ rispettivamente 2, 2, 1 utenti ma in cui le tre antenne trasmettono con tre frequenze differenti. Perciò l'equilibrio selezionato ora è quello che massimizza il numero di utenti collegati ad $A2$ ma che considerando (minimizzandola) anche la congestione. Mentre precedentemente era stato selezionato un equilibrio di Nash con congestione pari a 13, ora è stato

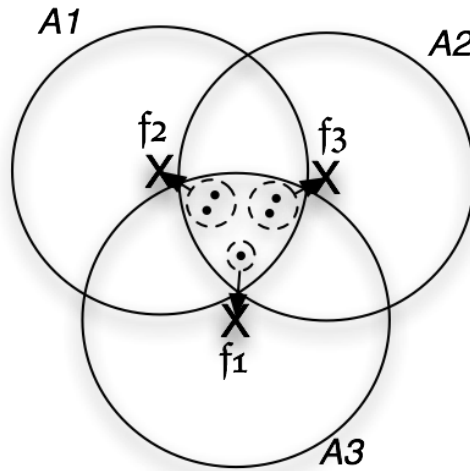


Figura 4.29: Max A2 - congestione percepita dagli utenti.

selezionato un equilibrio di Nash che assegna lo stesso numero di utenti alle tre antenne avente una congestione lato utente minore ($2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 1 = 9$).

4.3.4 Proprietà

Ora è dimostrata la possibilità di determinare degli assegnamenti ai vari sottogiochi tali per cui si trovano almeno sei equilibri di Nash in quelle configurazioni dove le antenne trasmettono con frequenze differenti. Considerando come equilibrio la configurazione in cui le antenne trasmettano con tre frequenze differenti f_1, f_2, f_3 si indica con (n_1, n_2, n_3) l'assegnamento degli utenti alle tre antenne (A_1, A_2, A_3). Supponendo che l'antenna A_1 decida di trasmettere con una frequenza differente (f_2), si può facilmente mostrare che è sempre possibile trovare un assegnamento (n_1', n_2', n_3') tale che sia soddisfatta la disuguaglianza $n_1 \geq n_1'$. Potrebbe infatti succedere che tutti gli utenti collegati alla prima antenna A_1 si colleghino alle altre antenne lasciando la prima antenna senza utenti. È possibile vedere la proprietà appena descritta nell'esempio di Fig. 4.24.

		A2		
		f ₁	f ₂	f ₃
A1	f ₁	4,1,0	2,2,1	2,2,1
	f ₂	2,2,1	2,1,2	2,2,1 ← Congestione: 9
	f ₃	2,3,0	2,1,2	2,1,2

		A2		
		f ₁	f ₂	f ₃
A1	f ₁	2,1,2	3,2,0	2,1,2
	f ₂	2,2,1	2,3,0	2,2,1
	f ₃	2,2,1	3,2,0	2,1,2

		A2		
		f ₁	f ₂	f ₃
A1	f ₁	2,1,2	2,1,2	3,2,0
	f ₂	2,2,1	2,1,2	2,3,0
	f ₃	2,2,1	2,2,1	4,0,1

Figura 4.30: Secondo esempio Equilibri di Nash, Max A2 - congestione percepita dagli utenti.

Capitolo 5

Effetti del *rate* nella selezione di rete

“Dai un pesce a un uomo e lo nutrirai per un giorno. Insegnagli a pescare e lo nutrirai per tutta la vita.”

Proverbio Cinese

5.1 Introduzione

Nei precedenti capitoli abbiamo considerato come funzione di costo lato utente dei nostri modelli solamente il numero di utenti che interferiscono tra loro:

$$c_{j,i,k}(g_{j,k}) = g_{j,k}$$

Introduciamo ora il concetto di *rate*: si indica con $T_{j,i}$ l'inverso del *rate* percepito dall'utente j connettendosi all'antenna i . Infatti la funzione costo utilizzata non sarà più solo dipendente dall'interferenza percepita dall'utente j ma anche dall'effettiva collocazione spaziale dell'utente rispetto le antenne.

Nel corso del capitolo sono presentate due nuove funzione costo differenziate in base al metodo con cui vengono calcolate, la prima considerata è la funzione di costo Additiva:

$$c_{j,i,k}(g_{j,k}) = \lambda_1 \cdot g_{j,k} + \lambda_2 \cdot T_{j,i}$$

dove $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathfrak{R}_+$ sono parametri indipendenti dagli utenti ovvero tutti gli utenti utilizzano lo stesso valore di λ_1, λ_2 . Quando $\lambda_2 = 0$, il gioco è esattamente lo stesso discusso nei capitoli precedenti, mentre quando $\lambda_1 = 0$ non persiste più alcuna competizione tra gli utenti.

In questo secondo caso, ogni funzione di costo di un certo utente non dipenderà più dalle azioni, scelte effettuate dagli altri utenti. In questa situazione, il comportamento di ogni utente sarà quello di cercare di minimizzare $T_{j,i}$.

L'inverso del *rate* percepito dall'utente j connettendosi all'antenna i è stato definito in funzione della distanza tra l'utente e l'access point. Inizialmente abbiamo supposto di avere come scenario una rete 802.11g, dove il valore del *rate* è definito ad intervalli discreti; successivamente nel capitolo considereremo come *rate* una funzione continua. Mostriamo nella Tab. 5.1, per ogni distanza, il massimo *rate* raggiungibile da ogni utente e il corrispondente valore di T utilizzato nelle nostre simulazioni. Il parametro T usato nel modello è la normalizzazione dell'inverso del *rate* $R : T = 10^8/R$.

Distanza [metri]	Rate [Mbit/s]	T
≤ 10	54	1.8
≤ 20	48	2
≤ 30	36	2.7
≤ 45	24	4
≤ 60	18	5.5
≤ 75	12	8.3
≤ 90	9	11.1
≤ 100	6	16.6

Tabella 5.1: *Rate* in 802.11g.

Di seguito è presentato un particolare modello analizzato e mostreremo come questo si evolva nel momento in cui $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0$ oppure quando $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 1$. Nel primo caso il gioco è esattamente lo stesso discusso nei

capitoli precedenti in cui ogni utente cerca di minimizzare il livello di congestione visto da lui stesso; nel secondo caso ogni utente cerca di minimizzare $T_{j,i}$ e quindi si collega all'antenna più vicina in modo da ottenere il maggior *rate* possibile.

La seconda funzione di costo (soprannominata Moltiplicativa) considera il prodotto tra la congestione osservata dall'utente e l'inverso del *rate* percepito.

$$c_{j,i,k}(g_{j,k}) = T_{j,i} \cdot g_{j,k}$$

In questo modo si cerca di utilizzare sempre congiuntamente le 2 variabili di costo, quindi il funzionamento è simile alla funzione di costo additiva con entrambi i parametri λ_1 e λ_2 diversi da zero (ad esempio $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1$).

5.2 V - Modello basato sul *rate* d'utente

Il quinto modello prevede, al livello inferiore, di trovare delle soluzioni di equilibrio per ogni utente in base alla funzione di costo utilizzata, mentre al livello superiore si ricerca un assegnamento antenna/frequenza tale per cui sia un equilibrio di Nash.

Estendiamo ora il modello precedente presentato nel quarto capitolo introducendo il concetto di *rate* percepito dall'utente j : più precisamente, si indica con il parametro $t_{j,i}$ l'inverso del *rate* percepito dall'utente j connettendosi all'antenna i . Vedremo in seguito come l'inverso del *rate* $t_{j,i}$ possa essere definito secondo gli standard 802.11g oppure mediante una rappresentazione lineare o esponenziale.

Inoltre il vincolo di Nash a livello utente non è più in funzione della congestione percepita dall'utente j rappresentata dalla variabile g , ma in funzione della variabile di costo c definita precedentemente (Additiva o Moltiplicativa). Per quanto riguarda la funzione di costo Additiva, sono stati introdotti due nuovi parametri $L1$ e $L2$ rappresentanti rispettivamente λ_1 e λ_2 . A differenza di quanto avviene a livello utente, a livello antenne non cambia nulla rispetto al modello precedente, infatti, i vicoli di Nash a livello antenne saranno ancora in funzione della variabile x_i ovvero del numero di utenti collegati alla antenna i .

5.2.1 Insiemi, parametri e sottoinsiemi

Definiamo gli insiemi, i parametri e i sottoinsiemi appena introdotti nel modello, tenendo comunque validi tutti quelli presenti nel modello precedente.

Parametri che riguardano il problema generale

- $t_{j,i} \in \mathbb{N} \quad \forall j \in J, i \in I$
 $t_{j,i}$ = rappresenta l'inverso del Rate percepito dall'utente j connettendosi all'antenna i .

Sottoinsiemi

Durante lo sviluppo del modello sono stati introdotti in aggiunta al modello precedente i seguenti sottoinsiemi per ridurre il dominio dei vincoli.

$$UA[j] = \{i \in I | a_{j,i} = 1\} \quad \forall i \in I \quad (5.1)$$

(5.1) Sottoinsieme delle antenne visibili da un utente.

5.2.2 Variabili

Per ogni variabile seguente considereremo sempre lo specifico sottogioco $ka1, ka2, ka3$.

- $c_{j,i,k,ka1,ka2,ka3} \in \mathbb{N} \quad \forall j \in J, i \in I, k \in K, ka1 \in K, ka2 \in K, ka3 \in K$
 $c_{j,i,k,ka1,ka2,ka3}$ = costo percepito dall'utente j collegandosi all'antenna i che trasmetta a frequenza k nel sottocaso $ka1, ka2, ka3$.

5.2.3 Vincoli

Si elencano i vincoli introdotti nel presente modello. Tali vincoli sono i vincoli di Nash a livello utente che andranno a sostituire quelli del modello precedente e i vincoli che definiscono la funzione di costo utilizzata (*Additiva* o *Moltiplicativa*).

Per quanto riguarda i vincoli introdotti, a differenza dei modelli precedenti,

l'equilibrio di Nash *lato utente* non è solo vincolato alla frequenza con minor interferenza ma anche alla distanza con l'antenna presa in considerazione. Per via di questa complessità non è stato possibile realizzare un solo un vincolo di Nash ma per ogni combinazione di coppie di antenne presente nella topologia sono presenti due vincoli, quindi considerando il caso di avere tre antenne si hanno i seguenti vincoli: $A1 - A2$, $A2 - A1$, $A1 - A3$, $A3 - A1$, $A2 - A3$, $A3 - A2$.

$$c_{j1,A1,ka1,ka1,ka2,ka3} \leq c_{j1,A2,ka2,ka1,ka2,ka3} + M \cdot (1 - s_{j1,A1,ka1,ka2,ka3})$$

$$\forall j1 \in Na[A1], ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2], ka3 \in Q[A3] : a[j1, A2] = 1 \quad (5.2)$$

$$c_{j1,A2,ka2,ka1,ka2,ka3} \leq c_{j1,A1,ka1,ka1,ka2,ka3} + M \cdot (1 - s_{j1,A2,ka1,ka2,ka3})$$

$$\forall j1 \in Na[A2], ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2], ka3 \in Q[A3] : a[j1, A1] = 1 \quad (5.3)$$

$$c_{j1,A1,ka1,ka1,ka2,ka3} \leq c_{j1,A3,ka3,ka1,ka2,ka3} + M \cdot (1 - s_{j1,A1,ka1,ka2,ka3})$$

$$\forall j1 \in Na[A1], ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2], ka3 \in Q[A3] : a[j1, A3] = 1 \quad (5.4)$$

$$c_{j1,A3,ka3,ka1,ka2,ka3} \leq c_{j1,A1,ka1,ka1,ka2,ka3} + M \cdot (1 - s_{j1,A3,ka1,ka2,ka3})$$

$$\forall j1 \in Na[A3], ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2], ka3 \in Q[A3] : a[j1, A1] = 1 \quad (5.5)$$

$$c_{j1,A3,ka3,ka1,ka2,ka3} \leq c_{j1,A2,ka2,ka1,ka2,ka3} + M \cdot (1 - s_{j1,A3,ka1,ka2,ka3})$$

$$\forall j1 \in Na[A3], ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2], ka3 \in Q[A3] : a[j1, A2] = 1 \quad (5.6)$$

$$c_{j1,A2,ka2,ka1,ka2,ka3} \leq c_{j1,A3,ka3,ka1,ka2,ka3} + M \cdot (1 - s_{j1,A2,ka1,ka2,ka3})$$

$$\forall j1 \in Na[A2], ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2], ka3 \in Q[A3] : a[j1, A3] = 1 \quad (5.7)$$

$$c_{j,i,k,ka1,ka2,ka3} = L1 \cdot g_{j,k,ka1,ka2,ka3} + L2 \cdot t_{j,i}$$

$$\forall ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2], ka3 \in Q[A3], j \in J, i \in UA[j], k \in Qf[j, ka1, ka2, ka3]$$
(5.8)

$$c_{j,i,k,ka1,ka2,ka3} = g_{j,k,ka1,ka2,ka3} \cdot t_{j,i}$$

$$\forall ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2], ka3 \in Q[A3], j \in J, i \in UA[j], k \in Qf[j, ka1, ka2, ka3]$$
(5.9)

(5.2) Vincolo di Nash *lato utente* tra le antenne $A1$ e $A2$. Nel modello consideriamo tre antenne quindi è necessario un vincolo di Nash per ogni combinazione di coppie di antenne: $A1 - A2$ (5.2), $A2 - A1$ (5.3), $A1 - A3$ (5.4), $A3 - A1$ (5.5), $A2 - A3$ (5.7), $A3 - A2$ (5.6).

(5.8) Il vincolo definisce la funzione di costo Additiva.

(5.9) Il vincolo definisce la funzione di costo Moltiplicativa.

5.2.4 Analisi lato utente

Si verifica ora il funzionamento a *livello utente* delle funzioni di costo precedentemente descritte prendendo come esempio la topologia rappresentata graficamente in Fig. 5.1 e mediante la Tab. 5.2.

Nella Tab. 5.3 sono rappresentate le soluzioni relative alle diverse funzioni di costo analizzate. Nel caso in cui la funzione di costo sia di tipo additivo con i parametri $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0$ viene presa in considerazione la sola congestione percepita dagli utenti. Si può notare come gli utenti si distribuiscono in modo omogeneo e che il concetto di *rate* non è utilizzato si può notare come l'utente $U8$ si collega all'antenna $A3$ nettamente più lontana rispetto all'antenna $A1$ (per verificare questa proposizione si fa riferimento alla Tab. 5.2).

Nell'altro caso degenere, dove i parametri valgono rispettivamente $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 1$, tutti gli utenti si collegano all'antenna più vicina così da massimizzare il *rate* di trasmissione di ogni utente. In questo caso dove la congestione percepita complessiva è pari a 29, per verificare la bontà della soluzione in questo caso è utile far riferimento alla Tab. 5.2.

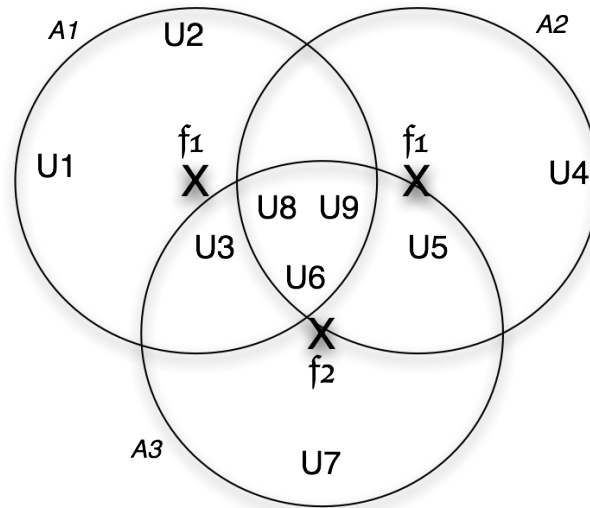


Figura 5.1: Topologia d'esempio.

Utente	T antenna A1	T antenna A2	T antenna A3
U1	11.1	0	0
U2	11.1	0	0
U3	1.8	0	0
U4	0	5.5	0
U5	0	1.8	0
U6	16.6	16.6	2
U7	0	0	5.5
U8	8.3	11.1	11.1
U9	11.1	8.3	11.1

Tabella 5.2: Tabella Rate.

Facendo variare ulteriormente i valori di λ_1 e λ_2 : $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1$ o utilizzando la funzione di costo di tipo moltiplicativo si è notato come si trovino due soluzioni valide ma non identiche: l'utente $U8$ si collega nel primo caso ad $A1$ mentre nel secondo caso ad $A3$, a causa del differente peso che viene dato al *rate* e all'interferenza nel modello.

5.2.5 Analisi lato antenna

A livello antenne si ricerca un assegnamento antenna/frequenza tale per cui questo sia un equilibrio di Nash. Nei capitoli precedenti, in cui come funzione di costo veniva considerata la sola congestione percepita dagli utenti, è stato ampiamente trattato e dimostrato come esista sempre (per il gioco bi-livello) a livello utenti una particolare configurazione (assegnamento degli utenti alle antenne) tale per cui essa sia a livello antenne un equilibrio di Nash associato ad una combinazione di frequenze con cui trasmettono le antenne tutte diverse tra loro. Se invece di adoperare la sola congestione come funzione di costo viene utilizzata la funzione di costo Moltiplicativa definita precedentemente gli equilibri di Nash potrebbero non esistere.

Si considera ora come inverso del *rate* $T_{j,i}$ del j -esimo utente dall' i -esima antenna, non una funzione a scalino come quella definita dalla tabella in Fig. 5.1, ma come una funzione monotona crescente in base alla distanza:

$$T_{j,i} = f(d_{j,i}) = d_{j,i}$$

Per semplificare il nostro problema è utilizzata come funzione proprio la distanza dell'utente j dall'antenna i (5.2.5). L'adozione di una funzione monotona crescente per definire $T_{j,i}$, è utile in seguito per selezionare una regione della topologia analizzata per cui esistano o meno equilibri di Nash a livello antenne.

Si mostra come per la maggior parte delle volte la topologia analizzata sia inammissibile ovvero: non esiste alcuna soluzione (assegnamento degli utenti alle antenne) tale per cui questa sia un equilibrio di Nash a livello antenne.

Come prima topologia si considera l'esempio illustrato in Fig. 5.2, Fig. 5.3 dove sono presenti due antenne e sette utenti. È semplice intuire che nel caso

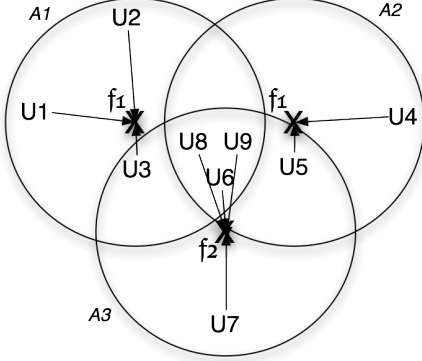
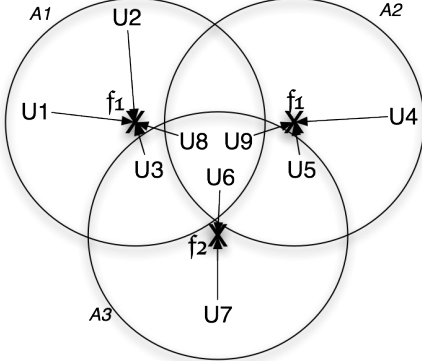
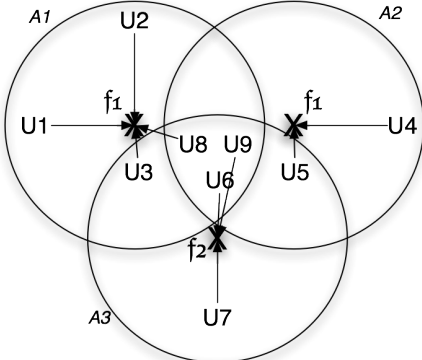
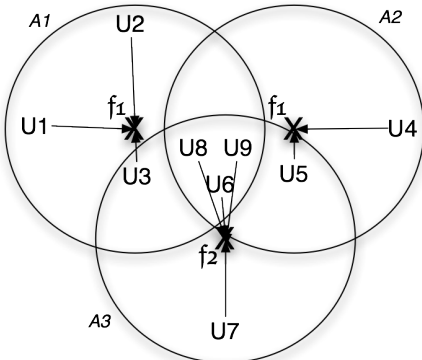
Funzione di Costo	Congestione Totale	Soluzione
Additiva $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0$	29	
Additiva $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 1$	41	
Additiva $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1$	33	
Moltiplicativa	29	

Tabella 5.3: Tabella soluzioni lato utenti.

in cui le due antenne trasmettono con la stessa frequenza Fig. 5.2, gli utenti all'interno della zona di intersezione percepiscono tutti la stessa congestione e quindi utilizzando la funzione di costo Moltiplicativa (5.1) direttamente proporzionale alla distanza ($T_{j,i} = d_{j,i}$) questi si collegano all'antenna più vicina a loro.

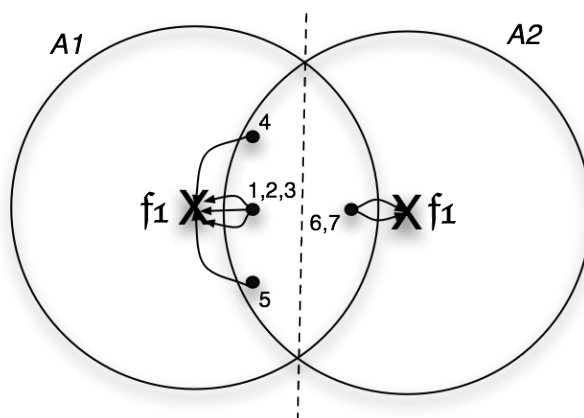


Figura 5.2: Primo esempio di problema inammissibile.

Quando le due antenne trasmettono con due frequenze differenti ($f1, f2$ o $f2, f1$) quattro utenti si collegano all'antenna A1 e tre all'antenna A2. Si noti come gli utenti 1,2,3 si trovano nella stessa posizione così come gli utenti 6,7. In questo sottogioco in cui le due antenne trasmettono con due frequenze diverse, particolare rilevanza è assunta dalla congestione, questo non si verifica nel momento in cui le due antenne trasmettono con due frequenze uguali. Notiamo dalla Fig. 5.3 come all'utente 2 seppur più vicino all'antenna A1 conviene collegarsi all'antenna A2. Nel momento in cui avessimo definito una $T_{j,i}$ con maggior rilevanza rispetto alla congestione all'interno della funzione di costo Moltiplicativa (5.1) (ad esempio definire $T_{j,i} = e^{d_{j,i}}$) probabilmente l'utente 2 si sarebbe collegato ad A1 permettendoci di ottenere quattro equilibri di Nash.

Nel caso preso in esame, si ottiene un problema inammissibile: non esiste alcun equilibrio di Nash a livello antenne Fig. 5.4.

Mostriamo ora un problema ammissibile ovvero in cui esistono equilibri di Nash a livello antenne. La topologia analizzata presenta due antenne A1,A2 e cinquanta utenti tutti nello stesso punto nell'area di intersezione delle due

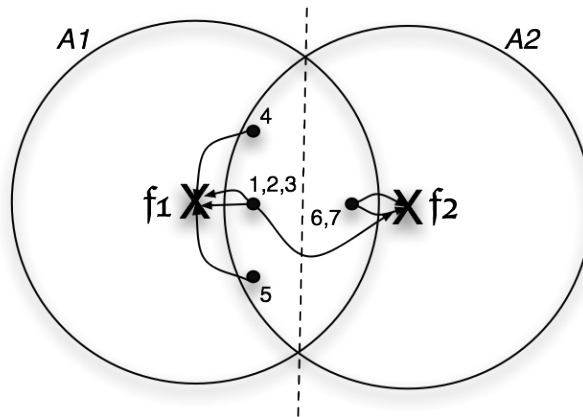


Figura 5.3: Secondo esempio di problema inammissibile.

		A2	
		f1	f2
A1	f1	5,2	4,3
	f2	4,3	5,2

Figura 5.4: Equilibri di Nash, Secondo esempio di problema inammissibile.

antenne. È importante notare che la distanza che separa i cinquanta utenti da A1 è uguale a quella che li separa da A2.

Nel sottogioco in cui le due antenne trasmettono con frequenze differenti Fig. 5.5 gli utenti all'interno della zona di intersezione si spartiscono tra le due antenne in quanto $T_{j,i}$ non è rilevante: ogni utente si trova alla stessa distanza sia da A1 che da A2. Nella (5.1) assume rilevanza la sola congestione perciò venticinque utenti si collegano ad A1 e venticinque ad A2.

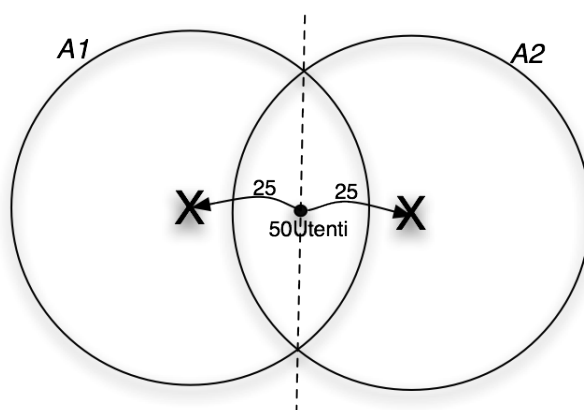


Figura 5.5: Esempio di problema ammissibile.

Nel sottogioco in cui le due antenne trasmettono con le stesse frequenze, tutti i cinquanta utenti percepiscono la stessa congestione cercando perciò di collegarsi all'antenna più vicina. Gli utenti come detto in precedenza si trovano alla stessa distanza sia da A1 che da A2 e quindi per loro risulta indifferente collegarsi alla prima o alla seconda antenna. L'unico caso per cui il problema risulti ammissibile è quello in cui venticinque utenti si collegano ad A1 e venticinque ad A2 trovando quattro equilibri di Nash rappresentati in Fig. 5.6. È importante quindi notare che avendo un problema ammissibile ogni combinazione di frequenze $(f_1, f_1; f_1, f_2; f_2, f_1; f_2, f_2)$ sono degli equilibri di Nash Fig. 5.6.

Se la topologia analizzata prevedeva i cinquanta utenti collocati ad una distanza da A1 minore della distanza da A2, il problema non sarebbe più stato ammissibile in quanto nel sottogioco in cui le antenne trasmettono con le stesse frequenze la congestione nella funzione di costo Moltiplicativa (5.1) non avrebbe più rilevanza e i cinquanta utenti si collegherebbero tutti all'antenna più vicina (in questo caso A1).

		f ₁	A2	f ₂
	f ₁	25,25	25,25	
A1	f ₂	25,25	25,25	

Figura 5.6: Esempio di problema ammissibile: quattro equilibri di Nash.

Considerazioni sui risultati sperimentali ottenuti

Di seguito considerando cento diverse topologie si cerca di capire quante tra queste daranno vita ad un problema inammissibile. Nel primo caso, si parte da una topologia costituita da due antenne e dieci utenti, poi si aggiunge ad ogni passo un nuovo utente in una posizione casuale all'interno della rete mentre, nel secondo si generano casualmente cento diverse topologie costituite ognuna da cento utenti. La funzione di costo utilizzata è la Moltiplicativa (5.1) definendo $T_{j,i}$ nei modi seguenti in funzione della distanza:

- $T_{j,i}$ definito secondo le specifiche dell' 802.11g (vedi Tab. 5.1).
- $T_{j,i} = d_{j,i}$ decadimento lineare in base alla distanza.
- $T_{j,i} = e^{-\frac{d_{j,i}}{R}} \cdot R$ decadimento esponenziale in base alla distanza dove per R intendiamo il raggio massimo di copertura delle antenne.

	802.11g	Lineare	Esponenziale
Aumento gli utenti da 10 a 110	2%	26%	34%
100 topologie con 100 utenti	57%	86%	86%

Tabella 5.4: Dati sperimentali 2 antenne.

Come si può notare utilizzando il decadimento esponenziale nell'inverso del *rate* $T_{j,i}$, in base alla distanza aumenta la percentuale dei problemi inammissibili ovvero la percentuale di quei problemi tali per cui non è possibile trovare alcun equilibrio di Nash a livello antenne. Infatti, se un utente j si trova ad una distanza praticamente uguale ed elevata da entrambe le antenne A e B, i valori $T_{j,A}$ e $T_{j,B}$ saranno entrambi alti in quanto $T_{j,i} = e^{\frac{d_{j,i}}{R}} \cdot R$ (si tratta di un'esponenziale), e quindi nella funzione di costo Moltiplicativa (5.1) assume maggior rilevanza la congestione. Quindi l'utente j in questa specifica posizione, nel caso in cui le due antenne trasmettono con due frequenze uguali, si collega all'antenna più vicina; viceversa nel caso in cui le due antenne trasmettono con due frequenze diverse, $T_{j,A}$ e $T_{j,B}$ come detto precedentemente, saranno molto elevati e vicini tra loro, e assumerà maggior rilevanza la congestione percepita dall'utente. J potrebbe collegarsi sia all'antenna più vicina sia a quella più lontana ma meno congestionata spiegando così la non esistenza di equilibri di Nash a livello antenne.

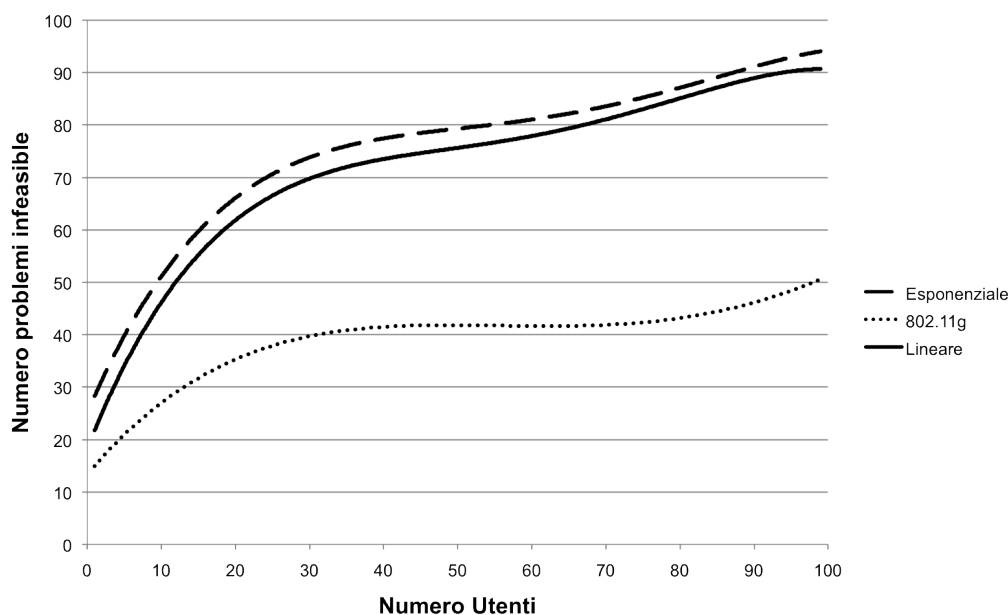


Figura 5.7: Andamento problemi inammissibili.

Un ulteriore fattore che utile da analizzare è l'andamento della non esistenza degli equilibri di Nash a livello antenne in funzione dell'aumento del numero di utenti presenti nella topologia. Consideriamo nell'analisi una topo-

logia costituita da due antenne ognuna delle quali con la capacità di trasmettere con le frequenze f_1 o f_2 . Sono stati generati casualmente 100 diverse topologie per ogni possibile numero di utenti compresi da 2 a 100. Testando queste topologie si è stato riscontrato in modo evidente che, al crescere del numero degli utenti, il numero dei problemi inammissibile aumentano. Questa considerazione vale per ogni definizione dell'inverso del *rate* T utilizzato (802.11g, lineare, esponenziale). Il grafico in Fig. 5.7 mostra l'andamento della non esistenza degli equilibri di Nash lato antenne in funzione dell'aumento del numero di utenti presenti nella topologia per ogni definizione dell'inverso del *rate* T (802.11g, lineare, esponenziale).

Estendiamo ora il modello alla possibilità di avere tre antenne anziché due cercando sempre di analizzare quante topologie daranno vita ad un problema inammissibile. Per le topologie di rete utilizzando 3 antenne non è però possibile testare il modello su un numero elevato di utenti a causa dell'elevato carico computazionale del problema attuale, si è quindi deciso di prendere come esempio un numero minore di utenti e di possibili topologie.

Nella prima fase sono stati generati in modo casuale :

- 150 diverse topologie costituite da 3 antenne funzionanti con 2 frequenze. Ogni topologia contiene 15 utenti.
- 150 diverse topologie costituite da 3 antenne funzionanti con 2 frequenze. Ogni topologia contiene 20 utenti.
- 150 diverse topologie costituite da 3 antenne funzionanti con 2 frequenze. Ogni topologia contiene 25 utenti.

Nella seconda fase invece sono state generate casualmente delle topologie di rete sempre con 3 antenne ma con 3 frequenze possibili: anche in questo caso, a causa di un ulteriore aumento della complessità computazionale, è stato deciso di limitare ulteriormente il numero degli utenti presenti:

- 150 diverse topologie costituite da 3 antenne funzionanti con 3 frequenze. Ogni topologia contiene 7 utenti.
- 150 diverse topologie costituite da 3 antenne funzionanti con 3 frequenze. Ogni topologia contiene 10 utenti.
- 150 diverse topologie costituite da 3 antenne funzionanti con 3 frequenze. Ogni topologia contiene 15 utenti.

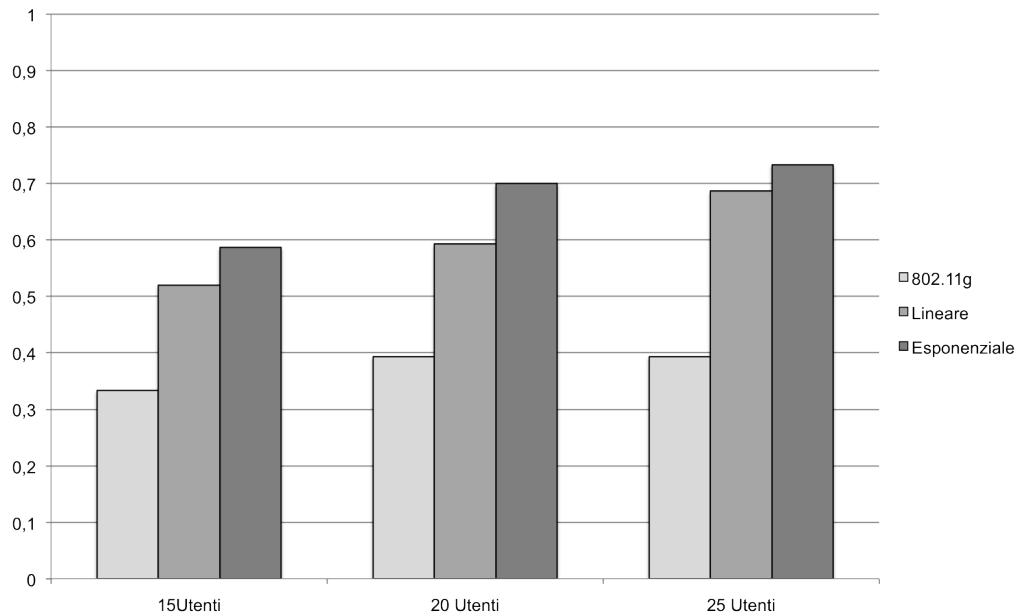


Figura 5.8: Percentuale di problemi inammissibile con 3 antenne e 2 frequenze.

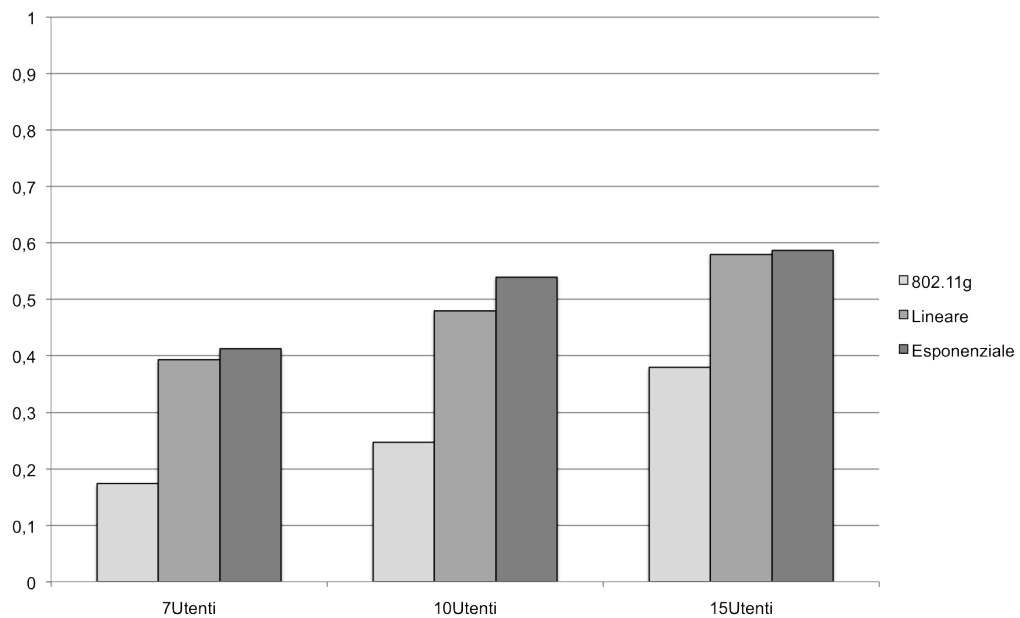


Figura 5.9: Percentuale di problemi inammissibile con 3 antenne e 3 frequenze.

I risultati delle simulazioni sono rappresentati nelle Fig. 5.8,5.9 si può notare come similmente a quanto accadeva con solamente 2 antenne:

- aumentando il numero di utenti presenti nella topologia aumentano anche i problemi inammissibile.
- a parità di di tipologia di *rate* i risultati sono diversi, anche ora il *rate* 802.11g prevede una percentuale nettamente minore di problemi inammissibile.

5.2.6 Proprietà

Si descrive ora un sistema che non ammette equilibri di Nash nel gioco bi-livello utilizzando la funzione di costo Moltiplicativa. Considerando due antenne A,B che trasmettono con la stessa frequenza (f_1, f_1 o f_2, f_2), un possibile assegnamento potrebbe essere x ed y utenti rispettivamente alla prima e alla seconda antenna.

		B	
		f_1	f_2
A	f_1	x,y	$< x, > y$
	f_2	$< x, > y$	x,y

Figura 5.10: Nessun equilibrio di Nash lato antenne.

La Fig. 5.10 mostra gli assegnamenti degli utenti in modo tale da non aver alcun equilibrio di Nash a livello antenne. Un possibile assegnamento ad x ed y coerente con la tabella di Nash presentata in Fig. 5.10 è mostrato in Fig. 5.11. Una topologia che verifica il precedente assegnamento è rappresentata nelle Fig. 5.12,5.13 in cui l'utente U1 è più vicino all'antenna B rispetto all'antenna A, ottenendo quindi un *rate* di trasmissione maggiore collegandosi a B. Analogamente l'utente U2 è collocato a minore distanza dall'antenna A rispetto all'antenna B. Nella topologia analizzata si osserva che trasmettendo con:

		B	
		f_1	f_2
A	f_1	1,3	2,2
	f_2	2,2	1,3

Figura 5.11: Assegnamenti che non ammettono equilibrio di Nash nel bi-livello.

- stessa frequenza (f_1, f_1 o f_2, f_2) all'antenna B si collegano tre utenti mentre all'antenna A si connette un solo utente. Questo si verifica in quanto entrambi gli utenti U_1, U_2 percepiscono la stessa congestione e quindi nella funzione di costo è determinante il valore del *rate* di trasmissione per la selezione dell'antenna a cui collegarsi. (Fig. 5.12)
- due frequenze diverse (f_1, f_2 o f_2, f_1) sia all'antenna A che all'antenna B si collegano due utenti: l'utente U_2 sicuramente si collega all'antenna A a causa del maggior *rate* disponibile mentre per l'utente U_1 sarà determinante la minore congestione dell'antenna A. (Fig. 5.13)

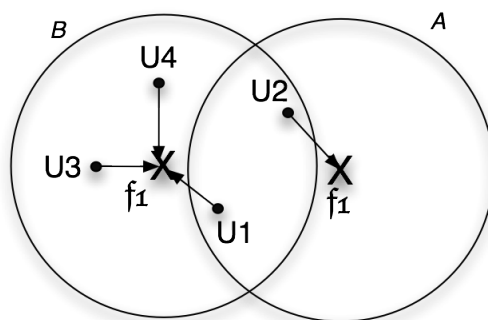


Figura 5.12: Frequenze uguali.

Imponendo la non esistenza degli equilibri di Nash, passando dalla configurazione di trasmissione delle antenne: f_1, f_1 o f_2, f_2 (le antenne trasmettono con la stessa frequenza) alla configurazione f_1, f_2 o f_2, f_1 (le antenne trasmettono con frequenze differenti), si ha una variazione nell'assegnamento

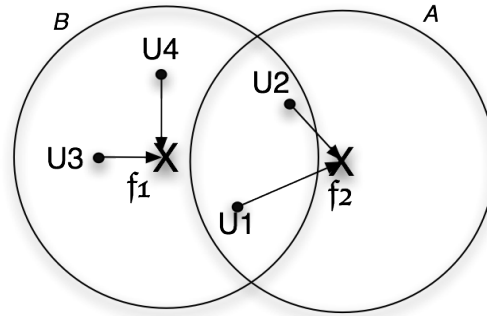


Figura 5.13: Frequenze diverse.

degli utenti alle antenne. Infatti l'utente U1 si connette all'antenna B nel caso in cui le antenne A, B trasmettono con la stessa frequenza Fig. 5.12 mentre si connette all'antenna A nel caso in cui le antenne A, B trasmettono con frequenze diverse Fig. 5.13.

Quest'ultima osservazione è utile per imporre un sistema di disequazioni per definire una regione dello spazio che specifica in quale intervallo di valori di $T_{1,A}, T_{1,B}$ non esiste alcun equilibrio di Nash nel gioco bi-livello con funzione di costo Moltiplicativa. Per imporre la non esistenza di alcun equilibrio di Nash in termini di $T_{j,i}$ si definisce il seguente sistema:

$$\begin{cases} T_{1,B} < T_{1,A} \\ 2 \cdot T_{1,A} < 3 \cdot T_{1,B} \end{cases} \quad (5.10)$$

equivalente al sistema:

$$\begin{cases} T_{1,B} < T_{1,A} \\ T_{1,B} > \frac{2}{3} \cdot T_{1,A} \end{cases} \quad (5.11)$$

È possibile rappresentare il sistema di disequazioni sul piano cartesiano Fig. 5.14 ottenendo la regione dello spazio che specifica in quale intervallo di valori di $T_{1,A}, T_{1,B}$ non esiste alcun equilibrio di Nash nel gioco bi-livello con funzione di costo Moltiplicativa.

Si effettuano ora delle osservazioni su questa regione dello spazio e in particolare a ciò che succederebbe se aumentassimo il numero degli utenti presenti nelle aree di trasmissione delle due antenne. Considerando la topologia in Fig. 5.15, in cui sono presenti due utenti nell'area di trasmissione di A, ed un utente nell'area di intersezione, impostando un semplice sistema di

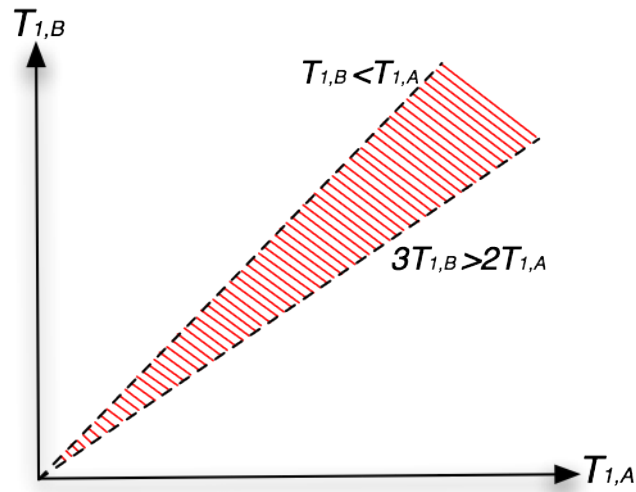


Figura 5.14: Area di non esistenza equilibri di Nash.

disequazioni si nota che aumentando il numero di utenti n_A presenti nell'area di trasmissione dell'antenna A cresce la regione tale per cui non esistono equilibri di Nash a livello antenne.

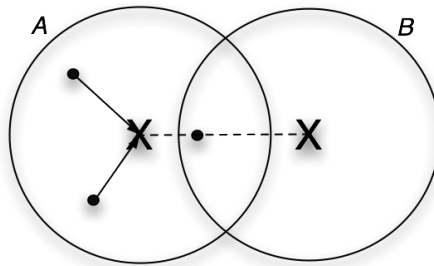


Figura 5.15: Variazione area inammissibile in funzione di n_A .

È semplice notare come la retta con coefficiente angolare n_A , all'aumentare del numero di utenti n_A , si avvicina sempre più all'asse delle ordinate determinando un incremento della regione dello spazio per cui non esistono equilibri di Nash a livello antenne. Per imporre la non esistenza di alcun equilibrio di Nash in termini di $T_{j,i}$ si definisce il seguente sistema:

$$\begin{cases} 3 \cdot T_{1,A} < 3 \cdot T_{1,B} \\ T_{1,B} < 3 \cdot T_{1,A} \end{cases} \quad (5.12)$$

La prima disequazione del sistema vale nel caso in cui le due antenne trasmettono con la stessa frequenza e indica che l'utente presente nell'area di intersezione delle due antenne si collega all'antenna A. La seconda disequazione del sistema vale nel caso in cui le due antenne trasmettono due frequenze differenti e indica che l'utente presente nell'area di intersezione delle due antenne si collega all'antenna B. Il sistema sopra presentato (5.12) è equivalente mediante opportune trasformazioni a:

$$T_{1,A} < T_{1,B} < 3 \cdot T_{1,A}$$

Più in generale, indicando con n_A il numero di utenti presenti nell'area di trasmissione di A corrispondente al coefficiente angolare della retta in Fig. 5.16, la precedente equazione può essere scritta nel modo seguente:

$$T_{1,A} < T_{1,B} < n_A + 1 \cdot T_{1,A}$$

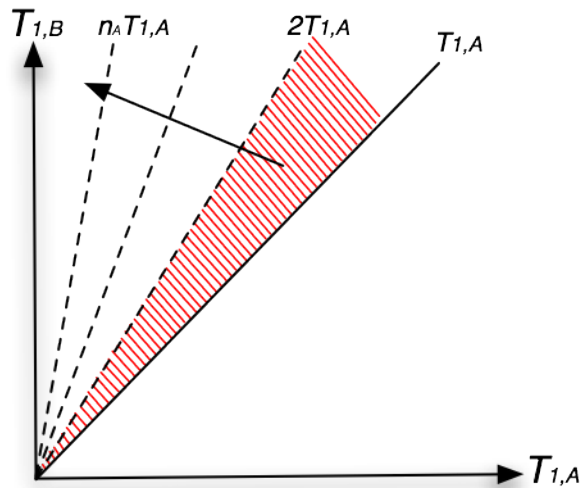


Figura 5.16: Variazione area inammissibile in funzione di n_A .

Se si considera la topologia in Fig. 5.17, è possibile effettuare ulteriori analisi sulla regione dello spazio in funzione di T che indica la non esistenza degli equilibri di Nash a livello antenne.

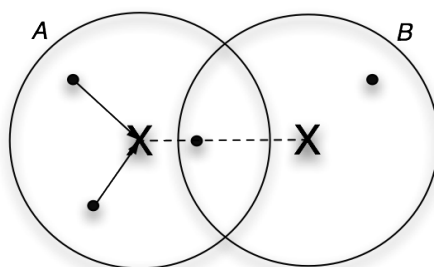


Figura 5.17: Variazione area inammissibile in funzione di n_A, n_B .

In particolare si analizza la pendenza della retta che determina tale regione. Nella topologia presa in esame sono presenti due utenti nell'area di trasmissione di A, un utente nell'area di intersezione delle due antenne, e un utente nell'area di trasmissione di B. Impostando un semplice sistema di disequazioni notiamo che, aumentando il numero di utenti n_A presenti nell'area di trasmissione dell'antenna A, la regione per cui non esisterebbero equilibri di Nash a livello antenna aumenta; mentre, aumentando il numero di utenti n_B presenti nell'area di trasmissione dell'antenna B, la regione per cui non esisterebbero equilibri di Nash a livello antenna diminuisce. Si noti in Fig. 5.18 come la retta * all'aumentare del numero di utenti n_A si avvicina sempre più all'asse delle ordinate, determinando un aumento della regione dello spazio tale per cui non esistano equilibri di Nash a livello antenna mentre all'aumentare del numero di utenti n_B la retta si avvicina sempre più all'asse delle ascisse determinando una diminuzione della suddetta regione dello spazio. Per imporre la non esistenza di alcun equilibrio di Nash in termini di $T_{j,i}$ si definisce il seguente sistema:

$$\begin{cases} 4 \cdot T_{1,A} < 4 \cdot T_{1,B} \\ 2 \cdot T_{1,B} < 3 \cdot T_{1,A} \end{cases}$$

La prima disequazione del sistema vale nel caso in cui le due antenne trasmettono con la stessa frequenza e, indica che l'utente presente nell'area di intersezione delle due antenne si collega all'antenna A. La seconda disequazione del sistema vale nel caso in cui le due antenne trasmettono due frequenze differenti e indica che l'utente presente nell'area di intersezione delle due antenne si collega all'antenna B. Il sistema sopra presentato è equivalente mediante opportune trasformazioni a:

$$T_{1,A} < T_{1,B} < \frac{3}{2} \cdot T_{1,A}$$

Più in generale, indicando con n_A il numero di utenti presenti nell'area di trasmissione di A e con n_B il numero di utenti presenti nell'area di trasmissione di B. Il coefficiente angolare della retta in Fig. 5.18 è dato dal rapporto tra n_A e n_B . Generalizzando la precedente equazione può essere illustrata nel modo seguente:

$$T_{1,A} < T_{1,B} < \frac{n_A + 1}{n_B + 1} \cdot T_{1,A}$$

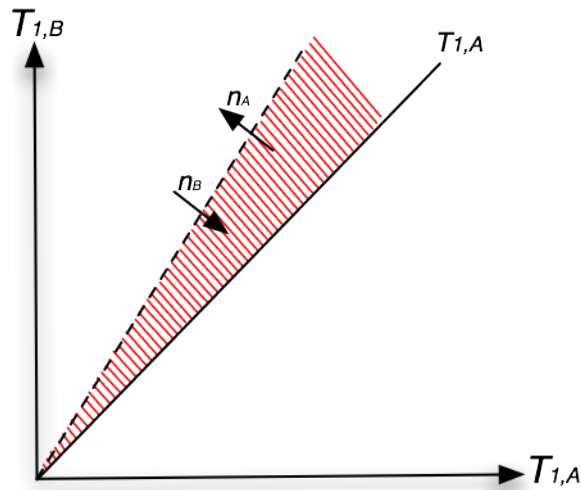


Figura 5.18: Variazione area inammissibile in funzione di n_A, n_B .

Precedentemente è stato definito definito $T_{j,i}$ come una funzione dipendente dalla distanza dell'utente j dall'antenna i . Più in particolare è stato posto $T_{j,i}$ uguale alla distanza che separa l'utente j dall'antenna i (5.2.5). Utilizzando questa semplificazione è possibile determinare una regione dello spazio della topologia analizzata per cui esistano o meno equilibri di Nash a livello antenna.

Ora ragioniamo con l'inverso del *rate* in funzione della distanza dell'utente j dall'antenna i : $T_{j,i} = f(d_{j,i})$, per generalizzare in seguito le considerazioni qui presentate. Analizziamo una topologia caratterizzata dalla presenza di due antenne A,B e cinque utenti Fig. 5.20 ed utilizziamo la funzione di

costo Moltiplicativa (5.1). Ipotizziamo che gli utenti 3 e 4 siano più vicino all'antenna A rispetto che all'antenna B:

$$f(d_{3,A}) < f(d_{3,B})$$

$$f(d_{4,A}) < f(d_{4,B})$$

Nel caso in cui le due antenne trasmettono con la stessa frequenza, ad esempio f_1, f_1 , i due utenti all'interno dell'area di intersezione percepiranno la stessa congestione (5). I due utenti si collegheranno quindi all'antenna più vicina A: in questo caso A avrà quattro utenti collegati mentre B uno solo. Quindi quando le due antenne trasmetteranno con due frequenze uguali si attiveranno i seguenti vincoli di Nash a lato utente per 3 e 4:

$$5 \cdot f(d_{4,A}) < 5 \cdot f(d_{4,B})$$

$$5 \cdot f(d_{3,A}) < 5 \cdot f(d_{3,B})$$

Nel momento in cui le due antenne trasmettono con due frequenze differenti (f_1, f_2 o f_2, f_1), anche la congestione all'interno della funzione di costo Moltiplicativa assume rilevanza e si impone mediante i vincoli di Nash (a livello utente) che l'utente 3 si collega all'antenna A, mentre l'utente 4 si collega all'antenna B. In questo modo tre utenti si collegano ad A e due a B. Fissando questo assegnamento si esclude alcun equilibrio di Nash a livello antenne Fig. 5.19.

Quando le due antenne trasmetteranno con due frequenze differenti varranno i seguenti vincoli di Nash a livello utente per 3 e 4:

$$3 \cdot f(d_{4,A}) > 2 \cdot f(d_{4,B})$$

$$3 \cdot f(d_{3,A}) < 2 \cdot f(d_{3,B})$$

I vincoli sopra descritti valgono sotto l'ipotesi in cui l'utente 3 si trova più vicino all'antenna A rispetto l'utente 4:

$$f(d_{3,A}) \leq f(d_{4,A}) \tag{5.13}$$

Perciò per imporre la non esistenza di equilibri di Nash a livello antenna si definisce il seguente sistema di disequazioni

		A2	
		f ₁	f ₂
A1	f ₁	4,1	3,2
	f ₂	3,2	4,1

Figura 5.19: Inesistenza equilibri di Nash.

$$\begin{cases} f(d_{4,A}) < f(d_{4,B}) \\ f(d_{3,A}) < f(d_{3,B}) \\ 3 \cdot f(d_{4,A}) > 2 \cdot f(d_{4,B}) \\ 3 \cdot f(d_{3,A}) < 2 \cdot f(d_{3,B}) \end{cases} \quad (5.14)$$

Il sistema (5.14) può essere semplificato nel seguente:

$$\begin{cases} \frac{2}{3} \cdot f(d_{4,B}) < f(d_{4,A}) < f(d_{4,B}) \\ f(d_{3,A}) < \frac{2}{3} f(d_{3,B}) \end{cases} \quad (5.15)$$

Fissata la posizione dell'utente 3 in modo tale che valga la (5.13), si vuole determinare una regione della topologia per cui, se l'utente 4 si trova all'interno di questa regione il problema risulta inammissibile ovvero non esistono equilibri di Nash a livello antenne Fig. 5.20.

Il sistema (5.15) determina la regione della topologia quando il problema risulta inammissibile. Rappresentiamo graficamente tale regione delimitata da due rette e una circonferenza, in Fig. 5.21. La prima disequazione del sistema (5.15) è costituita dalle equazioni:

$$\frac{2}{3} \cdot f(d_{4,B}) < f(d_{4,A}) \quad (5.16)$$

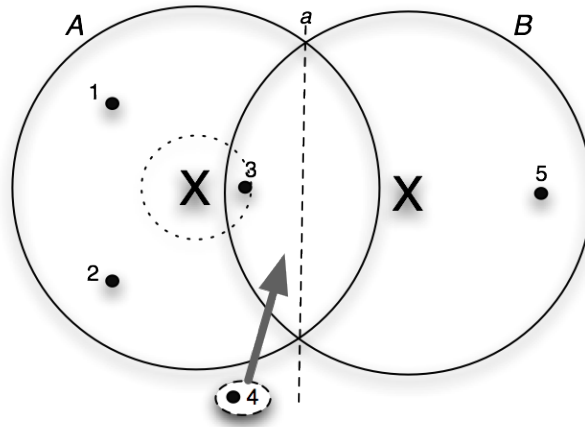


Figura 5.20: Area di collocazione dell'utente 4.

$$f(d_{4,A}) < f(d_{4,B}) \quad (5.17)$$

La disequazione (5.16) impone che l'utente 4 deva essere più vicino all'antenna A piuttosto che a B ed è rappresentata dalla retta a . La disequazione (5.17) impone la distanza che deve avere l'utente 4 dall'antenna A ed è rappresentata dalla retta b .

La seconda disequazione (5.18) del sistema (5.15) impone invece la posizione dell'utente 3 rispetto alle antenne A e B.

$$f(d_{3,A}) < \frac{2}{3}f(d_{3,B}) \quad (5.18)$$

L'ipotesi (5.13) è rappresentata mediante una circonferenza c e specifica che l'utente 4 deve essere più lontano all'antenna A rispetto l'utente 3.

Perciò la regione della topologia, per cui non esistono equilibri di Nash a livello antenna, se l'utente 4 si trova all'interno di essa, è rappresentata dalla Fig. 5.21.

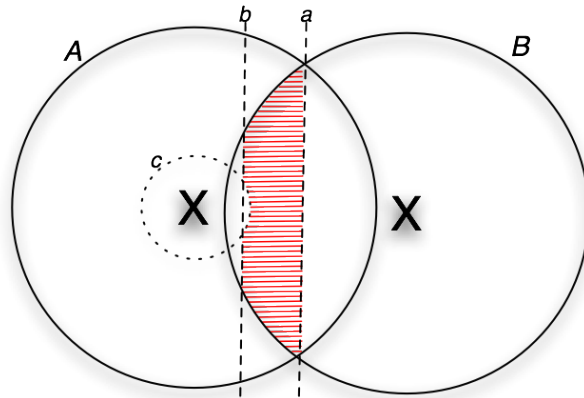


Figura 5.21: Regione di non esistenza equilibri di Nash.

5.3 VI - Modello per il calcolo di equilibri approssimati

Il quinto modello utilizzato nel presente capitolo offre spesso delle soluzioni *inammissibili*: in alcune topologie non esiste alcun assegnamento stabile per le antenne e quindi ogni antenna è portata a modificare la propria frequenza di trasmissione per aumentare il numero di utenti connessi. Si è quindi pensato di modificare ulteriormente il modello introducendo il concetto di ϵ -equilibrium a livello antenne lasciando invariato il livello utente.

Nel sesto modello viene inserita una nuova variabile e rappresentante la percentuale massima di utenti che un'antenna può guadagnare deviando la propria strategia partendo da un ϵ -equilibrium.

La soluzione dell'attuale modello restituisce quindi $e=0$ se esiste l'equilibrio di Nash a livello antenne, altrimenti avremmo un valore di e pari alla minima differenza necessaria a soddisfare approssimativamente le condizioni dell'equilibrio di Nash se il problema fosse stato impossibile (inammissibile).

5.3.1 Variabili

Sono state introdotte tre nuove variabili legate a ciascuna antenna presente. La variabile $e1$ ($e2$, $e3$) rappresenta $\epsilon1$ cioè il numero massimo di utenti che l'antenna A1 (A2, A3) può guadagnare deviando la strategia partendo da un ϵ -equilibrium:

- $e \in \mathbb{R}^+$
 e = percentuale massima degli utenti che un'antenna può guadagnare deviando la strategia partendo da un ϵ -equilibrium.
- $e1 \in \mathbb{N}$
 $e1$ = numero massimo di utenti che l'antenna A1 può guadagnare deviando la strategia partendo da un ϵ -equilibrium.
- $e2 \in \mathbb{N}$
 $e2$ = numero massimo di utenti che l'antenna A2 può guadagnare deviando la strategia partendo da un ϵ -equilibrium.
- $e3 \in \mathbb{N}$
 $e3$ = numero massimo di utenti che l'antenna A3 può guadagnare deviando la strategia partendo da un ϵ -equilibrium.

5.3.2 Vincoli

Di seguito sono presenti i vincoli ϵ -equilibrium introdotti nel presente modello. Tali vincoli andranno a sostituire i *vincoli di Nash* a livello antenna del modello precedente. Siccome nel presente modello consideriamo la presenza di tre antenne i vincoli di ϵ -equilibrium saranno tre.

$$x_{A1,k,ka2,ka3} + e1 \geq x_{A1,ka1,ka2,ka3} - M \cdot (1 - h_{k,ka2,ka3})$$

$$\forall k \in Q[A1], ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2], ka3 \in Q[A3] : ka1! = k \quad (5.19)$$

$$x_{A2,ka1,k,ka3} + e2 \geq x_{A2,ka1,ka2,ka3} - M \cdot (1 - h_{ka1,k,ka3})$$

$$\forall k \in Q[A2], ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2], ka3 \in Q[A3] : ka2! = k \quad (5.20)$$

$$x_{A3,ka1,ka2,k} + e3 \geq x_{A3,ka1,ka2,ka3} - M \cdot (1 - h_{ka1,ka2,k})$$

$$\forall k \in Q[A2], ka1 \in Q[A1], ka2 \in Q[A2], ka3 \in Q[A3] : ka3! = k \quad (5.21)$$

$$e \geq \frac{e1}{\sum_{j \in J} a_{j,A1}} \quad (5.22)$$

$$e \geq \frac{e2}{\sum_{j \in J} a_{j,A2}} \quad (5.23)$$

$$e \geq \frac{e3}{\sum_{j \in J} a_{j,A3}} \quad (5.24)$$

(5.19) Vincolo di ϵ -equilibrium *lato antenne* per l'antenna A1.

(5.20) Vincolo di ϵ -equilibrium *lato antenne* per l'antenna A2.

(5.21) Vincolo di ϵ -equilibrium *lato antenne* per l'antenna A3.

(5.22) Peso il valore di $e1$ con il numero massimo di utenti che possono collegarsi ad A1.

(5.23) Peso il valore di $e2$ con il numero massimo di utenti che possono collegarsi ad A2.

(5.24) Peso il valore di $e3$ con il numero massimo di utenti che possono collegarsi ad A3.

5.3.3 Esempio

Data la funzione obiettivo:

$$\min e$$

prendendo in considerazione la topologia in Fig. 5.20 precedentemente analizzata, si nota come utilizzando il concetto di ϵ -equilibrium il problema non risulta più inammissibile nel caso in cui l'utente 4 si trova nell'area di inesistenza di equilibri di Nash a livello antenna. Utilizzando il modello presentato in questa sezione infatti si conclude che è un ϵ -equilibrium l'assegnamento delle frequenze $f2 - f1$ rispettivamente alle antenne A1 - A2, dove tre utenti si collegano ad A1 e due ad A2. Ricordiamo infatti che la variabile e rappresenta la percentuale massima di utenti che un'antenna può guadagnare deviando la propria strategia partendo da un ϵ -equilibrium. Il valore di e nel caso in cui A1 trasmette con $f2$ ed A2 con $f1$ è uguale ad 0,25 ed è minore rispetto il valore nelle altre configurazioni pari a 0,33 Fig. 5.22. La scelta di questo assegnamento di frequenze è dovuta al fatto che all'antenna A2 potrebbero collegarsi tre utenti rispetto ai quattro che potrebbero collegarsi all'antenna A1 perciò la perdita anche di un solo utente per l'antenna A2 ha maggior rilevanza rispetto alla perdita di un utente da parte di A1. Ecco

spiegato il perché il calcolo della variabile e è pesato in funzione del numero di utenti che possono collegarsi ad una data antenna.

		A2			
		f ₁		f ₂	
A1	f ₁	$\epsilon_1=0$ $\epsilon_2=1$ 4,1 $\epsilon=0,33$	$\epsilon_1=1$ $\epsilon_2=0$ 3,2 $\epsilon=0,25$		
	f ₂	$\epsilon_1=1$ $\epsilon_2=0$ 3,2 $\epsilon=0,25$	$\epsilon_1=0$ $\epsilon_2=1$ 4,1 $\epsilon=0,33$		

Figura 5.22: ϵ -equilibrium.

5.3.4 Risultati sperimentali ottenuti

Questa sottosezione mostra i risultati ottenuti utilizzando il modello appena descritto, differenziando sul numero di antenne presenti.

Topologie contenenti due antenne

È stato analizzato il comportamento della variabile e rappresentante la ϵ , in funzione nel numero di utenti presenti nella topologia. A tale scopo sono state utilizzate solamente le prime cinquanta topologie (contenenti due antenne) prese in analisi in Fig. 5.7 a causa della maggiore complessità computazionale di un problema di minimizzazione rispetto a quello di esistenza. Si nota comunque in Fig. 5.23 come comportamento dei problemi inammissibili per cinquanta topologie sia simile a quello di Fig. 5.7.

In Fig. 5.24 è mostrato, per ogni definizione dell'inverso del *rate* utilizzato T , il comportamento di ϵ in funzione del numero di utenti. All'aumentare

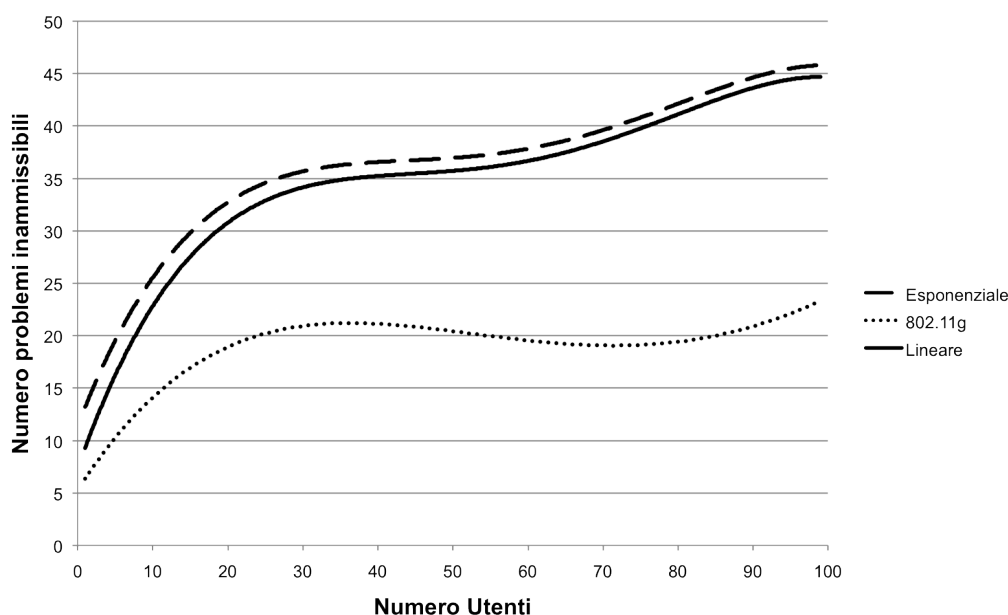


Figura 5.23: Inammissibilità su cinquanta topologie da 1 a 100 utenti.

del numero di utenti presenti ϵ decresce, tendendo a zero per un numero molto elevato. Come ci aspettava, per la curva rappresentante l'inverso della *rate* esponenziale il valore assunto dalla variabile ϵ risulta superiore rispetto alle curve rappresentanti l'802.11g e il lineare perché, come si è visto nel modello precedente, per l'esponenziale vi è una probabilità maggiore rispetto all'802.11g e al lineare di non esistenza di equilibri di Nash a livello antenne.

In Fig. 5.25 viene mostrato il massimo valore tra le variabili e_1 e e_2 nelle topologie analizzate all'aumentare del numero di utenti. Ovviamente tali curve sono superiormente limitate dalla bisettrice in quanto e_1, e_2 nel caso peggiore può assumere un valore pari al numero di utenti presenti nella topologia. In questo caso, come ci aspettavamo, l'andamento della variabili e_1 e e_2 è crescente in funzione del numero di utenti presenti nella topologia. Nel caso peggiore (T esponenziale) si può notare che e_1, e_2 assume circa un valore pari ad un quarto degli utenti della topologia.

Per i vari concetti di *rate* (802.11g, lineare, esponenziale) il valore massimo assunto da ϵ è rispettivamente 6.44, 4.19, 3.88 volte più grande rispetto al valore medio atteso.

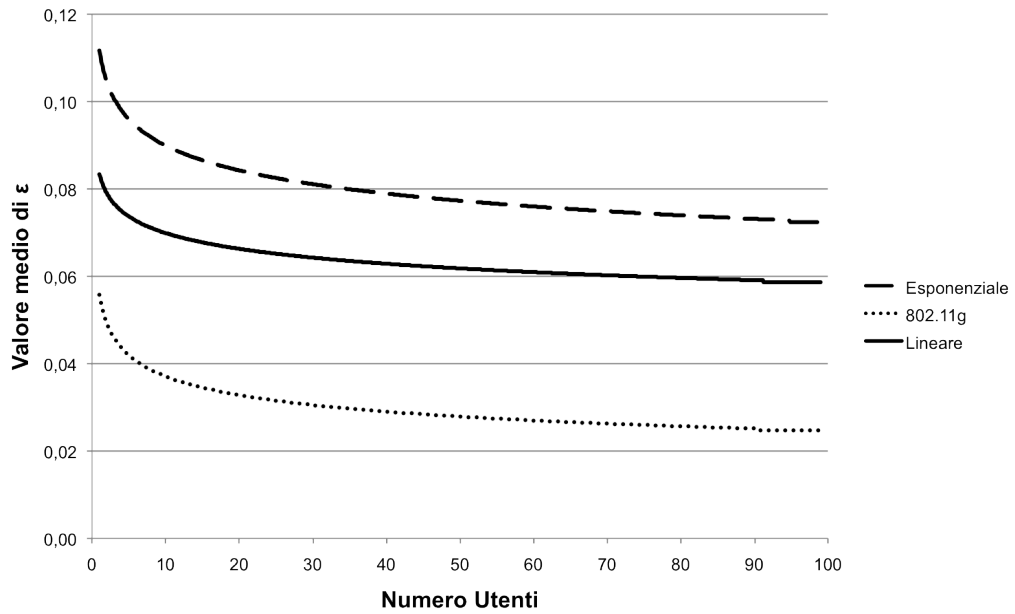


Figura 5.24: Andamento di ϵ all'aumentare degli utenti.

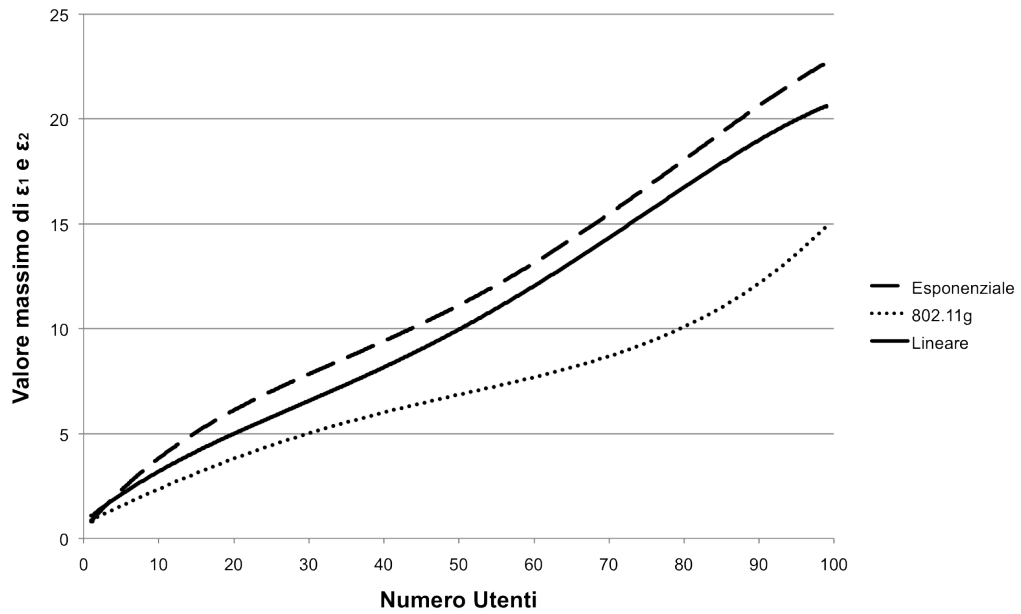


Figura 5.25: Valore massimo tra ϵ_1 e ϵ_2 tra tutte le cinquanta topologie all'aumentare degli utenti.

Topologie contenenti tre antenne

Vengono ora considerate le stesse topologie generate in modo casuale (tre antenne e due frequenze) di Fig. 5.8 analizzate per la ricerca dell'inammissibilità degli equilibri di Nash.

- 150 diverse topologie costituite da 3 antenne funzionanti con 2 frequenze. Ogni topologia contiene 15 utenti.
- 150 diverse topologie costituite da 3 antenne funzionanti con 2 frequenze. Ogni topologia contiene 20 utenti.
- 150 diverse topologie costituite da 3 antenne funzionanti con 2 frequenze. Ogni topologia contiene 25 utenti.

Similmente a quanto fatto con due antenne in Fig. 5.26 si rappresenta il concetto di ϵ nelle suddette topologie per ogni definizione di *rate*.

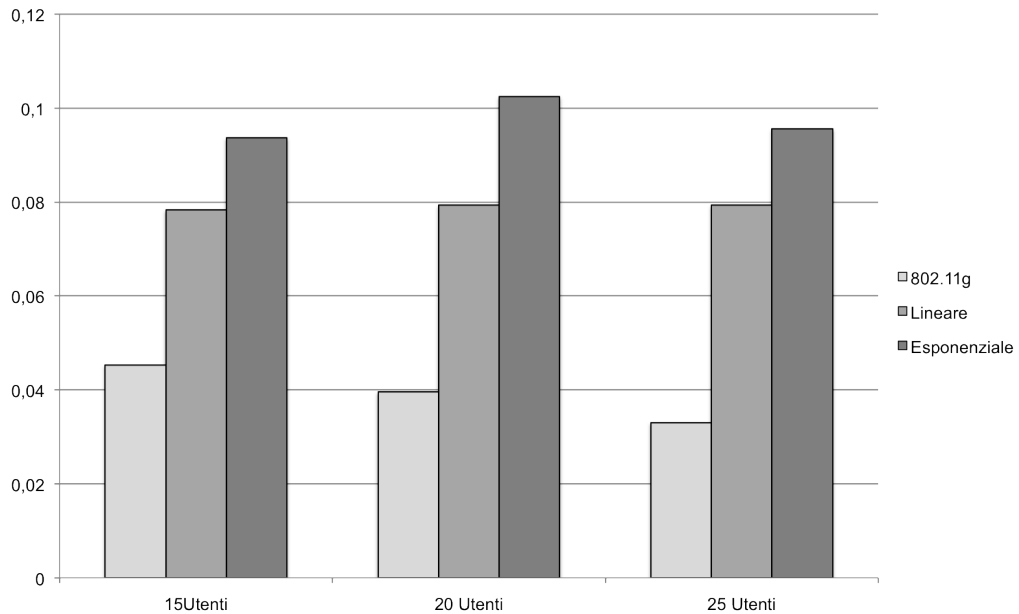


Figura 5.26: Valore medio di ϵ nelle topologie 3 antenne 2 frequenze.

Analizzando l'andamento medio dei *rate* 802.11g e lineare si nota un comportamento simile a quanto visto con due antenne, infatti al crescere del numero di utenti diminuisce il valore di ϵ . Questo però non si verifica con la definizione di *rate* esponenziale, infatti all'aumentare degli utenti è presente una

crescita e poi decrescita del valore di ϵ , questo problema può essere causato dal numero di problemi con $\epsilon = 0$ che incidono sul valore medio. In Fig. 5.27 è mostrato l'andamento del valore mediano nei casi analizzati, ora l'andamento per il *rate* esponenziale è quello atteso. Ricordiamo che per il *rate* 802.11g il valore mediano di ϵ è uguale a zero perché il numero di problemi ammissibili è superiore al 50% (Fig. 5.8). Per quando riguarda il confronto tra i varie tipologie di *rate* T anche in questo caso il comportamento è simile a quanto detto in precedenza con due antenne.

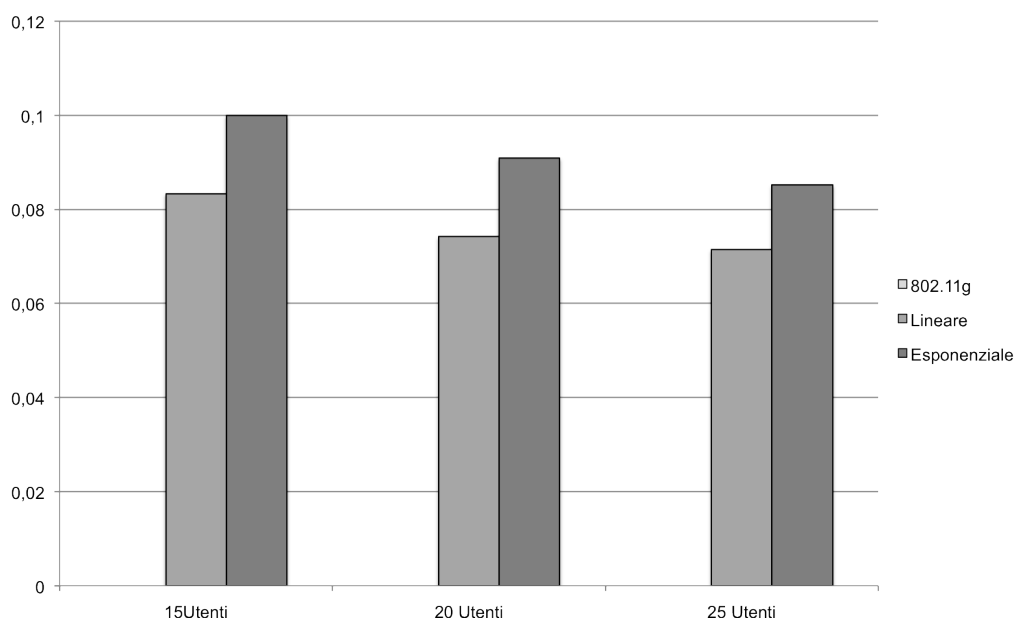


Figura 5.27: Valore mediano di ϵ nelle topologie 3 antenne 2 frequenze.

Di seguito vengono considerate le stesse topologie generate in modo casuale (tre antenne e tre frequenze) di Fig. 5.9 analizzate per la ricerca dell'inammissibilità degli equilibri di Nash. Anche in questo caso le tre antenne possono trasmettere con tre frequenze differenti e quindi, a causa di questo ulteriore aumento della complessità computazionale, è stato deciso di limitare il numero degli utenti presenti a 7, 10 e 15. Quindi verranno considerate:

- 150 diverse topologie costituite da 3 antenne funzionanti con 3 frequenze. Ogni topologia contiene 7 utenti.

- 150 diverse topologie costituite da 3 antenne funzionanti con 3 frequenze. Ogni topologia contiene 10 utenti.
- 150 diverse topologie costituite da 3 antenne funzionanti con 3 frequenze. Ogni topologia contiene 15 utenti.

In Fig. 5.28 è presentato l'andamento del valore di ϵ nelle suddette topologie per ogni definizione di *rate*. Ora si verifica che i comportamenti per il *rate* T di tipo esponenziale e lineare sono simili alle attese mentre non accade in un campione del *rate* 802.11g. La decrescita è minima ma bisogna considerare il basso numero di utenti analizzato.

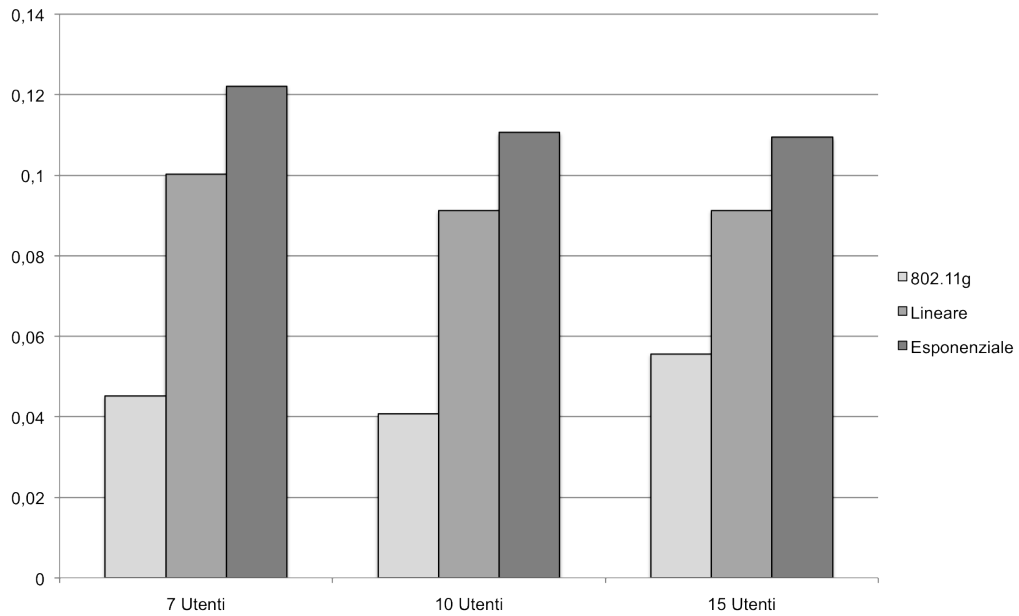


Figura 5.28: Valore medio di ϵ nelle topologie 3 antenne 2 frequenze.

Capitolo 6

Conclusioni e sviluppi futuri

“Senza ENTUSIASMO, non si è mai compiuto niente di grande. ”

R.W. Emerson

6.1 Conclusioni

Questo lavoro di tesi, propone sei diversi modelli suddivisi nei vari capitoli con l'obiettivo di rappresentare, in modo sempre più preciso, il problema di selezione della rete. Il primo modello nel *Capitolo 3* si concentra sul problema della condivisione delle risorse *lato utente*: gli utenti hanno la facoltà di decidere a quale antenna collegarsi scegliendo quella meno congestionata. Il problema è modellato attraverso un *gioco di congestione* in cui l'obiettivo è quello di assicurare l'esistenza di almeno un punto d'equilibrio a *livello utente*: nessun utente dovrà essere portato a collegarsi ad un'altra antenna. Nel secondo modello viene introdotto il concetto di frequenza e quindi di interferenza. Le antenne utilizzano delle frequenze fissate e gli utenti devono decidere come associarsi in modo da minimizzare la loro interferenza.

Il *Capitolo 4* tratta il problema *lato antenna-utente* modellato attraverso un *gioco bi-livello* combinando la condivisione e l'allocazione delle risorse in un unico problema. Nel modello IV, in particolare, vengono considerati

due punti di accesso, i quali, devono scegliere tra le frequenze disponibili per trasmettere, quella che garantisce il maggior numero di utenti associati. Naturalmente gli utenti decidono di associarsi all'antenna che assicura il minor numero di interferenti. La presenza di utenti e di punti di accesso, ovvero di due diverse categorie di giocatori, ha reso indispensabile scomporre il problema in due giochi, che non possono essere analizzati indipendentemente, in quanto le scelte e l'equilibrio dell'uno influenzano inevitabilmente anche l'altro. Anche in questo caso si ricerca congiuntamente un equilibrio sia a livello utenti, come nei modelli precedenti, sia a livello antenne ovvero, un assegnamento alle antenne delle frequenze con cui trasmettere per cui nessun punto di accesso è portato a cambiare frequenza di trasmissione in quanto, non aumenterebbero gli utenti che si collegherebbero ad esso. Il problema così posto è risolvibile sempre in quanto in ogni caso è possibile trovare almeno una soluzione di equilibrio. Similmente, nel quarto modello, è stato esteso nel problema bi-livello la possibilità di utilizzare tre antenne nelle topologie analizzate. In entrambi i modelli è stato dimostrato che tutte le topologie di rete possiedono sempre almeno un punto di equilibrio a livello antenne tale per cui le antenne possono trasmettere con frequenze differenti.

Il *Capitolo 5* tratta sempre il problema *lato antenna-utente* introducendo il concetto di *Rate*, legando quindi gli utenti, non solo alla interferenza percepita, ma anche, alla collocazione spaziale rispetto alle antenne. Gli utenti, utilizzando le nuove informazioni, possono quindi scegliere l'antenna (e quindi la frequenza) che ottimizza la trasmissione. Questo nuovo problema bi-livello, a causa dei nuovi vincoli e delle informazioni introdotte, è molte volte inammissibile (in termini di soluzione di equilibrio: non esiste nessun assegnamento stabile per le antenne e quindi ogni antenna è portata a modificare la propria frequenza di trasmissione allo scopo di aumentare il numero di utenti connessi). Il modello e il relativo gioco sono stati testati su diversi rappresentazioni di rate (802.11g, lineare, esponenziale) e di scenari generati casualmente. I risultati ottenuti sono stati simili alle attese, infatti si è notato che aumentando il numero degli utenti presenti nella rete, aumenta la probabilità che il problema analizzato risulti inammissibile (e più in particolare la probabilità cresce nel caso utilizzassimo nell'ordine le rappresentazioni 802.11g, lineare, esponenziale). Per ovviare a tale problema nel sesto modello è stato introdotto il concetto di *Epsilon-equilibrio* rappresentato dall'assegnamento delle frequenze alle antenne che minimizzano il numero

massimo di utenti che un'antenna può guadagnare deviando la strategia. Anche in questo caso il modello e il relativo gioco sono stati testati su diverse topologie analizzando l'andamento del valore medio e del valore massimo di ϵ (il numero massimo di utenti che un'antenna può guadagnare deviando la strategia partendo da un ϵ – *equilibrium*) in funzione del numero di utenti presenti nella rete. Si può concludere che all'aumentare del numero di utenti presenti, aumenta sia il valore medio che il valore massimo di ϵ e più in particolare aumentano nel caso utilizzassimo nell'ordine le rappresentazioni 802.11g, lineare, esponenziale.

6.2 Sviluppi futuri

I buoni risultati ottenuti con questo lavoro di tesi aprono numerosi sviluppi futuri. Le possibili direzioni su cui condurre nuove indagini a riguardo sono essenzialmente due: mantenere l'approccio modellistico oppure analizzare il problema in chiave pratica e simulativa.

Nel primo caso è possibile proseguire lo studio del problema, proponendo nuovi modelli che esplorano nuove categorie di giochi tra utenti ed antenne o raffinare ulteriormente quelli già analizzati. Una possibile miglioria nel modello da noi presentato nel *Capitolo 4* e nel *Capitolo 5* potrebbe essere quella di renderlo più scalabile in termini di antenne presenti nella topologia analizzata. Infatti nel nostro caso l'aggiunta di un'antenna nella rete in esame comporta la modifica e l'ampliamento dei vincoli nel modello. In tal senso, si potrebbe quindi proporre un modello che sia indipendente dal numero di antenne presenti.

In termini invece di analisi dei risultati, si potrebbero apportare delle modifiche o delle semplificazioni al modello per il calcolo degli equilibri, risultato essere molto pesante in termini computazionali.

Nel secondo caso è possibile abbandonare l'approccio teorico avuto mediante il risolutore commerciale e valutare la bontà della metrica proposta utilizzando simulatori di rete per ottenere misure più concrete sulla qualità delle connessioni (throughput, delay, etc.); tale soluzione permetterebbe

inoltre di considerare importanti fenomeni che non è stato possibile includere nella rappresentazione a modello del problema.

Bibliografia

- [1] G. Q. Maguire Jr J. Mitola. Cognitive radio: Making software radios more persona. *IEEE Common*, 6(4):13–18, 1999.
- [2] Jing Yang. Spatial channel characterization for cognitive radios. Master's thesis, Berkeley, 2004.
- [3] I. F. Akyildiz, W. Lee, M. C. Vuran, and S. Mohanty. Next generation/dynamic spectrum access/cognitive radio wireless networks: A survey. *Computer Networks*, 50(13):pp. 2127–2159, settembre 2006.
- [4] Ilaria Malanchini. Allocazione delle risorse in reti cognitive. Master's thesis, Politecnico di Milano, 2007.
- [5] FCC, ET Docket No 03-322. *Notice of Proposed Rule Making and Order*, Dicembre 2003.
- [6] Joseph Mitola. *An Integrated Agent Architecture for Software Defined Radio*. PhD thesis, KTH, Sweden, May 2000.
- [7] Friederich K. Jondral. Software-defined radio - basics and evolution to cognitive radio. *EURASIP Journal on Wireless Communication and Networking*, pages 275–283, 2005.
- [8] Ryan W. Thomas, Luiz A. DaSilva, and Allen B. MacKenzie. Cognitive networks. In Dale Hatfield and Preston Marshall, editors, *DySPAN 2005, 1st IEEE International Symposium on New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks*, pages 352–360, Piscataway, NJ, USA, November 2005. IEEE Computer Society.
- [9] E. Hossain D. Niyato. Cognitive radio for next-generation wireless networks: An approach to opportunistic channel selection in iee

- 802.11-based wireless mesh. *IEEE Wireless Communications*, Febbraio 2009.
- [10] J. O. D. Neel. *Analysis and Design of Cognitive Radio Networks and Distributed Radio Resource Management Algorithms*. PhD thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Settembre 2006.
- [11] J. O. D. Neel, J. H. Reed, and R. P. Gilles. Convergence of cognitive radio networks. *IEEE Communications Society*, 2004.
- [12] Allen B. MacKenzie, Peter Athanas, R. Michael Buehrer, Steven W. Ellingson, Michael Hsiao, Cameron Patterson, and Claudio R. C. M. da Silva. Cognitive radio and networking research at virginia tech. *Proceedings of the IEEE*, 97(4), Aprile 2009.
- [13] Thomas W. Rondeau, Bin Le, and Christian J. Rieser. Cognitive radios with genetic algorithms: Intelligent control of software defined radios. In *SDR 04 Technical Conference and Product Exposition*, 2004.
- [14] Nicola Baldo and Michele Zorzi. Cognitive network access using fuzzy decision making. *ICC 2007 proceeding*, 2007.
- [15] Qing Zhao, Lang Tong, Ananthram Swami, and Yunxia Chen. Decentralized cognitive mac for opportunistic spectrum access in ad hoc networks: A pomdp framework. *IEEE Journal on selected areas in communications*, 25(3), Aprile 2007.
- [16] D. Niyato and E. Hossain. Market-equilibrium, competitive, and cooperative pricing for spectrum sharing in cognitive radio networks: Analysis and comparison. *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, 7(11):4273–4283, 2008.
- [17] Stefan Mangold, Sai Shankar N, and Lars Berlemann. Spectrum agile radio: A society of machines with value-orientation (invited paper). In *in Proc. of European Wireless Conference 2005, EW'05*, pages 10–13, 2005.
- [18] Junhong Nie and S. Haykin. A q-learning-based dynamic channel assignment technique for mobile communication systems. *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, 48(5):1676–1687, September 1999.

- [19] A.B. MacKenzie and S.B. Wicker. Game theory and the design of self-configuring, adaptive wireless networks. *Communications Magazine, IEEE*, 39(11):126–131, November 2001.
- [20] R. Etkin, A. Parekh, and D. Tse. Spectrum sharing for unlicensed bands. *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, 25(3):517–528, 2007.
- [21] Matteo Cesana, Nicola Gatti, and Ilaria Malanchini. Game theoretic analysis of wireless access network selection: models, inefficiency bounds, and algorithms. In *ValueTools '08: Proceedings of the 3rd International Conference on Performance Evaluation Methodologies and Tools*, pages 1–10, ICST, Brussels, Belgium, Belgium, 2008. ICST (Institute for Computer Sciences, Social-Informatics and Telecommunications Engineering).
- [22] J. Antoniou and A. Pitsillides. 4g converged environment: Modeling network selection as a game. In *Mobile and Wireless Communications Summit, 2007. 16th IST*, pages 1–5, 2007.
- [23] Chung-Ju Chang, Tsung-Li Tsai, and Yung-Han Chen. Utility and game-theory based network selection scheme in heterogeneous wireless networks. In *Wireless Communications and Networking Conference, 2009. WCNC 2009. IEEE*, pages 1–5, 2009.
- [24] D. Charilas, O. Markaki, and E. Tragos. A theoretical scheme for applying game theory and network selection mechanisms in access admission control. In *Wireless Pervasive Computing, 2008. ISWPC 2008. 3rd International Symposium on*, pages 303–307, May 2008.
- [25] M. Cesana, I. Malanchini, and A. Capone. Modelling network selection and resource allocation in wireless access networks with non-cooperative games. In *Mobile Ad Hoc and Sensor Systems, 2008. MASS 2008. 5th IEEE International Conference on*, pages 404–409, 2008.
- [26] John von Neumann and Oskar Morgenstern. *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press, May 1944.
- [27] José M Vidal and José M. Vidal. *Fundamentals of multiagent systems*, 2006.

- [28] John Nash. Non-Cooperative Games. *The Annals of Mathematics*, 54(2):286–295, September 1951.
- [29] McKelvey Richard D. and Palfrey Thomas R. Quantal response equilibria for normal form games. *Games and Economic Behavior*, 10(1):6–38, July 1995.
- [30] Fioravante Patrone. Equilibri bayesiani debolmente perfetti ed equilibri sequenziali. Technical report, Università di Genova, 2008.
- [31] Hans Carlsson and Eric van Damme. Global games and equilibrium selection. *Econometrica*, 61(5):989–1018, September 1993.
- [32] Alex Fabrikant, Christos Papadimitriou, and Kunal Talwar. The complexity of pure nash equilibria. In *Proceedings of the thirty-sixth annual ACM symposium on Theory of computing*, STOC '04, pages 604–612, New York, NY, USA, 2004. ACM.
- [33] Dov Monderer and Lloyd S. Shapley. Potential games. *Games and Economic Behavior*, 14(1):124 – 143, 1996.
- [34] L. Fleischer, K. Jain, and M. Mahdian. Tolls for heterogeneous selfish users in multicommodity networks and generalized congestion games. In *Foundations of Computer Science, 2004. Proceedings. 45th Annual IEEE Symposium on*, pages 277 – 285, 2004.
- [35] George Christodoulou, Elias Koutsoupias, and Paul Spirakis. On the performance of approximate equilibria in congestion games. In Amos Fiat and Peter Sanders, editors, *Algorithms - ESA 2009*, volume 5757 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 251–262. Springer Berlin / Heidelberg, 2009.
- [36] Robert Fourer, David M. Gay, and Brian W. Kernighan. A Modeling Language for Mathematical Programming. *Management Science*, 36:519–554, 1990.
- [37] <http://www.ilog.com/products/cplex/>. Ilog cplex.