

1 - Origine del magnetismo: brevi cenni storici

Diversi secoli prima di Cristo, la scoperta della particolare proprietà di alcuni minerali come le ferriti ($MO \cdot Fe_2O_3$, M = elemento metallico Fe, Mn, Zn, Sr, ...), in grado di attrarre minerali di ferro, portò l'uomo a relazionarsi per la prima volta con quell'insieme di fenomeni naturali, tra i più antichi conosciuti nella storia della scienza, che rientrano oggi sotto la definizione generica di *magnetismo*. Il passo successivo nella comprensione dell'elettromagnetismo fu accorgersi che gli "aghi magnetici" liberi di ruotare si orientavano naturalmente lungo l'asse Nord-Sud.

Un primo rapporto sistematico sullo studio dei fenomeni magnetici è contenuto nella famosa epistola "*De magnete*" di Pietro Peregrino da Maricourt (1269). In seguito, nel XVI secolo, William Gilbert (1544-1603) nel "*De Magnete*", uno dei primi e più importanti studi scientifici relativi al magnetismo, ipotizzò per la prima volta che la Terra stessa fosse un enorme magnete. Egli mise chiaramente in evidenza sia l'esistenza dei due poli di natura differente (Nord e Sud) in grado di attrarsi o di respingersi se di eguale segno, sia l'impossibilità di separarli. I due poli terrestri divennero facilmente riconoscibili, in quanto si poteva sfruttare il fatto che la Terra si comportasse come un grande magnete in grado di orientare parallelamente alla direzione Nord-Sud gli aghi delle bussole; si scelse di chiamare "Nord" della calamita il polo che volgeva verso il Nord terrestre, senza preoccuparsi del fatto che questa scelta fosse in contraddizione con la proprietà prima ricordata che "*poli di uguale segno si respingono*".

Nonostante siano tanto antiche le prime rudimentali e intuitive considerazioni e applicazioni riguardanti la "forza magnetica", tali fenomeni furono sistematicamente codificati in leggi fisiche solo negli ultimi due secoli. Durante tutto il XVIII secolo, oltre agli studi sui fenomeni elettrici, si svilupparono numerose osservazioni e misure sul magnetismo, benché la fenomenologia legata al comportamento magnetico della materia apparisse ancora complessa e comunque non riconducibile ad alcuna teoria: in ogni caso i due campi di ricerca (correnti elettriche e magnetismo) non evidenziavano all'epoca, alcuna connessione, anzi si arrivò a dichiarare che erano sicuramente indipendenti. Solo la disponibilità di flussi continui di cariche elettriche (la "corrente elettrica"), resa possibile dalla pila di Volta, permisero di rivedere le posizioni teoriche in questo campo. L'interesse

scientifico fu risvegliato dopo la pubblicazione, nel 1820, di un lavoro del fisico danese Hans Christian Oersted (1777-1851), professore al politecnico di Copenhagen, persuaso che tutte le forze e azioni esistenti in natura dovevano in qualche modo essere imparentate e derivare l'una dall'altra.

Gli addetti ai lavori dovettero accettare che corrente elettrica e magnetismo non erano indipendenti. L'esperienza di Oersted portava all'assunto secondo cui un campo magnetico si genera in presenza di cariche elettriche in movimento. Dunque, al problema di comprendere l'origine del magnetismo nei corpi si aggiungeva la difficoltà di illustrare i rapporti tra elettricità e fenomeni magnetici.

Dopo aver ascoltato la lettura della memoria di Oersted all'*Académie des Sciences* di Parigi nel 1820, accettando l'evidenza sperimentale, André Marie Ampère (1775-1836) abbandonò le sue precedenti convinzioni per elaborare una teoria matematica che giustificasse l'esperienza di Oersted, intuendo che le proprietà magnetiche della materia potessero essere considerate l'effetto delle "correnti elettriche circolanti" al suo interno. Era questa un'ipotesi non osservabile empiricamente che a lungo fu circondata da perplessità e scetticismo, tuttavia contribuì a gettare le basi per poter considerare la materia come un sistema organizzato di nuclei atomici e di elettroni, cioè di particelle cariche in movimento.

Solo agli inizi del secolo scorso, con l'avvento della meccanica quantistica e lo sviluppo della fisica atomica si riuscì ad interpretare l'elettromagnetismo in modo organico e soddisfacente. Attraverso gli studi di Michael Faraday (1791-1867), uno dei maggiori scienziati sperimentali di tutti i tempi, cominciò a chiarirsi parte della fenomenologia elettrica e magnetica. Basandosi sulle riflessioni di Faraday, James Clerk Maxwell (1831-1879) giunse infine, attraverso l'introduzione del concetto di campo a una trattazione matematica dei fenomeni elettromagnetici di portata pari a quella che Newton aveva raggiunto circa centocinquanta anni prima nel campo della meccanica.

2 - Cenni alla fisica del magnetismo

Abbiamo visto che un campo magnetico è generato da cariche elettriche in moto; questo fenomeno è rilevabile sia a livello macroscopico, come nel caso di un conduttore percorso da corrente, sia a livello microscopico considerando il momento magnetico associato al moto orbitale (m_s) e il momento magnetico di *spin* degli elettroni (m_l) nei materiali magnetici, ovvero: il momento magnetico risultante di un atomo dipende dal numero e dalla disposizione dei suoi elettroni all'interno degli orbitali. Per ottenere il momento magnetico totale dell'atomo, occorre sommare i momenti magnetici degli elettroni, tenendo in considerazione il fatto che la direzione di ogni momento è data dalla combinazione dei segni di m_l e m_s . È possibile constatare che:

- gli atomi con **livelli atomici completi**, che hanno un numero uguale di elettroni con valore di m_l e m_s positivo e negativo, non mostrano momento magnetico perché ogni contributo viene annullato da un altro contributo di pari intensità ma di segno opposto;
- solo strutture atomiche con **livelli elettronici incompleti** mostrano un momento magnetico.

Poiché negli atomi isolati gli elettroni di valenza formano una struttura incompleta, dovremmo aspettarci che tutti gli atomi liberi, tranne quelli dei gas rari, mostrino proprietà magnetiche. Quando si considerano i solidi, a causa delle interazioni di legame osserviamo pochi materiali in grado di mantenere un momento magnetico a temperatura ambiente, mentre a temperature inferiori a 0 °C molti materiali incominciano a presentare proprietà ferromagnetiche, anche molto intense. A temperatura ambiente tutti i materiali magnetici contengono almeno un elemento di transizione, il quale possiede orbitali di tipo *d* fortemente orientati, non completamente riempiti, con elettroni spaiati. Questi orbitali, se non intervengono nella costituzione di legami nel solido, sono origine di forti effetti paramagnetici. Quando le distanze interatomiche sono tali da permettere l'interazione di scambio si

producono effetti ferromagnetici marcati: questo suggerisce che il livello incompleto sia quello che fornisce il principale contributo al momento magnetico atomico.

Affinché il campo magnetico possa essere assunto come grandezza fisica, occorre darne una definizione operativa; occorre cioè trovare un metodo per definirne le proprietà sperimentalmente. Macroscopicamente, tale obiettivo può essere raggiunto attraverso la forza \mathbf{F} (si veda l'equazione 2.1) che, in presenza di un campo magnetico, \mathbf{H} , agisce nel vuoto su una carica q in movimento con velocità \mathbf{v} :

$$\mathbf{F} = q \mathbf{v} \times \mu_0 \mathbf{H} \quad \text{eq. (2.1)}$$

Nell'equazione 2.1 μ_0 è la permeabilità magnetica del vuoto, che indica la facilità di propagazione del flusso magnetico nel vuoto e vale nel SI (Sistema internazionale delle unità di misura) $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Hr/m}$ ($\text{Hr} = \text{Henry} = \text{Volt} \cdot \text{s} \cdot \text{A}^{-1}$); la notazione vettoriale esprime il fatto che la forza agisce perpendicolarmente alla velocità ed alle linee di forza del campo magnetico. L'equazione 2.1 è detta anche legge di *Lorentz* e permette, ad esempio, di affermare che una particella carica in moto soggetta ad un campo magnetico costante compie una traiettoria circolare; attraverso la legge di *Lorentz*, nota la velocità \mathbf{v} della particella e valutando il raggio di curvatura della traiettoria è possibile determinare direzione e intensità del campo magnetico, \mathbf{H} . Secondo il SI, l'unità per la misura di \mathbf{H} è l'Ampere su metro (A/m).

A livello microscopico, per una trattazione corretta del magnetismo occorrerebbe utilizzare i concetti della meccanica quantistica.

Tuttavia, almeno in prima approssimazione si può fare riferimento ad un modello atomico classico, considerando solo le orbite che gli elettroni percorrono sotto l'azione del campo centrale dei nuclei; questi ultimi, sono considerati immobili e ininfluenti per la produzione del campo magnetico. In base a tale modello intuitivo (Fig. 2.1), possiamo trattare le orbite elettroniche come spire circolari di raggio r , percorse da una corrente i ($i = e \frac{\omega}{2\pi r}$); e e ω sono rispettivamente la carica dell'elettrone e il modulo della sua velocità angolare). All'orbita elettronica, pertanto, può associarsi un momento magnetico $\mathbf{m} = i \cdot \mathbf{a}$ (a = area sottesa dall'orbita). Il momento magnetico di ogni singolo elettrone è quindi pari a:

$$m = -\frac{e}{2} \omega r \quad \text{eq. (2.2)}$$

Nella materia allo stato solido le orbite elettroniche di atomi adiacenti possono essere assimilabili a un insieme di spire elementari, di area dA , ciascuna caratterizzata da un proprio momento di dipolo, $d\mathbf{m} = dA \cdot \mathbf{i}$, in grado di generare un campo magnetico, \mathbf{H} , per unità di volume, \mathbf{V} , pari a:

$$H = \frac{1}{V} \int dm = \frac{m}{V} \text{ eq} \quad (2.3)$$

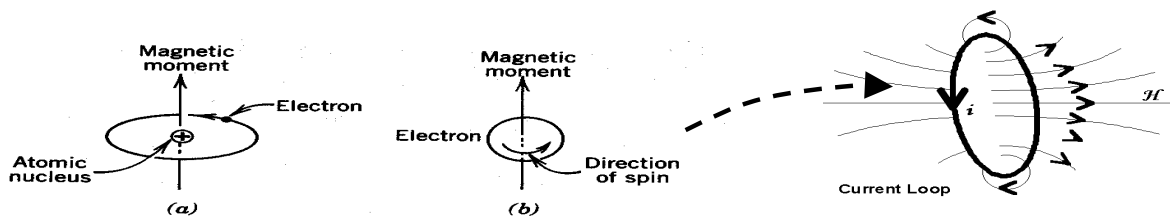


Fig. 2.1: Considerando un'orbita di raggio r e una corrente i che la percorre, in analogia con un orbitale atomico, un campo magnetico H sarà prodotto all'interno dell'orbita, pari a $H = \frac{i}{2r}$ [A/m]; si avrà un momento magnetico associato $m = i \cdot a$ [Am²]; l'intensità di magnetizzazione, M , è il momento magnetico per unità di volume $M = \frac{m}{V}$ [A/m]; il momento magnetico per unità di massa è $\sigma = m/Kg$ [Am²/kg].

Intuitivamente, si può ricavare il valore del momento magnetico di un corpo esteso, considerandolo come un insieme di dipoli e osservando che i contributi delle correnti adiacenti all'interno del materiale si elidono vicendevolmente in quanto antiparallele poiché, in una regione uniformemente magnetizzata tutte le correnti ruotano nello stesso verso. L'unica regione del corpo dove non avvengono tali annullamenti reciproci è la superficie esterna; il momento magnetico totale di un corpo può allora essere considerato pari alla sommatoria dei singoli momenti atomici, o al campo generato da un'unica spira di corrente che avvolge la sezione considerata

$$\mathbf{m} = \mathbf{i} \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{S} = \sum \mathbf{i} \cdot \mathbf{a} \quad \text{eq. (2.4)}$$

L'equazione 1.4 tiene conto dei contributi di tutti i dipoli: n è il numero di atomi disposti entro l'area S della sezione del corpo considerata mentre il prodotto $i \cdot n$ si misura in ampere (A). Essendo il momento magnetico totale proporzionale al volume, è possibile definire l'intensità di magnetizzazione M (momento magnetico per unità di volume) come:

$$M = \frac{i n S}{V} = \frac{A}{m} \quad \text{eq. (2.5)}$$

L'induzione magnetica \mathbf{B} ossia la densità di flusso magnetico che attraversa un corpo magnetizzato, è pari al prodotto tra l'intensità di magnetizzazione e la permeabilità magnetica nel vuoto μ_0 :

$$\mathbf{B} = \mu_0 \cdot \mathbf{M} \quad \text{eq. (2.6)}$$

L'unità di misura dell'induzione adottata dal SI è il Tesla (T): un Tesla è l'induzione magnetica di un campo che agisce con la forza di 1 Newton su una carica di 1 Coulomb che si muove alla velocità di 1 m/s ($T = \frac{N}{Am}$). Questa unità di misura è piuttosto grande, normalmente si usano sottomultipli di T (mT, μT , nT) o - soprattutto negli USA- il gauss (G) come unità di misura dell'induzione magnetica nel sistema c.g.s. ($1 G = 10^{-4} T$). Secondo quanto riportato sopra, si può dimostrare che il campo magnetico \mathbf{H}_i generato dalle correnti superficiali all'interno del materiale è pari ad \mathbf{M} ($\mathbf{H}_i = \mathbf{M}$). Inoltre se è applicato un campo magnetico esterno \mathbf{H} , la densità di flusso magnetico (o induzione, \mathbf{B}) risulterà pari a

$$\mathbf{B} = \mu_0 \cdot (\mathbf{M} + \mathbf{H}) \quad \text{eq. (2.7)}$$

Il vettore \mathbf{B} viene anche definito come segue: $B = \mu_0 M + \mu_0 H$. Qui il termine $\mu_0 \mathbf{M}$ è denominato polarizzazione magnetica, viene indicato con \mathbf{I} , e ha come unità di misura la medesima dell'induzione magnetica [$\mathbf{I} = \mu_0 \mathbf{M}$] (T). In assenza di un campo

magnetico esterno, l'induzione ($B = \mu_0 M$) ha linee di campo solenoidali. In altre parole, le linee del flusso magnetico compiono circuiti chiusi che non hanno una zona di origine né di termine.

Una grandezza importante per definire le proprietà magnetiche dei materiali è la suscettività magnetica χ che corrisponde al rapporto tra l'intensità di magnetizzazione e il campo magnetico applicato.

$$\chi = \frac{M}{H} \quad \text{eq. (2.8)}$$

La suscettività è adimensionale ed indica quanto una sostanza può essere magnetizzata in presenza di un campo magnetico. Il valore di χ è usato, generalmente per descrivere le diverse classi di materiali magnetici. Nelle sostanze diamagnetiche χ è negativa ($\chi < 0$), mentre è positiva nelle sostanze paramagnetiche ($\chi > 0$) e positiva con elevato valore assoluto nelle sostanze ferromagnetiche ($\chi \gg 0$). Analogamente, si osserva che la dipendenza dell'induzione di un materiale dal campo \mathbf{H} è sintetizzata dalla permeabilità magnetica

$$m = \frac{B}{H} \quad \text{eq. (2.9)}$$

Se definiamo permeabilità relativa μ_r , il rapporto μ/μ_0 , dividendo tutti i termini dell'equazione (1.7) per \mathbf{H} risulta:

$$\mu_r = 1 + \chi \quad \text{eq. (2.10)}$$

Come conseguenza, la permeabilità relativa μ_r risulta minore di 1, maggiore di 1 ed estremamente elevata, rispettivamente, nei materiali dia-, para-, e ferromagnetici. Occorre notare che le proprietà magnetiche dei materiali sono dettate non solo dal valore della magnetizzazione ma anche da come essa varia in relazione al campo esterno H . Inoltre, poiché i materiali magnetici hanno geometria finita, le linee di flusso del campo creano all'esterno di ogni corpo un campo aggiuntivo di natura conservativa, detto campo smagnetizzante \mathbf{H}_d direzionato nel verso opposto rispetto a \mathbf{M} . Il campo smagnetizzante, come qualsiasi campo magnetico, interagisce con la magnetizzazione stessa, dando luogo a un termine di energia definito densità di energia magnetostatica.

Grandezze	Simbolo	SI	CGS	Fattori di conversione
Induzione magnetica	B	Tesla (T)	Gauss (G)	$1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}$
Campo magnetico	H	A/m	Oersted (Oe)	$1 \text{ A/m} = 4\pi / 10^3 \text{ Oe}$
Magnetizzazione	M	A/m	emu/cm ³	$1 \text{ A/m} = 10^{-3} \text{ emu/cm}^3$
Magnetizzazione per unità di massa	σ	Am ² /kg	emu/g	$1 \text{ Am}^2/\text{kg} = 1 \text{ emu/g}$
Momento magnetico	m	Am ²	emu	$1 \text{ Am}^2 = 10^3 \text{ emu}$
Suscettività	χ	adimensionale	adimensionale	$\chi_{\text{cgs}} = \chi_{\text{SI}} / 4\pi$
Suscettività per unità di massa	k	m ³ /kg	emu/Oe g	$1 \text{ m}^3/\text{kg} = 10^3 / 4\pi \text{ emu/Oe g}$
Permeabilità magnetica del vuoto	μ_0	H/m	adimensionale	$\mu_{0\text{cgs}} = \mu_{0\text{SI}} / 4\pi 10^{-7} \text{ H/m}$

Tabella I: schema riassuntivo delle diverse grandezze magnetiche e delle relative unità di misura nel Sistema internazionale (SI) e nel sistema cgs

2.1 - Classificazione dei materiali magnetici

I materiali magnetici sono suddivisibili in tre classi generali: diamagnetici, paramagnetici e ferromagnetici, a seconda del diverso comportamento magnetico assunto in presenza di un campo applicato esterno, esplicitato attraverso il valore della suscettività, c .

Diamagnetismo

Le sostanze **diamagnetiche** reagiscono ad un campo esterno (H) manifestando un debole momento magnetico indotto, antiparallelo rispetto ad H , che scompare al venire meno del campo stesso. Sono materiali i cui atomi non presentano un momento magnetico spontaneo in quanto possiedono tutti gli orbitali atomici riempiti o non ci sono elettroni spaiati; in presenza di un campo esterno la loro tendenza è quella di modificare le orbite elettroniche in modo da opporsi alla perturbazione imposta. Il diamagnetismo è un fenomeno intrinseco di tutti i materiali, ma risulta evidente solo quando ferromagnetismo e paramagnetismo non ne mascherano gli effetti. Negli atomi che non presentano momento magnetico intrinseco, questo fenomeno rappresenta l'unico effetto risultante dall'applicazione di un campo esterno. Inoltre, il momento così indotto risulta indipendente dalla temperatura. Le sostanze diamagnetiche presentano suscettività negativa, piccola, usualmente dell'ordine di 10^{-6} - 10^{-5} , e sono contraddistinte da una relazione linearmente inversa tra \mathbf{M} e \mathbf{H} (Fig. 2). Alcune sostanze diamagnetiche comuni sono: quarzo (SiO_2) $\chi = -0.62$; Calcite (CaCO_3) $\chi = -0.48$; acqua $\chi = -0.90$.

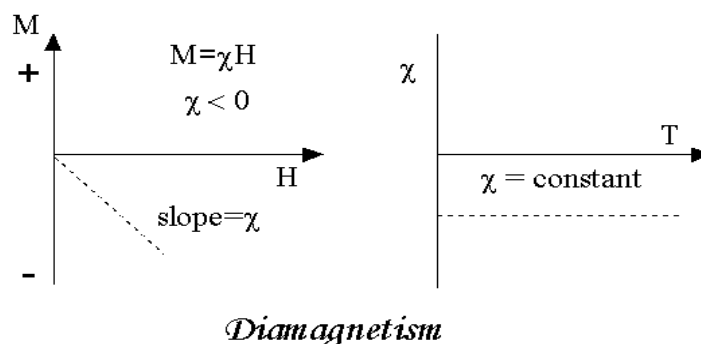


Fig. 2.2: Relazione linearmente inversa tra M ed H nelle sostanze diamagnetiche (sinistra), costanza nel valore di χ al variare della temperatura, T (destra).

Paramagnetismo

Gli atomi delle sostanze paramagnetiche sono caratterizzati dal fatto di possedere un momento magnetico dovuto ad elettroni spaiati in orbitali parzialmente riempiti.

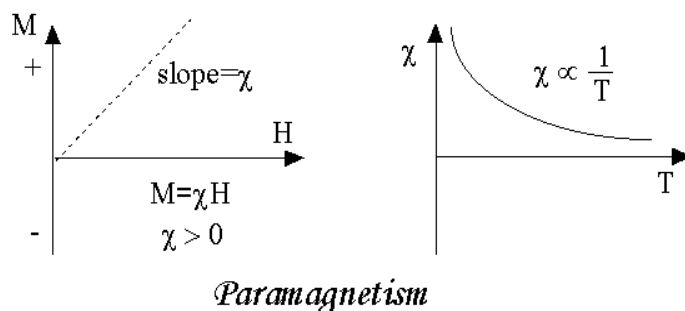


Fig. 2.3: Sostanze paramagnetiche: relazione lineare, direttamente proporzionale tra M ed H (sinistra); variazione della suscettività in funzione della temperatura (destra).

Anche le sostanze paramagnetiche presentano una relazione lineare, direttamente proporzionale tra **M** e **H**, il valore della loro suscettività è positivo, ridotto,

decescente (a parità di campo) al crescere della temperatura (Fig. 3).

Nei materiali paramagnetici la suscettività assume valori dell'ordine di 10^{-2} - 10^{-4} .

Per tali sostanze occorre una dipendenza della suscettività dalla temperatura espressa dalla legge di Curie (eq. 2.11).

$$\chi = C / T \quad \text{eq. (2.11)}$$

C è un parametro detto **costante di Curie**. Questa dipendenza dalla temperatura si spiega considerando il materiale come un insieme di momenti magnetici indipendenti, dovuti a ciascun atomo (o molecola) che compone la sostanza. In assenza di un campo applicato, i singoli vettori **m** assumono direzioni casuali a causa dell'agitazione termica cosicché la magnetizzazione netta risultante è nulla. Tuttavia, se si applica un campo, i momenti magnetici tendono a disporsi lungo la

sua stessa direzione, anche se sono contrastati dall'agitazione termica che ne consente una parziale orientazione. È possibile pertanto considerare la legge di Curie come descrittiva del paramagnetismo, valutando l'effetto antagonista di due fenomeni:

- 1) la tendenza dell'insieme dei momenti magnetici \mathbf{m} ad assumere direzione coincidente con quella del campo esterno \mathbf{H} ;
- 2) l'agitazione termica degli atomi, che tende ad imprimere una direzione casuale ad ogni momento intrinseco.

La legge di Curie si basa sull'assunto che i momenti magnetici degli atomi siano influenzati unicamente dal campo esterno e dall'agitazione termica, pertanto non si considera una loro interazione. Inoltre, quando $\mathbf{H} = 0$ la direzione media dei momenti atomici è casuale ed il momento risultante è nullo. Quando la temperatura è molto bassa ($T \ll 100$ K) o il campo molto alto la suscettività paramagnetica è indipendente dal campo applicato. Sotto queste condizioni la suscettività di un materiale è proporzionale al contenuto di ferro. Molti minerali contenenti ferro sono paramagnetici a temperatura ambiente.

Ferromagnetismo

Diversamente dai materiali paramagnetici, i momenti atomici delle sostanze **ferromagnetiche** hanno fra loro interazioni molto forti. Queste interazioni sono prodotte da forze di scambio tra elettroni, come risultato di un allineamento parallelo o antiparallelo dei momenti atomici. Weiss sviluppando il pensiero di Ampère, nel 1907, postulò che i momenti magnetici interagissero tra loro, suggerendo che tale interazione potesse essere rappresentata da un fittizio campo interno denominato campo molecolare \mathbf{H}_m , direttamente proporzionale alla magnetizzazione e di intensità molto elevata (10^8 - 10^9 A/m), approssimativamente 100 volte più forte del campo magnetico terrestre. L'interazione fra i diversi momenti elettronici è molto forte e tale da allineare tutti i momenti magnetici elementari del materiale, anche in assenza di un campo esterno. L'origine fisica del campo molecolare introdotto da Weiss, non può essere spiegata secondo una trattazione classica: nel 1928 Heisenberg fornì la dimostrazione teorica,

associandola a un fenomeno quantistico legato alle forze di interazione tra *spin* elettronici adiacenti. Inoltre, affinché si possa osservare il fenomeno della magnetizzazione spontanea in una sostanza, sono necessarie alcune condizioni:

- a) gli atomi interessati devono possedere almeno un elettrone spaiato
- b) questi elettroni devono trovarsi in un orbitale direzionato, come l'orbitale *d* o *f*
- c) deve esserci una distanza interatomica adeguata perché si verifichi l'interazione di scambio ferromagnetica (se gli elettroni sono troppo vicini gli spin di segno uguale si respingono, se sono lontani non si ha interazione).

Grazie all'introduzione del campo molecolare ipotizzato da Weiss fu possibile una versione maggiormente generalizzata della legge di Curie, detta legge di Curie-Weiss:

$$\chi = \frac{C}{T - T_c} \quad \text{eq. (2.12)}$$

Il termine T_c nell'equazione 2.12 è detto temperatura di Curie. Quando un materiale ferromagnetico subisce un riscaldamento, alla temperatura $T > T_c$ perde le proprietà ferromagnetiche e si comporta come un paramagnete. Questo accade perché l'agitazione termica all'interno del reticolo disturba l'allineamento dei momenti magnetici atomici e, al di sopra della temperatura di Curie, si ha il predominio sulle forze di allineamento dei momenti magnetici, producendo così un effetto di orientazione casuale. Quando la temperatura si mantiene inferiore alla temperatura di Curie, $T < T_c$, il materiale conserva le proprietà ferromagnetiche. Quando $T = T_c$ la suscettività diverge (si veda l'eq. 2.12).

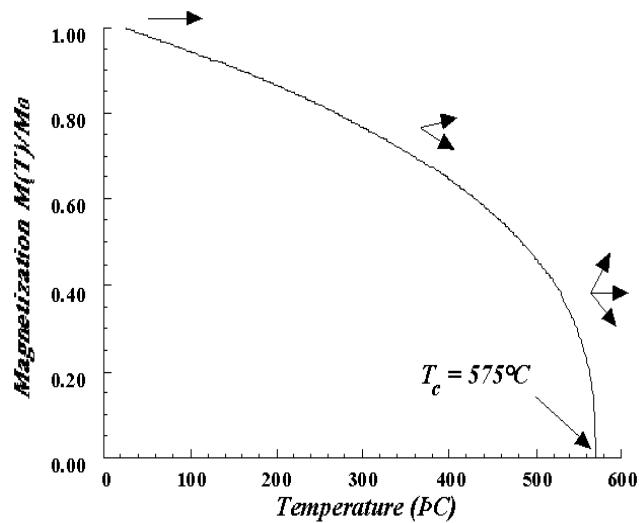


Fig. 2.4. Variazione della magnetizzazione della magnetite in funzione della temperatura; a 575°C (temperatura di Curie della magnetite) la magnetizzazione va a zero.

Poiché esiste proporzionalità diretta tra la temperatura di Curie e la costante del campo molecolare, T_c fornisce una misura della forza d'interazione tra i momenti magnetici degli atomi. Inoltre, la temperatura di Curie è una proprietà caratteristica di ogni sostanza e può essere utilizzata per una identificazione mineralogica. In natura esistono tre soli elementi **ferromagnetici** a temperatura ambiente: il ferro ($T_c = 770^\circ\text{C}$), il cobalto ($T_c = 1131^\circ\text{C}$) e il Nichel ($T_c = 358^\circ\text{C}$).

Il comportamento di un materiale ferromagnetico sotto l'azione di un campo esterno, oltre che dall'energia di scambio, è regolato dall'equilibrio di diversi altri termini energetici. Il processo di magnetizzazione di un materiale come risposta a un campo applicato, per esempio, è di norma anisotropo, dipende cioè dalla direzione lungo la quale il campo e la magnetizzazione sono rilevate. Si può considerare l'anisotropia come una forza che tende a vincolare il vettore magnetizzazione lungo particolari direzioni; esistono tre tipi fondamentali di anisotropia:

- 1) *cristallina*, legata a proprietà intrinseche del materiale;
- 2) *indotta*, causata da effetti di riordinamento atomico nella struttura reticolare dovuta a sforzi applicati (ad esempio trattamenti termici applicati sotto tensione meccanica o in presenza di un campo esterno);

3) *di forma*, determinata dalla geometria del campione in esame. Nel caso dell'anisotropia cristallina vi sono alcuni assi cristallografici definiti *direzioni di facile magnetizzazione*, determinati dalla simmetria reticolare, lungo i quali il processo di magnetizzazione è favorito. In assenza di campo applicato il vettore magnetizzazione tende a disporsi lungo tali assi; inoltre lungo tali direzioni la saturazione si raggiunge a campi applicati più bassi. Per deviare il vettore M da tali direzioni, occorre compiere un lavoro equivalente all'energia di anisotropia magnetocristallina immagazzinata nella struttura del materiale. L'origine di questo genere di anisotropia è da ricondursi al tipo d'interazione che si stabilisce tra gli *spin* elettronici e gli orbitali dei legami interatomici nei solidi (campo cristallino).

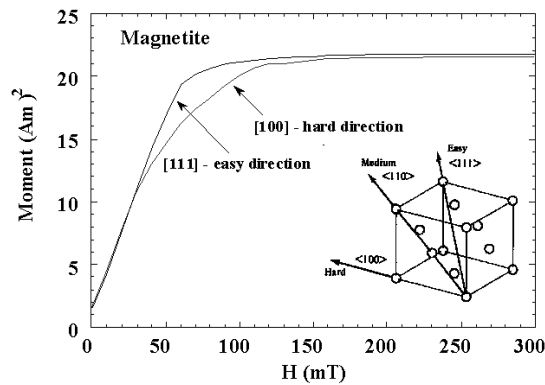


Fig. 2.5: Anisotropia Magnetocristallina: proprietà intrinseca di un ferromagnete, indipendente dalle dimensioni e dalla forma dei grani. È possibile osservarla misurando le curve di magnetizzazione lungo le distinte direzioni cristallografiche che assumono valori diversi a seconda dell'orientazione del campione rispetto al campo magnetico (Magnetite: a 130 K, <111> facile direzione di magnetizzazione, <100> difficile direzione di magnetizzazione, <110> direzione di magnetizzazione intermedia).

Un altro termine energetico entra in gioco quando gli *spin* si allineano lungo la direzione del campo esterno; grazie all'accoppiamento *spin-orbita*, anche gli orbitali *d* o *f*, responsabili del ferromagnetismo, si orientano. Poiché questi orbitali non possiedono simmetria sferica, si ha come conseguenza una deformazione della struttura, una ricollocazione delle orbite che comporta una deformazione elastica del materiale. L'effetto magnetostrittivo non è facilmente osservabile macroscopicamente, ma ha un'importanza notevole dal momento che influenza, per esempio, la permeabilità e il processo di magnetizzazione. Analogamente, l'applicazione di uno sforzo meccanico su di un materiale ne modifica la

magnetizzazione ed induce un'anisotropia uniaassiale (un unico asse di facile magnetizzazione) in direzione solitamente parallela a quella dello sforzo applicato. Allo sforzo meccanico si associa, quindi, una densità di energia detta "magnetoelastica" tale per cui è più semplice magnetizzare il materiale quando questo è compresso se la costante magnetostrittiva è negativa. Al contrario, se la costante magnetostrittiva è positiva, sono le tensioni meccaniche del materiale che definiscono la direzione del vettore magnetizzazione.

Esiste poi l'energia magnetostatica, che trae origine dalla presenza di poli magnetici liberi all'interno o sulla superficie di un materiale ferromagnetico e in corrispondenza di eventuali irregolarità strutturali, imperfezioni o bordi di grano, che determinano localmente una discontinuità del vettore magnetizzazione. Le caratteristiche geometriche costituiscono il fattore essenziale nel determinare il contributo di energia magnetostatica in un corpo ferromagnetico. La presenza di termini magnetostatici fa sì che il corpo tenda naturalmente ad allineare la sua magnetizzazione lungo le direzioni che minimizzano l'energia magnetostatica, come nel caso degli aghi delle bussole; si parla in questo caso di anisotropia di forma.

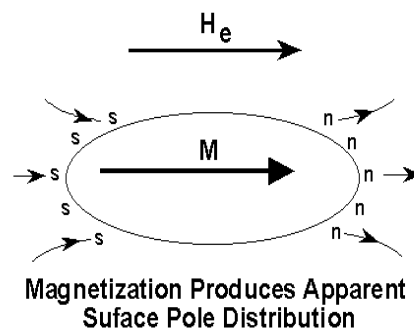


Fig. 2.6: Anisotropia di forma: per i grani di magnetite più piccoli di 20 micrometri l'anisotropia di forma è quella dominante. In particelle più grandi è, invece meno importante rispetto all'anisotropia magnetocristallina. Per i grani di ematite, a causa del basso valore della magnetizzazione di saturazione, l'anisotropia di forma non è solitamente importante. Per la magnetite oltre la temperatura ambiente, le costanti magnetocristallina e magnetostrittiva diminuiscono sino ad assumere un valore nullo alla temperatura di Curie.

2.2- Domini magnetici

Oltre all'ipotesi del campo molecolare, Weiss ipotizzò l'esistenza dei **domini magnetici**, cioè di regioni magneticamente sature e uniformi all'interno del materiale (dimensioni 1-100 micrometri, molto più grandi delle distanze interatomiche), aventi però direzione di magnetizzazione non uniforme l'una rispetto all'altra. In una regione magneticamente satura tutti i momenti magnetici elementari presentano medesimo allineamento e la magnetizzazione media del dominio assume il suo massimo valore M , detto M_s = magnetizzazione di saturazione. Lo stesso vale per la polarizzazione I , che corrispondentemente diventa $I_s = \mu_0 M_s$.

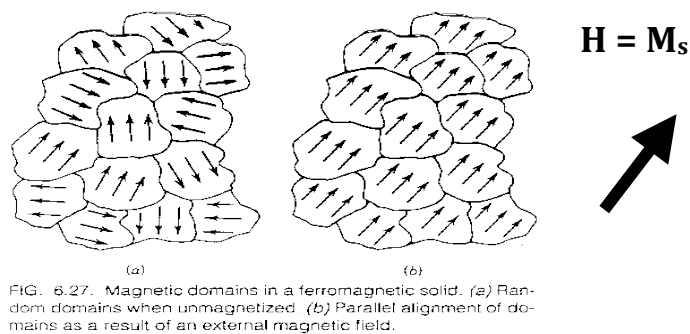


Fig. 2.7: Rappresentazione di domini magnetici di Weiss in assenza di campo (sinistra) e in presenza di campo esterno applicato (destra).

Un materiale ferromagnetico non è generalmente magnetizzato a livello macroscopico, in quanto ciascuno dei “domini magnetici” di cui è composto è orientato, in assenza di un campo esterno, in una direzione casuale: l'effetto complessivo è quello di un momento magnetico totale nullo. Un ferromagnete esibisce invece comportamento ferromagnetico anche a livello macroscopico quando è posto sotto l'azione di un campo sufficientemente intenso o quando il materiale viene raffreddato a partire da una temperatura superiore a quella di Curie sotto l'effetto del campo esterno (ad esempio il campo magnetico terrestre). In tali circostanze nel materiale si verifica l'espansione dei domini i cui momenti sono orientati parallelamente, o comunque in direzione favorevole, rispetto alla direzione del campo applicato, a svantaggio dei domini orientati sfavorevolmente, che si

contraggono. Come risultato, si ha nel materiale un momento magnetico \mathbf{M} intenso, parallelo ad \mathbf{H} , proporzionale alla sua intensità e parzialmente permanente anche dopo la rimozione del campo magnetizzante. Le espansioni e le contrazioni dei domini magnetici sono processi reversibili per piccoli valori del campo magnetizzante, mentre per campi più intensi sono di tipo irreversibile, a causa di interazioni tra i momenti magnetici e la struttura del materiale (*attriti di parete*). La magnetizzazione torna ad essere reversibile per campi molto elevati, quando i fenomeni di magnetizzazione non sono più legati alla variazione dimensionale dei domini, ma diventano dipendenti principalmente dalla rotazione coerente delle orbite elettroniche degli atomi nei domini non orientati favorevolmente.

Come conseguenza nei materiali ferromagnetici non solo la relazione tra \mathbf{M} e \mathbf{H} è crescente, ma non lineare fino al valore di saturazione \mathbf{M}_s . Anche i processi di magnetizzazione e smagnetizzazione non risultano coincidenti, ma si manifestano accompagnati da isteresi: questo comporta che, al venire meno del campo magnetizzante, rimanga al campione una magnetizzazione residua detta *rimanenza magnetica* M_r , dovuta essenzialmente agli “*attriti di parete*” sopra citati.

2.2.1 - Approccio matematico alla teoria dei domini

Molti dei fenomeni connessi alla magnetizzazione di un materiale ed alla curva d'isteresi dello stesso si possono quindi spiegare mediante l'approccio con la *teoria dei domini*. Tale teoria assume come ipotesi base la suddivisione di un corpo ferromagnetico in regioni di grandezza opportuna (detti *domini*). Come già affermato, ogni regione in assenza di campo esterno ha una direzione casuale dando così al materiale uno stato di magnetizzazione pressoché nullo, poiché i singoli momenti magnetici si elidono. In presenza di un campo magnetizzante inizierà un processo di progressivo allineamento dei domini, fino a completo allineamento di tutti i domini che definisce la condizione detta di “saturazione” .

Per un corretto approccio al problema, è necessaria quindi la conoscenza dei seguenti aspetti:

1. andamento della magnetizzazione in funzione del campo applicato.
2. la disposizione dei domini magnetici in relazione alla natura cristallografica del materiale in esame.
3. Dimensione dei domini magnetici e loro disposizione di bordo

Prove sperimentali e analisi teoriche, hanno inoltre dimostrato che, in tutto il processo di magnetizzazione, dall'assenza di campo fino alla saturazione, la disposizione di ogni singolo dominio dipende fortemente dalla natura cristallografica dell'elemento considerato che associa anche, un diversa condizione di magnetizzazione in funzione della direzione del campo magnetizzante.

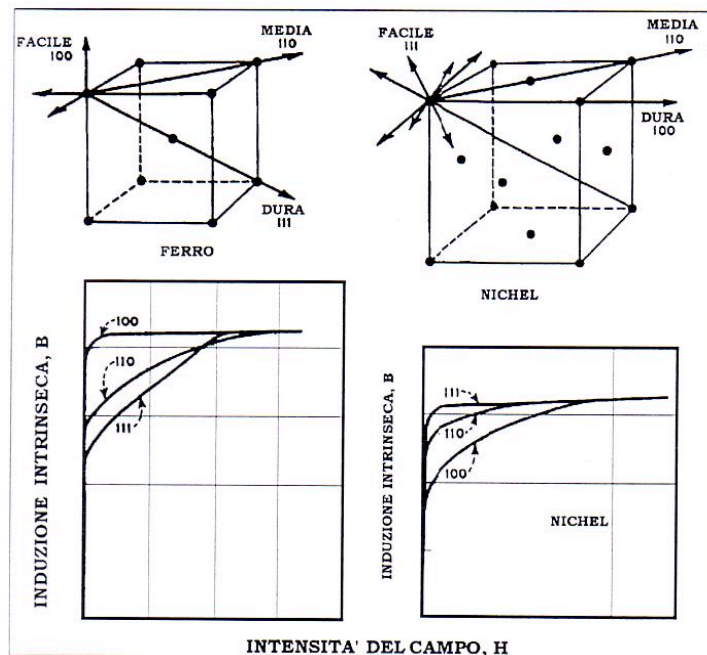


Fig.2.8 struttura cristallina e le curve di magnetizzazione del ferro e del nichel lungo tre direzioni “opportune” nel reticolo. Possiamo osservare che, mentre la magnetizzazione nel ferro è più facile da ottenersi in direzioni parallele agli assi, per il nickel essa è più spontanea nella direzione delle diagonali. Ciò non significa che lungo altre direzioni sia impossibile da effettuarsi, solo che occorre una maggiore quantità di energia per poterla realizzare.

Per quanto riguarda il momento magnetico di ogni singolo dominio, la teoria di Weiss lo lega a diverse condizioni fisiche; le più importanti sono : intensità di campo, direzione di applicazione dello stesso e volume del dominio. Anche la temperatura è

un parametro essenziale poiché è in grado di modificare lo stato di magnetizzazione del materiale oltre che il singolo dominio.

La considerazione di questi parametri porta essenzialmente ad i seguenti mutamenti fisici:

- cambiamento della direzione di magnetizzazione del dominio, detta *rotazione*;
- cambiamento del volume del dominio, detto *movimento dei confini*.

Quanto detto viene schematizzato elementarmente dalla Fig.2.9, dove nel caso (a) si ha, a seguito del cambiamento dello stato di magnetizzazione di rotazione, una rotazione del dominio medesimo, mentre nel caso (b) si ha uno spostamento dei confini del dominio.

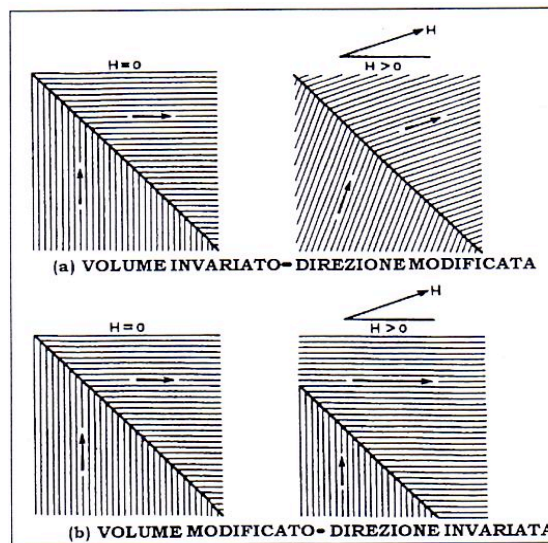


Fig.2.9 Cambiamenti dello stato di magnetizzazione in funzione della rotazione dei domini

Da ricordare che la proprietà di spostamento delle pareti dei domini fu scoperta da Becker e Bloch, ed è fondamentale ai fini della spiegazione delle modificazioni che occorrono sotto le condizioni di campi esterni di intensità bassa o media.

Alla luce di queste considerazioni, fu possibile per Weiss definire lo stato di magnetizzazione di un corpo di volume V , sotto l'ipotesi di magnetizzazione iniziale

nulla, mediante la seguente espressione:

$$M = \frac{\sum_m \delta(M_m \cdot V_m)}{\sum V_m} = \frac{M_s \cdot \sum [V_m \cdot \sin(\vartheta) \cdot \delta\vartheta + \cos(\vartheta) \cdot \delta V]}{V} \quad \text{eq. (2.13)}$$

ove M_m e V_m corrispondono allo stato di magnetizzazione e al volume del dominio m-esimo, mentre ϑ rappresenta l'angolo esistente fra la direzione di magnetizzazione del dominio e la direzione del campo H. infine, i termini $d\vartheta$ e dV si riferiscono rispettivamente alla rotazione e allo spostamento delle pareti del dominio.

Possiamo quindi giungere a una prima conclusione in proposito della curva di magnetizzazione del materiale, rappresentata in fig. 2.9, in termini di Teoria dei domini. Riferendoci sempre alle tre regioni definite precedentemente avremo:

1. spostamento reversibile dei contorni del dominio.
2. spostamento irreversibile dei contorni del dominio
3. rotazione reversibile.

A titolo di esempio, si faccia riferimento alla fig. 2.10, nella quale vengono rappresentati i tre processi ora descritti, utilizzando una lega ad alta permeabilità (per la precisione molibdeno-permalloy 4-79).

Un'ulteriore schematizzazione viene fornita in figura 2.10, dove viene schematizzato il comportamento dei domini al variare del campo magnetizzante.

In particolare, le frecce indicano il senso del campo magnetico nel dominio, mentre le linee indicano le pareti di separazione dei domini.

Le figure (b) e (c) rappresentano gli stati di magnetizzazione al di sotto del ginocchio (si osservi l'orientamento progressivo dei domini) e nel punto di ginocchio. La figura (d) mostra, una volta superato il ginocchio, lo stato di saturazione del materiale a seguito dell'applicazione di un campo magnetico

intenso. Qui i domini saranno orientati nella direzione del campo in modo permanente. Questa situazione è assolutamente da evitare nel caso dell'applicazione dei materiali ferromagnetici negli induttori e nelle macchine elettriche in genere mentre è il caso ideale per i magneti permanenti.

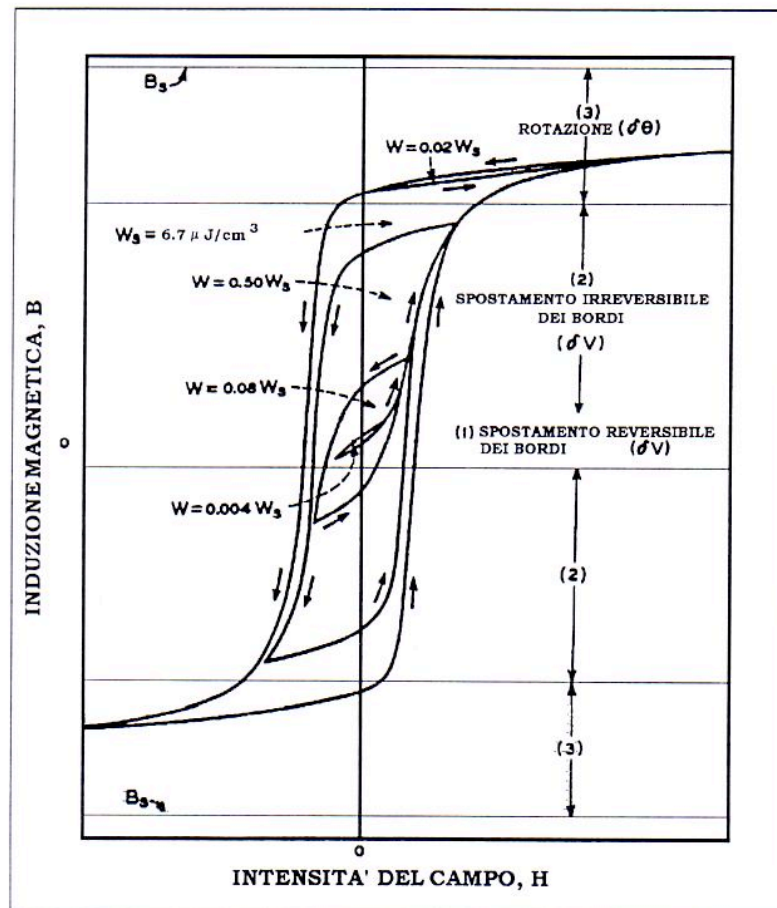


Fig.2.10 Curva di magnetizzazione del materiale in termini di teoria dei domini

2.3 - Curve caratteristiche di un materiale magnetico

Ciò che caratterizza in prima analisi un materiale ferromagnetico è la relazione tra magnetizzazione e campo applicato. Per studiare tale peculiarità, si analizza l'andamento della magnetizzazione di un campione sottoposto ad un campo magnetico (Fig. 2.11).

Quando un campione ferromagnetico è sottoposto ad un campo crescente a partire dallo stato $\mathbf{H} = \mathbf{0}$, si ottiene la cosiddetta curva di prima magnetizzazione.

Questa può procedere sino ad un valore finito di \mathbf{M} , detto magnetizzazione di saturazione \mathbf{M}_s , corrispondente all'allineamento completo dei momenti magnetici dei diversi domini nella stessa direzione del campo applicato. Supponiamo, una volta raggiunto un certo valore di magnetizzazione, di diminuire il campo \mathbf{H} : si osserva che la curva non ripercorre a ritroso lo stesso cammino compiuto durante il percorso di magnetizzazione iniziale. Ci troviamo di fronte ad una curva che presenta due valori di \mathbf{M} in corrispondenza di un solo valore di \mathbf{H} , tale fenomeno è comunemente detto isteresi, in particolare, nel nostro caso "isteresi magnetica".

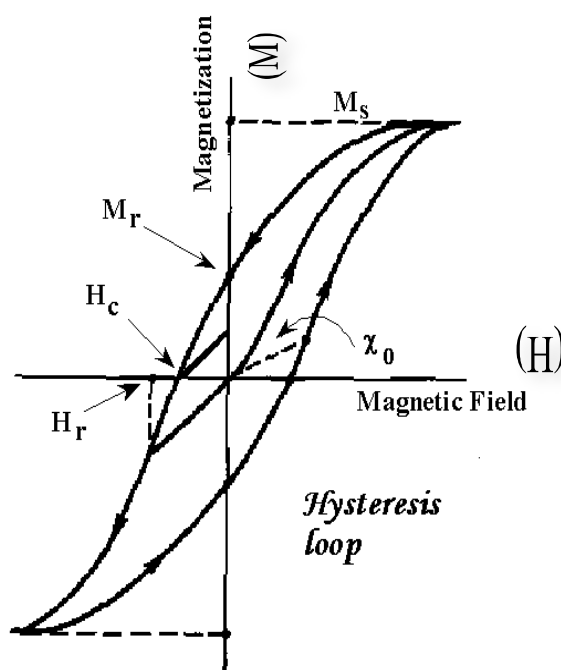


Fig. 2.11: Il ciclo d'isteresi è rappresentabile in forma grafica riportando in diagramma la relazione tra l'intensità di magnetizzazione, \mathbf{M} , e il campo esterno applicato, \mathbf{H} , su un campione. Dalla curva di isteresi $\mathbf{M}(\mathbf{H})$ sono ricavabili i seguenti parametri: la magnetizzazione di saturazione \mathbf{M}_s , la magnetizzazione di rimanenza \mathbf{M}_r , il campo coercitivo \mathbf{H}_c e il campo coercitivo della rimanenza \mathbf{H}_{cr} .

\mathbf{M}_r , la rimanenza, è il valore che la magnetizzazione assume quando \mathbf{H} viene riportato a zero (l'intercetta dell'asse delle ordinate). Da questo punto, invertendo il verso della corrente, il campo magnetico \mathbf{H} assume valori negativi crescenti mentre la magnetizzazione \mathbf{M} diminuisce. Il punto \mathbf{H}_c , definito *campo coercitivo*, corrisponde al valore che occorre dare al campo magnetico \mathbf{H} nella direzione opposta a \mathbf{M}

affinché \mathbf{M} torni a zero. Facendo variare il campo \mathbf{H} tra valori estremi simmetrici, si osserva che la curva $\mathbf{M}(\mathbf{H})$ percorre un ciclo chiuso. Infine \mathbf{H}_{cr} , il *campo coercitivo della rimanenza* è un parametro rilevabile sperimentalmente, corrispondente al valore del campo da cui la curva di isteresi torna al punto di origine se si interrompe il processo di magnetizzazione e si riporta il campo applicato a zero.

Il fatto che esista un'isteresi magnetica evidenzia la presenza di meccanismi di dissipazione dell'energia legati al processo di magnetizzazione. È possibile dimostrare che l'energia dissipata per unità di volume nel corso di un ciclo d'isteresi completo è data dall'area del ciclo stesso.

In generale si è soliti classificare i materiali ferromagnetici in *dolci*, aventi basso campo coercitivo (fino a un centinaio di A/m) e alta permeabilità (μ_r fino a 10^6), e *duri*, aventi campi coercitivi molto elevati (dell'ordine di 10^4 A/m, ma anche superiori) e bassa permeabilità. Nei materiali naturali, la forma del ciclo d'isteresi può essere indicativa della composizione mineralogica del campione. I parametri sperimentali ricavabili dal ciclo d'isteresi, infatti, possono fornire indicazioni sulla struttura e sulla dimensione dei grani magnetici in quanto non dipendono solo dalle proprietà intrinseche dei materiali ma anche: dalla temperatura, dall'intensità del campo applicato, dalla struttura dei domini, dalle sollecitazioni subite, dalla dimensione dei grani cristallini e dalla geometria dei materiali.

Minerali ferromagnetici tendono a produrre dei cicli stretti, mentre la presenza di minerali antiferromagnetici rende i cicli più allargati. I cicli ristretti attorno all'origine del diagramma $\mathbf{M}(\mathbf{H})$, indicano la presenza di due o più componenti del campo coercitivo, corrispondenti a diverse fasi magnetiche. Campioni con una sola fase magnetica, mostrerebbero cicli generalmente più uniformi. Anche la struttura dei domini incide sulla forma dei cicli d'isteresi. Infine, se ad alti campi la curva di magnetizzazione si riduce ad avere un comportamento lineare e reversibile, è ipotizzabile un contributo dovuto alla presenza di minerali paramagnetici.

2.3.1 - Curva di magnetizzazione nel dettaglio

Consideriamo ora più nel dettaglio la curva di prima magnetizzazione. La fig. 2.12 si adatta perfettamente al nostro scopo: essa rappresenta la classica curva di magnetizzazione. Si può principalmente dividere in tre aree significative.

Nelle prima zona (1), la curva è concava e possiede una pendenza finita; nell'origine essa ha una pendenza pari a μ_0 , intesa come la permeabilità assoluta nel vuoto. L'andamento della permeabilità si può esprimere utilizzando l'equazione Rayleigh:

$$\mu = \mu_0 + v \cdot H \quad \text{eq. (2.14)}$$

Dove v ha il significato di variazione della permeabilità al variare dell'intensità di

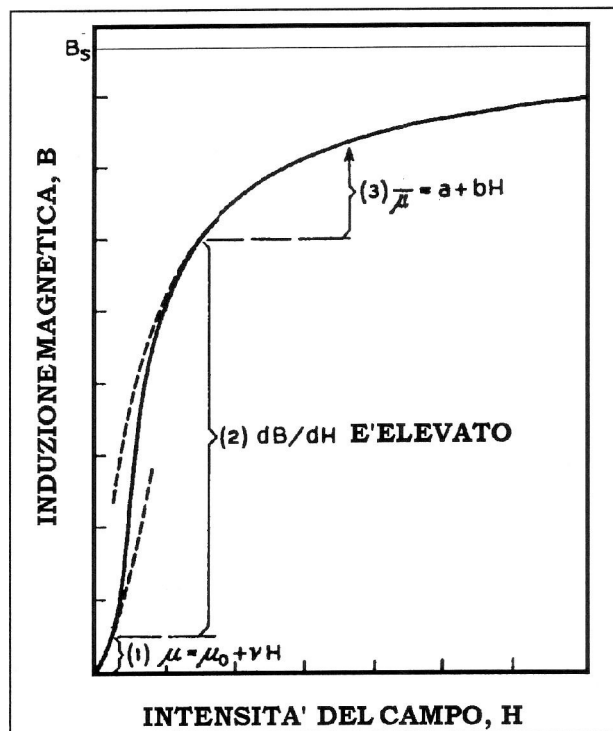


Fig.2.12 Classica curva di magnetizzazione di un materiale

campo e viene ipotizzata costante, avremo quindi:

$$v = \frac{d\mu}{dH} = \text{costante} \quad \text{eq. (2.15)}$$

Il legame (B,H) si potrà quindi esprimere, nel primo tratto, attraverso la relazione:

$$B = \mu_0 \cdot H + v \cdot H^2 \quad \text{eq. (2.16)}$$

Questo tratto ha caratteristiche di reversibilità ossia, cessato il campo che produceva l'eccitazione del materiale, esso ritorna alle condizioni di partenza seguendo la medesima traiettoria.

Il secondo settore della curva di magnetizzazione (2) è quella caratterizzata dalla massima pendenza e possiede un andamento quasi lineare.

Qui la permeabilità relativa può raggiungere anche valori intorno al milione ed anche qui, materiale conserva ancora la sua caratteristica di reversibilità. Tale proprietà cessa non appena si raggiunge il valore di *saturazione magnetica*. In questo campo di valori infatti, il materiale riduce in modo drastico le sue proprietà magnetiche. La prossimità di cambio della caratteristica di permeabilità magnetica viene definita come *ginocchio* della curva.

Dopo il ginocchio il materiale è chiaramente in saturazione magnetica, ovvero si avranno minime variazioni di induzione magnetica **B** per grandi variazioni di campo **H**. La relazione Frölich-Kennelly approssima molto bene questo tratto di curva:

$$\frac{1}{\mu} = a + b \cdot H \quad \text{eq. (2.17)}$$

dove a e b sono costanti opportune funzione del materiale in oggetto di studio.

In questa zona, il materiale non gode più della caratteristica di reversibilità e da luogo al fenomeno dell'isteresi, creando il ciclo da cui prende il nome.

2.3.2 - Curva d'isteresi nel dettaglio

- Porzione iniziale della curva (sulla teoria proposta da Rayleigh)

Rayleigh dimostrò che quando la magnetizzazione del ferro è molto piccola, la sua permeabilità assume all'incirca un valore costante e molto più grande di 1. Le sue ricerche condussero anche alla scoperta che, sempre sotto ipotesi di magnetizzazione molto bassa, poteva considerarsi valida la relazione 2.14. Tale relazione gode di notevole importanza, in quanto permette di estrapolare m_0

conoscendo il comportamento del materiale nell'intorno della magnetizzazione nulla. Per molti materiali questa curva è all'incirca una linea retta fino a induzioni dell'ordine di un decimo di quella di saturazione, come mostrato in fig. 2.13.

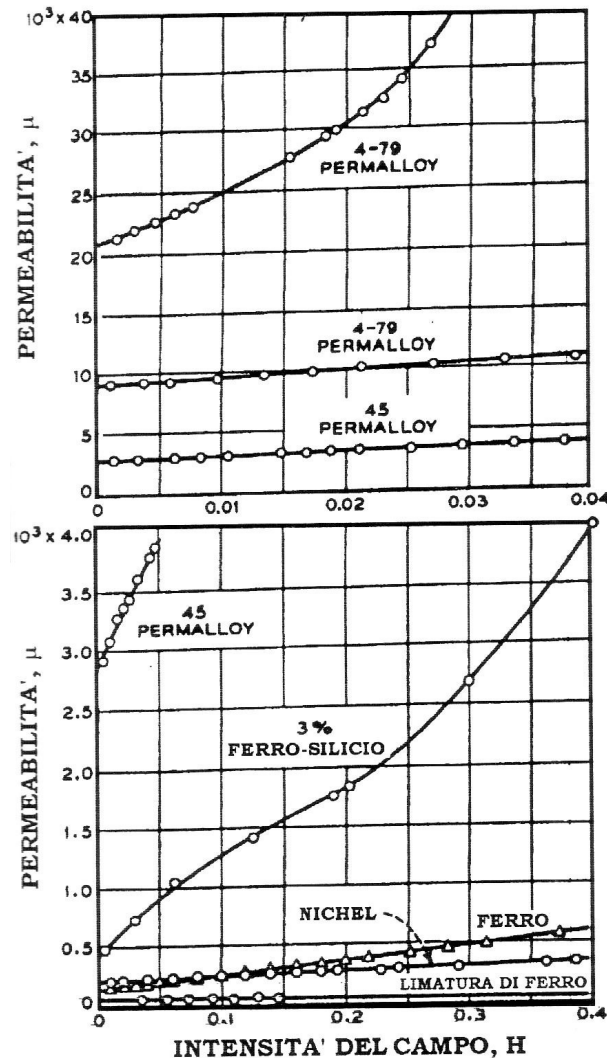


Fig. 2.13 Porzione iniziale della curva di magnetizzazione

Per pochi altri materiali, come la lega comune al ferro-silicio, si può osservare che la linea inizia come se fosse lineare per bassissime induzioni per poi deviare, fornendo così un valore di m_0 molto più basso di quello atteso nel caso di misurazioni condotte ad induzioni elevate.

Si tratta comunque di un'eccezione nella famiglia dei materiali ferromagnetici. Potremo generalmente esprimere il legame (B-H) in questa parte della curva mediante l'equazione, rappresentata dalla linea M nella figura Fig.2.14 sotto riportata:

$$B = \mu_0 \cdot H + v \cdot H^2 \quad \text{eq. (2.18)}$$

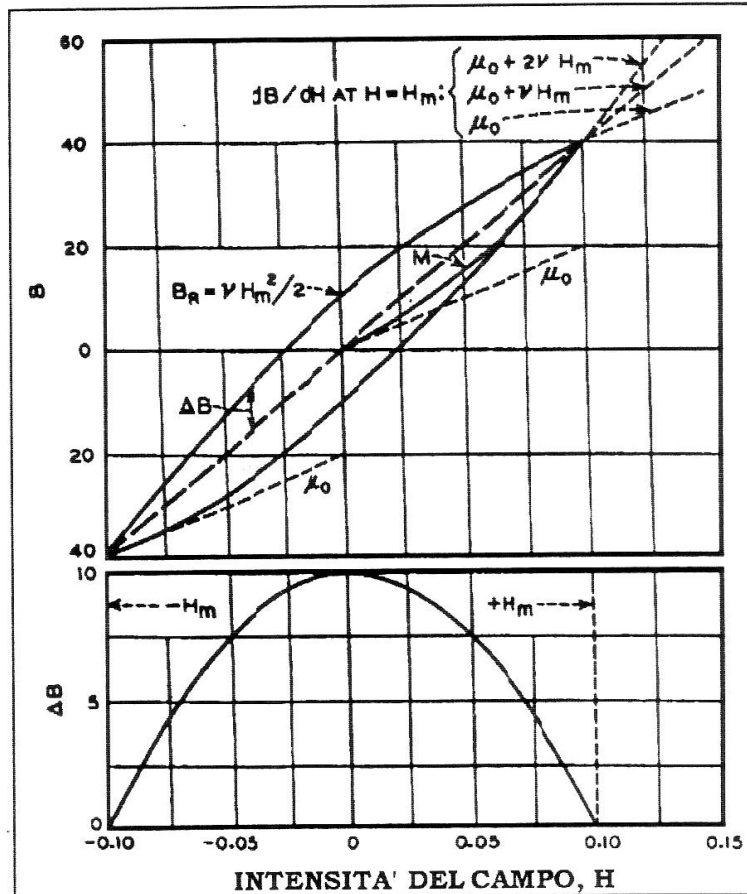


Fig. 2.14 prima parte della curva di magnetizzazione

L'idea suggerita da Rayleigh fu di rappresentare questo tratto iniziale mediante un ciclo d'isteresi particolare, costruito con degli archi di parabola alle cui estremità si trovano i punti $H \pm H_m$ e $B \pm B_m$.

Tali parabole vengono costruite in modo che nei punti estremi esse abbiano una pendenza pari a m_0 , vale a dire la medesima pendenza della curva di magnetizzazione reale.

Alla luce di questa ipotesi, segue che le equazioni degli archi di parabola superiori e inferiori possono essere riscritte partendo dalla eq. (2.18) mediante la relazione:

$$B = \mu \cdot H \pm \frac{\mu - \mu_0}{2 \cdot H_m} \cdot (H_m^2 - H^2) \quad \text{eq. (2.19)}$$

dove $\mu = \frac{B_m}{H_m}$. Possiamo ora sostituire l'eq. 2.14 nella eq.2.18, ottenendo:

$$B = (\mu_0 + v \cdot H_M) \cdot H \pm \frac{v}{2} \cdot (H_m^2 - H^2) \quad \text{eq. (2.20)}$$

Il ciclo di Rayleigh che così si ottiene è dato in figura 2.14 . Per quanto concerne la pendenza della curva inferiore di Rayleigh, è sufficiente calcolare la derivata prima dell'induzione rispetto al campo della eq.(2.20):

$$\frac{dB}{dH} = \mu_0 + v \cdot H_m + v \cdot H \quad \text{eq. (2.21)}$$

che può essere confrontata con la pendenza della curva di magnetizzazione solita:

$$\frac{dB}{dH} = \mu_0 + 2 \cdot v \cdot H \quad \text{eq. (2.22)}$$

Per quanto concerne le variazioni di pendenza -quindi delle derivate seconde-, la differenza fra il ciclo d'isteresi di Rayleigh e la curva di magnetizzazione è all'incirca di un 2 volte e sono quindi pari alle costanti v e $2v$,rispettivamente. Per quanto concerne l'induzione residua, il valore di induzione che il materiale presenta quando il campo esterno cessa di sollecitarlo, vale la seguente relazione:

$$B_r = \frac{v}{2} \cdot H_m^2 \quad \text{eq. (2.23)}$$

mentre la forza coercitiva cioè il valore di campo magnetico che si deve applicare per annullare l'induzione residua nel materiale oggetto di studio, è così esprimibile:

$$H_c = \sqrt{H_m^2 + \left(\frac{\mu}{v}\right)^2} - \frac{\mu}{v} \quad \text{eq. (2.24)}$$

Chiaramente questo fenomeno è reale e quindi sarà soggetto a delle perdite

d'isteresi. Inoltre il passare da un estremità all'altra del ciclo di Rayleigh, si avrà una modifica dell'induzione che può essere così espressa:

$$B_{rev} = \mu_0 \cdot (2 \cdot H_m) \quad \text{eq. (2.25)}$$

ed essere riferita alla variazione reversibile d'induzione. Facendo il rapporto fra le due quantità:

$$\frac{B_{irr}}{B_{rev}} = \frac{v \cdot H_m}{\mu_0} \quad \text{eq. (2.26)}$$

si osserva una crescita lineare con il campo.

Interessante è il caso in cui il campo magnetico vari con legge circolare, funzione del tempo

$$h(t) = H_m \cdot \cos(\omega \cdot t) . \quad \text{eq. (2.27)}$$

Sarà possibile riscrivere la eq. (1.20) nel modo seguente:

$$B = \mu \cdot H \cdot \cos(\omega \cdot t) \pm \frac{v}{2} \cdot H_m^2 \cdot \text{sen}^2(\omega \cdot t) = B_m \cdot \cos(\omega \cdot t) \pm B_r \cdot \text{sen}^2(\omega \cdot t) \quad \text{eq. (2.28)}$$

Sviluppando in serie di Fourier il termine quadrato del seno otteniamo eq. (2.29) :

$$B = B_m \cdot \cos(\omega \cdot t) \pm B_r \cdot \left(\frac{8}{3 \cdot \pi} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) - \frac{8}{15 \cdot \pi} \cdot \text{sen}(3 \cdot \omega \cdot t) - \frac{8}{105 \cdot \pi} \cdot \text{sen}(5 \cdot \omega \cdot t) - \dots \right)$$

Arrestando lo sviluppo al primo termine (dato che gli altri diventano presto trascurabili) si ha una relazione semplificata

$$B = B_m \cdot \cos(\omega \cdot t) \pm 0.85 \cdot B_r \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad \text{eq. (1.30)}$$

Naturalmente, sotto questa condizione di funzionamento, il ciclo di Rayleigh risulta

sensibilmente diverso da quello trattato in precedenza.

-Ciclo d'isteresi rettangolare

In questi materiali è possibile osservare dei comportamenti diversi da quelli sinora trattati. Il ciclo d'isteresi inizia immediatamente con una linea quasi verticale per cui assume una forma molto vicina a quella del rettangolo

Si veda il ciclo relativo alla lega ferromagnetica brevettata sotto il nome di *permalloy* 69, rappresentato nella fig.1.31.

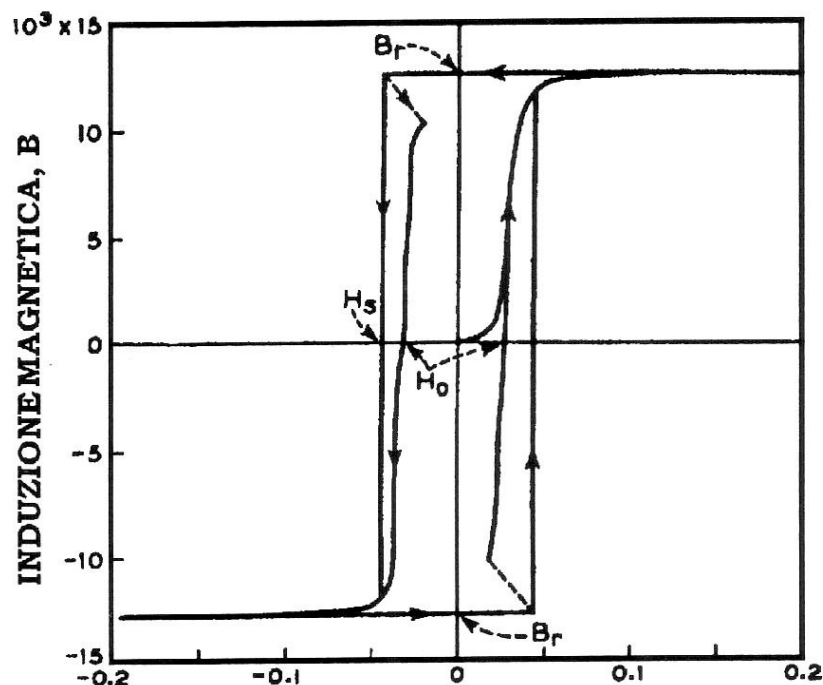


Fig. 2.15 ciclo d'isteresi di una lega di permalloy 69 in condizioni di saturazione

In questo caso la forza coercitiva viene calcolata nello stesso modo descritto precedentemente e spesso prende il nome di campo di partenza. Tale nome viene dato in virtù del fatto che questo è il valore del campo necessario per iniziare la magnetizzazione nella parte bassa del ciclo.

Si può però avere anche un altro valore di H corrispondente ad induzione nulla. Infatti riducendo il campo da un valore elevato a zero e invertendo di segno sino a

superare il valore corrispondente alla saturazione per un breve tempo, l'induzione ritornerà al valore di B_r , ma non si annullerà finché il campo negativo sarà uguale a un valore H_0 , chiamato *campo critico*. Il percorso che viene seguito dal materiale è sempre indicato in fig.2.15. Nella fig. 2.16 viene presentato sempre il medesimo materiale, analizzandone il comportamento senza portarlo alla saturazione. In questo frangente si osserva che la forma del ciclo è particolarmente vicina a quella di un rettangolo.

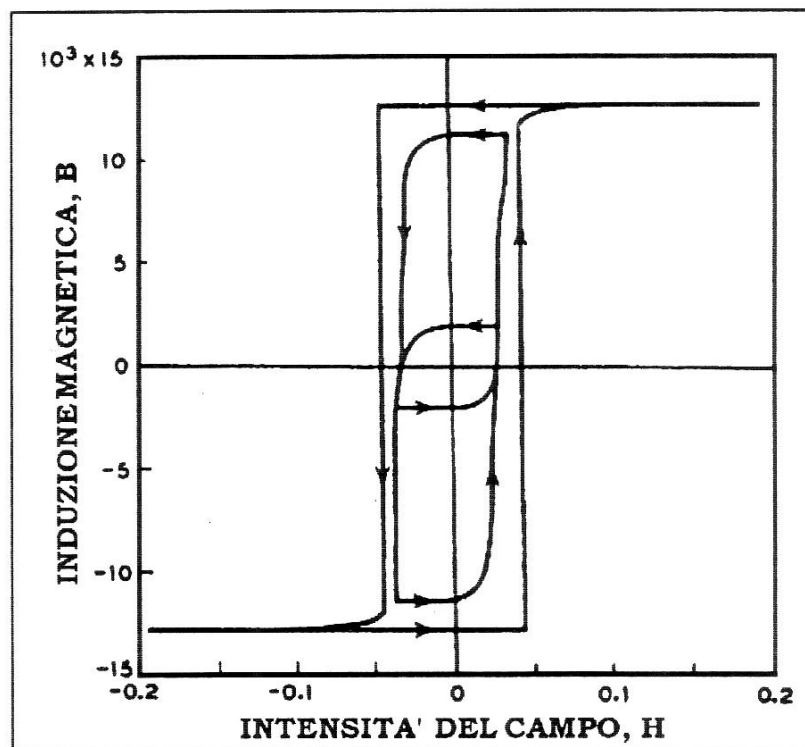


Fig 2.16 ciclo d'isteresi di una lega di permalloy 69 in condizione di non saturazione

È comunque possibile ottenere dei cicli rettangolari anche da materiali che generalmente non hanno questa caratteristica. Infatti è sufficiente considerare Leghe Fe-Ni e sottoporle a trattamento termico lungo la direzione del campo magnetico.

- Cicli d'isteresi costruiti artificialmente

Allo stato attuale della tecnologia, è possibile ottenere da taluni materiali dei cicli d'isteresi aventi forma desiderata (nei limiti tecnologici). Di norma la possibilità di modificare permanentemente un ciclo d'isteresi si traduce nell'esigenza di rendere il ciclo il più stretto possibile e con la massima pendenza, in modo da ridurre al massimo le perdite e possedere una permeabilità molto alta con caratteristiche di una certa costanza. Per poter raggiungere questo risultato, si sceglie un materiale che abbia delle caratteristiche simili a quelle richieste per poi effettuare una serie di trattamenti termici al fine di orientare il ciclo d'isteresi con la forma voluta. Una delle leghe più utilizzate è quella ferro-silicio a cristalli orientati. Nella fig.2.17 vengono invece rappresentati quattro possibili cicli d'isteresi ottenibili dal permalloy 65.

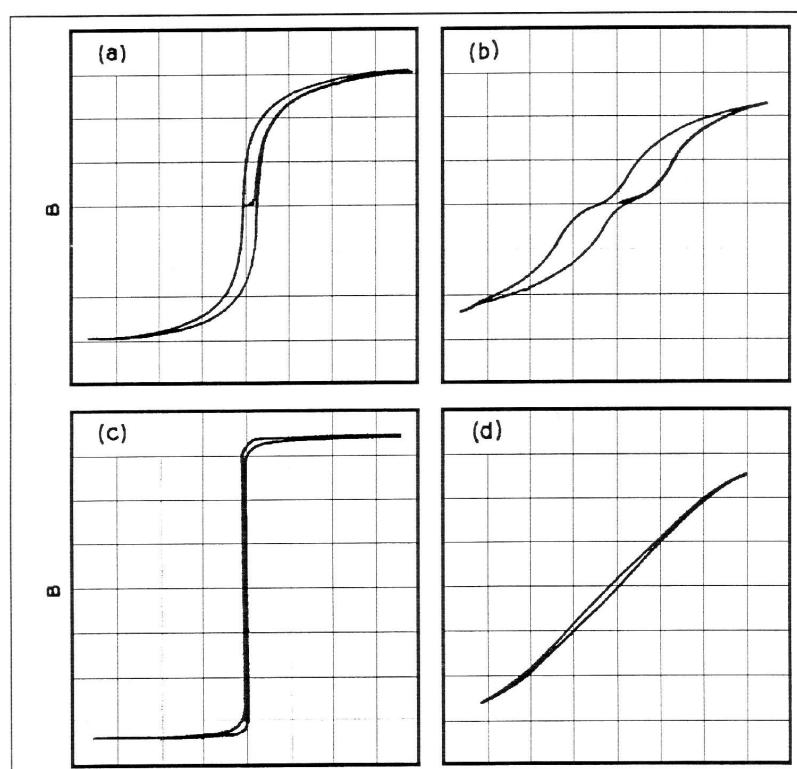


Fig.2.17 rappresentazione di quattro possibili cicli d'isteresi ottenibili dalla permalloy 65

Il ciclo (a) è ottenuto tramite un trattamento di tempra a 1000 °C; il ciclo (b) è ottenuto scaldando il materiale per 24 ore alla temperatura di 425 °C; il ciclo (c) è ottenuto sottoponendo il materiale a un trattamento termico e sottoponendo

contemporaneamente un campo magnetico trasversale.

È doveroso osservare che questi trattamenti termici mutano la fisionomia del ciclo d'isteresi, ma l'unico parametro che non si modifica è (purtroppo) l'induzione di saturazione che resta la medesima.

2.4 - Il fenomeno dell'isteresi

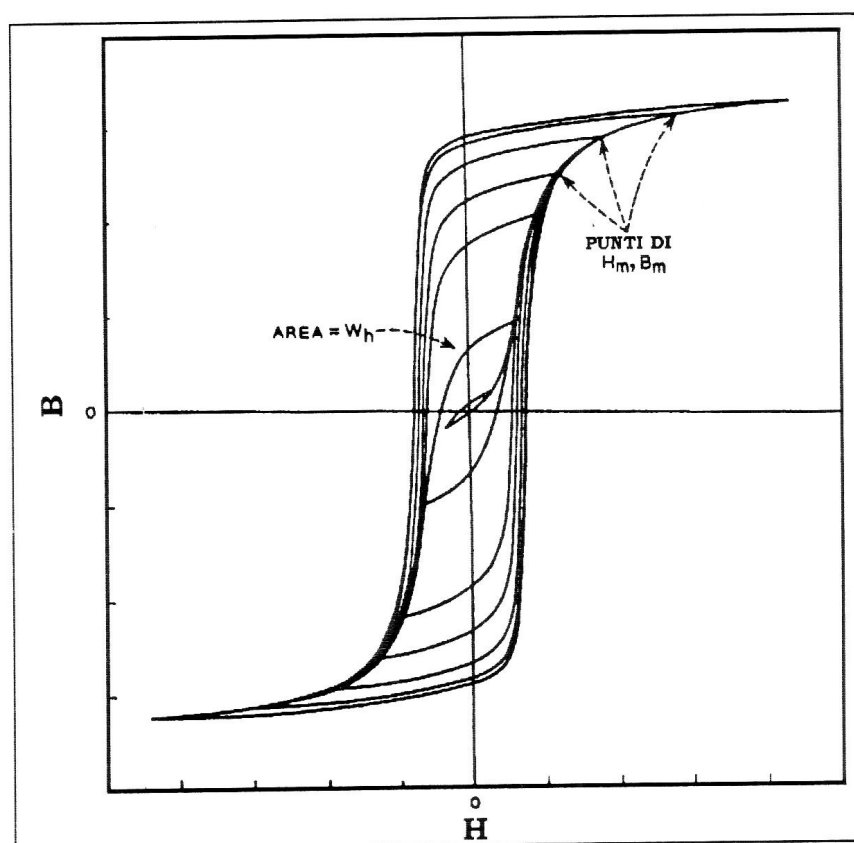


Fig. 2.18 Ciclo d'isteresi per diversi valori di campo magnetico

Osservando nella figura 2.18 una famiglia di cicli d'isteresi notiamo che qualora il massimo valore del campo -che indicheremo con H_m - sia piccolo, il ciclo d'isteresi assume una forma simile a quella di una lente ed i suoi lati sono molto vicini all'arco di una parabola. Se invece il campo assumesse un valore sufficientemente grande, il materiale comincerebbe a presentare il fenomeno della saturazione, quindi la caratteristica tende sempre più ad assumere un andamento lineare. La forma complessiva è quella che si può rassomigliare ad una S.

Qualora il campo magnetico crescesse ulteriormente, la forma del ciclo del ciclo rimarrebbe simile a quella ottenuta per valori di campo minori, come mostrato chiaramente dalla figura 2.18.

Per quanto concerne l'energia persa associata al ciclo, essa dipende dall'area del ciclo stesso. È quindi possibile utilizzare la formulazione classica della legge del calcolo dell'energia, proposta da Warburg, la quale vale per il compimento di un singolo ciclo:

$$W_h = \oint HdB \quad \text{eq. (2.31)}$$

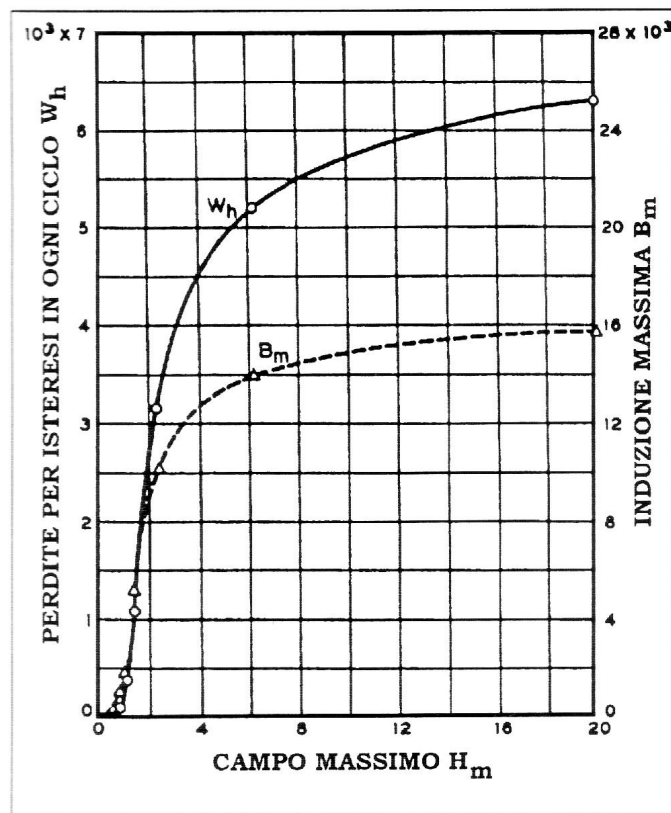


Fig. 2.19 dipendenza delle perdite per isteresi in funzione della massima intensità del campo magnetico e dell'induzione

e che fornisce le perdite per isteresi.

Tali perdite si evidenziano con un aumento di temperatura del materiale. A titolo d'esempio, in un nucleo di ferro puro, la perdita di 1000 J/m^3 comporta un aumento di temperatura del materiale di 0.3 millesimi di grado centigrado.

Nella figura 2.19 viene rappresentata la dipendenza delle perdite per isteresi in funzione della massima intensità del campo magnetico e dell'induzione. È utile osservare che sono state fornite diverse leggi di variazione delle perdite in funzione dell'induzione per diversi tipi di materiali, come mostrato nella figura 2.20.

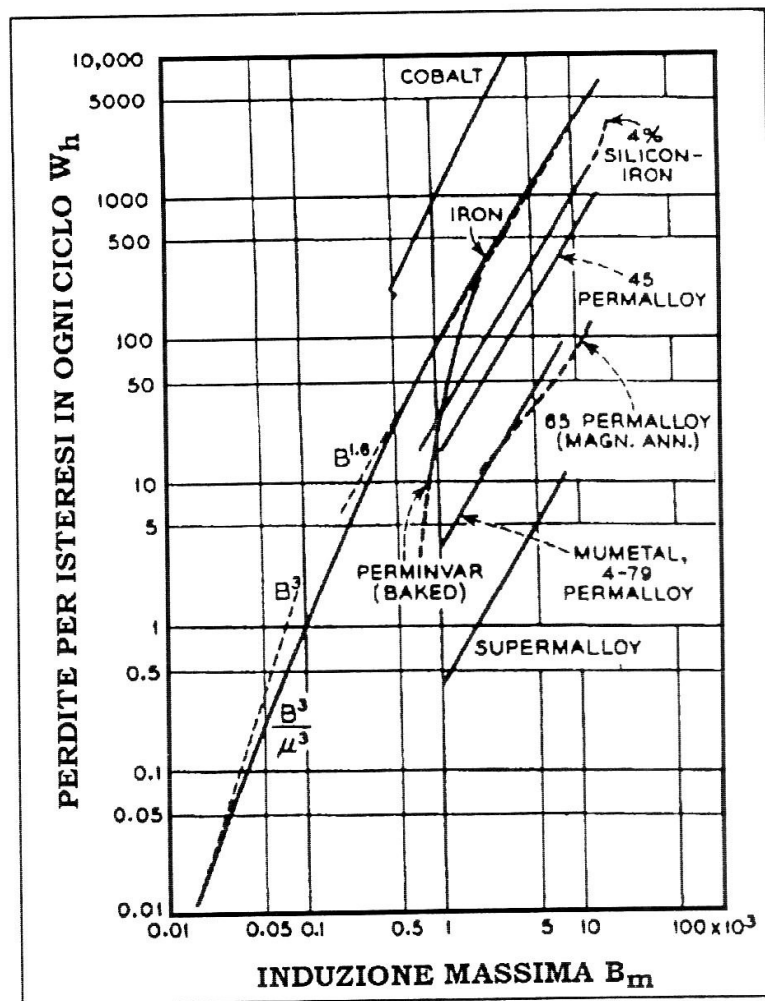


Fig. 2.20 Predizioni di perdita in funzione dell'induzione massima per diversi materiali magnetici secondo Rayleigh e Steinmetz (a quest'ultimo è riferita la parte tratteggiata)

In particolare, è stato constatato da Rayleigh che, per bassi valori di campo magnetico, le perdite variano in funzione del cubo dell'induzione, mentre per i campi magnetici più elevati esse variano in funzione del quadrato, a causa della diminuzione di permeabilità. Va precisato che tale legge ha una validità che inizia a decadere per valori di B_m pari a 0.1T.

Per superare questa limitazione, Steinmetz ha ricavato la seguente legge,

$$W_h \propto B^{1.6}$$

$$\text{eq.}(2.32)$$

valida con buona approssimazione per il ferro in un campo di induzioni variabile da 50 mT a 1.5 T. Occorre sottolineare che essa da una buona risposta solo per il ferro; per altri materiali esse può non essere più valida, come ad esempio nel caso di materiali come : il *perminvar*, i materiali che hanno un ciclo d'isteresi rettangolare o hanno subito trattamenti termici al fine di modificare la forma del ciclo d'isteresi con trattamenti di magnetizzazione longitudinale. La figura 2.21 permette di raffrontare i risultati ottenuti da Rayleigh e Steinmetz (a quest'ultimo è riferita la parte tratteggiata).

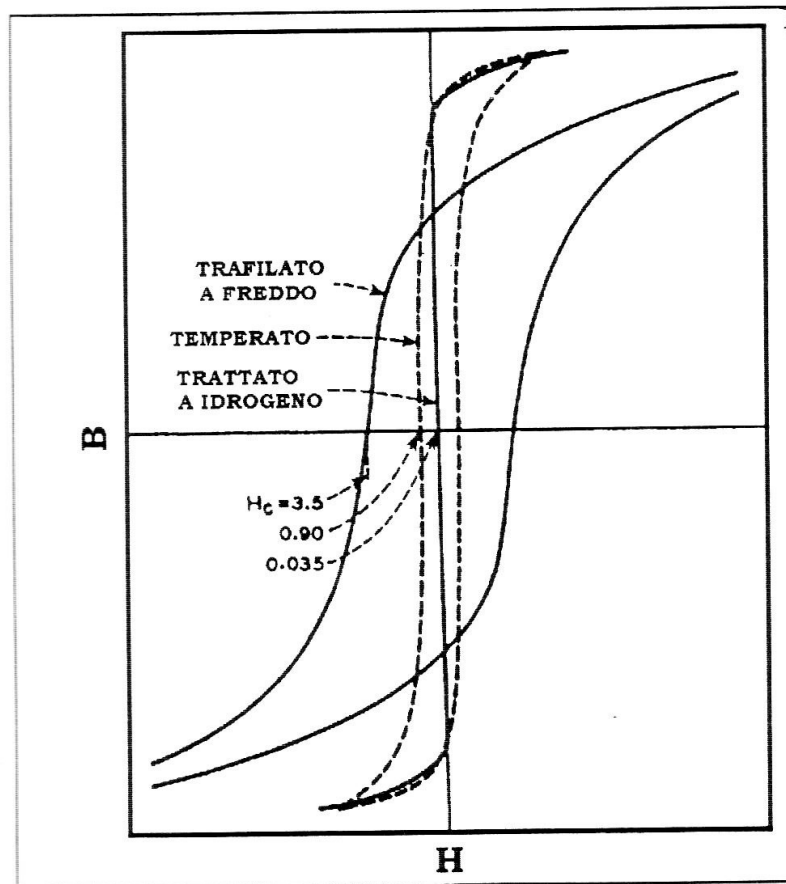


Fig.2.21 Effetto che ha un trattamento termico su un provino di ferro.

Sofferamoci ancora un attimo sulla legge di Steinmetz. È particolarmente significativa la scelta corretta dell'esponente: studi successivi hanno dimostrato che per campi da 1.5T a 1.8T tal esponente può anche arrivare sino a 3. Esistono

naturalmente altre formulazioni più o meno empiriche delle perdite per isteresi , ma riteniamo opportuno non indicarle in quanto sono di applicabilità molto particolare, valide inoltre in un campo limitato di induzioni.

Vi sono poi altri fattori che possono influenzare le perdite per isteresi, in maniera significativa.

Tra di esse, ricordiamo le più importanti:

- presenza di impurità
- trattamento termico all'origine
- tipo di fabbricazione
- fatica di carattere magnetico
- temperatura che raggiunge il materiale durante il suo funzionamento
- composizione grossolana della lega

Nella figura 1.38 rappresentato a titolo d'esempio l'effetto che ha un trattamento termico su un provino di ferro o la presenza di impurità. Il tipo di fabbricazione è in grado di creare all'interno del materiale uno stato di tensione annullabile comunque con un procedimento di tempra.

2.4.1 - Distribuzione delle perdite di carattere termico lungo un ciclo d'isteresi

La legge di Warnburg eq. (2.31) ha fornito una formulazione esatta delle perdite di carattere termico in un ciclo d'isteresi, ma non approfondisce riguardo al contributo di ogni porzione del ciclo.

Per risolvere questo problema furono condotte delle prove sperimentali da Adelsberger (1927) in un calorimetro, con lo scopo di avvicinarsi il più possibile ai risultati ottenuti teoricamente. Queste misurazioni furono condotte con una precisione molto alta, dell'ordine di 10^{-6} °C, sfruttando termocoppie ed isolando al meglio l'ambiente in cui giaceva il provino. Sottoponendo il materiale a campi oltre il 90% del valore di saturazione, si osservò che se questi venivano ridotti calava leggermente la temperatura del materiale. A minor induzione, il fenomeno era più marcato e diminuendo il campo di magnetizzazione , il materiale si raffreddava sino

al punto in cui l'induzione cambiava di segno, per poi aumentare nuovamente la sua temperatura. Il medesimo fenomeno si riscontrò anche nella seconda metà del ciclo anche se l'energia entrante ed uscente rimaneva positiva, in accordo con l'eq. 2.31.

2.5 - Fenomeno della saturazione in un circuito magnetico

La saturazione in un circuito magnetico è un fenomeno molto critico nello studio degli induttori non lineari, conviene pertanto approfondire – anche se in minima parte – il discorso per poterne comprendere meglio l'essenza.

Nel corso degli studi su questo fenomeno sono stati proposti diversi approcci empirici, più o meno approssimati. Uno dei primi fu ad opera di Lamont, il quale affermava che la suscettività c era proporzionale alla differenza tra l'intensità di saturazione M_s ed il suo valore alla magnetizzazione attuale M

$$\lambda = C \cdot (M_s - M) \quad \text{eq.(2.33)}$$

Analogamente, nella relazione di Frölich:

$$M = \frac{H}{a_1 + b_1 \cdot H} \quad \text{eq.(2.34)}$$

ove :

$$a_1 = \frac{1}{C \cdot M_s} \quad \text{e} \quad b_1 = \frac{1}{M_s}$$

In tempi successivi, tale relazione fu modificata da Kennelly, il quale ipotizzò il campo H come non troppo elevato, permettendo la riscrittura di B come $4 \cdot \pi \cdot M$.

Ottenne quindi:

$$\frac{1}{\mu} = a + b \cdot H \quad \text{eq.(2.35)}$$

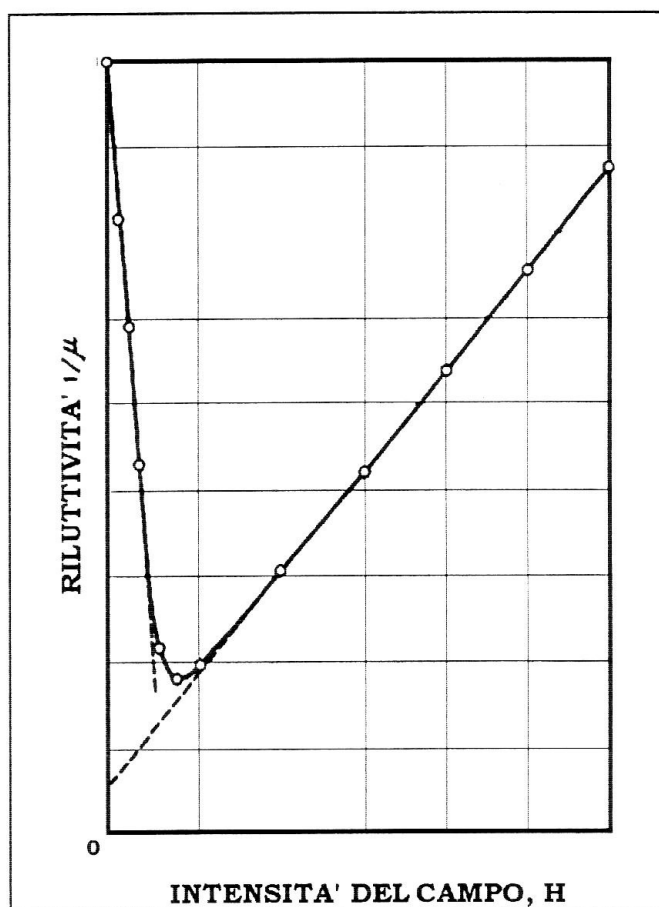


Fig. 2.22 riluttività in funzione dell'intensità di campo magnetico per un provino di permalloy 4-79.

Tale relazione risultò molto importante, in quanto permetteva di porre in legame lineare la *riluttività* $\frac{1}{\mu}$ con l'intensità del campo magnetico H. Calcolando

opportunamente i coefficienti a e b che compaiono nella eq.(2.14), fu possibile confrontare i risultati teorici con quelli scaturiti dall'analisi sperimentale.

Nella figura 2.22 sono rappresentati i risultati ottenuti usando come provino il

materiale permalloy 4-79. In particolare, la linea tratteggiata rappresenta l'andamento dell'eq.2.14, mentre la linea continua è il l'andamento effettivo che il materiale ha fornito durante le prove sperimentali. È importante notare come per bassi valori di campo magnetico, i due andamenti si discostino notevolmente marcando un fenomeno del tutto generale che occorre nel caso di leghe ferromagnetiche, legato ad i diversi valori di saturazione delle leghe ferromagnetiche Da considerare con notevole interesse è anche la direzione di magnetizzazione.

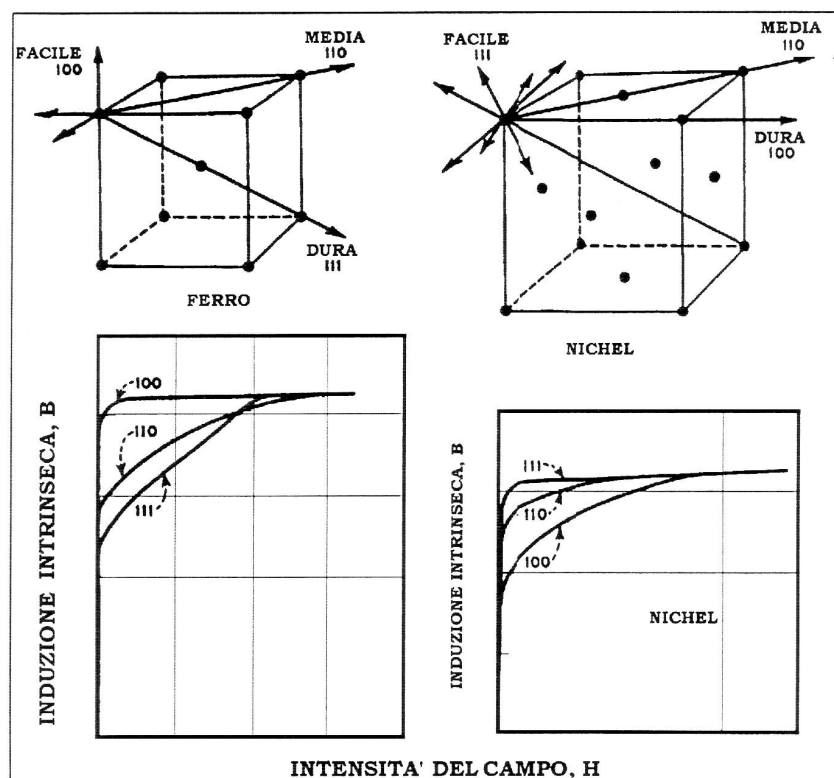


Fig.2.23 struttura cristallina e curve di magnetizzazione del ferro e del nickel lungo tre direzioni "opportune" del reticolo.

Come si può osservare dalla figura 2.23, la saturazione nel medesimo materiale (ferro o nickel che sia), si raggiunge in punti diversi, a seconda proprio della direzione relativa del cristallo in cui viene applicato il campo magnetico. Pur essendo le teorie sopra esposte comunque molto valide, l'ipotesi secondo la quale il fenomeno della saturazione è esprimibile secondo legge lineare, non esiste nella

realtà.

La formulazione di Polley-Peter-Döring, la quale ha il pregio di essere di carattere piuttosto generale, tiene conto anche di questo aspetto :

$$M = M_s - \frac{a_0}{H} - \frac{b_0}{H^2} - \frac{c_0}{H^3} - \dots + \kappa_0 \cdot H \quad \text{eq. (2.36)}$$

Essa non considera però la parte convessa della curva, oltre a scostarsi dai risultati effettivi per alti valori di H. Qualora fosse espressa nella forma:

$$\left(\frac{dm}{dH} - \kappa_0 \right) \cdot H^3 = a_0 \cdot H + 2 \cdot b_0 \quad \text{eq. (2.37)}$$

essa darebbe un'ottima rappresentazione del comportamento del Nickel come risulta possibile osservare dalla figura 2.24. Nella figura 1.42 viene invece rappresentato

l'andamento dei coefficienti a_0 e c_0 .

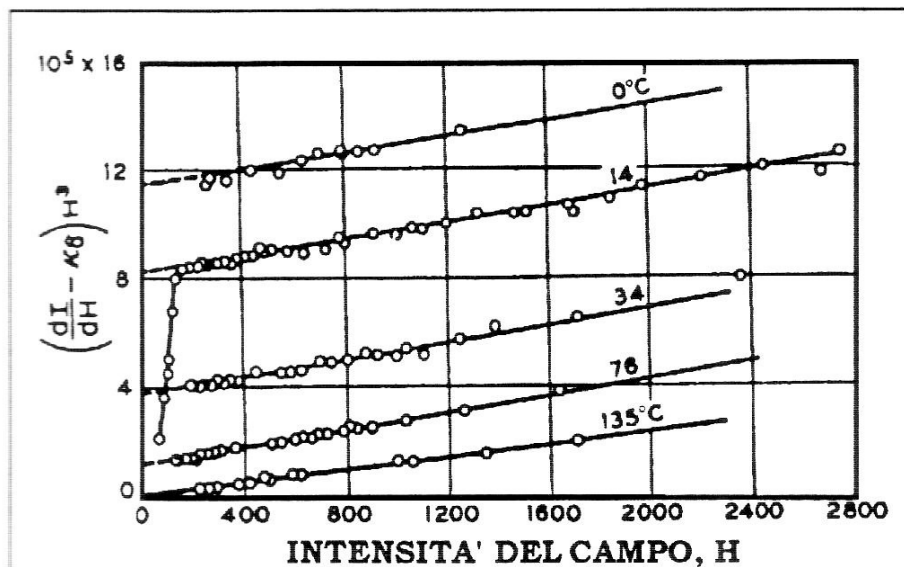


Fig.2.24 formulazione di Polley-Becker-Döring in funzione dell'intensità di campo H

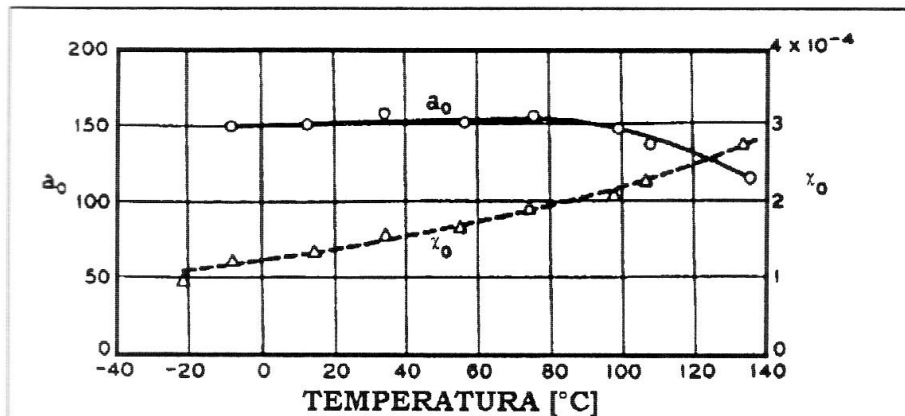


Fig. 2.25 Andamento dei coefficienti a_0 e χ_0 in funzione della temperatura.

Di notevole importanza in entrambi i casi è l'influenza della temperatura sui parametri.

Polley infatti, svolse le sue ricerche su uno spettro di temperature più ampio: tra i -253°C ed i $+135^\circ\text{C}$.

Inoltre è possibile giustificare il termine $\aleph_0 \cdot H$ come l'aumento della magnetizzazione spontanea associata all'incremento dell'allineamento degli spin elettronici in presenza di alti campi magnetici. Alla fine della trattazione, il valore di c_0 individuato da Polley risulta molto più elevato di quello ottenuto da Weiss e trova conforto in esperimenti condotti da altri studiosi (Holstein e Primakoff).

2.6 - Comportamento magnetico e dimensione delle particelle

A seconda delle dimensioni dei grani magnetici si possono osservare diversi comportamenti magnetici dei campioni di ossidiana: superparamagnetici (**SPM**), singolo dominio (**SD**), pseudo singolo dominio (**PSD**) e multidominio (**MD**) Fig. 2.26.

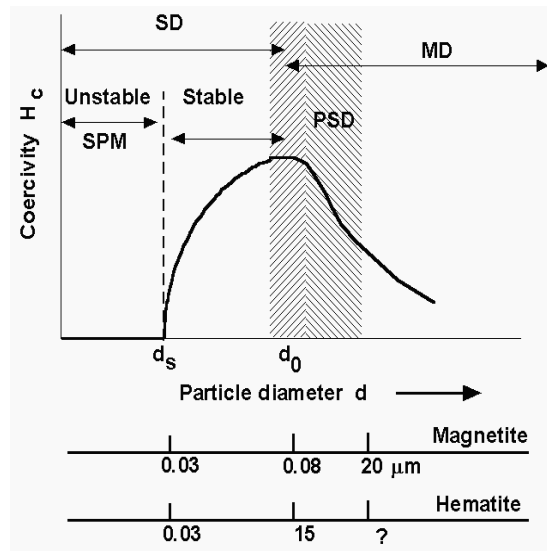


Fig. 2.26: Valore del campo coercitivo in funzione della dimensione dei grani. Il massimo valore del campo coercitivo si ha entro l'intervallo SD. Per grani di dimensioni più grandi, il campo coercitivo diminuisce, in relazione all'aumento dei domini all'interno dei grani; per grani più piccoli, H_c diminuisce di nuovo, ma in questo caso per l'effetto di disordine causato dall'energia termica.

Esiste, infatti, una dimensione critica dei grani al di sotto della quale una particella si comporta come un singolo dominio. Tali grani alla magnetizzazione di saturazione sono uniformemente magnetizzati.

La dimensione critica dipende da diversi fattori intrinseci, come la magnetizzazione di saturazione e l'anisotropia magnetocristallina, oltre a fattori estrinseci come la forma dei grani.

L'inversione della magnetizzazione nei grani SD è un processo che richiede alti valori di energia magnetica. Per cambiare la magnetizzazione di grani MD sono invece sufficienti bassi valori del campo applicato: essi presentano infatti bassi valori sia del campo coercitivo che della rimanenza.

Quando piccoli grani MD (basso campo coercitivo) esibiscono anche un comportamento SD (alta rimanenza) si ha un comportamento definito pseudo singolo dominio. Per la magnetite, l'importanza del comportamento PSD è dovuto al fatto che l'intervallo della taglia, tra 0.1-20 μm , copre le dimensioni dei grani che generalmente si trovano nei campioni.

Le dimensioni delle particelle possono ridursi entro l'intervallo SD sino al

raggiungimento di un limite critico inferiore oltre il quale la rimanenza e il campo coercitivo della particella vanno a zero a temperatura ambiente. Quando questo avviene, i grani diventano superparamagnetici. Una particella SD di volume v ha una magnetizzazione uniforme diretta lungo gli assi di facile magnetizzazione. Se v è sufficientemente piccolo (o la temperatura abbastanza elevata), l'energia termica (kT) è sufficiente per sovrastare l'effetto dell'energia di anisotropia, che tende a separare gli stati di magnetizzazione positivi e negativi, causando una magnetizzazione spontanea e reversibile. Si parla in queste condizioni di comportamento superparamagnetico (SPM). Per le particelle superparamagnetiche, il momento magnetico a campo nullo, sarà in media 0. Applicando un campo, si ha un allineamento dei momenti magnetici che può scomparire all'annullarsi del campo. Questo comportamento è analogo al paramagnetismo, eccetto che il momento magnetico da considerare non è quello relativo ad ogni singolo atomo, ma quello di una particella SD che contiene, in media, 10^5 atomi. Per questo motivo i materiali superparamagnetici hanno un valore di suscettività superiore rispetto a quelli paramagnetici.

2.7 - Struttura e anisotropie magnetiche

Per la definizione della direzione preferenziale di magnetizzazione ci si basa su diversi fattori: stress interni o difetti nei cristalli i quali aiutano l'orientamento insieme a fattori esterni come la direzione di laminazione o il trattamento in presenza di campi magnetici. Alla fine, i cristalli sono paralleli alla direzione di laminazione e quindi si dice che il materiale ha una struttura a *trama cristallina*. Il tipo di struttura è molto importante dato che si può trattare il materiale come un unico cristallo. Si hanno due casi principali di produzione a lamiera di cristalli orientati: una è quella a *trama di Goss* (come per i Fe-Si) e l'altro a *trama ciclica* (nelle leghe Fe-Ni 50%). È tuttavia possibile ottenere delle leghe Fe-Si a trama ciclica. In generale, in entrambi i casi, un cubo giace nella direzione di laminazione del materiale, con delle differenze sostanziali nelle due tipologie. Mentre nella trama di Goss, la struttura giace nel piano di laminazione con uno spigolo appoggiato allo stesso, in quella cubica semplice la superficie di contatto è l'intera faccia. I materiali magnetici con questa conformazione hanno in generale nella

direzione di laminazione una caratteristica di magnetizzazione che ripidamente giunge alla saturazione , perché la maggior parte del processo di allineamento dei domini magnetici interessa movimenti di parete e non avvengono rotazione di domini magnetici.

Parimenti, esiste un'alta induzione residua che rimane anche dopo che il campo magnetizzante è stato disattivato. Sorgono pertanto dei cicli rettangolari , che trovano impiego in moltissime importanti applicazioni.

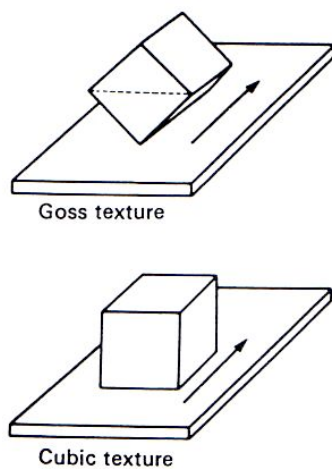


Fig. 2.27 Struttura cristallina . La freccia indica la direzione di laminazione

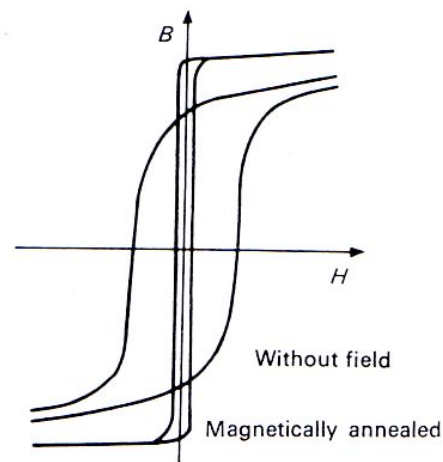


Fig. 2.28. Effetti del campo magnetico su una lega al 50% di CoFe

Nelle macchine elettriche per esempio, si hanno sia lamiere a cristalli orientati che non. Quelle a cristalli orientati sono decisamente anisotrope e la loro permeabilità perpendicolarmente alla direzione di laminazione è molto minore rispetto a quella in direzione parallela. Avendo una direzione preferenziale il loro uso è limitato ai trasformatori. Tuttavia, nelle grosse macchine elettriche rotanti, i cui statori e/o rotor devono essere assemblati in più parti, posso sempre usare queste lamiere purchè tranciate secondo la direzione preferenziale lungo i percorsi di flusso. Anche nelle macchine piccole è possibile usare le lamiere a grani orientati (i lamierini dell'intero circuito magnetico sono tranciati in un solo colpo) salvo il richiedere il loro posizionamento casuale in modo da non avere posizioni preferenziali. L'uso di lamiere a grani orientati diviene non conveniente nel momento in cui la direzione del flusso è di $45^\circ/90^\circ$ rispetto alla direzione di laminazione.

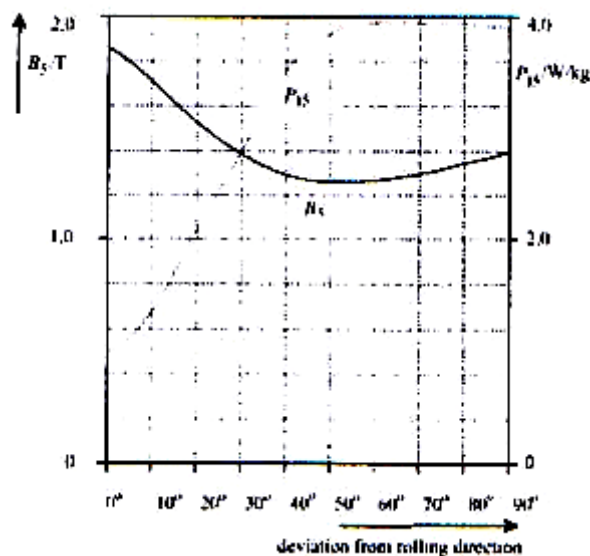


Fig. 2.29 Induzione in funzione della direzione di laminazione

Direzione di laminazione rispetto alle perdite del materiale.

Nel caso delle macchine rotanti si ha che il campo rotante provoca dei flussi che girano in direzioni non preferenziali, per cui è importante usare lamiere a grani non orientati o seguire gli accorgimenti descritti poc'anzi. Infine la figura xx mostrale caratteristiche di magnetizzazione in corrente continua di alcune lamine commerciale a grani non orientati.

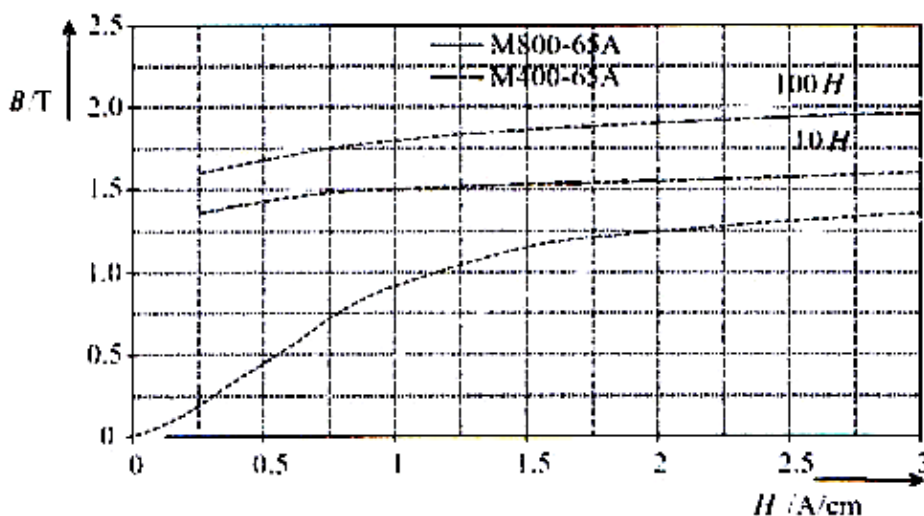


Fig. 2.30 Curva di magnetizzazione di lamiere magnetiche orientate. M800-65A ha un contenuto di silicio pari al 1%; per M400-65A il contenuto è del 2,7%

2.8 - Proprietà isteretiche di particelle SD, PSD, e MD

La forma di un ciclo di isteresi in parte è determinata dal tipo di dominio presente nei materiali analizzati. I cicli dei materiali SD sono tipicamente più larghi di quelli MD in quanto riflettono gli alti valori della rimanenza e del campo coercitivo. I parametri del ciclo d'isteresi e, in particolare, il rapporto M_r/M_s e H_r/H_c , sono utilizzati per distinguere il tipo di dominio: il rapporto M_r/M_s è un modo definitivo per differenziare particelle SD e MD (si veda Fig. 2.31). Per i grani SD il valore del rapporto M_r/M_s può essere facilmente calcolato e dipende dal tipo di anisotropia. Per le particelle PSD e MD, il calcolo del rapporto M_r/M_s risulta molto più complesso.

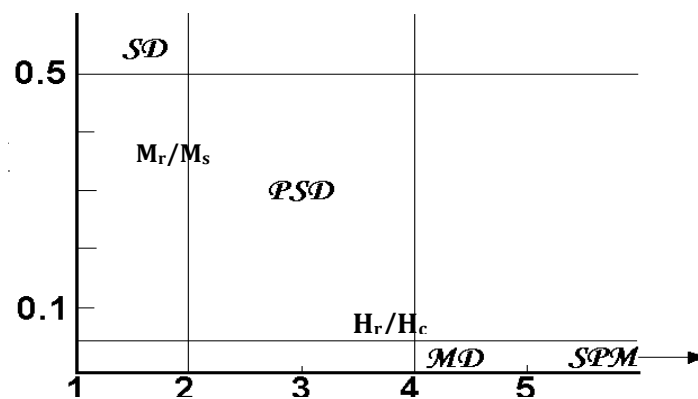


Fig. 2.31: Diagramma M_r/M_s vs H_r/H_c che consente di determinare il tipo di domini presenti nei grani

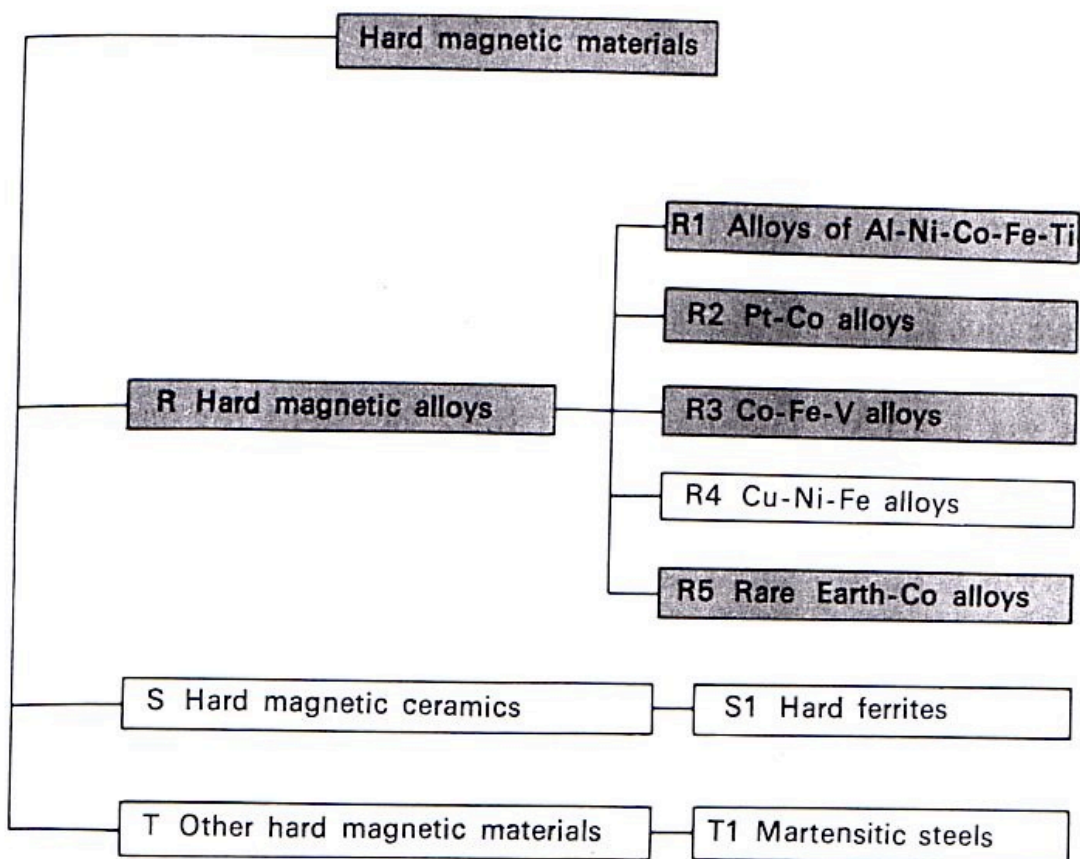
Le particelle SPM non esibiscono alcuna rimanenza né campo coercitivo. La forma del ciclo di isteresi è per questo motivo estremamente lineare. I grani SPM mostrano inizialmente un rapido aumento della magnetizzazione in funzione del campo applicato; in seguito al crescere del valore di campo, l'aumento della magnetizzazione è più graduale sino alla saturazione. Infatti, la distribuzione dei grani SD, PSD o MD è fondamentale per gli studi di datazione magnetica.

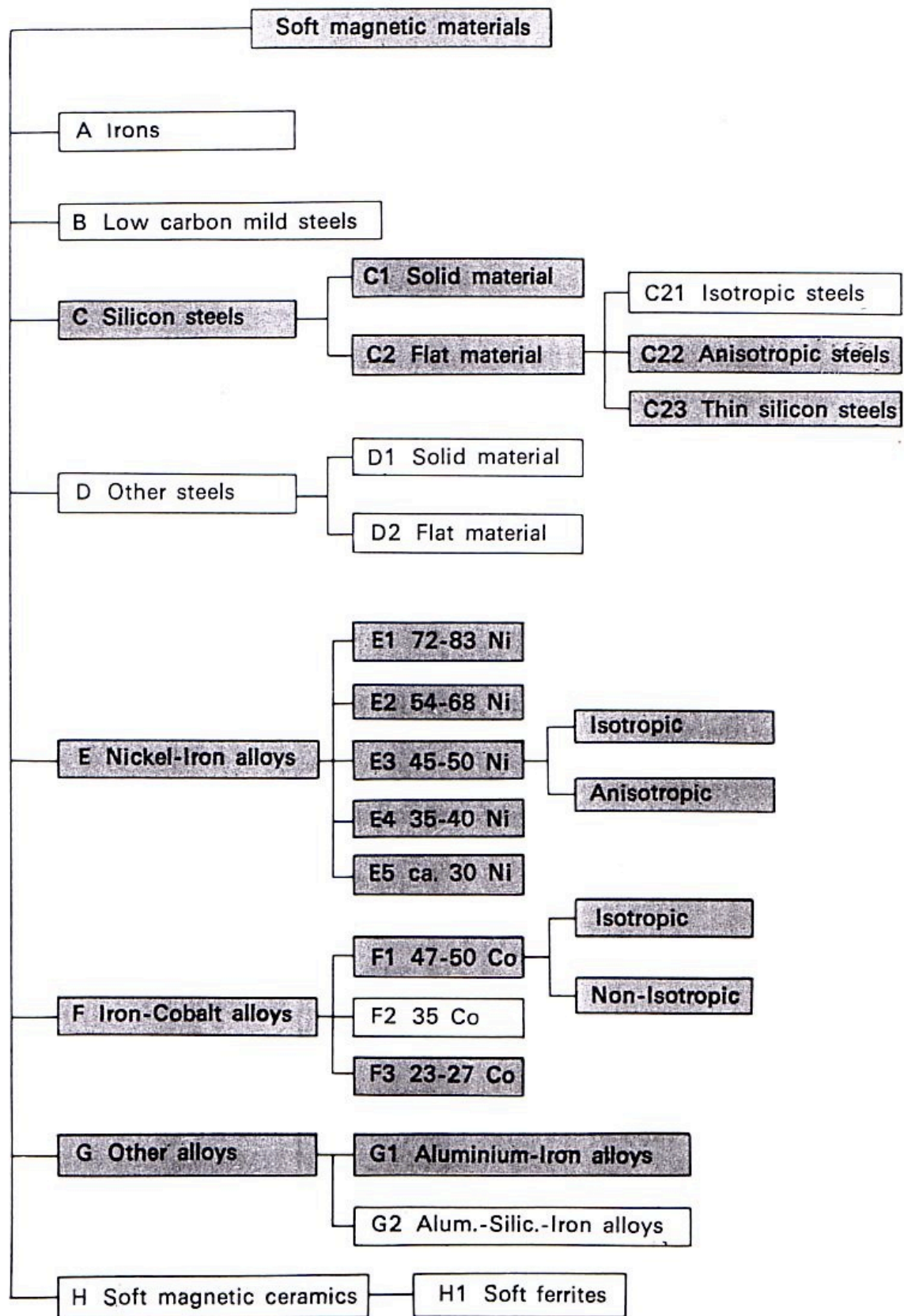
3 - Classificazione dei materiali magnetici

Come abbiamo avuto modo di affrontare nei paragrafi precedenti, esiste una variegata tipologia di leghe magnetiche ottenibile da un numero più o meno limitato di materiali puri; molti di essi, assumono nomi proprietari e si differenziano da altre leghe proprio per i diversi rapporti di composizione che hanno rispetto ad altri loro simili.

Per poter organizzare in modo più razionale questo vasto universo di prodotti, la Commissione Elettrotecnica Internazionale (IEC) ne ha recentemente pubblicato uno schema di classificazione , che viene qui sotto proposto.

Lo schema è basato su un raggruppamento dei materiali in base a sostanze e gruppi di leghe e, dove necessario, vengono forniti delle informazioni integrative.





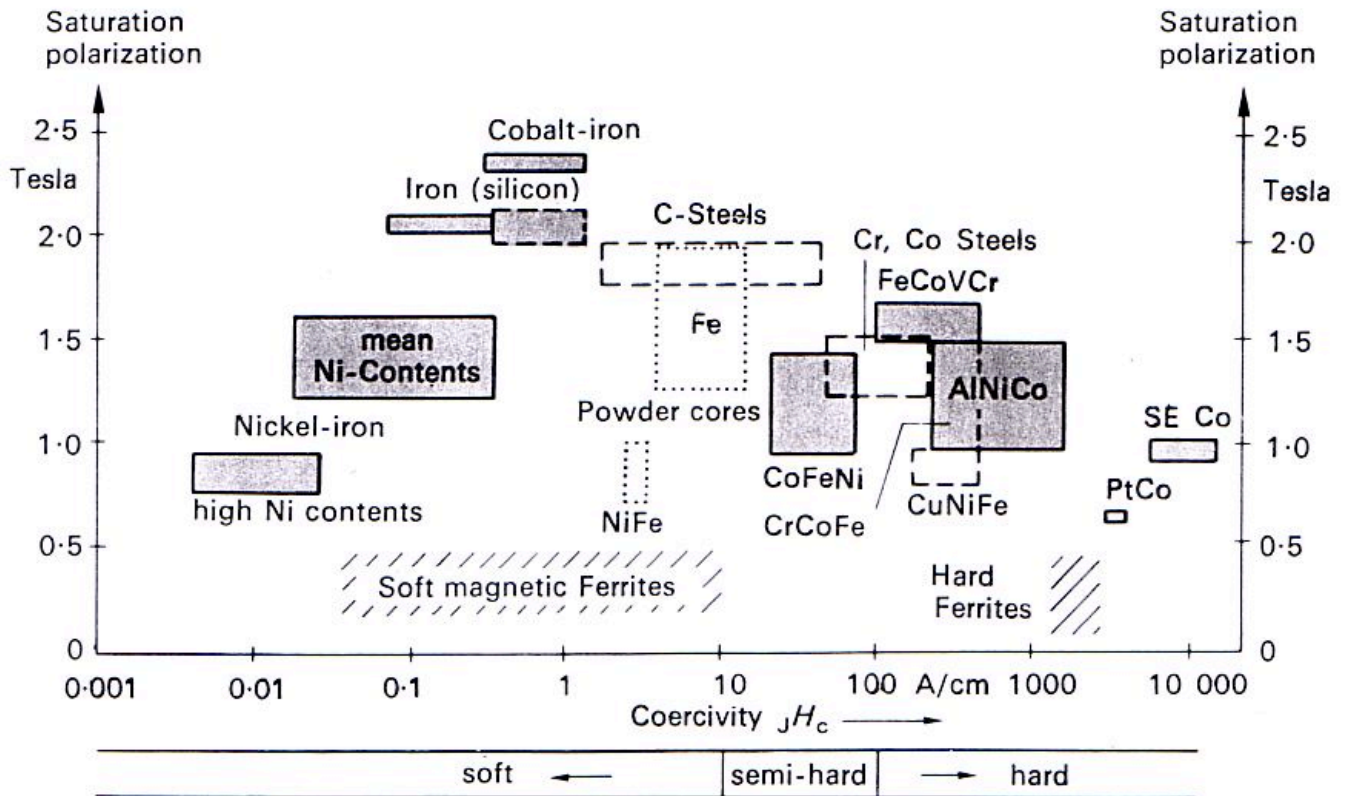


Fig. 3.1 Classificazione dei materiali magnetici

Leghe magnetiche dolci, alcune applicazioni.

I materiali magnetici dolci sono fondamentali per alcune applicazioni e soddisfano la maggior parte delle specifiche nel campo dell'ingegneria dell'elettronica di potenza. La grande varietà di campi di applicazione, il repentino aumento nelle richieste di componenti di elevata qualità e la necessità di una settorializzazione sempre più spinta, ne hanno favorito lo sviluppo in modo massiccio.

Per poter fornire una visione più completa possibile, i materiali sono stati raggruppati in base prima di tutto alla loro percentuale in lega e ne è stata fornita una possibile applicazione.

leghe Nickel-Ferro con percentuale di Nickel dal 72-83%

Questo gruppo di leghe contengono Nickel come componente principale ed, oltre al ferro, altri elementi in piccole proporzioni. Sono i materiali più soft presenti sul mercato e sono caratterizzati dall'aver da una grande permeabilità iniziale, tra i valori più elevati anche come massimo valore raggiunto. e bassa forza coercitiva, avendo bassa densità di flusso di saturazione. Si possono produrre materiali con un ciclo rettangolare (Z) oppure piatto (F).

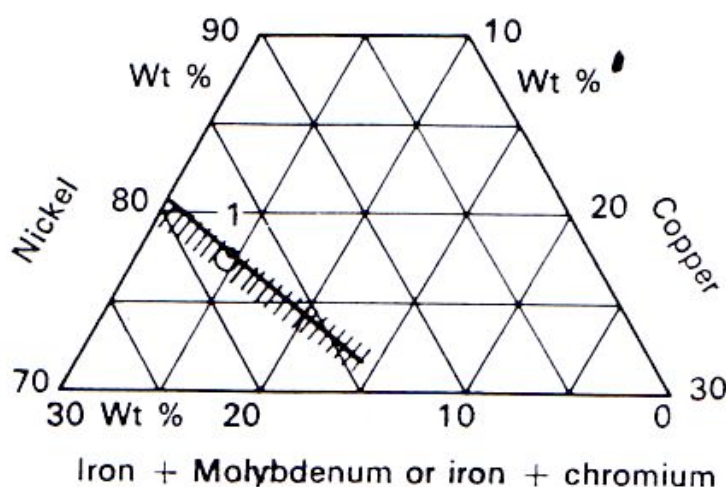


Fig. 3.2 Diagramma delle leghe Ni-Cu-(Fe+Mo) e Ni-Cu-(Fe+Cr) dove sono evidenziate le zone ad alta permeabilità ed i passaggi per lo zero della costante di magnetostrizione I_s .

MATERIALE	OSSERVAZIONI	APPLICAZIONI
Mumetall	Differiscono principalmente nella permeabilità iniziale. Il Mumetall è il materiale in assoluto più utilizzato. L'Ultraperm 10 ha la più alta permeabilità e la minore forza coercitiva.	Trasformatori da strumentazione, protezioni contro i corto circuiti, trasformatori per bassa e alta frequenza, testine magnetiche, nuclei, schermature magnetiche, relè ad alta sensibilità, sistemi di misurazione di diversa natura.
Vacoperm 100		
Vacoperm BS		
Ultraperm 10		
Ultraperm 200		
Ultrapem Z	Mentre il primo materiale ha ciclo rettangolare e bassa forza coercitiva, il secondo ha alta permeabilità all'impulso e ciclo d'isteresi piatto.	amplificatori magnetici, trasformatori d'impulso, nella particolare combinazione con semiconduttori e dispositivi per la protezione contro le correnti di corto circuito.
Ultraperm F		

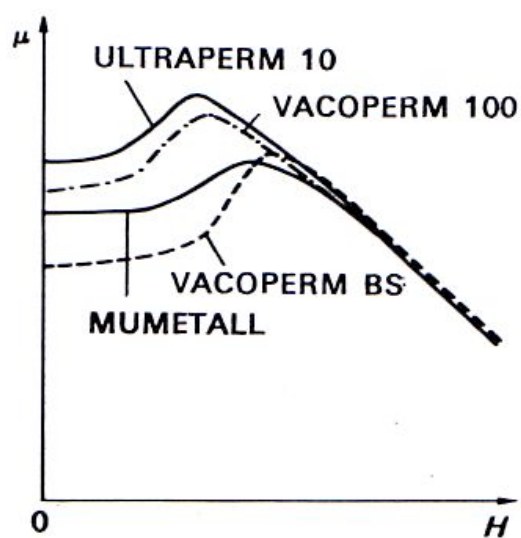


Fig. 3.3 Curve di permeabilità per le leghe ad alta permeabilità

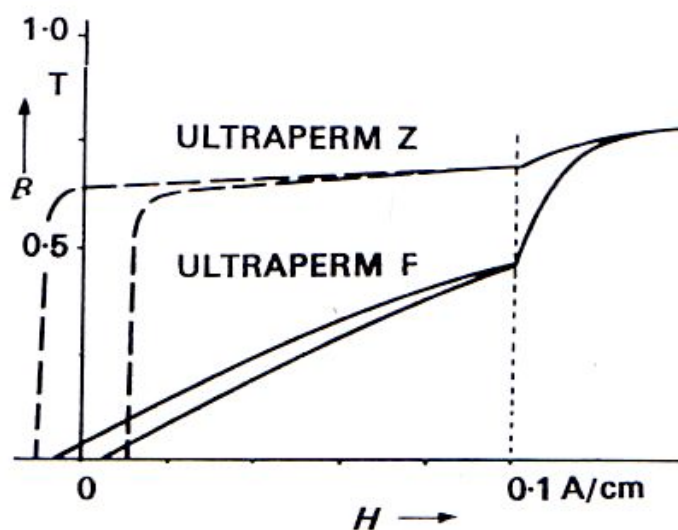


Fig.3.4 Cicli d'isteresi della leghe Utraperm F e Z

MATERIALE	PROPRIETA'		
	Permeabilità a 4mA/cm	Forza coercitiva statica A/cm	Densità di flusso di saturazione T
Mumetall	50 000	0,012	0,80
Vacoperm BS	30 000	0,025	0,97
Vacoperm 100	90 000	0,008	0,78
Ultraperm 10	150 000	0,004	0,78
Ultraperm 200	220 000	0,004	0,78
Ultraperm F	Ciclo Isteresi piatto	0,012	0,8
Ultraperm Z	Ciclo Isteresi Rettangolare	0,008	0,8
Mumetall S	25 000	0,035	0,80

Nickel-Ferro con percentuale di Nickel dal 54-68%

Questa lega permette la creazione di materiali aventi cicli di isteresi molto diversi tra loro e decisamente interessanti.

MATERIALE	PROPRIETA'			
	Permeabilità a 4mA/cm	Forza coercitiva statica A/cm	Densità di flusso di saturazione T	Rimanenza
Permax M	60 000	0,012	1,50	1,20
Permax Z	Ciclo rettangolare	0,02	1,25	1,05
Permax F	Ciclo piatto	0,10	1,25	0,15-0,2
Permax 50F	Ciclo piatto	0,07	1,52	0,1

MATERIALE	OSSERVAZIONI	APPLICAZIONI
Permax M	Sono materiali con permeabilità iniziale molto alta ed alto flusso di saturazione.	Trasformatori per strumentazione, per protezioni da correnti da corto circuito, per telecomunicazioni.
Permax Z	Ha per un ciclo di tipo rettangolare con il 65% di nickel-ferro.	Amplificatori magnetici, trasformatori D.C, trasformatori d'impulso con premagnetizzazione.
Permax F	Diversamente dal materiale Permax Z, tale materiale ha bassa rimanenza e ciclo d'isteresi piatto. Combina ad una grande induzione, un'elevata permeabilità d'impulso.	Trasformatori d'impulso e nuclei di diversa natura, in combinazione con semiconduttori, per la protezione da corto circuiti, per strumentazione di misura, per proteggere i tiristori.
Permax 50F	Nuovo sviluppo nel gruppo del 45-50% di leghe ferro-nickel.	

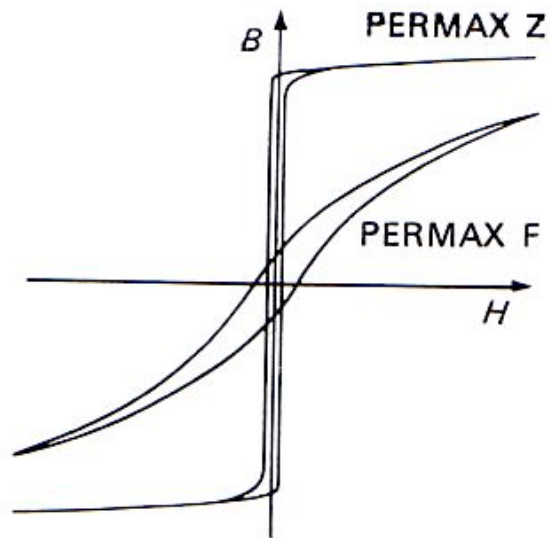


Fig. 3.5 Cicli d'isteresi dei materiali Permax Z e F

Nickel-Ferro con percentuale di Nickel dal 45-50%

Le leghe con il 45-50% di nickel si caratterizzano per il fatto che la forma del loro ciclo di magnetizzazione si può cambiare in modo sostanziale su una grande gamma di valori. Con la medesima composizione di materiale si possono produrre diversi cicli d'isteresi con possibilità di avere anche diverse strutture cristalline.

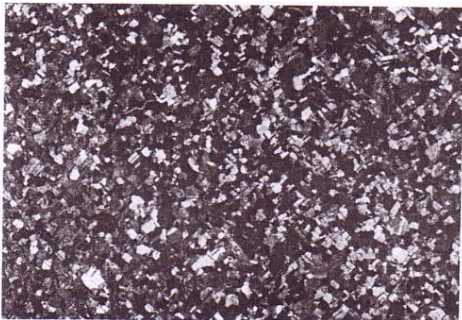


Fig. 3.6 Fine struttura granulare di una lega Nickel Ferro



Fig. 3.7 Allineamento cristallino in una struttura cubica



Fig. 3.8 Struttura grana grossa di una lega Ferro Nickel (45%-50%)

Nickel-Ferro con percentuale di Nickel dal 35-40%

Le leghe di questo gruppo mostrano un piccolo aumento di permeabilità su un più ampio spettro di intensità di campo. La permeabilità iniziale solitamente si aggira intorno a 2000-4000, mentre il flusso di saturazione è di circa 1,3 T.

Nel caso di leghe con il 35% DI Nickel, è possibile che la permeabilità raggiunga valori intorno a 50 000 a circa 20 °C.

La temperatura di Curie per questi materiali è di 160°C come per le ferriti ad alta permeabilità –ricordando che essa è funzione della temperatura- .

Applicazioni tipiche di questi materiali sono trasformatori a radio frequenza ed alta frequenza oltre che diversi componenti interessati dalla commutazione .

Intorno a leghe con valori di Nickel ancora più bassi , il punto di Curie si può portare dai +30°C ai 120°C. In questo caso abbiamo dei materiali con le caratteristiche sotto evidenziate.

MATERIALE	PROPRIETA'		
	Punto di Curie °C	Intensità del campo magnetizzante di lavoro A/cm	Densità di flusso a 20°C. T
Thermoflux 55/100 G	55	100	0,22
Thermoflux 65/100 G	65	100	0,29
Thermoflux 75/100 G	75	100	0,36

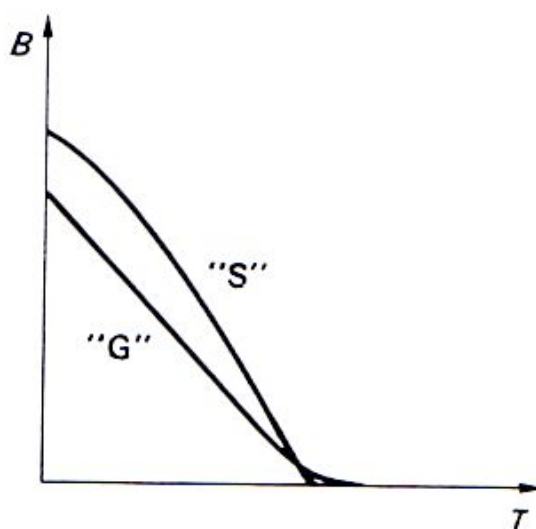


Fig. 3.9 Curva B-T della lega magnetica Thermoflux

Leghe in ferro-silicio

I materiali magnetici appartenenti a questa categoria contengono , oltre al Ferro, circa il 3% di silicio. Il loro punto di saturazione inoltre, si ritrova leggermente sotto quello del ferro puro sebbene la resistività sia circa quattro volte più alta rispetto a quest'ultimo.

MATERIALE	PROPRIETA'		
	Permeabilità a 4mA/cm	Forza coercitiva statica A/cm	Densità di flusso di saturazione T*
Trafoperm N2	≈ 2000	0,10	2.03
Permax Z	Ciclo rettangolare	0,02	2,03
Permax F	Ciclo piatto	0,10	2,0

*NB:la densità di flusso per questo materiale cambia a seconda della direzione con la quale essa e diretta rispetto al cristallo.

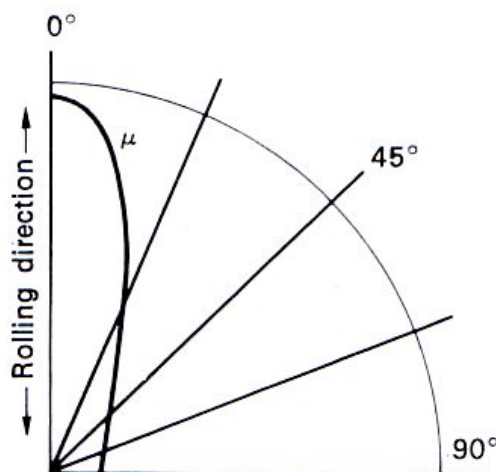


Fig. 3.10 Dipendenza della permeabilità in funzione della direzione del marteriale Trafoperm N2

Leghe in ferro ultrapuro

Attualmente sono disponibili sul mercato diverse categorie di materiali magnetici ultrapuri prodotti con il procedimento della sinterizzazione. Proprio la loro l'estrema purezza porta ad una bassa forza coercitiva. Le applicazioni più tipiche coinvolgono i cosiddetti "conduttori di flusso", paia poli, giochi magnetici.

Sebbene si pari di materiali ultrapuri, sono comunque presenti delle impurità che , sebbene in percentuali quasi trascurabili, caratterizzano il materiale trattato.

MATERIALE	PROPRIETA'		
	Permeabilità a 4mA/cm	Forza coercitiva statica A/cm	Densità di flusso di saturazione T*
Vacofer S	1500	0,12	2,15
Vacofer S2	1500	0,12	2,15
Vacofer S1	1500	0,06	2,15

MATERIALE	PERCENTUALI DI IMPURITA'					
	C	Cr	Mo	Ni	S	Si
Vacofer S1	0,003	0,005	0,003	0,003	0,001	<0,001
Vacofer S	0,005	0,01	0,01	0,01	0,0015	<0,001
Vacofer S2						

Vacoflux 50	Questo materiale ha un ciclo d'isteresi ad anello di circa 1,0 A/cm	Paia poli ad alta densità di flusso, parti di relè con massima forza meccanica in piccolo volume, trasduttori telefonici, oscillatori a magnetostrizione, lenti magnetiche.
Vacoflux 48	Ha basse perdite quando la densità di flusso è attorno a 1,8 -2,2 T.	Trasformatori speciali a basse perdite ed alte densità di flusso.
Vacoflux 48s	Questo materiale viene preparato da sinterizzazione.	Trasformatori speciali con basse perdite ed alte densità di flusso.
Vacoflux Z	Ha ciclo d'isteresi rettangolare, bassa forza coercitiva (circa 0,2 A/cm) e basse perdite di potenza	Amplificatori magnetici

Leghe Ferro-Cobalto

Queste leghe magnetiche hanno il più alto flusso di saturazione (circa di 2,4 T), all'attuale stato della tecnica. Si possono produrre curve differenti, funzione della percentuale di composizione del materiale e delle metodologie di preparazione.

MATERIALE	PROPRIETA'		
	Permeabilità a 4mA/cm	Forza coercitiva statica A/cm	Densità di flusso di saturazione T*
Vacoflux 50	1000	1,1	2,35
Vacoflux 48	1200	0,4	2,35
Vacoflux Z	1500	0,2	2,35
Vacoflux 48S	1500	0,65	2,35

MATERIALE	OSSERVAZIONI	APPLICAZIONI
Vacoflux 24 S2	Materiale innovativo prodotto per sinterizzazione. Le sue qualità principali sono essenzialmente, paragonato per esempio con il Vacoflux 50, una miglior lavorabilità, omogeneità di parete al di sopra di 1 mm.	Shunt di alta qualità per orologi, paia poli.

Leghe Ferro-Cobalto con percentuale di cobalto dal 47-50%

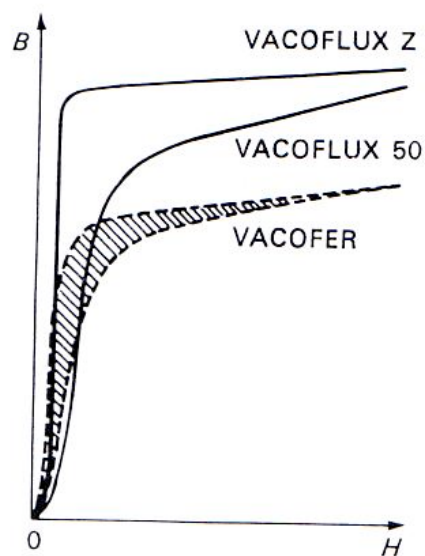


Fig. 3.11 Magnetizzazione del materiale Vacoflux comparate con il Vacofer

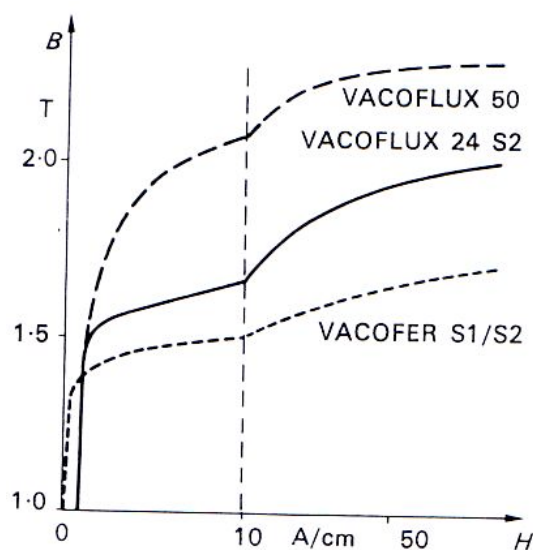


Fig. 3.12 Paragone delle curve di magnetizzazione del Vacoflux 50, Vacoflux 24 S2 e del Vacofer.

Leghe Ferro-cobalto con percentuali di cobalto dal 23-27%

MATERIALE	PROPRIETA'		
	Permeabilità a 4mA/cm	Forza coercitiva statica A/cm	Densità di flusso di saturazione T*
Vacoflux 24 S2	250	1.0	2,35

Leghe in ferro-alluminio

Hanno approssimativamente il 16% di alluminio e sono caratterizzate dall'aver una permeabilità iniziale relativamente alta unita ad una grande resistenza meccanica. Trovano largo uso nella fabbricazione di testine magnetiche capaci di resistere all'usura e all'abrasione, hard-disks , macchine di registrazione e di immagazzinamento dati a lunga permanenza.

A titolo esemplificativo, viene riportata la proprietà di un materiale largamente utilizzato.

MATERIALE	PROPRIETA'		
	Permeabilità a 4mA/cm	Forza coercitiva statica A/cm	Densità di flusso di saturazione T*
Vacodur 16	8000	0,04	0.9

4.1 - Introduzione

I materiali magnetici dolci vengono classificati, venduti ed utilizzati sulla base di prove standard che prevedono l'utilizzo di forme d'onda puramente sinusoidali - perfetta condizione di lavoro di un nucleo magnetico.

Capita molto spesso però, in diverse applicazioni pratiche, che la totalità o parte del circuito magnetico della macchina studiata non sia, per diverse ragioni, interessata da flusso perfettamente sinusoidale (presenza di armoniche deformanti). In questi casi possiamo parlare di distorsione intesa come uno scostamento non voluto dalla situazione di perfetta sinusoidalità causato dalla non linearità del materiale ad alte induzioni, anisotropia e forme d'onda pulsanti. In altri contesti, come per esempio in motori a velocità variabile o i circuiti funzionanti generalmente con una forma d'onda PWM, è lo stesso dispositivo elettronico di controllo che genera forme non sinusoidali, incrementando notevolmente le perdite nel nucleo.

Il problema inerente al calcolo delle perdite si traduce essenzialmente nella determinazione della distorsione di modulazione nei nuclei, partendo dalle proprietà magnetiche ottenute da prove standard. I datasheet tecnici normalmente riportano le perdite a frequenze di lavoro (50-60 Hz) per determinati picchi d'induzione e in molti casi vengono forniti dei cicli d'isteresi quasi statici o curve di prima magnetizzazione; questi dati hanno però scarsa valenza per modelli di tipo predittivo che dovremo a breve definire.

Uno degli approcci più utilizzati per il calcolo delle perdite è *la teoria statistica delle perdite*. Si può applicare in forma semplificata per il calcolo delle perdite nei materiali magnetici dolci, assumendo una distribuzione di flusso nel materiale magnetico uniforme (assenza di effetto pelle).

Il modello, si basa sul concetto che le perdite totali funzione della frequenza $P(f)$ si possa scomporre nella somma di una *potenza per isteresi* $P_h(f)$, di una *classica* $P_{cl}(f)$ e di una di "eccesso" $P_{exc}(f)$. Avremo:

$$P(f) = P_h(f) + P_{cl}(f) + P_{exc}(f) \quad \text{eq. (4.1)}$$

dove: $P_h(f) = W_h \cdot f$ con W_h energia persa per ciclo d'isteresi.

Tranne che per alcune eccezioni, W_h viene sempre considerato come un termine indipendente dalla frequenza.

Dividendo l'equazione 4.1 per f , si ottiene:

$$W(f) = W_h + W_{cl}(f) + W_{exc}(f) \quad \text{eq. (4.2)}$$

Anche se questo modello si può applicare in linea di principio per qualsiasi forma d'onda, si studieranno dei casi semplificati, introducendo delle ipotesi che rendano più accessibile il calcolo; casi relativamente complessi nei quali l'induzione nel tempo mostra un inversione di pendenza (o in maniera equivalente il ciclo d'isteresi presenta cicli secondari) sono ancora oggetto di studio.

Descriveremo nel seguito come è possibile adattare il modello proposto per poter calcolare le perdite di potenza quando il flusso ha forme d'onda forme arbitrarie e cicli d'isteresi minori.

In assenza di questi ultimi, dovremmo almeno conoscere un valore di perdita a frequenza differente da quella di lavoro (normalmente 50Hz). In alternativa dovrebbe essere calcolato il ciclo d'isteresi quasi statico o meglio, la perdita d'energia totale in funzione della frequenza entro un intervallo ben definito per un'onda triangolare o sinusoidale.

4.2 - Approccio teorico

Come accennato, la procedura di separazione evidenziata nelle espressioni precedenti, pienamente giustificabile dal punto di vista fisico, è la chiave metodologica per lo studio delle perdite perché separa i termini dipendenti dalla frequenza (W_{cl} e W_{exc}), da quelli indipendenti (W_h).

Vediamo come questo metodo si può applicare praticamente nel caso di lamine di materiale magnetico dolce soggette a magnetizzazione periodica $J(t)$ e forma d'onda non strettamente sinusoidale.

A) Perdite energetiche con flusso avente forma d'onda arbitrario e assenza di cicli minori

Il modello si basa sui concetti essenziali di potenza istantanea e di separazione delle perdite, che attribuiscono significato fisico al fenomeno. Dovremo quindi considerare:

- *Termini di perdita quasi statici*: in assenza di cicli minori la perdita persa per isteresi W_h è indipendente dalla forma d'onda di magnetizzazione per le stesse ragioni fisiche che la rendono indipendente dal tasso di magnetizzazione.
- *Componente dinamica classica delle perdite*: la perdita istantanea per unità di volume $p_{cl}(t)$, a causa delle correnti parassite, può essere definita per una lamina magnetica di conduttività σ e spessore d come :

$$p_{cl}(t) = \frac{1}{12} \sigma \cdot d^2 \cdot B^2(t) \cong \frac{1}{12} \sigma \cdot d^2 \cdot j^2(t) \quad \text{eq.(4.3)}$$

dove $\frac{d(J)}{d(t)}$ è la derivata del tempo della polarizzazione magnetica J .

La perdita classica dell'energia per ciclo può quindi essere espressa come :

$$W_{cl} = \int_0^T p_{cl}(t) \cdot dt = \frac{1}{12} \sigma \cdot d^2 \int_0^T J^2(t) \cdot dt \quad \text{eq.(4.4)}$$

e può in linea di principio essere calcolata per qualsiasi forma d'onda di $J(t)$.
Conoscendo invece il contenuto armonico del vettore polarizzazione magnetica, possiamo invece utilizzare la seguente relazione:

$$W_{cl} = \frac{\pi^2}{6} \sigma d^2 f \sum_n n^2 J_n^2 \quad \text{eq (4.5)}$$

dove J_n è l'ampiezza massima della componente di ordine n .

Il problema del calcolo delle perdite ove $J(t)$ non abbia forma d'onda a priori definita – tenuto conto della difficoltà di calcolo di W_{cl} – si concentra soprattutto nella previsione matematica della componente definita come “eccesso di perdita dinamica” che andremo ora ad analizzare.

1) *Componente di perdita in eccesso dinamica*

Dobbiamo definire un'espressione per la perdita di potenza in eccesso istantanea $p_{exc}(t)$ che, integrata su un periodo $T = \frac{1}{f}$, può indicarsi come $W_{exc}(f)$.

La sua espressione analitica deriva direttamente dall'approccio teorico secondo Bertotti, che si basa sull'analisi statistica delle perdite e fornisce una buona descrizione del comportamento dei materiali per una loro vasta classe.

$$p_{exc}(t) = \frac{n_0 V_0}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{4\sigma G S V_0}{n_0^2 V_0^2} \cdot |J(t)|} - 1 \right) \cdot |J(t)| \quad \text{eq. (4.6)}$$

dove n_0 è il numero di oggetti magnetici coinvolti istantaneamente nel limite per $f \rightarrow 0$, V_0 è un parametro che definisce la statistica degli oggetti magnetici, G è un coefficiente empirico adimensionale che vale 0,1356 e S è la sezione della lamina magnetica considerata.

È doveroso notare che sia V_0 sia n_0 dipendono da J_p . Possiamo assumere che :

$$\frac{4\sigma GSV_0}{n_0^2 V_0^2} \cdot |J(t)| \gg 1 \quad \text{eq. (4.7)}$$

Sotto questa importante approssimazione l'espressione delle perdite diviene quindi :

$$P_{exc}(t) = \sqrt{\sigma GSV} |J(t)|^{3/2} \quad \text{eq.(4.8)}$$

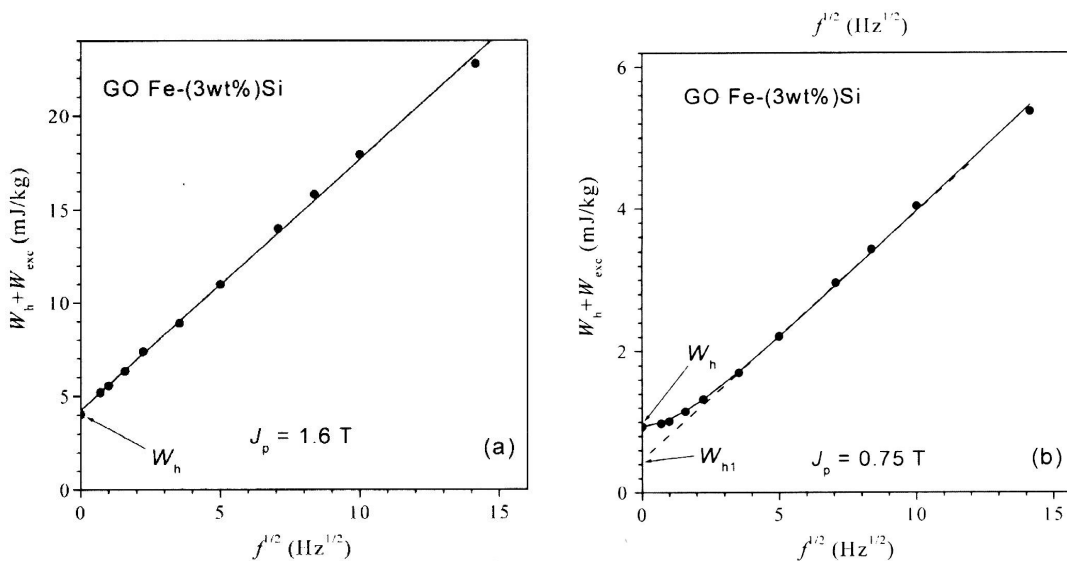


Fig. 4.1 Esempi di dipendenza sperimentale della quantità $W_{dif}=W-W_{cl}=W_h+W_{exc}$ dalla radice quadrata della frequenza nei grani orientati di lamine di Fe-Si (spessore 0.29 mm) . Il valore di frequenza fondamentale $W_{dif}(0)=W_h$ viene determinato in questi esperimenti con misurazioni di tipo balistico e tutti gli altri punti sono ottenuti da misurazioni con flusso sinusoidale. W_{cl} si può sempre calcolare esattamente, qualunque sia la forma d'onda del flusso ed il problema di predizione si focalizza eventualmente su W_{exc} . Tutto ciò è ad alte induzioni (fig. a) ovunque proporzionale alla \sqrt{f} ; per medie e basse induzioni a frequenza molto basse –meno di pochi Hz- , devia dalla linearità (fig.b). Tali comportamenti vengono ben descritti rispettivamente dalle equazioni (3.10) e (3.15). La linea retta punteggiata viene caratterizzata dalla (3.22).

mentre l'espressione dell'energia diverrà :

$$W_{exc} = \int_0^T p_{exc}(t) \cdot dt = \sqrt{\sigma GSV} \cdot \int_0^T \left| \dot{J}(t) \right|^{3/2} dt \quad \text{eq.(4.9)}$$

L'equazione è applicabile a ogni forma d'onda di J(t).

Se la forma d'onda fosse sinusoidale, otterremmo :

$$W_{exc} = 8.76 \sqrt{\sigma GSV_0} J_p^{3/2} \cdot f^{1/2} \quad \text{eq.(4.10)}$$

e con magnetizzazione avente forma d'onda triangolare:

$$W_{exc} = 8 \sqrt{\sigma GSV_0} J_p^{3/2} f^{1/2} \quad \text{eq. (4.11)}$$

La perdita totale si ottiene pertanto, in accordo con la (3.2) e la (3.4), come:

$$W = W_h + (\pi^2 / 6) \sigma d^2 J_p^2 f + 8.76 \sqrt{\sigma GSV_0} J_p^{3/2} f^{1/2} \quad \text{eq. (4.12)}$$

e

$$W = W_h + (4/3) \sigma d^2 J_p^2 f + 8 \sqrt{\sigma GSV_0} J_p^{3/2} f^{1/2} \quad \text{eq.(4.13)}$$

dove è stata considerata una J(t) puramente sinusoidale nella (4.12) e triangolare nella (4.13). In particolare, la 4.13 è la funzione che rappresenta il limite inferiore della figura di perdita.

La dipendenza della perdita energetica dalla geometria del campione si può riconoscere guardando il comportamento delle suoi componenti. Infatti, mentre W_h è indipendente dalla geometria, essendo esclusivamente legato alle proprietà del materiale, $W_{cl}(f)$ varia in funzione dello spessore della lamina secondo d^2 . Per quanto riguarda $W_{exc}(f)$, il suo sviluppo può dipendere da d attraverso il termine $V_0 \cdot S$.

2) identificazione dei parametri

Qualora la condizione espressa dalla (4.7) fosse verificata, la predizione della perdita relativamente alla perdita totale per un generico $J(t)$ in una lamina di materiale dolce di conduttività σ e sezione trasversale di area S richiede una *determinazione preventiva di W_h e V_0* . Tutto ciò porta, in accordo con la (4.12), alla misura di W sotto parametri standard -forme d'onda $J(t)$ puramente sinusoidali- per due frequenze differenti.

Consideriamo un tipico esperimento, riportato in figura 4.1, dove il comportamento della quantità $W_{dif}(f)=W(f)-W_{cl}(f)=W_h+W_{exc}$ misurato in presenza di flusso sinusoidale in una lamina in Fe-Si a grani orientati, viene rappresentato, insieme alla sua approssimazione, come funzione di $f^{1/2}$.

I valori W_h e V_0 sono ottenuti dall'intercetta con la pendenza della linea teorica e, una volta introdotti nell'equazione, sono sufficienti per descrivere le perdite totali per ogni forma di $J(t)$.

$$W = W_h + W_{cl} + W_{exc} = W_h + \frac{\sigma d^2}{12} \int_0^T \dot{J}(t)^2 dt + \sqrt{\sigma G S V_0} \int_0^T |\dot{J}(t)|^{3/2} dt \quad \text{eq.(4.14)}$$

L'accuratezza conseguente dalla misurazione di due punti può essere estrapolata considerando i dati sperimentali mostrati in figura 4.1. Si può migliorare aumentando lo spettro di frequenze considerate con dei test preliminari.

La figura 4.2 mostra un esempio di applicazione dell'equazione precedente. Vengono calcolati gli effetti della distorsione della terza armonica a 50Hz per quanto riguarda le perdite dinamiche in una lamina a Fe-Si (Si presente al 3%) a grani non orientati.

$$W_{dyn}(f) = W_{cl}(f) + W_{exc}(f)$$

La terza armonica, sfasata di un angolo φ_3 che va dagli 0° ai 180° , sta in rapporto con la fondamentale nella misura di $J_3/J_1=0.1$, considerato il picco di magnetizzazione costante di valore $J_p=1T$. E' importante sottolineare come

per valori differenti di J_p , siano necessari nuovi dati sperimentali di entrambi W_h e V_0 . Qualora l'ipotesi assunta in eq.(4.3) non possa essere ritenuta valida per svariate ragioni, si dovrebbe integrare l'espressione (4.6) per poter calcolare correttamente l'energia persa in eccesso. Nel caso sinusoidale avremmo dunque:

$$W_{exc} = 2n_0V_0J_p \cdot \int_0^{\pi/2} \left(\sqrt{1 + \frac{8\sigma GSV}{n_0^2V_0^2} \pi f J_p \cos(\phi) - 1} \right) \cos\phi \cdot d\phi \quad \text{eq.(4.15)}$$

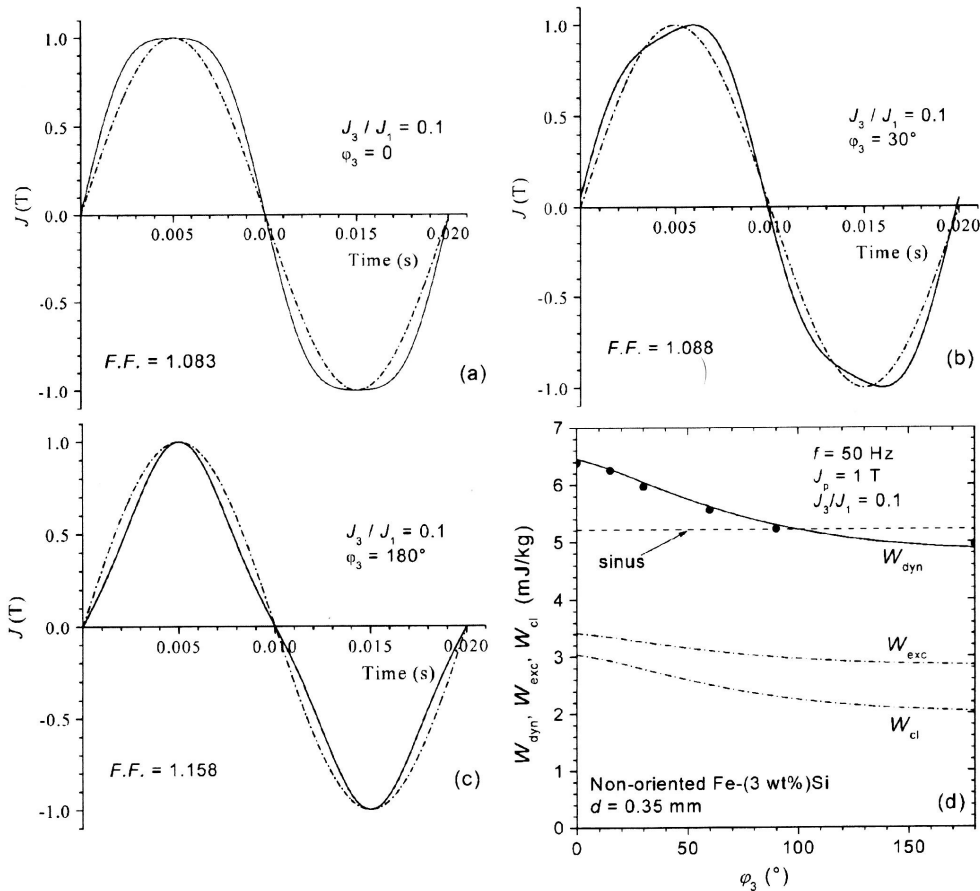


Fig. 4.2. Effetto della distorsione della terza armonica, avendo fissato un rapporto $J_3/J_1=0.1$ rispetto alla componente fondamentale di fase variabile φ_3 sulla perdita di energia dinamica $W_{dyn} = W_{cl} + W_{exc}$ in delle lamine non orientate Fe-(3%wt)Si ad una frequenza di 50Hz e $J_p=1$ T. Le forme d'onda $J(t)$ distorte a differenti valori di φ_3 (linea spessa) vengono comparate con la funzione di riferimento sinusoidale $J(t)$ – linea tratteggiata in (a),(b) e (c). I comportamenti teorici di W_{cl} , W_{exc} e W_{dyn} mostrati in (d) sono stati ottenuti seguendo la determinazione sperimentale di W_h e del parametro V_0 , in accordo con la procedura descritta nel testo con l'applicazione della (3.14). E' possibile notare come entrambe le linee sperimentale e teorica W_{dyn} mostrino un'ottima correlazione. Merita attenzione l'evoluzione del fattore di forma FF che risulta del valore $FF=1.1107$ per moderate distorsioni.

Mentre nel caso $J(t)$ triangolare avremo:

$$W_{exc} = 2n_0V_0J_p \left(\sqrt{1 + \frac{16\sigma GSV_0}{n_0^2V_0^2} f \cdot J_p} - 1 \right) \quad \text{eq.(4.16)}$$

Operando sul grafico di W_{dif} in funzione di $f^{1/2}$ e interpolando in modo opportuno i punti ottenuti sperimentalmente con le equazioni (4.15) o (4.16), è possibile ottenere i parametri n_0, v_0 e W_h . Anche in questo caso, come nel precedente, i parametri dipendono dall'ampiezza di picco di J_p .

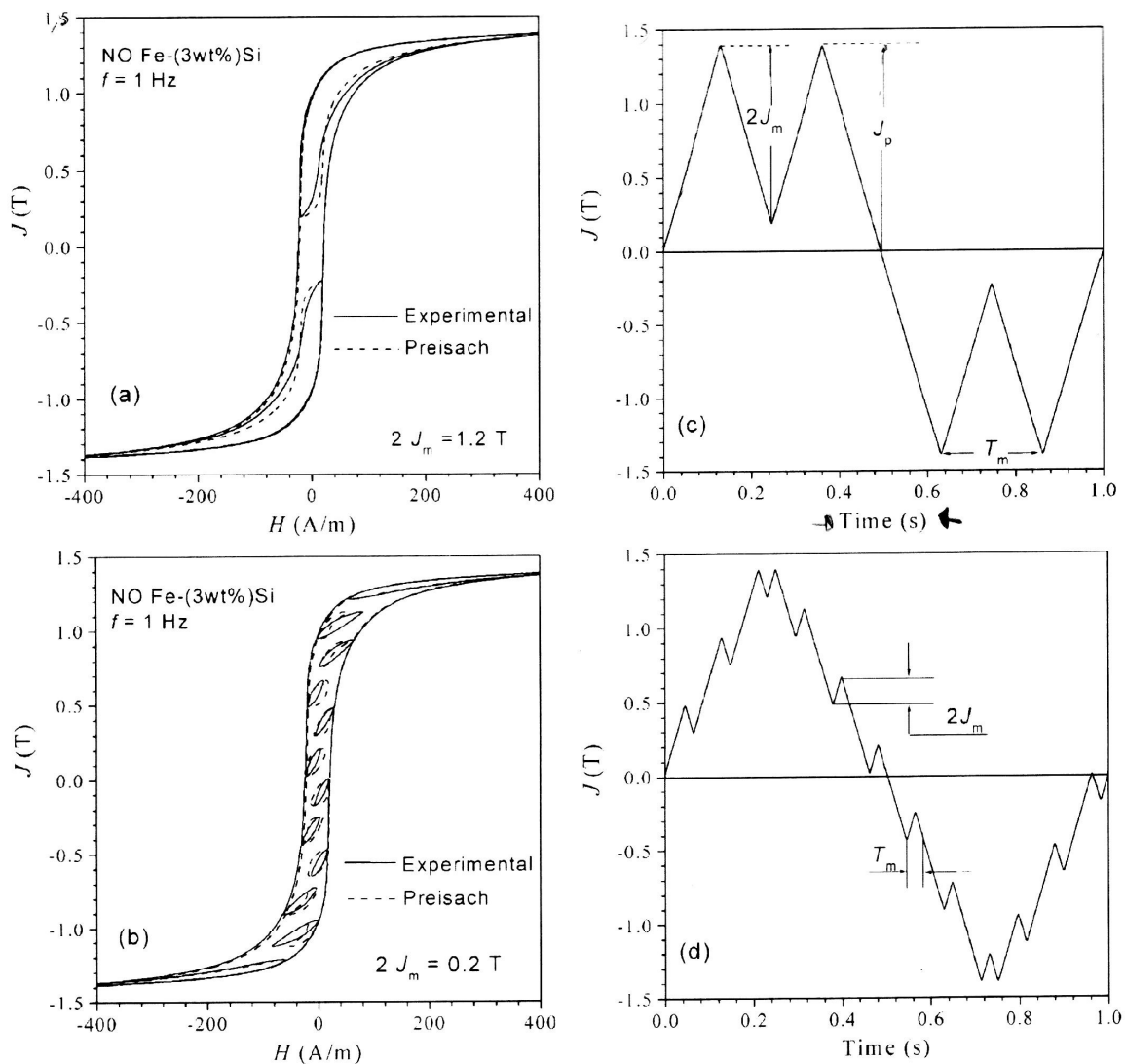


Fig.4.3 Esempi di ciclo d'isteresi di un materiale composito (linea continua) e ricostruito (linee tratteggiate) al picco di magnetizzazione $J_p=1.4$ T in una lamina di cristalli non orientati di Fe(3%wt)-Si (spessore 0.34 mm) generate dalle forme d'onda $J(t)$ mostrate in (c) e (d). I cicli minori hanno ampiezza picco-picco pari a $2J_m$. I cicli teorici sono stati ricostruiti utilizzando il modello di Preisach, utilizzando un cicli d'isteresi sperimentale nel quale $J_p=1.5$ T.

Per un dato picco di ampiezza J_p , qualunque sia la forma d'onda di $J(t)$, è possibile calcolare il valore corrente di W_{exc} e di W_{cl} risalendo al valore di perdita totale.

A titolo d'esempio, la Fig. 4.1 (destra) mostra i risultati sperimentali per $J(t)$ sinusoidale con la curva di interpolazione (4.15).

E' possibile notare come lo scostamento dai luoghi dei punti di $f^{1/2} \rightarrow W_{exc}$ da una linea retta (spezzata) sia limitata ad un valore di frequenze basso.

Tutto ciò porta a una sostanziale semplificazione, poichè per i valori di

magnetizzazione associati alle tipiche frequenze di applicazione la condizione (4.7) ritorna ad essere valida e l'espressione (4.6) per la $p_{exc}(t)$ diventa:

$$p_{exc}(t) = \sqrt{\sigma G S V_0} \left| \dot{J}(t) \right|^{\frac{3}{2}} - (n_0 V_0 / 2) \left| \dot{J}(t) \right| \quad \text{eq.(4.17)}$$

e di conseguenza

$$W_{exc} = \sqrt{\sigma G S V_0} \cdot \int_0^T \left| \dot{J}(t) \right|^{\frac{3}{2}} dt - 2n_0 V_0 J_p \quad \text{eq.(4.18)}$$

Le perdite totali per un generico $J(t)$ possono quindi esprimersi a tali frequenze come :

$$W = W_h + W_{cl} + W_{exc} = W_h + \frac{\sigma d^2}{12} \int_0^T J(t)^2 \cdot dt + \left(\sqrt{\sigma G S V_0} \cdot \int_0^T \left| \dot{J}(t) \right|^{\frac{3}{2}} \cdot dt - 2n_0 V_0 J_p \right) \quad \text{eq.(4.19)}$$

purchè i termini addizionali $2n_0 V_0 J_p$, siano indipendenti da f . Inoltre la predizione di W con la (4.19) per un certo picco di J_p , si può ancora ottenere sfruttando misure separate di W in condizioni di $J(t)$ sinusoidale solo a due frequenze. Riscrivendo la (4.19) come

$$W = W_h + W_{cl} + W_{exc} = W_{h1} + \frac{\sigma d^2}{12} \int_0^T J(t)^2 \cdot dt + \sqrt{\sigma G S V_0} \cdot \int_0^T \left| \dot{J}(t) \right|^{\frac{3}{2}} \cdot dt \quad \text{eq. (4.20)}$$

considerando $J(t)$ sinusoidale, si ottiene

$$W_{h1} = W_h - 2n_0 V_0 J_p \quad \text{eq.(4.21)}$$

come mostrato in Fig. 4.1 (destra), nel piano (W_{dif} , $f^{1/2}$) delimitato dall'intercetta con l'asse delle ordinate con curva di equazione

$$W_{dif}(f) = W_{h1} + 8.76\sqrt{\sigma G S V_0} \cdot J_p^{3/2} f^{1/2} \quad \text{eq.(4.22)}$$

avendo una pendenza proporzionale a $V^{1/2}$. La sostituzione della coppia di parametri W_{h1} e V_0 nella (4.20) porta alla formulazione della richiesta espressione delle perdite nel caso di arbitraria forma d'onda considerata ad una specifica frequenza e per definiti valori di J_p , non considerando quindi le restrizioni imposte nella (4.7).

B) Perdite nel caso di flusso con forma d'onda arbitraria e presenza cicli minori

Abbiamo mostrato come il calcolo delle perdite, quando il flusso ha forma d'onda arbitraria e in assenza di cicli minori, si possa effettuare in modo semplice e veloce determinando preventivamente un coppia di valori di perdita calcolata con induzione sinusoidale $J(t)$, considerata a diverse frequenze.

Qualora fossero presenti dei cicli minori, il caso in studio diventerebbe molto complesso e le informazioni preliminari necessarie sarebbero decisamente maggiori, pur mantenendo come obiettivo la possibilità di poter utilizzare dati sperimentali che si possano ottenere con metodi di misurazione standard.

Ancora una volta, ci affidiamo alla teoria di separazione delle perdite –enunciata dalle equazioni (4.1) e (4.2)-, secondo la quale dobbiamo calcolare separatamente le tre diverse componenti di perdita W_{cl} , W_h e W_{exc} .

- **componente di perdita quasi statica**

Consideriamo un materiale magnetico dolce soggetto ad una generica forma d'onda di magnetizzazione $J(t)$ ad una frequenza f avente $2n$ minimi locali. Mentre in precedenza l'assenza di minimi locali rendeva la componente W_h indipendente dallo specifico $J(t)$, ora dobbiamo saper trattare un comportamento dei cicli d'isteresi come quello in Fig.4.3.

Osserviamo infatti come l'area del ciclo minore dipenda, per medesimi valori di J_m ,

dalla posizione del punto d'inversione lungo il ciclo maggiore. Dato che il nostro obiettivo è quello di utilizzare il minimo corredo di misurazioni pratiche, ci baseremo su un modello di ciclo d'isteresi quasi statico. Utilizziamo quindi il modello semplificato di Preisach, considerando l'andamento dei singoli cicli magnetici in una opportuna matrice rappresentativa di funzioni di $J(t)$ che si basa su un ciclo sperimentalmente determinato nelle condizioni di saturazione. Nella pratica, si utilizza un ciclo dove J_p abbia valori compresi tra 1.5T/1.6T in lamiere di Fe-Si.

Possiamo quindi formulare il modello del ciclo d'isteresi quasi statico associato (ciclo maggiore più i minori), le componenti di perdita $W_{h,M}$ (area del ciclo maggiore), $W_{h,m}$ (area cumulativa dei cicli minori) e la loro somma W_h .

Viene qui mostrata una coppia di cicli d'isteresi con $2n$ cicli, per lamine in FeSi (3%), in Fig.4.3, in associazione al rispettivo termine d'induzione $J(t)$.

Qualora venisse fornito un numero minore di dati, il modello di Preisach scelto potrebbe fornire dei risultati meno precisi ma comunque accettabili dell'energia persa associata al ciclo.

- **Componente di perdita in eccesso W_{exc}**

È necessario scomporre prima l'insieme costituito dal ciclo maggiore di ampiezza J_p dalla matrice di $2n$ cicli minori dall'ampiezza picco picco $2J_{m,i}$ ($i=1,2,\dots,2n$) ed in seguito calcolare W_{exc} per i cicli maggiore ($W_{exc,M}$) e minore ($W_{exc,m}$).

Tutti i contributi vengono poi sommati per calcolare la perdita in eccesso globale.

Questa operazione apporta delle grandi semplificazioni al problema, ossia l'assegnazione delle medesime proprietà associate alla perdita per tutti i singoli cicli minori, aventi sempre la medesima ampiezza indipendentemente dalla loro posizione di inversione lungo il ciclo maggiore. Queste proprietà sono inoltre identificate con quelle di un ciclo centrato nell'origine avente ampiezza di picco $J_{m,i}$. Sebbene queste ipotesi possano sembrare troppo semplicistiche, trovano la loro ragione d'essere in una metodologia di calcolo di facile applicazione. Un ulteriore passo in avanti nella trattazione del fenomeno dal punto di vista fisico e formale, potrebbe essere l'introduzione del metodo alla formulazione dinamica della teoria di Preisach (DPM).

Un'ulteriore evoluzione computazionale comporterebbe un'eccessiva complessità matematica, comprensibilmente rifiutata dalla maggior parte degli utenti.

➤ calcolo del contributo del termine di perdita $W_{exc,M}$:

Per il calcolo del contributo del termine di perdita $W_{exc,M}$ si utilizzerà il medesimo procedimento visto in precedenza necessitando quindi, per un dato picco di polarizzazione con ampiezza J_p , di determinare sperimentalmente il valore totale di perdita W_M^{sin} sotto le condizioni di induzione sinusoidali a due diverse frequenze.

La linea retta risultante ottenuta nel piano $(W_{dif}^{(sin)}, f^{1/2})$ ha, in accordo con l'equazione (4.22), intercetta $W_{h1,M}$ e pendenza $V_0^{1/2}$.

Utilizzando questi due parametri si calcola la quantità

$$W_{h,m} + W_{exc,M} = W_{h1,M} + \sqrt{\sigma G S V_0(J_p)} \cdot \int_{T_M} |\dot{J}(t)|^{3/2} dt \quad \text{eq.(4.23)}$$

Abbiamo qui esplicitato la dipendenza di V_0 da J_p e l'integrazione di $|\dot{J}(t)|^{3/2}$ è estesa solo sull'intervallo T_M di periodo T che non è occupata da cicli minori.

➤ Stima delle perdite dell'energia in eccesso $W_{exc,m}$:

La stima delle perdite energetiche in eccesso collegate all'insieme dei cicli minori si può fare ricorrendo alla misura di due frequenze . Tutto ciò riguarda ora la perdita totale $W_{m,i}^{(sin)}$ per il ciclo simmetrico individuale con ampiezza di picco $J_{m,i}$, descritta con legge sinusoidale $J(t)$.

Ancora una volta indichiamo, usando la rappresentazione nel piano $(W_{dif}^{(sin)}, f^{1/2})$ in Fig 4.1, il valore del parametro $V_0(J_{m,i})$. Se tutti i cicli hanno la medesima ampiezza, una singola prova a due frequenze fornisce il valore richiesto di V_0 . Per poter rappresentare i casi più generali, dove sono coinvolti anche cicli minori (è questo il caso di alimentatori PWM il cui esempio è riportato in fig. 4.7) una tecnica è quella di effettuare due test in frequenza per determinati valori di J_m . In questo modo è possibile ottenere una curva sperimentale $V_0(J_m)$.

Un esempio di tale curva si ritrova nella figura 4.5, per una lamina di Fe-Si a grani non orientati. Per semplificare la trattazione ipotizziamo di applicare la relazione (4.7) e calcoliamo l'energia in eccesso associata all'i-esimo ciclo minore ($W_{exc,m,i}$). Usando la (4.9) otterremo quindi

$$W_{exc,m,i} = \sqrt{\sigma G S V_0(J_{m,i})} \cdot \int_{T_{m,i}} \left| \dot{J}(t) \right|^{3/2} dt \quad \text{eq.(4.24)}$$

dove l'integrazione è effettuata su un i-esimo intervallo di tempo di durata $T_{m,i}$.

Il contributo globale dei $2n$ cicli minori sarà

$$W_{exc,m} = \sum_{i=1}^{2n} W_{exc,m,i} \quad \text{eq.(4.25)}$$

L'approssimazione che abbiamo effettuato semplifica notevolmente l'approccio analitico, pur introducendo una piccola incertezza. Sommando tutti i contributi, l'espressione della potenza totale ad una data frequenza f in presenza di cicli minori diviene:

$$W = W_h + W_{exc,M} + W_{exc,m} + \frac{\sigma d^2}{12} \int_0^T \dot{J}(t)^2 \cdot dt \quad \text{eq.(4.26)}$$

dove la perdita statica totale $W_h = W_{exc,M} + W_{h,m}$ si può ottenere applicando il modello di Preisach (o altri metodi empirici), sfruttando la determinazione sperimentale di un ciclo d'isteresi maggiori ad alti valori di J_p .

Il termine di perdita quasi statico $W_{h,m}$ è noto da misurazione diretta o da modello di Preisach. Combinando la (4.23) con la (4.26), è possibile il calcolo di $W_{exc,M}$, mentre il termine di perdita globale $W_{exc,m}$ associato al ciclo minore viene esplicitato dalla (4.25).

4.3 - Applicazioni sperimentali

Calcoliamo ora l'energia persa e la misura del ciclo d'isteresi per delle lamine FeSi (3%) con le seguenti caratteristiche :

- spessore della lamina 0.348 mm
- resistività media della lamina $56 \times 10^{-8} \Omega m$
- dimensione media del grano 230 μm

Lo studio andrà effettuato in campo di frequenze comprese tra 0.5 ed i 400Hz con forme d'onda sinusoidali, triangolari e generiche.

Testiamo quindi delle piccole strisce longitudinali con uno apparecchio Epstein composto da:

- un plotter di cicli d'isteresi
- un wattmetro
- generatore di forme d'onda digitale.

Un algoritmo di controllo calcola in modo iterativo la tensione in ingresso al primario del circuito fornita dal generatore di funzione e, ricavandone il valore di induzione, la confronta con la rispettiva al secondario. Il valore di induzione primaria è confrontato con uno ideale.

Un campionatore sincro a due canali acquisisce H e dB/dt e visualizza le forme d'onda su un oscilloscopio a 150 Msample/s a memoria digitale con risoluzione minima di 12bit e verticale 5000 punti per periodo.

Tutto il sistema è calibrato con wattmetri di riferimento a loro volta paragonati con riferimenti di classe superiore.

➤ Separazione delle perdite ed identificazione dei parametri.

La fig.(4.4a) mostra il comportamento in frequenza ottenuto sperimentalmente dell'energia magnetica persa quando la forma d'onda al picco di magnetizzazione di $J_p=1.4T$ ha forma triangolare.

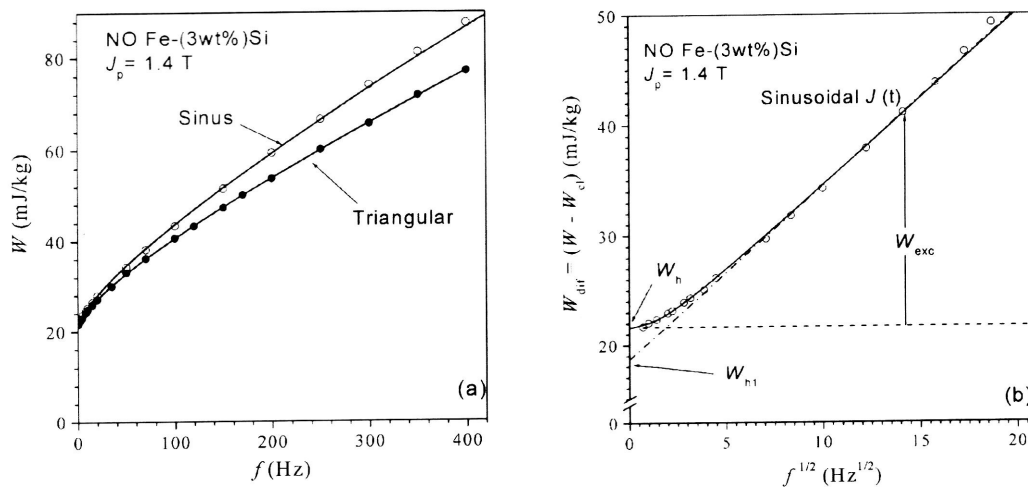


Fig. 4.4 Energia persa per ciclo W e la sua analisi in lamiera di Fe-(3%wt)Si non orientato. Viene mostrato in (a) che, cambiando la forma d'onda di $J(t)$ da sinusoidale a triangolare, la perdita totale diminuisce – come ampiamente sottolineato dalla teoria –.

Le linee continue sono state calcolate utilizzando l'equazione $W=W_h+W_{cl}+W_{exc}$ con la W_{cl} data dalla (3.4); W_{exc} e W_h sono stati calcolati con il metodo abbozzato in (b). $W_{dif}=W-W_{cl}=W_h+W_{exc}$ è stato rappresentato come funzione di \sqrt{f} ed adattato usando la (3.15). Al di sotto della regione delle frequenze molto basse, la (3.15) si semplifica nella (3.18) e W_{dif} è ricavata dalla (3.22). Tutto ciò si traduce nella curva a punti e linee evidenziata nel grafico, nella quale vengono ricavati e usati i due parametri W_{h1} e V_0 dalla (3.20) per predire la perdita con un generica forma d'onda $J(t)$. Due misure indipendenti di perdita a frequenze differenti (ad induzione sinusoidale) si utilizzano proprio a tale scopo.

La curva approssimata è stata calcolata secondo il metodo evidenziato nella sezione precedente, focalizzandosi sulla separazione delle perdite già descritta dalle (4.12) e le (4.13). La Fig(4.4b) illustra la decomposizione delle perdite dove le perdita classica W_{cl} è calcolata con la (4.4) e sottratta alla perdita totale W .

La quantità $W_{dif} = W - W_{cl} = W_h + W_{exc}$ viene rappresentata come funzione di \sqrt{f} . Questa rappresentazione mostra che si ricade nel caso dove W_{dif} mostra uno

scostamento dalla dipendenza di \sqrt{f} per basse frequenze. Applicando la migliore approssimazione di W_{dif} nella figura (4b) e di W nella figura (4a) unita alle equazioni (4.15) e la (4.16), notiamo che W_{dif} diviene proporzionale alla \sqrt{f} al di sotto dei 10Hz.

Alle frequenze di interesse pratico però, tutto il processo può essere semplificato con l'uso della (4.20) e della (4.22), essendo verificato inoltre che la perdita energetica sotto qualsivoglia forma di $J(t)$ priva di punti locali di minimo richiede una determinazione sperimentale di W con andamento sinusoidale $J(t)$ solo a due frequenze, noti i parametri W_{h1} e V_0 . Un esempio applicativo di questa regola si ritrova nella figura 4.2.

➤ Primo esempio

Rivolgiamo ora la nostra attenzione alla presenza di cicli minori nel sistema considerato. Anzitutto consideriamo la (4.26) nel caso specifico rappresentato dalla fig.4.3, supponendo che $J_p=1.4T$ e tutti i cicli minori abbiano la stessa ampiezza pari a $2J_m$ con $2n=2,4,\dots,12$; sia poi costante il prodotto $2n \times J_m=1.2T$. La derivata del tempo dell'induzione è mantenuta costante lungo il periodo ed il suo valore è dipendente dal numero di cicli minori come $\left| \dot{j}(t) \right| = 4f(J_p + 2nJ_m)$.

Esaminando con maggior dettaglio i vari termini della (4.26), notiamo che la componente della perdita per isteresi $W_{h,M} + \sum_{i=1}^{2n} W_{h,m,i}$ si può calcolare utilizzando un modello quasi statico.

Il termine $W_{exc,M}$, appartenente al ciclo maggiore è ottenuto dalla (4.23) come

$$W_{exc,M} = (W_{h1,M} - W_{h,M}) + 8\sqrt{\sigma GSV_0(J_p)} \cdot (J_p + 2nJ_m)^{3/2} \cdot f^{1/2} \cdot (1 - 2nT_m/T) \quad \text{eq.(4.27)}$$

dove T_m è la durata di ogni ciclo minore.

La perdita in eccesso associata ai cicli minori deriva dalla (4.24) e dalla (4.25), in

accordo con le approssimazioni in esse contenute come :

$$W_{exc,M} = \sum_{i=1}^{2n} W_{exc,m,i} = (2n) \times 8\sqrt{\sigma G S V_0(J_m)} \cdot (J_p + 2nJ_m)^{\frac{3}{2}} f^{\frac{1}{2}}(T_m/T) \quad \text{eq.(4.28)}$$

Passiamo poi alla perdita classica, che con l'equazione (4.4) assume l'espressione

$$W_{cl} = (4/3)\sigma d^2 (J_p + 2nJ_m)^2 f \quad \text{eq.(4.29)}$$

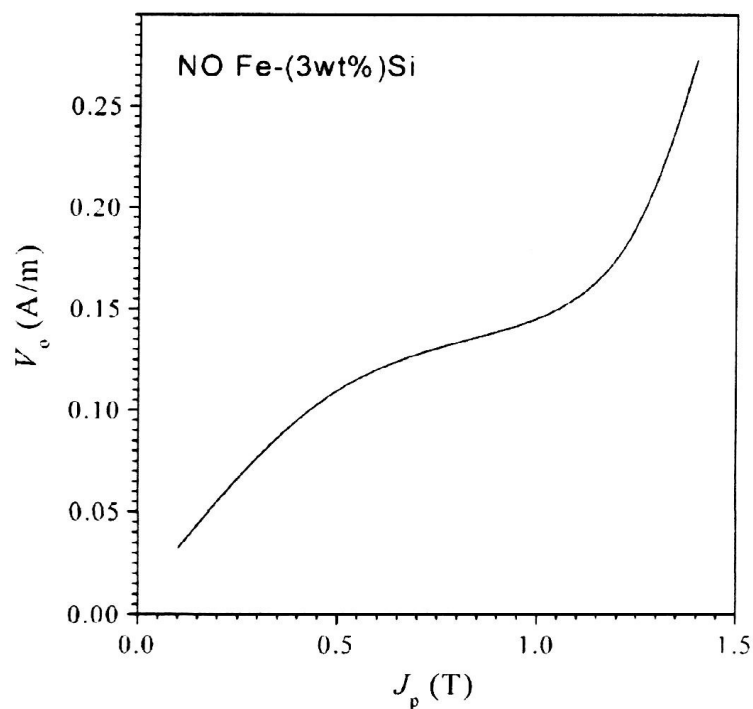


Fig.4.5 Comportamento del parametro statistico $V_0(J_p)$ nella lamina non orientata in Fe-Si

Per rimarcare che il parametro $V_0(J_p)$, relativo alla proprietà statistiche del processo di magnetizzazione -in particolare per quanto riguarda la distribuzione dei campi

coercitivi- è una funzione crescente di J_p , come illustrato in figura 3.5, introdotti i risultati forniti dalle (4.27)-(4.29) nella (4.26), arriviamo alla previsione illustrata in fig. 4.6 che verosimilmente segue quella sperimentale.

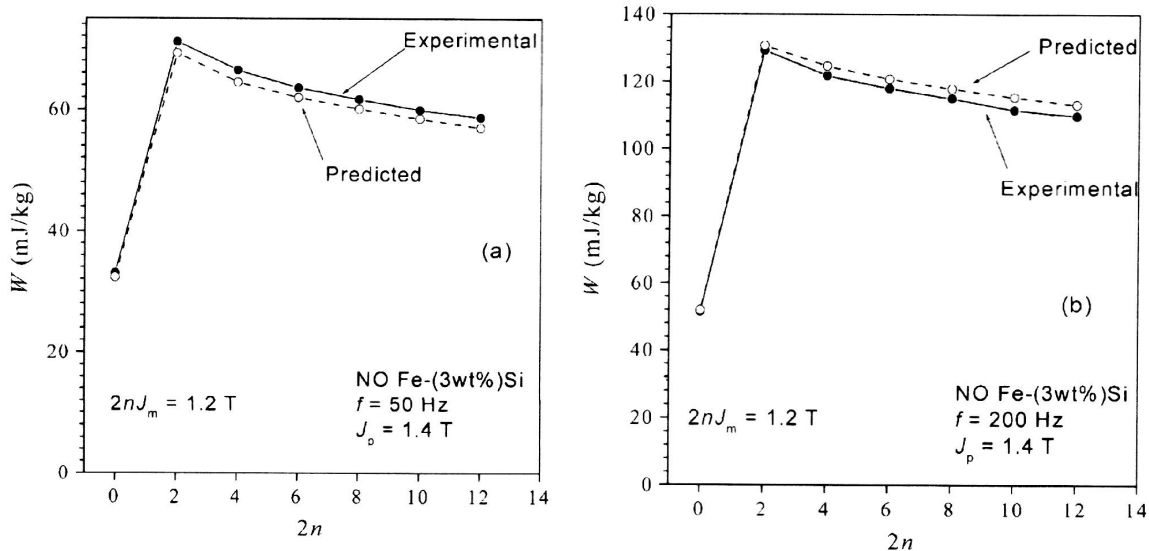


Fig.4.6 . Evoluzione dell'energia persa in funzione dei cicli minori in una lamina Fe-(3%wt)Si con livello di magnetizzazione costante $\left| \dot{J} \right| = 4 f (J_p + 2J_m)$ con $J_p=1.4$ T e $2nJ_m=1.2$ T. La previsione di perdita totale è stata effettuata per $f=50$ Hz ed $f=200$ Hz utilizzando la (3.26) e, in questo caso specifico la (3.27)-(3.29).

➤ Secondo esempio

Un'altra applicazione del modello, illustrata nelle Fig 4.7 e 4.8, riguarda una tipica condizione che si mostra con un inverter PWM a due livelli. L'apparecchio è caratterizzato dai seguenti parametri:

- rapporto di commutazione rispetto alla modulante $m_f=f_s/f=21$
- indice di modulazione $m_a=0.6,0.7\dots 1$
- ampiezza di picco della polarizzazione magnetica $j_p=1$ T e $J_p=1.4$ T
- modulazione di frequenza $f=50$ Hz e $f=100$ Hz.

La derivata nel tempo dell'induzione è costante lungo il periodo ed il suo valore dipende dai valori assegnati a m_f , m_a , e J_p in accordo con l'equazione

$$\left| \dot{J}(t) \right| = 4J_p \times g_m(m_a, m_f) f \quad \text{eq.(4.30)}$$

dove

$$g_m(m_a, m_f) \cong \frac{m_f}{1 + 2m_a \times \sum_{i=1}^{(m_f-1)/2} \sin[2\pi(3/4 + i - 1)/m_f]} \quad \text{eq.(4.31)}$$

Analizziamo, come fatto nei casi precedenti, i diversi termini apparsi nella (4.26). La perdita per isteresi W_h è stata calcolata utilizzando il modello di Preisach. Fig (4.7b) fornisce dei risultati di tale calcolo per $J_p=1T$. Il termine $W_{exc,M}$, riguardante il ciclo maggiore, è ottenuto tramite la (4.23), in termini di parametri m_a e m_f .

$$W_{exc,M} = (W_{h1,M} - W_{h,M}) + 8\sqrt{\sigma G S V_0(J_p)} J_p^{3/2} \sqrt{g_M(m_a, m_f)} \sqrt{f} \quad (4.32)$$

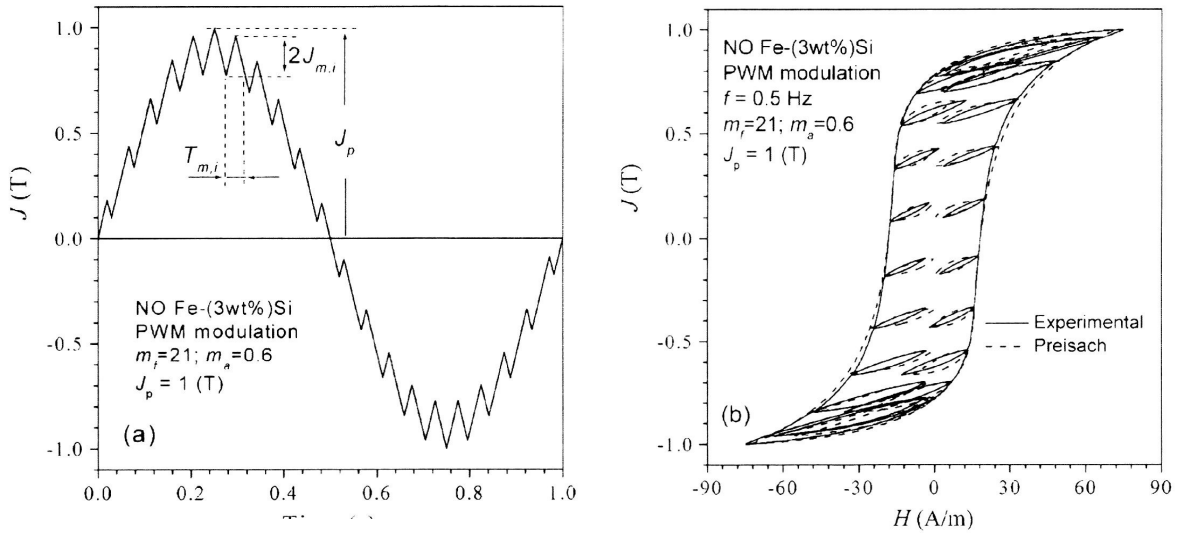


Fig.4.7 Polarizzazione magnetica $J(t)$ e comportamento di un ciclo d'isteresi in un inverter PWM a due livelli. Indice di modulazione ed il rapporto di modulazione sono rispettivamente pari a $m_a=0.6$ e $m_f=21$. Il picco di polarizzazione J_p è pari ad 1T.

Le perdite in eccesso associate ai cicli minori si ricava dalle (4.24) e (4.25)

$$W_{exc,m} = 2 \sum_{i=1}^{(m_f-1)/2} W_{exc,m,i} = 2 \sum_{i=1}^{(m_f-1)/2} 8 \sqrt{\sigma GSV_0(J_{m,i})} J_{m,i}^{3/2} \sqrt{g_{m,i}(m_a, m_f)} \sqrt{f} \quad \text{eq.(4.33)}$$

dove

$$g_{m,i}(m_a, m_f) \cong \frac{m_f}{1 - m_a \times \sin \left[2\pi \left(\frac{3}{4} + i - 1 \right) / m_f \right]} \quad \text{eq.(4.34)}$$

e

$$J_{m,i} = J_p \frac{g_M(m_a, m_f)}{g_{m,i}(m_a, m_f)} \quad \text{eq.(4.35)}$$

Le perdite classiche sono calcolate utilizzando la (4.4) come

$$W_{cl} = \frac{4}{3} \alpha d^2 J_p^2 g_M(m_a, m_f)^2 f \quad \text{eq.(4.36)}$$

Introducendo i risultati ottenuti dalle (4.30)-(4.36) nella (4.26), si ottiene la previsione in Figura 4.8, di buon accordo con i risultati sperimentali.

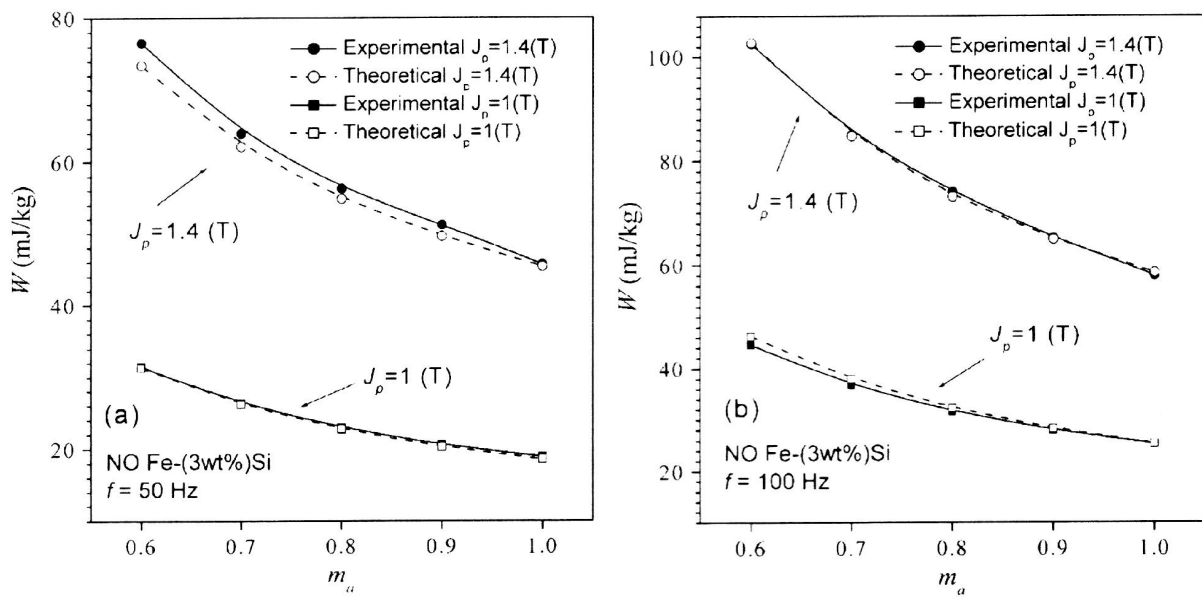

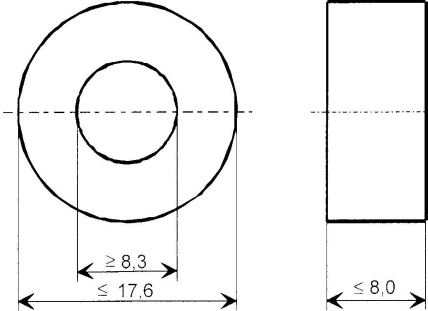


Fig.4.8 Perdita d'energia in un inverter PWM a due livelli con rapporto di modulazione di frequenza pari a $m_f=21$, indice di modulazione m_a variabile tra 0.6 ed 1 a frequenza impressa di 50Hz (figura a) e di 100Hz (figura b). Un esempio di ciclo d'isteresi quasi statico viene mostrato in figura 7(b). Come precedentemente affermato, anche in questo caso la perdita totale è data dalla (3.26), formulata in termini di parametri di modulazione attraverso le eq. (3.32),(3.33) e (3.36).

5 - Validazione del modello: calcolo delle perdite in un nucleo toroidale

Nel capitolo precedente, è stato riportato lo studio di una lamina di materiale magnetico dolce e l'analisi di un inverter PWM a due livelli; verificheremo ora l'attendibilità della predizione confrontando i risultati che ottenuti con dei riferimenti noti a livello commerciale.

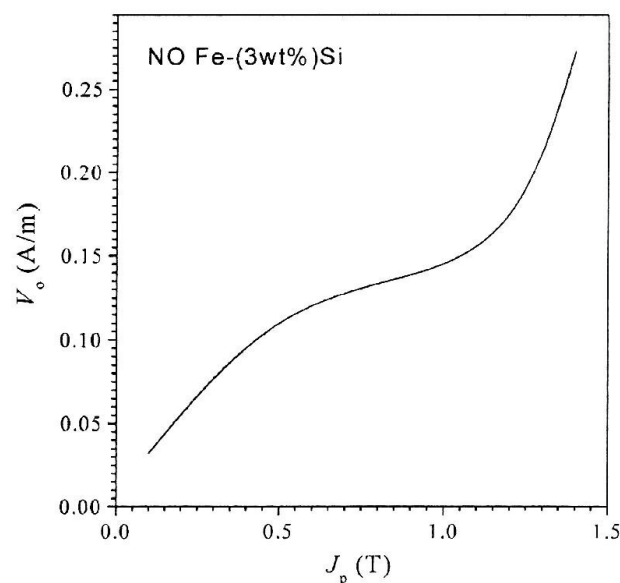
	Spezifikation für weichmagnetische Kerne <i>Specification for Soft Magnetic Cores</i>		S-No.: T60004-L2016- W373-03-	
	PK:	Kunde/Customer:	Datum:	29/00
			Seite:	1 von 1
Ausführung: Ringbandkern Nennmaße: 16x10x6 mm Legierung: VITROPERM 500 F Fixierung: Fix 350 Bezugswerte: $A_{Fe} = 0,144 \text{ cm}^2$ $l_{Fe} = 4,08 \text{ cm}$ $m_{Fe} = 4,32 \text{ g}$		Maßbild: ohne Maßstab Maße in mm 		Rev.
Endprüfung: (100% Prüfung, AQL...: IEC 410 / DIN ISO 2859)				
1. Mechanische Prüfung (AQL 1,0) Grenzmaße nach Maßbild (Prüfmittel: Meßschieber)				
2. Magnetische Prüfung (AQL 1,0)				
2.1 Verlustprüfung nach A60092-Y3022-K005 Einstellwerte: $\hat{B} = 0,3 \text{ T}$ (entspr. $U_2 = 1,92 \text{ V/Wdg.}$) $f = 100 \text{ kHz}$ Prüfwert: $p_{Fe} \le 120 \text{ W/kg}$ (entspr. $P_{Fe} \le 0,519 \text{ W}$)				
2.2 Impulsprüfung nach A60092-Y3022-K008, Betrieb unipolar Einstellwerte: $\Delta t = 20 \mu\text{s}$ $f_p = 1 \text{ kHz}$ $\Delta B = 0,9 \text{ T}$ (entspr. $\Delta \Phi = 13,0 \mu\text{Vs}$) Prüfwert: $\mu_r \ge 10000$ (entspr. $I_b \times N \le 2,93 \text{ A}$)				
Herausgeber	Bearbeiter	KB-PM K	Datum	freigegeben
KB-E	Till	Klinger	19.07.2000	Petzold

Weitergabe sowie Vervielfältigung dieser Unterlage, Verwertung und Mitteilung ihres Inhaltes nicht gestattet, soweit nicht ausdrücklich zugestanden. Zuwiderhandlungen verpflichten zu Schadenersatz. Alle Rechte für den Fall der Patenterteilung oder GM-Eintragung vorbehalten.
 DJPW5 8/93

Si applichi ora il modello per il calcolo delle perdite ad un nucleo toroidale di materiale magnetico dolce, utilizzato come nucleo di trasformatori nei convertitori di potenza switching ad alta frequenza . Le caratteristiche del nucleo magnetico sono riportate nel datasheet soprastante. Durante la procedura di calcolo si adottino le seguenti ipotesi:

- B_p (induzione di picco) = 0,3 T
- il prodotto dei i cicli minori per la loro polarizzazione sia pari ad una costante; nello specifico $2n \times J_m = 1.2$ T
- la derivata dell'induzione nel tempo venga considerata costante nel periodo ed il suo valore dipenda dal numero n di cicli minori secondo la relazione $\left| \dot{J}(t) \right| = 4f(J_p + 2nJ_m)$
- $G = 0,1356$ costante adimensionale reperita in manuali indicati in bibliografia
- $N_0 = 1$ numero di corpi magnetici coinvolti
- Frequenza di ripetizione dei cicli minori = 100000 Khz
- Frequenza della modulante = 20000 Hz

Da prove sperimentali possiamo ricavare il valore di V_0 , parametro che definisce la



statistica comportamentale per il materiale magnetico. Pur non avendo a disposizione la curva per il materiale in esame, sembra corretto assumere inizialmente – come soglia indicativa – un valor medio pari a 0,125 A/m. Tale cifra verrà poi “ritoccata” durante il processo di verifica del modello, consistente nel raffronto con dei risultati noti, in questo caso le perdite specificate nel datasheet. Al termine del processo di verifica la cifra più corretta apparirà essere 0,075 A/m.

Come noto le perdite totali in un nucleo magnetico si possono scomporre nelle seguenti componenti di perdita:

$$P(f) = P_h(f) + P_{cl}(f) + P_{exc}(f) \quad \text{eq.(5.1)}$$

dove P_h rappresenta l'isteresi persa per ciclo, P_{cl} è la perdita classica – funzione delle correnti parassite- e $P_{exc}(f)$ rappresenta il termine delle perdite d'eccesso.

Dividendo per la frequenza f otteniamo :

$$W(f) = W_h + W_{cl}(f) + W_{exc}(f) \quad \text{eq.(5.2)}$$

Passiamo a definire i singoli contributi di perdita ricordando che quello in eccesso si può modellizzare come la somma di un contributo principale $W_{exc,M}$, ed n contributi per i cicli minori $W_{exc,m}$.

La perdita in eccesso riferita al ciclo maggiore si può scrivere come:

$$W_{exc,M} = (W_{h1,M} - W_{h,M}) + 8\sqrt{\sigma GSV_0(J_p)} \cdot (J_p + 2nJ_m)^{3/2} \cdot f^{1/2} \cdot (1 - 2nT_m/T) \quad \text{eq.(5.3)}$$

essendo $W_{h1,M}$ la perdita per isteresi all'armonica fondamentale di valore pari a 50

W/Kg in corrispondenza di un'induzione sinusoidale di 1T. Ipotizzeremo nel calcolo una perdita per isteresi variabile linearmente in funzione della frequenza.

Considerata quindi una lamina magnetica avente

- spessore $S = 170 \text{E-6 } \mu\text{m}$
- conduttività $s = 176 \text{ S/m}$

ricaviamo ora i singoli termini dell'equazione (5.2)

$$\begin{aligned} W_{h1,M} &= W_h - 2n_0V_0J_p \\ &= 50 \frac{W}{kg} - 2 \cdot 1 \cdot 0,075 \frac{A}{m} \cdot 0,29998T = 49,955003 \frac{W}{Kg} \end{aligned}$$

proseguendo poi con la polarizzazione di picco J_p , magnetizzazione di picco H_p ed il numero di cicli minori n .

$$J_p = B_p - \mu_0 \cdot H_p = 0,3T - (1,25664 \frac{H}{m} \cdot 10^{-5} \cdot 1,591549431 \frac{A}{m}) = 0,29998T$$

$$\text{con } H_p = \frac{B_p}{\mu_r \cdot \mu_0} = \frac{0,3T}{15000 \cdot 1,25664 \cdot 10^{-5} \frac{H}{m}} = 1,591549431 \frac{A}{m}$$

$$n = \frac{f_m}{f_p} = \frac{100000Hz}{20000Hz} = 5$$

considerando le ipotesi precedenti sui cicli minori ricaviamo $J_m = \frac{1,2}{2 \cdot n} = \frac{1,2}{2 \cdot 5} = 0,12T$

sostituendo nell'equazione (5.3) otteniamo:

$$= (49,955003 \frac{W}{Kg} - 50 \frac{W}{Kg}) + 8 \sqrt{176\% \cdot 0,1356 \cdot 0,00015m^2 \cdot 0,075\% \cdot (0,29998T + 2 \cdot 5 \cdot 0,12T)^2 \cdot 20000^2 Hz \cdot (1 - 2 \cdot 5 \cdot \frac{0,00001s}{0,00005s})} = 1,532424854 \frac{W}{Kg}$$

Il contributo riferito ai cicli minori risulta pari a :

$$W_{exc,m} = (2n) \times 8\sqrt{\sigma GSV_0(J_m)} \cdot (J_p + 2n \cdot J_m)^{\frac{3}{2}} \cdot f^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{T_m}{T} =$$

$$= (2 \cdot 5) \times 8\sqrt{176\%_m \cdot 0,1356 \cdot 0,00015m^2 \cdot 0,075\%_m \cdot (0,29998T + 2 \cdot 5 \cdot 0,12T)^{\frac{3}{2}} \cdot 20000^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{0,00001s}{0,00005s}\right)} = 68,11231213 \frac{W}{Kg}$$

dove T_m è il periodo di ogni ciclo minore, T quello della modulante

Il contributo di perdita riferito ai cicli minori prende in considerazione la totalità degli stessi; la perdita per singolo ciclo minore risulta pari a

$$W_{exc,ms} = \frac{W_{exc,m}}{n} = \frac{68,11231213}{5} \frac{W}{Kg} \approx 13,622 \frac{W}{Kg}$$

Calcoliamo ora la perdita classica, funzione delle correnti parassite:

$$W_{cl} = (4/3)\sigma d^2 (J_p + 2nJ_m)^2 f$$

$$= (4/3) \cdot 176\%_m \cdot 0,000015^2 m \cdot (0,29998T + 2 \cdot 5 \cdot 0,12T)^2 \cdot 20000 Hz = 0,002375937 \frac{W}{kg}$$

Ora che sono noti i singoli termini di perdita possiamo ottenere il valore totale.

$$W = W_h + W_{cl} + W_{exc,M} + W_{exc,m}$$

$$= (49,955003 + 0,002375937 + 1,532424854 + 68,11231213) \frac{W}{Kg} = 119,6021159 \frac{W}{Kg}$$

A titolo comparativo, calcoliamo ora il valore di perdita per un materiale magnetico a grani orientati (modello TS prodotto dall'azienda Wiltan) utilizzato per la medesima applicazione ed avente le seguenti specifiche :

- spessore della lamina 0,05 mm
- permeabilità relativa $1,8 \cdot 10^4$
- conduttività $s = 176 \text{ S/m}$

Anche in questo caso assumeremo per V_0 un valore ragionevole pari a $0,125 \text{ A/m}$ ed adotteremo le seguenti ipotesi:

- B_p (induzione di picco) = $0,3 \text{ T}$
- il prodotto dei i cicli minori per la loro polarizzazione sia pari ad una costante; nello specifico $2n \times J_m = 1.2 \text{ T}$
- la derivata dell'induzione nel tempo venga considerata costante nel periodo ed il suo valore dipenda dal numero n di cicli minori secondo la relazione $\left| \dot{J}(t) \right| = 4f(J_p + 2nJ_m)$
- $G = 0,1356$ costante adimensionale reperita in manuali indicati in bibliografia
- $N_0 = 1$ numero di corpi magnetici coinvolti
- Frequenza di ripetizione dei cicli minori = 100000 Khz
- Frequenza della modulante = 20000 Hz

Calcoliamo ora i singoli contributi della eq.(5.2) partendo da $W_{exc,M}$:

$$W_{exc,M} = (W_{h1,M} - W_{h,M}) + 8\sqrt{\sigma G S V_0 (J_p)} \cdot (J_p + 2nJ_m)^{3/2} \cdot f^{1/2} \cdot (1 - 2nT_m / T)$$

$$= (74,92500417 \frac{W}{Kg} - 75 \frac{W}{Kg}) + 8\sqrt{176\% \cdot 0,1356 \cdot 0,005 \cdot 10^{-3} m \cdot 0,125\% \cdot (0,299983333T + 2 \cdot 5 \cdot 0,12T)^{3/2} \cdot 20000^{1/2} \cdot (1 - 2 \cdot 5 \cdot \frac{0,00001s}{0,00005s})} = 3,29737003 \frac{W}{Kg}$$

Avendo prima calcolato:

$$W_{h1,M} = W_h - 2n_0 V_0 J_p = 75 \frac{W}{kg} - 2 \cdot 1 \cdot 0,125 \frac{A}{m} \cdot 0,29998T = 74,92500417 \frac{W}{Kg}$$

$$J_p = B_p - \mu_0 \cdot H_p = 0,3T - 1,25664 \cdot 10^{-5} \frac{H}{m} \cdot 1,33 \frac{A}{m} = 0,299983333T$$

$$H_p = \frac{B_p}{\mu_r \cdot \mu_0} = \frac{0,3T}{1,8 \cdot 10^4 \cdot 1,25664 \cdot 10^{-5} \frac{H}{m}} = 1,33 \frac{A}{m}$$

$$n = \frac{f_m}{f_p} = \frac{100000Hz}{20000Hz} = 5$$

Le ipotesi sui cicli minori sono le stesse considerate in precedenza, ricaviamo quindi

$$J_m = \frac{1,2}{2 \cdot n} = \frac{1,2}{2 \cdot 5} = 0,12T$$

Il contributo riferito ai cicli minori risulta pari a :

$$W_{exc,m} = (2n) \times 8 \sqrt{\sigma G S V_0 (J_m)} \cdot (J_p + 2n \cdot J_m)^{\frac{3}{2}} \cdot f^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{T_m}{T} =$$

$$= (2 \cdot 5) \times 8 \sqrt{176 \frac{\%}{m} \cdot 0,1356 \cdot 0,00015m^2 \cdot 1,25 \frac{A}{m} \cdot (0,29998T + 2 \cdot 5 \cdot 0,12T)^{\frac{3}{2}} \cdot 20000^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{0,00001s}{0,00005s}\right)} = 87,93290996 \frac{W}{Kg}$$

dove T_m è il periodo di ogni ciclo minore, T quello della modulante

Il contributo di perdita riferito ai cicli minori prende in considerazione la totalità degli stessi; la perdita per singolo ciclo minore risulta pari a

$$W_{exc,ms} = \frac{W_{exc,m}}{n} = \frac{87,93290996}{5} \frac{W}{Kg} \approx 17,987 \frac{W}{Kg}$$

Calcoliamo in questo caso il valore di perdita classica :

$$W_{cl} = (4/3)\sigma d^2(J_p + 2nJ_m)^2 f$$

$$= (4/3) \cdot 176 \frac{N}{m^2} \cdot 0,00015m^2 \cdot (0,299983333T + 2 \cdot 5 \cdot 0,12T)^2 \cdot 20000 = 0,026399413 \frac{W}{Kg}$$

Ora che abbiamo ricavato i singoli contributi di perdita, possiamo calcolare la perdita totale:

$$W = W_h + W_{cl} + W_{exc,M} + W_{exc,m}$$

$$= (74,92500417 + 0,026399413 + 3,29730093 + 87,93290996) \frac{W}{Kg} = 166,1816145 \frac{W}{Kg}$$

Per meglio evidenziare i risultati di calcolo, riassumiamo i valori di perdita in una tabella:

	Vitroperm 500F	Materiale a grani orientati Wiltan
Perdite ciclo W_{IARM}	49,955003 W/kg	74,925004 W/Kg
Perdite ciclo maggiore $W_{exc,M}$	1,5324248 W/Kg	3,2973004 W/Kg
Perdite ciclo minore $W_{exc,m}$	68,112312 W/Kg	87,932909 W/Kg
Perdite ciclo minore singolo	13,622462 W/Kg	17,586581 W/Kg
Perdite totali	119,60211 W/Kg	166,18161 W/Kg

Come è possibile notare, le perdite nel materiale speciale (Vitroperm 500F) risultano marcatamente minori rispetto a quelle del materiale ordinario. Si è dimostrata ancora una volta la funzionalità del modello.

Considerazioni finali

Lo scopo di questo lavoro è stato presentare tutta una serie di leghe e materiali ferromagnetici alternativi, che presentano delle caratteristiche di sicuro interesse per l'impiego con forme d'onda deformate come sono tipicamente quelle dei convertitori statici.

Il valore portato da questi materiali si presenta soprattutto sotto il profilo delle perdite, che normalmente si allontanano molto dai valori teorici nelle leghe classiche non appena ci si discosti dal regime puramente sinusoidale.

Qui il modello di Steinmetz perde purtroppo di efficacia e abbandona lo studioso nell'opera di ricerca analitica delle perdite.

Per riprendere il discorso in chiave moderna e poter descrivere compiutamente l'aspetto delle perdite, il presente lavoro ha voluto appoggiarsi a una parte dell'opera sulle perdite magnetiche di uno dei più illustri Fisici italiani e mondiali, studioso dell'elettromagnetismo e dei materiali magnetici: il Prof. Giorgio Bertotti. Il suo modello è stato studiato e approfondito, rendendolo adatto all'applicazione dello studio delle perdite in un caso reale, relativo a un nucleo toroidale realizzato in materiale nanocristallino: il Vitroperm 500 F. Esso è concepito per l'impiego per trasformatori di potenza per forme d'onda molto ricche di armoniche.

A questo punto, partendo da valori noti perché in specifica, abbiamo voluto validare il modello in frequenze e induzioni non documentate, calcolando le perdite su più punti.

BIBLIOGRAFIA

- [1] **PAGANI G.:** Induttori non lineari: problematiche connesse al nucleo magnetico e loro modellizzazione. –Tesi di Laurea, BCING, 0TN900004445, T.D.L.7852(1V).
- [2] **HEYDEN,** Vacuumschmelze: Soft Magnetic Materials –Testo, Henry Ling Ltd.,The Dorset Press, Dorchester.
- [3] **BOZORTH R.M:** Ferromagnetism –Testo,D.Van Nostrand Company,Inc. New York
- [4] **ARTURI C.M:** Campi elettrici, magnetici e di conduzione –introduzione ai metodi computazionali- Manuale,Politecnica,Maggioli Editore.
- [5] **BARBISIO E.,FIORILLO F.,RAGUSA C.:** Predicting Loss in Mgnetic Steels Under Arbitrary Induction Waveform and With Minor Hystereis Loops – IEEE transaction on magnetics, vol. 40,No.4,July 2004, ieeexplore.ieee.org
- [6] **Amar M., Kaczmarek R.:** A general formula for prediction of iron losses under nonsinusoidal voltage waveform – Articolo,IEEE transaction on magnetics,vol. 31,pp. 2504-2509,September 1995, ieeexplore.ieee.org
- [7] **Boglietti A., Chiampi M.,Repetto M.,Bottauscio O.,Chiarabaglio D.:** Loss separation analysis in ferromagnetic sheets under PWM inverter supply – Articolo, IEEE transaction on magnetics,vol No. 34,pp. 1240-1242,July 1998 ieeexplore.ieee.org
- [8] **Ferrara E.,De Luigi C.,Beatrice C.,Appino C., Fiorillo F.:** Energy loss vs. magnetizing frequency in field annealed nanocrystalline alloys –Articolo, J.Magn.Magn.Mater,vol 215-216,pp.466-468,june 2000 ieeexplore.ieee.org
- [9] **Lavers J.D,Biringer P.P., Hollitscher H.:** A simple method of estimating the minor loop hysteresis loss in thin laminations –Articolo, IEEE transaction on magnetics, vol 14,pp. 386-388, Sept. 1978. ieeexplore.ieee.org
- [10] **Flohner S.,Herzer G. Vacuumschmelze:** Magnetization loss of nanocrystalline soft magnets,Articolo, IOP Publishing 10.1088/1742-6596/144/1/012075 iopscience.org

