

**POLITECNICO DI MILANO**  
Facoltà di ingegneria dell'informazione  
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Informatica



**IL TRIANGOLO FAMILIARE:  
PROPOSTA ED ANALISI  
DI UN MODELLO MINIMO**

Relatrice: Prof.ssa Alessandra Gragnani

Tesi di Laurea di:  
Paolo Nicora, matricola 681256

Anno Accademico 2009-2010



*“Duc in altum!”*

Lc 5,4

*“Stay hungry. Stay foolish.”*

Steve Jobs, cit. “The Whole Earth Catalog”



# Ringraziamenti

*In primo luogo ringrazio la professoressa Alessandra Gragnani per aver seguito il mio lavoro con interesse, creando un clima schietto e collaborativo, e la dott.sa Annalisa Anessi per la supervisione alla stesura del modello in qualità di psicologa. Ringrazio il professor Carlo Piccardi e l'ing. Stefano Maggi per i suggerimenti ricevuti durante lo svolgimento della tesi.*

*Un grazie particolare ai miei genitori e ai miei fratelli con le loro famiglie, per avermi seguito ed incoraggiato durante questi anni.*

*Questo traguardo non sarebbe stato possibile senza il sostegno e l'affetto dei miei amici più cari che in diverso modo hanno saputo essermi vicini: Giaci, RoBi, Marta, Socio, il Sarde, ...*

*Grazie anche agli amici incontrati in Music Secrets, in particolare a Paolo, Marco e Davide, che non hanno fatto mancare il loro incoraggiamento.*

*Un ringraziamento speciale anche a Don Romano e a Chicca, per aver tifato forte in questi anni di amicizia.*

Grazie, Paolo



# Indice

<b>Elenco delle figure</b>	<b>11</b>
<b>Elenco delle tabelle</b>	<b>13</b>
<b>Sommario</b>	<b>15</b>
Struttura della tesi . . . . .	16
<b>1 Introduzione allo studio modellistico delle dinamiche affettive</b>	<b>19</b>
1.1 L'istinto . . . . .	20
1.2 Il ricambio . . . . .	21
1.3 L'oblio . . . . .	22
1.4 Il sinergismo . . . . .	22
1.5 Il modello risultante . . . . .	24
1.6 Il triangolo . . . . .	27
1.7 L'elemento innovativo della tesi . . . . .	28
<b>2 Il triangolo familiare: individui sicuri ed assenza di sinergismo</b>	<b>29</b>
2.1 Ipotesi per la definizione del modello . . . . .	29
2.2 Modello con individui sicuri, senza sinergismo . . . . .	30
2.2.1 L'istinto . . . . .	31
2.2.2 Il ricambio . . . . .	31
2.2.3 L'oblio . . . . .	33
2.3 Taratura dei parametri . . . . .	33
<b>3 Modello con individui sicuri non sinergici: analisi di biforcazione per la coppia madre-padre</b>	<b>37</b>
<b>4 Modello con individui sicuri non sinergici: analisi di sensitività</b>	<b>55</b>
<b>5 Il triangolo familiare: individui sinergici ed insicurezza</b>	<b>63</b>
5.1 Sinergismo . . . . .	63
5.2 Insicurezza . . . . .	64

---

5.3	Modello con individui sinergici ed individui insicuri . . . . .	66
5.4	Taratura dei parametri . . . . .	66
<b>6</b>	<b>Modello con individui sinergici ed insicurezza: analisi del comportamento asintotico</b>	<b>69</b>
6.1	Il decisore . . . . .	72
6.2	Risultati dell'analisi del comportamento asintotico per $[EQEQEQ]$	72
6.3	Risultati dell'analisi del comportamento asintotico per $[EQLCLC]$	75
6.4	Risultati dell'analisi del comportamento asintotico per $[LCEQEQ]$	83
6.5	Risultati dell'analisi del comportamento asintotico per $[LCLCLC]$	87
<b>7</b>	<b>Modello con individui sinergici ed insicurezza: analisi di sensitività</b>	<b>97</b>
<b>8</b>	<b>Conclusioni e sviluppi futuri</b>	<b>103</b>
	<b>Appendice A: codice del decisore</b>	<b>107</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>115</b>



## Elenco delle figure

1.1	<i>funzione istinto <math>I</math> (i) lineare; (ii) limitata.</i>	21
1.2	<i>funzione ricambio <math>R_i(x_j)</math> per individui sicuri ed insicuri.</i>	23
1.3	<i>aspetto di una tipica funzione d'esaltazione.</i>	24
1.4	<i>quadro di stato per coppie robuste (a) e per coppie fragili (b).</i>	26
2.1	<i>funzione <math>R(x, r, N, h)</math> per individui sicuri.</i>	32
2.2	<i>schema a blocchi</i>	34
3.1	<i>analisi di biforcazione per [FFF–NNN], <math>(a_m, \epsilon_1)</math></i>	41
3.2	<i>analisi di biforcazione per [FFF–NNN], <math>(a_m, N)</math></i>	41
3.3	<i>analisi di biforcazione per [FFF–NNN], <math>(\epsilon_1, \epsilon_2)</math></i>	42
3.4	<i>analisi di biforcazione per [FFF–NNN], <math>(\epsilon_1, N)</math></i>	42
3.5	<i>analisi di biforcazione per [FFF–NPN], <math>(a_m, \epsilon_1)</math></i>	43
3.6	<i>analisi di biforcazione per [FFF–NPN], <math>(a_m, N)</math></i>	43
3.7	<i>analisi di biforcazione per [FFF–NPN], <math>(\epsilon_1, \epsilon_2)</math></i>	44
3.8	<i>analisi di biforcazione per [FFF–NPN], <math>(\epsilon_1, N)</math></i>	44
3.9	<i>analisi di biforcazione per [FFF–NPP], <math>(a_m, \epsilon_1)</math></i>	45
3.10	<i>analisi di biforcazione per [FFF–NPP], <math>(a_m, N)</math></i>	45
3.11	<i>analisi di biforcazione per [FFF–NPP], <math>(\epsilon_1, \epsilon_2)</math></i>	46
3.12	<i>analisi di biforcazione per [FFF–NPP], <math>(\epsilon_1, N)</math></i>	46
3.13	<i>analisi di biforcazione per [FRF–NPN], <math>(a_m, \epsilon_1)</math></i>	47
3.14	<i>analisi di biforcazione per [FRF–NPN], <math>(a_m, N)</math></i>	47
3.15	<i>analisi di biforcazione per [FRF–NPN], <math>(\epsilon_1, \epsilon_2)</math></i>	48
3.16	<i>analisi di biforcazione per [FRF–NPN], <math>(\epsilon_1, N)</math></i>	48
3.17	<i>analisi di biforcazione per [FRF–NPP], <math>(a_m, \epsilon_1)</math></i>	49
3.18	<i>analisi di biforcazione per [FRF–NPP], <math>(a_m, N)</math></i>	49
3.19	<i>analisi di biforcazione per [FRF–NPP], <math>(\epsilon_1, \epsilon_2)</math></i>	50
3.20	<i>analisi di biforcazione per [FRF–NPP], <math>(\epsilon_1, N)</math></i>	50
3.21	<i>analisi di biforcazione per [FRF–NPP], <math>(a_m, \epsilon_1)</math></i>	51
3.22	<i>analisi di biforcazione per [FRF–NPP], <math>(a_m, N)</math></i>	51
3.23	<i>analisi di biforcazione per [FRF–NPP], <math>(\epsilon_1, \epsilon_2)</math></i>	52
3.24	<i>analisi di biforcazione per [FRF–NPP], <math>(\epsilon_1, N)</math></i>	52

3.25	<i>analisi di biforcazione per [FRR–NPP], <math>(a_m, \epsilon_1)</math></i>	53
3.26	<i>analisi di biforcazione per [FRR–NPP], <math>(a_m, N)</math></i>	53
3.27	<i>analisi di biforcazione per [FRR–NPP], <math>(\epsilon_1, \epsilon_2)</math></i>	54
3.28	<i>analisi di biforcazione per [FRR–NPP], <math>(\epsilon_1, N)</math></i>	54
4.1	<i>legenda dei colori utilizzati per specificare la variazione.</i>	57
4.2	<i>analisi di sensitività per [PPP]</i>	58
4.3	<i>analisi di sensitività per [PNP]</i>	59
4.4	<i>analisi di sensitività per [PPN]</i>	60
5.1	<i>funzione di esaltazione.</i>	64
5.2	<i>funzione ricambio per individui insicuri.</i>	65
5.3	<i>funzione ricambio per individui sicuri.</i>	65
6.1	<i>scenari per i quali è stata eseguita l'analisi.</i>	70
6.2	<i>legenda dei comportamenti asintotici individuati.</i>	71
6.3	<i>analisi comportamento asintotico per [EQEQEQ]</i>	73
6.4	<i>simulazione per [EQEQEQ] con <math>\epsilon_1 = 0.5, \epsilon_2 = 2</math></i>	74
6.5	<i>analisi comportamento asintotico per [EQLCLC]</i>	76
6.6	<i>simulazione per [EQLCLC] con <math>\epsilon_1 = 0.2, \epsilon_2 = 1</math></i>	77
6.7	<i>simulazione per [EQLCLC] con <math>\epsilon_1 = 0, \epsilon_2 = 3.5</math></i>	78
6.8	<i>simulazione per [EQLCLC] con <math>\epsilon_1 = 0.8, \epsilon_2 = 2.5</math></i>	79
6.9	<i>simulazione per [EQLCLC] con <math>\epsilon_1 = 0.8, \epsilon_2 = 0.3</math></i>	80
6.10	<i>mappe picco–picco ottenute dalla simulazione per [EQLCLC] con <math>\epsilon_1 = 0.8, \epsilon_2 = 0.3</math></i>	81
6.11	<i>mappe tempi di ritorno ottenute dalla simulazione per [EQLCLC] con <math>\epsilon_1 = 0.8, \epsilon_2 = 0.3</math></i>	82
6.12	<i>analisi comportamento asintotico per [LCEQEQ]</i>	84
6.13	<i>simulazione per [LCEQEQ] con <math>\epsilon_1 = 0, \epsilon_2 = 0</math></i>	85
6.14	<i>simulazione per [LCEQEQ] con <math>\epsilon_1 = 0.5, \epsilon_2 = 2</math></i>	86
6.15	<i>analisi comportamento asintotico per [LCLCLC]</i>	88
6.16	<i>simulazione per [LCLCLC] con <math>\epsilon_1 = 0, \epsilon_2 = 0</math></i>	89
6.17	<i>simulazione per [LCLCLC] con <math>\epsilon_1 = 0.2, \epsilon_2 = 0.3</math></i>	90
6.18	<i>simulazione per [LCLCLC] con <math>\epsilon_1 = 0.3, \epsilon_2 = 2</math></i>	91
6.19	<i>simulazione per [LCLCLC] con <math>\epsilon_1 = 0.8, \epsilon_2 = 3.5</math></i>	92
6.20	<i>simulazione per [LCLCLC] con <math>\epsilon_1 = 0.9, \epsilon_2 = 0.3</math></i>	93
6.21	<i>mappe picco–picco ottenute dalla simulazione per [LCLCLC] con <math>\epsilon_1 = 0.9, \epsilon_2 = 0.3</math></i>	94
6.22	<i>mappe tempi di ritorno ottenute dalla simulazione per [LCLCLC] con <math>\epsilon_1 = 0.9, \epsilon_2 = 0.3</math></i>	95
7.1	<i>analisi di sensitività per [EQEQEQ]</i>	99

---

7.2	<i>analisi di sensitività per</i> [EQLCLC]	. . . . .	100
7.3	<i>analisi di sensitività per</i> [LCEQEQ]	. . . . .	101
7.4	<i>analisi di sensitività per</i> [LCLCLC]	. . . . .	102



## Elenco delle tabelle

2.1	<i>variabili di stato.</i>	30
2.2	<i>riassunto parametri del sistema.</i>	35
5.1	<i>riassunto parametri del sistema.</i>	67



# Sommario

La tesi propone un'applicazione delle tecniche proprie della *Teoria dei Sistemi* alla psicologia sociale, in particolare alle dinamiche affettive. In questo tipo di studi ogni individuo è identificato da una variabile di stato che ne misura il sentimento per il partner, tenendo conto di tre processi fondamentali: l'istinto, cioè la reazione al fascino del partner; il ricambio, ovvero la reazione all'amore del partner; l'oblio, che rappresenta il sentimento per un partner che non è più possibile frequentare.

Partendo dall'analisi di studi precedenti sulla coppia ([1], [2], [5]) e traendo ispirazione dall'applicazione proposta dall'Ing. Dercole in [11] al triangolo amoroso, lo studio è stato rivolto al triangolo familiare composto da due genitori ed un figlio. Dopo aver raccolto informazioni sia tramite interviste sia grazie al supporto di personale specializzato, si è proposto un modello di sei equazioni differenziali non lineari del primo ordine, ognuna delle quali rappresenta il sentimento di un membro del triangolo per un'altro membro (come riportato in tabella 2.1). Si può pensare al modello come composto da tre sottosistemi, ciascuno dei quali rappresenta le relazioni di una coppia di individui, che tarando opportunamente i parametri possono essere autonomi oppure interagenti (fig. 2.2). In questo modo è possibile studiare il sottosistema relativo alla coppia dei genitori sia in presenza di un figlio oppure in modo indipendente.

Ampio spazio è stato dato alla trattazione dei fenomeni di *insicurezza* e *sinergismo*, il primo legato allo stile di ricambio, il secondo legato alla reazione al fascino del partner, e quindi a *fragilità* e *robustezza* della coppia. Le coppie fragili possono tendere a due possibili equilibri: uno positivo, caratterizzato da attrazione reciproca dei partner, e uno negativo, in cui i partner sono tra loro ostili. In questo caso esiste la possibilità che la coppia passi da un'equilibrio all'altro a causa di una perturbazione momentanea, come ad esempio l'infatuazione di un partner per un altro individuo. Le coppie robuste, al contrario, sono caratterizzate da un solo equilibrio positivo e quindi, a seguito di possibili perturbazioni, tendono a ritornare verso una condizione di reciproco affetto.

Per facilitare l'analisi, sono proposti due modelli: il primo con individui sicuri non sinergici, in cui non è possibile ottenere dinamiche cicliche nelle singole coppie; il secondo con individui sinergici ed insicuri, ottenendo un sistema

composto da tre potenziali oscillatori.

Sul modello senza sinergismo è stata effettuata un'analisi di biforcazione per indagare il passaggio della coppia madre–padre da fragile a robusta al variare delle configurazioni delle due coppie rimanenti, mentre per il secondo modello è stato sviluppato un decisore per valutare il comportamento asintotico del sistema nelle proiezioni relative alle tre coppie. Per entrambi i modelli è stata eseguita un'analisi di sensitività per indagare la variazione di sentimento dei partner a seguito della nascita di un figlio.

## **Struttura della Tesi**

### **CAPITOLO 1 - Introduzione allo studio modellistico delle dinamiche affettive**

Nel primo capitolo viene presentato il sistema dinamico che descrive una coppia di partner, spiegando il ruolo dei tre processi di istinto, ricambio ed oblio e le loro possibili rappresentazioni matematiche. Sono inoltre descritti i fenomeni di sinergismo e sicurezza, e le differenze tra coppie fragili e robuste.

### **CAPITOLO 2 - Il triangolo familiare: individui sicuri ed assenza di sinergismo**

Si procede con la presentazione del modello senza sinergismo che descrive le dinamiche affettive nel triangolo familiare madre–padre–figlio, descrivendo le ipotesi rese necessarie per avere aderenza con la realtà, nonché per tarare i parametri in modo ragionevole.

### **CAPITOLO 3 - Modello con individui sicuri non sinergici: analisi di biforcazione per la coppia madre–padre**

Il terzo capitolo espone l'analisi di biforcazione del modello presentato nel capitolo precedente eseguita tramite MatCont. Vengono riportate le curve di biforcazione relative alla sola coppia dei genitori.

### **CAPITOLO 4 - Modello con individui sicuri non sinergici: analisi di sensitività**

Nel quarto capitolo sono esposti i risultati dell'analisi di sensitività, tramite la quale si è voluto indagare per ciascuno dei due partner come la nascita del figlio possa cambiare la qualità delle relazioni.



## **CAPITOLO 5 - Il triangolo familiare: individui sinergici ed insicurezza**

In questo capitolo viene presentato il modello completo con i fenomeni di sinergismo ed insicurezza, di cui è descritta la funzione matematica impiegata, ed è proposto il nuovo insieme di parametri utilizzato per le successive simulazioni

## **CAPITOLO 6 - Modello con individui sinergici ed insicurezza: analisi del comportamento asintotico**

Il capitolo spiega come è stato implementato il decisore per rilevare il tipo di comportamento asintotico e ne presenta un'analisi per alcune configurazioni del sistema.

## **CAPITOLO 7 - Modello con individui sinergici ed insicurezza: analisi di sensitività**

Analogamente a quanto esposto nel capitolo 4, vengono presentati i risultati dell'analisi di sensitività per le configurazioni del sistema descritte nel capitolo precedente.

## **CAPITOLO 8 - Conclusioni e sviluppi futuri**

In questo capitolo vengono esposti sinteticamente i risultati ottenuti e i possibili perfezionamenti per migliorare il modello proposto.



# Capitolo 1

## Introduzione allo studio modellistico delle dinamiche affettive

In questo capitolo viene presentato il modello minimo di coppia, in cui tramite un'equazione differenziale per ciascun individuo si valuta la variazione di amore per il partner. Ciascuna equazione è formata da tre termini relativi ai processi principali ritenuti responsabili delle dinamiche affettive: l'istinto, che rappresenta la reazione al fascino del partner; il ricambio, cioè la reazione all'amore del partner; l'oblio, legato al superamento di una relazione ormai terminata. Per meglio rappresentare la realtà presa in esame, sono introdotti i fenomeni di senergismo, dovuto alla distorsione nella visione del partner generata dall'innamoramento, e insicurezza, legato allo stile di ricambio ed attaccamento dell'individuo. Questi aspetti permettono alla coppia di avere una ampia varietà di comportamenti asintotici a seconda della caratterizzazione degli individui. In particolare coppie con entrambi i partner sicuri non sinergici ammettono unicamente comportamento stazionario e possono essere classificate in robuste e fragili, in base alla possibilità di resistere a perturbazioni, mentre coppie in cui è presente insicurezza e sinergismo possono generare comportamento ciclico. Al termine del capitolo è presentato il modello per il triangolo amoroso del romanzo "Jules et Jim" di Henri-Pierre Roché [11].

Il primo esempio di modello matematico applicato alle relazioni di coppia si deve a Strogatz [1] che durante le sue lezioni sugli oscillatori armonici utilizzò le dinamiche amorose come pretesto per catturare l'attenzione dei suoi studenti. In questo caso però l'aspetto sociale non è stato il fondamento costruttivo per creare il modello, ma si è trattato di un pretesto per spiegarne uno esistente.

L'interesse per l'applicazione delle metodologie relative allo studio della dinamica dei sistemi alla psicologia sociale ha portato più recentemente allo

sviluppo di modelli minimi ([2], [3], [4] e [5]), cioè composti dal minor numero possibile di variabili di stato, in grado di rappresentare realisticamente le dinamiche di coppia tramite due equazioni differenziali dove le variabili di stato  $x_{ij}$  misurano in ogni istante l'amore dell'individuo  $i$  per il partner  $j$ .

Due sono le difficoltà principali in uno studio di questo tipo: definire esattamente cosa si intende per amore, e offrirne l'unità di misura per poterlo quantificare.

Per quanto riguarda la misurazione, esistono in letteratura diversi studi che si occupano di fornire strategie per stimare un sentimento attraverso una variabile ([6] e [7]), ma in questo studio sarà sufficiente sfruttare il potere di astrazione offerto dalle tecniche della *Teoria dei Sistemi*, stabilendo che valori positivi di  $x_{ij}$  rappresentano sentimenti positivi dell'individuo  $i$  per l'individuo  $j$ , a partire dalla semplice simpatia del primo incontro fino alla passione, mentre valori negativi di  $x_{ij}$  sono interpretati come sentimenti negativi, dall'antipatia all'antagonismo.

Offrire una definizione esaustiva di amore è un compito alquanto arduo: sinteticamente possiamo riassumere sotto questo termine tutti i sentimenti di affetto e attaccamento che una persona prova verso il proprio partner. Sebbene questo possa risultare riduttivo, è da precisare che un modello è una fredda semplificazione della realtà, e pertanto non solo non vengono prese in considerazione le emozioni più sottili che partecipano al gioco degli affetti, ma sono esclusi anche i sentimenti e i moti d'animo dovuti all'interazione sociale degli individui con il mondo esterno.

Ciascuna equazione differenziale del modello misura la variazione dell'amore del soggetto  $i$  per il partner  $j$  ed è composta da tre termini che si riferiscono ai processi ritenuti responsabili dell'andamento dei sentimenti: istinto ( $I$ ), ricambio ( $R$ ) e oblio ( $O$ ). Le equazioni saranno perciò della forma

$$\dot{x}_i = I_i + R_i + O_i \quad (1.1)$$

Nei paragrafi seguenti verranno spiegati in dettaglio i tre processi citati e sarà introdotto il sinergismo, fenomeno per cui un individuo altera positivamente la percezione del partner.

## 1.1 L'istinto

L'istinto è intuitivamente la reazione al fascino del partner, ed è l'aspetto preponderante nel momento in cui gli individui della coppia si incontrano per la prima volta.

In accordo con le teorie evoluzionistiche, e più semplicemente con il "senso comune", il fascino non è da intendersi come pura attrazione fisica, ma

piuttosto come una ricca mescolanza di fattori, tra i quali l'età, la posizione sociale, il livello di educazione, la disponibilità economica, influenzata dal contesto socio-culturale in cui gli individui vivono.

Matematicamente, l'istinto è rappresentato come funzione del fascino del partner, e nel modello lineare ([2]) è del tipo:

$$I_i(a_j) = \rho_i a_j \quad (1.2)$$

dove  $\rho_i$  è il coefficiente che misura la reattività dell'individuo  $i$ , e  $a_j$  è una stima del fascino dell'individuo  $j$ .

Introducendo delle non linearità, come nello studio svolto in [5], si ottiene una funzione  $I^*$  (figura 1.1) più realistica con cui si descrive la limitatezza della risposta al fascino: in questo modo è possibile interpretare i meccanismi psicofisici che prevengono il raggiungimento di alti livelli di stress. In altre parole, ogni individuo avrà una risposta istintiva massima, propria della sua personalità, anche di fronte ad un fascino molto alto.

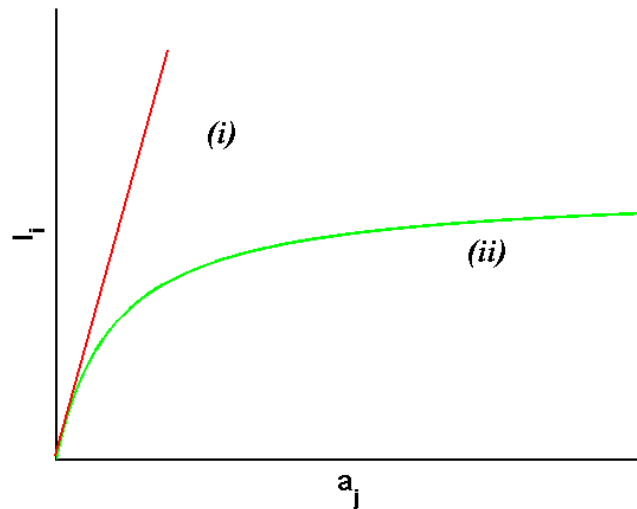


Figura 1.1: funzione istinto  $I$  (i) lineare; (ii) limitata.

## 1.2 Il ricambio

È ragionevole affermare che all'interno di una coppia esista un processo di risposta all'affetto del partner tale da stimolare chi è oggetto di cure ed attenzioni a

ricambiarle verso l'altro. Più precisamente, è possibile distinguere due classi di persone: quelle *sicure* e quelle *insicure* [9].

Gli individui sicuri hanno un'idea positiva di se stessi e degli altri, le loro relazioni romantiche sono caratterizzate da coinvolgimento, rispetto reciproco ed intimità, e tendono a reagire positivamente all'amore del partner. Al contrario, individui non sicuri tendono a mantenere le distanze, senza lasciarsi coinvolgere profondamente nelle relazioni, fino al punto di respingere un partner troppo affettuoso.

Analogamente a quanto affermato per la funzione di istinto, l'approssimazione lineare dell'equazione 1.3 costituisce un caso estremo non realistico, migliorabile pensando ad una funzione  $R_i(x_j)$  che sia per valori  $x_j \leq 0$  decrescente, convessa e limitata, mentre per valori positivi di  $x_j$  sia limitata, concava crescente per gli individui sicuri (figura 1.2(a)), decrescente per gli individui insicuri (figura 1.2(b)), come descritto in [5].

$$R_i(x_j) = r_i \cdot x_j \quad (1.3)$$

### 1.3 L'oblio

Con il termine oblio si riassumono tutti i complessi meccanismi che portano al superamento di una relazione ormai terminata, quindi senza reazione istintiva né ricambio ( $R_i(x_j) = 0$  e  $I_i(a_j) = 0$ ).

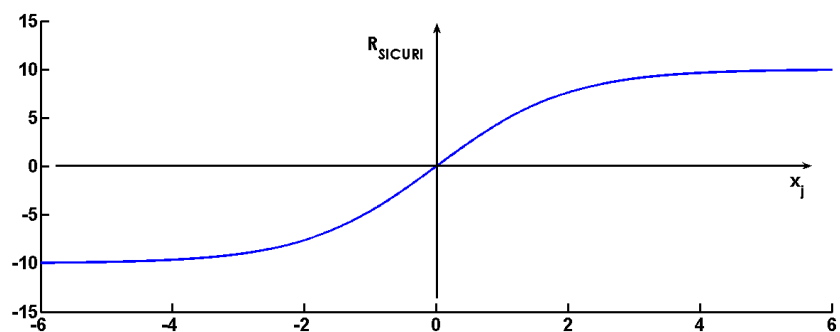
Dal punto di vista matematico può essere pensato come un fenomeno di scarica e la sua rappresentazione più naturale è quindi quella lineare:

$$O_i(x_i) = -f_i x_i \quad (1.4)$$

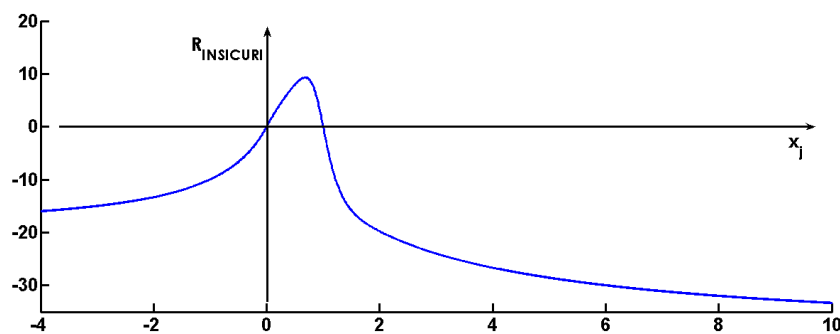
Il termine  $f_i$  è chiamato *coefficiente di oblio* ed è inversamente proporzionale al tempo con cui viene dimenticato il partner a partire dal momento della sua scomparsa.

### 1.4 Il sinergismo

Quando la relazione evolve, la presenza di un sentimento di affetto fa sì che l'interazione con il partner non sia più obiettiva, ma anzi venga distorta esaltando le qualità del soggetto amato. Un esempio tipico di questo fenomeno, chiamato *sinergismo*, è la visione che le madri hanno nei confronti dei propri figli, i quali sono sempre i più belli. Studi in questa direzione sono stati condotti analizzando giudizi sull'attrazione estetica raccolti da gruppi di individui coinvolti in relazioni amorose e da individui non coinvolti in esse ([8]).



(a)  $R_i(x_j)$  per individui sicuri.



(b)  $R_i(x_j)$  per individui insicuri.

Figura 1.2: funzione ricambio  $R_i(x_j)$  per individui sicuri ed insicuri.

Per quanto riguarda la stesura del modello, il sinergismo può essere ragionevolmente applicato sia al ricambio che alla reazione istintiva, modificando le rispettive funzioni:

$$I_i^*(a_j) = (1 + S_i(x_i)) \cdot I_i(a_j) \quad (1.5)$$

$$R_i^*(x_j) = (1 + S_i(x_i)) \cdot R_i(x_j) \quad (1.6)$$

in cui  $S_i$  è detta *funzione d'esaltazione*:  $S_i(x_i)$  è nulla per  $x_i \leq 0$ , crescente e limitata per  $x_i > 0$ , come mostrato in figura 1.3. Il limite massimo che può raggiungere è detto *coefficiente di esaltazione* e, sommato all'unità, rappresenta il massimo fattore moltiplicativo che la reazione istintiva o il ricambio può subire a causa dell'esaltazione.

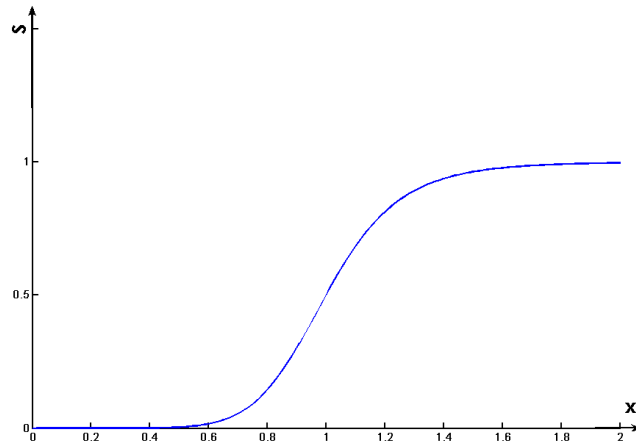


Figura 1.3: *aspetto di una tipica funzione d'esaltazione.*

Per il modello minimo presentato nel prossimo paragrafo e per i modelli oggetto di questo lavoro di tesi, si è scelto di inserire il sinergismo solo sul processo di istinto, assegnando alla funzione di ricambio il ruolo di caratterizzare individui sicuri o insicuri.

## 1.5 Il modello risultante

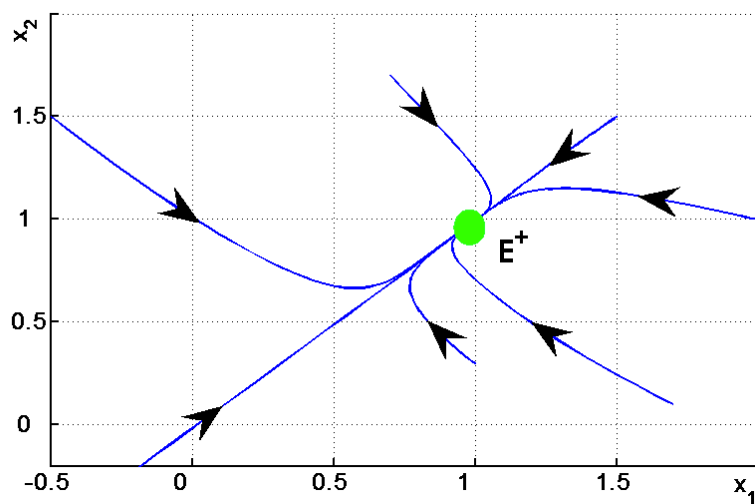
Dalle considerazioni precedenti si può concludere che il modello minimo risultante per la coppia sia della forma



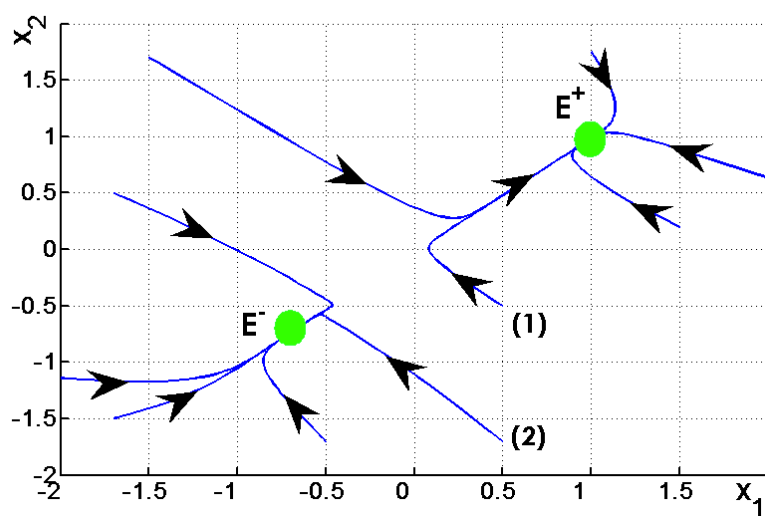
$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= (1 + S_i(x_i)) \cdot I_1(x_1, a_2) + R_1(x_2) - f_1 x_1 \\ \dot{x}_2 &= (1 + S_i(x_i)) \cdot I_2(x_2, a_1) + R_2(x_1) - f_2 x_2\end{aligned}$$

in cui i parametri sono tutti positivi e considerati costanti. Questa considerazione esclude dall'analisi i processi di invecchiamento e adattamento che si manifestano sul lungo periodo [10]. Le funzioni di ricambio e di istinto permettono di adattare il modello a diversi tipi di personalità, e bisogna ricordare che dinamiche cicliche (gli "alti e bassi") sono rintracciabili solo nelle coppie in cui esista sia sinergismo che insicurezza, come dimostrato in [5].

Nella stessa ricerca si dimostra che nel caso in cui il sinergismo non venga inserito nel modello, sia per individui sicuri che per individui insicuri esistono solo due comportamenti possibili: un solo equilibrio stabile positivo, oppure due equilibri stabili, uno negativo ed uno positivo, e una sella. Le coppie che sono caratterizzate da un solo equilibrio stabile sono dette *robuste* (figura 1.4(a)), poiché anche se subiscono delle perturbazioni, ad esempio un'infatuazione temporanea di uno dei due partner per un altro individuo, riescono comunque a riportarsi nelle stesse condizioni di equilibrio. Al contrario, le coppie con due equilibri sono dette *fragili* perché a fronte di traumi possono cambiare la loro posizione di equilibrio (figura 1.4(b)), passando da un comportamento di reciproca attrazione all'ostilità. In figura 1.4 sono riportati i risultati delle simulazioni eseguite per le due tipologie di coppie: in 1.4(a) si nota come partendo da qualsiasi punto si raggiunge comunque l'unico equilibrio  $E^+$ ; in 1.4(b) invece si nota come le traiettorie 1 e 2 conducano a differenti equilibri.



(a) coppia robusta



(b) coppia fragile

Figura 1.4: quadro di stato per coppie robuste (a) e per coppie fragili (b).

Inoltre, nel modello minimo senza sinergismo, è emerso che una coppia fragile può diventare robusta aumentando opportunamente il coefficiente di oblio o il fascino di uno dei due partner, mentre agendo in maniera opposta è possibile passare da coppia robusta a coppia fragile.

## 1.6 Il triangolo

Un primo studio delle relazioni romantiche con più di due individui che non coinvolgono genitori e figli, ha avuto come oggetto la storia narrata nel romanzo “Jules et Jim” di Henri–Pierre Roché [11].

Il modello proposto è stato costruito appositamente per adattarsi alle vicende dei tre personaggi Kathe, Jules e Jim i quali vivono una turbolenta vicenda amorosa, caratterizzata dall’alternanza delle coppie Kathe – Jules e Kathe – Jim. Nonostante questo, la descrizione modellistica rappresentata dal caso particolare può essere estesa, modificando opportunamente le equazioni, al tipico triangolo amoroso composto da un partner con due amanti all’oscuro l’uno dell’altro.

Il sistema dinamico ottenuto<sup>1</sup> è il seguente:

$$\dot{x}_1 = \rho a_1 [1 + S(x_1)] + R_{x_1}(y_1) - [f + \epsilon_f(x_2 - x_1)] x_1 \quad (1.7)$$

$$\dot{x}_2 = \rho a_2 [1 + S(x_2)] + r y_2 - [f + \epsilon_f(x_1 - x_2)] x_2 \quad (1.8)$$

$$\dot{y}_1 = \rho_1 a [1 + S_1(y_1)] + r_1 x_1 - f_1 y_1 + \epsilon_c(x_2 - x_1) \quad (1.9)$$

$$\dot{y}_2 = \rho_2 a + R_2(x_2) - f_2 y_2 - \epsilon_c(x_1 - x_2) \quad (1.10)$$

Le equazioni 1.7 e 1.8 rappresentano la variazione dei sentimenti di Kathe per i due partner, mentre per Jules e per Jim, tra i quali esiste solo un legame di amicizia costante per tutta la narrazione, è stato sufficiente inserire una sola equazione riferita al loro amore per Kathe. È possibile notare nelle equazioni 1.7, 1.8 e 1.9 il sinergismo applicato alla risposta istintiva, e nelle equazioni 1.7 e 1.8 una variante della funzione di oblio:

$$O_1 = - [f + \epsilon_f(x_2 - x_1)] x_1 \quad (1.11)$$

$$O_2 = - [f + \epsilon_f(x_1 - x_2)] x_2 \quad (1.12)$$

Il coefficiente di oblio viene aumentato di una quantità proporzionale alla differenza di affetto provato per i due amanti, infatti Kathe dimentica più rapidamente il

<sup>1</sup>Per una spiegazione esaustiva dei parametri si rimanda a [11].

partner di cui è meno innamorata, e ciò accade proporzionalmente alla differenza di sentimento tra i due partner.

Nel modello proposto nei capitoli seguenti, poichè ciascun individuo è coinvolto in due relazioni (genitore con il partner e con il figlio; figlio con entrambi i genitori), per alcune equazioni si è scelto di inserire la funzione di oblio con una forma simile a quella appena esposta; in questo modo si ha la possibilità di rappresentare il conflitto di un individuo coinvolto in più di un rapporto affettivo, proprio come accade per Kathe.

## **1.7 L'elemento innovativo della tesi**

Questa tesi presenta un'estensione ai precedenti lavori nell'ambito della modellistica applicata alle relazioni sentimentali, proponendo un modello minimo per il triangolo familiare, in cui due genitori cooperano per il bene del figlio, al contrario di ciò che avviene nel triangolo amoroso classico, in cui un individuo è in qualche modo conteso dagli altri due.

Il modello proposto ha la prestesa di adattarsi al caso generale, e per questo non è stato possibile ignorare alcuna relazione affettiva presente tra madre, padre e figlio. Per quest'ultimo, come verrà spiegato nel paragrafo 2.1, è stato necessario assumere un'età massima di tre anni, permettendo in questo modo di trascurare dettagli dovuti a processi psicologici che affiorano a partire dalla seconda infanzia.

La struttura delle equazioni resta simile a quella riportata in 1.1, e viene adattata al caso in cui un individuo è coinvolto in più di una relazione affettiva, ispirandosi come già anticipato al modello "Kathe-Jules-Jim"(cfr. [11])

## Capitolo 2

# Il triangolo familiare: individui sicuri ed assenza di sinergismo

In questo capitolo viene presentato il primo modello che descrive le relazioni tra due genitori ed un figlio, per la cui stesura sono state assunte come ipotesi la chiusura del sistema rispetto a influenze esterne, l'età del bambino compresa tra zero e tre anni, considerato indifferentemente maschio o femmina, lo stesso stile di ricambio tra madre e figlio, e l'esclusione di comportamenti patologici. Vista l'importanza di tutte le relazioni che si creano tra i tre soggetti, non è stato possibile trascurarne alcuna, ottenendo così sei equazioni differenziali, ciascuna delle quali misura la variazione di sentimento di un individuo verso gli altri due secondo i processi introdotti nel capitolo precedente. In questo capitolo gli individui sono tutti sicuri e non è stato inserito il sinergismo.

Il secondo e probabilmente più diffuso caso di triangolo "amoroso" è quello costituito da una coppia di genitori con un figlio. Per sviluppare il nuovo modello, si è scelto di analizzare le relazioni tra gli individui coinvolti attraverso i processi descritti in precedenza, ovvero l'istinto, il ricambio e l'oblio.

### 2.1 Ipotesi per la definizione del modello

Dopo aver ideato un modello intuitivamente credibile, al fine di renderlo realistico e soprattutto scientificamente accettabile, è stata chiesta una validazione da parte di uno psicologo.

Innanzitutto il triangolo viene considerato come un sistema chiuso ed isolato in modo da escludere tutte le possibili influenze dovute a contatti con il mondo esterno, ritenuti trascurabili. Questa, per quanto poco credibile, è stata

una decisione necessaria ed è parte delle semplificazioni imposte per non trovarsi di fronte ad un sistema esageratamente complesso e molto probabilmente privo di significatività.

La rappresentazione fornita del bambino, e quindi la validità del modello, viene ritenuta sufficiente fino ai tre anni di età, permettendo di considerarlo indifferentemente maschio o femmina ed escludendo processi psicologici articolati che rivestono particolare importanza nel periodo dell'infanzia. Questa ipotesi permette anche di ignorare i processi di invecchiamento ed adattamento, spesso importanti su intervalli di tempo molto lunghi.

Si assume, inoltre, che il figlio erediti dalla madre lo stile comportamentale (sinergia, sicurezza o insicurezza) e che questo non evolva durante il periodo considerato ([12] [13] [14]).

In generale per tutti gli individui lo stile di attaccamento (ricambio) è il medesimo in tutte le loro relazioni sociali, infatti, se un soggetto è caratterizzato da un comportamento sicuro, lo sarà in tutte le relazioni affettive che lo coinvolgono, e analogamente per l'insicuro.

Il modello esclude altresì la presenza di individui patologici, come madri che provano repulsione per il figlio, neonati che respingono i genitori, oppure individui masochisti.

## 2.2 Modello con individui sicuri, senza sinergismo

Il risultato del lavoro di consulenza in campo psicologico, unito alle intuizioni scaturite da ciò che costituisce la “conoscenza comune” sull'argomento, ha portato alla scrittura di un modello composto dalle sei equazioni differenziali 2.1–2.6, in cui ogni variabile di stato  $x_{ij}$  rappresenta una misura dell'amore dell'individuo  $i$  per l'individuo  $j$  come riportato in tabella 2.1.

$x_{MP}$	sentimento dalla madre verso il padre
$x_{MF}$	sentimento dalla madre verso il figlio
$x_{PM}$	sentimento dal padre verso la madre
$x_{PF}$	sentimento dal padre verso il figlio
$x_{FM}$	sentimento dal figlio verso la madre
$x_{FP}$	sentimento dal figlio verso il padre

Tabella 2.1: *variabili di stato.*

$$\begin{aligned}\dot{x}_{MP} &= \rho_M \cdot a_P + R(x_{PM}, r_{MP}, N, h_{GG}) + \\ &\quad - [f_{MP} + e^{\epsilon_1(x_{MF} - x_{MP})}] \cdot x_{MP}\end{aligned}\quad (2.1)$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_{PM} &= \rho_P \cdot a_M + R(x_{MP}, r_{PM}, 0, h_{GG}) + \\ &\quad - [f_{PM} + e^{\epsilon_1(x_{PF} - x_{PM})}] \cdot x_{PM}\end{aligned}\quad (2.2)$$

$$\dot{x}_{MF} = i_M + R(x_{FM}, r_{MF}, 0, h_{GF}) - f_{MF} \cdot x_{MF}\quad (2.3)$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_{FM} &= i_{FM} + R(x_{FM}, r_{FM}, 0, h_{FG}) + \\ &\quad - [f_{FM} + e^{\epsilon_2(x_{FP} - x_{FM})}] \cdot x_{FM}\end{aligned}\quad (2.4)$$

$$\dot{x}_{PF} = i_P + R(x_{FP}, r_{PF}, 0, h_{GF}) - f_{PF} \cdot x_{PF}\quad (2.5)$$

$$\dot{x}_{FP} = i_{FP} + R(x_{PF}, r_{FP}, 0, h_{FG}) - [f_{FP} + e^{\epsilon_2(x_{FM} - x_{FP})}] \cdot x_{FP}\quad (2.6)$$

Prima di procedere con l'analisi approfondita dei tre processi inseriti nelle equazioni, è opportuno ricordare che un modello matematico è una cinica semplificazione della realtà, e pertanto le relazioni sono descritte senza prendere in considerazione gli stimoli positivi o negativi provenienti dal mondo esterno, ed è importante notare che la simulazione fornirà un'indicazione qualitativa della dinamica dei sentimenti e assolutamente non quantitativa.

## 2.2.1 L'istinto

Nelle equazioni relative alla coppia dei genitori l'istinto è formalizzato dai parametri  $\rho$  ed  $a$  come nel modello minimo descritto in 1.1, equazione 1.2. Per le relazioni che coinvolgono i genitori ed il figlio si è scelto di usare un solo parametro  $i$  perché non si tratta di rappresentare il processo di reazione al fascino, ma semplicemente l'attaccamento istintivo.

## 2.2.2 Il ricambio

Il contributo relativo al ricambio è introdotto nel modello per mezzo della funzione  $R(x, r, N, h)$  e poichè gli individui sono tutti sicuri, essa è decrescente, convessa e limitata per  $x \leq 0$  e limitata, concava crescente  $x > 0$ . La funzione, rappresentata in figura 2.1, dipende oltre che dalla variabile di stato  $x$  da tre parametri:

- $r$  è il *coefficiente di ricambio*, e rappresenta la massima risposta all'affetto del partner.
- $N$  rappresenta le necessità primarie e comprimarie del figlio non ancora indipendente, che richiedono attenzione da parte della madre. É ragionevole supporre che per poter assecondare queste richieste, la madre debba diminuire il ricambio verso il partner, e per questo viene inserito con valore  $N > 0$  solo nell'equazione 2.1. Si precisa che il contributo di questo parametro non ha senso quando il figlio non è ancora nato, e per questo nell'equazione compare moltiplicato per  $sign(\epsilon_1)$ , poichè, come verrà spiegato nel prossimo paragrafo,  $\epsilon_1 = 0$  proprio quando il figlio non è ancora nato.
- $h$  è la ripidità della funzione. La scelta di inserire questo parametro, e di diversificarlo per le varie relazioni, è dovuta alla capacità degli individui di cogliere le sfumature dei singoli gesti di affetto. In questo senso, se si stabilisce come condizione di riferimento quella tra i partner, possiamo dire che il bambino avrà un comportamento estremo in cui riconosce l'affetto e lo ricambia oppure no, avvicinandosi ad una situazione a soglia ( $h$  alto). La relazione tra i genitori ed il figlio avrà un comportamento intermedio, lasciando intuire un certo senso di esaltazione dei gesti di quest'ultimo.

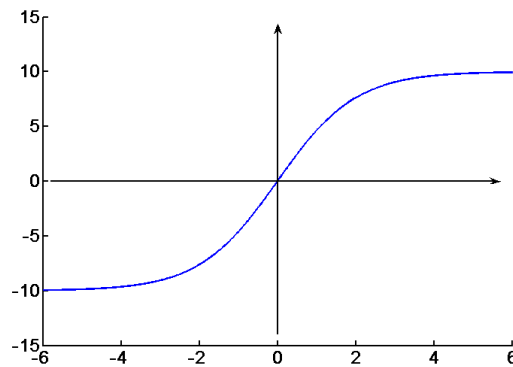


Figura 2.1: *funzione  $R(x, r, N, h)$  per individui sicuri.*

L'espressione della funzione di ricambio è la seguente:

$$R(x, r, N, h) = (r - sign(\epsilon_1) \cdot N) \left( \frac{2}{1 + e^{-xh}} - 1 \right) \quad (2.7)$$



### 2.2.3 L'oblio

Ad eccezione delle relazioni riguardanti il sentimento dei genitori per il figlio, la funzione di oblio non è un termine lineare. Per quanto riguarda la coppia dei genitori (equazioni 2.1 e 2.2), prendendo ad esempio l'equazione 2.1 relativa al rapporto Madre – Padre, si aggiunge al coefficiente di oblio un termine proporzionale alla differenza tra il sentimento che questa prova per il figlio e per il partner, cioè  $x_{MF} - x_{MP}$ : si modella una sorta di conflitto per cui la madre e il padre dimenticano più rapidamente il partner se sono molto legati al figlio.

$$O_{MP}(x_{MP}) = - [f_{MP} + e^{\epsilon_1(x_{MF} - x_{MP})}]$$

$$O_{PM}(x_{PM}) = - [f_{PM} + e^{\epsilon_1(x_{PF} - x_{PM})}]$$

Il parametro  $\epsilon_1$ , detto in questo caso *coefficiente di conflitto*, è necessario per rendere confrontabile il contributo aggiuntivo  $x_{MF} - x_{MP}$  con  $f$ . La scelta di considerare l'esponenziale della differenza è scaturita dal voler evitare che il contributo dovuto al conflitto diventasse negativo: se  $x_{MF} - x_{MP} < 0$ , l'esponenziale tende a zero conservando il significato della funzione di oblio.

Nelle equazioni 2.4 e 2.6 compare un contributo simile regolato dal parametro  $\epsilon_2$ , che può essere interpretato come la sensibilità del figlio all'affetto dei genitori. I termini  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$  sono anche i parametri che permettono ai tre sottosistemi costituiti dalle tre coppie di comunicare, come mostrato nello schema a blocchi in figura 2.2.

Il caso particolare ottenuto per  $\epsilon_1 = 0$  si riferisce a quando il figlio non è ancora nato, infatti, nelle equazioni dei genitori il termine di oblio si riduce all'espressione lineare presentata in 1.3, e come si vede in figura 2.2 equivale a recidere il collegamento tra i due sottosistemi a monte e la coppia madre-padre.

Valori alti di  $\epsilon_1$  aumentano l'azione dei sottosistemi  $MF$  e  $PF$  sul sottosistema  $MP$ , e, con riferimento alla realtà, indicano una maggiore attenzione dei genitori verso il figlio, mentre alti valori di  $\epsilon_2$  rappresentano un figlio molto sensibile all'affetto dei genitori. Il caso  $\epsilon_2 = 0$  ha senso pratico solo per  $\epsilon_1 = 0$ , permettendo di effettuare l'analisi delle tre coppie separate.

## 2.3 Taratura dei parametri

Sempre sotto la supervisione di uno psicologo, la stima dei parametri è stata ottenuta compiendo alcune considerazioni sui processi di istinto, oblio e ricambio.

Innanzitutto, si è ritenuto che nel triangolo considerato il legame maggiormente caratterizzato dall'istinto sia quello del figlio per la madre, seguito da quello del figlio per il padre. Nei rapporti tra genitore e figlio, come si è anticipato, il processo istintivo non è caratterizzato da reazione al fascino, ma da un senso

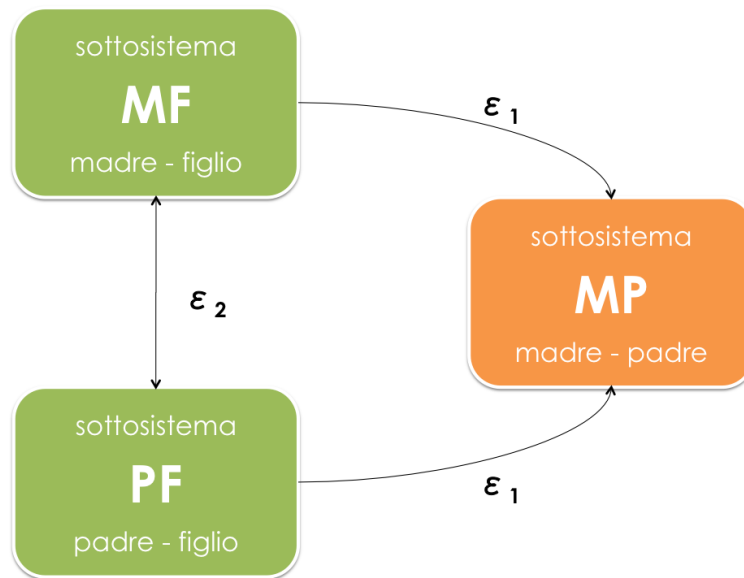


Figura 2.2: il sistema può essere pensato come tre sottosistemi comunicanti.

di attaccamento puro. Inoltre, tra i genitori si assume che il legame materno sia privilegiato, da cui risulta il seguente ordinamento:

$$i_{FM} \gg i_{FP} > i_M > i_P$$

Il coefficiente di oblio rappresenta la velocità con cui il partner viene dimenticato, ed essendo la costante di tempo che governa il processo di scarica, più è piccolo più la velocità è alta. Se si fissa come riferimento il legame tra i genitori, le relazioni di questi nei confronti del figlio avranno coefficiente più piccolo, perché si presume che la perdita di un figlio sia un trauma più importante della perdita o allontanamento di un coniuge ([13]). Il figlio piccolo invece viene modellizzato con un coefficiente più grande, perché si assume che nella sua innocenza possa superare più rapidamente la fase acuta dell'allontanamento ([13]). Da queste considerazioni risulta:

$$f_{MF} < f_{PF} < f_{MP} \cong f_{PM} \ll f_{FM} < f_{FP}$$

Il coefficiente di ricambio, invece, è stato considerato massimo per le relazioni che coinvolgono l'affetto dei genitori per il figlio, e minimo per quelle dal figlio ai genitori. Questa decisione lascia intuire una sorta di esaltazione da parte dei genitori, i quali attribuiscono grande valore anche ai piccoli gesti, mentre il bambino ha capacità limitate di ricambiare. Vale quindi:

$$r_{FM} < r_{MP} < r_{MF}$$

$$r_{FP} < r_{PM} < r_{PF}$$

I coefficienti di conflitto ( $\epsilon_1, \epsilon_2$ ), fascino ( $a_i$ ) e reattività ( $\rho_i$ ) nella coppia adulta sono stati tarati dopo alcune simulazioni. Segue una tabella riassuntiva con tutti i parametri, il significato ed il valore assegnato.

parametro	descrizione	valore
$f_{MP}$	coef. oblio madre $\rightarrow$ padre	5,6
$f_{PM}$	coef. oblio padre $\rightarrow$ madre	5
$r_{MP}$	coef. ricambio madre $\rightarrow$ padre	9,4
$N$	necessità del figlio	0,5
$r_{PM}$	coef. ricambio padre $\rightarrow$ madre	9
$\rho_M$	reattività della madre al fascino	0,198
$\rho_P$	reattività del padre al fascino	0,111
$a_P$	appeal del padre	1
$a_M$	appeal del madre	1,23
$\epsilon_1$	coef. conflitto genitori	0,0001
$h_{GG}$	ripidità funzione ricambio tra i genitori	1,7
$f_{PF}$	coef. oblio padre $\rightarrow$ figlio	2,3
$f_{MF}$	coef. oblio madre $\rightarrow$ figlio	1,2
$r_{PF}$	coef. ricambio padre $\rightarrow$ figlio	13,8
$r_{MF}$	coef. ricambio madre $\rightarrow$ figlio	15,7
$i_P$	istinto paterno	1,7
$i_M$	istinto materno	2
$h_{GF}$	ripidità funzione ricambio tra genitori e figlio	2
$f_{FM}$	coef. oblio figlio $\rightarrow$ madre	8,1
$f_{FP}$	coef. oblio figlio $\rightarrow$ padre	9,6
$r_{FM}$	coef. ricambio figlio $\rightarrow$ madre	13,8
$r_{FP}$	coef. ricambio foglio $\rightarrow$ padre	8,9
$i_{FM}$	istinto figlio $\rightarrow$ madre	4
$i_{FP}$	istinto figlio $\rightarrow$ padre	2,5
$\epsilon_2$	coef. conflitto figlio	1
$h_{FG}$	ripidità funzione ricambio tra figlio e genitori	3

Tabella 2.2: *riassunto parametri del sistema.*



## Capitolo 3

# Modello con individui sicuri non sinergici: analisi di biforcazione per la coppia madre–padre

Il primo tipo di analisi proposta ha avuto come obiettivo quello di verificare gli effetti della nascita di un figlio sulla robustezza della coppia. L'analisi di biforcazione è stata effettuata per la sola coppia dei genitori, caratterizzando di volta in volta le coppie madre – figlio e padre – figlio come fragili, su equilibrio positivo o su equilibrio negativo, oppure robuste, valutando così tutte le possibilità. I risultati portano a concludere che la nascita di un figlio può permettere alla coppia dei genitori di passare da fragile a robusta, infatti nei grafici presentati nei prossimi paragrafi si nota che aumentando  $\epsilon_1$ , cioè l'attenzione dei genitori verso il figlio, oppure  $\epsilon_2$ , cioè la sensibilità del figlio all'affetto dei genitori, oppure le necessità  $N$  del figlio è possibile portare la coppia  $MP$  verso la condizione di robustezza. Si nota inoltre che la fragilità o la robustezza dei sottosistemi  $MF$  e  $PF$  non influiscono sulla coppia  $MP$ .

Lo scopo dell'analisi è verificare cosa accade all'interno della coppia dei genitori presentata nel paragrafo precedente quando nasce un figlio, evento caratterizzato da grande coinvolgimento emotivo, da stress e potenzialmente in grado di destabilizzare le dinamiche instaurate. Studi precedenti sulla coppia minima descritta senza sinergismo, come anticipato in 1.5, hanno concluso che la fragilità (nel senso descritto in 1.2) è regolata da *fascino* e *oblio*; in particolare, una coppia fragile può diventare robusta aumentando opportunamente i due parametri citati. In questo studio i parametri che esprimono la nascita del figlio sono  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  ed  $N$ : saranno questi l'oggetto dell'analisi.

I grafici che seguono riportano l'analisi di biforcazione della coppia dei genitori effettuata tramite MatCont a seconda che le altre coppie madre–figlio e padre–figlio siano robuste oppure fragili, ed in questo caso se tendenti all'equilibrio positivo o negativo (fig. 1.4). Per semplicità, lo scenario dell'analisi sarà indicato con una sestupla del tipo

$$[ABC - abc]$$

in cui ciascun termine ha il seguente significato:

- *A*: situazione coppia madre–padre, F se fragile R se robusta;
- *B*: situazione coppia madre–figlio, F se fragile R se robusta;
- *C*: situazione coppia padre–figlio, F se fragile R se robusta;
- *a*: equilibrio madre–padre, N se negativo P se positivo;
- *b*: equilibrio coppia madre–figlio, N se negativo P se positivo;
- *c*: equilibrio coppia padre–figlio, N se negativo P se positivo;

ad esempio la scrittura  $[FRF - NPN]$  indica che le coppie M–P e P–F sono fragili, entrambe sull'equilibrio negativo, mentre la coppia M–F è robusta e quindi sull'unico equilibrio positivo.

Le figure sono raggruppate per le differenti configurazioni nel modo seguente:

- $[FFF - NNN]$ : figure 3.1, 3.2, 3 e 3.4
- $[FFF - NNP]$ : figure 3.5, 3.6, 3.7 e 3.8
- $[FFF - NPN]$ : figure 3.9, 3.10, 3.11 e 3.12
- $[FFF - NPP]$ : figure 3.13, 3.14, 3.15 e 3.16
- $[FRF - NPN]$ : figure 3.17, 3.18, 3.19 e 3.20
- $[FRF - NPP]$ : figure 3.21, 3.22, 3.23 e 3.24
- $[FRR - NPP]$ : figure 3.25, 3.26, 3.27 e 3.28

Per poter effettuare l'analisi, la coppia dei genitori è configurata sempre fragile e tendente all'equilibrio negativo, in modo da individuare la biforcazione *nodo–sella* ([15]) che corrisponde proprio alla scomparsa dell'equilibrio negativo. L'analisi verrà effettuata rispetto a quattro coppie di parametri:  $(a_m, \epsilon_1)$ ,  $(a_m, N)$ ,

$(\epsilon_1, \epsilon_2)$  e  $(\epsilon_1, N)$ . Nelle immagini sarà indicata con  $F$  la regione in cui la coppia  $MP$  è fragile, e con  $R$  la regione in cui è robusta.

In accordo con gli studi precedenti, ci si aspetta che al crescere dei parametri  $a_m$  e  $\epsilon_1$  (rispettivamente riferiti al fascino e all'oblio della coppia in esame) sia possibile passare ad un comportamento robusto, mentre per il parametro  $\epsilon_2$  che regola l'interazione tra i sottosistemi  $MF$  e  $PF$ , e per il parametro  $N$  non è possibile stabilire a priori l'effetto atteso.

Osservando i grafici è possibile distinguere tre scenari differenti:

- primo scenario  $[FFF - NNN]$ : come si può intuire, questa configurazione rappresenta un caso patologico in cui i sottosistemi  $MF$  e  $PF$ , portandosi sull'equilibrio negativo, mostrano una relazione di antagonismo tra i membri delle relative coppie (valori negativi di  $x_{ij}$  rappresentano sentimenti di repulsione tra gli individui). I grafici 3.1 e 3.4 rispettivamente nei piani  $(a_m, \epsilon_1)$  e  $(\epsilon_1, N)$  non supportano le ipotesi assunte precedentemente, infatti, nel primo caso aumentando  $a_m$  e nel secondo aumentando  $\epsilon_1$  non si oltrepassa la linea di biforcazione. Con riferimento alla realtà, la coppia dei genitori rimane fragile anche se questi sono molto reattivi nei confronti del figlio. L'aumento del parametro  $N$ , legato alle necessità del figlio, porta il sistema verso un comportamento di tipo robusto. Il parametro  $\epsilon_2$ , cioè la sensibilità del figlio all'affetto dei genitori, non ha effetti sul sottosistema  $MP$ .
- secondo scenario  $[FRF - NPP]$   $[FRR - NPP]$   $[FFF - NPP]$   $[FFF - NNP]$ : rispetto al primo scenario, un aumento di  $a_m$  oppure di  $\epsilon_1$  porta la coppia  $MP$  verso la robustezza come ci si aspetta. I grafici confermano che un aumento di  $N$  contribuisce a portare il sottosistema verso la robustezza e quindi aumentare il coinvolgimento del figlio (aumentare  $\epsilon_1$ ) o aumentare le attenzioni della madre verso il figlio (aumentare  $N$ ) contribuisce a rendere la coppia robusta. L'analisi dello spazio  $(\epsilon_1, \epsilon_2)$  mostra che  $\epsilon_2$  influenza debolmente il sistema, senza alterare significativamente il comportamento. Da notare che questo scenario raggruppa tutte le configurazioni in cui il sottosistema  $PF$  si trova sull'equilibrio positivo, e che nonostante in un caso la coppia madre-figlio presenti un comportamento patologico caratterizzato da antagonismo (si trova infatti sull'equilibrio negativo), la coppia dei genitori rimane coerente con i risultati ipotizzati.
- terzo scenario  $[FFF - NPN]$ ,  $[FRF - NPN]$ : questo scenario è caratterizzato dall'ostilità del padre nei confronti del figlio (sottosistema  $PF$  su equilibrio negativo). I risultati delle analisi nei piani  $(a_m, \epsilon_1)$ ,  $(a_m, N)$  e  $(\epsilon_1, N)$  sono coerenti con le ipotesi di partenza. Il grafico  $(\epsilon_1, \epsilon_2)$  invece mostra un cambiamento profondo rispetto agli scenari precedenti: aumentando  $\epsilon_2$  si passa da fragilità a robustezza. In questo scenario, più il figlio è sensibile alle attenzioni dei genitori, più è facile portare la coppia verso la robustezza.

Riassumendo, la robustezza viene raggiunta aumentando indifferentemente  $\epsilon_1$ ,  $a_m$  oppure  $N$ . Concretamente, la nascita di un figlio può portare una coppia inizialmente fragile verso un comportamento robusto, soprattutto se i genitori sono attenti alle sue necessità. Nel caso in cui il padre sia ostile alla nascita del figlio (sottosistema  $PF$  su equilibrio negativo) la maggior sensibilità del figlio all'affetto dei genitori può portare alla robustezza ( $\epsilon_2$  alto). Sorprende come il sorgere delle necessità del figlio (coefficiente  $N$ ), alle quali la madre deve dedicarsi, possa influire positivamente sulla coppia dei genitori. Si nota inoltre che la fragilità o la robustezza dei sottosistemi  $MF$  e  $PF$  non influiscono sulla coppia  $MP$ , ma riveste maggiore importanza l'equilibrio su cui si trovano: ad esempio nel terzo scenario la caratteristica di  $MF$  è quella di trovarsi sull'equilibrio alto, indifferentemente dall'essere fragile o robusto.



$$\begin{aligned}
 & - [FFF - NNN] - \\
 \bar{x} &= [-11, -14, -13, -11, -12, -25], a_m = 1.23, \\
 \epsilon_1 &= 0.0001, \epsilon_2 = 0, N = 0.5, i_5 = 4, i_6 = 2.
 \end{aligned}$$

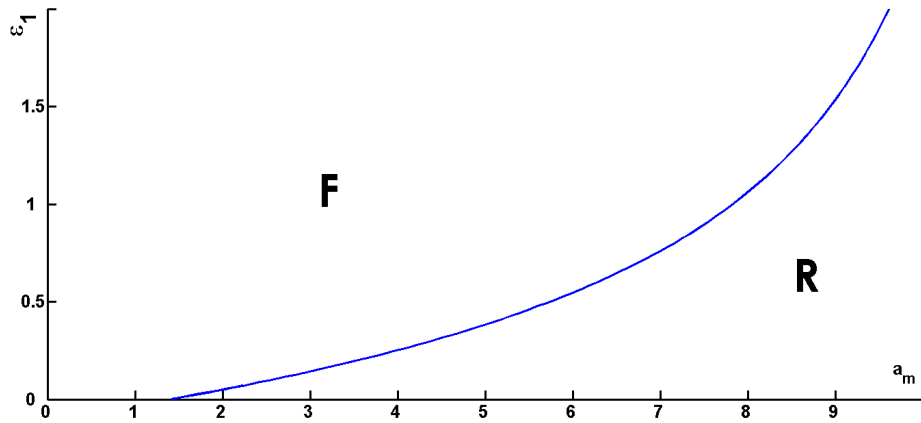


Figura 3.1: *analisi biforcazione per MP con [FFF–NNN], piano  $(a_m, \epsilon_1)$ .*

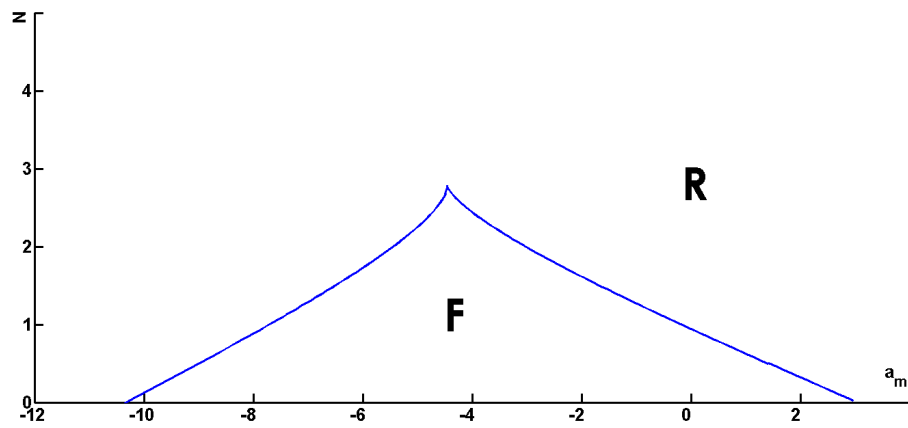


Figura 3.2: *analisi biforcazione per MP con [FFF–NNN], piano  $(a_m, N)$ .*

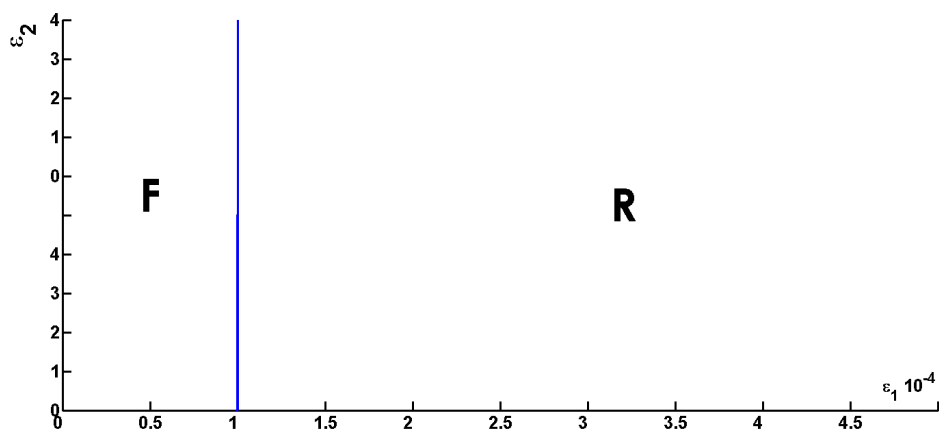


Figura 3.3: *analisi biforcazione per MP con [FFF–NNN], piano  $(\epsilon_1, \epsilon_2)$ :* .

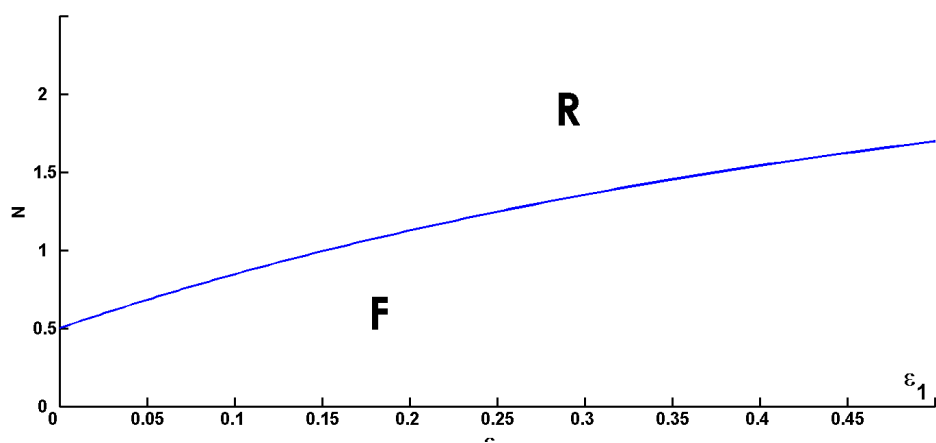


Figura 3.4: *analisi biforcazione per MP con [FFF–NNN], piano  $(\epsilon_1, N)$ .*

– [FFF – NNP] –  
 $\bar{x} = [-11, -14, -13, -11, 12, 13], a_m = 1.23,$   
 $\epsilon_1 = 0.0001, \epsilon_2 = 0, N = 0.5, i_5 = 4, i_6 = 2.5$

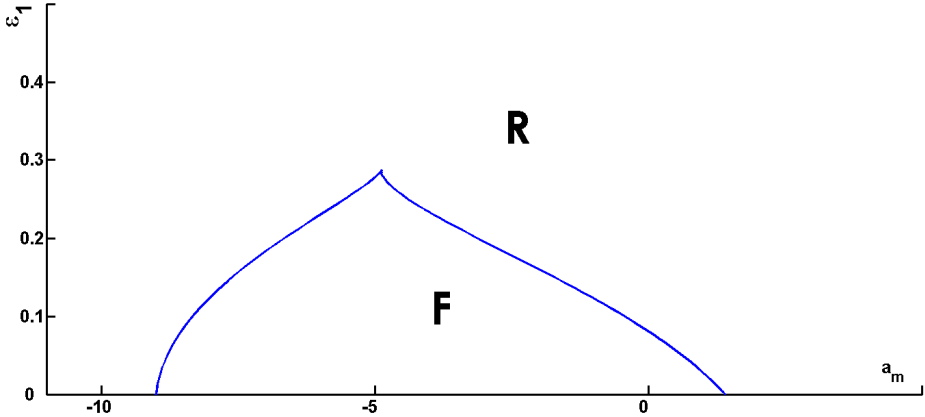


Figura 3.5: analisi biforcazione per MP con [FFF–NNP], piano  $(a_m, \epsilon_1)$ .

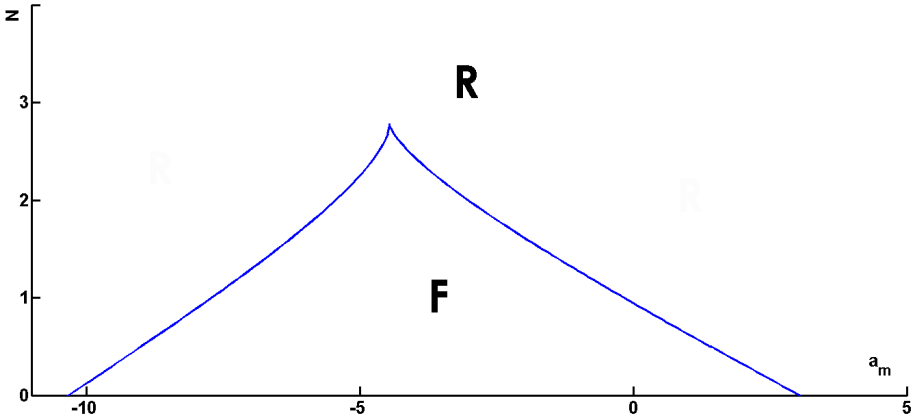


Figura 3.6: analisi biforcazione per MP con [FFF–NNP], piano  $(a_m, N)$ .

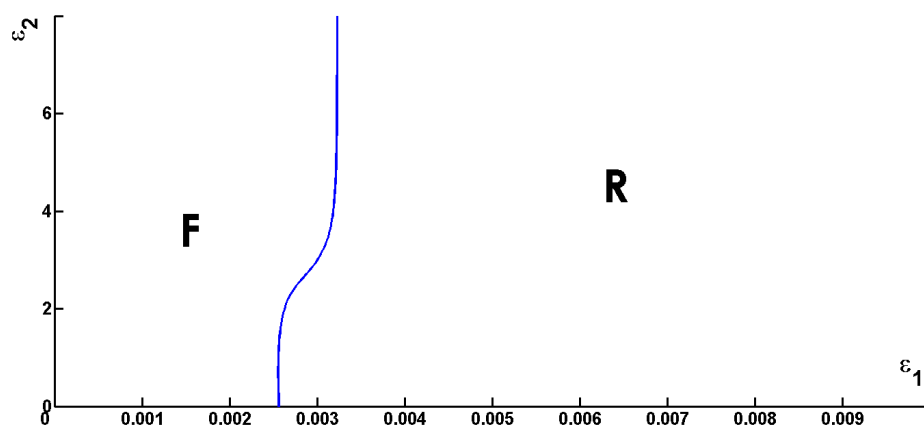


Figura 3.7: *analisi biforcazione per MP con [FFF-NNP], piano  $(\epsilon_1, \epsilon_2)$ .*

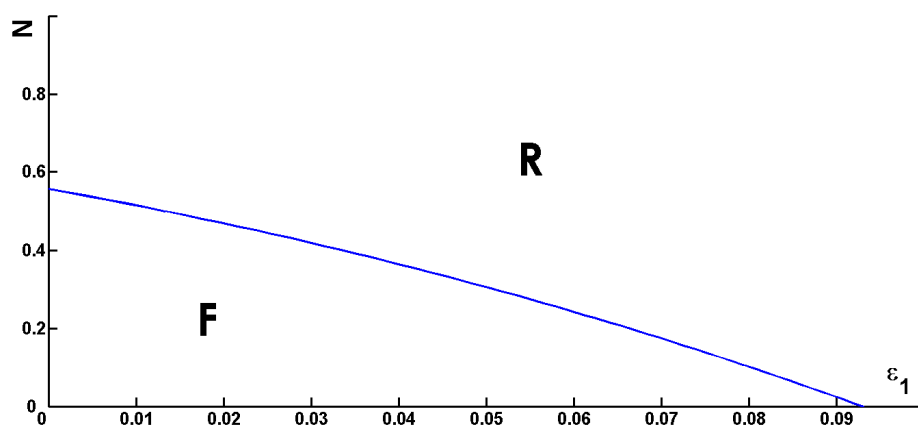


Figura 3.8: *analisi biforcazione per MP con [FFF-NNP], piano  $(\epsilon_1, N)$ .*

$$\begin{aligned}
 & - [FFF - NPN] - \\
 \bar{x} &= [-11, -14, 13, 11, -12, -25], a_m = 1.23, \\
 \epsilon_1 &= 0.0001, \epsilon_2 = 0, N = 0.5, i_5 = 4, i_6 = 2
 \end{aligned}$$

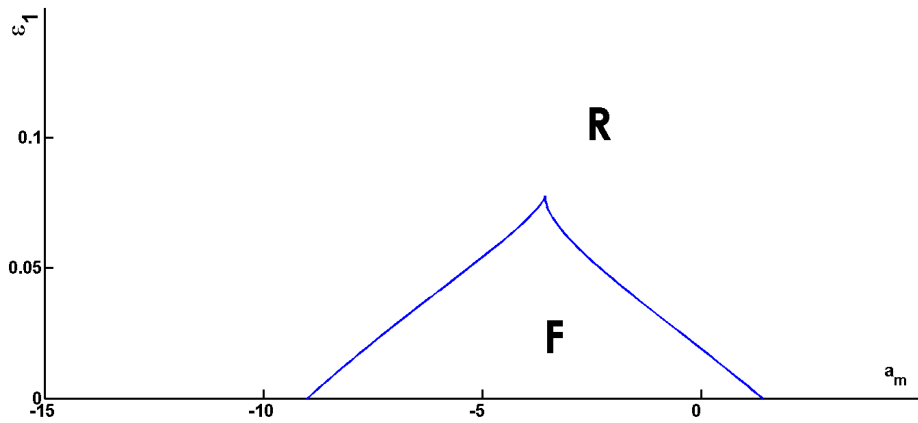


Figura 3.9: *analisi biforcazione per MP con [FFF-NPN], piano  $(a_m, \epsilon_1)$ .*

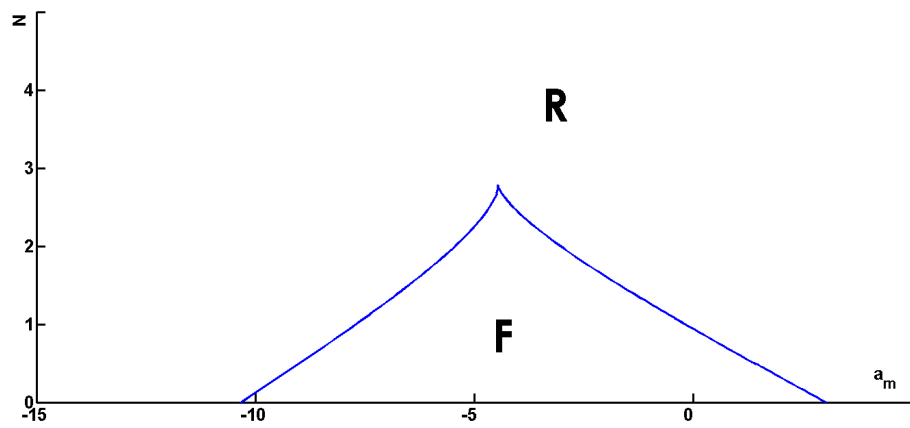


Figura 3.10: *analisi biforcazione per MP con [FFF-NPN],  $(a_m, N)$ .*

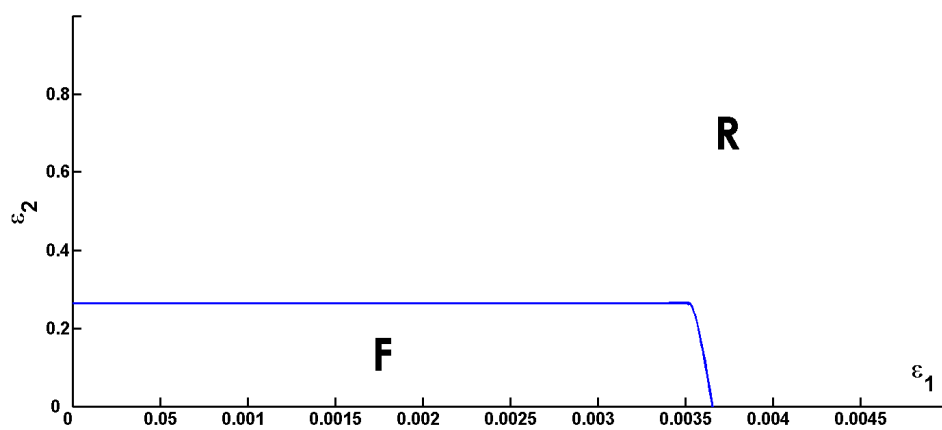


Figura 3.11: *analisi biforcazione per MP con [FFF-NPN],  $(\epsilon_1, \epsilon_2)$ .*

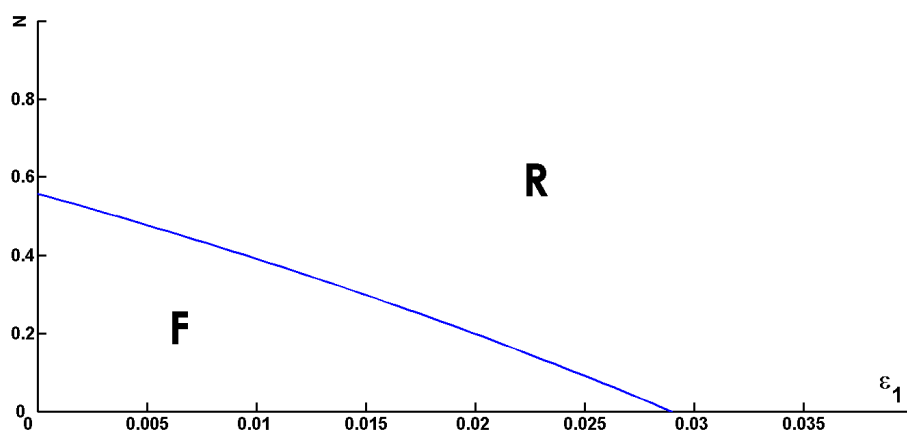


Figura 3.12: *analisi biforcazione per MP con [FFF-NPN],  $(\epsilon_1, N)$ .*

$$\begin{aligned}
 & - [FFF - NPP] - \\
 \bar{x} &= [-11, -14, 13, 11, 12, 13], a_m = 1.23, \\
 \epsilon_1 &= 0.0001, \epsilon_2 = 0, N = 0.5, i_5 = 4, i_6 = 2.5
 \end{aligned}$$

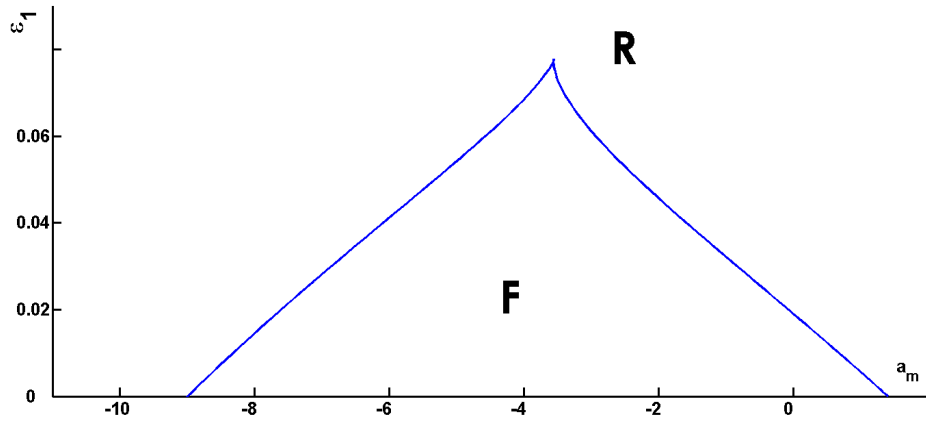


Figura 3.13: *analisi biforcazione per MP con [FFF-NPP],  $(a_m, \epsilon_1)$ .*

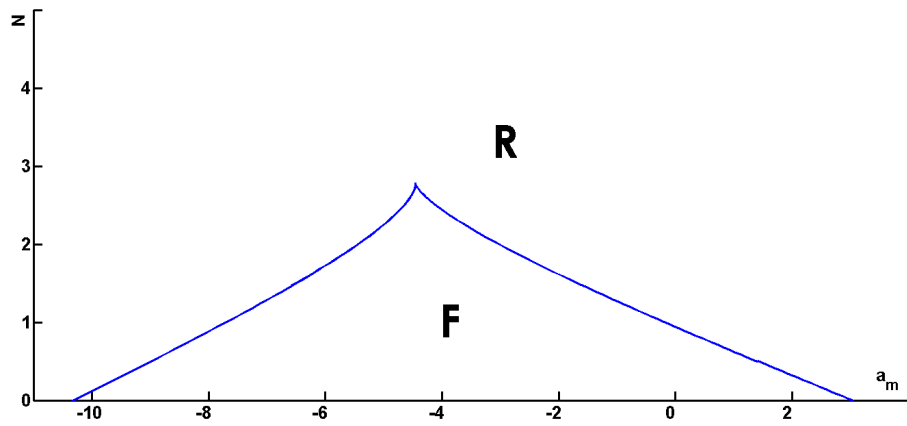


Figura 3.14: *analisi biforcazione per MP con [FFF-NPP],  $(a_m, N)$ .*

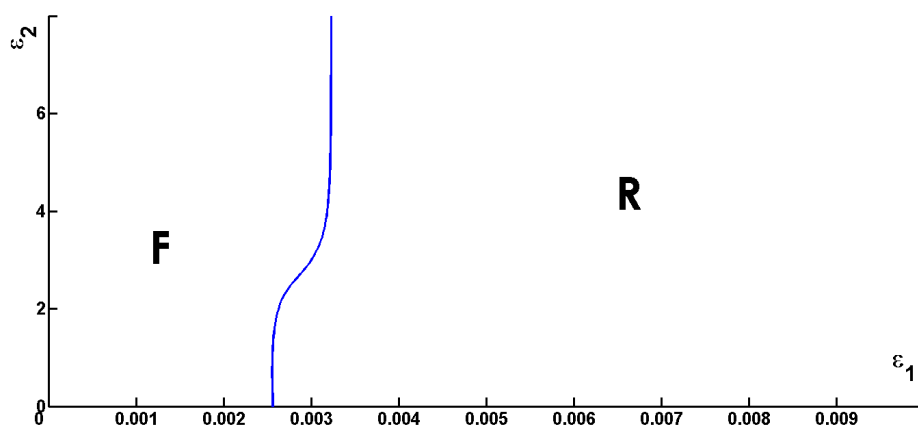


Figura 3.15: *analisi biforcazione per MP con [FFF-NPP],  $(\epsilon_1, \epsilon_2)$ .*

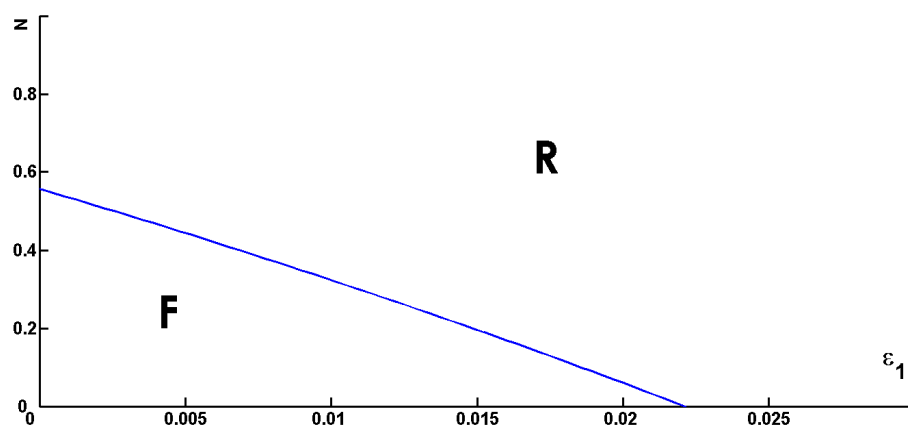


Figura 3.16: *analisi biforcazione per MP con [FFF-NPP],  $(\epsilon_1, N)$ .*



$$- [FRF - NPN] -$$

$$\bar{x} = [-11, -14, -13, -11, -12, -13], a_m = 1.23, \epsilon_1 = 0.0001, \epsilon_2 = 0, N = 0.5, i_5 = 7,$$

$$i_6 = 2.5$$

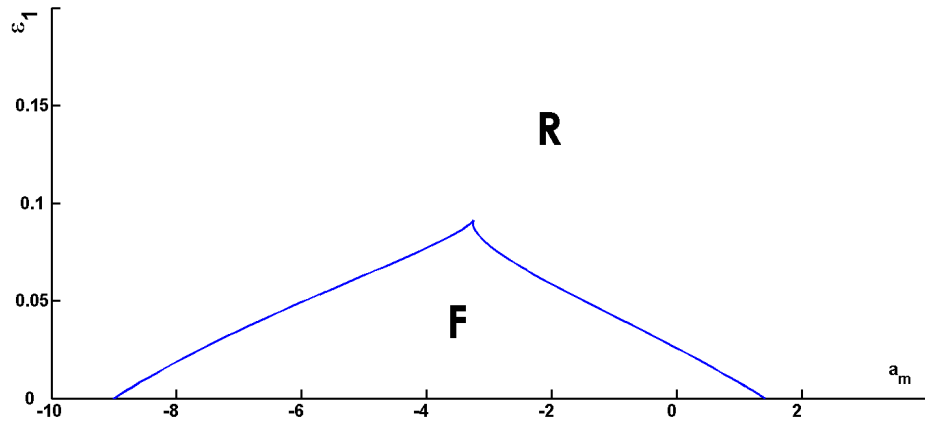


Figura 3.17: *analisi biforcazione per MP con [FRF-NPN],  $(a_m, \epsilon_1)$ .*

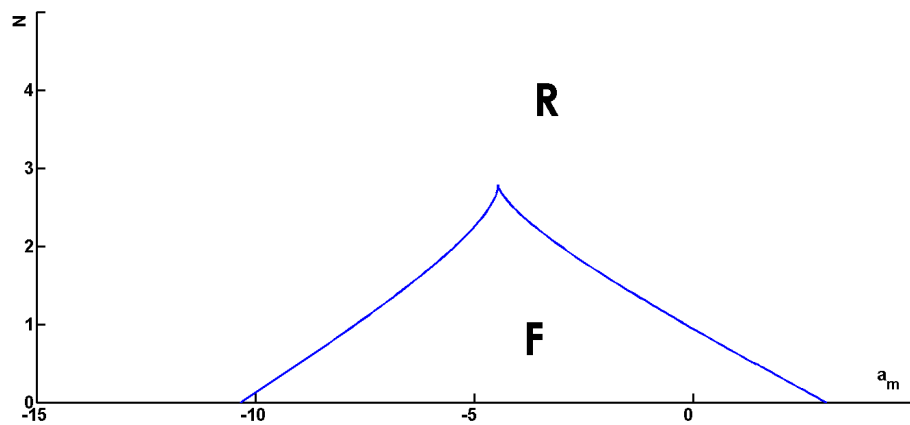


Figura 3.18: *analisi biforcazione per MP con [FRF-NPN],  $(a_m, N)$ .*

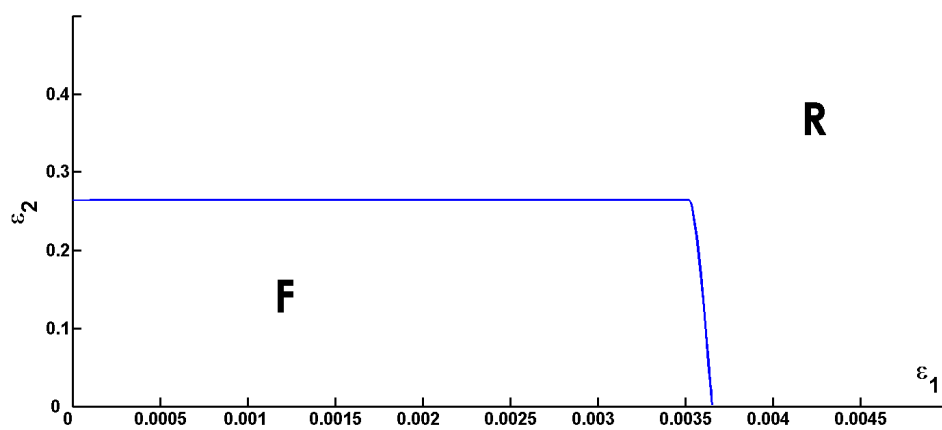


Figura 3.19: *analisi biforcazione per MP con [FRF-NPN],  $(\epsilon_1, \epsilon_2)$ .*

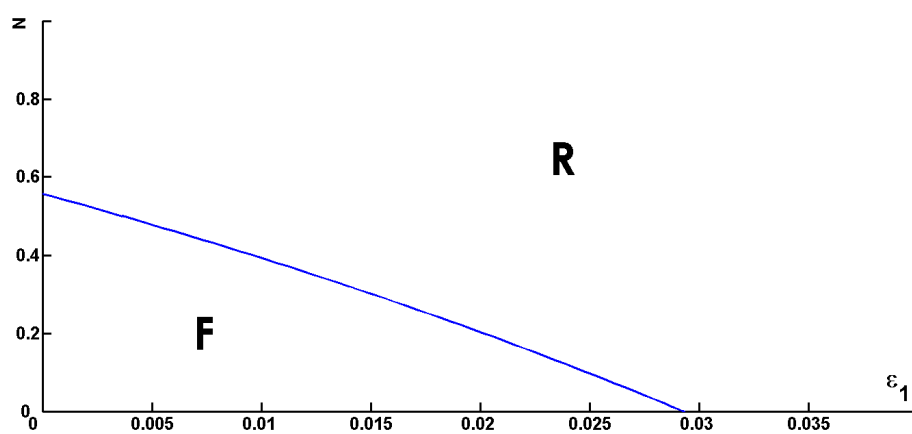


Figura 3.20: *analisi biforcazione per MP con [FRF-NPN],  $(\epsilon_1, N)$ .*

$$- [FRF - NPP] -$$

$$\bar{x} = [-11, -14, -13, -11, -12, -13], a_m = 1.23, \epsilon_1 = 0.0001, \epsilon_2 = 0, N = 0.5, i_5 = 7,$$

$$i_6 = 2$$

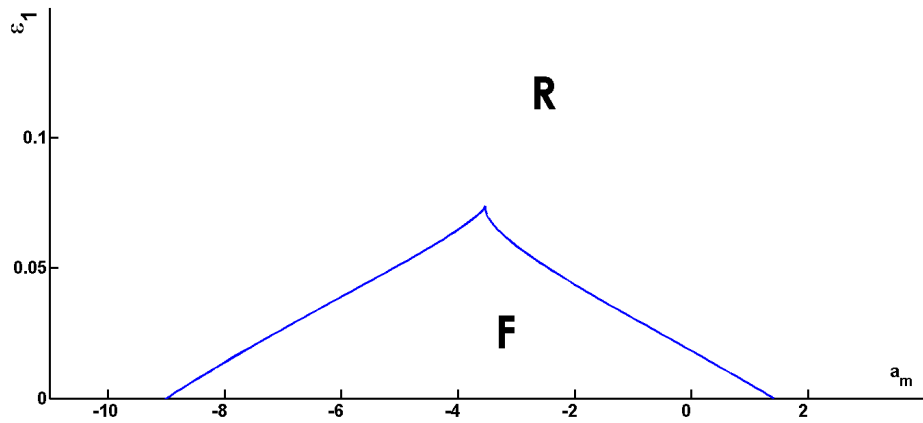


Figura 3.21: *analisi biforcazione per MP con [FRF-NPP],  $(a_m, \epsilon_1)$ .*

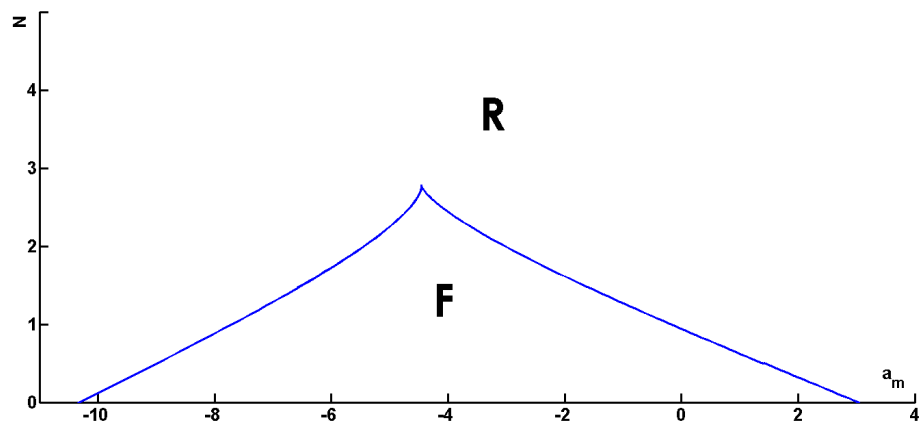


Figura 3.22: *analisi biforcazione per MP con [FRF-NPP],  $(a_m, N)$ .*

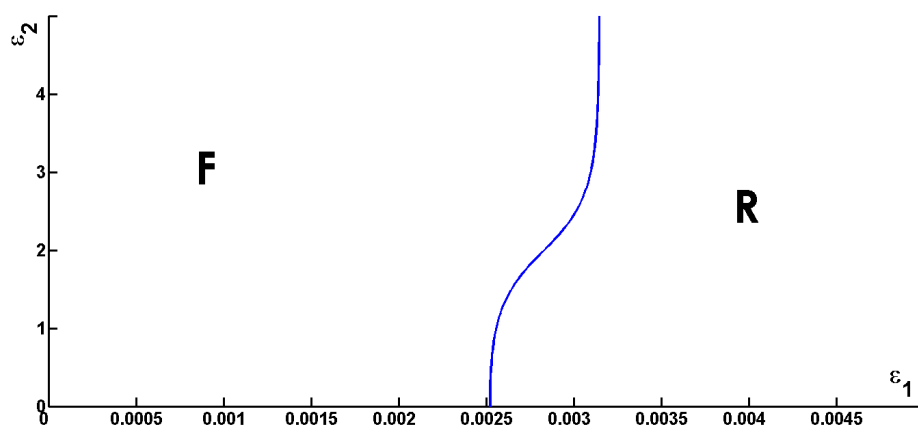


Figura 3.23: *analisi biforcazione per MP con [FRF-NPP],  $(\epsilon_1, \epsilon_2)$ .*

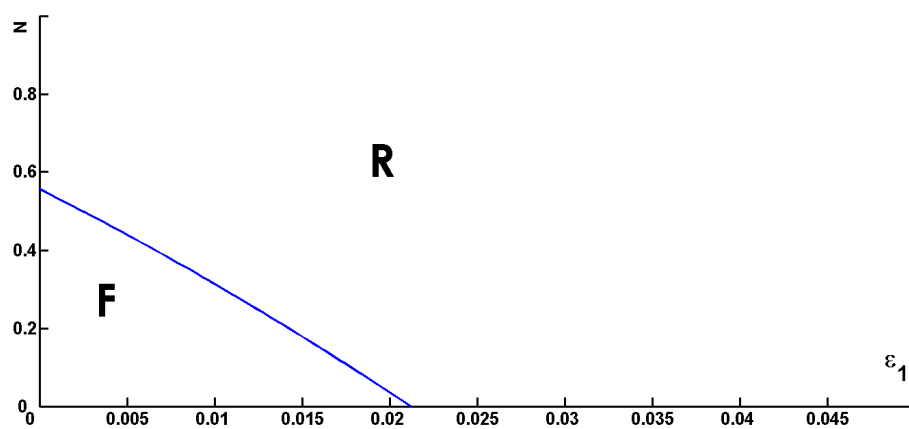


Figura 3.24: *analisi biforcazione per MP con [FRF-NPP],  $(\epsilon_1, N)$ .*

$$\bar{x} = [-11, -14, -13, -11, 12, 13], a_m = 1.23, \epsilon_1 = 0.0001, \epsilon_2 = 0, N = 0.5, i_5 = 7, i_6 = 5$$

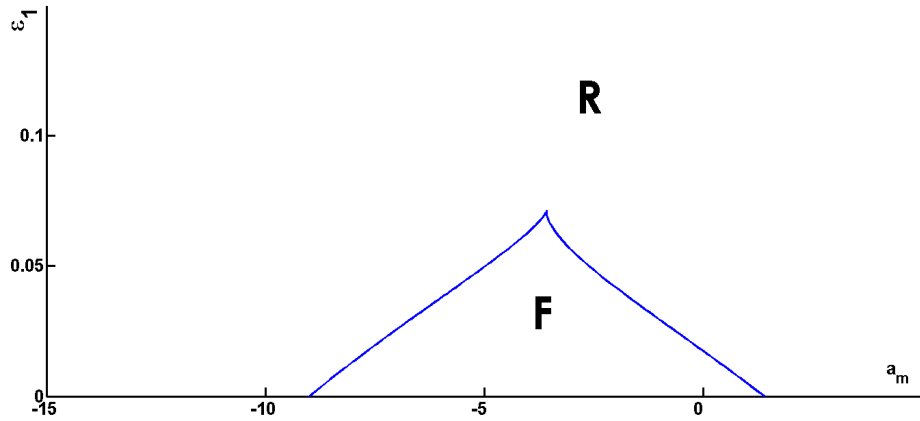


Figura 3.25: *analisi biforcazione per MP con [FRR-NPP],  $(a_m, \epsilon_1)$ .*

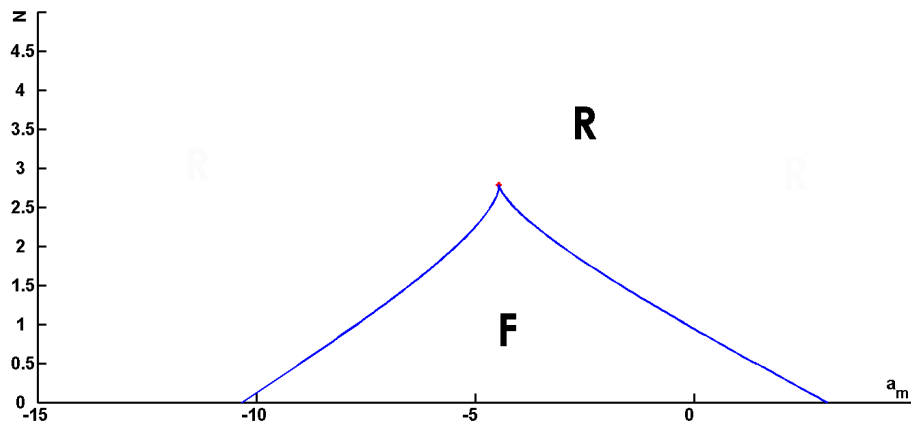


Figura 3.26: *analisi biforcazione per MP con [FRR-NPP],  $(a_m, N)$ .*

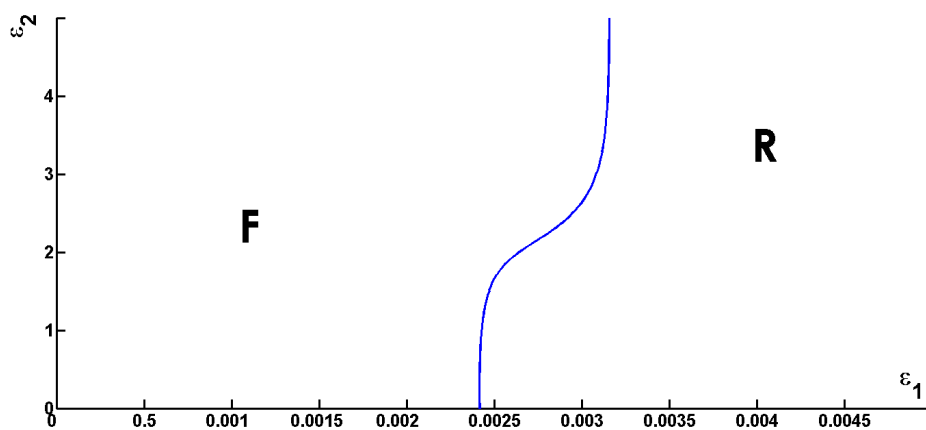


Figura 3.27: *analisi biforcazione per MP con [FRR-NPP],  $(\epsilon_1, \epsilon_2)$ .*

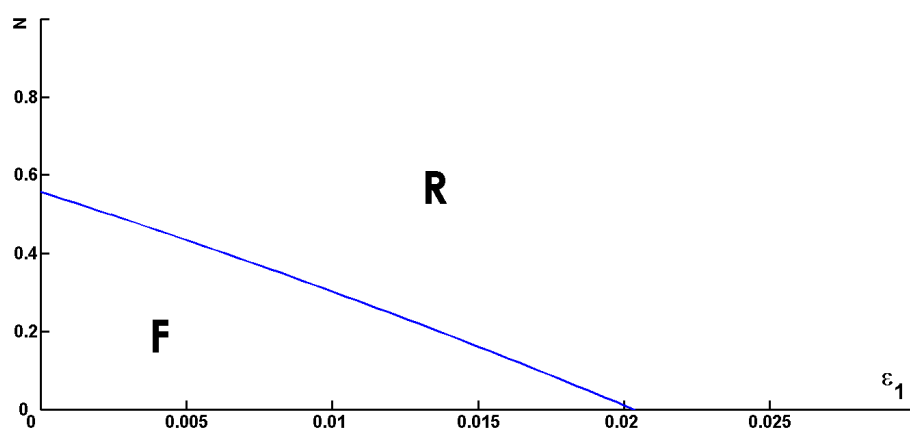


Figura 3.28: *analisi biforcazione per MP con [FRR-NPP],  $(\epsilon_1, N)$ .*

## Capitolo 4

### Modello con individui sicuri non sinergici: analisi di sensitività

L'analisi qui presentata ha come scopo quello di indagare come cambia la qualità delle relazioni dei genitori, sia reciprocamente sia globalmente, ed è stata effettuata su tre configurazioni campione del sistema. Nella prima le tre coppie tendono all'equilibrio positivo, e rappresenta il caso in cui il figlio è desiderato da entrambi i genitori; nel secondo scenario il sottosistema  $MP$  tende all'equilibrio negativo, ed è il caso in cui la madre non desidera la maternità; nell'ultimo scenario la coppia  $PF$  tende all'equilibrio negativo, ed è quindi il padre ad essere contrario alla nascita del figlio. I risultati mostrano che all'aumentare di  $\epsilon_1$  l'affetto nella coppia diminuisce, ma per entrambi i genitori, considerando sia la relazione col partner che quella con il figlio, si ha un miglioramento significativo.

Oltre al problema riguardante la possibilità del passaggio da coppia fragile a robusta, si è voluto indagare come cambia la *qualità* dei sentimenti per ciascun partner sia all'interno della coppia sia nella globalità delle relazioni.

I grafici seguenti mostrano per ogni genitore la variazione percentuale di affetto per il partner rispetto al caso in cui il figlio non ci sia ( $\epsilon_1 = 0, \epsilon_2 = 0$ ; equazioni 4.1 e 4.2), e la variazione percentuale di affetto totale donato al partner e al figlio rispetto al caso in cui il figlio non ci sia ( $\epsilon_1 = 0, \epsilon_2 = 0$ ; equazioni 4.3 e 4.4).

$$\Delta_{MP}(\epsilon_1, \epsilon_2) = \frac{\left(x_{MP}^{(\epsilon_1, \epsilon_2)} - x_{MP}^{(\epsilon_1=0, \epsilon_2=0)}\right)}{x_{MP}^{(\epsilon_1=0, \epsilon_2=0)}} \quad (4.1)$$

$$\Delta_{PM}(\epsilon_1, \epsilon_2) = \frac{\left(x_{PM}^{(\epsilon_1, \epsilon_2)} - x_{PM}^{(\epsilon_1=0, \epsilon_2=0)}\right)}{x_{PM}^{(\epsilon_1=0, \epsilon_2=0)}} \quad (4.2)$$

$$\Delta_{Mglobale}(\epsilon_1, \epsilon_2) = \frac{\left(x_{MP}^{(\epsilon_1, \epsilon_2)} + x_{MF}^{(\epsilon_1, \epsilon_2)} - x_{MP}^{(\epsilon_1=0, \epsilon_2=0)}\right)}{x_{MP}^{(\epsilon_1=0, \epsilon_2=0)}} \quad (4.3)$$

$$\Delta_{Pglobale}(\epsilon_1, \epsilon_2) = \frac{\left(x_{PM}^{(\epsilon_1, \epsilon_2)} + x_{PF}^{(\epsilon_1, \epsilon_2)} - x_{PM}^{(\epsilon_1=0, \epsilon_2=0)}\right)}{x_{PM}^{(\epsilon_1=0, \epsilon_2=0)}} \quad (4.4)$$

Per l'analisi sono stati scelti tre casi specifici:

- nel primo ([*PPP*]) i tre sottosistemi in assenza del figlio tendono verso il loro equilibrio positivo, e rappresenta il caso più comune di una coppia che è pronta ad accogliere il nascituro (fig. 4.2). Le condizioni iniziali per questo scenario sono

$$x_0 = [0.98249, 0.967867, 0, 0, 0, 0]$$

dove i valori positivi di  $x_{MP}$  e  $x_{PM}$  esprimono l'attrazione reciproca dei partner.

- Nel secondo caso ([*PNP*] fig. 4.3) la coppia madre–figlio tende all'equilibrio negativo, cioè il caso in cui solo la donna non desidera la maternità. Le condizioni iniziali per questo scenario sono

$$x_0 = [0.98249, 0.967867, -2.876955, 0, 0, 0]$$

e si nota che il valore di  $x_{MF}$  è negativo, proprio a significare l'ostilità della madre alla nascita del figlio.

- nell'ultimo caso ([*PPN*]) tende all'equilibrio negativo la sola coppia padre–figlio, cioè il caso in cui il padre, pur conservando il legame con il partner, è ostile alla nascita del bambino (fig. 4.4). Le condizioni iniziali per questo scenario sono

$$x_0 = [0.98249, 0.967867, 0, 0, -1.230057, 0]$$

dove, in modo analogo al caso precedente,  $x_{PF}$  ha valore negativo.



I colori utilizzati per rappresentare la variazione sono riassunti in figura 4.1: il blu rappresenta una variazione trascurabile ( $\Delta = \pm 5\%$ ); i colori tendenti al rosso intenso rappresentano una variazione percentuale negativa di importanza crescente, mentre i colori tendenti al verde acceso rappresentano una variazione percentuale positiva.

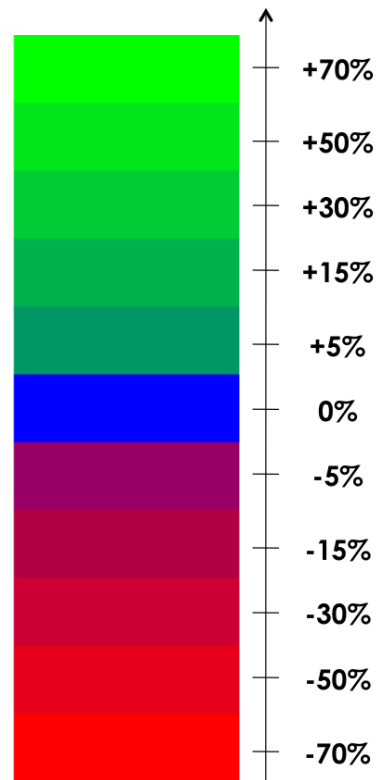
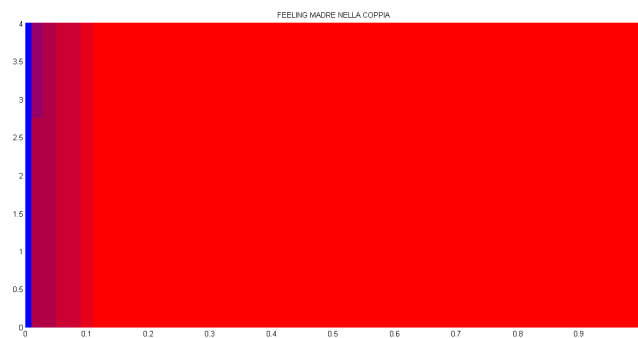
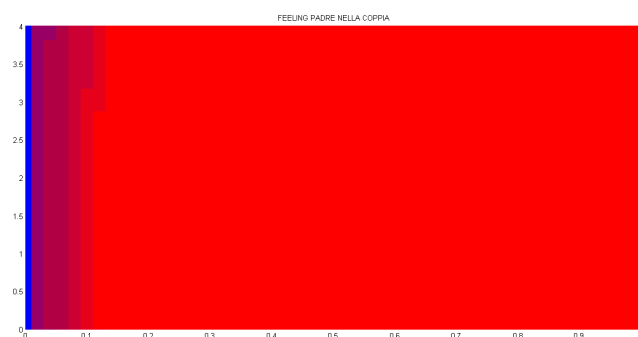
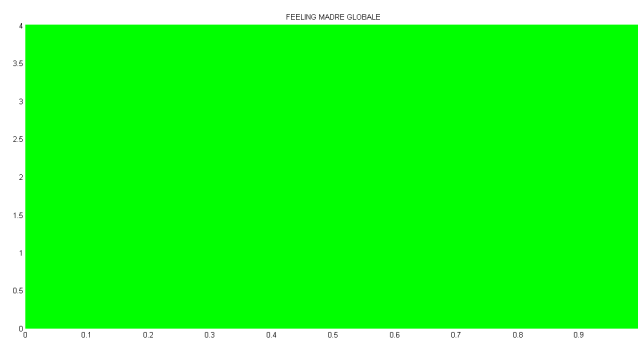
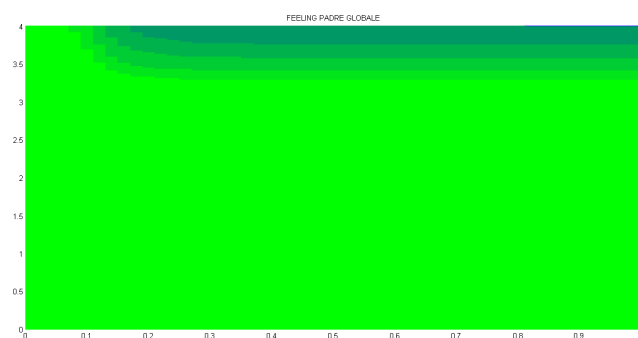
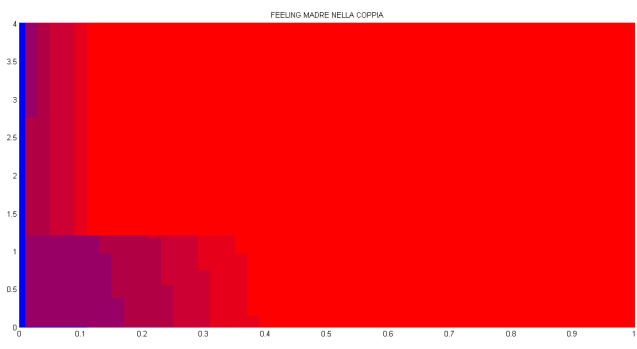
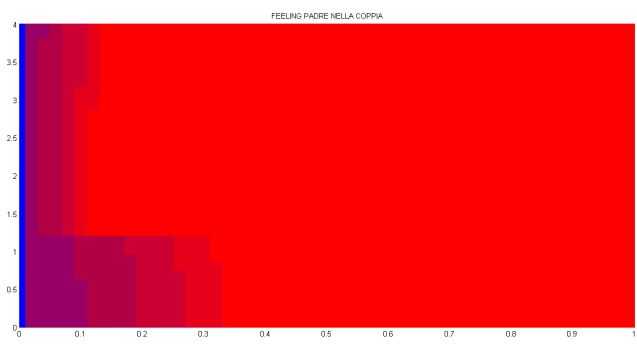


Figura 4.1: *legenda dei colori utilizzati per specificare la variazione.*

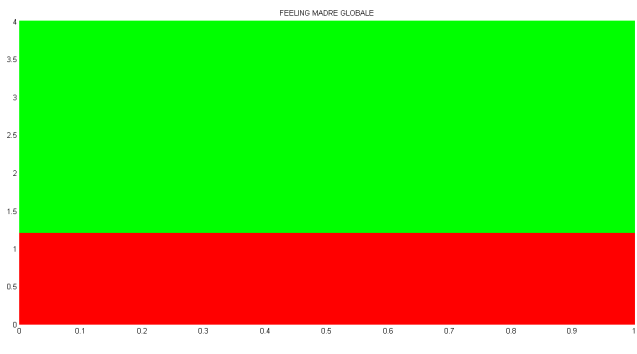
(a)  $\Delta_{MP}(\epsilon_1, \epsilon_2)$ (b)  $\Delta_{PM}(\epsilon_1, \epsilon_2)$ (c)  $\Delta_{Mglobale}(\epsilon_1, \epsilon_2)$ (d)  $\Delta_{Pglobale}(\epsilon_1, \epsilon_2)$ Figura 4.2: *analisi di sensitività per [PPP]:*  $x_0 = [.982490, .967867, 0, 0, 0, 0]$



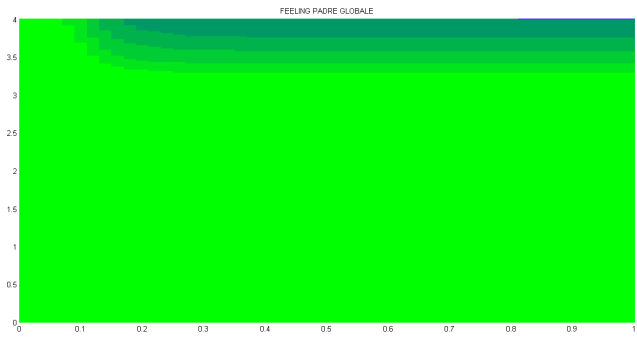
(a)  $\Delta_{MP}(\epsilon_1, \epsilon_2)$



(b)  $\Delta_{PM}(\epsilon_1, \epsilon_2)$



(c)  $\Delta_{Mglobale}(\epsilon_1, \epsilon_2)$



(d)  $\Delta_{Pglobale}(\epsilon_1, \epsilon_2)$

Figura 4.3: *analisi di sensitività per [PNP]:*  $x_0 = [.982490, .967867, -2.876955, 0, 0, 0]$

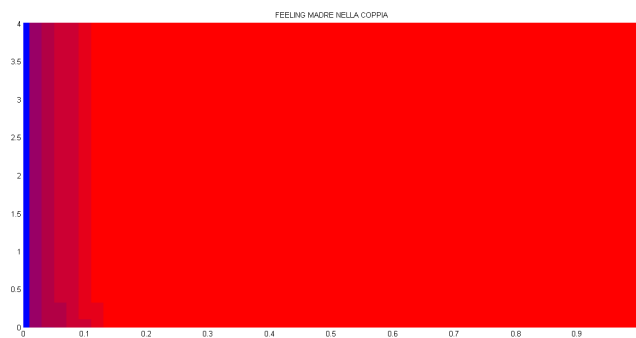
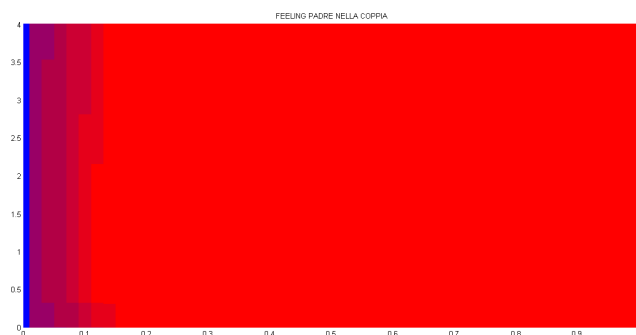
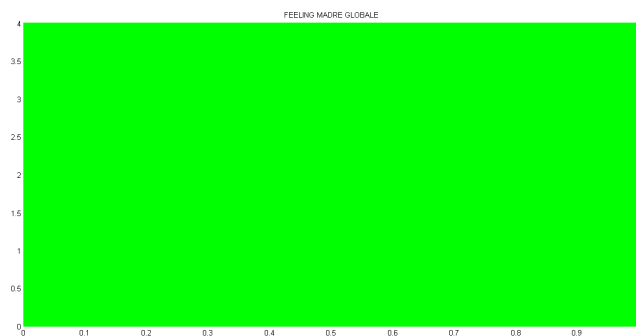
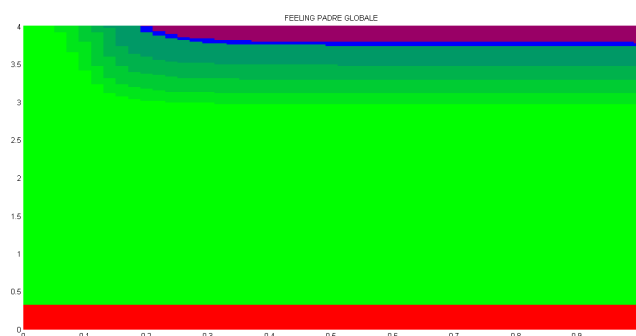
(a)  $\Delta_{MP}(\epsilon_1, \epsilon_2)$ (b)  $\Delta_{PM}(\epsilon_1, \epsilon_2)$ (c)  $\Delta_{Mglobale}(\epsilon_1, \epsilon_2)$ (d)  $\Delta_{Pglobale}(\epsilon_1, \epsilon_2)$ 

Figura 4.4: *analisi di sensitività per [PPN]:*  $x_0 = [.982490, .967867, 0, 0, -1.230057, 0]$

Come si può notare dai grafici, in tutti i tre casi all'aumentare di  $\epsilon_1$  l'affetto nella coppia diminuisce, anche in maniera sostanziale, tuttavia, guardando il sistema nella sua globalità, il miglioramento di ciascun genitore è addirittura indipendente da  $\epsilon_1$ , anche nei casi in cui uno di questi sia ostile alla nascita del figlio.

Colpisce la presenza di una discontinuità nei grafici 4.3(c) e 4.4(d) dove per un piccolo aumento di  $\epsilon_2$  si passa da una regione rossa di massimo peggioramento ad una zona verde di massimo incremento. Questo lascia ipotizzare la presenza di una biforcazione, oppure una variazione del bacino di attrazione di attrattori differenti tale da portare bruscamente il sistema verso un altro comportamento stabile. Con riferimento alla realtà rappresentata, si nota che la discontinuità è presente proprio nei grafici relativi al genitore ostile, il quale può migliorare la sua variazione globale in modo consistente per valori di  $\epsilon_2$  intermedi.



# Capitolo 5

## Il triangolo familiare: individui sinergici ed insicurezza

Modificando opportunamente il modello proposto nel capitolo 2, si introducono i fenomeni di sinergismo ed insicurezza in modo da renderlo più realistico, e da permettere comportamenti ciclici nelle tre coppie madre–padre, madre–figlio, padre–figlio. In particolare, il padre è l'unico individuo sicuro e sinergico in tutte le relazioni, la madre ha uno stile di attaccamento insicuro ed è sinergica solo con il figlio che, in accordo con le ipotesi esposte in 2.1, è a sua volta insicuro e non sinergico.

Come si è già anticipato, al fine di poter descrivere in modo più realistico i processi scelti per rappresentare le dinamiche affettive è necessario introdurre i fenomeni di sinergismo ed insicurezza. In questo modo nei tre sottosistemi è possibile generare dinamiche cicliche ([5]), ottenendo un sistema composto da tre oscillatori connessi come in figura 2.2.

Per la stesura delle equazioni e per la taratura dei parametri si è fatto riferimento alle ipotesi già assunte in precedenza nei paragrafi 2.1 e 2.3.

### 5.1 Sinergismo

Il sinergismo rappresenta l'amplificazione della reattività al fascino di un individuo dovuta all'innamoramento. Nel modello è inserito tramite la funzione di esaltazione riportata in figura 5.1, la cui espressione analitica è:

$$S(x_i) = \frac{\text{sign}(x_i) + 1}{2} \cdot \left( \frac{\sigma \cdot x_i^8}{\beta + x_i^8} \right) \quad (5.1)$$

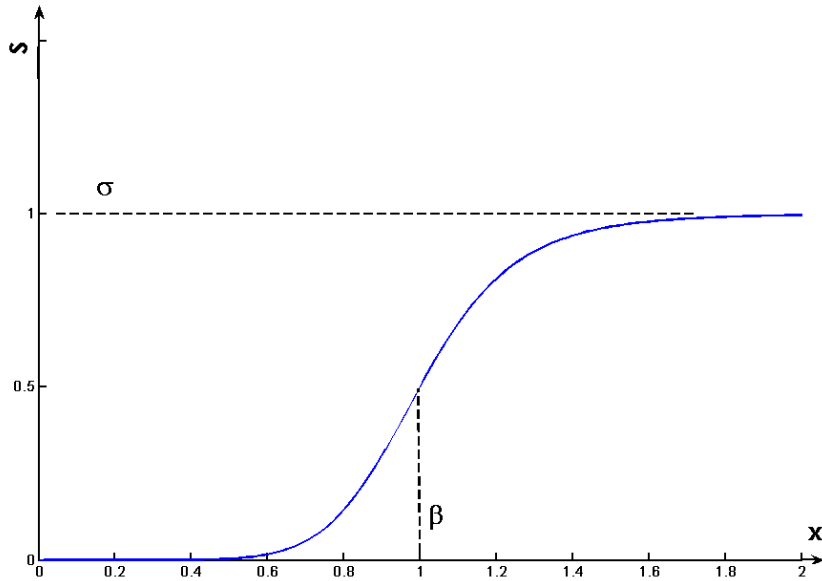


Figura 5.1: *funzione di esaltazione ottenuta per  $\sigma = 1$  e  $\beta = 1$ .*

Come si può notare la funzione è nulla per  $x_i \leq 0$ , mentre tende a  $\sigma$  per  $x_i \rightarrow \infty$ .

Per poter inserire in tutte le coppie i due fenomeni in esame, il padre ha un comportamento sinergico in tutte le relazioni, la madre è sinergica solo nei confronti del figlio, mentre il figlio si assume che non sia sinergico.

## 5.2 Insicurezza

Gli individui insicuri vivono le proprie relazioni romantiche con distacco, limitando il coinvolgimento emotivo, fino al punto di rifiutare un partner eccessivamente affettuoso. Questa situazione è rappresentata nel modello tramite la funzione di ricambio espressa dall'equazione 5.2 e mostrata in figura 5.2:

$$R_{insicuro}(x, r, N) = \begin{cases} (r - \text{sign}(\epsilon_1) \cdot N) \frac{2 \cdot x}{1-x} & \text{se } x < 0 \\ (r - \text{sign}(\epsilon_1) \cdot N) \frac{4 \cdot \left(\frac{x}{2+x}\right) \cdot (1-x^8)}{1+x^8} & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

Il significato dei parametri rimane analogo a quello della funzione di ricambio introdotta nel paragrafo 2.2.2:  $(r - \text{sign}(\epsilon_1) \cdot N)$  è il ricambio massimo e  $N$  rappresenta le esigenze del figlio.



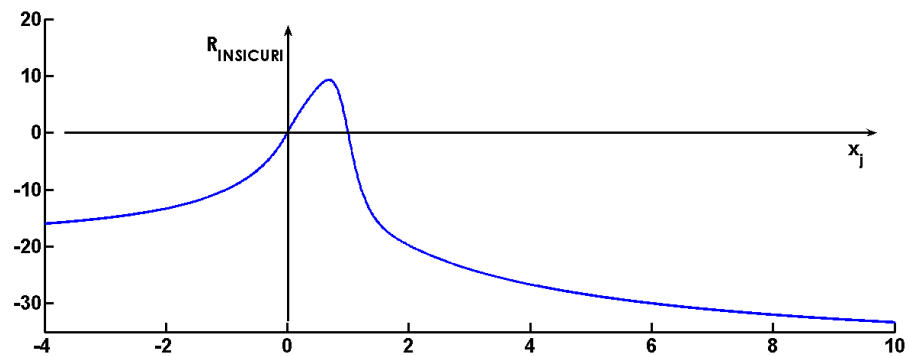


Figura 5.2: *funzione ricambio per individui insicuri ottenuta con  $r = 10$  e  $N = 0$ .*

Si è scelto di rappresentare come individuo insicuro la madre, e di conseguenza anche il figlio, infatti, tra le ipotesi si è assunto che il figlio erediti lo stile di ricambio materno.

Per la funzione ricambio del padre, che è quindi l'unico individuo sicuro nel sistema, viene utilizzata l'equazione 5.3 mostrata in figura 5.3

$$R_{sicuro}(x) = r \cdot \left( \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1 \right) \quad (5.3)$$

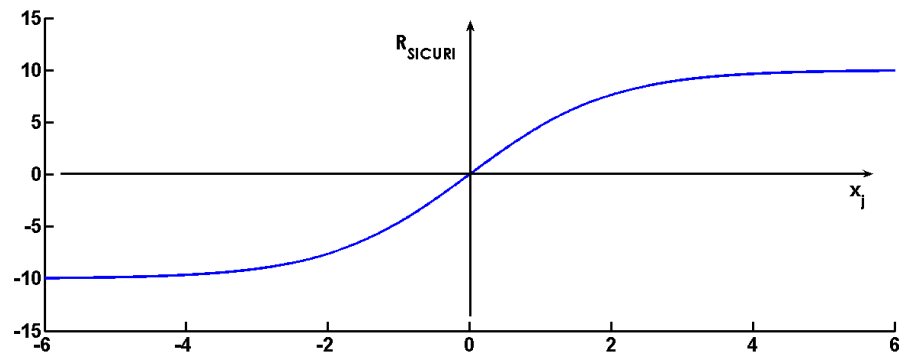


Figura 5.3: *funzione ricambio per individui sicuri ottenuta con  $r = 10$ .*

### 5.3 Modello con individui sinergici ed individui insicuri

Il sistema risultante è dunque il seguente:

$$\dot{x}_{MP} = \rho_M a_P + R_{insicuro}(x_{PM}, r_{MP}, N) + \left[ f_{MP} + e^{\epsilon_1(x_{MF} - x_{MP})} \right] x_{MP} \quad (5.4)$$

$$\dot{x}_{PM} = \rho_P a_M \cdot (1 + S(x_{PM})) + R_{sicuro}(x_{MP}, r_{PM}) + \left[ f_{PM} + e^{\epsilon_1(x_{PF} - x_{PM})} \right] x_{PM} \quad (5.5)$$

$$\dot{x}_{MF} = i_M \cdot (1 + S(x_{MF})) + R_{insicuro}(x_{FM}, r_{MF}, 0) - f_{MF} x_{MF} \quad (5.6)$$

$$\dot{x}_{FM} = i_{FM} + R_{insicuro}(x_{FM}, r_{FM}, 0) + \left[ f_{FM} + e^{\epsilon_2(x_{FP} - x_{FM})} \right] x_{FM} \quad (5.7)$$

$$\dot{x}_{PF} = i_P \cdot (1 + S(x_{PF})) + R_{sicuro}(x_{FP}, r_{PF}) - f_{PF} x_{PF} \quad (5.8)$$

$$\dot{x}_{FP} = i_{FP} + R_{insicuro}(x_{PF}, r_{FP}, 0) - \left[ f_{FP} + e^{\epsilon_2(x_{FM} - x_{FP})} \right] x_{FP} \quad (5.9)$$

dove le variabili di stato hanno il medesimo significato di quelle introdotte nel precedente modello (tabella 2.1, paragrafo 2.2).

Durante il lavoro di analisi è stata riscontrata una certa instabilità numerica del risolutore ODE, di cui è rimasta traccia nei grafici dei capitoli successivi. La stessa anomalia si è riscontrata nel computo degli esponenti di Lyapunov, il cui algoritmo è noto essere particolarmente inaffidabile, e per i quali non è stato possibile presentare un'analisi esaustiva sullo spazio parametrico  $(\epsilon_1, \epsilon_2)$ .

### 5.4 Taratura dei parametri

Poichè dal punto di vista matematico sono state apportate modifiche importanti, è stato necessario aggiornare il set dei parametri in modo conforme alle considerazioni esposte in 2.3.

I valori dei parametri  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$  sono puramente indicativi, infatti le analisi sono effettuate proprio nel piano  $(\epsilon_1, \epsilon_2)$ , e quindi variano da simulazione a simulazione. Il comportamento dei tre sottosistemi può essere stazionario oppure

parametro	descrizione	valore
$f_{MP}$	coef. oblio madre $\rightarrow$ padre	11,2
$f_{PM}$	coef. oblio padre $\rightarrow$ madre	10
$r_{MP}$	coef. ricambio madre $\rightarrow$ padre	18,8
$N$	necessità del figlio	2
$r_{PM}$	coef. ricambio padre $\rightarrow$ madre	16,6
$\rho_M$	reattività della madre al fascino	0,198
$\rho_P$	reattività del padre al fascino	0,111
$a_P$	appeal del padre	30
$a_M$	appeal del madre	30
$\epsilon_1$	coef. conflitto genitori	0,0001
$f_{PF}$	coef. oblio padre $\rightarrow$ figlio	9,2
$f_{MF}$	coef. oblio madre $\rightarrow$ figlio	7
$r_{PF}$	coef. ricambio padre $\rightarrow$ figlio	27,6
$r_{MF}$	coef. ricambio madre $\rightarrow$ figlio	30
$i_P$	istinto paterno	3,3
$i_M$	istinto materno	4
$f_{FM}$	coef. oblio figlio $\rightarrow$ madre	16,2
$f_{FP}$	coef. oblio figlio $\rightarrow$ padre	15,3
$r_{FM}$	coef. ricambio figlio $\rightarrow$ madre	14,6
$r_{FP}$	coef. ricambio foglio $\rightarrow$ padre	15,3
$i_{FM}$	istinto figlio $\rightarrow$ madre	4,5
$i_{FP}$	istinto figlio $\rightarrow$ padre	6
$\epsilon_2$	coef. conflitto figlio	0,1
$\sigma_{PM}$	coef. esaltazione padre $\rightarrow$ madre	7
$\sigma_{MF}$	coef. esaltazione madre $\rightarrow$ figlio	7
$\sigma_{PF}$	coef. esaltazione padre $\rightarrow$ figlio	7

Tabella 5.1: *riassunto parametri del sistema.*

ciclico, e viene imposto variando opportunamente il valore di  $\sigma_{PM}$ ,  $\sigma_{MF}$  e  $\sigma_{PF}$ : con  $\sigma_i = 1$  si impone il comportamento stazionario, mentre per  $\sigma_{PM} = 5.5$ ,  $\sigma_{MF} = 7$ ,  $\sigma_{PF} = 7$  la coppia relativa si porta su un ciclo.

## Capitolo 6

# Modello con individui sinergici ed insicurezza: analisi del comportamento asintotico

In questo capitolo sono presentati i risultati dell'analisi del comportamento asintotico. Sono stati scelti quattro scenari specifici caratterizzati da differenti comportamenti dei sottosistemi e, per ognuno di questi, si è analizzato il comportamento asintotico delle tre coppie al variare dei parametri  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$ . È emerso che negli scenari in cui le coppie madre-figlio e padre-figlio tendono per  $\epsilon_1 = 0, \epsilon_2 = 0$  verso un ciclo limite, è possibile riscontrare un passaggio al regime non periodico. Per i casi più interessanti sono riportati i risultati delle simulazioni, e dove possibile, le mappe picco-picco e dei tempi di ritorno.

L'analisi del comportamento asintotico è stata effettuata simulando il modello per diversi valori dei parametri  $(\epsilon_1, \epsilon_2)$ , in particolare è stato sviluppato un decisore con lo scopo di stabilire su che tipo di attrattore si trovano le singole coppie.

Con riferimento al sistema descritto, lo scopo è quello di indagare come cambiano le diverse relazioni al nascere di un figlio, cioè se è possibile che una coppia all'equilibrio possa mutare il suo comportamento evidenziando ciclicità, o addirittura comportamento non periodico.

L'analisi è stata effettuata su quattro scenari, descritti sinteticamente in figura 6.1:

- [EQEQEQ]: tutte le coppie all'equilibrio per  $\epsilon_1 = 0, \epsilon_2 = 0$  ( $\sigma_{PM} = 1, \sigma_{MF} = 1, \sigma_{PF} = 1$ );
- [EQLCLC]: per  $\epsilon_1 = 0, \epsilon_2 = 0$  la coppia dei genitori è all'equilibrio, le altre coppie hanno comportamento ciclico ( $\sigma_{PM} = 1, \sigma_{MF} = 7, \sigma_{PF} = 7$ );

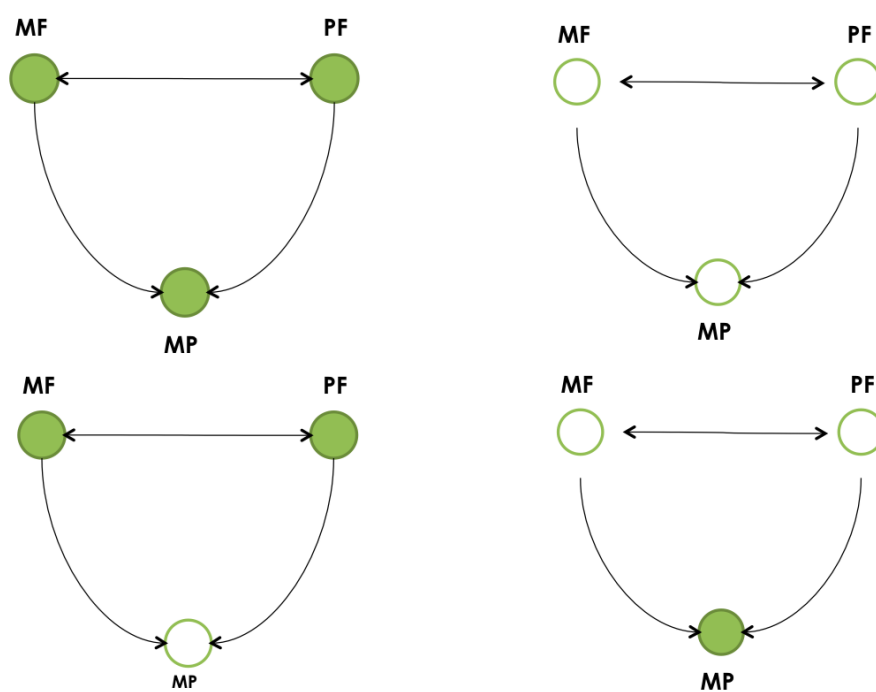


Figura 6.1: scenari per i quali è stata eseguita l'analisi.

- [LCEQEQ]: per  $\epsilon_1 = 0, \epsilon_2 = 0$  la coppia dei genitori ha comportamento ciclico, le altre coppie sono all'equilibrio ( $\sigma_{PM} = 5.5, \sigma_{MF} = 1, \sigma_{PF} = 1$ );
- [LCLCLC]: tutte le coppie ciclano per  $\epsilon_1 = 0, \epsilon_2 = 0$  ( $\sigma_{PM} = 5.5, \sigma_{MF} = 7, \sigma_{PF} = 7$ ).

Poichè prima che nasca il figlio si suppone che tra i partner ci sia attrazione reciproca, le condizioni iniziali per tutte le simulazioni in cui la coppia dei genitori è su un equilibrio sono:

$$x_0 = [0.4476, 1.0053, 0, 0, 0, 0] \tag{6.1}$$

cioè hanno valore positivo le sole variabili di stato relative al sottosistema  $MP$ , mentre quelle legate alle coppie madre-figlio e padre-figlio sono nulle perchè quest'ultimo non è ancora nato. Negli scenari in cui la coppia dei genitori ha comportamento periodico, allora le condizioni iniziali per questa sono prese sul ciclo, mentre per le altre coppie rimangono nulle.

Nei grafici dei prossimi paragrafi, è riportato il comportamento asintotico a cui tendono i tre sottosistemi a partire dalle condizioni iniziali specificate per ogni valore di  $(\epsilon_1, \epsilon_2)$ : il verde corrisponde a comportamento stazionario; il rosso a comportamento periodico, e in blu è rappresentato il comportamento non periodico, come mostrato in figura 6.2.

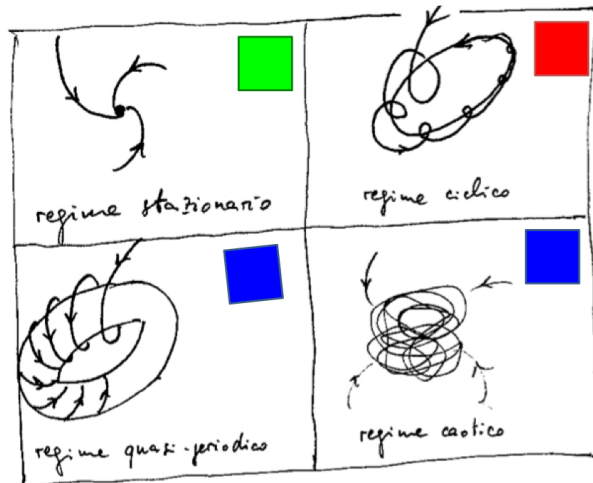


Figura 6.2: *legenda dei comportamenti asintotici individuati.*

Pensando a come avviene l'interazione tra le coppie (figura 2.2), nel piano  $(\epsilon_1, \epsilon_2)$  è opportuno aspettarsi per i sottosistemi  $MF$  e  $PF$  dei grafici striati orizzontalmente, infatti variazioni di  $\epsilon_1$  non hanno effetto su queste coppie, mentre per il sottosistema  $MP$  non si pongono ipotesi.

## 6.1 Il decisore

La funzione implementata in codice MatLab riceve in input il risultato dell'integrazione del sistema eseguita tramite il risolutore ODE15s, contenente la serie temporale di una delle sei variabili di stato, e il vettore contenente gli istanti di tempo in cui è stata eseguita l'integrazione.

La serie temporale  $x(t)$  relativa ad una variabile di stato è inviata a due blocchi in cascata:

- BLOCCO 'EQ': viene calcolata la media  $\hat{x}$  della serie temporale, si verifica se almeno il 90% dei punti cade nell'intorno della media di raggio  $0.001 \cdot \hat{x}$ , e se questo avviene, la serie molto probabilmente è originata da un equilibrio, altrimenti salta al blocco successivo.
- BLOCCO 'LC': si estrae l'insieme dei punti di massimo della serie e, se questo è sufficientemente numeroso, se ne valuta la media  $\hat{M}$ . Se almeno l'80% dei massimi cade nell'intorno di  $\hat{M}$  di raggio  $0.0005 \cdot \hat{M}$  si assume che la serie sia generata da un ciclo limite. Nel caso non ci fosse un numero sufficiente di punti di massimo per calcolare un valore medio significativo, viene chiamato nuovamente il decisore in maniera ricorsiva, eliminando la prima metà della serie  $x(t)$ : in questo modo si esclude il mancato riconoscimento di equilibri raggiunti con un transitorio molto lungo, come accade per fuochi stabili.

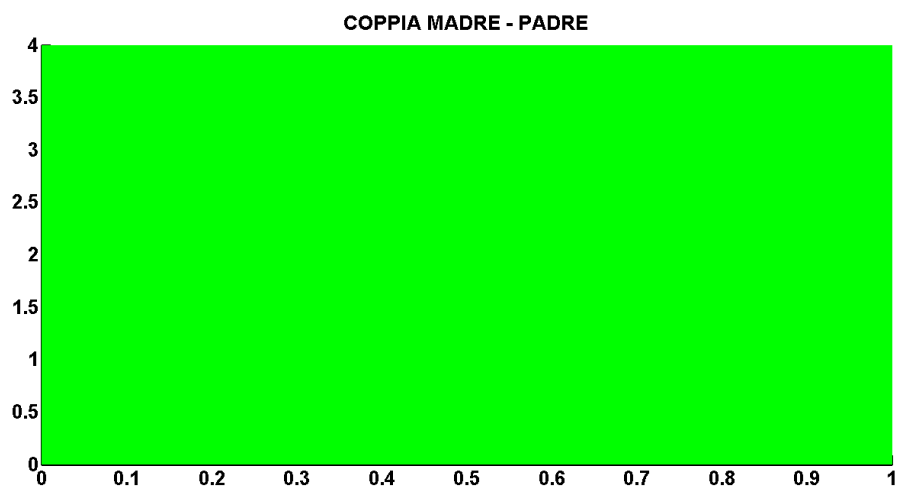
Se nessuno dei casi precedenti è verificato, allora si assume che la serie sia stata generata da un sistema in regime non periodico.

## 6.2 Risultati dell'analisi del comportamento asintotico per $[EQEQEQ]$

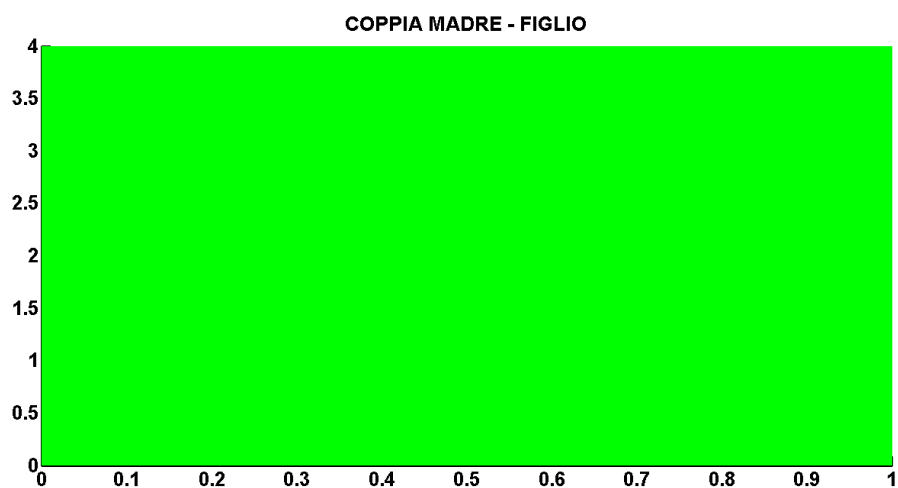
In figura 6.3 è riportato il risultato dell'analisi dei tre sottosistemi effettuata per diversi valori di  $(\epsilon_1, \epsilon_2)$ : si può notare come le tre coppie rimangano sempre in regime stazionario. Questo significa che il comportamento qualitativo tra i genitori, indipendentemente da quanto si dedichino al figlio ( $\epsilon_1$ ) e dalla sensibilità di questo ( $\epsilon_2$ ), non subisce alterazioni.

Nelle immagini di figura 6.4 sono riportati i risultati delle simulazioni effettuate per  $\epsilon_1 = 0.5, \epsilon_2 = 2$ .

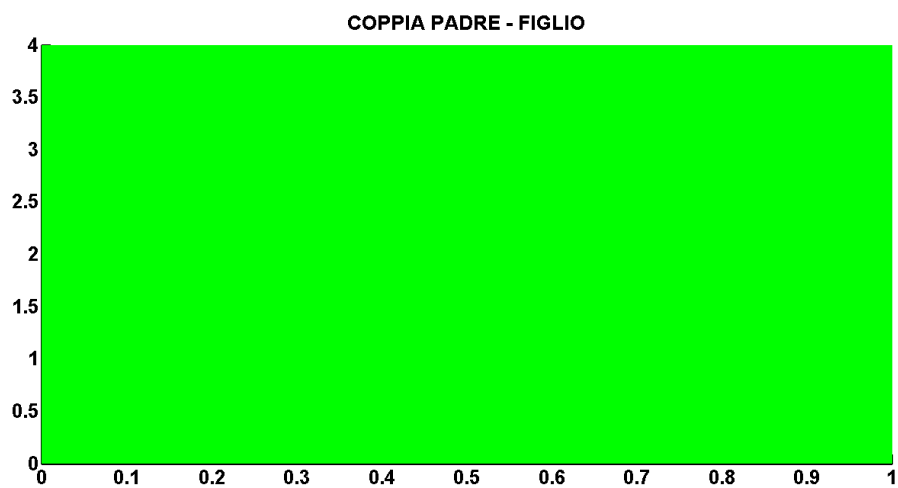




(a) sottosistema  $MP$

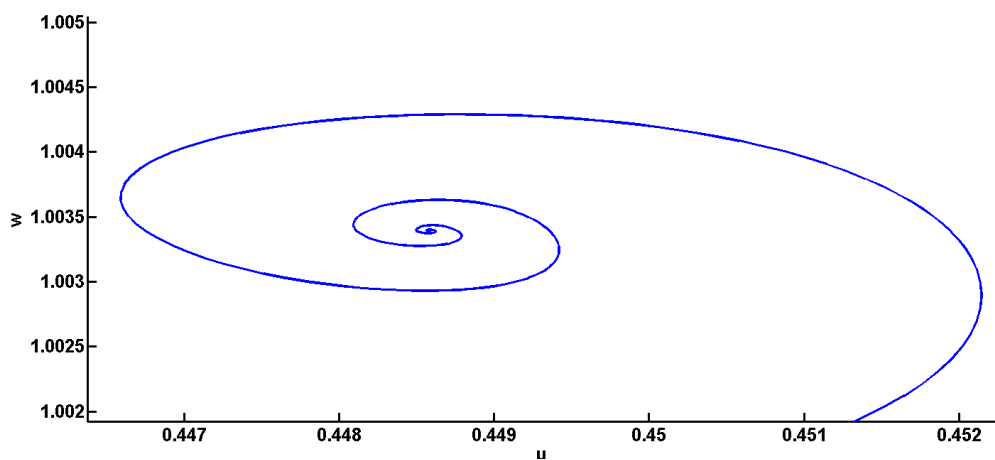
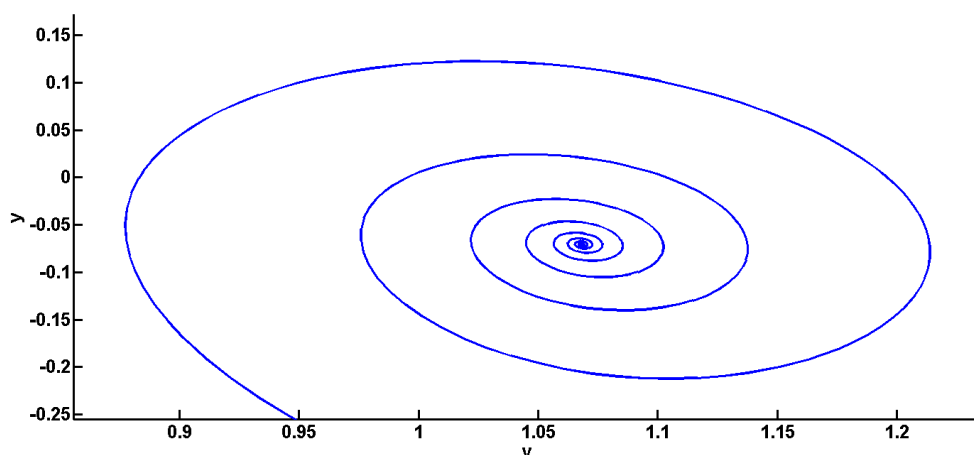
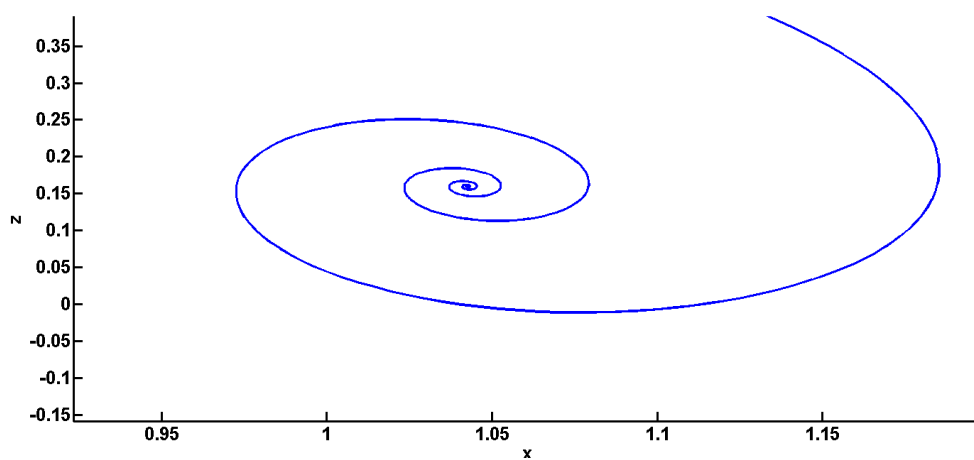


(b) sottosistema  $MF$



(c) sottosistema  $PF$

Figura 6.3: *analisi comportamento asintotico per [EQEQEQ]*

(a) sottosistema  $MP$ (b) sottosistema  $MF$ (c) sottosistema  $PF$ Figura 6.4: simulazione per  $[EQEQEQ]$  con  $\epsilon_1 = 0.5$ ,  $\epsilon_2 = 2$

### 6.3 Risultati dell'analisi del comportamento asintotico per $[EQLCLC]$

Questo scenario è caratterizzato dalla possibilità di trovare i sottosistemi in regime non periodico. Osservando i grafici di figura 6.5 si trovano infatti delle regioni evidenziate in colore blu che corrispondono a bassi valori di  $\epsilon_2$ . Si può concludere che la relazione tra i genitori perderà sicuramente il regime stazionario, e che se dovesse presentarsi un comportamento non periodico nelle coppie  $MF$  e  $PF$ , allora anche tra i genitori si avrà andamento non periodico.

Seguono nelle immagini da 6.6–6.9 i risultati di alcune simulazioni di test. In figura 6.10 e 6.11 sono riportate le mappe picco–picco e dei tempi di ritorno per i tre sottosistemi ottenute con  $\epsilon_1 = 0.8$ ,  $\epsilon_2 = 0.3$ : si può notare come i punti tendano ad allinearsi su una linea chiusa, permettendo di concludere che il sistema, classificato come non periodico, abbia in realtà comportamento quasi-periodico ([16]).

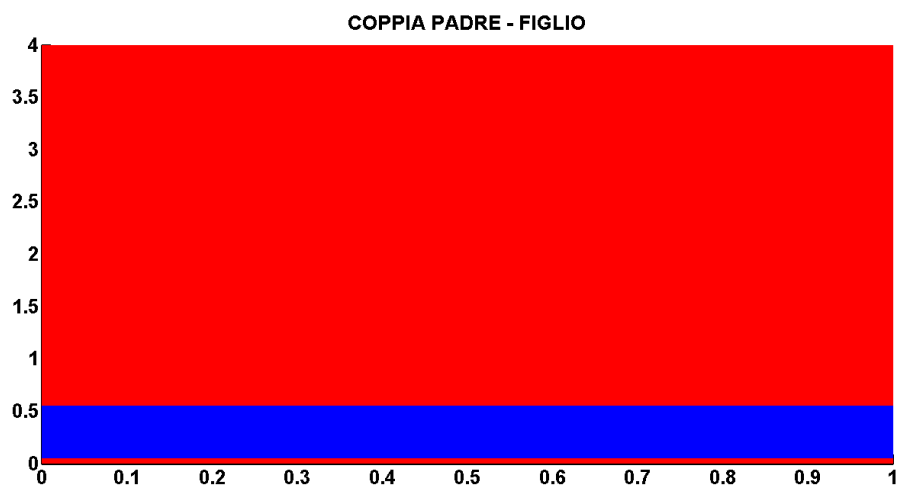
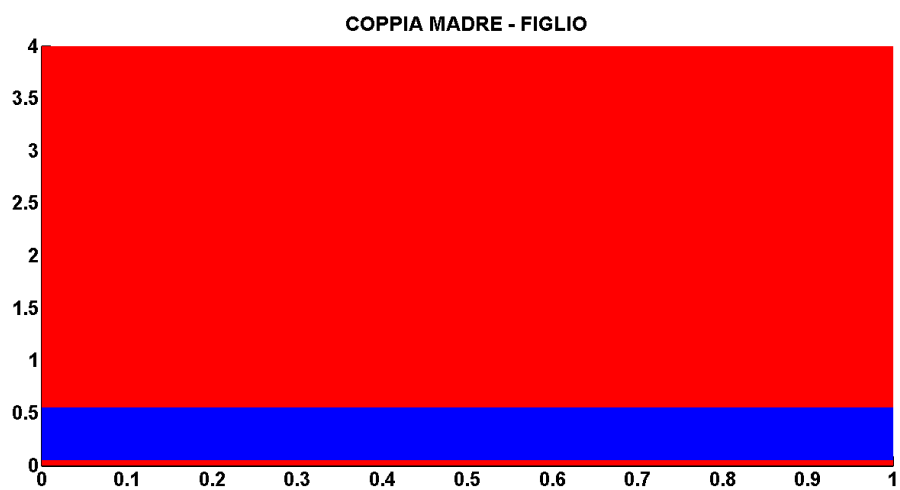
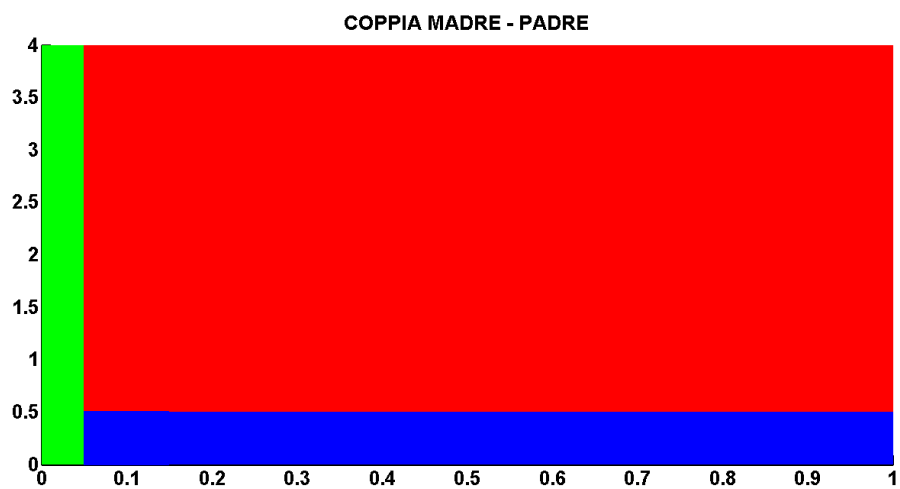
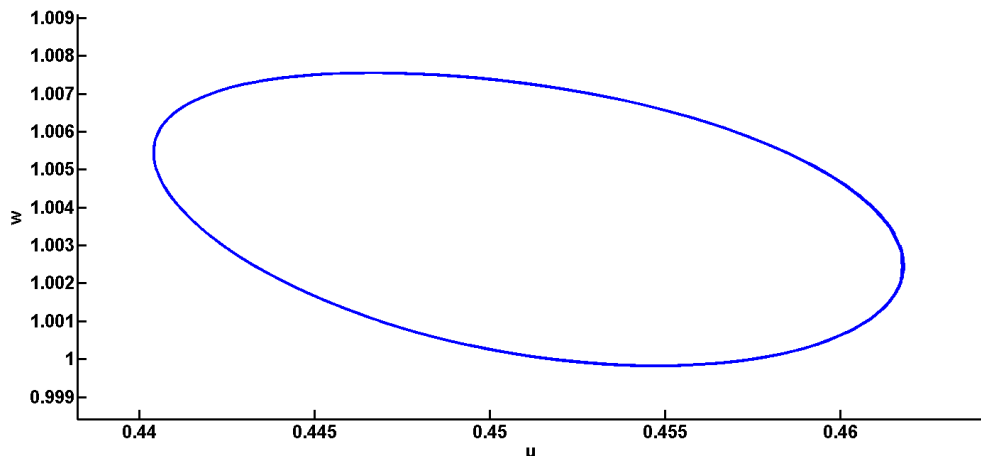
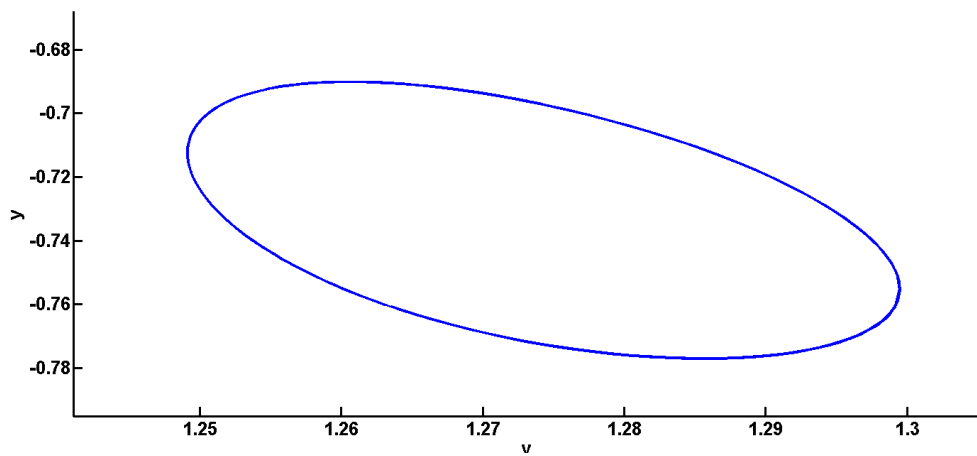


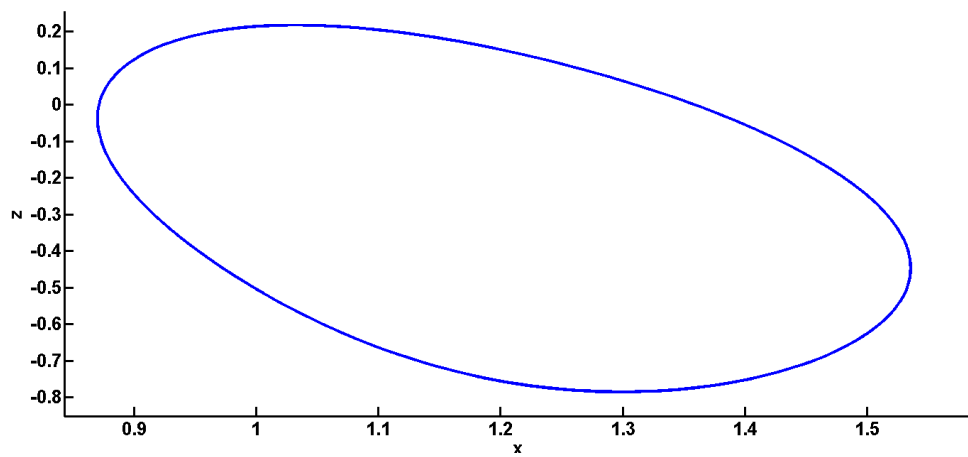
Figura 6.5: *analisi comportamento asintotico per  $[EQLCLC]$*



(a) sottosistema  $MP$

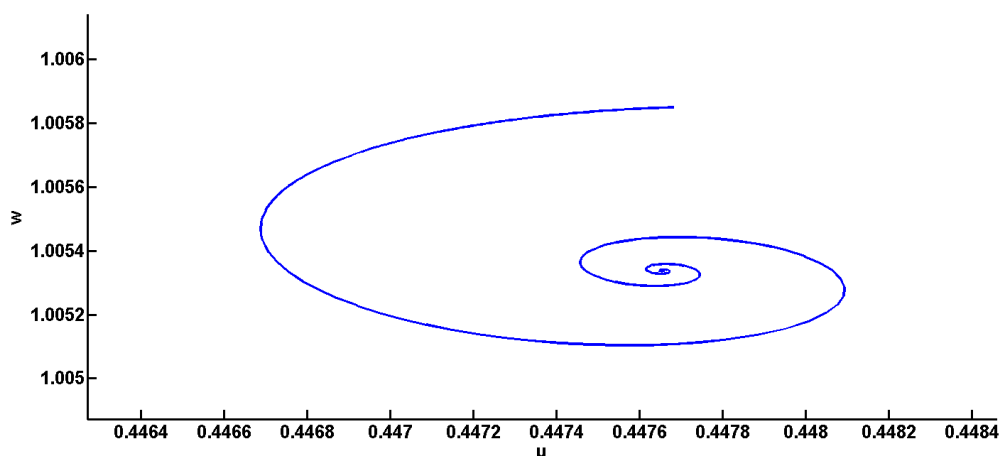
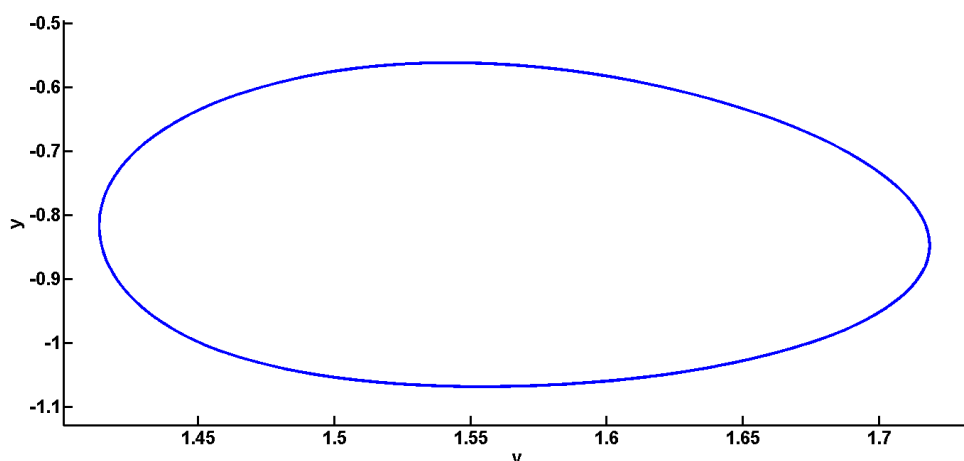
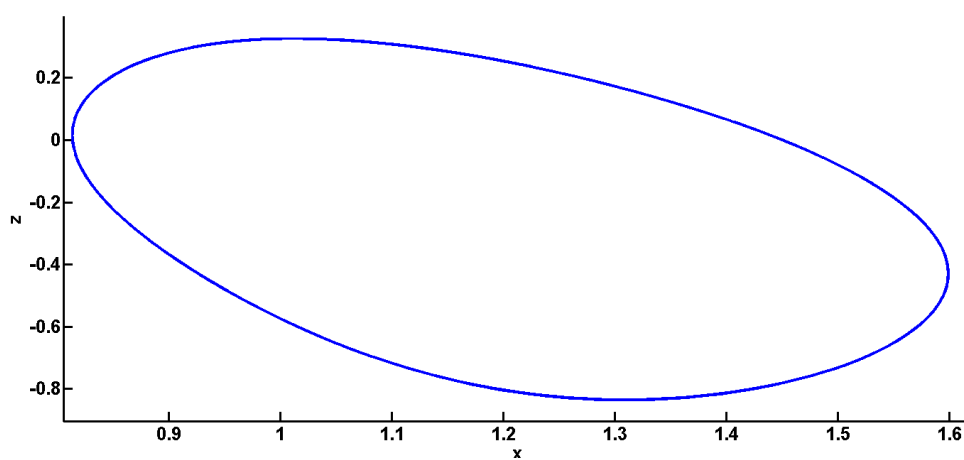


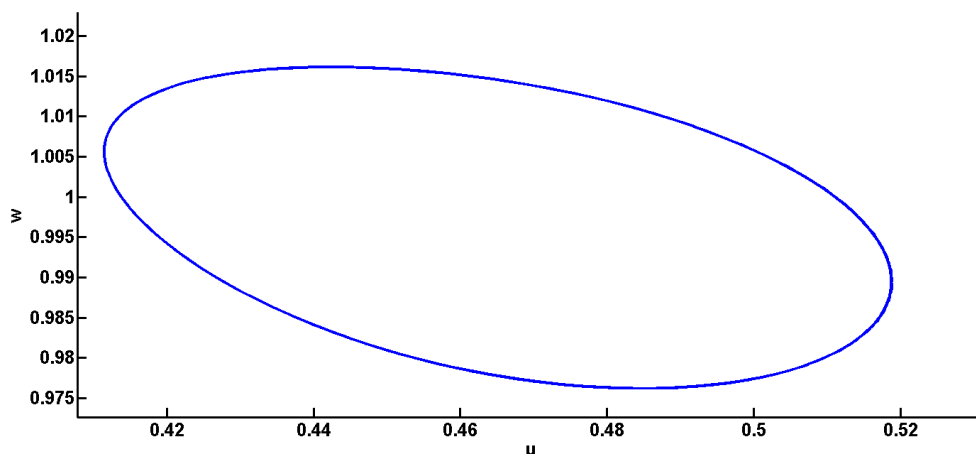
(b) sottosistema  $MF$



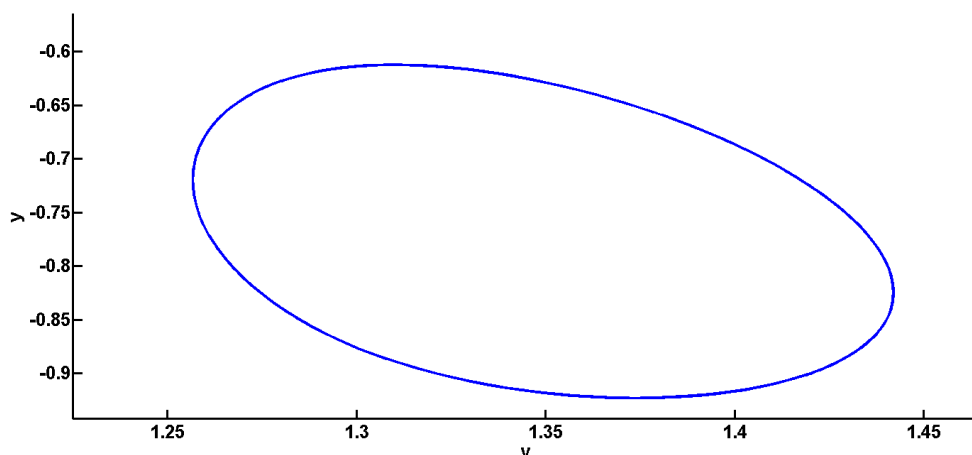
(c) sottosistema  $PF$

Figura 6.6: simulazione per  $[EQ LCLC]$  con  $\epsilon_1 = 0.2, \epsilon_2 = 1$

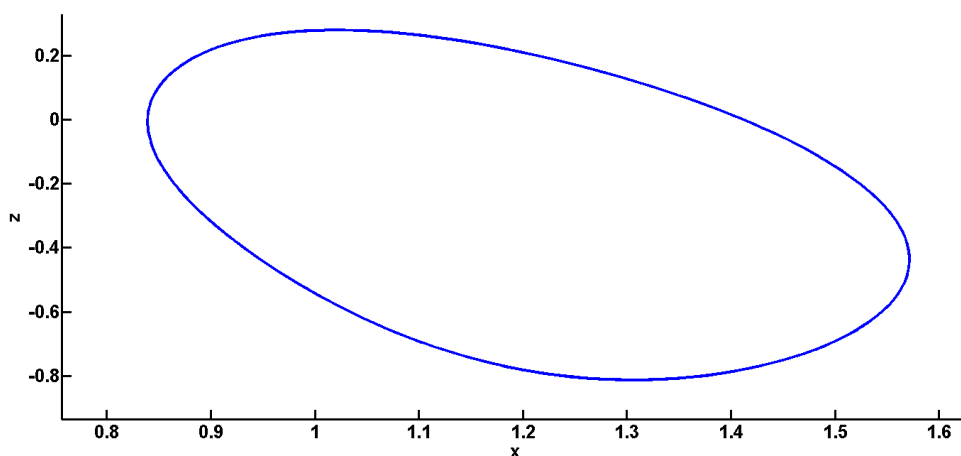
(a) sottosistema  $MP$ (b) sottosistema  $MF$ (c) sottosistema  $PF$ Figura 6.7: simulazione per  $[EQLCLC]$  con  $\epsilon_1 = 0$ ,  $\epsilon_2 = 3.5$



(a) sottosistema  $MP$

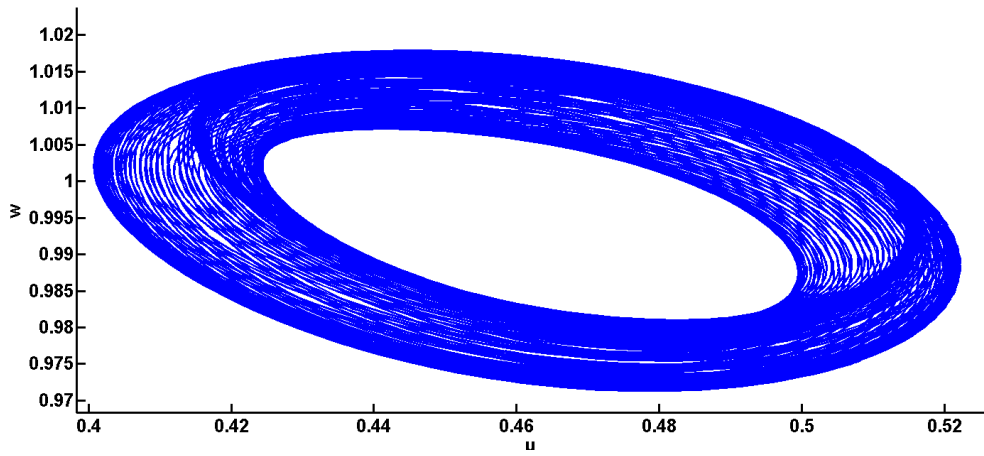
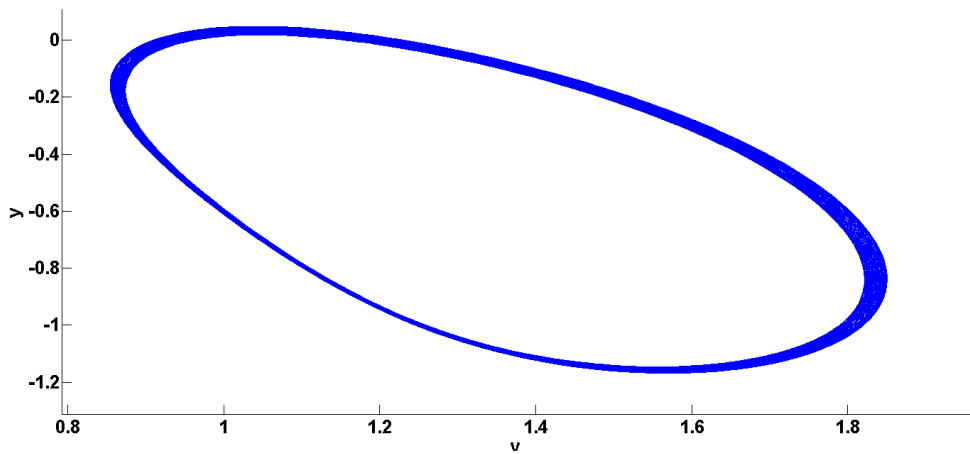
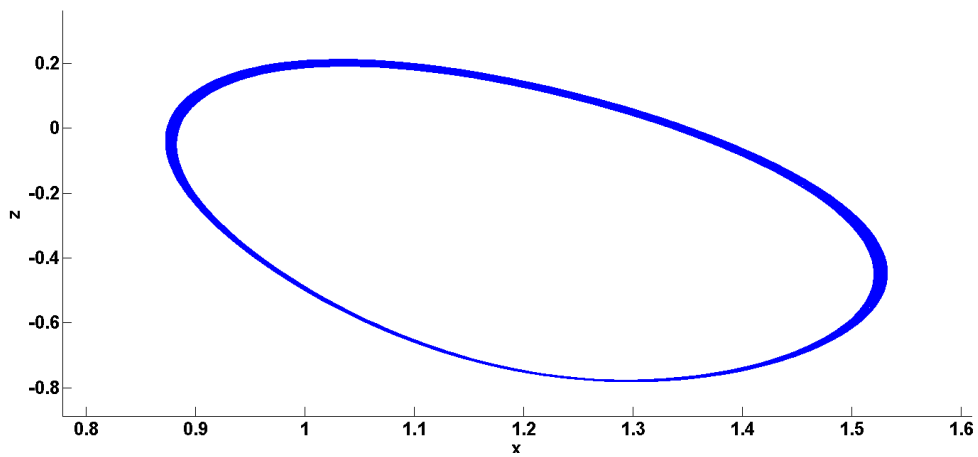


(b) sottosistema  $MF$

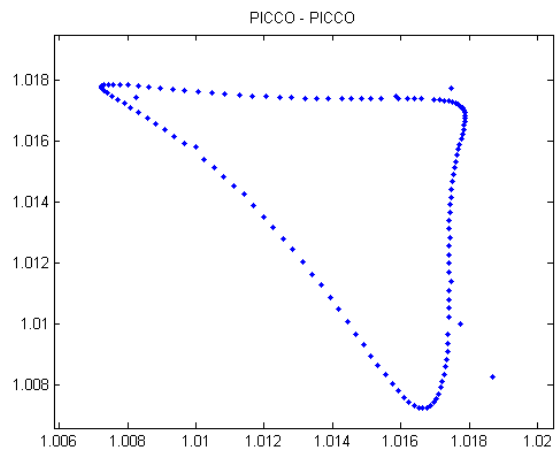


(c) sottosistema  $PF$

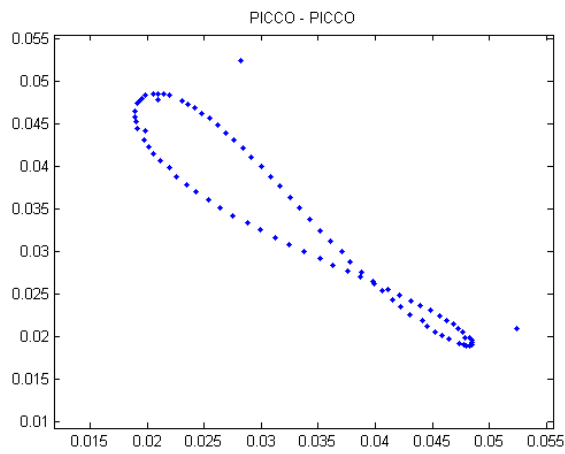
Figura 6.8: simulazione per  $[EQLCLC]$  con  $\epsilon_1 = 0.8, \epsilon_2 = 2.5$

(a) sottosistema  $MP$ (b) sottosistema  $MF$ (c) sottosistema  $PF$ Figura 6.9: simulazione per  $[EQLCLC]$  con  $\epsilon_1 = 0.8, \epsilon_2 = 0.3$

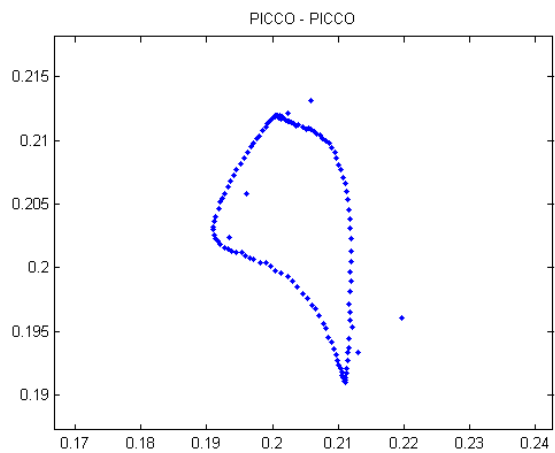




(a) mappa picco–picco per  $x_{PM}$



(b) mappa picco–picco per  $x_{FM}$



(c) mappa picco–picco per  $x_{FP}$

Figura 6.10: *mappe picco–picco ottenute dalla simulazione per [EQLCLC] con  $\epsilon_1 = 0.8, \epsilon_2 = 0.3$*

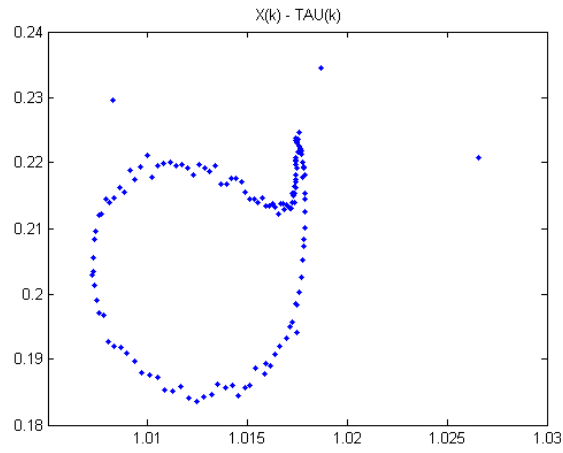
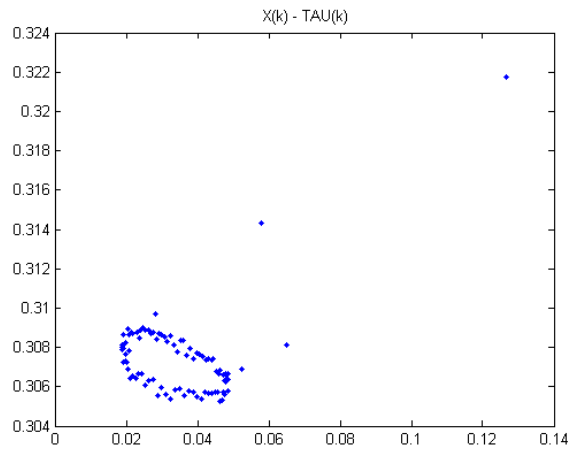
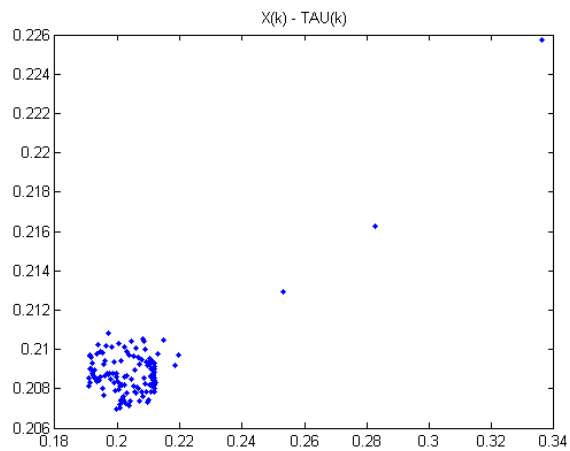
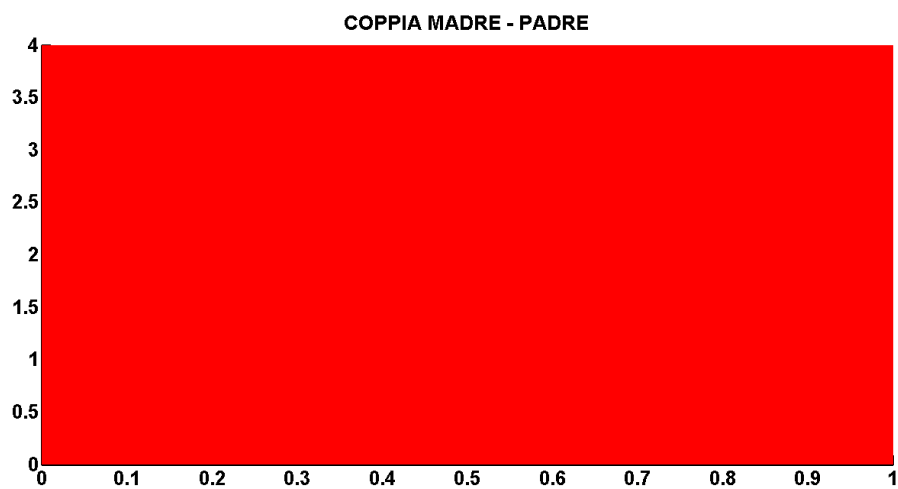
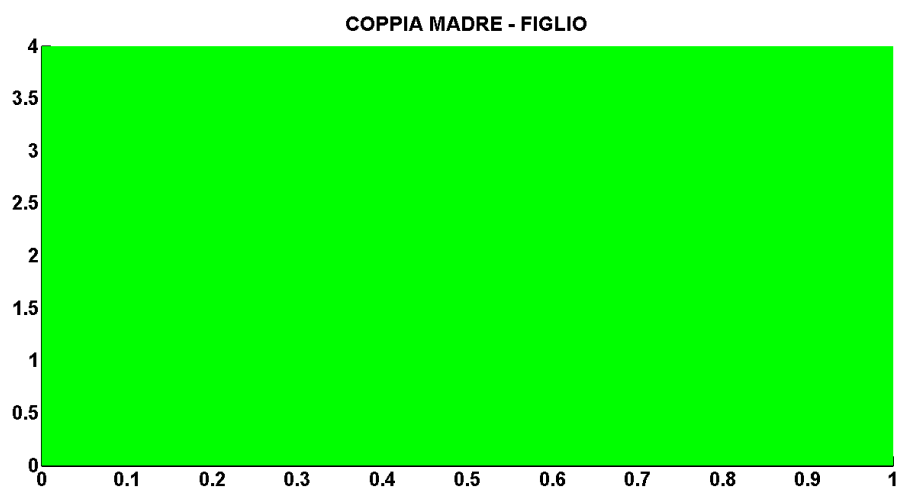
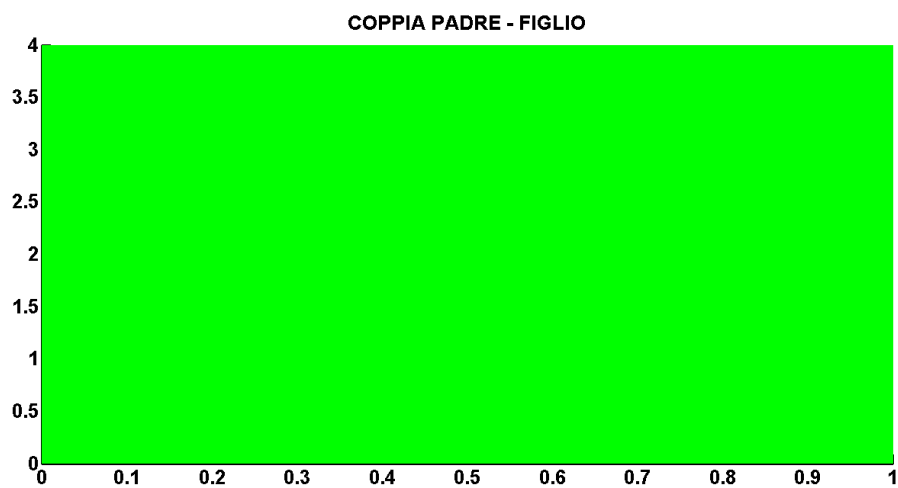
(a) mappa tempi di ritorno per  $x_{PM}$ (b) mappa tempi di ritorno per  $x_{FM}$ (c) mappa tempi di ritorno per  $x_{FP}$ 

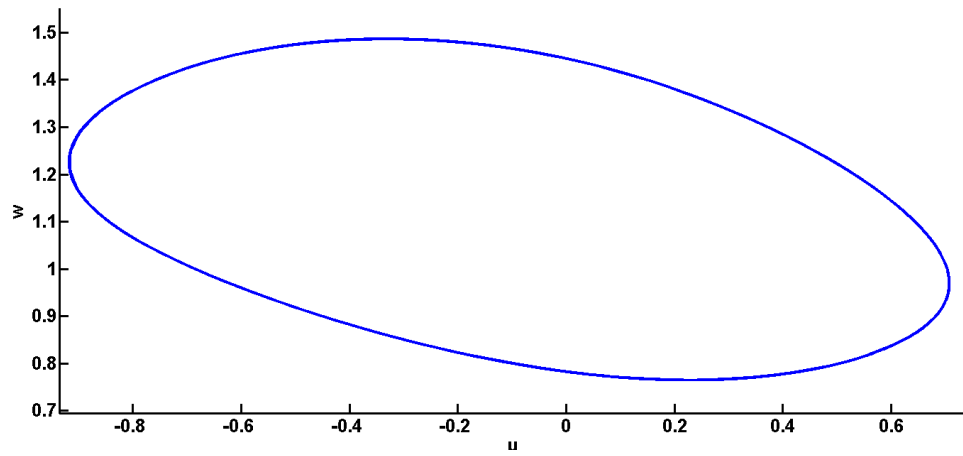
Figura 6.11: mappe tempi di ritorno ottenute dalla simulazione per  $[EQLCLC]$  con  $\epsilon_1 = 0.8, \epsilon_2 = 0.3$

## 6.4 Risultati dell'analisi del comportamento asintotico per $[LCEQEQ]$

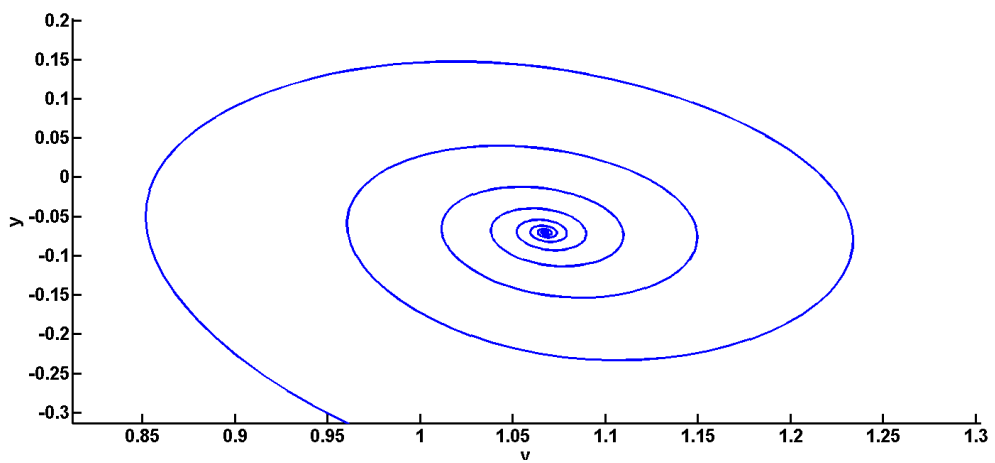
In questo scenario nessuna coppia presenta un comportamento quasi periodico, e per qualunque valore di  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$  viene conservato il regime presente alle condizioni iniziali.

Nelle figure 6.13 e 6.14 sono riportati i risultati di due simulazioni di verifica.

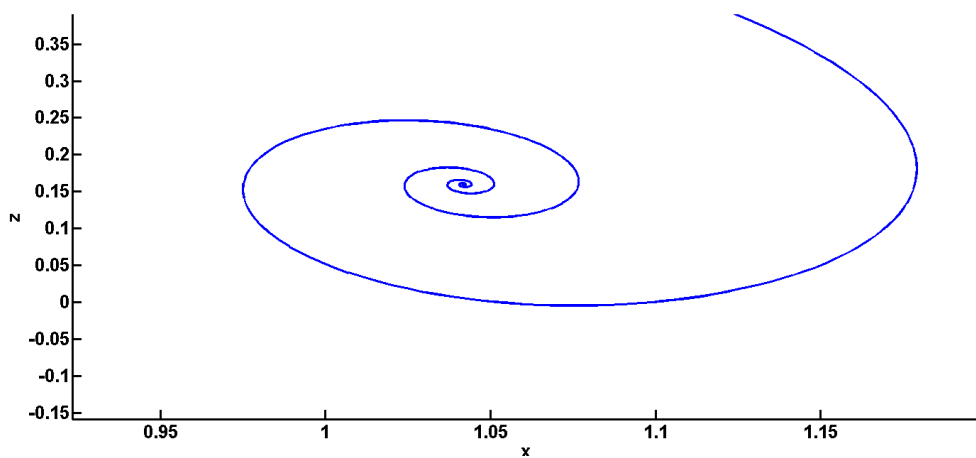
(a) sottosistema  $MP$ (b) sottosistema  $MF$ (c) sottosistema  $PF$ Figura 6.12: *analisi comportamento asintotico per [LCEQEQ]*



(a) sottosistema  $MP$



(b) sottosistema  $MF$



(c) sottosistema  $PF$

Figura 6.13: simulazione per  $[LCEQEQ]$  con  $\epsilon_1 = 0, \epsilon_2 = 0$

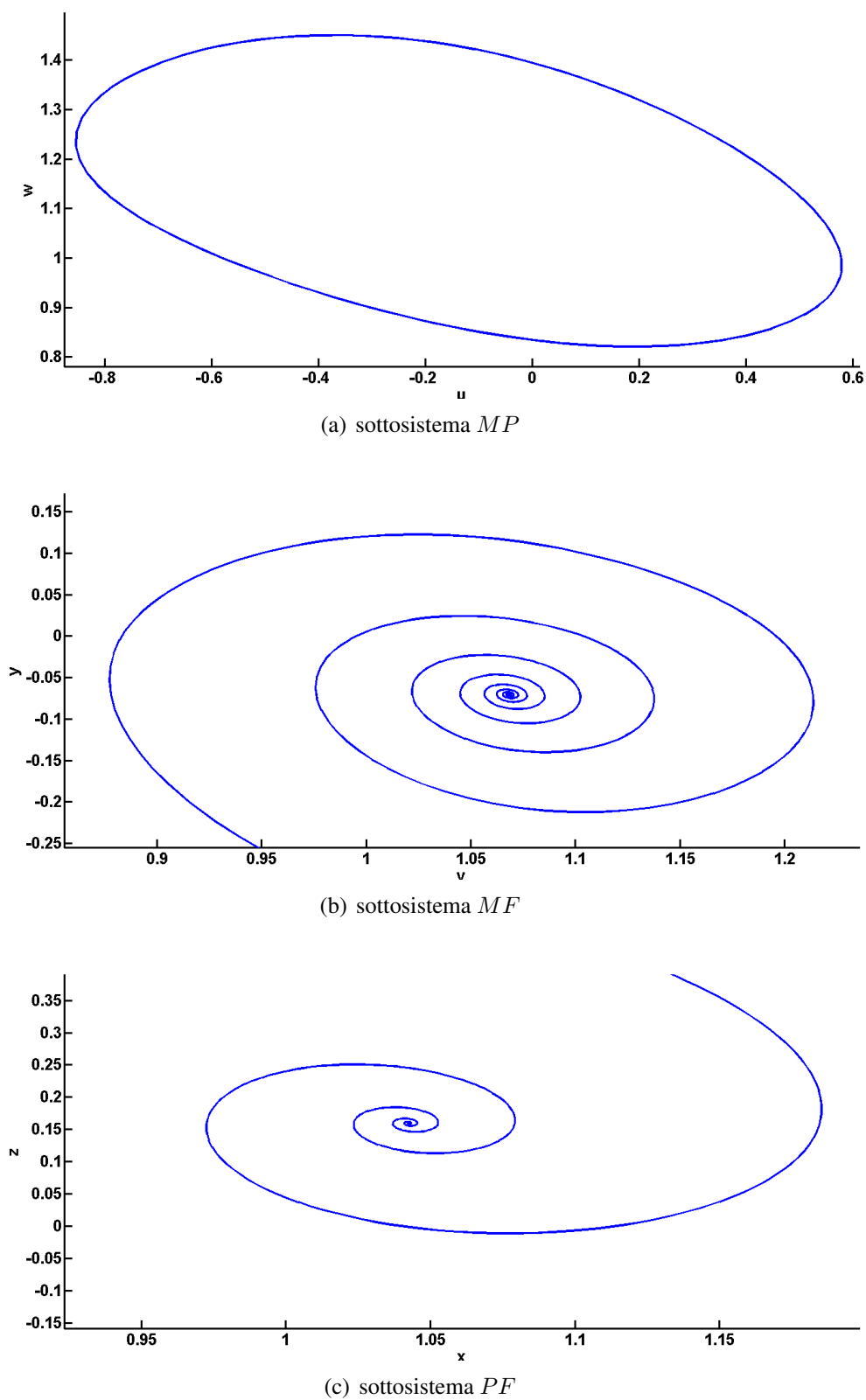
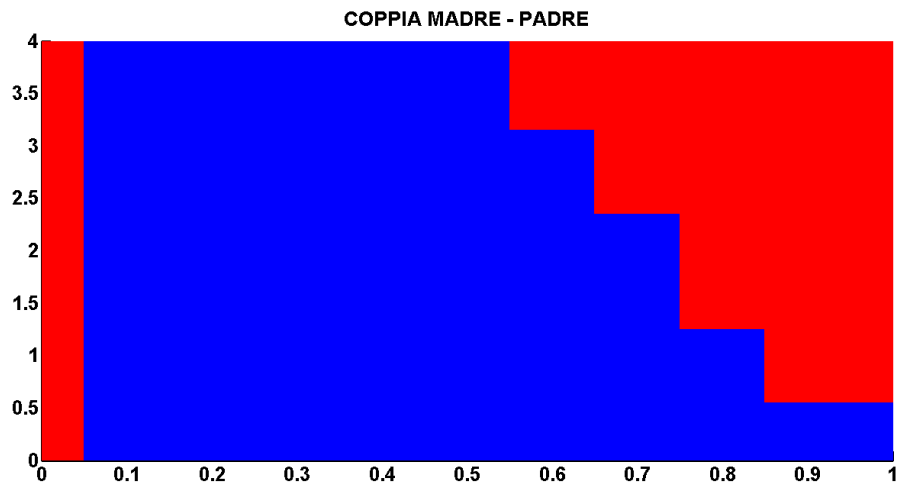
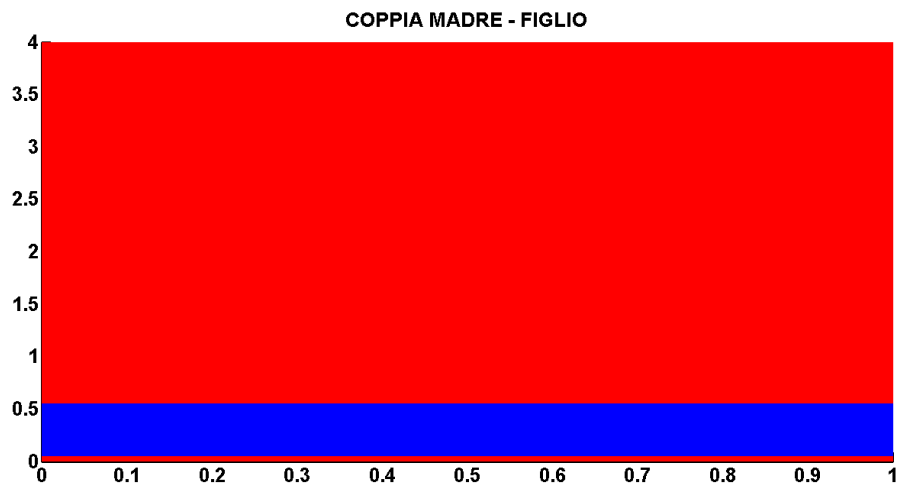
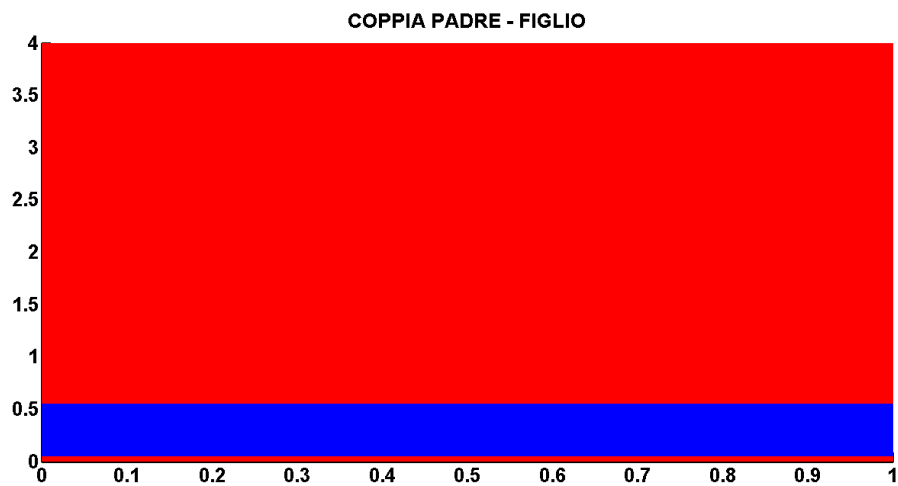


Figura 6.14: simulazione per  $[LCEQEQ]$  con  $\epsilon_1 = 0.5, \epsilon_2 = 2$

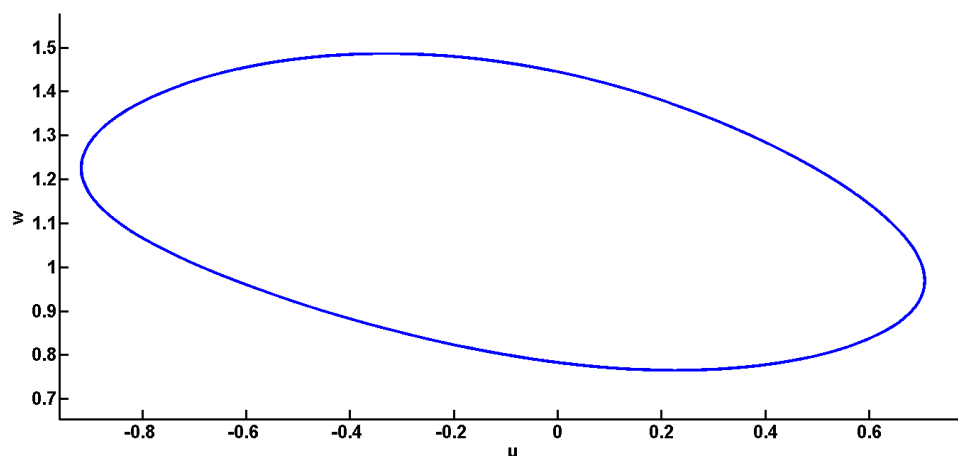
## 6.5 Risultati dell'analisi del comportamento asintotico per $[LCLCLC]$

Il grafico riportato in figura 6.15(a) mostra come in questo scenario la coppia dei genitori ha un'alta probabilità di passare al regime non periodico. Questo significa che la nascita del figlio cambierà profondamente la relazione tra i partner. Si notano anche regioni in cui la coppia  $MP$  ha comportamento non periodico, mentre le altre due coppie conservano regime ciclico, come avviene ad esempio per  $\epsilon_1 = 0.3$  e  $\epsilon_2 = 2$  (figura 6.18). I sottosistemi legati alle coppie madre–figlio e padre–figlio mostrano, come ci si aspettava, l'indipendenza dal parametro  $\epsilon_1$ .

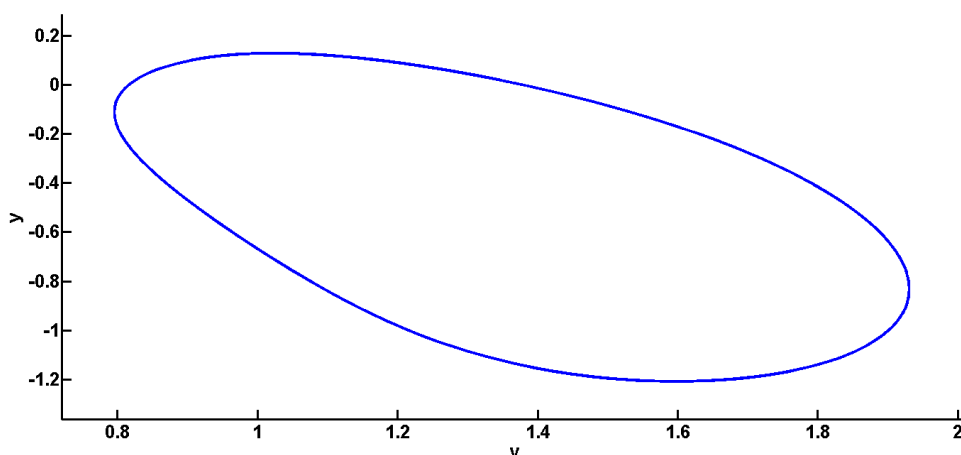
Nelle immagini 6.16–6.20 sono riportati i risultati delle simulazioni effettuate, e in particolare nelle immagini 6.21 e 6.22 vengono presentate la mappa picco–picco dei massimi e la mappa dei tempi di ritorno per  $\epsilon_1 = 0.2$ ,  $\epsilon_2 = 0.3$ : anche in questo caso i punti delle mappe picco–picco tendono a disporsi su una linea chiusa, lasciando intuire che il sistema si trova in regime quasi–periodico ([16]).

(a) sottosistema  $MP$ (b) sottosistema  $MF$ (c) sottosistema  $PF$ Figura 6.15: *analisi comportamento asintotico per [LCLCLC]*

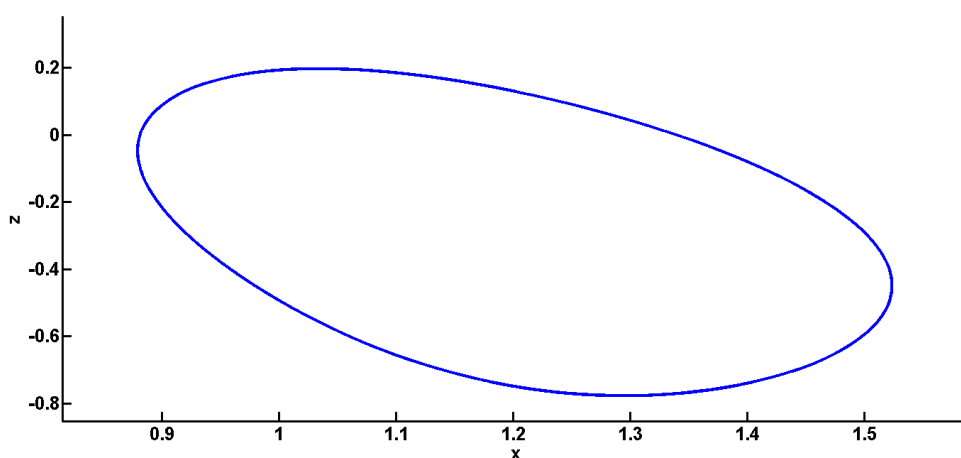




(a) sottosistema  $MP$

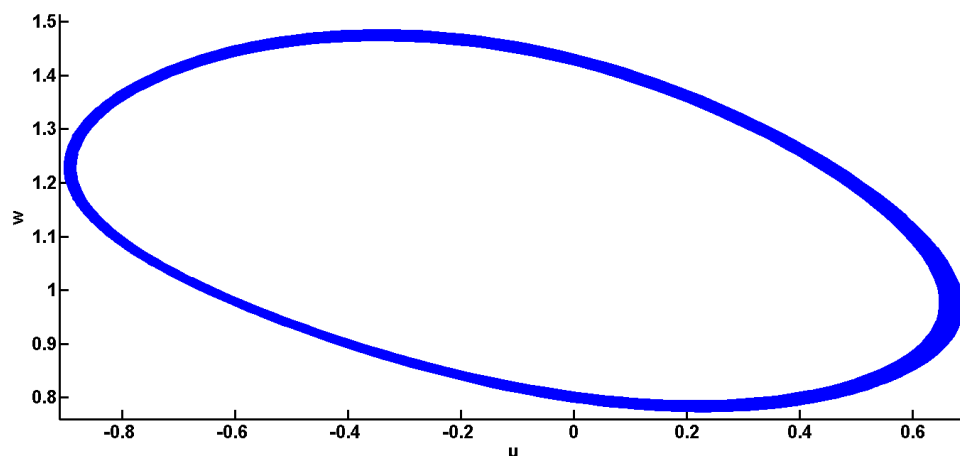
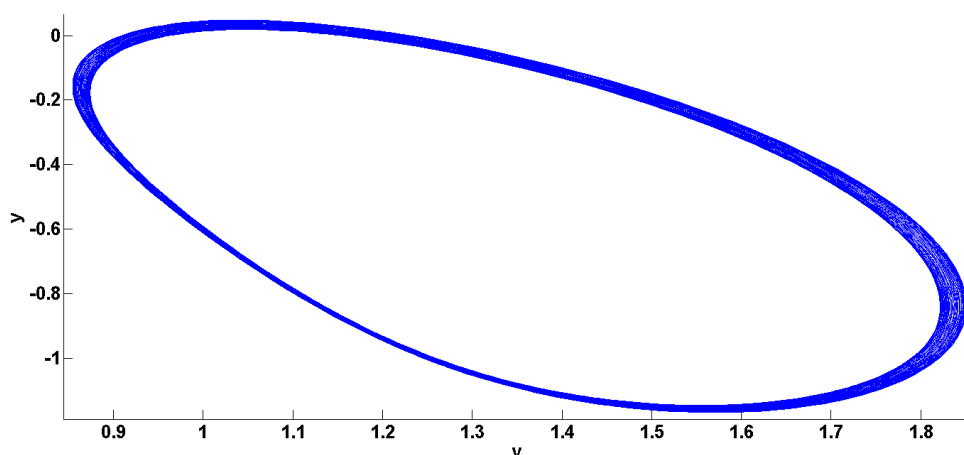
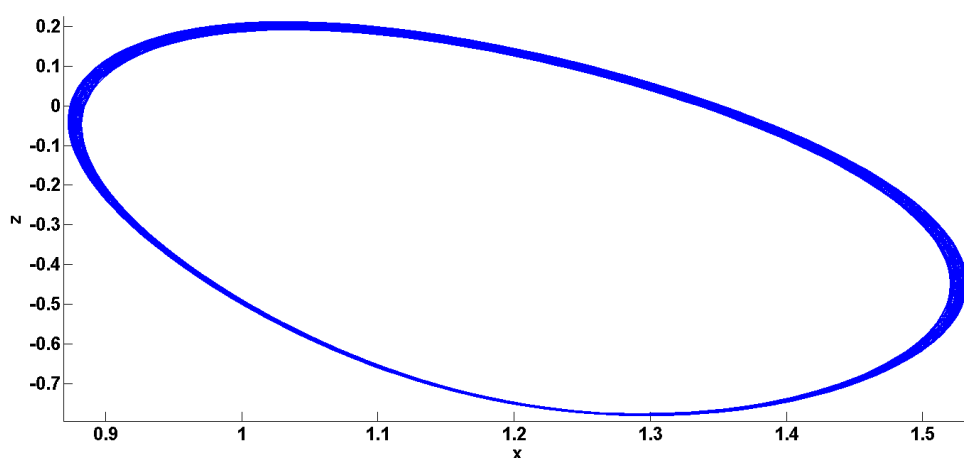


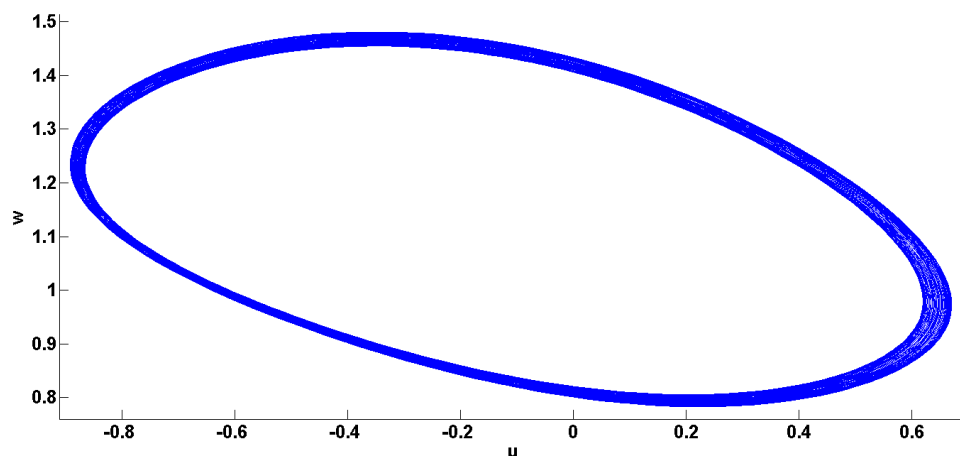
(b) sottosistema  $MF$



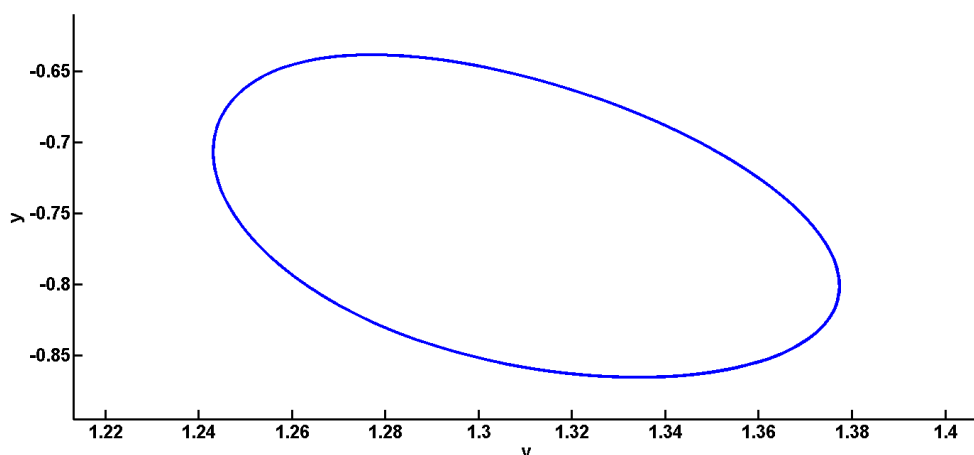
(c) sottosistema  $PF$

Figura 6.16: simulazione per  $[LCLCLC]$  con  $\epsilon_1 = 0, \epsilon_2 = 0$

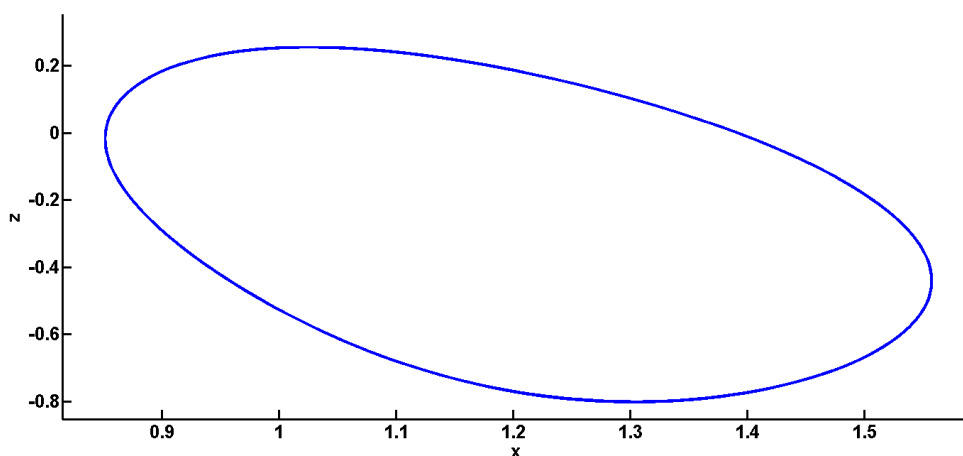
(a) sottosistema  $MP$ (b) sottosistema  $MF$ (c) sottosistema  $PF$ Figura 6.17: simulazione per  $[LCLCLC]$  con  $\epsilon_1 = 0.2, \epsilon_2 = 0.3$



(a) sottosistema  $MP$

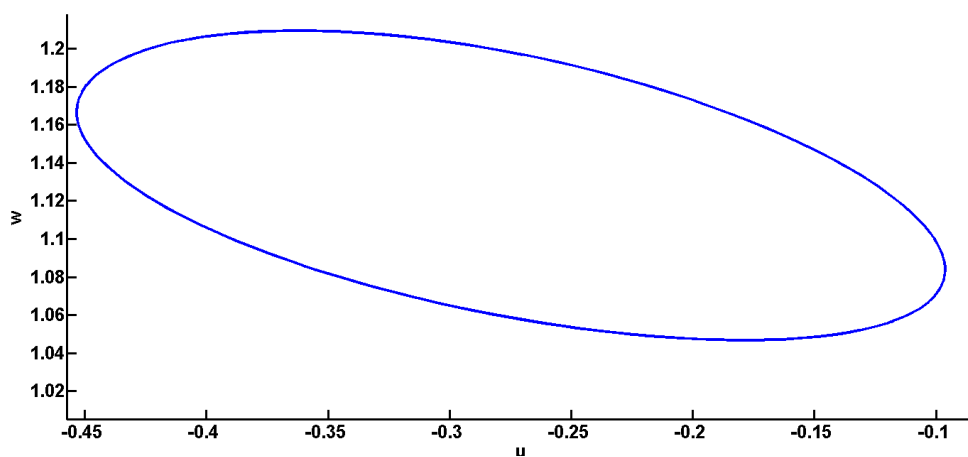
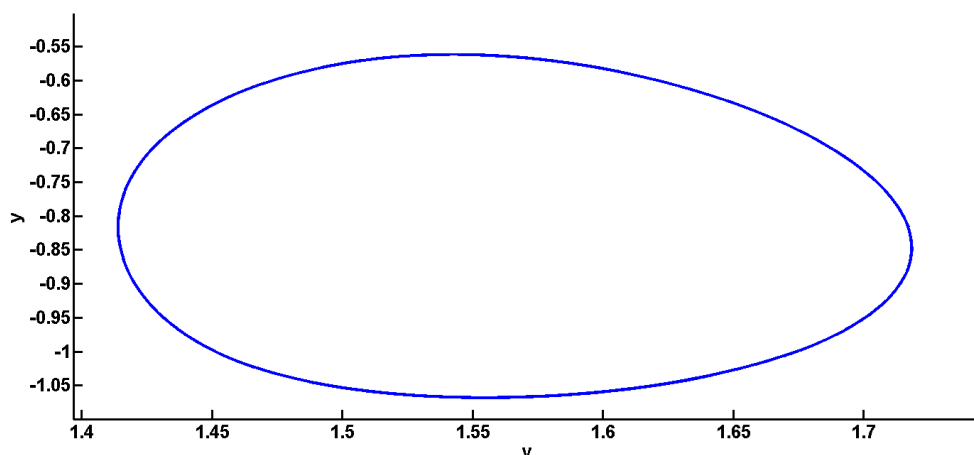
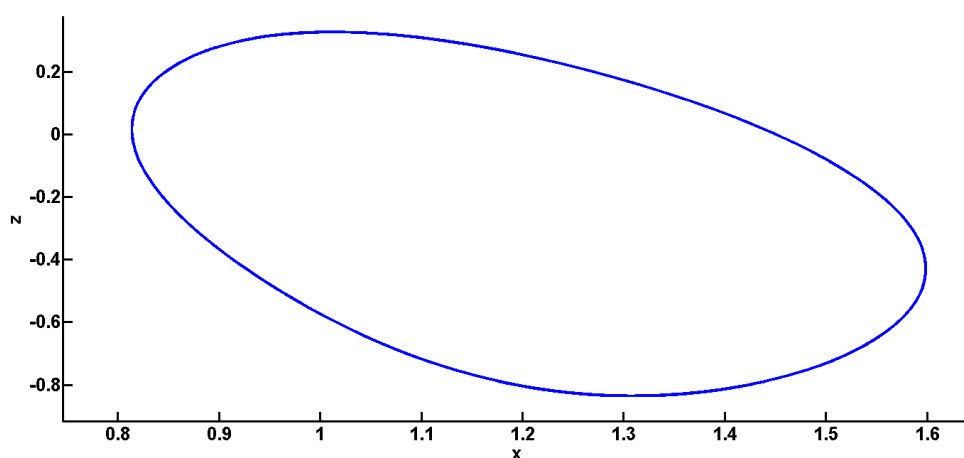


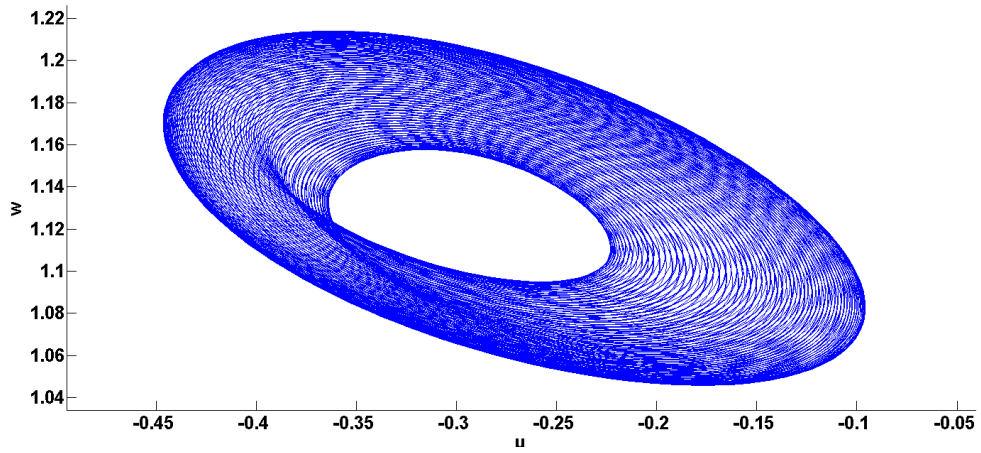
(b) sottosistema  $MF$



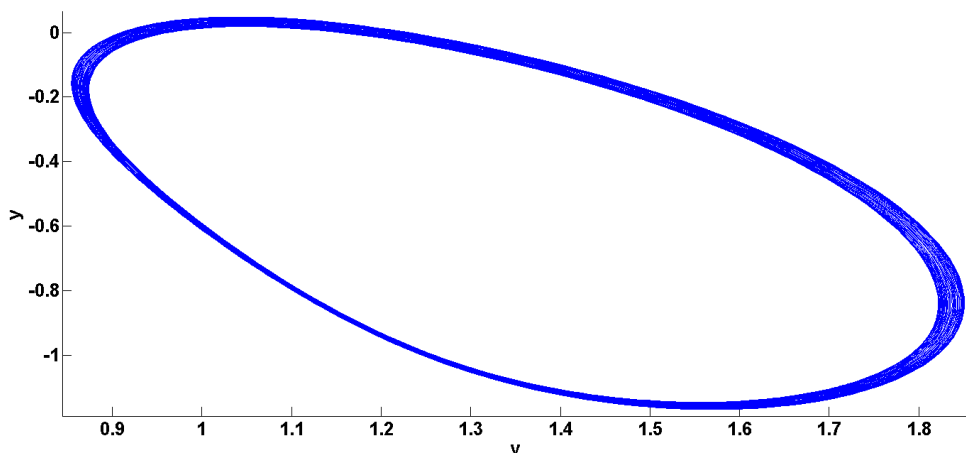
(c) sottosistema  $PF$

Figura 6.18: simulazione per  $[LCLCLC]$  con  $\epsilon_1 = 0.3, \epsilon_2 = 2$

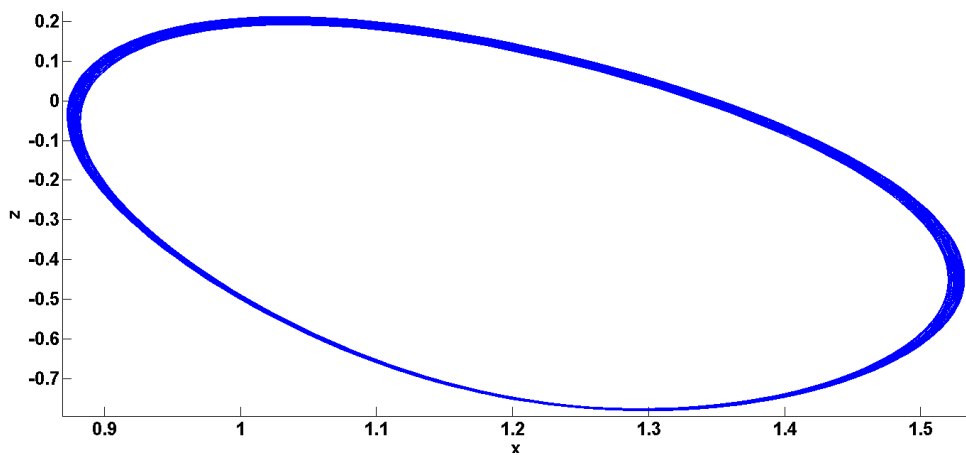
(a) sottosistema  $MP$ (b) sottosistema  $MF$ (c) sottosistema  $PF$ Figura 6.19: simulazione per  $[LCLCLC]$  con  $\epsilon_1 = 0.8$ ,  $\epsilon_2 = 3.5$



(a) sottosistema  $MP$



(b) sottosistema  $MF$



(c) sottosistema  $PF$

Figura 6.20: simulazione per  $[LCLCLC]$  con  $\epsilon_1 = 0.9, \epsilon_2 = 0.3$

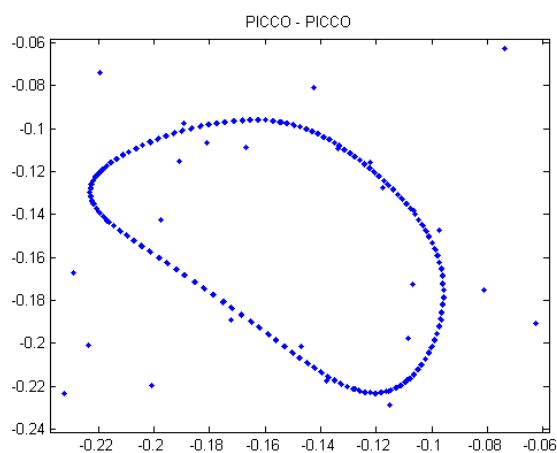
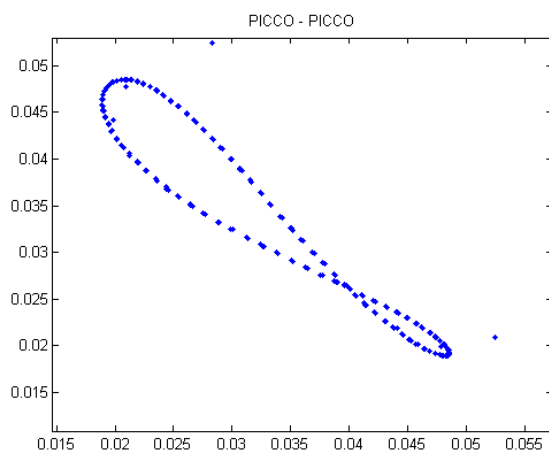
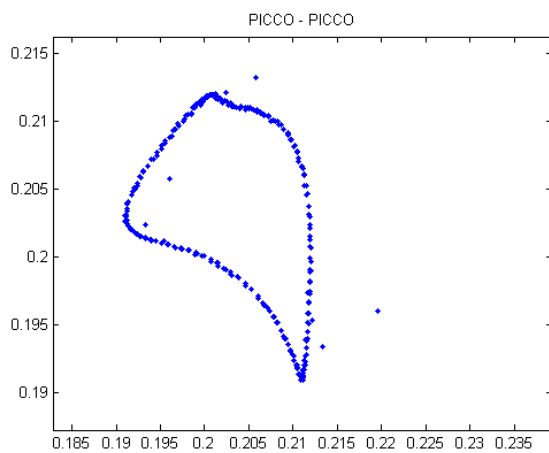
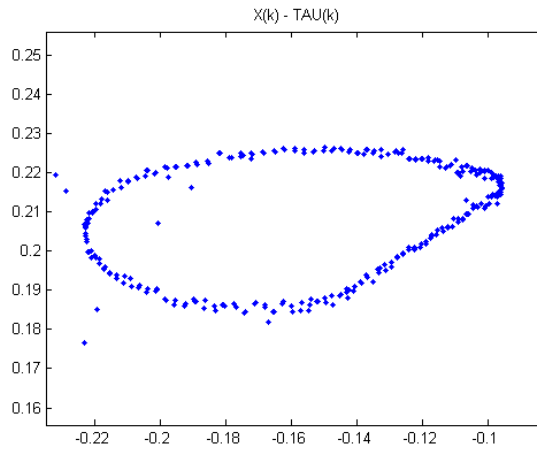
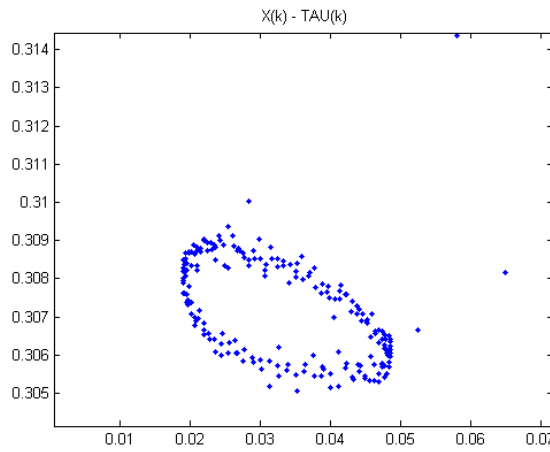
(a) mappa picco–picco per  $x_{PM}$ (b) mappa picco–picco per  $x_{FM}$ (c) mappa picco–picco per  $x_{FP}$ 

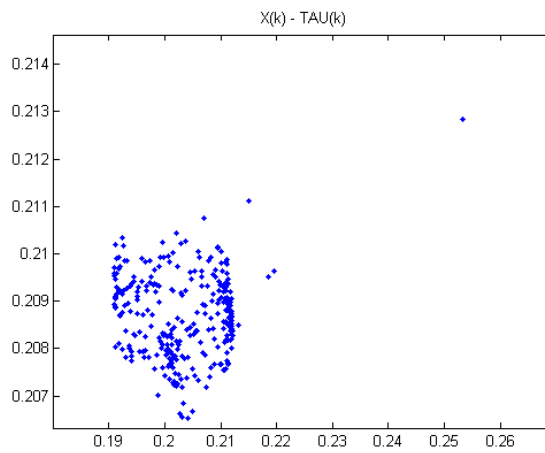
Figura 6.21: mappe picco–picco ottenute dalla simulazione per [LCLCLC] con  $\epsilon_1 = 0.9$ ,  $\epsilon_2 = 0.3$



(a) mappa tempi di ritorno per  $x_{PM}$



(b) mappa tempi di ritorno per  $x_{FM}$



(c) mappa tempi di ritorno per  $x_{FP}$

Figura 6.22: mappe tempi di ritorno ottenute dalla simulazione per  $[LCLCLC]$  con  $\epsilon_1 = 0.9$ ,  $\epsilon_2 = 0.3$





## Capitolo 7

### **Modello con individui sinergici ed insicurezza: analisi di sensitività**

In questo capitolo sono presentati i risultati dell'analisi di sensitività svolta sul modello con individui sinergici ed insicuri allo scopo di indagare come cambia la qualità delle relazioni dei genitori, sia reciprocamente sia globalmente, dopo la nascita di un figlio per i quattro scenari proposti nel capitolo precedente. Poichè il modello con sinergismo ed insicurezza ammette altri comportamenti oltre a quello stazionario, l'analisi è stata svolta tenendo conto del valor medio della serie temporale registrata nelle varie simulazioni. I risultati mostrano che per entrambi i genitori non ci sono variazioni percentuali negative, e confrontando i grafici proposti nei prossimi paragrafi con quelli relativi all'analisi del comportamento asintotico, si nota che il massimo miglioramento si ottiene in corrispondenza del comportamento non periodico.

Come per il modello senza individui sinergici e insicuri, i grafici seguenti mostrano per ogni genitore la variazione percentuale di affetto per il partner rispetto al caso in cui il figlio non ci sia ( $\epsilon_1 = 0, \epsilon_2 = 0$ ), e la variazione di affetto totale donato al partner e al figlio, valutati negli scenari descritti nel precedente capitolo.

Poichè in questa configurazione posso esserci comportamenti differenti da quello stazionario, le stime sono state calcolate considerando i valori medi delle variabili di stato su tutta la serie temporale. Le equazioni sono le seguenti:

$$\Delta_{MP}(\epsilon_1, \epsilon_2) = \frac{\left( \hat{x}_{MP}^{(\epsilon_1, \epsilon_2)} - \hat{x}_{MP}^{(\epsilon_1=0, \epsilon_2=0)} \right)}{\hat{x}_{MP}^{(\epsilon_1=0, \epsilon_2=0)}} \quad (7.1)$$

$$\Delta_{PM}(\epsilon_1, \epsilon_2) = \frac{\left( \hat{x}_{PM}^{(\epsilon_1, \epsilon_2)} - \hat{x}_{PM}^{(\epsilon_1=0, \epsilon_2=0)} \right)}{\hat{x}_{PM}^{(\epsilon_1=0, \epsilon_2=0)}} \quad (7.2)$$

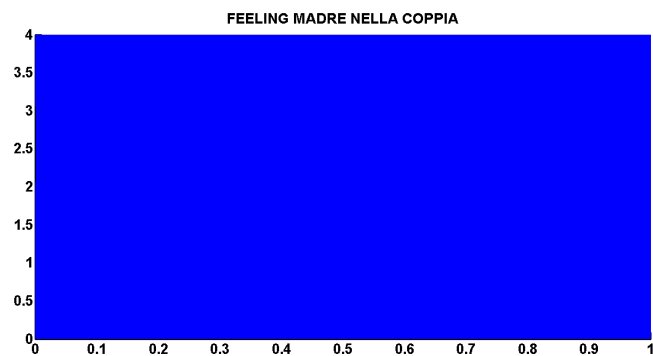
$$\Delta_{Mglobale}(\epsilon_1, \epsilon_2) = \frac{\left( \hat{x}_{MP}^{(\epsilon_1, \epsilon_2)} + \hat{x}_{MF}^{(\epsilon_1, \epsilon_2)} - \hat{x}_{MP}^{(\epsilon_1=0, \epsilon_2=0)} \right)}{\hat{x}_{MP}^{(\epsilon_1=0, \epsilon_2=0)}} \quad (7.3)$$

$$\Delta_{Pglobale}(\epsilon_1, \epsilon_2) = \frac{\left( \hat{x}_{PM}^{(\epsilon_1, \epsilon_2)} + \hat{x}_{PF}^{(\epsilon_1, \epsilon_2)} - \hat{x}_{PM}^{(\epsilon_1=0, \epsilon_2=0)} \right)}{\hat{x}_{MP}^{(\epsilon_1=0, \epsilon_2=0)}} \quad (7.4)$$

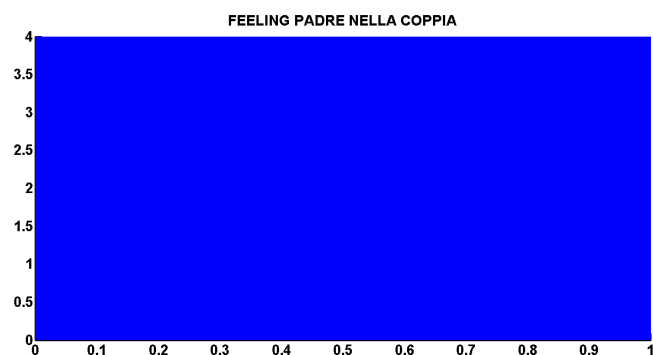
Nei diagrammi che seguono, le variazioni percentuali sono rappresentate usando tonalità di verde per valori positivi, rosso per valori negativi e blu per variazioni trascurabili, come già anticipato in figura 4.1.

Osservando i diagrammi con i risultati delle analisi è possibile concludere che la nascita di un figlio non comporta peggioramenti nella qualità delle relazioni, ma anzi in quasi tutti i casi esiste un miglioramento marcato. I diagrammi riportati in figura 7.2(b), 7.4(a) mostrano la presenza di una discontinuità tra zone di variazione minima (in blu) e zone di massimo incremento (in verde), lasciando intuire che una piccola variazione dei parametri  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$  comporta il cambiamento del bacino di attrazione tale da portare il sistema su un altro attrattore, oppure la nascita di una biforcazione.

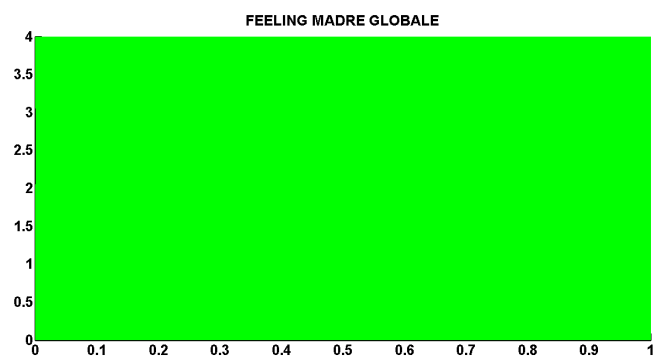
Confrontando i grafici con i risultati ottenuti nel capitolo precedente, ad esempio quelli in figura 6.15(a) e 7.4(a), si nota che il passaggio verso un comportamento non periodico (marcato in blu nell'analisi del comportamento asintotico) corrisponde al passaggio verso zone con  $\Delta_i$  positivo.



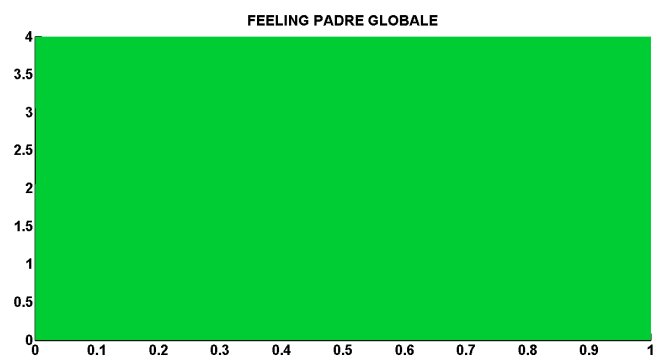
(a)  $\Delta_{MP}(\epsilon_1, \epsilon_2)$



(b)  $\Delta_{PM}(\epsilon_1, \epsilon_2)$

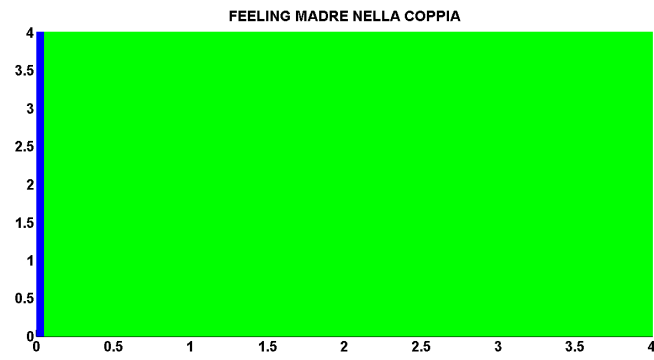
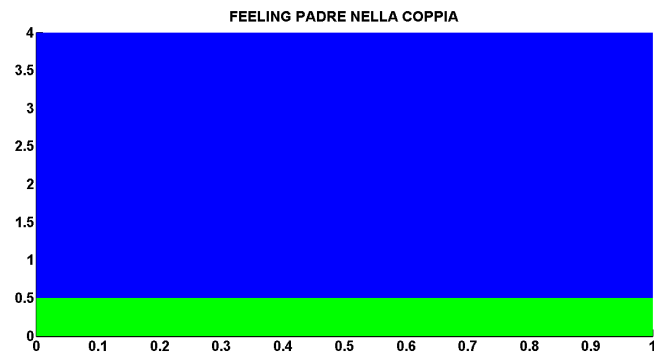
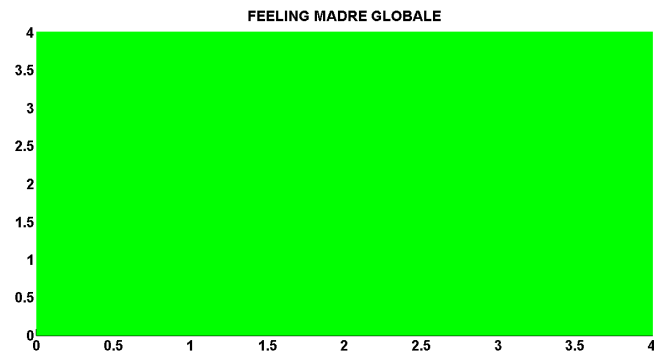
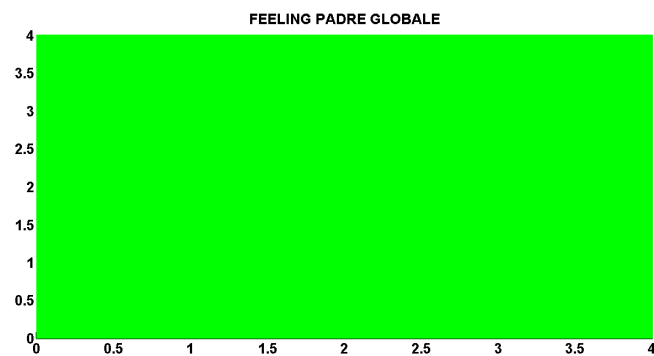


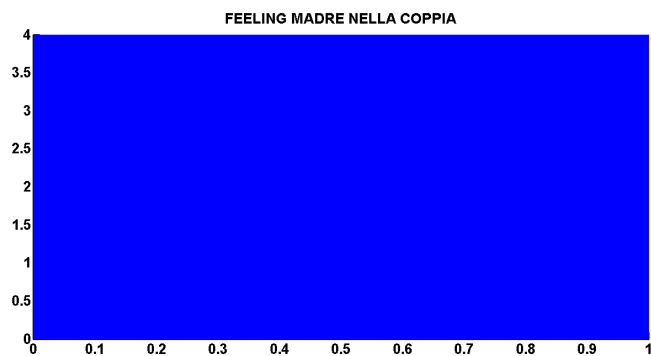
(c)  $\Delta_{Mglobale}(\epsilon_1, \epsilon_2)$



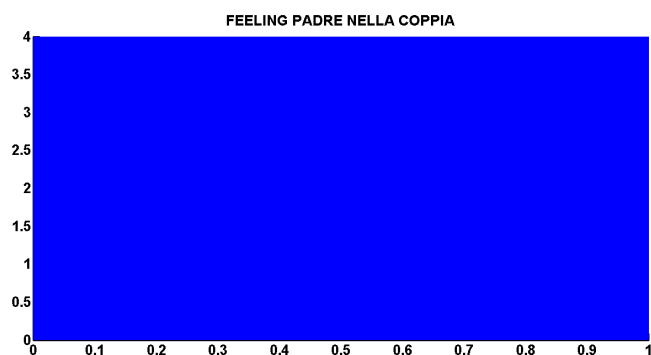
(d)  $\Delta_{Pglobale}(\epsilon_1, \epsilon_2)$

Figura 7.1: *analisi di sensitività per [EQEQEQ]*

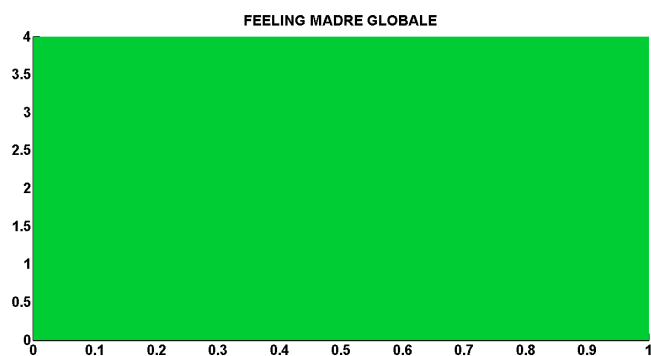
(a)  $\Delta_{MP}(\epsilon_1, \epsilon_2)$ (b)  $\Delta_{PM}(\epsilon_1, \epsilon_2)$ (c)  $\Delta_{Mglobale}(\epsilon_1, \epsilon_2)$ (d)  $\Delta_{Pglobale}(\epsilon_1, \epsilon_2)$ Figura 7.2: *analisi di sensitività per [EQLCLC]*



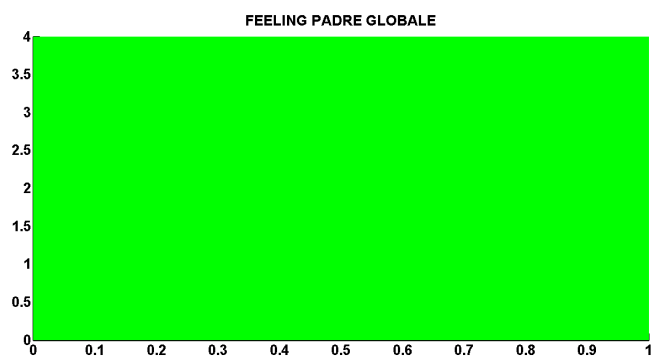
(a)  $\Delta_{MP}(\epsilon_1, \epsilon_2)$



(b)  $\Delta_{PM}(\epsilon_1, \epsilon_2)$

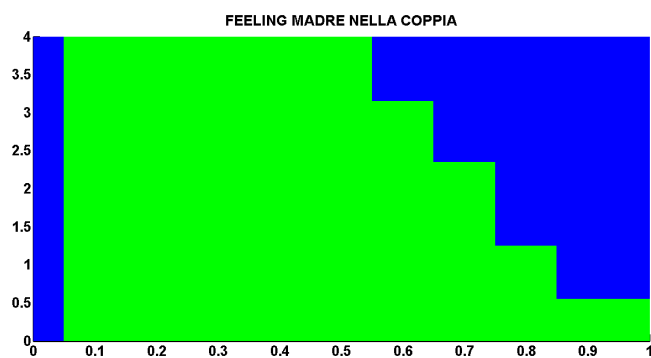
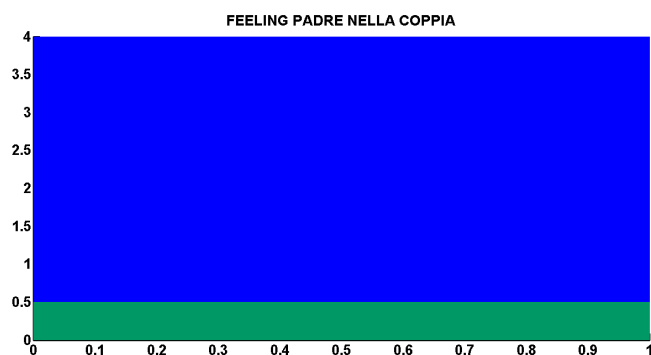
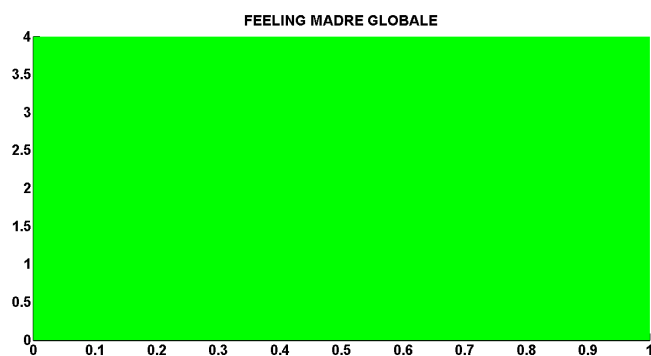
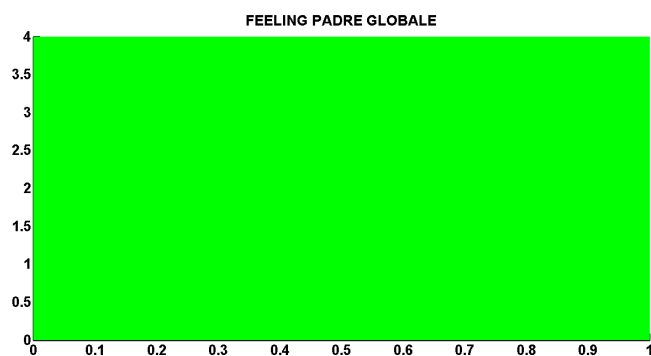


(c)  $\Delta_{Mglobale}(\epsilon_1, \epsilon_2)$



(d)  $\Delta_{Pglobale}(\epsilon_1, \epsilon_2)$

Figura 7.3: *analisi di sensitività per [LCEQEQ]*

(a)  $\Delta_{MP}(\epsilon_1, \epsilon_2)$ (b)  $\Delta_{PM}(\epsilon_1, \epsilon_2)$ (c)  $\Delta_{Mglobale}(\epsilon_1, \epsilon_2)$ (d)  $\Delta_{Pglobale}(\epsilon_1, \epsilon_2)$ Figura 7.4: *analisi di sensitività per [LCLCLC]*

# Capitolo 8

## Conclusioni e sviluppi futuri

I modelli presentati in questo lavoro di tesi descrivono l'evolversi delle relazioni tra gli individui del triangolo familiare, composto da due genitori ed un figlio, attraverso sei equazioni differenziali, ciascuna delle quali riferita alla variazione di affetto tra un individuo ed un altro.

Il primo modello proposto per il triangolo familiare è composto unicamente da individui sicuri in cui non è presente il sinergismo, e per questo le coppie madre–padre, madre–figlio e padre–figlio ammettono unicamente regime stazionario. La prima analisi proposta ha avuto come obiettivo quello di verificare gli effetti della nascita di un figlio sulla robustezza della coppia. L'analisi di biforcazione è stata effettuata per la sola coppia dei genitori, caratterizzando di volta in volta le coppie madre – figlio e padre – figlio come fragili, su equilibrio positivo o su equilibrio negativo, oppure robuste, valutando così tutte le possibilità. I risultati portano a concludere che la nascita di un figlio può permettere alla coppia dei genitori di passare da fragile a robusta, infatti nei grafici presentati nel capitolo 3 si nota che aumentando  $\epsilon_1$ , cioè l'attenzione dei genitori verso il figlio, oppure  $\epsilon_2$ , cioè la sensibilità del figlio all'affetto dei genitori, oppure le necessità  $N$  del figlio è possibile portare la coppia  $MP$  verso la condizione di robustezza. Il secondo tipo di analisi presentata ha come scopo quello di indagare come cambia la qualità delle relazioni dei genitori, sia reciprocamente sia globalmente, ed è stata effettuata su tre configurazioni campione del sistema. Nella prima le tre coppie tendono all'equilibrio positivo, e rappresenta il caso in cui il figlio è desiderato da entrambi i genitori; nel secondo scenario il sottosistema  $MP$  tende all'equilibrio negativo, ed è il caso in cui la madre non desidera la maternità; nell'ultimo scenario la coppia  $PF$  tende all'equilibrio negativo, ed è quindi il padre ad essere contrario alla nascita del figlio. I risultati mostrano che all'aumentare di  $\epsilon_1$  l'affetto nella coppia diminuisce, ma per entrambi i genitori, considerando sia la relazione col partner che quella con il figlio, si ha un miglioramento significativo.

Modificando opportunamente il modello precedente, sono stati introdotti

ti i fenomeni di sinergismo ed insicurezza in modo da renderlo più realistico, e da permettere comportamenti ciclici nelle tre coppie madre–padre, madre–figlio, padre–figlio. In particolare, il padre è l'unico individuo sicuro e sinergico in tutte le relazioni, la madre ha uno stile di attaccamento insicuro ed è sinergica solo con il figlio che, in accordo con le ipotesi esposte in 2.1, è a sua volta insicuro e non sinergico. La prima analisi effettuata su questo modello ha avuto lo scopo di studiare il comportamento asintotico a cui tendono le tre coppie al variare di  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$  per quattro scenari specifici caratterizzati da differenti comportamenti dei sottosistemi: il primo con tutte le coppie tendenti all'equilibrio; il secondo con  $MP$  sull'equilibrio,  $MF$  e  $PF$  in regime periodico; il terzo con  $MP$  in regime periodico,  $MF$  e  $PF$  all'equilibrio; l'ultimo con tutti i sottosistemi in regime periodico. È emerso che negli scenari in cui le coppie madre–figlio e padre–figlio tendono per  $\epsilon_1 = 0, \epsilon_2 = 0$  verso un ciclo limite, è possibile riscontrare un passaggio al regime non periodico. L'analisi di sensitività svolta sul modello con individui sinergici ed insicuri è stata svolta per i quattro scenari già oggetto dell'analisi del comportamento periodico. I risultati mostrano che per entrambi i genitori non ci sono variazioni percentuali negative, e confrontando i grafici proposti nel capitolo 7 con quelli relativi all'analisi del comportamento asintotico, si nota che il massimo miglioramento si ottiene in corrispondenza del comportamento non periodico.

Una prima critica riguarda la minimalità del modello, cioè la cruda semplificazione della realtà rappresentata. Se questa critica è vera per il modello minimo di coppia, a maggior ragione può essere mossa al modello che cerca di descrivere le relazioni del triangolo familiare, e questo per almeno due ragioni: la prima è l'uso dei tre processi fondamentali (istinto, ricambio ed oblio) per descrivere le relazioni affettive di individui profondamente diversi per età e struttura psicologica; la seconda è la differente qualità del legame tra genitori e tra genitore e figlio. Un possibile primo miglioramento in questa direzione può essere la riscrittura delle equazioni relative ai sentimenti del figlio verso i genitori, pensando di adattarli alla struttura psicologica di un infante.

Una seconda critica è legata alla parametrizzazione costante delle necessità del figlio, riassunte nel parametro  $N$ . Queste, sebbene l'arco di tempo per cui il modello è valido sia breve, subiscono variazioni significative proprio nei primi anni di età, oltre che cambiare di tipologia (basti pensare al tempo necessario all'allattamento che diminuisce durante il primo anno, o al tempo di veglia del neonato che progressivamente aumenta). Per migliorare questa semplificazione, modellizzando l'andamento delle necessità del bambino nei primi tre anni di età, sarebbe sufficiente supporre che  $N$  dipenda dal tempo.

Un ulteriore miglioramento consiste nello sviluppo di un algoritmo più avanzato per il riconoscimento degli attrattori a partire dalla serie temporale, infatti questo problema ha rappresentato lo scoglio principale per l'ottenimento di



risultati soddisfacenti.

Nonostante i possibili perfezionamenti, il modello rappresenta un primo approccio dell'applicazione delle tecniche proprie della *Teoria dei Sistemi* alle dinamiche affettive che coinvolgono genitori e figli, ambito ancora non esplorato.



## Appendice A: codice del decisore

```
1 function tipo = decisore(time, xt, RICORSIVA)
2     % in ingresso due vettori colonna come generati dai solver
3     % ODE
4     global INITOK;
5     [r c] = size(INITOK);
6     if r == 0
7         init;
8         global VERBOSE;
9         if VERBOSE
10            disp('ESEGUITA INIZIALIZZAZIONE VARIABILI
11                GLOBALI...')
12        end
13    end
14
15    if nargin == 2
16        RICORSIVA = 0; % e' una chiamata ricorsiva ?
17    end
18
19    global EQ;
20    global LC1;
21    global LC2;
22    global LC3;
23    global LC4;
24    global LC5;
25    global LC6;
26    global LC7;
27    global LC8;
28    global QP;
29    global ERR;
30
31    global VERBOSE;
32    global DEBUG;
33
34    if DEBUG
35        disp('DEBUG -----')
36    end
```

```

37
38
39
40
41 %%%%%%%%%%%
42 % CONFIGURAZIONE
43 % EQ:
44
45     DELTA = .001;    % raggio dell'intorno
46     P_IN = .90;    % numero minimo percentuale di punti
                     % della media per accettare l'ipotesi
47                                     % che sia un EQ
48
49 % LC:
50
51     PERIODOK = .80; % numero minimo di picchi nell'intorno
                     % della media
52                                     % per accettare che sia un LC
53     PERIODTOL = .0005; % tolleranza per stabilire due
                     % periodi simili
54     NPICCHI = 100; % numero minimo di picchi per eseguire
                     % il test,
55                                     % altrimenti tenta chiamata ricorsiva
56
57 %
58 %
59 %%%%%%%%%%%
60
61
62 % metti in riga
63
64     time = time';
65     xt = xt';
66
67
68     if length(time) ~= length(xt)
69         %warning
70         disp('----- analisi.m > WARNING:');
71         disp('----- vettore time e vettore x di dimensione
72                 diversa!');
73     end
74
75     LMAX = min( [length(xt) length(time)] );
76     %k = 0;
77
78     if DEBUG
79         disp( cat(2, 'LUNGHEZZA SERIE: ', num2str(LMAX) ) )

```

```

80     end
81
82
83
84     %%%%%%%%%%%
85     % EQ
86     %
87     %
88
89     if DEBUG
90         disp( cat(2, 'BLOCCO EQ -> dimensione intorno: ',
91                 num2str(DELTA),
92                 ' -- soglia per accettare: ',
93                 num2str(P_IN) ) )
94     end
95
96     in = 0;
97     m = xt(1); % prendi primo valore e correggi
98
99     ff = length( xt );
100    for k = 2 : ff
101
102        correzione = (xt(k) - m) * exp( - k/(3*( ff )/5 ) );
103        %/ 2;
104        % la correzione puo' essere positiva o
105        % negativa
106
107        m = m + correzione;
108        % aggiorna valore
109    end
110
111    for i = 1:LMAX
112
113        if abs( xt(i) - m ) <= abs(DELTA * m)
114
115            in = in + 1;
116
117        end
118
119    end
120
121    if DEBUG
122        disp( cat(2, 'BLOCCO EQ -> in: ', num2str(in), ' -
123                totali: ',
124                num2str(LMAX), ' - rapporto: ',
125                num2str(in/LMAX) ) )
126    end
127
128    % TEST:
129    if in/LMAX >= P_IN

```

```

123         tipo = EQ;
124
125         if VERBOSE
126             disp( cat(2, 'BLOCCO EQ -> accetta come
                    equilibrio!') );
127         end
128         return
129     end
130
131     if VERBOSE
132         disp( cat(2, 'BLOCCO EQ -> rifiuta equilibrio!') );
133     end
134
135     %
136     %
137     %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
138
139
140
141     %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
142     % VARIABILI VIVE IMPORTANTI FINO A QUI:
143     % - xt: serie temporale;
144     % - time: istanti dei punti della serie temporale,
145       parallelo a 'xt';
146     %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
147
148
149     %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
150     % LCI
151     %
152     %
153
154     if DEBUG
155         disp( cat(2, 'BLOCCO LC -> tolleranza: ',
                    num2str(PERIODTOL), '
                    -- soglia per accettare: ',
                    num2str(PERIODOK) ) )
156     end
157
158
159
160     v = zeros(1,1); % contiene i valori dei picchi
161     t = zeros(1,1); % contiene i t dei picchi
162
163     %estrai massimi
164
165     if DEBUG
166         disp( cat(2, 'BLOCCO LC -> estraggo punti di
                    massimo...') );

```

```

167     end
168
169     k = 2;
170     c = 1;
171     while k <= LMAX - 1
172
173         if xt(k) > xt(k-1) & xt(k) > xt(k+1)
174
175             v(c) = xt(k);
176             t(c) = time(k);
177             c = c + 1;
178             k = k + 1; % inutile guardare un punto dominato da
179                     un picco
180
181         end
182
183         k = k + 1;
184
185     end
186
187     if DEBUG
188         disp( cat(2, 'BLOCCO LC -> punti di massimo: ',
189                 num2str(length(v))) );
190
191     end
192
193     if length(v) < 50
194         disp('WARNING: TROPPI POCHI PUNTI PER GENERARE LA
195             MAPPA!!')
196
197         %%%%%%%%%
198         % RICORSIVA
199         % prima di dire che e' QP, provo a vedere se e' un
200         equilibrio dal
201         % transitorio lungo, per esempio un fuoco stabile. Uso
202         una chiamata
203         % ricorsiva per vedere se e' eq, altrimenti blocco.
204
205         MAX_RICOR = 2; % massimo numero di chiamate
206         ricorsive
207
208         if RICORSIVA < MAX_RICOR
209             if VERBOSE
210                 disp( cat(2, '---- CHIAMATA RICORSIVA -> ',
211                         num2str(RICORSIVA+1) ) );
212             end
213             time = time';
214             xt = xt';
215             [r c] = size(time);

```

```

209         if analisi( time(floor(r*.5):r),
210                    xt(floor(r*.5):r),
211                       RICORSIVA + 1 ) == EQ
212
213             if VERBOSE
214                 disp( cat(2, '---- USCITA RICORSIVA ->
215                       ',
216                          num2str(RICORSIVA+1) ) );
217             end
218             tipo = EQ;
219             return
220         end
221
222         if VERBOSE
223             disp( cat(2, '---- USCITA RICORSIVA ->
224                       ',
225                          num2str(RICORSIVA+1) ) );
226         end
227     end
228
229     %
230     %
231     %%%%%%%%%%%
232     tipo = ERR; % non e' stato possibile decidere, ritorna
233     ERR
234     return
235 end
236
237 % determino massimo di riferimento
238 m = v(1);
239 ff = length(v);
240
241 for k = 2 : ff
242
243     correzione = (v(k) - m) / 2;
244                 % nota: la correzione puo' essere
245                 % positiva
246                 % o negativa
247
248     m = m + correzione;
249                 % aggiorna valore
250 end
251
252 if DEBUG

```



```
253         disp( cat(2, 'BLOCCO LC -> picco massimo di
                riferimento: ',
254                 num2str(m)) );
255     end
256
257     if DEBUG
258         disp( cat(2, 'BLOCCO LC -> verifico condizione.. ') );
259     end
260     counter = 0;
261
262     % conta quanti punti verificano la condizione
263     for k = 1 : length( v );
264
265         if abs(v(k) - m) <= abs(m * PERIODTOL)
266
267             counter = counter + 1;
268
269         end
270
271     end
272
273     if DEBUG
274         disp( cat(2, 'BLOCCO LC -> simili: ', num2str(counter),
275                 ' - totali: ', num2str( length(v) ), ' -
                rapporto: ',
276                 num2str(counter /
                length( v ))) )
277     end
278
279
280     % test:
281     if ( counter / length( v ) ) > PERIODOK
282         tipo = LC1;
283
284         if VERBOSE
285             disp( cat(2, 'BLOCCO LC -> accetta come ciclo! ') );
286         end
287
288         return;
289     end
290
291
292     if VERBOSE
293         disp( cat(2, 'BLOCCO LC -> rifiuto ciclo! ') );
294     end
295
296     %
297     %
298     %%%%%%%%%%%
```



# Bibliografia

- [1] S. H. Strogatz, *Math Mag.*, 61, 35, 1988.
- [2] S. Rinaldi *Love dynamics: the case of linear couples*, working paper wp-96-68, International Institute for Applied System Analysis, 1996.
- [3] S. Rinaldi, F. Della Rossa, F. Dercole, *Love and appeal in standard couples*, International Journal of Bifurcation and Chaos (accettato per pubblicazione).
- [4] S. Rinaldi, A. Gragnani, *Love dynamics between secure individuals: a modelling approach*, Nonlinear Dynamics, Psychology, and Life Sciences, 2(4), pp. 283-301, 1998
- [5] A. Gragnani, S. Rinaldi, G. Feichtinger, *Cyclic Dynamic in romantic relationships*, International Journal of Bifurcation and Chaos, vol. 7 num. 11, 1997.
- [6] G. Levinger, *Toward the analysis of close relationships*, Journal of Experimental Social Psychology, 16, 510-544, 1980.
- [7] R.J. Sternberg, M.L. Barnes, *The psychology of love*, Yale University Press, 1988.
- [8] J.A. Simpson, S.W. Gangestad, M. Lerma, *Perception of physical attractiveness: Mechanism involved in the maintenance of romantic relationships*, Journal of Personality and Social Psychology 59, 1192-1201, 1990.
- [9] D.W. Griffin, K. Bartholomew, *Models of the self and other. Fundamental dimensions underlying measures of adult attachment*, Journal of Personality and Social Psychology 67, 430, 1994.
- [10] E. Scharfe, K. Bartholomew, *Reliability and stability of adult attachment patterns*, Personal Relationships, 1, 23-43, 1994.
- [11] F. Dercole, S. Rinaldi, *Un'interpretazione modellistica del romanzo 'Jules et Jim'*, tesi di laurea presso Politecnico di Milano, 1997 – 1998

- [12] J. Bowlby, *Attachment and Loss: Attachment*, Basic Books vol. 1, 1969
- [13] J. Bowlby, *Attachment and Loss: Separation*, Basic Books vol. 2, 1973
- [14] J. Bowlby, *Attachment and Loss: Sadness and Depression*, Basic Books vol. 3, 1980
- [15] S. H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos with Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1994.
- [16] M. Candaten , S. Rinaldi, *Peak-to-peak dynamics in food chain models*, Theoretical Population Biology 63, 257-267, 2003.