

## Capitolo 4

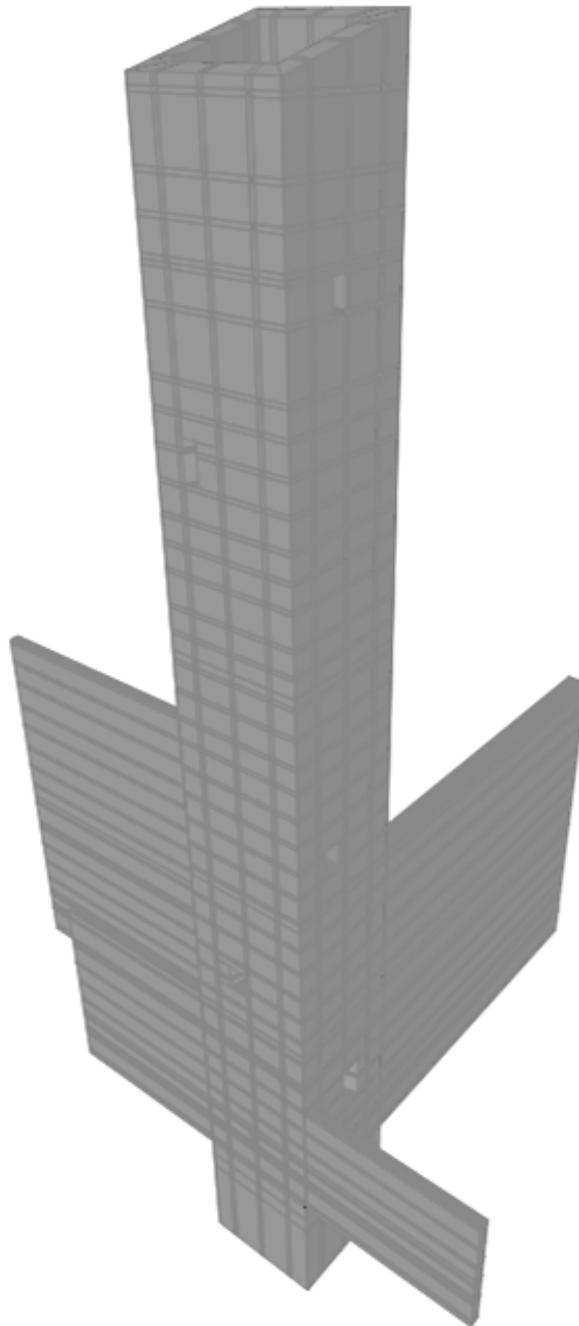
# La modellazione agli elementi finiti

### 4.1. Il modello globale della torre

Al fine di valutare il comportamento della torre – soggetto ai carichi da peso proprio, sisma, vento, dilatazioni termiche – nelle condizioni antecedenti e posteriori all'intervento di consolidamento strutturale progettato dai Proff. Colombo e Jurina, è stato realizzato un modello tridimensionale della struttura agli elementi finiti, facendo uso del software *SAP2000 Advanced* sviluppato dalla *CSI (Computers and Structures Inc.)* di Berkeley.

Per costruire il modello si è fatto uso di diverse tipologie di elemento, con l'obiettivo ultimo di simulare nel modo più fedele possibile il reale comportamento della struttura, nel limite delle possibilità di calcolo degli elaboratori. In particolare per modellare tutti i componenti in muratura, nei quali non è presente una dimensione trascurabile rispetto alle altre, si sono utilizzati elementi *SOLID*, in grado di interpretare stati tensionali tridimensionali. Il traliccio interno e i girelli sono stati invece modellati con elementi *FRAME*, in grado di trasferire tra i due nodi di estremità le rigidezze associate al comportamento assiale, di taglio, flessionale e torsionale della trave. Tali elementi sono stati adottati, con le opportune precauzioni, anche per modellare gli stralli di collegamento tra traliccio metallico e torre muraria. Per la modellazione dei tiranti inglobati nelle buche puntaie si è fatto uso di elementi *frame* accoppiati a elementi *TENDON-Load*, che riproducono l'effetto della precompressione della muratura tramite l'applicazione di carichi applicati ai nodi di estremità e diretti secondo la congiungente. Infine,

per modellare l'interazione con gli edifici circostanti, sono stati adoperati elementi *LINK*, analoghi agli elementi *frame* ma per i quali è consentito definire in modo esplicito le rigidzze associate ai vari gradi di libertà (U1, U2, U3, R1, R2, R3).



**Figura 32** Vista del modello globale

Gli elementi sopra introdotti sono dunque stati utilizzati per mettere in relazione reciproca i numerosi nodi che vanno a costituire il modello globale della torre. Spesso tuttavia, sempre con

l'obiettivo di rispettare il comportamento reale della struttura, si è dovuto vincolare ulteriormente i nodi facendo uso di strumenti quali i *RESTRAINT* (ovvero vincoli “a terra” di uno o più dei 6 gradi di libertà di un nodo) e i *CONSTRAINT* (ovvero vincoli che legano tra loro, secondo diverse possibili modalità, i nodi selezionati).

#### 4.1.1. La muratura

Tutti gli elementi in muratura sono stati modellati facendo uso di elementi *solid* di tipo prismatico, generati per estrusione a partire da elementi piani. La geometria della struttura è stata necessariamente semplificata e regolarizzata per consentire la trasposizione nel modello, pur nel rispetto delle principali peculiarità che caratterizzano il fabbricato. Sono state dunque considerate accettabili le seguenti approssimazioni, di carattere geometrico:

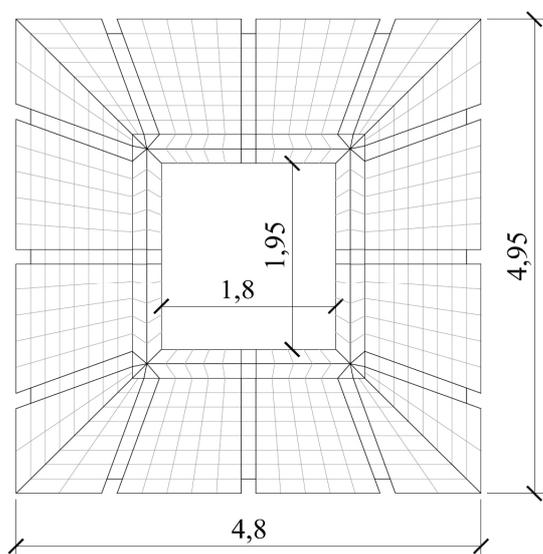
- Gli angoli dei perimetri interno ed esterno, leggermente superiori o inferiori a 90°, sono stati tutti ricondotti all'angolo retto;
- Si è considerato che il perimetro esterno rimanga invariato per l'intera altezza della torre, sebbene nella realtà si assista ad una lieve riduzione (circa 30 cm per lato, dalla base alla sommità);
- Lo spessore della muratura, per una stessa generica quota  $z$ , è stato reso uniforme sui 4 lati, dati i minimi scarti registrati in fase di rilievo;
- Al contrario è stata considerata la riduzione di spessore dell'apparato murario al crescere in quota, con un andamento a gradini secondo un modulo di 15 cm: ne sono risultati 6 tratti di muratura a spessore degradante, dai 150 cm del *tratto 1* ai 75 cm del *tratto 6*.

Tutte le misure sono inoltre state approssimate al modulo base della *mesh*, che è stato definito di dimensioni pari a 15x20x15 cm: tali valori sono stati scelti in ragione di un compromesso tra accuratezza del modello e non eccessiva pesantezza delle analisi, oltre che per modellare correttamente le dimensioni delle buche pontae (le cui sezioni sono state approssimate come 15x15 cm<sup>5</sup>) e l'arretramento delle piastre rispetto al filo esterno.

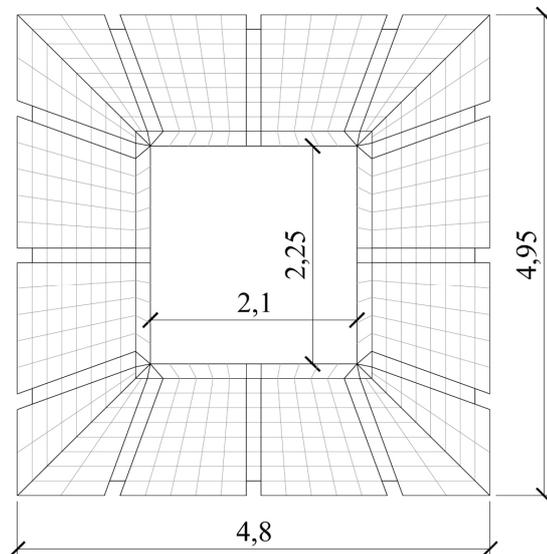
---

<sup>5</sup> In realtà l'altezza delle buche pontae è mediamente minore, pari a 10 cm (mattone alto 8 cm e 2 strati di

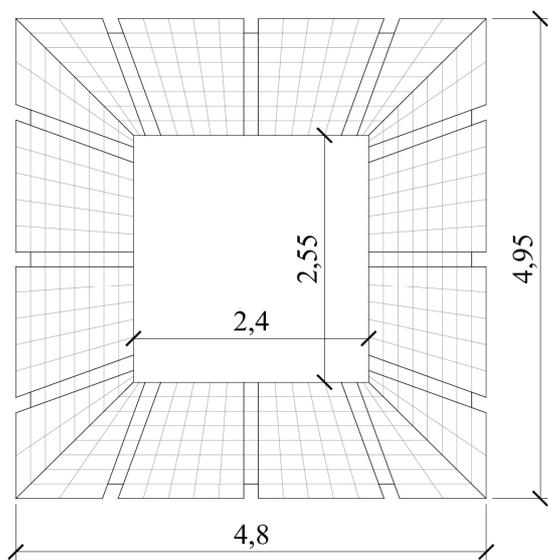
TRATTO 1 (da -1,5 m a 2,7 m)



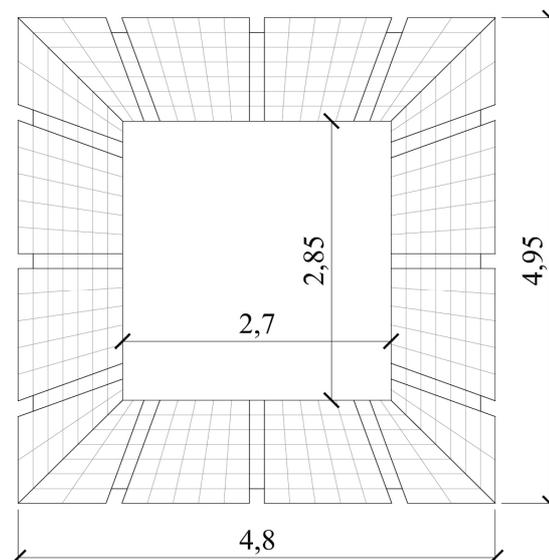
TRATTO 2 (da 2,7 m a 8,4 m)



TRATTO 3 (da 8,4 m a 14,25 m)



TRATTO 4 (da 14,25 m a 23,25 m)

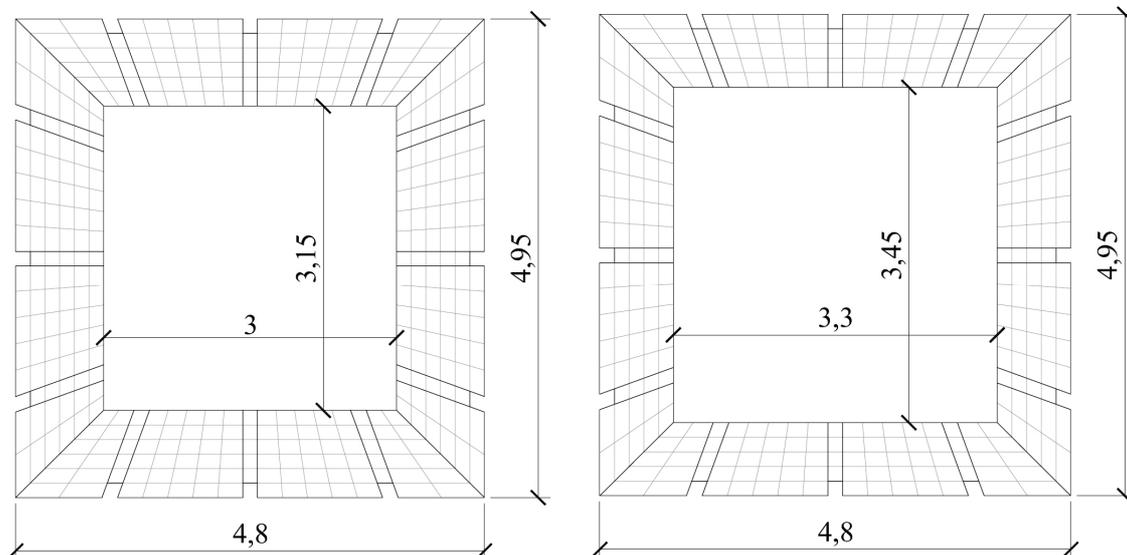


---

malta): tuttavia i 15 cm adottati consentono di considerare la diffusione della miscela cementizia al di sotto della buca.

TRATTO 5 (da 23,25 m a 35,1 m)

TRATTO 6 (da 35,1 m a 40,65 m)



La torre di San Dalmazio presenta aperture finestrate, di ampiezza e geometria variabile, localizzate lungo l'intero sviluppo in altezza del fabbricato, ma con particolare concentrazione alla base. Nella cronologia strutturale dell'edificio si è inoltre mostrato come nel corso della sua vita la torre abbia subito l'apertura di più passaggi attraverso la sua compagine muraria, varchi che in taluni casi sono poi stati successivamente tamponati. Nel modello sono state pertanto inserite sia le aperture attualmente visibili, sia quelle create in passato e ora tamponate, considerando che gli interventi di richiusura non possono aver garantito il completo ripristino della continuità.

Per quanto concerne le proprietà meccaniche degli elementi, si è considerato che la torre sia costituita da un materiale omogeneo, omettendo la differenziazione in strati della muratura a sacco (paramento interno, riempimento, paramento esterno). Tale approssimazione è legittima per due motivi:

- Lo spessore dei due paramenti costituisce una percentuale ridotta dello spessore globale della muratura (dal 15% alla base al 30% circa in sommità), che risulta quindi definita principalmente dal sacco interno in conglomerato;
- I due materiali (mattoni e conglomerato) hanno moduli elastici non eccessivamente

difformi, per cui le tensioni si distribuiscono pressoché in modo omogeneo.

Diverso è invece il discorso per la malta di riempimento delle buche pontaaie, dalle caratteristiche meccaniche sensibilmente differenti rispetto a quelle della muratura; per i riempimenti delle buche si è quindi conservata la distinzione dei materiali. Le proprietà meccaniche adottate sono le seguenti:

Proprietà dei materiali		muratura	malta	
<b>W</b>	<i>Peso per unità di volume</i>	kN/m <sup>3</sup>	18	20
<b>E</b>	<i>Modulo elastico</i>	N/mm <sup>2</sup>	2500	8000
<b>U</b>	<i>Coefficiente di Poisson</i>	-	0.2	0.2
<b>A</b>	<i>Coefficiente di espansione termica</i>	1/°c	5.00E-06	1.00E-05
<b>G</b>	<i>Modulo tangenziale</i>	N/mm <sup>2</sup>	625.00	3333.33
<b>f<sub>c</sub></b>	<i>Resistenza a compressione</i>	kN/m <sup>2</sup>	1900	12000

**Tabella 1 Proprietà meccaniche dei materiali - elementi SOLID**

Le proprietà della malta idraulica adottata per il riempimento delle buche sono state fornite dal produttore.

I valori caratterizzanti le proprietà della muratura sono stati invece ricavati da diverse fonti:

- Il peso proprio per unità di volume, *W*, è un dato riferito ai blocchi murari ricavati dal crollo della Torre Civica di Pavia del 1989: data l'analogia del materiale da costruzione delle due torri, si è ritenuto di poter considerare tale valore valido anche per la San Dalmazio;
- Il modulo elastico è stato ricavato a ritroso a partire dalle registrazioni delle frequenze associate ai modi di vibrare della torre;
- Il coefficiente di Poisson ed il coefficiente di espansione termica sono valori ricavati da letteratura;
- Il modulo tangenziale è stato calcolato, a partire dal modulo elastico e dal coefficiente di Poisson, con la relazione (valida nelle ipotesi elastiche)

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

- La resistenza ultima a compressione, come il peso proprio, è stata ricavata anch'essa dalle prove condotte sui pannelli murari tratti dal crollo della Torre Civica.

### Il modulo elastico della muratura

Per la valutazione del modulo elastico della muratura, si disponeva di due tipologie di dati sperimentali:

- I risultati delle prove con doppio martinetto piatto, condotte sul lato interno della parete Nord della torre di San Dalmazio;
- La registrazione dei modi propri di vibrare della torre, nelle situazioni antecedente e posteriore all'intervento di consolidamento, in direzione Est-Ovest.

In particolare il risultato delle prove con martinetto piatto risulta utile per la definizione del modello locale della muratura, di cui si tratta al paragrafo 4.2. Le registrazioni dei modi, invece, che consentono di comprendere il comportamento globale della struttura, costituiscono la fonte principale per la definizione delle proprietà del modello dell'intero edificio.

Le **prove con i martinetti piatti** sono state eseguite in fase preliminare rispetto alla stesura del progetto di consolidamento, con gli obiettivi di rilevare gli stati tensionali della muratura in determinati punti (prove con martinetto singolo) e di valutare il modulo elastico della muratura (prove con doppio martinetto). Per la prova con doppio martinetto piatto sono state installate 4 basi di misura, di cui 3 verticali (base 1 centrale, basi 2 e 3 laterali) ed 1 orizzontale (base 4): le basi verticali hanno quindi misurato la deformazione della muratura nella direzione di sollecitazione, mentre la base 4 ha misurato la deformazione trasversale. Sono stati ottenuti i valori mostrati in Grafico 1.

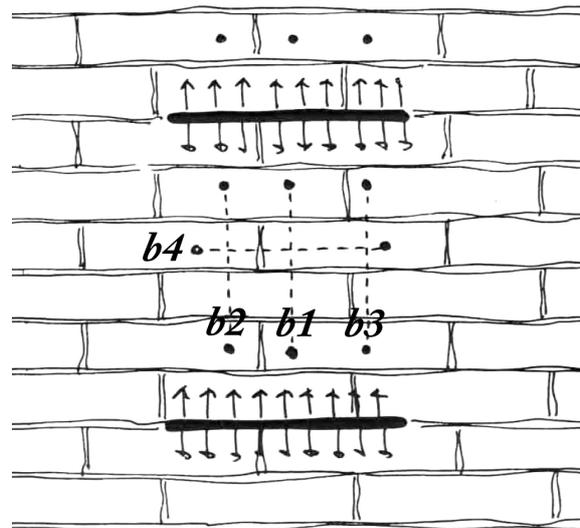


Figura 33 Basi di misurazione della prova con doppio martinetto piatto

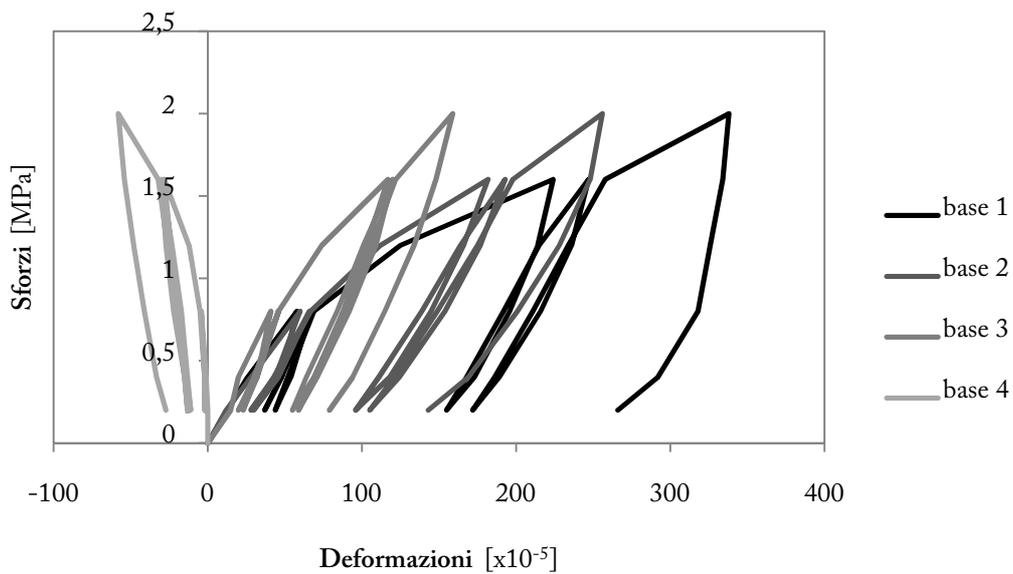


Grafico 1 Prova con doppio martinetto piatto [16]

La valutazione del modulo elastico della muratura viene realizzata a partire dai dati forniti dalla base 1, centrale, in quanto meno condizionata dal contenimento esercitato dalle zone limitrofe di muratura. La prova sperimentale porta dunque a stimare il modulo elastico pari a  $E=1,5$  GPa, valore riferito al primo tratto elastico della curva sforzo-deformazione.

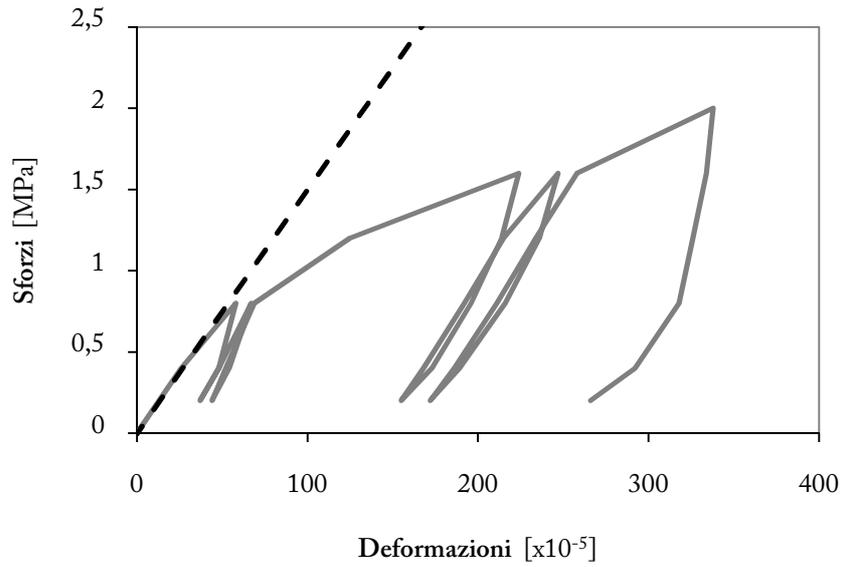


Grafico 2 Valutazione del modulo elastico della muratura

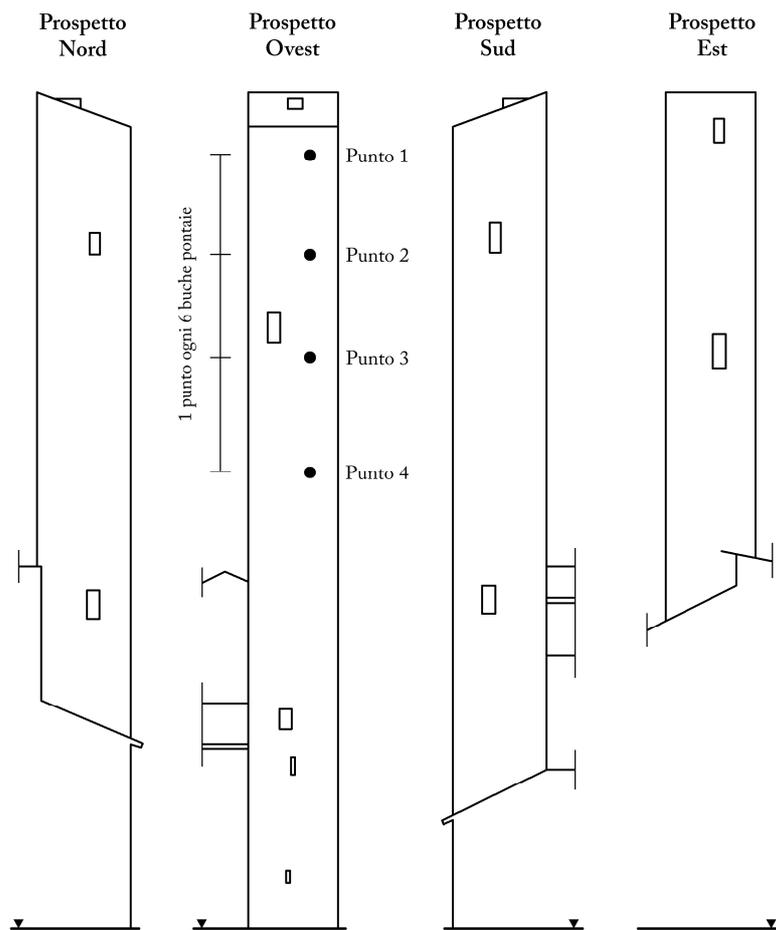


Figura 34 Posizioni di rilevamento delle velocità di vibrazione [4]

Le **registrazioni delle frequenze proprie** della struttura sono state condotte prima e dopo il collegamento della torre muraria con il traliccio metallico interno, con l'obiettivo di rilevare eventuali variazioni nel comportamento dinamico globale. Le prove sono state realizzate tramite il monitoraggio delle velocità con strumenti a luce coerente (interferometri laser), con la torre eccitata dalle sole vibrazioni ambientali. Si dispone solamente dei risultati in direzione Est-Ovest, dato che nelle registrazioni in direzione ortogonale il pessimo rapporto segnale-rumore ha indotto ad interrompere il rilevamento.

I risultati dell'analisi in frequenza sono stati restituiti in termini di spettri di Fourier dei segnali, riferiti ai 4 punti di rilevamento mostrati in figura.

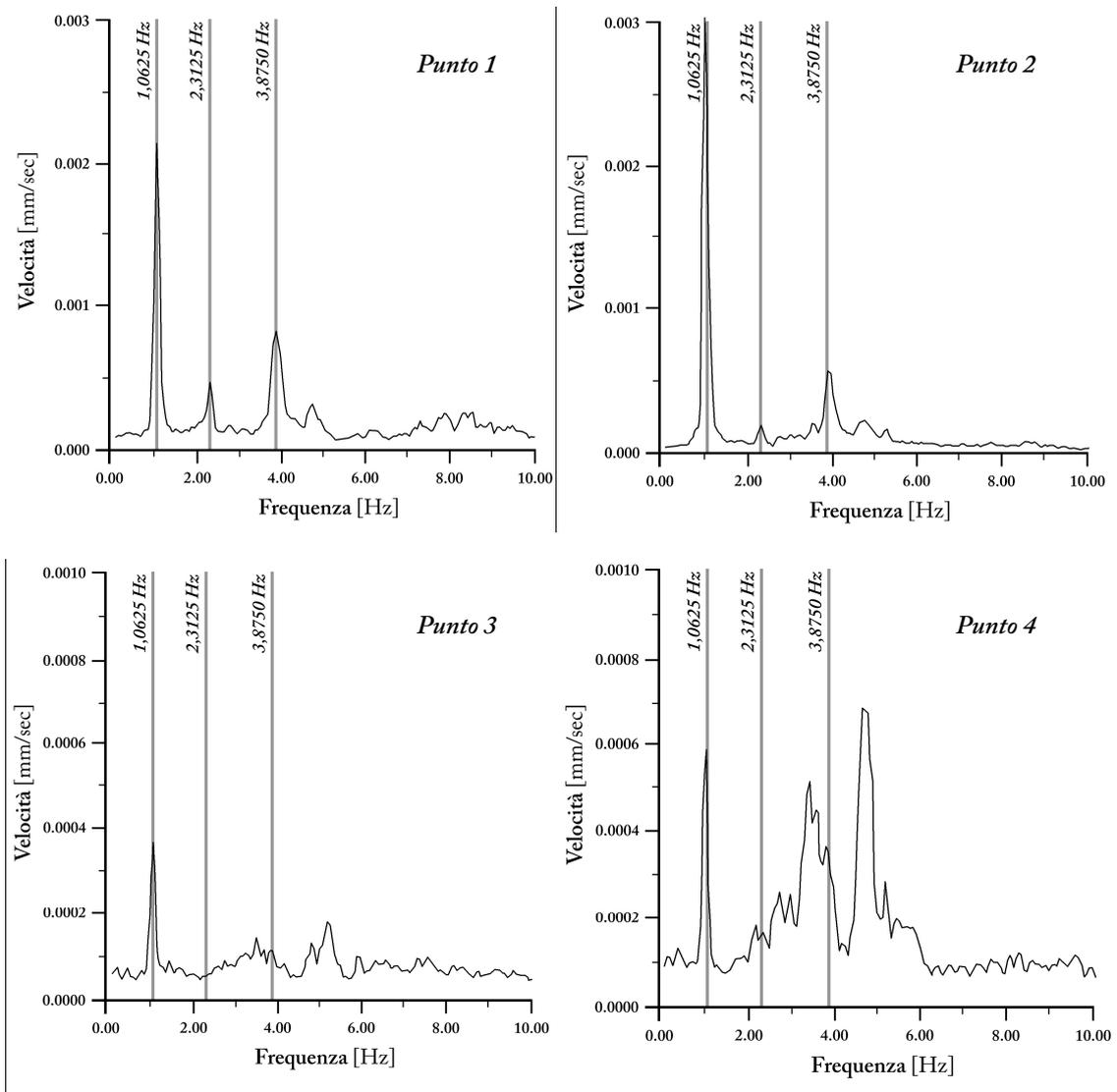


Figura 35 Spettri di Fourier delle velocità registrate nei 4 punti di rilevamento [pre-consolidamento] [4]

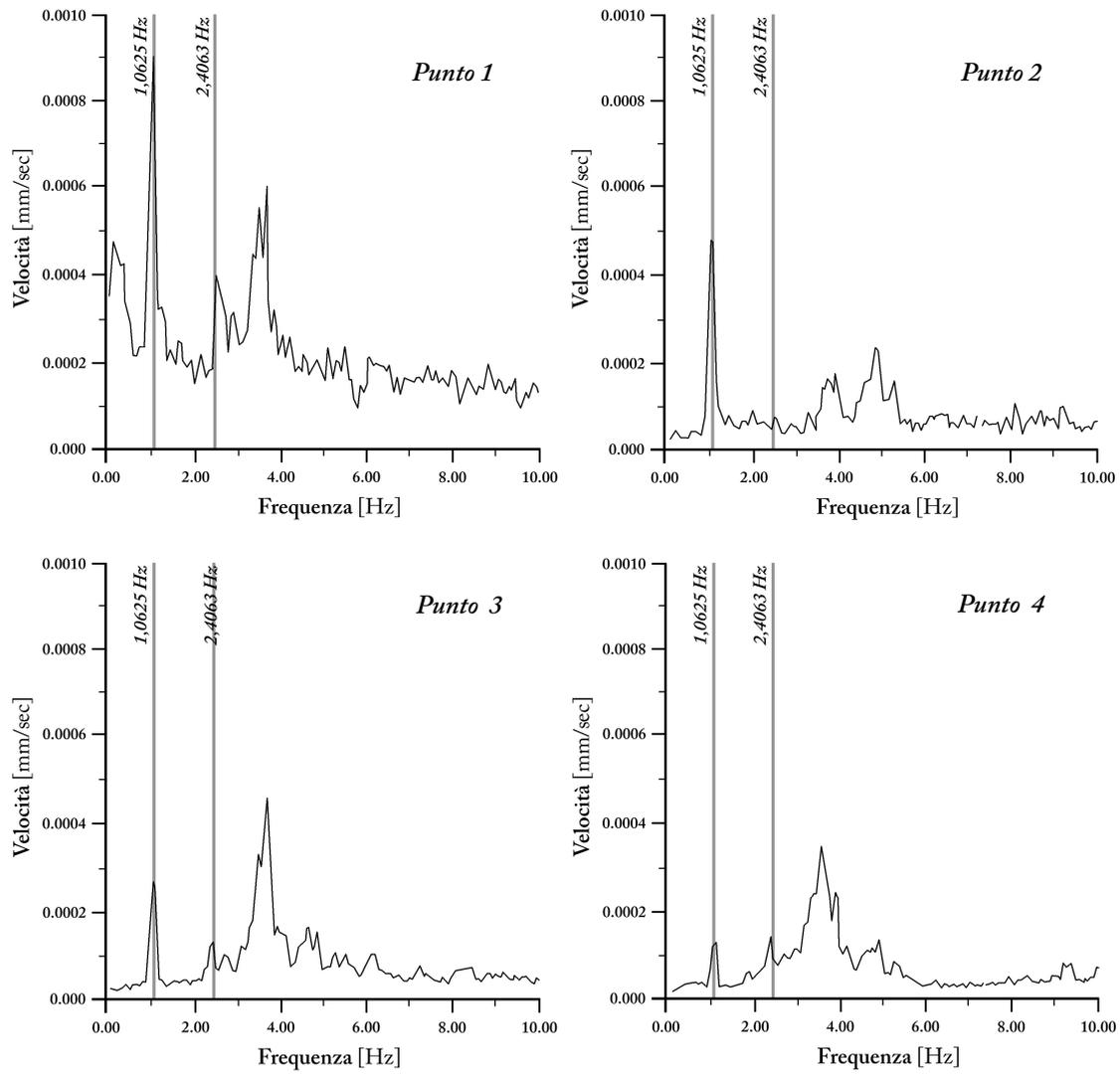


Figura 36 Spettri di Fourier delle velocità registrate nei 4 punti di rilevamento [post-consolidamento] [4]

Per la calibrazione del modulo elastico della muratura, si utilizzano i risultati allo stato antecedente al consolidamento con il traliccio metallico, in modo tale da ridurre il numero di variabili del modello. Le frequenze rilevate sperimentalmente sono le seguenti:

	f [Hz]	T [s]
<i>modo 1</i>	1.0625	0.9412
<i>modo 2</i>	2.3125	0.4324
<i>modo 3</i>	3.8750	0.2581

Tabella 2 Parametri dinamici sperimentali della torre - pre-consolidamento [4]

L'obiettivo dell'operazione di calibrazione del modello agli elementi finiti consiste nel riprodurre i valori rilevati in via sperimentale. Si sono considerati nel modello due parametri variabili, che rappresentano rispettivamente le proprietà elastiche della muratura e la rigidità dei vincoli esterni (edifici adiacenti):

- Il modulo elastico della muratura della torre,  $E_t$ ;
- Il modulo elastico della muratura costituente le pareti che simulano l'interazione con gli edifici circostanti,  $E_v$  (a parametri geometrici costanti).

Sono state realizzate le analisi modali di diversi modelli, ciascuno caratterizzato da una diversa combinazione dei valori dei parametri  $E_t$  e  $E_v$ . La prossimità delle frequenze teoriche con quelle sperimentali è stata quantificata tramite una variabile errore  $e$ , così definita:

$$e = \frac{\sum_i \left| \frac{T_{Ti} - T_{Si}}{T_{Si}} \right| \cdot \lambda_i}{\sum_i \lambda_i}$$

$T_{Ti}$  periodi propri rilevati sperimentalmente;

$T_{Si}$  periodi propri risultanti dall'analisi modale condotta sul modello agli elementi finiti;

$\lambda_i$  masse partecipanti associate ai modi, ricavate dal modello agli elementi finiti.

Si sono ottenuti i seguenti risultati, mostrati in tabella; i valori di  $e$  sono associati ad una scala cromatica corrispondente alla loro grandezza (valori elevati hanno sfondo scuro, valori bassi sfondo chiaro).

		modulo torre $E_t$ [GPa]			
		1.5	2	2.5	3
modulo vincoli $E_v$ [GPa]	1.5	0.3394	0.2783	0.2267	0.1823
	3	0.2962	0.2215	0.1831	0.1719
	4.5	0.2708	0.1872	0.1382	0.1254
	6	0.3105	0.1657	0.1126	0.1644
	7.5	0.2237	0.2188	0.1050	0.1748
	9	0.2892	0.2076	0.1860	0.1821

Tabella 3 Variazione del parametro  $e$  per le diverse combinazioni di  $E_t$  e  $E_v$

La tabella evidenzia come i valori minori si abbiano per  $E_t = 2,5 \text{ GPa}$  e  $E_v = 6 - 7,5 \text{ GPa}$ . Si è realizzato pertanto un ulteriore modello, con  $E_v = 6,75 \text{ GPa}$ , che risulta caratterizzato dai parametri dinamici mostrati nella tabella sottostante. Il confronto dei modi propri del modello con quelli reali, ha portato ad un valore della variabile errore pari a  $e = 0,1027$ , inferiore a quelli riportati nella tabella precedente, e di conseguenza la calibrazione può essere ritenuta soddisfacente.

	f [Hz]	T [s]	$\lambda$
<i>modo 1</i>	1.0610	0.9425	0.339
<i>modo 2</i>	4.3687	0.2289	0.062
<i>modo 3</i>	5.8072	0.1722	0.049

Tabella 4 Parametri dinamici del modello agli elementi finiti definitivo

#### 4.1.2. I tiranti e i girelli

I tiranti metallici inseriti all'interno delle buche puntaie sono stati modellati accoppiando elementi *frame* con elementi *tendon* di tipologia *load*.

Ogni coppia di elementi congiunge tra loro due nodi, collocati agli estremi delle buche puntaie in posizione centrale rispetto alla sezione della buca stessa. Per far sì che l'azione del tirante si scaricasse sulla muratura, si è diviso in 4 la sezione della buca puntaia, in modo tale da far coincidere le estremità dei tiranti con nodi facenti parte del complesso murario. Solamente nei tratti 1 e 2 della muratura (ovvero da quota 0.00 m a quota 8.40 m), dove non si ha la presenza di buche puntaie e i tiranti sono inseriti in fori creati tramite carotaggi, la solidarizzazione dei nodi estremi dei *tendon* con quelli della muratura circostante è avvenuta tramite l'imposizione di *constraint*. Ad ogni tirante sono stati associati 2 *constraint* di tipo *body* (uno per ciascun estremo), che impongono ai nodi del tirante e della muratura lo stesso spostamento, esclusivamente nella direzione della buca puntaia.

I tiranti, di diametro 18 mm, sono realizzati in acciaio inossidabile AISI 316, dalle proprietà meccaniche mostrate in Tabella 5.

I girelli metallici sono invece modellati come semplici elementi *frame*, che hanno come nodi d'estremità i nodi interni dei tiranti. L'aderenza dei girelli alla muratura, che nella realtà è assicurata dall'attrito in corrispondenza delle piastre di contrasto interne dei tiranti, è garantita dal fatto che i nodi d'estremità dei *frame* coincidono con i nodi centrali delle buche puntaie. Solamente per i due girelli situati nel tratto 2 è stata necessaria l'imposizione di *constraint* che vincolano reciprocamente, nella sola direzione z, ciascun nodo dei girelli con i corrispondenti 2 nodi superiori della muratura. I girelli sono realizzati con profili UPN200 in acciaio S235, collegati in opera con connessioni bullonate di rigidità tale da consentire di modellarle come incastri. Le proprietà meccaniche del materiale sono specificate in Tabella 6.

Proprietà dei materiali		AISI 316
W	<i>Peso per unità di volume</i>	kN/m <sup>3</sup> 78.4532
E	<i>Modulo elastico</i>	N/mm <sup>2</sup> 196000
U	<i>Coefficiente di Poisson</i>	- 0.3
A	<i>Coefficiente di espansione termica</i>	1/°c 1.11E-05
G	<i>Modulo tangenziale</i>	N/mm <sup>2</sup> 75384.62
F <sub>y</sub>	<i>Sforzo minimo di snervamento</i>	kN/m <sup>2</sup> 200000
F <sub>u</sub>	<i>Sforzo minimo di rottura</i>	kN/m <sup>2</sup> 500000

Tabella 5 Proprietà meccaniche dei materiali - tiranti

Proprietà dei materiali		Fe 360 (S235)
W	<i>Peso per unità di volume</i>	kN/m <sup>3</sup> 76.9729
E	<i>Modulo elastico</i>	N/mm <sup>2</sup> 200000
U	<i>Coefficiente di Poisson</i>	- 0.3
A	<i>Coefficiente di espansione termica</i>	1/°c 1.17E-05
G	<i>Modulo tangenziale</i>	N/mm <sup>2</sup> 76923
F <sub>y</sub>	<i>Sforzo minimo di snervamento</i>	kN/m <sup>2</sup> 235000
F <sub>u</sub>	<i>Sforzo minimo di rottura</i>	kN/m <sup>2</sup> 360000

Tabella 6 Proprietà meccaniche dei materiali – girelli

Nei tratti 3, 4, 5, 6, e nella parte sommitale del tratto 2, i tiranti nella muratura si connettono ai giirelli metallici, i quali poi tramite gli stralli si collegano al traliccio metallico interno. Nei tratti 1 e 2 (fino a quota 6.6 m), invece, i tiranti si collegano direttamente alla torre metallica, che difatti in questa posizione ha i traversi realizzati in modo differente rispetto a quanto avviene superiormente, proprio per garantire la possibilità di creare l'unione con i tiranti. I traversi sono costituiti da due profili UPN, distanziati e uniti tra loro da piastre forate centralmente nelle quali si inseriscono e si collegano i tiranti ancorati nella muratura. Il tratto di collegamento dalla piastra di contrasto al traliccio viene modellato tramite semplici elementi *frame*, aventi le proprietà delle barre metalliche.

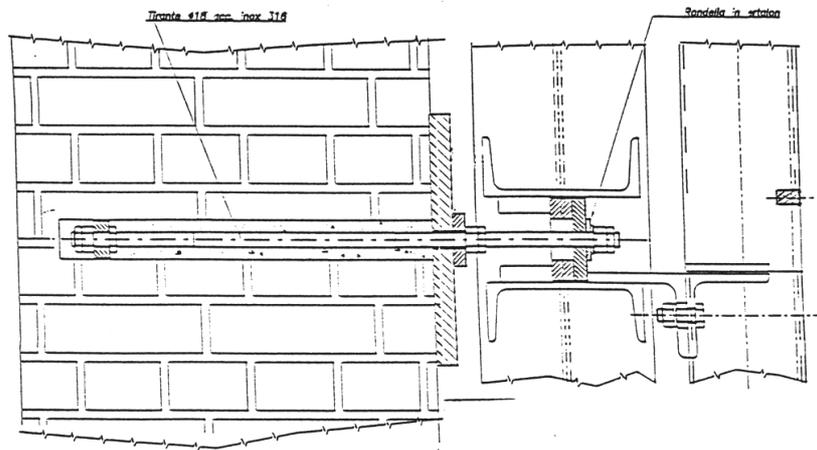


Figura 37 Collegamento diretto del traliccio con la muratura – dettaglio tecnico [9]

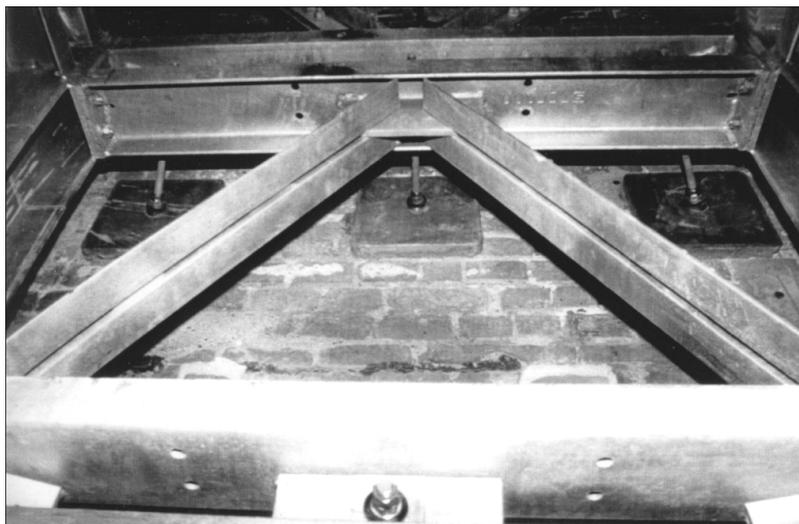


Figura 38 Collegamento diretto del traliccio con la muratura – fotografia [16]

### 4.1.3. Il traliccio

La torre metallica è stata modellata utilizzando elementi *frame*, cui sono state associate le diverse sezioni dei profili impiegati (HE 200B, HE 180A, 2 UPN 180, 2 L 70x7, 2 L 80x8, 2 L 80x12). Le connessioni tra i diversi componenti sono state realizzate in alcuni casi con saldature, in altri con bullonature: tutti i collegamenti tuttavia hanno una buona rigidità flessionale, per cui, sicuri di non commettere un'approssimazione consistente<sup>6</sup>, sono stati modellati come incastri perfetti. Per realizzare il traliccio sono state utilizzate due qualità di acciaio, S235 e S275, le cui proprietà sono mostrate in tabella:

Proprietà dei materiali		Fe 360 (S235)	Fe 430 (S275)
<b>W</b> <i>Peso per unità di volume</i>	kN/m <sup>3</sup>	76.9729	76.9729
<b>E</b> <i>Modulo elastico</i>	N/mm <sup>2</sup>	200000	200000
<b>U</b> <i>Coefficiente di Poisson</i>	-	0.3	0.3
<b>A</b> <i>Coefficiente di espansione termica</i>	1/°c	1.17E-05	1.17E-05
<b>G</b> <i>Modulo tangenziale</i>	N/mm <sup>2</sup>	76923.08	76923.08
<b>F<sub>y</sub></b> <i>Sforzo minimo di snervamento</i>	kN/m <sup>2</sup>	235000	275000
<b>F<sub>u</sub></b> <i>Sforzo minimo di rottura</i>	kN/m <sup>2</sup>	360000	430000

Tabella 7 Proprietà meccaniche dei materiali – traliccio

La piastra di fondazione in c.a. della torre metallica è stata invece modellata con elementi *solid*. All'interfaccia tra i montanti del traliccio e la piastra sono stati inseriti 4 vincoli *constraint*, di tipo *body*, che vincolano la traslazione in z dei nodi circostanti i punti d'appoggio, al fine di simulare l'effetto delle piastre metalliche di ripartizione degli sforzi. Le proprietà meccaniche del calcestruzzo adottato sono le seguenti:

---

<sup>6</sup> Si è verificato, per esempio, che le proprietà dinamiche del traliccio al variare della rigidità delle sue connessioni (da incastri a cerniere) rimangono pressoché invariate.

Proprietà dei materiali		C 25/30
W	<i>Peso per unità di volume</i>	kN/m <sup>3</sup> 23.5631
E	<i>Modulo elastico</i>	N/mm <sup>2</sup> 31000
U	<i>Coefficiente di Poisson</i>	- 0.2
A	<i>Coefficiente di espansione termica</i>	1/°c 9.90E-06
G	<i>Modulo tangenziale</i>	N/mm <sup>2</sup> 11923
f <sub>c</sub>	<i>Resistenza a compressione</i>	kN/m <sup>2</sup> 33000

Tabella 8 Proprietà meccaniche dei materiali – piastra in c.a.

#### 4.1.4. Gli stralli

Gli stralli sono anch'essi stati modellati con elementi *frame*, incernierati ad entrambe le loro estremità così che si comportino come bielle. Sono stati caratterizzati con la loro sezione (barre  $\phi 16$ ) e il loro materiale (acciaio C40); inoltre per evitare che in sede di analisi modale si registrassero come modi principali quelli legati all'oscillazione degli stralli, si sono fittiziamente amplificate le inerzie flessionali e torsionale della sezione con un fattore 10000.

Le proprietà meccaniche dell'acciaio sono:

Proprietà dei materiali		acciaio C40
W	<i>Peso per unità di volume</i>	kN/m <sup>3</sup> 77.1783
E	<i>Modulo elastico</i>	N/mm <sup>2</sup> 220000
U	<i>Coefficiente di Poisson</i>	- 0.3
A	<i>Coefficiente di espansione termica</i>	1/°c 1.08E-05
G	<i>Modulo tangenziale</i>	N/mm <sup>2</sup> 84615
F <sub>y</sub>	<i>Sforzo minimo di snervamento</i>	kN/m <sup>2</sup> 490000
F <sub>u</sub>	<i>Sforzo minimo di rottura</i>	kN/m <sup>2</sup> 700000

Tabella 9 Proprietà meccaniche dei materiali – stralli

Il pretensionamento di 5 kN (stralli portanti, rivolti verso il basso) e di 2 kN (stralli stabilizzanti, rivolti verso l'alto) è stato invece applicato associando fittiziamente ai diversi elementi variazioni

termiche opportunamente calibrate.

L'operazione di calibrazione delle variazioni di temperatura da associare ai diversi elementi al fine di simulare il tensionamento è avvenuta per iterazioni successive, fino al conseguimento di un risultato ritenuto soddisfacente. Per ottenere una dispersione contenuta delle tensioni, sono stati applicati circa 230  $\Delta T$  differenti (ovvero un  $\Delta T$  ogni 4 stralli, analoghi per posizione in quota e geometria) in 6 iterazioni successive. Difatti l'elevata iperstaticità del complesso strutturale fa sì che non si possa conseguire un risultato perfetto, con tutti gli stralli sollecitati a 5 o 2 kN, ma che ci si debba necessariamente fermare ad una soluzione che sta nell'intorno di quella ideale. Nella prima iterazione si è adottato un  $\Delta T$  nullo per tutti gli elementi, e si sono ottenuti i risultati in termini di tensioni dei vari *frame* ( $F_0$ ). Nella successiva iterazione si sono quindi applicate le variazioni termiche specifiche, secondo la relazione

$$\Delta T = \frac{\Delta F}{EAc}$$

con  $\Delta F = F_{ob} - F_0$  differenza tra l'azione assiale obiettivo ( $F_{ob}$ , ovvero 2 kN o 5 kN) e l'azione registrata nell'iterazione precedente ( $F_0$ ),  $E$  modulo elastico,  $A$  area di sezione e  $c$  coefficiente di dilatazione termica. Dopo 6 iterazioni si è conseguito il seguente risultato, espresso in termini di dispersione delle azioni sollecitanti:

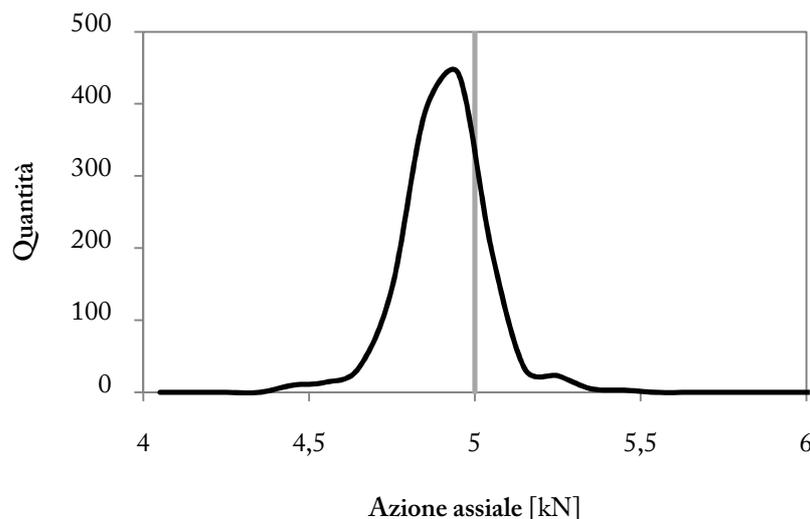


Grafico 3 Stralli portanti (5 kN) - dispersione dei valori

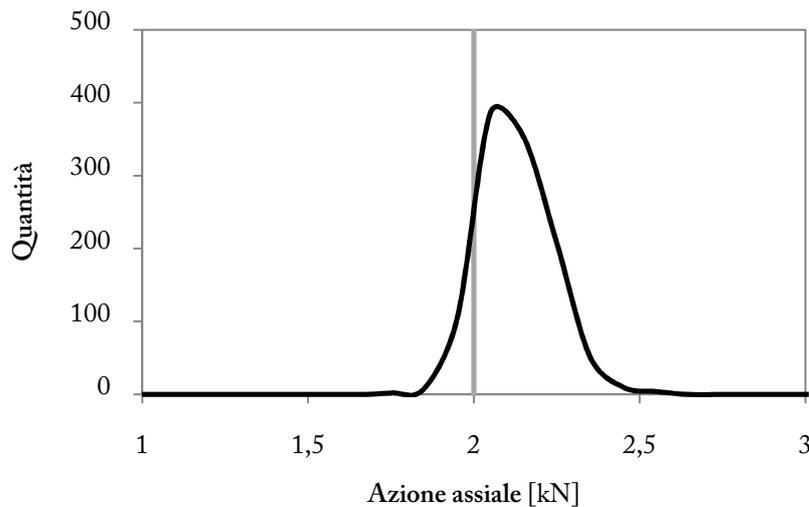


Grafico 4 Stralli stabilizzanti (2 kN) - dispersione dei valori

#### 4.1.5. I vincoli laterali

L'interazione con gli edifici circostanti la torre è stata simulata inserendo nel modello le pareti che concorrono ad irrigidire l'insieme strutturale, realizzate con elementi *solid*. In particolare si hanno:

- 2 pareti, con altezze 8,4 m e 16,8 m, sul fronte Nord;
- 1 parete di altezza 5,6 m sul fronte Sud;
- 1 parete di altezza 14,7 m sul lato Est (uno dei due muri portanti dell'attuale palestra).

La lunghezza di tali pareti è stata definita in base alle dimensioni reali ed in funzione della loro altezza. Sono state vincolate a terra con cerniere, e ai lati con carrelli che ne impediscono lo sbandamento laterale. Per fare in modo che tali pareti interagissero con la torre solo a riguardo degli spostamenti orizzontali nella loro direzione principale (e che quindi non offrissero alcun contributo per i carichi verticali ed i carichi orizzontali ortogonali al piano di parete), sono state distanziate di 5 cm dalla torre, e ad essa collegata tramite una serie di bielle. Queste bielle sono state realizzate con elementi *link*, ai quali è stata assegnata rigidità assiale infinita e rigidità nulla per quanto riguarda gli altri gradi di libertà. In questo modo le pareti offrono il loro contributo irrigidente solamente nella loro direzione principale, mentre nelle altre direzioni si attiva la labilità del sistema creato.

Proprietà dei materiali		muratura (v)	
W	<i>Peso per unità di volume</i>	kN/m <sup>3</sup>	0
E	<i>Modulo elastico</i>	N/mm <sup>2</sup>	6750
U	<i>Coefficiente di Poisson</i>	-	0.2
A	<i>Coefficiente di espansione termica</i>	1/°c	-
G	<i>Modulo tangenziale</i>	N/mm <sup>2</sup>	625.00
f <sub>c</sub>	<i>Resistenza a compressione</i>	kN/m <sup>2</sup>	1900

Tabella 10 Proprietà dei materiali – muratura pareti laterali

Per quanto riguarda il modulo elastico del materiale costituente le pareti, si rimanda alla calibrazione illustrata al paragrafo 4.1.1. Si è scelto inoltre di caratterizzare il materiale con un peso specifico nullo, al fine di non avere alterazioni in sede di analisi modale.

#### 4.1.6. L'interazione col terreno

Il sistema fondazionale della torre è costituito da un dado in muratura a sacco, che prosegue al di sotto delle pareti occupando anche lo spazio interno. Nel modello agli elementi finiti la fondazione assume dimensioni pari a 4,8 x 4,95 x 3,9 m, con la base situata a quota -5,4 m.

Per modellare l'interazione col terreno sono stati assegnati ai nodi collocati alla base del dado di fondazione dei vincoli *restraint* di tipo cerniera: si ignorano dunque eventuali cedimenti in fondazione, considerando che il terreno nei secoli di vita della torre abbia subito il necessario costipamento. Ai nodi facenti parte delle facce laterali del dado, sono stati invece associati vincoli di tipo carrello, diretti ortogonalmente rispetto ai piani di facciata: anche in questo caso si considera che i secoli di assestamento abbiano portato il terreno ad avere rigidità pressoché infinita, nelle direzioni considerate.

Un ultimo parametro da calibrare riguarda il trasferimento dei carichi verticali lungo le facce laterali del dado, per attrito col terreno. A tal fine si è realizzato un modello preliminare, in cui il terreno viene modellato con elementi *solid*, a formare un blocco di 20 x 20 x 12,5 m di dimensioni. Le proprietà associate al materiale sono le seguenti:

Proprietà dei materiali		terreno
W	Peso per unità di volume	kN/m <sup>3</sup> 18
E	Modulo elastico	N/mm <sup>2</sup> 500
U	Coefficiente di Poisson	- 0.2
A	Coefficiente di espansione termica	1/°c -
G	Modulo tangenziale	N/mm <sup>2</sup> 208.33
f <sub>c</sub>	Resistenza a compressione	kN/m <sup>2</sup> 100000

Tabella 11 Proprietà dei materiali – terreno

Nel modello definitivo il terreno viene sostituito da un sistema di molle superficiali agente sulle facce laterali del dado; tale soluzione consente di evitare distorsioni delle proprietà dinamiche, e soprattutto di ridurre notevolmente la richiesta di capacità di calcolo per le analisi.

La rigidezza delle molle è stata calibrata confrontando le tensioni nel dado di fondazione con quelle ottenute nel modello dove il terreno è modellato con elementi *solid*. Assegnando alle molle una rigidezza superficiale pari a  $k = 285000 \text{ kN/m}^2$ , si ottengono i valori mostrati in tabella, che evidenziano una buona corrispondenza tra i due modelli.

	S33 (z)		S11 (x)		S22 (y)	
	[kN/m <sup>2</sup> ]		[kN/m <sup>2</sup> ]		[kN/m <sup>2</sup> ]	
	<i>solid</i>	<i>molle</i>	<i>solid</i>	<i>molle</i>	<i>solid</i>	<i>molle</i>
medio	-221.11	-224.87	-82.53	-55.70	-75.37	-56.65
minimo	-467.17	-434.97	-366.37	-186.39	-322.54	-127.85
massimo	-73.02	-113.01	24.09	1.36	23.75	0.32

Tabella 12 Tensioni nel dado di fondazione - terreno modellato con elementi *solid* o molle

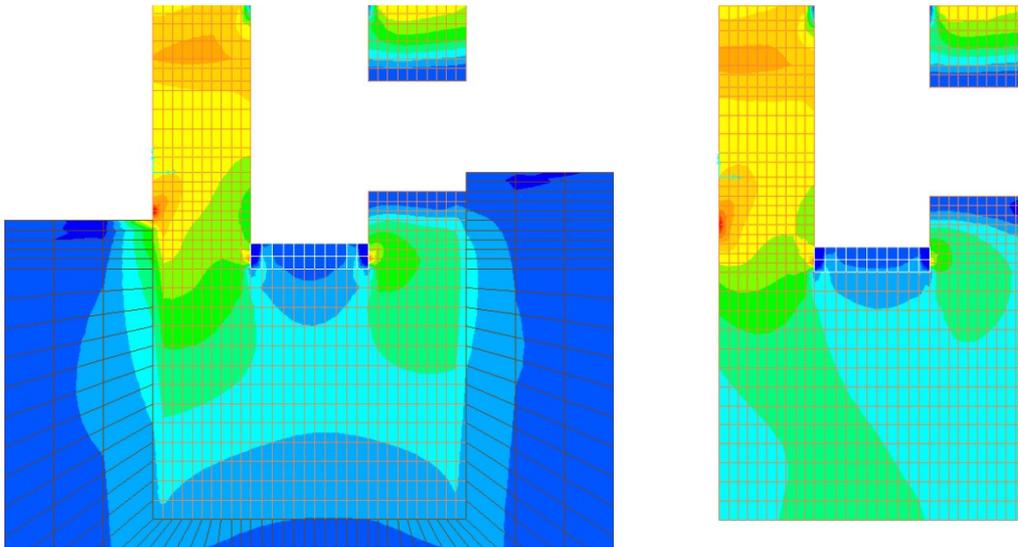


Figura 39 Tensioni verticali (S33) - terreno modellato con elementi *solid* o molle

## 4.2. Il modello locale della muratura

In aggiunta al modello globale dell'edificio è stato realizzato un modello particolare, con l'obiettivo di comprendere gli effetti locali sull'apparato murario dovuti all'introduzione di tiranti metallici post-tesi all'interno delle buche pontai, sempre utilizzando il software *SAP 2000 Advanced*.

Si è considerata una porzione limitata di muratura, di altezza 1,05 m (paria alla distanza media tra le buche pontai), spessore 1,2 m (valore intermedio tra gli 0,75 m sommitali e 1,5 m della base), e comprendente uno spicchio pari a un quarto della sezione della torre, sfruttando le proprietà di simmetria.

Sono stati adottati elementi *solid*, per la modellazione delle parti murarie, mentre l'azione dei tiranti post-tesi in acciaio è stata ricreata tramite l'imposizione di forze opportune ai nodi corrispondenti alle piastre di contrasto. Rispetto al modello globale, è stata adottata una *mesh* più fitta, avente modulo base di dimensioni pari a circa 5 x 5 x 5 cm, che ha consentito di riprodurre in maniera maggiormente fedele la geometria degli elementi e gli andamenti degli stati tensionali.

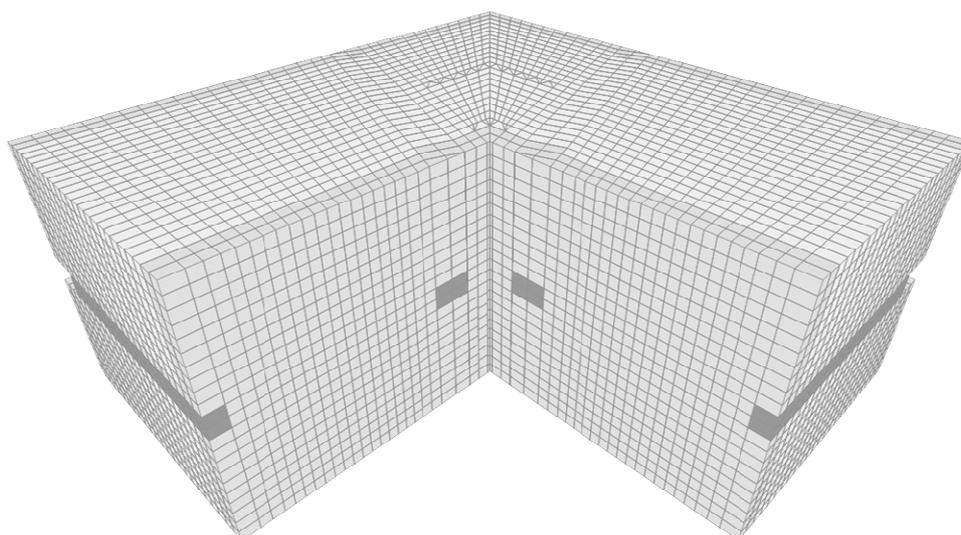


Figura 40 Vista del modello locale

A differenza di quanto avvenuto per il modello globale, si è deciso di caratterizzare in modo differente il paramento murario ed il conglomerato di riempimento delle pareti. Nel modello si distingue pertanto uno strato di bordo, di spessore 10 cm, caratterizzato con le proprietà del materiale *mattoni*, e un nucleo interno associato al *conglomerato*. Le proprietà dei materiali sono le seguenti:

Proprietà dei materiali		conglomerato	mattoni
<b>W</b> <i>Peso per unità di volume</i>	kN/m <sup>3</sup>	18	18
<b>E</b> <i>Modulo elastico</i>	N/mm <sup>2</sup>	1500	2000
<b>U</b> <i>Coefficiente di Poisson</i>	-	0.2	0.15
<b>A</b> <i>Coefficiente di espansione termica</i>	1/°c	5.00E-06	6.00E-06
<b>G</b> <i>Modulo tangenziale</i>	N/mm <sup>2</sup>	625.00	869.57
<b>f<sub>c</sub></b> <i>Resistenza a compressione</i>	kN/m <sup>2</sup>	1900	2200

Tabella 13 Proprietà dei materiali - muratura (modello locale)

Per quanto riguarda il conglomerato, ci si rifà alle proprietà descritte per il modello globale, con l'unica differenza del valore del modulo elastico che è stato scelto pari al risultato delle prove con doppio martinetto piatto. Le proprietà dei mattoni sono state invece valutate a partire da valori forniti in letteratura, mostrati in figura, considerando una “muratura in mattoni pieni e malta di calce”.

Tipologia di muratura	$f_m$ (N/cm <sup>2</sup> )	$\tau_0$ (N/cm <sup>2</sup> )	E (N/mm <sup>2</sup> )	G (N/mm <sup>2</sup> )	$w$ (kN/m <sup>3</sup> )
	min-max	min-max	min-max	min-max	
Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche e irregolari)	60 90	2,0 3,2	690 1050	115 175	19
Muratura a conci sbozzati, con paramento di limitato spessore e nucleo interno	110 155	3,5 5,1	1020 1440	170 240	20
Muratura in pietre a spacco con buona tessitura	150 200	5,6 7,4	1500 1980	250 330	21
Muratura a conci di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.)	80 120	2,8 4,2	900 1260	150 210	16
Muratura a blocchi lapidei squadrati	300 400	7,8 9,8	2340 2820	390 470	22
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	180 280	6,0 9,2	1800 2400	300 400	18
Muratura in mattoni semipieni con malta cementizia (es.: doppio UNI)	380 500	24 32	2800 3600	560 720	15
Muratura in blocchi laterizi forati (perc. foratura < 45%)	460 600	30,0 40,0	3400 4400	680 880	12
Muratura in blocchi laterizi forati, con giunti verticali a secco (perc. foratura < 45%)	300 400	10,0 13,0	2580 3300	430 550	11
Muratura in blocchi di calcestruzzo (perc. foratura tra 45% e 65%)	150 200	9,5 12,5	2200 2800	440 560	12
Muratura in blocchi di calcestruzzo semipieni	300 440	18,0 24,0	2700 3500	540 700	14

Figura 41 Parametri meccanici delle murature [OPCM 3431 Allegato 11.D]

La malta utilizzata per il riempimento delle buche puntaie, infine, è caratterizzata con le stesse proprietà utilizzate nel modello globale.

I tiranti metallici non sono stati invece inseriti in modo esplicito nel modello; per avere un miglior controllo sul modello, si è preferito definire esclusivamente l'azione che, per via del loro tensionamento, applicano alla compagine muraria attraverso le piastre di contrasto localizzate agli estremi delle buche puntaie. Sono stati quindi individuati i nodi localizzati in corrispondenza delle estremità dei tiranti, e ad essi sono state assegnate azioni dirette secondo la direzione longitudinale dei tiranti, di intensità pari a 50 kN per i tiranti diagonali, e 25 kN per quelli lungo X e Y (in quanto operano su metà della loro area di competenza effettiva).

La ripartizione delle azioni dai nodi estremi dei tiranti alla superficie della buca puntaia avviene tramite l'imposizione di *constraint* di tipo *plate* che coinvolgono i nodi di contorno delle buche puntaie. Questa tipologia di vincolo simula l'effetto delle piastre di contrasto presenti nella realtà, imponendo ai nodi di uno stesso gruppo il movimento congiunto come un elemento planare infinitamente rigido al comportamento flessionale, e che quindi impedisce le

deformazioni fuori piano. Una leggera differenza la si ha per le buche puntaie situate lungo le linee di sezione, dirette secondo X e Y; difatti per tali buche l'utilizzo di vincoli *plate* non può essere considerato corretto, per via della distribuzione asimmetrica delle rigidità e delle azioni sollecitanti sui nodi (che si riferiscono a metà buca puntaia). L'adozione di *plate-constraint* avrebbe quindi portato a rotazioni del piano individuato dai nodi attorno all'asse z, al contrario di quanto avviene in realtà. Si sono quindi utilizzati vincoli *body*, diretti secondo X e Y, che impongono la stessa variazione di posizione nelle direzioni specificate.