

# POLITECNICO DI MILANO



Anno accademico 2009/2010

Facoltà di Ingegneria dei Sistemi

Tesi di Laurea Specialistica in  
Ingegneria Matematica

## Contingent Capital per la Ricapitalizzazione delle Banche

Alessandro Femia, matricola 739656

Relatore: prof. Emilio Barucci

Milano, 31/03/2011

# Indice

<b>Sommario</b>	<b>4</b>
<b>1 INTRODUZIONE</b>	<b>8</b>
1.1 Dalla Bolla Tecnologica alla Bolla Immobiliare . . . . .	9
1.2 Lo Scoppio della Bolla e la Propagazione della Crisi . . . . .	11
1.3 La risposta politica alla crisi finanziaria . . . . .	14
1.4 IL CAP . . . . .	16
<b>2 UN MODELLO PER LA RICAPITALIZZAZIONE</b>	<b>19</b>
2.1 Struttura con barriera endogena e coupon ottimi per straight debt e convertibile . . . . .	19
2.2 Analisi in $t=1$ . . . . .	22
2.3 Analisi in $t=0$ . . . . .	23
2.4 Struttura Ottima di Capitale: . . . . .	24
2.5 Analisi di Statica Comparata: . . . . .	25
2.6 Caso con Barriera di Conversione Esogena: . . . . .	30
2.7 Conclusioni: . . . . .	34
<b>3 L'UTILIZZO DI UN PROCESSO DI DIFFUSIONE PER LE PERDITE IMPROVVISE</b>	<b>36</b>
3.1 Assunzioni . . . . .	37
3.2 Credit Spread sui Depositi . . . . .	41
3.3 Valutazione . . . . .	41
3.4 Risultati numerici . . . . .	43
3.5 Incentivi per l'esposizione al rischio . . . . .	47
3.6 Conclusioni . . . . .	49
<b>4 RICAPITALIZZAZIONE IN PRESENZA DEGLI SGRAVI FISCALI E DEI COSTI DI BANCAROTTA</b>	<b>51</b>
4.1 Introduzione . . . . .	51
4.2 Il Modello . . . . .	52
4.3 Soluzioni in forma chiusa . . . . .	53
4.4 Scelta dei Parametri del CCB sotto la Condizione1 . . . . .	54
4.5 Struttura di Capitale Ottima . . . . .	56
4.6 Caso Leverage con un ammontare non ottimo di Straight Debt	56
4.7 Straight Debt invece di CCB:Scelta iniziale della Struttura di Capitale . . . . .	60

4.8	Straight Debt Invece di CCB:Parziale sostituzione dello Straight Debt presente . . . . .	61
4.9	Manipolazione dei Mercati e Molteplicitá di Equilibri nei Prezzi dell'Equity . . . . .	62
4.10	Manipolazione del Mercato Equity . . . . .	64
4.11	CCB e Inefficienza della Sostituzione dei Titoli . . . . .	67
4.12	Conclusioni . . . . .	68
<b>5</b>	<b>COME RIDURRE IL PROBLEMA DEL DEBT OVERHANG E DELLE MANIPOLAZIONI: IL CASO DEL COERCs</b>	<b>70</b>
5.1	Il Coerc . . . . .	70
5.2	CONCLUSIONI: . . . . .	82
<b>6</b>	<b>UNO STRUMENTO PER DICHIARARE FALLIMENTO:IL DOPPIO TRIGGER</b>	<b>83</b>
6.1	Manipolazione dei Mercati . . . . .	84
6.2	Pricing . . . . .	86
6.3	Conclusioni . . . . .	88
<b>7</b>	<b>CONCLUSIONI</b>	<b>89</b>
	<b>Riferimenti bibliografici</b>	<b>94</b>
	<b>Ringraziamenti</b>	<b>96</b>

## Sommario

Il biennio 2007-2008 é stato sicuramente uno dei periodi piú tragici dal punto di vista finanziario.

A partire dal 2004 con lo scoppio della bolla del mercato immobiliare americano che provocó un mostruoso innalzamento dei tassi d'interesse sui mutui subprime, per arrivare fino al luglio 2008 in cui grandi banche e istituzioni finanziarie di livello mondiale denunciarono perdite per circa 435 miliardi di dollari significó, questo il crollo del sistema finanziario e la perdita di fiducia tra gli stessi istituti bancari.

La recente crisi ha poi posto l'attenzione dei ricercatori e dei regolatori sulla struttura di capitale delle banche e sull'utilizzo all'interno di essa dei titoli ibridi. L'utilizzo dei cosiddetti *ibridi* ha permesso alle banche di raccogliere capitale ad un costo inferiore rispetto all'equity tradizionale senza creare delle perdite per gli azionisti, ed entrando, comunque, a far parte del capitale regolatore della banca.

Il mio lavoro si articola quindi nel seguente modo:

**Nel capitolo 2** verrà preso in considerazione un modello matematico per la struttura di capitale di una *company* che sottoscrive titoli perpetui (legati alla durata di vita dell'azienda) che possono essere convertiti dalla stessa in azioni comuni sotto l'ipotesi che essa possa emettere 2 tipi di debito: *straight debt* e *convertible bonds*.

Nell'ipotesi che la barriera di conversione sia definita dagli azionisti (barriera endogena), si determinerá la struttura ottima di capitale con i relativi coupon ottimi per lo *straight debt* ed il *convertible bonds*.

I risultati principali che ne conseguono sono i seguenti:

- **LEVERAGE:** La presenza dei bond convertibili aumenta il leverage di una company;
- **EFFETTO SOSTITUZIONE:** Piú una company é dedita al rischio maggiore sará l'effetto sostituzione osservato tra le 2 forme di debito;
- **COSTO DI BANCAROTTA:** Costi di bancarotta inferiori, mentre il premio assicurativo é molto elevato in termini di yield spread sui bond convertibili.

L'emissione sia di *straight debt* che di *convertible bonds* puó considerarsi una buona scelta dato che il valore netto della company é maggiore rispetto al caso in cui i bond convertibili non sono sottoscrivibili.

A differenza di [McDonald (2010)], qui il fatto che siano esclusivamente gli azionisti a decidere la conversione può risultare una scelta non ottimale in quanto essi mirano esclusivamente ad ottimizzare il valore dell'equity e non quello della company composto da equity, bond e convertibili.

Assumendo infine l'ulteriore ipotesi che i bond convertibili presentino uno spread fisso sullo *straight debt* si arriva ad ottenere che per un coupon doppio del convertibile rispetto a quello dello *straight debt* il valore netto della company risulta maggiore di quello ottenuto in presenza della barriera endogena ottima di conversione. Più lo spread dei convertibili aumenta, più si osserva una riduzione dei costi di bancarotta ed un trasferimento di ricchezza dagli azionisti (compresi i possessori dello *straight debt*) verso i possessori del convertibile.

**Nel capitolo 3** si passa ad analizzare un modello strutturale per una banca il cui valore di mercato segue un processo di diffusione con salti e la barriera di conversione è esogena.

Lo scopo di questo capitolo consiste nell'analizzare come i termini contrattuali del contingent capital possano influire sulla struttura di capitale della banca e sullo yield richiesto dagli investitori. Le 2 sostanziali differenze rispetto al modello visto nel capitolo precedente sono quindi:

- **La presenza di una barriera esogena:** La conversione del contingent capital in equity avviene automaticamente non appena il valore di mercato dell'equity iniziale scende sotto una soglia stabilita a priori;
- **La presenza del rischio salto:** Caratteristica distintiva che permette di descrivere più accuratamente la possibilità da parte dei titoli della banca di subire perdite improvvise.

La conversione sarà tale che nel caso non avvenga, il Contingent Capital pagherà un coupon e potrà in ogni caso essere reinvestito sotto forma di nuovo C.C.

La presenza del *rischio salto* farà sì che a conversione sarà presente un credit spread positivo causato dalla perdita potenziale che gli investitori sul contingent capital potrebbero subire per una conversione al di sotto del valore di mercato, avvenuta in seguito ad una ingente, quanto improvvisa, diminuzione del valore dell'asset.

Una conseguenza che ne deriva sarà che il nuovo credit spread sul contingent capital aumenterà non appena il valore dell'equity originario diminuisce.

Data la struttura di capitale iniziale, infine, ci si concentra sui fattori quali i termini contrattuali relativi al contingent capital che vanno a influenzare lo

yield richiesto dagli investitori così come l'effetto sostituzione che si viene a creare.

**Nel capitolo 4** verrà descritto un modello per i contingent convertible bonds (CCBs), uno strumento emesso sotto forma di debito che converte automaticamente in equity non appena l'azienda o la banca si trovano in una condizione di estrema crisi, che mira a massimizzare i benefici delle società tenendo conto delle norme bancarie prudenziali.

Dato che i CCBs vengono considerati come una componente prudenziale si assume che le società possano dedurre gli interessi pagati sui CCB fino a quando il titolo rimane sottoforma di bond.

La seconda assunzione che viene fatta si riferisce al fatto che l'introduzione di CCBs nel capitale della banca non ha impatto sul livello dei titoli della holding, in quanto può essere vista come uno swap su equity o uno swap sullo straight debt.

L'ultima assunzione, necessaria, se si pone come obiettivo la riduzione dei costi di bancarotta, stabilisce che i CCBs debbano convertire in equity in un tempo antecedente ogni possibile forma di default della banca.

La caratteristica distintiva di tale modello riguarda quindi la scelta da parte della company della propria struttura di capitale in presenza di:

- **Imposta sul reddito della società;**
- **Costi diretti di bancarotta.**

Sotto tale ipotesi si considera quindi il problema della scelta iniziale della struttura di capitale da parte di una company con l'unico vincolo imposto dai regolatori.

Verrà considerato anche il caso in cui una certa quantità di CCBs possa entrare a far parte tramite sostituzione in una struttura di capitale già esistente, ma soprattutto verranno analizzati gli incentivi alla manipolazione dei mercati che l'introduzione dei CCBs può portare con sé.

Verrà affrontato per la prima volta nell'analisi il caso di una banca TBTF e si cercherà di capire quali possano essere le caratteristiche contrattuali dei CCBs che diminuiscano la rischiosità di tali banche.

**Nel capitolo 5** viene presentato il COERCs (Call Option Enhanced Reverse Convertible), uno strumento la cui idea di fondo è quella di diminuire il Debt Overhang attraverso una forma di coercizione che non è imposta dai regolatori.

Il fatto che i regolatori non intervengano nel processo di conversione obbliga la company ad emettere equity per gli obbligazionisti ad un prezzo scontato tutte le volte che la società si trova in un periodo di forte crisi.

La possibilità che viene data agli azionisti di ripagare il debito in qualsiasi momento rende tale proposta in grado di dare una risposta a 2 grandi problemi che riguardano l'utilizzo del C.C. nella struttura di capitale, infatti:

- **Il COERC riduce il rischio per i debt holders e rende tale strumento maggiormente commerciabile rispetto ai tradizionali convertibili;**
- **Il fatto che gli azionisti possano sempre eliminare la conversione ripagando il debito sta a significare che le conversioni guidate da comportamenti irrazionali o manipolazioni dei prezzi non interesseranno gli azionisti.**

Il mancato intervento dei regolatori, infine, rende tale proposta maggiormente accettata dai manager in quanto non si mira qui a massimizzare il valore delle obbligazioni, ma quello delle azioni.

**Nel capitolo 6**, infine, viene presentato il contingent capital a doppio trigger, uno basato sullo stock price della banca mentre il secondo sul valore dell'indice finanziario.

Essendo 2 le condizioni che si devono verificare contemporaneamente affinché la conversione abbia luogo, le possibilità di forzare tale conversione aumentano utilizzando la cosiddetta *fixed share premium conversion* o la *fixed dollar par conversion*.

Il motivo per cui tale strumento è stato introdotto è che esso, attraverso il doppio trigger **permette ad una società di dichiarare fallimento anche in un periodo non di crisi** facendo sì che il contingent capital si comporti come se fosse debito standard.

Il fatto che la condizione relativa all'indice finanziario non sia soddisfatta fa sì che la conversione dei bond non abbia luogo e che la company possa dichiarare comunque fallimento. Tale piano non è soggetto alla cosiddetta *death spiral* in quanto nella *fixed share premium conversion* il numero delle azioni convertite sarà fisso.

È fondamentale sottolineare che questo *claim* non tiene conto dei cambiamenti della struttura di capitale che possono riguardare la banca in seguito all'emissione di debito contingente.

La banca può quindi emettere nuovo equity dopo aver sottoscritto del convertibile.

# 1 INTRODUZIONE

La recente crisi ha evidenziato le innumerevoli imperfezioni nella struttura di capitale delle banche. Nonostante l'intervento da parte del Federal Reserve Chairman Ben Bernanke avvenuto il 15 ottobre 2007 al *Economic Club of New York*:

*"Fortunately, the financial system entered the episode of the past few months with strong capital positions and a robust infrastructure. The banking system is healthy"*

la storia ha dimostrato il contrario in quanto numerosi sono stati i fallimenti da parte di istituti finanziari, primo fra tutti *Lehman Brothers*, e molti paesi hanno dovuto intervenire, con massicce misure, a sostegno delle proprie banche.

Le carenze sfociate nella crisi sono state numerose e vanno attribuite a molti, tra questi le banche, gli investitori, le agenzie di rating e i supervisor. Sotto il profilo regolamentare, la principale insufficienza riguardava il livello e la qualità del capitale.

Anziché disporre di un solido coefficiente patrimoniale dell'8% a copertura dei rischi, molte banche detenevano di norma il 2% ed il verificarsi di perdite improvvise quanto ingenti da parte dei titoli bancari ha contribuito ad annullare tale copertura.

Un'altra lacuna regolamentare va ricercata nell'insieme delle norme patrimoniali che disciplinano le esposizioni nei portafogli di negoziazione, in cui le banche avevano accumulato ingenti posizioni creditorie illiquide. Il regime basato sul VAR, con il suo orizzonte di liquidità a 10 giorni, non era adeguato sotto questo profilo. Le banche hanno abusato di questo regime, immagazzinando nei loro portafogli di negoziazione attività strutturate altamente illiquide, prive di mercato e della possibilità di essere valutate al momento della crisi di liquidità, a fronte delle quali le riserve di capitale erano insufficienti a coprire i rischi.

L'utilizzo dei cosiddetti *ibridi* ha permesso alle banche di raccogliere capitale ad un costo inferiore rispetto all'equity tradizionale senza creare delle perdite per gli azionisti ed entrando comunque a far parte del capitale regolatore della banca.

Prima di iniziare con la trattazione dei modelli da me analizzati diamo un rapido cenno agli eventi che hanno portato ad una crisi di tale entità.



## 1.1 Dalla Bolla Tecnologica alla Bolla Immobiliare

Nel marzo 2000 i prezzi dei titoli azionari subiscono un crollo vertiginoso. Tra i policy maker si diffonde la preoccupazione che la svalutazione nominale dei portafogli degli speculatori possa trascinare l'intera economia all'interno di una spirale deflazionistica.

Per evitare quella che con tutta probabilità sarebbe stata una prolungata depressione, la Federal Reserve taglia i tassi d'interesse in maniera decisa, portandoli dal 6.5% all'1% in poco più di un biennio.

### **Il circuito dei mutui subprime:**

La sintesi tra struttura bancaria, politica della Fed e nuovi strumenti finanziari è concettualizzabile mediante il circuito dei mutui subprime.

A differenza dei mutui ipotecari tradizionali, la cartolarizzazione dei mutui subprime porta a notevoli cambiamenti.

Per prima cosa, la banca porta fuori bilancio i crediti ipotecari, che sono utilizzati per emettere titoli garantiti dai mutui stessi (con l'ausilio di banche virtuali, le Siv).

Con i fondi ricavati, la banca emette un mutuo ipotecario, i cui pagamenti mensili sono utilizzati dalla banca per emettere nuove obbligazioni.

Nel caso in cui il compratore non dovesse essere in grado di fronteggiare i propri impegni di pagamento, le banche non sarebbero in grado di emettere bond con cui finanziarsi per emettere nuovi mutui e infine il detentore delle obbligazioni ipotecarie si impossesserebbe dell'immobile.

Siccome le attività (i mutui ipotecari accesi) non gravano sul bilancio, si crea una discrepanza tra i prestatori e i possibili effetti negativi delle loro decisioni.

Questo assicura un duplice vantaggio alle banche: da un lato, l'espansione creditizia non si scontra con l'esigenza di accrescere i depositi prudenziali, aumentando i profitti a causa della maggior quantità di credito messo in circolazione;

dall'altro lato, ma strettamente connesso al precedente, le banche sono stimolate ad accendere un quantitativo di mutui sempre maggiore poiché il profitto non dipende strettamente dal margine d'interesse sul credito elargito, bensì dalle parcelle applicate ai titoli cartolarizzati e rivenduti.

La riduzione dei tassi d'interesse operata dalla Fed dalla fine del 2000 diminuisce il costo dell'indebitamento, rendendo particolarmente conveniente l'accensione di mutui ipotecari.

Tra il 2001 e il 2006, l'elargizione di prestiti ipotecari aumenta considerevolmente. Al picco della bolla immobiliare avvenuto tra il 2004 e il 2006, le banche e le altre istituzioni finanziarie erogano prestiti per un valore pari a

9.000 miliardi di dollari.

Per contrastare le spinte inflazionistiche e porre un freno al disavanzo pubblico, dalla fine di giugno 2004 la Fed decide di aumentare i tassi d'interesse, causando un piccolo cedimento del settore immobiliare.

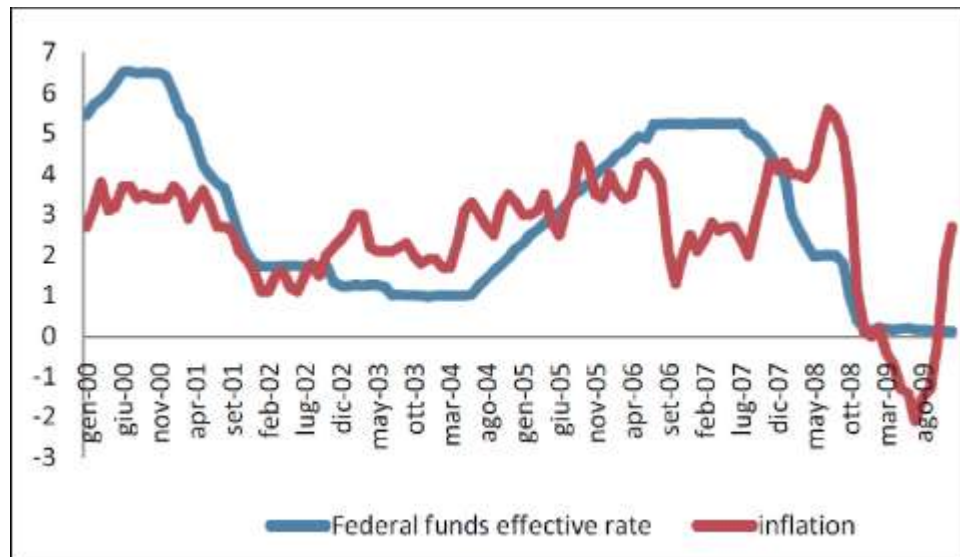


Figura 1: Andamento tassi

Dopo una lunga discesa durata quasi un triennio, i tassi d'interesse continueranno a salire fino allo scoppio della crisi, nonostante la contemporanea discesa dell'inflazione.

Due furono gli espedienti che vennero adottati per cercare di dare un freno a questa crescita basata sull'indebitamento.

Primo, furono agevolate le condizioni di accesso al mutuo mediante l'offerta di rate aggiustabili (ARM) caratterizzate da tassi d'ingresso particolarmente bassi o in pratica inesistenti per i primi anni, ma destinati a salire vertiginosamente una volta terminato il periodo ponte.

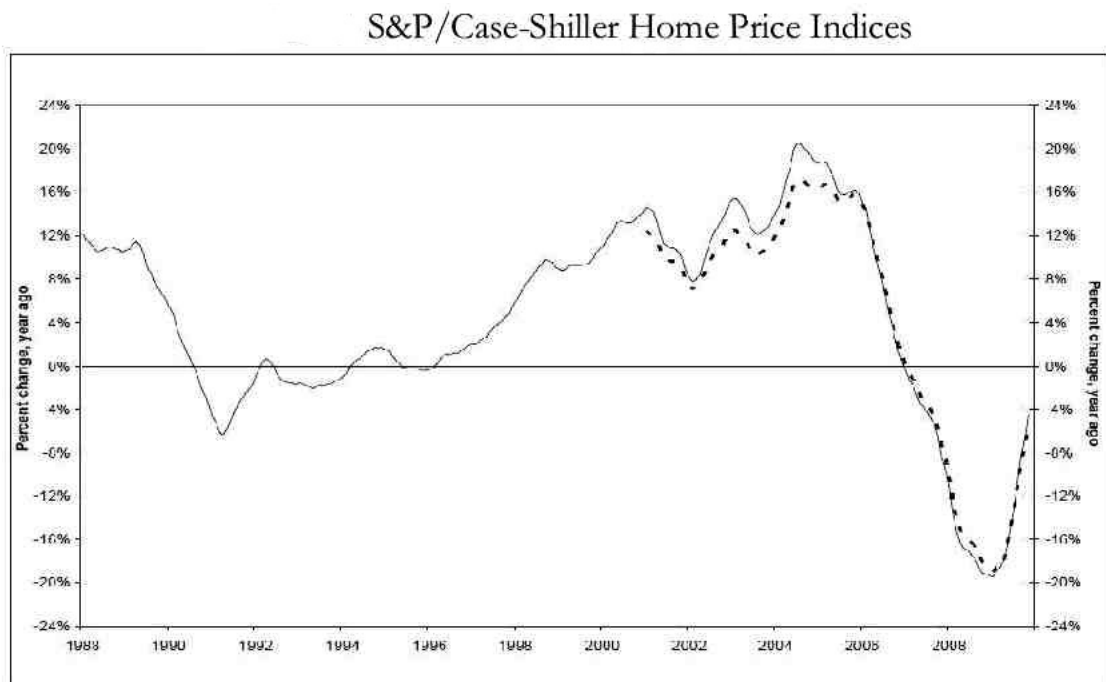
Secondo, si espandono i mutui subprime che andranno a costituire il 40% dei nuovi prestiti ipotecari elargiti, e il 13% del totale nel 2006.

Dal 2003 al 2007, il valore dei mutui subprime cresce del 292%, da 332 a 1.300 miliardi di dollari.

## 1.2 Lo Scoppio della Bolla e la Propagazione della Crisi

### Il crollo dei prezzi immobiliari:

Alla fine del 2005, il mercato immobiliare statunitense inizia a mostrare i primi segni di cedimento. Come mostra l'indice *Case-Shiller* nel grafico qui sotto, l'andamento dei prezzi delle case, in continua ascesa da metà anni novanta (tranne due piccole cessioni nel 2000 e nel 2004), subisce un arresto.



Fonte: Standard & Poor's and Fiserv.

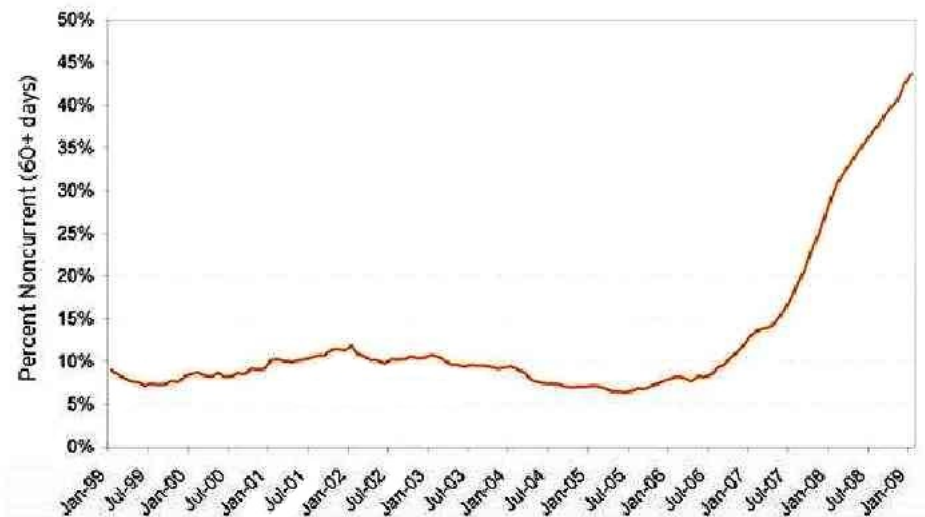
Figura 2: Case Shiller Index

L'aumento dei tassi d'interesse e il rallentamento della crescita del settore immobiliare avvengono in prossimità della scadenza dei periodi ponte dei mutui ARM, diffusi massicciamente a partire dal 2004, precludendo a molte famiglie la possibilità di rinegoziare il mutuo a tassi vantaggiosi, come avveniva invece fino a pochi mesi prima.

Ciò significa insolvenza.

Nella primavera del 2006, gli istituti finanziari iniziano ad incontrare difficoltà a recuperare i crediti, deducibile in un aumento del tasso di morosità mostrato dal grafico seguente.

### Tasso di morosità – mutui subprime



Fonte: T2 Partners, LLC.

Figura 3: Tasso di insolvenza

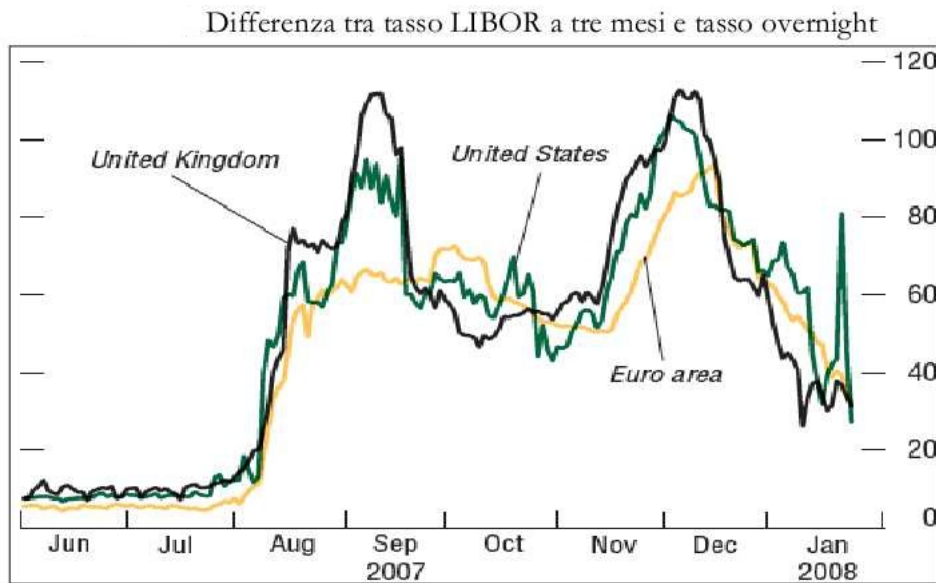
La decisione degli investitori di ridurre la loro esposizione verso i prodotti finanziari legati agli Mbs, il principale mezzo con cui finanziare l'emissione di nuovi mutui ipotecari, amplifica le difficoltà di accesso ai mercati secondari da parte delle società specializzate. In altre parole, il circuito della cartolarizzazione dei mutui subprime s'inceppa, causando il fallimento delle società operanti nel comparto dei prestiti ipotecari ad alto rischio.

La gravissima conseguenza che di lì a poco ne sarebbe scaturita non sta tanto nel fallimento delle istituzioni operanti nel settore subprime, ma piuttosto nel fatto che l'80% dei mutui subprime emessi tra il 2004 ed il 2008, dopo essere stato cartolarizzato in Mbs prima e in varie tipologie di Cdo poi, ed infine assicurato con Cds, ha contagiato i mercati finanziari di tutto il mondo.

Il rifiuto di assorbire commercial paper emessi dalle Siv da parte degli investitori obbliga le banche madri ad attivare le linee di credito previste oppure a vendere asset per onorare le obbligazioni delle Siv, con evidenti ricadute negative sui loro bilanci.

#### **La crisi della fiducia:**

Ad inizio agosto 2007 la paura di possibili default tra le controparti si materializza nell'aumento dello spread tra i tassi LIBOR e overnight, come mostrato dalla figura seguente.



Fonte: Bloomberg L.P.

Figura 4: LIBOR vs overnight

Si verifica un totale congelamento del mercato del prestito interbancario. Nonostante il mercato sia inondato di capitali, le banche preferiscono accantonare liquidità (invece di prestarsela a vicenda) per reintegrare le loro riserve, nel frattempo pesantemente svalorizzate dal crollo dei titoli cartolarizzati.

Dal primo trimestre 2007 al primo trimestre 2008 l'emissione di Cdo a livello mondiale diminuisce del 94%, da 188 a 11 miliardi di dollari.

L'immediata conseguenza di questa diminuzione della domanda sta in un notevole abbassamento del valore di tali titoli che dà il via ai primi fallimenti di alcuni *hedge funds* e delle compagnie assicurative ad essi associati.

Tra i fallimenti più illustri si annoverano quello della banca inglese *Northern Rock*, specializzata nell'emissione di mutui ipotecari; a metà marzo 2008 col collasso di *Bear Stearns*, la quinta banca di Wall Street, pesantemente esposta verso Mbs ed altri strumenti derivati fino ad arrivare al fallimento di *Lehman Brothers* avvenuto il 15 settembre 2008.

In generale, tra il 19 settembre e il 9 ottobre 2008, il mercato azionario precipita del 28%, mentre il sistema finanziario viene paralizzato da una generalizzata perdita di fiducia tra gli stessi istituti bancari che sfocia in un congelamento del credito a livello sistemico.

### 1.3 La risposta politica alla crisi finanziaria

Inquadrando tale crisi in un'ottica di problema di liquidità la FED si limitò a iniettare moneta nel sistema.

Inizialmente, il modo in cui le autorità statunitensi tentano di fronteggiare il credit crunch furono riassumibili nei 2 punti seguenti:

- Abbassamento dei tassi d'interesse
- Iniezione di nuova liquidità.

Il crollo dei titoli borsistici convince Bernanke, l'attuale Presidente del Comitato dei Governatori della Federal Reserve, a concedere un quantitativo di credito pressoché illimitato alle banche, mediante un repentino abbassamento dei tassi d'interesse e del tasso di sconto che la Fed presta agli istituti di credito.

Tali tassi verranno portati rispettivamente dal 6.25% e 5.75% dell'agosto 2007 allo 0.25% e 0.50% alla fine del 2008.

All'inizio del 2008 la politica adottata dalla FED cambia e così il 12 dicembre annuncia che accetterà a garanzia dei prestiti a breve termine i titoli tossici di cui le banche non riescono a sbarazzarsi.

Attraverso la 'term auction facilitate', la Fed concede prestiti ricevendo come garanzia titoli difficilmente prezziabili, come gli assets backed securities ed altri titoli di debito strutturato ancora nei portafogli bancari.

Tali rimedi si rivelano però assai inefficaci.

L'intero sistema entra in una crisi profonda dovuta alla mancanza di liquidità; le banche infatti preferiscono accantonare la liquidità fornita per ripristinare le riserve valutarie gravemente assottigliate dal crollo dei loro assets, piuttosto che far riavviare la circolazione di denaro. Oramai è evidente che una gran quantità dei mutui ipotecari sarà destinata al default e che nessun ammontare di ricchezza sarà in grado di bilanciare gli impegni delle banche in tali attività.

La nuova strategia della Fed diviene lampante a metà marzo 2008, con il prestito a *JP Morgan Chase's* per l'acquisto di *Bear Stearns (B.S.)*.

In quest'occasione si è lanciato un chiaro messaggio che raggiungerà il suo apice con l'approvazione del *Tarp (Troubled Asset Relief Program)*: la Fed e il Tesoro avrebbero preso ogni iniziativa per scongiurare il fallimento di qualsiasi istituzione TBTF (Too Big To Fail).

Analogo sostegno è fornito per *Fannie Mae* e *Freddie Mac*, due istituzioni che possedevano e garantivano circa la metà del mercato dei mutui ipotecari negli Stati Uniti, ma con il fallimento di Lehman Brothers e l'assorbimento di Merrill Lynch in Bank of America, la politica entra prepotentemente nella

gestione della crisi.

### **Il Troubled Asset Relief Program:**

Il 3 ottobre 2008 viene presa la decisione durante il Congresso del Troubled Asset Relief Plan (TARP) di consentire al Dipartimento del Tesoro americano di acquistare o assicurare fino a 700 miliardi di dollari degli 'assets problematici'.

In sostanza, il Tarp permette al Tesoro di assorbire i titoli tossici di dubbio valore (in grossa parte Mbs e Cdo) ancora in possesso delle istituzioni bancarie, al fine di stabilizzare, ripristinando la fiducia tra gli istituti di credito, il sistema finanziario internazionale. Tra gli istituti che hanno usufruito di tale piano ricordiamo Citigroup, Bank of America, Goldman Sachs e molti altri.

All'iniezione di liquidità si è aggiunta una garanzia temporanea della Fdic, l'agenzia che assicura i depositi bancari per il nuovo debito emesso dalle banche.

### **Il Public-Private Partnership Investment Program:**

Nel marzo 2009 è stato approvato il Public-Private Partnership Investment Program (PIPP), un piano che si proponeva di continuare l'opera di rilevamento e ripulitura di 500 miliardi di dollari, estendibili fino a 1000, di assets tossici dai bilanci bancari, mediante la creazione di un fondo a capitale misto (pubblico e privato).

Le banche avranno la possibilità di vendere 'poll' di prestiti a fondi dedicati e gli investitori avranno la possibilità di partecipare a questi fondi e di godere dei vantaggi offerti dai finanziamenti del governo.

Nel dettaglio, il Tesoro s'impegna a un investimento iniziale tra i 75 e i 100 miliardi di dollari (prelevati dai 700 miliardi iniziali del Tarp), che potranno tuttavia aumentare.

Il nuovo programma è diviso in tre parti e prevede che i finanziamenti saranno erogati attraverso la Fed e il Fdic, l'ente che garantisce i depositi bancari, per assicurare investimenti pubblici e privati in grado di acquistare fino a 1000 miliardi di dollari di 'legacy loans', asset tossici sotto forma di prestiti in sofferenza.

Prima di passare all'analisi dei piani di salvataggio da me analizzati e suddivisi in base allo scopo per cui sono stati introdotti, vediamo ora in breve un piano di assistenza introdotto dal governo statunitense per fornire una riserva di capitale ai grossi istituti finanziari incapaci di raccogliere capitali sufficienti da investitori privati: il CAP.

## 1.4 IL CAP

La prima fase del CAP(Capital Assistance Program) é stata richiesta per una stima del capitale da fornire ai principali istituti finanziari che hanno preso parte al programma.

Nella seconda fase del programma,le banche richiedenti un capitale aggiuntivo e incapaci di trovare sufficiente capitale privato potranno vendere titoli preferenziali convertibili e warrants su azioni ordinarie al Tesoro.

La particolarità di questi titoli sta nel fatto che essi garantiscono all'emittente la possibilità di convertire i titoli in azioni ordinarie e la conversione diventa obbligatoria alla fine dei 7 anni.

L'opzione di conversione fa del titolo CAP una forma di contingent capital. Le clausole del CAP includono caratteristiche addizionali in cui si afferma che l'emittente può riscattare le azioni preferenziali al pari entro i primi 2 anni mentre il Tesoro ottiene gli warrants sulle azioni ordinarie della banca come parte della transazione.

Vediamo ora abbastanza in breve i termini di tale piano:

Un istituto finanziario qualificato (QFI) emette azioni privilegiate convertibili al Tesoro (UST) per un ammontare compreso tra l'1% e il 2% dei titoli rischiosi emessi dall'istituto.

In ogni istante entro i primi 2 anni,le QFI possono convertire in contanti le azioni preferenziali al pari,senza un ulteriore esborso per i dividendi maturati e non pagati.

Per quanto riguarda la conversione essa é esercitabile entro i primi 7 anni e diventa obbligatoria alla fine di tale periodo. Il prezzo di conversione corrisponde al 90% del prezzo medio di chiusura delle azioni ordinarie durante gli ultimi 20 giorni di transazione.

Come dicevo prima,se alla fine dei 7 anni la conversione non é ancora avvenuta,essa diviene obbligatoria alle stesse condizioni.

Per quanto riguarda gli warrants garantiti al Tesoro, essi possono essere esercitati dal Tesoro entro i primi 10 anni permettendo così allo stesso di comprare azioni ordinarie delle QFI ad uno strike price pari al prezzo di conversione applicato alle azioni preferenziali. Le azioni preferenziali forniscono un buffer addizionale contro eventuali perdite e i dividendi pagati compensano i contribuenti e incentivano la banca a sostituire fondi pubblici con capitale privato.



### **Approccio Contingent Claim per la Valutazione:**

In questa sezione verrà considerato il CAP alla stregua di un unico ibrido,ottenuto dalla combinazione dei titoli convertibili e degli warrants al fine di poterne dare una valutazione corretta.

Una premessa doverosa é data dal fatto che eventuali cambiamenti nella struttura di capitale derivanti dall'esercizio o meno del CAP non vanno ad intaccare il valore finale dell'azienda.

I termini del CAP includono un capitale iniziale  $G$  pagato dal Tesoro,i dividendi pagati dalle QFI,glI warrants garantiti al Tesoro e le opzioni di conversione e di redenzione in possesso delle QFI. Supponiamo inoltre che tutti i pagamenti siano posticipati fino ad una ipotetica liquidazione che può aver luogo in corrispondenza del riscatto,della conversione o dell'esercizio degli warrants. Fino a quando la liquidazione non avviene il capitale iniziale  $G$  accumula interessi al tasso risk-free e gli stessi dividendi vengono reinvestiti allo stesso tasso.

Alla liquidazione si ha che:

per quanto riguarda il riscatto le QFI pagano al Tesoro il capitale iniziale  $G$ ,il valore cumulato dei dividendi e quello degli warrants detenendo  $n$  azioni ordinarie e gli interessi incassati sul capitale iniziale.

Per la conversione,invece,le QFI pagano al Tesoro il valore cumulato dei dividendi e il valore degli warrants,ma trattengono il capitale iniziale e gli interessi su di esso maturati.

Il valore totale dell'equity é diviso in rapporto al numero di azioni possedute da ambedue le parti:

il Tesoro detiene  $q$  azioni e quindi riceve una frazione pari a  $\frac{q}{q+n}$  del totale mentre alle QFI spetta la restante parte  $\frac{n}{q+n}$ .

L'incremento del numero delle azioni porta ad una diminuzione dello stock price che determina a sua volta una diminuzione del valore degli warrants del Tesoro e questo si rifletterá nel momento in cui avverrá la conversione delle opzioni.

Durante l'esercizio degli warrant il Tesoro paga il costo di esercizio pari a  $mK$ ,dove  $m$  rappresenta il numero degli warrants e  $K$  é lo strike price.

La QFI continua a detenere l'opzione da convertire o riscattare in azioni preferenziali,cosi ottiene il valore del titolo CAP spogliato del suo warrant,valuato al prezzo diluito dello stock.

In ipotesi di assenza di arbitraggio il valore atteso di ciò che la QFI dovrebbe ottenere a liquidazione dovrebbe essere uguale al valore iniziale  $nS$  dell'equity,o equivalentemente il valore attuale netto atteso per la QFI dovrebbe essere nullo.

Alternativamente, possiamo pensare che  $C_0$  possa rappresentare il prezzo

equo per gli emittenti da pagare ai compratori per entrare in un contratto CAP.

In ognuno dei possibili scenari di liquidazione, le parti che non attuano la liquidazione continuano a possedere una o più opzioni:

se la QFI riscatta o converte, il Tesoro continua a possedere warrants; se il Tesoro esercita lo warrant, la QFI continua a detenere l'opzione da riscattare o convertire.

Per determinare il payoff a liquidazione per ogni controparte non si dovrà far altro che valutare le rimanenti opzioni.

Tralasciando i vari tecnicismi che hanno permesso la valutazione di tale programma definito il 25 Febbraio 2009 "*a core element of the Administration's Financial Stability Plan*" dal *Treasury's press* solo alcuni mesi dopo, e precisamente il 9 Novembre, ne è stata annunciata la chiusura dal Tesoro Americano stesso per mancanza di adesione.

Uno dei motivi che ha portato a tale risultato è stato il sostanziale incremento degli *stock prices* nel periodo successivo l'annuncio del programma che ha quindi abbassato notevolmente il net value del titolo CAP.

Allo stesso tempo il possibile intervento da parte dei regolatori e del governo per quelle società che sottoscrivessero tale piano ha fatto sì che i manager non vedessero di buon occhio il CAP, nonostante gli azionisti ne avrebbero tratto guadagno. L'insuccesso di questo programma dimostra come sia estremamente complicato fornire un unico strumento alle banche che possa permettere di gestire contemporaneamente problemi quali la determinazione della struttura ottima di capitale, il contenimento dei costi di bancarotta, di alleviare il problema del debito in eccesso e di evitare manipolazioni del mercato tenendo ovviamente conto dell'effetto sostituzione che si viene a creare tra il debito standard ed il contingent capital e infine del rapporto leverage.

Vedremo a partire dal prossimo capitolo un modello per la determinazione della struttura ottima di capitale per una società la cui conversione è a discrezione degli azionisti.

## 2 UN MODELLO PER LA RICAPITALIZZAZIONE

### 2.1 Struttura con barriera endogena e coupon ottimi per straight debt e convertibile

In questo primo capitolo, come già anticipato nell'introduzione, verrà analizzata la struttura di capitale di una company che sottoscrive titoli perpetui (legati alla durata di vita dell'azienda) che possono essere convertiti dalla stessa in azioni comuni.

L'utilizzo dei cosiddetti *ibridi* nella struttura di capitale è stata oggetto di analisi da parte di numerosi studiosi.

A differenza del modello proposto da [Pennacchi (2010)] in cui verrà ipotizzata una barriera di conversione esogena e che verrà trattato nel capitolo successivo, il fine che qui si cerca di perseguire è quello di determinare la struttura di capitale ottima con bancarotta endogena (barriera di conversione definita dagli azionisti) e il coupon ottimo per lo *straight debt* e i *convertible bonds*. Verrà quindi analizzata la struttura di capitale di una company che possa emettere due tipi di debito:

- straight debt;
- convertible bonds.

I risultati principali che ne conseguono sono i seguenti:

- **LEVERAGE:** Una company che sottoscrive anche bond convertibili presenta un rapporto leverage maggiore della stessa company che sottoscrive esclusivamente *straight debt*;
- **EFFETTO SOSTITUZIONE:** È presente un effetto sostituzione tra le due forme di debito che si evidenzia maggiormente nel caso di una company dedita principalmente ad investimenti più rischiosi;
- **COSTO DI BANCAROTTA:** I bond convertibili rendono la company più sicura e i costi di bancarotta sono inferiori rispetto alla situazione standard, mentre il premio assicurativo è molto elevato in termini di yield spread sui bond convertibili.

La conversione, come detto, è decisa dagli azionisti e i bond sono riscattabili; una caratteristica questa che è in grado di dare una risposta riguardo la possibilità di trovare capitale anche se non necessario e di permettere il fallimento di una company anche in situazioni non di crisi.

Tale caratteristica verrà ampiamente discussa quando si prenderá in considerazione il caso del *Contingent Capital con doppio Trigger* analizzato in [McDonald (2010)], dove la presenza del doppio trigger dará luogo a particolari manipolazioni del mercato.

L'emissione sia di *straight debt* che di *convertible bonds* risulta essere una buona opportunità in quanto il valore netto della company é maggiore rispetto al caso in cui i bond convertibili non sono sottoscrivibili.

A differenza di [McDonald (2010)] qui il fatto che siano esclusivamente gli azionisti a decidere la conversione puó risultare una scelta non ottimale in quanto essi mirano esclusivamente ad ottimizzare il valore dell'equity e non quello della company composto da equity, bond e convertibili.

Assumendo infine l'ulteriore ipotesi che i bond convertibili presentino uno spread fisso sullo *straight debt* si arriva ad ottenere che per un coupon doppio del convertibile rispetto a quello dello *straight debt* il valore netto della company risulta maggiore di quello ottenuto in presenza della barriera endogena ottima di conversione. Più lo spread dei convertibili aumenta, piú si osserva una riduzione dei costi di bancarotta ed un trasferimento di ricchezza dagli azionisti (compresi i possessori dello *straight debt*) verso i possessori del convertibile.

Supponiamo di essere in  $t=0$  e che la company oggetto del nostro studio emetta 2 tipi di debito: *straight debt* e *convertible bonds*.

Lo *straight debt* é dato da un bond perpetuo che paga un coupon costante pari a  $CD$  fino a quando la societá rimane solvente.

I bond convertibili pagano anch'essi un coupon costante pari a  $CC$  fino a quando la societá rimane solvente e non sono convertiti in equity.

Se avviene la conversione, essa si realizza al valore corrente (*parvalue*) delle azioni: i possessori dei bond ricevono equity per un ammontare pari al valore dei bond convertibili al prezzo attuale delle azioni.

La peculiaritá sta nel fatto che i bond convertibili sono esigibili dalla company e sono convertiti solamente in azioni comuni, nessun'altra forma di conversione é ammessa. Questo meccanismo produce, in seguito ad una conversione, una perdita per gli azionisti (*debt overhang*); essi infatti sono costretti a vendere le loro azioni o a sottoscriverne delle nuove, mentre nulla cambia per gli obbligazionisti (*bondholders*).

La company ha il diritto di riacquistare i bond mentre i *bondholders* non hanno alcun diritto.

La company in  $t=0$  si trova di fronte ad un problema statico di struttura del capitale, in quanto si pone l'obiettivo di massimizzare il valore totale dei 3 richiedenti (*shareholders, straight debt holders e convertible bondholders*) andando cosí a determinare il coupon del debito standard e di quello con-

vertibile.

Gli azionisti determinano il periodo di conversione dei bond e l'istante di bancarotta andando a massimizzare l'equity. Questi 2 eventi sono guidati da una barriera definita su  $V(t)$ : la conversione in equity avviene quando il valore degli assets raggiunge una certa soglia  $V_l$  stabilita a priori, mentre la liquidazione dei titoli quando il loro valore raggiunge la soglia  $V_b$ .

Mentre la conversione dei convertible bonds non comporta alcun costo per la company, per lo stato di bancarotta non è così e nello specifico con  $\alpha Vb$  si va ad indicare la frazione dei titoli rappresentanti il costo di liquidazione della company e con  $(1 - \alpha)Vb$  quello dei titoli.

Per quanto concerne le tasse; si ha che gli interessi sono tassati al tasso  $\tau(i)$ , mentre i profitti corporate al tasso  $\tau(c)$  e i dividendi al tasso  $\tau(d)$ . Si ha quindi che, sotto la misura neutrale al rischio, il flusso di cassa della company evolve come:

$$\frac{dV_t}{V_t} = (r - \frac{\delta}{V_t})dt + \sigma dW_t, V(0) = V_0 \quad (1)$$

dove  $r$  rappresenta il tasso di interesse risk-free pre tasse e  $\delta/V$  considerando tasse, dividendi e i coupon.

$\sigma$  denota invece la rischiosità del titolo e quindi della company stessa.

Il prezzo di un claim  $F$  scritto su  $V$  che paga  $P$  nel continuo soddisfa la seguente equazione alle derivate parziali:

$$\mu V F_V + \frac{1}{2} \sigma^2 V^2 F_{VV} + F_t + P - rF = 0 \quad (2)$$

dove  $\mu = r - \delta/V$ .

Considerando l'indipendenza dal tempo si ignorano le derivate rispetto al tempo, si impone che  $\delta$  non dipenda da  $V_t$  e si trova quindi una soluzione in forma chiusa per l'equazione (2).

Se poniamo  $P = \psi V + K$  la soluzione generale per l'equazione (1) diventa:

$$F(V) = A_1 V^{-y} + A_2 V^{-x} + \frac{\psi V}{r - \mu} + \frac{K}{r} \quad (3)$$

dove  $x$  e  $y$  sono soluzioni dell'equazione quadratica:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 \phi^2 + (\mu - \frac{1}{2} \sigma^2) \phi - r = 0 \quad (4)$$

Nel modello qui analizzato gli attori principali pre-conversione sono gli azionisti, i sottoscrittori del debito standard e quelli del convertibile, mentre dopo la conversione i sottoscrittori del convertibile scompaiono perché la conversione è obbligatoria.

Con  $CD$  viene indicata la cifra incassata dagli straight debt holders mentre con  $CC$  il coupon fisso incassato dai sottoscrittori del convertibile. Per poter valutare tali prodotti e la struttura di capitale della società si utilizza un approccio backward in time analizzando la situazione post conversione fino a determinare il valore degli asset prima che la conversione abbia luogo. In seguito si andrà a spezzare la nostra analisi in 2 periodi dove in particolare verranno assunti 2 drift differenti,  $\mu_0$  per il periodo iniziale e  $\mu_1$  per il periodo successivo che risultano essere differenti a causa dei coupon dei bond convertibili.

## 2.2 Analisi in t=1

Come detto precedentemente si parte dall'analisi in t=1 e si procede a ritroso. La conversione dei bond convertibili in equity avviene non appena il valore della company raggiunge il valore  $V_b$ , determinato al passo precedente (t=0). Tale valore rappresenta quindi la soglia che va a determinare il passaggio da uno step al successivo. Andiamo ora a trattare il caso per ogni claimant:

### **Straight debt holders:**

In t=1 la company va in bancarotta quando  $V(t)$  tocca la barriera  $V_b$ .

L'equazione che lo straight debt che paga un coupon  $CD$  deve soddisfare risulta essere:

$$\mu V D_{1v} + \frac{1}{2} \sigma^2 V^2 D_{1VV} + CD(1 - \tau_i) - r D_1 = 0 \quad (5)$$

con condizioni al bordo:

$$D_1(V_b) = (1 - \alpha)V_b(1 - \tau_g), \quad D_1(V \rightarrow \infty) = \frac{CD(1 - \tau_i)}{r} \quad (6)$$

Dall'equazione (3) si ha che la soluzione generale é:

$$D_1(V) = A_1 V^{-y_1} + A_2 V^{-x} + \frac{CD(1 - \tau_i)}{r} \quad (7)$$

Dalle condizioni al bordo si ha per  $A_1$  e  $A_2$ :

$$A_1 = 0, \quad A_2 = \frac{(1 - \alpha)V_b(1 - \tau_g) - \frac{CD(1 - \tau_i)}{r}}{V_b^{x_1}} \quad (8)$$

che sostituite nella soluzione generale portano al valore dello straight debt in t=1:

$$D_1(V) = \frac{CD(1 - \tau_i)}{r} + ((1 - \alpha)V_b(1 - \tau_g) - \frac{CD(1 - \tau_i)}{r}) \frac{V^{-x_1}}{V_b} \quad (9)$$

**Shareholders:**

L'equazione che bisogna considerare sempre per  $t = 1$  nel caso degli azionisti é la seguente:

$$\mu V E_{1v} + \frac{1}{2} \sigma^2 V^2 E_{1vv} + (\delta - CD)(1 - \tau_g) - r E_1 = 0 \quad (10)$$

con condizione al bordo:

$$E_1(V_b) = 0, \quad E_1(V \rightarrow \infty) = (V - \frac{CD}{r})(1 - \tau_g) \quad (11)$$

che sostituite nell'equazione della soluzione generale si ottiene il valore di  $E_1(V)$ :

$$E_1(V) = \left( (V - \frac{CD}{r}) - (V_b - \frac{CD}{r}) \frac{V^{-x_1}}{V_b} \right) (1 - \tau_g) \quad (12)$$

**Bankruptcy claim:**

In questo caso l'equazione differenziale associata puó essere scritta come:

$$\mu V B_{1v} + \frac{1}{2} \sigma^2 V^2 B_{1vv} - r B_1 = 0 \quad (13)$$

con le seguenti condizioni al contorno:

$$B_1(V_b) = \alpha V_b, \quad B_1(V \rightarrow \infty) = 0 \quad (14)$$

Dalla seconda condizione al contorno si ricava  $A_1 = 0$  e risolvendo rispetto ad  $A_2$  e poi sostituendo nella soluzione generale si ha:

$$B_1(V) = \alpha V_b (V/V_b)^{-x_1} \quad (15)$$

**2.3 Analisi in  $t=0$** 

Prima della conversione dei bond, i richiedenti sono rappresentati dagli azionisti, dai possessori del debito standard e quelli del convertibile e infine dai cosiddetti *Bankruptcy claimant*. Per ognuno di essi, cosí come fatto precedentemente, andremo a ricavare le equazioni differenziali associate che ne determinano il valore del bene di possesso.

**Convertible bondholders:**

L'EDP associata ai sottoscrittori dei bond convertibili che pagano un coupon pari a  $CC$  fino alla conversione in azioni comuni é:

$$\mu V C B_{0v} + \frac{1}{2} \sigma^2 V^2 C B_{0vv} + CC(1 - \tau_i) - r C B_0 = 0 \quad (16)$$

Quando la conversione ha inizio, gli azionisti decidono di convertire i bond in azioni mentre gli obbligazionisti ricevono  $K$ :

$$CB_0(V_l) = K \quad (17)$$

che porta alla seguente espressione per il valore dei bond convertibili in  $t=0$ :

$$CB_0(V) = \frac{CC}{r}(1 - \tau_i)(1 - (V/V_l)^{-x_0}) + K(V/V_l)^{-x_0} \quad (18)$$

### **Straight debt holders:**

Per i possessori dello straight debt che paga un coupon costante pari a  $CD$  si ha la seguente equazione:

$$\mu V D_{0v} + \frac{1}{2} \sigma^2 V^2 D_{0vv} + CD(1 - \tau_i) - r D_0 = 0 \quad (19)$$

### **Bankruptcy claim:**

L'EDP associata é data da:

$$\mu V B_{0v} + \frac{1}{2} \sigma^2 V^2 B_{0vv} - r B_0 = 0 \quad (20)$$

con condizione al contorno data da:

$$B_0(V_l) = B_1(V_l) \quad (21)$$

Nel caso dello straight debt, la condizione al contorno per la bancarotta a  $V_l$  non é affetta dalla conversione dei bond convertibili e di conseguenza il valore della bancarotta in  $V_l$  é quello ottenuto in  $t=1$  che in  $t=0$ , grazie alle condizioni al contorno diventa:

$$B_0(V) = (V/V_l)^{-x_0} B_1(V_l) \quad (22)$$

## **2.4 Struttura Ottima di Capitale:**

Per determinare la struttura di capitale ottima bisogna far riferimento a tutti i claimant diretti e non che concorrono nel determinare il coupon ottimo del convertibile e di quello del debito standard.

Gli azionisti andranno a determinare le barriere relative alla conversione,  $V_l$  e alla bancarotta,  $V_b$ . La barriera  $V_b$  é determinata in  $t=1$  dato che la bancarotta puó avvenire solo in tale periodo, mentre per  $t=0$  si ha la conversione dei bond convertibili:

$$V_b = \frac{CD}{r} \frac{x_1}{x_1 + 1} \quad (23)$$



In realtà una soluzione in forma chiusa per la barriera  $V_l$  non é disponibile e tale mancanza fa si che non sia nemmeno possibile ottenere delle soluzioni in forma chiusa sia per  $CC$  che per  $CD$ .

Il procedimento che si segue allora si basa su 2 step successivi in cui prima si va a massimizzare  $E_0(V_0)$  rispetto a  $V_l$  e successivamente si va a determinare il coupon del bond e la struttura di capitale ottima andando a massimizzare il net value della company:

$$Max(E_0(V_l) + D_0(V_l) + CB_0(V_l)) \quad (24)$$

Tramite una simulazione numerica poi si va a determinare la combinazione dei coupon che massimizza il net value dei 3 claimant.

## 2.5 Analisi di Statica Comparata:

Si vogliono qui mettere in luce i principali risultati, di statica comparata, sulle 2 barriere riguardanti la struttura di capitale e dello yield spread. Si indicano qui con  $\alpha$  il loss rate mentre con  $\sigma$  la rischiosità della company.

I risultati qui ottenuti si riferiscono ad una company che sottoscrive esclusivamente debito standard.

### Barriera di conversione e di bancarotta:

Le due barriere  $V_b$  e  $V_l$  giocano un ruolo fondamentale nella determinazione del valore dei claims. Il problema che qui si vuole affrontare é un problema di massimizzazione, non vincolato ad orizzonte infinito:

$$F(V) = max(\Omega(V_l), \tilde{F}(V)) \quad (25)$$

dove  $\Omega(V)$  é il payoff a scadenza, mentre  $\tilde{F}(V)$  rappresenta il payoff stocastico nel continuo. Come visto nell'equazione precedente, per la determinazione di  $V_b$ , si ha che esso é crescente nel coupon  $CD$  e decrescente in  $\alpha$  e  $\sigma$ , mentre bisogna ricordare che l'evento trigger che determina la bancarotta é determinato dagli azionisti, i quali non ricevono nulla in quell' evento.

Il coupon  $CD$  rappresenta una diminuzione del valore della company; l'equity  $E_1(V)$  deve essere non negativa per  $V \geq V_b$  e di conseguenza quando il coupon sale, gli azionisti sono obbligati ad adottare una barriera piú alta, al fine di soddisfare il vincolo di barriera.

$V_b$  é attualmente la soluzione ottima del problema di massimizzazione visto sopra: in  $t=1$  l'equity é decrescente in  $CD$  e il payoff finale per gli azionisti in caso di default risulta nullo; un aumento del coupon porta ad un valore maggiore senza barriera.

La presenza di convertibili riduce il coupon ottimo del debito standard rispetto alla situazione usuale.

L'effetto diretto riguarda  $x_1$ , in quanto dati i coupon di entrambe le classi dei bond, un aumento di  $\sigma$  tende a ridurre il valore di  $x_1$  portando con sé un aumento della probabilità di toccare  $V_b$  partendo da un  $V$  generico maggiore di  $V_b$ .

Per valori alti di  $\sigma$  gli azionisti, hanno l'incentivo a fissare un valore inferiore per la barriera ottima di bancarotta, al fine di ridurre la probabilità dell'evento bancarotta. L'effetto indiretto è legato al coupon ottimo del debito standard  $CD$ . All'aumentare della volatilità la probabilità di toccare la barriera aumenta e di conseguenza i bondholders hanno un incentivo a fissare un alto  $CD$ , al fine di ottenere un grosso incasso in caso di bancarotta.

Un elevato  $CD$ , induce gli azionisti a fissare un'alta barriera per la bancarotta e di conseguenza l'effetto indiretto per un basso  $\alpha$  per un incremento di  $\sigma$  porta ad un aumento di  $V_b$ .

Per un  $\alpha$  elevato il coupon ottimo  $CD$  è una funzione decrescente della volatilità che porta ad una barriera inferiore per la bancarotta. In entrambi i casi sia l'effetto diretto che indiretto portano ad una riduzione di  $V_b$  non appena  $\sigma$  aumenta.

L'effetto dovuto ad un innalzamento del tasso di perdita è legato alla diminuzione del valore del coupon ottimo, mentre se il loss rate aumenta sia gli azionisti che i detentori del debito standard hanno l'incentivo ad evitare l'evento bancarotta. Dato che l'equity è funzione decrescente del coupon del debito standard ed i possessori di tale debito sono caratterizzati da maggiori costi di bancarotta, l'effetto netto consiste in una riduzione di  $CD$  e quindi di  $V_b$ .

### **Struttura di capitale:**

In figura 5 e 6 si può osservare, rispettivamente, il valore dello *straightdebt* e dei *convertiblebonds* per differenti combinazioni dei coupon ( $CC, CD$ ). In entrambi i grafici si è assunto  $V_0 = 1000, r = 0.025, K = V_0/20, \tau_c = 0.35, \tau_d = 0.2, \tau_i = 0.35, \sigma = 0.15$  e  $D = 15$ .

Il valore dei bond convertibili per differenti combinazioni dei coupon dipende strettamente da  $\phi$  e  $K$ . Per valori elevati di  $\phi$ , la componente equity gioca un ruolo rilevante, il valore del convertible-bond è decrescente in entrambi i coupon mentre per una  $\phi$  piccola l'andamento è non monotono e dipende da  $k$ .

Massimizzando il net value della company rispetto a  $CC$  e  $CD$  e trovando così i valori in  $t = 0$  dell'equity, del debito standard e dei bond si ottiene il valore dei titoli della società. Tale risultato mostra che, la possibilità di sottoscrivere bond convertibili, risulta essere superiore alla sottoscrizione di

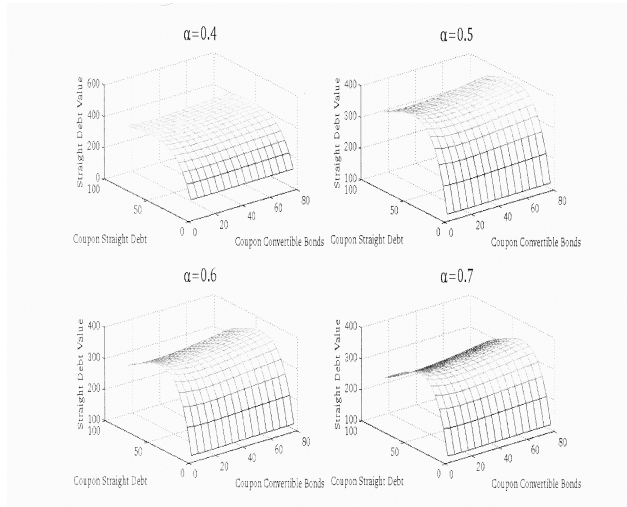


Figura 5: Andamento del valore dello straight debt

solo debito standard e che il peggioramento dello stato di benessere dovuto alla bancarotta é significativamente inferiore.

Nelle 2 tabelle qui di seguito viene riportato il valore ottimo per lo *straightdebt* e per il convertibile per differenti coppie di volatilitá e loss-rate.

**Tabella 1: Valore ottimo per lo straight debt**

$Volat(\sigma)/L.R.(\alpha)$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
0.05	334.45	266.89	228.54	189.22	186.94	166.41
0.1	326.60	249.64	197.03	176.58	156.55	136.46
0.15	323.49	229.97	181.27	146.16	127.02	107.89
0.2	315.60	210.14	151.37	118.13	100.05	81.93
0.25	312.95	202.37	137.68	107.42	90.89	74.43
0.3	307.29	193.76	136.48	97.46	68.93	53.34

**Tabella 2: Valore ottimo per i bond convertibili**

$Volat(\sigma)/L.R.(\alpha)$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
0.05	195.25	213.16	220.69	226.85	226.85	230.24
0.1	197.79	218.55	230.32	234.48	238.40	240.33
0.15	199.43	227.50	239.32	246.35	250.26	252.60
0.2	202.94	235.50	250.64	257.48	261.23	263.77
0.25	204.30	240.10	257.19	263.77	267.39	270.92
0.3	207.16	244.54	260.22	269.85	275.96	279.24

Lo *straightdebt* é funzione decrescente nella volatilitá e nel loss-rate: infatti un aumento della volatilitá porta ad una maggior probabilitá di default.

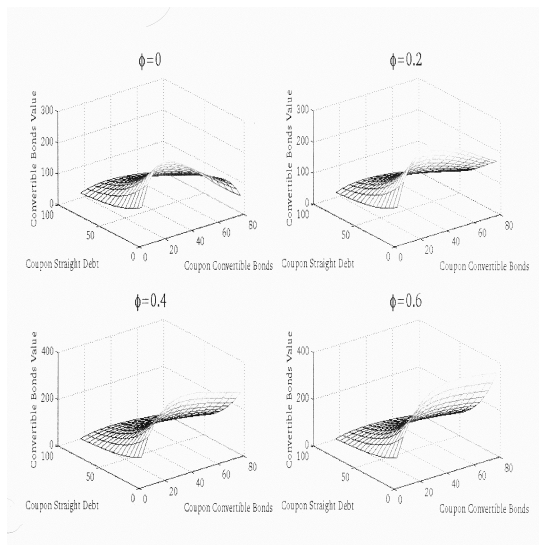


Figura 6: Andamento del valore dei Bond Convertibili

Dall'altra parte si riscontra invece che un incremento del *lossrate* porta a maggiori costi di bancarotta e in entrambi i casi lo *straightdebt* è inferiore. L'effetto di un incremento della volatilità e del loss-rate riguardante il valore del convertibile è differente: infatti il valore ottimo dei convertibili è funzione crescente di entrambi i parametri.

Come la volatilità aumenta si osserva un forte aumento del coupon dei convertibili, inoltre un'alta volatilità produce un'alta probabilità di raggiungere la barriera di conversione con un certo payoff  $K$ .

Un aumento del loss-rate riduce invece sia il coupon ottimo del convertibile sia la probabilità di toccare la barriera di conversione, provocando un innalzamento del valore dei convertibili. In figura 7 e 8 è mostrata un'analisi di statica comparata sul leverage ottimo per diverse combinazioni della volatilità e del loss-rate. Il leverage ottimo  $((D_0 + CB_0)/D_0 + CB_0 + E_0)$  è una funzione decrescente della volatilità e del loss-rate. In ogni caso il livello del leverage è sempre maggiore che nel modello classico e tutto ciò sottolinea come il convertibile porta ad un rapporto leverage più alto. Questo risultato è mostrato dalla figura 9, dove viene mostrato in un grafico 3D il rapporto tra il valore ottimo del convertibile e dello straight debt per diverse combinazioni della volatilità e del loss rate durante la bancarotta. Per le società più rischiose o per quelle in cui i costi di bancarotta aumentano è conveniente sostituire lo straight debt con degli ibridi.

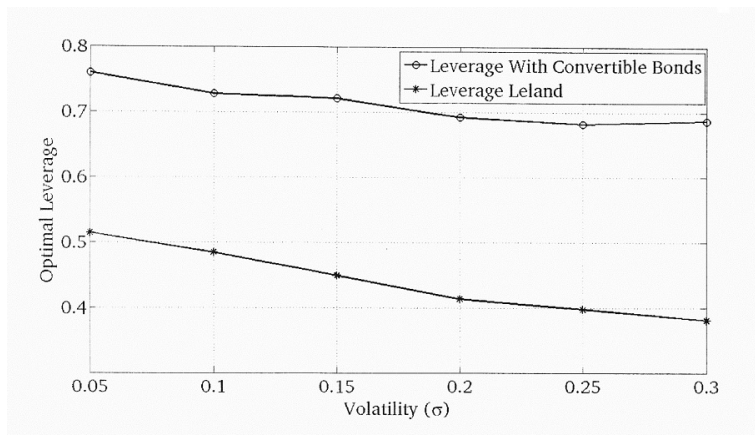


Figura 7: Leverage ottimo in funzione della volatility

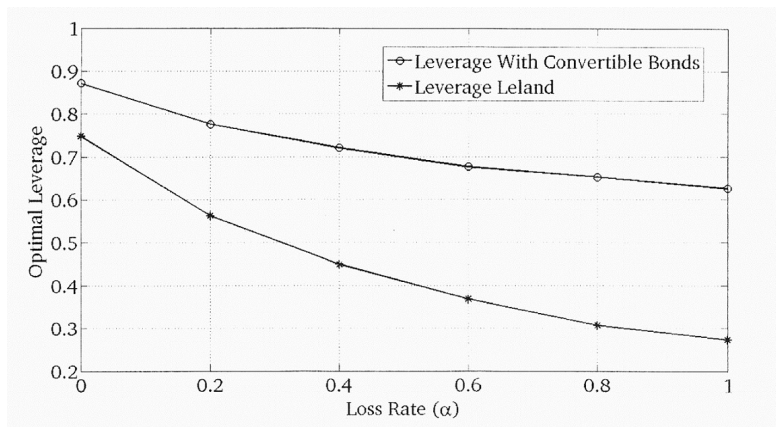


Figura 8: Leverage ottimo in funzione del Loss Rate

### Yield Spreads:

Nei grafici di figura 10 é mostrato lo yield spread per il debito standard e per il convertibile. Entrambe le funzioni risultano essere crescenti nella volatilità e decrescenti nel loss-rate.

Maggiore é la rischiosità di una società in termini di volatilità del prezzo dell'asset, maggiore sarà lo spread. Maggiore sarà il loss rate patito dai possessori dei bond, minore risulterà essere lo yield spread. Questo comportamento é dovuto al fatto che un incremento del loss rate produce una diminuzione del coupon ottimo del convertibile, ma allo stesso tempo un incremento del loro valore, a causa di una diminuzione della probabilità di conversione.

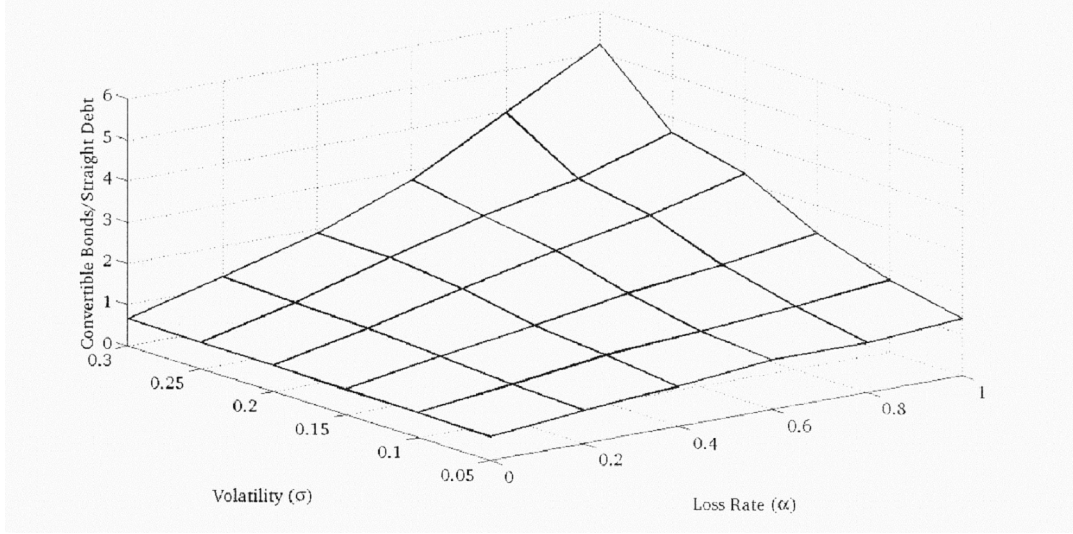


Figura 9: Rapporto tra convertibile ottimo e straight debt ottimo per differenti combinazioni della volatility e loss rate durante la bancarotta

## 2.6 Caso con Barriera di Conversione Esogena:

Prendiamo ora in considerazione il caso in cui una società sottoscriva un bond che viene automaticamente convertito in equity non appena il rapporto leverage tocca una certa soglia. Questo tipo di variante assomiglia molto alle proposte di [Pennacchi (2010)] e [Albul (2010)], ad eccezione del fatto che non viene permesso al prezzo dei titoli di subire dei *salti*. Come in precedenza si considerano solo 2 istanti di tempo dove  $t = 1$  si riferisce al periodo successivo la conversione del convertibile. La conversione ha inizio non appena il leverage raggiunge il valore fissato  $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{E(V_t)}{V_t} \rightarrow V_t = \frac{E(V_t)}{\gamma} \quad (26)$$

dove  $\gamma$  sta in  $[0, 1]$ .

In  $t = 1$  per il valore dell'equity e del debito standard si ha:

$$E_1(V) = \left(V - \frac{CD}{r} - \left(V_b - \frac{CD}{r}\right)\left(\frac{V}{V_b}\right)^{-x_1}\right)(1 - \tau_g) \quad (27)$$

$$D_1(V) = \frac{CD}{r}\left(1 - \left(\frac{V}{V_b}\right)^{-x_1}\right)(1 - \tau_i) + (1 - \alpha)V_b\left(\frac{V}{V_b}\right)^{-x_1}(1 - \tau_g) \quad (28)$$

In  $t = 0$  i principali *claimants* sono gli azionisti, i possessori del convertibile ed i sottoscrittori del debito standard. La conversione avviene automaticamente

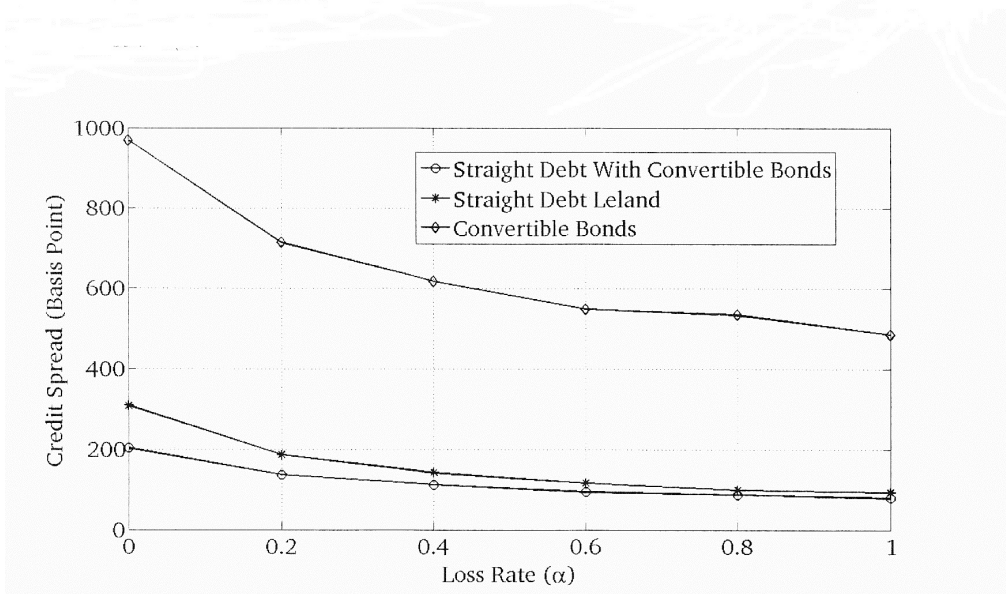
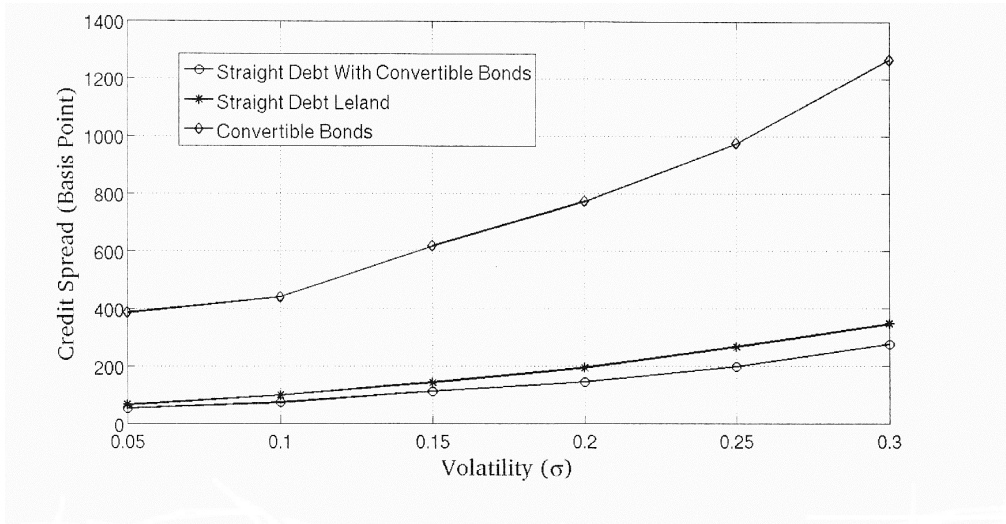


Figura 10: Credit Spread in funzione di volatility e Loss Rate

quando  $V_l = E_0(V_l)/\gamma$ .

Imponendo la continuità per il valore dell'equity si ottiene che  $E_0(V_l) = E_1(V_l)(1 - \phi) - K$  e di conseguenza possiamo esprimere il rapporto leverage come una funzione dell'equity in  $t = 1$  tale che:  $V_l = E_0(V_l)/\gamma$ . Sostituendo nell'equazione precedente si ottiene che:

$$\gamma = \frac{(V_l - \frac{CD}{r} - (V_b - \frac{CD}{r})(\frac{V_l}{V_b})^{-x_1})(1 - \phi)(1 - \tau_g) - K}{V_l} \quad (29)$$

che ci permette di trovare il valore di soglia  $V_l$  e quindi i valori in  $t = 0$  per l'equity, il debito ed il convertibile:

$$E_0(V) = (V - \frac{CD}{r} - \frac{CC}{r} - (V_l - \frac{CD}{r} - \frac{CC}{r})(\frac{V}{V_l})^{-x_0})(1 - \tau_g) + (1 - \phi)E_1(V_l) - K)(\frac{V}{V_l})^{-x_0} \quad (30)$$

$$D_0(V) = \frac{CD}{r}(1 - (\frac{V}{V_l})^{-x_0})(1 - \tau_i) + D_1(V_l)(\frac{V}{V_l})^{-x_0} \quad (31)$$

$$CB_0(V) = \frac{CC}{r}(1 - (\frac{V}{V_l})^{-x_0})(1 - \tau_i) + (K + \phi E_1(V_l))(\frac{V}{V_l})^{-x_0}. \quad (32)$$

La derivata prima della funzione che rappresenta il valore netto della società (E+D+CB) rispetto al convertibile ha segno non negativo e per tale motivo non é possibile trovare il valore ottimo per il bond convertibile. Si suppone quindi una relazione lineare tra il coupon del bond convertibile e quello del debito standard:

$$CC = CD(1 + s) \quad (33)$$

dove  $s$  é una costante postiva.

Nel proseguo delle analisi verrà fissata  $s$  e saremo in grado di calcolare il valore  $CD$  che massimizza il *netvalue* sotto l'ipotesi che la barriera di bancarotta venga scelta dagli azionisti.

In generale si nota che quando il coupon dei bond convertibili é circa il doppio di quello del debito standard né deriva che la barriera fissa con conversione automatica del convertibile é maggiore di quella con barriera endogena.

Si osserva che un aumento dello spread  $s$  porta ad una perdita maggiore da parte degli azionisti, ad una diminuzione del valore dello straight debt che rimane comunque al di sopra dello stesso valore ottenuto con la barriera endogena ottima.

I costi di bancarotta diminuiscono e per un valore di  $s$  sufficientemente grande diventano inferiori a quelli che si ottengono in caso di una barriera endogena. L'effetto sostituzione tra lo straight debt e i bond convertibili é evidenziato, al



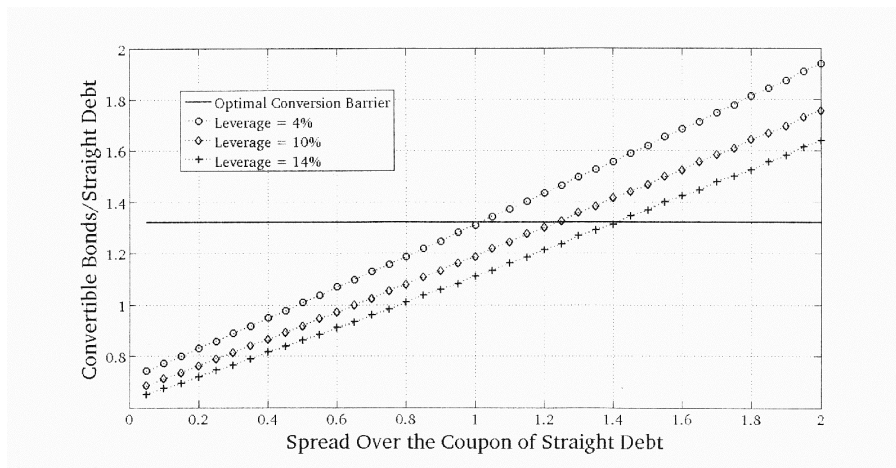


Figura 11: Credit Spread in funzione della volatility e del Loss Rate

crescere di  $s$ , in figura 11.

Una barriera di conversione fissa é quindi conveniente per gli obbligazionisti, ma non per gli azionisti.

In principio quindi il valore netto di una società può aumentare in seguito ad una barriera esogena, ma il tutto a discapito degli azionisti.

## 2.7 Conclusioni:

Gli strumenti ibridi rappresentano uno strumento fondamentale per raccogliere del capitale in quanto sono piú economici rispetto alle obbligazioni, riducono i costi in caso di crisi e possono essere considerati come una sorta di capitale regolatore per le banche.

Abbiamo qui analizzato la struttura di capitale ottima per una società che poteva sottoscrivere sia debito standard che bond convertibili. Considerando tale struttura di capitale si é visto quali sono stati i principali effetti riguardo i costi di bancarotta, il rapporto leverage e lo yield spread.

Partendo dai costi di bancarotta abbiamo visto come il valore ottimo di bancarotta così come la conversione siano stati ottenuti risolvendo un problema di ottimizzazione ad orizzonte infinito. Caratteristica fondamentale di tale modello é data dal fatto che sono solo gli azionisti a scegliere le condizioni di bancarotta ed essi saranno costretti a scegliere una barriera elevata in modo tale che il valore dell'equity non diventi negativo a causa di un aumento del coupon.

L'intervento degli azionisti si fa sentire anche nel caso di un'elevata volatilità: essi infatti saranno incentivati a fissare un valore esiguo per la barriera ottima di bancarotta in modo tale da abbassare notevolmente la probabilità dell'evento bancarotta.

Nel caso invece di un elevato coupon per lo *straightdebt* essi saranno incentivati a fissare una barriera di bancarotta maggiore. L'intervento da parte degli *shareholders* sulla barriera di conversione é simile: nel caso di un aumento della volatilità gli azionisti saranno, quindi, incentivati a ridurre la barriera ottima di conversione al fine di evitare una perdita sul valore  $K$  dei bond convertibili. Nel caso, infine, di una diminuzione di  $\alpha$  e  $\sigma$  si ha che la barriera di bancarotta diminuisce piú velocemente di quella di conversione e in presenza dei bond convertibili  $V_b$  risulta inferiore al caso in cui venga emesso solo *straightdebt* portando così ad una diminuzione dei costi di bancarotta. Si può così affermare che la presenza del convertibile aumenti il valore netto dell'azienda.

Passando invece al leverage ottimo abbiamo visto come esso risulti una funzione decrescente della volatilità e del loss rate. Si é visto come la presenza dei bond convertibili permetta un leverage maggiore di quello standard e che quindi i convertibili rappresentano un utile strumento per le company piú rischiose. Andando a studiare come varia il rapporto tra il valore ottimo del convertibile e dello straight debt si osserva come, all'aumentare della rischiosità o dei costi di bancarotta di una company, sia conveniente sostituire

lo straight debt.

Analizzando infine lo yield spread per lo straight debt e per i convertible bonds si é notato come essi siano crescenti nella volatilitá e decrescenti nel loss rate. Piú una company risulta essere rischiosa in termini di volatilitá dei propri titoli, maggiore sará lo spread richiesto, di contro maggiore sará il loss rate per gli obbligazionisti minore risulterà essere lo spread. Anche qui il fatto che la conversione dipenda dagli azionisti fa si che lo yield spread richiesto dai possessori del convertibile sia maggiore di quello richiesto dai possessori dello straight debt.

### 3 L'UTILIZZO DI UN PROCESSO DI DIFFUSIONE PER LE PERDITE IMPROVVISE

Rispetto al capitolo precedente in cui si é analizzata la struttura di capitale dove la conversione era decisa esclusivamente dagli azionisti, qui viene presentato un modello strutturale per una banca il cui valore di mercato segue un processo di diffusione con salti e la barriera di conversione é esogena.

L'obiettivo di questo capitolo é analizzare come i termini contrattuali del contingent capital possano influire sulla struttura di capitale della banca e lo yield richiesto dagli investitori sul contingent capital stesso.

Le 2 sostanziali differenze, rispetto al modello visto nel capitolo precedente, sono quindi:

- **La presenza di una barriera esogena:**La conversione del contingent capital in equity avviene automaticamente non appena il valore di mercato dell'equity iniziale scende sotto una soglia stabilita a priori;
- **La presenza del rischio salto:** Caratteristica distintiva che permette di descrivere piú accuratamente la possibilitá, da parte dei titoli della banca, di subire perdite improvvise.

Per quanto riguarda la conversione si ha che il C.C. pagherá un coupon e avrá una maturity fissata tale che se il valore dell'equity iniziale non raggiunge la soglia di conversione prestabilita, il contingent capital, potrebbe comunque essere reinvestito sotto forma di nuovo contingent capital.

La presenza di un processo di diffusione con salti, che permette quindi perdite improvvise da parte del titolo rende tale modello sicuramente piú realistico di quello visto nella sezione precedente.

La presenza del cosiddetto rischio salto fará si che a conversione sará presente un credit spread positivo, dovuto dalla perdita potenziale che gli investitori sul contingent capital potrebbero subire per una conversione al di sotto del valore di mercato, avvenuta in seguito ad una ingente quanto improvvisa diminuzione del valore dell'asset. Una prima conseguenza, che ne deriva, sará che il nuovo credit spread sul contingent capital aumentará non appena il valore dell'equity originario diminuisce.

Un altro fattore di influenza sará dato dalla differenza tra il valore di mercato e quello di conversione, ma questo verrá maggiormente discusso nell'ultimo capitolo quando analizzeró il contingent capital con doppio trigger proposto da [McDonald (2010)]. L'introduzione da parte di McDonald del doppio

trigger durante la conversione renderá, come vedremo, il contingent capital piú simile al debito subordinato non convertibile. A differenza di [Albul (2010)], il cui modello verrà trattato nel capitolo seguente, dove l'obiettivo principale é quello di analizzare la scelta della struttura ottima di capitale, da parte di un'azienda, e capire quali sono gli incentivi alla manipolazione del mercato stock; qui si considera per data la struttura di capitale iniziale e ci si concentra sui fattori quali i termini contrattuali relativi al contingent capital, che vanno a influenzare lo yield richiesto dagli investitori così come l'effetto sostituzione.

Le caratteristiche distintive del modello sono:

- **La possibilità che il prezzo del titolo possa subire dei salti;**
- **Depositi a breve scadenza;**
- **Tasso di interesse stocastico;**
- **Leverage di tipo mean-reverting.**

### 3.1 Assunzioni

#### I titoli bancari:

I titoli bancari sono investiti in un portafoglio costituito da prestiti, titoli e posizioni fuori bilancio, il cui tasso di interesse si suppone segua un processo di diffusione con salti.

Alla data  $t$  il valore del portafoglio é indicato con  $A_t$ .

Sia invece  $\bar{A}_t$  il valore del portafoglio al tempo  $t$  in cui si é riscontrata una variazione del tasso di interesse dei titoli.

Sotto la misura di probabilità neutrale al rischio si ha che il tasso di interesse é tale che:

$$\frac{d\bar{A}_t}{\bar{A}_t} = (r_t - \lambda_t k_t)dt + \sigma dz + (Y_{q_t^-} - 1)dq_t \quad (34)$$

Dove  $dz$  rappresenta un moto browniano standard sotto la misura neutrale al rischio mentre  $q_t$  é un processo di conteggio di Poisson che aumenta di 1 tutte le volte che l'evento, distribuito come una Poisson, si verifica.

Si ha che  $dq_t$  é tale che:

$$dq_t := \begin{cases} 1 & \text{se si verifica un salto} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (35)$$

Durante ogni intervallo la probabilità neutrale al rischio che  $q_t$  aumenti di 1 é indicata con  $\lambda_t dt$ , dove  $\lambda_t$  rappresenta l'intensità del processo di Poisson.

$Y_n$  indica una sequenza di variabili aleatorie tali che, quando  $q_{t-} = n - 1$  e  $q_t = n$  si verifica un salto nel valore del titolo in  $t$  tale che:

$$A_t = Y_{q_t-} A_{t-} \quad (36)$$

Dove  $Y_{q_t-}$  é una variabile aleatoria che si realizza in  $t$ .

Di conseguenza, se  $Y_{q_t-} > 1$  si verifica un salto positivo per il valore del titolo della banca.

Si definisca quindi  $k_t$  il valore atteso sotto la misura neutrale al rischio del salto nel valore del titolo ammesso che l'evento si verifichi.

Supponendo l'indipendenza tra la misura di probabilità risk-neutral del valore del salto e l'intensità dello stesso, allora il cambiamento atteso per  $A$  rispetto alla componente di salto  $(Y_{q_t-} - 1)dq_t$  durante l'intervallo  $dt$  é  $\lambda_t k_t dt$ .

### I Depositi:

Consideriamo ora i depositi ed indichiamo con  $D_t$  la quantità di deposito al tempo  $t$ .

Le assunzioni che vengono fatte per i depositi sono le seguenti:

- Maturity istantanea
- Alcuni depositi sono completamente garantiti dal governo
- Per alcuni depositi la banca paga un interesse  $r_t$  in aggiunta ad un premio  $h_t$
- Sia per i depositi assicurati che non, la banca paga nel continuo un interesse totale ed un premio pari a  $(r_t + h_t)D_t dt$ .

Il modello assume inoltre che la crescita del deposito sia positiva in relazione all'attuale rapporto *asset to deposit*, definito come  $x_t = \frac{A_t}{D_t}$ . Si ha quindi:

$$\frac{dD_t}{D_t} = g(x_t - \hat{x})dt \quad (37)$$

Dove  $g$  é una costante positiva e  $\hat{x} > 1$  rappresenta l'obiettivo da raggiungere per il rapporto asset-to-deposit. Se l'attuale rapporto  $x_t$  supera il target prefissato, allora la banca emetterá nuovi depositi.

Si può quindi affermare che il tasso di crescita del deposito per unità di tempo  $g(x_t - \hat{x})$  provoca un effetto di tipo mean-reverting per il rapporto asset-to-deposit.

Il fallimento di una banca avverrá quando il valore dei titoli della banca sará inferiore o uguale al totale dei depositi e tale situazione si può verificare solo

quando si verifica un salto nella distribuzione di Poisson.

### Contingent Capital:

Supponiamo qui che il contingent capital il cui *par value* viene indicato con  $B$  sia emesso al tempo 0, abbia maturity  $T > 0$  e paghi nel continuo un coupon pari a  $c_t B dt$  fino a quando il bond non é convertito o la banca non é fallita. La conversione dei bond e di conseguenza il fallimento non avverranno fino a quando il rapporto asset-to-deposit si trova sopra una certa soglia prestabilita durante l'intervallo  $[0, 1]$ .

Se durante tale periodo c'è un istante in cui si verifica che  $x_t$  scende sotto il valore soglia, allora il contingent capital bond convertirá in azioni ordinarie. Tale istante verrà indicato con  $t_c$ .

Nel momento della conversione il valore  $V_t$  del contingent capital é tale che:

$$V_t := \begin{cases} pB & \text{se } pB \leq A_{t_c} - D_{t_c} \\ A_{t_c} - D_{t_c} & \text{se } 0 < A_{t_c} - D_{t_c} \leq pB \\ 0 & \text{se } A_{t_c} - D_{t_c} \leq 0 \end{cases} \quad (38)$$

dove il parametro  $p$  indica il massimo valore di conversione del nuovo equity per il par-value del contingent capital.

Se  $p < 1$  i bond convertono in equity al valore di mercato scontato quando la banca ha sufficiente capitale, cioè  $A_{t_c} - D_{t_c} \geq pB$ , dove  $A_t - D_t$  definisce il capitale totale della banca al tempo  $t$ .

Se il capitale é positivo ma insufficiente per una conversione totale,  $pB \geq A_{t_c} - D_{t_c} > 0$ , allora il contingent capital convertirá in equity per un ammontare pari al capitale rimanente, cioè  $A_{t_c} - D_{t_c}$ .

Se invece  $A_{t_c} - D_{t_c} \leq 0$  la banca é fallita e i possessori del contingent capital non riceveranno nulla.

### Shareholders' Equity:

Se i bond presentano la forma del contingent capital e il rapporto asset-to-deposit non scende mai sotto il valore  $\bar{x}_t$ , allora il contingent capital non può convertire e la banca non può fallire.

Se invece si verifica che per un  $t$  in  $[0, 1]$  accade che  $x_t \leq \bar{x}_t$ , tale istante verrà denotato con  $t_c$  ed il valore dell'equity originale soddisfa:

$$E_{t_c} := \begin{cases} A_{t_c} - D_{t_c} - pB & \text{se } pB < A_{t_c} - D_{t_c} \\ 0 & \text{se } A_{t_c} - D_{t_c} \leq pB \end{cases} \quad (39)$$

Se il contingent capital converte o scade, il valore totale dell'equity uguaglia  $A_t - D_t$ . In seguito, nuovo contingent capital può essere emesso al suo valore di mercato  $B$ , senza comportare alcuna variazione nel valore dell'equity

esistente.

### La Barriera di Conversione:

Nel modello che viene qui considerato per la valutazione del contingent capital e dell'equity si possono considerare diverse specifiche per quanto riguarda la determinazione del valore di soglia.

Supponiamo, ad esempio, che la conversione avvenga alla data  $t_h$  e che coincida perfettamente col valore di soglia, cioè  $x_{t_h} = \bar{x}_{t_h}$ .

In una conversione del genere, la diminuzione del valore dell'asset seguirá con maggior probabilitá un moto Browniano piuttosto che una Poisson.

Le specifiche che possono essere adottate per la soglia riguardano un rapporto fisso asset-to-deposit  $A_{t_h}/D_{t_h}$ , oppure un rapporto fisso capitale totale su deposito  $(A_{t_h} - D_{t_h})/D_{t_h}$  o il capitale totale su titoli  $(A_{t_h} - D_{t_h})/A_{t_h}$ .

Ciò di cui bisogna tener conto é che il valore del titolo della banca non é direttamente osservabile, mentre il valore di mercato dell'equity originale,  $E_t$ , lo é, così come il contingent capital  $B_t$  e il deposito  $D_t$ .

### Debito Subordinato:

Supponiamo qui che una banca possa emettere bond a lunga scadenza che assumano la forma di debito non convertibile. Utilizzando il modello precedentemente introdotto risulta interessante osservare quali possano essere le principali differenze in termini di incentivo al rischio per una banca che emette solo contingent capital ed una che emette invece solo debito subordinato. In questo caso il debito subordinato prende il posto del contingent capital e supponiamo che venga emesso in  $t = 0$  con un valore di mercato pari a  $B$  e scadenza  $T$ .

Si suppone inoltre che i regolatori dichiarino fallita la banca quando il valore dei titoli uguaglia o scende sotto l'ammontare del debito stesso, cioè  $A_t \leq B + D_t$ .

Il valore del debito subordinato nell'istante del fallimento sará tale che:

$$V_{t_c}^{sub} := \begin{cases} A_{t_c} - D_{t_c} & \text{se } 0 < A_{t_c} - D_{t_c} \leq B \\ 0 & \text{se } A_{t_c} - D_{t_c} \leq 0 \end{cases} \quad (40)$$

Se il valore degli asset rimane sopra il valore di mercato dei depositi e del debito subordinato, la banca continua a pagare coupon nel continuo fino alla scadenza  $T$ .



### 3.2 Credit Spread sui Depositi

Una volta che si conosce la distribuzione neutrale al rischio del valore degli asset si può pensare di calcolare il premio per il rischio di credito sui depositi come una funzione del rapporto,  $x_t$ , titoli su deposito.

Se tale rapporto arriva a 1, la banca fallisce con  $A_{t_b} = D_t$  e i depositanti non subiranno alcuna perdita.

Se in  $\hat{t}$  si verifica un *salto* tale che la perdita dei depositanti ecceda il capitale della banca, allora la perdita istantanea proporzionale ai depositi è  $\frac{D_t - Y_{q_{\hat{t}^-}} A_{\hat{t}^-}}{D_t}$ . In ogni istante si ha che il premio per il rischio di credito sui depositi con scadenza istantanea deve riflettere la perdita attesa sotto la misura di probabilità neutrale al rischio.

Per il processo dei depositi con tasso risk-neutral si ha:

$$\frac{d\hat{D}}{\hat{D}} = (r_t + h_t)dt - \max\left(\frac{D_t - Y_{q_t^-} A_{t^-}}{D_t}, 0\right)dq_t \quad (41)$$

dove il valore atteso istantaneo risk-neutral per i depositi deve uguagliare il tasso risk-free:

$$h_t = \lambda_t E_t^Q \left[ \max\left(\frac{D_t - Y_{q_t^-} A_{t^-}}{D_t}, 0\right) \right] \quad (42)$$

Per poter calcolare  $h_t$  è necessario fare ulteriori ipotesi riguardanti la frequenza risk-neutral e la distribuzione dei salti.

Assumiamo che  $\lambda_t$  sia costante e pari a  $\lambda$  e che le ampiezze dei salti neutrali al rischio siano *i.i.d* estratte da una distribuzione lognormale tale che:

$$\ln(Y_{q_t^-}) \sim N(\mu_y, \sigma_y^2) \quad (43)$$

e di conseguenza  $k_t = E_t^Q[Y_{q_t^-} - 1] = e^{\mu_y + 1/2\sigma_y^2} - 1$  è una costante e permette di ricavare  $h_t$  come:

$$h_t = \lambda [N(-d_1) - x_t - e^{\mu_y + 1/2\sigma_y^2} N(-d_2)] \quad (44)$$

dove  $d_1 = \frac{\ln(x_t^-) + \mu_y}{\sigma_y}$  mentre  $d_2 = d_1 + \sigma_y$ .

Poiché  $h_t$  cambia continuamente al variare di  $x_t$ , allora fino a quando la banca rimane operativa, i depositanti riceveranno sempre una compensazione per il loro rischio di perdita e il valore dei depositi uguaglierà sempre il valore di mercato di  $D_t$ .

### 3.3 Valutazione

#### Valutazione del Contingent Capital:

Consideriamo qui una banca che emetta depositi, contingent capital ed equity.

Poiché i credit spread sui depositi variano continuamente in modo tale che venga garantita una compensazione equa per le perdite potenziali, alla data  $t$  la somma del contingent capital e dell'equity originale sarà sempre uguale al capitale totale  $A_t - D_t$  fino a quando esso non sarà negativo.

Una diretta conseguenza è che, nel caso in cui il valore del contingent capital possa essere calcolato, allora il valore dell'equity originale sarà proprio il capitale residuo.

Dal modello prima introdotto si ha che il contingent capital viene emesso in  $t = 0$  con un valore pari a  $V_0$  uguale al suo valore di mercato  $B$ .

I valori  $\hat{c}$  e  $\hat{s}$  rappresenteranno quindi i valori del tasso fisso e variabile, rispettivamente, che rendono il valore di emissione  $V_0$  uguale al valore di mercato  $B$ . L'equity originale in  $t=0$  sarà quindi:

$$E_0 = A_0 - B - D_0 \quad (45)$$

Tramite un metodo di valutazione neutrale al rischio si può valutare il contingent capital come segue:

$$V_0 = E_0^Q \left[ \int_0^T e^{-\int_0^t r_s ds} v(t), dt \right] \quad (46)$$

dove con  $v(t)$  si intende il flusso di cassa dei bond sul contingent capital per unità di tempo pagati al tempo  $t$ . Tale flusso sarà pari a  $c_t B$  fino a che la conversione non ha avuto luogo o la banca non è fallita, dove  $c_t = c$  rappresenta il coupon fisso mentre  $c_t = r_t + s$  il coupon variabile.

Se in  $T$  il bond non è ancora stato convertito e la banca non ha dichiarato fallimento si verifica un pagamento finale pari a  $B$ , mentre se la conversione è avvenuta si verifica un unico pagamento dato dall'equazione (38) e dopo si ha che  $v(t) = 0 \forall t > t_c$ , dove  $t_c$  rappresenta l'istante di conversione.

Supposto di conoscere il valore iniziale dei titoli della banca e dei depositi,  $A_0$  e  $D_0$  rispettivamente, così come il tasso iniziale di interesse default-free  $r_0$ , l'equazione precedente può essere risolta tramite simulazione Monte Carlo.

Il processo risk-neutral seguito dai titoli della banca uguaglia il tasso risk-neutral dei titoli meno il pagamento degli interessi e dei premi ai depositanti e, fino a quando il contingent capital non è convertito, i coupon per gli investitori del contingent capital sono tali che:

$$dA_t = [(r_t - \lambda k)A_t - (r_t - h_t)D_t - c_t B]dt + \sigma A_t dz + (Y_{q_t^-} - 1)A_t dq_t \quad (47)$$

che può essere riscritto come:

$$\begin{aligned} \frac{dA_t}{A_t} &= [(r_t - \lambda k) - (r_t + h_t)\frac{D_t}{A_t} - c_t b_t \frac{D_t}{A_t}]dt + \sigma dz + (Y_{q_t^-} - 1)dq_t \\ &= [(r_t - \lambda k) - \frac{r_t + h_t + c_t b_t}{x_t} - g_t(x_t - \hat{x})]dt + \sigma dz + (Y_{q_t^-} - 1)dq_t \end{aligned} \quad (48)$$

ed applicando il lemma di Ito per i processi a diffusione con salti si ottiene:

$$d\ln(x_t) = [(r_t - \lambda k) - \frac{r_t + h_t + c_t b_t}{x_t} - g_t(x_t - \hat{x}) - 1/2\sigma^2]dt + \sigma dz + \ln(Y_{q_t}^-)dq_t \quad (49)$$

### Valutazione del Debito Subordinato:

Il processo di valutazione per una banca che emette debito subordinato piuttosto che capitale contingente é simile. Il coupon pagato in questo caso é pari a  $c_t B dt$  fino a quando la banca non fallisce, condizione che si verifica quando  $x_t \leq 1 + b_t$ , dove  $b_t = B/D_t$  rappresenta il rapporto attuale tra il valore di mercato del debito subordinato e dei depositi.

## 3.4 Risultati numerici

### Credit Spreads sui Depositi:

Utilizzando il risultato ottenuto per il credit-spread  $h_t$  e fissati i valori di  $\lambda, \mu_y$  e  $\sigma_y$  si puó osservare in figura 12 come varia lo spread su deposito in basis point per diversi valori del rapporto capitale su deposito.

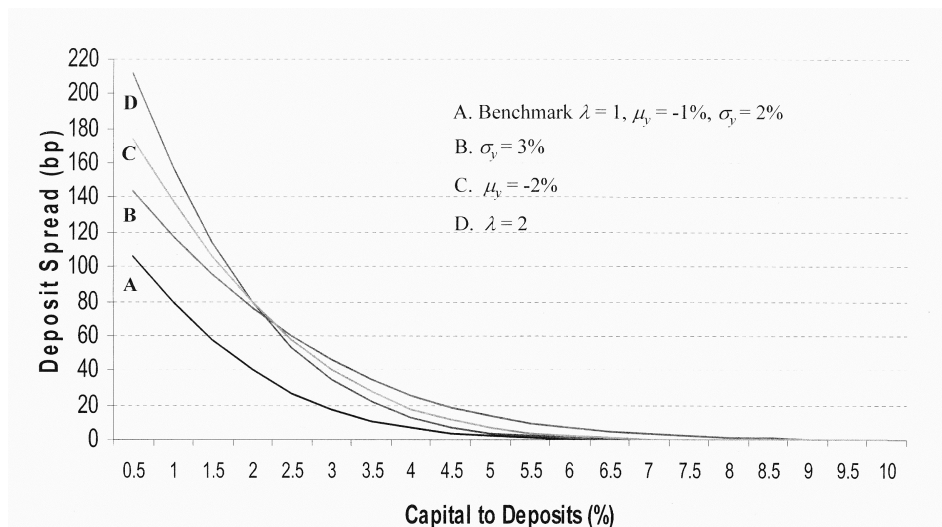


Figura 12: Deposit Credit Spreads

Come si osserva dal grafico, nel caso A, lo spread é inversamente proporzionale al rapporto capitale su deposito in quanto un minor capitale rende piú probabile un salto del valore del titolo che azzeri il capitale rimanente e provochi cosi una perdita per i depositanti.

### Salti ed effetto Mean-Reversion nel Capital Ratio:

Nella figura 13 é invece riportato l'andamento per il nuovo yield emesso con un coupon fisso sul contingent capital, quando il capitale totale della banca varia tra il 6.5% e il 15%.

Nel caso A é riportato lo yield default-free a 5 anni, mentre nei restanti 3 casi vengono fatti variare i valori di  $p$ ,  $\bar{e}$ ,  $\lambda$  e  $g$ .

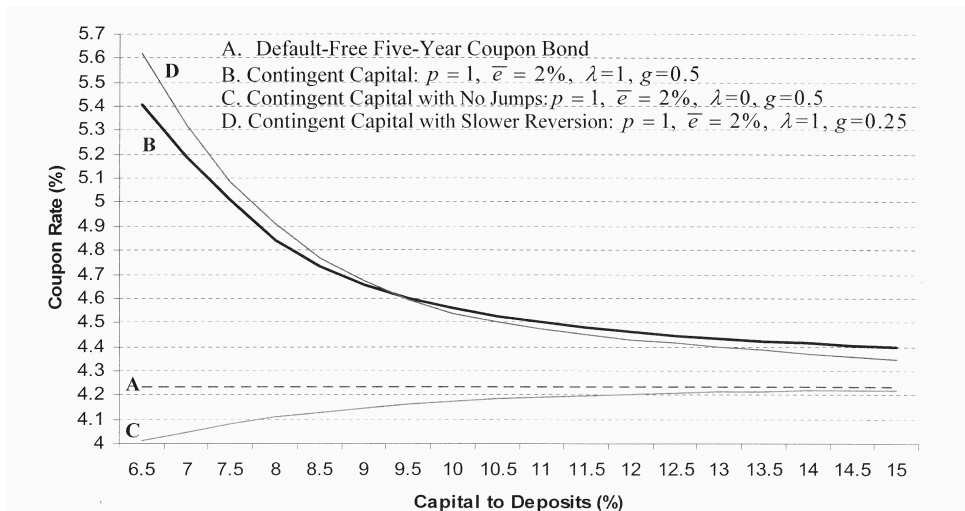


Figura 13: New Issue Yields for Fixed-Coupon C.C

### Maturity:

Nella figura 14 viene mostrato come varia il nuovo yield emesso per un coupon fisso in funzione della maturity.

Dai grafici si osserva che per valori bassi del capitale i bond di tipo contingent capital presentano un rendimento simile in quanto la conversione é piú probabile e sono quindi valutati alla stregua dell'equity.

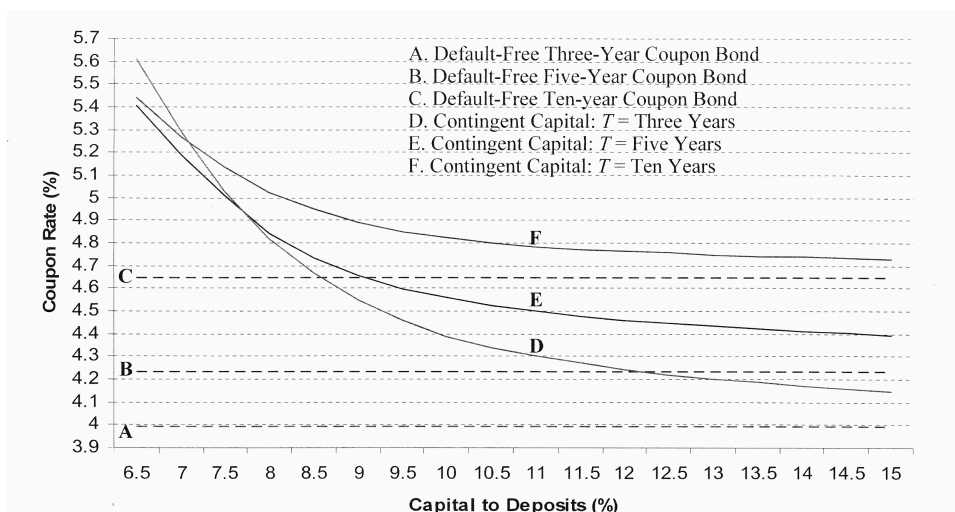


Figura 14: New Issue Yields for Fixed-Coupon C.C vary by Maturity

### I Termini di Conversione:

Nella figura 15 si prende in considerazione come i diversi parametri che vanno a determinare la conversione possano influire sullo yield appena emesso.

Ciò che emerge da questa figura è che per bassi valori del capitale il coupon rate per il contingent capital che converte ad un valore inferiore è di molto superiore al benchmark.

Lo yield più elevato dovuto ad una conversione 'scontata' non dipende da eventuali salti del valore dell'asset.

Poiché la conversione 'scontata' provoca delle perdite per gli obbligazionisti, lo yield sarà superiore a quello default-free anche se i titoli della banca seguono un semplice processo di diffusione.

Analizzando i grafici B e D si osserva come in quest'ultimo caso, con un valore di soglia per l'equity che passa dal 2% al 1%, un attimo prima della conversione il 'salto' necessario da parte del valore dei titoli per prevenire una conversione totale passa dal 2% al 1% permettendo così il posticipo della conversione stessa e aumentando l'emissione di nuovo yield sul contingent capital.

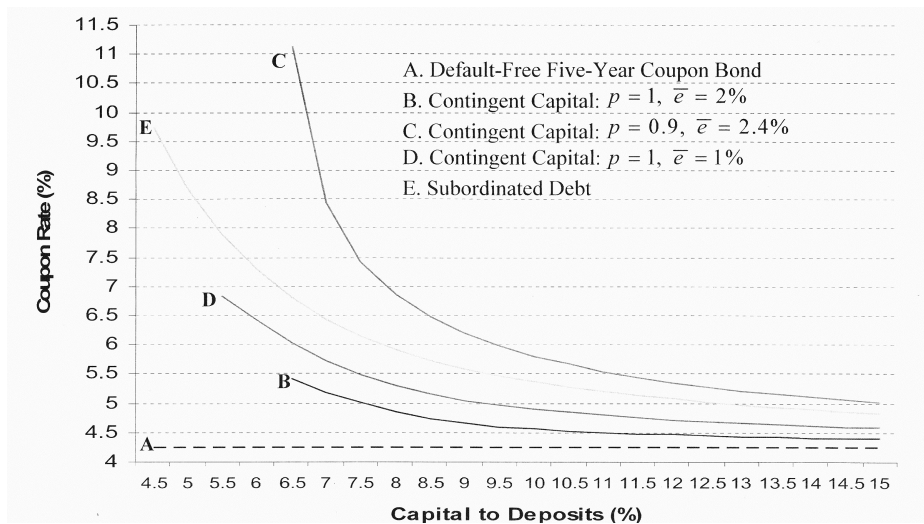


Figura 15: New Issue Yields for Fixed-Coupon C.C vary by Conversion Terms

**Dopo l'emissione:**

Si consideri qui il caso del pricing del coupon variabile sul contingent capital e dell'equity dopo che i bond sono stati emessi,così da evidenziare ulteriori cambiamenti nella composizione del capitale.

La figura 16 considera i prezzi dei bond contingent capital emessi allo spread di mercato nel caso in cui il rapporto capitale su deposito sia uguale al 10% e quindi come varia il prezzo al diminuire del rapporto di capitale.

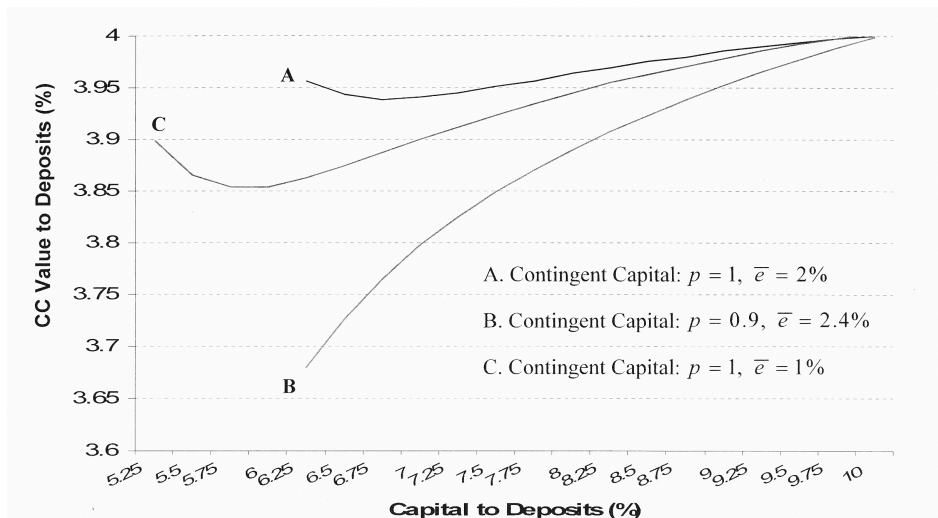


Figura 16: Floating Rate C.C:Effetti dei parametri di conversione

### 3.5 Incentivi per l'esposizione al rischio

In questa sezione si considerano gli incentivi che ha una banca nell'emettere contingent capital andando a studiare come varia l'asset-risk e il rapporto di capitale.

Poiché gli spread su depositi a breve scadenza si aggiustano continuamente, eventuali cambiamenti nell'esposizione al rischio da parte della banca non provocano alcuna modifica del loro valore.

Nel modello considerato, se la banca emette solo depositi ed azioni ordinarie non avrà incentivo a trasferire denaro dai depositanti agli azionisti incrementando il rischio e fino a quando il capitale sarà non negativo il valore dell'equity sarà sempre uguale al capitale totale della banca.

A differenza del caso standard, dove i titoli seguono un puro processo di diffusione e l'unico parametro, che riguarda il rischio, è dato dalla volatilità, qui invece bisogna altresì considerare la probabilità neutrale al rischio  $\lambda$  dei salti, la volatilità  $\sigma_y$  e la media  $\mu_y$  dell'ampiezza del salto.

#### Jump Risk:

La figura 17 prende in considerazione l'aumento che subisce il valore dell'equity quando si verifica un incremento del 25% nella probabilità del salto  $\lambda$ . Quello che si osserva dai grafici è che nel caso di capitale elevato, una grande probabilità di salto produce una riduzione del valore del contingent capital che subirà una diminuzione nel momento della conversione.

Nel grafico D si osserva che il debito non convertibile crea il maggior incen-

tivo per un trasferimento del rischio:infatti senza alcun trigger sulla conversione,un salto nel valore del titolo é piu probabile e provoca una perdita agli investitori nel debito subordinato facendo si che si verifichi un trasferimento di ricchezza verso gli azionisti.

In figura 18 viene rappresentata la medesima situazione dove però si ipotizza un incremento del 25% della volatilità dei salti  $\sigma_y$ .

Anche qui,come nel caso precedente,gli incentivi maggiori si hanno in corrispondenza dell'emissione di debito subordinato,seguito dal contingent capital con le diverse barriere. Quest'ordine conferma l'importanza della barriera di conversione nel proteggere gli obbligazionisti:

un buffer più ampio sul capitale tra la barriera di conversione ed il valore di mercato dei bond protegge gli obbligazionisti in quanto un deprezzamento improvviso degli asset non suscita alcuna preoccupazione per gli obbligazionisti stessi.

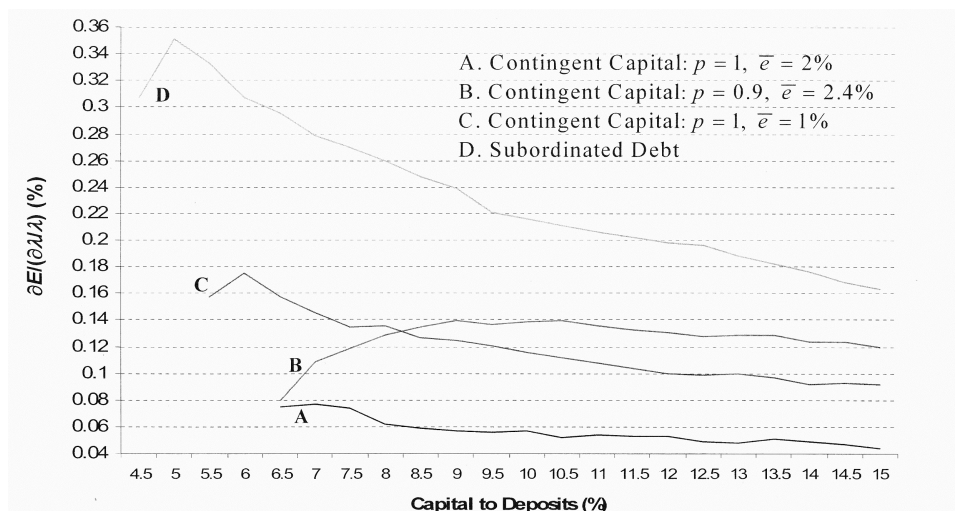


Figura 17: Andamento dell'Equity dovuto ad un incremento del 25% della frequenza dei salti



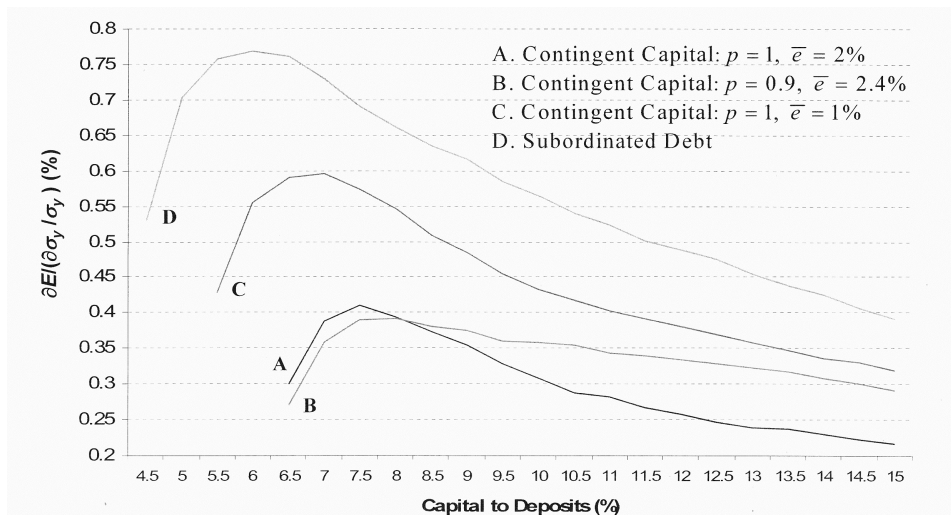


Figura 18: Andamento del valore dell'Equity dovuto ad un incremento del 25% della volatilità dei salti

### 3.6 Conclusioni

A differenza del modello analizzato nel capitolo precedente qui si è cercato di caratterizzare una banca, i cui titoli possano subire variazioni, e quindi perdite, improvvise, tramite l'ausilio di un processo di Poisson.

Nonostante il fine del contingent capital sia quello di alleviare situazioni di grave crisi cercando di proteggere i contribuenti, comprendere a pieno il ruolo giocato dal rischio di salto è davvero arduo.

Per quanto riguarda l'introduzione del processo di Poisson connesso al rischio salto si ha che, le perdite improvvise ed elevate, hanno infatti un impatto distintivo sugli spread su credito relativi al contingent capital.

Sotto l'assunzione che non ci sia alcun *rischio salto*, il contingent capital che converte al pari sarà default-free e non richiederà alcun credit-spread, mentre nell'ipotesi molto più realistica in cui i salti siano ammessi sarà possibile convertire ad un valore di mercato inferiore facendo sì che i nuovi credit-spread emessi siano positivi.

I credit spread emessi sia per i coupon fissi che variabili saranno maggiori quando il livello di capitale della banca e la barriera di conversione dell'equity originale sono bassi.

Per quanto riguarda l'effetto sostituzione tali banche presenteranno un incentivo ad aumentare il cosiddetto 'jumps-risk' che comporta un trasferimento di ricchezza dagli investitori sul contingent capital agli azionisti inferiore al

caso in cui la banca abbia emesso un ammontare simile di debito subordinato piuttosto che di contingent capital.

Tale incentivo é comunque decrescente rispetto alla barriera di conversione che, a differenza del caso precedente, é esogena e non puó quindi subire variazioni ad opera degli azionisti.

Con un grande equity-cushion a conversione, c' é una piccola probabilitá che una perdita improvvisa nel valore dei titoli possa prevenire una conversione totale.

In conclusione si puó qui affermare che il contingent capital, qui descritto, sia un metodo poco costoso, in grado di alleviare situazioni di grave crisi, situazioni in cui la possibilitá che si verifichi una diminuzione improvvisa del prezzo del titolo é molto alta e che l' introduzione del processo di Poisson permette di tenerne conto. Tale situazione la si riscontra, in modo particolare quando la barriera di conversione, che non puó essere modificata dagli azionisti, é posta molto al di sopra del valore dell' equity originario.

Il contingent capital qui descritto puó quindi essere considerato come facente parte di quel gruppo di programmi e di riforme che mirano a stabilizzare il sistema finanziario e ad eliminare le cosiddette aziende 'Too-Big-to-Fail'.

## 4 RICAPITALIZZAZIONE IN PRESENZA DEGLI SGRAVI FISCALI E DEI COSTI DI BANCAROTTA

### 4.1 Introduzione

In questo capitolo verrà descritto un modello per i contingent convertible bonds (CCBs), uno strumento emesso sotto forma di debito che converte automaticamente in equity non appena l'azienda o la banca si trovano in una condizione di estrema crisi, che mira a massimizzare i benefici delle società tenendo conto delle norme bancarie prudenziali.

I CCBs hanno acquisito via via sempre più importanza, come nuovo strumento prudenziale, per le banche in quanto possono permettere di evitare situazioni quali quelle accadute durante la crisi dei mutui subprime in cui le banche non erano in grado di raccogliere sufficiente capitale.

Prima di procedere con l'analisi vediamo le 3 assunzioni necessarie ai fini della valutazione:

- Alla società è permesso dedurre gli interessi pagati sui CCB fino a quando il titolo rimane sottoforma di bond.
- In ogni caso l'introduzione di CCBs nel capitale della banca non ha impatto sul livello dei titoli della holding.
- L'analisi è portata avanti sotto l'ipotesi che i CCBs debbano convertire in equity in un tempo antecedente ogni possibile forma di default della banca.

Per quanto riguarda la prima assunzione si ha che i CCBs vengono considerati come una componente prudenziale delle disposizioni bancarie e quindi gli sgravi fiscali derivanti dall'utilizzo del CCB non possono essere trascurati.

Per quanto riguarda la seconda assunzione si ha che l'introduzione nella struttura di capitale del CCB può essere vista sia come uno swap su equity che uno swap sullo straight debt.

L'ultima assunzione invece è resa necessaria dal fatto che tale contratto pone l'obiettivo di ridurre i costi di bancarotta associati.

La caratteristica distintiva di tale modello riguarda quindi la scelta da parte della company della propria struttura di capitale in presenza di:

- **Imposta sul reddito della società;**
- **Costi diretti di bancarotta.**

Sotto tale ipotesi si considera, quindi, il problema della scelta iniziale della struttura di capitale, da parte di una company, problema questo che veniva raggragato in [Pennacchi (2010)] in quanto la struttura iniziale veniva data per buona, con l'unico vincolo imposto dai regolatori.

Verrá considerato anche il caso in cui una certa quantità di CCBs possa entrare a far parte tramite sostituzione in una struttura di capitale già esistente, ma soprattutto verranno analizzati gli incentivi alla manipolazione dei mercati che l'introduzione dei CCBs può portare con sé.

Verrá affrontato, per la prima volta, nell'analisi il caso di una banca TBTF e si cercherà di capire quali possano essere le caratteristiche contrattuali dei CCBs che diminuiscano la rischiosità di tali banche.

## 4.2 Il Modello

Si supponga che il flusso di cassa netto di una società segue la seguente EDS:

$$d\delta_t/\delta_t = \mu dt + \sigma dB_t^Q \quad (50)$$

dove  $\mu$  e  $\sigma$  sono costanti mentre  $B^Q$  é un moto browniano standard definito sotto la misura neutrale al rischio. Si suppone inoltre che il tasso risk-free sia costante,  $\mu < r$  e con  $\theta$  in  $(0, 1)$  si indica l'aliquota fiscale.

$\forall t$  il valore di mercato del titolo, indicato con  $A_t$ , é definito come segue:

$$A_t = E_t^Q \left[ \int_t^\infty e^{-r(s-t)} \delta_s ds \right] = \frac{\delta_t}{r - \mu} \quad (51)$$

con  $dA_t = \mu A_t dt + \sigma A_t dB_t^Q$ .

L'azienda può sottoscrivere sia equity che straight debt che CCB. Lo straight debt paga nel continuo un coupon pari a  $c_b$  fino al possibile default in cui, nel caso avvenga, viene persa una frazione  $\alpha$  del valore dei titoli.

I CCB pagano nel continuo un coupon pari a  $c_c$  fino al momento della conversione, indicato dal tempo di arresto  $\tau(A_C)$ , in cui vengono tramutati in equity e dove gli obbligazionisti ricevono un ammontare in equity pari a  $\lambda c_c / r$ . Il parametro  $\lambda$  é definito nel contratto dei CCB e si riferisce al rapporto tra il valore di mercato dell'equity ed il valore di mercato del debito al momento della conversione.

### Condizione 1:

*D'ora in avanti  $c_b, c_c, A_C$  e  $\lambda$  saranno tali che la bancarotta non avvenga prima della conversione.*

**Lemma 1:**

Supponiamo che la struttura di capitale di un'azienda includa equity e straight debt.

Se  $\forall t$  prima del default l'azienda decide di sottoscrivere CCB senza cambiare l'ammontare dello straight debt, allora la barriera ottima di default  $A_B$  rimarrá invariata.

**4.3 Soluzioni in forma chiusa**

In questa sezione ci poniamo l'obiettivo di ricavare delle soluzioni in forma chiusa per quanto riguarda il valore dell'equity, dello straight debt e dei CCB tenendo in considerazione per la prima volta l'effetto dei benefici fiscali.

$\forall t$  dall'equazione di budget si ha che:

$$A_t + TB(A_t, c_b, c_c) = W(A_t, c_b, c_c) + U^B(A_t, c_b, c_c) + U^C(A_t, c_b, c_c) + BC(A_t, c_b, c_c) \quad (52)$$

dove  $TB(A_t, c_b, c_c)$  rappresenta gli sgravi fiscali,  $W(A_t, c_b, c_c)$  é il valore dell'equity,  $U^B(A_t, c_b, c_c)$  il valore dello straight debt,  $U^C(A_t, c_b, c_c)$  il valore dei CCB e infine  $BC(A_t, c_b, c_c)$  il costo di bancarotta.

Il valore totale dell'azienda,  $G(A_t, c_b, c_c)$  é dato dalla somma del valore di mercato di equity e debito:

$$G(A_t, c_b, c_c) = W(A_t, c_b, c_c) + U^B(A_t, c_b, c_c) + U^C(A_t, c_b, c_c) \quad (53)$$

che può essere riscritto come:

$$G(A_t, c_b, c_c) = A_t + TB(A_t, c_b, c_c) - BC(A_t, c_b, c_c) \quad (54)$$

**Proposizione 1:**

Supponiamo che la struttura di capitale di un'azienda includa equity, straight debt e CCB. Allora,  $\forall t < \tau(A_C)$

$$G(A_t, c_b, c_c) = A_t + \frac{\theta c_b}{r} \left(1 - \left(\frac{A_t}{A_B}\right)^{-\gamma}\right) + \frac{\theta c_c}{r} \left(1 - \left(\frac{A_t}{A_C}\right)^{-\gamma}\right) - \alpha A_B \left(\frac{A_t}{A_B}\right)^{-\gamma} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} W(A_t, c_b, c_c) = & A_t - \frac{c_b(1-\theta)}{r} \left(1 - \left(\frac{A_t}{A_B}\right)^{-\gamma}\right) - \frac{c_c(1-\theta)}{r} \left(1 - \left(\frac{A_t}{A_C}\right)^{-\gamma}\right) + \\ & - A_B \left(\frac{A_t}{A_B}\right)^{-\gamma} - \left(\frac{\lambda c_c}{r}\right) \left(\frac{A_t}{A_C}\right)^{-\gamma} \end{aligned} \quad (56)$$

$$U^B(A_t, c_c, c_b) = \frac{c_b}{r} \left(1 - \left(\frac{A_t}{A_B}\right)^{-\gamma}\right) + (A_t/A_B)^{-\gamma} (1 - \alpha) A_B, \quad (57)$$

$$U^C(A_t, c_c) = \frac{c_c}{r} \left(1 - (A_t A_C)^{-\gamma}\right) + (A_t A_C)^{-\gamma} \left(\frac{\lambda c_c}{r}\right), \quad (58)$$

$$TB(A_t, c_b, c_c) = \frac{\theta c_b}{r} \left(1 - \left(\frac{A_t}{A_B}\right)^{-\gamma}\right) + \frac{\theta c_c}{r} \left(1 - \left(\frac{A_t}{A_C}\right)^{-\gamma}\right) \quad (59)$$

$$BC(A_t, c_b, c_c) = \alpha A_B \left(\frac{A_t}{A_B}\right)^{-\gamma} \quad (60)$$

Il valore dello straight debt  $U_B$  ed il costo di bancarotta  $BC$  non sono quindi affetti dalla presenza dei CCB mentre il valore che si riferisce agli sgravi fiscali lo si può scomporre in 2 componenti:

la prima associata allo straight debt di equazione:

$$TB^B(A_t, c_b, c_c) = \frac{\theta c_b}{r} \left(1 - \left(\frac{A_t}{A_B}\right)^{-\gamma}\right) \quad (61)$$

mentre la seconda associata ai CCB di equazione:

$$TB^C(A_t, c_b, c_c) = \frac{\theta c_c}{r} \left(1 - \left(\frac{A_t}{A_C}\right)^{-\gamma}\right) \quad (62)$$

#### 4.4 Scelta dei Parametri del CCB sotto la Condizione 1

Definiamo ora con  $A_C$  il valore che soddisfa la Condizione 1 introdotta all'inizio del capitolo e andiamo a studiare come influenza il valore dei diversi *claimants* associati alla struttura di capitale dell'azienda.

Si supponga inoltre che la struttura di capitale al tempo  $t$  sia costituita da equity e straight debt e che gli obbligazionisti abbiano l'intenzione di sottoscrivere CCB senza che l'ammontare relativo dello straight debt subisca variazioni.

Si considerino fissi i parametri  $\lambda$  e  $c_c$ , mentre l'unico parametro variabile è  $A_C$ .

##### Proposizione 2:

*L'effetto di  $A_C$  sul valore dell'equity, dello straight debt e dei CCB quando  $c_c$  e  $\lambda$  sono fissati è tale che:*

- *Il valore totale dell'azienda,  $G(A_t, c_c, c_b)$ , aumenta se  $A_C$  diminuisce*
- *Il valore dell'equity,  $W(A_t, c_c, c_b)$ , è tale che:*
  1. *aumenta se  $A_C$  diminuisce per  $(\lambda + \theta) > 1$*
  2. *diminuisce se  $A_C$  diminuisce per  $(\lambda + \theta) < 1$*

3. rimane inalterato per  $(\lambda + \theta) = 1$

- Il valore dei CCB,  $U^C(A_t, c_c)$  é tale che:
  1. aumenta se  $A_C$  diminuisce per  $\lambda < 1$
  2. rimane invariato per  $\lambda = 1$
- Il valore degli sgravi fiscali,  $TB(A_t, c_b, c_c)$ , aumenta se  $A_C$  diminuisce
- Il valore dello straight debt,  $U^B(A_t, c_b, c_c)$  così come il costo di bancarotta,  $BC(A_t, c_b, c_c)$ , sono indipendenti da  $A_C$

Possiamo quindi vedere come la quantità  $\lambda + \theta$  sia fondamentale ai fini della nostra analisi.

La condizione che fa sì che gli obbligazionisti abbiano una perdita durante la conversione é data quindi da  $\frac{\theta c_c}{r} + \frac{\lambda c_c}{r} > \frac{c_c}{r}$  che é equivalente a scrivere  $(\lambda + \theta) > 1$ .

La Proposizione 2 afferma implicitamente che gli obbligazionisti potranno avere dei benefici abbassando la barriera di conversione dei CCB sia quando la conversione crea una perdita netta per gli obbligazionisti ( $\lambda + \theta > 1$ ), sia quando crea un guadagno netto ( $\lambda + \theta < 1$ ).

Per le stesse ragioni il valore del CCB aumenta quando  $A_C$  diminuisce fino a quando  $\lambda < 1$ .

Per quanto riguarda i benefici fiscali, essi aumentano quando  $A_C$  diminuisce, mentre il valore dello straight debt non subisce alcuna variazione.

**Lemma 2:**

Se  $(\lambda + \theta) > 1$ , allora il valore dell'equity,  $W(A_T, c_b, c_c)$  é una funzione strettamente crescente di  $A_T$  per  $A_T \geq A_C$ .

Definito  $A_{CL} = \inf(A_C : W(A_S, c_b, c_c) \geq 0, \forall s \geq \tau(A_C))$ , allora indipendentemente da  $\lambda$  e  $\theta$  si ha che  $A_{CL}$  sta in  $\left( A_B + \lambda \frac{c_c}{r}, \lambda \frac{c_c}{r} + \frac{c_b(1-\theta)}{r} \right)$ .

Sono due le osservazioni che vanno evidenziate a questo punto:

La prima é che se  $(\lambda + \theta) > 1$ , allora  $A_{CL}$  soddisfa l'equazione  $W(A_T, c_b, c_c) = 0$  con  $A_C > A_B$ , altrimenti é possibile solamente indicare un intervallo in cui  $A_{CL}$  sará compreso.

La seconda osservazione riguarda sempre il caso in cui  $(\lambda + \theta) > 1$  e, poiché  $W(A_T, c_b, c_c)$  é strettamente crescente in  $A_T$  c'è una corrispondenza 1 a 1 tra l'equity e il valore dei titoli per  $A_T \geq A_C$ .

La condizione di conversione per i CCB può quindi essere scritta in funzione del valore dell'equity e questo risulta essere di fondamentale importanza in quanto, a differenza degli asset, il valore dell'equity é osservabile.

## 4.5 Struttura di Capitale Ottima

Prendiamo in considerazione ora un'azienda che al tempo  $t$  non ha debito, ma che ha l'intenzione di emettere sia straight debt che CCB, il cui ammontare viene deciso fissando a priori i parametri  $A_C, c_c$  e  $\lambda$  col fine di massimizzare il valore dell'azienda. Si ha il seguente teorema:

### **Teorema 1:**

*L'ammontare ottimo di straight debt in una struttura di capitale che comprende CCB, equity e straight debt eguaglia l'ammontare di straight debt in una struttura di capitale ottima che comprende solo equity e straight debt.*

*In entrambi i casi la quantità é tale che:*

$$\hat{c}_b = \frac{A_t}{\beta(1-\theta)} \left(\frac{\theta}{r}\right)^{\frac{1}{\gamma}} [(\gamma + 1) \left(\frac{\theta}{r} + \alpha\beta(1 - \theta)\right)]^{\frac{1}{\gamma}}.$$

L'azienda non va in default prima che avvenga la conversione e successivamente ad essa il problema di massimizzazione dell'equity da parte degli obbligazionisti é lo stesso di quello nel caso in cui la struttura di capitale comprenda esclusivamente equity e straight debt.

### **Proposizione 3:**

*Se l'azienda sceglie una struttura di capitale che include CCB, equity e l'ammontare ottimo di straight debt, allora rispetto alla struttura di capitale ottima che comprende solo equity e straight debt si ha:*

1. *Il valore totale dell'azienda aumenterà di un ammontare pari ai benefici fiscali:  $G(A_t, \hat{c}_b, c_c) = G(A_t, \hat{c}_b, 0) + TB^C(A_t, \hat{c}_b, c_c)$*
2.  *$W(A_t, \hat{c}_b, c_c) = W(A_t, \hat{c}_b, 0) - U^C(A_t, \hat{c}_b, c_c) + TB^C(A_t, \hat{c}_b, c_c)$*
3. *L'ammontare totale degli sgravi fiscali sarà maggiore dei benefici associati a  $c_c$ :  $TB(A_t, \hat{c}_b, c_c) = TB(A_t, \hat{c}_b, 0) + TB^C(A_t, \hat{c}_b, c_c)$*
4. *Il valore dello straight debt e del costo di bancarotta sarà il medesimo:  $U^B(A_t, \hat{c}_b, c_c) = U^B(A_t, \hat{c}_b, 0) BC(A_t, \hat{c}_b, c_c) = BC(A_t, \hat{c}_b, 0)$*

## 4.6 Caso Leverage con un ammontare non ottimo di Straight Debt

Supponiamo in questa sezione di considerare un'azienda la cui struttura di capitale comprenda equity e straight debt che paga  $\tilde{c}_b$  e decida di emettere CCB senza cambiare il valore dello straight debt.



Dal Lemma 1 si ha che la soglia di default non subisce alterazioni e l'emissione di CCB non influenza quindi né lo straight debt né i costi di bancarotta. Il valore totale dell'azienda aumenta a causa dei benefici fiscali associati ai CCB:  $G(A_t, \tilde{c}_b, c_c) = G(A_t, \tilde{c}_b, 0) + TB^C(A_t, \tilde{c}_b, c_c)$ , mentre dall'equazione di budget si ha che:

$$W(A_t, \tilde{c}_b, c_c) = W(A_t, \tilde{c}_b, 0) - [U^C(A_t, \tilde{c}_b, c_c) - TB^C(A_t, \tilde{c}_b, c_c)]. \quad (63)$$

Il risultato principale di questa sezione sta nel fatto che un'azienda che ha la possibilità di emettere CCB crea dei costi sociali addizionali sotto forma di sussidi senza apportare alcun miglioramento alla qualità dello straight debt.

### **Sostituzione di parte dello Straight Debt con del CCB:**

Consideriamo qui il caso in cui l'azienda sostituisce una porzione di straight debt con dei CCB e l'effetto che tale sostituzione ha sul valore dei diversi claim associati alla struttura di capitale.

### **Scelta della Struttura di Capitale Iniziale sotto i Vincoli dei Regolatori:**

Supponiamo che al tempo  $t$  l'azienda non abbia ancora emesso debito, ma che abbia l'intenzione di sostituire una parte dello straight debt con CCB tale che:

$$U^B(A_t, \bar{A}_B \bar{c}_b c_c) + U^C(A_t, \bar{A}_B \bar{c}_b c_c) = U^B(A_t, \hat{A}_B, \hat{c}_b, 0) \quad (64)$$

L'ammontare totale del debito è uguale all'ammontare ottimo di straight debt quando la struttura di capitale comprende solo equity e straight debt.

### **Proposizione 4:**

*Se invece della struttura di capitale ottima comprendente solo equity e straight debt un'azienda unlevered sceglie la propria struttura di capitale che soddisfa l'equazione precedente, allora si ha che:*

- *La variazione nel valore totale dell'azienda sarà uguale alla variazione del valore dell'equity;*
- *Se il valore del coupon  $c_c$  è piccolo, allora il valore totale dell'azienda sarà maggiore:  $\exists \bar{c}_1$  tale che:  $G(A_t, \bar{A}_B \bar{c}_b c_c) > G(A_t, \hat{A}_B, \hat{c}_b, 0)$   
 $\forall c_c$  in  $(0, \bar{c}_1)$*
- *Il costo di bancarotta risulterà essere inferiore,  
 $BC(A_t, \bar{A}_B \bar{c}_b) < BC(A_t, \hat{A}_B, \hat{c}_b)$*

Analizzando come varia il valore totale dell'azienda in funzione della percentuale di straight debt che viene sostituito da CCB sono almeno 3 le osservazioni che si possono fare:

In primo luogo, solo una frazione dello straight debt ottimo può essere rimpiazzata con CCB senza far sì che il valore totale dell'azienda diminuisca.

In secondo luogo, valori più bassi di  $A_C$  portano ad un aumento del valore dell'azienda.

Terzo, il valore dell'azienda è non monotono in  $U^C$  in quanto per valori bassi di  $A_C$  il valore aumenta prima e diminuisce poi.

Mano a mano che lo straight debt viene sostituito con i CCBs in misura sempre più consistente l'azienda riduce i propri costi di bancarotta ed aumenta il proprio valore, ma con l'aumentare dell'ammontare di CCB i benefici fiscali tendono a sovrastare la riduzione dei costi di bancarotta e portano così ad una diminuzione del valore totale.

### **Sostituzione parziale dello Straight Debt presente:**

Supponiamo anche qui come prima che una parte dello straight debt venga sostituita dal CCB e che al tempo  $t$  la struttura di capitale dell'azienda sia costituita da equity e straight debt che paga  $\tilde{c}_b$  nel continuo.

L'azienda vuole emettere CCB per sostituire una parte di straight debt riducendo così  $\tilde{c}_b$  a  $\bar{c}_b$  con  $\bar{c}_b < \tilde{c}_b$  e il valore di mercato dello straight debt che paga ancora  $\tilde{c}_b$  passa da  $U^B(A_t, \tilde{A}_B, \tilde{c}_b, 0)$  a  $U^B(A_t, \bar{A}_B, \tilde{c}_b, 0)$  che si riflette in una barriera di default inferiore dovuta ad un minor ammontare investito nello straight debt dopo lo swap.

Per i possessori dello straight debt è indifferente continuare a detenere straight debt o sostituirlo con del CCB. L'equazione di budget diventa così:

$$U^B(A_t, \bar{A}_B, \tilde{c}_b, 0) = U^C(A_t, \bar{A}_B, \bar{c}_b, c_c) + U^B(A_t, \bar{A}_B, \bar{c}_b, c_c) \quad (65)$$

Il valore dello straight debt dopo l'annuncio dovrebbe essere uguale al valore del CCB più il valore dello straight debt che rimane dopo lo swap.

Il coupon  $\bar{c}_b$  è esogeno e, come in precedenza, lo stesso ammontare di CCB può essere emesso con differenti coupon e differenti livelli di conversione.

Cerchiamo di capire ora se gli obbligazionisti sono ben disposti a sostituire parte dello straight debt esistente con CCB e quale sia l'effetto che tale sostituzione ha sul valore totale dell'azienda.

Si ha la seguente proposizione:

### **Proposizione 5:**

*Se un'azienda leverage con una struttura di capitale che include equity e straight debt sostituisce una porzione di straight debt con del CCB allora:*

- Il valore dell'equity diminuisce di  $W(A_t, \bar{A}_B, \bar{c}_b, c_c) - W(A_t, \tilde{A}_B, \tilde{c}_b, c_c) < 0$
- Il cambiamento nel valore totale dell'azienda é tale che:
  1.  $G(A_t, \bar{A}_B, \bar{c}_b, c_c) - G(A_t, \tilde{A}_B, \tilde{c}_b, 0) = \frac{\tilde{c}_b \theta}{r} \left( \left( \frac{A_t}{\bar{A}_B} \right)^{-\gamma} - \left( \frac{A_t}{\tilde{A}_B} \right)^{-\gamma} \right) + \alpha \tilde{A}_B \left( \frac{A_t}{\tilde{A}_B} \right)^{-\gamma} - \alpha \bar{A}_B \left( \frac{A_t}{\bar{A}_B} \right)^{-\gamma} - \theta \left( \frac{A_t}{A_C} \right)^{-\gamma} \left( \frac{\lambda c_c}{r} \right)$
  2.  $G(A_t, \bar{A}_B, \bar{c}_b, c_c) - G(A_t, \tilde{A}_B, \tilde{c}_b, 0) > W(A_t, \bar{A}_B, \bar{c}_b, c_c) - W(A_t, \tilde{A}_B, \tilde{c}_b, 0)$
  3. se  $\tilde{c}_b > \hat{c}_b$  allora  $\exists \tilde{c}_1 : G(A_t, \bar{A}_B, \bar{c}_b, c_c) > G(A_t, \tilde{A}_B, \tilde{c}_b, 0)$  per  $\lambda > 2 - (A_t/A_C)^\gamma$  e  $c_c$  in  $(0, \tilde{c}_1)$
- Il costo di bancarotta diminuisce,  $BC(A_t, \bar{A}_B, \bar{c}_b) < BC(A_t, \tilde{A}_B, \tilde{c}_b)$

Anche qui, come prima, l'effetto sostituzione riduce gli sgravi fiscali, ma l'azienda trae comunque beneficio dalla riduzione dei costi di bancarotta. In secondo luogo, nonostante il debito diventi meno rischioso, l'ammontare totale del debito aumenta a causa della differenza di valore dello straight debt pre e post annuncio. Nonostante il valore totale dell'azienda possa aumentare, gli azionisti non saranno incentivati a sostituire lo straight debt presente con del CCB quando il loro valore diminuisce. Tutto il potenziale guadagno nel valore totale dell'azienda piú una porzione del valore dell'equity sará trasferito ai debitori.

### Aziende TBTF:

Si consideri qui il caso di un'azienda TBTF, vale a dire un'azienda che nel caso di fallimento passerebbe sotto il controllo del governo che si assumerebbe l'onere di pagare tutti i suoi debitori.

Come assunto in precedenza quando il valore del titolo  $A_t$  raggiunge il livello  $A_B$  si ha la bancarotta.

Un intervento del governo volto a prevenire situazioni di disagio farebbe sì che esso ottenesse titoli con un valore pari ad  $A_B$  e un'obbligazione che paga  $c_b$  di valore pari a  $\frac{c_b}{r}$ .

Il valore del sussidio governativo nel momento di bancarotta sará quindi pari a  $\frac{c_b}{r} - A_B$ .

Per quanto riguarda il valore del sussidio prima della bancarotta si ha che:

$$S(A_t, c_b, c_c) = \left( \frac{c_b}{r} - A_B \right) \left( \frac{A_t}{A_B} \right)^{-\gamma} \quad (66)$$

Basandoci sul Lemma 1, l'istante di default e il valore dei titoli nello stesso istante non dipende se la struttura di capitale comprende CCB o meno, perciò

il valore del sussidio governativo sarà tale che:

$$S(A_t, c_b, c_c) = S(A_t, c_b, 0) \quad (67)$$

Si ha la seguente proposizione:

**Proposizione 6:**

*Si consideri una banca la cui struttura di capitale comprenda equity, straight debt e CCB.*

*Se  $\forall t$  il governo emette una garanzia per lo straight debt della banca, allora*

- *Il valore totale della banca aumenta e sarà strettamente crescente in  $c_b$ :*

$$G(A_t, c_b, c_c) = A_t + \frac{\theta c_b}{r} (1 - (A_t/A_B)^{-\gamma}) + \frac{\theta c_c}{r} (1 - (A_t/A_C)^{-\gamma}) + (\frac{c_b}{r} - A_B) (\frac{A_t}{A_B})^{-\gamma} \quad (68)$$

- *Lo straight debt diventerá risk-free:  $U^B(A_t, c_b, c_c) = c_b/r$*
- *La bancarotta verrà eliminata:  $BC(A_t, c_b) = 0$*
- *Il valore dell'equity così come gli sgravi fiscali e il CCB non subiscono variazioni*

## 4.7 Straight Debt invece di CCB: Scelta iniziale della Struttura di Capitale

Cerchiamo ora di capire come il sussidio del governo possa dipendere dal tipo di debito che la banca andrà ad emettere, vale a dire se si considera solo l'emissione di debito standard o se si suppone sia possibile emettere anche CCB entro una quantità tenuta sotto controllo dai regolatori.

L'equazione precedente ci da la soluzione in forma chiusa per il valore dell'azienda quando emette equity, straight debt e CCB ed è facile osservare come la soluzione sia simile al caso in cui il CCB non venga preso in considerazione. In entrambi i casi il valore totale dell'azienda è strettamente crescente in  $c_b$ . Gli obbligazionisti così come i proprietari originari cercano di emettere il maggior debito possibile cosicché l'ammontare degli sgravi fiscali aumenta.

Fatte queste considerazioni, si capisce bene come il governo possa porre dei limiti alla quantità e alla modalità di debito che una TBTF può emettere. Potrebbe quindi essere fissato un massimo coupon per lo straight debt

$c_b^g$  per la struttura di capitale che includa equity e straight debt oppure dare all'azienda un'alternativa ad emettere straight debt con un coupon  $\bar{c}_b$  e CCB con un coupon  $c_c$  in modo tale che valga:

$$U^B(A_t, c_b^g, 0) = U^C(A_t, \bar{c}_b c_c) + U^B(A_t, \bar{c}_b c_c) \quad (69)$$

In presenza di garanzie da parte del governo lo straight debt diventa risk-free e dalla Proposizione 1 l'equazione precedente può essere riscritta come:

$$\frac{c_b^g}{r} = \frac{c_c}{r}(1 - (A_t/A_C)^{-\gamma}) + \frac{\lambda c_c}{r}(A_t/A_C)^{-\gamma} + \frac{\bar{c}_b}{r} \quad (70)$$

che porta ad avere:

$$\bar{c}_b = c_b^g - c_c(1 - (1 - \lambda)(A_t/A_C)^{-\gamma}) \quad (71)$$

Si ha quindi la seguente proposizione:

**Proposizione 7:**

*L'effetto sostituzione di straight debt con CCB in una struttura di capitale di un'azienda TBTF unlevered che decide di emettere debito ed è soggetta a dei vincoli da parte dei regolatori riduce il present value atteso.*

Il sussidio governativo elimina i costi di bancarotta e nel caso di un'azienda che non emette CCB si ha che il valore totale può essere scritto come:

$$G(A_t, c_b^g, 0) = A_t + TB(A_t, c_b^g, 0) + S(A_t, c_b^g, 0) \quad (72)$$

ed equivalentemente nel caso in cui il CCB possa essere emesso si ha:

$$G(A_t, \bar{c}_b c_c) = A_t + TB(A_t, \bar{c}_b c_c) + S(A_t, \bar{c}_b c_c) \quad (73)$$

Andando a considerare la differenza tra le 2 equazioni si ottiene la seguente proposizione:

**Proposizione 8:**

*Gli obbligazionisti di un'azienda TBTF unlevered perderanno in ammontare se emettono CCB piuttosto che straight debt.*

## 4.8 Straight Debt Invece di CCB: Parziale sostituzione dello Straight Debt presente

Supponiamo di considerare un'azienda TBTF la cui struttura di capitale comprenda equity e straight debt, e cerchiamo di capire quale sia l'effetto di

una sostituzione di parte dello straight debt con del CCB sul valore dell'equity.

In presenza del sussidio governativo  $\forall t$  la seguente equazione di budget vale:

$$A_t + TB(A_t, \tilde{c}_b, 0) + S(A_t, \tilde{c}_b, 0) = W(A_t, \tilde{c}_b, 0) + U^B(A_t, \tilde{c}_b, 0) \quad (74)$$

I costi di bancarotta sono azzerati e il debito é risk-free:

$$U^B(A_t, \tilde{c}_b, 0) = \frac{\tilde{c}_b}{r}.$$

L'azienda sostituisce una porzione di straight debt con del CCB che paga  $c_c$ , mentre la porzione rimanente paga un coupon pari a  $\bar{c}_b$  tale che  $\bar{c}_b < \tilde{c}_b$ . Come nel caso precedente, i sottoscrittori del debito standard saranno indifferenti nello scambio con i CCBs, infatti si ha:

$$U^B(A_t, \tilde{c}_b, 0) = U^C(A_t, \bar{c}_b c_c) + U^B(A_t, \bar{c}_b c_c) \quad (75)$$

La differenza sostanziale rispetto a prima é che in seguito all'annuncio della sostituzione tra straight debt e CCB il valore dello straight debt esistente non subisce variazioni.

Il debito é risk-free e a differenza di prima l'annuncio non porta cambiamenti nella barriera di default.

L'equazione di budget diventa così:

$$A_t + TB(A_t, \bar{c}_b c_c) + S(A_t, \bar{c}_b c_c) = W(A_t, \bar{c}_b c_c) + U^B(A_t, \bar{c}_b c_c) + U^C(A_t, \bar{c}_b c_c) \quad (76)$$

che, considerata l'equazione di budget, porta ad avere:

$$\begin{aligned} W(A_t, \tilde{c}_b, 0) - W(A_t, \bar{c}_b c_c) &= TB(A_t, \tilde{c}_b, 0) - TB(A_t, \bar{c}_b c_c) + S(A_t, \tilde{c}_b, 0) + \\ &\quad - S(A_t, \bar{c}_b c_c) \end{aligned} \quad (77)$$

dove, poiché  $\tilde{c}_b > \bar{c}_b$ , si ha che  $S(A_t, \tilde{c}_b, 0) - S(A_t, \bar{c}_b c_c) > 0$  e, come prima, la riduzione del valore del sussidio governativo dovuta all'effetto sostituzione dovrebbe essere maggiore del cambiamento di valore dovuto agli sgravi fiscali.

### Proposizione 9:

*Gli obbligazionisti di un'azienda TBTF che sostituiscono parte dello straight debt esistente con CCB subiranno un perdita.*

## 4.9 Manipolazione dei Mercati e Molteplicitá di Equilibri nei Prezzi dell'Equity

In questa sezione verrà mostrata la presenza di equilibri multipli per un'azienda che possa emettere anche CCB e si cercheranno di analizzare gli incentivi

che avranno gli investitori a manipolare il mercato.

Si distinguerá il caso delle manipolazioni provocate dai sottoscrittori del CCB e di quelle dagli azionisti sotto l'ipotesi che il valore dell'equity sia strettamente crescente rispetto al valore degli asset sia prima che durante la conversione.

### **Doppia molteplicitá nei prezzi:**

Supponiamo di considerare tre istanti temporali differenti  $t, t_1$  e  $t_2$  con  $t < t_1 < t_2$ .

In  $t$  il valore dell'asset é incerto, mentre in  $t_2$  il titolo  $A_t$  potrà valere  $A_H$  con probabilità  $p$  o  $A_L$  con probabilità  $1-p$ , dove  $A_L < A_C < A_H$ .

Sono diverse le casistiche che si possono presentare. Indichiamo con  $W_t$  il valore dell'equity osservato al tempo  $t$ .

Se  $W_t \leq W_C$ , allora al tempo  $t_1$  il CCB converte in equity, altrimenti la conversione non ha luogo.

Se il valore osservato in  $t_2$  é  $A_H$  e non c'è stata conversione in  $t_1$  allora il CCB converte in equity.

Consideriamo ora il caso in cui non c'è stata conversione al tempo  $t_1$ , cioè  $W_t > W_C$ . Se in  $t_2$  il valore osservato é  $A_H$  allora il valore dell'equity originale al tempo  $t_2$  é dato da  $W(A_H, c_b, c_c)$ . Questo valore riflette il fatto che, poiché  $A_C < A_H$ ,  $A_H$  non può forzare la conversione in  $t_2$ .

Se, invece, il valore osservato in  $t_2$  é  $A_L$ , allora il valore dell'equity originale al tempo  $t_2$  é dato da  $W(A_L, c_b, 0) - \lambda \frac{c_c}{r}$  ed in questo caso guida la conversione in  $t_2$ .

Sia  $\bar{W}_t$  il valore dell'equity originale in  $t_1$ , si ha:

$$\bar{W}_t = pW(A_H, c_b, c_c) + (1-p)(W(A_L, c_b, 0) - \lambda \frac{c_c}{r}) \quad (78)$$

Supponiamo ora il caso in cui in  $t_1$  non si abbia conversione del CCB in equity.

Indipendentemente dal valore osservato che si avrà in  $t_2$  la conversione non avrà luogo. Sia ancora  $\tilde{W}_t$  il valore dell'equity originale al tempo  $t_1$ ; si ha quindi che il valore totale post-conversione dell'equity originale e di quella appena emessa é dato da  $\tilde{W}_t + \lambda \frac{c_c}{r}$ .

Il valore totale dell'equity in  $t_2$  é dato da:

$$\tilde{W}_t = pW(A_H, c_b, 0) + (1-p)(W(A_L, c_b, 0) - \lambda \frac{c_c}{r}) \quad (79)$$

dove  $W(A_H, c_b, 0)$  e  $W(A_L, c_b, 0)$  rappresentano rispettivamente i valori totali in  $t_2$  per  $A_H$  e  $A_L$ .

Considerando la differenza fra i due valori si giunge alla seguente equazione:

$$\bar{W}_t - \tilde{W}_t = p \frac{c_c}{r} \left(1 - \left(\frac{A_H}{A_C}\right)^{-\gamma}\right) (\lambda + \theta - 1) \quad (80)$$

che per  $(\lambda + \theta) > 1$  fa sì che tale differenza sia strettamente positiva portando così al seguente teorema:

**Teorema 2:**

*Se  $(\lambda + \theta) > 1$ , allora ci possono essere 2 equilibri di mercato:*

- *Un equilibrio caratterizzato da un prezzo relativamente alto dell'equity in  $t$  senza una conversione in  $t_1$*
- *Un altro equilibrio con un prezzo per l'equity inferiore in  $t$  e con conversione di CCB in equity in  $t_1$*

## 4.10 Manipolazione del Mercato Equity

### Manipolazione ad opera dei possessori del CCB:

Consideriamo qui il caso in cui il tentativo di manipolazione del mercato sia imputabile ai possessori del CCB. Gli investitori potrebbero generare un profitto acquistando CCB quando il prezzo dello stock è sopra il livello trigger  $W_C$ , manipolare il mercato attraverso false notizie facendo abbassare il prezzo del titolo al fine di attivare la conversione e successivamente vendere l'equity ottenuta dalla conversione al prezzo corretto.

Supponiamo quindi che in  $t$  il prezzo del titolo sia  $A_t$  e che nel futuro esso possa assumere i valori  $A_H$  con probabilità  $p$  o  $A_L$  con probabilità  $1-p$ .

La manipolazione da parte dei *CCB holders* può essere vista come un cambiamento della misura di probabilità e considerando quindi che  $A_H$  si possa realizzare con una probabilità  $p'$  e analogamente  $A_L$  con probabilità  $1-p'$ , con  $p' < p$ .

Se il mercato ritiene che la probabilità che venga raggiunto il livello  $A_H$  sia  $p$  (e quindi  $A_L$  con probabilità  $1-p$ ) il valore dell'equity è sopra  $W_C$  e quindi non ci sarà conversione, mentre se il mercato ritiene che la probabilità sarà  $p'$  allora la conversione CCB-equity avrà luogo.

Dopo la manipolazione con relativa conversione e aggiustamento della misura di probabilità il valore dell'equity è dato da:

$$\tilde{W}_t = pW(A_H, c_b, 0) + (1-p)(W(A_L, c_b, 0)) \quad (81)$$

mentre il valore dell'equity durante la conversione è dato da:

$$\hat{W}_t = p'W(A_H, c_b, 0) + (1-p')(W(A_L, c_b, 0)) \quad (82)$$



I *CCB holders* ricevono un ammontare in equity pari a  $\lambda \frac{c_c}{r}$  e il valore atteso del payoff in caso di opinione corretta da parte del mercato sar :

$$\Pi'_t = \lambda \frac{c_c}{r} \left( \frac{pW(A_H, c_b, 0) + (1-p)W(A_L, c_b, 0)}{p'W(A_H, c_b, 0) + (1-p')W(A_L, c_b, 0)} \right) \quad (83)$$

mentre nel caso di assenza di qualsiasi tipo di manipolazione che possa forzare la conversione sar :

$$\Pi_t = pU^C(A_H, c_b, c_c) + (1-p)\lambda \frac{c_c}{r} \quad (84)$$

e considerando la differenza delle 2 equazioni si ottiene:

$$\begin{aligned} \Pi'_t - \Pi_t = & \lambda \frac{c_c}{r} \left( \frac{(p-p')W(A_H, c_b, 0) - W(A_L, c_b, 0)}{p'W(A_H, c_b, 0) - (1-p')W(A_L, c_b, 0)} \right) + \\ & - p(U^C(A_H, c_b, c_c) - \lambda \frac{c_c}{r}) \end{aligned} \quad (85)$$

Utilizzando la soluzione in forma chiusa per  $U^C$  si ottiene che:

$$\Pi'_t - \Pi_t = \lambda \frac{c_c}{r} \left( \frac{(p-p')W(A_H, c_b, 0) - W(A_L, c_b, 0)}{p'W(A_H, c_b, 0) - (1-p')W(A_L, c_b, 0)} - p(1-\lambda) \frac{c_c}{r} \left(1 - \left(\frac{A_H}{A_C}\right)^{-\gamma}\right) \right) \quad (86)$$

che infine diventa:

$$\Pi'_t - \Pi_t = \lambda \frac{c_c}{r} \left( \frac{(p-p')}{p' + \left(\frac{W(A_L, c_b, 0)}{W(A_H, c_b, 0) - W(A_L, c_b, 0)}\right)} \right) - p(1-\lambda) \frac{c_c}{r} \left(1 - \left(\frac{A_H}{A_C}\right)^{-\gamma}\right) \quad (87)$$

Se  $\lambda = 0$  allora  $\Pi'_t < \Pi_t$  e i possessori del CCB non hanno alcun incentivo a manipolare il mercato e si giunge al seguente teorema:

**Teorema 3:**

$\exists \hat{\lambda}$  in  $(0, 1)$  tale che  $\Pi'_t - \Pi_t = 0$  e

- se  $\lambda \leq \hat{\lambda}$  i *CCB-holders* non hanno interesse a manipolare il mercato dell'equity
- se  $\lambda > \hat{\lambda}$  i *CCB-holders* manipoleranno il mercato dell'equity.

dove  $\hat{\lambda}$  rappresenta il valore che annulla la differenza tra i due payoff ed   tale che:

$$\hat{\lambda} = \frac{p(1 - (\frac{A_H}{A_C})^{-\gamma})}{p(1 - (\frac{A_H}{A_C})^{-\gamma}) + \frac{p-p'}{p' + \frac{W(A_L, c_b, 0)}{W(A_H, c_b, 0) - W(A_L, c_b, 0)}}} \quad (88)$$

Il fatto che piccoli valori di  $\lambda$  indicano che la manipolazione non ci sarà é spiegabile in quanto l'ammontare ricevuto durante la conversione da parte dei possessori del CCB é troppo esiguo rispetto ai coupon futuri che dovranno pagare.

Il valore che determina l'uguaglianza tra  $\Pi'_t$  e  $\Pi_t$  dipende principalmente dalla differenza tra le 2 misure di probabilità,  $p$  e  $p'$ , e dalla differenza tra le due possibili realizzazioni del valore dell'equity che possiamo riscontrare in  $t_2$ :  $A_H$  e  $A_L$ .

Nel primo caso maggiore sarà la differenza tra  $p$  e  $p'$  minore risulterà  $\hat{\lambda}$  e questo é imputabile al fatto che piú é facile manipolare il mercato minore dovrebbe risultare il rapporto di conversione per evitare che la manipolazione si verifichi.

Per quanto riguarda le realizzazioni invece, maggiore sarà  $W(A_H, c_b, 0) - W(A_L, c_b, 0)$  minore sarà  $\lambda$ , cioè maggiore sarà l'incertezza riguardo il valore dei titoli, minore dovrebbe risultare il rapporto di conversione.

### Manipolazione ad opera degli Equity Holders:

Supponiamo in questo caso che la manipolazione sia attribuibile ad un intervento degli obbligazionisti.

Essi potrebbero incrementare il valore delle loro azioni cercando di far abbassare il valore dell'equity fino al livello  $W_C$ , forzare la conversione e solo successivamente correggere le aspettative di mercato riguardo l'azienda stessa.

Indichiamo con  $W(A_C, c_b, 0)$  il valore dell'equity al momento della conversione e con  $W(A_t, c_b, 0)$  il valore dell'equity dopo che le aspettative di mercato sono state corrette.

I vecchi obbligazionisti non avranno incentivo a manipolare il mercato se:

$$W(A_t, c_b, c_c) - [W(A_t, c_b, 0) - \lambda \frac{c_c}{r} \frac{W(A_t, c_b, 0)}{W(A_C, c_b, 0)}] \geq 0 \quad (89)$$

che, considerata la proposizione 1, diventa uguale a:

$$\frac{-c_c(1-\theta)}{r} \left(1 - \left(\frac{A_t}{A_C}\right)^{-\gamma}\right) - \frac{\lambda c_c}{r} \left(\frac{A_t}{A_C}\right)^{-\gamma} + \frac{\lambda c_c}{r} \frac{W(A_t, c_b, 0)}{W(A_C, c_b, 0)} \quad (90)$$

Se  $\lambda = 0$  gli obbligazionisti andranno quindi a manipolare il mercato, mentre  $\forall \theta$  plausibile e per  $\lambda = 1$  la differenza del valore dell'equity sarà positiva e nessuna manipolazione avrà luogo.

Anche qui, come nel caso precedente, esiste un valore di  $\lambda$  che annulla la

differenza dei payoff ed é tale che:

$$\hat{\lambda} = \frac{(1 - \theta) \left(1 - \left(\frac{A_t}{A_C}\right)\right)^{-\gamma}}{\frac{W(A_t, c_b, 0)}{W(A_C, c_b, 0)} - \left(\frac{A_t}{A_C}\right)^{-\gamma}} \quad (91)$$

e poiché é una funzione decrescente rispetto a  $A_t$ , affinché sia verificata  $\forall A_t$  prima o durante la conversione sará uguale a  $1 - \theta$ .

Si giunge così al seguente teorema:

**Teorema 4:**

*Se  $\lambda \geq (1 - \theta)$  gli obbligazionisti non andranno ad effettuare manipolazioni del mercato in quanto il prezzo da pagare per liberarsi dalle obbligazioni sarebbe troppo elevato.*

#### 4.11 CCB e Inefficienza della Sostituzione dei Titoli

Consideriamo qui il caso di un'azienda la cui struttura di capitale includa CCB e andiamo a studiare quali possono essere gli effetti nel caso in cui l'azienda si pone l'obiettivo di rendere i propri obbligazionisti piú propensi al rischio. Verranno quindi proposte 3 situazioni differenti la prima delle quali si riferisce al caso in cui l'introduzione del CCB lascia invariato l'ammontare del debito standard, la seconda in cui il CCB viene introdotto tramite uno swap sul debito standard sotto dei vincoli imposti dai regolatori ed infine la terza in cui il CCB viene introdotto in una struttura di capitale in cui era già presente.

**Caso 1: Ammontare del debito Standard Invariato**

Consideriamo la seguente proposizione:

**Proposizione 10:**

*Supponiamo che un'azienda abbia fissato la propria struttura di capitale che comprende CCB, equity e l'ammontare ottimo di debito standard.*

*Se  $(\lambda + \theta) > 1$  allora, rispetto al caso in cui la struttura di capitale non comprende CCB, i profitti generati da una maggiore propensione al rischio da parte degli obbligazionisti saranno inferiori.*

Dalla Proposizione 10 si intuisce come una maggiore volatilità dei titoli comporta una maggior facilitá da parte del valore del CCB a raggiungere il livello di trigger.

Per  $(\lambda + \theta) > 1$  la conversione per gli azionisti già presenti é dispendiosa e

di conseguenza gli obbligazionisti saranno meno propensi ad assumersi rischi maggiori.

### **Caso 2: Sostituzione sotto i vincoli dei Regolatori**

Vediamo qui il secondo caso inerente al problema dell'inefficienza dell'effetto sostituzione in cui un'azienda introduce del CCB nella propria struttura di capitale scambiando CCB per straight debt sotto i vincoli dei regolatori.

L'unica differenza rispetto al caso precedente sta nel fatto che ora il CCB va a sostituire una porzione del debito standard invece di essere aggiunto ad una struttura di capitale che già lo includeva.

L'introduzione del CCB fa sì che, rispetto al caso in cui non veniva preso in considerazione, l'incentivo alla sostituzione sia ridotto, ad eccezione di quando  $\lambda$  è nullo. L'azienda ha ora meno straight debt che si traduce in una riduzione dell'incentivo per la sostituzione dei titoli.

### **Caso 3: Sostituzione in una Struttura di Capitale già presente**

Prendiamo infine in considerazione il caso in cui un'azienda voglia sostituire straight debt con CCB in una struttura di capitale già esistente.

L'unica differenza è che ora il CCB va a sostituire parte del debito standard che era già stato emesso e di conseguenza provoca un effetto addizionale dato che l'azienda avrà un ammontare maggiore di debito straordinario.

Anche qui come nel caso precedente l'introduzione di CCB diminuisce l'incentivo per la sostituzione, ma nel caso senza CCB tale disincentivo è leggermente inferiore in quanto il valore del debito standard è leggermente superiore.

## **4.12 Conclusioni**

In questo capitolo si è cercato di definire un modello che potesse descrivere gli effetti dell'introduzione di CCB nella struttura di capitale di un'azienda. Vediamo ora quali sono i risultati principali che sono stati ricavati:

Per quanto riguarda l'effetto sostituzione si è visto che un'azienda che decide di sostituire parte dello straight debt con del CCB trae guadagno senza costi addizionali; il valore dell'azienda aumenta mentre i costi di bancarotta diminuiscono. L'introduzione del CCB in una nuova struttura di capitale riduce l'incentivo dell'effetto sostituzione e costituisce una forma di garanzia per i regolatori. In questa situazione l'unico vincolo riguarda quello imposto dai regolatori che dovrà essere tale da incentivare l'azienda stessa a sottoscrivere CCB.

Nel caso della sostituzione di parte dello straight debt già presente si riscontra un aumento del valore dell'azienda e contemporaneamente una diminuzione

dei costi di bancarotta così come dell'ammontare totale dello straight debt. A differenza della situazione precedente nessun vincolo ulteriore da parte dei regolatori è richiesto.

Vediamo il caso di una banca TBTF:

Sotto l'ipotesi che lo straight debt di una banca TBTF sia risk-free e tenendo conto dell'intervento dei regolatori si è giunti al risultato che la sostituzione dello straight debt con del CCB riduce il valore del sussidio governativo in quanto minore sarà il prezzo da pagare per un possibile fallimento. La perdita subita dagli azionisti, tuttavia, farà sì che essi non siano propensi a incentivare tale forma di sostituzione.

Un fenomeno nuovo, rispetto ai modelli precedentemente analizzati, riguarda l'incentivo alla manipolazione dei mercati da parte sia dei possessori del CCB che degli azionisti una volta che il CCB è stato introdotto. I possessori del CCB forzeranno la conversione nel caso in cui il rapporto tra il valore di conversione dell'equity su CCB sia sufficientemente elevato mentre nel caso opposto saranno gli obbligazionisti a manipolare il mercato forzando la conversione.

Per concludere tale capitolo bisogna dire che sono almeno 3 le osservazioni che vanno fatte in quanto tale analisi ha dato per scontato delle ipotesi che in realtà possono risultare fin troppo semplificatrici.

In primo luogo tale analisi è di tipo statico, in quanto suppone che la conversione CCB-equity avvenga in un unico istante una volta che l'evento trigger si è verificato, mentre invece si potrebbe supporre che i benefici derivanti potrebbero amplificarsi nel caso di conversioni successive o solo quando i bond esistenti siano appena stati convertiti.

La seconda considerazione riguarda il fatto che sia il debito standard che i CCBs siano stati considerati come titoli perpetui quando invece dei bond con scadenza finita potrebbero abbassare i costi di conversione.

L'ultima osservazione, a differenza di [Pennacchi (2010)], riguarda la mancata presa in considerazione di processi con salti per la dinamica dei prezzi e del fatto che l'azienda non possa utilizzare i CCBs per acquistare altri titoli, ma queste assunzioni sono state fatte per semplificare l'analisi.

## 5 COME RIDURRE IL PROBLEMA DEL DEBT OVERHANG E DELLE MANIPOLAZIONI: IL CASO DEL COERCs

A differenza del modello proposto nell'articolo di [Albul, Jaffee, Tchisty (2010)] dove il problema del cosiddetto *DebtOverhang* faceva sì che gli azionisti non fossero interessati a sostituire parte del debito standard con del CCB, nel caso del COERCs (Call Option Enhanced Reverse Convertible) invece, l'idea di fondo è quella di diminuire il Debt Overhang attraverso una forma di coercizione, che non è imposta dai regolatori.

Il mancato intervento dei regolatori, così come invece avveniva nel modello per i Bond Convertibili del capitolo precedente, fa sì che la company sia costretta ad emettere equity ad un prezzo scontato per gli obbligazionisti tutte le volte che la società si trova in un periodo di crisi finanziaria.

La possibilità in ogni momento da parte degli azionisti di ripagare il debito rende tale proposta in grado di dare una risposta a 2 grandi problemi che riguardano l'utilizzo del C.C. nella struttura di capitale, infatti:

- **Dando agli azionisti un incentivo a ripagare il debito in modo tale da evitare significative diminuzioni, il COERC riduce il rischio per i debt holders e rende tale strumento maggiormente commerciabile rispetto ai tradizionali convertibili;**
- **In secondo luogo, il fatto che gli azionisti possano sempre eliminare la conversione ripagando il debito sta a significare che le conversioni guidate da comportamenti irrazionali o manipolazioni dei prezzi non interesserà gli azionisti .**

La seconda osservazione va quindi a risolvere la questione della manipolazione dei mercati che era stata oggetto di analisi nel modello del Bond Convertibile analizzato nel capitolo precedente.

Il fatto inoltre che i regolatori non abbiano alcuna influenza rende tale proposta maggiormente accettata dai manager e non è orientata a massimizzare il valore delle obbligazioni, ma bensì quello delle azioni.

### 5.1 Il Coerc

Passiamo ora ad una descrizione più accurata del COERC evidenziando ancora una volta le sue caratteristiche essenziali e descrivendo il processo che porta ad una valutazione in termini di contingent capital bond durante la conversione.

- Questo strumento non incoraggia manipolazioni da parte degli short sellers o trasferimenti di ricchezza dagli azionisti ai possessori dei bond durante situazioni di crisi;
- Risulta essere meno rischioso rispetto ai tradizionali titoli di tipo contingent capital e quindi maggiormente commerciabile;
- Tale piano non permette il verificarsi di situazioni con una molteplicitá di equilibri.

La prima caratteristica riguarda il fatto che il prezzo di conversione é posto significativamente al di sotto del prezzo trigger dando cosí un forte incentivo agli azionisti ad esercitare l'opzione e ripagare i bond al giusto prezzo.

La seconda dá agli azionisti l'opzione (warrant) di ricomprare le azioni dai possessori dei bond in seguito ad una conversione al prezzo di conversione stesso.

Questa opzione Call assicura che gli azionisti possano annullare qualsiasi trasferimento di denaro nei confronti dei possessori dei bond dovuto a manipolazioni esterne, situazioni di panico o motivi simili.

L'obiettivo di tale paragrafo é quello di valutare il COERCs e compararlo con i tradizionali contingent capital e con i bond non convertibili e di mettere in luce le differenze tra le banche che sottoscrivono il COERC da quelle che sottoscrivono strumenti piú tradizionali quali bonds convertibili e non. Nel seguito si suppone che una banca possa sottoscrivere depositi a breve scadenza, azioni ordinarie, bond a lunga scadenza sotto forma di COERC, debito convertibile e non.

In situazione di crisi é noto che i prezzi dei titoli possano subire improvvisi salti ed é per questo che si é deciso di modellizzare gli asset bancari con un processo stocastico.

Indicheremo con  $A_t$  il valore del titolo bancario al tempo  $t$ .

La percentuale di guadagno,  $dA_t/A_t$  soddisfa il seguente processo di diffusione a salti:

$$dA_t/A_t = (r_t - \lambda k)dt + \sigma dz + (Y_{q_t^-} - 1)dq_t, \quad (92)$$

dove  $dz$  é un moto browniano,  $qt$  un processo di conteggio di Poisson che aumenta di 1 con probabilitá  $\lambda dt$ ,

$$\ln(Y_{q_t^-}) \sim N(\mu_y, \sigma_y^2) \quad (93)$$

e

$$K = E^q[Y_{q_t^-}] = e^{\mu_y + \frac{1}{2}\sigma_y^2} - 1 \quad (94)$$

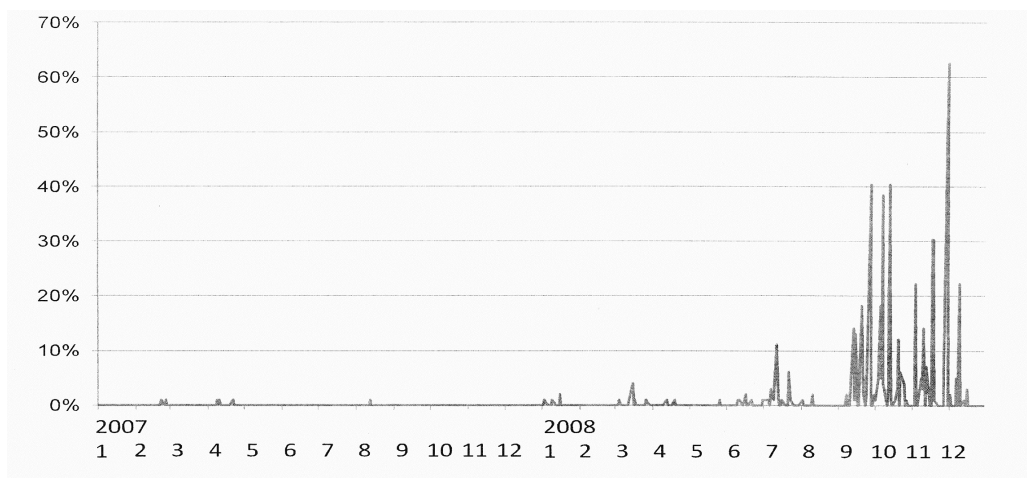


Figura 19: % delle 100 maggiori banche americane tra il 2007 e il 2008 con un rendimento giornaliero inferiore al  $-10\%$

dove  $K$  rappresenta il valore atteso risk-neutral del salto.

Nell'equazione (92),  $\sigma$  indica la deviazione standard del processo a diffusione continua per i titoli bancari, mentre  $\lambda$  misura la probabilità del salto per il valore dei titoli.

L'equazione (93) invece mostra come l'ampiezza dei salti sia distribuita come una lognormale, dove il parametro  $\mu_y$  si riferisce alla media dell'ampiezza del salto e  $\sigma_y$  ne rappresenta la sua deviazione standard.

Dato che stiamo trattando di situazioni di crisi, si ha che i tassi di interesse possano variare in maniera improvvisa e rilevante perciò supponiamo che il tasso di interesse risk-free,  $r_t$ , sia stocastico. Si suppone qui che i depositi bancari abbiano una maturity piuttosto breve e paghino un tasso di interesse competitivo.

Un'altra assunzione che viene fatta è che la banca si supponga voglia perseguire un determinato rapporto di capitale; in questo modo il leverage tende ad essere mean-reverting.

Sia  $D_t$  la quantità del deposito bancario al tempo  $t$  che ha scadenza istantanea e che paga un tasso di interesse pari a  $r_t + h_t$ , dove  $h_t$  rappresenta lo spread. Definito  $x_t = A_t/D_t$  come l'asset-to-deposit ratio, si ha che:

$$dD_t/D_t = g(x_t - x)dt \quad (95)$$

dove  $g > 0$  misura l'effetto della mean-reversion e  $x > 1$  rappresenta l'asset-to-deposit ratio che la banca vorrebbe raggiungere. La banca fallisce quando il valore degli asset tocca o scende al di sotto del valore dei depositi (oltre ai



bond non convertibili).

Se avviene il fallimento la perdita totale per i depositanti é pari a  $D_t - A_t$ , mentre prima del fallimento il valore dei depositi rischiosi é sempre pari a  $D_t$ . Questo fenomeno é dovuto alla loro breve maturity che permette ai credit-spread di riallinearsi continuamente al valore di mercato.

Al tempo 0, la banca puó inoltre sottoscrivere bond con valore di mercato pari a  $B$  e maturity  $T > 0$ .

Prima della scadenza o della conversione, i bond pagano un coupon pari a  $c_t dt$ . In realtà la banca puó sottoscrivere coupon bond sia fissi che variabili e tale scelta é descritta nel modello andando a sostituire al posto di  $c_t$  rispettivamente  $c$  o  $r_t + s$  dove  $s$  rappresenta lo spread fisso a breve sul tasso risk-free. In generale, il valore dei coupon bond fissi sará esposto sia al rischio tasso che al rischio di credito mentre quelli variabili saranno sensibili solo al rischio di credito. In  $t = 0$  il tasso fisso,  $c$ , o analogamente lo spread fisso,  $s$ , sono fissati in modo tale che il bond venga venduto al suo valore di mercato  $B$ .

Vediamo ora piú nel dettaglio come si andrà a determinare il valore del COERC.

Durante la conversione dei bond o a maturity si ha che le azioni ordinarie della banca uguagliano il valore dei restanti titoli bancari, e se uguale a zero la banca fallisce. Supponiamo ora che il bond sia convertibile, così puó assumere la forma di uno standard contingent capital così come di un COERC.

Con  $e$  andiamo ad indicare ora il rapporto post-conversione tra le originali azioni ordinarie e il deposito in  $t$ :

$$e = (A_t - B - D_t)/D_t \quad (96)$$

Se con  $n_0$  indichiamo il numero di azioni non-ordinarie e con  $D_t$  l'attuale livello del deposito, allora il prezzo trigger dello stock puó essere espresso come:

$$eD_t/n_0 = (a_t - B - D_t)/n_0 \quad (97)$$

dove  $a_t$  é il valore di  $A_t$  che soddisfa l'equazione (96).

Consideriamo ora il caso specifico in cui il bond convertibile sia di tipo COERC.

Sia  $n_1$  il numero totale delle nuove azioni offerte agli investitori sul COERC da poter convertire in azioni comuni, dove  $n_1 \gg B/(eD_t/n_0)$ .

Il prezzo per azione per gli investitori sul COERC é  $\frac{B}{n_1} \ll \frac{eD_t}{n_0}$ , che é molto inferiore al prezzo trigger. Indicando con  $t_c$  l'istante in cui la conversione avviene a causa del verificarsi dell'evento trigger, poiché

$A_t \leq B + D_t(1 + e)$ , possiamo supporre che l'esercizio venga concluso nei successivi 20 giorni, che si traduce in  $t_r = t_c + 20$ .

Sia ora  $\alpha = n_1/(n_0 + n_1)$ . Supponiamo che gli azionisti agiscano con l'intento

di acquistare i titoli al prezzo di conversione, allora il valore del bond COERC in  $t_r$  sarà:

$$V_{t_r} := \begin{cases} B & \text{se } B \leq \alpha(A_{t_r} - D_{t_r}) \\ \alpha(A_{t_r} - D_{t_r}) & \text{se } 0 < \alpha(A_{t_r} - D_{t_r}) < B \\ 0 & \text{se } A_{t_r} - D_{t_r} \leq 0 \end{cases} \quad (98)$$

Tramite tecnica Monte Carlo é possibile simulare il processo risk-neutral per il rapporto della banca asset-to-deposit con  $x_t$ , tasso di istantanea maturity,  $r_t$ , yield  $c$  per il coupon fisso del COERC,  $s$  per quello variabile ed ottenere così una valutazione del COERC.

Questo é possibile simulando il valore del COERC in  $t = 0, V_0$ , per un dato tasso o spread. Successivamente il nuovo yield,  $c^*$ , o il nuovo credit spread  $s^*$ , sono determinati variando  $c$  o  $s$  affinché  $V_0 = B$  in modo tale che all'inizio venga valutato al suo valore di mercato. Gli yield per i bond COERC fissi sono mostrati nelle figure 20, 21 e 22.

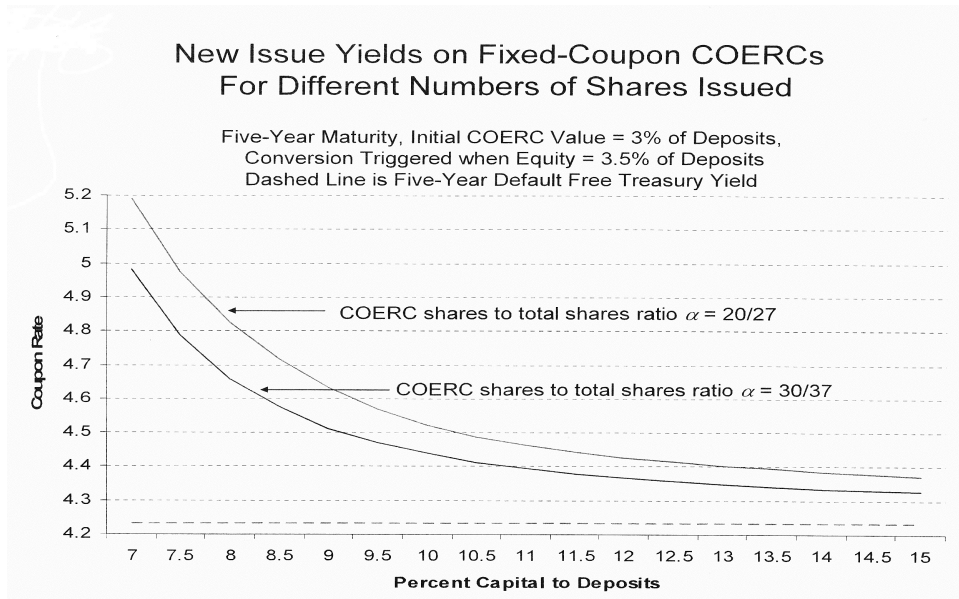


Figura 20: New Issued Yields on Fixed Coupon COERCs for different numbers of shares issued

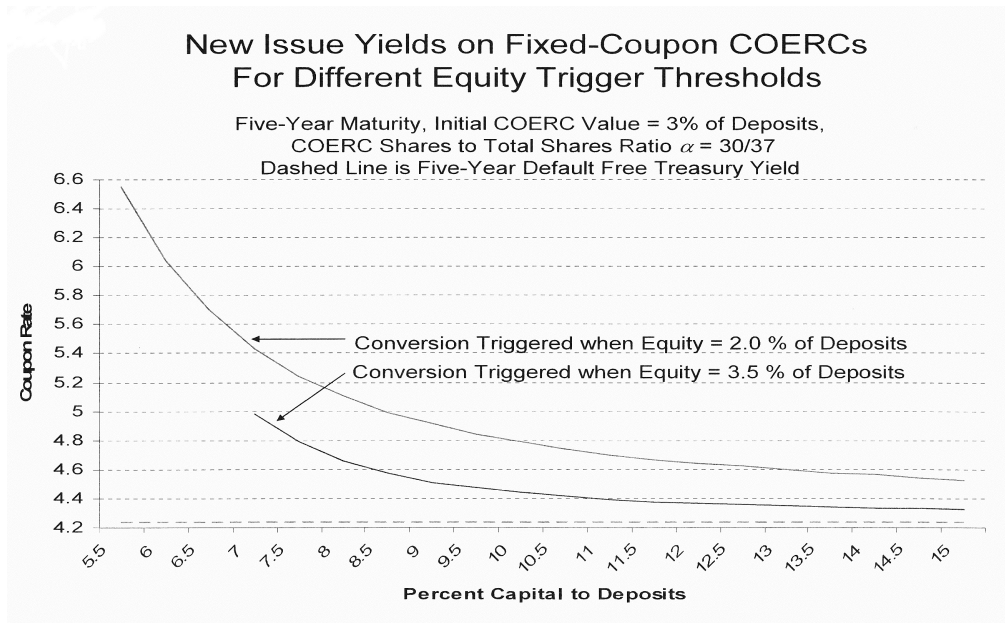


Figura 21: New Issued Yields on Fixed Coupon COERCs for different Equity Trigger Thresholds

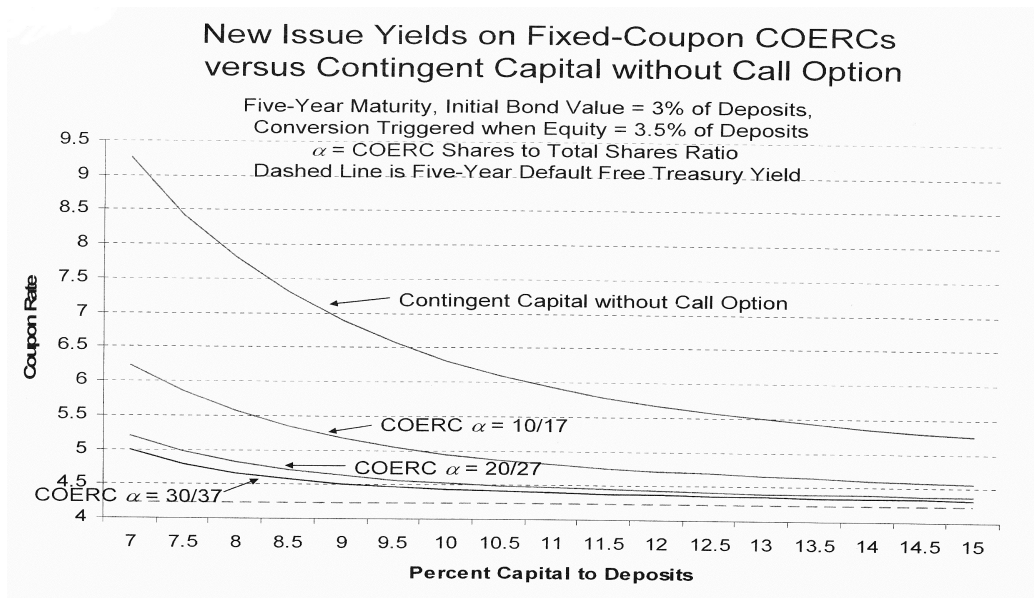


Figura 22: New Issued Yields on Fixed Coupon COERCs Versus Contingent Capital without Call Option

In ognuna delle figure l'asse orizzontale rappresenta la percentuale del capitale totale della banca sul deposito,  $(A_0 - D_0)/D_0$ , nel momento dell'emissione del bond, mentre l'asse verticale rappresenta il nuovo yield fisso in percentuale.

Nella figura 20, la conversione si suppone abbia luogo quando il valore dell'equity post-conversione è uguale al 3.5% del deposito, cioè  $e = 3.5\%$ .

Nel caso in cui  $\alpha = n_1/(n_0 + n_1) = 30/37$ , come avviene nel grafico inferiore, lo yield è maggiore quando il capitale bancario iniziale è più basso (qui la conversione diventa più vantaggiosa).

La seconda e la terza espressione dell'equazione (98) descrivono una situazione che può accadere nella realtà:

dato che i titoli possono soddisfare un processo di diffusione con salti, è possibile che la conversione possa aver luogo in seguito ad una perdita di capitale improvvisa e di conseguenza gli azionisti che hanno investito in bond di tipo COERC non sono più intenzionati a riacquistarli in quanto il loro valore sarà sceso sotto il prezzo di mercato.

Il grafico superiore mostra il caso in cui  $\alpha = 20/27$ ; qui gli yield sono maggiori che in precedenza per lo stesso livello iniziale di capitale. Per valori di  $\alpha$  bassi il numero di azioni emesse per gli investitori sul COERC è inferiore così la diminuzione del capitale della banca.

In figura 21 viene ripetuto lo stesso ragionamento della figura 20 ad eccezione del fatto che viene posto  $e = 2/5$ . La conversione avrà luogo non appena il rapporto *equity - to - deposit* è approssimativamente pari al 5%, a differenza del 6.5% del caso precedente. Nel grafico superiore gli yield sono maggiori per ogni livello di capitale iniziale in quanto con un piccolo ammontare di azioni ordinarie un piccolo deprezzamento del valore dei titoli è sufficiente a dissuadere gli azionisti dall'acquistare nuovamente le azioni COERC.

Consideriamo ora uno standard bond di tipo contingent capital che si assume avere la medesima struttura del COERC. Supponiamo che il *trigger price* sia lo stesso, ma che il numero di azioni ricevute sia pari a  $n_1$ , dove:

$$n_1 = B/(eD_t/n_0) \quad (99)$$

Se, come già fatto nel caso precedente, poniamo  $\alpha = n_1/(n_0 + n_1)$  in questo caso si ottiene che, se la conversione avviene:

$$\alpha = \frac{B/(eD_t/n_0)}{B/(eD_t/n_0) + n_0} = \frac{B}{B + eD_t} \quad (100)$$

Se la conversione ha luogo quando il prezzo stock uguaglia esattamente il prezzo trigger, allora il contingent capital vale meno del suo valore di mercato e le azioni originarie uguaglieranno il prezzo trigger.

Di conseguenza, se la conversione avviene in  $t_c$ , dato che  $A_{t_c} \leq B + D_t(1+e)$ , il valore del bond a conversione é:

$$V_{t_c} := \begin{cases} \alpha(A_{t_c} - D_{t_c}) & \text{se } 0 < \alpha(A_{t_c} - D_{t_c}) \leq B \\ 0 & \text{se } A_{t_c} - D_{t_c} \leq 0 \end{cases} \quad (101)$$

Se  $A_{t_c} = eD_{t_c} + B + D_{t_c}$ , a conversione il valore del contingent capital é esattamente pari a  $V_t = B$ . Se invece la conversione avviene in seguito ad una diminuzione del valore dell'asset tale che  $A_t \leq eD_t + B + D_t$ , allora il valore di conversione del contingent capital risulta essere strettamente inferiore al suo valore di mercato. In figura 21 si puó osservare come lo yield (senza considerare l'opzione call) é sempre maggiore di quello considerato il COERC.

Per contingent capital standard, il valore  $\alpha = B/(B + eD_t) = 6/13$  non rappresenta il minimo ed é tale per cui gli azionisti non hanno incentivo a ricomprare le nuove azioni emesse.

In figura 22 viene ripetuto il medesimo confronto tra COERC e standard contingent capital dove invece vengono pagati coupon variabili, e non fissi.

Cosí come in figura 21 anche in figura 22 viene mostrato che all'aumentare del numero di azioni emesse per gli investitori COERC, insieme alle opzioni call per gli azionisti, aumenta il numero degli stati del mondo dove gli obbligazionisti sono risarciti al pari, andando cosí a ridurre il credit spread sul COERC. Sempre dalla figura 22 si osserva che il grafico riferito al COERC sta sempre sotto quello relativo al debito non convertibile, a testimonianza del fatto che il COERC puó essere sempre meno rischioso del debito non convertibile, tutto questo in funzione del valore di  $\alpha$ .

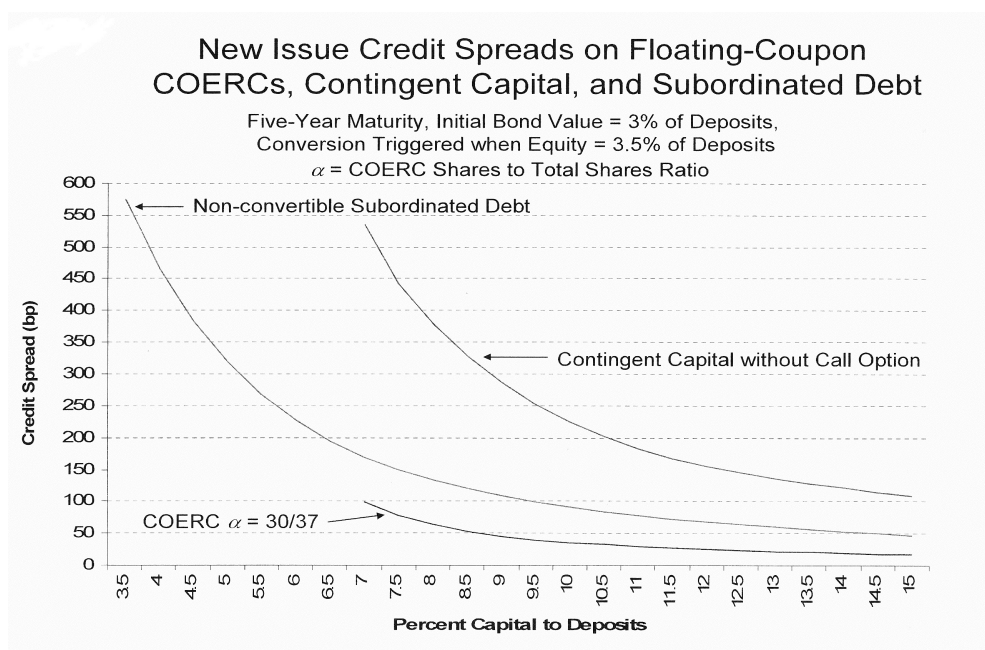


Figura 23: New Issued Credit Spreads on Floating-Coupon COERCs, Contingent Capital and Subordinated Debt

Gli investitori COERC potrebbero patire una grossa perdita per alti livelli del capitale in quanto gli azionisti non ricomprerebbero le azioni COERC al pari se il capitale passasse improvvisamente dal 6.5% al 3.7% del deposito, ma in queste situazioni dove il valore del capitale non scende comunque al di sotto del 3.7%, non subirebbero ulteriori perdite a causa di un ulteriore declino del capitale.

Per una company che sottoscrive COERCs, contingent capital e debito non convertibile si ha che gli incentivi cui è soggetta possono essere analizzati prendendo in considerazione il modello sin qui trattato. A differenza di molti modelli in cui l'unico parametro introdotto riguarda la volatility, nel modello qui analizzato si sono aggiunti altri 3 parametri che riguardano la frequenza dei salti,  $\lambda$ , la volatilità dell'ampiezza dei salti,  $\sigma_y$  e la media dell'ampiezza dei salti,  $\mu_y$ .

Nelle figure seguenti viene mostrato come cambia il valore dell'equity al variare dei parametri di controllo appena discussi. In ogni figura il calcolo è fatto tenendo conto che il capitale corrente della banca possa variare tra il 7% e il 15% del deposito, assumendo che i bond emessi dalla banca paghino un coupon variabile e siano stati emessi al prezzo di mercato per un capitale pari al 10% (di cui 3% sotto forma di COERCs, CC o non convertibile).

Maggiore é la frequenza dei salti piú alto sará l'incremento del valore dell'equity e tale effetto si riscontra in misura maggiore quando il capitale della banca diminuisce.

L'aspetto piú importante é che l'aumento del valore dell'equity é superiore nelle banche che sottoscrivono contingent capital, non convertibile rispetto a quelle che sottoscrivono contratti COERC.

Una banca che sottoscrive COERCs avrá un minor incentivo a impegnarsi in attività o in investimenti che possano in qualche modo incrementare dei salti e di conseguenza aumentare la variabilità dei titoli della stessa.

Per quanto riguarda la volatilità  $\sigma_y$  si ha che per ogni livello della ricchezza il problema di scelta degli investimenti che producono potenziali grandi profitti o perdite si riduce con l'utilizzo dei contratti di tipo COERC. Una banca che sottoscrive COERC piuttosto che contingent capital standard, ha un incentivo minore a scegliere investimenti che sono soggetti a larghe perdite.

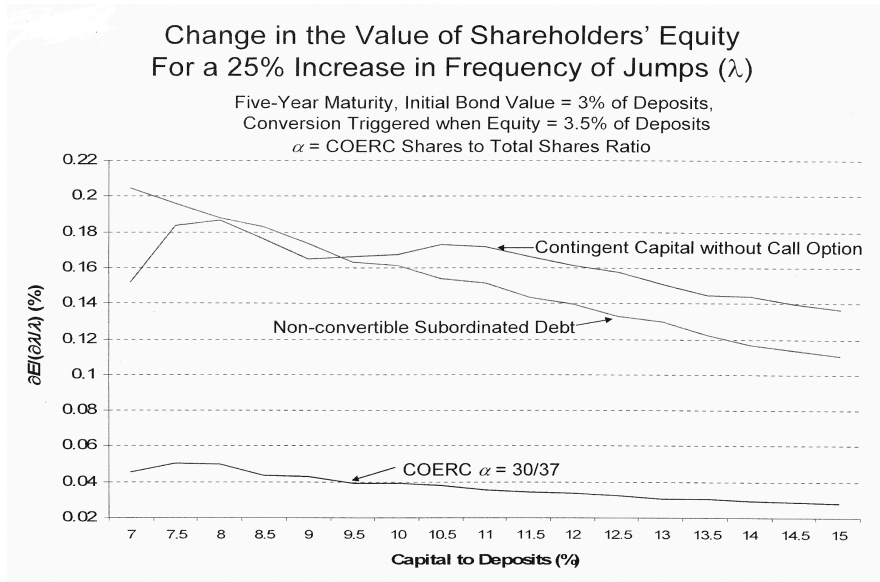


Figura 24: Andamento del valore dell'Equity in seguito ad un aumento del 25% della frequenza  $\lambda$

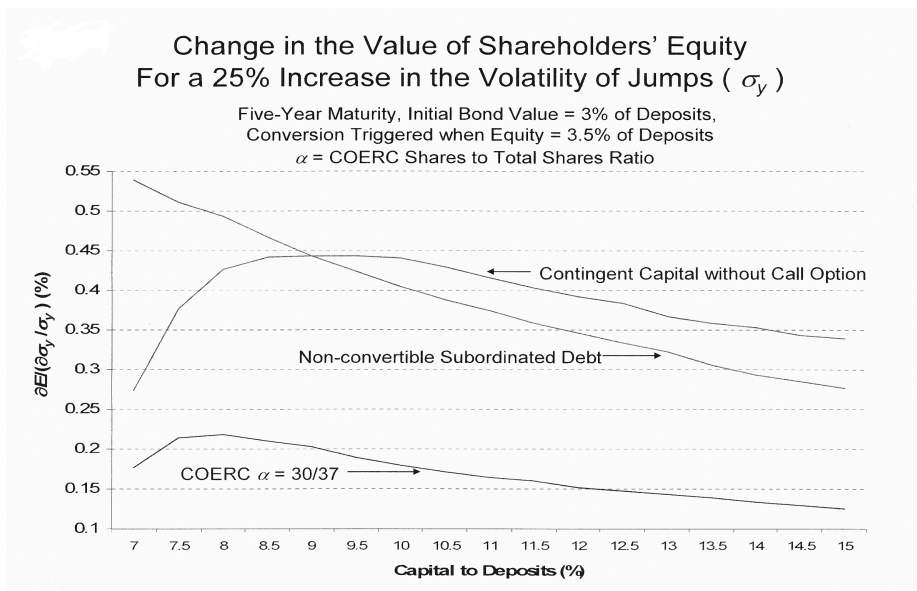


Figura 25: Andamento del valore dell'Equity in seguito ad un aumento del 25% della volatilità  $\sigma_y$



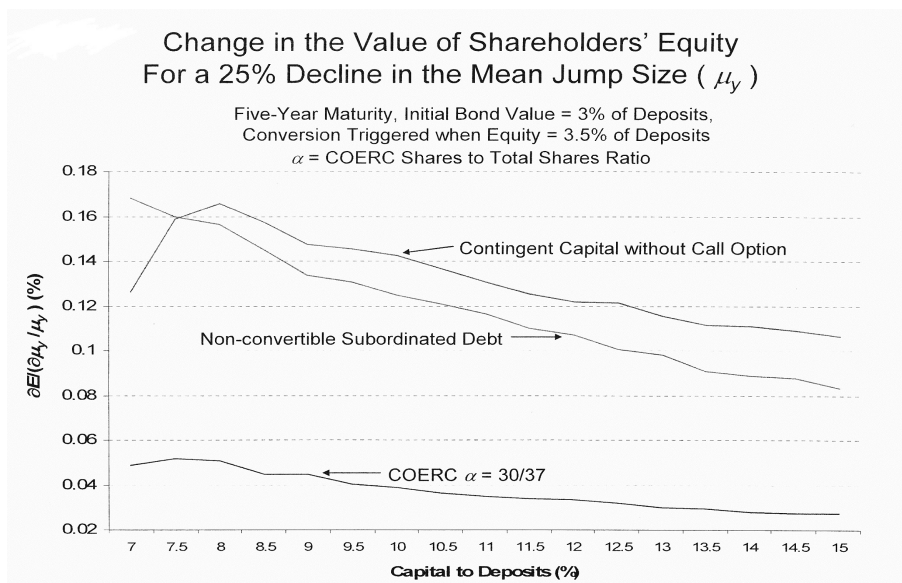


Figura 26: Andamento del valore dell'Equity in seguito ad una diminuzione del 25% dell'ampiezza media dei salti  $\mu_y$

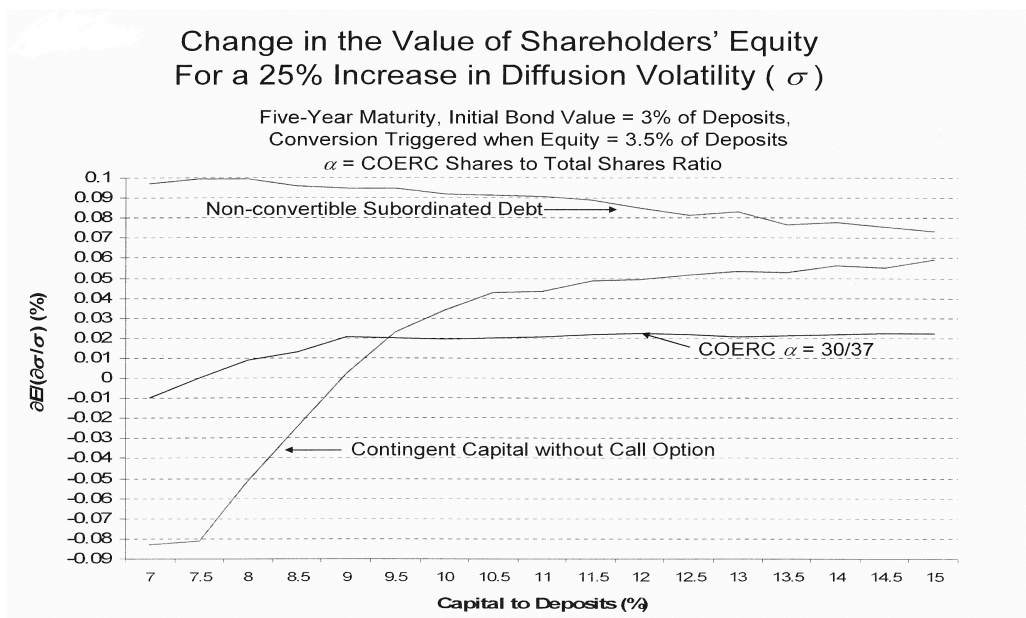


Figura 27: Andamento del valore dell'Equity in seguito ad un aumento del 25% della volatilità  $\sigma$

## 5.2 CONCLUSIONI:

Concludendo si può affermare che il COERC si pone l'obiettivo primario di ridurre la probabilità di default e di minimizzare i costi associati ad una crisi finanziaria cercando di ridurre il fatto che essa si possa ripetere in futuro. La struttura di tale security, come visto, si fonda su tre caratteristiche fondamentali:

In primo luogo, tale strumento non deve permettere manipolazioni del mercato o la possibilità che lo stock finisca in una cosiddetta death spiral per paura che si verifichi una perdita eccessiva. Tale situazione la si evita dando agli azionisti la possibilità di ricomprare le azioni dagli obbligazionisti al prezzo di mercato tramite uno warrant.

In secondo luogo, non ci si può aspettare che ci sia un mercato attivo se gli obbligazionisti sono esposti a rischi elevati e un modo per ovviare a tale problema consiste nel fare in modo che la security permetta agli obbligazionisti di essere risarciti in seguito ad una situazione di forte crisi. Si può quindi pensare di porre il prezzo di conversione molto basso, al di sotto dello stock price che ne guiderà la conversione.

Infine la security, così come costruita, non può permettere la formazione di più equilibri in modo tale da rendere univoco il valore della security e questo problema viene notevolmente limitato dalla presenza dello warrant che limita il trasferimento di ricchezza tra investitori e azionisti.

Un ulteriore effetto di tale comportamento riguarda il fatto che esso contribuisce a risolvere il problema del cosiddetto debt overhang per un elevato leverage in quanto le società tenderanno a non aumentare il loro capitale, anche quando si tratta di massimizzare il valore della company.

## 6 UNO STRUMENTO PER DICHIARARE FALLIMENTO:IL DOPPIO TRIGGER

Il contingent capital a doppio trigger rappresenta il primo strumento visto finora la cui conversione dipende da 2 fattori:

- Se lo stock price della banca scende sotto lo *stock trigger price*;
- Se il valore dell'indice finanziario di riferimento scende sotto *l'index trigger*.

Proprio perché sono due le condizioni che devono essere soddisfatte contemporaneamente al fine di permettere la conversione,essa può essere alterata in 2 modi:

In primo luogo l'ammontare della conversione può essere fissato in termini di azioni (*fixed share premium conversion*) o in termini di ammontare di denaro (*fixed dollar par conversion*).

In secondo luogo,i termini della conversione possono essere tali che il prezzo implicito delle azioni possa essere calcolato come un prezzo scontato del trigger price oppure come lo stesso trigger price o come un surplus di quest'ultimo.

Il motivo per cui tale strumento é stato introdotto é che esso,attraverso il doppio trigger **permette ad una società di dichiarare fallimento anche in un periodo non di crisi** facendo si che il contingent capital si comporti come se fosse debito standard.

Il fatto che la condizione relativa all'indice finanziario non sia soddisfatta fa si che la conversione dei bond non abbia luogo e che la company possa dichiarare comunque fallimento.

Tale piano non é soggetto alla cosiddetta *death spiral* in quanto nella *fixed share premium conversion* il numero delle azioni convertite sarà fisso.

É fondamentale sottolineare che questo *claim* non tiene conto dei cambiamenti della struttura di capitale che possono riguardare la banca in seguito all'emissione di debito contingente.

La banca può quindi emettere nuovo equity dopo aver sottoscritto del convertibile.

## 6.1 Manipolazione dei Mercati

In un periodo di crisi é normale che sia i regolatori che ogni investitore esprimano le proprie preoccupazioni riguardo eventuali manipolazioni del mercato.

In un mercato in cui viene scambiato contingent capital, una manipolazione evidente la si puó avere quando gli stessi trader assumono delle posizioni nel mercato dei convertibili.

Vediamo ora come sia possibile da parte dei trader effettuare delle manipolazioni sul prezzo dei titoli e sugli indici di mercato.

### **Firm Stock Price Manipulation:**

Una possibile manipolazione del prezzo dello stock e di conseguenza un arbitraggio lo si puó avere quando si effettua l'acquisto dei convertibili, si 'forza' il prezzo delle azioni a scendere fino a finire nella regione di conversione, si effettua la conversione guadagnando cosí sulle nuove azioni convertite non appena il prezzo del titolo risale al suo valore di mercato posto sopra il trigger price.

Vediamo ora con un semplice esempio come tutto ciò possa verificarsi e quali siano quindi gli effetti del premio di conversione.

Supponiamo che il prezzo dello stock sia di 51 € e che 1000 € di bond convertano in 20 azioni non appena il prezzo scende sotto i 50 €.

Un trader che ha investito in bond potrebbe manipolare il prezzo facendolo scendere fino a 49 € forzando quindi la conversione. Quando il prezzo ritorna a 51 €, l'obbligazionista che nel frattempo era entrato in possesso di 20 azioni a seguito della conversione, si trova nella situazione di aver 1020 € investiti in bond con un guadagno netto del 2% (da 1000 € a 1020 €).

La difficoltà di tali manipolazioni sta nel fatto che si puó creare un notevole dislivello tra il valore di mercato del bond ed il valore di conversione delle azioni.

Ogni manipolazione deve quindi produrre una ricchezza tale da compensare il prezzo del premio.

Se le azioni convertono al prezzo calcolato, la manipolazione dovrà essere tale che la conversione sia vantaggiosa.

Di conseguenza gli obbligazionisti avranno un interesse a far salire il prezzo dello stock in modo tale da non far avvenire la conversione, ma tale manipolazione risulta essere molto piú difficile da attuare e non appena il prezzo cadrá giú la conversione avrà comunque luogo.

**Fixed Share vs. Fixed Dollar Conversion:**

La conversione di tipo *fixed dollar* é piú remunerativa di quella *fixed share* in quanto viene offerto un numero variabile di azioni, ma ad un prezzo fissato. Per un bond del genere, é interesse degli obbligazionisti controllare la conversione, ma soprattutto cercare di far scendere il prezzo dello stock in quanto cosí facendo il numero delle azioni subito dopo la conversione sará maggiore.

**Index Price Manipulation:**

Un altro fenomeno che puó verificarsi in una conversione a doppio trigger é quando solo la condizione relativa al prezzo dello stock é verificata.

In questo caso, per far si che la conversione abbia luogo, é necessario manipolare *l'index price*, ma in questi casi puó accadere che gli obbligazionisti subiscano una perdita ingente.

Qui bisogna sottolineare che vi é una notevole differenza tra i bond convertiti e quelli che ancora non lo sono, soprattutto quando si é prossimi alla maturity.

In taluni casi gli obbligazionisti potrebbero avere un incentivo a 'forzare' la bancarotta prima che la conversione abbia luogo.

Nel caso in cui il prezzo dell'azione sia molto basso e il valore dell'indice sia sopra il valore trigger, gli obbligazionisti possono ritenere che avranno un ritorno maggiore rispetto a quello dato dalle azioni che riceverebbero nel caso di default.

Una serie di assunzioni, anche se molto generali, che possono essere adottate per limitare il potenziale impatto provocato da una manipolazione puó essere la seguente:

- Utilizzo di una conversione di tipo *fixed share*;
- Far si che le azioni convertano con un premio, dato che il valore delle nuove azioni convertite é inferiore al valore di mercato dei bond;
- Supporre che l'indice di conversione sia basato su una media riferita all'ultimo periodo temporale;
- Ritirare gradualmente i bond dal mercato quando sono prossimi alla scadenza in modo tale da evitare grossi guadagni derivanti da un'eventuale manipolazione.

Il caso in cui il Contingent Capital converte quando un aumento di capitale non é richiesto sta a significare che la banca é in salute e i mercati non presentano anomalie.

La banca dovrebbe essere in grado di riacquistare del convertibile attraverso l'emissione di nuovo contingent capital o altre security.

Se invece, il contingent capital non converte quando in realtà c'è n'era bisogno, il loro compito viene meno e le aziende sono riluttanti nell'emettere equity durante un periodo di crisi.

Tale riluttanza può essere giustificata dal fatto che in queste circostanze i mercati presentano un'asimmetria delle informazioni e, di conseguenza, per un evento trigger che si basa su un indice di mercato sono almeno 2 gli scenari fallimentari che si possono verificare:

- I mercati si possono bloccare facendo sì che l'equity non sia più osservabile;
- Un'anticipazione delle azioni di prevenzione effettuate dal governo per risollevare il sistema finanziario potrebbe evitare un eccessivo abbassamento del valore delle azioni.

Se si considerano anche gli eventi trigger che si basano sui regolatori allora bisogna tener conto che:

- Essi possono fallire nel prendere decisioni volte ad evitare situazioni di crisi sia per propri errori che per impedimenti o ritardi di carattere legislativo;
- Nel caso di capitale regolatore non misurabile, è difficile decidere quando intraprendere azioni di miglioramento.

## 6.2 Pricing

Assumendo i seguenti processi per lo stock price  $S_t$  e per l'indice  $Q_t$  si ha:

$$dS_t = (\alpha_S - \delta_S)S_t dt + \sigma_S S dZ_S \quad (102)$$

$$dQ_t = (\alpha_Q - \delta_Q)Q_t dt + \sigma_Q Q dZ_Q \quad (103)$$

dove la correlazione tra i 2 processi è  $\rho$ .

Lo stock price  $S_t$  non può andare a 0 il che implica che si sta supponendo che la bancarotta non è ammessa.

Nelle tabelle 3 e 4 sono riportati i prezzi del convertibile in una situazione in cui la bancarotta non è ammessa ed entrambe le condizioni trigger sono verificate. Le 2 tabelle mostrano quindi una stima del premio sui bond dovuta principalmente a 2 fattori:

- La conversione dei bond non avviene esattamente al prezzo trigger, ma in media avverrà ad un prezzo inferiore il cui gap medio sarà funzione della volatilità giornaliera. Tale differenza sottolinea il fatto che, nonostante l'assenza di default e l'indice trigger, il bond porta con sé un surplus rispetto al tasso risk-free.
- A causa dell'indice trigger, la conversione potrà non aver luogo anche se la condizione sul prezzo del titolo è soddisfatta. In questi casi la differenza potenziale tra il prezzo dello stock e quello di conversione può risultare anche molto elevata.

In particolare nella tabella 3 si suppone che il par value del bond sia di 1000 € e il prezzo trigger sia di 50 € in modo tale che il bond convertirà in 20 azioni. Lo yield massimo si ha in corrispondenza del 70% del valore del prezzo iniziale per lo stock trigger e del 80% del valore dell'indice iniziale per l'index trigger.

In casi del genere è presumibile che il trigger sull'indice non sarà soddisfatto quando lo stock raggiunge il prezzo trigger, ma in media la conversione avverrà quando il valore dello stock è significativamente al di sotto del prezzo trigger.

**Tabella 3: Premio del debito quando il premio di conversione è nullo**

<i>StockTrigger/IndexTrigger</i>	80	100	120	140	1000
70	0.0121	0.0042	0.0027	0.0025	0.0025
60	0.0055	0.0022	0.0016	0.0016	0.0015
50	0.0023	0.0011	0.0009	0.0009	0.0009
40	0.0008	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
30	0.0003	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002

**Tabella 4: Premio del debito quando il premio di conversione è 0.1**

<i>StockTrigger/IndexTrigger</i>	80	100	120	140	1000
70	0.0242	0.0230	0.0227	0.0227	0.0227
60	0.0148	0.0141	0.0140	0.0140	0.0140
50	0.0086	0.0084	0.0084	0.0084	0.0084
40	0.0046	0.0046	0.0045	0.0045	0.0045
30	0.0019	0.0019	0.0019	0.0019	0.0019

### 6.3 Conclusioni

In questo capitolo é stata presentata una variante di contingent capital in cui la conversione da debito ad equity avviene solo se vengono rispettate le condizioni di doppio trigger.

Uno dei vantaggi di questa variante é che viene permessa la bancarotta per una banca che sta avendo risultati negativi, nonostante il mercato si comporti in maniera opposta.

La condizione di doppio trigger, come visto ampiamente in precedenza, può portare al manifestarsi di diversi tentativi di manipolazione che però possono essere limitati adottando ad esempio una conversione di tipo fixed share, mentre lo svantaggio principale riguarda sicuramente la presenza del trigger sull'indice.

Nel caso in cui la condizione sull'indice di mercato non sia soddisfatta, può accadere infatti che il prezzo del titolo vada significativamente sotto il valore trigger portando ad una situazione in cui risulta particolarmente conveniente manipolare l'indice o forzare la bancarotta.



## 7 CONCLUSIONI

In quest'ultimo breve capitolo verranno riassunti i principali risultati che sono stati ricavati per ognuno dei piani di salvataggio presi in considerazione, cercando di sottolineare le principali differenze in base al fine per cui sono stati introdotti sul mercato.

Partendo dal primo modello affrontato nel corso dell'analisi, si è considerato il caso di una company che poteva sottoscrivere sia debito standard che bond convertibili cercando di descrivere la struttura ottima di capitale sotto l'ipotesi che la condizione di conversione così come quella di bancarotta fosse decisa dagli azionisti.

Il loro intervento si fa sentire nel caso in cui si riscontra un'elevata volatilità in quanto essi saranno incentivati ad abbassare la barriera ottima di bancarotta provocando così una diminuzione della probabilità dell'evento bancarotta. Analogamente, per quanto riguarda la barriera di conversione, si è visto che un aumento della volatilità porta anche qui a diminuire tale barriera al fine di evitare una perdita sul valore dei convertibili.

Per quanto concerne il leverage ottimo si è visto come l'effetto sostituzione risulti maggiore per una company la cui rischiosità e i cui costi di bancarotta siano elevati.

Il principale vuoto lasciato da tale modello riguarda il fatto che non riesce a spiegare le variazioni improvvise dei prezzi dei titoli che possono portare a perdite ingenti specie durante periodi di grave crisi. Per questo motivo, ma non solo, si è considerato il modello strutturale per il contingent capital con un processo di diffusione con salti proposto da Pennacchi. L'introduzione di un processo di Poisson nel modello permette di avvicinarsi maggiormente alla realtà tenendo conto del rischio salto che si viene a creare e permettendo una conversione ad un valore inferiore a quello di mercato, facendo sì che i nuovi credit-spread emessi siano positivi. L'altro aspetto per cui si è deciso di introdurre tale modello riguarda il fatto che la barriera di conversione non dipende più dalla scelta degli azionisti, ma è esogena facendo sì che la conversione avvenga automaticamente non appena il valore iniziale di mercato dell'equity scende sotto una soglia stabilita a priori. Tale barriera permette infine, se posta notevolmente al di sopra del valore dell'equity originario, di alleviare situazioni di grave crisi attraverso un metodo poco oneroso per la banca.

Un modello per i Bond convertibili sempre con barriera esogena, ma che tiene conto dei costi diretti di bancarotta e dei benefici fiscali è stato invece analiz-

zato nel capitolo 4 dove il convertibile entra a far parte delle norme prudenziali della banca. A differenza dell'articolo di [Pennacchi (2010)] si considera il problema della scelta iniziale della struttura di capitale da parte di una company e si pone particolare attenzione all'effetto sostituzione causato dall'immissione di tale ibrido nella struttura stessa. In questo modello sono sicuramente 2 i punti che sono stati affrontati per la prima volta:

il caso delle banche TBTF ed il tentativo di manipolazione dei mercati.

Considerando il debito standard per una società TBTF risk-free e tenendo soprattutto conto dell'intervento dei regolatori si è giunti al risultato che gli azionisti non sono interessati a sostituire parte del debito standard con del CCB, mentre invece il fenomeno della manipolazione riguarderà, a seconda del rapporto equity a conversione su CCB, sia i possessori del CCB che gli azionisti.

Ritornando al problema relativo al debt overhang che non favoriva la sostituzione del debito standard con il CCB da parte degli azionisti nel modello appena visto si è deciso così di considerare uno strumento che ne riducesse l'entità: il COERCs.

Il fatto che i regolatori non siano i protagonisti della conversione così come l'incentivo che viene dato agli azionisti per poter ripagare in qualsiasi momento il debito che si viene a creare, il COERC riduce così il rischio per i debt-holders rendendo tale strumento maggiormente commerciabile rispetto ai tradizionali convertibili.

Altro punto di forza riguarda il fatto che gli azionisti possono eliminare la conversione ripagando il debito e facendo sì che la conversione non sia influenzata da comportamenti irrazionali o da manipolazioni dei prezzi.

L'ultimo strumento analizzato riguarda il Contingent Capital a doppio trigger, l'unico fra quelli studiati in grado di permettere ad una società di dichiarare fallimento anche in un periodo non di crisi facendo sì che il contingent capital si comporti come il debito standard. Il doppio trigger, per sua natura, permette in ogni caso la manipolazione dei mercati che può comunque essere notevolmente ridotta adottando una conversione di tipo *fixed share*.

Vediamo quindi quali possono essere, molto in breve, gli aspetti che caratterizzano gli strumenti *ibridi* che fanno capo al contingent capital.

Il Contingent Capital aumenta il leverage nelle situazioni di crisi e dà luogo ad un buffer per assorbire le perdite attraverso l'utilizzo di obbligazioni durante periodi di crisi. In questo modo un vantaggio importante per le banche sta nel fatto che riescono a mantenere un elevato livello di capitale, superiore

a quello richiesto dai regolatori.

La possibile perdita da parte degli *owners*, sia azionisti che management, rappresenta un forte incentivo ad adottare politiche poco rischiose ed il cosiddetto problema del *moral hazard* viene ridimensionato se la diminuzione risulta importante come ammontare e se la banca non é prossima all'insolvenza.

Attraverso tale strumento le banche sono in grado di raccogliere capitale in quanto, attraverso la conversione, permette alle società che si trovano sulla via del fallimento di aumentare il proprio equity e cercare così di uscire dalla crisi.

I motivi per cui il Contingent Capital non ha portato ai risultati sperati si possono riassumere nei seguenti punti:

Paradossalmente, il Contingent Capital può aumentare il rischio sistemico, che rappresenta proprio uno dei motivi principali per cui é stato introdotto: infatti, mentre alcuni regolatori bancari considerano il C.C. come capitale, altri regolatori assicurativi lo trattano come debito col rischio che ingenti quantità di denaro sotto forma di C.C., possedute dagli assicuratori, trasferiscano il rischio dal settore bancario a quello assicurativo.

Puó capitare che l'ammontare richiesto per la ricapitalizzazione sia talmente elevato da rendere esiguo o comunque poco influente l'utilizzo del C.C. come strumento per risollevare le sorti della società.

I C.C. possono non migliorare la liquidità di una banca e, come abbiamo visto, gli azionisti possono essere contrari a sottoscrivere tale strumento soprattutto se le nuove azioni vengono emesse al prezzo di mercato, problema questo che si riconduce a quello del debt overhang.

## Elenco delle figure

1	Andamento tassi . . . . .	10
2	Case Shiller Index . . . . .	11
3	Tasso di insolvenza . . . . .	12
4	LIBOR vs overnight . . . . .	13
5	Andamento del valore dello straight debt . . . . .	27
6	Andamento del valore dei Bond Convertibili . . . . .	28
7	Leverage ottimo in funzione della volatility . . . . .	29
8	Leverage ottimo in funzione del Loss Rate . . . . .	29
9	Rapporto tra convertibile ottimo e straight debt ottimo per differenti combinazioni della volatility e loss rate durante la bancarotta . . . . .	30
10	Credit Spread in funzione di volatility e Loss Rate . . . . .	31
11	Credit Spread in funzione della volatility e del Loss Rate . . . . .	33
12	Deposit Credit Spreads . . . . .	43
13	New Issue Yields for Fixed-Coupon C.C . . . . .	44
14	New Issue Yields for Fixed-Coupon C.C vary by Maturity . . . . .	45
15	New Issue Yields for Fixed-Coupon C.C vary by Conversion Terms . . . . .	46
16	Floating Rate C.C:Effetti dei parametri di conversione . . . . .	47
17	Andamento dell'Equity dovuto ad un incremento del 25% della frequenza dei salti . . . . .	48
18	Andamento del valore dell'Equity dovuto ad un incremento del 25% della volatilità dei salti . . . . .	49
19	% delle 100 maggiori banche americane tra il 2007 e il 2008 con un rendimento giornaliero inferiore al $-10\%$ . . . . .	72
20	New Issued Yields on Fixed Coupon COERCs for different numbers of shares issued . . . . .	74
21	New Issued Yields on Fixed Coupon COERCs for different Equity Trigger Thresholds . . . . .	75
22	New Issued Yields on Fixed Coupon COERCs Versus Contingent Capital without Call Option . . . . .	75
23	New Issued Credit Spreads on Floating-Coupon COERCs,Contingent Capital and Subordinated Debt . . . . .	78
24	Andamento del valore dell'Equity in seguito ad un aumento del 25% della frequenza $\lambda$ . . . . .	80
25	Andamento del valore dell'Equity in seguito ad un aumento del 25% della volatilità $\sigma_y$ . . . . .	80
26	Andamento del valore dell'Equity in seguito ad una diminuzione del 25% dell'ampiezza media dei salti $\mu_y$ . . . . .	81

27	Andamento del valore dell'Equity in seguito ad un aumento del 25% della volatilità $\sigma$ . . . . .	81
----	-------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

## Riferimenti bibliografici

- [1] Achary,Viral,Gujral,Irvind,Shin,Hyun Song (2009), *Dividends and Bank Capital in the Financial Crisis of 2007-2009*, mimeo.
- [2] Admati,Anat,Pfleiderer,Paul (2009) *Increased-Liability Equity: A Proposal to Improve Capital Regulation of Large Financial Institutions*, mimeo.
- [3] Bernanke Ben. (2009) *Financial regulation and supervision after the crisis:the role of the Federal Reserve*, Remarks given at the Federal Reserve Bank of Boston 54th economic conference.
- [4] Michael J. Brennan and Eduardo S. Schwartz (1980) *Analyzing Convertible Bonds* Journal of Financial and Quantitative Analysis, 15, pp 907-929.
- [5] Chemmanur,Thomas,Nandy,Derbashi,Yan (2004) *Why issue mandatory convertibles? Theory and empirical evidence*, mimeo.
- [6] Flannery, Mark (2002) *No pain, No gain? Effecting market discipline via reversed convertible debentures*, mimeo.
- [7] Flannery, Mark (2009) *Stabilizing Large Financial Institutions with Contingent Capital Certificates*, mimeo.
- [8] Goldstein,Robert,Ju,Nengjiu,Leland,Hayne (2001) *An EBIT-Based Model of Dynamic Capital Structure*, The Journal of Business, 4,pp 483-512.
- [9] Leland, Hayne (1994) *Corporate Debt Value,Bond Covenant and Optimal Capital Structure*, The Journal of Finance, 4,pp 1213-1252.
- [10] Barucci,Del Viva (2010) *Dynamic Capital Structure and the Contingent Capital Option*, working paper.
- [11] McDonald Robert (2010) *Contingent capital with a dual price trigger*, mimeo.
- [12] Pennacchi, George (2010) *A Structural Model of Contingent Bank Capital*, Federal Reserve Bank of Cleveland, working paper nr. 2010-04.
- [13] Glasserman,Wang (2009) *Valuing the Treasury's Capital Assistance Program*, Federal Reserve Bank of New York Staff Reports,n. 413.

- [14] Pennacchi, Vermaelen and Wolf (2010) *Contingent Capital: The Case for COERCs*, Working Paper No. 2010/89/FIN.
- [15] Duffie, D. (2001) *Dynamic Asset Pricing Theory*, 3-rd ed., Princeton University Press, 2001.
- [16] Albul, Jaffee and Tchistyi (2010) Contingent Convertible Bonds and Capital Structure Decisions, University of California, Berkeley, working paper.
- [17] Flannery, Mark J. (2009) *Market-Valued Triggers Will Work for Contingent Capital Instruments*, Solicited Submission to U.S. Treasury Working Group on Bank Capital, November 6, 2009.
- [18] Flannery, Mark J. (2010) *A fix to the death spiral Problem*, mimeo.
- [19] Hillion, Pierre and Theo Vermaelen (2004) *Death spiral convertibles*, Journal of Financial Economics 71, 381-415.
- [20] Merton, Robert (1974) *On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates*, Journal of Finance 29, 449-470.
- [21] Raviv, Alon (2004) *Bank Stability and market discipline: debt-for equity swap versus subordinated notes*, working paper.
- [22] Sundaresan, Suresh and Zhenya Wang (2010) *Design of contingent capital with a stock price trigger for mandatory conversion*, working paper, Columbia University.
- [23] Duffie, D. and Lando (2001) *Term structures of credit spreads with incomplete accounting information*, Econometrica 69, pp. 633-664.
- [24] Zhou (2001) *The term structure of credit spreads with jump risk*, Journal of Banking and Finance 25, pp. 2015-2040.
- [25] Stewart, Myers and Nicholas S. Majluf (1984) *Corporate financing and investment decisions when firms have information that investors do not have*, Journal of Financial Economics, 13.

## Ringraziamenti

Il primo grazie lo devo sicuramente ai miei genitori.

Ingegneria mi ha dato molto e ne sono consapevole e senza il vostro sostegno non avrei sicuramente portato a termine tale risultato, ma i valori piú importanti quali il rispetto e l'onestá non si imparano certo sui banchi di scuola. Un grazie particolare a mio fratello Giuseppe e ad Evelina (tra poco saró zio, che gioia immensa!) che mi sono sempre stati vicino e che hanno sicuramente contribuito al raggiungimento di questo importante obiettivo.

Un ringraziamento particolare va al Prof.re Barucci che, nonostante il mio impegno lavorativo, é riuscito a seguirmi ricevendomi in orari meno usuali.

Un ringraziamento va a tutti i miei amici (che non elenco in modo tale da evitare figuracce dimenticandone qualcuno) che conoscevo prima di iniziare Ingegneria, che ho conosciuto durante questo cammino impegnativo e con i quali sono certo continueró a condividere momenti importanti della mia vita. Infine un ringraziamento particolare va ai miei colleghi d'ufficio con i quali mi sono trovato stupendamente a partire dal primo giorno di stage quel lontano 4 ottobre 2010 e da cui ho imparato e sto imparando davvero tanto.

Grazie a tutti!!

*Alessandro Femia*