

POLITECNICO DI MILANO

*Facoltà di Ingegneria Civile, Ambientale e Territoriale
Corso di Laurea in Ingegneria Civile*



*"ANALISI STRUTTURALE DI CUPOLE GEODETICHE:
CONFRONTO TRA MODELLI DISCRETI E CONTINUI ED
APPLICAZIONE AD UN CASO REALE"*

Relatore:

Dott. Ing. Patrick BAMONTE

Tesi di Laurea di:

Riccardo MEREGALLI Matr: 724945

ANNO ACCADEMICO 2009/2010

INDICE

1 - INTRODUZIONE	1
2 – IL PROGETTO DI UN’OPERA	2
2.1 – Realizzazione di un’idea	2
2.2 – Le incognite primarie	2
3 – CUPOLE	4
3.1 – Le più grandi coperture del mondo	4
3.2 – Le cupole: strutture resistenti per forma	5
3.3 – Le cupole moderne	7
3.4 – Gusci sferici e cupole come strutture di copertura	9
3.5 – Analisi del comportamento di una cupola	12
3.5.1 – Differenze nel comportamento strutturale tra un arco e una cupola	13
4 - STRUTTURE IN ACCIAIO	18
4.1 – Introduzione: pregi e difetti	18
4.2 - La formazione della struttura	19
4.3 – L’acciaio come nuovo materiale costruttivo	20
4.4 – I vantaggi delle costruzioni in acciaio	23
4.5 – Lo sviluppo delle strutture in acciaio	24
4.6 – La soluzione reticolare per una struttura in acciaio	26
4.6.1 – Travature reticolari	
4.6.1.1 – Introduzione	27
4.6.1.2 – Principi generali di funzionamento: triangolazione	28
4.6.2 – Strutture reticolari spaziali	30
5 – LE CUPOLE GEODETICHE	31
5.1 – Genesi spaziale cupola geodetica: “geometric design”	33
5.2 – Storia ed esempi di impieghi delle cupole geodetiche	35

6 – ANALISI DELLE CUPOLE	39
6.1 – Introduzione	39
6.2 – Analisi dei gusci sottili	40
6.3 – Casi particolari di gusci nella forma di superficie di rivoluzione: cupola sferica	
6.3.1 – Caso uniformemente distribuito sulla superficie	43
6.3.2 – Carichi uniformemente distribuiti sulla proiezione orizzontale	45
6.3.3. – Caso di pressione esterna uniforme	46
6.4 – Spostamenti in gusci caricati simmetricamente	46
6.5 – Gusci nella forma di superficie di rivoluzione sotto carichi asimmetrici	50
6.6 – Calcolo degli spostamenti e rotazioni sui contorni vincolati	52
6.7 – Teoria flessionale della cupola sferica sotto carichi applicati ai bordi	54
7 – ANALISI DI UNA CUPOLA GEODETICA	57
7.1 – Introduzione all’opera	57
7.2 – Normative	57
7.3 – Materiali impiegati per la realizzazione della copertura	58
7.4 – Analisi dei carichi agenti sulla struttura	58
7.4.1 – Costruzione del modello	58
7.4.2 – Peso proprio	59
7.4.3 – Carico permanente	59
7.4.4 – Neve	61
7.4.5 – Vento	62
7.4.6 – Variazione termica	68
7.4.7 – Sisma	68
7.4.8 – Combinazione di carico	72
7.5 – Risultati modellazione	74
7.5.1 – Andamento delle azioni assiali in funzione del carico	74
7.5.2 – Andamento degli spostamenti in funzione del carico	76
7.6 – Principali verifiche	78
7.6.1 – Profilo circolare	78
7.6.2 – Instabilità globale	79
8 – CRITERIO DI EQUIVALENZA TRA DISCRETO E CONTINUO	81
8.1 – Utilità di un criterio di equivalenza	81
8.2 – Analisi di una struttura discreta	81
8.3 – Determinazione dello spessore equivalente	84

8.4 – Applicazione del criterio energetico al caso reale	89
8.5 – Confronto fra la distribuzione di forze fra il continuo e il discreto	94
8.5.1 – Azioni di meridiano	95
8.5.2 – Azioni di parallelo	97
8.5.3 – Valutazione dei risultati	98
9 –GENERALITÀ DI UN COLLAUDO	100
9.1 – Prescrizioni generali	100
9.2 – La figura del collaudatore	101
9.2.1 – La nomina	101
9.2.2 – Compiti e responsabilità	101
9.2.3 – Adempimenti del collaudatore statico	102
9.3 – La prova di carico	103
9.4 – Interpretazione dei risultati delle prove di carico	104
10 – IL COLLAUDO DI UNA CUPOLA	106
10.1 – Prima prova di carico	107
10.2 – Modellazione della prima prova di carico	112
10.3 – Esecuzione della prima prova di carico	113
10.4 – Seconda prova	116
10.5 – Modellazione della seconda prova di carico	118
10.6 – Esecuzione della seconda prova	119
10.7 – Ricerca delle cause del fallimento della prima prova di carico	120
10.7.1 – Errori teorici nella progettazione del collaudo	121
10.7.2 – Gioco foro bullone	123
10.7.3 – Instabilità locale della struttura	124
10.7.4 – Carichi troppo elevati ed errata modalità d’applicazione	125
10.8 – Conclusioni sulle prove di carico	128
10.8.1 – Analisi seconda prova di carico	129
10.9- Soluzioni alternative alla prova di carico	133
BIBLIOGRAFIA	135

1 - INTRODUZIONE

Il presente lavoro di tesi nasce da un'esperienza di lavoro presso uno studio di ingegneria, durante il quale è stato possibile partecipare alla progettazione ed alla esecuzione di una prova di carico su una cupola geodetica. Questa prima prova di carico si ritenne fallita in seguito ad una deformazione anomala di parte della struttura, richiedendo quindi la sua ripetizione. Il suddetto fallimento è stato lo spunto per indagare meglio il comportamento delle cupole geodetiche.

In questo lavoro di tesi si è quindi cercato di approfondire lo studio di strutture di questo tipo, che riprendono uno schema strutturale tipico dell'ingegneria civile (le strutture a guscio), ma che in questo caso vengono realizzate con elementi monodimensionali di lunghezza limitata, al fine di approssimare la struttura continua. Una volta chiarito il comportamento di queste strutture, che rientrano nella grande famiglia delle travature reticolari, e individuati quali sono i loro pregi e i loro difetti, si è andati ad analizzare in maniera critica la prima prova di carico, cercando di individuare le possibili cause dei problemi riscontrati, ed operando un confronto con la seconda prova di carico, durante la quale non si sono verificati evidenti problemi, e che ha portato all'assegnazione dell'agibilità alla struttura.

Infine, alla luce delle suddette prove di carico, si è cercato di formulare delle considerazioni critiche sui collaudi di cupole geodetiche, ipotizzando una possibile procedura di verifica, che potesse portare alla certificazione della bontà della struttura in maniera alternativa rispetto alle canoniche prove di carico, quali quelle effettuate sulla struttura in essere.

2 - IL PROGETTO DI UN'OPERA

2.1 - REALIZZAZIONE DI UNA IDEA

Il concepimento di un'idea progettuale è un momento di ispirazione creativa dove l'intuizione si fonde con la ragione, l'immaginazione con la ricerca, la tecnica con l'arte; e mano a mano che i contorni del disegno mentale si vanno facendo più definiti, tanto più si vanno connotando le molteplici incognite del problema, così come i numerosi dati iniziali.

Il tema progettuale può riferirsi a qualsiasi tipologia strutturale: per esempio, nei ponti, nelle coperture, nei serbatoi, la cui destinazione è chiaramente individuata, l'aspetto strutturale è prevalente, se non esclusivo, rispetto agli altri.

Ma non appena la finalità viene ad essere chiara e definita nella mente del progettista, nasce subito l'interrogativo della tipologia strutturale che può realizzare quell'obiettivo, con quale materiale e con quale tecnica costruttiva. Ad alcune tipologie sono congeniali alcuni materiali ed appropriate tecniche costruttive; per altri, si possono confrontare opzioni basate su materiali diversi, o anche con associazione di materiali diversi, e procedimenti costruttivi alternativi.

Sono tutte incognite fondamentali affidate ad una corretta concezione progettuale, alle quali va aggiunto, nell'ambito della tipologia scelta, il dimensionamento appropriato e conforme ai requisiti di sicurezza (ovvero la forma resistente con le dimensioni), che conferma la fattibilità del manufatto sotto l'aspetto tecnico.

2.2 - LE INCOGNITE PRIMARIE

In tale quadro occorre fare una selezione significativa dei parametri più influenti, sia che essi riguardino le grandi incognite della concezione progettuale, sia che essi vadano riferiti ai principali dati del problema. Fra questi aspetti, il termine "costo", è essenziale, per aggiungere alla fattibilità tecnica quella economica, e che deve, nella realizzazione corretta di un'opera, rappresentare un limite invalicabile rispetto alle previsioni, nel rispetto dei tempi programmati.




Si delinea così un sistema simbolico di quattro equazioni in quattro incognite (materiale, tipologia strutturale, forma e dimensioni resistenti, procedimento costruttivo) i cui termini noti corrispondono alla destinazione dell'opera ed al suo costo, e poi alla funzione strutturale ed alla qualità architettonica.

Nell'ambito delle costruzioni metalliche, che rappresentano l'oggetto di studio di questa tesi, la realizzazione di un'opera si identifica con la composizione di elementi in acciaio pre-sagomati, ed il corrispondente problema progettuale si risolve attraverso la scelta più razionale dei componenti strutturali e della modalità di assemblaggio, in relazione alla tipologia strutturale ed alle tecniche di montaggio a disposizione.

3 - C U P O L E

3.1 - LE PIÙ GRANDI COPERTURE DEL MONDO

Sono moltissimi e sparsi per tutta la terra gli esempi, più o meno recenti, di cupole costruite dall'uomo: basta menzionare il nome Pantheon (Fig. 3.1), Santa Maria del Fiore, San Pietro (Fig. 3.2), Hagia Sophia (Fig. 3.3), moschea di Ahmet e poi Astrodome, Louisiana Superdome e Pontiac Stadium. Immagini di maestà e di comunione. Spazi che raccolgono e proteggono 20, 40, 80.000 persone. Monumenti che fanno una città, visibili da distanze enormi. Apici delle arti di un periodo, dove architettura, scultura, pittura e mosaici contribuiscono a creare un'atmosfera unica, trionfante o sottomessa. Vittorie della tecnologia sulla gravità e sugli agenti atmosferici.

	<p>Fig. 3.1 Pantheon, Roma,</p>	<p><i>Il Pantheon ("tempio di tutti gli dei") è un edificio della Roma antica, costruito come tempio dedicato alle divinità dell'olimpio. Fu fatto ricostruire dall'imperatore Adriano tra il 118 e il 128 d.C., dopo che gli incendi del 80 e del 110 d.C. avevano danneggiato la costruzione precedente di età augustea.</i></p>
	<p>Fig. 3.2 San Pietro, Roma</p>	<p><i>La cupola di San Pietro, ultima grande opera di Michelangelo, ha un diametro di circa 43 metri ed è impostata su quattro arcate che poggiano su quattro piloni distanziati di 71 metri lungo il perimetro. L'altezza da terra è di oltre 136 metri. Successivamente furono realizzati i mosaici su cartoni del Cavalier D'Arpino.</i></p>
	<p>Fig. 3.3 Hagia Sofia, Istanbul</p>	<p><i>Costruita per volontà dell'imperatore Giustiniano, il progetto avvenne sotto la direzione degli architetti Antemio di Tralle e Isidoro di Mileto, il vecchio. Di 31 m di diametro, parte della cupola crollò una prima volta il 7 maggio 558 in seguito ad un terremoto. La chiesa venne riaperta al culto nel 563. La cupola fu ricostruita in seguito altre due volte, nel X e nel XIV secolo dopo altrettanti crolli.</i></p>

Originata da modesti precedenti archeologici e sviluppatasi nelle stupende volte dell'antica Roma, simboli dell'Impero, la cupola raggiunse con un grande balzo le dimensioni del Pantheon, per poi diffondersi in tutto il mondo civilizzato. La cupola è, fra tutte le coperture, sovrana; è la Mecca di tutti i credenti, il cielo degli amanti di teatro, e la copertura egualitaria di tutti gli appassionati di sport.

La cupola rappresenta uno dei massimi traguardi architettonici e strutturali mai raggiunti dall'uomo.

3.2 - LE CUPOLE: STRUTTURE RESISTENTI PER FORMA

Le strutture nelle quali la resistenza viene ottenuta dando al materiale una forma adatta al carico che debbono sostenere si chiamano *strutture resistenti per forma*. Le membrane, ad esempio, portano il carico per effetto della loro curvatura e quindi appartengono a questa categoria, nelle quali la forma consente di portare i carichi per trazione. Una membrana progettata per resistere a trazione a certi carichi e sottoposta capovolta ad essi diventa l'*antifunicolare bidimensionale*, cioè una struttura resistente per forma in cui si sviluppano solo tensioni di compressione.

Gli impieghi delle membrane risultano limitati dalla loro deformabilità e dall'incapacità a resistere alle sollecitazioni di compressione e taglio. Con il ricorso ai *gusci sottili* si evitano tutti gli svantaggi dell'azione di membrana e se ne conservano quasi tutti i vantaggi. I gusci sottili sono strutture resistenti per forma, sufficientemente sottili per non sviluppare sensibili tensioni di flessione, ma abbastanza spesse per portare carichi per compressione, taglio e trazione. Sono stati realizzati gusci sottili in legno, acciaio e materie plastiche, ma il materiale ideale per questo genere di struttura è il calcestruzzo armato. I gusci sottili consentono la realizzazione economica di cupole e di altre coperture curve di varie forme, belle e dotate di resistenza eccezionale.

LE CURVATURE

La curvatura di una superficie in un determinato punto è messa in evidenza tagliando la superficie stessa con piani fatti ruotare attorno alla normale in quel punto. La curvatura varia al ruotare del piano: essa può avere la concavità rivolta sempre verso l'alto o sempre verso il basso nelle varie direzioni, oppure verso l'alto in alcune e verso il basso in altre. La superficie, inoltre, ha in genere una torsione, poiché la tangente alla superficie in una certa direzione varia d'inclinazione allorché ci si sposta sulla superficie in senso ortogonale a quella direzione.

Tutte le intersezioni di una cupola con un piano passante per la normale ad essa in un punto hanno curvature concave verso il basso. Per le cupole sferiche tutte le curvature sono identiche; per qualsiasi altro tipo di cupola esse variano da un massimo ad un minimo al ruotare del piano. Al contrario, le curvature di una tazza sono tutte concave verso l'alto. Le superfici come quelle delle cupole, nelle quali la curvatura cambia di valore attorno ad un punto, ma è sempre rivolta verso l'alto o verso il basso, sono chiamate *sinclastiche*. Per comodità chiameremo le curvature corrispondenti a concavità verso il basso positive e quelle a concavità verso l'alto negative; secondo questa convenzione, le cupole hanno curvature positive e le tazze curvature negative, in tutte le direzioni. Le superfici con curvature o negative o positive in tutti i punti *non sono sviluppabili* in quanto non possono essere riportate su un

piano senza tagliarle secondo un certo numero di sezioni. La loro rigidità e la loro resistenza dipendono in gran parte dal fatto che esse si oppongono alle deformazioni che tendono ad appiattirle, cioè a ridurre le curvature (Fig. 3.4).

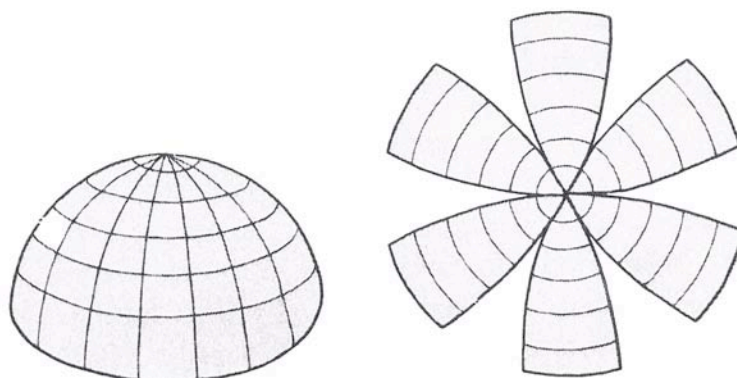


Fig. 3.4 - Sviluppo di una superficie sinclastica

Con il diminuire della curvatura in una determinata direzione, la superficie si avvicina alla forma cilindrica. La curvatura nella direzione dell'asse del cilindro, che è una delle curvature principali, è uguale a zero. Le superfici come quelle delle coperture a volta cilindrica o a grondaia, che hanno curvature sempre positive o sempre negative ma eguali a zero in una direzione, si chiamano superfici *sviluppabili*; sono cioè superfici che possono essere riportate sul piano senza doversi effettuare tagli. Le superfici sviluppabili sono evidentemente meno rigide e meno resistenti di quelle sinclastiche.

3.3 - LE CUPOLE MODERNE

Gli ingegneri e gli architetti moderni sono forse riusciti a produrre qualcosa che superasse i grandi costruttori del passato? Per quanto riguarda le cupole, gli strumenti del progetto moderno, l'uso di calcolatori elettronici e l'analisi di modelli permettono, abbastanza facilmente, di ottenere risultati che ben pochi geni del passato si sarebbero sognati. Ciò non significa che le cupole moderne sono più interessanti, o più belle, di quelle del passato, ma semplicemente che le loro dimensioni sono di gran lunga maggiori rispetto a quelle delle cupole costruite prima della rivoluzione industriale. E in effetti, si potrebbe facilmente sostenere che, mentre la tecnologia ha fatto grandi passi in avanti e ha trovato nuovi modi e materiali per costruire nuove e monumentali cupole, l'architettura è intanto rimasta indietro; e se non fosse per il lavoro di uomini geniali come Nervi e Saarinen, nessuna copertura moderna potrebbe rivaleggiare con Hagia Sophia, Santa Maria del Fiore o San Pietro.

La copertura con la luce massima fino a oggi costruita è una cupola in calcestruzzo, a base triangolare, del Centre National des Industries et des Techniques a Parigi, progettata da Zehrfuss nel 1968, con l'assistenza, per la parte ingegneristica, di Esquillan (Fig. 3.5). Consiste in 3 immensi contrafforti, che partono dai 3 angoli di un triangolo equilatero con lati di 220 metri e si incontrano al centro del triangolo a un'altezza di 46 metri. I 3 contrafforti costituiscono una doppia cupola, con un involucro inferiore e uno superiore, ciascuno spesso soltanto 6 centimetri, connessi da diaframmi verticali dello stesso spessore che seguono un disegno rettangolare.



Fig. 3.5 - Centre National des Industries et des Techniques a Parigi

È necessario sottolineare l'impresa tecnologica necessaria alla costruzione di una copertura come quella del CNIT, visto che questa struttura copre un'aria di quasi 4 ettari, può contenere fino a 70.000 spettatori e sfrutta materiali così resistenti che la copertura ha un peso di soli 145 chilogrammi per metro quadrato; ancor di più se la si confronta con la cupola interna del Brunelleschi che pesa quasi 3500 chilogrammi per metro quadrato. E non si può neppure negare l'eleganza della struttura, o l'ingegnosità della costruzione, o il grande senso di spazio che genera.

La più grande struttura a cupola in acciaio finora realizzata è il Louisiana Superdome, di New Orleans (Fig. 3.6), che copre un impianto sportivo: con un diametro di 680 piedi (210 m) copre 13 acri (53.000 m²) ed è in grado di ospitare circa 80.000 persone durante gli eventi di football. Mentre infuriava l'uragano Katrina, nel 2005, fu una delle poche strutture agibili della città, e permise di dare un riparo sicuro a più di 35.000 persone. Anche la seconda più grande struttura fissa a cupola in acciaio, l'Astrodome di Houston, Texas (Fig. 3.7), è una copertura destinata ad eventi sportivi.



Fig. 3.6 - Louisiana Superdome, New Orleans, Louisiana



Fig 3.7 - Astrodome, Houston, Texas

Il motivo per cui la più grande cupola al mondo è in calcestruzzo anziché in acciaio sta nel fatto che le dimensioni, la forma e i materiali dei nostri monumenti sono sempre dettati dalla tirannia dei fattori economici. A seconda della disponibilità di materiali e di manodopera specializzata, delle tecniche di fabbricazione e tradizioni d'ingegneria, può essere che il calcestruzzo sia economicamente competitivo in un paese o in una città in un dato momento; l'acciaio può essere invece meno costoso in un altro luogo e in un altro momento. Se a volte l'architetto tende a privilegiare la bellezza, l'ingegnere sa che perché un progetto diventi realtà bisogna sempre tenere in conto l'aspetto economico. Resta il fatto che la maggioranza dei nostri grandi progetti sono opere d'ingegneria piuttosto che d'architettura, eccetto quei casi dove il progettista è sia grande ingegnere, sia ottimo architetto. Probabilmente l'unico a realizzare il connubio tra questi due ruoli, spesso antitetici, è stato Pier Luigi Nervi. Un esempio del

genio di Nervi è il Palazzetto dello Sport di Roma (Fig. 3.8), costruito nel 1960 e destinato ad ospitare manifestazioni sportive, eventi ricreativi e culturali. La caratteristica strutturale principale sono i 36 cavalletti a Y (Fig. 3.9) disposti radialmente che sorreggono la calotta sferica di piccolo spessore e ne convogliano al suolo le spinte; questi cavalletti giacciono sulla stessa superficie definita dalla calotta e ne rappresentano la prosecuzione fino a terra.

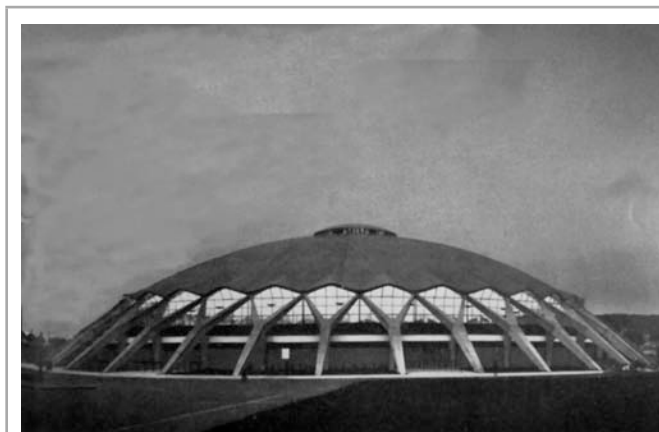


Fig. 3.8 - Palazzetto dello Sport Roma



Fig. 3.9 - Particolare dei cavalletti a Y

3.4 - GUSCI SFERICI E CUPOLE COME STRUTTURE DI COPERTURA

Esistono molte tipologie di struttura a doppia curvatura. Queste includono strutture che sono ad esempio porzioni di sfere, e quelle che formano superfici curve, come il paraboloide iperbolico. Il numero di forme possibili è attualmente illimitato; andiamo a definire quindi guscio una struttura di spessore sottile rispetto alle sue dimensioni in pianta, che costituisce quindi una superficie curva che delimita un volume al proprio interno.

Probabilmente la struttura a doppia curvatura più comune è la cupola sferica. È conveniente pensare a questa struttura come ottenuta dalla rotazione di un arco attorno ad un asse centrale. Questa analogia, tuttavia, può portare fuori strada per quel che riguarda il modo in cui la struttura sopporta i carichi, perché i carichi inducono nella cupola sferica delle forze circonferenziali che non esistono negli archi.

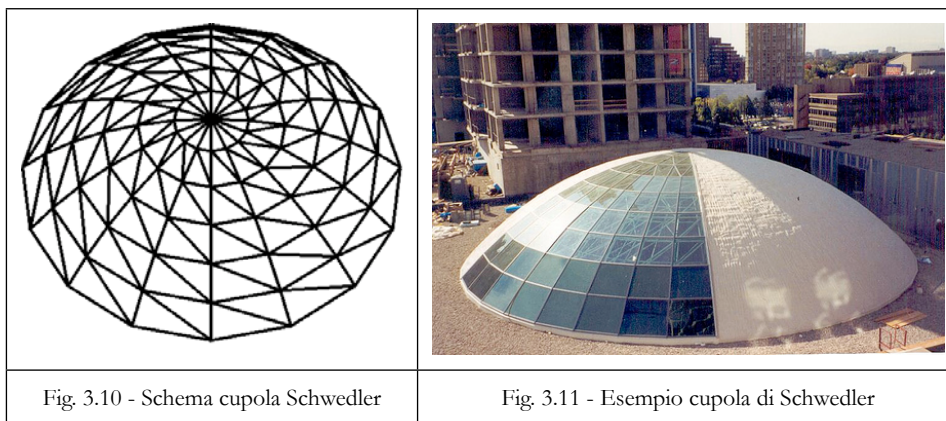
Le strutture a cupola possono essere costruite con blocchi impilati oppure con un materiale continuo (tipicamente, un conglomerato a base cementizia). Volte e cupole sono strutture molto efficienti dal punto di vista statico, capaci di superare grandi luci utilizzando quantitativi esigui di materiale. Le strutture a cupola possono anche essere ottenute aggregando elementi lineari rigidi e corti in formazione ripetitiva. Le *cupole geodetiche* appartengono a questa tipologia.

I carichi applicati alle superfici a guscio sono trasferiti a terra attraverso lo sviluppo di sollecitazioni di compressione e trazione agenti localmente nel piano tangente alla superficie. Lo spessore sottile del guscio impedisce lo sviluppo di un significativo braccio della coppia interna, non consentendo quindi la presenza di un'azione flessionale apprezzabile. Questo genere di strutture sono poco adatte a reggere carichi concentrati, e sono adeguate unicamente in presenza di carichi distribuiti; per questo motivo trovano larga applicazione come strutture di copertura degli edifici. Come conseguenza del meccanismo di trasferimento dei carichi, costituito da forze agenti nel piano tangente, principalmente di trazione e compressione, le strutture a guscio possono essere molto sottili e allo stesso tempo coprire grandi luci. Non sono rari, per questo genere di strutture, rapporti luce/spessore, pari a 400 o 500; ciò significa che luci di 40 o 50 metri possono essere coperte con strutture dello spessore di circa 10 cm. Gusci di questo spessore sono tuttavia innovazioni strutturali relativamente recenti, rese possibili dallo sviluppo di nuovi materiali come il calcestruzzo armato, particolarmente adatto a realizzare superfici a guscio. Forme tridimensionali più antiche, come le cupole in muratura, sono molto più spesse in rapporto alle loro luci; per esse non è possibile affermare con certezza che i carichi vengano sopportati solo per mezzo di sforzi assiali nel piano tangente alla superficie, in quanto sono presenti azioni di flessione, e gli sforzi risultanti non sono uniformi, anche se una approssimazione di questo genere è utile per concettualizzare il comportamento di queste strutture.

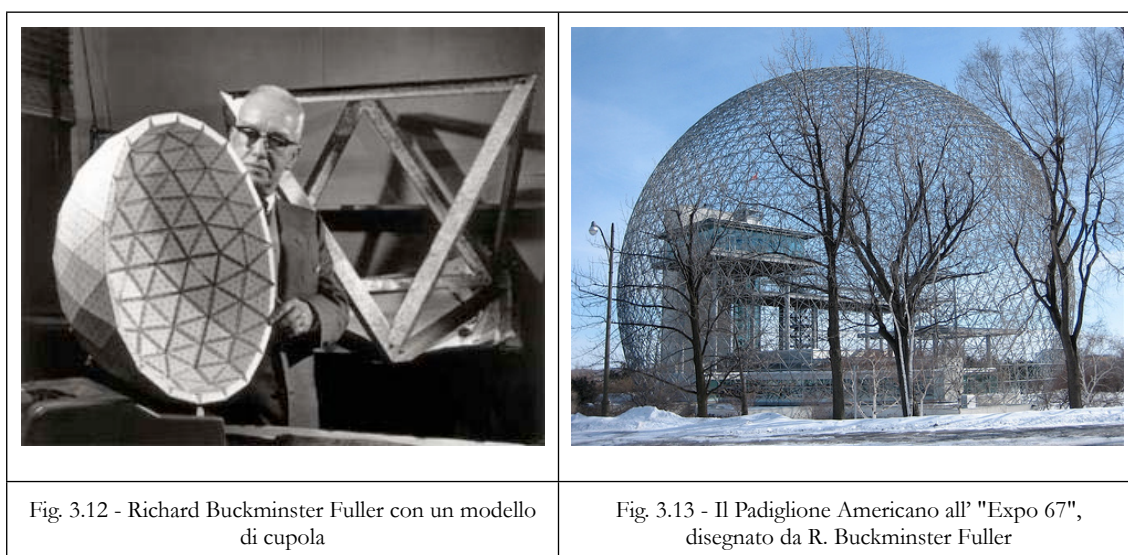
Le estremità di una superficie a guscio sono sempre difficili da trattare. In una cupola, per esempio, in corrispondenza del piano di appoggio, le forze sviluppate nella superficie hanno solitamente delle componenti dirette verso l'esterno, che devono essere assorbite per mezzo di una serie di contrafforti ravvicinati o per mezzo di un anello sottoposto a trazione.

Le forme tridimensionali possono essere ottenute anche, come ricordato in precedenza, dall'assemblaggio di elementi lineari (tipicamente, profilati metallici). Queste strutture non sono propriamente dei gusci, poiché non formano una superficie. Ad ogni modo il loro comportamento può essere considerato simile a quelli dei gusci continui, considerando però che gli sforzi che nei gusci sono normalmente distribuiti con continuità, continui qui sono concentrati in singoli elementi.

Strutture di questo tipo furono usate per la prima volta in modo diffuso nel secolo diciannovesimo. La cupola *Schwedler* (vedi Fig. 3.10 e 3.11), costituita da un reticolo regolare di barre incernierate, fu introdotta da Schwedler a Berlino nel 1863 quando progettò una copertura con una luce di 40 m. Altre strutture hanno barre posizionate su curve generate dai meridiani e paralleli delle superfici di rivoluzione. Alcune delle più grandi cupole del mondo seguono quest'ultimo schema.



Per minimizzare le difficoltà costruttive legate all'uso di barre di diversa lunghezza per creare la superficie a guscio, sono stati sviluppati alcuni sistemi con l'obiettivo di utilizzare elementi di uguale lunghezza. Quello più ampiamente pubblicizzato è alla base delle cupole geodetiche, associate al nome di *Buckminster Fuller*. Volendo approssimare la superficie sferica con l'assemblaggio di elementi piani aventi la stessa forma, è possibile utilizzarne un insieme costituito solo da un numero limitato. Ad esempio l'icosaedro sferico è costituito da venti triangoli equilateri. La necessità di suddividere ulteriormente la superficie utilizzando un numero maggiore di elementi, però, conduce abitualmente all'utilizzo di aste di lunghezza diversa. I vantaggi strutturali spesso rivendicati a favore di queste forme non sono necessariamente maggiori di quelli di altre forme di cupole reticolari.



3.5 - ANALISI DEL COMPORTAMENTO DI UNA CUPOLA

Considerando una struttura bidimensionale assialsimmetrica a doppia curvatura lo stato di sforzo interno è rappresentato come segue, con riferimento ad un elementino ricavato seguendo le linee principali di curvatura, individuate dalle coordinate ϕ e θ .

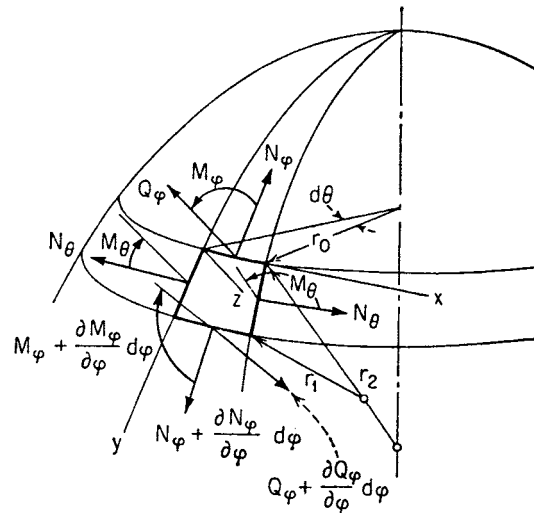


Fig. 3.14 - Condizioni di equilibrio di un elementino di guscio

Se il carico esterno è distribuito con regolarità sulla cupola, esso può dar luogo ad un regime quasi esclusivamente membranale sulla parte di cupola lontana dal bordo vincolato: su quest'ultima parte si sviluppa invece un regime flessionale che, accoppiato al regime membranale, permette di soddisfare le condizioni al contorno imposte dai vincoli. Tale regime viene anche indicato con il termine di “disturbo flessionale” perché modifica quel regime membranale che costituisce il modo ideale di funzionamento delle cupole.

La complessità del sistema di equazioni risolvibili del regime accoppiato membranale-flessionale viene ridotta notevolmente supponendo di poter studiare separatamente il regime membranale dovuto ai carichi esterni, con equazioni private dei termini flessionali, sovrapponendone gli effetti. Si studia quindi prima di tutto un puro regime membranale sotto i carichi esterni applicati, avendo rimosso quei vincoli che sono in grado di perturbarlo; si analizza poi l'effetto di carichi sul contorno che provocano il regime flessionale che, per questo tipo di gusci, si propaga attenuandosi rapidamente nella parte circostante.

Un modo efficace per comprendere il comportamento di una qualsiasi superficie di guscio sotto l'azione di un carico è quello di pensarla analoga ad una membrana, un elemento di superficie così sottile da sviluppare al suo interno solamente forze di trazione: una bolla di sapone o una sottile pellicola in gomma sono esempi di membrana. Una membrana che porti un carico perpendicolare alla

sua superficie si deforma in modo da sostenere il carico per mezzo di forze di trazione che si sviluppano lungo la superficie della membrana. L'azione di trasferimento dei carichi è simile a quella presente in un sistema di cavi incrociati. Il meccanismo di base per il trasferimento dei carichi di un guscio rigido è uguale a quello prodotto da una membrana rovesciata. L'esistenza di due insiemi di forze interne nella superficie di una membrana, che agiscono in direzioni ortogonali fra loro, è di primaria importanza.

3.5.1 - DIFFERENZE NEL COMPORTAMENTO STRUTTURALE TRA UN ARCO E UNA CUPOLA

Qualunque sia il significato attribuito alla cupola, bisogna innanzitutto comprenderne il comportamento strutturale; poi si potrà apprezzare il lato architettonico. Ignorando le piccole differenze formali che hanno contraddistinto le cupole nel corso degli anni, immaginiamola per ora come una perfetta semisfera, di ridotto spessore rispetto alla sua luce. Che si trovi sopra il transetto di una chiesa, a copertura di un auditorium o posta sul terreno, la cupola deve in ogni caso sopportare il proprio peso e il carico accidentale, inclusi la pressione e il risucchio del vento, e, nei climi freddi, il peso della neve e del ghiaccio.

Chiaramente, tutti questi carichi dovranno essere trasferiti sul terreno e, come è facile intuire, conoscendo il comportamento di un arco, ciò avviene lungo le intersezioni della cupola con piani verticali, o *meridiani*. La cupola assomiglia a una serie di archi identici tutti impostati attorno a una base circolare, che si incontrano nel punto più alto, dove condividono la stessa chiave di volta. Con uno studio più approfondito si nota una sostanziale differenza tra lo spessore di una cupola e quello di un arco della stessa luce; differenza che è ancora più marcata ricordando che gli archi necessitano di contrafforti o tiranti per contrastare la loro spinta verso l'esterno: spinta che causerebbe la spaccatura dell'arco stesso in mezzeria. E visto che la cupola non sembra avere contrafforti o tiranti, è chiaro che non si tratta di una semplice serie di archi impostati su un cerchio, l'uno accanto all'altro.

Ciò che rende la cupola diversa è il fatto che gli archi ipotetici di cui è composta sono connessi lungo i paralleli, il che la rende un'unica struttura *monolitica*. Il suo minimo spessore e la scomparsa dei contrafforti e dei tiranti sono l'esito della sua monoliticità. Rispetto ad un arco, la riduzione di spessore è consistente; mentre lo spessore di un arco di calcestruzzo varia tra $1/20$ e $1/30$ del suo raggio, lo spessore di una cupola sferica dello stesso materiale si riduce a $1/200$ e $1/300$ del suo raggio.

È la continuità della superficie della cupola a permettere questa riduzione di spessore, ed è l'azione che ne deriva lungo le sezioni orizzontali, o *paralleli*, a far sì che i meridiani non si rompano. I paralleli si comportano come i cerchioni di un barile che danno la forma alle doghe di legno; così facendo si viene a formare una singola superficie.

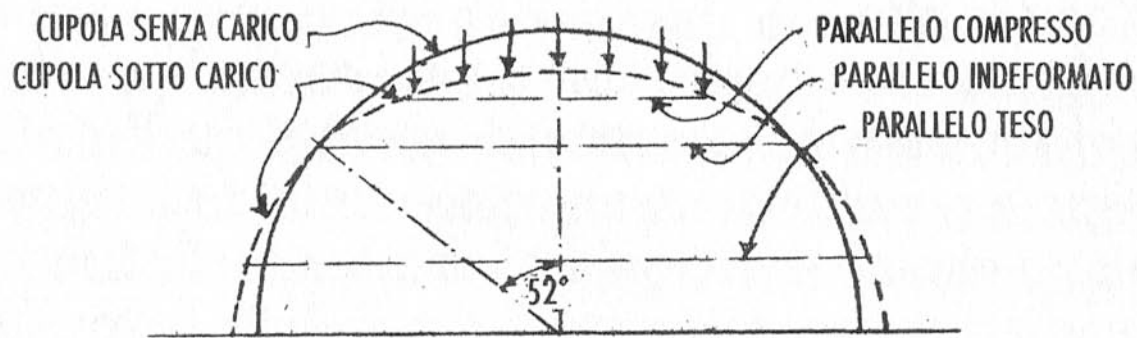


Fig. 3.15 - Deformata di una cupola sotto carico

La Figura 3.15 mostra (in modo volutamente amplificata) la configurazione deformata di una cupola sotto carico, e mostra come la cupola tenda in parte a ridursi in altezza, e in parte ad allargarsi alla base. La porzione superiore si muove verso l'interno, mentre quella inferiore si muove verso l'esterno. Questi spostamenti, che in un arco avvengono liberamente, in una cupola sono assai limitati, grazie all'azione cerchiante dei paralleli. Nella parte superiore, i paralleli sono soggetti a compressione per resistere allo spostamento verso l'interno, che ridurrebbe il loro raggio; nella parte inferiore sono invece tesi, per resistere alla spinta verso l'esterno, che aumenterebbe il loro raggio. Mentre un arco caricato si deforma sensibilmente, una cupola, anch'essa caricata, si deforma molto meno, in quanto, le deformazioni in compressione e in trazione sono assai ridotte se rapportate a quelle dovute alla flessione.

I paralleli, nel prevenire le deformazioni della cupola attraverso la loro azione di compressione e in trazione, hanno due effetti:

- a) rendono la cupola molto più rigida, evitando che i meridiani, soggetti a compressione, si ingobbino e consentendo così una significativa riduzione dello spessore della cupola senza con ciò metterne a rischio la stabilità;
- b) evitano che la cupola si rompa alla base, il che consente di sbarazzarsi dei contrafforti esterni o dei tiranti interni. In verità, sono i paralleli inferiori, in trazione, a fungere da tiranti, evitando così che la cupola si apra alla base.

È sorprendente la rigidità che si ottiene attraverso l'azione congiunta dei meridiani, che trasferiscono i carichi a terra, e dei paralleli, che limitano le deformazioni grazie alla loro azione cerchiante. Una cupola in cemento armato, con una luce di 30 metri e uno spessore di 6 o 7 centimetri, si infletterà in sommità, di pochi millimetri. Questo spostamento corrisponde a meno di 1/12.000 della sua luce; a titolo di confronto, una trave si inflette 33 volte di più, vale a dire 1/360 della sua luce. E

l'allargamento della cupola in corrispondenza del suo parallelo inferiore risulta ancora inferiore alla sua deflessione in sommità.

La Figura 3.16 mostra come sotto carico i paralleli superiori tendano ad accorciarsi, mentre quelli inferiori tendano ad espandersi; deve quindi esistere un parallelo "neutro" che né si accorcerà né si allungherà. È stato dimostrato che, con un carico statico uniformemente distribuito, questo parallelo si troverà a circa 52 gradi dall'asse verticale della cupola. Tutti i paralleli superiori sono in compressione; tutti quelli inferiori in trazione.

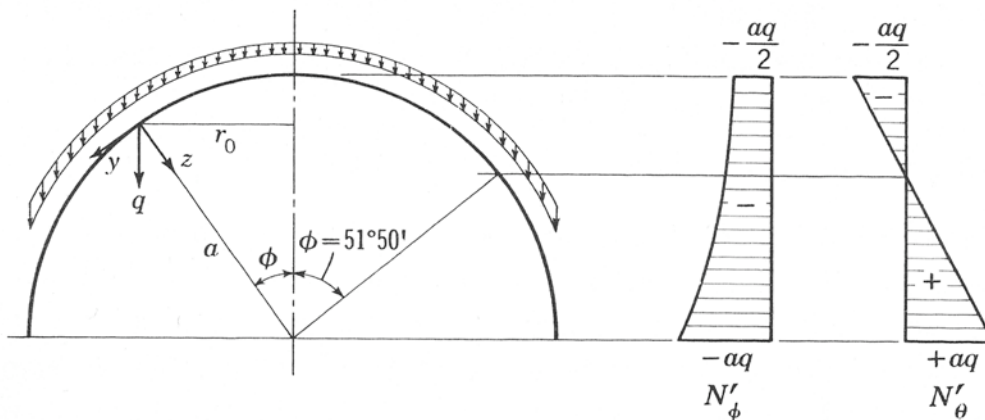


Fig. 3.16 - Cupola Sferica con carichi uniformemente distribuiti sulla superficie

Nel passato chi costruiva cupole non comprendeva appieno il ruolo dei paralleli; regolarmente le cupole dell'antichità e del Rinascimento si fratturavano alla base, a causa della bassa resistenza a trazione della muratura. In alcune cupole rinascimentali furono introdotte travi in legno a fungere da cerchioni (a volte rinforzate con barre di ferro), ma solo rinforzando la base con catene di acciaio si riuscì ad evitare che le cupole si aprissero, e si ottenne la necessaria stabilità.

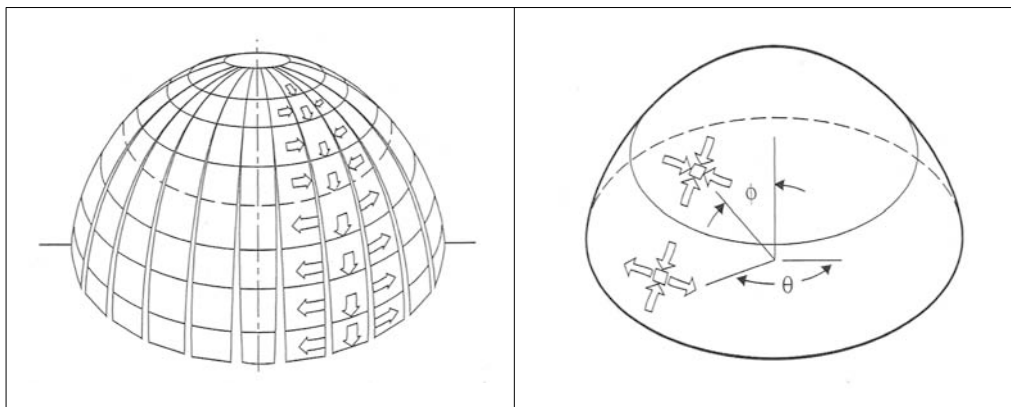


Fig. 3.17 - Andamento delle forze di parallelo e di meridiano in una cupola sferica

È bene discutere un'altra proprietà fondamentale delle cupole sottili. Quando su un cavo i carichi sono molti e ravvicinati, la forma del cavo in trazione diventa una curva, e la sua corrispondente forma in compressione è un arco. È importante notare che, poiché un cavo cambia forma a seconda del numero, del peso e della posizione dei carichi, vi è soltanto una forma funicolare che il cavo può assumere in presenza di un sistema di carichi. Di conseguenza, vi è soltanto una forma d'arco in pura compressione, dati certi carichi.

Ma mentre un cavo è flessibile e cambia forma insieme ai carichi, un arco è rigido e non è capace di fare altrettanto. È in grado di sorreggere *qualsunque* nuovo carico, abbinando compressione lungo la sua curva a flessione. Si comporta cioè in parte come un arco e in parte come una trave, ed il suo comportarsi in parte come trave causerà significative deformazioni. Con riferimento a questo tipo di comportamento, la cupola presenta un ulteriore vantaggio rispetto all'arco. Proprio perché è un monolito ricurvo, evita che un arco meridiano “scivoli” rispetto ai suoi vicini, e sviluppa quella “resistenza anti-scivolo” che abbiamo chiamato taglio. Questo ulteriore meccanismo permette alla cupola di sopportare non solo uno, ma qualsiasi carico, senza alterare la sua forma e senza sviluppare sollecitazioni di flessione, sempre che i carichi siano distribuiti con regolarità come solitamente accade nel caso delle cupole. Ricordando poi quanto siano dannose le sollecitazioni di flessione, che sfruttano solo il materiale più distante dall'asse neutro, ci accorgiamo che la cupola, oltre alle altre sue caratteristiche, è anche una struttura particolarmente efficiente nell'uso dei materiali. Non ci dovremmo dunque sorprendere che le cupole, con la loro sottigliezza, siano più rigide e più resistenti di qualsiasi altra struttura inventata dall'uomo.

La maggioranza delle cupole moderne sono in cemento armato, e la necessaria resistenza a trazione dei paralleli inferiori si ottiene armando – appunto – la struttura in direzione circonferenziale. Le armature nei paralleli più bassi saranno ovviamente in quantità maggiore rispetto a quelle a quelle nei paralleli più alti. Bisogna ricordare che nelle strutture in cemento armato le armature non servono solo a sopportare gli sforzi di trazione, ma anche a creare una gabbia che contribuisca a garantire la monoliticità del calcestruzzo. Per questo motivo, in una cupola in calcestruzzo, le armature corrono sempre sia lungo i paralleli, sia lungo i meridiani. Anche se le deformazioni di una cupola sono minime, non sarebbe cosa saggia permettere alla base di muoversi al variare dei carichi. Così, nella maggioranza dei casi, le cupole sono irrigidite alla base da travi ad anello, che ne riducono gli spostamenti. La Figura 3.18 mostra come l'anello posto alla base della cupola eviti l'apertura sotto carico, e come ciò inevitabilmente comporti delle deformazioni aggiuntive nella cupola, introducendo anche sollecitazioni di flessione. Queste sono minimizzate dall'azione dei paralleli che, grazie alla loro resistenza a trazione, non permettono a queste sollecitazioni di intaccare il guscio della cupola. Solitamente, si sviluppano sollecitazioni di flessioni su meno del 5% della superficie della cupola; sul resto si avranno solamente azioni membranali.

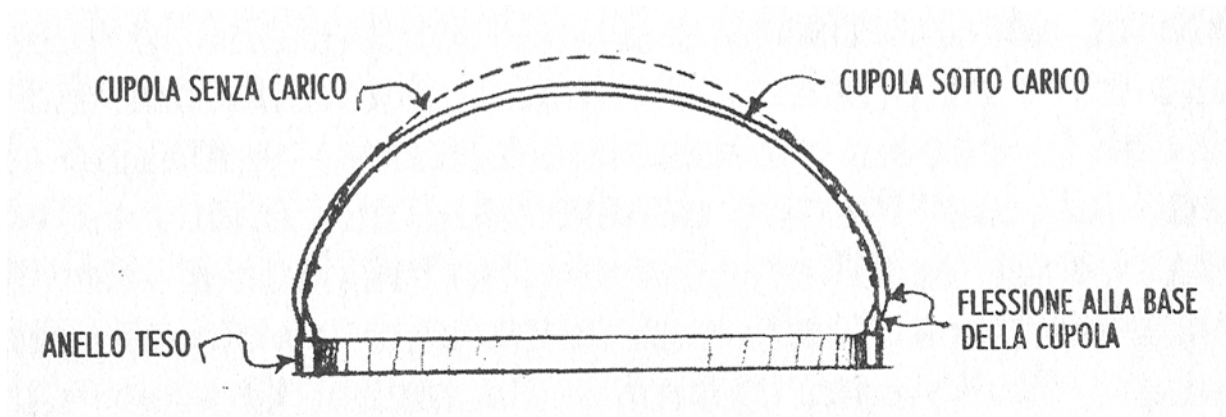


Fig. 3.18 - Influenza delle travi ad anello irrigidenti su una cupola

4 - STRUTTURE IN ACCIAIO

4.1 - INTRODUZIONE: PREGI E DIFETTI

Le prerogative di un sistema costruttivo sono intrinsecamente legate alle caratteristiche fisico-meccaniche del materiale impiegato per la realizzazione dei suoi componenti strutturali.

Nel campo delle costruzioni civili, l'acciaio, se paragonato agli altri materiali da costruzione, è caratterizzato da un elevato "rendimento meccanico" - dato dal rapporto tra resistenza unitaria e peso specifico - il che consente di realizzare strutture leggere e al tempo stesso capaci di offrire elevate prestazioni meccaniche. L'elevato rendimento meccanico, unito alla grande duttilità, ovvero alla capacità del materiale di deformarsi in maniera significativa in campo plastico, rende l'acciaio particolarmente idoneo a essere impiegato nelle applicazioni progettuali che richiedono una notevole capacità di "dissipazione energetica" da parte dell'organismo strutturale, quali, per esempio, le costruzioni in zona sismica. In aggiunta, occorre considerare che la vasta gamma d'acciai prodotti oggigiorno dall'industria siderurgica consente al progettista di disporre, in fase di concezione progettuale, di un ulteriore grado di variabilità: la resistenza del materiale. Tale prerogativa, ossia la possibilità di utilizzare, nell'ambito di una stessa struttura, membrature formalmente identiche ma con caratteristiche meccaniche diverse, è nota convenzionalmente come "quarta dimensione" della costruzione metallica. Da un punto di vista poi dell'analisi strutturale, vale a dire la previsione e l'interpretazione della risposta meccanica di un sistema strutturale, non va infine dimenticata la naturale predisposizione delle costruzioni metalliche ad essere modellate in modo semplice ed affidabile, sia mediante le teorie strutturali classiche, sia attraverso le più recenti tecniche di analisi numerica.

I vantaggi del costruire in acciaio non sono ovviamente solo di tipo strutturale, ma riguardano anche la possibilità di realizzare strutture di elevato "pregio architettonico", in cui la regolarità delle forme non è più un elemento invariabile della geometria della costruzione. Altro vantaggio è la possibilità di permettere, in modo rapido ed economico, "trasformazioni e riparazioni" anche sostanziali di organismi strutturali esistenti, consentendo anche l'eventuale recupero delle membrature sostituite.

Naturalmente le costruzioni in acciaio, oltre che da numerosi pregi, sono anche caratterizzate da alcune problematiche tipiche che, come i pregi, sono in gran parte legate alle proprietà del materiale base. Da un punto di vista strutturale, infatti, si riscontra generalmente l'impossibilità di sfruttare a pieno l'elevato rendimento meccanico del materiale, e ciò perché si deve evitare la realizzazione di strutture eccessivamente snelle, e come tali particolarmente sensibili ai "fenomeni d'instabilità", sia globali, sia locali. In aggiunta, l'elevato rapporto tra il modulo elastico e la resistenza specifica del materiale rendono spesso condizionanti ai fini del progetto i requisiti di funzionalità, intesi come

limitazione delle deformazioni e/o vibrazioni in esercizio. Per quanto riguarda invece gli aspetti tecnologici, va infine sottolineata, per le sue conseguenze anche economiche, la necessità di proteggere gli elementi portanti in acciaio sia nei riguardi del fuoco, che determina un rapido degrado delle proprietà meccaniche del materiale, sia nei riguardi degli agenti atmosferici, che producono fenomeni di corrosione tali da determinare nel tempo una riduzione delle sezioni resistenti

4.2 - LA FORMAZIONE DELLA STRUTTURA

Nell'ambito delle strutture metalliche i materiali utilizzati sono gli acciai di carpenteria, materiali essenzialmente isotropi, che resistono egualmente bene a trazione e a compressione, con elevate caratteristiche di tenacità e adattabilità plastica, prodotti sotto forma di lamiere e profilati.

La progettazione deve quindi tener conto che l'ossatura metallica nasce dall'assemblaggio di componenti "monodimensionali" e "bidimensionali", prodotti per lo più in un luogo diverso da quello di costruzione della struttura; occorre di conseguenza tener presenti le fasi più direttamente legate al processo costruttivo:

- ▶ produzione dei profilati e lamiere in stabilimento;
- ▶ trasformazione di profilati e di lamiere in elementi strutturali o componenti strutturali;
- ▶ preassemblaggio;
- ▶ trasporto e montaggio dei complessi strutturali in Cantiere.

La tipologia di una struttura in acciaio è quindi largamente influenzata da tale sequenza, che può essere considerata "duale" di quella che caratterizza una struttura non prefabbricata in cemento armato. Questa viene infatti interamente realizzata in cantiere tramite il getto del calcestruzzo entro le casseforme: nasce così una struttura tendenzialmente monolitica e quindi fortemente iperstatica, in cui il tipico nodo trave-colonna è assimilabile ad un incastro, almeno sino alla fessurazione.


La struttura in acciaio nasce invece dall'assemblaggio di pezzi diversi e pertanto il grado di vincolo mutuo fra le varie aste che compongono la struttura tende ad essere il minore possibile: è necessario intervenire con opportuni accorgimenti tecnologici o costruttivi se si vuole elevare il grado di iperstaticità della struttura.

La necessità economica di contenere al minimo le lavorazioni, e di rendere spedito e agevole il montaggio conduce quindi ad una semplificazione dei collegamenti che si ripercuote in una riduzione del grado di vincolo mutuo fra le aste che idealmente compongono la struttura. Ciò comporta la necessità di stabilizzare l'ossatura mediante l'introduzione di controventi opportunamente posizionati, che caratterizzano tipologicamente la struttura.

4.3 - L'ACCIAIO COME NUOVO MATERIALE COSTRUTTIVO

Il metallo, quale materiale da costruzione si è sempre distinto, sin dalle sue primissime applicazioni in ghisa della fine del 1700, per la sua versatilità che ha caratterizzato le utilizzazioni nelle tipologie più diversificate. Si ricordano a tal proposito le prime travi e colonne in ghisa in edifici industriali, quali quelle adottate nella Benyon and Bage Factory nel 1796 ed il primo ponte, sempre in ghisa, di Coalbrookdale (Fig. 4.1).

Assieme alla versatilità dell'acciaio nelle sue diverse applicazioni, anche le sue potenzialità per il superamento di grandi luci e di grandi altezze si sono affermate, già nel decennio tra il 1850 ed il 1860, nei vari campi dell'ingegneria civile. Si ricorda così il Britannia Bridge, considerato il primo ponte sospeso a struttura metallica, di quattro campate, con una lunghezza totale di 461 metri, realizzato nel 1850 nello stretto di Menai, in Galles, e le grandi coperture per esposizioni, come il Crystal Palace (Fig. 4.2), costruito nel 1851 a Londra. È opportuno ricordare anche la Tour Eiffel (Fig. 4.3), costruita tra il 1887 e il 1889 come simbolo dell'esposizione universale del 1889, che, con i suoi 334 metri di altezza, divenne per più di 40 anni l'edificio più alto del mondo.

	<p>Fig. 4.1 Coalbrookdale Bridge</p>	<p><i>Ponte ferroviario costruito per attraversare il fiume Severn da Robert Stephenson e inaugurato il 1 gennaio 1781. Ricorda, come tipologia costruttiva, i ponti ad arco realizzati però in pietra. Con una campata di circa 30 metri, si alza dal livello del fiume di 20 metri. È formato da due campate principali accostate e da altre due campate di avvicinamento. Dal 1986 è diventato patrimonio mondiale dell'UNESCO.</i></p>
	<p>Fig. 4.2 Crystal Palace</p>	<p><i>Joseph Paxton, architetto inglese, costruttore di serre, edifica a Londra a Hyde Park nel 1851 il Crystal Palace una costruzione vittoriana per ospitare l'Esposizione Universale. La costruzione si avvale di materiale prefabbricato e prodotto in serie, in maniera tale da permettere che l'edificio venisse eretto in soli quattro mesi. Esso raggiungeva una superficie totale di più di 70.000 m², dimensione mai sperimentata fino ad allora. L'uso di sostegni di ferro permetteva una totale rinuncia a grossi pilastri e muri portanti, per cui quasi tutta la superficie esterna poteva essere costruita con vetro. Inoltre, la produzione industriale degli elementi permise lo smontaggio e la ricostruzione ampliata</i></p>

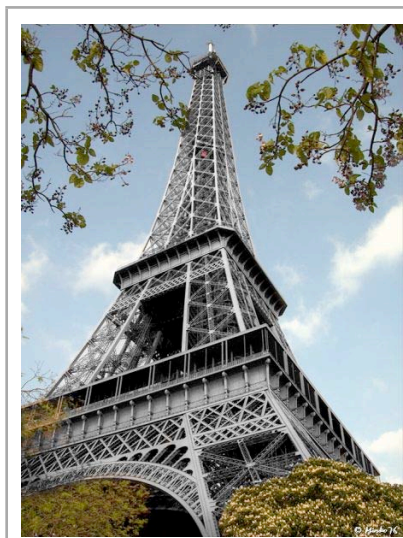


Fig. 4.3
Tour Eiffel

Progettata dall'ingegnere Gustave Eiffel dal 1887 al 1889. Struttura in ferro battuto forgiato, che sarebbe dovuta servire come entrata all'Esposizione Universale 9, e da allora mai più smontata



Ma un utilizzo massiccio dell'acciaio come materiale da costruzione si ebbe quando verso la metà del diciannovesimo secolo nacque la necessità di portare gli elevati carichi delle locomotive e delle carrozze attraverso profonde gole e larghi fiumi, dovendo costruire in tempi ristretti svariati nuovi ponti, a capacità portante crescente. Fin d'allora, la struttura più comunemente usata nella costruzione d'impalcati ferroviari per l'attraversamento di fiumi e valli fu quella a travatura reticolare. Dopo che furono eretti alcuni elementi trasversali in legno, perlopiù sotto forma di travatura a traliccio, con alte torri collegate da pesanti travi, venne universalmente adottato il miracoloso materiale ferroso, l'acciaio. Molti sono gli esempi di ponti costruiti in acciaio in quel periodo. Si può ricordare il grande ponte in acciaio a tre archi sul Mississippi, costruito da Eads nel 1867 (Fig. 4.4). E fu proprio Eads che per primo concepì l'idea d'innalzare le due metà dell'arco come travi a sbalzo sostenendole alle loro estremità con cavi appesi a torri provvisorie fino al congiungimento a mezza campata delle due metà. Costruire archi a mensola in cui i cavi provvisori fossero sostituiti da elementi permanenti in acciaio, fu un passo in avanti quasi naturale.



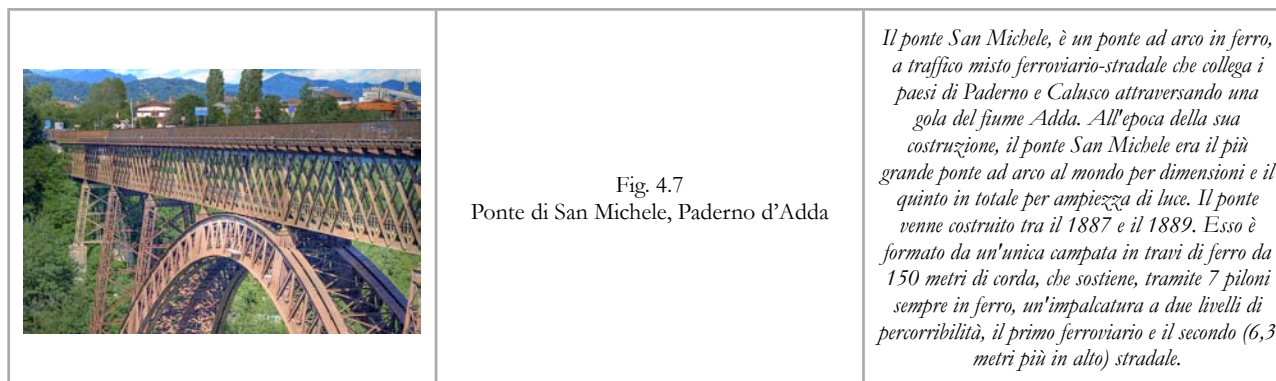
Fig. 4.4
Eads Bridge

In America Eads progetta e realizza un ponte per congiungere St. Louis il Missouri con l'Illinois, separati dal Mississippi. L'Eads Bridge propone una serie di archi a via superiore su tre campate. La campata centrale, lunga circa 170m., è affiancata da due campate laterali. Le campate sono composte da due travi tubolari affiancate e collegate da aste diagonali. Le giunzioni, in seguito, sono realizzate mediante chiodatura. Alto 27 metri dal livello medio del corso d'acqua permette la navigazione senza impedimenti. Tuttora viene sfruttato sia dalle compagnie ferroviarie che dal traffico automobilistico

Uno dei più grandi ponti in acciaio mai costruiti è il Firth of Forth Bridge in Scozia, con una luce di 518 metri, che sbalza le sue 3 sezioni da 3 piloni, ma in aggiunta ha 2 ponti a capriata sostenuti ai margini dalle estremità delle mensole. Nonostante sia stato costruito nel 1880, continua a rimanere il ponte più lungo nel suo genere, secondo solo al Quebec Bridge, eretto nel 1917 (Fig. 4.6).

	<p>Fig. 4.5 Firth of Forth Bridge</p>	<p><i>Il Forth Bridge è un ponte ferroviario a sbalzo sul Firth of Forth sulla costa orientale della Scozia 14 km a ovest di Edimburgo. Il progetto fu assegnato a due ingegneri inglesi, Sir John Fowler e Sir Benjamin Baker, che progettaron la struttura costruita dalla Sir William Arrol & Co. di Glasgow tra il 1883 e il 1890.</i></p>
	<p>Fig. 4.6 Quebec Bridge</p>	<p><i>Il ponte di Quebec, venne costruito sul fiume San Lorenzo, per unire la città di Quebec City a Lévis, in Canada. Il ponte di Quebec è una struttura a traliccio in acciaio rivettato, di 987m di lunghezza, 29 m di larghezza e 104 m di altezza. Il ponte ospita tre corsie autostradali, una linea ferroviaria e una passerella pedonale. Crollo due volte prima che i lavori di costruzione furono completati, alla fine dell'agosto 1917. Il 3 dicembre 1919, il ponte di Quebec aperto al traffico ferroviario, dopo quasi due decenni di costruzione. La sua campata centrale di 549 metri (1800 piedi) rimane la più lunga campata ponte a sbalzo in tutto il mondo ed è considerata una prodezza grande ingegneria</i></p>

Un altro esempio di ponte realizzato in acciaio, lo si ha in Italia, a Paderno d'Adda. Progettato dall'ingegnere svizzero Jules Röthlisberger (1851 - 1911) e realizzato dalla Società Nazionale Officine di Savigliano, è lungo 266 metri, e si eleva a 85 metri al di sopra del livello del fiume. È costituito da un'unica campata in travi di acciaio da 150 metri di lunghezza, che sostiene, tramite 7 piloni sempre in acciaio, un'impalcatura a due livelli di percorribilità, il primo ferroviario e il secondo (6,3 metri più in alto) stradale. La campata è costituita da due archi parabolici simmetrici e affiancati, leggermente inclinati tra loro e a sezione variabile, più snella verso la cima. La scelta di un ponte a singola campata senza appoggi a terra fu favorita sia dalla particolare forma della gola, stretta e profonda, sia dalla volontà di non intralciare la navigazione sul corso d'acqua.



L'acciaio, nel corso degli anni, ha poi trovato vasto impiego nella realizzazione di coperture di notevoli dimensioni, che richiedessero allo stesso tempo un elevato pregio architettonico, come ad esempio le *Cupole Geodetiche*, di forma, spessore e dimensioni variabili. Grazie all'utilizzo di questa particolare struttura reticolare curva, è possibile realizzare coperture di dimensioni significative senza la necessità di appoggi in mezzzeria.

Con questa tecnica si sono realizzati edifici di indiscussa bellezza. Si sono realizzate, in particolar modo, cupole per coprire grandi impianti sportivi e cupole per proteggere bellissime serre, cupole per padiglioni espositivi e cupole per grandi laboratori scientifici.

4.4 - I VANTAGGI DELLE COSTRUZIONI IN ACCIAIO

Il comportamento statico delle membrature metalliche non presenta le incertezze connesse con l'esecuzione, come avviene nelle costruzioni in cemento armato. Le schematizzazioni teoriche possono interpretare in maniera più che soddisfacente il comportamento della struttura reale, sia per le caratteristiche fisico-meccaniche del materiale, sia per le modalità di esecuzione delle unioni, dei collegamenti e dei vincoli. Per queste ragioni, i coefficienti di sicurezza adottati nelle costruzioni metalliche sono in genere meno penalizzanti di quelli caratteristici di altri materiali.

Importante caratteristica della costruzione metallica è la rapidità di esecuzione. Il procedimento costruttivo sviluppato in officina utilizza una organizzazione di tipo industriale, dove si producono, secondo un prestabilito ciclo operativo, gli elementi strutturali che successivamente in cantiere vengono movimentati e montati in opera. La costruzione pertanto procede agilmente, senza risentire delle condizioni stagionali che bloccano completamente alcuni procedimenti, quali per esempio le costruzioni in muratura e in calcestruzzo armato.

Alla riduzione dei tempi di esecuzione si aggiunge la possibilità di trasformazione della struttura, intesa sia come ampliamento per variazioni funzionali dell'opera, sia come intervento di rinforzo a seguito di deficienze statiche, dovute alla modifica dello schema originario oppure dei carichi di esercizio. La tecnologia reversibile delle giunzioni consente inoltre lo smontaggio e la rimozione degli elementi strutturali, che possono essere riutilizzati in altra sede, sia singolarmente sia in blocco. Anche in caso di demolizione il recupero del materiale risulta quasi totale.

Il rapporto fra la resistenza meccanica e il peso specifico, il così detto grado di efficienza strutturale, è molto elevato per gli acciai da carpenteria e sempre superiore a quello degli altri materiali da costruzione tradizionali. Prescindendo dai fenomeni di instabilità, un elevato valore di questo rapporto consente una riduzione delle dimensioni degli elementi strutturali, e quindi, a parità di sforzo, un minore peso della struttura. Rispetto agli altri materiali ne consegue quindi una migliore utilizzazione dello spazio per il minore ingombro degli elementi portanti, e un minore impegno per le strutture di fondazione soggette a carichi più bassi, con conseguenze talvolta sensibili sull'economicità globale della struttura. Per contro, a causa dell'elevata snellezza delle membrature, il pericolo dell'instabilità, sia locale per l'elemento singolo, sia globale per l'intera struttura, rappresenta l'insidia più pericolosa nelle costruzioni metalliche: l'analisi dei fenomeni d'instabilità dell'equilibrio assume quindi un'importanza capitale, sia in sede teorica che applicativa. Ne conseguono limitazioni oltre che sulle tensioni anche sulle deformazioni in esercizio entro valori fissati volta per volta dalle normative vigenti in rapporto alla tipologia strutturale e alla sua utilizzazione.

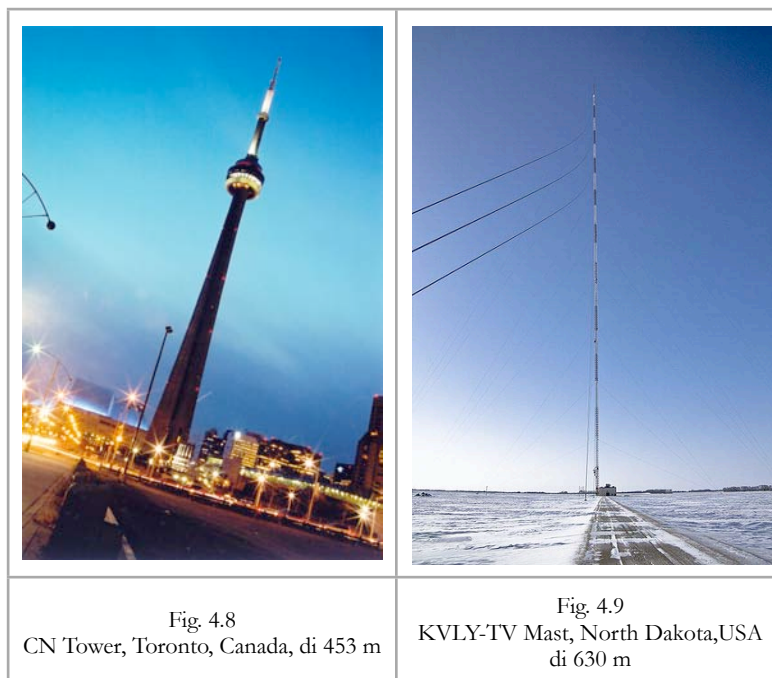
L'ottimo comportamento degli acciai nei riguardi dei fenomeni dinamici, dell'urto e delle sollecitazioni alternate, ne giustifica l'uso frequente nel campo delle strutture industriali, dei ponti ferroviari e delle costruzioni in zona sismica. In virtù della leggerezza e della facilità di collegamento gli elementi metallici si prestano a risolvere brillantemente delicati problemi tecnici.

4.5 - LO SVILUPPO DELLE STRUTTURE IN ACCIAIO

Oltre alle prerogative sopra esposte, la moderna tecnologia dà la possibilità di introdurre nelle strutture materiali con caratteristiche di resistenza differenziate, con la creazione, in aggiunta alle tre dimensioni geometriche, della cosiddetta "quarta dimensione" della costruzione metallica, che fornisce alla progettazione un ulteriore strumento per compenetrare gli aspetti statici con una sempre più spinta unificazione.

Per il continuo miglioramento dei materiali e il graduale incremento dell'industrializzazione, la costruzione metallica presenta allo stato attuale notevoli prospettive di sviluppo rivolte a superare sia limiti di carattere produttivo, sia ostacoli di natura statica connessi con le prestazioni sempre più elevate richieste alle strutture. Quest'ultimo aspetto ha trovato un fertile terreno di sviluppo nella corsa verso

l'alto, che, rimasta potenzialmente sopita dai tempi delle piramidi per la mancanza di materiali idonei, è esplosa da circa un secolo, grazie alle possibilità costruttive dell'acciaio. In acciaio sono le costruzioni più alte del mondo, prime fra tutte le antenne a schema strallato che superano i 600 metri, come l'antenna della KVLY-TV costruita nel North Dakota (Fig. 4.9).



Nel campo degli edifici, il “fenomeno-grattacielo” ha assunto il carattere di una vera e propria gara che sta progressivamente modificando il carattere delle principali metropoli. L'aspetto agonistico ha stimolato la concezione e la realizzazione di nuove tipologie strutturali atte a far fronte al sempre maggiore impegno statico derivante dalle grandi altezze. Fra i grattacieli, aventi la struttura portante interamente in acciaio, si ricordano la Sears Tower di Chicago (Fig. 4.10); costruita in soli 3 anni (da 1970 al 1973), con i suoi 443 metri d'altezza, la Sears Tower è stata l'edificio più alto del mondo dal 1973 al 1998.

Un altro grattacielo, avente struttura portante interamente in acciaio, è lo Shanghai World Financial Center (Fig. 4.11), il più alto grattacielo di Shanghai e di tutta la Cina, ed il terzo del pianeta: la sua altezza è di 492 metri e venne inaugurato il 30 Agosto 2008. Questo grattacielo è famoso per l'apertura rettangola posta verso la sommità, pensata appositamente per diminuire la pressione del vento agente sulla struttura. Nonostante tutto, quando c'è vento, l'edificio ondeggia su se stesso spostandosi anche di un metro. Perché non venga il “mal di mare” a chi staziona nell'edificio, al

novantesimo piano è installato un bilanciante di 150 tonnellate azionato da computer per compensare le spinte dei venti.



Dalle più recenti applicazioni si osserva come le varie combinazioni strutturali offerte dalla costruzione in acciaio consentono di ottenere risposte progettuali adeguate a fronte di esigenze sempre più particolari. Fra queste esigenze vanno ricordate quelle connesse al rischio sismico, la cui considerazione oltre che rispettare un imperativo categorico, comporta in alcuni Paesi dotati di una severa normativa sismica, quali ad esempio il Giappone, un dimensionamento palesemente oneroso.

4.6 - LA SOLUZIONE RETICOLARE PER UNA STRUTTURA IN ACCIAIO

I motivi del successo dell'acciaio nel campo delle costruzioni derivano dalle sue intrinseche proprietà e dagli sviluppi della sua tecnologia. Innanzitutto le sue elevate caratteristiche resistenziali e di rigidità consentono di ottenere elementi strutturali con dimensioni più ridotte. Le luci maggiori ottenibili grazie all'impiego di travi in acciaio forniscono una maggiore flessibilità nella utilizzazione

degli spazi, soprattutto nell'edilizia di tipo commerciale dove queste esigenze sono più sentite. Le garanzie di affidabilità sono esaltate per questo materiale, che è per sua natura prefabbricato, ovvero realizzato in stabilimento sotto stretto controllo di qualità e successivamente montato in cantiere. Infine, va ricordato che lo schema a struttura reticolare rappresenta la forma più naturale per la costruzione metallica, che pertanto fornisce sia all'architetto che allo strutturista numerose possibilità per sperimentare nuove soluzioni. Queste prerogative rendono la costruzione in acciaio senza rivali nel campo degli edifici alti o con grandi luci.

La necessità di coprire grandi superfici senza il ricorso ad appoggi intermedi è stata avvertita fin dall'antichità nelle costruzioni civili con destinazioni particolari, quali edifici per lo spettacolo, aree per esposizioni, edifici di culto. Si ricordi a tal proposito la copertura, con un diametro di oltre 150 metri, del Colosseo, che può considerarsi antesignana delle strutture metalliche sospese in quanto realizzata attraverso sistemi di funi. Le dimensioni inconsuete di tali strutture hanno contribuito a stimolare i più grandi architetti a ricercare le soluzioni più ardite per il superamento di luci sempre maggiori anche in tempi nei quali l'ausilio degli strumenti analitici non consentiva di controllare appieno le soluzioni adottate.

Sebbene si possa oggi affermare che gli strumenti di calcolo siano in grado di modellare tutti i fenomeni legati a queste tipologie, le incognite del problema, quali le non linearità geometriche e meccaniche, le tolleranze di lavorazione e le imperfezioni di montaggio, i problemi di stabilità e la complessità geometrica della struttura, tale settore può ancora considerarsi come un campo nel quale le scelte tecnologico-costruttive lasciano spazio al progettista per sperimentare nuove soluzioni più convenienti dal punto di vista prestazionale e/o economico. Negli ultimi decenni si è registrata infatti una significativa evoluzione sia nelle coperture piane, in termini di ottimizzazione dei sistemi di industrializzazione e montaggio, sia in quelle sospese, in termini più generali di tipologie sempre più raffinate dal punto di vista strutturale. Le grandi coperture metalliche si possono raggruppare in due tipologie principali: strutture reticolari spaziali e strutture a cavi.

4.6.1 - TRAVATURE RETICOLARI

4.6.1.1 - Introduzione

Lo sfruttamento consapevole dei vantaggi strutturali inerenti all'utilizzo di singoli elementi lineari, disposti a formare configurazioni ottenute dall'unione di molti triangoli, è recente. Strutture di questo tipo, comunemente chiamate travature reticolari o tralicci, furono certamente costruite abbastanza presto. Semplici tralicci, composti di pochi elementi, sono spesso impiegati per sostenere i comuni tetti spioventi. Travature più complesse furono adottate in casi isolati: ad esempio, già nel 500

a.C., i romani costruirono un ponte sul Danubio utilizzando una travatura reticolare in legno. L'architetto italiano Andrea Palladio (1518 - 1580) ci ha lasciato una illustrazione che mostra una travatura reticolare composta di triangoli correttamente disposti, e indicò di possedere una certa conoscenza delle potenzialità di tale tipologia, e del modo in cui venivano sopportate le forze.

4.6.1.2 - Principi generali di funzionamento: triangolazione

Un traliccio è un assemblaggio di elementi individuali lineari, disposti secondo un triangolo o una combinazione di triangoli, per formare un sistema rigido che non può essere deformato dall'applicazione di forze esterne senza la deformazione di uno, o più, degli elementi che lo compongono. I singoli elementi vengono considerati collegati tra loro nei punti di intersezione, detti nodi, attraverso delle cerniere. Gli elementi vengono disposti in modo che tutti i carichi e le reazioni vincolari siano applicati solo nei nodi.

Il principio fondamentale su cui si basa l'uso del traliccio, come struttura in grado di sopportare dei carichi, è che posizionando gli elementi secondo configurazioni a triangolo si ottiene una struttura isostatica. Si considerino le due strutture composte di elementi incernierati:



Fig. 4.13 - Configurazione instabile e stabile

L'applicazione del carico causerebbe le evidenti deformazioni illustrate nel primo caso (Fig. 4.13): si ha una struttura labile che si trasforma in un meccanismo di collasso sotto i carichi esterni. Una struttura di questo tipo può essere deformata senza che avvenga alcun cambiamento di lunghezza in alcuno dei suoi elementi costituenti. La configurazione di triangoli, chiaramente, non può deformarsi in maniera simile: questa configurazione è quindi isostatica. Qualsiasi deformazione che può avvenire in questa struttura stabile è piccola e associata a piccoli cambiamenti, causati dalle forze interne indotte dai carichi esterni, della lunghezza degli elementi. In modo simile, per una configurazione stabile di questo tipo l'angolo formato da due qualsiasi elementi resta relativamente insensibile al carico esterno. Questo è in evidente contrasto con i grandi cambiamenti angolari che avvengono tra gli elementi di una configurazione instabile. La forza esterna causa la nascita di forze negli elementi della configurazione

stabile che sono di pura trazione o pura compressione [Schodek, 2004]. Non é presente il momento flettente e non può nascere fintanto che i carichi vengono applicati soltanto nei nodi.

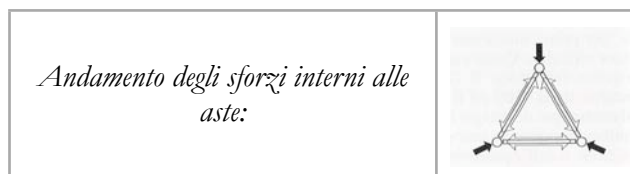


Fig. 4.14 - Forze negli elementi

Dato che gli elementi disposti a triangolo costituiscono una configurazione stabile, ne consegue che qualsiasi struttura composta di elementi disposti a triangolo é pure una struttura rigida e stabile. Questa idea rappresenta il principio alla base dell'utilizzo delle travature reticolari o dei tralicci nelle costruzioni, poiché diviene possibile creare forme strutturali rigide, di grandi dimensioni, attraverso l'aggregazione di piccole unita triangolari.

L'effetto dei carichi esterni é quello di produrre all'interno degli elementi dell'assemblaggio uno stato di pura trazione o di pura compressione. É molto importante che le travature reticolari siano caricate solamente da forze concentrate applicate nei nodi affinché, negli elementi, si sviluppino solo forze di trazione o di compressione. Qualora i carichi fossero applicati direttamente agli elementi stessi, oltre agli sforzi di trazione o compressione, si svilupperebbero anche degli sforzi dovuti alla flessione, con la conseguenza di una riduzione dell'efficienza della travatura e un aumento della difficoltà di progetto degli elementi.

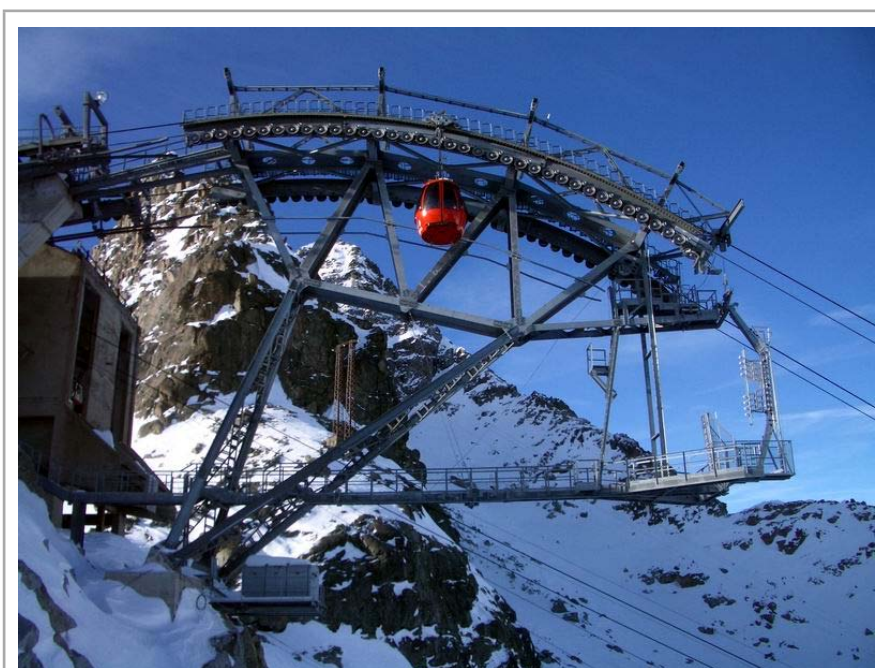


Fig. 4.15 - In questo struttura é ben visibile l'elemento triangolo alla base della travatura

4.6.2 - STRUTTURE RETICOLARI SPAZIALI.

Le strutture reticolari spaziali vengono adottate sia per realizzare coperture piane che curve. Le coperture piane vengono realizzate attraverso un traliccio spaziale costituito da un insieme di aste collegate ai nodi che danno luogo a grigliati in semplice e doppio strato, a due o più direzioni.

La soluzione più semplice si limita ad estendere nelle due direzioni ortogonali la tipologia tradizionale di travatura reticolare piana. Una evoluzione di tale sistema deriva dalla concezione spaziale del grigliato, dove il modulo elementare è costituito da un tetraedro, ottaedro o piramide a base quadrata, pentagonale od esagonale, che attraverso la sua ripetizione spaziale genera la copertura.

Le problematiche che condizionano la progettazione di tali strutture sono collegate al sistema di montaggio sia dei componenti elementari, che della copertura nel suo insieme, alla ripetitività delle aste che si traduce in maggiore facilità di montaggio e in minor peso della struttura, alla necessità di realizzare collegamenti che, soddisfacendo i requisiti di sicurezza, siano di semplice montaggio e producano limitate frecce di assestamento, all'attacco con gli elementi di copertura e, non ultimo, va ricordato il problema dello smaltimento delle acque piovane la cui soluzione a volte può richiedere la realizzazione di complicate strutture secondarie.

Tali problematiche si traducono in svariate soluzioni, alcune delle quali brevettate, sia per la realizzazione delle aste che dei collegamenti. Per le aste vengono frequentemente adottati profili tubolari, con differenti soluzioni di estremità, ma anche sezioni ad L, a C e profili sagomati a freddo. Per quanto riguarda i nodi, le proposte sono ancora più diversificate e caratterizzano di solito il sistema. I sistemi di grigliati a singolo e doppio strato sono i più diversificati e quelli di maggior successo sono anche stati brevettati.

5 - LE CUPOLE GEODETICHE

Una cupola geodetica, come già accennato nel capitolo 3, è una struttura composta da un reticolo di aste i cui vertici giacciono su cerchi massimi (*Geodetiche*). Le geodetiche si intersecano formando elementi triangolari che giacciono sulla superficie di una sfera; i triangoli sono tutti molto simili tra loro, ed essendo rigidi garantiscono una limitata deformabilità locale, mentre le linee geodetiche formate dai loro lati distribuiscono gli sforzi sull'intera struttura, conferendo elevata rigidità. Quando la struttura assume la forma di una sfera completa, essa viene detta “*Sfera Geodetica*”.

Le cupole geodetiche possono avere dimensioni molto variabili, così come esistono diverse forme di reticoli spaziali che realizzano una struttura di questo genere. Le dimensioni variano moltissimo, in funzione della destinazione d'uso: esistono cupole di pochi metri utilizzate come copertura di una serra (Fig. 5.1), oppure di parecchie centinaia di metri per essere in grado di ospitare un padiglione espositivo (Fig. 5.2).

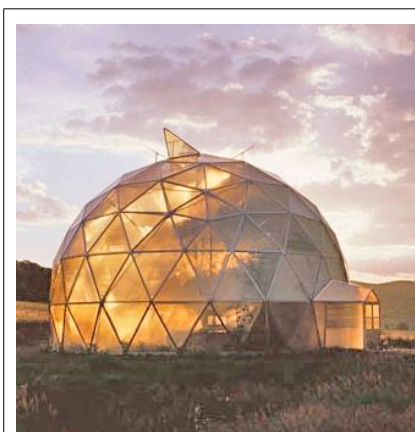


Fig. 5.1
Esempio di serra realizzata a forma di cupola Geodetica

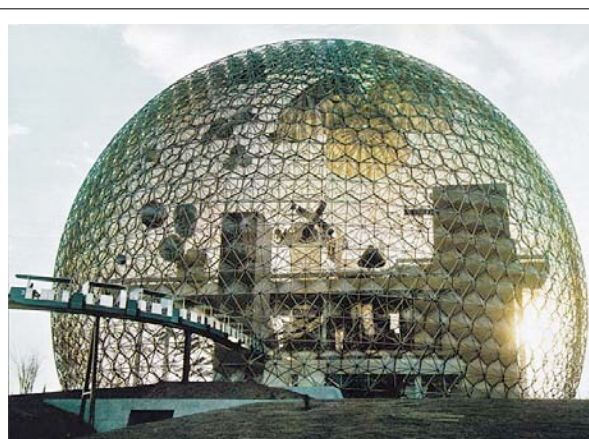


Fig. 5.2
Biosfera di Montreal, in precedenza padiglione americano all'Expo '67, progettata da R. Buckminster Fuller, sull'Isola di Sainte-Helene a Montreal

È opportuno aggiungere che le cupole geodetiche sono le uniche strutture nelle quali, all'aumentare delle dimensioni, aumenta la rigidità [Salvadori, 2009].

La geometria del reticolo varia molto in funzione del gusto estetico del progettista, non essendo questa una variabile significativa nel comportamento strutturale di una cupola. Grazie al brevetto numero 2.682.235 del 29 Giugno 1954, con il termine “Cupola Geodetica”, s'individua quella cupola, progettata da Richard Buckminster Fuller, avente una forma in cui si ha una distribuzione omogenea di triangoli, costituiti da aste di lunghezza quasi identica.

A seconda della geometria del reticolo distinguiamo sei diversi modelli di cupola.

Le principali sono:

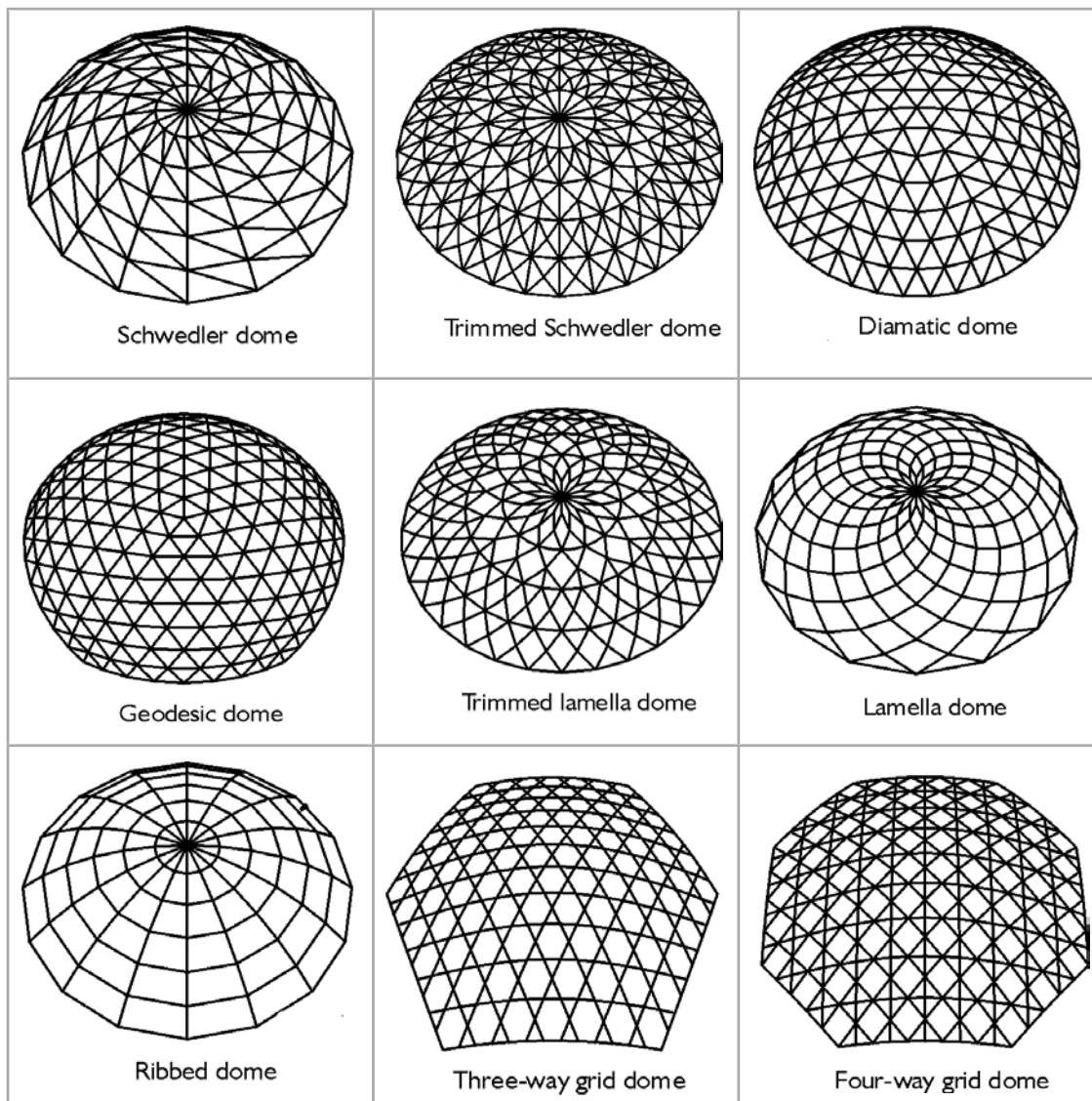


Fig. 5.3 - Classificazione cupole geodetiche

5.1 - GENESI SPAZIALE CUPOLA GEODETICA: "GEOMETRIC DESIGN"

La cupola, prima d'essere un incastro di pezzi, è la tensione verso un limite puro di forma e struttura: la sfera. Così la cupola geodetica tende alla perfezione sferica senza mai raggiungere il simmetrico confine.

La genesi spaziale di un solido è quell'insieme di operazioni geometriche che, effettuate su una base concettualmente elementare, permettono d'arrivare a definirlo. Si può definire il solido cupola geodetica e, quindi, chiarire la sua geometria, in modo estremamente semplice e convenzionale, suddividendo in triangoli le facce di un poliedro regolare e proiettando i vertici così ottenuti dal centro della sfera circoscritta al solido sulla superficie della stessa.

GENESI DELLA CUPOLA DI FULLER [Makowski, 1963]

Il pensiero di Fuller, per la genesi di una cupola, segue strade ben più complesse, condizionate dalla sua visione del mondo e dal lento e complesso iter progettuale. A differenza di altri sistemi reticolari spaziali, nel brevetto di Fuller la sfera non è intesa come un volume prodotto dalla rotazione di un cerchio, ma, nella sua integrità spaziale, come un concetto che può essere chiarito in mille modi, tutti lontani dall'empirismo vincolante della rotazione d'una superficie intorno ad un asse.

Nella genesi spaziale della cupola geodetica si individuano due limiti opposti: il primo è rappresentato dalla più semplice struttura reticolare tridimensionale capace di confinare una spazio, e cioè il tetraedro; il secondo dalla superficie che con la minima estensione racchiude il massimo volume: la sfera. Tra questi due estremi c'è il problema tecnico generato dalla volontà di realizzare una superficie discontinua il più possibile simile alla sfera, servendosi di aste rettilinee, il più possibile di dimensioni ricorrenti.

I possibili poliedri regolari, anche chiamati solidi platonici, definiti da poligoni regolari e caratterizzati da spigoli e vertici equivalenti, dai quali partire per disegnare un volume geometrico che approssimi una sfera, sono (Fig. 5.4):

- 1) il tetraedro
- 2) l'esaedro
- 3) l'ottaedro
- 4) il dodecaedro
- 5) l'icosaedro

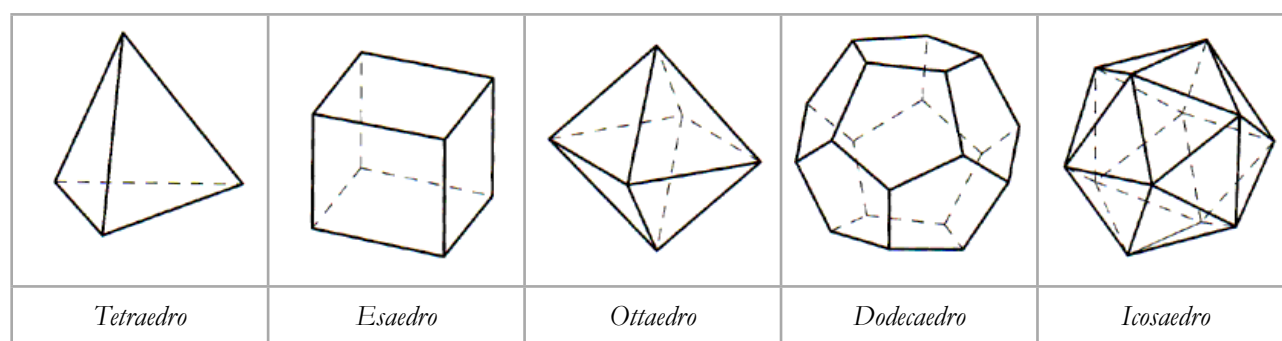


Fig. 5.4 - I sei poliedri regolari

Nella maggior parte dei casi, il progetto di una cupola geodetica parte da un icosaedro. Le possibili metodologie proposte da Fuller per scomporre le facce triangolari di un icosaedro, e giungere quindi a definire una cupola, sono tre. Egli chiama Frequenza il numero di parti in cui è stato suddiviso il lato.

- * *Primo metodo*: consiste nel suddividere lo spigolo in parti uguali e traslare successivamente i vertici dei segmenti così ottenuti sulla superficie sferica, che s'immagina circoscritta al solido.
- * *Secondo metodo*: consiste nel suddividere in parti uguali l'angolo sotteso al centro dallo spigolo dell'icosaedro.
- * *Terzo metodo*: consiste nel suddividere in parti uguali direttamente il lato dell'icosaedro sferico, generando una maglia triangolare sferica i cui nodi sono i vertici della cupola geodetica.

I motivi per cui si procede a dividere il lato di un icosaedro con frequenza sempre maggiore in funzione delle dimensioni dell'icosaedro stesso sono banali. Prima di tutto perché meglio si riesce ad approssimare una sfera; secondo, perché una struttura icosaedrica di grandi dimensioni richiederebbe aste di sezione tale da rendere pesante e antieconomica la struttura. Una delle osservazioni più immediate che si possono effettuare sui modelli riguarda la loro fragilità. La struttura geodetica é sempre estremamente rigida, ma soggetta a fenomeni di instabilità locali e globali. Aumentando il numero delle aste e quindi, ferma restando la luce della cupola, diminuendo la lunghezza, si ottiene di utilizzare sezioni sempre più piccole e preservare quindi le aste dai pericoli di sollecitazioni eccentriche. Una frequente sfaccettatura delle superfici permette anche alla struttura di essere tagliata secondo profili più vari.

5.2 - STORIA ED ESEMPI DI IMPIEGO DELLA CUPOLA GEODETICA

La prima cupola geodetica propriamente detta fu progettata poco dopo la prima guerra mondiale da Walter Bauersfeld, ingegnere capo delle industrie ottiche Carl Zeiss, per alloggiare il proiettore di un planetario (Fig. 5.5). La cupola fu brevettata e costruita nel 1922 dalla ditta “Dykerhoff and Wydmann” sul tetto degli impianti Zeiss di Jena, in Germania, e aperta al pubblico nello stesso anno.

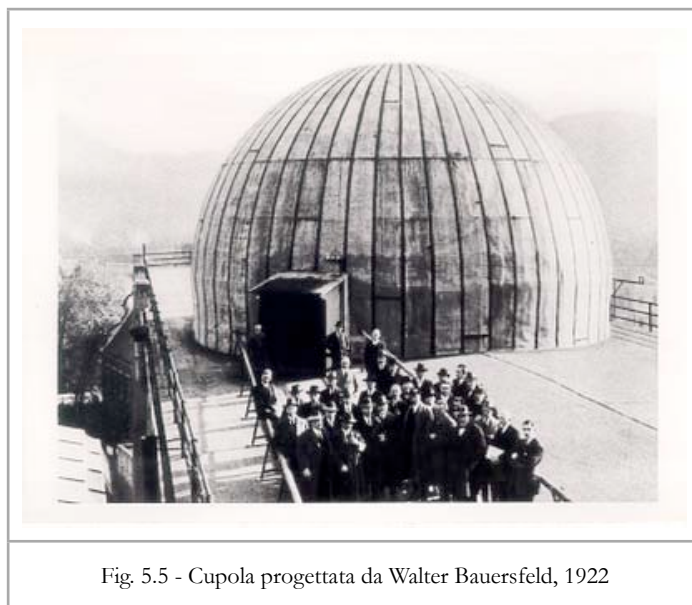


Fig. 5.5 - Cupola progettata da Walter Bauersfeld, 1922

Circa trent'anni dopo, Richard Buckminster Fuller riscoprì l'idea apparentemente da solo, e battezzò la cupola "geodetica" dopo una serie di esperimenti sul campo con Kenneth Snelson e altri al Black Mountain College, nei tardi anni '40. Sebbene non si possa affermare che Fuller sia l'inventore della cupola geodetica, egli sfruttò e sviluppò l'idea, ottenendo un brevetto americano. La cupola geodetica affascinò Fuller perché era estremamente resistente rispetto al proprio peso, perché la sua struttura "omnitriangolare" era intrinsecamente stabile, e perché racchiudeva il massimo volume possibile con la minima superficie; sperava che la sua cupola contribuisse a risolvere la crisi postbellica degli alloggi. Infatti, da un punto di vista ingegneristico, le cupole geodetiche sono molto superiori alle tradizionali costruzioni “a parallelepipedo” formate da pilastri, travi e solai: le costruzioni tradizionali usano i materiali in modo molto meno efficiente, e sono molto più pesanti.

La cupola più famosa progettata da Fuller è sicuramente quella costruita per l'“Expo '67” di Montreal, in Canada (Fig. 5.6 e 5.7), come parte del padiglione americano. La copertura esterna, in seguito, bruciò in un incendio, ma la struttura in sé è ancora in piedi: ribattezzata Biosfera di Montreal, ospita oggi un museo interpretativo sul fiume San Lorenzo.

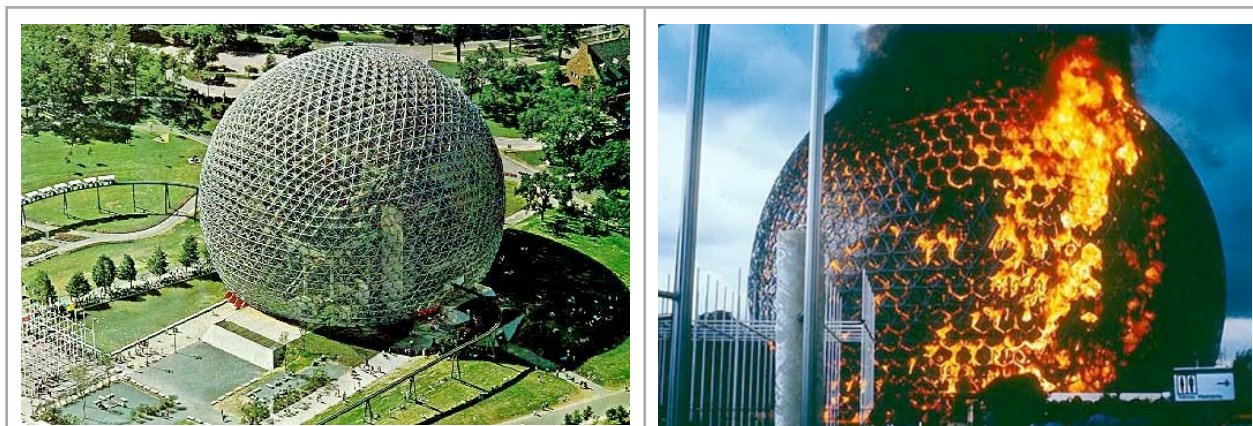


Fig. 5.6 e 5.7 - Biosfera di Montreal, Canada, costruita da R.B.Fuller per l'Expo del 1967

Sebbene Fuller stesso visse in una cupola geodetica in Illinois, a Carbondale (Fig. 5.8 e 5.9), nel campo dell'edilizia residenziale le cupole geodetiche ebbero molto meno successo, a causa della loro maggiore complessità progettuale e quindi dei maggiori costi: la visione di Fuller era di una industria di costruzione di case geodetiche di tipo aerospaziale, che costruiva abitazioni in un cantiere fisso e poi le trasportava in sito per via aerea. La casa a cupola geodetica di Fuller esiste tuttora, e un gruppo chiamato "RBF Dome NFP", sta cercando di restaurarla e farla riconoscere monumento nazionale.



Fig. 5.8 e 5.9 - Abitazione di Richard Buckminster Fuller

La cupola geodetica fu adottata con successo per usi industriali specialistici, come la cupola della Union Tank Car Company di Baton Rouge, in Louisiana (Fig. 5.10), costruita nel 1958, ed altri edifici speciali come la cupola Henry Kaiser e osservatori meteorologici, auditorium, magazzini; in breve tempo questo tipo di cupola batté tutti i record di superficie coperta, di volume racchiuso e di velocità di costruzione. Un esempio particolare di applicazione di questa struttura, per la causa scientifica, é il Radiotelescopio di Arecibo, a Porto Rico (Fig. 5.11).

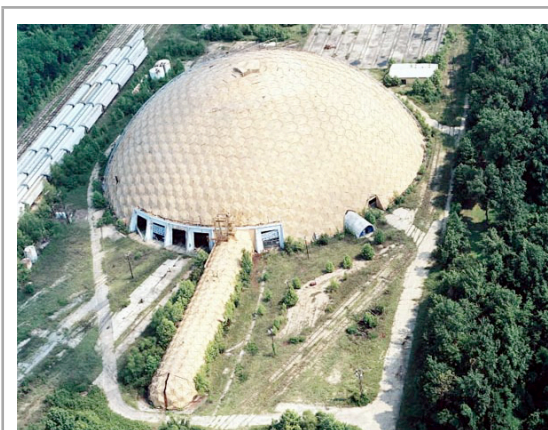


Fig. 5.10 - Cupola della Union Tank Car Company,
Baton Rouge, Louisiana



Fig. 5.11 - Radiotelescopio di Arecibo, Porto Rico

L'esercito americano, sfruttando la stabilità di questa struttura, sperimentò modelli di cupola, prefabbricati, trasportabili da elicotteri, i quali potessero essere utilizzati per le più svariate funzioni (Fig. 5.12). Un altro esempio della polivalenza d'impiego di strutture di questo tipo, è la cupola geodetica costruita nel 1975 per ospitare la stazione antartica Amundsen-Scott (Fig. 5.13). I motivi che spinsero i tecnici a decidere di realizzare la copertura di un laboratorio situato in condizioni climatiche così estreme, con una cupola geodetica, è la grande capacità di queste strutture di resistere a carichi di neve e di vento molto elevati.



Fig. 5.12
Esempio di Cupola Geodetica utilizzata in ambito militare



Fig. 5.13
Silver Geodesic Dome, Polo Sud

Altro esempio di struttura geodetica è il "Climatron", costruito nel 1960 ai Giardini botanici del Missouri (Fig. 5.14) ; i pannelli di plexiglass della copertura originaria scolorirono e vennero sostituiti con vetri. Questa cupola ispirò anche quella del film di fantascienza "Silent Running", 1984.

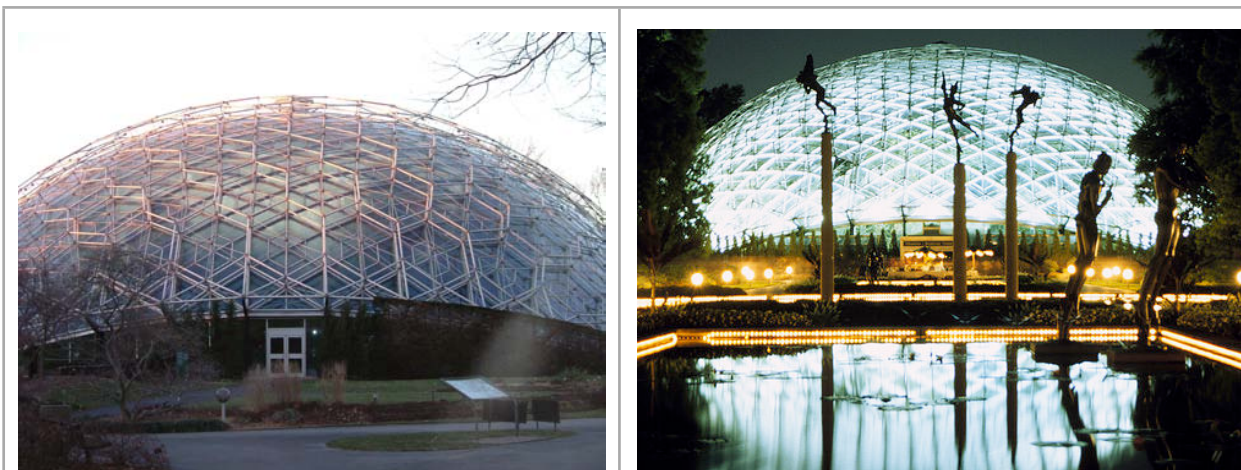


Fig. 5.14 e 5.15 - "Climatron", costruito nel 1960 ai Giardini botanici del Missouri

Ma la copertura più grande realizzata con una cupola geodetica è il "Luoisiana Superdome" (Fig. 5.16), costruito nel 1971, con un diametro di 210 m e una superficie di 52.000 m²; riesce a coprire una struttura in grado di ospitare fino a 90.000 persone. Altro gigante delle costruzioni è l'"Astrodome" di Houston (Fig. 5.17), primo impianto sportivo al mondo coperto interamente mediante una cupola geodetica. Costruito nel 1965, ha un diametro di 215 m ed è costato 35 milioni di dollari.



Fig. 5.16 - Superdome di New Orleans



Fig 5.17 - Astrodome di Houston

6 - ANALISI DELLE CUPOLE

6.1 - INTRODUZIONE

I gusci classificati come *Cupole* sono definiti come gusci sottili sotto forma di superficie di rivoluzione, che servono principalmente come strutture di copertura per edifici di grandi dimensioni.

Una superficie di rivoluzione è ottenibile dalla rotazione di una curva attorno ad un asse, chiamato asse di rotazione. Questa curva è chiamata *meridiano* e la curva ottenuta intersecando la superficie generata con un piano perpendicolare all'asse di rotazione si chiama *parallelo* della superficie di rotazione. La posizione del meridiano è definita da un angolo θ , misurato da un dato piano meridiano, mentre la posizione di un parallelo circolare è definita da un angolo φ , dato dalla normale alla superficie di rivoluzione e dall'asse di rotazione.

Lo studio di queste strutture si basa sulla *Teoria delle Volte Sottili*, che, a sua volta, si basa sulle seguenti ipotesi:

- ▶ Un guscio è considerato sottile quando i rapporti h/r_1 e h/r_2 (ove h indica lo spessore del guscio e r_1 e r_2 i raggi principali di curvatura) sono talmente piccoli da poter esser trascurati;
- ▶ Gli spostamenti sono piccoli rispetto allo spessore;
- ▶ I segmenti ortogonali alla superficie media restano normali ad essa a deformazione avvenuta;
- ▶ Gli sforzi normali alla superficie media della cupola sono trascurabili rispetto agli sforzi su piani normali alla superficie media (S. Timoshenko, 1959).

Lo studio delle volte sottili si basa quindi anche sulla *Teoria Membranale*. Questa teoria si basa sull'ipotesi principale che il guscio trasferisca a terra i carichi esclusivamente nel piano di sforzo, e perciò tutti i momenti flettenti e le forze di taglio sono pari a zero. Da questa idea ne scaturiscono tre conseguenze significative:

- ▶ Lo stato di sforzo nei gusci è completamente determinato dalle equazioni di equilibrio;
- ▶ Le condizioni al contorno devono prevedere reazioni vincolari ai bordi che possano essere calcolate con le sole equazioni di equilibrio;
- ▶ Le condizioni al contorno devono consentire quegli spostamenti (traslazione e rotazione) che sono determinate dalle forze calcolate con la teoria membranale.

La teoria membranale necessita di tre equazioni di equilibrio, più alcune espressioni per valutare gli spostamenti (D.P. Billington, 1982).

6.2 - ANALISI DEI GUSCI SOTTILI

L'elemento infinitesimo utilizzato nell'analisi dei gusci è ottenuto tagliando dalla superficie un elemento delimitato da due piani meridiani adiacenti e da due cerchi paralleli.

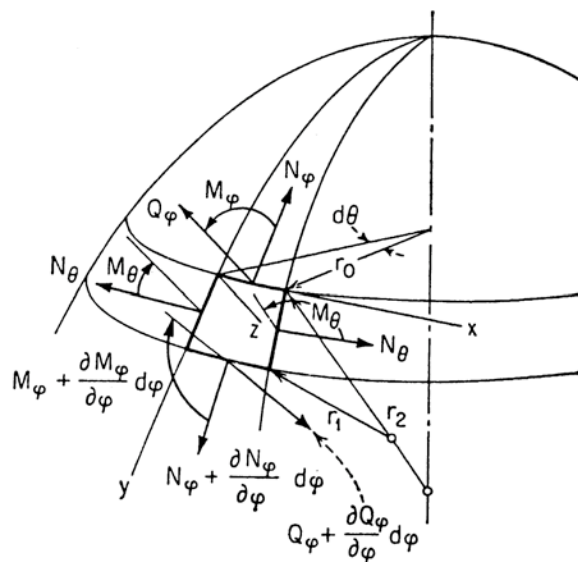


Fig. 6.1

Il piano meridiano e il piano perpendicolare ad esso sono i piani delle curvature principali in un punto della superficie di rivoluzione, e i corrispondenti raggi di curvatura sono denominati r_1 e r_2 . Il raggio di un parallelo è indicato con la notazione r_0 , tale per cui, la lunghezza dei lati dell'elementino mostrato in figura, siano dati da $r_1 d\varphi$ e $r_0 \text{sen}\varphi d\theta$. La superficie dell'elemento sarà quindi $r_1 r_2 \text{sen}\varphi d\theta d\varphi$. Se ipotizziamo una simmetria di carico e di deformazione, allora non ci saranno sforzi di taglio agenti nei lati di ogni elementino. L'intensità delle forze membranali per unità di lunghezza è definita dalla notazione N_φ e N_θ , come mostrato in Fig. 6.1. L'intensità del carico esterno, che agisce nel piano dei meridiani, nel caso di simmetria, è scomponibile in due componenti Y e Z , parallele agli assi di un sistema di riferimento cartesiano analizzato. Moltiplicando tali componenti per l'area $r_1 r_2 \text{sen}\varphi d\theta d\varphi$, otteniamo le componenti del carico esterno agenti sull'elemento analizzato.

Per scrivere le equazioni di equilibrio dell'elemento, è possibile iniziare con le forze agenti nella direzione della tangente al meridiano. Sul lato superiore dell'elemento agirà la seguente forza:

$$N_\varphi r_0 d_\theta = N_\varphi r_2 \text{sen}\varphi d_\theta \tag{1}$$

La corrispondente forza sul lato inferiore dell'elemento è:

$$\left(N_{\varphi} + \frac{dN_{\varphi}}{d\varphi} d\varphi \right) \left(r_0 + \frac{dr_0}{d\varphi} d\varphi \right) d\theta \quad (2)$$

Dalle equazioni (1) e (2), trascurando gli infinitesimi di ordine superiore al primo, otteniamo la risultante in direzione y , che è uguale a:

$$N_{\varphi} \frac{dr_0}{d\varphi} d\varphi d\theta + \frac{dN_{\varphi}}{d\varphi} r_0 d\varphi d\theta = \frac{d}{d\varphi} (N_{\varphi} r_0) d\varphi d\theta \quad (3)$$

La componente della forza esterna nella medesima direzione sarà:

$$Y r_0 r_1 d\varphi d\theta \quad (4)$$

Le forze agenti sui lati verticali dell'elemento saranno uguali a $N_{\theta} r_1 d\varphi$, con una risultante nella direzione dei paralleli pari a $N_{\theta} r_1 d\varphi d\theta$. La componente di questa forza, nella direzione y , è:

$$-N_{\theta} r_1 \cos \varphi d\varphi d\theta \quad (5)$$

Sommando le forze (3), (4) e (5), l'equazione di equilibrio in direzione tangente al meridiano diventa:

$$\frac{d}{d\varphi} (N_{\varphi} r_0) - N_{\theta} r_1 \cos \varphi + Y r_1 r_0 = 0 \quad (6)$$

La seconda equazione di equilibrio si ottiene sommando la proiezione delle forze in direzione z . Le forze agenti sul lato superiore e inferiore dell'elemento hanno una componente in direzione z uguale a:

$$N_{\varphi} r_0 d\varphi d\theta \quad (7)$$

Le forze agenti sui lati verticali dell'elemento, ed aventi come risultante $N_{\theta} r_1 d\varphi d\theta$ in direzione radiale al parallelo, hanno una componente in direzione z di intensità pari a:

$$N_{\theta} r_1 \sin \varphi d\varphi d\theta \quad (8)$$

La forza esterna sull'elemento ha nella stessa direzione una componente pari a:

$$Z r_0 r_1 d\varphi d\theta \quad (9)$$

Sommando le forze (7), (8), e (9) otteniamo così la seconda equazione di equilibrio:

$$N_{\varphi} r_0 + N_{\theta} r_1 \sin \varphi + Z r_0 r_1 = 0 \quad (10)$$

Dalle equazioni (6) e (10), le forze N_{φ} e N_{θ} possono essere calcolate in ogni particolare caso, se sono noti i raggi di curvatura e le componenti Y e Z dei carichi esterni.

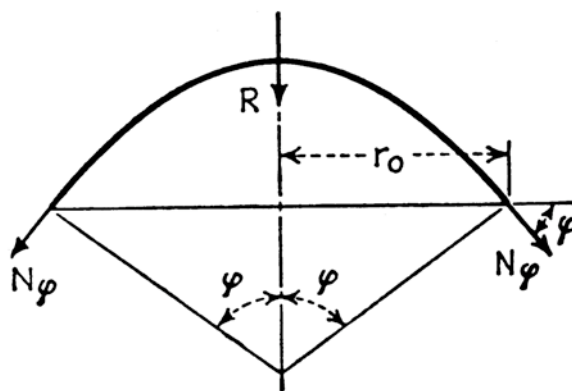


Fig. 6.2

Invece dell'equilibrio di un elementino, si cerca ora l'equilibrio di una porzione di guscio al di sopra di un parallelo individuato da un generico angolo φ (Fig. 6.2). Se la risultante della forza totale al di sopra di una porzione di guscio è indicata con R , l'equazione di equilibrio sarà:

$$2\pi r_0 N_{\varphi} \sin \varphi + R = 0 \quad (A)$$

Questa equazione può essere utilizzata al posto dell'equazione differenziale (6), dalla quale può essere ottenuta mediante integrazione. Se si divide l'equazione (10) per $r_0 r_1$, essa potrà essere riscritta nella forma:

$$\frac{N_{\varphi}}{r_1} + \frac{N_{\theta}}{r_2} = -Z \quad (B)$$

Visto che N_φ può essere ottenuta dall'equazione (A), la forza N_θ può essere calcolata dalla (B). Quindi il problema degli sforzi membranali può essere completamente risolto per ogni caso particolare (S. Timoshenko, 1959).

6.3 - CASI PARTICOLARI DI GUSCI NELLA FORMA DI SUPERFICIE DI RIVOLUZIONE: CUPOLA SFERICA

6.3.1 - CARICO UNIFORMEMENTE DISTRIBUITO SULLA SUPERFICIE

Assumendo che un guscio sferico (Fig. 6.3) sia sottoposto all'azione del peso proprio, l'intensità di questa per unità di superficie è costante e uguale a q .

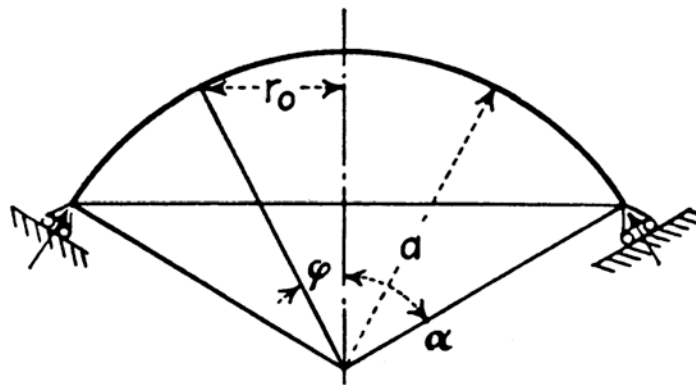


Fig. 6.3

Indicando il raggio della sfera con a , avremo che $r_0 = a \sin \varphi$ e che:

$$R = 2\pi \int_0^\varphi a^2 q \sin \varphi d\varphi = 2\pi a^2 q (1 - \cos \varphi) \quad (11)$$

Le equazioni (A) e (B) forniscono i seguenti valori delle azioni membranali:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_\varphi = -\frac{aq(1 - \cos \varphi)}{\sin^2 \varphi} = -\frac{aq}{1 + \cos \varphi} \\ N_\theta = aq \left(\frac{1}{1 + \cos \varphi} - \cos \varphi \right) \end{array} \right. \quad (C)$$

Si vede allora come le forze N_φ siano sempre negative. C'è così una compressione lungo i meridiani, che aumenta all'aumentare dell'angolo φ . Per $\varphi = 0$ abbiamo che $N_\varphi = -aq/2$ e per $\varphi = \pi/2$ (cupola sferica) si ha che $N_\varphi = -aq$. Le forze N_θ sono anch'esse negative per piccoli valori di angolo φ . Quando:

$$\frac{1}{1 + \cos \varphi} - \cos \varphi = 0 \quad (12)$$

quindi quando $\varphi = 51^\circ 50'$, N_θ si annulla, e con l'aumentare di φ assume valori positivo. Questo indica che per φ maggiore di $51^\circ 50'$ si avranno sforzi di trazione in direzione perpendicolare ai meridiani. Le forze così calcolate, rappresentano abbastanza fedelmente quello che è lo stato di sforzo all'interno del guscio, se i vincoli sono tali da generare reazioni tangenti ai meridiani (Fig. 6.3) (S. Timoshenko, 1959). Dove invece il supporto è solamente verticale, come in Figura 6.4, ci sarà una incompatibilità nelle reazioni vincolari, in quanto il supporto non fornirà un sistema di forze appropriato a generare una spinta orizzontale, pari a $H_\varphi = N_\varphi \cos \phi$

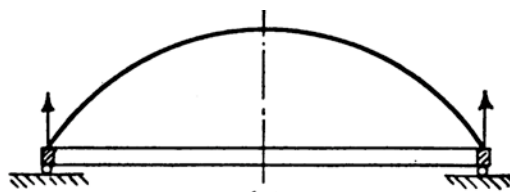


Fig. 6.4

Per contrastare queste spinte è possibile porre un anello a bordo cupola, proprio per resistere a queste forze circonferenziali. In particolare quest'anello deve essere in grado di resistere ad una sollecitazione distribuita in direzione radiale e pari a:

$$T = N_\varphi a \sin \varphi \cos \varphi \quad (13)$$

Poiché questa tensione può essere anche significativa, è generalmente necessario utilizzare un anello d'irrigidimento dotato di adeguata resistenza a trazione, per esempio in calcestruzzo armato (D.P. Billington, 1982).

6.3.2 - CARICHI UNIFORMEMENTE DISTRIBUITI SULLA PROIEZIONE ORIZZONTALE DELLA SUPERFICIE DELLA CUPOLA

Consideriamo il guscio così caricato: $p_z = p \cos^2 \varphi$ $p_\varphi = p \cos \varphi \sin \varphi$ $p_\theta = 0$

In questo caso avremo che: $R = p\pi r_0^2 = pa^2\pi \sin^2 \varphi$

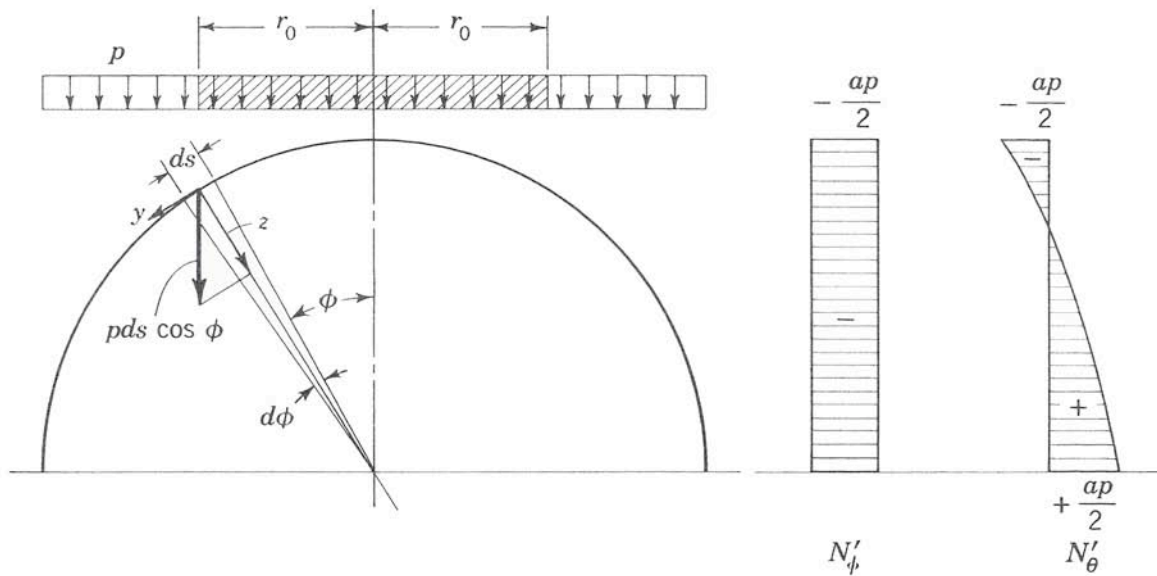


Fig 6.5

La distribuzione degli sforzi membranali mostrata in Figura 6.5, mostra come, mentre N_φ è costante e di compressione, N_θ varia da un valore di compressione massima che si registra in cima alla cupola, ad un valore massimo di trazione che si registra all'estremo inferiore. Le azioni cerchianti risulteranno nulle quando $2\varphi = 0$, ovvero quando $\varphi = 45^\circ$ (D.P. Billington, 1982).

$$\left\{ \begin{array}{l} N_\varphi = -\frac{ap}{2} \\ N_\theta = -a \left(p \cos^2 \varphi - \frac{ap}{2a} \right) = -\frac{ap}{2} (2 \cos^2 \varphi - 1) = -\frac{ap}{2} \cos 2\varphi \end{array} \right. \quad (14)$$

6.3.3 - CASO DI PRESSIONE ESTERNA UNIFORME

Per una pressione uniforme p , agente su tutta la cupola, sia avrà:

$$\begin{cases} p_z = p \\ p_\phi = 0 \\ p_\theta = 0 \end{cases}$$

Da cui risulterà che la risultante degli sforzi agenti sulla cupola è:

$$R = 2\pi a^2 p \int_0^\phi \sin \varphi \cos \varphi d\varphi = \frac{\pi a^2 p}{2} (2 \sin^2 \varphi) \quad (15)$$

e quindi gli sforzi membranali saranno dati dal seguente sistema di equazioni (D.P. Billington, 1982):

$$\begin{cases} N_\varphi = -\frac{\pi a^2 p \sin^2 \varphi}{2a \sin^2 \varphi} = -\frac{ap}{2} \\ N_\theta = -a \left(p - \frac{ap}{2a} \right) = -\frac{ap}{2} \end{cases} \quad (16)$$

Si noti come in questo caso sia l'azione membranale di meridiano N_φ , sia l'azione di parallelo N_θ , siano costanti e di compressione.

6.4 - SPOSTAMENTI IN GUSCI CARICATI SIMMETRICAMENTE AVENTI AL FORMA DI UNA SUPERFICIE DI RIVOLUZIONE

Nel caso di una deformazione simmetrica, lo spostamento può essere scomposto in due componenti: v in direzione tangente al meridiano, e w in direzione normale alla superficie della cupola, mentre la terza componente di spostamento è nulla in condizioni assialsimmetriche. Considerando una porzione di meridiano (Fig 6.6), si nota che l'aumento di lunghezza dell'elemento dovuto agli spostamenti tangenziali v e $v + (dv/d\varphi)$ è uguale $(dv/d\varphi)/d\varphi$.

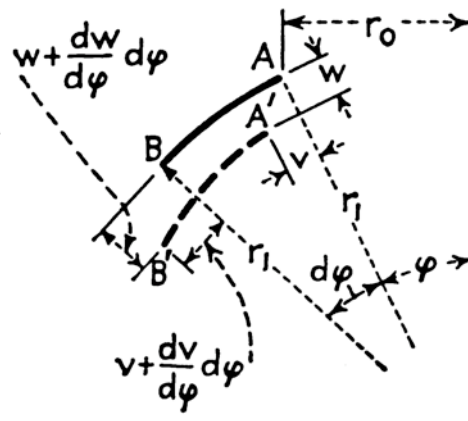


Fig. 6.6

A causa dello spostamento radiale w dei punti A e B, che comporta una diminuzione del raggio della cupola, la lunghezza dell'elemento diminuisce di una quantità $w d\varphi$. La variazione di lunghezza dell'elemento, dovuta ai differenti spostamenti radiali dei punti A e B, può essere trascurata, poiché è un infinitesimo di ordine superiore al primo. Pertanto, la variazione totale di lunghezza dell'elemento AB, dovuta alla deformazione, è:

$$\frac{dv}{d\varphi} d\varphi - w d\varphi \quad (17)$$

Dividendo tale quantità questa per la lunghezza iniziale dell'elemento $r_1 d\varphi$, troviamo la deformazione del guscio in direzione del meridiano:

$$\varepsilon_\varphi = \frac{1}{r_1} \frac{dv}{d\varphi} - \frac{w}{r_1} \quad (18)$$

Considerando una porzione di parallelo circolare, come in Figura 6.6, a causa dello spostamento v e w il raggio r_0 aumenta della quantità:

$$v \cos \varphi - w \sin \varphi$$

La circonferenza del parallelo aumenta proporzionalmente al suo raggio:

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{r_1} (v \cos \varphi - w \sin \varphi)$$

oppure, sostituendo $r_0 = r_2 \sin \varphi$

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{v}{r_2} \cot \varphi - \frac{w}{r_2} \quad (19)$$

Eliminando w dalle equazioni (18) ed (19) otteniamo per v l'equazione differenziale

$$\frac{dv}{d\varphi} - v \cot \varphi = r_1 \varepsilon_{\varphi} - r_2 \varepsilon_{\theta} \quad (20)$$

Le deformazioni ε_{θ} e ε_{φ} possono essere espresse in funzione di forze N_{θ} e N_{φ} , ipotizzando per il materiale un comportamento elastico lineare, e applicando quindi la legge di Hooke. Questo ci permetterà di scrivere :

$$\begin{cases} \varepsilon_{\varphi} = \frac{1}{Eh} (N_{\varphi} - v N_{\theta}) \\ \varepsilon_{\theta} = \frac{1}{Eh} (N_{\theta} - v N_{\varphi}) \end{cases} \quad (21)$$

Sostituendo le due equazioni (21) nella (20), otteniamo:

$$\frac{dv}{d\varphi} - v \cot \varphi = \frac{1}{Eh} [N_{\varphi} (r_1 + v r_2) - N_{\theta} (r_2 + v r_1)] \quad (D)$$

In ogni particolare caso, le forze N_{θ} e N_{φ} , possono essere trovate dalle condizioni di carico, e lo spostamento v potrà essere ottenuto dall'integrazione dell'equazione differenziale (D). Indicando la parte destra dell'equazione con $f(\varphi)$, possiamo scrivere:

$$\frac{dv}{d\varphi} - v \cot \varphi = f(\varphi)$$

La soluzione generale di questa equazione è:

$$v = \sin \varphi \left[\int \frac{f(\varphi)}{\sin \varphi} d\varphi + C \right] \quad (22)$$

nella quale C è una costante d'integrazione che può essere determinata imponendo le condizioni al contorno. Prendendo in considerazione un guscio sferico di spessore costante, caricato dal solo peso proprio (come in *Figura 6.3*), nel caso in cui $r_1 = r_2 = a$, le forze N_θ e N_φ saranno ricavabili dalle equazioni del sistema (C), e l'equazione (D) diverrà:

$$\frac{dv}{d\varphi} - v \cot \varphi = \frac{a^2 q (1 + \nu)}{Eh} \left(\cos \varphi - \frac{2}{1 + \cos \varphi} \right)$$

La soluzione generale sarà allora:

$$v = \frac{a^2 q (1 + \nu)}{Eh} \left[\sin \varphi \log(1 + \cos \varphi) - \frac{\sin \varphi}{1 + \cos \varphi} \right] + C \sin \varphi \quad (23)$$

La costante C sarà ora determinata dalla condizione che per $\varphi = \alpha$ lo spostamento v risulterà nullo.

Da questa condizione

$$C = \frac{a^2 q (1 + \nu)}{Eh} \left[\frac{1}{1 + \cos \alpha} - \log(1 + \cos \alpha) \right] \quad (24)$$

Lo spostamento v è determinabile sostituendo l'equazione (24) nella (23). Lo spostamento w è calcolabile poi dall'equazione (19). Agli appoggi, dove $v = 0$, lo spostamento w può essere calcolato direttamente dall'equazione (19), senza utilizzare la soluzione (23), sostituendo per ε_0 il suo valore dalla seconda equazione (21) (S. Timoshenko, 1959).

Sostituendo v nell'equazione (19) si trova che:

$$w = \cos \varphi \left(\int_0^\varphi \frac{f(t)}{\sin t} dt + C \right) - R \varepsilon_\theta$$

La rotazione γ dell'elemento di meridiano attorno ad un asse t tangente al parallelo risulterà (L. Cedolin, 2007):

$$\gamma = -\frac{1}{R} \left(v + \frac{dw}{d\varphi} \right)$$

6.5 - GUSCI NELLA FORMA DI SUPERFICIE DI RIVOLUZIONE SOTTO CARICHI ASIMMETRICI

Considerando un elemento di guscio compreso tra due meridiani adiacenti e due paralleli circolari, vedi Figura 6.7, nel caso generale non si avranno solo azioni assiali N_θ e N_φ , ma anche forze di taglio $N_{\varphi\theta} = N_{\theta\varphi}$ che agiscono lungo i lati verticali dell'elementino. Calcolando la somma delle proiezioni in direzione y di tutte le forze agenti sull'elemento, possiamo aggiungere alle forze finora considerate, la forza

$$\frac{\partial N_{\theta\varphi}}{\partial \theta} r_1 d\theta d\varphi \tag{25}$$

che rappresenta la differenza delle forze di taglio agenti lungo i lati verticali dell'elemento.

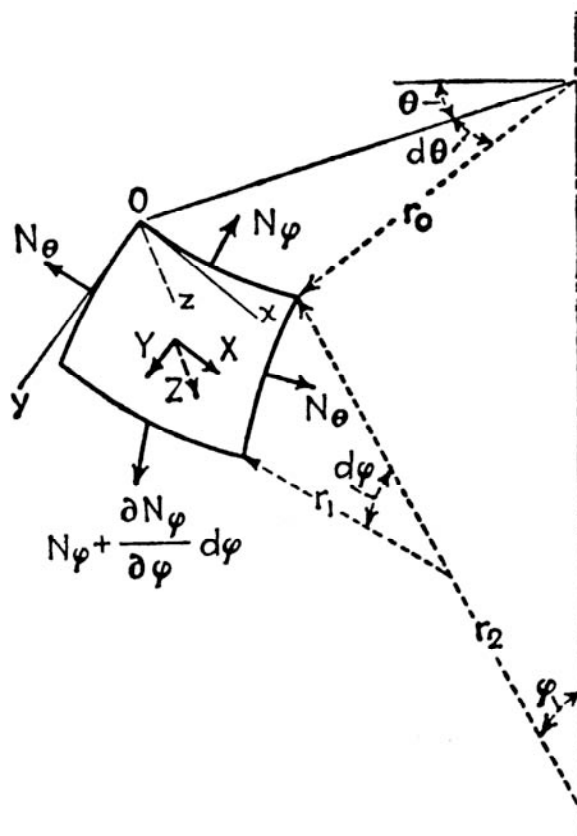


Fig. 6.7

Quindi, al posto dell'equazione (6), otteniamo la seguente espressione:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} (N_{\varphi} r_0) + \frac{\partial N_{\varphi\theta}}{\partial \theta} r_1 - N_{\theta} r_1 \cos \varphi + Y r_0 r_1 = 0 \quad (E)$$

Considerando le forze in direzione x , dobbiamo considerare:

A) La differenza tra le forze di taglio agenti sui lati superiore ed inferiore, fornita dalla seguente espressione

$$N_{\varphi\theta} \frac{dr_0}{d\varphi} d\varphi d\theta + \frac{\partial N_{\varphi\theta}}{\partial \theta} r_0 d\varphi d\theta = \frac{\partial}{\partial \varphi} (r_0 N_{\varphi\theta}) d\varphi d\theta \quad (26)$$

B) La forza

$$\frac{\partial N_{\theta}}{\partial \theta} r_1 d\theta d\varphi \quad (27)$$

dovuta alla variazione di forza N_{θ} e la forza

$$N_{\theta\varphi} r_1 \cos \varphi d\theta d\varphi \quad (28)$$

dovuta al piccolo angolo $\cos \varphi d\theta$ tra le forze di taglio $N_{\theta\varphi}$ agenti lungo i lati verticali dell'elemento. La componente in direzione x delle forze esterne agenti sull'elemento risulta:

$$X r_0 r_1 d\theta d\varphi$$

Sommando tutte queste forze, otteniamo l'equazione:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} (r_0 N_{\varphi\theta}) + \frac{\partial N_{\theta}}{\partial \theta} r_1 + N_{\varphi\theta} r_1 \cos \varphi + X r_0 r_1 = 0 \quad (F)$$

La terza equazione di equilibrio é ottenuta proiettando le forze lungo l'asse z . Dato che la proiezione delle forze di taglio lungo questo asse spariscono, la terza equazione é conforme alla (B), la quale é stata ricavata per carichi simmetrici.

$$\frac{N_\varphi}{r_1} + \frac{N_\theta}{r_2} = -Z \quad (G)$$

Il problema di determinare gli sforzi di taglio sotto carichi asimmetrici si riduce alla soluzione delle equazioni (E), (F) e (G) per determinati valori delle componenti X,Y e Z del carico esterno. (S. Timoshenko,1959).

6.6 - CALCOLO DEGLI SPOSTAMENTI E ROTAZIONI SUI CONTORNI VINCOLATI

Per definire correttamente lo stato di sforzo di una superficie di rivoluzione è necessario tenere conto delle condizioni di vincolo, non compatibili con il regime membranale, scrivendo delle equazioni di congruenza sulla base del principio di sovrapposizione degli effetti. Per scrivere tali equazioni occorre conoscere la componente ξ di spostamento in direzione normale all'asse della cupola e l'angolo γ di rotazione della tangente al meridiano.

Nei paragrafi precedenti s'è visto come, integrando un'equazione differenziale, sia possibile ricavare l'intero campo di spostamenti dei punti della superficie media della cupola, e quindi anche della rotazione del piano tangente. Per la determinazione delle componenti di spostamento γ e ξ non é pero sempre necessaria l'integrazione di tali equazioni.

* Componente ξ

La conoscenza della deformazione circonferenziale del parallelo, ε_θ , consente la rapida determinazione di questa componente di spostamento, data la proporzionalità tra raggio e circonferenza:

$$\xi = \varepsilon \cdot r \quad (30)$$

* Rotazione

Ricaviamo prima di tutto l'espressione della derivata di w in funzione di φ . Dall'equazione (22) si ottiene:

$$\frac{dw}{d\varphi} = -\sin\varphi \left[\int \frac{f(\varphi)}{\sin\varphi} d\varphi + C \right] + \cos\varphi \frac{f(\varphi)}{\sin\varphi} - R \frac{d\varepsilon_\theta}{d\varphi} \quad (31)$$

Sostituendo ora le espressioni trovate di v e $dw/d\varphi$ nella (29), si ricava l'espressione di γ :

$$\gamma = -\frac{1}{R} \left[\sin \varphi \left(\int_0^\varphi \frac{f(\varphi)}{\sin \varphi} dt + C \right) - \sin \varphi \left(\int_0^\varphi \frac{f(\varphi)}{\sin \varphi} dt + C \right) + \cos \varphi \frac{f(\varphi)}{\sin \varphi} - R \frac{d\varepsilon_\theta}{d\varphi} \right] \quad (32)$$

$$\gamma = \frac{d\varepsilon_\theta}{d\varphi} - \frac{1}{R} \cot \varphi f(\varphi)$$

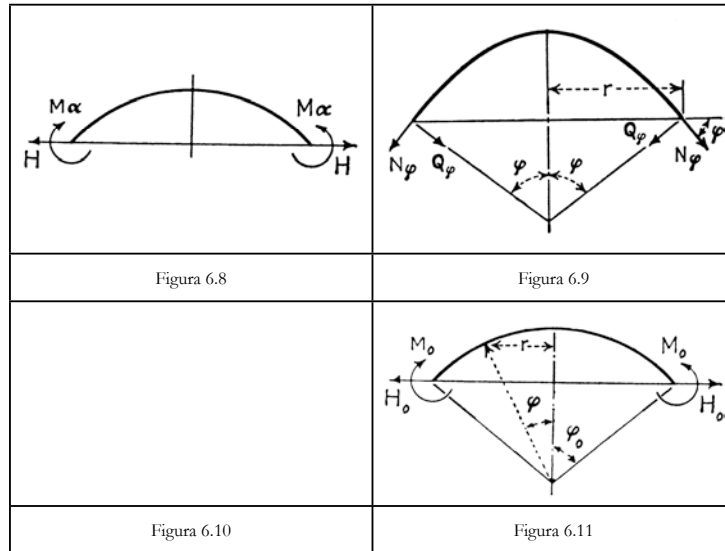
Ricordando che:

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{Eh} (N_\theta - \nu N_\varphi) \quad \text{e che} \quad f(\varphi) = \frac{R}{Eh} (1 + \nu) (N_\varphi - N_\theta)$$

si vede come sia possibile calcolare γ e ξ direttamente a partire dalla conoscenza del regime membranale (L.Cedolin, 2007).

6.6 - TEORIA FLESSIONALE DELLA CUPOLA SFERICA SOTTO CARICHI APPLICATI AL BORDO

La teoria membranale permette di calcolare gli spostamenti sul bordo semplicemente appoggiato (in direzione parallela alla superficie media) di una cupola. Sarà però necessario svolgere una trattazione approssimata che consenta di calcolare l'effetto di azioni flessionale (assialsimmetriche) applicate al bordo (Fig 6.8).



Consideriamo innanzitutto l'equilibrio globale alla traslazione in direzione verticale (Fig 6.9) della calotta di raggio r . Ricordando le componenti della sollecitazione interna, si può scrivere che:

$$N_\varphi \sin \varphi + Q_\varphi \cos \varphi = 0$$

da cui:

$$N_\varphi = -Q_\varphi \cot \varphi \tag{33}$$

Scriviamo ora l'equazione di equilibrio alla traslazione in direzione normale alla superficie media. Ai termini già analizzati si aggiunge l'azione di Q_φ (come mostrato in *Figura 6.10*), agente su due archi di lunghezza r e $r + dr$, che provoca una componente in direzione z , data da:

$$-Q_\varphi r d\theta + (Q_\varphi + dQ_\varphi)(r + dr)d\theta = Q_\varphi dr d\theta + rdQ_\varphi d\theta = \frac{\partial(Q_\varphi r)}{\partial \varphi} d\varphi d\theta \tag{34}$$

avendo trascurato come in precedenza, gli infinitesimi di ordine superiore. Introducendo questo termine nell'equazione (A), e considerando nulla la componente Z, si ottiene:

$$N_{\varphi}R\sin\varphi + N_{\theta}R\sin\varphi + \frac{\partial}{\partial\varphi}(Q_{\varphi}R\sin\varphi) = 0 \quad (35)$$

e sostituendo tale espressione nella (33), otterremo:

$$-Q_{\varphi}\cos\varphi + N_{\theta}\sin\varphi + \frac{\partial Q_{\varphi}}{\partial\varphi}\sin\varphi + Q_{\varphi}\cos\varphi = 0 \quad (36)$$

da cui:

$$N_{\theta} = -\frac{\partial Q_{\varphi}}{\partial\varphi} \quad (37)$$

Timoshenko ha dimostrato che, per valori di φ non troppo piccoli (e quindi per la zona prossima ai bordi di cupole con angolo φ_0 non troppo piccolo, Fig. 6.10), si può introdurre l'approssimazione:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{\varphi} \cong -D \frac{\partial^2 w}{R^2 \partial \varphi^2} \\ M_{\theta} \cong \nu \cdot M_{\varphi} \\ Q_{\varphi} \cong \frac{\partial M_{\varphi}}{R \cdot \partial \varphi} \end{array} \right. \quad (38)$$

Si arriva così a scrivere l'equazione risolvente approssimata:

$$D \cdot \frac{\partial^4 w}{R^4 \partial \varphi^4} + \frac{Eh}{R^2} w = 0 \quad (39)$$

che, introducendo la posizione $ds = R d\varphi$, che equivale a introdurre una coordinata curvilinea lungo il meridiano s , avente origine in $\varphi = 0$, diventa:

$$D \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial s^4} + \frac{Eh}{R^2} w = 0 \quad (40)$$

Ponendo $4\alpha^4 = Eh / DR^2$ si otterrà l'equazione nella seguente forma:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial s^4} + 4\alpha^4 w = 0 \quad (41)$$

la cui soluzione, definendo una coordinata $s^* = R\varphi_0 - s$, può essere scritta:

$$w = C^* e^{-\alpha s^*} \sin(\alpha s^* + \psi^*) + C e^{-\alpha s} \sin(\alpha s - \psi) \quad (42)$$

Supponendo che:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha} \ll R\varphi_0 \quad (43)$$

la soluzione per sollecitazione applicate al bordo $\varphi = \varphi_0$ risulta data da:

$$w = C^* e^{-\alpha s^*} \sin(\alpha s^* + \psi^*) + C e^{-\alpha s} \sin(\alpha s - \psi) \quad (44)$$

La (44) é evidentemente valida in un tratto di cupola prossima al contorno, che é ideale per imporre il rispetto alle condizioni al contorno. Queste possono riguardare lo spostamento w_0 , la rotazione:

$$\gamma_0 = \frac{dw}{ds^*} \quad (45)$$

Avendo poi posto $v_0 = 0$, il momento flettente M_φ^* ed il taglio Q_φ^* saranno dati da:

$$\begin{cases} M_\varphi^* = -D \frac{\partial^2 w}{\partial s^{*2}} \\ Q_\varphi^* = -D \frac{\partial^3 w}{\partial s^{*3}} \end{cases} \quad (46)$$

Determinate le costanti C^* e ψ^* nella (44), si può quindi, attraverso le formule (38), (45) e (46), determinare l'andamento di M_φ^* , M_θ^* e Q_φ^* che individuano completamente il regime flessionale.

7 - ANALISI DI UNA CUPOLA GEODETICA

7.1 - INTRODUZIONE ALL'OPERA

L'analisi presentata in questo capitolo riguarda una cupola geodetica in acciaio, usata come copertura di un sala polifunzionale destinata principalmente ad auditorium, e secondariamente come "aula magna" di un istituto di scuola superiore, situato nelle prealpi lombarde.

La cupola, di diametro di circa 32 metri, é costituita da un grigliato spaziale unistrato in acciaio formato da tubolari circolari, di lunghezza variabile, diametro di 88.9 mm, e spessore variabile da 3 a 5 mm. Questa struttura copre un'area di circa 700 m², in grado di ospitare circa 400 persone. Nei nodi di convergenza dei tubolari sono presenti due piastre lievemente coniche, una superiore ed una inferiore, opportunamente forate ed imbullonate agli elementi. La cupola appoggia sulla sottostante trave di coronamento in calcestruzzo armato mediante cerniere.

Completa la struttura un'orditura secondaria in acciaio formato da profili HEA 100 sui quali poggia la lamiera grecata, utilizzata come copertura.

Per la determinazione delle sollecitazioni interne e degli spostamenti della struttura sotto carico ci si é avvalsi del software di calcolo strutturale "MIDAS Civil 2006" versione 7.6.1, basato sul metodo degli elementi finiti.

7.2 - NORMATIVE

Per la determinazione dei carichi gravanti sulla struttura si é fatto riferimento alle seguenti normative vigenti in materia di costruzioni civili:

D.M. 14 Gennaio 2008

"Norme tecniche per le costruzioni"

CNR-DT 207/2008

"Istruzioni per la valutazione delle azioni e degli effetti del vento sulle costruzioni"

7.3 - MATERIALI IMPIEGATI PER LA REALIZZAZIONE DELLA COPERTURA

PIATTI, LAMIERE E PROFILI:

▶ Acciaio S235H	E =	210.000 N/mm ²
	G =	81.000 N/mm ²
	f _{tk} =	360 N/mm ²
	f _{yk} =	235 N/mm ²

BULLONI:

▶ Viti	f _{tb} =	800 N/mm ²
	f _{yb} =	640 N/mm ²
▶ Dadi	Classe	8.8

7.4 - ANALISI DEI CARICHI AGENTI SULLA STRUTTURA

7.4.1 - COSTRUZIONE DEL MODELLO

Come é consuetudine nell'analisi strutturale si é costruito un modello in MIDAS Civil che rispecchiasse, nel modo più veritiero possibile, quello che é il comportamento atteso della struttura.

Per la costruzione del modello si é per prima cosa disegnata la geometria della struttura in AUTOCAD, e una volta importato il file .dxf nel programma agli elementi finiti, si sono definiti, per l'intera struttura e per le singole aste, le seguenti proprietà:

- ▶ materiale;
- ▶ sezione;
- ▶ vincoli a terra della struttura;
- ▶ tipologia di vincolo fra le varie aste.

Definito l'acciaio utilizzato per realizzare la struttura (acciaio S235), e introdotti i profili con cui questa é realizzata (ϕ 88,9x4), si sono definiti i vincoli a terra e i vincoli fra le aste. I primi sono stati modellati come cerniere a terra, mentre i secondi sia come incastri che come cerniere, per valutare e confrontare come il vincolo incidesse sul regime degli sforzi. Inizialmente si pensava di modellare le due piastre che uniscono le aste come cerniere.

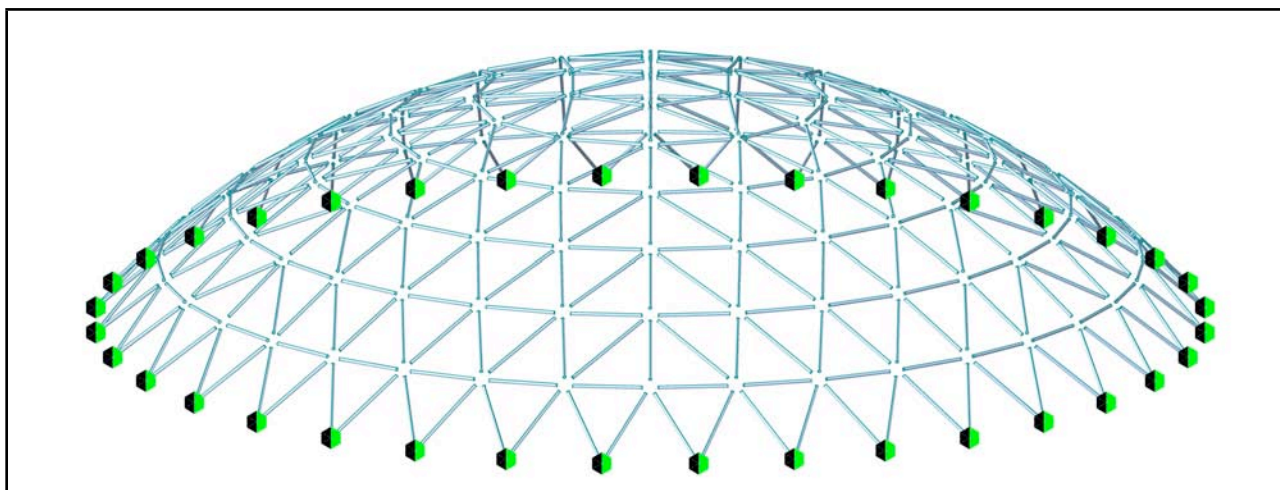


Fig. 7.1 - Modello della cupola in Midas

I carichi che si considera agenti sulla struttura sono i seguenti:

- 1) Peso proprio;
- 2) Carico permanente (dovuto agli elementi portanti secondari, come le lamiere);
- 3) Neve;
- 4) Vento;
- 5) Variazioni termiche;
- 6) Sisma.

7.4.2 - PESO PROPRIO

Si considera il peso specifico dell'acciaio pari a $78,50 \text{ kN/m}^3$. Il peso proprio degli elementi viene determinato automaticamente dal programma di calcolo, a partire dalle aree degli elementi costituenti il modello.

7.4.3 - CARICO PERMANENTE

Esso é costituito dal peso del pacchetto di finitura della cupola, pari a $0,50 \text{ kN/m}^2$. In particolare, a questo risultato si giunge considerando la copertura costituita da una serie di elementi:

LAMIERA	$0,10 \text{ kN/m}^2$
LANA DI ROCCIA	$0,15 \text{ kN/m}^2$
MEMBRANE	$0,05 \text{ kN/m}^2$
IMPIANTI	$0,20 \text{ kN/m}^2$

Il carico permanente viene considerato gravante direttamente sul nodo, in quanto la copertura é ancorata alla struttura portante proprio nei nodi. L'intensità del carico é stata determinata moltiplicando l'area d'influenza di ogni nodo per il valore di carico precedentemente determinato, considerato come un carico uniformemente distribuito sulla cupola. Le aree di influenza dei nodi sono state determinate su base puramente geometrica, operando una suddivisione regolare della superficie della cupola.

Parallelo	Area [m ²]	Nr.nodi	Area Singola [m ²]	q _n [kN/m ²]	Q _n [kN]
1	113,18	36	3,14	0,5	1,57
2	214,23	36	5,95	0,5	2,98
3	183,65	30	6,12	0,5	3,06
4	150,22	24	6,26	0,5	3,13
5	114,60	18	6,37	0,5	3,18
6	77,43	12	6,45	0,5	3,23
7	38,98	6	6,50	0,5	3,25
8 - Colmo	9,81	1	9,81	0,5	4,90

Tabella 7.1 - Carico permanente per parallelo

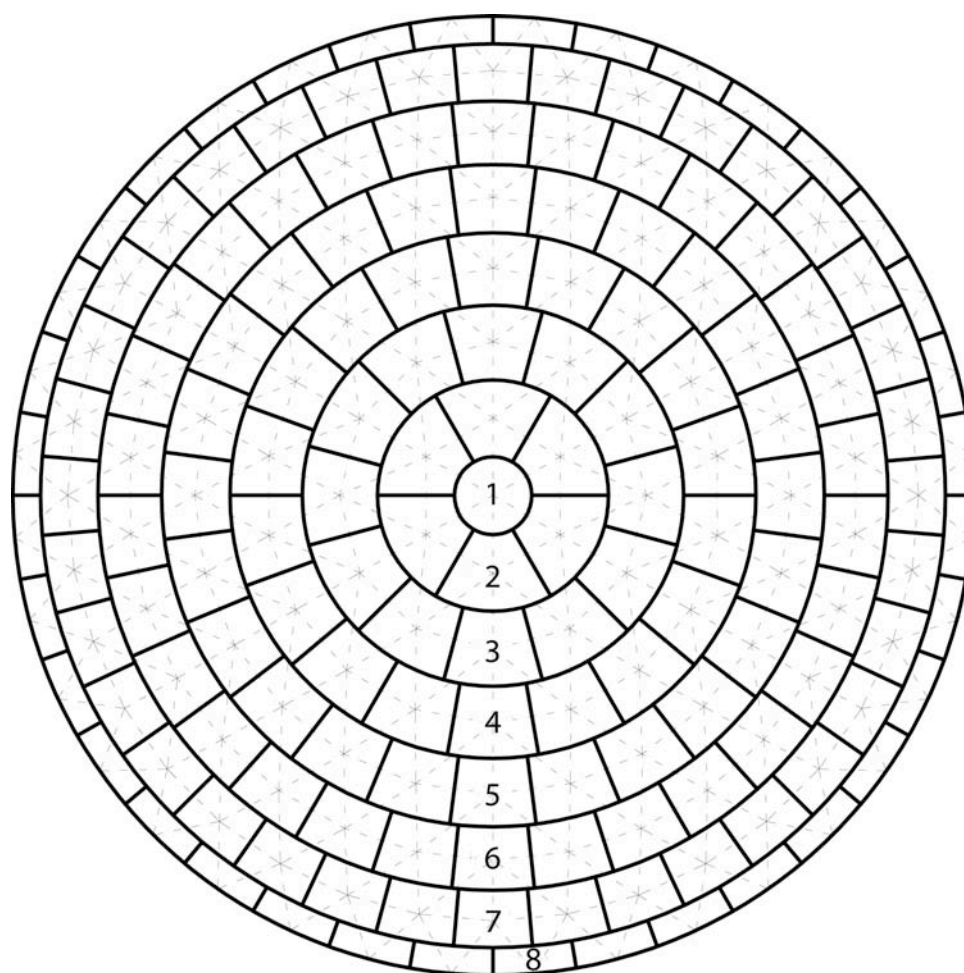


Fig 7.2 - Aree d'influenza

7.4.4 - NEVE

Per la determinazione del carico dovuto alla neve si fa riferimento ai paragrafi 3.4.1 e seguenti del D.M. 14 Gennaio 2008. In particolare, la norma prevede che la neve sia considerata come un carico uniformemente distribuito sulla proiezione orizzontale della superficie, e che il valore dipenda principalmente dalla collocazione geografica dell'opera e dalla sua altitudine. Il valore di questo carico sarà quindi:

$$q_s = \mu_i \cdot q_{sk} \cdot C_E \cdot C_t$$

Trovandosi l'opera in Lombardia, ad una quota altimetrica di circa 270 m s.l.m., si potranno assumere i seguenti valori per le variabili:

Il coefficiente di forma della copertura è:

$$\mu_i = 0,8$$

Il valore caratteristico di riferimento della neve al suolo è:

$$q_{sk} = 1,39 \cdot \left[1 + \left(\frac{270}{728} \right)^2 \right] \cong 1,60 \text{ kN} / \text{m}^2$$

Il coefficiente termico e di esposizione sono:

$$C_t = 1,00 \quad C_E = 1,00$$

Ne scaturisce un valore di carico pari a:

$$q_s = \mu_i \cdot q_{sk} \cdot C_E \cdot C_t = 1,30 \text{ kN} / \text{m}^2$$

La discretizzazione del carico neve su ogni nodo è stata ottenuta proiettando sul piano orizzontale quella che è la superficie d'influenza dei nodi, e moltiplicando tale area per il valore del carico neve, quindi per 1,30 kN/m²

7.4.5 - VENTO

Per la determinazione del carico dovuto al vento si fa riferimento ai paragrafi 3.3.1 e seguenti del D.M. 14 Gennaio 2008. In essi si afferma che il vento, la cui direzione si considera generalmente orizzontale, esercita sulle costruzioni azioni che variano nel tempo e nello spazio provocando, in generale, effetti dinamici. Per le costruzioni usuali tali azioni sono convenzionalmente ricondotte alle azioni statiche equivalenti. Le azioni statiche del vento sono costituite da pressioni e depressioni agenti normalmente alle superfici, sia esterne che interne, degli elementi che compongono la costruzione. L'azione del vento sul singolo elemento viene determinata considerando la combinazione più gravosa della pressione agente sulla superficie esterna, e della pressione agente sulla superficie interna dell'elemento. L'azione d'insieme esercitata dal vento su una costruzione è data dalla risultante delle azioni sui singoli elementi, considerando come direzione del vento quella corrispondente ad uno degli assi principali della pianta della costruzione.

La *pressione* esercitata dal vento sulla superficie investita è data dall'espressione:

$$P = q_b \cdot c_p \cdot c_e \cdot c_d$$

dove:

- ▶ q_b è la pressione cinetica di riferimento;
- ▶ c_e è il coefficiente di esposizione;
- ▶ c_p è il coefficiente di forma (o coefficiente aerodinamico), funzione della tipologia e della geometria della costruzione e del suo orientamento rispetto alla direzione del vento. Il suo valore può essere ricavato da dati suffragati da opportuna documentazione o da prove sperimentali in galleria del vento;
- ▶ c_d è il coefficiente dinamico, che tiene conto in maniera semplificata degli effetti riduttivi associati alla non contemporaneità delle massime pressioni locali, e degli effetti amplificativi dovuti alle vibrazioni strutturali.

Per la zona oggetto di studio abbiamo che: $v_{b0} = 25 \text{ m / s}$

È quindi possibile determinare la velocità di riferimento del vento v_b , considerando che il valore raccomandato di c_{dir} e c_{season} è pari ad 1.

$$v_b = v_{b0} \cdot c_{dir} \cdot c_{season} = 25 \text{ m / s}$$

Essendo in Lombardia ad una quota altimetrica di circa 270 m s.l.m., e quindi sotto i 1000 m, si avrà una pressione cinetica di riferimento pari a:

$$q_b = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{b0}^2 = 0,39 \text{ kN} / \text{m}^2 \quad \text{con:} \quad \rho = 1,25 \text{ kg} / \text{m}^3$$

$$c_d = 1,00 \quad [\text{A favore di sicurezza, essendo la struttura tozza, paragrafo 3.3.7 del D.M. 2008}]$$

Considerando che la struttura si trova in un'area appartenente alla “Classe di Rugosità” “C” (Aree con ostacoli diffusi come alberi, case, muri, recinzioni,...); e trovandosi ad una quota altimetrica inferiore ai 500 m (Zona 1), la “Categoria di Esposizione del sito” risulterà essere la “III”.

ZONE 1,2,3,4,5						
	mare	costa				
	2 km	10 km	30 km	500m	750m	
A	--	IV	IV	V	V	V
B	--	III	III	IV	IV	IV
C	--	*	III	III	IV	IV
D	I	II	II	II	III	**

Tab. 7.2 - Tabella per la definizione della categoria di esposizione

Categoria di esposizione del sito	k_r	z_0 [m]	z_{min} [m]
I	0,17	0,01	2
II	0,19	0,05	4
III	0,20	0,10	5
IV	0,22	0,30	8
V	0,23	0,70	12

Tab. 7.3 - Tabella dei Parametri per la definizione del coefficiente di esposizione

Pertanto il coefficiente di esposizione c_e risulterà:

$$c_e = k_r^2 \cdot c_t \cdot \ln \frac{z}{z_0} \left(7 + \ln \frac{z}{z_0} \right) = 0,2^2 \cdot 1 \cdot \ln \frac{10}{0,1} \cdot \left(7 + \ln \frac{10}{0,1} \right) = 2,14$$

L'ultimo parametro utile per la determinazione della pressione sulla cupola è c_p , il coefficiente di forma, da cui dipenderà la distribuzione della pressione sulla cupola. La forma a calotta sferica, comporta in particolare, in alcune zone una pressione, in altre una depressione.

Per questo parametro non sono disponibili dati noti riferibili alla forma della struttura; di conseguenza, si è fatto riferimento al documento redatto dal CNR "Istruzioni per la valutazione delle azioni e degli effetti del vento sulle costruzioni" CNR-DT 207/2008.

Nel suddetto documento (Appendice G, Capitolo 3), si considera applicata, sulla superficie della copertura, una distribuzione di pressione variabile lungo la direzione del vento incidente, mantenendo valori dei coefficienti di pressione costanti lungo gli archi di cerchio ottenuti dall'intersezione della superficie sferica con dei piani ortogonali alla direzione del vento (tratteggiati in Fig. 7.3).

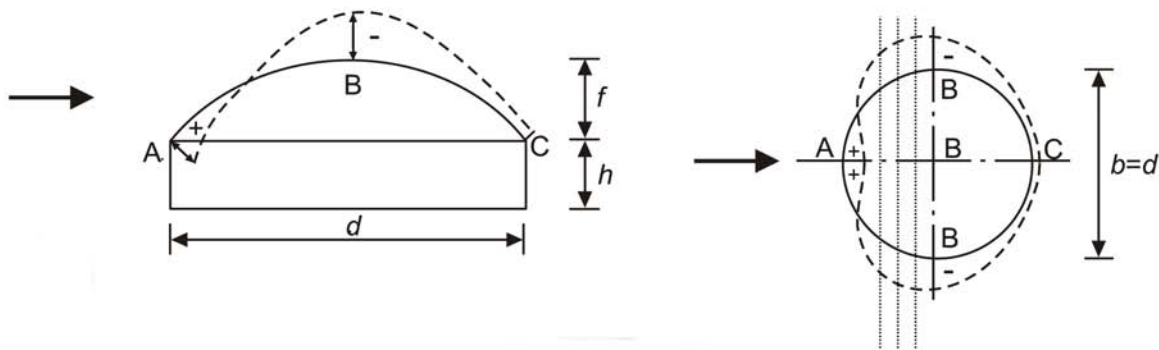


Fig. 7.3 - Schema di riferimento per la determinazione del coefficiente di forma

I valori dei coefficienti di pressione sono riportati in un Grafico e sono indicati con $c_{pe,A}$, $c_{pe,B}$ e $c_{pe,C}$; essi sono riferiti, rispettivamente, al bordo sopravvento (zona A), alla zona centrale della copertura (zona B) e al bordo sottovento (zona C). È possibile determinare i valori a partire dai seguenti due rapporti geometrici (h e d sono indicati in Fig. 7.3):

$$\frac{h}{d} = 0,113 \qquad \frac{f}{d} = 0,23$$

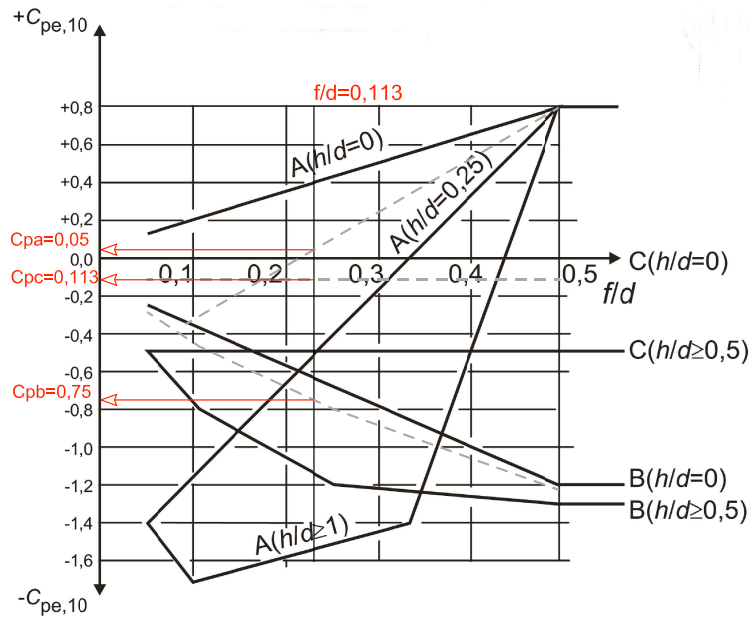


Fig. 7.4 - Grafico per la determinazione dei coefficienti di pressione per cupole sferiche

Per la valutazione del valore del coefficiente di pressione lungo lo sviluppo della copertura si può utilizzare un'interpolazione lineare tra i tre valori indicati. Anche per valori intermedi del rapporto h/d , rispetto a quelli riportati nel grafico, si può adottare un'interpolazione lineare.

Andamento del Coefficiente Cp lungo la copertura

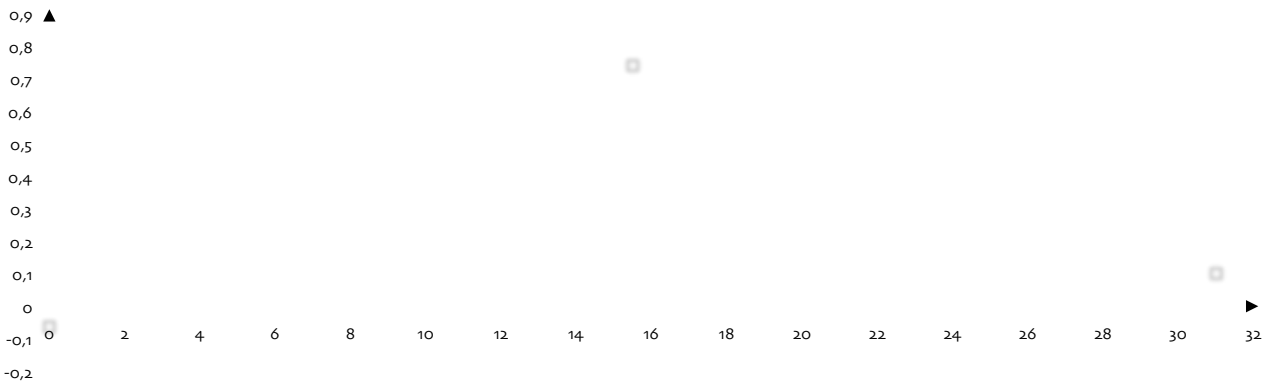


Fig. 7.5 - Andamento Coefficiente Cp sulla copertura

Nella tabella seguente, (Tab. 7.5), sono riportati, per ogni nodo della struttura, i valori del coefficiente C_p , la pressione media risultante, ed il carico agente sul nodo.

Nodo	Valore Cp	Valore pressione agli estremi dell'area d'influenza				P media	Carico Nodo
		P1	P2	P3	P4		
	-0,02	-0,04	0,00	-0,03	0,01	-0,02	-0,05
	0,00	-0,03	0,01	0,00	0,03	0,00	0,00
	0,05	0,00	0,03	0,05	0,08	0,04	0,12
	0,13	0,05	0,08	0,13	0,17	0,11	0,33
	0,23	0,13	0,17	0,23	0,25	0,19	0,60
	0,35	0,23	0,25	0,33	0,35	0,29	0,91
	0,48	0,33	0,35	0,45	0,47	0,40	1,26
	0,60	0,45	0,47	0,54	0,55	0,50	1,58
	0,68	0,54	0,55	0,58	0,58	0,57	1,78
	0,69	0,58	0,58	0,57	0,57	0,58	1,81
	0,64	0,57	0,57	0,51	0,50	0,54	1,69
	0,55	0,51	0,50	0,42	0,40	0,46	1,44
	0,44	0,42	0,40	0,33	0,30	0,36	1,14
	0,33	0,33	0,30	0,25	0,23	0,28	0,87
	0,25	0,25	0,23	0,18	0,17	0,21	0,65
	0,19	0,18	0,17	0,15	0,13	0,16	0,49
	0,15	0,15	0,13	0,13	0,10	0,13	0,39
	0,13	0,13	0,10	0,13	0,08	0,11	0,34
	0,05	-0,01	0,08	-0,01	0,08	0,04	0,22
	0,06	-0,01	0,08	0,01	0,10	0,05	0,27
	0,09	0,01	0,10	0,05	0,15	0,08	0,46
	0,16	0,05	0,15	0,12	0,20	0,13	0,77
	0,24	0,12	0,20	0,21	0,28	0,20	1,19
	0,35	0,21	0,28	0,31	0,36	0,29	1,71
	0,46	0,31	0,36	0,41	0,45	0,38	2,27
	0,57	0,41	0,45	0,51	0,53	0,47	2,82
	0,65	0,51	0,53	0,57	0,58	0,54	3,24
	0,69	0,57	0,58	0,58	0,58	0,58	3,43
	0,68	0,58	0,58	0,55	0,54	0,56	3,35
	0,62	0,55	0,54	0,50	0,47	0,52	3,07
	0,53	0,50	0,47	0,42	0,38	0,44	2,63
	0,43	0,42	0,38	0,35	0,29	0,36	2,15
	0,34	0,35	0,29	0,28	0,21	0,28	1,69
	0,27	0,28	0,21	0,24	0,17	0,23	1,34
	0,23	0,24	0,17	0,21	0,13	0,19	1,12
	0,20	0,21	0,13	0,19	0,12	0,16	0,97
	0,19	0,19	0,12	0,19	0,12	0,15	0,92
	0,19	0,08	0,20	0,13	0,21	0,16	0,96
	0,23	0,13	0,21	0,18	0,23	0,19	1,16
	0,28	0,18	0,23	0,21	0,29	0,23	1,41
	0,35	0,21	0,29	0,30	0,37	0,29	1,79
	0,46	0,30	0,37	0,40	0,45	0,38	2,33
	0,56	0,40	0,45	0,50	0,53	0,47	2,88

	0,65	0,50	0,53	0,57	0,58	0,54	3,32
	0,69	0,57	0,58	0,58	0,58	0,58	3,53
	0,67	0,58	0,58	0,55	0,53	0,56	3,44
	0,61	0,55	0,53	0,50	0,46	0,51	3,13
	0,53	0,50	0,46	0,43	0,38	0,44	2,71
	0,44	0,43	0,38	0,37	0,29	0,37	2,25
	0,36	0,37	0,29	0,30	0,23	0,30	1,83
	0,31	0,30	0,23	0,30	0,20	0,26	1,58
	0,29	0,30	0,20	0,28	0,19	0,24	1,50
	0,31	0,19	0,31	0,19	0,33	0,25	1,59
	0,33	0,19	0,33	0,23	0,33	0,27	1,70
	0,38	0,23	0,33	0,30	0,38	0,31	1,96
	0,46	0,30	0,38	0,40	0,46	0,39	2,42
	0,56	0,40	0,46	0,49	0,53	0,47	2,94
	0,65	0,49	0,53	0,57	0,58	0,54	3,38
	0,69	0,57	0,58	0,58	0,58	0,58	3,62
	0,68	0,58	0,58	0,56	0,53	0,57	3,54
	0,61	0,56	0,53	0,50	0,45	0,51	3,20
	0,53	0,50	0,45	0,45	0,37	0,44	2,77
	0,46	0,45	0,37	0,40	0,33	0,39	2,42
	0,41	0,40	0,33	0,38	0,28	0,34	2,16
	0,39	0,38	0,28	0,38	0,28	0,33	2,04
	0,45	0,30	0,42	0,33	0,43	0,37	2,37
	0,49	0,33	0,43	0,40	0,48	0,41	2,62
	0,57	0,40	0,48	0,49	0,53	0,48	3,03
	0,65	0,49	0,53	0,57	0,58	0,54	3,46
	0,69	0,57	0,58	0,58	0,58	0,58	3,67
	0,68	0,58	0,58	0,56	0,53	0,56	3,59
	0,62	0,56	0,53	0,52	0,45	0,52	3,28
	0,55	0,52	0,45	0,48	0,39	0,46	2,94
	0,51	0,48	0,39	0,47	0,37	0,43	2,72
	0,56	0,43	0,51	0,43	0,51	0,47	3,02
	0,59	0,43	0,51	0,49	0,54	0,49	3,18
	0,65	0,49	0,54	0,56	0,58	0,54	3,50
	0,69	0,56	0,58	0,58	0,58	0,57	3,70
	0,68	0,58	0,58	0,57	0,53	0,56	3,64
	0,63	0,57	0,53	0,54	0,47	0,53	3,39
	0,61	0,54	0,47	0,54	0,47	0,51	3,26
	0,66	0,57	0,51	0,56	0,58	0,55	3,59
	0,69	0,56	0,58	0,58	0,58	0,57	3,73
	0,69	0,58	0,58	0,58	0,54	0,57	3,72
	0,70	0,57	0,58	0,58	0,58	0,58	5,69

Tab. 7.4 - Pressione sui nodi

7.4.6 - VARIAZIONE TERMICA

Le variazioni giornaliere e stagionali della temperatura esterna, l'irraggiamento solare e la convezione, comportano variazioni nella distribuzione di temperatura dei singoli elementi strutturali.

Considerando un coefficiente di dilatazione termica di α_T di $12 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C}$, e una temperatura di riferimento di 15°C , si considera una variazione termica di $\pm 25^\circ\text{C}$. Si ipotizza quindi che il materiale possa raggiungere una temperatura massima di 40°C , e una temperatura minima di -10°C . Nel modello, in particolare, è stato imposto un aumento di temperatura di $+25^\circ\text{C}$, e una diminuzione di temperatura di -25°C .

7.4.7 - SISMA

L'azione sismica può essere modellata in molti modi, dai più complicati, ovvero mediante integrazione delle equazioni dinamiche che rappresentano il moto, ai più semplici, mediante forze statiche equivalenti. Non essendo la struttura oggetto di studio un caso particolarmente gravoso, come possono essere strutture con sbalzi significativi o travi con luci importanti, in questa analisi andremo a considerare solo la componente ondulatoria dell'azione sismica, quindi solo il movimento sul piano orizzontale. In un evento sismico l'azione agente sulla struttura è trasmessa dal movimento del suolo. Se si determinano le masse in gioco e si riesce a stimare l'accelerazione cui queste masse sono sottoposte per effetto del movimento indotto dal sisma, è possibile rappresentare approssimativamente il sisma con delle forze che caricano la struttura e i suoi singoli elementi.

Le azioni sismiche, in base alle quali valutare il rispetto dei diversi stati limite considerati, si definiscono a partire dalla "pericolosità sismica di base" del sito. Essa costituisce l'elemento di conoscenza primario per la determinazione delle azioni sismiche. La pericolosità sismica è definita in termini di accelerazione orizzontale massima attesa a_g in condizioni di campo libero su sito di riferimento rigido e con superficie topografica orizzontale (categoria A), nonché di ordinate dello spettro di risposta elastico in accelerazione ad essa corrispondente $S_e(T)$, con riferimento a prefissate probabilità di eccedenza P_{VR} nel periodo di riferimento V_R .

Secondo la normativa, le forme spettrali sono definite, per ciascuna delle probabilità di superamento nel periodo di riferimento P_{VR} , a partire dai valori dei seguenti parametri su un sito di riferimento rigido orizzontale:

- a_g - accelerazione orizzontale massima al sito;
- F_0 - valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro di accelerazione orizzontale;
- T_C - periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro di accelerazione orizzontale.

Questi valori sono forniti dalle NTC nell'allegato B. Per quanto riguarda invece l'accelerazione massima del sito, essa viene fornita dall'INGV (Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia), mentre gli altri valori sono calcolati in modo da meglio approssimare gli spettri di risposta elastici in accelerazione, velocità e spostamento che derivano dalla effettiva pericolosità di riferimento del sito.

DETERMINAZIONE DELL'AZIONE SISMICA:

Il Ministero dei Trasporti e delle Infrastrutture ha messo a punto un foglio di calcolo per agevolare la determinazione dello Spettro di Progetto, e soprattutto per diminuire il rischio di errore nello studio di essi. Per prima cosa, è necessario definire le masse, che, in un evento sismico, vengono "eccitate". In un programma di calcolo che faccia uso degli elementi finiti, la loro determinazione viene eseguita con un'apposita funzione. Considerando una forza di gravità di 9806 mm/s^2 , si valutano le masse a partire dal peso proprio e dal peso della copertura, aventi con un coefficiente moltiplicativo di 1, e dalla neve, con un coefficiente moltiplicativo di 0,2, il tutto in ossequio alla normativa (Capitolo 7).

Successivamente, utilizzando il foglio di calcolo di cui si è detto, si sono determinati due spettri di progetto. Questo perché, nei confronti delle azioni sismiche, gli stati limite, sia di esercizio che ultimi, sono individuati riferendosi alle prestazioni della costruzione nel suo complesso. Quindi un primo spettro per valutare la struttura secondo lo *Stato Limite di Danno (SLD)*, e un secondo per valutarla secondo lo *Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV)*.

Fase 1: Individuazione della pericolosità del sito (sulla base dei risultati del progetto):

È sufficiente definire l'ubicazione dell'opera;

Fase 2: Scelta della strategia di progettazione:

Si definisce la vita nominale dell'opera (50 anni) e il coefficiente d'uso sarà di 1,5;

Fase 3: Determinazione dell'azione di progetto:

Si possono quindi definire gli spettri di risposta semplicemente definendo la categoria del sottosuolo e quella topografica. Da un'analisi geologica la categoria del sottosuolo della struttura è la "C", mentre da un'analisi del contesto in cui è collocata l'opera la categoria topografica sarà la "T1". Definendo uno smorzamento ξ del 5% ed un fattore q_0 di 1 si determinano i parametri caratteristici e i punti degli spettri di risposta.

SLD		SLV	
T [s]	Se [g]	T [s]	Se [g]
0,000	0,045	0,000	0,094
0,121	0,115	0,152	0,246
0,363	0,115	0,456	0,246
0,428	0,098	0,522	0,215
0,492	0,085	0,589	0,191
0,557	0,075	0,655	0,171
0,621	0,067	0,721	0,156
0,686	0,061	0,788	0,142
0,751	0,056	0,854	0,131
0,815	0,051	0,920	0,122
0,880	0,047	0,987	0,114
0,944	0,044	1,053	0,107
1,009	0,041	1,120	0,100
1,074	0,039	1,186	0,095
1,138	0,037	1,252	0,090
1,203	0,035	1,319	0,085
1,268	0,033	1,385	0,081
1,332	0,031	1,451	0,077
1,397	0,030	1,518	0,074
1,461	0,029	1,584	0,071
1,526	0,027	1,650	0,068
1,591	0,026	1,717	0,065
1,655	0,025	1,783	0,063
1,720	0,024	1,849	0,061
1,828	0,021	1,952	0,054
1,937	0,019	2,054	0,049
2,046	0,017	2,157	0,045
2,154	0,015	2,259	0,041
2,263	0,014	2,361	0,037
2,371	0,013	2,464	0,034
2,480	0,012	2,566	0,032
2,588	0,011	2,669	0,029
2,697	0,010	2,771	0,027
2,806	0,009	2,873	0,025
2,914	0,008	2,976	0,023
3,023	0,008	3,078	0,022
3,131	0,007	3,181	0,021
3,240	0,007	3,283	0,019
3,349	0,006	3,386	0,018
3,457	0,006	3,488	0,017
3,566	0,006	3,590	0,016
3,674	0,005	3,693	0,015
3,783	0,005	3,795	0,014
3,891	0,005	3,898	0,014
4,000	0,004	4,000	0,013

Tab. 7.5 - Spettri di progetto per Stato Limite di danno e Stato Limite di salvaguardia della Vita

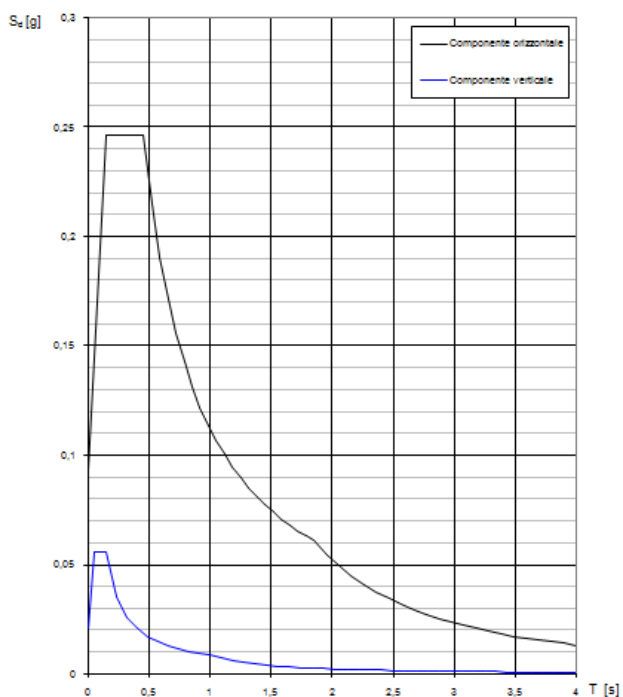


Fig. 7.6 - Spettro di progetto SLD

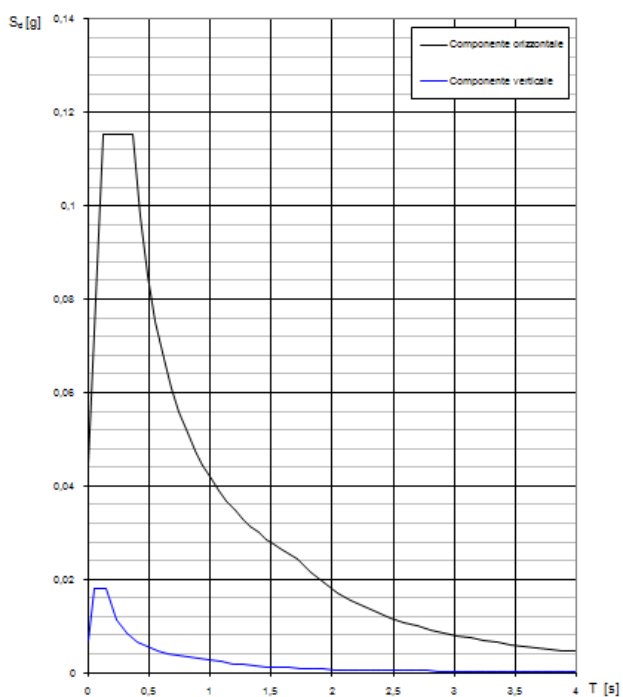


Fig. 7.7 - Spettro di progetto SLV

Valori di progetto dei parametri a_g (g), F_o e T_C^* in funzione del periodo di ritorno:

STATO LIMITE	SLD	STATO LIMITE	SLV
a_g (g)	0,030	a_g (g)	0,062
F_o	2,562	F_o	2,632
T_C^* (s)	0,205	T_C^* (s)	0,288
S_s	1,500	S_s	1,500
C_c	1,772	C_c	1,583
S_T	1,000	S_T	1,000
q	1,000	q	1,000
Parametri dipendenti		Parametri dipendenti	
S	1,500	S	1,500
h	1,000	h	1,000
T_B (s)	0,121	T_B (s)	0,152
T_c (s)	0,363	T_c (s)	0,456
T_D (s)	1,720	T_D (s)	1,849

Tab. 7.6 - Valori di progetto per SLD e SLV

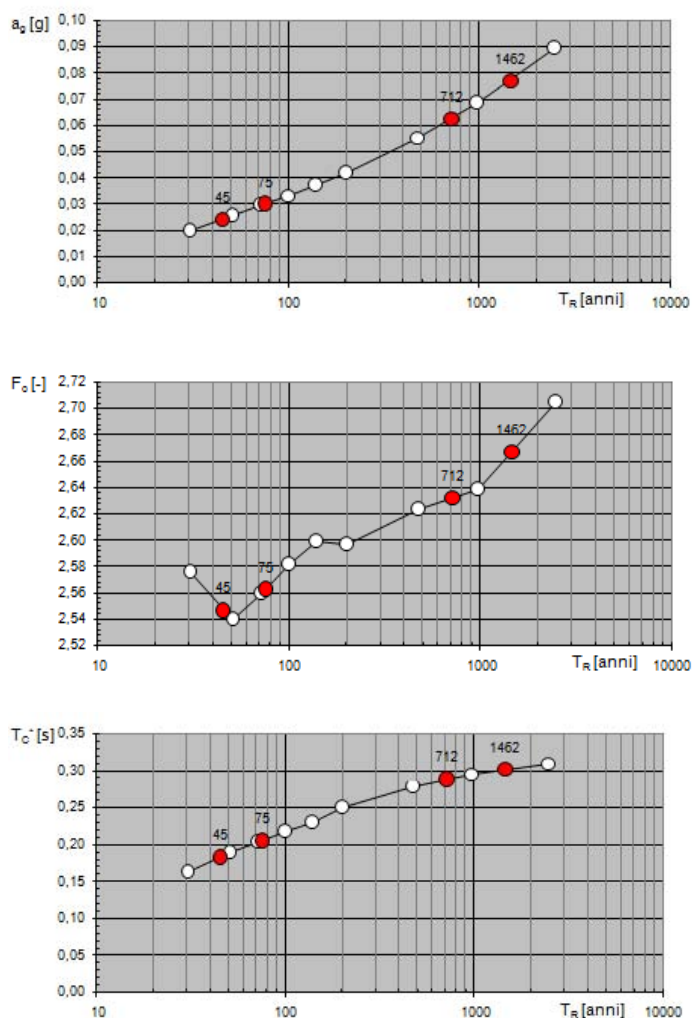


Fig. 7.8, Fig. 7.9 e Fig. 7.10 - Andamento a_g (g), F_o e T_C^* in funzione del periodo di ritorno

7.4.8 - COMBINAZIONI DI CARICO

Le varie combinazioni di carico sono state costruite combinando i carichi di cui i paragrafi precedenti, pensate come prescritto nella norma (Capitolo 2.5.3). Nell'illustrazione delle combinazioni di carico, si farà uso dei seguenti simboli:

G1	peso proprio
G2	peso permanente
N	carico neve
V	carico vento
TP	variazione termica positiva
TN	variazione termica negativa
S	sisma

Combinazione fondamentale (SLU), utilizzate per verificare la struttura agli stati limite ultimi:

- 1) $1,30 G1 + 1,50 G2 + 1,50 N + 0,90 V + 0,90 TP$
- 2) $1,30 G1 + 1,50 G2 + 1,50 N + 0,90 V + 0,90 TN$
- 3) $1,30 G1 + 1,50 G2 + 1,50 V + 0,75 N + 0,90 TP$
- 4) $1,30 G1 + 1,50 G2 + 1,50 V + 0,75 N + 0,90 TN$
- 5) $1,30 G1 + 1,50 G2 + 1,50 TP + 0,75 N + 0,90 V$
- 6) $1,30 G1 + 1,50 G2 + 1,50 TN + 0,75 N + 0,90 V$

Combinazione rara (SLE), impiegata per gli stati limite di esercizio, irreversibili, da utilizzarsi nelle verifiche alle tensioni ammissibili:

- 7) $1,00 G1 + 1,00 G2 + 1,00 N + 0,60 V + 0,60 TP$
- 8) $1,00 G1 + 1,00 G2 + 1,00 N + 0,60 V + 0,60 TN$
- 9) $1,00 G1 + 1,00 G2 + 1,00 V + 0,50 N + 0,60 TP$
- 10) $1,00 G1 + 1,00 G2 + 1,00 V + 0,50 N + 0,60 TN$
- 11) $1,00 G1 + 1,00 G2 + 1,00 TP + 0,50 N + 0,60 V$
- 12) $1,00 G1 + 1,00 G2 + 1,00 TN + 0,50 N + 0,60 V$

Combinazione frequente (SLE), impiegata per gli stati limite di esercizio reversibili:

- 13) $1,00 G1 + 1,00 G2 + 0,20 N + 0,00 V + 0,00 TP$
- 14) $1,00 G1 + 1,00 G2 + 0,20 N + 0,00 V + 0,00 TN$
- 15) $1,00 G1 + 1,00 G2 + 0,20 V + 0,00 N + 0,00 TP$
- 16) $1,00 G1 + 1,00 G2 + 0,20 V + 0,00 N + 0,00 TN$
- 17) $1,00 G1 + 1,00 G2 + 0,50 TP + 0,00 N + 0,00 V$
- 18) $1,00 G1 + 1,00 G2 + 0,50 TN + 0,00 N + 0,00 V$

Combinazione quasi permanente: impiegata per gli effetti a lungo termine:

- 19) $1,00 G1 + 1,00 G2$

Combinazione sismica (SLE):

- 20) $1,00 G1 + 1,00 G2 + 1,00 S.Ex. + 0,30 S.Ey$
- 21) $1,00 G1 + 1,00 G2 - 1,00 S.Ex. - 0,30 S.Ey$
- 22) $1,00 G1 + 1,00 G2 + 1,00 S.Ey + 0,30 S.Ex$
- 23) $1,00 G1 + 1,00 G2 - 1,00 S.Ey - 0,30 S.Ex$

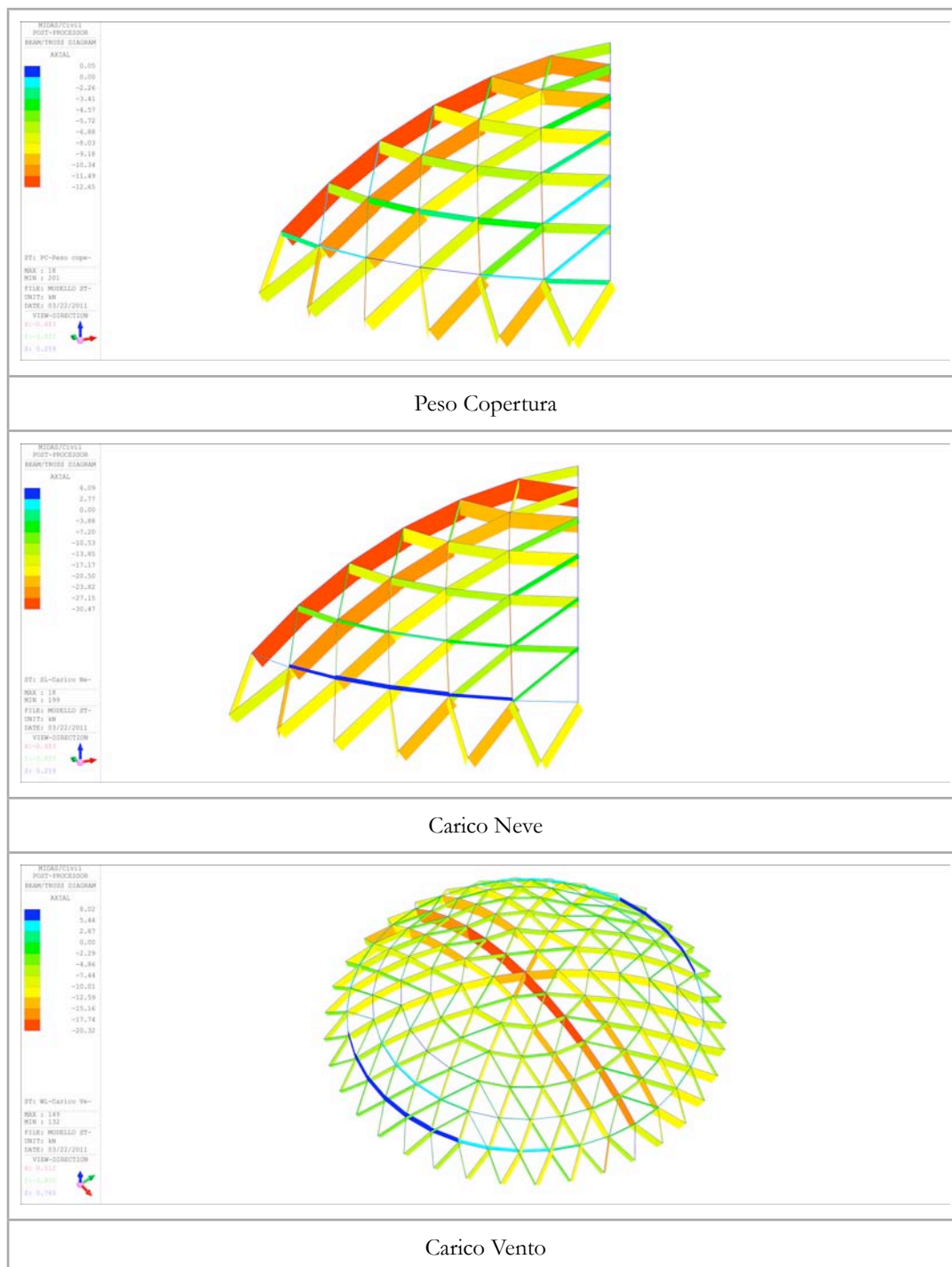
Combinazione sismica (SLU):

- 24) $1,00 G1 + 1,00 G2 + 1,00 S.Ux + 0,30 S.Uy$
- 25) $1,00 G1 + 1,00 G2 - 1,00 S.Ux - 0,30 S.Uy$
- 26) $1,00 G1 + 1,00 G2 + 1,00 S.Uy + 0,30 S.Ux$
- 27) $1,00 G1 + 1,00 G2 - 1,00 S.Uy - 0,30 S.Ux$

7.5 - RISULTATI MODELLAZIONE

7.5.1 - ANDAMENTO DELLE AZIONI ASSIALI IN FUNZIONE DEL CARICO

In previsione di un collaudo si valuta come le azioni assiali cambiano in funzione del tipo di carico, anche in maniera significativa.



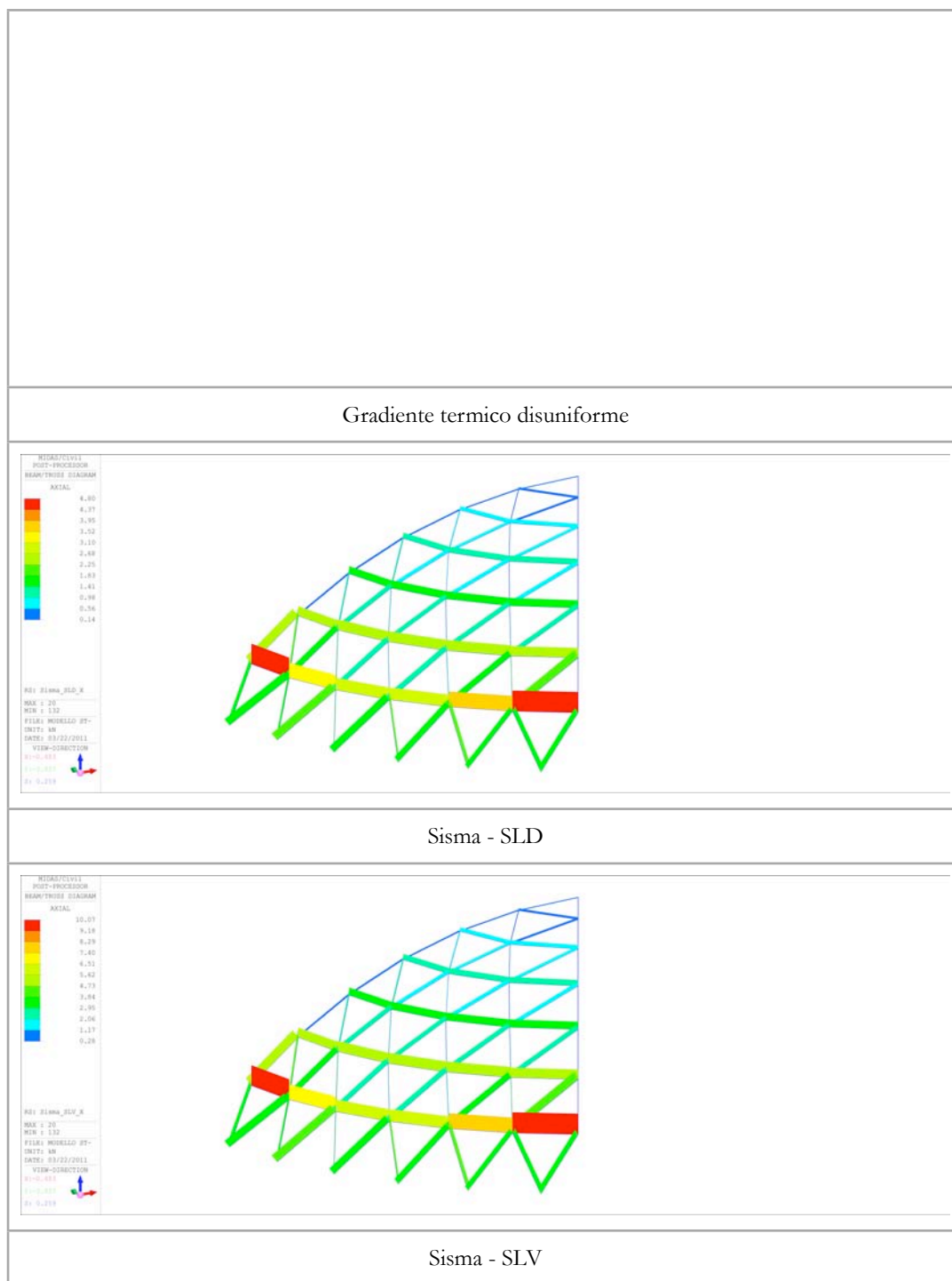
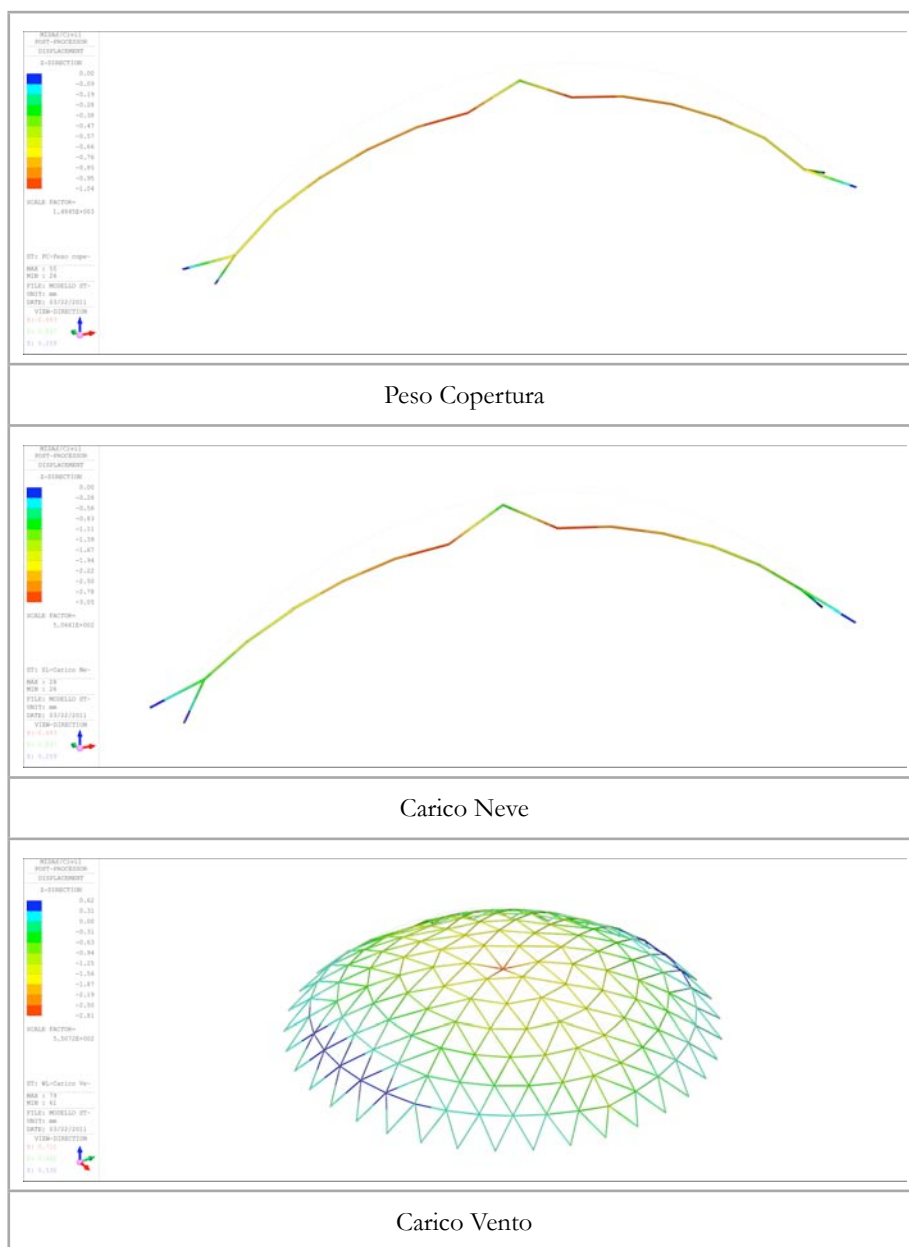


Fig. 7.11 - Sforzi assiali in funzione del carico gravante

Come si può notare dai grafici, i carichi che sollecitano maggiormente la struttura sono il vento e la neve; la variazione termica, se omogenea sulla struttura, non genera alcuna azione assiale, mentre il sisma ne produce una di entità piuttosto bassa, circa un terzo di quella prodotta dalla neve. Si vede quindi come i carichi

7.5.2 - ANDAMENTO DEGLI SPOSTAMENTI IN FUNZIONE DEL CARICO

In previsione di un collaudo si valuta anche come gli spostamenti cambiano in relazione al tipo di carico agente, e in particolare alla sua distribuzione. Per analizzare gli spostamenti di una struttura soggetta a carichi assialsimmetrici è sufficiente prendere in considerazione un arco di meridiano, mentre per quei carichi che non hanno una distribuzione assialsimmetrica, come il vento, è necessario prendere in analisi tutta la cupola.

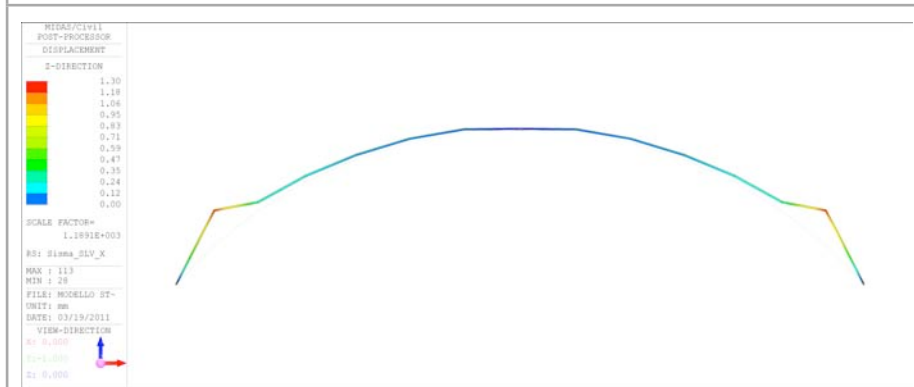




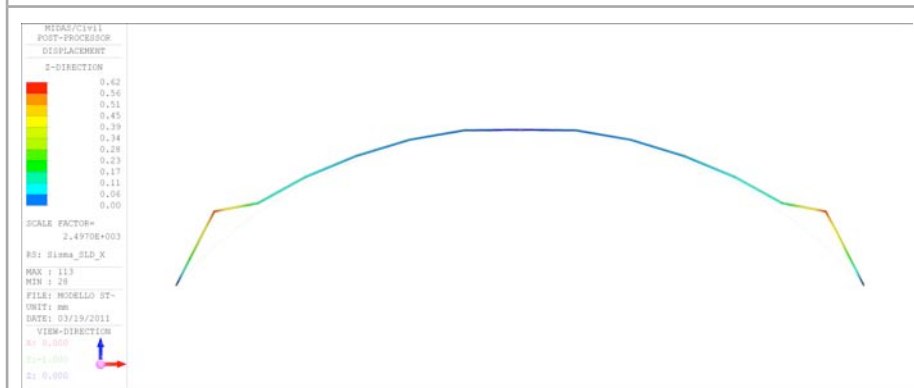
Gradiente termico positivo



Gradiente termico negativo



Sisma - SLV



Sisma - SLD

Dall'analisi degli spostamenti si determina come le azioni che maggiormente sollecitano la struttura sono il vento, la neve e il gradiente termico, anche se con andamenti diversi, in particolar modo in sommità, dove il carico neve determina un innalzamento del nodo di sommità rispetto al resto della cupola, mentre il carico della copertura, ne determina un abbassamento. Si nota poi come il sisma generi degli spostamenti molto piccoli, se non per alcuni elementi prossimi agli appoggi, senza deformare la sommità della cupola.

7.6 - PRINCIPALI VERIFICHE

7.6.1 - PROFILO CIRCOLARE

Questo elemento costituisce l'intera orditura della cupola, e per questo merita attenzione nelle verifiche strutturali.

L'elemento più sollecitato dell'intera cupola, valutato effettuando l'involuppo delle combinazioni di carico di cui si è detto, risulta soggetto ad un'azione assiale di compressione pari a $N_{ed} \approx 84$ kN.

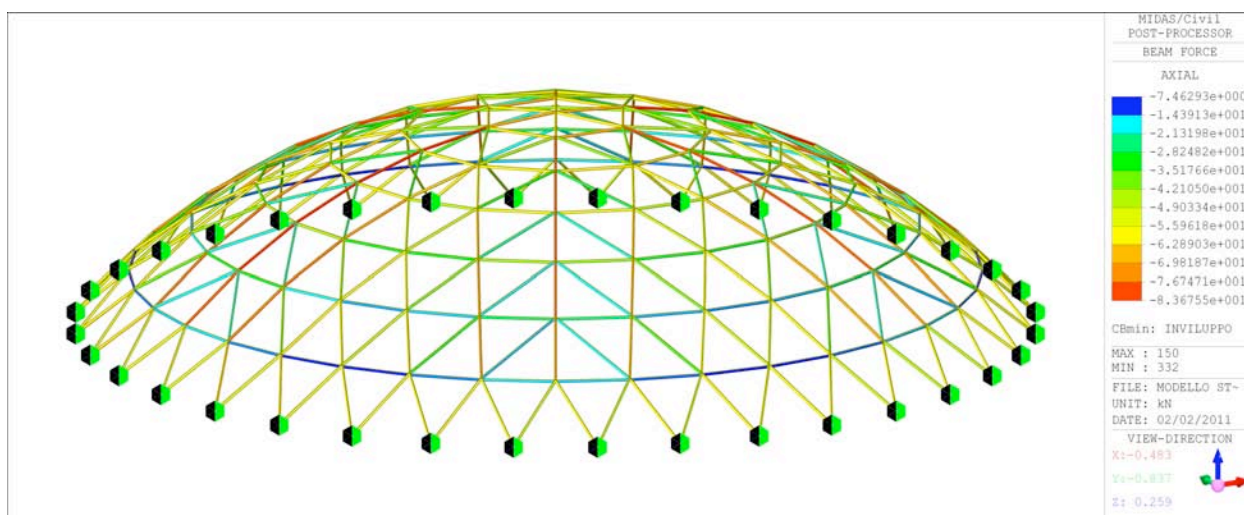


Fig. 7.11 - Involuppo delle aste più compresse.

La verifica a instabilità di un elemento compresso assialmente si ottiene verificando la disuguaglianza prevista nel paragrafo 4.2.4.1.3.1 delle DM 2008:

$$\frac{N_{ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1$$

Dove: N_{ed} = è l'azione di compressione ottenuta dall'analisi strutturale;
 $N_{b,Rd}$ = è la resistenza all'instabilità dell'asta compressa.

L'azione resistente, $N_{b,Rd}$, si calcola come:

$$N_{b,Rd} = \frac{\beta_A \cdot \chi \cdot A \cdot f_{yk}}{\gamma_{M1}}$$

Dove A rappresenta l'area nominale della sezione trasversale, f_y è la tensione di snervamento del materiale, i termini β_A e χ sono due fattori riduttivi, e γ_{M1} è il coefficiente di sicurezza del materiale.

Il coefficiente di riduzione dell'area nominale della sezione trasversale β_A vale 1, in virtù della classe d'appartenenza.

$$\text{Con: } \bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_{yk}}{\pi^2 \cdot E}} = \sqrt{\frac{1066 \cdot 235}{\pi^2 \cdot 210000}} = 0,97$$

$$\sqrt{\left(\frac{L_0}{i}\right)^2 \cdot A} \quad \sqrt{\left(\frac{2693}{29,7}\right)^2 \cdot 1066}$$

$$\phi = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}] = 0,5 \cdot [1 + 0,21 \cdot (0,97 - 0,2) + 0,97] = 1,05$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{1,05 + \sqrt{1,05^2 - 0,97^2}} = 0,69$$

Ne seguirà che: $N_{b,Rd} = 164498,8 \text{ N}$

e quindi:

$$\frac{N_{ed}}{N_{b,Rd}} = \frac{83670}{164498,8} = 0,51 \leq 1$$

7.6.2 - INSTABILITÀ GLOBALE

La pressione resistente massima si valuta come pressione radiale uniforme d'instabilità per cupole sferiche a reticolo isotropo (D.T. WRIGHT):

$$q_{crit} = k \cdot \frac{4 \cdot E \cdot A}{L \cdot R^2} \cdot i = 0,4 \cdot \frac{4 \cdot 210000 \cdot 1066}{3000 \cdot 20660^2} \cdot 29,7 = 8,30 \cdot 10^{-3} N / mm^2 = 8,30 \cdot 10^3 N / m^2$$

Con: A - Area del tubolare
 R - Raggio generatore della cupola
 L - Massima lunghezza aste
 i - raggio di inerzia

Tale valore risulta maggiore della somma dei carichi $G + Q + N$ che sono i carichi che interessano alla stabilità.

$$G + Q + N = 200 + 500 + 1300 = 2000 \text{ N/m}^2$$

Il coefficiente di sicurezza in esercizio risulta pari a:

$$C = \frac{8300}{2000} = 4.15$$

8 - CRITERIO D'EQUIVALENZA TRA DISCRETO E CONTINUO

8.1 - UTILITÀ DI UN CRITERIO D'EQUIVALENZA

La necessità di trovare un criterio di equivalenza tra una struttura discreta, come ad esempio una cupola geodetica, ed una struttura continua di uguale materiale e dimensioni (monta e diametro), e di spessore s da determinare, nasce dall'esigenza di voler stimare il regime statico di una struttura realizzata mediante una travatura reticolare partendo dallo studio di una struttura continua equivalente.

La ricerca di due strutture equivalenti tra loro, una discreta e una continua, ci permette di determinare quelle che sono, per esempio, le frecce della prima struttura, sotto un determinato regime di carichi, studiando la seconda struttura, soggetta anch'essa al medesimo regime di carico. I vantaggi stanno nella rapidità nel ricavare i risultati necessari. Per studiare la seconda struttura, quella continua, non è obbligatoriamente necessaria la costruzione di un modello agli elementi finiti, che non può essere verificato con calcoli manuali di rapida soluzione. Questo perché le soluzioni in forma chiusa, come quelle fornite da Timoshenko e Billington, nelle rispettive pubblicazioni, fanno riferimento a strutture continue e non cupole geodetiche costituite da travature reticolari.

Inoltre, una cupola continua equivalente ad una reticolare, studiata attraverso quelle che sono le soluzioni in forma chiusa, permette di validare o meno quelli che sono i risultati ottenuti dallo studio di una struttura reticolare attraverso un programma agli elementi finiti, permettendo di fare chiarezza e trasparenza sul metodo di calcolo ed sugli algoritmi utilizzati nel software in questione, così come richiesto dal DM del 14 Gennaio 2008 nel paragrafo 10.2.

Una struttura tralicciata si può definire equivalente ad una continua se, definito lo spessore s della struttura continua, e imposto ad entrambe lo stesso carico, le due strutture presenteranno, ad esempio, ad esempio il medesimo stato di spostamento o la stessa energia potenziale elastica.

8.2 - ANALISI DI UNA STRUTTURA DISCRETA

La valutazione delle caratteristiche geometriche di una struttura continua, affinché sia equivalente ad una struttura reticolare, possono essere calcolate attraverso un criterio cinematico: modello discreto e corrispondente continuo sono tra loro equivalenti se, assoggettati a sistemi di forze equipollenti, si deformano globalmente alla stessa maniera.

Una procedura d'analisi più sintetica fa capo al criterio energetico: modello discreto e corrispondente continuo sono tra loro equivalenti se, per un generico stato di deformazione, presentano la medesima energia potenziale elastica. Con il criterio energetico è possibile definire diversi tipi di modelli equivalenti, sia con riferimento a problemi in stato piano di tensione, sia a problemi in stato piano di deformazione. I due casi citati si differenziano tra loro per i diversi legami tra sforzo e deformazione [Malerba, Toniolo, 1981].

Nel caso di stato piano di tensione ($\sigma_z = 0$) il legame costitutivo si scrive come segue:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau \end{pmatrix} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma \end{pmatrix}$$

Nel caso di stato piano di deformazione ($\varepsilon_z = 0$) si avrà invece:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau \end{pmatrix} = \lambda E \begin{pmatrix} \frac{1-\nu}{\nu} & 1 & 0 \\ 1 & \frac{1-\nu}{\nu} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2\nu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma \end{pmatrix}$$

con:

$$\lambda = \frac{\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}$$

Resta ancora da precisare come un generico stato di deformazione di una struttura discreta, per la quale si parla soltanto di dilatazione assiale ε'_l delle aste, possa essere equiparato ad uno stato di deformazione di un modello continuo equivalente, definito dalle componenti $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma$.

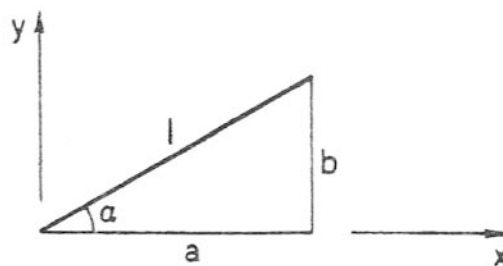


Fig. 8.1

In figura 8.1 é rappresentato un lato di continuo, lungo l , inclinato di α rispetto all'asse delle x . Su tale lato, che può essere proiettato nelle sue due componenti a e b orientate rispettivamente lungo x e lungo y , é supposta giacere un'asta del traliccio elementare. Le variabili l , a e b sono funzioni continue di x e y , e sono legate dalla relazione:

$$l^2 = a^2 + b^2$$

che, differenziata, porta a:

$$2l dl = 2a da + 2b db$$

$$l dl = a \left(\frac{\partial a}{\partial x} a + \frac{\partial a}{\partial y} b \right) + b \left(\frac{\partial b}{\partial x} a + \frac{\partial b}{\partial y} b \right)$$

Essendo:

$$dl = l \varepsilon'_l$$

$$\frac{\partial a}{\partial x} = \varepsilon_x$$

$$\frac{\partial b}{\partial y} = \varepsilon_y$$

$$\frac{\partial a}{\partial y} + \frac{\partial b}{\partial x} = \gamma$$

ne consegue che:

$$l^2 \varepsilon'_l = a^2 \varepsilon_x + b^2 \varepsilon_y + ab \gamma$$

e dividendo ambo i membri per l^2

$$\varepsilon'_l = \varepsilon_x \cos^2 \alpha + \varepsilon_y \sin^2 \alpha + \gamma \cos \alpha \sin \alpha$$

In particolare, per un'asta che giace lungo x ($\alpha = 0$), si ottiene:

$$\varepsilon'_l = \varepsilon_x$$

mentre per un'asta che giace lungo y ($\alpha = \pi/2$), si ottiene:

$$\varepsilon'_l = \varepsilon_y$$

8.3 - DETERMINAZIONE DELLO SPESSORE EQUIVALENTE

Con riferimento ad un campo continuo piano di spessore s costante, l'energia potenziale elastica, per unita di superficie, può scriversi come:

$$e_0 = \frac{1}{2} s (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \tau \gamma)$$

Introducendo i legami costitutivi definiti in precedenza, rispettivamente per lo stato piano di tensione e per lo stato piano di deformazione, si hanno le seguenti espressioni dell'energia elastica specifica:

$$e_0 = \frac{1}{2} \frac{Es}{(1-\nu^2)} \left[\varepsilon_x^2 + 2\nu \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y^2 + \frac{(1-\nu)}{2} \gamma^2 \right]$$

Ovvero:

$$e_0 = \frac{1}{2} \lambda Es \left[\frac{(1-\nu)}{\nu} \varepsilon_x^2 + 2\varepsilon_x \varepsilon_y + \frac{(1-\nu)}{\nu} \varepsilon_y^2 + \frac{(1-2\nu)}{2\nu} \gamma^2 \right]$$

Nel caso di deformazioni di valore costante su tutto il campo di continuo esaminato, l'energia potenziale elastica integrata su tutta l'area A del campo stesso assume il valore globale di:

$$e = \int_A e_0 dA = e_0 A$$

Per un generico traliccio elementare, a cui il continuo esaminato risulta equivalente, l'energia potenziale elastica globale, essendo $\sigma_l = E \varepsilon'_l$, vale:

$$e' = \sum_i \frac{1}{2} \int_{l_i} EA_i \varepsilon_{l_i}'^2 dl_i = \frac{1}{2} \sum_i EA_i l_i \varepsilon_{l_i}'^2$$

dove la sommatoria é estesa a tutte le aste del traliccio elementare.

Dall'uguaglianza $e = e'$ si ottengono finalmente le condizioni che definiscono lo spessore s del modello continuo equivalente al sistema discreto di partenza.

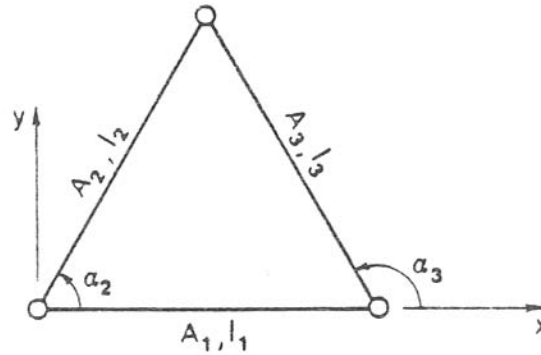


Fig. 8.2

Si applicano ora tali sviluppi al caso di un campo di lastra triangolare da schematizzarsi con un traliccio elementare di tre sole aste, come rappresentato in Figura 8.2. L'energia potenziale elastica globale del traliccio vale:

$$e' = \frac{1}{2} E \left(A_1 l_1 \varepsilon_{l1}^2 + A_2 l_2 \varepsilon_{l2}^2 + A_3 l_3 \varepsilon_{l3}^2 \right)$$

Ricordando che:

$$\begin{cases} \varepsilon'_{l1} = \varepsilon_x \\ \varepsilon'_{l2} = \varepsilon_x \cos^2 \alpha_2 + \varepsilon_y \sin^2 \alpha_2 + \gamma \cos \alpha_2 \sin \alpha_2 \\ \varepsilon'_{l3} = \varepsilon_x \cos^2 \alpha_3 + \varepsilon_y \sin^2 \alpha_3 + \gamma \cos \alpha_3 \sin \alpha_3 \end{cases}$$

e sostituendo queste espressioni nella precedente si ha:

$$e' = \frac{1}{2} E \left\{ \left(A_1 l_1 + A_2 l_2 c_2^4 + A_3 l_3 c_3^4 \right) \varepsilon_x^2 + 2 \left(A_2 l_2 c_2^4 s_2^4 + A_3 l_3 c_3^4 s_3^4 \right) \varepsilon_x \varepsilon_y + \left(A_2 l_2 c_2^4 + A_3 l_3 c_3^4 \right) \varepsilon_y^2 + \left(A_2 l_2 c_2^2 s_2^2 + A_3 l_3 c_3^2 s_3^2 \right) \gamma^2 + 2 \left(A_2 l_2 c_2^3 s_2 + A_3 l_3 c_3^3 s_3 \right) \varepsilon_x \gamma + 2 \left(A_2 l_2 c_2 s_2^3 + A_3 l_3 c_3 s_3^3 \right) \varepsilon_y \gamma \right\}$$

Avendo posto: $c_2 = \cos \alpha_2$ $c_3 = \cos \alpha_3$ $s_2 = \sin \alpha_2$ $s_3 = \sin \alpha_3$

La corrispondente energia potenziale elastica immagazzinata nel continuo per stati piani di tensione sarà data da:

$$e = e_0 A = \left\{ \frac{1}{2} \frac{Es}{(1-\nu^2)} \left[\varepsilon_x^2 + 2\nu\varepsilon_x\varepsilon_y + \varepsilon_y^2 + \frac{(1-\nu)}{2} \gamma^2 \right] \right\} \left\{ \frac{1}{2} l_1^2 \frac{t_2 t_3}{t_3 - t_2} \right\}$$

con: $t_2 = \tan \alpha_2$ $t_3 = \tan \alpha_3$

Confrontando i corrispondenti singoli termini di e' ed e e in virtù dell'arbitrarietà dello stato di deformazione $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$, si osserva che:

* e non contiene termini in $\varepsilon_x \gamma$ e $\varepsilon_y \gamma$, e pertanto deve essere:

$$\begin{cases} A_2 l_2 c_2^3 s_2 + A_3 l_3 c_3^3 s_3 = 0 \\ A_2 l_2 c_2 s_2^3 + A_3 l_3 c_3 s_3^3 = 0 \end{cases}$$

Questo é un sistema omogeneo che ammette soluzioni diverse da quella banale, $A_2=A_3=0$, solo se il determinante della matrice dei coefficienti é uguale a zero, e cioè se:

$$\tan^2 \alpha_2 = \tan^2 \alpha_3$$

e quindi, escludendo le soluzioni prive di significato fisico, solo se:

$$\alpha_2 = \pi - \alpha_3 = \alpha$$

Quindi, affinché possa sussistere l'equivalenza, il triangolo deve essere isoscele ($L_2=L_3=L$);

* Dal confronto dei termini in $\varepsilon_x \varepsilon_y$ e in γ^2 , considerando $c_0 = \cos \alpha$, $s_0 = \sin \alpha$ e $t_0 = \tan \alpha$, si ha:

$$\begin{cases} (A_2 + A_3) l c_0^2 s_0^2 = \frac{1}{4} l_1^2 t_0 \frac{\nu s}{(1-\nu^2)} \\ (A_2 + A_3) l c_0^2 s_0^2 = \frac{1}{4} l_1^2 t_0 \frac{(1-\nu)s}{2(1-\nu^2)} \end{cases}$$

da cui deriva

$$\nu = \frac{1}{2}(1 - \nu)$$

che porta a $\nu = 1/3$

Con tale valore di ν le due relazioni sopra scritte si riducono a:

$$(A_2 + A_3)l = \frac{1}{4}l_1^2 t_0 \frac{3}{8} \frac{s}{c_0^2 s_0^2}$$

* Confrontando infine i termini in ε_y^2 , si ha, sempre per $\nu = 1/3$:

$$(A_2 + A_3)l = \frac{1}{4}l_1^2 t_0 \frac{9}{8} \frac{s}{s_0^4}$$

che, con la precedente, porta a:

$$t_0^2 = \tan^2 \alpha = 3$$

e cioè che α deve essere uguale a $\pi/3$ e pertanto il triangolo deve risultare equilatero.

* Pertanto, con $\nu = 1/3$ e $\alpha = \pi/3$ e considerando la simmetria del sistema, si conclude che:

$$A_1 = A_2 = A_3 = A'$$

$$2A' = \frac{9}{32} \frac{t_0}{s_0^3} ls$$

$$A' = \frac{\sqrt{3}}{4} ls$$

Lo stesso procedimento per stati piani di deformazione porta a modelli a traliccio triangolari equilateri validi per $\nu = 1/4$ e con:

$$A' = \frac{4}{5\sqrt{3}} ls$$

Definito così per insieme strutturale il modello a traliccio, lo si assoggetta a forze ai nodi, equipollenti agli effettivi carichi distribuiti sulla lastra, e lo si analizza quale travatura reticolare piana. La soluzione di tale analisi risulta espressa in termini di spostamenti nodali e di sforzi assiali nelle aste. Per passare da questi ultimi alle tensioni σ_x , σ_y e τ distribuite nella lastra, si possono utilizzare le precedenti espressioni che legano le deformazioni ε'_{li} delle aste a quelle ε_x , ε_y e γ del continuo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon'_{l1} = \varepsilon_x \\ \varepsilon'_{l2} = \frac{1}{4}\varepsilon_x + \frac{3}{4}\varepsilon_y + \frac{\sqrt{3}}{4}\gamma \\ \varepsilon'_{l3} = \frac{1}{4}\varepsilon_x + \frac{3}{4}\varepsilon_y - \frac{\sqrt{3}}{4}\gamma \end{array} \right.$$

qui riscritte per $\alpha_2 = \pi - \alpha_3 = \alpha = \pi / 3$. Invertendo tali relazioni si ottiene:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x = \varepsilon'_{l1} \\ \varepsilon_y = -\frac{1}{3}\varepsilon'_{l1} + \frac{2}{3}\varepsilon'_{l2} + \frac{2}{3}\varepsilon'_{l3} \\ \gamma = \frac{2}{\sqrt{3}}\varepsilon'_{l2} - \frac{2}{3}\varepsilon'_{l3} \end{array} \right.$$

dove la deformazione delle tre aste del traliccio elementare si ottengono, per esempio, dividendo i rispettivi sforzi assiali per la rigidezza EA delle sezioni. Da qui, attraverso il legame costitutivo, si risale infine alle rispettive tensioni.

I valori di tensione così calcolati possono essere riferiti al baricentro dei rispettivi campi triangolari, ed i diagrammi possono essere completati interpolando linearmente da punto a punto [Malerba, Toniolo, 1981].

8.4 - APPLICAZIONE DEL CRITERIO ENERGETICO AL CASO REALE

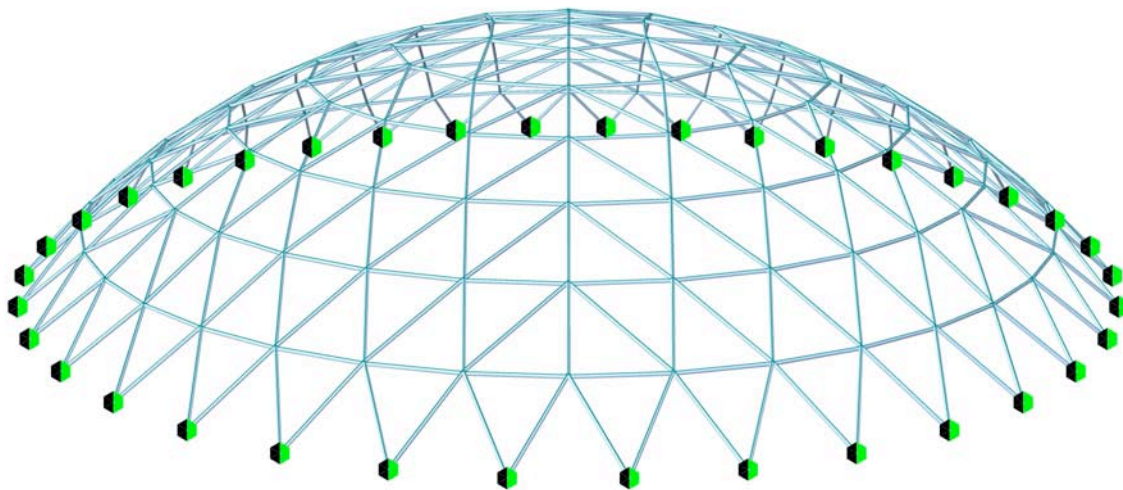


Figura 8.3 - Modellizzazione della “Diamatic Dome” oggetto del presente studio

Grazie al criterio energetico è possibile calcolare lo spessore di una cupola continua affinché questa risulti equivalente ad una *cupola Geodetica*. E lo si fa utilizzando la formula determinata nel paragrafo precedente per stati piani di tensione, tenendo ben presente che il regime di sforzi che si instaura in una cupola, e quindi anche in una calotta come è il nostro caso, è quasi esclusivamente membranale:

$$A' = \frac{\sqrt{3}}{4} l s$$

Dalla trattazione fatta precedentemente emerge come questa formula risulta valida solo per travature costituite da una sola tipologia di triangolo equilatero, cioè da triangoli equilateri aventi tutti la stessa dimensione, e realizzati con un materiale caratterizzato da un coefficiente di Poisson pari a 1/3. La nostra struttura di partenza, una Diamatic Dome, risulta essere realizzata in acciaio, quindi con un materiale avente un coefficiente di Poisson di circa 0.30, valore molto prossimo allo 0.33 di ipotesi. Sfortunatamente, questa tipologia di cupola, è costituita prevalentemente da triangoli isosceli, triangoli che però hanno quasi tutti i lati della stessa lunghezza, con differenze trascurabili (pochi cm).

Si è deciso di tentare comunque a costruire una struttura continua equivalente alla struttura reticolare di partenza, ritenendo trascurabile la differenza esistente tra la struttura ideale considerata

nella trattazione di cui al paragrafo precedente e quella reale. In particolare, si ipotizza che la struttura reale sia interamente costituita da triangoli equilateri, a loro volta costituiti da aste di lunghezza uguale alla lunghezza media delle aste che realmente costituiscono la travatura, pari a 2.726 m, con un profilo cavo circolare di diametro esterno pari a 88.9 mm e spessore di 3 mm.

Applicando a questo punto la formula di equivalenza di cui si è detto al paragrafo precedente, si ottiene lo spessore s che deve avere la cupola affinché risulti equivalente in termini di energia potenziale elastica alla travatura:

$$A' = \frac{\sqrt{3}}{4} l s \quad \implies \quad s = \frac{4\sqrt{3}}{3} \frac{A'}{l} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \frac{809,2 \text{ mm}^2}{2726,9 \text{ mm}} = 0,685 \text{ mm}$$

Per dimostrare la validità della teoria citata e delle ipotesi fatte si è costruito un modello agli elementi finiti per la struttura discreta e per l'equivalente struttura continua. Ciascuno di questi due modelli, costruiti in *Midas Civil*, sono stati assoggettati a due carichi: uno uniformemente distribuito sulla superficie della struttura, ed un altro uniformemente distribuito sulla proiezione della struttura sull'orizzontale, entrambi con intensità di 2 kN/m².

CONFRONTO DEI RISULTATI:

L'analisi e il confronto dei risultati sugli spostamenti delle due strutture, soggette alle diverse tipologie di carico, ha mostrato la validità della teoria utilizzata, non prendendo però in considerazione la particolare deformazione che le due strutture assumono in sommità. Infatti in quel punto le due strutture dimostrano due comportamenti opposti tra di loro: mentre quella continua ha un picco di abbassamento (Fig 8.4 e Fig 8.5), quella discreta, al dispetto del resto della struttura, sale (Fig. 8.6 e 8.7). Ma le ragioni di questo comportamento sono completamente diverse fra loro: mentre il picco di freccia per quella continua è da attribuirsi a un problema del programma di calcolo, che sparisce nella modellazione se si infittisce il numero di Mesh, l'alzamento del nodo centrale in quella discreta è un comportamento proprio della struttura.

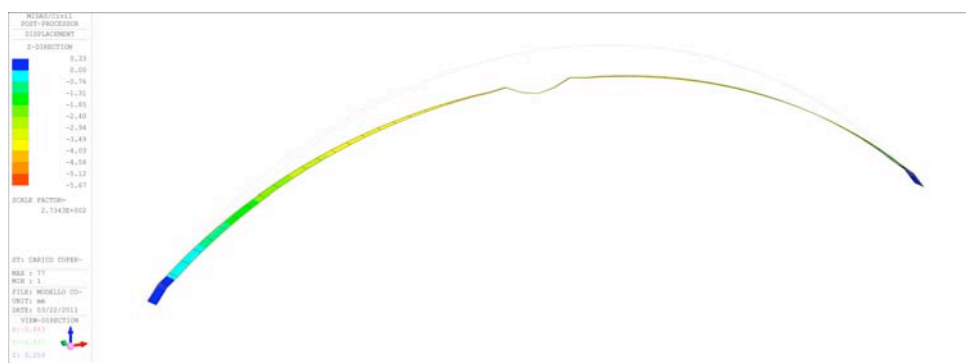
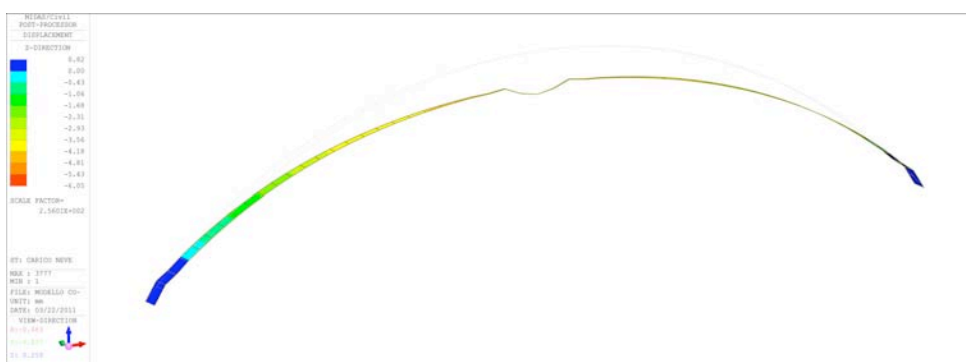


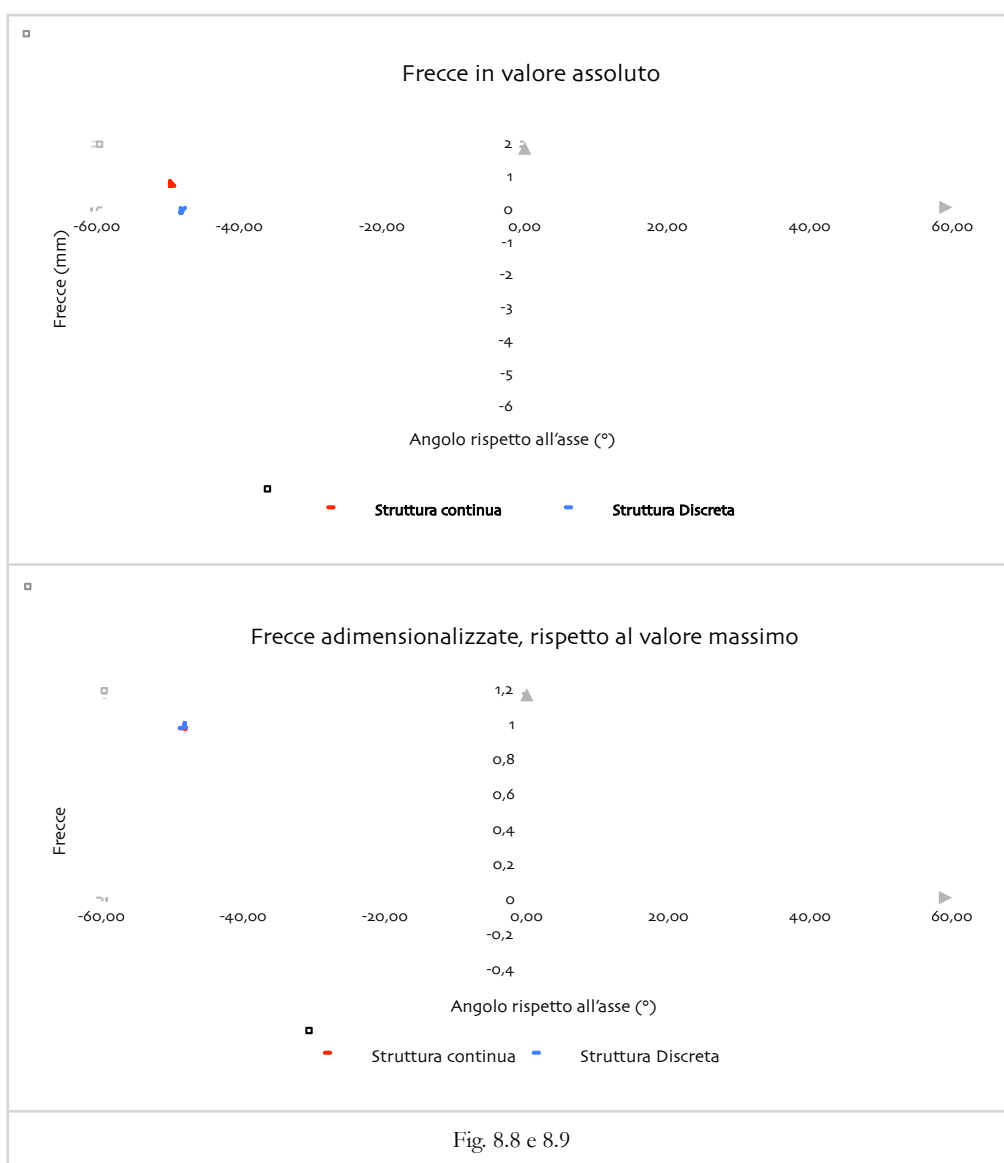
Fig. 8.4 - Deformata per il carico uniformemente distribuito sulla copertura



Confrontando graficamente gli spostamenti, della struttura discreta e relativa struttura equivalente, non rappresentando il disturbo prima citato per la struttura continua, si è messo in luce come l'andamento delle frecce risulti essere molto simili tra di loro, almeno per quanto riguarda il valore massimo (vedere i grafici dal 8.8 al 8.11).

Avendo pensato questo criterio di equivalenza come metodo di verifica e controllo, per una struttura reticolare, sugli spostamenti massimi per diverse configurazioni di carico, i risultati trovati si possono ritenere sufficientemente soddisfacenti.

CARICO UNIFORMEMENTE DISTRIBUITO SULLA SUPERFICIE DELLA CUPOLA



CARICO UNIFORMEMENTE DISTRIBUITO SULLA DELLA CUPOLA

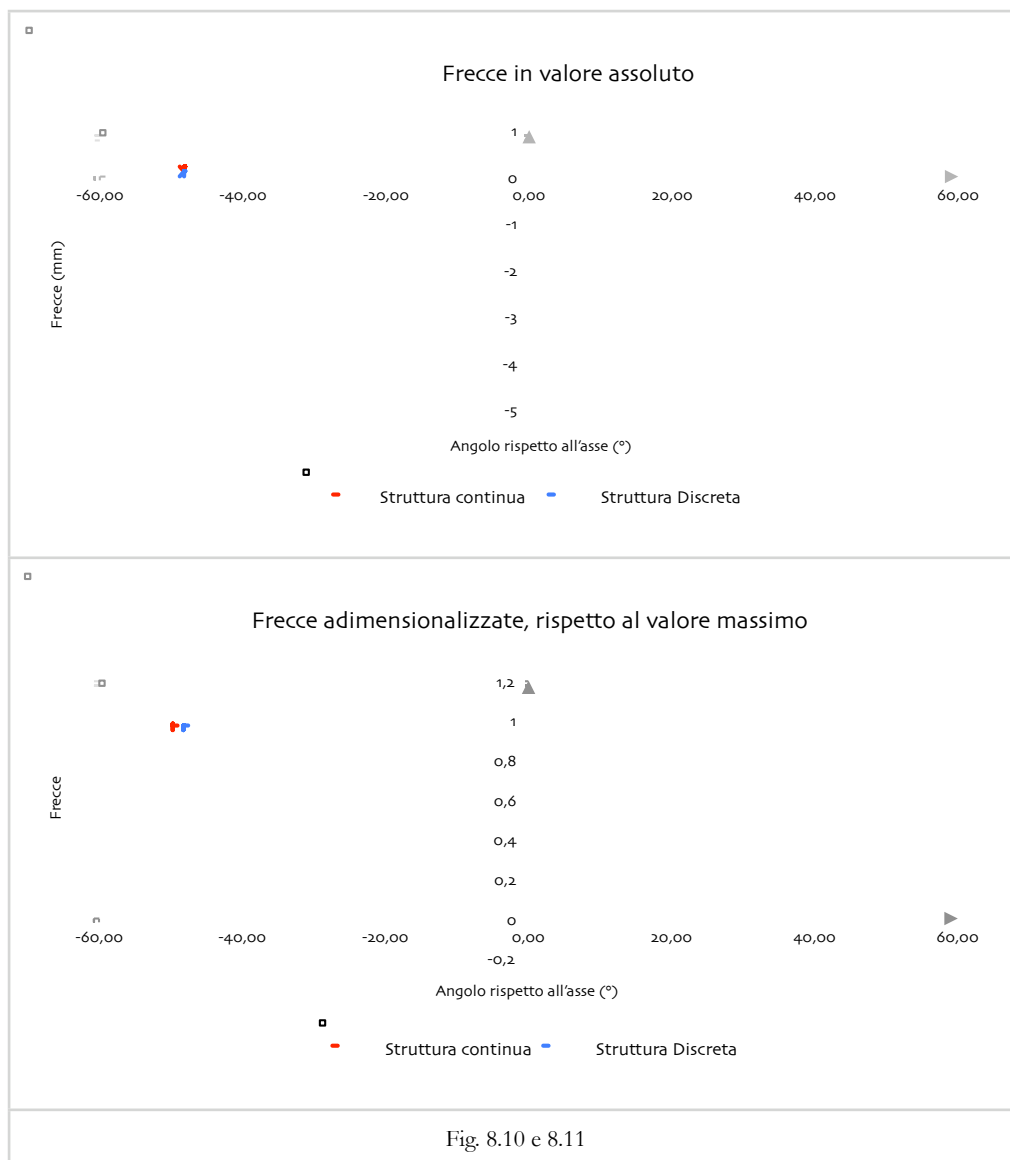


Fig. 8.10 e 8.11

Frecce massime tra struttura discreta e corrispondente continua:

CARICO 1: D= -4,7 mm
C= -4,9 mm

CARICO 2: D= -4,17 mm
C= -4,5 mm

Possiamo ritenere, alla luce dei risultati ottenuti, e cioè di uno scarto fra i valori inferiore al 8%, che la formula ricavata per determinare lo spessore equivalente fornisce buoni risultati, con un margine d'errore ben al di sotto della soglia comunemente adottata ($\approx 10\%$) per valutare una differenza come "ingegneristicamente trascurabile".

8.5 - CONFRONTO FRA LA DISTRIBUZIONE DI FORZE IN UNA STRUTTURA CONTINUA E IN UNA DISCRETA

È stato interessante notare come queste due strutture, una continua e una discreta, seppure differenti fra di loro in maniera sostanziale, trasmettano i carichi sollecitanti la struttura nella medesima maniera, sia attraverso le forze di parallelo sia attraverso le forze di meridiano, uniche forze presenti in un una struttura a cupola soggetta ad un regime membranale. Questo avviene logicamente per lo stesso carico, che sarà distribuito sulla superficie continua, mentre nella struttura discreta il carico verrà discretizzato in relazione all'area d'influenza dei nodi.

Per dimostrare ciò, si sono confrontate le forze per unità di lunghezza presenti in queste due strutture. In particolare, in considerazione dell'assialsimmetria della cupola continua e la possibilità di dividere la discreta in sei porzioni geometricamente identiche, si sono relazionate le forze presenti in un sesto di cupola, al variare dell'angolo di parallelo ϕ .

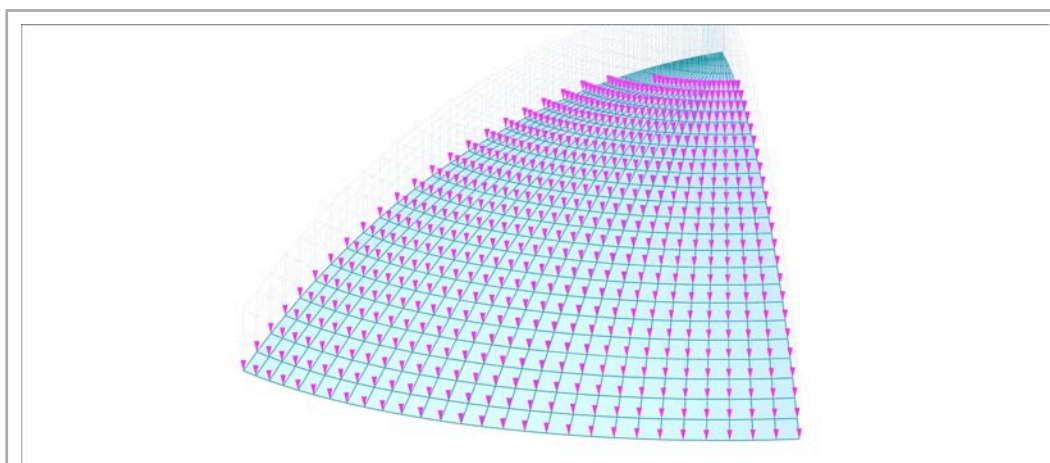


Fig. 8.12 - Porzione di cupola continua caricata

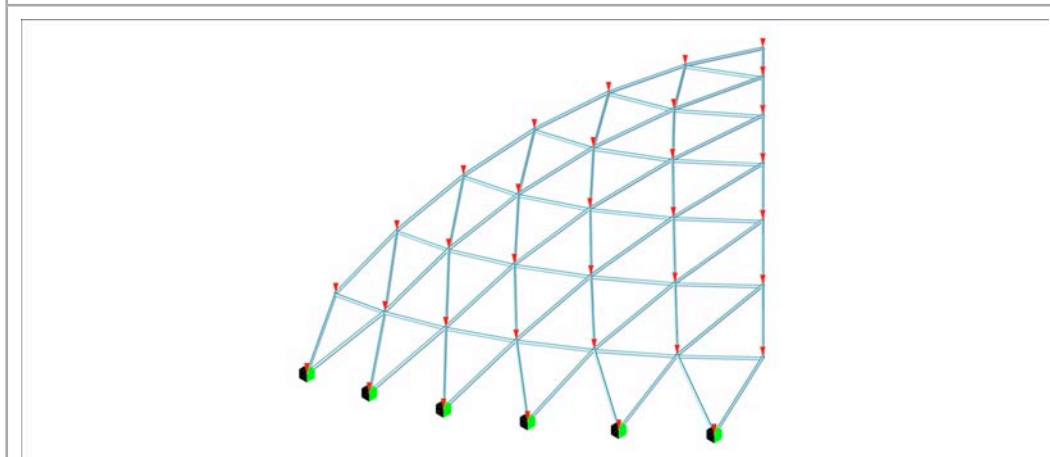


Fig. 8.13 - Porzione di cupola discreta caricata

8.5.1 - AZIONI DI MERIDIANO

Grazie al programma di calcolo utilizzato la determinazione delle forze di meridiano, in entrambe le strutture, è piuttosto semplice. La differenza sta nel fatto che, mentre nella struttura continua verrà fornito proprio il valore F_{xx} della forza per unità di lunghezza agente nella direzione del meridiano, nella struttura discreta verrà fornita invece la forza assiale degli elementi *Truss* che costituisce la struttura. Di questi ultimi valori, per quelle aste inclinate rispetto alla direzione principale, bisognerà poi calcolare la componente nella direzione dei meridiani.

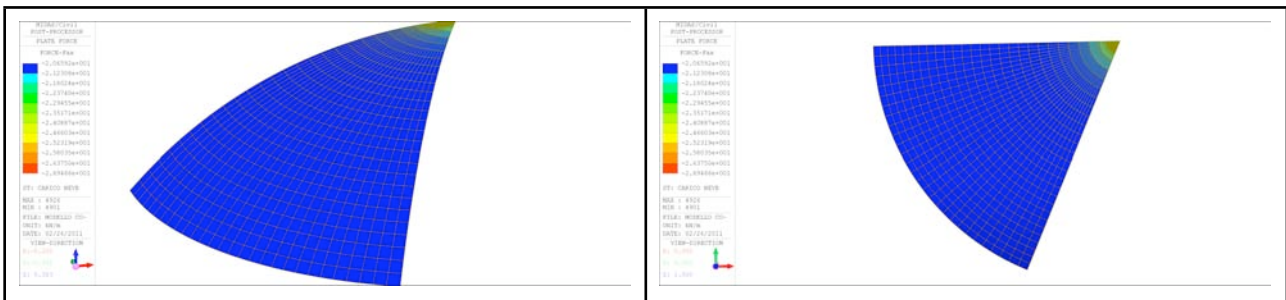


Fig. 8.14 e 8.15 - Forze di meridiano per una struttura continua

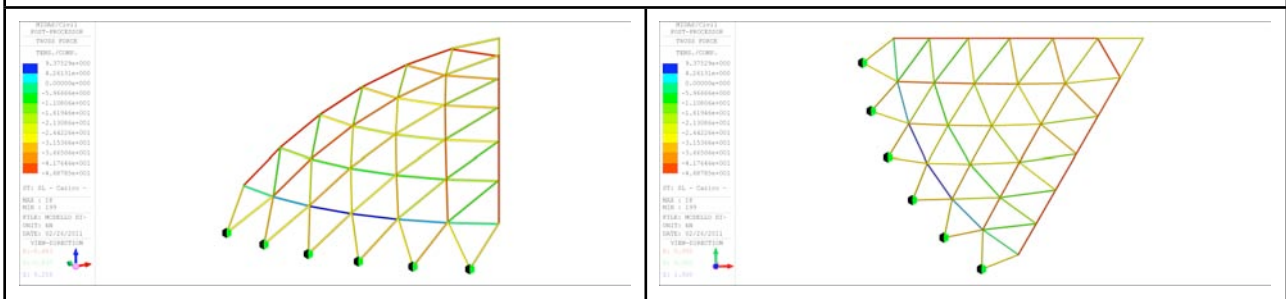


Fig. 8.16 e 8.17 - Forze di meridiano per una struttura discreto

Il confronto sarà quindi eseguito confrontando l'andamento delle forze, nelle due strutture, al variare dell'angolo ϕ , partendo da $\phi = 0$, cioè dalla sommità della cupola, fino arrivare, come è ovvio, a $\phi = 49$, quindi all'ultimo parallelo vincolato a terra. A titolo di esempio si son caricate le due strutture con un carico distribuito di 2kN/m^2 , su una superficie calcolata proiettando la struttura sull'orizzontale.

* Definizione delle Forze di meridiano nella struttura discreta

La prima cosa da fare è definire le forze agenti lungo le aste, e calcolarne le componenti tangenti alla cupola in direzione dei meridiani. Sommando tra di loro queste forze e dividendo il valore così ottenuto per la lunghezza dell'arco di cerchio generato dall'intersezione di un piano ortogonale all'asse della cupola con la cupola stessa, in funzione dell'angolo ϕ , si ottiene la forza di meridiano media per unità di lunghezza [kN/mm].

* Definizione delle Forze di meridiano nella struttura continua

Il programma di calcolo utilizzato ci permette di definire immediatamente le forze di meridiano per unita di lunghezza, lungo tutto l'arco di meridiano.

Si sono confrontati poi all'interno di un grafico i valori ottenuti, con il seguente risultato.

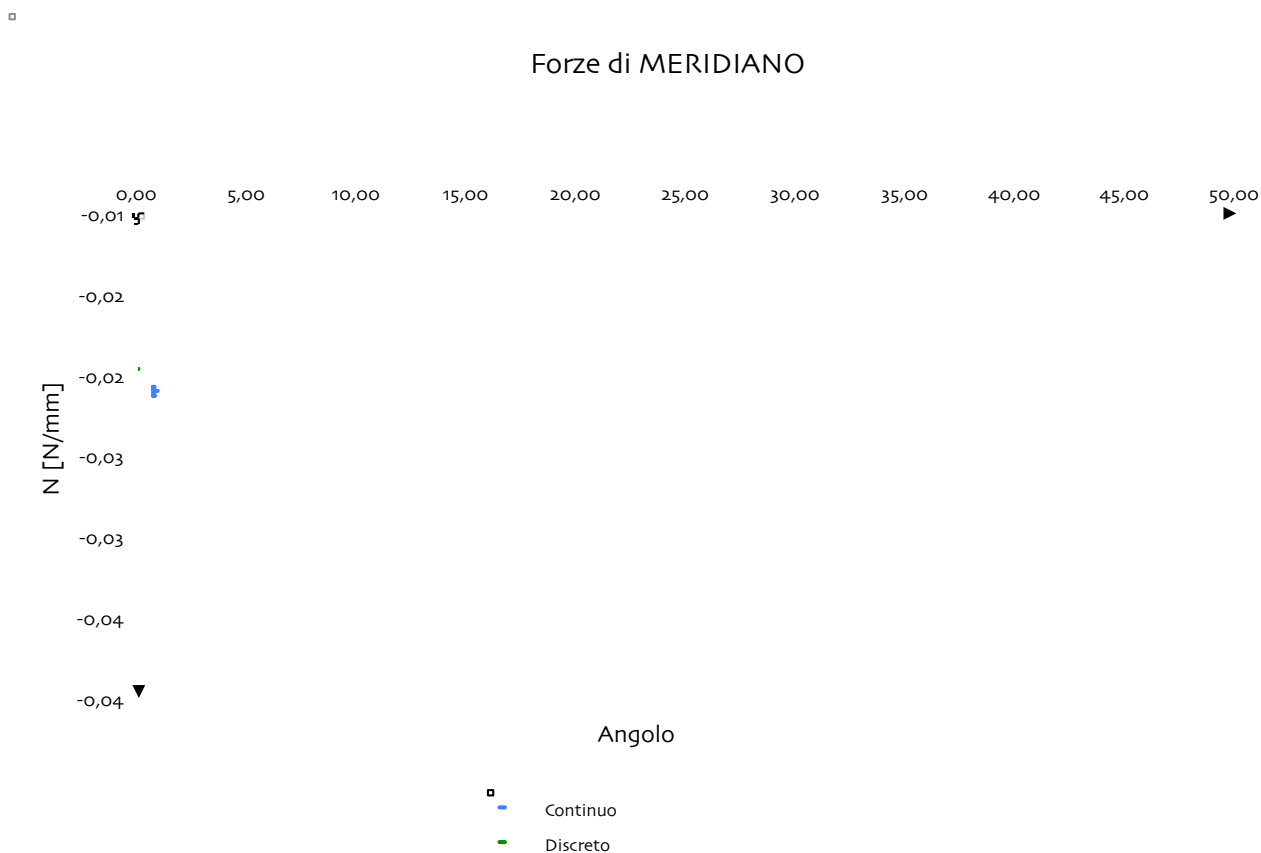


Fig. 8.18 - Confronto fra forze di meridiano di una struttura continua e una discreta

Si può notare come l'andamento dei due grafici sia assolutamente identico. La discrepanza tra i due la si può attribuire a tanti fattori, tra cui la difficoltà oggettiva di calcolare le varie componenti, nella direzione dei meridiani, delle forze nella struttura discreta e nella difficoltà nel calcolare la lunghezza dell'arco di cerchio per il quale dividere la risultante delle forze.

8.5.2 - AZIONI DI PARALLELO

Anche per le azioni di parallelo, come per quelle di meridiano, la determinazione delle forze nelle due strutture avviene attraverso il programma di calcolo. E come nel caso delle forze di meridiano nella struttura discreta, anche quelle di parallelo, della stessa struttura, vengono determinate calcolando la componente delle forze agenti lungo le aste e sommandole fra di loro, questa volta in direzione ovviamente dei paralleli (cioè orizzontale).

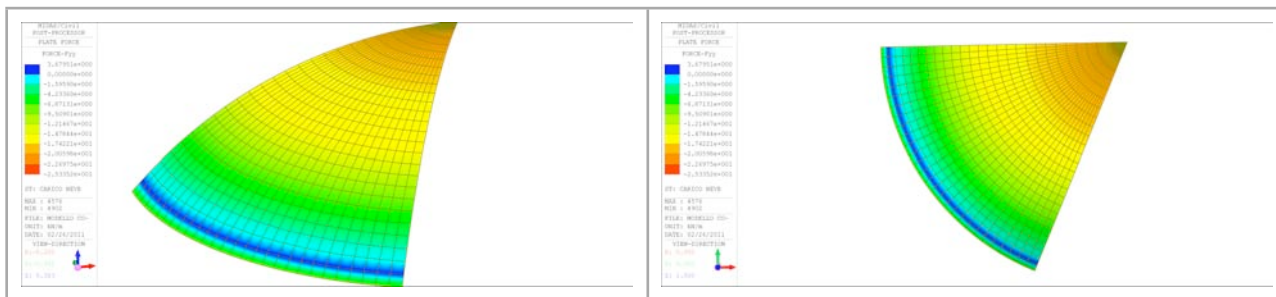


Fig. 8.19 e 8.20 - Forze di Parallelo per una struttura continua

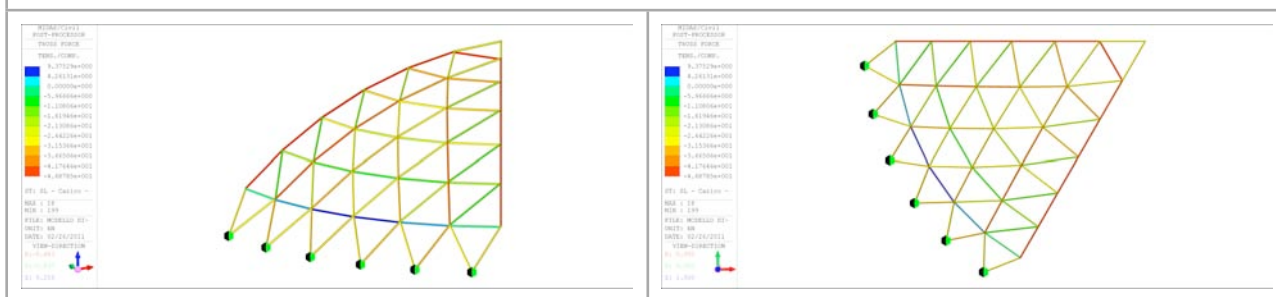


Fig. 8.21 e 8.22 - Forze di Parallelo per una struttura discreta

* Definizione delle Forze di parallelo nella struttura continua

La determinazione con Midas ha fornito un andamento pressoché parabolico delle forze, partendo da un valore massimo in corrispondenza della sommità della cupola, sino ad un valore prossimo allo zero presso i vincoli a terra. In questo andamento é ben visibile quello che é il disturbo flessionale nell'estremo inferiore.

* Definizione delle Forze di parallelo nella struttura discreta

In questo caso, come si é detto in precedenza, non si é fatto altro che sommare le componenti delle forze che agiscono lungo le aste, in direzione dei paralleli, e dividere il valore ottenuto per la lunghezza dell'arco di parallelo.

Un confronto fra l'andamento delle forze delle due strutture é osservabile nel seguente grafico.



Fig. 8.23 - Grafico confronto fra forze di meridiano di una struttura continua e una discreta

Le considerazioni riguardanti questo grafico, ed in particolar modo le differenze fra i due andamenti, sono le medesime che son state fatte sul grafico che rappresentano le forze di meridiano, partendo proprio dalla natura degli errori che potrebbero essere stati commessi, e che portano a due andamenti simili in termine di valor medio, ma con qualche differenza in termini di valore assoluto. Si deve peraltro assumere come il criterio utilizzato per trasformare le forze della struttura discreta in “forze invece continue” sia del tutto arbitrario.

8.5.3 - VALUTAZIONE DEI RISULTATI

Da un’analisi dei grafici si può quindi concludere come due strutture così diverse tra loro, come lo sono una cupola continua e una cupola geodetica, che solamente approssima la continua, lavorino, per carichi assialsimmetrici, nella stessa maniera, in termini di distribuzione delle forze interne. In particolar modo questa analisi ha dimostrato, anche se in maniera parziale, come una cupola discreta

possa essere ben approssimata da una continua, e come i vantaggi propri delle cupole, possono essere ben riprodotti da questa tipologia di struttura reticolare spaziale.

La differenza sostanziale sta nel fatto che mentre una struttura continua lavora per carichi distribuiti, quella discreta lavora prevalentemente per carichi puntuali, non essendoci la possibilità di applicare altrimenti i carichi; in particolar modo, questi carichi vengono applicati ai nodi.

Non bisogna però sottovalutare le deformazioni che i carichi puntuali generano nella struttura discreta. Infatti carichi di questo tipo possono portare a deformazioni e quindi frecce tali da indurre fenomeni d'instabilità locale o peggio ancora globale.

9 - GENERALITÀ DI UN COLLAUDO

9.1 - PRESCRIZIONI GENERALI

A costruzione ultimata il committente che deve prendere in consegna l'opera ha il diritto, che per le opere pubbliche diventa dovere, di verificare le modalità di esecuzione dell'opera, valutare l'entità degli scostamenti dal progetto originario (o varianti) e controllare che i prezzi applicati siano quelli contrattuali.

Il collaudo statico riguarda il giudizio sul comportamento e le prestazioni delle parti dell'opera che svolgono funzione portante. Le prove di collaudo hanno quindi l'obiettivo di controllare se l'esecuzione dei lavori ha rispettato le condizioni di vincolo e di carico poste alla base del calcolo statico e se la qualità dei materiali è idonea. Tranne casi particolari, il collaudo va eseguito in corso d'opera, quando vengono posizionati elementi strutturali non più ispezionabili, controllabili e collaudabili a seguito del proseguire della costruzione.

Le opere non possono essere poste in esercizio prima dell'effettuazione del collaudo statico. Questo, per tutte le opere di ingegneria civile, deve comprendere i seguenti adempimenti:

- A) controllo di quanto prescritto per le opere eseguite sia con materiali regolamentati dal DPR 6.6.2001 n. 380, leggi n. 1086/71 e n. 64/74, sia con materiali diversi;
- B) ispezione dell'opera nelle varie fasi costruttive degli elementi strutturali ove il collaudatore sia nominato in corso d'opera, e dell'opera nel suo complesso, con particolare riguardo alle parti strutturali più importanti.

L'ispezione dell'opera verrà eseguita alla presenza del Direttore dei lavori e del Costruttore, confrontando in contraddittorio il progetto depositato in cantiere con il costruito.

9.2 - LA FIGURA DEL COLLAUDATORE

9.2.2 - LA NOMINA

Il collaudo statico deve essere eseguito da un ingegnere o architetto iscritto all'albo professionale da almeno dieci anni; egli non deve essere intervenuto in alcuno modo nella progettazione, direzione ed esecuzione dell'opera. La nomina del collaudatore spetta al committente o al costruttore che esegue in proprio l'opera. In quest'ultimo caso, il costruttore è tenuto a chiedere all'ordine provinciale degli ingegneri o architetti la designazione di una terna di nominativi tra i quali scegliere il collaudatore.

9.2.2 - COMPITI E RESPONSABILITÀ

Il collaudatore statico deve verificare la perfetta esecuzione dei lavori, la sua corrispondenza ai dati progettuali e svolgere ogni altra indagine che ritenga necessaria al fine di esprimere il giudizio tecnico conclusivo di idoneità dell'opera per il fine cui è stata realizzata.

Lo svolgimento del collaudo statico si articola nelle seguenti operazioni:

- 1) esame del progetto;
- 2) controllo dei requisiti dei materiali e della rispondenza con i dati di progetto e della normativa vigente;
- 3) modalità esecutive;
- 4) esame visivo delle strutture;
- 5) prove sui materiali;
- 6) esecuzione di prove di carico e di ogni altra indagine ritenuta necessaria.

Il collaudatore deve redigere due copie in bollo del certificato di collaudo e trasmetterle all'Ufficio del Genio Civile, il quale provvederà a restituirne una copia con l'attestazione di avvenuto deposito da consegnare al committente, che a sua volta la consegnerà all'ente preposto, al fine del rilascio della licenza d'uso o di abitabilità dell'opera, se prescritta.

Il collaudatore che non ottempera alla prescrizione della norma è punito con un'ammenda. La violazione delle norme tecniche può comportare l'applicazione degli artt. 434 e 676 del codice penale, che producono provvedimenti di carattere penale (reclusione e ammenda). Questo avviene dopo che si sono verificati, in tempi successivi al rilascio del collaudo, crolli, rovine o pericoli per la pubblica utilità.

9.2.3 - ADEMPIMENTI DEL COLLAUDATORE STATICO

Il compito del Collaudatore é quindi quello di controllare che siano state messe in atto le prescrizioni progettuali e siano stati eseguiti i controlli sperimentali. Quando la costruzione è eseguita in procedura di garanzia di qualità, il Collaudatore deve prendere conoscenza dei contenuti dei documenti di controllo qualità e del registro delle non-conformità, mediante:

- A) l'esame dei certificati delle prove sui materiali;
- B) l'esame dei certificati di cui ai controlli in stabilimento e del ciclo produttivo;
- C) controllo dei verbali e dei risultati delle eventuali prove di carico fatte eseguire dal Direttore dei lavori.

Il Collaudatore, nell'ambito delle sue responsabilità, dovrà inoltre:

- D) esaminare il progetto dell'opera, l'impostazione generale, della progettazione nei suoi aspetti strutturale e geotecnico, gli schemi di calcolo e le azioni considerate;
- E) esaminare le indagini eseguite nelle fasi di progettazione e costruzione come prescritte nelle presenti norme;
- F) esaminare la relazione a strutture ultimate del Direttore dei lavori, ove richiesta.

Infine, nell'ambito della propria discrezionalità, il Collaudatore potrà richiedere:

- G) di effettuare tutti quegli accertamenti, studi, indagini, sperimentazioni e ricerche utili per formarsi il convincimento della sicurezza, della durabilità e della collaudabilità dell'opera, quali in particolare:
 - prove di carico;
 - prove sui materiali messi in opera, anche mediante metodi non distruttivi;
 - monitoraggio programmato di grandezze significative del comportamento dell'opera da proseguire, eventualmente, anche dopo il collaudo della stesso.

9.3 - LA PROVA DI CARICO

Le prove di carico, ove ritenute necessarie dal Collaudatore, dovranno identificare la corrispondenza del comportamento teorico a quello sperimentale. I materiali degli elementi sottoposti a collaudo devono aver raggiunto le resistenze previste per il loro funzionamento finale in esercizio. Il programma delle prove, stabilito dal Collaudatore con l'indicazione delle procedure di carico e delle prestazioni attese, deve essere sottoposto al Direttore dei lavori per l'attuazione e reso noto al Progettista e al Costruttore. Le prove di carico si devono svolgere con le modalità indicate dal Collaudatore, che se ne assume la piena responsabilità, mentre, per quanto riguarda la loro materiale attuazione, è responsabile il Direttore dei lavori.

Le prove di carico sono prove di comportamento delle opere sotto le azioni di esercizio. Queste devono essere, in generale, tali da indurre le sollecitazioni massime di esercizio per combinazioni caratteristiche (rare). In relazione al tipo della struttura ed alla natura dei carichi le prove possono essere convenientemente protratte nel tempo, ovvero ripetute su più cicli.

Il giudizio sull'esito della prova è responsabilità del Collaudatore.

L'esito della prova va valutato sulla base dei seguenti elementi:

- * le deformazioni si accrescano all'incirca proporzionalmente ai carichi;
- * nel corso della prova non si siano prodotte fratture, fessurazioni, deformazioni o dissesti che compromettono la sicurezza o la conservazione dell'opera;
- * la deformazione residua dopo la prima applicazione del carico massimo non superi una quota parte di quella totale commisurata ai prevedibili assestamenti iniziali di tipo anelastico della struttura oggetto della prova. Nel caso invece che tale limite venga superato, prove di carico successive devono indicare che la struttura tenda ad un comportamento elastico;
- * la deformazione elastica risulti non maggiore di quella calcolata.

Le prove statiche, a giudizio del Collaudatore e in relazione all'importanza dell'opera, possono essere integrate da prove dinamiche e prove a rottura su elementi strutturali.

Le prove di carico devono essere eseguite prima della realizzazione di sovrastrutture al fine di non alterare il comportamento della struttura portante sotto l'effetto dei carichi.

Le prove di carico delle strutture sono utili per il controllo globale, nella realtà, della buona esecuzione delle opere costruite, e delle sollecitazioni prodotte dai carichi applicati.

Le prove di carico permettono di verificare se le strutture restano in campo elastico per effetto delle forze esterne applicate, che devono coincidere con quelle previste in fase di progetto.

A tal fine é necessario realizzare condizioni di carico significative, raggiungendo l'intensità massima attraverso vari incrementi e lasciare le strutture sotto carico massimo costante per un periodo di tempo sufficientemente lungo affinché il materiale possa deformarsi completamente. La determinazione degli spostamenti e delle tensioni specifiche in vari punti degli elementi esaminati permette di confrontare il comportamento effettivo con quello ipotizzato, e di verificare così la validità del calcolo eseguito nel progetto.

Le grandezze che si possono misurare sono deformazioni globali (spostamenti e rotazioni) e le deformazioni locali (variazioni di lunghezza) che gli elementi subiscono per effetto dei carichi esterni. Dalle deformazioni locali, si può risalire alle tensioni specifiche.

Gli strumenti di misura, le modalità di esecuzione e le metodologie variano con il tipo di struttura esaminata e con le sollecitazioni cui esse sono sottoposte.

Le prove di collaudo possono essere:

- * a carattere statico, se i sovraccarichi si considerano fissi e permanenti; si impiegano allora strumenti indicatori statici;
- * a carattere dinamico o mobile, se i sovraccarichi sono mobili e nel caso di vibrazioni di edifici;

Gli strumenti impiegati devono consentire la registrazione delle deformazioni, in quanto le stesse variano rapidamente nel tempo ed occorre valutarne le grandezze. Le prove di carico delle strutture d'acciaio forniscono utili indicazioni sulla bontà dei collegamenti in cantiere degli elementi preparati in officina. Nel caso che le prove di carico siano omesse perché non ritenute necessarie o perché praticamente irrealizzabili, é compito e responsabilità del collaudatore verificare in altro modo la collaudabilità delle strutture stesse (ispezioni in corso d'opera, prove non distruttive, prelievo di campione, prove dinamiche, prove fisiche, ecc.).

9.4 - INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI DELLE PROVE DI CARICO

É opportuno raccogliere tutti risultati delle misure eseguite in tabelle con l'indicazione degli strumenti di misura, la data, l'ora, le condizioni di carico, le varie intensità di carico per metro quadrato.

Per meglio comprendere l'effettivo comportamento delle strutture sotto l'azione dei carichi applicati occorre rappresentare graficamente i valori ottenuti.

I grafici permettono di visualizzare i risultati e riconoscere eventuali dati anomali dovuti ad imperfetto funzionamento degli strumenti di misura o ad errori di lettura, e conoscere il comportamento del singolo punto di misura in rapporto all'incremento del carico.

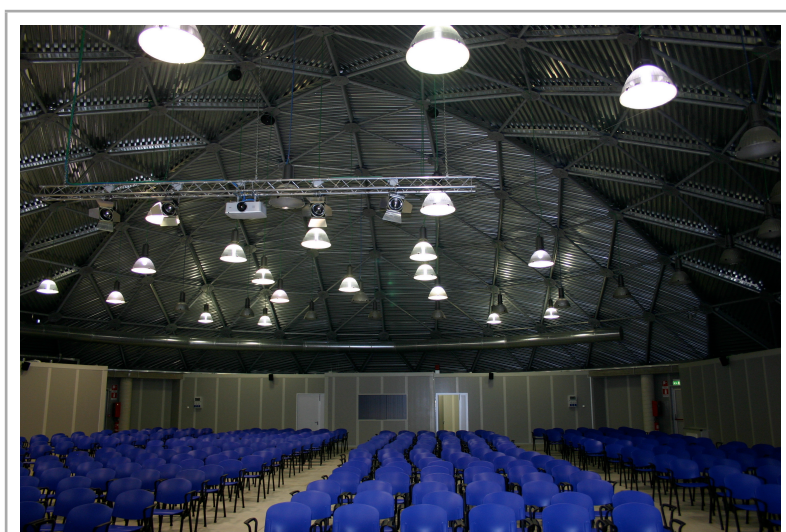
Sostanzialmente, l'interpretazione delle prove, consiste nel ricercare una corretta giustificazione teorica dei risultati ottenuti.

È opportuno ricordare comunque che, in generale, la determinazione teorica degli spostamenti presenta alcune difficoltà per l'incertezza di definire delle condizioni di vincolo e l'effettivo carico che sollecita l'elemento esaminato in funzione della collaborazione delle altre strutture

10 - IL COLLAUDO DI UNA CUPOLA

Dopo aver studiato il comportamento delle cupole, sia continue che discrete, in questo capitolo ci si propone di analizzare due prove di carico effettuate su una Cupola Geodetica, struttura progettata e realizzata in provincia di Lecco. La prova di carico altro non è che una situazione nella quale si inducono sforzi e deformazioni alla struttura per verificarne il reale comportamento in opera. In particolare, si è cercato di stabilire quali potessero essere le possibili cause che hanno portato al fallimento della prima prova di carico, rendendo così necessaria la sua ripetizione.

In un secondo momento, una volta stabilite quali sono le criticità nell'eseguire una prova di carico su una struttura di questo genere, si è provveduto a studiare quali potessero essere delle soluzioni meno invasive e più efficaci per collaudare la struttura in questione e verificarne quindi l'attitudine al servizio.



Vista interna ed esterna della Struttura



Fig. 10.1 e 10.2 - Vista interna ed esterna della Cupola geodetica collaudata in esame

10.1 - PRIMA PROVA DI CARICO

La decisione di eseguire una prova di carico sulla struttura oggetto di studio fu presa, da parte del collaudatore, in virtù dell'impossibilità di ottenere, da parte dell'azienda fornitrice della carpenteria metallica, informazioni riguardanti strutture dello stesso tipo già in esercizio, e dati che le riguardassero, come ad esempio prove sperimentali o risultati di precedenti prove di carico. Le uniche informazioni fornite riguardarono i nodi, un brevetto dell'azienda, e la presunta garanzia che questi avrebbero resistito ai carichi d'esercizio.

La prima prova di carico eseguita sulla struttura fu pensata per sollecitarla in modo da simulare con sufficiente precisione i massimi carichi in esercizio attesi. Trovandosi a collaudare una cupola geodetica, quindi una struttura reticolare, l'unica possibilità presa in considerazione per eseguire la prova, fu quella di simulare i carichi d'esercizio con dei carichi puntuali, quindi con dei carichi direttamente appesi ai nodi della struttura. Le scelte sulla disposizione dei carichi, la loro intensità e lo schema di carico furono fatte sulla base di considerazioni di carattere pratico, dell'esperienza professionale dello staff di collaudo, e di alcune considerazioni di natura economica.

Disposizione dei carichi puntuali

La scelta fu dettata dalla necessità di coinvolgere una porzione di struttura sufficientemente ampia da essere rappresentativa del comportamento dell'intera struttura. Venne quindi presa la decisione di caricare una porzione simmetrica della struttura rispetto al suo asse in corrispondenza della sommità della cupola, dove, vista la bassa inclinazione della copertura, probabilmente si ha la maggior concentrazione di neve depositata, il carico d'esercizio per eccellenza.

La decisione su quali nodi caricare fu dettata da due ragioni di carattere pratico:

- 1) il numero di nodi non poteva essere troppo elevato, perché questo avrebbe aumentato di troppo i costi del collaudo;
- 2) vi era la necessità di strumentare, in quella zona, altri nodi al fine di rilevare la deformata della cupola in funzione delle varie fasi di carico.

Si decise di strumentare il nodo di sommità, caricare tutti i sei nodi sul primo parallelo, mentre in corrispondenza del secondo si decise di caricare e strumentare in maniera alternata i dodici nodi. Caricando dodici nodi e strumentandone sette si ritenne di prendere in analisi una porzione sufficientemente significativa di cupola. Inoltre, questa distribuzione dei carichi è pressoché perfettamente assialsimmetrica.

L'assialsimmetria é una condizione tale per cui le strutture a cupola lavorano in maniera ottimale, generando un regime membranale nella struttura. L'assialsimmetria non é però l'unica condizione che conduce la struttura a lavorare in regime membranale: sarebbe necessario pure che il carico fosse uniformemente distribuito sulla superficie, che non vi siano discontinuità geometriche e che i vincoli non generassero un regime flessionale.

La configurazione finale dei nodi caricati e strumentati é mostrata in Fig. 10.3:

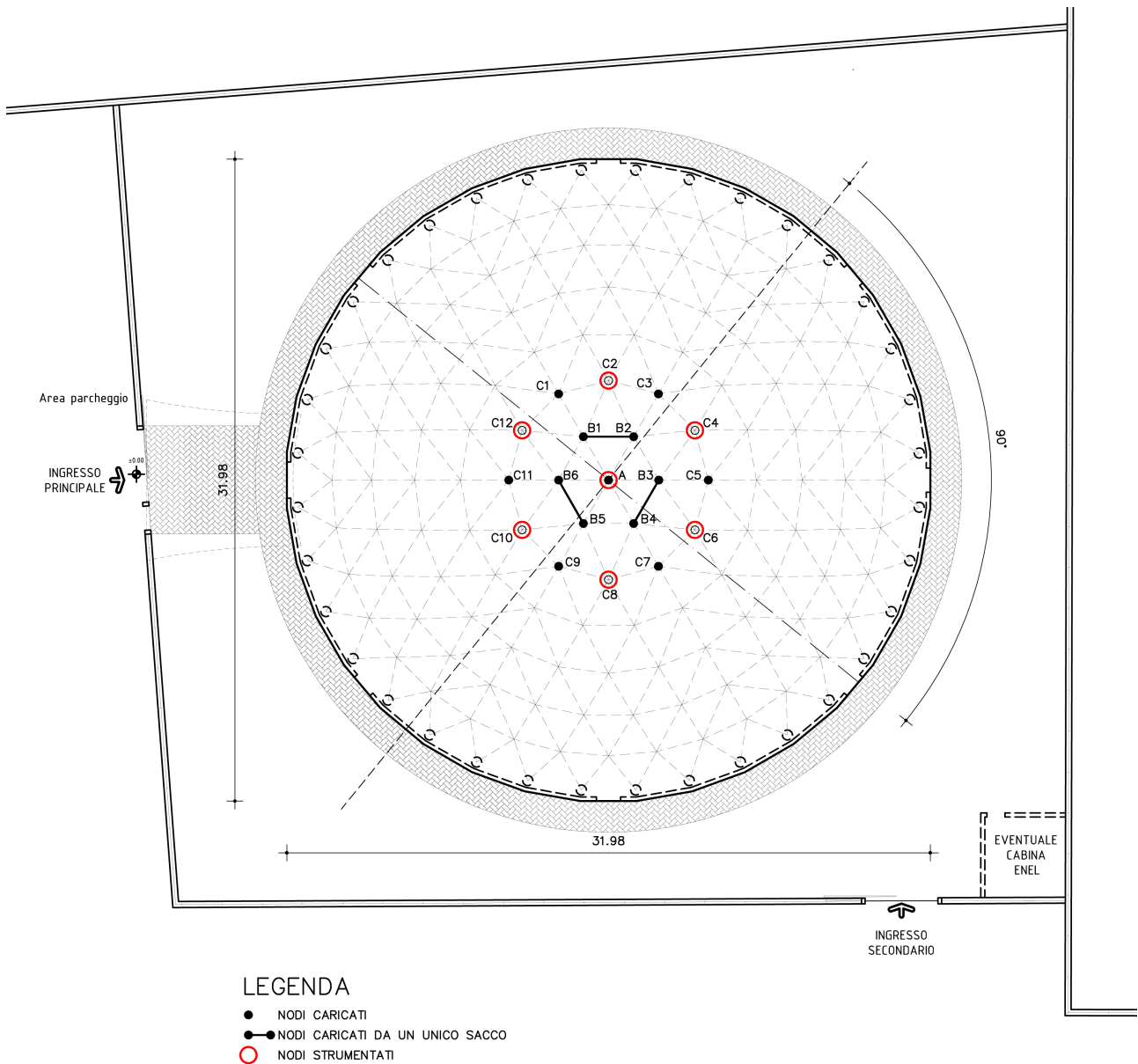


Fig. 10.3 - Pianta dell'edificio e schema di carico della prima prova

conveniente laddove sia necessario applicare un carico in modo graduale e preciso. Essi costituiscono una valida alternativa ai sistemi tradizionali, costituiti da prove con blocchi di cemento o altro.



Fig. 10.5 - Immagine della prima prova di carico

Per ragioni di spazio e di costo si decise di caricare i sei nodi del primo parallelo con soli tre sacconi, quindi facendo sì che ogni saccone caricasse due nodi. Questo permise di risparmiare spazio, in maniera tale che i sacconi non toccassero tra di loro una volta carichi, quindi gonfi, e permettendo, oltre ad un miglior monitoraggio degli strumenti di misura, anche che le misure rilevate non fossero falsate e disturbate da eventuali movimenti dei sacconi.

Schema di carico

La prova di carico venne pensata con due configurazioni di carico sulla struttura:

- 1) Carico gravante solo su metà cupola, il lato nord, con il 50% dei carichi previsti (quindi riempiendo i sacconi con solo 1000 dei 2000 litri previsti), per simulare una distribuzione non uniforme e parziale dei carichi, come può essere la neve in fasce di scioglimento, che scompare interamente sul lato sud, e solo parzialmente su quello nord;
- 2) Pieno carico (2000 litri d'acqua) su tutti i nodi.

Lo schema di carico venne pensato per caricare la struttura in tre fasi:

Fase 1: solo metà struttura al 50 % del carico massimo previsto;

Fase 2: l'intera struttura al 50 % del carico massimo previsto;

Fase 3: l'intera struttura al 100 % del carico massimo previsto;

Per far questo, è stato necessario riempire un saccone alla volta del volume d'acqua previsto e aspettare che il carico si assestasse prima di riempire il successivo.

Lo schema di carico, mostrato in Tab. 10.1, proposto dal collaudatore e approvato da tutti gli altri attori del progetto, con l'ordine dei nodi da caricare, fu:

Step	Nodo da Caricare	Da [l]	A [l]	Totale [l]	
1	B1-B2	0	1000	2000	Fase 1
2	B3-B4	0	1000	4000	
3	C1	0	1000	5000	
4	C3	0	1000	6000	
5	C5	0	1000	7000	
6	B5-B6	0	1000	9000	Fase 2
7	C7	0	1000	10000	
8	C9	0	1000	11000	
9	C11	0	1000	12000	
10	B1-B2	1000	2000	14000	Fase 3
11	B3-B4	1000	2000	16000	
12	C1	1000	2000	17000	
13	C3	1000	2000	18000	
14	C5	1000	2000	19000	
15	B5-B6	1000	2000	21000	
16	C7	1000	2000	22000	
17	C9	1000	2000	23000	
18	C11	1000	2000	24000	

Tab. 10.1 - Schema prova di carico

10.2 - MODELLAZIONE DELLA PRIMA PROVA DI CARICO

L'esecuzione di una prova di carico su una struttura, oltre ad essere finalizzata a verificarne il comportamento sotto i carichi di esercizio, avviene ogni qualvolta si vogliono verificare le ipotesi sulle quali è basata la progettazione e la verifica, stabilendo se la struttura si comporta effettivamente come preventivato. Per fare questo è necessario confrontare i dati sperimentali provenienti dalla prova di carico con un modello teorico, come può essere un modello agli elementi finiti assoggettato allo stesso sistema di carichi utilizzato in prova.

Della prima prova di carico, i vari soggetti coinvolti, fecero diversi modelli che la simulassero, cercando di preventivare quelli che sarebbero stati gli abbassamenti della struttura in funzione del carico applicato, per poi confrontarli con i dati sperimentali, ottenendo tutti dei valori molto simili tra di loro. Nel mio lavoro di tesi si è provato a schematizzare la prova, cercando di stimare le possibili frecce che si sarebbero verificate. Il modello ha fornito risultati del tutto in linea con quelli ipotizzati dal collaudatore e dal progettista. Questo modello, basato sulla stessa struttura con la quale si sono stimati sforzi e deformazioni in presenza dei carichi d'esercizio, con un'analisi lineare, ha fornito uno spostamento verso l'alto nell'ordine dei 3,4 mm per il nodo centrale, e di 1,8 mm per i nodi strumentati del secondo parallelo; le stesse previste dal progettista.

L'andamento della deformata con il modello costruito è mostrata in Fig. 10.6.



Fig. 10.6 - Risultati del modello della prima prova di carico

Le frecce ottenute dal modello, con il massimo carico previsto dal collaudo, per i nodi strumentati, sono le seguenti:

NODO	STEP	FRECCIA [mm]
Nodo A	Massimo Carico	3,479
Nodo C2	Massimo Carico	1,851
Nodo C4	Massimo Carico	1,851
Nodo C6	Massimo Carico	1,851
Nodo C8	Massimo Carico	1,851
Nodo C10	Massimo Carico	1,851
Nodo C12	Massimo Carico	1,851

Tab. 10.2 - Frecce massime nei nodi strumentati

Osservando l'immagine e confrontandola con la tabella, si nota come le massime frecce si verificano, come è prevedibile, nei nodi direttamente caricati, mentre sui nodi strumentali si ha un comportamento particolare: i nodi si alzano rispetto alla configurazione indeformata.

10.3 - ESECUZIONE DELLA PRIMA PROVA DI CARICO

La prima prova di carico, nelle intenzioni iniziali, doveva esser preceduta da un carico parziale della struttura, in modo da assestarla, e quindi consentire l'annullamento di tutti quei fenomeni anelastici, come ad esempio i giochi foro-bullone, che avrebbero potuto falsare i risultati della prova di carico. Si decise però di non eseguire il carico parziale nella convinzione che la nevicata di quaranta giorni prima (≈ 40 cm il 22 Dicembre 2009) avesse già svolto questo compito, e anche perché questo avrebbe richiesto troppo tempo (e quindi denaro).

Una volta montati i sensori di freccia potenziometrici si iniziò la prova di carico, seguendo quello che era lo schema previsto dal collaudatore. Si osservarono aumenti di spostamento, a parte nel primo Step, molto maggiori del previsto, e soprattutto oltre la soglia massima preventivata dal progettista. La freccia massima ipotizzata, che doveva esser raggiunta al termine della prova, venne superata già allo Step 7 di carico, quindi a meno della metà del carico di prova. Si ipotizzò quindi, che questi abbassamenti così elevati fossero da attribuire a quei fenomeni anelastici che si sperava la nevicata avesse eliminato. La prova proseguì fino all'ultimo Step, quindi fino al carico del nodo C11. Mentre questo avveniva ci si accorse che un nodo precedentemente caricato, il C3, aveva avuto un abbassamento improvviso, chiaramente visibile anche ad occhio nudo. Si bloccò la prova, e da un controllo degli strumenti si rilevò anche che un sensore di misura, quello centrale (nodo A), aveva raggiunto oramai il punto di "fine corsa" non rilevando più l'aumentare dello spostamento di quel

nodo. Si decise per lo scarico immediato di tutti i sacconi; purtroppo questa procedura richiese parecchio tempo e quindi il carico rimase applicato alla struttura per un'altra ora, prima che si potesse considerare la struttura del tutto scaricata. In questo arco di tempo, quelli strumenti che ancora rilevavano frecce, misurarono un piccolo, ma costante aumento degli spostamenti, fino a quando si arrivò quasi allo scarico totale, e solo allora la struttura tornò a salire, per ritornare in un configurazione prossima a quella di partenza.

ANDAMENTO DELLE FRECCHE DEI NODI PIÙ SIGNIFICATIVI DURANTE IL COLLAUDO, CONFRONTATE CON I RISULTATI ATTESI:

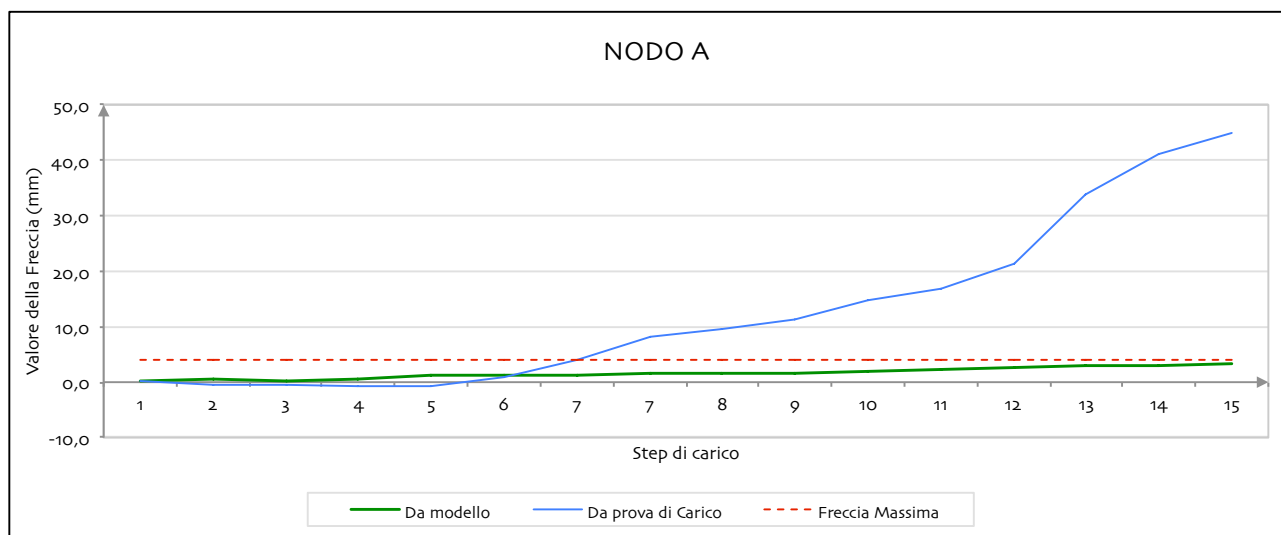


Fig. 10.7 - Confronto fra frecce teoriche e reali del nodo A

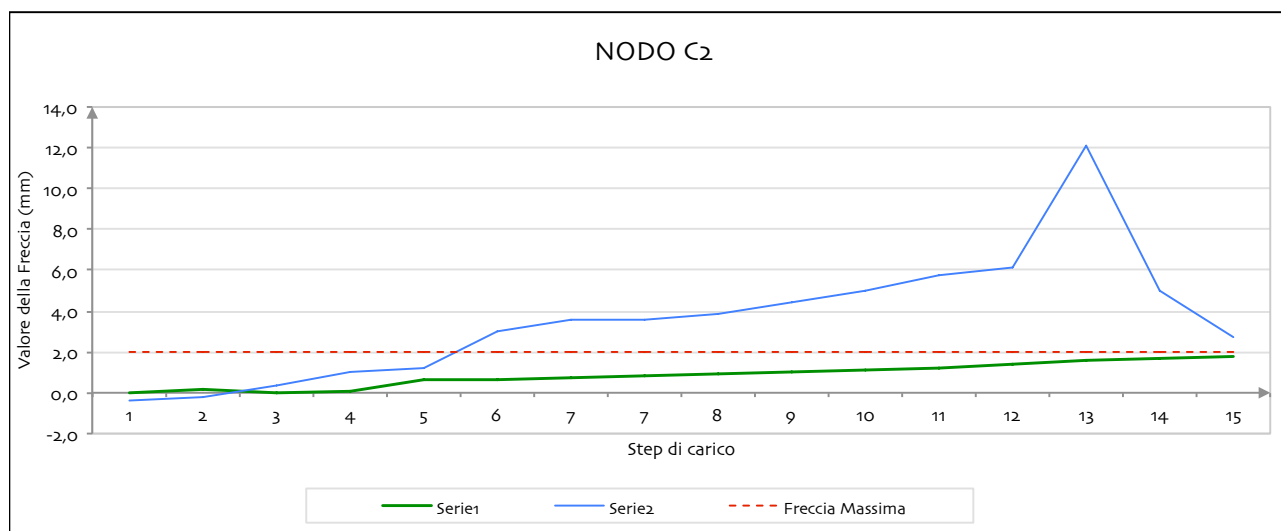


Fig. 10.8 - Confronto fra frecce teoriche e reali del nodo C2

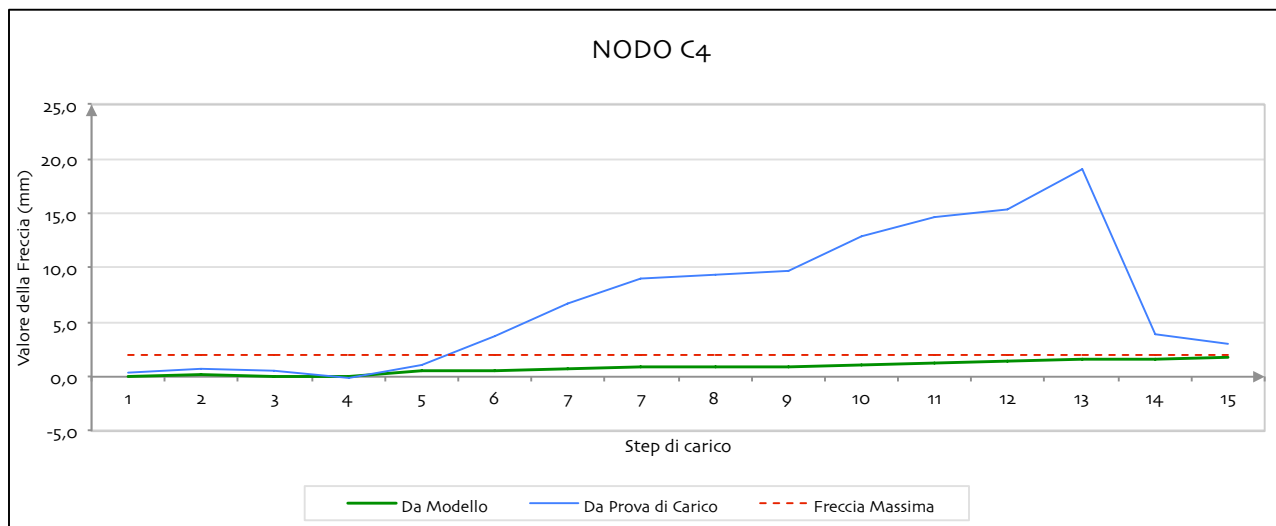


Fig. 10.9 - Confronto fra frecce teoriche e reali del nodo C4

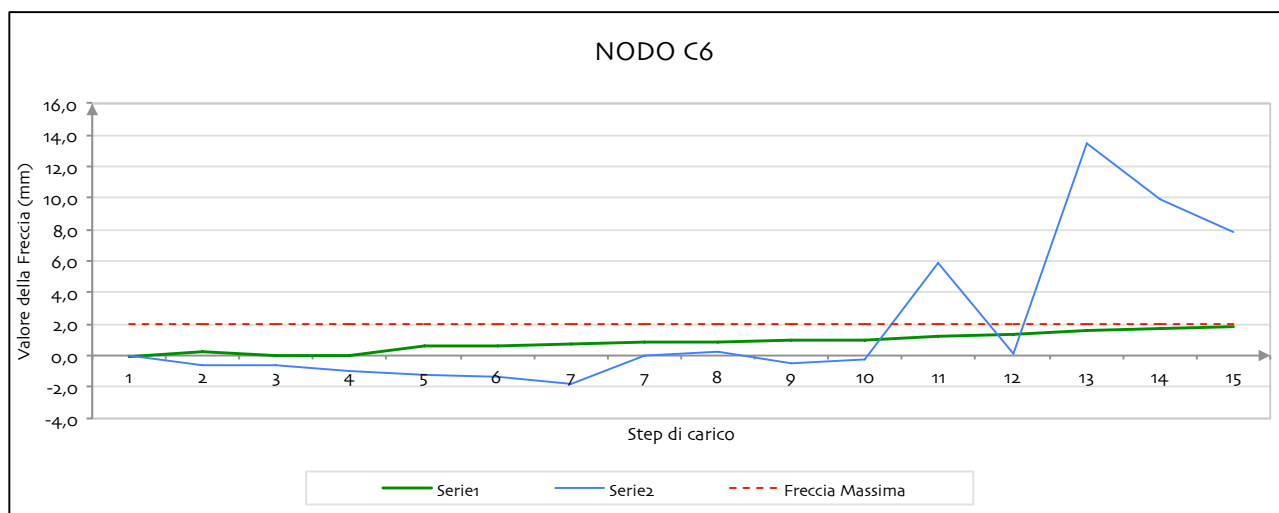


Fig. 10.10 - Confronto fra frecce teoriche e reali del nodo C6

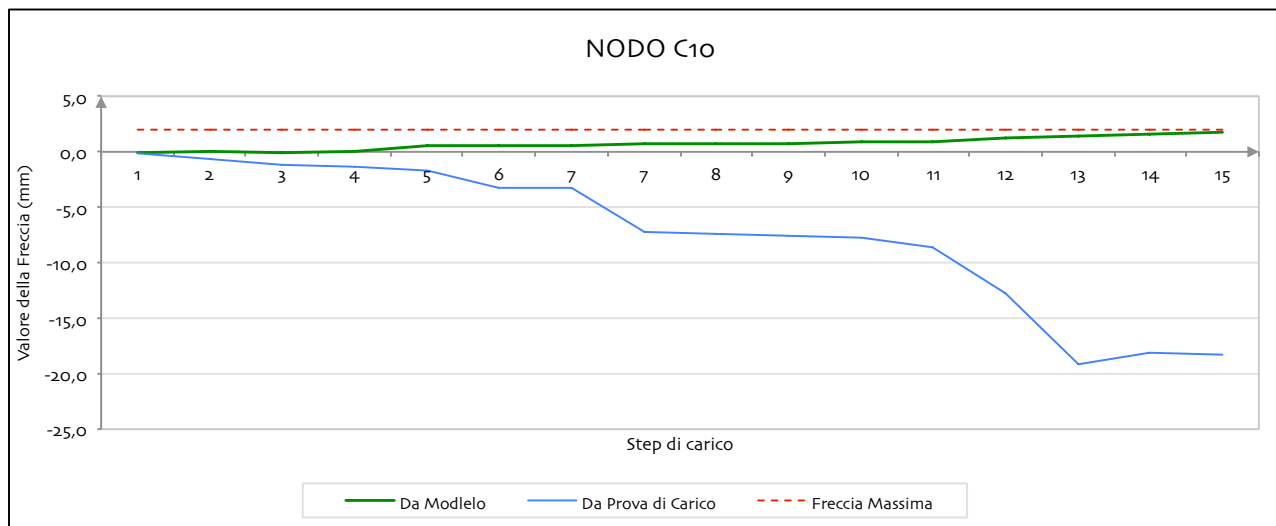


Fig. 10.11 - Confronto fra frecce teoriche e reali del nodo C10

Il collaudatore, alla luce di questi risultati, decise che il collaudo dovesse esser ripetuto, ritenendo questa prova fallita, per due motivi:

- ▶ uno nodo, e le aste in esso convergenti, subirono un danno visibile;
- ▶ il comportamento della struttura si discostò totalmente da quello atteso.

Da una rapida analisi dei grafici sopra mostrati (Fig. 107 a Fig. 10.11) si può subito notare come l'andamento degli spostamenti reali fu ben diverso da quello atteso. Addirittura il nodo C10 (Fig. 10.11), che secondo il modello avrebbe dovuto alzarsi, ha uno spostamento verso il basso.

10.4 - SECONDA PROVA DI CARICO

Alla luce del fallimento della prima prova di carico, si studiò una seconda prova che caricasse un numero maggiore di nodi ad un carico minore, per un totale complessivo di carico applicato alla struttura di 28.800 kg, cioè quasi 5000 kg in più rispetto alla prova precedente.

La considerazione di partenza per la progettazione di questa seconda prova è stata la necessità di caricare la struttura in maniera più uniforme, e quindi si è deciso di caricare tutti i nodi dei primi tre paralleli, con un carico che rispecchiasse maggiormente quella che è la reale situazione di carico con i carichi di esercizio.

La seconda prova di carico fu pensata per essere realizzata in tre fasi:

Fase A - Applicazione graduale di tutti i carichi fino al raggiungimento del carico massimo (condizione di carico simmetrica);

Fase B - Condizione di carico asimmetrica ottenuta con lo scarico parziale della falda sud;

Fase C - Scarico totale.

Il nodi durante la seconda prova vennero così caricati:

6 Nodi del primo parallelo a 1050 kg a nodo;

12 Nodi del secondo parallelo a 1050 kg a nodo;

18 Nodi del terzo parallelo a 550 kg a nodo.

I nodi che vennero strumentati per rilevare la deformata della cupola al variare dei carichi vennero posti quasi tutti su uno stesso meridiano, tranne due che vennero posti su di un altro. Per eseguire questa prova di carico vennero utilizzati ancora dei sacconi a goccia, ma non più agganciati direttamente al nodo, ma bensì agganciati ad un bilancino appeso tra due nodi. Questi bilancini, direttamente appesi

alle piastre, permisero di caricare effettivamente i nodi, e non più le aste come successe durante la prima prova di carico.

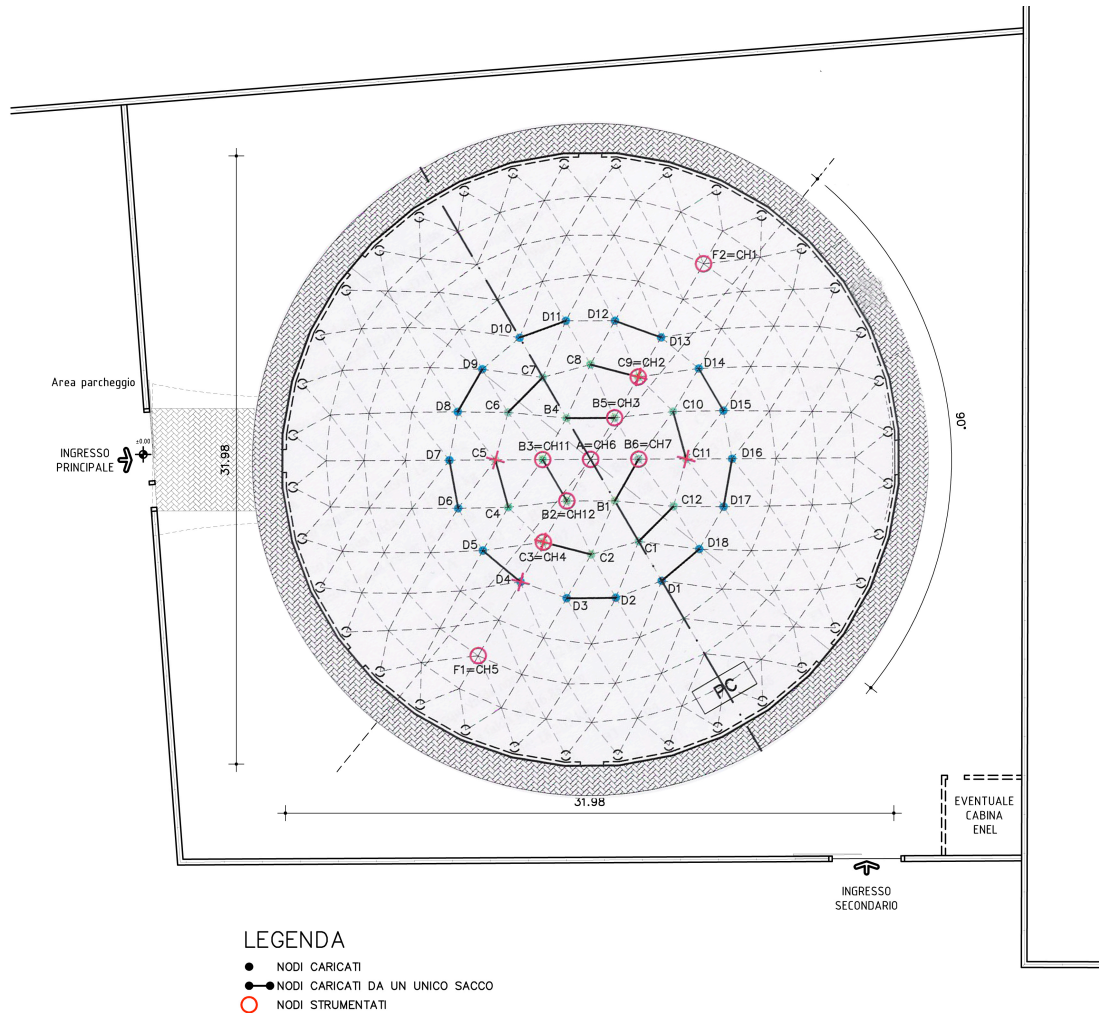


Fig. 10.12 - Pianta dell'edificio e schema di carico della prima prova

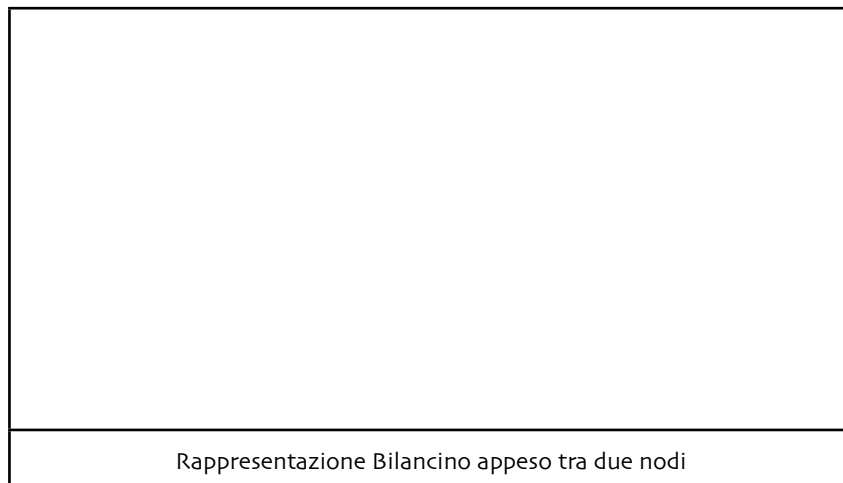


Fig. 10.13

10.5 - MODELLAZIONE DELLA SECONDA PROVA DI CARICO

La ricostruzione della seconda prova, FASE A e B, grazie al modello al programma di calcolo, m'ha permesso di stimare gli spostamenti, con il seguente risultato:

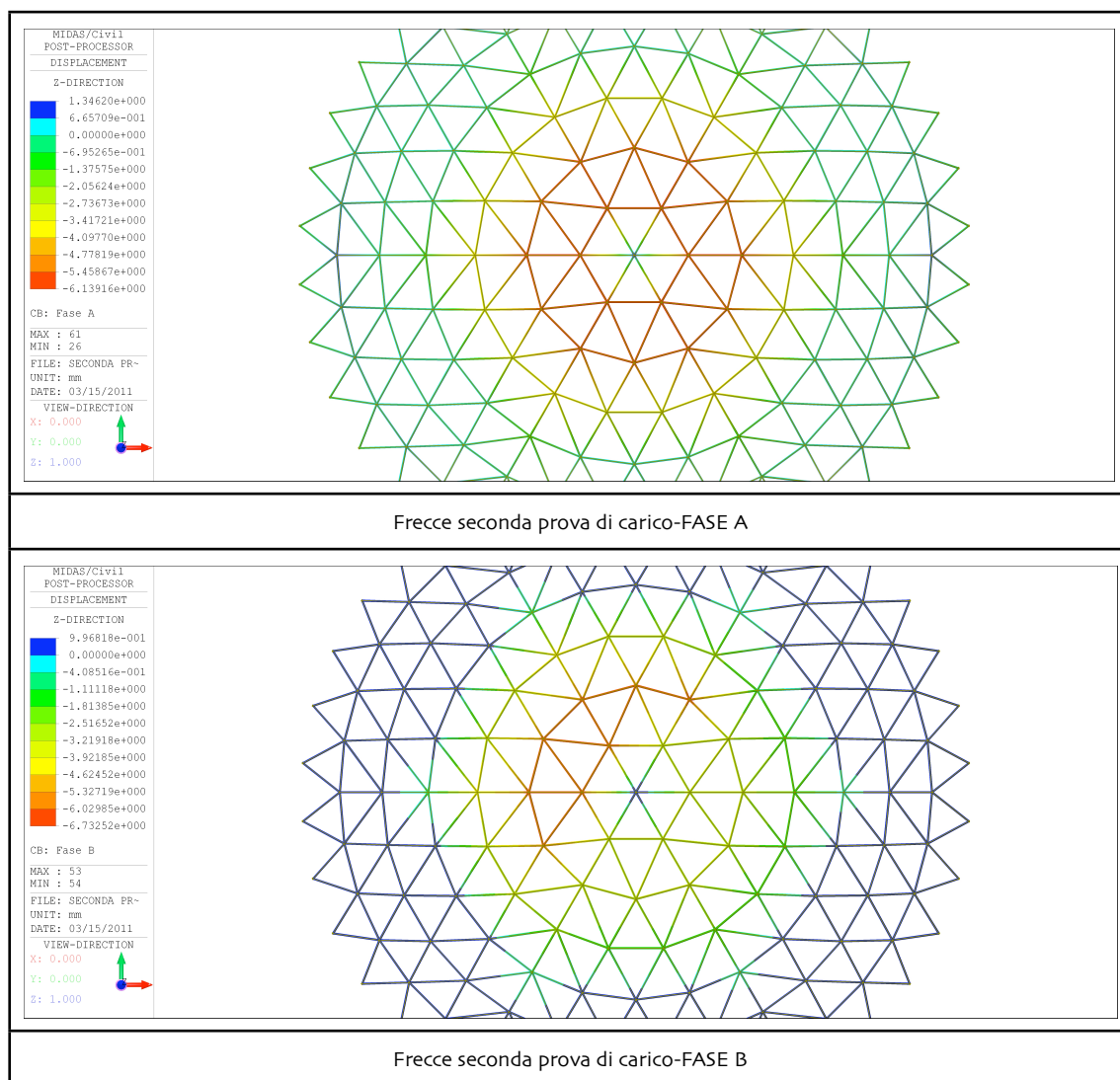


Fig. 10.14 e 10.15

Ottenendo questi valori di spostamento sui nodi strumentati per la *FASE A*:

F1	C3	B3	B2	A	B5	B6	C9	F2
0,449 mm	-6,079 mm	-6,139 mm	-6,139 mm	1,346 mm	-6,139 mm	-6,139 mm	-6,079 mm	0,449 mm

E per la *FASE B*:

F1	C3	B3	B2	A	B5	B6	C9	F2
0,313 mm	-6,278 mm	-6,733 mm	-6,566 mm	0,848 mm	-2,877 mm	-2,711 mm	-2,782 mm	0,251 mm

Tab. 10.3 - (I nodi B2,B3,C3 e F1 son nella porzione di cupola caricata al 100%)

10.6 - ESECUZIONE DELLA SECONDA PROVA DI CARICO

I risultati invece ottenuti durante la secondo prova di carico, per la *FASE A*, son stati i seguenti:

F1	C3	B3	B2	A	B5	B6	C9	F2
0,47 mm	-13,23 mm	-1,04 mm	-0,43 mm	5,24 mm	-4,41 mm	-4,55 mm	-18,83 mm	3,68 mm

Mentre per la *FASE B* i seguenti:

F1	C3	B3	B2	A	B5	B6	C9	F2
-0,46 mm	14,44 mm	-1,57 mm	-0,87 mm	5,54 mm	-2,06 mm	-1,89 mm	-16,36 mm	-3,62 mm

Tab. 10.3

La discrepanza fra i valori attesi e quelli ottenuti é rappresentata dal seguente grafico. Anche qui, come fatto per la prima prova di carico, vi é da giustificare un risultato totalmente discordante da quello che la teoria ci suggerisce.

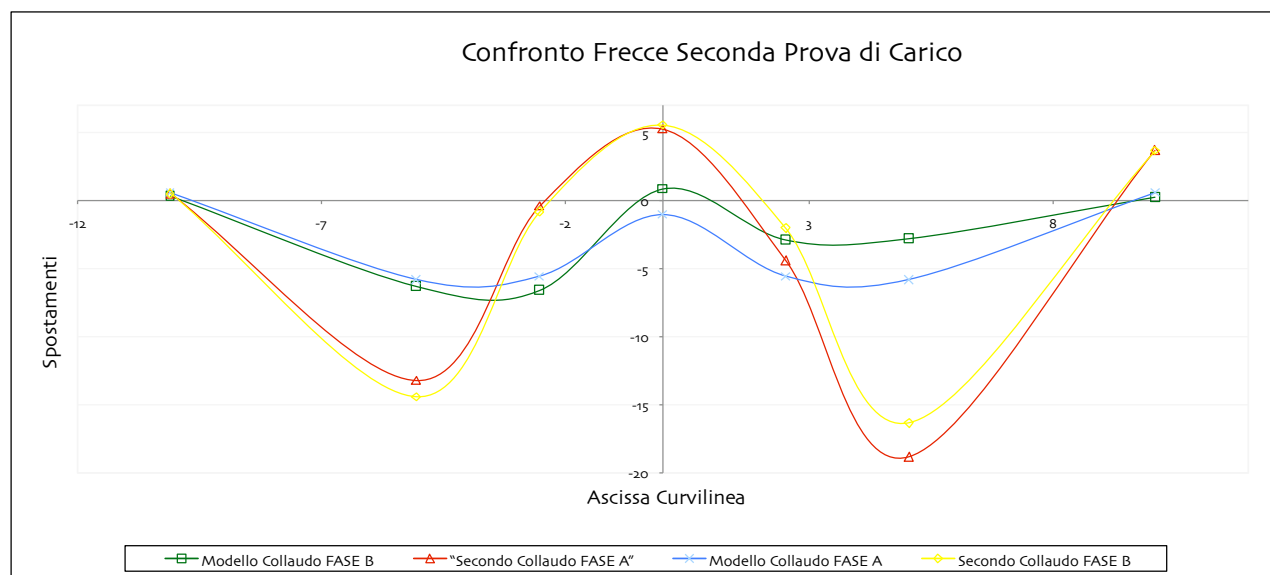


Fig. 10.16

10.7 - RICERCA DELLE CAUSE DEL FALLIMENTO DELLA PRIMA PROVA DI CARICO

Alla luce dei risultati ottenuti con le due prove di carico, l'obiettivo del presente lavoro, è stato cercare una possibile spiegazione dell'accaduto, tentando di motivare gli elevati valori di spostamento dell'intera struttura alla luce di semplici modelli teorici, cercando di capire perché un nodo, caricato come tutti gli altri, abbia ceduto, danneggiando le piastre metalliche che lo costituivano, e causando un visibile difetto alla geometria della copertura. Tutto ciò è stato reso possibile dal confronto tra le misurazioni ottenute durante le due prove di carico, e confrontandole poi con i risultati dei modelli ad elementi finiti da me costruiti.

È fondamentale capire da dove nasca la differenza tra i valori teorici e quelli reali, perché due sono le circostanze che possono aver portato al fallimento del collaudo:

- ▶ il modello teorico/numerico è sbagliato;
- ▶ la struttura in opera non rispecchia il progetto.

La prima circostanza è particolarmente pericolosa. Un errore nel modello implicherebbe un'impostazione errata di tutte le verifiche strutturali, il che obbligherebbe a rivedere l'intera struttura, e in particolare, a verificarne ex novo la sicurezza.

La seconda circostanza parte dall'ipotesi che il modello sia corretto, e che dunque l'errore sia avvenuto in fase di costruzione della struttura. La ricerca dell'errore è quindi fondamentale per rimediare e porre in essere interventi necessari affinché la struttura rispecchi il progetto originale, e, nel caso questo non fosse possibile, verificare il reale grado di sicurezza della struttura.

Le possibili cause prese in considerazione per poter giustificare i risultati della prima prova sono state le seguenti:

- I) errata base teorica sulla quale è stato studiato il collaudo;
- II) errata modalità d'applicazione del carico alla struttura;
- III) gioco foro bullone;
- IV) instabilità locale della struttura, che potrebbe aver causato il cedimento di un nodo, rendendo l'intera struttura più sensibile ai carichi;
- V) carichi troppo elevati.

10.7.1 - ERRORI TEORICI NELLA PROGETTAZIONE DEL COLLAUDO

La prima domanda che ci si è posti è stata quella riguardante la correttezza o meno del collaudo di una cupola, quindi una struttura “forma-resistente” che lavora prevalentemente in regime membranale, con carichi puntuali, distribuiti solo in sommità, che mal si conciliano con il regime di sforzo a cui questa è soggetta.

* CARICHI PUNTUALI

Per una struttura continua la ragione per cui l'applicazione di carichi puntuali andrebbe evitata, può essere compresa analizzando le forze di meridiano che si sviluppano presso tali carichi. L'espressione generale di una forza di meridiano in funzione del carico totale P gravante sulla cupola è:

$$N_{\phi} = \frac{P}{2\pi R \sin\phi}$$

Se il carico viene applicato in corrispondenza di un angolo $\phi = 0$ (cioè la sommità della cupola), si genera una situazione nella quale nel guscio, direttamente sotto il carico, gli sforzi divengono indefinitamente grandi. Se quindi l'angolo tende a zero, la forza tende ad un valore infinito. Qualora la struttura non potesse offrire una sufficiente resistenza flessionale, ed il carico fosse realmente puntiforme, si andrebbe incontro a sforzi teoricamente infiniti.

Ma la struttura presa in analisi è una cupola geodetica, quindi la forma “reticolare” di una struttura continua. Una struttura reticolare come questa lavora prevalentemente per carichi puntuali, e quindi applicare un carico concentrato sul nodo, come si è fatto nel collaudo, non è sbagliato; basti pensare che la copertura della cupola, la struttura “portata”, attraverso gl'arcarecci, scarica effettivamente i carichi sui nodi. Una cupola geodetica, caricata da carichi applicati ai nodi, lavora quindi in regime membranale, essendo composta da aste caricate solo assialmente. Il problema che nasce collaudando una struttura reticolare, come lo sono le cupole geodetiche, con carichi puntuali, è l'impossibilità di ottenere dal collaudo esattamente i valori di spostamento che fornisce il modello. Questo è un problema intrinseco del comportamento delle strutture reticolari. Nonostante ciò, una struttura costruita correttamente dovrebbe fornire valori di spostamento il cui andamento è ben rappresentabile e confrontabile con l'andamento degli spostamenti determinati attraverso un modello ad elementi finiti, anche se non identici.

* CARICHI NON UNIFORMEMENTE DISTRIBUITI SULLA SUPERFICIE

Caricare invece in maniera non uniforme una cupola può essere causa di criticità. Tanti sono i crolli di cupole da imputare ad una distribuzione di carichi non uniforme e peggio ancora distribuiti solo sulla sommità.

La bibliografia riporta diversi casi di cupole caricate non uniformemente e crollate. Come i casi delle due cupole continue in calcestruzzo armato costruite dall'architetto italiano Dante Bini in Australia, crollate perché, per errori in fase di costruzione, lo strato di calcestruzzo in sommità risultò più spesso, sovraccaricando la cupola, e causando il fenomeno noto come "*Snap-Through*". Famoso è anche il crollo della C. W. Post Dome di Brookville, Long Island, New York. Questa struttura, un auditorium avente come copertura una cupola geodetica (schema *Triodetic*), crollò una notte sotto un fitta nevicata. Lo studio delle cause del crollo misero in luce come la neve e il ghiaccio, a causa del vento, non si distribuirono uniformemente sulla cupola, ma in maniera piuttosto asimmetrica. Questo provocò una rottura passante del vertice della cupola, che causò quindi il crollo dell'intera cupola. In particolare, si scoprì che la cupola fu caricata con solo un quarto del carico massimo previsto dalla normativa, ma concentrato su un settore pari ad un terzo dell'intera struttura. Per questa struttura il carico "meno era più", "*Less is More*", ossia un carico minore rispetto al massimo previsto fu sufficiente a mandarla in crisi, proprio in virtù della sua non uniforme distribuzione sulla copertura.

Quando quindi si carica una struttura in maniera non uniforme, o peggio ancora in maniera asimmetrica, bisogna prestare particolare attenzione. Non si ritiene che il carico concentrato solo su alcuni nodi possa aver messo in crisi la cupola geodetica durante il collaudo, in modo tale da generare il cedimento di un nodo, né tanto meno da aver influenzato il comportamento della struttura, in maniera tale da generare frecce quasi undici volte quelle attese. È doveroso precisare che se si vuole condurre una prova di carico canonica, quindi con carichi applicati direttamente alla struttura portante, è praticamente impossibile caricare in maniera uniforme tutti i nodi della struttura ed è quindi quasi obbligatorio caricarne solo una parte, sia per ragioni pratiche che per ragioni economiche.

Inoltre, caricare solo una parte della struttura è utile in quanto permette di cogliere il comportamento della struttura per carichi asimmetrici. Infatti, in esercizio, sono moltissime le situazioni in cui la struttura si troverà soggetta ad un carico asimmetrico, come:

- I) carico neve distribuito solo sulla falda nord e assente su quella sud;
- II) carico termico non uniforme;
- III) carico vento.

Prima di farlo bisogna però avere la garanzia sperimentale che i nodi siano in grado di sopportare il carico che si intende applicare.

10.7.2 - GIOCO FORO BULLONE

Le elevate frecce che si registrarono durante tutta la prima prova di carico, furono attribuite in prima istanza, alla ripresa dei giochi foro-bullone. Si pensò cioè che le bullonature della cupola, che lavoravano a taglio, all'aumentare dei carichi, si assestassero, facendo crescere la freccia. Quando però a fine collaudo un nodo si danneggiò, si comprese come i 45 mm di freccia massima, si potevano attribuire solo parzialmente a questo fenomeno.

Uno studio condotto in questa tesi porta a pensare che, al massimo, un arco di meridiano, e quindi la cupola, a causa del gioco foro bullone, si possa abbassare di circa -5 mm. Il che ci porta ad affermare che le elevate frecce misurate durante la prova di carico non possono in alcun modo essere attribuite alla ripresa dei giochi foro-bullone, perché semmai si fossero verificate avrebbero determinato un abbassamento dei nodi, e non un surplus di sollevamento.

Il calcolo è stato fatto in AutoCAD (Fig. 10.17), considerando un accorciamento di tutte le aste di 2 mm e misurando a quanto corrisponde l'abbassamento che si verifica in sommità. Considerando che per bulloni di diametro di 16 mm, come quelli utilizzati per la cupola, è prevista una tolleranza di 2 mm tra il diametro del foro e quello del bullone, ho considerato che le aste potessero scorrere di tale grandezza all'interno delle piastre di nodo, determinando un accorciamento dell'arco e di conseguenza un abbassamento dello stesso. Questo abbassamento è stato valutato valutato in 5 mm. Per confermare la bontà di questo valore abbiamo ipotizzato un abbassamento di temperatura tale che, conoscendo il coefficiente di dilatazione termica dell'acciaio, si sarebbe verificato un accorciamento delle aste di 2 mm. Il valore misurato in sommità, circa 4 mm, mostra la validità del calcolo in AutoCAD.

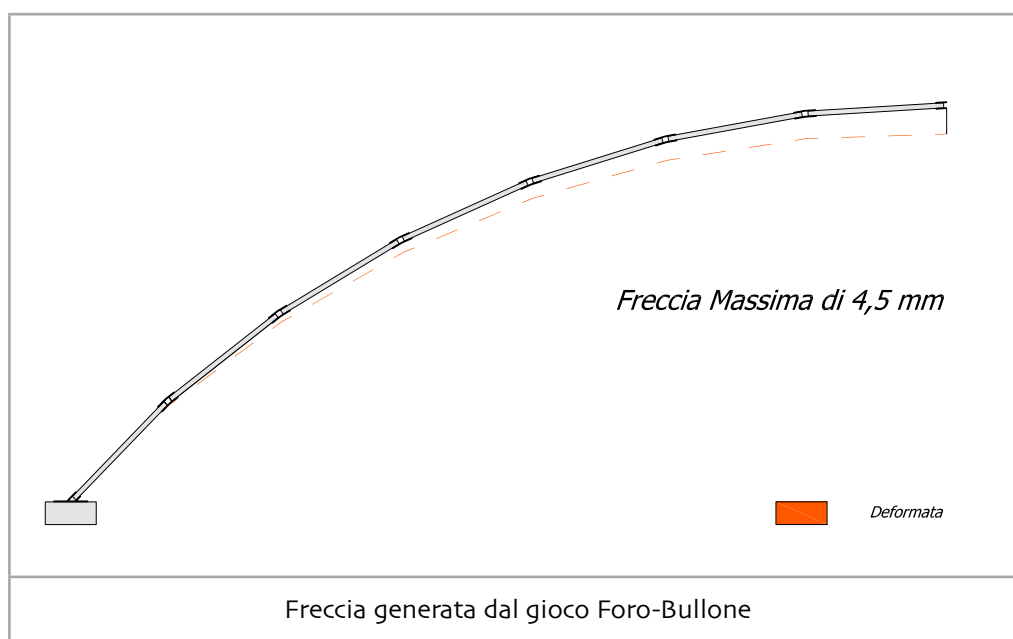


Fig. 10.17

10.7.3 - INSTABILITÀ LOCALE DELLA STRUTTURA

Quello che si pensa possa essere accaduto al nodo danneggiato é che, per qualche motivo che si può solamente ipotizzare, le piastre o le aste che lo costituiscono si siano instabilizzate, facendo perdere parzialmente la rigidezza del nodo, e quindi la sua capacità di reggere i carichi. Questo ha quindi portato il nodo ad una maggiore sensibilità ai carichi direttamente applicati.

Le cause di instabilità possono essere molteplici. É stato però verificato che gli elementi non hanno raggiunto il carico critico, e tanto meno uno stato tensionale tale da portare il materiale a snervamento. Nel caso specifico, alcune prove di laboratorio effettuate sui nodi, commissionate dall'azienda fornitrice della carpenteria metallica, hanno dimostrato come i nodi siano in grado di reggere carichi ben più elevati rispetto a quelli applicati in fase di collaudo.

Un ipotesi allora verosimile sull'accaduto é che siano stati commessi degli errori in fase di montaggio della copertura. Quello che potrebbe essere successo é che le unioni bullonate del nodo inclinato (C3), o magari di una sola asta convergente nel nodo, non siano state serrate con la dovuta accuratezza. Questo avrebbe causato delle labilità tali da generare un significativo abbassamento del nodo, che in questa configurazione, non si sarebbe più trovato sul meridiano curvo approssimante alla cupola geodetica. Quindi, quello che potrebbe essersi verificato, é un fenomeno di instabilità progressiva, che avrebbe portato il nodo ad un repentino abbassamento verso il basso. Instabilità progressiva che é generalmente manifestazione di labilità e non di instabilità degli elementi; questa é inoltre caratterizzata da una deformazione di aspetto non mutevole, e di entità crescente in misura più che proporzionale rispetto al carico, fino ad divergere. Raggiunta questa condizione, la deformazione prosegue spontaneamente sotto carico costante, portando il sistema in una configurazione stabile nettamente discosta da quella attesa in assenza di imperfezioni.

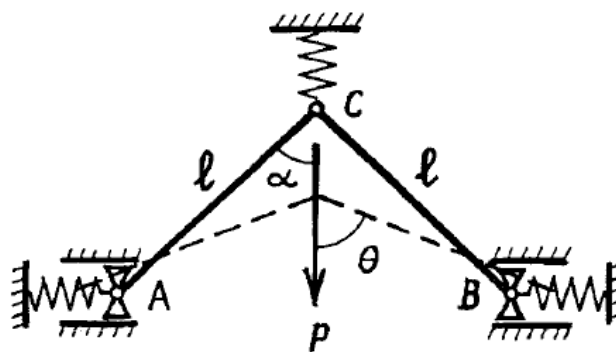


Fig. 10.18

Una struttura che chiarisce il fenomeno ipotizzato è quella ad un grado di libertà rappresentata in Fig. 10.18: la rigidità che le è conferita dalle molle A e B rappresenta la rigidità delle parti di cupola circostanti, mentre l'ostacolo al libero movimento posto dalla molla C riproduce quella che è la sua rigidità in direzione circonferenziale, che si oppone al movimento che innescerebbe l'applicazione del carico P . Quello che quindi possiamo immaginare esser successo, durante la fase di carico di un nodo che non fosse direttamente $C3$, è verosimilmente la diminuzione delle rigidità e quindi del vincolo riprodotto dalle molle A e B . Una ridotta rigidità del nodo, per via della labilità, ha quindi innescato il fenomeno che ha poi portato ad un significativo abbassamento dello stesso, fino a quando questo non ha raggiunto una configurazione nuovamente stabile.

Quanto poi la labilità del nodo abbia inciso sul valore delle frecce registrate durante il collaudo lo si può approssimativamente stimare. In particolare, sono stati costruiti dei modelli che schematizzassero il collaudo, simulando, a turno, l'assenza di contributo fornito da un'asta alla rigidità dell'intera struttura; l'assenza di collaborazione è stata simulata registrando le frecce in assenza della suddetta asta. Queste frecce hanno mostrato come l'assenza di un'asta, incida solo sugli spostamenti dei nodi più prossimi all'asta stessa generando però degli abbassamenti verso il basso.

Possiamo quindi affermare che la labilità di una parte di struttura può spiegare un elevato spostamento di una porzione di questa, ma non incide in maniera significativa sulla deformata dell'intera cupola. A conferma di ciò, si prenderanno in esame i risultati della seconda prova di carico: in questa prova, come si vedrà, tutti i nodi hanno lavorato correttamente, eppure si sono registrate comunque frecce significative.

10.7.4 - CARICHI TROPPO ELEVATI ED ERRATA MODALITÀ D'APPLICAZIONE

Una problema che ci si è posti fin da subito, è stato capire se i carichi sollecitanti la struttura non fossero stati applicati in maniera sbagliata, non adeguata all'ideale regime membranale, e se l'intensità del carico non fosse troppo elevata. Il valore di due tonnellate di carico per nodo nasce da un attento studio dei carichi di esercizio fatto dal collaudatore. Ripercorrendo i calcoli da lui svolti si dimostra la bontà di tale valore. In particolare questo valore si può determinare considerando 16,7 kN gravanti sull'area d'influenza di ogni nodo per effetto dei principali carichi di esercizio, aumentati del 20% per tenere conto che non tutta la struttura è caricata (come invece avviene in esercizio). Il valore non è in grado di mandare in crisi la struttura, anche se è ben superiore al reale valore dei carichi d'esercizio sollecitanti la struttura.

I nostri modelli agli elementi finiti hanno mostrato come caricare la struttura con il 120% dei carichi d'esercizio non possa comunque giustificare il danno subito da un nodo, ne tantomeno un andamento degli spostamenti come quello ottenuto in fase di collaudo. Questo perché, nonostante sia il 120% di quello di esercizio, è ripartito su una porzione limitata di struttura. Le prove di laboratorio dimostrano come, la tipologia di nodi utilizzati, sia in grado di reggere un carico ben superiore rispetto ai 20kN applicati durante la prova.

Una percentuale più appropriata per eseguire una prova di carico potrebbe essere l'80% dei carichi di esercizio, in maniera tale da non avvicinarsi troppo allo SLE. Un ragionamento simile potrebbe esser stato fatto dal collaudatore per la seconda prova di carico, dove i nodi al massimo sono stati caricati con 1050 kg, cioè il 65%.

Carico Massimo per Nodo	Intensità	% rispetto al carico di esercizio
Carico di esercizio	1600 kg	-
Prima Prova di Carico	2000 kg	120% [+20%]
Seconda Prova di Carico	1100 kg	70% [-30%]

Tab. 10.4

La modalità d'applicazione dei carichi alla struttura invece potrebbe aver giocato un ruolo importante solo nel danneggiamento del nodo. Le cupole, come già spiegato, sono strutture che lavorano al meglio in regime prettamente membranale, sia nel caso di strutture continue che nel caso di strutture discrete (come le cupole geodetiche). L'applicazione dei sacconi alle aste e non ai nodi, può, insieme alla labilità, aver favorito l'insorgere di una instabilità locale, ma non aver influenzato l'ordine di grandezza degli spostamenti dell'intera struttura. Valutare numericamente questo problema è particolarmente difficile, ma si ritiene possa esser stato una causa di criticità, anche considerando il fatto che nella seconda prova di carico il collaudatore pensò bene di applicare i carichi direttamente ai nodi, attraverso dei bilancini.

Quanto questo possa aver influenzato invece le frecce misurate è stimabile attraverso dei modelli di calcolo. Questi modelli hanno però mostrato come l'instaurarsi di forze di taglio e di momenti non incida in maniera significativa sulle frecce della struttura, che rimangono sempre prossime ai valori delle frecce registrate applicando i carichi direttamente ai nodi della struttura.

Carichi sulle ASTE	Carichi sui NODI	%
-9,400	-9,624	-2,3
-1,481	-1,463	1,2
-9,390	-9,624	-2,4
-10,900	-11,054	-1,4
-10,903	-11,054	-1,4
-1,489	-1,463	1,8
-9,395	-9,624	-2,4
-10,899	-11,054	-1,4
-2,814	-2,743	2,6
-9,395	-9,624	-2,4
-1,474	-1,463	0,7
-10,904	-11,054	-1,4
-9,394	-9,624	-2,4
-1,481	-1,463	1,2
-9,396	-9,624	-2,4
-10,901	-11,054	-1,4
-10,902	-11,054	-1,4
-1,481	-1,463	1,2
-1,481	-1,463	1,2

Tab. 10.5 - Spostamenti dei nodi direttamente caricati

10.8 - CONCLUSIONI SULLE PROVE DI CARICO

Possiamo concludere che la causa del primo motivo per cui la prova di carico fallì (danneggiamento del nodo C3) è da attribuirsi quasi per intero ad un errato serraggio della bullonatura di quel nodo. Questo ha provocato una labilità locale e di conseguenza un cedimento di questo nodo rispetto agli altri. Per quanto riguarda invece l'elevata freccia registrata rispetto a quella attesa (quindi la seconda ragione per cui il collaudo fallì), è difficile spiegarla, perché tutte le situazione che siamo andati a prendere in considerazione avrebbero portato ad un abbassamento della struttura, e non ad un alzamento. Possiamo quindi affermare che le frecce ottenute non siano da attribuire alle cause prese finora in analisi, ma a qualcos'altro. Se a questo punto si analizzano anche i risultati degli spostamenti della seconda prova si capisce come anche qui si siano ottenuti risultati superiori rispetto a quelli ipotizzati con la teoria, con la differenza che per la seconda prova si può però escludere che il gioco foro bullone e la labilità di un nodo abbiano inciso in qualche maniera, il primo perché oramai assorbito dalla struttura, e il secondo perché dopo la prima prova tutti i nodi vennero ispezionati, verificati e correttamente serrati.

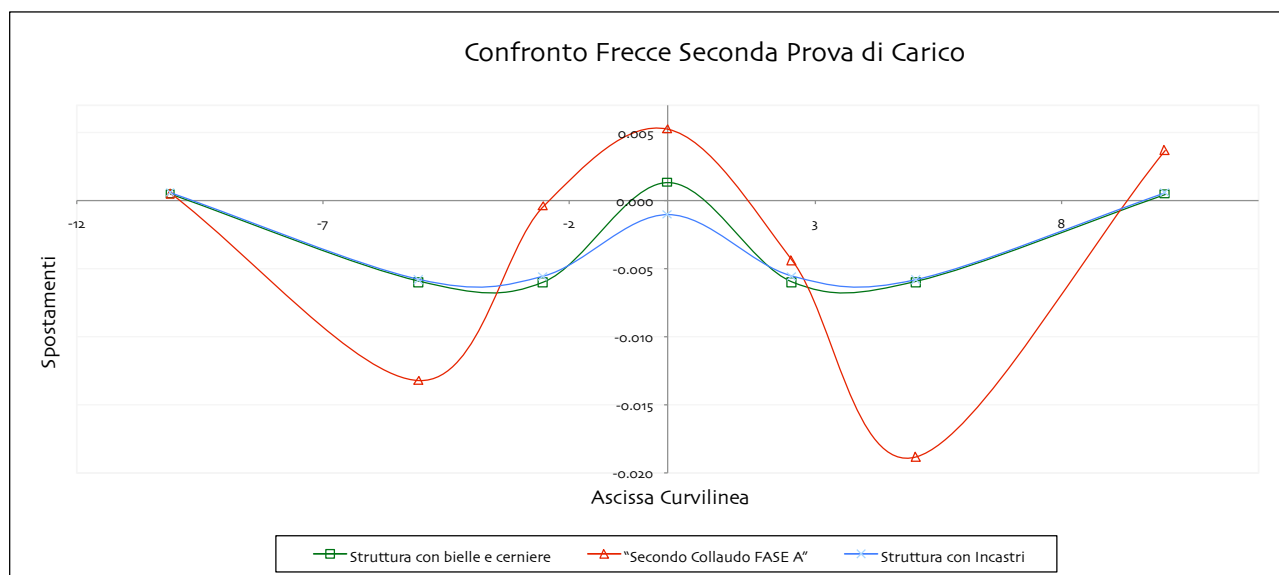


Fig. 10.19

A questo punto, studiando la seconda prova di carico (prendendo in considerazione solo la Fase A di questa), si capisce come la cupola geodetica sia molto più deformabile del previsto. In particolare, osservando il grafico sopra rappresentato, si capisce come la struttura, il cui comportamento reale è definito dall'andamento della linea rossa, si deformi molto di più di quello che i modelli ipotizzano.

Si notano principalmente due cose:

- ▶ che l'andamento della prova di carico e del modello agli elementi finiti è simile (Fig. 10.20);
- ▶ che però questo andamento nel caso reale è molto più accentuato, quasi amplificato (Fig. 1019).

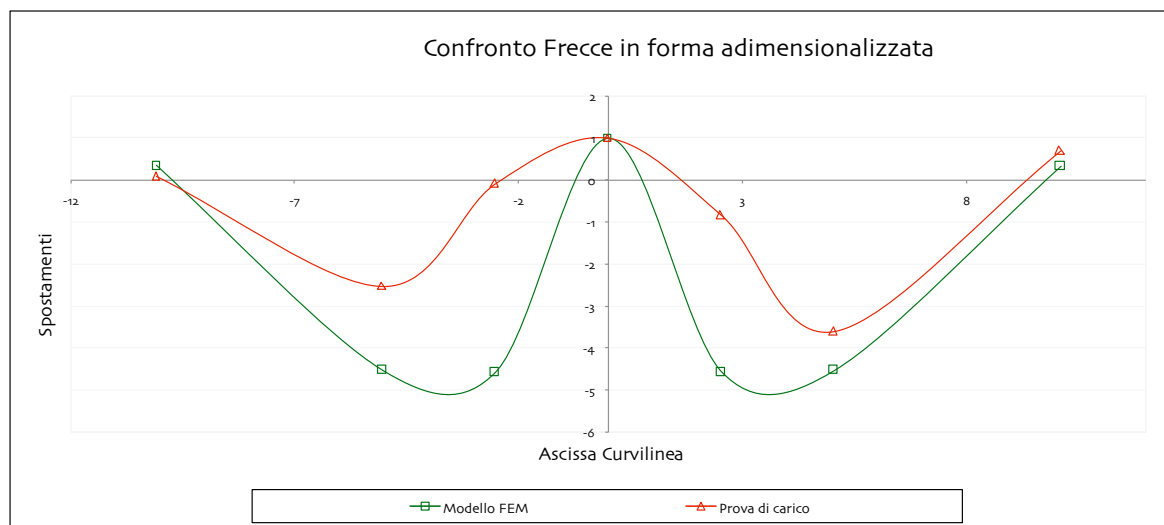


Fig. 10.20

Bisogna allora capire perché la struttura reale è molto più deformabile del modello teorico.

10.8.1 - ANALISI SECONDA PROVA DI CARICO

Abbiamo ipotizzato per prima cosa che la deformata della struttura potesse essere influenzata da piccoli spostamenti della piastra, che poggia sulla trave di coronamento; spostamenti che il mio modello difficilmente percepirebbe perché quasi impossibili da modellare, essendo la mia struttura vincolata a terra con delle cerniere.



Fig. 10.20 e 10.21 - Vista appoggi

Per simulare questi spostamenti si é quindi costruito un nuovo modello dove tutte le cerniere a terra, tranne due, sono state trasformate in pattini, in maniera tale da vincolare solo lo spostamento in Z. Gli altri due vincoli imposti alla struttura sono una cerniera a terra e un pattino, corrispettivo della cerniera rispetto all'asse della cupola, in grado di vincolare oltre alla Z lo spostamento nella direzione ortogonale all'asse congiungente di questi ultimi. Per togliere la completa labilità della struttura, e per simulare un effetto cerchiante, si sono congiunti tutti i vincoli a terra con delle bielle. Facendo poi variare il diametro di questo elemento é stato quindi possibile studiare come l'elemento elastico vincolasse lo spostamento, ed é stata quindi utilizzata la variazione di diametro per rappresentare la variazione di rigidità del vincolo. La diminuzione del diametro degli elementi cerchianti, a simulare la diminuzione dell'azione cerchiante, a parità di carico, genera degli spostamenti al piede, che potrebbero rappresentare quello che é un assestamento dei tirafondi in seguito ad una plasticizzazione localizzata del calcestruzzo.

Si vede quindi come al diminuire del diametro aumentano gli spostamenti alla base, ma la deformata della struttura si allontana sempre più da quella ottenuta nella seconda prova di carico.

Diametro Elemento [mm]	Nodo 1 [mm]		Nodo 2 [mm]	
1200	0,0734	0,0000	0,0734	-0,0007
1000	0,0770	0,0000	0,0769	-0,0010
800	0,0835	0,0000	0,0834	-0,0016
600	0,0977	0,0000	0,0975	-0,0028
400	0,1382	0,0000	0,1376	-0,0063
200	0,3567	0,0000	0,3545	-0,0253
150	0,5834	0,0000	0,5794	-0,0449
100	1,2309	0,0000	1,2221	-0,1011
80	1,8866	0,0000	1,8727	-0,1579
50	4,7277	0,0000	4,6923	-0,4043

Tab. 10.7

L'andamento delle deformate é rappresentato per alcuni valori di diametro degli elementi cerchianti. Facendo variare il diametro non riesco ad ottenere la deformata della cupola che si é avuta nella seconda prova di carico.

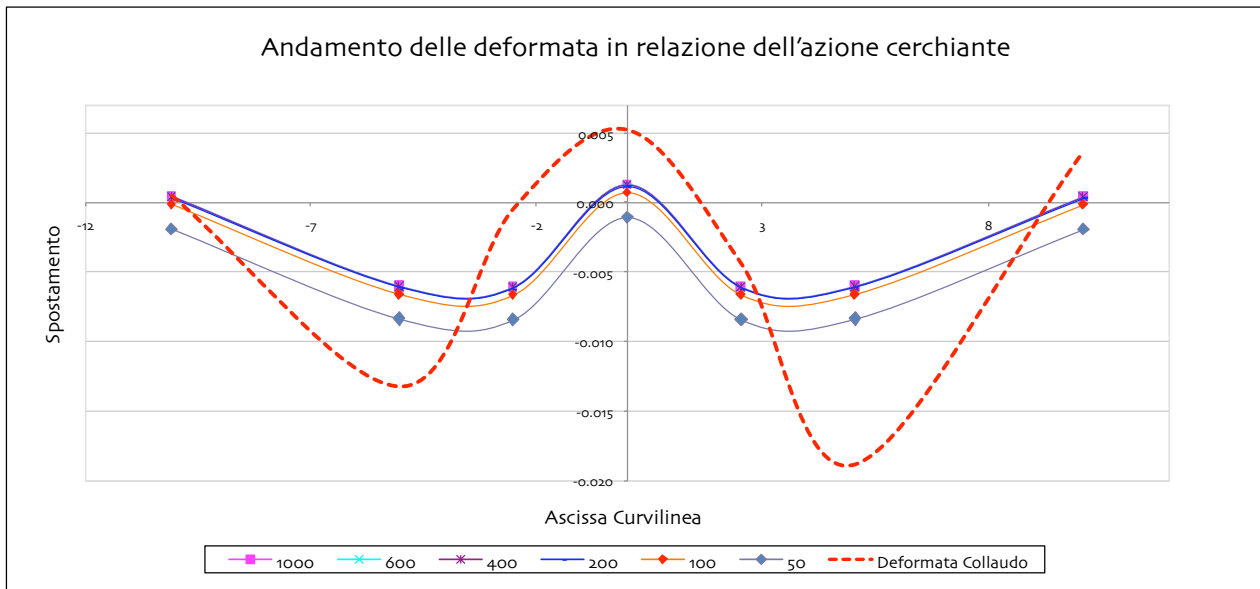
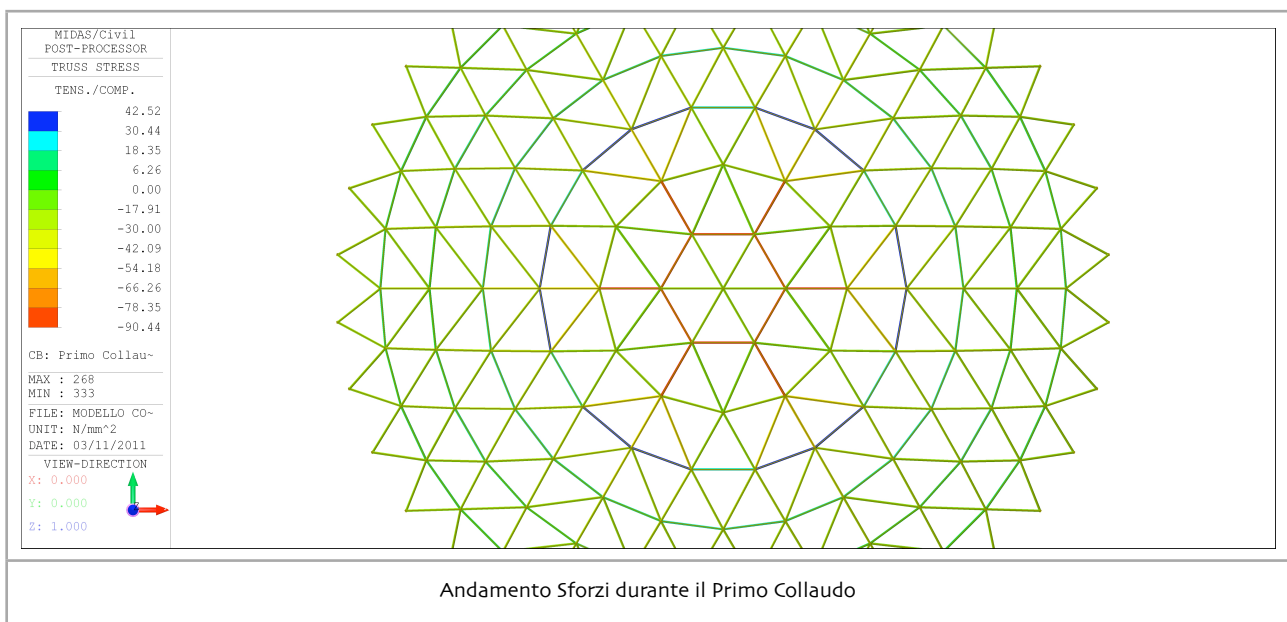


Fig. 10.22

Possiamo quindi dire che eventuali scorrimenti delle piastre sulla trave non influenzano in maniera sperata quella che é la deformata finale della cupola. In particolare uno scorrimento di questo tipo tenderebbe ad appiattire la configurazione finale della struttura, traslando verso il basso la deformata. Visto gli elevati valori di cedimento che si registrano sul secondo parallelo, quello su cui si trovava il nodo che durante la prima prova cedette, si prende in considerazione l'eventualità che durante questa evento si possano essere plasticizzate alcune aste. Riprendendo il modello FEM del primo collaudo vediamo come il massimo sforzo che si ottiene su un'asta é di solo -90 N/mm^2 , molto lontano dai 235 N/mm^2 degli acciai generalmente utilizzati per la carpenteria metallica.



Andamento Sforzi durante il Primo Collaudo

Fig. 10.23

É quindi da escludere che l'andamento della deformata finale sia da attribuire ad una bassa resistenza di un meridiano, causata da una plasticizzazione di alcune sue aste durante il primo collaudo. O per lo meno é da escludere che durante la prima prova alcune aste abbiano raggiunto uno stato di stress tale da plasticizzarsi, e quindi influenzare la seconda prova.

Se però si ipotizzassero alcune aste come plasticizzate si riesce ad ottenere una buona deformata molto simile a quella ottenuta nella prova due, ma non si riuscirebbe a spiegare perché queste aste lo siano, visti i relativi bassi sforzi che si riscontrano sia per la prima che per la seconda prova di carico.

A questo punto possiamo concludere che vi é una impossibilita pratica di ottenere delle frecce reali, registrate ad esempio durante una prova di carico, che rispecchino un andamento teorico di una struttura geodetica. Andare a condurre un collaudo, misurando delle frecce, sperando che queste rispecchino quelle teoriche, per dimostrare che una cupola é stata progettata e costruita correttamente, é sbagliato. Non tanto concettualmente, quanto piuttosto nella pratica, in quanto é molto difficile prevedere con precisione di quanto un nodo caricato di sposterà. Questo perché si eseguono delle misurazioni su una deformata prossima al casuale. Vuol dire che grazie ai modelli é possibile vedere l'andamento della deformata della cupola, ma non é possibile stimate con esattezza di quanto.

Così é stato per entrambi i collaudi, e in particolar modo per il secondo. Nel primo, la deformata ottenuta, oltre ad essere influenzata da quanto appena detto, é stata stravolta dalla labilità di un nodo e dal gioco foro bullone. Nel secondo invece, dove questi fenomeni possiamo escludere abbiano falsato la prova, la deformata ha il medesimo andamento di quella ipotizzata, ma molto più accentuata.

In virtù di ciò possiamo dire che é sbagliato condurre un collaudo andando a fare la misurazioni delle frecce, come si farebbe per ponti o solai.

10.9 - SOLUZIONE ALTERNATIVE ALLA PROVA DI CARICO

Visto le problematiche che si hanno nel collaudare una cupola geodetica con classiche prove di carico, si ipotizzano soluzioni alternative per verificarne l'efficienza. Due possono essere le soluzioni alternative alle canoniche prove di carico nelle quali si misura la deformata della struttura:

- A) Prova di carico nella quale, attraverso una cella di carico, si misura la simmetria degli sforzi lungo gli appoggi della struttura;
- B) Analisi degli spostamenti della struttura al ciclo termino giorno/notte.

CELLA DI CARICO: La prima alternativa è molto semplice: sostituendo ad un'asta che scarica sulla trave di coronamento una cella di carico, si verifica che la struttura, se caricata in maniera assialsimmetrica, si deforma in maniera uniforme, cioè carica la cella di carico rispettando quello che è l'equilibrio globale, con la quota parte del carico totale. Se la struttura è stata correttamente progettata e realizzata, le misure fornite dalla strumentazione, rappresentano il carico sollecitante diviso per il numero di aste per il quale si ripartisce. Queste sollecitazioni devono avere un carattere simmetrico per tutta la struttura.

SPOSTAMENTI DETTATI DAL CICLO GIORNO-NOTTE: Il secondo metodo prevede l'analisi degli spostamenti della struttura in funzione del ciclo termico giorno notte. Al variare della temperatura sulle 24h la struttura dovrebbe "gonfiarsi" con l'aumentare della temperatura, e "contrarsi" alla sua diminuzione. Se ad esempio si ipotizza che la temperatura massima della giornata la si raggiunge alle ore 13, con un determinato ritardo, la struttura per quell'ora si dovrebbe gonfiare, per effetto dell'allungamento delle aste all'aumentare della T. Alla diminuzione di questa invece le aste si accorciano, facendo abbassare la struttura. Se quindi si verifica che una struttura nelle 24h ha effettivamente questo comportamento in maniera simmetrica, si può affermare che la struttura ha un comportamento regolare.

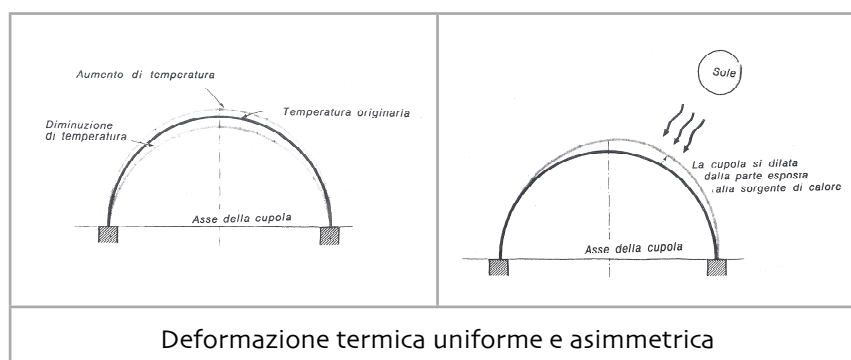


Fig. 10.24

Bisogna però stare attenti perché l'irraggiamento solare non ha quasi mai un carattere di simmetria. Nella maggior parte dei casi infatti tende a scaldare più un lato di una struttura rispetto ad un altro, il che porta questa ad avere una deformata asimmetrica. Con una opportuna trasformazione affine è possibile cercare la simmetria in relazione all'irraggiamento.

BIBLIOGRAFIA

- ANTONINI M., MUSSINELLI L., RE CECCONI F. , “Guida al progetto di strutture in acciaio”,
MAGGIOLI, Santarcangelo di Romagna, 2007
- BALLIO G, MAZZOLANI F. M., “Strutture in acciaio”, ARNOLDO MONDADORI, Milano, 1979
- BALLIO G., “La progettazione in acciaio”, CONSORZIO CREA, MASSA, 1994
- BALLIO G., BERNUZZI C., “Progettare costruzioni in acciaio”, HOEPLI, Milano, 2004
- BELLUZZI O., “Scienza delle costruzioni, Vol. 3”, ZANICHELLI, Bologna, 1990
- BELLUZZI O., “Scienza delle costruzioni, Vol. 4”, ZANICHELLI, Bologna, 1986
- BILLINGTON D., “Thin shell concrete structures”, McGRAW-HILL BOOK COMPANY,
New York, 1982
- CASTELLANI A., FACCIOLI E. “Costruzioni in zona sismica”, HOEPLI, Milano, 2000
- CORRADI DELL’ACQUA L., “Meccanica delle strutture”, McGRAW-HILL LIBRI ITALIA,
Milano, 1992
- FLORIDIA S., “Acciaio: collegamenti nelle strutture”, DARIO FLACCOVIO EDITORE, Palermo,
2003
- GHERSI A., “Costruire con l’acciaio”, DARIO FLACCOVIO EDITORE, Palermo 2007
- GUGLIELMI E., MINIERI S., “Il collaudo delle opere civili : norme e procedure tecniche”,
NIS,Roma, 1988
- LEVY M., SALVADORI M., “Perché gli edifici cadono”, STRUMENTI BOMPIANI, Milano, 1997
- LOMBARDO S., MORTELLARO F., “Collaudo statico delle strutture”, DARIO FLACCOVIO
EDITORE, Palermo, 1998

MAKOWSKI Z.S., “Strutture spaziali in acciaio”, VERLAG STAHLSEISEN m.b.H.. Dusseldorf, 1963

SALVADORI M., “Perché gli edifici stanno in piedi”, STRUMENTI BOMPIANI, Milano, 1990

SALVADORI M. E HELLER R., “Le strutture in architettura”, ETASLIBRI, MILANO 1992

SCIBILIA N., “Progetto di strutture in acciaio”, DARIO FLACCOVIO EDITORE, Palermo, 2007

SCHODEK D., “Strutture”, PATRON EDITORE, Bologna, 2004

SIVIERO E., BENEDETTI A., “La concezione strutturale del progetto di architettura”, EDITRICE COMPOSITORI, Bologna. 2002

TIMOSHENKO S., WOINOWSKY-KRIEGER S., “Theory of plates and shells”, McGraw-Hill, New York, 1959

TIMOSHENKO S, GERE J.M., “Theory of elastic stability”, McGraw-Hill, Auckland, 1963

TONIOLO G., MALERBA P., “Metodi di discretizzazione dell’analisi strutturale”, MASSON ITALIA EDITORI, Milano, 1981

VIGGIANO L., “Il collaudo statico delle opere in cemento armato”, PIROLA EDITORE, Milano, 1992

ATTI DELL’ISTITUTO DI SCIENZA DELLE COSTRUZIONI DELL’UNIVERSITA’ DI PISA
Vol. V, EDITORE COLOMBO CURSI, Pisa,

INTRODUZIONE AL CALCOLO DELLE STRUTTURE RETICOLARI SPAZIALI, CISIA
Centro Italiano Sviluppo Impieghi Acciaio, Milano.