

**POLITECNICO DI MILANO**  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA DEI SISTEMI  
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica



**Stima del Centro d'Anca  
con filtro di Kalman Unscented  
per Chirurgia Ortopedica**

Relatore:  
**Prof. Giancarlo FERRIGNO**

Correlatore:  
**Ing. Elena DE MOMI**

Tesi di Laurea di:  
**Elisa BERETTA**  
Matricola 734852

Anno Accademico 2010-2011

**POLITECNICO DI MILANO**  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA DEI SISTEMI  
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica



**Stima del Centro d'Anca  
con filtro di Kalman Unscented  
per Chirurgia Ortopedica**

Relatore:  
**Prof. Giancarlo FERRIGNO**

Correlatore:  
**Ing. Elena DE MOMI**

Tesi di Laurea di:  
**Elisa BERETTA**  
**Matricola 734852**

**Anno Accademico 2010-2011**



## Sommario

---

L'artrosi è la patologia più diffusa che colpisce la cartilagine intra-articolare. Nel 2009, assieme alle patologie artritiche, è stata registrata un'incidenza nella popolazione italiana pari al 17,8% (dato Istat<sup>1</sup>).

L'artrosi del ginocchio porta ad un disallineamento dell'articolazione femoro-tibiale con conseguente dolore, riduzione dell'escursione del movimento (*range of motion*, ROM) e peggioramento della funzionalità articolare(1). Si rende necessario nei casi più gravi intervenire chirurgicamente con interventi di artroplastica o ricostruzione totale delle strutture articolari.

Le tecniche chirurgiche ortopediche assistite al calcolatore (CAOS) permettono di migliorare l'accuratezza e la ripetibilità nel posizionamento della protesi, grazie all'uso di strumenti di navigazione in sala(2), e di rispettare le specifiche cliniche di garanzia della buona riuscita dell'intervento ( $\pm 3^\circ$  di disallineamento massimo delle componenti tibiale o femorale rispetto ai rispettivi assi meccanici)(3). La determinazione dell'asse meccanico femorale richiede di rendere nota la posizione del centro dell'articolazione dell'anca (HJC).

In applicazioni CAOS image-less, la localizzazione di HJC viene effettuata tramite una procedura di movimentazione passiva del femore attorno al bacino (pivoting). Durante il movimento, un sistema di localizzazione ottico acquisisce la posa dei segmenti corporei di interesse, attraverso la misura diretta della posizione di singoli marcatori superficiali o della posa di Dynamic Reference Frame (DRF), composizione di marcatori rigidamente fissati all'arto(4). In applicazioni CAOS di ricostruzione o artroplastica totale di ginocchio, generalmente, la posa dell'osso pelvico non viene acquisita durante il movimento passivo(5).

In letteratura, sono presentati diversi metodi per il calcolo del HJC: metodi anatomici basati su immagini (6)(7)(8) o basati su regressione (9)(10)(11) e metodi funzionali.

---

<sup>1</sup> [http://www.istat.it/dati/catalogo/20100518\\_00/italiaincifre2010.pdf](http://www.istat.it/dati/catalogo/20100518_00/italiaincifre2010.pdf)

Questi ultimi sono quelli che utilizzano il dataset di pose femorali acquisito durante pivoting per ottenere una stima della posizione di HJC. Tra questi, un primo gruppo di metodi, chiamati algoritmi di ‘Fitting Sferico’ (SF)(12)(13), stimano il HJC come il centro della sfera che meglio approssima la traiettoria del DRF femorale durante l’intera acquisizione. Sono stati i primi metodi funzionali introdotti, ma l’approccio non si è dimostrato robusto e mostra alta sensitività al rumore per bassi *range* di movimento(14). Un approccio completamente differente è identificato dai metodi di localizzazione basati su ‘Trasformazione’(15). Questi ultimi sfruttano le trasformazioni spaziali tra Sistemi di Riferimento (SdR) per riportare i SdR locali, definiti sugli arti di interesse, in un SdR comune, dove HJC è identificato come il punto invariante. L’algoritmo di ‘Pivoting’(16), basato su un approccio di minimizzazione ai minimi quadrati, mostra migliori performance in termini di accuratezza, velocità computazionale e sensitività al rumore rispetto agli algoritmi SF(17).

Una sorgente di errore sistematico negli algoritmi di localizzazione HJC è rappresentato dal movimento del bacino durante il pivoting(5). Quando il bacino non viene localizzato con un DRF, gli algoritmi funzionali, ad oggi implementati, non ne considerano il movimento nella definizione del modello cinematico di sistema.

Nelle applicazioni di analisi del movimento, è stato dimostrato il grande vantaggio derivato dall’utilizzo di algoritmi basati su Filtro di Kalman (KF). Alcuni set di marcatori vengono posizionati sulla superficie dei segmenti corporei di interesse ed acquisiti da sistemi di localizzazione. In applicazioni di analisi del movimento umano, Cerveri implementa KF per stimare le variabili cinematiche di posa di modelli biomeccanici, osservando la posizione di marcatori virtuali corrispondenti al dataset acquisito(18). Halvorsen utilizza il filtro di Kalman per localizzare segmenti nascosti (su cui non è possibile posizionare marcatori) nella stima della posa di un sistema cinematico in movimento(19).

Lo scopo di questo lavoro è stato valutare l’accuratezza e la robustezza di un algoritmo basato su Filtro di Kalman Unscented (UKF) per la localizzazione del HJC durante il pivoting femorale in procedure CAOS. UKF è basato su un modello cinematico dell’anca che definisce HJC come un punto mobile nel SdR assoluto, assumendo che il bacino non sia vincolato ad una posa fissa. Il modello a spazio di stato descrive la cinematica di femore e bacino sotto l’ipotesi di non lassità dell’articolazione (giunto sferico ideale). Il

femore è localizzato con un DRF, composto da 4 marcatori attivi, fissati alla parte distale dell'arto, mentre il bacino è localizzato solo dall'apposizione di un marcatore sulla superficie (Anteriori Superior Iliac Spine, ASIS). Le relazioni cinematiche tra il vettore di stato e le osservazioni sono non lineari, mentre il modello di stato è stato implementato con una dinamica lineare del II ordine. L'accuratezza di localizzazione dell'algoritmo UKF è valutata come distanza euclidea tra la stima della posizione di HJC nel SdR solidale al femore, definita con variabili senza dinamica nel modello di stato, e la relativa posizione Gold Standard. Il metodo UKF sviluppato è stato confrontato con il metodo 'Pivoting' (16), stato dell'arte degli algoritmi funzionali.

In primo luogo l'algoritmo UKF è stato testato in ambiente di simulazione. I parametri geometrici (*range* di movimento e lunghezze dell'arto) e cinematici (velocità angolare di pivoting, ampiezza di traslazione di HJC) del movimento simulato e i parametri di acquisizione, che simulano le osservazioni di un sistema di localizzazione ottico (frequenza, numero di frame, ampiezza del rumore stereofotogrammetrico) vengono definiti tramite interfaccia grafica. Il *tuning* dei parametri del filtro UKF, che identificano le incertezze del modello di stato, viene effettuato sperimentalmente; la covarianza dell'errore di misura è stimata a priori in relazione all'ampiezza del rumore ottico simulato in fase di generazione della traiettoria(20). La performance di UKF è stata valutata in termini di robustezza al rumore ottico (0.15-0.3mm), all'ampiezza di traslazione imposta su HJC (0-20mm), all'ampiezza del movimento di pivoting (50-200mm) e alla velocità della traiettoria femorale (100-200 mm/s) tramite l'analisi di correlazione di Pearson(21).

La validazione sperimentale dell'algoritmo UKF è stata effettuata su un modello fisico dell'anca, che mima la funzionalità dell'articolazione e la presenza di tessuti molli del bacino. Il modello dell'articolazione è composto da un fantoccio pelvico e da un fantoccio femorale, su cui sono stati rigidamente ancorati due DRF che ne identificano i SdR locali. La connessione articolare tra i due fantocci ossei è stata realizzata tramite una gabbia elastica, che mima la funzionalità dei legamenti articolari. La presenza di tessuti molli attorno al bacino è stata modellizzata con un sistema meccanico di II ordine Mass-Spring-Damper MSD, che inserisce tre gradi di libertà al movimento del fantoccio pelvico, rigidamente connesso ad esso. La componente elastica del modello è stata dimensionata attraverso prove sperimentali a trazione (coefficiente elastico stimato per la singola molla  $1,18 \pm 0.1 \text{ mN/m}$ ), mentre l'analisi del comportamento in risonanza del

sistema, in risposta ad un set di impulsi meccanici noti, ha permesso la verifica della funzionalità della componente viscoelastica di smorzamento (22).

Il rumore ottico del sistema di localizzazione sulla misura della posa dei DRF, utilizzati nel setup sperimentale, è stato stimato tramite acquisizioni statiche al centro del campo di vista del sistema (massimo errore registrato sul pointer:  $0.015 \pm 0.011\text{mm}$ )(15). I parametri di covarianza dell'errore di misura del DRF femorale e del marcatore ASIS sono valutati in relazione all'ampiezza del rumore ottico, che è stato dimostrato rispettare le ipotesi di modello UKF (distribuzione gaussiana a media nulla sulla singola componente cartesiana)(23).

Successivamente, le posizioni Gold Standard anatomiche di localizzazione di HJC femorale  $GS_f$  e pelvico  $GS_p$  sono state stimate sui fantocci ossei tramite la scansione delle superfici rispettivamente della testa femorale e della coppa acetabolare (residuo radiale RMS  $0.22\text{mm}$   $GS_f$ ,  $0.18\text{mm}$   $GS_p$ ). Questa procedura ha permesso la stima della lassità articolare ( $3.2 \pm 0.32\text{ mm}$ ) del modello fisico, che costituisce un errore nel modello di stato di UKF. Infine, è stato definito un protocollo di acquisizione per la validazione dell'algoritmo UKF sul modello fisico caratterizzato. Ogni acquisizione comprende la misura della posa del DRF femorale e della posizione di un marcatore ottico (un marcatore singolo del DRF del bacino), che mima la funzionalità di un marcatore superficiale posto sul bacino in ASIS. Le acquisizioni vengono classificate in gruppi secondo i parametri cinematici, stimati sulla traiettoria di pivoting: traslazione media di HJC (0-15mm), ampiezza di movimento di pivoting femorale (100-200mm) e velocità media della traiettoria del DRF femorale (100-1000mm/s). Il tuning dei parametri del filtro è effettuato sperimentalmente, considerando un aumento dell'errore di modello dovuto alla lassità stimata sull'articolazione fisica.

La validazione in simulazione e su modello fisico è stata eseguita a tuning costante dei parametri del filtro. Il confronto statistico dell'accuratezza di localizzazione di HJC degli algoritmi UKF e "Pivoting" è stato effettuato in relazione ai parametri cinematici, stimati sulla traiettoria di pivoting acquisita. L'analisi di correlazione ha messo in luce le caratteristiche di robustezza dei due metodi.

I risultati riportati dai test di simulazione mostrano migliori performance di UKF rispetto all'algoritmo di "Pivoting". Il metodo UKF presenta un errore mediano di localizzazione

inferiore ai 10mm per l'intero range di traslazione HJC valutato (0-20mm), mentre il metodo "Pivoting" presenta un errore che cresce fino a mediana e distanza interquartile (IQR) (30; 3)mm su classi di traiettorie con traslazione HJC pari a 20mm. L'accuratezza di entrambi i metodi peggiora con un ridotto range di movimento di pivoting. Le traiettorie con ampiezza di pivoting inferiore a 100mm e traslazioni di HJC superiori a 10mm risultano la classe che ha riportato l'accuratezza peggiore per il metodo "Pivoting" (mediana 57.18; IQR 50.6)mm; il metodo UKF non converge in quella stessa classe di traiettorie con il tuning impostato sperimentalmente. Si è verificata la convergenza del metodo con un differente set opportuno di parametri del filtro. Il metodo UKF non risulta correlato ( $p < 0.05$ ) alla traslazione di HJC per spostamenti superiori a 5mm, mentre il metodo "Pivoting" presenta correlazione ( $p < 0.0001$ ) con il parametro traslazione HJC. È stata riscontrata in entrambi i metodi una correlazione negativa ( $p < 0.0001$ ) tra l'errore di localizzazione e l'ampiezza del movimento di pivoting.

La validazione su modello fisico ha confermato i risultati di simulazione, registrando errori di localizzazione paragonabili tra UKF e "Pivoting" solo per traslazioni inferiori a 2mm (UKF (3.14; 1.9)mm, "Pivoting" (3.62; 1.17)mm). In letteratura, simili condizioni di analisi sperimentale (posizione GS anatomica e bacino fisso) riportano una migliore accuratezza del metodo "Pivoting" (RMS 1.6mm)(17). La miglior accuratezza di localizzazione di UKF è evidente per traslazioni superiori ai 2mm. Il metodo UKF aumenta l'errore di localizzazione fino a (15.20; 11.02)mm per traslazioni nel range [8-13]mm (confronto con "Pivoting" (26.73; 4.32)mm). In questo range, l'accuratezza del metodo UKF peggiora ( $p < 0.05$ ) all'aumentare della velocità media della traiettoria di pivoting. Entrambi i metodi risultano positivamente correlati ( $p < 0.001$ ) con la traslazione di HJC, mentre non si riscontra correlazione tra gli errori di entrambi i metodi e l'ampiezza del movimento di pivoting. Quest'ultima osservazione è motivata dal ridotto range di ampiezze di pivoting considerato [100-200]mm, che è stato identificato come range di robustezza dei parametri di tuning del filtro UKF in fase di simulazione. Si riscontra una correlazione positiva ( $p < 0.0001$ ) degli errori del metodo UKF con la velocità del movimento di pivoting.

In conclusione, il sostanziale miglioramento apportato dal metodo UKF è la possibilità di ridurre l'errore sistematico causato dal movimento del bacino, durante il movimento passivo del femore, nella stima della posizione di HJC. Il metodo UKF si è dimostrato sufficientemente robusto in relazione al contenuto dinamico [velocità media femorale,



100-1000mm/s] e l'ampiezza di movimento [raggio di pivoting, 100-200mm] della traiettoria di pivoting in condizioni simili a quella della sala operatoria. L'inseguimento della traiettoria HJC in tempo reale è un obiettivo più complesso e risulta necessario un *tuning* accurato dei parametri del filtro, variabile in funzione della traiettoria di pivoting analizzata. Ulteriori test devono essere effettuati per stimare il range di traslazione HJC in-vivo durante movimentazione passiva del femore e valutare la performance del metodo UKF in relazione ad altre metodologie stato dell'arte. Inoltre, si propone la validazione dell'algoritmo con un modello fisico che implementi sei gradi di libertà per il movimento del bacino.

# Abstract

---

Arthrosis affected almost the 17.8% of the Italian people (Istat data<sup>2</sup>) in 2009. Arthrosis can cause the malignment of the knee articulation inducing articular pain, reduction of the range of motion (ROM) and decreasing of articular functionality (1). Surgical intervention with Total Knee Arthroplasty or Replacement (TKA-TKR) of the articulation is required for the worst clinical cases.

The femoral and tibial prosthesis should be aligned with an angle less than  $\pm 3^\circ$  with respect to the mechanical axes of the leg, in order to achieve the correct positioning of the prosthetic components. Computer Assisted Orthopaedic Surgery (CAOS) allows better accuracy and repeatability of the prosthesis positioning, using navigation procedures (2). To compute the mechanical axis of the femur, the hip joint center (HJC) has to be localized.

In image-less CAOS applications, HJC position is computed through the passive circumduction of the femur around the pelvis (pivoting). During the movement, an optic localization system measures the poses of the limbs, which are tracked by markers or Dynamic Reference Frames (DRFs), set of markers rigidly fixed on the segments (4). During TKR-TKA interventions, the patient pelvis is usually not tracked during the pivoting (5).

Functional methods have been presented in literature to compute the HJC position from the acquired dataset of pivoting poses. The “Sphere-Fitting” algorithms (SF) (12)(13) estimate the HJC computing the center of the best-fitting sphere on DRF trajectory during the entire acquisition. These were the first functional methods implemented, but this approach is not robust and leads to high noise sensitivity for small ranges of motion (14). A different functional approach is the “Transformation Techniques” algorithms (15). These methods compute the HJC position as the fixed point in a common Reference Frame (RF), computed through spatial transformations between local RFs. The ‘Pivoting’ algorithm (16), based on a least square approach, shows better performances of accuracy,

---

<sup>2</sup> [http://www.istat.it/dati/catalogo/20100518\\_00/italiaincifre2010.pdf](http://www.istat.it/dati/catalogo/20100518_00/italiaincifre2010.pdf)

computational time and noise sensitivity with respect to the SF algorithms (17). A source of systematic error in HJC localization algorithms is represented by the pelvis motion during the pivoting (5). Functional algorithms do not include the pelvis motion in the hip kinematic model, when the hip is not tracked by the localization system. In motion capture applications, Kalman Filter (KF) methodology was applied with success and significantly improved the obtained results. A localization system acquires the position of markers attached on the limbs. For human motion recovery applications, Cerveri used KF to estimate the kinematical variables of a virtual biomechanical model (18). Halvorsen used it to localize hidden segments (on which marker attachment is not allowed) in order to estimate the pose of a kinematic system during motion (19).

The purpose of this study was to validate the accuracy and robustness of an Unscented Kalman Filter (UKF) algorithm to track the HJC position during passive femoral pivoting in CAOS procedures. In UKF algorithm, the HJC is modeled as a mobile point in the absolute Reference Frame (RF). The state space model describes a two links kinematics under the hypothesis of non-laxity of the articulation (ideal spherical joint). The first link models the femoral bone, while the second link models the pelvis. The femur is tracked with a DRF attached to the distal end, composed by four active markers, while the pelvis is tracked attaching a marker to it. The kinematic relations between the state vector and the observations are non linear function. The state space has been implemented with II order linear dynamics. The position of HJC in the Femur Reference Frame (FRF) is modeled with non-dynamic state variables. The accuracy of UKF method is evaluated as the Euclidean distance between respectively the estimated and Gold Standard HJC positions in femoral RF. The KF method performances were compared with the state-of-art “Pivoting” algorithm (16).

First of all, UKF algorithm was tested in virtual environment. A graphical interface allowed the user to set the geometrical (range of motion and dimensions of the limb) and the kinematic (mean velocity, HJC translation) parameters of the pivoting motion and the acquisition parameters of the simulated measurements (sample frequency, number of frames, optic noise amplitude). The tuning of filter parameters, which represented the uncertainty of the state variables, was experimentally computed. The covariance of measurements errors was estimated in relation to the optical noise amplitude set during the generation of the pivoting trajectory (20). The UKF localization errors were evaluated with respect to the amplitude of the optical noise (0.15-0.13mm), to the HJC translation

(0-20mm), to the Range Of pivoting Motion (ROM, 50-100mm) and to the velocity of femur DRF trajectory (100-200mm/s) with a Pearson correlation analysis (21).

In order to validate the proposed algorithm, a physical model of the hip (femur and pelvis) was realized. An active optical localization system was used in order to track the coordinates of two DRF rigidly connected on each segment and the coordinates of a marker attached to the pelvis segment (on the Anterior Superior Iliac Spine ASIS). The joint capsule between the two bone phantoms was made with an elastic grid that mimics the ligaments functionality. The hip phantom is locked on a Mass-Spring-Damper platform with 2 DoFs, which mimics soft tissues behaviour. The elastic component of the model was experimentally estimated through traction tests (elastic coefficient for a spring,  $1.18 \pm 0.1 \text{ mN/m}$ ), while the resonance analysis proved the viscoelastic behavior of the platform (22) through tests with mechanical impulses of known amplitude.

The optical noise of the localization system was estimated on the DRF poses, used in the experimental setup, with static acquisitions (maximum error results on the pointer DRF:  $0.015 \pm 0.011 \text{ mm}$ )(15). The measurement error covariance parameters of the femoral DRF and the ASIS pelvis marker were set in relation to the optical noise estimated on them (normal distribution requirement of UKF applicability was verified)(24). Then, the anatomical Gold Standard position for HJC localization in femur ( $GS_f$ ) and pelvis ( $GS_p$ ) SdRs were computed through the optical scanning of respectively the femoral head and the acetabular cup. The articular laxity of the phantom, that is a source of error in the UKF state model, was evaluated ( $3.2 \pm 0.32 \text{ mm}$ ). During each acquisition the femoral DRF and the ASIS marker were acquired. The pivoting trajectories were classified in groups in relation to the estimated kinematic parameters: mean HJC translation (0-15mm), mean amplitude of the range of motion (100-200mm) and mean velocity of the pivoting trajectory (100-1000mm/s). The tuning of the filter parameters was done experimentally and it was maintained fixed on the entire set of acquisitions. The statistical analysis of the UKF and “Pivoting” accuracies was done in relation to the estimated kinematic parameters on the pivoting trajectory.

Simulation results showed better performances of UKF with respect to “Pivoting” algorithm. UKF produced median localization errors less than 1cm for the entire translation range of HJC (0-20mm), while the ‘Pivoting’ algorithm showed increasing errors till a median and inter-quartile range IQR (30; 3) mm on those trajectories with

HJC translation equal to 20mm. The accuracy of both methods decreases with the reduction of the range of motion. The “Pivoting” algorithm showed the greatest localization errors on trajectories with Range of motion less than 100mm and HJC translation more than 10mm. In the same group of trajectories, UKF does not converge on the estimate of the HJC position and those trajectories were not taken into account in the statistical analysis. Convergence on those trajectories was proved with a set of different filter parameters. The UKF method was not correlated ( $p < 0.05$ ) with HJC translation for displacements greater than 5mm, while the “Pivoting” algorithm was correlated ( $p < 0.0001$ ) with the HJC translation. Both methods showed a negative correlation ( $p < 0.0001$ ) between the localization errors and the range of pivoting motion.

The validation on the physical phantom showed that the localization accuracies of the two methods were comparable for HJC translation less than 2mm (UKF (3.14; 1.9) mm, “Pivoting” (3.62; 1.17) mm). In literature, similar experimental conditions (fixed hip and the anatomical HJC position as the Gold Standard) showed better accuracy of “Pivoting” method (RMS 1.6mm)(17). The UKF method proved better performances with respect to “Pivoting”, when the HJC translation is greater than 2mm. The localization median errors increased till (15.20; 11.02) mm for trajectories with HJC translation in range [8-13] (“Pivoting” (26.73; 4.32) mm). In this range, the accuracy of UKF decreased when the pivoting mean velocity increased. Both methods proved to be correlated ( $p < 0.001$ ) with the HJC translation, while no correlation was found between localization errors and the range of pivoting motion. This last result is proved by the small range of motion [100-200] mm, which was the range in which UKF proved to be robust during simulation tests. UKF method proved to be also correlated ( $p < 0.0001$ ) with the mean velocity of the pivoting motion.

In conclusion, the substantial improvement of KF method is the possibility of reducing the systematical error, caused by pelvis motion during passive movement of the femur, to compute HJC position. UKF algorithm is proved to be enough robust in relation to the dynamic content [mean velocity on femur, 100-1000mm/s] and the range of motion [pivoting ray, 100-200mm] of the pivoting trajectory. On the other hand, tracking the HJC trajectory in real time is a nontrivial task and requires a very accurate filter parameters tuning. The new method KF proved to be applicable in current CAOS systems. Further tests must be made to estimate the in-vivo range of HJC translation during passive pivoting movements and evaluate the performances of KF method with

respect to others state-of-the-art methods. Validation with a 6-degrees-of-freedom phantom is also proposed.

*Alla mia famiglia*

## RINGRAZIAMENTI

Vorrei ringraziare il Prof. *Giancarlo Ferrigno* per i preziosi spunti di riflessione e gli efficaci consigli che mi ha fornito durante questo lavoro di tesi. Un particolare ringraziamento alla Dott.ssa *Elena DeMomi* per il supporto e la disponibilità dimostratami durante la fase di revisione. Un grazie sincero a tutti i componenti MRS per l'aiuto e il sostegno ricevuto giornalmente durante quest'anno. In ultimo, vorrei ringraziare l'intero staff del NearLab.

Luglio 2011

*Elisa*





# Indice

---

<b>ELENCO DELLE FIGURE</b> .....	<b>I</b>
<b>ELENCO DELLE TABELLE</b> .....	<b>III</b>
<b>ELENCO DEI GRAFICI</b> .....	<b>IV</b>
<b>LISTA DEGLI ACRONIMI</b> .....	<b>V</b>
<b>1. STATO DELL'ARTE</b> .....	<b>1</b>
1.1. CHIRURGIA ORTOPEDICA DI GINOCCHIO .....	2
1.2. CHIRURGIA ORTOPEDICA ASSISTITA AL CALCOLATORE .....	5
1.3. LOCALIZZAZIONE DEL CENTRO D'ANCA .....	9
1.3.1. <i>Metodi anatomici</i> .....	10
1.3.2. <i>Metodi funzionali</i> .....	13
<b>2. SCOPO DEL LAVORO</b> .....	<b>22</b>
<b>3. MATERIALI E METODI</b> .....	<b>23</b>
3.1. MATERIALI .....	23
3.1.1. <i>Sistema di localizzazione</i> .....	23
3.1.2. <i>Modello fisico dell'anca</i> .....	26
3.1.2.1. Giunto Articolare.....	26
3.1.2.2. Tessuti molli .....	28
3.2. METODI.....	34
3.2.1. <i>Modello cinematico</i> .....	34
3.2.2. <i>Filtro di Kalman</i> .....	38
3.2.2.1. Formulazione del problema dell'osservatore.....	38
3.2.2.2. Modello a spazio di stato .....	41
3.2.2.3. Implementazione di un Filtro di Kalman Unscented .....	46
3.2.3. <i>Ambiente di simulazione</i> .....	55
3.2.3.1. Generazione delle traiettorie di pivoting .....	56
3.2.4. <i>Validazione di UKF</i> .....	61
3.2.4.1. Protocollo di simulazione .....	61
3.2.4.2. Setup sperimentale .....	62
3.2.4.3. Protocollo di acquisizione .....	69

<b>4. RISULTATI .....</b>	<b>75</b>
4.1. VALIDAZIONE UKF IN AMBIENTE VIRTUALE.....	75
4.2. VALIDAZIONE UKF SUL MODELLO FISICO.....	83
4.2.1. <i>Stima del rumore ottico</i> .....	83
4.2.2. <i>Stima della posizione HJC Gold Standard</i> .....	84
4.2.3. <i>Stima della lassità articolare del modello fisico</i> .....	85
4.2.4. <i>Validazione UKF</i> .....	86
<b>5. DISCUSSIONI E CONCLUSIONI .....</b>	<b>91</b>
<b>6. APPENDICE .....</b>	<b>95</b>
6.1. FILTRO DI KALMAN LINEARE .....	95
6.2. TRASFORMATA UNSCENTED .....	96
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>98</b>

# Elenco delle Figure

<b>Figura 1</b> Disegno dell'anatomia dell'articolazione del ginocchio. ....	2
<b>Figura 2</b> Protesi per intervento da ricostruzione totale di ginocchio .....	3
<b>Figura 3</b> Disegno degli assi meccanici di interesse dell'arto inferiore.....	4
<b>Figura 4</b> Schema concettuale delle navigazione chirurgica.....	7
<b>Figura 5</b> Intervento di ricostruzione totale di ginocchio .....	9
<b>Figura 6</b> Esempio di metodo di localizzazione HJC anatomica con immagini MRI.....	11
<b>Figura 7</b> Schema dei punti fiduciali anatomici per localizzazione con metodo di regressione .....	12
<b>Figura 8</b> Movimento di 'pivoting' femorale attorno al bacino.....	13
<b>Figura 9</b> Algoritmo di 'pivoting' di Siston&Delp.....	16
<b>Figura 10</b> Setup sperimentale per la validazione dell'algoritmo 'MC-pivoting' .....	18
<b>Figura 11</b> Schema del Setup sperimentale dello studio (11).....	18
<b>Figura 12</b> Modello biomeccanico usato nello studio (12).....	21
<b>Figura 13</b> Sistema di localizzazione ottico Optotrack Certs (NDI, Ontario, Canada). ....	24
<b>Figura 14</b> Schema dello spazio di lavoro del sistema optoelettronico Optotrack Certus. 25	
<b>Figura 15</b> Modelli ossei in schiuma rigida .....	26
<b>Figura 16</b> Dettagli del modello fisico dell'articolazione dell'anca .....	27
<b>Figura 17</b> Dynamic Reference Frame usati nel setup sperimentale.....	28
<b>Figura 18</b> Dettaglio del modello fisico dei tessuti molli.....	29
<b>Figura 19</b> Modello CAD della piattaforma MSD .....	29
<b>Figura 20</b> Modello MSD dei tessuti molli .....	30
<b>Figura 21</b> Analisi di risonanza del sistema MSD.....	32
<b>Figura 22</b> Modello fisico completo.....	33
<b>Figura 23</b> Modello ball and socket dell'articolazione.....	34
<b>Figura 24</b> Definizione dei Sistemi di Riferimento del modello articolare.....	36
<b>Figura 25</b> Descrizione cinematica del modello dell'articolazione dell'anca .....	37
<b>Figura 26</b> Schema del Problema dell'osservatore.....	39
<b>Figura 27</b> Schema del problema dell'osservatore applicato al modello dell'articolazione dell'anca.. .....	41
<b>Figura 28</b> Formulazione algebrica .....	43

<b>Figura 29</b> Schema dell'algoritmo UKF .....	51
<b>Figura 30</b> Interfaccia grafica dell'ambiente di simulazione.....	56
<b>Figura 31</b> Esempio di traiettorie della componente di traslazione del DRF femorale .....	58
<b>Figura 32</b> Schema della definizione della componente rotazionale della posa del DRF femorale in ambiente di simulazione. ....	58
<b>Figura 33</b> Schema della traiettoria simulata di traslazione del centro d'anca. ....	59
<b>Figura 34</b> Esempio di traiettoria circolare simulata in ambiente di simulazione .....	60
<b>Figura 35</b> Setup sperimentale per la validazione dell'algoritmo UKF .....	63
<b>Figura 36</b> Protocollo di stima della posizione HJC Gold Standard. ....	66
<b>Figura 37</b> Algoritmo UKF applicato ad una traiettoria di pivoting simulata .....	81
<b>Figura 38</b> Andamento nel tempo della distanza euclidea <i>Laxi</i> tra i centri HJC femorale e pelvico.....	85

# Elenco delle Tabelle

---

<b>Tabella 1</b> Caratteristiche tecniche del sistema optoelettronico Optotrack Certus (NDI).	24
<b>Tabella 2</b> Specifiche meccaniche della piattaforma MSD .....	30
<b>Tabella 3</b> Confronto statistico Kruskal-Wallis ( $p < 0.05$ ) in riferimento all'analisi di accuratezza di Figura 37. ....	77
<b>Tabella 4</b> Confronto statistico Kruskal-Wallis ( $p < 0.01$ ) in riferimento all'analisi di accuratezza di Figura 39. ....	80
<b>Tabella 5</b> Analisi di correlazione di Pearson tra gli errori di localizzazione dei metodi UKF e "Pivoting" e i parametri di definizione delle traiettorie di pivoting simulate. ....	82
<b>Tabella 6</b> Stima dei momenti Media e Deviazione Standard della distribuzione Gaussiana dell'errore ottico sui corpi rigidi utilizzati nel setup sperimentale.....	83
<b>Tabella 7</b> Deviazioni Standard (SD) campionarie delle distribuzioni degli errori ottici sulle variabili osservabili del filtro di Kalman: posa del DRF femorale e posizione del marcatore pelvico.....	84
<b>Tabella 8</b> Confronto statistico Kruskal-Wallis ( $p < 0.05$ ) in riferimento all'analisi di accuratezza di Figura 42. ....	87
<b>Tabella 9</b> Confronto statistico Kruskal-Wallis ( $p < 0.01$ ) in riferimento all'analisi di accuratezza di Figura 43 .....	88
<b>Tabella 10</b> Analisi di correlazione di Pearson tra gli errori di localizzazione dei metodi "Pivoting" e UKF e i parametri cinematici del movimento di pivoting ( $p \text{ value} < 0.005$ ).	89

## Elenco dei Grafici

---

<b>Grafico 1</b> Confronto di accuratezza dei metodi “Pivoting” e UKF rispetto all’ampiezza della traslazione di HJC del movimento di pivoting simulato. ....	76
<b>Grafico 2</b> Confronto di accuratezza dei metodi “Pivoting” e UKF rispetto all’ampiezza dell’errore ottico delle traiettorie di pivoting in ambiente di simulazione. ....	78
<b>Grafico 3</b> Confronto di accuratezza dei metodi “Pivoting” e UKF rispetto alla traslazione media del centro di giunto HJC e all’ampiezza del movimento della traiettoria di pivoting ROM. ....	79
<b>Grafico 4</b> Confronto di accuratezza dei metodi “Pivoting” e UKF rispetto all’ampiezza della traslazione $T_{HJC}$ .....	87
<b>Grafico 5</b> Confronto di accuratezza dei metodi “Pivoting” e UKF rispetto alla traslazione media $T_{HJC}$ e alla velocità media $v$ della traiettoria di pivoting. ....	88

## Lista degli Acronimi

ASIS	Anterior Superior Iliac Spine
CAOS	Computer Assisted Orthopedic Surgery
CAS	Computer Assisted Surgery
DRF	Dynamic Reference Frame
FRF	Femur Reference Frame
GS	Gold Standard
HJC	Hip Joint Center
IQR	Inter Quartile Range
IREDD	InfraRed Emitting Diode
KF	Kalman Filter
LS	Least Square
MSD	Mass Spring Damper
PRF	Pelvis Reference Frame
RMS	Root Mean Square
ROM	Range Of Motion
SdR	Sistema di Riferimento
SF	Sphere Fitting
RF	Reference Frame
TKA	Total Knee Arthroplasty
TKR	Total Knee Replacement
UKF	Unscented Kalman Filter





# 1. Stato dell'arte

---

L'artrosi è la patologia più diffusa che colpisce la cartilagine intra-articolare. Nel 2009, assieme alle patologie artritiche, è stata registrata un'incidenza nella popolazione italiana pari al 17,8% (dato Istat<sup>3</sup>).

La cartilagine è il tessuto connettivo posto nell'interstizio articolare e svolge una funzione di protezione e sostegno delle ossa, che devono sopportare lo stress meccanico dovuto alla contrazione muscolare per la stabilizzazione dell'articolazione. La resistenza e la funzionalità del tessuto connettivo cartilagineo, durante l'arco della vita, può essere minata da una serie di fattori che espongono la cartilagine a lesioni più o meno importanti. Normalmente le lesioni cartilaginee vengono classificate in due categorie distinte:

- primarie o post-traumatiche che insorgono in seguito ad incidenti di natura meccanica (fratture, distorsioni, fratture da stress) o sono legate a fattori genetici
- secondarie o degenerative che insorgono in seguito a continue sollecitazioni o a problemi di natura metabolica o immunitaria.

Qualunque sia la causa della lesione, la continua applicazione di carichi articolari durante il movimento porta al consumo e all'assottigliamento della cartilagine, fino allo sfregamento diretto delle superfici ossee di interesse. Questa patologia degenerativa è chiamata **osteoartrosi**. Ad oggi la terapia dell'osteoartrosi è finalizzata alla riduzione del dolore, al mantenimento della funzionalità articolare e alla prevenzione dell'invalidità. Il trattamento è limitato, per la maggior parte dei pazienti, ad una terapia sintomatica e non curativa. I pazienti con osteoartrosi in fase avanzata, refrattari alla terapia medica, vengono invece trattati con intervento chirurgico di sostituzione articolare.

---

<sup>3</sup> [http://www.istat.it/dati/catalogo/20100518\\_00/italiaincifre2010.pdf](http://www.istat.it/dati/catalogo/20100518_00/italiaincifre2010.pdf)

## 1.1. Chirurgia ortopedica di ginocchio

Il ginocchio è l'articolazione più esposta alla patologia atrosica, trovandosi tra i segmenti corporei più lunghi del corpo umano : femore e tibia. L'articolazione femorotibiale è formata da due articolazioni condiloidee parallele: i condili del femore e i piatti della tibia, connessi dal menisco. Data la loro vicinanza, le due articolazioni agiscono come un'unica cerniera.



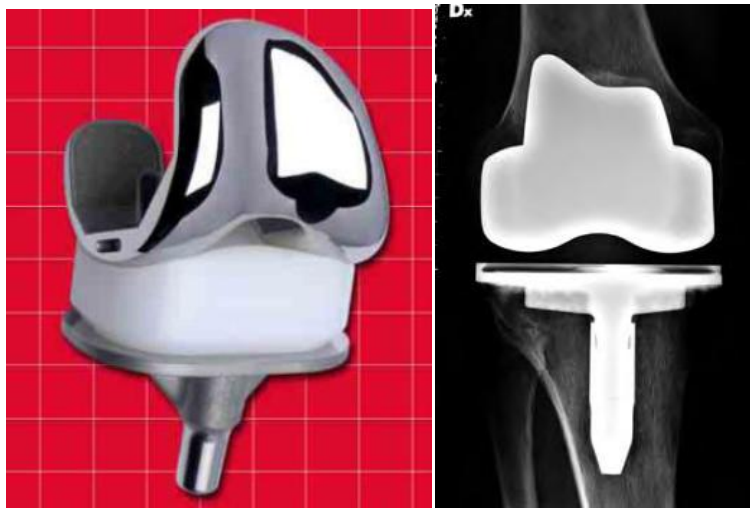
*Figura 1 Disegno dell'anatomia dell'articolazione del ginocchio. Sono evidenziati i condili femorale e i piatti tibiali che permettono di modellare il giunto articolare con una cerniera*

In caso di artrosi al ginocchio, la patologia che coinvolge uno dei due compartimenti condilari può portare ad un mal allineamento dell'articolazione, con conseguente dolore avvertito dal paziente, riduzione dell'escursione del movimento (*range of motion*, ROM) e peggioramento della funzionalità articolare (1). Si rende necessario, quindi, intervenire chirurgicamente per riportare il corretto allineamento delle strutture articolari.

Le procedure chirurgiche di sostituzione totale di ginocchio (Total Knee Replacement, TKR) e di artroplastica totale di ginocchio (Total Knee Arthroplasty, TKA) rappresentano uno degli avanzamenti più significativi della chirurgia ortopedica degli ultimi vent'anni e sono considerate tra le tecniche più rivoluzionarie della moderna

medicina. Si stima che il 20% della popolazione negli UK supera i 60 anni d'età e almeno il 2% di questi svilupperà sintomatologia osteoartritica, che richiederà una procedura chirurgica di sostituzione di ginocchio. In futuro, si prevede che la richiesta di intervento di artroplastica totale di ginocchio in USA crescerà fino ad almeno 3.5 milioni di procedure nei prossimi vent'anni (3).

In caso di artroplastica totale di ginocchio, il chirurgo interviene sostituendo completamente l'articolazione danneggiata con una protesi totale formata dalle seguenti componenti (Figura 2): componente femorale (CrCoMo, rivestito in titanio poroso nell'interfaccia con l'osso), componente tibiale (CrCoMo, rivestito in titanio poroso nell'interfaccia con l'osso) e inserto tibiale (in polietilene).

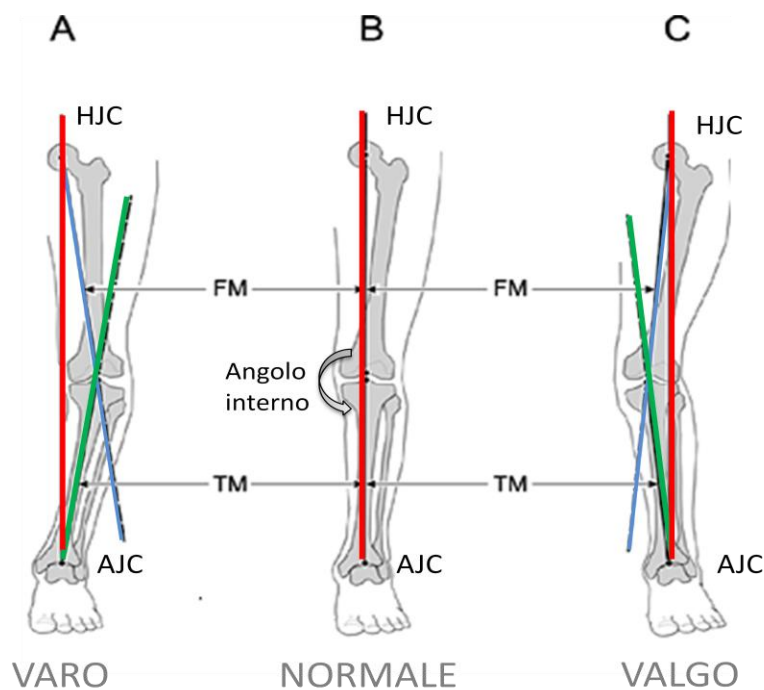


*Figura 2 Sinistra) Componenti protesiche per un'artroplastica totale di ginocchio bi compartmentale. Si ringrazia per l'immagine LimaLto (Udine); Destra) Artroprotesi di ginocchio destro, dopo 5 anni dall'impianto (25).*

Il riferimento per il corretto allineamento delle componenti protesiche è l'asse meccanico dell'arto inferiore, che identifica la direzione di trasmissione delle forze di carico attraverso l'articolazione del ginocchio (26). L'asse meccanico è definito come la linea congiungente il centro del giunto d'anca (Hip Joint Center, HJC) con il centro del giunto tibiotarsale (Ankle Joint Center, AJC), mostrato in Figura 2. Inoltre sono definiti gli assi meccanici del femore (FM) e della tibia (TM) come le linee congiungenti rispettivamente centro d'anca HJC e centro del ginocchio e centro del ginocchio e centro della caviglia AJC. Nella maggior parte delle ginocchia sane, in posizione eretta l'asse meccanico passa in un punto del settore femorotibiale ad una distanza di 5-10mm dal centro del ginocchio.

La condizione di allineamento normale degli assi FM e TM presenta un valore dell'angolo interno di circa  $180^\circ$ ; al contrario, condizioni patologiche di varismo e valgismo inducono un angolo interno rispettivamente inferiore e superiore ai  $180^\circ$  e portano ad una non coincidenza degli stessi con l'asse meccanico globale dell'arto.

Un discreto numero di parametri di riferimento sono stati suggeriti per definire il corretto allineamento delle componenti protesiche sul piano coronale, assiale e sagittale (26); non è ancora emersa una convenzione univoca di definizione degli assi di interesse. Sono considerati accettabili risultati chirurgici che mostrano un angolo  $\pm 3^\circ$  varo-valgo nel piano coronale (2).



*Figura 3* Disegno degli assi meccanici di interesse dell'arto inferiore: asse meccanico della tibia TM in verde, del femore FM in blu e della gamba in rosso. sinistra) varismo dell'arto: l'angolo di allineamento interno è inferiore a  $180^\circ$ ; centro) condizione normale: l'asse meccanico dell'arto coincide con gli assi meccanici dei segmenti ossei; destra) valgismo dell'arto: l'angolo di allineamento interno superiore ai  $180^\circ$ .

Il posizionamento dell'impianto in sede richiede la resezione delle superfici ossee, per la creazione di un sito di alloggio delle componenti protesiche. L'accuratezza di definizione dei piani di taglio ed di esecuzione degli stessi incide sul corretto allineamento del giunto artificiale, che influenza fortemente gli effetti a lungo termine

dell'intervento di ricostruzione chirurgica. Il malallineamento si traduce, infatti, in una scorretta distribuzione di forze sulle componenti meccaniche, durante l'applicazione di carichi dinamici. Questo comporta il progressivo distacco della protesi dall'osso e la genesi di un evento necrotico nei tessuti adiacenti all'area di contatto, causato dalla produzione di detriti da abrasione (27). Si rende, quindi, necessaria una tecnologia ad alta accuratezza per la corretta resezione delle superfici ossee.

La procedura chirurgica tradizionale prevede l'utilizzo di una maschera di taglio, posizionata manualmente nella sede di interesse tramite guide meccaniche intramidollari (3). L'accuratezza di allineamento dello strumento operatorio dipende quindi unicamente dall'abilità del chirurgo. Per aumentare l'affidabilità e la ripetibilità delle operazioni di taglio, sono stati introdotti in sala operatoria procedure chirurgiche assistite al calcolatore..

## 1.2. Chirurgia Ortopedica Assistita al Calcolatore

Sviluppato originariamente per procedure neurochirurgiche, i sistemi di Chirurgia Assistita al Calcolatore (CAS) sono stati utilizzati negli interventi chirurgici ortopedici dalla fine degli anni '90. L'approccio CAS comprende tutte quelle tecnologie, che grazie all'utilizzo del calcolatore sono in grado di fornire al chirurgo dati quantitativi sia del singolo atto operatorio sia della totalità dell'intervento, garantendo un controllato range di accuratezza e ripetibilità (2).

A partire dagli anni '90 i sistemi di navigazione hanno cominciato ad essere introdotti nella routine chirurgica di sala. In Germania il 30% degli interventi di artroplastica totale di anca e di ginocchio viene assistito da un sistema di navigazione, mentre in Italia solo il 5% degli interventi<sup>4</sup>. I sistemi di navigazione Computer Assisted Orthopaedic Surgery (CAOS), specifici per la chirurgia ortopedica, sono basati sull'utilizzo di dispositivi di sala che permettono la misura indiretta della posa di strumenti chirurgici, impianti e regioni anatomiche di interesse, attraverso la localizzazione diretta di piccoli corpi rigidi

---

<sup>4</sup> CAOS Italia, 29 Febbraio 2008, Milano

ad essi solidali. Il grande vantaggio di questi sistemi è dato dalla capacità di effettuare misure in tempo reale, all'interno di un range di frequenza di acquisizione sufficientemente alto, che permette la localizzazione di strumenti chirurgici in movimento (2). Il diagramma di flusso in Figura 4 mostra uno schema generale delle 3 fasi che compongono la navigazione chirurgica: fase pre-operatoria, intra-operatoria e post-operatoria.

La fase di pianificazione pre-operatoria può utilizzare modelli 3D paziente-specifici della zona anatomica di interesse per valutare il corretto posizionamento delle componenti protesiche e definire un piano chirurgico operativo. I modelli ossei possono essere generati dall'elaborazione di immagini diagnostiche (scansioni tomografiche CT o immagini di risonanza magnetica MRI) (28) acquisite sul paziente, dalla deformazione di atlanti anatomici con algoritmi di bone morphing oppure con tecniche non basate su immagini (4). In quest'ultimo approccio, corpi rigidi fissati ai segmenti corporei e visibili a sistemi di localizzazione definiscono i Sistemi di Riferimento (SdR) anatomici di interesse. Nota la posizione di punti fiduciali in un SdR anatomico, è possibile ricostruire al calcolatore la geometria dell'arto in ambiente virtuale e generare un modello osseo di riferimento.

Il piano pre-operatorio può essere testato attraverso tecniche di simulazione, dove vengono valutate l'incisione cutanea, i piani di taglio delle superfici ossee e la taglia e il posizionamento degli impianti protesici.

Durante l'intervento è importante poter replicare il più fedelmente possibile il piano preoperatorio e avere un feedback quantitativo in tempo reale dell'errore eventualmente commesso. La registrazione dell'ambiente intra-operatorio sull'ambiente pre-operatorio permette di effettuare navigazione in sala, cioè conoscere la posizione relativa tra le ossa, le protesi e lo strumentario utilizzato ed averne una visualizzazione in ambiente virtuale. Il chirurgo è dunque in grado di controllare tutte le fasi dell'operazione e di aggiornare il piano pre-operatorio in sede intra-operatoria (28).

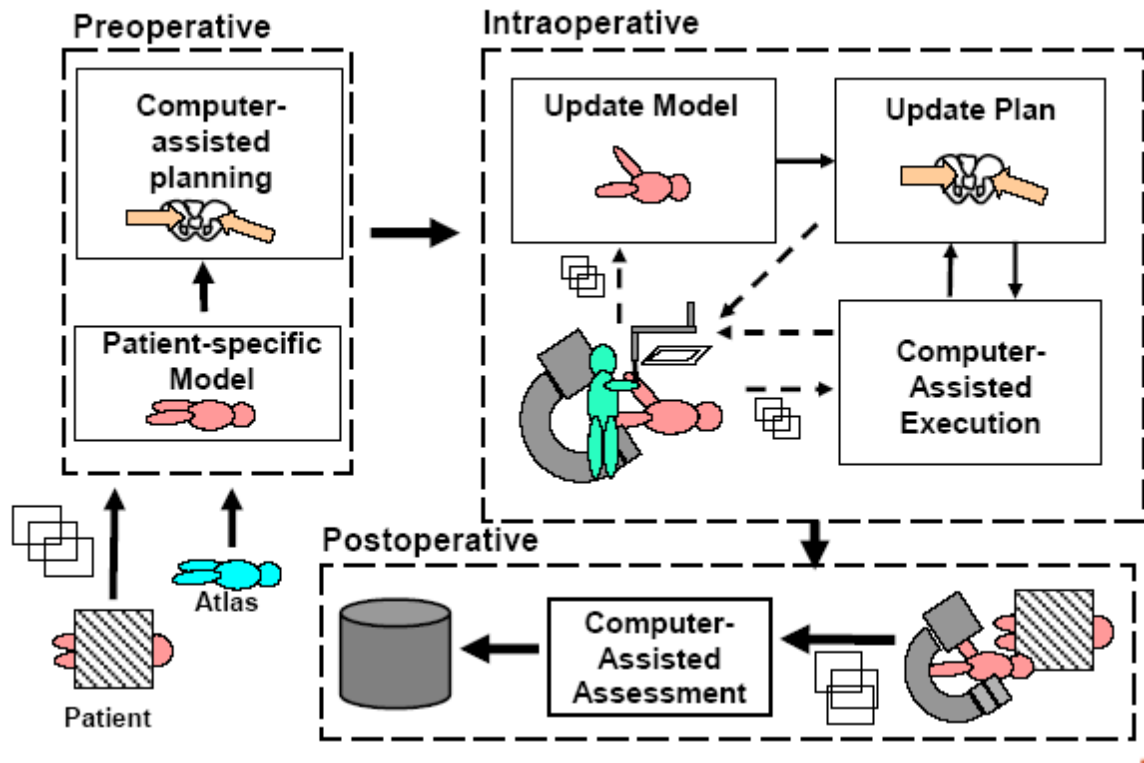


Figura 4 Schema concettuale delle navigazione chirurgica e delle sue fasi principali: pianificazione preoperatoria, navigazione intraoperatoria e valutazione postoperatoria. Tratto da(29)

Nella fase postoperatoria, il chirurgo valuta la riuscita dell'intervento chirurgico, attraverso il confronto di quanto ottenuto in sede operatoria e quanto in precedenza pianificato. I parametri di valutazione riguardano:

- misure geometriche di allineamento delle componenti protesiche in relazione agli assi anatomici e meccanici dell'arto,
- misure cinematiche sulla correttezza del range di movimento consentito,
- misure del livello di *impringement* tra strutture anatomiche (osso e tessuti molli) e le componenti protesiche.

Queste informazioni quantitative vengono fornite dal sistema di navigazione chirurgica, in grado di effettuare misure sfruttando la definizione dei sistemi di riferimento anatomici definiti in fase di registrazione (30).

Pur essendo riconosciuto un enorme guadagno dall'introduzione di sistemi computerizzati in sala operatoria ortopedica, alcuni aspetti sono ancora discussi: il prolungamento dei tempi di intervento, la qualità dell'informazioni fornite al chirurgo e



la gestione dell'interfaccia utente di comando e la visualizzazione dati (2). I vantaggi clinici riscontrati nella procedura chirurgica CAOS rispetto alla tecnica chirurgica convenzionale sono attualmente ancora motivo di dibattito (31)(32).

E' indiscusso che il vantaggio principale dell'uso di sistemi assistiti al calcolatore in chirurgia ortopedica risiede nella riduzione dei casi outliers definiti da un malallineamento post-operatorio maggior di  $\pm 3^\circ$  nelle componenti tibiale o femorale o nell'asse meccanico della gamba (3)(33). Lo studio prospettico su 1000 procedure chirurgiche di sostituzione totale di ginocchio (34) riporta un allineamento varo/valgo inferiore a  $\pm 3^\circ$  nel 95% dei casi trattati con tecniche chirurgiche CAOS, rispetto ad una percentuale di soli 74% di allineamento paragonabile nel gruppo di pazienti trattati con tecniche chirurgiche tradizionali ( $P < 0.001$ ).

### 1.3. Localizzazione del centro d'anca

In applicazioni CAOS , la stima del centro di giunto d'anca è una fase di pianificazione fondamentale per le procedure chirurgiche che operano sia direttamente sull'articolazione (Total Hip Arthroplasty, THA), sia sull'articolazione del ginocchio (TKR-TKA).



*Figura 5* Intervento di ricostruzione totale di ginocchio TKR con strumentazione BrainLab (Germany). Il chirurgo è ripreso nell'atto di fissare il corpo rigido DRF che permette la localizzazione della posa tibiale, mentre il DRF femorale è già fissato rigidamente all'arto.

Un puntatore ottico è utilizzato nella palpazione di punti anatomici di repere, per la registrazione dell'ambiente intra-operatorio con il piano pre-operatorio. La definizione di un SdR femorale, tramite un DRF rigidamente connesso alla parte distale dell'arto, permette di effettuare una navigazione stereotattica, esprimendo tutte le pose di interesse nel SdR locale del segmento corporeo e rendendo la localizzazione indipendente dalla posizione del SdR assoluto dei sensori di localizzazione.

Generalmente, in linea con un approccio ortopedico che limita l'invasività dell'impatto chirurgico, l'intervento di ricostruzione totale di ginocchio TKR-TKA non presuppone la presenza di un DRF pelvico, rigidamente ancorato all'osso. Il bacino non è una zona anatomica a diretto accesso chirurgico, quindi l'informazione di posa dell'osso pelvico è ricavata dalla sola localizzazione di marcatori ottici posti sulla superficie cutanea.

In letteratura sono proposte diverse metodologie per la localizzazione accurata HJC, differenti sia in termini di performance (accuratezza, costi e tempi di elaborazione) sia in termini di invasività e scopo dell'applicazione di interesse.

### 1.3.1. *Metodi anatomici*

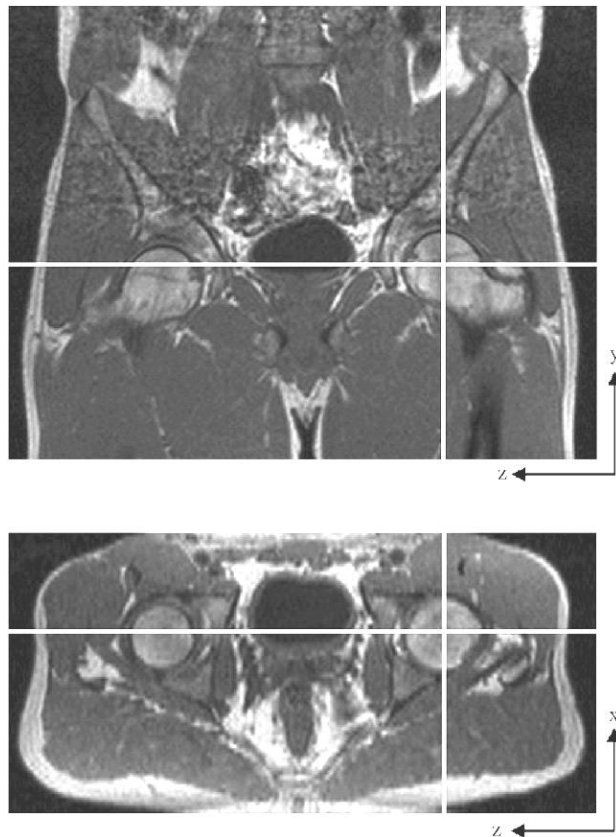
Il centro di giunto è calcolato in funzione di parametri anatomici geometrici paziente-specifici.

✓ Metodi basati su immagini:

il centro di giunto d'anca è definito attraverso l'elaborazione di dataset di immagini tomografiche Computed Tomography (CT)(6)(7) o di risonanza magnetica Magnetic Resonance Imaging (MRI)(8) paziente-specifiche. La posizione di HJC viene identificata sul dataset di immagini attraverso la digitalizzazione manuale (Figura 6) oppure attraverso il calcolo del centro della sfera costruita sulla superficie di segmentazione della testa femorale. Nel caso di digitalizzazione manuale da parte dell'operatore, una stima dell'accuratezza del metodo non automatico non è nota. Questi metodi risultano costosi e, nel caso di utilizzo di immagini a raggi X, presentano un livello di invasività non irrilevante a causa dell'esposizione del paziente a radiazioni.

✓ Metodi di regressione:

la posizione del centro di giunto HJC è calcolata su grandezze anatomiche paziente-specifiche tramite regressione con parametri stimati da raccolte di dati antropometrici di soggetti adulti. Per la misura delle caratteristiche anatomiche specifiche del soggetto, devono essere localizzati alcuni punti fiduciarli anatomici accessibili. Le posizioni di interesse sono acquisite tramite localizzazione di marcatori superficiali, per applicazioni di analisi del movimento, mentre in approccio chirurgico si effettua palpazione degli stessi con un puntatore ottico (6). Queste metodologie di localizzazione HJC risultano meno costose e riducono le tempistiche di analisi rispetto ai metodi anatomici basati su immagini. Inoltre risultano meno invasive dei metodi basati su dataset di immagini CT, perchè eliminano la necessità di utilizzare radiazioni ionizzanti.



*Figura 6 Esempio di immagine MRI coronale (alto) e trasversale (basso) di bacino, in cui è evidenziata in prima approssimazione la posizione di HJC (8).*

Le misure geometriche utilizzate per la localizzazione del centro di giunto d'anca differiscono tra i diversi metodi di regressione in letteratura, ma i punti fiduciali di interesse sono comuni e sono schematizzati in Figura 7. Bell et al. (9) stima la posizione di HJC come una percentuale costante della larghezza del bacino PW, parametro definito come distanza tra la posizione delle due creste iliache antero-superiori. Invece, con uno studio su cadaveri, Siedel et al.(10) ha dimostrato che la posizione di HJC non è funzione della sola ampiezza PW del bacino. Nel metodo proposto, la regressione è effettuata valutando percentuali costanti anche sui parametri profondità PD e altezza PH del bacino. L'accuratezza dei metodi di regressione viene stimata considerando come Gold Standard la posizione HJC ricavata da immagini CT. E' stata stimato per i metodi di regressione un errore di localizzazione di 0.7cm in direzione mediale e 0.8cm in direzione assiale (6), 4.6cm distale e 1.7cm laterale (9)).

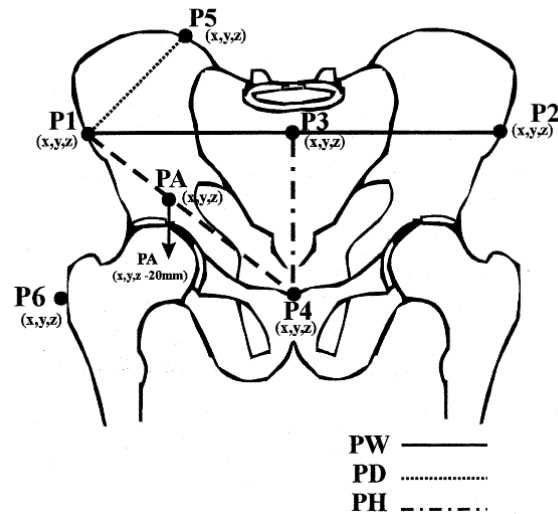


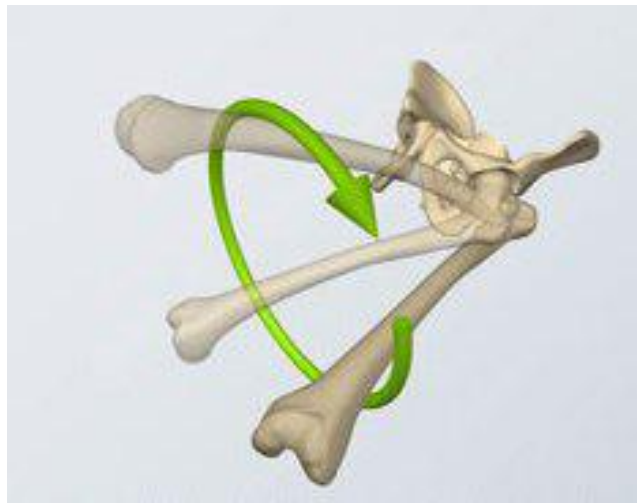
Figura 7 Schema dei punti fiduciali anatomici acquisiti per localizzare il centro di giunto d'anca con metodi di regressione: la cresta iliaca antero superiore destra (P1) e sinistra (P2) ASIS che definiscono la larghezza del bacino PW (Pelvis Width), il punto medio (P3) della linea congiungente P1-P2 e la sinfisi pubica (P4) che definiscono l'altezza del bacino PH (Pelvis Height), la cresta iliaca postero-superiore (P5) che connessa al relativo ASIS P1 definisce la profondità del bacino PD (Pelvis Depth), il gran trocantere (P6) relativo alla lateralità di P5. (6).

Uno studio recente (11) presenta la recente validazione del metodo di regressione GT, ampiamente utilizzato in applicazioni biomeccaniche, che posiziona HJC ad un quarto della distanza tra il gran trocantere ipsilaterale e quello controlaterale, a partire dal primo citato. A confronto con il riferimento di localizzazione di un metodo funzionale, il metodo GT mostra una differenza totale 3D di posizionamento del HJC (23.5mm) inferiore rispetto alla differenza mostrata dall'algoritmo di Bell (30.8mm), che fornisce il gold standard di riferimento per i metodi di regressione.

Tutti i metodi di regressione utilizzano parametri di stima valutati su popolazioni medie adulte, quindi non vengono considerate nel modello di localizzazione possibili asimmetrie della conformazione ossea soggetto-specifica. Inoltre, non sono metodi applicabili su bambini (8).

### 1.3.2. Metodi funzionali

Il centro di giunto d'anca è calcolato in relazione ad un sistema di riferimento predefinito attraverso un approccio cinematico. Il femore viene mosso attorno alla pelvi in trial di movimenti ad hoc, mentre un sistema di localizzazione ottico misura la posa dell'arto nel SdR del sensore. I metodi funzionali presentano un protocollo di raccolta dati standard, che in genere sfrutta movimenti di pivoting, cioè rotazioni relative del femore rispetto al bacino (Figura 8). Le diverse tipologie di metodi funzionali si differenziano in base alla strategia di elaborazione del dataset di pose acquisite, per la determinazione del centro di giunto d'anca HJC.



*Figura 8 Movimento di 'pivoting' femorale attorno al bacino.*

Gli strumenti utilizzati per l'acquisizione delle pose dell'arto cambia a seconda dell'ambito applicativo. In applicazioni di analisi del movimento la posa viene acquisita tramite l'applicazione di un cluster di marcatori sulla superficie dell'arto per garantire la non invasività della tecnica. Al contrario, le tecniche CAOS prevedono l'acquisizione delle pose dei segmenti corporei tramite corpi rigidi per le procedure di navigazione chirurgica ortopedica. L'utilizzo di marcatori al posto di corpi rigidi peggiora l'accuratezza del metodo funzionale, il quale risulta affetto da un più elevato rumore ottico e da errori da artefatto da pelle, causati dalla presenza di tessuti molli all'interfaccia tra marcatore e superficie ossea. (35).

Esistono due strategie matematiche fondamentali per la determinazione degli assi di giunto, dato un dataset di posizioni di pivoting (15). La prima (*'Fitting sferico'*) impone che i marcatori o il corpo rigido applicati al segmento in movimento (assumendo che l'altro segmento corporeo sia fisso) seguano traiettorie vincolate alla superficie di una sfera, il cui centro fornisce la stima di HJC. La seconda (*'Tecnica delle Trasformate'*) sfrutta le trasformazioni spaziali tra Sistemi di Riferimento per riportare i SdR locali, definiti sugli arti di interesse, in un SdR comune, dove HJC è identificato come il punto invariante (nel senso di un approccio ai minimi quadrati). Di seguito sono riportate le tecniche principali per entrambe le categorie, descritte in approccio CAOS, quindi presupponendo di avere a disposizione corpi rigidi per localizzare il segmento femorale e il segmento pelvico.

#### ***Algoritmi 'Sphere fitting' :***

Tramite l'elaborazione di un dataset di pose femorali, questi algoritmi stimano il centro di rotazione (HJC) o l'asse di rotazione del giunto articolare, sotto l'ipotesi di giunto sferico ideale stazionario. Sono stati sviluppati per applicazioni di analisi del movimento e assumono quindi di localizzare l'arto durante il pivoting con un cluster di marcatori superficiali. Diverse tecniche iterative con approccio ai minimi quadrati sono presentate in letteratura. Alcuni metodi impongono vincoli geometrici alla configurazione dei marcatori (36), mentre altri metodi assumono che ogni marcatore si muova in modo indipendente su una sfera centrata in HJC (13) (12). Gamage et al. stima la posizione di HJC considerando contemporaneamente la posizione di tutti i marcatori su traiettorie sferiche indipendenti, risolvendo un'equazione in forma chiusa.

L'algoritmo quartic sphere fitting (QSF), sviluppato da Gamage(12) e modificato da Halvorsen(37), rappresenta il metodo di riferimento tra gli algoritmi SF. L'accuratezza del metodo è stimata essere  $4.0 \pm 7.9$ mm su traiettorie di pivoting simulate in ambiente virtuale (20), consistentemente alla stima  $4.3 \pm 0.2$ mm effettuata con un modello meccanico. La validazione in-vivo dell'algoritmo Gamage riporta un errore di localizzazione HJC di 18mm, se viene considerato come gold standard di riferimento la stima derivata da ricostruzione del movimento su diversi trial di traiettorie (variabilità di ripetizione 4.6mm)(38). Su movimenti di pivoting limitati, è stato riportato un errore di localizzazione di 26mm, paragonabile all'accuratezza dei metodi di regressione. Il confronto di vari algoritmi SF hanno verificato un'elevata sensibilità al rumore per range

di movimento ridotto, per cui sono stati sviluppati algoritmi 'Sphere Fitting' basati su approccio evolutivistico (14).

### *Algoritmi basati su 'Trasformazione':*

Gli algoritmi basati su trasformazione identificano SdR locali sul ogni segmento corporeo di interesse (femore e pelvi) e tramite trasformazioni tra SdR riportano le pose acquisite in un SdR comune.

### *Algoritmo di 'Pivoting':*

L'algoritmo "Pivoting" (16) si basa su operazioni di somma vettoriale tra il SdR femorale e il SdR pelvico. Questo permette di considerare sia l'informazione di traslazione sia l'informazione di rotazione della posa del DRF femorale acquisito.

Con Riferimento alla Figura 9 , la posizione  ${}_{Femore}^{Pelvi}P$  del SdR femorale nel SdR del bacino può essere calcolata come somma del vettore  ${}_{HJC}^{Pelvi}S$ , che congiunge l'origine del SdR del bacino al HJC, e del vettore  $- {}_{HJC}^{Femore}L$ , che congiunge HJC all'origine del SdR femorale.  ${}_{Femore}^{Pelvi}R$  rappresenta la matrice di rotazione del SdR femorale rispetto al SdR pelvico.

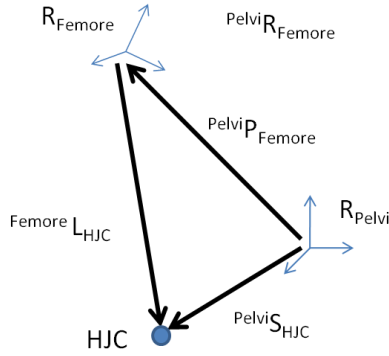
L'algoritmo di pivoting assume le seguenti ipotesi:

- ${}_{HJC}^{Pelvi}S$  rimanga costante: il centro d'anca è fisso nel SdR della pelvi. Ipotesi di non lassità dell'articolazione
- ${}_{HJC}^{Femore}L$  sia costante: la lunghezza della gamba sia descritta da variabili tempo-invarianti. Ipotesi di rigidità dei segmenti articolari.

Durante i trial di movimento, si misura la posizione  ${}_{Femore}^{Pelvi}P$  e la rotazione  ${}_{Femore}^{Pelvi}R$  del SdR femorale rispetto al SdR pelvico. La formulazione algebrica del problema è mostrata in Figura 9, dx. Ogni posizione misurata del SdR femorale permette la scrittura di 3 equazioni scalari in coordinate cartesiane. Il sistema risultante, composto da  $3n$  equazioni (con  $n$  pari al numero di frame acquisiti, sistema sovradeterminato per  $n > 2$ ), viene risolto tramite un approccio di minimizzazione dell'errore quadratico tra posizione femorale misurata  ${}_{Femore}^{Pelvi}P_m$  e la posizione femorale calcolata  ${}_{Femore}^{Pelvi}P_c$ .



### ALGORITMO DI PIVOTING (SISTON & DELP)



Notazione vettoriale

$$\text{Pelvi}P_{\text{Femore}} = [\text{Pelvi}R_{\text{Femore}}] [-\text{Femore}L_{\text{HJC}}] + \text{Pelvi}S_{\text{HJC}}$$

Formulazione algebrica

$$\begin{bmatrix} P_{x,1} \\ P_{y,1} \\ P_{z,1} \\ \vdots \\ P_{x,n} \\ P_{y,n} \\ P_{z,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11,1} & R_{12,1} & R_{13,1} & 1 & 0 & 0 \\ R_{21,1} & R_{22,1} & R_{23,1} & 0 & 1 & 0 \\ R_{31,1} & R_{32,1} & R_{33,1} & 0 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{11,n} & R_{12,n} & R_{13,n} & 1 & 0 & 0 \\ R_{21,n} & R_{22,n} & R_{23,n} & 0 & 1 & 0 \\ R_{31,n} & R_{32,n} & R_{33,n} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -L_x \\ -L_y \\ -L_z \\ S_x \\ S_y \\ S_z \end{bmatrix}$$

Figura 9 Algoritmo di 'pivoting' di Siston e Delp, utilizzato per inizializzare lo stato in EKF. Sx) schema della somma vettoriale tra SdR del bacino e del femore. dx) formulazione algebrica del problema.

L'algoritmo di pivoting fornisce in uscita la posizione del HJC nel SdR femorale e la posizione statica del HJC nel SdR pelvico.

$$L(x, y, z) = -{}^{\text{Femore}}_{\text{HJC}}L \quad (1.1)$$

$$\text{HJC}(x, y, z) = {}^{\text{Pelvi}}_{\text{HJC}}S \quad (1.2)$$

Nelle procedure chirurgiche TKR-TKA non è a disposizione un corpo rigido fissato al bacino (5) e il SdR pelvico è assunto coincidente con il SdR assoluto del sistema di localizzazione. Questo comporta che l'uscita HJC corrisponde alla posizione statica del centro di giunto articolare nel SdR assoluto.

L'algoritmo validato su un modello meccanico di tipo ball-and-socket mostra un'accuratezza di localizzazione di  $2.2 \pm 0.2$  mm per pivoting circolari e  $4.2 \pm 1.3$  mm per movimenti planari di flessione-estensione, alta velocità computazionale e robustezza a dati rumorosi (16). Questo algoritmo mostra migliori performance in termini di accuratezza di localizzazione del centro di giunto d'anca rispetto agli algoritmi funzionali di fitting sferico.

*Algoritmo 'MC-Pivoting':*

Basato su una strategia di ottimizzazione ispirata alla tecnica Monte Carlo, questo metodo ricerca iterativamente il punto appartenente all'osso femorale che si muove meno rispetto al SdR femorale durante il pivoting (5).

Il calcolo è effettuato minimizzando la seguente funzione di costo:

$$f = \sum_{i=1}^N \|TR_{Femore_{i+1}}cl_{i+1} - TR_{Femore_i}cl_i\| \quad (1.3)$$

Dove  $TR_{Femore_i}$  è la trasformazione ortonormale che descrive la posizione del DRF femorale nel SdR assoluto e  $cl_i$  è il vettore di coordinate di HJC nel SdR femorale, all'*i*-esimo frame di acquisizione (da 1 a N durante il pivoting). L'inizializzazione viene effettuata con la stima dell'algoritmo proposto da Siston(16). La validazione dell'algoritmo "MC-Pivoting" è stata effettuata su cadaveri ed è stata confrontata al metodo "Pivoting"(16). Il gold standard di localizzazione è stato definito dalla stima della posizione di "MC-Pivoting", considerando la traiettoria del DRF femorale nel SdR definito sul DRF pelvico, in modo da eliminare il rumore dovuto al movimento del bacino. L'accuratezza dell'algoritmo è stata stimata mediamente di 1.7mm(1.6,2.3, mediana±quartili), rispetto ad un'accuratezza dell'algoritmo "Pivoting" mediamente di 2.41mm (±2.03, 2.85mm). Pur permettendo il confronto tra le due metodologie, l'assenza dell'arto inferiore e del torace dei cadaveri non simula la reale condizione anatomico-funzionale dell'articolazione d'anca. L'assenza del torace ha imposto un setup sperimentale in cui l'osso pelvico è vincolato ad un supporto di legno fisso (Figura 10).

Il confronto di un metodo funzionale 'Sphere-Fitting' (QSF)(12) e di un metodo funzionale basato su 'Trasformazione' ("Pivoting")(16) è stato effettuato in un recente studio su cadaveri (17), successivo allo studio di validazione del metodo "MC-pivoting". In questo caso, il gold standard di riferimento per la validazione dei metodi è la posizione anatomica 'vera' di HJC, calcolato da scansioni della testa femorale e della coppa acetabolare tramite sistema di navigazione ottico (differenza tra raggi inferiore a 1mm). Inoltre, la presenza del DRF pelvico, rigidamente fissato al bacino, ha permesso di valutare la sensibilità dei due algoritmi all'errore dovuto allo spostamento del bacino

durante il pivoting. Il setup, anche in questo studio, blocca la posa del bacino ad un sostegno fisso (Figura 11).

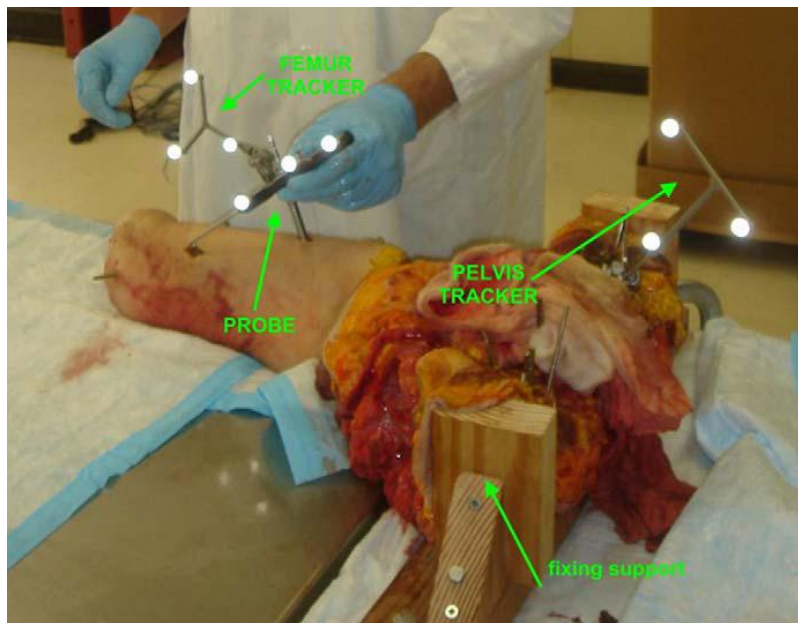


Figura 10 Setup sperimentale per la validazione dell'algoritmo 'MC-pivoting'(5)

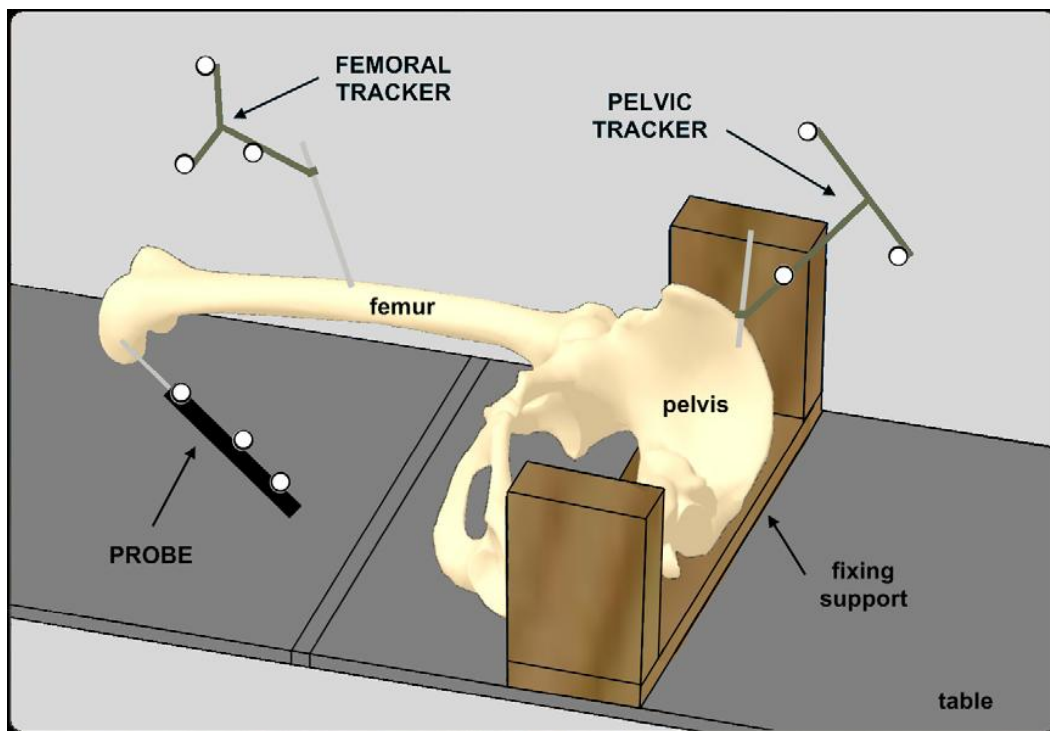


Figura 11 Schema del Setup sperimentale per la validazione in-vitro del metodo QSF (12) e del metodo 'Pivoting' (16) su cadaveri. Studio di (17).

Sono quindi state calcolate le accuratèzze di localizzazione di :

- Metodo "Pivoting" con DRF pelvico
- Metodo "Pivoting" senza DRF pelvico
- Metodo QSF con DRF pelvico
- Metodo QSF senza DRF pelvico

I risultati di validazione hanno riportato la massima accuratèzza di localizzazione per il metodo "Pivoting" in riferimento al DRF pelvico [media sulle 3 direzioni di localizzazione (-0.5,1.3,0.8)mm], ma la variazione di accuratèzza, se valutato in assenza del DRF pelvico, risulta trascurabile [variazione della media sulle 3 direzioni (0.7,0.8,0.5)mm]. Al contrario, la presenza del DRF pelvico influenza positivamente l'accuratèzza del metodo QSF [ media sulle tre direzioni (-1.1,1.5,1.0)mm ; variazione della media sulle 3 direzioni (1.2,11.0,10.8)mm], che riporta un'accuratèzza inferiore di un ordine di grandezza quando il riferimento al bacino è assente.

Dagli ultimi studi riportati, si può vedere come l'accuratèzza di localizzazione del centro di giunto d'anca è superiore per i metodi funzionali basati su trasformazioni, rispetto agli algoritmi funzionali sphere-fitting e ai metodi anatomici. In letteratura, le validazioni piú significative presentate sono quelle che utilizzano cadaveri come modello fisico d'articolazione, i quali non si discostano notevolmente dalla condizione fisiologica dell'articolazione come i modelli meccanici a segmenti rigidi. Un'ulteriore condizione sperimentale che indice nella validazione dei metodi di localizzazione è la modalitè di acquisizione del gold standard della posizione di HJC. La posizione anatomica di HJC (17) permette di stimare in modo piú affidabile ed accurato la metodologìa in analisi.

Nei metodi di Trasformazione(5)(16), il centro di giunto d'anca viene calcolato come punto statico nel SdR di interesse, in cui si riportano tutte le misure acquisite. In tutti gli studi presentati, il movimento del bacino durante la movimentazione passiva del femore non viene tenuta in considerazione (16) oppure viene considerata solo in quando rumore di misura aggiunto al sistema, a causa di un sistema di fissaggio del bacino non ideale (17),(5). Nessuno studio è stato ancora presentato con un setup sperimentale che non

vincoli l'osso pelvico fisso e che, quindi, consideri il movimento del bacino come condizione fisiologica dell'anca durante il pivoting passivo.

In applicazioni CAOS TKR-TKA, che operano sul ginocchio, la posa del bacino non è acquisita durante il pivoting(5). Inoltre, durante il trial di movimento in fase intra-operatoria, il paziente è posto in posizione supina senza alcun sistema di fissaggio del bacino al lettino operatorio. La presenza di tessuti molli nell'interfaccia tra l'osso pelvico e il supporto chirurgico e l'imposizione di forze all'arto durante la rotazione femorale passiva non garantiscono il mantenimento di una posa fissa del bacino durante il pivoting.

Di conseguenza, una sorgente di errore sistematico nella localizzazione di HJC in applicazioni CAOS è rappresentato dal **movimento del bacino** durante il pivoting.

In applicazioni di analisi del movimento, sono state sviluppate ed applicate con successo metodologie basate su **Filtro di Kalman**, migliorando in modo significativo i risultati ottenuti nella stima della posa di corpi rigidi. In applicazioni di ricostruzione del movimento umano, Cerveri implementa KF per stimare le variabili cinematiche di posa di modelli biomeccanici, che simulino il movimento reale. Set di marcatori vengono posizionati sulla superficie dei segmenti di interesse ed acquisiti da un sistema di localizzazione ottico. Ogni marcatore acquisito durante il movimento viene messo in corrispondenza con un marcatore virtuale sul modello biomeccanico, identificandone la posizione tramite il dataset acquisito(18).

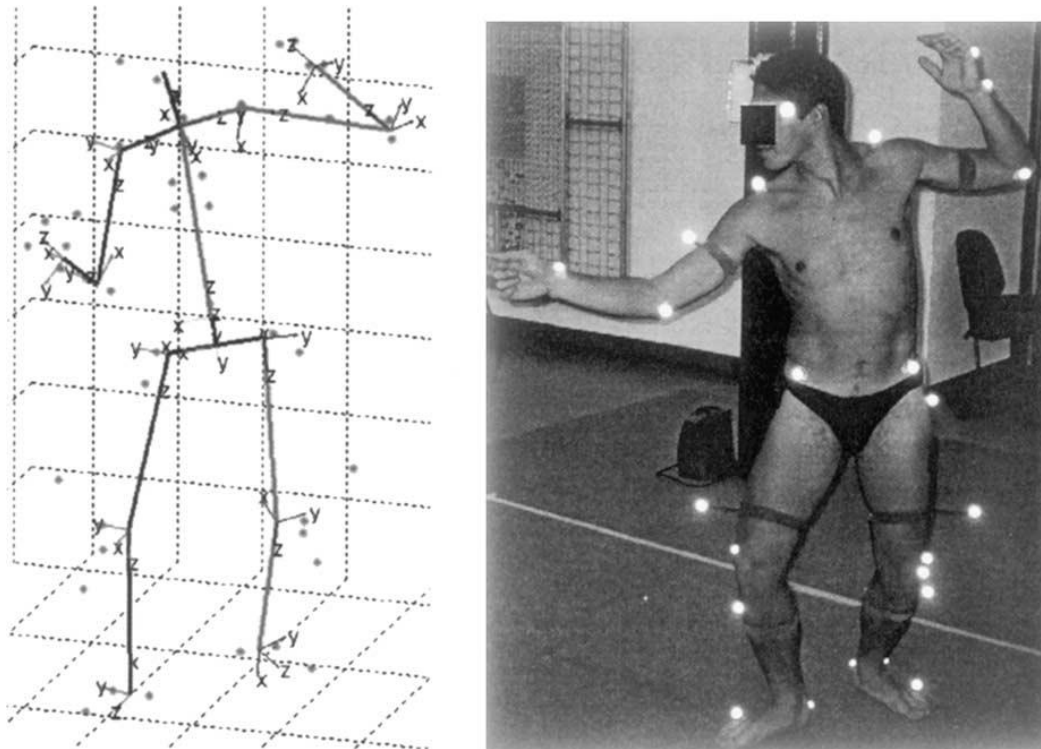


Figura 12 Sinistra) Modello biomeccanico del corpo umano. Destra) Posa corrispondente del soggetto all'inizio del movimento. (18)

In un altro studio, Halvorsen utilizza il filtro di Kalman per stimare la posa di segmenti nascosti (su cui non è possibile posizionare marcatori) di un sistema cinematico in movimento (19). Ha dimostrato che l'utilizzo di KF nella stima del movimento di un segmento permette di ridurre l'errore dovuto all'interposizione di tessuto molle tra il marcatore superficiale ed il segmento rigido osseo (artefatto da pelle), di cui si vuole stimare la posa.

## 2.Scopo del lavoro

---

Lo scopo di questo lavoro è stato validare l'accuratezza e la robustezza di un algoritmo basato su Filtro di Kalman (UKF), applicato ad un modello due segmenti del giunto articolare d'anca, per la localizzazione di HJC durante il movimento passivo dell'articolazione in procedure CAOS. La mancanza di sistemi di fissaggio del paziente sul lettino chirurgico non garantisce che la posa del bacino rimanga fissa durante la procedura di pivoting femorale. Diversamente dai metodi funzionali ad oggi sviluppati, un algoritmo basato su Filtro di Kalman permette di definire il centro di giunto d'anca un punto mobile nello spazio. E', quindi, possibile includere nel modello cinematico del sistema articolare i movimenti del bacino, dovuti alla presenza di tessuti molli attorno all'osso pelvico, che non viene fissato ad un piano di appoggio durante la procedura di pivoting. Si vuole realizzare un fantoccio fisico dell'articolazione dell'anca, che mimi la presenza dei tessuti molli e che permetta la validazione sperimentale dell'algoritmo UKF sviluppato. Si vuole, inoltre, confrontare l'accuratezza di localizzazione di HJC del metodo sviluppato con l'algoritmo funzionale stato dell'arte "Pivoting" di Siston(16).

## 3. Materiali e Metodi

### 3.1. Materiali

*In questa sezione si presentano gli strumenti e i materiali utilizzati per la validazione dell'algoritmo UKF sviluppato in questo studio. In primo luogo, è descritto il sistema di localizzazione ottico e ne sono evidenziate le caratteristiche tecniche principali. Successivamente, vengono descritte le diverse fasi di realizzazione di un fantoccio di validazione, composto da un modello del giunto d'anca e da un modello dei tessuti molli attorno alla pelvi. Vengono infine presentate le prove sperimentali effettuate per caratterizzare il modello realizzato.*

#### 3.1.1. Sistema di localizzazione

Il sistema di localizzazione permette la rilevazione della posizione geometrica 3D di punti di interesse, definiti rispetto al Sistema di Riferimento (SdR) del sensore utilizzato. I sistemi di localizzazione ottica presentano caratteristiche di elevata accuratezza, modalità di acquisizione real-time e indipendenza da disturbi elettromagnetici, i quali sono requisiti fondamentali per l'utilizzo di questi sistemi in applicazioni Computer Assisted Surgery (CAS). La posa di un corpo rigido viene univocamente identificata dalla posizione di tre punti non allineati nello spazio. Un Dynamic Reference Frame (DRF) è costruito vincolando rigidamente 3 o più marker Infra-Red Emitting Diodes (IREDs), attraverso i quali può essere definito un SdR per localizzare qualsiasi corpo rigido solidale ad esso. Il sistema ottico attiva sequenzialmente un singolo IRED e ne calcola la posizione nello spazio tramite algoritmi di triangolazione. Avendo in precedenza definito un SdR rispetto alle posizioni dei marcatori attivi, il sistema è in grado di restituire in uscita la posizione e l'orientamento del corpo rigido ad esso vincolato nel SdR dei sensori ottici.





Figura 13 Sistema di localizzazione ottico Optotrak Certs (NDI, Ontario, Canada).

E' stato utilizzato lo strumento Optotrak Certus (Northern Digital, Ontario, Canada), un localizzatore ottico composto da tre array lineari di sensori ottici, sensibili ad onde elettromagnetiche nel range dell'InfraRosso (IR) (Figura 13). Il sistema è in grado di individuare la posizione geometrica nello spazio di marcatori IREDs attivi, controllati in modalità stroboscopica da un'unità centrale che gestisce l'acquisizione delle posizioni da parte delle telecamere.

Tabella 1 Caratteristiche tecniche del sistema optoelettronico Optotrak Certs (NDI, Canada)

<b>Caratteristiche</b>	<b>Valori</b>
Accuratezza	0.1 mm
Risoluzione	0.01mm
Frequenza dei Marcker	4600 Hz
Frame rate massimo	$\frac{4600}{n + 1.3}$ *
Massimo numero di marker	512
Massimo numero di corpi rigidi	170 **

\*Definito come frequenza di accensione del singolo marker in uno spazio di lavoro che ne contiene n.

\*\* Ipotizzando che ogni corpo rigido sia composto da 3 marker

In Tabella 1 sono riportate le caratteristiche tecniche del sistema Certus. L'elevata accuratezza del sistema e le alte frequenze di accensione dei marcatori garantiscono buone performance per acquisizioni real-time in un ampio volume di lavoro (Figura 14).

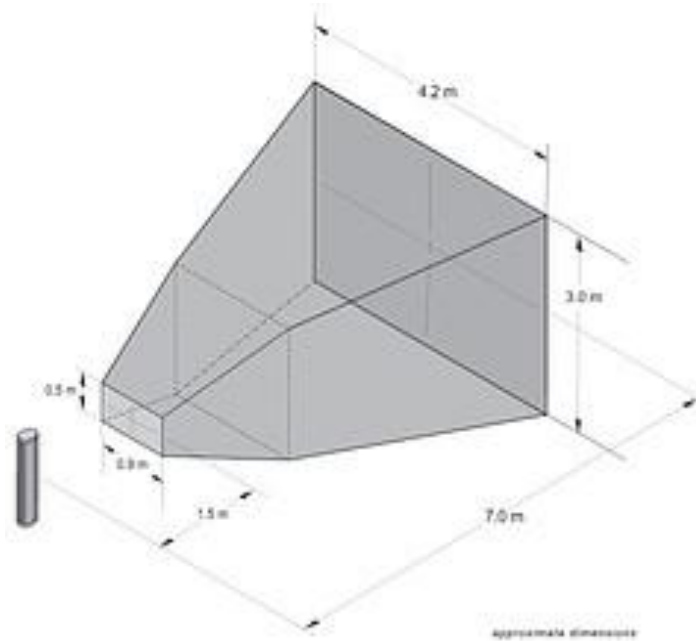


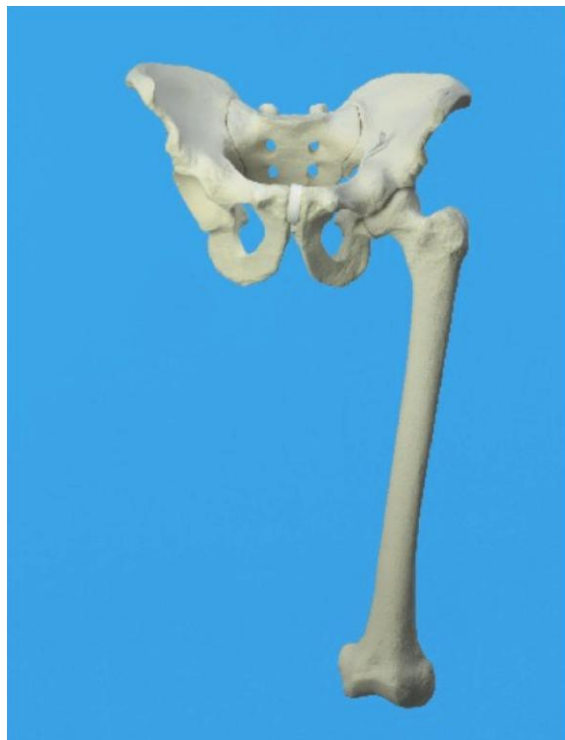
Figura 14 Grafico dello spazio di lavoro del sistema optoelettronico Optotrack Certus (NDI, Ontario, Canada). Dimensioni 1126 mm x 200 mm x 161 mm (LxWxH).

### 3.1.2. Modello fisico dell'anca

E' stato realizzato un fantoccio che rappresenti l'articolazione dell'anca. Il fantoccio è formato da un modello di giunto articolare a due segmenti ossei e da un modello meccanico che mima i tessuti molli attorno al bacino. Quest'ultimo lascia 3 gradi di libertà all'osso pelvico e il centro di giunto d'anca HJC risulta un punto mobile nello spazio.

#### 3.1.2.1. Giunto Articolare

Il modello fisico dell'articolazione dell'anca è stato realizzato utilizzando due fantocci di schiuma rigida (prodotti SawBones<sup>5</sup>, Pacific Research Laboratories), che rappresentano l'osso pelvico e l'osso femorale sinistro, visibili in Figura 15.



*Figura 15 Modelli ossei in schiuma rigida di bacino e femore sinistro ( SawBones, Pacific Research Laboratories).*

L'alloggio della testa femorale nella coppa acetabolare è stato realizzato con DAS, modellato sulla calotta ossea attraverso lieve pressione e rotazione in loco del fantoccio femorale durante la fase di primo indurimento (Figura 16, a sinistra). L'alloggio è stato

---

<sup>5</sup> Sito dell'azienda produttrice: [www.sawbones.com](http://www.sawbones.com)

ricoperto di smalto lucidante e lubrificante (VerniDAS, Fila) per diminuire il coefficiente di frizione dinamico. E' stata poi realizzata una gabbia elastica rimovibile, stretta attorno alla testa femorale e vincolata al fantoccio pelvico tramite viti (Figura 16, destra). Essa mima la funzionalità dei legamenti e genera un certo grado di lassità articolare, propria dell'articolazione anatomica (17), che causa la non perfetta coincidenza dei centri di giunto definiti rispettivamente sulla coppa acetabolare e sulla testa femorale. Questa caratteristica è stata stimata con prove sperimentali sul modello fisico realizzato, descritte nel Paragrafo 3.1.2.2.



*Figura 16* Dettagli del modello fisico dell'articolazione dell'anca: *sx*) alloggio in DAS della testa femorale nella coppa acetabolare; *dx*) gabbia elastica che mima la funzionalità legamentosa articolare.

Sono stati definiti due DRF distinti per la localizzazione ottica rispettivamente di femore e pelvi. Il primo DRF è costituito da 4 IREDs rigidamente vincolati ad un link metallico solidale alla parte distale del fantoccio femorale (Figura 17, centro). Il secondo DRF è stato definito con 4 IREDs rigidamente vincolati direttamente alla superficie del fantoccio pelvico (Figura 17, sx). La configurazione dei marcatori è stata scelta seguendo il criterio di massimizzazione della distanza relativa tra marcatori non allineati, permettendo l'incremento di accuratezza nella determinazione della posa del SdR solidale al DRF (39). Uno dei 4 IREDs è stato posizionato sulla cresta iliaca sinistra (Anterior Superior Iliac Spine ASIS) del fantoccio pelvico e mima l'apposizione di un marcatore superficiale sul bacino del paziente. La posizione ASIS è un punto di apposizione convenzionale ripetibile, essendo il punto anatomico prominente dell'osso pelvico. Nel setup sperimentale viene utilizzato anche un Pointer (Figura 17, destra). Una procedura di calibrazione permette di definire l'origine del SdR associato al corpo rigido sull'estremità della punta metallica.

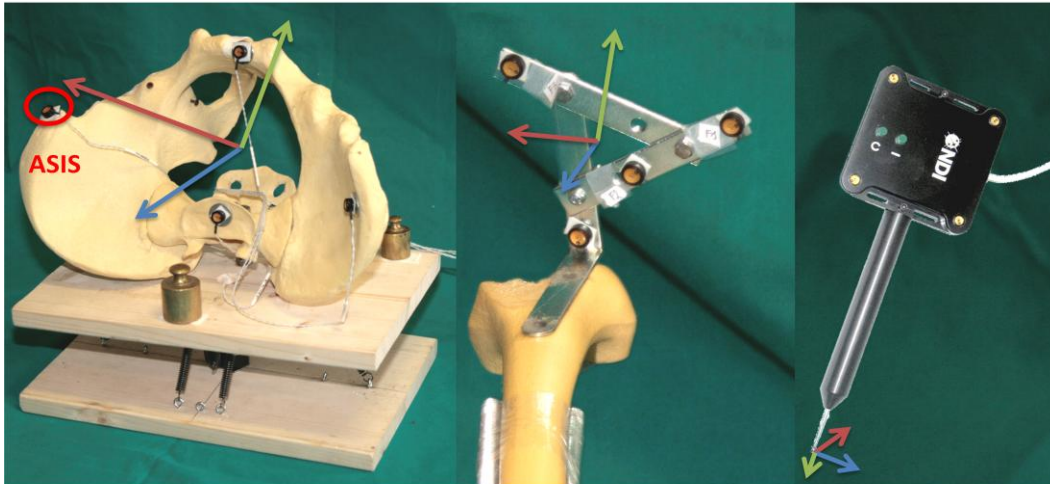


Figura 17 Dynamic Reference Frame DRF costruiti ed utilizzati per la localizzazione del sistema. sinistra) DRF pelvico formato da 4 IREDS distribuiti; marcatore posto ASIS sinistra; centro) DRF femorale costruito su un sostegno metallico; destra) pointer NDI

### 3.1.2.2. Tessuti molli

I tessuti molli sono viscoelastici, anisotropici, inhomogenei e presentano caratteristiche non lineari nella trasmissione dinamica di forze (22). Gli ambienti virtuali di simulazione per applicazioni mediche (40) semplificano le complesse proprietà meccaniche tissutali e utilizzano modelli biomeccanici basati su ipotesi di isotropia iniziale, omogeneità locale e studio di deformazione nel range dinamico lineare.

In questo lavoro è stato realizzato un fantoccio che mima la funzionalità dei tessuti molli tramite implementazione di modello fisico biomeccanico di secondo ordine Mass-Spring-Damper (MSD). In particolare sono state realizzate due piattaforme di legno 20x30 cm, sovrapposte orizzontalmente e vincolate tramite giunto sferico metallico, che definisce i 3 gradi di libertà di rotazione relativa del bacino rispetto al piano di appoggio. La componente elastica del modello è stata realizzata vincolando le superfici interne delle due piattaforme con coppie di molle a trazione in configurazione simmetrica (Figura 18). Il coefficiente elastico della singola molla è stato stimato sperimentalmente  $1.18 \pm 0.01 \text{ mN/m}$  attraverso prove a trazione longitudinale con pesi nel range 5-35 N.



Figura 18 Dettaglio del modello fisico dei tessuti molli: vincolo sferico posto tra le due piattaforme di sostegno in legno e componente elastica del modello realizzata con coppie di molle a trazione.

La disposizione obliqua delle molle (lunghezza iniziale maggiore di quella di riposo) assegna una maggiore rigidità all'intero sistema di supporto. E' riportato in Figura 19 il modello 3D con relative assonometrie quotate. Il fantoccio pelvico è stato rigidamente vincolato in tre punti alla piattaforma superiore, mentre la piattaforma inferiore viene rigidamente fissata al piano di lavoro, corrispondente al lettino chirurgico. La componente inerziale associata al corpo del paziente è stata inserita nel modello fisico disponendo masse concentrate sulla piattaforma di appoggio del fantoccio pelvico e sul fantoccio femorale.

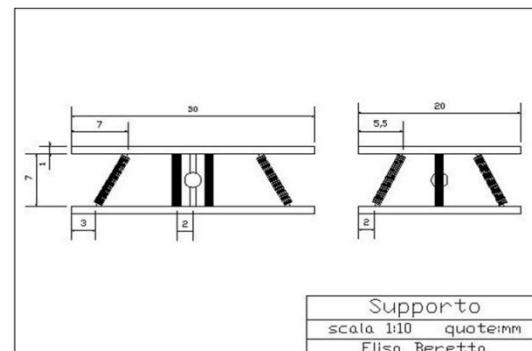
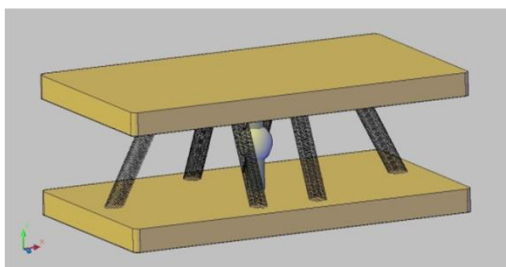
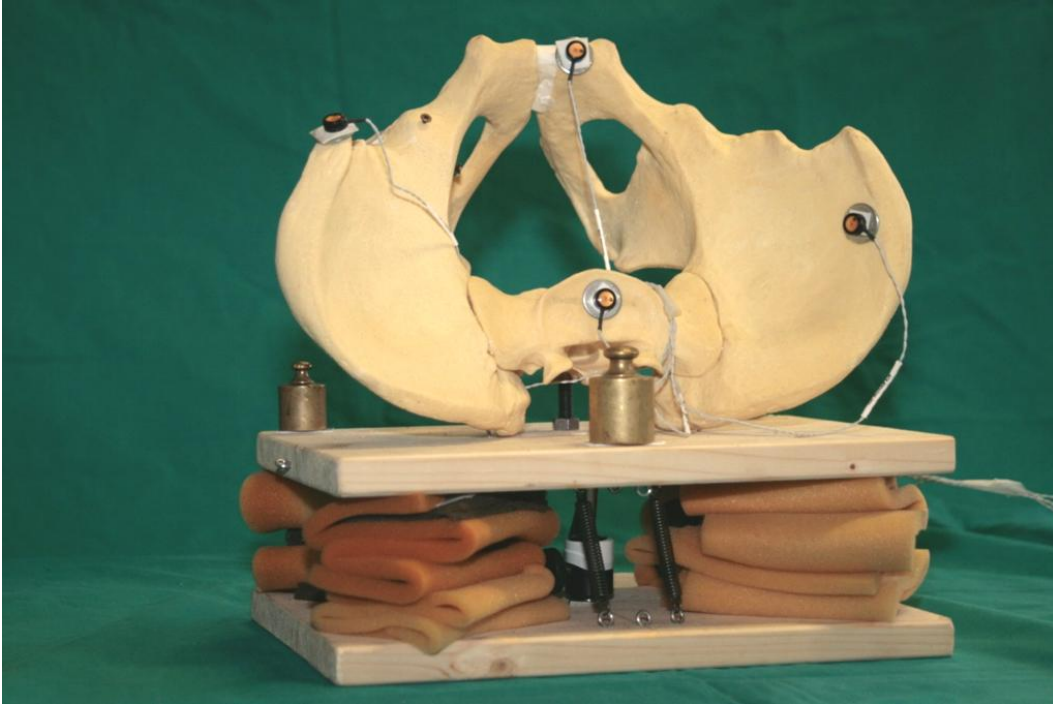


Figura 19 Modello CAD delle piattaforme di supporto per modello fisico. sinistra) modello 3D; destra) assonometrie quotate



*Figura 20 Modello MSD dei tessuti molli: modello completo di componente inerziale, realizzata con masse concentrate disposte in modo simmetrico sulla piattaforma di aggancio del bacino, e componente di smorzamento, realizzato con sovrapposizione di strati di gommapiuma.*

*Tabella 2 Specifiche meccaniche della piattaforma MSD che mima i tessuti molli nel modello fisico.*

Dimensioni		20x30 cm <sup>2</sup>	
Componente elastica			
6	Lunghezza riposo	29 mm	
Molle	Diametro	8 mm	
	Coefficiente Elastico	1.18 mN/m (R <sup>2</sup> 0.995)	
Componente Inerziale		N°	Massa
Anteriore		1	200 g
Posteriore		2	100 g

La componente di smorzatori è stata realizzata con strati di gomma piuma a diverso coefficiente viscoso, disposti simmetricamente tra le due piattaforme di legno (Figura 20). Le caratteristiche meccaniche calcolate della piattaforma MSD sono riportate in



Tabella 2. La componente di viscosità del modello non era nota a priori ed è stata valutata attraverso prove sperimentali. In quest'ottica sono state effettuate analisi in frequenza della piattaforma MSD in risposta a stimoli meccanici dinamici. La base inferiore della piattaforma è stata rigidamente fissata ad un piano di lavoro e posizionata nel campo di vista del sistema di localizzazione. Una massa di peso noto viene agganciata sul perimetro esterno della piattaforma e l'applicazione di un momento torcente porta il sistema meccanico in uno stato di regime diverso da quello di riposo. L'annullamento impulsivo dello stimolo meccanico, bruciando il filo di aggancio della massa alla piattaforma, eccita il sistema con un segnale a gradino. Lo spostamento dell'osso femorale viene misurato acquisendo la posa del DRF ad esso solidale. Viene acquisito anche un DRF rigidamente fissato al piano di appoggio. Il dataset acquisito è elaborato per fornire lo spettro in frequenza della componente di traslazione del DRF pelvico, dall'istante successivo all'ingresso impulsivo.

Il protocollo di caratterizzazione del modello si compone di due step principali di acquisizione, per ognuno dei quali vengono effettuate 15 prove con masse nel range (range 0.5-3.5Kg):

- *Analisi di risonanza ( $wD$ ):*  
il modello fisico viene acquisito senza la componente viscosa (senza gomma-piuma). L'analisi dello spettro in frequenza identifica le frequenze di risonanza del sistema come i picchi spettrali a massima ampiezza e separati dal rumore di background a banda larga.
- *Analisi di smorzamento ( $wD$ ):*  
il modello fisico viene acquisito completo in tutte le componenti (con gomma-piuma). L'analisi dello spettro ricerca i picchi di massima ampiezza e li pone in relazione alle frequenze di risonanza, identificate nella fase precedente. E' valutato l'abbattimento in ampiezza e il possibile shift in frequenza del picco misurato, causati rispettivamente dalla componente di smorzamento del sistema e dalla presenza di componenti elastiche residue negli smorzatori.

Il protocollo di acquisizione per la caratterizzazione dinamica è composto da 5 acquisizioni in condizioni con smorzatori  $wD$  e 5 in condizioni senza smorzatori  $wD$  per ogni momento torcente applicato, per un totale di 50 acquisizioni. La Figura 21 mostra il confronto tra due acquisizioni  $wD$  e  $wD$  corrispondenti ad un momento torcente (massa



2Kg). A sinistra sono mostrate le acquisizioni della posizione del DRF pelvico nel tempo, mentre a destra sono riportati i relativi spettri in frequenza. Lo spettro in frequenza è calcolato sull'intera acquisizione a partire dall'istante temporale di applicazione dell'impulso meccanico (in alto) e sulla parte terminale del segnale a partire dall'istante temporale  $t_0$ , che identifica il termine dell'oscillazione di prima armonica (in basso). Si nota che la presenza degli smorzatori nella piattaforma MSD abbatte il picco di risonanza in prima armonica (in alto, dx) e causa uno shift del picco di risonanza verso frequenze maggiori, che possono essere attribuiti a residui elastici presenti negli smorzatori (gomma-piuma). L'acquisizione della posa di un DRF rigidamente ancorato al tavolo ha permesso di escludere la presenza di picchi di risonanza e di attribuire le armoniche stimate dagli spettri in frequenza al comportamento dinamico della sola piattaforma MSD.

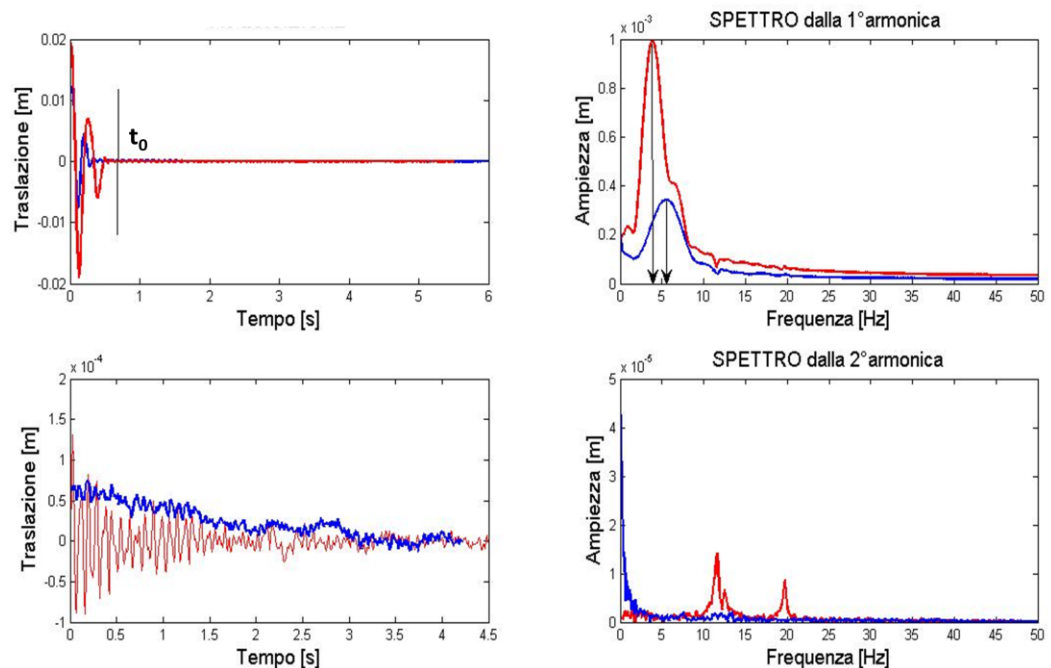


Figura 21 Analisi di risonanza del sistema MSD a seguito di uno stimolo meccanico con massa 2Kg (rosso: woD, senza smorzatori, blu: wD, con smorzatori). A sinistra sono riportati le traslazioni del DRF acquisite nel tempo dal sistema di localizzazione ottica, mentre a destra sono mostrati i relativi spettri in frequenza. Per evidenziare i diversi range di frequenza sono stati presentati gli spettri della traslazione a partire dall'impulso meccanico(alto) e a partire dall'istante  $t_0$ , che identifica la fine della prima armonica (basso). L'analisi in frequenza è stata effettuata sottraendo la media del segnale, per aumentare la visibilità dei picchi di risonanza.

Dall'analisi statistica effettuata sulla totalità delle acquisizioni, risulta che:

- Acquisizioni  $w_oD$  presentano una prima armonica a (mediana, distanza interquartile IQR) (3.99,0.11)Hz ed una seconda armonica (11.6,0.92)Hz;
- Acquisizioni  $wD$  presentano solo una prima armonica (5.65,0.74)Hz

Il test Kruskal-Wallis ( $p < 0.01$ ) ha mostrato differenze statisticamente significative tra le popolazioni di frequenze di prima armonica sulla piattaforma  $wD$  e  $w_oD$ .

E' stato quindi verificato che la presenza degli smorzatori, inseriti nella piattaforma MSD, abbattano le componenti di risonanza di frequenze superiori a 10 HZ. In prima approssimazione, il modello fisico presenta sufficienti caratteristiche elastiche e viscosi per poter mimare la presenza dei tessuti molli d'anca. Il modello fisico completo, composto da entrambi i fantocci ossei, è mostrato in Figura 22.



Figura 22 Modello fisico completo

## 3.2. Metodi

*In questo capitolo viene presentato il modello che descrive il sistema articolare dell'anca e la catena cinematica utilizzata per la localizzazione del centro del giunto articolare nei SdR locali, corrispondenti ai segmenti corporei di interesse. Successivamente, viene descritto un Filtro di Kalman Unscented (UKF), scelto come algoritmo per la stima del centro articolare d'anca. L'algoritmo è stato testato, in primo luogo, in ambiente di simulazione dove le traiettorie di pivoting femorale sono generate in accordo alle ipotesi del modello cinematico di sistema. Successivamente, l'algoritmo UKF viene validato sul fantoccio articolare d'anca, che presenta non idealità rispetto al modello di sistema, e l'accuratezza di localizzazione verrà valutata in funzione dei parametri cinematici di interesse stimati sulla traiettoria di pivoting.*

### 3.2.1. Modello cinematico

Il modello utilizzato per la descrizione del sistema d'anca presenta una serie di semplificazioni rispetto all'anatomia reale dell'articolazione.

L'articolazione viene descritta tramite modello **ball-and-socket** (Figura 23): un sistema composto da due segmenti rigidi che mimano l'osso femorale e l'osso pelvico, connessi tramite un giunto sferico ideale.

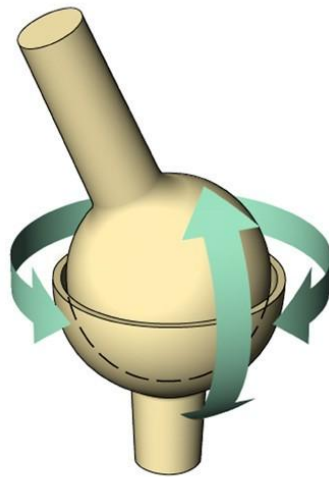


Figura 23 Modello ball and socket : giunto sferico ideale con tre gradi di libertà rotazionali

In questo modello la superficie della testa femorale e la superficie della coppa acetabolare sono approssimate a calotte sferiche con lo stesso raggio di curvatura e la prima è libera

di ruotare all'interno della seconda, mantenendo tre gradi di libertà di movimento rotazionale.

Questo modello si basa sull'ipotesi di *non lassità* di giunto, che approssima la realtà anatomica dell'articolazione. Questa ipotesi implica che la testa femorale sia vincolata a rimanere nella cavità acetabolare e che non siano ammesse traslazioni relative tra i due segmenti rigidi durante il movimento. Di conseguenza, in questo modello il centro d'articolazione è unico, poiché il centro della sfera approssimante la coppa acetabolare coincide al centro della sfera approssimante la testa femorale.

I tessuti molli attorno all'osso pelvico sono modellizzati da un semplice vincolo cinematico a terra (cerniera esterna sul baricentro del bacino), che lascia 3 gradi di libertà rotazionali al bacino. Il centro di giunto HJC è quindi assunto come un punto mobile nello spazio assoluto.

Vengono indicati opportuni Sistemi di Riferimento SdR sui segmenti del modello per la definizione della cinematica del sistema, visibili in Figura 24:

- Il SdR di laboratorio è associato al SdR interno del sensore di misura ( $SdR_{Abs}$ )
- il SdR femorale relativo al segmento femorale è definito sul tratto distale dell'osso e associato al DRF femorale ( $SdR_{FRF}$ )
- Il SdR del centro di giunto articolare presenta l'origine posta in HJC e la terna destrorsa orientata come il SdR femorale ( $SdR_{HJC}$ )

Non è stato definito un SdR pelvico perchè si ipotizza nota solo la posizione di un punto, appartenente al segmento pelvico, tramite l'apposizione del marcatore superficiale. Questa informazione è parziale e non permette di ricostruire la posa del bacino.

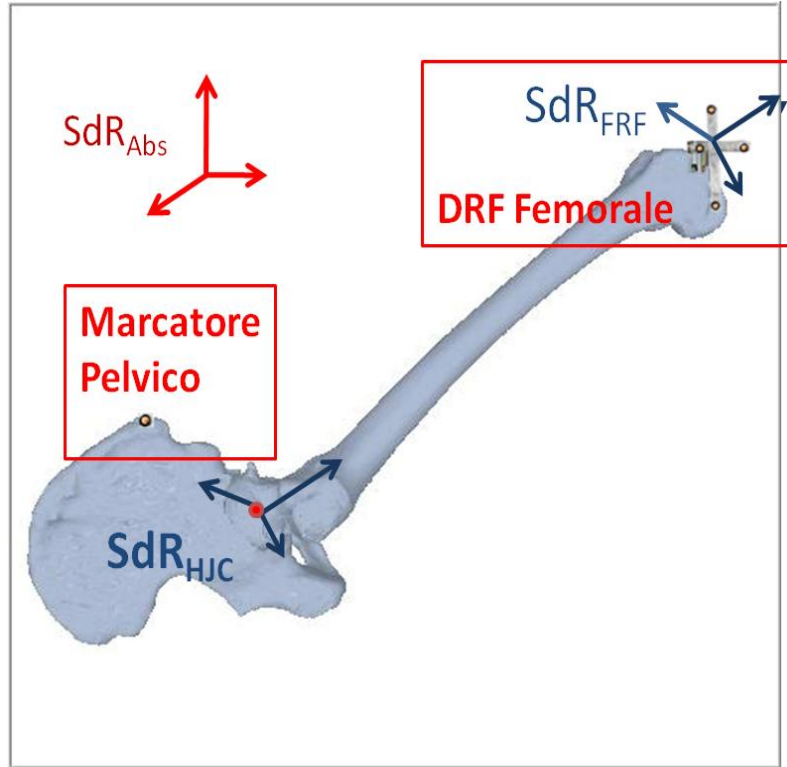


Figura 24 Definizione dei Sistemi di Riferimento del sistema su modelli virtuali di ossa.

La trasformazione di coordinate tra due SdR è effettuata tramite una registrazione, definizione di una matrice 4x4 di roto-traslazione rigida (6 parametri indipendenti). Si riportano di seguito le catene di trasformazioni rigide per il calcolo delle coordinate geometriche in diversi SdR, facendo riferimento alle notazione utilizzata in Figura 25:

$${}^{Abs}\mathbf{T}_{HJC} = {}^{Abs}\mathbf{T}_{FRF} \cdot {}^{FRF}\mathbf{T}_{HJC} \quad (3.1)$$

$${}^{Abs}\mathbf{M} = {}^{Abs}\mathbf{T}_{HJC} \cdot {}^{HJC}\mathbf{M} \quad (3.2)$$

Dove  ${}^{Abs}\mathbf{T}_{FRF}$ ,  ${}^{Abs}\mathbf{T}_{HJC}$  e  ${}^{Abs}\mathbf{M}$  rappresentano rispettivamente la posa del DRF femorale, la posa di HJC e la posizione del marcatore pelvico nel SdR assoluto,  ${}^{FRF}\mathbf{T}_{HJC}$  rappresenta la posa del centro di giunto HJC nel SdR femorale e  ${}^{HJC}\mathbf{M}$  rappresenta la posizione del marcatore pelvico nel  $SdR_{HJC}$ .

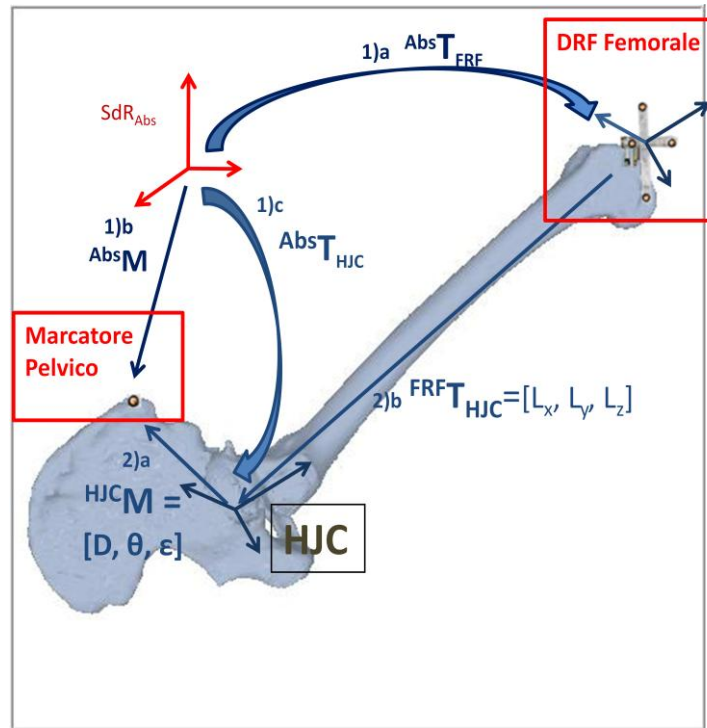


Figura 25 Descrizione cinematica del modello dell'articolazione dell'anca: frecce curve rappresentano trasformazioni rigide, frecce dritte rappresentano traslazioni. 1.) (a) registrazione tra  $SdR_{Abs}$  e  $SdR_{FRF}$ , (b) trasformazione rigida per definire la posizione del marcatore pelvico nel  $SdR_{Abs}$ , (c) registrazione tra  $SdR_{Abs}$  e  $SdR_{HJC}$ ; 2.a) trasformazione rigida per definire la posizione HJC nel  $SdR_{FRF}$ , 2.b) trasformazione rigida per definire la posizione del pelvico nel  $SdR_{HJC}$  in coordinate sferiche.

Le ipotesi biomeccaniche, descritte nella precedente sezione, si traducono in vincoli da imporre alle trasformazioni cinematiche. In primo luogo, la rigidità dei segmenti corporei impone che la trasformazione rigida  ${}^{FRF}T_{HJC}$  tra  $SdR_{FRF}$  e il  $SdR_{HJC}$  sia tempo-invariante. Per comodità è stato imposto al  $SdR_{HJC}$  lo stesso orientamento del  $SdR_{FRF}$ , in modo che la posizione di HJC nel  $SdR_{FRF}$  possa essere completamente descritta dai soli 3 parametri di traslazione  $(L_x, L_y, L_z)$ .

In secondo luogo, l'ipotesi di non lassità articolare modella l'articolazione con un giunto sferico, svincolando solo le rotazioni relative tra il segmento femorale e pelvico (3 gradi di libertà). Questo significa che ogni punto del bacino è vincolato a muoversi sulla superficie di una sfera avente centro in HJC. La notazione in coordinate sferiche definisce la posizione  ${}^{HJC}M$  del marcatore ASIS nel  $SdR_{HJC}$  tramite due variabili angolari  $(\theta, \epsilon)$  e una variabile cartesiana  $D$ . Esplicitare la variabile  $D$  ed imporla costante permette di

definire in modo semplice il vincolo cinematico derivato dall'ipotesi di non lassità articolare.

Dato il modello di sistema articolare appena descritto, localizzare il centro d'anca significa conoscere la posizione di HJC nel sistema di riferimento associato al DRF rigidamente fissato al femore, cioè stimare la trasformazione rigida  ${}^{FRF}\hat{T}_{HJC}$ . Le trasformazioni note (misurabili con un sistema ottico) sono quelle relative alla posa del DRF femorale  ${}^{Abs}T_{FRF}$  e alla posizione del marcatore pelvico  ${}^{Abs}M$  nel  $SdR_{Abs}$ . Tutti i parametri che definiscono le altre trasformazioni rigide sono da considerarsi incognite del sistema.

Nel successivo paragrafo si descrivono i motivi della scelta di un Filtro di Kalman per la localizzazione del centro d'anca HJC e la conseguente implementazione dell'algoritmo.

### 3.2.2. Filtro di Kalman

Il filtro di Kalman(41) rientra nell'insieme delle metodologie stocastiche di analisi di dati dinamici (Dynamics Bayesian Network, DBN), basati sulla formulazione di un modello a spazio di stato. Questi metodi assumono l'esistenza di uno stato nascosto, sottostante al sistema considerato, che genera uscite osservabili. Tale stato evolve nel tempo, in relazione agli ingressi applicati dall'esterno. In un approccio a "scatola nera", un osservatore è un operatore in grado di stimare lo stato ignoto del sistema tramite l'elaborazione delle uscite misurabili, facendo delle ipotesi sul funzionamento interno del sistema.

#### 3.2.2.1. Formulazione del problema dell'osservatore

Si definisca un generico modello di stato per un processo discreto. Lo spazio di stato è descritto da un modello di processo  $f(\cdot)$  (3.3), che definisce la trasformazione di transizione dello stato  $x$  da un istante temporale  $k$  al successivo  $k+1$ , anche in funzione degli ingressi  $u$  gestiti dall'esterno, e da un modello di misura  $g(\cdot)$  (3.4), che definisce la relazione che intercorre tra lo stato  $x$  e le osservazioni  $y$ .

$$x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}, w_{k-1}) \quad (3.3)$$

$$y_k = g(x_k, v_k) \quad (3.4)$$

I due termini  $w_k$  e  $v_k$  sono variabili casuali che rappresentano rispettivamente il rumore di processo (incertezza nella conoscenza delle relazioni che legano le variabili di stato) e il rumore di misura (ogni sensore è caratterizzato da limitazioni, derivanti dal mezzo fisico utilizzato nell'acquisizione e trasmissione del segnale di misura).

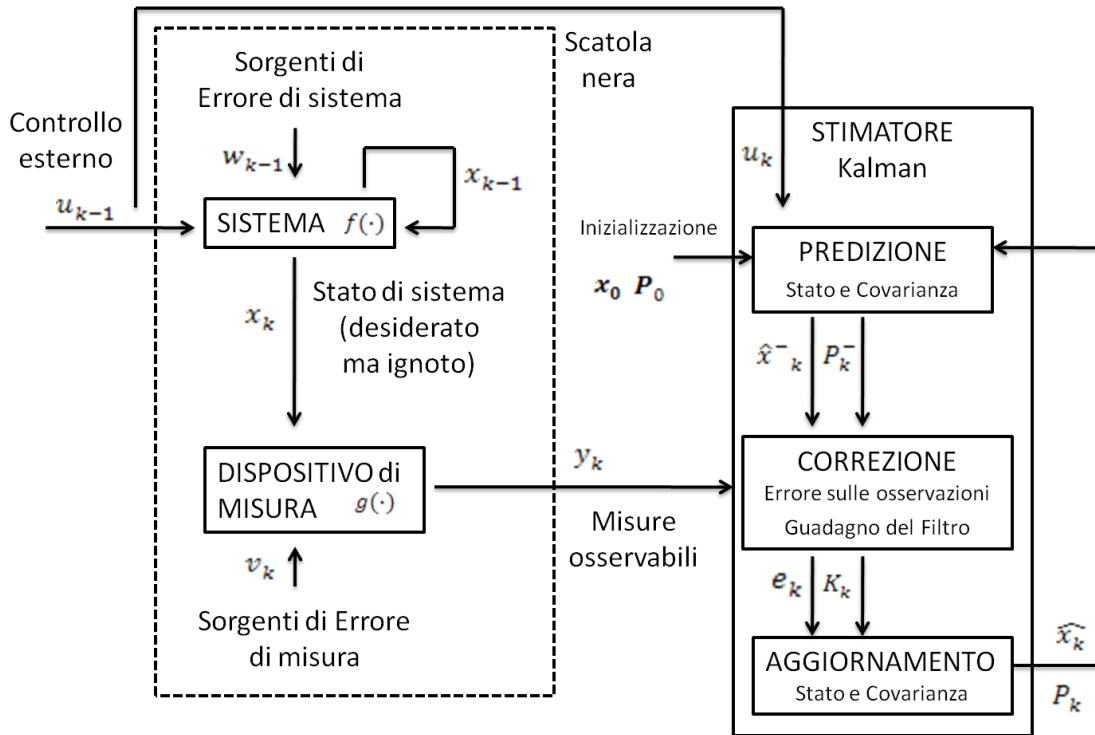


Figura 26 Schema del Problema dell'osservatore: stima  $\hat{x}_k$  dello stato  $x_k$  di un sistema, note le sole uscite osservabili  $y_k$  e ingressi esterni  $u_k$ . La formulazione del problema consiste nel definire un modello a spazio di stato che comprende un modello di processo  $f(\cdot)$  con rumore di stato  $w_k$  e un modello di misura  $g(\cdot)$  con rumore di misura  $v_k$ . È rappresentato, inoltre, uno stimatore di Kalman:  $x_0$  e  $P_0$  rappresentano stato e covarianza dello stato iniziali;  $\hat{x}_k^-$  e  $P_k^-$  rappresentano stato e covarianza predetta;  $e_k$  e  $K_k$  rappresentano l'errore sulle uscite predette e il guadagno del filtro al passo  $k$ .

La Figura 26 presenta uno schema generale del problema dell'osservatore. Il sistema è completamente descritto dall'evoluzione nel tempo delle variabili di stato  $x$ . Il sistema risulta misurabile da un osservatore esterno nelle sole variabili  $y$  di misura. Si vuole costruire un operatore che effettui una stima  $\hat{x}_k$  dello stato del sistema con le sole misure  $y_k$  osservabili. Lo stimatore di Kalman (24) combina tutti i dati osservabili disponibili  $y_k$ , la conoscenza a priori sul processo  $f(\cdot)$  e sui sistemi di misura  $g(\cdot)$ , per produrre



una stima delle variabili desiderate  $\hat{x}_k$  in modo da minimizzare statisticamente l'errore commesso. Tra le metodologie stocastiche di analisi di dati dinamici, infatti, il filtro di Kalman è l'algoritmo di elaborazione dati ricorsivo<sup>6</sup> e ottimo<sup>7</sup>, sotto l'ipotesi di modello di *sistema lineare, bianchezza spettrale e Gaussianità* del rumore [Appendice 6.1].

Lo schema in Figura 26 evidenzia le 3 fasi procedurali alla base dell'algoritmo di Kalman iterativo:

- ✓ La fase di PREDIZIONE genera una stima ad un passo dello stato  $\hat{x}_k^-$  e della sua incertezza  $P_k^-$  a partire dal valore e dall'incertezza dello stato corrente all'istante  $k-1$ .
- ✓ La fase di CORREZIONE effettua una predizione delle uscite osservabili del modello di stato e le confronta con le osservazioni misurate  $y_k$ , calcolando l'errore di aggiornamento  $e_k$  e il guadagno locale del filtro  $K_k$
- ✓ La fase di AGGIORNAMENTO fornisce la stima aggiornata dello stato  $\hat{x}_k$  e della sua incertezza  $\hat{P}_k$  in base alla valutazione dell'errore commesso sulla predizione delle uscite.

Nel prossimo paragrafo, il problema dell'osservatore viene formalizzato sul sistema articolare d'anca. Le metodologie presentate nello Stato dell'Arte modellano il centro di giunto come un punto statico nello spazio. Al contrario, l'utilizzo di un filtro di Kalman permette di implementare uno stimatore che consideri nel modello a spazio di stato la traslazione del bacino e quindi calcoli la posizione del centro di giunto d'anca nel  $SdR_{Abs}$  su una traiettoria dinamica.

---

<sup>6</sup> Ricorsivo indica che il filtro di Kalman non richiede il mantenimento in memoria di tutti i dati precedenti per effettuare un processamento globale ad ogni passo dell'algoritmo.

<sup>7</sup> L'ottimalità è una caratteristica relativa al criterio di valutazione di performance ; il filtro di Kalman risulta ottimo rispetto a virtualmente qualsiasi criterio di valutazione, sotto l'ipotesi di linearità, bianchezza spettrale e Gaussianità del rumore.

### 3.2.2.2. Modello a spazio di stato

La posa del DRF femorale e la posizione del marcatore pelvico durante un movimento di pivoting costituiscono le uniche uscite osservabili, misurate dal sistema di localizzazione affetto da errore di misura ottico (specifiche riportate nel Capitolo Materiali, 3.1.1).

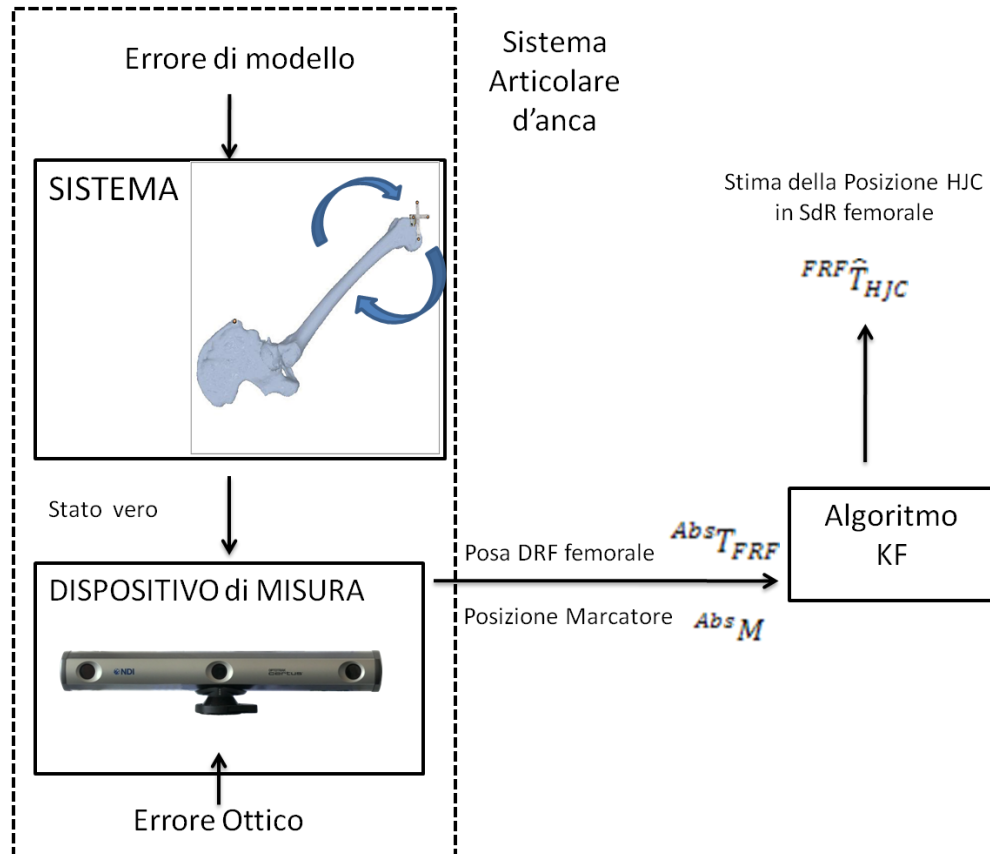


Figura 27 Schema del problema dell'osservatore, applicato al modello dell'articolazione dell'anca. Il modello di stato dell'anca definisce una variabile di stato pari alla posizione di HJC nel  $SdR_{FRF}$ , il cui valore non è misurabile direttamente. Il sistema di localizzazione ottico fornisce le uscite misurabili del sistema in corrispondenza del corpo rigido femorale e del marcatore pelvico.

Le variabili di stato del sistema, visibili in Figura 28, sono definite in relazione ai Sistemi di Riferimento di interesse del modello cinematico e vengono di seguito

formalizzate. Per evitare problemi di singolarità (42), le rotazioni sono rappresentate in convenzione *quaternione*<sup>8</sup>.

- ✓ Vettore delle variabili di Stato  $\mathbf{x}$  :
  - Variabili di stato con dinamica :
    - Posa  ${}^{Abs}\mathbf{T}_{HJC}$  del centro d'anca nel  $SdR_{Abs}$  nelle componenti:
      - Traslazione  $HJC_i$  con  $i = x, y, z$
      - Rotazione  $HJC_j$  con  $j = v_x, v_y, v_z, \eta$
    - Coordinate sferiche angolari  $(\varepsilon, \vartheta)$  della trasformazione  ${}^{HJC}M$  che definisce il marcatore nel  $SdR_{HJC}$
  - Variabili di stato senza dinamica:
    - Posizione  ${}^{FRF}\mathbf{T}_{HJC}$  del DRF femorale nel  $SdR_{HJC}$ :
      - Traslazione  $L_i$  con  $i = x, y, z$
    - Coordinata sferica radiale  $D$ , distanza euclidea tra il marcatore e il centro d'anca, della trasformazione  ${}^{HJC}M$  che definisce il marcatore nel  $SdR_{HJC}$
- ✓ Vettore di misura  $\mathbf{y}$ :
  - Osservazioni di uscita:
    - Posa  ${}^{Abs}\mathbf{T}_{FRF}$  del DRF femorale nel  $SdR_{Abs}$  nelle componenti:
      - Traslazione  $DRF_i$  con  $i = x, y, z$
      - Rotazione  $DRF_j$  con  $j = v_x, v_y, v_z, \eta$
    - Posizione  ${}^{Abs}M$  del marcatore nel  $SdR_{Abs}$ :
      - Traslazione  $M_i$  con  $i = x, y, z$

L'equazione di misura è una funzione non lineare, definita dalla catena cinematica tra i SdR locali:

$${}^{Abs}\mathbf{T}_{FRF} = {}^{Abs}\mathbf{T}_{HJC} \cdot {}^{FRF}\mathbf{T}_{HJC}^{-1} \quad (3.5)$$

$${}^{Abs}M = {}^{Abs}\mathbf{T}_{HJC} \cdot {}^{HJC}M \quad (3.6)$$

---

<sup>8</sup> La convenzione quaternioni definisce una rotazione tramite un operatore quadricomponente  $Q(\mathbf{v}, \eta)$ , formato da un vettore  $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$  e uno scalare  $\eta$ , vincolati a norma unitaria.

Dove, grazie all'uso delle coordinate sferiche, si può scrivere:

$$\begin{cases} M_x = HJC_x + D \cdot \cos \varepsilon \cdot \sin \theta \\ M_y = HJC_y + D \cdot \cos \varepsilon \cdot \cos \theta \\ M_z = HJC_z + D \cdot \sin \varepsilon \end{cases} \quad (3.7)$$

Il modello del sistema non lineare è così definito:

$$\mathbf{x}_{k+1} = A\mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad (3.8)$$

$$\mathbf{y}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (3.9)$$

con  $\mathbf{w}_k \sim N(0, \mathbf{Q})$  e  $\mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{R})$

con  $A$  matrice stato lineare tempo-invariante,  $h(\cdot)$  funzione di misura non lineare e  $\mathbf{w}_k$  e  $\mathbf{v}_k$  rispettivamente errore di stato gaussiano a media nulla con matrice di covarianza  $\mathbf{Q}$  e errore di misura gaussiano a media nulla con matrice di covarianza  $\mathbf{R}$ .

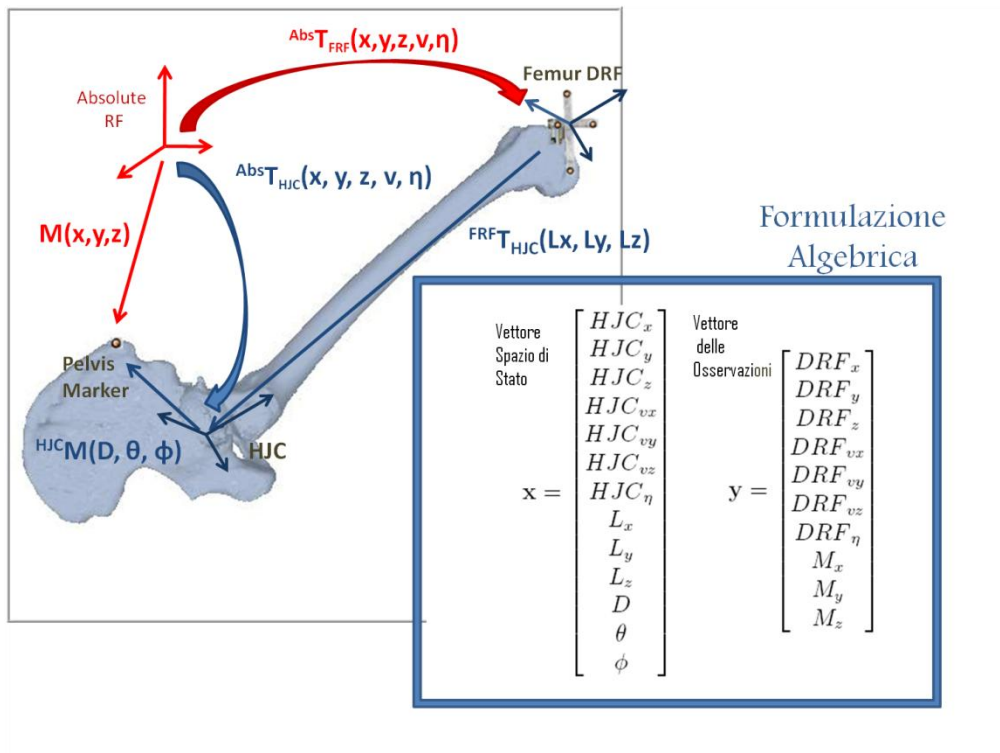


Figura 28 Definizione del vettore  $\mathbf{x}$  di variabili di stato (freccie blu) e del vettore  $\mathbf{y}$  delle osservazioni (freccie rosse). La formulazione algebrica qui rappresentata il vettore di stato continene solo le variabili di ordine zero.

### Equazione di stato

L'equazione di stato definisce la dinamica delle variabili del modello, cioè come il vettore di stato evolve nel tempo. In un approccio differenziale numerico che non introduce assunzioni a priori sulla dinamica del modello (18)(43), la funzione di stato per la variabile  $x_v \in \mathbf{x}$  può essere specificata come l'espansione in serie di Taylor :

$$\begin{bmatrix} x_v(t+1) \\ x_v^{(1)}(t+1) \\ x_v^{(2)}(t+1) \\ \dots \\ x_v^{(N)}(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & t_s & \frac{t_s^2}{2!} & \dots & \frac{t_s^N}{N!} \\ 0 & 1 & t_s & \dots & \frac{t_s^{N-1}}{(N-1)!} \\ \vdots & \ddots & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & t_s \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_v(t) \\ x_v^{(1)}(t) \\ x_v^{(2)}(t) \\ \dots \\ x_v^{(N)}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ n_v(t) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Dove  $t_s$  è il periodo di campionamento della misura e  $n_i$ , chiamato *remainder* di una espansione di Taylor, definisce l'errore commesso per il troncamento della serie all'ordine N. Il *remainder* contiene quindi l'incertezza di un modello che non considera le derivate di ordine superiore a N. In questo approccio, la matrice di stato A risulta lineare e tempo-invariante di dimensioni pari a  $(9(N+1) + 4)$ , data la presenza di 9 variabili di stato dinamiche e 4 senza dinamica.

La matrice di covarianza dell'errore di stato viene così definita per ogni variabile con dinamica (18) :

$$Q_v(i,j) = \frac{t_s^{2N+3-i-j}}{(N+1-i)! \cdot (N+1-j)! \cdot (2N+3-i-j)} \sigma_{v,n}^2 \quad (3.11)$$

Dove  $\sigma_{v,n}^2$  è uno scalare che definisce la covarianza della variabile e deve essere impostato a priori sulla base delle conoscenze del contenuto in frequenza del segnale e della frequenza di campionamento. Fioretti (44) definisce la soglia minima da imporre alla covarianza  $\sigma_k^2$  di ogni variabile di stato:

$$\sigma_k^2 \geq \frac{\sigma_v^2 t_s \bar{\omega}^{2k+1}}{\pi(2k+1)} \quad (3.12)$$

dove  $\sigma_k^2$  è la varianza del rumore nella stima del k-simo ordine di derivazione considerato,  $\sigma_v^2$  è la varianza del rumore bianco additivo sui dati osservati,  $\bar{\omega}$  è il limite di banda del segnale (rad/s). Come si nota dalla formula, maggiore è la banda contenuta nel segnale maggiore sarà l'incertezza da considerare sul modello che ne descrive la dinamica, in particolare sulle derivate di ordine superiore. Filtrando un segnale a dinamica stabilita (contenuto in frequenza e varianza del rumore di misura fisso), l'unico modo per diminuire l'incertezza su un ordine di derivazione è aumentare la frequenza di campionamento.

La matrice di covarianza dello stato  $\mathbf{Q}$  è una matrice  $(9(N + 1) + 4)$ -diagonale, dove le variabili di stato con dinamica presentano parametri moltiplicativi  $\sigma_{v,n}^2$ , che identificano l'incertezza del modello della singola variabile. Questi vengono scelti a priori attraverso un tuning del filtro, la cui valutazione viene trattata nel paragrafo 3.2.4.3.

### Equazione di misura

L'equazione di misura è un'equazione tempo invariante che presenta non linearità, dovute alle relazioni trigonometriche tra le variabili di stato e le osservazioni.

La matrice di covarianza degli errori di misura  $\mathbf{R}$  è stata definita come una matrice 10-diagonale, sotto l'ipotesi di rumore di misura isotropico e indipendente. La matrice  $\mathbf{R}$  è così definita :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_T \cdot \mathbf{I}_3 & 0 & 0 \\ 0 & R_R \cdot \mathbf{I}_4 & 0 \\ 0 & 0 & R_M \cdot \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Dove la generica  $\mathbf{I}_i$  indica la matrice identità di dimensione  $i \times i$  ed  $R_T$ ,  $R_R$ ,  $R_M$  sono parametri scalari che rappresentano rispettivamente la covarianza dell'errore di misura sulla traslazione del DRF femorale, rotazione del DRF femorale e posizione del marcatore pelvico. Questi scalari devono essere settati a priori durante la fase di tuning del modello, data la conoscenza dell'accuratezza del sistema di misura utilizzato.

### 3.2.2.3. Implementazione di un Filtro di Kalman Unscented

Non esiste una singola soluzione che nettamente supera in performance altre strategie risolutive per la stima dello stato per un sistema non lineare. Un metodo risulta migliore secondo un trade-off di caratteristiche come accuratezza della stima, facilità di implementazione del filtro, la robustezza numerica e peso computazionale (45). Sviluppando un'estensione del Filtro di Kalman per sistemi non lineari, si sceglie di limitare la descrizione delle distribuzioni di probabilità ai primi soli due momenti (media e varianza) a favore di un minor peso computazionale e di maggior robustezza numerica.

L'approccio più comune è l'uso di un Filtro di Kalman Esteso (EKF) che linearizza semplicemente tutti i modelli non lineari in modo che il tradizionale filtro di Kalman lineare possa essere applicato (24). In particolare, ogni trasformazione non lineare definita nel modello di sistema viene sostituita con la relativa approssimazione lineare (Jacobiano) attorno allo stato corrente. Anche se EKF è una strategia di filtraggio ampiamente applicata (18),(19), è ormai considerata una tecnica difficile da implementare, con una fase di tuning dei parametri del filtro complicata e affidabile solo per quei sistemi che risultano quasi lineari nella scala temporale dell'intervallo di aggiornamento (46). L'uso di EKF ha due problemi principali:

- La linearizzazione può produrre filtri altamente instabili se è violata l'assunzione di linearità locale
- Il calcolo della matrice Jacobiano sulla funzione non lineare non è un passaggio banale nella maggior parte delle applicazioni e spesso si traduce in un aumento del peso computazionale dell'algoritmo.

Un approccio completamente differente è l'Unscented Kalman Filter (UKF), costituito sulla base della *trasformata unscented*, che utilizza un set appropriato di punti pesati per parametrizzare la media e la covarianza di distribuzioni di probabilità.

Nel prossimo paragrafo si descrive questa metodologia in dettaglio.

### Trasformata unscented

Data una variabile casuale  $x$  con media  $\bar{x}$  e varianza  $\sigma_x^2$ , si vuole predire la media  $\bar{y}$  e la varianza  $\sigma_y^2$  di una variabile casuale  $y$ , dove  $y$  è messo in relazione a  $x$  tramite una trasformazione non lineare :

$$y = g(x) \quad (3.14)$$

Il metodo di Trasformata Unscented (UT) si basa su questa semplice intuizione: *dovrebbe essere più semplice approssimare una distribuzione Gaussiana con un numero fisso di parametri piuttosto che approssimare una funzione arbitraria non lineare* (46). Seguendo questa intuizione, si trova una parametrizzazione che permette la propagazione diretta dell'informazione all'interno di un set arbitrario di equazioni non lineari, catturando l'informazione di media e varianza: la generazione di una distribuzione discreta, caratterizzata dagli stessi momenti statistici (in questo caso, primo e secondo) di  $x$ , dove ogni campione della distribuzione può essere direttamente trasformato tramite l'applicazione della funzione non lineare  $g(\cdot)$ . A questo punto, l'insieme di punti trasformati rappresenta una parametrizzazione della distribuzione di probabilità della variabile di uscita  $y$ , la cui media  $\bar{y}$  e varianza  $\sigma_y^2$  della può essere calcolata come la stima campionaria sul set di punti trasformati.

Data una distribuzione Gaussiana  $n$ -dimensionale  $\mathbf{x}$  avente covarianza  $\mathbf{P}$ , una parametrizzazione possibile<sup>9</sup> è generata con un set simmetrico di punti  $O(2n)$  aventi la stessa covarianza campionaria delle colonne (o righe) delle matrici radici quadrate  $\pm\sqrt{n\mathbf{P}}$ . Questo set di punti è a media nulla, ma se la distribuzione originale ha media  $\bar{\mathbf{x}}$ , allora la semplice aggiunta di  $\bar{\mathbf{x}}$  ad ognuno dei punti fornisce un set simmetrico di  $2n$  punti aventi media  $\bar{\mathbf{x}}$  e covarianza desiderata  $\mathbf{P}$ . Dato che il set di punti è simmetrico, i suoi momenti centrali dispari sono nulli, quindi i primi tre momenti sono gli stessi della

---

<sup>9</sup> Altri campionamenti sono possibili per generare la parametrizzazione della distribuzione di probabilità  $\mathbf{x}$ . Un campionamento random di punti dalla distribuzione, d'altra parte, generalmente introduce modi spuri nella distribuzione trasformata, anche se possiede la stessa media  $\bar{\mathbf{x}}$  e varianza  $\mathbf{P}$ .



distribuzione Gaussiana originale. Questo è il minimo numero di punti in grado di codificare l'informazione contenuta nella distribuzione di probabilità originale.

La trasformata unscented si può riassumere nei seguenti passi:

- Calcolo di un set  $\sigma$  di minimo  $2n$  punti dalle righe o colonne delle matrici  $\pm\sqrt{n\mathbf{P}}$ . Questo set è a media nulla con covarianza  $\mathbf{P}$ . Calcolo il set di punti  $\chi_i$  con la stessa covarianza, ma con media  $\bar{\mathbf{x}}$  traslando ogni punto  $i$  come

$$\chi_i = \bar{\mathbf{x}} + \sigma_i$$

- Trasformazione non lineare applicata ad ogni punto  $Y_i = g(\chi_i)$
- Calcolo di  $\bar{\mathbf{y}}$  e  $\mathbf{P}_{yy}$  attraverso la stima della media e covarianza campionaria dei  $2n$  punti nel set  $\{Y_i\}$ .

Questa formulazione non impone quale tra le infinite matrici radice quadrata  $\sqrt{\mathbf{P}}$  utilizzare per la determinazione del dataset  $\chi_i$ . L'arbitrarietà della scelta dipende dal fatto che ogni matrice radice quadrata può essere ricavata da un'altra matrice radice applicando una trasformazione ortonormale [Appendice 6.2]. La scomposizione di Cholenski<sup>10</sup> risulta una metodologia stabile ed efficiente per il calcolo della matrice radice quadrata  $\sqrt{\mathbf{P}}$ .

Nel problema del filtraggio sul modello di stato precedentemente descritto, la trasformazione non lineare è l'equazione di misura e la *trasformata unscented* è stata implementata nello stadio di Correzione dell'algoritmo di Kalman.

Di seguito, è riportata l'implementazione dell'algoritmo UKF sviluppato.

### Algoritmo UKF

Il filtro UKF implementato presenta un passo di predizione lineare e un passo di aggiornamento, che sfrutta la trasformata unscented per la propagazione dell'errore lungo l'equazione di misura non lineare.

Di seguito, sono elencati i passi dell'algoritmo UKF ad ogni iterazione  $k$  per la stima dello stato attuale  $\hat{\mathbf{x}}_k$ , noto il vettore di osservazioni  $\mathbf{y}_k$  (schema in Figura 29).

---

<sup>10</sup> Il metodo di Cholenski è permette di scomporre una matrice quadrata semi definita positiva in matrici triangolari, tale che  $\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{U}^T$  [Riferimento]

1. Stima iniziale dello stato  $\mathbf{x}_0$  e della relativa matrice di covarianza  $P_0$
2. Predizione lineare: calcolo dello stato predetto  $\mathbf{x}^-_k$  come transizione dalla predizione dello stato precedente  $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$  tramite moltiplicazione con la matrice invariante  $A$ .  
Calcolo della covarianza dell'errore di predizione  $\mathbf{P}^-_k$ :

$$\mathbf{x}^-_k = A \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{P}^-_k = A \mathbf{P}_{k-1} A^T + Q \quad (3.16)$$

3. Correzione tramite *trasformata unscented*: calcolo della media  $\boldsymbol{\mu}_k$  e della covarianza  $\mathbf{S}_k$  delle misure e della cross-covarianza  $\mathbf{C}_k$  tra lo stato e le misure:
  - a. Calcolo del dataset  $\mathbf{X}^-_k$  di  $2n+1$  punti dalla distribuzione gaussiana dello stato predetto  $\mathbf{x}^-_k$  dalle colonne della matrice  $\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}^-_k}$ :

$$\mathbf{X}^-_k^{(0)} = \mathbf{x}^-_k \quad (3.17)$$

$$\mathbf{X}^-_k^{(i)} = \mathbf{x}^-_k + [\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}^-_k}]_i \quad i = 1, \dots, n \quad (3.18)$$

$$\mathbf{X}^-_k^{(i)} = \mathbf{x}^-_k - [\sqrt{(n+\lambda)\mathbf{P}^-_k}]_i \quad i = n+1, \dots, 2n \quad (3.19)$$

E dei relativi pesi per ogni punto campionato:

$$W_m^0 = \lambda / (n + \lambda) \quad (3.20)$$

$$W_c^0 = \lambda / (n + \lambda) + (1 - \alpha^2 - \beta) \quad (3.21)$$

$$W_m^{(i)} = 1 / \{2(n + \lambda)\} \quad i = 1, \dots, 2n \quad (3.22)$$

$$W_c^{(i)} = 1 / \{2(n + \lambda)\} \quad i = 1, \dots, 2n \quad (3.23)$$

Dove  $\lambda$  è parametro di scala, mentre  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $k^{ll}$  sono utilizzati come parametri del metodo:

$$\lambda = \alpha^2(n + k) - n \quad (3.24)$$

$$k = 3 - n \quad (3.25)$$

---

<sup>11</sup>E' stato dimostrato che (K=3-n) per sistemi multi-dimensionali minimizza lo scarto quadratico medio su momenti statistici superiori al quarto (44).

- b. Propagazione dei singoli punti  $\mathbf{X}_k^{-(i)}$  attraverso la non linearità lungo l'equazione di misura:

$$\mathbf{Y}^{(i)}_k = g(\mathbf{X}_k^{-(i)}) \quad \text{con } i = 0, \dots, 2n \quad (3.26)$$

- c. Stima della media  $\boldsymbol{\mu}_k$  e della covarianza  $\mathbf{S}_k$  delle osservazioni predette:

$$\boldsymbol{\mu}_k \approx \sum_{i=0}^{2n} W_m^{(i)} \mathbf{X}_k^{-(i)} \quad (3.27)$$

$$\mathbf{S}_k \approx \sum_{i=0}^{2n} W_c^{(i)} (\mathbf{Y}^{(i)}_k - \boldsymbol{\mu}_k)(\mathbf{Y}^{(i)}_k - \boldsymbol{\mu}_k)^T + R_k \quad (3.28)$$

- d. Stima della cross-covarianza  $\mathbf{C}_k$  tra lo stato predetto e le uscite predette

$$\mathbf{C}_k \approx \sum_{i=0}^{2n} W_c^{(i)} (\mathbf{X}_k^{-(i)} - \mathbf{x}^-_k)(\mathbf{Y}^{(i)}_k - \boldsymbol{\mu}_k)^T \quad (3.29)$$

4. Calcolo del guadagno del Filtro  $\mathbf{K}_k$  e aggiornamento della stima dello stato  $\hat{\mathbf{x}}_k$  e della relativa covarianza  $\mathbf{P}_k$ :

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{C}_k \mathbf{S}_k^{-1} \quad (3.30)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{x}^-_k + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \boldsymbol{\mu}_k) \quad (3.31)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k^- + \mathbf{K}_k \mathbf{S}_k \mathbf{K}_k^T \quad (3.32)$$

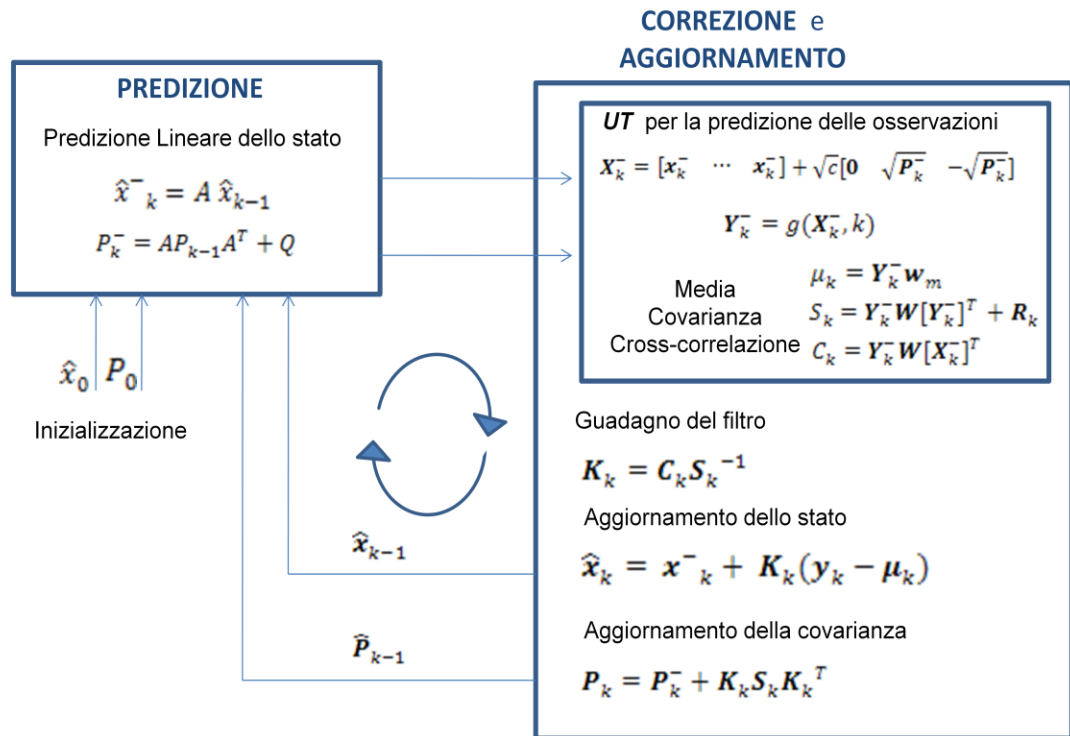


Figura 29 Schema dell'algoritmo UKF implementato per la localizzazione del centro d'anca.

## Tuning

Lo sviluppo di un generico algoritmo di Kalman richiede l'impostazione di parametri che descrivono la conoscenza a priori sul sistema in analisi:

- Matrice di covarianza  $\mathbf{Q}$  del modello di stato.
- Matrice di covarianza  $\mathbf{R}$  del modello di misura.
- Inizializzazione, in termini di stato iniziale  $\mathbf{x}_0$  e incertezza  $\mathbf{P}_0$  sulla correttezza della stima dello stato iniziale

La covarianza  $\mathbf{Q}$  (44) può essere definita tramite la scelta di scalari  $\sigma^2_{k,v}$ , in relazione al contenuto dinamico di ogni variabile di stato  $x_v$  in modo indipendente. Le variabili di stato di cui si conosce con certezza il contenuto in frequenza sono le variabili angolari  $HJC_{v,\eta}$  che definiscono la rotazione del HJC nel  $SdR_{Abs}$ , direttamente osservabili come rotazione del DRF nel  $SdR_{Abs}$ . Questo grazie al modello cinematico definito sul sistema che impone un pari orientamento delle terne tra  $SdR_{FRF}$  e  $SdR_{HJC}$ . Le altre variabili di stato dinamiche, in particolare la traslazione del HJC, non hanno un contenuto in frequenza identificabile a priori e devono essere impostate sperimentalmente. Le variabili di stato  $L(x,y,z)$  sono costanti nel sistema reale e nel modello di stato. Il DRF femorale, infatti, viene fissato rigidamente all'arto, in modo che HJC sia un punto fisso nel  $SdR_{FRF}$ . L'incertezza associata a  $L(x,y,z)$  è molto bassa (circa 5 ordini di grandezza inferiore rispetto alle variabili dinamiche) poiché si è certi che il modello corretto per la definizione delle stesse sia tramite costanti. Il filtro di Kalman, perciò, nell'effettuare la stima dello stato si porta a convergenza sui valori delle costanti  $L(x,y,z)$  che stimano la posizione di HJC nel  $SdR_{FRF}$ . Invece, il modello di stato che impone un valore costante anche alla variabile  $D$  è quello che presuppone l'idealità del giunto sferico articolare. Se è presente lassità articolare, il centro di giunto femorale e il centro di giunto pelvico non coincidono (Paragrafo 3.2.1) ed è quindi erronea l'assunzione di distanza costante tra il centro di giunto femorale e il baricentro del DRF pelvico. È necessario effettuare un tuning specifico del parametro  $\sigma^2_D$ ; la lassità articolare viene gestita nell'algoritmo UKF come un'aumento dell'incertezza della distanza tra il marcatore pelvico e HJC.

La matrice di covarianza  $\mathbf{R}$  dell'errore di misura, invece, è completamente stimabile attraverso prove sperimentali. Nella validazione sperimentale dell'algoritmo UKF su modello fisico, l'errore di misura consiste nel rumore ottico del sistema di localizzazione (Paragrafo 0).

L'inizializzazione dello stato viene trattata in modo dettagliato nel prossimo paragrafo.

### Inizializzazione

L'inizializzazione del filtro UKF viene calcolata a partire dalla localizzazione del centro di giunto articolare, svolto tramite l'algoritmo 'pivoting' di Siston (16), descritto nel paragrafo 1.3. Si ricorda che l'algoritmo "Pivoting" fornisce in uscita le posizioni  ${}^{Femore}_{HJC}L$  e  ${}^{Pelvi}_{HJC}S$  di HJC rispettivamente nel  $SdR_{FRF}$  e nel  $SdR_{PRF}$ , ricevendo in ingresso il dataset delle pose del DRF femorale durante il movimento di pivoting.

L'elaborazione off-line delle pose  ${}^{Abs}T_{FRF}$  con il metodo "Pivoting" permette di calcolare il valore di inizializzazione delle variabili di stato  $L(x, y, z)$ , che definiscono la traslazione tra SdR HJC e SdR femorale, e  $HJC(x, y, z)$ , che definisce la posizione di HJC nel SdR assoluto:

$$L_0(x, y, z) = -{}^{Femore}_{HJC}L \quad (3.33)$$

$$HJC_0(x, y, z) = {}^{Pelvi}_{HJC}S \quad (3.34)$$

assunto la coincidenza tra il SdR pelvico non osservabile e il  $SdR_{Abs}$  del sensore di misura.

Le incognite residue del vettore di stato  $\mathbf{x}_0$  vengono calcolate tramite catena cinematica in funzione delle osservazioni acquisite al primo frame  $k$ :

1. La rotazione  $HJC(v, \eta)$  del SdR HJC nel SdR assoluto è coincidente alla rotazione del SdR femorale nel SdR assoluto;

$$HJC_0(v, \eta) = {}^{Abs}_{FRF}T_1 \quad (3.35)$$

2. Le coordinate sferiche  $(\theta_0, \epsilon_0)$  per la definizione della posizione del marcatore pelvico sono ricavate dal confronto tra la posizione assoluta  $HJC_0(v, \eta)$  del centro di giunto e la posizione assoluta  ${}^{Abs}M$  del marcatore nel primo frame. La distanza è valutata come norma del vettore congiungente i due punti nel SdR assoluto, mentre le variabili angolari sono determinate dal calcolo dei coseni direttori del vettore congiungente:

$$D_0 = \|{}^{Abs}M_1 - HJC_0(x, y, z)\| \quad (3.36)$$

$$m_i = \frac{AbsM_{1i} - HJC_{0i}}{D_0} \quad \text{con } i = x, y, z \quad (3.37)$$

$$\theta_0 = \begin{cases} \text{atan} \frac{m_y}{m_x} & m_x < 0 \\ \text{atan} \frac{m_y}{m_x} + \pi & m_x \geq 0 \end{cases} \quad (3.38)$$

$$\varepsilon_0 = \text{acos } m_z \quad (3.39)$$

3. Le variabili dinamiche, a partire dal primo ordine di derivazione  $i$ , sono imposte inizialmente nulle.

$$x_{0,v}^{(i)} = 0 \quad i > 0, \forall v \quad (3.40)$$

La matrice di covarianza iniziale dello stato viene definita come multiplo della matrice di covarianza del modello, tramite il parametro moltiplicativo globale  $\sigma_0$ .

$$\mathbf{P}_0 = \sigma_0 \mathbf{Q} \quad (3.41)$$

Fattori moltiplicativi aggiuntivi  $\sigma_L$  e  $\sigma_D$  permettono di pesare in modo differente le variabili di stato senza dinamica. Effettuare tuning di inizializzazione consiste nella scelta di questi parametri scalari, che definiscono l'incertezza prevista sulla stima iniziale dello stato.

### 3.2.3. Ambiente di simulazione

L'ambiente di simulazione in ambiente Matlab è stato utilizzato per la generazione di traiettorie di pivoting femorale e si basa sull'implementazione matematica del modello cinematico dell'articolazione, descritto in Capitolo Metodi 3.2.1.

La procedura di generazione delle traiettorie fornisce in uscita il segnale simulato di posa del DRF femorale e il segnale di posizione del Marcatore pelvico, che costituiscono le osservazioni del modello di stato dell'articolazione. Le traiettorie di pivoting sono caratterizzate da parametri, che ne definiscono le proprietà geometriche e cinematiche.

L'ambiente virtuale comprende un'interfaccia grafica, visibile in Figura 30, che permette di impostare i parametri necessari per la caratterizzazione del movimento di pivoting e del sistema di acquisizione simulati:

- Parametri di localizzazione:
  - posizione di HJC nel  $SdR_{FRF}$  ( $L_i$  con  $i = x, y, z$ )
  - distanza euclidea del marcatore pelvico dall'origine del  $SdR_{HJC}$  ( $D$ ).
- Parametri di acquisizione:
  - definiscono il movimento di pivoting simulato:
    - tipo di movimento : circolare o croce
    - range di movimento: angolo di flessione-estensione (*flex*) e abduzione dell'asse centrale di rotazione (*abd*) e raggio di pivoting ( $R$ )
    - cinematica del movimento: velocità lineare del baricentro del DRF ( $v$ )
    - range di movimento del HJC: ampiezza della traslazione del giunto articolare ( $T_{HJC}$ )
  - definiscono il sistema di acquisizione:
    - frequenza di campionamento ( $f_s$ ) e numero di frame acquisiti ( $N$ )
    - accuratezza del sistema : rumore ottico (*noise DRF*)



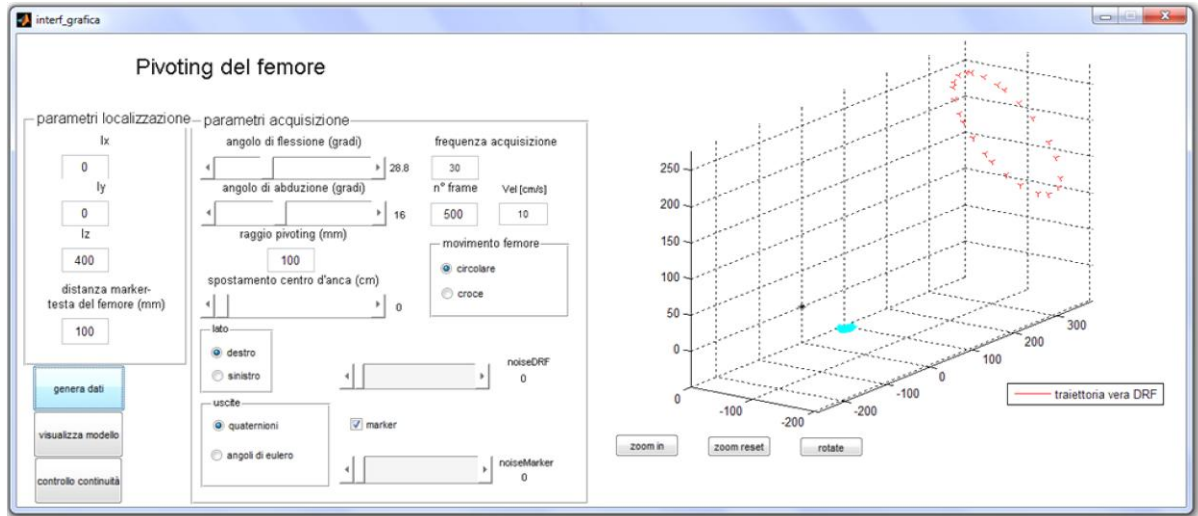


Figura 30 Interfaccia grafica dell'ambiente di simulazione. A destra) wizard per il setting dei parametri di generazione della traiettoria e pulsanti di comando; A sinistra) visualizzazione della traiettoria simulata: rosso, terna del SdR del DRF femorale; nero, posizione di HJC; azzurro,

### 3.2.3.1. Generazione delle traiettorie di pivoting

La traiettoria di pivoting del DRF femorale viene generata come successione di punti appartenenti alla superficie di una sfera con centro in HJC e raggio pari alla norma euclidea dei parametri  $(lx, ly, lz)$  di localizzazione HJC nel  $SdR_{FRF}$ . La posizione iniziale del centro di giunto HJC è assunta essere l'origine  $(0,0,0)$  degli assi del SdR dell'ambiente virtuale. L'asse centrale del movimento di pivoting nel SdR virtuale è identificata dagli angoli di flesso-estensione (*flex*) e di abduzione (*abd*) (Figura 31). La traiettoria del DRF femorale è definita come l'intersezione tra la superficie sferica ed il piano perpendicolare all'asse di rotazione con raggio di circonferenza pari a  $R$ .

La tipologia di pivoting:

- ✓ Circolare: la traiettoria è campionata sulla circonferenza di pivoting, visibile in Figura 31, sinistra, e il parametro velocità lineare  $v$  definisce il contenuto dinamico  $f$  del movimento di pivoting:

$$f = \frac{v}{2\pi R} \quad (3.42)$$

- ✓ Croce: la traiettoria circolare è suddivisa in 4 archi di circonferenza di pari ampiezza. La traiettoria a croce è formata dall'unione di due archi di circonferenza non adiacenti tramite due archi che tagliano la sfera lungo il diametro della circonferenza, visibile in Figura 31, a destra.

In questo caso il contenuto dinamico della traiettoria di pivoting è definito da:

$$f = \frac{v}{(\pi R + 4R)} \quad (3.43)$$

Perchè la velocità lineare media è ipotizzata costante sia nei tratti curvilinei e sia nei tratti lineari.

Il rapporto tra la frequenza di campionamento ( $f_s$ ) del sistema di localizzazione simulato ed il contenuto in frequenza del segnale di pivoting ( $f$ ) definisce il numero di periodicità contenute nella traiettoria ( $N_{giri}$ ), dato il numero totale di frame di acquisizione ( $N$ ).

$$N_{giri} = \frac{N \cdot f}{f_s} \quad (3.44)$$

L'orientamento del DRF femorale viene definito secondo una strategia che considera nulle le rotazioni medio-laterali del SdR femorale lungo la traiettoria circolare, mimando il comportamento reale dell'arto durante il movimento di pivoting. La rotazione del DRF femorale viene definita, tale che l'asse z sia coassiale all'asse femorale (linea congiungente HJC al baricentro di  $SdR_{FRF}$ ) in ogni frame di generazione. In questo modo l'asse z del  $SdR_{FRF}$  risulta ortogonale alla superficie sferica di riferimento del movimento di pivoting. Gli assi x e y del SdR femorale sono, invece, tali che i loro versori di proiezione su un piano passante per HJC rimanga costante e pari ad un orientamento iniziale arbitrario (ad esempio  $[1 \ 0 \ 0]$ ,  $[0,1,0]$ ). L'ortogonalità dell'asse z si traduce in una proprietà di tangenza del piano x e y, come si vede in Figura 32.

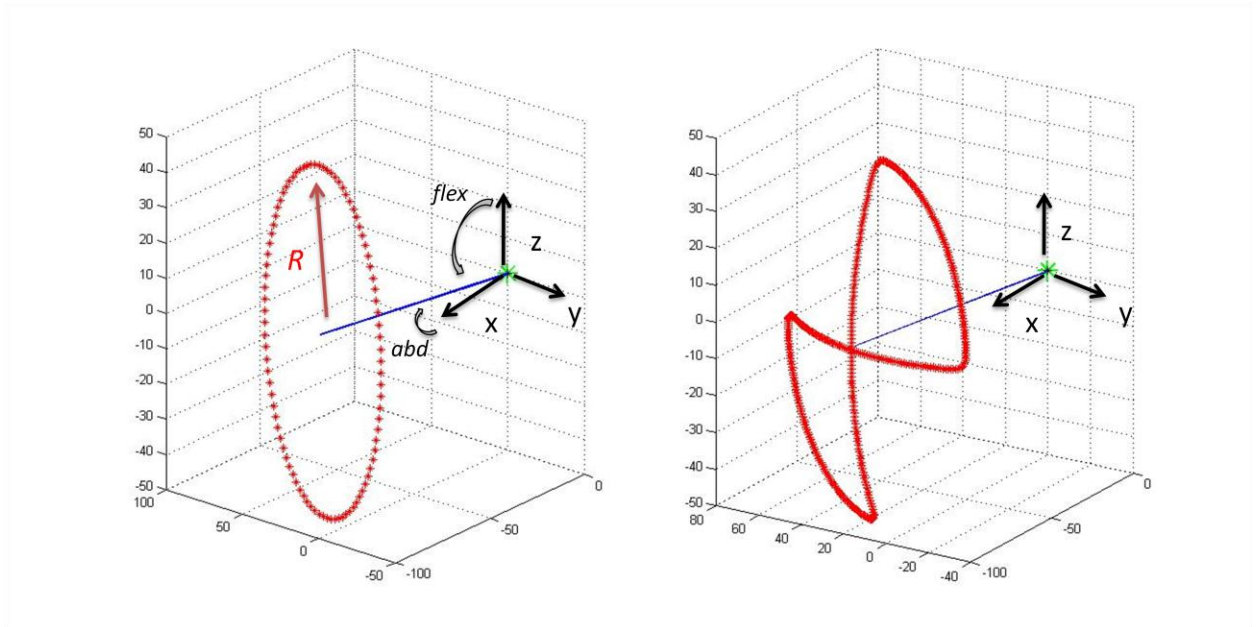


Figura 31 Esempio di traiettorie della componente di traslazione del DRF femorale, generate per simulare un movimento di pivoting. L'asse di pivoting (blu) è definito dai due parametri angolari di flessione-estensione e add-abduzione, uscite dalla posizione di HJC (\* verde). L'ampiezza della traiettoria circolare è definita dal raggio  $R$ . Destra) pivoting circolare; Sinistra) pivoting a croce.

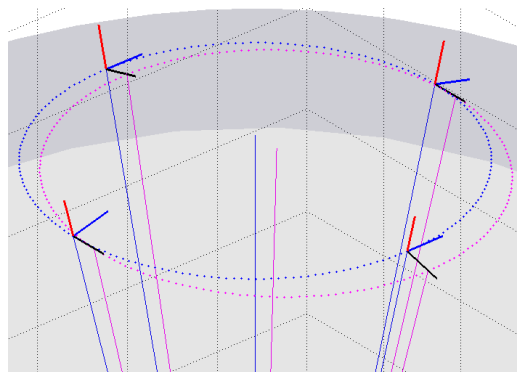


Figura 32 Schema della definizione della componente rotazionale della posa del DRF femorale in ambiente di simulazione. La traiettoria circolare blu ne identifica la componente di traslazione. Il SdR femorale è visualizzato in 4 pose differenti per verificare la proprietà di perpendicolarità dell'asse  $z$  (rosso) e di tangenzialità del piano  $x-y$  (ner-blu) alla superficie sferica di riferimento.

HJC percorre una traiettoria sinusoidale sulle 3 componenti cartesiane di ampiezza piccolo pari a  $2T_{HJC}$ , di frequenza pari contenuto dinamico  $f$  calcolato sulla traiettoria del DRF femorale ed in controfase rispetto al movimento di pivoting (Figura 33).

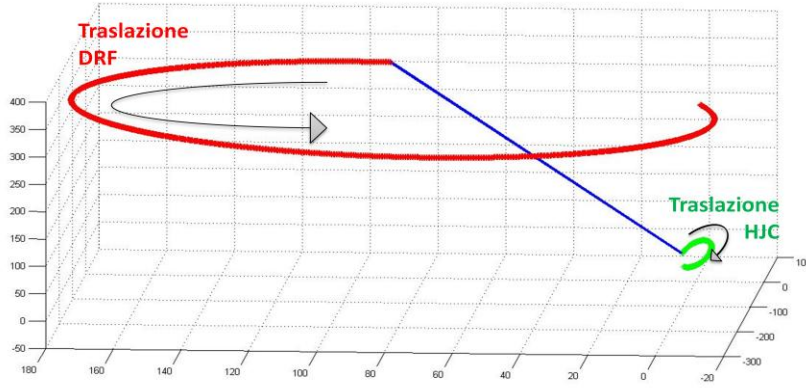


Figura 33 Schema della traiettoria simulata di traslazione del centro d'anca. Il baricentro del SdR femorale (rosso) e la posizione del centro di giunto HJC (verde) risultano traiettorie periodiche con il medesimo contenuto in frequenza, ma sono imposte in controfase.

La traiettoria finora generata rappresenta la traiettoria di pivoting 'vera', senza rumore aggiunto al modello cinematico dell'articolazione.

La fase successiva consiste nel calcolo della traiettoria reale simulata, che aggiunge alla traiettoria 'vera' del rumore, che mimi l'errore di misura di un sistema di localizzazione ottico. In rispetto alle ipotesi di applicabilità del filtro di Kalman sul modello cinematico del sistema, il modello di generazione del rumore stereo fotogrammetrico  $w$  del sistema di localizzazione ottica è un rumore additivo Gaussiano a media nulla e varianza *noise DRF* parametrizzata (15) (20). Si ipotizza un sistema di localizzazione con campo di vista isotropo. Il rumore  $w_i$  è generato e addizionato in modo indipendente su ogni componente cartesiana  $i$  di posizione di un generico marcatore ottico  $M$ .

$$M_i = M_i^{GS} + w_i \quad \text{con } w_i \sim N(0, \text{noiseDRF}) \quad (3.45)$$

Il DRF femorale è definito come un corpo rigido quadrato di 5 cm di lato, con 4 marcatori posti ai vertici. Il  $SdR_{FRF}$  è definito con l'origine nel baricentro dei marcatori e gli assi posizionati lungo le direzioni di simmetria della configurazione. Il rumore ottico, addizionato al singolo marcatore, si riflette in un rumore complessivo sulla posa del  $SdR_{FRF}$ .

L'ambiente di simulazione non considera la lassità articolare come parametro di scelta per la definizione del movimento fittizio di pivoting. Tutti i dati simulati sono derivati dall'utilizzo di un modello di sistema che considera ideale il giunto sferico che rappresenta la connessione fisica tra femore e bacino.

In conclusione, il simulatore fornisce:

- pose del DRF femorale e posizioni del marcatore pelvico rumorose, che costituiscono le osservazioni del filtro UKF;
- Traiettoria 'vera' del sistema calcolata dal solo modello cinematico, senza rumore addizionale, che rende nota la posizione di tutte le variabili di stato di UKF

La traiettoria 'vera' definisce il Gold Standard di localizzazione per la stima dello stato con UKF. I segnali di pivoting generati rispettano le ipotesi di applicabilità del filtro di Kalman solo se è verificata la continuità delle variabili che definiscono lo stato del sistema. Per questo, è necessario un controllo di continuità delle traiettorie GS generate sulle singole variabili di stato e le relative derivate (piccola interfaccia grafica per controllo visivo). Le variabili maggiormente a rischio sono le variabili angolari che definiscono la componente di rotazione della posa del DRF femorale.

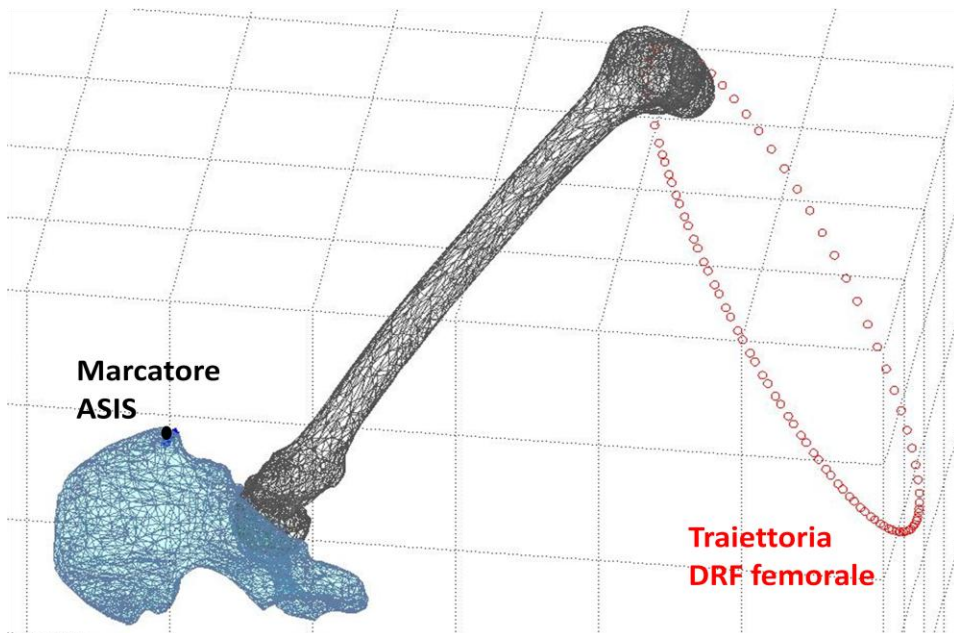


Figura 34 Esempio di traiettoria circolare simulata in ambiente di simulazione

### 3.2.4. Validazione di UKF

In questa sezione vengono presentati i protocolli per la validazione dell'algoritmo UKF sviluppato in questo lavoro di tesi. In primo luogo, viene presentato il protocollo utilizzato per il testing del metodo in ambiente di simulazione. Successivamente viene presentato il setup sperimentale ed elencati i protocolli sperimentali per la caratterizzazione del modello fisico ed la stima della posizione Gold Standard del centro d'anca sui fantocci ossei. Infine, vengono descritti i confronti di accuratezza tra i due metodi UKF e "Pivoting", valutandone le prestazioni in relazione alle caratteristiche cinematiche del movimento di pivoting acquisito.

#### 3.2.4.1. Protocollo di simulazione

La validazione dell'algoritmo UKF in ambiente di simulazione è stata effettuata tramite l'applicazione del seguente protocollo:

1. Generazione di un dataset di 240 traiettorie di pivoting circolare, suddiviso in classi secondo i seguenti parametri cinematici:
  - Ampiezza di traslazione HJC:  $T_{HJC}$  {0, 5, 10, 15, 20}mm
  - Raggio della traiettoria di pivoting femorale :  $ROM$  {50, 100, 150, 200}mm
  - Velocità media di traslazione del DRF femorale:  $v$  {100, 120, 140, 160, 180, 200}mm/s
  - Rumore gaussiano sulla posa del DRF femorale :  $Noise$  {0.15, 0.3}mm
2. Testing dell'algoritmo UKF su singole traiettorie generate per la definizione sperimentale dei parametri di tuning del filtro:
  - Tuning delle matrici di covarianza:
    - ✓ la covarianza  $\mathbf{R}$  dell'errore di misura è stata settata in relazione alla ampiezza del minimo rumore ottico addizionato al segnale generato.

$$R_i = (0.15)^2 / 12 [mm]$$

- ✓ la covarianza  $\mathbf{Q}$  dell'errore di modello e la covarianza iniziale  $\mathbf{P}_0$  sono state definite sperimentalmente:

$$\sigma_{T_{HJC}} = 1e^4 \quad \sigma_{R_{HJC}} = 1e^4 \quad \sigma_L = 1e^{-7} \quad \sigma_D = 1e^{-7} \quad \sigma_M = 1e^4$$

$$P_0 = 1e^3 Q \text{ per tutte le variabili, tranne } P_{0L} = 1e^7 Q \quad P_{0D} = 1e^7 Q$$

- Tuning dei parametri della trasformata unscented:

$$k = 3 - n \quad \alpha = 0.5 \quad \beta = 2$$

3. Il metodo UKF viene applicato alle classi di traiettorie generate al punto 1 con i parametri di tuning del filtro, determinati al punto 2. L'accuratezza dell'algoritmo è valutata come descritto nel Paragrafo 0.
4. Il confronto di accuratezza viene eseguito tra il metodo UKF e il metodo "Pivoting" in relazione ai parametri cinematici imposti sulle traiettorie simulate.
5. Attraverso l'analisi di correlazione di Pearson, vengono calcolati i coefficienti di correlazione lineare tra gli errori commessi dai due metodi ed i parametri  $T_{HJC}$ ,  $ROM$ ,  $v$  e  $Noise$ . In questo modo è possibile valutare la robustezza degli algoritmi e stimare dei range di applicabilità dei due metodi in relazione alle caratteristiche del movimento di pivoting.

### 3.2.4.2. Setup sperimentale

Il setup sperimentale utilizzato nella fase di validazione dell'algoritmo UKF è riportato in Figura 35. Il modello fisico dell'articolazione viene movimentato passivamente in traiettorie di pivoting, mentre il sistema di localizzazione ottico acquisisce le pose del fantoccio del femore e del bacino. La base del modello viene rigidamente fissata al piano di lavoro, così che i movimenti del bacino, che provocano traslazione del centro di giunto, siano influenzati solo dalla piattaforma meccanica MSD, che mima la presenza dei tessuti molli d'anca.

Il dataset di osservazioni fornite al filtro UKF per la localizzazione di HJC è composto dalle pose del DRF femorale e dalla posizione di un singolo marcatore del DRF del bacino, che mima la presenza di un marcatore superficiale posizionato in ASIS.



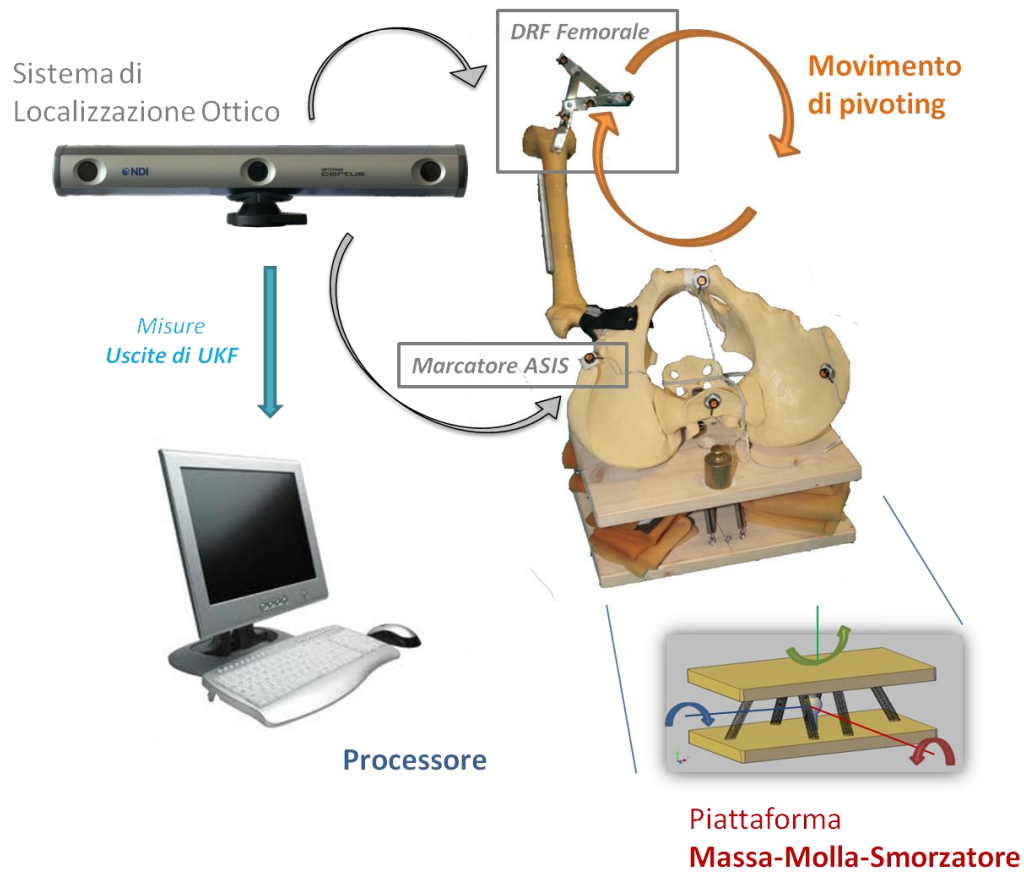


Figura 35 Setup sperimentale per la validazione dell' algoritmo UKF

### Stima del rumore ottico

In questa fase, è stato stimato il rumore ottico del sistema di localizzazione (Certus, NDI) nella acquisizione delle pose dei corpi rigidi DRF in uso nel setup sperimentale. La conoscenza dell'errore ottico permette di stimare i parametri di tuning della matrice di covarianza dell'errore di misura  $R$ .

Il protocollo per la stima dell'errore ottico consiste in 3 acquisizioni statiche di 60 s (frequenza di campionamento 150Hz) rispettivamente della posa di DRF femorale, DRF pelvico e Pointer, posizionati al centro del campo di vista delle telecamere.

Per ogni corpo rigido  $k$ , viene calcolata una posa media ( ${}^{Abs}\overline{DRF}_i^k$ ), rappresentata da una componente di traslazione ( $\bar{T}^k$ ) pari alla posizione media su ogni frame  $j$  ( $T^j$ ):



$$\bar{T}^k = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N T^j \quad (3.46)$$

E una componente di rotazione, calcolata come rotazione media in convenzione quaternione ( $\bar{v}^{jk}$ ,  $\bar{\eta}^k$ ):

$$\bar{v}^{jk} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^{jk} \quad \text{con } j = x, y, z \quad (3.47)$$

$$\bar{\eta}^k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \eta_i^k \quad (3.48)$$

L'errore di misura viene stimato per ogni frame tramite la trasformazione residuo  ${}^{res}T_i^k$ , calcolata rispetto alla posa media  $\cdot \overline{AbsDRF}_i^k$ :

$${}^{res}T_i^k = \overline{AbsDRF}_i^k{}^{-1} \cdot \overline{AbsDRF}_i^k \quad (3.49)$$

Come un errore di traslazione  $E_{T_k}^i$ , calcolato come norma euclidea della componente traslazione del residuo  ${}^{res}T_i^k$ :

$$E_{T_k}^i = \| {}^{res}T_i^k \| \quad (3.50)$$

ed un errore di rotazione  $E_{R_k}^i$ , calcolato in convenzione asse-angolo sul quaternione di rotazione del residuo (componente scalare  ${}^{res}\eta_k^i$ , componente vettoriale  ${}^{res}v_i^k$ ):

$$E_{R_k}^i = 2 \operatorname{atan} \left( \frac{\| {}^{res}v_i^k \|}{{}^{res}\eta_k^i} \right) \quad (3.51)$$

Inoltre, sono stati valutati gli errori ottici di misura sulle singole variabili osservabili del filtro di Kalman: coordinate cartesiane di traslazione e coordinate di rotazione in convenzione quaternione della posa del DRF femorale e posizione del marcatore ASIS. Ogni distribuzione di scarti lineari è stato valutato con un test Tstudent ( $p < 0.01$ ) per valutare la gaussianità e la proprietà di media nulla.

E' stata stimata la deviazione standard campionaria  $\sigma_{T_{DRF}}$ ,  $\sigma_{R_{DRF}}$  e  $\sigma_M$  rispettivamente della distribuzione degli errori sulla componente di traslazione della posa del DRF, sulla

componente di rotazione della posa del DRF e sulla posizione del marcatore. Quest'ultime stime permettono di definire rispettivamente i parametri di tuning delle le covarianze  $R_T$ ,  $R_R$  e  $R_M$  dell'errore di misura:

$$R_T = \sigma_{T_{DRF}} \cdot K \quad R_R = \sigma_{R_{DRF}} \cdot K \quad R_M = \sigma_M \cdot K \quad (3.52)$$

Dove K è una costante moltiplicativa pari a 10. Le stime effettuate in questo protocollo prevedono i corpi rigidi localizzati al centro del campo di vista delle telecamere, dove l'accuratezza di localizzazione è massima. La costante K garantisce maggiore robustezza del tuning del filtro. Le stime sono riportate nel Paragrafo 4.2.1.

### Stima della posizione HJC Gold Standard

In questa fase è stato identificato il centro del giunto d'anca HJC nei SdR solidali rispettivamente al femore FRF e al bacino PRF (Gold Standard della valutazione).

Sono stati definiti due protocolli di acquisizione:

- Scansione della coppa acetabolare
- Scansione della testa femorale

In entrambi i protocolli, la superficie di interesse viene localizzata nel SdR assoluto di laboratorio tramite scansione con un Pointer, la cui punta viene manualmente appoggiata e sfregata sull'area del fantoccio che si vuole acquisire, come mostra la Figura 36.

Le posizioni dei punti appartenenti alla superficie femorale  ${}^{FRF}P_{testa}$  e della superficie pelvica  ${}^{PRF}P_{coppa}$  nel SdR solidale al segmento corporeo di interesse sono calcolati attraverso le seguenti trasformazioni cinematiche:

$${}^{FRF}P_{testa} = {}^{Abs}T_{FRF}^{-1} \cdot {}^{Abs}P_{testa} \quad (3.53)$$

$${}^{PRF}P_{coppa} = {}^{Abs}T_{PRF}^{-1} \cdot {}^{Abs}P_{coppa} \quad (3.54)$$

Dove  ${}^{Abs}P_{testa}$  e  ${}^{Abs}P_{coppa}$  sono rispettivamente i punti della superficie femorale e della superficie pelvica localizzati nel  $SdR_{Abs}$ , mentre  ${}^{Abs}T_{FRF}$  e  ${}^{Abs}T_{PRF}$  rappresentano le pose del DRF femorale e del DRF pelvico nel  $SdR_{Abs}$ .

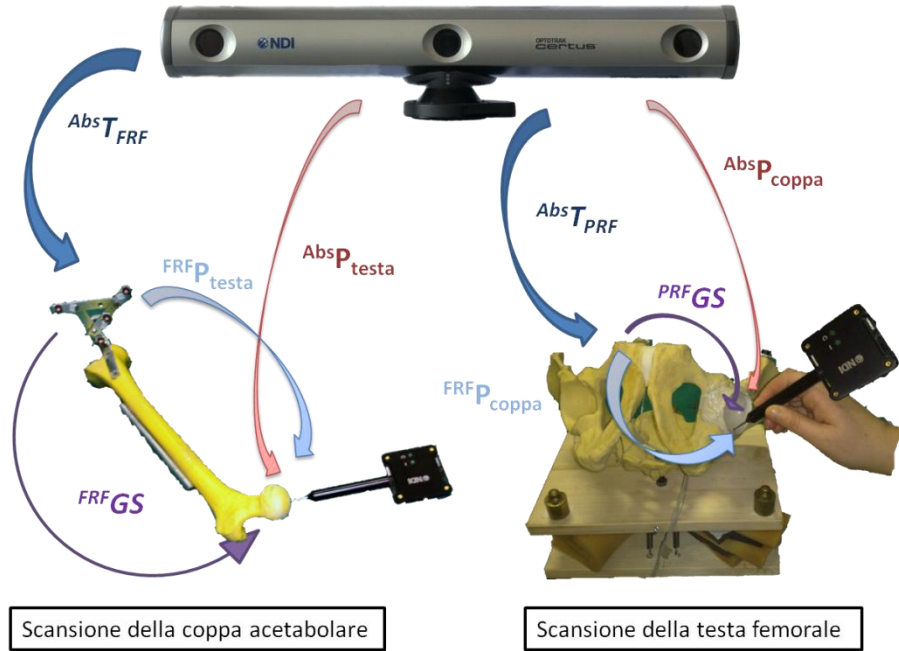


Figura 36 Protocollo di stima della posizione HJC Gold Standard. La scansione della testa femorale (sinistra) e la scansione della coppa acetabolare (destra) permettono il calcolo rispettivamente di  ${}^{FRF}GS$  e  ${}^{PRF}GS$ .

Ogni superficie acquisita viene approssimata ad una superficie sferica, attraverso l'algoritmo iterativo di 'fitting sferico', che determina i parametri della curva che minimizza Least Square (LS) i residui radiali  $r_i$ :

$$r_i = |\hat{R} - \|\mathbf{P}_i - \hat{\mathbf{C}}\|| \quad \text{con } i = 1, \dots, N \quad (3.55)$$

$$\hat{R} \text{ e } \hat{\mathbf{C}} \text{ t. c. Residuo} = \min \|r_i\| \quad (3.56)$$

Dove  $\hat{R}$  e  $\hat{\mathbf{C}}$  rappresentano rispettivamente raggio e posizione del centro della sfera approssimante la nuvola di  $N$  punti  $\mathbf{P}_i$  della superficie acquisita. L'accuratezza dell'approssimazione sferica viene stimata valutando la norma dei residui radiali *Residuo*.

I centri  $\hat{\mathbf{C}}_{FRF}^{testa}$  e  $\hat{\mathbf{C}}_{PRF}^{coppa}$  delle sfere risultanti, approssimanti i centri del giunto articolare rispettivamente sulla superficie della testa femorale e sulla superficie della coppa acetabolare, sono assunti come le posizioni Gold Standard (GS)  ${}^{FRF}GS$  e  ${}^{PRF}GS$  del centro del giunto d'anca HJC nei SdR dei fantocci ossei del modello.

$${}^{FRF}GS = \hat{C}_{FRF}^{testa} \quad (3.57)$$

$${}^{PRF}GS = \hat{C}_{PRF}^{coppa} \quad (3.58)$$

Il protocollo di acquisizione prevede 12 acquisizioni per la scansione della testa femorale e 12 acquisizioni per la scansione della coppa acetabolare (frequenza di acquisizione 100 Hz, durata 60 s). Il calcolo di  $\hat{C}_{FRF}^{testa}$  e  $\hat{C}_{PRF}^{coppa}$  viene effettuato sul dataset complessivo, che riunisce le 3 acquisizioni che hanno mostrato il minimo *Residuo* di approssimazione sferica.

### Stima del modello di lassità articolare

La gabbia elastica che connette la testa femorale alla coppa acetabolare non garantisce la perfetta coincidenza del centro di giunto acetabolare e del centro di giunto femorale, mimando quindi un certo grado di lassità articolare. In questa fase è stato valutato il grado di non idealità del giunto sferico realizzato sperimentalmente e quindi stimata la lassità articolare.

Il protocollo si compone di acquisizioni dinamiche dei DRF della pelvi e del femore durante movimenti di pivoting ad ampio range (frequenza di acquisizione 100Hz, 60s). Una volta stimate le trasformazioni  ${}^{FRF}GS$  e  ${}^{PRF}GS$  di HJC nei SdR solidali ai fantocci ossei, le trasformate di posa  ${}^{Abs}T_{FRF}$  del DRF femorale e  ${}^{Abs}T_{PRF}$  del DRF pelvico, acquisite dal sistema ottico ad ogni frame  $i$ , permettono il calcolo delle posizioni del centro di giunto femorale  ${}^{Abs}fHJC$  e del centro di giunto acetabolare  ${}^{Abs}pHJC$  nel  $SdR_{Abs}$ :

$${}^{Abs}fHJC_i = {}^{Abs}T_{FRF_i} \cdot {}^{FRF}GS \quad (3.59)$$

$${}^{Abs}pHJC_i = {}^{Abs}T_{PRF_i} \cdot {}^{PRF}GS \quad (3.60)$$

$$con \quad i = 1, \dots, N$$

La distanza euclidea tra i centri  ${}^{Abs}fHJC_i$  e  ${}^{Abs}pHJC_i$  fornisce l'informazione di lassità locale  $Lax_i$  stimata sulla posa relativa del fantoccio femorale e del fantoccio pelvico e la lassità articolare  $LAX$  è stimata come norma Root Mean Square (RMS) delle lassità  $Lax_i$  stimate durante l'intera acquisizione:

$$Lax_i = \|^{Abs}fHJC_i - ^{Abs}pHJC_i\| \quad \text{con } i = 1, \dots, N \quad (3.61)$$

$$LAX = \sqrt{\frac{Lax_i^2}{N}} \quad \text{con } i = 1, \dots, N \quad (3.62)$$

Il modello di stato definito nell'algoritmo UKF è basato sull'ipotesi di non-lassità articolare (giunto sferico, Capitolo Metodi 3.2.1). La stima della lassità dell'articolazione realizzata nel modello fisico permette di valutare il grado di approssimazione del modello matematico in uso. La non coincidenza dei due centri di giunto articolare  $^{Abs}fHJC_i$  e  $^{Abs}pHJC_i$  si traduce in una non idealità sulla variabile di stato D, che definisce la distanza tra  $^{Abs}fHJC_i$  e il marcatore pelvico, che non risulta più una costante nella definizione del sistema.

Tramite la valutazione della lassità articolare sul modello fisico è possibile stimare sperimentalmente il parametro di tuning da imporre alla covarianza dell'errore di stato della variabile D.

### 3.2.4.3. Protocollo di acquisizione

In questa sezione, viene presentato il protocollo di acquisizione per la validazione dell'algoritmo UKF sul modello fisico. In primo luogo sono elencati i parametri cinematici di interesse per la classificazione dei movimenti di pivoting e le relative metriche per la stima sperimentale degli stessi dalle acquisizioni ottiche. Successivamente viene presentata la metrica utilizzata nella stima della posizione di HJC con l'algoritmo UKF e nella valutazione degli errori commessi sulla predizione delle osservazioni. Vengono descritti in dettaglio i trial di movimenti testati e i parametri di tuning implementati nell'algoritmo UKF. In ultimo, la valutazione dell'accuratezza dell'algoritmo UKF a confronto con il metodo stato dell'arte "Pivoting"

#### Classificazione dei movimenti di pivoting

I trial di movimenti di pivoting sono classificati secondo i seguenti parametri cinematici:

- Tipologia di movimento: "circolare" o "croce"
- Durata dell'acquisizione N: numero di frame acquisiti
- Traslazione del HJC:
  - Distanza euclidea media tra la posizione del centro articolare femorale ( $Abs fHJC_i$ ) e la posizione media calcolata sull'intera acquisizione di N frame

$$\bar{T}_{HJC} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\| Abs fHJC_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N Abs fHJC_j \right\| \quad \text{con } i = 1, \dots, N \quad (3.63)$$

- Distanza euclidea massima tra la posizione  $Abs fHJC_i$  del centro articolare femorale e la posizione media calcolata sull'intera acquisizione di N frame

$$T_{HJC} = \max \left\| Abs fHJC_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N Abs fHJC_j \right\| \quad \text{con } i = 1, \dots, N \quad (3.64)$$

- Dinamica del movimento di pivoting :
  - Velocità lineare media  $\bar{v}$  del DRF femorale durante l'acquisizione.

La posizione  $DRF_i$  del DRF femorale nel  $SdR_{Abs}$  è stata elaborata con una media mobile  $\overline{DRF}_i^k$  a 20 campioni in modo indipendente su ogni coordinata cartesiana  $k$ .

$$\overline{DRF}_i^k = \frac{1}{20} \sum_{j=i}^{i+20} DRF_j^k \quad \begin{array}{l} \text{con } k = x, y, z \\ \text{con } i = 1, \dots, N - 20 \end{array} \quad (3.65)$$

In seguito, viene calcolata per ogni frame la distanza euclidea tra la posizione cartesiana attuale e la precedente. Il rapporto incrementale, valutato con il periodo di campionamento  $dt$ , stima la velocità lineare locale  $v_i$ :

$$v_i = \frac{\|\overline{DRF}_i - \overline{DRF}_{i+1}\|}{dt} \quad (3.66)$$

Viene poi calcolata la velocità media  $\bar{v}$ :

$$\bar{v} = \frac{1}{N} \sum_{i=20}^N v_i \quad (3.67)$$

- Ampiezza di movimento (Range Of Motion, ROM):
  - Stima del raggio di pivoting ROM come calcolo della mediana tra le distanze euclidee della posizione del DRF al frame  $i$ -simo ( $DRF_i$ ) e la posizione media durante l'intera acquisizione

$$ROM = \text{mediana} \left\| \left\| DRF_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N DRF_j \right\| \right\| \quad \text{con } i = 1, \dots, N \quad (3.68)$$

### Stima del centro d'anca

Mentre il metodo “Pivoting” fornisce in uscita direttamente la stima della posizione di HJC nel  $SdR_{FRF}$  ( ${}^{FRF}\widehat{HJCS}_{iston}$ ), il filtro UKF restituisce l'aggiornamento della stima delle traiettorie delle variabili di stato nel tempo e necessita, quindi, di una fase di “post-processing” per la stima della posizione di HJC nel  $SdR_{FRF}$  ( ${}^{FRF}\widehat{HJC}_{UKF}$ ). Si ricorda che nel modello di stato di UKF la posizione di HJC nel  $SdR_{FRF}$  è descritta da 3 variabili di stato senza dinamica  $L$  (Capitolo Metodi, Paragrafo 3.2.2.2). La posizione  ${}^{FRF}\widehat{HJC}_{UKF}$  è imposta pari al valore di convergenza della variabile  $L_k$  su ogni coordinata cartesiana indipendente ( $k = x, y, z$ ). Partendo dall'ultimo frame di acquisizione  $N$ , la convergenza

è verificata quando la somma del modulo degli scarti tra un valore  $L_k^i$  e il precedente  $L_k^{i-1}$  risulta inferiore ad una soglia  $\theta$ , impostata a priori per un numero minimo di campioni  $N_k^{nc}$ :

$$\sum_{j=1}^{N_k^{nc}} |L_k^{N+1-j} - L_k^{N-j}| < \theta \quad (3.69)$$

Se questa condizione è verificata, viene definito il numero di campioni  $N_k$  per cui è verificata convergenza, variabile su ogni coordinata cartesiana:

```

for k = 1 : 3
  for i = 1 : Nw
    if  $\sum_{j=1}^i |L_k^{N+1-j} - L_k^{N-j}| < \theta$ 
      if i == Nw
        Nk = Nw;
        convk = 1;
      end
    else
      if i < Nnck
        convk = 0;
        break;
      else
        convk = 1;
        Nk = i;
        break;
      end
    end
  end
end
end

```

Dove  $conv_k$  è un flag che indica l'avvenuta convergenza (pari a 1) o meno (pari a 0) ed  $N^w$  è il numero massimo di campioni di cui può essere formata la finestra di convergenza. Se tutte a 3 le coordinate cartesiane risultano a convergenza, allora la stima della posizione di HJC nel  $SdR_{FRF}$  ( $\hat{L}_k$ ) è calcolato come valore medio di  $L_k$  sulla finestra di convergenza lunga  $N_k$  campioni:

$${}^{FRF}\widehat{HJ}C_{UKF_k} = \hat{L}_k = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} L_k^{N+1-i} \quad k = x, y, z \quad (3.70)$$



### Stima degli errori sulle uscite predette

Gli errori sulle predizione delle uscite del filtro UKF si valutano in relazione alle osservazioni misurate. Si riprende la notazione usata nel Paragrafo 3.2.2.2.

- Posa del DRF femorale:

si calcola la posa residua al frame  $i$  ( $^{Abs}T_{FRF_i}^{res}$ ) tra la predizione della posa del DRF femorale nel  $SdR_{Abs}$  ( $^{Abs}\hat{T}_{FRF_i}$ ) e la posa GS del DRF femorale ( $^{Abs}T_{FRF_i}^{GS}$ ) come:

$$^{Abs}T_{FRF_i}^{res} = ^{Abs}\hat{T}_{FRF_i}^{-1} \cdot ^{Abs}T_{FRF_i}^{GS} \quad (3.71)$$

- o Errore di Traslazione  $E_{T_{DRF}}^i$  valutato come distanza euclidea della componente di traslazione  $T_i^{res}$  di  $^{Abs}T_{FRF_i}^{res}$ :

$$E_{T_{DRF}}^i = \|T_i^{res}\| \quad (3.72)$$

- o Errore di Rotazione  $E_{R_{DRF}}^i$  valutato in convenzione asse-angolo, come due volte l'arcotangente del rapporto tra la norma del vettore quaternione ( $v_{res}$ ) di  $^{Abs}T_{FRF_i}^{res}$ , e la componente scalare  $\eta_{res}$ :

$$E_{R_{DRF}}^i = 2 \operatorname{atan} \left( \frac{\|v_{res}^i\|}{\eta_{res}^i} \right) \quad (3.73)$$

- Posizione del marcatore pelvico: distanza euclidea  $E_M^k$  tra la posizione del marcatore  $^{Abs}M_i^k$  ( $i = x, y, z$ ) osservato al frame  $k$  e la relativa predizione dell'uscita  $^{Abs}\hat{M}_i^k$  ( $i = x, y, z$ ) del filtro di Kalman

$$E_M^k = \left\| ^{Abs}M_i^k - ^{Abs}\hat{M}_i^k \right\|_i \quad (3.74)$$

### Accuratezza

L'accuratezza della metodologia in analisi è valutata in relazione alla localizzazione del centro di giunto d'anca nel  $SdR_{FRF}$ . L'errore  $e$  viene stimato come distanza euclidea tra la posizione di riferimento di HJC nel  $SdR_{FRF}$  ( ${}^{FRF}GS$ ) e la posizione di HJC nel  $SdR_{FRF}$  ottenuta ( ${}^{FRF}\widehat{HJC}$ ):

$$e = \|{}^{FRF}\widehat{HJC} - {}^{FRF}GS\| \quad (3.75)$$

L'accuratezza del metodo UKF è stata valutata in relazione al metodo "Pivoting"(16).

### Parametri di tuning

- Tuning delle matrici di covarianza:
  - ✓ la covarianza  $\mathbf{R}$  dell'errore di misura è stimata con il protocollo *Stima del rumore ottico*(Paragrafo 0) con  $K$  pari a 10:

$$R_T = \sigma_{T_{DRF}} \cdot K \quad R_R = \sigma_{R_{DRF}} \cdot K \quad R_M = \sigma_M \cdot K$$

- ✓ la covarianza  $\mathbf{Q}$  dell'errore di modello e la covarianza iniziale  $\mathbf{P}_0$  sono state definite sperimentalmente:

$$\sigma_{T_{HJC}} = 1e^7 \quad \sigma_{R_{HJC}} = 1e^7 \quad \sigma_L = 1e^{-6} \quad \sigma_D = 1e^{-4} \quad \sigma_M = 1e^7$$

$$P_0 = 1e^3 Q \text{ per tutte le variabili, tranne } P_{0L} = 1e^4 Q \quad P_{0D} = 1e^7 Q$$

- Tuning dei parametri della trasformata unscented:

$$k = n - 3 \quad \alpha = 0.5 \quad \beta = 2$$

Il tuning così definito viene mantenuto costante nel protocollo di acquisizione in modo da poter valutare la robustezza della metodologia UKF.

- in trial di movimento "circolare"
- frequenza di acquisizione : 200Hz
- N campioni : 12000
- Traslazione HJC: 0.8 - 15mm
- ROM : 100 – 200 mm
- Velocità media : 100-1000 mm/s

Sono state effettuate 60 acquisizioni. Per ognuna vengono calcolati i parametri cinematici campionari, come descritto nel Paragrafo 0, ed applicati gli algoritmi "Pivoting" e UKF

per la localizzazione del HJC. La soglia di convergenza  $\theta$  sulle variabili di localizzazione  ${}^{FRF}\widehat{HJC}_{UKF}$  è stata fissata a 0.5mm.

### Statistica

E' stata valutata l'accuratezza del metodo UKF sul solo dataset di acquisizioni che hanno mostrato convergenza. Gli errori di localizzazione dell'algoritmo UKF sono stati confrontati statisticamente con gli errori di localizzazione del metodo "Pivoting". Durante il *Confronto Statistico*, ogni popolazione di errore di localizzazione è rappresentata dal relativo valore di mediana e intervallo tra il primo e il terzo quartile, Inter-Quartile Range (IQR). Il test statistico utilizzato è quello di *Kruskal-Wallis* (47): esso è un test non parametrico e viene solitamente usato quando non può essere assunta una distribuzione normale della popolazione, come in questo caso, dato che la popolazione degli errori di localizzazione è formata dai valori di distanza.

Inoltre, è stata effettuata un'*Analisi di Correlazione* di Pearson (p value<0.05) (21). Il coefficiente di correlazione  $c_{xy}$  tra due variabili aleatorie  $x$  e  $y$  esprime la linearità tra la loro covarianza  $\sigma_{xy}$  e il prodotto delle rispettive deviazioni standard  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ .

$$c_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (3.76)$$

$$-1 \leq c_{xy} \leq 1 \quad (3.77)$$

Dove  $c_{xy} > 0$  indica che  $x$  e  $y$  sono positivamente correlate,  $c_{xy} = 0$  che  $x$  e  $y$  non sono correlate,  $c_{xy} < 0$  che  $x$  e  $y$  sono negativamente correlate.

L'analisi è stata fatta tra gli errori di localizzazione delle due metodologie e i parametri cinematici di interesse durante l'acquisizione:

- Traslazione del centro di giunto  $\bar{T}_{HJC}$
- Range di movimento femorale  $ROM$
- Velocità del movimento femorale  $\bar{v}$

I risultati delle analisi sono presentate nel Paragrafo 4.2.4.

## 4. Risultati

*In questo capitolo si riportano i risultati di validazione dell’algoritmo UKF sviluppato in questo lavoro di tesi. Seguendo i punti del protocollo sperimentale descritto nel Capitolo Metodi, vengono presentati in primo luogo i risultati ottenuti dalla validazione in ambiente virtuale. Successivamente sono indicati i risultati del protocollo di acquisizione per la validazione dell’algoritmo sul modello fisico e l’analisi di correlazione tra l’accuratezza del metodo e i parametri cinematici di interesse del movimento di pivoting.*

### 4.1. Validazione UKF in ambiente virtuale

In questa sezione si riportano i risultati ottenuti dei test dell’algoritmo UKF in ambiente di simulazione. La performance del filtro è paragonata alla performance dell’algoritmo “Pivoting”, metodo funzionale stato dell’arte per la localizzazione HJC(16).

Si riportano a seguire i risultati ottenuti dall’applicazione del *Protocollo di Simulazione*, descritto nel Paragrafo 3.2.4.1, per la validazione dell’algoritmo UKF su 240 traiettorie di pivoting circolare. Le traiettorie sono state generate e suddivise in classi secondo i seguenti parametri cinematici:

- Ampiezza di traslazione HJC:

$$T_{HJC} \{0, 5, 10, 15, 20\} \text{mm}$$

- Raggio della traiettoria di pivoting femorale :

$$ROM \{50, 100, 150, 200\} \text{mm}$$

- Velocità media di traslazione del DRF femorale:

$$v \{100, 120, 140, 160, 180, 200\} \text{mm/s}$$

- Rumore gaussiano sulla posa del DRF femorale :

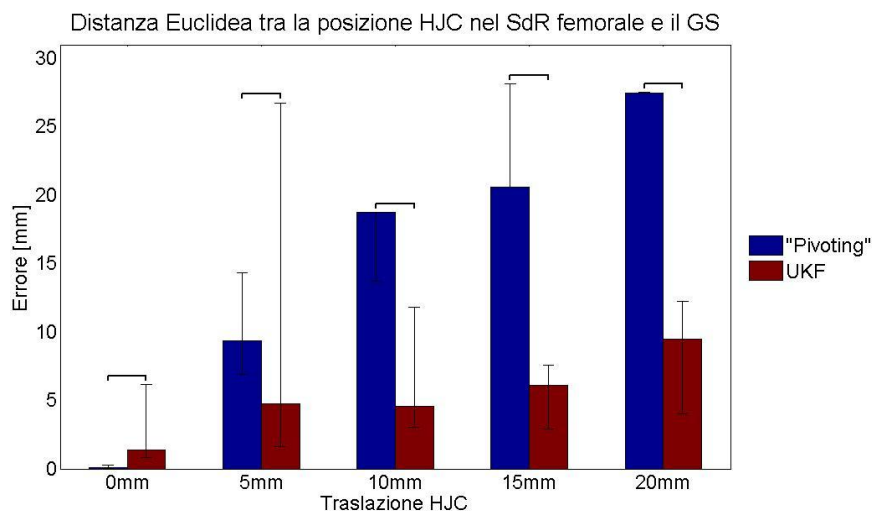
$$Noise \{0.15, 0.3\} \text{mm}$$

Gli algoritmi “Pivoting” e UKF sono applicati ad ogni traiettoria simulata e vengono calcolati e confrontati gli errori sulla stima della localizzazione del centro d’anca nel Sistema di Riferimento femorale ( $SdR_{FRF}$ ). Il tuning dei parametri del filtro UKF è stato

calcolato sperimentalmente e mantenuto costante sull'intero set di traiettorie. In particolare, il parametro di tuning che definisce la covarianza dell'errore di misura è stato impostato in relazione al minimo rumore ottico simulato (0.15mm). Inoltre, è stata fissata una soglia di convergenza pari a 0.5mm (Paragrafo 0) e vengono analizzate solo le stime di localizzazione che hanno verificato convergenza dell'algoritmo UKF.

E' stata verificata la convergenza del metodo UKF di 130 traiettorie di pivoting su 240 simulate.

Di seguito, vengono riportati i risultati salienti derivati dal *Confronto Statistico* (Paragrafo 0) tra le accuratèze dei metodi "Pivoting" e UKF in relazione ai parametri di classificazione del movimento.



*Grafico 1 Confronto di accuratezza dei metodi "Pivoting" e UKF rispetto all'ampiezza della traslazione di HJC del movimento di pivoting simulato. La popolazione è rappresentata come mediana e distanza interquartile. Test statistico Kruskal-Wallis ( $p$  value  $< 0.05$ ) tra popolazione interne allo stesso gruppo di traslazione. I grafici riportano barre orizzontali tra popolazioni di errori che hanno verificato una differenza statisticamente significativa. Confronto statistico tra gruppi riportata in Tabella 3.*

Il Grafico 1 presenta gli errori di localizzazione dei metodi "Pivoting" e UKF in funzione della traslazione del centro di giunto d'anca simulata durante il movimento di pivoting. Il metodo "Pivoting" presenta differenze statisticamente significative tra tutte le popolazioni di errori (Tabella 3) tranne che per le due classi a traslazione maggiore [15] e [20]mm; la mediana cresce al crescere della traslazione HJC considerata, da 0.11mm per

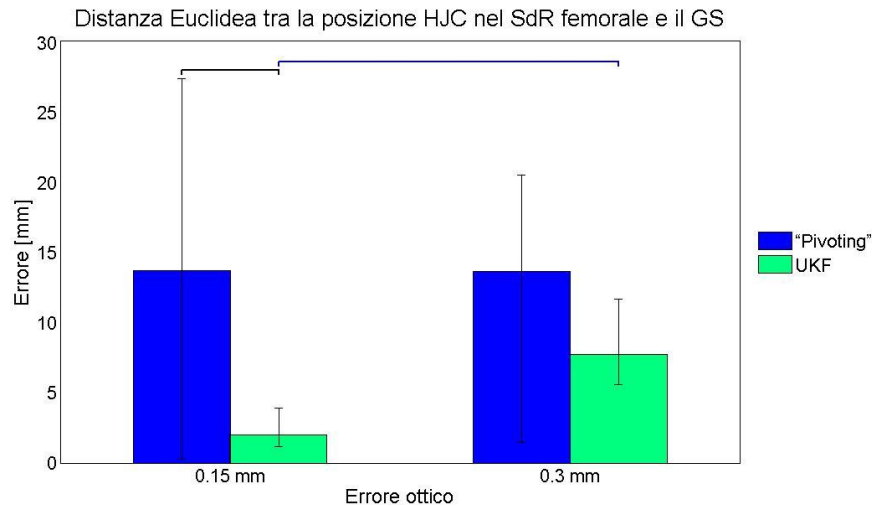
le traiettorie a traslazione nulla fino ad un valore di 27.3mm per quelle a traslazione massima. Al contrario, non si verificano differenze statisticamente significative tra popolazioni di errori del metodo UKF calcolati su classi di traiettorie a traslazioni HJC non nulle. L'accuratezza di localizzazione di HJC risulta superiore per l'algoritmo di UKF, quando il centro di giunto presenta una traslazione media superiore ai 5mm durante il movimento di pivoting. Gli errori di localizzazione presentano una mediana inferiore ad 1cm in tutto il range di traslazioni.

Il Grafico 2 mostra il confronto di accuratezza tra due classi di acquisizioni differenziate rispetto all'ampiezza del rumore ottico simulato sul sistema di misura. Si evidenzia una differenza statisticamente significativa tra:

- Gli errori del metodo UKF applicato a traiettorie con rumore ottico 0.15mm (mediana pari a 2mm) e a traiettorie con rumore ottico 0.3mm (mediana pari a 7.74mm);
- Gli errori del metodo UKF (mediana pari a 2mm) e del metodo "Pivoting" (mediana pari a 13.73mm) applicati a traiettorie con rumore ottico 0.15mm

Tabella 3 Significatività statistica tra gruppi classificati secondo il parametro traslazione HJC. Confronto statistico Kruskal-Wallis ( $p < 0.05$ ) relativo al Grafico 1.

Traslazione HJC					
"Pivoting"	0mm	5mm	10mm	15mm	20mm
0mm	*	0	0	0	0
5mm	0	*	0.0107	0.0006	0.0012
10mm	0	0.0107	*	0.0003	0.0007
15mm	0	0.0006	0.0003	*	0.0877
20mm	0	0.0012	0.0007	0.0877	*
UKF	0mm	5mm	10mm	15mm	20mm
0mm	*	0.0009	0.0012	0.0026	0.0008
5mm	0.0009	*	0.3285	0.2893	0.3843
10mm	0.0012	0.3285	*	0.8004	0.2108
15mm	0.0026	0.2893	0.8004	*	0.1614
20mm	0.0008	0.3843	0.2108	0.1614	*



*Grafico 2 Confronto di accuratezza dei metodi "Pivoting" e UKF rispetto all'ampiezza dell'errore ottico delle traiettorie di pivoting in ambiente di simulazione. Popolazione statistica rappresentata come mediana e distanza interquartile. Test statistico Kruskal-Wallis ( $p$  value  $<0.05$ ). I grafici riportano barre orizzontali tra popolazioni di errori che hanno verificato una differenza statisticamente significativa.*

Il Grafico 3 mostra il confronto di accuratezza dei due metodi UKF e "Pivoting" in relazione all'ampiezza del movimento di pivoting simulato. Sono state definite una classe di traiettorie con ROM inferiore a 100mm e una classe di traiettorie con ROM superiore a 100mm, ulteriormente suddivise secondo le classi di traslazione di HJC [0-2]mm, [2-10]mm e [10-15]mm. I parametri cinematici di classificazione delle traiettorie non sono i valori impostati nella generazione delle traiettorie di pivoting, ma sono le stime campionarie sulla traiettoria finale rumorosa, secondo la metrica descritta nel Paragrafo 0. Sul grafico, non è riportata la popolazione di errori di localizzazione del metodo UKF nella classe di traiettorie con ROM [0-100]mm e traslazione HJC [10-15]mm, perchè l'algoritmo non ha riportato convergenza per le suddette traiettorie, le quali sono state escluse dall'analisi di accuratezza e dall'analisi di correlazione. La popolazione degli errori compiuti dall'algoritmo "Pivoting" sulla medesima classe di traiettorie è stata riportata per completezza nel grafico, ma non è stata considerata nelle altre analisi statistiche.

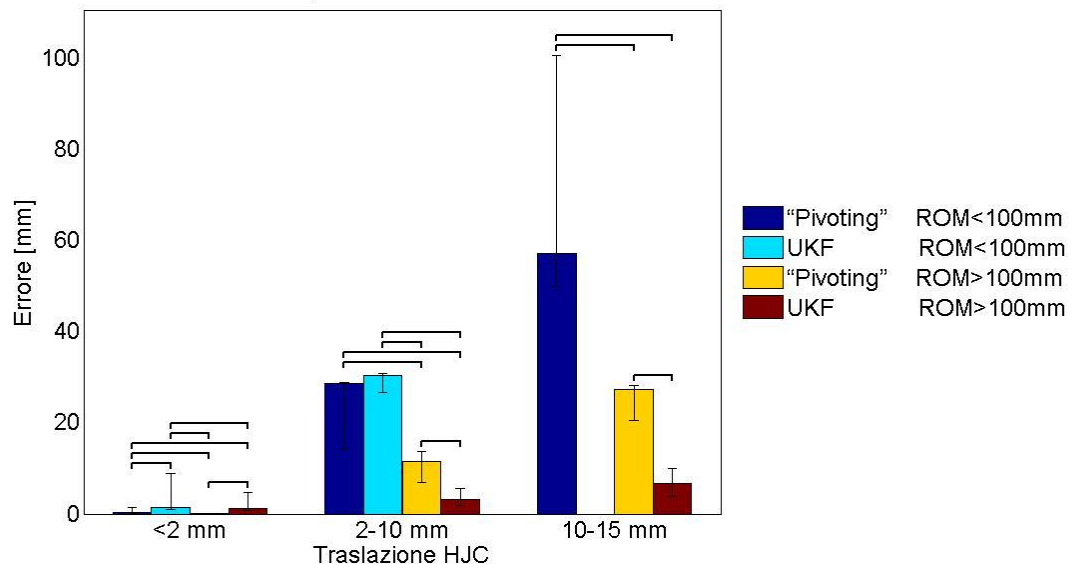
All'interno dello stesso gruppo di traiettorie si verifica:

- un aumento ( $p < 0.01$ ) della mediana delle popolazioni di errori dello stesso metodo di localizzazione, al passaggio da traiettorie con ROM ampio

(ROM>100mm) a traiettorie con ROM ridotto (ROM<100mm). Nel gruppo di traslazioni [2-10]mm, il metodo UKF presenta una mediana di 30.4mm per ROM<100mm e una mediana di 3.14mm per ROM>100mm;

- Miglior accuratezza (distanza tra mediane pari a 1.1mm) del metodo “Pivoting” rispetto a UKF nel gruppo di traiettorie con traslazioni inferiori a 2mm sull’intero range di ampiezza del movimento di pivoting;
- Miglior accuratezza (distanza tra mediane pari a 8.41mm) del metodo UKF rispetto a “Pivoting” nel gruppo di traiettorie con traslazioni superiori a 2mm, soltanto nel caso ROM superiore a 100mm; quando ROM è ridotto, non è presente una differenza statisticamente significativa tra i due metodi;
- Non convergenza del metodo UKF sulle traiettorie con ROM <100 mm e traslazione HJC>1cm. La popolazione di errori del metodo “Pivoting” sulle traiettorie corrispondenti ha una mediana di 57.18mm e IQR 50.6mm.

Distanza Euclidea tra la posizione HJC nel SdR femorale e il GS



*Grafico 3 Confronto di accuratezza dei metodi “Pivoting” e UKF rispetto alla traslazione media del centro di giunto HJC e all’ampiezza del movimento della traiettoria di pivoting ROM, in ambiente di simulazione. Test statistico Kruskal-Wallis ( $p < 0.05$ ) tra popolazioni interne allo stesso gruppo. I grafici riportano barre orizzontali tra popolazioni di errori che hanno verificato una differenza statisticamente significativa. Confronto statistico tra gruppi riportata in Tabella 4.*



L'analisi statistica tra popolazioni della stessa serie in gruppi diversi, visibile in Tabella 4, mostra differenza statistica significativa per la popolazione UKF ROM>100mm nel passaggio dal gruppo traslazione HJC<2mm al gruppo traslazione HJC [2-10]mm.

Tabella 4 Significatività statistica tra gruppi classificati secondo il parametro traslazione HJC e ampiezza del movimento di pivoting ROM. Confronto statistico Kruskal-Wallis ( $p<0.01$ ) relativo al Grafico 3.

ROM < 100mm				ROM < 100mm			
<b>"Pivoting"</b>	<2mm	[2-10]mm	[10-15]mm	<b>UKF</b>	<2mm	[2-10]mm	[10-15]mm
<2mm	*	0	0	<2mm	*	0	-
[2-10]mm	0	*	0	[2-10]mm	0	*	-
[10-15]mm	0	0	*	[10-15]mm	-	-	*
ROM > 100mm				ROM > 100mm			
<b>"Pivoting"</b>	<2mm	[2-10]mm	[10-15]mm	<b>UKF</b>	<2mm	[2-10]mm	[10-15]mm
<2mm	*	0	0	<2mm	*	0.0346	0
[2-10]mm	0	*	0	[2-10]mm	0.0346	*	0.0002
[10-15]mm	0	0	*	[10-15]mm	0	0.0002	*

Viene riportato, di seguito, un esempio di segnale di stima dell'algorithmo UKF a confronto con la stima di "Pivoting" e la traiettoria dello stato generata dal simulatore. La Figura 37 riporta le stime di localizzazione HJC, su un movimento di pivoting circolare con ampiezza di traslazione HJC pari a 10mm. Il tuning dei parametri del filtro è stato effettuato sperimentalmente, in modo da massimizzare la velocità di convergenza dell'algorithmo. La stima delle variabili di stato  $L_i$  converge (soglia 0.5mm), dopo i primi 5000 campioni, verso la posizione 'vera'  $L_{GS}$  [0, 0, 400]. Il filtro UKF stima le variabili  $HJC_i$  con errori RMS inferiori a 2mm.

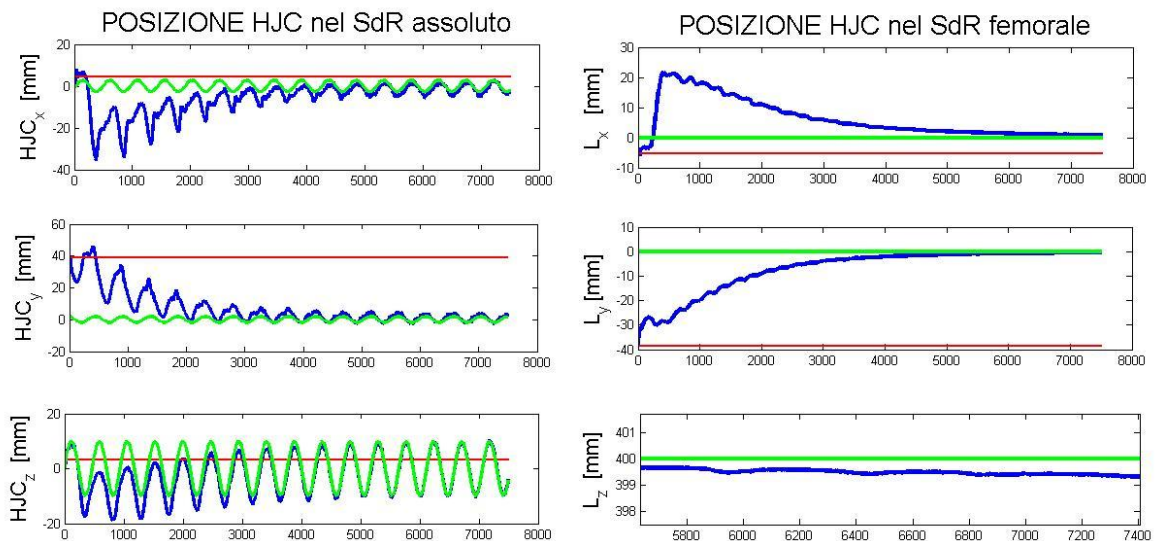


Figura 37 Algoritmo UKF applicato ad una traiettoria di pivoting simulata con traslazione HJC pari a 10mm, frequenza di acquisizione 100 Hz. A sinistra) variabili di stato  $HJC_i$ , posizione cartesiana di HJC nel  $SdR_{Abs}$ ; a destra) variabili di stato  $L_i$ , posizione di HJC nel  $SdR_{FRF}$ . L'asse delle ascisse rappresenta il numero di frame elaborati dal filtro. In verde è riportata la traiettoria 'vera' generata dal simulatore e considerata Gold Standard, in blu la stima dello stato effettuata da UKF, in rosso la stima effettuata dall'algoritmo "Pivoting".

Infine, si riportano in Tabella 5 i risultati dell'Analisi di Correlazione di Pearson (Paragrafo 0) svolta tra:

- gli errori di localizzazione del metodo "Pivoting" e UKF e la traslazione del centro di giunto ( $T_{HJC}$ );
- gli errori di localizzazione del metodo "Pivoting" e UKF e la velocità di traiettoria del DRF femorale ( $v$ );
- gli errori di localizzazione del metodo "Pivoting" e UKF e l'ampiezza del range di movimento di pivoting ( $ROM$ );
- gli errori di localizzazione del metodo "Pivoting" e UKF e l'ampiezza del rumore di misura ottico ( $Noise$ ).

Sono evidenziate in tabella solo le correlazioni che presentano significatività statistica ( $p < 0.05$ ). Entrambi i metodi presentano un coefficiente di correlazione positivo statisticamente significativo tra l'errore di localizzazione e la traslazione del centro

d'anca  $T_{HJC}$ , ma il metodo "Pivoting" ( $p < 0.0001$ ) risulta correlato con una significatività statistica superiore al metodo UKF ( $p < 0.05$ ). Si può notare dalla che la correlazione positiva tra gli errori del metodo UKF e la traslazione HJC dipende prevalentemente dalla diminuzione di accuratezza del metodo nel confronto tra la classe di traiettorie a traslazione nulla e le classi a traslazione diversa da zero ( $p < 0.01$ )

Una correlazione negativa ( $p < 0.001$ ) è riscontrata, per entrambi i metodi in analisi, tra gli errori di localizzazione e il parametro  $ROM$ , che stima l'ampiezza del movimento di pivoting. Il solo metodo UKF presenta un indice di correlazione positivo statisticamente significativo ( $p < 0.001$ ) rispetto al parametro  $Noise$ , mentre non risultano correlazioni ( $p < 0.05$ ) tra gli errori dei due metodi e il parametro velocità  $v$ .

*Tabella 5 Analisi di correlazione di Pearson tra gli errori di localizzazione dei metodi UKF e "Pivoting" e i parametri di definizione delle traiettorie di pivoting simulate. Sono evidenziati i coefficienti di correlazione statisticamente significativi ( $p \text{ value} < 0.05$ ).*

	$T_{HJC}$		$ROM$		$v$		Rumore	
	"Pivoting"	UKF	"Pivoting"	UKF	"Pivoting"	UKF	"Pivoting"	UKF
<i>Indice di Correlazione</i>	0.710	0.170	-0.540	-0.466	-0.023	-0.026	0.001	0.242
<i>p value</i>	0.000	0.048	0.000	0.000	0.720	0.765	0.991	0.005

## 4.2. Validazione UKF sul modello fisico

In questa sezione si presentano i risultati di validazione dell'algoritmo UKF sul fantoccio d'anca. Sono riportati, in primo luogo, la stima dell'errore di misura del setup sperimentale e il calcolo della posizione anatomica del centro di giunto del modello fisico, utilizzata come posizione Gold Standard per la localizzazione di HJC. Successivamente, sono esposti i risultati di stima della lassità articolare del fantoccio realizzato, che rappresenta la principale incertezza del modello di stato dell'algoritmo UKF. Infine è presentata l'analisi di correlazione e il confronto di accuratezza con il metodo "Pivoting" su traiettorie di pivoting, acquisite tramite movimentazione passiva del fantoccio d'anca.

### 4.2.1. Stima del rumore ottico

I seguenti risultati si riferiscono al protocollo di *Stima del rumore ottico*, descritto al Paragrafo 0, che definiscono le procedure per la valutazione del rumore ottico del sistema di localizzazione, utilizzato nel setup sperimentale. La valutazione dell'errore di misura permette di stimare i parametri di tuning dell'algoritmo UKF, che definiscono il grado di incertezza sulle osservazioni.

E' stata calcolata la norma euclidea del rumore ottico sulla componente di traslazione e sulla componente di rotazione della posa di ogni corpo rigido utilizzato nel setup sperimentale: DRF pelvico, DRF femorale e Pointer. In Tabella 6 gli errori sono riportati come media e deviazione standard della popolazione statistica, valutata sull'intera durata dell'acquisizione statica.

*Tabella 6 Stima dei momenti Media e Deviazione Standard della distribuzione Gaussiana dell'errore ottico sui corpi rigidi utilizzati nel setup sperimentale.*

	<b>DRF femore</b>	<b>DRF pelvi</b>	<b>Pointer</b>
Traslazione [mm]	$0.0055 \pm 0.0031$	$0.007 \pm 0.005$	$0.0151 \pm 0.0105$
Rotazione [rad]	$(0.31 \pm 0.21) \cdot 1e^{-3}$	$(0.71 \pm 0.51) \cdot 1e^{-4}$	$(0.23 \pm 0.16) \cdot 1e^{-3}$

In particolare, gli errori di localizzazione del DRF femorale e del marcatore pelvico sono stati analizzati come scarti lineari indipendenti su ogni coordinata cartesiana. Ogni popolazione non è risultata essere differente in modo statisticamente significativo (Test Tstudent,  $p < 0.001$ ) ad una distribuzione Gaussiana a media nulla, la cui deviazione

standard campionaria è riportata in Tabella 7. Sotto l'assunzione di errore di misura indipendente e isotropo, i parametri di tuning che definiscono l'incertezza del modello di misura sono stati stimati come:

$$\sigma_{T_{DRF}} = 0.1 \text{ mm} \quad \sigma_{R_{DRF}} = 0.01 \text{ mm} \quad \sigma_M = 0.1 \text{ mm}$$

Dove  $\sigma_{T_{DRF}}$ ,  $\sigma_{R_{DRF}}$  e  $\sigma_M$  rappresentano le covarianze dell'errore di misura rispettivamente delle variabili di uscita traslazione del DRF femorale, rotazione del DRF femorale e traslazione del marcatore pelvico. I parametri di tuning sono stati definiti come una sovrastima di fattore 10 della deviazione standard campionaria dell'errore ottico stimato.

*Tabella 7 Deviazioni Standard (SD) campionarie delle distribuzioni degli errori ottici sulle variabili osservabili del filtro di Kalman: posa del DRF femorale e posizione del marcatore pelvico. L'errore ottico su ogni coordinata cartesiana è valutato come scarto lineare rispetto alla posizione media dell'intera durata dell'acquisizione. Sono evidenziate le massime SD per ogni componente, che vanno a definire un parametro di tuning del filtro.*

	DRF femorale			marcatore pelvico	
Tx	0.0020 mm	S	0.30 e-4	Tx	0.0026 mm
Ty	0.0023 mm	V1	0.82e-4	Ty	0.0022 mm
Tz	0.0055 mm	V2	0.51e-4	Tz	0.0063 mm
		V3	0.17e-4		

#### 4.2.2. Stima della posizione HJC Gold Standard

Si riportano i risultati del protocollo *Stima della posizione HJC Gold Standard* [Paragrafo 0], in cui vengono calcolate le posizioni anatomiche del centro di giunto del fantoccio fisico, utilizzate come posizioni Gold Standard per la validazione dei metodi di localizzazione HJC. Le posizioni 'vere' di HJC  $^{FRF}GS$  nel  $SdR_{FRF}$  e  $^{PRF}GS$  nel  $SdR_{PRF}$  sono stimate tramite fitting sferico su 12 dataset di scansioni ottiche rispettivamente della testa femorale e della coppa acetabolare. La stima finale sulla composizione delle 3 acquisizioni a minimo residuo radiale risulta:

$${}^{FRF}GS = [129.20; 47.79; 393.20]mm \quad Residuo_{RMS} = 0.22mm \quad Raggio = 23.57mm$$

$${}^{PRF}GS = [-70.93; 108.27; 4.10]mm \quad Residuo_{RMS} = 0.18mm \quad Raggio = 21.63mm$$

dove  $Residuo_{RMS}$  rappresenta la norma del residuo radiale di fitting sull'unione dei dati delle 3 acquisizioni.

#### 4.2.3. Stima della lassità articolare del modello fisico

La lassità del giunto articolare del modello fisico è stata stimata seguendo il protocollo *Stima del modello di lassità articolare*, descritto nel Paragrafo 0. Viene acquisito un movimento di pivoting ad ampio range sul fantoccio d'anca della durata di 60s a frequenza di campionamento 100 Hz. La lassità articolare  $LAX$ , stimata come distanza RMS tra il centro della testa femorale  ${}^{PRF}HJC$  e il centro della coppa acetabolare  ${}^{FRF}HJC$ , è stimata essere 3.23mm durante l'intero movimento di pivoting. La popolazione statistica delle lassità  $Lax_i$ , valutate come distanza tra i centri di giunto su ogni frame  $i$  di acquisizione, risultano una distribuzione a mediana 3.2mm con intervallo interquartile 0.64mm.

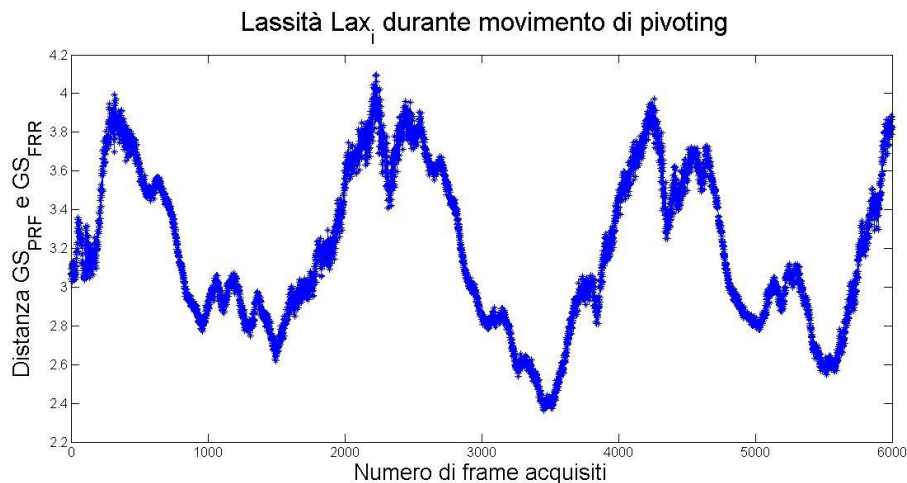


Figura 38 Andamento nel tempo della distanza euclidea  $Lax_i$  tra i centri  $HJC$  femorale e pelvico. E' schematizzata la posizione relativa del fantoccio pelvico e femorale su singoli frame di acquisizione.

#### 4.2.4. Validazione UKF

In questa sezione si riportano i risultati ottenuti dalla validazione dell'algoritmo UKF con il modello fisico, seguendo il protocollo di *Acquisizione* presentato nel Paragrafo 3.2.4.3.

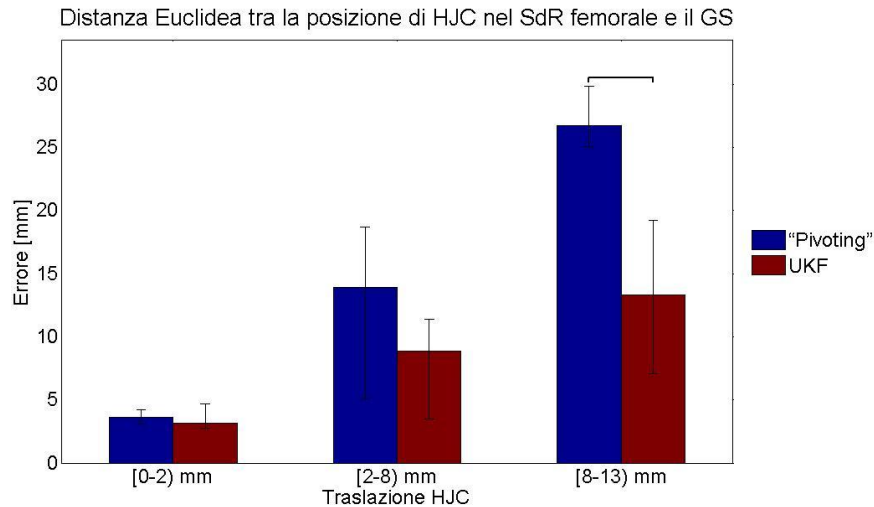
Le 60 traiettorie di pivoting (frequenza di acquisizione 200Hz, durata 60s) sono state suddivise in classi, secondo la stima dei seguenti parametri cinematici sulle acquisizioni:

- Traslazione del centro di giunto  $\bar{T}_{HJC}$
- Range di movimento femorale  $ROM$
- Velocità del movimento femorale  $\bar{v}$

Come per l'analisi svolta in simulazione, il tuning dei parametri del filtro UKF è stato calcolato sperimentalmente e mantenuto costante sull'intero set di traiettorie. In particolare, il parametro di tuning che definisce la covarianza dell'errore di misura è stato impostato in relazione alla stima del rumore ottico del sistema di acquisizione (Paragrafo 4.2.1). È stata mantenuta la soglia a convergenza fissata in simulazione (0.5mm) e vengono analizzate solo le stime di localizzazione che hanno verificato convergenza dell'algoritmo UKF. Il metodo UKF è risultato a convergenza per 46 movimenti di pivoting su 60.

In primo luogo, vengono riportati i risultati derivati dal *Confronto Statistico* delle popolazioni di errori dei due metodi in relazione ai parametri di classificazione del movimento di pivoting (Paragrafo 0).

Il Grafico 4 rappresenta gli errori di localizzazione dei metodi "Pivoting" e UKF in funzione della stima della traslazione del centro di giunto d'anca  $\bar{T}_{HJC}$  sulla traiettoria di pivoting femorale. Si noti che sia il metodo "Pivoting" sia il metodo UKF presentano differenze tra tutti i gruppi di traslazione considerati, con significatività statistica rispettivamente del 99% e 95% (Tabella 8).



*Grafico 4 Confronto di accuratezza dei metodi "Pivoting" e UKF rispetto all'ampiezza della traslazione  $\bar{T}_{HJC}$  stimata sul movimento di pivoting acquisito sul fantoccio d'anca. Popolazione statistica rappresentata come mediana e distanza interquartile. Test statistico Kruskal-Wallis ( $p$  value  $< 0.05$ ) tra popolazione interne allo stesso gruppo di traslazione. I grafici riportano barre orizzontali tra popolazioni di errori che hanno verificato una differenza statisticamente significativa. Confronto statistico tra gruppi riportata in Tabella 8.*

*Tabella 8 Significatività statistica tra gruppi classificati secondo il parametro traslazione  $\bar{T}_{HJC}$ . Confronto statistico Kruskal-Wallis ( $p < 0.05$ ) relativo al Grafico 4.*

Traslazione HJC							
"Pivoting"	[0-2)mm	[2-8)mm	[8-13)m	UKF	[0-2)mm	[2-8)mm	[8-13)m
[0-2)mm	*	0	0	[0-2)mm	*	0.0425	0
[2-8)mm	0	*	0	[2-8)mm	0.0425	*	0.0302
[8-13)m	0	0	*	[8-13)m	0	0.0302	*

L'accuratezza di localizzazione di HJC risulta paragonabile per le due metodologie quando le traiettorie di pivoting sono caratterizzate da traslazioni inferiori ad 2mm, mentre per traslazioni maggiori è presente una differenza statisticamente significativa ( $p < 0.05$ ) tra i due metodi in analisi. Nell'ultimo gruppo di traslazioni [8-13]mm, l'algoritmo di UKF (mediana pari a 15.20mm) mostra una migliore performance di localizzazione rispetto al metodo "Pivoting" (mediana pari a 26.73mm) con una significatività statistica superiore al 99%.



Distanza Euclidea tra la posizione di HJC nel SdR femorale e il GS

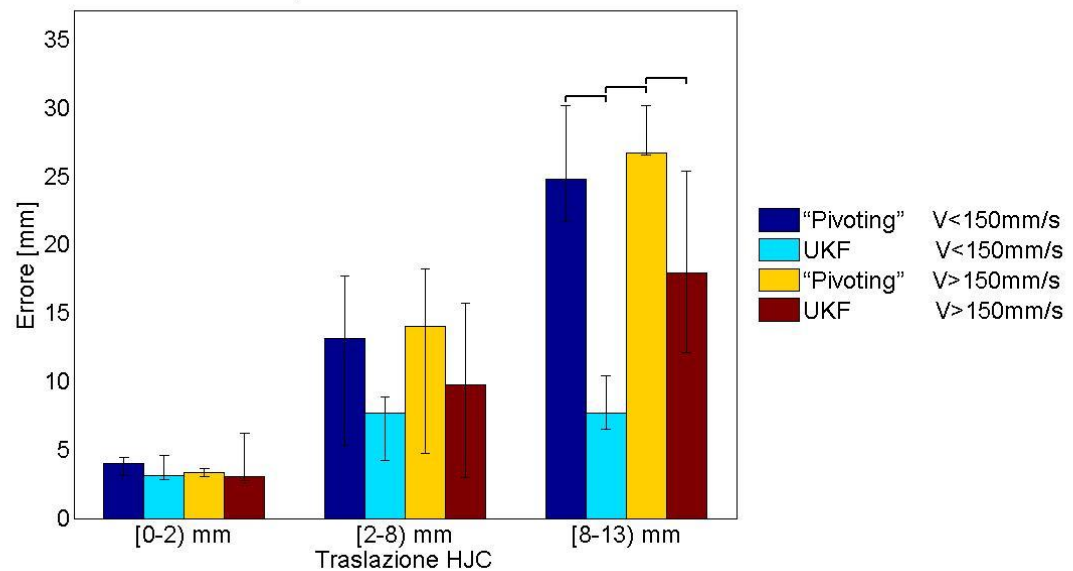


Grafico 5 Confronto di accuratezza dei metodi "Pivoting" e UKF rispetto alla traslazione media  $\bar{T}_{HJC}$  e alla velocità media  $v$  della traiettoria di pivoting femorale delle acquisizioni su fantoccio d'anca. Test statistico Kruskal-Wallis ( $p$  value  $< 0.05$ ) tra popolazioni interne allo stesso gruppo. I grafici riportano barre orizzontali tra popolazioni di errori che hanno verificato una differenza statisticamente significativa. Confronto statistico tra gruppi in Tabella 9.

Tabella 9 Significatività statistica tra gruppi classificati secondo i prametri traslazione media  $\bar{T}_{HJC}$  e velocità media del movimento di pivoting  $v$ . Confronto statistico Kruskal-Wallis ( $p < 0.01$ ) relativo al Grafico 5.

Velocità < 150 mm/s							
"Pivoting"	[0-2)mm	[2-8)mm	[8-13)mm	UKF	[0-2)mm	[2-8)mm	[8-13)mm
[0-2)mm	*	0.0026	0.0027	[0-2)mm	*	0.064	0.0041
[2-8)mm	0.0026	*	0.0284	[2-8)mm	0.064	*	0.4649
[8-13)mm	0.0027	0.0284	*	[8-13)mm	0.0041	0.4649	*
Velocità > 150 mm/s							
"Pivoting"	[0-2)mm	[2-8)mm	[8-13)mm	UKF	[0-2)mm	[2-8)mm	[8-13)mm
[0-2)mm	*	0.0027	0.0011	[0-2)mm	*	0.2234	0.0048
[2-8)mm	0.0027	*	0	[2-8)mm	0.2234	*	0.0409
[8-13)mm	0.0011	0	*	[8-13)mm	0.0048	0.0409	*

Il Grafico 5 mostra il confronto di accuratezza dei due metodi UKF e "Pivoting" in relazione alla velocità media  $v$  della traiettoria di pivoting acquisita. Sono state definite

una classe di traiettorie con velocità inferiore a 150mm/s e una classe di traiettorie con ROM superiore a 150mm/s, ulteriormente suddivise secondo le classi di traslazione di HJC [0-2)mm , [2-8)mm e [8-15)mm. Non si verificano differenze ( $p < 0.05$ ) all'interno dei gruppi con traslazione inferiore agli 8 mm, mentre si verifica una migliore accuratezza di localizzazione del metodo UKF rispetto al metodo "Pivoting" nell'ultimo gruppo di traslazione [8-13)mm per entrambi gli intervalli di velocità.

Il confronto statistico (Tabella 9) tra gruppi di errori del metodo UKF su traiettorie a velocità ridotta (Velocità  $< 150$ mm/s) mostra una differenza statisticamente significativa ( $p < 0.05$ ) solo tra il primo e l'ultimo gruppo di traslazioni (distanza tra gli intervalli pari a 8mm). Al contrario, quando le velocità delle traiettorie considerate supera i 150mm/s si rileva una differenza statisticamente significativa per il metodo UKF anche tra il secondo e il terzo gruppo di traslazioni.

Infine, sono presentati i risultati dell'*Analisi di Correlazione* di Pearson (Paragrafo 0) per valutare la correlazione tra gli errori di localizzazione di HJC degli algoritmi UKF e "Pivoting" e i parametri cinematici di interesse del movimento di pivoting:

- Traslazione del centro di giunto  $\bar{T}_{HJC}$
- Range di movimento femorale  $ROM$
- Velocità del movimento femorale  $\bar{v}$

Sono evidenziati in Tabella 10 solo gli indici di correlazione statisticamente significativi ( $p$  value  $< 0.05$ ).

Tabella 10 *Analisi di correlazione di Pearson tra gli errori di localizzazione dei metodi "Pivoting" e UKF e i parametri cinematici del movimento di pivoting ( $p$  value  $< 0.005$ ). Per il metodo UKF, sono stati analizzati solo i segnali che hanno mostrato convergenza (soglia 0.5mm).*

	$\bar{T}_{HJC}$		$ROM$		$\bar{v}$	
	"Pivoting"	UKF	"Pivoting"	UKF	"Pivoting"	UKF
<i>Indice di Correlazione</i>	0.927	0.660	-0.044	-0.121	0.175	0.509
<i>p value</i>	1.2E-21	2.5E-07	0.761	0.412	0.231	1.9E-04

Entrambi i metodi presentano un coefficiente di correlazione positivo statisticamente significativo ( $p < 0.0001$ ) tra l'errore di localizzazione e la traslazione del centro d'anca

$\bar{T}_{HJC}$ . Il solo metodo UKF presenta un indice di correlazione positivo statisticamente significativo ( $p < 0.001$ ) rispetto al parametro velocità  $v$ , mentre non risultano correlazioni statisticamente significative tra gli errori dei due metodi e il parametro  $ROM$  nel range di ampiezza del movimento considerato [100-200]mm.

## 5. Discussioni e Conclusioni

In questo lavoro di tesi, è stato ideato, sviluppato e valutato un nuovo metodo per la stima della posizione del centro dell'articolazione dell'anca in particolare per applicazioni chirurgiche ortopediche assistite al calcolatore. Durante gli interventi di artroplastica al ginocchio, un DRF viene rigidamente fissato al femore. Per calcolare la posizione dell'HJC vengono acquisite le pose del DRF femorale durante movimenti di circonduzione (pivoting). Nessun DRF viene agganciato al bacino e, di conseguenza, possibili movimenti del bacino risultano essere una sorgente di errore sistematico per le tecniche di localizzazione HJC, ad oggi presentate in letteratura, che assumono il centro di giunto in una posizione fissa (5). L'innovativo metodo implementato, basato su Filtri di Kalman Unscented (UKF), considera il centro di giunto HJC come un punto mobile nello spazio, in modo da tenere in considerazione possibili traslazioni del bacino durante il movimento di pivoting.

L'algoritmo UKF è stato validato in due fasi distinte: in ambiente di simulazione e sperimentalmente con un modello fisico, costruito ad hoc per rappresentare il comportamento meccanico dell'articolazione. In entrambe gli stadi di validazione, la performance dell'algoritmo è stata confrontata con l'accuratezza del metodo 'Pivoting' di Siston(16), algoritmo di riferimento delle tecniche funzionali di localizzazione dei centri articolari.

In ambiente di simulazione, si è verificata la dipendenza delle prestazioni dell'algoritmo in funzione dei parametri di tuning del filtro, che definiscono l'incertezza associata al modello di stato e al modello di misura. Mentre l'incertezza del modello di stato dipende dal contenuto dinamico delle variabili che descrivono il sistema e deve essere ipotizzato a priori (Paragrafo 3.2.2.3)(24), l'incertezza del modello di misura dipende in larga parte dal grado di accuratezza con cui vengono osservate le pose degli arti durante il pivoting, cioè dall'accuratezza del sistema di localizzazione utilizzato. In ambiente virtuale, sono state generate traiettorie di pivoting aggiungendo un rumore pari a 0.15mm e 0.3mm, rappresentativi del range di accuratezza di sistemi di localizzazione ottica (rispettivamente attivi e passivi). Il tuning dei parametri è stato effettuato sperimentalmente su diverse acquisizioni a diverso range di movimento di pivoting e a

diversa traslazione di HJC, ma con rumore ottico pari a 0.15mm. Dai risultati mostrati nel Grafico 2, si può notare che l'aumento di un fattore 2 del rumore ottico sulle osservazioni si traduce in un aumento ( $p < 0.01$ ) degli errori di localizzazione del centro di giunto, quando il tuning viene mantenuto costante. Qualsiasi sia il sistema di misura utilizzato per la localizzazione di HJC, è di fondamentale importanza effettuare una stima dell'errore introdotto in fase di misura, per poter gestire il tuning dei parametri in maniera appropriata. Per questo motivo, in fase di validazione sperimentale, è stato definito un protocollo di *Stima dell'errore ottico*. La scelta di sovrastimare l'incertezza del modello di misura (fattore 10 rispetto alla stima del rumore ottico di misura) aumenta la robustezza del filtro.

Durante gli esperimenti su fantoccio sono state valutate le prestazioni di UKF in funzione dei movimenti di traslazione del centro d'anca. La validazione sperimentale è stata effettuata con un fantoccio fisico articolare che modella la funzionalità di tessuti molli d'anca all'interfaccia tra l'osso pelvico e il piano di appoggio chirurgico. È stato imposto un range [0-13]mm per le traslazioni medie del centro di giunto HJC. Quando il movimento di pivoting presenta una componente di traslazione del centro di giunto d'anca HJC superiore a 2mm, il metodo UKF presenta errori di localizzazione (15.20mm) inferiore a quella del metodo "Pivoting" (26.73mm)(Grafico 4).

In letteratura, l'accuratezza del metodo "Pivoting" è stimato essere  $2.2 \pm 0.2$ mm per movimenti circolari e  $4.2 \pm 0.13$ mm per movimenti di flessione-estensione, con traslazioni nulle di HJC (16). In questo lavoro di tesi, sono stati valutati movimenti di pivoting circolare a varie ampiezze(Grafico 3). Il metodo "Pivoting" presenta elevati errori di localizzazione (mediana 57.18mm e IQR 50.53mm) per ridotti range di movimento(ROM<100mm e Trasl>10mm). Questo comportamento non risulta problematico per la localizzazione di HJC durante le procedure chirurgiche in sala, che presentano spazi di lavoro sufficienti alla manovra di pivoting, ma può diventare rilevante su soggetti con deformità anatomiche che limitano molto il movimento (38). Si è verificato che UKF per la stessa classe di traiettorie di pivoting, con i parametri di tuning impostati sperimentalmente, non converge. Si è inoltre verificato che per questa tipologia di movimenti è possibile identificare il centro d'anca in modo più accurato con un set opportuno di tali parametri.

Durante la validazione sperimentale, l'utilizzo di un modello fisico con fantocci ossei in schiuma rigida, connessi da elastici che mimano la presenza dei legamenti articolari, permette di replicare più fedelmente le condizioni anatomico-funzionali dell'articolazione rispetto all'uso di modelli a segmenti meccanici(16). Allo stesso tempo, è possibile stimare la posizione Gold Standard 'anatomica' di localizzazione del centro d'anca(17), tramite scansione ottica della superficie della testa femorale (residuo RMS 0.22 mm) e della coppa acetabolare (residuo RMS 0.18 mm) ed aumentare quindi l'affidabilità della validazione. Il modello fisico utilizzato è stabile nel tempo, offrendo la possibilità di effettuare prove in condizioni sperimentali ripetibili. I cadaveri utilizzati negli studi sperimentali propongono un modello simile alle condizioni anatomico-funzionali dell'articolazione, ma presentano una serie di problematiche relative alle ridotte tempistiche di acquisizione(5)(17). Inoltre in letteratura si descrivono test in cui i modelli di articolazione in vitro mancano del tronco. In questo modo il movimento di pivoting acquisito sarà diverso da quello di un paziente sul tavolo operatorio, a causa delle diverse componenti inerziali considerate.

Una sorgente di errore del modello di stato UKF è rappresentata dall'approssimazione del sistema articolare con un giunto sferico ideale, che non considera la lassità articolare del modello fisico (mediana 3.2mm con intervallo interquartile 0.64mm)(Figura 38). La scelta di considerare questo aumento di incertezza nel modello di stato, diminuendo la verosimiglianza dell'ipotesi cinematica di rigidità del fantoccio pelvico, si è dimostrata sufficientemente corretta per ottenere accuratèzze superiori al metodo "Pivoting".

La possibilità di un aggiornamento real-time della stima della posizione HJC con UKF rende l'algoritmo appetibile anche per applicazioni di analisi del movimento, che già applica filtri di Kalman Estesi per la ricostruzione del movimento umano(18). L'utilizzo di un algoritmo come UKF potrebbe permettere la riduzione degli errori dovuti ad artefatti da pelle, dato che ha mostrato sufficiente accuratezza e robustezza nella stima del centro di giunto articolare con l'apposizione di un solo marcatore per l'acquisizione della posa dell'osso pelvico.

In conclusione, il sostanziale miglioramento apportato dal metodo UKF è la possibilità di ridurre l'errore sistematico causato dal movimento del bacino, durante il movimento passivo del femore, nella stima della posizione di HJC. Il metodo UKF si è dimostrato sufficientemente robusto in relazione al contenuto dinamico [velocità media femorale,

100-1000mm/s] e l'ampiezza di movimento [raggio di pivoting, 100-200mm] della traiettoria di pivoting. L'inseguimento della traiettoria HJC in tempo reale è un obiettivo più complesso e risulta necessario un *tuning* accurato dei parametri del filtro, variabile in funzione della traiettoria di pivoting analizzata. Ulteriori test devono essere effettuati per stimare il range di traslazione HJC in-vivo durante movimentazione passiva del femore e valutare la performance del metodo UKF in relazione ad altre metodologie stato dell'arte. Inoltre, si propone la validazione dell'algoritmo con un modello fisico che implementi sei gradi di libertà per il movimento del bacino.

## 6. Appendice

### 6.1. Filtro di Kalman lineare

Formulazione matematica del problema lineare discreto tempo-invariante(41):

$$x_k = Ax_{k-1} + Gu_k + w_{k-1} \quad (6.1)$$

$$y_k = Hx_k + v_k \quad (6.2)$$

Dove  $x$  e  $y$  sono distribuzioni Gaussiane (proprietà garantita da operatori algebrici lineari), mentre il rumore di processo  $w$  e misura  $v$  sono variabili casuali, assunte indipendenti, bianche e con una distribuzione di probabilità normale:

$$\text{con } w_k \sim N(0, Q_k) \text{ e } v_k \sim N(0, R_k)$$

Dove  $Q_k$  e  $R_k$  rappresentano la covarianza del rumore di processo e di misura, che possono modificarsi ad ogni step temporale o ad ogni nuova misura acquisita.

Nell'equazione di stato,  $A$  è una matrice  $n \times n$  che relaziona il vettore dello stato  $x$  al tempo  $k-1$  allo stato dell'istante corrente  $k$ , in assenza di rumore di processo.  $A$  può cambiare ad ogni istante temporale, ma in questo caso è assunta costante (tempo-invarianza).  $G$  è la matrice  $n \times l$  che relaziona gli ingressi opzionali  $u \in \mathfrak{R}^l$  allo stato  $x$ . Nell'equazione di misura,  $H$  è la matrice  $m \times n$  che relaziona lo stato alle misure  $y_k$ .  $H$  può cambiare in ogni istante temporale o in funzione di una nuova misura, ma in questo caso la si considera una matrice a parametri costanti.

Di seguito sono schematizzati gli step di cui si compone una singola iterazione del filtro di Kalman:

1. Stima iniziale dello stato  $\hat{x}_{k-1}$  e della relativa matrice di covarianza  $P_{k-1}$
2. Predizione: il filtro calcola lo stato predetto  $\hat{x}_k^-$  come transizione dalla predizione dello stato precedente  $\hat{x}_{k-1}$ ; viene calcolata anche la covarianza dell'errore di predizione  $P_k^-$ :

$$\hat{x}_k^- = A \hat{x}_{k-1} + Gu_{k-1} \quad (6.3)$$



$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q \quad (6.4)$$

3. **Correzione:** si calcola il guadagno del filtro  $K_k$  come propagazione della covarianza dell'errore di predizione  $S_k$  sulla covarianza di predizione dell'uscita osservabile; l'innovazione  $e_k$ , calcolato come errore sulle uscite attuali  $y_k$  rispetto alle uscite predette  $H\hat{x}_k^-$ , è pesato sul guadagno locale del filtro per il calcolo della correzione dello stato  $\Delta x$  :

$$S_k = HP_k^-H^T + R \quad (6.5)$$

$$K_k = P_k^-H^T S_k^{-1} \quad (6.6)$$

$$e_k = (y_k - H\hat{x}_k^-) \quad (6.7)$$

$$\Delta x = K_k e_k \quad (6.8)$$

4. **Aggiornamento:** lo stato  $\hat{x}_k$  e la relativa matrice di covarianza  $P_k$  sono aggiornati con le rispettive correzioni e forniti come ingresso alla successiva iterazione:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + \Delta x \quad (6.9)$$

$$P_k = P_k^- - K_k S_k K_k^T \quad (6.10)$$

## 6.2. Trasformata Unscented

La trasformata Unscented prevede una parametrizzazione simmetrica  $\pm\sqrt{n\mathbf{P}}$  della distribuzione di probabilità  $\mathbf{x}$  con covarianza  $\mathbf{P}$ , per la propagazione dell'incertezza tramite una funzione non lineare. Questo richiede il calcolo della matrice radice quadrata  $\sqrt{\mathbf{P}}$ . Si descrive di seguito una formulazione generalizzata del calcolo delle matrici radici quadrate(46).

Se la matrice originale è  $A$ , allora una matrice radice quadrata  $\sqrt{A_1}$  rispetta la proprietà:

$$\sqrt{A_1}\sqrt{A_1}^T = A \quad (6.11)$$

Definendo un'altra matrice  $\sqrt{A_2}$  tale che rispetti  $\sqrt{A_2} = \sqrt{A_1}U$ , con  $U$  trasformazione ortonormale, allora:

$$\sqrt{A_2}\sqrt{A_2}^T = (\sqrt{A_1}U)(\sqrt{A_1}U)^T \quad (6.12)$$

$$= \sqrt{A_1}UU^T\sqrt{A_1}^T \quad (6.13)$$

$$= \sqrt{A_1}\sqrt{A_1}^T \quad (6.14)$$

Per il calcolo della trasformata Unscented non si è quindi vincolati all'uso di matrici radice quadrate simmetriche e ortogonali che sono sensibili all'errore numerico e presentano un alto peso computazionale. Al contrario, è possibile implementare metodo efficienti e stabili come la decomposizione di Choleskij. Questa scelta risulta di fondamentale importanza in applicazioni che necessitano di elaborazione in tempo reale.

## Bibliografia

1. **Innocenti, M. et al.** Artroprotesi di ginocchio. *Giot.* 2010, p. S53.
2. **De Momi, E., Cerveri, P. e Ferrigno, G.** Navigation in Computer Assisted Orthopaedic Surgery. *User Centered Design for Medical Visualization.* s.l. : F. Dong, G.; Ghinea, S. Y. Chen, Medical Information Science Reference, 2008, p. 197-214.
3. **Dattani, R., Patnaik, S. e Kantak, A.** Navigation Knee Replacement. *International Orthopaedics.* 2009, Vol. 33, 7-10.
4. **Jamaraz, B., Hafez, M. e DiGioia, M.** Computer-Assisted Orthopaedic Surgery. *Proceedings of the IEEE.* 2006, Vol. 94, 9, p. 1691-1695.
5. **De Momi, E, et al.** In vitro experimental assessment of a new robust algorithm for hip joint center estimation. *Journal of Biomechanics.* 2009, Vol. 42, p. 989–995.
6. **Kirkwood, R.N. e Culham, E.G.** Radiographic and non invasive determination of the hip joint center location : effect on hip joint movement. *Clinical Biomechanics.* 1990, Vol. 14, p. 227-235.
7. **Lin, F, Lim, D e Wixson, R.** Validation of a computer navigation system and a CT method for determination of the orientation of implanted acetabular cup in total hip arthroplasty: A cadaver study. *Clin Biomech.* 2008, Vol. 23, p. 1004-1011.
8. **Harringtona, M.E. e Zavatskyb, A.B. et al.** Prediction of the hip joint centre in adults, children, and patients with cerebral palsy based on magnetic resonance imaging. *Journal of Biomechanics.* 2007, Vol. 40, p. 595–602.
9. **Bell, AL, Pedersen, DR e Brand, RA.** A comparison of the accuracy of several hip center location prediction methods. *J Biomech.* 1990, Vol. 23, 6, p. 23(6):617±621.
10. **Siedel, G.K. e Marchinda, D.M. et al.** Hip Joint Center location from palpable bone landmarks: a cadaver study. *Journal of Biomechanics.* 1995, Vol. 28, 8, p. 995-998.
11. **Weinhandl, J e O'Connor, K.** Assessment of a greater trochanter-based method of locating the hip joint center. *J Biomech.* 2010, Vol. 43, p. 2633-2636.

12. **Gamage, S.S.H.U. e Lasenby, J.** New least square solutions for estimating the average center of rotation and the axis of rotation. *Journal of Biomechanics*. 2002, Vol. 35, p. 87–93.
13. **Silaghi, M e Thalmann, D.** Local and global skeleton fitting techniques for optical motion capture. *Modelling and Motion Capture Techniques for Virtual Environments*. 1998.
14. **Cerveri, P., et al.** Derivation of centers and axes of rotation for wrists and fingers in a hand kinematical model: robust method and reliability results. *Annals of Biomedical Engineering*. 2005, Vol. 33, 3, p. 402–412.
15. **Ehrig, RM, Taylor, WR e Duda, G.** A survey of formal methods for determining functional joint axes. *J Biomech*. 2006, Vol. 40, p. 2150–2157.
16. **Siston, R. A. e Delp, S. L.** Evaluation of a new algorithm to determine the hip joint center. *J Biomech*. 2006, Vol. 39, p. 125-130.
17. **Lopomo, N., et al.** Evaluation of formal methods in hip joint center assessment: An in vitro analysis. *Clinical Biomechanics*. 2010, Vol. 25, p. 206–212.
18. **Cerveri, P., Pedotti, A. e Ferrigno, G.** Robust recovery of human motion from video using Kalman filters and virtual humans. *Human Movement Science*. 2003, Vol. 22, p. 377–404.
19. **Halvorsen, K. e Johnston, C. et al.** Tracking the motion of hidden segments using kinematic constraints and Kalman filtering. *Journal of Biomechanical Engineering*. 2008, Vol. 130, p. 475-483.
20. **Begon, M, Monnet, T e Lacouture, P.** Effects of movements for estimating the hip joint center. *Gait&Posture*. 2007, Vol. 25, p. 353–359.
21. **Pearson, K.** Mathematical contributions to the theory of evolution. III. Regression, heredity and panmixia. *Philos. Trans.Royal Soc . London Ser. A*, 1896, Vol. 187, p. 253–318.
22. *A Nonlinear Finite Element Model of Soft Tissue.* **Liu, Yi, Kerdok, Amy E. e Howe, Robert D.** Cambridge : Springer-Verlag, 2004. Proceedings of medical simulation: international Symposium. p. 66-76. ISMS 2004.

23. **Maybeck, P.** *Stochastic Models, Estimation and Control vol.2.* s.l. : Mathematics in science and engineering, 1979.
24. **Maybeck, P.** *Stochastic models, Estimation and Control vol.1.* s.l. : Mathematics in science and engineering, 1979.
25. **Sessa, V. e Forconi, F.** La chirurgia nell'artropatia orcotica. *Giot.* 2010, p. S6.
26. **Luo, C.F.** Reference axes for reconstruction of the knee. *the Knee.* 2004, Vol. 11, p. 251–257.
27. **Sugita, N. e Fujiwara, K.** Development of a Computer-Integrated Minimally Invasive Surgical System for Knee Arthroplasty. *Tokyo University.*
28. **Schep, N.W.L., Broeders, I.A.M.J. e van der Werken, C.** Computer assisted orthopaedic and trauma surgery: State of the art and future perspectives. *Injury.* 2003, Vol. 34.
29. **Russel, H.T. e Stoianovici, D.** Medical Robotics in Computer-Integrated Surgery. *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS AND AUTOMATION.* 2003, Vol. 19, 5, p. 765-781.
30. **Haaker, R.G., Stockheim, M. e Kamp, M.** Computer-Assisted Navigation Increases Precision of Component Placement in Total Knee Arthroplasty. *Clin Orthop Rel Res.* 2005.
31. **Gandhi, R. e Smith, H.** Complications After Minimally Invasive Total Knee Arthroplasty as Compared With Traditional Incision Techniques. *The Journal of Arthroplasty.* 2011, Vol. 26, 1, p. 29-35.
32. **Bonutti, P e Dethmers, D.** Computer Navigation-assisted versus Minimally Invasive TKA. *Clin Orthop Relat Res.* 2008, Vol. 466, p. 2756–2762.
33. **Nizard.** *The use of image-free computer-assisted systems in total knee replacement surgeries.* s.l. : (TAU, CHUM, MUHC), 2007.
34. **Tingart, M., Luring, C. e Bathis, H.** Computer-assisted total knee arthroplasty versus the conventional. *Knee.* 2008, Vol. 16, p. 44–50.

35. **Cereatti, A., Donati, M. e Camomilla, V. et al.** Hip joint centre location: An ex vivo study. *Journal of Biomechanics*. 2009, Vol. 42, p. 818–823.
36. **Halvorsen, K., Lesser, M e Lundberg, , A.** A new method for estimating the axis of rotation and the center of rotation. *J Biomech*. 1999, Vol. 32, p. 1221–1227.
37. **Halvorsen, K.** Bias compensated least square estimate of the center of rotation. *J Biomech*. 2003.
38. **Piazza, S.J. e Okita, N. et al.** Accuracy of the functional method of hip joint center location: effect of the limited motion and varied implementation. *Journal of Biomechanics*. 2001, Vol. 34, p. 967–973.
39. **West, JB e Maurer, CR.** Designing Optically Tracked Instruments for Image-Guided Surgery. *IEEE TRANSACTIONS ON MEDICAL IMAGING*. Maggio 2004, Vol. 23, 5, p. 533-545.
40. *Non-linear and anisotropic elastic soft tissue models for medical simulation.* **Picinbono, G., Delingette, H e Ayache, N.** Seul : s.n., 2001. International Conference on Robotics and Automation.
41. **Welch, G. e Bishop, G.** An introduction to the Kalman filter.
42. **Eberly, D.** *Rotation Representations and Performance Issues*. s.l. : Geometric Tools, LLC, 2002.
43. **Halvorsen, K., Söderström, T. e Stokes, V.** Using an Extended Kalman Filter for Rigid Body Pose Estimation. *J Biomech*. 2005, Vol. 127, p. 475-483.
44. **Fioretti, S.** Signal processing in movement analysis (a state-space approach). *Human Movement Science*. 1996, Vol. 15, p. 389-410.
45. **Norgaard, M., Poulsen, N. e Ravn, O.** New developments in state estimation for nonlinear systems. *Automatica*. 2000, Vol. 36, p. 1627-1638.
46. **Julier, S e Uhlmann, K.** *A general method for approximating nonlinear transformations of probability distributions*. Oxford : s.n., 1996.
47. **Kruskal, W.H. e Wallis, W.A.** Use of Ranks in One-Criterion Variance Analysis. *Journal of the American Statistical Association*. Dec 1952, Vol. 47, 260, p. 583-621.