

POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di ingegneria
Dipartimento di ingegneria ambientale civile
Indirizzo strutture



INTERAZIONE FLUIDO-STRUTTURA

Vibrazione indotte dal distacco di vortici su una sfera
vincolata ad'un'asta incastrata

Relatore: Prof. Stefano MALAVASI

Correlatore: Ing. Marco NEGRI

Tesi di laurea specialistica di:

Dimitri LEFOULON

Matricola 752253

Anno accademico 2010-2011

RINGRAZIAMENTI

Desidero ringraziare il Professore Stefano Malavasi, relatore di questa tesi, per aver accettato la mia richiesta e consolidato in me la passione per l'interazione fluido struttura, e per tutto l'aiuto fornito durante la stesura.

Un sentito ringraziamento a Marco Negri, che oltre ad essermi stato vicino nella parte pratica e teorica della tesi, è stato sempre molto disponibile per per superare diverse difficoltà. Preziosissime sono state le chiacchierate e le discussioni con lui e senza di esse questo lavoro non sarebbe stato possibile.

Desidero inoltre ringraziare tutto il personale del laboratorio e gli altri tesisti e dottoranti incontrati nel dipartimento, per tutto quanto hanno fatto per aiutarmi in diverse situazioni.

Ringrazio i miei genitori, per avermi sostenuto sempre e comunque in tutte le mie scelte, per avermi permesso di vivere l'indimenticabile esperienza di studio all'estero e per avermi accompagnato fin qui.

Un ultimo ringraziamento ai compagni di studi, Anaëlle Amaury Mirco Nicola Elisa Alessandro e Nicolò, con i quali ho condiviso due anni di convivenza difficile da dimenticare, e tutti gli amici con i quali ho preparato diversi esami e con i quali ho vissuto le varie esperienze a Milano.

INDICE

RINGRAZIAMENTI	3
INDICE	4
SIMBOLOGIA.....	6
INTRODUZIONE.....	8
I. LO STATO DELL'ARTE.....	9
II. APPARATO SPERIMENTALE E TRATTAMENTO DEI DATI.....	16
1) APPARATO SPERIMENTALE	16
2) TRATTAMENTO DEI DATI	19
3) TURBOLENZA DEL CANALE	21
A) TURBOLENZA INIZIALE DEL CANALE	22
B) TURBOLENZA CON UNA GRIGLIA.....	23
C) TURBOLENZA CON DUE GRIGLIE	24
III. ANALISI DINAMICA DELLA STRUTTURA	25
1) PRIMO MODELLO.....	25
2) VERIFICA SPERIMENTALE	28
Conclusione	36
3) SECONDO MODELLO	37
4) VERIFICA SPERIMENTALE	41
5) SMORZAMENTO DEL SISTEMA	45
IV. ANALISA DEL MOTO DELLA SFERA INTRODOTTA IN UNA CORRENTE DI VELOCITÀ MEDIA U.....	48
1) ANALISI DIMENSIONALE DEL FENOMENO.....	48
1) VARABILI CHE INFLUISCONO IL FENOMENO	48
2) ADIMENSIONALIZZAZIONE.....	49
2) PROVE SPERIMENTALI	50
A) PROVE A FREQUENZA NATURALE VARIABILE.....	50
Risultati in Ampiezza :	51
Risultati in frequenza.....	51
Risultati in frequenza :.....	52
B) PROVE A VELOCITÀ VARIABILE	54
Risultati in ampiezza	55
C) PROVE CON SFERA MEDIA	57
Risultati in Ampiezza	59
Risultati in frequenza :.....	59
3) CONFRONTO CON LA LETTERATURA	62
A) CONFRONTO IN AMPIEZZA.....	62
A) CONFRONTO IN FREQUENZA	65
5) INFLUENZA SUL COEFFICIENTE DI DRAG.....	65
V. CONCLUSIONI.....	70

VI. APPENDICE	72
DATI OSCILLAZIONI LIBERE :	72
IN ACQUA:	73
IN ARIA:	74
DATI PROVE CON SFERA IN UNA CORRENTE STAZIONARIA	76
PRIMO SET DI PROVE, SFERA GROSSA, A VELOCITÀ COSTANTE E FREQUENZA NATURALE VARIABILE..	76
SECONDO SET DI PROVE, SFERA GROSSA, A VELOCITÀ VARIABILE:	77
TERZO SET DI PROVE, CON SFERA MEDIA, A VELOCITÀ VARIABILE	78
VII. REFERENCES	79

SIMBOLOGIA

μ	: Viscosità dinamica dell'acqua
ρ	: Densità dell'acqua
L	: Lunghezza dell'asta
d	: Diametro dell'asta
I	: Momento d'inerzia dell'asta
D	: Diametro della sfera
m	: Massa della sfera
m_a	: Massa d'acqua spostata $\frac{4}{3}\pi R^3\rho_f$
m^*	: Massa adimensionalizzata $\frac{m}{m_a}$
U	: Velocità della corrente
U^*	: Velocità adimensionalizzata $\frac{U}{Df_n}$
$\omega_{0\text{aria}}$: Pulsazione naturale della struttura in aria
$\omega_{0\text{acqua}}$: Pulsazione naturale della struttura in acqua
Tu	: Turbolenza: $Tu = \sigma_U/U$
ξ	: Smorzamento del sistema
f^*	: Frequenza normalizzata $\frac{f}{f_n}$
A^*	: Ampiezza adimensionalizzata $\frac{A}{D}$

fvo : frequenza dei vortici

Re : Numero di Reynolds dell'ostacolo $\frac{\rho U D}{\mu}$

Fr : Numero di Froude $\frac{U^2}{g D}$

S : Numero di Strouhal $\frac{f D}{U}$

INTRODUZIONE

L'interazione fluido-struttura, elastica o in prima approssimazione rigida, costituisce un campo di studio in cui le competenze multidisciplinari (fluidodinamica, analisi delle strutture, sistemi di controllo) spesso superano lo schema lineare che comprende la previsione dei carichi e la valutazione dei moti elastici e gli sforzi conseguenti. Difatti, la natura complessa e accoppiata di alcuni problemi di interazione motiva costantemente l'adattamento se non addirittura la fusione dei modelli descrittivi dei diversi ambiti coinvolti.

Lo scopo della ricerca è di studiare il comportamento dinamico di una struttura semplice : una sfera vincolata ad'una asta, immerse in una corrente. La letteratura è ricca di articoli che studiano gli effetti vibrazionali di una corrente su un corpo cilindrico, Sarpkaya (1979), Bearman (1984), Williamson & Govardhan (2004) ([10] [11] [12] [13]) ma l'analisi di strutture tridimensionali come le sfere non è ancora ben sviluppata. I pochi articoli esistenti trattano di sfere vincolate con un filo (pendolo) immerse in una corrente a superficie libera stazionaria, e libere di muoversi lungo la direzione della corrente e nella direzione trasversale. Questi studi hanno evidenziato un comportamento per tali strutture sensibilmente differente da quello osservato per i corpi cilindrici. Hanno sottolineato l'esistenza di una significativa dipendenza dei rapporti d'ampiezza di oscillazione trasversale e longitudinale, A^*_y e A^*_x , ed il rapporto di frequenza trasversale, f^* , dalla velocità normalizzata, U^* .

Nel nostro caso, studiamo un sistema simile ma nuovo perché prendiamo in considerazione una sfera vincolata ad un'asta incastrata, con l'obiettivo di comparare il nostro sistema a quelli già studiati, e stabilire il suo comportamento dinamico.

I. Lo Stato dell'arte

gli studi esistenti riguardano due sistemi simili :

- una sfera libera di muoversi in un piano (x,y) parallelo al fondo del canale (nel approssimazione dei piccoli spostamenti) . La sfera è attaccata con un filo ad un punto fisso della struttura del canale (pendolo bidimensionale)
- Una sfera libera di muoversi nella direzione trasversale della corrente. La sfera è fissata a un'asta collegata ad un cuscinetto che rende possibile solo il movimento secondo un unico asse di rotazione (asse parallelo alla direzione della corrente, quindi un movimento trasversale della sfera, pendolo a un grado di libertà).

Secondo il peso adimensionalizzato della sfera $m^* = \frac{m}{m_a}$, dove m è la massa della sfera e m_a è la massa d'acqua spostata, abbiamo un pendolo "classico" diretto verso il basso ($m^* > 1$ "heavy sphere"), oppure un pendolo inverso con una sfera galleggiante ($m^* < 1$ "light sphere").

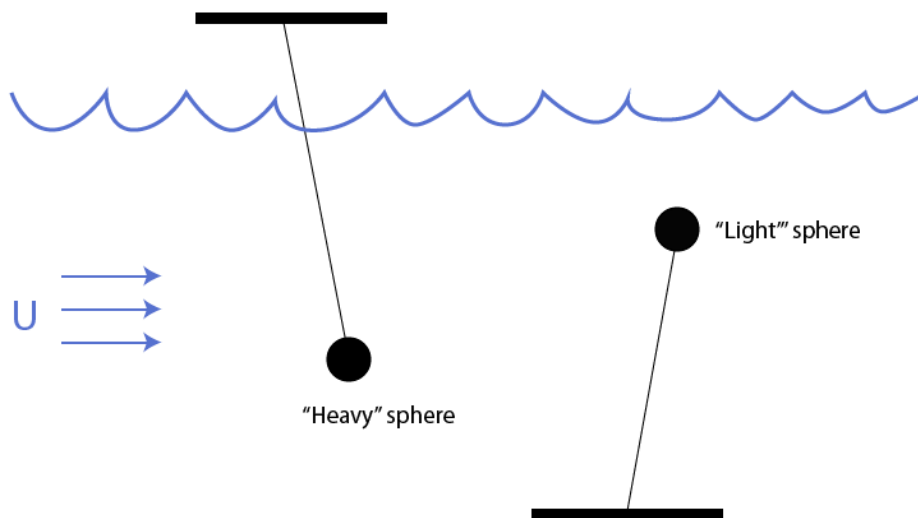


figura 1, Schema del sistema studiato, concetto di "heavy" e "light sphere"

Questo sistema è investito in una corrente a superficie libera stazionaria di velocità media U .

Iniziamo il nostro studio concentrando la nostra attenzione sull'ampiezza delle oscillazioni. La fig. 2 presenta le tipiche traiettorie della sfera in due dimensioni, che indica la grande ampiezza picco-picco, dell'ordine di due diametri, in direzione trasversale. Esso può essere visto anche che l'ampiezza di oscillazione longitudinale è più piccola dell'ampiezza trasversale e ha un valore di circa 0,4 diametri nell'intervallo di velocità testato. Queste traiettorie presentano due topologie diverse al variare del peso adimensionnalizzato della sfera: tipo "8" e tipo "mezzaluna", che hanno entrambe la frequenza in x doppia della frequenza in y (sincronizzazione) ma con un sfasamento diverso tra le due componenti di spostamento.

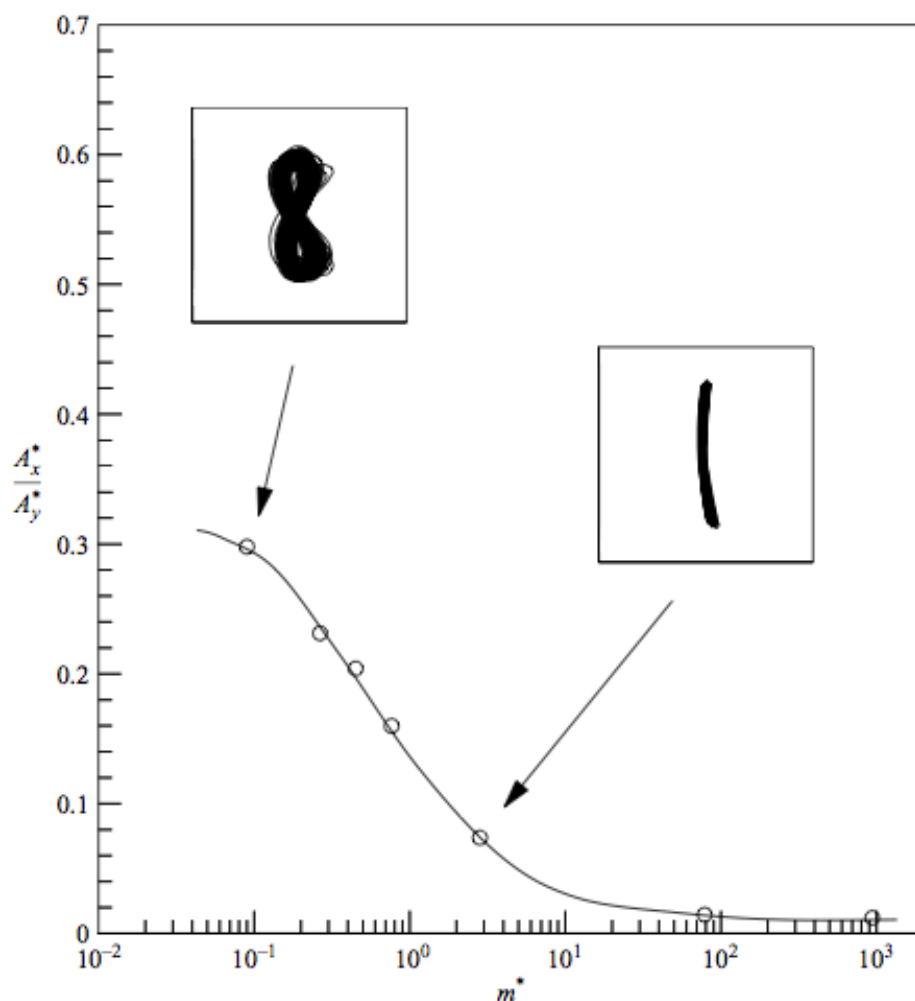


figura 2, rapporto di ampiezze ridotte versus m^* , Govardhan e Williamson [1]. $A_x^*=A_x/D$ e $A_y^*=A_y/D$ dove A è l'ampiezza dell'oscillazione e D è il diametro della sfera.

Queste oscillazioni trasversali possono essere caratterizzate da un massimo spostamento della sfera (A_{max}), un parametro importante per le applicazioni di ingegneria, o dalla root-mean-square (RMS) dello spostamento, che fornisce informazioni circa l'energia del movimento della sfera.

Lo studio dell' ampiezza trasversale del moto della sfera al crescere della velocità adimensionalizzata $U^* = \frac{U}{Df_n}$ mostra un andamento particolare con diversi modi di oscillazione (fig.3, fig.4, fig.5)

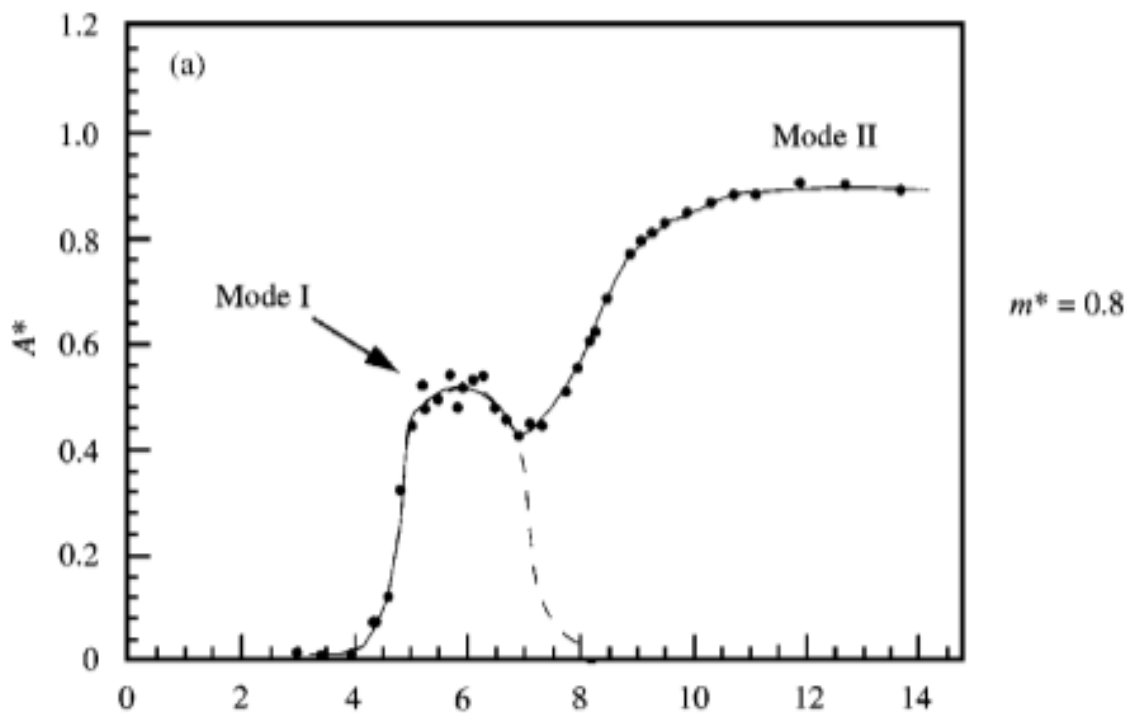


figura 3, Ampiezza trasversale ridotta A^* versus velocità ridotta U^* , per $m^*=0,8$.
Govardhan e Williamson [2]

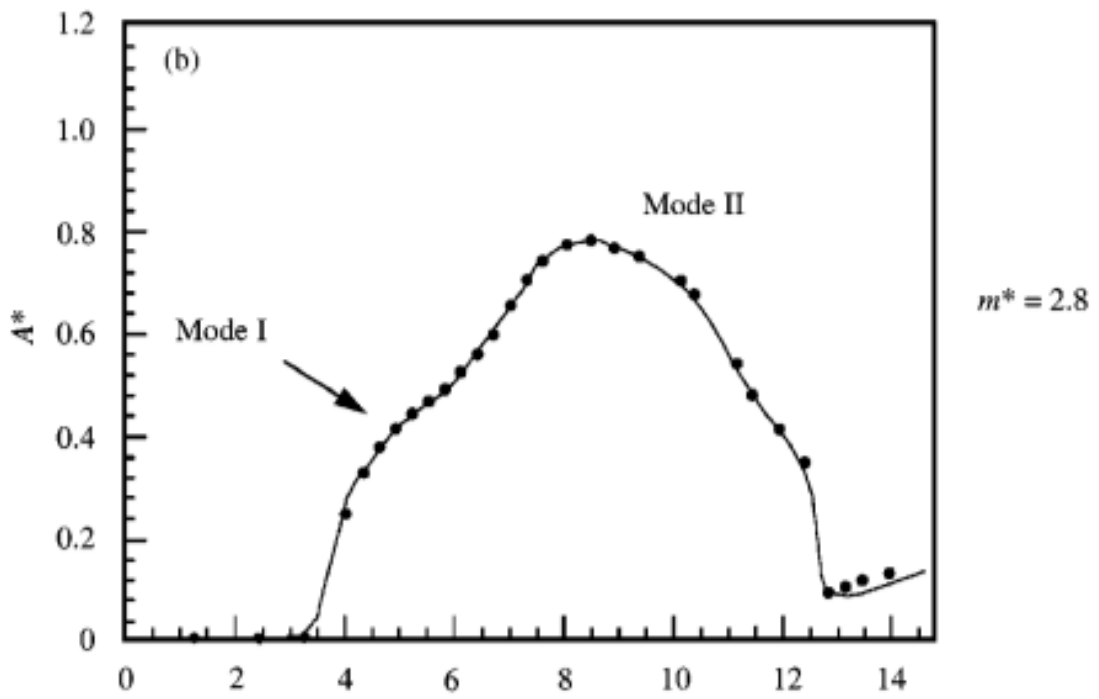


Figura 4, Ampiezza trasversale ridotta A^* versus velocità ridotta U^* , per $m^*=2,8$. Govardhan e Williamson [2]

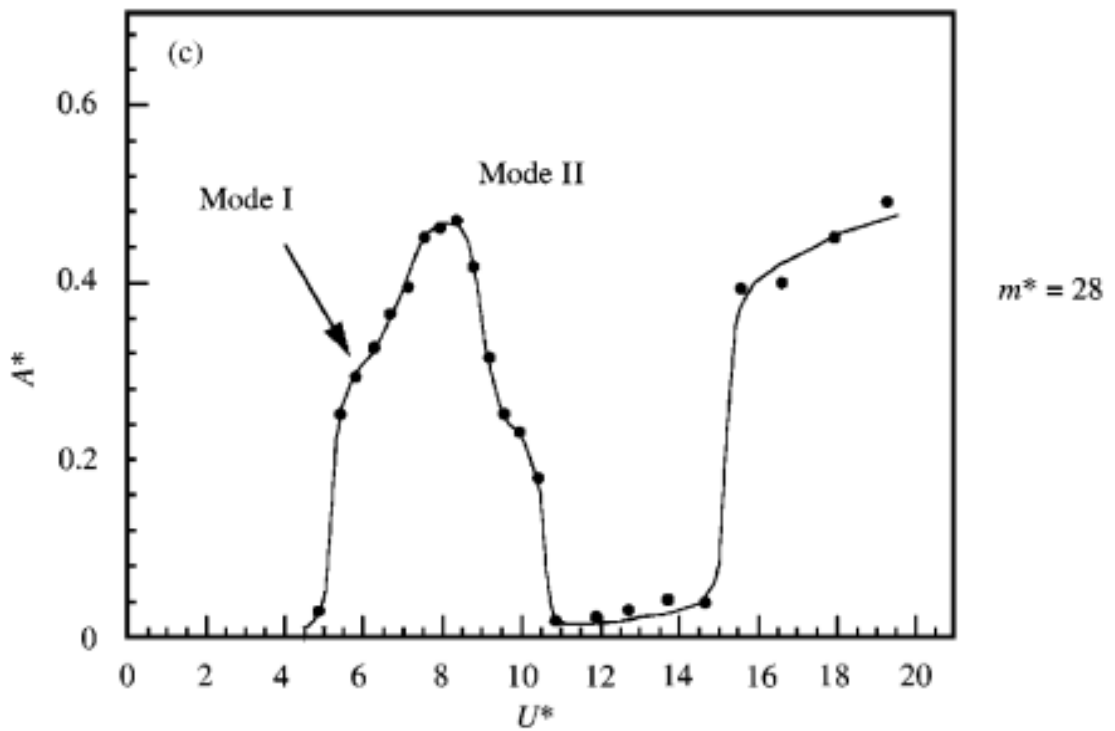


figura 5, Ampiezza trasversale ridotta A^* versus velocità ridotta U^* , per $m^*=28$. Govardhan e Williamson [2]

Un Primo modo, che si distingue meglio per una massa adimensionalizzata piccola (m^* attorno a 1), è evidenziato ad una velocità $U^* \approx 1/S = 5$ dove S è il numero di Strouhal, che corrisponde alla formazione di vortici con una frequenza vicina della frequenza naturale della struttura.

Un secondo modo di oscillazione compare per una velocità $U^* > 7$. L'ampiezza di oscillazione raggiunge il valore limite di un diametro. Per sfere leggere, vediamo che la sincronizzazione rimane per la sfera più leggera. Sappiamo che più la massa del sistema è alta, più il dominio del modo II diminuisce.

Dopo avere caratterizzato l'ampiezza, guardiamo la frequenza delle oscillazioni. Un confronto tra la frequenza di oscillazione longitudinale e la frequenza di oscillazione trasversale per una velocità U^* alta (attorno a 10) indica che la frequenza longitudinale è il doppio della frequenza trasversale, nonostante il fatto che la frequenza naturale di un corpo legato è indipendente dalla direzione. Questo rapporto di frequenza, tuttavia, non è inaspettato: nel distacco alternato di vortici, la frequenza della forza di drag è doppia di quella del lift.

In fig. 6 sono riportate la frequenza trasversale di oscillazione e la frequenza di distacco di vortici (sfera ferma) in funzione della velocità ridotta.

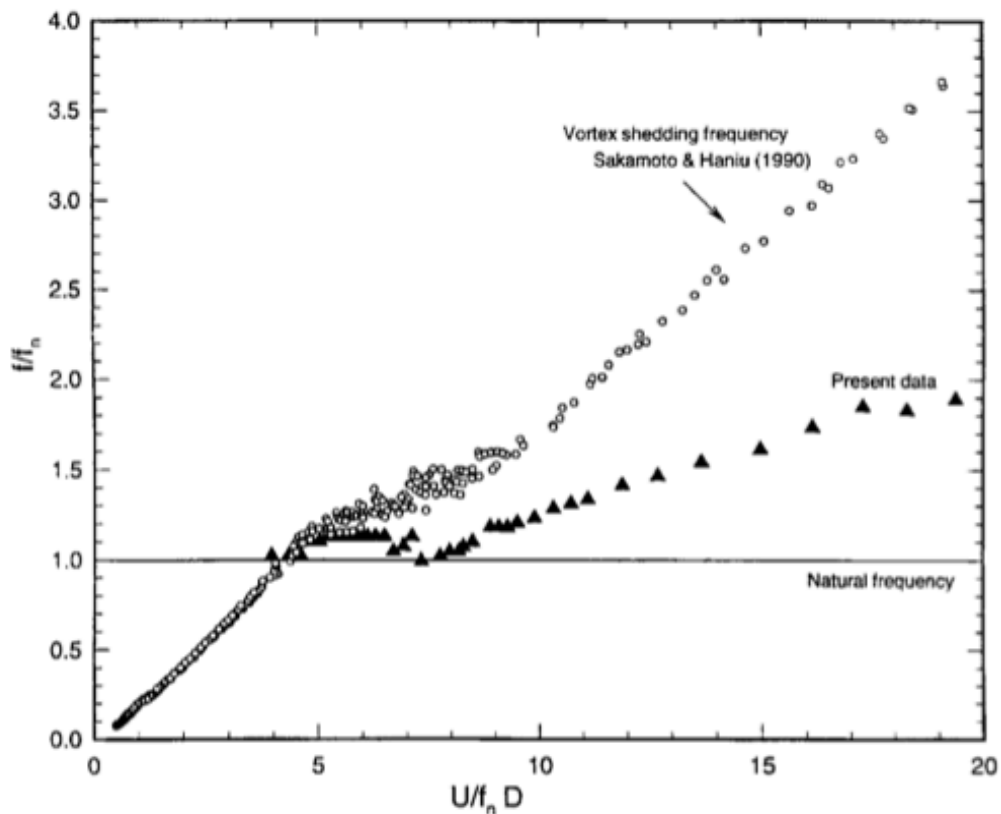


Figura 6, frequenza trasversale ridotta versus velocità ridotta per $m^*=0,76$ e $L^*=8,93$. Govardhan e Williamson [3]

E interessante notare che la frequenza di distacco di vortici attraversa la frequenza naturale alla stessa velocità ridotta ~ 5 , in cui si verifica il picco locale nella risposta in ampiezza, discusso in precedenza. Ciò suggerisce che il picco locale è causato da una risonanza tra la frequenza naturale del corpo legato e la frequenza del distacco dei vortici, come ci si potrebbe aspettare. Inoltre interessante da notare è il fatto che la frequenza di oscillazione per le alte velocità non corrisponde né alla frequenza naturale né alla frequenza del distacco dei vortici di una sfera ferma.

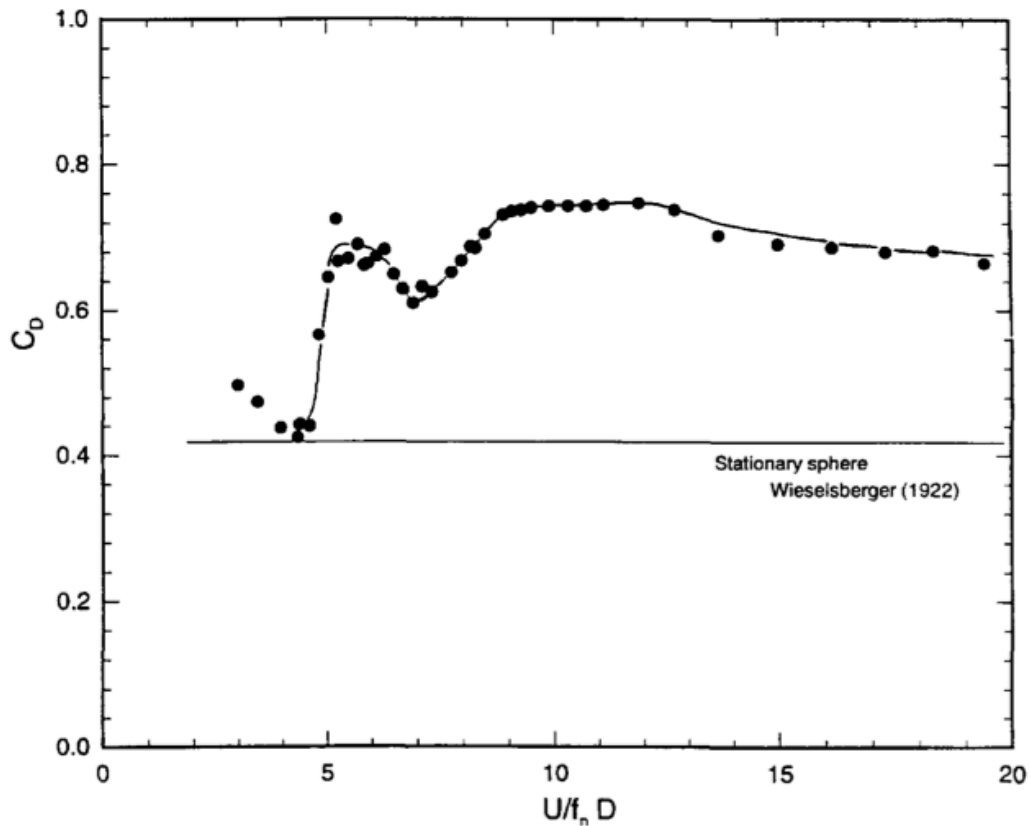


figura 7, Amplificazione del coefficiente di drag a causa dell'oscillazione della sfera. $m^*=0,76$, $L=8,93$. Govardhan e williamson [3]

Un parametro importante in ingegneria è il coefficiente di Drag. Per un pendolo, il drag può essere valutato misurando l'angolo Θ dell'inclinazione. Quest'angolo di attacco è determinato dallo spostamento medio longitudinale della sfera dalla sua posizione in assenza di flusso. I coefficienti di resistenza così calcolati sono riportati nella fig. 7. Questi indicano un aumento della resistenza dell'ordine del 90%, causato dall'oscillazione della sfera, rispetto alla resistenza di una sfera ferma.

II. Apparato sperimentale e trattamento dei dati

1) Apparato sperimentale

Le misure, condotte presso il Laboratorio Fantoli del dipartimento di Ingegneria Idraulica del Politecnico di Milano, sono state eseguite in un canale a superficie libera in Plexiglas, che presenta una sezione di 50 cm*60 cm e una lunghezza pari a 6 m.

Le sfere utilizzate sono fatte di Plexiglas verniciato di nero, Abbiamo tre diametri di sfere: 4, 6 e 9 cm. Ogni sfera ha sulla sua sommità un innesto a vite che permette di collegarla ad un'asta cilindrica (tre diametri a scelta: 3,4 e 5 mm) in acciaio armonico di lunghezza totale pari a 1 m.

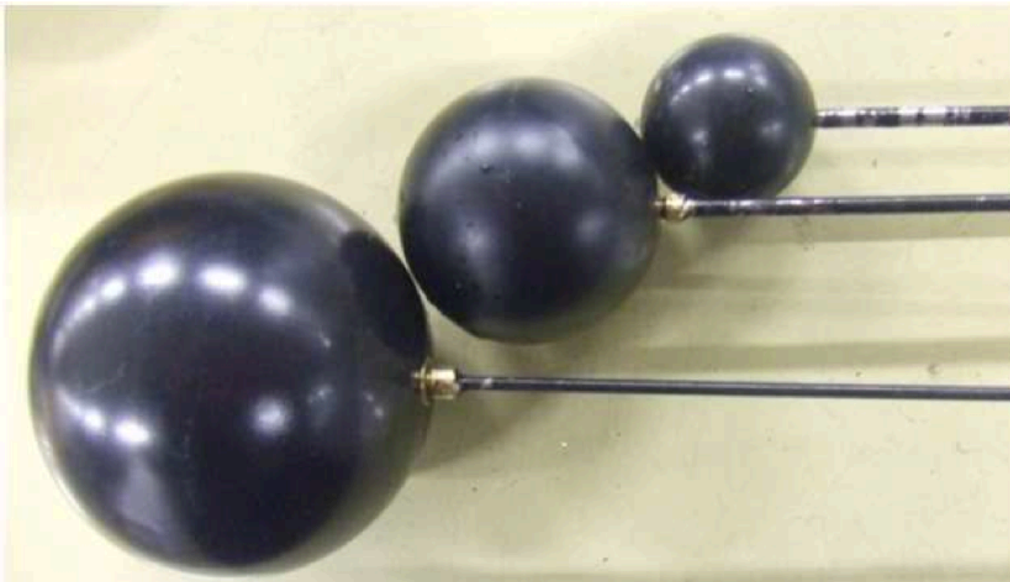


Figura 8, Le tre sfere e aste.



figura 9, Sfera collegata all'asta con un innesto.

Il sistema asta/sfera è incastrato ad una struttura fissata sopra il canale. Dal punto di vista meccanico, l'asta si comporta come un ritegno elastico per la sfera. La costante elastica e lo smorzamento proprio di questo vincolo sono stati determinati attraverso la sperimentazione dinamica. Due vite permettono di bloccare l'asta nella guida per regolare la lunghezza dell'asta.

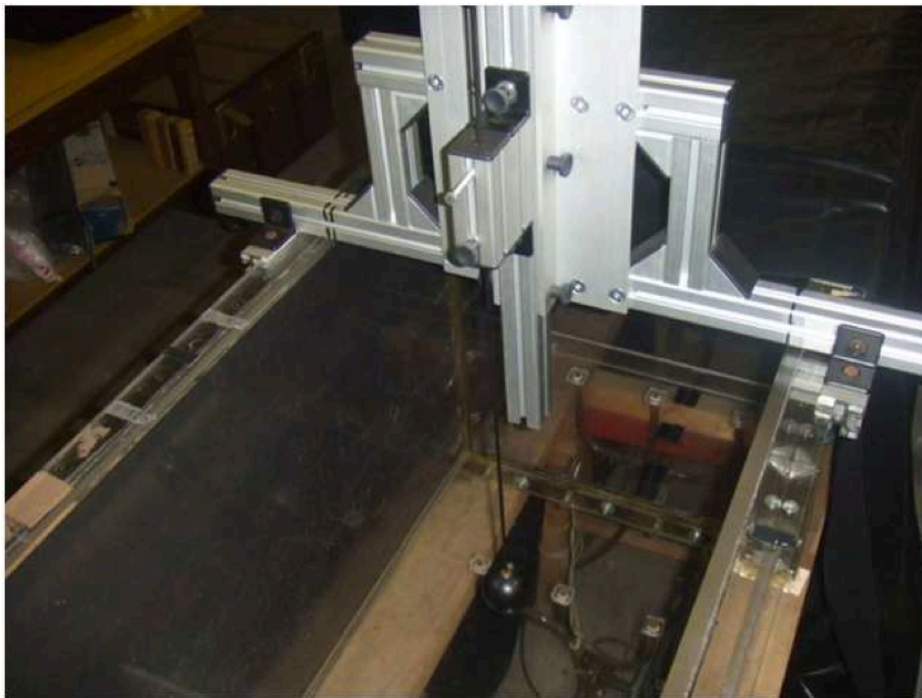


Figura 10, schema del apparato sperimentale

Il movimento della sfera è registrato da una telecamera CCD posta sotto il canale. Un marker luminoso è posto sulla superficie inferiore della sfera, in asse col suo baricentro. Le immagini sono state campionate con frequenza comprese tra 50 e 90Hz, in funzione delle caratteristiche della prova. Un algoritmo di analisi d'immagine è usato per digitalizzare la traiettoria 2D (nel piano x, y) della sfera.

Un'immagine di riferimento è presa con la sfera ferma (a piombo) all'inizio della prova,

Per passare dalla misura dello spostamento in pixel a quella espressa in centimetri, calcoliamo la risoluzione dell'immagine. Prendiamo una foto di un dispositivo regolarmente graduato (griglia con passo 2 cm) nella posizione in cui sarà il marker della sfera, e troviamo il rapporto Pixel/cm che permette di scalare i spostamenti.

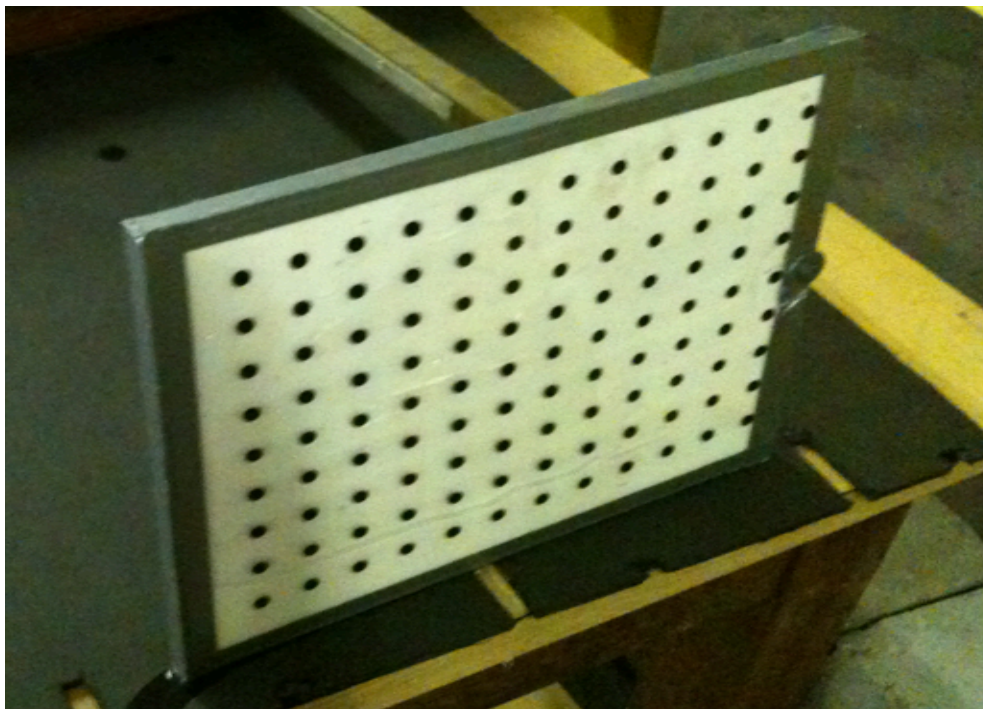


figura 11, riferimento dimensionale per scalare i dati.

2) Trattamento dei dati

Vengono presentati i procedimenti per l'analisi in frequenza degli spostamenti e per il calcolo del coefficiente di smorzamento per oscillazione libere.

I dati sperimentali digitalizzati sono compresi in un vettore di tre colonne. La prima contiene la posizione della sfera in x, la seconda la posizione in y, e la terza colonna contiene l'area del marker.

- Analisi in frequenza : Lo spettro di potenza di ogni componente è stato calcolato usando il comando matlab "Pwelch".

```
Nt=size(y,1); numero di punti della traiettoria
[Px1,x1]=pwelch(y(:,1)-mean(y(:,1)),Nt/2,Nt/4,10000,fs);
[Px2,x2]=pwelch(y(:,2)-mean(y(:,2)),Nt/2,Nt/4,10000,fs);
s1=[Px1,x1];
s2=[Px2,x2];

[h1,I1]=max(s1(:,1));
[h2,I2]=max(s2(:,1));

f1=s1(I1,2) frequenza naturale in x
f2=s2(I2,2) frequenza naturale in y
```

La finestra di calcolo è stata posta uguale alla meta del segnale, e la sovrapposizione delle finestre è del 50%. La nfft è scelta sufficientemente alta per avere una buona risoluzione. Sui diagrammi, possiamo leggere la frequenza principale in x e in y.

- Calcolo dello smorzamento :

Il secondo passo è un filtraggio del segnale per affrancarlo del rumore. Usiamo un filtro passabanda butterworth del second'ordine con una banda [fn-1;fn+1]. Per evitare lo sfasamento usiamo la comanda di filtro bidirezionale "filtfilt".

```

%filtro butterworth
    Wn=[(f-1)*2/fs,(f+1)*2/fs];
    [b,a]=butter(2,Wn);
    ys=filfilt(b,a,y);

```

Il terzo passo serve per trovare lo smorzamento del sistema nel caso di oscillazioni libere. Prima troviamo i picchi delle oscillazioni.

```

tData = 1/fs*linspace(1,N,N);
yData = 1/r*(ys(I:(N+I-1),i));

tCoords = [];
yCoords = [];

yData = yData(:);
upOrDown = sign(diff(yData));
maxFlags = [upOrDown(1)<0 ; diff(upOrDown)<0 ; upOrDown(end)>0];
maxIndices = find(maxFlags);

for ii = 2:length(maxIndices)
    if (maxIndices(ii) > 0)
        tCoords = [tCoords tData(maxIndices(ii))];
        yCoords = [yCoords yData(maxIndices(ii))];
    end
end
end

```

Dopo si costruisce il vettore che contiene i valori e i tempi di picchi. Facciamo un'interpolazione esponenziale ai minimi quadrati per trovare il coefficiente angolare di smorzamento.

```

T = ones(length(tCoords),2);

```

```

Y = ones(length(tCoords),1);

% log di yCoords
for ii = 1:length(tCoords)
    T(ii,2) = tCoords(ii);
    Y(ii,1) = log(yCoords(ii));
end

% a = exp(T) p = [a;CoefAngolare]
p = T\Y;

CoefAngolare=p(2)

```

3) Turbolenza del canale

Negli studi di letteratura scientifica, La turbolenza del flusso del è generalmente bassa (1%) rispetto alla turbolenza del nostro canale (circa 10%)

Abbiamo provato ad abbassarla aggiungendo una, poi due griglie (nidi d'ape) in sezioni del canale poste a monte della sezione di misura. Vediamo I risultati successivi di turbolenza in direzione della corrente x, e trasversale y.

La turbolenza del flusso è stata calcolata da misure di velocità effettuate con sonde UDV (Ultrasonic Doppler Velocimeter). In rapporto alle altre tecniche di misura, questo sistema presenta notevoli vantaggi. Si tratta, infatti, di uno strumento non intrusivo nel fluido, in quanto come vedremo nel seguente paragrafo, sfrutta l'effetto Doppler di due raggi di onde che attraversano la corrente senza disturbarla.

a) Turbolenza iniziale del canale

Il canale è composto di un serbatoio, dove il flusso d'acqua è regolarizzato da due griglie (nido d'ape).

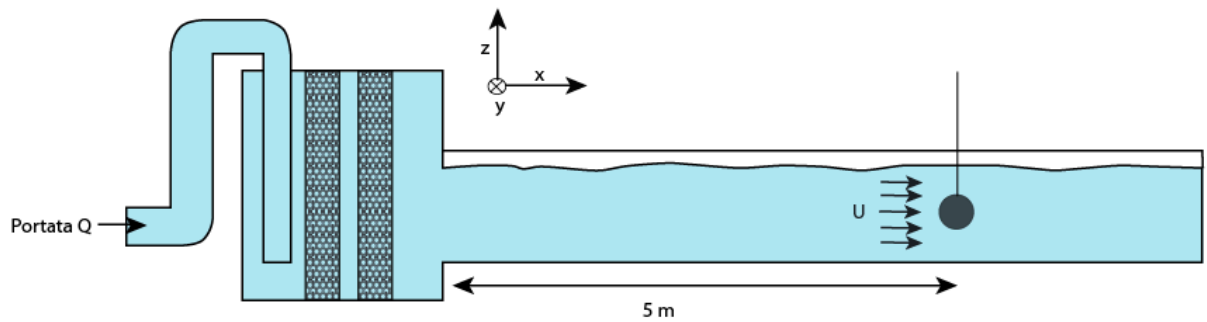


figura 12, sezione longitudinale del canale, posizione della sfera.

Abbiamo studiato la turbolenza del canale (senza sfera) nel punto di posizionamento della sfera.

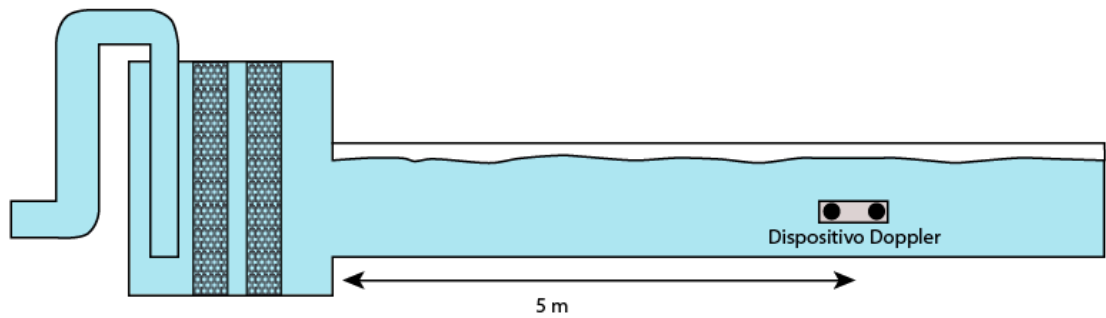


Figura 13, sezione longitudinale del canale, posizione del dispositivo Doppler.

Risultati:

griglia	Velocità teorica impostata [mm/s]	Velocità media in x [mm/s]	velocità media in y [mm/s]	Tux	Tuy
senza griglia	300	321,806	0,314	11,55%	6,79%
senza griglia	500	512,514	-2,503	9,12%	6,07%

Tabella 1, risultati di turbolenza nel canale privato di griglia.

La turbolenza iniziale è molto elevata rispetto ai casi trovati in letteratura (10 volte maggiore).

b) Turbolenza con una griglia

Abbiamo provato ad abbassare la turbolenza mettendo una prima griglia nel canale:

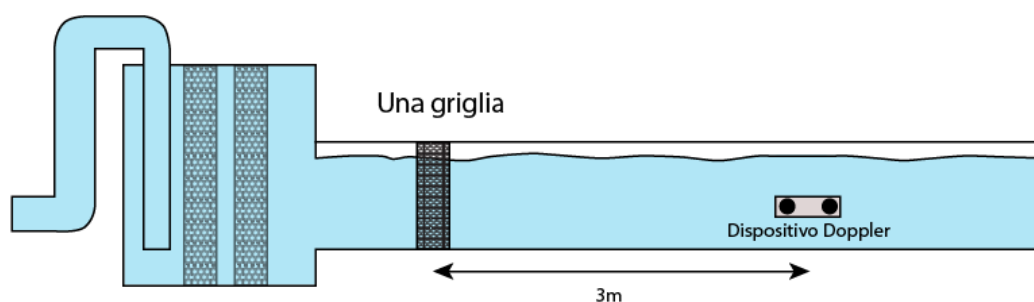


figura 14, sezione longitudinale del canale, posizione della prima griglia.

griglia	Velocità teorica impostata [mm/s]	Velocità media in x [mm/s]	velocità media in y [mm/s]	Tux	Tuy
con 1 griglia	300	312,054	-2,630	10,86%	3,46%
con 1 griglia	500	494,197	-6,349	6,01%	2,72%

Tabella 2, risultati di turbolenza nel canale con una griglia.

La turbolenza nella direzione della corrente si è abbassata di poco per la velocità più bassa. Invece, per la velocità più alta, la turbolenza si è abbassata del 40%. In direzione trasversale, la griglia dà un buon risultato perché l'abbiamo ridotto di almeno 50%.

c) Turbolenza con due griglie

Vediamo i risultati con due griglie:

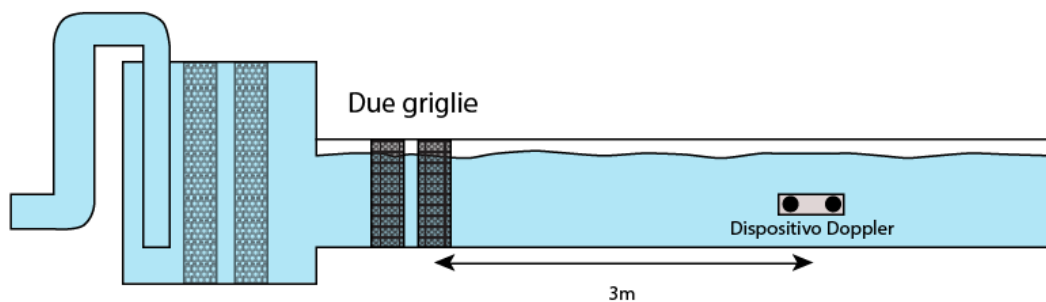


figura 15, sezione longitudinale del canale, posizione della due griglie.

griglia	Velocità teorica impostata [mm/s]	Velocità media in x [mm/s]	velocità media in y [mm/s]	Tux	Tuy
Con 2 griglie	300	316,500	-3,460	5,33%	1,38%
Con 2 griglie	500	521,326	-6,300	4,27%	1,07%

Tabella 3, risultati di turbolenza nel canale con due griglie.

Rispetto al canale iniziale senza griglia, abbiamo ridotto notevolmente la turbolenza. Per quanto riguarda la componente longitudinale però, la turbolenza è ancora elevata paragonata ai casi sperimentali di letteratura.

III. Analisi dinamica della struttura

Lo scopo di questa parte è di trovare la frequenza propria e il coefficiente di smorzamento di ogni sistema asta (3/4/5mm)-sfera (4/6/9cm) in aria, e in acqua.

1) Primo modello

Consideriamo il caso di un oscillatore smorzato, libero di muoversi in una sola direzione x . La forza di richiamo dell'asta è di tipo elastico lineare, lo smorzamento è viscoso, e la massa è presa concentrata al baricentro della sfera (massa dell'asta trascurabile). Non consideriamo la forza di richiamo gravitazionale.

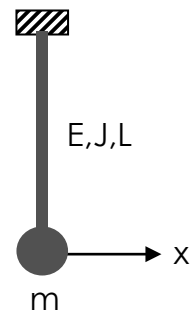
L'equazione del moto è:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (7)$$

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (8)$$

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_{0\text{aria}}\dot{x} + \omega_{0\text{aria}}^2x = 0 \quad (9)$$

$$\text{con } \omega_{0\text{aria}} = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ e } \xi = \frac{c}{2\sqrt{km}}$$



Per un'asta incastrata, $k = 3EJ/L^3$, dunque:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EJ}{mL^3}} = cst \times L^{-1,5} \quad (10)$$

dal modello teorico scelto, otteniamo una frequenza che dipende da $L^{-1,5}$. Verifichiamo sperimentalmente questo legame teorico.

Con lo stesso modello, studiamo le oscillazioni della sfera immersa in acqua.

L'equazione differenziale del moto in acqua si scrive:

$$m_{acqua} \ddot{x} + c_{acqua} \dot{x} + k_{acqua} x = 0 \quad (11)$$

supponiamo che le rigidità della struttura in acqua e in aria sono le stesse, $k = k_{acqua}$.

Per quanto riguarda la massa, dobbiamo considerare che una parte del fluido attorno alla sfera si muove con essa. Questa massa aggiunta è pari al 50% della massa del fluido spostato ($C_A = 0,5$, coefficiente di massa aggiunta di una sfera in corrente stazionaria). La nuova massa è

$$m_{acqua} = m + 0,5m_a \quad (12)$$

$$\text{dove } m_a = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_f$$

Essendo R il raggio della sfera e ρ_f la massa volumica del fluido. Introducendo la massa adimensionalizzata della sfera.

$$m^* = m/m_a \quad (13)$$

La massa in acqua diventa

$$m_{acqua} = \frac{m^* + 0,5}{m^*} m \quad (14)$$

I coefficienti viscosi in acqua e in aria sono diversi,

$$c_{acqua} \neq c = 6\pi R\mu$$

dove μ è la viscosità del fluido

La definizione della pulsazione propria in acqua è:

$$\omega_{0acqua} = \sqrt{\frac{k_{acqua}}{m_{acqua}}} \quad (15)$$

Che diventa

$$\omega_{0acqua} = \sqrt{\frac{k}{m \left(\frac{m^* + 0,5}{m^*} \right)}} = \beta \omega_0 \quad (16)$$

$$\text{con } \beta = \sqrt{\frac{m^*}{m^* + 0,5}} \quad (17)$$

Teoricamente, troviamo una dipendenza lineare tra la frequenza in aria e quella in acqua. Il coefficiente lineare β dipende dalla massa adimensionalizzata m^* e del coefficiente di massa aggiunta C_a che abbiamo preso pari a 0,5 (in letteratura per una sfera).

2) Verifica sperimentale

Per ogni sistema abbiamo studiato tre lunghezze di asta: 70 cm, 50 cm e 30 cm. Il punto più basso della sfera è stato messo a 20 cm del fondo del canale. L'altezza d'acqua è presa finché il confinamento sia simmetrico (44 cm per la sfera di diametro 4 cm, 46 cm per la sfera di diametro 6 cm, 49 cm per la sfera di diametro 9 cm). Imponendo uno spostamento iniziale, il sistema segue un movimento di oscillazioni libere.

Vediamo come varia la frequenza naturale al variare della lunghezza dell'asta:

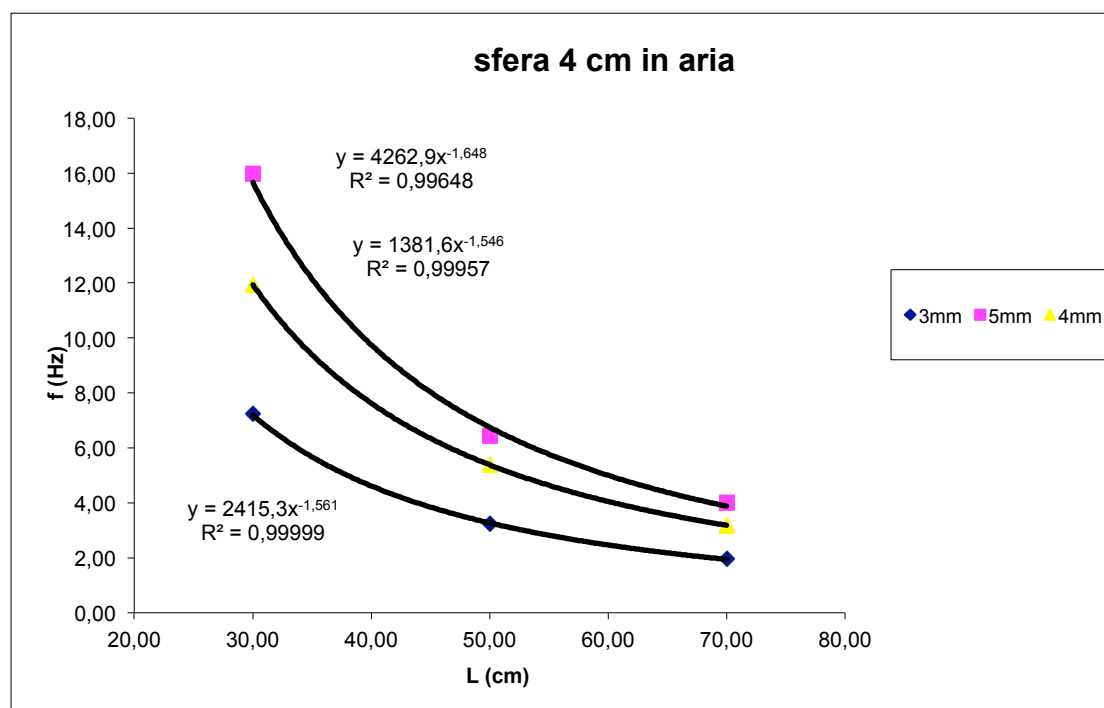


figura 16, frequenza naturale versus lunghezza del asta, sfera D=4cm, in aria.

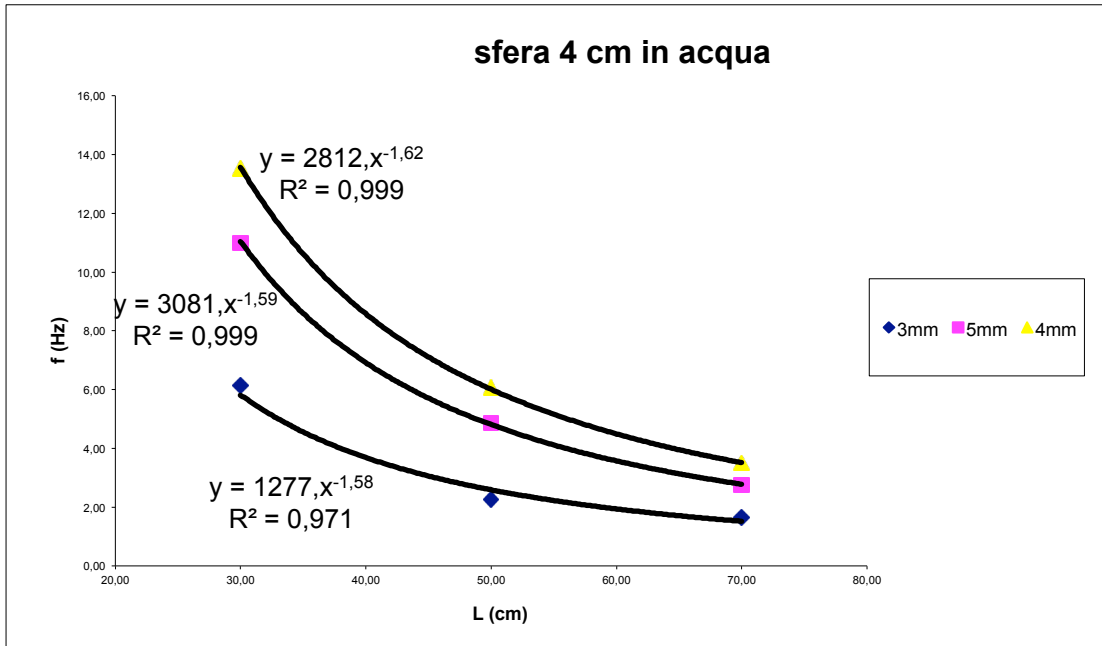


figura 17, frequenza naturale versus lunghezza del asta, sfera $D=4\text{cm}$, in acqua.

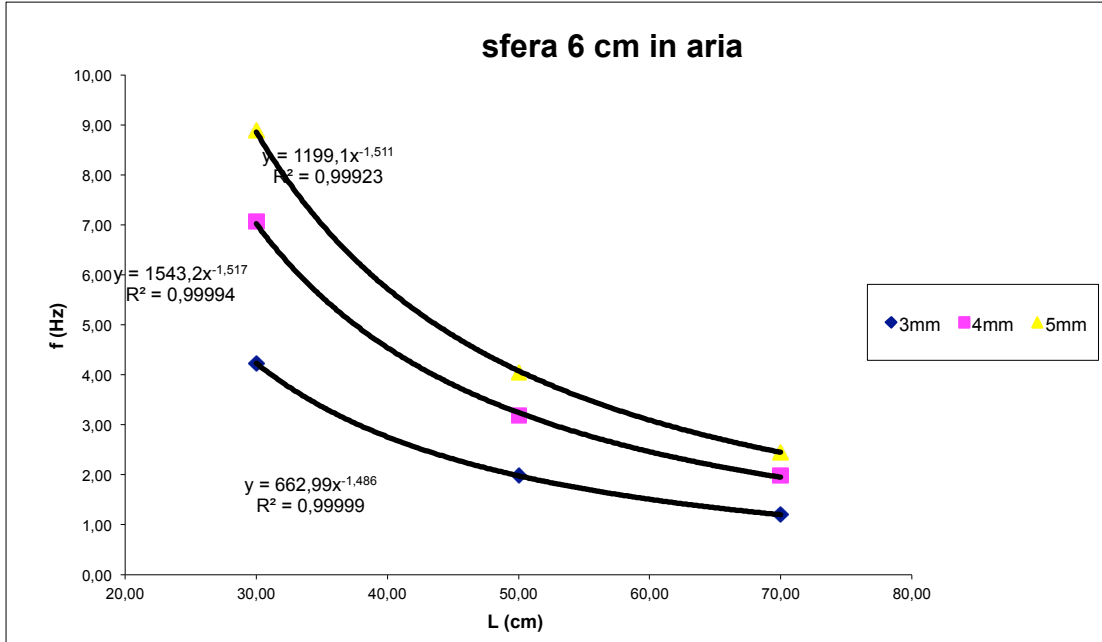


Figura 18, frequenza naturale versus lunghezza del asta, sfera $D=6\text{cm}$, in aria.

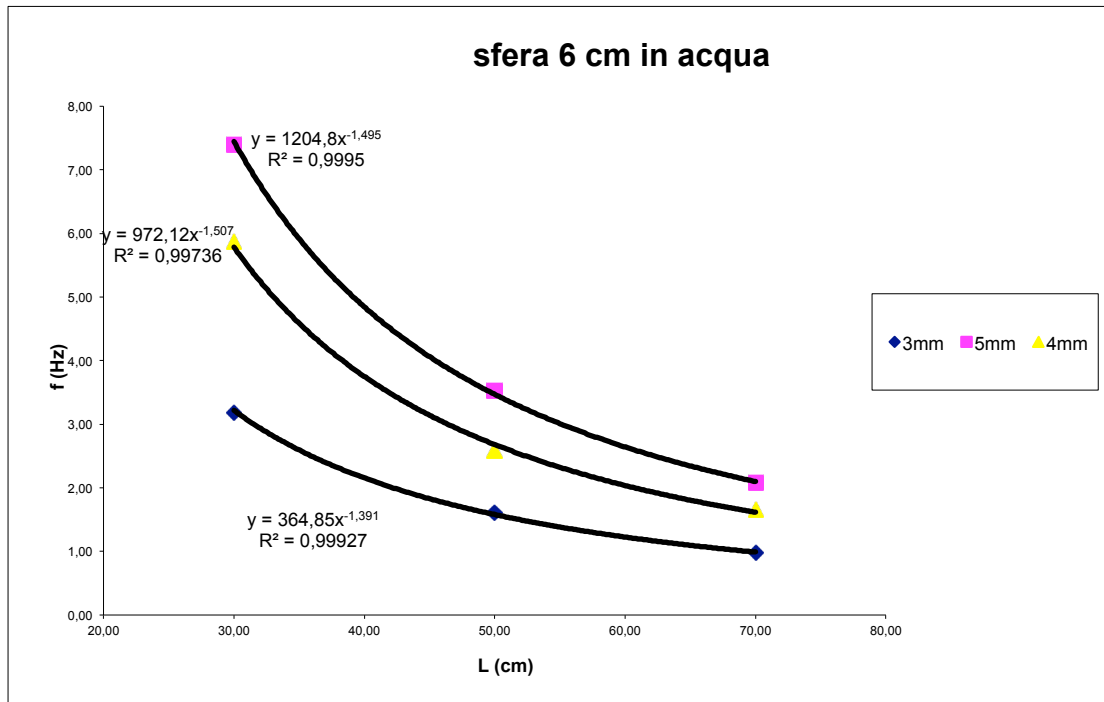


Figura 19, frequenza naturale versus lunghezza del asta, sfera $D=6\text{cm}$, in acqua.

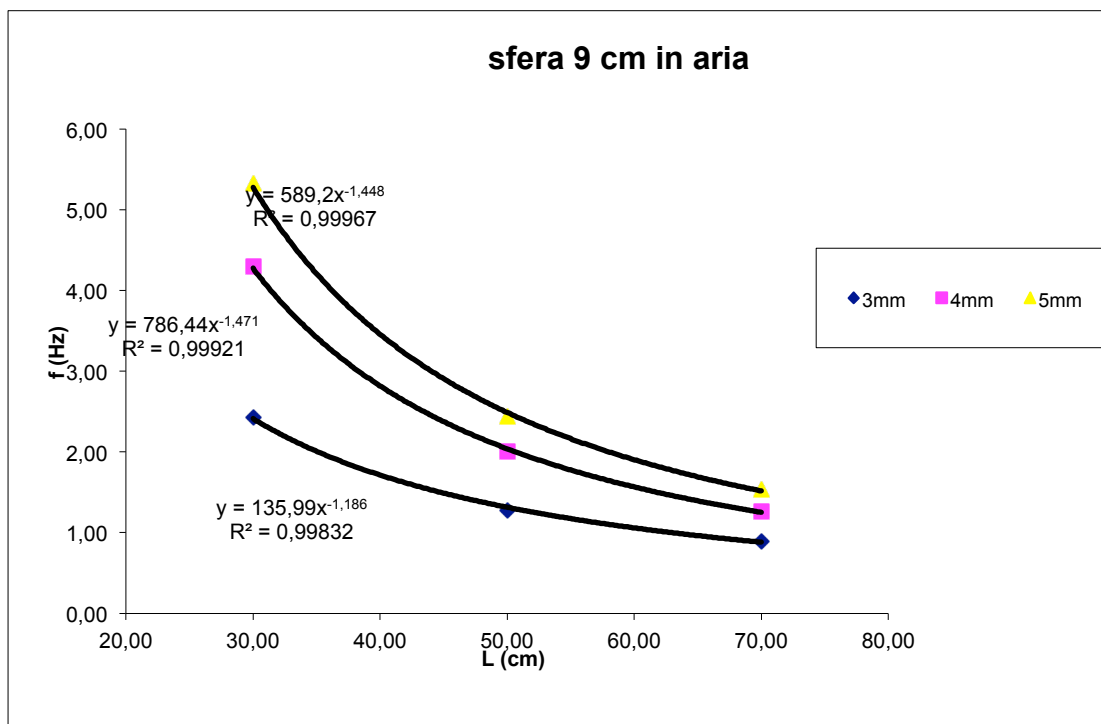


Figura 20, frequenza naturale versus lunghezza del asta, sfera $D=9\text{cm}$, in aria.

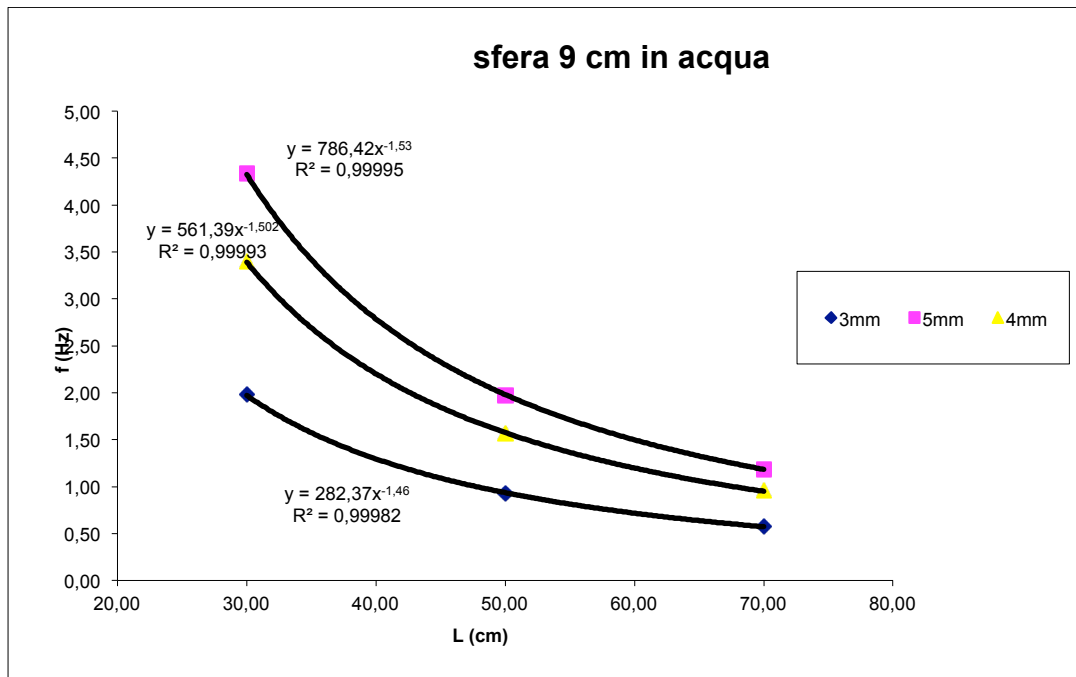


Figura 21, frequenza naturale versus lunghezza del asta, sfera $D=9\text{cm}$, in acqua.

Vediamo che i risultati sono vicini al legame teorico esponenziale. Possiamo considerare che la massa è ben concentrata al baricentro della sfera senza sbagliarsi sensibilmente nei risultati.

L'unica prova che non segue la legge è quella con l'asta la più sottile (diametro 3 mm) e sfera grossa (diametro 9 cm) e lunghezza massima. Per questo sistema osserviamo un comportamento che si avvicina a quello di un pendolo classico (massa attaccata ad un filo). Infatti, la forza di gravità è trascurabile nel calcolo della frequenza propria per strutture rigide (essendo molto maggiore la forza di richiamo elastico), ma per i sistemi meno rigidi, questa forza ha un'influenza non trascurabile. In una seconda parte faremo lo studio teorico aggiungendo la forza di gravità.

Vediamo adesso se la relazione teorica che lega la frequenza naturale in aria a quella in acqua è verificata.

$$\omega_{0\text{acqua}} = \sqrt{\frac{k}{m \left(\frac{m^* + 0,5}{m^*} \right)}} = \beta \omega_0 \quad (18)$$

Per ogni sfera, ogni asta, e per le tre lunghezze studiate, abbiamo fatto il confronto tra la frequenza in aria e la frequenza in acqua e abbiamo fatto una regressione lineare tra questi valori, abbiamo fatto anche l'operazione inversa per trovare il coefficiente C_a sperimentale.

Vediamo questi risultati:

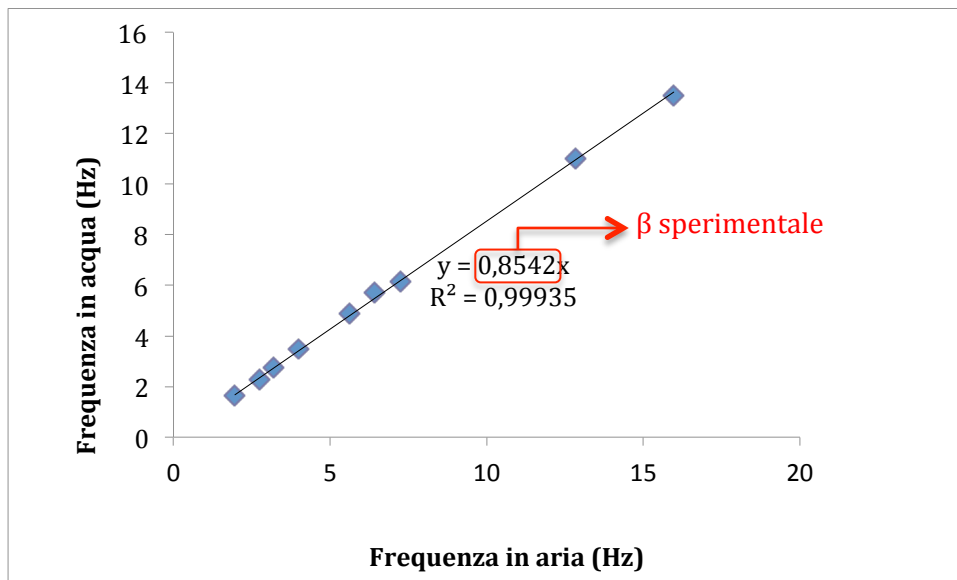


Figura 22, frequenza in aria versus frequenza in acqua, sfera D=4cm.

m^*	1,253
coef β teorico	0,845

L asta (cm)	D asta (mm)	f acqua (Hz)	f aria (Hz)	Ca sperimentale
30	3	6,14	7,25	0,49
50	3	2,27	2,76	0,61
70	3	1,65	1,96	0,53
30	4	10,99	12,82	0,45
50	4	4,87	5,61	0,41
70	4	2,76	3,20	0,44
30	5	13,51	15,97	0,50
50	5	5,70	6,44	0,34
70	5	3,49	3,99	0,39

Tabella 4, risultati sperimentali, sfera D=4cm.

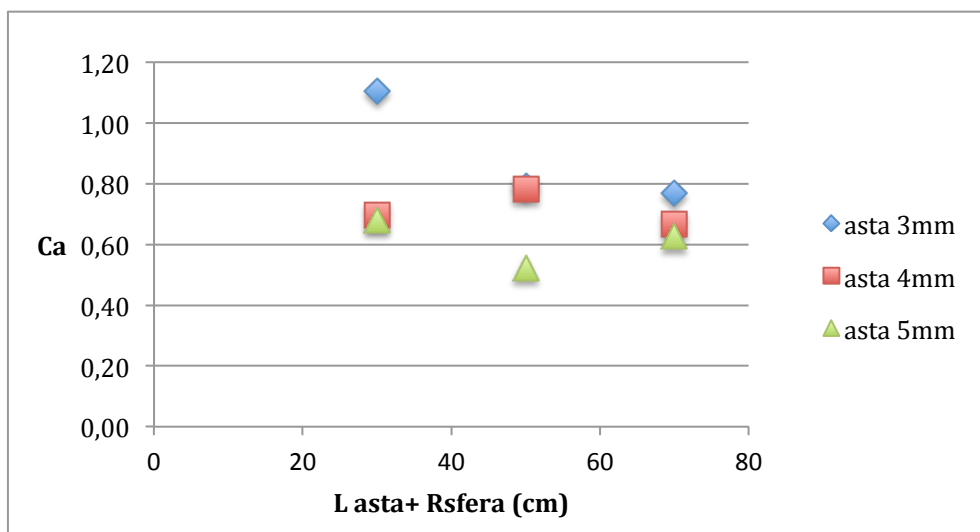


Figura 23, Coefficiente di massa aggiunta sperimentale, sfera D=4cm

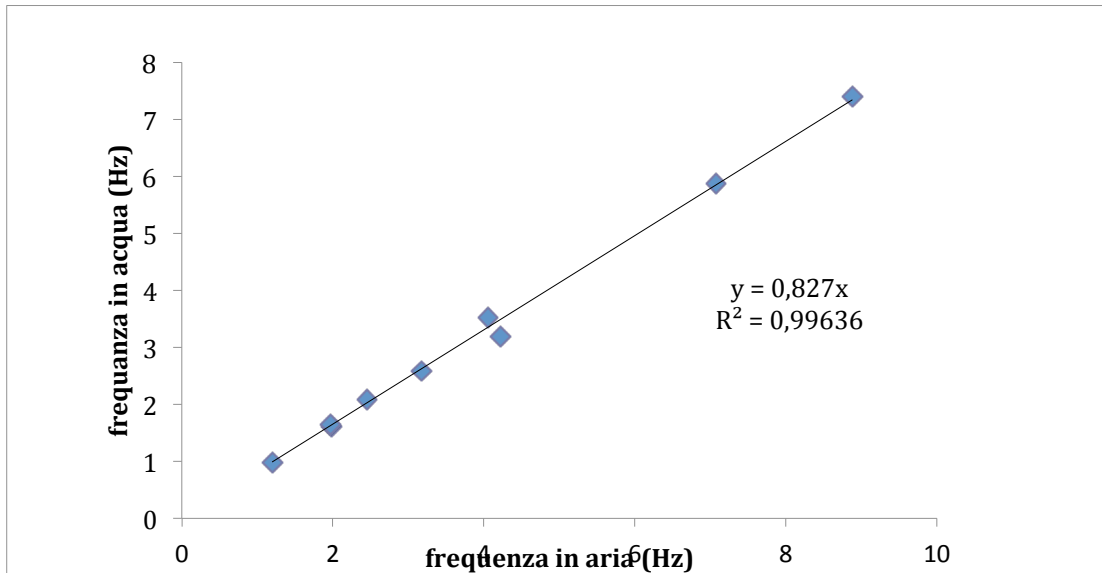


Figura 24, frequenza in aria versus frequenza in acqua, sfera D=4cm.

m*	1,344
coef β teorico	0,854

L asta (cm)	D asta (mm)	f acqua (Hz)	f aria (Hz)	Ca sperimentale
30	3	3,19	4,23	1,11
50	3	1,61	1,98	0,79
70	3	0,98	1,20	0,77
30	4	5,87	7,08	0,70
50	4	2,58	3,18	0,78
70	4	1,65	1,97	0,67
30	5	7,40	8,88	0,68
50	5	3,53	4,06	0,52
70	5	2,08	2,46	0,63

Tabella 5, risultati sperimentali, sfera D=6cm.

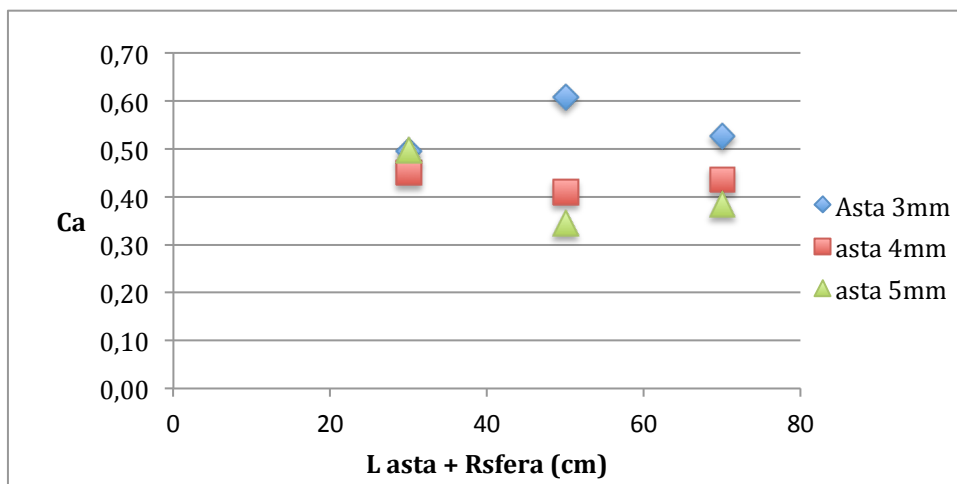


Figura 25, Coefficiente di massa aggiunta sperimentale, sfera D=6cm

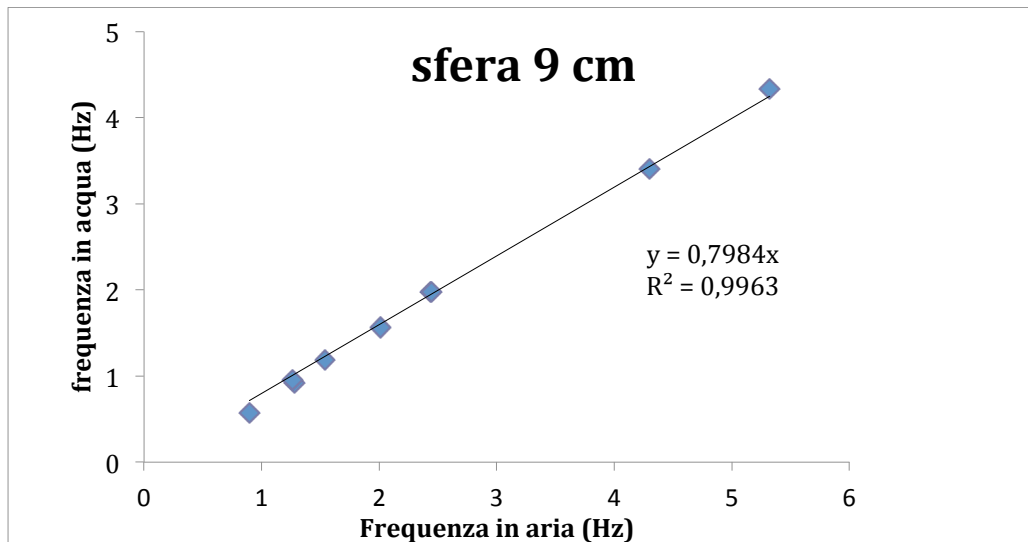


Figura 26, frequenza in aria versus frequenza in acqua, sfera D=9cm.

m*	1,240
coef β teorico	0,883

L asta (cm)	D asta (mm)	f acqua (Hz)	f aria (Hz)	Ca sperimentale
30	3	1,98	2,43	0,62
50	3	0,93	1,29	1,13
70	3	0,58	0,90	1,75
30	4	3,40	4,30	0,73
50	4	1,57	2,01	0,80
70	4	0,95	1,26	0,92
30	5	4,34	5,32	0,62
50	5	1,97	2,44	0,65
70	5	1,19	1,54	0,82

Tabella 6, risultati sperimentali, sfera D=9cm.

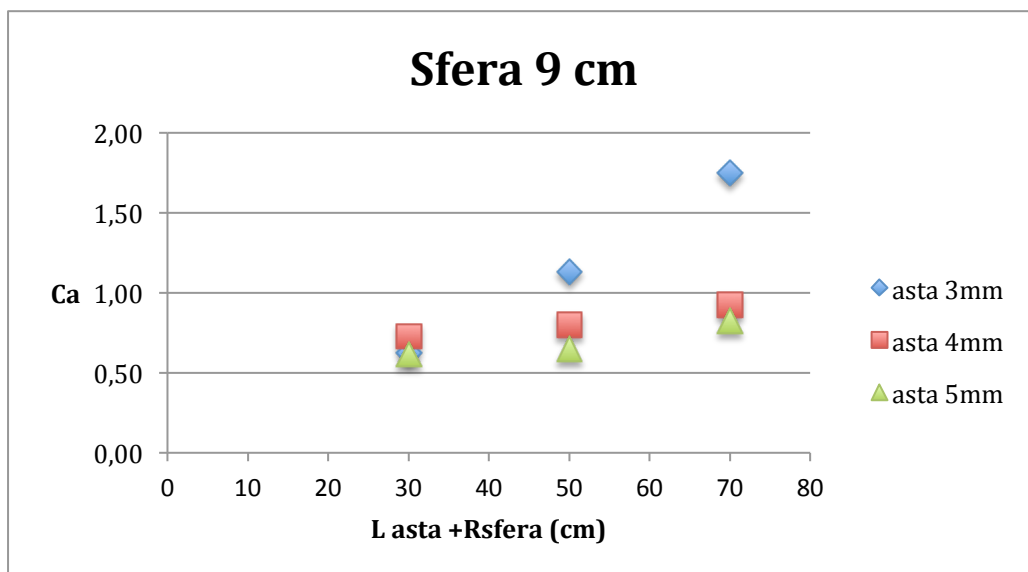


Figura 27, Coefficiente di massa aggiunta sperimentale, sfera D=9cm

sfera	4cm	6cm	8cm
β teorico	0,856	0,854	0,844
β sperimentale	0,845	0,827	0,798
errore	1,29%	3,16%	5,45%

Tabella 7, β teorico versus β sperimentale

Questi esperimenti mostrano due cose interessanti:

- Prima, vediamo che il coefficiente lineare β sperimentale è sempre vicino a quello teorico. L'errore aumenta con la massa della sfera, ma non più del 5,45%. Quindi l'errore introdotto usando questa formula è minore.
- Tuttavia, i coefficienti C_a , che possiamo considerare buoni per la sfera più piccola ($C_a \approx 0,5$), si allontanano molto dalla teoria per le sfere più grosse ($C_a \approx 0,8$ per la sfera media e $C_a \approx 1,75$ per la sfera grossa)

Conclusione

Il coefficiente β è matematicamente robusto rispetto al C_a . Un valore doppio del C_a fa variare il β di poco (5%) (con le nostre m^*). Per questo troviamo dei valori di β vicini della teoria, ma con dei coefficienti C_a troppo alti.

Ma perchè i coefficienti C_a (e quindi i β), per le sfere più grosse, si allontanano della teoria? Con le sfere più grosse, oppure con un'asta meno rigida (lunghezza maggiore, o diametro dell'asta minore) l'effetto della gravità che abbiamo trascurato rispetto alla forza di richiamo elastica, si fa sentire di più. Vediamo anche che con le aste più sottili (quindi una rigidezza minore e un effetto di gravità maggiore), i coefficienti C_a (in verde sui grafici) sono i più lontani della teoria. Quelli più vicini sono sempre con l'asta più rigida (5 mm) in verde sui grafici.

Consideriamo quindi un secondo modello, più vicino della realtà, introducendo la forza peso nel primo modello.

3) Secondo modello

Questa volta, consideriamo la forza di gravità che agisce sulla sfera.

Per semplicità, e perchè studieremo solo la frequenza naturale della struttura, trascuriamo lo smorzamento nell'equazione del moto.

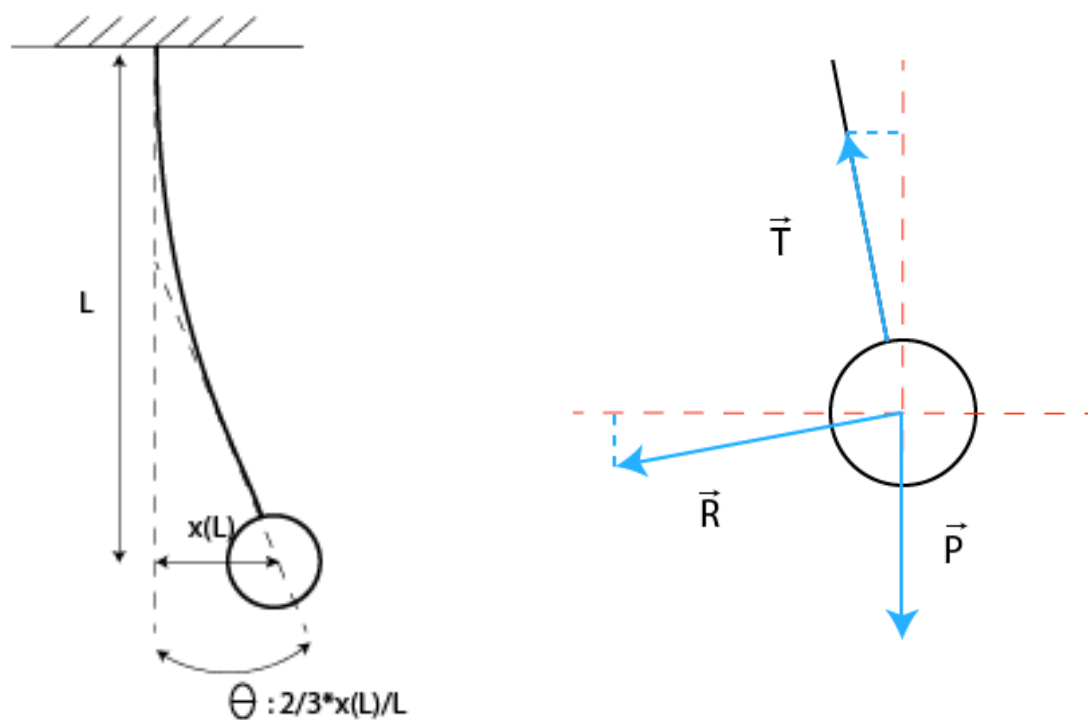


Figura 28, schema della geometria del sistema e delle forze agente.

La sfera subisce adesso la forza di richiamo elastica R , la forza di gravità P , e la tensione nell'asta T .

troviamo la relazione tra l'angolo della deformata dell'asta nel baricentro della sfera et lo spostamento nello stesso punto con il modello di carico di punta su un'asta incastrata.

Applichiamo il secondo principio di Newton nel baricentro della sfera.

Proiezione verticale:

$$m\ddot{y} = -mg + T \cos \theta \quad (19)$$

per piccoli spostamenti, $\cos \theta = 1$ e $\sin \theta = \theta$.

Supponendo il moto solo orizzontale, otteniamo

$$m\ddot{y} = 0 = -mg + T \cos \theta \quad (20)$$

$$T = mg \quad (21)$$

Proiezione orizzontale:

$$m\ddot{x} = -T \sin \theta - R \cos \theta \quad (26)$$

per piccoli spostamenti, $\sin \theta = \theta = \frac{3}{2L}x$, e una forza elastica di richiamo $R=Kx$:

$$m\ddot{x} = -\frac{3}{2L}mgx - Kx \quad (27)$$

$$\ddot{x} + \left(\frac{3}{2L}g + \frac{K}{m}\right)x = 0 \quad (28)$$

$$\ddot{x} + \omega_{0\text{aria}}^2 x = 0 \quad (29)$$

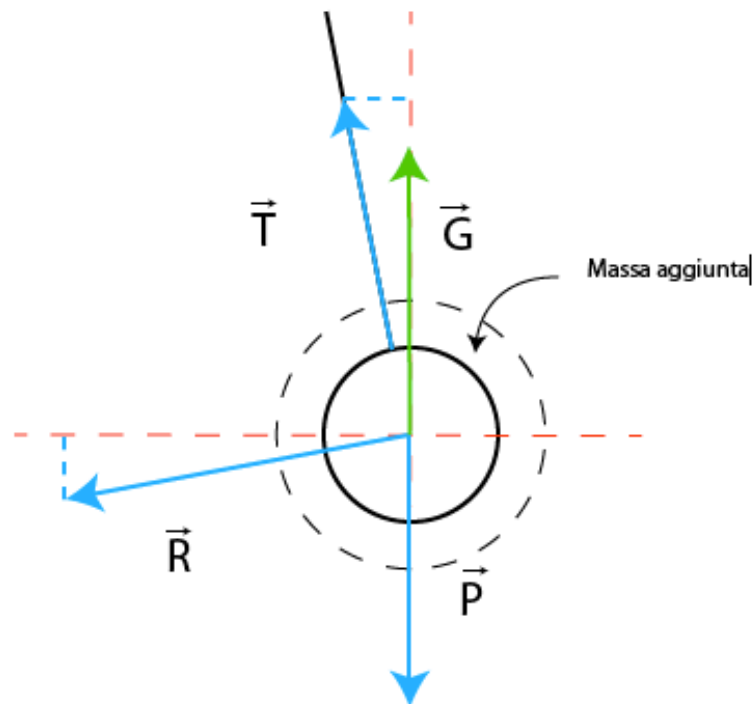
$$\text{con } \omega_{0\text{aria}}^2 = \left(\frac{3}{2L}g + \frac{K}{m}\right)$$

La pulsazione naturale di questo modello ha una componente elastica e una componente gravitazionale.

Vediamo come cambia questa pulsazione se la sfera è immersa in acqua.

Alle forze già esistente in aria, si aggiunge la forza di galleggiamento G .

La massa aggiunta si somma alla massa della sfera.



Applichiamo il Secondo principio di Newton:

Proiezione verticale

$$(m + C_A m_a) \ddot{y} = 0 = -mg + m_a g + T \cos \theta \quad (30)$$

Dove m_a è la massa d'acqua spostata.

$$T = (m - m_a)g \quad (31)$$

Proiezione orizzontale

$$(m + C_A m_a) \ddot{x} = -T \sin \theta - R \cos \theta \quad (32)$$

$$(m + C_A m_a) \ddot{x} = -\frac{3}{2L} (m - m_a) g x - K x \quad (33)$$

$$\ddot{x} + \left(\frac{3}{2L} \frac{(m - m_a) g}{(m + C_A m_a)} + \frac{K}{(m + C_A m_a)} \right) x = 0 \quad (34)$$

$$\ddot{x} + \omega_{0acqua}^2 x = 0 \quad (35)$$

$$\text{con } \omega_{0acqua}^2 = \left(\frac{3}{2} \frac{(m - m_a) g}{(m + C_A m_a) L} + \frac{K}{(m + C_A m_a)} \right) \quad (36)$$

$$\omega_{0acqua}^2 = \left(\frac{3}{2} \frac{(m^* - 1) g}{(m^* + C_A) L} + \frac{K}{m} \left(\frac{m^*}{(m^* + C_A)} \right) \right) \quad (37)$$

$$\omega_{0acqua}^2 = \left(\alpha + \beta^2 \frac{K}{m} \right) \quad (38)$$

Proviamo a inserire ω_{0aria} nell'espressione di ω_{0acqua} .

$$\frac{K}{m} = \omega_{0aria}^2 - \frac{3}{2L} g \quad (39)$$

$$\omega_{0_{acqua}}^2 = \left(\alpha + \beta^2 \left[\omega_{0_{aria}}^2 - \frac{3}{2L}g \right] \right) \quad (40)$$

$$\omega_{0_{acqua}}^2 = \left(\beta^2 \omega_{0_{aria}}^2 - \frac{3}{2(m^* + C_A)} \frac{g}{L} \right) \quad (41)$$

$$\omega_{0_{acqua}}^2 = \beta^2 \omega_{0_{aria}}^2 - \alpha \quad (42)$$

Abbiamo trovato un legame affine tra la pulsazione al quadrato in acqua e quella in aria.

4) Verifica sperimentale

Vediamo il confronto tra questo modello e i risultati ottenuti.

Con questo modello, non è più possibile confrontare tutti i risultati per una sfera nello stesso grafico, perché il coefficiente α dipende anche della lunghezza dell'asta considerata. Abbiamo preso 3 lunghezze diverse, quindi per ogni sfera, abbiamo tre grafici e tre regressioni.

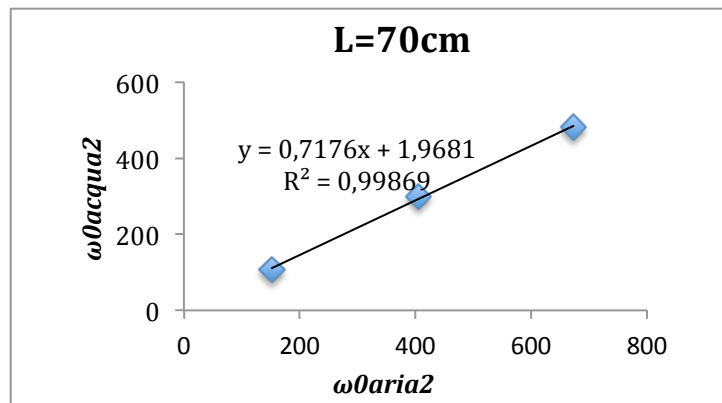
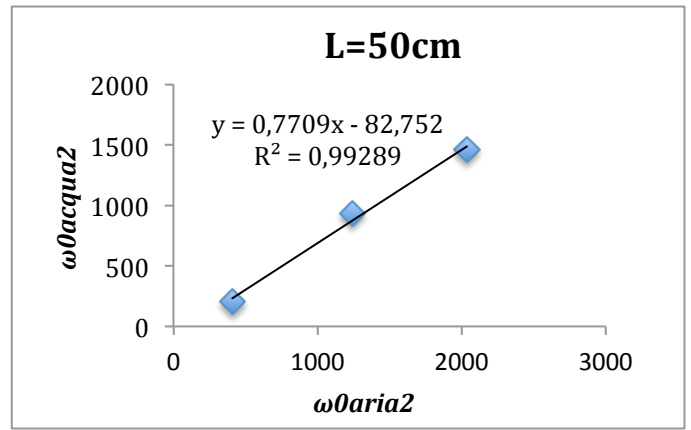
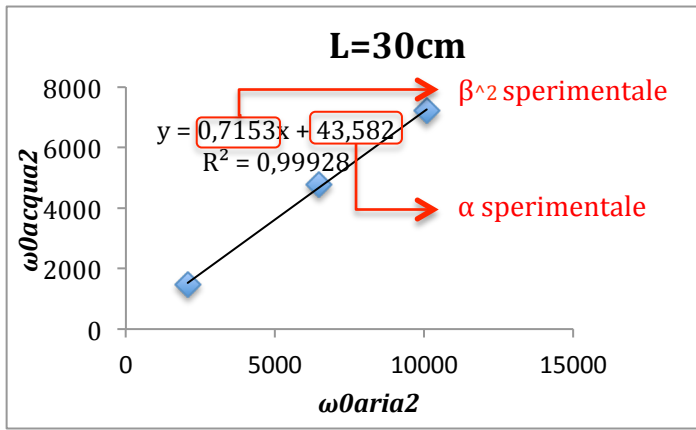


figura 29, frequenza in aria vs frequenza in acqua per la sfera di diametro 4cm, per ogni lunghezza d'asta.

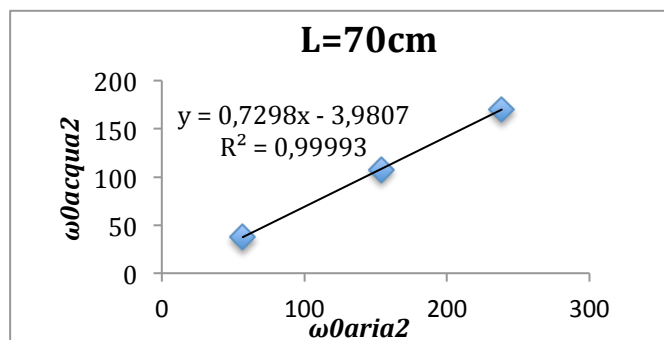
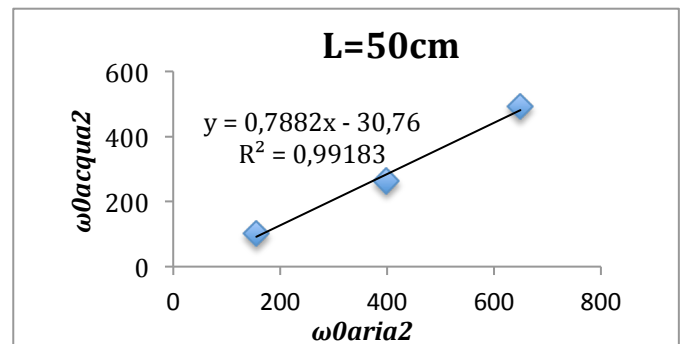
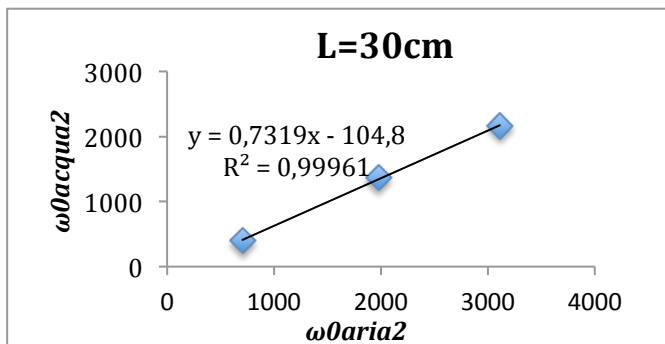


figura 30, frequenza in aria vs frequenza in acqua per la sfera di diametro 6cm, per ogni lunghezza d'asta.

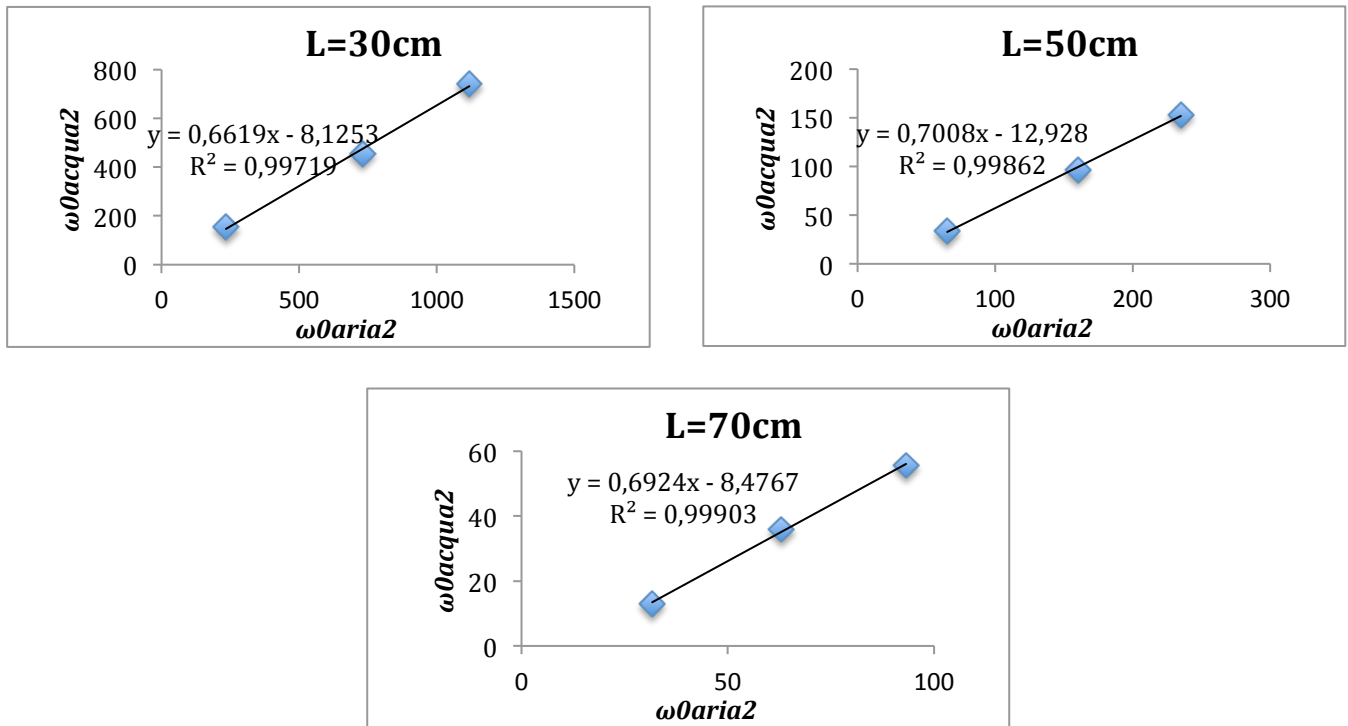


figura 31, frequenza in aria vs frequenza in acqua per la sfera di diametro 9cm, per ogni lunghezza d'asta.

Calcoliamo il coefficiente beta per ogni sfera facendo la media dei beta sulle tre lunghezze, e confrontiamo con i coefficienti trovati nel primo modello.

sfera	4cm	6cm	8cm
β teorico	0,8560	0,8540	0,8440
β sperimentale1	0,8450	0,8270	0,7980
β sperimentale2	0,8570	0,8659	0,8659
errore1	1,29%	3,16%	5,45%
errore 2	0,11%	1,39%	2,59%

tabella 8, Confronto tra il beta teorico e i beta sperimentali.

Osserviamo un miglioramento non trascurabile. È ancora più chiaro osservando i coefficienti C_a :

Con questo modello, C_a è più vicino a 0,5 rispetto al primo modello, per ogni sfera e ogni lunghezza d'asta.

D sfera	L+R (cm)	β^2	β	Ca
4cm	30	0,72	0,85	0,50
	50	0,77	0,88	0,37
	70	0,72	0,85	0,49
6cm	30	0,73	0,86	0,49
	50	0,79	0,89	0,36
	70	0,73	0,85	0,50
9cm	30	0,66	0,81	0,63
	50	0,70	0,84	0,53
	70	0,69	0,83	0,55

tabella 9,Calcolo del Ca sperimentale.

Per le tre sfere, siamo sempre molto più vicino dello 0,5 che lo stavamo con il primo modello (Ca era attorno 1,6 per la sfera grossa)

Osserviamo che i coefficienti α della regressione sembrano non corrispondere al loro valore teorico. Facendo un'analisi dei errori sulla misura delle frequenze, troviamo che con un'errore sperimentale del 2%, le valori di α sperimentale sono nel intervallo autorizzato.

5) Smorzamento del sistema

Lo smorzamento del sistema è un parametro importante per capire e confrontare il nostro sistema a quello studiato in letteratura, perché influisce sul comportamento dinamico, in particolare sull'ampiezza delle oscillazioni dovute al distacco dei vortici.

Tuttavia, vedremo nel capitolo successivo che per un intervallo di coefficienti di smorzamento basso, questo parametro non influisce: Per ogni coefficiente di smorzamento compreso in questo range, l'ampiezza massima di oscillazione di un pendolo è la stessa, il sistema è cioè in saturazione rispetto allo smorzamento.

Abbiamo incontrato qualche problema a trovare questo parametro nel caso della sfera vincolata ad un'asta incastrata:

- Non sappiamo l'origine dello smorzamento del sistema perché esistono differenti effetti dissipativi: smorzamento viscoso, smorzamento strutturale, che hanno delle modellazioni diverse: decremento esponenziale, fenomeni d'isteresi, dipendenza al quadrato della velocità, etc. Nel nostro caso abbiamo considerato uno smorzamento principale viscoso e quindi abbiamo estratto il coefficiente usando il decremento esponenziale dell'involuppo delle oscillazioni.

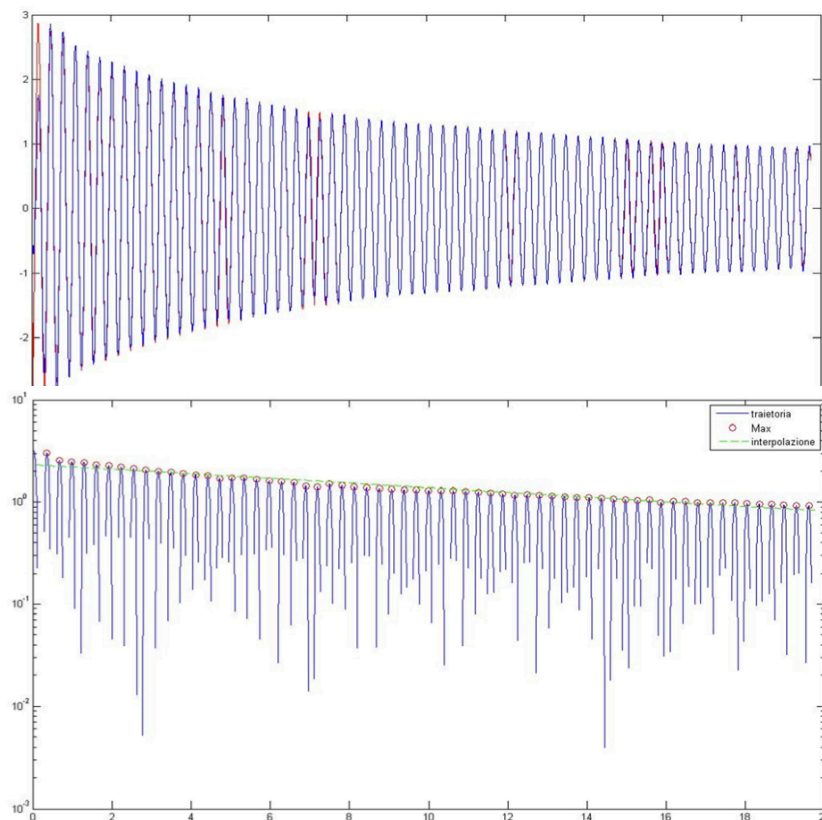


figura 32, Ampiezza delle oscillazioni in funzione del tempo, e interpolazione esponenziale.

- La seconda difficoltà viene dal fatto che il moto della sfera è bidimensionale (nel piano (x,y)), e quindi c'è sempre un accoppiamento tra le due componenti del moto. Abbiamo comunque cercato di imporre una deformazione iniziale in una sola direzione.

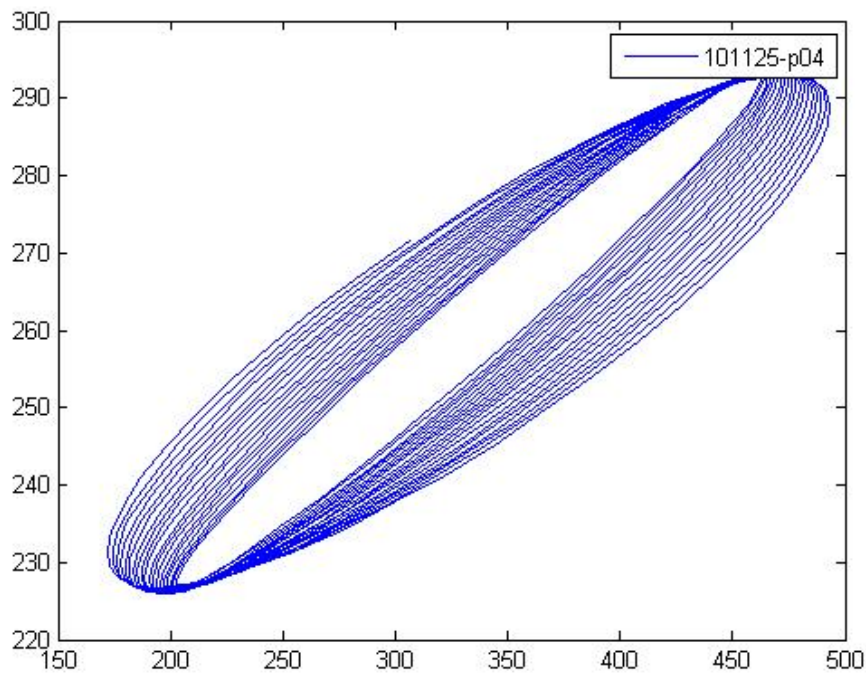


figura 33, Traiettoria della sommità della sfera nel piano bidimensionale (x,y)

Abbiamo calcolato con sufficiente precisione i valori di smorzamento per confrontarci con la letteratura.

Tutti valori trovati nelle prove sono riassunti nell'appendice. Per tutti i sistemi studiati (tre aste, tre sfere, tre lunghezze d'asta in acqua e in aria) il valore dello smorzamento è compreso tra $2,7E-3$ e $4E-2$. Questi valori di smorzamento sono molto bassi e vedremo nel capitolo successivo che siamo nel range di smorzamento che non influisce sull'ampiezza del moto del pendolo immerso in una corrente. Il nostro sistema non è un pendolo ma vedremo comunque, attraverso delle prove idonee, che si comporta in modo simile per bassi valori di smorzamento.

Notiamo anche che questi valori bassi di smorzamento ci permettono di assimilare la frequenza naturale del sistema alla frequenza smorzata di oscillazione del sistema, (che sarebbe diversa nel caso di un sistema molto smorzato):

$$f_n = \frac{f_{smorzata}}{\sqrt{1 - \xi^2}}$$

nel nostro caso, prendendo lo smorzamento maggiore troviamo:

$$f_n = 1,0008 \cdot f_{smorzata} \cong f_{smorzata}$$

IV. *Analisa del moto della sfera introdotta in una corrente di velocità media U*

Per studiare il fenomeno, dobbiamo prima fare un'analisi dimensionale per conoscere i parametri che hanno un effetto sul comportamento del sistema.

1) *Analisi dimensionale del fenomeno*

1) *Varabili che influiscono il fenomeno*

$$fenomeno = f(\rho, \nu, \varepsilon, s, g, U, D, m, L, d, h, \xi) \quad (43)$$

dove:

- $\rho, \nu, \varepsilon, s$ sono le caratteristiche del fluido che usiamo: la massa volumica, la viscosità, la comprimibilità e il coefficiente di tensione superficiale. Per velocità basse rispetto alla velocità del suono nell'acqua, possiamo trascurare l'effetto di comprimibilità. Il modello che usiamo è abbastanza grande perché l'effetto della tensione superficiale sia trascurabile.
- g , accelerazione di gravità
- U , velocità del fluido
- D, m diametro e massa della sfera
- L, d , lunghezza et diametro dell'asta
- h , altezza della corrente
- ξ , lo smorzamento della struttura (viscoso+strutturale)

Sappiamo anche che d, L e m sono legate tra la frequenza naturale in aria di oscillazione del sistema,

$$f_n = f(d, L, m) \quad (44)$$

Quindi l'equazione del fenomeno diviene:

$$fenomeno = f(\rho, \nu, g, U, D, f_n, h, m, \xi) \quad (45)$$

2) adimensionalizzazione

Prendiamo la terna (ρ, U, D) per adimensionalizzare il sistema:

$$fenomeno = f(Re, Fr, U^*, \frac{h}{D}, m^*, (m^* + Ca)\xi) \quad (46)$$

Il sistema dipende da 6 parametri adimensionalizzati: il numero di Reynolds, di Froude, la velocità adimensionalizzata U^* , il coefficiente di bloccaggio, la massa adimensionalizzata, e un coefficiente che corrisponde allo smorzamento del sistema (possiamo prendere ξ da solo, ma il coefficiente detto "mass damping" è più usato).

Nel nostro caso, il numero di Reynolds influisce poco sul moto della sfera perché siamo in autosimilarità rispetto a Re .

Stessa cosa per il coefficiente di smorzamento:

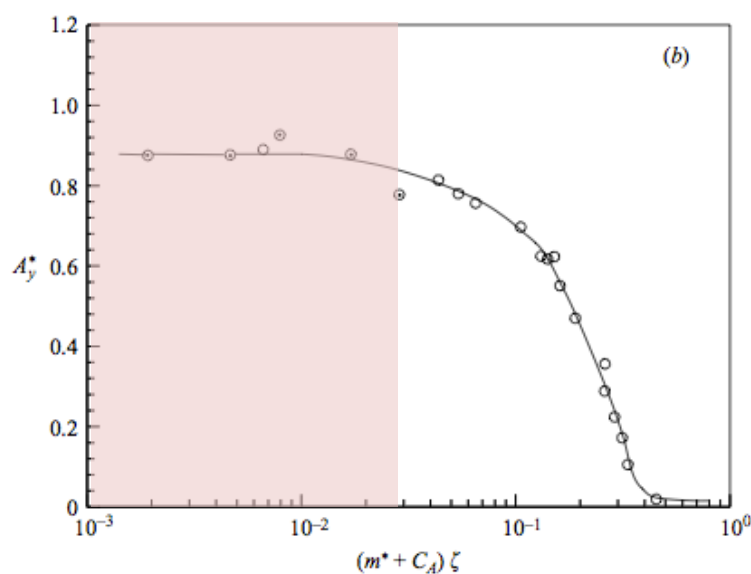


figura 34, Amplitude versus coefficient di "mass damping", R. Govardhan, C.H.K. Williamson [1]

Per tutti valori ξ che abbiamo trovato, il sistema è nel dominio di saturazione (in rosso) trovato in letteratura per una sfera legata con un filo. Dovremmo verificare che il nostro sistema (sfera vincolata a un'asta incastrata) ha anch'esso un dominio di saturazione rispetto allo smorzamento basso.

2) Prove sperimentali

L'obiettivo è di osservare l'ampiezza e le frequenze del moto in direzione longitudinale e trasversale del canale (x e y) al variare della velocità adimensionalizzata:

$$U^* = \frac{U}{Df_n}$$

Sperimentalmente, abbiamo due possibilità di variare questo parametro per una sfera di diametro D:

- Variare la velocità U:
- Variare la frequenza propria della struttura, facendo variare la lunghezza dell'asta.

L'obiettivo è di variare la velocità o la frequenza per coprire un intervallo U^* il più vasto possibile.

La velocità massima della corrente nel canale essendo di 0,6 m/s, non era possibile superare $U^*= 5$ per la sfera piccola (Diametro 4 cm), quindi ci siamo interessati alle sfere di diametro 9 cm e 6 cm.

a) Prove a frequenza naturale variabile

Le prime prove sono state fatte facendo variare la lunghezza dell'asta, con la sfera grossa (diametro 9 cm) e l'asta sottile (diametro 3 mm).

Seguono i parametri relativi a questa prova:

L	Dsfera	m*	fn	U	U*	h/D	Re
cm	m		Hz	m/s			
20	0,09	1,24	3,45	0,5	1,61	5	45000
35	0,09	1,24	1,52	0,5	3,66	5	45000
40	0,09	1,24	1,25	0,5	4,46	5	45000
45	0,09	1,24	1,05	0,5	5,30	5	45000
50	0,09	1,24	0,90	0,5	6,19	5	45000
55	0,09	1,24	0,78	0,5	7,12	5	45000
60	0,09	1,24	0,69	0,5	8,09	5	45000
65	0,09	1,24	0,61	0,5	9,10	5	45000
70	0,09	1,24	0,55	0,5	10,14	5	45000
75	0,09	1,24	0,49	0,5	11,23	5	45000
80	0,09	1,24	0,45	0,5	12,34	5	45000
85	0,09	1,24	0,41	0,5	13,49	5	45000
90	0,09	1,24	0,38	0,5	14,68	5	45000

tabella 10, Parametri sperimentali della prima prova.

Risultati in Ampiezza :

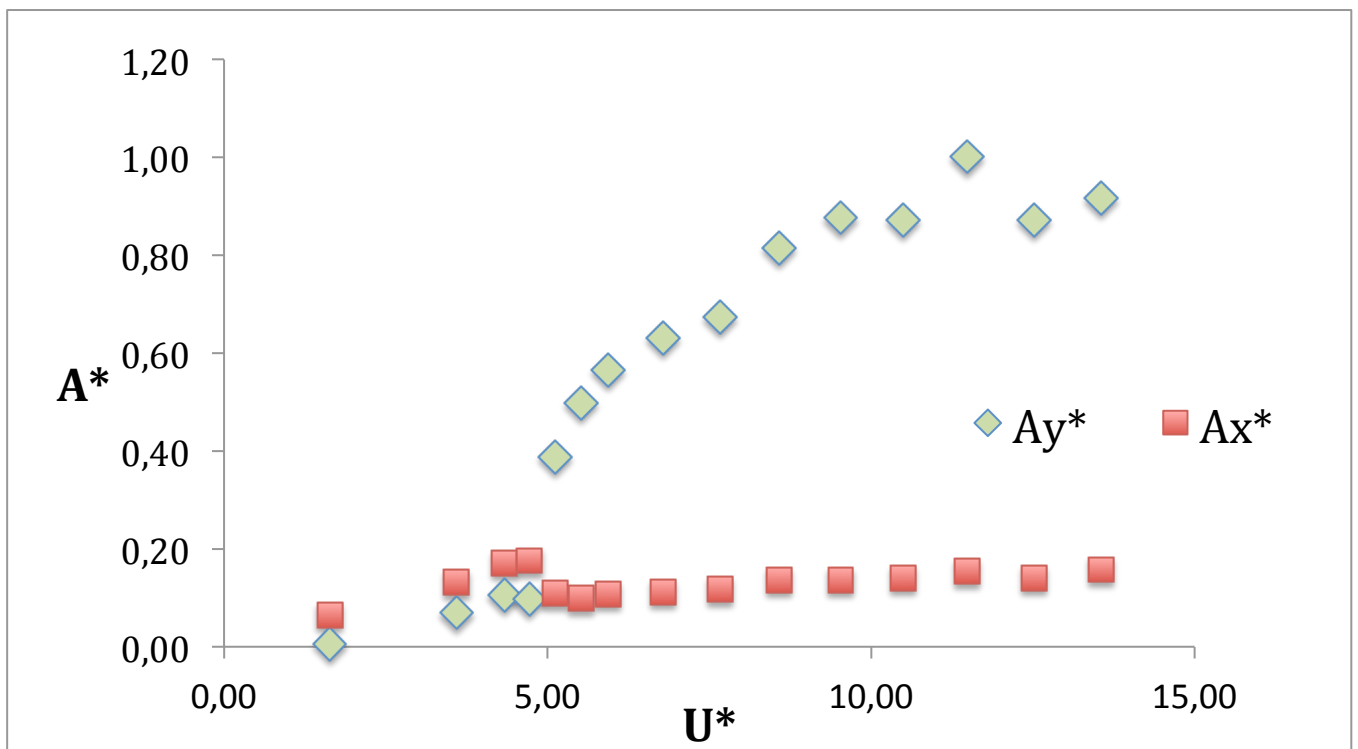


Figura 35, Ampiezza ridotta in x e y, versus velocità ridotta. Sfera D=9cm, asta d=3mm, m*=1,24, lunghezza dell'asta variabile.

Osserviamo tre regioni di interesse: la prima, da $U^*=1$ a 5, dove lo spostamento è maggiore in direzione della corrente (x). Subito dopo 5, la componente trasversale si alza e quella in x diminuisce, è una fase di transizione. La terza regione, per $U^*=8$ in poi, troviamo una zona di stabilizzazione, dove l'ampiezza dell'oscillazione è pari a una volta il diametro della sfera. In un passaggio successivo, faremo un confronto con i diversi modi trovati in letteratura.

Risultati in frequenza :

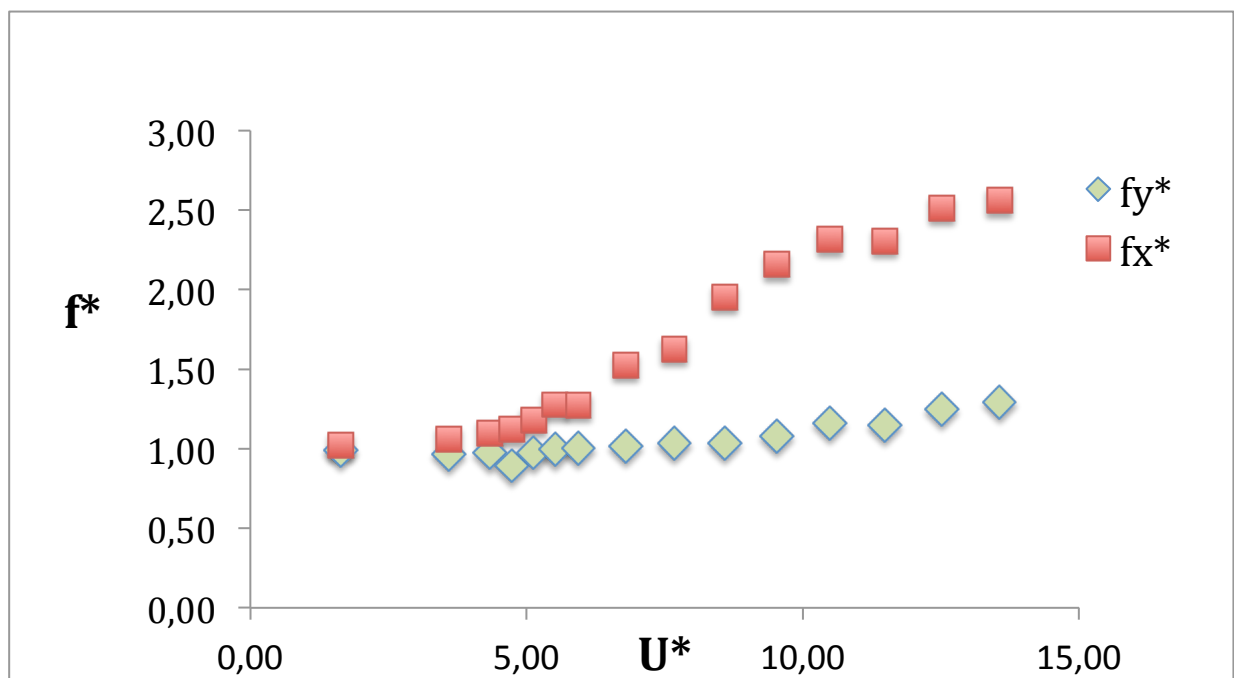


Figura 36, frequenza ridotta in x e y versus velocità ridotta. Sfera $D=9\text{cm}$, asta $d=3\text{mm}$, $m^*=1,24$, lunghezza dell'asta variabile.

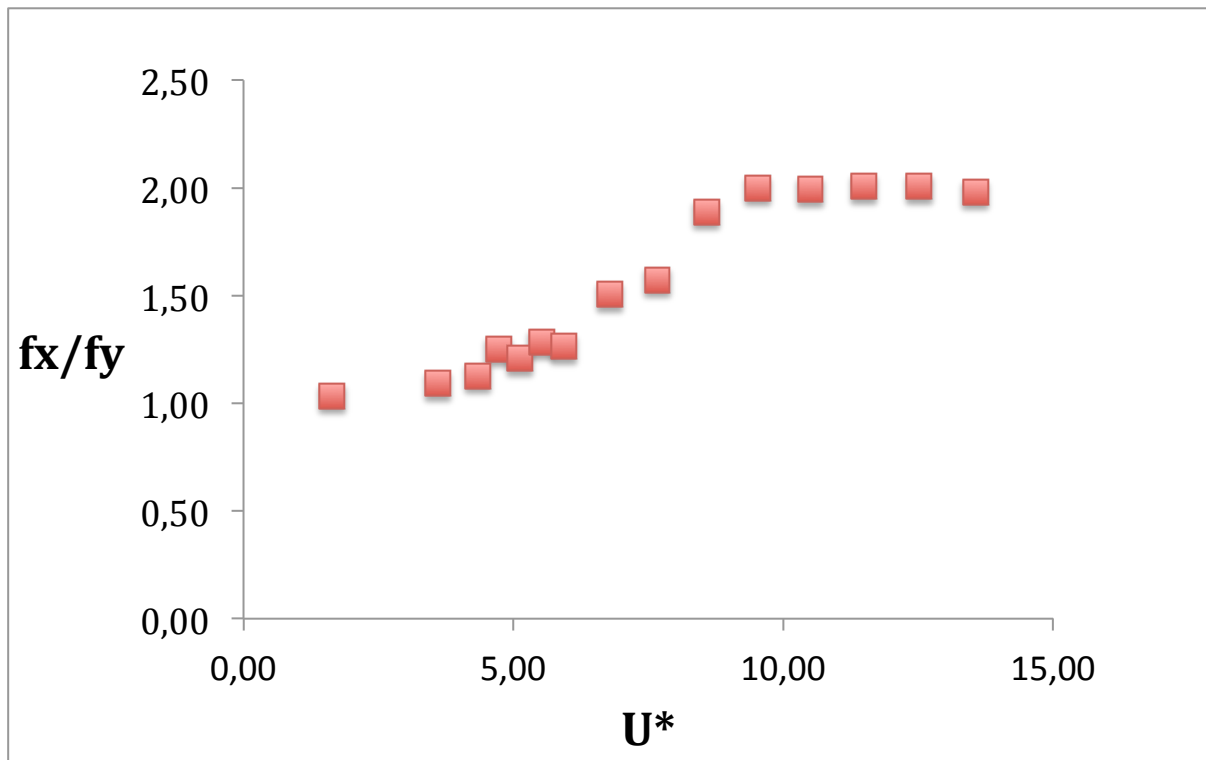


Figura 37, Rapporto f_x/f_y versus velocità ridotta.. Sfera $D=9\text{cm}$, asta $d=3\text{mm}$, $m^*=1,24$, lunghezza dell'asta variabile.

Osserviamo le stesse regioni viste nell'analisi delle ampiezze:

A bassa velocità, La struttura risponde con una frequenza uguale alla sua frequenza naturale nelle due direzioni.

Tra $U^*=5$ a 10 , la frequenza f_x aumenta fino a raggiungere il doppio della frequenza f_y . La frequenza in y aumenta poco.

Per $U^*=10$ in poi, abbiamo una sincronizzazione tra la frequenza f_x , e f_y . f_x è uguale al doppio di f_y .

Le traiettorie bidimensionali per diverse velocità permettono di visualizzare queste zone caratteristiche di ampiezze e di frequenza:

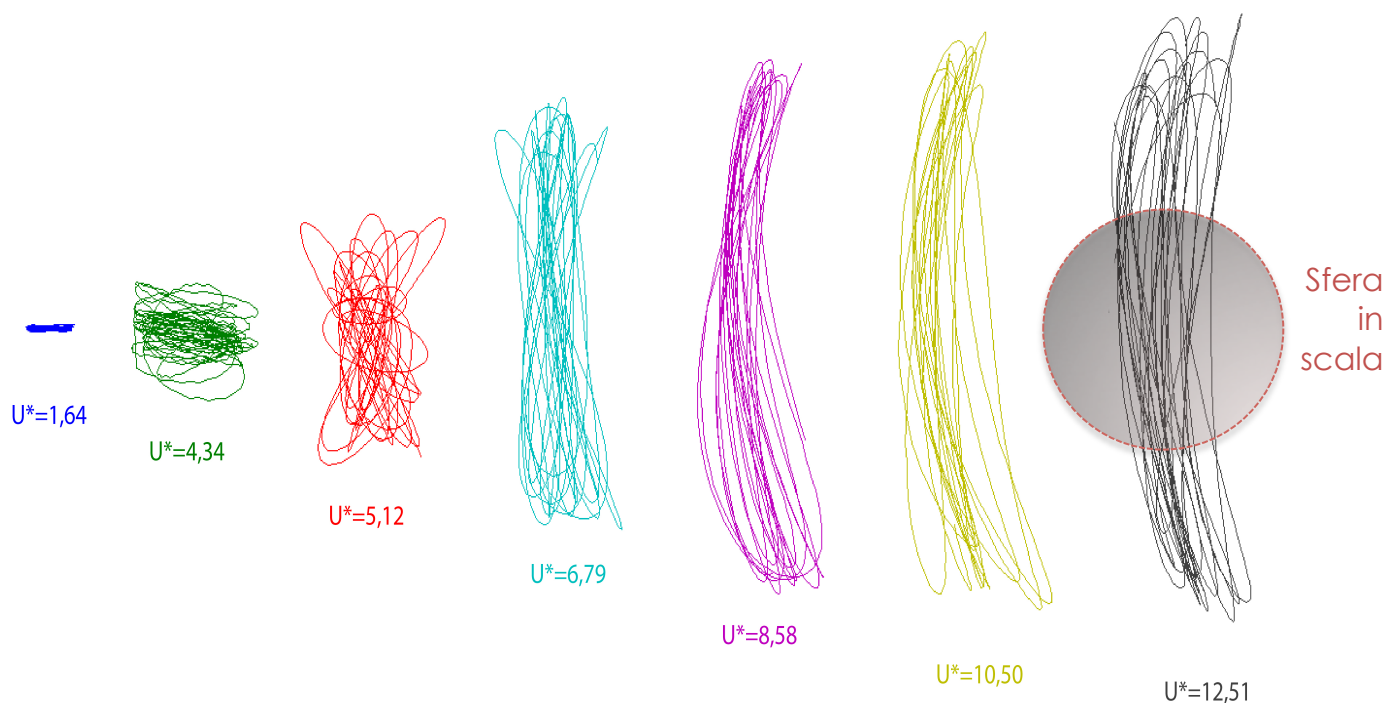


Figura 38, Traiettorie nel piano (x,y) per diverse velocità. Sfera $D=9\text{cm}$, asta $d=3\text{mm}$, $m^*=1,24$, lunghezza dell'asta variabile.

Una prima zona con direzione principale del moto lungo l'asse longitudinale x , fino a $U^*=5$. Poi un cambio di direzione principale, e una traiettoria con un punto d'incrocio della traiettoria al centro. In $U^*=10$ in poi, abbiamo una traiettoria tipo mezzaluna che caratterizza la sincronizzazione del moto.

b) Prove a velocità variabile

Per la seconda sessione di prove, abbiamo conservato lo stesso sistema e variato la velocità: asta di diametro 3 mm, sfera grossa di diametro 9 cm, ma abbiamo fissato la lunghezza dell'asta a 70 cm. Per far variare la velocità ridotta U^* , abbiamo variato la velocità della corrente U . Questa seconda prova permette di verificare l'adimensionalizzazione fatta nella sezione 1 di questo capitolo. Facciamo variare un parametro di due maniere diverse, e osserviamo se il sistema si comporta di maniera simile.

Vediamo i parametri che caratterizzano questa prova:

L	Dsfera	Msfera	m*	fn	U	U*	h/D	Re	(m*+Ca) ξ
cm	m	kg		Hz	m/s				
70,00	0,09	0,47	1,24	0,53	0,20	4,19	5,00	18000	0,0309
70,00	0,09	0,47	1,24	0,53	0,50	10,48	5,00	45000	0,0309
70,00	0,09	0,47	1,24	0,53	0,25	5,24	5,00	22500	0,0309
70,00	0,09	0,47	1,24	0,53	0,30	6,29	5,00	27000	0,0309
70,00	0,09	0,47	1,24	0,53	0,35	7,34	5,00	31500	0,0309
70,00	0,09	0,47	1,24	0,53	0,40	8,39	5,00	36000	0,0309
70,00	0,09	0,47	1,24	0,53	0,45	9,43	5,00	40500	0,0309

tabella 11, Parametri sperimentali della seconda prova. Sfera D=9cm, asta d=3mm, m*=1,24, lunghezza dell'asta L=70cm.

Risultati in ampiezza

Questo grafico mostra la sovrapposizione dell'ampiezza del movimento trasversale per ciascuna prova:

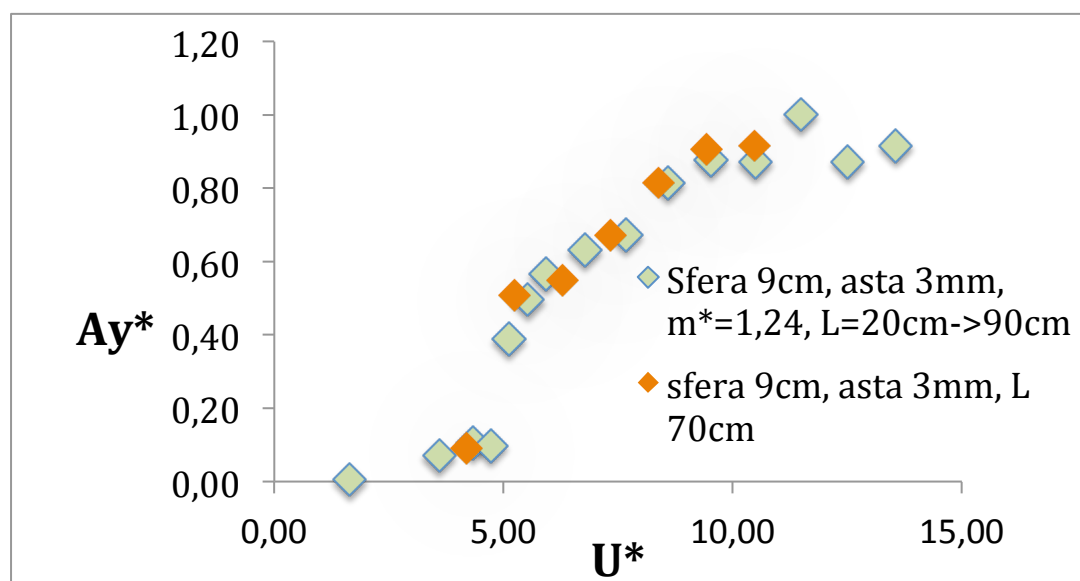


Figura 39, Confronto tra le ampiezze trovate nella prima e la seconda prova

Vediamo che i due andamenti sono uguali nel range di velocità studiato: abbiamo un salto del valore di ampiezza in 5, e un aumento fino a $U^*=10$, dove il moto si stabilizza.

Questo risultato rende legittimo l'adimensionalizzazione che abbiamo fatto, e mostra che l'unico parametro che non potevamo controllare facilmente, il coefficiente di «mass damping», non influisce sull'oscillazione del sistema.

Risultati in frequenza

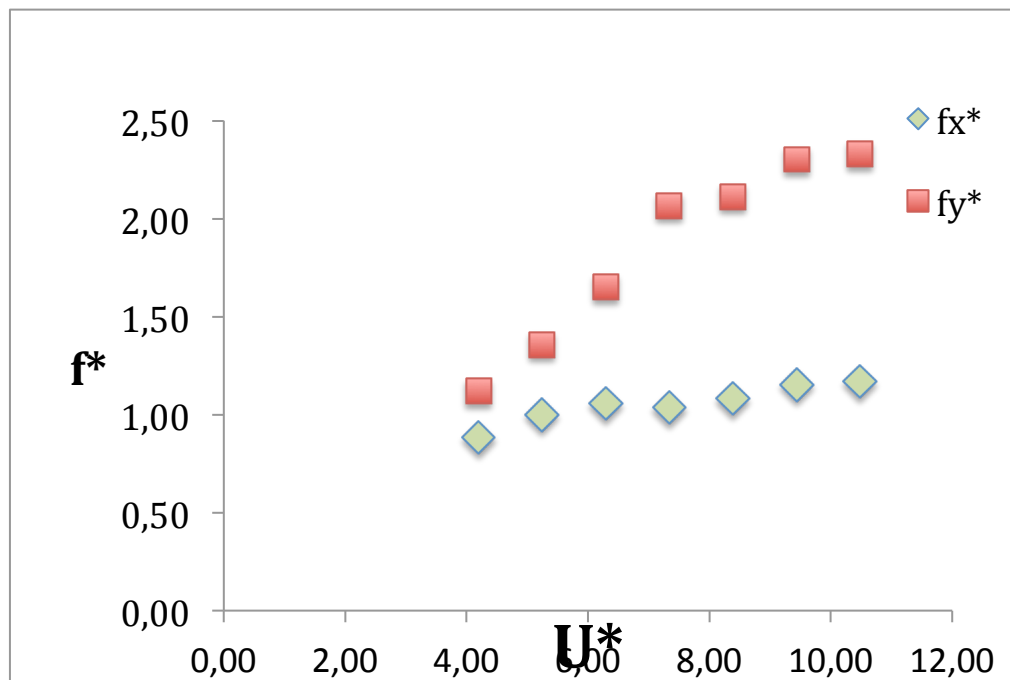


Figura 40, Frequenza ridotta in x e y versus velocità ridotta. Sfera $D=9\text{cm}$, asta $d=3\text{mm}$, $m^*=1,24$, lunghezza dell'asta $L=70\text{cm}$.

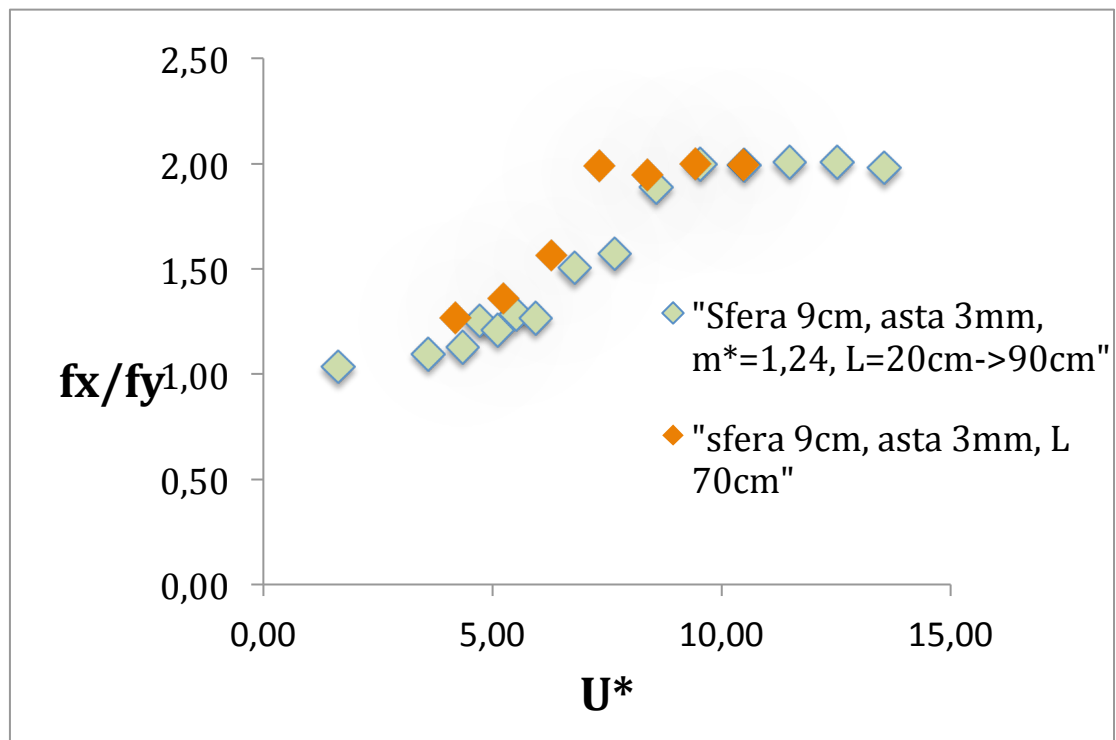


Figura 41, Rapporto f_x/f_y versus velocità ridotta. Sovrapposizione dei risultati ottenuti per la prima e seconda prova.

Vediamo lo stesso andamento per le due traiettorie, con una sincronizzazione anticipata per il secondo set di prove.

Osserviamo anche che per ogni prova, la sincronizzazione tra gli spostamenti in x e y arriva prima della stabilizzazione in ampiezza.

c) Prove con sfera media

Abbiamo continuato le prove usando la sfera di diametro 6 cm, sempre con l'asta fine di 3 mm per avere il sistema meno rigido e per raggiungere un U^* abbastanza alto. La sfera media a una massa ridotta superiore, $m^*=1,34$.

Abbiamo scelto di studiare due lunghezze d'asta: 50 e 70 M.

Vediamo i parametri che entrano in questa prova:

L	Dsfera	Msfera	m*	fn	U	U*	h/D	Re	(m*+Ca) ξ
cm	m	kg		Hz	m/s				

70,00	0,06	0,15	1,34	0,98	0,20	3,40	7	12000,00	2,24E-02
70,00	0,06	0,15	1,34	0,98	0,25	4,25	7	15000,00	2,24E-02
70,00	0,06	0,15	1,34	0,98	0,30	5,10	7	18000,00	2,24E-02
70,00	0,06	0,15	1,34	0,98	0,35	5,95	7	21000,00	2,24E-02
70,00	0,06	0,15	1,34	0,98	0,40	6,80	7	24000,00	2,24E-02
70,00	0,06	0,15	1,34	0,98	0,45	7,65	7	27000,00	2,24E-02
70,00	0,06	0,15	1,34	0,98	0,50	8,50	7	30000,00	2,24E-02
70,00	0,06	0,15	1,34	0,98	0,55	9,35	7	33000,00	2,24E-02
70,00	0,06	0,15	1,34	0,98	0,60	10,20	7	36000,00	2,24E-02

50,00	0,06	0,15	1,34	1,60	0,20	2,08	7	12000,00	1,66E-02
50,00	0,06	0,15	1,34	1,60	0,25	2,60	7	15000,00	1,66E-02
50,00	0,06	0,15	1,34	1,60	0,30	3,13	7	18000,00	1,66E-02
50,00	0,06	0,15	1,34	1,60	0,35	3,65	7	21000,00	1,66E-02
50,00	0,06	0,15	1,34	1,60	0,40	4,17	7	24000,00	1,66E-02
50,00	0,06	0,15	1,34	1,60	0,45	4,69	7	27000,00	1,66E-02
50,00	0,06	0,15	1,34	1,60	0,50	5,21	7	30000,00	1,66E-02
50,00	0,06	0,15	1,34	1,60	0,55	5,73	7	33000,00	1,66E-02
50,00	0,06	0,15	1,34	1,60	0,60	6,25	7	36000,00	1,66E-02
50,00	0,06	0,15	1,34	1,60	0,65	6,77	7	39000,00	1,66E-02

tabella 12, Parametri sperimentali della seconda prova. Sfera D=6cm, asta d=3mm, m*=1,24, lunghezza dell'asta L=70cm e 50cm.

Per la lunghezza di 50 cm, la rigidità del sistema e il limite di velocità del canale non permette di superare $U^*=6,77$, mentre per l'asta di 70 cm possiamo andare fino a $U^*= 10,20$.

Vediamo i risultati sovrapposti in ampiezza e in frequenza di queste due prove.

Risultati in Ampiezza

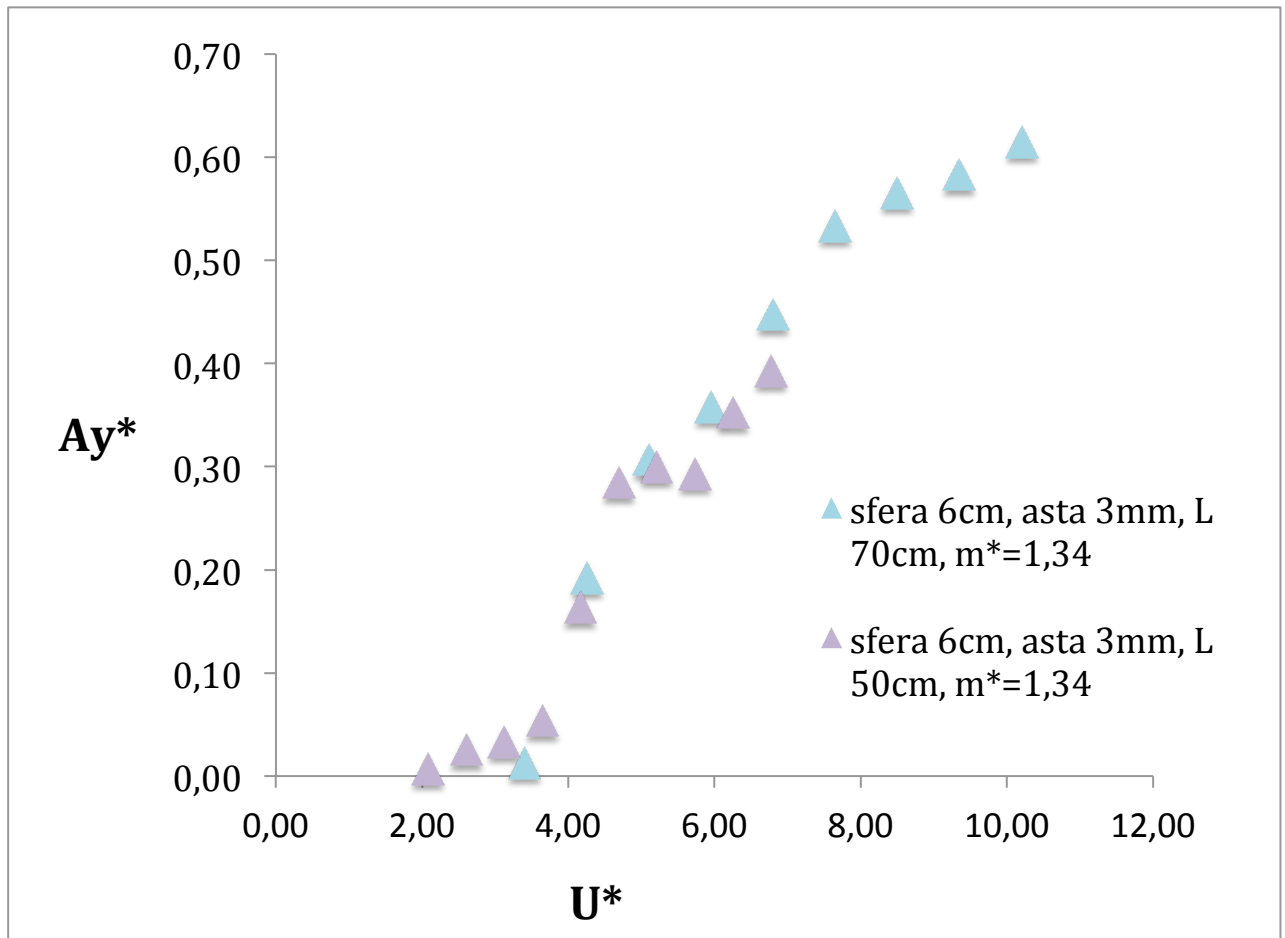


Figura 42, Ampiezza ridotta versus velocità ridotta. Sovrapposizione dei risultati ottenuti per le due prove a sfera media ($D=6\text{cm}$, $m^*=1,34$).

Le due prove hanno lo stesso andamento, che è anche comparabile alle prove condotte con la sfera di 9 cm di diametro. Per una velocità bassa, il moto trasversale è molto basso. A U^* attorno 5 l'ampiezza si alza. Poiché non potevamo superare una velocità di $U^*=10$ con il dispositivo sperimentale, non vediamo una vera stabilizzazione, ma possiamo presumerla osservando la curvatura dell'andamento che introduce il piatto.

Risultati in frequenza :

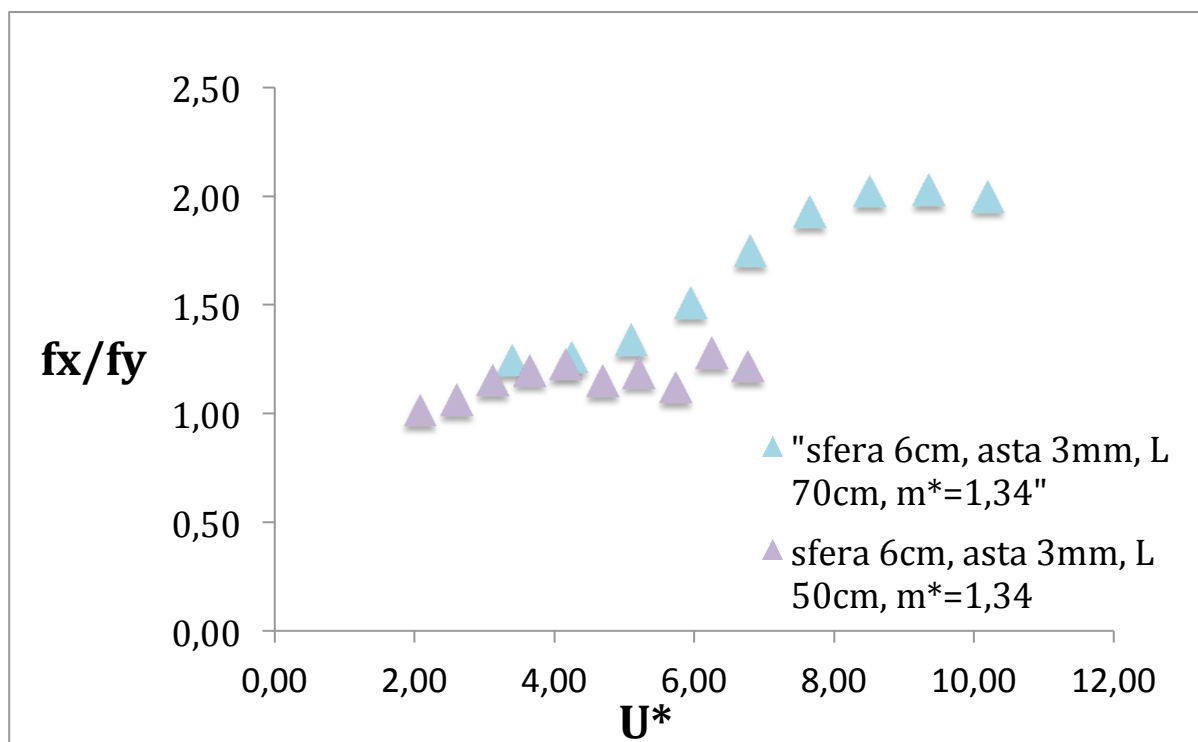


Figura 43, Rapporto f_x/f_y versus velocità ridotta. Sovrapposizione dei risultati ottenuti per le due prove a sfera media ($D=6\text{cm}$, $m^*=1,34$).

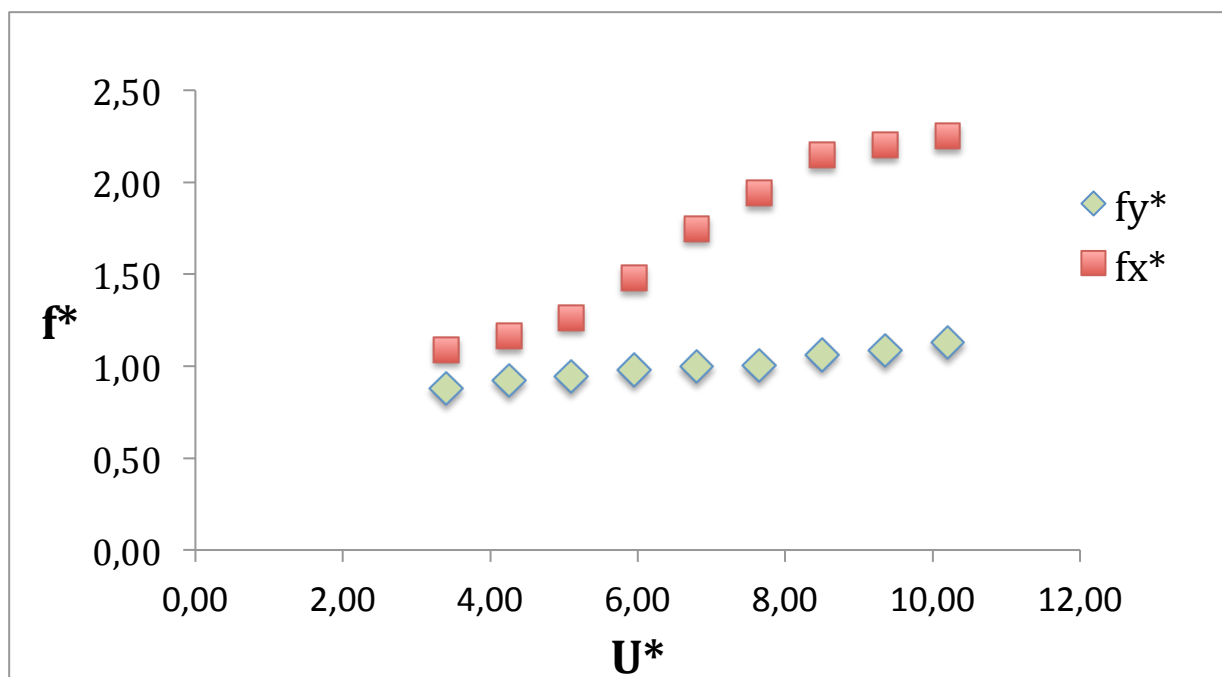


Figura 44, frequenza ridotta in x e y versus velocità ridotta per l'asta di diametro 3mm e di lunghezza **70cm**, sfera $D=6\text{cm}$, $m^*=1,34$.

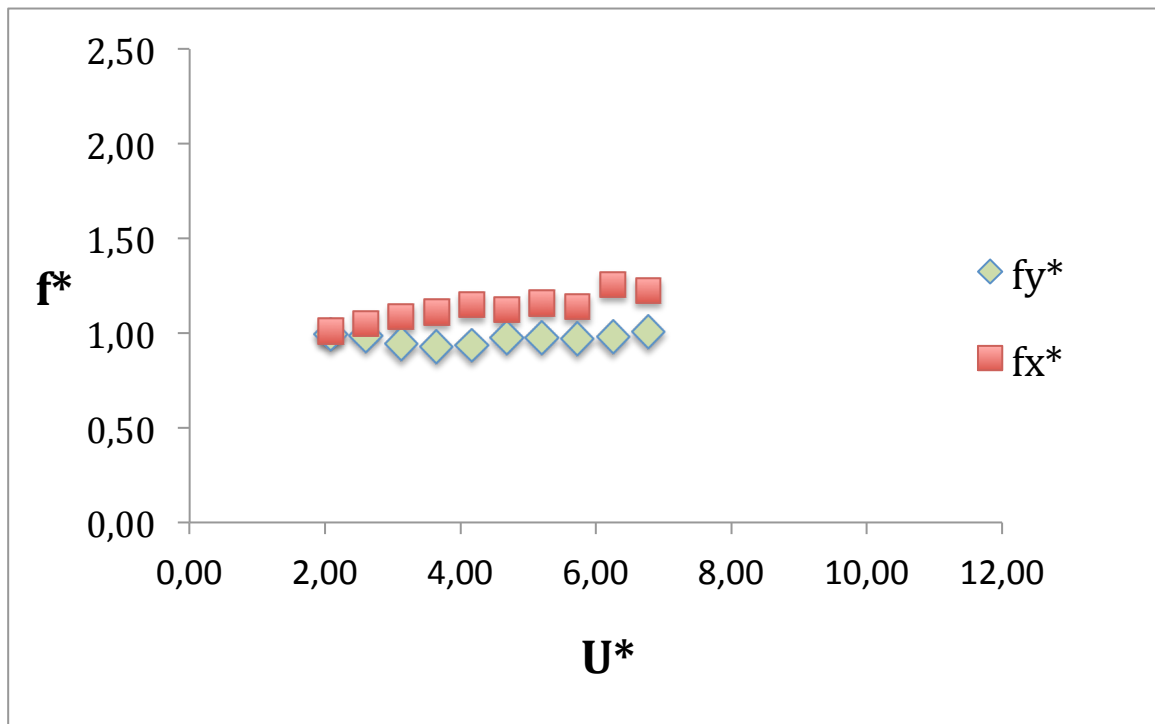


Figura 45, frequenza ridotta in x e y versus velocità ridotta per l'asta di diametro 3mm e di lunghezza 50cm, sfera D=6cm, $m^*=1,34$.

L'andamento del sistema con l'asta 70 cm è uguale a quelli trovati con la sfera di 9 cm: Partiamo con una frequenza di oscillazione longitudinale f_x quasi uguale a quella trasversale f_y , poi f_x aumenta fino ad arrivare al doppio di f_y (sincronizzazione). Per l'asta di 50 cm, non abbiamo punti con velocità alta, ma comunque osserviamo che la struttura oscilla a una frequenza che rimane sempre vicino della sua frequenza naturale nelle due direzioni: non vediamo un cambio notevole, non c'è la transizione che abbiamo osservato nelle prove precedenti. Tuttavia è interessante notare che c'era una transizione nell'ampiezza delle oscillazioni, ma tale cambio non si manifesta nell'osservazione delle frequenze.

Essendo il sistema più rigido nel secondo caso, possiamo immaginare che esso si stabilizzerà in maniera più veloce, con una transizione più stretta:

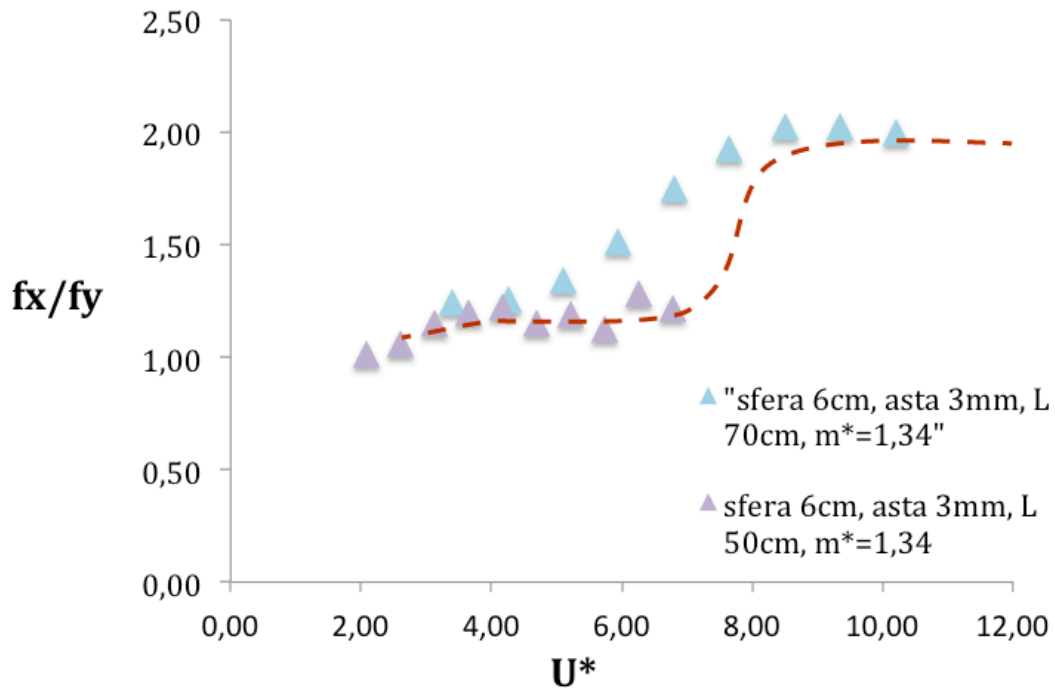


Figura 46, Rapporto f_x/f_y versus velocità ridotta. Ipotesi di stabilizzazione in frequenza per il sistema più rigido.

Quest'andamento è un'ipotesi fatta osservando le altre prove, ma sarebbe interessante di verificarla modificando il dispositivo sperimentale per raggiungere velocità abbastanza elevate.

3) Confronto con la letteratura

Adesso compariamo i risultati precedenti con i dati e le analisi che possiamo trovare in letteratura con riguardo un pendolo immerso in una corrente stazionaria.

a) Confronto in ampiezza

Negli articoli di Govardhan e Williamson [1] [2] [3], non ci sono dati relativi a una sfera di massa ridotta attorno 1,24 o 1,34 come le nostre. Quindi confrontiamo i nostri risultati con due altre masse ridotte più bassa e più alta: 0,8 e 2,8.

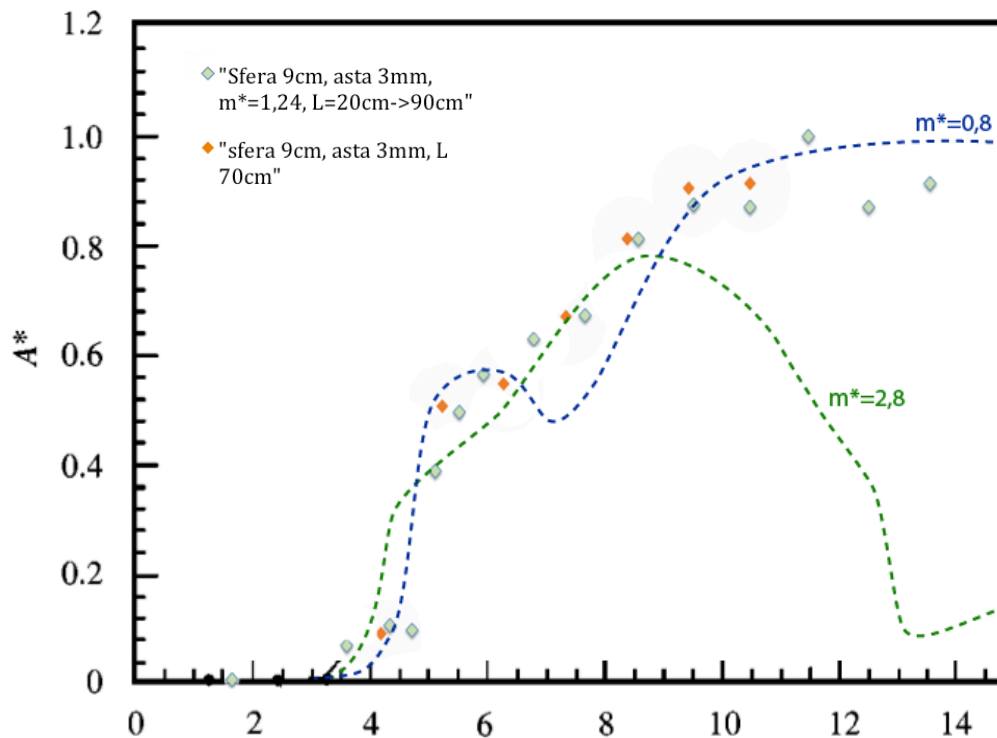


Figura 47, Confronto tra le due prove con $m^*=1,24$ e i dati di Govardhan e Williamson per un pendolo di massa ridotta $m^*=0,8$ e $2,8$.

Osserviamo un comportamento molto simile a quello del pendolo. La massa ridotta è intermedia tra 0,8 e 2,8, e vediamo che l'andamento sperimentale presenta anche un carattere intermedio: L'inizio della curva sembra più vicina della verde (non abbiamo il massimo locale della curva blu, che corrisponde a una sincronizzazione con i vortici per una sfera abbastanza leggera), ma in $U^*=8$ in poi, troviamo questo piatto di stabilizzazione che caratterizza le sfere più leggere.

Facciamo la stessa analisi per le prove a sfera media ($m^*=1,34$):

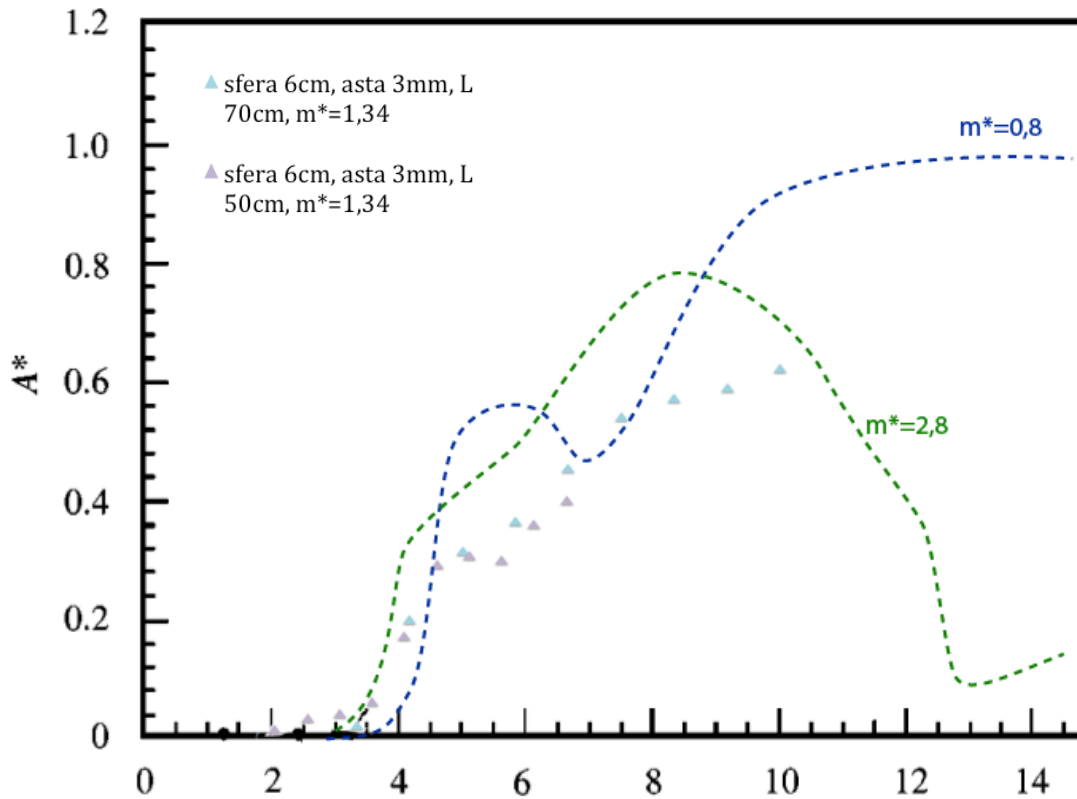


Figura 48, Confronto tra le due prove con $m^*=1,34$ e i dati di Govardhan e Williamson per un pendolo di massa ridotta $m^*=0,8$ e $2,8$.

L'andamento è simile a quello visto prima, ma con una scala ridotta. Gli spostamenti trasversali della sfera incastrata sono minori in questo di quelli trovati da Govardhan e Williamson per un pendolo.

Il primo sistema, con la sfera grossa ($D=9\text{cm}$) e l'asta fine ($d=3\text{mm}$) aveva un comportamento vicino al pendolo. Il secondo aveva una rigidità maggiore, (sfera più leggera e asta più corta), dunque il suo comportamento si allontanava del pendolo.

Sarebbe interessante continuare a fare delle prove a rigidità maggiore per verificare questa riduzione dell'ampiezza adimensionalizzata di oscillazione (Purtroppo con sistemi più rigidi arriviamo presto al limite di portata del canale). Sarebbe anche interessante studiare un sistema composto di un cilindro incastrato (mensola) immerso in una corrente stazionaria. Questo sistema permetterebbe di confrontare i nostri risultati a due riferimenti limiti: il pendolo con una rigidità nulla, e un cilindro che a una rigidità elevata.

a) Confronto in frequenza

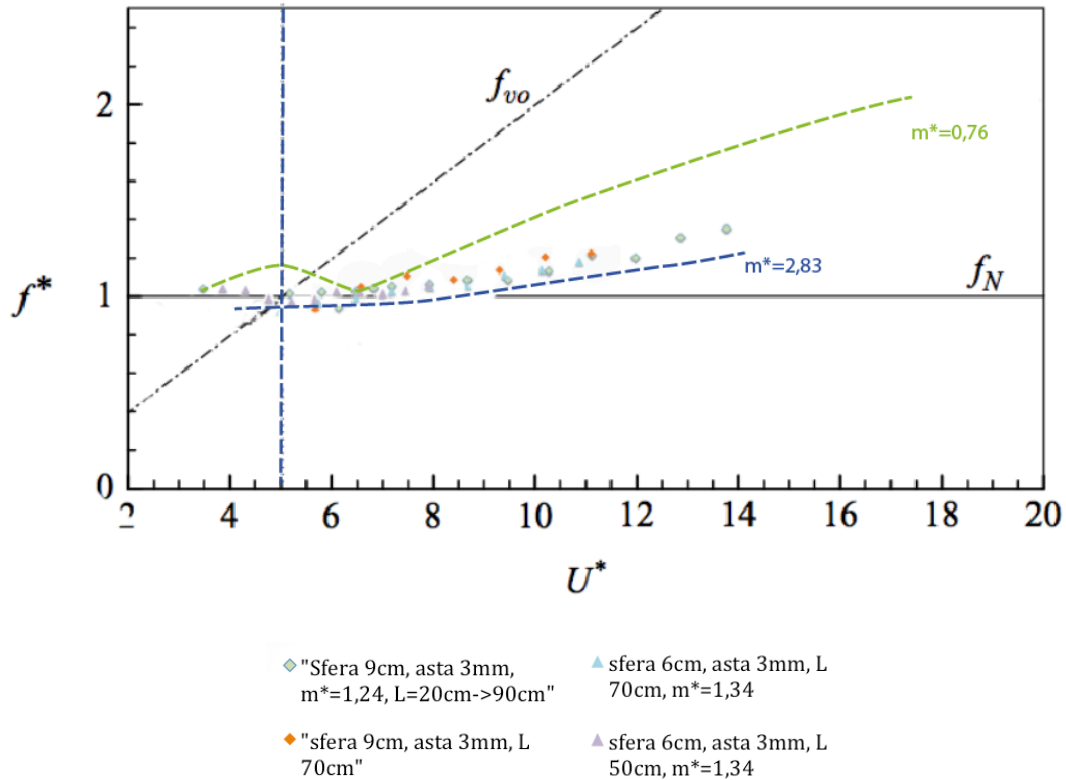


Figura 49, Confronto tra le frequenze trasversale sperimentale per $m^*=1,24$ e $1,34$, e i risultati di Govardhan e Williamson [5] per un pendolo di $m^*=0,76$ e $m^*2,83$.

I risultati in frequenza presentano le stesse caratteristiche. Siamo in una situazione intermedia tra le due curve di Govardhan e Williamson che rappresentano una sfera più leggera e una sfera più pesante delle nostre.

5) Influenza sul coefficiente di Drag.

Dal punto di vista ingegneristico, è interessante osservare la forza di drag che agisce sulla sfera. Per il dimensionamento di strutture soggette a interazione fluido-struttura, si fa spesso riferimento al

coefficiente di drag misurato su un oggetto fisso, una struttura perfettamente rigida.

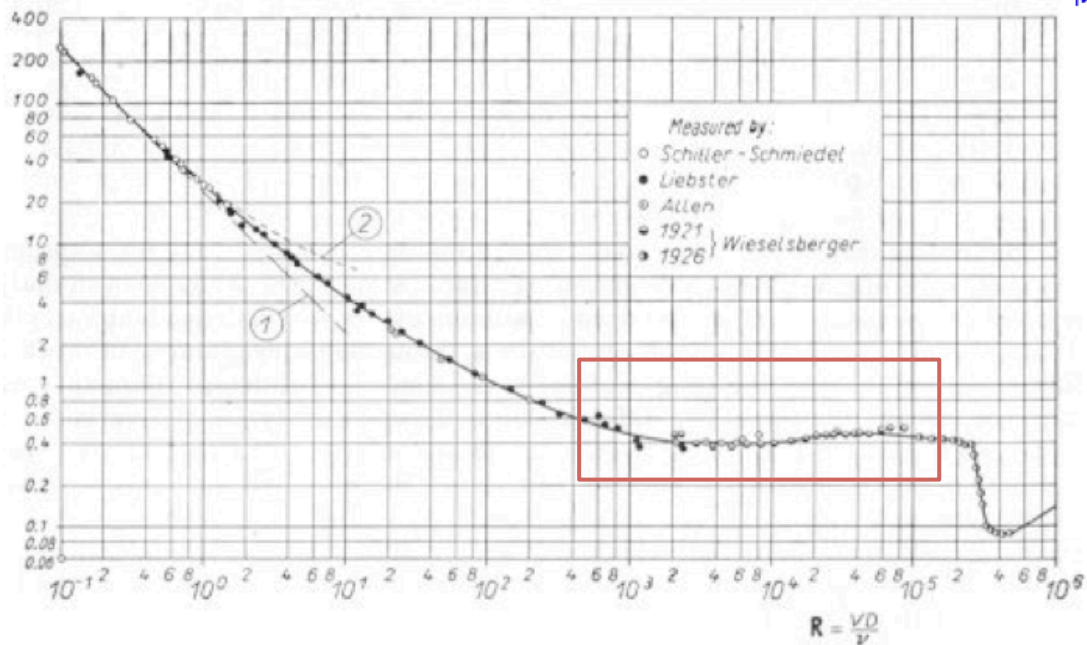


Figura 50, Coefficiente di Drag versus numero di Reynolds per una sfera, misurato da Schitler-Schmidel, Liebster, Allen, Wieselberger. Curva (1) modello di Stokes, curva (2) modello di Osen

Vediamo sulla fig. 50 che per una sfera ferma immersa in una corrente, per il nostro range di Numero di Reynolds (da 5000 a 40000) il C_d è quasi costante, e pari a 0,4.

Vediamo come calcoliamo il coefficiente di drag :

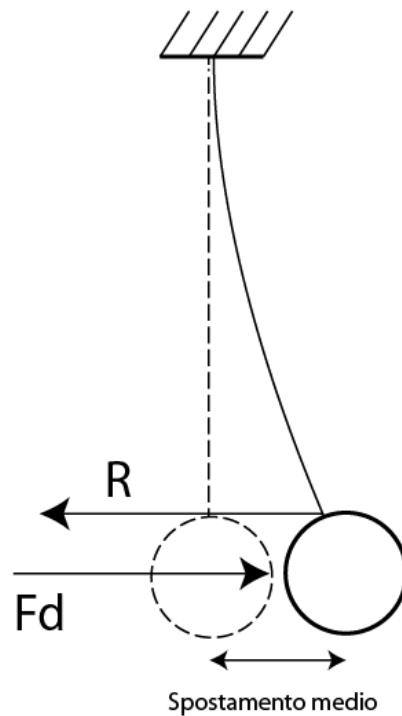


Figura 50, forze applicate sulla sfera.

Dove F_d è la forza di drag :

$$F_d = 0,5 \cdot \rho \cdot C_d \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot U^2 \quad (47)$$

e R la forza di richiamo elastico, legata allo spostamento medio :

$$R = \frac{3EJ}{L^3} \cdot \bar{x} \quad (48)$$

Dove \bar{x} è lo spostamento medio. La rigidezza della struttura (che dipende da E e J) è stata misurata tramite della prove statiche di deformazione dell'asta

Imponiamo l'equilibrio trà le due forze, e troviamo una relazione tra lo spostamento medio e il coefficiente di drag :

$$R = Fd \quad (49)$$

$$\frac{3EJ}{L^3} \cdot \bar{x} = 0,5 \cdot \rho \cdot C_d \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot U^2 \quad (50)$$

$$C_d = \frac{3EJ}{0,5 \cdot \rho \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot U^2 L^3} \cdot \bar{x} \quad (51)$$

Vediamo ora I risultati :

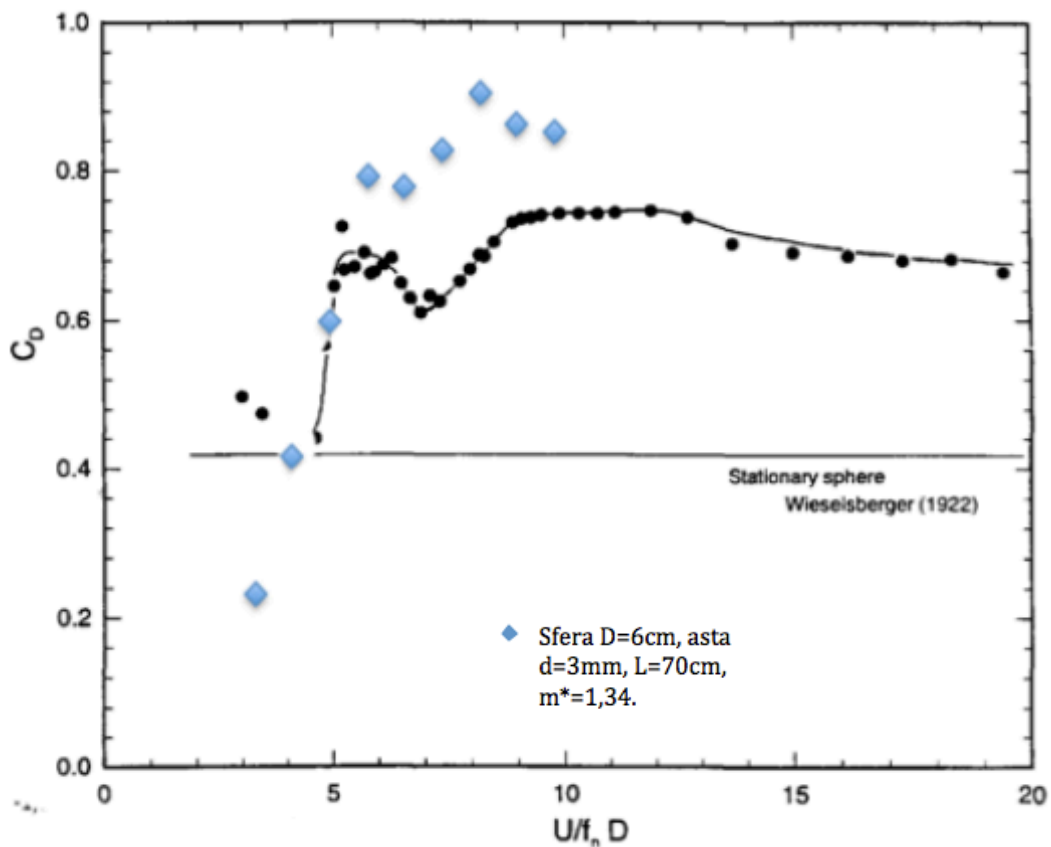


Figura 51, Confronto tra il Cd sperimentale con la sfera $m^*=1,34$ vincolata a una asta incastrata, il pendolo di massa $m^*=0,76$ (Govardhan e Williamson [5]), e il modello a sfera ferma.

L'esistenza di oscillazione della sfera è la causa dell'amplificazione notevole del coefficiente di drag rispetto al valore che è stato trovato supponendo una sfera ferma. Sperimentalmente, troviamo un coefficiente maggiore del 150 % per $m^*=1,34$ e del 200% per $m^*=1,24$.

Vediamo che il comportamento è confrontabile a quello del pendolo immerso dove l'amplificazione è anche notevole (attorno a 100%).

Queste osservazioni sono molto importanti nel caso del dimensionamento di una struttura immersa in una corrente, perché abbiamo notato una sollecitazione ben maggiore rispetto al modello di struttura rigida ferma.

V. Conclusioni

L'obiettivo di questa tesi era di studiare la dinamica di una sfera vincolata ad un'asta incastrata, immerse in una corrente stazionaria a superficie libera e di confrontare i nostri risultati con quelli trovati in letteratura per il pendolo

Si è mostrato come sia possibile modellare la struttura nei casi di oscillazione naturale in aria e in acqua ferma: un primo modello dove l'unica forza di richiamo è la forza elastica, e un secondo, che fa intervenire il peso della sfera. Abbiamo verificato sperimentalmente le ipotesi, e i risultati teorici, facendo delle prove di oscillazione naturale in aria e in acqua per tre sfere diverse, vincolate a tre aste di diametro diversi, di lunghezza diversa. In particolare abbiamo verificato il legame teorico che permette di passare dalla frequenza naturale in aria, a quella in acqua, usando il coefficiente di massa aggiunta C_A , e la massa adimensionalizzata della sfera m^* .

In secondo luogo abbiamo studiato la struttura immersa nella corrente. Dopo un'adimensionalizzazione teorica del fenomeno, abbiamo capito i parametri che influiscono sul sistema, e abbiamo osservato che per dei valori di smorzamento basso, quest'ultimo non influisce sul moto della sfera. Si è mostrato che, per una velocità bassa ($U^* < 5$), il sistema oscilla a una frequenza pari a quella naturale della struttura, con un'ampiezza di oscillazione maggiore nella direzione della corrente x . Per $5 < U^* < 8$, siamo in una fase di transizione, dove la frequenza in x aumenta fino a raggiungere il doppio della frequenza in y . Le ampiezze in direzione trasversale crescono notevolmente e il moto è per lo più trasversale. L'ultima fase di stabilizzazione, per $U^* > 8$ osserviamo un plateau dove l'ampiezza trasversale è pari a una volta il diametro della sfera, e dove la frequenza in x è pari a due volte quella in y .

Questo comportamento dinamico, sia in ampiezza, sia in frequenza, è molto vicino a quello del pendolo. Tuttavia, non osserviamo un'amplificazione attorno a $U^* = 5$ (osservato nel caso del pendolo, per una sfera leggera), forse dovuto al fatto che nostre sfere sono troppo pesanti. Sarebbe interessante fare delle prove con sfere più leggere.

Inoltre si è osservato che il sistema caratterizzato da maggior rigidità e massa adimensionalizzata più alta ($m^* = 1,34$), presenta ampiezza delle oscillazioni minore rispetto al diametro della sfera. Per confermare questo comportamento, dovremmo studiare sistemi ancora più rigidi,

ma si dovrà anche modificare il dispositivo sperimentale per raggiungere una velocità d'acqua abbastanza alta.

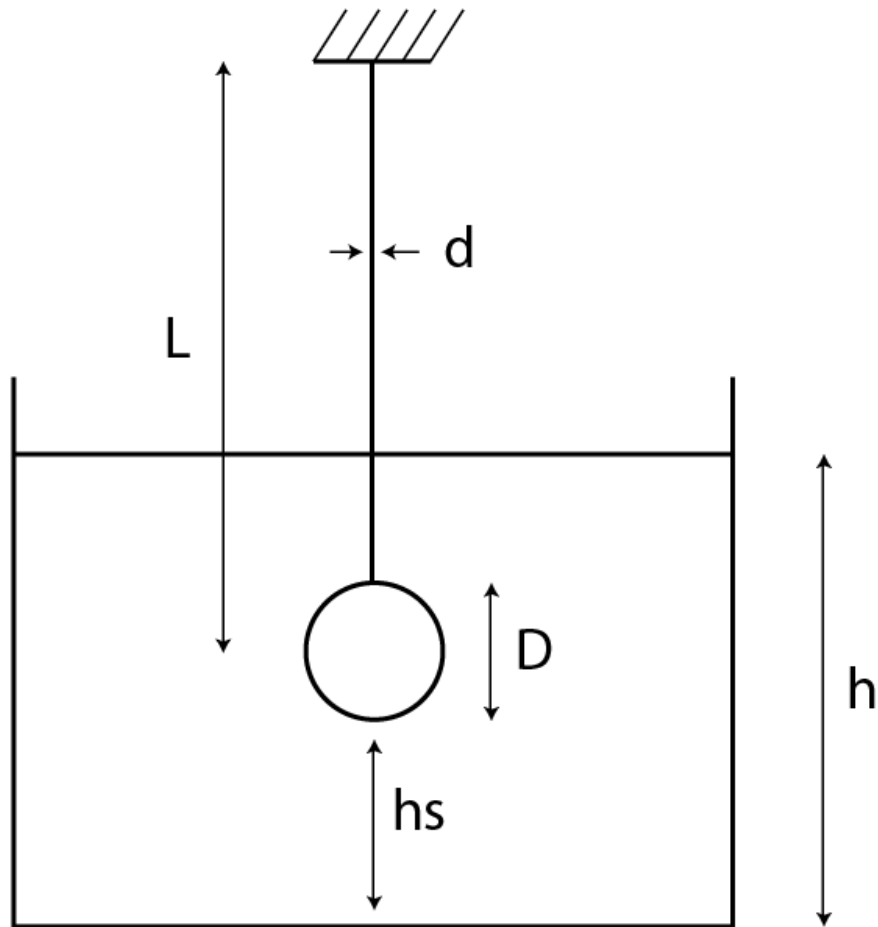
L'ultimo punto di utilità diretta nel campo ingegneristico, è l'osservazione della forza di drag sul nostro sistema oscillante. Rispetto al caso di sfera ferma, abbiamo osservato che nel caso della sfera oscillante, la struttura subisce una forza di drag ben maggiore, e che il coefficiente deve essere corretto maggiorandolo di almeno 150%.

I Possibili sviluppi futuri del lavoro di questa tesi, sono:

- Usare più sfere di m^* diverse. In questo lavoro, abbiamo studiato due masse ridotte m^* (1,24 e 1,34), che hanno permesso di mettere in luce una prima tendenza, ma che sarebbe da verificare con altre sfere.
- Studiare il fenomeno a velocità più alta. Questo studio non si può fare senza modificare il dispositivo sperimentale. Per esempio usare sfere più piccole ma di massa m^* uguale, e abbassare l'altezza d'acqua. Così potremmo raggiungere delle velocità U^* più alte, a coefficiente di bloccaggio uguale, senza arrivare al limite del canale.
- Fare un'analisi precisa del tipo di vortici attorno alla sfera, della loro frequenza e di confrontare questi risultati con la dinamica della sfera. Si potrebbe fare facendo diverse prove Doppler a valle della sfera in punti idonei.

VI. Appendice

Dati Oscillazioni libere :



In acqua:

file	hs	m	D	L	d	obiettivo	risoluzione	gain	shutter	n° imagine	fps	frequenza naturale	
	<i>m</i>	<i>kg</i>	<i>m</i>	<i>cm</i>	<i>mm</i>		<i>px/cm</i>		<i>/s</i>	<i>u</i>	<i>u/s</i>	<i>dir x, Hz</i>	<i>dir y, Hz</i>
101119_p01	0,20	0,04	0,04	30,00	3,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	90,36	6,14	6,12
101119_p05	0,20	0,04	0,04	30,00	4,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	90,36	10,99	10,96
101119_p08	0,20	0,04	0,04	30,00	5,00	16mm	35,50	15,00	0,004	2000,00	90,70	13,51	13,51
101118_p03	0,20	0,04	0,04	50,00	3,00	16mm	36,50	5,00	0,005	2000,00	85,76	2,27	2,26
101119_p04	0,20	0,04	0,04	50,00	4,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	89,96	4,87	4,80
101119_p07	0,20	0,04	0,04	50,00	5,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	89,96	6,07	5,97
101119_p02	0,20	0,04	0,04	70,00	3,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	89,96	1,65	1,65
101119_p03	0,20	0,04	0,04	70,00	4,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	89,96	2,76	2,75
101119_p06	0,20	0,04	0,04	70,00	5,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	89,96	3,49	3,48
101119_p09	0,20	0,15	0,06	30,00	3,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	90,36	3,19	3,20
101119_p12	0,20	0,15	0,06	30,00	4,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	90,36	5,87	5,83
101119_p15	0,20	0,15	0,06	30,00	5,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	90,36	7,40	7,36
101119_p10	0,20	0,15	0,06	50,00	3,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	90,36	1,61	1,60
101119_p13	0,20	0,15	0,06	50,00	4,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	87,17	2,58	2,58
101119_p16	0,20	0,15	0,06	50,00	5,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	90,31	3,53	3,48
101119_p11	0,20	0,15	0,06	70,00	3,00	16mm	35,50	15,00	0,005	2000,00	90,36	0,98	0,96
101119_p14	0,20	0,15	0,06	70,00	4,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	90,36	1,65	1,64
101119_p17	0,20	0,15	0,06	70,00	5,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	90,31	2,08	2,05
101124_p07	0,20	0,47	0,08	30,00	3,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	89,96	1,98	2,02
101124_p04	0,20	0,47	0,08	30,00	4,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	89,96	3,40	3,43
101124_p01	0,20	0,47	0,08	30,00	5,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	87,77	4,34	4,40
101124_p08	0,20	0,47	0,08	50,00	3,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	89,96	0,93	0,93
101124_p05	0,20	0,47	0,08	50,00	4,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	89,96	1,57	1,57

file	hs	m	D	L	d	obiettivo	risoluzione	gain	shutter	n° imagine	fps	frequenza naturale	
	<i>m</i>	<i>kg</i>	<i>m</i>	<i>cm</i>	<i>mm</i>		<i>px/cm</i>		<i>/s</i>	<i>u</i>	<i>u/s</i>	<i>dir x</i>	<i>dir y</i>
101124_p02	0,20	0,47	0,08	50,00	5,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	89,96	1,97	1,99
101124_p09	0,20	0,47	0,08	70,00	3,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	89,96	0,58	0,58
101124_p06	0,20	0,47	0,08	70,00	4,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	89,96	0,95	0,97
101124_p03	0,20	0,47	0,08	70,00	5,00	16mm	35,50	10,00	0,005	2000,00	89,96	1,19	1,21

In aria:

file	hs	m	D	L	d	obiettivo	risoluzione	gain	shutter	n° imagine	fps	frequenza naturale	
	<i>m</i>	<i>kg</i>	<i>m</i>	<i>cm</i>	<i>mm</i>		<i>px/cm</i>		<i>/s</i>	<i>u</i>	<i>u/s</i>	<i>dir x</i>	<i>dir y</i>
101110_p05	0,20	0,04	0,04	30,00	3,00	16mm	38,00	10,00	0,005	6000,00	102,50	7,25	7,19
101125_p19	0,20	0,04	0,04	30,00	4,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	87,71	11,94	11,98
101209_p03	0,20	0,04	0,04	30,00	5,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	89,86	15,97	15,95
101110_p04	0,20	0,04	0,04	50,00	3,00	16mm	38,00	10,00	0,005	6000,00	88,30	3,22	3,21
101125_p20	0,20	0,04	0,04	50,00	4,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	89,66	5,40	5,46
101209_p02	0,20	0,04	0,04	50,00	5,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	82,72	6,44	6,29
101110_p03	0,20	0,04	0,04	70,00	3,00	16mm	38,00	10,00	0,002	6000,00	91,08	1,96	1,97
101125_p21	0,20	0,04	0,04	70,00	4,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	90,57	3,18	3,21
101209_p01	0,20	0,04	0,04	70,00	5,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	89,69	3,99	3,95
101125_p16	0,20	0,15	0,06	30,00	3,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	89,55	4,23	4,28
101125_p15	0,20	0,15	0,06	30,00	4,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	89,90	7,08	7,15
101125_p10	0,20	0,15	0,06	30,00	5,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	87,21	8,88	8,87

file	hs	m	D	L	d	obiettivo	risoluzione	gain	shutter	n° imagine	fps	frequenza naturale	
	<i>m</i>	<i>kg</i>	<i>m</i>	<i>cm</i>	<i>mm</i>		<i>px/cm</i>		<i>/s</i>	<i>u</i>	<i>u/s</i>	<i>dir x</i>	<i>dir y</i>
101125_p17	0,20	0,15	0,06	50,00	3,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	89,73	1,98	1,98
101125_p14	0,20	0,15	0,06	50,00	4,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	88,98	3,18	3,30
101125_p11	0,20	0,15	0,06	50,00	5,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	89,73	4,06	4,09
101125_p18	0,20	0,15	0,06	70,00	3,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	89,51	1,20	1,20
101125_p13	0,20	0,15	0,06	70,00	4,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	89,33	1,97	1,97
101125_p12	0,20	0,15	0,06	70,00	5,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	89,69	2,46	2,48
101209_p06	0,20	0,47	0,08	30,00	3,00	16mm	37,70	10,00	0,005	2000,00	89,55	2,46	2,63
101125_p06	0,20	0,47	0,08	30,00	4,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	89,87	4,30	4,38
101125_p01	0,20	0,47	0,08	30,00	5,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	89,90	5,32	5,39
101125_p08	0,20	0,47	0,08	50,00	3,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	89,24	1,29	1,29
101125_p05	0,20	0,47	0,08	50,00	4,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	89,91	2,01	2,06
101125_p02	0,20	0,47	0,08	50,00	5,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	89,91	2,44	2,53
101125_p09	0,20	0,47	0,08	70,00	3,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	87,83	0,90	0,90
101125_p04	0,20	0,47	0,08	70,00	4,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	88,32	1,26	1,27
101125_p03	0,20	0,47	0,08	70,00	5,00	16mm	38,00	10,00	0,005	2000,00	89,87	1,54	1,54

Dati Prove con sfera in una corrente stazionaria

Primo set di prove, sfera grossa, a velocità costante e frequenza naturale variabile

L	D	d	h	m	M*	fn	U	U*	Re	fs	r	fy	fx	σ_y	σ_x	Ay*	Ax*
cm	m	mm	m	kg		Hz	m/s			Hz	px/cm	Hz	Hz	cm	cm		
20,00	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	3,39	0,50	1,64	45000,00	24,75	50,00	3,36	3,48	0,04	0,41	0,01	0,06
35,00	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	1,54	0,50	3,60	45000,00	24,75	50,00	1,50	1,64	0,45	0,84	0,07	0,13
40,00	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	1,28	0,50	4,34	45000,00	24,75	50,00	1,25	1,41	0,67	1,09	0,11	0,17
42,50	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	1,18	0,50	4,73	45000,00	24,75	50,00	1,05	1,32	0,62	1,12	0,10	0,18
45,00	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	1,08	0,50	5,12	45000,00	24,75	50,00	1,06	1,28	2,47	0,70	0,39	0,11
47,50	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	1,01	0,50	5,52	45000,00	24,75	50,00	1,00	1,29	3,17	0,63	0,50	0,10
50,00	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	0,94	0,50	5,94	45000,00	24,75	50,00	0,94	1,19	3,60	0,68	0,57	0,11
55,00	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	0,82	0,50	6,79	45000,00	24,75	50,00	0,83	1,25	4,02	0,71	0,63	0,11
60,00	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	0,72	0,50	7,67	45000,00	24,75	50,00	0,75	1,18	4,28	0,74	0,67	0,12
65,00	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	0,65	0,50	8,58	45000,00	24,75	50,00	0,67	1,27	5,18	0,87	0,81	0,14
70,00	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	0,58	0,50	9,53	45000,00	24,75	50,00	0,63	1,26	5,58	0,87	0,88	0,14
75,00	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	0,53	0,50	10,50	45000,00	24,75	50,00	0,62	1,23	5,55	0,90	0,87	0,14
80,00	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	0,48	0,50	11,49	45000,00	24,75	50,00	0,56	1,12	6,37	0,98	1,00	0,15
85,00	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	0,44	0,50	12,51	45000,00	24,75	50,00	0,56	1,12	5,55	0,90	0,87	0,14
90,00	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	0,41	0,50	13,56	45000,00	24,75	50,00	0,53	1,05	5,83	1,01	0,92	0,16

Secondo set di prove, sfera grossa, a velocità variabile:

L	D	d	h	m	M*	fn	U	U*	Re	fs	r	fy	fx	σ_y	σ_x	Ay*	Ax*
<i>cm</i>	<i>m</i>	<i>mm</i>	<i>m</i>	<i>kg</i>		<i>Hz</i>	<i>m/s</i>			<i>Hz</i>	<i>px/cm</i>	<i>Hz</i>	<i>Hz</i>	<i>cm</i>	<i>cm</i>		
70,00	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	0,53	0,20	4,19	18000,00	90,00	33,33	0,47	0,59	0,59	0,53	0,09	0,08
70,00	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	0,53	0,50	10,48	45000,00	50,00	27,00	0,62	1,24	5,83	0,82	0,92	0,13
70,00	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	0,53	0,25	5,24	22500,00	50,00	25,57	0,53	0,72	3,23	0,53	0,51	0,08
70,00	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	0,53	0,30	6,29	27000,00	50,00	25,57	0,56	0,88	3,50	0,63	0,55	0,10
70,00	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	0,53	0,35	7,34	31500,00	50,00	25,57	0,55	1,10	4,28	0,68	0,67	0,11
70,00	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	0,53	0,40	8,39	36000,00	50,00	25,57	0,58	1,12	5,19	0,75	0,82	0,12
70,00	0,09	3,00	0,45	0,47	1,24	0,53	0,45	9,43	40500,00	50,00	25,57	0,61	1,22	5,77	0,83	0,91	0,13

Terzo set di prove, con sfera media, a velocità variabile

L	D	d	h	m	M*	fn	U	U*	Re	fs	r	fy	fx	σ_y	σ_x	Ay*	Ax*
cm	m	mm	m	kg		Hz	m/s			Hz	px/cm	Hz	Hz	cm	cm		

70,00	0,06	3,00	0,42	0,15	1,34	0,98	0,20	3,40	12000,00	50,00	37,10	0,86	1,07	0,05	0,03	0,01	0,01
70,00	0,06	3,00	0,42	0,15	1,34	0,98	0,25	4,25	15000,00	50,00	37,10	0,91	1,14	0,82	0,19	0,19	0,04
70,00	0,06	3,00	0,42	0,15	1,34	0,98	0,30	5,10	18000,00	50,00	37,10	0,93	1,24	1,30	0,24	0,31	0,06
70,00	0,06	3,00	0,42	0,15	1,34	0,98	0,35	5,95	21000,00	50,00	37,10	0,96	1,45	1,52	0,23	0,36	0,05
70,00	0,06	3,00	0,42	0,15	1,34	0,98	0,40	6,80	24000,00	50,00	37,10	0,98	1,72	1,90	0,29	0,45	0,07
70,00	0,06	3,00	0,42	0,15	1,34	0,98	0,45	7,65	27000,00	50,00	37,10	0,99	1,90	2,26	0,34	0,53	0,08
70,00	0,06	3,00	0,42	0,15	1,34	0,98	0,50	8,50	30000,00	50,00	37,10	1,04	2,11	2,40	0,35	0,57	0,08
70,00	0,06	3,00	0,42	0,15	1,34	0,98	0,55	9,35	33000,00	50,00	37,10	1,07	2,16	2,48	0,34	0,58	0,08
70,00	0,06	3,00	0,42	0,15	1,34	0,98	0,60	10,20	36000,00	50,00	37,10	1,11	2,21	2,61	0,38	0,62	0,09

50,00	0,06	3,00	0,42	0,15	1,34	1,60	0,20	2,08	12000,00	50,00	37,10	1,59	1,62	0,03	0,23	0,01	0,05
50,00	0,06	3,00	0,42	0,15	1,34	1,60	0,25	2,60	15000,00	50,00	37,10	1,58	1,68	0,11	0,29	0,03	0,07
50,00	0,06	3,00	0,42	0,15	1,34	1,60	0,30	3,13	18000,00	50,00	37,10	1,51	1,74	0,14	0,18	0,03	0,04
50,00	0,06	3,00	0,42	0,15	1,34	1,60	0,35	3,65	21000,00	50,00	37,10	1,49	1,78	0,23	0,11	0,05	0,03
50,00	0,06	3,00	0,42	0,15	1,34	1,60	0,40	4,17	24000,00	50,00	37,10	1,50	1,84	0,70	0,19	0,16	0,04
50,00	0,06	3,00	0,42	0,15	1,34	1,60	0,45	4,69	27000,00	50,00	37,10	1,57	1,80	1,21	0,22	0,28	0,05
50,00	0,06	3,00	0,42	0,15	1,34	1,60	0,50	5,21	30000,00	50,00	37,10	1,56	1,86	1,27	0,23	0,30	0,05
50,00	0,06	3,00	0,42	0,15	1,34	1,60	0,55	5,73	33000,00	50,00	37,10	1,55	1,83	1,24	0,26	0,29	0,06
50,00	0,06	3,00	0,42	0,15	1,34	1,60	0,60	6,25	36000,00	50,00	37,10	1,57	2,01	1,49	0,28	0,35	0,07
50,00	0,06	3,00	0,42	0,15	1,34	1,60	0,65	6,77	39000,00	50,00	37,10	1,61	1,96	1,67	0,28	0,39	0,07

VII. references

[1] R. Govardhan, C.H.K. Williamson, 2005, *Vortex induced vibration of a sphere*, journal of fluid mechanics 531 , 11-47.

[2] N. Jauvtis, R. Govardhan and C. H. K. Williamson, *multiple modes of vortex-induced vibration of a sphere*, Journal of Fluids and Structures (2001) 15, 555-563.

[3] C.H.K. Williamson, R. Govardhan, R., 1997, "Dynamics and forcing of a tethered sphere in a fluid flow," Journal of Fluids and Structures, 11, pp. 293-305.

[4] D. Mirauda, S. Malavasi, M. Greco, A. Volpe Plantamura, 2007, "Kinematic analysis of the movement of a tethered sphere immersed in a free surface flow," 9th International Conference on Fluid Control, Measurement and Visualization, FLUCOME 2007, Tallahassee, Florida, U.S.A., 151.

[5] R. Govardhan, C.H.K. Williamson, 1997, Vortex-induced motions of a tethered sphere, Journal of Wind Engineering ELSEVIER and Industrial Aerodynamics 69-71 () 375 385

[6] M.Greco, S.Malavasi, D. Mirauda, 2005, Interaction between a tethered sphere and surface flow, Fluid Structure interaction and moving boundary problem, WIT transaction on the built environment, Vol 84, WIT Press.

[7] D. Mirauda, A. Volpe Plantamura, S. Malavasi, 2010, Boundaries effects on the movements of a sphere immersed in a free surface flow

[8] I. Bolster, R.E. Hershberger, R.J. Donnelly, 2010, Oscillating pendulum decay by emission of vortex rings, Physical Review E 81, 046317

[9] Randall D. Peters, Nonlinear Damping of the 'Linear' Pendulum

[10] T. Sarpkaya, 1979 Vortex-induced oscillations. ASME J. Appl. Mech. 46, 241–258.

[11] T. Sarpkaya, 1995 Hydrodynamic damping, flow-induced oscillations, and biharmonic response. ASME J. Offshore Mech. Arctic Engng 117, 232–238.

[12] P. W. Bearman, 1984 Vortex shedding from oscillating bluff bodies. Annu. Rev. Fluid Mech. 16, 195–222.

[13] P. W. Bearman, & I. G. Currie, 1979 Pressure-fluctuation measurements on an oscillating circular cylinder. J. Fluid Mech. 91, 661–677.