

POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Industriale
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica



ANALISI NUMERICA DELL'INCERTEZZA SUI RISULTATI DELL'ANALISI MODALE OPERAZIONALE DI UNA TRIBUNA DELLA STADIO DI SAN SIRO

Relatore: Prof. Marcello VANALI

Co-relatori: Ing. Stefano MANZONI
Ing. Alessandro CATTANEO

Tesi di Laurea di:

Michele ZANNINI

Matr. 739851

Anno Accademico 2010 - 2011

Sommario

Introduzione.....	4
Capitolo 1.....	7
1.1 Structural Health Monitoring.....	8
1.1.1 Analisi modale operazionale (OMA).....	9
1.1.2 Obbiettivi	10
1.2 Struttura.....	11
1.2.1 Primo anello.....	12
1.2.2 Secondo anello.....	13
1.2.3 Terzo anello	15
1.2.4 Copertura.....	19
1.3 Metodo Montecarlo e generazione dei dati	20
1.3.1 Metodo Montecarlo	22
1.3.2 Generazione dei dati.....	23
1.4 Algoritmo di analisi LSCF.....	27
1.4.1 Descrizione dell'algoritmo LSCF.....	27
1.5 Conclusioni.....	29
Capitolo 2.....	30
2.1 Effetto del numero di medie e della risoluzione in frequenza.....	32
2.1.1 Stima frequenze.....	36
2.1.2 Stima smorzamenti	42
2.1.3 Stima costanti modali	49
2.1.4 Riepilogo	59
2.2 Effetto del canale di riferimento	62

2.2.1 Doppio canale di riferimento.....	64
2.2.2 Variazione canale di riferimento	68
2.3 Effetto della costante modale di normalizzazione	71
2.4 Valutazione sulla deviazione standard	79
2.5 Conclusioni.....	85
Capitolo 3.....	87
3.1 Poli noti	89
Conclusioni.....	98
Appendice	101
A. Tabelle riassuntive delle stime	102
B. Tabelle riassuntive degli errori percentuali.....	106
C. Filtraggi	110
Bibliografia	114

Introduzione

Questo lavoro di tesi si colloca nel solco degli studi svolti dal Politecnico di Milano sullo Structural Health Monitoring (SHM), un nome che comprende diverse tecniche di monitoraggio nell'ambito della sicurezza strutturale delle grandi opere civili. Al fine di inquadrare gli argomenti trattati nella tesi, va premesso come, grazie all'installazione da parte del Dipartimento di Meccanica di un sistema di controllo strumentale permanente presso lo stadio Giuseppe Meazza di Milano, si siano resi possibili una serie di studi approfonditi sullo SHM. Una parte importante dell'attività di monitoraggio si concentra sulla verifica dello stato di salute della struttura basandosi sullo studio della sua risposta dinamica, ovvero monitorando l'evoluzione dei parametri modali, quali frequenze proprie, smorzamenti adimensionali e deformate modali. È noto infatti che è possibile stabilire se una struttura abbia subito un danno andando a indagare se ci siano state variazioni dei valori dei parametri sopra citati. Il presente lavoro di tesi approfondisce nello specifico le problematiche connesse al processo di identificazione dei parametri modali. Essi infatti vengono stimati tramite un algoritmo di analisi modale operazionale (OMA) che prevede di considerare come unico forzamento agente sulla struttura quello dovuto all'effetto ambientale (vento e traffico cittadino). La loro stima è però affetta da una certa variabilità e da un errore legati a diverse cause da ricercare sia nella variazione delle condizioni al contorno (quali, ad esempio, temperatura, umidità ed entità dei carichi agenti sulla struttura), sia nell'eventuale mancato rispetto delle ipotesi alla base del metodo (in primo luogo l'ipotesi che il forzamento sia assimilabile a un rumore bianco nella banda delle frequenze dell'analisi), sia, infine, nelle operazioni effettuate dall'algoritmo di identificazione. Il lavoro di tesi indaga quest'ultimo aspetto, stabilendo quale sia il valore effettivo di variabilità legato al solo algoritmo di identificazione. Tale variabilità stabilisce una soglia al di sotto della quale una variazione dei parametri modali non può essere imputata a un effettivo cambiamento delle proprietà della struttura oggetto del monitoraggio.

Nel primo capitolo della tesi vengono a questo scopo approfondite le tematiche legate allo Structural Health Monitoring e all'analisi modale operativa. Viene in seguito fornita una descrizione della struttura impiegata come test case, lo stadio San Siro, si spiega come, a causa dell'impossibilità di esprimere in forma chiusa la variabilità del metodo di identificazione OMA si sia dovuto ricorrere al metodo Montecarlo. Esso prevede di giungere alla definizione di media e deviazione standard (variabilità), di una popolazione mediante l'esame di un ampio campione della stessa. Si è dunque stabilito di svolgere le analisi su un modello modale che riproducesse il comportamento dinamico di una tribuna del terzo anello in modo da potere simulare al computer le storie accelerometriche necessarie per l'identificazione modale. Viene infine illustrato l'algoritmo di analisi modale operativa che stima i parametri modali effettuando un'approssimazione della funzione di risposta in frequenza del sistema (FRF) tramite auto e cross-spettri mediati delle storie accelerometriche in input.

Nel secondo capitolo vengono mostrati i risultati ottenuti dall'analisi in termini di frequenze proprie, smorzamenti adimensionali e deformate modali. In particolare viene presentato l'esito di diverse simulazioni effettuate al fine di testare l'effetto combinato della variazione del numero di medie e della ampiezza della risoluzione in frequenza degli auto e cross-spettri analizzati dall'algoritmo. Viene inoltre proposto uno studio sulla scelta del canale accelerometrico utilizzato come riferimento per calcolare i cross-spettri e del punto scelto per la normalizzazione della deformata modale.

Nel terzo capitolo viene infine studiata la propagazione dell'errore all'interno del programma di analisi modale operativa. Poiché le deformate modali vengono ricavate dall'algoritmo a partire dalla stima di frequenze e smorzamenti, qualora su tali stime fosse presente un errore, esso si ripercuoterebbe sulla stima delle deformate modali. Il capitolo mette in luce questa problematica illustrando un possibile metodo di analisi.

Questo lavoro si pone dunque in continuità con i numerosi studi prodotti dalla comunità scientifica internazionale nell'ambito dello Structural Health Monitoring proponendo un approfondimento innovativo alla ricerca dei limiti e delle possibilità di tale tecnica attraverso la sua applicazione a un caso reale.

Capitolo 1

Introduzione

Nel primo capitolo vengono presentate le problematiche dello Structural Health Monitoring e la sua applicazione tramite l'analisi modale operativa chiarendo gli obiettivi che questa tesi si prefigge. In seguito vi è una breve descrizione dell'architettura dello stadio di San Siro, che è la struttura presa in esame in questo lavoro. Si entra quindi nel merito dell'approccio adottato per studiare l'incertezza associata ai risultati dell'analisi modale operativa sottolineando gli aspetti più importanti ai fini del monitoraggio strutturale.

1.1 Structural Health Monitoring

Negli ultimi anni è cresciuta l'attenzione verso la sicurezza strutturale delle grandi costruzioni civili (ponti, grattacieli, impianti sportivi...). Tali strutture possono infatti presentare fenomeni di danneggiamento anche rilevanti che possono essere indotti, ad esempio, da sovraccarichi, corrosione, vibrazioni. Per quanto riguarda gli impianti sportivi la causa principale del danneggiamento tende ad essere attribuita al movimento del pubblico sugli spalti, in particolare a fenomeni di eccitazione dinamica in risonanza che si possono verificare quando il pubblico salta all'unisono[5][9][10]. Il numero sempre crescente di eventi che tali impianti ospitano all'infuori di quelli per i quali sono stati inizialmente progettati acuisce ancora di più questo problema. Si rende necessario quindi studiare un sistema di monitoraggio continuo della salute della struttura in grado di individuare tempestivamente l'insorgere di qualsiasi situazione di pericolo. Tale pratica prende il nome di Structural Health Monitoring (SHM). Essa prevede l'installazione di un sistema di sensori, trasmissione dei dati e analisi degli stessi che diventa parte integrante della struttura stessa. Esistono numerose tecniche messe a punto per questo scopo che misurano determinate proprietà fisiche delle strutture. Il principio fondamentale su cui tutte si basano è il fatto che se avviene un cambiamento delle proprietà della struttura, la risposta del sistema misurata dal sistema di sensori cambia[6].

1.1.1 Analisi modale operativa (OMA)

Questo lavoro prende in considerazione una metodologia in grado di valutare la salute della struttura mediante l'esame della risposta dinamica della stessa. Si è riscontrato infatti che a un danneggiamento all'interno di una struttura può corrispondere un'alterazione del suo comportamento dinamico, con una conseguente variazione di frequenze proprie, smorzamenti adimensionali e costanti modali (cfr. da [11] a [16]). Un sistema di monitoraggio basato su tale approccio si avvale dunque dell'impiego di numerosi accelerometri montati sulla struttura in modo da garantire la misura delle vibrazioni in modo continuo.

L'identificazione dei parametri modali della struttura effettuata a partire dalle storie temporali di accelerazione presenta una serie di criticità. La tecnica di identificazione tradizionale (analisi modale sperimentale EMA) prevede di fornire un forzamento noto alla struttura che può essere effettuato ad esempio tramite sistemi di eccitazione inerziali[4][17]. Noto l'ingresso, le tecniche di analisi modale sperimentale permettono di ricostruire la funzione di risposta in frequenza (FRF) della struttura in alcuni suoi punti e di ottenere una stima accurata dei parametri modali che caratterizzano la medesima. Tale approccio non può però essere adottato per il monitoraggio permanente proprio perché prevede l'applicazione di un forzamento noto che non è possibile effettuare con continuità.

Occorre dunque fare ricorso all'analisi modale operativa (OMA). Essa permette di dare una stima dei parametri modali misurando semplicemente la risposta della struttura a fronte di un forzamento non noto assimilabile a rumore bianco nella banda di frequenze di interesse. Sulle strutture civili l'eccitazione viene fornita dall'interazione della struttura con il vento e dal traffico cittadino[7], che forniscono in tal modo un forzamento continuo permettendo di eseguire l'analisi con continuità. Lo svantaggio è che l'accuratezza dell'algoritmo con cui vengono stimati i parametri modali è minore rispetto ad altre tecniche. Esistono infatti numerose fonti di variabilità che contribuiscono ad aumentare la dispersione dei risultati. In particolare in questo elaborato si prende in considerazione la variabilità intrinseca del metodo di identificazione.

1.1.2 Obbiettivi

L'obbiettivo di questo lavoro è infatti determinare la dispersione prodotta dall'algoritmo di identificazione modale, ovvero determinare l'ampiezza dell'intervallo all'interno del quale una variazione della stima di uno dei parametri identificati non può essere imputata a un mutamento delle caratteristiche modali della struttura. L'intento non è caratterizzare definitivamente la tecnica di analisi modale operativa, ma è dare un'idea generale sulla potenzialità di questo approccio per comprenderne i limiti. Per fare ciò è necessario che la struttura analizzata presenti un certo grado di complessità e di criticità. Lo stadio di San Siro, che viene descritto in dettaglio nel paragrafo successivo, presenta queste caratteristiche: le numerose analisi svolte dal Politecnico di Milano (cfr da [17] a [21]) per conto del Comune di Milano hanno infatti permesso di caratterizzare diversi aspetti del comportamento dinamico dello stadio.

1.2 Struttura

La struttura analizzata in questo lavoro di tesi è una parte del terzo anello dello stadio di San Siro



figura 1 - 1

Lo stadio di San Siro, dal 1980 stadio “Meazza” in onore del calciatore che con l’Inter ha segnato 224 volte e che ha firmato i successi della nazionale ai mondiali del ’34 e del ’38”, con i suoi 87.500 posti è al quinto posto per capienza nel mondo e al secondo in Europa. Di seguito viene descritta la struttura dello stadio e la serie di lavori e ammodernamenti che hanno permesso l’ampliamento dello stadio fino ad assumere la configurazione attuale.

1.2.1 Primo anello

I lavori per la costruzione dello stadio di San Siro si svolsero tra il 1 agosto 1925 ed il 15 settembre 1926 e, in poco più di un anno, fu eretta una struttura composta da quattro tribune rettilinee, una delle quali parzialmente coperta, capace di ospitare 35.000 spettatori.

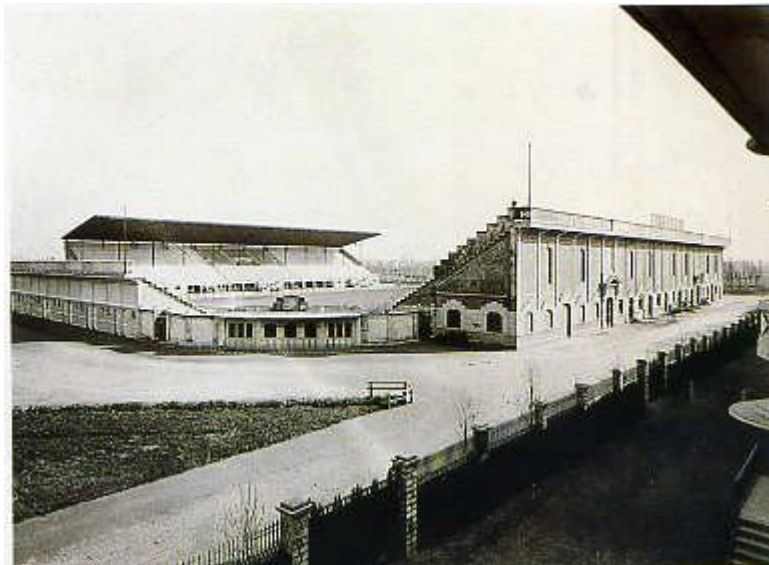


figura 1 - 2 Lo stadio di San Siro negli anni 20

Nel 1935 una prima operazione di ampliamento dà luogo alla costruzione di quattro curve di raccordo tra le tribune e all'incremento della capienza delle due tribune di testata che consentono di raggiungere 55.000 posti

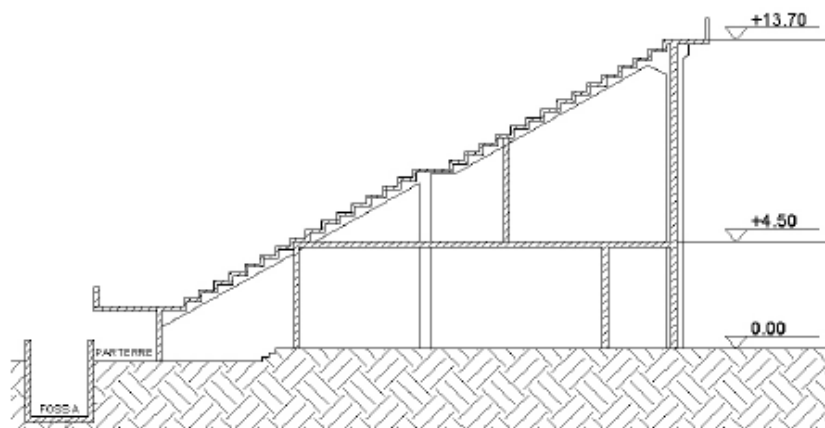


figura 1 - 3 Sezione della tribuna del primo anello

La struttura del primo anello è particolarmente rigida in quanto esso è sorretto da pilastri in cemento armato che poggiano direttamente sulle fondamenta.

1.2.2 Secondo anello

Il secondo ampliamento produce nel 1955 una drastica trasformazione: viene realizzata una struttura portante per un secondo anello di tribune che sovrastano e coprono in parte le vecchie, portando la capienza totale a 100.000 spettatori. Anche l'immagine architettonica dell'impianto viene rinnovata totalmente con la costruzione delle rampe elicoidali di accesso alle nuove tribune. Nonostante l'ambizioso traguardo dei 100.000 posti, provvedimenti dettati dalla sicurezza ridussero la capienza massima a 85.000 spettatori, suddivisi tra posti a sedere (circa 60.000) e posti in piedi.



figura 1 - 4 Veduta aerea dello stadio negli anni 60

Nel 1957 furono eseguiti i lavori per la realizzazione dell'impianto di illuminazione per le partite in notturna e dieci anni più tardi fu installato il tabellone luminoso elettronico. Il secondo anello, a differenza del primo, è una struttura molto più snella. Esso è sorretto da 132 portali in cemento armato sulla cui sommità è presente una traversa che termina con una mensola a sbalzo sul primo anello lunga 10m.

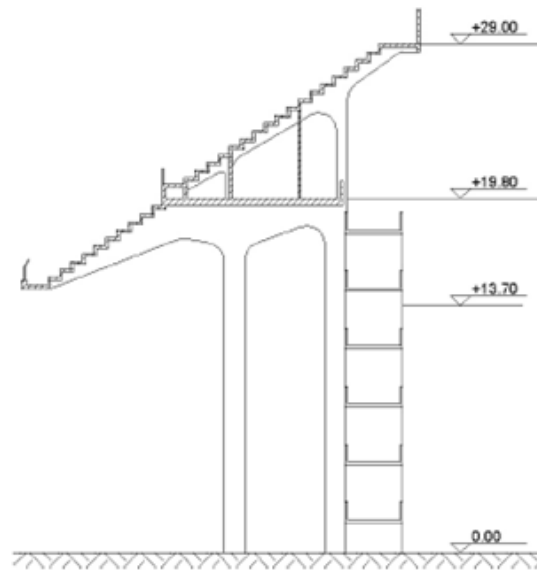


figura 1 - 5 Sezione del secondo anello

Proprio sulla parte a sbalzo, che risultava essere la più sollecitata del secondo anello sia staticamente che dinamicamente, negli anni '70 sono state installate due piastre metalliche per rinforzare la struttura. La parte superiore della gradinata, invece, poggia su una struttura triangolare posta a volta sopra al portale. I portali non sono indipendenti tra loro: le tribune sono infatti ospitate da quattordici travi (tre per ogni lato lungo, due per ogni lato corto ed una per ogni curva), ognuna a sua volta sostenuta da due portali.

1.2.3 Terzo anello

Nel 1990, in occasione dei Campionati del Mondo disputati in Italia, venne costruito il terzo anello e posata la copertura dell'impianto.

Quest'ultima modifica ha permesso più che l'aumento di capienza dello stadio, di garantire maggior comfort e sicurezza agli spettatori (85.700 posti tutti a sedere ed interamente al coperto), di facilitare il lavoro degli operatori dei mass media, e di utilizzare la struttura anche per numerosi eventi all'infuori di quelli calcistici.

Il nuovo anello è una struttura completamente indipendente dal resto dello stadio, sorretto da undici torri cilindriche in cemento armato costruite intorno allo stadio, quattro delle quali fungono da sostengono anche alle travi reticolari di copertura. Il terzo anello si sviluppa lungo tre lati, lasciando scoperto il lato lungo della struttura che si affaccia su via Piccolomini, adiacente all'ippodromo, a causa della mancanza di spazio per la costruzione delle torri.



figura 1 - 6 Lavori per la costruzione del terzo anello

Le undici torri, alloggiate in fondamenta proprie, sostengono dieci travi a cassone in cemento precompresso a ciascuna delle quali sono vincolate due mensole che ospitano le tribune, una interna ed una esterna. Oltre alla funzione di sostegno, le torri permettono l'accesso al terzo anello grazie alle rampe elicoidali che si sviluppano sulla parete cilindrica delle torri stesse. Sette delle undici torri sono alte 30m e le gradinate più alte sono ad un'altezza di 47m, mentre le quattro torri d'angolo sono alte 51m e sostengono la copertura dello stadio, alta a sua volta 9,50m, per un'altezza totale di oltre 60m.

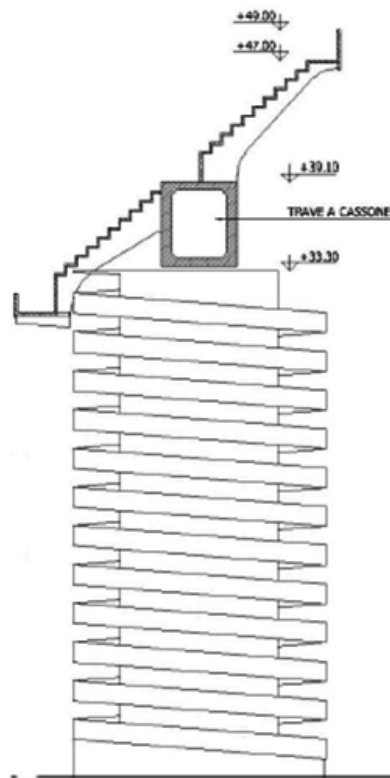


figura 1 - 7 Sezione di una tribuna del terzo anello

Il lavoro di questa tesi si è focalizzato sullo studio del comportamento della sezione compresa tra la quinta e la sesta torre di quest'ultimo anello.

La tribuna considerata è lunga 55 m ed è costituita da una trave a cassone in cemento armato precompresso con pareti a sezione variabile con continuità alla quale sono vincolati setti che sorreggono le tribune.

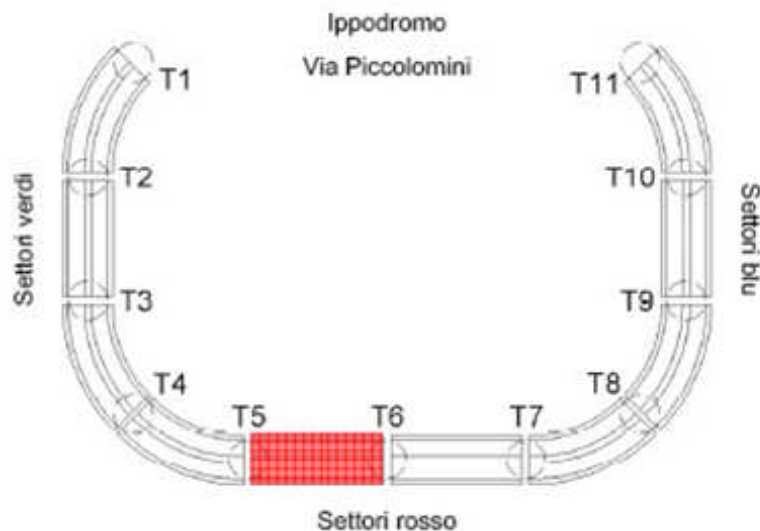


figura 1 - 8 Sezione in esame

La trave all'interno è percorsa da 24 cavi di pretensionamento che impediscono una possibile deformazione della trave stessa a causa di una sua curvatura o a carichi accidentali asimmetrici. I cavi sono posizionati all'interno di guaine annegate nel cemento e sono costituiti da trefoli a sette fili di acciaio armonico di tipo stabilizzato con ancoraggi fissi, mobili e cunei di bloccaggio.

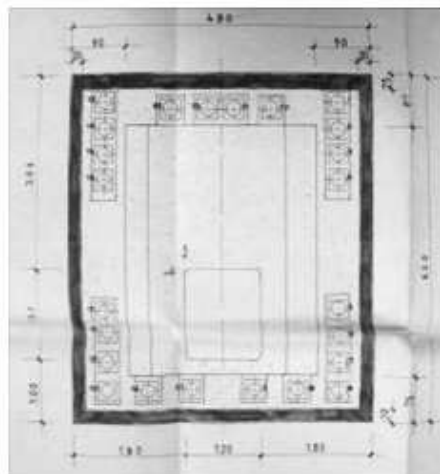


figura 1 - 9 Sezione della trave a cassone con posizionamento dei tiranti

La trave a cassone è appoggiata alle torri tramite sistemi d'appoggio di tipo a disco elastomerico confinato che consentono le deformazioni termiche della trave, vincolandone però gli altri movimenti. In particolare si utilizzano 4 tipi di apparecchi di appoggio: uno di tipo mobile che consente lo spostamento in

entrambe le direzioni, indicato con M1 in figura 1 - 10, due unidirezionali che consentono lo spostamento in direzione trasversale (UT1) e longitudinale (UL3), ed infine uno fisso (F3) che vincola il movimento di quel punto della trave in tutte le direzioni.

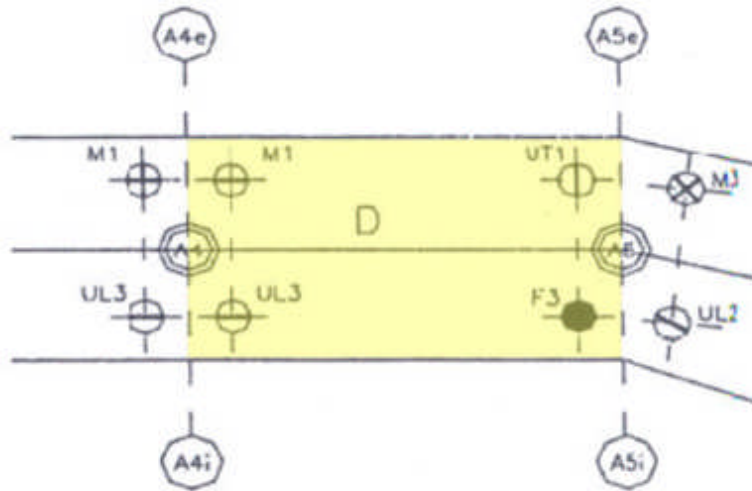


figura 1 - 10 Posizione degli appoggi

Le mensole portagradinate, dodici inferiori e dodici superiori, fabbricate anch'esse in cemento armato precompresso, sono incastrate e avvitate alla trave a cassone per mezzo di cave nelle pareti laterali e superiore e di tiranti alle estremità sulle pareti laterali della trave a cassone. Alle mensole sono appoggiate le gradinate, costituite da profili a L in cemento normale prefabbricato. All'estremità superiore ed inferiore delle gradinate sono inoltre presenti delle balaustre.

1.2.4 Copertura

Come già accennato nel paragrafo precedente, quattro delle undici torri che sorreggono il terzo anello sostengono la copertura delle tribune.



figura 1 - 11 Veduta aerea della stadio con la copertura

Questa consiste in un reticolo principale costituito da travi a traliccio a cui sono appese strutture reticolari spaziali che reggono la copertura vera e propria, realizzata con pannelli di policarbonato vincolati a telai in alluminio.

Terminata questa breve descrizione delle strutture in esame, nel paragrafo seguente si entra nel merito dei temi trattati in questa tesi, in particolare si spiega come siano stati ottenuti i dati elaborati e il motivo per cui si è dovuti ricorrere al metodo Montecarlo per la loro analisi.

1.3 Metodo Montecarlo e generazione dei dati

Come è stato accennato in precedenza il presente lavoro di tesi si propone di stabilire quale sia l'incertezza da associare ai parametri modali stimati per la tribuna del terzo anello dello stadio di San Siro dovuta al solo metodo di identificazione (OMA). Al fine di inquadrare il problema e motivare il particolare approccio con cui lo si è affrontato, è necessario premettere come, accanto al metodo di identificazione, esistano ulteriori fonti di incertezza per le stime. Una fonte di variabilità importante è rappresentata dalle caratteristiche ambientali. Grandi strutture in cemento armato, come quella in esame, sono molto sensibili a fattori quali la temperatura e l'umidità tanto da presentare oscillazioni dei valori delle frequenze proprie dell'ordine di qualche decimo di Hertz passando dall'inverno all'estate, come mostra la figura 1 - 12[4].

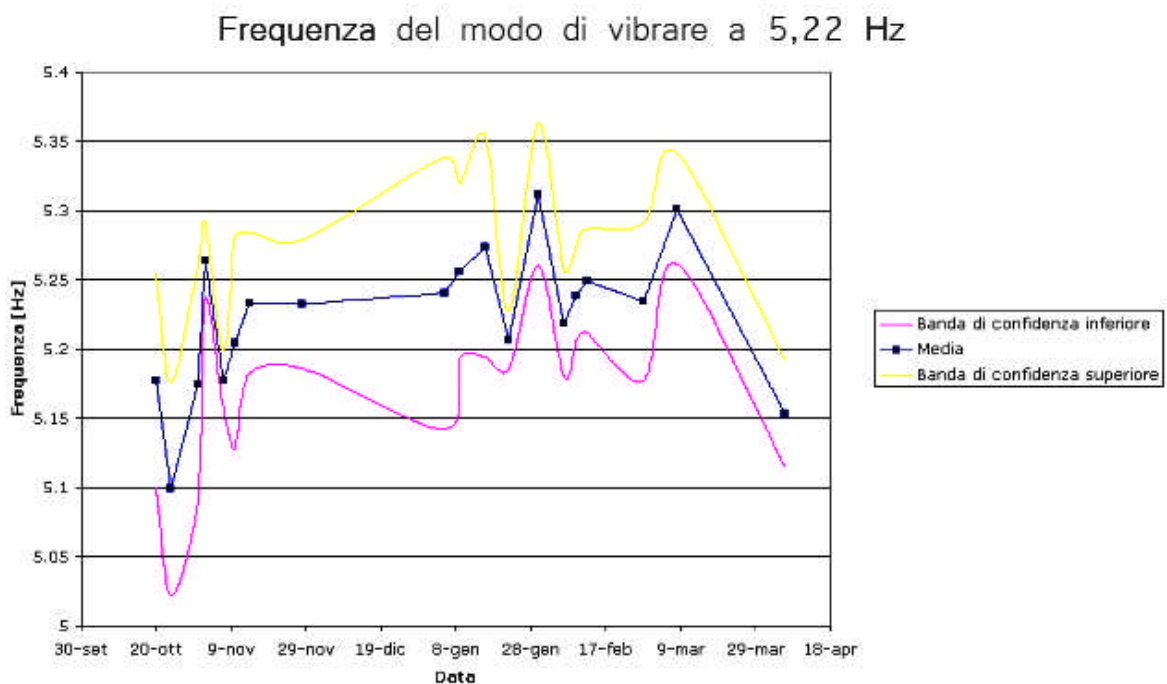


figura 1 - 12 Trend stagionale per la frequenza del settimo modo di vibrare, si vede come la frequenza di risonanza tenda ad alzarsi nei mesi invernali.

Un secondo fattore di variabilità è la presenza o meno del pubblico che fa variare la distribuzione delle masse e gli smorzamenti in gioco influenzando il comportamento dinamico della tribuna (figura 1 - 13) [4].

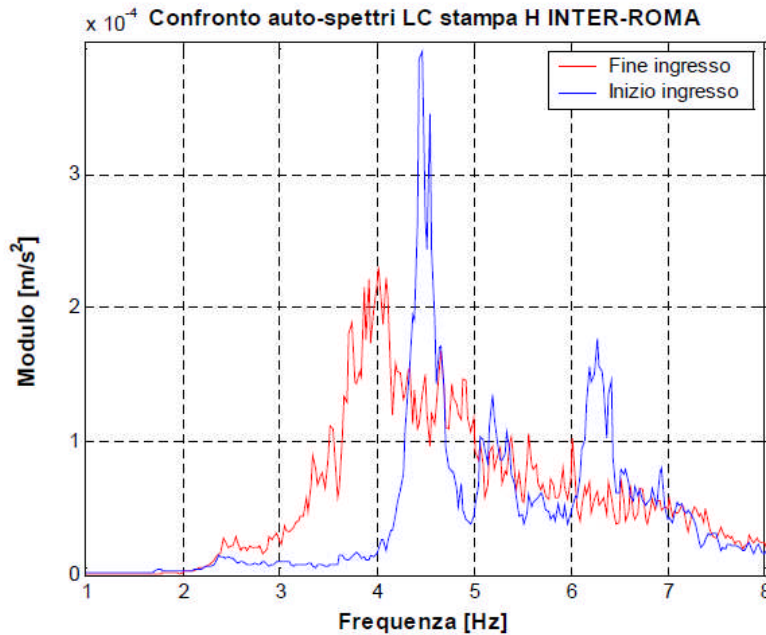


figura 1 - 13 Auto-spettri delle accelerazioni misurate sul lato corto del secondo anello. Confronto tra stadio vuoto (blu) e stadio pieno (rosso), il comportamento dinamico è molto differente.

Da ultimo esiste una variabilità dei risultati dovuta alla natura della forzante, da un lato, infatti, l'ipotesi di forzante random può non essere sempre verificata, dall'altro, l'eccitazione prodotta dalla forzante può presentare un livello energetico non adeguato: esso non deve essere troppo alto per evitare di evidenziare le non linearità del comportamento della struttura, ma nemmeno troppo basso pena una pessima misurabilità della risposta[4]. Per giungere alla definizione dell'incertezza dovuta solamente all'analisi modale operativa, escludendo qualsiasi altra fonte di variabilità, è stato dunque svolto un lavoro di simulazione numerica con metodo Montecarlo. Il motivo di tale scelta, come risulta chiaro nel prosieguo, è da ricercare nell'impossibilità di stimare la variabilità dei risultati restituiti dall'algoritmo di analisi modale operativa utilizzando un metodo tradizionale di propagazione dell'incertezza [2]. L'algoritmo di identificazione, come si approfondirà più avanti stima infatti i parametri modali risolvendo un problema ai minimi quadrati e ricorrendo all'impiego di diagrammi di stabilizzazione. Gli aspetti del metodo Montecarlo rilevanti ai fini del lavoro svolto, il modello modale impiegato per condurre le simulazioni e i dettagli sull'algoritmo di identificazione sono trattati nei prossimi paragrafi.

1.3.1 Metodo Montecarlo

Il metodo Montecarlo è un metodo numerico che si propone di ricercare al soluzione di un problema rappresentandola come parametro di un'ipotetica popolazione e nello stimare tale parametro tramite l'esame di un campione della popolazione ottenuto in maniera casuale[8]. È necessario a tale scopo che il campione sia sufficientemente ampio: la *guida sull'espressione dell'incertezza nelle misure*[2] indica come dimensione ottimale un milione di unità. Ai fini del problema affrontato nel presente lavoro di tesi, l'indicazione fornita dalla guida renderebbe necessario un campione di un milione di stime di tutti i parametri di interesse, ossia: frequenze proprie, smorzamenti adimensionali e costanti modali. In varie occasioni questo numero è in effetti molto più alto di ciò che sarebbe davvero necessario, ovvero più alto di quanto basterebbe per ottenere la convergenza del metodo. La normativa stessa indica dunque come impostare soluzioni adattative che riducano il numero di stime al valore realmente richiesto. Tale approccio si basa sull'analisi della deviazione standard delle variabili d'uscita di interesse. Senza entrare nei dettagli del metodo, si può riassumere il tutto dicendo che la stabilizzazione statistica si raggiunge quando il doppio della deviazione standard di tutte le variabili d'uscita di interesse scende sotto una soglia prefissata. In particolare se n_{dig} rappresenta il numero di cifre decimali significative del valore numerico z , la tolleranza numerica δ associata a z (espresso nella forma $a \cdot 10^r$ dove a è un numero di n_{dig} cifre e r è un numero intero) è data dalla formula: $\delta = \frac{1}{2} \cdot 10^r$. Per effettuare la verifica di stabilità è stato scelto un numero di cifre significative per ognuno dei parametri da stimare:

- 3 cifre significative per la stima della frequenza
- 2 cifre significative per la stima dello smorzamento e dei parametri modali
- 1 cifra significativa per la stima della deviazione standard (parametro a partire dal quale è possibile trarre informazioni sulla dispersione dei risultati ottenuti. Tale parametro consente infatti l'impostazione della successiva trattazione del problema dell'incertezza)

Tali valori sono stati scelti in base a considerazioni sul valore di deviazione standard atteso contenute in studi precedenti [23]. È infatti noto che la stima dei

valori di frequenza propria risulta più affidabile e meno incerta di quella relativa ai valori di smorzamento, mentre per le costanti modali è ritenuta sufficiente la seconda cifra significativa.

Con tale approccio, sebbene il numero di campioni necessari si sia rivelato molto inferiore a quello teorico di 1 milione, si è reso comunque indispensabile generare numericamente un grande numero di storie temporali accelerometriche per disporre di popolazioni di risultati abbastanza grandi da far convergere il metodo.

1.3.2 Generazione dei dati

Sulla tribuna del terzo anello, descritta in precedenza, sono state svolte numerose prove sperimentali, riportate in lavori precedenti [5][4], volte a caratterizzarne il comportamento dinamico. I risultati di tali studi hanno permesso di realizzare un modello modale della tribuna. Tale modello fornisce un'approssimazione del comportamento della struttura considerandola, come un sistema discreto la cui risposta al forzamento non è altro che la sovrapposizione della risposta dei modi di vibrare propri della struttura che si è stabilito di includere nel modello. Per strutture civili di grandi dimensioni, le risonanze rilevanti si trovano solitamente entro una banda di frequenze con un limite superiore difficilmente sopra i 10 Hz[4]. Nel modello modale sono stati dunque presi in considerazione i primi sette modi di vibrare contenuti in tale banda di frequenze che, come risulta da precedenti lavori [3], descrivono compiutamente il comportamento della tribuna in analisi. Nella tabella sono riportate le caratteristiche del modello utilizzato.

modo	f[hz]	r[-]	costanti modali						
			1	2	3	4	5	6	7
1	1,01	1,5	1	1	1	1	1	1	1
2	2,79	2,5	0,2	0,7	1	1,5	1	0,7	0,2
3	3,05	2,5	0	0,7	1	1,3	1	0,7	0
4	3,18	2,1	0	0,7	1	1,3	1	0,7	0
5	3,75	1,9	0	0,6	1	0	-1	-0,6	0
6	4,36	2,6	0,2	0,5	1	1,2	1	0,5	0,2
7	5,22	1,8	0,1	0,65	1	0	-1	-0,65	-0,1

tabella 1 - 1 Caratteristiche dei primi sette modi di vibrare

I record di acquisizione utilizzati nelle analisi sono stati quindi generati numericamente imponendo sul modello un forzamento virtuale dovuto a rumore bianco nella banda di frequenze tra 0 e 100Hz simulando la presenza di sette accelerometri posti alla medesima distanza l'uno dall'altro sul bordo inferiore della tribuna, punto in cui la risposta del sistema è più elevata, come mostrato in figura 1 - 14. L'adeguatezza del posizionamento degli accelerometri al fine di studiare il comportamento dinamico della tribuna è stata dimostrata in precedenti campagne di misura e da un modello fem [23].

La simulazione è stata effettuata ricorrendo a un'operazione di convoluzione nel dominio del tempo tra i record di forzamento e le risposte all'impulso unitario della tribuna nei vari punti ove sono stati posti gli accelerometri virtuali. Tali risposte all'impulso sono state calcolate, sempre partendo dal modello modale della struttura, mediante operazioni di trasformata inversa di Fourier. In particolare ogni risposta nei sette punti di misura è stata ricavata con la seguente sommatoria:

$$y_j(t) = \sum_{i=1}^{Ne} (x_i(t) \otimes h_{ij}(t))$$

Dove $y_j(t)$ è la risposta nel punto j -esimo, $x_i(t)$ è l'ingresso nel punto i -esimo, $h_{ij}(t)$ è la risposta nel punto j -esimo all'impulso unitario applicato nel punto i -esimo e, infine Ne è il numero di punti dove è stata applicata la forzante [3][24].

Il campionamento virtuale è stato effettuato con frequenza di 200Hz, la medesima utilizzata dal sistema di monitoraggio in funzione presso lo stadio. La frequenza di campionamento scelta genera una frequenza di Nyquist pari a 100 Hz, permettendo di soddisfare con ampio margine il teorema del campionamento nella banda di frequenze di interesse.

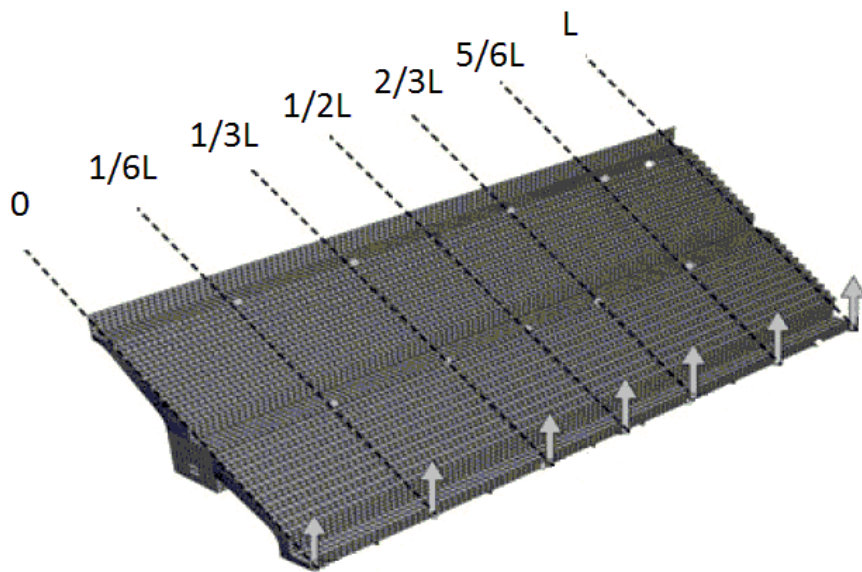


figura 1 - 14 Posizionamento accelerometri

Sono stati così generati circa 17'000 file di acquisizione da un'ora, composti dalle sette risposte accelerometriche.

Tornando ad analizzare le caratteristiche dei modi di vibrare riportate in tabella 1 - 1 è immediato intravedere numerose criticità che la struttura, anche se modellizzata, potrebbe presentare. Innanzitutto la presenza di modi con frequenza molto vicina, tanto che nella banda di frequenze intorno ai 3 Hz sono presenti ben quattro modi di vibrare in poco più di un Hertz. In particolare è da evidenziare l'accoppiamento stretto tra il terzo e il quarto modo che, oltre a esibire frequenze che si differenziano per poco più di un decimo di Hertz, presentano anche la medesima deformata modale. Deformate modali che sono del resto molto simili anche a quelle del secondo e del sesto modo come è possibile vedere anche dalla figura 2 - 30 del capitolo successivo. Un ulteriore fattore critico è la presenza di smorzamento molto elevato su tutti i modi dovuto al materiale usato per la costruzione (calcestruzzo armato). Lo smorzamento rende la struttura meno sensibile al forzamento esterno poiché appiattisce i picchi di risonanza rendendo di conseguenza l'identificazione più difficile.

Un discorso a parte va fatto invece per il modo a 1,01 Hz che come si può intuire dai valori della deformata modale (costante in ogni punto), è un modo di vibrare

orizzontale, ossia perpendicolare all'asse di misura degli accelerometri. L'identificazione di questo modo risulterà di conseguenza problematica. È da notare in fine come nel modello di partenza sia incluso un ottavo modo alla frequenza di 5,58Hz; tale modo risulta tuttavia scarsamente eccitato al punto da non essere mai identificato, per questo motivo è stato escluso dall'analisi.

Le problematiche appena evidenziate fanno della tribuna analizzata un caso interessante per lo studio dell'analisi modale operativa. Solamente testando tale metodologia di analisi in una situazione che contenga un alto numero di criticità è possibile infatti giungere a una definizione il più possibile completa delle caratteristiche dei risultati che essa può fornire.

1.4 Algoritmo di analisi LSCF

L'algoritmo di identificazione impiegato per la stima dei parametri modali è il Least Squares Frequency Domain method, meglio noto con il nome di LSCF [1][25][26][27][28]. L'algoritmo LSCF permette di stimare i parametri modali a partire dalla misura della Funzione di Risposta in Frequenza (FRF). Tale algoritmo può essere applicato all'analisi modale operativa, in cui non si dispone della FRF, fornendo come dato di partenza la funzione cross-spettro sotto l'ipotesi di forzante assimilabile a rumore bianco (o comunque di tipo random a banda sufficientemente ampia), ipotesi che si reputano soddisfatte nel nostro caso.

1.4.1 Descrizione dell'algoritmo LSCF

L'algoritmo LSCF riceve in ingresso la storia temporale da analizzare suddivisa per canali corrispondenti ciascuno al segnale in uscita da un accelerometro posto sulla struttura. Vengono quindi scelti uno o più canali di riferimento rispetto ai quali calcolare i cross-spettri attraverso cui risalire ai parametri modali del sistema. A questo punto l'algoritmo ricostruisce la FRF del sistema meccanico con un numero N prefissato di poli. Tale numero, attraverso una procedura iterativa, viene fatto variare tra 60 e 128 (nel caso in questione). Un numero così alto è necessario per poter individuare frequenze molto vicine tra loro che si maschererebbero a vicenda dato l'elevato smorzamento della struttura in esame. La ricerca dei poli avviene suddividendo gli spettri in bande di frequenza in cui sono presenti le principali risonanze della struttura. Questa suddivisione viene fatta per evitare di andare ad analizzare parti dello spettro che a priori si sa essere lontane dalle frequenze proprie della struttura con una conseguente riduzione dei tempi computazionali. La scelta dell'ampiezza di tali bande è dettata da un lato dalla necessità che lo spettro di frequenze analizzate comprenda un numero di modi di vibrare limitato, pena la difficoltà di identificare le frequenze meno eccitate, dall'altro dalla scarsa affidabilità delle stime degli smorzamenti in caso di intervalli di frequenza troppo stretti. Oltre ai poli effettivi della struttura, al crescere di N vengono stimati un numero sempre maggiore di poli puramente matematici, detti poli spuri. Per escludere tali poli, che non sono rappresentativi del

comportamento reale della struttura, vengono costruiti dei diagrammi di stabilità. In un diagramma di stabilità sono rappresentati i poli per i quali, nel corso della procedura iterativa descritta in precedenza, la frequenza e lo smorzamento sono rimasti stabili rispetto al passo precedente dell'identificazione. I poli reali infatti non cambiano al variare di N , mentre i poli spuri identificati sono sempre differenti. Nel caso specifico delle simulazioni svolte nel presente lavoro di tesi, un polo viene definito stabile quando, rispetto al passo precedente, la frequenza varia meno del 1%, e lo smorzamento meno del 10%.

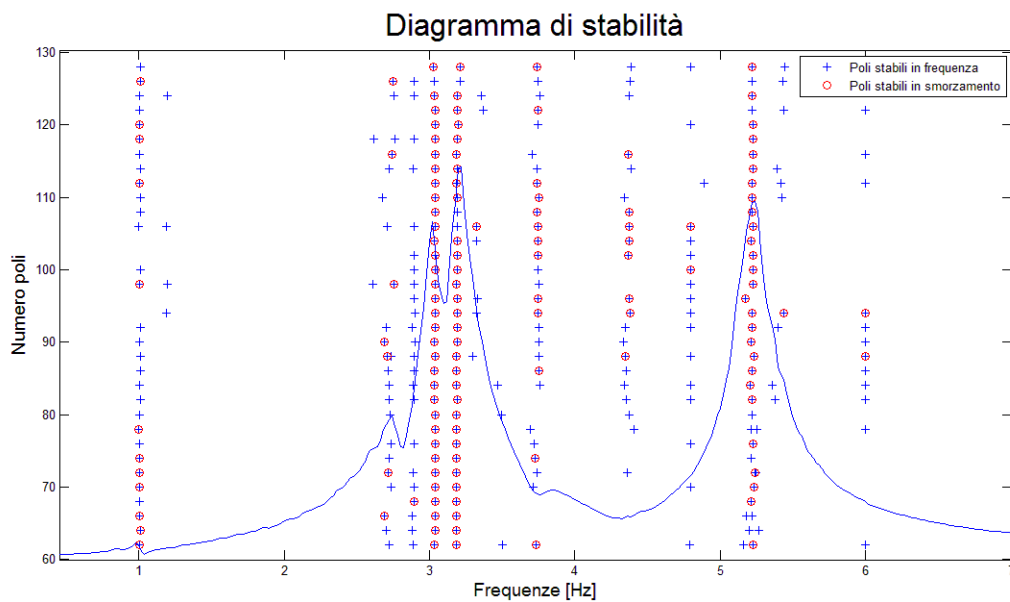


figura 1-15 Esempio di diagramma di stabilità

Raggruppando i poli in classi di frequenze omologhe è infine possibile definire una procedura che, in base al numero di occorrenze presenti in una determinata classe, determini quali fra tutti i poli stabili identificati si ripetono con costanza e li individui come poli reali. Frequenze e smorzamenti dei poli reali unitamente alle informazioni provenienti dai cross-spettri, vengono sfruttati per il successivo calcolo delle costanti modali. Ripetendo tali operazioni su un numero elevato di storie temporali si genera dunque una popolazione di valori di frequenza, smorzamento e relative costanti modali. Tali popolazioni, richiamando gli obiettivi del presente lavoro di tesi, costituiscono il punto di partenza per la stima della dispersione dei parametri modali.

1.5 Conclusioni

Al fine di riepilogare l'intero processo di simulazione svolto con metodo Montecarlo si ritiene opportuno riportare per punti i passaggi con cui è stato realizzato:

- Sulla base di conoscenze pregresse è stato possibile generare un modello modale della tribuna del terzo anello in analisi.
- Su tale modello è stato imposto un forzamento virtuale random nella banda di frequenze da 0 a 100Hz.
- Il modello eccitato ha generato storie temporali da un'ora contenenti ciascuna le risposte accelerometriche di sette accelerometri virtuali montati equidistanziatamente sulla tribuna.
- Le storie temporali sono state quindi elaborate dall'algoritmo LSCF per ottenere le stime dei parametri modali della tribuna.
- L'analisi di numerose storie temporali ha permesso di costruire delle popolazioni di stime su cui è stata verificata la stabilizzazione statistica di media e deviazione standard di ciascun parametro come previsto dalla norma [2].
- Si sono così ottenuti i valori stabilizzati di media e deviazione standard per tutti i parametri modali analizzati.

Nel secondo capitolo viene esposto come i risultati siano stati analizzati e come si sia cercato il modo di ottenere stime migliori andando a variare alcune impostazioni dell'algoritmo di analisi.

Capitolo 2

*Effetto dei parametri liberi dell'algoritmo di analisi modale
operazionale sulla stima dei parametri modali*

Nel secondo capitolo si presentano i risultati ottenuti svolgendo le simulazioni con metodo Montecarlo secondo la procedura descritta nel primo capitolo. Il lavoro svolto permette in particolare di valutare l'effetto, in termini di accuratezza e incertezza, sui risultati restituiti dal processo di identificazione al variare dei parametri liberi dell'algoritmo di analisi modale operazionale, ovvero: numero di medie, risoluzione in frequenza, canale di riferimento e costante di normalizzazione.

Come è già stato accennato nel capitolo precedente il programma di analisi modale operazionale riceve in input gli auto/cross-spettri delle storie temporali accelerometriche. In particolare l'algoritmo LSCF ricostruisce la risposta libera del sistema fisico basandosi sulla trasformata di Fourier delle auto/cross-correlazioni calcolate tra i segnali provenienti dagli accelerometri e uno o più di questi segnali scelti come riferimento, e da questa poi ricava la stima dei parametri modali. La stima degli auto/cross-spettri avviene attraverso un'operazione di media in modo da eliminare il rumore incorrelato. L'operazione di media viene effettuata suddividendo le storie temporali degli accelerometri in sottostorie della medesima lunghezza e calcolando auto e cross-spettri per ciascuna sottostoria. Come riportato in letteratura [4][25][29] la risposta libera del sistema viene stimata in modo soddisfacente effettuando la trasformata di Fourier solo della prima porzione delle auto/cross-correlazioni dei segnali. A tal fine le auto/cross-correlazioni sono pesate con un'opportuna finestra esponenziale in modo da eliminarne l'ultima parte. Si ritiene dunque che il risultato dell'identificazione possa essere influenzato dalla lunghezza delle sottostorie utilizzate e quindi dal numero di medie a cui vengono sottoposti gli auto/cross spettri prima di essere analizzati dall'LSCF. Un secondo fattore di influenza viene identificato invece nella lunghezza della porzione delle auto/cross-correlazioni usate per la stima degli auto/cross-spettri poiché ne determinano direttamente la risoluzione in frequenza. L'effetto del numero di medie effettuate e della risoluzione in frequenza viene studiato nel paragrafo 2.1.

Nel paragrafo 2.2 viene invece spiegato come è avvenuta la scelta del canale di riferimento confrontando le identificazioni ottenute per due scelte differenti.

Nel paragrafo 2.3 viene infine valutato l'effetto della scelta della costante modale di normalizzazione. Si rimanda la spiegazione dell'importanza di questa prova al paragrafo stesso.

2.1 Effetto del numero di medie e della risoluzione in frequenza

L'aumento del numero di medie, che corrisponde all'aumento del numero di porzioni della storia temporale mediate per ricavare gli auto/cross spettri successivamente analizzati dall' algoritmo di calcolo, permette di ricavare delle informazioni di partenza maggiormente rappresentative del comportamento dinamico della struttura in esame con un atteso miglioramento della stima dei parametri modali. Nei grafici di figura 2 - 1 e figura 2 - 2 si può notare l'effetto dell'operazione di media sull'andamento dei cross-spettri che saranno poi analizzati dall'algoritmo LSCF. Si prende come esempio un cross-spettro calcolato sul secondo canale:

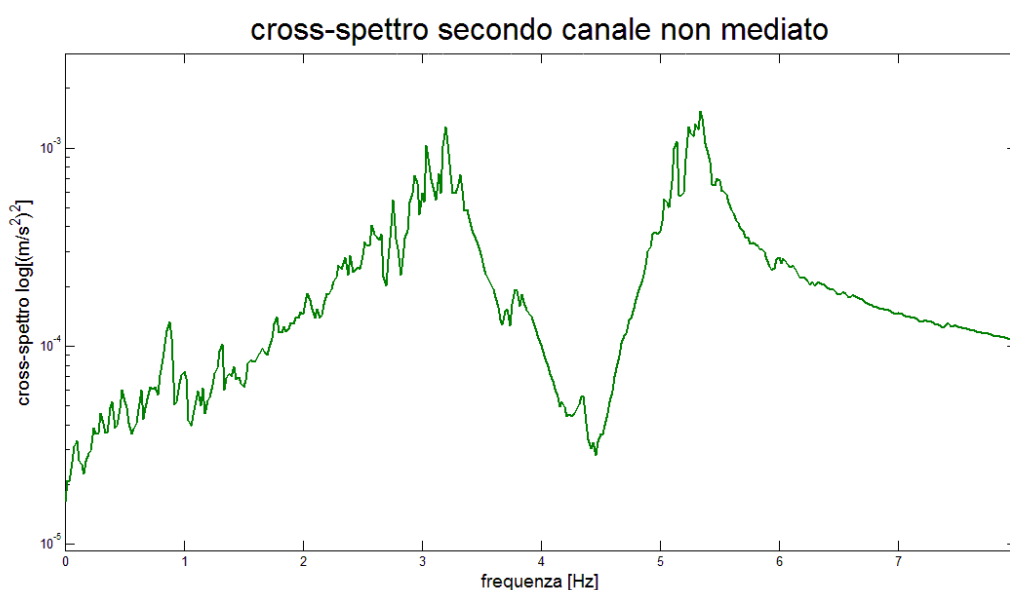


figura 2 - 1 Esempio di cross-spettro non mediato

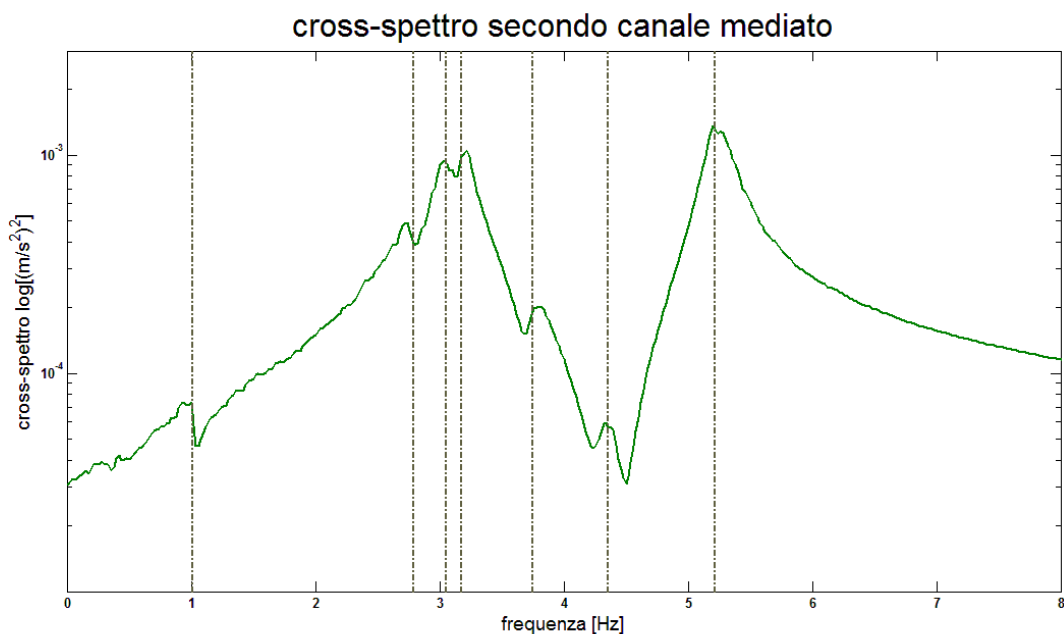


figura 2 - 2 Esempio di cross-spettro mediato

È evidente come il cross-spettro mediato permetta di distinguere in modo chiaro i picchi di risonanza della struttura. È logico aspettarsi che, al crescere del numero di medie, gli auto/cross-spettri presentino un andamento sempre più regolare.

Si consideri ora l'effetto di una variazione della risoluzione in frequenza. Una maggiore risoluzione in frequenza permette di ricavare degli spettri che descrivono quanto avviene frequenza per frequenza con maggior dettaglio. Una valutazione quantitativa degli effetti della risoluzione in frequenza sulla stima dei parametri modali viene fornita nei paragrafi successivi. Sembra lecito tuttavia anticipare una considerazione sull'effetto della risoluzione in frequenza sulla stima dello smorzamento. Esso infatti viene stimato valutando l'andamento della fase della FRF in corrispondenza di un picco di risonanza. Un maggior numero di punti presenti nello spettro permette di cogliere in maniera più puntuale le variazioni e dunque, in via del tutto generale, ottenere una stima migliore. Nei grafici sottostanti (figura 2 - 3) è rappresentato in grigio l'ipotetico andamento della fase di un segnale, e in rosso e in blu le ricostruzioni che ne vengono fatte al variare della risoluzione in frequenza. Risulta evidente che il caso in figura 2 - 3b porterà a una stima dello smorzamento migliore.

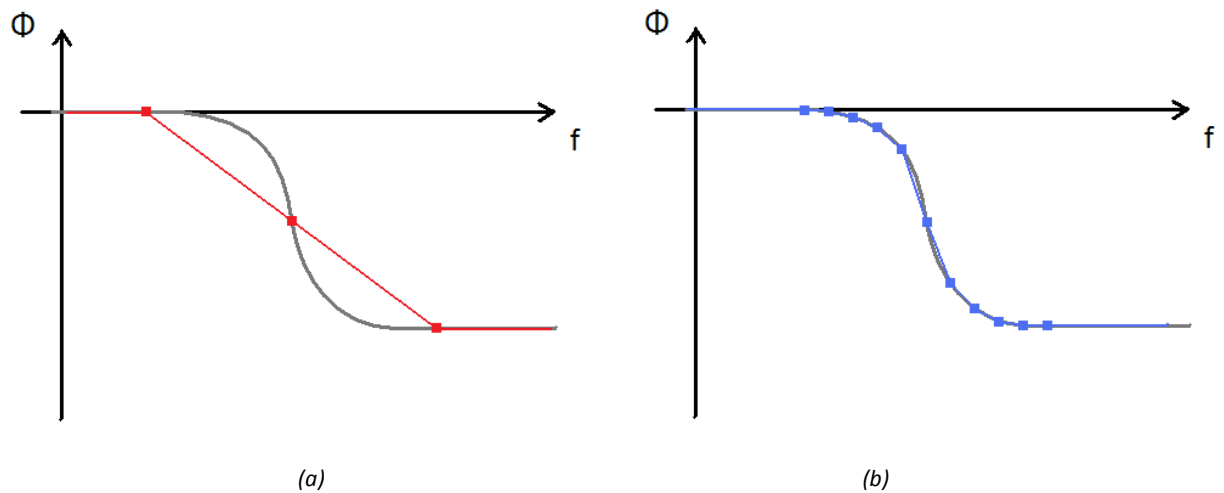


figura 2 - 3 Effetto del miglioramento della risoluzione in frequenza: risoluzione in frequenza maggiore (a) e minore (b)

Dai grafici si può inoltre desumere che una risoluzione in frequenza più ampia (figura 2 - 3a) porti sempre a una stima dello smorzamento maggiore di quella reale. È noto infatti che cambiamenti di fase più repentini siano da attribuire a smorzamenti minori, e viceversa.

Per studiare gli effetti del numero di medie e della risoluzione in frequenza separatamente sono state svolte una serie di simulazioni che prevedono il calcolo di frequenze proprie, smorzamenti e modi di vibrare, utilizzando differenti lunghezze delle storie temporali di partenza, dei sottorecord utilizzati nell'operazione di media e della finestra temporale usata per il calcolo delle auto/cross-correlazioni come descritto dettagliatamente in tabella 2 - 1.

	TEST #1	TEST #2	TEST #3	TEST #4	TEST #5
lunghezza delle storie temporali [s]	1800 s	3600 s	7200 s	3600 s	7200 s
lunghezza delle porzioni di storia temporale [s] (N° di medie)	40 s (45)	80 s (45)	80 s (90)	150 s (24)	150 s (48)
tempo considerato per il calcolo delle auto/cross-correlazioni [s] (risoluzione in frequenza [Hz])	25 s (0,04 Hz)	50 s (0,02 Hz)	50 s (0,02 Hz)	100 s (0,01 Hz)	100 s (0,01Hz)

tabella 2 - 1 Descrizione dei test effettuati

Considerando il caso 2 come caso standard (corrisponde infatti alla combinazione di parametri utilizzata per l'analisi dei dati raccolti in campagne di misure passate[5]), si paragonano i restanti casi rispetto ad esso:

- il caso 1 presenta una risoluzione in frequenza raddoppiata(0,04 Hz al posto di 0,02 Hz) e il medesimo numero di medie;
- il caso 3 presenta un numero di medie raddoppiato e medesima risoluzione in frequenza;
- il caso 4 presenta numero di medie circa dimezzato e risoluzione in frequenza pari alla metà di quella del caso standard (0,01 Hz al posto di 0,02 Hz);
- il caso 5 presenta circa il medesimo numero di medie e risoluzione in frequenza pari alla metà di quella del caso standard.

In questo modo si è potuto studiare i singoli effetti del numero di medie e della risoluzione in frequenza e la loro interazione.

Vengono proposti nei seguenti paragrafi i risultati dell'analisi effettuata.

2.1.1 Stima frequenze

Nei grafici seguenti vengono riportate le stime ottenute per le frequenze proprie della struttura con le varie configurazioni ordinate a partire da quella con risoluzione in frequenza peggiore ($x_{corr}=25$ s $t=1/2$ h), fino a quella con risoluzione in frequenza migliore ($x_{corr}=100$ s $t=2$ h) passando attraverso le configurazioni con $x_{corr}=50$ s $t=1$ h, $x_{corr}=50$ s $t=2$ h e $x_{corr}=100$ s $t=1$ h. Il pallino blu rappresenta la stima effettiva, l'intervallo compreso tra il triangolo verde e il triangolo rosso rappresenta la deviazione standard, la linea rossa rappresenta il valore teorico.

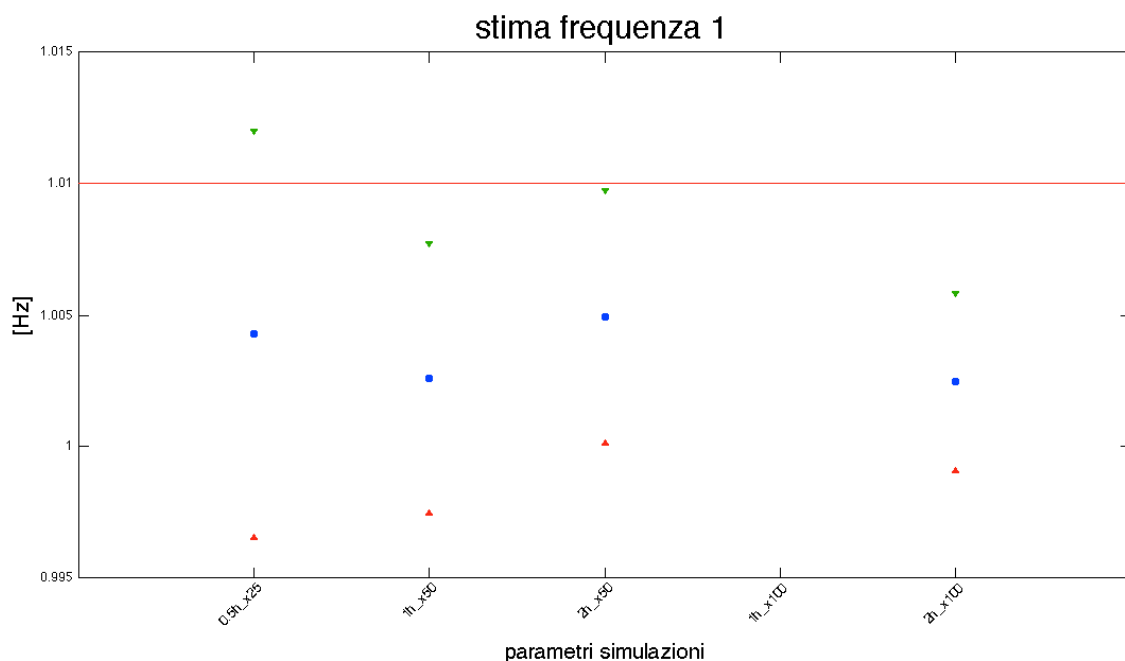


figura 2 - 4 Stima frequenza del modo 1

Come si evince dalla figura 2 - 4, la stima della prima frequenza presenta uno scostamento nell'ordine del centesimo di Hertz. In tre casi su quattro si nota inoltre come il valore teorico non sia nemmeno incluso all'interno della deviazione standard. Per quanto riguarda i parametri $T=1$ h e $x_{corr}=100$ s non si è ottenuto un numero di stime sufficienti per poter applicare il metodo Montecarlo. Le stime non del tutto soddisfacenti della frequenza del primo modo di vibrare sono da attribuire all'oggettiva difficoltà di identificazione ad esso legata. Osservando infatti i grafici delle PSD mostrate in figura 2 - 31, si può in primo luogo notare come alla frequenza 1,01 Hz il picco sia minimo. Il primo modo è del resto un

modo di vibrare prevalentemente orizzontale che è molto difficile da identificare a partire dalle misure effettuate con accelerometri montati verticalmente. L'aumento della risoluzione in frequenza e del numero di medie non porta dunque alcun beneficio. L'errore, contenuto entro un centesimo di Hertz, risulta comunque modesto, e corrisponde a un errore percentuale dell'uno per cento.

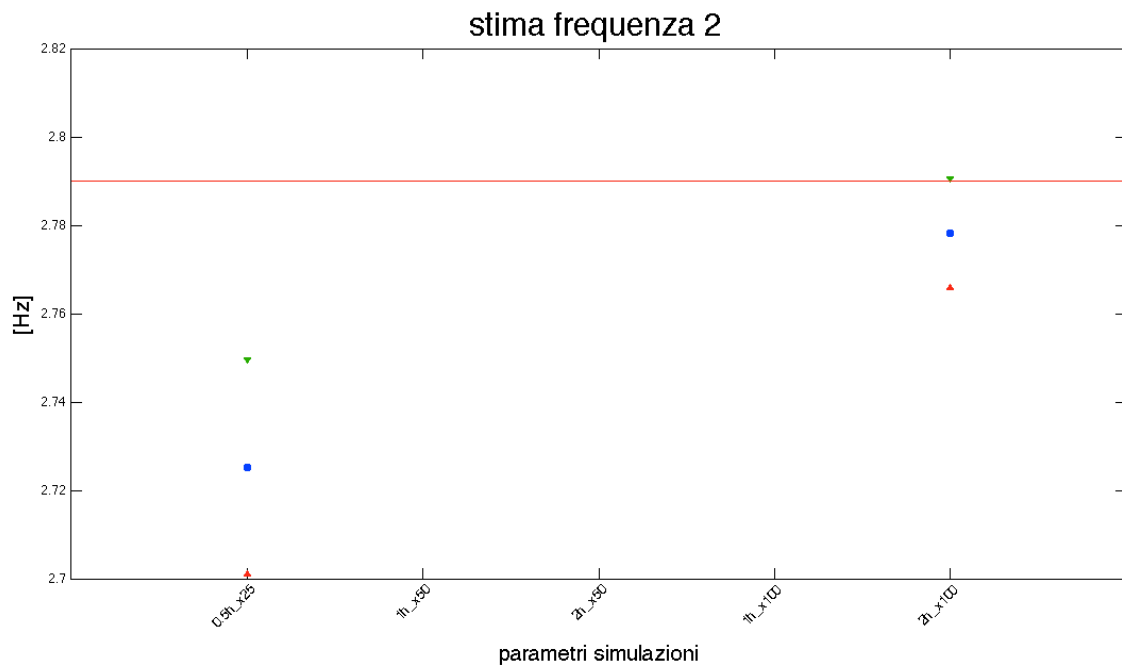


figura 2 - 5 Stima frequenza del modo 2: le identificazioni 2h x 50 e 1h x 100 non hanno fornito un numero sufficiente di stime per l'applicazione del metodo Montecarlo

Per quanto riguarda la stima della seconda frequenza (figura 2 - 5), il metodo Montecarlo non è giunto a convergenza per i casi 2, 3 e 4, ossia le simulazioni condotte con $t=1h$ $xcorr=50s$, $t=2h$ $xcorr=50s$ e $t=1h$ $xcorr=100s$, a causa dello scarso numero di identificazioni ottenute. Questo e il precedente risultano essere i modi meno eccitati della struttura. La stima migliore comunque si ottiene per l'identificazione del test #5 effettuato con la risoluzione in frequenza migliore (0,01 Hz) e con il maggior numero di medie.

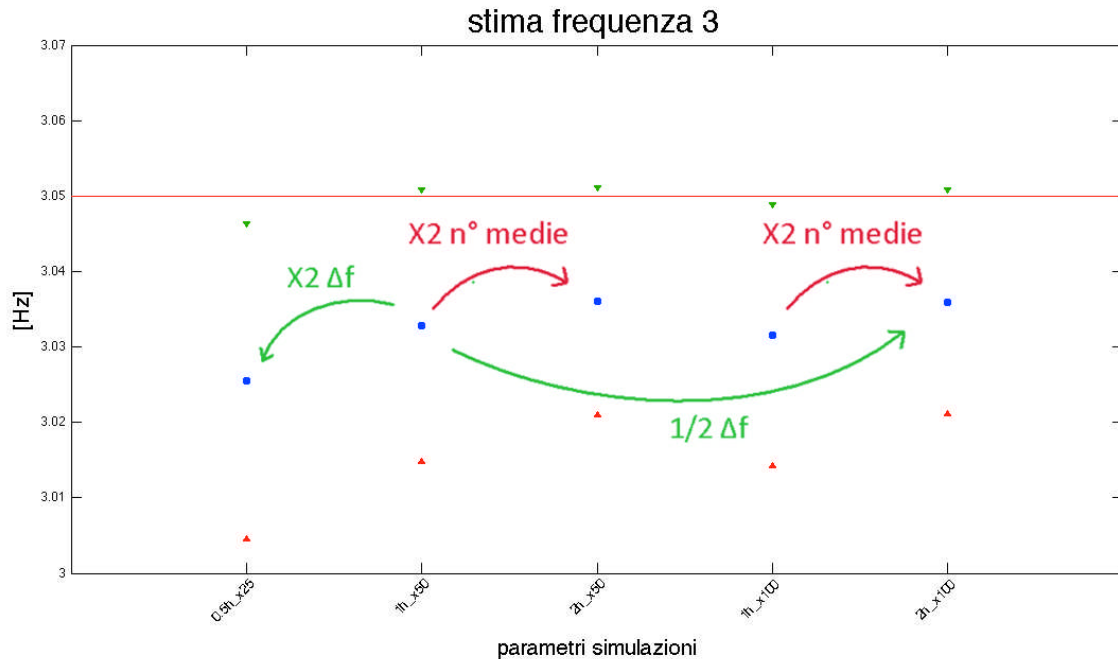


figura 2 - 6 Stima frequenza del modo 3: le frecce rosse si riferiscono alla variazione del numero di medie, quelle verdi alla variazione della risoluzione in frequenza

Sul grafico della stima della terza frequenza (figura 2 - 6) si comincia a vedere l'andamento che si individuerà anche sui grafici delle stime delle frequenze successive: si nota che le stime che si avvicinano di più al valore vero, presentando uno scarto minore tra media e valore teorico e una deviazione standard più contenuta, sono quelle con $t=2$ h $xcorr=50$ s e $t=2$ h e $xcorr=100$ s. Si ha dunque un miglioramento dell'accuratezza di stima sia per effetto del solo incremento del numero di medie a pari risoluzione in frequenza (passaggio da $t=1$ h $xcorr=50$ s a $t=2$ h $xcorr=50$ s e da $t=1$ h $xcorr=100$ s a $t=2$ h $xcorr=100$ s), sia al migliorare della risoluzione in frequenza, ovvero al diminuire di Δf , per uno stesso numero di medie (passaggio da $t=0,5$ h $xcorr=25$ s a $t=1$ h $xcorr=50$ s e da $t=1$ h $xcorr=50$ s a $t=2$ h $xcorr=100$ s).

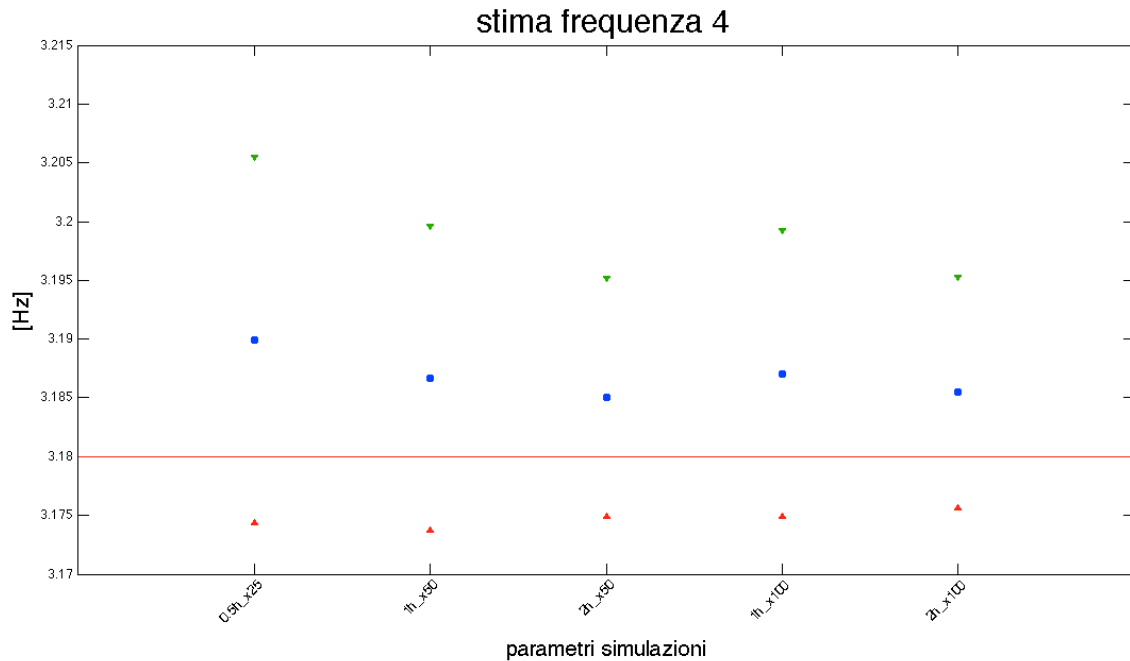


figura 2 - 7Stima frequenza del modo 4: l'andamento è simile a quanto visto per la frequenza 3

Per il quarto modo di vibrare l'andamento delle stime sul grafico (figura 2 - 7) è molto simile a quanto accade per il terzo: la stima migliora in termini di media e deviazione standard sia all'aumentare del numero di medie sia all'aumentare della risoluzione in frequenza. Da notare come, per tutti i test effettuati l'errore di stima sia in difetto per la terza frequenza (3,05 Hz) e in eccesso per la quarta (3,18 Hz).

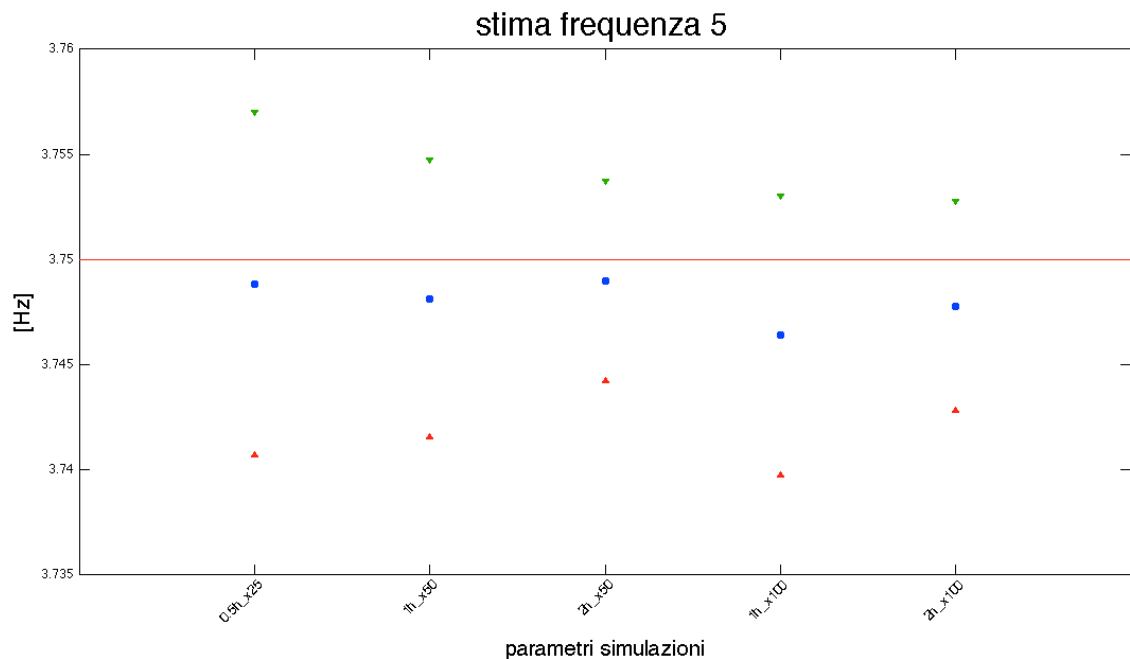


figura 2 - 8Stima frequenza del modo 5: è l'unica frequenza per cui si ha una buona stima anche per l'identificazione con 0,5h x25

La stima della frequenza del quinto modo (figura 2 - 5) si avvicina molto al valore vero per tutte le identificazioni con una dispersione dei risultati molto contenuta (la deviazione standard non supera mai i 7 millesimi di Hertz). Da notare che, mentre per gli altri modi l'identificazione ottenuta per $t=1/2h$ e $xcorr=25s$ si discostava decisamente dalle altre, in questo caso fornisce dei risultati paragonabili se non addirittura migliori. In generale si conferma il miglioramento della stima della media e della deviazione standard al crescere del numero di medie. Al contrario di quanto mostrato dai risultati precedenti si ha però un peggioramento della stima della media al dimezzarsi della risoluzione in frequenza.

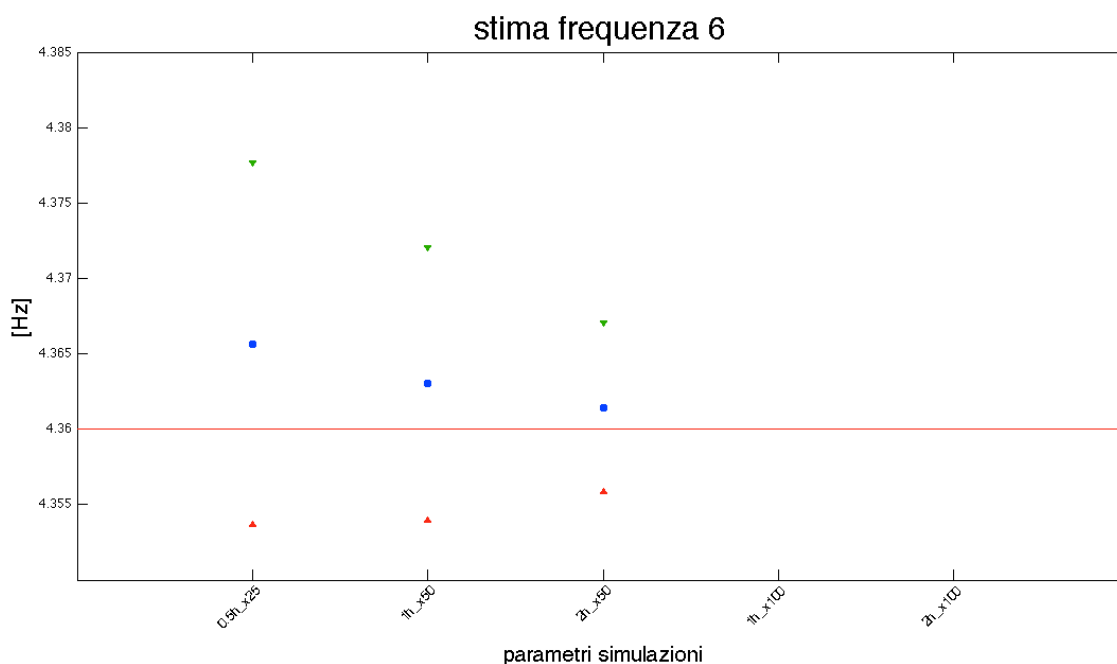


figura 2 - 9 Stima frequenza del modo 6: da notare come l'identificazione 1h x 100 centri esattamente il valore vero

Per la sesta frequenza (figura 2 - 9) non si è ottenuto un numero sufficiente di stime per le simulazioni con $xcorr=100s$. La stima ottenuta con $t=1 h$ e $xcorr=100 s$ si avvicina molto alla frequenza vera ed è quella che presenta la deviazione standard più contenuta. I risultati ottenuti confermano comunque l'andamento visto per i modi 3 e 4.

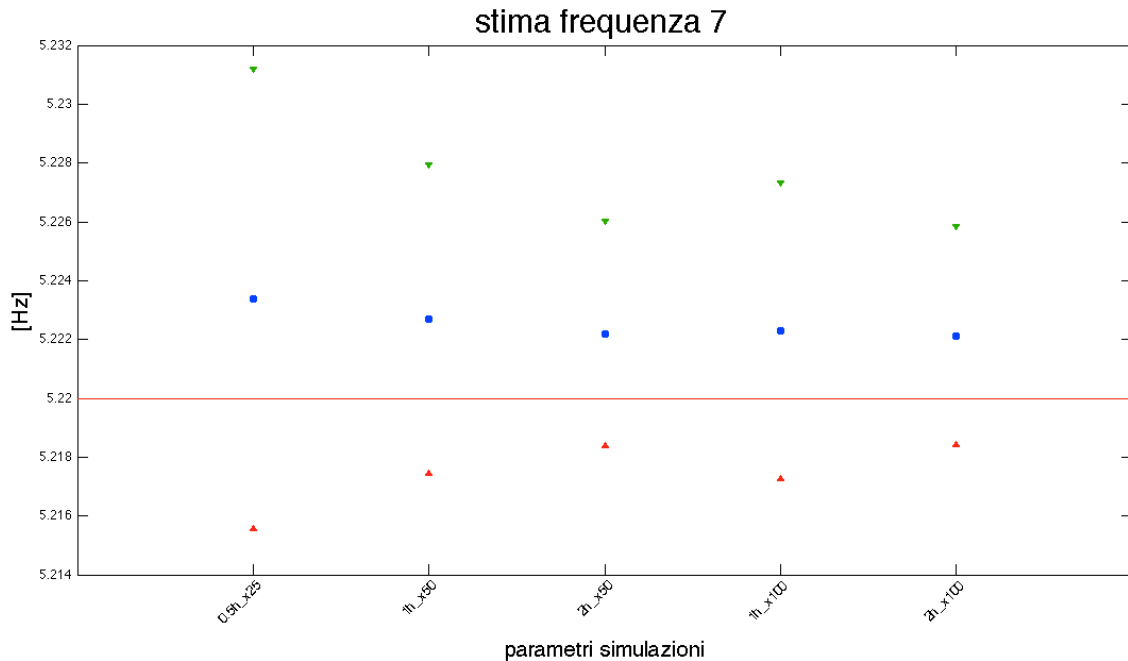


figura 2 - 10 Stima frequenza del modo 7: l'andamento della deviazione standard è molto chiaro in questa figura, diminuisce sia al raddoppiare del numero di medie, si al raddoppiare della risoluzione in frequenza

La settima frequenza è quella per cui si ha il maggior numero di identificazioni. Anche in questo caso si nota il miglioramento di media e deviazione standard all'aumentare del numero di medie e della risoluzione in frequenza (figura 2 - 10). Gli scostamenti dal valore vero sono particolarmente contenuti, si differenziano infatti per pochi millesimi di Hertz. A commento dei risultati ottenuti per la stima delle frequenze si osserva come l'entità degli errori commessi sia al massimo di qualche centesimo di Hertz con una deviazione standard non superiore a 2 centesimi di Hertz. Il miglioramento della risoluzione in frequenza (riduzione del Δf) e l'aumento del numero di medie generano entrambi:

- Riduzione generale della deviazione standard
- Riduzione generale dell'errore.

Tale riduzione non si osserva per la stima della frequenza 1. A questo proposito si richiama, come già osservato in precedenza, la criticità legata all'identificazione di un modo prevalentemente orizzontale con il setup di misura in uso. Senza considerare il modo 2 per la scarsa significatività dei risultati ottenuti, l'unica altra eccezione è il modo 5 per il quale non si ottiene il miglioramento della stima della

media al dimezzare della risoluzione in frequenza. Le tabelle che riportano i risultati numerici completi delle stime di frequenze smorzamenti e costanti modali sono riportate in appendice.

Si passa ora ad analizzare le stime ottenute per gli smorzamenti.

2.1.2 Stima smorzamenti

Nel presente paragrafo vengono riportati e commentati i risultati delle stime degli smorzamenti ritenute più significative.

Come già osservato nei commenti ai risultati ottenuti per la stima delle frequenze del paragrafo precedente, i primi due modi di vibrare presentano oggettive difficoltà di identificazione sostanzialmente legate al fatto che risultano i due modi meno eccitati, rimandando ai risultati numerici riportati in appendice ci si limita ad osservare che la stima degli smorzamenti dei primi due modi risulta poco accurata e per alcune identificazioni del primo modo si ottengono errori anche superiori al 100% (figura 2 - 11).

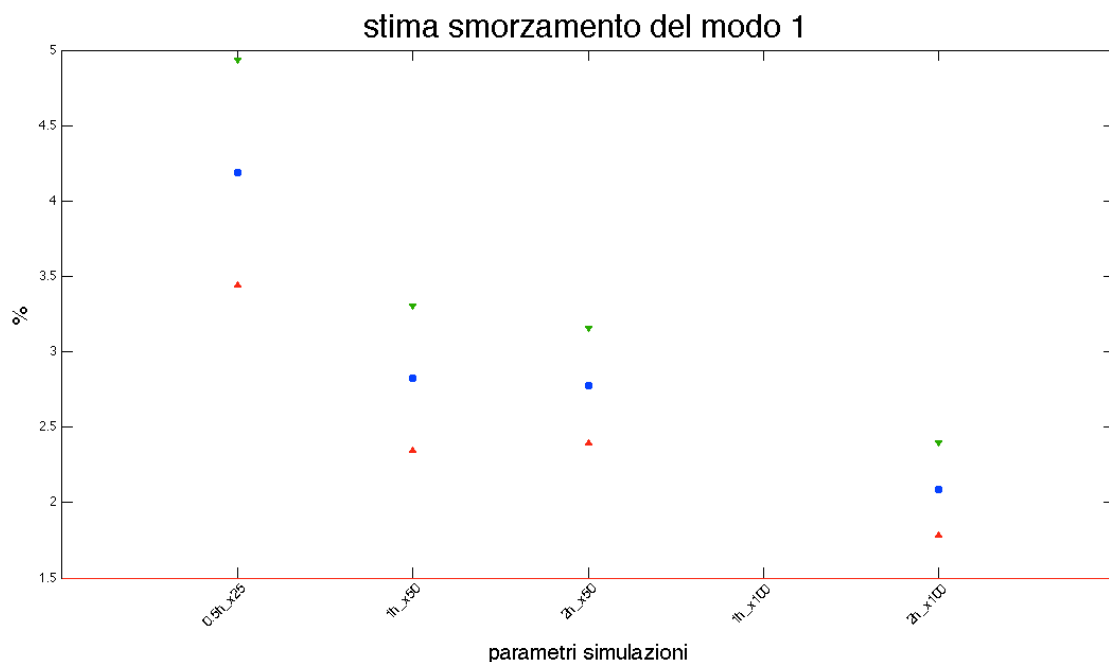


figura 2 - 11 stima smorzamento del modo 1

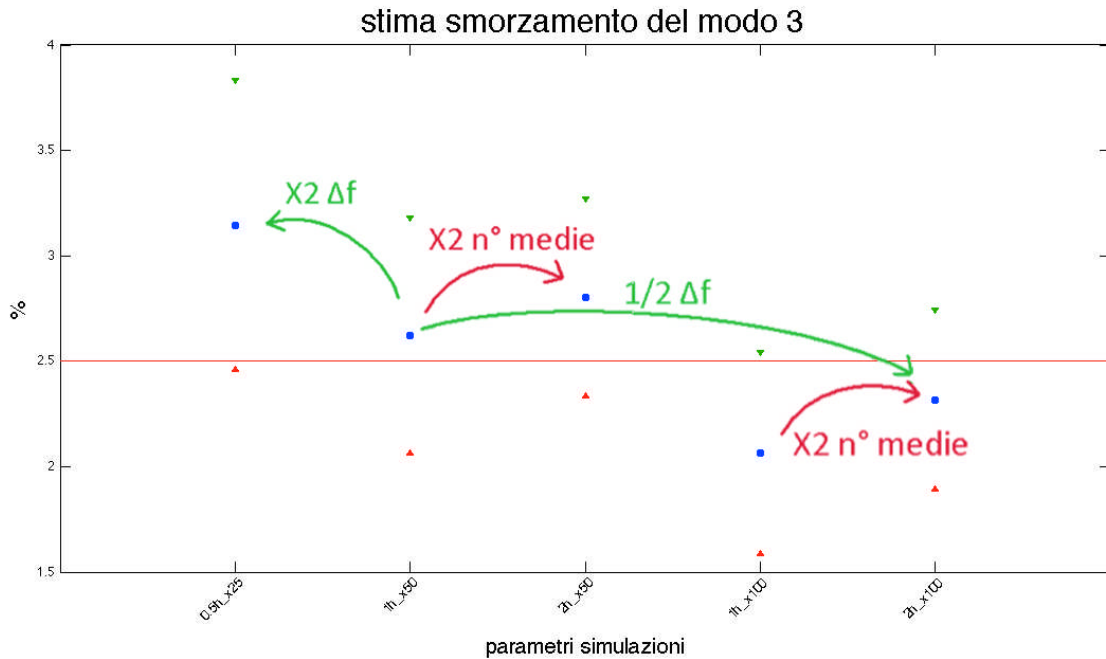


figura 2 - 12 Stima smorzamento del modo 3: le frecce rosse si riferiscono alla variazione del numero di medie, quelle verdi alla variazione della risoluzione in frequenza

Per il terzo modo di vibrare si riconosce invece un andamento che si ripete in maniera simile anche per le stime degli smorzamenti dei modi successivi: si assiste a una diminuzione del valore della stima e della deviazione standard al dimezzarsi della risoluzione in frequenza (sia per il passaggio da $\Delta f = 0,04$ Hz a $\Delta f = 0,02$ Hz, sia per quello da $\Delta f = 0,02$ Hz a $\Delta f = 0,01$ Hz), mentre si ha un aumento del valore della stima al raddoppiare del numero di medie (passaggio da $t=1$ h $xcorr=50$ s a $t=2$ h $xcorr=50$ s e da $t=1$ h $xcorr=100$ s a $t=2$ h $xcorr=100$). La stima migliore si ottiene per $t=1$ h $xcorr=50$ s mentre la deviazione standard migliore si ottiene per $t=2$ h $xcorr=100$ s. L'errore percentuale della stima migliore è pari al 4%, molto più alto dell'errore commesso sulla stima della frequenza (0,5%). Quest'ultima osservazione conferma le maggiori criticità nell'identificazione degli smorzamenti rispetto a quella delle frequenze come descritto in [23].

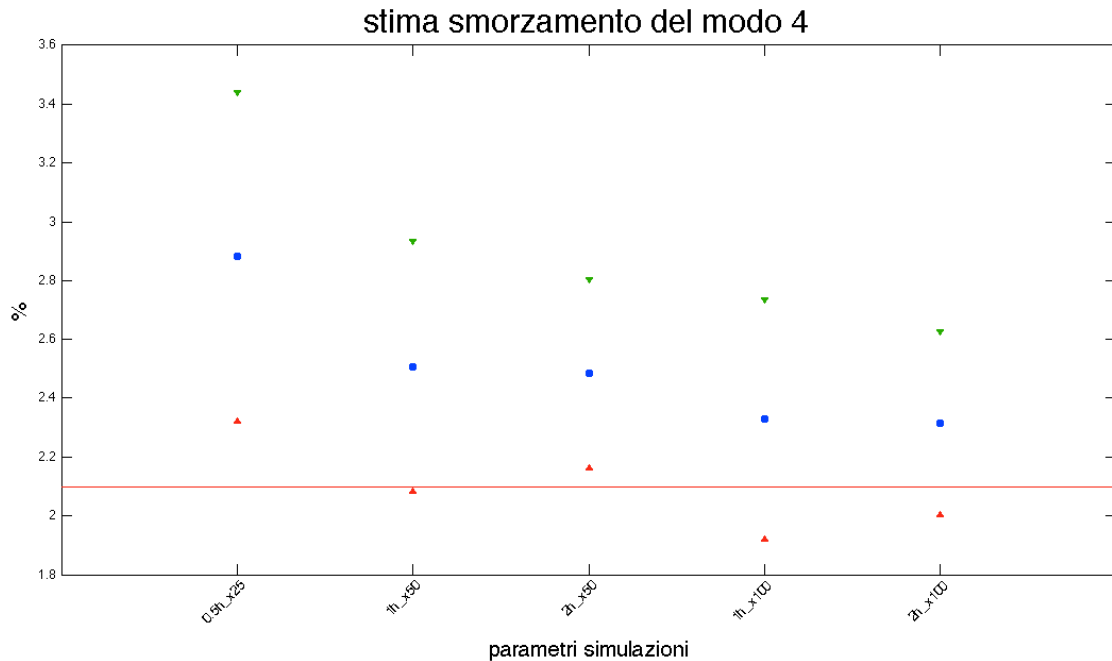


figura 2 - 13Stima smorzamento del modo 4: si nota il miglioramento della deviazione standard al variare del numero di medie e il miglioramento della media al variare della risoluzione in frequenza

Per il modo 4 si nota un andamento in parte simile a quello studiato per il modo 3 (figura 2 - 13). Il raddoppio del numero di medie (passaggio da $t=1$ h $x_{corr}=50$ s a $t=2$ h $x_{corr}=50$ s e da $t=1$ h $x_{corr}=100$ s a $t=2$ h $x_{corr}=100$) causa una riduzione della deviazione standard, mentre non ha alcun effetto apprezzabile sulla media della stima; il raddoppio della risoluzione in frequenza (passaggio da $t=1/2$ h $x_{corr}=25$ a $t=1$ h $x_{corr}=50$ a $t=2$ h $x_{corr}=100$) ha un effetto positivo sia sulla media (più vicina al valore vero) sia sulla deviazione standard (che va diminuendo). Commenti analoghi si possono trarre per le stime degli smorzamenti dei modi successivi (figura 2 - 14, figura 2 - 15, figura 2 - 16) che presentano grafici con un andamento riconducibile a quello del terzo e quarto modo.

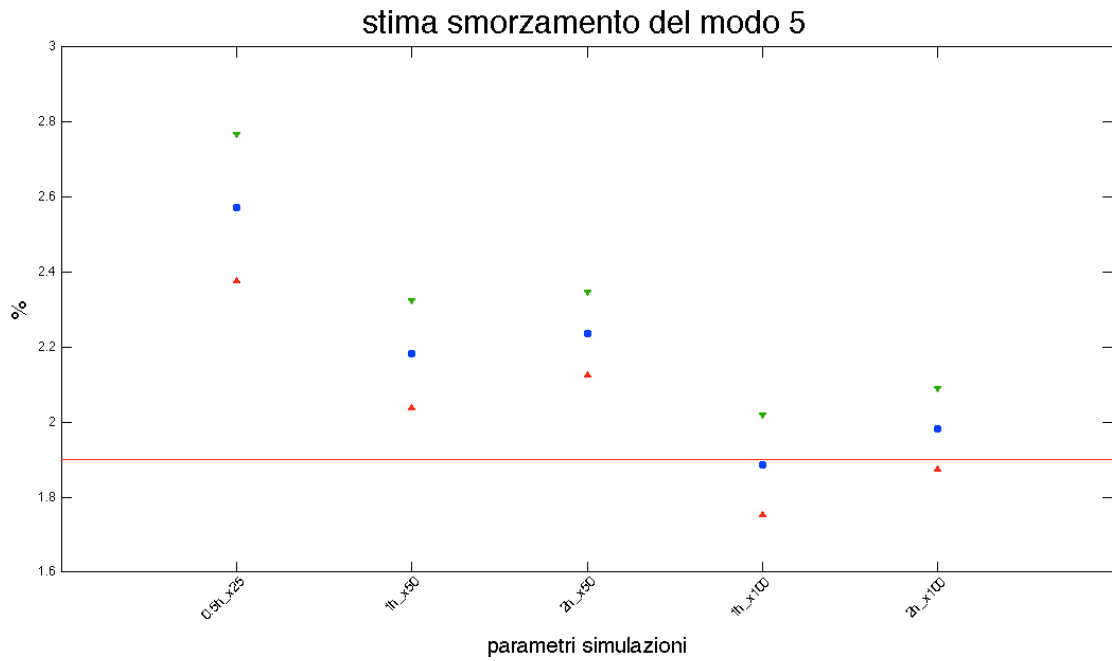


figura 2 - 14 Stima smorzamento del modo 5

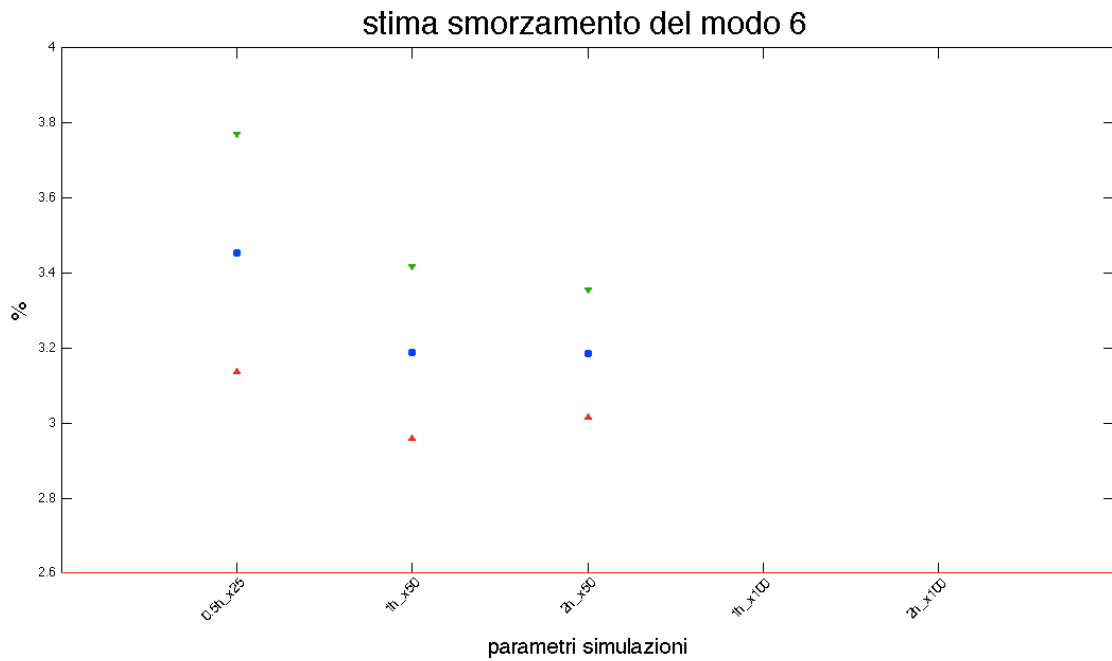


figura 2 - 15 Stima smorzamento del modo 6: per le simulazioni con $x_{corr}=100s$ non si è ottenuto un numero di stime sufficienti per applicare il metodo Montecarlo

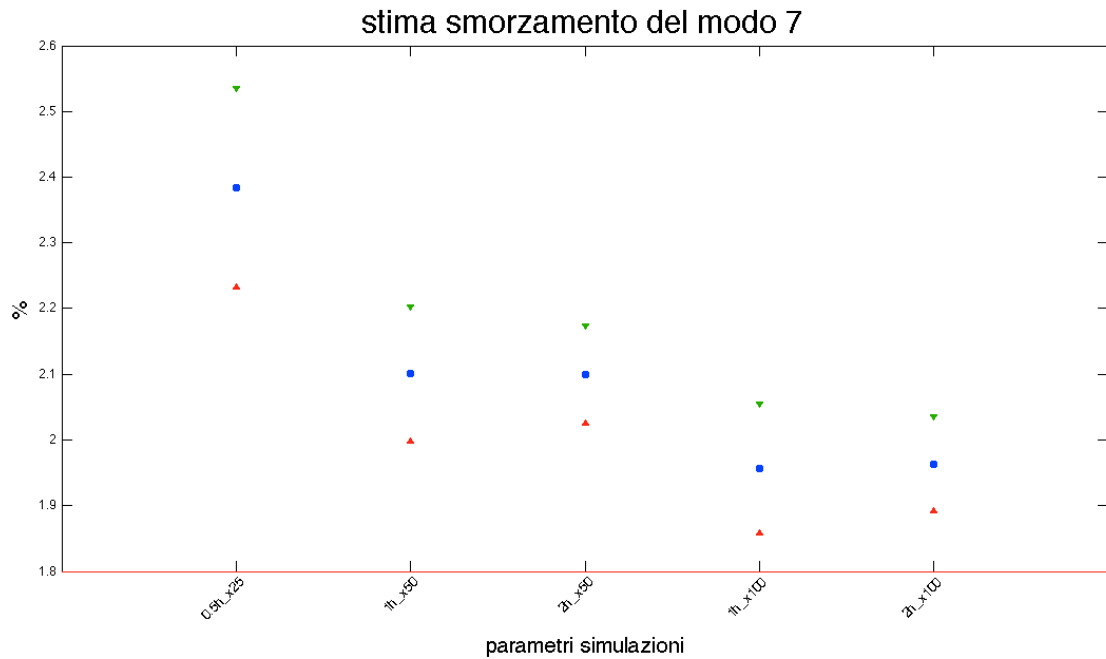


figura 2 - 16Stima smorzamento del modo 7: per i grafici degli smorzamenti dei modi 5, 6 e 7, si nota lo scarso effetto dell'aumento del numero di medie sulla stima della media.

A valle dei risultati presentati per tutti i modi di vibrare, a riguardo della stima degli smorzamenti si può osservare come gli scostamenti siano molto più rilevanti di quanto accade per la stime delle frequenze: molto spesso il valore vero non è incluso nell'intervallo della deviazione standard e gli errori percentuali sono elevati come è possibile vedere dal grafico di figura 2 - 17 in cui, a titolo di esempio, sono riportati i valori dell'errore percentuale sulla stima dello smorzamento del quinto modo.

Nelle tabelle di Appendice B si possono trovare gli errori percentuali delle stime dello smorzamento per tutti modi.

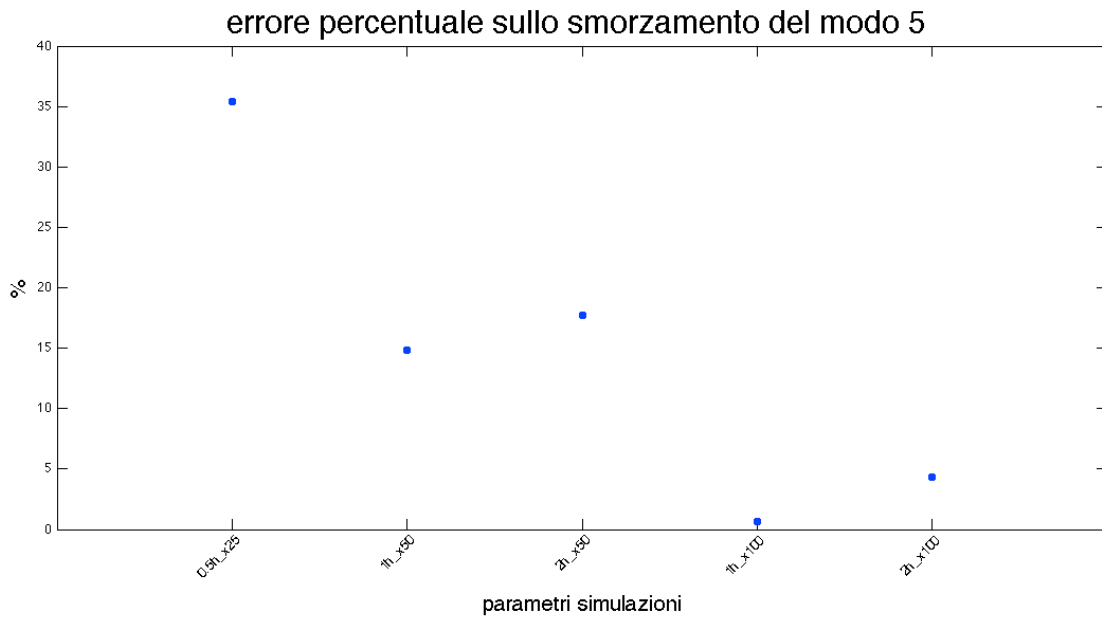


figura 2 - 17 Errore percentuale smorzamento modo 5: i valori dell'errore percentuale sono molto alti

In generale possiamo affermare che il miglioramento della risoluzione in frequenza genera:

- Riduzione generale della deviazione standard
- Riduzione generale dell'errore

L'aumento del numero di medie, che non causa un effetto sistematico sul valore medio della stima dello smorzamento (e quindi sull'errore), genera:

- Riduzione generale della deviazione standard

Si rende necessaria una precisazione a riguardo delle stime dello smorzamento per i modi 2 e 3. Si osserva infatti come il miglioramento della stima dello smorzamento all'aumentare della risoluzione in frequenza per i modi dal quarto in poi sia sempre legato ad un abbassamento del valore stimato. Tale abbassamento è presente però anche sulla stima dello smorzamento degli altri modi, quindi ciò a cui si assiste è un abbassamento generalizzato della stima dello smorzamento all'aumentare della risoluzione in frequenza. Tale comportamento prova quanto affermato all'inizio del paragrafo in merito all'influenza della risoluzione in

frequenza sulla stima dello smorzamento. Il fatto che la stima dello smorzamento non migliori per i modi 2 e 3 all'aumentare della risoluzione in frequenza, potrebbe essere ricondotto all'influenza reciproca dei due modi che risultano essere vicini in frequenza e molto smorzati (per entrambi i modi lo smorzamento adimensionale è pari al 2,5 % [tabella 1 - 1]).

Nel paragrafo introduttivo sul metodo Montecarlo (cfr. par. 1.3) era stato descritto il problema della convergenza del metodo. In particolare erano stati specificati i criteri con cui effettuare la verifica della stabilizzazione statistica per ognuno dei parametri stimati (media e deviazione standard di frequenza smorzamento e costanti modali). Nelle tabelle riassuntive di appendice A è riportato l'esito della verifica per tutti i parametri di interesse. Limitatamente ai risultati ottenuti per i valori di frequenza e smorzamento si osserva che sostanzialmente la stabilizzazione si ottiene per tutti i test condotti, eccezion fatta per la stima della varianza della frequenza propria del modo 1 in due casi e dei modi 6 e 7 in un caso ciascuno. Per quanto riguarda il modo 1, già in precedenza è stata spiegata la criticità di identificazione legata al fatto che è un modo prevalentemente orizzontale, risulta dunque comprensibile che alcuni in alcuni casi non si sia giunti alla stabilizzazione statistica. Anche il modo 6, come risulta dal grafico di figura 2 - 15, presenta problemi di identificazione, tanto che non è stato possibile applicare il metodo Montecarlo a due dei test stabiliti. La causa di tale difficoltà è da ricercarsi nella presenza di modi con eccitazione molto superiore a quella del sesto modo che hanno al contempo frequenza propria molto vicina a 4,36 Hz (frequenza propria del sesto modo), tale concetto verrà ripreso nel paragrafo seguente per l'interpretazione dei risultati delle costanti modali. Per quanto concerne il modo 7 si sottolinea che la mancata stabilizzazione della stima della deviazione standard della frequenza è avvenuta per il test che imponeva i parametri di analisi più grossolani ($t=40s$ $xcorr=25s$).

2.1.3 Stima costanti modali

Esaminati i risultati delle stime di frequenza e smorzamento ottenuti per i cinque test descritti all'inizio del capitolo, nel presente si analizzano le stime delle costanti modali.

Al fine di descrivere l'effetto del numero di medie e della risoluzione in frequenza sulla stima delle costanti modali, i risultati ottenuti per tutti i modi di vibrare vengono riportati su un unico grafico. La linea fucsia rappresenta il valore vero mentre la media e la deviazione standard vengono riportate con gli stessi simboli usati per i grafici mostrati in precedenza per la stima delle frequenze e degli smorzamenti. Si osserva fin da subito come, in modo analogo a quanto svolto per l'analisi di dati raccolti in campagne di misura passate [5], le costanti modali siano normalizzate rispetto a quella relativa a $1/3L$, ovvero il terzo canale. Tale costante, essendo usata come riferimento per la normalizzazione, non viene riportata nei grafici in cui sono raccolti i risultati della stima delle costanti modali. Maggiori dettagli in merito alla scelta della costante di normalizzazione e agli effetti che ne conseguono sono trattati nel paragrafo 2.2.

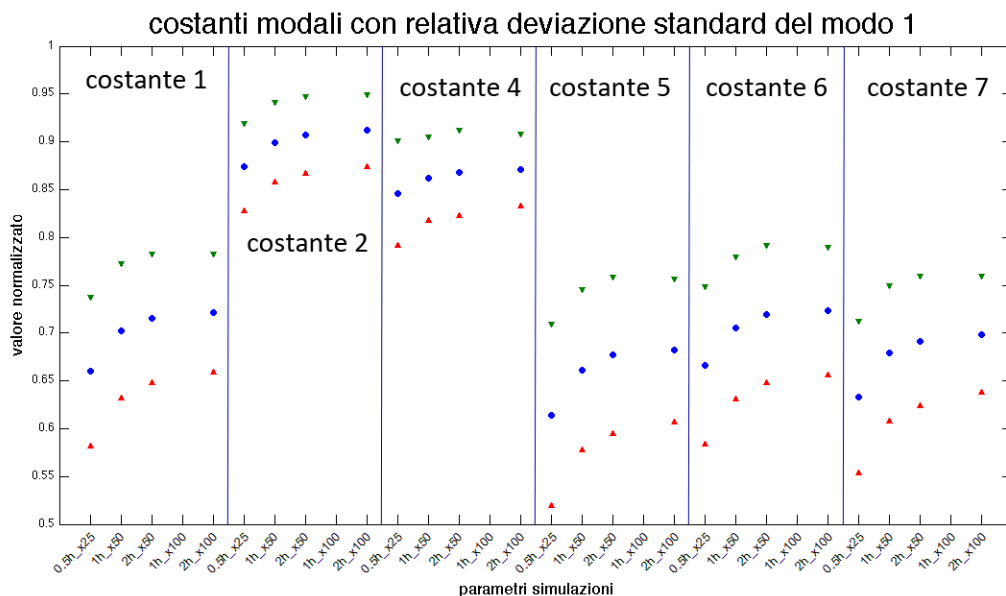


figura 2 - 18 Costanti modali del modo 1: come frequenza e smorzamenti, anche le costanti modali sono difficili da stimare per la frequenza 1

le criticità già emerse per le stime di frequenze e smorzamenti legate all'identificazione del primo modo di vibrare si ripresentano nella stima delle costanti modali. Come si può osservare in (figura 2 - 18) le stime ottenute si discostano in modo significativo rispetto al valore teorico. Confrontando la deviazione standard delle stime delle costanti modali del primo modo con quelle dei modi successivi riportati nel seguito si nota come, per il primo modo la dispersione dei risultati ottenuti sia largamente superiore.

Tralasciando i risultati del secondo modo, che come si è visto nel paragrafo 2 sono poco attendibili a causa dello scarso numero di identificazioni, si passa ad analizzare le stime delle costanti modali del terzo modo (come è già stato accennato, le stime delle costanti modali ottenute per tutti i modi di vibrare, unitamente agli errori percentuali ad esse associati, sono raccolte rispettivamente nelle tabelle di appendice A e B).

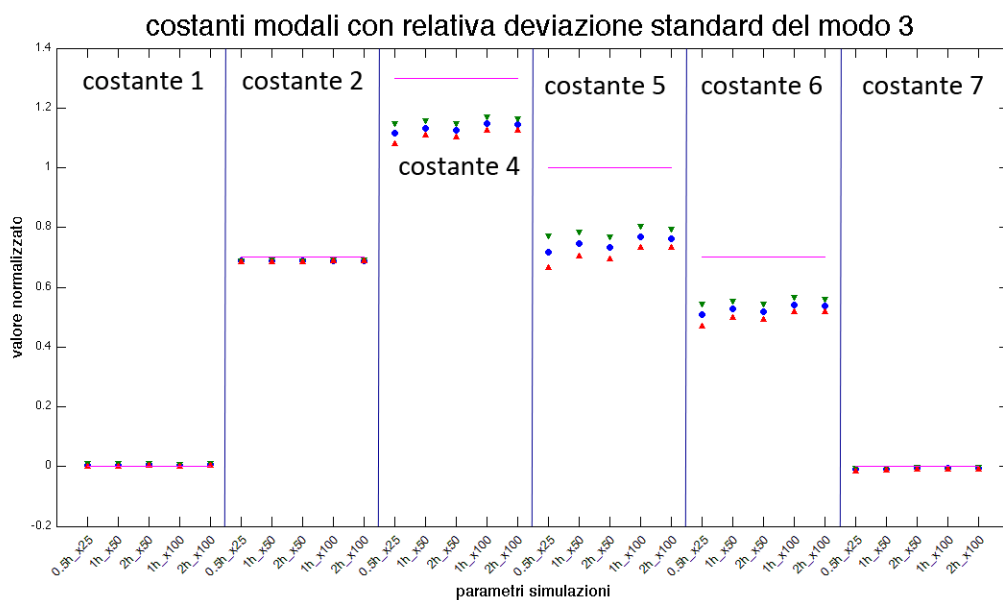


figura 2 - 19 Costanti modali del modo 3: le costanti 4, 5 e 6 sono quelle sulla cui stima si commettono gli errori maggiori.

Dal grafico (figura 2 - 19) è evidente come le stime siano particolarmente accurate per la prima, la seconda e la settima costante modale, mentre le altre costanti

vengono sottostimate con un errore che rimane praticamente il medesimo al variare dei parametri di simulazione. Questo andamento si ripeterà in maniera simile anche per le stime dei modi successivi. Risulta utile per evidenziare questo andamento graficare le deformate modali corrispondenti alle stime ottenute.

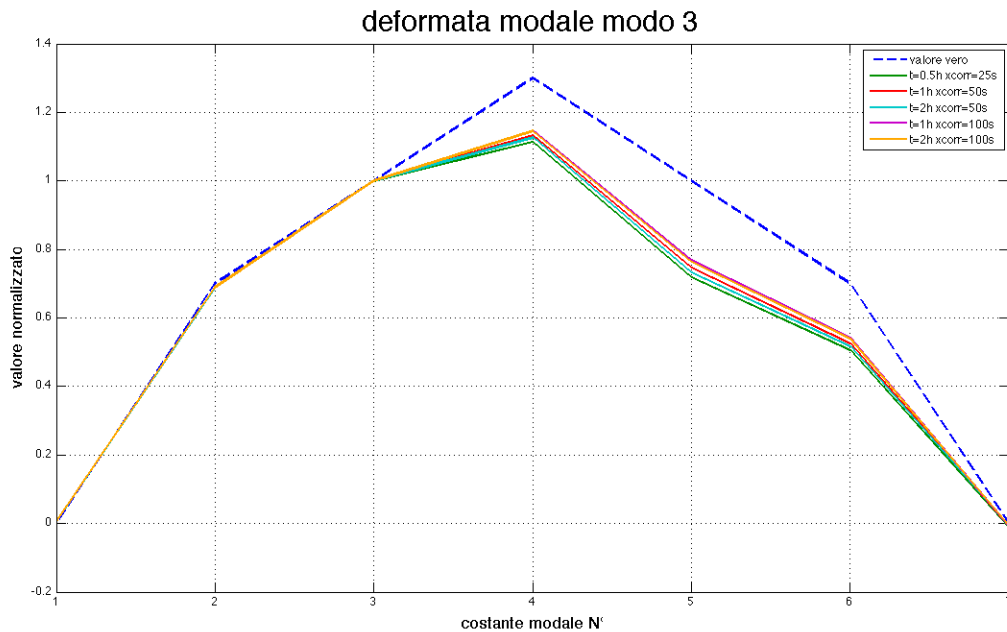


figura 2 - 20 Deformata modale modo 3: Le varie identificazioni portano risultati molto simili, tanto che su questo grafico le differenze non sono apprezzabili

Guardando la figura 2 - 20 si deduce una scarsa influenza dei parametri dell'identificazione sulla stima finale delle costanti modali. L'errore appare infatti sostanzialmente il medesimo per tutte e quattro le identificazioni. Si nota inoltre come si commettano errori di stima apprezzabili solamente per le costanti successive a quella di normalizzazione (che per definizione non può presentare errore) ossia la quarta, la quinta e la sesta.

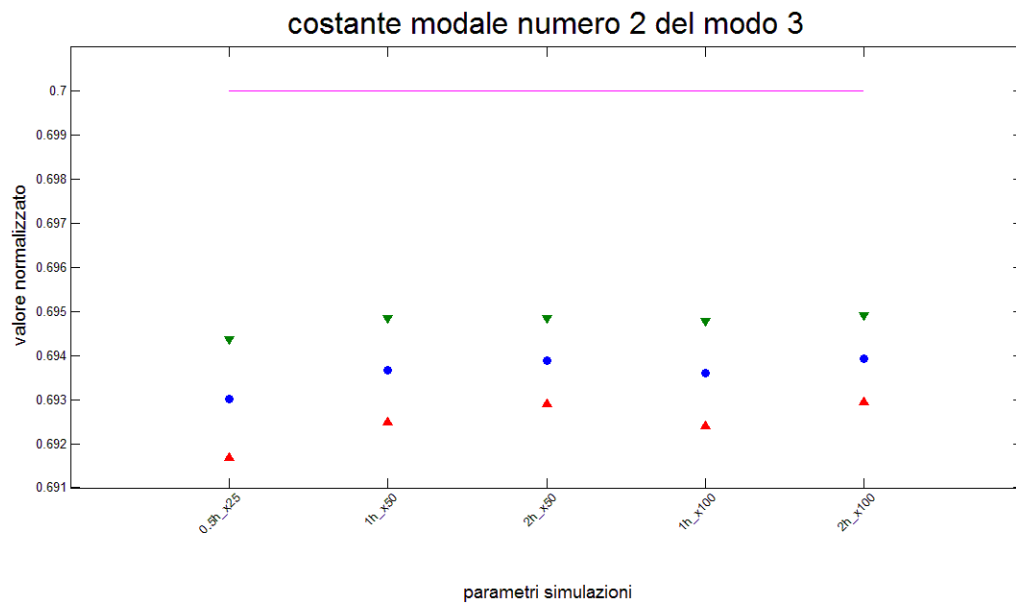


figura 2 - 21 Stima seconda costante modale del terzo modo

In figura 2 - 21 è proposto un dettaglio relativo alla stima della seconda costante modale del terzo modo: si può osservare come la deviazione standard presenti una lieve tendenza a diminuire all'aumentare del numero di medie e della risoluzione in frequenza, il valore teorico inoltre non risulta essere contenuto nell'intervallo avente per estremi la media +/- la deviazione standard.

Occorre inoltre notare che le stime della media della prima e della settima costante non hanno raggiunto la stabilizzazione statistica per la stima della media per nessuna dei parametri di identificazione. Questo perché la procedura di verifica della convergenza assegna a questi due parametri una tolleranza estremamente piccola. Si fa notare infatti come la stima della media di queste due costanti, tenda a zero. Comparando le stime ottenute per la prima e la settima costante modale con quella delle altre costanti modali (utilizzando lo stesso numero di cifre decimale e non di cifre significative) si osserva comunque come il loro valore si attesti attorno allo zero.

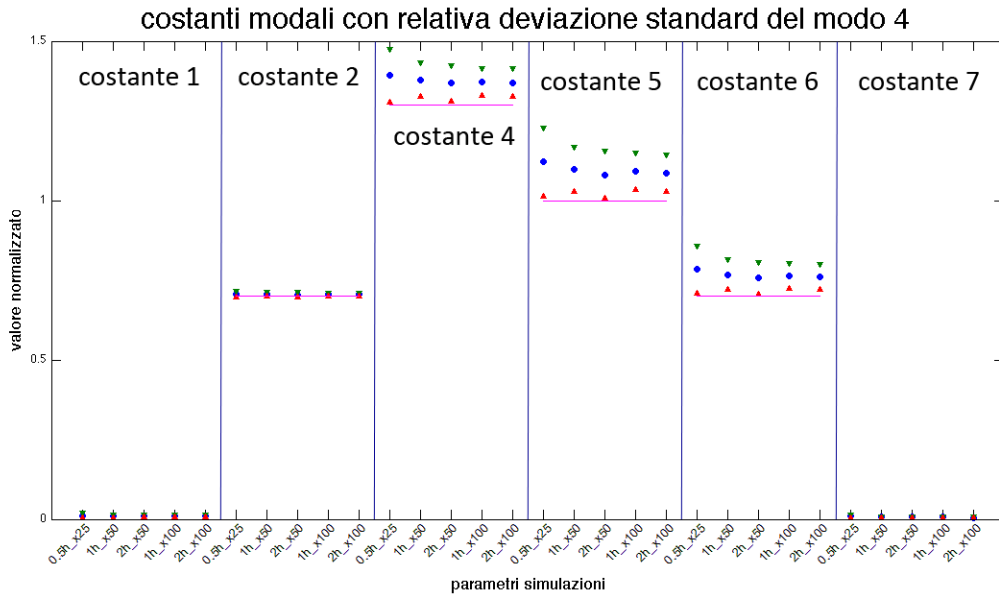


figura 2 - 22 Costanti modali del modo 4: mentre per il modo 3 le medie erano tutte sottostimate, in questo caso sono tutte sovrastimate.

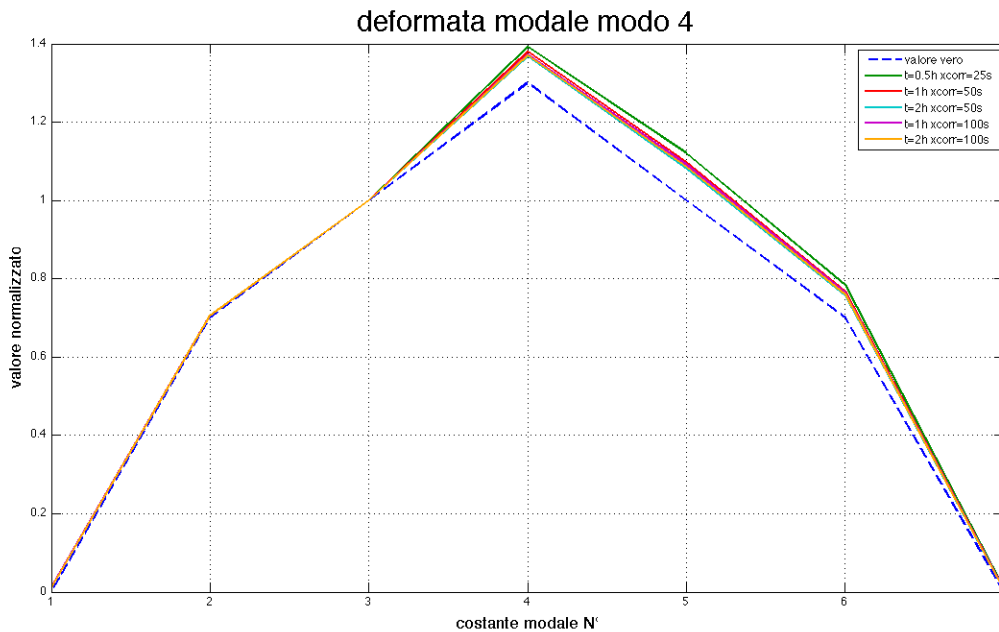


figura 2 - 23 Deformata modale modo 4

Passando ad analizzare il quarto modo bisogna notare innanzitutto come, in modo analogo a quanto accadeva per il terzo modo, i maggiori errori di stima si hanno per la quarta quinta e sesta costante modale. A differenza del terzo modo, per il quale la quarta, la quinta e la sesta costante modale sono sottostimate, per il quarto modo l'errore è di sovrastima. Si osserva che tale fenomeno era stato già

osservato per la stima delle frequenze dei due modi. La sistematicità con la quale si presentano gli errori di sotto e sovrastima potrebbe essere ricercata nell'interazione dei due modi di vibrare molto vicini in frequenza (distanza solo 13 centesimi di Hertz) con una deformata modale molto simile (figura 2 - 30). Anche in questo caso la stabilizzazione statistica delle costanti modali agli estremi, la cui stima tende a zero, presenta alcuni problemi per le stesse motivazioni spiegate innanzi.

Si riportano di seguito i grafici delle stime delle deformate modali ottenute per i modi 5 e 6. La figura 2 - 23 mostra chiaramente come per il quinto modo l'errore più significativo si abbia per la quarta costante modale. A questo proposito è interessante osservare l'andamento della PSD (figura 2 - 29) per il canale numero 4 in corrispondenza della frequenza del quinto modo: a differenza degli altri canali, per il quarto non si nota la presenza di un picco ben definito.

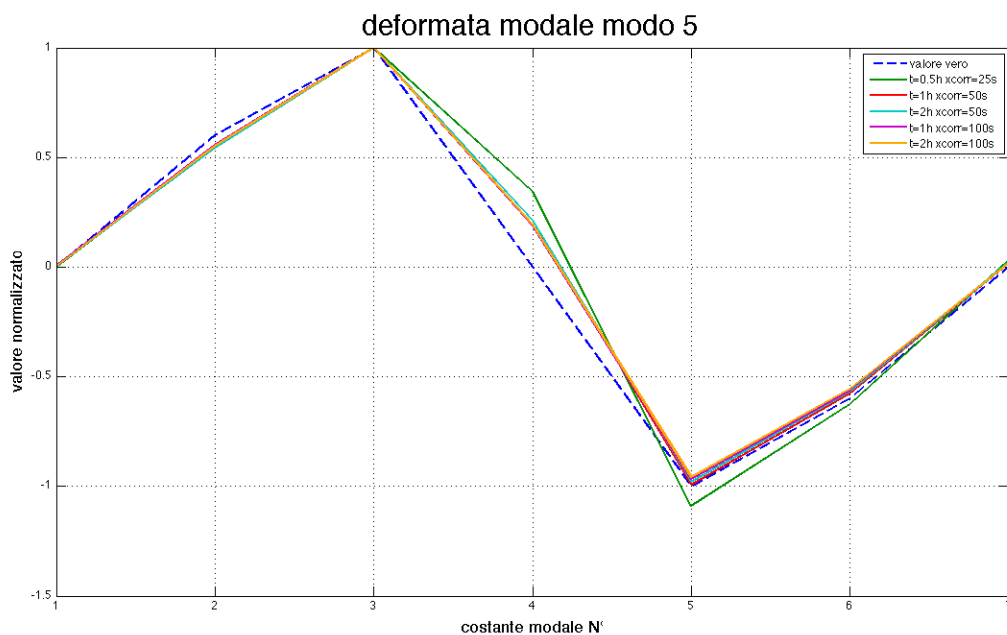


figura 2 - 24 Deformata modale modo 5

Richiamando le tabelle riassuntive delle stime raccolte in appendice A, si deve comunque precisare come i risultati ottenuti per il quinto modo siano da valutare con la dovuta cautela, poiché la stabilizzazione statistica è stata ottenuta esclusivamente per la seconda costante modale. Le criticità legate alla stima delle costanti modali del quinto modo possono essere ricondotte agli effetti del terzo e quarto modo, vicini in frequenza al quinto e molto più eccitati di quest'ultimo.

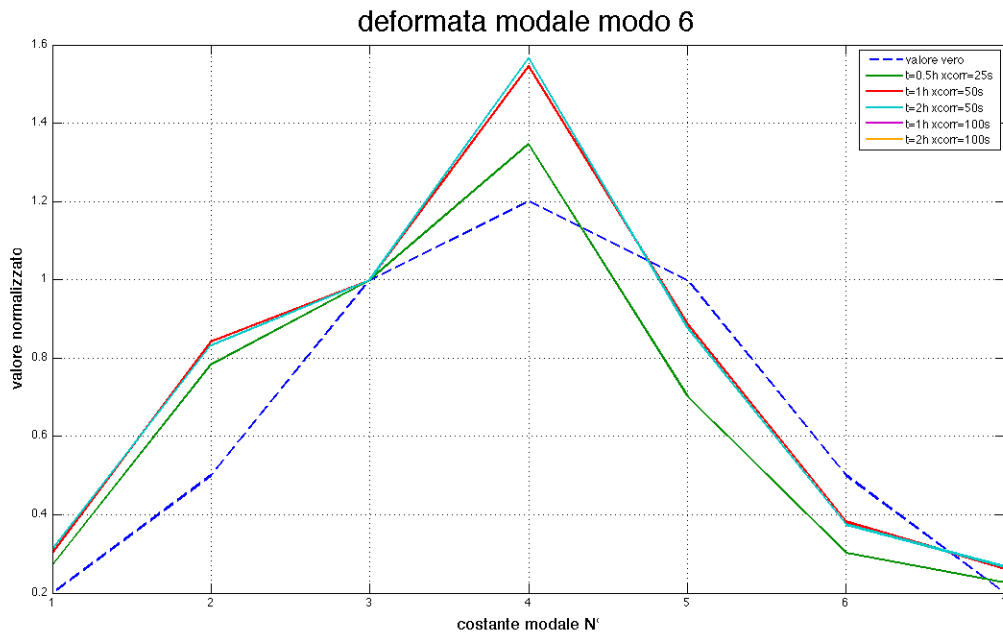


figura 2 - 25 Deformata modale modo 6

Per quanto riguarda il sesto modo di vibrare, le costanti modali stimate (figura 2 - 25) presentano errori molto importanti. Inoltre, come è stato spiegato nel paragrafo precedente, per alcuni parametri di identificazione ($t=2h$ $xcorr=100$ e $t=1h$ $xcorr=100$) non si sono ottenuti i risultati sufficienti per l'applicazione del metodo Montecarlo.

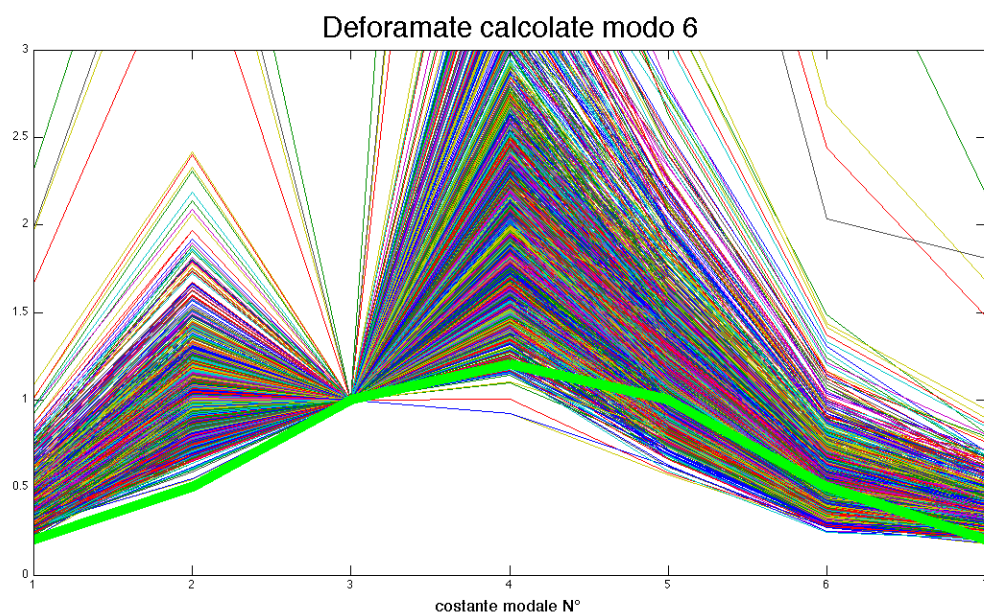


figura 2 - 26 Deformate modali modo 6

La figura 2 - 26 mostra tutte le deformate restituite dall'algoritmo di identificazione, mettendo in evidenza le difficoltà riscontrate nella stima della deformata di questo modo. La forma disegnata dalla maggior parte delle identificazioni si discosta decisamente dalla deformata teorica rappresentata in verde chiaro. Al fine di cogliere con maggiore chiarezza l'entità degli scarti fra valori stimati e valori veri, si riporta in figura 2 - 27 il grafico delle stime delle costanti modali. Si osservano in particolare i maggiori errori di sovrastima per le costanti modali 2 e 4. Le difficoltà riscontrate nell'identificazione del sesto modo, per altro presentatesi in maniera ancor più evidente per il secondo modo, sono da ricercarsi nell'interazione tra i diversi modi di vibrare della struttura, in particolare, come si nota dal grafico della PSD (figura 2 - 29), il sesto modo è, insieme al primo e al secondo, il meno eccitato e subisce di conseguenza l'influenza dei modi vicini, in particolare del settimo modo che è invece molto eccitato.

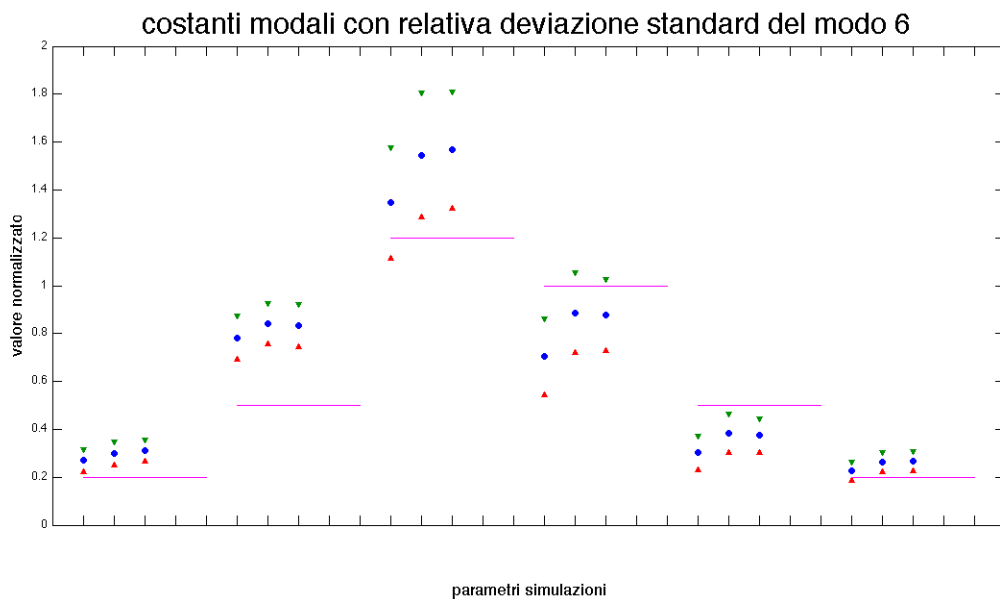


figura 2 - 27 Costanti modali del modo 6

Anche in questo caso per molte costanti non è stato possibile giungere alla stabilizzazione statistica (cfr. appendice A).

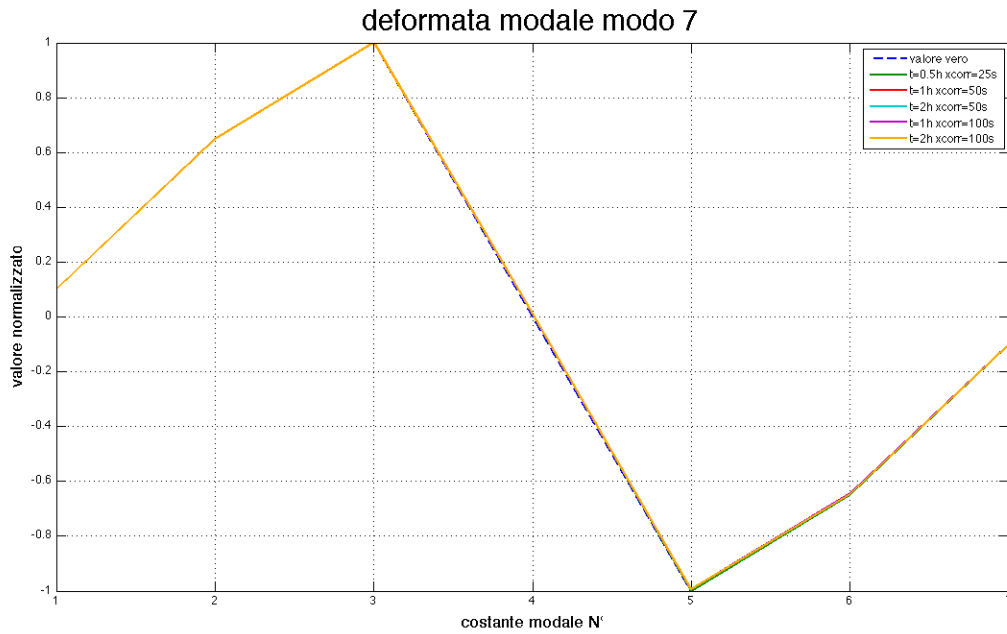


figura 2 - 28 Deformata modale modo 7

Il modo 7 è quello che presenta i risultati migliori in termini di deformata modale. Il grafico di figura 2 - 28 evidenzia come le deformate stimate siano quasi sovrapponibili a quella teorica. Il grafico della PSD mostra come il livello di eccitazione del settimo modo sia buono, paragonabile a quello dei modi 3 e 4. In linea generale si può dunque osservare come l'accuratezza delle stime ottenute risulti migliore in assenza di modi con frequenza vicina. Per il modo 7 si nota infine come la stabilizzazione statistica sia stata ottenuta per la stima di tutte le costanti modali.

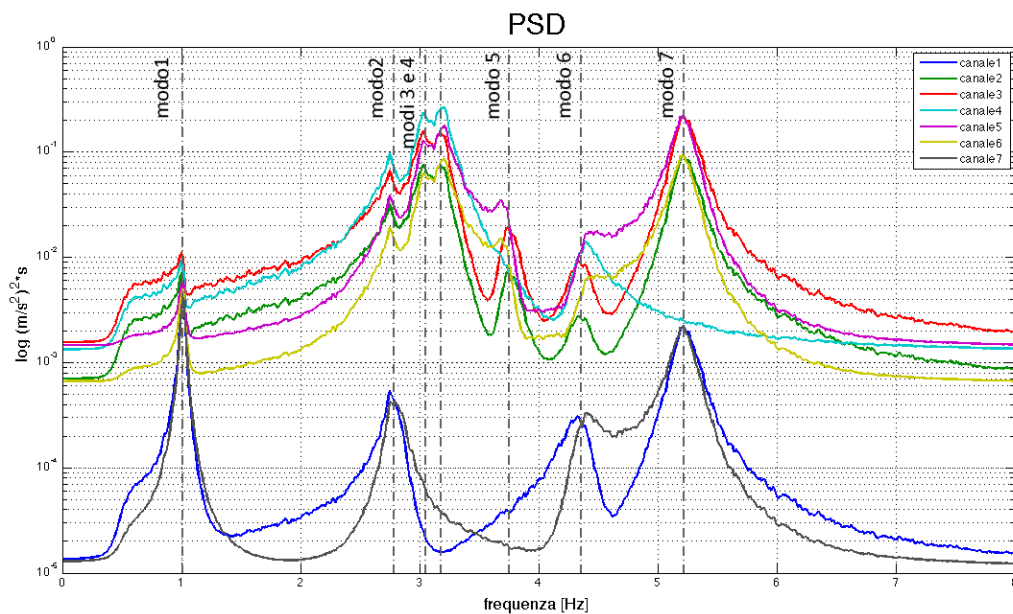


figura 2 - 29 Grafico della PSD

In conclusione si può affermare che la stima delle costanti modali non è influenzata dal numero di medie e dalla risoluzione in frequenza in modo così evidente come nel caso della stima delle frequenze e degli smorzamenti. In via generale si può comunque affermare che i risultati migliori della stima delle costanti modali, sia in termini di media che di deviazione standard, si ottengano per $T=2 \text{ h}$ $xcorr=100 \text{ s}$.

2.1.4 Riepilogo

A valle della presentazione dei risultati sulla stima di frequenza, smorzamento e costanti modali ritenuti più significativi, nel presente paragrafo si raccolgono in modo completo i risultati a cui hanno portato, per il modo 3, i test effettuati allo scopo di indagare l'effetto del numero di medie e della risoluzione in frequenza (cfr. tabella 2 - 1). In tabella 2 - 2 sono indicati in primo luogo i parametri, relativi al modo 3, usati nel modello modale per la generazione dei dati; a seguire sono raccolti, per ognuno dei parametri di analisi impiegati, i risultati di tutte le stime.

modo 3

parametri di analisi		N° identif.	f [Hz]	r [-]	costanti modali					
					0	1/6 L	1/2 L	2/3 L	5/6 L	L
parametri modello modale			3,05	2,5	0	0,7	1,3	1	0,7	0
T 0,5h xcorr 25s	media	29000	3,03E+00	3,1E+00	4,4E-03	6,9E-01	1,1E+00	7,2E-01	5,1E-01	-1,0E-02
	dev std		2E-02	7E-01	5E-03	2E-03	3E-02	5E-02	4E-02	4E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI
T 1h xcorr 50s	media	14500	3,03E+00	2,6E+00	5,4E-03	6,9E-01	1,1E+00	7,5E-01	5,3E-01	-7,5E-03
	dev std		2E-02	6E-01	4E-03	2E-03	2E-02	4E-02	3E-02	3E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	NO SI
T 2h xcorr 50s	media	8000	3,04E+00	2,8E+00	5,9E-03	6,9E-01	1,1E+00	7,3E-01	5,2E-01	-6,6E-03
	dev std		1E-02	5E-01	3E-03	2E-03	2E-02	4E-02	3E-02	3E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	NO SI
T 1h xcorr 100s	media	13000	3,03E+00	2,1E+00	5,1E-03	6,9E-01	1,1E+00	7,7E-01	5,4E-01	-7,2E-03
	dev std		2E-02	5E-01	4E-03	2E-03	2E-02	4E-02	2E-02	3E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	NO SI
T 2h xcorr 100s	media	7500	3,04E+00	2,3E+00	5,8E-03	6,9E-01	1,1E+00	7,6E-01	5,4E-01	-6,4E-03
	dev std		1E-02	4E-01	3E-03	1E-03	2E-02	3E-02	2E-02	3E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	NO SI

tabella 2 - 2 Vengono riportati i risultati di media e deviazione standard di frequenza, smorzamento e costanti modali, viene inoltre indicato il risultato della verifica di stabilizzazione statistica.

Si noti che l'espressione dei valori finali viene riportata secondo quanto stabilito nel paragrafo 1.3.1, ovvero con tre cifre significative per la stima della frequenza, due cifre significative per la stima dello smorzamento e dello costanti modali, una cifra significativa per l'espressione dell'incertezza. Viene inoltre riportato l'esito della verifica di convergenza statistica effettuata sia sulla media che sulla

deviazione standard: viene riportato un SI o un NO in base all'avvenuta convergenza o meno sia della media, sia della deviazione standard. Per ognuno dei casi analizzati è inoltre riportato il numero di identificazioni ottenuto applicando l'algoritmo di analisi. Al fine di poter cogliere in modo più efficace l'entità dell'errore commesso nella stima dei parametri modali e la variabilità associata a tali stime si è ritenuto opportuno riportare la medesima tabella sostituendo il valore della stima ottenuta con quello dell'errore percentuale commesso e di riportare il valore della deviazione standard al valor medio.

Per permettere un'interpretazione più immediata dei risultati raccolti in si è ritenuto opportuno riportare la medesima tabella sostituendo il valore della stima ottenuta con quello dell'errore percentuale commesso e di riportare il valore della deviazione standard al valor medio (tabella 2 - 3).

modo 3

caso	specifiche		f	r	costanti modali					
					0	1/6 L	1/2 L	2/3 L	5/6 L	L
caso 1	T 1800 s xcorr 25 s	errore percentuale	-0,8%	25,8%	NC	-1,8%	-14,3%	-28,2%	-27,5%	NC
		dev std /media	0,7%	21,8%	107,3%	0,3%	3,0%	7,4%	7,2%	-43,4%
caso 2	T 3600 s xcorr 50 s	errore percentuale	-0,6%	4,8%	NC	-1,7%	-12,8%	-25,4%	-24,8%	NC
		dev std /media	0,6%	21,3%	70,9%	0,3%	2,2%	5,4%	5,2%	-44,1%
caso 3	T 7200 s xcorr 50 s	errore percentuale	-0,5%	12,1%	NC	-1,7%	-13,3%	-26,7%	-26,1%	NC
		dev std /media	0,5%	16,6%	54,2%	0,2%	2,0%	5,1%	4,9%	-38,9%
caso 4	T 3600 s xcorr 100 s	errore percentuale	-0,6%	-17,4%	NC	-1,5%	-11,7%	-23,1%	-22,6%	NC
		dev std /media	0,6%	23,1%	70,3%	0,2%	2,0%	4,6%	4,5%	-43,2%
caso5	T 7200 s xcorr 100 s	errore percentuale	-0,5%	-7,3%	NC	-1,5%	-11,9%	-23,7%	-23,1%	NC
		dev std /media	0,5%	18,3%	54,1%	0,2%	1,7%	4,1%	4,0%	-40,1%

tabella 2 - 3 Valori di errore percentuale e deviazione standard normalizzata rispetto alla media. La dicitura #DIV/0 sta a significare che non è stato possibile calcolare l'errore percentuale poiché in quel punto la costante modale vera è nulla.

Risulta evidente la difficoltà incontrata nella stima dello smorzamento con errori elevati e un rapporto incertezza deviazione standard/media che è sempre superiore al 15%. In generale si è stabilito che il set di parametri con cui le stime si avvicinano di più ai valori veri e che garantisce l'incertezza minore su tali valori è quello analizzato nel caso 5, ovvero con durata della storia temporale pari a 7200 secondi (2 ore) e lunghezza della finestra usata per il calcolo delle auto/cross-correlazioni pari a 100 secondi.

In modo analogo quanto fatto per il modo 3, trattato nel presente paragrafo a titolo esemplificativo, nelle appendici A e B sono presentati nella stessa forma i risultati per tutti gli altri modi.

2.2 Effetto del canale di riferimento

Le analisi descritte nei precedenti paragrafi sono state svolte considerando un unico canale di riferimento per il calcolo di auto e cross-spettri elaborati dall'algoritmo di analisi modale operazionale. Questa risulta senz'altro la soluzione più economica in termini di tempi di calcolo. Prendere come riferimento più di un canale significa infatti dover calcolare fino a un massimo di 7 auto-spettri e 42 cross-spettri con un aumento considerevole dell'onere computazionale richiesto dal programma di analisi. Utilizzando invece un solo canale di riferimento, si devono calcolare solamente 6 cross-spettri e un solo auto-spettro. La scelta del canale di riferimento ricade su un canale, come nel caso di quello a $1/3 L$, eccitato da tutte le frequenze proprie della struttura. Guardando il grafico delle deformate modali si deduce che i canali 1, 4 e 7 non sono adatti a fare da riferimento per tutti i modi di vibrare, in quanto, per alcuni di essi, sono posti in corrispondenza dei nodi della deformata.

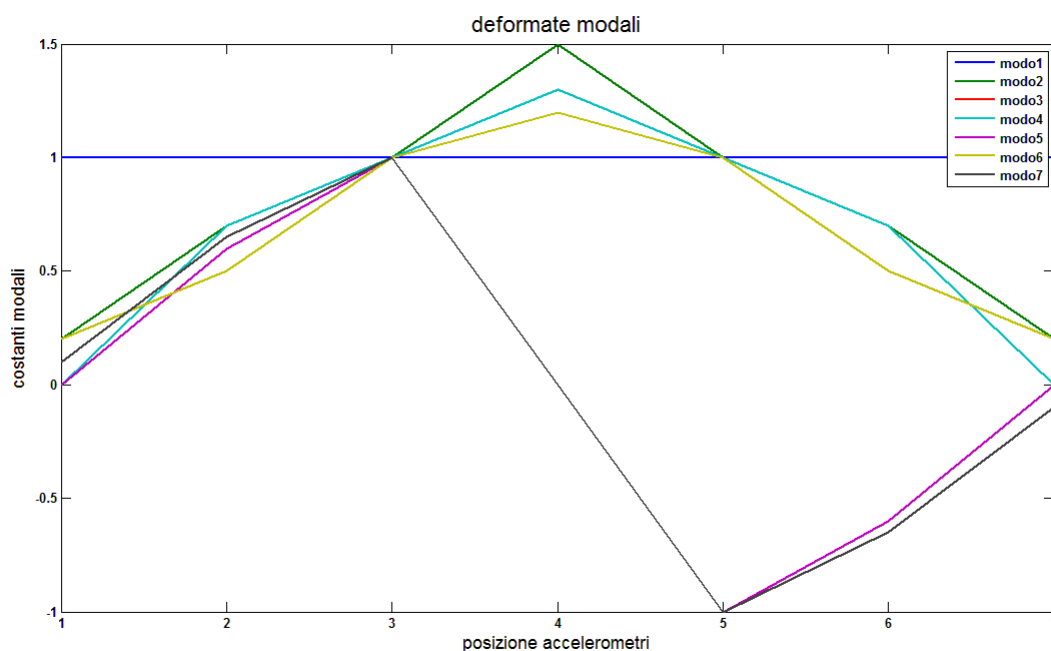


figura 2 - 30 Rappresentazione delle sette deformate modali normalizzate rispetto alla terza costante

I canali che meglio si prestano ad essere adottati come riferimento risultano dunque essere il terzo o il quinto poiché nei punti 3 e 5 le deformate modali non

presentano mai in nodo per i modi di interesse. Nei punti 3 e 5 (rispettivamente a $1/3 L$ e $2/3 L$) le deformate modali hanno inoltre valori maggiori rispetto ai punti 2 e 6, presentando pertanto una risposta più misurabile.

A completamento di quanto dedotto osservando il grafico delle deformate modali (figura 2 - 30), si ritiene opportuno in figura 2 - 31 la rappresentazione in scala semilogaritmica della Power Spectral Density (PSD) degli accelerometri per i quali è stata simulata la risposta sfruttando il modello modale descritto nel primo capitolo.

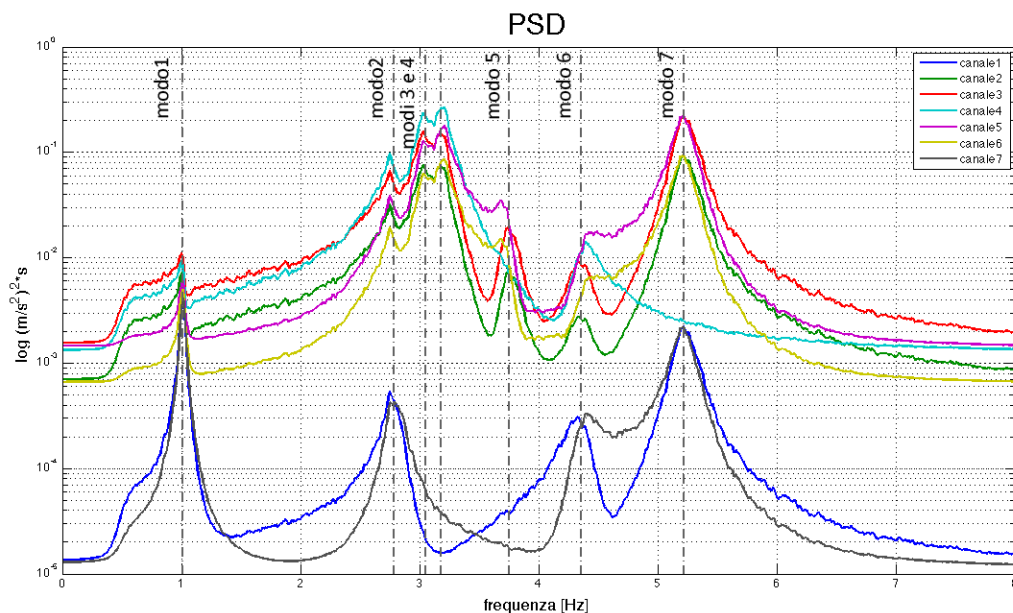


figura 2 - 31 Power Spectral Density (PSD) relativa alla risposta simulata per i sette canali accelerometrici presenti sulla tribuna

in particolare si nota come il terzo e il quinto canale presentino un livello energetico che, rispetto agli altri canali, si mantiene tra i più elevati sull'intero intervallo di frequenze di interesse; il terzo e il quinto canale mostrano inoltre un picco ben distinto per ogni frequenza propria della struttura (indicate i si trovano in figura 2 - 31 con una linea tratteggiata verticale). Il canale quattro (linea azzurra), al contrario, mostra il livello energetico più elevato per i modi a frequenza più bassa tra quelli considerati nell'analisi mentre, in corrispondenza delle frequenze a 3.75 Hz e a 5.22 Hz non mostra alcun picco (si trova infatti in corrispondenza di un nodo dei modi 5 e 7). Si osserva inoltre come le PSD del primo canale e del

settimo, del secondo e del sesto e, infine, del terzo e del quinto siano quasi sovrapponibili, si trovano infatti in posizioni simmetriche lungo la struttura e le vibrazioni che ricevono sono di conseguenza molto simili.

A fronte delle considerazioni sul contenuto energetico dei canali accelerometrici, i test condotti per valutare l'effetto del numero di medie e della risoluzione in frequenza discussi nel presente capitolo, hanno adottato il terzo canale come unico riferimento. Per approfondire gli effetti della scelta del canale di riferimento sono state impostate due analisi ulteriori. La prima analisi è stata svolta impiegando come canali di riferimento sia il terzo sia il quinto, la seconda analisi è stata invece svolta impostando come canale di riferimento il quarto. I parametri utilizzati per le identificazioni sono stati $T=2h$ e $xcorr=100s$.

I prossimi due paragrafi mostrano i nuovi risultati ottenuti.

2.2.1 Doppio canale di riferimento

La prima delle due analisi svolte per approfondire gli effetti della scelta del canale di riferimento, ha utilizzato per il calcolo di auto e cross-spettri il terzo e il quinto canale. Trattandosi di due canali con un contenuto energetico ben definito, l'analisi con doppio canale di riferimento è stata svolta in modo da verificare se l'aumento della quantità di informazioni utilizzate dall'algoritmo di identificazione porti ad ottenere un miglioramento della stima dei parametri modali.

canali di riferimento 3 e 5

modo		N° identif.	f [Hz]	r [-]	costanti modali					
					0	1/6 L	1/2 L	2/3 L	5/6 L	L
modo 1	media	1000	1,00E+00	2,2E+00	7,6E-01	9,3E-01	9,1E-01	7,6E-01	7,8E-01	7,4E-01
	dev std		3E-03	3E-01	6E-02	4E-02	3E-02	7E-02	6E-02	6E-02
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI	NO SI	NO NO	NO SI
modo 2	media	1000	2,78E+00	1,6E+00	1,0E-01	6,9E-01	1,2E+00	6,9E-01	4,9E-01	7,9E-02
	dev std		1E-02	3E-01	9E-03	4E-03	5E-02	6E-02	4E-02	8E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI NO	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI NO
modo 3	media	8000	3,04E+00	2,3E+00	6,6E-03	6,9E-01	1,2E+00	7,8E-01	5,5E-01	-6,5E-03
	dev std		1E-02	4E-01	4E-03	2E-03	2E-02	3E-02	2E-02	3E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	NO SI
modo 4	media	8500	3,19E+00	2,3E+00	1,1E-02	7,0E-01	1,4E+00	1,1E+00	7,5E-01	6,9E-03
	dev std		1E-02	3E-01	4E-03	7E-03	6E-02	7E-02	5E-02	2E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	SI NO	SI SI	SI NO	SI SI	NO SI
modo 5	media	6500	3,75E+00	2,0E+00	2,7E-03	5,6E-01	1,8E-01	-8,7E-01	-5,0E-01	1,7E-02
	dev std		5E-03	1E-01	2E-03	2E-02	5E-02	1E-01	7E-02	4E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	NO SI	NO SI	NO SI	SI SI
modo 6	media	1000	4,36E+00	3,0E+00	3,2E-01	7,9E-01	1,6E+00	9,9E-01	4,3E-01	2,7E-01
	dev std		5E-03	2E-01	5E-02	1E-01	3E-01	2E-01	9E-02	5E-02
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI
modo 7	media	8000	5,22E+00	2,0E+00	1,0E-01	6,5E-01	1,1E-02	-1,0E+00	-6,5E-01	-9,9E-02
	dev std		4E-03	7E-02	3E-04	2E-04	3E-03	1E-02	8E-03	1E-03
	stabiliz.		SI SI	SI NO	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI NO	SI SI

tabella 2 - 4 risultati completi per il caso con doppio canale di riferimento $T=2h$, $x_{corr}=100s$

In tabella 2 - 4 sono riportati i risultati ottenuti con il doppio canale di riferimento. Confrontando i valori stimati per frequenza e smorzamento con quelli ottenuti con un solo canale di riferimento (appendice A) non si apprezza alcuna significativa differenza, né in termini di media, né di deviazione standard. Si nota invece un cambiamento nell'accuratezza e nella dispersione dei risultati nella stima delle costanti modali assistendo, in via generale, ad un miglioramento.

Al fine di cogliere con maggior chiarezza gli effetti dell'uso del doppio canale di riferimento sulla stima delle costanti modali, in figura 2 - 32, figura 2 - 33 e figura 2 - 34 sono rispettivamente mostrate le deformate ottenute per il terzo modo, il quarto e il quinto modo: in blu vengono riportate le stime ottenute nel caso di un unico canale di riferimento, in rosso quelle ottenute con il doppio canale di riferimento, le linee tratteggiate rappresentano la dispersione dei dati dovuta alla deviazione standard, infine in azzurro viene rappresentata la deformata teorica.

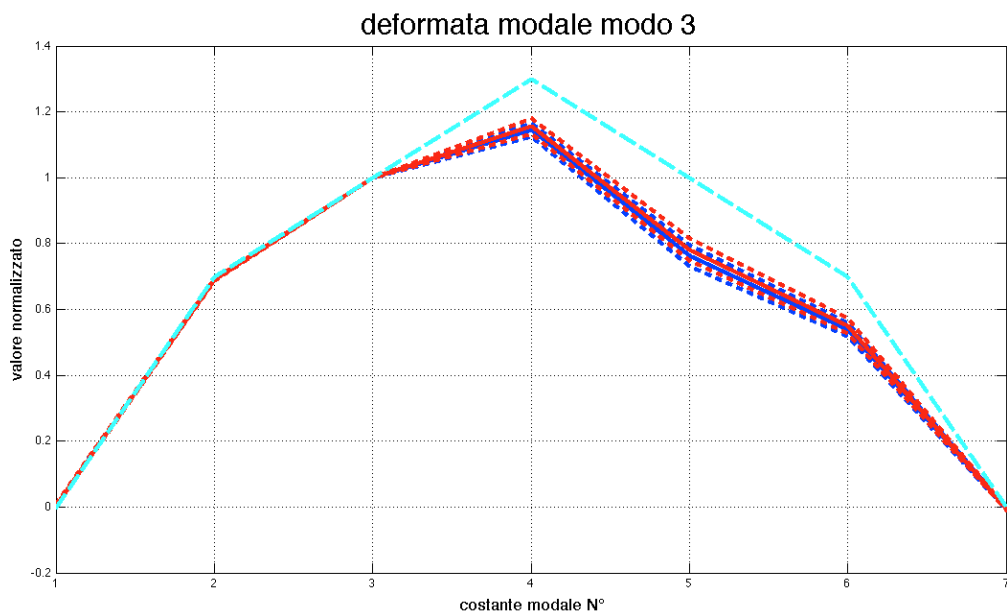


figura 2 - 32 Deformata modale modo 3: linea blu continua (canale di riferimento: 3), linea rossa continua (canali di riferimento: 3 e 5), linea azzurra (deformata teorica), linee tratteggiate rosse e blu: deviazioni standard delle deformate stimate.

In figura 2 - 32 si osserva, per il terzo modo, una riduzione dello scarto tra valore stimato e valore teorico per il caso con doppio canale di riferimento.

Una riduzione dell'errore di stima si osserva anche per il modo 4 (figura 2 - 33). Nel caso dell'identificazione con doppio canale di riferimento si nota inoltre come il valore teorico cada all'interno dell'intervallo definito dalla deviazione standard attorno al valore medio.

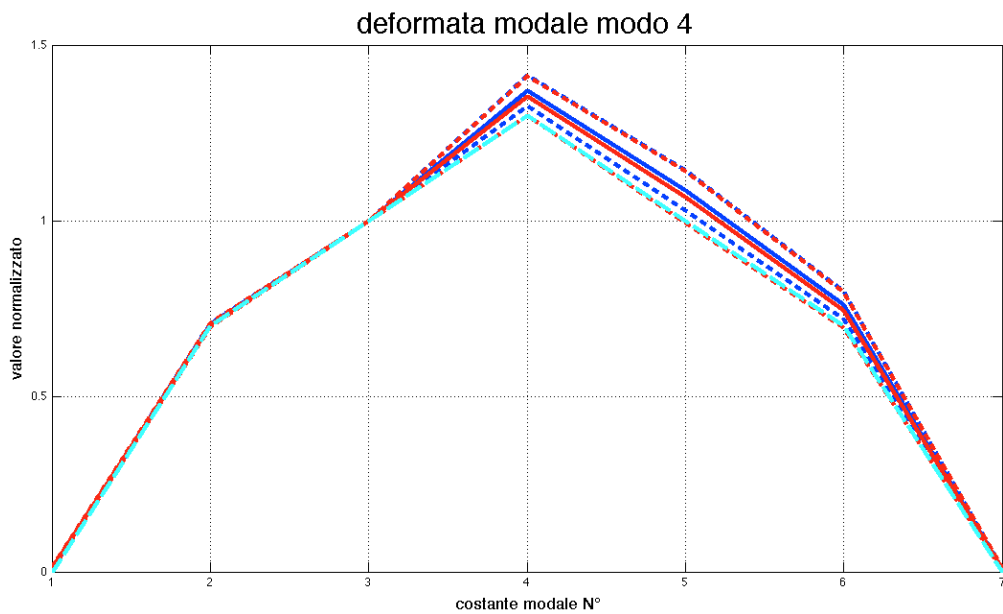


figura 2 - 33 Deformata modale modo 4: linea blu continua (canale di riferimento: 3), linea rossa continua (canali di riferimento: 3 e 5), linea azzurra (deformata teorica), linee tratteggiate rosse e blu: deviazioni standard delle deformate stimate.

Si osserva infine come per il modo 5, modo per il quale sono state già evidenziate nei precedenti paragrafi le criticità legate alla stima delle costanti modali, l'impiego del doppio canale di riferimento non produca un miglioramento.

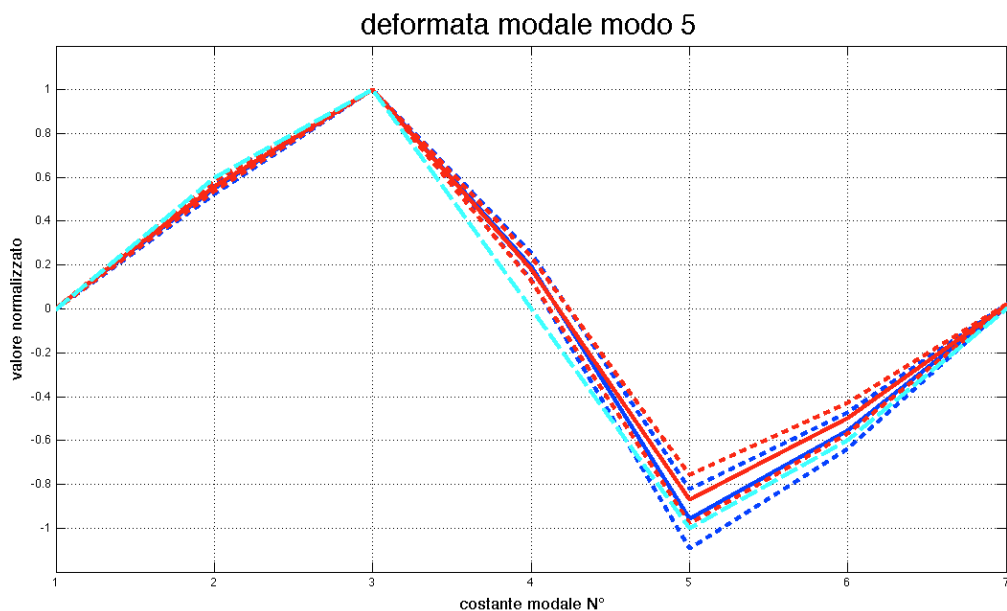


figura 2 - 34 Deformata modale modo 5: linea blu continua (canale di riferimento: 3), linea rossa continua (canali di riferimento: 3 e 5), linea azzurra (deformata teorica), linee tratteggiate rosse e blu: deviazioni standard delle deformate stimate.

In conclusione il raddoppio dei canali di riferimento non genera alcun miglioramento in termini di stima di frequenza e smorzamento, mentre in

generale si ha un miglioramento delle stime delle costanti modali sia in termini di media che di deviazione standard.

2.2.2 Variazione canale di riferimento

Nel presente paragrafo si prosegue ad indagare l'effetto della scelta del canale di riferimento al fine di mettere in evidenza il ruolo giocato dal livello energetico del canale di riferimento, ovvero dalla presenza o meno di picchi ben distinti in corrispondenza delle frequenze dei modi nel grafico della PSD e dall'influenza dei modi vicini in frequenza.

Si è deciso di impostare come unico canale di riferimento il quarto. Come si è visto in precedenza, il quarto canale mostra infatti la PSD con segnale più alto in corrispondenza del secondo, del terzo e del quarto modo, mentre non risulta eccitato alle frequenze 4,36 Hz e 5,22 Hz poiché l'accelerometro di riferimento si trova in un punto che è un nodo della deformata di questi due modi.

canale di riferimento 4

modo		N° identif.	f [Hz]	r [-]	costanti modali					
					0	1/6 L	1/2 L	2/3 L	5/6 L	L
modo 1	media	1000	1,00E+00	2,2E+00	7,3E-01	8,9E-01	9,0E-01	6,1E-01	6,7E-01	7,1E-01
	dev std		3E-03	3E-01	7E-02	5E-02	5E-02	7E-02	7E-02	7E-02
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI NO	SI SI	SI SI	NO NO	NO SI	SI NO
modo 2	media	1500	2,78E+00	1,8E+00	9,6E-02	6,9E-01	1,2E+00	5,8E-01	4,1E-01	7,5E-02
	dev std		1E-02	3E-01	8E-03	4E-03	5E-02	6E-02	4E-02	8E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO NO	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	NO NO
modo 3	media	8000	3,04E+00	2,4E+00	6,9E-03	6,9E-01	1,2E+00	7,5E-01	5,3E-01	-6,3E-03
	dev std		1E-02	4E-01	4E-03	2E-03	3E-02	4E-02	3E-02	2E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	NO SI
modo 4	media	8500	3,19E+00	2,3E+00	1,4E-02	7,1E-01	1,4E+00	1,1E+00	7,6E-01	8,9E-03
	dev std		1E-02	3E-01	5E-03	8E-03	8E-02	1E-01	7E-02	3E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI NO	SI NO	SI SI	NO NO	NO SI
modo 5	media									
	dev std									
	stabiliz.									
modo 6	media	3500	4,36E+00	2,7E+00	1,8E-01	5,9E-01	7,9E-01	6,8E-01	3,4E-01	1,4E-01
	dev std		7E-03	2E-01	2E-02	4E-02	9E-02	7E-02	4E-02	2E-02
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	NO NO	NO SI	SI SI	SI SI
modo 7	media									
	dev std									
	stabiliz.									

tabella 2 - 5 risultati completi per il caso con canale di riferimento 4, T=2h, xcorr=100s

I risultati raccolti in tabella 2 - 5 mostrano come l'analisi abbia portato ad identificare solo cinque dei sette modi presenti: come prevedibile il quinto e il settimo modo non sono stati identificati. In modo del tutto analogo a quanto visto per l'analisi con doppio canale di riferimento, comparando, ove possibile, i risultati di tabella 2 - 5 con quelli raccolti nelle tabelle di appendice A con parametri di analisi T=2h e xcorr=100s, non si apprezzano differenze per le stime di frequenze e smorzamenti, sia in termini di valori medio, sia di deviazione standard.

Anche per quanto riguarda la stima delle costanti modali i risultati non mostrano differenze significative. In figura 2 - 35 e figura 2 - 36 si riportano a titolo d'esempio i grafici delle deformate del terzo e del quarto modo:

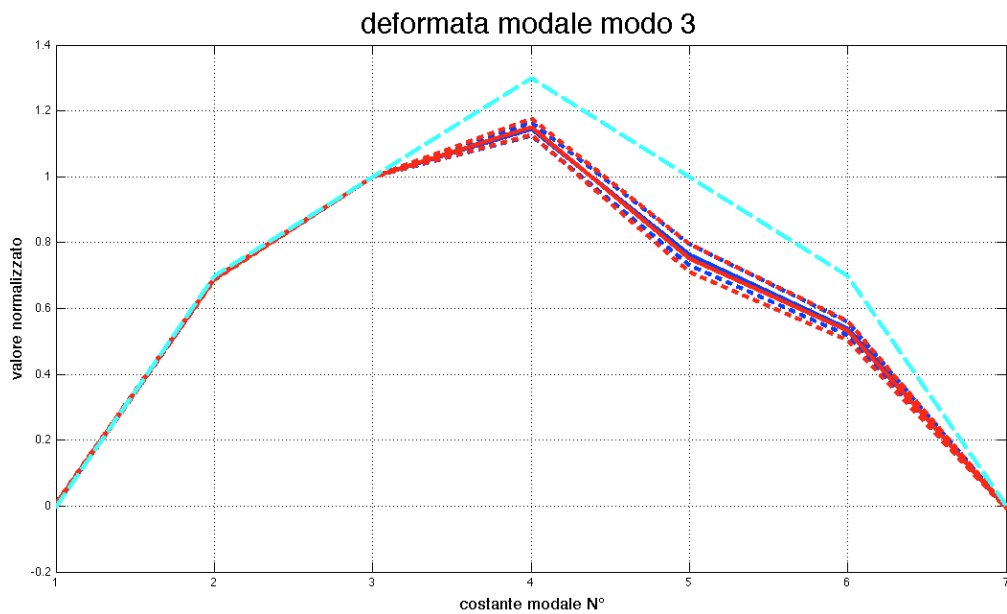


figura 2 - 35 Deformata modale modo 3: linea blu continua (canale di riferimento: 3), linea rossa continua (canale di riferimento: 4), linea azzurra (deformata teorica), linee tratteggiate rosse e blu: deviazioni standard delle deformate stimate.

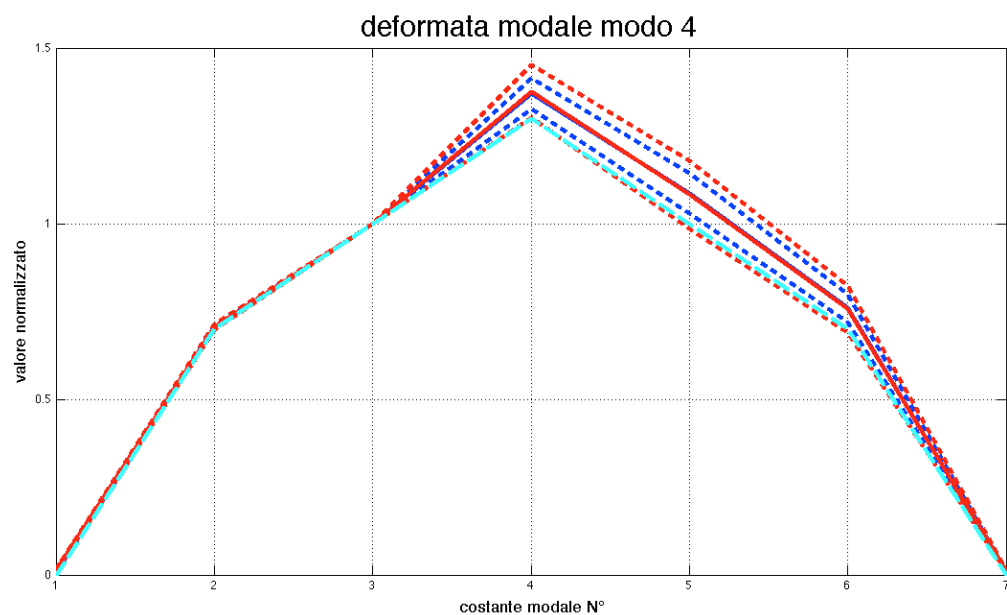


figura 2 - 36 Deformata modale modo 4: linea blu continua (canale di riferimento: 3), linea rossa continua (canale di riferimento: 4), linea azzurra (deformata teorica), linee tratteggiate rosse e blu: deviazioni standard delle deformate stimate.

Si vede chiaramente come le medie delle stime delle due identificazioni si sovrappongano quasi perfettamente. Per il quarto modo si nota in fine come la deformata teorica risulti contenuta all'interno dell'intervallo definito dalla deviazione standard attorno al valor medio stimato utilizzando come univo riferimento il quarto canale.

Le analisi svolte hanno mostrato come, nel caso in cui si impieghi un solo canale di riferimento, la scelta debba privilegiare il canale per il quale si ha un contenuto energetico ben distinguibile per tutti i modi di interesse. I risultati ottenuti scegliendo come riferimento il quarto canale hanno mostrato differenze minime rispetto a quanto ottenuto usando il terzo canale e sono pertanto tali da non giustificare in alcun modo la scelta di un canale che non permette di identificare tutti i modi di interesse. La scelta del terzo canale come unico riferimento si è dimostrata dunque essere un buon compromesso in quanto ha portato all'identificazione dei modi di interesse con risultati confrontabili, in termini di accuratezza e dispersione, a quelli, in linea generale migliori, ottenuti con l'impiego di due canali di riferimento a fronte di un maggior onere computazionale.

2.3 Effetto della costante modale di normalizzazione

Lo studio di come la scelta dei parametri liberi dell'algoritmo di analisi condizioni i risultati ottenuti si completa nel presente paragrafo dedicato agli effetti della costante modale usata per la normalizzazione.

Si approfondisce di seguito come l'errore commesso sulla stima di una costante modale generi ulteriori errori sulla stima delle altre costanti in seguito alla normalizzazione. Si supponga di avere ottenuto la stima della costante modale numero 3 (S_3). Essendo una stima essa si discosta dal valore vero, tale scostamento può essere visto come un coefficiente (e) per il quale bisogna moltiplicare S_3 per ottenere il valore vero (V_3). Sarà dunque $V_3 = e \cdot S_3$. Dividendo poi tutte le costanti modali per S_3 per ottenere la normalizzazione, l'errore commesso sulla costante 3 si propaga anche sulle altre costanti. Si prenda per

esempio la costante 1, per normalizzare la stima calcoliamo $S1/S3$, che equivale a fare $S1 \cdot e/V3$. Se dunque la costante 3 risultasse sovrastimata ($e < 1$) la normalizzazione delle costanti genererebbe una sottostima rispetto al valore che si otterrebbe dividendo per il valore vero e viceversa.

Per capire meglio si osservi come cambia la stima delle costanti modali normalizzando rispetto alla quarta costante al posto della terza, come è stato fatto per tutti i test condotti fino ad ora. I parametri di analisi sono sempre $T=2$ h $xcorr=100$ s.

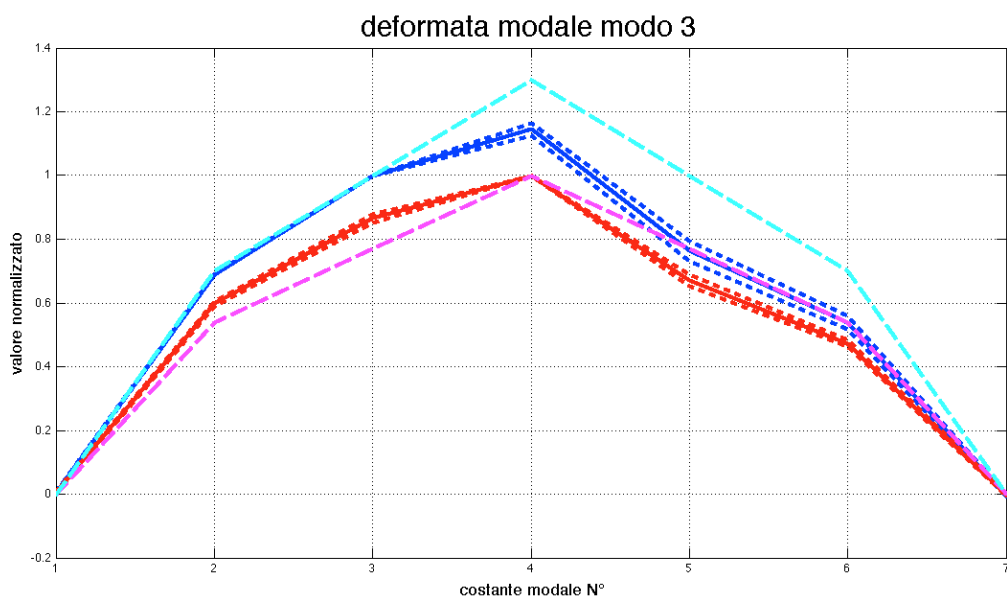


figura 2 - 37 Deformata modale modo 3: linea blu continua (canale di normalizzazione: 3), linea rossa continua (canale di normalizzazione: 4), linea azzurra (deformata teorica per la normalizzazione rispetto al canale 3), linea fucsia (deformata teorica per la normalizzazione rispetto al canale 4), linee tratteggiate rosse e blu: deviazioni standard delle deformate stimate.

In figura 2 - 37 si mostra il confronto fra la stima e il valore vero delle costanti modali del modo 3, normalizzate rispetto alle costanti 3 e 4, in particolare, la deformata modale ottenuta normalizzando rispetto alla terza costante è rappresentata dalla linea blu continua, mentre quella normalizzata rispetto alla quarta costante è disegnata in rosso. Le linee tratteggiate rappresentano l'intervallo delimitato dalla deviazione standard associata alla stima e infine le linee puntinate in azzurro e viola rappresentano le deformate modali teoriche del primo e del secondo caso rispettivamente. Il caso base (norm 3) presenta una stima abbastanza accurata della costante 2 ma una stima delle costanti 4, 5 e 6

decisamente inferiore al valore teorico; il caso con normalizzazione rispetto alla quarta costante invece sottostima le costanti 2 e 3 e sovrastima la 5 e la 6. Dal grafico è evidente però come i risultati ottenuti normalizzando rispetto alla quarta costante siano in generale migliori sia in termini di media che di deviazione standard. Questo comportamento è confermato dai grafici delle deformate modali dei modi 4 e 2 riportati in figura 2 - 38 e figura 2 - 39.

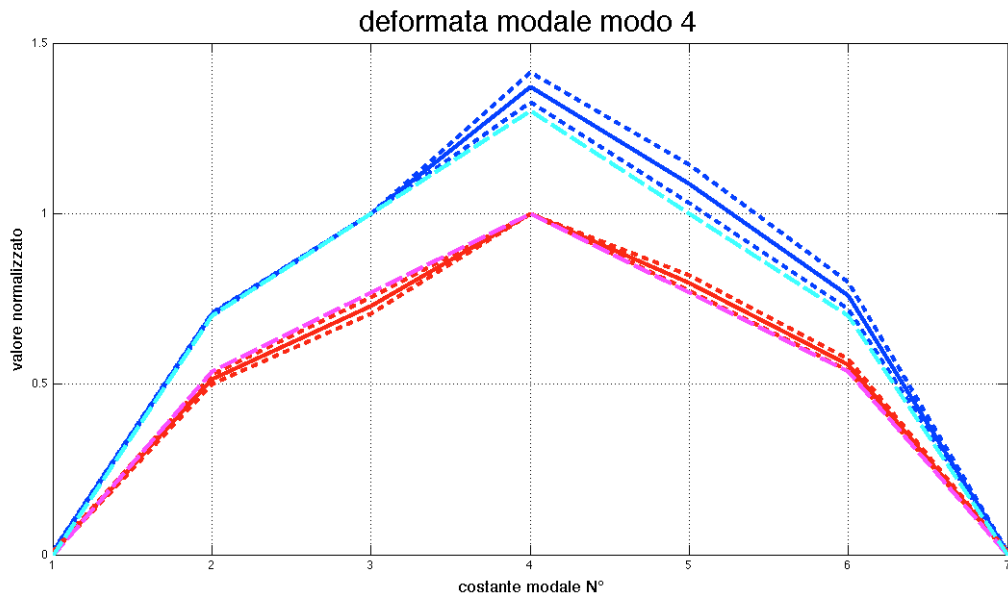


figura 2 - 38 Deformata modale modo 4: linea blu continua (canale di normalizzazione: 3), linea rossa continua (canale di normalizzazione: 4), linea azzurra (deformata teorica per la normalizzazione rispetto al canale 3), linea fucsia (deformata teorica per la normalizzazione rispetto al canale 4), linee tratteggiate rosse e blu: deviazioni standard delle deformate stimate.

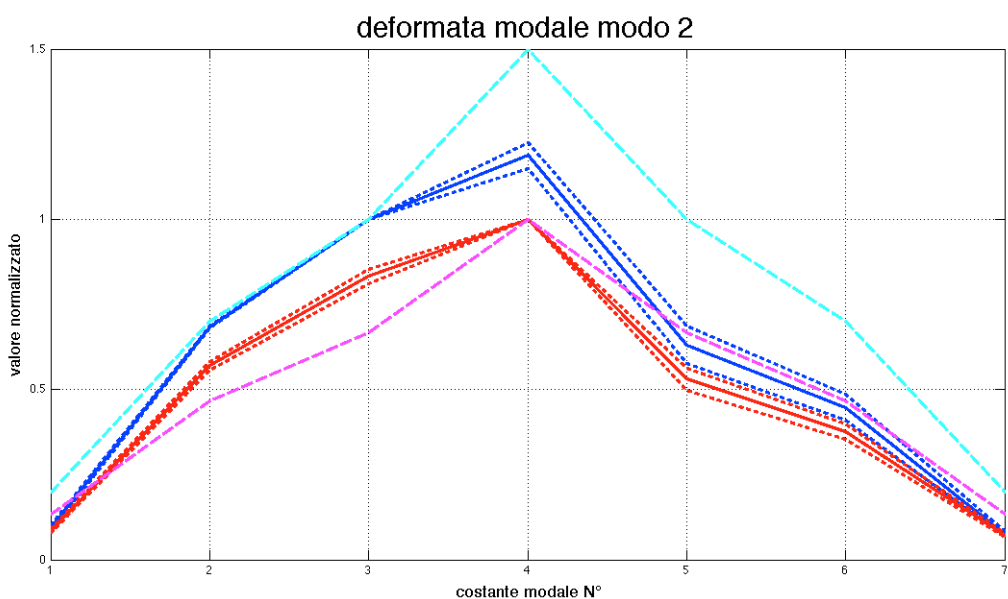


figura 2 - 39 Deformata modale modo 2: linea blu continua (canale di normalizzazione: 3), linea rossa continua (canale di normalizzazione: 4), linea azzurra (deformata teorica per la normalizzazione rispetto al

canale 3), linea fucsia (deformata teorica per la normalizzazione rispetto al canale 4), linee tratteggiate rosse e blu: deviazioni standard delle deformate stimate.

Per i modi 5 e 7 il confronto non è possibile, poiché in tali modi la costante modale numero 4 è nulla e di conseguenza non è possibile normalizzare rispetto ad essa. Per il modo 6 invece non è possibile effettuare un confronto data la mancata applicata del metodo Montecarlo per l'analisi con $T=2h$, $xcorr=100s$ e terzo canale di riferimento per la normalizzazione.

I risultati ottenuti per i modi 2, 3, 4 e 6 si possono interpretare osservando che la quarta costante modale è quella che presenta il valore maggiore ed è di conseguenza la più semplice da stimare. Per confermare tale ipotesi è stata impostata una nuova identificazione che abbia come costante di normalizzazione la numero 5. Quello che ci si aspetta è un comportamento simile a quello trovato per la normalizzazione rispetto alla costante 3. Infatti per tutti i modi analizzati le deformate sono tali da garantire che le due costanti siano in posizioni simmetriche.

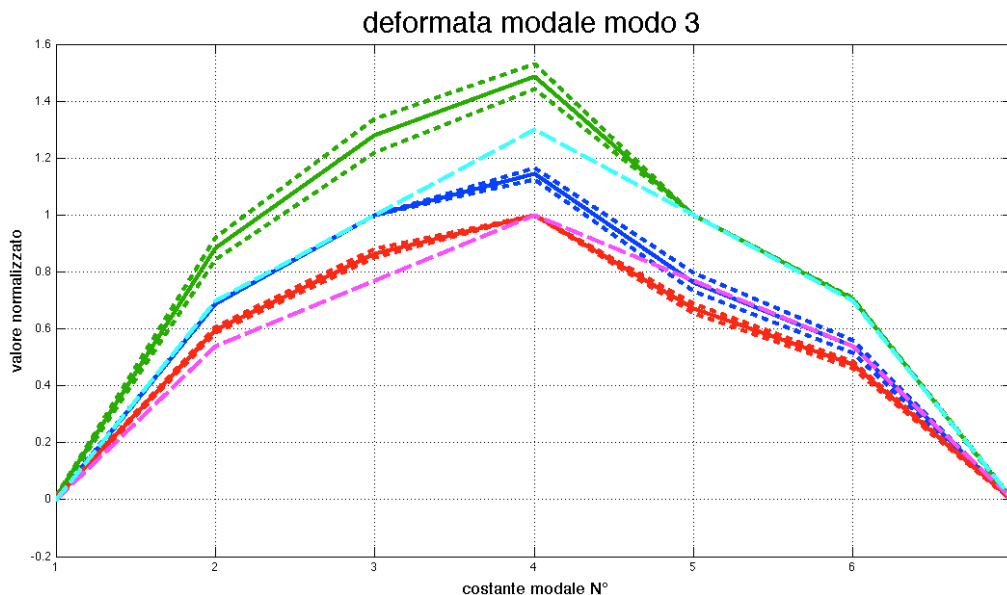


figura 2 - 40 Deformata modale modo 3: linea blu continua (canale di normalizzazione: 3), linea rossa continua (canale di normalizzazione: 4), linea verde continua (canale di normalizzazione: 5) linea azzurra (deformata teorica per la normalizzazione rispetto al canale 3 e 5), linea fucsia (deformata teorica per la normalizzazione rispetto al canale 4), linee tratteggiate rosse e blu e verdi: deviazioni standard delle deformate stimate.

L'ipotesi è confermata dal grafico di figura 2 - 40 in cui si è aggiunto al grafico precedente (figura 2 - 37) la deformata calcolata normalizzando rispetto alla

quinta costante diagrammata in verde. Essendo la deformata simmetrica, la deformata teorica è la medesima per le deformate normalizzate rispetto alla terza e alla quinta costante ed è rappresentata dalla linea tratteggiata in azzurro. È evidente come, per la deformata normalizzata rispetto alla quinta costante, l'errore sia più ampio per la seconda, la terza e la quarta costante che risultano decisamente sovrastimate. L'errore commesso è inoltre paragonabile con quello ottenuto normalizzando rispetto alla terza costante, solamente che è di segno opposto e concentrato su posizioni simmetriche. Tale comportamento è confermato dal grafico dei modi 4 e 2 (figura 2 - 41 e figura 2 - 42).

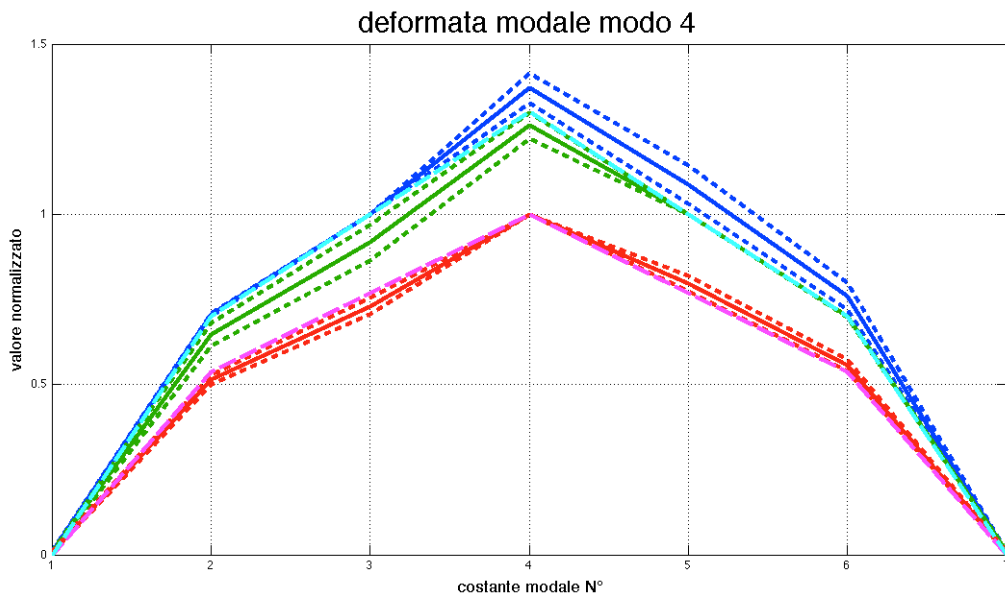


figura 2 - 41 Deformata modale modo 4: linea blu continua (canale di normalizzazione: 3), linea rossa continua (canale di normalizzazione: 4), linea verde continua (canale di normalizzazione: 5) linea azzurra (deformata teorica per la normalizzazione rispetto al canale 3 e 5), linea fucsia (deformata teorica per la normalizzazione rispetto al canale 4), linee tratteggiate rosse e blu e verdi: deviazioni standard delle deformate stimate.

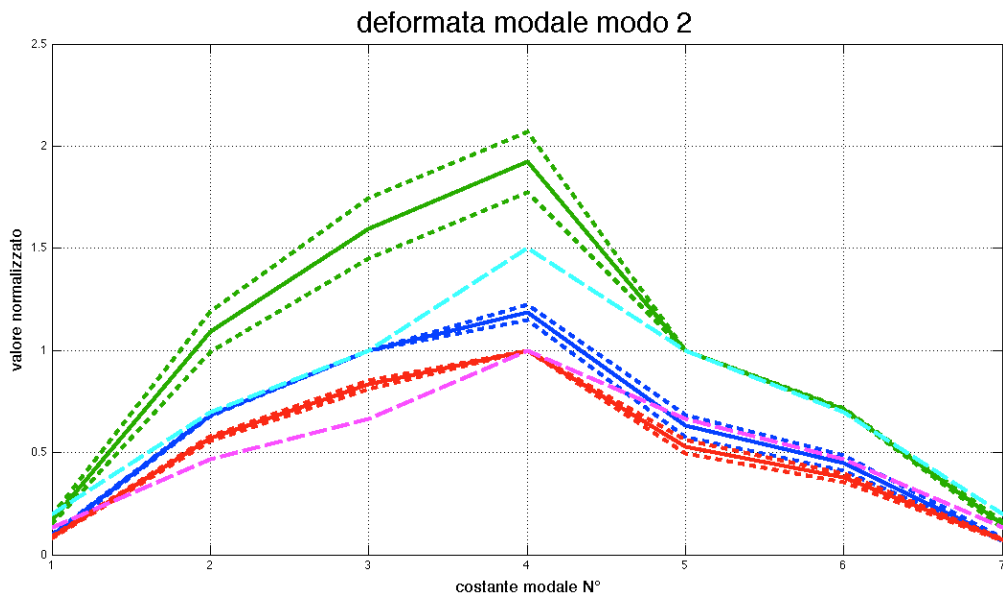


figura 2 - 42 Deformata modale modo 2: linea blu continua (canale di normalizzazione: 3), linea rossa continua (canale di normalizzazione: 4), linea verde continua (canale di normalizzazione: 5) linea azzurra (deformata teorica per la normalizzazione rispetto al canale 3 e 5), linea fucsia (deformata teorica per la normalizzazione rispetto al canale 4), linee tratteggiate rosse e blu e verdi: deviazioni standard delle deformate stimate.

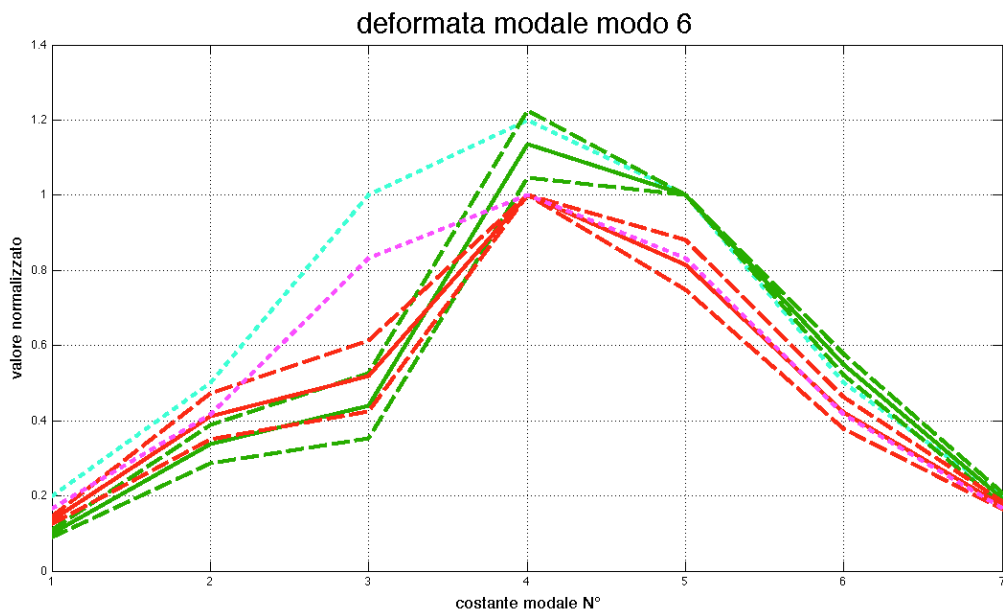


figura 2 - 43 Deformata modale modo 6: linea blu continua (canale di normalizzazione: 3), linea rossa continua (canale di normalizzazione: 4), linea verde continua (canale di normalizzazione: 5) linea azzurra (deformata teorica per la normalizzazione rispetto al canale 3 e 5), linea fucsia (deformata teorica per la normalizzazione rispetto al canale 4), linee tratteggiate rosse e blu e verdi: deviazioni standard delle deformate stimate.

canale di normalizzazione 4

modo		N° identif.	f [Hz]	r [-]	costanti modali					
					0	1/6 L	1/3 L	2/3 L	5/6 L	L
modo 1	media	1000	1,00E+00	2,1E+00	8,4E-01	1,1E+00	1,2E+00	7,9E-01	8,4E-01	8,2E-01
	dev std		3E-03	3E-01	8E-02	6E-02	5E-02	8E-02	8E-02	7E-02
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI
modo 2	media	1000	2,78E+00	1,6E+00	8,7E-02	5,7E-01	8,3E-01	5,3E-01	3,8E-01	7,2E-02
	dev std		1E-02	3E-01	5E-03	1E-02	2E-02	3E-02	2E-02	5E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI
modo 3	media	7500	3,04E+00	2,3E+00	6,6E-03	6,0E-01	8,7E-01	6,7E-01	4,7E-01	-3,5E-03
	dev std		1E-02	4E-01	3E-03	9E-03	1E-02	2E-02	1E-02	2E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI NO	SI SI	SI SI	SI SI	NO SI
modo 4	media	8000	3,19E+00	2,3E+00	6,1E-03	5,2E-01	7,3E-01	8,0E-01	5,6E-01	5,1E-03
	dev std		1E-02	3E-01	2E-03	1E-02	2E-02	2E-02	2E-02	1E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	NO SI
modo 5	media	3000	3,75E+00	2,0E+00	-6,7E-02	4,4E-01	6,0E-01	1,5E+00	1,1E+00	1,4E-01
	dev std		4E-03	1E-01	2E-02	1E-01	2E-01	4E-01	3E-01	3E-02
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	NO SI	NO SI	SI SI	SI SI	SI SI
modo 6	media	1500	4,36E+00	3,0E+00	1,4E-01	4,1E-01	5,2E-01	8,1E-01	4,2E-01	1,7E-01
	dev std		5E-03	2E-01	1E-02	6E-02	9E-02	7E-02	4E-02	1E-02
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI
modo 7	media	7500	5,22E+00	2,0E+00	3,0E-01	2,1E+00	3,3E+00	-1,2E+00	-7,8E-01	-1,1E-01
	dev std		3E-03	7E-02	9E-02	6E-01	9E-01	7E-01	5E-01	7E-02
	stabiliz.		SI SI	SI NO	NO SI	SI SI	SI NO	SI SI	NO SI	NO SI

tabella 2 - 6 risultati completi per il caso con normalizzazione rispetto al quarto canale, $T=2h$, $xcorr=100s$

In tabella 2 - 6 e tabella 2 - 8, vengono riportati i risultati ottenuti normalizzando rispetto al quarto e al quinto canale rispettivamente.

norm 4								norm 5							
modo 1	1	1	1	1	1	1	1	modo 1	1	1	1	1	1	1	1
modo 2	0,13	0,47	0,67	1	0,67	0,47	0,13	modo 2	0,2	0,7	1	1,5	1	0,7	0,2
modo 3	0	0,54	0,77	1	0,77	0,54	0	modo 3	0	0,7	1	1,3	1	0,7	0
modo 4	0	0,54	0,77	1	0,77	0,54	0	modo 4	0	0,7	1	1,3	1	0,7	0
modo 5								modo 5	0	-0,6	-1	0	1	0,6	0
modo 6	0,17	0,42	0,83	1	0,83	0,42	0,17	modo 6	0,2	0,5	1	1,2	1	0,5	0,2
modo 7								modo 7	-0,1	-0,65	-1	0	1	0,65	0,1

tabella 2 - 7 valori teorici rispetto a cui confrontare i risultati delle costanti modali ottenuti per il caso di normalizzazione rispetto al quarto (norm 4) e al quinto canale (norm 5)

In tabella 2 - 7 sono riportati i valori a cui confrontare il risultati delle costanti modali ottenuti per il caso di normalizzazione rispetto al quarto e al quinto canale.

canale di normalizzazione 5

modo		N° identif.	f [Hz]	r [-]	costanti modali					
					0	1/6 L	1/3 L	1/2 L	5/6 L	L
modo 1	media	2000	1,00E+00	2,2E+00	1,3E+00	1,5E+00	1,7E+00	1,4E+00	1,2E+00	1,2E+00
	dev std		3E-03	3E-01	2E-01	2E-01	3E-01	2E-01	1E-01	1E-01
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI
modo 2	media	1000	2,78E+00	1,6E+00	1,7E-01	1,1E+00	1,6E+00	1,9E+00	7,1E-01	1,5E-01
	dev std		1E-02	3E-01	2E-02	1E-01	1E-01	1E-01	5E-03	2E-02
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI
modo 3	media	7500	3,04E+00	2,3E+00	1,2E-02	8,8E-01	1,3E+00	1,5E+00	7,1E-01	-2,8E-03
	dev std		1E-02	4E-01	4E-03	4E-02	6E-02	4E-02	2E-03	3E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI NO	SI NO	SI SI	NO SI
modo 4	media	8000	3,19E+00	2,3E+00	6,5E-03	6,5E-01	9,2E-01	1,3E+00	7,0E-01	7,5E-03
	dev std		1E-02	3E-01	3E-03	3E-02	5E-02	4E-02	2E-03	2E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	NO SI
modo 5	media	6500	3,75E+00	2,0E+00	-2,1E-02	-3,1E-01	-6,0E-01	2,4E-01	6,3E-01	2,3E-02
	dev std		5E-03	1E-01	4E-03	5E-02	8E-02	5E-02	1E-02	3E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI	SI SI
modo 6	media	1500	4,36E+00	3,0E+00	1,0E-01	3,4E-01	4,4E-01	1,1E+00	5,5E-01	1,9E-01
	dev std		5E-03	2E-01	1E-02	5E-02	9E-02	9E-02	3E-02	2E-02
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	NO SI	NO SI	SI NO	SI SI	SI SI
modo 7	media	8000	5,22E+00	2,0E+00	-1,0E-01	-6,5E-01	-1,0E+00	-3,6E-03	6,5E-01	1,0E-01
	dev std		4E-03	7E-02	1E-03	7E-03	1E-02	3E-03	1E-04	1E-04
	stabiliz.		SI SI	SI NO	SI SI	SI NO	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI

tabella 2 - 8 risultati completi per il caso con normalizzazione rispetto al quinto canale, $T=2h$, $x_{corr}=100s$

Limitatamente alla stima delle costanti modali 2, 3, 4 e 6 si può concludere che i risultati migliori in termini di accuratezza, si ottengono normalizzando rispetto alla quarta costante che risulta la più semplice da stimare essendo quella che presenta i valori maggiori data la forma delle deformate modali. Si deduce dunque che la costante di normalizzazione ottimale sia differente da modo a modo.

2.4 Valutazione sulla deviazione standard

Al termine del secondo capitolo, in cui sono stati presentati i risultati ottenuti con il lavoro di simulazione svolto, il presente paragrafo è inteso ad approfondire la possibilità di trarre delle conclusioni sull'incertezza legata alla stima dei parametri modali. Come spiegato in testi di riferimento per la metrologia, quali [2], [30] e [31], l'incertezza deve essere valutata ed espressa in modo da fornire un intervallo, definito sui risultati di una misura, tale da coprire un'ampia frazione della distribuzione dei valori che possono essere ragionevolmente attribuiti alla quantità oggetto della misura a tale intervallo, in particolare, deve essere associato un livello di confidenza, ovvero deve essere espressa la probabilità con cui il valore vero della quantità oggetto della misura cada all'interno dell'intervallo stesso [30].

Al fine di chiarire il concetto appena introdotto, si assuma che il risultato di una misura (si pensi alla stima di un parametro modale volendo rimanere nell'ambito del lavoro svolto nel presente lavoro di tesi) sia distribuito secondo una gaussiana di media μ e deviazione standard σ (figura 2 - 44)

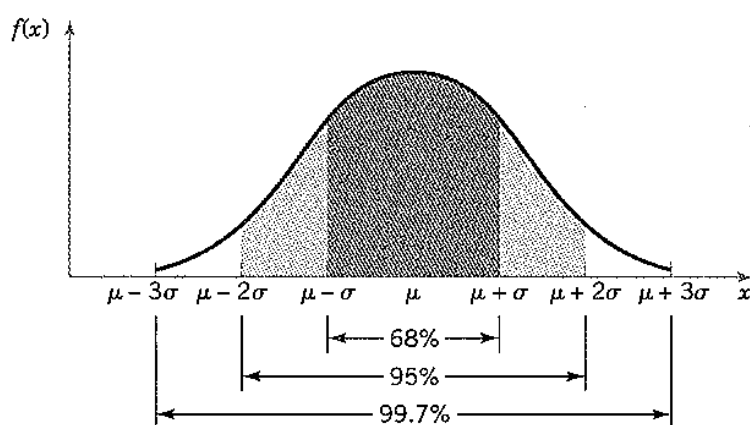


figura 2 - 44 Probabilità associate a una distribuzione normale

Nota la funzione di densità di probabilità $f(x)$ secondo cui si distribuiscono i risultati di una misura, o le stime di un parametro, è possibile associare ad un determinato intervallo di valori un livello di confidenza. Nel caso specifico di una

distribuzione gaussiana, ad esempio, si può affermare, con un livello di confidenza del 95%, che il valore vero della misura cade nell'intervallo definito tra $\mu-2\sigma$ e $\mu+2\sigma$.

La campagna di simulazioni svolta nel presente lavoro di tesi, con il preciso scopo di indagare gli effetti del numero di medie e della risoluzione in frequenza sulla stima dei parametri modali (tabella 2 - 1), ha portato ad ottenere, per ognuno di essi, una popolazione di risultati. Tale popolazione, verificata la stabilizzazione statistica del metodo Montecarlo, può essere ritenuta un'approssimazione accettabile, in senso statistico, della distribuzione di probabilità del parametro di interesse.

Il presente paragrafo, lungi dal voler trattare in modo sistematico il problema di come valutare ed esprimere l'incertezza per tutti i risultati ottenuti con la campagna di simulazioni svolte, si propone di esaminare un numero di casi ristretto in modo da mettere in luce alcuni aspetti di interesse. Rispetto al lavoro fino ad ora mostrato, in cui ci si era limitati ad assumere la deviazione standard come indice della dispersione dei risultati restituiti dall'algoritmo di analisi modale operativa, nel presente paragrafo si approfondisce al questione mostrando quale sia l'effettiva distribuzione ottenuta per la stima di alcuni parametri modali. In particolare si ritiene significativo commentare le distribuzioni ottenute per la stima della frequenza del settimo modo di vibrare e di alcune costanti modali di altri modi.

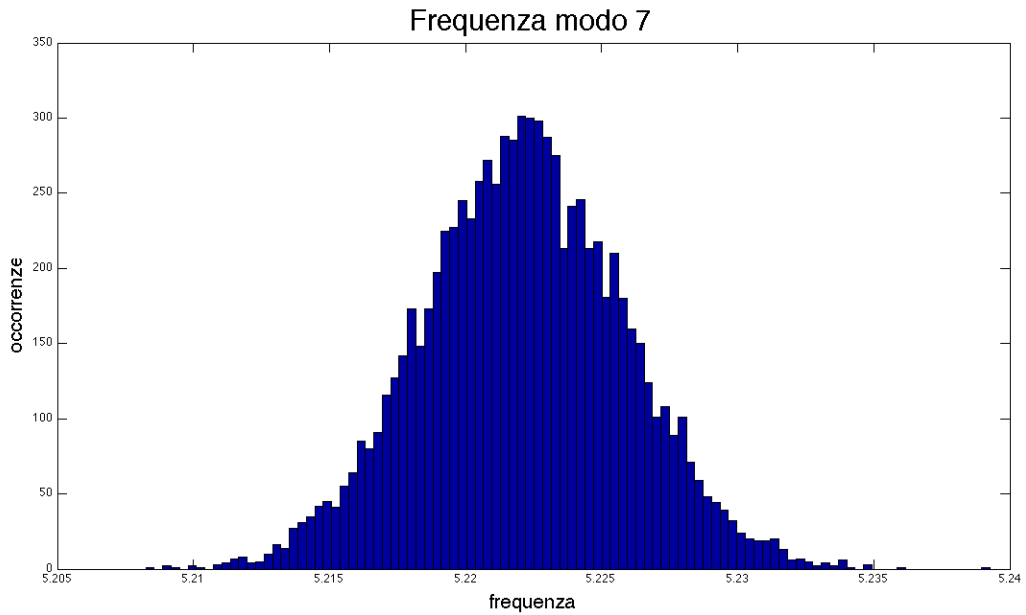


figura 2 - 45 Istogramma frequenza modo 7 ($T=2h$, $xcorr=100s$)

Come è stato visto in precedenza il modo 7 è quello per cui si ottengono le stime migliori, l'istogramma della stima della frequenza per il caso $T=2h$, $xcorr=100s$ è riportato in figura 2 - 45. Le stime della frequenza del modo 7 possono ritenersi distribuite secondo una normale. A questo proposito si osserva come nel grafico dei quantili normali di figura 2 - 46 i dati cadano lungo una retta [30]. Pur limitandosi ad una valutazione di tipo grafico, la distribuzione normale appare in grado di modellare adeguatamente la stima della frequenza del settimo modo.

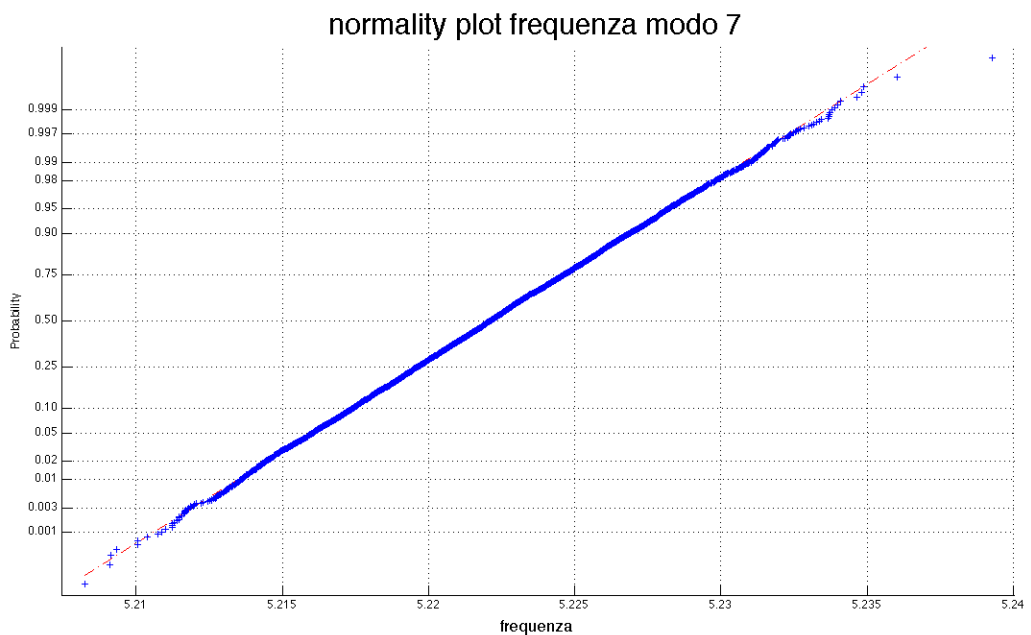


figura 2 - 46 Quantili normali delle stime della frequenza 7 ($T=2h$, $xcorr=100s$)

I risultati ottenuti permettono di valutare in modo immediato l'incertezza associata alla stima. In particolare con un livello di confidenza del 95%, si può affermare che l'incertezza estesa associata alla stima della frequenza del settimo modo è pari a $U=2\sigma=0.00742$ Hz. In altri termini, le stime della frequenza del settimo modo restituite dall'algoritmo di analisi modale, avranno una probabilità del 95% di cadere nell'intervallo $[\mu-2\sigma; \mu+2\sigma]$ (con $\sigma=0.00371$).

Le conclusioni a cui si è arrivati per la stima della frequenza del settimo modo non possono essere ricavate in modo immediato anche per la stima delle frequenze e degli smorzamenti degli altri modi. In nessun caso infatti si ottiene una distribuzione delle stime di tipo gaussiana, in alcuni casi, come ad esempio per la stima della frequenza del secondo modo, si ottengono distribuzioni non riconducibili a distribuzioni notevoli; nel caso specifico della frequenza del secondo modo l'istogramma mostra ad esempio la presenza di tre picchi distinti (figura 2 - 47).

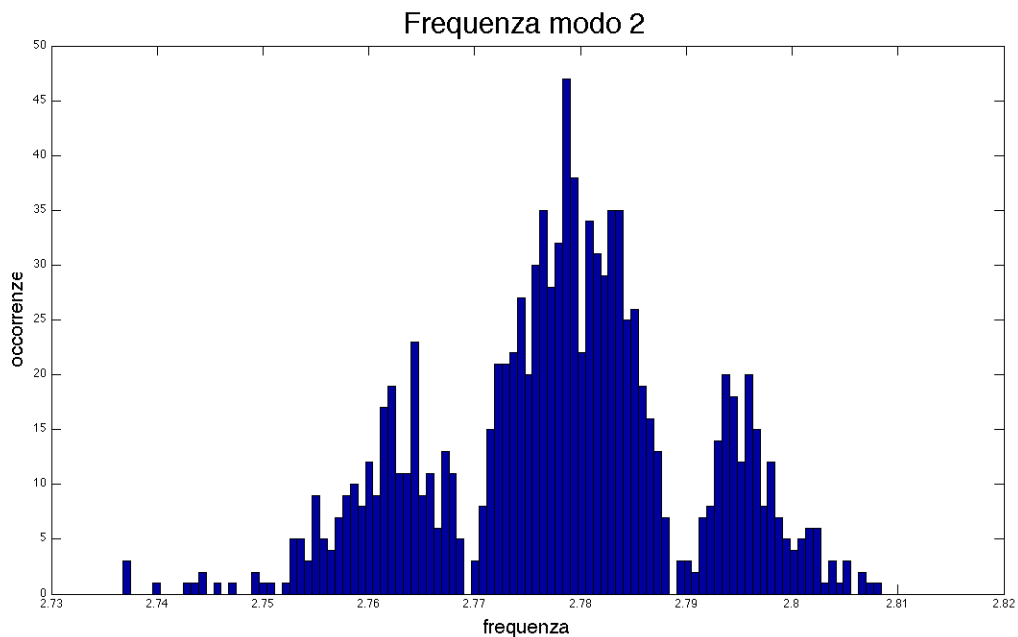


figura 2 - 47 Istantanea frequenza modo 2 ($T=2h$, $xcorr=100s$)

Considerazioni analoghe valgono per le stime delle costanti modali che presentano spesso distribuzioni non simmetriche come avviene per esempio per la quarta costante modale del settimo modo (figura 2 - 48).

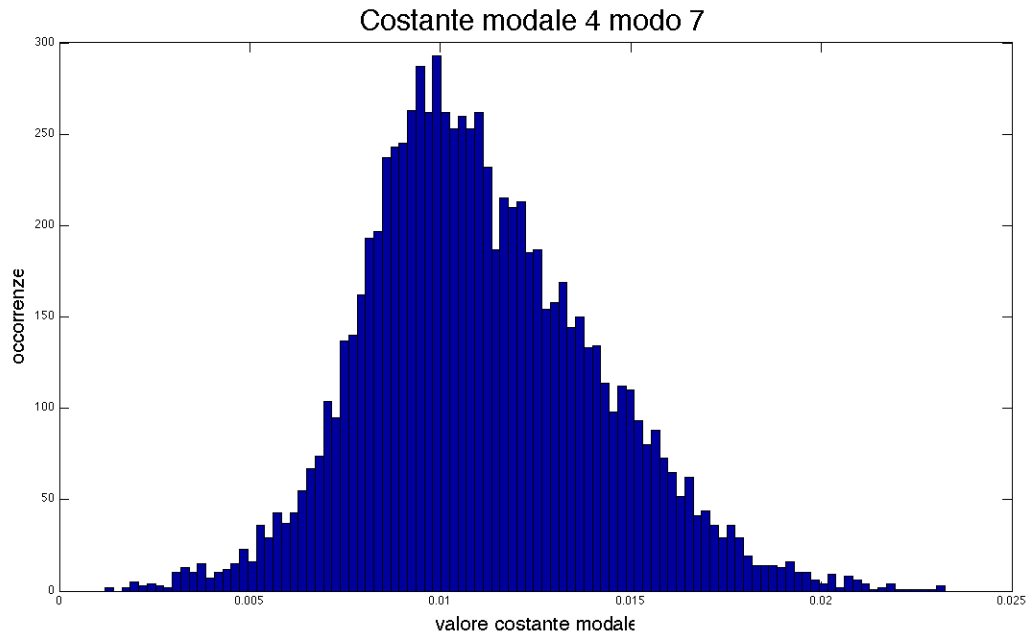


figura 2 - 48 Istogramma costante modale 4 del modo 7 ($T=2h$, $x_{corr}=100s$)

Altri casi, come la seconda costante del modo 4, presentano un istogramma che sembrerebbe ricalcare quello di una gaussiana, le code della distribuzione si discostano però molto da tale andamento, come mostra il grafico dei quantili normali di figura 2 - 49.

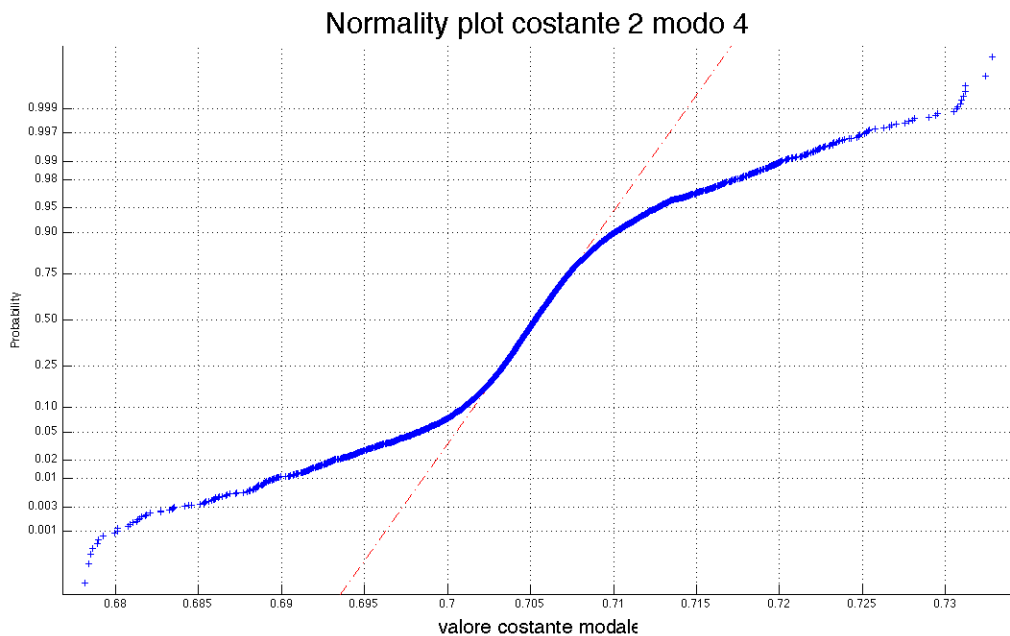


figura 2 - 49 Grafico dei quantili normali delle stime della costante 2 del modo 4 ($T=2h$, $x_{corr}=100s$)

Infine si osservi l'istogramma della seconda costante del sesto modo (figura 2 - 50):

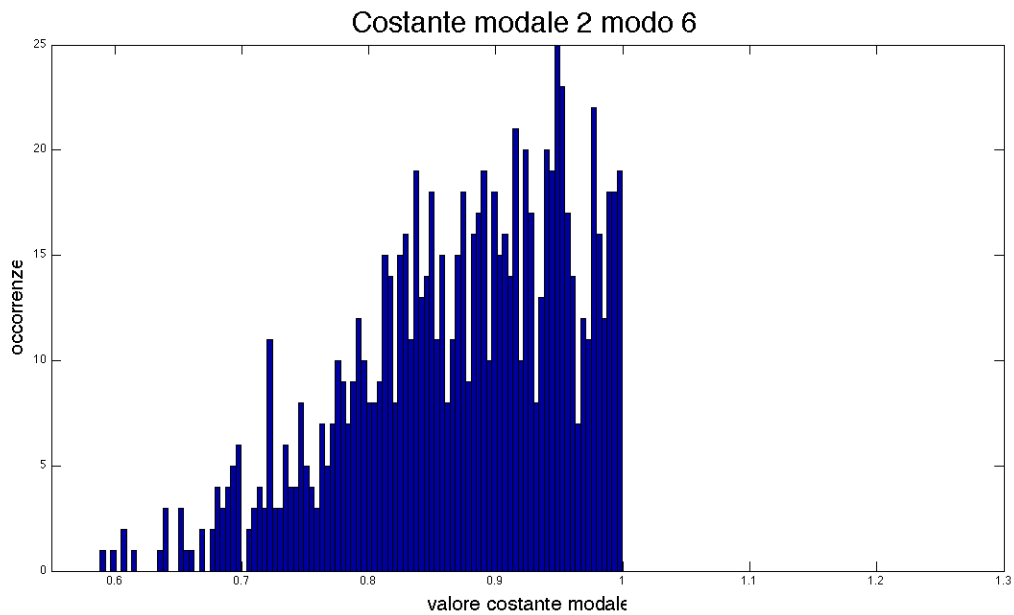


figura 2 - 50 Istogramma costante modale 2 modo 6 (T=2h, xcorr=100s)

è evidente come la distribuzione statistica di tale costante sia troncata al valore 1 escludendo la possibilità di ricondurre tale distribuzione a una distribuzione statistica nota. Ciò è dovuto alle operazioni di filtraggio cui le popolazioni di risultati sono sottoposte, in particolare all'analisi di forma. Il dettaglio delle operazioni di filtraggio effettuate sui dati è esposto nell'appendice C.

I risultati mostrati vanno interpretati alla luce del particolare lavoro di analisi svolto. Si ricorda infatti che le storie temporali di accelerazione generate in accordo al modello modale descritto nel primo capitolo nel primo capitolo e la successiva analisi con l'algoritmo di analisi modale operazionale, hanno permesso di stimare la variabilità dei risultati dovuta al solo algoritmo di identificazione. Nel contesto generale del monitoraggio strutturale, l'approccio seguito mostra la sua utilità nel definire una soglia sotto la quale una variazione delle proprietà strutturali non può essere riconosciuta per mezzo di variazioni dei valori dei parametri modali stessi. Nei casi più semplici, come per la stima della frequenza del settimo modo, la possibilità di modellare la popolazione dei risultati restituiti dal processo di simulazione con una particolare distribuzione di probabilità permette di associare un livello di confidenza alla soglia minima di variabilità che può essere colta dall'algoritmo di identificazione, fornendo pertanto un'informazione completa dal punto di vista metrologico.

2.5 Conclusioni

Nel secondo capitolo sono stati illustrati i risultati ottenuti in termini di frequenze proprie, smorzamenti adimensionali e deformate modali. In particolare sono state eseguite diverse simulazioni per testare l'effetto della variazione di alcuni parametri. Innanzitutto è stata testata l'influenza combinata della lunghezza della porzione di storia temporale usata per il calcolo di auto e cross-spettri (risoluzione in frequenza) con il numero di operazioni di media effettuate sulla singola storia temporale. Dal confronto fra le varie identificazioni ottenute è emerso che le stime migliori, in termini di media e deviazione standard, si ottengono con storie temporali da 7200 secondi e con lunghezza della auto/cross-correlazione pari a 100 secondi (quindi con la risoluzione in frequenza più piccola).

In seguito si è analizzata l'influenza del canale scelto come riferimento, confrontando le identificazioni ottenute prendendo come riferimento canali corrispondenti a punti della struttura eccitati in maniera differente. In linea generale si è notata una scarsa influenza di tale parametro, le identificazioni ottenute riportano infatti risultati molto simili. Solo nel caso con doppio canale di riferimento, con entrambi i canali posizionati in punti con risposta ben misurabile per tutti i modi di interesse, si è assistito a un miglioramento della stima delle costanti modali sia in termini di media che di deviazione standard.

Infine, l'indagine svolta per ricercare la costante modale più adeguata alla normalizzazione, ha rivelato che la costante di normalizzazione ottimale è diversa da modo a modo. Si avanza quindi l'ipotesi di modificare il programma di analisi in modo da poter scegliere modo per modo la costante di normalizzazione più opportuna.

Per concludere la trattazione si dà un giudizio sulle deviazioni standard ottenute. Per quanto riguarda le stime delle frequenze si ottengono dei valori molto contenuti: la deviazione standard infatti è sempre minore o uguale a un centesimo di Hertz ed è pertanto un ordine di grandezza inferiore alle fluttuazioni dovute alle

condizioni ambientali (vedi paragrafo 1.3). La deviazione standard ottenuta sui valori di smorzamento è compresa tra lo 0.7% e lo 0.07%; dato che i valori di smorzamento adimensionale per i diversi modi sono compresi tra l'1.5% e il 2.6%, ovvero presentano valori paragonabili con quelli della deviazione standard stimata, la possibilità di cogliere una variazione delle proprietà fisiche della struttura mediante una variazione dello smorzamento adimensionale non appare in grado di offrire sufficienti garanzie di efficacia. Per quanto riguarda infine le costanti modali, il metodo fornisce una deviazione standard molto differente a seconda del modo di vibrare analizzato. Per il primo, il secondo e il sesto modo non si ottengono risultati soddisfacenti a causa della loro scarsa eccitazione. Il terzo, il quarto e il quinto modo pagano invece la reciproca vicinanza in termini di frequenza, si ottengono infatti deformate che in parte ricalcano le deformate teoriche, e in parte presentano pesanti errori di stima, specialmente in determinati punti della deformata. Il settimo modo, infine, è quello per il quale le stime si avvicinano maggiormente ai valori teorici con deviazioni standard molto contenute. Del resto esso risulta essere il modo maggiormente eccitato e non presenta modi con frequenza simile che possano inficiarne l'identificazione.

Capitolo 3

Propagazione dell'errore

In questo capitolo si analizza la propagazione dell'errore indagando come l'errore commesso sulla stima di frequenze proprie e smorzamenti vada a inficiare le stime delle costanti modali. Tale studio è stato effettuato impostando due nuove identificazioni: una imponendo all'algoritmo di analisi i poli corretti, l'altra imponendo sul valore di uno dei poli un errore noto.

Nel capitolo precedente si è studiato l'effetto dei parametri di identificazione sulle stime di frequenze proprie, smorzamenti e costanti modali. Nei diversi casi, non si sono notate differenze sostanziali nei risultati, anche se comunque si è riusciti a individuare il caso che fornisce le stime più corrette con l'incertezza migliore.

Nel primo capitolo si è visto come le costanti modali vengano stimate a partire dai valori di frequenze proprie e smorzamenti sulla base delle informazioni provenienti dai cross-spettri mediati.

Mettendo insieme i due elementi, ci si è domandati come l'errore commesso sui valori di frequenza propria e di smorzamento si propaghi e vada a inficiare le stime successive. Per comprendere ciò si sono impostate due nuove simulazioni: una in cui si è fatto girare l'algoritmo di identificazione con i poli esatti imposti a priori, l'altra in cui è stato imposto su uno dei poli un errore noto.

3.1 Poli noti

Come è già stato accennato, è stato riscritto il programma di analisi modale in modo da poter calcolare le costanti modali sulla base di frequenze e smorzamenti imposti a priori. I risultati sono stati dunque paragonati con quelli ottenuti in precedenza. Nei grafici sottostanti la deformata modale ottenuta con i poli incogniti viene rappresentata in blu, quella ottenuta con poli noti in rosso, il valore teorico in verde chiaro tratteggiato. Vengono riportati i risultati ottenuti per il modi 3, 4 e 5.

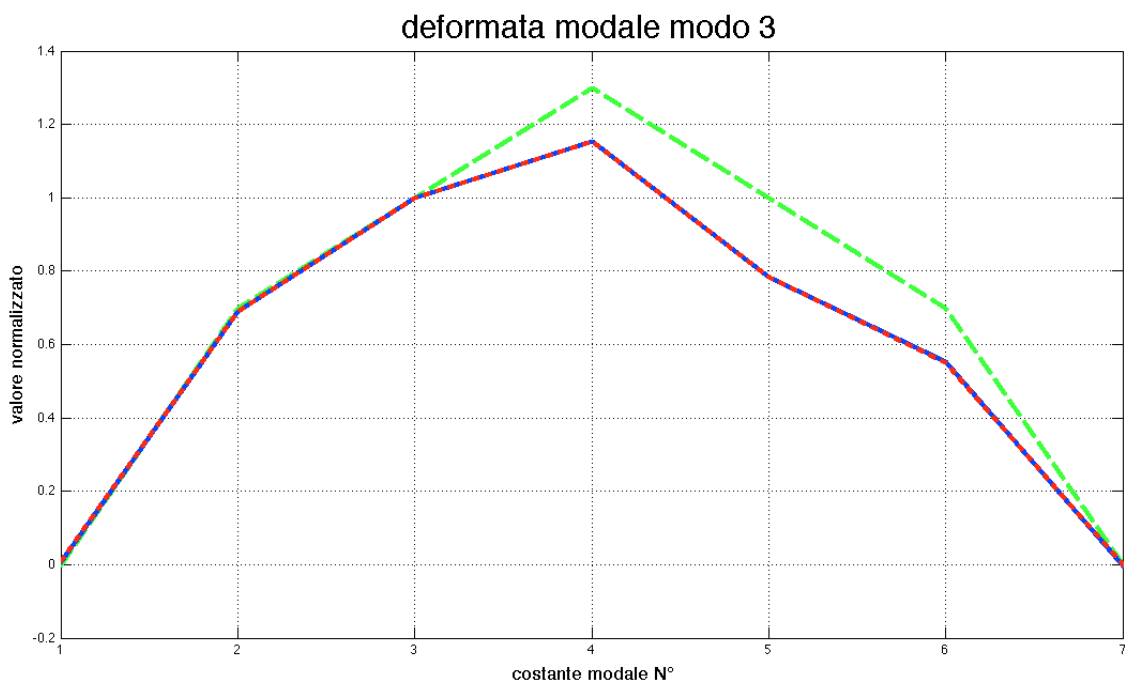


figura 3 - 1 Confronto tra le deformate ottenute con poli noti (rosso) e poli incogniti (blu) per il modo 3

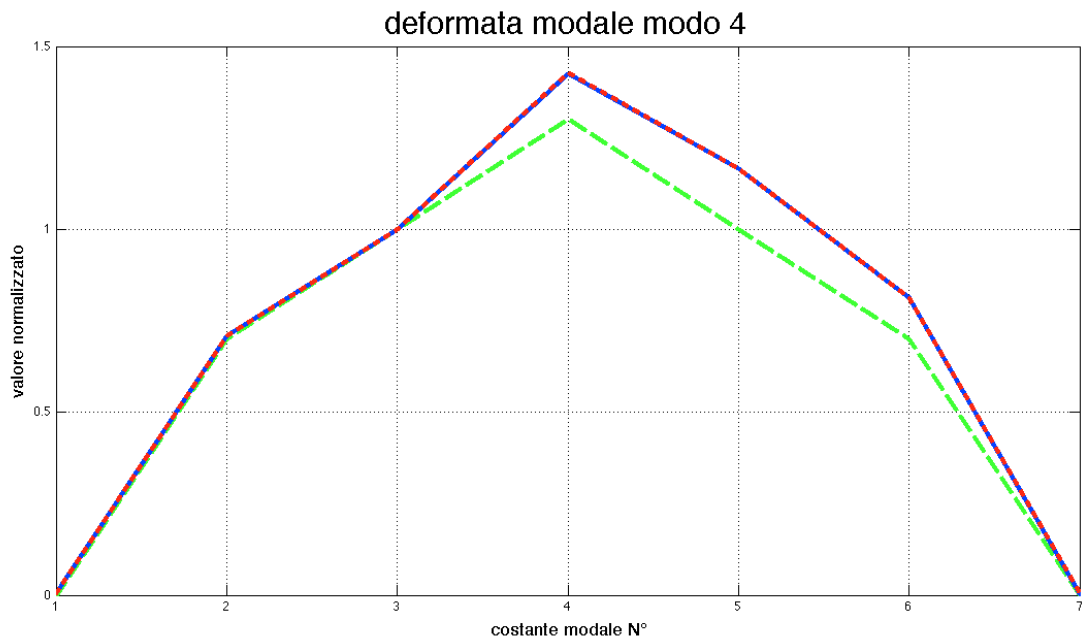


figura 3 - 2 Confronto tra le deformate ottenute con poli noti (rosso) e poli incogniti (blu) per il modo 4

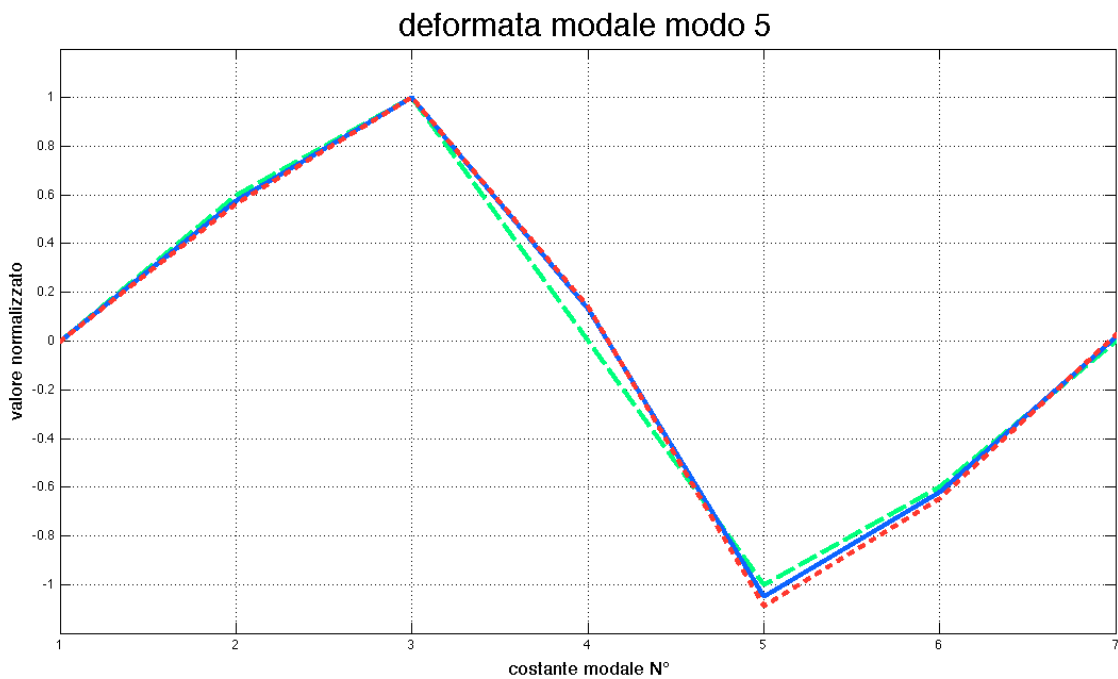


figura 3 - 3 Confronto tra le deformate ottenute con poli noti (rosso) e poli incogniti (blu) per il modo 5

Dai grafici si nota che le differenze, in termini di medie ottenute, sono minime, così come lo sono pure le differenze in termini di deviazione standard. Questo risultato ci porta a dedurre una scarsa influenza degli errori commessi sulla stima di frequenze e smorzamenti sulla successiva stima delle costanti modali. Per

approfondire questo problema è stata impostata una nuova identificazione, in cui sono stati forniti all'algoritmo di calcolo delle costanti modali i valori esatti dei poli eccetto che per lo smorzamento del settimo modo, su cui è stato imposto un errore del 50%, passando dunque da uno smorzamento percentuale pari a 1,8% a uno di 2,7%. L'errore è stato imposto sullo smorzamento perché su tale parametro sono stati commessi gli errori di stima significativi (15-20%). È stato scelto il settimo modo perché, come si è visto nei capitoli precedenti, è quello per il quale si ottengono le stime delle costanti modali migliori a causa dell'assenza di fattori di disturbo quali ad esempio la vicinanza con altri modi.

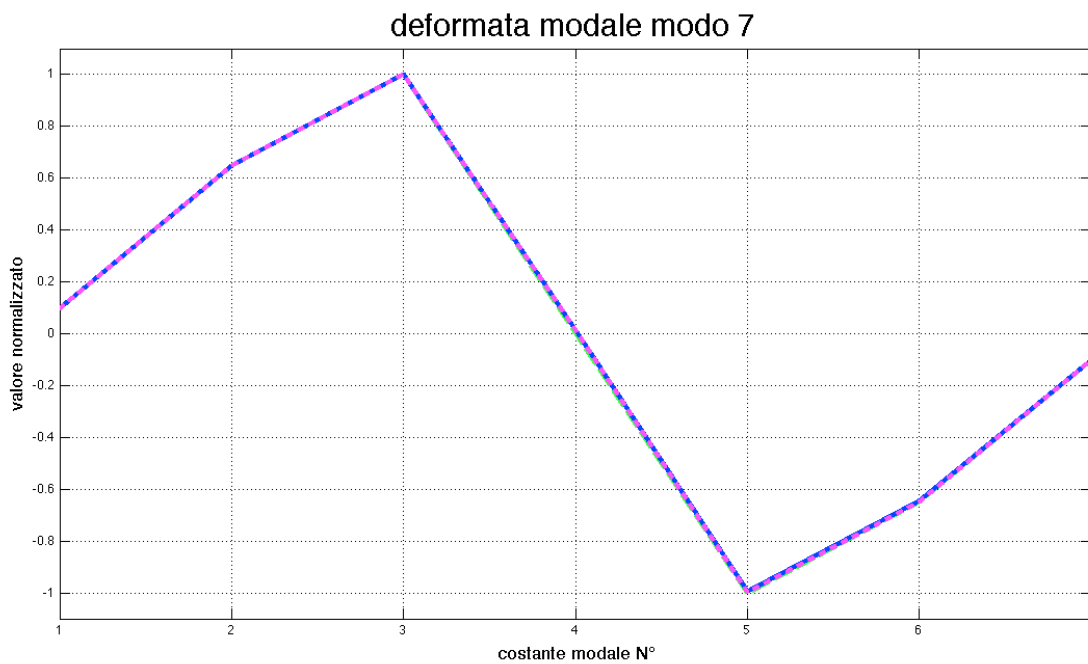


figura 3 - 4 Confronto tra le deformate del settimo modo ottenute con poli corretti (blu) e imponendo un errore del 50% sullo smorzamento (viola)

Dal confronto proposto in figura 3 - 4 non si nota alcuna variazione nei due casi, si propone dunque un esame più approfondito sulla stima delle singole costanti modali:

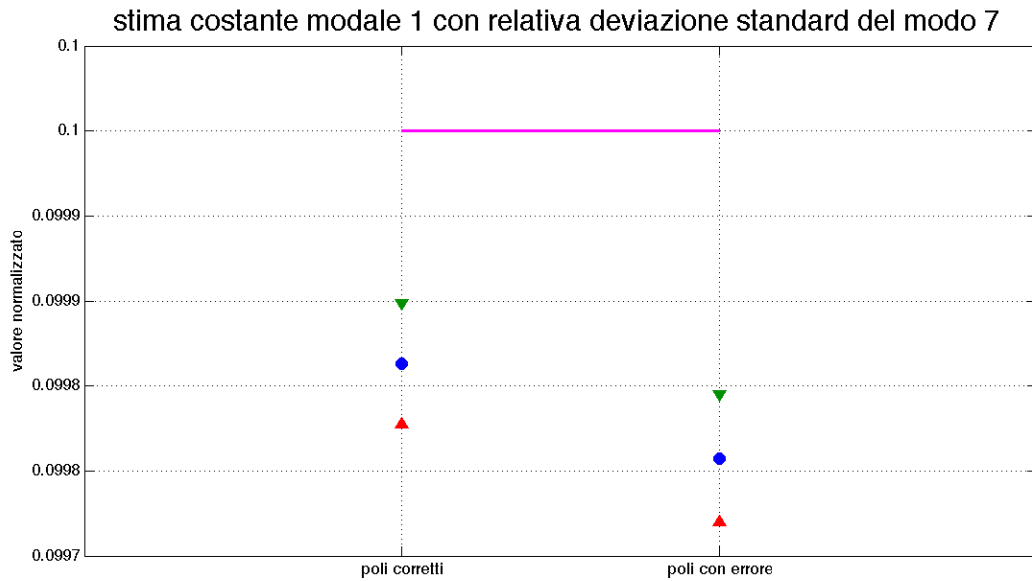


figura 3 - 5 Confronto tra le stime della prima costante del settimo modo nel caso di poli corretti e di poli con errore imposto sullo smorzamento

Viene riportato in figura 3 - 5il confronto tra la stima della prima costante del settimo modo ottenuta con i poli noti, e quella ottenuta con l'errore imposto. Il grafico mostra una lieve variazione sulla stima della media, mentre la deviazione standard rimane invariata.

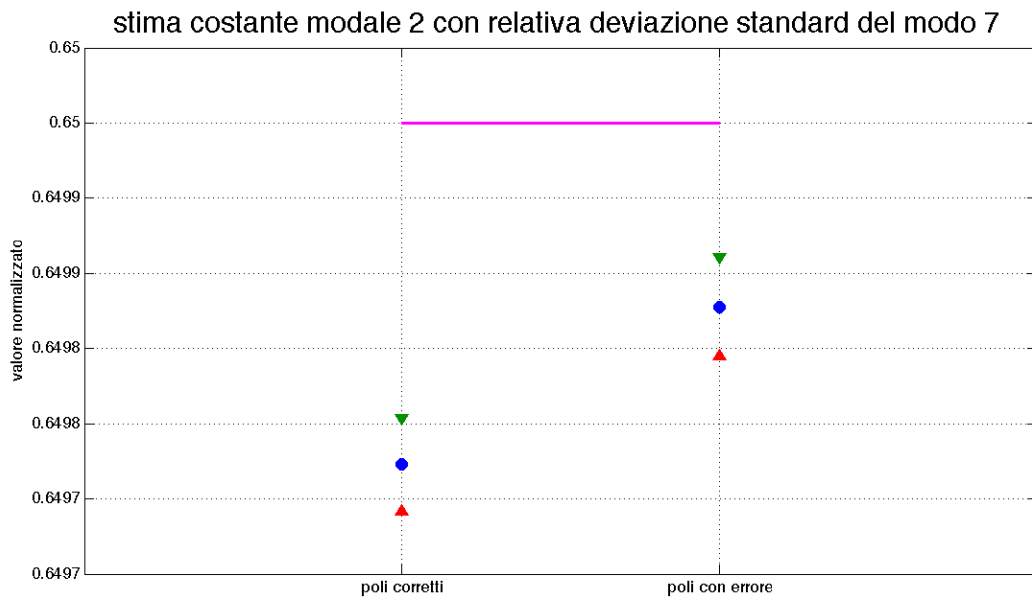


figura 3 - 6 Confronto tra le stime della seconda costante del settimo modo nel caso di poli corretti e di poli con errore imposto sullo smorzamento

Per quanto riguarda la seconda costante modale (figura 3 - 6) si nota un lieve miglioramento della stima nel caso con errore imposto, mentre la deviazione standard rimane invariata. Tale comportamento si ripete per le costanti 5, 6 e 7, mentre per la costante 4 la stima migliore torna ad essere quella ottenuta con poli corretti. L'impossibilità di cogliere un andamento di tendenza apprezzabile porta a ritenere la stima degli smorzamenti di scarsa influenza sulla stima delle costanti modali.

Per trovare conferma che il risultato ottenuto nel caso di poli noti vale anche nel caso di poli incogniti, è stata impostata un'ulteriore analisi. Se è vero che l'errore sullo smorzamento non influisce in maniera netta sulla successiva identificazione delle costanti modali, allora, confrontando le deformate ottenute con errori sullo smorzamento elevato, con le deformate ottenute con errori sullo smorzamento più contenuti, non si dovrebbe notare alcun miglioramento delle stime. Per fare questo si sono selezionate le cento identificazioni che restituiscono modo per modo i valori di smorzamento più distanti dal valore teorico, si è calcolata la deformata media, e la si è paragonata con la deformata analoga ottenuta dalle identificazioni con stima dello smorzamento più vicina al valore teorico. Di seguito vengono riportati i grafici ottenuti.

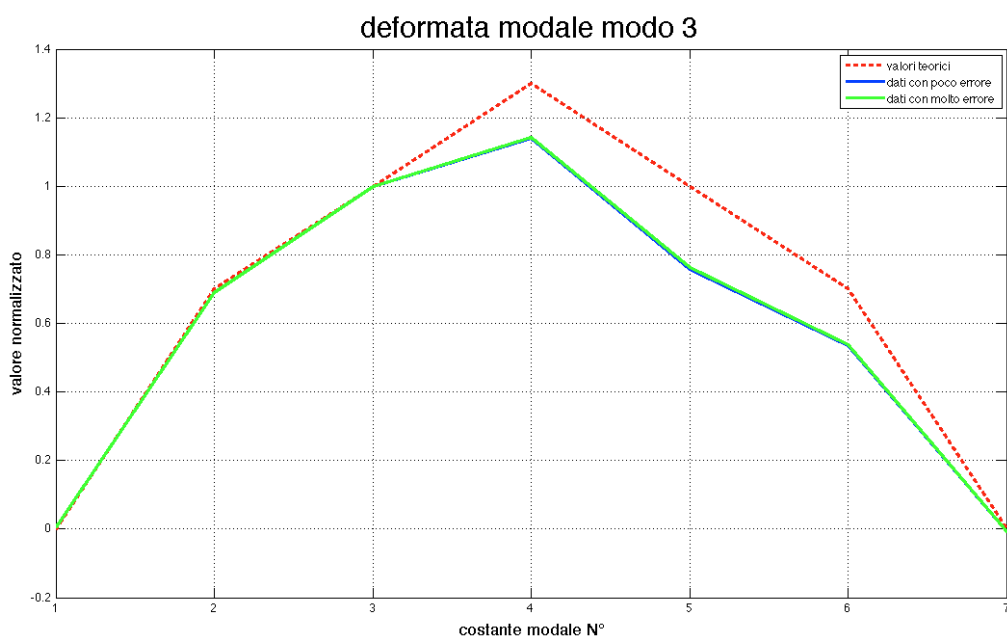


figura 3 - 7 Deformata modale del modo 3: confronto tra la media ottenuta con errori sullo smorzamento molto elevati, e la media ottenuta con errori sullo smorzamento contenuti

Per il terzo modo (figura 3 - 7) si nota una sostanziale sovrapposizione dei risultati ottenuti nei due casi. Il valori di smorzamento teorico per questo modo è del 2.5%, lo smorzamento medio ottenuto nel caso delle cento stime con poco errore sullo smorzamento è del 2.5013%, mentre quello ottenuto per le cento stime con molto errore è del 33.239%, il che comporta un errore praticamente nullo nel primo caso e un errore del 33% nel secondo. La deformata modale sembra comunque non risentire di tale differenza.

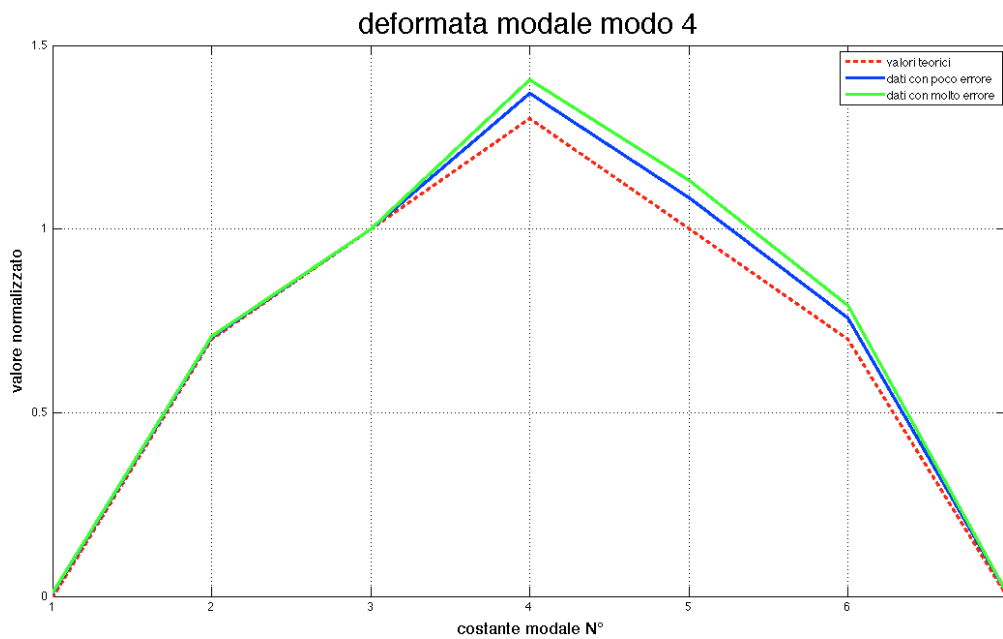


figura 3 - 8 Deformata modale del modo 4: confronto tra la media ottenuta con errori sullo smorzamento molto elevati, e la media ottenuta con errori sullo smorzamento contenuti

Per il quarto modo (figura 3 - 8) si ottiene una stima lievemente migliore per il caso di poco errore sullo smorzamento. In questo caso l'errore percentuale medio commesso dalle cento stime con errore più elevato è del 46%.

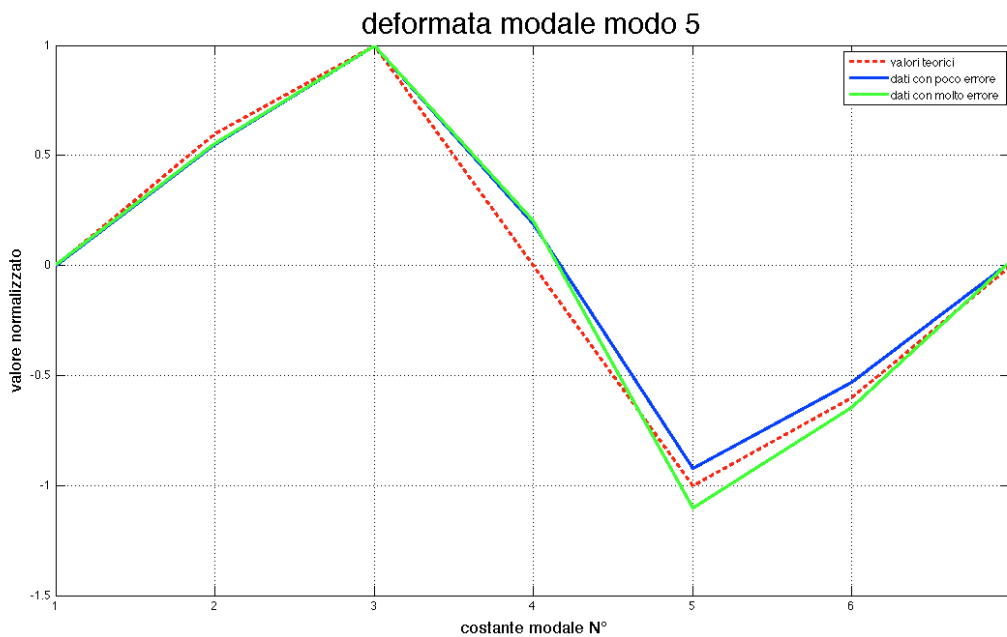


figura 3 - 9 Deformata modale del modo 5: confronto tra la media ottenuta con errori sullo smorzamento molto elevati, e la media ottenuta con errori sullo smorzamento contenuti

Per il quinto modo (figura 3 - 9) si ottiene una leggera differenza nella forma delle due deformate, cosa che nei due casi precedenti non si era verificata, gli errori commessi sono comunque molto simili. L'errore percentuale medio commesso sullo smorzamento dalle stime con errore più elevato è del 16%.

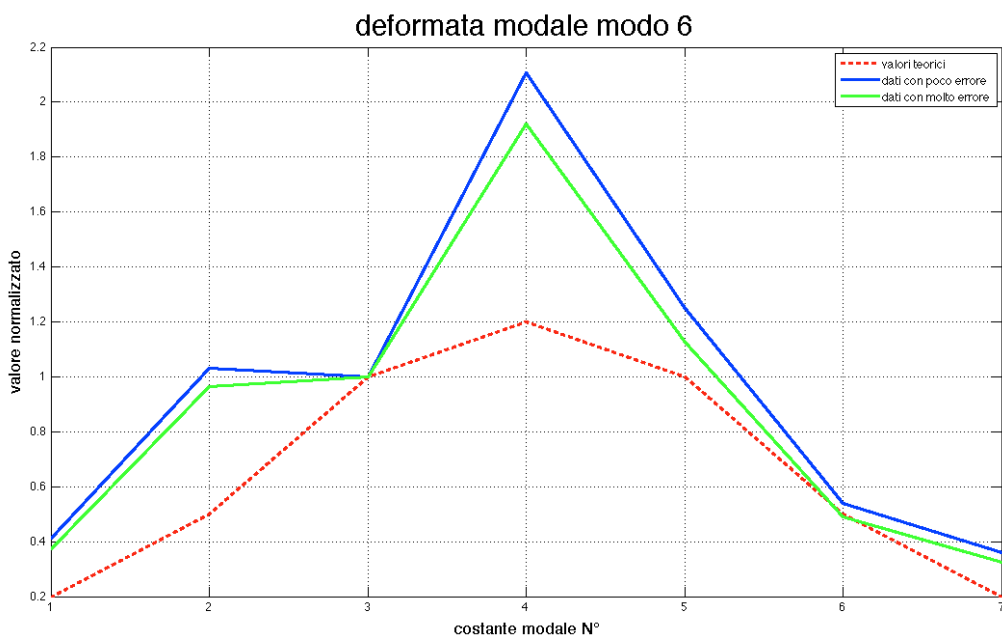


figura 3 - 10 Deformata modale del modo 6: confronto tra la media ottenuta con errori sullo smorzamento molto elevati, e la media ottenuta con errori sullo smorzamento contenuti

Per il sesto modo (figura 3 - 10), che era uno dei modi più problematici per l'identificazione, si sono ottenuti stime più vicine ai valori teorici nel caso di errori sullo smorzamento elevati, questo nonostante l'errore sullo smorzamento medio delle 100 stime con errori elevati sia superiore al 50%.

Quanto era stato mostrato per il caso di poli noti, si ripresenta per il caso di poli incogniti: il valore di smorzamento stimato ha poca influenza sulla successiva stima delle costanti modali e non si riesce a stabilire con certezza se un errore commesso sulla stima dello smorzamento generi effettivamente un errore sulla stima delle costanti modali.

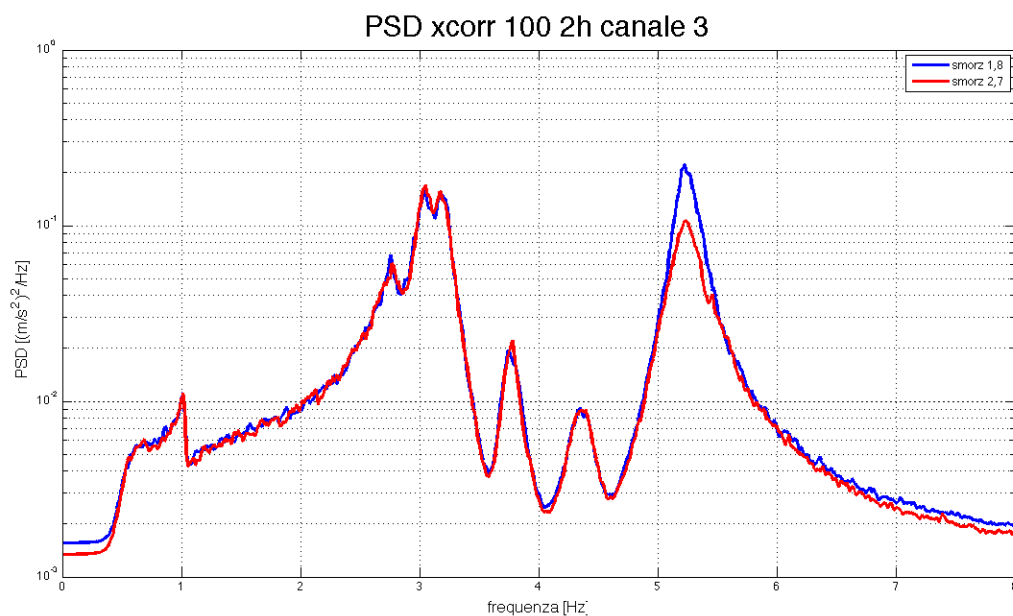


figura 3 - 11 PSD del terzo canale. In blu il caso standard, in rosso il caso con smorzamento aumentato del 50%

Per comprendere meglio di tale fenomeno è stato riportato in figura 3 - 11 l'andamento della PSD ottenuta dagli auto-spettri mediati del terzo canale. Quella disegnata in blu è stata ricavata da una delle storie temporali che sono state analizzate anche nel capitolo precedente, quella disegnata in rosso è stata calcolata da una storia temporale ricavata imponendo un errore del +50% sul settimo modo del modello modale e lasciando invariati gli altri valori. Si noti come l'aumento dello smorzamento generi un abbassamento del solo picco della settima risonanza, la PSD degli altri modi rimane invece sostanzialmente immutata. Calcolando la PSD della nuova storia temporale anche per gli altri canali

si nota come il rapporto tra i valori assunti dalla PSD dei canali omologhi in corrispondenza del picco di risonanza si mantenga costante. Come si vede dal grafico di figura 3 - 12 infatti, la distanza logaritmica tra le linee tratteggiate (che rappresentano la PSD con errore sullo smorzamento) e quelle continue (che rappresentano la PSD standard) rimane costante per tutti i canali in corrispondenza del picco, questo significa che i rapporti sono i medesimi.

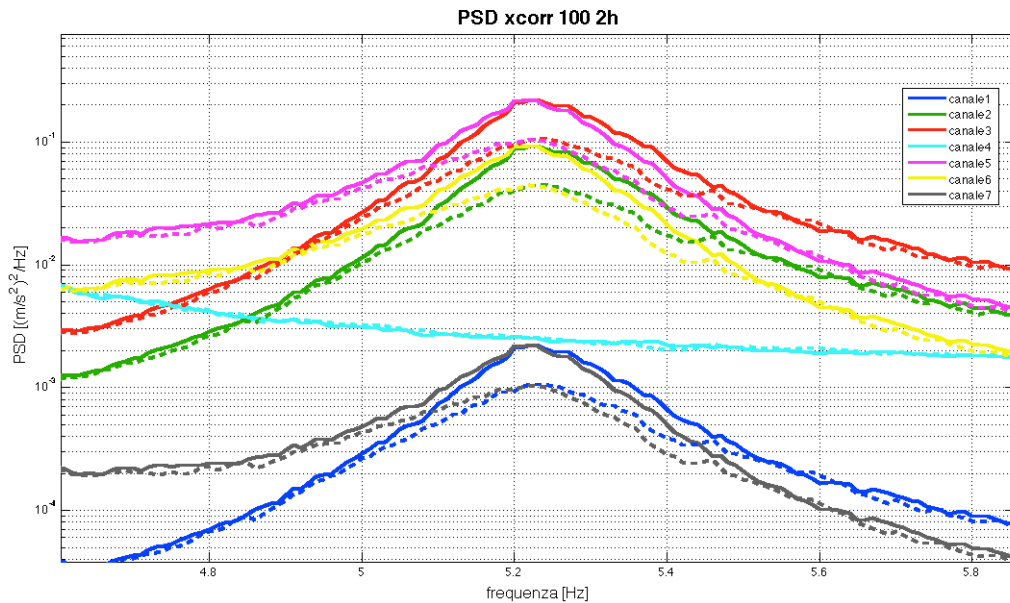


figura 3 - 12 PSD in corrispondenza della settima risonanza, il tratto continuo rappresenta la PSD dei storie originali, quello tratteggiato la PSD delle storie temporali con smorzamento sul settimo modo aumentato del 50%

Si giustifica così in parte la scarsa influenza del valore di smorzamento sulla stima delle costanti modali. Una variazione del valore di smorzamento di uno dei modi di vibrare del sistema genera infatti un abbassamento del picco di risonanza, i rapporti tra i valori delle PSD dei segnali (e quindi anche quelli di cross e auto-spettri) in corrispondenza della picco rimangono però immutati così che la stima delle costanti modali non ne è influenzata.

Si può cercare di spiegare la scarsa influenza delle variazioni sulla stima dello smorzamento cambiando punto di vista e considerandone i valori assoluti: la variazione percentuale del 50% corrisponde infatti al passaggio da un valore di smorzamento adimensionale di 0.018 a uno di 0.027, la variazione assoluta è dunque di soli 9 millesimi.

Conclusioni

Il presente lavoro di tesi compie un passo in avanti negli studi intrapresi dal Politecnico di Milano sullo Structural Health Monitoring (SHM), ovvero sulle tecniche di monitoraggio nell'ambito della sicurezza strutturale delle grandi opere civili. Questa tesi si pone in continuità con l'attività svolta in tale ambito sullo stadio di San Siro a Milano, con lo scopo di realizzare un sistema di controllo strumentale permanente della struttura in grado di fornire indicazioni sullo stato di salute delle tribune e la prospettiva futura di estendere le metodologie implementate ad altri casi. La tecnica esplorata a tal fine è quella dell'Analisi Modale Operazionale (OMA), che prevede di verificare le proprietà fisiche di una struttura basandosi sulla misura della sua risposta dinamica al forzamento causato esclusivamente dall'effetto del vento e del traffico cittadino. È noto infatti che è possibile individuare un eventuale danno strutturale indagando se si sono verificate variazioni dei valori dei parametri quali: frequenze proprie, smorzamenti adimensionali e deformate modali. La tecnica OMA è in grado di fornire le stime di tali parametri a meno di un errore e di un'incertezza dovuti all'algoritmo con cui esse vengono valutate. Il nucleo del lavoro è stato dunque la completa definizione di errori e variabilità di tutti i parametri modali di una tribuna del terzo anello identificati con la metodologia OMA. Tale studio è stato svolto per stabilire quale sia la soglia di variazione al di sotto della quale non si può stabilire se la struttura abbia subito effettivamente un danno, o se un eventuale scostamento sia da attribuire esclusivamente all'incertezza dovuta all'algoritmo di analisi (LSCF). La caratterizzazione statistica dei parametri modali è stata svolta con un metodo numerico di tipo Montecarlo che si è avvalso di un modello modale della tribuna in questione costruito in base a conoscenze pregresse della struttura.

I risultati ottenuti mostrano una variabilità molto contenuta sulle stime dei valori delle frequenze, con deviazioni standard sempre inferiori al centesimo di Hertz. Tali valori assumono un significato ancora più consistente se confrontati con le

fluttuazioni dei valori di frequenza dovute alle variazioni delle condizioni ambientali che risultano di un ordine di grandezza più ampie.

La variabilità (deviazione standard) ottenuta sui valori di smorzamento percentuale è compresa tra lo 0,5% e lo 0,1%. I valori di smorzamento per i diversi modi di vibrare sono compresi tra l'1,5% e il 2,6% e si ritiene che difficilmente, a seguito di un'alterazione delle proprietà strutturali, si ottengano variazioni che si trovino all'esterno di questo range. Siccome dunque la variabilità sullo smorzamento risulta paragonabile al valore dello smorzamento stesso, tale metodo di identificazione risulta inadatto a verificare fluttuazioni sul valore di questo parametro.

Per quanto riguarda le costanti modali il metodo fornisce una variabilità molto differente da modo a modo. Per i modi maggiormente eccitati e isolati, essa è molto contenuta, il rapporto deviazione standard su media ha valori intorno al punto percentuale, una variazione delle caratteristiche dinamiche di tali modi sarebbe dunque facilmente osservabile. Per quanto riguarda invece i modi che subiscono l'effetto della vicinanza di altri modi si nota un aumento importante della variabilità, l'identificazione di una variazione della deformata modale risulta dunque più difficile.

Gli studi effettuati hanno permesso inoltre di stabilire che i risultati migliori in termini di media e deviazione standard di tutti i parametri di interesse si ottengono all'aumentare della risoluzione in frequenza di auto e cross-spettri e all'aumentare del numero di medie che si effettuano per calcolarli. Hanno stabilito inoltre che la scelta del canale da prendere come riferimento per il calcolo dei cross-spettri debba essere un canale che presenti un buon grado di eccitazione per tutti i modi di vibrare da identificare. Infine hanno mostrato come la normalizzazione della deformata debba avvenire considerando punti diversi a seconda del modo preso in esame.

Nell'ultima parte del lavoro si è invece analizzata la propagazione dell'errore all'interno dell'algoritmo di identificazione. Esso infatti calcola le costanti modali a partire dalle stime di frequenze proprie e smorzamenti. Si è indagato in particolare

l'effetto dell'errore sullo smorzamento poiché è il parametro più difficile da stimare. Si è concluso che un errore del 50% sulla stima dello smorzamento di uno dei modi di vibrare non influisce significativamente sulla stima delle costanti modali, gli errori elevati che si riscontrano sulle stime delle costanti modali sono dunque da imputare esclusivamente al metodo con cui vengono calcolate e dunque all'errore che si commette nell'approssimare la FRF del sistema attraverso auto e cross-spettri.

Questo lavoro permette dunque di guadagnare una visione completa sulle problematiche di origine misuristica che si presentano qualora si voglia implementare l'analisi modale operativa (OMA) ai fini dello Structural Health Monitoring su un caso reale. L'accuratezza e la sistematicità con cui il lavoro è stato svolto hanno permesso, inoltre, di migliorare e correggere la metodologia e la tecnica a disposizione del Politecnico di Milano, il quale prosegue brillantemente nello studio di quella che rappresenta l'avanguardia del monitoraggio strutturale.

Appendice

A. Tabelle riassuntive delle stime

modo 1

parametri di analisi		N° identif.	f [Hz]	r [-]	costanti modali					
					0	1/6 L	1/2 L	2/3 L	5/6 L	L
parametri modello modale			1,01	1,5	1	1	1	1	1	1
T 0,5h xcorr 25s	media	1500	1,00E+00	4,2E+00	6,6E-01	8,7E-01	8,5E-01	6,1E-01	6,7E-01	6,3E-01
	dev std		8E-03	7E-01	8E-02	5E-02	5E-02	9E-02	8E-02	8E-02
	stabiliz.		SI NO	SI SI	SI NO	SI SI	SI SI	NO SI	NO SI	SI NO
T 1h xcorr 50s	media	1500	1,00E+00	2,8E+00	7,0E-01	9,0E-01	8,6E-01	6,6E-01	7,1E-01	6,8E-01
	dev std		5E-03	5E-01	7E-02	4E-02	4E-02	8E-02	7E-02	7E-02
	stabiliz.		SI NO	SI SI	NO SI	NO SI	SI SI	NO SI	NO SI	NO SI
T 2h xcorr 50s	media	1500	1,00E+00	2,8E+00	7,2E-01	9,1E-01	8,7E-01	6,8E-01	7,2E-01	6,9E-01
	dev std		5E-03	4E-01	7E-02	4E-02	4E-02	8E-02	7E-02	7E-02
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI NO	SI SI	SI SI	SI NO	SI NO	SI NO
T 1h xcorr 100s	media									
	dev std									
	stabiliz.									
T 2h xcorr 100s	media	1500	1,00E+00	2,1E+00	7,2E-01	9,1E-01	8,7E-01	6,8E-01	7,2E-01	7,0E-01
	dev std		3E-03	3E-01	6E-02	4E-02	4E-02	8E-02	7E-02	6E-02
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI

tabella A - 1

modo 2

parametri di analisi		N° identif.	f [Hz]	r [-]	costanti modali					
					0	1/6 L	1/2 L	2/3 L	5/6 L	L
parametri modello modale			2,79	1,5	0,2	0,7	1,5	1	0,7	0,2
T 0,5h xcorr 25s	media	8500	2,73E+00	2,1E+00	1,0E-01	6,8E-01	1,2E+00	5,6E-01	4,0E-01	8,0E-02
	dev std		2E-02	7E-01	1E-02	3E-03	4E-02	7E-02	5E-02	9E-03
	stabiliz.		SI SI	SI NO	SI SI	SI SI	SI SI	NO NO	SI SI	NO NO
T 1h xcorr 50s	media									
	dev std									
	stabiliz.									
T 2h xcorr 50s	media									
	dev std									
	stabiliz.									
T 1h xcorr 100s	media									
	dev std									
	stabiliz.									
T 2h xcorr 100s	media	1000	2,78E+00	1,6E+00	9,5E-02	6,8E-01	1,2E+00	6,3E-01	4,5E-01	7,5E-02
	dev std		1E-02	3E-01	8E-03	3E-03	4E-02	5E-02	4E-02	7E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI

tabella A - 2

modo 3

parametri di analisi		N° identif.	f [Hz]	r [-]	costanti modali					
					0	1/6 L	1/2 L	2/3 L	5/6 L	L
parametri modello modale			3,05	2,5	0	0,7	1,3	1	0,7	0
T 0,5h xcorr 25s	media	29000	3,03E+00	3,1E+00	4,4E-03	6,9E-01	1,1E+00	7,2E-01	5,1E-01	-1,0E-02
	dev std		2E-02	7E-01	5E-03	2E-03	3E-02	5E-02	4E-02	4E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI
T 1h xcorr 50s	media	14500	3,03E+00	2,6E+00	5,4E-03	6,9E-01	1,1E+00	7,5E-01	5,3E-01	-7,5E-03
	dev std		2E-02	6E-01	4E-03	2E-03	2E-02	4E-02	3E-02	3E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	NO SI
T 2h xcorr 50s	media	8000	3,04E+00	2,8E+00	5,9E-03	6,9E-01	1,1E+00	7,3E-01	5,2E-01	-6,6E-03
	dev std		1E-02	5E-01	3E-03	2E-03	2E-02	4E-02	3E-02	3E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	NO SI
T 1h xcorr 100s	media	13000	3,03E+00	2,1E+00	5,1E-03	6,9E-01	1,1E+00	7,7E-01	5,4E-01	-7,2E-03
	dev std		2E-02	5E-01	4E-03	2E-03	2E-02	4E-02	2E-02	3E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	NO SI
T 2h xcorr 100s	media	7500	3,04E+00	2,3E+00	5,8E-03	6,9E-01	1,1E+00	7,6E-01	5,4E-01	-6,4E-03
	dev std		1E-02	4E-01	3E-03	1E-03	2E-02	3E-02	2E-02	3E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	NO SI

tabella A - 3

modo 4

parametri di analisi		N° identif.	f [Hz]	r [-]	costanti modali					
					0	1/6 L	1/2 L	2/3 L	5/6 L	L
parametri modello modale			3,18	2,1	0	0,7	1,3	1	0,7	0
T 0,5h xcorr 25s	media	32000	3,19E+00	2,9E+00	1,2E-02	7,1E-01	1,4E+00	1,1E+00	7,8E-01	9,1E-03
	dev std		2E-02	6E-01	6E-03	1E-02	8E-02	1E-01	7E-02	4E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO NO	SI SI	SI NO	SI SI	NO NO	NO SI
T 1h xcorr 50s	media	16000	3,19E+00	2,5E+00	1,0E-02	7,1E-01	1,4E+00	1,1E+00	7,7E-01	6,5E-03
	dev std		1E-02	4E-01	4E-03	6E-03	5E-02	7E-02	5E-02	2E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	SI NO	SI SI	SI NO	SI SI	NO SI
T 2h xcorr 50s	media	8500	3,19E+00	2,5E+00	1,0E-02	7,0E-01	1,4E+00	1,1E+00	7,6E-01	6,2E-03
	dev std		1E-02	3E-01	4E-03	6E-03	5E-02	7E-02	5E-02	2E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	SI NO	SI SI	SI NO	SI SI	NO SI
T 1h xcorr 100s	media	15500	3,19E+00	2,3E+00	1,0E-02	7,1E-01	1,4E+00	1,1E+00	7,6E-01	6,3E-03
	dev std		1E-02	4E-01	4E-03	5E-03	4E-02	6E-02	4E-02	2E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	NO SI
T 2h xcorr 100s	media	8000	3,19E+00	2,3E+00	9,9E-03	7,1E-01	1,4E+00	1,1E+00	7,6E-01	5,6E-03
	dev std		1E-02	3E-01	3E-03	5E-03	4E-02	6E-02	4E-02	2E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI NO	SI SI	SI SI	SI SI	NO SI

tabella A - 4

modo 5

parametri di analisi		N° identif.	f [Hz]	r [-]	costanti modali					
					0	1/6 L	1/2 L	2/3 L	5/6 L	L
parametri modello modale			3,75	1,9	0	0,6	0	-1	-0,6	0
T 0,5h xcorr 25s	media	26000	3,75E+00	2,6E+00	2,6E-04	5,5E-01	3,4E-01	-1,1E+00	-6,2E-01	3,1E-02
	dev std		8E-03	2E-01	7E-03	7E-02	2E-01	3E-01	2E-01	1E-02
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO NO	NO NO	NO SI	SI SI	NO SI	NO SI
T 1h xcorr 50s	media	13500	3,75E+00	2,2E+00	3,0E-03	5,5E-01	2,1E-01	-9,9E-01	-5,8E-01	2,1E-02
	dev std		7E-03	1E-01	4E-03	4E-02	9E-02	2E-01	1E-01	6E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	NO NO	NO SI	NO SI	NO SI
T 2h xcorr 50s	media	7500	3,75E+00	2,2E+00	2,3E-03	5,5E-01	2,1E-01	-9,8E-01	-5,7E-01	2,1E-02
	dev std		5E-03	1E-01	3E-03	3E-02	8E-02	1E-01	9E-02	5E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	NO NO	NO SI	NO NO	NO SI
T 1h xcorr 100s	media	9500	3,75E+00	1,9E+00	3,7E-03	5,6E-01	1,9E-01	-9,7E-01	-5,6E-01	1,9E-02
	dev std		7E-03	1E-01	4E-03	3E-02	7E-02	2E-01	1E-01	6E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	NO SI	NO SI	NO SI	NO SI
T 2h xcorr 100s	media	6500	3,75E+00	2,0E+00	2,8E-03	5,5E-01	1,9E-01	-9,6E-01	-5,6E-01	1,9E-02
	dev std		5E-03	1E-01	3E-03	3E-02	6E-02	1E-01	8E-02	4E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	NO SI	NO SI	NO NO	SI SI

tabella A - 5

modo 6

parametri di analisi		N° identif.	f [Hz]	r [-]	costanti modali					
					0	1/6 L	1/2 L	2/3 L	5/6 L	L
parametri modello modale			4,36	2,6	0,2	0,5	1,2	1	0,5	0,2
T 0,5h xcorr 25s	media	4000	4,37E+00	3,5E+00	2,7E-01	7,8E-01	1,3E+00	7,0E-01	3,0E-01	2,3E-01
	dev std		1E-02	3E-01	5E-02	9E-02	2E-01	2E-01	7E-02	4E-02
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	NO SI	NO SI	SI SI
T 1h xcorr 50s	media	3000	4,36E+00	3,2E+00	3,0E-01	8,4E-01	1,5E+00	8,9E-01	3,8E-01	2,6E-01
	dev std		9E-03	2E-01	5E-02	8E-02	3E-01	2E-01	8E-02	4E-02
	stabiliz.		SI NO	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI	NO SI	NO SI	NO SI
T 2h xcorr 50s	media	2000	4,36E+00	3,2E+00	3,1E-01	8,3E-01	1,6E+00	8,8E-01	3,8E-01	2,7E-01
	dev std		6E-03	2E-01	5E-02	9E-02	2E-01	1E-01	7E-02	4E-02
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	NO NO	SI SI	NO SI	SI NO	SI SI
T 1h xcorr 100s	media									
	dev std									
	stabiliz.									
T 2h xcorr 100s	media									
	dev std									
	stabiliz.									

tabella A - 6

modo 7

parametri di analisi		N° identif.	f [Hz]	r [-]	costanti modali					
					0	1/6 L	1/2 L	2/3 L	5/6 L	L
parametri modello modale			5,22	1,8	0,1	0,65	0	-1	-0,65	-0,1
T 0,5h xcorr 25s	media	33000	5,22E+00	2,4E+00	1,0E-01	6,5E-01	1,2E-02	-1,0E+00	-6,5E-01	-1,0E-01
	dev std		8E-03	2E-01	4E-04	3E-04	9E-03	2E-02	1E-02	2E-03
	stabiliz.		SI NO	SI SI	SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI SI	SI SI
T 1h xcorr 50s	media	16500	5,22E+00	2,1E+00	1,0E-01	6,5E-01	1,1E-02	-9,9E-01	-6,5E-01	-9,9E-02
	dev std		5E-03	1E-01	3E-04	2E-04	4E-03	1E-02	9E-03	1E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI NO	SI SI
T 2h xcorr 50s	media	8000	5,22E+00	2,1E+00	1,0E-01	6,5E-01	9,7E-03	-9,9E-01	-6,5E-01	-9,9E-02
	dev std		4E-03	7E-02	3E-04	2E-04	2E-03	1E-02	9E-03	2E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	NO SI	SI SI	SI NO	SI SI
T 1h xcorr 100s	media	16500	5,22E+00	2,0E+00	1,0E-01	6,5E-01	1,2E-02	-9,9E-01	-6,5E-01	-9,9E-02
	dev std		5E-03	1E-01	2E-04	2E-04	4E-03	1E-02	8E-03	1E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI NO	SI SI
T 2h xcorr 100s	media	8000	5,22E+00	2,0E+00	1,0E-01	6,5E-01	1,1E-02	-9,9E-01	-6,5E-01	-9,9E-02
	dev std		4E-03	7E-02	2E-04	2E-04	3E-03	1E-02	7E-03	1E-03
	stabiliz.		SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI SI	SI NO	SI SI

tabella A - 7

B. Tabelle riassuntive degli errori percentuali

modo 1

caso	specifiche		f	r	costanti modali					
					0	1/6 L	1/2 L	2/3 L	5/6 L	L
caso 1	T 1800 s xcorr 25 s	errore percentuale	-0,6%	179,3%	-34,0%	-12,6%	-15,4%	-38,6%	-33,4%	-36,7%
		dev std /media	0,8%	17,8%	11,8%	5,3%	6,5%	15,5%	12,4%	12,5%
caso 2	T 3600 s xcorr 50 s	errore percentuale	-0,7%	88,3%	-29,8%	-10,1%	-13,8%	-33,9%	-29,5%	-32,1%
		dev std /media	0,5%	16,9%	10,0%	4,6%	5,1%	12,7%	10,5%	10,4%
caso 3	T 7200 s xcorr 50 s	errore percentuale	-0,5%	84,9%	-28,5%	-9,3%	-13,2%	-32,3%	-28,0%	-30,8%
		dev std /media	0,5%	13,7%	9,4%	4,4%	5,2%	12,1%	10,0%	9,8%
caso 4	T 3600 s xcorr 100 s	errore percentuale								
		dev std /media								
caso5	T 7200 s xcorr 100 s	errore percentuale	-0,7%	39,2%	-27,9%	-8,8%	-12,9%	-31,8%	-27,7%	-30,2%
		dev std /media	0,3%	14,6%	8,5%	4,2%	4,3%	11,0%	9,2%	8,7%

tabella B - 1

modo 2

caso	specifiche		f	r	costanti modali					
					0	1/6 L	1/2 L	2/3 L	5/6 L	L
caso 1	T 1800 s xcorr 25 s	errore percentuale	-2,3%	42,1%	-48,2%	-2,8%	-22,8%	-44,1%	-43,2%	-60,1%
		dev std /media	0,9%	33,3%	11,0%	0,5%	3,6%	12,2%	11,8%	11,9%
caso 2	T 3600 s xcorr 50 s	errore percentuale								
		dev std /media								
caso 3	T 7200 s xcorr 50 s	errore percentuale								
		dev std /media								
caso 4	T 3600 s xcorr 100 s	errore percentuale								
		dev std /media								
caso5	T 7200 s xcorr 100 s	errore percentuale	-0,4%	5,5%	-52,5%	-2,3%	-20,8%	-37,0%	-36,1%	-62,6%
		dev std /media	0,4%	18,9%	8,0%	0,4%	3,2%	8,7%	8,4%	9,6%

tabella B - 2

modo 3

caso	specifiche		f	r	costanti modali					
					0	1/6 L	1/2 L	2/3 L	5/6 L	L
caso 1	T 1800 s xcorr 25 s	errore percentuale	-0,8%	25,8%	NC	-1,8%	-14,3%	-28,2%	-27,5%	NC
		dev std /media	0,7%	21,8%	107,3%	0,3%	3,0%	7,4%	7,2%	-43,4%
caso 2	T 3600 s xcorr 50 s	errore percentuale	-0,6%	4,8%	NC	-1,7%	-12,8%	-25,4%	-24,8%	NC
		dev std /media	0,6%	21,3%	70,9%	0,3%	2,2%	5,4%	5,2%	-44,1%
caso 3	T 7200 s xcorr 50 s	errore percentuale	-0,5%	12,1%	NC	-1,7%	-13,3%	-26,7%	-26,1%	NC
		dev std /media	0,5%	16,6%	54,2%	0,2%	2,0%	5,1%	4,9%	-38,9%
caso 4	T 3600 s xcorr 100 s	errore percentuale	-0,6%	-17,4%	NC	-1,5%	-11,7%	-23,1%	-22,6%	NC
		dev std /media	0,6%	23,1%	70,3%	0,2%	2,0%	4,6%	4,5%	-43,2%
caso5	T 7200 s xcorr 100 s	errore percentuale	-0,5%	-7,3%	NC	-1,5%	-11,9%	-23,7%	-23,1%	NC
		dev std /media	0,5%	18,3%	54,1%	0,2%	1,7%	4,1%	4,0%	-40,1%

tabella B - 3

modo 4

caso	specifiche		f	r	costanti modali					
					0	1/6 L	1/2 L	2/3 L	5/6 L	L
caso 1	T 1800 s xcorr 25 s	errore percentuale	0,3%	37,2%	NC	0,9%	7,1%	12,1%	11,9%	NC
		dev std /media	0,5%	19,4%	55,7%	1,4%	5,9%	9,6%	9,5%	39,0%
caso 2	T 3600 s xcorr 50 s	errore percentuale	0,2%	19,4%	NC	0,9%	6,1%	9,8%	9,7%	NC
		dev std /media	0,4%	17,0%	43,2%	0,8%	3,8%	6,3%	6,2%	33,9%
caso 3	T 7200 s xcorr 50 s	errore percentuale	0,2%	18,3%	NC	0,7%	5,2%	8,1%	8,0%	NC
		dev std /media	0,3%	12,9%	35,3%	0,9%	4,0%	6,8%	6,7%	29,2%
caso 4	T 3600 s xcorr 100 s	errore percentuale	0,2%	10,9%	NC	0,8%	5,6%	9,2%	9,1%	NC
		dev std /media	0,4%	17,5%	39,6%	0,7%	3,1%	5,1%	5,1%	34,6%
caso5	T 7200 s xcorr 100 s	errore percentuale	0,2%	10,2%	NC	0,8%	5,4%	8,6%	8,5%	NC
		dev std /media	0,3%	13,5%	31,7%	0,7%	3,1%	5,3%	5,2%	28,6%

tabella B - 4

modo 5

caso	specifiche		f	r	costanti modali					
					0	1/6 L	1/2 L	2/3 L	5/6 L	L
caso 1	T 1800 s xcorr 25 s	errore percentuale	0,0%	35,4%	NC	-7,9%	NC	9,1%	4,1%	NC
		dev std /media	0,2%	7,6%	2570,0%	12,7%	48,7%	-25,1%	-26,5%	38,7%
caso 2	T 3600 s xcorr 50 s	errore percentuale	0,0%	14,8%	NC	-8,4%	NC	-0,9%	-4,1%	NC
		dev std /media	0,2%	6,5%	137,4%	6,6%	40,1%	-18,6%	-20,0%	30,6%
caso 3	T 7200 s xcorr 50 s	errore percentuale	0,0%	17,7%	NC	-9,1%	NC	-2,3%	-5,6%	NC
		dev std /media	0,1%	4,9%	145,9%	5,4%	36,2%	-15,0%	-16,3%	26,3%
caso 4	T 3600 s xcorr 100 s	errore percentuale	-0,1%	-0,7%	NC	-7,2%	NC	-3,3%	-6,5%	NC
		dev std /media	0,2%	7,0%	96,9%	6,1%	36,8%	-16,6%	-17,7%	29,0%
caso5	T 7200 s xcorr 100 s	errore percentuale	-0,1%	4,4%	NC	-8,0%	NC	-4,2%	-7,4%	NC
		dev std /media	0,1%	5,4%	91,2%	5,1%	31,5%	-14,2%	-15,2%	21,7%

tabella B - 5

modo 6

caso	specifiche		f	r	costanti modali					
					0	1/6 L	1/2 L	2/3 L	5/6 L	L
caso 1	T 1800 s xcorr 25 s	errore percentuale	0,1%	32,8%	35,4%	56,6%	12,2%	-29,7%	-39,6%	12,9%
		dev std /media	0,3%	9,1%	17,1%	11,3%	17,2%	22,4%	23,5%	16,6%
caso 2	T 3600 s xcorr 50 s	errore percentuale	0,1%	22,6%	50,5%	68,3%	28,8%	-11,3%	-23,5%	30,9%
		dev std /media	0,2%	7,2%	16,0%	9,9%	16,7%	18,8%	20,9%	15,6%
caso 3	T 7200 s xcorr 50 s	errore percentuale	0,0%	22,5%	55,9%	66,5%	30,6%	-12,3%	-25,0%	33,3%
		dev std /media	0,1%	5,3%	14,5%	10,7%	15,4%	17,0%	18,6%	14,6%
caso 4	T 3600 s xcorr 100 s	errore percentuale								
		dev std /media								
caso5	T 7200 s xcorr 100 s	errore percentuale								
		dev std /media								

tabella B - 6

modo 7

caso	specifiche		f	r	costanti modali					
					0	1/6 L	1/2 L	2/3 L	5/6 L	L
caso 1	T 1800 s xcorr 25 s	errore percentuale	0,1%	32,4%	0,1%	0,0%	NC	-0,1%	0,0%	-0,2%
		dev std /media	0,1%	6,3%	0,4%	0,0%	69,4%	-1,8%	-1,8%	-1,9%
caso 2	T 3600 s xcorr 50 s	errore percentuale	0,1%	16,7%	0,1%	-0,1%	NC	-0,6%	-0,5%	-0,7%
		dev std /media	0,1%	4,9%	0,3%	0,0%	34,7%	-1,4%	-1,4%	-1,4%
caso 3	T 7200 s xcorr 50 s	errore percentuale	0,0%	16,6%	0,1%	0,0%	NC	-0,5%	-0,5%	-0,6%
		dev std /media	0,1%	3,5%	0,3%	0,0%	24,8%	-1,5%	-1,4%	-1,5%
caso 4	T 3600 s xcorr 100 s	errore percentuale	0,0%	8,7%	0,0%	-0,1%	NC	-0,7%	-0,7%	-0,9%
		dev std /media	0,1%	5,0%	0,2%	0,0%	34,8%	-1,2%	-1,2%	-1,2%
caso5	T 7200 s xcorr 100 s	errore percentuale	0,0%	9,1%	0,1%	-0,1%	NC	-0,7%	-0,6%	-0,8%
		dev std /media	0,1%	3,6%	0,2%	0,0%	27,6%	-1,2%	-1,2%	-1,2%

tabella B - 7

C. Filtraggi

Tutti i risultati ottenuti e di conseguenza anche grafici riportati, sono stati ottenuti previo filtraggio delle popolazioni di dati in output al programma di analisi. Per effettuare tale filtraggio sono stati usati due criteri: il criterio dell'analisi di forma e il criterio di Chauvenet.

Il primo stabilisce quale sia la famiglia di deformate più numerosa all'interno della popolazione di deformate di un determinato modo di vibrare. Per famiglia di deformate si intende un insieme di deformate che abbia in ogni punto lo stesso segno della derivata prima, ossia il medesimo susseguirsi di tratti di crescita e decrescita della deformata. Le deformate appartenenti alla popolazione che non appartengono a tale famiglia vengono dunque scartate.

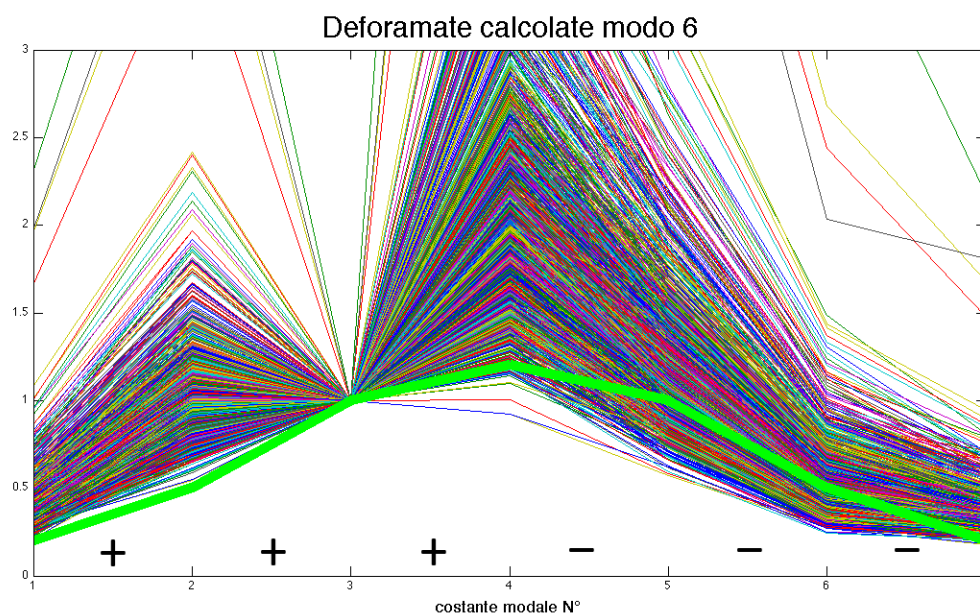


figura C - 1

nella figura C - 1 viene diagrammata la popolazione di deformate ottenute per il modo 6, vengono inoltre riportati i segni della derivata della famiglia di deformate più numerosa che rispecchiano l'andamento della deformata teorica riportata in verde chiaro. Il risultato del filtraggio secondo l'analisi di forma viene dunque riportato in figura C - 2.

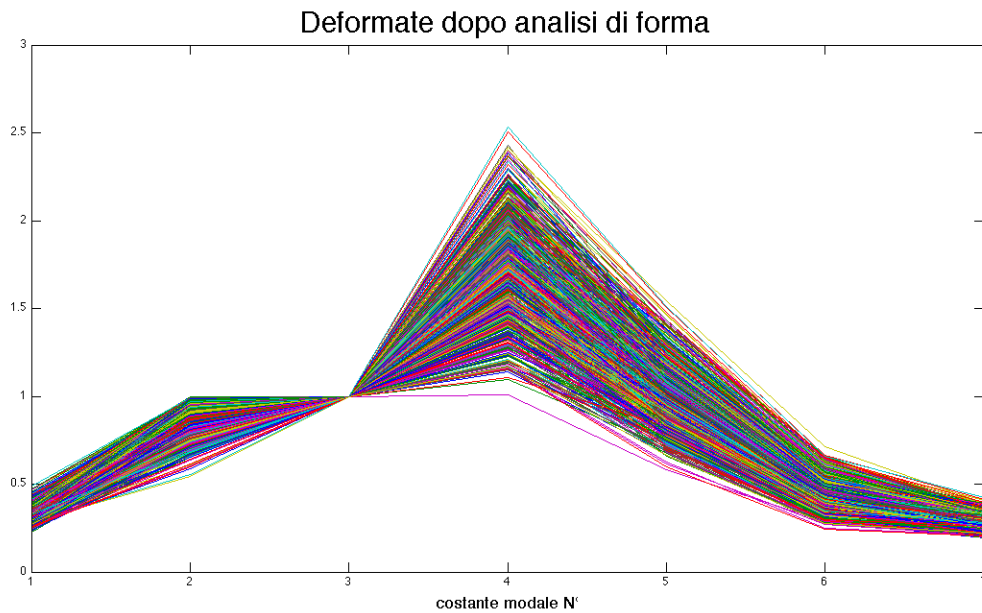


figura C - 2

Tutte le deformate presentano ora lo stesso andamento della deformata prima.

Il criterio di Chauvenet è una metodologia per l'identificazione degli outlier all'interno di una distribuzione statistica. Si basa sul calcolo della probabilità che un dato si trovi a una certa distanza dalla media, stabilendo un valore di distanza oltre il quale i dati vengono scartati. In questo caso, nel caso in cui il valore di una costante modale venga scartato viene scartata tutta la deformata modale corrispondente. I calcoli di probabilità sono stati eseguiti approssimando le distribuzioni dei dati analizzati con delle distribuzioni normali.

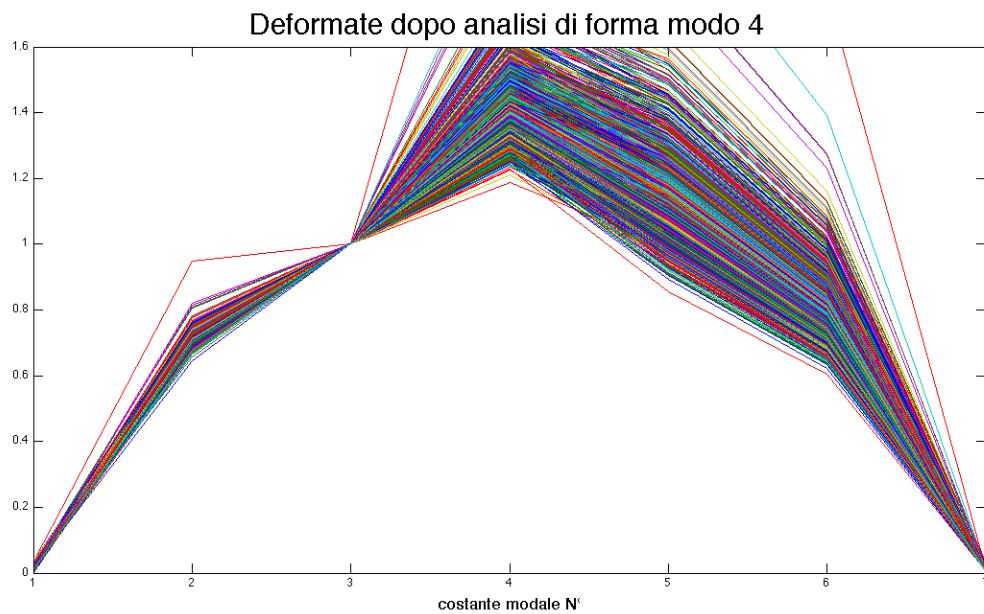


figura C - 3

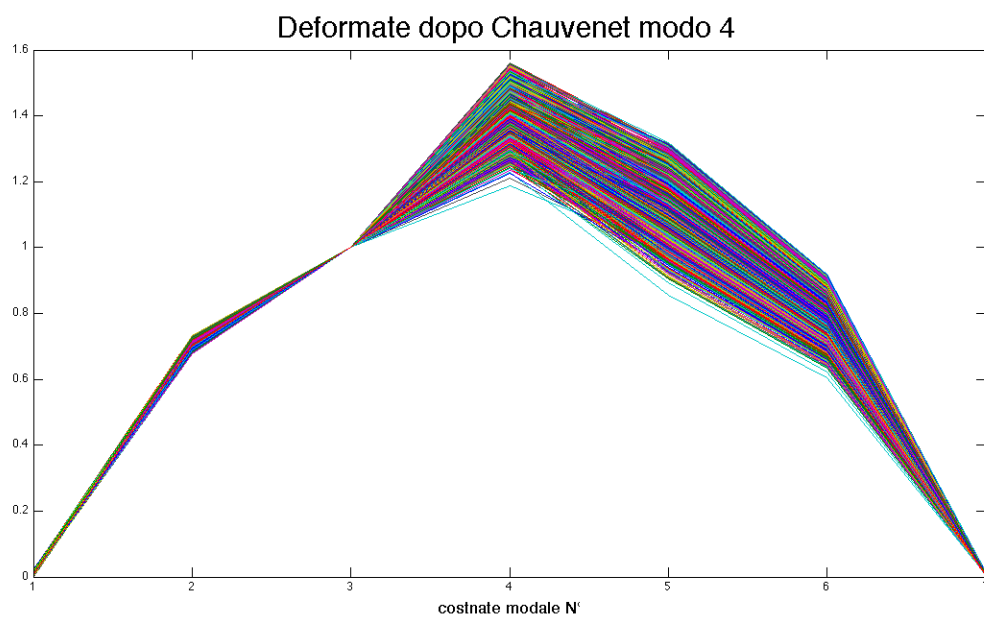


figura C - 4

Confrontando figura C - 3 e figura C - 4, è possibile notare l'effetto del filtraggio mediante l'analisi di Chauvenet.

Occorre precisare che nel momento in cui una deformata viene scartata, vengono scartati anche i valori di frequenza e smorzamento corrispondenti, ritenendo che siano essi la causa o almeno una delle cause dell'errore sulla deformata. Alla luce dei risultati ottenuti nel terzo capitolo accorrerebbe rivedere tale procedura in modo da scartare solamente i dati della deformata.

Bibliografia

- [1] B. Peeters, H. Van der Auweraer, P. Guillaume, J. Leuridan, “The PolyMAX frequency-domain method: a new standard for modal parameter estimation?”, *Shock and Vibration* 11 (2004), 395–409.
- [2] ISO/IEC GUIDE 98-3/Suppl.1:2008(E), “Uncertainty of measurement”, Part 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM:1995), Supplement 1: Propagation of distributions using a Monte Carlo method.
- [3] Alessandro Cattaneo, Stefano Manzoni, Marcello Vanali, “Applicazione del metodo Montecarlo per la stima dell’incertezza associata all’identificazione dei parametri modali di una struttura civile ai fini dello Structural Health Monitoring”, Politecnico di Milano, 2010.
- [4] Matteo Redaelli, “Analisi modale operativa per il monitoraggio di grandi strutture civili: il caso dello stadio Meazza di Milano”, Tesi di laurea, Politecnico di Milano, AA 2004-2005.
- [5] Mauro Crespi, Matteo Di Benedetti, “Sviluppo ed implementazione di un algoritmo per l’analisi modale automatica e continuativa di una struttura civile ai fini dello Structural Health Monitoring”, Tesi di laurea, Politecnico di Milano, AA 2007-2008.
- [6] Daniel Balageas, Claus-Peter Fritzen, Alfredo Güemes, “Structural Health Monitoring”, ISTE Ltd, 2006.
- [7] Alessandro Caprioli, “Monitoraggio strutturale dello stadio G. Meazza in Milano”, Tesi di laurea, Politecnico di Milano, AA 2004-2005.
- [8] Irene Moroni, “Introduzione al metodo Montecarlo”, Università degli studi di Firenze (2006).
- [9] AA. VV., “Analysis of in-service vibration data from a sports stadium”, proceedings of IMAC – XXIII, Society for Experimental Mechanics Inc., 2005.

- [10]The Institution of Structural Engineers, The Department of Transport, Local Government and the Regions, The Department of Culture, Media and Transport, “Dynamic performance for permanent grandstands subject to crowd action – Interim guidance on assessment and design”, The institution of Structural Engineers, 2001.
- [11]J. T. Kim, N. Stubbs, “Improved damage identification method based on modal information”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 252, 2002.
- [12]C. P. Fritzen, D. Jennewein, T. Kiefer, “Damage detection based on model updating methods”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1998.
- [13]C. R. Farrar, S. W. Doebling, “An overview of modal-based damage identification methods”, *proceedings of DAMAS Conference*, June 1997.
- [14]J. M. W. Brownjohn, H. Hao, T. C. Pan, “Assessment of structural condition of bridges by dynamic measurement”. *Applied Research Project RG*, 2001.
- [15]G. De Roeck, “The state-of-the-art of damage detection by vibration monitoring: the SIMCES experience”, *Journal of Structural Control*, Vol. 10, April/June 2003.
- [16]J. Maeck, B. Peeters, G. De Roeck, “Damage identification on the Z24 bridge using vibration monitoring”, *Smart Materials and Structures*, Vol. 10, June 2001.
- [17]D. Del Fatto, A. Guerrato, “Analisi Modale Sperimentale come base per il monitoraggio strutturale permanente: il caso delle tribune del secondo anello dello stadio G. Meazza di Milano”, *Tesi di laurea, Politecnico di Milano, AA 2005-2006*.
- [18]L. Chierichetti, “Monitoraggio dello stadio G. Meazza: analisi dei dati volta alla ricerca di parametri significativi a fini diagnostici”, *Tesi di laurea, Politecnico di Milano, AA 2007-2008*.
- [19]M. Pietralunga, “Modellazione F.E. di un settore delle tribune del terzo anello dello stadio G. Meazza di Milano: analisi numerica e sperimentale”, *Tesi di laurea, Politecnico di Milano, AA 2005-2006*.
- [20]A. Cigada, A. Caprioli, M. Redaelli, M. Vanali, “Vibration testing at Meazza stadium: Reliability of operational modal analysis to Health Monitoring Purposes”, *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 2007.

- [21]A. Cigada, M. Vanali, E. Zappa, A. Caprioli, "Misure di vibrazione sullo stadio Meazza 2003-2004", Relazione prova su commissione, Sezione di Misure Tecniche Sperimentali, Dipartimento di Meccanica, Politecnico di Milano, 2004.
- [22]Giorgio Diana, Federico Cheli, "Dinamica e vibrazione dei sistemi meccanici", 2° volume, libreria UTET.
- [23]Marcello Vanali, Alfredo Cigada, "Long term operational modal analysis of a stadium gradstand to structural health monitoring purposes", IEEE Workshop on Environmental, Energy and Structural Monitoring System, 2009.
- [24]G. D'Antona, A. Ferrero, "Digital signal processing for measurement systems: theory and applications (information technology: transmission, processing and storage)", Springer, 2006.
- [25]B. Peters, F. Vanhollebeke, H. Van der Auweraer, "Operational PolyMAX for estimating the dynamic properties of a stadium structure during a football game".
- [26]B. Peeters, G. Lowet, H. Van der Auweraer, J. Leuridan, "A new procedure for modal parameter estimation" , Sound and Vibration, Gennaio 2004.
- [27]Mehdi Batel, Bruel & Kjaer, "Operational Modal Analysis – Another way of doing modal testing", Sound and Vibration, Agosto 2002.
- [28]Parta P. Sarkar, "New identification methods applied to the response of flexible bridge to wind" Phd thesis, The Johns Hopkins University, Baltimore, 1992.
- [29]D. J. Ewins, "Modal Testing: Theory, Practice and Applications", second edition, Research Studies Press LTD, 2000.
- [30]D. C. Montgomery, G. C. Runger, N. F. Hubele, "Statistica per l'ingegneria", Egea, 2004
- [31]"Evaluation of measurement data – guide to the expression of uncertainty in measurement", JCGM 2008