

POLITECNICO DI MILANO

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio



DECOMPOSIZIONE ED EURISTICA
LAGRANGIANA PER OTTIMIZZARE LA
PIANIFICAZIONE DEL TRASPORTO DI MERCI
PERICOLOSE IN GALLERIA

relatore: **prof. Maurizio Bruglieri**

correlatore: **prof. Roberto Maja**

Tesi di laurea di:

Alessandro Laurita

Matricola 708822

ANNO ACCADEMICO 2010/2011

*Sempre devi avere in mente Itaca,
raggiungerla sia il pensiero costante.
Soprattutto, non affrettare il viaggio;
fa che duri a lungo, per anni, e che da vecchio
metta piede sull'isola, tu, ricco
dei tesori accumulati per strada
senza aspettarti ricchezze da Itaca.*

*da Itaca
(Konstantinos Kavafis)*

Indice

Abstract	5
Introduzione	7
1 ADR: accordo internazionale sul trasporto di merci pericolose	9
1.1 Aspetti generali dell'Accordo	10
1.2 Classificazione delle gallerie secondo l'ADR	12
1.3 Le gallerie nei paesi a confine con l'Italia	15
1.4 Limiti dell'approccio locale alla classificazione	17
1.5 Descrizione del problema affrontato	20
2 Risoluzione del problema delle gallerie mediante la RO	22
2.1 Cenni storici	23
2.2 L'approccio della RO ai problemi decisionali	24
2.3 Modello di programmazione bilivello per il problema delle gallerie	26
2.4 Trasformazione in modello monolivello	29
2.5 La difficoltà computazionale	31
3 Ricerca di una soluzione subottima	35
3.1 Cenni teorici sul rilassamento lagrangiano	36
3.2 Rilassamento e decomposizione lagrangiana del problema (<i>PG</i>) .	37
3.3 La ricerca dei moltiplicatori ottimi per il problema (<i>PG</i>): il metodo del sottogradiente	41
3.4 L'euristica lagrangiana	44
4 Analisi dei risultati	47
4.1 Casi studio: stima della durata computazionale	48
4.2 Interventi per abbreviare i tempi di calcolo	50
4.3 Analisi dei risultati ottenuti	54
Conclusioni e sviluppi futuri	57

INDICE

A Carte tematiche / Codice AMPL	59
A.1 Tunnel categoria B in Lombardia	60
A.2 Tunnel categoria C in Lombardia	61
A.3 Tunnel categoria D in Lombardia	62
A.4 preSolve.mod	63
A.5 preSolve-Lombardia.run	64
A.6 phase1+updateUB.mod	69
A.7 phase1+updateUB3.1.mod	72
Bibliografia	81

Elenco delle figure

1.1	Governi che hanno sottoscritto l'ADR	10
1.2	Gestione di un sistema semplice con una galleria	18
1.3	Gestione errata di un sistema complesso di gallerie	19
1.4	Gestione corretta di un sistema complesso di gallerie	19
2.1	Diagramma di flusso di un processo decisionale	25
2.2	Conservazione del flusso in una rete di nodi ed archi	28
2.3	Vincoli di divieto di transito nelle gallerie chiuse	28
2.4	Potenziali associati ai nodi di una rete	30
2.5	Famiglie dei problemi divise per classi di complessità	33
3.1	Esempio di funzione $L^*(\lambda)$ nel caso di un solo moltiplicatore . . .	37
3.2	Diagramma di flusso dell'algoritmo risolutivo	46
4.1	Andamento dei bound del problema dell'istanza <i>Lecco</i>	49
4.2	Esempio di rappresentazione grafica della soluzione subottima . .	52
4.3	Andamento dei bound del problema per l'istanza <i>Lombardia</i> . . .	53
4.4	Classificazione gerarchica delle gallerie: paradosso merce tossica .	55
4.5	Classificazione libera delle gallerie	56
A.1	Mappa tematica delle gallerie di categoria B in Lombardia	60
A.2	Mappa tematica delle gallerie di categoria C in Lombardia	61
A.3	Mappa tematica delle gallerie di categoria D in Lombardia	62

Elenco delle tabelle

1.1	Recepimenti delle direttive CE da parte dell'Italia	11
1.2	Paesi applicanti restrizioni ai tunnel secondo l'ADR	13
1.3	Restrizioni al trasporto di merce nelle gallerie di categoria B . . .	14
1.4	Restrizioni al trasporto di merce nelle gallerie di categoria C . . .	14
1.5	Restrizioni al trasporto di merce nelle gallerie di categoria D . . .	15
2.1	Elenco decisioni ammissibili di apertura/chiusura delle gallerie . .	27
4.1	Pre-processamento dei dati delle istanze <i>Lecco</i> e <i>Lombardia</i>	48
4.2	Tempi di calcolo e valori delle soluzioni (<i>Lecco</i>)	50
4.3	Tempi di calcolo e valori delle soluz. (<i>Lombardia</i> : istanza completa)	50
4.4	Statistiche sui flussi di merce pericolosa in Lombardia	51
4.5	Pre-processamento dei dati dell'istanza ridotta della <i>Lombardia</i> .	51
4.6	Tempi di calcolo e valori delle soluz. (<i>Lombardia</i> : istanza ridotta)	51
4.7	Confronto tra le soluzione subottime	54

Abstract (italiano)

Questa tesi nasce da un problema reale legato alla necessità di gestire gli accessi in galleria delle merci pericolose su strada secondo quanto previsto dall'ADR 2011 (*European Agreement concerning the international carriage of Dangerous goods by Roads*). Lo scopo è di minimizzare il rischio globale relativo alla circolazione delle merci pericolose attraverso la pianificazione ottima dell'apertura/chiusura delle gallerie. Gli studi in ambito trasportistico mettono in evidenza la necessità sia di considerare il problema da un punto di vista globale sia di conoscere i flussi di traffico tra le coppie origine-destinazione. La disponibilità di tali dati per la regione Lombardia ha permesso l'utilizzo di un modello di *Programmazione Matematica bilivello* generando un problema di tipo PLIM (*Programmazione Lineare Intera Mista*). Il problema di ottimizzazione che ne deriva rientra nella cosiddetta classe dei problemi NP-difficili ed è quindi necessario abbandonare la ricerca di una soluzione ottima concentrandosi su algoritmi risolutivi subottimi. Per le caratteristiche del problema, si è scelto di procedere con un *rilassamento lagrangiano* finalizzato alla sua *decomposizione* in sottoproblemi indipendenti. Perciò tali sottoproblemi sono ottimizzabili separatamente utilizzando il *metodo del sottogradiente* per la ricerca dei moltiplicatori ottimi di Lagrange. Infine un'*euristica lagrangiana* inserita all'interno del metodo del sottogradiente controlla il gap tra *lower bound* ed *upper bound* del problema permettendo anche di ridurre i tempi di calcolo per la ricerca dei moltiplicatori ottimi di Lagrange. Il metodo è stato testato con buoni risultati su istanze reali relative al traffico di merce pericolosa della regione Lombardia.

Abstract (english)

This thesis arises from the actual issue of managing the access of dangerous goods into tunnels, in compliance with the norms set forth in the ADR 2011 (*European Agreement concerning the international carriage of Dangerous goods by Road*). The aim of the study is to minimize the global risk related to the circulation of dangerous goods by means of an optimal planning of the opening/closure of tunnels. Recent studies in the transport sector stress the necessity of giving a general overview of the problem and at the same time analysing the shipment of hazardous materials from their origins o to destinations d . The availability of this information for the Lombardy Region has enabled us to use a *Bilevel model* based on *Mathematical Programming* which generates a MILP problem (*Mixed Integer Linear Programming*). This optimization problem could be included among the so called "NP-hard" problems, this means that the research of the optimal solution shall be switched to the study of suboptimal resolving algorithms. According to the characteristics of the problem, we have decided to focus on a *Lagrangian relaxation* oriented to the *decomposition* of the problem into independent subproblems. Hence, these subproblems could be optimized separately using the *subgradient method* in order to searching the optimal Lagrange multipliers. Furthermore a *Lagrangian Heuristic* applied to the subgradient method is able to control the gap between the *lower bound* and the *upper bound* of the problem, thus reducing the time necessary for searching the optimal Lagrangian multipliers. This method has been tested with satisfactory results on actual issues related to the traffic of dangerous goods by road in the Lombardy Region.

Introduzione

Questo lavoro nasce da un problema reale legato alla necessità di gestire gli accessi in galleria delle merci pericolose su strada secondo quanto previsto dal regolamento ADR¹. Tale accordo impone ai paesi aderenti una pianificazione dell'apertura/chiusura delle gallerie con lo scopo di minimizzare il rischio globale che deriva dalla circolazione delle merci pericolose su strada.

Gli studi in ambito trasportistico mettono in evidenza che non è sufficiente un'analisi di rischio legata alla singola galleria e al relativo percorso alternativo per l'insorgere di "paradossi" i quali mostrano che una mitigazione solo locale del rischio potrebbe non corrispondere ad una riduzione del rischio dal punto di vista globale. La necessità di considerare il problema da un punto di vista globale non può prescindere dalla conoscenza dei flussi di traffico di merce pericolosa tra le coppie origine-destinazione sull'intero territorio.

Nonostante un'alta attenzione legislativa sulla sicurezza del trasporto delle merci pericolose, i dati su questo tipo di traffico non sono oggi ancora disponibili in forma disaggregata; tuttavia una metodologia proposta in [11] ha permesso la stima indiretta dei flussi di merce pericolosa tra le coppie origine-destinazione per il territorio della regione Lombardia. Questi dati rendono possibile l'utilizzo di un modello di *Programmazione Matematica bilivello* opportunamente ricondotto attraverso la *teoria della dualità debole-forte* ad un problema monolivello di tipo PLIM (*Programmazione Lineare Intera Mista*) [1].

Il problema di ottimizzazione che ne deriva rientra nella cosiddetta classe dei problemi NP-difficili ossia non risolvibili in *tempo polinomiale*². È quindi impensabile la ricerca di una soluzione ottima per risolvere istanze di grandi dimensioni come quelle reali. Occorre pertanto concentrarsi su algoritmi euristici che forniscono cioè *soluzioni subottime*.

Per le caratteristiche riguardanti i vincoli del problema PLIM qui considerato, si è scelto di procedere con un rilassamento lagrangiano e sua decomposizione in sottoproblemi indipendenti e quindi ottimizzabili separatamente con un onere computazionale totale di gran lunga inferiore rispetto al PLIM originario.

¹Accordo europeo relativo al trasporto internazionale di merce pericolosa su strada.

²Come sarà spiegato in 2.5 la soglia che separa un problema trattabile da uno non trattabile è la disponibilità o meno di un algoritmo risolutivo *tempo polinomiale o subpolinomiale*.

Introduzione

La ricerca dei moltiplicatori ottimi di Lagrange viene effettuata utilizzando il *metodo del sottogradiente* che generalizza il *metodo del gradiente* alle funzioni non differenziabili come quella qui considerata. Un'*euristica lagrangiana* inserita all'interno del metodo del sottogradiente controlla il gap tra *lower bound* ed *upper bound* del problema; questo permette anche di migliorare il passo di esplorazione dello spazio dei moltiplicatori in modo da ridurre i tempi di calcolo per la ricerca dei moltiplicatori ottimi di Lagrange.

Il metodo è stato testato con buoni risultati su istanze reali relative al traffico di merce pericolosa della regione Lombardia.

Capitolo 1

ADR: accordo internazionale sul trasporto di merci pericolose

L'accordo ADR è il principale regolamento di riferimento per quel che concerne il trasporto di merci pericolose su strada a livello internazionale. Redatto dall'ONU, ha lo scopo primario di armonizzare tra i vari stati le norme di sicurezza attinenti il trasporto su strada di tali merci. La sua struttura è semplice, costituita da un protocollo d'intesa e pochi articoli a cui fanno riferimento due allegati tecnici i quali vengono aggiornati ogni due anni. Attualmente sono 46 i paesi che hanno sottoscritto l'accordo coprendo un vasto territorio dall'Europa all'Asia.

In questo capitolo verranno spiegate le caratteristiche fondamentali dell'ADR soffermandosi in particolare sulla regolamentazione del transito in galleria delle merci pericolose e sulla necessità di classificazione dei tunnel.

1. ADR: accordo internazionale sul trasporto di merci pericolose

1.1 Aspetti generali dell'Accordo

Il trasporto di merce pericolosa necessita più di altri di una particolare e comprensibile attenzione legislativa in materia di sicurezza; tale esigenza si è manifestata a livello internazionale già nel 1957 con la firma dell'ADR, acronimo compatto di *European Agreement concerning the international carriage of Dangerous goods by Road*¹. Tale accordo è stato firmato da alcuni paesi dell'ONU il 30 settembre 1957 a Ginevra, sotto il patrocinio della Commissione Economica per l'Europa, ed è entrato in vigore il 29 gennaio 1968. I paesi che lo sottoscrivono sono attualmente 46 e coprono un vasto territorio che va dall'Europa all'Asia: si veda la figura 1.1.



Figura 1.1 – In verde tutti i paesi che al 2011 hanno sottoscritto l'ADR. Si noti la vasta estensione territoriale - (fonte www.unece.org).

Il testo ufficiale dell'ADR è in lingua francese, il Segretariato dell'UNECE² provvede alla traduzione e pubblicazione in inglese e russo mentre ogni paese aderente fornisce una traduzione ufficiale nella propria lingua. La sua struttura

¹Accordo europeo relativo al trasporto internazionale di merce pericolosa su strada.

²Acronimo per: United Nations Economic Commission for Europe

1. ADR: accordo internazionale sul trasporto di merci pericolose

è semplice, comprende 17 articoli e 2 allegati tecnici (A e B) che regolano i seguenti aspetti relativi al trasporto su gomma di merci pericolose:

- classificazione delle sostanze pericolose in riferimento al trasporto stradale;
- norme e prove che determinano la classificazione come pericolose delle singole sostanze;
- condizioni di imballaggio delle merci, caratteristiche degli imballaggi e dei contenitori;
- modalità costruttive dei veicoli e delle cisterne;
- requisiti riguardanti il mezzo e le modalità di trasporto, compresi i documenti di viaggio;
- esenzioni dal rispetto delle norme dell'Accordo;

Gli allegati tecnici (A e B) vengono aggiornati regolarmente ogni due anni per tener conto dello sviluppo tecnologico e delle nuove esigenze del mondo dei trasporti. L'aggiornamento considera anche gli emendamenti apportati alle *Raccomandazioni ONU* per il trasporto di merci pericolose che contengono, in forma normativa, le disposizioni comuni a tutte le modalità di trasporto.

Per sua natura l'ADR è un accordo volontario tra singoli paesi in vigore anche tra gli stati membri dell'Unione Europea la quale ben presto ha sentito l'esigenza di uniformare le varie legislazioni nazionali in materia. La prima direttiva in merito è stata la 94/55/CE del 24/11/1994 e l'UE, in seguito agli emendamenti che ogni due anni aggiornano l'accordo ADR, emana una nuova direttiva alla quale tutti gli stati membri sono chiamati ad adeguarsi. La tabella 1.1 mostra i recepimenti da parte dello Stato Italiano.

ADR	Direttiva UE	recepimento	in vigore dal
1995	94/55/CE	DM 04/09/96	03/12/96
1997	96/86/CE	DM 15/05/97	01/07/97
1999	1999/7/CE	DM 28/09/99	23/10/99
2001	2001/7/CE	DM 21/12/01	01/01/03
2003	2003/28/CE	DM 20/06/03	30/06/03
2005	2004/111/CE	DM 02/08/05	30/06/05
2007	2006/89/CE	DM 03/01/07	30/06/07
2009	2008/68/CE	DM 27/01/10	13/03/10
2011	2010/61/CE	DM 03/01/10	18/02/11

Tabella 1.1 – Recepimenti delle direttive CE da parte dell'Italia emanate dall'Unione Europea in concomitanza degli aggiornamenti dell'ADR.

1. ADR: accordo internazionale sul trasporto di merci pericolose

Ci si sofferma su tre recenti ed importanti aggiornamenti dell'ADR per meglio inquadrare e comprendere lo scopo di questo lavoro che, si ricorda, è incentrato sulla gestione degli accessi in galleria delle merci pericolose:

- con la pubblicazione nel 2001 del documento ECE/TRANS/140 (ADR 2003) gli allegati A e B subiscono una profonda ristrutturazione che li porta ad assumere la forma attualmente in uso;
- con l'ADR 2007 vengono standardizzate su scala internazionale le restrizioni al transito di merce pericolosa in galleria. Stabilito un periodo di transizione, entro il 01/01/2010 ogni paese firmatario ha abrogato le normative vigenti in materia di trasporto in galleria uniformandosi all'Accordo anche sul territorio nazionale;
- a partire dalla direttiva 2008/68/CE, l'UE richiede agli stati membri un unico recepimento delle nuove prescrizioni in materia di trasporto su strada (ADR), su ferro (RID) e vie navigabili (ADN).

Attualmente la versione più recente dell'Accordo è l'ADR 2011 [30], che comprende gli emendamenti pubblicati con il documento ECE/TRANS/215.

Deroghe ben precise alle prescrizioni armonizzate tra paesi aderenti all'Accordo sono regolate dall'ADR stessa: la procedura prevede la firma di un Accordo Multilaterale tra un *paese iniziatore* ed uno o più *paesi sottoscrittenti*.

1.2 Classificazione delle gallerie secondo l'ADR

Come spiegato nel paragrafo 1.1, il documento ECE/TRANS/215 rappresenta l'emendamento al regolamento ADR attualmente in vigore (ADR 2011 [30]). Le restrizioni al transito di merce pericolosa all'interno delle gallerie stradali sono contenute nell'allegato A capitolo 1.9.5 e nell'allegato B capitolo 8.6: ogni gestore della rete stradale è tenuto a classificare le gallerie di sua pertinenza al fine di assegnarne i criteri di accesso. La classificazione deve essere giustificata da un'analisi del rischio razionale che tenga conto delle caratteristiche della galleria, delle modalità di gestione sia del traffico che delle emergenze, nonché della presenza di itinerari alternativi ragionevolmente praticabili. La stessa galleria può essere inclusa in più categorie a seconda dell'ora del giorno e/o del giorno della settimana.

La classificazione delle gallerie si basa sull'ipotesi di esistenza di tre principali pericoli che possono causare un alto numero di vittime o provocare seri danni alla struttura dei tunnel: esplosioni, rilascio di gas o vapori tossici, incendi. Di conseguenza si stabiliscono cinque categorie di gallerie che presentano restrizioni al transito di merce pericolosa seguendo un criterio gerarchico. Nel dettaglio:

1. ADR: accordo internazionale sul trasporto di merci pericolose

categoria A nessuna restrizione al trasporto di merce pericolosa;

categoria B restrizione all'accesso per le merci che possono provocare esplosioni molto intense (tabella 1.3);

categoria C restrizioni all'accesso per le merci che possono rilasciare gas tossici oltre a quelle già previste per la categoria B (tabella 1.4);

categoria D restrizioni all'accesso per le merci che possono provocare vasti incendi oltre a quelle già previste per le categorie B e C (tabella 1.5);

categoria E restrizione a tutti i tipi di merce pericolosa;

Ogni paese aderente all'Accordo può quindi utilizzare la metodologia che ritiene più opportuna per la valutazione del rischio e la classificazione delle gallerie; tuttavia le difficoltà decisionali sono diverse (per esempio: diversa conformazione territoriale³, implicazioni politico-sociali sul territorio⁴) e pertanto le nazioni che hanno adottato delle restrizioni di accesso ai tunnel secondo quanto previsto dal capitolo 1.9.5 dell'Accordo risultano ancora soltanto 11 sul totale di 46 firmatari (maggiori dettagli in tabella 1.2).

Nazioni applicanti restrizioni ai tunnel (ADR 1.9.5)					
Belgio	(3)	Gran Bretagna	(9)	Svezia	(9)
Danimarca	(1)	Norvegia	(6)	Svizzera	(15)
Francia	(2)	Olanda	(25)	Turchia	(15)
Germania	(*)	Rep.Ceca	(7)		

(settembre 2011)

Tabella 1.2 – Paesi applicanti restrizioni ai tunnel con accanto indicato il numero di gallerie classificate secondo quanto previsto dall'ADR - fonte: www.unece.org.
(* dato non disponibile)

Un ritardo nell'applicazione della normativa da parte di molti paesi può ritenersi comprensibile, tuttavia analizzando più attentamente i dati in tabella 1.2 è evidente che, anche in assenza di un completo censimento delle gallerie, alcuni paesi hanno preso in considerazione solo una parte dei tunnel che interessano la loro rete stradale. È questo il caso della Francia che al momento gestisce secondo quanto previsto dall'ADR solo il traforo del Monte Bianco e quello del Fréjus⁵. Tale approccio si può giustificare anche considerando la difficoltà d'applicazione di una metodologia di tipo puntuale che preveda un'analisi di rischio relativa ad

³Il 37% delle gallerie europee si trova in Italia mentre in Gran Bretagna solo il 2%. Fonte congresso FIMA, Gressoney (AO), 21/01/2009.

⁴La chiusura di un tunnel implica ripercussioni sui territori coinvolti dal percorso alternativo, tra cui la responsabilità dei soccorsi in caso d'incidente.

⁵Comunicazioni ufficiali dei governi all'UNECE - fonte: www.unece.org

1. ADR: accordo internazionale sul trasporto di merci pericolose

ogni singola galleria. Al di là della correttezza dell'approccio (se ne discuterà in 1.4) i paesi aventi un alto numero di gallerie hanno naturalmente maggiori difficoltà nell'attuare un approccio puntuale; si consideri che il 37% delle gallerie stradali europee si trova in Italia, il 21% in Norvegia, il 12% in Austria e man mano gli altri paesi europei con percentuali al di sotto del 10%⁶.

Di seguito vengono mostrate tre tabelle riassuntive sulle restrizioni al traffico di merce pericolosa in galleria suddivise per categoria di rischio.

Classe	Sottogruppo	Prodotto esemplificativo
1	Gruppi di compatibilità A e L	Tritolo
3	Codice D	Nitroglicerina
4.1	Codice D, DT e sost. autoreattive tipo B	Esplosivi desensibilizzati
5.2	Perossidi organici di tipo B	

Quando la massa di esplosivo è maggiore di 1000 kg

1	Divisioni 1.1, 1.2 e 1.5 (eccetto gruppi A e L)	Bombe, cartucce, mine, razzi
---	---	------------------------------

Quando il prodotto è trasportato in cisterne

2	Codice F, TF e TFC	GPL, eteri, butadiene
4.2	Gruppo di imballaggio I	
4.3	Gruppo di imballaggio I	
5.1	Gruppo di imballaggio I	

Tabella 1.3 – Restrizioni al trasporto di merce nelle gallerie di categoria B

Classe	Sottogruppo	Prodotto esemplificativo
1	Divisioni 1.1, 1.2 e 1.5 (eccetto gruppi A e L)	Bombe, cartucce, mine, razzi
	Divisione 1.3 gruppi di compatibilità H e J	Razzi a combustibile liquido
7	UN Nos. 2977 e 2978	Uranio

Quando la massa di esplosivo è maggiore di 5000 kg

1	Divisione 1.3 gruppi di compatibilità C e G	Fumogeni, fuochi pirotecnici
---	---	------------------------------

Quando il prodotto è trasportato in cisterne

2	Codice T, TC, TO e TOC	Cloro, fluoro, ammoniaca
3	Gruppo di imballaggio I cod. FC, FT e FTC	Ammine, isocianati, pesticidi
6.1	Gruppo di imballaggio I cod. TF1 e TFC	Cianuri
8	Gruppo di imballaggio I cod. CT1	Idrazina

Tabella 1.4 – Restrizioni al trasporto di merce nelle gallerie di categoria C

⁶Fonte congresso FIMA, Gressoney (AO), 21/01/2009.

1. ADR: accordo internazionale sul trasporto di merci pericolose

Classe	Sottogruppo	Prodotto esemplificativo
1	Divisione 1.3 gruppi di compatibilità C e G	Fumogeni, fuochi pirotecnici
2	Codice F, FC, T, TF, TC, TO, TFC e TOC	Gas infiammabili o tossici
4.1	Sostanze autoreattive di tipo C, D, E e F UN Nos. 2956, 3241, 3242 3251	
5.2	Perossidi organici di tipo C, D, E e F	
6.1	Gruppo di imballaggio I cod. TF1 e TFC	Cianuri
8	Gruppo di imballaggio I cod. CT1	Idrazina
9	Codice M9 e M10	Sost. trasportate a caldo
Quando il prodotto è trasportato in cisterne o grandi quantità		
3	Gruppo di imballaggio I e II cod. F2	Benzina
4.2	Gruppo di imballaggio II	Carbone, farina di pesce
4.3	Gruppo di imballaggio II	Metalli in polvere
6.1	Gruppo di imballaggio I cod. TF2 e TW1 Gruppo di imballaggio II cod. TF, TFC e TW1	
8	Gruppo di imballaggio I cod. CF1, CFT e CW1	
9	Codice M2 e M3	

Tabella 1.5 – Restrizioni al trasporto di merce nelle gallerie di categoria D

1.3 Le gallerie nei paesi a confine con l'Italia

Se l'ADR ha lo scopo principale di armonizzare i criteri di sicurezza relativi al trasporto di merce pericolosa su strada, l'UE persegue l'obiettivo di un'armonizzazione soprattutto legislativa tramite lo strumento delle *direttive comunitarie*. Tuttavia i paesi che hanno aderito ed applicato l'Accordo (tabella 1.2) hanno adottato approcci e soluzioni diverse per la classificazione delle gallerie sul proprio territorio⁷. Questa situazione ha condotto a risultati divergenti come ad esempio la Repubblica Ceca e la Svizzera: la prima classifica 7 gallerie tutte in *categoria A* mentre la seconda 15 gallerie tutte in *categoria E*.

La divergenza tra le soluzioni può avere diverse spiegazioni: l'applicazione dell'ADR a tutte le gallerie del territorio nazionale è una recente richiesta e presumibilmente non ancora consolidata (si rimanda all'ADR 2007 in 1.1); l'Accordo stesso, che per sua natura è composto da linee guida, lascia grande libertà d'applicazione ad ogni paese; la possibilità di trasporto intermodale delle merci pericolose può incentivare la chiusura dei tunnel ma anche una soglia di accettabilità del rischio troppo bassa può portare ugualmente alla chiusura precauzionale delle gallerie.

La situazione dei paesi a confine con l'Italia è altrettanto eterogenea e non sono poche le difficoltà relative alla soluzione di un problema apparentemente sem-

⁷Comunicazioni ufficiali dei governi all'UNECE - fonte: www.unece.org

1. ADR: accordo internazionale sul trasporto di merci pericolose

plice come quello della classificazione dei tunnel su territori ad elevata incidenza di percorsi in galleria.

La **Francia** al momento classifica due trafori alpini adottando un atteggiamento avverso al rischio. Secondo il decreto del dipartimento della Savoie [27] il traforo stradale del Fréjus è classificato in *categoria C* ma è consentito il transito di merce esplosiva con accompagnamento dalle ore 23.00 alle ore 5.00; autonomamente la società concessionaria italiana del tunnel (SITAF) sta sperimentando un sistema di monitoraggio con termocamere con lo scopo d'individuare un veicolo trasportante merce in surriscaldamento o con principio d'incendio⁸.

Per quanto riguarda il traforo del Monte Bianco si ricorda il grave incidente del 1999 che provocò un vasto incendio, 39 morti e 300 milioni di euro di danni all'infrastruttura. Il traforo fu riaperto al traffico nel 2002 dopo aver investito 400 milioni di euro per il ripristino e l'ammodernamento del tunnel, installando oltre 35000 punti di controllo, 3860 sensori di temperatura, 120 telecamere di monitoraggio del traffico⁹. Tuttavia il traforo del Monte Bianco è stato classificato in *categoria E* (la più restrittiva) dal dipartimento dell'Haute-Savoie [26] in accordo con la Regione Autonoma della Valle d'Aosta [28] specificando il divieto per gas e carburanti ed estendendo il divieto in territorio italiano anche all'autostrada A5 e alla SS26, quest'ultima rappresentante un percorso alternativo al tunnel per il flusso di traffico diretto in Francia.

La **Svizzera**, come accennato sopra, gestisce in totale 15 gallerie distribuite sulla rete stradale nazionale e cantonale. La legislazione svizzera [32] dichiara tutte le gallerie in categoria E (accesso negato ad ogni tipo di merce pericolosa) respingendo l'ADR 2007 e successivi in materia di classificazione delle gallerie reputando più restrittiva la legislazione nazionale. L'emendamento proposto dal governo svizzero [31] direttamente all'UNECE riporta la seguente motivazione: *[...] il problema principale risiede nel rispetto dei quantitativi minimi esenti da regolazione, poiché il nuovo accordo permetterà il trasporto su gomma di quantitativi considerevoli di merce pericolosa. Inoltre un confronto tra la legislazione svizzera in vigore e la nuova regolazione dei tunnel prevista dall'ADR mostra che sarebbe possibile mantenere gli attuali standard di sicurezza in Svizzera solo introducendo un massiccio monitoraggio del traffico nei tunnel che si tradurrebbe in un considerevole investimento aggiuntivo. [...]*

L'emendamento proposto dalla Svizzera è stato accettato nei termini previsti dall'Accordo stesso ed è entrato in vigore il 1 gennaio 2007. Attualmente è consentito il trasporto di merce pericolosa solo su ferro.

L'**Austria** e la **Slovenia** rappresentano un esempio di collaborazione per una valutazione condivisa del rischio associato al trasporto di merci pericolose ed un adeguamento comune degli standard costruttivi delle future gallerie [29].

⁸ *Progetto Portale Termografico* - fonte: www.sitaf.it

⁹ Agenzia di gestione del Tunnel del Monte Bianco - fonte: www.atmb.net

1. ADR: accordo internazionale sul trasporto di merci pericolose

Tale studio si basa sul modello TuRisMo¹⁰ sviluppato dal ministero dei trasporti austriaco. Di seguito una breve descrizione del metodo adottato che il lettore potrà approfondire consultando gli articoli relativi ([9], [16]).

Nel periodo 2006-2007 il ministero austriaco dei trasporti in collaborazione con la polizia stradale ha provveduto ad una raccolta dati riguardanti la tipologia, la quantità e le destinazioni delle merci pericolose. Sulla base di questo database sono stati costruiti 9 scenari di rischio definiti *severi*, ovvero sovrastimando flussi di traffico e/o rischi relativi, basati sul DG-QRAM¹¹. Un'opportuna scelta dei pesi da associare ad ogni scenario ne genera uno standard che insieme agli altri scenari viene rappresentato sul piano F/M (Frequenza/Magnitudo) estrapolando così una curva di accettabilità del rischio. Per quanto riguarda il rischio associato alle gallerie, esso è descritto da una matrice in funzione delle caratteristiche del tunnel (lunghezza e tipo di ventilazione) e del traffico medio giornaliero che l'attraversa.

Da una prima analisi risulta che su circa la metà dei tunnel austriaci grava un rischio accettabile tanto da suggerire una classificazione di tipo A. Per tutti gli altri tunnel si apre una seconda fase di analisi che prevede l'indagine di un percorso alternativo adeguato al traffico pesante. La galleria viene chiusa se il percorso alternativo genera un rischio per la popolazione coinvolta inferiore a quello stimato per l'attraversamento in galleria, altrimenti si dovrà cercare un altro percorso alternativo allargando il raggio di ricerca.

Attualmente né l'Austria né la Slovenia hanno ancora comunicato la classificazione ufficiale dei tunnel sul loro territorio nazionale.

1.4 Limiti dell'approccio locale alla classificazione

Classificare una galleria secondo quanto previsto dell'ADR costituisce un problema di non facile soluzione; fin qui si è messo in evidenza come non tutti i paesi siano ancora giunti ad una classificazione definitiva e non sia ancora diffusa una metodologia comune. L'approccio locale basato sull'analisi di ogni singola galleria è sicuramente la soluzione più immediata al problema che l'ADR approfondisce considerando per ogni galleria chiusa anche l'analisi di rischio del percorso alternativo. Tuttavia su di essa gravano tre limiti che si vuole evidenziare rifacendosi alla tesi [11]:

1. elevato numero di analisi puntuali da compiere;
2. decisione dipendente dai flussi di merce pericolosa tra le diverse coppie *od*;
3. differenza tra minimizzazione locale e globale del rischio.

¹⁰ Acronimo per *Tunnel Risk Model*

¹¹ *Dangerous Goods Quantitative Risk Assessments Model*

1. ADR: accordo internazionale sul trasporto di merci pericolose

Per chiarire il significato del punto 1 si richiama l'attenzione sull'approccio dell'Austria e Slovenia (paragrafo 1.3): una volta stabilita la soglia di accettabilità del rischio, se un percorso in galleria dovesse superare tale soglia allora si dovrà cercare un percorso alternativo con rischio inferiore; se necessario si estenderà il raggio di ricerca allontanandosi man mano dal tunnel chiuso.

È comprensibile come tale soluzione possa essere adottata per analizzare un numero ragionevolmente limitato di gallerie. Si consideri che solo nella regione Lombardia sono presenti 111 tunnel di lunghezza superiore ai 500 m; ne consegue l'impossibilità di un'applicazione del metodo locale.

Il punto 2 riguarda i flussi di merce pericolosa. In figura 1.2(a) è descritto un sistema semplice avente una galleria, due coppie origine-destinazione (o_1d_1 , o_2d_2) ed i valori di rischio unitario¹² associati ad ogni percorso. Quindi per esempio attraversare il tunnel per il percorso tra o_1d_1 comporta un rischio unitario di 100 mentre tra o_2d_2 un rischio unitario di 80. Inoltre si noti che per ogni coppia od è previsto un percorso alternativo alla galleria.

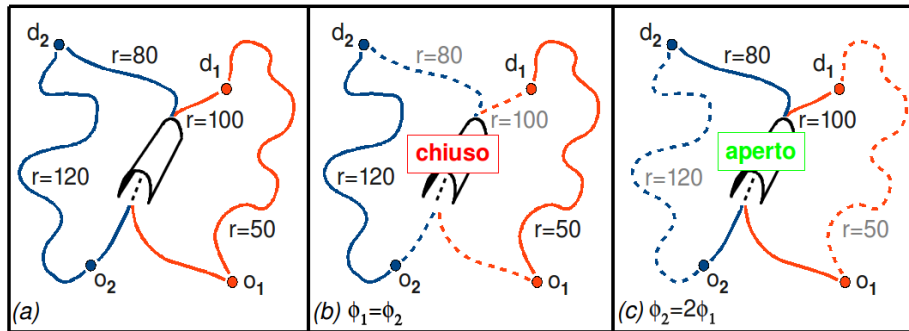


Figura 1.2 – Gestione di un sistema semplice con una galleria

Nel caso in figura 1.2(b) si ipotizza che i flussi di merce siano equivalenti $\phi_1 = \phi_2$: dunque il rischio globale associato ai percorsi in galleria risulta $100 + 80 = 180$ mentre i percorsi alternativi comportano un rischio di $50 + 120 = 170$. Quindi la decisione che minimizza il rischio globale è chiudere la galleria.

Si noti invece il caso in figura 1.2(c) dove s'ipotizzano flussi di merce $\phi_2 = 2\phi_1$: il rischio globale per i percorsi in galleria è $100 + 2(80) = 260$ mentre per percorsi alternativi è di $50 + 2(120) = 290$. Si noti come la decisione che minimizza il rischio globale è di aprire la galleria diversamente da quanto stabilito in precedenza poiché diversa è la configurazione del sistema che dipende anche dai flussi di merce pericolosa.

Il punto 3 sottolinea come la decisione ottima globale non necessariamente coincida con le decisioni ottime locali. Si osservi il sistema in figura 1.3(a) con un

¹²Il valore è una quantità adimensionale ricavata da una funzione utilità [11].

1. ADR: accordo internazionale sul trasporto di merci pericolose

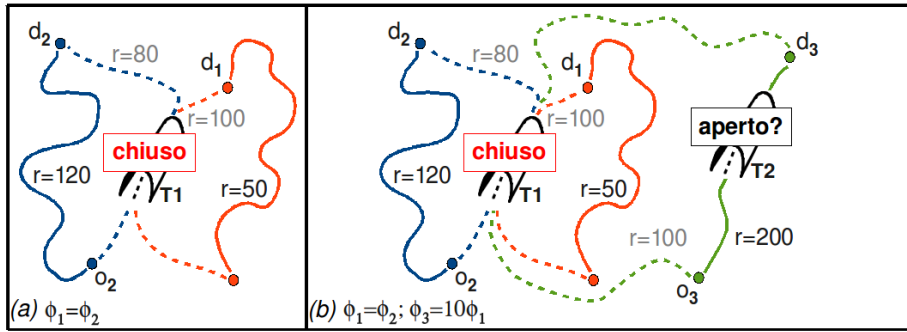


Figura 1.3 – Gestione errata di un sistema complesso di gallerie

solo tunnel T_1 gestito all'ottimo locale. In figura 1.3(b) il nuovo sistema include una nuova coppia o_3d_3 passante per una nuova galleria T_2 e prevede come percorso alternativo il passaggio per la galleria T_1 . Si vuole mostrare che per minimizzare il rischio globale del nuovo sistema T_1 - T_2 , la decisione ottima sulla galleria T_1 potrebbe essere diversa rispetto a quella che si avrebbe considerando separatamente ogni galleria. Perciò la decisione ottima del sistema T_1 - T_2 non può essere ottenuta a partire dalle decisioni ottime locali sulle singole gallerie. Infatti se si mantiene la decisione ottima locale di chiudere T_1 , di conseguenza l'unica decisione ammissibile resta aprire T_2 con rischio globale $R = 2170$. L'approccio corretto è mostrato in figura 1.4(a) dove il sistema viene considera-

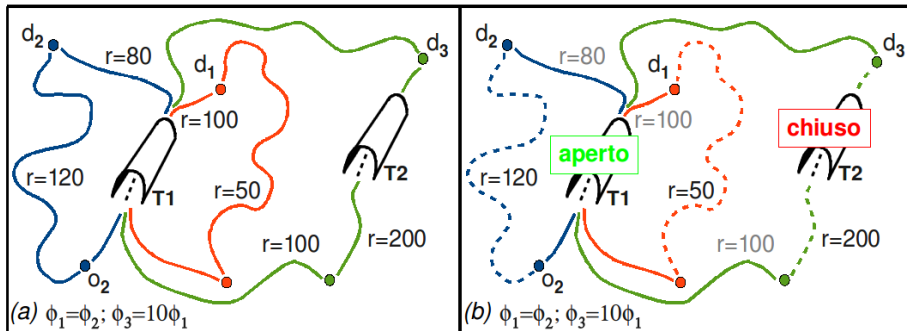


Figura 1.4 – Gestione corretta di un sistema complesso di gallerie

to fin dall'inizio nel suo complesso mettendo in evidenza tutte le gallerie, tutti i percorsi e tutti i flussi di merce pericolosa minimizzando così il rischio globale sull'intero sistema. La decisione ottima in figura 1.4(b) che prevede T_1 aperto e T_2 chiuso genera il minimo rischio globale che vale $R^{min} = 1180$, diversamente da quanto risulterebbe seguendo il procedimento mostrato in figura 1.3. Si è messo quindi in evidenza come l'approccio locale al problema fallisce non

1. ADR: accordo internazionale sul trasporto di merci pericolose

solo quando il numero di variabili decisionali risulta elevato (numero di gallerie), ma anche quando si persegue solo l'ottimo locale. Infatti l'unione di decisioni ottime locali non garantisce di ottenere la decisione ottima globale.

1.5 Descrizione del problema affrontato

Il problema della gestione ottima di apertura/chiusura delle gallerie per minimizzare il rischio totale relativo al trasporto di merce pericolosa (per brevità "problema delle gallerie"), assume determinate caratteristiche che si vuole qui sintetizzare alla luce delle osservazioni di cui sopra.

È importante sottolineare che l'approccio risolutivo al problema debba essere globale e, come spiegato in 1.4 ai punti 1 e 3, non può basarsi esclusivamente sull'analisi del rischio delle singole gallerie nemmeno se si considera anche il rischio associato ai percorsi alternativi alle gallerie chiuse. Inoltre risulta indispensabile conoscere il flusso di merce pericolosa per ogni coppia od come evidenziato in 1.4 al punto 2.

Si assumono come **input** del problema:

$N \equiv \{1, \dots, n\}$ insieme dei *nod*i della rete stradale;

$A \subseteq N \times N$ insieme degli *archi* della rete che possono essere al più tanti quanti il prodotto cartesiano $N \times N$;

$T \subseteq A$ insieme dei *tunnel* T definito come sottoinsieme di A ;

$H \equiv \{1, \dots, h\}$ insieme delle tipologie di merce pericolosa trasportata;

$OD \subseteq N \times N$ matrice *origine-destinazione*, dove le coppie od possono essere al più tante quante il prodotto cartesiano $N \times N$;

$\phi_{od}^h \quad \forall (o, d) \in OD, \forall h \in H$ flusso di merce pericolosa definita per ogni coppia od e per ogni tipologia di merce h ;

$r_{ij}^h \quad \forall (i, j) \in A, \forall h \in H$ rischio associato ogni arco ij e ad ogni tipologia h di merce trasportata;

$c_{ij} \quad \forall (i, j) \in A$ costo di percorrenza di ogni arco ij .

La soluzione del problema è la decisione di apertura/chiusura delle gallerie che minimizza il rischio totale R relativo al trasporto di merce pericolosa da ogni origine o verso ogni destinazione d , garantendo con tale decisione che nessuna coppia od risulti disconnessa. Pertanto l'**output** è un vettore binario \underline{y} di cardinalità $|T \times H|$ tale che:

$$y_{t_1 t_2}^h = \begin{cases} 1 & \text{se la galleria è aperta} \\ 0 & \text{se la galleria è chiusa} \end{cases} \quad \forall (t_1 t_2) \in T, \forall h \in H;$$

1. ADR: accordo internazionale sul trasporto di merci pericolose

La disponibilità dei dati è un problema che accomuna diversi studi riguardanti la sicurezza del trasporto delle merci pericolose¹³ e che oggi coinvolge diversi milioni di mezzi pesanti sulla rete stradale di tutta Europa¹⁴. A tal proposito una metodologia proposta per la gestione delle gallerie della regione Lombardia è stata sviluppata da P. Gandini in [11] e prevede la stima indiretta dei valori di rischio e flusso di merce pericolosa basata sull'analisi di dati ufficiali evitando così qualsiasi tipo di rilievo diretto sul campo. Nello specifico il valore di rischio associato ad ogni arco stradale è quantificato come popolazione esposta, ovvero numero di abitanti che sarebbero coinvolti in caso d'incidente su quell'arco stradale entro un certo raggio d'influenza. Per quanto riguarda i flussi di merce pericolosa espressi in tonnellate, essi sono stati stimati come quota parte del traffico pesante a partire dal *Conto Nazionale Trasporti 2004* elaborato dall'ISTAT. Infine il territorio della regione Lombardia è stato diviso in zone garantendo una sufficiente capacità descrittiva senza eccedere con le dimensioni della matrice *OD*.

L'obiettivo di questo lavoro quindi è quello di proporre una metodologia che analizzi e descriva il problema dal punto di vista **globale** e che sia capace di gestire automaticamente un elevato numero di variabili alla luce di quanto spiegato in 1.4. La Ricerca Operativa offre gli strumenti adatti al raggiungimento di questo obiettivo che verrà spiegato nel capitolo 2.

¹³Ad esempio: www.goodroute-eu.org.

¹⁴Una stima esatta non è possibile poiché ad oggi non esiste un censimento o un controllo dei flussi di merce pericolosa.

Capitolo 2

Risoluzione del problema delle gallerie mediante la Ricerca Operativa

La Ricerca Operativa nasce negli anni '40 del XX secolo ed è oggi considerata una scienza consolidata. Trae origini dalla formulazione di problemi di economia, ingegneria e matematica confluiti successivamente in un metodo comune. Per sua natura è quindi multidisciplinare: in principio utilizzata per scopi militari, ha presto trovato svariate applicazioni in campo civile.

Verranno qui forniti alcuni cenni storici ed aspetti generali della RO per poi giungere alla formulazione del problema di pianificazione dell'apertura/chiusura delle gallerie che si vuole risolvere. Infine verrà spiegato qual è il confine tra un problema trattabile ed uno non trattabile.

2. Risoluzione del problema delle gallerie mediante la RO

2.1 Cenni storici

La Ricerca Operativa (abbreviazione RO) ha origine dalla traduzione del termine inglese *Operations Research* coniato per descrivere quella disciplina che si occupa della *ricerca del modo migliore di condurre le operazioni*; in origine s'intendevano le operazioni militari legate allo svolgimento della seconda guerra mondiale. Nel 1940 il prof. Blackett dell'Università di Manchester riunì un gruppo di esperti per organizzare lo studio delle intercettazioni radar per la protezione dagli attacchi aerei. Il gruppo era formato da personaggi di provenienza molto diversa tanto da essere battezzato "circo Blackett" ed il termine, forse inconsciamente, evidenziava già allora la multidisciplinarietà.

Ben presto seguirono altre applicazioni, inizialmente di stampo militare sviluppate dalle forze armate USA e inglesi, come la scelta dei bersagli da colpire, la gestione dei porti e dei rifornimenti; successivamente anche in campo civile per esempio nella pianificazione della produzione industriale o nella programmazione del traffico ferroviario.

Anche nell'ex URSS i problemi di pianificazione furono studiati a lungo nel periodo tra le due guerre mondiali, infatti nel 1939 il matematico russo Kantorovich, in una sua pubblicazione rimasta sconosciuta per vent'anni in occidente, utilizzò per primo il modello di *programmazione lineare* applicato alla pianificazione della produzione industriale. Parallelamente negli USA l'economista matematico olandese Koopmans formulò nel 1942 il "tipico" problema dell'economia ovvero determinare l'utilizzo migliore delle risorse per un'impresa, affermando che tali studi andrebbero risolti prendendo in prestito nozioni di altre discipline quali la matematica e l'ingegneria.

Nel 1975 Kantorovich e Koopmans riceveranno il premio Nobel per l'economia il quale può essere considerato la prima presa di coscienza del fatto che la RO avesse ormai raggiunto un quadro ampio e consolidato grazie al contributo d'importanti studiosi tra i quali spiccano i nomi di Dantzig, Kuhn-Tucker, Wolf, Leontief e Nash.

Oltre all'economia e l'ingegneria, anche la matematica ha fornito importanti contributi alla RO affrontando problemi noti fin dal XVIII secolo come il problema dei cammini ottimi, dei cicli, degli alberi di copertura, che oggi sono alla base della *teoria dei grafi* e dell'*ottimizzazione combinatoria*. Le possibilità offerte dagli strumenti di calcolo attuali hanno consentito di passare dai problemi di esistenza della soluzione ai problemi di ottimizzazione con applicazioni alle attività quotidiane: si pensi che il problema della pulizia delle strade di una città deriva dall'estensione di un problema posto da Eulero nel 1736.

Nel mondo moderno, caratterizzato da contesti estremamente dinamici e complessi, la RO è diventata un valido strumento di supporto alle decisioni che trova ancora oggi importanti margini di sviluppo: si pensi ai calcolatori moderni che permettono la soluzione di problemi formulati e poi abbandonati solo qualche

2. Risoluzione del problema delle gallerie mediante la RO

decennio fa; si consideri il settore della *teoria dei sistemi* con il suo impulso di tipo teorico-modellistico che trova svariate applicazioni dal campo medico alla finanza, dall'ingegneria alle dinamiche sociali; si guardino infine gli studi sul genoma umano e la biologia computazionale che rappresentano applicazioni della RO davvero impensabili fino a qualche anno fa.

2.2 L'approccio della RO ai problemi decisionali

Le numerose applicazioni della RO sono legate alla necessità di *ottimizzare*, una necessità presente quasi in ogni ambito del mondo reale là dove si configura un *problema decisionale* che si può definire tutte le volte che si presentano queste due condizioni (cfr. Bruglieri e Colorni [6]):

- esistenza di diverse soluzioni al problema
- possibilità di ordinare tali soluzioni secondo un obiettivo

Mentre in altre discipline scientifiche l'attenzione è rivolta alla descrizione delle soluzioni di un problema e allo studio delle loro proprietà (per esempio esistenza ed unicità), la RO non ha finalità descrittive e non avrebbe motivo di operare nel caso di un problema con un'unica soluzione. Lo schema classico di un processo decisionale supportato dalla RO è illustrato in figura 2.1 che mette in evidenza cinque fasi solo apparentemente distinte:

- prima fase: individuazione del **problema**, quasi sempre affiancata dal committente con il quale è necessario relazionarsi per poter comprendere e separare gli aspetti decisionali del problema suscettibili di cambiamento dagli elementi che non possono variare quindi non soggetti a decisioni. Inoltre è importante aiutare il committente a riferire quali siano i *vincoli* che regolano il problema ed i criteri di preferenza tra le alternative. Infine bisogna procedere alla raccolta dei dati considerando tutte le problematiche legate alla loro disponibilità.
- seconda fase: costruzione del **modello** matematico che rappresenta il momento più delicato di astrazione e schematizzazione del problema reale: gli aspetti decisionali vengono rappresentati da variabili mentre opportuni vincoli, espressi da relazioni matematiche tra le variabili, fanno sì che queste assumano solo valori compatibili con la realtà del problema.
- terza fase: scelta dell'**algoritmo** risolutivo ovvero quel procedimento computazionale inteso come sequenza finita di istruzioni coerenti capaci di elaborare l'insieme dei dati in ingresso. Un algoritmo *esatto* oppure uno *approssimato* sono capaci di trovare la soluzione ottima; se invece la soluzione fornita non è ottima (ma comunque ammissibile) allora l'algoritmo è detto *euristico* e la soluzione subottima. In ogni caso è necessario

2. Risoluzione del problema delle gallerie mediante la RO

implementare le istruzioni dell'algoritmo in un opportuno linguaggio di programmazione in modo da ottenere un *codice* fruibile da un calcolatore.

- quarta fase: utilizzo di un **software** di risoluzione dotato di un'interfaccia grafica che renda il programma utilizzabile anche da chi non ha implementato il codice.
- quinta fase: analisi della **soluzione** in termini di *coerenza* del modello rispetto alla realtà e di *correttezza* del codice/software. Il procedimento non termina qui perché, come mostrano le frecce in figura 2.1, se i riscontri dei risultati ottenuti non fossero soddisfacenti sarà necessario ritornare alle fasi precedenti.

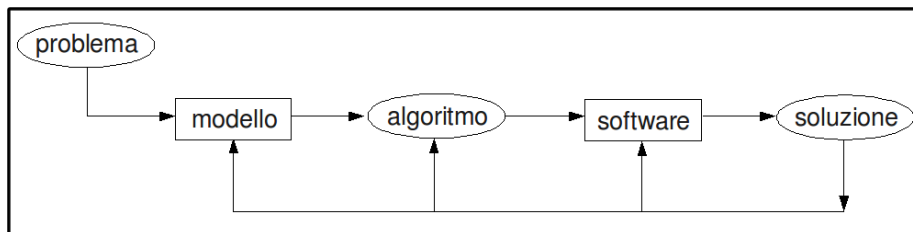


Figura 2.1 – Diagramma di flusso di un processo decisionale dove la soluzione fornisce un importante riscontro del processo stesso con possibilità di modifiche delle fasi precedenti.

Il caso più semplice di problema decisionale è quello della *Programmazione Matematica* (per brevità *PM*) che ha la caratteristica di avere:

- un insieme di *variabili decisionali* le quali descrivono le decisioni che interessano il problema in esame
- una *funzione obiettivo* da ottimizzare in base alle variabili sopra descritte
- una regione delle *soluzioni ammissibili* che si definisce in base ai *vincoli* sulle variabili decisionali

La modellizzazione di un generico problema di PM assume la seguente forma:

$$\begin{aligned} &\min f(x); \\ &\text{con } x \in X; \end{aligned}$$

dove $f(x)$ è la funzione obiettivo, x è il vettore delle variabili decisionali, $X \subseteq \mathbb{R}^n$ è la *regione ammissibile* e rappresenta l'insieme delle soluzioni che soddisfano tutti i vincoli del problema.

2. Risoluzione del problema delle gallerie mediante la RO

In sintesi un problema di PM si presenta come un problema di ricerca di un minimo vincolato, ovvero di una soluzione ottima

$$x^* \in X : f(x^*) \leq f(x) \quad \forall x \in X$$

2.3 Modello di programmazione bilivello per il problema delle gallerie

Si vuole ora modellizzare il problema della pianificazione dell'apertura/chiusura delle gallerie descritto nel paragrafo 1.5. Si noti che in tale problema l'obiettivo non è calcolare ed "imporre" un percorso a rischio minimo per ogni trasporto di merce pericolosa¹, ma quello di prendere una *decisione di pianificazione* sulla chiusura dei tunnel in modo che sia minimo il rischio totale del trasporto di merce pericolosa di tutte le coppie *od* sulla rete risultante.

Perciò la decisione di chiusura dei tunnel deve essere presa a monte (decisione di pianificazione) per esempio da una autorità di rete e solo successivamente in funzione di questa decisione gli autotrasportatori sceglieranno il percorso a loro più conveniente (ovvero a costo minimo) evitando le gallerie chiuse.

Lo schema decisionale appena descritto è quindi di tipo gerarchico: il primo decisore, chiamato *leader*, si pone come obiettivo la minimizzazione del rischio globale potendo decidere quali tunnel chiudere al traffico di merce pericolosa. Il decisore *follower*, costituito dall'insieme dei trasportatori, è tenuto ad adattarsi a tale decisione e non potrà percorrere le gallerie il cui transito è stato vietato; quindi si porrà come obiettivo la minimizzazione del costo reattivo al proprio viaggio selezionando tra i percorsi rimasti disponibili.

È necessario sottolineare che le decisioni del *leader* non possono rendere inaccessibile una destinazione; pertanto in assenza di un percorso alternativo all'attraversamento di una galleria l'autorità non può procedere alla chiusura di quella galleria altrimenti l'intera soluzione risulterebbe inaccettabile per l'insieme dei trasportatori. Un modello decisionale gerarchico di questo tipo viene chiamato *problema di ottimizzazione bilivello*, tali problemi possono essere formulati mediante modelli di *programmazione matematica bilivello*.

Un modello bilivello del problema è stato proposto da Amaldi e Bruglieri in [2] e prevede che i decisori *leader* e *follower* agiscano solo sulle variabili decisionali di loro competenza: il leader sulle variabili binarie $y_{t_1 t_2}^h$ (per brevità \underline{y}) che valgono 1 se la galleria $t_1 t_2$ è aperta al passaggio della classe di merce pericolosa h , 0 se è chiusa; il follower sulle variabili x_{ij}^{hod} (per brevità \underline{x}) che valgono 1 se l'arco ij è attraversato dall'autotrasportatore con origine o e destinazione d che

¹Questa soluzione sarebbe facilmente calcolabile con un algoritmo efficiente (per esempio Dijkstra) ma irrealizzabile perché occorrerebbe controllare che ogni trasportatore segua il percorso "imposto" e non un altro più conveniente.

2. Risoluzione del problema delle gallerie mediante la RO

trasporta la merce pericolosa di classe h , 0 altrimenti. Nel dettaglio:

decisore leader (autorità di rete) (P₁)

$$\min_{\underline{y}} \sum_{h \in H} \sum_{(o,d) \in OD} \sum_{(i,j) \in A} r_{ij}^h \phi_{od}^h x_{ij}^{hod} \quad (2.1)$$

soggetto ai vincoli :

$$y_{t_1 t_2}^{h_1} \leq y_{t_1 t_2}^{h_2} \quad \forall (t_1, t_2) \in T, \forall h \in H, h_1 < h_2; \quad (2.2)$$

con x_{ij}^{hod} soluzioni del follower P₂

decisore follower (autotrasportatori) (P₂)

$$\min_{\underline{x}} \sum_{h \in H} \sum_{(o,d) \in OD} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}^{hod} \quad (2.3)$$

soggetto ai vincoli :

$$\sum_{(j,i) \in A} x_{ji}^{hod} - \sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^{hod} = \begin{cases} 0 & \text{con } i \neq o \neq d; \\ -1 & \text{con } i = o; \\ 1 & \text{con } i = d; \end{cases} \quad \forall (i, j) \in A, \forall h \in H, \forall (o, d) \in OD; \quad (2.4)$$

$$x_{t_1 t_2}^{hod} \leq y_{t_1 t_2}^h \quad \forall (t_1, t_2) \in T, \forall h \in H; \quad (2.5)$$

L'obiettivo del decisore leader è di minimizzare il rischio globale relativo al trasporto di merce pericolosa. I vincoli del problema sono espressi dalla (2.2) che indicano una gerarchia tra le classi di rischio delle gallerie in accordo con quanto previsto dall'ADR. In assenza di restrizioni sulle decisioni di chiusura, tutte le possibili configurazioni di decisioni sarebbero $2^3 = 8$ considerando 3 classi di rischio e 2 decisioni di apertura/chiusura (1/0). Tuttavia il vincolo (2.2) riduce il numero delle decisioni ammissibili che sono mostrate in tabella 2.1 dove la classe con indice più basso corrisponde alla merce pericolosa di rischio minore. Se una galleria viene chiusa per la classe con indice di rischio maggiore allora dovrà essere chiusa anche per la classe con indice di rischio minore. Analogamente se una galleria resta aperta per la classe con indice di rischio maggiore dovrà essere aperta anche per la classe con indice di rischio minore.

decisioni tunnel ammissibili

h_1 (esplosivi)	0	0	0	1
h_2 (tossici)	0	0	1	1
h_3 (infiammabili)	0	1	1	1

Tabella 2.1 – Elenco decisioni ammissibili di apertura/chiusura delle gallerie

L'obiettivo del decisore follower, ovvero dell'*insieme degli autotrasportatori*, è

2. Risoluzione del problema delle gallerie mediante la RO

quello di minimizzare il costo globale dei trasporti espresso dalla funzione (2.3). Una prima classe di vincoli del problema è espressa dalla (2.4) che descrivono la *conservazione del flusso* attraverso 3 equazioni di bilancio. Si guardi la figura 2.2(a) che rappresenta un generico nodo i dove il bilancio tra flusso entrante e flusso uscente è 0; in 2.2(b) il nodo è un'origine o dove il flusso è solo uscente quindi il bilancio è -1 ; in 2.2(c) il nodo è una destinazione d dove il flusso è solo entrante ed il bilancio risulta 1.

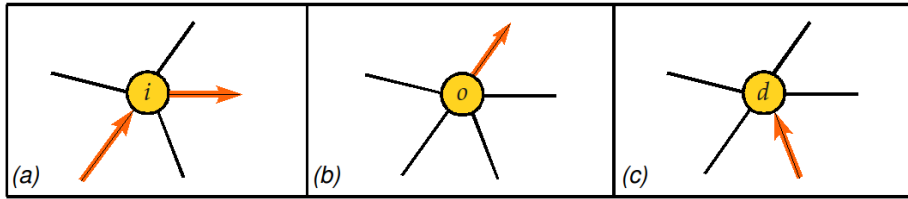


Figura 2.2 – Conservazione del flusso in una rete di nodi ed archi

La seconda classe di vincoli è espressa dalla (2.5) che traduce il *divieto di transito nelle gallerie chiuse*. Si guardino le figure 2.3(a) e 2.3(b) dove la decisione di mantenere aperta una galleria ($y_{t_1 t_2}^h = 1$) consente all'autotrasportatore di scegliere l'attraversamento o meno del tunnel ($x_{t_1 t_2}^{hod} = 1/0$) nel rispetto dei vincoli del problema; infatti in entrambi i casi $1 \leq 1$ e $0 \leq 1$ rispetta la (2.5). Nella figura 2.3(c), dove il tunnel è chiuso ($y_{t_1 t_2}^h = 0$), resta disponibile solo il percorso alternativo che infatti rispetta la (2.5) risultando $0 \leq 0$.

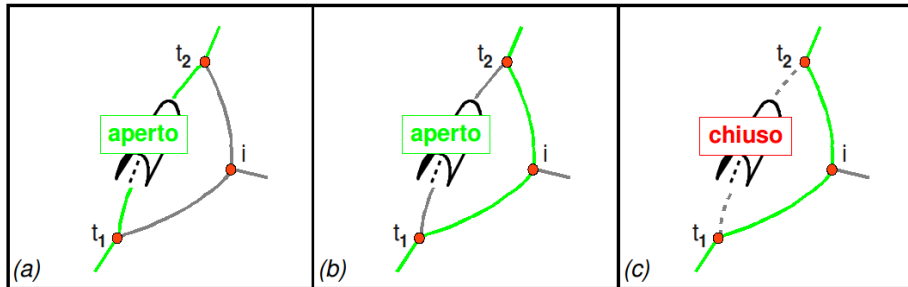


Figura 2.3 – Vincoli di divieto di transito nelle gallerie chiuse

Si sottolineano due caratteristiche del problema follower (P_2) che semplificano l'aspetto computazionale: il primo riguarda la matrice dei vincoli del problema che, essendo *totalmente unimodulare* (TUM), rende le variabili \underline{x} di fatto binarie senza doverlo imporre esplicitamente; il secondo si riferisce alla possibilità per ogni singolo autotrasportatore di ottimizzare ognuno il proprio percorso. A tal proposito si noti che il problema (P_2) può essere diviso in tanti problemi

2. Risoluzione del problema delle gallerie mediante la RO

indipendenti ottimizzabili separatamente fissando di volta in volta una coppia origine-destinazione ed una merce pericolosa. Nel dettaglio:

singolo decisore follower (per h e od fissati) (\mathbf{P}_2^{hod})

$$\min_{\underline{x}} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}^{hod} \quad (2.6)$$

soggetto ai vincoli :

(2.4) conservazione del flusso

(2.5) transito vietato nelle gallerie chiuse

Grazie all'indipendenza di ogni singolo problema (\mathbf{P}_2^{hod}) è possibile affermare che il valore ottimo del problema (\mathbf{P}_2) si può ottenere come somma dei valori ottimi dei singoli problemi (\mathbf{P}_2^{hod}) ovvero:

$$\min_{\underline{x}} \sum_{h \in H} \sum_{(o,d) \in OD} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}^{hod} = \sum_{h \in H} \sum_{(o,d) \in OD} \min_{\underline{x}} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}^{hod}$$

2.4 Trasformazione in modello monolivello

In base alla *teoria della dualità* ogni problema PL, detto *primale*, può essere trasformato in un corrispettivo problema "speculare" chiamato *duale*. I due problemi godono di mutue relazioni e a volte può essere vantaggioso dal punto di vista computazionale risolvere il problema duale in luogo del primale, ottenendo comunque le stesse informazioni sulla soluzione ottima.

Il modello bilivello è composto da due diversi problemi di ottimizzazione descritti in 2.3. Applicando le regole di trasformazione nel primale-duale (cfr. Hillier [14]) al problema follower si ottiene il corrispettivo duale:

problema duale follower ($\mathbf{D2}$)

$$\max_{\underline{\pi}} \pi_d^{hod} - \pi_o^{hod} \quad (2.7)$$

soggetto ai vincoli :

$$\pi_{t_2}^{hod} - \pi_{t_1}^{hod} \leq c_{t_1 t_2} + M(1 - y_{t_1 t_2}^h) \quad \forall (t_1, t_2) \in T, \forall h \in H, \forall (o, d) \in OD; \quad (2.8)$$

$$\pi_j^{hod} - \pi_i^{hod} \leq c_{ij} \quad \forall (i, j) \in A - T, \forall h \in H, \forall (o, d) \in OD; \quad (2.9)$$

dove $\underline{\pi}$ sono le *variabili duali* del problema ($\mathbf{D2}$) associate ai vincoli di conservazione del flusso (2.4) del problema primale (\mathbf{P}_2). Tali variabili duali possono essere interpretate come i *potenziali* associati ai nodi (e.g. [3]) considerando ogni arco come una sorta di spago non elastico annodato in corrispondenza dei nodi del grafo come in figura 2.4(a). Il problema duale ($\mathbf{D2}$) consiste nell'allontanare il più possibile il nodo origine (posizionato a terra poiché il suo potenziale

2. Risoluzione del problema delle gallerie mediante la RO

è nullo) dal nodo destinazione tirando gli spaghi verso l'alto senza romperli: quest'ultima condizione è garantita dai vincoli (2.8) e (2.9)

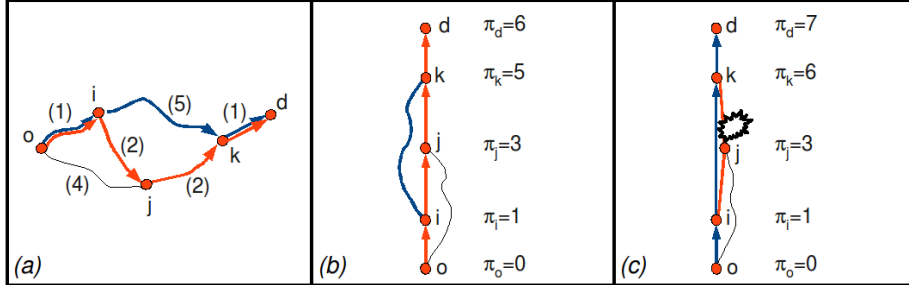


Figura 2.4 – Potenziali associati ai nodi di una rete (i costi di percorrenza relativi ad ogni arco sono indicati tra parentesi). Si noti in (c) la rottura di uno "spago".

Si guardi la figura 2.4(a) dove i costi di percorrenza di ogni arco sono indicati tra parentesi, il percorso a costo minimo è indicato in arancione mentre in blu un percorso non ottimo. La funzione obiettivo duale (2.7) viene correttamente massimizzata in (b) poiché il nodo destinazione è stato "tirato in alto senza rompere gli spaghi" mettendo in evidenza il cammino di costo minimo; in (c) invece, seguendo forzatamente un percorso non ottimo (o, i, k, d), l'arco (jk) si spezza perché viene violata la classe di vincoli (2.9) che impone alla differenza di potenziale tra i nodi j, k di non superare il costo di connessione.

Infine resta da spiegare il significato dei vincoli (2.8) che sono stati introdotti per descrivere la presenza dei tunnel: se la galleria $t_1 t_2$ è aperta per la classe h di merce pericolosa ($y_{t_1 t_2}^h = 1$) allora (2.8) e (2.9) coincidono, se invece la galleria è chiusa ($y_{t_1 t_2}^h = 0$) allora la disequazione (2.8) è banalmente rispettata grazie alla costante M che rappresenta un costo di percorrenza infinito².

Riprendendo il lavoro [1] si vuole ora mostrare come il problema di programmazione bilivello descritto in 2.3 può essere ricondotto ad un problema di programmazione matematica (monolivello).

Applicando il teorema della *dualità debole-forte* (cfr. Hillier [14]) è possibile sostituire l'ottimizzazione del decisore follower (\mathbf{P}_2) con le seguenti relazioni:

- vincoli di ammissibilità primale (2.4) e (2.5);
- vincoli di ammissibilità duale (2.8) e (2.9);
- condizione di *dualità forte*: $f.o. \text{ duale (2.7)} = f.o. \text{ primale (2.6)}$;

dove l'ultima è la condizione necessaria e sufficiente affinché una coppia di soluzioni ammissibili primale-duale sia anche ottima. La relazione è equivalente nella

²Dal punto di vista computazionale M è stato calcolato come somma di tutti i costi di attraversamento associati a tutti gli archi della rete.

2. Risoluzione del problema delle gallerie mediante la RO

forma *f.o. duale* (2.7) \geq *f.o. primale* (2.6) poiché il massimo della *f.o. duale* (2.7) al più coincide con il minimo della *f.o. primale* (2.6). Applicando tale condizione ai problemi (**D2**) e (**P2**) si ottiene:

$$\pi_d^{hod} - \pi_o^{hod} \geq \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}^{hod} \quad \forall (i,j) \in A, \forall h \in H, \forall (o,d) \in OD$$

Sostituendo l'ottimizzazione del problema follower con le relazioni appena elencate, il problema delle gallerie assume la seguente forma:

problema delle gallerie (monolivello) (**PG**)

$$R^* = \min_{\underline{x}, \underline{y}, \underline{\pi}} \sum_{h \in H} \sum_{(o,d) \in OD} \sum_{(i,j) \in A} r_{ij}^h \phi_{od}^h x_{ij}^{hod} \quad (2.10)$$

soggetto ai vincoli :

$$y_{t_1 t_2}^{h_1} \leq y_{t_1 t_2}^{h_2} \quad \forall (t_1, t_2) \in T, \forall h \in H, h_1 < h_2; \quad (2.11)$$

$$\sum_{(j,i) \in A} x_{ji}^{hod} - \sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^{hod} = \begin{cases} 0 & \text{con } i \neq o \neq d; \\ -1 & \text{con } i = o; \\ 1 & \text{con } i = d; \end{cases} \quad \forall (i,j) \in A, \forall h \in H, \forall (o,d) \in OD; \quad (2.12)$$

$$x_{t_1 t_2}^{hod} \leq y_{t_1 t_2}^h \quad \forall (t_1, t_2) \in T, \forall h \in H; \quad (2.13)$$

$$\pi_{t_2}^{hod} - \pi_{t_1}^{hod} \leq c_{t_1 t_2} + M(1 - y_{t_1 t_2}^h) \quad \forall (t_1, t_2) \in T, \forall h \in H, \forall (o,d) \in OD; \quad (2.14)$$

$$\pi_j^{hod} - \pi_i^{hod} \leq c_{ij} \quad \forall (i,j) \in A - T, \forall h \in H, \forall (o,d) \in OD; \quad (2.15)$$

$$\pi_d^{hod} - \pi_o^{hod} \geq \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}^{hod} \quad \forall (i,j) \in A, \forall h \in H, \forall (o,d) \in OD; \quad (2.16)$$

In conclusione si vuole evidenziare come il problema (**P2**), sostituito dalle disuguaglianze di cui sopra (secondo la teoria della dualità debole-forte), risulta ora inglobato all'interno del problema (**P1**) generando così il problema (**PG**) monolivello di Programmazione Lineare Intera Mista (PLIM).

2.5 La difficoltà computazionale

Il problema delle gallerie è stato formulato in riferimento ai flussi di traffico di merce pericolosa che attraversano la rete stradale della regione Lombardia. Nel campo dei trasporti, la modellizzazione del traffico che interessa una rete stradale è soggetta ad un delicato equilibrio tra numero di variabili e complessità

2. Risoluzione del problema delle gallerie mediante la RO

computazionale, ovvero tra precisione della descrizione e capacità di calcolo. Dal punto di vista pratico è necessario effettuare una *zonizzazione* del territorio sufficientemente densa da catturare in modo significativo gli spostamenti tra le zone ed infine disporre di una rete sufficientemente fitta in modo da descrivere realisticamente il traffico.

Una metodologia proposta in [11] per la definizione del rischio ha prodotto una zonizzazione del territorio lombardo in 36 zone più 4 esterne alla regione che generano quindi una matrice OD 40×40 (1560 coppie od). La rete stradale è stata ridotta in modo opportuno valutando la presenza o meno delle strade provinciali in alcuni territori per un totale di 17108 nodi N , 34899 archi x_{ij} . Infine, in accordo con la direttiva ADR, sono state previste 3 tipologie h di merce pericolosa e censiti 111 tunnel y_{t1t2} .

A questo punto è possibile fornire un'idea della difficoltà computazionale osservando il numero delle variabili del problema delle gallerie (PG):

- $1,63 \times 10^8$ variabili continue x_{ij}^{hod}
- 333 variabili binarie y_{t1t2}^h
- $8,00 \times 10^7$ variabili continue π_i^{hod} ed altrettante π_j^{hod}

Tentando di risolvere il problema con CPLEX³ esso resta irrisolvibile a causa dell'importante richiesta di memoria necessaria per allocare 323 milioni di variabili. È quindi solo un problema di disponibilità di memoria?

Una definizione di complessità computazionale basata solo sulla velocità di calcolo e sulla richiesta di memoria sarebbe superata ogni qual volta fosse disponibile un calcolatore più potente. Anche se velocità di calcolo e memoria sono due indicatori d'immediata comprensione, una definizione più solida può essere la seguente (cfr. Brugleri e Colorni [6]): un problema è definito *trattabile* se l'algoritmo che lo risolve ha una complessità espressa da una funzione *polinomiale* o *sub-polinomiale* ed in tal caso l'algoritmo è detto *efficiente* rispetto al tempo di calcolo. Al contrario un algoritmo con una funzione di complessità superiore a quella polinomiale è definito *inefficiente* ed il relativo problema *intrattabile* poiché all'umentare della dimensione delle istanze, raggiunge facilmente tempi di calcolo o quantità di memoria insostenibili.

In informatica teorica la *teoria della complessità computazionale* studia le risorse minime necessarie (tempo di calcolo e memoria) per la soluzione di un problema. I problemi vengono così suddivisi in differenti classi di complessità, come mostrato in figura 2.5, in base all'efficienza del migliore algoritmo (noto) in grado di risolvere quel problema specifico.

Vengono chiamati P i problemi *deterministici a tempo polinomiale* ed NP quelli *non deterministici a tempo polinomiale*. I problemi NP-completi sono i "più

³CPLEX è un risolutore sviluppato dall'IBM interfacciabile con il linguaggio di programmazione AMPL.

2. Risoluzione del problema delle gallerie mediante la RO

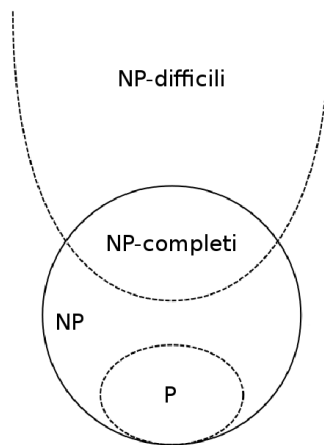


Figura 2.5 – Famiglie dei problemi divise per classi di complessità

difficili” della classe di problemi NP ai quali sono legati da una relazione biunivoca; si dimostra che se si trovasse un algoritmo efficiente per la soluzione di un problema NP-completo allora con quell’algoritmo sarebbe anche possibile risolvere qualsiasi problema NP in un tempo polinomiale.

I problemi P, NP e NP-completi sono problemi *decisionali*, quelli NP-difficili sono problemi di *ottimizzazione* per i quali esiste una relazione biunivoca con i problemi NP-completi: si dimostra che (cfr. Garey e Johnson [12]) se si risolvesse con un algoritmo efficiente un problema NP-difficile allora quell’algoritmo risolverebbe tutti i problemi NP-completi e a ritroso tutti i problemi NP come già spiegato prima.

A questo punto è lecito porsi un dubbio: i problemi per i quali disponiamo attualmente solo di algoritmi *non efficienti* sono intrinsecamente intrattabili oppure non è ancora stato trovato un algoritmo efficiente per risolverli?

Questa domanda costituisce il cuore del dibattito matematico e dell’informatica teorica: anche se non è stata ancora dimostrata la non-esistenza di questi algoritmi, e probabilmente non la si dimostrerà mai, la comunità scientifica tende verso l’ipotesi che i problemi NP-difficili siano intrinsecamente intrattabili.

Amaldi, Bruglieri e Frotz [1] hanno dimostrato mediante riduzione da 3-SAT⁴ che il problema della pianificazione delle gallerie è NP-difficile persino nel caso di una sola coppia *od*. Quindi il problema delle gallerie risulta **intrattabile** non per l’eccessiva richiesta di memoria ma in quanto problema NP-difficile. Alla luce di quanto spiegato è evidente come non sia possibile trovare una soluzione ottima in tempi ragionevoli per istanze così grandi come quella proposta.

⁴Il problema “capostipite” della classe NP-difficile è SAT (abbreviazione di *satisfiability*) ovvero problema di *soddisfacibilità booleana* (master reduction di Cook [12]).

2. Risoluzione del problema delle gallerie mediante la RO

Tuttavia dal punto di vista applicativo non è interessante concentrarsi su una soluzione ottima che non è calcolabile in un tempo ragionevolmente accettabile: piuttosto si ricorre a tecniche risolutive che forniscono soluzioni ammissibili subottime. Una tecnica risolutiva efficace per la risoluzione di problemi di ottimizzazione su larga scala è la *decomposizione lagrangiana* applicata con successo in [5], [20], [24]. Come sarà spiegato nel capitolo 3 questa tecnica meglio si adatta alla risoluzione subottima del problema delle gallerie per minimizzare il rischio di trasporto delle merci pericolose.

Capitolo 3

Ricerca di una soluzione subottima

Poiché i problemi *NP-difficili* non possiedono un algoritmo risolutivo *efficiente* (cioè con tempo di calcolo polinomiale come definito in [12]) possono essere trattate solo istanze di dimensione ridotta. Per risolvere invece istanze reali di grande dimensione occorre necessariamente accontentarsi di una soluzione subottima ovvero di una soluzione ammissibile con un buon valore della f.o. ma non necessariamente ottima. In questo capitolo viene introdotta una tecnica risolutiva per trovare soluzioni subottime al problema delle gallerie (*PG*). Tale tecnica si basa sul *rilassamento* e successiva *decomposizione lagrangiana* utilizzando il *metodo del sottogradiente* per la stima dei moltiplicatori di Lagrange.

3. Ricerca di una soluzione subottima

3.1 Cenni teorici sul rilassamento lagrangiano

Il *rilassamento lagrangiano* di un problema si ottiene in generale modificando la funzione obiettivo e/o l'insieme della regione ammissibile attraverso l'eliminazione di quei vincoli considerati "difficili". Questi vincoli vengono introdotti all'interno della funzione obiettivo come termini di penalità sottoforma di somme pesate dove i pesi rappresentano i *moltiplicatori di Lagrange*.

Si consideri un generico problema di ottimizzazione:

$$\begin{aligned} f^* &= \min_{\underline{x}} f_0(\underline{x}) \\ \text{soggetto ai vincoli :} & \\ f_i(\underline{x}) &\leq 0 \qquad 1 \leq i \leq m \end{aligned} \tag{3.1}$$

avente una funzione obiettivo $f_0(\underline{x})$ da minimizzare ed una serie di vincoli di disuguaglianza $f_i(\underline{x})$. Si supponga che i primi m' vincoli siano quelli che rendono il problema "difficile" ovvero rimuovendoli sarebbe possibile risolvere il problema in un tempo polinomiale. Il rilassamento lagrangiano degli m' vincoli consiste nel formulare il seguente problema di ottimizzazione:

$$\begin{aligned} L^*(\underline{\lambda}) &= \min_{\underline{x}} f_0(\underline{x}) + \sum_{i=1}^{m'} \lambda_i f_i(\underline{x}) \\ \text{soggetto ai vincoli:} & \\ f_i(\underline{x}) &\leq 0 \qquad m' + 1 \leq i \leq m; \end{aligned} \tag{3.2}$$

dove $\lambda_i \geq 0$ sono i moltiplicatori di Lagrange dei vincoli rilassati. Si noti infatti che $\sum_{i=1}^{m'} \lambda_i f_i(\underline{x})$ nella funzione obiettivo rappresenta un termine di penalità per l'eventuale violazione dei vincoli pesato proprio con i moltiplicatori di Lagrange. Risolvendo il problema (3.2) si otterrà un *lower bound* diverso per ogni valore dei moltiplicatori utilizzati. Si è quindi interessati a scegliere quei moltiplicatori che forniscono il miglior lower bound (ovvero il valore massimo). A tale scopo occorre risolvere il cosiddetto *problema lagrangiano duale*:

$$L^*(\underline{\lambda}^*) = \max_{\underline{\lambda} \geq 0} L^*(\underline{\lambda}) \tag{3.3}$$

dove $\underline{\lambda}^*$ è la scelta ottima dei moltiplicatori di Lagrange.

La differenza tra il valore ottimo f^* e $L^*(\underline{\lambda}^*)$ è detta *duality gap* ed è sempre non-negativa, pertanto si verifica una *dualità debole* quando $f^* - L^*(\underline{\lambda}^*) \geq 0$. Se il problema è *convesso* e rispetta opportune *condizioni di qualificazione* (e.g. *c. di Slater* in [21]), allora il *duality gap* si riduce a zero ottenendo la *dualità forte* ($f^* - L^*(\underline{\lambda}^*) = 0$). In quest'ultimo caso la soluzione del problema (3.1) può essere ottenuta risolvendo il suo rilassamento lagrangiano (3.2) e viceversa poiché i due problemi sono equivalenti dal punto di vista risolutivo.

Purtroppo il problema delle gallerie (**PG**) è sicuramente non convesso per la

3. Ricerca di una soluzione subottima

presenza delle variabili \underline{y} di tipo binario.

Si dimostra che in generale $L^*(\underline{\lambda})$ è una funzione concava ma non differenziabile per la presenza dei punti angolosi; ad esempio come in figura 3.1 è mostrato l'andamento di $L^*(\lambda)$ nel caso di un solo moltiplicatore.

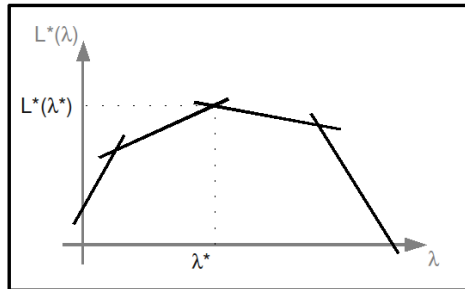


Figura 3.1 – Esempio di funzione $L^*(\lambda)$ nel caso di un solo moltiplicatore

Esistono diversi metodi per risolvere il lagrangiano duale, ad esempio il metodo dell'*aggiustamento dei moltiplicatori* che ha il vantaggio di essere computazionalmente veloce e di garantire ad ogni iterazione il non peggioramento del lower bound precedente. Tuttavia questo metodo deve essere adattato opportunamente ad ogni problema lagrangiano duale ed inoltre la qualità del lower bound è generalmente bassa [4].

Uno dei metodi più impiegati per la risoluzione del duale lagrangiano è il metodo del *sottogradiente* [13] che generalizza il metodo del *gradiente* [6] a funzioni non differenziabili come quella che si sta qui considerando. Per definizione un vettore \underline{z} è detto **sottogradiente** di $L_0(\underline{u})$ nel punto $\tilde{\underline{u}}$ se:

$$\forall \underline{u} \text{ si ha: } L_0(\underline{u}) \leq L_0(\tilde{\underline{u}}) + \underline{z}(\underline{u} - \tilde{\underline{u}})$$

Il metodo del sottogradiente, pur non garantendo un miglioramento monotono del lower bound, è facilmente adattabile a quasi tutti i problemi lagrangiani duali e garantisce ad ogni passo un avvicinamento (in norma euclidea) al valore ottimo dei moltiplicatori di Lagrange.

3.2 Rilassamento e decomposizione lagrangiana del problema (PG)

È stato mostrato nel paragrafo precedente come il rilassamento permetta di cancellare uno o più vincoli inglobandoli all'interno della funzione obiettivo in modo da penalizzarla. Per applicare il rilassamento lagrangiano occorre avere una certa sensibilità nell'individuare i vincoli la cui rimozione decompone il problema originario in sottoproblemi più semplici come verrà chiarito in seguito.

3. Ricerca di una soluzione subottima

Osservando i vincoli del problema originario (**PG**) in 2.4 si fa notare come le variabili \underline{y} compaiono insieme ad \underline{x} e $\underline{\pi}$ solo nelle classi di vincoli (2.13) e (2.14). Effettuando su questi ultimi il rilassamento lagrangiano rimangono i vincoli (2.11) di gerarchia tra le classi di rischio ed i vincoli (2.12), (2.15), (2.16) che costituiscono un problema di cammino di costo minimo per ogni coppia od e per ogni merce pericolosa h . Questi problemi possono essere risolti in un tempo di calcolo polinomiale.

Analogamente alla (3.2), si precisa che si chiameranno $\lambda_{t_1 t_2}^{hod}$ e $\mu_{t_1 t_2}^{hod}$ i moltiplicatori associati rispettivamente ai vincoli (2.13) e (2.14) mentre non ci saranno moltiplicatori associati a vincoli di uguaglianza poiché non presenti nel problema (**PG**). La funzione lagrangiana (L) è quindi così definita:

$$L(\underline{x}, \underline{y}, \underline{\pi}, \underline{\lambda}, \underline{\mu}) = f_0(\underline{x}, \underline{y}, \underline{\pi}) + \sum_{h \in H} \sum_{od \in OD} \sum_{t_1 t_2 \in T} \lambda_{t_1 t_2}^{hod} f_1(\underline{x}, \underline{y}) + \sum_{h \in H} \sum_{od \in OD} \sum_{t_1 t_2 \in T} \mu_{t_1 t_2}^{hod} f_2(\underline{\pi}, \underline{y}); \quad (3.4)$$

$$\text{dove } \lambda_{t_1 t_2}^{hod} \geq 0; \quad f_1(\underline{x}, \underline{y}) = x_{t_1 t_2}^{hod} - y_{t_1 t_2}^h; \\ \mu_{t_1 t_2}^{hod} \geq 0; \quad f_2(\underline{\pi}, \underline{y}) = \pi_{t_2}^{hod} - \pi_{t_1}^{hod} - c_{t_1 t_2} - M(1 - y_{t_1 t_2}^h);$$

Il rilassamento lagrangiano del problema originario (**PG**) è il seguente:

rilassamento lagrangiano del problema originario (**RL**)

$$L^*(\underline{\lambda}, \underline{\mu}) = \min_{\underline{x}, \underline{y}, \underline{\pi}} L(\underline{x}, \underline{y}, \underline{\pi}, \underline{\lambda}, \underline{\mu})$$

soggetto ai vincoli: (3.5)

(2.11) gerarchia tra le classi di rischio

(2.12) conservazione del flusso

(2.15) potenziale fuori dal tunnel

(2.16) dualità forte

dove il valore ottimo è chiamato $L^*(\underline{\lambda}, \underline{\mu})$ per sottolineare la sua dipendenza dalla scelta dei moltiplicatori.

Si noti che i vincoli rilassati compaiono all'interno della lagrangiana (L) definita dalla (3.4) mentre tutti gli altri sono rimasti immutati rispetto al problema primale (**PG**). Si ricorda che quest'ultimo non è convesso quindi i problemi (**PG**) ed (**RL**) non sono equivalenti; di conseguenza il duality gap tra le soluzioni dei problemi primale e duale potrebbe non essere nullo ($R^* - L^*(\underline{\lambda}^*, \underline{\mu}^*) > 0$).

Avendo operato un opportuno rilassamento come appena spiegato, è ora possibile una decomposizione del problema (**RL**) in sottoproblemi risolvibili separatamente con lo scopo di ovviare alla difficoltà computazionale intrinseca del problema originario (**PG**).

Si riprenda ora la funzione lagrangiana (L) definita dalla (3.4) analizzandola nel

3. Ricerca di una soluzione subottima

dettaglio. Per necessità legate alla convergenza del *metodo del sottogradiente* (di cui si parlerà in 3.3), i vincoli rilassati devono essere scalati in modo da avere il modulo del termine noto al massimo pari ad 1:

$$L(\underline{x}, \underline{y}, \underline{\pi}, \underline{\lambda}, \underline{\mu}) = \sum_{h \in H} \sum_{(o,d) \in OD} \sum_{(i,j) \in A} r_{ij} \phi_{ij}^h x_{ij}^{hod} + \sum_{h \in H} \sum_{(o,d) \in OD} \sum_{(t_1, t_2) \in T} \lambda_{t_1 t_2}^{hod} (x_{ij}^{hod} - y_{ij}^h) + \sum_{h \in H} \sum_{(o,d) \in OD} \sum_{(t_1, t_2) \in T} \mu_{t_1 t_2}^{hod} \left(\frac{\pi_{t_2}^{hod} - \pi_{t_1}^{hod} + M y_{t_1 t_2}^h}{c_{t_1 t_2} + M} - 1 \right);$$

in cui raccogliendo la variabile $y_{t_1 t_2}^h$ si ottiene:

$$L(\underline{x}, \underline{y}, \underline{\pi}, \underline{\lambda}, \underline{\mu}) = \sum_{h \in H} \sum_{(o,d) \in OD} \sum_{(t_1, t_2) \in T} y_{t_1 t_2}^h \left(-\lambda_{t_1 t_2}^{hod} + \frac{\mu_{t_1 t_2}^{hod} M}{c_{t_1 t_2} + M} \right) + \sum_{h \in H} \sum_{(o,d) \in OD} \left[\sum_{(i,j) \in A} r_{ij} \phi_{ij}^h x_{ij}^{hod} + \sum_{(t_1, t_2) \in T} \lambda_{t_1 t_2}^{hod} x_{ij}^{hod} + \sum_{(t_1, t_2) \in T} \mu_{t_1 t_2}^{hod} \left(\frac{\pi_{t_2}^{hod} - \pi_{t_1}^{hod}}{c_{t_1 t_2} + M} - 1 \right) \right];$$

Fissati i valori dei moltiplicatori $\tilde{\lambda}$ e $\tilde{\mu}$, la lagrangiana (L) appena descritta può essere separata in due parti:

$$L(\underline{x}, \underline{y}, \underline{\pi}, \tilde{\lambda}, \tilde{\mu}) = L_1(\underline{y}, \tilde{\lambda}, \tilde{\mu}) + L_2(\underline{x}, \underline{\pi}, \tilde{\lambda}, \tilde{\mu});$$

esplicitando le due funzioni:

$$L_1(\underline{y}, \tilde{\lambda}, \tilde{\mu}) = \sum_{h \in H} \sum_{(o,d) \in OD} \sum_{(t_1, t_2) \in T} y_{t_1 t_2}^h \left(-\tilde{\lambda}_{t_1 t_2}^{hod} + \frac{\tilde{\mu}_{t_1 t_2}^{hod} M}{c_{t_1 t_2} + M} \right); \quad (3.6)$$

$$L_2(\underline{x}, \underline{\pi}, \tilde{\lambda}, \tilde{\mu}) = \sum_{h \in H} \sum_{(o,d) \in OD} L_2^{hod}(\underline{x}, \underline{\pi}, \tilde{\lambda}, \tilde{\mu})$$

con

$$(3.7)$$

$$L_2^{hod}(\underline{x}, \underline{\pi}, \tilde{\lambda}, \tilde{\mu}) =$$

$$\sum_{(i,j) \in A} r_{ij} \phi_{ij}^h x_{ij}^{hod} + \sum_{(t_1, t_2) \in T} \tilde{\lambda}_{t_1 t_2}^{hod} x_{ij}^{hod} + \sum_{(t_1, t_2) \in T} \tilde{\mu}_{t_1 t_2}^{hod} \left(\frac{\pi_{t_2}^{hod} - \pi_{t_1}^{hod}}{c_{t_1 t_2} + M} - 1 \right);$$

Anche i vincoli si possono partizionare in due insiemi: il primo regola le sole variabili \underline{y} , il secondo le sole variabili \underline{x} e $\underline{\pi}$. Perciò ora è possibile riscrivere il problema (**RL**) decomponendolo in due sottoproblemi indipendenti e quindi

3. Ricerca di una soluzione subottima

ottimizabili separatamente¹.

sottoproblema 1 (S₁)

$$L_1^* = \min_{\underline{y}} L_1(\underline{y}, \tilde{\lambda}, \tilde{\mu}) \quad (3.8)$$

soggetto ai vincoli: (3.9)

$$y_{t_1 t_2}^{h_1} \leq y_{t_1 t_2}^{h_2} \quad \forall (t_1, t_2) \in T, \forall h \in H, h_1 < h_2;$$

sottoproblema 2 (S₂)

$$L_2^* = \min_{\underline{x}, \underline{\pi}} L_2(\underline{x}, \underline{\pi}, \tilde{\lambda}, \tilde{\mu}) \quad (3.10)$$

soggetto ai vincoli: (3.10)

(2.12) conservazione del flusso

(2.15) potenziale fuori dal tunnel

(2.16) dualità forte

Si noti che anche il problema (S₂) appena definito si può decomporre in tanti problemi indipendenti ottimizzabili separatamente per ogni coppia *od* e per ogni merce pericolosa dato che queste richieste di trasporto non interagiscono tra di loro. Ciò non sarebbe vero se ad esempio si considerasse la capacità degli archi dato che rappresenterebbero una risorsa condivisa tra le diverse coppie *od*. D'altra parte il trasporto di merce pericolosa è una quota parte del trasporto merci il quale a sua volta è una parte del traffico stradale. Dunque è ragionevole ipotizzare che la capacità di un arco è indipendente dalla decisione di apertura/chiusura delle gallerie che infatti influisce solo sul trasporto di merci pericolose. Queste considerazioni permettono di semplificare il problema trascurando la capacità degli archi. Perciò si può affermare che

$$L_2^* = \min_{\underline{x}, \underline{\pi}} L_2(\underline{x}, \underline{\pi}, \tilde{\lambda}, \tilde{\mu}) = \sum_{h \in H} \sum_{(o,d) \in OD} \min_{\underline{x}, \underline{\pi}} (L_2^{hod})^*$$

¹AMPL gestisce e risolve solo problemi mono obiettivo. Si possono però risolvere problemi multi-obiettivo come (**RL**) utilizzando appositi comandi che definiscono univocamente quale funzione obiettivo e quali vincoli considerare. Si consulti [10]

3. Ricerca di una soluzione subottima

dove per ogni merce pericolosa ed ogni coppia od , $(L_2^{hod})^*$ è la soluzione del seguente sottoproblema

sottoproblema 2 (per h e od fissati) (\mathcal{S}_2^{hod})

$$(L_2^{hod})^* = \min_{\underline{x}, \underline{\pi}} L_2^{hod}(\underline{x}, \underline{\pi}, \tilde{\underline{\lambda}}, \tilde{\underline{\mu}})$$

soggetto ai vincoli: (3.11)

$$\sum_{(j,i) \in A} x_{ji}^{hod} - \sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^{hod} = \begin{cases} 0 & \text{con } i \neq o \neq d; \\ -1 & \text{con } i = o; \\ 1 & \text{con } i = d; \end{cases}$$

$$\pi_j^{hod} - \pi_i^{hod} \leq c_{ij} \quad \forall (i, j) \in A, \forall h \in H, \forall (o, d) \in OD;$$

$$\pi_d^{hod} - \pi_o^{hod} \geq \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}^{hod} \quad \forall (i, j) \in A - T, \forall h \in H, \forall (o, d) \in OD;$$

$$\pi_d^{hod} - \pi_o^{hod} \geq \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}^{hod} \quad \forall (i, j) \in A, \forall h \in H, \forall (o, d) \in OD;$$

Rinunciando alla garanzia di ottimalità della soluzione del problema (\mathbf{PG}), si mostra ora come il rilassamento e la decomposizione lagrangiana abbiano permesso di ricondurre il problema originario alla risoluzione di sottoproblemi (\mathcal{S}_1) ed (\mathcal{S}_2^{hod}) risolvibili in tempi accettabili mediante CPLEX. Il sottoproblema (\mathcal{S}_1) è interessato solo dalle variabili binarie \underline{y} che risultano 333 in totale: una quantità facilmente gestibile da un calcolatore. In luogo del sottoproblema (\mathcal{S}_2) con tutte le variabili \underline{x} e $\underline{\pi}$ (3.23×10^8 variabili!) è possibile risolvere separatamente 4680 sottoproblemi (\mathcal{S}_2^{hod}) di PL computazionalmente poco onerosi avendo 34899 variabili \underline{x} e 17108 variabili $\underline{\pi}$.

Dunque se il problema originario (\mathbf{PG}) non poteva essere risolto per le ragioni esposte nel paragrafo 2.5, il corrispettivo problema rilassato e decomposto (in 1 + 4680 sottoproblemi) risulta *computazionalmente trattabile*.

3.3 La ricerca dei moltiplicatori ottimi per il problema (\mathbf{PG}): il metodo del sottogradiente

Si ribadisce che i moltiplicatori di Lagrange $\underline{\lambda}$ e $\underline{\mu}$ non sono noti a priori e quindi per risolvere il problema duale è necessario esplorare lo spazio dei moltiplicatori fornendo di volta in volta ai sottoproblemi (\mathcal{S}_1) ed (\mathcal{S}_2^{hod}) valori nuovi e aggiornati di $\underline{\lambda}$ e $\underline{\mu}$. Si è scelto a tale scopo di utilizzare il *metodo del sottogradiente* [13] in grado di aggiornare i moltiplicatori ad ogni iterazione di calcolo secondo l'algoritmo descritto da Beasley in [4]:

passo 0: inizializzazione dell'algoritmo fornendo un valore arbitrario dei moltiplicatori: $\tilde{\underline{\lambda}} = \underline{\lambda}^0$, $\tilde{\underline{\mu}} = \underline{\mu}^0$;

passo 1: risoluzione dei sottoproblemi di ottimizzazione (\mathcal{S}_1) ed (\mathcal{S}_2^{hod}) per ogni coppia od e merce pericolosa con i valori $\tilde{\underline{\lambda}}$ e $\tilde{\underline{\mu}}$ dei moltiplicatori di Lagran-

3. Ricerca di una soluzione subottima

ge ottenendo le soluzioni $\tilde{x}_{t_1 t_2}^{hod}$, $\tilde{y}_{t_1 t_2}^h$, $\tilde{\pi}_{t_1}^{hod}$ e $\tilde{\pi}_{t_2}^{hod}$;

passo 2: calcolo dei *sottogradienti* della funzione $L^*(\underline{\lambda}, \underline{\mu})$:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial L^*(\underline{\lambda}, \underline{\mu})}{\partial \lambda_{t_1 t_2}^{hod}} \right|_{(\tilde{\lambda}, \tilde{\mu})} &= \tilde{x}_{t_1 t_2}^{hod} - \tilde{y}_{t_1 t_2}^h; \\ \left. \frac{\partial L^*(\underline{\lambda}, \underline{\mu})}{\partial \mu_{t_1 t_2}^{hod}} \right|_{(\tilde{\lambda}, \tilde{\mu})} &= \frac{\tilde{\pi}_{t_2}^{hod} - \tilde{\pi}_{t_1}^{hod} + M \tilde{y}_{t_1 t_2}^h}{c_{t_1 t_2} + M}; \end{aligned} \quad (3.12)$$

e calcolo della *norma euclidea*

$$\|\nabla L(\tilde{\lambda}, \tilde{\mu})\| = \sqrt{\sum_{h \in H} \sum_{od \in OD} \sum_{t_1 t_2 \in T} \left[\left(\frac{\partial L^*(\underline{\lambda}, \underline{\mu})}{\partial \lambda_{t_1 t_2}^{hod}} \right)^2 + \left(\frac{\partial L^*(\underline{\lambda}, \underline{\mu})}{\partial \mu_{t_1 t_2}^{hod}} \right)^2 \right]}.$$

Si osservi che al passo 1 le soluzioni ottime dei sottoproblemi (S_1) ed (S_2^{hod}) potrebbero non essere uniche e pertanto anche i valori della (3.12) potrebbero non essere unici. È possibile dimostrare che tutti questi valori sono comunque sottogradienti della $L^*(\underline{\lambda}, \underline{\mu})$, quindi tutti ugualmente utilizzabili per il metodo del sottogradiente. Si noti che ciò dovrà accadere sicuramente in corrispondenza dei punti angolosi della funzione $L^*(\underline{\lambda}, \underline{\mu})$ per i quali non è definito il gradiente. Invece al di fuori dei punti angolosi l'espressione (3.12) fornisce valori unici che coincidono con i gradienti di $L^*(\underline{\lambda}, \underline{\mu})$.

passo 3: calcolo del passo α con il quale esplorare lo spazio dei moltiplicatori:

$$\alpha = \frac{\beta(R_{UB} - L^*(\tilde{\lambda}, \tilde{\mu}))}{\|\nabla L(\underline{\lambda}, \underline{\mu})\|^2}; \quad (3.13)$$

dove β è un fattore di dimezzamento che interviene in modo mirato per ridurre il passo di esplorazione α mentre R_{UB} è un *upper bound* del problema (PG) ovvero il valore di rischio associato ad una soluzione ammissibile. Inizialmente viene determinato risolvendo il problema (PG) fissando $y_{t_1 t_2}^h = 1$ ovvero mantenendo tutte le gallerie aperte. In 3.4 verrà mostrato un metodo per migliorare R_{UB} nel corso delle iterazioni in modo che rappresenti il valore della migliore soluzione ammissibile finora trovata (detta *incombente*).

passo 4: aggiornamento dei moltiplicatori

$$\begin{aligned} \tilde{\lambda}_{t_1 t_2}^{hod} &= \max \left\{ 0, \tilde{\lambda}_{t_1 t_2}^{hod} + \alpha \frac{\partial L^*(\underline{\lambda}, \underline{\mu})}{\partial \lambda_{t_1 t_2}^{hod}} \right\}; \\ \tilde{\mu}_{t_1 t_2}^{hod} &= \max \left\{ 0, \tilde{\mu}_{t_1 t_2}^{hod} + \alpha \frac{\partial L^*(\underline{\lambda}, \underline{\mu})}{\partial \mu_{t_1 t_2}^{hod}} \right\}; \end{aligned}$$

passo 5: controllo delle condizioni di terminazione:

3. Ricerca di una soluzione subottima

- c.1** Se $\|\nabla L(\tilde{\lambda}, \tilde{\mu})\| = 0$ che equivale a $\nabla L(\tilde{\lambda}, \tilde{\mu}) = 0$, l'algoritmo si arresta perché $\tilde{\lambda}$ e $\tilde{\mu}$ sono i valori ottimi dei moltiplicatori di Lagrange per il problema lagrangiano duale. Tale evidenza è abbastanza rara vista la natura non differenziabile della funzione $L^*(\lambda, \mu)$.
- c.2** La seconda condizione è legata all'upper bound del problema (**PG**):
se $L^*(\lambda, \mu) = R_{UB}$ l'algoritmo termina perché R_{UB} , ovvero il rischio associato alla migliore soluzione ammissibile finora trovata, coincide con il lower bound. Anche questa eventualità è piuttosto rara dato che il duality gap per questo problema potrebbe essere > 0 (per via della non convessità).
- c.3** Se i valori del lower bound $L^*(\lambda, \mu)$ non variano oltre una soglia δ (opportunamente piccola), l'algoritmo si arresta perché si presume che da quel momento in poi siano improbabili ulteriori miglioramenti del lower bound.
- c.4** La quarta ed ultima condizione di terminazione pone un limite al numero totale delle iterazioni del metodo del sottogradiente. Si riprenda l'espressione (3.13) del passo α dove Beasley (cfr. in [4]) suggerisce per ragioni empiriche di iniziare con un valore di $\beta = 2$ e dimezzarlo ogni $N = 30$ iterazioni dell'algoritmo fino ad un valore limite²: l'algoritmo si arresta se $\beta \leq 0.005$.

Si può affermare quindi che la soluzione di un problema duale lagrangiano dipende da un'efficace esplorazione dello spazio dei moltiplicatori che resta un problema delicato legato alla scelta del passo α . In [25] Wolsey mostra la scelta *in modo* ottimo del passo α , ovvero fissata una direzione viene calcolato il passo in maniera da ottimizzare la funzione $L^*(\lambda, \mu)$. Ciò garantisce la convergenza globale del metodo ossia a prescindere dalla scelta iniziale dei moltiplicatori. Tuttavia tale scelta del passo può comportare una convergenza particolarmente lenta. Questo si spiega perché le direzioni di spostamento determinate in due iterazioni successive risultano sempre ortogonali e quindi il metodo è particolarmente inefficace per funzioni lagrangiane con curve di livello molto strette (e.g. la funzione di *Rosenbrock*). Si preferiscono perciò metodi di aggiornamento del passo più rapidi, come il metodo del sottogradiente che si dimostra convergere sotto le seguenti condizioni:

$$\alpha^{(k)} \rightarrow 0 \text{ per } k \rightarrow \infty \text{ e } \sum_{k=0}^{\infty} \alpha^{(k)} \text{ divergente.}$$

Ciò accade se si sceglie come espressione del passo α la (3.13) con $0 \leq \beta \leq 2$.

²Con i valori indicati per questo problema l'arresto avviene dopo 240 iterazioni.

3. Ricerca di una soluzione subottima

3.4 L'euristica lagrangiana

La leggenda narra che Archimede di Siracusa esclamò "héureka!"³ quando uscì nudo dalla vasca dove faceva il bagno contento per aver risolto il celebre problema della corona d'oro. Si definisce *procedimento euristico* un metodo di approccio alla soluzione dei problemi che si affida all'intuito e che fornisce soluzioni ammissibili senza garanzie di ottimalità. L'*euristica lagrangiana* sfrutta le informazioni ottenute durante la risoluzione del rilassamento lagrangiano per costruire una tale soluzione ammissibile. Il procedimento deve essere costruito ad hoc per ogni problema, si citano ad esempio [7] e [23] quali euristiche lagrangiane applicate con successo ai problemi di *copertura minima* (o *set covering*), oppure [8] che riguarda il problema del *commesso viaggiatore* (o TSP *Travelling Salesman Problem*). Per i problemi di ottimizzazione delle reti in [15] un'euristica lagrangiana viene inserita all'interno di un *Branch-and-Bound* per la ricerca della soluzione ottima.

Applicata al problema delle gallerie (PG), un'euristica lagrangiana ha lo scopo di trasformare una soluzione del rilassamento lagrangiano in una ammissibile per il problema originario. Il vantaggio di un'euristica lagrangiana è di poter tenere sotto controllo la qualità del lower bound attraverso il calcolo del gap

$$\frac{R_{UB} - L^*(\lambda, \mu)}{L^*(\lambda, \mu)}$$

anche se esso rappresenta una sovrastima del duality gap lagrangiano.

Osservando il problema (RL), si fa notare che il sottoproblema (S_1) fornisce una soluzione \underline{y} binaria ammissibile poiché soddisfa i vincoli di gerarchia. Per quanto riguarda il sottoproblema (S_2^{hod}) le soluzioni $\underline{\pi}$ potrebbero violare il vincolo rilassato (2.14) e quindi non garantire che le soluzioni \underline{x} rappresentino cammini di costo minimo. Inoltre il rilassamento del vincolo (2.13) non garantisce che questi cammini non attraversino le gallerie chiuse.

Per trasformare una soluzione inammissibile di questo tipo in una ammissibile, ad ogni iterazione del metodo del sottogradiente si risolve un problema di cammino di costo minimo per ogni coppia *od* e per ogni merce pericolosa garantendo il divieto di transito delle gallerie chiuse. Questo vincolo⁴ viene introdotto fissando a 0 gli archi stradali che corrispondono ad una galleria chiusa secondo la soluzione di (S_1). Il problema di cammino di costo minimo può essere inserito come appendice al problema (S_2^{hod}) con un onere computazionale aggiuntivo in termini di tempo del tutto trascurabile (si rimanda a 4.1). Il problema di

³Dal greco *héurisko* che significa *trovare*.

⁴Non viene inserito un vero e proprio vincolo ma risulta più semplice risolvere il problema fissando il valore delle variabili che sono già note. Comando *fix* (si consulti [10]).

3. Ricerca di una soluzione subottima

cammino di costo minimo viene così formulato:

appendice sottoproblema 2 (per ogni h e od fissati) ($A_{S_2}^{hod}$)

$$\min_{\underline{x}} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}^{hod}$$

soggetto ai vincoli: (3.14)

$$\sum_{(j,i) \in A} x_{ji}^{hod} - \sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^{hod} = \begin{cases} 0 & \text{con } i \neq o \neq d; \\ -1 & \text{con } i = o; \\ 1 & \text{con } i = d; \end{cases}$$

$$\forall (i, j) \in A, \forall h \in H, \forall (o, d) \in OD;$$

fissando $x_{t_1 t_2}^{hod} = 0 \forall y_{t_1 t_2}^h = 0$ soluzione di (S_1)

Le soluzioni euristiche del problema ($A_{S_2}^{hod}$) (ovvero le variabili \underline{x}) rappresentano i cammini di costo minimo che rispettano il divieto di transito delle gallerie chiuse e possono essere utilizzate per calcolare sia il rischio che il costo associato ad ogni percorso. Se il rischio globale dovesse risultare minore dell'upper bound finora utilizzato, sarebbe possibile aggiornare R_{UB} con quel valore di rischio più basso e migliorare così anche il passo α del sottogradiente in base alla (3.13).

Si ricorda che l'eventuale violazione dei vincoli rilassati è un'informazione che non viene persa, ma avrà conseguenze sul valore della funzione obiettivo del problema (RL). Infatti il valore di $L^*(\underline{\lambda}, \underline{\mu})$ sarà tanto più penalizzato quanti più vincoli sono stati violati ma come si nota dalla (3.4), i moltiplicatori di Lagrange associati ai vincoli rilassati incidono fortemente sul valore finale della funzione obiettivo $L^*(\underline{\lambda}, \underline{\mu})$. Per questo motivo non si ha garanzia né di ammissibilità né di ottimalità della soluzione associata al lower bound $L^*(\underline{\lambda}, \underline{\mu})$. Inoltre se ad una iterazione del metodo del sottogradiente non venisse violato nessun vincolo, questo non sarebbe sufficiente a garantire l'ottimalità della soluzione appena trovata ma occorrerebbe verificare il rispetto delle *condizioni di scarto complementare* [6].

A completamento di quanto descritto in questo capitolo, l'intero algoritmo è riassunto nella pagina successiva dal diagramma di flusso in figura A.3.

3. Ricerca di una soluzione subottima

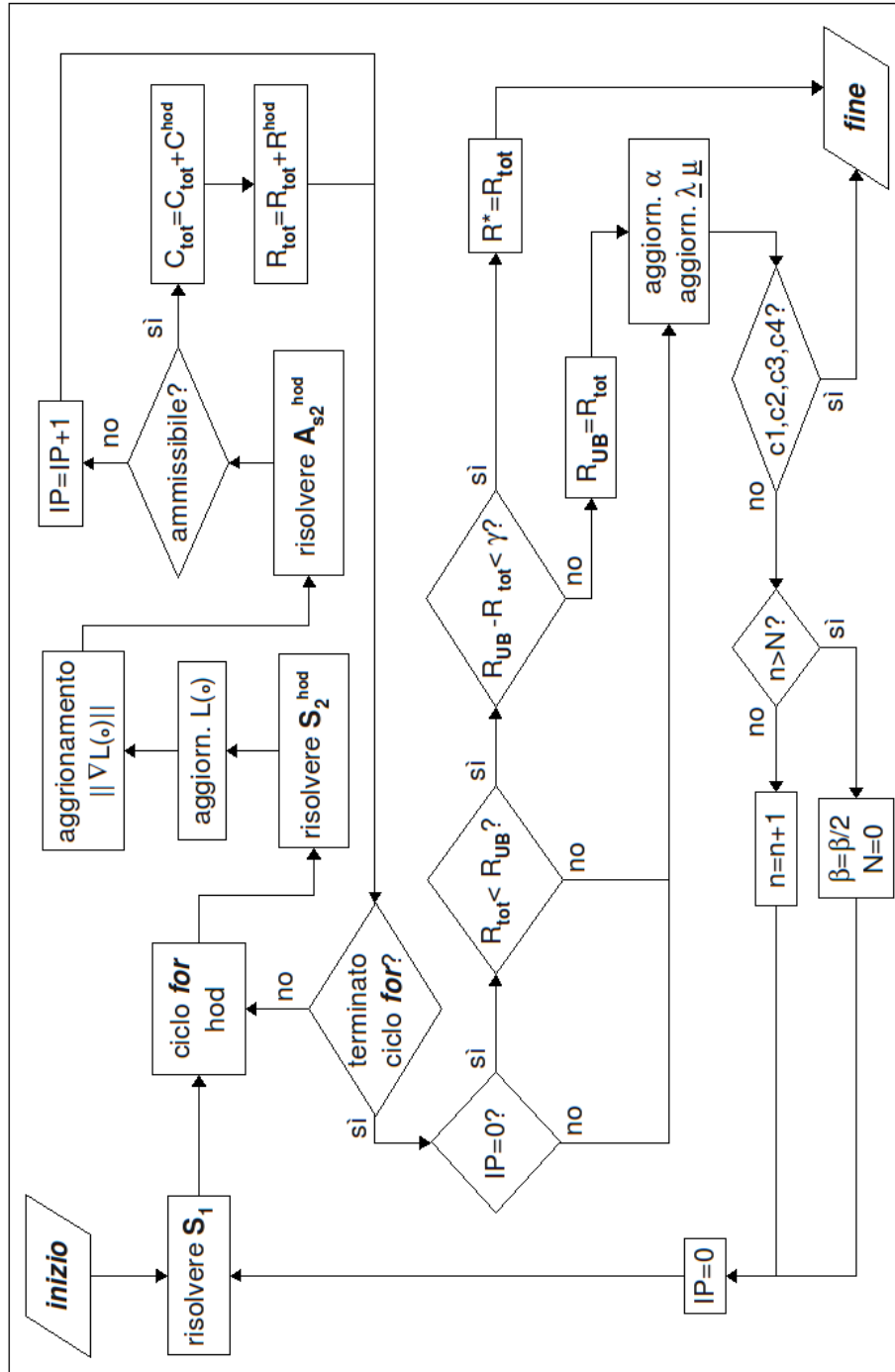


Figura 3.2 – Diagramma di flusso dell'algoritmo risolutivo

Capitolo 4

Analisi dei risultati

Gli esperimenti condotti sul traffico di merce pericolosa in Lombardia hanno prodotto i risultati che verranno mostrati in questo capitolo. L'algoritmo è stato lasciato in esecuzione fino al raggiungimento di una soglia di precisione del valore della soluzione che corrisponde al rischio globale relativo al trasporto di merce pericolosa. Verranno quindi mostrati i tempi di calcolo e i bound dei problemi valutando così la bontà della soluzione subottima, in seguito si esporranno gli interventi per ridurre la dimensione dell'istanza. Infine verrà mostrata un'analisi critica della soluzione subottima ottenuta.

4. Analisi dei risultati

4.1 Casi studio: stima della durata computazionale

Il problema delle gallerie (PG) è stato qui risolto (in maniera subottima) su un'istanza reale di grandi dimensioni grazie ad un metodo basato sulla decomposizione lagrangiana. In [11] lo stesso problema era stato risolto all'ottimo solo per un'istanza di piccole dimensioni riguardante il traffico di merce pericolosa della provincia di Lecco (matrice OD 4×4). Dunque il metodo proposto è stato testato confrontando la soluzione subottima ottenuta con quella ottima disponibile per l'istanza chiamata *Lecco*.

Una semplificazione delle istanze può avvenire analizzando la matrice OD che, per definizione, considera la totalità delle coppie origine-destinazione. Si consideri lo *scenario deregolarizzato* dove tutte le gallerie sono mantenute aperte: calcolando i cammini di costo minimo tra tutte le coppie od si possono mettere in evidenza quei percorsi minimi che non attraversano nessuna galleria in assenza di regolamentazione. Questi percorsi non sono interessati in nessun modo dalle decisioni dell'autorità di rete riguardanti l'apertura/chiusura delle gallerie. Quindi la somma dei rischi relativi a questi percorsi rappresenta una costante additiva al rischio che si vuole ridurre regolando gli accessi in galleria. Questo *pre-processamento* dei dati ha reso possibile la partizione dell'insieme delle coppie od in due sottoinsiemi così rinominati:

- OD_{tunnel} l'insieme delle coppie od il cui percorso minimo in assenza di regolamentazione attraversa almeno una galleria;
- OD_{open} l'insieme restante delle coppie od che non sono interessate dalla decisione dell'autorità di rete di regolazione delle gallerie.

Eseguendo il pre-processamento dei dati si giunge ad un partizionamento dell'insieme delle coppie od e ad una divisione del valore del rischio (tabella 4.1).

pre-processamento dati		
	<i>Lecco</i>	<i>Lombardia</i>
OD_{tunnel}	11 coppie od	913 coppie od
OD_{open}	1 coppia od	647 coppie od
OD_{tot}	12 coppie od	1560 coppie od
R_{tunnel}	121'897	14'345'407
R_{open}	103'011	83'086'513
R_{tot}	224'908	97'431'920

Tabella 4.1 – Pre-processamento dei dati delle istanze *Lecco* e *Lombardia*

Per quanto spiegato sopra, il problema (PG) può essere ugualmente risolto considerando solo le coppie od dell'insieme OD_{tunnel} poiché il rischio R_{open} rappresenta una costante additiva al valore della soluzione ottima R^* . In questo

4. Analisi dei risultati

modo si riduce il numero di sottoproblemi che compongono (S_2) riducendo così la durata di un'iterazione del metodo del sottogradiente.

Per quanto riguarda l'istanza *Lecco*, la decomposizione lagrangiana ha generato 33 sottoproblemi (S_2^{hod}), altrettanti ($A_{S_2}^{hod}$) ed 1 sottoproblema (S_1).

In figura 4.1 viene mostrato l'andamento del bound del problema. Ad ogni iterazione viene calcolato il lower bound del problema lagrangiano duale, il valore della soluzione (che corrisponde al rischio) ed eventualmente viene aggiornato l'upper bound se $R < R_{UB}$ come avviene al termine dell'iterazione 4. Si noti invece che all'iterazione 2 almeno un problema $A_{S_2}^{hod}$ risulta inammissibile¹ e quindi non vi è associato nessun valore del rischio. All'iterazione 22 l'algoritmo si arresta dopo aver trovato il valore $L^*(\underline{\lambda}^*)$ entro una certa soglia di precisione.

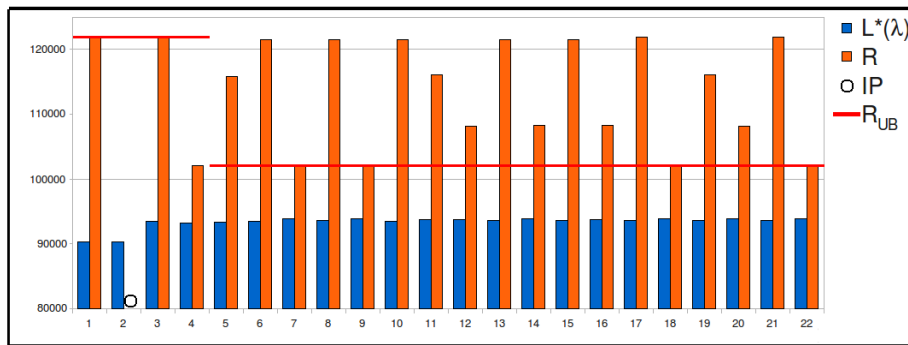


Figura 4.1 – Andamento dei bound del problema dell'istanza *Lecco*.

IP (*Infeasible Problem*) indica che almeno un problema ($A_{S_2}^{hod}$) è *inammissibile*.

I tempi di calcolo ed i valori dei bound sono riassunti in tabella 4.2. In particolare si fa notare che, essendo noto il valore della soluzione ottima, è possibile calcolare il *duality gap* che risulta 5.4%. Tale valore conferma l'efficacia dell'algoritmo risolutivo poiché indica che la soluzione subottima trovata è molto vicina alla soluzione ottima. Infine, confrontando i dati relativi al pre-processamento con i valori della soluzione subottima, si nota tale soluzione riduce del 16.3% il rischio associato al trasporto delle merci pericolose in galleria.

Per quanto riguarda l'istanza denominata *Lombardia*, la decomposizione lagrangiana ha generato 2739 sottoproblemi (S_2^{hod}), altrettanti ($A_{S_2}^{hod}$) ed un (S_1).

In tabella 4.3 vengono mostrati i tempi di calcolo per l'istanza *Lombardia* dove appare evidente l'eccessiva attesa per il completamento di un'iterazione del sottogradiente. Si sottolinea che quest'onere computazionale è dovuto solo ad un eccessivo numero di sottoproblemi (S_2^{hod}) da risolvere in sequenza.

Come si spiegherà nel prossimo paragrafo, non è necessario risolvere tutti i 2739

¹IP è l'acronimo di *Infeasible Problem*.

4. Analisi dei risultati

(a) tempi di calcolo medi				(b) controllo del bound	
	S_1	S_2^{hod}	$A_{S_2}^{hod}$	R^*	
risoluzione singolo sottoprob.	0.01 s	2.80 s	0.27 s	R_{UB}	98' 907
caricamento nuovo modello	-	228 s		$L^*(\underline{\lambda}^*)$	102' 049
1 iterazione	2.3 h			$\frac{R^* - L^*(\underline{\lambda}^*)}{L^*(\underline{\lambda}^*)}$	93' 869
22 iterazioni	52.8 h			$\frac{R_{UB} - L^*(\underline{\lambda}^*)}{L^*(\underline{\lambda}^*)}$	5.4%
					8.7%

Tabella 4.2 – Tempi di calcolo e valori delle soluzioni (*Lecco*)

(a) tempi di calcolo medi				(b) controllo del bound	
	S_1	S_2^{hod}	$A_{S_2}^{hod}$	R^*	
risoluzione singolo prob.	0.03 s	42.6 s	1.23 s	R_{UB}	–
caricamento nuovo mod.	-	268 s		$L^*(\underline{\lambda}^*)$	14' 345' 407
1 iterazione	144 h			$\frac{R^* - L^*(\underline{\lambda}^*)}{L^*(\underline{\lambda}^*)}$	–
k iterazioni	–			$\frac{R_{UB} - L^*(\underline{\lambda}^*)}{L^*(\underline{\lambda}^*)}$	–

Tabella 4.3 – Tempi di calcolo e valori delle soluzioni per l'istanza *Lombardia* completa. L'eccessivo tempo di calcolo per ogni singola iterazione è dovuto all'elevato numero di sottoproblemi (S_2^{hod}). Il valore di R_{UB} è stato calcolato durante il pre-processamento dei dati.

sottoproblemi (S_2^{hod}). Quindi è necessaria un'ulteriore riflessione in ambito trasportistico per studiare come "alleggerire" l'istanza.

4.2 Interventi per abbreviare i tempi di calcolo

I dati sul traffico di merce pericolosa sono stati stimati indirettamente a partire dal *Conto Nazionale Trasporti* secondo una metodologia proposta in [11]. Analizzando i dati relativi alla regione Lombardia si può notare che i flussi di traffico di merce pericolosa non sono equamente distribuiti tra le zone che compongono la matrice OD. Si guardi infatti la tabella 4.4 con le statistiche descrittive che mostra un'alta deviazione standard ed un basso valore del 50° percentile. In particolare quest'ultimo valore indica che la metà dei flussi (stimati) di traffico di merce pericolosa che circola in Lombardia è quantitativamente trascurabile rispetto al totale. Si fa notare che i dati di flusso eliminati risultano inferiori di uno o due ordini di grandezza rispetto alla media.

Considerando solo i flussi di merce pericolosa che superano il 50° percentile e le relative coppie *od*, si ottiene un'istanza dalla dimensione significativamente ridotta rispetto a quella originale perché l'insieme delle coppie *od* risulta la metà di quello originario. Tuttavia è importante sottolineare che tale istanza descrive ancora la parte più consistente dei flussi di traffico di merce pericolosa. Per

4. Analisi dei risultati

statistiche flussi di merce pericolosa in Lombardia [ton]

	esplosivi	tossici	infiammabili
media	2'445	129	11'897
dev.standard	14'701	774	71'373
massimo	324'976	17'105	1577'925
minimo	0	0	0
50° percentile	152	9	785

Tabella 4.4 – Statistiche sui flussi di merce pericolosa in Lombardia

confermare quest'ipotesi s'invita a confrontare i valori del rischio ottenuti per l'istanza ridotta (tabella 4.5) con quelli ottenuti per l'istanza completa della regione Lombardia (tabella 4.1) presente in 4.1.

pre-processamento dati Lombardia

	istanza ridotta	istanza completa	variazione
OD_{tunnel}	279 coppie od	913 coppie od	-69,4%
OD_{open}	501 coppie od	647 coppie od	-22,6%
OD_{tot}	780 coppie od	1560 coppie od	-50,0%
R_{tot}	95'928'810	97'431'920	-1,54%

Tabella 4.5 – Pre-processamento dei dati dell'istanza ridotta della Lombardia

Utilizzando i dati dell'istanza ridotta, la decomposizione lagrangiana ha generato 837 sottoproblemi (S_2^{hod}), altrettanti ($A_{S_2}^{hod}$) ed 1 sottoproblema (S_1) e rilanciando l'algoritmo sull'istanza Lombardia ridotta si ottiene:

(a) tempi di calcolo medi				(b) controllo del bound	
	S_1	S_2^{hod}	$A_{S_2}^{hod}$		
risoluzione singolo prob.	0.03 s	41.9 s	1.12 s	R^*	-
caricamento nuovo mod.	-	211 s		R_{UB}	11'930'799
1 iterazione	49 h			$L^*(\lambda^*)$	7'689'952
45 iterazioni	2250 h			$\frac{R^* - L^*(\lambda^*)}{L^*(\lambda^*)}$	-
				$\frac{R_{UB} - L^*(\lambda^*)}{L^*(\lambda^*)}$	55.1%

Tabella 4.6 – Tempi di calcolo e valori delle soluz. (Lombardia: istanza ridotta)

Si confrontino i risultati qui ottenuti in base all'istanza ridotta (tabella 4.6) con quelli riguardanti l'istanza completa (tabella 4.3). Si noti che:

- i tempi medi di calcolo di ogni singolo problema restano invariati;
- i tempi di caricamento di un nuovo modello restano pressoché invariati;

4. Analisi dei risultati

- il tempo di un'iterazione del metodo del sottogradiente diminuisce significativamente per l'istanza ridotta.

In particolare l'ultimo punto rende possibile il lancio dell'algoritmo per alcune decine d'iterazioni in modo da testarlo anche su istanze di grandi dimensioni come quella della Lombardia.

Non essendo noto il valore della soluzione ottima, è disponibile solo una sovrastima del duality gap valutato del 55.1% e calcolato in base al valore del migliore upper bound ottenuto, ossia quello minore. Quest'ultimo a sua volta rappresenta il valore della soluzione subottima che riduce dell'8.4% il rischio di trasporto delle merci pericolose.

L'andamento del bound del problema è mostrato in figura 4.3 nella pagina successiva. Si è voluto lasciare l'algoritmo in esecuzione valutando la precisione raggiunta del valore del rischio. L'elevato numero di sottoproblemi da risolvere ad ogni iterazione (cioè 837) ha comportato un tempo di esecuzione di circa 90 giorni. Tuttavia si fa notare come già alla 9^a iterazione è stato ottenuto il primo miglioramento della soluzione ammissibile, seguito dal secondo miglioramento alla 17^a iterazione e da un ulteriore miglioramento alla 39^a. Nel dettaglio:

soluzione iteraz. 9	soluzione iteraz. 17	soluzione iteraz. 39
-6.0% di R_{tot}	-7.8% di R_{tot}	-8.4% di R_{tot}

Si noti che il valore della soluzione subottima della 39^a iterazione è migliore per meno dell'1.0% rispetto al valore della soluzione subottima della 17^a iterazione. Questo modesto miglioramento ha suggerito l'arresto dell'algoritmo. In figura 4.2 è rappresentato un esempio di rappresentazione grafica del risultato.

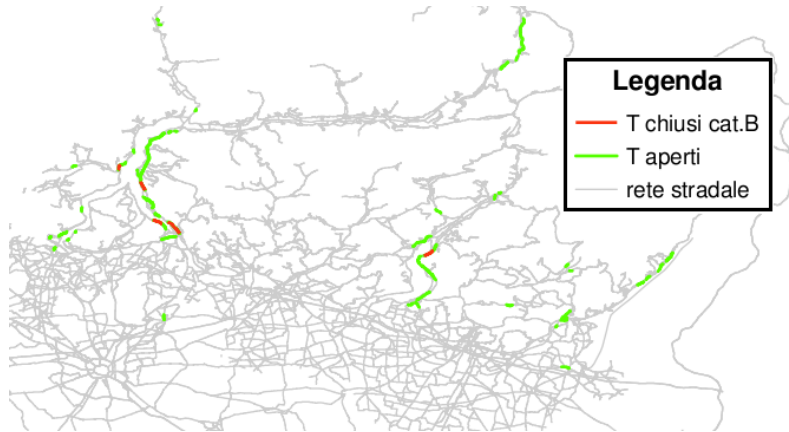


Figura 4.2 – Esempio di rappresentazione grafica della soluzione subottima

4. Analisi dei risultati

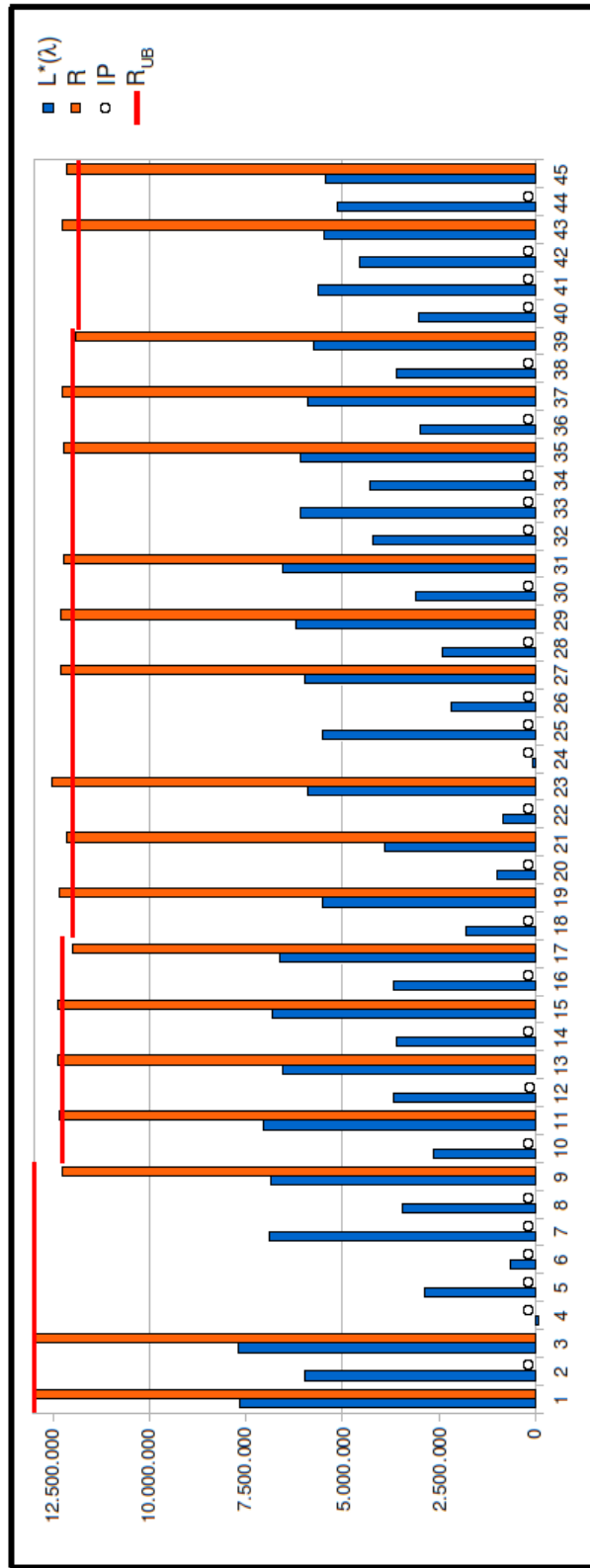


Figura 4.3 – Andamento dei bound del problema per l'istanza *Lombardia*. Si specifica che IP (*Infeasible Problem*) indica che almeno un problema $(A_{S_2}^{hod})$ è *inammissibile*.

4. Analisi dei risultati

4.3 Analisi dei risultati ottenuti

Le gallerie sono da considerarsi come una risorsa condivisa tra le diverse coppie *od* quindi la scelta della loro apertura/chiusura è anch'essa condivisa, a parità di merce pericolosa trasportata.

Si definisce *scenario deregolarizzato* la situazione corrispondente alla scelta di tenere aperte tutte le gallerie: quindi per ogni coppia *od* e merce pericolosa gli autotrasportatori effettuano in assoluto solo cammini di costo minimo proprio perché nessuna galleria chiusa lo impedisce loro. Di conseguenza questo rappresenta lo scenario con costo totale minimo. Per qualunque altro scenario, che preveda cioè almeno una galleria chiusa, il costo totale sicuramente non può diminuire altrimenti quei percorsi sarebbero stati scelti all'interno dello scenario deregolarizzato. L'autorità di rete interviene con l'apertura/chiusura delle gallerie per minimizzare il rischio totale; ad una riduzione del rischio totale corrisponde un incremento del costo totale rispetto allo scenario deregolarizzato. Considerando singolarmente ogni flusso di merce pericolosa tra le coppie *od* può accadere che la soluzione subottima preveda:

- in generale una riduzione del rischio a fronte di un aumento del costo;
- per alcuni casi "particolari" un aumento del rischio ed anche del costo;

Quest'evenienza si verifica anche per la soluzione subottima trovata per il problema delle gallerie ma, come si è spiegato in 1.4, tale problema va affrontato dal punto di vista globale. Infatti sarà il rischio globale ad essere minore rispetto allo scenario deregolarizzato.

Queste considerazioni spingono ad un'analisi disaggregata delle soluzioni trovate alle iterazioni 9, 17 e 39 per valutare quantitativamente gli incrementi sia di costo che di rischio come prima spiegato. I risultati sono riassunti in tabella 4.7.

incrementi sia di rischio sia di costo									
	soluzione iterazione 9			soluzione iterazione 17			soluzione iterazione 39		
	ΔR [-]	ΔC [min]		ΔR [-]	ΔC [min]		ΔR [-]	ΔC [min]	
media	4.89%	3.77%	6	6.18%	7.92%	17	10.8%	11.7%	23
massimo	45.2%	65.3%	96	25.4%	14.3%	22	67.7%	34.6%	48
minimo	0.31%	0.38%	1	0.30%	0.83%	2	0.31%	0.38%	1
dev.st.	11.5%	14.5%	21	7.7%	3.3%	6.3	15.6%	11.9%	22
	su 22 di 836 percorsi			su 27 di 836 percorsi			su 43 di 836 percorsi		

Tabella 4.7 – Confronto tra le soluzioni subottime

In base ai risultati di cui sopra, si propone come soluzione applicativa non la soluzione subottima ma quella ottenuta all'iterazione 17 ("soluzione 17"). In

4. Analisi dei risultati

quest'ultima l'aumento sia di rischio che di costo è meno incisivo su questi casi "particolari" (si noti la media, la deviazione standard ed il valore massimo) ed inoltre riguarda 27 percorsi su 836 rispetto ai 43 della "soluzione 39". Si noti infine che il valore delle due soluzioni (il rischio globale) differisce per meno dell'1%. Tale riduzione può essere considerata trascurabile se confrontata con l'incidenza dei casi particolari.

È stato prima spiegato che l'aumento sia del rischio che del costo per alcuni flussi di merce pericolosa è giustificato nell'ottica della minimizzazione del rischio globale; tuttavia analizzando nel dettaglio la "soluzione 17" si nota un aumento sia del rischio che del costo per ben 20 flussi di merce tossica e solo 2 sia di merce esplosiva e 5 di infiammabile. Quest'anomalia può essere riconducibile ad un'eccessiva rigidità nella classificazione di tipo gerarchico delle gallerie previste dall'ADR. Questa prevede in caso di chiusura di un tunnel per una categoria di merce pericolosa con indice di rischio minore allora la stessa galleria sarà chiusa per le categoria con indice di rischio maggiore.

In figura 4.4 è mostrato un esempio di classificazione delle gallerie che, pur rispettando il vincolo di gerarchia imposto dall'ADR, non garantisce la minimizzazione del rischio né locale, né globale. Infatti si noti in 4.4(b) che il percorso a costo minimo non è quello alternativo e che il rischio globale, nell'esempio di flusso unitario, non è minimo.

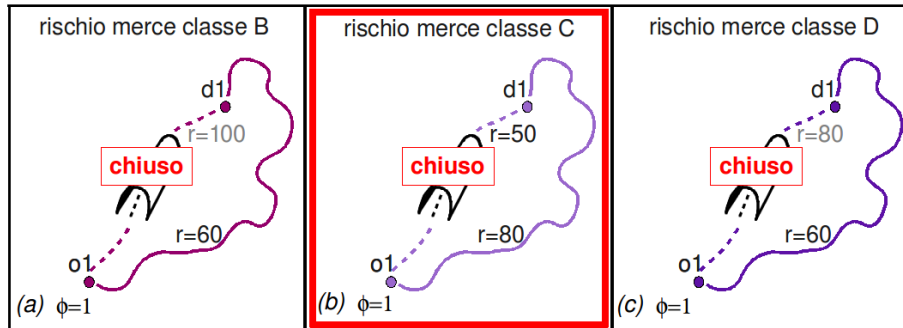


Figura 4.4 – Nel rispetto del "vincolo di gerarchia" previsto dall'ADR, la soluzione subottima genera un "paradosso" per la merce pericolosa di classe B. Si noti che il rischio globale $R = 200$ non è minimo.

La soluzione ottima è mostrata in figura 4.5 dove il rischio globale, per un flusso unitario, è minimo ed inoltre si noti in (b) che per la merce pericolosa *tossica* è permesso il transito in galleria. Quindi la soluzione ottima sarebbe una stringa $[0, 1, 0]$ che non rispetta il vincolo di gerarchia imposto dall'ADR (si rimanda alla tabella 2.1).

Diversi studi sull'analisi computazionale de rischio riguardante il trasporto di merci pericolose sia a cielo aperto ([22], [19], [17]) che in galleria ([18]) evidenzia-

4. Analisi dei risultati

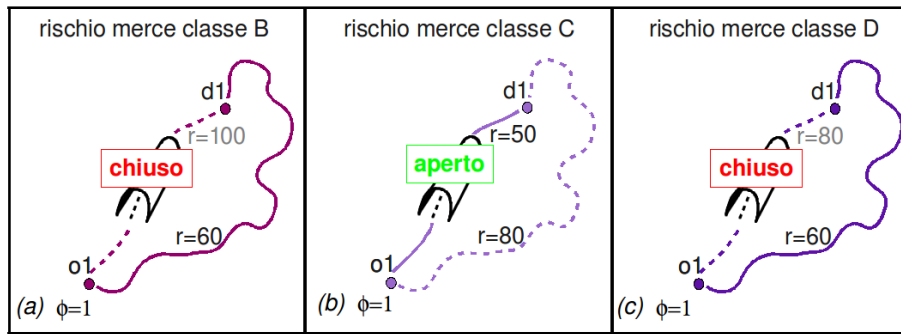


Figura 4.5 – Violando il "vincolo di gerarchia" previsto dall'ADR (si guardi anche la tab.2.1), la soluzione subottima non genera più un "paradosso" per la merce pericolosa di classe B. Si noti che il rischio globale $R = 170$ è minimo.

no come un incidente che coinvolge una merce tossica ha conseguenze diverse ed un'area d'impatto maggiore rispetto alle merci esplosive ed infiammabili. Queste considerazioni potrebbero suggerire una rivalutazione della classificazione gerarchica delle gallerie adottata attualmente dall'ADR. Per il problema qui affrontato si potrebbe suggerire una classificazione *specificata* delle gallerie al posto di quella *gerarchica* prevista dall'ADR che consenta di prendere una decisione di apertura/chiusura delle gallerie in funzione delle categorie di merce pericolosa, senza restrizioni di carattere gerarchico.

Conclusioni e sviluppi futuri

Il problema della gallerie (PG) è un problema già noto ed affrontato in lavori precedenti (e.g. [11]) che hanno ottenuto deboli risultati (per molteplici ragioni) senza cioè giungere ad una soluzione realmente applicativa; tale problema è stato risolto (sebbene in maniera subottima) grazie ad un metodo basato sulla decomposizione lagrangiana. Il valore della soluzione rappresenta il rischio globale relativo al trasporto di merce pericolosa in Lombardia che risulta ridotto del 7,8%² rispetto allo scenario deregolarizzato (ovvero mantenendo aperte tutte le gallerie). La soluzione è una stringa binaria di apertura/chiusura delle gallerie che il decisore leader (autorità di rete) può facilmente comunicare al decisore follower (l'insieme degli autotrasportatori) ad esempio attraverso una carta stradale tematizzata.

La soluzione subottima trovata è stata calcolata nell'ambito di un rilassamento lagrangiano, ciò permette di monitorare continuamente la qualità delle soluzioni euristiche mediante il calcolo del *gap* relativo con il *lower bound* lagrangiano.

Gli esperimenti riguardanti il traffico di merce pericolosa in Lombardia mettono in evidenza un tempo di calcolo totale considerevole; si sottolinea che l'onere computazionale risolutivo è dovuto solo alla grande dimensione dell'istanza che genera un numero elevato di sottoproblemi da risolvere. Tuttavia si fa notare che questi tempi sono compatibili con la caratteristica di *pianificazione* del problema; infatti una decisione di pianificazione, quando è soggetta ad aggiornamenti periodici, ha periodi dell'ordine di grandezza dell'anno.

Ulteriori sviluppi di questo metodo si possono intravedere proprio nella riduzione dei tempi di calcolo attraverso un'opportuna divisione del problema in istanze più piccole ed indipendenti, quindi ottimizzabili separatamente. Questa divisione potrebbe avvenire in base a considerazioni di tipo trasportistico e/o geografico ad esempio individuando quei flussi di merce pericolosa che insistono solo su determinate gallerie.

In riferimento al "paradosso" evidenziato in 4.3, occorrerebbe lanciare un altro esperimento eliminando i vincoli di gerarchia (2.2); in questo modo si testereb-

²Si precisa che questo valore è riferito al solo rischio generato da quei flussi di merce pericolosa che attraversano almeno una galleria nel loro percorso. La decisione di apertura/chiusura delle gallerie infatti non influenza la totalità dei flussi di merce pericolosa.

Conclusioni e sviluppi futuri

be il modello sulla possibilità di fornire una classificazione "meno rigida" delle gallerie rispetto a quella imposta dall'ADR. Infatti, come si è messo in evidenza in figura 4.5, sarebbe più opportuna una classificazione *specific* delle gallerie al posto di quella *gerarchica* imposta dall'Accordo. Con il termine *specific* s'intende una classificazione delle gallerie che consideri separatamente le restrizioni al transito in galleria per le tre classi di rischio (esplosivi, tossici ed infiammabili) senza logiche di gerarchia. Tale approccio ben si adatta alle modalità di valutazione del rischio in galleria e a cielo aperto proposta in [11].

Infine questo lavoro apre anche a possibili sviluppi nel campo della *infomobilità*: risulta infatti fondamentale un'efficace comunicazione verso gli autotrasportatori che devono scegliere coerentemente il percorso di viaggio in base alla decisione di apertura/chiusura delle gallerie presa dall'autorità di rete. In quest'ottica si pensi all'utilizzo di piattaforme web per la pubblicazione e l'aggiornamento di carte tematiche stradali oppure all'integrazione di queste informazioni all'interno dei dispositivi di navigazione satellitare GPS.

Appendice A

Carte tematiche Codice AMPL

A.1

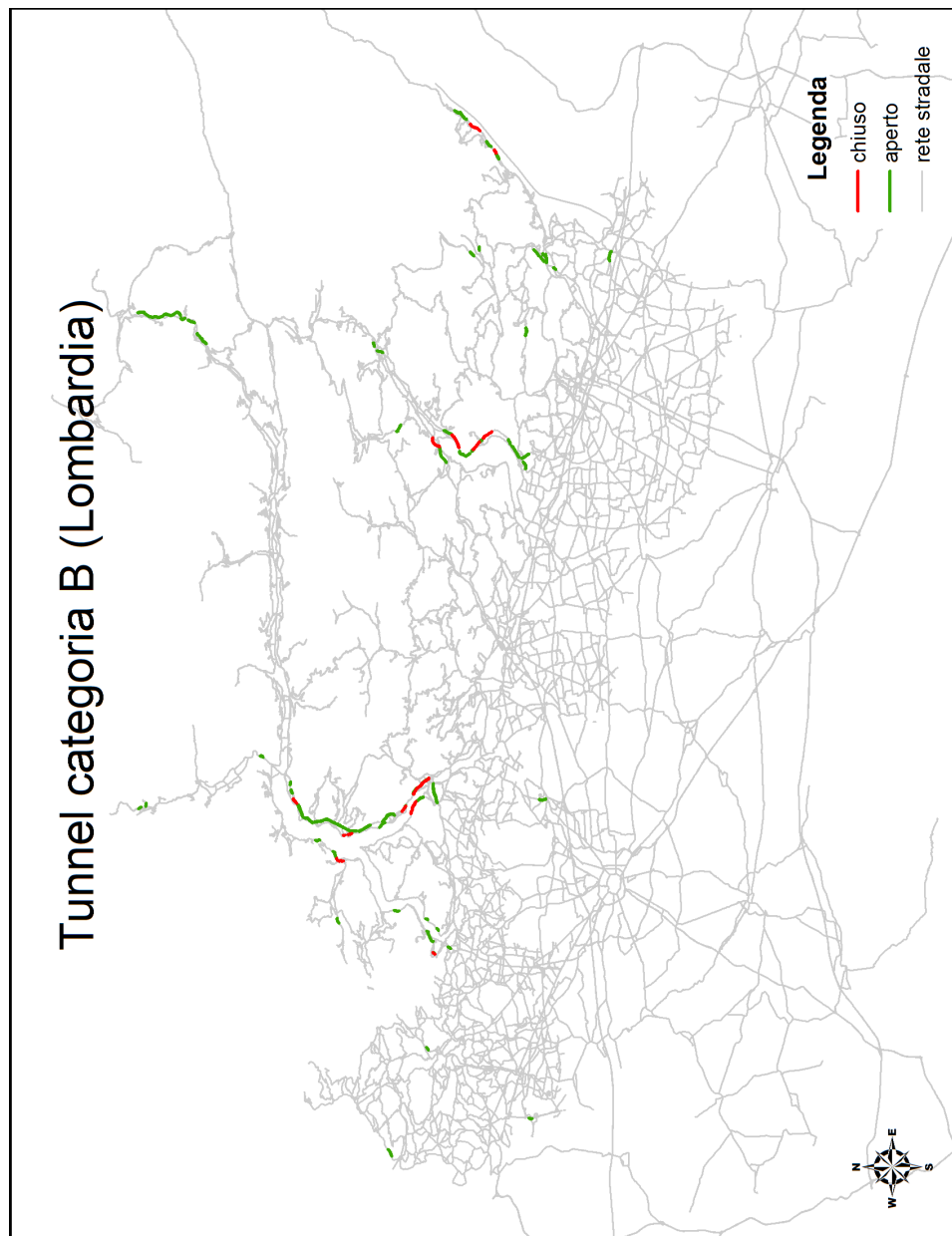


Figura A.1 – Mappa tematica delle gallerie di categoria B in Lombardia

A.2

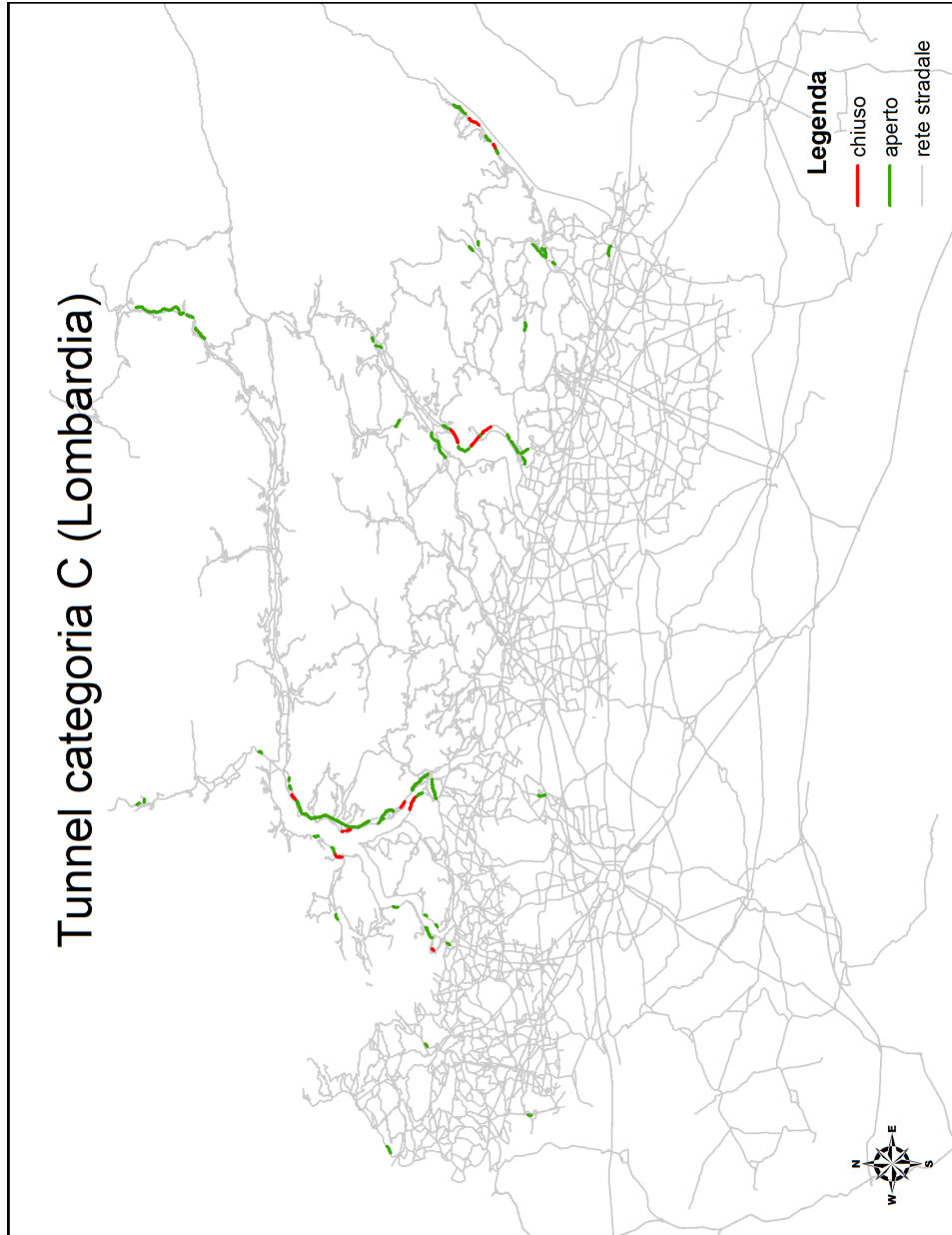


Figura A.2 – Mappa tematica delle gallerie di categoria C in Lombardia

A.3

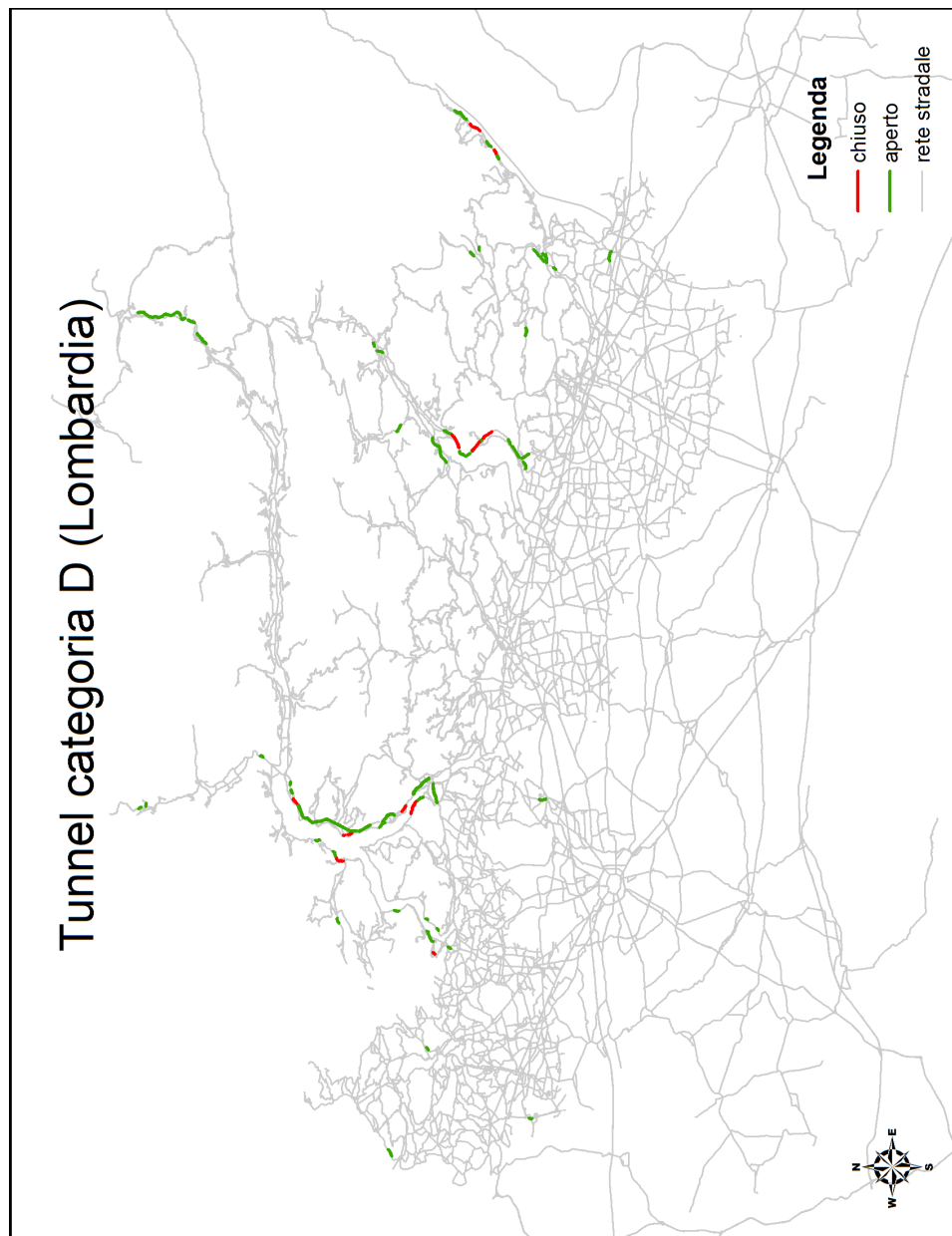


Figura A.3 – Mappa tematica delle gallerie di categoria D in Lombardia

A.4 preSolve.mod

```

1 #-----#
2 # Model min_cost (Shortest Path) #
3 #-----#
4
5 param nodes;
6 set N := 1..nodes; # node set
7 set A within { i in N, j in N }; # arc set
8 set T within A ; # set of tunnels
9 set H ordered; # set of hazardous materials
10 set OD_tot within {N,N};
11 set OD_open within OD_tot;
12 set OD_tunnel within OD_tot;
13 param c{(i,j) in A} >=0; # travel cost of arc (i,j)
14 param r{(i,j) in A, h in H}>=0, default 10; # risk of traveling arc (i,j) with hazmat h
15 param phi{OD_tot, h in H}>=0, default 1; # shipment requests
16 param o; param d; # it's possible solve an independent od-problem only if "o" and "d" are defined as parameters (read file.run)
17 var x{(i,j) in A} >=0, <=1; # binary variables
18
19 #-----#
20 # objectives #
21 #-----#
22
23 minimize costo_tot:sum{(i,j) in A} c[i,j]*x[i,j];
24
25 #-----#
26 # List of constraints #
27 #-----#
28
29 subject to flow_conservation { i in N: i <> o and i <> d}: sum{j in N: (i,j) in A} x[i,j] = sum{j in N: (j,i) in A} x[j,i];
30 subject to starting_flow: sum{l in N: (o,l) in A} x[o,l]-sum{i in N: (i,o) in A} x[i,o] = 1;
31 subject to ending_flow: sum{i in N: (i,d) in A} x[i,d]-sum{l in N: (d,l) in A} x[d,l] = 1;

```

A.5 preSolve-Lombardia.run

```

1 option solver cplexamp;
2 option show_stats 1;
3 option times 1;
4 option cplex_options 'mipdisplay=2 mipgap=1e-2'; #mipgap=1e-3';
5
6 # Customization of INPUT data
7 printf "\n-----starting PRE-SOLVE\n">preSolve.log;
8 printf "\nloading model and data set...">preSolve.log;
9
10 model preSolve.mod;
11 let H:={1..3};
12 data LombardiaArchi.dat;
13 data LombardiaCosti.dat;
14 data LombardiaOD_tot.dat;
15 data LombardiaRischioB.dat;
16 data LombardiaRischioC.dat;
17 data LombardiaRischioD.dat;
18 data LombardiaFlussiB.dat;
19 data LombardiaFlussiC.dat;
20 data LombardiaFlussiD.dat;
21
22 printf "finish\n">preSolve.log;
23 # EMD Customization of INPUT data
24
25 # Define Parameters
26 printf "\ndefining parameters...">>preSolve.log;
27
28 param xpath{(i,j) in A, (0,D) in OD_tot}, default 0;
29 param UpB, default 0;
30 param index, default 0;
31 param open_risk, default 0;
32 param count_tunnel, default 0;
33

```

```

34 printf "finish\n\n">>preSolve.log;
35 # END Parameters
36
37 # Calculating short paths
38 printf "solve min_cost (x%d) ",card(OD_tot)>>preSolve.log;
39
40 for{(0,D) in OD_tot} {
41     let o:=0;
42     let d:=D;
43     let index:=index+1;
44     solve;
45     printf"%d(t%.1f) ",index,_solve_elapsed_time>>preSolve.log;
46     for {(i,j) in A : x[i,j]=1} {
47         let xpath[i,j,0,D]:=1;
48     }
49 }
50 # first "upper bound" = global risk on network with all tunnels open
51 let UpB:=sum{h in H, (i,j) in A, (0,D) in OD_tot} r[i,j,h]*phi[0,D,h]*xpath[i,j,0,D];
52 printf"# total_risk:=%d;\n",UpB>>param4phase1.dat;
53 printf"finish |\n">>preSolve.log;
54
55 # building of set "OD_tunnel"
56 printf "\n%s", "defining OD_tunnel...">>preSolve.log;
57
58 # algorithm to found od-pairs that include one or more tunnel into their paths
59 printf"set OD_tunnel :=\n">>OD_tunnel.dat;
60 printf"\n# list created during preSolve">>y_thod.dat;
61 for{(0,D) in OD_tot} {
62     let count_tunnel:=0;
63     for{(t1,t2) in T : xpath[t1,t2,0,D]=1} {
64         let count_tunnel:=count_tunnel+1;
65         for{h in H} {
66             printf"\nlet y_thod[%d,%d,%d,%d]:=1; ",t1,t2,h,0,D>>y_thod.dat;
67         }
68     }

```

```

69   if count_tunnel>0
70     then printf("%d,%d) # count T: %d\n",0,D,count_tunnel)>>OD_tunnel.dat;
71   }
72   printf";\n">>OD_tunnel.dat;
73   data OD_tunnel.dat;
74   printf"# let tunnel_risk:=%d;\n",sum{h in H, (i,j) in A, (0,D) in OD_tunnel} r[i,j,h]*xpath[i,j,0,D]>>param4phase1.dat;
75
76   # writing paths for od-pairs into OD_tunnel
77   for {(0,D) in OD_tunnel, h in H} {
78     printf "\n# od-pairs (%d,%d), HazMat:%d\n",0,D,h>>xpath_tunnel.dat;
79     for {(i,j) in A : xpath[i,j,0,D]=1} {
80       printf"let xpath[%d,%d,%d]=1;\n",i,j,h,0,D>>xpath_tunnel.dat;
81     }
82   }
83
84   # writing cost and risk for od-pairs into OD_tunnel
85   printf"(o,d,h) cost [min] risk [-] list tunnels\n">>info-OD_tunnel.out;
86   for {(0,D) in OD_tunnel, h in H} {
87     printf"%d,%d,%d ",0,D,h>>info-OD_tunnel.out;
88     printf" %d",sum{(i,j) in A : xpath[i,j,0,D]=1} c[i,j]>>info-OD_tunnel.out;
89     printf" %d " ,sum{(i,j) in A : xpath[i,j,0,D]=1} r[i,j,h]*phi[0,D,h]>>info-OD_tunnel.out;
90     for {(t1,t2) in T : xpath[t1,t2,0,D] = 1} {
91       printf"(<%d,%d) ",t1,t2>>info-OD_tunnel.out;
92     }
93     printf"\n">>info-OD_tunnel.out;
94   }
95
96   printf "%s\n\n","finish">>preSolve.log;
97   # EMD "OD_tunnel"
98
99   # building of set "OD_open" / writing paths, costs, risks
100  printf "%s", "defining OD_open...">>preSolve.log;
101
102  # The od-pairs have not tunnels into their paths are: OD_open = OD_tot - OD_tunnel
103  let OD_open := OD_tot diff OD_tunnel;

```

```

104 printf "set OD_open :=\n">>OD_open.dat;
105 for{(0,D) in OD_open} {
106     printf "%d,%d\n",0,D>>OD_open.dat;
107 }
108 printf "\n">>OD_open.dat;
109
110 # writing paths for od-pairs into OD_open
111 for {(0,D) in OD_open} {
112     printf "\n# od-pairs (%d,%d), HazMat:all\n",0,D>>xpath-open.dat;
113     for {(i,j) in A : xpath[i,j,0,D]=1} {
114         printf "let xpath [%d,%d,h,%d]:=1;\n",i,j,0,D>>xpath-open.dat;
115     }
116 }
117
118 # writing cost and risk for od-pairs into OD_open
119 printf "(o,d,h) cost[min] risk[-]\n">>info-OD_open.out;
120 for {(0,D) in OD_open, h in H} {
121     printf "%d,%d,%d ",0,D,h>>info-OD_open.out;
122     printf "%d",sum{(i,j) in A : xpath[i,j,0,D]=1} c[i,j]>>info-OD_open.out;
123     printf "%d\n",sum{(i,j) in A : xpath[i,j,0,D]=1} r[i,j,h]*phi[0,D,h]>>info-OD_open.out;
124 }
125 let open_risk:=sum{h in H, (i,j) in A, (0,D) in OD_open} r[i,j,h]*phi[0,D,h]*xpath[i,j,0,D];
126 printf "# let open_risk:=%d;\n let UpB:=%d;" ,open_risk,UpB-open_risk>>param4phase1.dat;
127
128 printf "%s\n", "finish">>preSolve.log;
129 printf "-----finish PRE-SOLVE\n">>preSolve.log;
130 # END "OD_open"
131
132 # move output files
133 shell "mkdir output-preSolve";
134 shell "mv preSolve.log output-preSolve";
135 shell "mv info-OD_tunnel.out output-preSolve";
136 shell "mv info-OD_open.out output-preSolve";
137 shell "mv OD_open.dat output-preSolve";
138 shell "mv xpath-open.dat output-preSolve";

```

```
139
140 # copy only input files for next step
141 shell "cp param4phase1.dat output-preSolve";
142 shell "cp OD_tunnel.dat output-preSolve";
143 shell "cp xpath-tunnel.dat output-preSolve";
144 shell "cp y_thod.dat output-preSolve";
```

A.6 phase1+updateUB.mod

```

1 /*****
2 * Model to classify tunnels according to ADR 2007
3 * USING WEAK DUALITY THEOREM
4 * USING lagrangian relaxation and decomposition
5 *****/
6
7 param nodes;
8 set N := 1..nodes; # node set
9 set A within { i in N, j in N }; # arc set
10 set T within A ; # set of tunnels
11 set H ordered; # set of hazardous materials
12 set OD_tot within {N,N};
13 set OD_open within OD_tot;
14 set OD_tunnel within OD_tot;
15 set OD_cond within OD_tunnel;
16
17 param c{(i,j) in A} >=0, default 5; # travel cost of arc (i,j)
18 param r{(i,j) in A, h in H}>=0, default 10; # risk of traveling arc (i,j) with hazmat h
19 param phi{OD_tot, h in H} >=0, default 1; # shipment requests
20 param c_min{OD_tot}>=0, default card(N)*max{(i,j) in A}c[i,j];
21 # cost of the minimum path OD without tunnel interdictions; default is infinity
22 param R := max{(o,d) in OD_tot, h in H}phi[o,d,h]*(card(N)-1)*max{(i,j) in A}c[i,j];
23 param M := (card(N)-1)*max{(i,j) in A}c[i,j];
24
25 param lambda {(t1,t2) in T, h in H, (o,d) in OD_tot} >=0, default 1; # vector of lagrangian multipliers for 5th constraint relaxed
26 param mu {(t1,t2) in T, h in H, OD_tot} >=0, default 1; # vector of lagrangian multipliers for 6th constraint relaxed
27
28 param o; # because the relaxation, "o" "h" are parameters for each odh-independent problems
29 param d;
30 param h;
31
32 var x{(i,j) in A}>=0; # binary variables (because cost matrix TU), default 0;
33 param x_plus{(i,j) in A, haz in H, (ori,des) in OD_tot}, default 0;

```

```

34 var y{(t1,t2) in T, haz in H} binary; # binary variables: 0/1 means closed/open tunnel for the hazmat haz
35 var pi{i in N};
36 param pi_plus{i in N, haz in H, (ori,des) in OD_tot}; # dual variables (potentials), w_i defined into Kara Verter's article
37
38 #-----#
39 # List of objectives #
40 #-----#
41
42 # L1 = L(y) relaxation and decomposition of the problem (P0)
43 minimize L1:
44     sum{(t1,t2) in T, haz in H, (ori,des) in OD_tot}
45     y[t1,t2,haz]*( (mu[t1,t2,haz,ori,des]*M/(c[t1,t2]+M))-lambda[t1,t2,haz,ori,des] );
46
47 # L2 = L(x2,pi) relaxation and decomposition of the problem (P0). L2(x,pi)
48 minimize L2hod:
49     sum{(i,j) in A} r[i,j,h]*phi[o,d,h]**x[i,j] +
50     sum{(t1,t2) in T} lambda[t1,t2,h,o,d]*x[t1,t2] +
51     sum{(t1,t2) in T} mu[t1,t2,h,o,d]*( (pi[t2]-pi[t1])/(c[t1,t2]+M)-1 );
52
53 # MCP = min cost paths
54 minimize MCP: sum{(i,j) in A} c[i,j]**x[i,j];
55
56 #-----#
57 # List of constraints #
58 #-----#
59
60 # 1st
61 subject to risk_class_hierarchy {h1 in H, h2 in H, (t1,t2) in T: h1<h2}: y[t1,t2,h1]<=y[t1,t2,h2];
62
63 # 2nd
64 subject to flow_conservation {i in N: i <> o and i <> d}:
65     sum{j in N: (i,j) in A} x[i,j] = sum{j in N: (j,i) in A} x[j,i];
66
67 # 3rd
68 subject to starting_flow: sum{l in N: (o,l) in A} x[o,l]-sum{i in N: (i,o) in A} x[i,o] = 1;

```



```
69
70 # 4th
71 subject to ending_flow: sum{i in N: (i,d) in A} x[i,d]-sum{l in N: (d,l) in A} x[d,l] = 1;
72
73 # 5th constraints relaxed
74 # 6th constraints relaxed
75
76 # 7th
77 subject to new_dual_constraints_outside_T { (i,j) in (A diff T)}: pi[j]-pi[i]<=c[i,j];
78
79 # 8th
80 subject to weak_duality_constraint: pi[d]-pi[o]>= sum{(i,j) in A} c[i,j]*x[i,j];
```

A.7 phase1+updateUB3.1.mod

```

1 option solver cplexamp;
2 option show_stats 1;
3 option times 1;
4 option cplex_options 'mipdisplay=2 mipgap=1e-6'; #default: 1e-6
5
6 # Customization of INPUT data
7 printf "\nPHASE1: loading model and data set...">>phase1.log;
8
9 model phase1+updateUB.mod;
10 let H:={1..3};
11 data LombardiaArchi.dat;
12 data LombardiaCosti.dat;
13 data LombardiaOD_tot.dat;
14 data LombardiaRischioB.dat;
15 data LombardiaRischioC.dat;
16 data LombardiaRischioD.dat;
17 data LombardiaFlussiB.dat;
18 data LombardiaFlussiC.dat;
19 data LombardiaFlussiD.dat;
20
21 param UB;
22 data param4phase1.dat;
23 data OD_tunnel.dat;
24
25 printf "finish\n">>phase1.log;
26 # END Customization of INPUT data
27
28 #Parameters for Beasley's subgradient method
29 printf "%s", "defining parameters...">>phase1.log;
30 printf "UB=%d\n", UB>>out-valueL;
31
32 param start_n,          default 1;
33 param end_n,           default 20; # number of iteration for every beta's value

```

```

34 param end_beta, default 0.005; # smallest beta's value that stop the process
35 param alpha, default 0;
36 param beta, default 2;
37 param G_lambda {(t1,t2) in T, haz in H, (ori,des) in OD_tunnel} default 1;
38 param G_mu {(t1,t2) in T, haz in H, (ori,des) in OD_tunnel} default 1;
39
40 # Others parameters
41 param xpath{(i,j) in A, haz in H, (ori,des) in OD_tunnel}, default 0;
42 param L, default 0;
43 param L2, default 0;
44 param bestL, default 0;
45 param norma2, default 0;
46 param STOP, default 0;
47 param index, default 0;
48 param Risk, default 0;
49 param Cost, default 0;
50 param tmp, default 0;
51 param IPhod, default 0;
52 param IP, default 0;
53 param new_i, default -1;
54
55 #Load data in event of recovery or if you know start-values of multipliers
56 data multipliers.dat; let start_n:=start_n+1; # "data" and "let" have to be the same row command
57
58 printf "%s\n\n", "finish">>phase1.log; # END Parameters
59
60 # Subgradient optimization
61 printf "%s\n", "subgradient optimization:">>phase1.log;
62
63 repeat while beta >= end_beta {
64     if STOP=1 then break;
65     printf "\nbeta= %.3f\n", beta>>phase1.log;
66     repeat while start_n <= end_n {

```

Appendice

```
69 if STOP=1 then break;
70 printf "n= %2d :", start_n>>phase1.log;
71 printf "\n\nbeta=%d | n=%d\n(o,d,h)          cost[min]      risk[-] crossing tunnels", beta, start_n>>info-OD_tunnel.out;
72
73 # drop all constraints
74 drop risk_class_hierarchy;
75 drop flow_conservation;
76 drop starting_flow;
77 drop ending_flow;
78 drop new_dual_constraints_outside_T;
79 drop weak_duality_constraint;
80
81 # cleaning old values
82 for {(t1,t2) in T, haz in H} {
83     let y[t1,t2,haz]:=0;
84 }
85 for {(i,j) in A} {
86     let x[i,j]:=0;
87     let pi[i]:=0;
88     let pi[j]:=0;
89 }
90 # objective L1
91 restore risk_class_hierarchy;
92 objective L1;
93 printf "solve L1">>phase1.log;
94 solve;
95 printf("t%.2f",_solve_elapsed_time>>phase1.log;
96 if match (solve_message, "infeasible") > 0 then {
97     printf"|IP">>phase1.log;
98 }
99 printf") ~ ">>phase1.log;
100 drop risk_class_hierarchy;
101 printf "\n\nbeta= %.3f  n=%2d\n",beta, start_n>>store-y_t1t2h.dat;
102 printf "\n\nbeta= %.3f  n=%2d\n",beta, start_n>>store-y_rc-t1t2h.dat;
103 for{haz in H} {
```

```

104   for {(t1,t2) in T} {
105       printf "let y[%d,%d,%d]= %d;\n",t1,t2,haz,y[t1,t2,haz]>>store-y_t1t2h.dat;
106       printf "let y.rc[%d,%d,%d]= %f;\n",t1,t2,haz,y.rc[t1,t2,haz]>>store-y_rc-t1t2h.dat;
107   }
108
109   let L:=0;
110   let L2:=0;
111   let index:=0;
112   let norma2:=0;
113   let Risk:=0;
114   let Cost:=0;
115   let IP:=0;          # counter of Infeasible Problems
116
117   printf "solve %d L2[h,o,d] ",card(H)*card(OD_tunnel)>>phase1.log;
118   # pi values are not necessary because automatic constraints control
119   printf "\nbeta= %.3f  n=%2d\n",beta,start_n>>store-pi_thod.dat;
120   # x values are necessary to know crossing tunnels
121   printf "\nbeta= %.3f  n=%2d\n",beta,start_n>>store-x_t1t2hod.dat;
122   printf "\nbeta= %.3f  n=%2d\n",beta,start_n>>solve-message.tmp;
123
124   for {haz in H, (ori,des) in OD_tunnel} {
125       printf "\n#od-pair (%d,%d), HazMat=%d",ori,des,haz>>xpath-tunnel.dat;
126       let index:=index+1;
127       printf "\n\nindex:%d = hod:(%d,%d,%d)",index,haz,ori,des>>solve-message.tmp;
128       let IPhod:=0;
129
130       # assignment of variables depending on the model
131       let o:=ori;
132       let d:=des;
133       let h:=haz;
134
135       # restore just the constraints that it needs
136       restore flow_conservation;
137       restore starting_flow;
138       restore ending_flow;

```

```

139 restore new_dual_constraints_outside_I;
140 restore weak_duality_constraint;
141 # objective L2n
142 objective L2hod;
143 solve;
144 printf"\nsolve L2hod: %s",solve_message>>solve_message.tmp;
145 printf "%d(t%d",index,_solve_elapsed_time>>phase1.log;
146 if match (solve_message, "infeasible") > 0 then {
147   printf"|Ip">>phase1.log;
148 }
149 let L2:=L2+L2hod;
150 for{(t1,t2) in T} {
151   let x_plus[t1,t2,haz,ori,des]:=x[t1,t2];
152   let pi_plus[t1,haz,ori,des]:=pi[t1];
153   let pi_minus[t2,haz,ori,des]:=pi[t2];
154   printf "let x_plus[%d,%d,%d,%d]:= %d;\n",t1,t2,h,o,d,x_plus[t1,t2,h,o,d]>>store-x_t1t2hod.dat;
155   # calculate and check subgradient G_lambda
156   let G_lambda[t1,t2,h,o,d]:=x_plus[t1,t2,h,o,d]-y[t1,t2,h];
157   if G_lambda[t1,t2,h,o,d]<0 and lambda[t1,t2,h,o,d]=0 then {
158     let G_lambda[t1,t2,h,o,d]:=0;
159   }
160   # calculate and check subgradient G_mu
161   let G_mu[t1,t2,h,o,d]:=(pi_plus[t2,h,o,d]-pi_minus[t1,h,o,d]+M*y[t1,t2,h])/(c[t1,t2]+M)-1;
162   if G_mu[t1,t2,h,o,d]<0 and mu[t1,t2,h,o,d]=0 then {
163     let G_mu[t1,t2,h,o,d]:=0;
164   }
165   # calculate norma2 (= norma^2)
166   let norma2:=norma2 + G_lambda[t1,t2,h,o,d]**2 + G_mu[t1,t2,h,o,d]**2;
167 }
168 printf"\n| finish updating subgradients and norma -> ">>solve_message.tmp;
169 # cleaning constraints to solve MCP
170 drop new_dual_constraints_outside_I;
171 drop weak_duality_constraint;
172 objective MCP;
173 printf"constraints and objective -> ">>solve_message.tmp;

```

```

174 #cleaning old values
175 for {(i,j) in A} {
176     let x[i,j]:=0;
177 }
178 # fixing of specific variables
179 fix{(t1,t2) in T : y[t1,t2,h]=0} x[t1,t2]:=0;
180 printf"fixing x=0 if y=0 than solve MCP|">>solve-message.tmp;
181 solve;
182 printf"\nsolve MCP:   %s",solve_message>>solve-message.tmp;
183 printf "+%.1f",_solve_elapsed_time>>phase1.log;
184 if match (solve_message, "infeasible") > 0 then {
185     printf"|IP">>phase1.log;
186     let IP:=IP+1; # counter of Infeasible Problems
187     let IPhod:=1;
188 }
189 printf " ">>phase1.log;
190 drop flow_conservation;
191 drop starting_flow;
192 drop ending_flow;
193 unfix{(t1,t2) in T : y[t1,t2,h]=0} x[t1,t2]:=0;
194 printf"\nunfixing x=0 than printf path |">>solve-message.tmp;
195
196 if IPhod>0 then {
197     printf"\n# infeasible problem">>xpath-tunnel.dat;
198 }
199 else {
200     # ordered printf of paths
201     let new_i:=ori;
202     repeat while new_i != des {
203         for {(i,j) in A : x[i,j]=1 and i=new_i } {
204             let xpath[i,j,haz,ori,des]:=x[i,j];
205             printf"\nlet xpath[%d,%d,%d,%d]:= %d; ",i,j,haz,ori,des,x[i,j]>>xpath-tunnel.dat;
206             let new_i:=j;
207         }
208     }

```

```

209 }
210 let tmp:=sum{(i,j) in A}c[i,j]*x[i,j];
211 let Cost:=Cost+tmp;
212 printf "\n(%d,%d,%d) %d",ori,des,haz,tmp>>info-OD_tunnel.out;
213 let tmp:=sum{(i,j) in A} r[i,j, haz]*phi[ori,des,haz]*x[i,j];
214 let Risk:=Risk+tmp;
215 printf "%d ",tmp>>info-OD_tunnel.out;
216 for{(t1,t2) in T : x[t1,t2]=1} {
217     printf("(%d,%d)",t1,t2>>info-OD_tunnel.out;
218 }
219
220
221 let L:=L1+L2;
222 printf "L= %.2f\n",L>>store-y_t1t2h.dat;
223 printf "L= %.2f\n",L>>store-y_rc_t1t2h.dat;
224 printf "L= %.2f\n",L>>store-pi_thod.dat;
225 printf "L= %.2f\n",L>>store-x_t1t2hod.dat;
226 printf "\nL= %.2f | Risk= %d",L,Risk>>xpath_tunnel.dat;
227 printf "%s", ">>finish |">>phase1.log;
228
229 if abs(L-bestL)<1 then {
230     let STOP:=1;
231     printf "!convergence!\n">>phase1.log;
232     # rotate last result files before breaking
233     shell "logrotate -s [insert path:]
234 }
235 if L>bestL then {
236     let bestL:=L;
237 }
238 printf "beta=%.3f n=%2d | L=%.2f bestL=%.2f | IP=%d | Risk=%d
239 | Cost=%d\n",beta,start_n,L,bestL,IP,Risk,Cost>>out-valueL;
240 if STOP=1 then {
241     break;
242 }
243 else {
244     # check if norma2=0 to stop iterations
245 }

```



```

244 if norma2=0 then {
245     let STOP:=1;
246     printf "%s\n", "norma2 = 0 (break)">>phase1.log;
247     break;
248 }
249
250 # otherwise calculate alpha...
251 let alpha := beta*(UB-L)/norma2;
252 printf "beta=%.3f n=%d | norma2=%f; let alpha=%f;\n", beta, start_n, norma2, alpha>>out-alpha;
253 # ...and update multipliers
254 printf "update multipliers->">>phase1.log;
255 printf "\nlet beta:=%f; \nlet start_n:=%2d; \nlet bestL:=%f; ", beta, start_n, bestL>>out-multipliers;
256 for {(t1,t2) in T, haz in H, (O,D) in OD_tunnel} {
257
258     # assignment of variables depending on the model
259     let h:=haz;
260     let o:=O;
261     let d:=D;
262     let lambda[t1,t2,h,o,d]:= max ( 0,lambda[t1,t2,h,o,d] + alpha*G_lambda[t1,t2,h,o,d] );
263     let mu[t1,t2,h,o,d] := max ( 0,mu[t1,t2,h,o,d] + alpha*G_mu[t1,t2,h,o,d] );
264     printf "\nlet lambda[%d,%d,%d,%d]:=%f; ", t1,t2,h,o,d,lambda[t1,t2,h,o,d]>>out-multipliers;
265     printf "let mu[%d,%d,%d,%d]:=%f; ", t1,t2,h,o,d,mu[t1,t2,h,o,d]>>out-multipliers;
266 }
267
268 # update upper bound
269 if Risk<UB and IP=0 then {
270     let UB:=Risk;
271     printf "UB=%d\n", UB>>out-valueL;
272     printf "new UB->">>phase1.log;
273 }
274 printf "\nlet UB:=%d; ", UB>>out-multipliers;
275 printf "finish |\n">>phase1.log;
276 # rotate result files
277 shell "logrotate -s /[insert path:]"
278 }
279 let start_n := start_n+1;

```

```
279     }
280     let start_n := 1;
281     let beta:=beta/2;
282 }
283 printf"\n-----finish PHASE 1\n">>phase1.log;
284 # EMD Subgradient optimization
285
286 # move output files not declared in logrotate.conf
287 shell "mkdir output-Phi+updateUB";
288 shell "mv out-valueL output-Phi+updateUB";
289 shell "mv out-alpha output-Phi+updateUB";
290 shell "mv phase1.log output-Phi+updateUB";
291 # delete empty files
292 shell "rm -f store-y-tit2h.dat";
293 shell "rm -f store-y.rc_tit2h.dat";
294 shell "rm -f store-x-tit2hod.dat";
295 shell "rm -f xpath-tunnel.dat";
296 shell "rm -f out-multipliers";
```

Bibliografia

- [1] E. Amaldi, M. Bruglieri, B. Fortz, *On the Hazmat Transport Network Design Problem*, INOC: International Network Optimization Conference, Hamburg, June 13–16 2011
- [2] E. Amaldi, M. Bruglieri, R. Maja, G. Rainoldi, *A bilevel programming approach to tunnel restriction for hazardous material transportation*, FIMA 2009, Gressoney (AO), 21/01/2009
- [3] R.K. Ahuja, T.L. Magnanti, J.B. Orlin, *Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications*, Prentice Hall, Englewood, 1993
- [4] J.E. Beasley, *Lagrangean relaxation in Modern heuristic techniques for combinatorial problems* (C.R.Reeves, ed), Blackwell Scientific Publications, 1993
- [5] R.E. Bixby, W. Gregory, I.J. Lustig, R.E. Marsten, D.F. Shanno, *Very large-scale Linear Programming: a case study in combining Interior Point and Simplex Methods*, Operations Research, Vol.40, No.5, ed by: INFORMS, Sep.-Oct 1992
- [6] M. Bruglieri, A. Colorni, *Ricerca Operativa*, Zanichelli, Bologna, 2011 (in fase di stampa)
- [7] S. Ceria, P. Nobile, A. Sassano, *A Lagrangian-based heuristic for large-scale set covering problems*, Mathematical Programming, no.81, 1998
- [8] M. Dell'Amico, F. Maffioli, A. Sciomachen, *A Lagrangian heuristic for the Prize Collecting Travelling Salesman Problem*, Annals of Operations Research, no.81, 1998
- [9] F. Diernhofer, B. Kohl, R. Hörhan, *New austrian guideline for the transport of dangerous goods through road tunnels*, 5th international conference "Tunnel Safety and Ventilation", Graz, 03/05/2010
- [10] R. Fourer, D.M. Gay, B.W. Kernighan, *The AMPL book. AMPL: a modeling language for mathematical programming*, Boyd & Fraser Publishing Company, Denvers, Massachussets 1999.

Bibliografia

- [11] P. Gandini, *Modello di mitigazione del rischio associato al trasporto di merci pericolose attraverso la gestione degli accessi alle gallerie*, Politecnico di Milano, 2009
- [12] M.R. Garey, D.S. Johnson, *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*, W.H. Freeman, 1979
- [13] M. Held, P. Wolfe, H.P. Crowder, *Validation of subgradient optimization*, Mathematical Programming (1974), Volume: 6, Issue: 19 74, Pages: 62-88
- [14] F.S. Hillier, G.J. Lieberman, *Ricerca Operativa (8^a ed.)*, McGraw-Hill, 2006
- [15] K. Holmberg, D. Yuan, *A Lagrangian Heuristic Based Branch-and-Bound Approach for the Capacitated Network Design Problem*, Operations Research, Vol.48, No.3, Published by: INFORMS (May - Jun, 2000)
- [16] B. Kohl, M. Žibert, *Risk analysis study for Slovenian motorway tunnels*, Slovenski kongres o cestah in prometu, Portorož, 22/10/2010
- [17] R. Maja, G. Rainoldi, G. Marchionni, D. Romanò, *Progetto SNTMP, Mappatura del rischio*, per Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, 2006.
- [18] D. Manca, S. Brambilla, S. Caragliano, *Un modello matematico basato sull'analisi multicriteriale per la valutazione del rischio improvviso o montante*, Politecnico di Milano, 2007.
- [19] B. Mazzarotta, *Sviluppo di Linee Guida per la valutazione del rischio nel trasporto di sostanze pericolose*, CNR GNDRCIE, Atti del Seminario Unità Operative, Roma, 1998
- [20] S.M.S. Neiro & J.M. Pinto, *Lagrangian decomposition applied to multiperiod planning of petroleum refineries under uncertainty*, Latin America applied research, 2006.
- [21] D.P. Palomar, M. Chiang, *A tutorial on decomposition methods for network utility maximization*, IEEE Journal on selected areas in communication, Vol.24 No.8, august 2006.
- [22] G. Rainoldi, A. Zanata, *Metodologia per la definizione di percorsi a rischio minimo nel trasporto di merci pericolose*, Politecnico di Milano, 2002.
- [23] K. Techapichetvanich, D. Bricker, *Investigation of lagrangian heuristics for set covering problems*, Department of Industrial Engineering, The University of Iowa, Iowa City, USA, May 1993

Bibliografia

- [24] D. Wedelin, *An algorithm for large scale 0-1 integer programming with application to airline crew scheduling*, annals of Operations Research, Chalmers University of Technology, Goteborg 1995
- [25] L.A. Wolsey, *Integer Programming*, Wiley-Intersciences publication, 1998

riferimenti normativi

- [26] Préfecture de la Haute-Savoie, Arrêté n. DDT-2010-60: *portant modification du règlement circulation dans le tunnel du Mont Blanc*, Annecy, 20/01/2010
- [27] Préfecture de la Savoie, Arrêté n. DDT-2009-07: *Règlement circulation du Tunnel du Fréjus*, Chambery, 09/06/2009
- [28] Regione autonoma della valle d'Aosta, Decreto n. DPR 33/2010, Aosta, 26/01/2010
- [29] Republika Slovenija, *Chapter 1.9 ADR - additional restrictions on the carriage of dangerous goods (notification according to 1.9.4)*, Ljubljana, 09/07/2004
- [30] United Nation, ECE/TRANS/215: *European Agreement concerning the International Carriage of Dangerous Goods by Road*, United Nations, New York and Geneve, october 2010
- [31] United Nation, C.N.804.2006.TREATIES-2, *Switzerland: objection to amendments proposed by Portugal to Annex A and B, as amended*, Geneve 22/01/2007
- [32] Ufficio federale delle strade USTRA - DATEC Svizzera, *Trasporto di merci pericolose su strada: trasposizione delle disposizioni internazionali concernenti le limitazioni del traffico in galleria*, Berna, 24/09/2009