

POLITECNICO DI MILANO  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE  
*Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni*



**Progetto di un sistema SAR geosincrono ad alta  
risoluzione: stima e compensazione dello  
schermo di fase atmosferico**

*Relatore:* **Chiar.mo Prof. Andrea Monti Guarnieri**

*Tesi di Laurea di:*

**Luca Perletta**  
**matr. n° 748918**

**Diego Scapin**  
**matr. n° 745911**

*Anno Accademico 2010/2011*

*“Tanto più una cosa è difficile  
tanto più grande il premio finale”*

# Sommario

Questa tesi è dedicata allo studio e alla progettazione di un radar ad apertura sintetica posto su un satellite geosincrono che permetta di osservare la superficie terrestre e realizzare immagini ad alta risoluzione. Particolare attenzione è posta sul problema della stima e rimozione dell'atmosfera; questa può infatti condizionare fortemente la realizzazione del sistema.

Nella prima parte vengono trattati i singoli parametri che influenzano il dimensionamento del sistema. In particolare, si descrivono i requisiti tecnici desiderati, la geometria, l'orbita e i processi di acquisizione e focalizzazione. Particolare attenzione è riposta sull'effetto dell'orbita ellittica di un satellite sulla risoluzione e sull'immagine interferometrica.

Nella seconda parte è studiata l'atmosfera. Nello specifico sono descritte le sue caratteristiche statistiche e una tecnica per modellizzarla a partire da dati meteorologici quali pressione, temperatura e umidità. Si analizzano gli effetti dell'atmosfera sulla focalizzazione e si propone un metodo per la stima di tale rumore. Infine si consiglia una tecnica per la sua rimozione a partire dalla stima ottenuta.

Nella terza e ultima parte sono presentati i risultati delle simulazioni numeriche per quanto concerne stima e rimozione dell'atmosfera. Al fine di avere un metodo oggettivo di verifica della bontà del lavoro svolto sono inoltre definiti alcuni criteri di validazione.

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>GEOSAR - Condizioni ideali</b>	<b>3</b>
2.1	Obiettivi di sistema . . . . .	3
2.2	Geometria . . . . .	4
2.3	Orbita . . . . .	5
2.4	Parametri di sistema . . . . .	7
2.5	Acquisizione . . . . .	9
2.6	Focalizzazione . . . . .	11
2.7	Risoluzione . . . . .	12
2.7.1	Sistema monostatico . . . . .	12
2.7.2	Sistema bistatico . . . . .	20
2.8	Prestazioni interferometriche . . . . .	24
<b>3</b>	<b>GEOSAR - Presenza di atmosfera</b>	<b>28</b>
3.1	Caratteristiche e creazione dello schermo atmosferico . . . . .	28
3.2	Acquisizione e focalizzazione . . . . .	33
3.3	Impatto dell'atmosfera sulla focalizzazione . . . . .	35
3.4	Stima dell'atmosfera - Single Look . . . . .	39
3.4.1	Approssimazione atmosfera costante . . . . .	39
3.4.2	Atmosfera variante spazio-tempo . . . . .	42
3.4.3	Ottimizzazione della stima . . . . .	43
3.5	Stima dell'atmosfera - Multi Look . . . . .	47
3.6	Ricostruzione scena focalizzata . . . . .	47
3.7	Miglioramento delle prestazioni . . . . .	48
<b>4</b>	<b>Risultati</b>	<b>50</b>
4.1	Definizione del sistema . . . . .	51
4.2	Definizione della validazione . . . . .	53
4.3	Prestazioni della stima atmosferica . . . . .	54
4.3.1	Atmosfera di potenza media . . . . .	54
4.3.2	Atmosfera di potenza forte . . . . .	55
4.3.3	Considerazioni sulla stima . . . . .	57

<i>INDICE</i>	iii
4.4 Focalizzazione della scena . . . . .	61
<b>5 Conclusioni</b>	<b>64</b>
<b>A Modello Saastamoinen</b>	<b>66</b>
<b>B Creazione dell'atmosfera - Cholesky</b>	<b>68</b>

# Elenco delle figure

2.1	Posizione di un satellite geosincrono a longitudine nominale di $9^\circ$ in coordinate sferiche. . . . .	5
2.2	Orbita: $long_0 = 9^\circ$ ; $e = 0.04 \%$ ; $i = 0.002^\circ$ ; $t_0 = 0$ ; $\omega = 18 \text{ rad}$ . . .	6
2.3	Diamond diagram per un target a $9^\circ$ di longitudine. I colori rappresentano il rank (ritardo in numero intero di echi tra l'impulso e il Nadir). . . . .	9
2.4	Geometria del sistema. . . . .	9
2.5	Matrice $\mathbf{F}_{\text{ref}}$ - Parametri di sistema in Tab. 2.2 - $T_s = 15 \text{ min}$ . . .	11
2.6	Geometria del sistema monostatico. Definizione delle direzioni range e azimuth. . . . .	13
2.7	Apertura sintetica lungo l'orbita ellittica e proiezione lungo la direzione azimuthale. . . . .	13
2.8	Risposta all'impulso (calcolata usando Eq. 2.16) del sistema monostatico i cui parametri sono in Tab. 2.2. $T_s = 60 \text{ min}$ . $\rho_{az} \approx 35 \text{ m}$ . . . . .	14
2.9	Esempi di orbita giornaliera: $long_0 = 9^\circ$ ; $e = 0.0008$ ; $t_0 = 0$ ; $\omega = 0$ . . .	15
2.10	Confronto tra le due velocità in direzione azimuth. . . . .	15
2.11	Risoluzione azimuthale ottenuta al variare dell'istante di inizio dell'apertura sintetica. $T_s = 20 \text{ min}$ . . . . .	16
2.12	Esempi di orbita giornaliera: $long_0 = 9^\circ$ ; $i = 0.002^\circ$ ; $t_0 = 0$ ; $\omega = 0$ . . .	16
2.13	Confronto tra le due velocità in direzione azimuth. . . . .	17
2.14	Confronto tra le risoluzioni azimuthali ottenute al variare dell'istante di inizio dell'apertura sintetica. $T_s = 20 \text{ min}$ . . . . .	17
2.15	Orbita di Eurobird 9A - Hot Bird 7A del 21-25 Febbraio 2011. . .	18
2.16	Scelta ottimale di istante inizio apertura sintetica - $T_s = 6 \text{ h}$ . . . .	19
2.17	Scelta non ottimale di istante inizio apertura sintetica - $T_s = 6 \text{ h}$ . . .	19
2.18	Geometria del sistema bistatico. Definizione delle direzioni range, azimuth e dell'angolo di bistatico $\beta$ . . . . .	20
2.19	Effetto del sincronismo sulla velocità azimuthale totale $v_{bist,az}$ . . . .	21
2.20	Orbite dei satelliti Master e Slave. . . . .	22
2.21	Velocità azimuthale bistatico. Si confrontano due casi di somma delle velocità per differenti tempi del perigeo. . . . .	23

2.22	Risoluzione azimutale bistatico. Si confrontano le risoluzioni ottenibili nei due casi di differenti tempi del perigeo. . . . .	23
2.23	Aperture sintetiche ottime distanti 12 ore e baseline normale conseguente. . . . .	24
2.24	Coerenza volumetrica $\gamma_V$ . . . . .	25
2.25	Aperture sintetiche ottime distanti 4 giorni e baseline normale conseguente. . . . .	25
2.26	Coerenza volumetrica $\gamma_V$ . . . . .	26
2.27	Shift spettrale introdotto dall'inclinazione del terreno con un baseline normale valutato dopo 4 giorni di orbita. $\theta_{inc} = 52.36^\circ$ . . . . .	27
3.1	Variogramma atmosferico stimato presso Como. . . . .	30
3.2	Confronto tra variogramma teorico e approssimazione lineare. . .	30
3.3	Confronto tra variogramma dell'atmosfera simulata con quella reale.	31
3.4	Atmosfera simulata - $2\sigma_{t,x}^2 = 400 \text{ mm}^2$ , $\tau_0 = 10 \text{ h}$ e $\chi_0 = 6 \text{ km}$ . . .	33
3.5	Confronto tra $\mathbf{F}_{ref}$ e $\mathbf{F}$ . Parametri di sistema in Tab. 2.2 - $T_s = 15 \text{ min}$ - $\lambda = 0.03 \text{ m}$ . . . . .	34
3.6	Potenza della risposta impulsiva di una striscia in range corretta con legge di distanza del punto centrale in presenza ed assenza di atmosfera. Atmosfera Como, $2\sigma_{t,x}^2 = 1600 \text{ mm}^2$ . . . . .	35
3.7	Esponenziale atmosferico con $2\sigma_{t,x}^2 = 400 \text{ mm}^2$ per le frequenze $5 \text{ GHz}$ e $10 \text{ GHz}$ . . . . .	37
3.8	Risoluzione azimutale al variare delle frequenze e del tempo di apertura sintetica in presenza dello schermo di fase atmosferico di potenza $2\sigma_{t,x}^2 = 400 \text{ mm}^2$ e $v = 4 \text{ m/s}$ . . . . .	38
3.9	Risoluzione azimutale al variare delle frequenze e del tempo di apertura sintetica in presenza dello schermo di fase atmosferico stimato di potenza $2\sigma_{t,x}^2 = 1600 \text{ mm}^2$ e $v = 4 \text{ m/s}$ . . . . .	39
3.10	Stima di atmosfera costante nello spazio. $2\sigma_x^2 = 400 \text{ mm}^2$ , $\chi_0 = 6 \text{ km}$ .	40
3.11	Stima di atmosfera costante nel tempo. $2\sigma_t^2 = 400 \text{ mm}^2$ , $\tau_0 = 10 \text{ h}$ .	41
3.12	Coerenza temporale e spaziale del rumore atmosferico. Parametri: $2\sigma_{x,t}^2 = 400 \text{ mm}^2$ , $\tau_0 = 10 \text{ h}$ , $\chi_0 = 6 \text{ km}$ , $f = 10 \text{ GHz}$ . . . . .	44
3.13	Ottimo finestra. Parametri: $2\sigma_{t,x}^2 = 400 \text{ mm}^2$ , $\tau_0 = 10 \text{ h}$ , $\chi_0 = 6 \text{ km}$ , $f = 10 \text{ GHz}$ , $v = 4 \text{ m/s}$ . . . . .	45
3.14	Spettro di potenza dell'atmosfera forte ( $2\sigma_{t,x}^2 = 400 \text{ mm}^2$ ) e finestra ottima. Parametri di sistema descritti in Tab. 2.2. . . . .	46
4.1	Caratteristiche dell'orbita: box e velocità azimutale. . . . .	51
4.2	Risoluzione al variare dell'istante di inizio lungo l'orbita - $f = 10 \text{ GHz}$ , $T_s = 3 \text{ h}$ e $30 \text{ min}$ . . . . .	52
4.3	Stima rumore atmosferico $\sigma_\phi^2 = 8.7 \text{ rad}^2$ , Banda X. . . . .	54
4.4	Stima rumore atmosferico $\sigma_\phi^2 = 35 \text{ rad}^2$ , Banda X. . . . .	55
4.5	Risoluzione al variare dell'istante di inizio - $f = 5 \text{ GHz}$ , $T_s = 7 \text{ h}$ .	56

4.6	Stima rumore atmosferico $\sigma_{\phi}^2 = 9 \text{ rad}^2$ , Banda C. . . . .	56
4.7	Parametri di qualità stima atmosferica Multi Look, media in range. . . . .	57
4.8	Miglioramento delle prestazioni di stima atmosferica nei casi Single Look e Multi Look. . . . .	58
4.9	Parametri di qualità stima atmosferica Multi Look, media in azimuth. . . . .	58
4.10	Stima rumore atmosferico $\sigma_{\phi}^2 = 9 \text{ rad}^2$ , $f = 5 \text{ GHz}$ . Confronto tra la stima ottenuta con una singola finestra di durata $T_{opt}$ e la stima iterativa. . . . .	59
4.11	Particolare di una stima atmosferica per un pacchetto di dato grezzo di durata $T_{opt}$ . Si noti come l'atmosfera stimata sia a bassa frequenza spaziale. . . . .	59
4.12	Confronto degli spettri del rumore teorico, del rumore stimato solo con finestra ottima, del rumore stimato con iterazione e della differenza tra essi. . . . .	60
4.13	Logaritmo degli autovalori di $\hat{\mathbf{A}}$ e successivo troncamento. . . . .	61
4.14	Confronto tra la risposta all'impulso prima e dopo la rimozione del rumore atmosferico - Banda X. . . . .	61
4.15	Porzione di scatter ricostruito. . . . .	62
4.16	Logaritmo degli autovalori di $\hat{\mathbf{A}}$ e successivo troncamento. . . . .	62
4.17	Confronto tra la risposta all'impulso prima e dopo la rimozione del rumore atmosferico - Banda C. . . . .	63
4.18	Porzione di scatter ricostruito. . . . .	63
B.1	Matrice A per il caso monodimensionale. . . . .	68
B.2	Matrice A per il caso bidimensionale. . . . .	69



# Elenco delle tabelle

2.1	Obiettivi di sistema. . . . .	4
2.2	Parametri di sistema. . . . .	7
2.3	Percentuale utilizzo orbita Eurobird 9A - $T_s = 20 \text{ min.}$ . . . . .	18
2.4	Percentuale utilizzo orbita Eurobird 9A - $T_s = 6 \text{ h.}$ . . . . .	19
2.5	Parametri del sistema bistatico - Satellite Master. . . . .	22
2.6	Parametri del sistema bistatico - Satellite Slave. . . . .	22
3.1	Parametri di atmosfera. . . . .	32
4.1	Parametri di sistema. . . . .	52
4.2	Stima atmosfera $\sigma_\phi^2 = 8.7 \text{ rad}^2$ , Banda X. . . . .	54
4.3	Stima atmosfera $\sigma_\phi^2 = 35 \text{ rad}^2$ , Banda X. . . . .	55
4.4	Stima atmosfera $\sigma_\phi^2 = 9 \text{ rad}^2$ , Banda C. . . . .	56

# Capitolo 1

## Introduzione

Il concetto di Radar Geosincrono ad Apertura Sintetica (GEOSAR) fu introdotto da Tomiyasu negli anni 80 [1] e fu riproposto diverse volte nella letteratura recente (si veda come esempio Cazzani et al. [2]). Lo sviluppo di tale sistema è stato tuttavia rallentato dalla grande problematica e limitazione a cui sono soggetti tali radar: il lungo tempo di integrazione. Questo, della lunghezza di almeno alcune ore, è necessario al fine di compensare la distanza in range estremamente elevata. In questo tempo solo i target fortemente coerenti sopravvivono; inoltre la fluttuazione del ritardo (dovuta allo schermo di fase atmosferico variabile) pregiudica la qualità dell'immagine focalizzata. Solo recentemente entrambi i problemi sono stati potenzialmente risolti con l'aumentare di Persistent Scatterers (PS) e i primi studi sulla compensazione dell'atmosfera.

In aggiunta al problema atmosferico, questi sistemi risentono degli effetti dell'orbita reale che impatta sulla risoluzione azimutale e sulla coerenza interferometrica. Il satellite percorre infatti un'orbita ellittica a velocità variabile e, a causa di queste variazioni di velocità, non è sempre possibile fare apertura sintetica. È dunque necessario scegliere in maniera accurata gli istanti di inizio del tempo di apertura. Inoltre è fondamentale per una buona immagine interferometrica che il satellite, soggetto ad un drift con il passare dei giorni, sia controllato e riposizionato nel box di riferimento. Infine, la deriva che esso subisce se l'orbita non viene corretta giornalmente deve comunque poter garantire una buona coerenza scenica.

In questa tesi si propone il dimensionamento di un sistema geosincrono con diverse possibili applicazioni tra cui l'osservazione dei movimenti della crosta terrestre, lo studio dei vulcani, la ricerca sui ghiacciai e l'osservazione dell'atmosfera.

Nella prima parte si effettua uno studio accurato dei parametri caratteristici dell'orbita teorica e dei loro effetti sulla velocità del satellite, sulla conseguente risoluzione azimutale e sulla coerenza interferometrica. Si confrontano i risultati

teorici con esempi di orbita reale e se ne evidenziano le eventuali differenze.

Nella seconda parte si studia l'atmosfera. In particolare viene proposto un modello per sintetizzarla a partire dalle caratteristiche statistiche evidenziate dall'analisi di dati registrati da una stazione meteo. Una volta simulato lo schermo di fase atmosferico si studiano le sue conseguenze sulla risoluzione. L'effetto principale è il degrado della risposta all'impulso del sistema e una conseguente limitazione della risoluzione azimutale raggiungibile. Al fine di ottenere immagini ad alta risoluzione si propone per questo motivo un metodo di stima e rimozione dell'errore atmosferico.

Si presenta, infine, una simulazione in cui si sceglie un'orbita e si valuta l'impatto di questa sulla risoluzione teorica. Si considera lo schermo di fase atmosferico (utilizzando differenti potenze di rumore atmosferico) e si valuta la qualità della stima e della rimozione, quindi della ricostruzione dello scatter. Si definiscono i criteri di validazione per stabilire la bontà della stima e si effettuano le dovute considerazioni in merito alla simulazione, evidenziandone pregi e limiti.

# Capitolo 2

## GEOSAR - Condizioni ideali

Questo capitolo si dedica allo studio e alla progettazione di un satellite geosincrono. In particolare, si occupa della descrizione dei requisiti tecnici desiderati, dello studio dei parametri e della geometria del sistema, dell'effetto dell'orbita sulla risoluzione e delle ambiguità che condizionano la scelta della Pulse Repetition Frequency (PRF). Particolare attenzione è posta sull'effetto dell'orbita e sulla differenza prestazionale che sussiste tra i diversi casi di sistema monostatico e di sistema bistatico.

### 2.1 Obiettivi di sistema

L'obiettivo principe del Radar Geosincrono ad Apertura Sintetica (GEOSAR) oggetto di progettazione è l'osservazione dell'atmosfera e della terra. La più grande peculiarità di tale sistema è la capacità di provvedere ad una copertura continua di zone di grandi dimensioni (da regioni ad aree subcontinentali). Questa caratteristica rende il GEOSAR unico tra i sistemi SAR spaziali esistenti. Tali sistemi operano infatti su orbite LEO (Low Earth Orbit), che danno sì la possibilità di osservare l'intera superficie terrestre al costo però di un lungo tempo di rivisita (almeno dell'ordine di diversi giorni). Al contrario di questi sistemi GEOSAR è in grado di creare immagini SAR dell'area illuminata con una cadenza di alcune decine di minuti (immagini a ridotta risoluzione). Si è così in grado di studiare dallo spazio fenomeni la cui evoluzione è rapida nel tempo. I campi principali in cui il numero frequente di acquisizioni SAR porterebbe benefici sono:

- vulcanologia;
- ricerca sui ghiacciai;
- studio della crosta terrestre;
- studi sull'atmosfera.

Inoltre, orientando la Line-Of-Sight (LOS) lungo la direzione Nord-Sud e cooperando in sinergia con le esistenti missioni SAR che monitorano la terra, si avrebbe la possibilità di avere un'immagine 3D del movimento della crosta terrestre.

Due diverse tipologie di immagini, corrispondenti a due differenti tempi di integrazione, sono prodotte. Da una parte immagini a risoluzione dell'ordine delle centinaia di metri, ottenute esplorando sotto aperture di poche decine minuti; dall'altra immagini ad alta risoluzione dell'ordine di una decina di metri, prodotte utilizzando l'intera apertura sintetica. Le prime possono essere facilmente generate applicando i normali algoritmi di focalizzazione, mentre la creazione delle seconde comporta un ulteriore passo di processing: la stima e la compensazione dell'atmosfera al fine di eliminare la variazione di ritardo lungo le diverse ore di integrazione.

$\rho_{az,fine}$	10/15	m
$T_{s,fine}$	$\approx 6$	h
$\rho_{az,coarse}$	150/200	m
$T_{s,coarse}$	$< 30$	min

Tabella 2.1: Obiettivi di sistema.

## 2.2 Geometria

Risulta conveniente utilizzare un sistema di riferimento centrato al ricevitore a terra e utilizzare un sistema di coordinate ENU (East-North-Up), in cui l'asse  $x$  è diretto verso Est e l'asse  $y$  è diretto verso Nord. Il piano  $xy$  è tangente alla superficie terrestre in corrispondenza del punto di riferimento, mentre l'asse  $z$  punta verso l'alto.

La posizione del satellite in coordinate sferiche  $(R, \theta, \phi)$ , dove  $R$  è la distanza,  $\theta$  è l'elevazione del satellite rispetto al piano  $xy$  e  $\phi$  è l'angolo di azimuth nel piano  $xy$ , può essere facilmente calcolata [2]

$$R = \sqrt{(R_{terra}^2 + R_{geo}^2 - 2R_{terra}R_{geo}\cos(\Delta\Lambda)\cos(\Delta\Phi))}, \quad (2.1)$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \arcsin\left(R_{geo}\frac{\sqrt{1 - \cos^2(\Delta\Lambda)\cos^2(\Delta\Phi)}}{R}\right), \quad (2.2)$$

$$\phi = -\arctan\left(\frac{\tan(\Delta\Lambda)}{\tan(\Delta\Phi)}\right), \quad (2.3)$$

dove  $R_{terra}$  è il raggio della Terra,  $R_{geo}$  la distanza del satellite rispetto il centro della terra ( $\simeq 42.000 \text{ km}$ ), mentre  $\Delta\Lambda$  e  $\Delta\Phi$  rappresentano rispettivamente la differenza di longitudine e di latitudine tra il satellite e il ricevitore a terra.

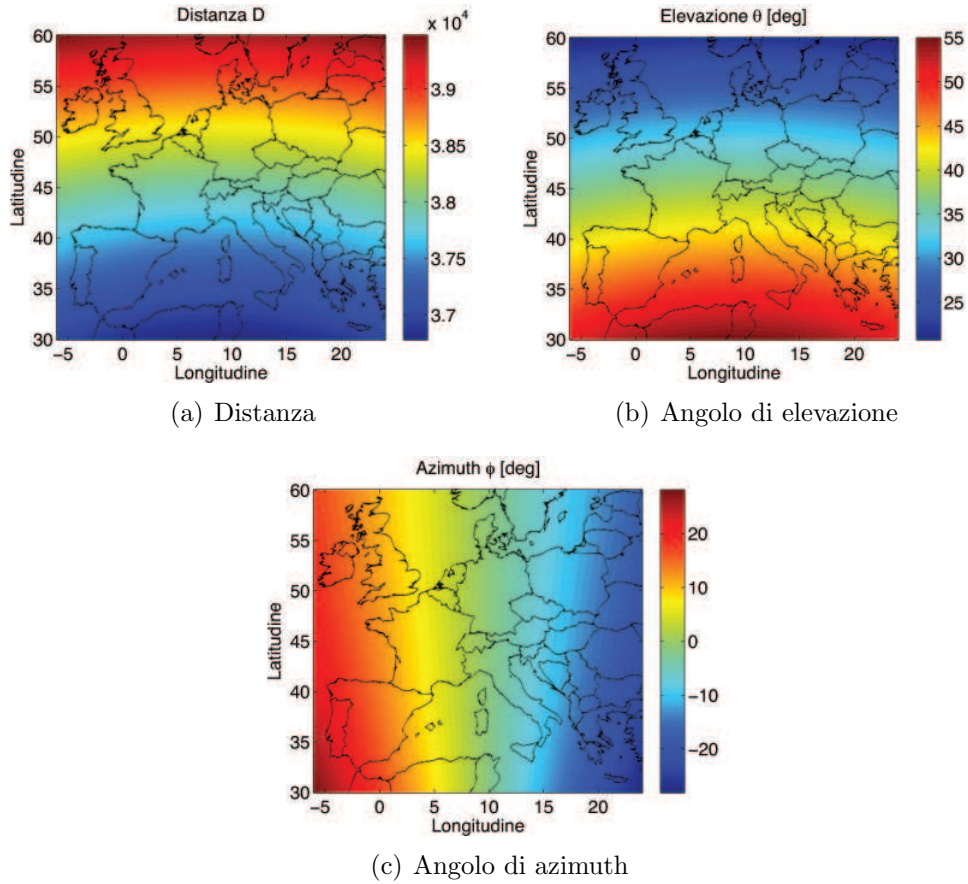


Figura 2.1: Posizione di un satellite geosincrono a longitudine nominale di  $9^\circ$  in coordinate sferiche.

## 2.3 Orbita

Un satellite geostazionario è fermo rispetto a qualsiasi punto della superficie terrestre; percorre l'orbita in un tempo uguale al giorno siderale,  $T_{rot} = 86164,09 \text{ s} \approx 24 \text{ h}$ . Il raggio di tale orbita, rispetto al centro della terra, può essere determinato mediante la terza legge di Keplero:

$$R_{geo} = \sqrt[3]{\frac{GMT_{rot}^2}{4\pi^2}} \approx 42164,2 \text{ km}, \quad (2.4)$$

essendo  $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ N}(m/kg)^2$  la costante di gravitazione universale e  $M = 5,9 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  la massa della terra.

Eccentricità ( $e$ ) ed inclinazione ( $i$ ) diversa da zero, come piccole fluttuazioni del raggio dell'orbita attuale rispetto a quello ideale ( $\delta r = R_{att} - R_{geo}$ ), causano un movimento del satellite rispetto alla sua posizione nominale. L'orbita passa quindi da geostazionaria a geosincrona. Le equazioni che regolano il movimento del

satellite, espresse in coordinate LLH (Latitude, Longitude and Height) e studiate da Tomiyasu and Pacelli [1] e riprese da Cazzani et al. [2], sono le seguenti:

$$long = long_0 + 2e \sin(\Omega(t - t_0)) - \frac{3}{2}(t - t_0) \frac{\delta r}{R_{geo}} \Omega, \quad (2.5)$$

$$lat = i \sin(\Omega(t - t_0) + \omega), \quad (2.6)$$

$$\delta r = R_{att} - R_{geo} = cost - R_{geo}e \cos(\Omega(t - t_0)), \quad (2.7)$$

dove

- $long_0$  è la longitudine nominale del satellite;
- $\omega$  è l'argomento del perigeo;
- $t_0$  è il tempo al quale avviene il passaggio attraverso la posizione del perigeo;
- $\Omega = (2\pi/T_{rot})$  è la frequenza angolare della rotazione terrestre.

Si riconoscono tre importanti componenti del moto:

- un moto armonico in latitudine, dovuto all'inclinazione ( $i$ ) dell'orbita del satellite rispetto al piano equatoriale;
- un moto armonico in longitudine, dovuto all'eccentricità ( $e$ ) dell'orbita;
- un drift in longitudine (approssimabile a lineare), dovuto alla fluttuazione della distanza del satellite dal centro della terra.

Solitamente nei sistemi moderni questo ultimo termine di moto è continuamente compensato al fine di mantenere il satellite in un ipotetico box. L'insieme di

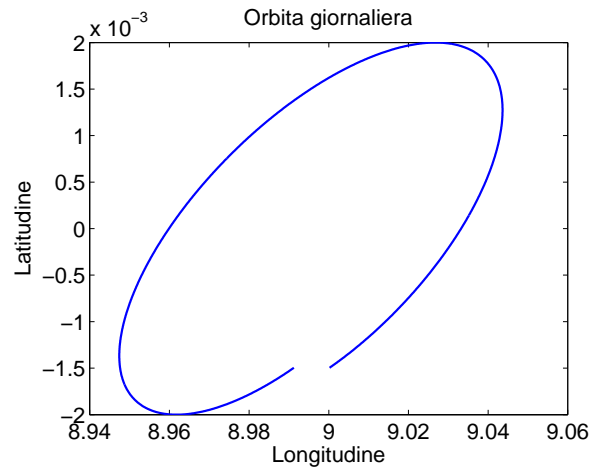


Figura 2.2: Orbita:  $long_0 = 9^\circ$ ;  $e = 0.04 \%$ ;  $i = 0.002^\circ$ ;  $t_0 = 0$ ;  $\omega = 18 \text{ rad}$ .

queste tre componenti genera un orbita giornaliera che è circa ellittica, ma non perfettamente chiusa proprio a causa del termine di drift lineare (Fig. 2.2).

## 2.4 Parametri di sistema

Si analizza un sistema i cui principali parametri sono riassunti in Tab. 2.2:

Latitudine nominale	$lat_0$	0	°
Longitudine nominale	$long_0$	9	°
Accuratezza puntamento	$\Delta\phi$	0.12	°
Eccentricità	$e$	0.08	%
Velocità massima	$v_{max}$	4.8	$m/s$
Latitudine target	$lat P_0$	45	°
Longitudine target	$long P_0$	9	°
Distanza target-satellite	$R_0$	38000	$km$
Angolo di incidenza	$\theta_{inc}$	52.36	°
Frequenza	$f$	10	$GHz$
Lunghezza d'onda	$\lambda$	0.03	$m$

Tabella 2.2: Parametri di sistema.

Queste scelte danno, come prima approssimazione, una risoluzione in azimuth inferiore ai 10  $m$  per un periodo di integrazione dell'ordine delle 3  $h$ , 30  $min$  e una risoluzione di 150  $m$  per una apertura di circa 13  $min$ . Tali risultati sono concordi con gli obiettivi preposti.

Per quanto concerne la copertura si analizzano due casi:

- un WIDE beam a coprire gran parte dell'Europa, centrato a Milano e di dimensione pari a 2000  $km$ ;
- uno SPOT beam a coprire l'area di maggiore interesse per la ricerca, di diametro pari a 700  $km$ .

Il dimensionamento dell'antenna è condizionato da quest'ultimo e risulta circa pari a 2.7  $m$ .

$$L_a = \frac{\lambda}{\Delta\theta} = \frac{0.03 \text{ m}}{0.011 \text{ rad}} \approx 2.7 \text{ m},$$

dove  $\lambda$  rappresenta la lunghezza d'onda e  $\Delta\theta$  l'apertura dell'antenna.

La stima dell'atmosfera è ottenuta, come descritto nel capitolo seguente, per mezzo di una tecnica di interferometria. Per far ciò sono necessari una serie di requisiti sulla stabilità della fase dell'intero sistema. L'orbita deve essere controllata affinché il sensore ripeta l'osservazione del target dallo stesso angolo di vista. Questa condizione non è difficile da ottenere per un SAR geosincrono in quanto l'orbita è mantenuta abbastanza stabile rispetto alla terra. Tale vincolo può essere espresso imponendo il ben noto requisito interferometrico [3] per cui lo shift



di lunghezza d'onda indotto dal cambio di prospettiva deve essere inferiore alla banda del sistema:

$$\Delta f = -f_0 \frac{\Delta\phi}{\tan(\theta_{inc})} < B, \quad (2.8)$$

dove  $\theta_{inc}$  rappresenta l'angolo di incidenza mentre  $\Delta\phi$  è l'accuratezza di puntamento. Per un angolo di incidenza di  $52.36^\circ$ , si ottiene uno shift spettrale inferiore ai  $20 \text{ MHz}$ , da cui segue la necessità di una banda di sistema più larga di tale cifra.

$$B \geq 20 \text{ MHz}.$$

La banda determina la risoluzione in slant-range  $\rho_{sr}$  che risulta uguale a

$$\rho_{sr} = \frac{c}{2B} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 20 \cdot 10^6 \text{ Hz}} = 7.5 \text{ m},$$

corrispondente ad una risoluzione in ground-range  $\rho_{gr}$  pari a

$$\rho_{gr} = \frac{\rho_{sr}}{\sin(\theta_{inc})} = \frac{7.5 \text{ m}}{\sin(52.36^\circ)} \approx 10 \text{ m}.$$

Alla PRF si pongono i seguenti vincoli [4]:

$$PRF > B_d = \frac{2v_{max}}{L_a} = 3.5 \text{ Hz},$$

dove si è usato come velocità massima del satellite  $v_{max} = 4.8 \text{ m/s}$ .

$$PRF < \frac{c}{2R_{max}} = 3.81 \text{ Hz},$$

dove  $R_{max}$  rappresenta la distanza massima non ambigua. Quest'ultimo vincolo può essere ottimizzato nel seguente modo

$$PRF < \frac{c}{2(R_{max} - R_{min})} = 58.09 \text{ Hz}.$$

La PRF è tuttavia determinata al fine di evitare il conflitto nei ritorni tra Eco e Nadir, come illustrato nel Diamond Diagram in Fig. 2.3. La massima PRF che permette una continua copertura per tutto il range di latitudine compreso tra  $30^\circ$  e  $70^\circ$  risulta quindi di  $33 \text{ Hz}$ . Per più alte PRF è necessario dividere lo swath in due. Il duty-cycle è imposto al 15%.

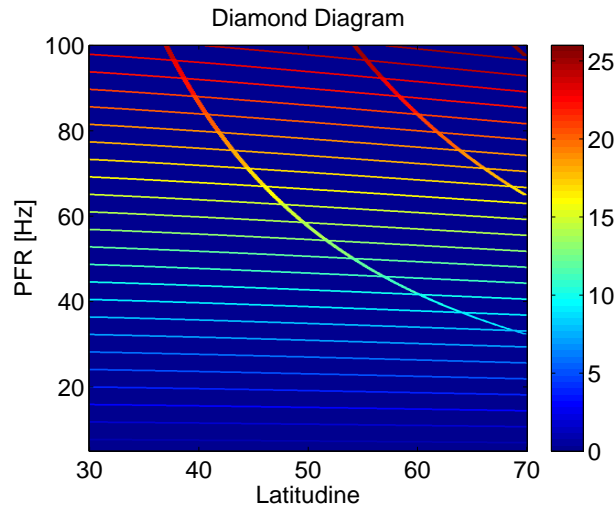


Figura 2.3: Diamond diagram per un target a  $9^\circ$  di longitudine. I colori rappresentano il rank (ritardo in numero intero di echi tra l'impulso e il Nadir).

## 2.5 Acquisizione

Si consideri l'acquisizione di un radar ad apertura sintetica posto su un satellite geostazionario. I parametri del sistema sono riassunti in Tab. 2.2. Data la complessità del sistema, si analizza il processo di acquisizione supponendo di aver effettuato la compressione in range; si tratteranno quindi scene spaziali monodimensionali.

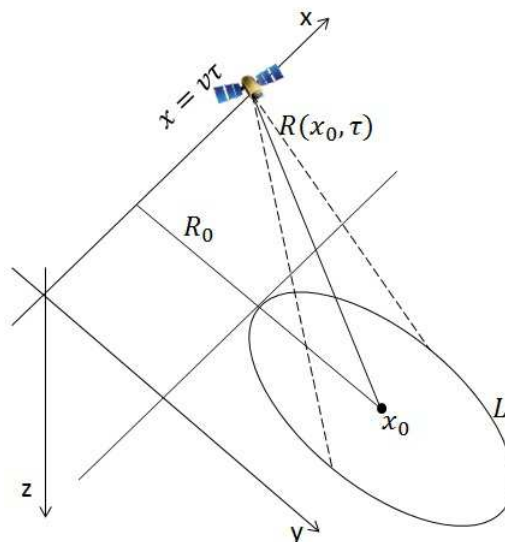


Figura 2.4: Geometria del sistema.

Il dato acquisito  $y_{ref}(\tau)$  è costituito dalla somma di tutti i contributi presenti nel footprint dell'antenna ( $L$ ):

$$y_{ref}(\tau) = \int_L s(x) e^{j\phi_R(x,\tau)} dx, \quad (2.9)$$

dove  $s(x)$  è lo scatter a terra,  $\phi_R(x, \tau)$  l'odografa. Poichè l'orbita del satellite nel tempo breve di apertura sintetica  $T_{s,coarse}$  è approssimabile a rettilinea (Fig. 2.4), l'evoluzione della legge di distanza vale

$$\begin{aligned} \phi_R(x, \tau) &= -\frac{4\pi}{\lambda} \sqrt{R_0^2 + (v\tau - x)^2} \\ &\approx -\frac{4\pi}{\lambda} \left( R_0 + \frac{(v\tau - x)^2}{2R_0} \right), \end{aligned} \quad (2.10)$$

dove  $v$  è la velocità del satellite e  $R_0$  la distanza satellite-target. L'Eq. 2.10 può essere decomposta nei seguenti quattro termini

$$\phi_R(x, \tau) = \phi_{R_0} + k_2 v^2 \tau^2 - 2\pi k x + k_2 x^2$$

con

$$\begin{aligned} \phi_{R_0} &= -\frac{4\pi}{\lambda} R_0, \\ k &= -\frac{2v\tau}{\lambda R_0} \approx -\frac{2\sin(\psi)}{\lambda} = f_x, \\ k_2 &= -\frac{2\pi}{\lambda} \frac{1}{R_0}. \end{aligned}$$

Sviluppando l'integrale in Eq. 2.9 si trova che il dato grezzo è, a meno di un termine di fase, la trasformata di Fourier della scena.

$$y_{ref,c}(\tau) = y_{ref}(\tau) e^{-j(\phi_{R_0} + k_2 v^2 \tau^2)} = \int_L \left[ s(x) e^{jk_2 x^2} \right] e^{-j2\pi k x} dx.$$

Chiamando lo scatter ruotato in fase  $s_c(x) = \left[ s(x) e^{jk_2 x^2} \right]$  si giunge a

$$y_{ref,c}(\tau) = F\{s_c(x)\}. \quad (2.11)$$

L'Eq. 2.9 può essere discretizzata ed espressa in forma matriciale:

$$\mathbf{Y}_{ref} = \mathbf{\Phi}_R \cdot \mathbf{S}, \quad (2.12)$$

dove  $\mathbf{\Phi}_R$  rappresenta l'operatore odografa e  $\mathbf{S}$  è lo scatter. Ancora una volta, sviluppando la relazione come precedentemente fatto, si ricava

$$\mathbf{Y}_{ref,c} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{S}_c, \quad (2.13)$$

equivalente all'Eq. 2.11 e in cui l'operatore trasformata di Fourier è indicato con  $\mathbf{W}$ .

$$W(i_x, i_\tau) = e^{-j2\pi \frac{2v(i_\tau \cdot d\tau)}{\lambda R_0} (i_x \cdot dx)}.$$

Si noti come le matrici  $\Phi_{\mathbf{R}}$  e  $\mathbf{W}$  abbiano dimensione  $(N_\tau, N_x)$ ; i vettori  $\mathbf{S}$  e  $\mathbf{S}_c$  dimensioni  $(N_x, 1)$  mentre i dati grezzi  $\mathbf{Y}_{\text{ref}}$  e  $\mathbf{Y}_{\text{ref,c}}$  di conseguenza dimensioni  $(N_\tau, 1)$ . Inoltre vale  $N_\tau \cdot d\tau = T_s$  e  $L = N_x \cdot dx$ .

## 2.6 Focalizzazione

Il dato focalizzato  $\mathbf{S}_{\text{foc,ref}}$  è ottenuto applicando l'operatore  $\mathbf{W}^{\mathbf{H}}$  al dato grezzo  $\mathbf{Y}_{\text{ref,c}}$ , dove il simbolo  $\mathbf{H}$  indica l'operazione di trasposto coniugato (o Hermitiano). Il risultato della moltiplicazione risulta quindi un vettore  $(N_x, 1)$ .

$$\mathbf{S}_{\text{foc,ref}} = \mathbf{W}^{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{Y}_{\text{ref,c}}. \quad (2.14)$$

Si definisce inoltre la matrice

$$\mathbf{F}_{\text{ref}} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{W}^{\mathbf{H}}, \quad (2.15)$$

di dimensione pari a  $(N_x, N_x)$ , rappresentante la risposta all'impulso del sistema. La riga  $i_x$  -esima della matrice  $\mathbf{F}_{\text{ref}}$  risulta infatti

$$F_{\text{ref}}(x|i_x) = \sum_{i_\tau=1}^{N_\tau} e^{-j2\pi \frac{2v(i_\tau \cdot d\tau)}{\lambda R_0} x} e^{j2\pi \frac{2v(i_\tau \cdot d\tau)}{\lambda R_0} x_{i_x}} = \sum_{i_\tau=1}^{N_\tau} e^{-j2\pi f_x \cdot (x - x_{i_x})}. \quad (2.16)$$

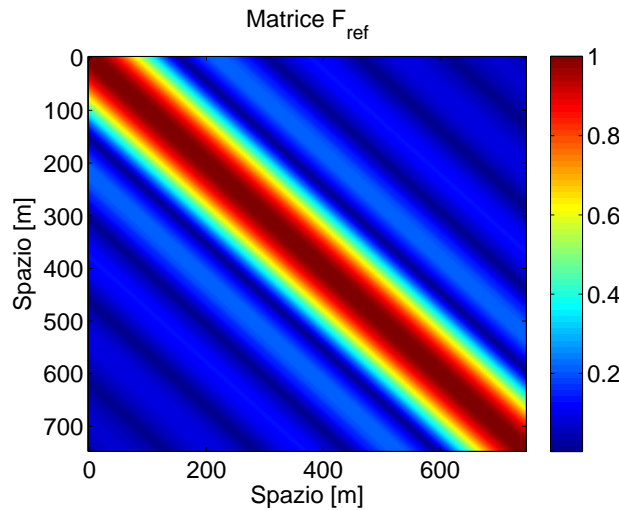


Figura 2.5: Matrice  $\mathbf{F}_{\text{ref}}$  - Parametri di sistema in Tab. 2.2 -  $T_s = 15 \text{ min}$ .

In Fig. 2.5 è rappresentato il modulo della matrice  $\mathbf{F}_{\text{ref}}$ , risposta all'impulso del sistema.

## 2.7 Risoluzione

Il principio del GEOSAR è rappresentato in Fig. 2.2, dove l'ellitticità dell'orbita del satellite genera un moto armonico apparente che può essere sfruttato come apertura sintetica. Il satellite rivisita una qualsiasi scena due volte al giorno con una risoluzione in azimuth limitata dall'ampiezza dell'orbita. Se si ignora il drift longitudinale e si assume un target alla stessa longitudine nominale del satellite, si ha un'apertura sintetica massima del satellite, in prima approssimazione, circa uguale a

$$L_s \approx 4R_{geo}e. \quad (2.17)$$

Di conseguenza la migliore risoluzione in azimuth che si può ottenere è pari a

$$\rho_{az} = \frac{\lambda}{2L_s}R \approx \frac{\lambda}{8R_{geo}e}R, \quad (2.18)$$

dove  $R$  rappresenta la distanza del target e  $\lambda$  la lunghezza d'onda.

Per il sistema i cui parametri sono in Tab. 2.2, si ottiene un'apertura sintetica massima  $L_s$  di 135 km (ottenuta esplorando le intere 12 h) e una risoluzione azimutale inferiore ai 5 m. Questo risultato rappresenta il limite teorico del sistema; risulta però di scarso interesse pratico, in quanto ottenuto esplorando metà dell'orbita. Si valuta ora la risoluzione per aperture più corte, analizzando sia gli effetti dei singoli parametri delle componenti del moto sia gli effetti della velocità del satellite diversa da punto a punto.

### 2.7.1 Sistema monostatico

È necessario innanzitutto definire la direzione in range e quella in azimuth. La direzione in range si individua congiungendo un punto a terra  $P_0$  con la posizione nominale del satellite. Esprimendo questi in coordinate ECEF (Earth-Centered, Earth-Fixed)  $(x, y, z)$ , si individua il versore

$$\hat{u}_{range} = \frac{[(x_{sat} - x_0); (y_{sat} - y_0); (z_{sat} - z_0)]}{\|[(x_{sat} - x_0); (y_{sat} - y_0); (z_{sat} - z_0)]\|}. \quad (2.19)$$

Al variare della posizione del satellite lungo l'orbita la rotazione che subisce questo versore è trascurabile. Per individuare la direzione in azimuth si deve scegliere un piano tra gli infiniti definiti dalla direzione di range. La scelta ricade sul piano  $\Pi$  definito dai punti  $P_0$ ,  $P_1$  e  $P_{sat}$ , con  $P_1$  punto sulla superficie terrestre avente longitudine di un  $\epsilon$  differente da  $P_0$ . La direzione in azimuth è data dal versore  $\hat{u}_{az}$  perpendicolare al versore  $\hat{u}_{range}$  centrato nel punto  $P_0$ .

$$\hat{u}_{az} : \hat{u}_{range} \perp \hat{u}_{az} \quad (2.20)$$

con  $\hat{u}_{range}$  e  $\hat{u}_{az} \in \Pi$ .

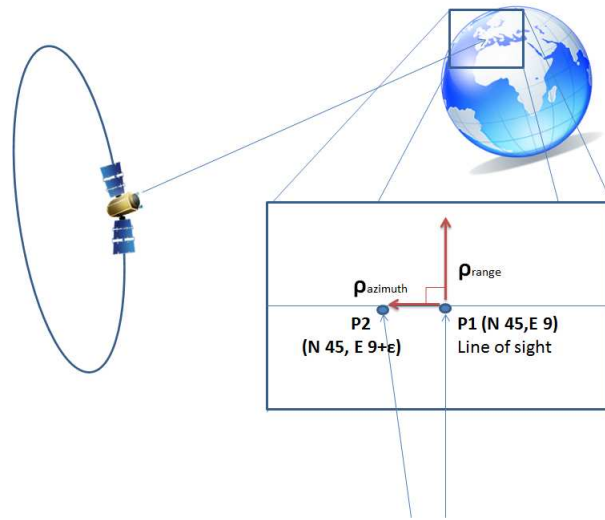


Figura 2.6: Geometria del sistema monostatico. Definizione delle direzioni range e azimuth.

La risoluzione azimutale dipende dalla distanza percorsa dal satellite durante l'apertura sintetica in direzione azimutale. Il movimento del satellite lungo l'ellissi orbitale deve essere, quindi, proiettato lungo la direzione  $\hat{u}_{az}$  (Fig. 2.7).

Il moto del satellite è caratterizzato da una velocità non costante lungo l'orbita da cui la necessità di calcolare la velocità istantanea.

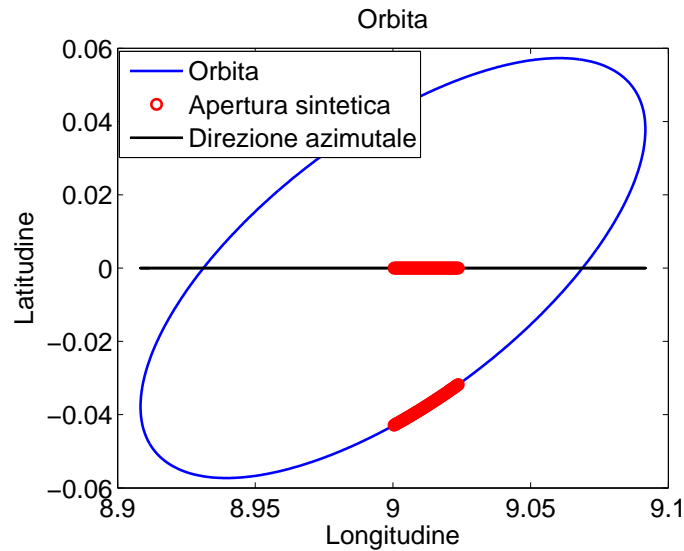


Figura 2.7: Apertura sintetica lungo l'orbita ellittica e proiezione lungo la direzione azimutale.

Questa è definita come differenziale dello spazio percorso dal satellite nel tempo.

$$v_{sat}(t) = \frac{\partial P_{sat}(x(t), y(t), z(t))}{\partial t}. \quad (2.21)$$

La componente lungo la direzione azimuth vale quindi

$$v_{az}(t) = v_{sat}(t) \cdot \hat{u}_{az}, \quad (2.22)$$

dove  $\cdot$  indica il prodotto scalare.

La lunghezza dell'apertura sintetica lungo la direzione azimutale è ora calcolabile come

$$L_{s,az} = \int_0^{T_s} v_{az}(t) dt, \quad (2.23)$$

con  $T_s$  lunghezza temporale dell'apertura sintetica.

La risoluzione in azimuth può essere ora calcolata dalla ben nota formula per una geometria rettilinea [3]

$$\rho_{az} = \frac{\lambda}{2L_{s,az}} R = \frac{\lambda}{2 \left| \int_0^{T_s} \frac{v_{az}(t)}{R(t)} dt \right|}, \quad (2.24)$$

con  $R(t)$  distanza tempo variante target-satellite.

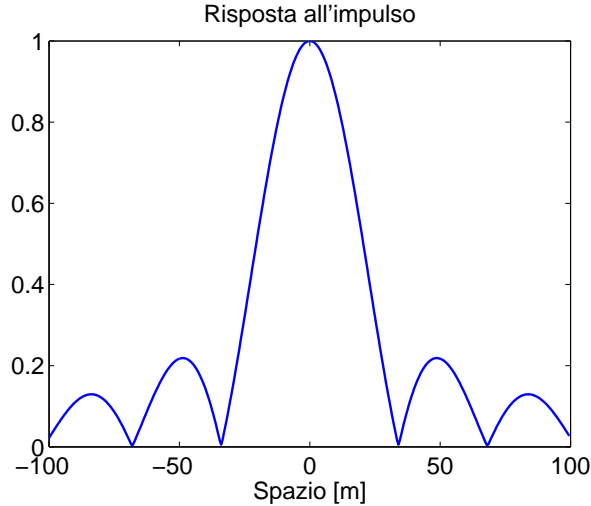


Figura 2.8: Risposta all'impulso (calcolata usando Eq. 2.16) del sistema monostatico i cui parametri sono in Tab. 2.2.  $T_s = 60 \text{ min}$ .  $\rho_{az} \approx 35 \text{ m}$ .

Si valuta ora l'impatto dei parametri caratteristici dell'orbita (eccentricità, inclinazione e perigeo) sulla risoluzione.

### Orbite con inclinazione differenti

Si confrontano due orbite aventi inclinazione differente (Fig. 2.9) e pari rispettivamente a  $i = 0.001^\circ$  e a  $i = 0.006^\circ$ .

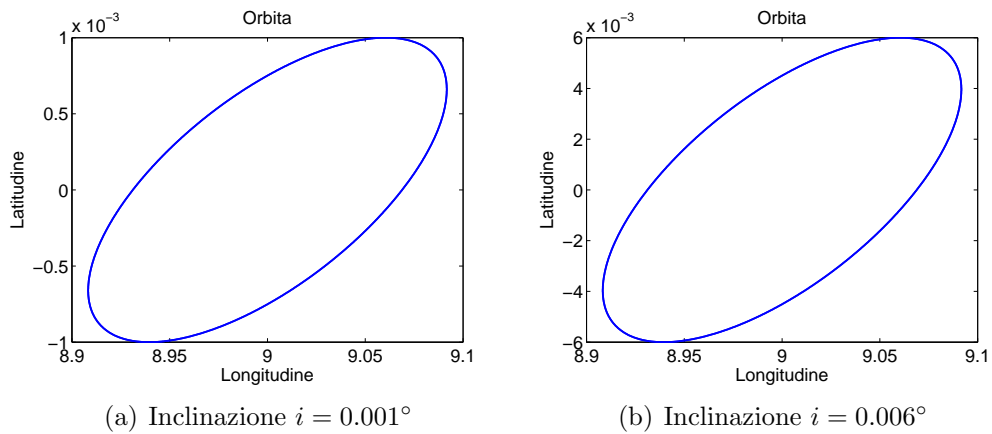


Figura 2.9: Esempi di orbita giornaliera:  $long_0 = 9^\circ$ ;  $e = 0.0008$ ;  $t_0 = 0$ ;  $\omega = 0$ .

L'inclinazione maggiore modifica lo span latitudinale dell'orbita (Eq. 2.6). Nel caso in analisi, poichè satellite e target sono allineati alla stessa longitudine, lo span latitudinale non influisce sulla lunghezza dell'apertura sintetica: in direzione azimuth il satellite non copre una distanza maggiore. Si verifica infatti che la componente della velocità in direzione azimuthale non cambia per le due orbite in analisi (Fig. 2.10).

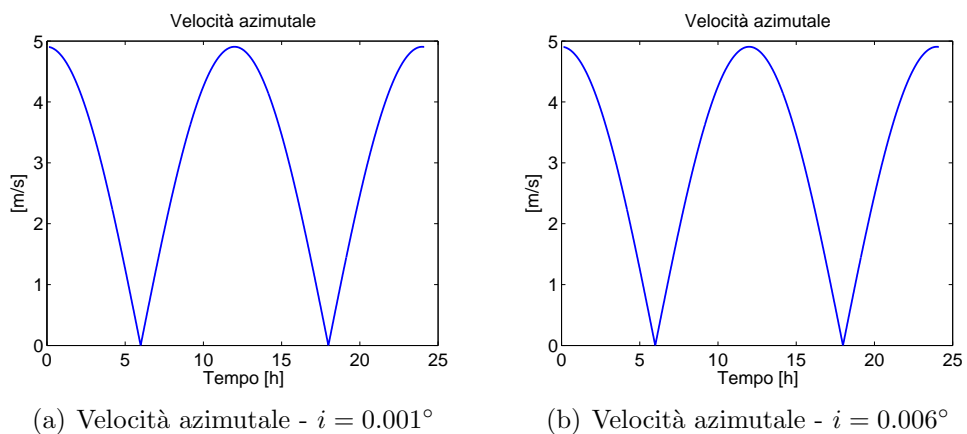


Figura 2.10: Confronto tra le due velocità in direzione azimuth.



I due satelliti ottengono quindi la stessa risoluzione azimutale. Questa varia a seconda dell'istante di inizio dell'apertura sintetica ed è migliore quanto più grande la lunghezza coperta. I momenti migliori per effettuare apertura sintetica sono quelli in cui la velocità del satellite è maggiore. Al contrario, quando questa tende a zero (inversione di moto) non si ottiene una risoluzione accettabile.

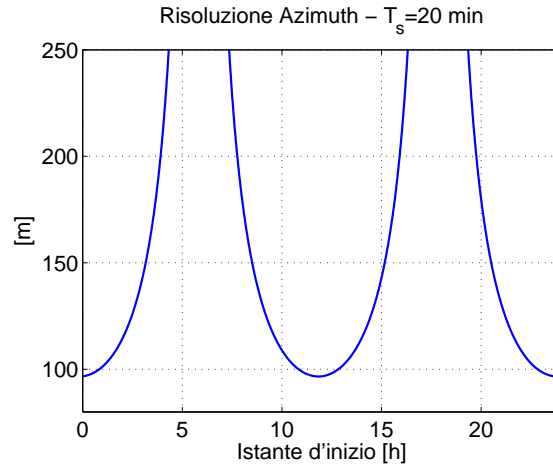


Figura 2.11: Risoluzione azimutale ottenuta al variare dell'istante di inizio dell'apertura sintetica.  $T_s = 20$  min.

### Orbite con eccentricità differenti

Si considerano due orbite aventi eccentricità differente (Fig. 2.12) e pari rispettivamente a  $e = 0.0001$  e a  $e = 0.0006$ .

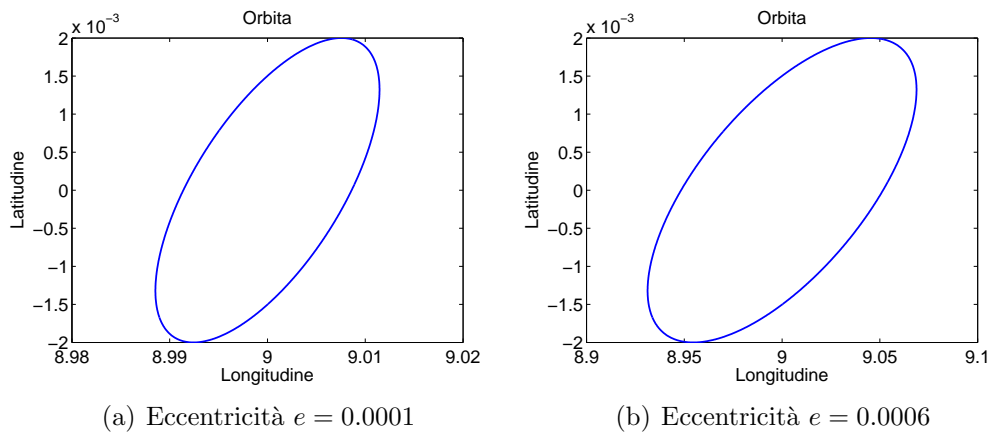


Figura 2.12: Esempi di orbita giornaliera:  $long_0 = 9^\circ$ ;  $i = 0.002^\circ$ ;  $t_0 = 0$ ;  $\omega = 0$ .

Contrariamente a quanto analizzato nel caso di orbite con inclinazione differente, una diversa eccentricità aumenta lo span longitudinale (Eq. 2.5) e quin-

di la lunghezza dell'apertura sintetica a pari tempo. La velocità del satellite è necessariamente maggiore al crescere dell'eccentricità (Fig. 2.13).

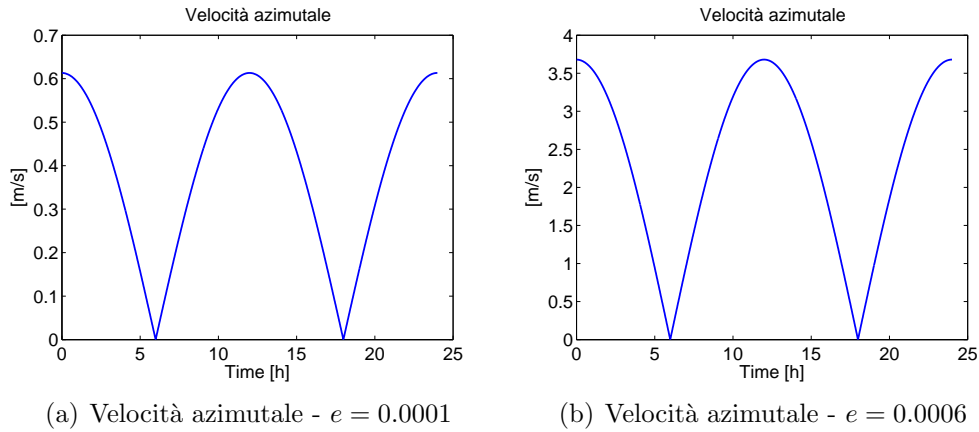


Figura 2.13: Confronto tra le due velocità in direzione azimuth.

Ne consegue che le risoluzioni azimuthali ottenibili siano ora notevolmente differenti.

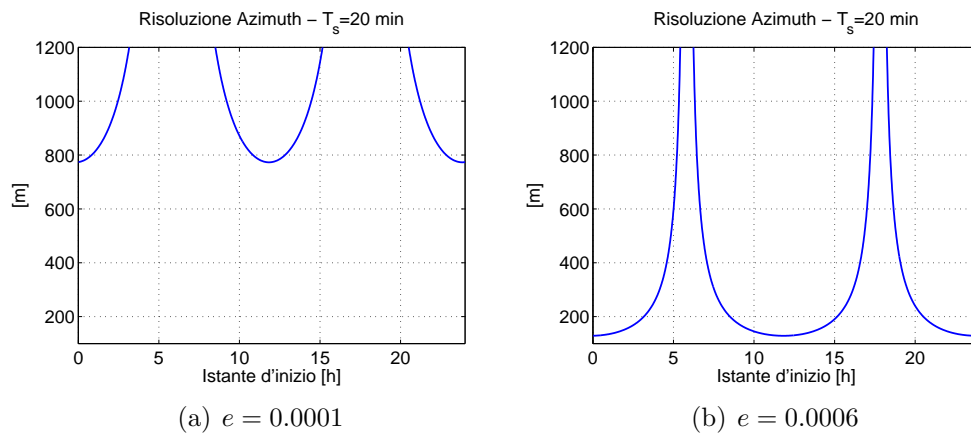


Figura 2.14: Confronto tra le risoluzioni azimuthali ottenute al variare dell'istante di inizio dell'apertura sintetica.  $T_s = 20$  min.

### Orbite con diverso perigeo

Si considerano ora gli effetti dovuti al tempo ( $t_0$ ) e all'argomento ( $\omega$ ) del perigeo. Il primo rappresenta un ritardo mentre il secondo uno sfasamento (Eq. 2.5-2.6). In particolare:

- il tempo ( $t_0$ ) definisce l'istante di inizio dell'orbita e può essere scelto per fare apertura sintetica nei periodi migliori;

- l'argomento ( $\omega$ ) inclina l'asse dell'orbita.

Essi non modificano lo span dell'orbita in latitudine o longitudine e non incidono quindi sulla risoluzione.

### Orbita reale

Si prende come esempio di orbita reale il satellite Eurobird 9A, posizionato a  $9^\circ$  Est rispetto al meridiano di Greenwich. I dati sull'orbita sono reperibili giorno per giorno presso il sito internet <http://www.celestrak.com/>.

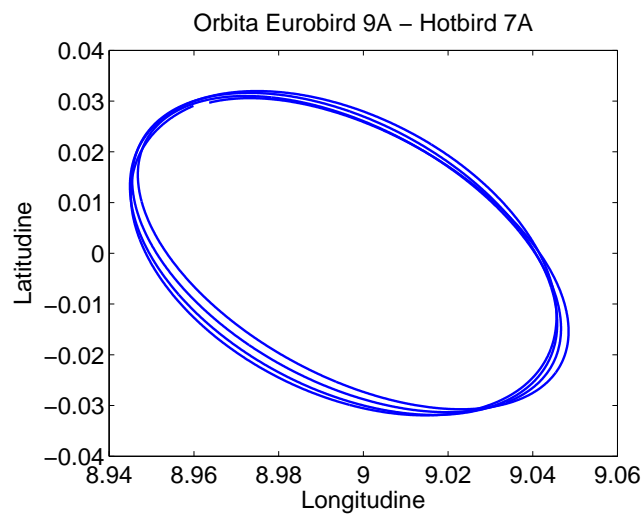


Figura 2.15: Orbita di Eurobird 9A - Hot Bird 7A del 21-25 Febbraio 2011.

È evidente da Fig. 2.15 come il satellite venga continuamente riposizionato e come il termine di drift venga corretto al fine di evitare una continua deriva verso ovest. Si vogliono ora analizzare le prestazioni ottenibili con tale satellite; in particolare, in Tab. 2.3 e Tab. 2.4 sono riassunte le percentuali di utilizzo dell'orbita per aperture sintetiche rispettivamente di venti minuti e di sei ore. Si vede come le prestazioni richieste di 150 m nel primo caso e di 10 m nel secondo non siano mai raggiunte a causa della velocità non elevata del satellite.

$\rho_{az}$ desiderata		
150 m	0	%
200 m	31.67	%
250 m	50.21	%
300 m	60.35	%

Tabella 2.3: Percentuale utilizzo orbita Eurobird 9A -  $T_s = 20$  min.

$\rho_{az}$ desiderata		
10 m	0	%
15 m	48.47	%
20 m	63.33	%
25 m	71.25	%

Tabella 2.4: Percentuale utilizzo orbita Eurobird 9A -  $T_s = 6 h$ .

Si portano inoltre come esempio un caso di scelta ottimale di istante di inizio dell'orbita per un'apertura di sei ore e un caso di scelta peggiore. Si comparano le due rispettive risposte all'impulso del sistema. Si noti la grande differenza di risoluzione azimutale che si può ottenere (Fig. 2.16 e Fig. 2.17).

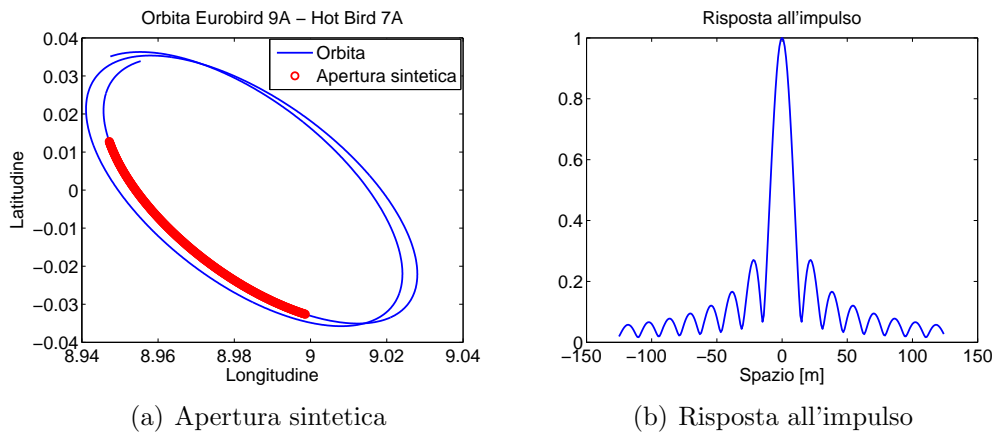


Figura 2.16: Scelta ottimale di istante inizio apertura sintetica -  $T_s = 6 h$ .

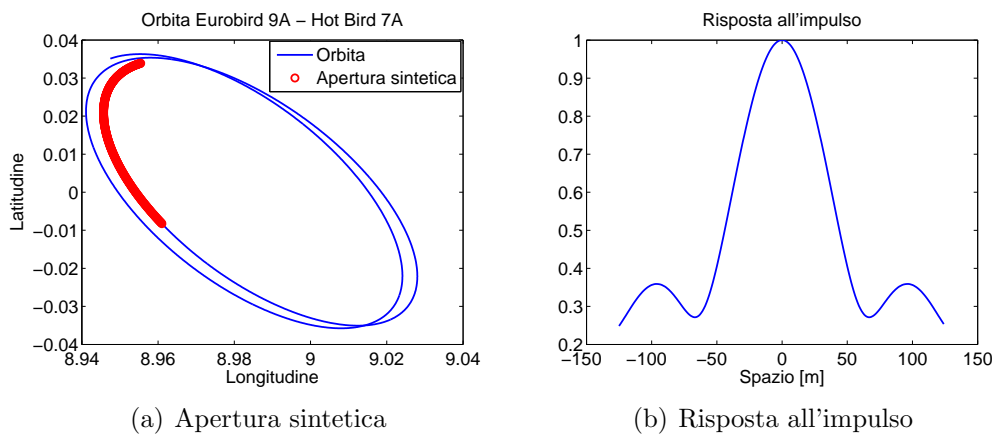


Figura 2.17: Scelta non ottimale di istante inizio apertura sintetica -  $T_s = 6 h$ .

In definitiva, i parametri interessanti per la risoluzione sono l'eccentricità e l'inclinazione: questi modificano rispettivamente gli span longitudinale e latitudinale del satellite. A seconda della posizione del target in relazione al satellite questi sono più o meno influenti. In particolare, nel caso in cui il satellite sia allineato longitudinalmente al target, l'inclinazione non influisce sulla risoluzione ottenibile ma questa migliora al crescere dell'eccentricità. Il tempo di perigeo incide esclusivamente sulla scelta degli istanti di inizio per l'apertura sintetica e non sulla risoluzione ottenibile.

### 2.7.2 Sistema bistatico

Per il caso bistatico occorre definire nuovamente le due direzioni di range e azimuth. Per far ciò è necessario specificare il concetto di angolo bistatico  $\beta$ . Questo è l'angolo compreso tra il satellite master, il punto a terra e il satellite slave. Si sceglie come direzione range quella data dalla bisettrice dell'angolo bistatico  $\beta$ , mentre quella azimuth risulta la retta appartenente al piano satelliti-punto e perpendicolare alla direzione range.

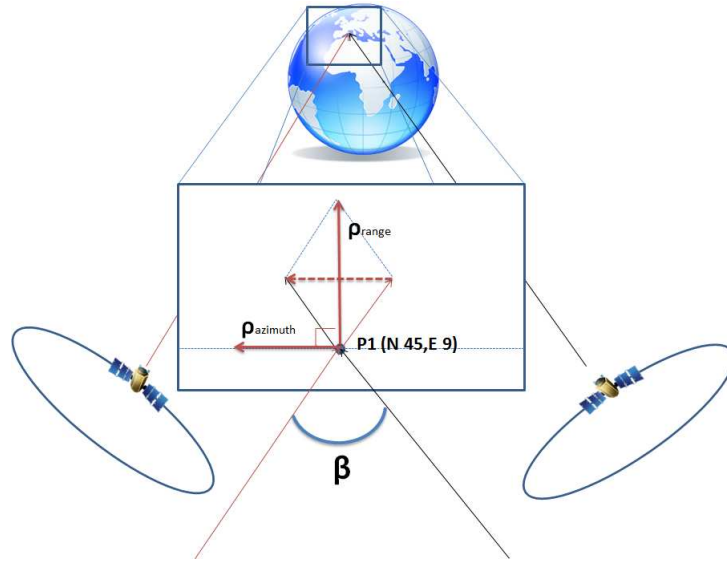


Figura 2.18: Geometria del sistema bistatico. Definizione delle direzioni range, azimuth e dell'angolo di bistatico  $\beta$ .

La risoluzione in azimuth risulta essere [5]

$$\rho_{az} = \frac{\lambda}{2L_{s,az}} R_{tot} = \frac{\lambda}{2 \left| \int_0^{T_s} \frac{v_{az-m}(t) + v_{az-s}(t)}{R_m(t) + R_s(t)} dt \right|}, \quad (2.25)$$

dove  $T_s$  è la lunghezza temporale dell'apertura sintetica,  $v_{az-m}(t)$  e  $v_{az-s}(t)$  sono rispettivamente le velocità azimutali del satellite master e di quello slave,

mentre  $R_m(t)$  e  $R_s(t)$  sono le distanze attuali target-satellite master e target-satellite slave. Come nel caso monostatico, la risoluzione dipende dalla velocità in direzione azimuth, ma in questo caso si intende la somma algebrica dei contributi del master e dello slave (Eq. 2.25).

$$v_{bist,az}(t) = v_{az-m}(t) + v_{az-s}(t). \quad (2.26)$$

Si considerino due satelliti aventi orbita identica (cioè stessa eccentricità, inclinazione e argomento del perigeo), in un determinato momento questi si definiscono asincroni se il movimento in direzione azimuthale è identico in direzione ma opposto in verso. Se questo si verifica durante tutta l'orbita, i satelliti sono totalmente asincroni e si dimostra che non è possibile ottenere risoluzione. Infatti

$$v_{bist,az}(t) = v_{az-m}(t) - v_{az-s}(t) = 0 \quad \forall t. \quad (2.27)$$

Nel caso in cui i satelliti siano totalmente sincroni si ha somma costruttiva e quindi velocità totale massima (Fig. 2.19).

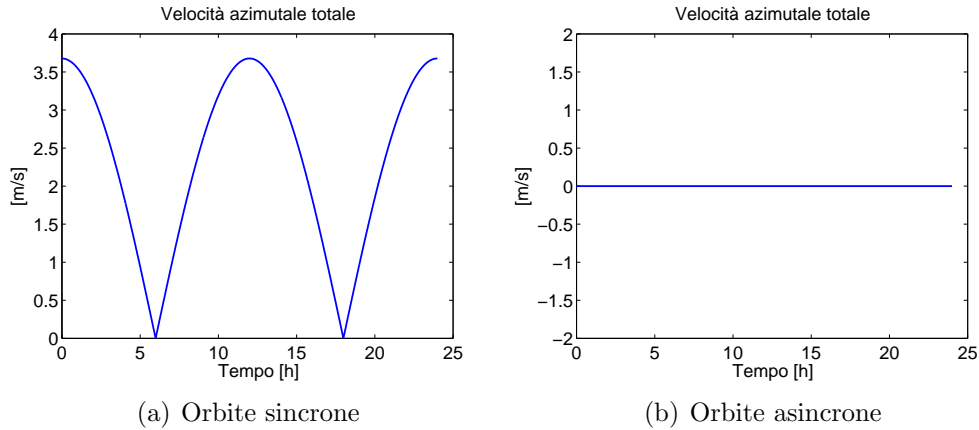


Figura 2.19: Effetto del sincronismo sulla velocità azimuthale totale  $v_{bist,az}$ .

Valgono ovviamente considerazioni analoghe a quelle di un sistema monostatico riguardo l'effetto di eccentricità ed inclinazione sulla risoluzione ottenibile. Diventa però di grande interesse l'effetto dei due tempi di perigeo sulle prestazioni.

### Orbite con diverso tempo di perigeo

Si considera il seguente sistema bistatico i cui parametri sono riassunti nelle Tab. 2.5 e Tab. 2.6, mentre per quanto riguarda la posizione del target e la frequenza di lavoro si veda la Tab. 2.2.

<b>Master</b>			
Latitudine nominale	$lat_0$	0	°
Longitudine nominale	$long_0$	7	°
Eccentricità	$e$	0.08	%
Inclinazione	$i$	0.009	°
Argomento perigeo	$\omega$	18	rad

Tabella 2.5: Parametri del sistema bistatico - Satellite Master.

<b>Slave</b>			
Latitudine nominale	$lat_0$	0	°
Longitudine nominale	$long_0$	11	°
Eccentricità	$e$	0.08	%
Inclinazione	$i$	0.012	°
Argomento perigeo	$\omega$	13	rad

Tabella 2.6: Parametri del sistema bistatico - Satellite Slave.

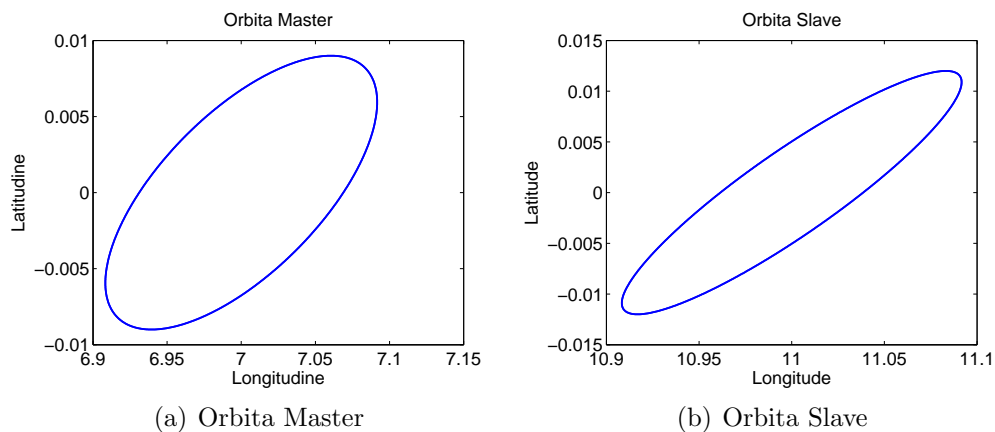


Figura 2.20: Orbite dei satelliti Master e Slave.

Si considerano due differenti casi di tempo di perigeo per rendere le orbite più o meno sincrone. Come detto, questo sincronismo si ripercuote sulla velocità azimutale totale e, quindi, sulla risoluzione ottenibile.

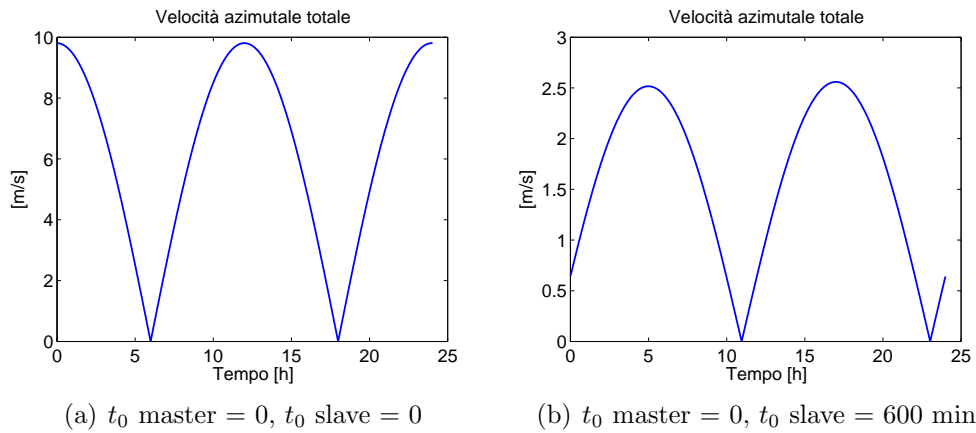


Figura 2.21: Velocità azimutale bistatico. Si confrontano due casi di somma delle velocità per differenti tempi del perigeo.

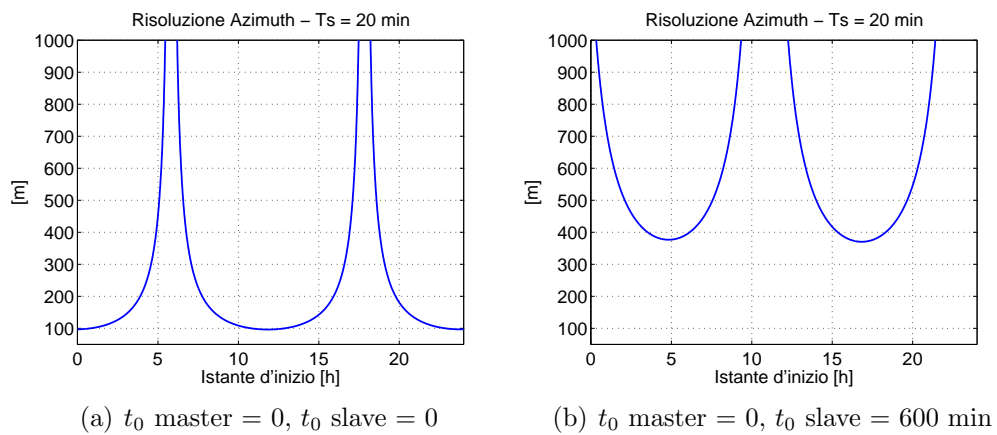


Figura 2.22: Risoluzione azimutale bistatico. Si confrontano le risoluzioni ottenibili nei due casi di differenti tempi del perigeo.

In definitiva, il problema di un sistema bistatico è la necessità di un controllo maggiore delle orbite al fine di far lavorare il sistema al massimo delle sue potenzialità in termini di risoluzione. Il sistema raggiunge tale massimo quando le velocità dei satelliti si sommano in maniera costruttiva per tutto l'arco delle ventiquattro ore.



## 2.8 Prestazioni interferometriche

Si vuole, in questa sezione, valutare gli effetti del baseline dovuto al movimento del satellite. Si supponga che si voglia fare interferometria due volte al giorno. Si prenda in analisi l'orbita di Eurobird 9A - Hot Bird 7A presa il 21 Febbraio 2011. Si individuano gli istanti ottimi per fare apertura sintetica ed ottenere una risoluzione di circa dieci metri. Il massimo baseline normale tra le due posizioni del satellite, nell'arco delle 6 ore necessarie per fare apertura sintetica, è di circa 70 km.

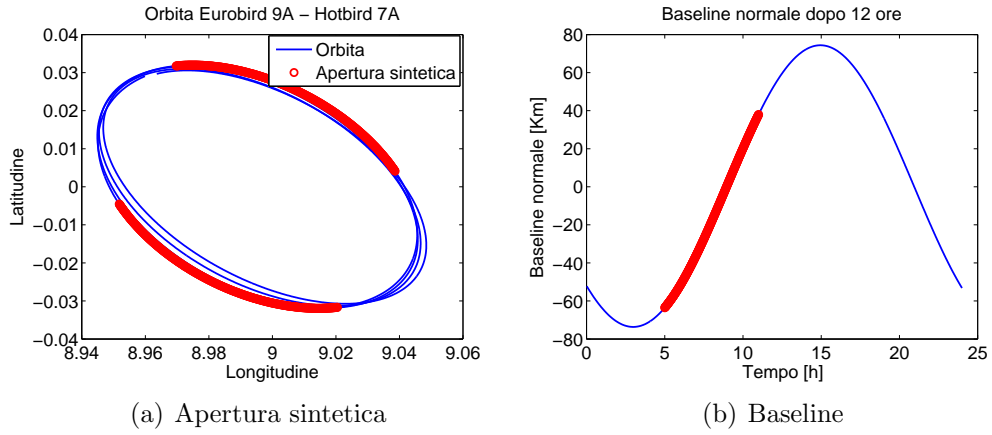


Figura 2.23: Aperture sintetiche ottime distanti 12 ore e baseline normale conseguente.

Ne risulta l'impossibilità di confrontare le immagini ottenute due volte durante la giornata poichè la decorrelazione risulta eccessiva. La coerenza interferometrica è infatti affetta da diverse sorgenti di rumore, tra cui la decorrelazione della scena ed gli effetti volumetrici. Entrambi sono funzione del baseline normale.

La decorrelazione volumetrica deriva dalla presenza di più target a diversa distanza cross-range nella cella di risoluzione. Se si relaziona la dispersione in range con la dispersione delle altezze, si ottiene [3]

$$q_{2\pi} = \frac{\lambda R_0 \sin \theta}{2B_n}, \quad (2.28)$$

dove  $q_{2\pi}$  rappresenta l'altezza di ambiguità,  $B_n$  il baseline normale, mentre  $\theta$  l'angolo d'incidenza. Per l'orbita in questione, risulta una  $q_{2\pi}$  di appena 6 metri dopo 12 ore, mentre di oltre 360 metri dopo 24 ore.

Se si suppone una dispersione delle altezze gaussiana ( $q \sim N(0, \sigma_q)$ ), la coerenza volumetrica è data da

$$\gamma_V = \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\sigma_q^2}{q_{2\pi}^2}\right), \quad (2.29)$$

mentre per una dispersione delle altezze uniforme nell'intervallo  $[-q/2, +q/2]$

$$\gamma_V = \text{sinc} \left( \frac{\Delta q}{q_{2\pi}} \right). \quad (2.30)$$

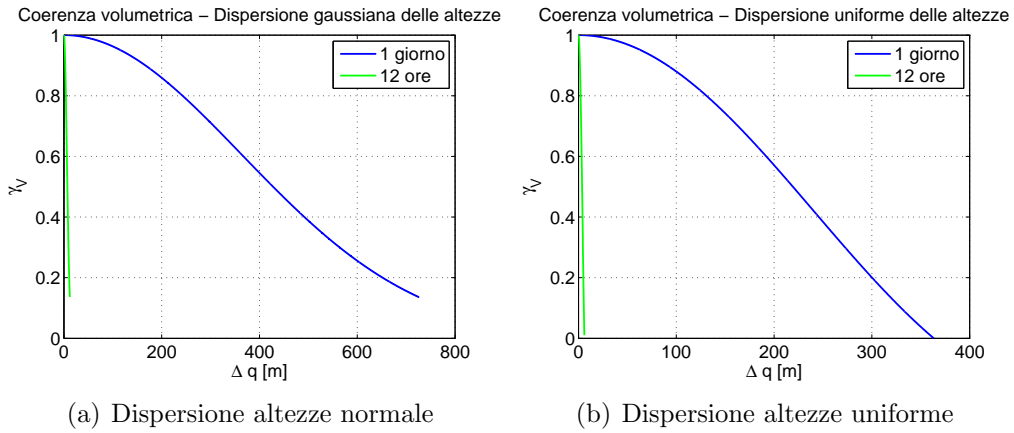


Figura 2.24: Coerenza volumetrica  $\gamma_V$ .

Si voglia ora fare interferometria tra due immagini prese a giorni differenti; si valuti di conseguenza l'effetto del drift orbitale al variare dei giorni.

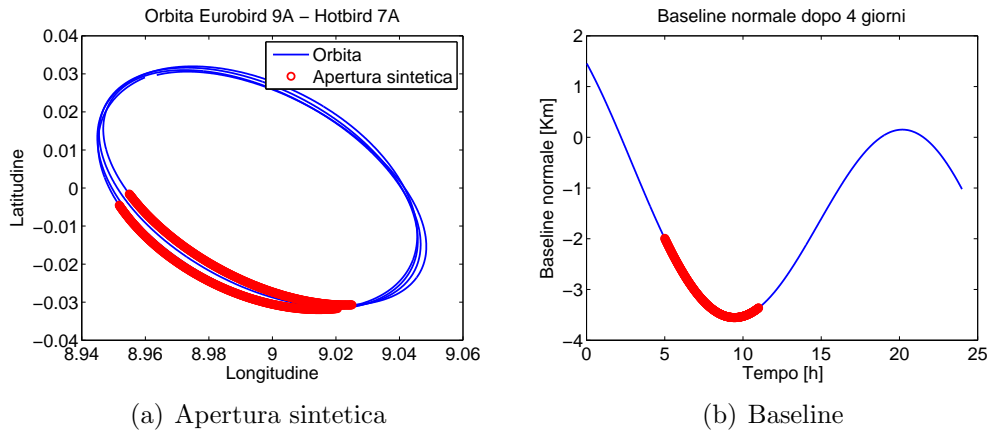


Figura 2.25: Aperture sintetiche ottime distanti 4 giorni e baseline normale conseguente.

Il baseline massimo registrato per il satellite Eurobird 9A dopo quattro giorni risulta pari a  $3.55 \text{ km}$  (Fig. 2.25), mentre quello dopo un giorno è pari solamente a  $1.25 \text{ km}$ . Si tratta in entrambi i casi di valori estremamente piccoli; la posizione del satellite viene infatti continuamente corretta da Terra al fine di mantenere l'orbita la più costante possibile.

In questo caso, si individua una  $q_{2\pi}$  dopo quattro giorni pari a 127 m mentre una  $q_{2\pi}$  dopo un giorno uguale a 363 m. La coerenza volumetrica risulta in questo

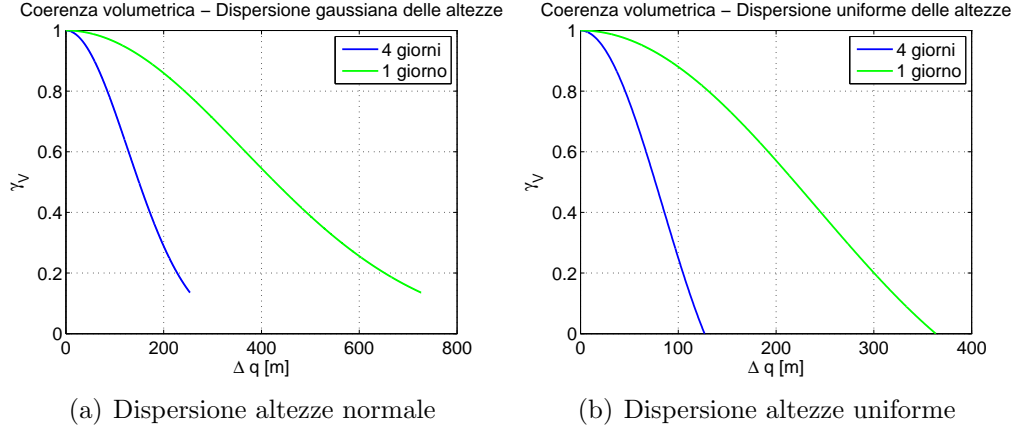


Figura 2.26: Coerenza volumetrica  $\gamma_V$ .

caso abbastanza elevata da permettere la creazione di immagini interferometriche di alta qualità.

La decorrelazione scenica è dovuta sia al movimento degli scatter all'interno della cella di risoluzione sia al cambio di prospettiva con cui si osserva la scena. La prima è combattuta con l'utilizzo di Persistent Scatterers (PS), target stabili e coerenti nel tempo e la cui densità, nelle aree urbanizzate, è estremamente elevata; la seconda è invece funzione del baseline. La coerenza dovuta al cambio si calcola come [3]

$$\gamma_S = \frac{E[s_1 \cdot s_2^*]}{\sqrt{E[s_1 s_1^*] \cdot E[s_2 s_2^*]}},$$

dove  $s_2$  è la scena  $s_1$  vista il giorno successivo.

$$s_2 = s_1 \cdot e^{j\frac{4\pi}{\lambda}\Delta R},$$

dove  $\Delta R$ , funzione del baseline, è la differenza di distanza tra i due giorni successivi.

Infine si vuole valutare lo shift spettrale introdotto dal terreno inclinato. Questo contribuisce all'interferogramma come uno shift spettrale che è linearmente legato al baseline e vale [3]

$$\Delta f = -f_0 \frac{B_n}{R_0 \tan(\theta_{inc} - \alpha)}, \quad (2.31)$$

dove  $\alpha$  è la pendenza del terreno,  $\theta_{inc}$  l'angolo di incidenza del satellite sul target,  $R_0$  la distanza target-satellite,  $f_0$  la frequenza di lavoro e  $B_n$  il baseline normale.

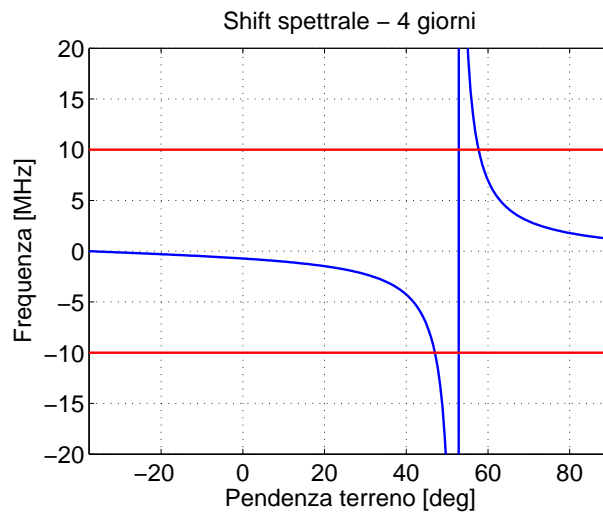


Figura 2.27: Shift spettrale introdotto dall'inclinazione del terreno con un baseline normale valutato dopo 4 giorni di orbita.  $\theta_{inc} = 52.36^\circ$ .

Le pendenze visibili sono limitate dalla banda del sistema posta a 20 MHz (Fig. 2.27).

# Capitolo 3

## GEOSAR - Presenza di atmosfera

Il problema del rumore atmosferico è cruciale per SAR geosincroni che devono necessariamente sfruttare un'apertura sintetica molto lunga per realizzare immagini ad alta risoluzione. Nel tempo dell'apertura, infatti, l'atmosfera presente sulla scena muta notevolmente creando una decorrelazione dell'immagine.

In questo capitolo si effettua uno studio del problema dello schermo di fase atmosferico e si propone un metodo per compensare questo rumore. L'obiettivo è di mitigare la decorrelazione introdotta e rendere così possibile esplorare lunghi tempi di apertura sintetica ed aumentare la risoluzione.

### 3.1 Caratteristiche e creazione dello schermo atmosferico

Si analizzi inizialmente il caso di rumore atmosferico monodimensionale, ossia variabile soltanto nel tempo. Esso si manifesta nelle acquisizioni SAR come un ritardo e quindi come uno sfasamento nella risposta impulsiva. Da un punto di vista statistico il ritardo atmosferico  $d(t)$  è descrivibile come un moto Browniano (o moto dell'ubriaco), i cui incrementi  $\Delta d$  sono variabili casuali Gaussiane, stazionarie, di media nulla e varianza proporzionale al tempo [6]

$$\sigma_{\Delta d}^2 = k \cdot t^\alpha. \quad (3.1)$$

Questo tipo di rumore è ben descritto dal variogramma. In statistica si definisce variogramma  $2V(t_1, t_2)$  una funzione caratterizzante il grado di dipendenza temporale di un processo stocastico  $d(t)$ . È definito come la varianza della differenza tra due valori del processo presi a distanze temporali diverse. [7]

$$2V(t_1, t_2) = Var[d(t_1) - d(t_2)] = E[|(d(t_1) - \mu(t_1)) - (d(t_2) - \mu(t_2))|^2]. \quad (3.2)$$

Se il processo ha media  $\mu$  costante, l'Eq. 3.2 è equivalente al valore atteso dell'incremento quadro tra i valori a distanza  $t_1$  e  $t_2$ .

$$2V(t_1, t_2) = E[|d(t_1) - d(t_2)|^2], \quad (3.3)$$

dove  $V(t_1, t_2)$  è chiamato semivariogramma. In caso di processo stazionario il semivariogramma può essere rappresentato come una funzione  $V(\tau) = V(0, 0 + \tau)$ , dove  $\tau$  rappresenta la differenza temporale tra  $t_1$  e  $t_2$ . Per un processo monodimensionale stazionario, variabile solo nel tempo, si ha quindi:

$$2V(\tau) = E[|d(t + \tau) - d(t)|^2]. \quad (3.4)$$

Il ritardo atmosferico  $d(t)$  può essere stimato utilizzando uno dei diversi modelli presenti in letteratura, di cui il più comune è il modello di *Saastamoinen* che sfrutta esclusivamente le informazioni su temperatura, pressione e umidità registrate al suolo. Tale modello, descritto in Appendice A, si occupa solamente della componente di ritardo dovuto alla troposfera. Gli effetti ionosferici non sono infatti considerati, in quanto insignificanti alla frequenza di utilizzo di 10 GHz.

Da un'analisi sui dati acquisiti da una stazione meteo situata presso Como<sup>1</sup> è stato possibile stimare il ritardo atmosferico utilizzando il modello di Saastamoinen. Le registrazioni risalgono al mese di Settembre 2006. Il ritardo atmosferico stimato permette il calcolo del variogramma sperimentale come

$$2\hat{V}(\tau) = \frac{1}{N(\tau)} \sum_{i=1}^{N(\tau)} |d(t + \tau) - d(t)|^2, \quad (3.5)$$

dove  $N(\tau)$  rappresenta il numero di campioni a distanza temporale  $\tau$  da  $d(t)$ . Osservando il variogramma in Fig. 3.1 si nota come esso presenti un andamento di tipo esponenziale [8]

$$2V(\tau) = s \cdot (1 - e^{-\frac{\tau}{\tau_0}}), \quad (3.6)$$

dove  $s$  è *sill*, il limite a cui il variogramma tende per  $\tau \rightarrow \infty$ . Il variogramma presenta quindi caratteristiche di crescita lineare fino ad un tempo di decorrelazione  $\tau_0$ , momento in cui il variogramma vale circa  $2\sigma_t^2$  e oltre il quale l'andamento è pressochè costante. La Eq. 3.6 diventa quindi

$$2V(\tau) = 2\sigma_t^2 \left( 1 - e^{-\sqrt{\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^2}} \right). \quad (3.7)$$

---

<sup>1</sup>dati forniti dal professor Guariso, Dipartimento di Elettronica e Informazione (DEI) del Politecnico di Milano

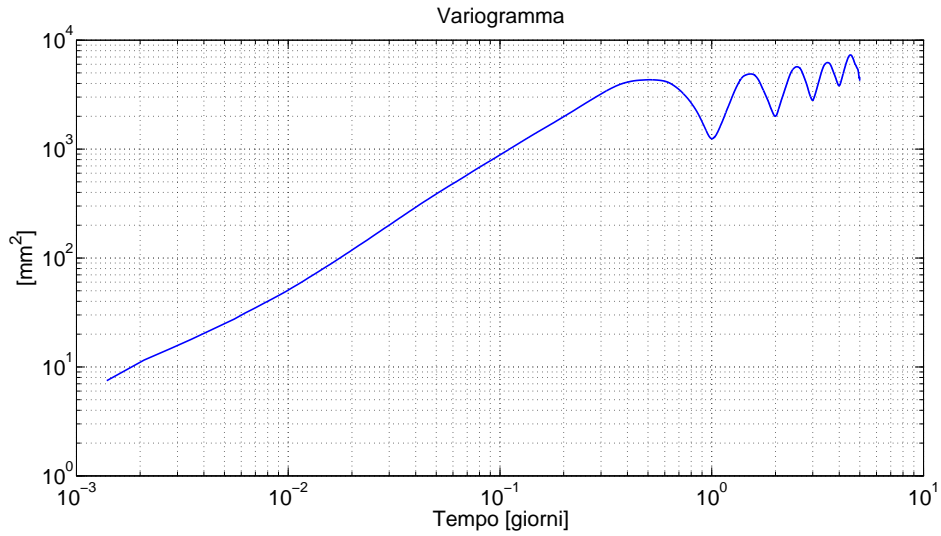


Figura 3.1: Variogramma atmosferico stimato presso Como.

Il sistema in analisi prevede tempi di apertura inferiori al tempo di decorrelazione atmosferico; la zona di interesse è esclusivamente quella lineare, approssimabile come

$$2V(\tau) \approx 2\sigma_t^2 \frac{\tau}{\tau_0}. \quad (3.8)$$

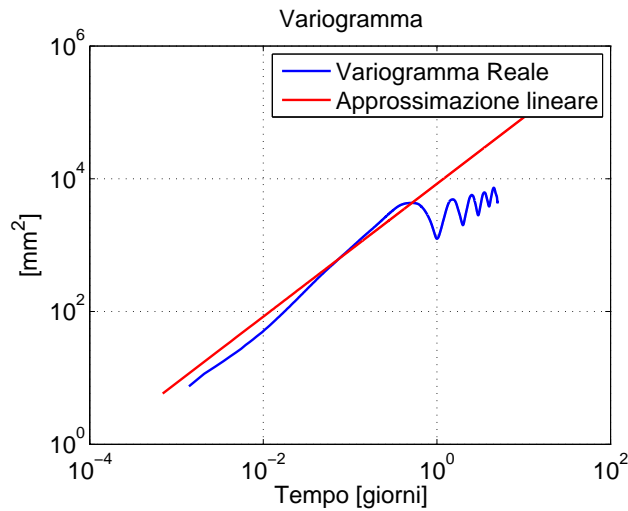


Figura 3.2: Confronto tra variogramma teorico e approssimazione lineare.

Al fine di simulare un rumore atmosferico che presenti le stesse proprietà statistiche sono sufficienti i valori del tempo di decorrelazione  $\tau_0$  e di potenza di rumore al *sill*,  $2\sigma_t^2$ . Tramite questi è possibile costruire la funzione di autocorrelazione  $r$ ,

essendo questa legata al variogramma come

$$r = P - \frac{2V}{2},$$

dove  $P$  è la potenza del processo. Si ricava quindi l'autocorrelazione del processo

$$\begin{aligned} r(\tau) &= \sigma_t^2 - \frac{2V(\tau)}{2} \\ &= \sigma_t^2 - \sigma_t^2 \left( 1 - e^{-\sqrt{\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^2}} \right) \\ &= \sigma_t^2 e^{-\sqrt{\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^2}}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Filtrando poi questa con un processo casuale gaussiano a media nulla e varianza unitaria si crea un processo casuale la cui statistica è identica al rumore atmosferico. L'operazione avviene nel dominio trasformato: sia  $R$  la trasformata dell'autocorrelazione  $r$  e  $Z$  la trasformata del processo casuale gaussiano

$$B = R\sqrt{Z}.$$

Antitrasformando  $B$  si ottiene un processo casuale le cui caratteristiche sono quelle desiderate. Una tecnica alternativa, ma computazionalmente meno efficace, per la creazione del rumore atmosferico è descritta in Appendice B.

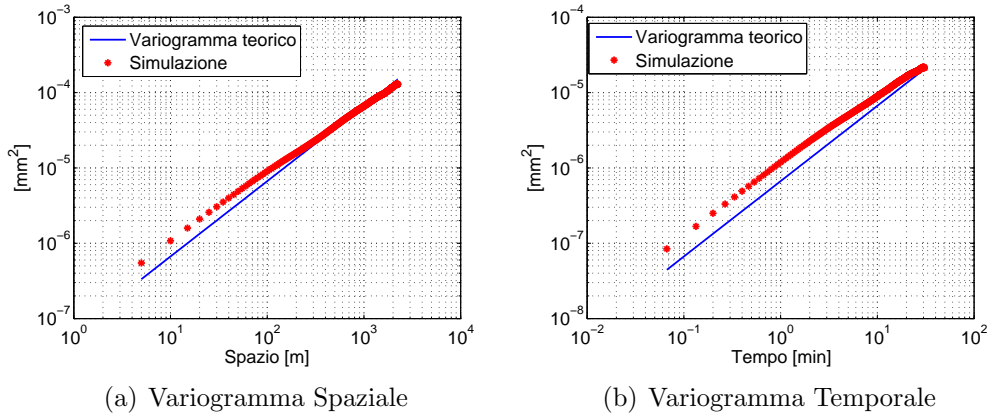


Figura 3.3: Confronto tra variogramma dell'atmosfera simulata con quella reale.

Il caso appena analizzato è di atmosfera monodimensionale, in cui la variabile indipendente è il tempo. Si estende ora lo studio all'atmosfera bidimensionale, variabile sia nel tempo che nello spazio. Si definisce variogramma 2D

$$2V(\tau, \chi) = E[|d(t + \tau, x + \chi) - d(t, x)|^2]. \quad (3.10)$$



Analogamente al caso monodimensionale, il variogramma 2D atmosferico ha un andamento esponenziale. La simmetria è circolare

$$2V(\tau, \chi) = 2\sigma_{t,x}^2 \left( 1 - e^{-\sqrt{\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^2 + \left(\frac{\chi}{\chi_0}\right)^2}} \right), \quad (3.11)$$

da cui la funzione di autocorrelazione

$$r(\tau, x) = \sigma_{t,x}^2 e^{-\sqrt{\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^2 + \left(\frac{\chi}{\chi_0}\right)^2}}, \quad (3.12)$$

dove  $\chi_0$  è lo spazio di decorrelazione atmosferica,  $\tau_0$  è il tempo di decorrelazione e  $\sigma_{t,x}^2$  è la potenza del processo 2D.

Purtroppo non è stato possibile calcolare sperimentalmente la potenza 2D dell'atmosfera, in quanto sarebbe stato necessario disporre di un array di centraline meteo. Solo in questo modo sarebbe possibile stimare l'evoluzione spazio-temporale del ritardo atmosferico e calcolare di conseguenza il variogramma 2D.

Dall'analisi del variogramma sperimentale in Fig. 3.1, si ricavano i seguenti valori di *sill* e tempo di decorrelazione:

- $2\sigma_{t,x}^2 = 1600 \text{ mm}^2$  a Como;
- $\tau_0 = 10 \text{ h}$ .

Tuttavia, da un'analisi dei variogrammi presenti in letteratura [9, 10, 11], si ritiene che la potenza del rumore atmosferico al *sill* sia mediamente di  $100 \text{ mm}^2$  e solo in alcuni casi particolarmente sfavorevoli si possa arrivare a  $300/400 \text{ mm}^2$ .

La differenza tra il variogramma sperimentale e la letteratura può essere dovuta a diversi fattori. Un'ipotesi è la non idealità del modello utilizzato per stimare il ritardo atmosferico [6]: la componente *wet* del ritardo, infatti, considera l'umidità decrescente in maniera lineare con la quota. Tuttavia questo non è sempre vero: si prenda come esempio il caso della nebbia, in cui l'umidità è particolarmente alta vicino alla superficie terrestre ma decade bruscamente al crescere della quota.

Nella trattazione di questa tesi, si considerano perciò diversi valori di potenza atmosferica per l'analisi della fattibilità del sistema.

$2\sigma_{t,x}^2$ - <i>media</i>	100	$\text{mm}^2$
$2\sigma_{t,x}^2$ - <i>forte</i>	400	$\text{mm}^2$
$2\sigma_{t,x}^2$ - <i>como</i>	1600	$\text{mm}^2$
$\tau_0$	10	<i>h</i>
$\chi_0$	6	<i>km</i>

Tabella 3.1: Parametri di atmosfera.

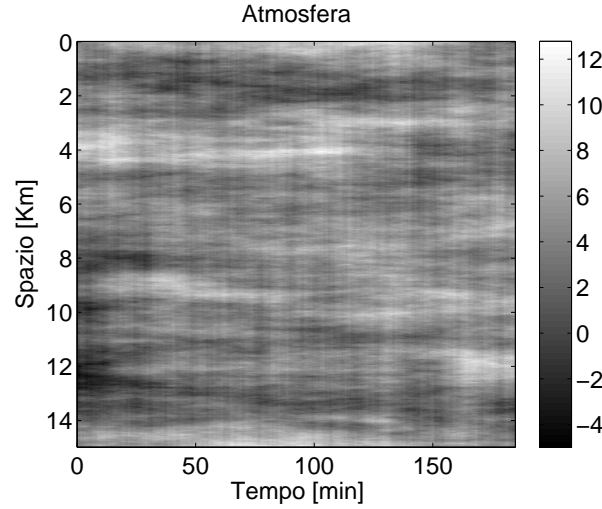


Figura 3.4: Atmosfera simulata -  $2\sigma_{t,x}^2 = 400 \text{ mm}^2$ ,  $\tau_0 = 10 \text{ h}$  e  $\chi_0 = 6 \text{ km}$ .

## 3.2 Acquisizione e focalizzazione

Si ripropone l'analisi del processo di acquisizione e focalizzazione come in Cap. 2.5 e Cap. 2.6 in presenza dello schermo di fase atmosferico.

Considerando ancora una volta una scena monodimensionale, il dato grezzo vale

$$y(\tau) = \int_L s(x) e^{j\phi_{ATM}(x,\tau)} e^{j\phi_R(x,\tau)} dx, \quad (3.13)$$

dove  $s(x)$  è lo scatter a terra,  $\phi_R(x, \tau)$  l'odografa e

$$\phi_{ATM}(x, \tau) = \frac{4\pi}{\lambda} d(x, \tau)$$

lo sfasamento atmosferico. Sviluppando l'esponenziale odografa come in Eq. 2.10 si trova che il dato grezzo è, a meno di un termine di fase, la trasformata di Fourier della scena degradata dal rumore atmosferico.

$$y_c(\tau) = y(\tau) e^{-j(\phi_{R0} + k_2 v^2 \tau^2)} = \int_L \left[ s(x) e^{jk_2 x^2} \right] e^{-j2\pi kx} e^{j\phi_{ATM}(x,\tau)} dx.$$

Chiamando lo scatter ruotato in fase  $s_c(x) = \left[ s(x) e^{jk_2 x^2} \right]$  si giunge a

$$y_c(\tau) = F \{ s_c(x) e^{j\phi_{ATM}(x,\tau)} \}. \quad (3.14)$$

L'Eq. 3.13 può essere discretizzata ed espressa in forma matriciale:

$$\mathbf{Y} = (\Phi_{ATM} \odot \Phi_R) \cdot \mathbf{S}, \quad (3.15)$$

dove  $\odot$  indica il prodotto di Hadamard,  $\Phi_{\text{ATM}}$  è la matrice degli esponenziali atmosferici mentre  $\Phi_{\text{R}}$  rappresenta l'operatore odografa. Ancora una volta, sviluppando la relazione come precedentemente fatto, si ricava

$$\mathbf{Y}_{\text{c}} = (\Phi_{\text{ATM}} \odot \mathbf{W}) \cdot \mathbf{S}_{\text{c}}, \quad (3.16)$$

equivalente all'Eq. 3.14 e in cui l'operatore di Fourier è indicato con  $\mathbf{W}$ .

Il dato focalizzato  $\mathbf{S}_{\text{foc}}$  è ottenuto applicando l'operatore  $\mathbf{W}^{\text{H}}$  al dato grezzo  $\mathbf{Y}_{\text{c}}$ , dove il simbolo  $^{\text{H}}$  indica l'operazione di trasposto coniugato (o Hermitiano). Il risultato della moltiplicazione risulta

$$\mathbf{S}_{\text{foc}} = \mathbf{W}^{\text{H}} \cdot \mathbf{Y}_{\text{c}}. \quad (3.17)$$

Si definisce la matrice  $\mathbf{F}$

$$\mathbf{F} = (\mathbf{W} \odot \Phi_{\text{ATM}}) \cdot \mathbf{W}^{\text{H}}, \quad (3.18)$$

rappresentante la risposta all'impulso del sistema in presenza di atmosfera. La riga  $i_x$  -esima della matrice  $F$  risulta infatti

$$F(x|i_x) = \sum_{i_{\tau}=1}^{N_{\tau}} e^{j\phi_{\text{ATM}}(x,i_{\tau})} e^{-j2\pi \frac{2v(i_{\tau} \cdot d_{\tau})}{\lambda R_0} x} e^{j2\pi \frac{2v(i_{\tau} \cdot d_{\tau})}{\lambda R_0} x_{i_x}} = \sum_{i_{\tau}=1}^{N_{\tau}} e^{j\phi_{\text{ATM}}(x,i_{\tau})} e^{-j2\pi f_x \cdot (x-x_{i_x})}. \quad (3.19)$$

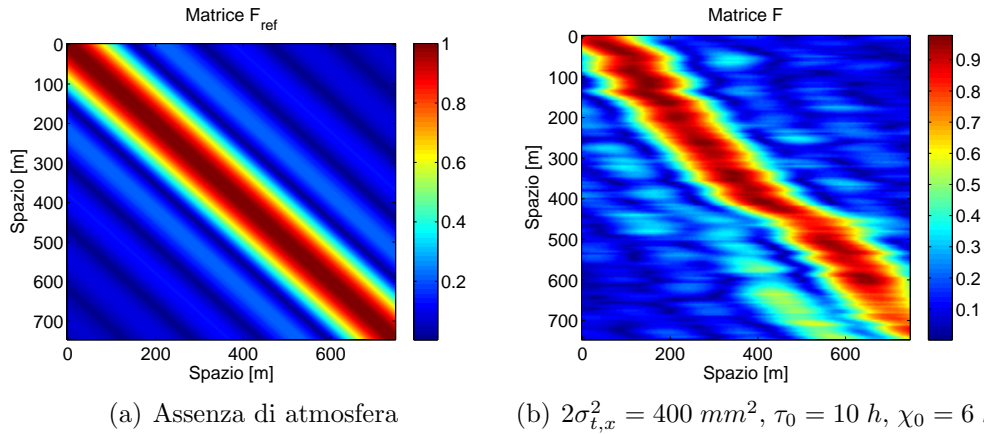


Figura 3.5: Confronto tra  $\mathbf{F}_{\text{ref}}$  e  $\mathbf{F}$ . Parametri di sistema in Tab. 2.2 -  $T_s = 15 \text{ min}$  -  $\lambda = 0.03 \text{ m}$ .

In Fig. 3.5 si confrontano i moduli delle matrici in assenza e presenza di atmosfera. L'effetto dell'atmosfera sulla risposta all'impulso genera un picco abbassato e spostato, oltre che un lobo di risoluzione più ampio.

### 3.3 Impatto dell'atmosfera sulla focalizzazione

Si vuole calcolare ora la perdita di risoluzione in azimuth dovuta al rumore atmosferico, valutando la risposta all'impulso [12]. Si consideri una singola linea di range; sia  $x$  la coordinata ad indicare la posizione all'interno di una griglia monodimensionale di punti in azimuth e sia  $x = 0$  il punto centrale di tale griglia. Si corregga la legge di distanza di ogni singolo punto con quella del punto centrale.

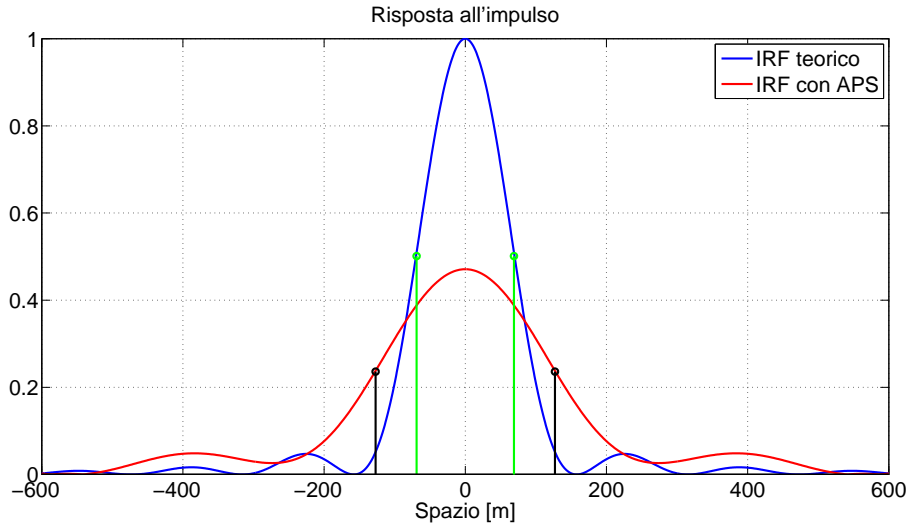


Figura 3.6: Potenza della risposta impulsiva di una striscia in range corretta con legge di distanza del punto centrale in presenza ed assenza di atmosfera. Atmosfera Como,  $2\sigma_{t,x}^2 = 1600 \text{ mm}^2$ .

Ciò che si ottiene per il punto ad ascissa  $x$  in presenza di rumore atmosferico risulta pari a

$$y(x) = \int_{-T_s/2}^{T_s/2} e^{j\frac{4\pi}{\lambda}d(x,t)} e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}\Delta(x,t)} dt, \quad (3.20)$$

dove  $T_s$  è il tempo di apertura sintetica,  $d(x, t)$  il ritardo atmosferico, mentre  $\Delta(x, t)$  rappresenta la differenza, al tempo  $t$ , tra la legge di distanza del punto a coordinata  $x$  e quella del punto a coordinata 0. L'Eq. 3.20 altro non è che la versione a variabili continue dell'Eq. 3.19. Infatti

$$\Delta(x, t) = D(x, t) - D(0, t) = \sqrt{R_0^2 + (vt - x)^2} - \sqrt{R_0^2 + (vt)^2}.$$

Questa può essere approssimata sfruttando l'espansione di Taylor arrestata al primo ordine

$$\begin{aligned}
 \Delta(x, t) &\approx \left. \frac{\delta D(x, t)}{\delta x} \right|_{x=0} \cdot x \\
 &= \left. \frac{2x - 2vt}{2\sqrt{R_0^2 + v^2\tau^2 + x^2} - 2v\tau x} \right|_{x=0} \cdot x \\
 &= \frac{-vt}{\sqrt{R_0^2 + v^2\tau^2}} \cdot x \\
 &= \frac{-vtx}{R_0\sqrt{1 + \frac{v^2\tau^2}{R_0^2}}} \\
 &\approx -\frac{vtx}{R_0}
 \end{aligned}$$

sotto l'assunzione che il termine  $\frac{v^2\tau^2}{R_0^2}$  possa essere trascurabile. Assunzione sempre valida in un radar geosincrono in quanto  $R_0 \approx 38000 \text{ km}$ . Segue che

$$e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}\Delta(x,t)} = e^{j\frac{4\pi}{\lambda}\frac{vtx}{R_0}} = e^{-j2\pi f_x x}$$

$$\text{con } f_x = -\frac{2vt}{\lambda R_0}.$$

Si calcoli ora la potenza della risposta impulsiva come

$$\begin{aligned}
 q &= E[|y(x)|^2] \\
 &= E[y(x)y^*(x)] \\
 &= E \left[ \int_{t_1=-T_s/2}^{T_s/2} e^{j\frac{4\pi}{\lambda}d(x,t_1)} e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}\Delta(x,t_1)} dt_1 \cdot \int_{t_2=-T_s/2}^{T_s/2} e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}d(x,t_2)} e^{j\frac{4\pi}{\lambda}\Delta(x,t_2)} dt_2 \right] \\
 &= \int_{t_1=-T_s/2}^{T_s/2} \int_{\tau=-T_s/2-t_1}^{T_s/2-t_1} E \left[ e^{j\frac{4\pi}{\lambda}(d(x,t_1)-d(x,t_1+\tau))} \right] e^{j\frac{4\pi}{\lambda}\frac{vvt\tau}{R}} dt d\tau,
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

dove  $t_2$  è stato posto uguale a  $t_1 + \tau$ . Inoltre si noti come l'esponenziale dovuto al ritardo atmosferico tenga conto solo delle variazioni temporali e sia indipendente dalla coordinata spaziale  $x$ . Di conseguenza, per ogni  $x$

$$E \left[ e^{j\frac{4\pi}{\lambda}[d(x,t_1)-d(x,t_1+\tau)]} \right] = E \left[ e^{j\frac{4\pi}{\lambda}[d(t_1)-d(t_1+\tau)]} \right] = E \left[ e^{j\frac{4\pi}{\lambda}d(\tau)} \right]. \tag{3.22}$$

Come detto in Cap. 3.1  $d(\tau)$  è una variabile gaussiana a media nulla e varianza crescente con il tempo, per cui il valore atteso in Eq. 3.22 vale [3]

$$E \left[ e^{j\frac{4\pi}{\lambda}d(\tau)} \right] = e^{-\frac{\sigma_d^2}{2}} = e^{-\left(\frac{4\pi}{\lambda}\right)^2 \sigma_{t,x}^2 \frac{|\tau|}{\tau_0}}. \tag{3.23}$$

Sostituendo nella Eq. 3.21 si trova

$$q = \int_{t_1=-T_s/2}^{T_s/2} \int_{\tau=-T_s/2-t_1}^{T_s/2-t_1} e^{-\left(\frac{4\pi}{\lambda}\right)^2 \sigma_{t,x}^2 \frac{|\tau|}{\tau_0}} e^{j\frac{4\pi}{\lambda} \frac{xv\tau}{R}} dt_1 d\tau, \quad (3.24)$$

dove il primo termine è l'esponenziale in cui sono presenti i parametri caratteristici del rumore atmosferico,  $\sigma_{t,x}^2$  e  $\tau_0$ , mentre il secondo termine tiene conto della legge di distanza tra lo scatter ed il satellite.

L'espressione nell'Eq. 3.24 non è risolvibile analiticamente, a meno di approssimare gli estremi del secondo integrale da  $(-\infty, \infty)$ . Tale approssimazione è valida solamente quando la potenza del rumore atmosferico è sufficientemente alta affinché nel tempo di apertura sintetica l'esponenziale atmosferico decada molto velocemente (Fig. 3.7). In questo modo la funzione scende rapidamente e gli estremi di integrazione diventano ininfluenti.

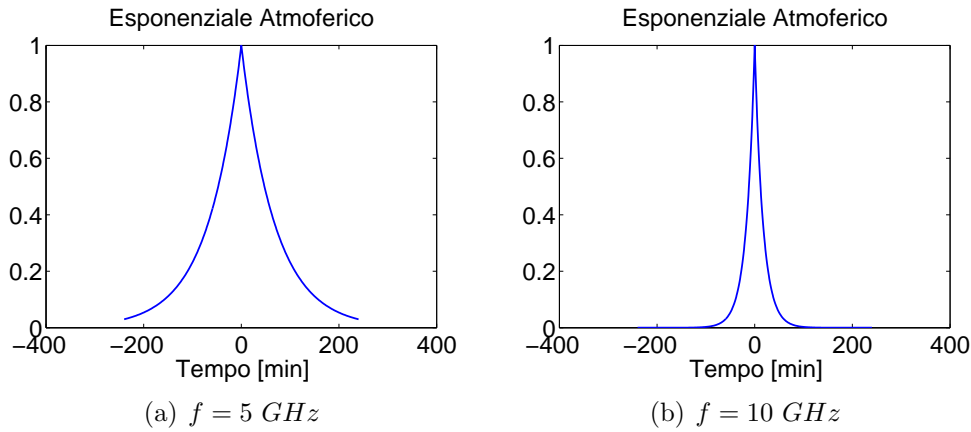


Figura 3.7: Esponenziale atmosferico con  $2\sigma_{t,x}^2 = 400 \text{ mm}^2$  per le frequenze  $5 \text{ GHz}$  e  $10 \text{ GHz}$ .

Nel caso in cui valga l'approssimazione l'Eq. 3.24 diventa

$$q = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-a|t|} e^{jbt} dt = \frac{2a}{a^2 + b^2},$$

dove

$$a = \left(\frac{4\pi}{\lambda}\right)^2 \frac{\sigma_{t,x}^2}{\tau_0}$$

e

$$b = \frac{4\pi xv}{\lambda R}.$$

Ne consegue

$$q = \frac{T_s \tau_0}{2 \left(\frac{4\pi}{\lambda}\right)^2 \sigma_{t,x}^2} \frac{1}{1 + (y/y_0)^2}. \quad (3.25)$$

La risoluzione azimutale risultante può ora essere espressa in maniera analitica e vale

$$2y_0 = 2 \cdot \frac{4\pi\sigma_{t,x}^2 R}{\lambda\tau_0 v}. \quad (3.26)$$

Si noti che qualora non sia possibile approssimare gli estremi di integrazione (ad esempio per frequenze basse e tempi di apertura sintetica non lunghi), non è possibile esprimere il risultato dell'integrale come in Eq. 3.25; di conseguenza la risoluzione non è esprimibile in forma chiusa ma è necessario calcolare l'integrale per via numerica e individuare la risoluzione risultante. L'Eq. 3.26 rappresenta il limite per la risoluzione in azimuth raggiungibile in presenza di rumore atmosferico. Si noti come essa sia indipendente dal tempo di apertura sintetica e funzione di due fattori principali:

- l'atmosfera, intesa come potenza del rumore  $\sigma_{t,x}^2$  e tempo di decorrelazione  $\tau_0$ ;
- il sistema, inteso come frequenza scelta  $\lambda$  e velocità del satellite utilizzato  $v$ .

Sull'atmosfera si hanno margini di lavoro ridotti; sul sistema invece si rivela cruciale la scelta della frequenza di lavoro e dell'orbita del satellite (e relativa velocità).

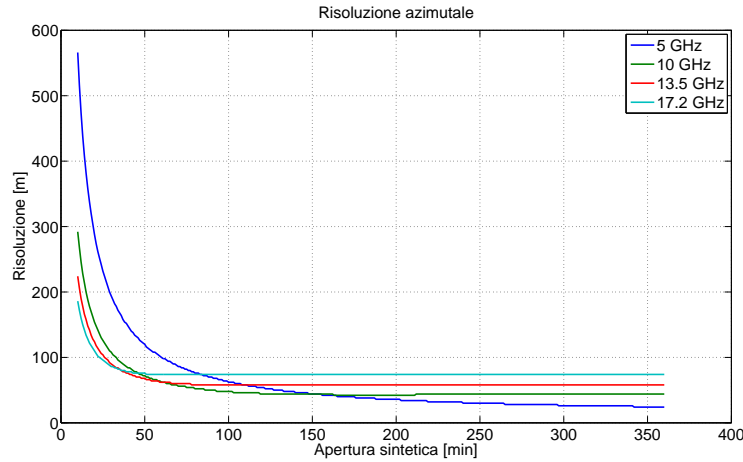


Figura 3.8: Risoluzione azimutale al variare delle frequenze e del tempo di apertura sintetica in presenza dello schermo di fase atmosferico di potenza  $2\sigma_{t,x}^2 = 400 \text{ mm}^2$  e  $v = 4 \text{ m/s}$ .

In Fig. 3.8 si può osservare come l'atmosfera intervenga prima ad alte frequenze, mentre a  $5 \text{ GHz}$ , dopo 4 ore, l'esponenziale non è ancora decaduto totalmente e non si è raggiunto  $2y_0$ .

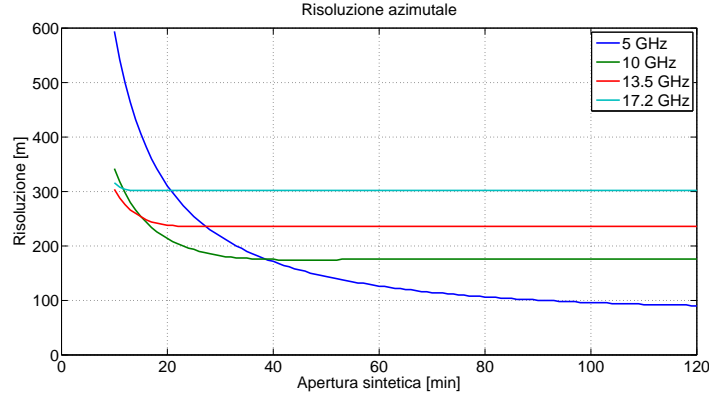


Figura 3.9: Risoluzione azimutale al variare delle frequenze e del tempo di apertura sintetica in presenza dello schermo di fase atmosferico stimato di potenza  $2\sigma_{t,x}^2 = 1600 \text{ mm}^2$  e  $v = 4 \text{ m/s}$ .

In Fig. 3.9, a causa della maggiore potenza del rumore atmosferico, la risoluzione raggiunge il suo limite in minor tempo.

In definitiva, lo schermo di fase atmosferica provoca una perdita della risoluzione in azimuth che rappresenta un limite per le prestazioni del sistema. Se si vogliono ottenere immagini SAR ad alta risoluzione sarà necessario eliminare l'errore introdotto dalla atmosfera.

## 3.4 Stima dell'atmosfera - Single Look

Si vuole ora individuare un metodo di stima dello schermo di fase atmosferico.

### 3.4.1 Approssimazione atmosfera costante

#### Atmosfera costante nello spazio

È il caso tipico di SAR *ground based*.

$$\phi_{ATM}(x, \tau) = \phi_{ATM}(x_0, \tau).$$

In questo caso l'esponenziale atmosferico in Eq. 3.14 esce dall'integrale, per cui il dato grezzo vale

$$y_c(\tau) = e^{j\phi_{ATM}(x_0, \tau)} \int_L s_c(x) e^{-j2\pi kx} dx,$$

$$\mathbf{Y}_c = \Phi_{ATM} \odot (\mathbf{W} \cdot \mathbf{S}_c).$$

Si noti come in questo caso  $\Phi_{ATM}$  sia un vettore di dimensione  $(N_t, 1)$ .

Risulta quindi facile stimare l'atmosfera: è sufficiente battere il dato grezzo con il



coniugato della trasformata di Fourier della scena

$$\begin{aligned}
 \hat{\Phi}_{ATM} &= \mathbf{Y}_c \odot \mathbf{Y}_{c,\text{ref}}^* \\
 &= \mathbf{Y}_c \odot (\mathbf{W} \cdot \mathbf{S}_c)^* \\
 &= \Phi_{ATM} \odot (\mathbf{W} \cdot \mathbf{S}_c) \odot (\mathbf{W} \cdot \mathbf{S}_c)^* \\
 &= \Phi_{ATM}.
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

L'atmosfera stimata è una copia esatta di quella vera, ovviamente nell'ipotesi di avere a disposizione un dato grezzo privo di atmosfera.

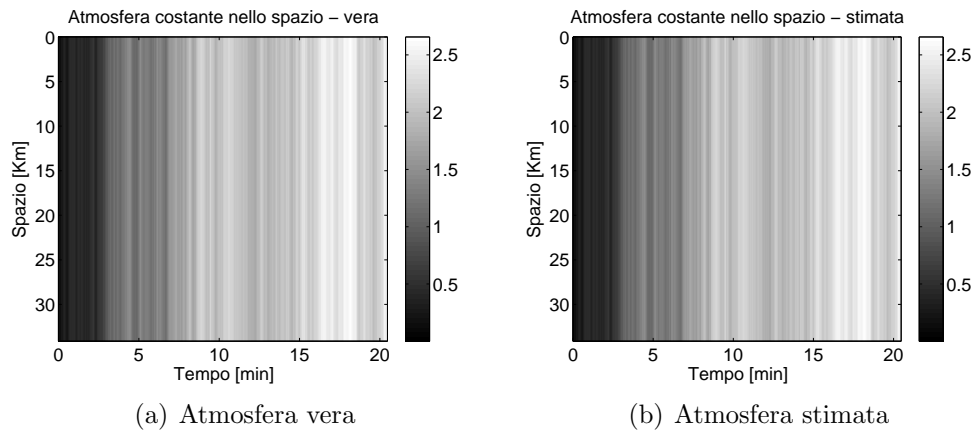


Figura 3.10: Stima di atmosfera costante nello spazio.  $2\sigma_x^2 = 400 \text{ mm}^2$ ,  $\chi_0 = 6 \text{ km}$ .

### Atmosferico costante nel tempo

È il caso tipico dei LEO SAR, in cui il rumore atmosferico può essere considerato costante nel tempo di apertura sintetica.

$$\phi_{ATM}(x, \tau) = \phi_{ATM}(x, \tau_0).$$

A differenza del caso precedente, l'esponenziale atmosferico non esce dall'integrale ma ruota la fase dello scatter

$$y_c(\tau) = \int_L s_c(x) e^{j\phi_{ATM}(x, \tau_0)} e^{-j2\pi kx} dx = F\{s_c(x) e^{j\phi_{ATM}(x, \tau_0)}\},$$

$$\mathbf{Y}_c = \mathbf{W} \cdot (\Phi_{ATM} \odot \mathbf{S}_c).$$

In questo caso  $\Phi_{ATM}$  è un vettore di dimensione  $(N_x, 1)$ .

Per stimare l'atmosfera è necessario focalizzare, applicare cioè l'operatore inverso

di Fourier, prima di eliminare il contributo dello scatter

$$\begin{aligned}
 \hat{\Phi}_{ATM} &= (\mathbf{W}^H \cdot \mathbf{Y}_c) \odot \mathbf{S}_c^* \\
 &= \{\mathbf{W}^H \cdot [\mathbf{W} \cdot (\Phi_{ATM} \odot \mathbf{S}_c)]\} \odot \mathbf{S}_c^* \\
 &= \mathbf{I} \cdot (\Phi_{ATM} \odot \mathbf{S}_c) \odot \mathbf{S}_c^* \\
 &= \Phi_{ATM} \odot \mathbf{S}_c \odot \mathbf{S}_c^* \\
 &= \Phi_{ATM}.
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

L'atmosfera stimata è ancora una volta la copia esatta di quella vera, ovviamente nell'ipotesi che si abbia a disposizione la riflettività della scena e che la matrice  $\mathbf{F}_{ref} = \mathbf{W}^H \cdot \mathbf{W}$  sia uguale all'identità  $\mathbf{I}$  (ipotesi valida solo per il caso di apertura sintetica tendente a  $\infty$ ).

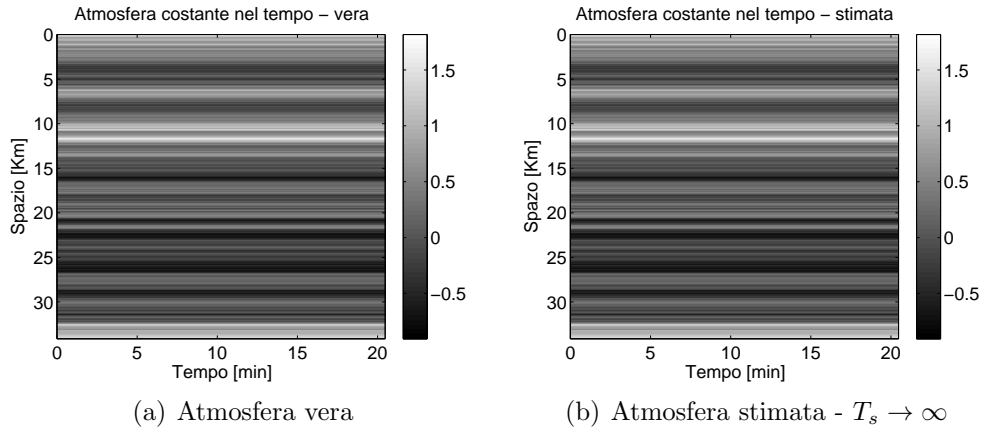


Figura 3.11: Stima di atmosfera costante nel tempo.  $2\sigma_t^2 = 400 \text{ mm}^2$ ,  $\tau_0 = 10 \text{ h}$ .

Nel caso reale in cui  $\mathbf{F}_{ref} \neq \mathbf{I}$ , la stima si effettua come

$$\begin{aligned}
 \hat{\Phi}_{ATM} &= \mathbf{S}_{foc} \odot \mathbf{S}_{foc,ref}^* \\
 &= (\mathbf{W}^H \cdot \mathbf{Y}_c) \odot (\mathbf{W}^H \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{S}_c)^* \\
 &= [\mathbf{W}^H \cdot (\mathbf{W} \cdot (\Phi_{ATM} \odot \mathbf{S}_c))] \odot [(\mathbf{W}^H \cdot \mathbf{W}) \cdot \mathbf{S}_c^*].
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

L'atmosfera può essere decomposta in:

- componenti spaziali di rumore che variano velocemente all'interno della cella di risoluzione e indicate con *ATM, fast*;
- componenti spaziali del rumore di fase che non variano significativamente all'interno del lobo di risoluzione e indicate con *ATM, slow*.

L'esponentiale atmosferico  $\Phi_{ATM}$  può essere quindi riscritto come

$$\Phi_{ATM} = \Phi_{ATM,slow} \odot \Phi_{ATM,fast}. \tag{3.30}$$

Inserendo l'Eq. 3.30 nella Eq. 3.29

$$\begin{aligned}\hat{\Phi}_{ATM} &= [\mathbf{W}^H \cdot (\mathbf{W} \cdot (\Phi_{ATM,fast} \odot \Phi_{ATM,slow} \odot \mathbf{S}_c))] \odot [(\mathbf{W}^H \cdot \mathbf{W}) \cdot \mathbf{S}_c^*] \\ &= \Phi_{ATM,slow} \cdot [\mathbf{F}_{ref} \cdot (\Phi_{ATM,fast} \odot \mathbf{S}_c)] \odot [\mathbf{F}_{ref} \cdot \mathbf{S}_c^*],\end{aligned}\quad (3.31)$$

dove le componenti lente dell'atmosfera  $\Phi_{ATM,slow}$ , in quanto pressochè costanti all'interno della cella di risoluzione, sono state portate fuori dal prodotto.

Occorre ora distinguere due casi.

Se il lobo di risoluzione è più piccolo delle variazioni spaziali dell'atmosfera (e quindi  $\Phi_{ATM} = \Phi_{ATM,slow}$ ), l'Eq. 3.31 diventa

$$\begin{aligned}\hat{\Phi}_{ATM} &= \Phi_{ATM} \cdot [(\mathbf{W}^H \cdot \mathbf{W}) \cdot (\mathbf{S}_c \odot \mathbf{S}_c^*)] \\ &= \Phi_{ATM} \cdot \mathbf{F}_{ref}.\end{aligned}\quad (3.32)$$

La stima risulta ancora perfetta, data l'evoluzione lenta dell'atmosfera rispetto al lobo di risoluzione. Caso analogo all'Eq. 3.28, dove infatti la risoluzione era infinitesima.

Se la risoluzione è più grande delle variazioni spaziali dell'atmosfera (Eq. 3.31) è possibile stimare solo le componenti a bassa frequenza. Tuttavia queste non sono stimate perfettamente poichè le componenti di atmosfera residua ( $\Phi_{ATM,fast}$ ) non permettono una completa rimozione dello scatter. Si otterrà perciò una stima delle basse frequenze spaziali atmosferiche tanto più rumorosa quanto più le sue componenti veloci hanno pregiudicato l'eliminazione dello scatter. Essendo l'atmosfera costante nel tempo, nulla vieta di utilizzare un'apertura sintetica lunga al fine di minimizzare o al limite cancellare tale errore.

### 3.4.2 Atmosfera variante spazio-tempo

Si analizza ora il caso generico, ossia un'acquisizione SAR in cui lo schermo atmosferico muta in tempo e spazio.

Al fine di stimare l'errore atmosferico è conveniente limitare la finestra temporale considerando pacchetti del dato grezzo di durata  $T$  in cui si assume l'atmosfera *costante nel tempo*. Le stime effettuate, una per ogni finestra, sono poi interpolate fra di loro al fine di ottenere l'intera evoluzione tempo-spaziale dell'atmosfera. Per le porzioni di dato grezzo di durata  $T$  è possibile quindi stimare il rumore atmosferico come

$$\begin{aligned}\hat{\Phi}_{ATM} &= \mathbf{S}_{foc} \odot \mathbf{S}_{foc,ref}^* \\ &= (\mathbf{W}_T^H \cdot \mathbf{Y}_c) \odot (\mathbf{W}_T^H \cdot \mathbf{W}_T \cdot \mathbf{S}_c)^* \\ &= [\mathbf{W}_T^H \cdot (\mathbf{W}_T \odot \Phi_{ATM}) \cdot \mathbf{S}_c] \odot [(\mathbf{W}_T^H \cdot \mathbf{W}_T) \cdot \mathbf{S}_c^*],\end{aligned}\quad (3.33)$$

dove  $\mathbf{W}_T$  e  $\mathbf{W}_T^H$  sono gli operatori di acquisizione e focalizzazione nella sottoapertura.

Ancora una volta si decompone l'atmosfera in:

- componenti del rumore di fase che variano velocemente all'interno del tempo di integrazione  $\Delta t$  e della corrispondente cella di risoluzione  $\Delta x$  ed indicate con *ATM, fast*;
- le componenti del rumore di fase che non variano significativamente all'interno di  $\Delta x$  e  $\Delta t$  e indicate con *ATM, slow*.

In maniera analoga a Eq. 3.30

$$\Phi_{ATM} = \Phi_{ATM,slow} \odot \Phi_{ATM,fast}, \quad (3.34)$$

da cui l'Eq. 3.33 diventa

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_{ATM} &= [\mathbf{W}_T^H \cdot (\mathbf{W}_T \odot \Phi_{ATM,slow} \odot \Phi_{ATM,fast}) \cdot \mathbf{S}_c] \odot [(\mathbf{W}_T^H \cdot \mathbf{W}_T) \cdot \mathbf{S}_c^*] \\ &= \Phi_{ATM,slow} \cdot [\mathbf{W}_T^H \cdot (\mathbf{W}_T \odot \Phi_{ATM,fast}) \cdot \mathbf{S}_c] \odot [(\mathbf{W}_T^H \cdot \mathbf{W}_T) \cdot \mathbf{S}_c^*], \end{aligned} \quad (3.35)$$

dove le componenti lente dell'atmosfera  $\Phi_{ATM,slow}$ , in quanto pressochè costanti all'interno della cella di risoluzione e del tempo di apertura, sono state portate fuori dal prodotto.

### 3.4.3 Ottimizzazione della stima

L'obiettivo è di determinare l'ottimo della sotto-apertura sintetica per cui si minimizzano le componenti ad alta frequenza dell'atmosfera (dannose per la stima) o equivalentemente si massimizzano le componenti a bassa frequenza visibili e quindi stimabili.

$$T_{opt} = \arg \min_{\Delta t} E[\Phi_{ATM,fast}] = \arg \max_{\Delta t} E[\Phi_{ATM,slow}]. \quad (3.36)$$

Ma

$$\begin{aligned} \arg \max_{\Delta t} E[\Phi_{ATM,slow}] &= \arg \max_{\Delta t} E \left[ \int_0^{\Delta x} \int_0^{\Delta t} e^{j\phi_{atm}(x,t)} dx dt \right] \\ &= \arg \max_{\Delta t} E \left[ \int_0^{\Delta x} \int_0^{\Delta t} e^{j\frac{4\pi}{\lambda}d(x,t)} dx dt \right], \end{aligned} \quad (3.37)$$

dove gli estremi di integrazione  $\Delta t$  e  $\Delta x$  rappresentano rispettivamente la lunghezza temporale della sotto-apertura e la conseguente risoluzione azimutale.

L'integrale doppio in Eq. 3.37 risulta minore del prodotto dei singoli integrali

$$\begin{aligned}
 E \left[ \int_0^{\Delta x} \int_0^{\Delta T} e^{j \frac{4\pi}{\lambda} d(x,t)} dx dt \right] &\leq E \left[ \int_0^{\Delta x} e^{j \frac{4\pi}{\lambda} d(x)} dx \cdot \int_0^{\Delta t} e^{j \frac{4\pi}{\lambda} d(t)} dt \right] \\
 &= E \left[ \int_0^{\Delta x} e^{j \frac{4\pi}{\lambda} d(x)} dx \right] \cdot E \left[ \int_0^{\Delta t} e^{j \frac{4\pi}{\lambda} d(t)} dt \right] \\
 &= \frac{1}{\Delta x} \int_0^{\Delta x} E \left[ e^{j \frac{4\pi}{\lambda} d(x)} dx \right] \cdot \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} E \left[ e^{j \frac{4\pi}{\lambda} d(t)} dt \right] .
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

Le due medie all'interno degli integrali rappresentano rispettivamente la coerenza temporale e spaziale dell'atmosfera e valgono Eq. 3.23

$$E \left[ e^{j \frac{4\pi}{\lambda} d(t)} \right] = e^{-\frac{\sigma_d^2}{2}} = e^{-\left(\frac{4\pi}{\lambda}\right)^2 \sigma_{t,x}^2 \frac{t}{\tau_0}}, \tag{3.39}$$

$$E \left[ e^{j \frac{4\pi}{\lambda} d(x)} \right] = e^{-\frac{\sigma_d^2}{2}} = e^{-\left(\frac{4\pi}{\lambda}\right)^2 \sigma_{t,x}^2 \frac{x}{\chi_0}}. \tag{3.40}$$

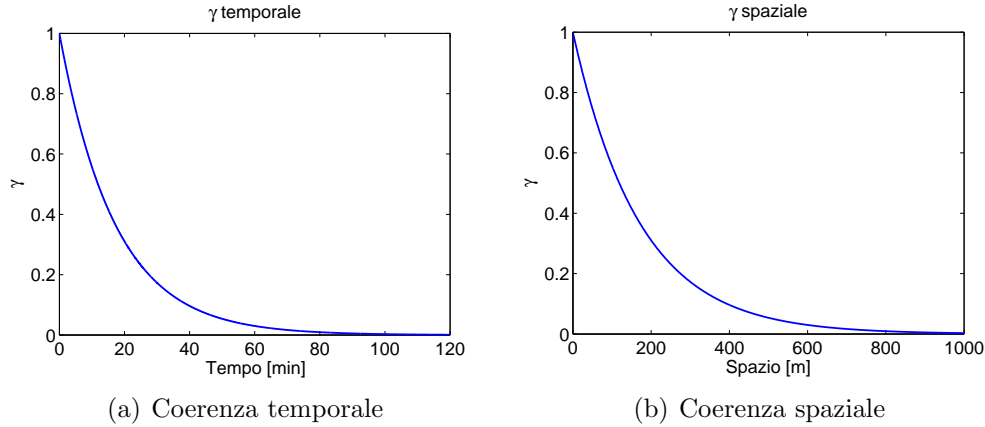


Figura 3.12: Coerenza temporale e spaziale del rumore atmosferico. Parametri:  $2\sigma_{x,t}^2 = 400 \text{ mm}^2$ ,  $\tau_0 = 10 \text{ h}$ ,  $\chi_0 = 6 \text{ km}$ ,  $f = 10 \text{ GHz}$ .

La disuguaglianza in Eq. 3.38 è dovuta al fatto che si è approssimato un processo avente autocorrelazione circolare

$$r(\tau, x) = \sigma_{t,x}^2 e^{-\sqrt{\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^2 + \left(\frac{x}{\chi_0}\right)^2}},$$

con uno avente autocorrelazione quadrata

$$r(\tau, x) = \sigma_{t,x}^2 e^{-\frac{\tau}{\tau_0}} \cdot e^{-\frac{x}{\chi_0}}.$$

Segue quindi che

$$E \left[ \int_0^{\Delta x} \int_0^{\Delta T} e^{j \frac{4\pi}{\lambda} d(x,t)} dx dt \right] \leq \frac{1}{\Delta x \Delta t} \int_0^{\Delta x} e^{-\left(\frac{4\pi}{\lambda}\right)^2 \sigma_{t,x}^2 \frac{x}{\chi_0}} dx \cdot \int_0^{\Delta t} e^{-\left(\frac{4\pi}{\lambda}\right)^2 \sigma_{t,x}^2 \frac{t}{\tau_0}} dt. \quad (3.41)$$

Per proseguire nella determinazione dell'ottimo della finestra è opportuno ricordare la ben nota relazione tra risoluzione spaziale  $\Delta x$  e risoluzione temporale  $\Delta t$  (Eq. 2.18).

$$\Delta t \Delta x = \frac{\lambda R}{2v}. \quad (3.42)$$

Si può esprimere di conseguenza la Eq. 3.40 in funzione del tempo come

$$E \left[ e^{j \frac{4\pi}{\lambda} d(x)} \right] = e^{-\left(\frac{4\pi}{\lambda}\right)^2 \sigma_{t,x}^2 \frac{\lambda R}{2vt\chi_0}}. \quad (3.43)$$

Utilizzando il risultato in Eq. 3.43 e inserendolo nell'Eq. 3.41, si ottiene

$$E \left[ \int_0^{\Delta x} \int_0^{\Delta T} e^{j \frac{4\pi}{\lambda} d(x,t)} dx dt \right] \leq \frac{2v}{\lambda R} \int_{\frac{\lambda R}{2v\Delta x}}^{\frac{\lambda R}{2v\Delta x}} e^{-\left(\frac{4\pi}{\lambda}\right)^2 \sigma_{t,x}^2 \frac{\lambda R}{2vt\chi_0}} dt \cdot \int_0^{\Delta t} e^{-\left(\frac{4\pi}{\lambda}\right)^2 \sigma_{t,x}^2 \frac{t}{\tau_0}} dt. \quad (3.44)$$

Si è verificato numericamente come il massimo della Eq. 3.44 si ottenga quando si eguagliano i due integrali (Fig. 3.13) o equivalentemente i due integrandi da

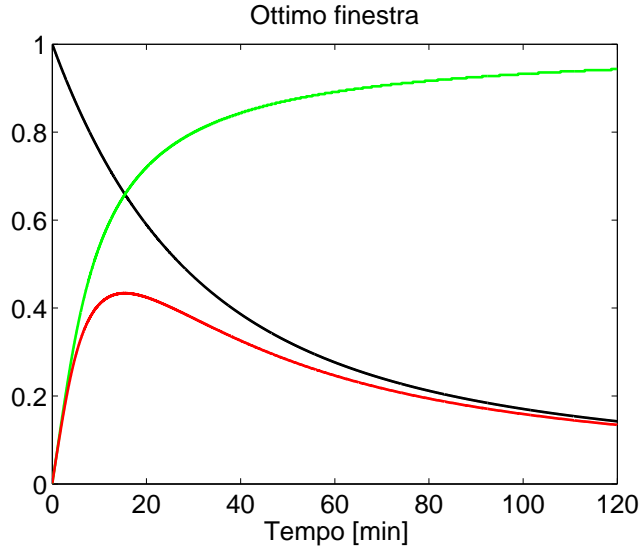


Figura 3.13: Ottimo finestra. Parametri:  $2\sigma_{t,x}^2 = 400 \text{ mm}^2$ ,  $\tau_0 = 10 \text{ h}$ ,  $\chi_0 = 6 \text{ km}$ ,  $f = 10 \text{ GHz}$ ,  $v = 4 \text{ m/s}$ .

cui si ricava

$$T_{opt} = \sqrt{\frac{\lambda R \tau_0}{2v \chi_0}}. \quad (3.45)$$

L'ottimo della finestra è quindi funzione sia dell'atmosfera nei suoi parametri  $\tau_0$  e  $\chi_0$  sia del sistema nei suoi parametri  $\lambda$  e  $v$ .

Il risultato raggiunto può essere meglio interpretato se si decompone il segnale nelle sue componenti spettrali. La finestatura del dato per periodi di tempo  $T_{opt}$ , associata alla corrispondente risoluzione spaziale che si ottiene, limita le componenti di frequenze spaziali  $f_x = 1/\Delta x$  e frequenze temporali  $f_t = 1/\Delta t$  dell'atmosfera visibili, per cui stimabili. Essendo l'area del rettangolo in Fig. 3.14 indipendente dal tempo di integrazione e pari a  $2v/\lambda R$ , l'obiettivo di riuscire a stimare quante più componenti possibili si ottiene utilizzando la finestra ottima  $T_{opt}$ .

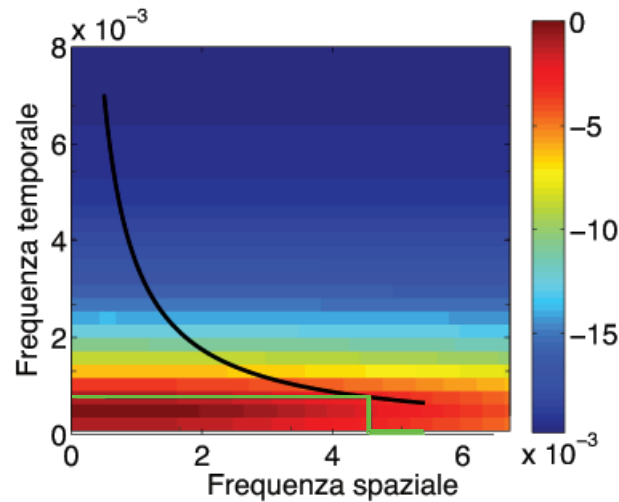


Figura 3.14: Spettro di potenza dell'atmosfera forte ( $2\sigma_{t,x}^2 = 400 \text{ mm}^2$ ) e finestra ottima. Parametri di sistema descritti in Tab. 2.2.

È interessante notare come, al diminuire dello spazio di decorrelazione (e quindi all'allargarsi dello spettro nelle frequenze spaziali) vi sia un aumento della dimensione temporale della finestra. È necessario infatti aumentare il numero di frequenze spaziali visibili per ottenere una stima accurata (tempo di apertura e frequenze spaziali sono linearmente legate). Vale ovviamente il viceversa.

Discorso analogo può essere fatto anche per le variazioni del tempo di decorrelazione. Al suo diminuire (e quindi al corrispondente aumento dello spettro nelle frequenze temporali) segue una diminuzione della dimensione temporale della finestra. È necessario infatti aumentare il numero di frequenze temporali visibili per ottenere una stima accurata.

Da Fig. 3.14 si evidenziano inoltre come le componenti spettrali di atmosfera stimabili siano limitate dal sistema di acquisizione. La parte di spettro che cade all'esterno dell'iperbole di risoluzione non può essere in alcun modo stimata. Questo rende la stima intrinsecamente polarizzata.

### 3.5 Stima dell'atmosfera - Multi Look

La stima del rumore atmosferico (Eq. 3.33) è *single look*, per cui la varianza della stima della fase, nel caso in cui la coerenza dell'immagine interferometrica risulti bassa, rischia di essere molto elevata.

Al fine di migliorare la stima si possono utilizzare le ulteriori linee di range che sono soggette alla stessa atmosfera, mediando così stime indipendenti e diminuendo la dispersione della fase.

$$\hat{\Phi}_{\text{ATM}} = \frac{1}{N_L} \sum_{i=1}^{N_L} \mathbf{S}_{\text{foc},i} \odot \mathbf{S}_{\text{foc,ref},i}^* \quad (3.46)$$

dove  $N_L$  sarà pari al numero massimo di righe in range in cui vale l'assunzione di atmosfera costante nello spazio. L'esatta relazione tra varianza di fase interferometrica e coerenza può essere determinata solo attraverso complicati conti matematici. Tuttavia, se il numero di look è più grande di 4, vale la seguente approssimazione [13]

$$\sigma_\phi^2 = \frac{1}{2N_L} \frac{1 - \gamma^2}{\gamma^2}. \quad (3.47)$$

Fissata  $\gamma$ , la varianza  $\sigma_\phi^2$  risulta inversamente proporzionale a  $N_L$ .

Non ha invece effetto un'ipotetica media in azimuth; i campioni in direzione azimutale sono stati correlati tra di loro dalla focalizzazione. Tale media non porta alcuna informazione in più alla stima e risulta quindi di scarso aiuto.

### 3.6 Ricostruzione scena focalizzata

Si illustra, in questa sezione, il metodo migliore per focalizzare il dato grezzo mitigando l'effetto dello schermo di fase atmosferico con la stima effettuata. Il modello del dato acquisito è:

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{W} \odot \Phi_{\text{ATM}}) \cdot \mathbf{S}_c = \mathbf{A} \cdot \mathbf{S}_c. \quad (3.48)$$

Al fine di ricostruire lo scatter, si vuole invertire il modello utilizzando l'atmosfera stimata.

$$\hat{\mathbf{S}}_c = (\mathbf{W} \odot \hat{\Phi}_{\text{ATM}})^{-1} \cdot \mathbf{Y} = \hat{\mathbf{A}}^{-1} \cdot \mathbf{Y}. \quad (3.49)$$

L'atmosfera stimata, come ampiamente argomentato, non è precisa e l'errore commesso si amplifica nell'inversione mediante inversa generalizzata a causa del mal condizionamento della matrice  $\mathbf{A}$ . Per mitigare il rumore introdotto un'ipotesi possibile è fare un filtro di Wiener.

$$\hat{\Phi}_{\text{ATM}} = \Phi_{\text{ATM}} + \mathbf{n}.$$



Sostituendo questa nella Eq. 3.49 e svolgendo il prodotto di Hadamard con  $\mathbf{W}$ , grazie alla proprietà distributiva, si ottiene

$$\begin{aligned}\mathbf{W} \odot \hat{\Phi}_{\text{ATM}} &= \mathbf{W} \odot (\Phi_{\text{ATM}} + \mathbf{n}) = \mathbf{W} \odot \Phi_{\text{ATM}} + \mathbf{W} \odot \mathbf{n}; \\ \hat{\mathbf{A}} &= \mathbf{A} + \mathbf{N}.\end{aligned}$$

Il filtro di Wiener permette di migliorare  $\hat{\mathbf{A}}$  e renderla quanto più simile ad  $\mathbf{A}$ . Sfruttando gli spettri di  $\mathbf{A}$  - simulabile a partire dalle informazioni sul rumore atmosferico - e  $\mathbf{N}$  - calcolabile come differenza tra lo spettro teorico di  $\mathbf{A}$  e quello di  $\hat{\mathbf{A}}$  - il filtro di Wiener è formalizzato come segue:

$$H_w(f) = \frac{1}{1 + \frac{S_N(f)}{S_A(f)}}. \quad (3.50)$$

Questa soluzione, tuttavia, non produce risultati soddisfacenti.

È più opportuno ricorrere ad una inversione di  $\hat{\mathbf{A}}$  mediante SVD troncata.

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{V}^{\text{H}} \quad (3.51)$$

$$\hat{\mathbf{A}}_{\text{svd}}^{-1} = \mathbf{V}_t \cdot \mathbf{\Lambda}_t^{-1} \cdot \mathbf{U}_t^{\text{H}}, \quad (3.52)$$

dove  $\mathbf{V}_t, \mathbf{\Lambda}_t, \mathbf{U}_t$  sono le matrici troncate. Lo scatter focalizzato risulta

$$\hat{\mathbf{S}}_c = \hat{\mathbf{A}}_{\text{svd}}^{-1} \cdot \mathbf{Y}. \quad (3.53)$$

### 3.7 Miglioramento delle prestazioni

È stato illustrato in Cap. 3.4.3 come la finestatura massimizzi le componenti di spettro atmosferico stimabili. Utilizzando finestre di lunghezza diversa da quella ottima è tuttavia possibile stimare componenti spettrali diverse. Unendo tale informazione a quella originale si può, di conseguenza, migliorare la stima stessa.

Si supponga di avere effettuato una prima stima con la finestra di durata ottimale  $T_{\text{opt}}$ ; per eliminare i contributi dell'atmosfera stimati si deve necessariamente costruire il dato focalizzato: non è possibile rimuovere l'atmosfera dal dato grezzo direttamente.

$$\hat{\Phi}_{\text{ATM},1} = \mathbf{Y} \odot \mathbf{Y}_{\text{ref}}^*. \quad (3.54)$$

Sia  $\hat{\mathbf{S}}_{c,1}$  il dato focalizzato come in Eq. 3.53; si crei ora un nuovo dato grezzo  $\mathbf{Y}_1$

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{W} \cdot \hat{\mathbf{S}}_{c,1}, \quad (3.55)$$

il quale presenterà un rumore atmosferico ridotto rispetto al dato grezzo acquisito  $\mathbf{Y}$ . Sul nuovo dato grezzo si può procedere ad un'ulteriore stima di atmosfera utilizzando una finestra di durata differente, per ottenere

$$\hat{\Phi}_{\text{ATM},2} = \mathbf{Y}_1 \odot \mathbf{Y}_{\text{ref}}^* \quad (3.56)$$

L'atmosfera totale è il prodotto dei contributi stimati ad ogni passo

$$\hat{\Phi}_{\text{ATM}} = \hat{\Phi}_{\text{ATM},1} \odot \hat{\Phi}_{\text{ATM},2} \odot \dots \quad (3.57)$$

L'atmosfera totale viene poi utilizzata nell'inversione come descritto in Eq. 3.53, utilizzando il dato grezzo acquisito inizialmente.

Questo metodo può essere applicato iterativamente, ricordandosi di utilizzare per la stima dell'atmosfera il nuovo dato grezzo creato dallo scatter stimato al passo precedente e per l'inversione il dato grezzo acquisito inizialmente.

# Capitolo 4

## Risultati

In questo capitolo sono illustrati i risultati delle simulazioni numeriche per quanto concerne la stima e la rimozione dello schermo di fase atmosferico.

A causa della non perfetta valutazione della potenza del rumore atmosferico sono stati utilizzati dati differenti. Come descritto in Cap. 3.1, una parte del lavoro si è occupato della simulazione del rumore atmosferico a partire dalle caratteristiche statistiche evidenziate dal variogramma. Questo è stato stimato utilizzando le misure registrate a Como da una centralina meteo. Il variogramma temporale evidenzia una potenza al *sill*  $2\sigma_{t,x}^2$  di circa  $1600 \text{ mm}^2$  e un tempo di decorrelazione di  $10 \text{ h}$ . Confrontando però questi valori con molteplici variogrammi presenti in letteratura si è evidenziata una discrepanza del valore di potenza medio che, anche nei casi peggiori, risulta inferiore a quanto stimato a Como. Questo, come sottolineato in Cap. 3.1, potrebbe essere dovuto alla non idealità del modello di stima del ritardo atmosferico a partire dai dati atmosferici registrati. Si presentano per questo motivo i risultati ottenuti utilizzando diversi profili di potenza atmosferica (Tab. 3.1), facendo notare come Como risulti un caso particolarmente sfavorevole. Nel caso in cui il rumore sia troppo forte, sono inoltre suggerite alcune possibili soluzioni affinché il sistema sia realizzabile in ogni caso.

Al fine di avere un criterio oggettivo di verifica della bontà del lavoro svolto, sono definiti alcuni criteri di valutazione delle prestazioni. In particolare, per l'atmosfera si valutano la coerenza e l'errore quadratico medio (MSE), mentre per lo scatter la sola coerenza.

Nella parte iniziale è stato definito il sistema oggetto di analisi e sono suggerite le motivazioni che stanno alla base della scelta dell'orbita e della frequenza di utilizzo.

## 4.1 Definizione del sistema

In accordo con la missione prevista da ESA CoreH2O, il satellite orbiterà in un box di  $\pm 0.12^\circ$ ; si sceglie quindi un'eccentricità pari a  $e = 0.08\%$ , valore massimo al fine di lasciare orbitare il satellite nel box.

Si utilizza il valore di eccentricità massimo in quanto questo garantisce la velocità azimutale maggiore e quindi prestazioni migliori. Il legame tra  $e$  e  $v_{az}$  è ampiamente trattato nel Par. 2.7.1, mentre il collegamento tra  $v_{az}$  e prestazioni è ricollegabile alla finestra ottima e alle frequenze spaziali visibili e quindi stimabili dell'atmosfera (Par. 3.4.3).

Il satellite viene posto nella posizione nominale di  $lat_0 = 0^\circ$ ,  $long_0 = 9^\circ$ . Per questo valore di eccentricità la velocità massima azimutale risulta essere appena inferiore ai  $5 \text{ m/s}$ .

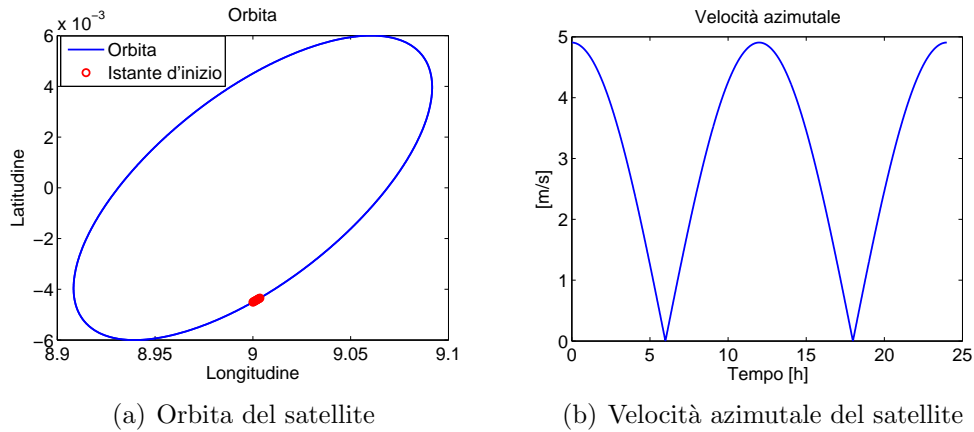


Figura 4.1: Caratteristiche dell'orbita: box e velocità azimutale.

In assenza di atmosfera si raggiunge la risoluzione desiderata di 10 metri in azimuth in circa  $3 \text{ h e } 30 \text{ min}$ .

La Fig. 4.2 permette di scegliere l'istante di inizio opportuno per fare apertura sintetica. In particolare, si individuano due istanti ottimali (circa alle ore 10 e alle ore 22) corrispondenti ai momenti in cui il satellite percorre la parte centrale dell'orbita e la sua velocità azimutale è massima. Si ricorda, infatti, che quando il satellite inverte il proprio moto la velocità azimutale tende a zero e non si ha risoluzione. Questa relazione si nota chiaramente confrontando il grafico della velocità azimutale (Fig. 4.1(b)) con quello della risoluzione (Fig. 4.2).

Scelti gli istanti d'inizio ottimali per fare apertura sintetica, la velocità minima di percorrenza nel tempo di apertura sintetica è pari a  $4.3 \text{ m/s}$ . Tale valore è necessario per determinare la finestra ottima.

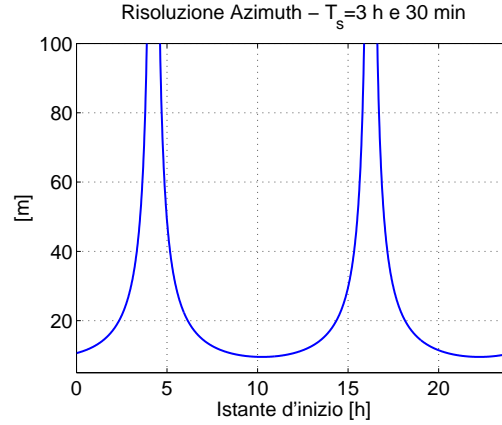


Figura 4.2: Risoluzione al variare dell'istante di inizio lungo l'orbita -  $f = 10 \text{ GHz}$ ,  $T_s = 3 \text{ h e } 30 \text{ min}$ .

In Tab. 4.1 sono riassunti i parametri di sistema e le potenze di rumore atmosferico utilizzate nelle simulazioni seguenti.

Latitudine nominale	$lat_0$	0	$^\circ$
Longitudine nominale	$long_0$	9	$^\circ$
Accuratezza puntamento	$\Delta\phi$	0.12	$^\circ$
Eccentricità	$e$	0.08	%
Velocità	$v$	4.3	$m/s$
Latitudine target	$lat P_0$	45	$^\circ$
Longitudine target	$long P_0$	9	$^\circ$
Distanza target-satellite	$R_0$	38000	$km$
Frequenza	$f$	10	$GHz$
Lunghezza d'onda	$\lambda$	0.03	$m$
Potenza atmosfera media	$2\sigma_{t,x}^2\text{-media}$	100	$mm^2$
Potenza atmosfera forte	$2\sigma_{t,x}^2\text{-forte}$	400	$mm^2$
Potenza atmosfera Como	$2\sigma_{t,x}^2\text{-como}$	1600	$mm^2$
Tempo di decorrelazione	$\tau_0$	10	$h$
Spazio di decorrelazione	$\chi_0$	6	$km$

Tabella 4.1: Parametri di sistema.

La finestra ottima, usando i parametri in Tab. 4.1 nell'Eq. 3.45, risulta appena inferiore ai 15  $min$  corrispondenti alla velocità di 4.3  $m/s$  ad una risoluzione teorica di 148  $m$ .

$$T_{opt} \approx 15 \text{ min.}$$

## 4.2 Definizione della validazione

Si definiscono i seguenti parametri di qualità sulla stima dell'atmosfera: coerenza e Mean Square Error (MSE). Si ricorda che  $\Phi_{\text{ATM}}$  rappresenta la matrice degli esponenziali atmosferici reali, mentre  $\hat{\Phi}_{\text{ATM}}$  è la matrice degli esponenziali atmosferici stimati. La coerenza sull'atmosfera risulta:

$$\begin{aligned}\gamma_{atm} &= E[\Phi_{\text{ATM}} \odot \hat{\Phi}_{\text{ATM}}^*] \\ &= \frac{1}{N_\tau} \frac{1}{N_x} \sum_{i_\tau=1}^{N_\tau} \sum_{i_x=1}^{N_x} e^{j\phi_{\text{ATM}}(i_\tau, i_x)} \cdot e^{-j\hat{\phi}_{\text{ATM}}(i_\tau, i_x)}.\end{aligned}\quad (4.1)$$

Lo MSE sull'atmosfera risulta invece

$$MSE_{atm} = \frac{1}{N_\tau} \frac{1}{N_x} \sum_{i_\tau=1}^{N_\tau} \sum_{i_x=1}^{N_x} [\phi_{\text{ATM}}(i_\tau, i_x) - \hat{\phi}_{\text{ATM}}(i_\tau, i_x)]^2. \quad (4.2)$$

Per quanto riguarda la rimozione dell'atmosfera e quindi la ricostruzione dello scatter, si definisce la sola coerenza.

$$\begin{aligned}\gamma_{scatter} &= \frac{E[\mathbf{S}_c \odot \hat{\mathbf{S}}_c^*]}{\sqrt{[\mathbf{S}_c \cdot \mathbf{S}_c^H][\hat{\mathbf{S}}_c \cdot \hat{\mathbf{S}}_c^H]}} \\ &= \frac{\frac{1}{N_x} \sum_{i_x=1}^{N_x} S_c(i_x) \cdot S_c^*(i_x)}{\sqrt{\sum_{i_x=1}^{N_x} [S_c(i_x) S_c^*(i_x)] \cdot \sum_{i_x=1}^{N_x} [\hat{S}_c(i_x) \hat{S}_c^*(i_x)]}} \\ &= \frac{1}{N_x} \sum_{i_x=1}^{N_x} \frac{S_c(i_x) \cdot S_c^*(i_x)}{\sqrt{[S_c(i_x) S_c^*(i_x)] \cdot [\hat{S}_c(i_x) \hat{S}_c^*(i_x)]}},\end{aligned}\quad (4.3)$$

dove  $^H$  indica l'operazione di trasposto coniugato, mentre  $^*$  solo l'operazione di coniugazione.

Non si definisce un equivalente  $MSE_{scatter}$ , in quanto l'operazione di troncamento della SVD scala tutte le ampiezze dello scatter ricostruito. Risulta quindi di scarso interesse pratico.

### 4.3 Prestazioni della stima atmosferica

Si valutano ora le prestazioni dello stimatore nelle differenti condizioni di potenza atmosferica descritte in Tab. 4.1.

#### 4.3.1 Atmosfera di potenza media

Come descritto precedentemente, in letteratura [9, 10, 11] si ritiene che l'atmosfera abbia una potenza di circa  $2\sigma_{t,x}^2 = 100 \text{ mm}^2$ , corrispondente ad un errore di fase la cui potenza è circa  $\sigma_\phi^2 = 8.7 \text{ rad}^2$  a  $10 \text{ GHz}$ . In Fig. 4.3 il confronto tra l'atmosfera vera e la sua corrispondente ricostruzione.

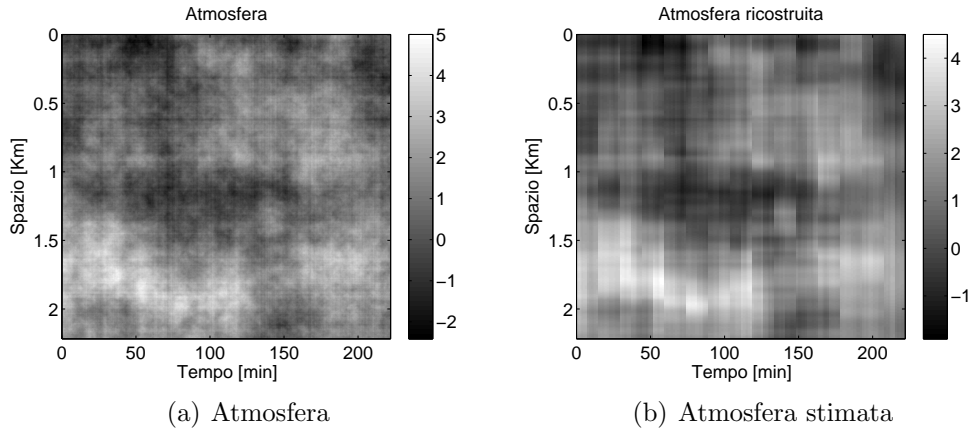


Figura 4.3: Stima rumore atmosferico  $\sigma_\phi^2 = 8.7 \text{ rad}^2$ , Banda X.

I risultati ottenuti dopo una simulazione Montecarlo a livello di parametri di qualità sono i seguenti:

Parametri	Finestra Ottima	Stima Iterativa
$\gamma_{ATM}$	0.9301	0.9591
$MSE_{ATM}$	0.1412	0.0836

Tabella 4.2: Stima atmosfera  $\sigma_\phi^2 = 8.7 \text{ rad}^2$ , Banda X.

Per la stima iterativa si sono utilizzate quattro ulteriori finestre di durata  $4 \text{ min}$ ,  $7.5 \text{ min}$ ,  $30 \text{ min}$  e  $60 \text{ min}$ .

Le prestazioni sono ottime: si raggiungono livelli di coerenza molto elevati (o corrispondenti livelli di MSE molto bassi).

### 4.3.2 Atmosfera di potenza forte

Si utilizza, in questo caso, la potenza atmosferica nota in letteratura nei casi particolarmente sfavorevoli. Questa risulta pari a  $2\sigma_{t,x}^2 = 400 \text{ mm}^2$ , corrispondenti a  $35 \text{ rad}^2$  alla frequenza di  $10 \text{ GHz}$ .

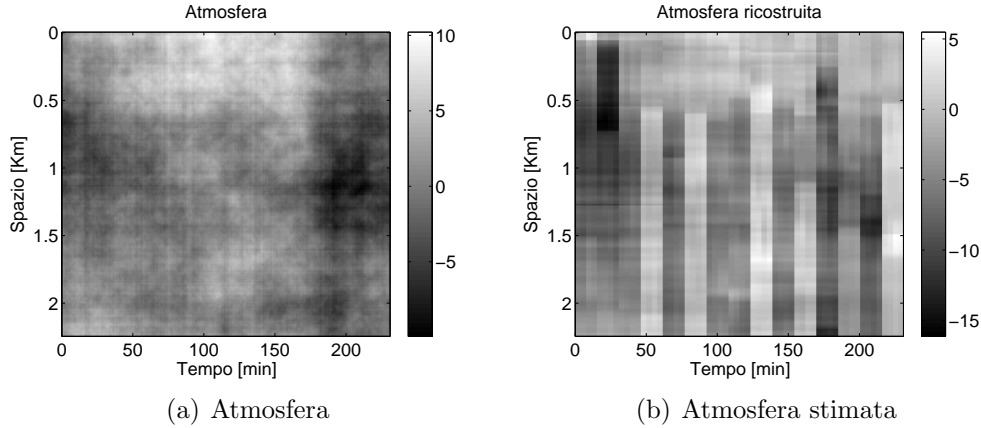


Figura 4.4: Stima rumore atmosferico  $\sigma_\phi^2 = 35 \text{ rad}^2$ , Banda X.

La qualità della stima è decisamente inferiore rispetto al caso precedente; nell'atmosfera ricostruita di Fig. 4.6(b) si notano forti salti di fase. I parametri di qualità ottenuti, a seguito di una Montecarlo di 100 simulazioni, sono i seguenti:

Parametri	Finestra Ottima	Stima Iterativa
$\gamma_{ATM}$	0.7122	0.7499
$MSE_{ATM}$	0.7764	0.6921

Tabella 4.3: Stima atmosfera  $\sigma_\phi^2 = 35 \text{ rad}^2$ , Banda X.

Poichè la stima atmosferica non risulta soddisfacente, si suggerisce l'uso di una frequenza più bassa, ad esempio la banda C ( $f = 5 \text{ GHz}$ ), che risente in maniera minore del rumore atmosferico. La potenza dell'errore di fase introdotto è infatti inversamente proporzionale al quadrato della lunghezza d'onda, per cui i  $35 \text{ rad}^2$  ottenuti in banda X diventano circa  $9 \text{ rad}^2$  in banda C. Naturalmente a discapito della risoluzione ottenibile, la quale è direttamente proporzionale alla lunghezza d'onda. In assenza di atmosfera si raggiunge ora la risoluzione desiderata di 10 metri in azimuth, non più in  $3 \text{ h}$  e  $30 \text{ min}$ , ma in circa  $7 \text{ h}$  (Fig. 4.5).

Scelti ancora una volta gli istanti d'inizio ottimali per fare apertura sintetica, la velocità minima di percorrenza nel tempo di apertura sintetica è pari a  $3.5 \text{ m/s}$ . Tale valore è fondamentale per determinare la nuova sotto-apertura. La finestra



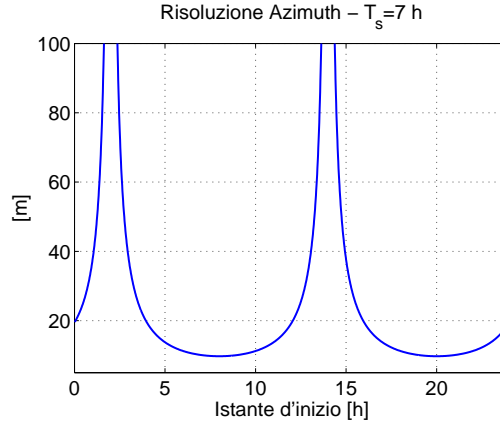


Figura 4.5: Risoluzione al variare dell'istante di inizio -  $f = 5 \text{ GHz}$ ,  $T_s = 7 \text{ h}$ .

ottima risulta in questo caso appena superiore ai  $23 \text{ min}$ , corrispondenti ad una risoluzione teorica di  $233 \text{ m}$ .

$$T_{opt} \approx 23 \text{ min.}$$

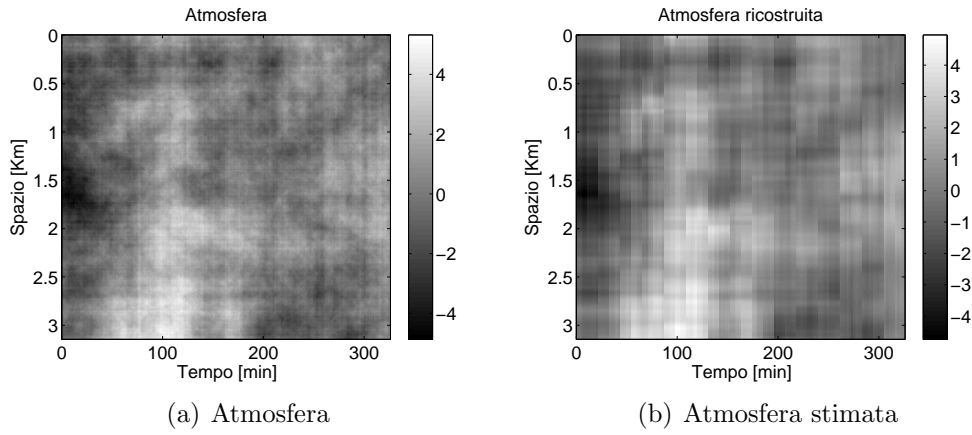


Figura 4.6: Stima rumore atmosferico  $\sigma_\phi^2 = 9 \text{ rad}^2$ , Banda C.

I risultati ottenuti dopo simulazione Montecarlo sono riassunti in Tab. 4.4.

Parametri	Finestra Ottima	Stima Iterativa
$\gamma_{ATM}$	0.9006	0.9331
$MSE_{ATM}$	0.2103	0.1389

Tabella 4.4: Stima atmosfera  $\sigma_\phi^2 = 9 \text{ rad}^2$ , Banda C.

La qualità della stima torna ad essere soddisfacente.

Si consideri ora la potenza atmosferica stimata presso Como:  $2\sigma_{t,x}^2 = 1600 \text{ mm}^2$ , corrispondenti a  $35 \text{ rad}^2$  alla frequenza di  $5 \text{ GHz}$ . L'atmosfera in questo caso è molto potente anche a  $5 \text{ GHz}$  e la stima è abbastanza rumorosa. I valori di coerenza raggiunti si assestano infatti attorno a circa 0.65.

Non si può pensare di diminuire ancora la frequenza di utilizzo, in quanto per frequenze inferiori ai  $5 \text{ GHz}$  intervengono altre problematiche della propagazione nell'atmosfera, quali il rumore ionosferico. Si ricorda come il valore di potenza atmosferica stimato presso Como sia non preciso e, probabilmente, superiore al valore effettivo.

### 4.3.3 Considerazioni sulla stima

In questo paragrafo, si vogliono evidenziare alcune caratteristiche proprie della stima. Nel far ciò si considera un sistema a  $f = 5 \text{ GHz}$  e il rumore atmosferico con  $\sigma_\phi^2 = 9 \text{ rad}^2$ .

Si vuole innanzitutto evidenziare l'effetto del multi-look sulle prestazioni del sistema (Eq. 3.46). Si confrontano i risultati ottenuti mediando gli interferogrammi in range e quelli ottenuti mediando campioni in azimuth.

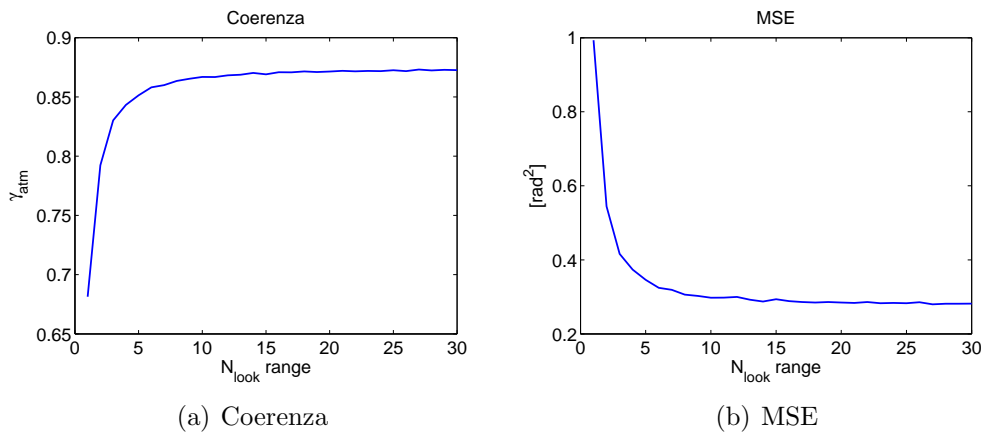


Figura 4.7: Parametri di qualità stima atmosferica Multi Look, media in range.

Il guadagno, soprattutto per quanto riguarda le prime 10 stime, è elevato. È tuttavia evidente come la stima sia polarizzata. Anche al tendere del numero di look all'infinito, non si raggiunge coerenza unitaria o equivalentemente MSE nullo. L'errore è dovuto alla presenza di componenti dell'atmosfera non stimabili esterne all'iperbole di risoluzione. A livello di prestazioni non conviene quindi spingersi oltre le 10 medie (corrispondenti a circa 100 metri), in quanto oltre tale valore l'approssimazione di atmosfera costante risulta sempre meno veritiera. La media è stata ottenuta mediando gli interferogrammi dovuti a righe indipendenti in range, colpite dalla stessa atmosfera; nella realtà l'atmosfera non sarà esattamente uguale tra le righe e le prestazioni saranno di conseguenza leggermente peggiori. Il numero

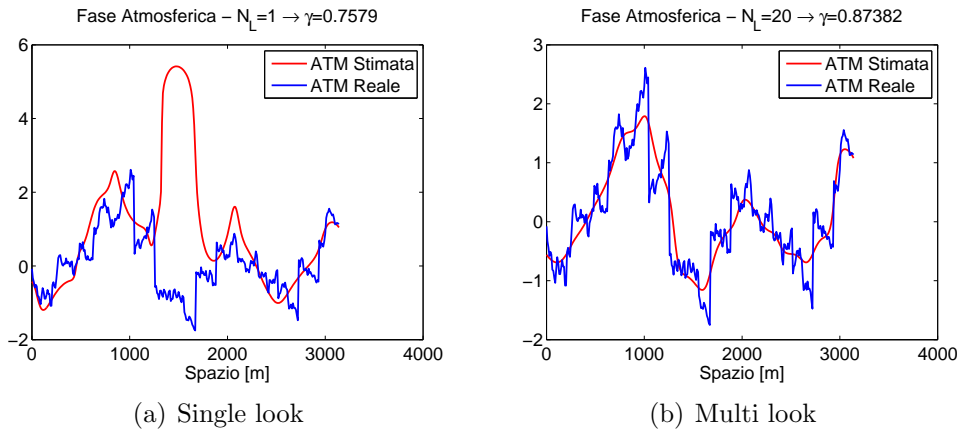


Figura 4.8: Miglioramento delle prestazioni di stima atmosferica nei casi Single Look e Multi Look.

di righe di range può essere aumentato (a parità di spazio considerato) accrescendo la banda del sistema e di conseguenza la risoluzione in range. Tuttavia questo influenza negativamente il rapporto segnale rumore.

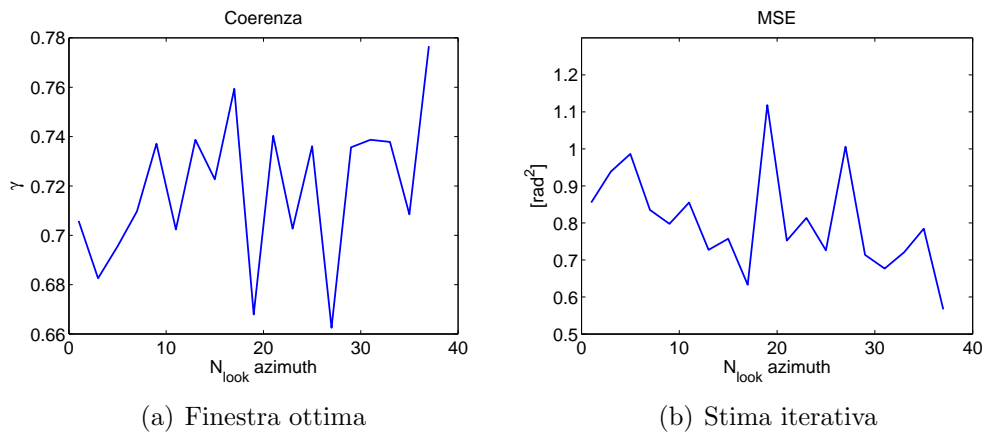


Figura 4.9: Parametri di qualità stima atmosferica Multi Look, media in azimuth.

Per ottenere un miglioramento delle prestazioni mediando campioni in azimuth, l'interferogramma è stato filtrato passa-basso con un filtro di lunghezza crescente. Tale filtraggio non porta particolari benefici in quanto i campioni su cui si effettua la media sono fortemente correlati fra di loro dal lobo della risposta impulsiva. Non si vede infatti in Fig. 4.9 un guadagno all'aumentare del numero di punti mediati in azimuth.

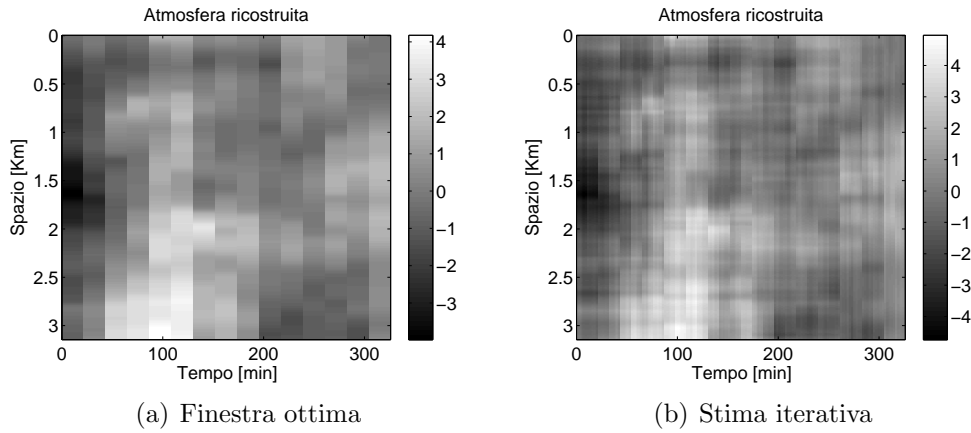


Figura 4.10: Stima rumore atmosferico  $\sigma_\phi^2 = 9 \text{ rad}^2$ ,  $f = 5 \text{ GHz}$ . Confronto tra la stima ottenuta con una singola finestra di durata  $T_{opt}$  e la stima iterativa.

In Fig. 4.10 si sottolinea la differenza che intercorre tra una stima a singola finestra ed una iterativa. È evidente come la seconda presenti una maggiore definizione spazio-temporale.

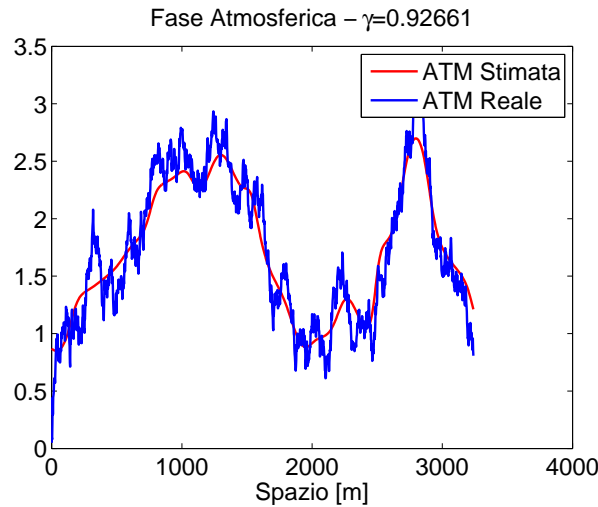


Figura 4.11: Particolare di una stima atmosferica per un pacchetto di dato grezzo di durata  $T_{opt}$ . Si noti come l'atmosfera stimata sia a bassa frequenza spaziale.

Si è precedentemente evidenziato come si effettui una stima delle sole componenti a bassa frequenza spaziale (Eq. 3.35). Questo fatto è ben evidente in Fig. 4.11 - dove si confronta, fissato un tempo, l'evoluzione spaziale dell'atmosfera vera con quella dell'atmosfera stimata - e risulta ancor più chiaro se si comparano gli spettri in Fig. 4.12.

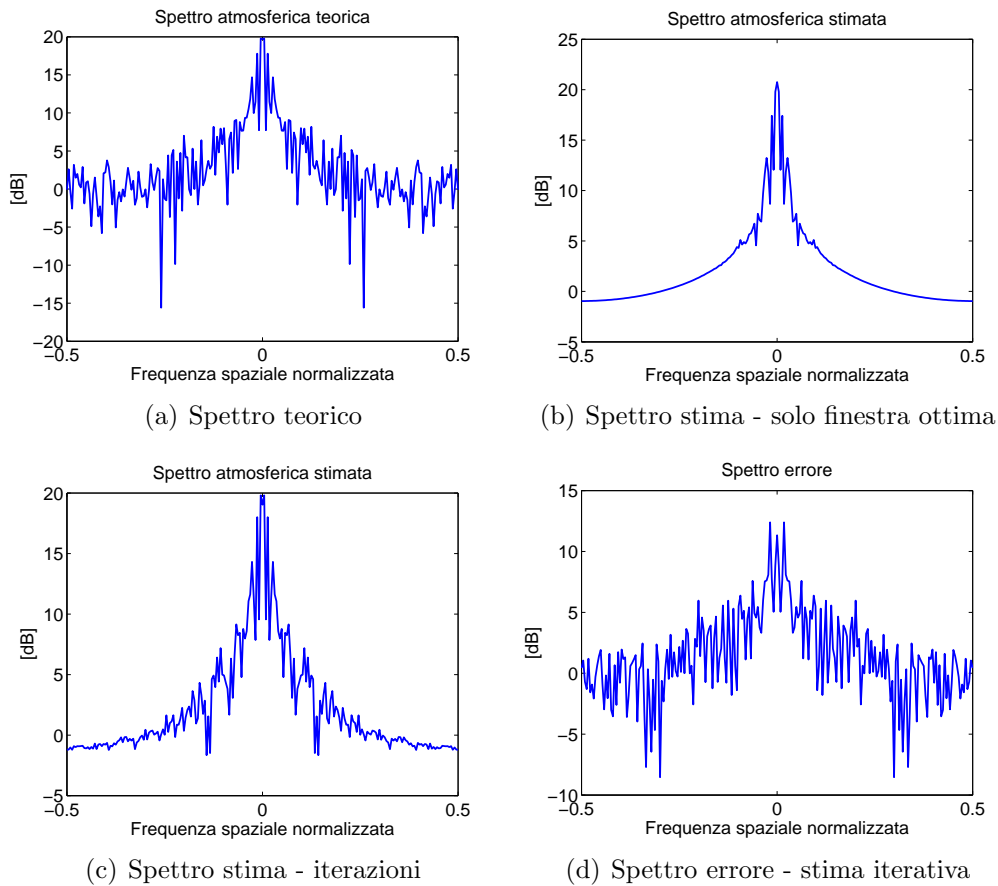


Figura 4.12: Confronto degli spettri del rumore teorico, del rumore stimato solo con finestra ottima, del rumore stimato con iterazione e della differenza tra essi.

Fig. 4.12 è esemplificativa del processo di stima dell'atmosfera. Si notano infatti le seguenti cose:

- la stima a singola finestra risolve solo le frequenze spaziali più basse;
- l'iterazione (l'uso cioè di finestre temporali di diversa durata) fa sì che lo spettro si arricchisca di componenti spettrali non stimabili con la sola finestra ottima;
- la stima è in ogni caso non perfetta. Lo spettro dell'errore contiene ancora componenti a bassa frequenza, nonostante queste si siano abbassate di circa 10 dB.

## 4.4 Focalizzazione della scena

Si illustrano ora i risultati ottenuti sulla ricostruzione dello scatter a valle del processo di stima atmosferica. La tecnica utilizzata è un'inversione SVD troncata. Infatti, il condizionamento della matrice  $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{W} \odot \hat{\Phi}_{\text{ATM}}$  è eccessivamente alto e nell'inversione si amplificano i minimi errori dovuti alla non perfetta stima atmosferica.

Si consideri il rumore atmosferico di potenza forte pari a  $2\sigma_{t,x}^2 = 400 \text{ mm}^2$ . La stima atmosferica, in banda X, non era risultata buona. Altrettanto si otterrà sulla stima dello scatter.

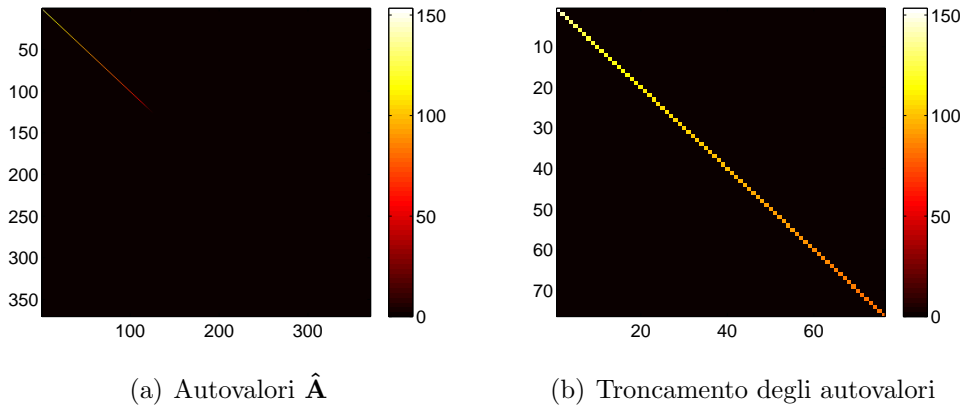


Figura 4.13: Logaritmo degli autovalori di  $\hat{\mathbf{A}}$  e successivo troncamento.

In Fig. 4.14, si evidenzia il miglioramento sulla risposta all'impulso a seguito della rimozione dell'atmosfera. L'apertura sintetica è 15 minuti.

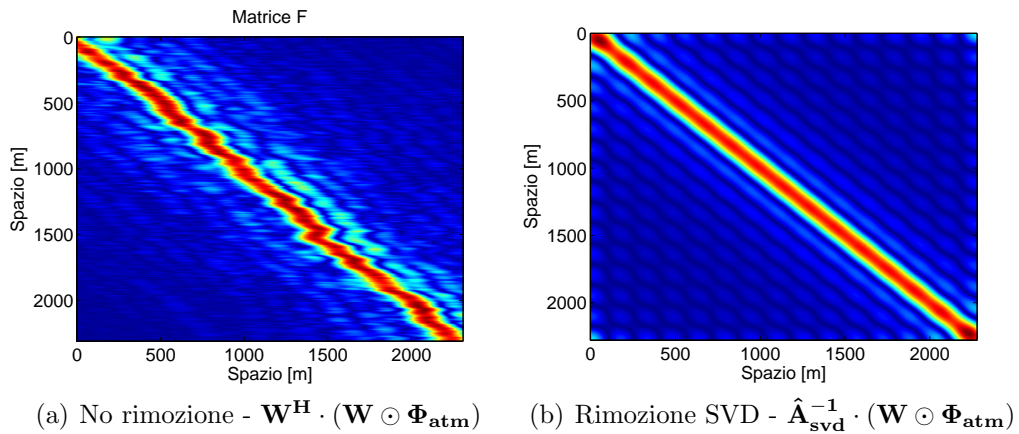


Figura 4.14: Confronto tra la risposta all'impulso prima e dopo la rimozione del rumore atmosferico - Banda X.

Lo scatter potrà ora essere ricostruito con un minor margine d'errore.

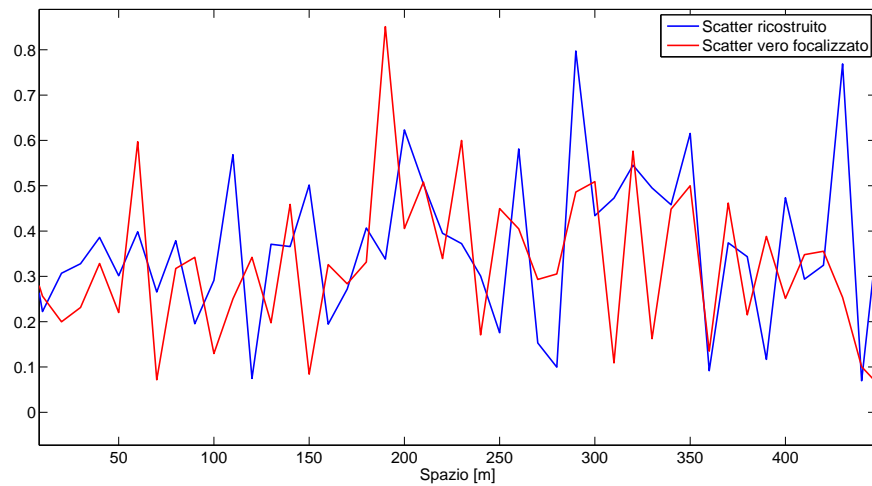


Figura 4.15: Porzione di scatter ricostruito.

La coerenza risultante della ricostruzione dello scatter vale

$$\gamma_{scatter} = 0.7185.$$

In banda C la stima atmosferica risulta accurata per cui lo scatter potrà essere ricostruito fedelmente. In Fig. 4.17, si evidenzia il miglioramento sulla risposta all'impulso a seguito della rimozione dell'atmosfera. L'apertura sintetica è 23 minuti.

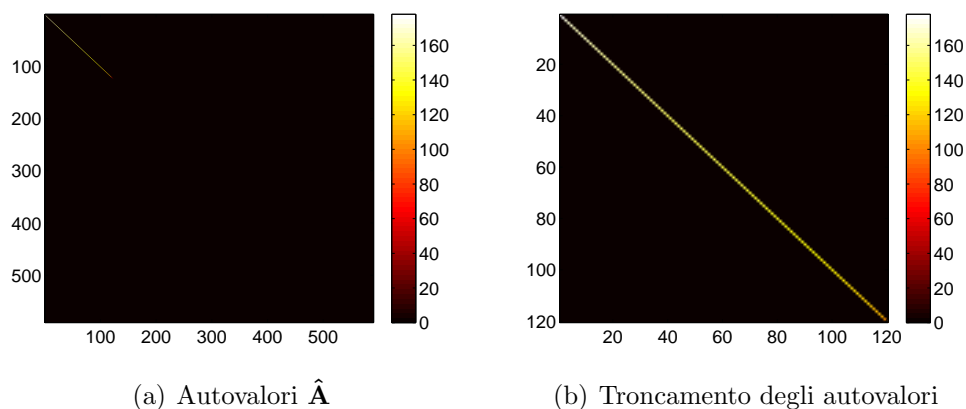


Figura 4.16: Logaritmo degli autovalori di  $\hat{\mathbf{A}}$  e successivo troncamento.

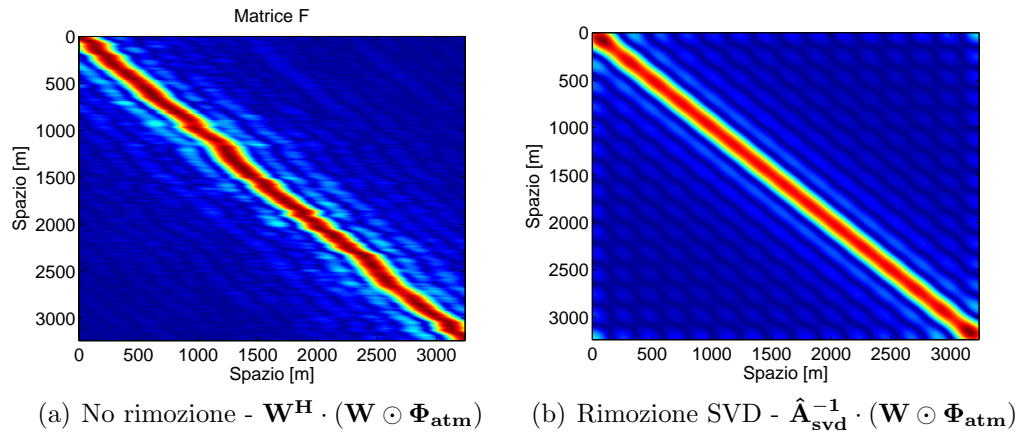


Figura 4.17: Confronto tra la risposta all'impulso prima e dopo la rimozione del rumore atmosferico - Banda C.

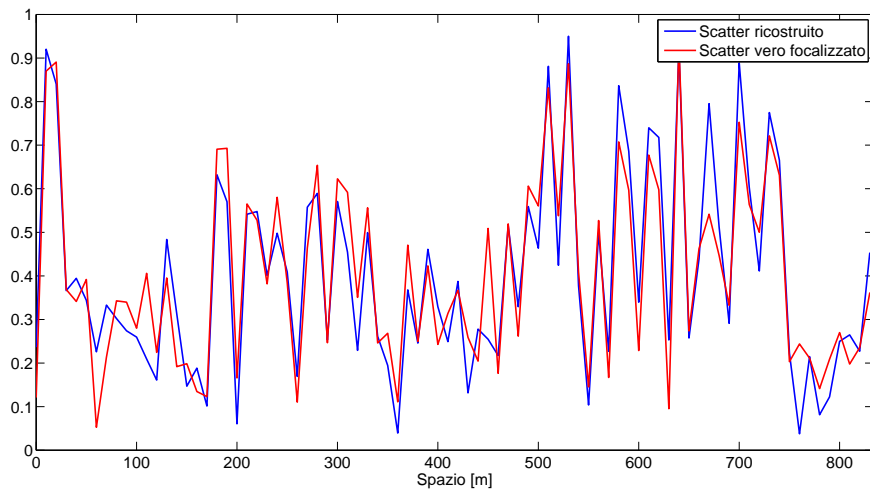


Figura 4.18: Porzione di scatter ricostruito.

Si ottiene un notevole miglioramento rispetto a quanto ottenuto in banda X e la coerenza risultante sulla ricostruzione dello scatter vale

$$\gamma_{\text{scatter}} = 0.9327.$$



# Capitolo 5

## Conclusioni

La realizzazione di immagini ad alta risoluzione per un SAR geosincrono presenta due tipologie di problemi: caratteristiche dell'orbita e presenza di atmosfera.

Al variare della posizione del satellite lungo l'orbita, questo si muove con una diversa velocità. A causa di queste oscillazioni periodiche lungo l'arco della giornata non risulta sempre possibile fare apertura sintetica. È quindi necessario scegliere in maniera accurata gli istanti d'inizio del tempo di apertura al fine di farli coincidere con quelli di massima velocità in direzione azimutale del satellite. Per quanto concerne la risoluzione ottenibile, il confronto prestazionale tra un sistema monostatico e uno bistatico non ha evidenziato particolari differenze. A causa però della necessità di un maggior controllo delle orbite del sistema bistatico (il sincronismo tra master e slave è imprescindibile) si consiglia l'uso di un solo satellite. Infine, l'analisi dell'effetto del baseline, dovuto all'orbita ellittica, sulle prestazioni interferometriche ha evidenziato l'impossibilità di effettuare interferometria tra immagini distanti temporalmente dodici ore. Si possono invece utilizzare immagini a distanza di ventiquattro ore, create cioè utilizzando al giorno seguente la stessa porzione di apertura sintetica. A causa infatti delle continue correzioni da terra, il termine di drift dell'orbita e di conseguenza il baseline normale sono ridotti al minimo, con gran vantaggio per le prestazioni di coerenza interferometrica.

La rimozione dell'atmosfera è altresì importante per la realizzazione di immagini ad alta risoluzione. A causa del lungo tempo di integrazione necessario, infatti, questa muta eccessivamente introducendo una decorrelazione non trascurabile. La progettazione di GEOSAR deve quindi necessariamente tenere in considerazione la capacità del sistema di stimare ed eliminare l'impatto dello schermo di fase atmosferico. Per l'analisi delle prestazioni del sistema è fondamentale conoscere i parametri intrinseci dell'atmosfera: potenza del rumore, tempo e spazio di decorrelazione. I parametri dell'atmosfera permettono, infatti, di valutare il limite di risoluzione raggiungibile, prima importante informazione sulla fattibilità del

sistema, e di caratterizzare lo spettro del rumore. Noto questo si devono scegliere accuratamente la velocità del satellite e la lunghezza d'onda al fine di poter ottenere una stima e rimozione dell'atmosfera sufficienti per ottenere la qualità desiderata. L'orbita del satellite impatta, quindi, non solo sulla risoluzione ottenibile, ma anche sulla qualità della stima del rumore atmosferico. Inoltre, come dimostrato nei risultati, talvolta potrebbe risultare opportuno cambiare la frequenza di lavoro.

In questa tesi si sono mostrate le metodologie e i risultati della compensazione dello schermo di fase atmosferico sotto diverse condizioni di potenza. La valutazione dei valori effettivi di potenza atmosferica è infatti ancora in corso, in quanto si è verificata una discrepanza tra i valori presenti in letteratura e quelli sperimentali. È necessario uno studio più approfondito sulla fedeltà del modello atmosferico e l'utilizzo di una casistica maggiore sui luoghi scelti per effettuare le stime.

Alla luce di quanto argomentato, risulta evidente come la progettazione del sistema GEOSAR dipenda fortemente dalla potenza dello schermo atmosferico. In casi standard il sistema ha un funzionamento eccellente e, in banda X o Ku, si ottiene l'alta risoluzione desiderata con circa 3 ore e 30 minuti di apertura sintetica. In casi di atmosfera estremamente forte l'impatto di questa sulla risoluzione in banda X non permette la focalizzazione di immagini con buona qualità. Una possibile soluzione è di progettare il sistema utilizzando due frequenze per un'osservazione di un WIDE beam e di uno SPOT beam. Il WIDE beam, ad una frequenza di  $5\text{ GHz}$ , permetterebbe la stima della fase atmosferica a risoluzione di centinaia di metri. Questa è poi sfruttabile per la focalizzazione dello SPOT beam che potrebbe operare a  $10$  o  $13.5\text{ GHz}$ . Si raggiungerebbe in questa maniera l'alta risoluzione, dell'ordine della decina di metri, ideale per il monitoraggio delle aree sensibili di interesse.

# Appendice A

## Modello Saastamoinen

Il modello più comune in letteratura [14] [15] [16] per stimare il ritardo atmosferico è quello di Saastamoinen. Tale modello si basa sulle informazioni di Pressione, Temperatura e Umidità per stimare le componenti di ritardo *wet* e *dry*. Queste si calcolano come:

$$d_{dry} = 0.002277 \frac{P_0}{f(\psi, h)}, \quad (\text{A.1})$$

$$d_{wet} = 0.002277 \frac{e_0(0.05 + \frac{1255}{T_0})}{f(\psi, h)}, \quad (\text{A.2})$$

dove

- $\psi$ : latitudine;
- $e_0 = \text{umidità} \cdot 6.11 \cdot 10^{\frac{7.5T_0}{T_0+273.15}}$ ;
- $f(\psi, h) = 1 - 0.0266\cos(2\psi) - 0.00028h$ ;
- $h$ : altezza

con  $T_0$ , umidità e  $P_0$  rispettivamente i valori di temperatura, umidità e pressione registrati. Il ritardo totale è quindi dato dalla somma dei due contributi corretti per i rispettivi fattori di mapping, i quali dipendono dall'angolo di elevazione, dall'altezza del punto a terra e dal giorno dell'anno.

$$m_{dry} = \frac{1 + \frac{a_d}{1 + \frac{b_d}{1+c_d}}}{\sin(\theta_{el}) + \frac{a_d}{\sin(\theta_{el}) + \frac{b_d}{\sin(\theta_{el})+c_d}}} + \left[ \frac{1 + \frac{a_h}{1 + \frac{b_h}{1+c_h}}}{\sin(\theta_{el}) + \frac{a_h}{\sin(\theta_{el}) + \frac{b_h}{\sin(\theta_{el})+c_h}}} \right] \frac{1}{\sin(\theta_{el})} \frac{h}{1000}, \quad (\text{A.3})$$

$$m_{wet} = \frac{1 + \frac{a_w}{1 + \frac{b_w}{1 + c_w}}}{\sin(\theta_{el}) + \frac{a_w}{\sin(\theta_{el}) + \frac{b_w}{\sin(\theta_{el}) + c_w}}}, \quad (\text{A.4})$$

dove  $a_h$ ,  $b_h$  e  $c_h$  sono coefficienti che tengono conto dell'altitudine,  $a_w$ ,  $b_w$  e  $c_w$  sono i coefficienti wet dipendenti solo dalla latitudine, mentre  $a_d$ ,  $b_d$  e  $c_d$  sono quelli dry e dipendono sia dalla latitudine che dal giorno dell'anno. In particolare,

$$a(\theta_{lat}, \text{giorno}) = a_{medio}(\theta_{lat}) - \Delta a(\theta_{lat}) \cos\left(2\pi \frac{\text{giorno} - \text{giorno}_{min}}{365.25}\right), \quad (\text{A.5})$$

dove il  $\text{giorno}_{min}$  è il ventottesimo per l'emisfero boreale e il duecentoundicesimo per l'emisfero australe.

## Appendice B

### Creazione dell'atmosfera - Cholesky

La generazione del rumore atmosferico può essere anche effettuata sfruttando la decomposizione di Cholesky. Sia  $\mathbf{A}$  una matrice quadrata, hermitiana e definita positiva su campo  $K$ ; tale  $\mathbf{A}$  può essere decomposta come

$$\mathbf{A} = \mathbf{L}\mathbf{L}^{\mathbf{H}}, \quad (\text{B.1})$$

con  $\mathbf{L}$  matrice triangolare inferiore con elementi diagonali positivi e  $\mathbf{L}^{\mathbf{H}}$  la matrice coniugata trasposta di  $\mathbf{L}$ . Si consideri inizialmente un rumore atmosferico variabile solo nel tempo; sia  $\mathbf{A}$  la matrice di autocorrelazione (Fig. B.2) e  $\mathbf{x}$  un processo randomico con densità di probabilità gaussiana, media nulla e varianza unitaria.

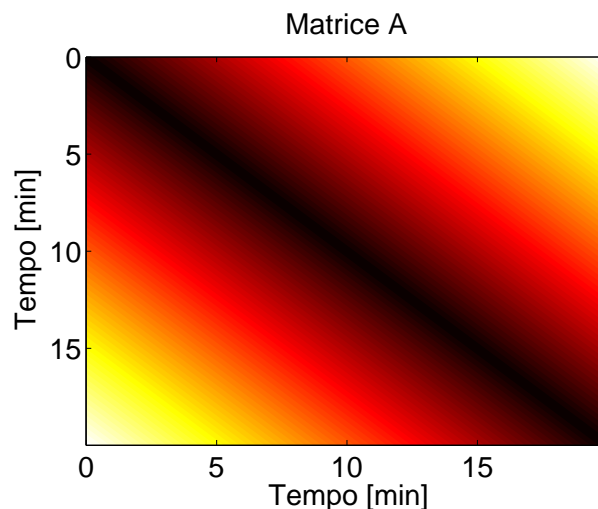


Figura B.1: Matrice  $\mathbf{A}$  per il caso monodimensionale.

La singola realizzazione del rumore atmosferico è data da

$$\mathbf{y} = \mathbf{L}^H \mathbf{x}. \quad (\text{B.2})$$

Per il caso bidimensionale (variazione sia nello spazio che nel tempo), la matrice  $\mathbf{A}$  assume l'aspetto di una matrice a blocchi di Toeplitz. Ogni blocco rappresenta una matrice di autocorrelazione temporale, fissato un determinato spazio.

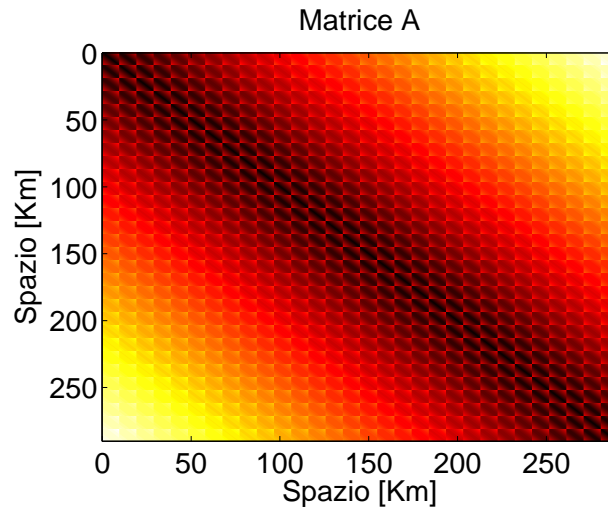


Figura B.2: Matrice A per il caso bidimensionale.

La singola realizzazione di rumore è data ancora una volta da

$$\mathbf{y} = \mathbf{L}^H \mathbf{x}. \quad (\text{B.3})$$

Dopo la creazione del processo, è necessaria un'operazione di reshape al fine di ottenere il profilo 2D del rumore atmosferico.

Si preferisce la tecnica spiegata nel Cap. 3.1 in quanto computazionalmente più efficiente.

# Bibliografia

- [1] Kiyo Tomiyasu and Jean L. Pacelli. Synthetic aperture radar imaging from an inclined geosynchronous orbit. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 21(3), 1983.
- [2] Lisa Cazzani, Carlo Colesanti, Davide Leva, Giuseppe Nesti, Claudio Prati, Fabio Rocca, and Dario Tarchi. A ground-based parasitic sar experiment. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 38(5), 2000.
- [3] Andrea Monti Guarnieri. *RADAR systems and localization*. 2007.
- [4] Zhan Liu and Z.S. Wang. The prf selection for space-borne sar. *Science Press*, 1999.
- [5] Yonghong Yang and Yiming Pi. General properties of airborne bistatic sar. *Journal of Electrical and Electronics Engineering*, 8(1), 2008.
- [6] Raymond Franciscus Hanssen. *Radar Interferometry - Data Interpretation and Error Analysis*. Springer, 2001.
- [7] Noel Cressie. *Statistics for spatial data*. Wiley, 1993.
- [8] Noel Cressie. Fitting variogram models by weighted least squares. *Mathematical Geology*, 17:563–586, 1985.
- [9] Lorenzo Iannini and Andrea Monti Guarnieri. Atmospheric phase screen in ground-based radar: Statistics and compensation. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing Letters*, 8(3), 2011.
- [10] Guido Luzi, Massimiliano Pieraccini, Daniele Mecatti, Linhsia Noferini, Gabriele Guidi, Fabio Moia, and Carlo Atzeni. Ground-based radar interferometry for landslides monitoring: Atmospheric and instrumental decorrelation sources on experimental data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 42(11), 2004.
- [11] Joaquin Munoz Sabater, Ramon Hanssen, Bert M. Kampes, Adele Fusco, and Nico Adam. Physical analysis of atmospheric delay signal observed in

- stacked radar interferometric data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing Letters*, 8(3), 2003.
- [12] Davide Bruno and Stephen Hobbs. Radar imaging from geosynchronous orbit: Temporal decorrelation aspects. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 48(7):2924–2929, 2010.
- [13] Alessandro Ferretti, Andrea Monti Guarnieri, Claudio Prati, and Fabio Rocca. *InSAR Principles: Guidelines for SAR Interferometry Processing and Interpretation*. Karen Fletcher, 2007.
- [14] Qu Wei-jing, Zhu Wen-yao, Song Shu-li, and Ping Jin-song. Evaluation of the precision of three tropospheric delay correction models. *Chinese Astronomy and Astrophysics*, 32:429–438, 2008.
- [15] John Paul Collins. Assessment and development of a tropospheric delay model for aircraft users of the global positioning system, 1999.
- [16] A. E. Niell. Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths. *J.G.R.*, 101:3227–3246, 1996.