

POLITECNICO DI MILANO

FACOLTÀ DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

Corso di Laurea Specialistica in
Ingegneria delle Telecomunicazioni



**ANALISI TRAMITE TEORIA DEI GIOCHI DELLA
COMPETIZIONE NELLA DISTRIBUZIONE DI
CONTENUTI IN RETI VEICOLARI**

Relatore: Ing. Matteo CESANA

Correlatore: Ing. Ilario FILIPPINI

Autore:

Jari TRENTIN

Matr. 734942

Anno Accademico 2010 - 2011

Indice

Introduzione	1
1 Distribuzione di contenuti in Reti Veicolari	7
1.1 VANET	7
1.1.1 Problematiche legate alle VANET	9
1.2 Distribuzione di contenuti	11
1.3 Teoria dei giochi applicata alla distribuzione di contenuti nelle VANET	13
2 Analisi della competizione tra operatori tramite giochi di- creti	15
2.1 Scenario	16
2.2 Tabella delle revenue	18
2.3 Ricerca dell'equilibrio	20
2.3.1 Rappresentazione grafica	22
2.3.2 Traffico simmetrico	34
2.3.3 Estensione del modello ad altri scenari interferenziali	35
2.3.4 Modello Leader-Follower	39
2.4 Considerazioni	43
3 Studio della Best Response di un operatore	47
3.1 Scenario	47
3.2 Ricerca del punto di max utilità	51
3.2.1 Analisi delle curve	52
3.2.2 Calcolo della distanza ottimale	54
3.3 Situazione di traffico intermedio	56
3.4 Situazione di basso traffico	58
3.5 Situazione di alto traffico	65
3.6 Rappresentazione grafica	69
3.7 Variazioni al modello di interferenza	70
3.7.1 Modello originale	71

3.7.2	Variazione 1	72
3.7.3	Variazione 2	76
3.7.4	Variazione 3	82
3.8	Scenario realistico	87
3.8.1	Modello rettilineo	89
3.8.2	Modello scalino	90
3.8.3	Modello linea spezzata	91
3.8.4	Modello parabola	92
3.9	Considerazioni	93
4	Operatore multi-RSU	97
4.1	Ordinamento capacità	98
4.2	RSU O_1 installata in B	100
4.3	RSU O_1 installata in A	104
4.4	Confronto utilità	114
4.4.1	Caso 1: $2\epsilon_1 < \epsilon < 3\epsilon_1 + 1$	115
4.4.2	Caso 2: $\epsilon < 2\epsilon_1$	122
4.4.3	Caso 3: $\epsilon > 3\epsilon_1 + 1$	123
4.5	Considerazioni	128
5	Gioco bi-livello	131
5.1	Scenario	132
5.2	Gioco dei veicoli	134
5.3	Gioco degli operatori	136
5.4	Relazione tra gli elementi del modello	137
5.5	Densità di traffico uniforme	139
5.5.1	Gioco veicoli	139
5.5.2	Gioco operatori	141
5.6	Densità di traffico non uniforme	142
5.6.1	Gioco veicoli	143
5.6.2	Gioco operatori	150
5.7	Considerazioni	158
	Conclusioni	161

Elenco delle figure

2.1	Tabella delle revenue	19
2.2	Rappresentazione grafica dei diversi equilibri trovati	22
2.3	Tabella delle revenue regione 1a	23
2.4	Tabella delle revenue regione 1b	24
2.5	Tabella delle revenue regione 2a	25
2.6	Tabella delle revenue regione 2b	26
2.7	Tabella delle revenue regione 3	27
2.8	Tabella delle revenue regione 4a	28
2.9	Tabella delle revenue regione 4b	29
2.10	Tabella delle revenue regione 5a	30
2.11	Tabella delle revenue regione 5b	31
2.12	Tabella delle revenue regione 6a	32
2.13	Tabella delle revenue regione 6b	32
2.14	Tabella delle revenue regione 7	33
2.15	Traffico simmetrico $\rho < \frac{c}{1+\epsilon}$	35
2.16	Traffico simmetrico $\frac{c}{1+\epsilon} < \rho < \frac{c}{\epsilon_1}$	35
2.17	Traffico simmetrico $\frac{c}{1+\epsilon_1} < \rho < c$	36
2.18	Traffico simmetrico $\rho > c$	36
2.19	Variazione A	37
2.20	Variazione B	38
2.21	Tabella delle revenue regione 2c	39
3.1	Scenario di riferimento	48
3.2	Grafico $\epsilon(d)$: retta	49
3.3	Esempio di ricerca grafica del Max	55
3.4	Utilità massima in co-locazione: caso 1	59
3.5	Utilità massima in co-locazione: caso 2	60
3.6	Utilità massima in co-locazione: caso 3a	62
3.7	Utilità massima in co-locazione: caso 3b	63
3.8	Utilità massima in co-locazione: caso 4	64
3.9	Utilità massima per $d = D$: caso 1	65

3.10	Utilità massima per $d = D$: caso 2	67
3.11	Utilità massima per $d = D$: caso 3	68
3.12	Distanza ottimale e condizioni di traffico	70
3.13	Grafico interferenza: Scalino	72
3.14	Ricerca Max con interferenza tipo scalino	75
3.15	Grafico interferenza: linea spezzata	76
3.16	Ricerca Max con interferenza tipo linea spezzata	81
3.17	Grafico interferenza: ramo di parabola	82
3.18	Ricerca Max con interferenza tipo ramo di parabola	86
4.1	Caso B-BB	100
4.2	Caso B-AA (=B-CC)	101
4.3	Caso B-AB (= B-BC)	102
4.4	Caso B-AC	103
4.5	Caso A-AA	105
4.6	Caso A-BB	106
4.7	Caso A-CC	108
4.8	Caso A-AB	109
4.9	Caso A-AC	110
4.10	Caso A-BC	111
5.1	Scenario	132
5.2	Tabella revenue densità di traffico uniforme	141
5.3	Scenario densità traffico non uniforme	142
5.4	Tabella revenue regione 1	151
5.5	Tabella revenue regione 2	154
5.6	Tabella revenue regione 3	156

Introduzione

Nel corso degli ultimi anni è stata rivolta un'attenzione particolare alla tecnologia delle reti veicolari. A livello internazionale sono indicate con il termine VANET (*Vehicular Ad-hoc NETWORKS*), anche se l'idoneità di questo acronimo è stata più volte messa in discussione. Il motivo è da ricercarsi nel fatto che il termine "ad-hoc" si riferisce a reti create "all'occasione" in cui le comunicazioni avvengono tramite routing di tipo unicast. Le VANET rispondono solo in parte a questa definizione, poichè molte comunicazioni avvengono in modalità broadcast. Il dibattito è ancora aperto, intanto ci si continua a riferire alle reti veicolari con il termine VANET.

A parte questa curiosa disputa sulla nomenclatura, tutti i ricercatori concordano che le reti veicolari possano avere un ruolo fondamentale nell'aumentare la sicurezza stradale e migliorare l'efficienza dei trasporti. Da uno studio condotto da Istat e Automobil Club d'Italia [1], nell'anno 2010, gli incidenti stradali con lesioni a persone sono stati in Italia 211.404, con 302.735 feriti e 4.090 morti. I dati sono in leggero calo rispetto al 2009, ma rimangono comunque allarmanti. Negli anni sono state approvate diverse leggi e diverse modifiche al codice della strada, ma senza ottenere risultati significativi. È necessario, dunque, un cambiamento radicale per diminuire drasticamente gli incidenti stradali e le reti veicolari potrebbero essere la soluzione.

Questa tecnologia è basata su collegamento wireless e permette ad un veicolo di comunicare con altri veicoli (V2V) oppure con delle infrastrutture fisse

(V2I). L'interazione di questi due paradigmi apre infiniti scenari di possibili applicazioni. In [2] viene proposta una classificazione secondo tre categorie: per la sicurezza stradale, per l'efficienza del trasporto, per informazione e intrattenimento.

Alcuni esempi di applicazioni per la sicurezza stradale sono: avviso di violazione dei segnali stradali da parte propria o da parte di altri veicoli (es: passaggio con semaforo rosso), avvertimento in caso di velocità eccessiva in curva, assistenza nella svolta a sinistra e nel cambio di corsia. Un'altra applicazione molto utile può essere la segnalazione di incidenti o di rallentamenti improvvisi ai veicoli che stanno accorrendo, al fine di evitare tamponamenti a catena. Oppure la segnalazione della presenza di altri veicoli o ostacoli nelle vicinanze, in caso di condizioni atmosferiche estreme (nebbia, pioggia intensa, etc.).

Per quanto riguarda l'efficienza del trasporto si possono citare: indicazione della velocità ottimale per sfruttare un'*onda verde*, indicazione di parcheggi liberi nelle vicinanze e navigazione che tenga conto in tempo reale delle condizioni di traffico delle strade. Alcune applicazioni di questo tipo esistono già. Si pensi ad esempio al *Telepass* che permette di pagare il casello autostradale tramite il collegamento tra un apparecchio a bordo (OBU - *On Board Unit*) e un'infrastruttura fissa (RSU - *Road Side Unit*).

Discorso a parte meritano le applicazioni per informazioni e intrattenimento. Sebbene di scarsa utilità rispetto ai servizi finora elencati, esse possono rivelarsi molto interessanti per gli utenti e per questo fondamentali per favorire la penetrazione delle VANET. Questo discorso verrà approfondito nel primo capitolo. Alcuni esempi di applicazioni sono: diagnosi remota del veicolo in tempo reale, possibilità di avere informazioni su punti di interesse (benzinai, centri commerciali, ristoranti, etc.), accesso a Internet multi-hop

e scaricamento di contenuti (film, mp3, etc.).

Il lavoro di tesi si occupa di questo ultimo aspetto, ossia la distribuzione di contenuti in reti veicolari. Si sfrutta la teoria dei giochi per studiare la competizione tra due operatori che cercano di servire il maggior numero di veicoli transitanti su una strada rettilinea. Vengono introdotti diversi scenari e ognuno viene studiato tramite un gioco differente, a seconda delle esigenze. Si utilizzano giochi non-cooperativi, cioè giochi in cui i giocatori non si scambiano informazioni, sia discreti sia continui. In alcuni casi è necessario ricorrere a giochi a due livelli, in cui si trova una soluzione che rappresenta un equilibrio per ciascuno dei sottogiochi considerati. Gli equilibri utilizzati, a seconda dei casi, sono di Nash (casi discreti) e di Wardrop (casi continui).

Uno scenario interessante, preso in considerazione prevede che un operatore sia *incumbent*, presente sul territorio con una RSU e l'altro operatore che vuole entrare nel mercato, abbia la possibilità di installare due RSU.

Studiando i risultati ottenuti in tutti i diversi scenari, si nota una tendenza comune. Gli operatori, in situazioni di traffico fortemente asimmetrico, tendono a scegliere una strategia aggressiva che consiste nell'installare la RSU in posizione tale da creare interferenza con il concorrente, riducendone la capacità, al fine di potergli "rubare" del traffico

Qui di seguito si illustra come è organizzata la tesi, indicando per ogni capitolo lo scenario considerato e il gioco utilizzato per modellizzarlo.

- Capitolo 1: introduce le reti veicolari dandone una descrizione generale ed elencando le problematiche più comuni su cui sono aperte numerose aree di ricerca. Sottolinea il motivo per cui la distribuzione di contenuti è considerata importante per la proliferazione delle VANET e descrive alcune modalità in cui può essere realizzata. Infine illustra qualche

esempio di applicazione della teoria dei giochi nelle telecomunicazioni e in particolare nelle reti veicolari

- Capitolo 2: studia uno scenario in cui due operatori (O_1 e O_2) devono installare la propria RSU, scegliendo tra tre siti candidati, al fine di massimizzare il proprio guadagno, derivante da distribuzione di contenuti. Il problema viene modellizzato come un gioco strategico non-cooperativo in cui i giocatori (gli operatori) hanno a disposizione ciascuno tre possibili strategie. La soluzione è un equilibrio di Nash che è una funzione dei parametri di interferenza, capacità e flussi di traffico. Viene anche descritto il gioco di tipo Leader-Follower e vengono osservate le differenze con il gioco originale. Il risultato più interessante di questo capitolo è rappresentato dal fenomeno del “*traffic stealing*” che verrà approfondito nel successivo.
- Capitolo 3: studia nel dettaglio il fenomeno del “*traffic stealing*” cioè la pratica di installare la propria RSU in posizione interferente con un'altra, al fine di diminuirne la capacità e rubare parte del traffico. Lo scenario utilizzato prevede l'installazione di una RSU fissa da parte di O_1 e lo studio della funzione di utilità di O_2 , in funzione della distanza a cui installa la propria RSU. Viene inoltre verificata la generalità del modello creato, provando ad utilizzare diverse forme del grafico di interferenza.
- Capitolo 4: riprende il modello studiato nel capitolo 2 con l'ipotesi che uno dei due operatori possa installare due RSU anziché una. In questo scenario la ricerca di un equilibrio è molto complessa, perciò si limita ad evidenziare le strategie che offrono le utilità maggiori a seconda delle condizioni di traffico e dei parametri di interferenza. I risultati

dimostrano che anche in questo caso, sotto determinate condizioni, può risultare conveniente adottare una strategia aggressiva che permetta di sottrarre traffico all'avversario.

- Capitolo 5: analizza uno scenario in cui ci sono sempre due operatori che devono installare una RSU ciascuno e tre siti candidati ma non si parla più di flussi di traffico, bensì di densità. Inoltre gli utenti possono scegliere a quale rete richiedere il contenuto se si trovano in un'area coperta da entrambe. Questo problema è modellizzato tramite un gioco bi-livello: un gioco di livello inferiore viene svolto dagli utenti tra i quali viene trovato un equilibrio di Wardrop, un gioco di livello superiore tra gli operatori che porta ad un equilibrio di Nash. I due giochi si influenzano a vicenda, come si vedrà nello specifico, e la soluzione finale è un equilibrio globale che è anch'esso un equilibrio di Nash.

Capitolo 1

Distribuzione di contenuti in Reti Veicolari

In questo capitolo viene fornita una descrizione generale delle reti veicolari, indicando alcune problematiche più comuni a questo tipo di tecnologia. In particolare viene concentrata l'attenzione sulla distribuzione di contenuti tra infrastruttura e veicolo. Infine viene descritto lo stato dell'arte riguardo alla teoria dei giochi applicata alle telecomunicazioni e alle reti veicolari in particolare, nell'ambito della distribuzione di contenuti.

1.1 VANET

Il termine VANET sta per *Vehicular Ad-hoc NETWORKS* e indica una recente tipologia di rete wireless che sfrutta i veicoli come nodi occasionali. La topologia della rete non è statica ma è in continua evoluzione, a causa della mobilità dei suoi nodi. Un veicolo per essere considerato un nodo della rete, deve essere dotato di una OBU (*On Board Unit*) in grado di comunicare con altre OBU o con infrastrutture statiche. Le antenne fisse, dislocate lungo il reticolo stradale sono dette RSU (*Road Side Unit*). Il libro [3] e gli articoli di survey [2], [4] offrono una completa descrizione di questa tecnologia.

Esistono due tipologie di VANET che interagiscono tra loro: V2V e V2I. V2V sta per *Vehicle-to-Vehicle* e riguarda la comunicazione diretta tra veicoli. V2I sta per *Vehicle-to-Infrastructure* e riguarda il collegamento tra veicoli e infrastruttura fissa. Il loro principale obiettivo è di garantire la sicurezza stradale e aumentare l'efficienza del trasporto, riducendo di conseguenza anche l'impatto ambientale. Spesso le cose vanno di pari passo perchè evitando incidenti si evitano ingorghi e di conseguenza si riduce l'inquinamento. Alcuni esempi di applicazioni per la sicurezza stradale possono essere: avviso di violazione dei segnali stradali, controllo della velocità in curva, segnalazione di rallentamenti improvvisi per evitare tamponamenti a catena. Esempi di applicazione per l'efficienza del trasporto sono: navigazione che tenga conto di ingorghi o incidenti, segnalazione di parcheggi liberi nelle vicinanze, calcolo della velocità ottimale per prendere la cosiddetta "onda verde". Lo scambio di informazioni, a seconda dell'applicazione, avviene solamente tra i veicoli oppure necessita del collegamento con un'infrastruttura fissa che funge da coordinatore.

Un'altra importante categoria di applicazioni riguarda la distribuzione di informazioni e contenuti di intrattenimento. Gli esempi possono essere numerosissimi. Si spazia da applicazioni molto utili quali la diagnosi remota del veicolo in tempo reale o la notifica di punti di interesse (benzinai, officine, ristoranti, etc.), ad applicazioni di puro intrattenimento quali collegamento a internet o download di file a pagamento. Queste possibili funzionalità sono quelle più appetibili per gli utenti e quindi possono rappresentare un business per gli operatori nel campo delle telecomunicazioni, oltre che la leva per la proliferazione delle VANET.

La maggior parte di queste applicazioni richiede il collegamento con una RSU, è quindi relativamente facile per un operatore creare un business per

la distribuzione di contenuti, ad esempio file mp3. È sufficiente dislocare sul territorio un buon numero di RSU, creando un'area di copertura abbastanza estesa, creare un database dotato di numerosi titoli di diversi generi musicali raggiungibile dalle varie RSU e studiare un metodo di pagamento per il download dei file. Per ora il grosso ostacolo è rappresentato dal bassissimo numero di veicoli dotati di OBU. Se in futuro tale problema verrà risolto, gli operatori che cercheranno di entrare in questo nuovo business saranno molti e per essi sarà fondamentale studiare attentamente i parametri di traffico e di interferenza per avviare l'attività in maniera efficace. È in questo ambito che si inserisce il lavoro di tesi. Sfruttando la teoria dei giochi, si è cercato di trovare la soluzione più efficiente e redditizia per la distribuzione di contenuti tramite VANET, in un contesto di forte concorrenza.

1.1.1 Problematiche legate alle VANET

Molti studi e molte aree di ricerca gravitano intorno alle reti veicolari e molti risultati soddisfacenti sono stati raggiunti. Ad oggi il più grande ostacolo rimane la scarsa penetrazione. Infatti il servizio ricevuto da un utente migliora all'aumentare del numero di veicoli equipaggiati di una OBU. La sfida è cercare di attirare gli utenti verso questa nuova tecnologia. Da questo punto di vista, possono ricoprire un ruolo chiave le applicazioni per la distribuzione di informazioni e di contenuti di intrattenimento. L'utente infatti può essere molto attratto da un'applicazione che permetta di conoscere in tempo reale e in maniera del tutto automatica informazioni su ristoranti nelle vicinanze o che permetta di scaricare file mp3 da ascoltare durante il viaggio. Il concetto è quindi sfruttare queste applicazioni per attirare più utenti possibile, in maniera tale da aumentare la penetrazione delle VANET e quindi favorire anche la fruizione di applicazioni con finalità non ludiche

quali la sicurezza e l'efficienza del trasporto. È in questo senso che è da ritenere la ricerca in questo ambito di fondamentale importanza.

Oltre a questo importante aspetto socio-economico, ci sono questioni di carattere puramente tecnico da studiare. In particolare la topologia dinamica della rete dovuta alla mobilità dei veicoli, apre diverse questioni da affrontare. Una di queste riguarda i protocolli di routing che devono essere in grado di supportare la mobilità dei diversi nodi e disseminare l'informazione in maniera efficiente a seconda dell'applicazione. Ad esempio servizi per la sicurezza stradale sono basati su comunicazioni di tipo *one-hop broadcast* con messaggi sia periodici, di aggiornamento sulla posizione dei veicoli vicini, sia occasionali per la segnalazione di pericolo. In questo articolo di survey [5] vengono presentati diversi protocolli di routing classificati in cinque categorie: *ad-hoc*, *position-based*, *cluster-based*, *broadcast* e *geocast routing*. L'area di ricerca è molto attiva e nuovi protocolli di routing vengono creati in continuazione.

Un altro aspetto problematico è rappresentato dalla mancanza di un coordinatore centrale per quanto riguarda l'accesso nelle reti V2V. La natura broadcast della maggior parte dei messaggi e la topologia dinamica della rete rendono necessario l'utilizzo di un canale di controllo condiviso. Per questo motivo il protocollo MAC utilizzato è un altro concetto chiave nella progettazione delle reti veicolari. In particolare sono di fondamentale importanza i seguenti parametri: probabilità di corretta ricezione, tempo di accesso al canale, controllo di congestione, robustezza rispetto al fading. Un buon protocollo MAC deve offrire garanzie per quanto riguarda tutti questi parametri e anche riguardo al problema del *hidden terminal* [6] che è causa di inutile ridondanza dei messaggi e quindi spreco di risorse. In [7] vengono descritti i classici approcci MAC (TDMA, SDMA, CDMA) modificati per reti veicolari e viene descritto in maniera approfondita lo standard 802.11p [8], ideale per

questo tipo di reti.

Protocolli di routing e protocolli MAC utilizzati influenzano in maniera diretta la QoS, la qualità del servizio percepita dall'utente. In [9] vengono condotte delle simulazioni in scenari urbano e di autostrada al fine di analizzare le quattro metriche più indicative per valutare la QoS: durata della connessione, ritardo, variazione del ritardo (*jitter*) e PDR (*packet delivery ratio*). I risultati hanno indicato che la durata della connessione e il PDR sono i parametri più critici, che possono creare problemi a seconda dello scenario considerato, della densità e della velocità dei veicoli presenti.

1.2 Distribuzione di contenuti

Sono in corso numerosi studi riguardo alla distribuzione di contenuti tramite VANET. Si pensa che la possibilità di scaricare film, musica o altro, mentre si sta guidando la propria auto, possa essere molto gradita agli utenti. Ciò consentirebbe di aumentare l'interesse verso le reti veicolari e spingerebbe molta gente ad equipaggiarsi di una OBU. Maggiore sarà il livello di penetrazione migliori saranno i servizi di cui si potrà fruire. Il tentativo è quello di attirare utenti tramite applicazioni di intrattenimento, come il download di file, per poter poi realizzare progetti ben più utili quali la sicurezza e l'efficienza del trasporto. In questo senso la ricerca sul *content distribution* risulta di fondamentale importanza.

In letteratura si trovano diversi lavori che trattano l'argomento del content distribution e dell'inoltro di informazioni. Ad esempio in [10] vengono definite quattro categorie di informazione: *security*, *traffic*, *services* e *contents*. Per ciascuna vengono indicati alcuni metodi utilizzati per la circolazione di tali informazioni tra i vari utenti.

In [11] viene presentato il protocollo SPAWN che rappresenta una strategia di *content download* di tipo cooperativo, necessaria per lo scaricamento di file di grandi dimensioni (es: film). A causa della mobilità e della velocità dei veicoli, il collegamento con una infrastruttura fissa è necessariamente limitato nel tempo e non permette il download completo di tali file. L'idea proposta è dividere il contenuto in N parti, ognuna delle quali viene etichettata. L'utente scarica dalla RSU solo alcune porzioni del file, più una lista di altri veicoli che hanno effettuato la stessa operazione. Ognuno degli utenti invia periodicamente dei messaggi di tipo "*gossip*" in cui indica quali parti del file possiede. In questo modo lo scaricamento del file può essere completato tramite collegamenti tra veicoli. Il punto debole di questo protocollo è rappresentato dalla difficoltà di trovare veicoli in possesso delle parti mancanti, soprattutto in caso di file poco richiesti.

In [12] viene presentata una strategia basata sullo stesso concetto di download cooperativo in cui, la codifica delle porzioni di file e la ricerca di peers solo tra i vicini fisici migliora, in alcuni casi, le performance.

In [13] viene studiata la questione del download di contenuti sotto-forma di problema di massimo flusso in cui le decisioni da prendere sono due: dove installare le RSU scegliendo tra diversi siti candidati e quali paradigmi di rete utilizzare nell'ambito delle reti veicolari. I paradigmi presi in considerazione sono tre: collegamento diretto veicolo-infrastruttura, collegamento multi-hop tra infrastruttura e utente finale, collegamento di tipo *carry-and-forward* in cui l'utente intermedio memorizza il contenuto e lo consegna direttamente all'utente finale o a un suo vicino. I risultati hanno evidenziato performance migliori nel caso di una maggiore presenza di RSU sul territorio.

I risultati ottenuti, in particolare nell'ultimo articolo, testimoniano l'importanza del lavoro svolto in questa tesi, in cui si studia come dislocare le

RSU in maniera efficiente, in un contesto concorrenziale.

1.3 Teoria dei giochi applicata alla distribuzione di contenuti nelle VANET

La teoria dei giochi [14] è usata in diversi ambiti, non più solo in quello economico. In telecomunicazioni può essere usata ad esempio per ottimizzare la dislocazione di Access Point in scenari di reti mesh [15] o per regolare la concessione provvisoria di risorse licenziate in reti cognitive [16].

Nell'ambito di *content distribution* in reti veicolari, un interessante scenario è presentato in [17] in cui due operatori devono installare una RSU ciascuno con l'obiettivo di ottenere il guadagno maggiore dalla distribuzione di contenuti. Lo scenario è concorrenziale e si presta ad essere modellizzato tramite un gioco non cooperativo. I siti candidati sono due, ciò significa che ogni giocatore (ciascun operatore) ha a disposizione due strategie tra cui scegliere. L'obiettivo è trovare un equilibrio in funzione dei parametri di capacità, interferenza e flussi di traffico.

Nella tesi si è pensato di estendere questo modello, inserendo un sito candidato in più. In questo modo ogni operatore ha a disposizione tre strategie e la ricerca dell'equilibrio di Nash è più laboriosa. Vedremo che i risultati ottenuti sono molto interessanti, in quanto il sito aggiunto offre la possibilità di "rubare" il traffico all'avversario, in determinate situazioni di traffico.

In [18] viene considerata un'area geografica coperta da due reti wireless. Gli utenti nell'area possono scegliere a quale rete connettersi, a seconda della funzione di ritardo offerta. Ogni utente agisce in maniera egoistica e sceglie la rete che offre ritardo minore. Questa situazione può essere gestita tramite un coordinatore centrale oppure in maniera autonoma tra gli utenti, utilizzando la teoria dei giochi.

In uno dei capitoli della tesi viene studiato uno scenario in cui agli utenti, è concessa la possibilità di scegliere a quale rete connettersi. Come nell'articolo, si ipotizza che gli utenti siano sensibili al ritardo e scelgano la rete migliore a seconda di esso. Questa dinamica è inserita in un gioco bi-livello in cui, oltre al gioco tra gli utenti, è da considerare un gioco tra gli operatori, i quali devono decidere dove installare le proprie RSU.

In [19] viene presentato un esempio di gioco bi-livello applicato alle telecomunicazioni. Nello specifico si deve decidere in che posizione installare due *Base Station* in un'area in cui le *Mobile Station* sono libere di scegliere a quale delle due associarsi, a seconda del SINR (*Signal to Interference and Noise Ratio*). Il gioco viene risolto trovando un equilibrio di Stackelberg globale.

Capitolo 2

Analisi della competizione tra operatori tramite giochi discreti

In questo capitolo si analizza, tramite giochi discreti, la competizione tra due operatori per la distribuzione di contenuti agli utenti, in ambito di rete veicolare di tipo VANET V2I (*Vehicular Ad-hoc NETWORKS* con collegamento tra veicolo e infrastruttura).

Ogni operatore cerca di servire più utenti possibili, al fine di massimizzare il profitto derivante dalla consegna dei contenuti richiesti. Questa situazione può essere analizzata tramite un gioco non cooperativo in cui ogni operatore sceglie la posizione in cui installare la propria RSU (*Road Site Unit*) in maniera egoistica cercando di massimizzare la propria utilità e senza scambiare informazioni con il concorrente. Lo stato dell'arte [17] prevede due operatori concorrenti e due siti candidati per la collocazione delle RSU, a distanza tale da non interferire l'uno con l'altro. Si vedrà cosa succede se si aggiunge un sito candidato a metà strada tra i due. Si noteranno conseguenze interessanti soprattutto in caso di flussi di traffico asimmetrici.

Il capitolo è strutturato come segue. Per prima cosa viene descritto lo scenario in cui si opera. Successivamente viene formalizzato il problema sotto forma di gioco non cooperativo, si trovano gli equilibri e la rispettiva efficien-

za (*Price of Anarchy*). Nei successivi paragrafi si vede come varia il modello al variare di diversi parametri dello scenario, come l'intensità di traffico veicolare e l'interferenza reciproca tra le RSU. Si analizza infine il caso in cui uno dei due operatori abbia il vantaggio della prima mossa, modellizzando la competizione tramite un gioco a due livelli di tipo Leader/Follower.

2.1 Scenario

Si prenda in considerazione un tratto di strada rettilinea a doppio senso di marcia. Due operatori O_1 e O_2 devono scegliere dove porre la propria RSU (*Road Side Unit*) tra tre siti candidati A, B e C. La scelta è contemporanea ed è concesso disporre le RSU nel medesimo sito (co-locazione).

Il throughput, ossia la capacità massima di ciascuna RSU, è pari a c .

Chiaramente più sono vicine due RSU, maggiore è l'interferenza e quindi minore la capacità disponibile.

Ogni veicolo è dotato di OBU (*On Board Unit*) in grado di comunicare con le RSU di entrambi gli operatori.

In base alle scelte di O_1 e O_2 , le RSU patiscono diversi livelli di interferenza. Al fine di analizzare la capacità in funzione dell'interferenza, si introducono due parametri ϵ e ϵ_1 . Questi parametri sono fissati a priori, si vedrà nel capitolo successivo come è possibile esprimerli in funzione della distanza.

Qui di seguito la variazione della capacità nei tre casi:

- RSU co-locate: $\boxed{\frac{c}{1+\epsilon}}$
Tale che: $\frac{2c}{1+\epsilon} < c \rightarrow \epsilon > 1$
- RSU vicine: $\boxed{\frac{c}{1+\epsilon_1}}$
Tale che: $\frac{c}{1+\epsilon_1} > \frac{c}{1+\epsilon} \rightarrow \epsilon_1 < \epsilon$

- RSU lontane: \boxed{c}

Tale che: $c > \frac{c}{1+\epsilon_1} > \frac{c}{1+\epsilon}$

Il flusso di veicoli si è detto essere bidirezionale. Si ha un flusso da sinistra a destra λ_{sx} e un flusso nella direzione opposta λ_{dx} .

I veicoli procedono a velocità costante $V[\text{m/s}]$ e richiedono un contenuto di grandezza media pari a $S[\text{bit}]$.

Da ciò è possibile calcolare il carico medio offerto in ogni direzione:

Da sx a dx il carico sarà:

$$\rho_{sx} = S \cdot \lambda_{sx}$$

Da dx a sx il carico sarà:

$$\rho_{dx} = S \cdot \lambda_{dx}$$

Ogni veicolo cerca di scaricare il contenuto dalla prima RSU che incontra. Se non riesce a completare il download o se la RSU non possiede il contenuto richiesto, l'utente farà richiesta alla RSU successiva dell'altro operatore. Nel caso in esame si ipotizza che ogni operatore sia in grado di soddisfare qualsiasi richiesta degli utenti e che ogni download iniziato sia sempre completato. L'unico caso in cui l'utente deve chiedere il contenuto alla RSU successiva è il caso in cui la prima RSU abbia raggiunto la capacità massima e non riesca a servire altro traffico. Tale traffico è detto di spill-over.

Se l'utente non riesce a scaricare il contenuto neanche dalla RSU successiva, rimarrà non-servito. Tale traffico è detto unserved.

Il traffico di spill-over ed il traffico non servito possono essere quindi espressi come segue.

Spill-over in caso di RSU lontane:

$$\rho_{sx}^{s'} = \text{Max} \left[0, \left(\rho_{dx}^{s'} + \rho_{sx} - c \right) \frac{\rho_{sx}}{\rho_{sx} + \rho_{dx}^{s'}} \right] \quad (2.1)$$

$$\rho_{dx}^{s'} = Max \left[0, \left(\rho_{sx}^{s'} + \rho_{dx} - c \right) \frac{\rho_{dx}}{\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s'}} \right] \quad (2.2)$$

Spill-over in caso di RSU vicine:

$$\rho_{sx}^{s''} = Max \left[0, \left(\rho_{dx}^{s''} + \rho_{sx} - \frac{c}{1 + \epsilon_1} \right) \frac{\rho_{sx}}{\rho_{sx} + \rho_{dx}^{s''}} \right] \quad (2.3)$$

$$\rho_{dx}^{s''} = Max \left[0, \left(\rho_{sx}^{s''} + \rho_{dx} - \frac{c}{1 + \epsilon_1} \right) \frac{\rho_{dx}}{\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s''}} \right] \quad (2.4)$$

Si osservi ora come viene calcolato il traffico unserved.

Traffico unserved in caso di RSU lontane:

$$\rho_{sx}^{u'} = Max \left[0, \left(\rho_{dx}^{s'} + \rho_{sx} - c \right) \frac{\rho_{dx}^{s'}}{\rho_{sx} + \rho_{dx}^{s'}} \right] \quad (2.5)$$

$$\rho_{dx}^{u'} = Max \left[0, \left(\rho_{sx}^{s'} + \rho_{dx} - c \right) \frac{\rho_{sx}^{s'}}{\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s'}} \right] \quad (2.6)$$

Traffico unserved in caso di RSU vicine:

$$\rho_{sx}^{u''} = Max \left[0, \left(\rho_{dx}^{s''} + \rho_{sx} - \frac{c}{1 + \epsilon_1} \right) \frac{\rho_{dx}^{s''}}{\rho_{sx} + \rho_{dx}^{s''}} \right] \quad (2.7)$$

$$\rho_{dx}^{u''} = Max \left[0, \left(\rho_{sx}^{s''} + \rho_{dx} - \frac{c}{1 + \epsilon_1} \right) \frac{\rho_{sx}^{s''}}{\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s''}} \right] \quad (2.8)$$

Nei paragrafi successivi si formula il problema sotto forma di gioco non cooperativo.

2.2 Tabella delle revenue

L'obiettivo di ciascun operatore è servire più richieste di traffico possibile, essendo il guadagno direttamente proporzionale alla quantità di dati distribuita agli utenti. Ognuno dovrà scegliere dove installare la propria RSU

con l'unico obiettivo di massimizzare la propria revenue, rappresentata dalla quantità di traffico dati richiesta dagli utenti.

Si può perciò modellizzare il problema come un gioco strategico discreto non cooperativo, in cui ogni giocatore (ciascuno dei due operatori) agisce in maniera egoistica, senza scambiare alcuna informazione con il concorrente. L'obiettivo è trovare un equilibrio di Nash [20], cioè una combinazione di strategie tale per cui ogni giocatore non ha alcun vantaggio a scegliere unilateralmente una strategia diversa. Si valuterà inoltre l'efficienza di tale equilibrio tramite il *Price of Anarchy* (PoA) [21], cioè il rapporto tra la revenue in caso di *Social Optimum* e la revenue in situazione di equilibrio. Una combinazione di strategie si dice *Socially Optimal* se minimizza la somma del traffico non servito.

Viene qui di seguito descritta la metodologia seguita per costruire la tabella delle revenue.

$O_1 \backslash O_2$	A	B	C
A	$\min\left(\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}, \frac{c}{1+\epsilon}\right) \min\left(\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}, \frac{c}{1+\epsilon}\right)$	$\min\left(\rho_{sx} + \rho_{dx}^{s''}, \frac{c}{1+\epsilon_1}\right) \min\left(\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s'}, \frac{c}{1+\epsilon_1}\right)$	$\min(\rho_{sx} + \rho_{dx}^{s'}, c) \min(\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s'}, c)$
B	$\min\left(\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s'}, \frac{c}{1+\epsilon_1}\right) \min\left(\rho_{sx} + \rho_{dx}^{s''}, \frac{c}{1+\epsilon_1}\right)$	$\min\left(\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}, \frac{c}{1+\epsilon}\right) \min\left(\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}, \frac{c}{1+\epsilon}\right)$	$\min\left(\rho_{sx} + \rho_{dx}^{s''}, \frac{c}{1+\epsilon_1}\right) \min\left(\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s'}, \frac{c}{1+\epsilon_1}\right)$
C	$\min(\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s'}, c) \min(\rho_{sx} + \rho_{dx}^{s'}, c)$	$\min\left(\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s'}, \frac{c}{1+\epsilon_1}\right) \min\left(\rho_{sx} + \rho_{dx}^{s''}, \frac{c}{1+\epsilon_1}\right)$	$\min\left(\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}, \frac{c}{1+\epsilon}\right) \min\left(\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}, \frac{c}{1+\epsilon}\right)$

Figura 2.1: Tabella delle revenue generale

Su ogni riga sono indicate le strategie tra cui può scegliere O_1 , su ogni colonna si trovano invece le strategie a disposizione di O_2 . Nel caso in esame ogni operatore può scegliere tra tre strategie: installare la propria RSU nel sito A, B o C.

Ogni cella rappresenta la combinazione di strategie scelte dai due operatori. In ognuna di esse troviamo due elementi: il primo è la revenue di O_1 , il secondo la revenue di O_2 .

Si descrive ora nel dettaglio come si calcolano le revenue nei vari casi.

- CO-LOCAZIONE

$$\min\left(\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}, \frac{c}{1 + \epsilon}\right)$$

In questo caso il traffico totale $\rho_{sx} + \rho_{dx}$ viene spartito equamente tra O_1 e O_2 .

Se eccede la capacità max, la revenue è: $\frac{c}{1 + \epsilon}$

- RSU VICINE

$$\min\left(\rho_{sx} + \rho_{dx}^{s''}, \frac{c}{1 + \epsilon_1}\right) \quad \min\left(\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s''}, \frac{c}{1 + \epsilon_1}\right)$$

Ogni RSU cattura il traffico che proviene dalla propria parte, più il traffico di spill-over proveniente dall'altra.

Se il traffico eccede la capacità max, la revenue è: $\frac{c}{1 + \epsilon_1}$

- RSU LONTANE

$$\min\left(\rho_{sx} + \rho_{dx}^{s'}, c\right) \quad \min\left(\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s'}, c\right)$$

Ogni RSU cattura il traffico che proviene dalla propria parte, più il traffico di spill-over proveniente dall'altra.

Se il traffico eccede la capacità max, la revenue è: c

2.3 Ricerca dell'equilibrio

Nel precedente paragrafo si è descritto come costruire la tabella delle revenue. Ora viene indicato come utilizzarla per trovare l'equilibrio di Nash

cercato. Come si è già potuto intuire, a diverse quantità di traffico corrispondono diverse tabelle delle revenue e di conseguenza diversi equilibri. In questo paragrafo verranno definite le tabelle delle revenue per ogni possibile valore che possono assumere ρ_{sx} e ρ_{dx} . Per semplicità (ma senza perdere in generalità), si assume che:

$$\rho_{sx} > \rho_{dx} \quad (2.9)$$

Sotto questa condizione si può considerare lo spill-over solo per il traffico ρ_{sx} e quindi semplificare la 2.1 e la 2.3 nel modo seguente:

$$\rho_{sx}^{s'} = \rho_{sx} - c \quad (2.10)$$

$$\rho_{sx}^{s''} = \rho_{sx} - \frac{c}{1 + \epsilon_1} \quad (2.11)$$

Importante la seguente considerazione.

In caso di RSU vicine, se $\rho_{dx} > \frac{c}{1+\epsilon_1}$ allora sicuramente $\rho_{sx} > \frac{c}{1+\epsilon_1}$ e quindi la RSU è satura. Il traffico ρ_{dx} in eccesso perciò non potrà mai essere servito, sarà perciò sempre unserved e mai di spill-over.

La stessa cosa succede per RSU lontane.

A questo punto, per ogni tabella di revenue trovata a seconda delle condizioni di traffico, si cerca, se esiste, l'equilibrio e la rispettiva efficienza, valutata tramite il PoA. Viene ora descritto brevemente il procedimento utilizzato per trovare l'equilibrio.

Per prima cosa, per ogni possibile strategia di O_1 (righe) si confrontano le revenue di O_2 e si evidenzia, per ogni caso, la maggiore. Si fa la stessa cosa per ogni possibile strategia di O_2 (colonne), chiaramente confrontando le revenue di O_1 . Se esiste una cella che è la miglior risposta per entrambi, allora questa combinazione di strategie risulta essere un equilibrio di Nash.

Di seguito si fornisce una rappresentazione grafica che riassume gli equilibri ottenuti a seconda delle diverse condizioni di traffico.

2.3.1 Rappresentazione grafica

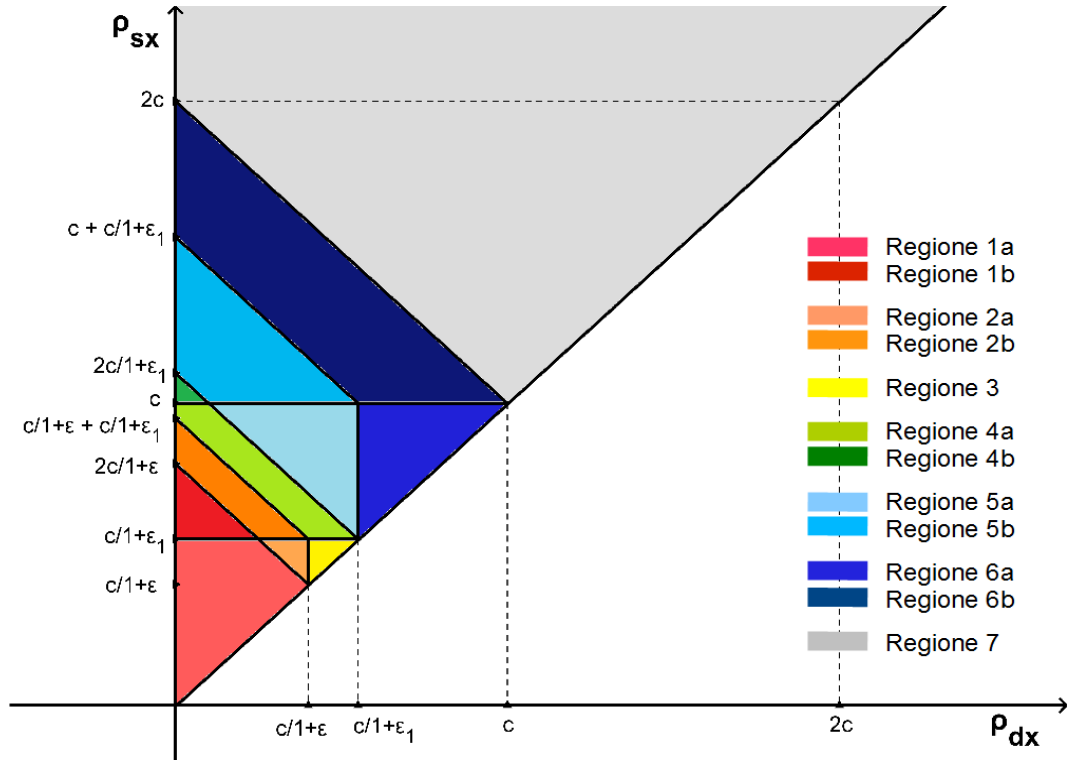


Figura 2.2: Rappresentazione grafica equilibri

In figura(2.2) è rappresentato un grafico cartesiano in cui sulle ascisse si ha ρ_{dx} e sulle ordinate ρ_{sx} . Poichè per ipotesi si è imposto che $\rho_{sx} > \rho_{dx}$, si è tracciata la retta $\rho_{sx} = \rho_{dx}$ e si è considerata la parte di piano sopra ad essa. Questa operazione non toglie nulla in generalità, dato che la situazione sarebbe speculare nella parte di piano sottostante la retta.

Fatto ciò, si sono rappresentate le varie regioni trovate, tracciando delle rette a seconda delle condizioni e colorando le aree di diversi colori a seconda dell'equilibrio. Si sono inoltre evidenziate le sotto-regioni utilizzando diverse

tonalità dello stesso colore.

Così il rosso corrisponde alla regione 1 (equilibrio AA Socially Optimal), l'arancio alla regione 2 (equilibrio AA non Socially Optimal), il giallo alla regione 3 (equilibri AB, BA, AC, CA Socially Optimal), il verde alla regione 4 (equilibri AB, BA Socially Optimal), l'azzurro alla regione 5 (equilibri AB, BA non Socially Optimal), il blu alla regione 6 (equilibri AC, CA Socially Optimal) e infine il grigio alla regione 7 (equilibri AC, CA Socially Optimal).

Di seguito, per ogni regione si indicano le condizioni di traffico, si mostra la corrispondente tabella delle revenue, si confrontano le varie revenue, al fine di trovare l'equilibrio e infine si calcola la sua efficienza.

Regione 1

Regione 1a

Condizioni:

$$\rho_{sx} + \rho_{dx} < \frac{2c}{1+\epsilon}$$

$$\rho_{sx} < \frac{c}{1+\epsilon_1}$$

$\begin{matrix} O_2 \\ \diagdown \\ O_1 \end{matrix}$	A	B	C
A	$\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}$ $\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}$	ρ_{sx} ρ_{dx}	ρ_{sx} ρ_{dx}
B	ρ_{dx} ρ_{sx}	$\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}$ $\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}$	ρ_{sx} ρ_{dx}
C	ρ_{dx} ρ_{sx}	ρ_{dx} ρ_{sx}	$\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}$ $\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}$

Figura 2.3: Tabella delle revenue regione 1a

Calcolo dell'equilibrio:

$$\begin{array}{llll} \rho_{dx} < \frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2} & \frac{\rho_{dx}}{2} < \frac{\rho_{sx}}{2} & \rho_{dx} < \rho_{sx} & \text{Vero per hp} \\ \rho_{sx} > \frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2} & \frac{\rho_{sx}}{2} > \frac{\rho_{dx}}{2} & \rho_{sx} > \rho_{dx} & \text{Vero per hp} \end{array}$$

Regione 1b

Condizioni:

$$\begin{array}{l} \rho_{sx} + \rho_{dx} < \frac{2c}{1+\epsilon} \\ \rho_{sx} > \frac{c}{1+\epsilon_1} \end{array}$$

$O_2 \backslash O_1$	A	B	C
A	$\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}$ $\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\rho_{\dot{a}x} + \rho_{sx}^{s''}$	ρ_{sx} ρ_{dx}
B	$\rho_{\dot{a}x} + \rho_{sx}^{s''}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}$ $\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\rho_{\dot{a}x} + \rho_{sx}^{s''}$
C	ρ_{dx} ρ_{sx}	$\rho_{\dot{a}x} + \rho_{sx}^{s''}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}$ $\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}$

Figura 2.4: Tabella delle revenue regione 1b

Calcolo dell'equilibrio:

$$\begin{array}{l} \frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2} > \rho_{dx} + \rho_{sx}^{s''} \quad \frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2} > \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1+\epsilon_1} \\ \text{Da cui:} \quad \frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2} < \frac{c}{1+\epsilon_1} \quad \rho_{sx} + \rho_{dx} < \frac{2c}{1+\epsilon} < \frac{2c}{1+\epsilon_1} \quad \text{Vero per hp} \end{array}$$

Equilibrio

Come visto dalle tabelle delle revenue, l'equilibrio per tutta la regione 1 è (A,A).

La situazione Socially Optimal prevede che tutto il traffico $\rho_{sx} + \rho_{dx}$ sia servito.

L'equilibrio trovato è perciò Socially Optimal infatti:

$$POA = \frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2} + \frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}} = 1$$

Regione 2

Regione 2a

Condizioni:

$$\rho_{sx} + \rho_{dx} > \frac{2c}{1+\epsilon}$$

$$\rho_{sx} < \frac{c}{1+\epsilon_1}$$

$$\rho_{dx} < \frac{c}{1+\epsilon}$$

$\begin{matrix} O_2 \\ \diagdown \\ O_1 \end{matrix}$	A	B	C
A	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	ρ_{sx} ρ_{dx}	ρ_{sx} ρ_{dx}
B	ρ_{dx} ρ_{sx}	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	ρ_{sx} ρ_{dx}
C	ρ_{dx} ρ_{sx}	ρ_{dx} ρ_{sx}	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$

Figura 2.5: Tabella delle revenue regione 2a

Calcolo dell'equilibrio:

$$\rho_{dx} < \frac{c}{1+\epsilon} \quad \text{Vero per hp} \quad \rightarrow \quad \rho_{sx} > \frac{c}{1+\epsilon}$$

Regione 2b

Condizioni:

$$\frac{2c}{1+\epsilon} < \rho_{sx} + \rho_{dx} < \frac{c}{1+\epsilon} + \frac{c}{1+\epsilon_1}$$

$$\rho_{sx} > \frac{c}{1+\epsilon_1}$$

$O_1 \backslash O_2$	A	B	C
A	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\rho_{\dot{a}x} + \rho_{sx}^{s''}$	ρ_{sx} ρ_{dx}
B	$\rho_{\dot{a}x} + \rho_{sx}^{s''}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\rho_{\dot{a}x} + \rho_{sx}^{s''}$
C	ρ_{dx} ρ_{sx}	$\rho_{\dot{a}x} + \rho_{sx}^{s''}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$

Figura 2.6: Tabella delle revenue regione 2b

Calcolo dell'equilibrio:

$$\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s''} < \frac{c}{1+\epsilon} \quad \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1+\epsilon_1} < \frac{c}{1+\epsilon}$$

$$\text{Da cui:} \quad \rho_{dx} + \rho_{sx} < \frac{c}{1+\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon} \quad \text{Vero per hp}$$

Equilibrio

Come visto dalle tabelle delle revenue, l'equilibrio per tutta la regione 2 è (A,A).

La situazione Socially Optimal prevede che tutto il traffico $\rho_{sx} + \rho_{dx}$ sia servito.

L'equilibrio trovato non è perciò Socially Optimal, infatti:

$$POA = \frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{\frac{c}{1+\epsilon} + \frac{c}{1+\epsilon}} = \frac{(\rho_{sx} + \rho_{dx})(1+\epsilon)}{2c} > 1$$

Regione 3

Condizioni:

$$\rho_{sx} < \frac{c}{1+\epsilon_1}$$

$$\rho_{dx} > \frac{c}{1+\epsilon}$$

$\begin{matrix} \backslash & o_2 \\ o_1 & \end{matrix}$	A	B	C
A	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	ρ_{sx} ρ_{dx}	ρ_{sx} ρ_{dx}
B	ρ_{dx} ρ_{sx}	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	ρ_{sx} ρ_{dx}
C	ρ_{dx} ρ_{sx}	ρ_{dx} ρ_{sx}	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$

Figura 2.7: Tabella delle revenue regione 3

Calcolo dell'equilibrio:

$$\rho_{dx} > \frac{c}{1+\epsilon} \quad \text{Vero per hp} \quad \rightarrow \quad \rho_{sx} > \rho_{dx} > \frac{c}{1+\epsilon}$$

Equilibrio

Come visto dalla tabella delle revenue, per la regione 3 ci possono essere diversi equilibri: (A,B),(B,A),(A,C),(C,A).

La situazione Socially Optimal prevede che tutto il traffico $\rho_{sx} + \rho_{dx}$ sia servito. Tutti gli equilibri trovati sono perciò Socially Optimal, infatti:

$$POA = \frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{\rho_{sx} + \rho_{dx}} = 1$$

Regione 4

Regione 4a

Condizioni:

$$\frac{c}{1+\epsilon} + \frac{c}{1+\epsilon_1} < \rho_{sx} + \rho_{dx} < \frac{2c}{1+\epsilon_1}$$

$$\frac{c}{1+\epsilon_1} < \rho_{sx} < c$$

$O_1 \backslash O_2$	A	B	C
A	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\rho_{\dot{a}x} + \rho_{sx}^{s''}$	ρ_{sx} ρ_{dx}
B	$\rho_{\dot{a}x} + \rho_{sx}^{s''}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\rho_{\dot{a}x} + \rho_{sx}^{s''}$
C	ρ_{dx} ρ_{sx}	$\rho_{\dot{a}x} + \rho_{sx}^{s''}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$

Figura 2.8: Tabella delle revenue regione 4a

Calcolo dell'equilibrio:

$$\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s''} > \frac{c}{1+\epsilon} \quad \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1+\epsilon_1} > \frac{c}{1+\epsilon}$$

$$\rho_{dx} + \rho_{sx} > \frac{c}{1+\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon} \quad \text{Vero per hp}$$

$$\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s''} < \frac{c}{1+\epsilon_1} \quad \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1+\epsilon_1} < \frac{c}{1+\epsilon_1}$$

$$\rho_{dx} + \rho_{sx} < \frac{2c}{1+\epsilon_1} \quad \text{Vero per hp}$$

Regione 4b

Condizioni:

$$\frac{c}{1+\epsilon} + \frac{c}{1+\epsilon_1} < \rho_{sx} + \rho_{dx} < \frac{2c}{1+\epsilon_1}$$

$$\rho_{sx} > c$$

Calcolo dell'equilibrio:

$$\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s''} > \rho_{dx} + \rho_{sx}^{s'}$$

$$\rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1+\epsilon_1} > \rho_{dx} + \rho_{sx} - c$$

$O_2 \backslash O_1$	A	B	C
A	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s''}$	$\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s'}$
B	$\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s''}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s''}$
C	$\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s'}$ $\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s'}$	$\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s''}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$

Figura 2.9: Tabella delle revenue regione 4b

Da cui: $-\frac{c}{1+\epsilon_1} > -c$ $\frac{c}{1+\epsilon_1} < c$ Vero per hp

Equilibrio

Come visto dalle tabelle delle revenue, gli equilibri possibili per tutta la regione 4 sono (A,B) e (B,A).

La situazione Socially Optimal prevede che tutto il traffico $\rho_{sx} + \rho_{dx}$ sia servito.

Entrambi gli equilibri trovati sono perciò Socially Optimal, infatti:

$$POA = \frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{\rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1+\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon_1}} = 1$$

Regione 5

Regione 5a

Condizioni:

$$\frac{2c}{1+\epsilon_1} < \rho_{sx} + \rho_{dx} < c + \frac{c}{1+\epsilon_1}$$

$$\frac{c}{1+\epsilon_1} < \rho_{sx} < c$$

$$\rho_{dx} < \frac{c}{1+\epsilon_1}$$

$O_1 \backslash O_2$	A	B	C
A	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	ρ_{sx} ρ_{dx}
B	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$
C	ρ_{dx} ρ_{sx}	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$

Figura 2.10: Tabella delle revenue regione 5a

Calcolo dell'equilibrio:

$$\rho_{dx} < \frac{c}{1+\epsilon_1} \quad \text{Vero per hp}$$

$$\rho_{sx} > \frac{c}{1+\epsilon_1} \quad \text{Vero per hp}$$

Regione 5b

Condizioni:

$$\frac{2c}{1+\epsilon_1} < \rho_{sx} + \rho_{dx} < c + \frac{c}{1+\epsilon_1}$$

$$\rho_{sx} > c$$

$$\rho_{dx} < \frac{c}{1+\epsilon_1}$$

Calcolo dell'equilibrio:

$$\frac{c}{1+\epsilon_1} > \rho_{dx} + \rho_{sx}^s \quad \frac{c}{1+\epsilon_1} > \rho_{dx} + \rho_{sx} - c$$

$$\text{Da cui: } \rho_{dx} + \rho_{sx} < \frac{c}{1+\epsilon_1} + c \quad \text{Vero per hp}$$

Equilibrio

Come visto dalle tabelle delle revenue, gli equilibri possibili per tutta la

$\begin{array}{c} O_2 \\ \diagdown \\ O_1 \end{array}$	A	B	C
A	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s'}$
B	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$
C	$\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s'}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$

Figura 2.11: Tabella delle revenue regione 5b

regione 5 sono (A,B) e (B,A).

La situazione Socially Optimal prevede che tutto il traffico $\rho_{sx} + \rho_{dx}$ sia servito.

Entrambi gli equilibri trovati non sono perciò Socially Optimal, infatti:

$$POA = \frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{\frac{c}{1+\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon_1}} \rightarrow \frac{(\rho_{sx} + \rho_{dx})(1 + \epsilon_1)}{2c} > 1$$

Regione 6

Regione 6a

Condizioni:

$$\frac{c}{1+\epsilon_1} < \rho_{sx} < c$$

$$\rho_{dx} > \frac{c}{1+\epsilon_1}$$

Calcolo dell'equilibrio:

$$\rho_{dx} > \frac{c}{1+\epsilon_1} \quad \text{Vero per hp}$$

$$\rho_{sx} > \frac{c}{1+\epsilon_1} \quad \text{Vero per hp}$$

$O_1 \backslash O_2$	A	B	C
A	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	ρ_{sx} ρ_{dx}
B	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$
C	ρ_{dx} ρ_{sx}	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$

Figura 2.12: Tabella delle revenue regione 6a

Regione 6b

Condizioni:

$$c + \frac{c}{1+\epsilon_1} < \rho_{sx} + \rho_{dx} < 2c$$

$$\rho_{sx} > c$$

$O_1 \backslash O_2$	A	B	C
A	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	c $\rho_{dx} + \rho_{sx}'$
B	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$
C	$\rho_{dx} + \rho_{sx}'$ c	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$

Figura 2.13: Tabella delle revenue regione 6b

Calcolo dell'equilibrio:

$$\rho_{dx} + \rho_{sx}' > \frac{c}{1+\epsilon_1} \quad \rho_{dx} + \rho_{sx} - c > \frac{c}{1+\epsilon_1}$$

$$\text{Da cui:} \quad \rho_{dx} + \rho_{sx} > \frac{c}{1+\epsilon_1} + c \quad \text{Vero per hp}$$

Equilibrio

Come visto dalle tabelle delle revenue, gli equilibri possibili per tutta la regione 6 sono (A,C) e (C,A).

La situazione Socially Optimal prevede che tutto il traffico $\rho_{sx} + \rho_{dx}$ sia servito.

Entrambi gli equilibri perciò sono Socially Optimal, infatti:

$$POA = \frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{\rho_{dx} + \rho_{sx} - c + c} = 1$$

Regione 7

Condizioni:

$$\rho_{sx} + \rho_{dx} > 2c$$

$\begin{matrix} o_2 \\ \diagdown \\ o_1 \end{matrix}$	A	B	C
A	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	c c
B	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$
C	c c	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$

Figura 2.14: Tabella delle revenue regione 7

Calcolo dell'equilibrio:

$$c > \frac{c}{1+\epsilon_1} > \frac{c}{1+\epsilon} \quad \text{Vero per hp}$$

Equilibrio

Come visto dalla tabella delle revenue, gli equilibri possibili per la regione 7

sono (A,C) e (C,A).

In questo caso il traffico non può essere servito completamente, perciò la soluzione Socially Optimal è quella che consente di minimizzare la quantità di traffico non servito. Entrambi gli operatori devono avere a disposizione la massima capacità per servire più traffico possibile ossia $2c$.

Risulta che entrambi gli equilibri trovati sono Socially Optimal infatti:

$$PoA = \frac{2c}{c+c} = 1$$

2.3.2 Traffico simmetrico

Finora si è imposto che $\rho_{sx} > \rho_{dx}$ e si è detto che la situazione sarebbe speculare se $\rho_{dx} > \rho_{sx}$.

Ora analizziamo cosa succede nel caso in cui $\rho_{sx} = \rho_{dx} = \rho$.

- Figura 2.15

$$\rho < \frac{c}{1+\epsilon}$$

In questo caso si può notare che tutte le possibili combinazioni di strategie dei due operatori rappresentano un equilibrio.

- Figura 2.16

$$\frac{c}{1+\epsilon} < \rho < \frac{c}{1+\epsilon_1}$$

In questo caso tutte le combinazioni di strategie che non prevedono co-locazione, rappresentano equilibri.

- Figura 2.17

$$\frac{c}{1+\epsilon_1} < \rho < c$$

In questo caso solo le combinazioni di strategie (A,C) e (C,A) rappresentano degli equilibri.

- Figura 2.18

$$\rho > c$$

Anche in questo caso solo le combinazioni di strategie (A,C) e (C,A) rappresentano degli equilibri.

$o_1 \backslash o_2$	A	B	C
A	ρ ρ	ρ ρ	ρ ρ
B	ρ ρ	ρ ρ	ρ ρ
C	ρ ρ	ρ ρ	ρ ρ

Figura 2.15: Tabella revenue traffico simmetrico con: $\rho < \frac{c}{1+\epsilon}$

$o_1 \backslash o_2$	A	B	C
A	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	ρ ρ	ρ ρ
B	ρ ρ	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	ρ ρ
C	ρ ρ	ρ ρ	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$

Figura 2.16: Tabella revenue traffico simmetrico con: $\frac{c}{1+\epsilon} < \rho < \frac{c}{1+\epsilon_1}$

2.3.3 Estensione del modello ad altri scenari interferenziali

Nel modello fin qui considerato si è assunto che:

$$\frac{c}{1+\epsilon} < \frac{c}{1+\epsilon_1} < \frac{2c}{1+\epsilon} < \frac{c}{1+\epsilon} + \frac{c}{1+\epsilon_1} < c < \frac{2c}{1+\epsilon_1}$$

$o_1 \backslash o_2$	A	B	C
A	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	ρ ρ
B	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$
C	ρ ρ	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$

Figura 2.17: Tabella revenue traffico simmetrico con: $\frac{c}{1+\epsilon_1} < \rho < c$

$o_1 \backslash o_2$	A	B	C
A	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	c c
B	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$
C	c c	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$

Figura 2.18: Tabella revenue traffico simmetrico con: $\rho > c$

In questo paragrafo si prendono in analisi gli altri due possibili ordinamenti degli elementi di capacità e si analizzano le eventuali conseguenze sul modello.

Nella prima variazione si studia il caso in cui l'interferenza tra RSU vicine sia più forte rispetto a quanto fin qui considerato. Ciò implica una diminuzione della capacità dovuta ad un incremento del parametro ϵ_1 e quindi l'ordinamento sarà:

$$\frac{c}{1+\epsilon} < \frac{c}{1+\epsilon_1} < \frac{2c}{1+\epsilon} < \frac{c}{1+\epsilon} + \frac{c}{1+\epsilon_1} < \frac{2c}{1+\epsilon_1} < c$$

Come si può vedere in figura (2.19) l'unica conseguenza sul modello si ha sulla regione 4: la regione 4b sparisce, mentre la regione 4a rimane uguale, con una piccola variazione nelle condizioni.

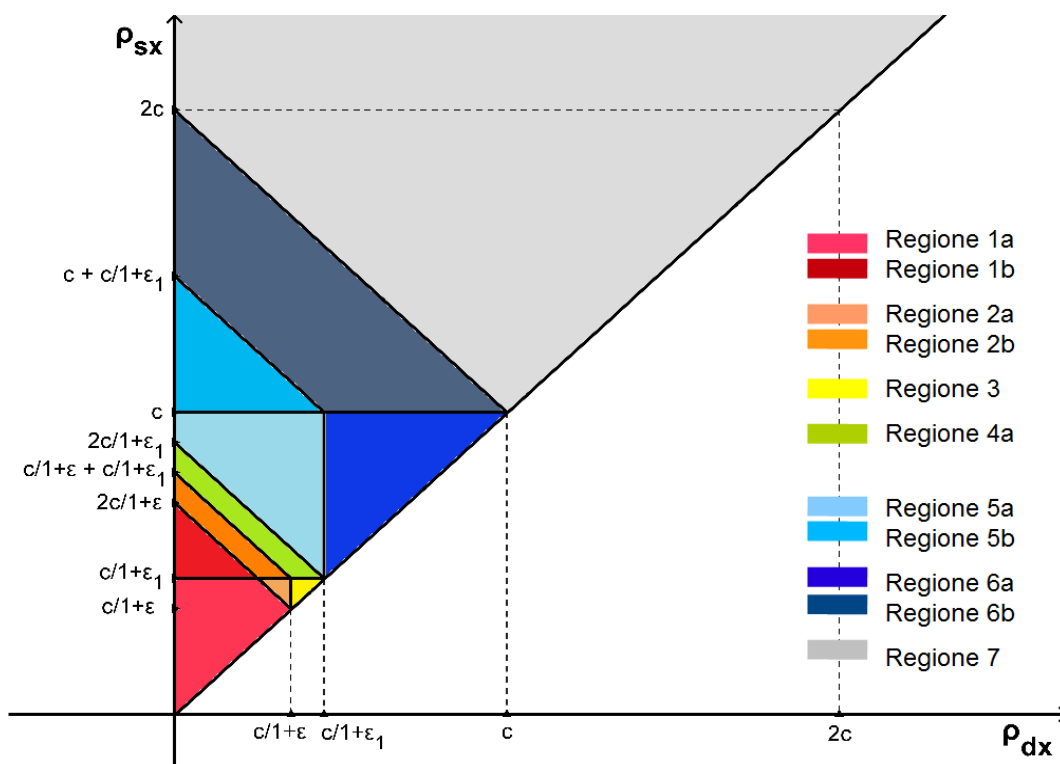


Figura 2.19: Rappresentazione grafica equilibri, variazione A

Nel dattaggio la variazione sulla regione 4a:

Regione 4a

Condizioni

$$\frac{c}{1+\epsilon} + \frac{c}{1+\epsilon_1} < \rho_{sx} + \rho_{dx} < \frac{2c}{1+\epsilon_1}$$

$$\frac{c}{1+\epsilon_1} < \rho_{sx} < \frac{2c}{1+\epsilon_1}$$

Equilibrio

L'equilibrio rimane invariato, perciò come visto in figura (2.8) sarà:

(A,B) o (B,A) entrambi Socially Optimal.

Nella seconda variazione si studia il caso in cui sia molto forte l'interfe-

renza tra RSU co-locate. Ciò implica una forte diminuzione della capacità in caso di co-localizzazione, dovuta ad un alto valore del parametro ϵ . In questa situazione si ha il seguente ordinamento:

$$\frac{c}{1+\epsilon} < \frac{2c}{1+\epsilon} < \frac{c}{1+\epsilon_1} < c < \frac{c}{1+\epsilon} + \frac{c}{1+\epsilon_1} < \frac{2c}{1+\epsilon_1}$$

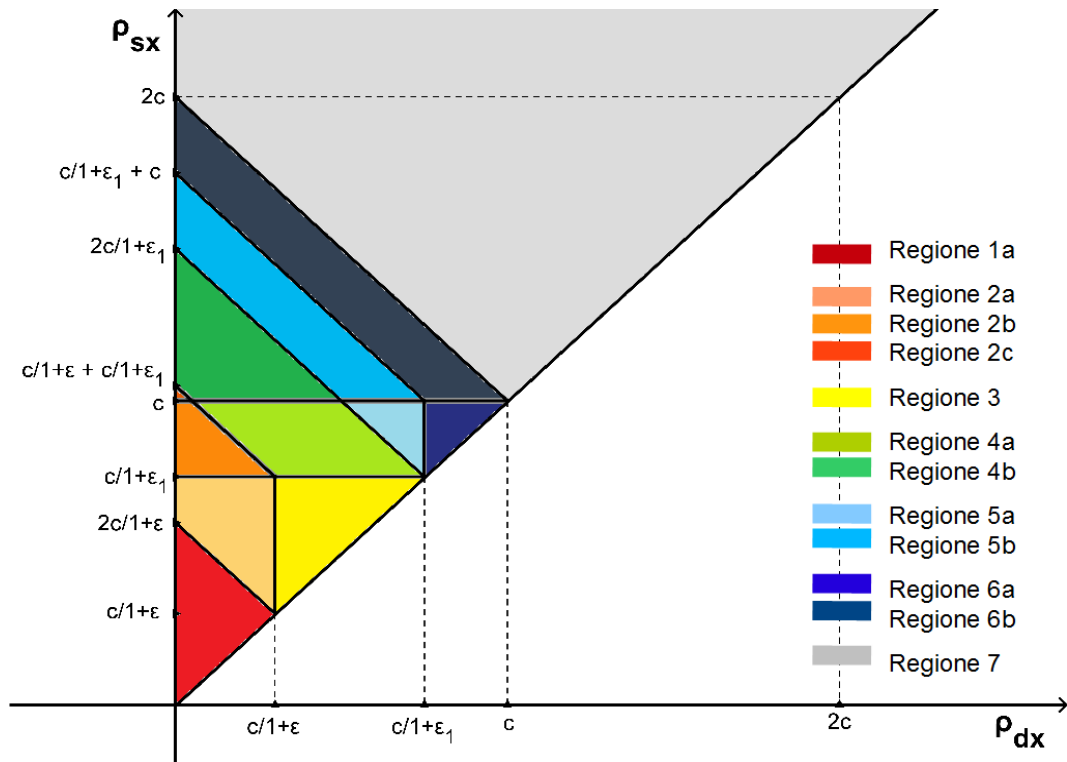


Figura 2.20: Rappresentazione grafica equilibri, variazione B

Come si può vedere in figura (2.20) le uniche conseguenze sul modello sono la sparizione della regione 1b e la comparsa di una regione 2c.

Nel dettaglio la regione 2c:

Regione 2c

Condizioni

$$\rho_{sx} + \rho_{dx} < \frac{c}{1+\epsilon} + \frac{c}{1+\epsilon_1}$$

$$\rho_{sx} > c$$

$O_2 \backslash O_1$	A	B	C
A	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s''}$	C $\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s'}$
B	$\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s''}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$	$\frac{c}{1+\epsilon_1}$ $\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s''}$
C	$\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s'}$ C	$\rho_{dx} + \rho_{sx}^{s''}$ $\frac{c}{1+\epsilon_1}$	$\frac{c}{1+\epsilon}$ $\frac{c}{1+\epsilon}$

Figura 2.21: Tabella delle revenue regione 2c

Equilibrio

$$\rho_{dx} + \rho_{sx}'' > \rho_{dx} + \rho_{sx}' \quad \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1+\epsilon_1} > \rho_{dx} + \rho_{sx} - c$$

Da cui: $\frac{c}{1+\epsilon_1} < c$ Vero per hp

$$\frac{c}{1+\epsilon} > \rho_{dx} + \rho_{sx}'' \quad \frac{c}{1+\epsilon} > \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1+\epsilon_1}$$

Da cui: $\rho_{dx} + \rho_{sx} < \frac{c}{1+\epsilon} + \frac{c}{1+\epsilon_1}$ Vero per hp

Tramite queste relazioni si verifica che l'equilibrio è (A,A).

Tale equilibrio, tuttavia, non è Socially Optimal, infatti:

$$POA = \frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{\frac{c}{1+\epsilon} + \frac{c}{1+\epsilon_1}} = \frac{(\rho_{sx} + \rho_{dx})(1+\epsilon)}{2c} > 1$$

2.3.4 Modello Leader-Follower

In questo paragrafo si studia la situazione nel caso in cui uno dei due operatori (si ipotizzi l'operatore 1) abbia il diritto di scegliere per primo dove installare la propria RSU. O_1 perciò è il Leader, O_2 il Follower, cioè

colui che sceglie in un secondo momento, cercando di ottenere la miglior revenue possibile data la scelta del Leader.

Questo modello si adatta molto bene ad analizzare le situazioni in cui vi è un operatore incumbent che ha già installato le proprie RSU in una determinata zona e un operatore OLO (*Other Licensed Operator*) che vuole inserirsi nel mercato.

Si vedrà regione per regione, sfruttando le tabelle delle revenue illustrate nei paragrafi precedenti, se gli equilibri trovati sono validi anche per questo modello. In particolare il concetto di equilibrio a cui si fa riferimento è quello di equilibrio perfetto per sottogiochi (subgame perfect equilibrium), in cui le strategie degli utenti sono in equilibrio nel gioco complessivo e anche in ognuno dei sottogiochi possibili. Il procedimento per il calcolo dell'equilibrio perfetto per sottogiochi è quello della backward induction illustrato di seguito.

Essendo O_1 il Leader, è il primo a scegliere. Per ogni possibile strategia tra cui O_1 può scegliere, si tenga in considerazione la migliore revenue che può ottenere. A questo punto si confrontano le revenue evidenziate per ogni strategia e si scelga la maggiore tra esse.

A questo punto è O_2 a dover scegliere la propria strategia. Con riferimento alla tabella, le revenue che O_2 può ottenere sono quelle che si trovano sulla riga corrispondente alla strategia scelta da O_1 . Tra queste possibilità ovviamente O_2 sceglierà la strategia che gli garantisce revenue maggiore.

Poichè le differenze con il precedente modello non sono così significative, verrà presentata una carrellata di tutte le regioni e, facendo riferimento alle tabelle già mostrate, per ogni caso si indicheranno le strategie scelte da entrambi gli operatori nel caso di modello Leader-Follower.

Regione 1

Per quanto riguarda le regioni 1a (figura 2.3) e 1b (figura 2.4), in entrambi i casi O_1 sceglie la strategia A che potrebbe garantirgli la revenue massima possibile, ossia ρ_{sx} .

Segue la scelta di O_2 il quale, data la scelta di O_1 , otterrebbe la revenue maggiore installando la RSU nello stesso sito di O_1 , cioè scegliendo la strategia A, ossia co-locazione.

Tali scelte portano all'equilibrio (A,A) Socially Optimal e ad una revenue pari a:

$$O_1 = \frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2} \quad O_2 = \frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}$$

Regione 2

Per quanto riguarda le regioni 2a (figura 2.5) e 2b (figura 2.6), in entrambi i casi O_1 sceglie la strategia A che potrebbe garantirgli la revenue massima possibile, ossia ρ_{sx} .

Segue la scelta di O_2 il quale, data la scelta di O_1 , otterrebbe la revenue maggiore installando la RSU nello stesso sito di O_1 , cioè scegliendo la strategia A, ossia co-locazione.

Tali scelte portano all'equilibrio (A,A) Non Socially Optimal e ad una revenue pari a:

$$O_1 = \frac{c}{1 + \epsilon} \quad O_2 = \frac{c}{1 + \epsilon}$$

Regione 3

Per quanto riguarda la regione 3 (figura 2.7) O_1 sceglie la strategia A che potrebbe garantirgli la revenue massima possibile, ossia ρ_{sx} .

Segue la scelta di O_2 il quale, data la scelta di O_1 , otterrebbe la revenue mag-

giore installando la RSU in B o in C, cioè nel sito vicino o nel sito lontano. Tali scelte portano ai possibili equilibri (A,B) e (A,C) entrambi Socially Optimal, che offrono le seguenti revenue:

$$O_1 = \rho_{sx} \quad O_2 = \rho_{dx}$$

Regione 4

Per quanto riguarda le regioni 4a (figura 2.8) e 4b (figura 2.9), in entrambi i casi O_1 sceglie la strategia A che potrebbe garantirgli la revenue massima possibile, ossia ρ_{sx} nel primo caso e c nel secondo.

Segue la scelta di O_2 il quale, data la scelta di O_1 , otterrebbe la revenue maggiore installando la RSU nel sito B, cioè quello vicino rispetto a O_1 .

Tali scelte portano all'equilibrio (A,B) Socially Optimal e revenue pari a:

$$O_1 = \frac{c}{1 + \epsilon_1} \quad O_2 = \rho_{dx} + \rho_{sx}''$$

Regione 5

Per quanto riguarda le regioni 5a (figura 2.10) e 5b (figura 2.11), in entrambi i casi O_1 sceglie la strategia A che potrebbe garantirgli la revenue massima possibile, ossia ρ_{sx} nel primo caso e c nel secondo.

Segue la scelta di O_2 il quale, data la scelta di O_1 , otterrebbe la revenue maggiore installando la RSU nel sito B, cioè quello vicino rispetto a O_1 .

Tali scelte portano all'equilibrio (A,B) Non Socially Optimal e revenue:

$$O_1 = \frac{c}{1 + \epsilon_1} \quad O_2 = \frac{c}{1 + \epsilon_1}$$

Regione 6

Per quanto riguarda le regioni 6a (figura 2.12) e 6b (figura 2.13), in entrambi i casi O_1 sceglie la strategia A che potrebbe garantirgli la revenue massima possibile, ossia ρ_{sx} nel primo caso e c nel secondo.

Segue la scelta di O_2 il quale, data la scelta di O_1 , otterrebbe la revenue maggiore installando la RSU nel sito C, cioè lontano rispetto a O_1 .

Tali scelte portano all'equilibrio (A,C) Socially Optimal e revenue:

per la regione 6a

$$O_1 = \rho_{sx} \quad O_2 = \rho_{dx}$$

per la regione 6b

$$O_1 = c \quad O_2 = \rho_{dx} + \rho_{sx}^{s'}$$

Regione 7

Per quanto riguarda la regione 7 (figura 2.14) O_1 sceglie la strategia A che potrebbe garantirgli la revenue massima possibile, ossia c .

Segue la scelta di O_2 il quale, data la scelta di O_1 , otterrebbe la revenue maggiore installando la RSU nel sito C cioè lontano rispetto a O_1 .

Tali scelte portano all'equilibrio (A,C) Socially Optimal e revenue pari a:

$$O_1 = c \quad O_2 = c$$

2.4 Considerazioni

Si riassumono in questo paragrafo i risultati ottenuti in questo capitolo. In primo luogo si è scoperto che in caso di flussi di traffico fortemente asimmetrici, una soluzione di equilibrio tra gli utenti può prevedere l'installazione

delle proprie RSU in posizioni interferenti tra loro, anzichè in siti ad interferenza zero. Se ad esempio O_1 installa la propria RSU nel sito A, cioè dalla parte da cui proviene la maggior parte delle richieste di traffico ρ_{sx} , allora O_2 , sotto determinate condizioni, può trarre vantaggio dall'installare la propria RSU nel sito B anzichè nel sito C, nonostante in questo caso l'interferenza aumenti. Se l'interferenza aumenta, di conseguenza diminuisce la capacità di entrambe le RSU.

Ed è proprio questo il concetto chiave. Infatti l'obiettivo che O_2 vuole ottenere è proprio quello di diminuire la capacità della RSU di O_1 , in modo che essa non sia in grado di servire tutto il traffico proveniente dalla sua parte e indurre quindi dello spill-over. Così O_2 , oltre al traffico ρ_{dx} , riuscirà a servire anche parte del traffico "rubato" all'altro operatore. A questa particolare procedura è stato dato il nome di "*traffic stealing*".

In generale si può dire che tutti gli equilibri prevedono che uno dei due operatori installi la propria RSU in A, cioè nel sito che permette di intercettare la maggior parte dei veicoli e quindi delle richieste di contenuti. L'altro operatore installa la propria RSU nello stesso sito o in uno degli altri due, a seconda del carico di traffico nell'altra direzione ρ_{dx} e del carico di traffico totale 2ρ . Riassumendo i risultati ottenuti si possono fare le seguenti considerazioni.

La soluzione di co-locazione (A,A) è equilibrio nei casi in cui le richieste di traffico totali non siano molte, cioè per previsioni di traffico di veicoli (e quindi di dati) poco intenso. È chiaro che in questa situazione entrambi gli operatori vogliono installare la RSU in A e spartirsi equamente il traffico piuttosto che rischiare di servire solo il flusso di traffico minore.

La soluzione di non interferenza (A,C) è equilibrio in casi di traffico intenso o per valori di ρ_{dx} tali da saturare la capacità di una RSU installata

in B, cioè nel sito vicino ad A. In entrambi i casi il flusso di veicoli e quindi di richieste di contenuti è tale che agli operatori conviene installare le RSU in siti non interferenti così da avere a disposizione l'intera capacità c per servirne il più possibile.

La soluzione di media interferenza (A,B) è equilibrio per valori di traffico intermedi. In questi casi all'operatore che non installa la RSU in A non conviene co-locare perchè con forte interferenza e quindi scarsa capacità non riuscirebbe a servire gran parte del traffico. Tuttavia anche l'installazione in C sarebbe poco conveniente a causa delle poche richieste provenienti da quella parte. Perciò la soluzione ottimale risulta essere l'installazione in B che permetterebbe di "rubare" del traffico all'altro operatore. Inducendo dell'interferenza, infatti, si diminuisce la capacità della RSU in A che quindi non è in grado di servire tutte le richieste di traffico provenienti dalla sua parte. Tale traffico, definito di spill-over, sarà servito dalla RSU in B. La procedura appena descritta prende il nome di "*traffic stealing*".

In seguito si è analizzato lo stesso problema variando i parametri di interferenza e si è giunti comunque alle stesse conclusioni. Per quanto riguarda il modello Leader-Follower, in cui è stato concesso a O_1 il diritto di scegliere per primo la strategia, si è notato che la sua scelta è sempre di installare la RSU in A, mentre le scelte di O_2 dipendono dalle condizioni di traffico.

Capitolo 3

Studio della Best Response di un operatore

Nel capitolo precedente si è visto come in caso di flussi di traffico fortemente asimmetrici, talvolta sia più conveniente per gli operatori installare le proprie RSU in posizioni interferenti tra loro.

In questo capitolo si analizza nel dettaglio questo fenomeno di “*traffic stealing*”. Si prenderà in considerazione un nuovo scenario in cui l’operatore 1 installa la propria RSU e l’operatore 2 deve decidere a che distanza posizionare la sua, al fine di ottenere la massima utilità, cioè servire la massima quantità di traffico possibile. In seguito si studierà in che modo tale distanza ottimale varia a seconda delle condizioni di traffico. Il passo successivo sarà l’introduzione di diversi modelli di interferenza e l’analisi delle conseguenze sulla ricerca della distanza ottimale, ossia della massima utilità. Infine si inseriranno dei valori realistici nei vari modelli considerati, per analizzare in maniera empirica le differenze tra essi.

3.1 Scenario

Come già anticipato, si consideri uno scenario in cui una RSU è fissata dall’operatore 1 (RSU_f) e l’altra (RSU_m) deve essere collocata dall’operatore

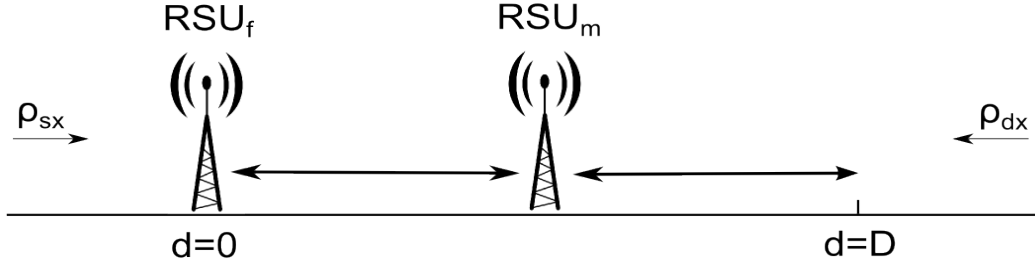


Figura 3.1: Scenario di riferimento

2 ad una distanza tale da massimizzare l'utilità, ossia la quantità di traffico servito. Chiaramente più RSU_m si avvicina, maggiore sarà l'interferenza patita dalle due RSU e minore sarà la loro capacità. L'analisi che segue è valida per forme generali della funzione $\epsilon(d)$, purchè sia monotona non crescente.

Come nel precedente capitolo si prende in esame un tratto di strada rettilinea con traffico in arrivo da entrambe le parti e, senza perdere in generalità, anche stavolta si impone che $\rho_{sx} \geq \rho_{dx}$. Per quanto riguarda la capacità delle RSU essa è data da $\frac{c}{1+\epsilon(d)}$, dove c è la capacità max della RSU, mentre $\epsilon(d)$ è un parametro legato all'interferenza che diminuisce al crescere della distanza d . In particolare a distanza $d = 0$ (co-locazione), si ha il valore massimo di interferenza, $\epsilon = E$, mentre a distanza $d \geq D$, si ha interferenza nulla, $\epsilon = 0$.

Per cominciare si prende in considerazione la forma del grafico $\epsilon(d)$ più semplice ossia la retta:

$$\epsilon(d) = -\frac{E}{D}d + E \quad (3.1)$$

Come già detto la capacità è strettamente legata all'andamento dell'interferenza:

$$\begin{aligned} \text{Se: } d = 0 &\rightarrow \epsilon(d) = E \rightarrow \text{capacità} = \frac{c}{1+E} \\ \text{Se: } d = D &\rightarrow \epsilon(d) = 0 \rightarrow \text{capacità} = c \end{aligned}$$

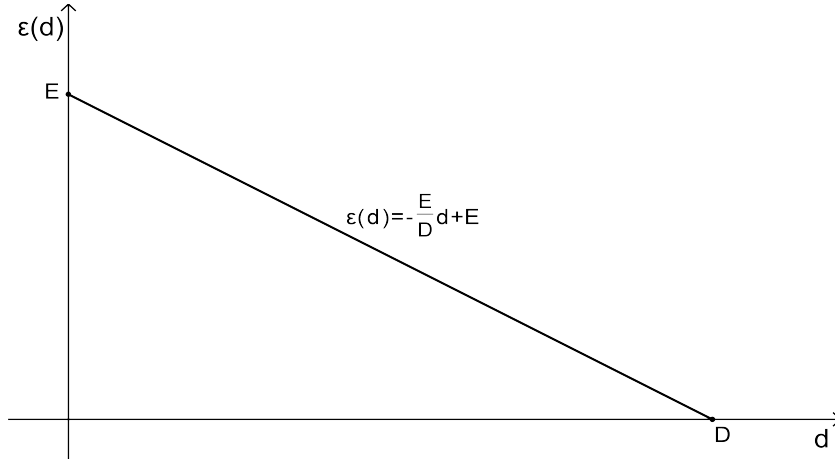


Figura 3.2: Grafico $\epsilon(d)$: retta

Per quanto riguarda la funzione di utilità dell'operatore 2, essa rappresenta la quantità di traffico servita da RSU_m . Dipende dai flussi di traffico e dalla capacità della RSU che a sua volta dipende dall'interferenza: $U(\rho_{sx}, \rho_{dx}, \epsilon(d))$. Si ricordi inoltre che in caso di co-locazione le RSU si spartiscono il traffico, mentre negli altri casi la RSU_m potrà connettere il traffico proveniente dalla propria parte (ρ_{dx}) più il traffico di spill-over di RSU_f (ρ_{sx}^s). In breve:

Se: $d = 0$

$$U_2(\rho_{sx}, \rho_{dx}, \epsilon(d)) = \min\left(\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}; \frac{c}{1 + E}\right) \quad (3.2)$$

Se: $0 < d \leq D$

$$U_2(\rho_{sx}, \rho_{dx}, \epsilon(d)) = \min\left(\rho_{dx} + \rho_{sx}^s; \frac{c}{1 + \epsilon(d)}\right) \quad (3.3)$$

Si ha spill-over solo se il traffico ρ_{sx} è maggiore della capacità di RSU_f , cioè:

$$\rho_{sx} > \frac{c}{1 + \epsilon(d)} \quad (3.4)$$

Si può esprimere il traffico di spill-over con la seguente espressione:

$$\rho_{sx}^s = \text{MAX}\left(0; \rho_{sx} - \frac{c}{1 + \epsilon(d)}\right) \quad (3.5)$$

Poichè lo scopo è trovare la distanza ottimale tra le due RSU, può essere utile capire a che distanza massima RSU_m può essere installata per indurre spill-over. A tale fine si sostituisce la 3.1 nella 3.4:

$$\rho_{sx} > \frac{c}{1 + \left(-\frac{E}{D}d + E\right)}$$

Da cui si ottiene:

$$d < D \left(1 + \frac{1}{E} - \frac{c}{E\rho_{sx}}\right)$$

D'ora in avanti si farà riferimento a tale valore con il simbolo d_s :

$$d_s = D \left(1 + \frac{1}{E} - \frac{c}{E\rho_{sx}}\right) \quad (3.6)$$

Questo valore può essere espresso in forma generale, valida per qualsiasi forma del grafico di interferenza, purchè monotona non crescente:

$$d_s = \epsilon^{-1} \left(\frac{c - \rho_{sx}}{\rho_{sx}}\right) \quad (3.7)$$

Per quanto riguarda la funzione di utilità dell'operatore 1 che ha installato RSU_f :

Se: $d = 0$

$$U(\rho_{sx}, \rho_{dx}, \epsilon(d)) = \min \left(\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}; \frac{c}{1 + E}\right)$$

Se: $0 < d \leq D$

$$U(\rho_{sx}, \rho_{dx}, \epsilon(d)) = \min \left(\rho_{sx}; \frac{c}{1 + \epsilon(d)}\right)$$

Quello appena presentato è lo scenario di riferimento per questo capitolo. Nel prossimo paragrafo si vedrà come calcolare il punto di massima utilità, ossia la distanza ottimale a cui RSU_m deve essere installata al fine di servire la maggior quantità di traffico possibile.

3.2 Ricerca del punto di max utilità

Si è visto nel precedente paragrafo, come viene calcolata la funzione di utilità dell'operatore 2 (eq: 3.2 e 3.3). L'obiettivo è trovare la distanza a cui installare RSU_m al fine di ottenere la massima utilità. Si procede nel modo seguente.

Per prima cosa si prende in considerazione il caso di co-locazione (eq: 3.2) e si confrontano i valori $\frac{\rho_{sx} + \rho_{dx}}{2}$ e $\frac{c}{1+E}$ prendendo il minore dei due.

Subito dopo si fa la stessa cosa nel caso di non co-locazione (eq: 3.3) tra i valori $\rho_{dx} + \rho_{sx}^s$ e $\frac{c}{1+\epsilon(d)}$. Il confronto è più complicato perchè, a differenza del caso di co-locazione in cui si confrontano i due termini solo per $d = 0$, ora è necessario fare il confronto tra i due termini per tutti i valori di $0 < d \leq D$. E' perciò utile risolvere graficamente.

Si traccia la curva di traffico:

$$U_t(d) = \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1 + \epsilon(d)}$$

E la curva di capacità:

$$U_c(d) = \frac{c}{1 + \epsilon(d)}$$

Il punto di massima utilità nel caso di non co-locazione è il punto di incontro tra le due curve.

Il valore di tale punto andrà poi confrontato con il valore trovato per il caso di co-locazione; il maggiore dei due sarà il punto di massima utilità cercato.

In realtà si dimostrerà che questa operazione non è necessaria poichè, se il punto di intersezione tra le due curve esiste, esso sarà sempre maggiore di $\frac{c}{1+E}$ che è il valore massimo possibile per il caso di co-locazione.

Si tracciano ora le due curve in questione, facendone un'attenta analisi per evidenziarne tutte le caratteristiche.

3.2.1 Analisi delle curve

Curva di capacità

Viene innanzitutto definita l'area di ispezione, cioè l'intervallo di d in cui interessa studiare l'andamento della curva:

$$U_c(d) = \frac{c}{1 + \epsilon(d)} \quad \text{per} \quad 0 \leq d \leq D \quad (3.8)$$

Si sostituisca ora la 3.1 nella 3.8 ottenendo:

$$U_c(d) = \frac{cD}{D - Ed + ED} \quad (3.9)$$

La cui condizione di esistenza è:

$$d \neq D + \frac{D}{E}$$

Essendo $D + \frac{D}{E} > D$, nell'intervallo considerato la curva esiste sempre.

Si calcoli ora il valore della funzione agli estremi dell'intervallo:

$$\begin{cases} d = 0 & U_c(d) = \frac{cD}{D+ED} = \frac{c}{1+E} \\ d = D & U_c(d) = \frac{cD}{D-ED+ED} = c \end{cases}$$

Si calcoli ora la derivata per vedere dove la funzione è crescente o decrescente e se ci sono massimi o minimi:

$$\frac{\delta U(d)}{\delta(d)} = \frac{cDE}{(D - Ed + ED)^2} > 0 \quad \forall d$$

Funzione sempre crescente

Si calcoli ora la derivata seconda per studiare la concavità della curva:

$$\frac{\delta'' U(d)}{\delta(d)} = \frac{2cDE^2(D - Ed + ED)}{(D - Ed + ED)^4} > 0 \quad d < \frac{D}{E} + D$$

Poichè $\frac{D}{E} + D > D$, allora nell'intervallo di interesse: $\delta'' U(d) > 0$.

La curva sarà convessa (concavità verso l'alto).

Curva di traffico

Si definisce la curva di traffico:

$$\begin{cases} 0 < d < d_s & U_t(d) = \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1+\epsilon(d)} \\ d_s \leq d \leq D & U_t(d) = \rho_{dx} \end{cases} \quad (3.10)$$

Si può notare che se la distanza d è maggiore di d_s , il traffico di spill-over è nullo e a RSU_m arriva solo il traffico proveniente dalla sua parte, ossia ρ_{dx} .

Ora si sostituisce la 3.1 nella 3.10, ottenendo:

$$\begin{cases} 0 < d < d_s & U_t(d) = \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{cD}{D-Ed+ED} \\ d_s \leq d \leq D & U_t(d) = \rho_{dx} \end{cases} \quad (3.11)$$

La condizione di esistenza è la stessa rispetto alla curva di capacità: perciò nell'intervallo di studio la funzione esiste sempre.

Si calcola la derivata prima:

$$\frac{\delta U(d)}{\delta(d)} = -\frac{cDE}{(D-Ed+ED)^2} > 0 \quad \text{Mai}$$

Funzione sempre decrescente

Si calcola la derivata seconda per studiare la concavità della curva:

$$\frac{\delta'' U(d)}{\delta(d)} = -\frac{2cDE^2(D-Ed+ED)}{(D-Ed+ED)^4} > 0 \quad d > \frac{D}{E} + D$$

Poichè $\frac{D}{E} + D > D$, allora nell'intervallo di interesse: $\delta'' U(d) < 0$.

La curva sarà concava (concavità verso il basso).

Un'ultima cosa da verificare è la continuità della curva.

E' sufficiente provare che per $d = d_s$ la prima parte della 3.10 dia lo stesso risultato della seconda parte cioè:

$$U_t(d_s) = \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{cD}{D-Ed_s+ED} = \rho_{dx}$$

Ricordando che: $d_s = D + \frac{D}{E} - \frac{cD}{E\rho_{sx}}$ si risolve, ottenendo:

$$U_t(d_s) = \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{cD}{D - E \left(D + \frac{D}{E} - \frac{cD}{E\rho_{sx}} \right) + ED} = \rho_{dx}$$

Si è dimostrato che la curva di traffico è continua nell'intervallo di studio.

3.2.2 Calcolo della distanza ottimale

In questo paragrafo si spiega come si calcola la distanza a cui RSU_m deve essere installata da RSU_f al fine di avere la massima utilità per l'operatore 2, nel caso di non co-localizzazione. Come visto precedentemente, nel caso di co-localizzazione vale la 3.2, altrimenti vale la 3.3.

Nel caso di co-localizzazione il calcolo dell'utilità è immediato dato che si tratta di un semplice confronto tra due termini.

Nell'altro caso la situazione è più complessa perchè è necessario confrontare le curve di traffico e capacità per: $0 < d \leq D$. Per ogni valore di d devo confrontare i rispettivi valori di traffico e capacità e prendere il minore. In altre parole, tra le due curve si prende sempre quella che sta sotto.

Perciò la funzione di utilità avrà l'andamento che si può osservare in figura 3.3.

Si noti che il punto di massimo coincide con il punto di incontro tra le due curve. L'ascissa di tale punto rappresenta la distanza ottimale cercata. Per trovare il suo valore è sufficiente eguagliare le due curve:

$$\frac{cD}{D - Ed + ED} = \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{cD}{D - Ed + ED}$$

Da cui:

$$d^* = D + \frac{D}{E} - \frac{2cD}{E(\rho_{sx} + \rho_{dx})} \quad (3.12)$$

Anche in questo caso si può esprimere l'ascissa del punto di massima utilità in forma generale, valida per qualsiasi forma del grafico di interferenza

utilizzata, purchè non crescente.

$$d^* = \epsilon^{-1} \left(\frac{2c}{\rho_{sx} + \rho_{dx}} - 1 \right) \quad (3.13)$$

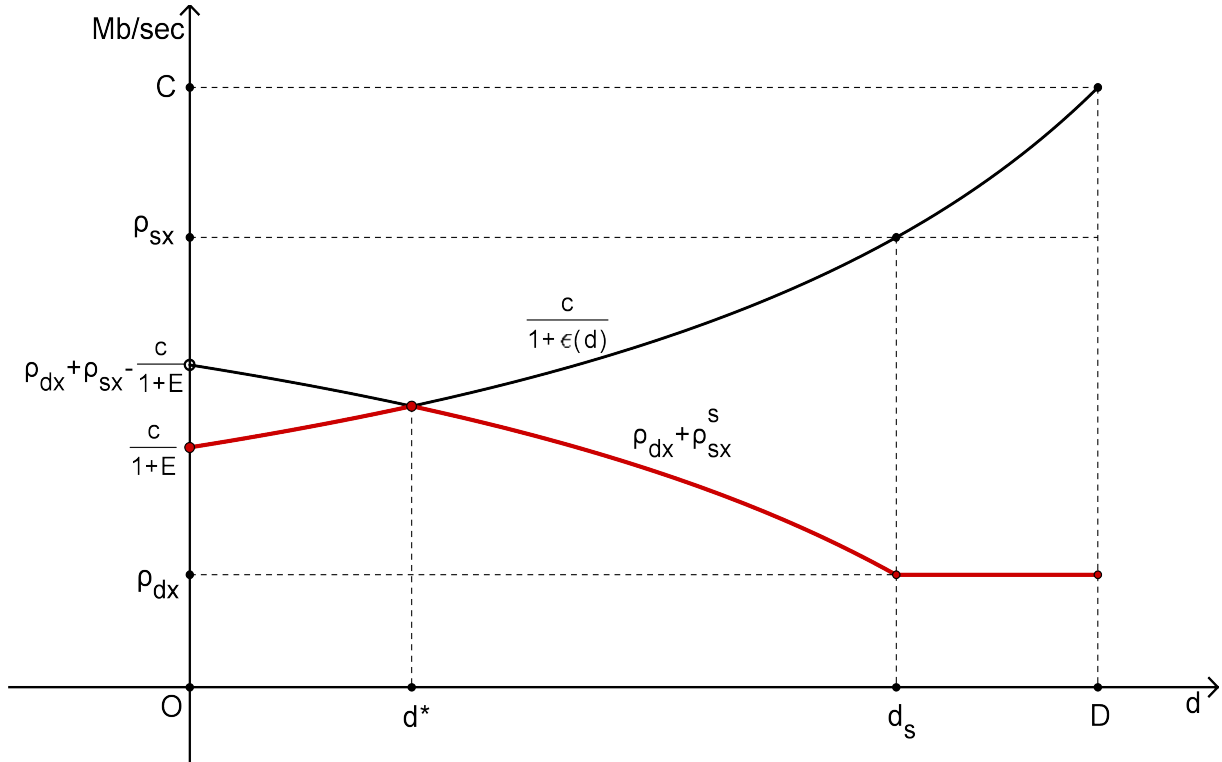


Figura 3.3: Esempio di ricerca grafica del Max.

Si noti in rosso la curva di utilità risultante per l'operatore 2

L'esistenza di questo punto d^* è strettamente vincolata ai parametri di traffico. Si vedrà nel prossimo paragrafo sotto quali condizioni tale punto si colloca nell'intervallo di interesse $d = (0, D]$ e quindi rappresenta il punto di massimo per il caso di non co-locazione. Tale valore verrà confrontato con l'utilità massima ottenibile nel caso di co-locazione e si troverà così il massimo globale.

Nei paragrafi successivi si vedrà cosa succede nei casi in cui d^* non appartenga all'intervallo considerato.

3.3 Situazione di traffico intermedio

L'obiettivo è di osservare lo spostamento del punto di massimo della funzione di utilità in relazione alla variazione dei parametri di traffico.

Si calcherà sotto quali condizioni il punto $d = d^* \in (0, D)$ esiste e rappresenta il punto di massima utilità. Successivamente si vedrà cosa succede quando il punto $d = d^*$ non appartiene al suddetto intervallo, cioè le curve non si incontrano nella porzione di grafico considerata.

Per prima cosa si verifica in che ordine sono disposti i punti $d = d^*$ (punto di incontro tra le due curve) e $d = d_s$ (punto da cui non ho più spill-over). Facendo riferimento alle equazioni 3.6 e 3.12, si verifica sotto quali condizioni di traffico è vero che $d^* < d_s$:

$$D + \frac{D}{E} - \frac{2cD}{E(\rho_{dx} + \rho_{sx})} < D + \frac{D}{E} - \frac{cD}{E\rho_{sx}}$$

Da cui si ottiene:

$$\rho_{dx} < \rho_{sx}$$

Si può dimostrare che tale condizione non vale solo per un grafico di interferenza di forma rettilinea, ma è valida per una funzione qualsiasi purché monotona non crescente. Facendo riferimento alla 3.13 e alla 3.7, è necessario verificare sotto che condizioni è vero che $d^* < d_s$:

$$\epsilon^{-1} \left(\frac{2c}{\rho_{sx} + \rho_{dx}} - 1 \right) < \epsilon^{-1} \left(\frac{c}{\rho_{sx}} - 1 \right)$$

Essendo la funzione $\epsilon(d)$ non crescente, si possono confrontare gli argomenti cambiando il verso della disequazione:

$$\frac{2c}{\rho_{sx} + \rho_{dx}} - 1 > \frac{c}{\rho_{sx}} - 1$$

Da cui si ottiene:

$$\rho_{dx} < \rho_{sx}$$

Da questa dimostrazione si può affermare che, sotto le condizioni di traffico imposte per ipotesi, il punto d^* precede sempre il punto d_s , qualsiasi forma del grafico di interferenza si assuma.

Inoltre, data la forma delle curve, si deduce che:

$$U(d^*) \geq \rho_{dx}$$

Dopo queste importanti considerazioni, si osservi che, affinché le curve si incontrino nella parte di piano considerata, è necessario che $0 < d^* < D$.

Ciò si verifica sotto le seguenti condizioni.

- $d^* > 0$

$$\rho_{dx} + \rho_{sx} > \frac{2c}{1+E}$$

- $d^* < D$

$$\rho_{dx} + \rho_{sx} < 2c$$

Perciò si conclude che sotto la seguente condizione:

$$\frac{2c}{1+E} < \rho_{dx} + \rho_{sx} < 2c \quad (3.14)$$

Il valore d^* rappresenta la distanza ottimale a cui RSU_m deve essere installata dall'operatore 2, per avere la massima utilità nel caso di non co-localazione.

Ora si vuole dimostrare che se tale punto esiste, allora esso è di massima utilità anche rispetto al caso di co-localazione.

In altre parole si dimostra che: $U(d^*) > \frac{c}{1+E}$

Per prima cosa si osservi che il punto di ascissa d^* appartiene sia alla curva di capacità $\frac{c}{1+\epsilon(d)}$, che alla curva di traffico, essendo l'intersezione tra le due. Come visto la curva di capacità è crescente, parte da un valore minimo per $d = 0$, pari a $\frac{c}{1+E}$, fino ad un valore max per $d = D$, pari a c .

Essendo $0 < d^* < D$, allora il valore della sua ordinata sarà sicuramente

maggiore di $\frac{c}{1+E}$ in virtù dell'andamento della curva di capacità, a cui tale punto appartiene.

Detto ciò è dimostrato che:

$$U(d^*) > \frac{c}{1+E}$$

Perciò d^* , sotto le condizioni di traffico appena viste, è la distanza ottimale a cui RSU_m deve essere installata per ottenere la massima utilità, anche rispetto al caso di co-locazione. Il valore massimo della funzione di utilità per l'operatore 2 sarà perciò:

$$U_{2,MAX} = U_2(d^*) = \frac{c}{1 + \epsilon(d^*)}$$

Per quanto riguarda la funzione di utilità dell'operatore 1 nel punto di ascissa d^* :

$$U_1(d^*) = \min\left(\rho_{sx}; \frac{c}{1 + \epsilon(d^*)}\right) = \frac{c}{1 + \epsilon(d^*)}$$

Dall'analisi svolta si nota che l'operatore 2 installando la RSU_m in posizione ottimale, riesce a servire la stessa quantità di traffico rispetto all'operatore 1, pur partendo da una situazione di svantaggio, dovuta ai flussi di traffico non simmetrici.

Nei prossimi paragrafi si vedrà cosa succede sotto le seguenti condizioni di traffico:

$$\rho_{dx} + \rho_{sx} < \frac{2c}{1+E}$$

$$\rho_{dx} + \rho_{sx} > 2c$$

3.4 Situazione di basso traffico

In questo paragrafo si studia la situazione in caso di traffico molto scarso, in particolare:

$$\rho_{dx} + \rho_{sx} < \frac{2c}{1+E}$$

Saranno analizzati tutti i casi possibili che rispettano tale condizione e saranno risolti graficamente. Si noti che in ogni caso l'operatore 2 ottiene la massima utilità se le due RSU sono co-locate, cioè se RSU_m si pone a distanza $d = 0$ rispetto a RSU_f :

$$U_{2,MAX} = U(0)$$

Caso 1

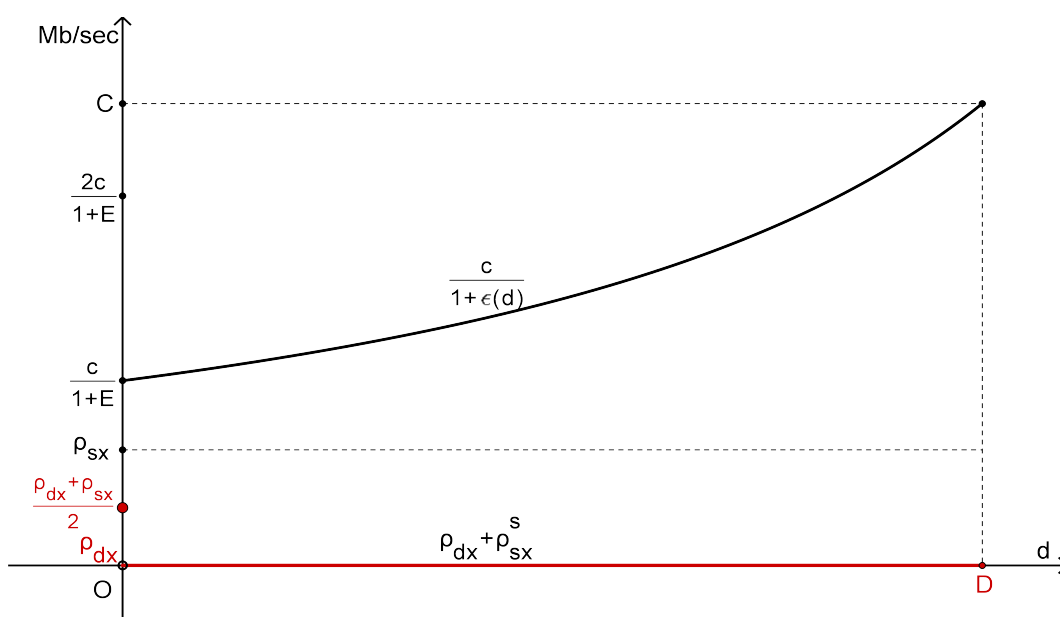


Figura 3.4: Utilità massima in co-localazione: caso 1

Condizioni

$$\rho_{dx} = 0$$

$$\rho_{sx} \leq \frac{c}{1+E} \rightarrow \rho_y^s = 0$$

$$\rho_{dx} + \rho_{sx} \leq \frac{c}{1+E}$$

Si calcola la funzione di utilità nei casi $d = 0$ e $d > 0$:

$$U(0) = \min \left(\frac{c}{1+E}; \frac{\rho_{dx} + \rho_{sx}}{2} \right) \rightarrow U(0) = \frac{\rho_{dx} + \rho_{sx}}{2}$$

$$U(d) = \min \left(\frac{c}{1+\epsilon(d)}; \rho_{dx} + \rho_{sx}^s \right) \rightarrow U(d) = 0$$

Il confronto tra le funzioni di utilità nei due casi è molto semplice:

$$U(0) > U(d) \quad \rightarrow \quad \boxed{U_{2,MAX} = U(0)}$$

Per quanto riguarda l'utilità dell'operatore 1:

$$U_1(d=0) = \frac{\rho_{dx} + \rho_{sx}}{2}$$

Dato che l'operatore 2 decide di installare RSU_m in co-locazione con RSU_f , il traffico da servire viene spartito equamente tra i due operatori.

Caso 2

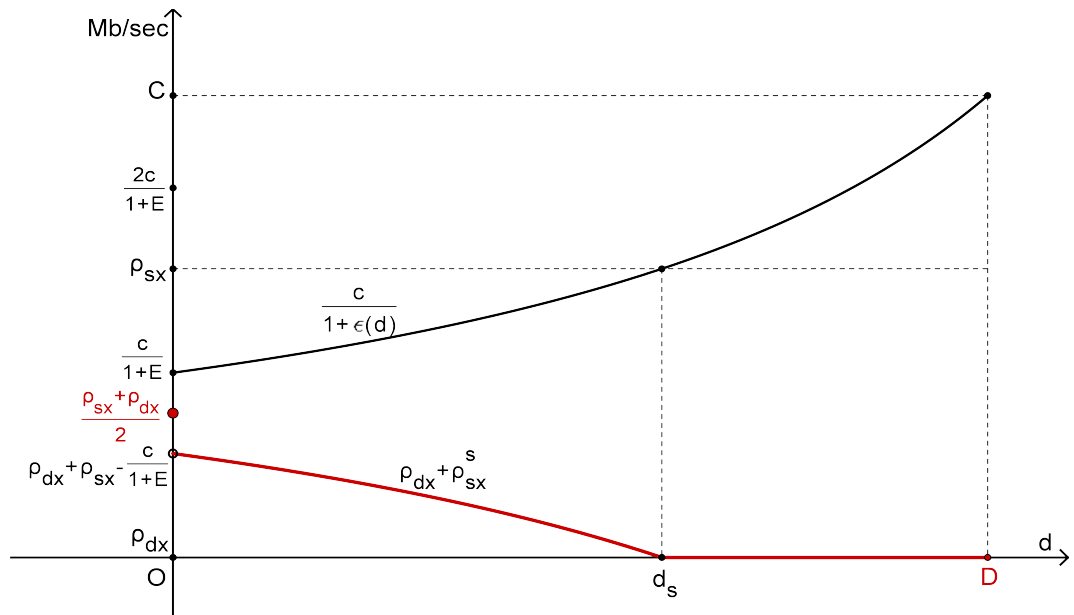


Figura 3.5: Utilità massima in co-locazione: caso 2

Condizioni

$$\rho_{dx} = 0$$

$$\frac{c}{1+E} < \rho_{sx} \leq \frac{2c}{1+E}$$

$$\frac{c}{1+E} < \rho_{dx} + \rho_{sx} \leq \frac{2c}{1+E}$$

Per quanto riguarda lo spill-over:

$$\rho_{sx}^s = \begin{cases} \rho_{sx} - \frac{c}{1+\epsilon(d)} & d < d_s \\ 0 & d \geq d_s \end{cases}$$

Si calcola la funzione di utilità nei casi $d = 0$ e $d > 0$:

$$U(0) = \frac{\rho_{dx} + \rho_{sx}}{2}$$

$$U(d) = \begin{cases} \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1+\epsilon(d)} & d < d_s \\ \rho_{dx} & d \geq d_s \end{cases}$$

Sono necessarie due considerazioni:

- $\rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1+\epsilon(d)} \geq \rho_{dx}$
Come visto prima, quando $\rho_{sx} - \frac{c}{1+\epsilon(d)}$ è negativa, $\rho_{sx}^s = 0$
- $\rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1+E}$ è il valore Max che la curva $(\rho_{dx} + \rho_{sx}^s)$ assume nell'intervallo di riferimento $[0, D]$. Tale valore sia ha per $d = 0$

Alla luce di ciò è sufficiente verificare sotto quali condizioni:

$$\frac{\rho_{dx} + \rho_{sx}}{2} > \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1+E}$$

Ottenendo:

$$\rho_{dx} + \rho_{sx} < \frac{2c}{1+E}$$

Che è vero per ipotesi, quindi:

$$\boxed{U_{2,MAX} = U(0)}$$

Per quanto riguarda l'utilità dell'operatore 1:

$$U_1(d = 0) = \frac{\rho_{dx} + \rho_{sx}}{2}$$

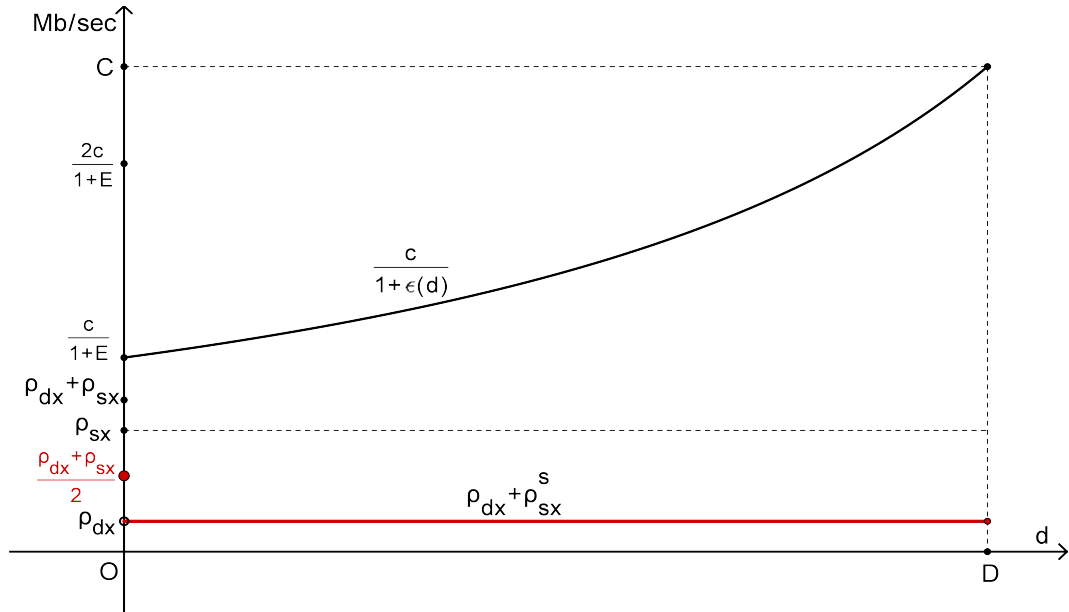


Figura 3.6: Utilità massima in co-locazione: caso 3a

Caso 3

Condizioni

$$\rho_{dx} < \frac{c}{1+E}$$

$$\rho_{sx} < \frac{c}{1+E} \rightarrow \rho_{sx}^s = 0$$

$$\text{Caso 3a: } \rho_{dx} + \rho_{sx} < \frac{c}{1+E} < \frac{2c}{1+E}$$

$$\text{Caso 3b: } \rho_{dx} + \rho_{sx} > \frac{c}{1+E} < \frac{2c}{1+E}$$

In entrambi i casi comunque:

$$U(0) = \min\left(\frac{c}{1+E}; \frac{\rho_{dx} + \rho_{sx}}{2}\right) \rightarrow U(0) = \frac{\rho_{dx} + \rho_{sx}}{2}$$

$$U(d) = \min\left(\frac{c}{1+\epsilon(d)}; \rho_{dx} + \rho_{sx}^s\right) \rightarrow U(d) = \rho_{dx}$$

Confronto le funzioni di utilità:

$$U(0) > U(d) \rightarrow \frac{\rho_{dx} + \rho_{sx}}{2} > \rho_{dx} \rightarrow \rho_{sx} > \rho_{dx}$$

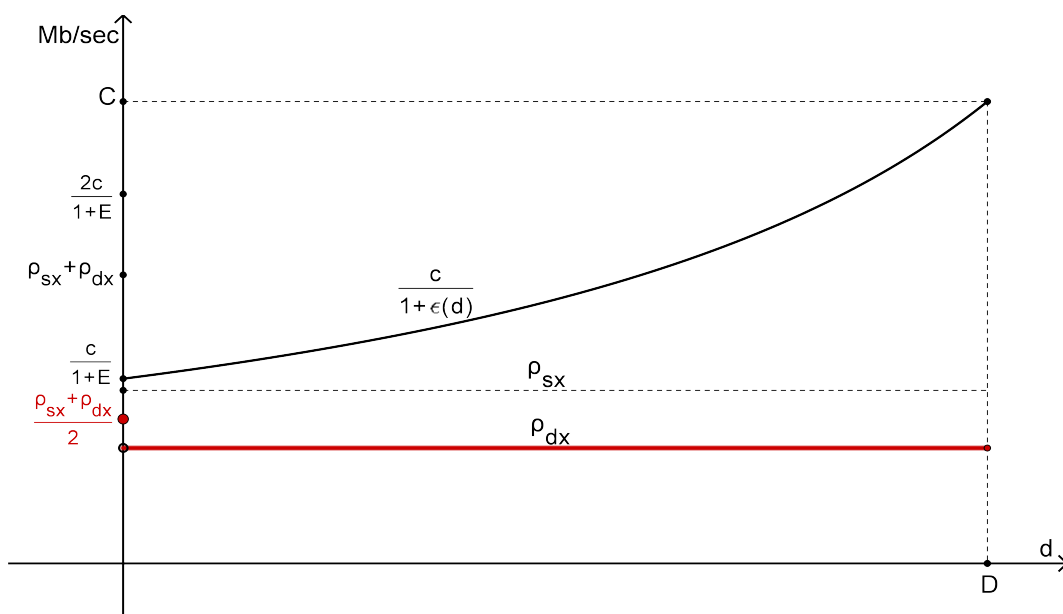


Figura 3.7: Utilità massima in co-locazione: caso 3b

Che è vero per ipotesi, quindi:

$$U_{2,MAX} = U(0)$$

Per quanto riguarda l'utilità dell'operatore 1:

$$U_1(d=0) = \frac{\rho_{dx} + \rho_{sx}}{2}$$

Caso 4

Condizioni

$$\rho_{dx} < \frac{c}{1+E}$$

$$\frac{c}{1+E} < \rho_{sx} \leq \frac{2c}{1+E}$$

$$\frac{c}{1+E} < \rho_{dx} + \rho_{sx} \leq \frac{2c}{1+E}$$

Per quanto riguarda lo spill-over:

$$\rho_{sx}^s = \begin{cases} \rho_{sx} - \frac{c}{1+\epsilon(d)} & d < d_s \\ 0 & d \geq d_s \end{cases}$$

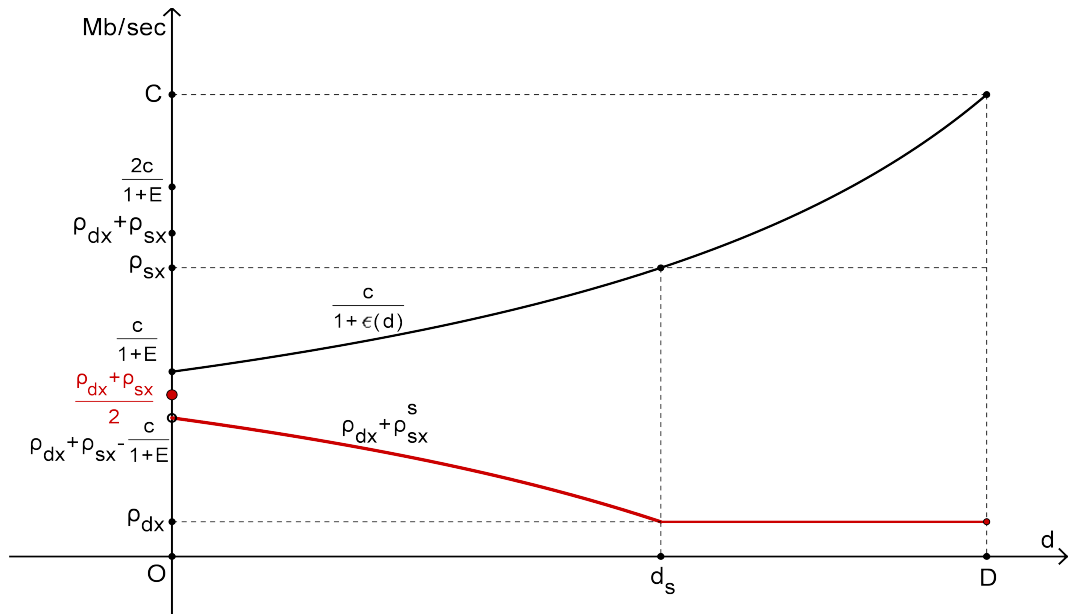


Figura 3.8: Utilità massima in co-localizzazione: caso 4

Si calcola ora la funzione di utilità nei casi $d = 0$ e $d > 0$

$$U(0) = \frac{\rho_{dx} + \rho_{sx}}{2}$$

$$U(d) = \rho_{dx} + \rho_{sx}^s = \begin{cases} \rho_x + \rho_y - \frac{c}{1+\epsilon(d)} & d < d_s \\ \rho_x & d \geq d_s \end{cases}$$

Alla luce di quanto detto nel caso 2 è sufficiente verificare sotto quali condizioni: $U(0) > U(d)$:

$$\frac{\rho_{dx} + \rho_{sx}}{2} > \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1+E} \quad \rightarrow \quad \rho_{dx} + \rho_{sx} < \frac{2c}{1+E}$$

Che è vero per ipotesi, quindi:

$$\boxed{U_{2,MAX} = U(0)}$$

Per quanto riguarda l'utilità dell'operatore 1:

$$U_1(d=0) = \frac{\rho_{dx} + \rho_{sx}}{2}$$

3.5 Situazione di alto traffico

In questo paragrafo si studia la situazione in caso di traffico abbondante, in particolare:

$$\rho_{dx} + \rho_{sx} > 2c$$

Saranno analizzati tutti i casi possibili che rispettano tale condizione e saranno risolti graficamente.

Si noti che in ogni caso l'operatore 2 ottiene la massima utilità installando RSU_m a distanza tale da non interferire con RSU_f , cioè a distanza $d = D$:

$$U_{2,MAX} = U(D)$$

Caso 1

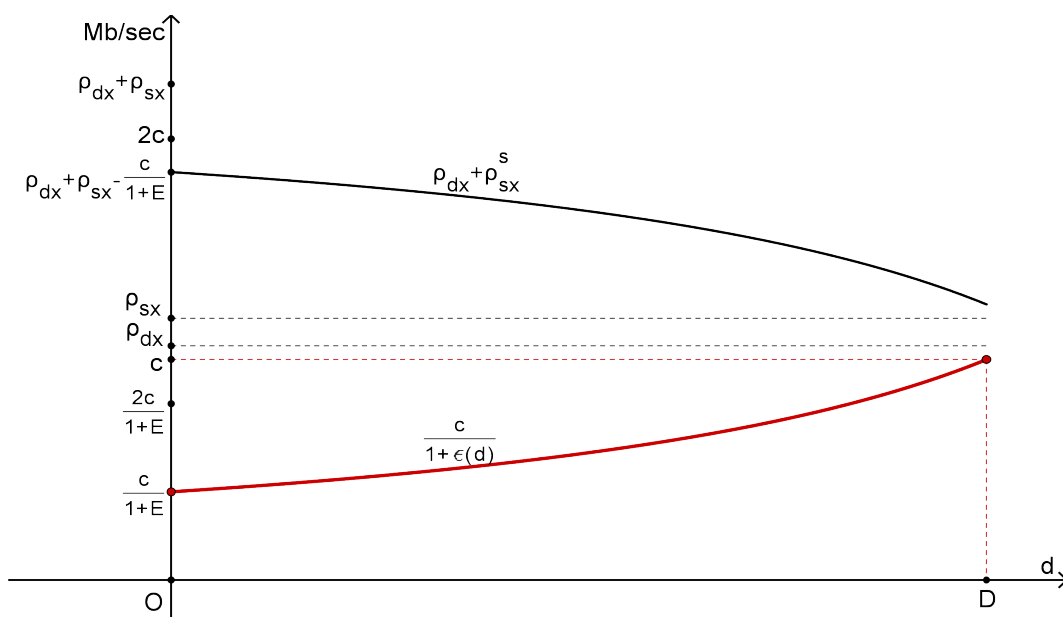


Figura 3.9: Utilità massima per $d = D$: caso 1

Condizioni

$$\rho_{dx} > c$$

$$\rho_{sx} \geq \rho_{dx} > c$$

$$\rho_{dx} + \rho_{sx} > 2c$$

Per quanto riguarda lo Spill-over si può notare che per $d < D$:

$$\rho_{sx} > c > \frac{c}{1 + \epsilon(d)}$$

Perciò non è mai nullo per $d < D$ e il suo valore sarà:

$$\rho_{sx}^s = \rho_{sx} - \frac{c}{1 + \epsilon(d)}$$

Ora si calcolano le funzioni di utilità nel caso $0 < d < D$ e $d = D$

$$U(D) = \min(c; \rho_{dx} + \rho_{sx}^s) \quad \rightarrow \quad U(D) = c$$

$$U(d) = \min\left(\frac{c}{1 + \epsilon(d)}; \rho_{dx} + \rho_{sx}^s\right) \quad \rightarrow \quad U(d) = \frac{c}{1 + \epsilon(d)}$$

Si noti che $\rho_{dx} + \rho_{sx} - c$, è il valore minimo che può assumere la curva di traffico nell'intervallo $[0, D]$, cioè il valore che assume per $d = D$.

Questo perchè $c \geq \frac{c}{1 + \epsilon(d)}$, essendo la curva di capacità crescente nell'intervallo considerato.

Al fine di avere il valore max per $d = D$, è perciò necessario che:

$$\rho_{dx} + \rho_{sx} - c > c \quad \rightarrow \quad \rho_{dx} + \rho_{sx} > 2c$$

Che è vero per ipotesi, quindi:

$$\boxed{U_{2,MAX} = U(D)}$$

Per quanto riguarda l'utilità dell'operatore 1:

$$U_1(d = D) = \min(\rho_{sx}; c) = c$$

Dato che il traffico è superiore alla somma delle capacità massime delle due RSU, l'operatore 2 ottiene la massima utilità installando RSU_m in posizione

non interferente con RSU_f , cioè a distanza $d = D$. Con traffico abbondante, infatti, non ha alcuna necessità di rubare traffico al concorrente e quindi installa la RSU in posizione tale da sfruttare al massimo la sua capacità.

Caso 2

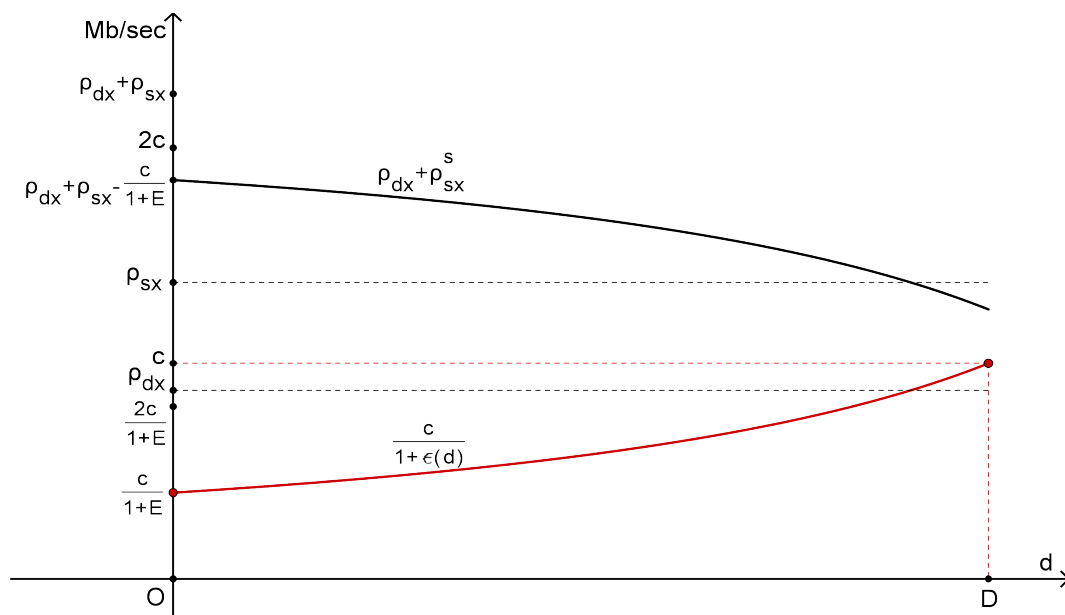


Figura 3.10: Utilità massima per $d = D$: caso 2

Condizioni

$$\rho_{dx} < c$$

$$\rho_{sx} > c$$

$$\rho_{dx} + \rho_{sx} > 2c$$

Il ragionamento è del tutto analogo al caso precedente.

Caso 3

Condizioni

$$\rho_{dx} \leq c$$

$$\rho_{sx} \geq c$$

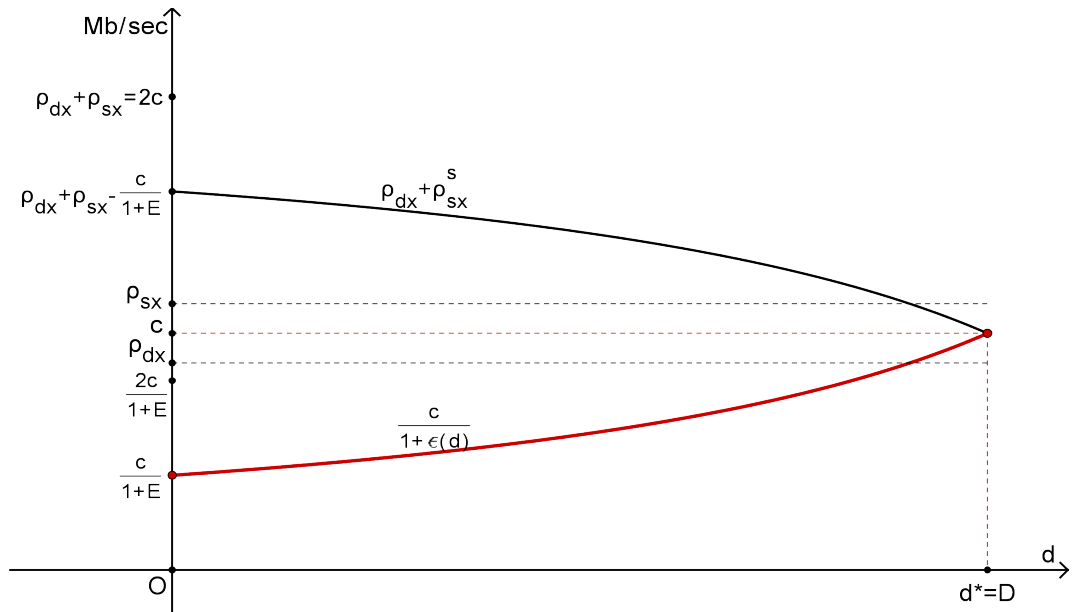


Figura 3.11: Utilità massima per $d = D$: caso 3

$$\rho_{dx} + \rho_{sx} = 2c$$

Per quanto riguarda lo Spill-over si può notare che per $d < D$:

$$\rho_{sx} \geq c > \frac{c}{1 + \epsilon(d)}$$

Perciò non è mai nullo per $d < D$ e il suo valore è:

$$\rho_{sx}^s = \rho_x + \rho_y - \frac{c}{1 + \epsilon(d)}$$

Ora si calcolano le funzioni di utilità nel caso $0 < d < D$ e $d = D$:

$$U(D) = \min(c; \rho_{dx} + \rho_{sx}) \quad \rightarrow \quad U(D) = c$$

$$U(d) = \min\left(\frac{c}{1 + \epsilon(d)}; \rho_{dx} + \rho_{sx}^s\right) \quad \rightarrow \quad U(d) = \frac{c}{1 + \epsilon(d)}$$

In questo caso le curve si incontrano nel punto $d^* = D$.

Essendo $\rho_{dx} + \rho_{sx} = 2c$ sostituisco tale valore nell'espressione di d^* (eq: 3.12), ottenendo il valore dell'ascissa del punto di incontro tra la curva di traffico

e di capacità. L'ordinata di tale punto, come dimostrato precedentemente, rappresenta il valore max della funzione di utilità.

$$d^* = D + \frac{D}{E} - \frac{2cD}{E(2c)}$$

Da cui ottengo:

$$d^* = D$$

Alla luce di ciò, si può affermare che:

$$\boxed{U_{2,MAX} = U(D)}$$

Per quanto riguarda l'utilità dell'operatore 1:

$$U_1(d = D) = \min(\rho_{sx}; c) = c$$

3.6 Rappresentazione grafica

Riassumendo:

- Se: $\rho_{dx} + \rho_{sx} \leq \frac{2c}{1+E}$
 RSU_m ottiene l'utilità massima in caso di co-locazione: $U_{2,MAX} = U(0)$
- Se: $\frac{2c}{1+E} < \rho_{dx} + \rho_{sx} < 2c$
 RSU_m per avere utilità massima deve porsi ad una distanza d^* che si calcola come visto nei paragrafi precedenti: $U_{2,MAX} = U(d^*)$
- Se: $\rho_{dx} + \rho_{sx} \geq 2c$
 RSU_m ha l'utilità massima nel caso di non interferenza: $U_{2,MAX} = U_D$

In figura 3.12 è rappresentata in maniera intuitiva questa situazione. Sull'asse delle ascisse è indicato il traffico ρ_{dx} e sull'asse delle ordinate il traffico ρ_{sx} . A seconda delle condizioni di traffico si individuano diverse regioni che corrispondono ai casi presi in esame precedentemente.

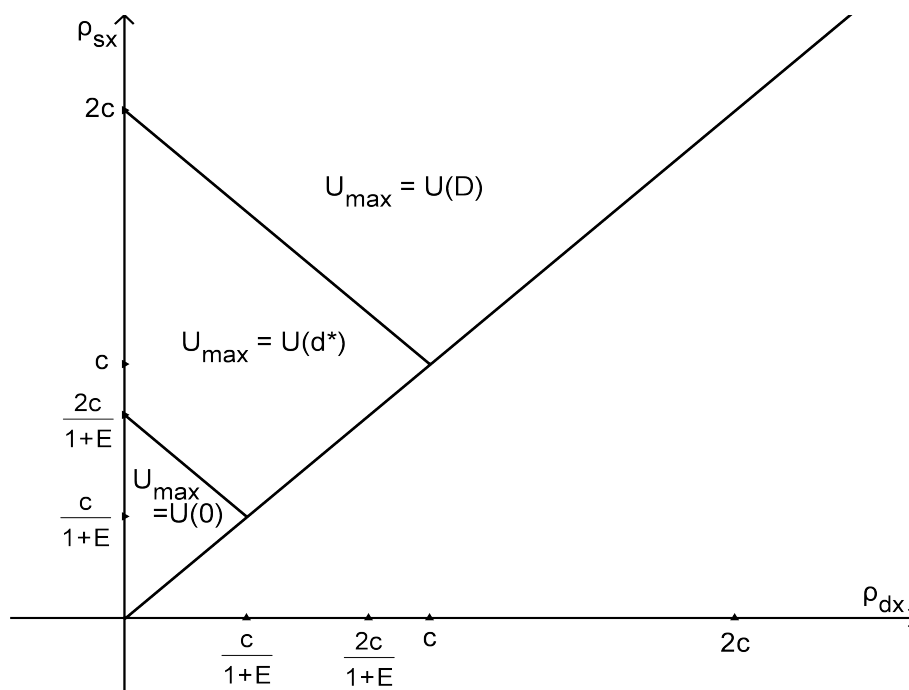


Figura 3.12: Rappresentazione grafica della variazione della distanza ottimale in funzione delle condizioni di traffico.

3.7 Variazioni al modello di interferenza

In questo paragrafo si introducono diverse variazioni al modello di interferenza assunto e si studiano le conseguenze che questo ha sulla ricerca del punto di massima utilità. In particolare si vuole capire se queste variazioni modificano profondamente la struttura del modello per la ricerca del punto di massimo, per quanto riguarda la forma delle curve di capacità e traffico e per quanto riguarda le condizioni di ricerca dell'ottimo.

Verranno analizzate tre significative variazioni:

- Variazione 1: Modello tipo scalino
- Variazione 2: Linea spezzata
- Variazione 3: Arco di parabola

Le tre forme del grafico dell'interferenza devono necessariamente avere la caratteristica di essere non crescenti in funzione della distanza. Come ben noto l'interferenza diminuisce sempre al crescere della distanza tra essi.

3.7.1 Modello originale

Il modello di interferenza assunto è quello visto in figura 3.2

Per comodità, si normalizza il tutto secondo D , cioè la distanza da cui non si ha più interferenza.

La nuova variabile sarà perciò:

$$k = \frac{d}{D} \quad (3.15)$$

E quindi:

$$\epsilon(k) = -Ek + E \quad (3.16)$$

Si applica la stessa normalizzazione anche nella ricerca dei punti notevoli.

L'ascissa del punto da cui non si ha più spill-over:

$$k_s = 1 + \frac{1}{E} - \frac{c}{E\rho_{sx}} \quad (3.17)$$

E l'ascissa del punto di massima utilità:

$$k^* = 1 + \frac{1}{E} - \frac{2c}{E(\rho_{dx} + \rho_{sx})} \quad (3.18)$$

Lo scopo dello studio è verificare che le seguenti condizioni continuino ad essere verificate:

- $k^* < k_s$ per: $\boxed{\rho_{dx} < \rho_{sx}}$
- $k^* > 0$ per: $\boxed{\rho_{dx} + \rho_{sx} > \frac{2c}{1+E}}$
- $k^* < 1$ per: $\boxed{\rho_{dx} + \rho_{sx} < 2c}$

3.7.2 Variazione 1

Si considera un grafico della funzione di interferenza come in figura 3.13.

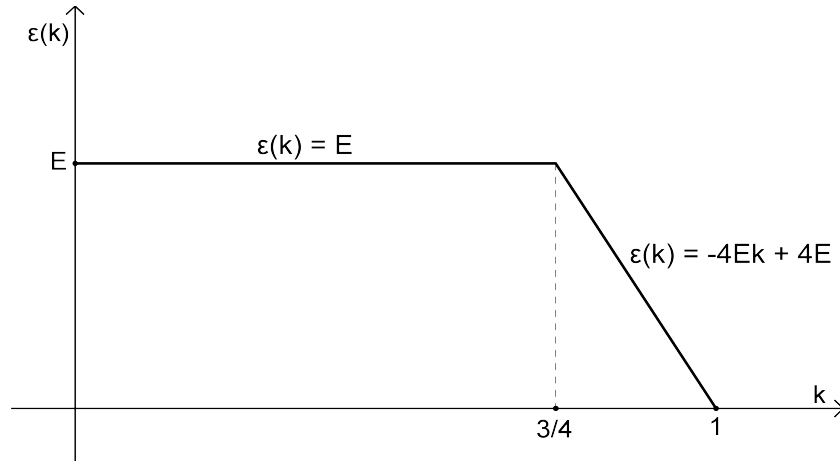


Figura 3.13: Grafico interferenza: Scalino

Con equazione:

$$\begin{cases} \epsilon(k) = E & 0 \leq k \leq 3/4 \\ \epsilon(k) = -4Ek + 4E & 3/4 < k \leq 1 \end{cases} \quad (3.19)$$

La curva di capacità è la seguente:

$$C(k) = \begin{cases} \frac{c}{1+E} & 0 \leq k \leq 3/4 \\ \frac{c}{1-4Ek+4E} & 3/4 < k \leq 1 \end{cases}$$

Mentre la curva di traffico:

$$T(k) = \begin{cases} \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1+E} & 0 \leq k \leq 3/4 \\ \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1-4Ek+4E} & 3/4 < k \leq 1 \\ \rho_{dx} & k \geq k_s \end{cases}$$

Il punto k_s , da cui non ho più spill-over, non è altro che il punto di incontro tra la retta ρ_{sx} e la curva di capacità $C(k)$:

$$\rho_{sx} = \frac{c}{\epsilon(k) + 1}$$

L'andamento della funzione dipende da k , perciò si devono analizzare due casi:

Per $\boxed{0 \leq k \leq 3/4}$

Si ha: $\epsilon(k) = E$

La retta ρ_{sx} e la curva di capacità proseguono parallele, perciò non è possibile determinare un punto k_s definito.

Si ha spill-over = 0 solo se le due curve coincidono o se la retta ρ_{sx} sta sotto alla curva di capacità: $\rho_{sx} \leq \frac{c}{E+1}$

Io ogni caso non è possibile trovare un punto di incontro tra le due curve.

Per $\boxed{3/4 < k \leq 1}$

Si ha: $\epsilon(k) = -4Ek + 4E$

Per trovare il punto di incontro tra la retta ρ_{sx} e la curva di capacità si deve imporre:

$$\rho_{sx} = \frac{c}{-4Ek + 4E + 1}$$

Da cui:

$$\boxed{k_s = \frac{1}{4E} + 1 - \frac{c}{4E\rho_{sx}}}$$

Ora può essere utile vedere sotto che condizioni di traffico si ha un k_s in questo intervallo:

$$3/4 < \frac{1}{4E} + 1 - \frac{c}{4E\rho_{sx}} \leq 1$$

Da cui si ottiene:

$$\boxed{\frac{c}{1+E} < \rho_{sx} \leq c}$$

Si calcola ora anche l'ascissa del punto di massima utilità k^* : L'andamento della funzione varia a seconda del valore di k , si devono analizzare due casi.

Per $0 \leq k \leq 3/4$

Si ha: $\epsilon(k) = E$

In questo intervallo non è possibile definire un k^* preciso e determinato, perchè la curva di capacità e quella di traffico, come si può vedere in figura 3.14, sono rette parallele.

C'è un caso, sempre nell'intervallo di riferimento, in cui le due curve coincidono: $\rho_{dx} + \rho_{sx} = \frac{2c}{E+1}$

In questo caso la RSU non fissata può mettersi in posizione $0 \leq k \leq 3/4$ ottenendo in ogni caso l'utilità max possibile.

Per $3/4 < k \leq 1$

Si ha: $\epsilon(k) = -4Ek + 4E$

Nella parte di grafico in cui l'interferenza non è più costante, per trovare l'ascissa del punto di massima utilità è necessario eguagliare la curva di capacità $C(k)$ è la curva di traffico $T(k)$:

$$\frac{c}{1 - 4Ek + 4E} = \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1 - 4Ek + 4E}$$

Da cui si ottiene:

$$k^* = \frac{1}{4E} + 1 - \frac{2c}{4E(\rho_{dx} + \rho_{sx})}$$

È importante verificare che le condizioni indicate all'inizio siano ancora valide:

Condizione 1: $k^* < k_s$ per: $\rho_{sx} > \rho_{dx}$

Cioè:

$$\frac{1}{4E} + 1 - \frac{2c}{4E(\rho_{dx} + \rho_{sx})} < \frac{1}{4E} + 1 - \frac{c}{4E\rho_{sx}}$$

Che è appunto verificata per:

$$\rho_{sx} > \rho_{dx}$$

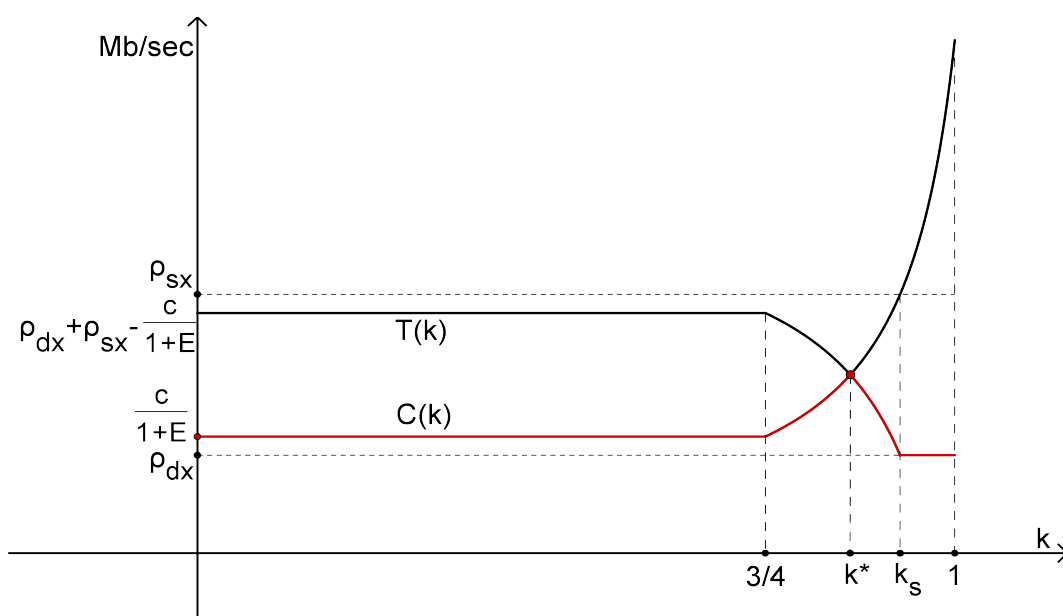


Figura 3.14: Ricerca del massimo in caso di modello di interferenza a scalino

Condizione 2: $k^* > 0$ per: $\rho_x + \rho_y > \frac{2c}{1+E}$

È necessario spezzare l'analisi a seconda dell'andamento della funzione.

- Per $0 \leq k \leq 3/4$ non è possibile definire un punto k^*
- Per $k > 3/4$ si considera il rispettivo k^* e deve valere la seguente:

$$\frac{1}{4E} + 1 - \frac{2c}{4E(\rho_{dx} + \rho_{sx})} > 3/4$$

Che è verificata per:

$$\rho_{dx} + \rho_{sx} > \frac{2c}{1+E}$$

Condizione 3: $k^* < 1$ per: $\rho_{dx} + \rho_{sx} < 2c$

Deve valere la seguente:

$$\frac{1}{4E} + 1 - \frac{2c}{4E(\rho_{dx} + \rho_{sx})} < 1$$

Che è verificata per:

$$\rho_{dx} + \rho_{sx} < 2c$$

3.7.3 Variazione 2

Si considera un grafico della funzione di interferenza come in figura 3.15

Con equazione:

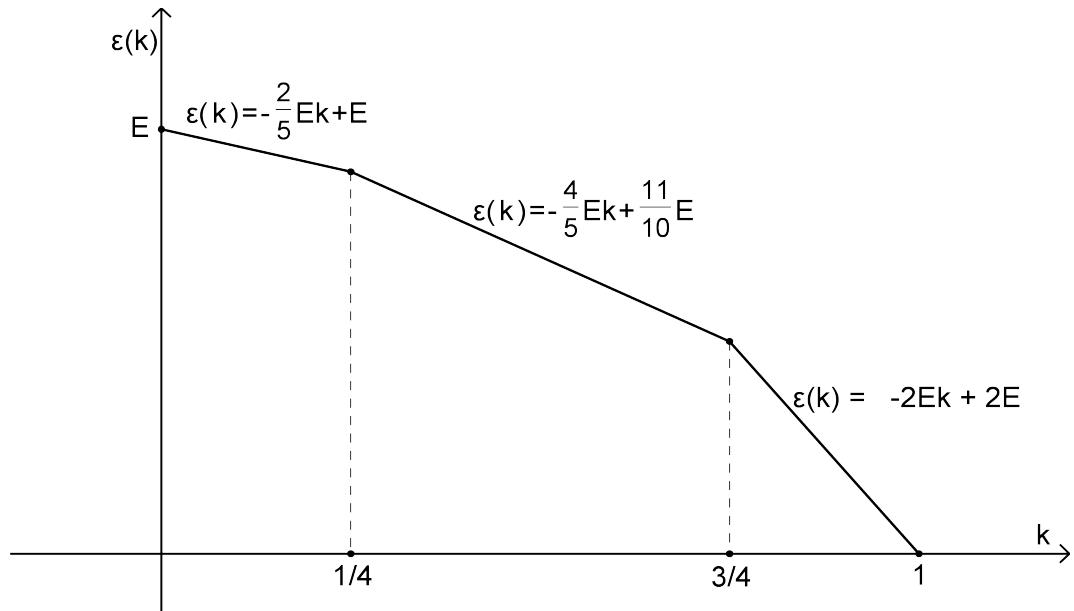


Figura 3.15: Grafico interferenza: linea spezzata

$$\begin{cases} \epsilon(k) = -\frac{2}{5}Ek + E & 0 \leq k \leq 1/4 \\ \epsilon(k) = -\frac{4}{5}Ek + \frac{11}{10}E & 1/4 < k \leq 3/4 \\ \epsilon(k) = -2Ek + 2E & 3/4 < k \leq 1 \end{cases} \quad (3.20)$$

La curva di capacità risulta essere:

$$C(k) = \begin{cases} \frac{c}{1+E-\frac{2}{5}Ek} & 0 \leq k \leq 1/4 \\ \frac{c}{1+\frac{11}{10}E-\frac{4}{5}Ek} & 1/4 < k \leq 3/4 \\ \frac{c}{1+2E-2Ek} & 3/4 < k \leq 1 \end{cases}$$

Mentre la curva di traffico:

$$T(k) = \begin{cases} \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1+E-\frac{2}{5}Ek} & 0 \leq k \leq 1/4 \\ \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1+\frac{11}{10}E-\frac{4}{5}Ek} & 1/4 < k \leq 3/4 \\ \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1+2E-2Ek} & 3/4 < k \leq 1 \\ \rho_{dx} & k \geq k_s \end{cases}$$

Il punto k_s , da cui non si ha più spill-over, si trova come punto di incontro tra la retta ρ_{sx} e la curva di capacità $C(k)$. Tale punto può essere collocato in uno dei tre intervalli identificati: è necessario perciò calcolare quanto vale k_s in ogni intervallo e sotto che condizioni si trova in esso.

Per $\boxed{0 \leq k \leq 1/4}$

Si ha: $\epsilon(k) = -\frac{2}{5}Ek + E$

Per trovare il punto cercato si deve imporre:

$$\rho_{sx} = \frac{c}{1+E-\frac{2}{5}Ek}$$

Da cui risulta:

$$k_s = -\frac{5c}{2E\rho_{sx}} + \frac{5}{2E} + \frac{5}{2}$$

Ora è utile vedere sotto che condizioni di traffico ρ_{sx} , il punto k_s si trova nell'intervallo $[0, 1/4]$:

$$0 \leq k_s = -\frac{5c}{2E\rho_{sx} + \frac{5}{2E} + \frac{5}{2}} \leq 1/4$$

Da cui si ottiene:

$$\frac{c}{1+E} \leq \rho_{sx} \leq \frac{10c}{10+9E}$$

Per $\boxed{1/4 < k \leq 3/4}$

Si ha: $\epsilon(k) = -\frac{4}{5}Ek + \frac{11}{10}E$

Per trovare il punto cercato si deve imporre:

$$\rho_{sx} = \frac{c}{1+\frac{11}{10}E-\frac{4}{5}Ek}$$

Da cui risulta:

$$k_s = -\frac{5c}{4E\rho_{sx}} + \frac{5}{4E} + \frac{11}{8}$$

Si verifica sotto quali condizioni di traffico ρ_{sx} , il punto k_s si trova nell'intervallo $(1/4, 3/4]$:

$$1/4 < k_s = -\frac{5c}{4E\rho_{sx}} + \frac{5}{4E} + \frac{11}{8} \leq 3/4$$

Da cui si ottiene:

$$\frac{10c}{10+9E} < \rho_{sx} \leq \frac{2c}{2+E}$$

Per $\boxed{3/4 < k \leq 1}$

Si ha: $\epsilon(k) = -2Ek + 2E$

Per trovare il punto cercato si deve imporre:

$$\rho_{sx} = \frac{c}{1+2E-2Ek}$$

Da cui risulta:

$$k_s = -\frac{c}{2E\rho_{sx}} + \frac{1}{2E} + 1$$

Si verifica sotto quali condizioni di traffico ρ_{sx} , il punto k_s si trova nell'intervallo $(3/4, 1]$:

$$3/4 < k_s = -\frac{c}{2E\rho_{sx}} + \frac{1}{2E} + 1 \leq 1$$

Da cui si ottiene:

$$\frac{2c}{2+E} < \rho_{sx} \leq c$$

Si calcola ora l'ascissa del punto di massima utilità k^* , eguagliando le curve di capacità $C(k)$ e di traffico $T(k)$. L'andamento delle funzioni varia a seconda

del valore di k , si devono analizzare anche qui diversi casi.

Per $0 \leq k \leq 1/4$

Si ha: $\epsilon(k) = -\frac{2}{5}Ek + E$

Per trovare il punto cercato si deve imporre:

$$\frac{c}{1 + E - \frac{2}{5}Ek} = \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1 + E - \frac{2}{5}Ek}$$

Da cui risulta:

$$k^* = -\frac{5c}{E(\rho_{dx} + \rho_{sx})} + \frac{5}{2E} + \frac{5}{2}$$

Ora è utile vedere sotto che condizioni di traffico $\rho_{dx} + \rho_{sx}$, il punto k^* si trova nell'intervallo $[0, 1/4]$:

$$0 \leq k^* = -\frac{5c}{E(\rho_{dx} + \rho_{sx})} + \frac{5}{2E} + \frac{5}{2} \leq 1/4$$

Da cui si ottiene:

$$\frac{2c}{1 + E} \leq \rho_{dx} + \rho_{sx} \leq \frac{20c}{10 + 9E}$$

Per $1/4 < k \leq 3/4$

Si ha: $\epsilon(k) = -\frac{4}{5}Ek + \frac{11}{10}E$

Per trovare il punto cercato si deve imporre:

$$\frac{c}{1 + \frac{11}{10}E - \frac{4}{5}Ek} = \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1 + \frac{11}{10}E - \frac{4}{5}Ek}$$

Da cui risulta:

$$k^* = -\frac{10c}{4E(\rho_{dx} + \rho_{sx})} + \frac{5}{4E} + \frac{11}{8}$$

Si verifica sotto quali condizioni di traffico $\rho_{dx} + \rho_{sx}$, il punto k^* si trova nell'intervallo $(1/4, 3/4]$:

$$1/4 < k^* = -\frac{10c}{4E(\rho_{dx} + \rho_{sx})} + \frac{5}{4E} + \frac{11}{8} \leq 3/4$$

Da cui si ottiene:

$$\frac{20c}{10+9E} < \rho_{dx} + \rho_{sx} \leq \frac{4c}{2+E}$$

Per $\boxed{3/4 < k \leq 1}$

Si ha: $\epsilon(k) = -2Ek + 2E$

Per trovare il punto cercato si deve imporre:

$$\frac{c}{1+2E-2Ek} = \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{1+2E-2Ek}$$

Da cui risulta:

$$k^* = -\frac{c}{E(\rho_{dx} + \rho_{sx})} + \frac{1}{2E} + 1$$

Si verifica sotto quali condizioni di traffico $\rho_{dx} + \rho_{sx}$, il punto k^* si trova nell'intervallo $(3/4, 1]$:

$$3/4 < k^* = -\frac{c}{E(\rho_{dx} + \rho_{sx})} + \frac{1}{2E} + 1 \leq 1$$

Da cui si ottiene:

$$\frac{4c}{2+E} < \rho_{dx} + \rho_{sx} \leq 2c$$

É importante ora verificare che le condizioni indicate all'inizio siano ancora valide:

Condizione 1: $k^* < k_s$ per: $\boxed{\rho_{sx} > \rho_{dx}}$

É necessario verificare tale condizione per ogni intervallo:

- Per $0 \leq k \leq 1/4$

$$-\frac{5c}{E(\rho_{dx} + \rho_{sx})} + \frac{5}{2E} + \frac{5}{2} < -\frac{5c}{2E\rho_{sx}} + \frac{5}{2E} + \frac{5}{2}$$

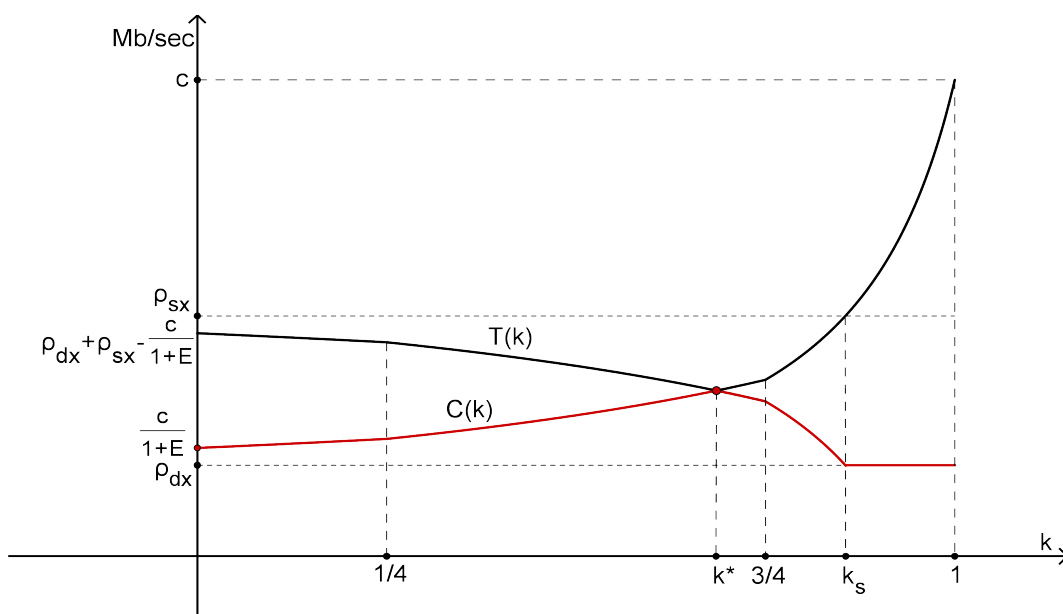


Figura 3.16: Ricerca del massimo in caso di modello di interferenza di tipo linea spezzata

- Per $1/4 < k \leq 3/4$

$$-\frac{10c}{4E(\rho_{dx} + \rho_{sx})} + \frac{5}{4E} + \frac{11}{8} < -\frac{5c}{4E\rho_{sx}} + \frac{5}{4E} + \frac{11}{8}$$

- $3/4 < k \leq 1$

$$-\frac{c}{E(\rho_{dx} + \rho_{sx})} + \frac{1}{2E} + 1 < -\frac{c}{2E\rho_{sx}} + \frac{1}{2E} + 1$$

Ognuna di queste è verificata per:

$$\boxed{\rho_{sx} > \rho_{dx}}$$

Condizione 2: $k^* > 0$ per: $\boxed{\rho_{dx} + \rho_{sx} > \frac{2c}{1+E}}$

Come visto precedentemente, al variare del volume di traffico, il punto di massima utilità si trova in diversi intervalli.

Inoltre si è già verificato implicitamente che la condizione minima per avere tale punto in $k > 0$ è proprio quella indicata.

Condizione 3: $k^* < 1$ per: $\boxed{\rho_{dx} + \rho_{sx} < 2c}$

Anche in questo caso, si è già verificato che per avere il punto di Max in $k < 1$, è necessario un volume di traffico che rispetti la condizione indicata.

3.7.4 Variazione 3

Si considera un grafico della funzione di interferenza con andamento parabolico (figura 3.17)

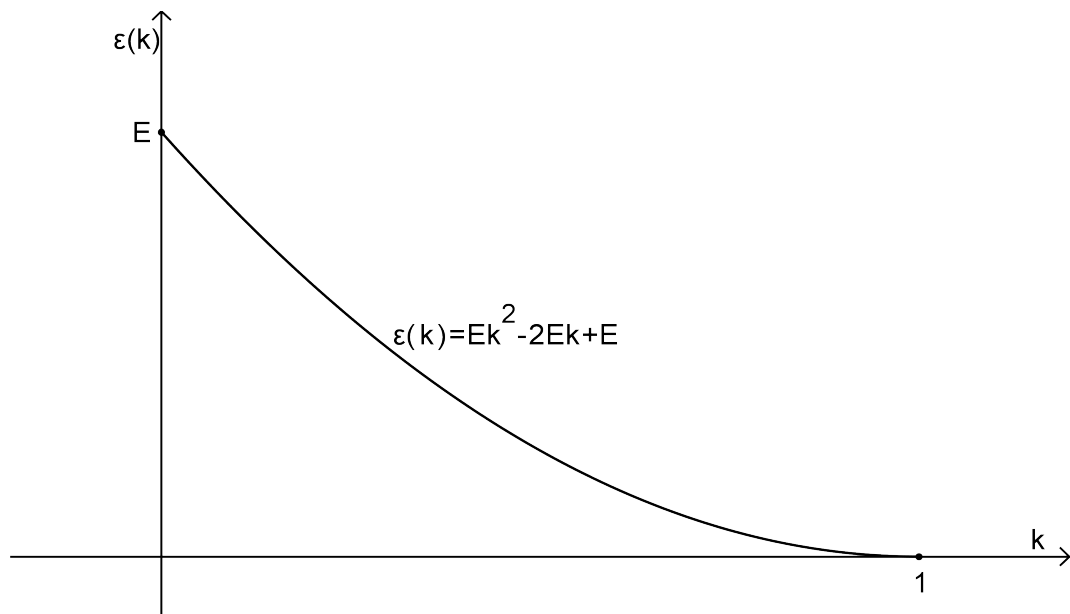


Figura 3.17: Grafico interferenza: ramo di parabola

Con equazione:

$$\epsilon(k) = Ek^2 - 2Ek + E \quad 0 \leq k \leq 1 \quad (3.21)$$

La curva di capacità risulta essere:

$$C(k) = \frac{c}{Ek^2 - 2Ek + E + 1} \quad 0 \leq k \leq 1$$

Mentre la curva di traffico:

$$T(k) = \begin{cases} \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{Ek^2 - 2Ek + E + 1} & 0 \leq k < k_s \\ \rho_{dx} & k \geq k_s \end{cases}$$

Il punto k_s , da cui non si ha più spill-over, si trova come punto di incontro tra la retta ρ_{sx} e la curva di capacità $C(k)$.

$$\rho_{sx} = \frac{c}{Ek^2 - 2Ek + E + 1}$$

Svolgendo i calcoli si ottiene la seguente equazione di secondo grado:

$$k^2 - 2k + \frac{E\rho_{sx} + \rho_{sx} - c}{E\rho_{sx}} = 0$$

Di cui si trovano le radici:

$$k_1 = 1 + \sqrt{1 + \frac{c - E\rho_{sx} - \rho_{sx}}{E\rho_{sx}}}$$

$$k_2 = 1 - \sqrt{1 + \frac{c - E\rho_{sx} - \rho_{sx}}{E\rho_{sx}}}$$

Per prima cosa si valutano le condizioni di esistenza di k_1 e k_2 , ossia si cerca la condizione di esistenza della radice quadrata:

$$1 + \frac{c - E\rho_{sx} - \rho_{sx}}{E\rho_{sx}} \geq 0 \quad \rightarrow \quad 0 < \rho_{sx} \leq c$$

Dopodichè si verifica che entrambe le soluzioni siano accettabili nell'intervallo $k = [0, 1]$

k_1 è sempre > 1 , si trova fuori dall'intervallo considerato e perciò viene scartata.

Tutta l'attenzione si concentra su k_2 : si studia se e sotto quali condizioni di traffico essa si trova nell'intervallo considerato:

$$k_2 \geq 0 \quad \rightarrow \quad 1 - \sqrt{1 + \frac{c - E\rho_{sx} - \rho_{sx}}{E\rho_{sx}}} \geq 0$$

Che è verificata sotto la condizione: $\rho_{sx} \geq \frac{c}{E+1}$

$$k_2 \leq 1 \quad \rightarrow \quad 1 - \sqrt{1 + \frac{c - E\rho_{sx} - \rho_{sx}}{E\rho_{sx}}} \leq 1$$

La quale è sempre verificata sotto la condizione di esistenza della radice:

$$0 < \rho_{sx} \leq c$$

Riassumendo:

$$k_s = 1 - \sqrt{1 + \frac{c - E\rho_{sx} - \rho_{sx}}{E\rho_{sx}}}$$

Si trova nell'intervallo $[0, 1]$ per:

$$\frac{c}{1+E} \leq \rho_{sx} \leq c$$

Si calcola ora l'ascissa del punto di massima utilità k^* , eguagliando le curve di capacità $C(k)$ e di traffico $T(k)$.

$$\frac{c}{Ek^2 - 2Ek + E + 1} = \rho_{dx} + \rho_{sx} - \frac{c}{Ek^2 - 2Ek + E + 1}$$

Svolgendo i calcoli si ottiene la seguente equazione di secondo grado:

$$k^2 - 2k + 1 - \frac{2c - \rho_{dx} - \rho_{sx}}{E(\rho_{dx} + \rho_{sx})} = 0$$

Di cui si trovano le radici:

$$k_1 = 1 + \sqrt{1 - \frac{(E+1)(\rho_{dx} + \rho_{sx}) - 2c}{E(\rho_{dx} + \rho_{sx})}}$$

$$k_2 = 1 - \sqrt{1 - \frac{(E+1)(\rho_{dx} + \rho_{sx}) - 2c}{E(\rho_{dx} + \rho_{sx})}}$$

Anche ora si valutano le condizioni di esistenza di k_1 e k_2 :

$$1 - \frac{(E+1)(\rho_{dx} + \rho_{sx}) - 2c}{E(\rho_{dx} + \rho_{sx})} \geq 0 \quad \rightarrow \quad 0 < \rho_{dx} + \rho_{sx} \leq 2c$$

Dopodichè si verifica che entrambe le soluzioni siano accettabili nell'intervallo $k = [0, 1]$

k_1 è sempre > 1 , si trova fuori dall'intervallo considerato, perciò viene scartata.

Si considera solo k_2 si studia se e sotto quali condizioni di traffico si trova nell'intervallo considerato:

$$k_2 \geq 0 \quad \rightarrow \quad 1 - \sqrt{1 - \frac{(E+1)(\rho_{dx} + \rho_{sx}) - 2c}{E(\rho_{dx} + \rho_{sx})}} \geq 0$$

Che è verificata sotto la condizione: $\rho_{dx} + \rho_{sx} \geq \frac{2c}{E+1}$

$$k_2 \leq 1 \quad \rightarrow \quad 1 - \sqrt{1 - \frac{(E+1)(\rho_{dx} + \rho_{sx}) - 2c}{E(\rho_{dx} + \rho_{sx})}} \leq 1$$

La quale è sempre verificata sotto la condizione di esistenza della radice:

$$0 < \rho_{dx} + \rho_{sx} \leq 2c$$

Riassumendo:

$$k^* = 1 - \sqrt{1 - \frac{(E+1)(\rho_{dx} + \rho_{sx}) - 2c}{E(\rho_{dx} + \rho_{sx})}}$$

Si trova nell'intervallo $[0, 1]$ per:

$$\frac{2c}{1+E} \leq \rho_{dx} + \rho_{sx} \leq 2c$$

Come nei casi precedenti, si verifica la validità delle condizioni indicate all'inizio.

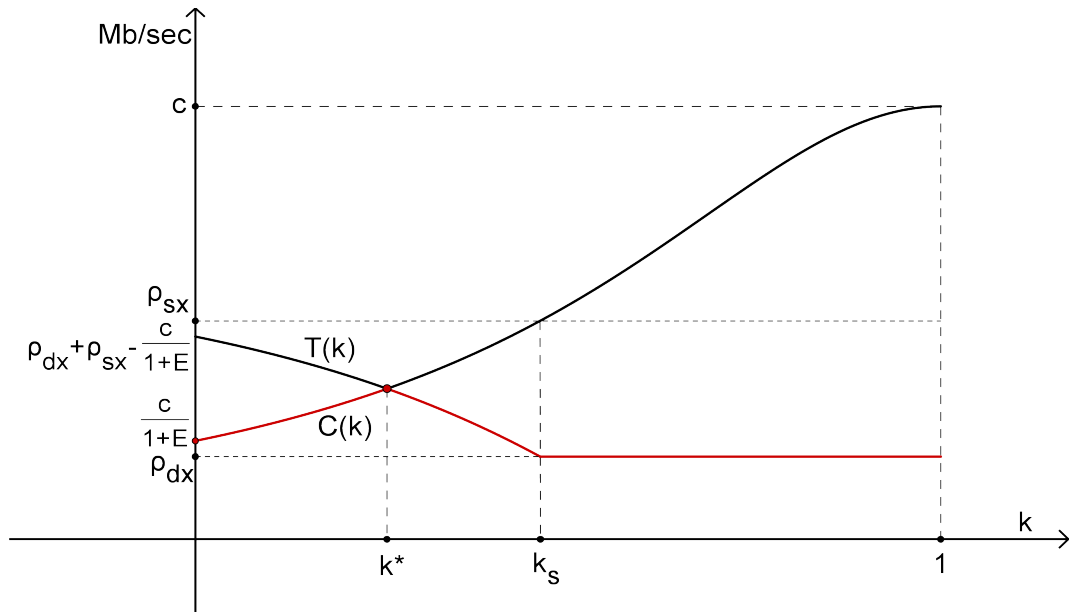


Figura 3.18: Ricerca del massimo in caso di modello di interferenza di tipo ramo di parabola

Condizione 1: $k^* < k_s$ per: $\rho_{sx} > \rho_{dx}$

$$1 - \sqrt{1 - \frac{(E+1)(\rho_{dx} + \rho_{sx}) - 2c}{E(\rho_{dx} + \rho_{sx})}} < 1 - \sqrt{1 + \frac{c - E\rho_{sx} - \rho_{sx}}{E\rho_{sx}}}$$

Che è verificata per:

$$\rho_{sx} > \rho_{dx}$$

Condizione 2: $k^* > 0$ per: $\rho_{dx} + \rho_{sx} > \frac{2c}{1+E}$

Si è già verificato che il volume di traffico minimo per avere l'ascissa del punto di massima utilità in $k > 0$ è quello indicato.

Condizione 3: $k^* < 1$ per: $\rho_{dx} + \rho_{sx} < 2c$

Anche in questo caso, si è già verificato che il volume di traffico massimo per avere l'ascissa del punto di massima utilità in $k < 1$ è quello indicato.

3.8 Scenario realistico

In questo paragrafo vengono assegnati dei valori numerici verosimili ai parametri del modello. Lo scopo è vedere se il modello creato in teoria può avere un riscontro nella pratica. Inoltre è possibile confrontare i risultati ottenuti utilizzando i diversi grafici di interferenza introdotti nel paragrafo precedente.

Si introducono i parametri λ_{sx} e λ_{dx} che sono misurati in $\frac{\text{veicoli}}{\text{sec}}$. λ_{sx} rappresenta il flusso di veicoli proveniente dalla parte in cui è installata RSU_f , cioè quello che si è supposto essere il maggiore. Da esso dipende ρ_{sx} che è invece misurato in $\frac{\text{bit}}{\text{sec}}$. λ_{dx} rappresenta il flusso di veicoli proveniente dalla parte in cui si deve installare la RSU sotto studio RSU_m , cioè quello che si è supposto essere il minore. Da esso dipende ρ_{dx} misurato in $\frac{\text{bit}}{\text{sec}}$.

Si prenda in esame un'autostrada a tre corsie nell'orario di punta di un giorno lavorativo (ad esempio la tangenziale est di Milano [22]), quindi con traffico molto intenso. Uno dei due sensi è più trafficato dell'altro.

Si hanno i seguenti flussi di traffico approssimativi:

$$\lambda_{sx} \approx 4000 \left[\frac{\text{veicoli}}{h} \right] \rightarrow \approx 1,11 \left[\frac{\text{veicoli}}{\text{sec}} \right]$$

$$\lambda_{dx} \approx 1500 \left[\frac{\text{veicoli}}{h} \right] \rightarrow \approx 0,42 \left[\frac{\text{veicoli}}{\text{sec}} \right]$$

La capacità massima di ogni RSU è quella del Wi-Fi 802.11b:

$$c = 11 \frac{Mb}{\text{sec}}$$

In condizioni di max interferenza:

$$\frac{c}{1+E} = 2,5 \frac{Mb}{\text{sec}}$$

Da cui ricavo il parametro adimensionale:

$$E = 3,4$$

Si ipotizzi che ogni veicolo richieda di scaricare un file mp3:

$$[GrandezzaFile] \approx 5Mb$$

Si possono calcolare le richieste di traffico in termini di $\frac{Mb}{sec}$, associate ai flussi di veicoli provenienti da dx e sx:

$$\rho_{sx} = 1,11 \left[\frac{utenti}{sec} \right] \cdot 5Mb = 5,55 \frac{Mb}{sec}$$

$$\rho_{dx} = 0,42 \left[\frac{utenti}{sec} \right] \cdot 5Mb = 2,1 \frac{Mb}{sec}$$

E' necessaria ora una considerazione.

Il limite max di velocità in autostrada è $130 \frac{Km}{h}$. Un'antenna Wi-Fi omnidirezionale ha un copertura di circa 200 metri di diametro. Ciò significa che, una volta entrata nel suo raggio d'azione, un'auto vi rimarrà procedendo in linea retta per 200 metri. Perciò si può calcolare il tempo che può impiegare l'utente per scaricare il file, procedendo alla velocità massima:

$$130 \frac{Km}{h} = 36,1 \frac{m}{sec} \quad \rightarrow \quad t = \frac{200}{36,1} \approx 5,5sec$$

Ogni utente, cioè, avrà a disposizione circa 5,5sec per scaricare il file andando alla massima velocità. Andando ad una velocità inferiore, chiaramente, impiegherà di più a percorrere i 200 metri e avrà più tempo per scaricare il file.

Si prenda in considerazione il caso più critico, per vedere la velocità effettiva minima che dovrà garantire il canale di collegamento tra RSU e OBU:

$$\frac{5Mb}{5,5sec} \approx 0,9 \frac{Mb}{sec}$$

Questa è la velocità di canale minima che consentirebbe di completare lo scaricamento del file mp3 ad un utente che procede ad una velocità di $130 \frac{Km}{h}$.

All'interno dello scenario appena descritto sarà calcolata l'ascissa k^* del punto di massima utilità per RSU_m , nei vari casi di variazione del modello di interferenza. Per ciascun caso verrà calcolata l'utilità massima, cioè il traffico dati massimo che RSU_m riesce a connettere per il k^* trovato.

3.8.1 Modello rettilineo

Sostituendo nella 3.16 il valore numerico di E , si ottiene:

$$\epsilon(k) = -3,4k + 3,4$$

Da cui si trova la curva di capacità:

$$C(k) = \frac{11Mb/sec}{-3,4k + 4,4}$$

E la curva di traffico:

$$T(k) = \begin{cases} 7,65Mb/sec - \frac{11Mb/sec}{-3,4k+4,4} & 0 \leq k < k_s \\ 2,1Mb/sec & k \geq k_s \end{cases}$$

Sostituendo i valori numerici nella 3.17, si trova il valore di k_s :

$$k_s = 1 + \frac{1}{3,4} - \frac{11Mb/sec}{3,4 \cdot 5,55Mb/sec} \rightarrow k_s = 0,711$$

Sostituendo nella 3.18, si trova l'ascissa del punto di massimo k^* :

$$k^* = 1 + \frac{1}{3,4} - \frac{22Mb/sec}{3,4(2,1Mb/sec + 5,55Mb/sec)} \rightarrow k^* = 0,448$$

Infine si calcola la quantità massima di traffico che l'operatore 2 riesce a servire in questo caso grazie a RSU_m , sostituendo il valore di k^* appena trovato nella curva di capacità (o di traffico):

$$U_2 = \frac{11Mb/sec}{1 + (-3,4k^* + 3,4)} = 3,825Mb/sec$$

Per quanto riguarda l'operatore 1, tramite RSU_f serve la stessa quantità di traffico:

$$U_1 = U_2 = 3,825Mb/sec$$

3.8.2 Modello scalino

Sostituendo nella 3.19 il valore numerico di E , si ottiene:

$$\epsilon(k) = \begin{cases} 3,4 & 0 \leq k \leq 3/4 \\ -13,6k + 13,6 & 3/4 < k \leq 1 \end{cases}$$

Di conseguenza la curva di capacità risulta essere:

$$C(k) = \begin{cases} 2,5Mb/sec & 0 \leq k \leq 3/4 \\ \frac{11Mb/sec}{-13,6k+14,6} & 3/4 < k \leq 1 \end{cases}$$

Mentre la curva di traffico:

$$T(k) = \begin{cases} 5,15Mb/sec & 0 \leq k \leq 3/4 \\ 7,65Mb/sec - \frac{11Mb/sec}{-13,6k+14,6} & 3/4 < k \leq 1 \\ 2,1Mb/sec & k \geq k_s \end{cases}$$

Come visto nel paragrafo 3.7.2 k_s esiste nell'intervallo $\frac{3}{4} < k \leq 1$ solo se:

$$\frac{c}{1+E} < \rho_{sx} \leq c$$

Nel caso specifico:

$$2,5Mb/sec < 5,55Mb/sec < 11Mb/sec$$

Quindi k_s esiste e sostituendo nella rispettiva equazione si trova il suo valore:

$$k_s = \frac{1}{4 \cdot 3,4} + 1 - \frac{11Mb/sec}{4 \cdot 3,4 \cdot 5,55Mb/sec} = 0.928$$

Analogamente si trova l'ascissa del punto di massima utilità. Per prima cosa è necessario capire in quale dei due intervalli si colloca k^* :

$$\frac{2c}{1+E} = 5Mb/sec < \rho_{dx} + \rho_{sx} = 7,65Mb/sec < 2c = 22Mb/sec$$

Si trova perciò nella parte di piano in cui $\frac{3}{4} < k \leq 1$

Quindi:

$$k^* = \frac{1}{4E} + 1 - \frac{2c}{4E(\rho dx + \rho_{sx})} = 0,862$$

Si calcola infine l'utilità massima sostituendo nella curva di capacità (o di traffico):

$$U_2 = \frac{11Mb/sec}{1 + (-4 \cdot 3,4k^* + 4 \cdot 3,4)} = 3,825Mb/sec$$

Per quanto riguarda l'operatore 1, tramite RSU_f serve la stessa quantità di traffico:

$$U_1 = U_2 = 3,825Mb/sec$$

3.8.3 Modello linea spezzata

Sostituendo nella 3.20 il valore numerico di E , si ottiene:

$$\epsilon(k) = \begin{cases} -1,36k + 3,4 & 0 \leq k \leq 1/4 \\ -2,72k + 3,74 & 1/4 < k \leq 3/4 \\ -6,8k + 6,8 & 3/4 < k \leq 1 \end{cases}$$

Di conseguenza la curva di capacità risulta essere:

$$C(k) = \begin{cases} \frac{11Mb/sec}{-1,36k+4,4} & 0 \leq k \leq 1/4 \\ \frac{11Mb/sec}{-2,72k+4,74} & 1/4 < k \leq 3/4 \\ \frac{11Mb/sec}{-6,8k+7,8} & 3/4 < k \leq 1 \end{cases}$$

Mentre la curva di traffico:

$$T(k) = \begin{cases} 7,65Mb/sec - \frac{11Mb/sec}{-1,36k+4,4} & 0 \leq k \leq 1/4 \\ 7,65Mb/sec - \frac{11Mb/sec}{-2,72k+4,74} & 1/4 < k \leq 3/4 \\ 7,65Mb/sec - \frac{11Mb/sec}{-6,8k+7,8} & 3/4 < k \leq 1 \\ 2,1Mb/sec & k \geq k_s \end{cases}$$

È necessario ora definire in quale intervallo si colloca k_s , facendo riferimento alle condizioni elencate al paragrafo 3.7.3:

$$\frac{c}{1+E} = 2,5Mb/sec \quad \frac{10c}{10+9E} = 2,709Mb/sec \quad \frac{2c}{2+E} = 4,074Mb/sec$$

Nel caso specifico:

$$4,074Mb/sec < 5,55Mb/sec < 11Mb/sec$$

Definito in quale intervallo si colloca, si calcola il valore:

$$k_s = \frac{1}{2 \cdot 3,4} + 1 - \frac{11Mb/sec}{2 \cdot 3,4 \cdot 5,55Mb/sec} = 0,8556$$

Analogamente si calcola il punto di massima utilità. Per prima cosa è necessario capire in quale dei tre intervalli si colloca k^* :

$$\frac{20c}{10 + 9E} = 5,42Mb/sec < \rho_{dx} + \rho_{sx} = 7,65 < \frac{4c}{2 + E} = 8,15Mb/sec$$

Definito l'intervallo, si calcola il valore:

$$k^* = -\frac{10c}{4E(\rho_{dx} + \rho_{sx})} + \frac{5}{4E} + \frac{11}{8} = 0,685$$

Si calcola infine l'utilità massima sostituendo nella curva di capacità (o di traffico):

$$U_2 = \frac{11Mb/sec}{1 + (-\frac{4}{5} \cdot 3,4k^* + \frac{11}{10} \cdot 3,4)} = 3,825Mb/sec$$

Per quanto riguarda l'operatore 1, tramite RSU_f serve la stessa quantità di traffico:

$$U_1 = U_2 = 3,825Mb/sec$$

3.8.4 Modello parabola

Sostituendo nella 3.21 il valore numerico di E , si ottiene:

$$\epsilon(k) = 3,4k^2 - 6,8k + 3,4 \quad 0 \leq k \leq 1$$

Di conseguenza la curva di capacità risulta essere:

$$C(k) = \frac{11Mb/sec}{3,4k^2 - 6,8k + 4,4} \quad 0 \leq k \leq 1$$

Mentre la curva di traffico:

$$T(k) = \begin{cases} 7,65 \frac{Mb}{sec} - \frac{11Mb/sec}{3,4k^2 - 6,8k + 4,4} & 0 \leq k < k_s \\ 2,1 \frac{Mb}{sec} & k \geq k_s \end{cases}$$

Si trova k_s sostituendo i valori numerici nell'equazione trovata al paragrafo 3.7.4:

$$k_s = 1 - \sqrt{1 + \frac{11Mb/sec - 3,4 \cdot 5,55Mb/sec - 5,55Mb/sec}{3,4 \cdot 5,55Mb/sec}} = 0,4626$$

Analogamente si calcola il punto di massima utilità. Per prima cosa è necessario verificare che per queste condizioni di traffico esista k^* :

$$\frac{c}{1+E} = 2,5Mb/sec < \rho_{dx} + \rho_{sx} = 7,65 < 2c = 22Mb/sec$$

L'ascissa del punto di massima utilità sarà:

$$k^* = 1 - \sqrt{1 - \frac{(E+1)(\rho_{dx} + \rho_{sx}) - 2c}{E(\rho_{dx} + \rho_{sx})}} = 0,257$$

Infine si calcola l'utilità massima sostituendo k^* nella curva di capacità (o di traffico):

$$U_2 = \frac{11Mb/sec}{1 + (3,4k^{*2} - 2 \cdot 3,4k^* + 3,4)} = 3,825Mb/sec$$

Per quanto riguarda l'operatore 1, tramite RSU_f serve la stessa quantità di traffico:

$$U_1 = U_2 = 3,825Mb/sec$$

3.9 Considerazioni

In questo capitolo si è studiato nel dettaglio il fenomeno del “traffic stealing”, cercando di trovare la distanza ideale a cui una RSU deve essere installata rispetto a una sua concorrente, per ottenere la massima utilità possibile.

Si è preso in considerazione uno scenario di flussi di traffico non simmetrici e si è installata RSU_f in posizione tale da intercettare il flusso di traffico maggiore. A questo punto ci si è chiesti a che distanza l'operatore 2 dovesse installare RSU_m , al fine di servire la maggior quantità di traffico dati possibile. Si è visto che tale distanza varia a seconda delle condizioni di traffico e dell'andamento dell'interferenza. Si possono tuttavia trarre delle conclusioni di carattere generale.

Innanzitutto per traffico totale molto scarso ($\rho_{sx} + \rho_{dx} < \frac{2c}{1+E}$) conviene installare RSU_m in co-localizzazione con RSU_f e avere una spartizione equa del traffico dati da servire.

Per traffico dati molto intenso ($\rho_{sx} + \rho_{dx} > 2c$) conviene invece installare RSU_m in posizione non interferente rispetto a RSU_f . Poichè il carico di traffico dati è molto grande, non vi è necessità di rubare traffico all'altra RSU.

Per traffico dati intermedio ($\frac{2c}{1+E} < \rho_{sx} + \rho_{dx} < 2c$) conviene installare RSU_m in una posizione tale da creare dell'interferenza con RSU_f riducendo quindi la capacità di entrambe. Trovare la distanza ideale a seconda delle previsioni di traffico è fondamentale perchè se si installa la RSU troppo vicina all'altra c'è il rischio che parte del traffico rimanga non servito, se si installa troppo lontana si concede a RSU_f l'opportunità di servire molto più traffico rispetto a RSU_m .

Un'altra cosa importante è la generalità del modello. Infatti si sono assunte diverse forme del grafico di interferenza, tutte comunque con la caratteristica di essere non crescenti e si è verificato il funzionamento del modello per ognuna di queste. Ovviamente quando si è calcolata la distanza ottimale si sono ottenuti valori numerici diversi ma le condizioni di traffico per i casi di co-localizzazione e non interferenza e il procedimento per giungere al risultato

sono rimasti invariati.

Capitolo 4

Operatore multi-RSU

In questo capitolo si studia la situazione in cui un operatore è incumbent ed è già presente sulla rete con un RSU, mentre l'altro ha la possibilità di installare due RSU.

Come nei precedenti modelli, si consideri un tratto di strada rettilineo con tre siti candidati, indicati con le lettere A, B, C. Come detto O_2 dispone di due RSU mentre O_1 di una sola. Entrambi devono decidere dove installare la o le RSU scegliendo tra i siti candidati; anche in questo caso è possibile la co-locazione.

Il traffico è considerato simmetrico: il flusso da sinistra verso destra è pari al flusso da destra verso sinistra. Entrambi vengono indicati con λ , perciò si ha un traffico di veicoli totale pari a 2λ . Anche in questo caso i veicoli procedono a velocità costante V [m/s] e richiedono un contenuto di grandezza media pari a S [bit]. Quindi la richiesta di dati in ogni singola direzione è $\rho = S \cdot \lambda$, il che significa carico totale pari a 2ρ .

Per quanto riguarda caratteristiche delle OBU e spill-over, la situazione è quella vista in precedenza.

Il throughput, ossia la capacità massima di ciascuna RSU, è pari a c . Come visto la capacità reale di ogni singola RSU è calcolata in funzione dei para-

metri di interferenza ϵ (caso co-locazione) e ϵ_1 (caso RSU vicine).

In questo capitolo la capacità è calcolata secondo la seguente funzione:

$$\frac{c}{1 + m\epsilon + n\epsilon_1} \quad (4.1)$$

Dove:

- $0 \leq m \leq 2$ numero di RSU co-locate
- $0 \leq n \leq 2$ numero di RSU vicine

Il capitolo è strutturato come segue.

Per prima cosa si studiano capacità e interferenza tra le tre RSU a seconda della posizione in cui sono installate. Nel paragrafo seguente viene trattato il caso in cui l'operatore 1 abbia installato la RSU nel sito candidato B e l'operatore 2 debba dislocare le proprie due RSU, in maniera tale da avere utilità massima, cioè la maggior quantità di traffico servito possibile. Infine si effettua la medesima analisi nel caso in cui l'operatore 1 abbia installato la RSU in A.

4.1 Ordinamento capacità

In questo paragrafo sono considerati tutti i casi possibili di posizioni reciproche tra le tre RSU e per ogni caso è indicato il valore della capacità in funzione dei parametri ϵ e ϵ_1 , facendo riferimento alla (4.1). Infine si cerca di stabilire un ordinamento.

Qui di seguito il calcolo della capacità di una singola RSU nel caso abbia:

- Due RSU co-locate:

$$\frac{c}{1 + 2\epsilon}$$

- Una RSU co-locata e una vicina:

$$\frac{c}{1 + \epsilon + \epsilon_1}$$

- Una RSU co-locata e una lontana:

$$\frac{c}{1 + \epsilon}$$

- Due RSU vicine:

$$\frac{c}{1 + 2\epsilon_1}$$

- Una RSU vicina e una lontana:

$$\frac{c}{1 + \epsilon_1}$$

- Due RSU lontane:

$$c$$

Tenendo conto che $\epsilon > \epsilon_1$ si cerca di individuare un ordinamento:

$$\frac{c}{1 + 2\epsilon} < \frac{c}{1 + \epsilon + \epsilon_1} < \left(\frac{c}{1 + \epsilon} < (>) \frac{c}{1 + 2\epsilon_1} \right) < \frac{c}{1 + \epsilon_1} < c \quad (4.2)$$

L'unico dubbio riguarda la parentesi perchè il segno maggiore o minore dipende dai valori reciproci di ϵ e ϵ_1 .

Si ha che:

$$\frac{c}{1 + \epsilon} < \frac{c}{1 + 2\epsilon_1}$$

per

$$\epsilon > 2\epsilon_1$$

Ovviamente a segni invertiti si ottiene l'altro possibile ordinamento.

Nel paragrafo successivo si considera il caso in cui O_1 installi la sua RSU nel sito B e si analizzano le possibili strategie di O_2 .

4.2 RSU O_1 installata in B

In questo paragrafo si ipotizza che O_1 installi la propria RSU nel sito candidato B. Si analizzano le strategie che O_2 può adottare e per ciascuna di esse si calcolano le funzioni di utilità per entrambi gli operatori, ossia la quantità di traffico dati che ogni operatore riesce a soddisfare.

O_2 ha le seguenti possibilità:

- Due RSU co-locate: entrambe le RSU installate nel sito B (caso B-BB)
- Due RSU vicine co-locate: entrambe le RSU installate in A o in C (B-AA, B-CC casi simmetrici)
- Una RSU co-locata e una vicina: una RSU installata in B, l'altra in A o in C (B-AB, B-BC casi simmetrici)
- Due RSU vicine non co-locate: una RSU installata in A e una in C (caso B-AC)

Per ciascuno dei casi individuati si calcola ora la funzione di utilità.

Caso B-BB

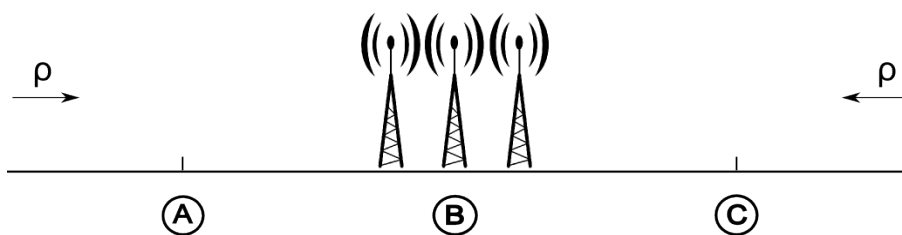


Figura 4.1: Capacità $O_1 : \frac{c}{1+2\epsilon}$ Capacità $O_2 : \frac{2c}{1+2\epsilon}$

Le tre RSU co-locate si spartiscono il traffico. In questo modo O_2 serve i $2/3$ del traffico dato che dispone di due RSU contro l'una di O_1

In caso di saturazione ciascun operatore serve traffico pari alla propria capacità totale.

In formule:

$$U_1 = \min \left(\frac{2\rho}{3}; \frac{c}{1+2\epsilon} \right)$$

$$U_2 = \min \left(\frac{4\rho}{3}; \frac{2c}{1+2\epsilon} \right)$$

Caso B-AA = Caso B-CC

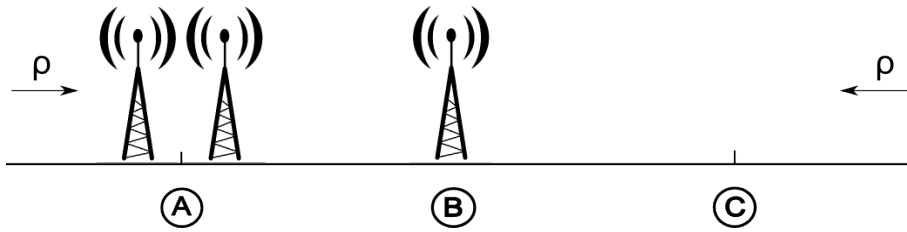


Figura 4.2: Capacità $O_1 : \frac{c}{1+2\epsilon_1}$ Capacità $O_2 : \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1}$

Le due RSU di O_2 sono co-locate e poste in un sito vicino a B che può essere A o C.

Ciascuno dei due operatori serve il traffico che intercetta in base alla posizione. In più serve il traffico di spill-over che l'altro operatore non è riuscito a servire perchè saturo.

Nel caso saturi la RSU di O_1 il traffico di spill-over verrà servito da O_2 . Questo è il caso in cui la capacità di O_1 è minore rispetto alla capacità totale di O_2 :

$$\frac{c}{1+2\epsilon_1} < \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \quad \text{Vero per} \quad \epsilon < 3\epsilon_1$$

Ovviamente a segni invertiti vale il viceversa.

In caso di saturazione ogni operatore serve traffico pari alla propria capacità.

In formule:

$$U_1 = \min \left(\rho + \text{Max} \left(\rho - \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1}; 0 \right); \frac{c}{1+2\epsilon_1} \right)$$

$$U_2 = \min \left(\rho + \text{Max} \left(\rho - \frac{2c}{1+2\epsilon_1}; 0 \right); \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \right)$$

Caso B-AB = B-BC

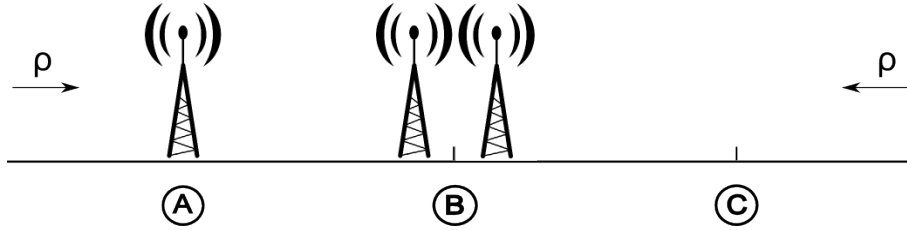


Figura 4.3: Capacità $O_1 : \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1}$ Capacità $O_2 : \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1}$

O_2 installa una RSU in co-locazione con O_1 in B e una in un sito vicino che può essere A o C.

Se non c'è spill-over, O_2 serve il traffico che intercetta con la RSU non co-localata più il traffico che spartisce con la RSU di O_1 co-localata.

In caso di traffico più intenso può succedere che saturi la RSU di O_2 non co-localata e allora lo spill-over sarebbe spartito tra le RSU co-localate dei due operatori, oppure che saturino le due RSU co-localate e allora tutto lo spill-over sarebbe servito da O_2 .

In uno scenario di traffico simmetrico, si verifica il primo caso quando la capacità della singola RSU di O_2 è minore rispetto alla somma delle capacità delle RSU co-localate:

$$\frac{c}{1+2\epsilon_1} < \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \quad \text{Vero per} \quad \epsilon < 3\epsilon_1$$

Il secondo caso descritto avviene a segni invertiti.

In caso di saturazione ogni operatore serve traffico pari alla propria capacità.

In formule:

$$U_1 = \min \left(\frac{\rho + \text{Max} \left(\rho - \frac{c}{1+2\epsilon_1}; 0 \right)}{2}; \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \right)$$

$$U_2 = \min \left(\frac{\rho + \text{Max} \left(\rho - \frac{c}{1+2\epsilon_1}; 0 \right)}{2}; \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \right) + \min \left(\rho + \text{Max} \left(\rho - \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1}; 0 \right); \frac{c}{1+2\epsilon_1} \right)$$

Caso B-AC

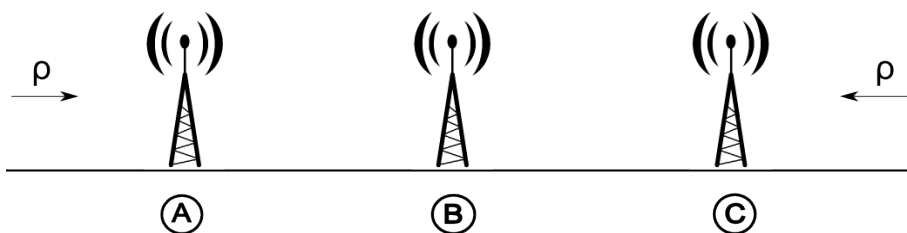


Figura 4.4: Capacità $O_1 : \frac{c}{1+2\epsilon_1}$ Capacità $O_2 : \frac{2c}{1+\epsilon_1}$

Le due RSU di O_2 sono installate nei siti A e C.

In questa configurazione tutto il traffico viene intercettato e quindi servito da O_2 .

Solo se O_2 satura, O_1 riesce a servire del traffico.

In altre parole O_1 è “accerchiato” da O_2 e si deve accontentare di servire il traffico di spill-over.

In formule:

$$U_1 = \min \left(\text{Max} \left(\rho - \frac{c}{1+\epsilon_1}; 0 \right) + \text{Max} \left(\rho - \frac{c}{1+\epsilon_1}; 0 \right); \frac{c}{1+2\epsilon_1} \right)$$

$$U_2 = \min \left(2\rho; \frac{2c}{1+\epsilon_1} \right)$$

Strategia migliore

Per definire qual è la strategia migliore per O_2 è sufficiente fare alcune considerazioni.

Per prima cosa si osservi che la configurazione B-AC è l'unica che permette a O_2 di servire tutto il carico di traffico, lasciando eventualmente a O_1 solo lo spill-over. In tutti gli altri casi O_1 riesce a servire almeno una parte del

traffico togliendolo di conseguenza a O_2 .

Detto ciò, viene da sé che una strategia diversa potrebbe essere più vantaggiosa solo nell'eventualità in cui la capacità totale di O_2 in tale configurazione fosse maggiore rispetto al caso B-AC. Si confrontano perciò le capacità totali di O_2 nei vari casi:

- B-BB vs B-AC: $\frac{2c}{1+2\epsilon} < \frac{2c}{1+\epsilon_1}$
- B-AA/CC vs B-AC: $\frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} < \frac{2c}{1+\epsilon_1}$
- B-AB/BC vs B-AC: $\frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} < \frac{2c}{1+\epsilon_1}$

Da ciò si può concludere che AC è la strategia migliore per O_2 qualsiasi sia il carico dati.

Per quanto riguarda O_1 si possono osservare le seguenti cose:

1. Per traffico molto scarso, cioè tale per cui nessuna RSU satura:

- $2\rho < \frac{2c}{1+2\epsilon_1}$ se $\epsilon < \frac{3}{2}\epsilon_1 + \frac{1}{4}$
- $2\rho < \frac{3c}{1+2\epsilon}$ se $\epsilon > \frac{3}{2}\epsilon_1 + \frac{1}{4}$

La configurazione più conveniente è B-AA (o B-CC) in cui riesce a servire traffico pari a ρ .

2. Per traffico totale $2\rho > \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{2c}{1+\epsilon_1}$, tutte le RSU sono sature

Le configurazioni più convenienti sono B-AA (o B-CC) oppure B-AC grazie alle quali riesce a servire traffico pari a $\frac{c}{1+2\epsilon_1}$.

4.3 RSU O_1 installata in A

In questo paragrafo si ipotizza che O_1 installi la propria RSU nel sito candidato A (o nel sito C: casi simmetrici, è sufficiente sostituire A con

C e viceversa nella seguente trattazione). Come nel paragrafo precedente si analizzano le strategie che O_2 può adottare e per ciascuna di esse si calcolano le funzioni di utilità per entrambe gli operatori.

O_2 ha le seguenti possibilità:

- Due RSU co-locate: entrambe le RSU installate nel sito A (caso A-AA)
- Due RSU vicine co-locate: entrambe le RSU installate in B (caso A-BB)
- Due RSU lontane co-locate: entrambe le RSU installate in C (caso A-CC)
- Una RSU co-locata e una vicina: una RSU installata in A e una in B (caso A-AB)
- Una RSU co-locata e una lontana: una RSU installata in A e una in C (caso A-AC)
- Una RSU vicina e una lontana: una RSU installata in B e una in C (caso A-BC)

Per ciascuno dei casi individuati si calcola la funzione di utilità.

Caso A-AA

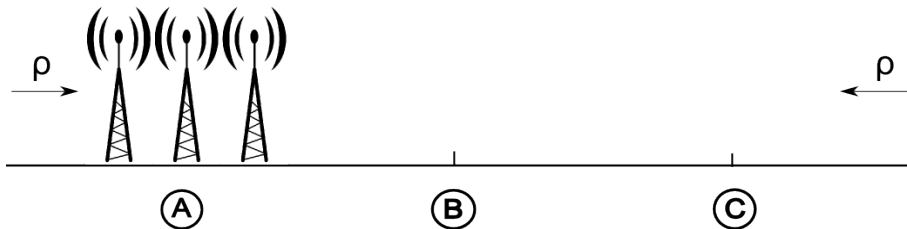


Figura 4.5: Capacità $O_1 : \frac{c}{1+2\epsilon}$ Capacità $O_2 : \frac{2c}{1+2\epsilon}$

Le tre RSU co-locate si spartiscono il traffico. In questo modo O_2 serve i $2/3$ del traffico dato che dispone di due RSU contro l'una di O_1 . In caso di saturazione ciascun operatore serve traffico pari alla propria capacità totale.

In formule:

$$U_1 = \min\left(\frac{2\rho}{3}; \frac{c}{1+2\epsilon}\right)$$

$$U_2 = \min\left(\frac{4\rho}{3}; \frac{2c}{1+2\epsilon}\right)$$

Ora si calcolano le funzioni di utilità a seconda del traffico (tornerà utile in seguito per definire la strategia migliore):

$$2\rho < \frac{3c}{1+2\epsilon} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} U_1 = \frac{2\rho}{3} \\ U_2 = \frac{4\rho}{3} \end{cases}$$

$$2\rho \geq \frac{3c}{1+2\epsilon} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} U_1 = \frac{c}{1+2\epsilon} \\ U_2 = \frac{2c}{1+2\epsilon} \end{cases}$$

Caso A-BB

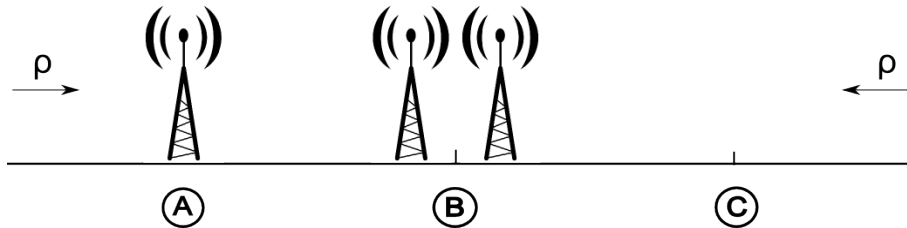


Figura 4.6: Capacità $O_1 : \frac{c}{1+2\epsilon_1}$ Capacità $O_2 : \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1}$

e due RSU di O_2 sono co-locate e installate nel sito B, cioè il sito vicino ad A.

Ciascuno dei due operatori serve il traffico che intercetta in base alla posizione. In più serve il traffico di spill-over che l'altro operatore non è riuscito a servire perchè saturo.

Nel caso saturi la RSU di O_1 il traffico di spill-over verrà servito da O_2 .

Nello scenario con traffico simmetrico, ciò corrisponde al caso in cui la capacità di O_1 è minore rispetto alla capacità totale di O_2 :

$$\frac{c}{1+2\epsilon_1} < \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \quad \text{Vero per} \quad \epsilon < 3\epsilon_1 + 1$$

Ovviamente a segni invertiti vale il viceversa.

In caso di saturazione ogni operatore serve traffico pari alla propria capacità.

In formule:

$$U_1 = \min \left(\rho + \text{Max} \left(\rho - \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1}; 0 \right); \frac{c}{1+2\epsilon_1} \right)$$

$$U_2 = \min \left(\rho + \text{Max} \left(\rho - \frac{c}{1+2\epsilon_1}; 0 \right); \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \right)$$

Ora si calcolino le funzioni di utilità a seconda del traffico. Come abbiamo visto è necessario distinguere in base alla direzione dello spill-over.

Per $\boxed{\epsilon < 3\epsilon_1 + 1}$

$$2\rho < \frac{2c}{1+2\epsilon_1} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} U_1 = \rho \\ U_2 = \rho \end{cases}$$

$$\frac{2c}{1+2\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} U_1 = \frac{c}{1+2\epsilon_1} \\ U_2 = 2\rho - \frac{c}{1+2\epsilon_1} \end{cases}$$

$$2\rho \geq \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} U_1 = \frac{c}{1+2\epsilon_1} \\ U_2 = \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \end{cases}$$

Per $\boxed{\epsilon > 3\epsilon_1 + 1}$

$$2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} U_1 = \rho \\ U_2 = \rho \end{cases}$$

$$\frac{4c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} U_1 = 2\rho - \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \\ U_2 = \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \end{cases}$$

$$2\rho \geq \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} U_1 = \frac{c}{1+2\epsilon_1} \\ U_2 = \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \end{cases}$$

Caso A-CC

Le due RSU di O_2 sono co-locate e installate nel sito C, cioè il sito lontano da A.

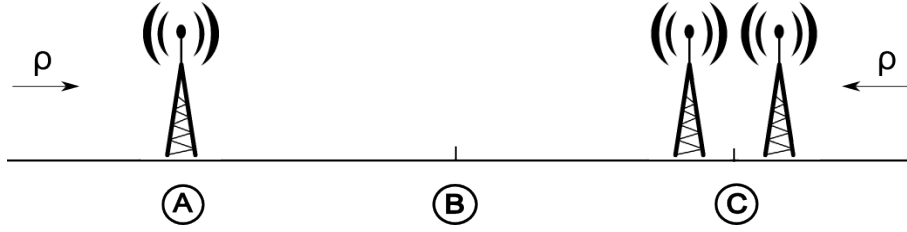


Figura 4.7: Capacità $O_1 : c$ Capacità $O_2 : \frac{2c}{1+\epsilon}$

Ciascuno dei due operatori serve il traffico che intercetta in base alla posizione. In più serve il traffico di spill-over che l'altro operatore non è riuscito a servire perchè saturo.

Nello scenario con traffico simmetrico, saturano sempre prima le RSU di O_2 perchè la loro capacità totale è minore rispetto alla capacità di O_1 :

$$\frac{2c}{1+\epsilon} < c \quad \text{Vero per} \quad \epsilon > 1$$

In caso di saturazione ogni operatore serve traffico pari alla propria capacità.

In formule:

$$U_1 = \min \left(\rho + \text{Max} \left(\rho - \frac{2c}{1+\epsilon}; 0 \right); c \right)$$

$$U_2 = \min \left(\rho + \text{Max} (\rho - c; 0); \frac{2c}{1+\epsilon} \right)$$

Ora si calcolino le funzioni di utilità a seconda del traffico:

$$\begin{aligned} 2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon} &\rightarrow \begin{cases} U_1 = \rho \\ U_2 = \rho \end{cases} \\ \frac{4c}{1+\epsilon} \leq 2\rho < c + \frac{2c}{1+\epsilon} &\rightarrow \begin{cases} U_1 = 2\rho - \frac{2c}{1+\epsilon} \\ U_2 = \frac{2c}{1+\epsilon} \end{cases} \\ 2\rho \geq c + \frac{2c}{1+\epsilon} &\rightarrow \begin{cases} U_1 = c \\ U_2 = \frac{2c}{1+\epsilon} \end{cases} \end{aligned}$$

Caso A-AB

Le RSU di O_2 sono installate nei siti A e B, cioè una in co-locazione con O_1 e l'altra nel sito vicino.

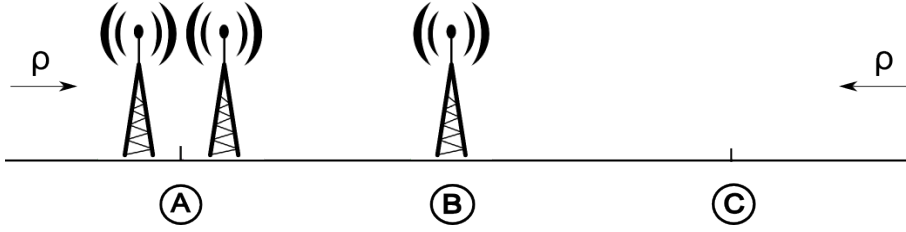


Figura 4.8: Capacità $O_1 : \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1}$ Capacità $O_2 : \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1}$

Il traffico viene servito nel modo seguente: il carico dati proveniente da sinistra viene spartito equamente tra le RSU di O_1 e O_2 co-locate in A, il carico da destra viene gestito unicamente dalla RSU di O_2 nel sito B. Per quanto riguarda il traffico di spill-over, se saturano le RSU co-locate, esso sarà servito dalla RSU di O_2 installata in B. Se è quest'ultima a saturare, lo spill-over sarà spartito equamente tra le RSU di O_1 e O_2 co-locate in A.

Nello scenario di traffico simmetrico si avrà spill-over verso B se:

$$\frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} < \frac{c}{1+2\epsilon_1} \quad \text{Vero per} \quad \epsilon > 3\epsilon_1 + 1$$

Ovviamente a segni invertiti si avrà spill-over verso A.

In caso di saturazione ogni operatore serve traffico pari alla propria capacità.

In formule:

$$U_1 = \min \left(\frac{\rho + \text{Max} \left(\rho - \frac{c}{1+2\epsilon_1}; 0 \right)}{2}; \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \right)$$

$$U_2 = \min \left(\frac{\rho + \text{Max} \left(\rho - \frac{c}{1+2\epsilon_1}; 0 \right)}{2}; \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \right) + \min \left(\rho + \text{Max} \left(\rho - \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1}; 0 \right); \frac{c}{1+2\epsilon_1} \right)$$

Ora si calcolino le funzioni di utilità a seconda del traffico. Come già visto è necessario distinguere in base alla direzione dello spill-over.

Per $\boxed{\epsilon < 3\epsilon_1 + 1}$

$$2\rho < \frac{2c}{1+2\epsilon_1} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} U_1 = \frac{\rho}{2} \\ U_2 = \frac{\rho}{2} + \rho \end{cases}$$

$$\frac{2c}{1+2\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} U_1 = \frac{1}{2} \left(2\rho - \frac{c}{1+2\epsilon_1} \right) \\ U_2 = \frac{1}{2} \left(2\rho - \frac{c}{1+2\epsilon_1} \right) + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \end{cases}$$

$$2\rho \geq \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} U_1 = \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \\ U_2 = \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \end{cases}$$

Per $\boxed{\epsilon > 3\epsilon_1 + 1}$

$$2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} U_1 = \frac{\rho}{2} \\ U_2 = \frac{\rho}{2} + \rho \end{cases}$$

$$\frac{4c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} U_1 = \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \\ U_2 = 2\rho - \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \end{cases}$$

$$2\rho \geq \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} U_1 = \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \\ U_2 = \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \end{cases}$$

Caso A-AC

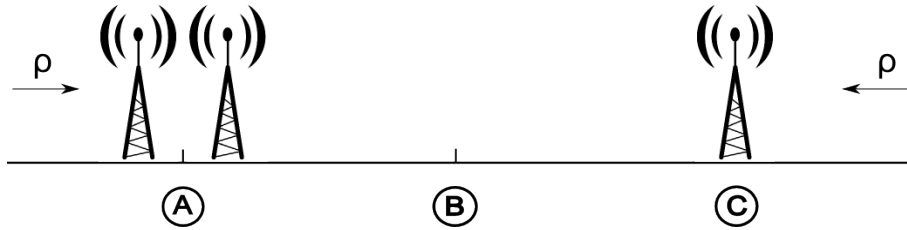


Figura 4.9: Capacità $O_1 : \frac{c}{1+\epsilon}$ Capacità $O_2 : \frac{c}{1+\epsilon} + c$

Le RSU di O_2 sono installate nei siti A e C, cioè una in co-locazione con O_1 e l'altra nel sito lontano.

Il traffico viene servito nel modo seguente: il carico dati proveniente da sinistra viene spartito equamente tra le RSU di O_1 e O_2 co-locate in A, il carico da destra viene gestito unicamente dalla RSU di O_2 nel sito C. Per quanto riguarda il traffico di spill-over, se saturano le RSU co-locate, esso sarà servito dalla RSU di O_2 installata in C. Se è quest'ultima a saturare, lo spill-over sarà spartito equamente tra le RSU di O_1 e O_2 co-locate in A.

Nello scenario di traffico simmetrico avrò sempre spill-over verso C:

$$\frac{2c}{1+\epsilon} < c \quad \text{Vero per } \epsilon > 1$$

In caso di saturazione ogni operatore serve traffico pari alla propria capacità.

In formule:

$$U_1 = \min \left(\frac{\rho + \text{Max}(\rho - c; 0)}{2}; \frac{c}{1+\epsilon} \right)$$

$$U_2 = \min \left(\frac{\rho + \text{Max}(\rho - c; 0)}{2}; \frac{c}{1+\epsilon} \right) + \min \left(\rho + \text{Max} \left(\rho - \frac{2c}{1+\epsilon}; 0 \right); c \right)$$

Ora si calcolino le funzioni di utilità a seconda del traffico.

$$2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} U_1 = \frac{\rho}{2} \\ U_2 = \frac{\rho}{2} + \rho \end{cases}$$

$$\frac{4c}{1+\epsilon} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon} + c \quad \rightarrow \quad \begin{cases} U_1 = \frac{c}{1+\epsilon} \\ U_2 = 2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} \end{cases}$$

$$2\rho \geq \frac{2c}{1+\epsilon} + c \quad \rightarrow \quad \begin{cases} U_1 = \frac{c}{1+\epsilon} \\ U_2 = \frac{c}{1+\epsilon} + c \end{cases}$$

Caso A-BC

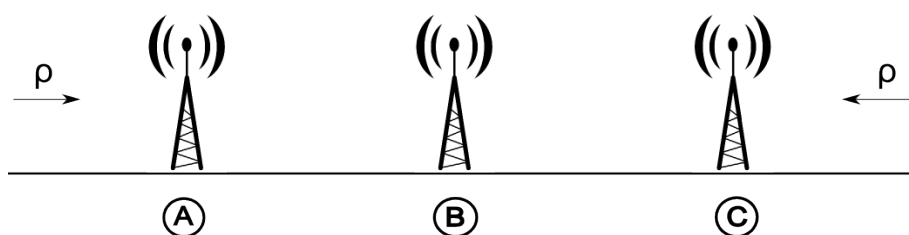


Figura 4.10: Capacità $O_1 : \frac{c}{1+\epsilon_1}$ Capacità $O_2 : \frac{c}{1+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1}$

Le RSU di O_2 sono installate nei siti B e C, cioè una vicino e una lontano rispetto a O_1 .

Il traffico viene gestito nel modo seguente: il carico dati proveniente da sinistra viene servito dalla RSU di O_1 nel sito A, il carico da destra viene servito dalla RSU di O_2 nel sito C. Per quanto riguarda il traffico di spill-over, se satura la RSU di O_1 , avrà spill-over verso l'altro operatore, cioè il traffico sarà servito da una delle due RSU di O_2 . Se invece satura la RSU di O_2 in C, lo spill-over sarà gestito dall'altra RSU di O_2 fino a saturazione. Se il carico

dati è superiore alla capacità totale di O_2 allora avrò doppio spill-over e il traffico sarà servito dalla RSU di O_1 installata in A.

Nello scenario di traffico simmetrico si avrà sempre spill-over verso O_2 . Infatti le RSU installate nei siti A e C, appartenenti rispettivamente a O_1 e O_2 hanno la stessa capacità. Perciò se satura la RSU in C, satura anche la RSU in A e tutto il traffico di spill-over sarà servito dalla RSU di O_2 installata nel sito B.

In caso di saturazione ogni operatore serve traffico pari alla propria capacità.

In formule:

$$U_1 = \min \left(\rho + \text{Max} \left(\rho - \frac{c}{1 + \epsilon_1} - \frac{c}{1 + 2\epsilon_1}; 0 \right); \frac{c}{1 + \epsilon_1} \right)$$

$$U_2 = \min \left(\rho + \text{Max} \left(\rho - \frac{c}{1 + \epsilon_1}; 0 \right); \frac{c}{1 + \epsilon_1} + \frac{c}{1 + 2\epsilon_1} \right)$$

Ora si calcolino le funzioni di utilità a seconda del traffico.

$$2\rho < \frac{2c}{1 + \epsilon_1} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} U_1 = \rho \\ U_2 = \rho \end{cases}$$

$$\frac{2c}{1 + \epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{2c}{1 + \epsilon_1} + \frac{c}{1 + 2\epsilon_1} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} U_1 = \frac{c}{1 + \epsilon_1} \\ U_2 = 2\rho - \frac{c}{1 + \epsilon_1} \end{cases}$$

$$2\rho \geq \frac{2c}{1 + \epsilon_1} + \frac{c}{1 + 2\epsilon_1} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} U_1 = \frac{c}{1 + \epsilon_1} \\ U_2 = \frac{c}{1 + \epsilon_1} + \frac{c}{1 + 2\epsilon_1} \end{cases}$$

Strategia migliore

In questo caso è più complicato stabilire quale sia la strategia migliore per O_2 . Si possono fare delle considerazioni per traffico scarso e per traffico molto intenso, ma è necessaria un'analisi più approfondita per valori di traffico intermedi, che verrà svolta nel seguente paragrafo.

Per prima cosa sia chiaro che con il termine "traffico scarso" si intende una quantità di traffico dati tale che nessuna RSU in nessuna possibile strategia considerata saturi. A seconda dei parametri ϵ e ϵ_1 si hanno diverse capacità e quindi diversi valori di traffico di saturazione:

- Per $\epsilon < \frac{3}{2}\epsilon_1 + \frac{1}{4}$ nessuna RSU satura se: $2\rho < \frac{2c}{1+2\epsilon_1}$
- Per $\epsilon > \frac{3}{2}\epsilon_1 + \frac{1}{4}$ nessuna RSU satura se: $2\rho < \frac{3c}{1+2\epsilon}$

Sotto le condizioni di traffico appena viste, le strategie più vantaggiose per O_2 sono AB e AC, in cui la funzione di utilità è pari a: $U_2 = \rho + \frac{\rho}{2}$.

Ora si consideri il caso in cui il carico di richieste dati sia molto intenso, cioè tale da saturare tutte le RSU in tutti i casi. Questa quantità di traffico può essere:

$$2\rho = \frac{2c}{1+\epsilon} + c \quad \text{oppure} \quad 2\rho = \frac{2c}{1+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1}$$

Quale delle due sia maggiore dipende dai valori di ϵ e ϵ_1 (come si vedrà nel dettaglio)

Sotto queste condizioni di traffico la funzione di utilità nei vari casi, non è altro che la capacità totale a disposizione di O_2 :

$$\text{A-AA: } U_2 = \frac{2c}{1+2\epsilon}$$

$$\text{A-BB: } U_2 = \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1}$$

$$\text{A-CC: } U_2 = \frac{2c}{1+\epsilon}$$

$$\text{A-AB: } U_2 = \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1}$$

$$\text{A-AC: } U_2 = \frac{c}{1+\epsilon} + c$$

$$\text{A-BC: } U_2 = \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon_1}$$

Confrontando le varie utilità, si ottiene un ordinamento tra le possibili strategie che però dipende dai valori dei parametri ϵ e ϵ_1 :

$$AA < BB < [AB < (>)CC] < [BC < (>)AC] \quad (4.3)$$

Dai confronti risulta che le strategie migliori per O_2 , in caso di traffico intenso sono AC o BC, quale delle due dipende dai valori dei parametri ϵ e ϵ_1 . In particolare:

$$\frac{c}{1+\epsilon} + c > (<) \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon_1}$$

Da cui:

$$2\epsilon\epsilon_1^2 + 4\epsilon_1^2 + 3\epsilon_1 - \epsilon > (<)0 \quad (4.4)$$

Ricapitolando, per traffico molto intenso:

Se la (4.4) > 0 allora la strategia migliore è AC

Se la (4.4) < 0 allora la strategia migliore è BC

Nel paragrafo seguente si analizza nel dettaglio la situazione per condizioni di traffico intermedie, considerando diversi casi a seconda del valore del parametro ϵ in funzione del parametro ϵ_1 . Si è già visto come per quantità di traffico molto diverse tra loro, la strategia AC sia per O_2 una scelta vantaggiosa, molto spesso la migliore. Per questo motivo, nel prossimo paragrafo si confrontano le funzioni di utilità delle possibili strategie di O_2 con quella che si otterrebbe scegliendo la strategia AC.

4.4 Confronto utilità

In questo paragrafo si cerca di definire la strategia migliore per O_2 , per ogni quantità di traffico e per ogni possibile valore di ϵ e ϵ_1 .

A tal proposito è utile fare subito due considerazioni.

1. Ordinamento capacità

Come visto nella (4.2), a seconda dei valori di ϵ e ϵ_1 , posso avere i seguenti ordinamenti:

$$\begin{array}{l} \boxed{\epsilon > 2\epsilon_1} \quad \frac{c}{1+2\epsilon} < \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} < \frac{c}{1+\epsilon} < \frac{c}{1+2\epsilon_1} < \frac{c}{1+\epsilon_1} < c \\ \boxed{\epsilon < 2\epsilon_1} \quad \frac{c}{1+2\epsilon} < \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} < \frac{c}{1+2\epsilon_1} < \frac{c}{1+\epsilon} < \frac{c}{1+\epsilon_1} < c \end{array}$$

2. Direzione spill-over casi AB e BB

$$\begin{array}{l} \boxed{\epsilon < 3\epsilon_1 + 1} \quad \text{BB} \rightarrow \quad \text{AB} \leftarrow \\ \boxed{\epsilon > 3\epsilon_1 + 1} \quad \text{BB} \leftarrow \quad \text{AB} \rightarrow \end{array}$$

Le frecce indicano, in riferimento alle figure (4.6) e (4.8), la direzione dello spill-over: verso destra (cioè verso il sito B) se satura/saturano prima la/le RSU nel sito A, verso sinistra (cioè verso il sito A) se satura/saturano prima la/le RSU nel sito B.

Si avranno quindi 3 casi

$$1. \quad \boxed{2\epsilon_1 < \epsilon < 3\epsilon_1 + 1}$$

$$\frac{c}{1+2\epsilon} < \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} < \frac{c}{1+\epsilon} < \frac{c}{1+2\epsilon_1} < \frac{c}{1+\epsilon_1} < c \quad \text{BB} \rightarrow \text{AB} \leftarrow$$

$$2. \quad \boxed{\epsilon < 2\epsilon_1}$$

$$\frac{c}{1+2\epsilon} < \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} < \frac{c}{1+2\epsilon_1} < \frac{c}{1+\epsilon} < \frac{c}{1+\epsilon_1} < c \quad \text{BB} \rightarrow \text{AB} \leftarrow$$

$$3. \quad \boxed{\epsilon > 3\epsilon_1 + 1}$$

$$\frac{c}{1+2\epsilon} < \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} < \frac{c}{1+\epsilon} < \frac{c}{1+2\epsilon_1} < \frac{c}{1+\epsilon_1} < c \quad \text{BB} \leftarrow \text{AB} \rightarrow$$

Per ognuno di questi tre casi verrà confrontata l'utilità ottenuta da O_2 tramite strategia AC (che risulta essere la miglior scelta nella maggior parte dei casi) con l'utilità ottenuta in tutte le altre strategie possibili (AA, BB, CC, AB, BC). Tale confronto verrà effettuato sotto diverse condizioni di traffico, a seconda dei livelli di saturazione, ossia delle capacità, delle varie RSU.

4.4.1 Caso 1: $2\epsilon_1 < \epsilon < 3\epsilon_1 + 1$

AA-AC

Il procedimento illustrato qui nel dettaglio, sarà utilizzato per ogni confronto successivo.

Per prima cosa è necessario trovare sotto quali condizioni di traffico nessuna RSU satura in nessuna delle due strategie prese in considerazione.

Per quanto riguarda la strategia AA, le RSU sono co-locate e perciò saturano tutte e tre contemporaneamente per $2\rho \geq \frac{3c}{1+2\epsilon}$

Per quanto riguarda la strategia AC, le RSU che saturano per prime sono quelle co-locate in AA e ciò avviene per $2\rho \geq \frac{4c}{1+\epsilon}$

Poichè $\frac{3c}{1+2\epsilon} < \frac{4c}{1+\epsilon}$, allora nessuna RSU satura per:

- $\boxed{2\rho < \frac{3c}{1+2\epsilon}}$

Sotto questa condizione di traffico, si confronta l'utilità ottenuta da O_2 utilizzando le strategie AC e AA e si indica quale strategia sia la più vantaggiosa:

$$\rho + \frac{\rho}{2} > \frac{4}{3}\rho \quad \boxed{\text{AC}}$$

Ora si passa ad analizzare la situazione per traffico tale da saturare le tre RSU co-locate in A nel caso di strategia AA, ma non sufficiente a saturare le due RSU co-locate in A nel caso di strategia AC:

- $\boxed{\frac{3c}{1+2\epsilon} \leq 2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon}}$

$$\rho + \frac{\rho}{2} > \frac{2c}{1+2\epsilon} \quad \boxed{\text{AC}}$$

Per traffico tale da saturare le due RSU co-locate in A nella strategia AC, ma non la RSU installata in C:

- $\boxed{\frac{4c}{1+\epsilon} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon} + c}$

$$2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} > \frac{2c}{1+2\epsilon} \quad \boxed{\text{AC}}$$

Infine per traffico tale da saturare tutte le RSU in entrambe le strategie:

- $\boxed{2\rho \geq \frac{2c}{1+\epsilon} + c}$

$$\frac{c}{1+\epsilon} + c > \frac{2c}{1+2\epsilon} \quad \boxed{\text{AC}}$$

CC-AC

Si segue il medesimo procedimento.

- $\boxed{2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon}}$

$$\rho + \frac{\rho}{2} > \rho \quad \boxed{\text{AC}}$$

- $\boxed{\frac{4c}{1+\epsilon} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon} + c}$
 $2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} > \frac{2c}{1+\epsilon}$ AC
- $\boxed{2\rho \geq \frac{2c}{1+\epsilon} + c}$
 $c + \frac{c}{1+\epsilon} > \frac{2c}{1+\epsilon}$ AC

BB-AC

La seguente condizione

$$\frac{2c}{1+2\epsilon_1} < \frac{4c}{1+\epsilon} \quad \text{per:} \quad \epsilon < 4\epsilon_1 + 1$$

Sempre valida nel caso considerato ($2\epsilon_1 < \epsilon < 3\epsilon_1 + 1$)

Implica che per $2\rho < \frac{2c}{1+2\epsilon_1}$ nessuna RSU satura in nessuna delle due strategie considerate.

Detto ciò si può procedere:

- $\boxed{2\rho < \frac{2c}{1+2\epsilon_1}}$
 $\rho + \frac{\rho}{2} > \rho$ AC

Ora è necessario verificare se la quantità di traffico che satura la RSU installata in A nella strategia AC, è maggiore o minore rispetto al traffico che satura tutte le RSU nella strategia BB, cioè:

$$\frac{4c}{1+\epsilon} > \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1}$$

Si riesce a risolvere spezzando la disequazione:

$$\frac{2c}{1+\epsilon} > \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \quad \text{Sempre}$$

$$\frac{2c}{1+\epsilon} > \frac{c}{1+2\epsilon_1} \quad \text{per: } \epsilon < 4\epsilon_1 + 1$$

Quindi nel caso che stiamo considerando la disequazione è sempre verificata.

Perciò:

- $\boxed{\frac{2c}{1+2\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1}}$
 $\rho + \frac{\rho}{2} > 2\rho - \frac{c}{1+2\epsilon_1}$ AC

$$\bullet \quad \boxed{\frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon}}$$

$$\rho + \frac{\rho}{2} > \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AC}}$$

$$\bullet \quad \boxed{\frac{4c}{1+\epsilon} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon} + c}$$

$$2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} > \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AC}}$$

$$\bullet \quad \boxed{2\rho \geq \frac{2c}{1+\epsilon} + c}$$

$$\frac{c}{1+\epsilon} + c > \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AC}}$$

AB-AC

Considerando quanto appena visto per le condizioni di traffico

$$\bullet \quad \boxed{2\rho < \frac{2c}{1+2\epsilon_1}}$$

$$\rho + \frac{\rho}{2} = \rho + \frac{\rho}{2} \quad \boxed{\text{AB=AC}}$$

$$\bullet \quad \boxed{\frac{2c}{1+2\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1}}$$

$$\rho + \frac{\rho}{2} > \frac{1}{2}\left(2\rho - \frac{c}{1+2\epsilon_1}\right) + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AC}}$$

$$\bullet \quad \boxed{\frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon}}$$

$$\rho + \frac{\rho}{2} > \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AC}}$$

$$\bullet \quad \boxed{\frac{4c}{1+\epsilon} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon} + c}$$

$$2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} > \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AC}}$$

$$\bullet \quad \boxed{2\rho \geq \frac{2c}{1+\epsilon} + c}$$

$$\frac{c}{1+\epsilon} + c > \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AC}}$$

BC-AC

Come al solito si verifica sotto quali condizioni di traffico nessuna RSU satura in nessuna delle due strategie prese in considerazione.

$$\frac{2c}{1+\epsilon_1} < \frac{4c}{1+\epsilon} \quad \text{per:} \quad \epsilon < 2\epsilon_1 + 1$$

Si avranno perciò due possibilità:

$$1. 2\epsilon_1 < \epsilon < 2\epsilon_1 + 1$$

La RSU in A nella strategia BC satura per condizioni di traffico inferiori rispetto alle 2 RSU co-locate in A nella strategia AC.

$$\bullet \quad \boxed{2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon_1}}$$

$$\rho + \frac{\rho}{2} > \rho \quad \boxed{\text{AC}}$$

$$\bullet \quad \boxed{\frac{2c}{1+\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon}}$$

$$\rho + \frac{\rho}{2} > 2\rho - \frac{c}{1+\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AC}}$$

$$2. 2\epsilon_1 + 1 < \epsilon < 3\epsilon_1 + 1$$

Le RSU co-locate in A nella strategia AC saturano per condizioni di traffico inferiori rispetto alla RSU in A nella strategia BC.

$$\bullet \quad \boxed{2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon}}$$

$$\rho + \frac{\rho}{2} > \rho \quad \boxed{\text{AC}}$$

$$\bullet \quad \boxed{\frac{4c}{1+\epsilon} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon_1}}$$

$$2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} > \rho \quad \boxed{\text{AC}}$$

Si confrontano ora le utilità per quantità di traffico che saturano le RSU nel sito A in entrambe le strategie, ma non le RSU installate negli altri siti, cioè:

$$\bullet \quad \text{Caso 1: } \boxed{\frac{4c}{1+\epsilon} \leq 2\rho < K} \quad \text{Caso 2: } \boxed{\frac{2c}{1+\epsilon_1} \leq 2\rho < K}$$

$$2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} > 2\rho - \frac{c}{1+\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AC}}$$

Il K indicato come quantità generica di traffico, corrisponde al minore tra i seguenti valori:

$$K_1 = \frac{2c}{1+\epsilon} + c \quad K_2 = \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{2c}{1+\epsilon_1}$$

È perciò necessario risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{2c}{1+\epsilon} + c > (<) \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{2c}{1+\epsilon_1}$$

Da cui si ottiene:

$$2\epsilon\epsilon_1^2 + 6\epsilon_1^2 - 2\epsilon\epsilon_1 + 4\epsilon_1 - 2\epsilon - 1 > (<)0 \quad (4.5)$$

La quale non è risolvibile in forma chiusa. Tuttavia, a seconda del verso ho i seguenti 2 casi:

$$1. (4.5) > 0 \quad K = \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{2c}{1+\epsilon_1}$$

Significa che per tale K le RSU di O_2 saturano nella strategia BC ma non in AC. Quindi:

$$\bullet \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{2c}{1+\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon} + c$$

$$2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} > \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AC}}$$

$$\bullet 2\rho \geq \frac{2c}{1+\epsilon} + c$$

$$\frac{c}{1+\epsilon} + c > \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AC}}$$

$$2. (4.5) < 0 \quad K = \frac{2c}{1+\epsilon} + c$$

Significa che per tale K le RSU di O_2 saturano nella strategia AC ma non in BC.

È necessario ora studiare cosa accade per il seguente range di traffico:

$$\frac{2c}{1+\epsilon} + c \leq 2\rho < \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{2c}{1+\epsilon_1}$$

In questo range si ha il seguente confronto tra utilità:

$$\frac{c}{1+\epsilon} + c > 2\rho - \frac{c}{1+\epsilon_1}$$

Da cui si ottiene:

$$2\rho < c + \frac{c}{1+\epsilon} + \frac{c}{1+\epsilon_1}$$

Ora è necessario sapere sotto quali condizioni tale valore si trova (<) o no (>) nel range di traffico considerato, cioè:

$$c + \frac{c}{1+\epsilon} + \frac{c}{1+\epsilon_1} < (>) \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{2c}{1+\epsilon_1}$$

Svolgendo i conti, risulta che questa disequazione corrisponde a quella già vista per il confronto tra le capacità di O_2 in AC e BC:

$$c + \frac{c}{1 + \epsilon} < (>) \frac{c}{1 + 2\epsilon_1} + \frac{2c}{1 + \epsilon_1}$$

Da cui si ottiene la (4.4), qui rammentata:

$$2\epsilon\epsilon_1^2 + 4\epsilon_1^2 + 3\epsilon_1 - \epsilon < (>) 0$$

Quindi:

(a) (4.4) > 0 La capacità totale in AC è maggiore rispetto a BC

$$\bullet \quad \boxed{\frac{2c}{1+\epsilon} + c \leq 2\rho < \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{2c}{1+\epsilon_1}}$$

$$\frac{c}{1+\epsilon} + c > 2\rho - \frac{c}{1+\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AC}}$$

$$\bullet \quad \boxed{2\rho \geq \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{2c}{1+\epsilon_1}}$$

$$\frac{c}{1+\epsilon} + c > \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AC}}$$

(b) (4.4) < 0 La capacità totale in BC è maggiore rispetto a AC

$$\bullet \quad \boxed{\frac{2c}{1+\epsilon} + c \leq 2\rho < c + \frac{c}{1+\epsilon} + \frac{c}{1+\epsilon_1}}$$

$$\frac{c}{1+\epsilon} + c > 2\rho - \frac{c}{1+\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AC}}$$

$$\bullet \quad \boxed{c + \frac{c}{1+\epsilon} + \frac{c}{1+\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{2c}{1+\epsilon_1}}$$

$$\frac{c}{1+\epsilon} + c < 2\rho - \frac{c}{1+\epsilon_1} \quad \boxed{\text{BC}}$$

$$\bullet \quad \boxed{2\rho \geq \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{2c}{1+\epsilon_1}}$$

$$\frac{c}{1+\epsilon} + c < \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon_1} \quad \boxed{\text{BC}}$$

4.4.2 Caso 2: $\epsilon < 2\epsilon_1$

AA-AC

Identico al Caso 1.

CG-AC

Identico al Caso 1.

BB-AC

Identico al Caso 1.

AB-AC

Identico al Caso 1.

BC-AC

Innanzitutto è necessario verificare sotto quali condizioni di traffico nessuna RSU satura in nessuna delle due strategie prese in considerazione.

$$\frac{2c}{1+\epsilon_1} < \frac{4c}{1+\epsilon} \quad \text{per:} \quad \epsilon < 2\epsilon_1 + 1$$

Cioè sempre nel caso considerato: $\epsilon < 2\epsilon_1 < 2\epsilon_1 + 1$

Si effettuano ora i vari confronti a seconda delle diverse condizioni di traffico:

- $\boxed{2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon_1}}$
 $\rho + \frac{\rho}{2} > \rho \quad \boxed{\text{AC}}$
- $\boxed{\frac{2c}{1+\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon}}$
 $\rho + \frac{\rho}{2} > 2\rho - \frac{c}{1+\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AC}}$

Ora si verifica facilmente che per $\epsilon < 2\epsilon_1$:

$$\frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon_1} < \frac{c}{1+\epsilon} + c$$

Dopo questa considerazione, si può procedere con l'analisi:

$$\bullet \quad \boxed{\frac{4c}{1+\epsilon} \leq 2\rho < \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{2c}{1+\epsilon_1}}$$

$$2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} > 2\rho - \frac{c}{1+\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AC}}$$

$$\bullet \quad \boxed{\frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{2c}{1+\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon} + c}$$

$$2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} > \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AC}}$$

$$\bullet \quad \boxed{2\rho \geq \frac{2c}{1+\epsilon} + c}$$

$$\frac{c}{1+\epsilon} + c > \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AC}}$$

4.4.3 Caso 3: $\epsilon > 3\epsilon_1 + 1$

AA-AC

Identico al caso 1.

CC-AC

Identico al caso 1.

BB-AC

La seguente condizione

$$\frac{4c}{1+\epsilon+\epsilon_1} < \frac{4c}{1+\epsilon}$$

Implica che per $2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon+\epsilon_1}$ nessuna RSU satura in nessuna delle due strategie considerate.

Detto ciò si può procedere:

$$\bullet \quad \boxed{2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon+\epsilon_1}}$$

$$\rho + \frac{\rho}{2} > \rho \quad \boxed{\text{AC}}$$

Si noti che per valori di traffico superiori a quello indicato, O_2 nella strategia BB satura e perciò la sua funzione di utilità rimane sempre pari alla capacità totale.

Fatta questa considerazione si può concludere l'analisi:

- $\boxed{\frac{4c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon}}$
 $\rho + \frac{\rho}{2} > \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1}$ AC
- $\boxed{\frac{4c}{1+\epsilon} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon} + c}$
 $2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} > \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1}$ AC
- $\boxed{2\rho \geq \frac{2c}{1+\epsilon} + c}$
 $\frac{c}{1+\epsilon} + c > \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1}$ AC

AB-AC

La quantità di traffico per cui nessuna RSU satura in nessuna delle due strategie considerate, come abbiamo già visto:

- $\boxed{2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon+\epsilon_1}}$
 $\rho + \frac{\rho}{2} > \rho + \frac{\rho}{2}$ AB=AC

Ora è necessario verificare se la quantità di traffico che satura la RSU installata in A nella strategia AC, è maggiore o minore rispetto al traffico che satura tutte le RSU nella strategia BB, cioè:

$$\frac{4c}{1+\epsilon} > (<) \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1}$$

Da cui si ottiene:

$$8\epsilon_1^2 - \epsilon^2 + 3\epsilon\epsilon_1 + 7\epsilon_1 + 1 > (<) 0 \quad (4.6)$$

Si avranno perciò due casi:

1. (4.6) < 0 $\frac{4c}{1+\epsilon} < \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1}$
 - $\boxed{\frac{4c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon}}$
 $\rho + \frac{\rho}{2} < 2\rho - \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1}$ AB

Questo accade perchè satura O_1 nella strategia AB, quindi tutto il traffico di spill-over viene servito da O_2 . Nella strategia AC invece O_1 non satura, quindi continua a servire parte del traffico.

$$\bullet \quad \boxed{\frac{4c}{1+\epsilon} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1}}$$

$$2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} < 2\rho - \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AB}}$$

Ora è necessario analizzare la situazione per questo range di traffico:

$$\frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon} + c$$

In questo range si ha il seguente confronto tra utilità

$$2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} < \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1}$$

Che è vero per:

$$2\rho < \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon}$$

Tale valore è sempre contenuto nel range di traffico considerato infatti:

$$\frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon} < \frac{2c}{1+\epsilon} + c$$

Procedendo con l'analisi:

$$\bullet \quad \boxed{\frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon}}$$

$$2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} < \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AB}}$$

$$\bullet \quad \boxed{\frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon} + c}$$

$$2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} > \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AC}}$$

$$2. (4.6) > 0 \quad \frac{4c}{1+\epsilon} > \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1}$$

$$\bullet \quad \boxed{\frac{4c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1}}$$

$$\rho + \frac{\rho}{2} < 2\rho - \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} \quad \boxed{\text{AB}}$$

Ora è necessario analizzare la situazione per questo range di traffico:

$$\frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon}$$

Nel quale ho il seguente confronto tra utilità:

$$\rho + \frac{\rho}{2} < \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1}$$

Che è vero per:

$$2\rho < \frac{4}{3} \left(\frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \right)$$

Verifico sotto che condizione tale valore si trova (<) o no (>) nel range di traffico considerato, cioè:

$$\frac{4}{3} \left(\frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \right) < (>) \frac{4c}{1+\epsilon}$$

Da cui si ricava la seguente disequazione:

$$\epsilon^2 - 6\epsilon_1^2 - 3\epsilon\epsilon_1 - 6\epsilon_1 - 1 < (>) 0 \quad (4.7)$$

(a) (4.7) < 0 Valore incluso nel range di traffico considerato

- $\frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{4}{3} \left(\frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \right)$
 $\rho + \frac{\rho}{2} < \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1}$ AB
- $\frac{4}{3} \left(\frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \right) \leq 2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon}$
 $\rho + \frac{\rho}{2} > \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1}$ AC
- $\frac{4c}{1+\epsilon} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon} + c$
 $2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} > \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1}$ AC

(b) (4.7) > 0 Valore non incluso nel range di traffico considerato

- $\frac{2c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} \leq 2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon}$
 $\rho + \frac{\rho}{2} < \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1}$ AB

Ora è necessario considerare questo range di traffico:

$$\frac{4c}{1+\epsilon} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon} + c$$

Nel quale si ha il seguente confronto tra utilità:

$$2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} < \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1}$$

Che è vero per:

$$2\rho < \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon}$$

Tale valore è sempre contenuto nel range di traffico considerato infatti:

$$\frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon} < \frac{2c}{1+\epsilon} + c$$

Procedo con l'analisi:

- $\frac{4c}{1+\epsilon} \leq 2\rho < \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon}$
 $2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} < \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1}$ AB
- $\frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon} + c$
 $2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} > \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1}$ AC

Infine considero il caso di saturazione totale in entrambe le strategie

- $2\rho \geq \frac{2c}{1+\epsilon} + c$
 $\frac{c}{1+\epsilon} + c > \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1}$ AC

BC-AC

Verifico sotto quali condizioni di traffico nessuna RSU satura in nessuna delle due strategie prese in considerazione.

$$\frac{4c}{1+\epsilon} < \frac{2c}{1+\epsilon_1} \quad \text{per:} \quad \epsilon > 2\epsilon_1 + 1$$

Nel caso considerato, tale disequazione vale sempre poichè:

$$\epsilon > 3\epsilon_1 + 1 > 2\epsilon_1 + 1$$

Si può iniziare l'analisi:

- $\boxed{2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon}}$
 $\rho + \frac{\rho}{2} > \rho$ AC
- $\boxed{\frac{4c}{1+\epsilon} \leq 2\rho < \frac{2c}{1+\epsilon_1}}$
 $2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} > \rho$ AC

Ora si confrontano le utilità per quantità di traffico che saturano le RSU nel sito A in entrambe le strategie, ma non le RSU installate negli altri siti, cioè:

- $\boxed{\frac{2c}{1+\epsilon_1} \leq 2\rho < K}$
 $2\rho - \frac{c}{1+\epsilon} > 2\rho - \frac{c}{1+\epsilon_1}$ AC

Il K indicato come quantità generica di traffico, corrisponde al minore tra i seguenti valori:

$$K_1 = \frac{2c}{1+\epsilon} + c \qquad K_2 = \frac{c}{1+2\epsilon_1} + \frac{2c}{1+\epsilon_1}$$

...

Da qui in poi la trattazione è identica al caso $2\epsilon_1 < \epsilon < 3\epsilon_1 + 1$.

4.5 Considerazioni

Si propone un breve riassunto dei risultati ottenuti in questo scenario in cui O_1 è l'operatore *incumbent* che ha già installato la sua RSU e O_2 è un operatore OLO (*Other Licensed Operator*) che vuole entrare nel mercato e ha la possibilità di installare due RSU.

Innanzitutto si è notato che O_2 riesce a rubare tutto il traffico a O_1 se ha l'opportunità di "accerciarlo", ossia di installare le proprie RSU in posizioni diametralmente opposte rispetto alla sua RSU. Se ciò non è possibile, la

scelta dipende da tre parametri: il flusso di traffico totale 2ρ e i parametri di interferenza ϵ e ϵ_1 .

Dalla trattazione risulta che per $\epsilon < 2\epsilon_1$ la strategia migliore per O_2 è installare le proprie RSU nei siti A e C, indipendentemente dalle condizioni di traffico. Inoltre lo stesso operatore, per traffico totale pari a $2\rho < \frac{2c}{1+2\epsilon_1}$ può anche decidere di installare le RSU in A e B ottenendo la stessa utilità. In altre parole significa che per casi in cui l'interferenza tra RSU co-locate non sia tanto svantaggiosa rispetto a quella tra RSU vicine, a O_2 conviene sempre co-locare una RSU con O_1 , in maniera tale da ridurne la capacità e indurre spill-over. In questo modo O_2 utilizza una RSU per rubare traffico a O_1 e l'altra per servire il traffico intercettato per posizione più lo spill-over indotto. Chiaramente se O_2 ha la possibilità di scegliere dove installare la seconda RSU è più conveniente che la installi nel sito lontano, in maniera tale da avere il massimo dell'utilità, anche nel caso in cui le stime sul traffico totale 2ρ siano poco precise.

Si prenda ora in considerazione la situazione per $2\epsilon_1 < \epsilon < 3\epsilon_1 + 1$.

Anche in questo caso, se il traffico totale è pari a $2\rho < \frac{2c}{1+2\epsilon_1}$, l'operatore O_2 ottiene la massima utilità installando le RSU indifferentemente in AC o in AB.

Per tutte le altre quantità di traffico la strategia più vantaggiosa per O_2 è AC, eccetto per una particolare condizione (4.4) dettata dai parametri ϵ e ϵ_1 . Sotto questa condizione, per traffico pari a $2\rho > c + \frac{c}{1+\epsilon} + \frac{c}{1+\epsilon_1}$, la strategia migliore è rappresentata da BC perchè offre capacità totale maggiore rispetto alla strategia AC. Infatti mentre la strategia AC offre la possibilità di rubare più traffico a O_1 tramite la RSU co-locata in A, e quindi risulta conveniente per un carico di traffico inferiore alla soglia indicata, la strategia BC offre a O_2 una capacità totale maggiore, che diventa vantaggiosa per un carico

di traffico elevato. Paradossalmente, per le particolari condizioni indicate, a O_2 conviene installare la prima RSU in B anzichè in A, ossia diminuire l'interferenza con la RSU di O_1 e crearne con la propria installata in C; ciò tuttavia consente di ottenere un aumento della capacità totale. Infatti se è vero che diminuisce la capacità della RSU in C è vero anche che aumenta la capacità dell'altra RSU, installata in B anzichè in A.

In generale si può dire che quando l'interferenza tra RSU co-locate è molto più intensa rispetto a RSU vicine, si verifica il caso appena descritto.

Infine si consideri la situazione per $\epsilon > 3\epsilon_1 + 1$, dove si hanno casi diversi a seconda dei parametri ϵ e ϵ_1 e delle quantità di traffico. Si ricordi che sotto questa condizione cambia il verso dello spill-over nei casi A-BB (4.6) e A-AB (4.8).

Innanzitutto per $2\rho < \frac{4c}{1+\epsilon+\epsilon_1}$, le strategie che offrono utilità massima sono AC e AB. Questa quantità di traffico è quella necessaria a saturare le RSU co-locate in A nella strategia AB. Perciò per quantità di traffico superiori, in questa strategia, tutto il traffico in più verrà servito esclusivamente da O_2 perchè O_1 è saturo. Questo è il motivo per cui, per traffico totale $2\rho < \frac{c}{1+\epsilon+\epsilon_1} + \frac{c}{1+\epsilon} + \frac{c}{1+2\epsilon_1}$, in alcuni casi (vedi paragrafo 1.4.3 per i dettagli) AB risulta essere la strategia più vantaggiosa.

Infine per carico totale di traffico superiore, la strategia più conveniente risulta essere AC, ad eccezione di alcuni casi particolari in cui invece risulta essere BC(vedi sopra).

In generale si può dire che in tutti i casi visti O_2 utilizza una RSU, di fatto, per creare interferenza con la RSU di O_1 diminuendone la capacità e l'altra RSU per servire la maggior quantità di traffico possibile.

Capitolo 5

Gioco bi-livello

Nei precedenti capitoli si è trattato il problema dal solo punto di vista degli operatori, trovando un equilibrio basato esclusivamente sulle funzioni di utilità degli stessi. In questo capitolo si aggiunge la possibilità di scelta da parte degli utenti a seconda delle condizioni di congestione della rete e quindi del tempo di servizio. Ciò comporta lo studio di un gioco bi-livello in cui al livello superiore vi è il gioco tra gli operatori visto nel capitolo 2, in cui ognuno deve installare una RSU scegliendo tra tre siti candidati. Al livello inferiore avviene il gioco tra gli utenti che possono scegliere a quale rete connettersi a seconda del ritardo medio offerto dalla rete. I due giochi sono collegati nel modo seguente: dal primo dipende la capacità di ciascun operatore che, a sua volta, influisce sul ritardo medio offerto agli utenti. Su esso si basano le scelte degli stessi nel secondo gioco; tali scelte vanno poi a definire la funzione di utilità dell'operatore nel gioco di livello superiore. L'obiettivo è trovare un equilibrio di Nash per il gioco bi-livello, che sia sintesi dell'equilibrio trovato in ciascuno dei due giochi.

Il capitolo è strutturato come segue.

Per prima cosa è descritto lo scenario in cui si opera. Subito dopo vengono descritti nel dettaglio i giochi e viene evidenziata la reciproca influenza tra

essi, introducendo l'idea di gioco bi-livello. Nei paragrafi successivi si cerca di trovare un equilibrio per questo gioco bi-livello nel caso di densità di traffico uniforme in tutto il tratto di strada considerato. Infine il tratto di strada viene diviso in due porzioni, ciascuna con una diversa densità di traffico, e anche in questo caso si cerca l'equilibrio per il gioco bi-livello.

5.1 Scenario

Due operatori concorrenti O_1 e O_2 devono decidere dove installare le proprie RSU, lungo un tratto di strada rettilinea, al fine di avere ciascuno il maggior numero di utenti connessi. La scelta avviene contemporaneamente e ogni operatore può scegliere tra 3 possibili siti candidati: A, B, C.

Il raggio di azione di ciascuna RSU è indicato come R .

La distanza tra i siti A-C è pari a D , mentre tra i siti A-B e B-C è pari a $\frac{D}{2}$.

La distanza generica tra le RSU dei due operatori è indicata con d .

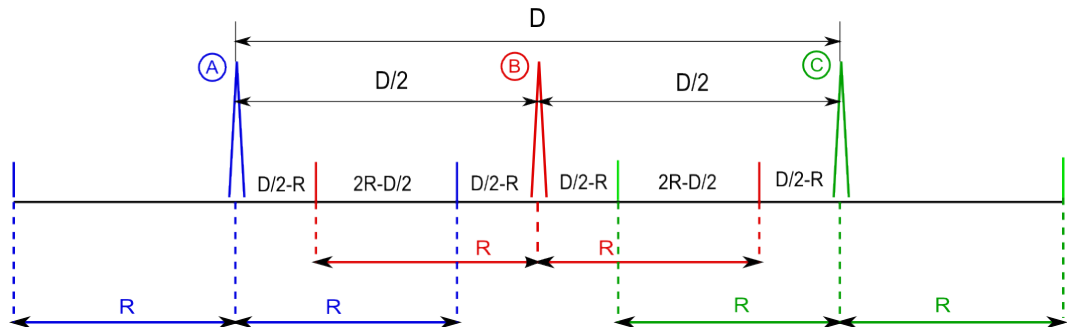


Figura 5.1: Scenario di riferimento

A seconda delle scelte possono verificarsi 3 casi:

- CO-LOCAZIONE ($d = 0$): O_1 e O_2 installano le RSU nello stesso sito, grande interferenza

- RSU VICINE ($d = \frac{D}{2}$): O_1 e O_2 installano le RSU in siti vicini, media interferenza
- RSU LONTANE ($d = D$): O_1 e O_2 installano RSU in siti lontani, nessuna interferenza

Nei casi in cui le RSU interferiscono, si hanno delle zone di overlap (A_{ol}), laddove le aree di copertura si intersecano:

- CO-LOCAZIONE: $A_{ol} = 2R$
- RSU VICINE: $A_{ol} = R - (\frac{D}{2} - R) = 2R - \frac{D}{2}$

Ogni RSU ha una capacità pari a c . Questa però diminuisce al crescere dell'interferenza, come già visto precedentemente:

- CO-LOCAZIONE: capacità = $\frac{c}{1+c}$
- RSU VICINE: capacità = $\frac{c}{1+c_1}$

Per quanto riguarda il traffico di veicoli, si prenda in considerazione una densità lineare: $\lambda = [\frac{\text{veicoli}}{\text{metro}}]$

Si assuma un valor medio di dati richiesti da ogni veicolo pari a $\alpha = [\frac{Mb}{sec}]$

Il traffico dati, indicato con $\rho = [\frac{Mb}{sec}]$, dipenderà da questi due parametri e dal tratto di strada considerato S_{cons} :

$$\rho = \lambda \cdot S_{cons} \cdot \alpha$$

Il tratto di strada totale preso in considerazione misura $D + 2R$.

La distanza tra i siti non interferenti D , deve essere: $2R < D < 4R$

- $D > 2R \rightarrow$ affinché i siti lontani siano non interferenti tra loro
- $D < 4R \rightarrow$ affinché i siti vicini siano interferenti tra loro

L'obiettivo è trovare un equilibrio perfetto per sottogiochi che soddisfi i due operatori

- Sottogioco dei veicoli: si svolge solo nelle zone di overlap, laddove cioè gli utenti hanno possibilità di scegliere a quale rete connettersi. Ogni utente agisce in maniera selfish, cioè si connette alla rete che offre il ritardo medio minore.
- Gioco degli operatori: ognuno sceglie uno dei tre siti con l'obiettivo di massimizzare la propria funzione di utilità, ossia la quantità di traffico dati servito.

Si analizzano ora nel dettaglio entrambi i giochi e di seguito si vedrà come giungere all'equilibrio finale.

5.2 Gioco dei veicoli

Tale gioco ha luogo solamente nelle zone di overlap, cioè in quelle aree coperte da entrambi gli operatori. Infatti solo in questo caso gli utenti possono scegliere a quale rete connettersi, altrimenti la connessione all'unica rete disponibile è automatica.

Come già detto ogni utente decide in maniera egoistica, cioè curando solamente i propri interessi. Tale gioco è non-cooperativo in quanto ogni utente sceglie la rete che offre il minor ritardo, senza sapere nulla sulle scelte degli altri utenti.

L'esigenza di trovare un equilibrio nasce dal fatto che il ritardo offerto dalla rete dipende dal numero di utenti che hanno scelto tale rete.

Si prenda come riferimento il ritardo medio in una coda M/M/1 [23]:

$$r(\rho_i) = \begin{cases} \frac{1}{c_i - \rho_i} & \rho_i < c_i \\ \infty & \rho_i \geq c_i \end{cases}$$

Dove:

- c_i = capacità della RSU dell'operatore i . Come visto può essere uguale

$$\text{a: } \frac{c}{1+\epsilon}, \frac{c}{1+\epsilon_1}, c.$$

- ρ_i = carico di traffico dati sulla RSU dell'operatore i .

$$\rho_i = \rho_{i,e} + \rho_{i,g}$$

$\rho_{i,e}$ = traffico dati da utenti coperti solo da rete i

$\rho_{i,g}$ = traffico dati da utenti che dopo il gioco scelgono rete i

$$\rho_g = \rho_{1,g} + \rho_{2,g} = \text{traffico dati totale in gioco}$$

Ora si assuma che gli utenti siano molti, cioè che la richiesta di traffico di ciascun utente si possa considerare infinitesima rispetto alla richiesta totale. In questo caso ogni utente effettua la propria scelta in base al ritardo misurato prima del proprio arrivo, potendo considerare la propria scelta ininfluenza su tale misurazione. Ogni veicolo perciò sceglie la rete a cui collegarsi tenendo conto del livello di congestione precedente al momento del proprio arrivo, considerando minimo il proprio contributo ad innalzare tale livello. Assunto ciò, si possono considerare le richieste di traffico dati in uno spazio continuo. L'obiettivo perciò è trovare un equilibrio tra gli utenti in un gioco non-atomico non-cooperativo. A tale scopo può essere utile applicare l'enunciato di Wardrop al nostro caso specifico:

“Si avrà equilibrio quando il costo di connessione alla rete i (in termini di ritardo) per ogni utente, sarà minore o uguale al costo di connessione alla rete $j \neq i$ non scelta”

Si può dire che l'equilibrio di Wardrop è un'estensione per giochi non-atomici dell'equilibrio di Nash. In altre parole è una ripartizione delle richieste di traffico tra le due reti (laddove c'è overlap) $\rho_{GAME}^{we} = (\rho_{1,g}^{we}, \rho_{2,g}^{we})$ che sia non-

negativa e tale che: $\rho_{1,g}^{we} + \rho_{2,g}^{we} = \rho_g$.

Tale ripartizione deve verificare le seguenti condizioni:

- Se: $\rho_{1,g}^{we} > 0 \quad \rho_{2,g}^{we} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{c_1 - (\rho_{1,e} + \rho_{1,g}^{we})} \leq \frac{1}{c_2 - (\rho_{2,e} + \rho_{2,g}^{we})}$
- Se: $\rho_{1,g}^{we} = 0 \quad \rho_{2,g}^{we} > 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{c_1 - (\rho_{1,e} + \rho_{1,g}^{we})} \geq \frac{1}{c_2 - (\rho_{2,e} + \rho_{2,g}^{we})}$
- Se: $\rho_{1,g}^{we} > 0 \quad \rho_{2,g}^{we} > 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{c_1 - (\rho_{1,e} + \rho_{1,g}^{we})} = \frac{1}{c_2 - (\rho_{2,e} + \rho_{2,g}^{we})}$

Questo equilibrio di Wardrop trovato tra gli utenti $(\rho_{1,g}^{we}, \rho_{2,g}^{we})$, andrà ad influire direttamente sulle richieste di traffico totali per ciascuna rete:

$$\rho_1 = \rho_{1,e} + \rho_{1,g}^{we} \qquad \rho_2 = \rho_{2,e} + \rho_{2,g}^{we}$$

Tali valori rappresentano le revenue per il gioco tra gli operatori. Si noti che essi variano a seconda delle scelte reciproche degli operatori. Tale concetto verrà spiegato in maniera esaustiva nel paragrafo successivo, in cui si vedrà nel dettaglio il gioco degli operatori.

5.3 Gioco degli operatori

Si è visto nel paragrafo precedente come sia possibile trovare un equilibrio tra molti utenti che agiscono in maniera egoistica, senza nessuna cooperazione. In questo paragrafo si vedrà come la ricerca di tale equilibrio sia legata in maniera biunivoca alle scelte reciproche dei due operatori che devono decidere in che posizioni installare le proprie RSU, al fine di servire ognuno più traffico possibile. Anche in questo caso il gioco è non-cooperativo e ogni giocatore agisce in maniera egoistica.

L'obiettivo in questo caso è trovare un equilibrio di Nash:

“Si avrà equilibrio di Nash quando nessuno dei due operatori avrà vantaggio a cambiare unilateralmente la propria strategia”

Si procede come visto nel capitolo 2, costruendo le tabelle delle revenue e confrontandole. Si noti che le revenue derivano direttamente dal gioco degli utenti visto nel paragrafo precedente che, a sua volta, dipende dalle posizioni reciproche degli operatori. Infatti le strategie scelte da questi, determinano l'esistenza o meno, e la grandezza, delle aree di overlap in cui si svolge il gioco.

Nel prossimo paragrafo si evidenziano le dipendenze reciproche tra i vari elementi del modello.

5.4 Relazione tra gli elementi del modello

Sono riassunte sinteticamente le relazioni che intercorrono all'interno del nostro scenario, per capire a fondo come i diversi componenti sono collegati e si influenzano vicendevolmente.

- CAPACITA': $c_1(d) = c_2(d)$
dipende da d , distanza reciproca tra le RSU degli operatori
- AREE OVERLAP: $A_{ol}(d, R)$
dipende da d , distanza reciproca tra le RSU degli operatori e da R , raggio di copertura di ciascuna RSU
- RICHIESTE TRAFFICO: $\rho_i = \rho_{i,e} + \rho_{i,g}^{we}$

$$\rho_{i,e}(A_{nol}(d, R), \lambda, \alpha, c(d)) = A_{nol} \cdot \lambda \cdot \alpha$$

Il traffico esclusivo si ha al di fuori delle zone di overlap A_{nol} (da qui la relazione con d e R) e dipende dalla densità di veicoli λ nel tratto di strada considerato, dalla richiesta media di traffico per veicolo α e dalla capacità della RSU $c(d)$ che rappresenta la quantità massima di

traffico che la RSU può servire.

$$\rho_{i,g}^{we}(A_{ol}(d, R), \lambda, \alpha, c(d))$$

Il traffico dati ottenuto tramite gioco degli utenti dipende dall'ampiezza della zona di overlap (cioè da d e R), dalla densità di veicoli λ nel tratto di strada considerato, dalla richiesta media di traffico per veicolo α e dalla capacità della RSU $c(d)$ che rappresenta la quantità massima di traffico che la RSU può servire.

Infine per quanto riguarda i giochi:

- GIOCO VEICOLI:

$$\Psi(A_{ol}(d(\Delta), R), \lambda, \alpha, c(d(\Delta)))$$

- GIOCO OPERATORI:

$$\Delta(A_{nol}(d, R), \lambda, \alpha, \Psi)$$

Questa notazione sintetica riassume in maniera chiara come i due giochi si influenzino a vicenda. Si nota che il gioco dei veicoli Ψ è influenzato dal gioco degli operatori Δ per quanto riguarda le aree di overlap e le capacità delle RSU. Entrambi gli elementi, infatti, dipendono dalla posizione reciproca delle RSU dei due operatori che è frutto della strategia scelta da ciascun giocatore nel gioco Δ .

Le revenue utili a valutare le strategie nel gioco Δ , corrispondono al traffico che ogni RSU riesce a servire in maniera esclusiva a seconda della posizione rispetto all'altra RSU, più il traffico derivante dal gioco Ψ che riesce a servire. A causa di questa influenza reciproca si tratta di un gioco bi-livello.

5.5 Densità di traffico uniforme

In questo paragrafo viene svolta la ricerca dell'equilibrio per il gioco bi-livello, nel caso in cui la densità di traffico rimane costante per tutto il tratto di strada.

Per comodità di notazione si utilizzerà il parametro $\gamma = \lambda \cdot \alpha \left[\frac{Mb/s}{m} \right]$. Inoltre la capacità delle RSU sarà considerata sufficiente al fine di servire tutte le richieste di traffico, anche nel caso più critico di co-localazione.

Il procedimento sarà il seguente.

Per prima cosa si studia il gioco dei veicoli per tutte le possibili posizioni reciproche delle RSU dei due operatori, ossia per i diversi valori di d e quindi di capacità. In questo modo si trova la quantità di traffico connesso a ciascun operatore, per ognuna delle sue possibili strategie. A questo punto si inseriscono i valori trovati nella tabella delle revenue, da cui infine si trova l'equilibrio cercato.

5.5.1 Gioco veicoli

- $d = 0$ Le RSU sono co-localate. Area di overlap = $2R$
Perciò, il traffico esclusivo sarà:

$$\rho_{1,e} = 0 \qquad \rho_{2,e} = 0$$

Il traffico totale da spartirsi tramite gioco:

$$\rho_{tot,g} = \gamma 2R$$

Al fine di analizzare la spartizione del traffico tra i due operatori, è necessario eguagliare il ritardo medio nelle due reti:

$$r_1 = \frac{1}{\frac{c}{1+c} - (0 + \rho_{1,g})} = \frac{1}{\frac{c}{1+c} - (0 + \rho_{2,g})} = r_2$$

Da cui: $\rho_{1,g} = \rho_{2,g}$

Cioè il gioco si risolve con spartizione equa del traffico:

$$\rho_1 = 0 + \gamma R \quad \rightarrow \quad \boxed{\rho_1 = \gamma R}$$

$$\rho_2 = 0 + \gamma R \quad \rightarrow \quad \boxed{\rho_2 = \gamma R}$$

- $\boxed{d = \frac{D}{2}}$ Le RSU sono posizionate vicine. Area di overlap = $2R - \frac{D}{2}$

Traffico esclusivo:

$$\rho_{1,e} = \rho_{2,e} = \gamma \left(\frac{D}{2} - R + R \right) = \gamma \frac{D}{2}$$

Traffico totale in gioco:

$$\rho_{tot,g} = \gamma \left(2R - \frac{D}{2} \right)$$

Al fine di analizzare la spartizione del traffico tra i due operatori, è necessario eguagliare il ritardo medio nelle due reti:

$$r_1 = \frac{1}{\frac{c}{1+\epsilon} - (\gamma \frac{D}{2} + \rho_{1,g})} = \frac{1}{\frac{c}{1+\epsilon} - (\gamma \frac{D}{2} + \rho_{2,g})} = r_2$$

Da cui: $\rho_{1,g} = \rho_{2,g}$

Cioè il gioco si risolverà con la spartizione equa del traffico:

$$\rho_1 = \gamma \frac{D}{2} + \frac{\gamma}{2} \left(2R - \frac{D}{2} \right) \quad \rightarrow \quad \boxed{\rho_1 = \gamma \left(R + \frac{D}{4} \right)}$$

$$\rho_2 = \gamma \frac{D}{2} + \frac{\gamma}{2} \left(2R - \frac{D}{2} \right) \quad \rightarrow \quad \boxed{\rho_2 = \gamma \left(R + \frac{D}{4} \right)}$$

- $\boxed{d = D}$ Le RSU sono posizionate lontane. Area di overlap nulla.

Traffico esclusivo:

$$\rho_{1,e} = \rho_{2,e} = \gamma 2R$$

Traffico totale in gioco:

$$\rho_{tot,g} = 0$$

Essendoci area di overlap, il gioco non ha luogo, perciò il traffico per ogni operatore sarà:

$$\rho_1 = \gamma 2R + 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\rho_1 = \gamma 2R}$$

$$\rho_2 = \gamma 2R + 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\rho_2 = \gamma 2R}$$

5.5.2 Gioco operatori

Le quantità di traffico dati (esclusivo e derivante da gioco) servite da ciascuno dei due operatori nei diversi casi di posizioni reciproche, corrispondono alle funzioni di utilità degli stessi nel contesto del gioco bi-livello. Per trovare l'equilibrio di tale gioco, è necessario inserire i valori trovati nella tabella delle revenue, come fatto per il gioco discreto del capitolo 2.

$\begin{array}{c} o_2 \\ \diagdown \\ o_1 \end{array}$	A	B	C
A	$\gamma R \quad \gamma R$	$\gamma(R+\frac{D}{4}) \quad \gamma(R+\frac{D}{4})$	$\gamma 2R \quad \gamma 2R$
B	$\gamma(R+\frac{D}{4}) \quad \gamma(R+\frac{D}{4})$	$\gamma R \quad \gamma R$	$\gamma(R+\frac{D}{4}) \quad \gamma(R+\frac{D}{4})$
C	$\gamma 2R \quad \gamma 2R$	$\gamma(R+\frac{D}{4}) \quad \gamma(R+\frac{D}{4})$	$\gamma R \quad \gamma R$

Figura 5.2: Tabella delle revenue in caso di densità di traffico uniforme

Nella tabella, le righe rappresentano la strategia scelta dall'operatore 1, mentre le colonne la strategia dell'operatore 2. In ogni cella, il primo valore rappresenta la revenue dell'operatore 1, il secondo la revenue dell'operatore 2. Per trovare l'equilibrio, come visto nel capitolo 2, si deve considerare per ogni possibile strategia dell'operatore 1, la miglior risposta dell'operatore 2

e viceversa. Se una cella (o più di una) risulta essere la miglior risposta per entrambi, allora questa combinazione di strategie garantisce un equilibrio.

In questo caso la ricerca dell'equilibrio è abbastanza immediata, essendo basata sul confronto tra questi tre valori:

$$\gamma R < \gamma \left(R + \frac{D}{4} \right) < \gamma 2R$$

Risulta che le seguenti combinazioni di strategie (A,C) e (C,A) rappresentano degli equilibri di Nash.

Si può concludere che, in condizioni di traffico costante in tutto il tratto di strada considerato, ai due operatori conviene collocare le proprie RSU lontane, in maniera tale che l'interferenza sia nulla. In questo modo, ciascuno dei due riesce a servire in maniera esclusiva una maggior quantità di traffico dati.

5.6 Densità di traffico non uniforme

In questo paragrafo si cerca di trovare l'equilibrio nel gioco bi-livello nel caso di densità di traffico non uniforme. Come si vede in figura nel primo tratto di strada si ha una densità pari a γ_l , nel successivo tratto si ha γ_r .

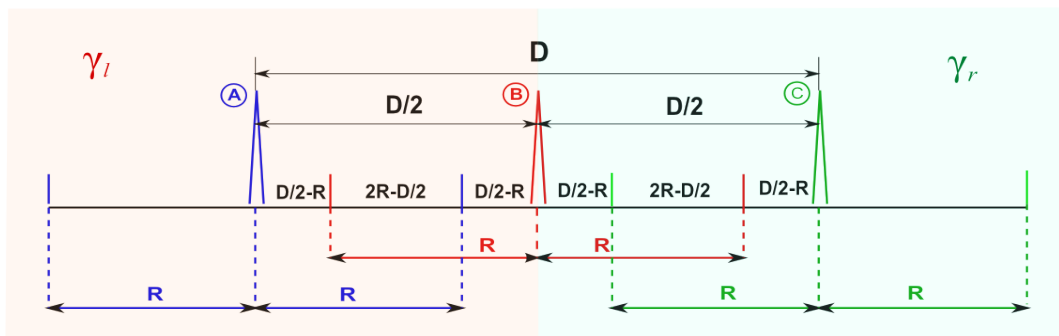


Figura 5.3: Scenario con densità di traffico non uniforme: γ_l e γ_r

Si imponga per ipotesi $\gamma_l > \gamma_r$. Il caso considerato può corrispondere nella pratica ad una strada dove è collocato un semaforo. Nelle sue vicinanze i veicoli tendono ad accumularsi e di conseguenza la densità di richieste di traffico dati sarà maggiore rispetto ad un tratto di strada lontano da esso.

Il procedimento è simile al paragrafo precedente: si cerca prima un equilibrio tra i veicoli nei vari casi, poi si inseriscono i valori trovati nella tabella delle revenue per trovare l'equilibrio del gioco bi-livello.

5.6.1 Gioco veicoli

$$\boxed{d = 0}$$

- (A,A)

Traffico esclusivo:

$$\rho_{1,e} = \rho_{2,e} = 0$$

Traffico totale in gioco:

$$\rho_{1,g} + \rho_{2,g} = 2R\gamma_l$$

In caso di co-localizzazione, come visto, il ritardo viene eguagliato:

$$r_1 = \frac{1}{\frac{c}{1+\epsilon} - (0 + \rho_{1,g})} = \frac{1}{\frac{c}{1+\epsilon} - (0 + \rho_{2,g})} = r_2$$

E il traffico spartito equamente:

$$\rho_{1,g} = R\gamma_l \quad \rightarrow \quad \boxed{\rho_1 = R\gamma_l}$$

$$\rho_{2,g} = R\gamma_l \quad \rightarrow \quad \boxed{\rho_2 = R\gamma_l}$$

- (B,B)

Traffico esclusivo:

$$\rho_{1,e} = \rho_{2,e} = 0$$

Traffico in gioco:

$$\rho_{1,g} + \rho_{2,g} = R\gamma_l + R\gamma_r$$

In caso di co-localazione, il ritardo viene egaugliato:

$$r_1 = \frac{1}{\frac{c}{1+\epsilon} - (0 + \rho_{1,g})} = \frac{1}{\frac{c}{1+\epsilon} - (0 + \rho_{2,g})} = r_2$$

E il traffico spartito equamente:

$$\rho_{1,g} = \frac{R}{2}(\gamma_l + \gamma_r) \quad \rightarrow \quad \boxed{\rho_1 = \frac{R}{2}(\gamma_l + \gamma_r)}$$

$$\rho_{2,g} = \frac{R}{2}(\gamma_l + \gamma_r) \quad \rightarrow \quad \boxed{\rho_2 = \frac{R}{2}(\gamma_l + \gamma_r)}$$

- (C,C)

Traffico esclusivo:

$$\rho_{1,e} = \rho_{2,e} = 0$$

Traffico in gioco:

$$\rho_{1,g} + \rho_{2,g} = 2R\gamma_r$$

In caso di co-localazione, il ritardo viene egaugliato:

$$r_1 = \frac{1}{\frac{c}{1+\epsilon} - (0 + \rho_{1,g})} = \frac{1}{\frac{c}{1+\epsilon} - (0 + \rho_{2,g})} = r_2$$

E il traffico spartito equamente:

$$\rho_{1,g} = R\gamma_r \quad \rightarrow \quad \boxed{\rho_1 = R\gamma_r}$$

$$\rho_{2,g} = R\gamma_r \quad \rightarrow \quad \boxed{\rho_2 = R\gamma_r}$$

$$\boxed{d = \frac{D}{2}}$$

- (A,B) RSU vicine. Area di overlap = $2R - \frac{D}{2}$

Traffico esclusivo:

$$\begin{cases} \rho_{1,e} = \gamma_l \left(R - \frac{D}{2} - R \right) = \gamma_l \frac{D}{2} \\ \rho_{2,e} = \gamma_l \left(\frac{D}{2} - R \right) + \gamma_r R \end{cases}$$

Traffico totale in gioco:

$$\rho_{1,g} + \rho_{2,g} = \gamma_l \left(2R - \frac{D}{2} \right)$$

Si trovi ora l'equilibrio di Wardrop:

$$\boxed{\rho_{1,g} > 0 \quad \rho_{2,g} = 0}$$

$$\frac{1}{\frac{c}{1+\epsilon_1} - \left(\gamma_l \frac{D}{2} + \rho_{1,g} \right)} < \frac{1}{\frac{c}{1+\epsilon_1} - \left(\gamma_l \left(\frac{D}{2} - R \right) + \gamma_r R \right)}$$

Si verifichi sotto che condizioni è vero che:

$$\gamma_l \frac{D}{2} + \rho_{1,g} < \gamma_l \left(\frac{D}{2} - R \right) + \gamma_r R$$

Da cui si ottiene:

$$\rho_{1,g} < R(\gamma_r - \gamma_l) \tag{5.1}$$

La quale non è mai verificata perchè:

$\rho_{1,g} \geq 0$ ma $\gamma_r - \gamma_l$ è una quantità negativa.

$$\boxed{\rho_{1,g} = 0 \quad \rho_{2,g} > 0}$$

$$\frac{1}{\frac{c}{1+\epsilon_1} - \left(\gamma_l \frac{D}{2} \right)} > \frac{1}{\frac{c}{1+\epsilon_1} - \left(\gamma_l \left(\frac{D}{2} - R \right) + \gamma_r R + \rho_{2,g} \right)}$$

Si verifichi sotto che condizioni è vero che:

$$\gamma_l \frac{D}{2} > \gamma_l \left(\frac{D}{2} - R \right) + \gamma_r R + \rho_{2,g}$$

Da cui:

$$\rho_{2,g} < R(\gamma_l - \gamma_r) \tag{5.2}$$

Avendo posto il caso in cui tutto il traffico in gioco si connetta a O_2 :

$$\rho_{1,g} = 0 \quad \rightarrow \quad \rho_{2,g} = \gamma_l \left(2R - \frac{D}{2} \right)$$

È necessario verificare per quali densità di traffico la (5.2) è vera:

$$\gamma_l \left(2R - \frac{D}{2} \right) < R(\gamma_l - \gamma_r)$$

Ottenendo la seguente importante condizione:

$$\gamma_l > \gamma_r \frac{R}{\frac{D}{2} - R} \quad \rightarrow \quad \gamma_l > \gamma_r \frac{2R}{D - 2R}$$

$$\boxed{\rho_{1,g} > 0 \quad \rho_{2,g} > 0}$$

$$\frac{1}{\frac{c}{1+\epsilon_1} - \left(\gamma_l \frac{D}{2} + \rho_{1,g} \right)} = \frac{1}{\frac{c}{1+\epsilon_1} - \left(\gamma_l \left(\frac{D}{2} - R \right) + \gamma_r R + \rho_{2,g} \right)}$$

Da questa uguaglianza, svolgendo i calcoli, si ottiene la seguente:

$$\rho_{1,g} - \rho_{2,g} = R(\gamma_r - \gamma_l)$$

Per trovare i valori di traffico assegnati dal gioco a ciascun operatore, è necessario risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} \rho_{1,g} + \rho_{2,g} = \left(2R - \frac{D}{2} \right) \gamma_l \\ \rho_{1,g} - \rho_{2,g} = R(\gamma_r - \gamma_l) \end{cases}$$

Da cui:

$$\rho_{1,g} = \frac{\gamma_l \left(R - \frac{D}{2} \right) + \gamma_r R}{2} \quad \rho_{2,g} = \frac{\gamma_l \left(3R - \frac{D}{2} \right) - \gamma_r R}{2}$$

Riassumendo:

$$\boxed{\gamma_l \leq \gamma_r \frac{2R}{D-2R}}$$

$$\begin{cases} \rho_1 = \gamma_l \frac{D}{2} + \frac{\gamma_l \left(R - \frac{D}{2} \right) + \gamma_r R}{2} \\ \rho_2 = \gamma_l \left(\frac{D}{2} - R \right) + \gamma_r R + \frac{\gamma_l \left(3R - \frac{D}{2} \right) - \gamma_r R}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} \rho_1 = \gamma_l \left(\frac{R}{2} + \frac{D}{4} \right) + \gamma_r \frac{R}{2} \\ \rho_2 = \gamma_l \left(\frac{R}{2} + \frac{D}{4} \right) + \gamma_r \frac{R}{2} \end{cases}$$

$$\boxed{\gamma_l > \gamma_r \frac{2R}{D-2R}}$$

$$\begin{cases} \rho_1 = \gamma_l \frac{D}{2} + 0 \\ \rho_2 = \gamma_l \left(\frac{D}{2} - R \right) + \gamma_r R + \gamma_l \left(2R - \frac{D}{2} \right) \end{cases} \quad \begin{cases} \rho_1 = \gamma_l \frac{D}{2} \\ \rho_2 = \gamma_l R + \gamma_r R \end{cases}$$

Ora è necessario controllare se la condizione $\gamma_l < \gamma_r \frac{2R}{D-2R}$ è possibile che si verifichi per i valori di D concessi:

Per ipotesi:

$$\gamma_l > \gamma_r$$

Perciò deve essere:

$$\frac{2R}{D-2R} > 1 \quad \rightarrow \quad D < 4R$$

Inoltre per ipotesi:

$$\gamma_l > 0$$

Da cui:

$$\frac{2R}{D-2R} > 0 \quad \rightarrow \quad D > 2R$$

Perciò per $2R < D < 4R$ è possibile che si verifichi la suddetta condizione. Tutto dipende dai valori di γ_l e γ_r .

- (B,C) RSU vicine. Area di overlap = $2R - \frac{D}{2}$

Traffico esclusivo:

$$\begin{cases} \rho_{1,e} = \gamma_l R + \gamma_r \left(\frac{D}{2} - R \right) \\ \rho_{2,e} = \gamma_r \left(R + \frac{D}{2} - R \right) = \gamma_r \frac{D}{2} \end{cases}$$

Traffico totale in gioco:

$$\rho_{1,g} + \rho_{2,g} = \gamma_r \left(2R - \frac{D}{2} \right)$$

Si trovi ora l'equilibrio di Wardrop:

$$\boxed{\rho_{1,g} > 0 \quad \rho_{2,g} = 0}$$

$$\frac{1}{\frac{c}{1+\epsilon_1} - \left(\gamma_l R + \gamma_r \left(\frac{D}{2} - R \right) + \rho_{1,g} \right)} < \frac{1}{\frac{c}{1+\epsilon_1} - \left(\gamma_r \frac{D}{2} \right)}$$

Si verifichi sotto che condizioni è vero che:

$$\gamma_l R + \gamma_r \left(\frac{D}{2} - R \right) + \rho_{1,g} < \gamma_r \left(\frac{D}{2} \right)$$

Da cui si ottiene di nuovo la (5.1):

$$\rho_{1,g} < R(\gamma_r - \gamma_l)$$

Che, come già visto, non è mai verificata.

$$\boxed{\rho_{1,g} = 0 \quad \rho_{2,g} > 0}$$

$$\frac{1}{\frac{c}{1+\epsilon_1} - (\gamma_l R + \gamma_r (\frac{D}{2} - R))} > \frac{1}{\frac{c}{1+\epsilon_1} - (\gamma_r \frac{D}{2} + \rho_{2,g})}$$

Si verifichi sotto che condizioni è vero che:

$$\gamma_l R + \gamma_r \left(\frac{D}{2} - R \right) > \gamma_r \frac{D}{2} + \rho_{2,g}$$

Da cui:

$$\rho_{2,g} < R(\gamma_l - \gamma_r) \tag{5.3}$$

Avendo posto il caso in cui tutto il traffico in gioco si connetta a O_2 :

$$\rho_{1,g} = 0 \quad \rightarrow \quad \rho_{2,g} = \gamma_r \left(2R - \frac{D}{2} \right)$$

È necessario verificare per quali densità di traffico la (5.3) è vera:

$$\gamma_r \left(2R - \frac{D}{2} \right) < R(\gamma_l - \gamma_r)$$

Ottenendo la seguente importante condizione:

$$\gamma_l > \gamma_r \frac{3R - \frac{D}{2}}{R} \quad \rightarrow \quad \gamma_l > \gamma_r \frac{6R - D}{2R}$$

$$\boxed{\rho_{1,g} > 0 \quad \rho_{2,g} > 0}$$

$$\frac{1}{\frac{c}{1+\epsilon_1} - (\gamma_l R + \gamma_r (\frac{D}{2} - R) + \rho_{1,g})} = \frac{1}{\frac{c}{1+\epsilon_1} - (\gamma_r \frac{D}{2} + \rho_{2,g})}$$

Da questa uguaglianza, svolgendo i calcoli, si ottiene la seguente:

$$\rho_{1,g} - \rho_{2,g} = R(\gamma_r - \gamma_l)$$

Per trovare i valori di traffico assegnati dal gioco a ciascun operatore, è necessario risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} \rho_{1,g} + \rho_{2,g} = (2R - \frac{D}{2}) \gamma_r \\ \rho_{1,g} - \rho_{2,g} = R(\gamma_r - \gamma_l) \end{cases}$$

Da cui:

$$\rho_{1,g} = \frac{\gamma_r(3R - \frac{D}{2}) - \gamma_l R}{2} \quad \rho_{2,g} = \frac{\gamma_l R + \gamma_r(R - \frac{D}{2})}{2}$$

Riassumendo:

$$\boxed{\gamma_l \leq \gamma_r \frac{3R - \frac{D}{2}}{R}}$$

$$\begin{cases} \rho_1 = \gamma_l R + \gamma_r \left(\frac{D}{2} - R\right) + \frac{\gamma_r(3R - \frac{D}{2}) - \gamma_l R}{2} \\ \rho_2 = \gamma_r \frac{D}{2} + \frac{\gamma_l R + \gamma_r(R - \frac{D}{2})}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} \rho_1 = \gamma_l \frac{R}{2} + \gamma_r \left(\frac{D}{4} + \frac{R}{2}\right) \\ \rho_2 = \gamma_l \frac{R}{2} + \gamma_r \left(\frac{D}{4} + \frac{R}{2}\right) \end{cases}$$

$$\boxed{\gamma_l > \gamma_r \frac{3R - \frac{D}{2}}{R}}$$

$$\begin{cases} \rho_1 = \gamma_l R + \gamma_r \left(\frac{D}{2} - R\right) + 0 \\ \rho_2 = \gamma_r \frac{D}{2} + \gamma_r \left(2R - \frac{D}{2}\right) \end{cases} \quad \begin{cases} \rho_1 = \gamma_l R + \gamma_r \left(\frac{D}{2} - R\right) \\ \rho_2 = \gamma_r 2R \end{cases}$$

Ora è necessario controllare se la condizione $\gamma_l < \gamma_r \frac{6R - D}{2R}$ è possibile che si verifichi per i valori di D concessi:

Per ipotesi:

$$\gamma_l > \gamma_r$$

Perciò deve essere:

$$\frac{6R - D}{2R} > 1 \quad \rightarrow \quad D < 4R$$

Inoltre per ipotesi:

$$\gamma_l > 0$$

Da cui:

$$\frac{6R - D}{2R} > 0 \quad \rightarrow \quad D < 6R$$

Perciò per $D < 4R$ è possibile che si verifichi la suddetta condizione.

Tutto dipende dai valori di γ_l e γ_r .

$$\boxed{d = D}$$

- (A,C) RSU lontane. Area di overlap nulla.

Traffico esclusivo:

$$\rho_{1,e} = \gamma_l 2R \qquad \rho_{2,e} = \gamma_r 2R$$

Traffico in gioco:

$$\rho_{1,g} = \rho_{2,g} = 0$$

In questo caso non vi è interferenza, ogni operatore serve tutti gli utenti nel proprio raggio d'azione senza dover spartire nulla con nessuno.

$$\rho_1 = 2R\gamma_l \qquad \rho_2 = 2R\gamma_r$$

5.6.2 Gioco operatori

Come visto nel paragrafo precedente, a seconda delle posizioni reciproche e delle densità di traffico si hanno diversi equilibri di Wardrop tra gli utenti e di conseguenza diverse revenue per gli operatori.

In particolare questi due valori di γ_l possono essere considerati gli spartiacque tra i vari casi:

$$\gamma_r \frac{2R}{D - 2R} \qquad \gamma_r \frac{6R - D}{2R}$$

Risulta utile stabilire un ordinamento, la seguente:

$$\gamma_r \frac{2R}{D - 2R} < \gamma_r \frac{6R - D}{2R}$$

È verificata per $D < 2R$. Perciò:

Per $D < 2R$ $\gamma_r \frac{2R}{D-2R}$ precede $\gamma_r \frac{6R-D}{2R}$

Per $D > 2R$ $\gamma_r \frac{2R}{D-2R}$ segue $\gamma_r \frac{6R-D}{2R}$

Poichè nello scenario sotto studio $2R < D < 4R$, è sempre valida la seconda.

Si possono perciò individuare tre regioni con tre diverse tabelle delle revenue, a seconda dei valori delle densità di traffico:

1. Regione 1

$$\gamma_l = \left(\gamma_r ; \frac{6R-D}{2R} \gamma_r \right]$$

2. Regione 2

$$\gamma_l = \left(\frac{6R-D}{2R} \gamma_r ; \frac{2R}{D-2R} \gamma_r \right]$$

3. Regione 3

$$\gamma_l = \left(\frac{2R}{D-2R} \gamma_r ; Max \right)$$

Regione 1

$\frac{o_2}{o_1}$	A	B	C
A	$R \gamma_l \quad R \gamma_r$	$\left(\frac{R}{2} + \frac{D}{4}\right) \gamma_l + \frac{R}{2} \gamma_r, \quad \left(\frac{R}{2} + \frac{D}{4}\right) \gamma_l + \frac{R}{2} \gamma_r$	$2R \gamma_l \quad 2R \gamma_r$
B	$\left(\frac{R}{2} + \frac{D}{4}\right) \gamma_l + \frac{R}{2} \gamma_r, \quad \left(\frac{R}{2} + \frac{D}{4}\right) \gamma_l + \frac{R}{2} \gamma_r$	$\frac{R}{2} (\gamma_l + \gamma_r) \quad \frac{R}{2} (\gamma_l + \gamma_r)$	$\frac{R}{2} \gamma_l + \left(\frac{R}{2} + \frac{D}{4}\right) \gamma_r, \quad \frac{R}{2} \gamma_l + \left(\frac{R}{2} + \frac{D}{4}\right) \gamma_r$
C	$2R \gamma_r \quad 2R \gamma_l$	$\frac{R}{2} \gamma_l + \left(\frac{R}{2} + \frac{D}{4}\right) \gamma_r, \quad \frac{R}{2} \gamma_l + \left(\frac{R}{2} + \frac{D}{4}\right) \gamma_r$	$R \gamma_r \quad R \gamma_r$

Figura 5.4: Tabella delle revenue per la regione 1

Ora è necessario trovare l'equilibrio di Nash per ognuna delle tre regioni. Tenendo conto delle tabelle delle revenue, si agisce nel solito modo: per ogni strategia possibile dell'operatore 1, si sceglie la miglior risposta per l'operatore 2 e viceversa. Se esiste una cella della tabella che rappresenta per entrambi la strategia migliore, allora tale combinazione rappresenta un equilibrio di Nash.

Operatore 1 sceglie sito A

L'obiettivo è trovare quale strategia offre la revenue maggiore, confrontando i valori relativi all'operatore 2, .

- $R\gamma_l < \left(\frac{R}{2} + \frac{D}{4}\right)\gamma_l + \frac{R}{2}\gamma_r$

E' sufficiente verificare che: $\left(\frac{R}{2} + \frac{D}{4}\right) > R$

$$\frac{D}{4} > \frac{R}{2} \rightarrow D > 2R \quad \text{Vero per hp}$$

- $R\gamma_l < 2R\gamma_r \rightarrow \gamma_l < 2\gamma_r$

In questo intervallo: $\gamma_l < \frac{6R-D}{2R}\gamma_r$

Perciò la condizione sarà vera se: $\frac{6R-D}{2R}\gamma_r < 2\gamma_r$

$$\text{Cioè: } \frac{6R-D}{2R} < 2 \rightarrow 6R - D < 4R \rightarrow D > 2R \quad \text{Vero per hp}$$

- $\left(\frac{R}{2} + \frac{D}{4}\right)\gamma_l + \frac{R}{2}\gamma_r > 2R\gamma_r$

Da cui si ottiene: $\frac{2R+D}{4}\gamma_l > \frac{3R}{2}\gamma_r$

Tale disequazione è verificata per: $\gamma_l > \frac{6R}{2R+D}\gamma_r$

È utile sapere se e per quali condizioni $\frac{6R}{2R+D} < \frac{6R-D}{2R}$

Risolvendo la disequazione si ottiene che per:

$$2R < D < 4R \rightarrow \frac{6R}{2R+D}\gamma_r < \frac{6R-D}{2R}\gamma_r$$

Ricapitolando:

$$\text{Se } O_1 \text{ sceglie sito A: } \begin{cases} \gamma_l > \frac{6R}{2R+D}\gamma_r & \rightarrow O_2 \text{ sceglie sito B} \\ \gamma_l < \frac{6R}{2R+D}\gamma_r & \rightarrow O_2 \text{ sceglie sito C} \\ \gamma_l = \frac{6R}{2R+D}\gamma_r & \rightarrow O_2 \text{ sceglie siti B o C} \end{cases}$$

Operatore 1 sceglie sito B

- $\left(\frac{R}{2} + \frac{D}{4}\right) \gamma_l + \frac{R}{2} \gamma_r > \frac{R}{2}(\gamma_l + \gamma_r)$
 $\frac{D}{4} \gamma_l > 0$ Vero per hp
- $\left(\frac{R}{2} + \frac{D}{4}\right) \gamma_l + \frac{R}{2} \gamma_r > \frac{R}{2} \gamma_l + \left(\frac{R}{2} + \frac{D}{4}\right) \gamma_r$
 $\frac{D}{4} \gamma_l > \frac{D}{4} \gamma_r \rightarrow \gamma_l > \gamma_r$ Vero per Hp

Perciò se O_1 sceglie sito B, allora O_2 sceglierà sito A.

Operatore 1 sceglie sito C

- $2R\gamma_l > R\gamma_r$
 $2\gamma_l > \gamma_r$ Vero per hp
- $2R\gamma_l > \frac{R}{2}\gamma_l + \left(\frac{R}{2} + \frac{D}{4}\right)\gamma_r$
 $\frac{3R}{2}\gamma_l > \left(\frac{R}{2} + \frac{D}{4}\right)\gamma_r$

Dato che: $D_{Max} = 4R$, sarà sufficiente sostituire tale valore nella relazione. Se sarà verificata, lo sarà per qualsiasi altro valore di D.

$$\frac{3R}{2}\gamma_l > \left(\frac{R}{2} + R\right)\gamma_r \rightarrow \gamma_l > \gamma_r \quad \text{Vero per Hp.}$$

Perciò se O_1 sceglie sito C allora O_2 sceglierà sito A

Operatore 2 sceglie sito A

La situazione è duale rispetto alla scelta del sito A da parte dell'operatore 1.

$$\text{Perciò se } O_2 \text{ sceglie sito A: } \begin{cases} \gamma_l > \frac{6R}{2R+D}\gamma_r & \rightarrow O_1 \text{ sceglie sito B} \\ \gamma_l < \frac{6R}{2R+D}\gamma_r & \rightarrow O_1 \text{ sceglie sito C} \\ \gamma_l = \frac{6R}{2R+D}\gamma_r & \rightarrow O_1 \text{ sceglie siti B o C} \end{cases}$$

Operatore 2 sceglie sito B

Anche in questo caso situazione duale rispetto alla scelta del sito B da parte dell'operatore 1.

Perciò se O_2 sceglie sito B, allora O_1 sceglierà sito A.

Operatore 2 sceglie sito C Anche in questo vale la dualità.

Perciò se O_2 sceglie sito C, allora O_1 sceglierà sito A.

Equilibrio

Si può ora definire l'equilibrio:

$$\begin{cases} \gamma_l > \frac{6R}{2R+D} \gamma_r & \rightarrow \text{Equilibri: (A,B)(B,A)} \\ \gamma_l < \frac{6R}{2R+D} \gamma_r & \rightarrow \text{Equilibri: (A,C)(C,A)} \\ \gamma_l = \frac{6R}{2R+D} \gamma_r & \rightarrow \text{Equilibri: (A,B)(B,A)(A,C)(C,A)} \end{cases}$$

Regione 2

$\begin{matrix} / & O_2 \\ O_1 & \end{matrix}$	A	B	C
A	$R\gamma_l \quad R\gamma_l$	$(\frac{R}{2} + \frac{D}{4})\gamma_l + \frac{R}{2}\gamma_r \quad (\frac{R}{2} + \frac{D}{4})\gamma_l + \frac{R}{2}\gamma_r$	$2R\gamma_l \quad 2R\gamma_r$
B	$(\frac{R}{2} + \frac{D}{4})\gamma_l + \frac{R}{2}\gamma_r \quad (\frac{R}{2} + \frac{D}{4})\gamma_l + \frac{R}{2}\gamma_r$	$\frac{R}{2}(\gamma_l + \gamma_r) \quad \frac{R}{2}(\gamma_l + \gamma_r)$	$R\gamma_l + (\frac{D}{2} - R)\gamma_r \quad 2R\gamma_r$
C	$2R\gamma_r \quad 2R\gamma_l$	$2R\gamma_r \quad R\gamma_l + (\frac{D}{2} - R)\gamma_r$	$R\gamma_r \quad R\gamma_r$

Figura 5.5: Tabella delle revenue per la regione 2

Operatore 1 sceglie sito A

- $R\gamma_l < (\frac{R}{2} + \frac{D}{4})\gamma_l + \frac{R}{2}\gamma_r$

E' sufficiente verificare che: $\frac{R}{2} + \frac{D}{4} > R$

$$\frac{D}{4} > \frac{R}{2} \rightarrow D > 2R \quad \text{Vero per hp}$$

- $(\frac{R}{2} + \frac{D}{4})\gamma_l + \frac{R}{2}\gamma_r > 2R\gamma_r$

$$\frac{2R+D}{4}\gamma_l > \frac{3R}{2}\gamma_r$$

Tale disequazione è verificata per: $\gamma_l > \frac{6R}{2R+D}\gamma_r$

Come visto prima: $\frac{6R}{2R+D} < \frac{6R-D}{2R}$ per $2R < D < 4R$

Dato che si sta considerando il caso: $\frac{6R-D}{2R}\gamma_r < \gamma_l < \frac{2R}{D-2R}\gamma_r$

Allora sarà sempre: $\gamma_l > \frac{6R-D}{2R}\gamma_r > \frac{6R}{2R+D}\gamma_r$

Perciò se O_1 sceglie il sito A, allora O_2 sceglierà il sito B.

Operatore 1 sceglie sito B

- $(\frac{R}{2} + \frac{D}{4})\gamma_l + \frac{R}{2}\gamma_r > \frac{R}{2}(\gamma_l + \gamma_r)$
 $\frac{D}{4}\gamma_l > 0$ Vero per hp
- $(\frac{R}{2} + \frac{D}{4})\gamma_l + \frac{R}{2}\gamma_r > 2R\gamma_r$ Sempre, vedi sopra.

Perciò se O_1 sceglie il sito B, allora O_2 sceglierà il sito A.

Operatore 1 sceglie sito C

- $2R\gamma_l > R\gamma_r$
 $2\gamma_l > \gamma_r$ Vero per hp
- $2R\gamma_l > R\gamma_l + (\frac{D}{2} - R)\gamma_r$
 $R\gamma_l > (\frac{D}{2} - R)\gamma_r$
 Dato che: $D_{Max} = 4R$, sarà sufficiente sostituire tale valore nella relazione. Se sarà verificata, lo sarà per qualsiasi altro valore di D.
 $R\gamma_l > (\frac{4R}{2} - R)\gamma_r \rightarrow \gamma_l > \gamma_r$ cm Vero per Hp.

Perciò se O_1 sceglie sito C allora O_2 sceglierà sito A.

Operatore 2 sceglie sito A

La situazione è duale rispetto alla scelta del sito A da parte dell'operatore 1.

Perciò se O_2 sceglie il sito A, allora O_1 sceglierà il sito B.

Operatore 2 sceglie sito B

Situazione di dualità.

Perciò se O_2 sceglie il sito B, allora O_1 sceglierà il sito A.

Operatore 2 sceglie sito C

Anche in questo caso vi è una situazione di dualità.

Perciò se O_2 sceglie il sito C, allora O_1 sceglierà il sito A.

Equilibrio

Si può concludere che la strategia di equilibrio per i due operatori è quella di installare le proprie RSU in posizioni vicine.

Cioè gli equilibri possibili sono: (A,B)(B,A).

Regione 3

$\begin{matrix} O_2 \\ \diagdown \\ O_1 \end{matrix}$	A	B	C
A	$R\gamma_l \quad R\gamma_l$	$\frac{D}{2}\gamma_l \quad R(\gamma_l + \gamma_r)$	$2R\gamma_l \quad 2R\gamma_r$
B	$R(\gamma_l + \gamma_r) \quad \frac{D}{2}\gamma_l$	$\frac{R}{2}(\gamma_l + \gamma_r) \quad \frac{R}{2}(\gamma_l + \gamma_r)$	$R\gamma_l + (\frac{D}{2} - R)\gamma_r \quad 2R\gamma_r$
C	$2R\gamma_r \quad 2R\gamma_l$	$2R\gamma_r \quad R\gamma_l + (\frac{D}{2} - R)\gamma_r$	$R\gamma_r \quad R\gamma_r$

Figura 5.6: Tabella delle revenue per la regione 3

Operatore 1 sceglie sito A

- $R(\gamma_l + \gamma_r) > R\gamma_l \rightarrow \gamma_r > 0$ Vero per hp
- $R(\gamma_l + \gamma_r) > 2R\gamma_r \rightarrow R\gamma_l > R\gamma_r$ Vero per hp

Perciò se O_1 sceglie il sito A, allora O_2 sceglierà il sito B.

Operatore 1 sceglie sito B

- $\frac{D}{2}\gamma_l > \frac{R}{2}(\gamma_l + \gamma_r)$

Da cui ottengo: $\gamma_l > \frac{R}{D-R}\gamma_r$

Dato che si sta considerando il caso: $\gamma_l > \frac{2R}{D-2R}\gamma_r$

È sufficiente verificare che $\frac{R}{D-R}\gamma_r < \frac{2R}{D-2R}\gamma_r$

Risolvendo si ottiene che ciò è vero per $D > 2R$, cioè sempre nel nostro caso.

- $\frac{D}{2}\gamma_l > 2R\gamma_r$

$\gamma_l > \frac{4R}{D}\gamma_r$

Analogamente a quanto fatto prima, devo verificare che: $\frac{4R}{D}\gamma_r < \frac{2R}{D-2R}\gamma_r$

Risolvendo si ottiene che ciò è vero per $2R < D < 4R$, cioè sempre nel nostro caso.

Perciò se O_1 sceglie il sito B, allora O_2 sceglierà il sito A.

Operatore 1 sceglie sito C

- $2R\gamma_l > R\gamma_r$

$2\gamma_l > \gamma_r$ Vero per hp

- $2R\gamma_l > R\gamma_l + \left(\frac{D}{2} - R\right)\gamma_r$

Da cui si ottiene: $R\gamma_l > \left(\frac{D}{2} - R\right)\gamma_r$

Dato che: $D_{Max} = 4R$, sarà sufficiente sostituire tale valore nella relazione. Se sarà verificata, lo sarà per qualsiasi altro valore di D.

$R\gamma_l > \left(\frac{4R}{2} - R\right)\gamma_r \rightarrow \gamma_l > \gamma_r$ Vero per Hp.

Perciò se O_1 sceglie il sito C, allora O_2 sceglierà il sito A.

Operatore 2 sceglie sito A

La situazione è duale rispetto alla scelta del sito A da parte dell'operatore 1. Perciò se O_2 sceglie il sito A, allora O_1 sceglierà il sito B.

Operatore 2 sceglie sito B

Situazione di dualità.

Perciò se O_2 sceglie il sito B, allora O_1 sceglierà il sito A.

Operatore 2 sceglie sito C

Anche in questo caso vi è una situazione di dualità.

Perciò se O_2 sceglie il sito C, allora O_1 sceglierà il sito A.

Equilibrio

Si può concludere che la strategia di equilibrio per i due operatori è quella di installare le proprie RSU in posizioni vicine.

Cioè gli equilibri possibili sono: (A,B)(B,A).

5.7 Considerazioni

Si è visto in questo capitolo uno scenario in cui agli utenti viene lasciata la possibilità di scegliere la rete più performante, laddove ci sia opportunità di scelta. Oltre alla competizione tra gli operatori per servire più traffico possibile, si instaura una competizione tra utenti per la scelta della rete che offre il ritardo medio minore. Questa situazione dà origine ad un gioco bi-livello e crea i presupposti per la ricerca di un equilibrio globale.

Sono stati trattati due casi differenti.

In primo luogo si è preso in considerazione uno scenario con densità di traffico uniforme (fig:5.1).

In queste condizioni a ciascun operatore conviene installare le proprie RSU

in siti non interferenti tra loro, in maniera tale da non avere zone di overlap e quindi servire la maggior quantità di traffico in maniera esclusiva.

La situazione si complica nel caso di densità di traffico diversa a seconda del tratto di strada considerato (fig:5.3). L'esempio pratico preso in esame, è il caso in cui nella parte sinistra della strada sia presente un semaforo che crea un accumulo di veicoli e quindi una maggior densità di richieste di traffico in questa zona. In questo scenario, la strategia scelta dagli operatori dipende dai valori delle densità γ_l e γ_r .

Cercando di riassumere i risultati trovati, si può dire che se il valore di γ_l è simile al valore di γ_r (in particolare $\gamma_l \leq \frac{6R}{2R+D}\gamma_r$) allora agli operatori conviene installare le proprie RSU in siti non interferenti, come nel caso di densità uniforme.

Per valori di γ_l che si discostano di più da γ_r , le combinazioni di strategie che costituiscono un equilibrio sono (A,B) oppure (B,A). Infatti un operatore installa la propria RSU in A, in maniera tale che per tutto il raggio di copertura abbia densità di traffico pari a γ_l . L'altro operatore installa la RSU in B; di seguito si spiega il perchè di questa scelta raffrontata alle altre due possibili.

Per prima cosa si mette a confronto la strategia B con la C.

Il sito C offre il vantaggio di non avere problemi di interferenza, ma lo svantaggio di coprire un'area in cui la densità di traffico è γ_r .

Il sito B copre in parte un'area con densità di traffico γ_l e, a costo di interferire con la RSU in A, offre la possibilità di rubare del traffico all'altro operatore, tramite il gioco tra gli utenti.

Infine si confrontano le strategie A e B.

Il sito A offre il vantaggio di coprire un'area con densità di traffico γ_l ma ha il grosso svantaggio della forte interferenza con la RSU co-locata e l'assenza

di traffico da servire in maniera esclusiva.

Il sito B copre solo in parte un'area con densità pari a γ_l ma offre una minore interferenza con la RSU in A e il giusto bilanciamento tra traffico servito in maniera esclusiva e traffico derivante da gioco.

Conclusioni

Le reti veicolari sono una tecnologia che ha numerose potenzialità. Al fine di utilizzarle appieno sono in corso numerose ricerche in diversi ambiti. La sfida più difficile sembra essere la loro proliferazione. Dato che si ottengono performance migliori, maggiore è il numero di utenti che adotta tale tecnologia, è necessario dislocare RSU in posizioni strategiche e trovare un modo per convincere le persone a dotarsi di OBU. Più veicoli pronti per sfruttare questa tecnologia migliorano le prestazioni della rete e i servizi offerti e attirano altri utenti.

Il punto di inizio per instaurare questo circolo virtuoso può essere rappresentato dalle applicazioni di informazione e intrattenimento, molto affascinose agli occhi dell'utente. La possibilità di avere informazioni su locali, bar, benzinai nelle vicinanze oppure di scaricare file mp3 da ascoltare durante il viaggio, può essere molto gradita all'utente e quindi fungere da esca per convincere diverse persone ad equipaggiare il proprio veicolo di una OBU, diventando così un nodo della rete. Quando una discreta percentuale di veicoli sarà predisposta a questa tecnologia, si potrà pensare di attivare i servizi per la sicurezza stradale e per l'efficienza del trasporto con buoni risultati.

È da questo punto di vista, che la ricerca sull'ottimizzazione della distribuzione di contenuti è da considerarsi di fondamentale importanza. Per questo motivo si è deciso di trattare l'argomento nella tesi, inserendolo in un contesto concorrenziale. Si è analizzata, tramite teoria dei giochi, la compe-

tizione tra due operatori che vogliono trarre del profitto dalla distribuzione di contenuti in reti veicolari. Si sono analizzati scenari diversi, ottenendo per ognuno risultati interessanti, riassunti qui di seguito.

Nel capitolo 2 si è considerato uno scenario in cui due operatori devono installare una RSU ciascuno scegliendo tra tre siti candidati, allo scopo di servire più traffico possibile. Il problema è stato analizzato tramite un gioco strategico discreto non cooperativo, trovando come soluzione diversi equilibri di Nash a seconda dei parametri di capacità, interferenza e flussi di traffico. Si è notato che in casi di flussi di traffico asimmetrici, si verifica il fenomeno del “*traffic stealing*”. Se l’operatore 1 installa la RSU nel sito che permette di intercettare il flusso di traffico maggiore, l’operatore 2 ha vantaggio ad installare la propria RSU in posizione interferente. In questo modo diminuisce la capacità della RSU di O_1 che non è in grado di servire parte del traffico. Questo traffico è detto di spill-over e viene servito dalla RSU di O_2 . In altre parole si è scoperto che O_2 , in particolari condizioni di traffico, ha vantaggio ad installare la propria RSU in posizione interferente con la RSU di O_1 , al fine di ridurre la capacità e “rubare” parte del traffico.

Nel capitolo 3 si è analizzato nel dettaglio questo fenomeno. Si è ipotizzato di fissare una RSU e dare la possibilità all’altro operatore (O_2) di installare la propria RSU ad una qualsiasi distanza. Si è analizzata la sua utilità, ossia la quantità di carico dati che è in grado di servire in diverse condizioni di traffico e interferenza. Quest’ultima è stata espressa in funzione della distanza con grafici di forme diverse. Anche in questo scenario O_2 può ottenere, in alcuni casi, la massima utilità installando la propria RSU in una posizione interferente con l’altra, grazie al *traffic stealing*. Si è dimostrata inoltre la generalità del modello creato, dimostrando che è valido per qualsiasi grafico dell’interferenza assunto, purchè non crescente.

Nel capitolo 4 si è ripreso lo scenario presentato nel capitolo 2 per analizzare il caso in cui O_2 possa installare due RSU anziché una. In questo scenario O_2 ottiene la massima utilità utilizzando una RSU per ridurre la capacità di O_1 mentre l'altra per servire più traffico possibile. A seconda dei parametri di interferenza e alle previsioni di traffico, la prima RSU viene installata in co-locazione o nel sito vicino rispetto a O_1 , mentre la seconda, la maggior parte delle volte, viene installata nel sito non interferente. Solo in casi particolari O_2 ha vantaggio nell'installare entrambe le RSU in siti interferenti, una in co-locazione e una nel sito vicino. Questa è una strategia molto aggressiva, che toglie molta capacità a O_1 ma anche a O_2 stesso: risulta perciò vantaggiosa solo in caso di richieste di traffico totali molto basse e per particolari valori dei parametri di interferenza.

Anche nel capitolo 5 si è ampliato lo scenario visto per il capitolo 2, concedendo la possibilità agli utenti di scegliere la rete a cui connettersi e indicando il traffico sotto forma di densità anziché di flussi. Per il modello si è utilizzato un gioco bi-livello, risolto tramite un equilibrio di Nash. Tale equilibrio è il risultato dell'interazione tra due sottogiochi: un gioco di livello inferiore tra i veicoli, risolto tramite equilibrio di Wardrop e un gioco di livello superiore tra gli operatori che porta a un equilibrio di Nash. In questo interessante scenario, in caso di densità di traffico fortemente asimmetrica, la soluzione di equilibrio prevede che un operatore installi la propria RSU nel sito che copre un'area ad alta densità di traffico e che l'altro installi la propria nel sito più vicino, in maniera da rubare anche in questo caso del traffico tramite il gioco tra veicoli.

In questo lavoro di tesi sono stati creati diversi modelli matematici con lo scopo di studiare, nel modo più completo possibile, la competizione tra operatori nell'ambito della distribuzione di contenuti in reti veicolari. Que-

sti modelli rappresentano un'ottima base da cui partire per creare modelli più complessi su cui effettuare simulazioni per una futura implementazione pratica.

Un primo interessante sviluppo potrebbe essere svolgere il gioco in uno scenario modificato, considerando un incrocio anzichè un tratto di strada rettilineo. Si potrebbe pensare di inserire un sito candidato al centro dell'incrocio e un sito su ogni strada, che sia interferente con quello centrale. Sarebbe necessario uno studio attento sui flussi di traffico, in particolare sulle probabilità che un veicolo proveniente dalla strada x imbocchi la strada y .

Un altro sviluppo potrebbe essere considerare flussi di traffico non simmetrici nel modello che consente a uno dei due operatori di installare due RSU. Si aggiungerebbe un parametro al problema, rendendo necessaria la creazione di un modello computazionale. Si potrebbe inoltre provare a trovare un improbabile equilibrio, in questo scenario in cui uno dei due giocatori è fortemente svantaggiato.

Infine sarebbe interessante ampliare il modello del gioco bi-livello per poterlo applicare in uno scenario spaziale anzichè lineare. Dopo aver individuato possibili siti candidati e aver studiato le densità di traffico in una determinata area urbana, si potrebbero effettuare simulazioni con il fine di una futura implementazione pratica.

Bibliografia

- [1] Automobil Club d'Italia, Istat. "*Incidenti stradali anno 2010*", Website, <http://www.aci.it/fileadmin/documenti/studi-e-ricerche/dati-statistiche/incidenti/Sintesi-dello-studio-2010.pdf>, Novembre 2011

- [2] Hannes Hartenstein, Kenneth P. Laberteaux. "*A tutorial survey on vehicular ad-hoc networks*", IEEE Communications Magazine, pagine 164-171, Giugno 2008.

- [3] Hannes Hartenstein, Kenneth P. Laberteaux. "*VANET, Vehicular Applications and Inter-Networking Technologies*", Wiley, Dicembre 2009.

- [4] Kamini, Rakesh Kumar. "*VANET Parameters and Applications: a Review*", Global Journal of Computer Science and Technology, Vol 10, No 7, pagine 72-77, Settembre 2010.

- [5] Fan Li, Yu Wang. "*Routing in Vehicular ad-hoc networks: a survey*", IEEE Vehicular Technology Magazine, pagine 12-22, Giugno 2007.

- [6] Chane L. Fullmer, J.J. Garcia-Luna-Aceves. "*Solutions to Hidden Terminals problems in Wireless Networks*", ACM SIGCOMM '97 conference on Applications, technologies, architectures, and protocols for computer communication, pagine 39-49, Ottobre 1997.

- [7] Hannes Hartenstein, Kenneth P. Laberteaux. “*VANET, Vehicular Applications and Inter-Networking Technologies*”, Wiley, pagine 219-272, Dicembre 2009.
- [8] IEEE 802.11p Amendment. “*Wireless Access in Vehicular environments*”, available from IEEE standards, 15 luglio 2010.
- [9] Mate Boban, Geoff Misk, Ozan K. Tonguz. “*What is the best achievable QoS for unicast routing in VANET?*”, IEEE Globecom workshops, pagine 1-10, Dicembre 2008.
- [10] Prashant Krishnamurthy. “*Information dissemination and information assurance in vehicular networks: a survey*”, iSchools Conference 2008, pagine 1-6, Febbraio 2008.
- [11] Alok Nandan, Shirshanka Das, Giovanni Pau, Mario Gerla, M. Y. Sanadidi. “*Cooperative downloading in Vehicular Ad-hoc Wireless Networks*”, Second IEEE annual conference on Wireless On-demand Network Systems and Services, pagine 32-41, Gennaio 2005.
- [12] Uichin Lee, Joon-Sang Park, Joseph Yeh, Giovanni Pau, Mario Gerla. “*CodeTorrent: content distribution using network coding in VANET*”, MobiShare 2006: Proceedings of the 1st international workshop on Decentralized resource sharing in mobile computing and networking, pagine 1-5, Settembre 2006.
- [13] Francesco Malandrino, Claudio Casetti, Carla-Fabiana Chiasserini, Marco Fiore. “*Content downloading in Vehicular Networks: what really matters*”, INFOCOM 2011, proceedings IEEE pagine 426-430, Aprile 2011.

-
- [14] Robert Gibbons. *“A primer in game theory”*, Prentice Hall, Giugno 1992.
- [15] A. Argento, M. Cesana, I. Malanchini. *“On Access Point association in Wireless Mesh Networks”*, IEEE International symposium on a World of Wireless Mobile and Multimedia Networks, pagine 1-6, Giugno 2010.
- [16] Gaurav S. Kasbekar, Eitan Altman, Saswati Sarkar. *“A hierarchical Spatial Game over Licenced Resources”*, IEEE International conference on Game Theory for Networks, pagine 70-79, Maggio 2009.
- [17] I. Filippini, F. Malandrino, G. Dan, M. Cesana, C. Casetti, I. Marsh. *“A Game-theoretic Approach to RSU Deployment in Vehicular Networks”*, Submitted to IEEE Globecom, 2011.
- [18] Nassim Kaci, Patrick Maillé, Jean-Marie Bonnin. *“Performance of wireless heterogeneous networks with always-best-connected users”*, Next Generations Internet Networks, pagine 1-8, Luglio 2009.
- [19] Eitan Altman, Anurag Kumar, Chandramani Singh, Rajesh Sundaresan. *“Spatial SINR Games Combining Base Station Placement and Mobile Association”*, IEEE INFOCOM 2009, pagine 1629-1637, Aprile 2009.
- [20] Eric Van Damme. *“Stability and perfection of Nash Equilibria”*, Springer-Verlag, 1996.
- [21] Tim Roughgarden *“Intrinsic Robustness of the Price of Anarchy”*, Proceedings of the 41st annual ACM symposium on Theory of computing, Pagine 513–522, Giugno 2009.
- [22] Assolombarda. *“La tangenziale est esterna di Milano”*, Website, <http://www.assolombarda.mi.it/fs/20105131233554.pdf>, Maggio 2010.

- [23] Flaminio Borgonovo. *“File d’attesa Markoviane”*, Dispense del corso di Teoria del traffico, Pagine 501-552, Politecnico di Milano, novembre 2010.