



POLITECNICO DI MILANO
FACOLTÀ DI INGEGNERIA INDUSTRIALE
CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA IN INGEGNERIA
AERONAUTICA

**ESPANSIONE DI FLUSSI BIFASE IN
UGELLI SUPERSONICI CON
COMBUSTIONE DEL PARTICOLATO**

RELATORE: Prof. Luigi T. De Luca

CORRELATORE: Ing. Adriano Annovazzi

TESI DI LAUREA DI

Massimiliano Costantini

Matr. N. 725038

Anno Accademico 2010/2011

*"Ma sono qui, e dove sono
sarò per sempre,
eternamente legato
a ciò che essere non sono"*

Sommario

Lo scopo di questa tesi è quello di effettuare uno studio termo-fluidodinamico di un flusso bi-fase chimicamente reagente in espansione in un ugello supersonico. La presenza di particolato incombusto, sensibile soprattutto negli endoreattori a propellente solido, influenza infatti in maniera significativa le prestazioni del motore. Si vuole innanzitutto capire quali sono le grandezze importanti in gioco e fornire qual è la frazione di massa degli agglomerati che riesce a bruciare durante l'espansione e qual è la restante parte che, espulsa completamente dall'ugello, non riesce a completare la reazione ed è quindi non utilizzabile ai fini propulsivi. Una volta analizzati tali aspetti, si cercherà di studiare se e quanto la combustione del particolato durante l'espansione in ugello fornisca benefici in termini di prestazioni propulsive, applicando in particolare le informazioni ottenute allo studio del motore *Z9*, terzo stadio del lanciatore *VEGA*, attualmente in fase di sviluppo presso Avio.

Parole chiave: flusso bi-fase, espansione supersonica, particolato incombusto, agglomerati, ritardo cinetico, ritardo termico.

Abstract

Purpose of this thesis is to conduct a thermo-fluid dynamic study of a two-phase chemical reagent flow during the expansion in a supersonic nozzle. The presence of unburned particulate, particularly appreciable in solid-propellant rockets, significantly influence the performance of the rocket. First of all, we want to understand what are the most important variables in play and to establish what is the mass fraction of particles that can burn during the expansion and what is the remaining part, fully ejected from the nozzle, that is unable to complete the reaction and is therefore not used for propulsion. After analyzing these issues, we will try to investigate whether and how the burning of particulates during the nozzle expansion provides benefits in terms of propulsive performance. In particular, we will use the informations obtained for the study of *Z9*, the third stage of the *VEGA* launcher, currently being developed by Avio.

Key words: two-phase flow, supersonic expansion, unburned particulate, agglomerates, kinetic lag, thermal lag.

Indice

Introduzione	1
1 Termodinamica degli ugelli supersonici	9
1.1 Espansione a chimica congelata	11
1.2 Espansione a chimica in quasi-equilibrio	12
1.3 Espansione reale	12
1.4 Il codice SPP	13
1.4.1 Il modulo ODE	15
1.4.2 Il modulo ODK	16
1.4.3 Il modulo TD2P	17
1.4.4 Il modulo TBL	17
1.4.5 Mancanze dell'SPP	18
2 Flusso stazionario monofase in espansione quasi-monodimensionale	19
2.1 Gasdinamica di flussi monodimensionali	20
2.1.1 Equazione di stato	21
2.1.2 Equazione di continuità	22
2.1.3 Equazione dell'energia	23
2.1.4 Equazione della quantità di moto	24

2.1.5	Celerità del suono	26
2.1.6	Numero di Mach	26
2.2	Metodo di Shapiro ed Hawthorne	27
2.2.1	Espansione monofase valutata con i coefficienti d'in- fluenza	28
2.2.1.1	Il metodo di Runge–Kutta	31
2.2.2	Risultati ottenuti con il metodo dei coefficienti d'in- fluenza	33
2.3	Integrazione delle equazioni di bilancio	34
2.3.1	La tecnica di MacCormack	38
2.3.1.1	Condizioni iniziali e al contorno	40
2.3.2	Risultati ottenuti integrando le equazioni di bilancio . .	41
2.4	Confronto tra i due metodi	41
2.4.1	Errore sul numero di Mach	49
2.4.2	Errore sulla velocità	50
2.4.3	Errore sulla temperatura	51
2.4.4	Errore sulla pressione	52
2.4.5	Errore sulla densità	54
2.4.6	Errore sulla celerità del suono	56
2.5	Espansione monofase con l'ugello di Z9	56
2.5.1	Il calcolo 2PKTC	59
2.5.1.1	Ugello di Z9 in configurazione prova al banco	59
2.5.1.2	Ugello di Z9 in configurazione volo	60
2.5.2	I dati Avio	66
2.5.3	Confronto tra i risultati del 2PKTC e i dati Avio . . .	66

3	Flusso stazionario bifase con particolato in ritardo cinetico	69
3.1	Determinazione della sezione sonica	71
3.2	Non equilibrio cinetico	72
3.3	Valutazione del ritardo cinetico nel 2PKTC	75
3.4	Calcolo dell'espansione nel 2PKTC	76
3.4.1	Scelta delle condizioni al contorno	77
3.4.2	Analisi dei risultati del 2PKTC	78
3.4.2.1	Studio del velocity lag	81
4	Scambi termici tra gas e particolato	85
4.1	Non equilibrio termico	86
4.1.1	Irraggiamento	87
4.1.2	Convezione	87
4.2	Valutazione degli scambi termici nel 2PKTC	89
4.3	Calcolo dell'espansione nel 2PKTC	91
4.3.1	Scelta delle condizioni al contorno	91
4.3.2	Analisi dei risultati del 2PKTC	92
4.3.2.1	Studio del termal lag	95
5	Combustione del particolato in ugello	99
5.1	La combustione dell'alluminio	101
5.2	Il modello di combustione utilizzato nel 2PKTC	103
5.2.1	Valutazione del tempo di combustione del particolato .	104
5.2.2	Valutazione dell'energia di reazione	106
5.2.3	Modifica delle equazioni per tener conto della combustione	107
5.2.4	Scelta delle condizioni al contorno	109

5.3	Analisi della variazione del diametro delle particelle	110
5.3.1	Granulometrie medie del particolato all'uscita della camera di combustione	111
5.3.2	Modelli di frantumazione delle particelle	113
5.3.2.1	Variazione del diametro lineare	115
5.3.2.2	Analisi dei risultati con variazione del diametro lineare	116
5.3.2.3	Variazione del diametro in funzione del numero di Weber	120
5.3.2.4	Analisi dei risultati con variazione del diametro in funzione del We	123
5.4	Studio dell'espansione con particolato che non partecipa alla combustione	131
5.4.1	Stima delle percentuali di incombusto	132
5.4.2	Modifica delle equazioni del 2PKTC	132
5.4.3	Analisi dei risultati del 2PKTC	133
6	Conclusioni e sviluppi futuri	139
6.1	Analisi dei dati ottenuti con il 2PKTC	139
6.2	Sensibilità del codice alle possibili fonti di errore	144
6.2.1	Variazione della tensione superficiale	145
6.2.2	Variazione delle percentuali di alluminio incombusto	146
6.2.3	Variazione dell'entalpia di reazione	147
6.2.4	Variazione del coefficiente di scambio termico conduttivo k	147
6.2.5	Stima dello scarto quadratico medio	148
6.3	Considerazioni finali	149
6.4	Sviluppi futuri	150

A	Endoreattori a propellente solido	151
A.1	Struttura di un motore a propellente solido	152
A.1.1	Involucro	153
A.1.2	Grano propellente	154
A.1.3	Ugello	155
A.1.4	Accenditore	156
A.1.5	Protezioni termiche	157
A.1.6	Componenti secondari	157
A.2	Parametri balistici e prestazionali caratteristici	158
A.2.1	Spinta	158
A.2.2	Impulso specifico ponderale	158
A.2.3	Impulso specifico volumetrico	159
A.2.4	Coefficiente di spinta	159
A.2.5	Velocità caratteristica	159
A.2.6	Efficienze	160
B	Il lanciatore Vega	161
B.1	Il primo stadio: P80	162
B.2	Il secondo stadio: Z23	162
B.3	Il terzo stadio: Z9	164
B.4	Avum e Fairing	164
	Ringraziamenti	167

Elenco delle figure

1.1	Impulso specifico ponderale a flusso chimicamente congelato (F) o in quasi-equilibrio (E), in funzione della frazione massica di combustibile	10
2.1	Superficie di controllo, tratta da [3]	21
2.2	Metodo di Runge-Kutta del quarto ordine	32
2.3	Vista 3D dell'ugello convergente-divergente a sezione conica	33
2.4	Andamento del Mach valutato con 2PKTC monofase	35
2.5	Andamento della velocità valutato con 2PKTC monofase	35
2.6	Andamento della temperatura valutato con 2PKTC monofase	36
2.7	Andamento della pressione valutato con 2PKTC monofase	36
2.8	Andamento della densità valutato con 2PKTC monofase	37
2.9	Griglia di calcolo di MacCormack	38
2.10	Andamento del Mach valutato integrando le equazioni di bilancio	42
2.11	Andamento della velocità valutata integrando le equazioni di bilancio	42
2.12	Andamento della temperatura valutata integrando le equazioni di bilancio	43
2.13	Andamento della pressione valutata integrando le equazioni di bilancio	43

2.14	Andamento della densità valutata integrando le equazioni di bilancio	44
2.15	Andamento del Mach valutato con metodo "Shapiro" e "Anderson"	45
2.16	Andamento della velocità valutata con metodo "Shapiro" e "Anderson"	46
2.17	Andamento della temperatura valutata con metodo "Shapiro" e "Anderson"	46
2.18	Andamento della pressione valutata con metodo "Shapiro" e "Anderson"	47
2.19	Andamento della densità valutata con metodo "Shapiro" e "Anderson"	47
2.20	Andamento della celerità valutata con metodo "Shapiro" e "Anderson"	48
2.21	Andamento dell'errore sul numero di Mach	50
2.22	Andamento dell'errore sulla velocità	51
2.23	Andamento dell'errore sulla temperatura	53
2.24	Andamento dell'errore sulla pressione	54
2.25	Andamento dell'errore sulla densità	55
2.26	Andamento dell'errore sulla celerità del suono	57
2.27	Vista 2D dell'ugello di Z9 in configurazione volo	58
2.28	Andamento del mach nell'ugello di Z9 in configurazione banco	60
2.29	Andamento della velocità nell'ugello di Z9 in configurazione banco	61
2.30	Andamento della temperatura nell'ugello di Z9 in configurazione banco	61
2.31	Andamento della pressione nell'ugello di Z9 in configurazione banco	62

2.32	Andamento della densità nell'ugello di Z9 in configurazione banco	62
2.33	Andamento del mach nell'ugello di Z9 in configurazione di volo	63
2.34	Andamento della velocità nell'ugello di Z9 in configurazione di volo	64
2.35	Andamento della temperatura nell'ugello di Z9 in configu- razione di volo	64
2.36	Andamento della pressione nell'ugello di Z9 in configurazione di volo	65
2.37	Andamento della densità nell'ugello di Z9 in configurazione di volo	65
3.1	Schema dell'andamento del numero di Mach in modelli 1D e 2D	71
3.2	Coefficiente di resistenza viscosa c_D in funzione del Re per una particella sferica isolata in corrente infinita	74
3.3	Andamento del Mach per un'espansione con particolato in ritardo cinetico	78
3.4	Andamento della velocità per un'espansione con particolato in ritardo cinetico	79
3.5	Andamento della temperatura per un'espansione con partico- lato in ritardo cinetico	79
3.6	Andamento della pressione per un'espansione con particolato in ritardo cinetico	80
3.7	Andamento della densità per un'espansione con particolato in ritardo cinetico	80
3.8	Confronto tra la velocità del gas e quella del particelle di vario diametro	82
3.9	Andamento del Velocity Lag	82

4.1	Andamento del Mach per un'espansione con particolato in ritardo cinetico e termico	93
4.2	Andamento della velocità per un'espansione con particolato in ritardo cinetico e termico	93
4.3	Andamento della temperatura per un'espansione con particolato in ritardo cinetico e termico	94
4.4	Andamento della pressione per un'espansione con particolato in ritardo cinetico e termico	94
4.5	Andamento della densità per un'espansione con particolato in ritardo cinetico e termico	95
4.6	Temperatura del gas confrontata con quella dei singoli gruppi di particelle	96
4.7	Andamento del thermal lag per i vari gruppi di particelle	96
5.1	Best fitting dei dati effettuato da Beckstead. La legenda indica le fonti da cui l'autore ha tratto i dati sperimentali	105
5.2	Confronto tra le curve sperimentali ottenute da Beckstead	106
5.3	Distribuzione granulometriche degli agglomerati per Z9-DM0 a 25 bar	112
5.4	Schizzo dell'intera fenomenologia dei processi di combustione ed espansione di propellenti eterogenei metallizzati in motori termici	114
5.5	Schizzo dell'evoluzione subita da una particella inizialmente sferica durante il transito in camera di combustione e l'espansione in ugello supersonico.	115
5.6	Andamento del Mach per un'espansione con particolato che brucia e diminuisce linearmente il proprio diametro	116
5.7	Andamento della velocità per un'espansione con particolato che brucia e diminuisce linearmente il proprio diametro	117

5.8	Andamento della temperatura per un'espansione con particolato che brucia e diminuisce linearmente il proprio diametro	117
5.9	Andamento della pressione per un'espansione con particolato che brucia e diminuisce linearmente il proprio diametro	118
5.10	Andamento della densità per un'espansione con particolato che brucia e diminuisce linearmente il proprio diametro	118
5.11	Punto di fine combustione del particolato	119
5.12	Principali meccanismi di frantumazione di una goccia in funzione dell'incremento del numero di Weber	121
5.13	Andamento del Mach per un'espansione con particolato che brucia e varia il proprio diametro in funzione del We	124
5.14	Andamento della velocità per un'espansione con particolato che brucia e varia il proprio diametro in funzione del We	125
5.15	Andamento della temperatura per un'espansione con particolato che brucia e varia il proprio diametro in funzione del We	125
5.16	Andamento della pressione per un'espansione con particolato che brucia e varia il proprio diametro in funzione del We	126
5.17	Andamento della densità per un'espansione con particolato che brucia e varia il proprio diametro in funzione del We	126
5.18	Punto di fine combustione del particolato	128
5.19	Velocità del gas confrontata con quella dei singoli gruppi di particelle	129
5.20	Andamento del velocity lag per i vari gruppi di particelle	129
5.21	Temperatura del gas confrontata con quella dei singoli gruppi di particelle	130
5.22	Andamento del termal lag per i vari gruppi di particelle	131
5.23	Andamento del Mach per un'espansione con particolato solo in parte incombusto	134

5.24	Andamento della velocità per un'espansione con particolato solo in parte incombusto	134
5.25	Andamento della temperatura per un'espansione con particolato solo in parte incombusto	135
5.26	Andamento della pressione per un'espansione con particolato solo in parte incombusto	135
5.27	Andamento della densità per un'espansione con particolato solo in parte incombusto	136
A.1	Gli elementi che costituiscono un endoreattore a solido	152
B.1	Il lanciatore Vega	162
B.2	Lo stadio P80	163
B.3	Lo stadio Z23	163
B.4	Lo stadio Z9	164
B.5	AVUM e il Fairing	165

Elenco delle tabelle

2.1	Scelta delle variabili dipendenti ed indipendenti	28
2.2	Coefficienti di influenza	29
2.3	Caratteristiche dell'ugello convergente-divergente	34
2.4	Condizioni iniziali in camera di combustione	34
2.5	Proprietà del gas in espansione	34
2.6	Tempi di esecuzione del codice	48
2.7	Errore sul numero di Mach	49
2.8	Errore sulla velocità	51
2.9	Errore sulla temperatura	52
2.10	Errore sulla pressione	53
2.11	Errore sulla densità	55
2.12	Errore sulla celerità del suono	56
2.13	Condizioni iniziali in camera di combustione	58
2.14	Proprietà del gas in espansione	59
2.15	Caratteristiche dell'ugello di Z9 in configurazione per il tiro al banco	60
2.16	Caratteristiche dell'ugello di Z9 in configurazione volo	63
2.17	I_{sp} valutato dal 2PKTC e dai codici avio	67
3.1	Diametri medi delle particelle in ugello	77

5.1	Diametri medi delle particelle all'uscita dalla camera di combustione	113
5.2	Tempi di combustione e di residenza in ugello delle particelle .	119
5.3	Tempi di combustione e di residenza in ugello delle particelle .	127
6.1	Riassunto dei risultati ottenuti con il 2PKTC per ugello a rapporto di espansione $\varepsilon = 21.77$	142
6.2	Riassunto dei risultati ottenuti con il 2PKTC per ugello a rapporto di espansione $\varepsilon = 72.45$	143
6.3	Differenza del valore di I_{sp} calcolato con il 2PKTC rispetto a SPP e dato sperimentale	143
6.4	Incremento di I_{sp} valutato con il 2PKTC dovuto alla combustione rispetto al caso senza	144
6.5	Recupero di I_{sp} in volo rispetto al caso al banco	144
6.6	Variazione delle prestazioni al variare del valore di tensione superficiale	145
6.7	Variazione delle prestazioni al variare della percentuale di incombusto	146
6.8	Variazione delle prestazioni al variare dell'entalpia di reazione	147
6.9	Variazione delle prestazioni al variare del coefficiente di scambio termico conduttivo	148
6.10	Scarto quadratico medio rispetto al valore nominale di I_{sp} . .	149

Introduzione

Questa tesi è nata con il preciso intento di sviluppare un codice di calcolo in grado di valutare il contributo della combustione del particolato metallico, rimasto incombusto in camera di combustione, durante l'espansione bifase in ugello. In tutti gli endoreattori, ed in particolare nei propulsori a propellente solido, il flusso che arriva e transita in ugello non è mai rigorosamente monofase, ma contiene varie impurità e condensati di varia natura.

Il fenomeno risulta particolarmente accentuato in propulsori a propellente solido fortemente alluminizzati. In particolare, il punto di maggior interesse, a livello accademico ed industriale, risulta essere il comportamento in ugello del particolato rimasto incombusto, il quale, oltre a rendere il flusso bifase (le particelle incombuste, viste le alte temperature, sono tipicamente allo stato liquido o, al più, allo stato solido, certamente non allo stato gassoso), continua nel processo di combustione fornendo un contributo energetico al flusso in espansione.

A livello di progettazione del propulsore, conoscere il contributo energetico che è possibile recuperare grazie alla combustione del particolato metallico in ugello può rivelarsi molto importante e prezioso, sia dal punto di vista dell'efficienza delle prestazioni propulsive, sia per quanto riguarda il design stesso dell'ugello. Questo lavoro risulta quindi essere interessante non solo dal punto di vista accademico, per i risvolti teorici che stanno alla base dei complessi fenomeni analizzati, ma anche, e soprattutto, utile dal punto di vista pratico a livello industriale.

Questo è uno dei motivi per cui si è scelto di svolgere questa tesi attraverso uno stage presso il comprensorio Avio di Colleferro (Roma), sede del-

la divisione di propulsione spaziale dell'azienda. Avio è leader nel settore aerospaziale mondiale ed è una delle aziende con una lunga e significativa storia di realizzazioni sia aeronautiche che di propulsori spaziali.

Nata nel 1908, a soli cinque anni di distanza dal primo volo dei fratelli Wright, è, ad oggi, uno dei maggiori *player* della propulsione aerospaziale con una storia di continua ricerca dell'eccellenza dei propri prodotti e servizi. Avio ha sviluppato competenze significative come sottosistemista e componentista, partecipando ai maggiori programmi internazionali aeronautici e spaziali con la presenza in tutte le fasi del ciclo di vita del prodotto: dalla ricerca e sviluppo alla costruzione e montaggio, fino all'assistenza tecnica e revisione. In particolare, relativamente al campo spaziale, Avio rappresenta un'eccellenza nei sistemi propulsivi a propellente solido e liquido e si sta recentemente interessando anche alle nuove frontiere della propulsione ibrida. Ad oggi, realizza il 16% del lanciatore europeo ARIANE 5 che riguarda i 2 motori laterali (Booster), la turbopompa ad ossigeno liquido del motore criogenico Vulcain e partecipa allo sviluppo delle nuove versioni potenziate del lanciatore.

Inoltre, attraverso la società ELV (70% Avio, 30% ASI), è capocommessa del lanciatore europeo VEGA. Proprio sui motori di questo lanciatore, ed in particolare sul terzo stadio, noto come Z9, sono stati testati i vari sviluppi del codice oggetto del presente studio. A livello di stima delle prestazioni, Z9 è infatti lo stadio che più ha dato problemi, in particolare in termini di impulso specifico.

Questa prima parte vuole essere solo una breve introduzione al lavoro svolto, non si scenderà quindi in dettagli che, decontestualizzati e senza le dovute premesse, potrebbero sembrare superflui e poco significativi. Va però ricordato che, tra tutti i codici attualmente disponibili in Avio o nel libero mercato, non ne esiste alcuno che al suo interno consideri la combustione in ugello del particolato rimasto incombusto in camera di combustione. Molti dei software industriali, utilizzati in Avio e non, saranno ben più accurati dal punto di vista termo-fluidodinamico, nei quali si considera la bidimensionalità, con presenza di strato limite, eventuali onde d'urto ed altro ancora, ma il non considerare gli effetti della combustione che in molti casi avviene in

ugello porta a sottostimare i valori di impulso specifico, specialmente per i propulsori che producono alte % di incombusto e ugelli con diverso rapporto di espansione rispetto a quelli provati al banco.

Qual'ora anche in questi casi il contributo della combustione dell'alluminio in ugello risulti trascurabile, si avrà quantomeno la certezza di non aver tralasciato un aspetto significativo nella previsione delle prestazioni in volo. In tale ottica, come già detto, il presente lavoro non potrà essere, per motivi di tempo e di complessità dei fenomeni in gioco, tra i più accurati nell'analisi termo-fluidodinamica, ma sicuramente potrà fornire dei dati significativi sul contributo energetico che il particolato incombusto riesce a rilasciare durante l'espansione.

In questo modo si fornirà una stima, almeno in termini percentuali, importante per chi dovrà valutare le prestazioni dei propulsori esistenti e di futuro sviluppo, o in fase di scelta dei materiali e della composizione opportuna del propellente per evitare eccessive perdite per incombusto. Certamente verifiche di quanto l'analisi teorica ci fornisce potranno essere fatte solo attraverso la sperimentazione in volo.

I valori di impulso specifico ottenuti dal codice saranno, come detto, necessariamente "sbagliati", o quanto meno di ridotta accuratezza rispetto a quelli ottenuti con i software di balistica interna utilizzati quotidianamente in Avio, ma l'incremento di impulso specifico in termini percentuali tra l'espansione con e senza l'aspetto combustione sarà, sotto ragionevoli ipotesi, un ottimo indicatore per stimare di quanto i valori ottenuti con codici quali *SPP* (Solid Performance Program) o *PTBALL*, correntemente utilizzati per le predizioni di balistica presso Avio e che non contengono la combustione del particolato in ugello, vadano corretti.

Quindi, durante questo lavoro si è cercato di sfruttare le conoscenze acquisite per rispondere ad un'importante domanda di carattere pratico. Dato che al banco non è possibile provare un motore avente un rapporto di espansione di volo (72.45), nel caso di motore con elevato incombusto il recupero ai fini propulsivi passando da un rapporto di espansione banco (21.77) al volo può essere significativo?

Durante lo sviluppo dello stadio Z9 di VEGA, si sono effettuati dei tiri al banco di motori con un ugello con rapporto di espansione minore (21.77) rispetto a quello che verrà poi effettivamente utilizzato in volo (72.45). I risultati di tali prove al banco hanno dato valori di impulso specifico leggermente inferiori a quelli previsti attraverso i codici di calcolo in fase di progettazione. Attraverso le tecniche usate in Avio è stato possibile, da questi dati sperimentali al banco, estrapolare la previsione della prestazione per i motori che avranno il rapporto di espansione di volo. Si è giunti a conclusione che non solo al banco si ha una prestazione propulsiva inferiore a quanto previsto ma, soprattutto in volo, la perdita di impulso specifico in % si accentua rispetto a quello determinato dai codici di balistica.

Dunque, il lavoro svolto in questa tesi sarà mirato a capire quanto la combustione del particolato in ugello può avere un effetto positivo sulle prestazioni propulsive in volo, visto che il rapporto di espansione, e quindi i tempi di residenza del particolato in ugello saranno maggiori rispetto ai valori al banco. In particolare, si vuole analizzare quanto la combustione riesca a far avvicinare i valori estrapolati dalle prove sperimentali a quelli calcolati teoricamente.

Il lavoro che verrà descritto nei capitoli successivi tratta fenomeni molto complessi, per questo è stato necessario fare di volta in volta ipotesi semplificative, ragionevoli ma tali che, pur non inficiando la correttezza dei risultati, permettessero dei calcoli non eccessivamente complessi. Va ricordato che questa tesi è stata per la maggior parte sviluppata durante uno stage della durata di 6 mesi, durante i quali si è dovuto studiare il fenomeno, modellarlo, ottenere dei risultati ed analizzarli. Per tale motivo, si è scelto di non sviluppare un modello bidimensionale, che avrebbe comportato numerosi problemi numerici e che avrebbe richiesto tempi di sviluppo nettamente superiori. Si è quindi adottato un modello quasi-monodimensionale. Tale modello è stato dapprima sviluppato in maniera semplice, con numerose ed importanti ipotesi semplificative e poi migliorato, eliminando *step by step* le varie restrizioni per ottenere un modello il più possibile preciso ed accurato. Per riuscire a tenere conto di tutti i fenomeni e per poter calcolare tutte le grandezze di interesse, è stato necessario risolvere un sistema principale composto da ben 26 equazioni differenziali, senza considerare tutte le varie subroutine indis-

pensabili per il calcolo dei vari parametri che entrano in gioco a loro volta nelle suddette equazioni. Senza entrare nel dettaglio del processo di sviluppo e delle ipotesi adottate, che verranno ampiamente ed accuratamente descritte nel seguito, si riporta una breve descrizione degli step di progetto che hanno portato alla realizzazione del codice finale di questa tesi, denominato 2PK-TC. Il nome sta ad indicare che si tratta di un codice in grado di analizzare un'espansione bifase (2-Phase), con particolato in ritardo cinetico (Kinetic) e termico (Termal) e che continua la combustione in ugello (Combustion).

Dopo un'attenta ed accurata analisi del problema e dopo essersi ampiamente documentati con una minuziosa ricerca bibliografica, si è scelto il modello più opportuno con cui sviluppare il codice. Di grande aiuto sono stati documenti in cui venivano presentati e descritti codici di calcolo simili, come in [17] o in [16]. Per la programmazione si è utilizzato il FORTRAN, linguaggio semplice ma dalle alte potenzialità, che viene da anni utilizzato in Avio per tutti i principali codici di balistica e non solo. Inizialmente, si è sviluppato un modello di espansione monofase di una miscela gassosa, situazione relativamente semplice da analizzare e già implementata in altri codici, così da poter confrontare i risultati ottenuti e poter essere certi della validità dei risultati. Per lo sviluppo del modello, Avio ha fornito i dati sulle geometria dell'ugello di Z9 e le condizioni in camera. Le proprietà del gas sono state stimate grazie al software ODE, facente parte del pacchetto SPP, e il flusso in espansione è stato considerato a chimica congelata. Questa ipotesi si giustifica col fatto che, almeno in prima battuta, sarebbe stato superfluo complicare il codice con modelli di chimica in "*shifting equilibrium*" o di cinetica chimica reale, tanto più che l'obbiettivo del lavoro è quello di valutare il contributo della combustione del particolato e non di analizzare l'espansione in sé. Il primo modello di espansione monofase è stato poi modificato tenendo conto della presenza di particolato a dimensione costante nel flusso.

In accordo con le informazioni ottenute da SPP, per il particolato si è considerata una distribuzione di granulometria pentamodale. In prima analisi, il particolato è stato inserito nel flusso senza che ne modificasse il campo di moto. In questo modello, le particelle solide, di forma perfettamente sferica, vengono soltanto accelerate dalla corrente di gas ad alta velocità. Si è poi

considerato il disturbo che queste particelle causano al flusso in espansione, dapprima dal punto di vista meccanico e aerodinamico, e poi dal punto di vista termico.

Infatti le particelle si trovano ad essere in ritardo cinetico (vengono accelerate dal flusso, ma poiché hanno sempre velocità minori rispetto a quelle del flusso stesso, ne modificano il campo di moto) ed in ritardo termico (il particolato è più caldo del flusso, e durante l'espansione si raffredda più lentamente). Un'esauriente trattazione teorica sui fenomeni di ritardo cinetico e termico del particolato è riportata, tra gli altri, in [1] e in [2]. Come *step* successivo, si è implementato il modello di combustione. Si è considerato soltanto la combustione dell'alluminio con l'ossigeno, senza considerare le varie reazioni complementari che avvengono contemporaneamente, pur sapendo che si tratta di un caso limite e che quindi fornirà risultati probabilmente leggermente sovrastimati.

In un primo momento, si è fatta l'ipotesi che tutto il particolato all'ingresso dell'ugello fosse incombusto, e che quindi continuasse la combustione durante l'espansione. Questa ipotesi si è però rivelata fortemente vincolante, oltre che palesemente irrealistica. Per quanto riguarda il diametro del particolato incombusto, che all'uscita della camera di combustione può avere diametri anche di qualche centinaio di micron, è soggetto in ugello a violenti fenomeni di frantumazione e riagggregazione che portano all'uscita ad avere particelle del diametro di pochi micron. Si sono quindi pensati una serie di modelli in grado di tenere conto della variazione del diametro delle particelle durante l'espansione.

Questa parte si è rivelata una delle più complesse, a causa della scarsità delle informazioni a riguardo. Si è dovuto infatti sviluppare un modello cercando di sfruttare al meglio le informazioni provenienti dai pochi studi a riguardo. Per ottimizzare tale modello, sarebbe necessaria un'intensa campagna sperimentale che, al momento, non è possibile per motivi economici e temporali. Ciò nonostante, sfruttando al meglio le conoscenze a disposizione, si è riusciti ad ottenere un modello più che accettabile, basandosi sulla teoria del numero di Weber, come consigliato anche in [2]. Riguardo alle percentu-

ali di particolato incombusto in arrivo dalla camera di combustione, ci si è affidati alla campagna sperimentale svolta presso il laboratorio SPLab del Politecnico di Milano e i cui risultati sono riportati in [13]. Purtroppo ad oggi sono disponibili dati sperimentali soltanto sul motore Z9-DM0, prima versione del motore Zefiro 9 e parzialmente diversa da quella attuale. Ciò nonostante, i dati di riferimento si sono ritenuti validi in attesa che future campagne sperimentali possano fornire dati aggiornati sulle nuove versioni di Z9.

Capitolo 1

Termochimica degli ugelli supersonici

Nella camera di combustione dei motori a propellente solido, il grano propellente, una volta acceso tramite l'accenditore, inizia la combustione, generando una grande portata di gas combusti ad alta temperatura ed alto contenuto entalpico. Questi gas entrano in ugello e, grazie all'opportuna sagomatura di quest'ultimo, accelerano trasformando così l'energia termochimica in energia cinetica e generando la spinta. Per poter valutare l'espansione bisogna innanzitutto conoscere le proprietà chimico-fisiche della miscela generata in camera di combustione e poi espulsa attraverso l'ugello. Tali proprietà sono molto difficili da individuare, a causa dei complessi fenomeni di reazione e ricombinazione che avvengono durante l'espansione. Pur considerando il flusso in espansione completamente gassoso, e quindi monofase, non è immediato ricavare le proprietà per la miscela multicomponente. Per tale motivo, risulta utile analizzare due casi limite, quello di miscela fluente in composizione chimica congelata ("frozen flow") e miscela fluente in composizione chimica di equilibrio ("equilibrium flow"). Questi sono gli unici casi di espansione isoentropica, infatti nel caso reale si ha generazione di entropia a causa della velocità finita delle reazioni chimiche. Questi due casi sono anche importanti perché le prestazioni effettive del propulsore saranno comprese nella forbice costituita da queste due espansioni isentropiche, come si può notare in figura

1.1, tratta da [1].

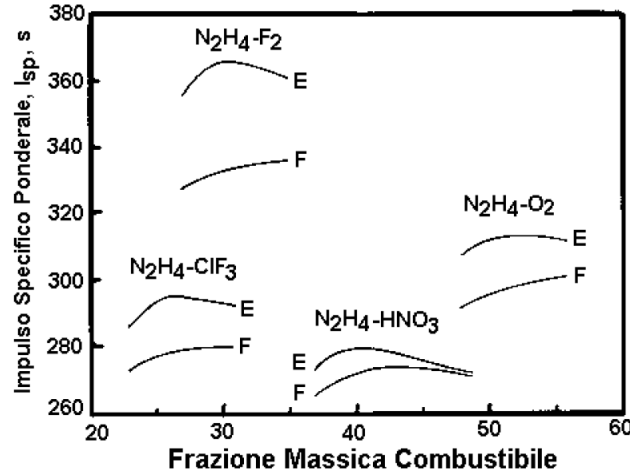


Figura 1.1: Impulso specifico ponderale a flusso chimicamente congelato (F) o in quasi-equilibrio (E), in funzione della frazione massica di combustibile

Si dimostra infatti in termodinamica chimica che negli efflussi reagenti anche supersonici l'entropia si conserva solo nei due casi limite - ma notevoli - in cui per ciascuna reazione j si possa scrivere:

- velocità chimica nulla, $r_j = 0$, ossia efflusso chimicamente congelato (frozen) e $k = cost$;
- velocità chimica infinita, $r_j = \infty$, ossia efflusso in equilibrio termochimico ma $k \neq cost$ alle locali condizioni di pressione e temperatura (cioè in quasi-equilibrio, o shifting equilibrium).

In pratica, perché l'efflusso possa ritenersi chimicamente congelato ($r_j = 0$), si richiede che il tempo caratteristico delle reazioni chimiche sia molto più grande di quello della fluidodinamica ($t_{ch}^*/t_{fl}^* \gg 1$). Al contrario, affinché l'efflusso possa ritenersi in quasi-equilibrio ($r_j = \infty$), è necessario che il tempo caratteristico delle reazioni chimiche sia molto più piccolo di quello della fluidodinamica ($t_{ch}^*/t_{fl}^* \ll 1$).

In questa prima parte dell'analisi, utile a descrivere le caratteristiche dei flussi "frozen" e in "shifting equilibrium" si fanno le seguenti ipotesi:

- ugello adattato e quasi-monodimensionale;
- efflusso stazionario adiabatico;
- fluido in espansione omogeneo e gassoso monofase;
- miscela multicomponente puramente gassosa costituita da gas termicamente perfetti.

1.1 Espansione a chimica congelata

Nel caso di miscela chimicamente congelata alle condizioni di equilibrio termochimico in camera di combustione ($r_j = 0$ ovvero $t_{ch}^*/t_{fl}^* \gg 1$), il calcolo dell'espansione gasdinamica è immediato. Sostanzialmente la miscela, anche se multicomponente, viene trattata come se fosse un gas a un solo componente con proprietà opportunamente mediate. In particolare, si possono applicare le classiche relazioni di espansione isoentropica usando l'appropriato valore di k ritenuto costante. Le varie caratteristiche del flusso in espansione, come la portata massica totale \dot{m} in espansione, la massa molare media \bar{M} , il calore specifico medio a volume costante \bar{c}_v , il calore specifico medio a pressione costante \bar{c}_p , il rapporto dei calori specifici \bar{k} , ecc. sono tutte quantità note dal calcolo dell'equilibrio termochimico in camera di combustione. L'ipotesi di espansione adiabatica isoentropica permette poi di ricavare immediatamente i parametri significativi dell'espansione gasdinamica e le prestazioni propulsive dell'ugello. Le prestazioni in condizioni di miscela chimicamente congelata risultano sistematicamente inferiori a quelle calcolate in altre condizioni, perché il modello valuta l'espansione nell'ugello tenendo conto solo dell'entalpia termica. Le proprietà chimiche della miscela in uscita dall'ugello sono esattamente quelle calcolate in camera di combustione. Tale modello di calcolo, di estrema semplicità concettuale, fornisce le prestazioni minime di qualsiasi propulsore termico.

1.2 Espansione a chimica in quasi-equilibrio

Nel caso di miscela a chimica in quasi-equilibrio ($r_j = \infty$ ovvero $t_{ch}^*/t_{fl}^* \ll 1$) l'espansione avviene isoentropicamente in condizioni di equilibrio termochimico locale o traslante (shifting equilibrium in inglese). Si valuta il salto di pressione totale tra la camera di combustione e la sezione di uscita. Tale salto viene suddiviso in N intervalli e si procede cercando iterativamente l'equilibrio chimico sezione per sezione dall'imbocco fino all'efflusso. Si noti che in questo metodo di calcolo la variabile indipendente esplicita è la pressione e non la posizione. Le prestazioni risultano sistematicamente superiori a quelle calcolate in condizioni di miscela chimicamente congelata, perché ora si tiene pienamente conto anche del recupero di entalpia chimica durante l'espansione nell'ugello. Tale modello di calcolo, concettualmente più complesso rispetto al caso di chimica congelata, fornisce le prestazioni massime di qualsiasi propulsore termico. Nel caso in esame, poiché si tratta un motore a propellente solido, i calcoli risultano ancora più onerosi a causa del gran numero di specie chimiche in gioco e della frequente presenza di equilibri eterogenei; inoltre la presenza di metalli nel grano propellente, in particolare di alluminio, quale combustibile ad alto contenuto energetico, appesantisce notevolmente la procedura di calcolo.

1.3 Espansione reale

La presenza di reazioni chimiche con velocità finita impone il ricorso alle equazioni della cinetica chimica e provoca effetti di non equilibrio chimico. Il flusso in espansione produce entropia per via chimica, così come un ugello non adattato alla quota di volo produce entropia per via gasdinamica. In generale negli efflussi isoentropici, a chimica congelata o in quasi-equilibrio, le equazioni di governo si riducono a un sistema di relazioni algebriche. Ne segue che le condizioni di funzionamento in un qualsiasi punto dipendono solo dalle condizioni iniziali di efflusso (note dall'equilibrio termochimico in camera di combustione) e dalle locali condizioni operative (tipicamente il rapporto delle aree A/A_t o qualsiasi altro parametro locale significativo). Al

contrario, in efflussi chimici non isoentropici, le equazioni di governo costituiscono un sistema di relazioni differenziali la cui integrazione è di norma possibile solo per via numerica attraverso strumenti di calcolo molto complicati. Inoltre le condizioni di funzionamento in un qualsiasi punto dipendono anche dall'intera storia pregressa dell'espansione a partire dalle condizioni iniziali di efflusso.

Fra le centinaia di reazioni possibili in una miscela multicomponente in espansione, assumono particolare importanza le reazioni di dissociazione - ricombinazione (che tendono a frantumare molecole o atomi con produzione di radicali e viceversa). In camera di combustione, le elevate temperature favoriscono i processi di dissociazione con le conseguenti perdite di entalpia termochimica e limitazioni della massima temperatura raggiungibile in tutti i processi termici innescati per via chimica. Al contrario, durante l'espansione nell'ugello, la diminuzione di temperatura favorisce i processi di ricombinazione permettendo guadagni di entalpia termochimica e conseguenti aumenti sia della temperatura di efflusso (effetto negativo ai fini propulsivi) sia della velocità di efflusso (effetto positivo ai fini propulsivi). Si noti peraltro che le conseguenze delle reazioni di dissociazione - ricombinazione sulle prestazioni dei propulsori sono in parte bilanciate dalla simultanea variazione della massa molare media, bassa in camera di combustione ma crescente nell'ugello. Il completo calcolo cinetico, oltre che oneroso in termini di tempo e costo, risulta sovente incerto a causa della scarsa conoscenza o accuratezza dei relativi dati cinetici.

1.4 Il codice SPP

L'obiettivo dell' SPP (Solid Performance Program) è quello di sviluppare una tecnica di analisi numerica in grado di predire l'impulso specifico ponderale con un accuratezza di ± 0.5 % e la spinta e l'impulso totale con un accuratezza del ± 3 %. L'approccio usato nel Solid Performance Program è improntato alla modularità e alla flessibilità. Il programma è stato progettato in modo tale che i vari elementi che influenzano il metodo di predizione

delle performance globali possano essere utilizzati in maniera integrata tutti insieme, singolarmente, o con qualsiasi combinazione scelta dall'utente. Nella maggior parte dei casi, per valutare tutti i fenomeni che fanno variare le prestazioni del propulsore da uno specifico valore "ideale", sono integrati metodi empirici e teorici. A seconda delle proprie esigenze l'utente potrà selezionare entrambi i metodi. Alcuni effetti potranno essere trattati in maniera empirica (più semplice e con tempi di esecuzione più brevi), mentre altri potranno essere valutati in maniera analitica (con tempi di esecuzione più lunghi, ma con maggiore accuratezza e generalità). Il codice è stato strutturato in modo modulare per permettere questa flessibilità e modifiche e sviluppi facili. E' composto da sei moduli principali, a cui si aggiungono un gran numero di moduli ausiliari, indispensabili per gli input, gli output, le varie librerie utilizzate e altro ancora.

I sei moduli principali sono:

- il modulo Master Control (MC)
- il modulo di performance teoriche (ODE)
- il modulo di disegno del grano e di balistica (GDB)
- il modulo di cinetica chimica a velocità finita (ODK)
- il modulo di flusso Bidimensionale e Bifase (TD2P)
- il modulo di perdite per effetti di strato limite turbolento (TBL)

Tutti i sottoprogrammi vengono controllati e combinati dal modulo Master Control in modo da poter essere eseguiti contemporaneamente. Il metodo di approccio utilizzato nell'SPP è quello di calcolare le performance massime (o "teoriche") di un propulsore e di sottrarre a quel valore massimo le singole perdite o le differenze dal valore "teorico" che si registrano su un propulsore reale. Questo metodo si basa sul concetto che alcune di queste perdite possono essere trattate come essenzialmente indipendenti tra loro, concetto che viene dettagliatamente motivato in [17] e in [1]. Si riportano brevemente le principali perdite di cui tiene conto l'SPP.

- Perdite per flusso bifase
- Perdite per flusso bidimensionale
- Perdite per velocità della cinetica chimica finita
- Perdite per strato limite - Efficienza di combustione
- Perdite per sommergenza
- Perdite per erosione di gola

Quindi, l'impulso specifico ponderale stimato dall'SPP viene così calcolato:

$$I_{sp} = I_{spth} \eta_{kin} \eta_{td2p} \eta_{ce} \eta_{sub} \eta_{eros} - \Delta I_{spbl} \quad (1.1)$$

Il codice, come descritto, è molto accurato, ma altamente complesso. In un primo momento, si è pensato di modificare il codice stesso per inserire gli aspetti in studio in questa tesi (sostanzialmente, la combustione del particolato incombusto in ugello), che attualmente non vengono considerati. L'idea è stata però abbandonata per motivi legali (il codice è protetto da copyright) e pratici (non si ha a disposizione il codice sorgente). E' stato quindi necessario sviluppare un codice originale, come descritto nei capitoli successivi. Tuttavia, sotto molti aspetti l'SPP sarà più accurato, poiché tiene conto, come brevemente descritto, di numerosi aspetti che, per motivi di tempo o di difficoltà numeriche, non verranno considerati nel 2PKTC. Le grandezze calcolate con quest'ultimo codice saranno infatti, in valore assoluto, molto meno precise di quelle valutate dall'SPP. Per questo motivo, andiamo ora a descrivere brevemente i moduli del Solid Performance Program di maggiore interesse per questa tesi, rimandando a [17] per maggiori dettagli.

1.4.1 Il modulo ODE

ODE è un versione modificata del codice NASA Lewis per il calcolo dell'equilibrio chimico. Questo modulo calcola l' I_{sp} teorico, o massimo, ottenibile

con un propellente dato un determinato rapporto delle aree, sfruttando il concetto di chimica in equilibrio esposto nei paragrafi precedenti. Per il calcolo dell' I_{sp} nel vuoto, il modulo ODE sfrutta una tecnica di minimizzazione dell'energia libera e fa le seguenti ipotesi:

- Flusso monodimensionale in equilibrio chimico
- Particolato in equilibrio cinetico e termico con il flusso gassoso.

Grazie all'ODE è possibile valutare anche l'espansione a chimica congelata (frozen). Inoltre, il modulo, interagendo con il modulo TD2P, fornisce anche il diametro del particolato all'uscita dell'ugello. Nel dettaglio, fornisce una distribuzione pentamodale di particelle, che verrà poi ripresa e sfruttata nel 2PKTC.

1.4.2 Il modulo ODK

L'ODK è il modulo che valuta le perdite legate alla velocità finita della cinetica chimica. Infatti, nell'ODE la velocità delle reazioni chimiche viene considerata infinita (chimica in equilibrio) o uguale a zero (chimica congelata). Al contrario, affinché durante una reazione esotermica venga rilasciato tutto il calore potenzialmente disponibile, è necessario un tempo finito. Si ha quindi una perdita rispetto al caso in cui si considera la velocità della cinetica chimica infinita. Di norma, questa perdita è dovuta all'incompleta ricombinazione in ugello delle specie chimiche altamente energetiche che si formano durante la combustione. Queste reazioni chimiche riguardano, in generale, le specie sia in fase gassosa che in fase condensata. Nell'ODK però vengono considerate solamente le perdite legate alla cinetica chimica della fase gassosa. In questo modulo si fa inoltre l'ipotesi di flusso monodimensionale con particolato in equilibrio termico e cinetico. Inoltre, si considera non vi sia scambio di massa tra la fase condensata e la fase gassosa, anche se è contemplata la solidificazione del condensato quando la temperatura del gas scende al di sotto del valore di fusione della fase condensata.

1.4.3 Il modulo TD2P

Quasi tutti gli ugelli propulsivi hanno delle perdite dovute alle componenti della velocità non assiali alla sezione d'uscita dell'ugello stesso. Queste perdite vengono solitamente dette perdite per divergenza o per flusso bidimensionale. Nel caso in cui il propellente abbia inoltre degli additivi metallici (tipicamente alluminio), si aggiunge un'ulteriore perdita dovuta al fatto che il particolato non riesce a rimanere in equilibrio cinetico e termico con il gas in espansione. In questo caso si parla di perdite legate al flusso bifase. Tra le perdite per flusso bidimensionale e bifase vi sono due distinti effetti che sono però accoppiati tra loro. Innanzitutto, se la fase gassosa e la fase condensata non sono in equilibrio tra loro, le linee di flusso del gas e del condensato non coincidono. Ciò può avere un effetto significativo sulle perdite per divergenza. Il secondo effetto è legato alla portata attraverso la gola. Infatti, il flusso di massa attraverso l'ugello per un flusso monofase bidimensionale è minore rispetto al flusso di massa ottenibile, per un dato valore di pressione in camera, per un flusso monodimensionale equivalente. Allo stesso modo, per un flusso bifase in non equilibrio e a una data pressione in camera, passa attraverso la gola una portata maggiore rispetto al caso in cui il particolato sia in equilibrio cinetico e termico. Questo va ad influire sul coefficiente di scarico dell'ugello.

1.4.4 Il modulo TBL

Le perdite associate alla presenza di uno strato limite influenzano il trasferimento di calore verso le pareti dell'ugello e la quantità di moto a causa dell'attrito lungo le pareti. Queste perdite possono essere ottenute integrando correttamente il tensore di sforzo lungo le pareti dell'ugello o valutando la perdita di quantità di moto nello strato limite alla sezione d'uscita dell'ugello. Tipicamente questa seconda via, seppur leggermente meno accurata, è quella raccomandata. Va comunque sottolineato che le perdite dovute allo strato limite turbolento sono molto limitate, spesso inferiori all'1 %, come argomentato in [1]. Le perdite dovute allo strato limite vengono calcolate

come un decremento di I_{sp} , piuttosto che come un'efficienza e vengono tenute in conto sia le perdite per attrito che quelle legate agli scambi termici con le pareti.

1.4.5 Mancanze dell'SPP

Il Solid Performance Program, di cui si è cercato di dare una breve descrizione qualitativa, è il codice attualmente utilizzato in Avio per le predire le prestazioni dei propulsori in fase di sviluppo. Oltre a fornire direttamente una stima delle prestazioni del propulsore, è il punto di partenza da cui vengono estrapolate le informazioni da dare in input a tutti i vari codici sviluppati in azienda, (come ad esempio il codice PTBALL per lo studio della balistica interna). Attualmente, l'SPP è il codice in grado di predire con maggiore accuratezza le prestazioni di un propulsore. Nonostante la complessità e i svariati moduli di cui è composto, non prende però in considerazione la combustione del particolato in ugello. Una parziale giustificazione a questa mancanza si può individuare nel fatto che l'SPP è tarato e testato su motori dall'alta efficienza di combustione, in cui le percentuali di incombusto che entrano in ugello sono molto basse, se non addirittura nulle. In motori in cui però le percentuali di incombusto iniziano ad essere rilevanti, il non considerare la combustione in ugello può portare ad una sottostima delle prestazioni. Questo fatto è stato sottolineato nell'esperienza diretta di Avio, quando al tiro al banco i motori Zefiro di VEGA, ed in particolare Z9, hanno fatto segnare prestazioni molto diverse da quelle attese. Ciò che si vuole ottenere con il 2PKTC, e più in generale con questa tesi, è una stima del recupero percentuale in termini di prestazioni che si ha grazie alla combustione in ugello del particolato rimasto incombusto dalla camera di combustione, in modo da poter correggere i risultati ottenuti con SPP.

Capitolo 2

Flusso stazionario monofase in espansione quasi-monodimensionale

Il codice che si è andato a sviluppare nel corso di questa tesi, nominato 2PK-TC (2-Phase-Kinetic-Thermal-Combustion), valuta l'espansione in un ugello supersonico di un flusso bifase (2-Phase), con particolato in ritardo cinetico (Kinetic) e termico (Thermal), con combustione del particolato incombusto (Combustion). Si è scelto di realizzare un modello di espansione a chimica congelata quasi-monodimensionale stazionario. Lo sviluppo di tale codice non è stato però facile, né immediato. Per arrivare al risultato finale è stato necessario un lavoro svolto per approssimazioni successive: partendo da un modello più semplice si sono man mano eliminate ipotesi, inserendo modelli specifici che permettessero di tener conto nella maniera più realistica e precisa possibile, di tutti gli effetti agenti sui gas e sul particolato in espansione in un ugello propulsivo.

Il primo step è stato quello di valutare l'espansione di una miscela gassosa monofase (solo gas) e confrontarla con soluzioni esatte. Poi si è introdotto nel modello una miscela bifase però con il condensato in equilibrio cinetico e termico con il gas. Fissate le condizioni in camera di combustione, le proprietà della miscela gassosa sono state valutate grazie al modulo ODE del-

l'SPP descritto nel capitolo precedente. Noti i parametri caratteristici della miscela in espansione (massa molecolare, rapporto dei calori specifici, ecc.), si è trattato di modellare un flusso in espansione in un ugello convergente divergente. In particolare, si è scelto di analizzare un'espansione a chimica congelata, così da eliminare le complessità legate alla cinetica chimica.

2.1 Gasdinamica di flussi monodimensionali

Nella maggior parte dei problemi pratici, il flusso in espansione in ugello subisce gli effetti di numerosi fattori. Questo fenomeno è particolarmente evidente negli ugelli propulsivi, ma è estendibile ad una vastità di problemi, come nel caso di ram jet, camere di combustione, iniettori, onde di detonazione e molti altri ancora. In [3] e [4], così come in una vastità di testi di gasdinamica, si trova un'estesa analisi dei flussi generalizzati monodimensionali. Di seguito, si riporterà un breve sunto della trattazione teorica, senza introdurre, per il momento, nessuna delle ipotesi strettamente legate al codice sviluppato nel lavoro in oggetto. Nel caso più generale, i fenomeni che si devono prendere in considerazione nell'analisi sono:

- Cambiamento di area
- Attrito a parete
- Resistenza dei corpi immersi nel flusso
- Scambio di calore con l'esterno
- Reazioni chimiche
- Cambiamento di fase (evaporazione, condensazione, ecc.)
- Miscelamene di gas immersi nel flusso principale
- Cambiamento del peso molecolare e del calore specifico

In [3] vengono fatte le seguenti ipotesi:

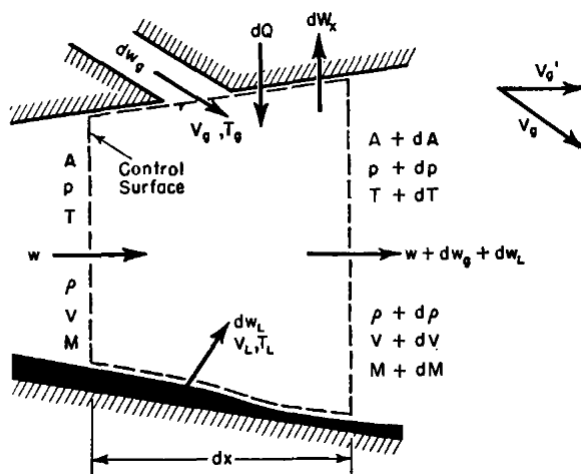


Figura 2.1: Superficie di controllo, tratta da [3]

- Flusso mono-dimensionale e stazionario
- Cambiamenti nelle proprietà del flusso continue
- Gas semi-perfetto¹

Si prenda in considerazione il flusso in un condotto tra due sezioni infinitesime a distanza dx , come mostrato in figura 2.1. Nel flusso principale, viene iniettato un gas con portata $d\dot{m}_g$ e si ha un liquido che evapora con una portata $d\dot{m}_l$. Si ha apporto di calore dall'esterno dQ , mentre il termine dW_x racchiude i contributi di lavoro esterno compiuti sul fluido. Le varie equazioni possono essere espresse in forma differenziale logaritmica. Ciò porta in maniera abbastanza semplice alla separazione delle variabili fisiche.

2.1.1 Equazione di stato

L'equazione di stato mette in relazione pressione, densità e temperatura.

$$p = \rho \frac{\mathfrak{R}}{\mathfrak{M}} T \quad (2.1)$$

¹Un gas semi-perfetto segue le leggi di Boyle e Charles ed ha un calore specifico che varia solamente in base alla temperatura e alla composizione.

essendo \mathfrak{M} la massa molecolare del gas.

Passando alla forma logaritmica

$$\log p = \log \rho + \log \mathfrak{R} + \log T - \log \mathfrak{M} \quad (2.2)$$

e differenziando

$$\frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} - \frac{d\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}} \quad (2.3)$$

2.1.2 Equazione di continuità

In figura 2.1 viene mostrato il volume di controllo impiegato nell'analisi. Si considera che qualsiasi elemento allo stato solido/liquido (in caso di flusso bifase) che passa nella sezione, sia esso sotto forma di gocce, filamenti o altro, giaccia al di fuori del volume di controllo. Di conseguenza, il liquido che attraversa la sezione di controllo senza evaporare, non entra né esce dal volume di controllo. La portata infinitesima $d\dot{m}_l$ che evapora lungo la sezione di controllo viene considerata come un liquido che entra nel volume di controllo e che ne esce sotto forma di gas insieme al flusso principale. Si considera invece che la portata di gas $d\dot{m}_g$ venga iniettata in maniera continua lungo tutta la lunghezza del condotto. Si assume inoltre che i flussi iniettati $d\dot{m}_l$ e $d\dot{m}_g$ si miscelino istantaneamente ed in maniera perfetta con il flusso principale. La portata del flusso principale può essere espressa come

$$\dot{m} = \rho AV \quad (2.4)$$

o in forma differenziale

$$\frac{d\dot{m}}{\dot{m}} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} \quad (2.5)$$

In questa espressione, $d\dot{m}$ mostra l'incremento totale di portata massica nel flusso principale ed include entrambi i contributi di gas iniettato ed

evaporato. L'equazione di continuità può anche essere espressa come segue

$$d\dot{m} = d\dot{m}_g + d\dot{m}_l \quad (2.6)$$

Nel caso in cui ci sia formazione di liquido per condensazione, il termine $d\dot{m}_l$ sarà negativo.

2.1.3 Equazione dell'energia

Per valutare il flusso di entalpia si prende in considerazione soltanto il liquido che attraversa il contorno della superficie di controllo e che evapora all'interno della stessa. I cambiamenti di temperatura del liquido che attraversa la sezione assieme al flusso vengono considerati come scambi di calore da o verso l'esterno. Si ipotizza che quando le portate di fluido $d\dot{m}_l$ e $d\dot{m}_g$ escono dalla superficie di controllo siano alla stessa temperatura del flusso principale. Trascurando gli effetti di gravità, l'equazione dell'energia può essere scritta come segue:

$$\begin{aligned} \dot{m} (dQ - dW_x) = & [\dot{m}(h + dh) + h_{gT}d\dot{m}_g + h_v d\dot{m}_l] - [\dot{m}h + h_g d\dot{m}_g + h_l d\dot{m}_l] \\ & + (\dot{m} + d\dot{m}_g + d\dot{m}_l) \left(\frac{V^2}{2} + d\frac{V^2}{2} \right) - \left[\dot{m} \frac{V^2}{2} + \frac{V_g^2}{2} d\dot{m}_g + \frac{V_l^2}{2} d\dot{m}_l \right] \quad (2.7) \end{aligned}$$

Nell'equazione 2.7 dQ è il calore netto aggiunto al flusso per via conduttiva o radiativa da sorgenti esterne, valutato per unità di massa di gas entrante nella superficie di controllo. Allo stesso modo, dW_x è il lavoro esterno netto compiuto per unità di massa di gas entrante nel volume di controllo. Il lavoro esterno può includere il lavoro elettrico, il lavoro all'albero, il lavoro per attrito verso corpi adiacenti alla superficie di controllo. Con h_{gT} si intende l'entalpia della portata di gas iniettato $d\dot{m}_g$ alla temperatura T, mentre con h_g si intende l'entalpia alla temperatura T_g con cui $d\dot{m}_g$ entra nel volume di controllo. Infine, h_v indica l'entalpia del liquido evaporato $d\dot{m}_l$ alla temperatura T, mentre h_l indica l'entalpia del liquido che è sul punto di evaporare quando entra nel volume di controllo. La variazione di entalpia del flusso di

gas principale, dh , è data dalla somma delle variazioni legate alle reazioni chimiche e ai cambiamenti di temperatura, quindi

$$dh = -dh_{pr} + c_p dT \quad (2.8)$$

in cui dh_{pr} , cioè l'incremento di entalpia alla temperatura T e alla pressione p dovuto ad al passaggio da prodotti a reagenti, è positivo per reazioni esotermiche. Solitamente è definito calore di reazione a pressione costante e, in particolari condizioni, calore di combustione a pressione costante. Nel valutare dh_{pr} si considerano solo le reazioni chimiche che effettivamente hanno luogo, ma il termine dh_{pr} è calcolato per unità di massa del flusso di gas principale. Ricordando che

$$h_{gT} - \left[h_g + \frac{V_g^2}{2} \right] = h_{gT} - h_{0g} = \bar{c}_{pg} (T - T_{0g}) \quad (2.9)$$

essendo

$$\bar{c}_{pg} = \frac{1}{T - T_{0g}} \int_{T_{0g}}^T c_{pg} dT \quad (2.10)$$

in cui h_{0g} e T_{0g} sono rispettivamente l'entalpia di ristagno e la temperatura di ristagno del flusso di gas iniettati. Combinando le equazioni 4.10 e 5.10 dentro alla 2.7 e svolgendo qualche passaggio si può ottenere la seguente forma per l'equazione dell'energia

$$\frac{dQ - dW_x + dH}{c_p T} = \frac{dT}{T} + \frac{k-1}{2} M^2 \frac{dV^2}{V^2} \quad (2.11)$$

essendo dH il termine energetico definito come

$$dH = dh_{pr} - \left[\bar{c}_{pg}(T - T_{0g}) + \frac{V^2}{2} \right] \frac{d\dot{m}_g}{\dot{m}} - \left[h_l - h_v + \frac{V^2 - V_l^2}{2} \right] \frac{d\dot{m}_l}{\dot{m}} \quad (2.12)$$

2.1.4 Equazione della quantità di moto

Le forze agenti sul materiale all'interno della superficie di controllo di figura 2.1 sono pari all'incremento del flusso di quantità di moto del fluido che sta

fluendo all'interno della superficie di controllo stessa. Si considerino delle forze agenti in direzione del flusso sulla superficie di controllo e si assuma che i flussi di gas e di liquido iniettati siano alla stessa pressione della superficie di controllo nel momento in cui attraversano il limite della stessa e si consideri piccolo l'angolo di divergenza delle pareti. L'equazione della quantità di moto può essere scritta come

$$pA + pdA - (p + dp)(A + dA) - \tau_w dA_w - dX = (\dot{m} + d\dot{m}_g + d\dot{m}_l)(V + dV) - V'_g d\dot{m}_g - V'_l d\dot{m}_l - \dot{m}V \quad (2.13)$$

Il termine τ_w indica gli sforzi di taglio per attrito che agiscono sulle pareti della sezione dA_w . Può essere messo in relazione con il friction coefficient f attraverso la definizione

$$\tau_w \equiv \frac{1}{2} f \rho V^2 \quad (2.14)$$

Il termine dX è dato dalla somma di:

- resistenza di corpi fissi immersi nel flusso all'interno della superficie di controllo
- resistenza delle gocce liquide e filamenti che viaggiano più lentamente del flusso principale
- componente delle forze gravitazionali che agiscono sul materiale all'interno della superficie di controllo in direzione opposta a quella del vettore velocità

V'_g è la componente assiale della velocità V_g con cui la portata di gas iniettati $d\dot{m}_g$ entra nella superficie di controllo. Un discorso analogo può essere fatto per V'_l . Può essere utile definire le quantità

$$y_g = \frac{V'_g}{V} \quad (2.15)$$

$$y_l = \frac{V'_l}{V} \quad (2.16)$$

e, sfruttando la definizione di diametro idraulico D

$$\frac{dA_w}{A} = \frac{4dx}{D} \quad (2.17)$$

Sostituendo le equazioni 2.14, 2.15, 2.16 e 2.17 all'interno della 2.13 si ottiene la seguente forma per l'equazione della quantità di moto

$$\frac{dp}{p} + \frac{kM^2}{2} \frac{dV^2}{V^2} + \frac{kM^2}{2} \left(\frac{4f dx}{D} + \frac{dX}{\frac{1}{2}kpAM^2} \right) + kM^2(1-y) \frac{d\dot{m}}{\dot{m}} = 0 \quad (2.18)$$

dove

$$(1-y) \frac{d\dot{m}}{\dot{m}} \equiv (1-y_g) \frac{d\dot{m}_g}{\dot{m}} + (1-y_l) \frac{d\dot{m}_l}{\dot{m}} \quad (2.19)$$

$$\frac{d\dot{m}}{\dot{m}} = \frac{d\dot{m}_g}{\dot{m}} + \frac{d\dot{m}_l}{\dot{m}} \quad (2.20)$$

$$y \frac{d\dot{m}}{\dot{m}} \equiv y_g \frac{d\dot{m}_g}{\dot{m}} + y_l \frac{d\dot{m}_l}{\dot{m}} \quad (2.21)$$

2.1.5 Celerità del suono

L'espressione della celerità del suono per un gas per un gas semi-perfetto è

$$c^2 = k \frac{\mathfrak{R}}{\mathfrak{M}} T \quad (2.22)$$

o in termini differenziali

$$\frac{dc}{c} = \frac{1}{2} \left(\frac{dk}{k} + \frac{dT}{T} - \frac{d\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}} \right) \quad (2.23)$$

2.1.6 Numero di Mach

Per definizione, il numero di Mach è

$$M^2 = \frac{V^2}{c^2} = V^2 \frac{\mathfrak{M}}{k\mathfrak{R}T} \quad (2.24)$$

o in termini differenziali

$$\frac{dM^2}{M^2} = \frac{dV^2}{V^2} + \frac{d\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}} - \frac{dk}{k} - \frac{dT}{T} \quad (2.25)$$

2.2 Metodo di Shapiro ed Hawthorne

Le equazioni di conservazione sopra riportate, siano esse scritte in questa forma o in altre equivalenti, possono essere integrate per ottenere il campo di moto lungo tutto il condotto che si vuole analizzare. Tuttavia, tale processo risulta molto complicato dal punto di vista numerico. A causa della complessità dei fenomeni in gioco, pur introducendo ipotesi e semplificando al massimo le equazioni, ci si troverà comunque a risolvere un sistema di equazioni differenziali che richiede strumenti di calcolo molto avanzati e tempi di esecuzione significativi. Nella sezione 2.3 viene analizzato un flusso stazionario monofase in espansione in un ugello supersonico. Per l'analisi, come estesamente descritto nel capitolo sopraccitato, viene utilizzato un metodo di integrazione delle equazioni di bilancio come suggerito da [7]. Il codice sviluppato, pur trattando il più semplice problema disponibile, cioè il flusso semplicemente monofase in espansione in un ugello conico convergente-divergente, risulta essere abbastanza complicato e richiede tempi di esecuzione importanti. Una semplificazione significativa del problema numerico e dell'interpretazione qualitativa delle equazioni è stata possibile dalla rielaborazione delle equazioni di conservazione e delle altre equazioni rilevanti ottenuta grazie al metodo sviluppato da Shapiro ed Hawthorne, in [3] e in [12].

Si possono individuare otto relazioni tra loro indipendenti in funzione di quattordici variabili differenziali. Di queste, sei possono essere scelte come variabili indipendenti e le restanti otto come variabili dipendenti. Come variabili indipendenti si sono scelte le più comunemente e facilmente controllabili nella pratica. In tabella 2.1 è riportata la scelta effettuata per le variabili. In particolare, F rappresenta la funzione impulso e \bar{s} l'entropia.

Variabili indipendenti	Variabili dipendenti
$\frac{dA}{A}$	$\frac{dM^2}{M^2}$
$\frac{(dQ-dW_x+dH)}{c_p T}$	$\frac{dV}{V}$
$4f \frac{dx}{D} + \frac{dX}{\frac{1}{2}kApM^2} - 2y \frac{d\dot{m}}{\dot{m}}$	$\frac{dc}{c}$
$\frac{d\dot{m}}{\dot{m}}$	$\frac{d\rho}{\rho}$
$\frac{d\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}}$	$\frac{dp}{p}$
$\frac{dk}{k}$	$\frac{dT}{T}$
	$\frac{dF}{F}$
	$\frac{d\bar{s}}{c_p}$

Tabella 2.1: Scelta delle variabili dipendenti ed indipendenti

Il metodo consiste nell’esprimere le variazioni di ciascuna variabile dipendente attraverso una combinazione lineare delle variabili indipendenti. I coefficienti di queste combinazioni lineari, detti “*coefficienti di influenza*”, sono espressi in funzione di una sola variabile, il numero di Mach. In tabella 2.2 viene riportata la griglia completa dei coefficienti di influenza. A partire dalle equazioni differenziali che si possono scrivere grazie a questi coefficienti è stato possibile calcolare tutte le grandezze significative del gas in espansione sia nel caso monofase sia, con le dovute ipotesi, nel caso bifase con e senza combustione.

2.2.1 Espansione monofase valutata con i coefficienti d’influenza

Nello sviluppo del 2PKTC, come detto, si è scelto di utilizzare l’approccio suggerito da [3]. In prima battuta, si è modellata l’espansione quasi-monodimensionale stazionaria monofase. In pratica, in questa prima fase, si è trattato di risolvere un sistema di sei equazioni differenziali. Si sono così integrate tutte le grandezze termodinamiche di interesse (pressione, temper-

	$\frac{dA}{A}$	$\frac{(dQ-dW_x+dH)}{c_p T}$	$4f \frac{dx}{D} + \frac{1}{2} k A p M^2 - 2y \frac{d\eta}{\eta}$	$\frac{d\eta}{\eta}$	$\frac{d\eta}{\eta}$	$\frac{d\eta}{\eta}$	$\frac{dk}{k}$
$\frac{dM^2}{M^2}$	$-\frac{2\left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right)}{1-M^2}$	$\frac{1+kM^2}{1-M^2}$	$\frac{kM^2\left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right)}{1-M^2}$	$\frac{2\left(1+kM^2\right)\left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right)}{1-M^2}$	$-\frac{\left(1+kM^2\right)}{1-M^2}$	$-\frac{\left(1+kM^2\right)}{1-M^2}$	-1
$\frac{dV}{V}$	$-\frac{1}{1-M^2}$	$\frac{1}{1-M^2}$	$\frac{kM^2}{2\left(1-M^2\right)}$	$\frac{1+kM^2}{1-M^2}$	$-\frac{1}{1-M^2}$	$-\frac{1}{1-M^2}$	0
$\frac{dc}{c}$	$\frac{\frac{k-1}{2}M^2}{1-M^2}$	$\frac{1-kM^2}{2\left(1-M^2\right)}$	$-\frac{k\left(k-1\right)M^4}{4\left(1-M^2\right)}$	$-\frac{\frac{k-1}{2}M^2\left(1+kM^2\right)}{1-M^2}$	$\frac{kM^2-1}{2\left(1-M^2\right)}$	$\frac{kM^2-1}{2\left(1-M^2\right)}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{dT}{T}$	$\frac{\left(k-1\right)M^2}{1-M^2}$	$\frac{1-kM^2}{1-M^2}$	$-\frac{k\left(k-1\right)M^4}{2\left(1-M^2\right)}$	$-\frac{\left(k-1\right)M^2\left(1+kM^2\right)}{1-M^2}$	$\frac{\left(k-1\right)M^2}{1-M^2}$	$\frac{\left(k-1\right)M^2}{1-M^2}$	0
$\frac{d\rho}{\rho}$	$\frac{M^2}{1-M^2}$	$-\frac{1}{1-M^2}$	$-\frac{kM^2}{2\left(1-M^2\right)}$	$-\frac{\left(k+1\right)M^2}{1-M^2}$	$\frac{1}{1-M^2}$	$\frac{1}{1-M^2}$	0
$\frac{dp}{p}$	$\frac{kM^2}{1-M^2}$	$-\frac{kM}{1-M^2}$	$\frac{kM^2\left[1+\left(k-1\right)M^2\right]}{2\left(1-M^2\right)}$	$-\frac{2kM^2\left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right)}{1-M^2}$	$\frac{kM^2}{1-M^2}$	$\frac{kM^2}{1-M^2}$	0
$\frac{dF}{F}$	$\frac{1}{1+kM^2}$	0	$-\frac{kM^2}{2\left(1+kM^2\right)}$	0	0	0	0
$\frac{ds}{c_p}$	0	1	$\frac{\left(k-1\right)M^2}{2}$	$\left(k-1\right)M^2$	0	0	0

Tabella 2.2: Coefficienti di influenza

atura, velocità, ecc.) tenendo conto solo della variazione di area dell'ugello. In questa prima fase, si sono fatte le seguenti ipotesi:

- Modello quasi-monodimensionale stazionario
- Nessuna discontinuità nella geometria dell'ugello
- Gas semi-perfetto
- Espansione in condizioni di ugello adattato
- Particolato non reagente ed in equilibrio cinetico e termico
- Nessun effetto gravitazionale
- Nessun scambio di calore con l'esterno
- Assenza di attrito a parete o strato limite
- Massa molare \mathfrak{M} e rapporto dei calori specifici k costanti
- Assenza di fenomeni di separazione
- Assenza di onde d'urto normali od oblique

Per questo primo step, al fine anche di fare un confronto con un metodo di integrazione diretta delle equazioni di conservazione, si è preso un ugello convergente-divergente a sezione semplicemente conica, secondo l'equazione riportata in [7]. Per il modello, si è scelto di discretizzare l'ugello prima con 3000 nodi e successivamente con 6000 nodi. Tali valori, apparentemente abbastanza alti, sono stati necessari per evitare problemi numerici nella sezione di gola, quella più critica. Il modello utilizzato presenta infatti una criticità in tale sezione, evidente anche dai coefficienti di influenza presenti in tabella 2.2. In tutti i coefficienti appare infatti il termine $1 - M^2$ al denominatore. Ciò implica che nella zona transonica in prossimità della gola, là dove il numero di Mach tende all'unità, si potrebbe avere la forma di indeterminazione $1/0$. Si è verificato che utilizzando un passo di discretizzazione sufficientemente

fitto si riesce ad evitare tale problema. Inoltre, come si potrà osservare dall'analisi dei risultati, aver un ugello discretizzato con un numero maggiore di punti porta ad ottenere dei risultati ancora più vicini a quelli ottenuti con l'integrazione diretta delle equazioni di conservazione. Va sottolineato che l'incrementare il numero di passi di discretizzazione non porta ad un significativo aumento dei tempi di esecuzione del codice. Ovviamente bisogna però tener conto che eccedere nell'incrementare la discretizzazione può essere controproducente, poiché si rischia di incappare nell'errore macchina. Per l'integrazione del sistema di equazioni si è utilizzato il metodo di Runge-Kutta, in particolare il metodo di Runge-Kutta del quarto ordine, altrimenti detto RK43.

2.2.1.1 Il metodo di Runge-Kutta

La formula d'integrazione corrispondente al metodo di Eulero, che fa "avanzare" una soluzione, nota al generico passo n , dal punto x_n a quello successivo $x_{n+1} \equiv x_n + h$ è la seguente

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n) \quad (2.26)$$

L'equazione 2.26 è una tipica formula "non simmetrica", nel senso che sfrutta informazioni, le derivate $f(x_n, y_n)$, valutate solo al primo estremo dell'intervallo $[x_n, x_{n+1}]$. Ciò rende la "predizione" del valore y_{n+1} accurata a meno di un termine di correzione di $O(h^2)$. La formula di Eulero 2.26 corrisponde ad un metodo del primo ordine. Si consideri comunque una formula del tipo 2.26 al fine di ottenere un "incremento di prova" k_1 della y , a partire dai valori x_n ed y_n . Si otterrà un valore $y_n + k_1$ in corrispondenza dell'estremo x_{n+1} . Infine si applichi la stessa formula di integrazione, ma valutando questa volta la funzione f in corrispondenza dei valori intermedi $x_n + \frac{1}{2}h$ ed $y_n + \frac{1}{2}k_1$. Si otterrà un nuovo incremento, k_2 , che potrà essere considerato un valore più accurato di k_1 . Si può dimostrare che k_2 è un incremento approssimato a

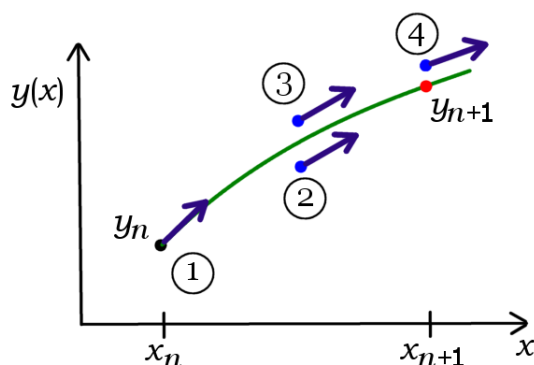


Figura 2.2: Metodo di Runge-Kutta del quarto ordine

meno di un termine di $O(h^3)$

$$\begin{aligned}
 k_1 &= hf(x_n, y_n) \\
 k_2 &= hf\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1\right) \\
 y_{n+1} &= y_n + k_2 + O(h^3)
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

cioè che la procedura appena descritta, nota come *midpoint method* o *metodo di Runge-Kutta del secondo ordine*, è, appunto, un metodo del secondo ordine. Esistono molti modi di valutare il secondo membro $f(x, y)$ all'interno dell'intervallo $[x_n, x_{n+1}]$ secondo formule del primo ordine come la 2.26 e di combinarle in più stadi N_s . La versione più diffusa di questo metodo di integrazione al passo corrisponde alla cosiddetta formula di Runge-Kutta del quarto ordine. Tale procedura viene scritta classicamente nella forma

$$\begin{aligned}
 k_1 &= hf(x_n, y_n) \\
 k_2 &= hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}\right) \\
 k_3 &= hf\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}\right) \\
 k_4 &= hf(x_n + h, y_n + k_3) \\
 y_{n+1} &= y_n + \frac{k_1}{6} + \frac{k_2}{3} + \frac{k_3}{3} + \frac{k_4}{6} + O(h^5)
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

Il metodo di Runge-Kutta del quarto ordine, noto anche come *4-stage stepping scheme* o *metodo multi-passo lineare a 4 passi*, richiede quattro valutazioni della funzione f per ciascun passo h , come mostrato schematicamente in figura 2.2. Dall'immagine si nota infatti come la derivata sia valutata quat-

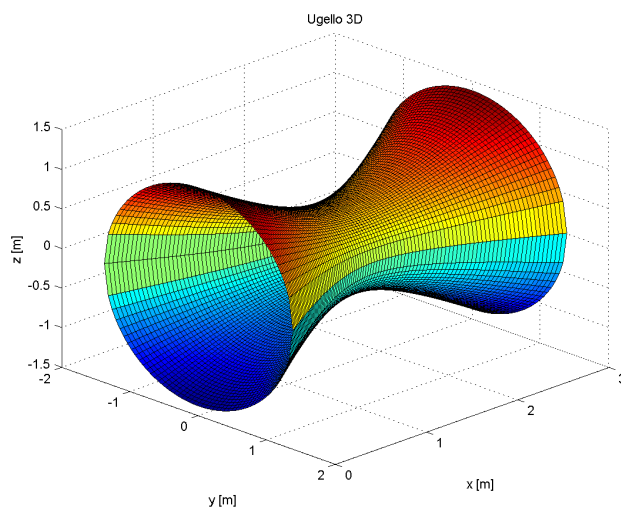


Figura 2.3: Vista 3D dell'ugello convergente-divergente a sezione conica

tro volte, una volta al punto iniziale (1), due volte in due punti intermedi di prova (2) e (3) ed infine al punto di prova finale (4). Dalla combinazione di tali valori si ottiene il valore successivo dell'incognita y . Nello sviluppo del codice 2PKTC è stato sfruttato questo metodo di integrazione, che si è rivelato efficiente e funzionale, coniugando un'ottima stabilità a tempi di esecuzione ragionevolmente brevi.

2.2.2 Risultati ottenuti con il metodo dei coefficienti d'influenza

Fissate le condizioni in camera di combustione ed inserite le proprietà del gas calcolate grazie al modulo 0DE dell'SPP, il codice ha calcolato tutte le grandezze termodinamiche di interesse. Per l'analisi, come detto, è stato scelto un ugello semplicemente convergente-divergente a sezione conica. Tale ugello, riportato in una vista 3D in figura 2.3, è stato valutato secondo la formula

$$A(x) = A_t (1 + 2.2(x - 1.5)^2) \quad (2.29)$$

proposta da [7]. In tabella 2.3 vengono riportate le dimensioni caratteristiche di tale ugello.

Lunghezza	3 m
Area di gola	0.05 m ²
Area di ingresso	0.2975 m ²
Area di uscita	0.2975 m ²
Rapporto di espansione	5.95

Tabella 2.3: Caratteristiche dell'ugello convergente-divergente

T_c	3542.3 K
p_c	57.786 bar
ρ_c	5.76866 kg/m ³
c_c	1063.78 m/s

Tabella 2.4: Condizioni iniziali in camera di combustione

Vengono inoltre riportate in tabella 2.4 le condizioni in camera di combustione, mentre in tabella 2.5 sono riportate le proprietà del gas. Tra le condizioni al contorno non è riportata la velocità del flusso, né il numero di mach. Questo perché è il codice a calcolare automaticamente, attraverso un procedimento iterativo, la velocità in ingresso tale da garantire al flusso di essere sonico in gola.

Di seguito vengono riportati i grafici delle grandezze termodinamiche calcolate, valutate con una discretizzazione dell'ugello in 6000 nodi. Si può notare in figura 4.1 come il valore di $M = 1$ venga correttamente ottenuto in gola.

2.3 Integrazione delle equazioni di bilancio

In [7] si trova un interessante ed esauriente trattazione sulla fluidodinamica dei fluidi comprimibili e non. In questa trattazione vengono anche suggeriti due metodi di approccio al problema del fluido in espansione in un ugello

k	1.1296
\mathfrak{M}	29.398 kg/kmol
\mathfrak{R}^*	282.81 J/kgK

Tabella 2.5: Proprietà del gas in espansione

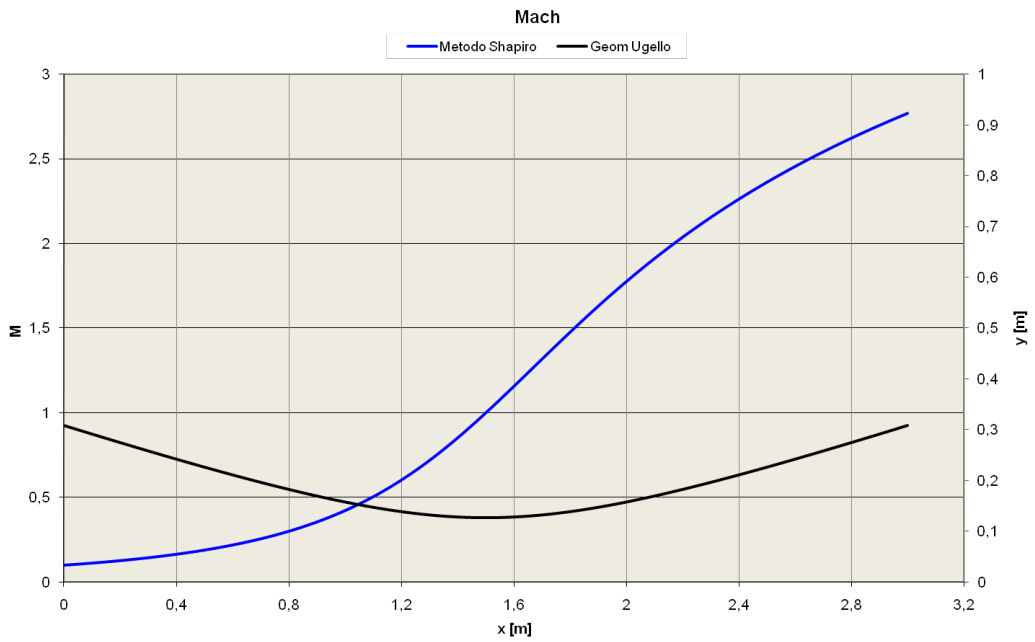


Figura 2.4: Andamento del Mach valutato con 2PKTC monofase

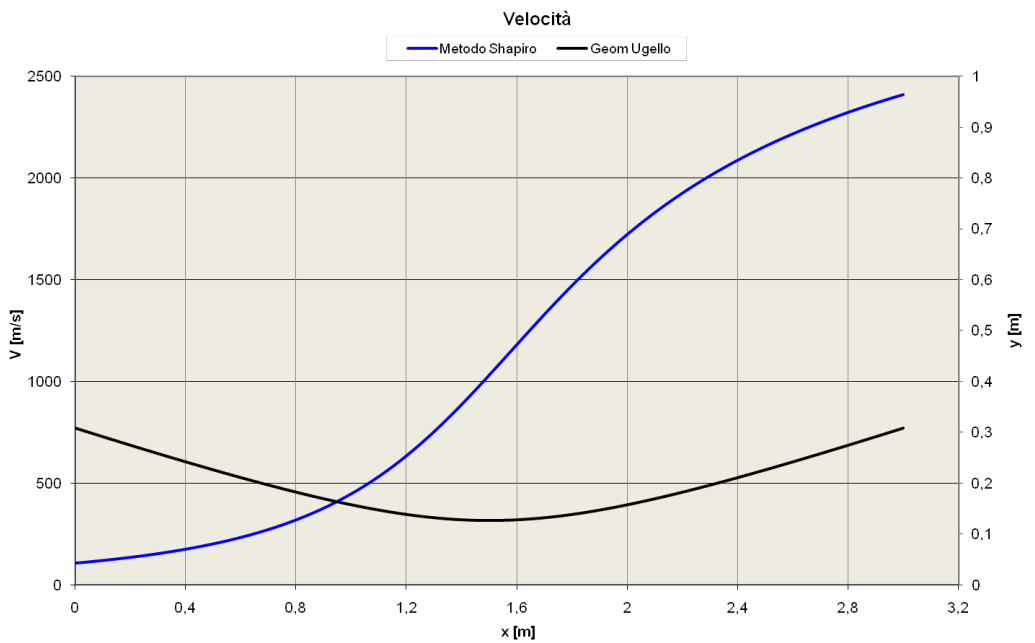


Figura 2.5: Andamento della velocità valutato con 2PKTC monofase

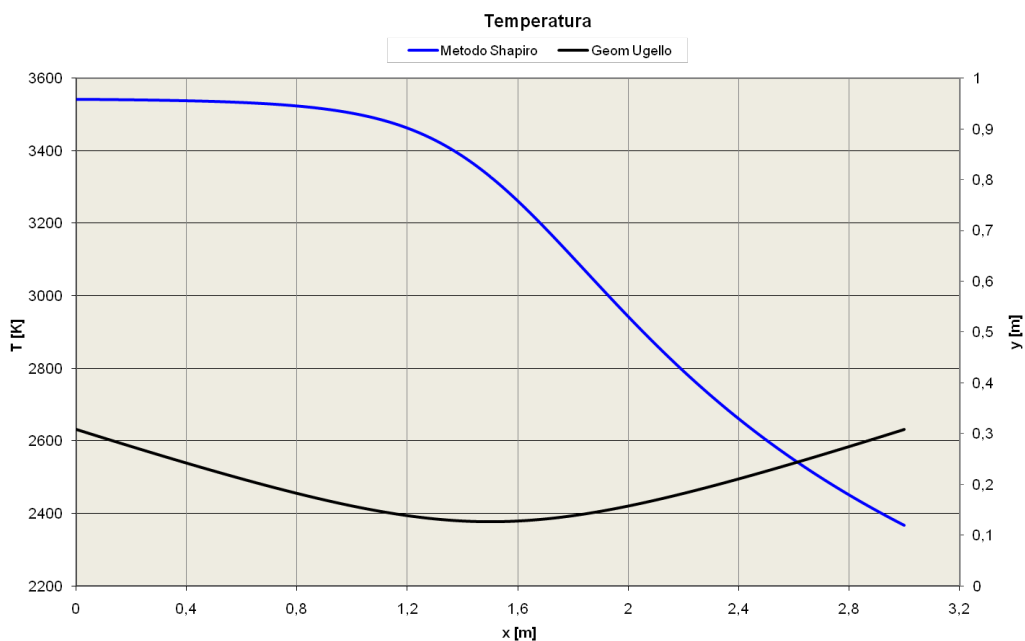


Figura 2.6: Andamento della temperatura valutato con 2PKTC monofase

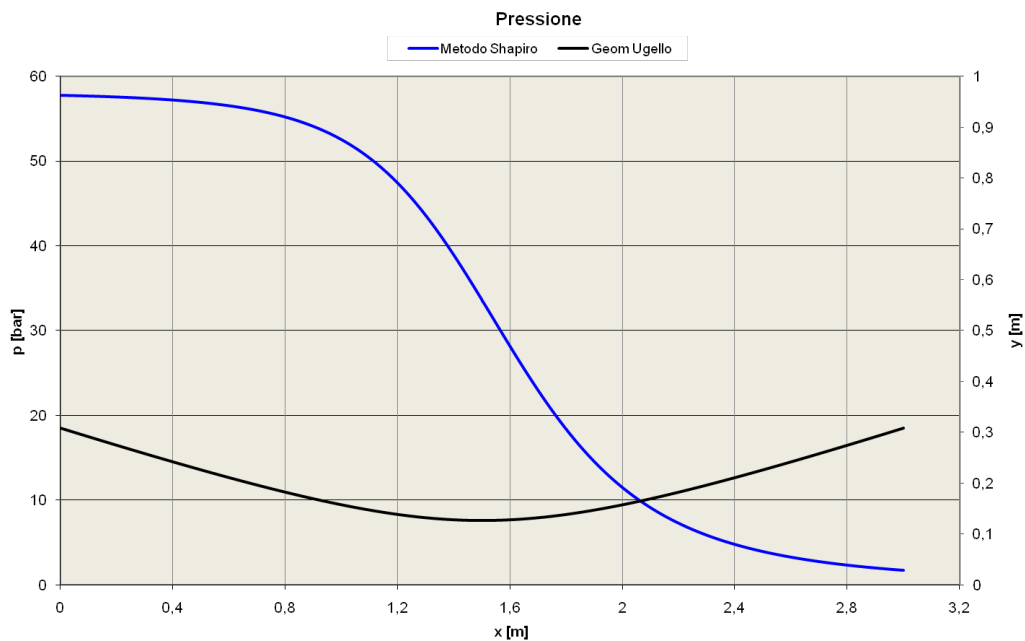


Figura 2.7: Andamento della pressione valutato con 2PKTC monofase

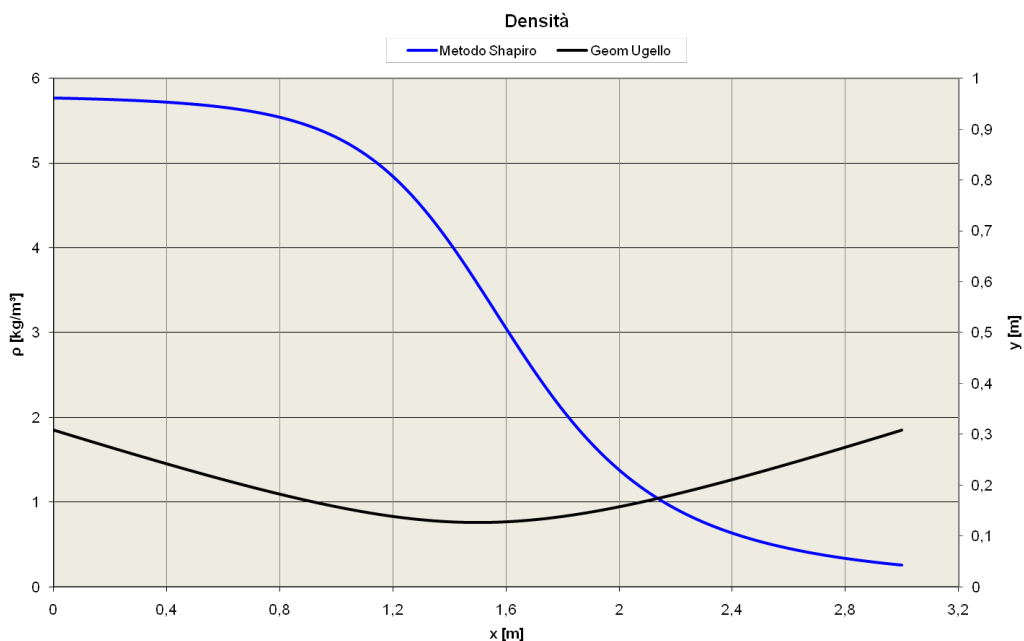


Figura 2.8: Andamento della densità valutato con 2PKTC monofase

supersonico. Il primo, applicabile solo a problemi bi o tridimensionali, è il metodo delle caratteristiche. Tale soluzione è stata scartata a priori data la complessità teorica e numerica. Senz'altro permetterebbe una soluzione del campo di moto molto più accurata, con la possibilità di tener conto di tutti i fenomeni presenti in un flusso reale, come separazioni, onde d'urto, ecc. Il secondo approccio proposto in [7] è quello dell'integrazione delle equazioni di bilancio del moto in forma non conservativa con il metodo delle differenze finite, ed in particolare con la tecnica di MacCormack. In questo modo può essere risolto sia il problema quasi-monodimensionale che quello bidimensionale. Seppur più semplice rispetto al metodo delle caratteristiche, anche questo approccio si è rivelato troppo complesso e con tempi di esecuzione troppo lunghi. Per cui, come detto nei paragrafi precedenti, per lo sviluppo del 2PKTC è stato scartato. Ciò nonostante, si è analizzato un generico problema quasi-monodimensionale di ugello semplicemente convergente-divergente a sezione conica con la tecnica di MacCormack per confrontare i risultati ottenuti con il 2PKTC.

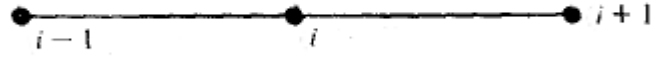


Figura 2.9: Griglia di calcolo di MacCormack

2.3.1 La tecnica di MacCormack

La tecnica delle differenze finite è forse quella più semplice e più diffusa per la soluzione di equazioni differenziali. Esistono una miriade di schemi di soluzione, tra questi, uno degli algoritmi che ha riscosso maggior successo e si è rivelato più affidabile, è quello sviluppato da Robert MacCormack presso il NASA Ames Research Center e pubblicato per la prima volta nel 1969. La tecnica di MacCormack può essere applicata a problemi stazionari e non. Si consideri una soluzione quasi-monodimensionale per un flusso supersonico e non viscoso. Si suppone di conoscere le condizioni iniziali del flusso lungo tutto l'ugello, e il metodo partirà da queste condizioni iniziali per arrivare, iterativamente, alla soluzione esatta. Questo metodo è detto di "downstream-marching" ed è valido per problemi di equazioni paraboliche o iperboliche. La griglia di calcolo è quella riportata in figura 2.9 e la soluzione prende la forma di una tecnica di predictor-corrector, che utilizza differenze finite in avanti per il predictor e differenze finite all'indietro per il corrector. In altre parole, la struttura prevede l'uso di un Predictor (P) che valuta le derivate spaziali con un metodo ad un passo in avanti, successivamente viene fatta una valutazione intermedia della variabile individuando il valore "predetto". Si passa poi a ripetere il calcolo discretizzando le derivate con un metodo ad un passo all'indietro, ottenendo così la derivata Corrector (C). A questo punto, avendo sia la derivata predetta che quella corretta, si calcola la derivata effettiva come media algebrica tra le due; si utilizza quindi questo valore per incrementare la variabile nel passo temporale. L'intervallo temporale viene

calcolato secondo la formula

$$\Delta t = \frac{C \Delta x}{a + v} \quad (2.30)$$

dove a rappresenta la celerità del suono nel gas, v la velocità del flusso e C il "Courant number", costante numerica per la stabilità del metodo, il cui valore è solitamente compreso tra $0.85 \div 0.9$. L'avanzamento temporale viene assunto quindi come il minimo tra tutti i valori trovati in base alla formula 2.30.

Riassumendo, la singole fasi che compongono il Metodo di MacCormack per una generica variabile F sono:

- (P) Calcolo della derivata parziale della grandezza con un metodo ad un singolo passo in avanti

$$\left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_P = \frac{F_{i+1} - F_i}{x_{i+1} - x_i} \quad (2.31)$$

- Valutazione del passo temporale tramite l'equazione 2.30 e scelta del valore minimo
- (E) Valutazione della variabile F con l'incremento temporale

$$F_c = F + \left(\left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_P \right) \Delta t \quad (2.32)$$

- (C) Si considera il valore F_c come quello del Corrector e se ne fa la derivata, con un metodo ad un singolo passo all'indietro

$$\left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_C = \frac{F_i - F_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \quad (2.33)$$

- Si calcola la derivata effettiva come media algebrica tra le due ottenute

$$\left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{Eff} = \frac{1}{2} \left(\left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_P + \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_C \right) \quad (2.34)$$

- Si calcola il valore finale della grandezza come

$$F_{Eff} = F + \left(\frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{Eff} \right) \Delta t \quad (2.35)$$

2.3.1.1 Condizioni iniziali e al contorno

Per poter utilizzare il metodo è necessario fornire tre vettori contenenti le condizioni iniziali delle incognite $\{\vec{T}^0, \vec{v}^0, \vec{\rho}^0\}$. L'andamento iniziale delle variabili non incide sulla soluzione numerica finale, ma è opportuno scegliere, se possibile, delle condizioni iniziali aventi una certa gradualità e che consentano una più rapida convergenza. Possono essere utilizzati anche andamenti banalmente lineari, ma è bene evitare salti e discontinuità, sia per il calcolo delle derivate, sia perché fisicamente avrebbero poco significato. Per quanto riguarda i dati al contorno, sulla sezione iniziale si impongono temperatura e densità costanti e pari al valore in camera di combustione, mentre il valore della velocità è libero. Sulla sezione di uscita invece tutte e tre le grandezze sono libere di assumere il valore cui porta l'integrazione delle equazioni. La scelta di bloccare i valori di due incognite come temperatura e densità all'ingresso sono dettate dal fatto che logicamente il gas in uscita della camera di combustione manterrà costanti queste caratteristiche, che dipendono dalla balistica interna del motore. Un'ulteriore osservazione è necessaria poiché il metodo non è attuabile nel primo e nell'ultimo nodo di discretizzazione poiché le derivate sono calcolate con metodi in avanti o all'indietro, e si introduce quindi una scelta per stimare questi valori. In particolare, viene scelta l'estrapolazione lineare in modo tale per cui

$$F_0 = 2F_1 - F_2 \quad (2.36)$$

e

$$F_N = 2F_{N-1} - F_{N-2} \quad (2.37)$$

2.3.2 Risultati ottenuti integrando le equazioni di bilancio

Una volta implementato il codice con il procedimento descritto nei paragrafi precedenti, si è voluto utilizzare questo metodo per valutare l'espansione di un gas con le stesse proprietà e con le stesse condizioni in camera scelte nel paragrafo 2.2.2 e riportate rispettivamente in tabella 2.5 e 2.4. Ovviamente, anche in questo caso per l'analisi è stato utilizzato lo stesso ugello descritto dall'equazione 2.29 e riportato in figura 2.3. In questo codice, l'ugello è stato discretizzato in soli 300 nodi. Come descritto nel metodo di MacCormack, è stato necessario impostare delle condizioni al contorno, oltre che dei valori iniziali. Per le condizioni iniziali si sono scelte quelle suggerite in [7]. In particolare, per la densità

$$\rho(x) = \rho_c(1 - 0.3146x) \quad (2.38)$$

per la temperatura

$$T(x) = T_c(1 - 0.15x) \quad (2.39)$$

e per la velocità

$$v(x) = \frac{371}{\rho(x)A(x)} \quad (2.40)$$

Le altre grandezze (pressione, mach, celerità del suono) sono state ricavate come funzione delle tre sopra riportate. Va ricordato che, data la stabilità del metodo, sarebbe stato sufficiente imporre come condizioni al contorno valori costanti lungo x delle variabili termo-fluidodinamiche. I risultati ottenuti vengono riassunti nei grafici 2.10, 2.11, 2.12, 2.13 e 2.14.

2.4 Confronto tra i due metodi

Nel corso di questo capitolo si è cercato di dare un'idea concisa ma chiara di alcuni dei metodi di integrazione con cui si sarebbe potuto tentare di studiare il problema. Come ripetuto più volte, nel 2PKTC si è scelto di calco-

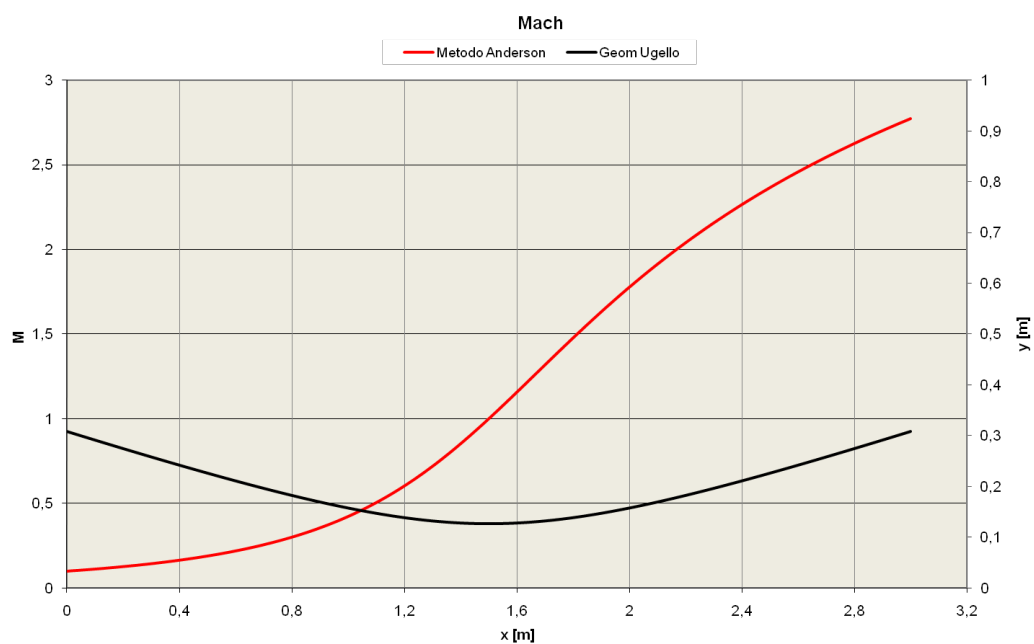


Figura 2.10: Andamento del Mach valutato integrando le equazioni di bilancio

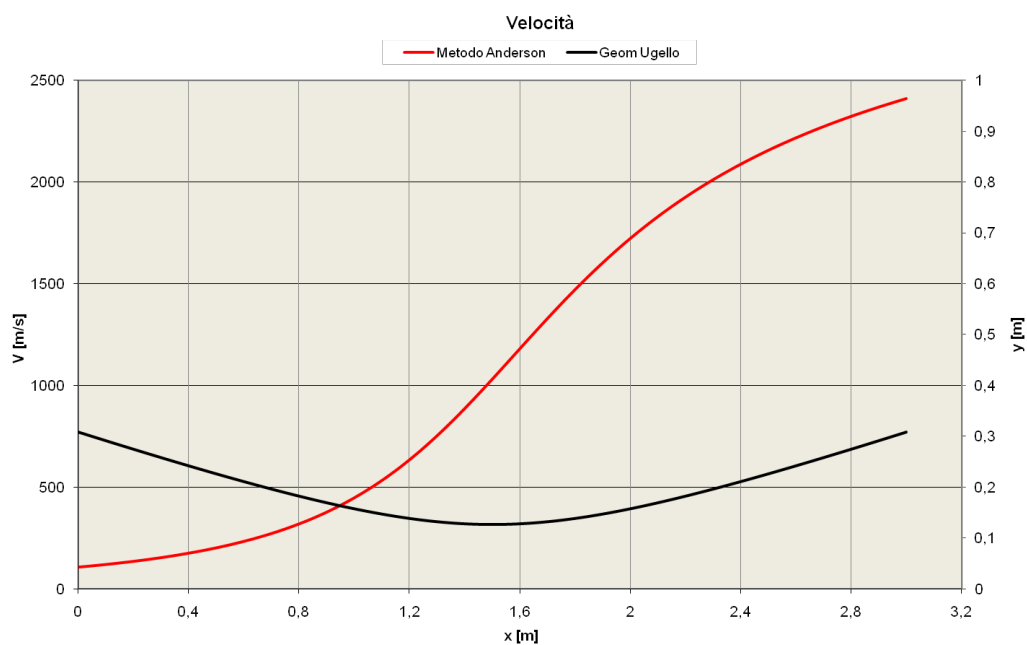


Figura 2.11: Andamento della velocità valutata integrando le equazioni di bilancio

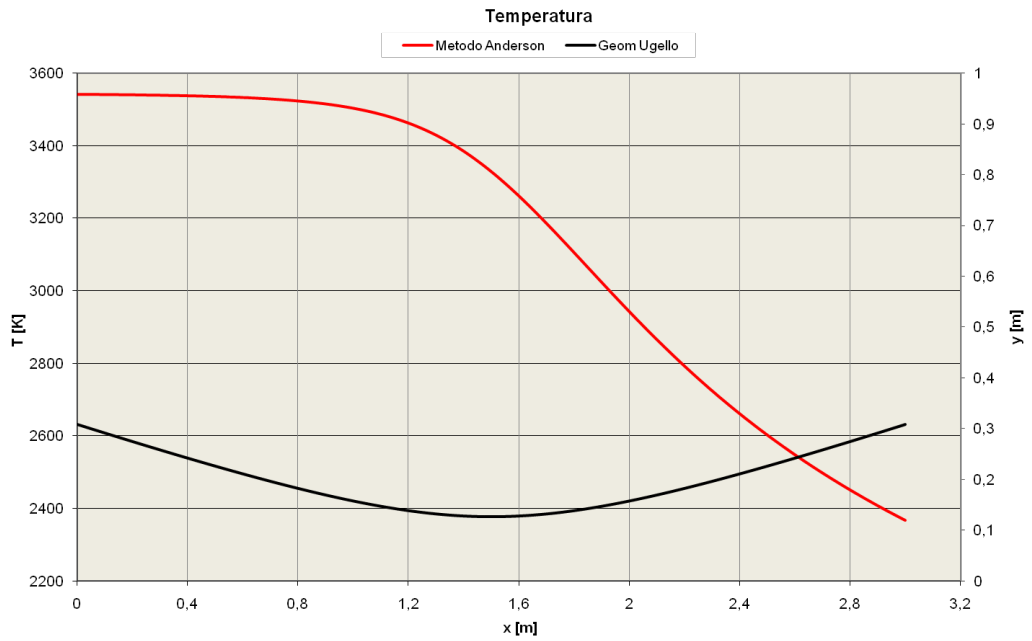


Figura 2.12: Andamento della temperatura valutata integrando le equazioni di bilancio

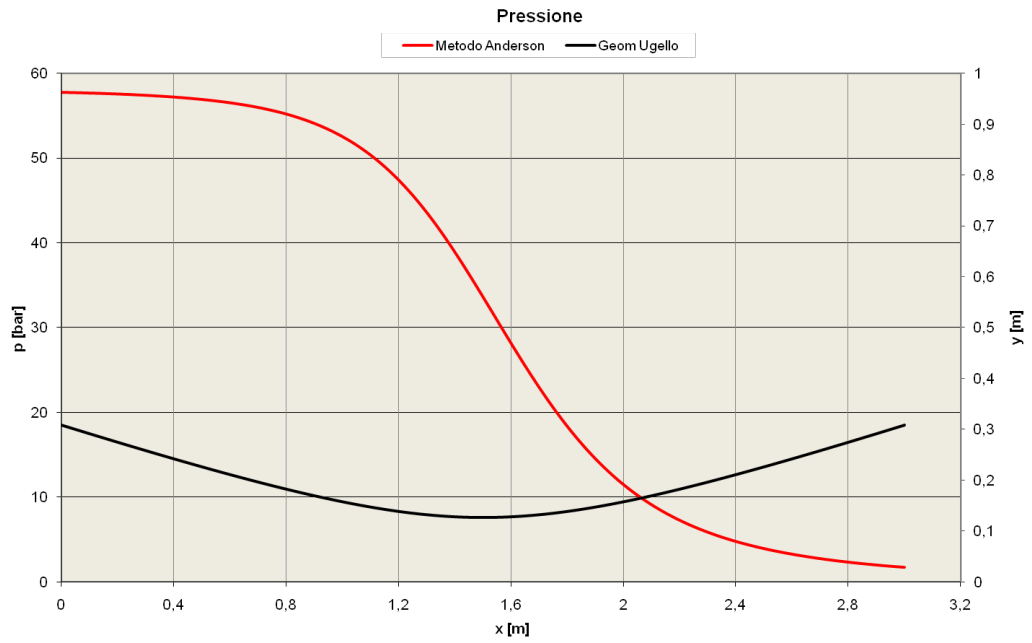


Figura 2.13: Andamento della pressione valutata integrando le equazioni di bilancio

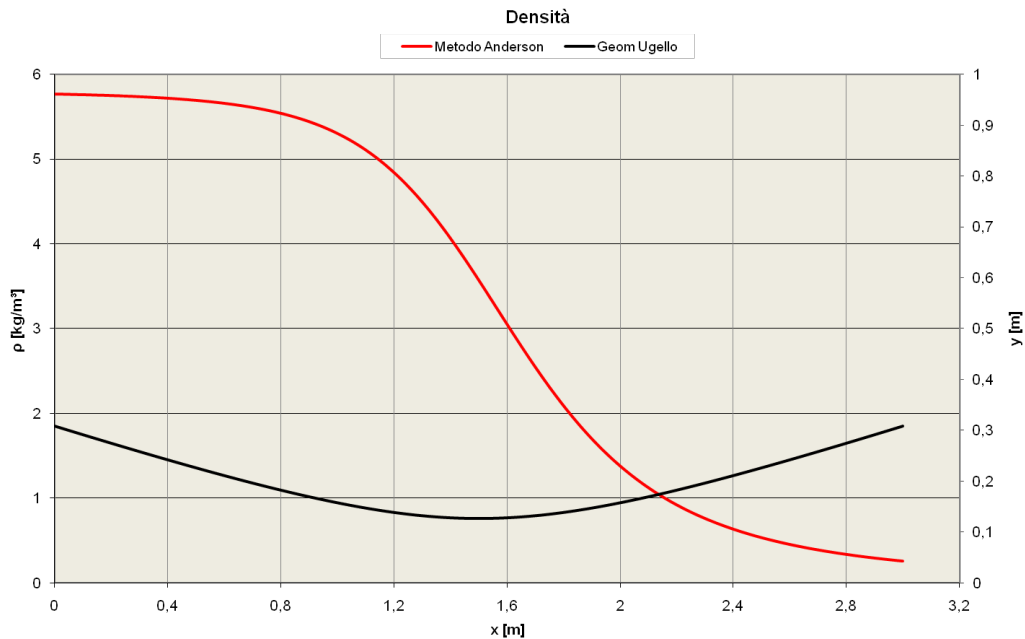


Figura 2.14: Andamento della densità valutata integrando le equazioni di bilancio

lare le variabili termo-fluidodinamiche attraverso l'integrazione col metodo di Runge-Kutta di equazioni differenziali che sfruttano i coefficienti di influenza, seguendo quindi l'approccio suggerito da Shapiro. L'altra strada tentata inizialmente, ma poi abbandonata, è stata quella di integrare le equazioni di bilancio scritte in forma differenziale, seguendo l'approccio suggerito da Anderson e sfruttando il metodo di MacCormack. Entrambi i metodi hanno dato risultati corretti, distinguendosi tra loro solo per tempi di esecuzione diversi e per complessità di implementazione. Si vuole ora confrontare tra loro i risultati ottenuti con questi due metodi, sfruttando l'approccio "Anderson" per validare il risultati ottenuti con il 2PKTC.

Si ricorda che per il confronto si è utilizzato un ugello convergente-divergente simmetrico a sezione conica, descritto dall'equazione 2.29. Le condizioni iniziali in camera di combustione e le proprietà del gas in espansione sono le stesse già riassunte nei casi precedenti in tabella 2.4 e 2.5.

In figura 2.15, 2.16, 2.17, 2.18, 2.19 e 2.20 viene riportato l'andamento di

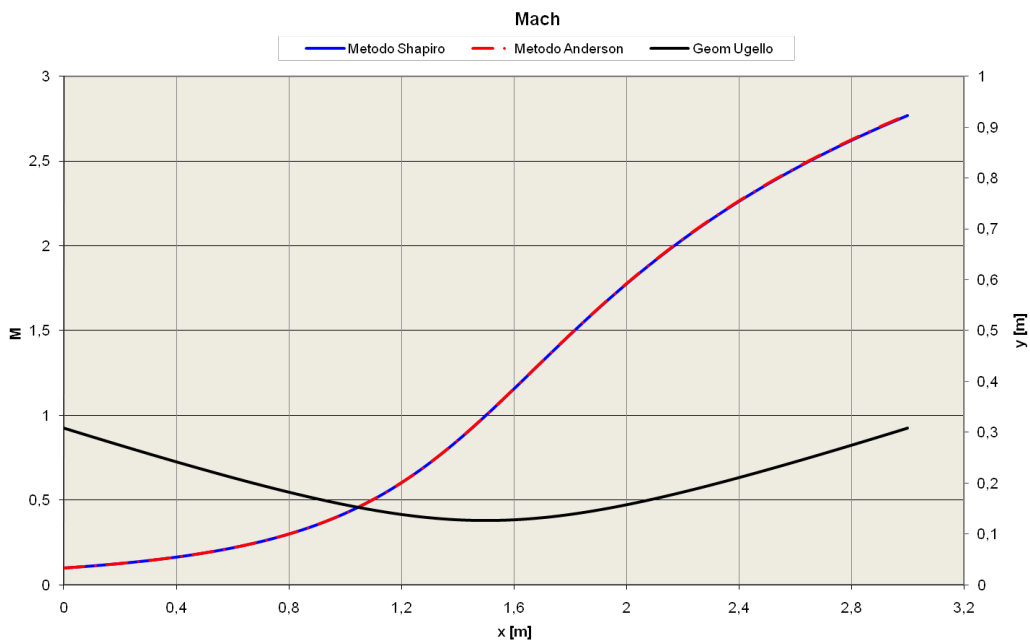


Figura 2.15: Andamento del Mach valutato con metodo "Shapiro" e "Anderson"

tutte le grandezze di interesse, calcolate sia con il metodo che, per comodità, è stato ribattezzato "*metodo Shapiro*", sia con il metodo che, sempre per comodità, è stato ribattezzato "*metodo Anderson*". Per il primo metodo l'ugello è stato discretizzato con 6000 nodi, per il secondo in 300. Come si può notare anche visivamente osservando i grafici, le curve sono perfettamente sovrapposte. I due metodi danno quindi gli stessi risultati. Si è però voluto analizzare nel dettaglio le differenze tra i risultati ottenuti con i due metodi, andando ad analizzare lo scostamento locale. Come metodo di riferimento si è scelto di utilizzare il *metodo Anderson*, quello cioè non utilizzato poi per lo sviluppo del 2PKTC. Nel mentre, si è sfruttato questo procedimento di validazione del codice per stimare anche l'influenza del passo di discretizzazione sull'integrazione col *metodo Shapiro*. Il codice 2PKTC è stato quindi fatto girare con gli stessi parametri in ingresso, ma utilizzando un ugello discretizzato con 3000 nodi, anziché 6000. Come primo dato significativo, si riportano in tabella 2.6 i tempi di esecuzione dei due codici utilizzati. Come si può notare, seppur i nodi di discretizzazione del *metodo Anderson* sono

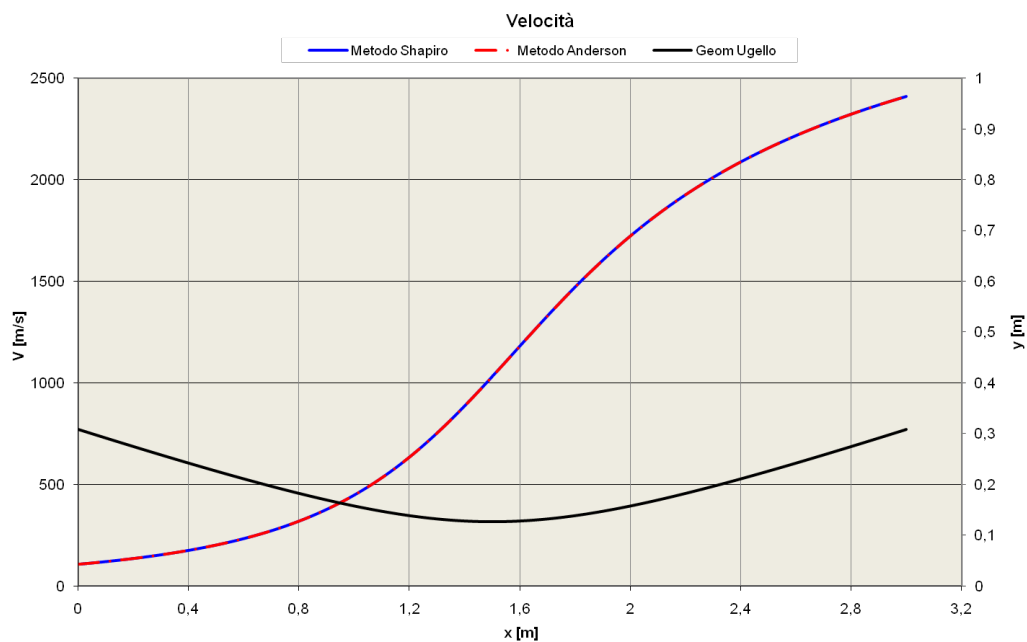


Figura 2.16: Andamento della velocità valutata con metodo "Shapiro" e "Anderson"

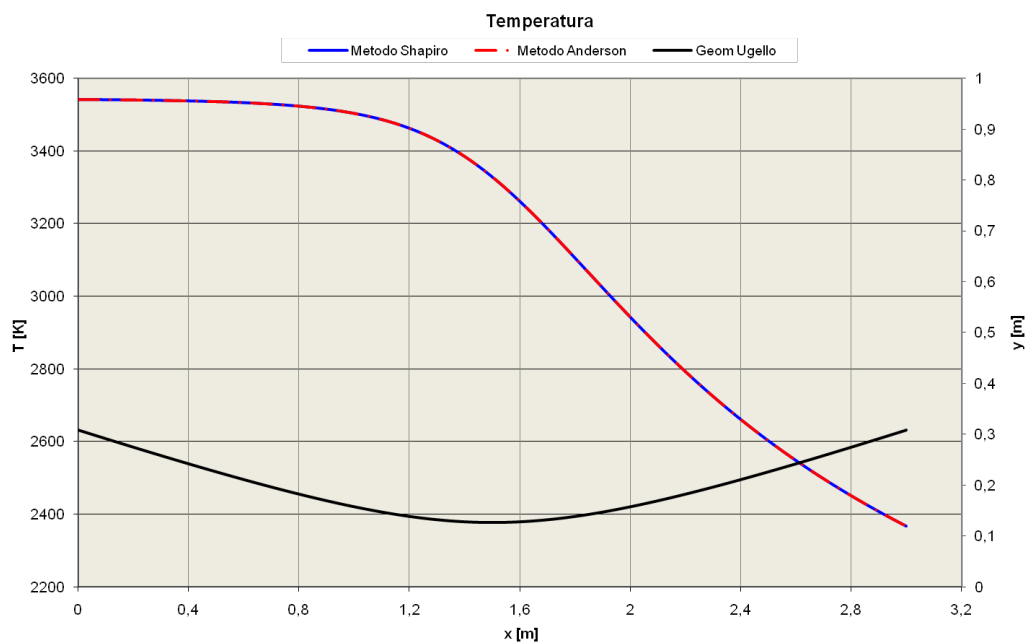


Figura 2.17: Andamento della temperatura valutata con metodo "Shapiro" e "Anderson"

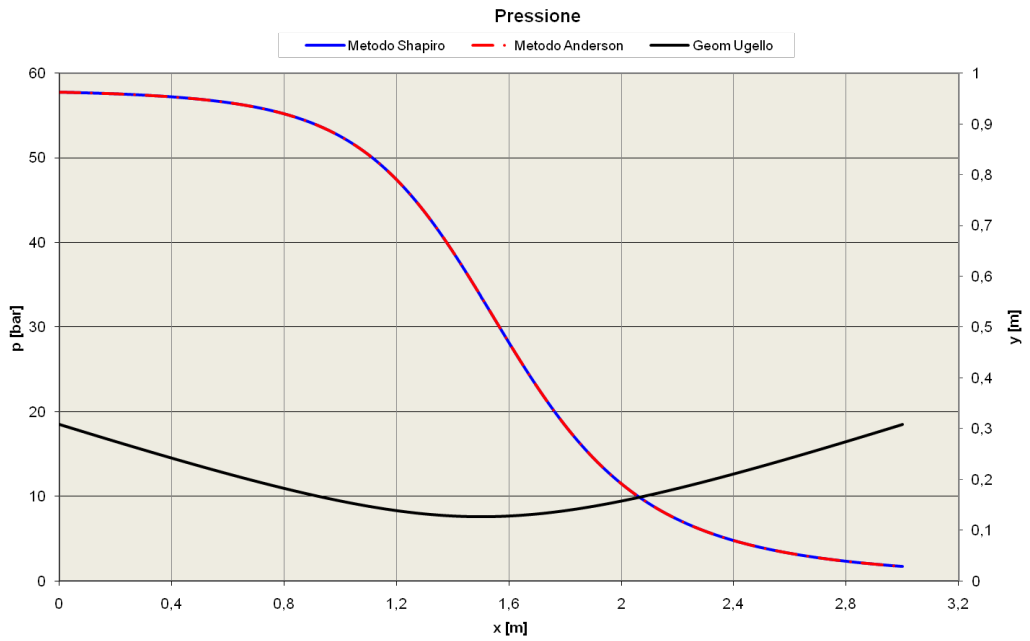


Figura 2.18: Andamento della pressione valutata con metodo "Shapiro" e "Anderson"

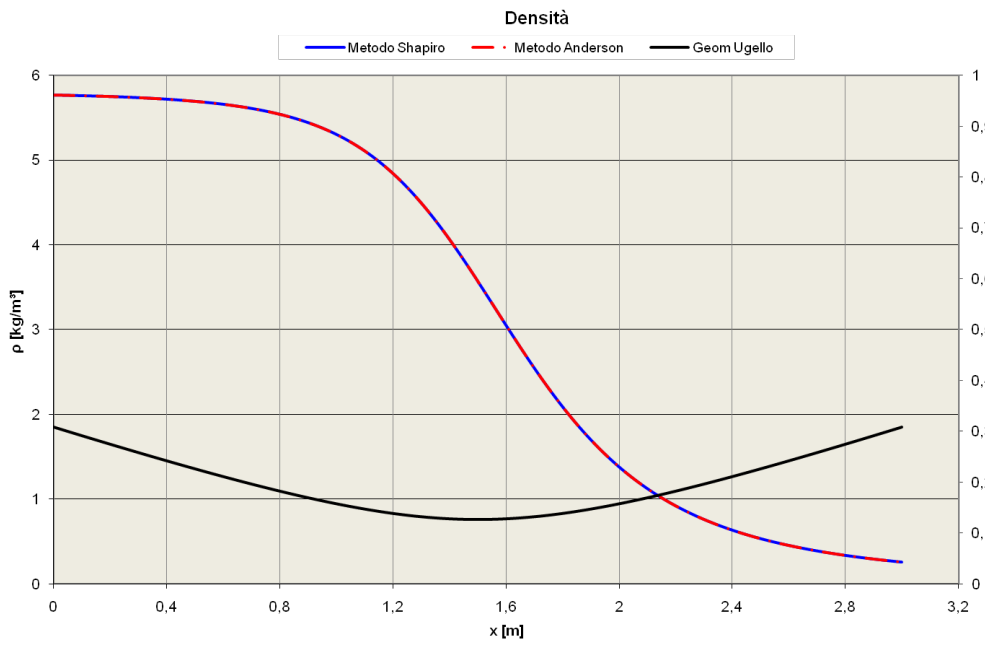


Figura 2.19: Andamento della densità valutata con metodo "Shapiro" e "Anderson"

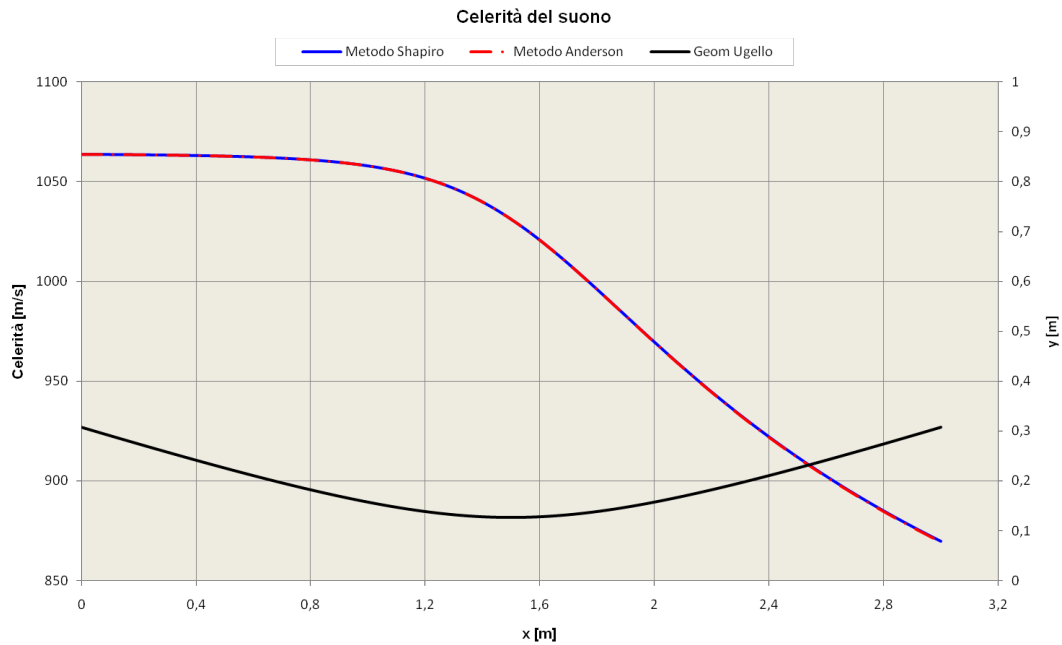


Figura 2.20: Andamento della celerità valutata con metodo "Shapiro" e "Anderson"

Codice	Nodi	t [s]
"Anderson"	300	29.73
2PKTC	3000	1.93
2PKTC	6000	2.89

Tabella 2.6: Tempi di esecuzione del codice

molti meno rispetto a quelli del *metodo Shapiro*, quest'ultimo ha tempi di esecuzione sensibilmente inferiori, sia per l'ugello discretizzato con 3000 punti che per quello discretizzato con 6000.

Si va ora ad analizzare l'errore tra i due metodi nel calcolo delle varie grandezze in esame. In questo contesto il termine "errore" è da intendersi come scostamento tra i valori calcolati con il *metodo Anderson* e quelli calcolati con il *metodo Shapiro*. In particolare, si fa l'ipotesi che il codice sviluppato secondo il metodo suggerito da Anderson dia i risultati esatti, mentre quelli calcolati con il 2PKTC sulla base del metodo suggerito da Shapiro siano in qualche modo meno accurati.

Ugello con 3000 nodi		Ugello con 6000 nodi	
Errore Max	Errore Max %	Errore Max	Errore Max %
0.0014532	0.55197177	0.00321205	0.715268995
Errore medio	Errore medio %	Errore medio	Errore medio %
0.000486688	0.074392113	0.000247051	0.039890838
Err Sez Uscita	Err % Sez Uscita	Err Sez Uscita	Err % Sez Uscita
-0.0014122	-0.050958034	-0.0006946	-0.025064049

Tabella 2.7: Errore sul numero di Mach

2.4.1 Errore sul numero di Mach

Come risulta evidente anche dalla figura 2.15, lo scostamento tra i due codici sul valore del numero di Mach è irrilevante. In tabella 2.7 si riportano i dati sull'errore massimo (in valore assoluto) calcolato lungo tutto l'ugello, l'errore medio e l'errore sulla sezione di uscita. Quest'ultimo è molto importante perché le prestazioni del propulsore sono calcolate proprio in base ai valori delle grandezze termo-fluidodinamiche valutate alla sezione d'uscita dell'ugello. Il calcolo dell'errore è stato fatto sia per l'ugello discretizzato con 3000 punti che per quello discretizzato con 6000. Dai dati riportati in tabella 2.7 si nota come l'errore sia sempre sotto l'1%, sia per l'ugello discretizzato con 3000 nodi, sia per quello discretizzato con 6000. Si può quindi dire che l'errore è, ingegneristicamente, irrilevante. In particolare va sottolineato come l'errore diventi infinitesimo sulla sezione d'uscita. Infatti un errore sulla terza o quarta cifra decimale può tranquillamente essere ignorato. Infine, in figura 2.21 si riporta l'andamento dell'errore percentuale locale, valutato lungo tutto l'ugello. Dal grafico si può notare come l'errore principale si abbia in gola. La sezione di gola è, come esaustivamente spiegato, particolarmente critica per l'integrazione con il *metodo Shapiro* e questo si riflette anche nel grafico. Un' altro picco dell'errore si ha all'inizio dell'espansione, in quello che si può considerare uno spazio di adattamento del flusso all'ugello. Questo picco è probabilmente spiegabile con un diverso modo di valutare la velocità in ingresso dei due metodi e va comunque ricordato che la figura rappresenta l'errore in termini percentuali. Infatti il valore del Mach in ingresso è basso, dell'ordine di ~ 0.1 , quindi l'errore percentuale, che sembra essere

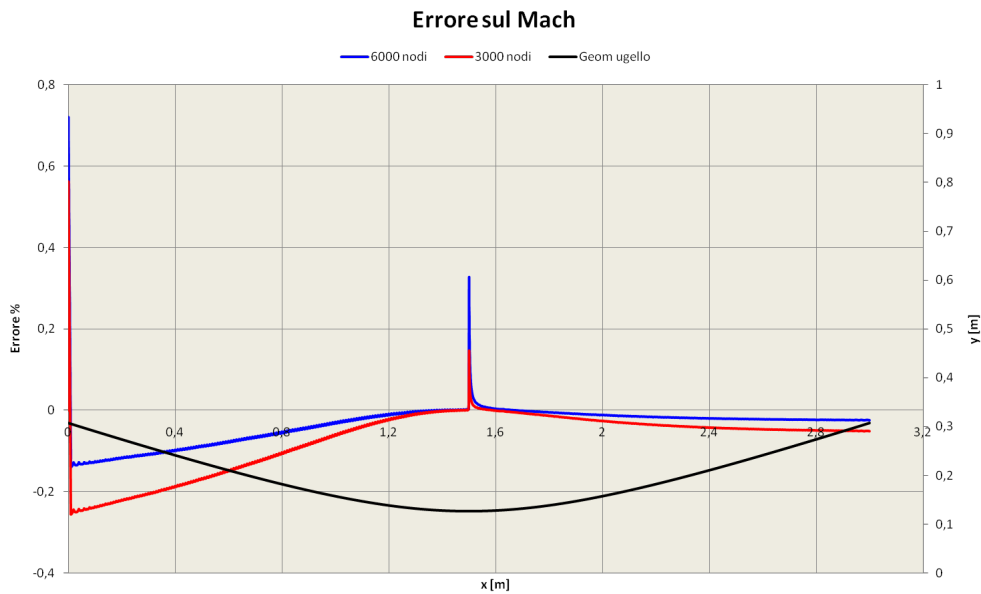


Figura 2.21: Andamento dell'errore sul numero di Mach

così accentuato, corrisponde invece ad una differenza sulla quinta cifra decimale. Globalmente, si può notare come il calcolo effettuato con una passo di discretizzazione più fitto dia errori minori, in concordanza con il valore dell'errore medio riportato in tabella 2.7. Fa eccezione soltanto la sezione di gola, in cui avere un passo più fitto porta ad avere maggiori problemi con il termine $\frac{1}{1-M^2}$ presente nei coefficienti di influenza. Tale errore si smorza però in pochi passi e non porta problemi al codice.

2.4.2 Errore sulla velocità

Il valore della velocità alla sezione di uscita è forse quello più significativo, in quanto permette di calcolare con immediatezza l' I_{sp} . Anche in questo caso, da una semplice analisi del grafico 2.16 è possibile notare come il *metodo Shapiro* ed il *metodo Anderson* diano risultati coincidenti. In tabella 2.8 si riportano i dati sull'errore massimo (in valore assoluto) calcolato lungo tutto l'ugello, l'errore medio e l'errore sulla sezione di uscita. Anche dai dati sulla velocità è possibile notare come, mediamente, l'errore sia più contenuto quando il *metodo Shapiro* utilizza un numero di passi più ampio, pur rimanendo

Ugello con 3000 nodi		Ugello con 6000 nodi	
Errore Max	Errore Max %	Errore Max	Errore Max %
1.425	0.254452457	3.1325	0.30354491
Errore medio	Errore medio %	Errore medio	Errore medio %
0.36627884	0.069457037	0.18049815	0.036347697
Err Sez Uscita	Err % Sez Uscita	Err Sez Uscita	Err % Sez Uscita
-0.8	-0.033198465	-0.37	-0.01535429

Tabella 2.8: Errore sulla velocità

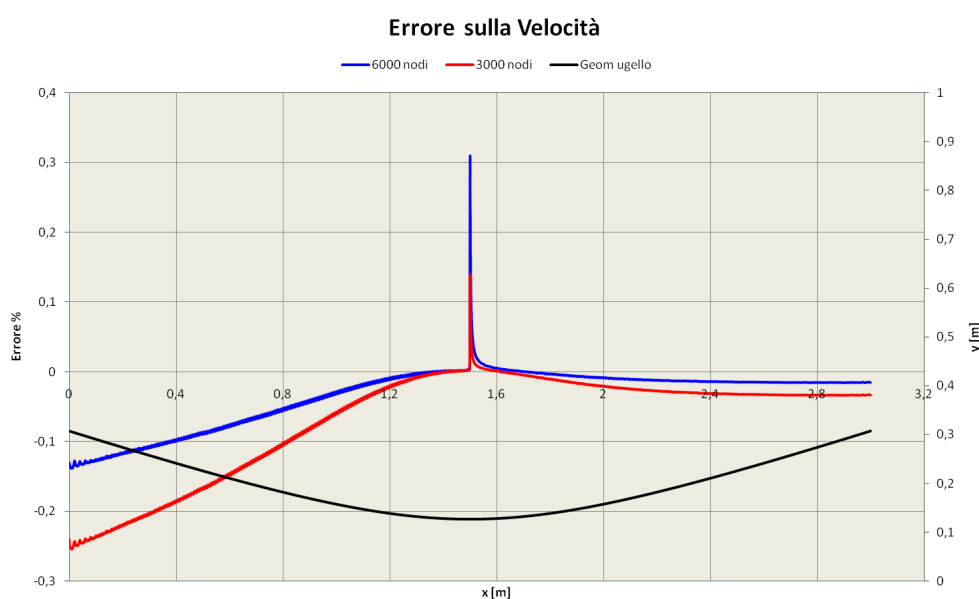


Figura 2.22: Andamento dell'errore sulla velocità

l'eccezione della zona di gola, come confermato anche dalla figura 2.23, in cui si riporta l'errore percentuale lungo tutto l'ugello. In generale comunque, sia con la discretizzazione in 6000 nodi che con quella in 3000 nodi, l'errore rimane ovunque molto basso e ben al di sotto della tollerabilità ingegneristica.

2.4.3 Errore sulla temperatura

L'andamento della temperatura, calcolato con entrambi i metodi, fornisce risultati, anche in questo caso, praticamente coincidenti, come risultava evi-

Ugello con 3000 nodi		Ugello con 6000 nodi	
Errore Max	Errore Max %	Errore Max	Errore Max %
0.796	0.03363205	1.2865	0.038649564
Errore medio	Errore medio %	Errore medio	Errore medio %
0.22504132	0.008459244	0.115372438	0.004266337
Err Sez Uscita	Err % Sez Uscita	Err Sez Uscita	Err % Sez Uscita
0.796	0.03363205	0.392	0.016562517

Tabella 2.9: Errore sulla temperatura

dente già dal grafico 2.17. In tabella 2.9 si riportano i dati sull'errore massimo (in valore assoluto) calcolato lungo tutto l'ugello, l'errore medio e l'errore sulla sezione di uscita. Dai dati riportati è evidente come un numero di nodi di discretizzazione maggiore porti ad avere un errore mediamente più basso, cosa confermata dagli andamenti dell'errore percentuale in figura 2.23. In questo caso però si può notare che, prima della gola, le due curve sono praticamente sovrapposte, mentre, dopo il tipico picco nella sezione sonica, si ha un incremento dell'errore percentuale. Ciò è probabilmente spiegabile con errori legati al metodo di integrazione di Runge-Kutta. In ogni modo, a causa anche del fatto che i valori di temperatura sono molto elevati, l'errore percentuale rimane sempre sotto lo 0.04%. Si fa cioè un errore sulle cifre decimali di numeri dell'ordine di 10^3 .

2.4.4 Errore sulla pressione

Come risulta evidente anche dalla figura 2.18, lo scostamento tra i due codici sull'andamento della pressione è irrilevante. In tabella 2.10 si riportano i dati sull'errore massimo (in valore assoluto) calcolato lungo tutto l'ugello, l'errore medio e l'errore sulla sezione di uscita. In questo caso, dalla figura 2.24 si può notare come il beneficio ottenuto con un numero di nodi di discretizzazione maggiore sia leggermente meno evidente, in quanto si ha una differenza significativa solo dopo l'area di gola. Rispecchiando le tendenze descritte nei paragrafi precedenti, si ha un picco di errore nella sezione sonica, in questo caso particolarmente accentuato per l'ugello discretizzato con 6000 nodi. Globalmente comunque l'errore è sempre molto basso, anche se, per-

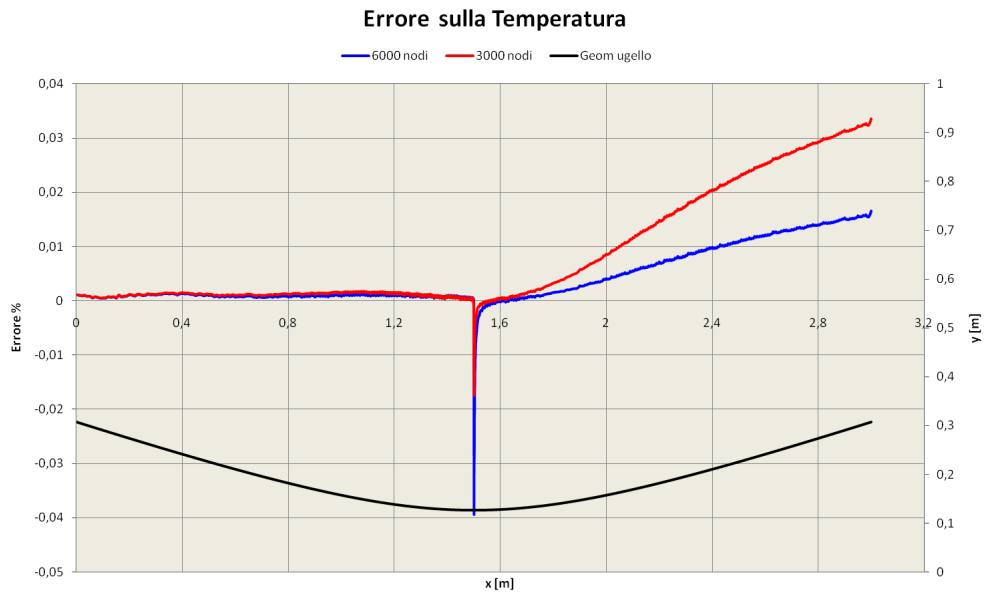


Figura 2.23: Andamento dell'errore sulla temperatura

Ugello con 3000 nodi		Ugello con 6000 nodi	
Errore Max	Errore Max %	Errore Max	Errore Max %
0.055723654	0.281167423	0.118148331	0.351634842
Errore medio	Errore medio %	Errore medio	Errore medio %
0.003875483	0.064410895	0.002868261	0.030149658
Err Sez Uscita	Err % Sez Uscita	Err Sez Uscita	Err % Sez Uscita
0.004834979	0.281167423	0.002264479	0.131685726

Tabella 2.10: Errore sulla pressione

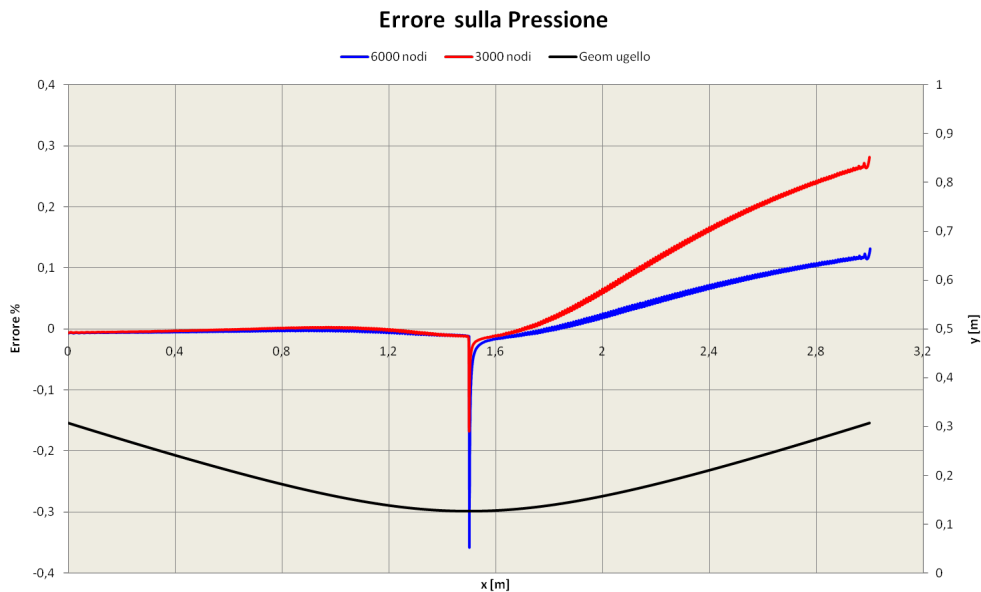


Figura 2.24: Andamento dell'errore sulla pressione

centualmente, risulta leggermente più sensibile a causa dei valori di pressione molto bassi man mano che ci si avvicina alla sezione di uscita.

2.4.5 Errore sulla densità

L'andamento della densità valutato con il metodo Shapiro e con il metodo Anderson fornisce risultati praticamente uguali, come dimostrato in figura 2.19. In tabella 2.11 si riportano i dati sull'errore massimo (in valore assoluto) calcolato lungo tutto l'ugello, l'errore medio e l'errore sulla sezione di uscita. Per la densità si possono fare considerazioni analoghe a quelle fatte per la pressione. Il miglioramento con un numero di punti di discretizzazione doppio si ha, ma è meno sensibile rispetto ad altri casi ed avviene solo dopo la sezione di gola. Allo stesso modo, l'errore percentuale, seppur molto basso, è legato ai valori molto piccoli di densità che si hanno in prossimità della sezione di uscita.

Ugello con 3000 nodi		Ugello con 6000 nodi	
Errore Max	Errore Max %	Errore Max	Errore Max %
0.0053354	0.24635278	0.0112077	0.314006617
Errore medio	Errore medio %	Errore medio	Errore medio %
0.000471919	0.057252394	0.000359338	0.027371018
Err Sez Uscita	Err % Sez Uscita	Err Sez Uscita	Err % Sez Uscita
0.0006329	0.24635278	0.0002931	0.114087533

Tabella 2.11: Errore sulla densità

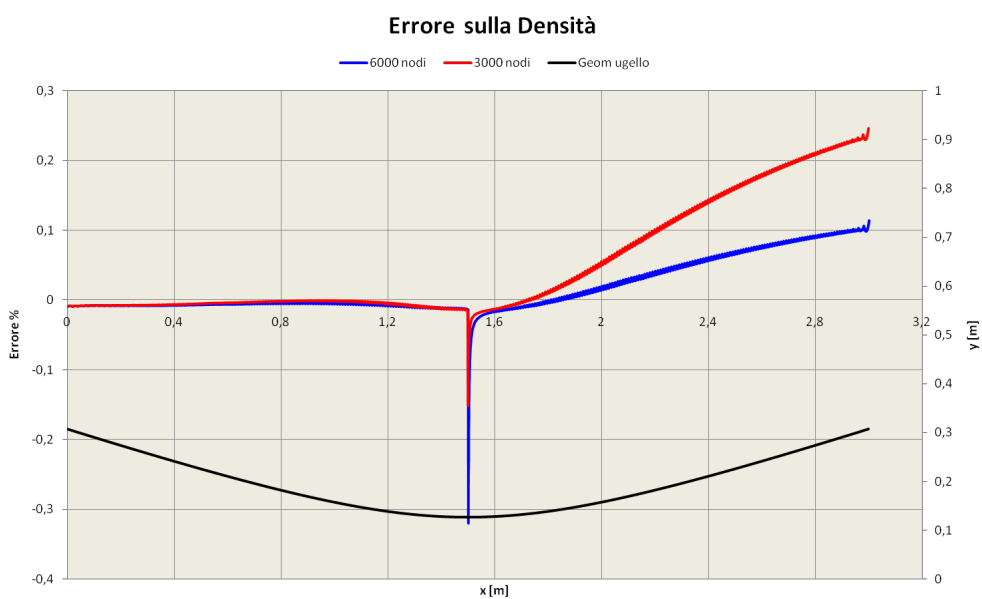


Figura 2.25: Andamento dell'errore sulla densità

Ugello con 3000 nodi		Ugello con 6000 nodi	
Errore Max	Errore Max %	Errore Max	Errore Max %
0.281167423	0.151	0.1885	0.018279825
Errore medio	Errore medio %	Errore medio	Errore medio %
0.044589803	0.004796823	0.025316614	0.002688027
Err Sez Uscita	Err % Sez Uscita	Err Sez Uscita	Err % Sez Uscita
0.151	0.017365544	0.077	0.008855277

Tabella 2.12: Errore sulla celerità del suono

2.4.6 Errore sulla celerità del suono

L'andamento della celerità del suono, calcolato con entrambi i metodi, fornisce ancora una volta risultati praticamente coincidenti, come risultava evidente già dal grafico 2.20. In tabella 2.12 si riportano i dati sull'errore massimo (in valore assoluto) calcolato lungo tutto l'ugello, l'errore medio e l'errore sulla sezione di uscita. Le curve mostrano un andamento praticamente coincidente prima della gola, per poi presentare un aumento dell'errore nella zona supersonica. Qualitativamente, le curve sono molto simili a quelle mostrate nell'analisi sull'errore della temperatura, cosa del tutto prevedibile essendo

$$a^2 = k \frac{\mathfrak{R}}{\mathfrak{M}} T \quad (2.41)$$

E' però interessante comunque riportare il grafico 2.26 in quanto nel 2PKTC, in concordanza con i coefficienti di influenza suggeriti in [3], la celerità del suono viene integrata con un'equazione a sé e non viene invece ricavata con l'equazione 2.41. A maggior ragione ottenere errori così ridotti (l'errore massimo è inferiore allo 0.02% con l'ugello discretizzato con 6000 nodi) è un buon indice della correttezza del codice sviluppato.

2.5 Espansione monofase con l'ugello di Z9

Una volta testato e validato il codice 2PKTC su un ugello di geometria semplice, si è passati ad utilizzare il codice su un problema di interesse pratico. Per questo motivo la stessa espansione quasi-monodimensionale stazionaria

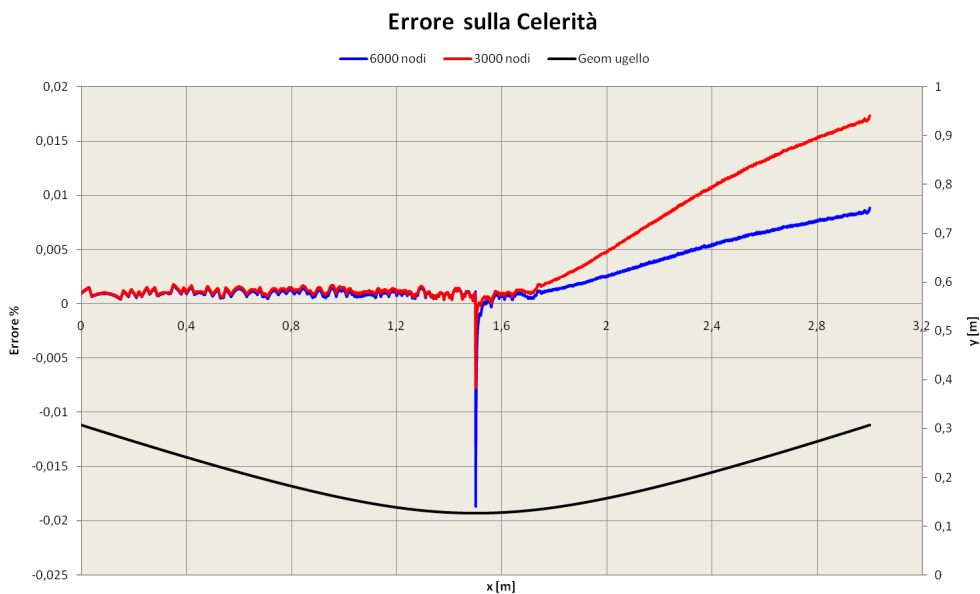


Figura 2.26: Andamento dell'errore sulla celerità del suono

per un flusso monofase è stata ristudiata per l'ugello reale di Z9. In particolare, si sono studiate due configurazioni dello stesso ugello, quello utilizzato per il tiro al banco, con un rapporto d'espansione più ridotto, e quello montato sul motore per il volo, che ha un rapporto di espansione maggiore. Tra i due ugelli non vi sono differenze sostanziali, infatti, oltre ad avere le medesime proprietà meccaniche, hanno anche la medesima sezione di ingresso e di gola, ciò che cambia è la lunghezza longitudinale e il rapporto di espansione. In figura 2.27 si riporta una vista 2D schematica dell'ugello in configurazione volo. A differenza dell'ugello semplicemente convergente-divergente utilizzato per la validazione del codice, l'ugello di Z9 non è simmetrico: ha un forte raggio di curvatura prima e dopo la gola, che comporterà quindi dei forti gradienti in tali sezioni, per poi continuare quasi linearmente fino alla sezione di uscita. I dati geometrici dell'ugello di Z9 sono stati forniti da Avio, che ne ha progettato il design. Nel dettaglio, è stato fornito un set di 73 coordinate (x, y) contenenti appunto la geometria dell'ugello in questione. Per l'analisi con il 2PKTC è stato necessario però aumentare la discretizzazione dell'ugello. In un primo momento, si è tentato di fare un'interpolazione lineare tra i punti forniti da Avio. Questa soluzione è sembrata la più naturale

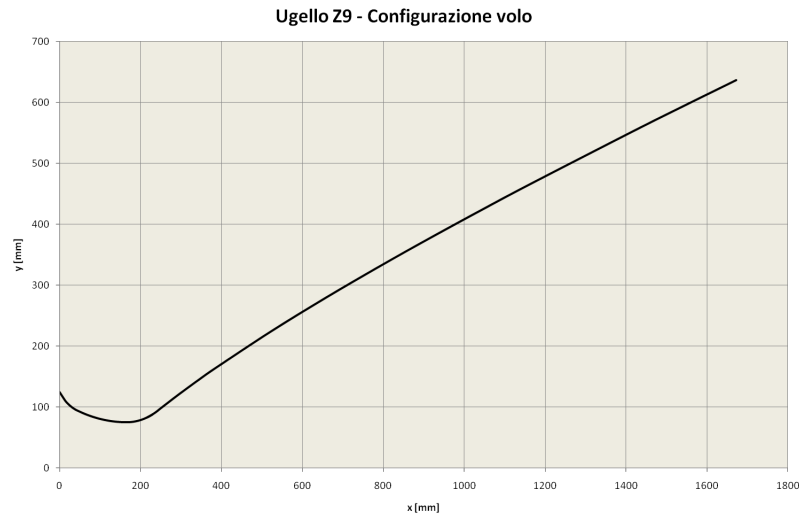


Figura 2.27: Vista 2D dell'ugello di Z9 in configurazione volo

T_c	3542.3 K
p_c	57.786 bar
ρ_c	5.76866 kg/m ³
c_c	1063.78 m/s

Tabella 2.13: Condizioni iniziali in camera di combustione

e semplice. Purtroppo però le curve ottenute dal codice si sono rivelate piuttosto grezze, con cambi di pendenza bruschi e poco realistici. Per evitare tale problema, si è pensato di procedere con un'interpolazione parabolica dei punti a disposizione. Tale soluzione si è rivelata salvifica, infatti le curve ottenute inserendo in input al 2PKTC la geometria dell'ugello interpolata parabolicamente si sono rivelate precise e pulite.

Definite le caratteristiche degli ugelli analizzati, si riportano in tabella 2.13 ed in tabella 2.14, rispettivamente le condizioni in camera di combustione e le proprietà del flusso all'imbocco dell'ugello. Per entrambi gli ugelli analizzati, in configurazione banco e in configurazione volo, sono state prese in considerazione le medesime caratteristiche in ingresso così da poter effettuare un confronto tra i dati ottenuti all'uscita. Le proprietà del fluido e le condizioni in camera sono state ottenute attraverso i programmi di balistica interna utilizzati in Avio.

k	1.1296
\mathfrak{M}	29.398 kg/kmol
\mathfrak{R}^*	282.81 J/kgK

Tabella 2.14: Proprietà del gas in espansione

In questo caso, è stato possibile confrontare i risultati ottenuti con il 2PK-TC con i dati a disposizione di Avio, ottenuti con il software SPP e con un software creato internamente e da anni utilizzato per le previsioni di balistica chiamato PTBALL. Entrambi i codici sono in grado di valutare anche un'espansione monofase a chimica congelata. Purtroppo però, il file di output dell'SPP e del PTBALL non forniscono il valore delle variabili termofluidodinamiche lungo tutto l'ugello, ma solo i valori prestazionali all'efflusso. Non si potranno quindi confrontare graficamente delle curve, ma si potranno valutare solo i valori numerici, in particolari i valori di I_{sp} nel vuoto.

2.5.1 Il calcolo 2PKTC

Preparare il codice 2PKTC per l'analisi degli ugelli di Z9 è stato relativamente semplice. E' infatti stato necessario cambiare solamente il file di input con la geometria dei nuovi ugelli per poter lanciare il programma. Anche in questo caso si analizza il problema stazionario, (per come è stato sviluppato il codice non potrebbe essere altrimenti), per cui il codice cercherà, iterativamente, il valore di Mach in ingresso tale per cui il flusso riesce a raggiungere condizioni soniche in gola.

2.5.1.1 Ugello di Z9 in configurazione prova al banco

In tabella 2.15 sono riportate le caratteristiche dell'ugello utilizzato per il tiro al banco. Tale ugello è stato discretizzato in 6638 nodi, con una densità maggiore di punti nei pressi della gola, là dove i gradienti e i problemi numerici sono più significativi, e con una densità di punti leggermente minore nel tratto quasi lineare del divergente. In figura 2.28, 2.29, 2.30, 2.31 e 2.32 sono rappresentati, rispettivamente, gli andamenti di mach, velocità,

Lunghezza	0.839 m
Area di gola	0.017576 m ²
Area di ingresso	0.048577m ²
Area di uscita	0.382640m ²
Rapporto di espansione	21.77

Tabella 2.15: Caratteristiche dell'ugello di Z9 in configurazione per il tiro al banco

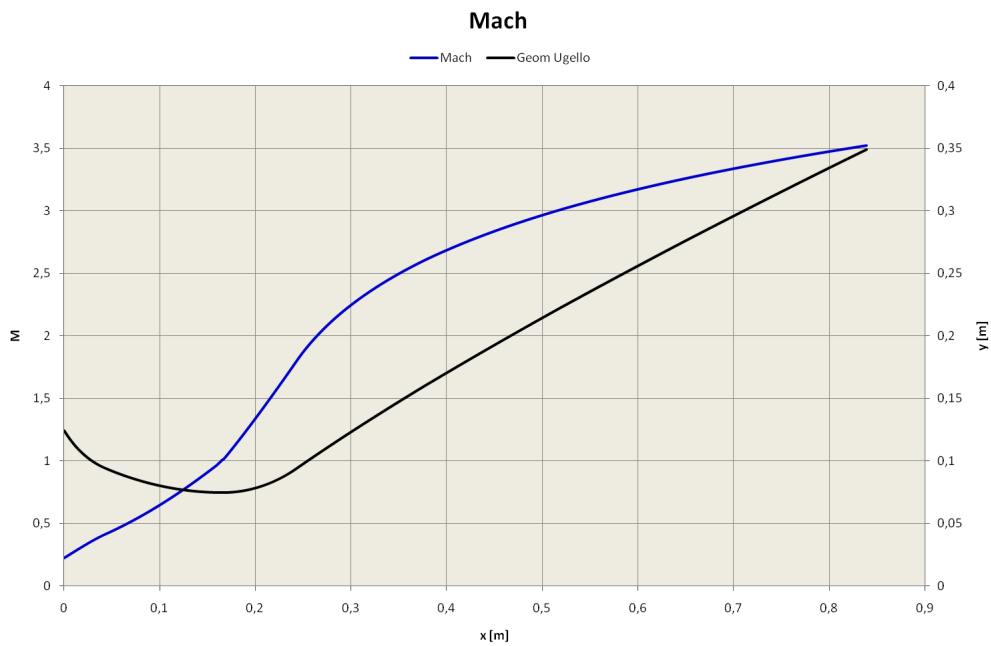


Figura 2.28: Andamento del mach nell'ugello di Z9 in configurazione banco

temperatura, pressione e densità. Come previsto, la pendenza delle curve è maggiore là dove la geometria dell'ugello presenta i gradienti maggiori, cioè nelle sezioni immediatamente precedenti e successive alla gola.

2.5.1.2 Ugello di Z9 in configurazione volo

In tabella 2.16 ne vengono riassunte le caratteristiche dell'ugello di Z9 in configurazione di volo. Per l'analisi con il 2PKTC l'ugello è stato discretizzato in 7151 nodi. In questo caso, pur essendo l'ugello in analisi lungo circa il doppio rispetto a quello in configurazione per il banco prova, il numero di

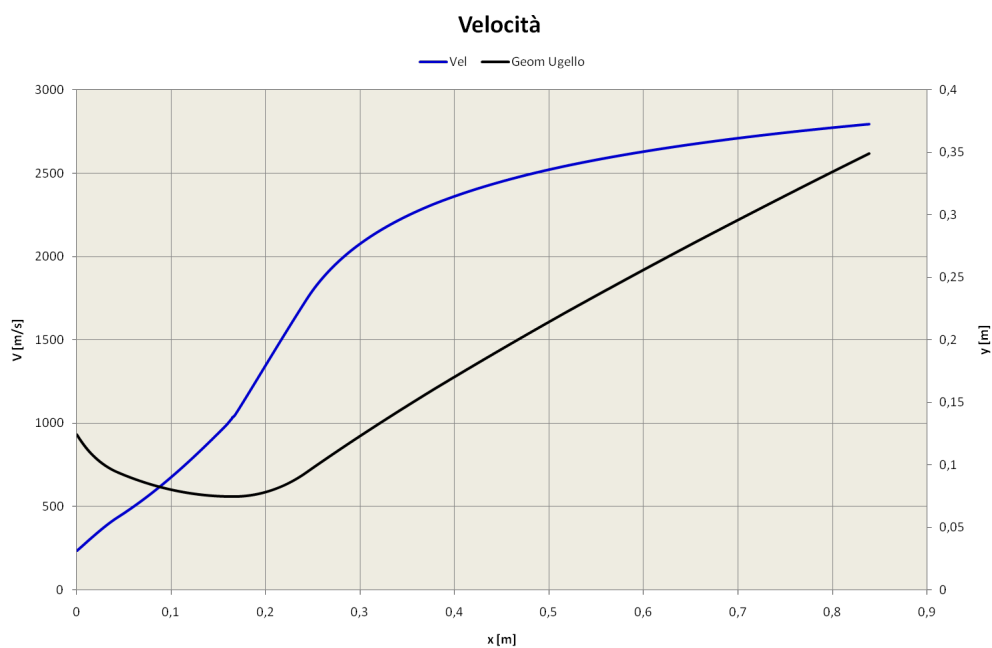


Figura 2.29: Andamento della velocità nell'ugello di Z9 in configurazione banco

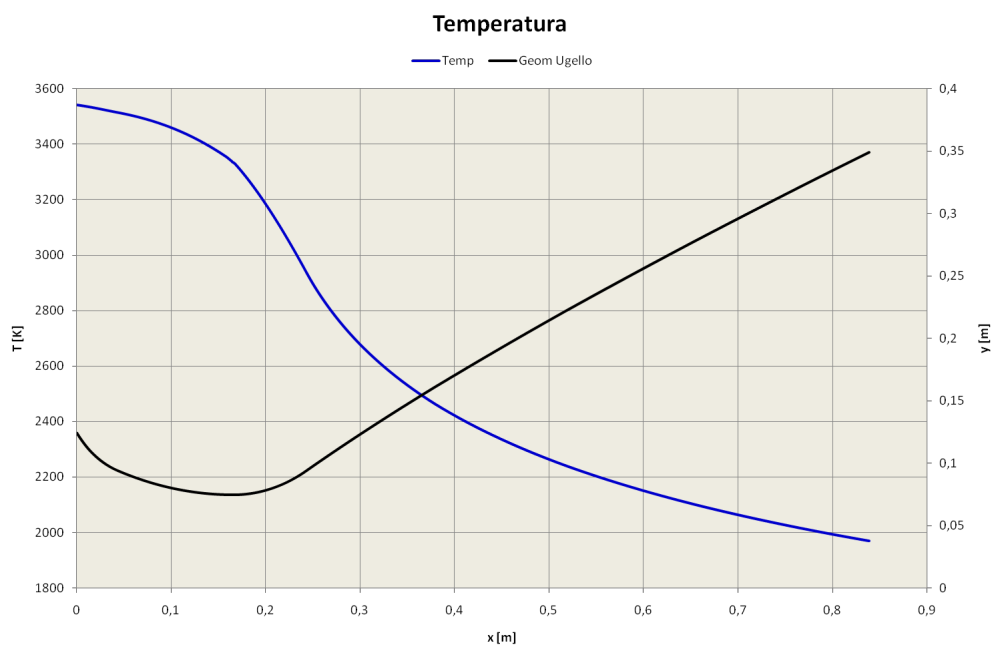


Figura 2.30: Andamento della temperatura nell'ugello di Z9 in configurazione banco

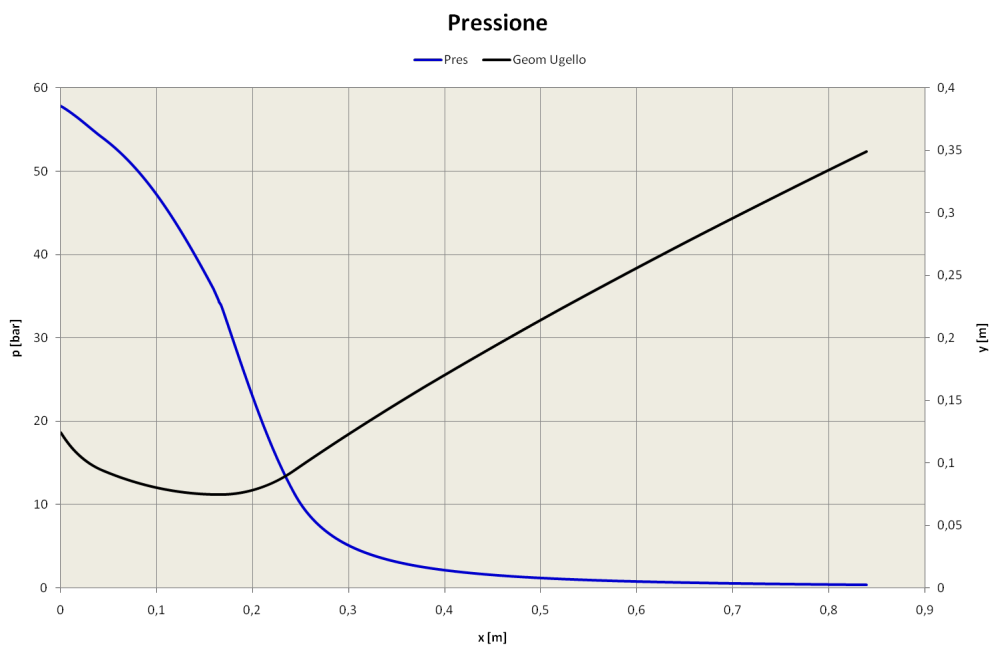


Figura 2.31: Andamento della pressione nell'ugello di Z9 in configurazione banco

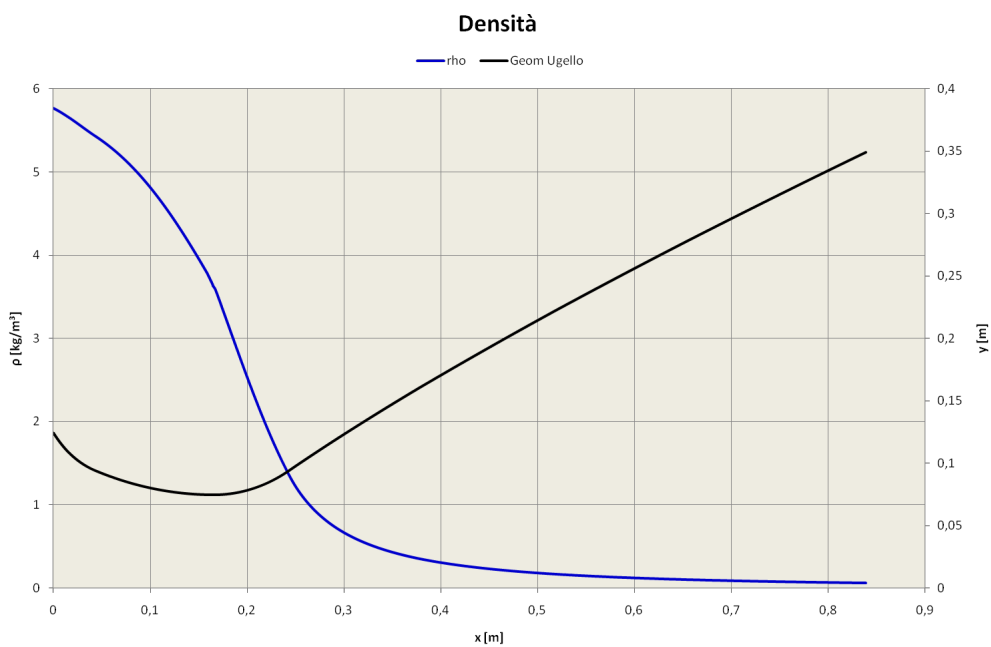


Figura 2.32: Andamento della densità nell'ugello di Z9 in configurazione banco

Lunghezza	1.671 m
Area di gola	0.017576 m ²
Area di ingresso	0.048577m ²
Area di uscita	1.27333m ²
Rapporto di espansione	72.45

Tabella 2.16: Caratteristiche dell'ugello di Z9 in configurazione volo

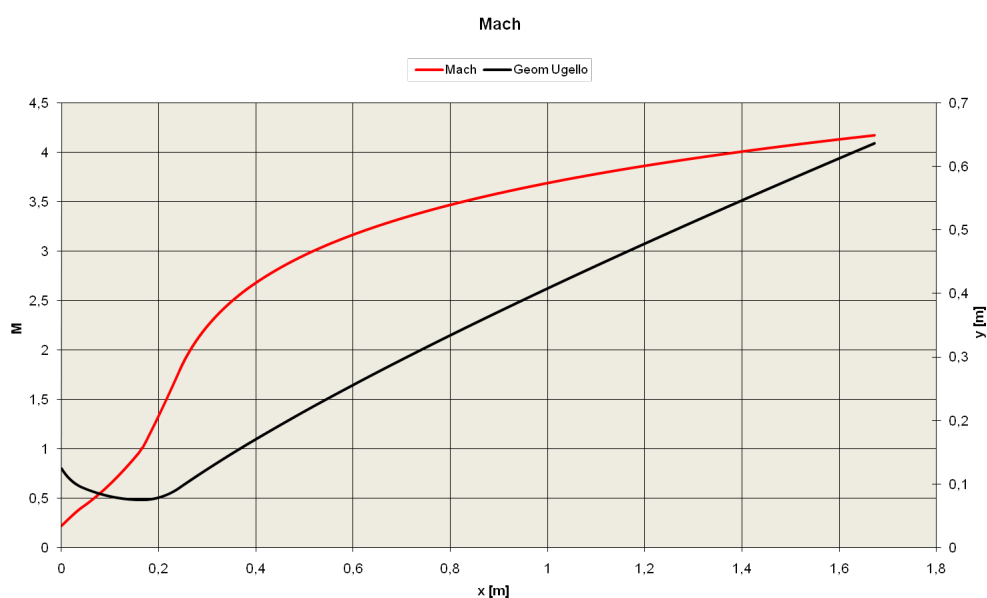


Figura 2.33: Andamento del mach nell'ugello di Z9 in configurazione di volo

punti di discretizzazione è solo di poco superiore. Ciò è possibile poiché si è creata una griglia molto fitta dall'imbocco fin dopo la gola, ma nel tratto quasi lineare si è rilassato notevolmente il passo. In figura METTERE RIF ESATTI sono rappresentati, rispettivamente, gli andamenti di mach, velocità, temperatura, pressione e densità. Come si può notare non vi sono grosse differenze rispetto alle curve ottenute per la configurazione al banco prova e le considerazioni possono essere le stesse.

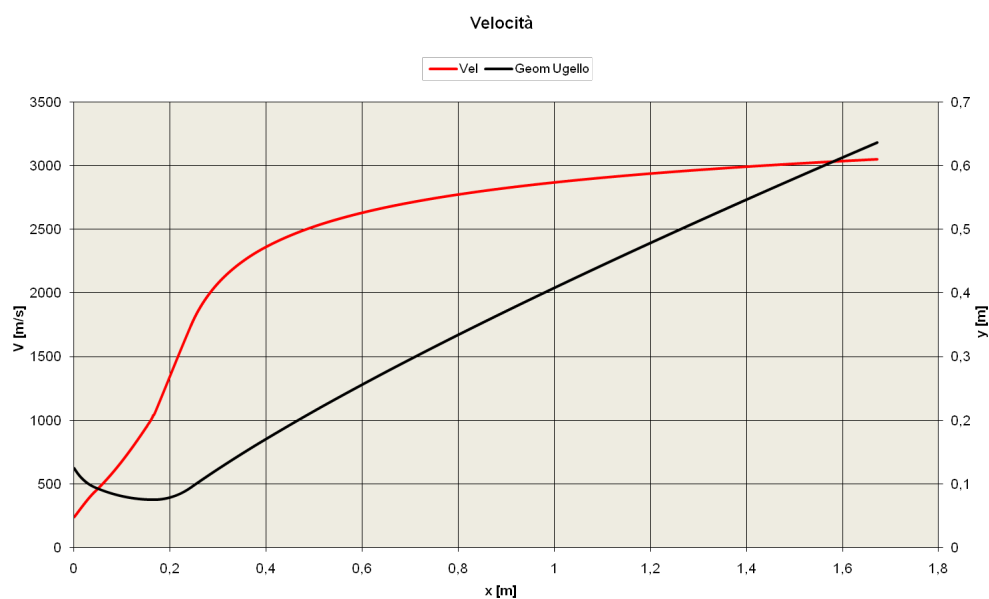


Figura 2.34: Andamento della velocità nell'ugello di Z9 in configurazione di volo

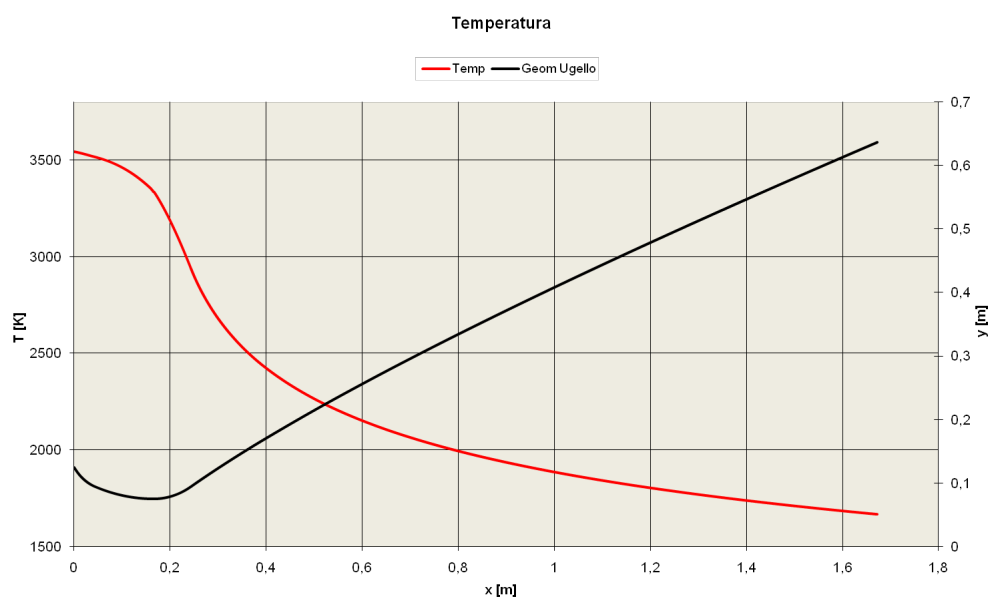


Figura 2.35: Andamento della temperatura nell'ugello di Z9 in configurazione di volo

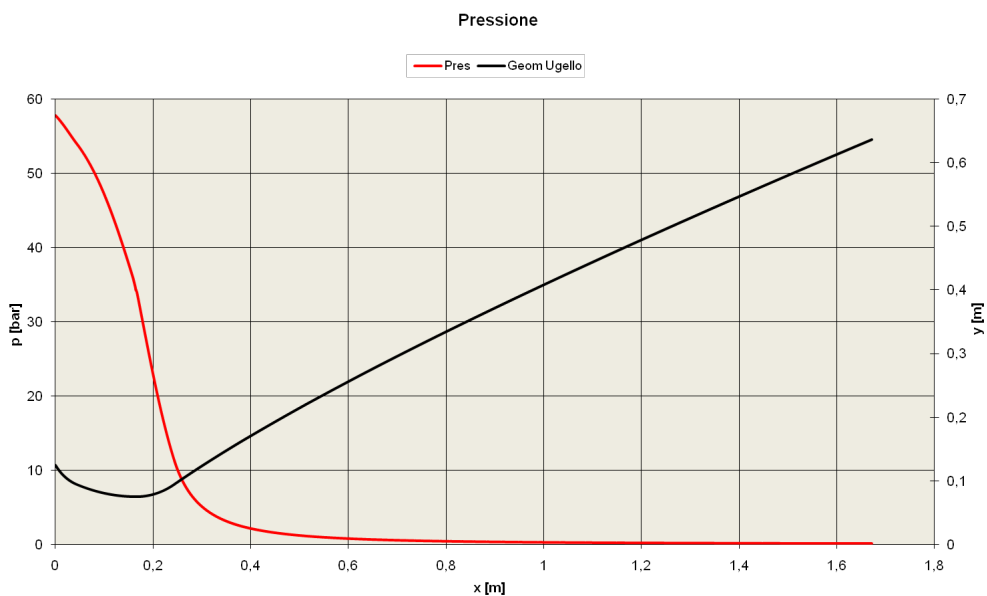


Figura 2.36: Andamento della pressione nell'ugello di Z9 in configurazione di volo

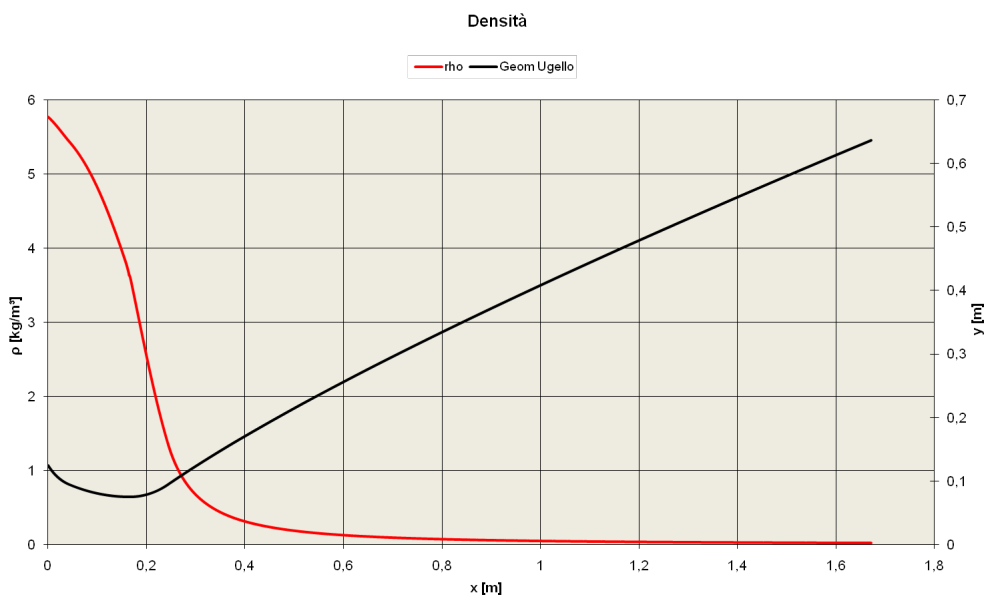


Figura 2.37: Andamento della densità nell'ugello di Z9 in configurazione di volo

2.5.2 I dati Avio

Presso Avio, il motore Zefiro 9, così come gli altri motori progettati, è stato accuratamente studiato in ogni dettaglio. Per predire le prestazioni prima di effettuare i tiri al banco o i voli di qualifica, si utilizzano, come detto, due software, l'SPP e il PTBALL. Quest'ultimo è un codice FORTRAN che è stato scritto negli anni '80 proprio in Avio e contiene un modello di balistica interna quasi-stazionaria caratterizzato da un risolutore fluidodinamico a flussi semplici combinati. Entrambi i codici sopra citati sono in grado di valutare un'espansione monofase. A parità di condizioni operative è stato quindi possibile ottenere i valori di impulso specifico nel vuoto e confrontarli con quelli ottenuti con il 2PKTC. Sebbene si è più volte ripetuto che il codice oggetto di questa tesi sarà meno accurato di quelli a disposizione di Avio, ci si aspetta che, per questo semplice caso, i valori di I_{sp} siano se non proprio esattamente uguali, per lo meno abbastanza vicini.

2.5.3 Confronto tra i risultati del 2PKTC e i dati Avio

A differenza dei codici Avio, il 2PKTC non calcola direttamente le prestazioni, bensì fornisce il valore delle variabili termo-fluidodinamiche all'uscita dell'ugello. Da queste è stato poi possibile ricavare l'impulso specifico nel vuoto, tramite la relazione

$$I_{sp} = \frac{1}{g_0} \left(u_e + \frac{(p_e - p_a) A_e}{\dot{m}} \right) \quad (2.42)$$

in cui g_0 rappresenta l'accelerazione di gravità, p_e , u_e ed A_e rispettivamente pressione, velocità e sezione all'efflusso, p_a la pressione ambiente (nulla nel vuoto) ed \dot{m} la portata.

In tabella vengono riassunti i valori di impulso specifico calcolati dai codici in possesso di Avio e dal 2PKTC, sia per l'ugello in configurazione di volo, sia per quello configurato per il banco prova. Detto che, secondo la metodologia Avio, i valori ufficiali riportati nei documenti sono quelli tratti dall'SPP, si può notare come il calcolo fatto con il 2PKTC si avvicini molto

Config. banco prova			Config. volo		
I_{sp} PTBALL	I_{sp} SPP	I_{sp} 2PKTC	I_{sp} PTBALL	I_{sp} SPP	I_{sp} 2PKTC
306.005	305.910	305.537	327.334	327.381	326.953

Tabella 2.17: I_{sp} valutato dal 2PKTC e dai codici avio

a tali valori. In particolare, sia nella configurazione di prova al banco sia nella configurazione di volo i valori di I_{sp} nel vuoto ottenuti con il codice di calcolo sviluppato in questa tesi si discostano da quelli dell'SPP, in termini percentuali, rispettivamente dello 0.122% (configurazione di prova al banco) e dello 0.131% (configurazione volo). Questa è un'ulteriore conferma della validità del 2PKTC, che conferma come, almeno per espansioni monofase, il codice sviluppato sia corretto e rispecchi i risultati ottenuti da codici più avanzati ed affermati a livello mondiale.

Capitolo 3

Flusso stazionario bifase con particolato in ritardo cinetico

Una volta validato il codice 2PKTC ed analizzato il caso più semplice di espansione monofase, l'obiettivo è stato quello analizzare un flusso bifase a chimica congelata con il particolato in ritardo solo cinetico. In altre parole, considerando il flusso in espansione frozen, si è andati a valutare l'influenza del particolato che, a causa dell'inerzia, si muove a velocità minore rispetto al flusso. In questo capitolo non si considerano gli scambi termici tra le particelle ed il gas, si ritiene cioè nullo il ritardo termico. Particelle e gas sono quindi alla stessa temperatura lungo tutta l'espansione. Per lo sviluppo di questa parte del codice, si sono eliminate alcune delle ipotesi fatte per il caso monodimensionale, ma se ne sono introdotte altre legate al particolato e alle interazioni con il gas in espansione. Nel dettaglio, le ipotesi su cui si basa questo capitolo sono:

- Modello quasi-monodimensionale stazionario
- Nessuna discontinuità nella geometria dell'ugello
- Nessun iniezione di massa dall'esterno o scambio di massa tra fase gassosa e fase condensata
- Gas semi-perfetto

- Particolato non reagente e in equilibrio termico
- Particolato costituito da gruppi di particelle sferiche, ciascuno costituito da una popolazione di particelle aventi dimensioni uniformi e costanti nel tempo
- Particolato a temperatura uniforme e calore specifico costante;
- Espansione in condizioni di ugello adattato
- Nessun effetto gravitazionale
- Nessun scambio di calore con l'esterno
- Gas non viscoso, eccetto per le interazioni viscose esercitate sul particolato
- Massa molare \mathfrak{M} e rapporto dei calori specifici k costanti
- Assenza di fenomeni di separazione
- Assenza di onde d'urto normali od oblique

La scelta di non considerare gli scambi termici e l'inerzia termica del particolato è legata semplicemente alla metodologia di sviluppo del codice. Infatti, come più volte ribadito, si è partiti da un problema relativamente semplice, quello dell'espansione monofase, per poi complicarlo e renderlo più accurato e preciso introducendo gradualmente nuovi aspetti dell'analisi. In quest'ottica va letta anche l'ipotesi di considerare il diametro del particolato costante. Tale ipotesi è infatti irrealistica, a causa degli importanti fenomeni di frantumazione e riaggregazione che si hanno in ugello, specialmente nei pressi della zona sonica. D'altro canto, non esistono, ad oggi, modelli che sappiano predire con precisione il fenomeno e si è preferito, almeno in una fase di sviluppo del codice, tralasciare questi fenomeni. Un importante aspetto che non si è invece potuto tralasciare è quello legato alla sezione in cui si raggiungono le condizioni soniche. Infatti, studiando l'espansione supersonica con un approccio bidimensionale, si nota come la linea sonica, cioè la sezione in cui si trova la condizione $M = 1$, non coincida esattamente con la sezione

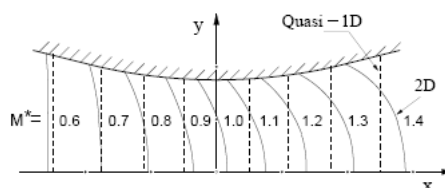


Figura 3.1: Schema dell'andamento del numero di Mach in modelli 1D e 2D

di gola. Questo aspetto, che non era stato rilevante nel caso di espansione monofase, si è invece dimostrato critico considerando l'espansione bifase.

3.1 Determinazione della sezione sonora

L'espansione reale di un flusso in un ugello supersonico, studiata attraverso prove sperimentali e modelli bi o tri-dimensionali, mostra come il raggiungimento delle condizioni soniche avvenga a valle della gola geometrica dell'ugello. Inoltre, le condizioni soniche non vengono raggiunte in una sezione perpendicolare all'asse trasversale dell'ugello, bensì lungo una linea curva detta appunto linea sonora, come si può evincere dallo schema in figura. Esiste una precisa teoria che permette di determinare in maniera accurata la linea sonora, ma è ovviamente applicabile a modelli almeno bidimensionali. Inoltre non è applicabile al problema in esame anche perché si riferisce a flussi monofase. La presenza di particelle condensate, che rendono appunto il flusso bifase, accentua tale traslazione della linea sonora verso valle. Il 2PK-TC è un codice quasi-monodimensionale, non consente quindi di sfruttare la teoria bidimensionale legata alla linea sonora. Il modello sviluppato in questa tesi risente però di questo fenomeno, acuitizzato dalla presenza del particolato che "rallenta" maggiormente l'espansione e che quindi fa sì che le condizioni soniche non vengano raggiunte esattamente nella sezione di gola geometrica, bensì a valle della stessa. In particolare, il codice, attraverso un ciclo iterativo, riesce automaticamente a trovare la sezione sonora. Infatti, fissare tale sezione coincidente con la sezione di gola portava a problemi numerici e discontinuità nelle curve. Con il ciclo iterativo che si è implementato

il codice riesce invece a “percepire” che la sezione di gola non è la sezione sonica e sposta tale sezione a valle di un passo alla volta fino a trovare la sezione sonica.

3.2 Non equilibrio cinetico

Nell’espansione di miscele omogenee (in fase gassosa), l’ugello supersonico migliora le prestazioni propulsive. Al contrario, nell’espansione di miscele bifase (gas e condensato), l’ugello supersonico depaupera le prestazioni propulsive a causa di molteplici fenomeni di perdita (mancato equilibrio cinetico, mancato equilibrio di fase, mancato equilibrio termico e altri ancora). Nel caso di flusso bifase, il principale meccanismo fisico che comporta perdite è la mancanza di equilibrio termico e cinetico, a sua volta dovuto a inerzia termica e meccanica della frazione condensata durante l’espansione supersonica nell’ugello. In questo capitolo, come detto, si tratta solo del ritardo cinetico, o “velocity lag”.

La presenza del particolato va ad influenzare, oltre alla termo-fluidodinamica del sistema, anche le proprietà chimiche della miscela. Esiste un’esaustiva trattazione sui fenomeni e sui metodi di valutazione di tali proprietà, ma per motivi di spazio si rimanda, tra gli altri, a [1] e [8]. Per i dati necessari all’implementazione del 2PKTC, è stato utilizzato il modulo ODE dell’SPP, in grado di calcolare con precisione le proprietà della miscela bifase. Per motivi di tempo si è quindi preferito prendere i dati calcolati con precisione da un codice esterno piuttosto che valutarli direttamente, operazione che avrebbe portato a difficoltà di implementazione e avrebbe sottratto tempo per lo sviluppo di parti del codice di maggiore interesse.

Per valutare l’interazione tra il gas in espansione ed il particolato, considerato perfettamente sferico ed a diametro costante, si è utilizzato il modello di sfera isolata in corrente infinita. L’equazione di moto di una singola particella sferica di area frontale $A_{\perp} = \pi r_p^2$, soggetta solo ad interazione fluidodinamica

viscosa con velocità relativa $u_g - u_p$, si può scrivere come

$$m_p \vec{a} = F_D \quad (3.1)$$

Andando a scrivere l'accelerazione della particella come derivata della sua velocità, esprimendo la forza di resistenza F_D in funzione del coefficiente di resistenza c_D e la massa della particella tramite la sua densità, si ottiene la seguente relazione

$$\frac{du_p}{dt} = \frac{c_D A_{\perp} \frac{1}{2} \rho_g (u_g - u_p)^2}{\rho_{sp} \frac{4}{3} \pi r_p^3} \quad (3.2)$$

dove ρ_g è la densità del gas, u_g e u_p sono, rispettivamente, le velocità di gas e particolato e ρ_{sp} è l'effettiva densità del particolato calcolata, in accordo con quanto riportato in [22], come

$$\rho_{sp} = (3.08 - 1.13 \cdot 10^{-4} T_p) \quad (3.3)$$

Nell'equazione 5.6, c_D rappresenta il coefficiente di resistenza viscosa. Tale coefficiente è strettamente dipendente dal numero di Reynolds, definito come

$$Re = \frac{\rho_g (u_g - u_p) 2r_p}{\mu_g} \quad (3.4)$$

Sperimentalmente si ottiene che $c_D = c_D(Re)$, come si può notare in figura 3.2. Ad oggi manca una completa trattazione teorica di tale dipendenza, esistono però numerose formule empiriche in grado di valutarla con precisione per ben definiti regimi di Re . Per valori di Re molto piccoli, (tipicamente $Re < 0.1$), le forze d'inerzia sono trascurabili e il flusso risulta perfettamente simmetrico rispetto alla sfera; in tali condizioni Stokes, nel 1850 propose la relazione

$$c_D = \frac{24}{Re} \quad (3.5)$$

All'aumentare del Re , per valori compresi tra $0.1 < Re < 1$, le forze d'inerzia impongono la presenza di una scia dietro la sfera; in queste condizioni vale

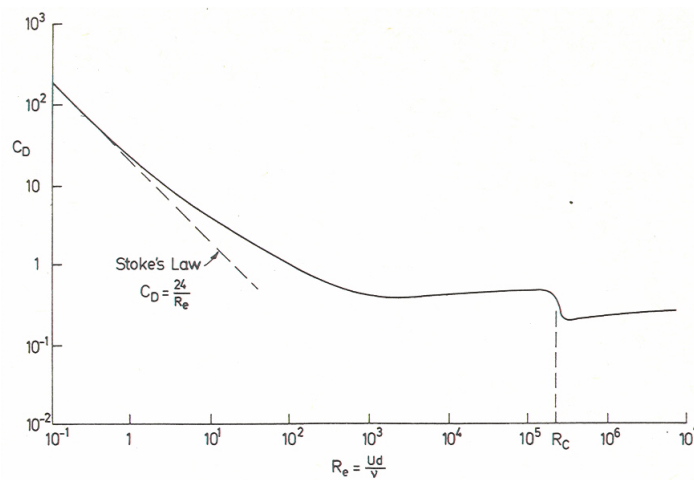


Figura 3.2: Coefficiente di resistenza viscosa c_D in funzione del Re per una particella sferica isolata in corrente infinita

l'approssimazione di Oseen per cui

$$c_D = \frac{24}{Re} \left(1 + 3 \frac{Re}{16} \right) \quad (3.6)$$

Per valori di $Re > 1$ esistono in letteratura numerose formule empiriche, tra le quali la più opportuna è sembrata l'approssimazione detta di "Cliff e Gauvin", tratta da [9], che è risultata essere un buon compromesso tra complessità e accuratezza, secondo cui

$$c_D = \frac{24}{Re} \left(1 + 0.15Re^{0.687} + \frac{0.0175Re}{1 + 4.25 \cdot 10^4 Re^{1.16}} \right) \quad (3.7)$$

Traendo delle conclusioni generali, basandosi anche sulle esperienze riportate in [1], si può affermare che il ritardo cinetico dipende dalle dimensioni e dalla forma dell'ugello, ma soprattutto dal diametro d_p del particolato. Inoltre la perdita del particolato rispetto alla fase gassosa è imposta dai forti gradienti nella zona transonica della gola e non è mai recuperata del tutto nel successivo tratto supersonico dell'espansione.

3.3 Valutazione del ritardo cinetico nel 2PKTC

Nel codice 2PKTC, come più volte ribadito, si è utilizzato il metodo dei coefficienti di influenza suggerito da [2]. Si riporta di seguito il ragionamento seguito per ricavare solo l'equazione relativa al numero di Mach, ma con un ragionamento analogo sono state scritte le equazioni per tutte e sei le grandezze di interesse. In base alla teoria dei coefficienti di influenza, l'equazione per il numero di Mach è la seguente

$$\frac{dM^2}{M^2} = -\frac{2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{1 - M^2} \frac{dA}{A} + \frac{kM^2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{1 - M^2} \left(4f \frac{dx}{D} + \frac{dX}{\frac{1}{2}kpAM^2} - 2y \frac{d\dot{m}}{\dot{m}}\right) \quad (3.8)$$

in cui compare, come nel caso monofase, un termine legato alla variazione di area ed un termine legato all'interazione meccanica tra il flusso in espansione e l'ugello e tra fase condensata e fase gassosa. In concordanza con le ipotesi fatte, l'equazione 3.8 può essere semplificata. Infatti il termine $4f \frac{dx}{D}$, che si riferisce alle interazioni viscosive a parete, si può tralasciare, in accordo con l'ipotesi di considerare il fluido in espansione inviscido se non per le interazioni tra gas e particelle. Inoltre si può tralasciare anche il termine $2y \frac{d\dot{m}}{\dot{m}}$ poichè si ritiene che non ci sia apporto di massa dall'esterno. L'unico termine di interesse risulta quindi essere $\frac{dX}{\frac{1}{2}kpAM^2}$ che, in accordo con quanto riportato anche in [4], può essere rielaborato nella forma

$$\frac{dX}{\frac{1}{2}kpAM^2} = \frac{\dot{m}_p}{\dot{m}} \frac{du_p}{u_g} \quad (3.9)$$

in cui $\frac{\dot{m}_p}{\dot{m}}$ è noto grazie ai dati ottenuti dall'ODE. In seguito alle considerazioni riportate, l'equazione 3.8 può essere così riscritta

$$\frac{dM^2}{M^2} = -\frac{2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{1 - M^2} \frac{dA}{A} + 2 \frac{kM^2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{1 - M^2} \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}} \frac{du_p}{u_g} \quad (3.10)$$

in cui, per valutare du_p si è opportunamente rielaborata l'equazione 5.6,

ottenendo

$$du_p = \frac{3}{8} c_D \frac{\rho_g (u_g - u_p)^2}{\rho_{sp} r_p u_p} dx \quad (3.11)$$

In cui dx rappresenta il passo di integrazione spaziale. Andando infine a sostituire l'equazione 5.10 nell'equazione 4.10, moltiplicando tutto per M^2 e dividendo per dA , si ottiene l'equazione che è stata poi implementata nel 2PKTC

$$\frac{dM^2}{dA} = -\frac{2 \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right) M^2}{1 - M^2} \frac{1}{A} + \frac{3 k M^2 \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)}{4 \left(1 - M^2\right)} M^2 \frac{\dot{m}_p}{\dot{m}} \frac{1}{u_g} c_D \frac{\rho_g (u_g - u_p)^2}{\rho_{sp} r_p u_p} \frac{dx}{dA} \quad (3.12)$$

L'equazione di cui sopra, così com'è stata scritta, è valida per una distribuzione unimodale di particelle. Poichè nel 2PKTC si vuole considerare una distribuzione pentamodale di particelle, quindi si può riscrivere l'equazione 5.16 come

$$\frac{dM^2}{dA} = -\frac{2 \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right) M^2}{1 - M^2} \frac{1}{A} + \frac{3 k M^2 \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)}{4 \left(1 - M^2\right)} M^2 \frac{1}{u_g} \sum_{i=1}^5 \frac{\dot{m}_{p_i}}{\dot{m}} c_{D_i} \frac{\rho_g (u_g - u_{p_i})^2}{\rho_{sp_i} r_{p_i} u_{p_i}} \frac{dx}{dA} \quad (3.13)$$

Come detto un analogo ragionamento è stato fatto per ricavare le equazioni necessarie per valutare velocità, pressione, temperatura, densità e celerità del suono.

3.4 Calcolo dell'espansione nel 2PKTC

Dopo aver modificato il codice implementando le equazioni descritte nel paragrafo precedente, è stato possibile lanciare il programma per valutare come la presenza del particolato influenzasse il campo di moto e le solite grandezze di interesse.

Gruppo	Diametro [μm]
1	2.6923
2	4.3708
3	6.1159
4	8.5594
5	13.910

Tabella 3.1: Diametri medi delle particelle in ugello

3.4.1 Scelta delle condizioni al contorno

Anche in questo caso si sono utilizzate le medesime condizioni al contorno già utilizzate per l'analisi dell'espansione monofase riportate in tabella 2.3 e le medesime proprietà del gas, riportate in tabella 2.4, in modo da poter confrontare i risultati così ottenuti con quelli ottenuti, appunto, nel caso monofase. Si è inoltre considerata una distribuzione pentamodale di granulometrie, in accordo con i dati forniti dall'SPP. Tali diametri rappresentano il valore medio dei diametri attesi all'uscita dell'ugello e sono riportati in tabella 3.1. Tali diametri sono verosimili se si considera la sezione di uscita dell'ugello, ma sono completamente irrealistici se utilizzati all'imbocco dell'ugello stesso. In camera di combustione infatti il particolato ha diametri molto maggiori, anche dell'ordine di qualche centinaia di micron. Durante l'espansione in ugello intensi fenomeni di frantumazione e riaggregazione fanno sì che all'uscita i diametri delle particelle siano dell'ordine di pochi micron, così come predetto anche dall'SPP. In questa prima fase si trascurano questi fenomeni, considerando il raggio del particolato costante durante l'espansione e pari al valore alla sezione d'uscita, consci dell'importante approssimazione effettuata che verrà accuratamente ritrattata in seguito. Per conoscere la quantità di particolato presente durante l'espansione, ci si è riferiti nuovamente ai dati forniti dall'SPP. Questo codice infatti fornisce la frazione massica di allumina (Al_2O_3 , cioè il prodotto ottenuto dall'ossidazione dell'alluminio) presente alla fine dell'espansione. L'SPP considera infatti che tutto l'alluminio sia perfettamente bruciato in camera di combustione. Infine, si è fatta l'ipotesi che, all'imbocco dell'ugello, le particelle abbiano una velocità molto simile a quella del gas, tale che $u_p = 0.99u_g$. Quest'ipotesi è

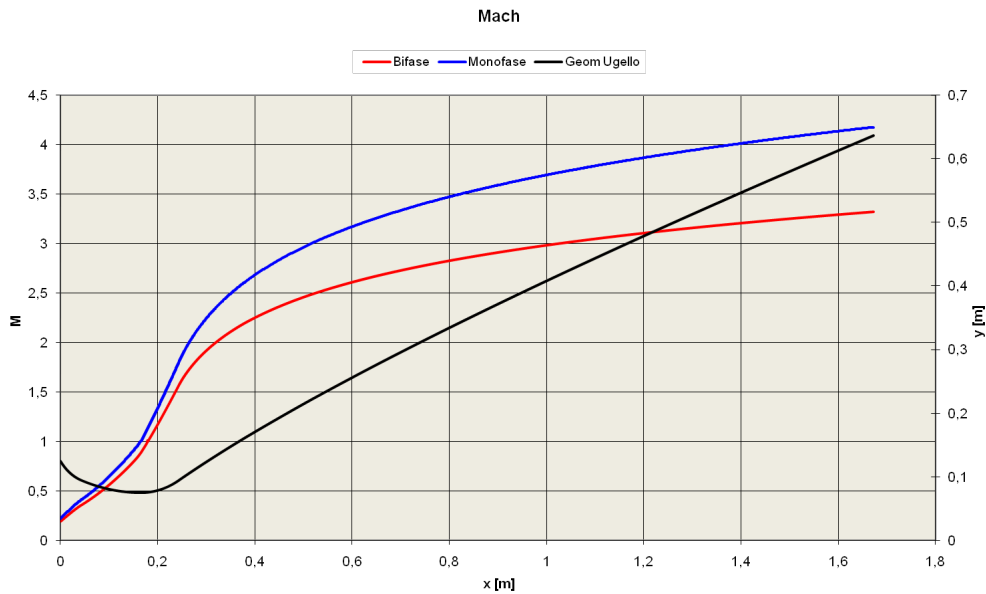


Figura 3.3: Andamento del Mach per un'espansione con particolato in ritardo cinetico

ritenuta verosimile considerando le basse velocità che si hanno in camera di combustione.

3.4.2 Analisi dei risultati del 2PKTC

Per motivi di spazio si riportano solo i grafici per il caso di ugello in configurazione di volo e quindi con rapporto di espansione maggiore. I risultati per la configurazione usata al banco prova saranno del tutto analoghi. Dalla figura 4.1 si può notare come il valore del numero di Mach sia costantemente inferiore nel caso di espansione con flusso bifase rispetto al caso monofase. L'aspetto però più interessante di questo grafico è quello che permette di notare come il punto sonico sia spostato a valle rispetto alla gola geometrica. La presenza del particolato infatti ritarda l'espansione portando la miscela gassosa a raggiungere le condizioni soniche più a valle. Dal punto di vista pratico però il grafico più significativo risulta essere quello riportato in figura 4.2. Infatti si nota come la velocità di efflusso sia, in caso di espansione bifase, inferiore rispetto all'espansione monofase. Questo ΔV è traducibile

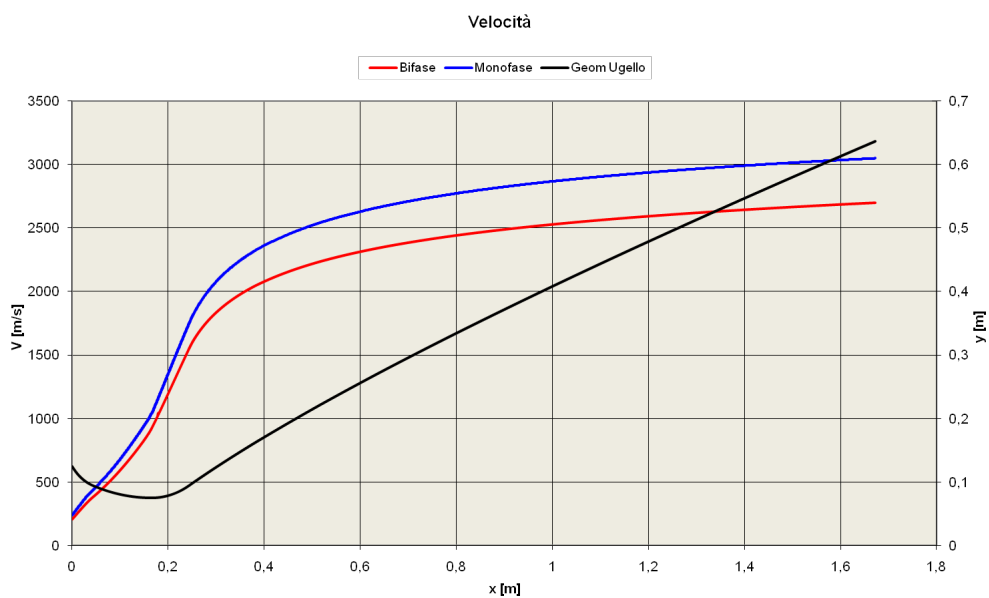


Figura 3.4: Andamento della velocità per un'espansione con particolato in ritardo cinetico

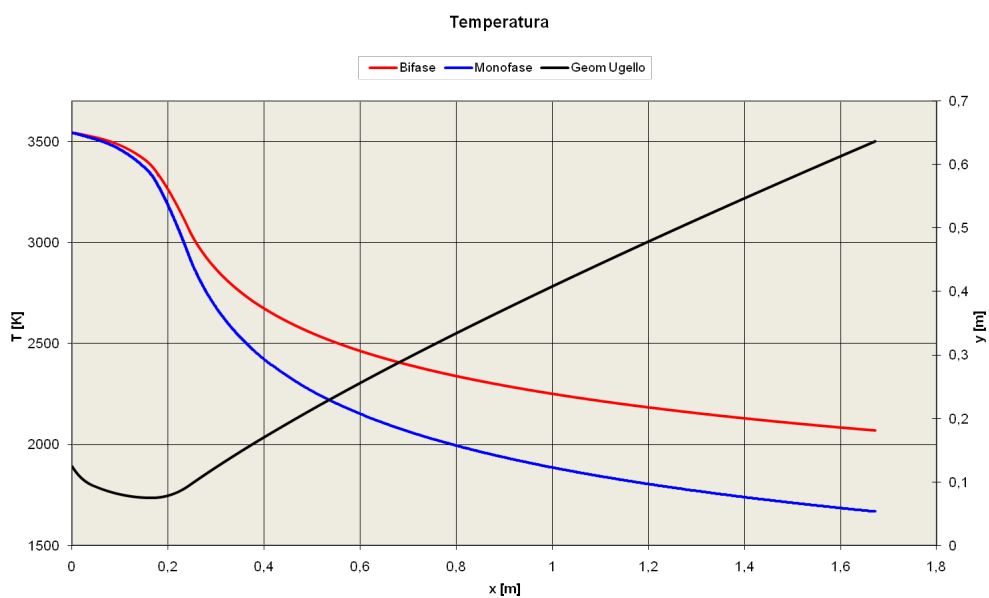


Figura 3.5: Andamento della temperatura per un'espansione con particolato in ritardo cinetico

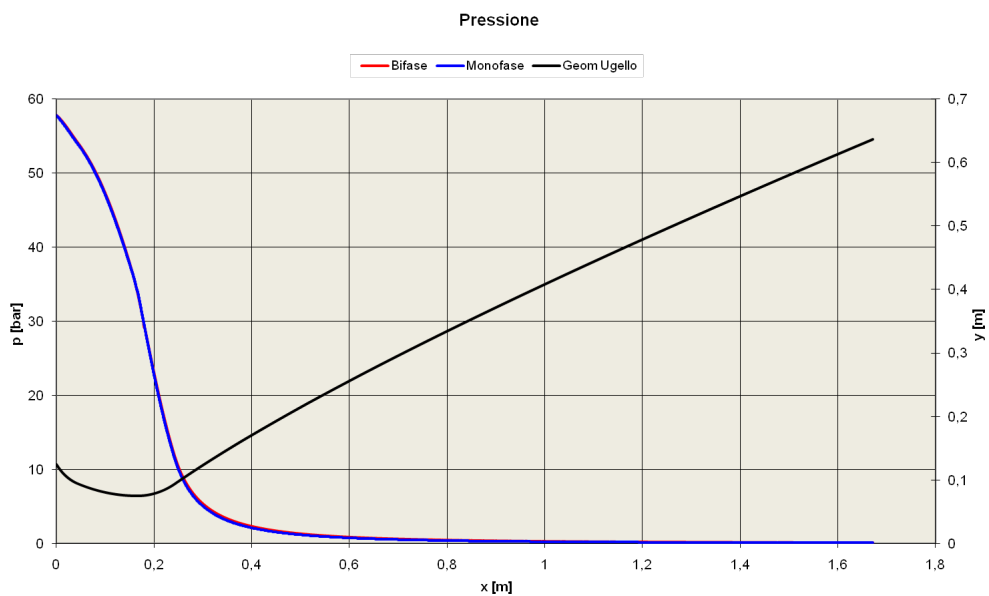


Figura 3.6: Andamento della pressione per un'espansione con particolato in ritardo cinetico

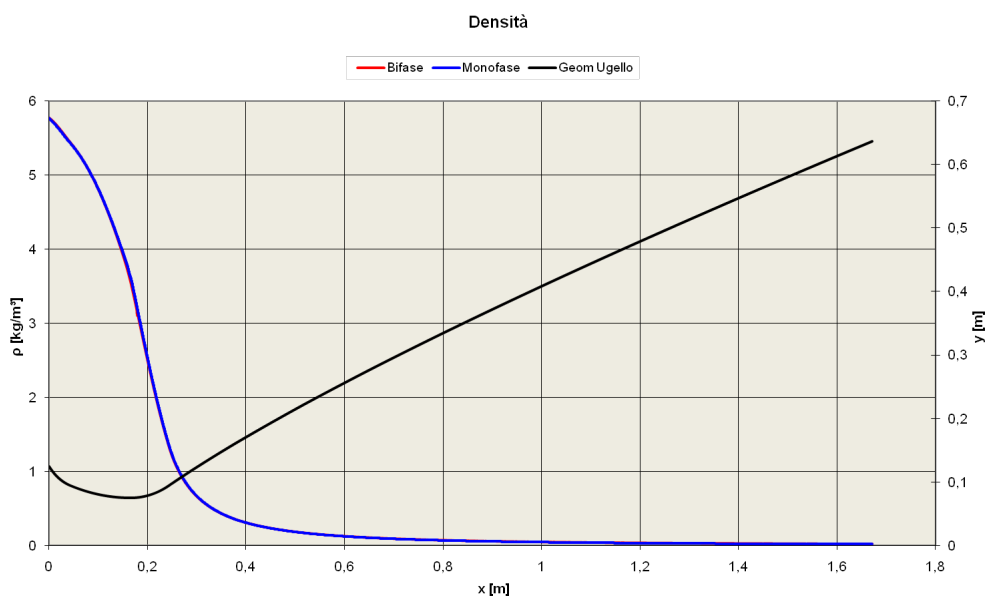


Figura 3.7: Andamento della densità per un'espansione con particolato in ritardo cinetico

immediatamente in una perdita di impulso specifico, infatti, in condizioni di ugello adattato, $I_{sp} = \frac{u_e}{g_0}$ ed, essendo g_0 costante, è evidente come una velocità di efflusso minore si traduca in un I_{sp} minore. Tale risultato è in linea con la teoria riportata in [1] o con i risultati di [17], infatti il velocity lag è, insieme con il thermal lag, una delle principali cause di perdita di impulso specifico. Infine può essere interessante notare in figura 3.5 come la tempera del gas sia, per l'espansione bifase, maggiore rispetto a quella per l'espansione monofase. Infatti, anche se non si considerano gli scambi termici tra le particelle ed il gas, l'espansione bifase è meno efficiente e questo deterioramento delle prestazioni si traduce anche in una più alta temperatura del gas all'efflusso. Per quanto riguarda invece pressione e densità i grafici risultano meno significativi in quando le variazioni, in valore assoluto, tra il caso monofase e bifase sono abbastanza ridotte, tanto da far apparire le curve praticamente coincidenti.

3.4.2.1 Studio del velocity lag

Seppur non strettamente legato all'obbiettivo di questa tesi, si è rivelato particolarmente interessante andare ad analizzare nel dettaglio il velocity lag, cioè la differenza tra la velocità del gas e quella dei singoli gruppi di particelle. In figura 3.8 si riporta l'andamento della velocità del gas (ovviamente durante l'espansione bifase) confrontato con l'andamento delle velocità dei singoli gruppi di particelle. Come si può notare le particelle più piccole meglio si adattano al flusso, mentre quelle più grandi risultano più lente. Tale considerazione risulta ancora più evidente in figura 3.9, in cui viene rappresentato direttamente il velocity lag per ciascun gruppo di particelle, definito come $V_{lag} = u_p - u_g$. Si può notare come, per ciascuna granulometria, si abbia un picco a valle della gola, là dove i gradienti, e quindi le accelerazioni, sono maggiori, mentre nel divergente le particelle tendono ad adattarsi al flusso e quindi il velocity lag tende a diminuire. Questo è vero perché tutti e cinque i gruppi di particelle considerati sono relativamente piccoli. Per particelle di diametri maggiori non si ha più un massimo, bensì il V_{lag} continua ad

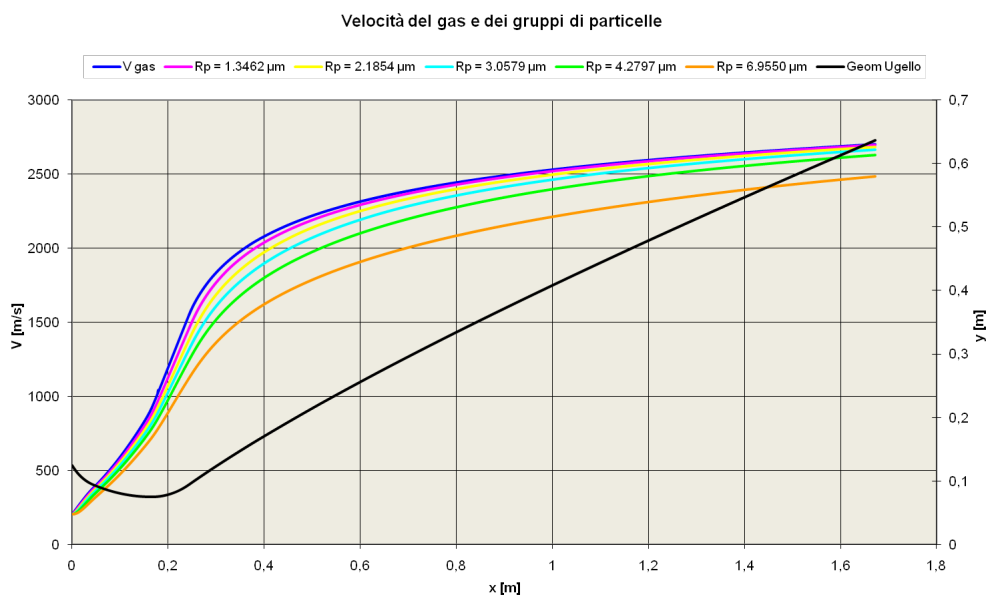


Figura 3.8: Confronto tra la velocità del gas e quella del particelle di vario diametro

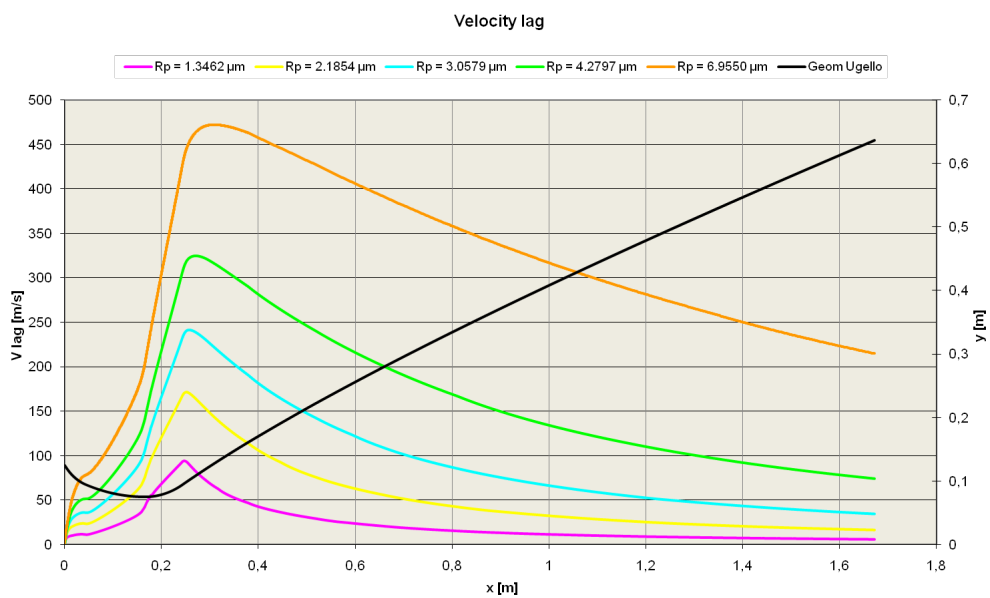


Figura 3.9: Andamento del Velocity Lag

aumentare durante tutta l'espansione, come si è potuto verificare in casi test analizzati nello sviluppo del 2PKTC e come è esaustivamente trattato in [1].

Capitolo 4

Scambi termici tra gas e particolato

Lo sviluppo successivo all'aver considerato le interazioni meccaniche tra gas e particolato è stato quello di considerare anche le interazioni termiche. Nello specifico, si sono considerati gli scambi termici convettivi e radiativi tra il condensato ed il gas in espansione, andando ad analizzare il ritardo termico, oltre che cinetico, del particolato in ugello. Le particelle, inizialmente considerate a temperatura pari a quella del gas, (ipotesi verosimile se si considera la camera di combustione come una camera di ristagno), vengono raffreddate durante l'espansione, ma a causa dell'inerzia termica rimangono sempre a temperatura maggiore rispetto a quella del gas, andando a loro volta ad interferire con il gas stesso, diminuendone l'effettivo raffreddamento. In questa fase, le ipotesi sono le stesse fatte per lo studio del ritardo cinetico, senza considerare ovviamente il particolato in equilibrio termico. Riassumendo, si considera:

- Modello quasi-monodimensionale stazionario
- Nessuna discontinuità nella geometria dell'ugello
- Nessun iniezione di massa dall'esterno o scambio di massa tra fase gassosa e fase condensata

- Gas semi-perfetto
- Particolato non reagente
- Particolato costituito da gruppi di particelle sferiche, ciascuno costituito da una popolazione di particelle aventi dimensioni uniformi e costanti nel tempo
- Particolato a calore specifico costante
- Espansione in condizioni di ugello adattato
- Nessun effetto gravitazionale
- Nessun scambio di calore con l'esterno
- Gas non viscoso, eccetto per le interazioni viscosse esercitate sul particolato
- Massa molare \mathfrak{M} e rapporto dei calori specifici k costanti
- Assenza di fenomeni di separazione
- Assenza di onde d'urto normali od oblique

4.1 Non equilibrio termico

Andando a considerare gli scambi termici tra il gas ed il particolato, l'effetto più evidente che si riscontra è quello del non equilibrio termico. In generale, si tenga presente che i processi di trasferimento termico influenzano molto meno dei processi cinetici. Per l'analisi, si consideri una particella zerodimensionale, ovvero a scambio termico conduttivo trascurabile. In tal caso la caduta di temperatura della particella, a causa dell'energia ceduta dal particolato a temperatura T_p al gas a temperatura T_g per convezione ed irraggiamento è descritta dalla seguente equazione differenziale ordinaria non lineare

$$-\rho_{sp}c_{p_{sp}}V_p\frac{dT_p}{dt} = A_p [h(T_p - T_g) + \sigma\varepsilon_\lambda(T_p^4 - T_a^4)] \quad (4.1)$$

essendo $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$ la costante di Stefan-Boltzmann, h il coefficiente di scambio termico convettivo del gas e ε_λ l'emissività superficiale. Assumendo il particolato di forma sferica con raggio r_p , $A_p = 4\pi r_p^2$ e $V_p = \frac{4}{3}\pi r_p^3$ rappresentano rispettivamente l'area della superficie di scambio termico e il volume della particella di densità ρ_{sp} e calore specifico $c_{p_{sp}}$. Sia la densità che il calore specifico della particella variano in funzione della temperatura, sono quindi stati valutati grazie a relazioni empiriche fornite in [22] e precisamente

$$\rho_{sp} = (3.08 - 1.13 \cdot 10^{-4} T_p) \quad (4.2)$$

e

$$c_{p_{sp}} = (22.08 + .008971 T_p - \frac{522500}{T_p^2}) \quad (4.3)$$

4.1.1 Irraggiamento

La diminuzione di temperatura del particolato può essere stimata come

$$-\frac{dT_p}{dt} = \frac{3\sigma\varepsilon_\lambda}{\rho_{sp}c_{p_{sp}}r_p} (T_p^4 - T_a^4) \quad (4.4)$$

Dall'analisi teorica e sperimentale si può verificare che la diminuzione di temperatura del particolato a causa dell'irraggiamento è molto bassa per particelle grandi, mentre inizia ad essere rilevante per particelle più piccole, (dell'ordine di pochi micron). Ad esempio, per un tempo di residenza nell'ugello di 1 ms, si osserva che la diminuzione di temperatura del particolato irradiante è minima per particelle di almeno $100\mu\text{m}$ di raggio, ma rilevante (e superiore al corrispondente termine convettivo) per particelle con raggio inferiore a $0.1\mu\text{m}$ grazie alla notevole superficie di scambio termico.

4.1.2 Convezione

Circa i modi conduttivo (all'interno della particella) e convettivo (col gas circostante) nonché loro interazioni, sono possibili due semplici casi limite. Per lo sviluppo del 2PKTC si è fatta l'ipotesi che la particella sia priva di

inerzia termica (poiché si ritiene la dimensione del particolato evanescente). In questo caso, si ha quindi una configurazione puramente convettiva. La caduta di temperatura, dovuta all'energia ceduta dal particolato al gas, vale

$$-\rho_{sp}c_{p_{sp}}V_p\frac{dT_p}{dt} = hA_p(T_p - T_g) \quad (4.5)$$

Assumendo, secondo ipotesi, il particolato di forma sferica con raggio r_p , si ha che l'area è $A_p = 4\pi r_p^2$ ed il volume è $V_p = \frac{4}{3}\pi r_p^3$ si ottiene

$$-\frac{dT_p}{dt} = \frac{3h}{\rho_{sp}c_{p_{sp}}r_p}(T_p - T_g) \quad (4.6)$$

Nel caso di particelle sferiche, come si può notare anche dall'equazione 4.10, risulta che particelle piccole favoriscono lo scambio termico e quindi le prestazioni del propulsore. Per valutare il coefficiente di scambio termico convettivo h , è stato necessario calcolare il numero di Nusselt Nu . Tale numero adimensionale è stato ricavato grazie ad una relazione empirica tratta da [2] come

$$Nu = 2 + 0.459(Re^{0.55}Pr^{0.33}) \quad (4.7)$$

essendo Pr il numero di Prandtl definito come

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{k} \quad (4.8)$$

in cui ν e μ sono rispettivamente la viscosità cinematica e dinamica, α è la diffusività termica e k la conducibilità termica. Una volta ricavato il numero di Nusselt, è stato possibile risalire al coefficiente di scambio termico convettivo grazie alla relazione

$$h = \frac{Nu \cdot k}{2r_p} \quad (4.9)$$

4.2 Valutazione degli scambi termici nel 2PK-TC

Per valutare gli scambi termici tra gas e particolato nel codice 2PKTC si è utilizzato, analogamente a quanto fatto per le interazioni meccaniche, il metodo dei coefficienti di influenza suggerito da [3]. Sempre in analogia a quanto fatto nel capitolo 3, per brevità si riporta di seguito solo il ragionamento seguito per ricavare l'equazione relativa al numero di Mach, consci che con un ragionamento analogo sono state scritte le equazioni per tutte e sei le grandezze di interesse. In base alla teoria dei coefficienti di influenza, l'equazione per il numero di Mach è la seguente

$$\frac{dM^2}{M^2} = -\frac{2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{1-M^2} \frac{dA}{A} + \frac{kM^2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{1-M^2} \left(4f \frac{dx}{D} + \frac{dX}{\frac{1}{2}k_p A M^2} - 2y \frac{d\dot{m}}{\dot{m}}\right) + \frac{1+kM^2}{1-M^2} \frac{dQ - dW_x + dH}{c_p T} \quad (4.10)$$

La formula 4.10 è formalmente simile alla 3.8, con l'aggiunta però di un termine legato alle interazioni termiche tra gas e condensato. Andandola ad analizzare nel dettaglio, il primo termine tiene conto della geometria dell'ugello, il secondo tiene conto delle interazioni meccaniche tra gas e particolato ed il terzo termine tiene conto degli scambi termici tra gas e particolato. I primi due termini sono già stati analizzati nei capitoli precedenti, è necessario ora studiare l'ultimo termine dell'equazione 4.10. In accordo con le ipotesi fatte in questa fase di sviluppo del codice, dH può essere considerato nullo in quanto, per il momento, non si tiene conto della combustione né di altri fenomeni che generino energia. Analogamente si può considerare nullo dW_x , cioè il lavoro compiuto su corpi esterni. L'unico termine significativo risulta quindi essere $\frac{dQ}{c_p T}$. In [4] si dimostra che

$$-dQ = \dot{m}_p dh_p \quad (4.11)$$

Ma essendo

$$dh_p = c_{p_{sp}} dT_p \quad (4.12)$$

Si ottiene

$$-dQ = \dot{m}_p c_{p_{sp}} T_p \quad (4.13)$$

Andando a sostituire l'equazione 5.10 nell'equazione 4.10 e tenendo conto delle considerazioni appena fatte, si ottiene

$$\begin{aligned} \frac{dM^2}{M^2} = & -\frac{2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{1-M^2} \frac{dA}{A} + \\ & \frac{kM^2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{1-M^2} \left(4f \frac{dx}{D} + \frac{dX}{\frac{1}{2}kpAM^2} - 2y \frac{d\dot{m}}{\dot{m}}\right) - \\ & \frac{1 + kM^2}{1-M^2} \frac{\dot{m}_p}{\dot{m}} \frac{c_{p_{sp}}}{c_{p_g}} \frac{dT_p}{T_g} \end{aligned} \quad (4.14)$$

in cui $\frac{\dot{m}_p}{\dot{m}}$ e C_{p_g} sono noti grazie ai dati ottenuti dall'ODE. L'equazione 5.7, riportata nel paragrafo 4.1 permette di valutare la temperatura di una particella soggetta a scambi termici convettivi e radiativi. Rielaborandola opportunamente, dopo alcuni passaggi algebrici si ottiene

$$dT_p = -\frac{3}{\rho_{sp} c_{p_{sp}} r_p u_p} [h(T_p - T_g) + \sigma \varepsilon_\lambda (T_p^4 - T_a^4)] dx \quad (4.15)$$

In cui dx rappresenta il passo di integrazione spaziale. Si può quindi andare a sostituire l'espressione appena trovata per la temperatura nell'equazione 5.16 e, moltiplicando per M^2 e dividendo per dA si ottiene la seguente espressione, comoda da integrare con Runge-Kutta

$$\begin{aligned} \frac{dM^2}{dA} = & -\frac{2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{1-M^2} \frac{M^2}{A} + \\ & \frac{3kM^2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{4(1-M^2)} M^2 \frac{\dot{m}_p}{\dot{m}} \frac{1}{u_g} c_D \frac{\rho_g (u_g - u_p)^2}{\rho_{sp} r_p u_p} \frac{dx}{dA} + \\ & \frac{1 + kM^2}{1-M^2} M^2 \frac{\dot{m}_p}{\dot{m}} \frac{1}{c_{p_g} T_g} \frac{3}{\rho_{sp} r_p u_p} [h(T_p - T_g) + \sigma \varepsilon_\lambda (T_p^4 - T_a^4)] \frac{dx}{dA} \end{aligned} \quad (4.16)$$

L'equazione appena scritta è valida se si considera una distribuzione unimodale per la granulometria del particolato. Poiché nel 2PKTC si considera una distribuzione pentamodale, l'equazione 4.16 può essere così modificata

$$\begin{aligned} \frac{dM^2}{dA} = & -\frac{2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)M^2}{1-M^2} \frac{1}{A} + \\ & \frac{3kM^2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{4(1-M^2)} M^2 \frac{1}{u_g} \sum_{i=1}^5 \frac{\dot{m}_{p_i}}{\dot{m}} c_{D_i} \frac{\rho_g (u_g - u_{p_i})^2}{\rho_{sp_i} r_{p_i} u_{p_i}} \frac{dx}{dA} + \\ & \frac{1+kM^2}{1-M^2} M^2 \frac{1}{c_{p_g} T_g} \sum_{i=1}^5 \frac{\dot{m}_{p_i}}{\dot{m}} \frac{3}{\rho_{sp_i} r_{p_i} u_{p_i}} \left[h_i (T_{p_i} - T_g) + \sigma \varepsilon_\lambda (T_{p_i}^4 - T_a^4) \right] \frac{dx}{dA} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Il ragionamento appena esposto può essere ripetuto, in maniera del tutto simile, per ricavare le equazioni utilizzate per valutare anche velocità, temperatura, pressione, densità e celerità del suono del gas. Il codice 2PKTC si trova quindi a risolvere un sistema di 16 equazioni: 6 necessarie a calcolare le grandezze fluidodinamiche, 5 necessarie a calcolare le velocità di ogni singolo gruppo di particelle e 5 necessarie a calcolarne la temperatura.

4.3 Calcolo dell'espansione nel 2PKTC

Una volta modificato il codice come descritto nei paragrafi precedenti, si è valutata l'espansione bifase tenendo conto anche degli scambi termici tra particelle e gas.

4.3.1 Scelta delle condizioni al contorno

L'espansione in ugello è stata valutata prendendo come condizioni al contorno le condizioni operative del motore Z9, che vengono riportate in tabella 2.3 e sono le stesse considerate per l'espansione monofase. Anche le proprietà del gas in espansione sono le stesse utilizzate nell'analisi del caso monofase e sono riportate in tabella 2.4. Riguardo alle particelle, è stato necessario

assegnare una velocità iniziale ed una temperatura iniziale ad ciascun gruppo. Tali dati non sono disponibili sperimentalmente. Si è quindi scelto, come fatto nel capitolo 3, di prendere la velocità delle particelle pari al 99% di quella del gas ($u_p = 0.99u_g$), e la temperatura delle particelle uguale a quella del gas ($T_p = T_g$). Tale scelta è giustificata dal fatto che le velocità in camera di combustione risultano molto basse. La camera di combustione viene infatti considerata come camera di ristagno. Infine i diametri medi dei cinque gruppi di particelle utilizzati nel codice, in concordanza con i valori ottenuti dall'SPP, sono gli stessi utilizzati nel capitolo 3 e riportati in tabella XX.

4.3.2 Analisi dei risultati del 2PKTC

Anche in questo caso è stato analizzato l'ugello di Z9 sia in configurazione di prova per il tiro al banco, sia in configurazione di volo. Per motivi di spazio si riportano graficamente solo i risultati dell'ugello in configurazione di volo. Vengono riportati gli andamenti delle grandezze termodinamiche, comparati agli andamenti delle stesse grandezze nel caso di espansione monofase e di espansione bifase in cui però non si considerano gli scambi termici. Analizzando la figura 4.1 in cui viene riportato l'andamento nel numero di Mach, si può notare come il punto sonico risulti spostato a valle della gola, in accordo con quanto spiegato nel paragrafo 3.1. Il grafico 4.2, in cui viene riportato l'andamento della velocità, mostra come il considerare gli scambi termici porti ad un miglioramento delle prestazioni, che si traduce in una velocità di efflusso maggiore, (ma comunque inferiore rispetto al caso monofase). L'inerzia termica delle particelle riduce però il guadagno teoricamente disponibile, viene infatti ceduta al gas meno energia di quella che verrebbe ceduta se le particelle fossero in equilibrio termico con il gas stesso. Il grafico 4.3 mostra invece come la temperatura del gas durante l'espansione sia maggiore rispetto ai due casi precedentemente analizzati. Infine, per quanto riguarda pressione e densità i grafici risultano meno significativi in quanto le variazioni, in valore assoluto, tra il caso monofase e bifase sono abbastanza ridotte.

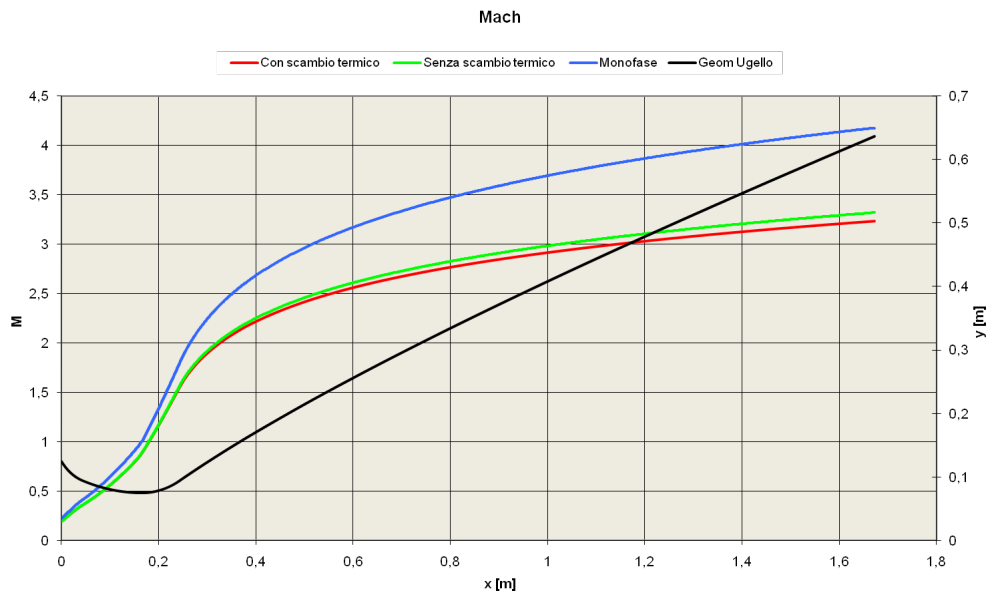


Figura 4.1: Andamento del Mach per un'espansione con particolato in ritardo cinetico e termico

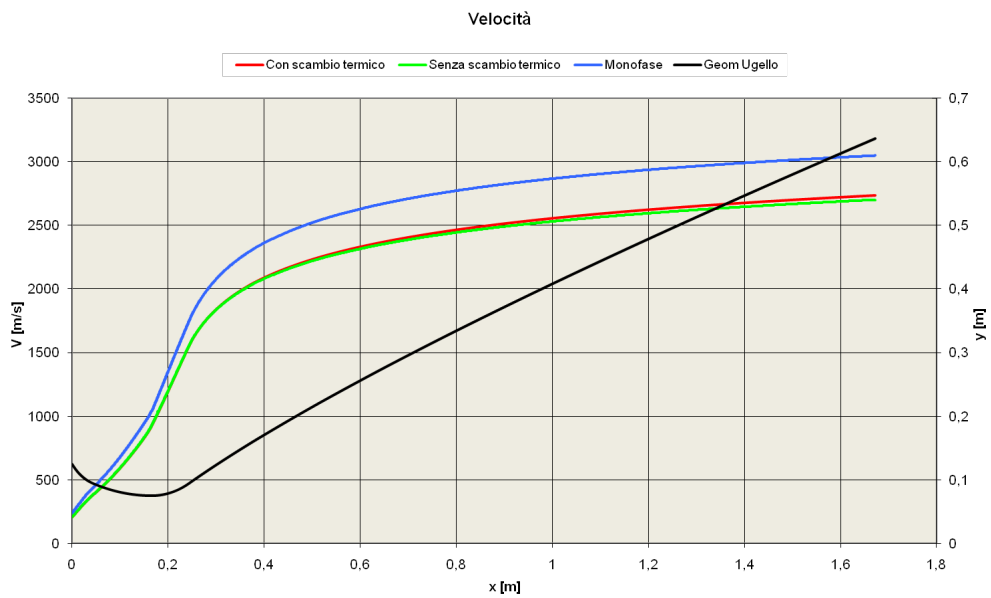


Figura 4.2: Andamento della velocità per un'espansione con particolato in ritardo cinetico e termico

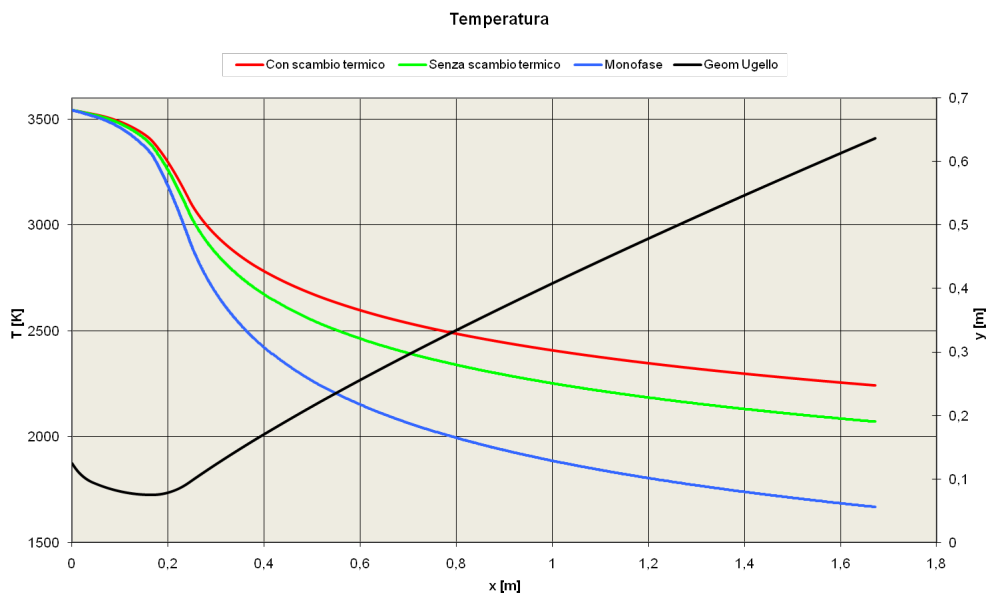


Figura 4.3: Andamento della temperatura per un'espansione con particolato in ritardo cinetico e termico

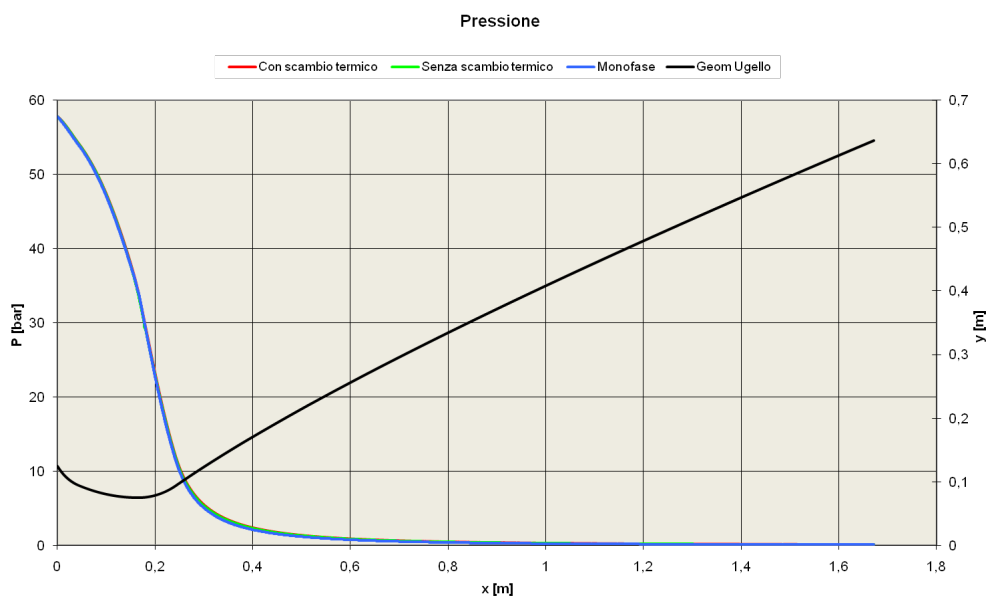


Figura 4.4: Andamento della pressione per un'espansione con particolato in ritardo cinetico e termico

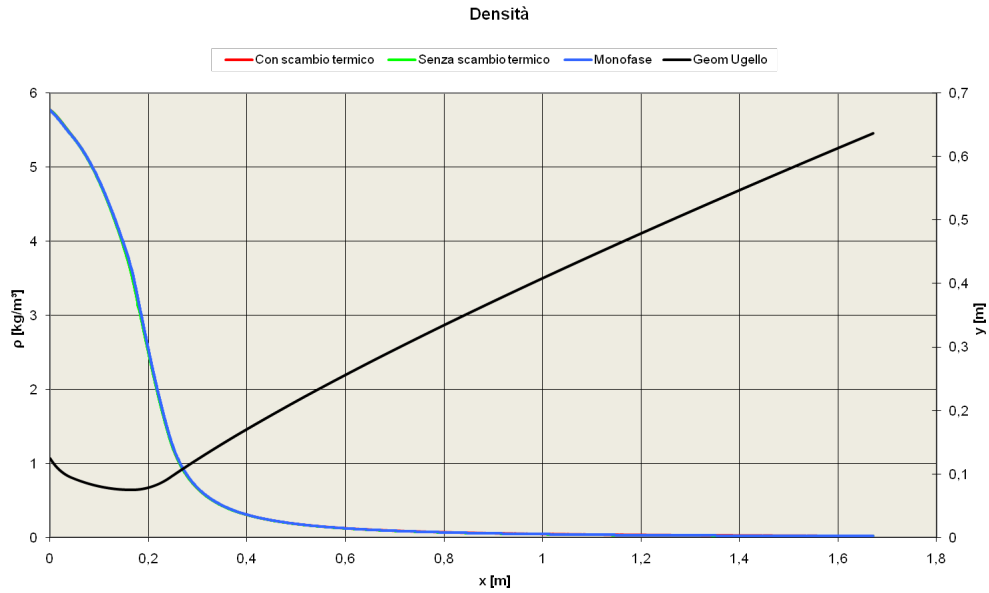


Figura 4.5: Andamento della densità per un’espansione con particolato in ritardo cinetico e termico

4.3.2.1 Studio del termal lag

Anche se non strettamente legato all’obiettivo di questa tesi, si vuole analizzare l’andamento della temperatura dei singoli gruppi di particelle, per poter così caratterizzare il ritardo termico delle stesse. In figura 5.21 si riporta l’andamento della temperatura del gas confrontato con quello dei singoli gruppi. Dalla figura risulta evidente come il gas sia sempre più freddo delle particelle che, a causa della propria inerzia, risultano in ritardo termico rispetto al gas. Questa è evidentemente una perdita perché le particelle non cedono tutta l’energia di cui dispongono. Inoltre si può notare come le particelle più grandi si raffreddino più lentamente, mentre quelle più piccole arrivano ad avere una temperatura praticamente uguale a quella del gas. In figura 5.22 viene rappresentata graficamente la differenza di temperatura tra gas e particelle. Si può notare come il “termal lag”, definito come $T_{lag} = T_p - T_g$, dopo un massimo in corrispondenza della sezione in cui i gradienti sono maggiori, diminuisca man mano che ci si avvicina alla sezione di efflusso. Per le particelle più piccole il termal lag tende a zero, mentre i gruppi di particelle

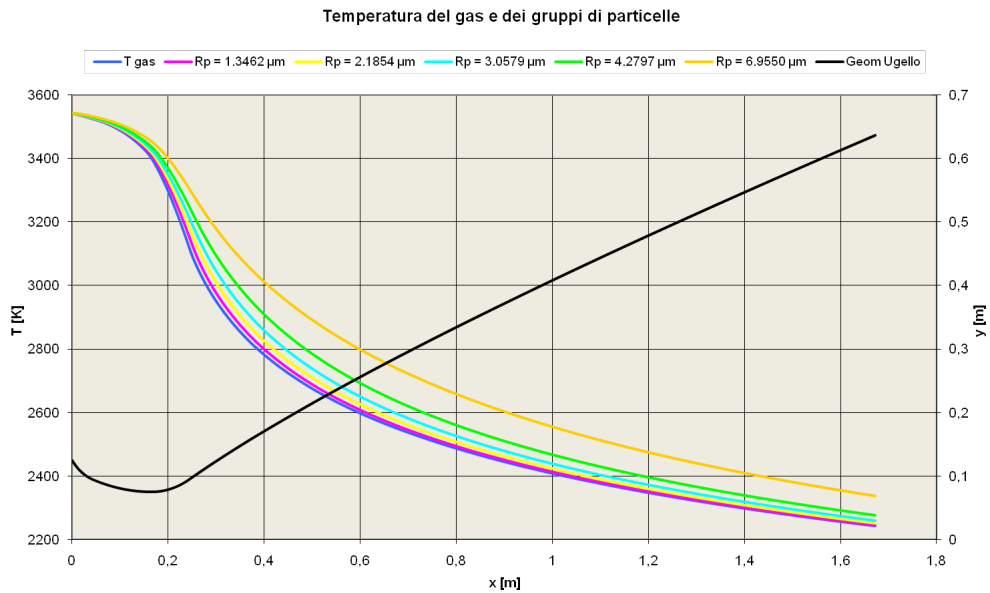


Figura 4.6: Temperatura del gas confrontata con quella dei singoli gruppi di particelle

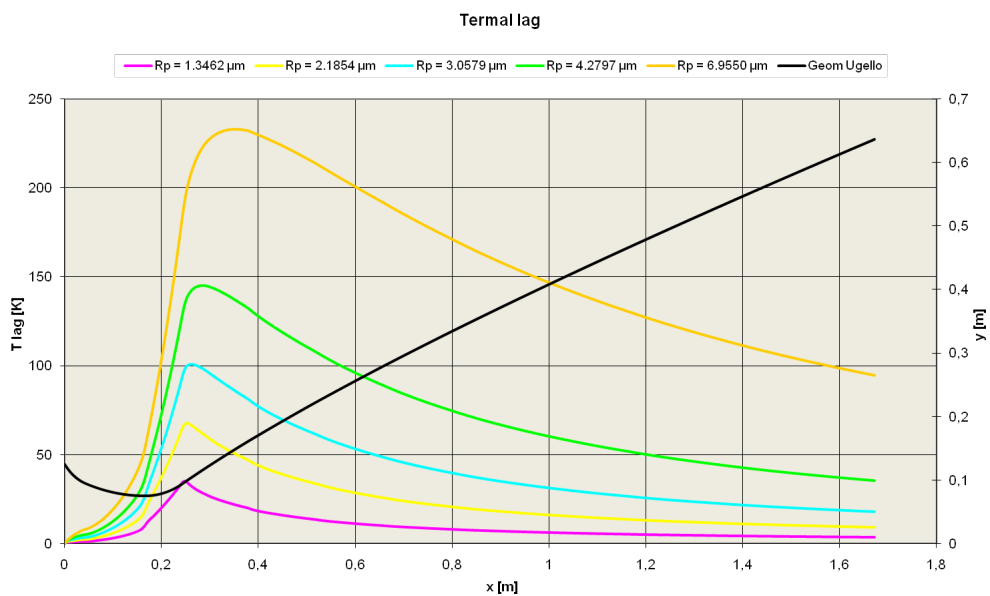


Figura 4.7: Andamento del termal lag per i vari gruppi di particelle

con il diametro maggiore mantengono un ritardo termico rispetto al gas più accentuato. Analogamente al velocity lag, per particelle di diametri maggiori non si ha più un massimo, bensì il T_{lag} continua ad aumentare durante tutta l'espansione, come si è potuto verificare in casi test analizzati nello sviluppo del 2PKTC e come è esaustivamente trattato in [1].

Capitolo 5

Combustione del particolato in ugello

Nei capitoli precedenti è stata studiata la termofluidodinamica dell'espansione bifase. Con le opportune ipotesi è stato possibile calcolare completamente il campo di moto lungo l'ugello, tenendo conto della presenza di particolato che, a causa principalmente della propria inerzia termica e cinetica, va appunto ad influenzare il campo di moto del gas in espansione. L'obbiettivo di questa tesi è però calcolare gli effetti della combustione in ugello del particolato rimasto incombusto dalla camera di combustione. È stato quindi sviluppato un modello di combustione in ugello che permettesse di valutare il recupero percentuale, in termini di I_{sp} , dovuto appunto alla combustione del particolato. Il problema in esame è molto complesso e non è stato facile ottenere un modello esaustivo e realistico. In prima battuta, è stato necessario fare delle ipotesi piuttosto vincolanti, che sono poi state rimosse man mano che il modello si è rivelato efficiente e funzionante. Nel 2PKTC, al momento di tener conto della combustione in ugello, sono state fatte le seguenti ipotesi:

- Modello quasi-monodimensionale stazionario
- Nessuna discontinuità nella geometria dell'ugello
- Gas semi-perfetto

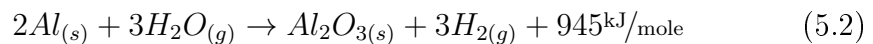
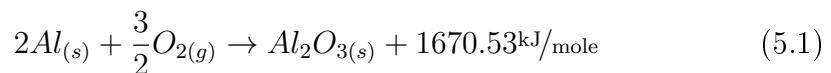
- Reazioni di ossido-riduzione solo tra ossigeno ed alluminio
- Presenza in ugello solo di particolato potenzialmente combustibile
- Particolato costituito da gruppi di particelle sferiche, ciascuno costituito da una popolazione di particelle aventi dimensioni uniformi e costanti nel tempo
- Particolato a temperatura uniforme durante la combustione
- Particolato a calore specifico costante
- Espansione in condizioni di ugello adattato
- Nessun effetto gravitazionale
- Nessun scambio di calore con l'esterno
- Gas non viscoso, eccetto per le interazioni viscose esercitate sul particolato
- Massa molare \mathfrak{M} e rapporto dei calori specifici k costanti
- Assenza di fenomeni di separazione
- Assenza di onde d'urto normali od oblique

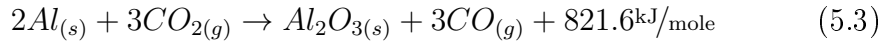
Alcune di queste ipotesi sono le stesse già utilizzate nei modelli per l'analisi delle interazioni termiche e meccaniche tra particolato e gas. Altre sono state invece inserite appositamente per sviluppare il modello di combustione. Molte delle ipotesi sopra elencate verranno poi modificate o eliminate, perchè troppo vincolanti. Ma in una prima fase di sviluppo di un modello così complicato e pioneristico, è stato necessario procedere con cautela e con ipotesi che, anche se palesemente restrittive, hanno permesso di controllare costantemente la bontà dei dati ottenuti. In particolare, tra le ipotesi più vincolanti si hanno quella di considerare costante il diametro del particolato e quella di considerare che tutto il particolato presente in ugello partecipi alla combustione. Entrambe sono state poi rimosse grazie ad opportuni modelli o

a dati sperimentali, come esaustivamente verrà spiegato nel seguito. Anche l'ipotesi di considerare solo le reazioni di ossido-riduzione tra alluminio e ossigeno è piuttosto restrittiva, e porterà, verosimilmente, ad ottenere dei risultati leggermente sottostimati. D'altro canto, va sottolineato come sia questa la reazione che fornisce il maggior contributo energetico durante la combustione. Inoltre, per tener conto di tutte le innumerevoli reazioni che realmente avvengono durante la combustione del particolato in ugello sarebbe necessario un modello di espansione entropica a chimica in equilibrio (nella più facile delle ipotesi), cosa che, per motivi di tempo, non è stato possibile fare.

5.1 La combustione dell'alluminio

I metalli leggeri, ottimi combustibili in termini di entalpia sviluppata per unità di massa, sono sovente utilizzati per aumentare le prestazioni degli endoreattori a propellente solido e ibrido. Tuttavia, i metalli in generale bruciano con notevoli difficoltà dovute a resistenza all'accensione, incerta alimentazione del processo di combustione sia in fase omogenea sia in fase eterogenea e improbabile completamento delle reazioni di ossidazione. Difficoltà ancora maggiori si riscontrano nell'espansione delle risultanti miscele bifasi nell'ugello supersonico. Il motivo principale di queste difficoltà sta nel fatto che i prodotti di reazione sono solitamente in fase condensata, dando luogo ad efflussi "bifase" in cui gli aspetti fisici dominano sulla chimica in camera di combustione e sulla gasdinamica nell'ugello. Fra i vari metalli utilizzati in propulsione a razzo, grazie alle sue buone prestazioni, al basso costo e all'ampia disponibilità, l'alluminio è il combustibile metallico di gran lunga più interessante e impiegato nelle applicazioni. La sua notevole capacità riducente è evidenziata dalle seguenti reazioni





dove l'entalpia sviluppata è da intendersi per ogni mole prodotta di Al_2O_3 (ossido solido).

L'impiego di alluminio influenza in misura notevole, ma contraddittoria, le prestazioni termochimiche in camera di combustione (apportando globalmente vantaggi in termini d'impulso specifico ponderale e volumetrico), le prestazioni gasdinamiche nell'ugello (come analizzato nel 2PKTC, apportando in generale svantaggi che attenuano sensibilmente i precedenti vantaggi) e infine le prestazioni globali del propulsore (aumento della visibilità della scia e inquinamento ambientale, interferenze elettromagnetiche che riducono l'efficacia dei sistemi di guida e controllo, ecc.). In particolare, in camera di combustione osserviamo effetti contraddittori:

- aumento dell'entalpia chimica sviluppata e quindi
 - aumento della T_f (ovvero aumento di I_{sp});
 - aumento dei flussi termici alle pareti;
 - aumento della massa inerte dei materiali ablativi di protezione termica;
- aumento della massa molare media \bar{M} dei prodotti (ovvero diminuzione di I_{sp});
- aumento dell'erosione del materiale in gola, ovvero diminuzione nel tempo del rapporto di espansione;
- combustione incompleta di Al ;
- accumulo di scorie solide.

Complessivamente, in camera di combustione la presenza di Al aumenta in misura considerevole l'impulso specifico teorico e la stabilità alle variazioni di pressione (oscillazioni) del gas in camera di combustione, ma implica anche un sensibile aumento dei flussi termici e una sensibile caduta dell'impulso specifico reale. Nell'ugello osserviamo invece fenomeni che comportano uno scarso rendimento η_{c_s} del coefficiente di spinta:

- perdite di efflusso bifase;
- perdite fluidodinamiche per sommergenza dell'ugello;
- perdite per variazione dell'area di gola;
- recupero legato alla combustione dell'incombusto.

Complessivamente, nell'ugello la presenza di Al aumenta in misura considerevole i fattori di perdita elencati, anche se, come si vuole provare a dimostrare con questa tesi, si può avere un recupero grazie alla combustione del particolato incombusto. In totale, la presenza di un'opportuna quantità di Al aumenta in misura considerevole gli impulsi specifici teorici e la stabilità alle oscillazioni di pressione in camera di combustione, ma implica anche un sensibile aumento dei flussi termici e una notevole caduta dell'impulso specifico reale.

5.2 Il modello di combustione utilizzato nel 2PK-TC

Per poter tener conto dei processi di combustione nel codice di calcolo sviluppato per questa tesi è stato necessario sviluppare un modello che permettesse di quantificare l'entalpia di reazione rilasciata dalla combustione dell'alluminio in funzione del tempo di combustione del particolato. Una volta determinata tale energia, è stato necessario modificare le equazioni per integrare questo aspetto agli altri fenomeni considerati nell'espansione. In particolare non è stato più possibile considerare costante il diametro del particolato metallico in quanto l'approssimazione sarebbe stata eccessiva ed avrebbe portato a risultati inverosimili.

5.2.1 Valutazione del tempo di combustione del particolato

Il primo passo indispensabile per valutare la combustione del particolato in ugello è stato quello di conoscere il tempo di combustione del particolato stesso. Questa è infatti un'informazione indispensabile per poter stimare sia se la combustione riesce ad avvenire interamente in ugello o meno, sia la quantità di energia rilasciata dalla reazione in ciascuna cella in cui viene discretizzato l'ugello. Per valutare il tempo di combustione dei singoli gruppi di particelle si fa riferimento alla teoria studiata da Beckstead e riportata in [?] in cui si può trovare una massiccia raccolta di dati sperimentali provenienti dai maggiori studi sulla combustione. Essi sono tutti orientati alla determinazione dell'influenza di alcuni parametri sul tempo necessario ad una completa combustione di una particella di alluminio. Fra tali grandezze quelle che sono state principalmente investigate, di solito separatamente, nei vari lavori sono:

- pressione nell'ambiente di combustione
- temperatura nell'ambiente di combustione
- costituenti dell'ambiente ossidante
- diametro iniziale della particella

Nel suo lavoro Beckstead ha raccolto inizialmente tutti i dati sperimentali appena citati ed ha ottenuto il grafico di figura 5.1. Come si può vedere la dispersione dei dati sperimentali è notevole. Il motivo è che ogni studio si è basato essenzialmente sulla variazione di un solo parametro fissando gli altri, mentre essi sono, con grande probabilità tutti fortemente legati vicendevolmente. L'autore ha provveduto a fare un best fitting dei punti per estrapolare una prima forma, totalmente empirica, per una legge del tempo di combustione in funzione del diametro della particella

$$t_b = 0.003D_p^{1.99} \quad (5.4)$$

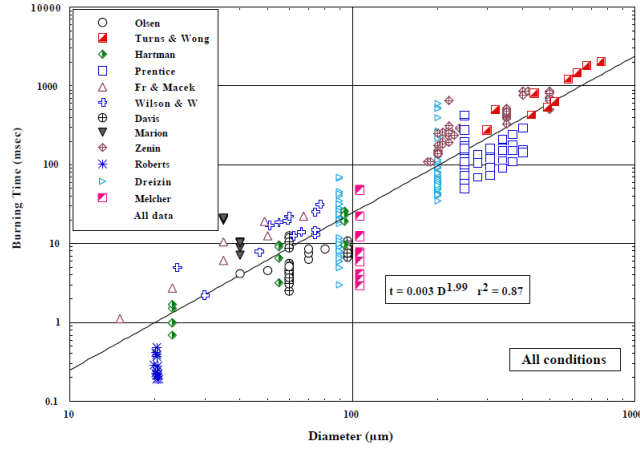


Figura 5.1: Best fitting dei dati effettuato da Beckstead. La legenda indica le fonti da cui l'autore ha tratto i dati sperimentali

Come si vede in figura 5.1 il coefficiente di correlazione r ha un valore piuttosto basso: 0.87. Successivamente Beckstead si è occupato di analizzare criticamente gli studi che ha preso in considerazione e di definire quindi l'influenza dei vari parametri sul valore del tempo di completa combustione. Nel dettaglio, dai dati sperimentali raccolti sembra che l'influenza della pressione si faccia sentire solo sotto le 20atm , mentre sopra non abbia praticamente alcun peso. Riguardo alla temperatura non esistono ad oggi studi che permettano di valutare in maniera completa l'influsso sul tempo di combustione. Infine, Beckstead ha affermato che in gran parte la dispersione dei dati sperimentali è dovuta alla differenza fra gli ambienti ossidanti utilizzati nelle prove dai vari autori. In generale, come ci si aspetterebbe, più è alta la concentrazione di ossigeno, più il tempo di combustione si abbatte. Per concludere le proprie considerazioni, in [6] viene riportata una nuova formula sperimentale

$$t_b = \frac{0.00735 D_p^{1.8}}{X_{eff} p^{0.1} T^{0.2}} \quad (5.5)$$

essendo $X_{eff} = C_{O_2} + 0.6C_{H_2O} + 0.22C_{CO_2}$. Sebbene i dati sperimentali risultino comunque ancora parecchio dispersi anche rispetto alla nuova curva, come risulta evidente in figura 5.2, il coefficiente di correlazione per questa formula sale a $r = 0.964$. Nella pratica però determinare con precisione

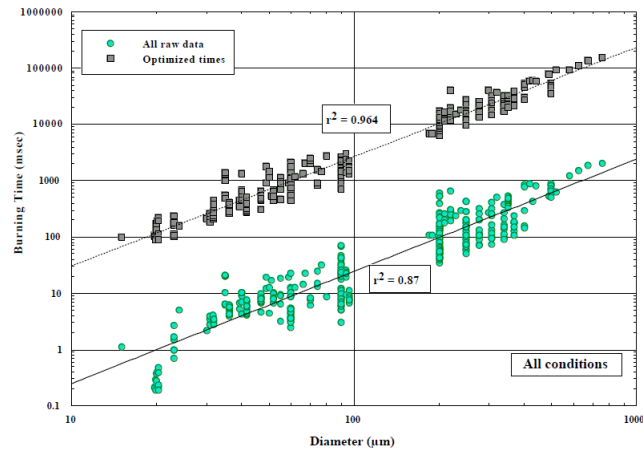


Figura 5.2: Confronto tra le curve sperimentali ottenute da Beckstead

le concentrazioni dei costituenti dell'ambiente ossidante per tutto il tempo risulta una procedura onerosa e piuttosto complicata, a fronte probabilmente di una precisione non necessaria perlomeno per questo primo studio. Perciò si è deciso per lo sviluppo del 2PKTC di prendere la correlazione di equazione 5.4.

5.2.2 Valutazione dell'energia di reazione

Durante un'espansione reale il gas è altamente reagente e l'ambiente in cui l'alluminio si trova a bruciare è ricco di specie ossidanti. Per modellare al meglio tale fenomeno sarebbe necessario conoscere con precisione le concentrazioni delle singole specie in ogni singola cella in cui è discretizzato l'ugello. Sarebbe quindi necessario un complicato e costoso (in termini computazionali) algoritmo di cinetica chimica che per ovvi motivi di tempo non è stato possibile sviluppare. Si sono quindi dovute fare delle ipotesi che permettessero di creare un modello che riuscisse a coniugare accuratezza e semplicità. In tale ottica, si è scelto di considerare soltanto la reazione di ossido-riduzione tra alluminio (combustibile) e ossigeno (ossidante), tralasciando reazioni meno esoenergetiche come quelle con ossidanti quali anidride carbonica (CO_2) o vapore acqueo (H_2O). La reazione con l'ossigeno è invece quella maggiormente esoenergetica e porterà quindi probabilmente a sovrasti-

mare l'energia liberata dalle reazioni in ugello, permettendo quindi di trovare un limite superiore per l'energia recuperata grazie alla combustione in ugello. In base a queste considerazioni si ritiene quindi che l'entalpia di reazione ottenuta dalla combustione tra alluminio ed ossigeno sia $H_r = 1670.53 \frac{kJ}{mol}$. Si fa altresì l'ipotesi che la velocità di reazione sia infinita.

Nel corso di questa tesi sono stati proposti due diversi modelli per valutare la variazione del raggio delle particelle durante l'espansione lungo l'ugello che verranno estesamente descritti in seguito. Variando però il raggio delle particelle, varierà anche il relativo tempo di combustione e quindi l'entalpia di reazione rilasciata localmente. Noto, per ciascun passo di integrazione, il raggio delle particelle è stato possibile calcolare il relativo tempo di combustione grazie alla teoria esposta da Backstaed in [?] e brevemente riassunta nel paragrafo 5.2.1. E' quindi stata calcolata ad ogni passo una velocità di combustione, o *burning rate*, definita come

$$R_b = \frac{t_b}{r_p} \quad (5.6)$$

A questo punto è stato possibile calcolare la quantità di energia ceduta dalle reazioni al flusso come

$$dH = H_r R_b \rho S_{l_p} \quad (5.7)$$

dove S_{l_p} rappresenta la superficie laterale della singola particella, in quanto si considera che la combustione avvenga in maniera uniforme attorno a tutto il volume della particella stessa. Tale espressione per valutare dH è stata studiata per essere dimensionalmente coerente con le equazioni del modello.

5.2.3 Modifica delle equazioni per tener conto della combustione

Quantificata l'energia rilasciata dalla combustione, è stato necessario modificare le equazioni in modo da tener conto, appunto, di questo apporto energetico. Per fare ciò è stata rielaborata l'equazione 4.10 riportata nel capitolo 4. Al solito si tratterà nel dettaglio solo l'equazione per il calcolo del Mach,

ricordando però che un ragionamento identico è valido per ricavare tutte le altre equazioni del problema. Infine si ricorda che, per il momento, tutto il particolato presente in ugello partecipa attivamente alla combustione.

Nell'equazione 4.10 il termine legato agli scambi termici, che riportiamo per facilità di lettura,

$$dQ + dW_b + \frac{dH}{\dot{m}c_p T} \quad (5.8)$$

consente di tener conto dell'energia di reazione. Se infatti nella trattazione del capitolo 4, in cui si consideravano solo gli scambi termici tra gas e particolato, i termini dW_b e dH potevano essere considerati nulli, ora il termine dH risulta molto importante perché è quello legato proprio all'entalpia di reazione e valutato secondo la formula 5.7. Anche in questo modello si considera $dW_b = 0$, il fluido non compie infatti lavoro su corpi esterni. Riprendendo l'equazione 4.14 riportata nel capitolo 4 e aggiungendo il termine di entalpia di reazione, si ottiene

$$\begin{aligned} \frac{dM^2}{M^2} = & -\frac{2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{1-M^2} \frac{dA}{A} + \\ & \frac{kM^2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{1-M^2} \left(4f \frac{dx}{D} + \frac{dX}{\frac{1}{2}kpAM^2} - 2y \frac{d\dot{m}}{\dot{m}}\right) - \\ & \frac{1 + kM^2}{1-M^2} \frac{\dot{m}_p c_{p_{sp}} dT_p + dH}{\dot{m} c_{p_g} T_g} \quad (5.9) \end{aligned}$$

e, svolgendo gli stessi passaggi già descritti nei capitoli 3 e 4 e che non si riportano per motivi di brevità, si ottiene la seguente equazione

$$\begin{aligned} \frac{dM^2}{dA} = & -\frac{2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{1-M^2} \frac{M^2}{A} + \\ & \frac{3kM^2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{4(1-M^2)} M^2 \frac{\dot{m}_p}{\dot{m}} \frac{1}{u_g} c_D \frac{\rho_g (u_g - u_p)^2}{\rho_{sp} r_p u_p} \frac{dx}{dA} + \\ & \frac{1 + kM^2}{1-M^2} \frac{M^2}{dA} \left(\frac{\dot{m}_p}{\dot{m}} \frac{1}{c_{p_g} T_g} \frac{3}{\rho_{sp} r_p u_p} [h(T_p - T_g) + \sigma \varepsilon_\lambda (T_p^4 - T_a^4)] dx + \frac{dH}{\dot{m} c_{p_g} T_g} \right) \quad (5.10) \end{aligned}$$

L'equazione 5.10 è valida se si considera una distribuzione unimodale per

la granulometria del particolato. Poiché nel 2PKTC si considera una distribuzione pentamodale, l'equazione può essere così modificata

$$\begin{aligned} \frac{dM^2}{dA} = & -\frac{2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)M^2}{1-M^2} \frac{M^2}{A} + \\ & \frac{3kM^2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{4(1-M^2)} M^2 \frac{1}{u_g} \sum_{i=1}^5 \frac{\dot{m}_{p_i}}{\dot{m}} c_{D_i} \frac{\rho_g (u_g - u_{p_i})^2}{\rho_{sp_i} r_{p_i} u_{p_i}} \frac{dx}{dA} + \\ & \frac{1+kM^2}{1-M^2} \frac{M^2}{dA} \sum_{i=1}^5 \left(\frac{\dot{m}_{p_i}}{\dot{m}} \frac{1}{c_{p_g} T_g} \frac{3}{\rho_{sp_i} r_{p_i} u_{p_i}} [h_i (T_{p_i} - T_g) + \sigma \varepsilon_\lambda (T_{p_i}^4 - T_a^4)] dx + \frac{dH}{\dot{m} c_{p_g} T_g} \right) \end{aligned} \quad (5.11)$$

In cui sono stati scritti per esteso tutti i termini. Il ragionamento appena esposto può essere ripetuto, in maniera del tutto similare, per ricavare le equazioni utilizzate per valutare anche velocità, temperatura, pressione, densità e celerità del suono. Il codice 2PKTC si trova quindi a risolvere ancora un sistema di 16 equazioni: 6 necessarie a calcolare le grandezze fluidodinamiche, 5 necessarie a calcolare le velocità di ogni singolo gruppo di particelle e 5 necessarie a calcolarne la temperatura. L'aver considerato la combustione non aumenta quindi il numero di equazioni, ma le modifica solo dal punto di vista formale.

5.2.4 Scelta delle condizioni al contorno

L'espansione in ugello, al solito, è stata valutata prendendo come condizioni al contorno le condizioni operative del motore Z9, che vengono riportate in tabella 2.13 e sono le stesse considerate nei capitoli precedenti. La scelta di riportare sempre le medesime condizioni operative è giustificata dal fatto di voler confrontare tra loro i risultati ottenuti durante i successivi sviluppi del codice. Un discorso analogo vale anche per le proprietà del gas in espansione che sono riportate in tabella 2.14. Riguardo alla velocità iniziale e alla temperatura iniziale delle particelle, in concordanza con quanto fatto nei capitoli 3 e 4, si è scelto di prendere la velocità delle particelle pari al 99% di quella del gas ($u_p = 0.99u_g$) e la temperatura delle particelle uguale a quella del

gas ($T_p = T_g$). A questo punto è stata fatta un'importante ipotesi, si è cioè considerato che la temperatura della particella rimanesse costante durante tutta la combustione, nonostante il gas si raffreddi a causa dell'espansione. Solo una volta completata la combustione, le particelle iniziano a raffreddarsi. Questa ipotesi è piuttosto importante in quanto va a modificare gli scambi termici tra particelle e gas, ma è stata necessaria in quanto è molto difficile stimare l'effettiva temperatura della particella. Infatti, come è stato studiato da Beckstaed e riportato in [6], la temperatura in una particella di alluminio in combustione varia radialmente ed è molto disuniforme. Va peraltro sottolineato che la particella in combustione non è omogenea. Non è composta infatti interamente da alluminio, bensì si ha anche allumina, sostanza dalle proprietà termiche e meccaniche molto differenti rispetto a quelle dell'alluminio. Risulta quindi evidente come sia stato necessario fare un'ipotesi sulla temperatura della particella in combustione.

5.3 Analisi della variazione del diametro delle particelle

Nei capitoli 3 e 4, come detto, per la scelta del diametro dei singoli gruppi di particelle si sono sfruttati i dati forniti dal modulo ODE dell'SPP. Tali dati si riferiscono però al diametro medio del particolato in uscita dall'ugello. Non si hanno invece dall'ODE informazioni sul diametro medio del particolato all'imbocco del convergente. Pur ritenendo esatti i valori forniti dall'SPP per il particolato all'uscita dell'ugello, non si può pensare che all'imbocco il condensato in arrivo dalla camera di combustione abbia diametri così ridotti. L'ipotesi di tenere costante il diametro delle particelle risulta pertanto eccessiva. L'evidenza sperimentale dimostra che all'uscita dalla camera di combustione i diametri medi degli agglomerati sono molto maggiori rispetto a quelli utilizzati nei capitoli precedenti e riportati in tabella 3.1. Per avere quindi un codice che faccia un'analisi realistica e significativa è stato necessario modificare il modello, studiando dei meccanismi di frammentazione delle particelle che permettessero di passare da diametri dell'ordine di centi-

naia di micron a diametri dell'ordine di pochi micron. Quest'ultimo sviluppo non è stato facile, né intuitivo. Le equazioni da integrare non sono state modificate, ma è stato necessario individuare il diametro delle particelle all'uscita della camera di combustione e studiare un modello di frammentazione realistico. Anche per quest'ultimo sviluppo si è proceduto, in analogia con quanto fatto in precedenza, per approssimazioni successive. Si è infatti dapprima ipotizzata una variazione del diametro lineare per poi passare a studiare un modello di frantumazione più complesso legato alle forze di tensione superficiale e basato sulla teoria di Weber.

5.3.1 Granulometrie medie del particolato all'uscita della camera di combustione

Valutare le dimensioni medie degli agglomerati in uscita dalla camera di combustione di un propulsore è un processo molto complicato. Non esistono, ad oggi, codici di calcolo in grado di predire con esattezza tali diametri. Per avere dei valori il più possibile vicini alla realtà è necessario ricorrere a campagne sperimentali. Presso i laboratori di SPLab del Politecnico di Milano tra il 2006 e il 2007, sulla base di un accordo siglato con Avio, è stata svolta una campagna di studi riguardanti un'analisi dettagliata, multidisciplinare e approfondita dei propellenti al tempo in produzione presso l'azienda. In particolare, in SPLab, sono stati investigati:

- velocità di combustione
- pressione di estinzione dinamica
- ritardo d'ignizione
- profilo termico
- visualizzazione agglomerazione
- distribuzioni granulometriche dei residui di combustione
- valutazione dell'efficienza di combustione dell'alluminio

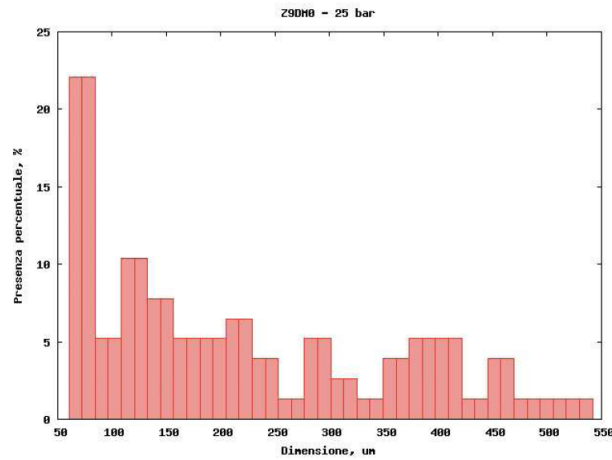


Figura 5.3: Distribuzione granulometriche degli agglomerati per Z9-DM0 a 25 bar

Tra i propellenti analizzati durante questo studio vi è quello denominato Z9-DM0. La sigla DM0 indica che la configurazione motore in questione era in fase di development, cioè di sviluppo. E' infatti stata utilizzata per il primo tiro di sviluppo del motore e poi leggermente modificata. Attualmente la formulazione di Z9 è diversa, quindi sarebbe necessaria un'ulteriore campagna per lo studio del nuovo propellente. Purtroppo però non è possibile, per motivi di tempo e di costi, avere i risultati relativi alla formulazione attuale, denominata Z9-A. Ci si dovrà accontentare quindi dei dati relativi alla versione DM0, coscienti del fatto che, per quanto non perfettamente uguali, i dati di Z9-A non si discosteranno in maniera significativa da quelli riportati. Nei test di laboratorio la prima cosa, qualitativamente, che è risultata evidente è stato il fatto che Z9-DM0 presentava una combustione molto irregolare con una continua produzione di grandi agglomerati di alluminio.

Si riporta in figura 5.3, tratta da [13], un istogramma che rappresenta la distribuzione granulometrica degli agglomerati di Z9-DM0 in camera di combustione per una pressione di 25 bar. Tale pressione è inferiore a quella di effettivo funzionamento del motore (attorno ai 57 bar), ma è la massima pressione a cui è stato possibile effettuare l'analisi presso i laboratori di SPLab. Va però sottolineato come, in seguito alla sperimentazione effettuata, l'au-

Gruppo	Diametro [μm]
1	70
2	120
3	140
4	220
5	300

Tabella 5.1: Diametri medi delle particelle all'uscita dalla camera di combustione

mentare della pressione non migliori in maniera significativa la situazione in quanto ad agglomerazione. Attualmente, grazie ai recenti sviluppi della strumentazione disponibile presso i laboratori di SPLab, si riescono a studiare pressioni anche superiori, fino ad un massimo di circa 50 bar. Sarà quindi possibile, in futuro, ottenere risultati più precisi, magari con la formulazione corrente del propellente di Z9-A. In conclusione, si riportano in tabella 5.1 i diametri medi dei cinque gruppi di agglomerati che, sulla base dei dati sperimentali ottenuti, si sono considerati giungere in ugello dalla camera di combustione. Nel 2PKTC si è quindi considerato che i cinque gruppi di particelle, giunti in ugello con un diametro iniziale pari a quello riassunto in tabella 5.1 ed ottenuti dall'SPP, si frantumano, attraverso meccanismi di frantumazione che verranno descritti in seguito, fino a raggiungere all'uscita dell'ugello diametri pari a quelli riportati in tabella 3.1 ed ottenuti dall'ODE.

5.3.2 Modelli di frantumazione delle particelle

Gli agglomerati che giungono dalla camera di combustione sono soggetti a complessi fenomeni di natura fluidodinamica e fisica che hanno luogo nel convergente e divergente dell'ugello gasdinamico. Schizzi qualitativi della storia di una particella condensata in espansione nell'ugello sono illustrati in figura 5.4 e figura 5.5. Si nota all'uscita dall'ugello una progressiva distribuzione di dimensioni in senso radiale (particelle grosse sull'asse, particelle piccole in periferia, solo gas ai bordi dell'ugello). Si nota inoltre la drammatica sequenza di eventi (deformazione, rottura, impatto, coalescenza, ecc.) cui è soggetto il particolato in espansione nell'ugello a causa delle forti variazioni

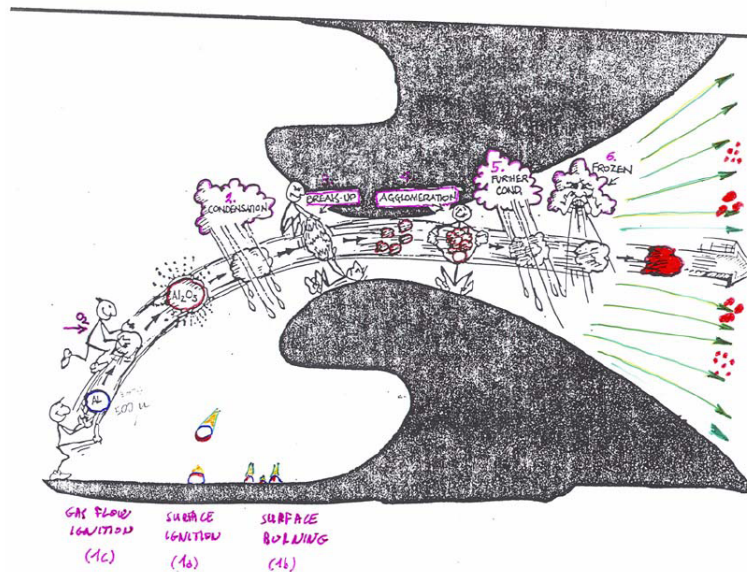


Figura 5.4: Schizzo dell'intera fenomenologia dei processi di combustione ed espansione di propellenti eterogenei metallizzati in motori termici

di velocità e pressione e di eventuali effetti fisico-chimici. Riuscire a modellare con precisione tali fenomeni è impossibile, soprattutto per un modello quasi-monodimensionale in cui non si può tener conto, ad esempio, della distribuzione di dimensioni in senso radiale. E' stato quindi necessario fare delle ipotesi pur sapendo che non rispecchiano la realtà fisica del problema, consci però del fatto che non inficiassero l'accuratezza del modello. In quest'ottica, si possono intendere le seguenti ipotesi:

- si considerano fenomeni di frantumazione, ma non di riaggregazione
- le particelle si considerano sempre perfettamente sferiche
- si considera comunque una distribuzione pentamodale di diametri: ciascun gruppo di particelle varia il proprio diametro all'unisono, nello stesso punto e allo stesso modo

Sotto le seguenti ipotesi si sono sviluppati due modelli di frantumazione. Non esiste in letteratura un modello esaustivo per il fenomeno in questione. Anche in questo caso quindi è stato necessario pensare un modello originale

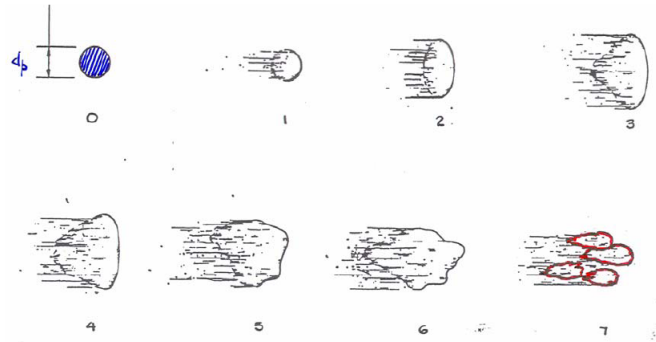


Figura 5.5: Schizzo dell'evoluzione subita da una particella inizialmente sferica durante il transito in camera di combustione e l'espansione in ugello supersonico.

e, per farlo, si è partiti da un modello relativamente semplice, che considera una variazione del diametro lineare, per arrivare ad un modello più complesso e realistico.

5.3.2.1 Variazione del diametro lineare

Per il primo modello di frantumazione degli agglomerati in ugello si è pensato di considerare una variazione del diametro lineare tra la sezione di ingresso e la sezione in cui si verificano i massimi gradienti di pressione. Infatti è il gradiente di pressione ad influenzare maggiormente i meccanismi di frantumazione del particolato. Noti quindi i diametri di ciascun gruppo di particelle all'imbocco dell'ugello (riportati in tabella 3.1) e all'uscita dello stesso (riportati in tabella 5.1), si è imposta una diminuzione lineare tra il primo punto di discretizzazione e quello corrispondente alla sezione in cui si ha il massimo gradiente di pressione. Si è inoltre fatta l'ipotesi, ragionevole, che le particelle dal diametro maggiore alla sezione di uscita fossero quelle con il diametro maggiore all'ingresso. Una volta raggiunto il diametro minimo le particelle non variano più le proprie dimensioni, ma continuano eventualmente la combustione in accordo con quanto descritto in precedenza.

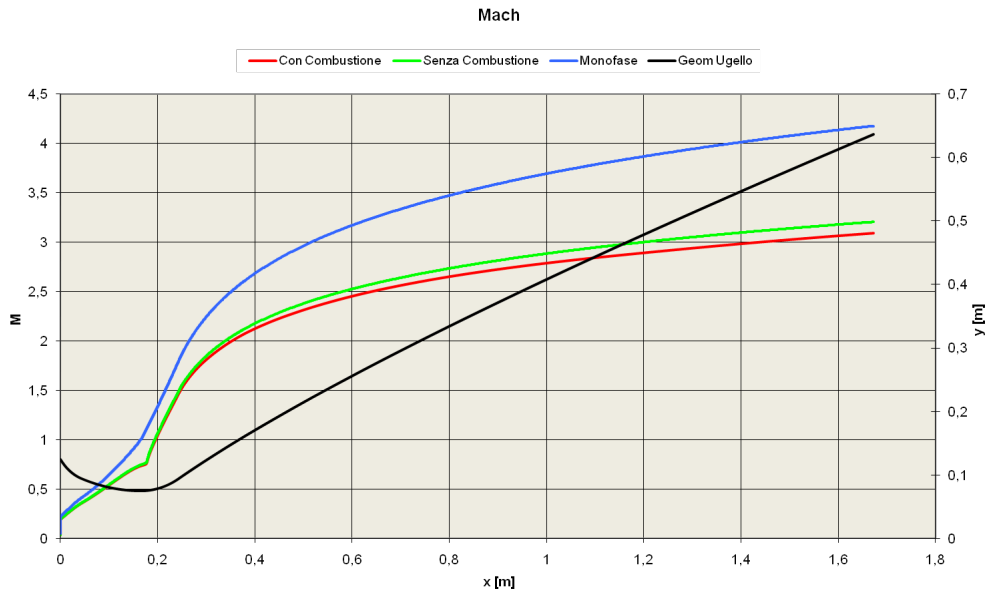


Figura 5.6: Andamento del Mach per un'espansione con particolato che brucia e diminuisce linearmente il proprio diametro

5.3.2.2 Analisi dei risultati con variazione del diametro lineare

Al solito, è stato analizzato il caso reale dell'ugello di Z9 sia in configurazione di prova per il tiro al banco, sia in configurazione di volo. Per motivi di spazio si riportano graficamente solo i risultati dell'ugello in configurazione di volo. Vengono riportati gli andamenti delle grandezze di interesse per il caso monofase, bifase con combustione e bifase senza combustione ma con interazioni termiche e meccaniche tra fase condensata e fase gassosa.

Nei grafici è evidente il punto in cui le particelle assumono diametro costante. Si ha infatti una netta variazione di pendenza. In figura 5.6 si nota come, tenendo conto della combustione, il punto sonico trasli ulteriormente a valle. La figura 5.7, che rappresenta l'andamento della velocità, è al solito quella più significativa in quanto si nota come la combustione apporti un miglioramento in termini di velocità di efflusso e quindi di impulso specifico. Dalla figura 5.8 si può invece notare come la temperatura di efflusso, nel caso di combustione in ugello, sia più alta. Può risultare infine interessante confrontare i tempi di residenza del particolato in ugello con quelli di combustione per

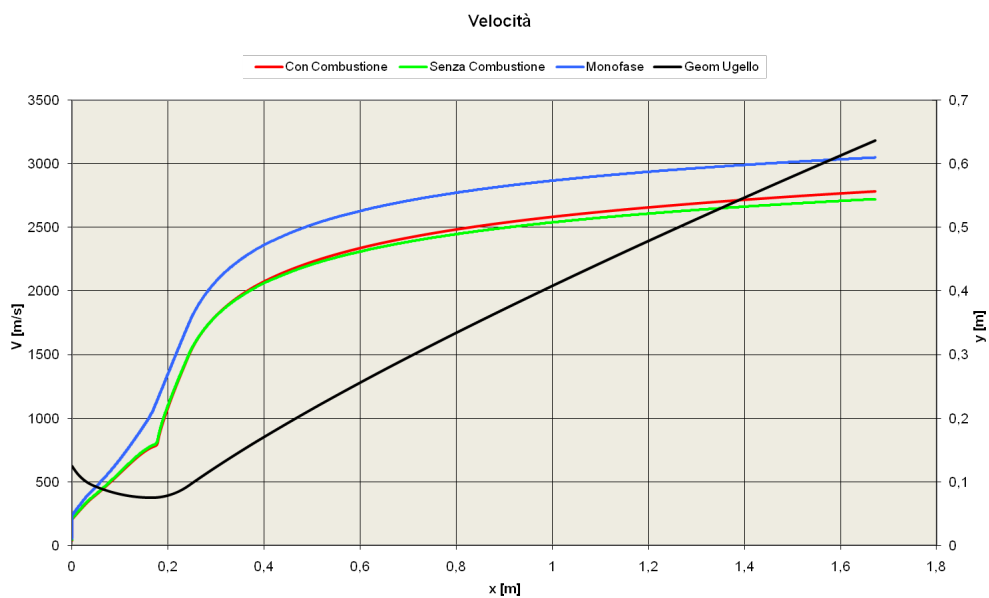


Figura 5.7: Andamento della velocità per un'espansione con particolato che brucia e diminuisce linearmente il proprio diametro

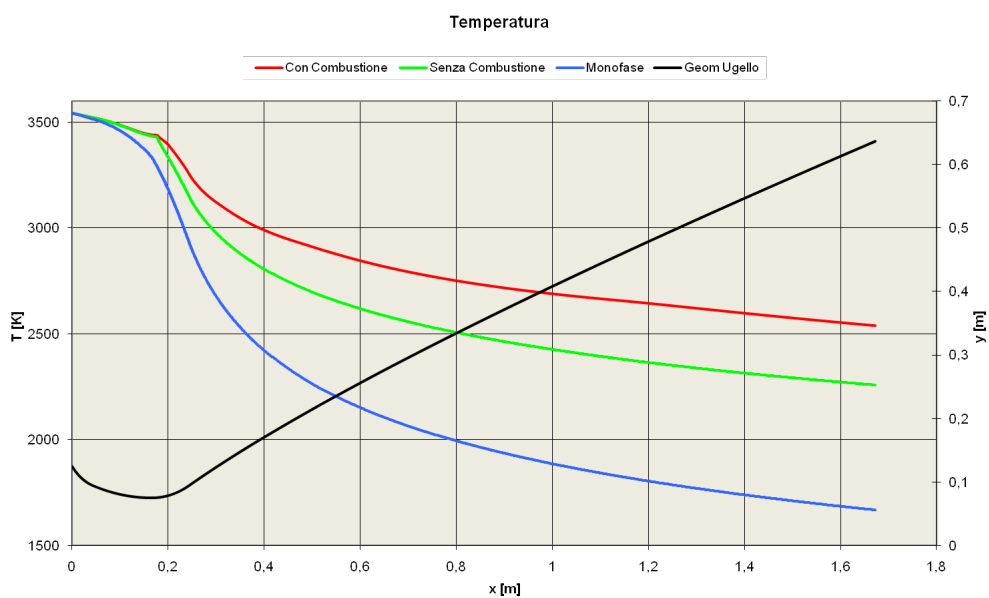


Figura 5.8: Andamento della temperatura per un'espansione con particolato che brucia e diminuisce linearmente il proprio diametro

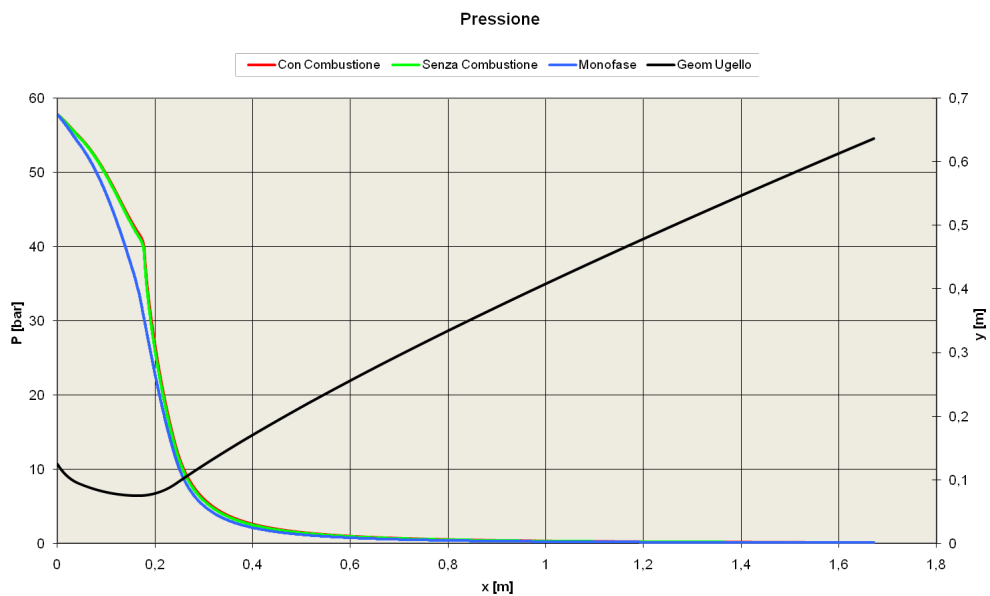


Figura 5.9: Andamento della pressione per un'espansione con particolato che brucia e diminuisce linearmente il proprio diametro

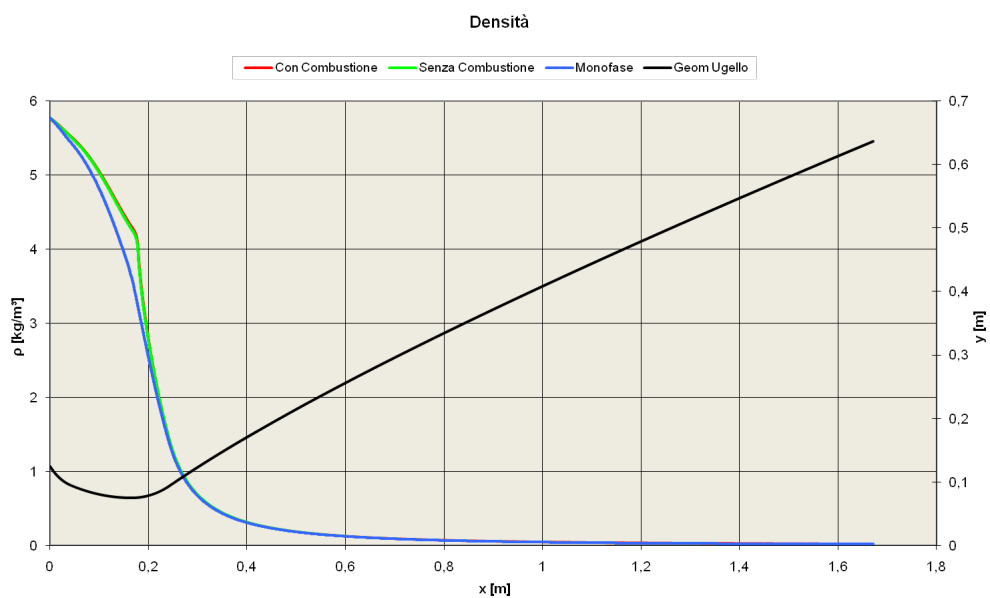


Figura 5.10: Andamento della densità per un'espansione con particolato che brucia e diminuisce linearmente il proprio diametro

Gruppo	Tempo di residenza [s]	Tempo di combustione [s]
1	1.30073	0.02153
2	1.35531	0.05647
3	1.40097	0.11020
4	1.45040	0.21512
5	1.53611	0.56538

Tabella 5.2: Tempi di combustione e di residenza in ugello delle particelle

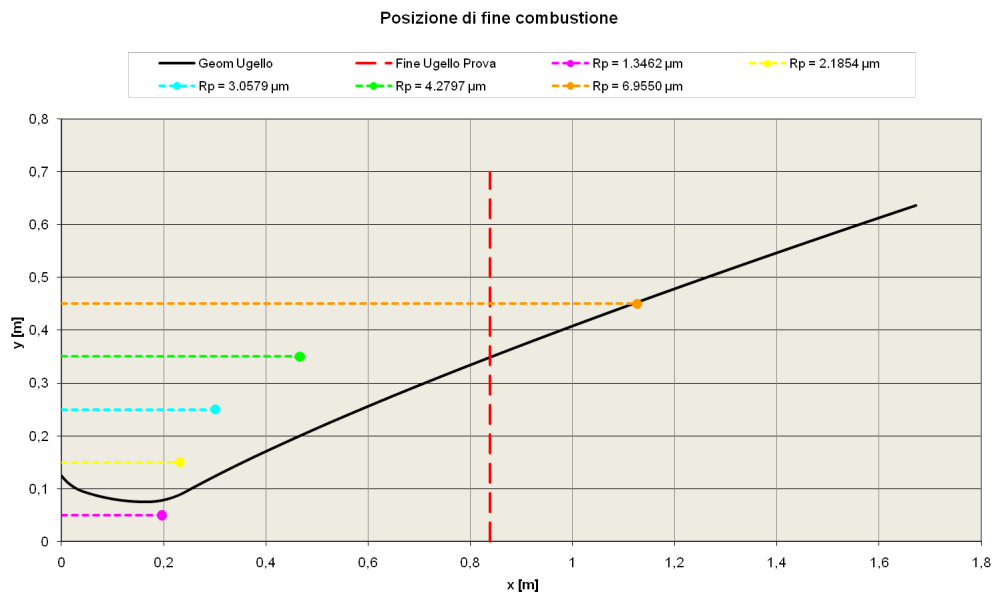


Figura 5.11: Punto di fine combustione del particolato

verificare se la combustione viene effettivamente completata in ugello. In tabella 5.2 vengono riassunti i tempi di residenza e di combustione per tutti e cinque i gruppi di particelle analizzati. Evidentemente le particelle più grandi hanno tempi di residenza più alti, ma anche tempi di combustione maggiori. In figura 5.11 viene riportato graficamente il punto di fine combustione. In questo grafico viene anche riportata la sezione in cui si ha la fine dell'ugello utilizzato per la prova al banco. Da sottolineare il fatto che nella legenda vengono riportati i raggi delle particelle alla sezione di uscita, ma all'ingresso dell'ugello i raggi sono nettamente maggiori, come riassunto in tabella 5.1. Il grafico in questione è particolarmente interessante perché mostra come tutte le particelle, ad eccezione di quelle con il raggio maggiore,

terminino la combustione già nell'ugello in configurazione di prova. Premesso che il modello ipotizzato per la variazione del diametro è da migliorare, la considerazione appena fatta porta, purtroppo, a non aspettarsi un grandissimo vantaggio apportato dalla combustione nell'ugello in configurazione volo rispetto a quello in configurazione di prova al banco.

5.3.2.3 Variazione del diametro in funzione del numero di Weber

Volendo creare un modello il più possibile realistico, non si può accettare una variazione del diametro delle particelle lineare. E' infatti molto improbabile che una singola particella vari il suo diametro in maniera costante. In accordo con quanto suggerito anche in [2] e [8], si è pensato di legare i meccanismi di frantumazione delle particelle al numero di Weber We . Tale numero dimensionale è stato studiato e pensato soprattutto per i processi di atomizzazione dei combustibili liquidi (tipicamente idrocarburi), ma le considerazioni possono essere generalizzate anche al caso dei condensati che espandono in ugello. La rottura di una struttura liquida avviene di solito per l'instaurarsi all'interfaccia tra liquido e gas di oscillazioni ondose che, in particolari condizioni, possono amplificarsi fino a portare alla disgregazione della struttura stessa o, comunque, favoriscono il distacco di porzioni di liquido da essa. In tale processo le forze capillari, legate alla tensione superficiale, e le forze inerziali, dovute alla velocità relativa tra le due fasi, sono la causa dell'instaurarsi delle oscillazioni mentre la viscosità agisce in maniera da ridurre le instabilità della struttura liquida ritardandone la sua disgregazione e incrementando le dimensioni delle strutture formate. In tal senso i parametri che intervengono in tale processo sono sostanzialmente la tensione superficiale (σ), la densità del mezzo (ρ) e la sua viscosità (μ). Il numero di Weber rappresenta il rapporto tra le forze disgreganti di tipo aerodinamico e le forze stabilizzanti dovute alla tensione superficiale

$$We = \frac{\rho_g (u_g - u_p)^2 D_p}{\sigma} \quad (5.12)$$

e può essere considerato un indice della possibilità di atomizzare un liquido.

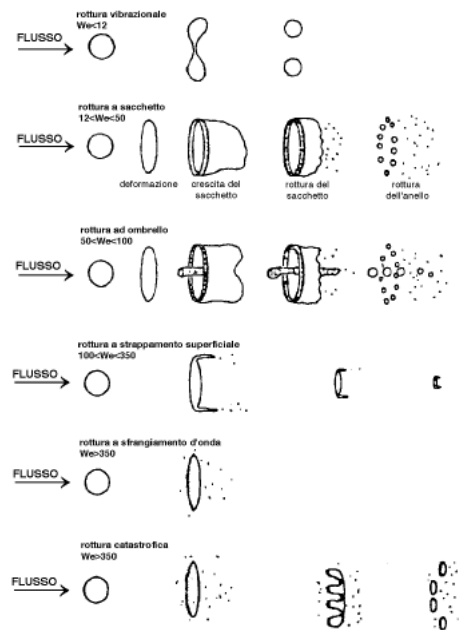


Figura 5.12: Principali meccanismi di frantumazione di una goccia in funzione dell'incremento del numero di Weber

I processi di atomizzazione di un liquido presentano un notevole livello di complessità. Il primo problema da affrontare è la determinazione delle modalità di rottura delle gocce in seguito alla loro interazione con l'aria circostante. Alla base del meccanismo di rottura delle gocce c'è, infatti, la creazione di distribuzione disuniformi di pressioni sulle gocce, a sua volta causata dalla pressione dinamica dell'aria. Appare, dunque, almeno in prima istanza utile presentare i vari meccanismi di rottura utilizzando come variabile controllante il numero di Weber We delle gocce poiché, come detto, esso rappresenta il rapporto tra forze aerodinamiche che provocano la rottura e la forza stabilizzante dovuta alla tensione superficiale. In figura 5.12 sono illustrati i cinque principali meccanismi di rottura di gocce di liquido che sono stati osservati in ambiente gas. Dalla figura è possibile costruire un quadro generale della progressione dei vari meccanismi in funzione dell'incremento del numero di Weber, ovvero dello sforzo aerodinamico cui la goccia va soggetta:

1. Rottura vibrazionale ($We < 12$): Questa modalità di rottura di rot-

tura si verifica quando il numero di Weber è molto basso: sotto certe condizioni il flusso esterno interagisce con la goccia provocandone la divisione in grossi frammenti.

2. Rottura “a sacchetto” ($12 < We < 50$): Il meccanismo della rottura a sacchetto è analogo alla rottura di una bolla di sapone. La parte interna della goccia diviene sottile e si rompe in un gran numero di frammenti piccoli, mentre la parte esterna, più pesante, si rompe poco dopo producendo un minor numero di frammenti più grandi.
3. Rottura “a ombrello” ($50 < We < 100$): Questo tipo di rottura presenta molte caratteristiche in comune con il secondo meccanismo: come in quest’ultimo, si forma una sorta di sacco ancorato ad un anello esterno, ma una colonna liquida è formata lungo l’asse della goccia. La rottura interessa dapprima la zona più sottile e poi la parte centrale.
4. Rottura a “strappamento superficiale” ($100 < We < 350$): Il meccanismo è differente dai precedenti. Non si forma alcun sacchetto, ma si verifica un continuo consumo di un sottile strato esterno della goccia; questo strato sottile si rompe a poca distanza dietro la goccia, in piccoli frammenti. Una struttura residua di goccia permane durante l’intero processo di rottura.
5. Rottura a “sfrangiamento d’onda” o “catastrofica” ($We > 350$): A numeri di Weber più alti, si formano sulla superficie della goccia delle onde molto piccole, le cui creste vengono continuamente erose dall’azione aerodinamica. Quando le onde di maggior ampiezza e lunghezza penetrano nella goccia, si verifica il fenomeno della “rottura catastrofica” che porta ad un processo multistadio in cui i primi frammenti sono soggetti ad ulteriore rottura.

Così come suggerito dall’osservazione dei meccanismi di rottura, è possibile individuare un numero critico di We al di sotto del quale la rottura della goccia non è osservabile. Infatti considerando la condizione di equilibrio tra

le forze aerodinamiche e le forze capillari si può scrivere

$$c_D \frac{\pi D_p^2}{4} \frac{\rho_g (u_g - u_p)^2}{2} = \pi D_p \sigma \quad (5.13)$$

da cui si ricava che in tali condizioni di equilibrio si ha

$$We_c = \frac{\rho_g (u_g - u_p)^2 D_p}{\sigma} = \frac{8}{c_D} \quad (5.14)$$

Quindi noti il We ed il We_c , è possibile determinare se la particella si rompe o meno. Nel modello sviluppato per il 2PKTC si sono fatte le seguenti ipotesi:

- Si considerano meccanismi di rottura solo vibrazionali
- La rottura delle particelle è istantanea, cioè il $t_{rottura} \rightarrow 0$

Va sottolineato che si è verificato che il We dei vari gruppi di particelle non raggiunge mai valori molto alti, per cui il considerare solo meccanismi di rottura vibrazionali non risulta essere una forzatura eccessiva. Nel 2PKTC si è quindi valutato sezione per sezione il We ed il We_c per ogni singolo gruppo di particelle: se $We < We_c$ non si ha rottura, al contrario, se $We > We_c$ si ha rottura. Poiché si sono considerati solo meccanismi di rottura vibrazionali, si è fatta l'ulteriore ipotesi che, in caso di rottura, fosse valida la relazione

$$r_p^{i+1} = \frac{r_p^i}{2} \quad (5.15)$$

Si è infine fatta l'ipotesi che i meccanismi di rottura si interrompano nel momento in cui le particelle arrivino a raggiungere diametri pari a quelli che dovrebbero avere alla sezione d'uscita in accordo con le informazioni fornite dall'SPP.

5.3.2.4 Analisi dei risultati con variazione del diametro in funzione del We

Con il meccanismo di frantumazione delle particelle appena descritto è stato possibile studiare l'espansione nell'ugello di Z9. È stato analizzato sia

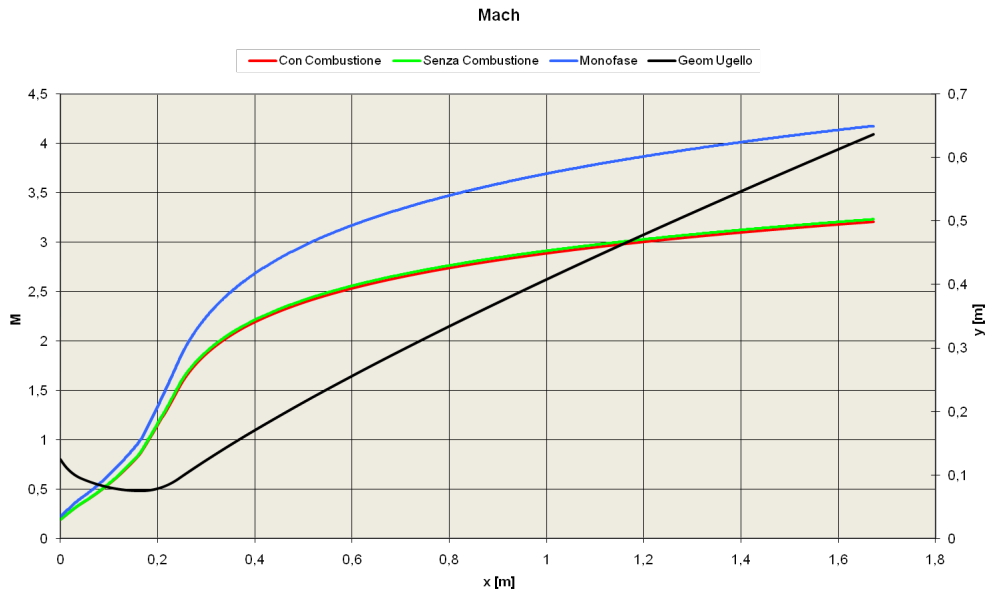


Figura 5.13: Andamento del Mach per un'espansione con particolato che brucia e varia il proprio diametro in funzione del We

l'ugello utilizzato per la prova al banco, sia quello che verrà utilizzato in volo. Per motivi di spazio si riportano graficamente solo i risultati dell'ugello in configurazione di volo. Vengono riportati gli andamenti delle grandezze di interesse per il caso monofase, bifase con combustione e bifase senza combustione ma con interazioni termiche e meccaniche tra fase condensata e fase gassosa. Anche per questa analisi si sono considerati in ingresso particelle con una distribuzione pentamodale di diametri ricavati grazie ai dati sperimentali riportati nel paragrafo 5.3.1 e riassunti in tabella 5.1, mentre in uscita si sono ritenuti nuovamente validi i diametri forniti dall'SPP e riportati in tabella 3.1. Già ad una prima analisi qualitativa risulta evidente come le curve ottenute, a differenza di quelle in cui si faceva variare linearmente il diametro, non abbiano bruschi cambi di pendenza. Infatti la frantumazione delle particelle avviene in sezioni diverse per ogni singolo gruppo e allo stesso modo si interrompe in punti diversi. La figura 5.13, che rappresenta l'andamento del numero di Mach, mostra come anche in questo caso il considerare la combustione sposti il punto sonico leggermente a valle rispetto al caso in cui la combustione non venga considerata. In figura 5.14 invece si vede come

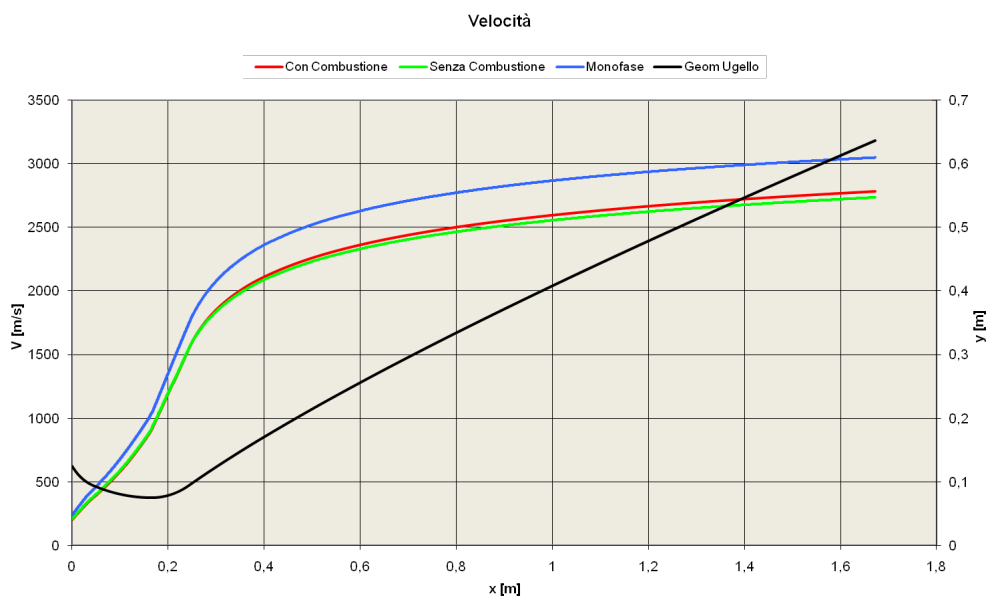


Figura 5.14: Andamento della velocità per un'espansione con particolato che brucia e varia il proprio diametro in funzione del We

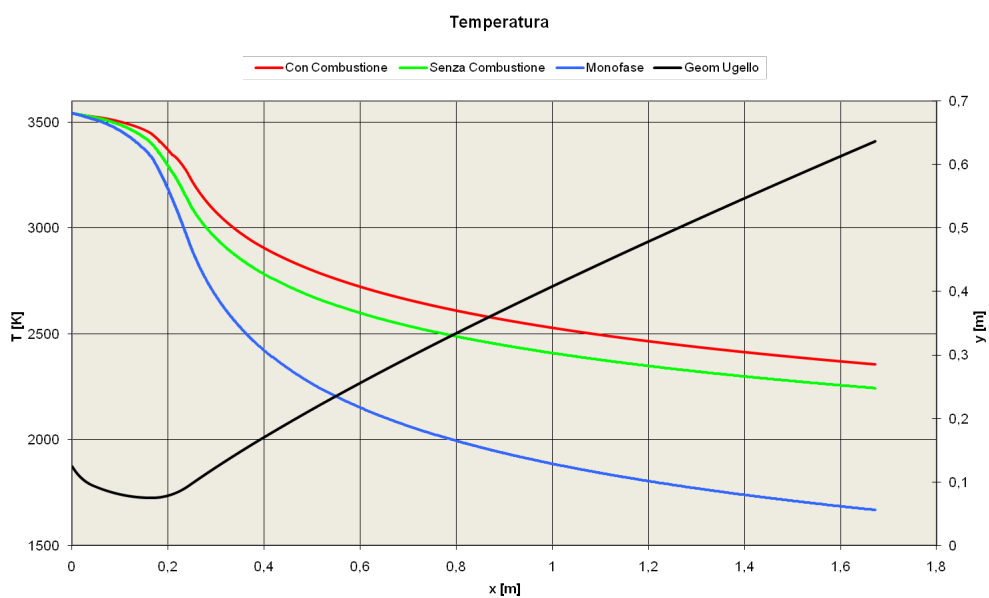


Figura 5.15: Andamento della temperatura per un'espansione con particolato che brucia e varia il proprio diametro in funzione del We

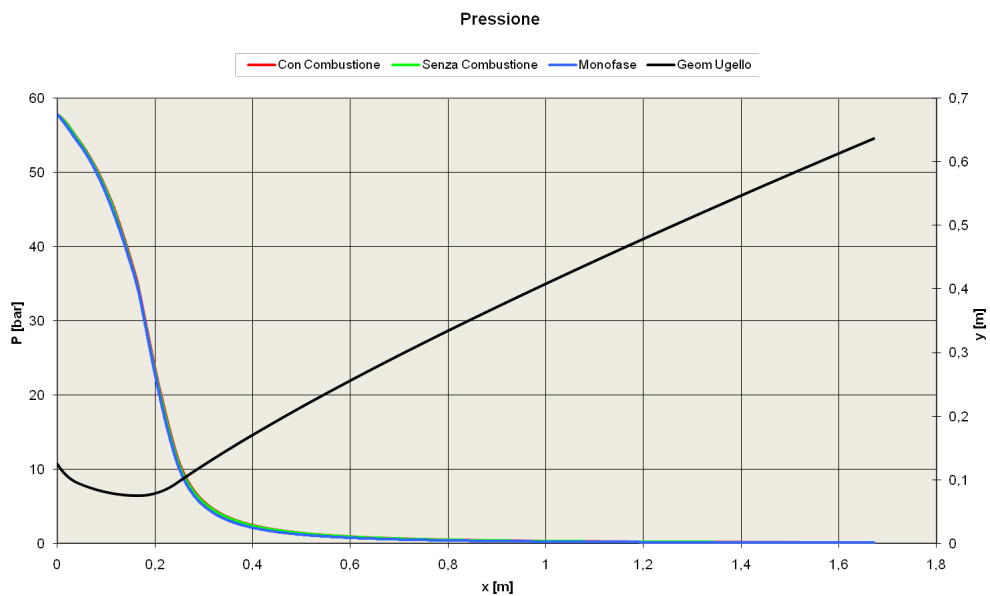


Figura 5.16: Andamento della pressione per un'espansione con particolato che brucia e varia il proprio diametro in funzione del We

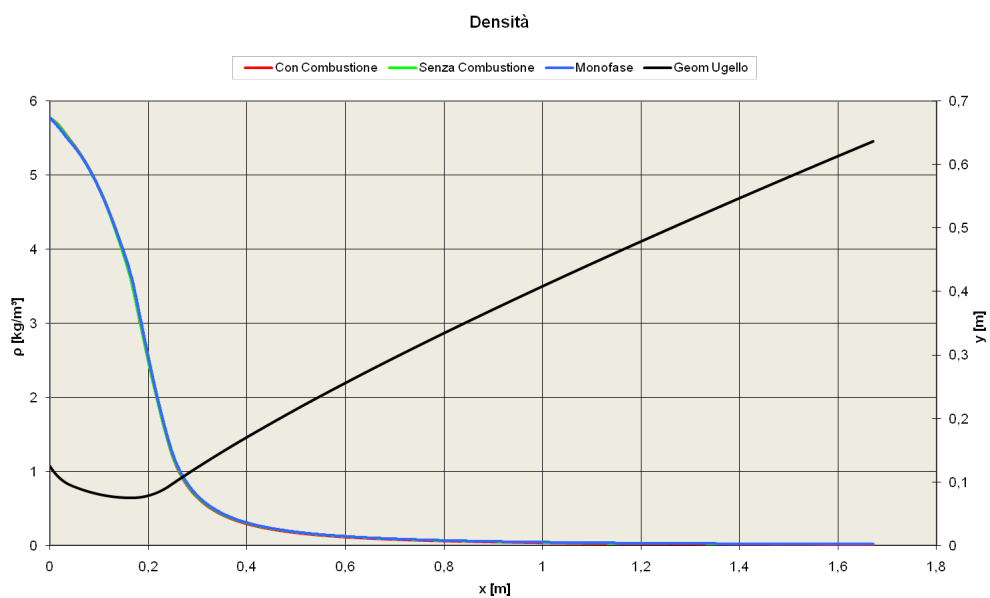


Figura 5.17: Andamento della densità per un'espansione con particolato che brucia e varia il proprio diametro in funzione del We

Gruppo	Tempo di residenza [s]	Tempo di combustione [s]
1	1.09002	0.48855
2	1.10367	0.47952
3	1.11751	0.47311
4	1.14762	0.34916
5	1.23439	0.66939

Tabella 5.3: Tempi di combustione e di residenza in ugello delle particelle

la velocità di efflusso sia maggiore se in ugello si ha combustione di particolato. Anche con questo modello di frantumazione delle particelle si può quindi affermare che la combustione apporta benefici in termini di prestazioni. Analogamente al caso precedente la temperatura risulta essere maggiore se in ugello si ha combustione, come dimostrato dalla figura 5.15. In figura 5.16 e 5.17 si vede invece come l'andamento di pressione e densità non presenti grossi cambiamenti, almeno dal punto di vista qualitativo, rispetto al caso monofase. Anche in questo caso può risultare interessante confrontare i tempi di residenza del particolato in ugello con quelli di combustione per verificare se la combustione viene effettivamente completata in ugello. In tabella 5.3 vengono riassunti i tempi di residenza e di combustione per tutti e cinque i gruppi di particelle analizzati. In questo caso non vi è più una proporzionalità diretta tra i diametri in ingresso e i tempi di residenza. Infatti, essendo il meccanismo di frantumazione utilizzato nel modello legato sia alla dimensione locale della particella che alle condizioni locali del fluido, è meno regolare. Questo fenomeno risulta molto chiaro anche in figura 5.18, in cui viene riportato graficamente il punto di fine combustione. In questo grafico viene anche riportata la sezione in cui si ha la fine dell'ugello utilizzato per la prova al banco. Da sottolineare il fatto che nella legenda vengono riportati i raggi delle particelle alla sezione di uscita, ma all'ingresso dell'ugello i raggi sono nettamente maggiori, come riassunto in tabella 5.1. Il grafico in questione è particolarmente interessante perché mostra come tutte le particelle terminino la combustione già nell'ugello in configurazione di prova. Purtroppo non ci sarà quindi da aspettarsi un grandissimo vantaggio apportato dalla combustione nell'ugello in configurazione volo rispetto a quello in configurazione di prova al banco.

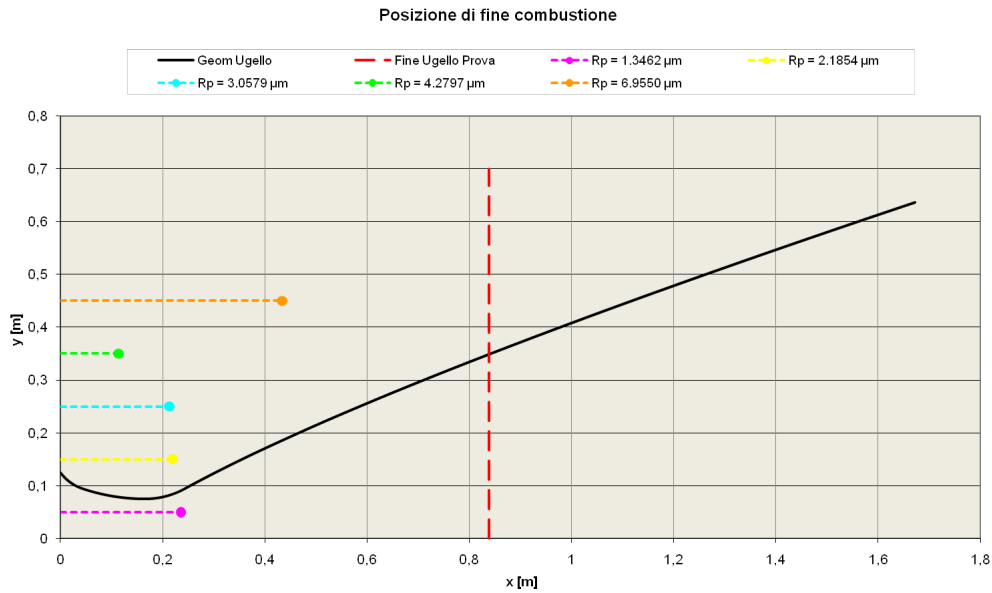


Figura 5.18: Punto di fine combustione del particolato

Studio del velocity lag Risulta particolarmente interessante andare ad analizzare nel dettaglio il velocity lag, cioè la differenza tra la velocità del gas e quella dei singoli gruppi di particelle, ora che non si ritiene più costante il diametro delle particelle stesse. In figura 5.19 si riporta l'andamento della velocità del gas (ovviamente durante l'espansione bifase) confrontato con l'andamento delle velocità dei singoli gruppi di particelle. Globalmente si può notare che anche in questo caso le particelle più piccole si adattano meglio al flusso, mentre quelle più grandi risultano più lente; non vi è però una distinzione così netta nella fase iniziale dell'espansione, in cui si hanno la maggior parte dei fenomeni di frantumazione ed in cui le curve si intrecciano tra loro. Tale considerazione risulta ancora più evidente in figura 5.20, in cui viene rappresentato direttamente il velocity lag per ciascun gruppo di particelle, definito come $V_{lag} = u_g - u_p$. Le curve presentano numerosi cambi di pendenza in corrispondenza delle sezioni in cui avvengono le frantumazioni che, come detto, si sono considerate istantanee. In entrambi i grafici in legenda si riporta il raggio minimo del particolato.

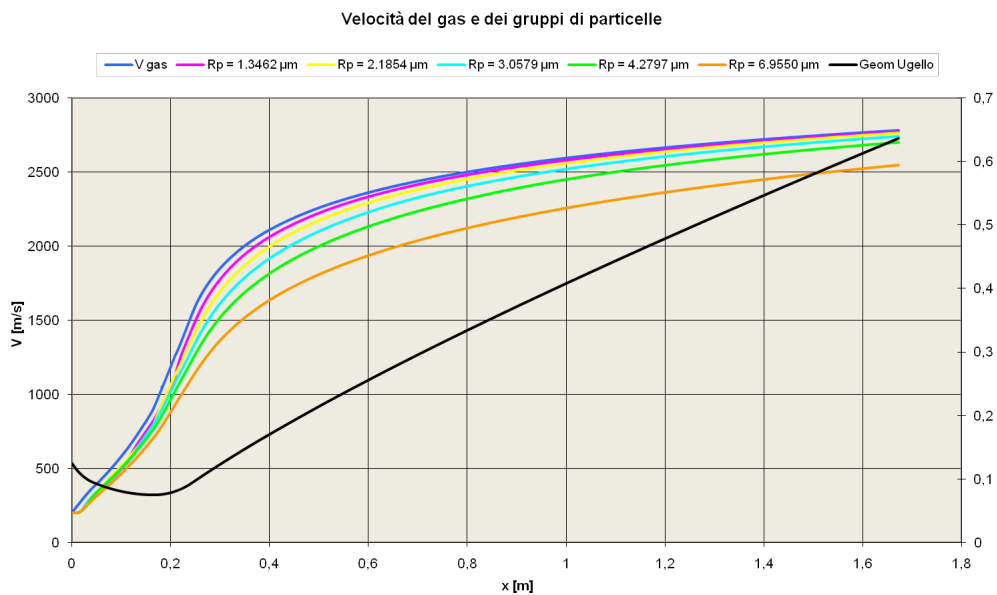


Figura 5.19: Velocità del gas confrontata con quella dei singoli gruppi di particelle

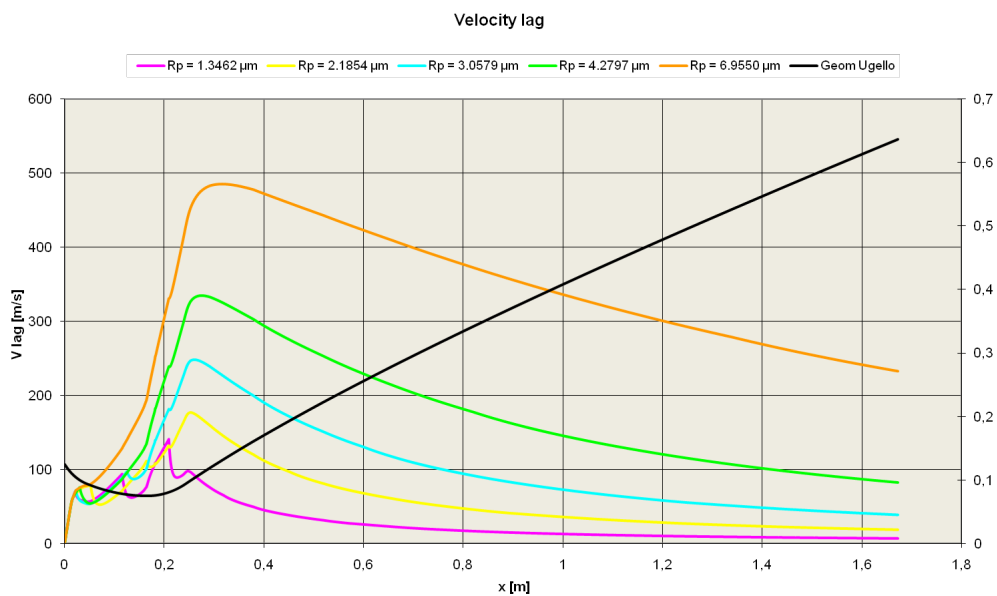


Figura 5.20: Andamento del velocity lag per i vari gruppi di particelle

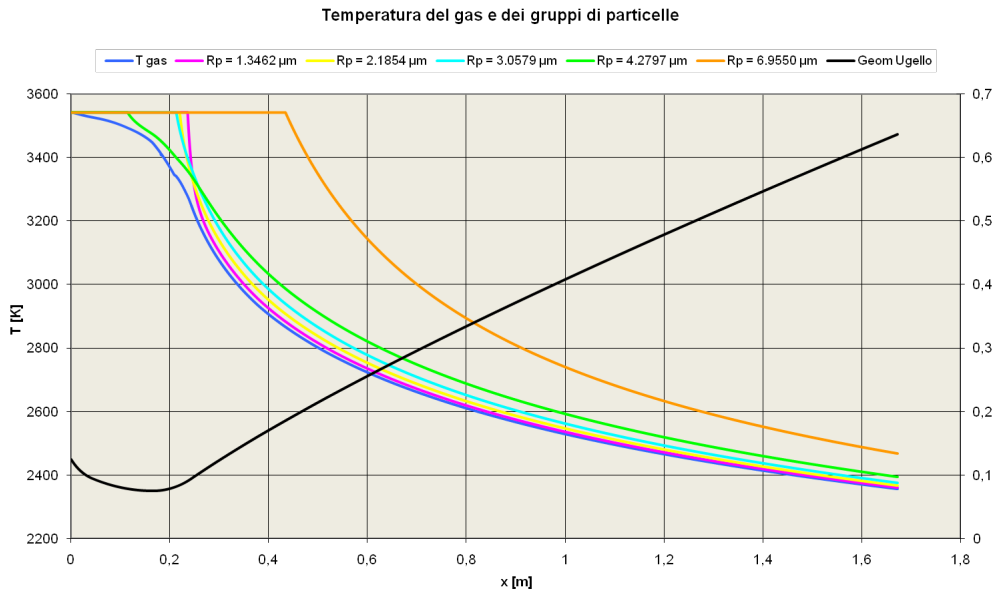


Figura 5.21: Temperatura del gas confrontata con quella dei singoli gruppi di particelle

Studio del termal lag Analogamente a quanto fatto con il velocity lag, risulta altrettanto interessante andare ad analizzare nel dettaglio il termal lag, cioè la differenza tra la temperatura del gas e quella dei singoli gruppi di particelle, ora che non si ritiene più costante il diametro delle particelle stesse. In figura 5.21 si riporta l'andamento della temperatura del gas confrontato con quello dei singoli gruppi. Come da ipotesi, la temperatura delle particelle si mantiene costante fintanto che continuano a bruciare. Una volta completata la combustione, le particelle vengono raffreddate dal gas. Si può notare come le particelle più piccole, pur in alcuni casi terminando la combustione dopo, abbiano un'inerzia termica minore e quindi si raffreddino più rapidamente. In figura 5.22 viene rappresentata graficamente la differenza di temperatura tra gas e particelle. Si può notare come il "termal lag", definito come $T_{lag} = T_p - T_g$, proceda con un andamento speculare a quello della temperatura del gas fintanto che la particella brucia, e che quindi mantiene la propria temperatura costante. Nel momento in cui invece la particella inizia ad essere raffreddata dal gas, il T_{lag} decresce in maniera tanto più accentuata quanto minore è il raggio della particella. In entrambi i grafici in legenda si

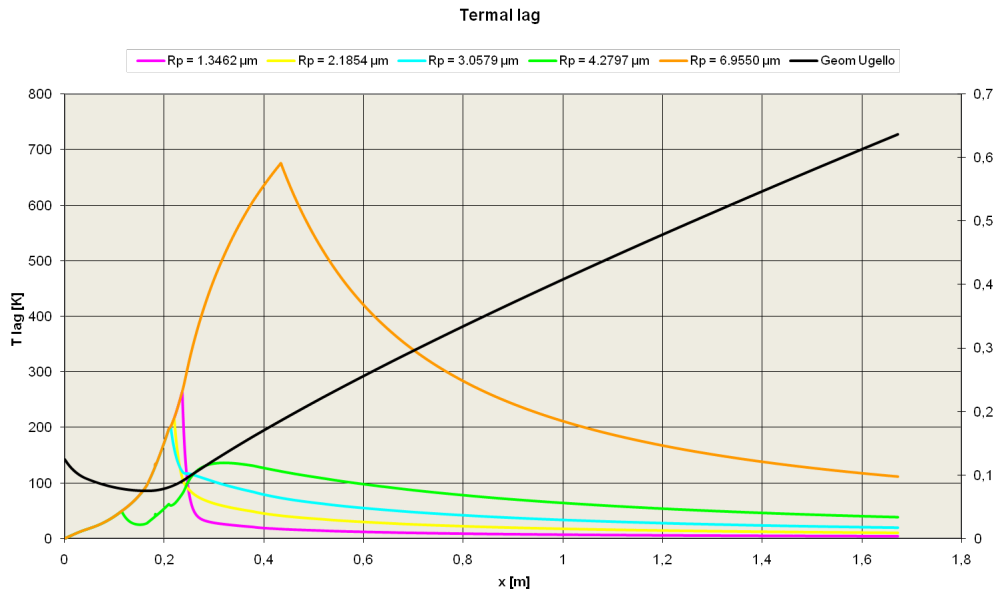


Figura 5.22: Andamento del termal lag per i vari gruppi di particelle

riporta il raggio minimo del particolato.

5.4 Studio dell'espansione con particolato che non partecipa alla combustione

Il modello presentato nei paragrafi precedenti cerca di modellare al meglio i complessi fenomeni di combustione e frantumazione che il condensato subisce in ugello. Per quanto le ipotesi e le semplificazioni fatte siano tante e, in alcuni casi, pesanti, si può ritenere che il fenomeno venga analizzato al meglio, compatibilmente con i tempi ed i mezzi a disposizione per questa tesi. Nei dati presentati però vi è ancora un'ipotesi che può essere analizzata ed eliminata. Infatti fino a questo sviluppo del codice si è considerato che tutto il particolato presente in ugello prendesse parte ai processi di combustione. Nella realtà ciò non è assolutamente vero. Solitamente infatti solo una piccola percentuale del particolato che arriva dalla camera di combustione è ancora incombusto e quindi può completare il processo in ugello. In questo

paragrafo si cercherà quindi di risalire alle percentuali di incombusto effettivamente presenti in ugello per modificare il 2PKTC in maniera da tenerne opportunamente conto. Infatti, i processi di interazione meccanica non sono influenzati dal fatto che il particolato bruci o meno, mentre i processi di scambio termico vengono modificati solo a causa della diversa temperatura delle particelle.

5.4.1 Stima delle percentuali di incombusto

Valutare per via sperimentale le percentuali di incombusto in camera di combustione è un processo molto complicato che richiede un opportuno apparato sperimentale. Per avere una stima di tale valore vengono usati codici di balistica interna. In [13] è riportato un dettagliato studio sulle percentuali di incombusto dei propulsori in produzione presso Avio. In particolare è stato studiato con attenzione anche il motore Zefiro 9, oggetto di questa tesi. Tale propulsore, a differenza, ad esempio, di Ariane 5, presenta una produzione di incombusto particolarmente significativa. Secondo i dati riportati, si assume che la percentuale di alluminio incombusto che arriva in ugello sia del 15.79%. Questo è un valore molto alto, dovuto alla particolare formulazione del propellente può essere ritenuta una stima abbastanza pessimistica dell'efficienza di combustione del grano propellente.

5.4.2 Modifica delle equazioni del 2PKTC

Considerare che in ugello arrivi del particolato che può in parte bruciare ed in parte soltanto influenzare il campo di moto non ha portato modifiche significative alle equazioni del codice. Infatti si è fatta l'ipotesi che, indipendentemente dal fatto che le particelle brucino o meno, i meccanismi di frantumazione non cambino. Ciò è verosimile in quanto il modello di frantumazione utilizzato si basa sostanzialmente sulle interazioni meccaniche tra particelle e fluido. Quindi si avrà ancora una distribuzione pentamodale di diametri per il particolato, ma si avranno ora dieci gruppi di particelle, cinque che partecipano alla combustione e cinque che invece non bruciano,

ma interagiscono soltanto dal punto di vista meccanico e termico. In altre parole per ciascun diametro considerato si avranno due gruppi di particelle che si frantumeranno nello stesso modo e nello stesso punto. Il 2PKTC si trova ora a risolvere un sistema di 26 equazioni, 6 relative alle grandezze fluidodinamiche, 10 per calcolare la velocità dei 10 gruppi di particelle considerati e 10 per calcolarne la temperatura. Si riporta do seguito l'equazione utilizzata per valutare il numero di Mach. Essa è formalmente identica alla 5.11, ma cambia l'indice della sommatoria

$$\begin{aligned} \frac{dM^2}{dA} = & -\frac{2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)M^2}{1-M^2} \frac{M^2}{A} + \\ & \frac{3kM^2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{4(1-M^2)} M^2 \frac{1}{u_g} \sum_{i=1}^{10} \frac{\dot{m}_{p_i} c_{D_i}}{\dot{m}} \frac{\rho_g (u_g - u_{p_i})^2}{\rho_{sp_i} r_{p_i} u_{p_i}} \frac{dx}{dA} + \\ & \frac{1+kM^2}{1-M^2} \frac{M^2}{dA} \sum_{i=1}^{10} \left(\frac{\dot{m}_{p_i}}{\dot{m}} \frac{1}{c_{p_g} T_g} \frac{3}{\rho_{sp_i} r_{p_i} u_{p_i}} [h_i (T_{p_i} - T_g) + \sigma \varepsilon_\lambda (T_{p_i}^4 - T_a^4)] \right) dx + \frac{dH}{\dot{m} c_{p_g} T_g} \end{aligned} \quad (5.16)$$

Nella formula 5.16, il termine dH è uguale a zero per le particelle che arrivano in ugello già completamente combuste, mentre è valutato come descritto nel paragrafo 5.2.2 per le particelle che effettivamente bruciano in ugello.

5.4.3 Analisi dei risultati del 2PKTC

Ancora una volta l'espansione è stata valutata con le condizioni al contorno descritte nel paragrafo 5.2.4. E' stato analizzato sia l'ugello utilizzato per la prova al banco, le cui caratteristiche geometriche sono riportate in tabella 2.15, sia quello che verrà utilizzato in volo e le cui caratteristiche sono riportate in tabella 2.16. Per motivi di spazio si riportano graficamente solo i risultati dell'ugello in configurazione di volo. Vengono riportati gli andamenti delle grandezze di interesse per il caso monofase, bifase con combustione e bifase senza combustione ma con interazioni termiche e meccaniche tra fase condensata e fase gassosa. Già ad una prima analisi qualitativa risulta evidente come il contributo della combustione si riduca notevolmente. Le

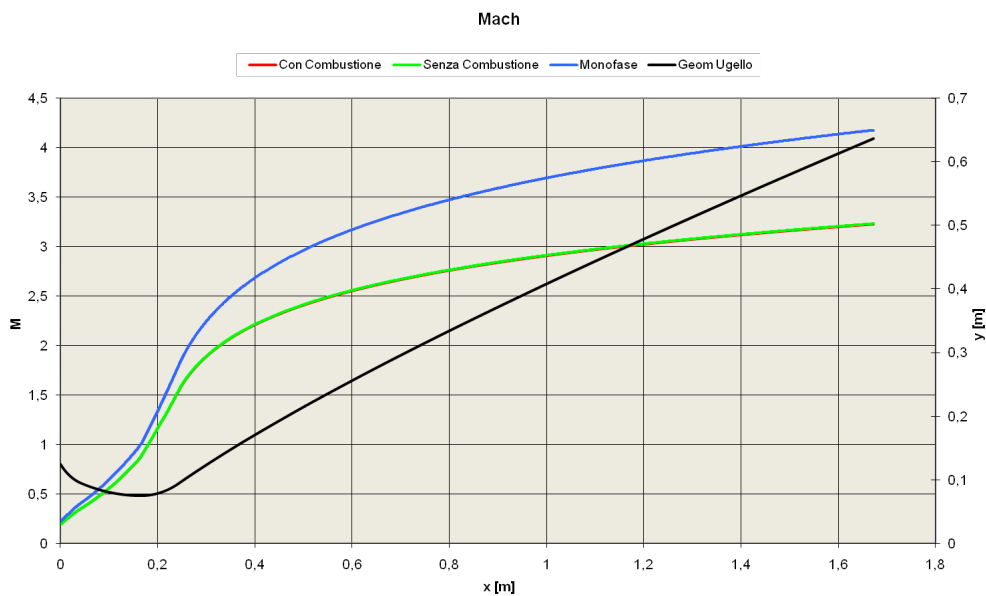


Figura 5.23: Andamento del Mach per un'espansione con particolato solo in parte incombusto

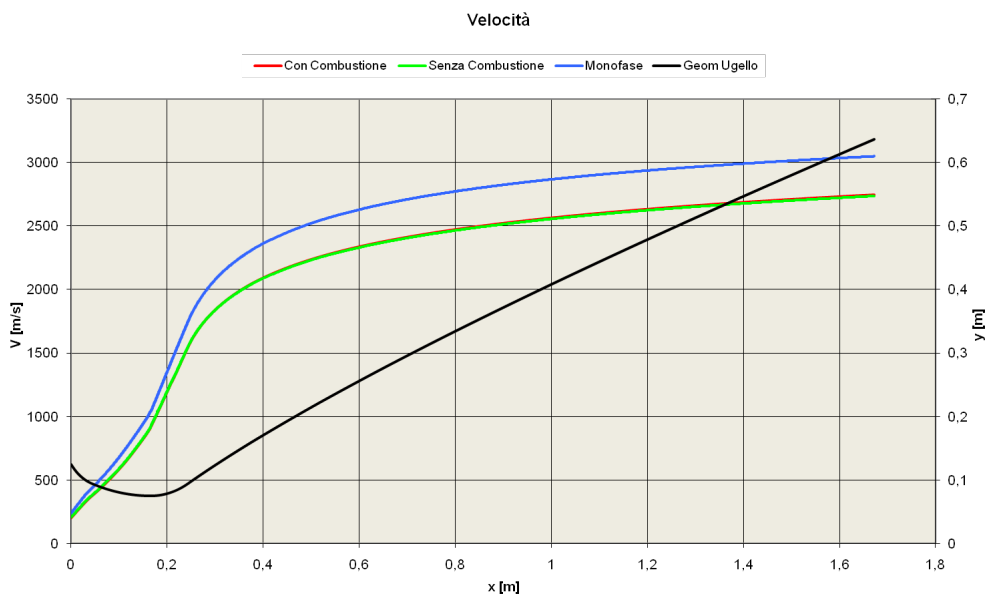


Figura 5.24: Andamento della velocità per un'espansione con particolato solo in parte incombusto

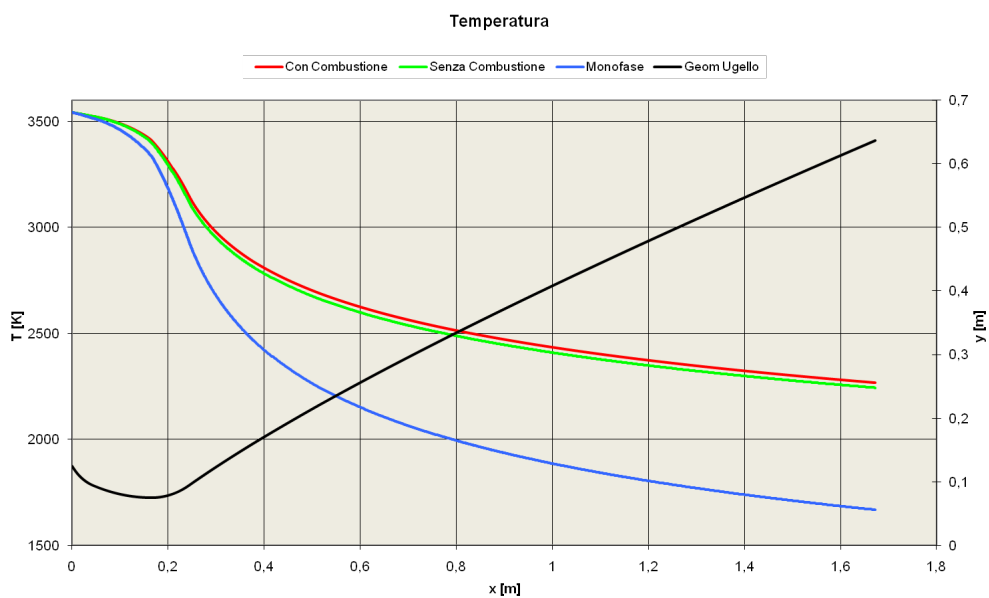


Figura 5.25: Andamento della temperatura per un'espansione con particolato solo in parte incombusto

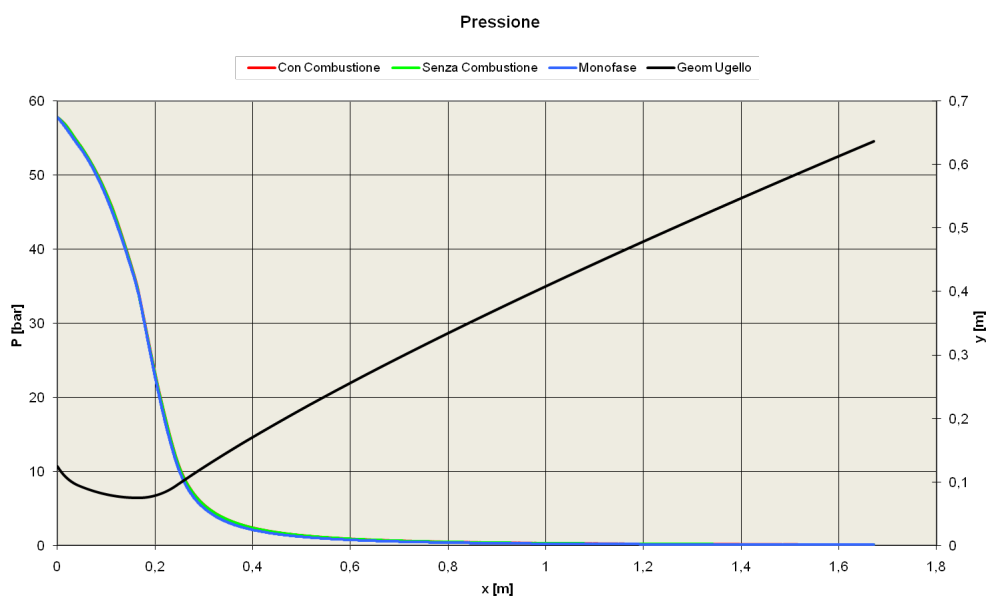


Figura 5.26: Andamento della pressione per un'espansione con particolato solo in parte incombusto

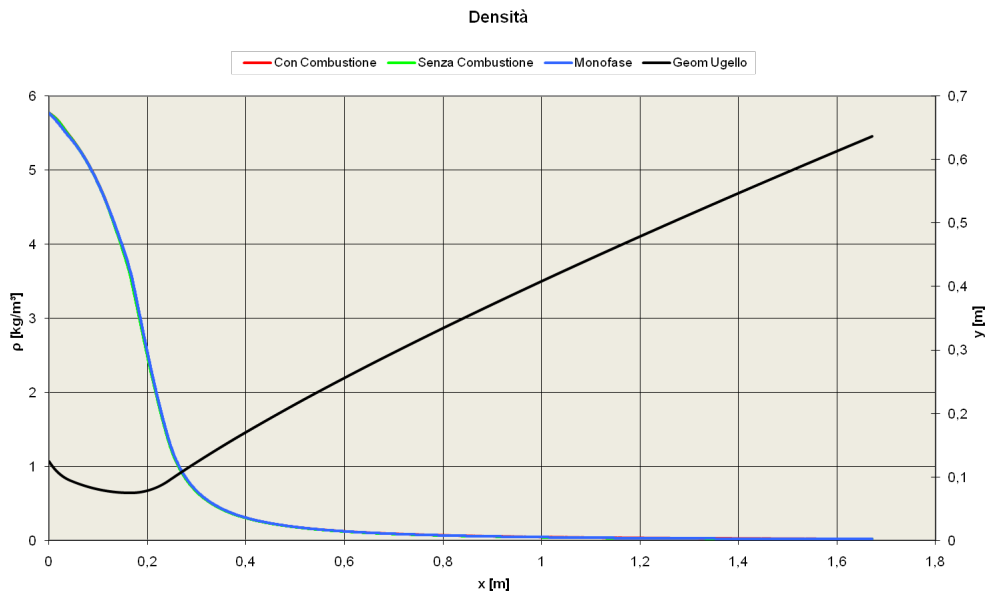


Figura 5.27: Andamento della densità per un'espansione con particolato solo in parte incombusto

curve con e senza combustione risultano infatti quasi sovrapposte anche per il numero di Mach e per la velocità, al contrario di quanto avveniva nei casi precedentemente analizzati. La figura 5.23, che rappresenta l'andamento del numero di Mach, mostra come in questo caso la sezione sonica sia quasi coincidente con e senza combustione. In figura 5.24 invece si vede come la velocità di efflusso sia ancora maggiore se in ugello si ha combustione di particolato, ma questo incremento è nettamente inferiore. Quindi se è ancora vero che la combustione apporta dei benefici, questi benefici sono notevolmente ridotti. Analogamente anche la temperatura risulta essere maggiore se in ugello si ha combustione, ma lo scarto rispetto al caso senza combustione si riduce sensibilmente. Il confronto tra i tempi di residenza del particolato in ugello con quelli di combustione non subisce invece grossi cambiamenti rispetto al caso precedente, infatti le velocità in gioco sono molto simili e quindi anche i meccanismi di frantumazione avvengono in maniera del tutto simile a quanto riportato nel paragrafo 5.3.2.4. Rimane quindi verificato il fatto che tutte le particelle terminano la combustione già nell'ugello in configurazione di prova e quindi non c'è un grandissimo vantaggio apportato dalla combustione

nell'ugello in configurazione volo rispetto a quello in configurazione di prova al banco.

Capitolo 6

Conclusioni e sviluppi futuri

Nei capitoli precedenti si è cercato di spiegare nella maniera più esaustiva possibile il procedimento con cui è stato sviluppato il 2PKTC. Per ogni step di progetto si sono elencate le ipotesi principali, sottolineandone gli eventuali limiti. Parallelamente, si sono riportati i risultati ottenuti sotto forma di andamenti delle grandezze tipiche di interesse durante l'analisi di un'espansione gasdinamica. Nel capitolo 5 è stata analizzata la versione finale del codice sviluppato in questa tesi, cercando di dimostrarne la validità teorica e la fondatezza delle ipotesi fondamentali inevitabilmente adottate. Rimane ora da analizzare i dati ottenuti per capire come possano essere utili a livello industriale.

6.1 Analisi dei dati ottenuti con il 2PKTC

Tutti i grafici ed i risultati riportati nei capitoli precedenti sono utili per capire i fenomeni che agiscono durante l'espansione nell'ugello e per fare importanti considerazioni sugli aspetti termofluidodinamici che influiscono sul gas e sul particolato. A livello industriale però la domanda alla quale si voleva cercare di trovare una risposta è quella legata al possibile recupero, in termini di I_{sp} , dovuto alla presenza di particolato che brucia durante la permanenza in ugello. Come già accennato, durante i test al banco fatti sullo stadio Z9 di Vega, si sono misurate sperimentalmente prestazioni inferiori

rispetto a quelle attese dai calcoli teorici e, attraverso un preciso processo di estrapolazione dei dati, si prevede che anche in volo le prestazioni risultino inferiori rispetto a quelle attese. Durante questi tiri al banco però è stato utilizzato un ugello a rapporto di espansione ridotto. Ci si è chiesti allora se, in volo, avendo un ugello con rapporto di espansione maggiore (più del triplo rispetto al tiro al banco), si potesse avere durante l'espansione un recupero di prestazioni legato alla combustione dell'alluminio. Tale speranza è stata avvalorata anche dal fatto che, a causa della particolare formulazione del grano propellente di Z9, la percentuale di incombusto in camera di combustione risulta particolarmente elevata rispetto ad altri propulsori. Va inoltre sottolineato nuovamente come i codici di calcolo attualmente a disposizione di Avio non siano in grado di tenere conto dell'eventuale combustione di particolato in ugello.

Per provare a rispondere a questo difficile quesito il 2PKTC è stato utilizzato per analizzare le prestazioni dell'ugello sia con rapporto di espansione $\varepsilon = 72.45$, cioè in configurazione di volo, sia con rapporto di espansione $\varepsilon = 21.77$, cioè in configurazione di prova al banco. Dai risultati ottenuti è stato calcolato l'impulso specifico ponderale nel vuoto. Tale impulso specifico è risultato sovrastimato sia rispetto ai valori sperimentali che rispetto ai valori predetti con i codici di calcolo utilizzati in Avio. La cosa non deve sorprendere in quanto nel codice sviluppato in questa tesi non si tiene conto di alcune perdite che sono inevitabilmente presenti durante l'espansione e che vengono calcolate abbastanza accuratamente dall'SPP. Non si tiene infatti conto, ad esempio, della presenza di strato limite, della sommergenza dell'ugello, dell'erosione di gola e di altri fattori che comportano perdite più o meno significative di prestazioni. Per questa ragione un confronto diretto con i risultati dell'SPP o con i risultati sperimentali può sembrare fuorviante ed inutile. Molto più significativa risulta invece l'analisi dell'incremento di prestazioni tra l'espansione senza combustione e quella con combustione fatta, in entrambi i casi, con il 2PKTC. Infatti a parità di ipotesi e di "imprecisioni", può essere stimato il contributo effettivo della combustione del particolato. Ancora più interessante può essere un confronto relativo tra l'effetto della combustione nel caso di ugello a rapporto di espansione ridotto

(banco) e a rapporto di espansione reale (volo). Tale confronto può permettere di capire se sul valore di I_{sp} in volo si potrà avere o meno un incremento significativo legato alla combustione. In tabella 6.1 e 6.2 si riporta un elenco completo di tutte le analisi effettuate sia con il 2PKTC sia con l'SPP. Vengono riportati i risultati ottenuti con l'ugello utilizzato per la prova al banco, nella tabella denominata Z9A-TEST e quelli ottenuti con l'ugello in configurazione di volo, nella tabella denominata Z9A-SRM. Vengono inoltre riportati i dati di input per le principali grandezze in camera di combustione, che sono i valori sperimentalmente misurati a transitorio esaurito. In tabella sono riportati i risultati ottenuti con il 2PKTC per i vari gradi di approssimazione con cui è possibile utilizzare il programma. In particolare, 1P indica l'analisi di un flusso monofase, 2PK indica un flusso bifase con particolato che interagisce solo meccanicamente con flusso, 2PKT indica un flusso bifase con particolato in ritardo cinetico e che scambia calore con il flusso e 2PKTC indica infine un flusso bifase che interagisce termicamente e meccanicamente con il flusso e con il particolato incombusto che termina la combustione durante l'espansione.

Come precedentemente anticipato, il valore ottenuto con il 2PKTC risulta abbondantemente sovrastimato. In tabella 6.3 si riporta l'errore rispetto all' I_{sp} calcolato con l'SPP e rispetto a quello misurato sperimentalmente sia in configurazione sperimentale che di volo. Come si può notare l'errore è significativo, soprattutto se comparato al valore sperimentale. Questo però non inficia la bontà del lavoro svolto in quanto un simile errore era prevedibile e previsto già in partenza, quando si è coscientemente scelto, per motivi di tempo, di trascurare alcune fonti di perdita di impulso specifico.

E' invece molto interessante andare ad studiare la tabella 6.4 in cui si riporta l'incremento in termini di impulso specifico calcolato con il 2PKTC nel caso in cui si consideri la combustione del particolato incombusto rispetto al caso in cui la combustione non viene invece considerata. Nel dettaglio, $\Delta I_{sp} = I_{sp,2PKTC} - I_{sp,2PKT}$. Tale incremento è percentualmente piuttosto ridotto e supera di poco lo 0.4% nel caso di ugello a rapporto di espansione $\varepsilon = 72.45$. Inoltre se si analizza l'incremento tra ugello in configurazione di prova e quello in configurazione di volo si nota come l'aver un ugello con

Z9A-TEST						
INPUT						
	IP	2PK	2PKT	2PKTC	SPP	Sperimentale
$T_c [K]$	3542.34	3542.34	3542.34	3542.34	3542.34	3542.34
$P_c [bar]$	57.79	57.79	57.79	57.79	57.79	57.79
$\rho_c [\frac{kg}{m^3}]$	5.77	5.77	5.77	5.77	5.77	5.77
k	1.1296	1.1296	1.1296	1.1296	-	-
M_m	29.398	29.398	29.398	29.398	-	-
$A_e [m^2]$	0.3826	0.3826	0.3826	0.3826	0.3826	0.3826
$A_t [m^2]$	0.0176	0.0176	0.0176	0.0176	0.0176	0.0176
A_e/A_t	21.77	21.77	21.77	21.77	21.77	21.77
OUTPUT						
$Mach$	3.5144	2.8800	2.7965	2.7909	-	-
$u_e [\frac{m}{s}]$	2790.786	2473.945	2485.283	2493.558	-	-
$T_e [K]$	1973.845	2309.484	2471.005	2495.896	-	-
$P_e [bar]$	0.353295	0.4137652	0.4251799	0.4275395	-	-
$\dot{m} [\frac{kg}{s}]$	65.979	58.536	57.288	57.168	-	-
$I_{sp, vac} [s]$	305.4740	279.8526	282.3869	283.4528	278.0163	271.899

Tabella 6.1: Riassunto dei risultati ottenuti con il 2PKTC per ugello a rapporto di espansione $\varepsilon = 21.77$

Z9A-SRM						
INPUT						
	1P	2PK	2PKT	2PKTC	SPP	Sperimentale
$T_c [K]$	3542.34	3542.34	3542.34	3542.34	3542.34	3542.34
$P_c [bar]$	57.79	57.79	57.79	57.79	57.79	57.79
$\rho_c [\frac{kg}{m^3}]$	5.77	5.77	5.77	5.77	5.77	5.77
k	1.1296	1.1296	1.1296	1.1296	-	-
M_m	29.398	29.398	29.398	29.398	-	-
$A_e [m^2]$	1.2733	1.2733	1.2733	1.2733	1.2733	1.2733
$A_t [m^2]$	0.0176	0.0176	0.0176	0.0176	0.0176	0.0176
A_e/A_t	72.45	72.45	72.45	72.45	72.45	72.45
OUTPUT						
$Mach$	4.1691	3.3383	3.2314	3.2258	-	-
$u_e [\frac{m}{s}]$	3046.321	2709.636	2735.921	2746.212	-	-
$T_e [K]$	1671.225	2061.775	2243.659	2266.759	-	-
$P_e [bar]$	0.0828261	0.101923	0.1059277	0.1064917	-	-
$\dot{m} [\frac{kg}{s}]$	65.979	58.536	57.288	57.168	-	-
$I_{sp,vac} [s]$	326.9380	298.9145	302.9948	304.2229	299.5500	294.6600

Tabella 6.2: Riassunto dei risultati ottenuti con il 2PKTC per ugello a rapporto di espansione $\varepsilon = 72.45$

	Z9A-TEST		Z9A-SRM	
	SPP	Sperimentale	SPP	Sperimentale
$\Delta I_{sp} [s]$	5.4365	11.5538	4.6729	9.5629
$\Delta I_{sp} \%$	1.9179	4.0761	1.5360	3.1434

Tabella 6.3: Differenza del valore di I_{sp} calcolato con il 2PKTC rispetto a SPP e dato sperimentale

	Z9A-TEST	Z9A-SRM
$\Delta I_{sp} [s]$	1.0659	1.2281
$\Delta I_{sp} \%$	0.377	0.405

Tabella 6.4: Incremento di I_{sp} valutato con il 2PKTC dovuto alla combustione rispetto al caso senza

	Incremento
$\Delta I_{sp} [s]$	0.1622
$\Delta I_{sp} \%$	0.0279

Tabella 6.5: Recupero di I_{sp} in volo rispetto al caso al banco

rapporto di espansione maggiore non porti grandi benefici. Infatti in tabella 6.5 si riassume come il recupero in volo, rispetto al caso al banco, dovuto alla combustione sia solo di 0.1622 secondi o, in termini percentuali, dello 0.028%. Tale risultato non è purtroppo una buona notizia, in quanto significa che difficilmente in volo ci si potrà aspettare prestazioni che si avvicinano maggiormente a quelle previste dai calcoli teorici o, almeno, non per merito del completamento della combustione in ugello da parte del particolato. Del resto queste considerazioni erano prevedibili già dalle analisi fatte nel capitolo 5 in cui, ad esempio in figura XX, si notava come il particolato completasse la combustione già nell'ugello più corto utilizzato per la prova al banco.

6.2 Sensibilità del codice alle possibili fonti di errore

Tutti i dati riportati in questa tesi sono stati ottenuti facendo ipotesi il più possibile veritiere. Inevitabilmente però alcuni parametri, che si sono considerati costanti, sono stati scelti in base a dati reperiti in letteratura e della cui correttezza non si può essere totalmente sicuri. Nella maggior parte dei casi per migliorare la precisione del 2PKTC sarebbe necessario stravolgere completamente il codice ed avere a disposizione nuovi dati sperimentali. Purtroppo ciò non è, per ovvi motivi, praticamente fattibile. Per cercare però di ottenere una stima del possibile errore commesso si sono scelti 4 dei

Tensione Superficiale	Valore nominale	+20%	-20%
$u_e[\frac{m}{s}]$	2492.633	2491.631	2493.794
$p_e[bar]$	0.4278	0.4269	0.4285
$\dot{m}[\frac{kg}{s}]$	57.2331	57.2133	57.2132
$I_{sp}[s]$	283.4014	283.2516	283.5804
$\Delta I_{sp}[s]$	-	0.14979	-0.17903
$\Delta I_{sp}\%$	-	0.05285	-0.06317

Tabella 6.6: Variazione delle prestazioni al variare del valore di tensione superficiale

parametri su cui si è più incerti e si è studiato come una possibile variazione di ciascuno di essi possa influenzare i risultati ottenuti. In particolare, si sono scelti quei parametri che vanno a modificare la parte relativa alla combustione del particolato, perché è la parte in cui si vuole ottenere una stima il più possibile precisa.

6.2.1 Variazione della tensione superficiale

Per studiare il meccanismo di frantumazione secondo la teoria di Weber e, più nel dettaglio, per valutare il numero di Weber We è stato necessario conoscere il valore di tensione superficiale della particella σ . Tale valore, grazie ai dati forniti in [22], è noto per l'allumina e per l'alluminio. La particella però non è omogenea, non è cioè completamente composta da allumina, né completamente composta da alluminio. Il valore utilizzato potrebbe quindi essere errato. Si è studiato come una variazione del $\pm 20\%$ di tale valore andasse ad influenzare i dati del 2PKTC. In tabella 6.6 vengono riportati i risultati ottenuti per l'espansione nell'ugello in configurazione di volo. Come si può notare variare il valore della tensione superficiale non fa variare sensibilmente i risultati ottenuti.

% Incombusto	Valore nominale	+20%	-20%
$u_e [\frac{m}{s}]$	2492.633	2494.642	2491.729
$p_e [bar]$	0.4278291	0.4279404	0.4271726
$\dot{m} [\frac{kg}{s}]$	57.2331	57.2116	57.2549
$I_{sp} [s]$	283.4013	283.6248	283.2532
$\Delta I_{sp} [s]$	-	-0.22345	0.14813
$\Delta I_{sp} \%$	-	-0.07884	0.05226

Tabella 6.7: Variazione delle prestazioni al variare della percentuale di incombusto

6.2.2 Variazione delle percentuali di alluminio incombusto

Per lo sviluppo del codice si sono considerati i dati sulla presenza del particolato in ugello ottenuti tramite l'SPP. Accettando come veri tali risultati, in base a prove sperimentali riportate ed analizzate in [13] si considera che solo il 15.79% del particolato presente in ugello rimanga incombusto. Anche in questo caso però si è messo in dubbio la certezza di tale valore, andando ad analizzare una variazione del $\pm 20\%$. Non è stata però variata la frazione massica di particolato presente in ugello, sia esso incombusto o meno. In tabella 6.7 vengono riportati i risultati ottenuti per l'espansione nell'ugello in configurazione di volo. Come si può notare variare la percentuale di incombusto non fa variare sensibilmente i risultati ottenuti. Inoltre una percentuale di incombusto maggiore porta ad un impulso specifico leggermente maggiore. Questo risultato potrebbe sembrare un controsenso. Infatti un'alta presenza di incombusto è solitamente sinonimo di una scarsa qualità della combustione in camera di combustione. Va però sottolineato come il risultato qui riportato venga ottenuto a parità di condizioni in camera. Quindi ciò che varia è solo il contributo rilasciato durante l'espansione che, con più particolato combustibile, porta ad un maggior recupero di I_{sp} .

En. reazione	Valore nominale	+20%	-20%
$u_e[\frac{m}{s}]$	2745.073	2745.825	2738.809
$p_e[bar]$	0.1065	0.1065	0.1060
$\dot{m}[\frac{kg}{s}]$	57.2331	57.2331	57.3529
$I_{sp}[s]$	304.0967	304.1550	303.4936
$\Delta I_{sp}[s]$	-	-0.05828	0.80707
$\Delta I_{sp}\%$	-	-0.01916	0.26540

Tabella 6.8: Variazione delle prestazioni al variare dell'entalpia di reazione

6.2.3 Variazione dell'entalpia di reazione

Per tener conto della combustione nello sviluppo del 2PKTC si è imposta un'entalpia di reazione costante e pari a quella idealmente ottenibile dalla reazione 5.1. In questa fase ci si vuole però chiedere come una variazione di $\pm 20\%$ rispetto a tale valore influenzi i risultati nominali. In tabella 6.8 vengono riportati i risultati ottenuti per l'espansione nell'ugello in configurazione di volo. Anche in questo caso le variazioni di I_{sp} rispetto al valore nominale sono percentualmente abbastanza ridotte, anche se si può notare un'asimmetria.

6.2.4 Variazione del coefficiente di scambio termico conduttivo k

Nel 2PKTC non si tiene conto degli scambi termici conduttivi, sembrerebbe quindi inopportuno andare ad analizzare l'influenza della variazione del coefficiente di scambio termico conduttivo. Va però ricordato che il maggior contributo agli scambi termici tra particelle e gas è dato dalla convezione. Ma il coefficiente di scambio termico convettivo h è valutato come

$$h = \frac{Nu \cdot k}{d_p} \quad (6.1)$$

Il numero di Nusselt viene valutato a ciascun passo di integrazione e dipende da Re e Pr , il raggio della particella viene a sua volta valutato ad ogni passo di integrazione, mentre il valore di k viene considerato costante. Un'errore

k conduttivo	Valore nominale	+20%	-20%
$u_e \left[\frac{m}{s} \right]$	2745.073	2747.698	2742.407
$p_e [bar]$	0.1065	0.1066	0.1065
$\dot{m} \left[\frac{kg}{s} \right]$	57.2331	57.2014	57.2671
$I_{sp} [s]$	304.0967	304.3851	303.8010
$\Delta I_{sp} [s]$	-	-0.28841	0.29567
$\Delta I_{sp} \%$	-	-0.09484	0.09723

Tabella 6.9: Variazione delle prestazioni al variare del coefficiente di scambio termico conduttivo

sul coefficiente di scambio termico conduttivo andrà ad influenzare lo scambio termico convettivo, portando potenzialmente ad errori considerevoli. Per questo motivo si è valutata una variazione del $\pm 20\%$ rispetto al valore del coefficiente di scambio termico conduttivo utilizzato nel 2PKTC. In tabella 6.9 vengono riportati i risultati ottenuti per l'espansione nell'ugello in configurazione di volo. Anche in questo caso si può notare come una variazione rispetto al valore nominale di k non comporti grosse variazioni sul valore di impulso specifico.

6.2.5 Stima dello scarto quadratico medio

Una volta effettuate tutte le analisi sulle singole potenziali fonti di errore si è andato a valutare lo scarto quadratico medio. Definito, come nelle tabelle precedenti, $\Delta I_{sp,j} = I_{sp,nom} - I_{sp,j}$, è stato valutato uno scarto positivo come

$$\sigma^+ = \sqrt{\frac{\sum_j (\Delta I_{sp,j}^+)^2}{N}} \quad (6.2)$$

dove con ΔI_{sp}^+ si indicano le variazioni di impulso specifico positive. Analogamente si può valutare

$$\sigma^- = \sqrt{\frac{\sum_j (\Delta I_{sp,j}^-)^2}{N}} \quad (6.3)$$

dove con ΔI_{sp}^- si indicano le variazioni negative. Così facendo si è sono ottenuti i risultati riportati in tabella 6.10. Lo scarto risulta asimmetrico

σ^+	0.44248
σ^-	0.20528

Tabella 6.10: Scarto quadratico medio rispetto al valore nominale di I_{sp}

a causa soprattutto della netta asimmetria che si riscontra facendo variare l'entalpia di reazione, come descritto nel paragrafo 6.2.3.

6.3 Considerazioni finali

Il problema della combustione del particolato durante l'espansione in ugello è un problema molto controverso e complicato. Gli aspetti da tenere in considerazione sono tanti e molti dei fenomeni che entrano in gioco sono strettamente legati gli uni con gli altri. Con le dovute approssimazioni e semplificazioni, in questa tesi si è cercato di analizzare il problema al meglio sulla base delle conoscenze attuali e del tempo a disposizione. Il modello con cui è stato sviluppato il 2PKTC può essere considerato un buon modello, sebbene quasi-monodimensionale. Ovviamente un modello bi o addirittura tridimensionale sarebbe molto più accurato e potenzialmente potrebbe permettere analisi molto più precise, ma i tempi e i costi necessari a sviluppare un codice del genere sarebbero eccessivi. In base ai risultati ottenuti uno sforzo del genere sembrerebbe doppiamente inutile, infatti si è potuto verificare con il lavoro di questa tesi che anche in situazioni con alta percentuale di incombusto in arrivo in ugello, come nel caso di Z9, il recupero di impulso specifico risulta percentualmente abbastanza ridotto. Modelli più accurati del 2PKTC potrebbero forse smentire questi risultati, anche se dagli studi svolti e riportati nei paragrafi precedenti sembrerebbe che non ci sia un grosso margine di guadagno.

L'aspetto più difficile da analizzare e che forse potrebbe essere più impreciso è quello legato ai meccanismi di frantumazione del condensato in ugello. Modelli più precisi, basati magari su indagini sperimentali e che possano tener conto anche dei fenomeni di riagggregazione del particolato potrebbero portare ad ottenere tempi di combustione del particolato maggiori e quindi

ad un più sensibile contributo della combustione in ugello. Ad oggi però, sulla base delle conoscenze a nostra disposizione, si può affermare che la combustione in ugello non porta a sensibili recuperi di impulso specifico.

6.4 Sviluppi futuri

Molti studi interessanti potrebbero essere intrapresi a questo punto, prendendo vita dalla presente tesi. Il più naturale sviluppo sarebbe quello legato ad un modello CFD dell'espansione gasdinamica nell'ugello. Tale modello permetterebbe di tener conto di tutte le fonti di perdita di impulso specifico e, se integrato con considerazioni sulla combustione del particolato incombusto in ugello, fornirebbe un'accuratezza di analisi ad oggi molto superiore rispetto a tutti i codici a disposizione di Avio e non solo. Un modello di tale portata, per quanto molto complesso e di difficile sviluppo, permetterebbe di migliorare la precisione delle predizioni sulle prestazioni dei propulsori.

Un altro interessante studio potrebbe essere rivolto ai meccanismi di frantumazione e riaggregazione in ugello. Tale studio potrebbe essere svolto sia a livello numerico che a livello sperimentale. Infatti per poter creare un modello numerico fedele e preciso sarebbe necessaria una campagna sperimentale che permetta di comprendere e conoscere nel dettaglio i complessi fenomeni a cui il particolato è sottoposto durante l'espansione in ugello. Conoscere e riuscire a modellare al meglio il comportamento del particolato in ugello consentirebbe di essere maggiormente sicuri sulla bontà dei risultati ottenuti al momento di considerare la combustione in ugello.

Infine, un ultimo interessante sviluppo potrebbe essere quello di integrare il 2PKTC o i futuri codici sviluppati a partire da questo con un calcolo di cinetica chimica, che permetterebbe di conoscere nel dettaglio la composizione chimica e le proprietà della miscela in espansione e di valutare quindi al meglio il contributo della combustione in ugello.

Appendice A

Endoreattori a propellente solido

In appendice si desidera trattare brevemente gli endoreattori a propellente solido. Le caratteristiche più importanti degli endoreattori a propellente solido sono la notevole semplicità e prontezza d'impiego abbinate ad una discreta economia di realizzazione. Sono infatti motori dalla struttura molto semplice, capaci di produrre prestazioni di livello elevato, tanto da essere ad oggi utilizzati come booster per i più grandi lanciatori spaziali come i vettori dello U.S. Space Shuttle o l'europeo Ariane 5. A differenza di quanto accade per gli endoreattori a propellente liquido, non necessitano di un sistema di alimentazione essendo il propellente già stivato nella camera di combustione. Di conseguenza, il numero e la complessità dei componenti mobili costituenti il motore sono estremamente limitati: ciò si traduce in costi di sviluppo e produzione decisamente più contenuti oltre che in una maggiore adattabilità, essendo l'apparato propulsivo meno soggetto a malfunzionamenti di componenti accessori. I propellenti solidi inoltre possono essere stivati anche per un lungo periodo (da 4 a 10 anni) senza subire apprezzabili deterioramenti. Un altro vantaggio è rappresentato dalla relativa semplicità nel costruire motori di grandi dimensioni sfruttando la tecnica di segmentazione, secondo la quale il motore viene assemblato grazie all'utilizzo di più segmenti ognuno dei quali può essere prodotto separatamente: così facendo, le operazioni di fabbricazione, di collaggio, di trasporto e di preparazione al lancio sono decisamente più rapide. Questa semplicità di funzionamento e soprat-

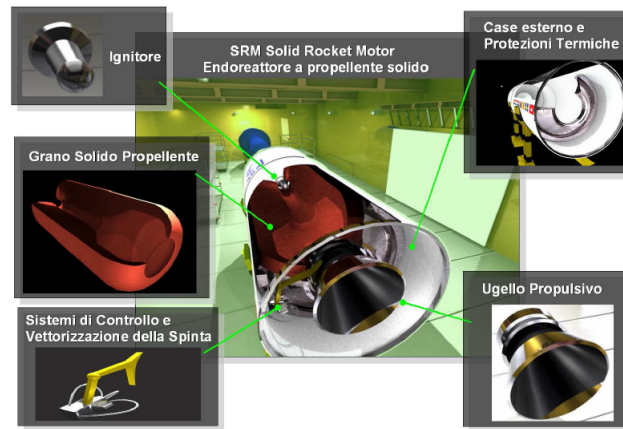


Figura A.1: Gli elementi che costituiscono un endoreattore a solido

tutto impiantistica la si paga con una possibilità di controllo delle prestazioni (intesa come regolazione della spinta durante la missione) decisamente limitata e con la totale impossibilità di spegnimento e riaccensione. Quindi la semplicità realizzativa viene equilibrata da una estrema crucialità della fase progettuale, in cui è essenziale svolgere un ottimo lavoro di previsione delle prestazioni, non potendo avere alcuna forma di controllo su di esse durante l'effettivo funzionamento del razzo. Inoltre è necessario prestare grande cura nella fase realizzativa del propellente in quanto difetti di fabbricazione, cavità o fratture, possono essere fatali.

A.1 Struttura di un motore a propellente solido

Le componenti principali di un motore a propellente solido (o SRM, Solid Rocket Motor) sono:

- l'involucro della camera di combustione, che funge allo stesso tempo da contenitore del grano propellente e da generatore di potenza grazie allo svolgimento di reazioni chimiche fortemente esotermiche al suo interno

- un grano propellente di opportuna geometria
- un sistema di accensione del propellente solitamente attivato da un comando elettrico
- un ugello gasdinamico per l'espansione supersonica dei prodotti di combustione, spesso attrezzato con sistemi di vettorizzazione della spinta
- un sistema di protezione delle pareti dell'involucro e dell'ugello dagli intensi flussi termici

Questi componenti sono ovviamente poi formati da più parti nonché da altri apparati di corredo tali da rendere tecnologicamente fattibile il motore stesso e quindi le sue parti durante la costruzione, l'assemblaggio, lo stoccaggio e il funzionamento operativo. Ogni costituente del sistema viene progettato considerando che sarà sottoposto a due differenti condizioni:

- carichi ambientali come le vibrazioni di trasporto, le variazioni di temperatura, gli sforzi, le pressioni e l'umidità
- carichi operativi e funzionali quali le accelerazioni, i carichi termici e meccanici e le azioni fluidodinamiche che il motore subirà durante il volo

Si andrà ora ad analizzare più nel dettaglio ciascuno dei componenti sopracitati.

A.1.1 Involucro

L'involucro (o Case) ha una funzione prettamente strutturale. Esso infatti deve contenere sia il propellente che i gas in pressione in fase di combustione. Deve inoltre permettere l'interfacciamento tra le varie sezioni negli endoreattori segmentati e il collegamento delle varie parti del propulsore (ugello, accenditore...). Può essere costruito in acciaio ottenuto per calandratura di lamiera con saldatura, come nel caso di ARIANE 4, oppure tramite processi di rullatura (*Flow Turning*). L'utilizzo di questo processo permette

l'ottenimento di Case con elevate prestazioni meccaniche, come nel caso di ARIANE 5. A livello aziendale in AVIO si sta investendo molto sul Filament winding, cioè su involucri in materiale composito ottenuti per avvolgimento di fibra impregnata di resina attorno ad un mandrino metallico. La scelta del tipo di fibra è dettata dall'impiego del propulsore e tra le più impiegate troviamo la fibra di vetro, carbonio o kevlar. Con questo procedimento sono stati costruiti i motori della serie ZEFIRO (Z9, Z16, Z23) e il P80. Con l'utilizzo di questa tecnologia si riesce ad ottenere un elevato risparmio in termini di peso mantenendo comunque un'ottima resistenza strutturale.

A.1.2 Grano propellente

I propellenti solidi comunemente utilizzati per la propulsione a razzo si suddividono in tre classi principali differenziate dalla tecnica di manifattura:

- composizioni omogenee o doppie basi in cui la miscela dei componenti si realizza a livello molecolare in miscele colloidali. I loro componenti principali sono sostanze organiche come nitroglicerina e nitrocellulosa. Possono essere presenti anche piccole percentuali di additivi per regolare la balistica interna. In genere non sono utilizzate in propulsione spaziale ma solo per applicazioni militari o civili a basso costo
- composizioni eterogenee o composite in cui i componenti sono mescolati solo meccanicamente e quindi sono distinguibili su scala macroscopica. Il componente principale è un sale inorganico cristallino che funge da ossidante disperso in un legante polimerico che funge da combustibile. Gli ossidanti più usati sono il perclorato di ammonio o AP (NH_4ClO_4) e il nitrato d'ammonio NH_4NO_3 mentre i leganti più diffusi sono gomme a base di polibutadiene fra cui spicca l'HTPB o polibutadiene a terminazione idrossilica
- composizioni miste principalmente usate per applicazioni militari ad alte prestazioni

Nei propellenti solidi di tipo composito oltre ai componenti principali già elencati spesso si aggiungono:

- metalli che fungono da combustibili ad alto contenuto energetico. Di solito il metallo più usato è l'alluminio (Al). Combinandosi con l'ossigeno forma l'allumina (Al_2O_3) seguendo una reazione chimica fortemente esotermica che aumenta notevolmente la temperatura di combustione e di conseguenza anche le prestazioni del propulsore, non senza alcuni importanti effetti collaterali
- catalizzatori che possono essere ossidi metallici a base di ferro, composti inorganici e composti metallo-organici. La presenza di tali sostanze aumenta la velocità di combustione e quindi possono essere utilizzati per regolare tale grandezza al valore desiderato
- plastificanti che sono liquidi non volatili la cui funzione è soprattutto quella di migliorare la colabilità dell'impasto, riducendone la viscosità. Possono essere composti monomerici, esteri o polimerici
- agenti di adesione che in alcuni casi sono necessari per migliorare l'adesione, internamente al propellente, tra la matrice polimerica e le particelle solide. Ciò permette di ottenere migliori caratteristiche meccaniche del propellente, soprattutto per quanto riguarda la resistenza ai cicli termici e all'invecchiamento

A.1.3 Ugello

L'ugello costituisce la parte finale della camera di combustione. La sua forma consente di convertire energia entalpica (termica e di pressione) in energia cinetica in modo da fornire la spinta desiderata. Dal punto di vista costruttivo gli ugelli possono essere suddivisi in fissi e mobili. Con fissi si intendono quegli ugelli rigidamente collegati alla camera di combustione che non permettono la vettorizzazione della spinta. Gli ugelli mobili invece sono composti da due parti, una fissa collegata alla camera di combustione e alla strutture dell'endoreattore e una mobile che comprende imbocco, gola e divergente che

è collegata alla parte fissa tramite un giunto flessibile. Tale collegamento permette l'orientamento di alcuni gradi del flusso. La movimentazione viene ottenuta tramite due martinetti idraulici che vengono comandati dal sistema TVC. Questi agiscono su piani perpendicolari l'uno dall'altro e permettono un movimento completo.

A.1.4 Accenditore

L'accenditore ha lo scopo di iniziare la combustione del grano propellente che, essendo un composto chimicamente stabile alla temperatura ambiente, ha bisogno di un'elevata energia per essere acceso. Lo scopo dell'accenditore è proiettare gas incandescenti sulla superficie del grano in modo da generare la combustione in modo controllato ed uniforme. Se si va a vedere la configurazione di un accenditore si nota come sia simile ad un endoreattore in miniatura. Gli accenditori si possono classificare in:

- **Pirotecnici.** Sono costituiti da alcune cariche in pasticche (pellets) al alto contenuto energetico e facilmente accendibili. L'accensione dell'accenditore avviene tramite dispositivi elettroesplosivi costituiti da due terminali elettrici in contatto con un composto chimico che esplose al passaggio di un determinato livello di corrente
- **Pirogeni.** Possono essere considerati come un piccolo endoreattore che genera gas caldi dalla combustione del proprio grano propellente di solito a composizione a stella.
- **Iperbolici.** Contengono un reagente ipergolico pressurizzato che al contatto con il propellente genera reazioni chimiche fortemente esotermiche che permettono l'accensione del grano.

Lo studio del tipo di accenditore e della sua posizione all'interno dell'endoreattore non è banale poiché potrebbero presentarsi sia combustioni non uniformi che onde di sovrappressione nel transitorio che potrebbero danneggiare la camera di combustione, il grano propellente e l'ugello.

A.1.5 Protezioni termiche

La combustione del propellente genera gas le cui temperature sono dell'ordine dei $2400 \div 3000K$. A queste temperature gli elementi strutturali del motore come il case o le zone di interfaccia, o gli elementi di contatto con l'ugello o con l'accenditore possono rimanere gravemente danneggiati. Si usano allora un rivestimento che protegge queste superfici e che viene detto protezione termica. I materiali più utilizzati sono matrici polimeriche con fibre o inerti con buone caratteristiche termiche. Da notare che queste protezioni non funzionano come isolanti termici ma sfruttano un processo che prende il nome di processo ablativo. Se sottoposte a stress termico queste sottraggono energia al flusso decomponendosi in reazioni dette di pirolisi: gli strati a contatto con il flusso termico reagiscono chimicamente provocando l'erosione del materiale. Il flusso di massa ablato oltre a sottrarre energia per decomposizione crea una sorta di strato limite che isola il materiale dai gas di combustione. Alla fine della combustione abbiamo un materiale degradato mentre la zona dove sono avvenute le reazioni viene chiamata pirolizzata. Il materiale ablato viene espulso dall'ugello e contribuisce alla spinta anche se rappresenta una perdita in efficienza.

A.1.6 Componenti secondari

Oltre ai componenti principali esposti nei precedenti capitoli e comuni a tutti gli endoreattori, sono comunque presenti altri componenti detti secondari come:

- dispositivo di autodistruzione
- valvole di sicurezza (per limitare eccessive sovrappressioni)
- strumentazione, canaline e cavi di collegamento
- superfici di controllo aerodinamico

A.2 Parametri balistici e prestazionali caratteristici

In questa sezione verranno elencati i parametri che guidano e caratterizzano il progetto e la valutazione delle prestazioni di un motore a propellente solido.

A.2.1 Spinta

La spinta è la forza sviluppata dal motore, il vero e proprio effetto utile, e si può calcolare come

$$S = \dot{m}u_e + (p_e - p_a) A_e \quad (\text{A.1})$$

essendo \dot{m} la portata massica di propellente espulsa dall'ugello con velocità relativa u_e in corrispondenza della sezione di uscita di area A_e . P_e indica la pressione del flusso nella sezione di scarico mentre P_a la pressione dell'ambiente circostante. In condizione di ugello adattato l'equazione si riduce a

$$S = \dot{m}u_e \quad (\text{A.2})$$

Ovviamente il valore della spinta, confrontato con il peso totale del sistema, determina se il lanciatore sia in grado di alzarsi dal suolo o meno. Valori tipici del rapporto spinta-peso per un lanciatore spaziale sono compresi tra 1.2 e 1.7.

A.2.2 Impulso specifico ponderale

Si definisce impulso specifico ponderale del propulsore

$$I_{sp} = \frac{S}{\dot{m}g_0} = \frac{1}{g_0} \left(u_e + \frac{(p_e - p_a) A_e}{\dot{m}} \right) \quad (\text{A.3})$$

che nel caso di ugello adattato si riduce a

$$I_{sp} = \frac{u_e}{g_0} \quad (\text{A.4})$$

essendo g_0 l'accelerazione di gravità in condizioni standard. I motori a propellente solido hanno impulsi specifici tipici nell'intorno dei 300s, dipendenti essenzialmente dal rapporto di espansione impiegato.

A.2.3 Impulso specifico volumetrico

Si definisce invece impulso specifico volumetrico del propulsore

$$I_v = \bar{\rho} I_{sp} \quad (\text{A.5})$$

dove $\bar{\rho}$ è la densità media dei propellenti nei serbatoi. E' evidente come l'impulso specifico volumetrico quantifichi la spinta che un propulsore fornisce per unità di volume occupato. Gli endoreattori a propellente solido, proprio per la grande densità del propellente caricato (in media tra 1.7 e $1.8 \frac{g}{m^3}$) presentano un elevato valore di tale parametro, il più alto per quanto riguarda i propulsori termochimici.

A.2.4 Coefficiente di spinta

Si definisce come

$$c_s = \frac{S}{p_c A_t} \quad (\text{A.6})$$

Il coefficiente di spinta, adimensionale, indica di quanto la presenza del divergente supersonico aumenta la spinta rispetto al valore statico esercitato sull'area di gola dell'ugello. Valori tipici di c_s per propulsori termici sono compresi tra 1 e 2, in funzione del rapporto d'espansione che si adotta. Il coefficiente di spinta è considerato un parametro di merito dell'ugello.

A.2.5 Velocità caratteristica

Si può definire come

$$c^* = \frac{p_c A_t}{\dot{m}} = \frac{1}{C_D} \quad (\text{A.7})$$

dove C_D è il cosiddetto coefficiente d'efflusso. Valori tipici di c^* sono compresi tra 1500 e 3000 $\frac{m}{s}$. La velocità caratteristica è considerata un parametro di merito della camera di combustione e un suo elevato valore indica una buona efficienza dei processi di conversione dell'energia termochimica all'interno del motore.

A.2.6 Efficienze

Al fine di valutare la bontà della realizzazione pratica rispetto al progetto teorico vengono utilizzati degli indici di qualità che considerano vari aspetti.

I principali sono: ù

- $\eta_{c^*} = \frac{(c^*)_{sp}}{(c^*)_{th}}$ per la camera di combustione
- $\eta_{c_s} = \frac{(c_s)_{sp}}{(c_s)_{th}}$ per l'ugello gasdinamico
- $\eta_{I_{sp}} = \frac{(I_{sp})_{sp}}{(I_{sp})_{th}}$ per il propulsore nella sua globalità

Tali indici sono solitamente < 1 , ma non sempre a causa delle differenze insite nei vari modelli teorici con cui il progettista può procedere nell'analisi dell'espansione aerotermochimica nell'ugello supersonico.

Appendice B

Il lanciatore Vega

Il progetto Vega nasce dalla necessità di ridurre i costi di lancio rispetto al sistema Ariane 5 per quei satelliti con massa compresa tra i 300 e i 1500 kg di peso con orbite polari e LEO (Low Earth Orbit), usate soprattutto per missioni scientifiche e osservazioni della Terra. Questo programma risulta essere per il 65% italiano e, ad oggi, occupa il tempo di gran parte degli ingegneri che lavorano presso lo stabilimento di Avio a Colleferro. L'obiettivo della riduzione dei costi è stato perseguito sviluppando il lanciatore Vega con tecnologie già utilizzate per Ariane ed adattandolo alle infrastrutture già presenti nella base di lancio di Kourou (Guiana Francese). Vega è stato concepito come lanciatore a corpo unico (single body) costituito da tre stadi di propulsione a solido più uno finale di controllo a propulsione liquida. Lo sviluppo di Vega è iniziato nel 1998 e il suo primo lancio, dopo numerosi inconvenienti, è previsto per il luglio 2011. Questo lanciatore, che deve il suo nome alla seconda stella più luminosa dell'emisfero nord, ha una lunghezza totale di 32 m, un diametro variabile il cui massimo è circa 3 m e una massa al decollo di 137 t. La massa del potenziale payload è di circa 1500 kg e inoltre, a differenza di molti lanciatori oggi in funzione, sarà in grado di poter rilasciare in orbita payload multipli.

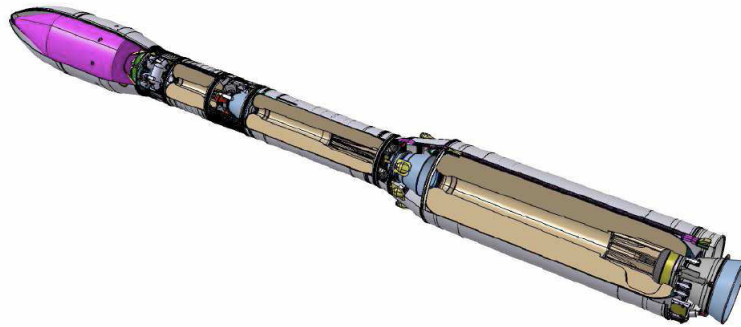


Figura B.1: Il lanciatore Vega

B.1 Il primo stadio: P80

Il primo stadio di Vega ha una lunghezza di 11.7 m e un diametro massimo di 3 m. Il motore installato prende in nome di P80 SRM, realizzato sotto la supervisione di Euro-Propulsion di cui Avio produce l'involucro carico. La sua funzione è quella di portare il lanciatore alla quota di 44 km e alla velocità di $1877 \frac{m}{s}$ in un tempo di 104 s. Il grano propellente ha una massa di 88 t e la caratteristica configurazione cilindro-stella posteriore che aumentando la superficie di combustione, aumenta il loading factor e ottimizza le prestazioni del motore stesso. P80 è un motore particolarmente interessante perché è stato progettato e sviluppato con il duplice scopo di fungere da primo stadio per il lanciatore Vega e di ricoprire il ruolo di dimostratore tecnologico per la possibile evoluzione che si sta programmando per i boosters di Ariane 5.

B.2 Il secondo stadio: Z23

Il secondo stadio ha un diametro di 2 m circa ed una lunghezza di 7.5 m. E' equipaggiato con un motore denominato Zefiro 23 da circa 23.5 t di propellente con configurazione cilindro-stella analoga a quella del P80. La sua missione è di portare il lanciatore alla quota di 101 km ed alla velocità di $4257 \frac{m}{s}$ con un tempo di combustione di 104 s.

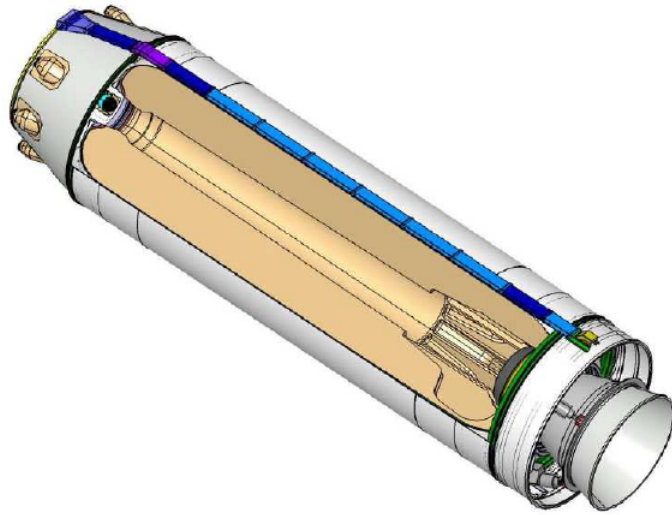


Figura B.2: Lo stadio P80

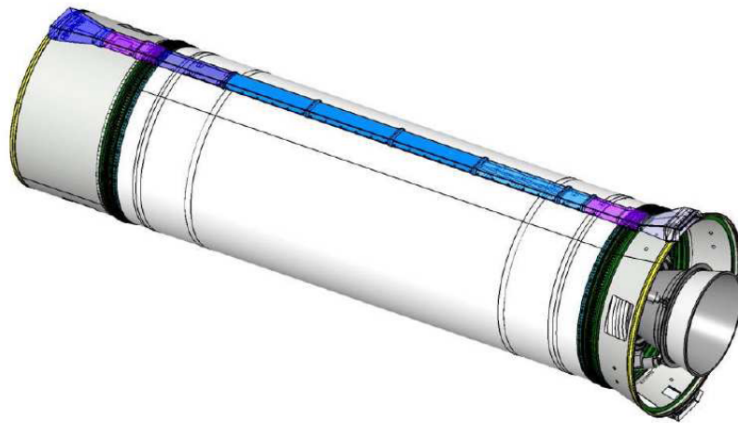


Figura B.3: Lo stadio Z23

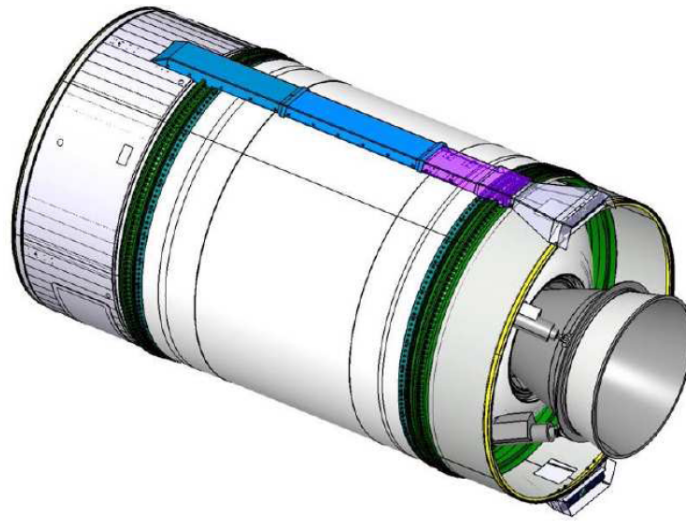


Figura B.4: Lo stadio Z9

B.3 Il terzo stadio: Z9

Il terzo stadio è del tutto simile al secondo. E' equipaggiato con un motore Zefiro 9 ha una configurazione a stella posteriore con 10.5 t di propellente contenuto in un cilindro di composito largo 2 m e lungo 3.5 m. Z9 rappresenta il motore a solido di questa taglia più caricato esistente al mondo, raggiungendo un fattore di riempimento di 0.92.

B.4 Avum e Fairing

L'ultimo stadio del lanciatore si compone di due parti principali, l'AVUM (Attitude and Vernier Upper Module) e il Fairing. All'AVUM, equipaggiato con un motore a liquido bi-propellente, è affidato il controllo di assetto durante tutta la missione, ottenuto per mezzo di appositi motorini laterali a gas freddo, mentre il motore principale è utilizzato per il controllo della velocità finale d'immissione in orbita del payload. L'ultima parte del lanciatore è costituita dal Fairing, la cui funzione è quella di fornire protezione termica e meccanica al carico utile nelle prime fasi di volo. Il Fairing si compone

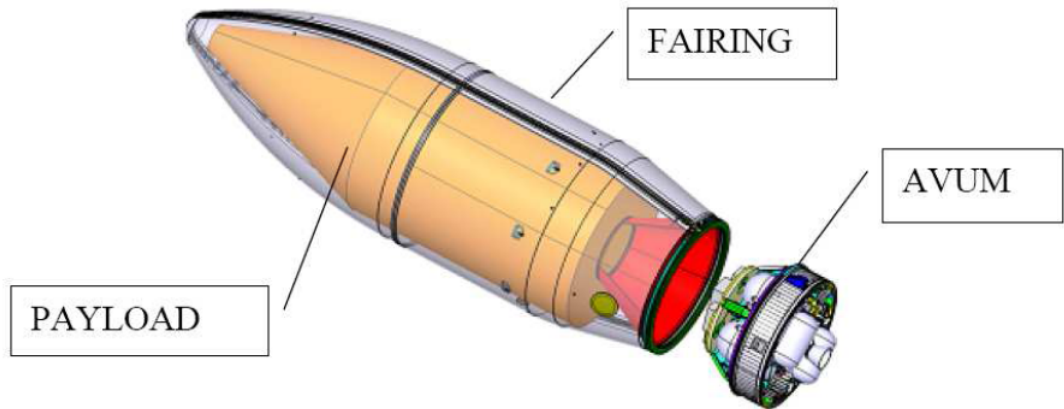


Figura B.5: AVUM e il Fairing

di due shell di forma ogivale, le quali si aprono quando viene acceso il terzo stadio. Il payload è vincolato all'AVUM per mezzo di un apposito adattatore tronco conico standardizzato per tutti i tipi di carico. Lo spazio disponibile per il payload è paragonabile a quello di un cilindro di 6 m di altezza con un diametro di 4 m.

Ringraziamenti

Questa tesi è stata possibile grazie all'aiuto di molte persone che, chi con un sostegno pratico, chi con un sostegno anche solo morale, mi hanno aiutato a sviluppare questo lavoro. Vorrei ringraziare in particolare:

- Adriano, per aver creduto in me, per avermi sopportato e guidato in questo lavoro;
- il Prof. De Luca, per avermi permesso di svolgere questo stage;
- Filippo, per avermi consigliato ed avermi introdotto al problema ancora prima dell'inizio dello stage;
- i colleghi di Avio, per avermi fatto sempre sentire a casa;
- i ragazzi del master, che hanno condiviso con me l'esperienza di uno stage in Avio.

Vorrei inoltre ringraziare, con un affetto speciale, coloro che durante tutti questi anni di studio hanno reso bella la mia vita, permettendomi di arrivare a questo punto:

- mia mamma, mio papà ed i miei nonni, che, chi in terra chi in cielo, non mi hanno mai fatto mancare il loro amore e la loro fiducia;
- Iaia, semplicemente per essere la mia vita, e tutta la sua splendida famiglia;

Ringraziamenti

- gli amici di Piacenza, che, anche senza bisogno di fare nomi, sanno quanto bene voglio loro;
- i ragazzi del San Leo, perchè è anche merito loro se sono ciò che sono;
- gli amici e colleghi del Polimi, per le battaglie affrontate insieme;
- tutti coloro che forse ho dimenticato in questo elenco, ma che non potrò mai scordare.

Bibliografia

- [1] L. T. De Luca, Problemi Energetici in Propulsione Aerospaziale, edizione preliminare corretta, Milano, 2007
- [2] J. R. Kliegel, Gas Particle Nozzle Flows, Reprinted from 9th International Symposium on Combustion, Academic Press Inc., 1963
- [3] A. H. Shapiro, The Dynamics and Thermodynamics of Compressive Fluid Flow, The Ronald Press Company, New York, 1953
- [4] T. Von Karman, Fundamentals of Gas Dynamics, Princeton, New Jersey, 1958
- [5] M. W. Beckstead, Combustion Explosion and Shock Waves, Correlating aluminium burning times, 533-546, 2005
- [6] M. W. Beckstead, A Summary of Aluminum Combustion, RTO-EN-023, Brigham Young University, Provo, Utah, 2002
- [7] J. D. Anderson, Modern Compressible Flow, McGraw-Hill Publishing Company, New York, 1990
- [8] K. K. Kuo, Principles of Combustion, Wiley-Interscience Publication, 1986
- [9] T. Shimada, Y. Daimon, N. Sekino. Computational Fluid Dynamics of Multiphase Flows in Solid Rocket Motors. Jaxa Special Publication JAXA-SP-05-035E, ISSN 1349-113X, 2006.

- [10] D. D. McCracken, Guida alla programmazione del FORTRAN IV, ed. Bizzarri, Roma, 1972
- [11] S. J. Chapman, FORTRAN 90/95 guida alla programmazione, McGraw-Hill, Milano, 2000
- [12] A. H. Shapiro, W. R. Hawthorne, J. Appl. Mech. 14, A317-A336, 1947
- [13] T. Di Maggio, Valutazione dell'efficienza di combustione in base ai tempi di residenza degli agglomerati di alluminio, SPLab, Dipartimento di Energetica, Ingegneria Aeronautica, Politecnico di Milano, Milano, 2009
- [14] I. Shin Chang, One-and-Two-Phase Nozzle Flows, Report SD-TR-80-26, Space Division Air Force Systems Command, 1980
- [15] A. Annovazzi, Solid Rocket Motors Performance Analysis: Assessment on Combustion Efficiency, Documento Interno, Avio, 2008
- [16] J. R. Kliegel, G. R. Nickerson, Axysymmetric Two-Phase Perfect Gas Performace Program, Report 02874-6006-R000, Vol I e II, TRW Systems Group, Redondo Beach, Ca.90278, 1967
- [17] D. E. Coats, G.R. Nickerson, R.W. Hermsen, A Computer Program for the Prediction of Solid Propellant Rocket Motor Performance, Vol. I, II, III, Ultrasystems Inc., National Technical Information Service, 1975
- [18] B. L. Pearce, Radiative Heat Transfer within a Solid-Propellant Rocket Motor, J. Spacecraft, Vol.15, No. 2, 1978
- [19] G. Kuruvila, J. D. Anderson Jr., A Study of the Effects of Numerical Dissipation on the Calculation of Supersonics Separated Flows, AIAA-85-0301, AIAA 23rd Aerospace Sciences Meeting, Reno, Nevada, 1985
- [20] R. W. Hermsen, Aluminum Combustion Efficiency in Solid Rocket Motors, AIAA-81-0038, Chemical Systems Div. and United Technologies for 19th Aerospace Sciences Meeting, St. Louis, Missouri, 1981

-
- [21] D. R. Bartz, A Simple Equation for Rapid Estimation of Rocket Nozzle Convective Heat Transfer Coefficients, Jet Propulsion Laboratory California Institute of Technology, Pasadena, California, 1957
- [22] B. Glorieux, F. Millot, J. C. Rifflet, C. Pulvin, J. P. Coutures, Propriétés Thermophysiques de l'Alumine Liquide, Programme ASSM, Axe Phase Condensée, CNES ONERA CNRS Région Centre, 1997
- [23] R. De Amicis, General Methodology for Solid Rocket Motors Efficiency and Performance Evaluation, Documento interno, Avio, 1982
- [24] L. Del Gelsomino, Analisi Balistica di una prova al banco statico per un endoreattore a propellente solido, Tesi, Dipartimento di Meccanica e Aeronautica, La Sapienza, Roma, 2006
- [25] A. Fittipaldi, Aspetti fluidodinamici in ugelli di nuova concezione, Tesi, Facoltà di Ingegneria, La Sapienza, Roma, 2007
- [26] S. Gordon, B. J. McBride, Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Composition, Rocket Performance, Incident and Reflected Shocks and Chapman-Jouguet Detonation, NASA Lewis Research Center, NASA SP-273 edition, 1975
- [27] J. W. Kordig, G. H. Fuller, Correlation of Nozzle Submergence Losses in Solid Rocket Motors, AIAA Journal, Vol. 5, 1967
- [28] D. George, Recent Advances in Solid Rocket Motor Performance Prediction Capability, AIAA-81-0033, AIAA 19th Aerospace Sciences Meeting, St. Louis, Missouri, 1981
- [29] W. H. Miller, D. K. Barrington, A Review of Contemporary Solid Rocket Motor Performance Prediction Techniques, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 7, No. 3, 1970
- [30] L. J. Jacques, Performance Prediction of Solid-Propellant Rocket Motors and Application to High Expansion-Ratio Nozzles, AIAA-79-1295, AIAA/SAE/ASME 15th Joint Propulsion Conference, Las Vegas, Nevada, 1979

Bibliografia

[31] URL:www.aviogroup.com

[32] www.esaportal.com