

POLITECNICO DI MILANO
Facoltà di Ingegneria Industriale
Corso di Laurea Specialistica in
Ingegneria Meccanica



**APPLICAZIONE DELLA
SOTTOSTRUTTURAZIONE ALLE
MACCHINE UTENSILI**

RELATORE: PROF. ING. MICHELE MONNO

Correlatori: Dott. Ing. PAOLO ALBERTELLI

Dott. Ing. MASSIMO GOLETTI

Tesi di laurea di:

Davide Cammi Matr. 725685

Fabio Galeazzi Matr. 725687

Anno accademico 2010/2011

Ringraziamenti

Ringrazio in modo particolare tutti coloro che mi sono stati di supporto nel mio percorso. Il mio primo pensiero, ovviamente, va ai miei genitori, senza i quali non sarei mai arrivato a questo punto; non parlo solo del sostegno economico, che sicuramente è stato indispensabile, ma di quell'aiuto che mi è stato dato nell'affrontare le difficoltà trovate. Ringrazio inoltre il prof. Michele Monno insieme ai prof. Paolo Albertelli e Massimo Goletti per il loro aiuto nella stesura di questa tesi e con loro anche il laboratorio MUSP che ci ha fornito tutte le attrezzature necessarie. Ringrazio infine il mio coautore per il lavoro svolto insieme nella stesura di questa tesi.

Davide

Desidero ringraziare sinceramente tutti coloro che in questi anni mi sono stati vicini soprattutto nei momenti più difficili. In particolare ringrazio i miei genitori che con grande pazienza hanno saputo attendere la fine di questo percorso di studi. Ringrazio il prof. Michele Monno insieme ai prof. Paolo Albertelli e Massimo Goletti per il loro aiuto nella stesura di questa tesi e con loro anche il laboratorio MUSP che ci ha fornito tutte le attrezzature necessarie. Non posso non ringraziare anche il mio coautore perché senza il suo aiuto non avrei mai potuto terminare questa tesi. Ringrazio infine la Diocesi di Piacenza-Bobbio e il Collegio Alberoni per avermi accolto e accompagnato nell'inizio di un nuovo cammino nella fiduciosa attesa della conclusione di questi studi.

Fabio

Sommario

L'ottimizzazione della produttività di lavorazioni ad alta velocità (HSM) richiede un'accurata conoscenza della dinamica della macchina stessa. La tecnica dell'RCSA permette una rapida determinazione della dinamica della macchina al variare delle configurazioni assunte, accoppiando FRFs sperimentali con FRFs determinate da modelli analitici o numerici. La difficoltà nella determinazione sperimentale delle FRFs con componenti rotazionali ha suggerito ai ricercatori varie metodologie di applicazione della tecnica. Oggetto di questa tesi è la proposta di un metodo alternativo di applicazione dell'RCSA basato sulla stima accurata di tutte le FRFs di difficile misurazione. La tecnica è stata collaudata sia su modelli numerici sia mediante campagne sperimentali. In prospettiva di un'ottimizzazione della tecnica, si sono studiate le condizioni ottimali per la stima delle FRFs e si è valutata l'influenza sulla tecnica stessa della variabilità del punto di applicazione della forza in fase di determinazione sperimentale delle FRFs.

Abstract

The productivity optimization for a high speed machining (HSM) requires an accurate knowledge of the dynamics of the machine itself. The RCSA method allows rapid determination of machine dynamics under varying configurations assumed by coupling experimental FRFs with FRFs determined by analytical or numerical models. The difficulty in experimental determination of FRFs with rotational components have suggested to researchers various methods of RCSA application. Subject of this thesis is the proposal of an alternative method of RCSA application based on accurate estimation of all FRFs difficult to measure. The technique has been tested both on numerical models both using an experimental campaigns. In perspective of an optimization of the technique, we have studied the optimal conditions for the FRFs estimation and it was evaluated the influence on the technique itself of the variability of the point of application of force during the experimental FRFs determination.

Indice dei contenuti

Ringraziamenti	I
Sommario	III
Indice dei contenuti	V
Indice delle figure	IX
Indice delle tabelle	XX
1. Introduzione	1
1.1. Problematiche industriali.....	2
1.2. Chatter	6
1.3. Obiettivo della tesi	12
2. Comportamento dinamico delle strutture	15
2.1. Funzione di trasferimento.....	15
2.1.1. Sistema SDOF	18
2.1.2. Sistema MDOF	25
2.2. Tecniche numeriche	32
2.2.1. Funzione di forma per l'elemento trave o beam	35
2.2.2. Discretizzazione della struttura.....	36
2.2.3. Matrici K e M	37
2.2.4. Matrice R	39
2.2.5. Forzanti.....	40
2.2.6. Vincoli	41
2.2.7. Analisi dinamica	41
3. Previsione del comportamento dinamico delle strutture: tecniche di sottostrutturazione	45
3.1. Receptance Coupling Substructure Analysis	46
3.1.1. RCSA ad 1-gdl.....	47
3.1.2. RCSA a 2-gdl.....	63
3.2. Osservazioni sul punto di connessione.....	79
3.2.1. Caso di variazione della lunghezza di "A"	82

3.2.2.	Caso di variazione sia della lunghezza che del diametro di “A”	84
3.2.3.	Caso di zona di connessione non variabile	85
3.3.	Analisi della letteratura di riferimento	88
3.3.1.	RCSA applicata a strutture scomposte con componenti nulle	88
3.3.2.	RCSA applicata a strutture tagliate con ausilio di un cilindro	93
3.3.3.	RCSA applicata a strutture scomposte con componenti stimate	106
3.3.4.	RCSA applicata a strutture tagliate senza l’ausilio di cilindro	116
3.3.5.	Quadro riassuntivo	126
4.	Proposta di una tecnica di sottostrutturazione innovativa	129
4.1.	Nuova metodologia per la determinazione della componente P [rad/Nm]	131
4.2.	Verifica numerica FEM della metodologia proposta	134
4.3.	Analisi di sensitività	144
4.3.1.	Analisi di sensitività sul parametro “s”	147
4.3.2.	Dalla teoria alla pratica sperimentale	175
4.4.	Considerazioni conclusive	194
5.	Verifica sperimentale su caso di riferimento	197
5.1.	Descrizione set-up sperimentale	199
5.1.1.	Macchina e Utensili utilizzati	199
5.1.2.	Strumenti e sistemi di misura	204
5.1.3.	Osservazioni generali	208
5.1.4.	Distanza “s” tra i tre punti di misura	211
5.2.	Sistemazione delle acquisizioni effettuate	214
5.3.	Applicazione dell’RCSA al caso sperimentale	219
5.3.1.	Determinazione sperimentale della $[T^{MP}]$	223
5.3.2.	Determinazione sperimentale della $[G^{MPU1}]$	229
5.3.3.	Determinazione mediante modello FEM della $[T^{U1}]$ e della $[T^{U2}]$	234
5.3.4.	Determinazione sperimentale della $[H^{MPU2}]$	240
5.3.5.	Determinazione della connessione tramite la II espressione della RCSA	241
5.3.6.	Determinazione della $[G^{MPU2}]$ tramite I espressione della RCSA	244
5.4.	Analisi critica dei risultati	246
5.5.	Commenti conclusivi	252
6.	Conclusione e possibili sviluppi	253

6.1.	Analisi critica dei risultati ottenuti	254
6.1.1.	Sottostrutturazione	254
6.1.2.	Proposta di una tecnica di sottostrutturazione innovativa	255
6.1.3.	Verifica sperimentale su caso di riferimento	257
6.2.	Possibili sviluppi applicativi.....	260
6.2.1.	Estensione al caso di macchina a montante mobile	260
6.2.2.	Estensione al caso 4 gradi di libertà	262
6.2.3.	Determinazione rigidità collegamento strutture meccaniche.....	265
6.2.4.	Applicazione della tecnica ad altri componenti macchina.....	267
6.3.	Criticità ancora da affrontare	273
6.4.	Conclusione	276
7.	Appendici	277
7.1.	Appendice I: Listati Matlab.....	277
7.1.1.	Descrizione della struttura di base	277
7.1.2.	File “dati”	278
7.1.3.	File simulanti cilindri in condizioni di vincolo free-free.....	279
7.1.4.	File simulanti cilindri in condizioni di vincolo incastro-libero.....	283
7.1.5.	File simulanti cilindri incastro-libero connesso mediante connessione con cilindro free-free	286
7.1.6.	Listati utilizzati per applicare la tecnica dell’RCSA in condizioni di connessione nota	290
7.1.7.	Listati utilizzati per applicare la tecnica dell’RCSA in condizioni di connessione non nota	292
7.1.8.	Metodi a strutture scomposte.....	294
7.1.9.	Metodi a strutture tagliate.....	295
7.1.10.	Listati usati per stimare l’FRF P come derivata di L	299
7.1.11.	Listati usati per l’analisi di sensitività	300
7.1.12.	Listati usati per la simulazione FEM dell’incertezza del punto di misura.....	301
7.2.	Appendice II: Grafici o tabelle omesse riguardanti FRFs, elaborazioni o analisi di vario genere.....	302
7.2.1.	Simulazione dell’RCSA 1-gdl	302
7.2.2.	Simulazione dell’RCSA 2-gdl	304
7.2.3.	Simulazione dell’RCSA con connessione distribuita.....	306

7.2.4.	Analisi di sensitività sul parametro “s”	308
7.2.5.	Analisi statistica sui campioni di carta sensibile all’impatto	312
7.2.6.	Prove sperimentali	321
7.3.	Appendice III: Calcoli per la determinazione della L equivalente.....	327
7.4.	Appendice IV: Sensibilità dell’RCSA all’errore sui modelli degli utensili.....	333
7.5.	Appendice V: Variazione della stima dell’FRF P mediante formula di Schmitz al variare della snellezza dell’oggetto studiato	334
8.	Bibliografia	339

Indice delle figure

Figura 1.1 Effetti dell'usura sull'utensile	3
Figura 1.2 Durata dell'utensile in funzione dell'usura.....	3
Figura 1.3 Area di fattibilità di una lavorazione	4
Figura 1.4 Esempio di fresatura frontale	6
Figura 1.5 Quadro dei processi secondari	7
Figura 1.6 Generazione del <i>chatter</i>	8
Figura 1.7 Grandezze tipiche in lavorazioni di fresatura frontale.....	10
Figura 1.8 Esempio di diagramma a lobi.....	11
Figura 2.1 Deformazione trave con forza F	15
Figura 2.2 Deformazione trave con coppia C	16
Figura 2.3 Modello completo di SDOF.....	18
Figura 2.4 FRF di un sistema SDOF non smorzato	20
Figura 2.5 Fase dell'FRF di un sistema SDOF non smorzato	21
Figura 2.6 Risposta di un sistema SDOF non smorzato.....	22
Figura 2.7 FRF di un sistema SDOF smorzato.....	23
Figura 2.8 Fase dell'FRF di un sistema SDOF smorzato.....	24
Figura 2.9 Modello completo di MDOF	25
Figura 2.10 FRF di un sistema MDOF non smorzato	29
Figura 2.11 Fase dell'FRF di un sistema MDOF non smorzato	29
Figura 2.12 Risposta di un sistema MDOF non smorzato.....	31
Figura 2.13 FRF di un sistema MDOF smorzato.....	32
Figura 2.14 Fase dell'FRF di un sistema MDOF smorzato.....	32
Figura 2.15 Esempio di modello FEM.....	33
Figura 2.16 Elemento beam.....	35
Figura 3.1 Generico sistema considerato per la sottostrutturazione.....	46
Figura 3.2 Struttura G ($A+B$) ad 1-gdl.....	47
Figura 3.3 Struttura A e struttura B ad 1-gdl.....	48
Figura 3.4 Modello della connessione ad 1-gdl.....	48
Figura 3.5 Schema di riferimento	50
Figura 3.6 Struttura $B + A$ con connessione rigida (1-gdl)	53
Figura 3.7 Ampiezze FRFs H11G, 1-gdl con connessione rigida.....	54

Figura 3.8 Errore percentuale FRFs H11G, 1-gdl con connessione rigida.....	54
Figura 3.9 Struttura caso B.....	55
Figura 3.10 Ampiezze FRFs H11G, 1-gdl con connessione K.....	56
Figura 3.11 Errore percentuale FRFs H11G, 1-gdl con connessione K.....	57
Figura 3.12 Schema di riferimento	58
Figura 3.13 Ampiezze FRFs H11G, 1-gdl con connessione non nota	60
Figura 3.14 Errore percentuale parametro K , 1-gdl ricavato con l'RCSA	61
Figura 3.15 Schema di riferimento	62
Figura 3.16 Struttura G a 2-gdl.....	63
Figura 3.17 Strutture A e B a 2-gdl.....	65
Figura 3.18 Modello della connessione a 2-gdl.....	66
Figura 3.19 Ampiezze FRFs H11G, 2-gdl con connessione rigida.....	71
Figura 3.20 Errore percentuale FRFs H11G, 2-gdl con connessione rigida.....	72
Figura 3.21 Errore percentuale FRFs H12G, 2-gdl con connessione rigida	72
Figura 3.22 Errore percentuale FRFs L11G, 2-gdl con connessione rigida	73
Figura 3.23 Errore percentuale FRFs P11G, 2-gdl con connessione rigida	73
Figura 3.24 Ampiezze FRFs H11G, 2-gdl con connessione K.....	75
Figura 3.25 Errore percentuale FRFs H11G, 2-gdl con connessione K.....	75
Figura 3.26 Ampiezze FRFs H11G, 2-gdl con connessione non nota	78
Figura 3.27 Errore percentuale FRFs H11G, 2-gdl con connessione non nota.....	78
Figura 3.28 Modello della superficie di connessione proposto da Altintas.....	80
Figura 3.29 Rappresentazione dei modelli utilizzati.....	81
Figura 3.30 Ampiezze FRFs H11G, connessione distribuita, variazione lunghezza ...	83
Figura 3.31 Errore percentuale FRFs H11G, connessione distribuita, variazione lunghezza.....	83
Figura 3.32 Ampiezze FRFs H11G, connessione distribuita, variazione lunghezza e diametro.....	85
Figura 3.33 Rappresentazione del cilindro A'	86
Figura 3.34 Ampiezze FRFs H11G, connessione distribuita, zona di connessione non variabile.....	87
Figura 3.35 Errore percentuale FRFs H11G, connessione distribuita, zona di connessione non variabile.....	87
Figura 3.36 Schema di applicazione di T. L. Schmitz	89

Figura 3.37 Ampiezze FRFs H11G, RCSA applicata a strutture scomposte con componenti nulle.....	92
Figura 3.38 Fasi FRFs H11G, RCSA applicata a strutture scomposte con componenti nulle.....	92
Figura 3.39 Schema di applicazione di Y. Altintas.....	94
Figura 3.40 Misura della H22B	95
Figura 3.41 Misura delle H11G *, H12G *.....	96
Figura 3.42 Immagine del mandrino con inserito il cilindretto (struttura B).....	102
Figura 3.43 Immagine del mandrino con inserito l'utensile (struttura G*).....	102
Figura 3.44 Immagine del mandrino con inserito l'utensile U' (struttura G')	103
Figura 3.45 Ampiezze FRFs H11G, RCSA applicata a strutture tagliate con ausilio di cilindro.....	104
Figura 3.46 Fasi FRFs H11G, RCSA applicata a strutture tagliate con ausilio di cilindro.....	104
Figura 3.47 Errore percentuale FRFs H11G, RCSA applicata a strutture tagliate con ausilio di cilindro.....	105
Figura 3.48 Schema di applicazione di T.L.Schmitz	106
Figura 3.49 Rappresentazione della componente N vista come derivata della componente H.....	107
Figura 3.50 Struttura rigida G' di T. L. Schmitz	109
Figura 3.51 Ampiezze FRFs H11G, RCSA applicata a strutture scomposte con componenti stimate	111
Figura 3.52 Fasi FRFs H11G, RCSA applicata a strutture scomposte con componenti stimate	112
Figura 3.53 Ampiezze FRFs N33, N stimata come derivata di H	113
Figura 3.54 Fasi FRFs N33, N stimata come derivata di H	114
Figura 3.55 Ampiezze FRFs P33, P stimata con formula.....	115
Figura 3.56 Fasi FRFs P33, P stimata con formula	115
Figura 3.57 Schema di applicazione di Y. Altintas.....	117
Figura 3.58 Misura delle H11G, H12G, H22G	118
Figura 3.59 Immagine del mandrino B con inserito l'utensile A.....	122
Figura 3.60 Immagine del mandrino B con inserito l'utensile A'	122

Figura 3.61 Ampiezze FRFs H11G, RCSA applicata a strutture tagliate senza ausilio di cilindro.....	124
Figura 3.62 Fasi FRFs H11G, RCSA applicata a strutture tagliate senza ausilio di cilindro	124
Figura 3.63 Errore percentuale FRFs H11G, RCSA applicata a strutture tagliate senza ausilio di cilindro	125
Figura 4.1 Rappresentazione della componente N vista come derivata di H	132
Figura 4.2 Rappresentazione della componente P vista come derivata di L	132
Figura 4.3 Rappresentazione grafica delle componenti L_{11} , L_{1s1} e L_{1ss1}	133
Figura 4.4 Determinazione sperimentale di $L_{11} = N_{11}$	134
Figura 4.5 Determinazione sperimentale di $L_{1s1} = N_{11s}$	134
Figura 4.6 Determinazione sperimentale di $L_{1ss1} = N_{11ss}$	134
Figura 4.7 Modello beam utilizzato per testare le formulazioni della componente P	135
Figura 4.8 Ampiezze FRFs P33, P ricavata con diverse metodologie, cilindro generico	137
Figura 4.9 Fasi FRFs P33, P ricavata con diverse metodologie, cilindro generico...	137
Figura 4.10 Ampiezze FRFs P33, P ricavata con nuova metodologia, cilindro generico	138
Figura 4.11 Fasi FRFs P33, P ricavata con nuova metodologia, cilindro generico...	138
Figura 4.12 Ampiezze FRFs P33, P ricavata con diverse metodologie, cilindro snello	139
Figura 4.13 Fasi FRFs P33, P ricavata con diverse metodologie, cilindro snello	140
Figura 4.14 Ampiezze FRFs P33, P ricavata con nuova metodologia, cilindro snello	140
Figura 4.15 Fase FRFs P33, P ricavata con nuova metodologia, cilindro snello	141
Figura 4.16 Ampiezze FRFs P33, P ricavata con diverse metodologie, cilindro tozzo	142
Figura 4.17: Fasi FRFs P33, P ricavata con diverse metodologie, cilindro tozzo.....	142
Figura 4.18 Ampiezze FRFs P33, P ricavata con nuova metodologia, cilindro tozzo	143
Figura 4.19 Fasi FRFs P33, P ricavata con nuova metodologia, cilindro tozzo.....	143
Figura 4.20 Punti di osservazione degli errori.....	146
Figura 4.21 Errori considerati per ogni punto d'osservazione.....	146

Figura 4.22 Errori relativi al variare di “s” (frequenze zeri della componente N).....	148
Figura 4.23 Errori relativi al variare di “s” (frequenze zeri della componente P)	149
Figura 4.24 Errori relativi al variare di “s” (ampiezze poli della componente N)	149
Figura 4.25 Errori relativi al variare di “s” (ampiezze poli della componente P).....	150
Figura 4.26 Errori relativi al variare di “L” (frequenze zeri della componente N)....	151
Figura 4.27 Errori relativi al variare di “L” (frequenze zeri della componente P).....	151
Figura 4.28 Errori relativi al variare di “L” (ampiezze poli della componente N)	152
Figura 4.29 Errori relativi al variare di “L” (ampiezze poli della componente P).....	152
Figura 4.30 Errori relativi con “s/L” costante (frequenze zeri della componente N).	153
Figura 4.31 Errori relativi con “s/L” costante (frequenze zeri della componente P) .	154
Figura 4.32 Errori relativi con “s/L” costante (ampiezze poli della componente N) .	154
Figura 4.33 Errori relativi con “s/L” costante (ampiezze poli della componente P)..	155
Figura 4.34 Errori relativi con “s/L” costante (ampiezze zeri della componente N) .	155
Figura 4.35 Errori relativi con “s/L” costante (ampiezze zeri della componente P)..	156
Figura 4.36 Errori relativi al variare di “D” (frequenze zeri della componente N) ...	157
Figura 4.37 Errori relativi al variare di “D” (ampiezze poli della componente P)	157
Figura 4.38 Errori relativi al variare di “D” (ampiezze zeri della componente N)	158
Figura 4.39: Errori relativi al variare di “D” (ampiezze zeri della componente P)....	158
Figura 4.40 Errori relativi con “s/L” e “D/L” costanti (frequenze zeri della componente N).....	159
Figura 4.41 Errori relativi con “s/L” e “D/L” costanti (ampiezze poli della componente P).....	160
Figura 4.42 Errori relativi con “s/L” e “D/L” costanti (ampiezze zeri della componente N)	160
Figura 4.43 Errori relativi con “s/L” e “D/L” costanti (ampiezze zeri della componente P).....	161
Figura 4.44 Errori relativi al variare di “s/L” (frequenze zeri della componente N) .	162
Figura 4.45 Errori relativi al variare di “s/L” (frequenze zeri della componente P)..	162
Figura 4.46 Errori relativi al variare di “s/L” (ampiezze poli della componente N)..	163
Figura 4.47 Errori relativi al variare di “s/L” (ampiezze poli della componente P) ..	163
Figura 4.48 Errori relativi al variare di “D/L” (frequenze zeri della componente N)	164
Figura 4.49 Errori relativi al variare di “D/L” (frequenze zeri della componente P).	164
Figura 4.50 Errori relativi al variare di “D/L” (ampiezze polii della componente N)	165
Figura 4.51 Errori relativi al variare di “D/L” (ampiezze polii della componente P)	165

Figura 4.52 Confronto in ampiezza tra H_{11} e H_{1s1} (caso sperimentale).....	167
Figura 4.53 Confronto in ampiezza a basse frequenze tra H_{11} e H_{1s1} (caso sperimentale).....	167
Figura 4.54 Confronto tra H_{11} e H_{1s1} , dettaglio sul polo	168
Figura 4.55 Confronto tra H_{11} e H_{1s1} , dettaglio sullo zero.....	169
Figura 4.56 Differenza percentuale tra H_{11} e H_{1s1} dei primi tre poli al variare di “s/L”	170
Figura 4.57 Cilindro B	172
Figura 4.58 Cilindro A	172
Figura 4.59 Cilindro B + A	172
Figura 4.60 Confronto tra le ampiezze delle FRFs ottenute mediante RCSA e modello FEM con elementi beam.....	173
Figura 4.61 Confronto tra le fasi delle FRFs ottenute mediante RCSA e modello FEM con elementi beam.....	173
Figura 4.62 Dettaglio primo polo	174
Figura 4.63 Dettaglio secondo polo	174
Figura 4.64 Variabilità della posizione dell’accelerometro.....	177
Figura 4.65 Variabilità del punto di martellata.....	178
Figura 4.66 Prova eseguita per determinare i parametri di variabilità del punto di martellata	178
Figura 4.67 Campioni ottenuti nelle prove per la variabilità del punto di martellata	179
Figura 4.68 Istogramma del campione 1	182
Figura 4.69 Cilindro beam discretizzato con elementi di lunghezza opportuna	184
Figura 4.70 FRFs ottenute considerando la variabilità del punto di applicazione della forza e del punto di acquisizione degli spostamenti	186
Figura 4.71 Particolare del polo.....	186
Figura 4.72 Particolare dello zero.....	187
Figura 4.73 Confronto ampiezze N_{33}	188
Figura 4.74 Confronto ampiezze P_{33}	188
Figura 4.75 Confronto ampiezze N_{33} , primo polo	189
Figura 4.76 Cilindro B	190
Figura 4.77 Cilindro A	190
Figura 4.78 Cilindro B + A	191

Figura 4.79 Confronto tra FRFs ottenute mediante RCSA e modello FEM considerando la variabilità dei punti di misura	191
Figura 4.80 Confronto tra FRFs ottenute mediante RCSA e modello FEM (primo polo)	192
Figura 4.81 Confronto tra FRFs ottenute mediante RCSA e modello FEM (secondo polo)	192
Figura 4.82 Confronto tra FRFs ottenute mediante RCSA e modello FEM (terzo polo)	193
Figura 5.1 Schema delle fasi operative	198
Figura 5.2 Fresatrice Matesina F.U.1s	200
Figura 5.3 Mandrino della fresatrice Matesina F.U.1s.....	200
Figura 5.4 Utensile 1 (C100).....	202
Figura 5.5 Utensile 2 (C08).....	202
Figura 5.6 Riferimenti geometrici per l'utensile 1 (C100).....	203
Figura 5.7 Riferimenti geometrici per l'utensile 2 (C08)	203
Figura 5.8 Scheda di acquisizione NI USB-9234	204
Figura 5.9 Martello PCB 086C04 (sinistra) e Martello PCB 086E80 (destra).....	206
Figura 5.10 Accelerometro PCB 352C23.....	207
Figura 5.11 Modello rappresentante la connessione distribuita.....	209
Figura 5.12 Mandrino senza utensile	210
Figura 5.13 Mandrino con montato l'utensile	210
Figura 5.14 Vincolo Cerniera - Carrello	212
Figura 5.15 Confronto in ampiezza e coerenza delle FRFs acquisite sul mandrino (MP) con martello PCB 086C04 puntale in teflon, utilizzate per calcolare N33MP, da 0 Hz a 200 Hz.....	215
Figura 5.16 Confronto in ampiezza e coerenza delle FRFs acquisite sul mandrino con montato l'utensile 1 (MPU1) con martello PCB 086E80 puntale in rame, utilizzate per calcolare N11MPU1, da 0 Hz a 200 Hz.....	215
Figura 5.17 Zona di transizione delle FRFs acquisite sul mandrino con montato l'utensile 1 (MPU1) usate per comporre l'FRF H11MPU1, confronto ampiezze e coerenze.....	218
Figura 5.18 Zona di transizione delle FRFs acquisite sul mandrino con montato l'utensile 1 (MPU1) usate per comporre l'FRF H11MPU1, confronto fasi e coerenze	218

Figura 5.19 Collocazione punto 3 per MP.....	220
Figura 5.20 Collocazione punto 1 per MPU1	220
Figura 5.21 Collocazione punti 1 e 2 per U1	221
Figura 5.22 Collocazione punti 1 e 2 per U2.....	221
Figura 5.23 Collocazione punto 1 per MPU2.....	221
Figura 5.24 Schema delle fasi operative, FRFs Mandrino-Portautensili.....	224
Figura 5.25 Posizione punti 3, 3s, 3ss.....	224
Figura 5.26 Confronto delle tre FRFs H usate per calcolare N33MP	225
Figura 5.27 Confronto delle tre FRFs L usate per calcolare P33MP	226
Figura 5.28 FRF calcolata P33MP.....	227
Figura 5.29 Confronto P33MP calcolate mediante differenti procedure	228
Figura 5.30 Schema delle fasi operative, FRFs Mandrino-Portautensili-Utensile 1..	229
Figura 5.31 Posizione punti 1, 1s 1ss.....	230
Figura 5.32 Confronto delle tre FRFs H usate per calcolare N11MPU1.....	230
Figura 5.33 Confronto delle tre FRFs L usate per calcolare P11MPU1	231
Figura 5.34 FRF calcolata P11MPU1	232
Figura 5.35 Confronto P11MPU1 calcolate mediante differenti procedure.....	233
Figura 5.36 Schema delle fasi operative, FRFs Utensile 1 e Utensile 2	234
Figura 5.37 Modello FEM dell'utensile U1 (C100) modellato tramite Abaqus	235
Figura 5.38 Modello FEM dell'utensile U2 (C08) modellato tramite Abaqus	236
Figura 5.39 Coppia di forze applicata al punto 1 dell'utensile per generare un momento unitario	237
Figura 5.40 Confronto FRFs dell'Utensile 2 e dell'Utensile 1: H11	238
Figura 5.41 Confronto FRFs dell'Utensile 2 e dell'Utensile 1: L12.....	238
Figura 5.42 Confronto FRFs dell'Utensile 2 e dell'Utensile 1: P22	239
Figura 5.43 Schema delle fasi operative, FRFs Mandrino-Portautensili-Utensile 2..	240
Figura 5.44 Confronto FRFs MPU1 e MPU2: H11.....	241
Figura 5.45 Schema delle fasi operative, Parametro connessione K	242
Figura 5.46 Rigidezza dinamica K11 (ampiezza).....	243
Figura 5.47 Rigidezza dinamica K11 (fase).....	243
Figura 5.48 Schema delle fasi operative, applicazione della tecnica dell'RCSA	245
Figura 5.49 FRF H11MPU2 (ampiezze) ricavata tramite RCSA	245
Figura 5.50 Schema delle fasi operative, Confronto dei risultati.....	246

Figura 5.51 Confronto in ampiezza tra prove sperimentali e RCSA.....	247
Figura 5.52 Confronto in fase tra prove sperimentali e RCSA.....	248
Figura 5.53 Confronto parte reale tra prove sperimentali e RCSA.....	248
Figura 5.54 Confronto parte immaginaria tra prove sperimentali e RCSA.....	249
Figura 5.55 Confronto tra FRFs MPU ₁ , MPU ₂ (misurato), MPU ₂ (RCSA)	249
Figura 5.56 Diagramma a lobi.....	251
Figura 6.1 Rappresentazione grafica della componente N vista come derivata di H.	256
Figura 6.2 Macchina a montante mobile	261
Figura 6.3 RCSA a 2 gradi di libertà.....	262
Figura 6.4 RCSA a 4 gradi di libertà.....	262
Figura 6.5 Mandrino connesso con utensile (4 gradi di libertà)	263
Figura 6.6 Sottostrutture A e B unite da una connessione.....	265
Figura 6.7 Sottostrutture A e B unite da un elemento rigido e uno viscoso	266
Figura 6.8 Macchina a portale	269
Figura 6.9 Macchina a portale con mandrino	270
Figura 6.10 Mandrino.....	270
Figura 6.11 Attrezzatura di fissaggio di un pezzo	272
Figura 6.12 Utensile modellato con software di analisi FEM	274
Figura 6.13 Misurazione delle FRFs tramite impact-test	275
Figura 7.1 Fasi FRFs H11G, 1-gdl con connessione rigida.....	303
Figura 7.2 Fasi FRFs H11G, 1-gdl con connessione K.....	303
Figura 7.3 Fasi FRFs H11G, 1-gdl con connessione non nota	303
Figura 7.4 Errore percentuale FRFs H11G, 1-gdl con connessione non nota.....	304
Figura 7.5 Fasi FRFs H11G, 2-gdl con connessione rigida.....	304
Figura 7.6 Errore percentuale FRFs H21G, 2-gdl con connessione rigida.....	305
Figura 7.7 Errore percentuale FRFs H22G, 2-gdl con connessione rigida.....	305
Figura 7.8 Fasi FRFs H11G, 2-gdl con connessione K.....	306
Figura 7.9 Fasi FRFs H11G, 2-gdl con connessione non nota	306
Figura 7.10 Fasi FRFs H11G, connessione distribuita, variazione lunghezza.....	307
Figura 7.11 Fasi FRFs H11G, connessione distribuita, variazione lunghezza e diametro	307
Figura 7.12 Fasi FRFs H11G, connessione distribuita, zona di connessione non variabile	308
Figura 7.13 Errori relativi al variare di “s” (ampiezze zeri della componente N)	308

Figura 7.14 Errori relativi al variare di “s” (ampiezze zeri della componente P)	309
Figura 7.15 Errori relativi al variare di “L” (ampiezze zeri della componente N)	309
Figura 7.16 Errori relativi al variare di “L” (ampiezze zeri della componente P)	310
Figura 7.17 Errori relativi al variare di “D” (frequenze zeri della componente P)	310
Figura 7.18 Errori relativi al variare di “D” (ampiezze poli della componente N)....	311
Figura 7.19 Errori relativi con “s/L” e “D/L” costanti (frequenze zeri della componente P)	311
Figura 7.20 Errori relativi con “s/L” e “D/L” costanti (ampiezze poli della componente N)	312
Figura 7.21 Istogramma del campione 2	313
Figura 7.22 Istogramma del campione 3	314
Figura 7.23 Istogramma del campione 4	315
Figura 7.24 Istogramma del campione 5	316
Figura 7.25 Istogramma del campione 6	317
Figura 7.26 Istogramma del campione 7	318
Figura 7.27 Istogramma del campione 8	319
Figura 7.28 Istogramma del campione 9	320
Figura 7.29 Istogramma del campione 10	321
Figura 7.30 Confronto in ampiezza e coerenza delle FRFs acquisite sul mandrino (MP) con martello PCB 086C04 puntale in teflon, utilizzate per calcolare N33sMP, da 0 Hz a 200 Hz	321
Figura 7.31 Confronto in ampiezza e coerenza delle FRFs acquisite sul mandrino (MP) con martello PCB 086C04 puntale in teflon, utilizzate per calcolare N33ssMP, da 0 Hz a 200 Hz	322
Figura 7.32 Confronto in ampiezza e coerenza delle FRFs acquisite sul mandrino con montato l’utensile 1 (MPU1) con martello PCB 086C04 puntale in teflon, utilizzate per calcolare N11sMP, da 0 Hz a 200 Hz.....	322
Figura 7.33 Confronto in ampiezza e coerenza delle FRFs acquisite sul mandrino con montato l’utensile 1 (MPU1) con martello PCB 086C04 puntale in teflon, utilizzate per calcolare N11ssMP, da 0 Hz a 200 Hz.....	323
Figura 7.34 Confronto delle tre FRFs H usate per calcolare N33sMP	323
Figura 7.35 Confronto delle tre FRFs H usate per calcolare N33ssMP.....	324
Figura 7.36 Confronto delle tre FRFs H usate per calcolare N11sMPU1	324
Figura 7.37 Confronto delle tre FRFs H usate per calcolare N11ssMPU1	325

Figura 7.38 Rigidezza dinamica $K_{12} = K_{21}$ (ampiezza)	325
Figura 7.39 Rigidezza dinamica $K_{12} = K_{21}$ (fase)	326
Figura 7.40 Rigidezza dinamica K_{22} (ampiezza).....	326
Figura 7.41 Rigidezza dinamica K_{22} (fase).....	327
Figura 7.42 Vincolo Cerniera – Carrello.....	327
Figura 7.43 Vincolo Cerniera – Carrello rappresentato mediante forze vincolari	328
Figura 7.44 Procedura di calcolo dei momenti interni	329
Figura 7.45 Diagramma dei momenti interni	329
Figura 7.46 Sovrapposizione FRFs H11	334
Figura 7.47 Confronto FRFs P con rapporto $L/D = 1$	335
Figura 7.48 Confronto FRFs P con rapporto $L/D = 3$	336
Figura 7.49 Confronto FRFs P con rapporto $L/D = 5$	336
Figura 7.50 Confronto FRFs P con rapporto $L/D = 10$	337
Figura 7.51 Confronto FRFs P con rapporto $L/D = 20$	337

Indice delle tabelle

Tabella 2.1 Tipi di rigidzze.....	17
Tabella 3.1 Dati cilindri, RCSA 1-gdl con connessione rigida	53
Tabella 3.2 Dati cilindri RCSA, 1-gdl con connessione K.....	56
Tabella 3.3 Dati cilindri, RCSA 1-gdl con connessione non nota	60
Tabella 3.4 Dati cilindri, RCSA 2-gdl con connessione rigida	71
Tabella 3.5 Dati cilindri, RCSA 2-gdl con connessione K.....	74
Tabella 3.6 Dati cilindri, RCSA 2-gdl con connessione non nota	77
Tabella 3.7 Dati cilindri, connessione distribuita, caso variazione lunghezza	82
Tabella 3.8 Dati cilindri, connessione distribuita, variazione lunghezza e diametro... ..	84
Tabella 3.9 Dati cilindri, connessione distribuita, zona di connessione non variabile. ..	86
Tabella 3.10 Dati cilindri, RCSA applicata a strutture scomposte con componenti nulle	91
Tabella 3.11 Dati cilindri, RCSA applicata a strutture tagliate con ausilio di cilindro	103
Tabella 3.12 Dati cilindri, RCSA applicata a strutture scomposte con componenti stimate	111
Tabella 3.13 Dati cilindri, stima FRFs N, L e P	113
Tabella 3.14 Dati cilindri, RCSA applicata a strutture tagliate senza ausilio di cilindro	123
Tabella 4.1 Vantaggi e svantaggi delle tecniche di Schmitz e Altintas.....	130
Tabella 4.2 Dati cilindro generico	136
Tabella 4.3 Dati cilindro snello	139
Tabella 4.4 Dati cilindro tozzo	141
Tabella 4.5 Dati Cilindro con “s” variabile	148
Tabella 4.6 Dati Cilindro con “L” variabile	151
Tabella 4.7 Dati Cilindro con “L” variabile e rapporto “s/L” costante	153
Tabella 4.8 Dati Cilindro con “D” variabile.....	156
Tabella 4.9 Dati Cilindro con “L” variabile e rapporti “s/L” e “D/L” costanti	159
Tabella 4.10 Dati Cilindro per valutare differenza tra FRFs collocata e non collocata	168
Tabella 4.11 Dati Cilindro con rapporto “s/L” variabile.....	170

Tabella 4.12 Dati Cilindro B	172
Tabella 4.13 Dati Cilindro A	172
Tabella 4.14 Dati Cilindro B + A.....	172
Tabella 4.15 Valori in ampiezza e in fase dei primi due poli	174
Tabella 4.16 Classi di suddivisione (unità di misura: mm)	181
Tabella 4.17 Informazioni statistiche del campione 1 (unità di misura: mm)	181
Tabella 4.18 Medie dei campioni con Media e Dev. standard della popolazione.....	182
Tabella 4.19 Informazioni statistiche della popolazione (unità di misura: mm).....	183
Tabella 4.20 Dati del cilindro usato per la simulazione della variabilità dei punti di misura	185
Tabella 4.21 Valori in ampiezza dei primi tre poli di N e P.....	189
Tabella 4.22 Dati Cilindro B	190
Tabella 4.23 Dati Cilindro A	190
Tabella 4.24 Dati Cilindro B + A.....	191
Tabella 4.25 Valori delle frequenze e delle ampiezze dei primi tre poli.....	193
Tabella 5.1 Caratteristiche della fresatrice	201
Tabella 5.2 Dimensioni Utensile 1 (C100).....	203
Tabella 5.3 Dimensioni Utensile 2 (C08).....	203
Tabella 5.4 Caratteristiche Scheda di acquisizione NI USB-9234	205
Tabella 5.5 Caratteristiche dei martelli PCB 086C04 e PCB 086E80	207
Tabella 5.6 Caratteristiche gli accelerometri PCB 352C23.....	208
Tabella 5.7 Lunghezza libera di inflessione	212
Tabella 5.8 Altri dati dell'Utensile 1	235
Tabella 5.9 Altri dati dell'Utensile 2	236
Tabella 5.10 Confronti numerici tra FRF sperimentale e FRF stimata tramite RCSA	250
Tabella 7.1 Informazioni statistiche del campione 2: unità di misura [mm]	312
Tabella 7.2 Informazioni statistiche del campione3: unità di misura [mm]	313
Tabella 7.3 Informazioni statistiche del campione 4: unità di misura [mm]	314
Tabella 7.4 Informazioni statistiche del campione 5: unità di misura [mm]	315
Tabella 7.5 Informazioni statistiche del campione 6: unità di misura [mm]	316
Tabella 7.6 Informazioni statistiche del campione 7: unità di misura [mm]	317
Tabella 7.7 Informazioni statistiche del campione 8: unità di misura [mm]	318
Tabella 7.8 Informazioni statistiche del campione 9: unità di misura [mm]	319

Tabella 7.9 Informazioni statistiche del campione 10: unità di misura [mm]	320
Tabella 7.10 Dati dei cilindri connessi con la connessione distribuita	333
Tabella 7.11 Dati Cilindro con “L/D” variabile	335

1. INTRODUZIONE

Nel presente lavoro di tesi si affronterà la questione riguardante la determinazione della funzione di risposta in frequenza all'estremo dell'utensile (ovvero nel punto di contatto con il pezzo in lavorazione) nei centri di lavoro a controllo numerico. Tale funzione infatti, in ambito di ottimizzazione delle lavorazioni, ricopre un ruolo di fondamentale importanza in quanto le prestazioni della macchina stessa dipendono fortemente da essa, risultando quindi un'informazione indispensabile per chiunque si prefiggesse di ottimizzarne le prestazioni. La risposta in frequenza per semplicità d'utilizzo è spesso chiamata FdT (funzione di trasferimento) o FRF (funzione di risposta in frequenza). Il modo più semplice ed accurato per la determinazione di una FRF è sicuramente quello sperimentale tramite un semplice sistema di misura composto da martello strumentato, accelerometro e sistema di acquisizione dati, tuttavia l'evoluzione di software di calcolo FEM e sistemi di calcolo sempre più rapidi hanno aperto la strada alla determinazione preventiva, tramite calcolatore, di tale funzione. La difficoltà in quest'ultimo caso sta nell'avere a disposizione un modello accurato della realtà, cosa che si ottiene partendo ancora da misure effettuate direttamente sulla macchina da cui, grazie a routine di model-updating, si ottengono modelli matematici accurati. In entrambi i casi però, sperimentale e FEM, le FRFs che si hanno a disposizione sono ovviamente relative ad una precisa configurazione di macchina e al variare di tale configurazione occorre effettuare nuovamente la campagna di misure generando così notevoli inconvenienti per fermi macchina e per la durata delle stesse.

In questo capitolo introduttivo si cercherà di contestualizzare il problema, capendo dove si riscontra e come viene attualmente affrontato e, successivamente, si proporrà una tecnica, oggetto della tesi, che avvalendosi di formulazioni analitiche e di sistemi di calcolo FEM, riduca la necessità di lunghe e laboriose campagne di misure sperimentali ad un'unica campagna da cui sarà possibile prevedere variazioni nelle FRFs al variare della configurazione macchina senza trascurare l'accuratezza del risultato.

1.1. PROBLEMATICHE INDUSTRIALI

Una gran parte degli sforzi della ricerca tecnologica industriale è rivolta alle High-Speed-Machining (HSM) ovvero alle lavorazioni ad alta velocità. Per massimizzare la capacità di asportazione, intesa come volume di materiale asportato (grandezza indicata in letteratura con la sigla MMR, Material Removal Rate), è infatti necessario agire principalmente su due parametri: profondità di passata (generalmente indicata con la lettera p o b) e velocità di taglio (v_t) [1]. Esempi di settori dove questo aspetto è di fondamentale importanza sono l'*aerospace* e l'*automotive* dove l'introduzione delle tecnologie HSM ha permesso di ottenere prodotti finiti a partire da grezzi in leghe di alluminio. I vantaggi principali introdotti grazie all'impiego di macchine che lavorano nel campo delle HSM sono molteplici:

- maggiori superfici lavorate nell'unità di tempo;
- alta qualità delle superfici in virtù delle ridotte irregolarità lasciate dalla lavorazione;
- maggior dispersione del calore data l'elevata velocità di allontanamento del truciolo e di conseguenza minor riscaldamento del pezzo e dell'utensile;
- possibilità di lavorare a secco o con lubrorefrigerazione minimale.

E' immediato capire che queste grandezze non possono ovviamente essere incrementate a piacimento ma si scontrano con vincoli tecnologici che tuttavia, grazie alla ricerca e alla pratica industriale, risultano sempre meno restrittivi. Il primo vincolo tecnologico è sicuramente rappresentato dall'usura dei taglienti degli utensili utilizzati durante le lavorazioni [1]. Gli utensili infatti sono principalmente di due tipologie, integrali solitamente in acciaio rapido con o senza rivestimenti superficiali, oppure a taglienti riportati generalmente con placchette in metallo duro o in ceramica.

La loro usura è un problema molto importante in fase di definizione del sistema di produzione. La durata dell'utensile risente principalmente degli effetti della velocità di taglio v_t e secondariamente quelli dell'avanzamento per dente a_z e della

profondità di passata p . Gli effetti principali dell'usura sono la formazione del labbro di usura (che ha effetti sulla qualità della lavorazione) e del cratere (che ha come effetti un aumento delle forze di taglio e la non corretta formazione del truciolo).

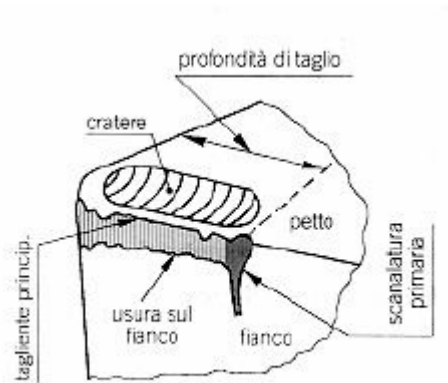


Figura 1.1 Effetti dell'usura sull'utensile

Il parametro che solitamente si utilizza per valutare l'usura è VB che indica la larghezza media del labbro di usura, il cui andamento in funzione di v_t è mostrato in Figura 1.2.

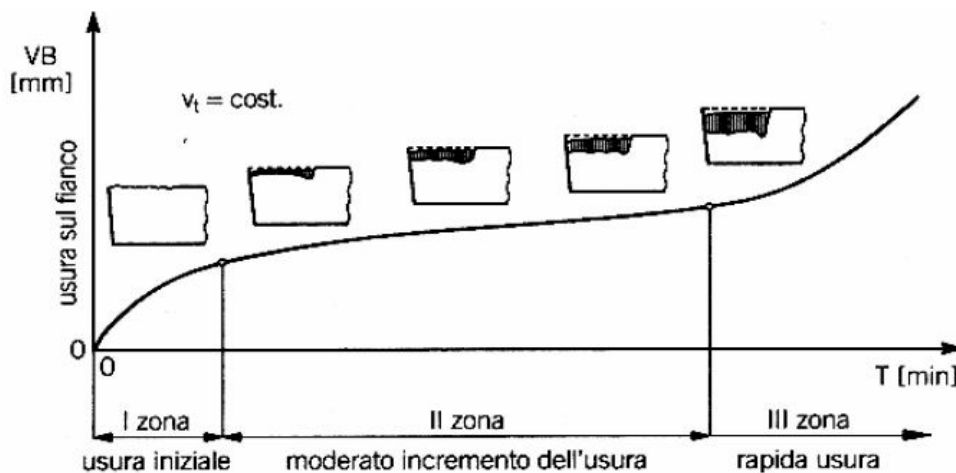


Figura 1.2 Durata dell'utensile in funzione dell'usura

La vita dell'utensile si determina imponendo un valore massimo di VB accettabile con il quale, tramite la curva, si determina il tempo massimo di lavorazione che

generalmente cade nella seconda zona. Ciò per quanto riguarda v_t , in realtà un modello più dettagliato considera anche gli altri due fattori (a_z , p), ottenendo nel caso di utensili in acciaio rapido:

$$v_t T^{0,15} a_z^{0,6} p^{0,15} = Cost \quad [1.1]$$

Da cui si ha:

$$T = Cost^7 v_t^{-7} a_z^{-4} p^{-1} \quad [1.2]$$

In quest'ultima equazione si nota l'ordine di influenza dei fattori considerati sulla vita dell'utensile ed è semplice notare che p , influenzando in modo minore, sarà il parametro su cui si potrà agire maggiormente ma chiaramente non a piacimento.

Un altro vincolo con cui è necessario scontrarsi in fase di definizione di profondità di passata e di velocità di taglio, è dato dalla macchina utensile. Quest'ultima infatti pone necessariamente dei vincoli fisici come: potenza messa a disposizione al mandrino, velocità di taglio e avanzamento. Questi limiti possono dare luogo ad un'area di fattibilità della lavorazione come riportato nell'immagine seguente:

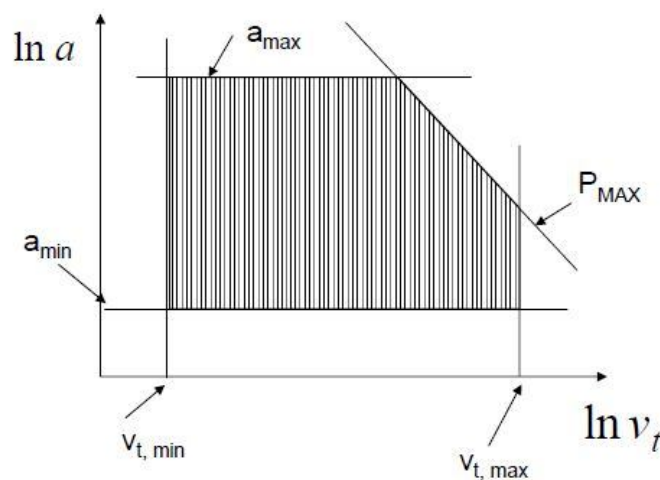


Figura 1.3 Area di fattibilità di una lavorazione

Inoltre le macchine HSM dovendo operare con elevato numero di giri, con elevata velocità di taglio, con alte velocità di avanzamento e quindi con accelerazioni notevoli richiedono strutture e componenti specifici, si hanno infatti:

- telai monoblocco in cemento polimerico che conferisce alla struttura estrema rigidità e grande facoltà di ammortizzamento, fino a sei volte superiore a quello della ghisa.
- dato l'elevato numero di giri richiesti al mandrino si utilizzano esclusivamente elettomandrini ad alta frequenza;
- per soddisfare le esigenze di avere elevate accelerazioni per muovere le tavole vengono usati i direct drive ovvero accoppiamenti diretti senza trasmissioni in modo da avere altissima precisione con diminuzione di rumore e alti valori di coppia anche a bassi regimi di velocità;
- dove vengono usate le viti a ricircolo di sfere, sono di grande diametro e piccolo passo per avere grande rigidità dinamica;
- i cuscinetti delle macchine che offrono le più elevate prestazioni sono di tipo ibrido ovvero anelli in acciaio e sfere in ceramica;
- i portautensili sono del tipo HSK che consentono un migliore e più sicuro bloccaggio anche agli elevati regimi di rotazione.

Nonostante la ricerca abbia comunque permesso di avere utensili e macchine capaci di lavorare agevolmente nel campo delle HSM, un ulteriore limite all'aumento dell'MRR è dovuto all'instabilità di processo di taglio ovvero all'insorgere di vibrazioni dovute all'interazione tra tutte queste parti che compongono la macchina utensile. Questo fenomeno, che in letteratura è chiamato col termine *chatter* [3], limita notevolmente l'aumento dell'MRR tanto da risultare spesso il vincolo principale in fase di ottimizzazione della lavorazione.

1.2. CHATTER

Il *chatter* è definito come instabilità del processo di taglio che si manifesta tramite l'insorgere di vibrazioni con una cattiva finitura superficiale.

Nella maggior parte delle applicazioni, il chatter è il fattore principale che limita notevolmente la produttività del sistema in quanto si innesca quando la profondità di passata è incrementata oltre un determinato valore a precisi regimi di rotazione. Questo fenomeno è caratterizzato da un continuo e rapido aumento delle vibrazioni relative tra utensile e pezzo che portano inevitabilmente allo scarto del pezzo stesso per una scadente finitura superficiale, un rumore indesiderato, un notevole incremento dell'usura dell'utensile e la possibilità di rottura dello stesso anche dopo pochi secondi di lavorazione. Si possono inoltre avere effetti sui cuscinetti del mandrino come il danneggiamento delle piste.



Figura 1.4 Esempio di fresatura frontale

Nella presente trattazione si fa riferimento esclusivamente alle lavorazioni di fresatura frontale (Vedi Figura 1.4) in quanto è quella che si avrà a disposizione durante la trattazione sperimentale, ma si precisa che il chatter può instaurarsi in diversi processi di taglio per asportazione di truciolo: tornitura, foratura, barenatura, brocciatura, rettifica e fresatura, che rappresentano una grossa parte delle possibili lavorazioni in quanto, queste ultime, sono presenti in tutti i processi secondari (vedi Figura 1.5).

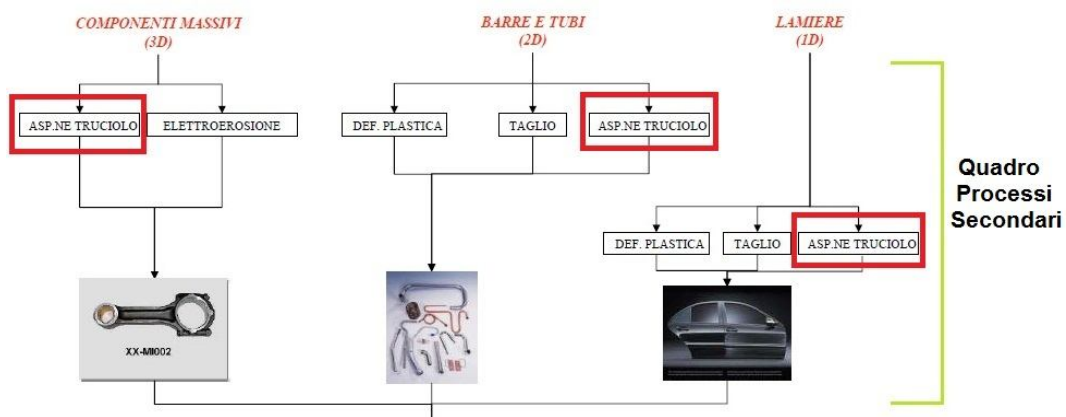


Figura 1.5 Quadro dei processi secondari

Occorre innanzitutto specificare quando si innesca questo fenomeno. Per fare ciò si effettua una classificazione di carattere generale con cui suddividere le vibrazioni a seconda delle loro origini in:

- Vibrazioni libere smorzate, ovvero quelle generate da sorgenti o sollecitazioni occasionali principalmente provenienti dall'ambiente esterno;
- Vibrazioni forzate, ovvero quelle di natura meccanica dovute a forzanti cicliche propri della lavorazione;
- Vibrazioni autoeccitate, ovvero quelle che si manifestano inizialmente come vibrazioni libere ma che, introducendo progressivamente energia nel processo, aumentano diventando instabili.

E' proprio questo ultimo tipo di vibrazioni quello caratteristico del chatter che, come precedentemente introdotto, si manifesta tra utensile e pezzo e che si innesca quando la profondità di passata è supera un determinato valore.

Facendo ora riferimento alla Figura 1.6 si cerca di mostrare come si genera questo fenomeno.

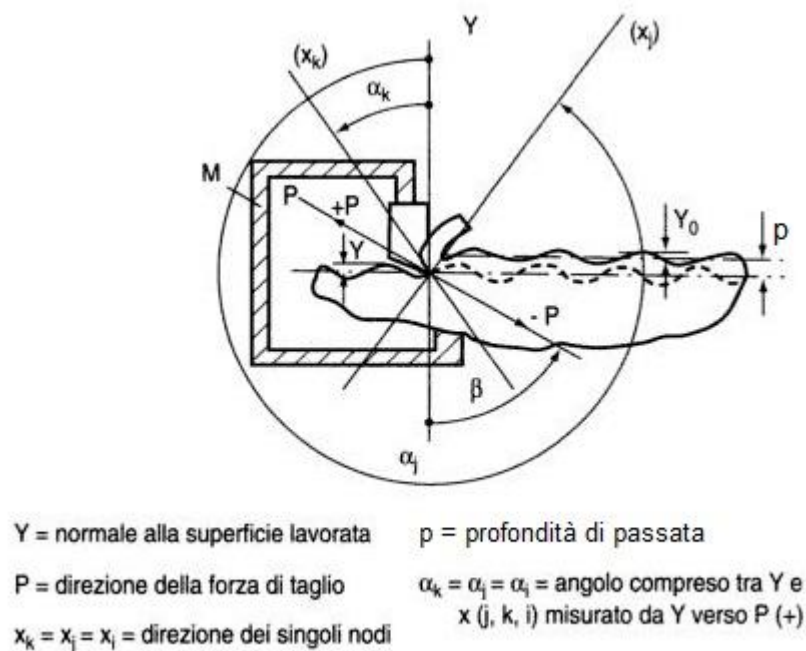


Figura 1.6 Generazione del *chatter*

Il pezzo da lavorare presenta una ondulazione superficiale Y_0 rimasta dalla passata precedente, ad esempio in tornitura è l'ondulazione sulla superficie del pezzo lasciata al giro precedente, in fresatura l'ondulazione sulla superficie del pezzo lasciata dal tagliente precedente. Si cerca ora di effettuare un'asportazione con profondità di passata pari ad p . Risulta intuitivo che insorgerà una variazione nella forza di taglio ΔP durante l'avanzamento dovuta proprio ad Y_0 che, se si pone quest'ultima sinusoidale, sarà anch'essa sinusoidale e così anche la deflessione dell'utensile che a sua volta darà luogo ad una nuova superficie con una nuova ondulazione Y . Si definisce il processo stabile se $Y < Y_0$, al contrario il processo si trova nel campo di

instabilità. Si intuisce immediatamente che è quindi la grandezza Y quella di principale importanza nella valutazione delle vibrazioni e matematicamente è possibile esprimere una relazione tra essa e la variazione della forza lungo la direzione della forza di taglio P come:

$$Y = \Delta P \cdot \Phi(f) \quad [1.3]$$

In questa equazione si introduce $\Phi(f)$ ad indicare una funzione dipendente dalla frequenza f di variazione della forza ed è detta cedevolezza incrociata in quanto valutata tra le direzioni di Y e di P . Quest'ultima è una funzione complessa e pertanto la si può riscrivere nell'equazione precedente come somma di due componenti, una reale ed una complessa:

$$Y = \Delta P \cdot [G(f) + jH(f)] \quad [1.4]$$

Se si ipotizza ora come legame tra la variazione della forza di taglio e la variazione dello spessore di truciolo tagliato la seguente relazione:

$$\Delta P = -K_c b(Y - Y_0) \quad [1.5]$$

Si ha che:

$$Y = -K_c b(Y - Y_0)[G(\omega) + jH(\omega)] \quad [1.6]$$

$$\frac{Y_0}{Y} = \frac{1 + K_c b[G(\omega) + jH(\omega)]}{K_c b[G(\omega) + jH(\omega)]} \quad [1.7]$$

Il limite di stabilità rigenerativo è definito come condizione in cui $Y = Y_0$ ottenendo pertanto:

$$\frac{1}{2K_c b} = -G(\omega) \quad [1.8]$$

$$b_{lim} = \frac{-1}{2K_c G(\omega)_{min}} \quad [1.9]$$

L'espressione ricavata esprime quindi il valore limite della larghezza del truciolo che può essere lavorato (da cui si può estrarre la profondità di passata p) nel caso di utensile monotagliante come avviene durante lavorazioni di tornitura. Per passare al caso di riferimento, ovvero di tornitura frontale, basterà moltiplicare per il numero di taglienti simultaneamente in presa ottenendo:

$$z_c b_{lim} = \frac{-1}{2K_c G(\omega)_{min}} \quad [1.10]$$

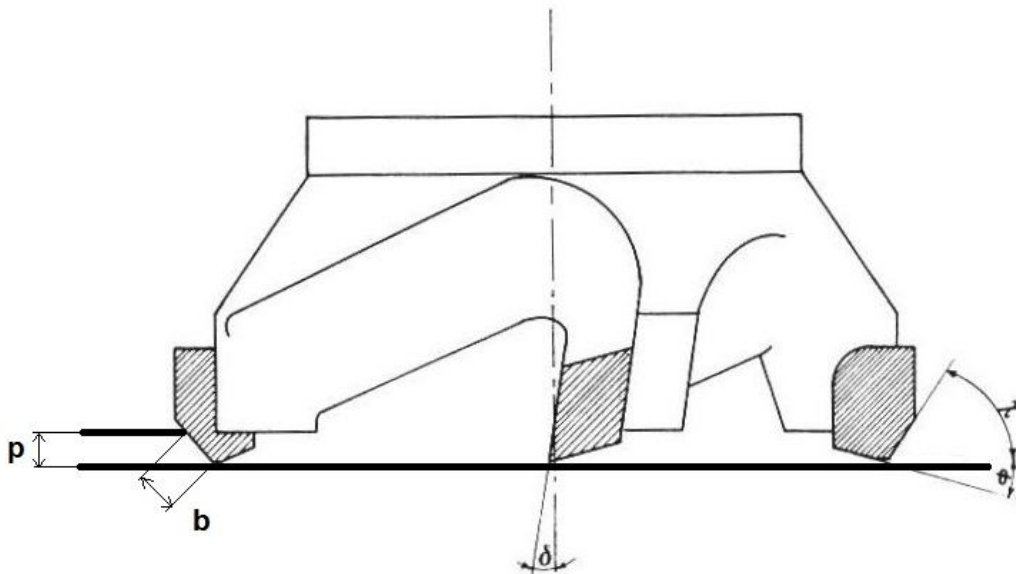


Figura 1.7 Grandezze tipiche in lavorazioni di fresatura frontale

Quest'ultima equazione è di estrema importanza poiché esprime una relazione semplice e diretta tra la capacità di tagliare metallo, espressa da b_{lim} , e il comportamento dinamico della macchina, espresso da $G(\omega)_{min}$. Tuttavia la sua

validità dipende dall'accuratezza con cui viene ricavata la funzione $G(\omega)_{min}$ e dalla corretta stima del coefficiente di taglio K_c .

Lo strumento utilizzato dai progettisti, che si trovano a dover ottimizzare i parametri di una lavorazione, per difendersi dall'insorgere del chatter è il diagramma a lobi. Un esempio di tale grafico è riportato nella seguente immagine.

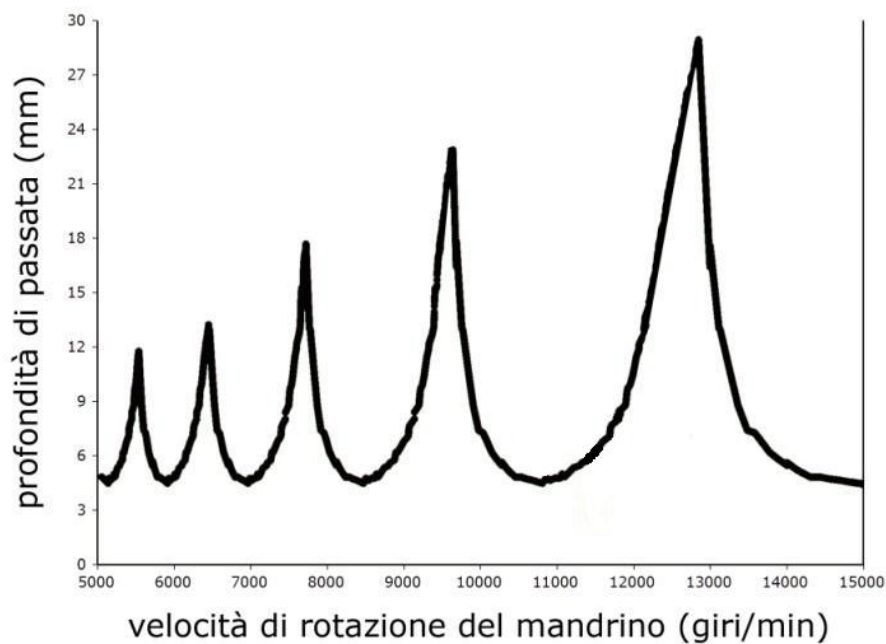


Figura 1.8 Esempio di diagramma a lobi

Esso esprime la relazione tra la massima profondità di passata (p) in funzione della velocità del mandrino: attraverso questo diagramma è possibile stabilire qualitativamente per quali valori di profondità di passata e di velocità la lavorazione è stabile o instabile, infatti la parte di piano al di sotto della traccia dei lobi individua la zona di stabilità della lavorazione, mentre al di sopra si ha instabilità e conseguente innesco del chatter. Si può facilmente notare dal punto di vista quantitativo come il chatter sia un grosso limite per le lavorazioni in quanto, per quel che riguarda il diagramma a lobi riportato in Figura 1.8, se si considera ad esempio una velocità di rotazione di 9500 rpm il limite di stabilità è fissato intorno ai 20 mm,

ma variando di soli 500 rpm il limite oltre al quale si ha l'insorgere del chatter scende al di sotto di 5 mm.

L'idea dell'HSM è quella di lavorare in una zona del diagramma a lobi dove non si ha una così forte dipendenza da questo limite, ovvero dove le tasche di stabilità sono molto ampie oppure, nei casi più fortunati, oltre il primo lobo cioè in una zona dove il limite di stabilità cresce monotono e più che linearmente con la velocità di rotazione del mandrino.

1.3. OBIETTIVO DELLA TESI

Tornando a quanto detto in precedenza, l'equazione ricavata (vedi eq. [1.10]) e il conseguente diagramma a lobi rappresentano uno strumento molto potente nella prevenzione alla formazione del *chatter* purché si sia effettuata una corretta stima dei coefficienti di taglio K_c e della parte reale della cedevolezza all'utensile $G(\omega)_{min}$.

Per fare questo i progettisti eseguono campagne di misure sperimentali al fine di determinare le FRFs all'estremo dell'utensile. Queste ultime risultano spesso difficili da realizzarsi nelle aziende per vari aspetti:

- il personale addetto ad effettuare questo tipo di misure deve necessariamente essere qualificato rappresentando quindi un alto costo;
- occorre mettere a disposizione agli addetti la necessaria strumentazione;
- per effettuare le misure occorrono necessariamente fermi macchina che bloccano la produzione e per di più, trattandosi di HSM, occorre analizzare un ampio range di frequenze pertanto può rendersi necessario effettuare misure doppie per la valutazione alle basse e alle alte frequenze;
- i risultati ottenuti al termine di una campagna di misure, anche se di altissima precisione, saranno relativi alla configurazione della macchina presa in esame ovvero a quella particolare macchina utensile che presenta un determinato mandrino, un portautensile ed un utensile. Non sarà pertanto possibile estendere i risultati ad altre configurazioni in quanto una piccola variazione dei componenti può cambiare notevolmente i risultati ottenibili.

Se i primi due punti hanno solo valenza economica, il terzo e il quarto risultano notevolmente più interessanti in quanto, oltre all'aspetto economico, considerano anche quello tecnologico.

L'obiettivo della tesi è proprio rivolto verso questi due importanti aspetti, infatti lo studio che seguirà ha il fine di ricercare un metodo sufficientemente efficace e rapido nel predire il comportamento di future configurazioni macchina (e quindi il diagramma a lobi) a partire da una singola campagna di misure. Ciò risulterebbe molto importante in quanto si potrebbe ridurre i fermi macchina ad una sola fase invogliando maggiormente anche quelle realtà dove, non potendo sostenere costi dovuti a fermi per misurazioni, si ovvia alla scarsa qualità della finitura superficiale semplicemente riducendo i parametri di taglio.

Si cercherà di raggiungere questo obiettivo con tecniche di sottostrutturazione le quali permettono di studiare un sistema dal punto di vista dinamico a partire dalle sottostrutture che lo compongono. In particolare la tecnica di sottostrutturazione utilizzata prende il nome di RCSA (Receptance Coupling Substructure Analysis) [6][10][13][18]. Tale tecnica è sì innovativa ma risulta in bibliografia già mostrata ed applicata da due principali autori, Schmitz T ed Altintas Y, nell'arco degli ultimi 10 anni. Ciò nonostante sembra non aver ottenuto un'ampia diffusione a livello pratico in parte per la difficoltà che si incontra nella ricerca di materiale dettagliato a riguardo e in parte per la non individuazione di un metodo semplice e vantaggioso di applicazione.

La tesi sarà dunque così organizzata:

- *Capitolo 2:* conterrà le basi teoriche necessarie per la comprensione delle dimostrazioni trattate in seguito;
- *Capitolo 3:* si introdurrà la tecnica RCSA riportandone una completa dimostrazione generale (in quanto difficilmente reperibile in bibliografia) ed una panoramica sui principali articoli in cui è applicata per valutarne lo stato dell'arte (qui si potrà capire perché attualmente risulta poco vantaggiosa);

- *Capitolo 4:* si proporrà una metodologia di applicazione della tecnica con l'obiettivo di renderla applicabile in modo semplice ma mantenendo una buona precisione nei risultati;
- *Capitolo 5:* si cercherà di applicare sul campo ciò che fino al capitolo precedente era stato mostrato solo dal punto di vista teorico (ed applicato solo a modelli matematici), valutandone anche i risultati su un diagramma a lobi;
- *Capitolo 6:* si introdurranno possibili sviluppi futuri della tecnica mostrata in quanto nasce come supporto a misure di prevenzione al chatter ma potrà essere estesa ad altre valutazioni.

2. COMPORTAMENTO DINAMICO DELLE STRUTTURE

In questo capitolo si cercherà di fornire al lettore le basi teoriche sulle quali si appoggia tutto il corpo della tesi. Per capire infatti i modelli utilizzati, le analisi svolte, le ipotesi utilizzate, occorre innanzitutto avere ben chiaro ciò che si sta considerando, ovvero la dinamica dei sistemi. Per fare ciò qui di seguito verrà illustrato il concetto di funzione di trasferimento [2], cioè della risposta dinamica, applicato a due modelli fondamentali per la comprensione di tale funzione e successivamente si getteranno le basi per la determinazione della stessa tramite l'utilizzo di tecniche numeriche e sperimentali.

2.1. FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

È noto che se una struttura viene sottoposta ad una sollecitazione esterna, essa risponde deformandosi. Se si considera per esempio una trave incastrata in un estremo e sottoposta ad una generica sollecitazione statica F all'estremo opposto libero, la trave fletterà come mostrato in Figura 2.1:

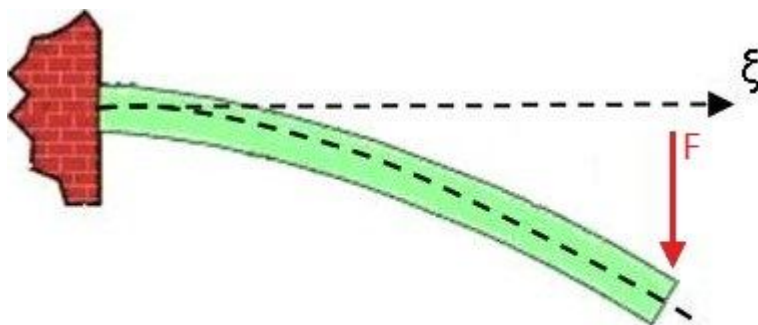


Figura 2.1 Deformazione trave con forza F

L'entità della freccia x e della rotazione θ , che corrispondono rispettivamente allo spostamento verticale dell'estremo ed alla rotazione della sezione valutata anch'essa all'estremo libero rispetto alla condizione iniziale, sono pari a:

$$x = \frac{Fl^3}{3EJ} \quad \theta = \frac{Fl^2}{2EJ} \quad [2.1]$$

Applicando una coppia C alla medesima struttura al posto della forzante F , come mostrato in Figura 2.2, si otterrà:

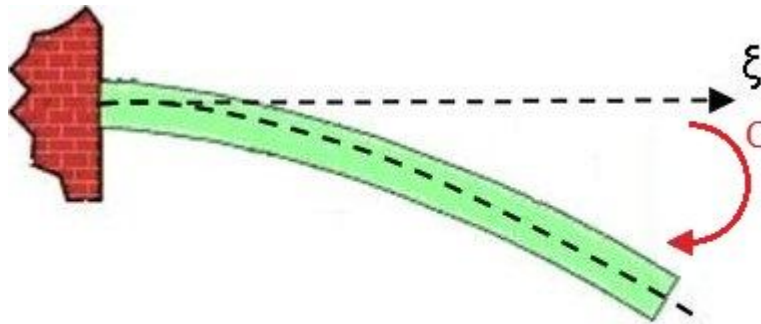


Figura 2.2 Deformazione trave con coppia C

$$x = \frac{Cl^2}{2EJ} \quad \theta = \frac{Cl^2}{2EJ} \quad [2.2]$$

Definendo quindi col termine rigidità l'opposizione che la struttura offre alla forzante applicata e definita come rapporto fra la perturbazione applicata e l'effetto generato dalla perturbazione stessa, si possono così schematizzare i risultati ottenuti:

Forzante	Effetto	Rigidezza	Unità di misura
$F = H \cdot x$	$x = \frac{Fl^3}{3EJ}$	$H = \frac{3EJ}{l^3}$	$\left[\frac{N}{m}\right]$
$F = N \cdot \theta$	$\theta = \frac{Fl^2}{2EJ}$	$N = \frac{2EJ}{l^2}$	$\left[\frac{N}{rad}\right]$
$C = L \cdot x$	$x = \frac{Cl^2}{2EJ}$	$L = \frac{2EJ}{l^2}$	$[N]$
$C = P \cdot \theta$	$\theta = \frac{Fl^2}{2EJ}$	$P = \frac{EJ}{l}$	$\left[\frac{Nm}{rad}\right]$

Tabella 2.1 Tipi di rigidezze

Ciò, come precedentemente introdotto, è valido nel campo statico cioè quando la forzante permane nel tempo senza variazioni, ma se la perturbazione non è più statica ma diventa dinamica le cose cambiano notevolmente. Innanzitutto va specificato che, grazie allo sviluppo in serie di Fourier, si può affermare che una generica sollecitazione periodica può essere scomposta come somma di armoniche e, grazie al principio di sovrapposizione degli effetti valido per sistemi lineari, l'effetto di tale sollecitazione è pari alla somma dei singoli effetti delle armoniche, ciò permette di semplificare notevolmente lo studio in quanto si possono considerare solamente perturbazioni di tipo armonico caratterizzate da due parametri principali: ampiezza e frequenza.

Come precedentemente introdotto nel caso di forzanti armoniche, e quindi variabili nel tempo, l'opposizione che la struttura compie varia in funzione della frequenza della forzante applicata, ciò significa che si avranno valori massimi e quindi piccoli effetti (zeri) e al contrario valori minimi e quindi effetti molto più ampi (poli). Lo studio della dinamica delle strutture è principalmente rivolto alla determinazione di tali valori, principalmente per quanto riguarda le frequenze che generano effetti molto ampi dette risonanze.

La risonanza è un fenomeno tipico di qualsiasi struttura che porta ad ottenere ampie deformazioni a parità di forza applicata e che si verifica quando la frequenza di tale forza passa per le frequenze proprie della struttura stessa. Tale fenomeno è pertanto oggetto di studio in molti campi quali civile, aerospaziale, meccanico, ecc.

Lo studio delle risonanze nelle strutture meccaniche risulta di fondamentale importanza in quanto un'eccessiva ampiezza di vibrazione può portare notevoli conseguenze negative, si pensi p.e. ad un'automobile nella quale vibrazioni eccessive porterebbero a chi viaggia notevoli fastidi sia fisici che di rumorosità, si pensi p.e. ad una macchina utensile che se soggetta a vibrazioni eccessive non potrebbe più far rientrare in specifica i pezzi prodotti, e così vi sono innumerevoli altre situazioni.

Per comprendere al meglio eventuali problemi legati alle vibrazioni delle strutture risulta pertanto necessaria l'individuazione delle frequenze proprie e dei modi di vibrare associati. Per fare ciò è necessaria l'individuazione della funzione di trasferimento della struttura.

I modi di vibrare associati alle frequenze proprie di ogni struttura sono proprietà intrinseche della struttura stessa e che dipendono pertanto dal materiale di cui essa è composta (massa, smorzamento e rigidezza), dalle condizioni al contorno (vincoli) e dal modello che si è scelto di utilizzare per la rappresentazione della dinamica della struttura. Per mostrare ciò si introduce un modello detto SDOF (single degree of freedom) che è alla base dello studio della dinamica dei corpi, mentre successivamente si illustra il modello MDOF (multiple degree of freedom) che viene comunemente utilizzato nello studio della dinamica dei sistemi.

2.1.1. Sistema SDOF

Un esempio di modello ad un solo g.d.l. è rappresentato in Figura 2.3:

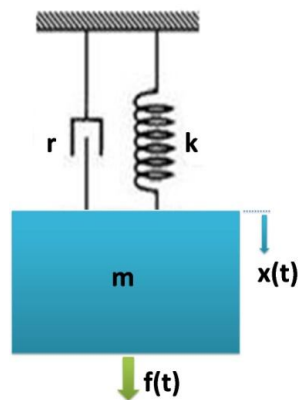


Figura 2.3 Modello completo di SDOF

Una massa m [kg] è libera di traslare solo verticalmente ed è connessa ad un vincolo di terra tramite un elemento molla di rigidità k [N/m] e un elemento smorzante di valore r [N's/m].

L'equazione che rappresenta la legge di moto, ricavabile da un semplice bilancio di forze lungo la direzione del moto, risulta essere:

$$m\ddot{x}(t) + r\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad [2.3]$$

Per mostrare qual è il comportamento del modello, ricavabile risolvendo l'equazione del moto, risulta di notevole importanza lo studio dei seguenti sottocasi:

- Caso A Sistema non forzato e non smorzato
- Caso B Sistema forzato e non smorzato
- Caso C Sistema non forzato e smorzato
- Caso D Sistema forzato e smorzato

Caso A

Studiando inizialmente il sistema non forzato (omogeneo) e non smorzato l'equazione si riduce a:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad [2.4]$$

Ponendo una soluzione del tipo: $x(t) = Xe^{i\omega t}$, dove X indica l'ampiezza della risposta, si ottiene:

$$(k - \omega^2 m) = 0 \quad [2.5]$$

mostrando quindi la presenza di una sola frequenza $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ detta frequenza propria (o naturale) del sistema.

Caso B

Passando ora al sistema forzato, per valutare la risposta in frequenza del sistema, si considera la seguente equazione:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad [2.6]$$

ponendo la forzante pari a $f(t) = Fe^{i\Omega t}$ e la risposta $x(t) = Xe^{i\Omega t}$, si ottiene:

$$(k - \Omega^2 m)Xe^{i\Omega t} = Fe^{i\Omega t} \quad [2.7]$$

da cui si può estrarre la funzione di risposta in frequenza (FRF) detta anche “receptance” espressa nella seguente forma:

$$H(\Omega) = \frac{X}{F} = \frac{1}{(k - \Omega^2 m)} \quad [2.8]$$

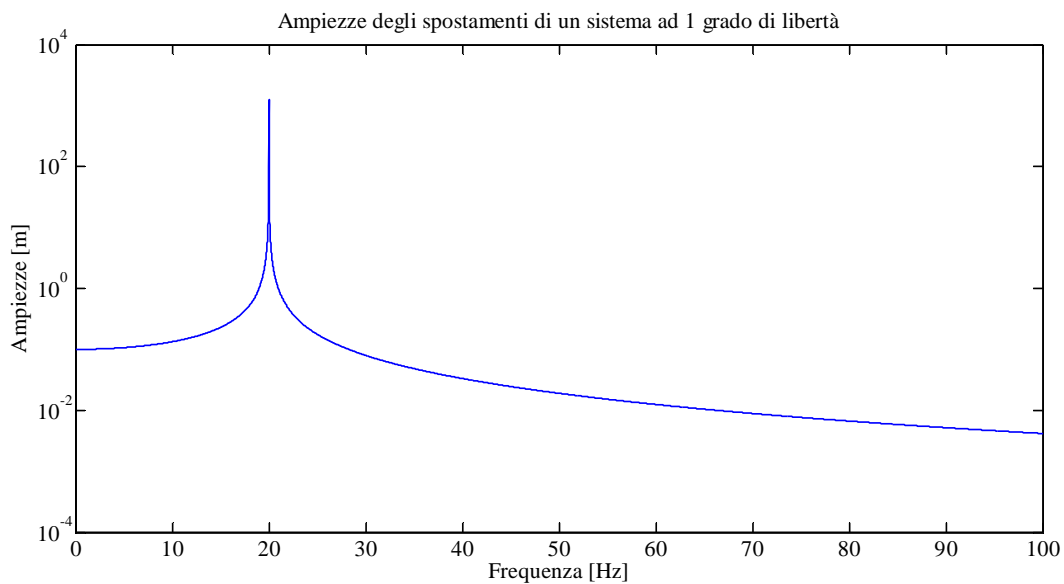


Figura 2.4 FRF di un sistema SDOF non smorzato

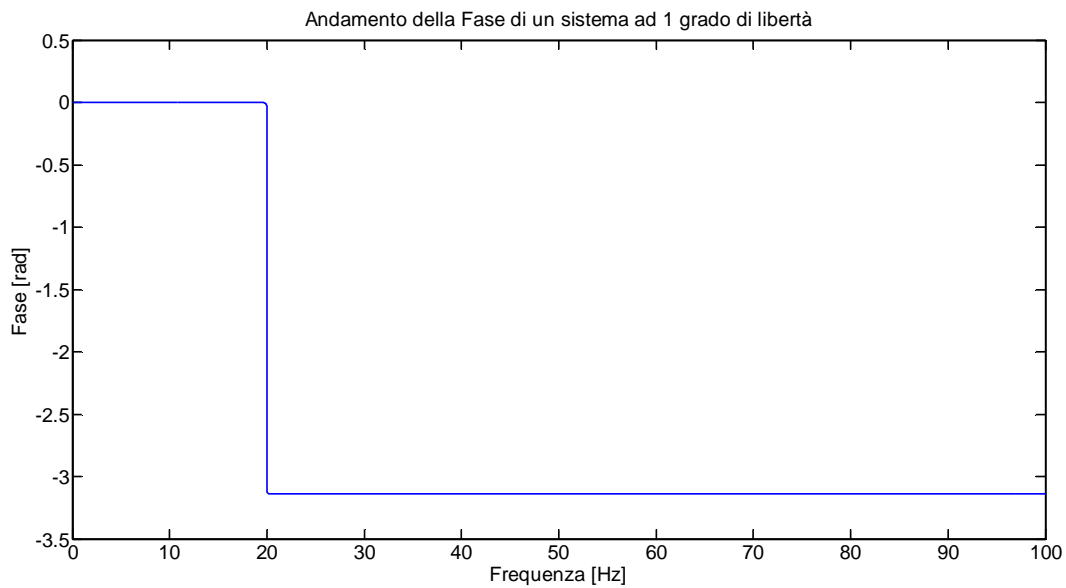


Figura 2.5 Fase dell'FRF di un sistema SDOF non smorzato

Caso C

Tornando ora al sistema smorzato ma omogeneo, regolato dall'equazione:

$$\begin{aligned} m\ddot{x}(t) + r\dot{x}(t) + kx(t) &= \mathbf{0} \\ m\ddot{x}(t) + r\dot{x}(t) + kx(t) &= 0 \end{aligned} \quad [2.9]$$

Introducendo la variabile, in questo caso complessa, s (detta anche variabile nel dominio di Laplace) e la soluzione $x(t)$ del tipo $x(t) = Xe^{st}$, si ottiene:

$$(ms^2 + rs + k) = 0 \quad [2.10]$$

Da cui si ricavano 2 radici complesse e coniugate ($s_{1,2}$) pari a:

$$s_{1,2} = \frac{-r \pm \sqrt{r^2 - 4km}}{2m} = -\omega_0\zeta \pm i\omega_0\sqrt{1 - \zeta^2} \quad [2.11]$$

In cui: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ e $\zeta = \frac{r}{r_c} = \frac{r}{2\sqrt{km}}$

La soluzione $x(t)$ risulta pertanto pari a:

$$x(t) = X e^{-\zeta \omega_0 t} e^{i(\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2})t} \quad [2.12]$$

Si può osservare la presenza di una componente oscillatoria ad una frequenza ω'_0 di poco inferiore a quella naturale e pari a $\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2}$, ed a una componente smorzante decrescente come mostrato in Figura 2.6.

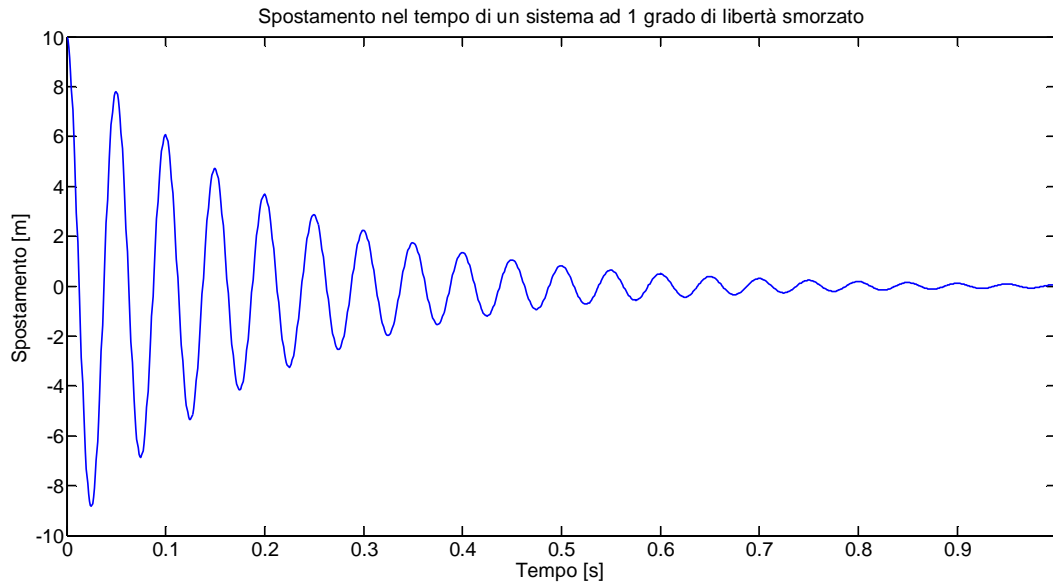


Figura 2.6 Risposta di un sistema SDOF non smorzato

Caso D

In questo caso si considera il sistema completo SDOF governato dall'equazione iniziale:

$$m\ddot{x}(t) + r\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad [2.13]$$

Introducendo anche qui una forzante del tipo $f(t) = F e^{i\Omega t}$ e la soluzione $x(t)$ del tipo $x(t) = X e^{i\Omega t}$, sostituendo si ricava che:

$$(-\Omega^2 m + i\Omega r + k) X e^{i\Omega t} = F e^{i\Omega t} \quad [2.14]$$

da cui si può estrarre la funzione di risposta in frequenza (FRF) pari a:

$$H(\Omega) = \frac{X}{F} = \frac{1}{(k - \Omega^2 m) + i(\Omega r)} \quad [2.15]$$

o anche

$$H(\Omega) = \frac{\frac{1}{k}}{\left(1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_0}\right)^2\right) + i2\zeta\left(\frac{\Omega}{\omega_0}\right)} \quad [2.16]$$

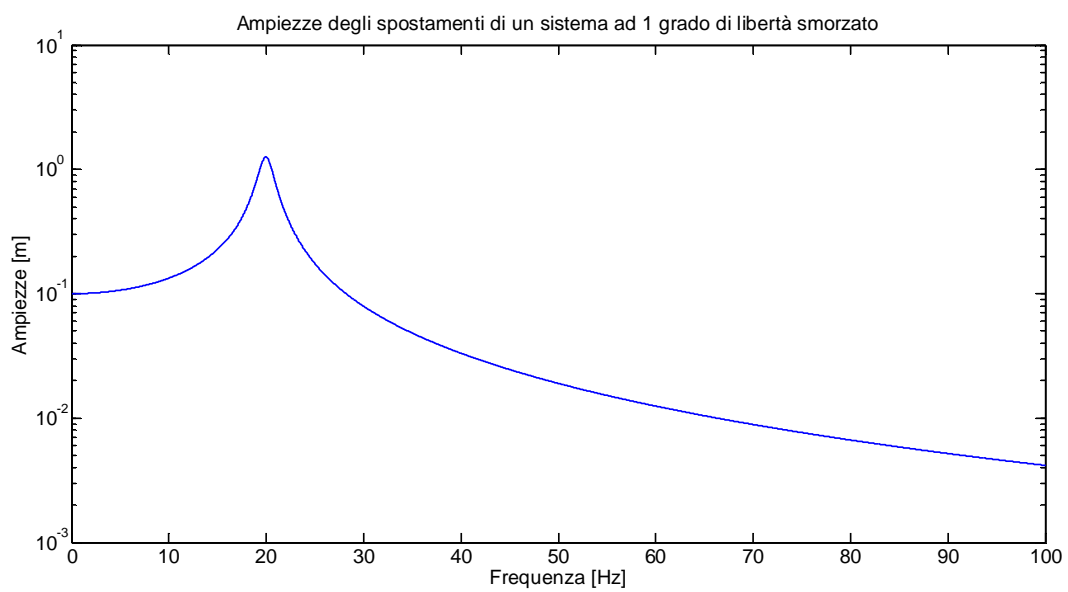


Figura 2.7 FRF di un sistema SDOF smorzato

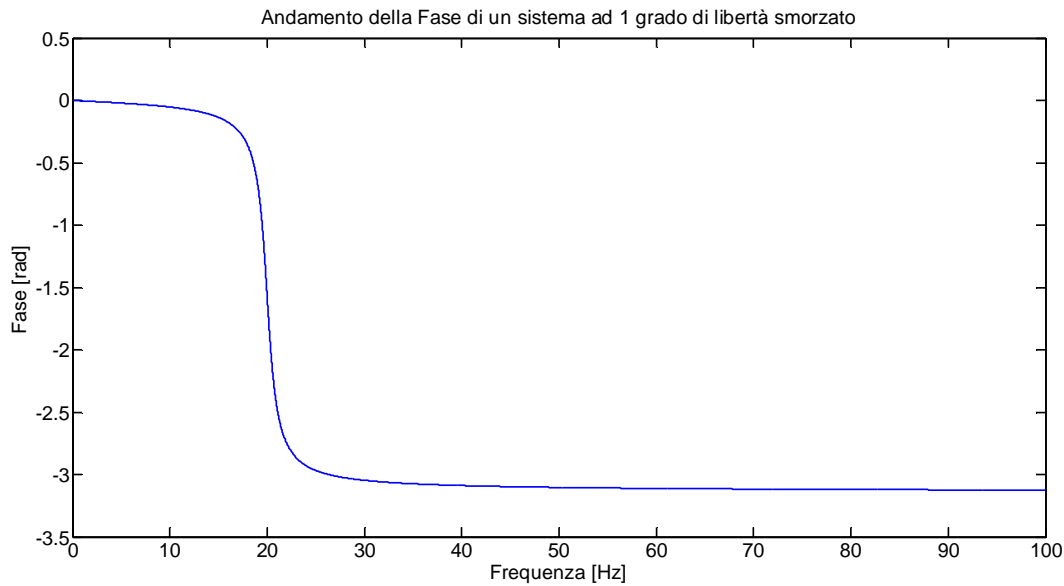


Figura 2.8 Fase dell'FRF di un sistema SDOF smorzato

Come riportato più volte l'FRF viene espressa come rapporto fra lo spostamento $Xe^{i\Omega t}$ e la forzante che lo genera $Fe^{i\Omega t}$. Può risultare utile inoltre esprimere anche:

- il rapporto fra la velocità con cui risponde il sistema $v(t) = \dot{x}(t) = i\Omega X e^{i\Omega t}$ e la forzante applicata al sistema stesso $Fe^{i\Omega t}$, ciò prende il nome di *mobilità* $Y(\Omega) = V/F = i\Omega H(\Omega)$ la cui fase è pari a $\vartheta_Y = \vartheta_H + \pi/2$;
- il rapporto fra l'accelerazione con cui risponde il sistema $a(t) = \ddot{x}(t) = -\Omega^2 X e^{i\Omega t}$ e la forzante applicata al sistema stesso $Fe^{i\Omega t}$, ciò prende il nome di *acceleranza* $A(\Omega) = A/F = -\Omega^2 H(\Omega)$ la cui fase è pari a $\vartheta_A = \vartheta_H + \pi$;
- il rapporto fra la forza applicata e lo spostamento che prende il nome di *rigidezza dinamica* ed è pari al denominatore della receptance cioè $(k - \Omega^2 m) + i(\Omega r)$;
- il rapporto fra la forza applicata e la velocità che prende il nome di *impedenza meccanica* ed è pari a $((k - \Omega^2 m) + i(\Omega r))/i\Omega$;
- il rapporto fra la forza applicata e l'accelerazione che prende il nome di *massa apparente* ed è pari a $((k - \Omega^2 m) + i(\Omega r))/i\Omega$.

2.1.2. Sistema MDOF

Il modello MDOF, cioè un modello con più gradi di libertà, è quello comunemente utilizzato nelle analisi modali di sistemi meccanici, ciò perché nella pratica risulta molto raro poter modellare una struttura con un singolo grado di libertà (applicando così il modello SDOF), ed è ottenibile come sovrapposizione di n modelli ad un solo grado di libertà (con l'ipotesi di linearità). L'uso di questo modello implica l'introduzione di matrici e vettori in quanto l'equazione che regola il sistema risulta essere:

$$[M]\ddot{\underline{x}}(t) + [R]\dot{\underline{x}}(t) + [K]\underline{x}(t) = \underline{f}(t) \quad [2.17]$$

Dove si notano:

- $[M]$ matrice di massa ($n \times n$);
- $[R]$ matrice di smorzamento ($n \times n$);
- $[K]$ matrice di rigidità ($n \times n$);
- $\underline{x}(t)$ vettore dei gradi di libertà ($n \times 1$);
- $\underline{f}(t)$ vettore delle forzanti ($n \times 1$);

Consideriamo un sistema 2-DOF, ovvero a 2-gdl come mostrato in figura 2.1.9:

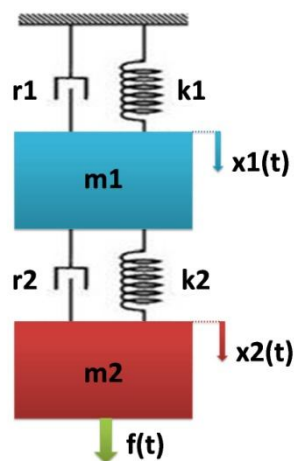


Figura 2.9 Modello completo di MDOF

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1(t) + (r_1 + r_2) \dot{x}_1(t) - r_2 \dot{x}_2(t) + (k_1 + k_2) x_1(t) - k_2 x_2(t) = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2(t) - r_2 \dot{x}_1(t) + r_2 \dot{x}_2(t) - k_2 x_1(t) + k_2 x_2(t) = f(t) \end{cases} \quad [2.18]$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} r_1 + r_2 & -r_2 \\ -r_2 & r_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f(t) \end{Bmatrix} \quad [2.19]$$

Anche in questo caso si studiano gli stessi sottocasi visti nel caso di sistema ad un solo grado di libertà ovvero:

- Caso A Sistema non forzato e non smorzato
- Caso B Sistema forzato e non smorzato
- Caso C Sistema non forzato e smorzato
- Caso D Sistema forzato e smorzato

Caso A

Studiando inizialmente il sistema non forzato (omogeneo) e non smorzato l'equazione si riduce a:

$$[M] \ddot{\underline{x}}(t) + [K] \underline{x}(t) = \underline{0} \quad [2.20]$$

Ponendo una soluzione del tipo: $\underline{x}(t) = \underline{X} e^{i\omega t}$, dove \underline{X} è un vettore (n x 1) contenente le ampiezze di risposta di ogni grado di libertà, si ottiene:

$$([K] - \omega^2 [M]) \underline{X} e^{i\omega t} = 0 \quad [2.21]$$

$$\det |[K] - \omega^2 [M]| = 0 \quad [2.22]$$

mostrando quindi la presenza di n frequenze ω_{0i}^2 dette frequenze proprie (o naturali) del sistema; sostituendo tali valori nel sistema matriciale (utilizzando una qualsiasi delle n equazioni a disposizione in quanto le restanti n-1 risultano essere una combinazione lineare) si ottengono i modi di vibrare relativi alle n frequenze proprie

$\{\psi\}_i$. Questi ultimi, al contrario dei valori ω_{0i}^2 , non hanno un valore unico ma sono scalati di un fattore costante incognito che tuttavia non modifica la forma di ogni singolo modo.

In questo caso bisogna soffermarsi sull'identificazione di alcune proprietà di notevole importanza delle matrici $[M]$ e $[K]$. Innanzitutto si può dimostrare che l'analisi modale dà luogo a un modello con forme d'onda, contenute nei vettori $\{\psi\}_i$, che godono dell'ortogonalità cioè ciascun modo risulta ortogonale a qualsiasi altro e pertanto si può dimostrare che:

$$[\Psi]^T [M] [\Psi] = [\tilde{M}] \quad [2.23]$$

$$[\Psi]^T [K] [\Psi] = [\tilde{K}] \quad [2.24]$$

In cui $[\tilde{M}]$ e $[\tilde{K}]$, chiamate matrici modali, risultano diagonali e forniscono pertanto un solo valore \tilde{m}_i e \tilde{k}_i in corrispondenza di ogni modo, per cui:

$$\omega_{0i}^2 = \tilde{k}_i / \tilde{m}_i \quad [2.25]$$

Un'altra proprietà che spesso si attribuisce alle matrici modali è la normalizzazione alla massa, infatti spesso si introducono delle matrici $[\Phi]$ contenenti i modi di vibrare tali che:

$$[\phi]^T [M] [\phi] = [I] \quad [2.26]$$

$$[\phi]^T [K] [\phi] = [\omega_{0i}^2] \quad [2.27]$$

È semplice dimostrare che il legame tra la matrice dei modi non normalizzati $[\Psi]$ e quella con la normalizzazione dei modi $[\phi]$ è il seguente:

$$[\phi] = [\Psi] [\omega_{0i}]^{-\frac{1}{2}} \quad [2.28]$$

L'equazione di moto del sistema diventa nel caso di assenza di normalizzazione:

$$[\tilde{M}] \underline{\ddot{q}}(t) + [\tilde{K}] \underline{q}(t) = \underline{0} \quad [2.29]$$

O con normalizzazione:

$$\underline{\ddot{q}}(t) + [\omega_{\delta_i}^2]\underline{q}(t) = \underline{0} \quad [2.30]$$

Da notare l'introduzione di un nuovo vettore di variabili ($\underline{q}(t)$) detto vettore delle coordinate modali al quale si giunge sostituendo ad $\underline{x}(t)$ la seguente espressione:

$$\underline{x}(t) = [\Psi]\underline{q}(t) \quad [2.31]$$

Caso B

Passando ora al sistema forzato, per valutare la risposta in frequenza del sistema, si considera il seguente sistema:

$$[M]\underline{\ddot{x}}(t) + [K]\underline{x}(t) = \underline{F}(t) \quad [2.32]$$

ponendo la forzante pari ad un set di forzanti espresse tramite il vettore $\{f(t)\} = \{F\}e^{i\Omega t}$ e la risposta $\{x(t)\} = \{X\}e^{i\Omega t}$, si ottiene:

$$([K] - \Omega^2[M])\{X\}e^{i\Omega t} = \{F\}e^{i\Omega t} \quad [2.33]$$

da cui si può estrarre la matrice di funzioni di risposta in frequenza (FRF matrix) detta anche *receptance matrix* espressa nella seguente forma:

$$\{X\} = [H(\Omega)]\{F\} \quad [2.34]$$

$$[H(\Omega)] = ([K] - \Omega^2[M])^{-1} \quad [2.35]$$

Nella matrice $[H(\Omega)]$ ogni elemento è dato da:

$$h_{jk}(\Omega) = \frac{X_j}{F_k} \quad [2.36]$$

dove h_{jk} indica l'FRF valutata al punto X_j e generata dalla forzante F_k .

Una modalità più semplice per esprimere il generico elemento $h_{jk}(\Omega)$ della matrice $[H(\Omega)]$, senza l'oneroso costo computazionale dell'inversione della matrice, è dato da:

$$h_{jk}(\Omega) = \sum_{i=1}^n \frac{(\phi_{ji})(\phi_{ik})}{(\omega_{0i}^2 - \Omega^2)} \quad [2.37]$$

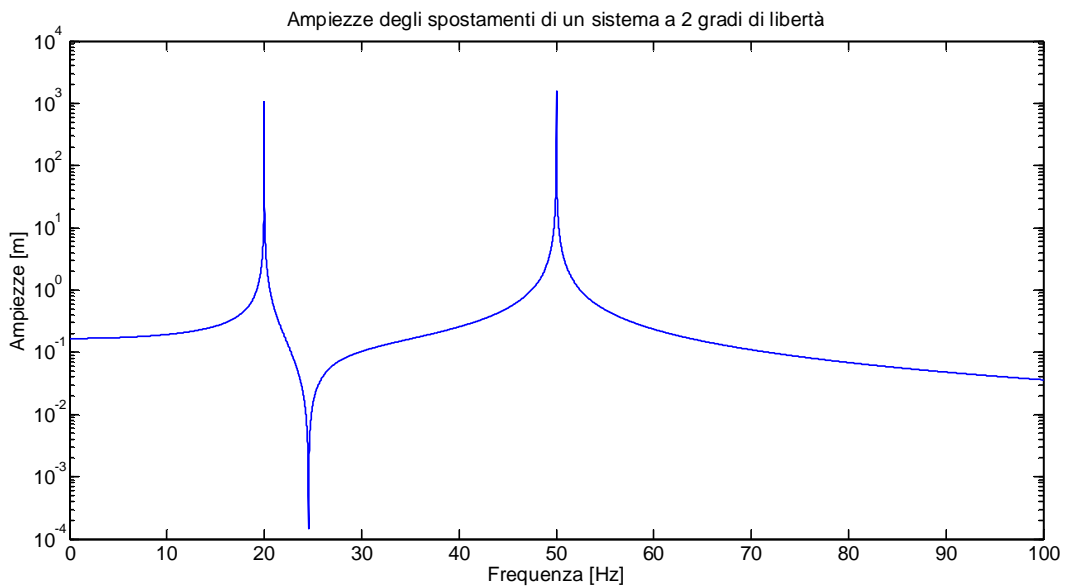


Figura 2.10 FRF di un sistema MDOF non smorzato

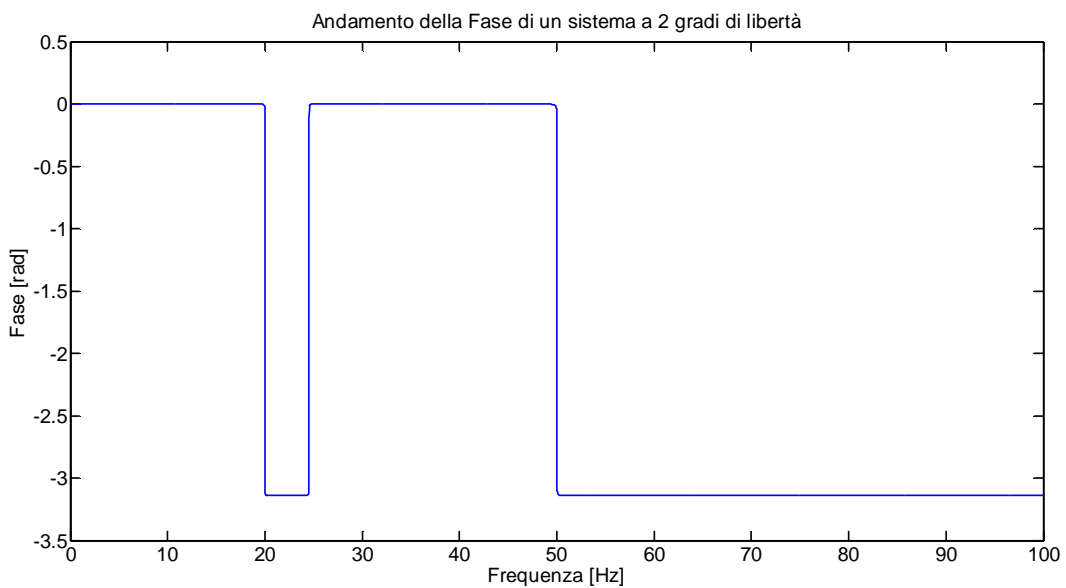


Figura 2.11 Fase dell'FRF di un sistema MDOF non smorzato

Caso C

Tornando ora al sistema smorzato ma omogeneo, regolato dall'equazione:

$$[M]\ddot{\underline{x}}(t) + [R]\dot{\underline{x}}(t) + [K]\underline{x}(t) = 0 \quad [2.38]$$

In questo caso la determinazione della matrice $[R]$ è fatta imponendo uno smorzamento proporzionale (Rayleigh) introducendo i coefficienti α e β con il quale si impone la matrice $[R]$ proporzionale alla $[K]$ e alla $[M]$ come mostrato nella seguente espressione:

$$[R] = \alpha[M] + \beta[K] \quad [2.39]$$

Introducendo la variabile, in questo caso complessa, s (detta anche variabile nel dominio di Laplace) e la soluzione $\{x(t)\}$ del tipo $\{x(t)\} = \{X\}e^{i\Omega t}$, si ottiene:

$$([M]s^2 + [R]s + [K]) = 0 \quad [2.40]$$

$$\det |[K] - \Omega^2[M]| = 0 \quad [2.41]$$

Da cui si ricavano $2 \cdot n$ radici complesse e coniugate ($s_{1,2}$), per la i -esima frequenza propria si otterrà la seguente coppia di soluzioni pari a:

$$s_{i1,2} = \frac{-r_i \pm \sqrt{r_i^2 - 4k_i m_i}}{2m_i} = -\omega_{0i}\zeta_i \pm i\omega_{0i}\sqrt{1 - \zeta_i^2} \quad [2.42]$$

$$\text{Dove: } \omega_{0i} = \sqrt{\frac{k_i}{m_i}} \text{ e } \zeta_i = \frac{r_i}{r_{ic}} = \frac{r_i}{2\sqrt{k_i m_i}}$$

La soluzione $x(t)$ risulta pertanto pari a:

$$x(t) = \sum x_i(t) = \sum X_i e^{-\zeta_i \omega_{0i} t} e^{i(\omega_{0i} \sqrt{1 - \zeta_i^2}) t} \quad [2.43]$$

di cui se ne riporta un esempio nelle seguente Figura 2.12:

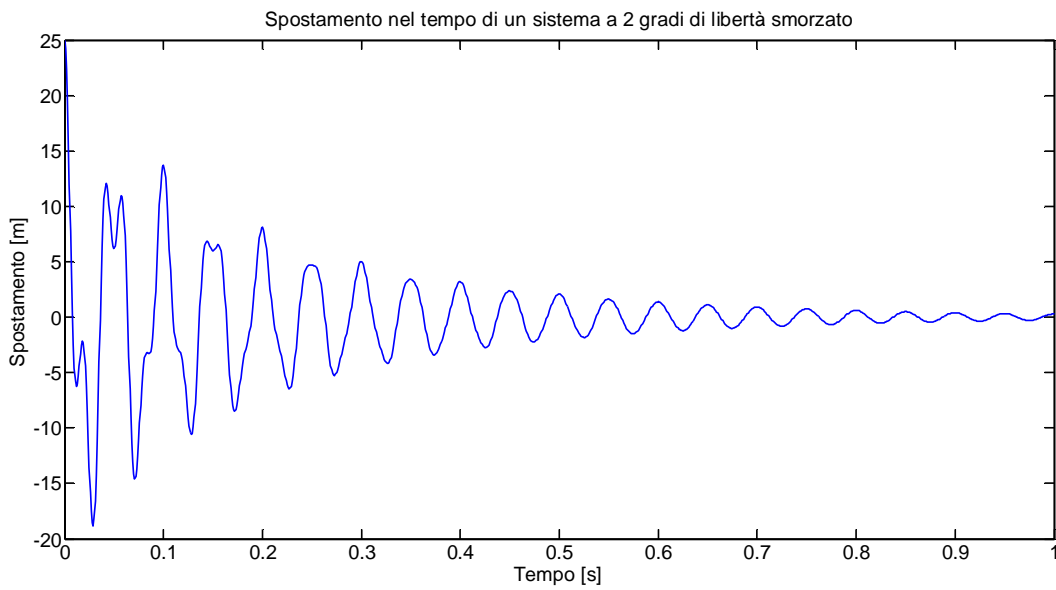


Figura 2.12 Risposta di un sistema MDOF non smorzato

Caso D

In questo caso si considera il sistema completo MDOF governato dall'equazione iniziale:

$$[M]\ddot{\underline{x}}(t) + [R]\dot{\underline{x}}(t) + [K]\underline{x}(t) = \underline{f}(t) \quad [2.44]$$

Introducendo anche qui una forzante del tipo $\underline{f}(t) = \underline{F}e^{i\Omega t}$ e la soluzione $\underline{x}(t)$ del tipo $\underline{x}(t) = \underline{X}e^{i\Omega t}$, sostituendo si ricava che:

$$([K] + \Omega[R] - \Omega^2[M])\{X\}e^{i\Omega t} = \{F\}e^{i\Omega t} \quad [2.45]$$

da cui si può estrarre la *receptance matrix* in funzione della frequenza pari a:

$$\{X\} = [H(\Omega)]\{F\} \quad [2.46]$$

$$[H(\Omega)] = ([K] + \Omega[R] - \Omega^2[M])^{-1} \quad [2.47]$$

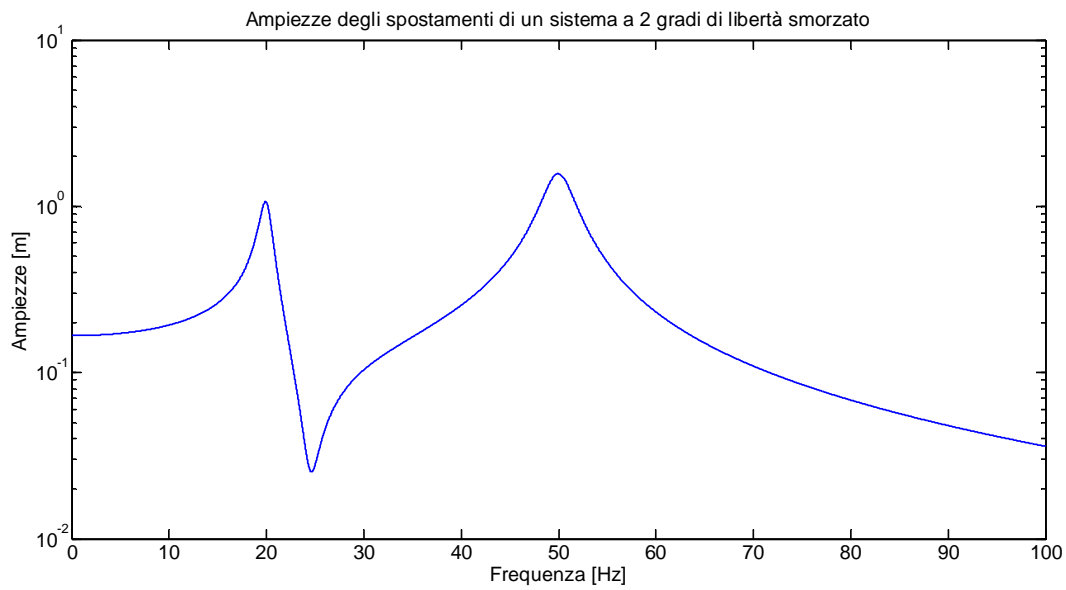


Figura 2.13 FRF di un sistema MDOF smorzato

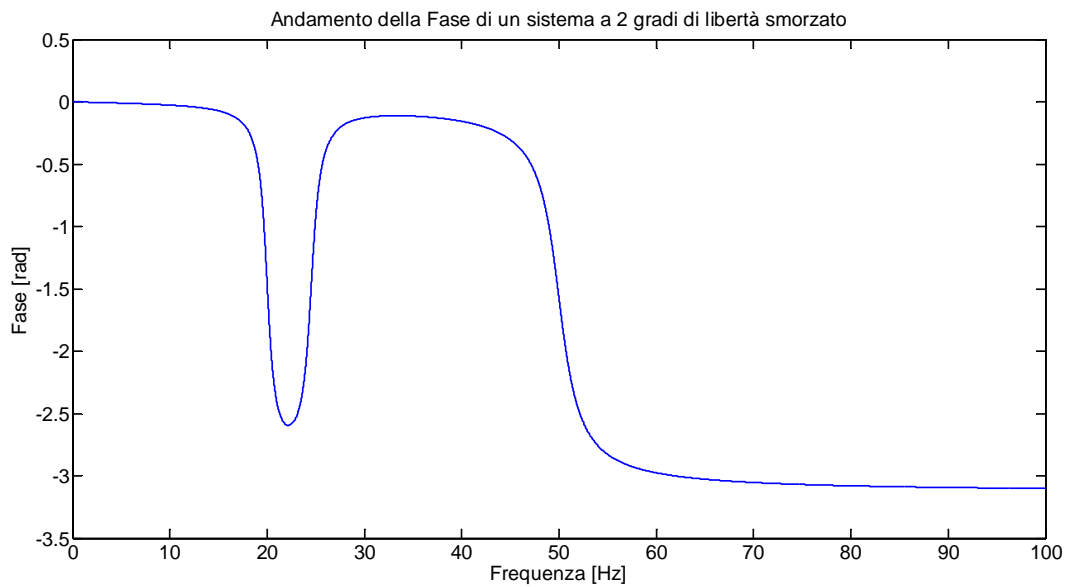


Figura 2.14 Fase dell'FRF di un sistema MDOF smorzato

2.2. TECNICHE NUMERICHE

La necessità di analisi strutturali rigorose, approfondite e più rapide possibile ha reso necessario lo sviluppo di metodologie che discretizzassero il continuo, in quanto tutti i sistemi reali sono rappresentabili come sistemi continui (e quindi ad infiniti gdl) che

necessitano l'utilizzo di equazioni differenziali alle derivate parziali da integrare in differenti domini.

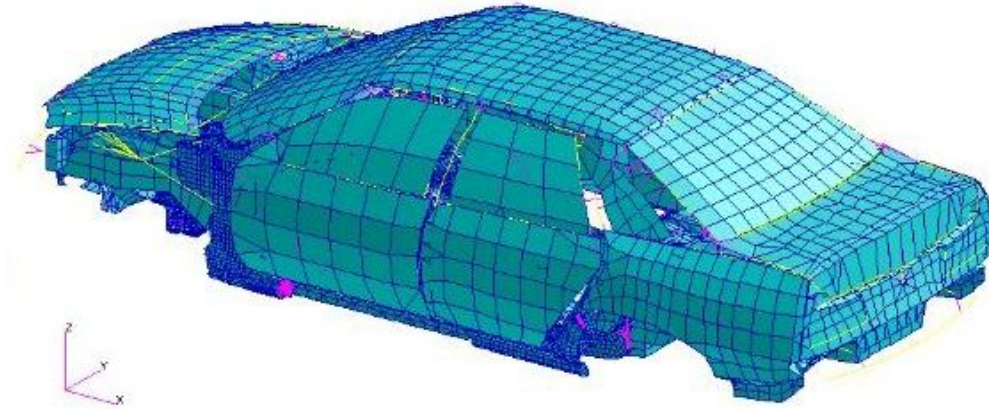


Figura 2.15 Esempio di modello FEM

Varie sono le tecniche e gli approcci adottabili per la discretizzazione, come:

- Schematizzazione a parametri concentrati;
- Approccio modale;
- Metodo delle matrici di trasferimento;
- Metodo delle differenze finite;
- Metodo degli elementi finiti;
- Metodo degli elementi al contorno;

Attualmente il metodo più utilizzato, in quanto efficace e potente, è quello agli elementi finiti o tecnica FEM (Finite Element Method) [5]. Tale tecnica è tutt'oggi utilizzata in diversi ambiti applicativi quali calcoli strutturali, fluidodinamici, trasmissione del calore, ecc. Nel campo di nostro interesse, i sistemi meccanici, la tecnica FEM è ampiamente utilizzata e permette principalmente di ricavare:

- la posizione di equilibrio statico di una struttura;
- il valore delle frequenze proprie e la forma dei relativi modi di vibrare;
- la risposta dinamica a forzanti assegnate, ovvero la funzione di trasferimento;

La tecnica considera come coordinate generalizzate gli spostamenti di punti geometrici del sistema continuo, detti nodi, di quantità “n” e di conseguenza i gdl considerati risulteranno $3 \cdot n$ se nello spazio si associano tutti e 3 i gdl possibili per ciascun nodo, mentre considera la deformata tra nodo e nodo, cioè di ciascun elemento finito, come variabile dipendente. Queste deformate vengono descritte attraverso delle funzioni analitiche dette funzioni di forma con le quali si imposta il tipo e il grado del metodo, infatti il comportamento dei punti all’interno di ciascun elemento finito può essere formulato con:

- f.f. polinomiali (utilizzate nelle analisi FEM effettuate nei capitoli successivi);
- f.f. trigonometriche;
- f.f. combinazioni lineari tra più polinomi;

Queste funzioni vengono risolte imponendo le condizioni al contorno e di equilibrio che permettono di ottenere gli spostamenti nodali relativi a ciascun elemento finito, ne segue che il numero di incognite ovvero il numero di parametri da determinare deve essere uguale al numero di gdl considerati.

La tecnica utilizza f.f. che sono approssimazioni della effettiva distribuzione degli spostamenti dei punti interni, solitamente infatti si adottano le deformate statiche del singolo elemento ricavate da forze applicate sui nodi, ne consegue che il risultato sarà solo un’approssimazione del problema, tuttavia la bontà aumenterà all’infiltrarsi del reticolo.

Per maggiore comodità computazionale gli spostamenti nodali per il generico elemento finito sono, in una prima fase, definiti in un sistema di riferimento locale associato ad ogni elemento e solo successivamente si esprimono tutti gli spostamenti in funzione di un unico sistema di riferimento globale.

Si riporta ora un esempio di analisi agli elementi finiti per l’elemento trave che sarà notevolmente utilizzato del corso della tesi e proprio in riferimento all’utilizzo che se ne farà nel corso della stessa verranno omesse trattazioni di aspetti non utilizzati.

2.2.1. Funzione di forma per l'elemento trave o beam

Si considera ora un elemento "trave" ossia un elemento che rappresenti il comportamento elastico inerziale di una trave snella, rettilinea ed a sezione trasversale costante e se ne considera il solo moto flessionale nel piano XZ.

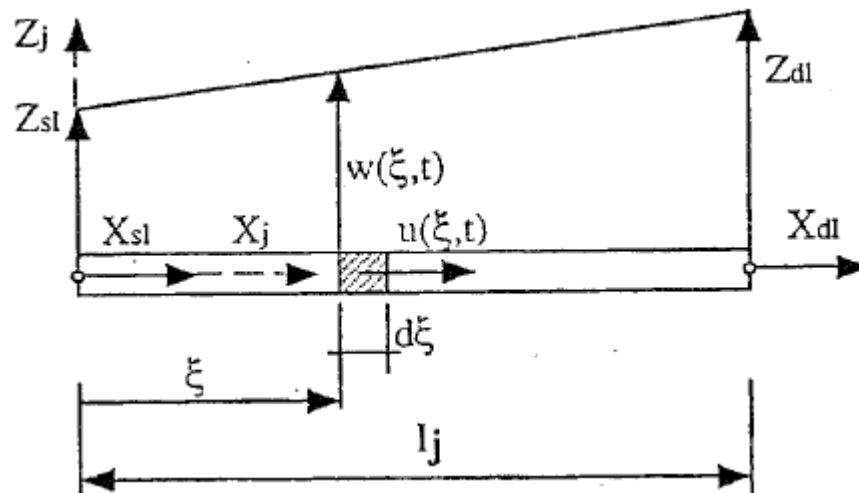


Figura 2.16 Elemento beam

Il moto della generica sezione posta a distanza ξ dall'origine dell'asse X può essere descritto dalla unica variabile fisica $w(\xi, t)$ funzione dello spazio e del tempo.

Come variabili indipendenti sono scelti gli spostamenti trasversali dei due nodi estremi (Z_1 e Z_2) e le rotazioni delle sezioni estreme della stessa (θ_{y1} e θ_{y2}), tali gdl vengono raggruppati nel vettore \underline{X}_g :

$$\underline{X}_g = \begin{Bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \theta_{y1} \\ \theta_{y2} \end{Bmatrix} \quad [2.48]$$

La funzione di forma scelta è di tipo polinomiale e di terzo grado, ciò perché è di questo tipo la deformata statica di una trave non soggetta a carichi distribuiti o concentrati tra nodo e nodo:

$$w(\xi, t) = a\xi^3 + b\xi^2 + c\xi + d \quad [2.49]$$

Le costanti presenti a, b, c e d possono essere determinate imponendo alla deformata le condizioni al contorno:

$$\begin{aligned} w(\xi, t)|_{\xi=0} &= Z_1; & w(\xi, t)|_{\xi=l} &= Z_2; \\ \frac{\partial w(\xi, t)}{\partial \xi}|_{\xi=0} &= \theta_{y1}; & \frac{\partial w(\xi, t)}{\partial \xi}|_{\xi=l} &= \theta_{y2}; \end{aligned} \quad [2.50]$$

Si giunge così alla determinazione delle variabili fisiche che descrivono il moto del continuo in funzioni delle variabili indipendenti che descrivono gli spostamenti nodali diviene in forma matriciale:

$$w(\xi, t) = f_w^T(\xi) \cdot \underline{X}_g(t) \quad [2.51]$$

Dove $f_w^T(\xi)$ è il vettore trasposto delle f.f. pari a:

$$f_w^T(\xi) = \begin{pmatrix} \frac{2}{l^3}\xi^3 - \frac{3}{l^2}\xi^2 + 1 \\ -\frac{1}{l^2}\xi^3 + \frac{2}{l}\xi^2 + \xi \\ -\frac{2}{l^3}\xi^3 + \frac{3}{l^2}\xi^2 \\ \frac{1}{l^2}\xi^3 - \frac{1}{l}\xi^2 \end{pmatrix} \quad [2.52]$$

Ciascun termine di tale vettore rappresenta la deformata interna dell'elemento finito per uno spostamento unitario associato al generico gdl.

2.2.2. Discretizzazione della struttura

Il passo successivo alla scelta del tipo di elemento finito da utilizzare è quello di determinare il numero di nodi e quindi di elementi, ossia la definizione della mesh del modello. Tale scelta deve essere fatta in modo tale che non cada in difetto la

schematizzazione utilizzata, ossia tale per cui siano soddisfatte le ipotesi adottate nella definizione dei singoli elementi:

- assunzione di una particolare funzione di forma, valida per l'elemento trave in campo statico;
- assunzione delle caratteristiche elastiche ("EA" rigidità assiale, "EJ" rigidità flessionale) ed inerziali ("m" massa per unità di lunghezza) costanti all'interno del singolo elemento;

Affinché queste ipotesi siano soddisfatte occorrerà utilizzare elementi finiti sufficientemente piccoli in modo da riprodurre le variazioni delle caratteristiche lungo la trave. La lunghezza del singolo elemento dovrà essere tale che lo stesso, durante la vibrazione, mantenga un comportamento quasi statico ciò perché la f.f. adottata è quella statica e per tale motivo il comportamento del modello a elementi finiti si avvicinerà a quello del sistema reale tanto più il comportamento dinamico del singolo elemento finito si avvicinerà a quello statico. È allora necessario che la prima frequenza propria del generico elemento finito ω_{el} sia nettamente maggiore del campo di frequenze di interesse nell'analisi eseguita ($\omega_{el} > 2\Omega_{max}$) e come formula di prima approssimazione per il calcolo di ω_{el} si può utilizzare quella che definisce la prima pulsazione propria di una trave con vincoli appoggio-appoggio:

$$\omega_{el} = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sqrt{\left(\frac{EJ}{m}\right)} \quad l < \frac{\pi}{\sqrt{2\Omega_{max}}} \sqrt[4]{\left(\frac{EJ}{m}\right)} \quad [2.53]$$

2.2.3. Matrici K e M

Il passo successivo consiste ora nel definire le matrici di rigidità $[K_{tot}]$ ed $[M_{tot}]$ con metodo lagrangiano. In particolare per quel che riguarda l'energia potenziale elastica V, che in questa trattazione è data dal solo contributo trasversale, si ha che:

$$\begin{aligned}
V = V_w &= \frac{1}{2} \int_0^l EJ_y \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right)^T \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right) d\xi = \\
&= \frac{1}{2} \underline{X}_L^T \left[EJ_y \int_0^l f''_w f''_w{}^T d\xi \right] \underline{X}_g = \frac{1}{2} \underline{X}_g^T [K] \underline{X}_g
\end{aligned} \tag{2.54}$$

Per quanto riguarda invece l'energia cinetica E , anch'essa dovuta al solo contributo trasversale, si ha che:

$$\begin{aligned}
E = E_w &= \frac{1}{2} \int_0^l m \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^T \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right) d\xi = \\
&= \frac{1}{2} \dot{\underline{X}}_g^T \left[m \int_0^l f_w f_w^T d\xi \right] \dot{\underline{X}}_g = \frac{1}{2} \dot{\underline{X}}_g^T [M] \dot{\underline{X}}_g
\end{aligned} \tag{2.55}$$

Da cui si ottengono le matrici desiderate relative al singolo elemento trave e definite nel riferimento locale allo stesso:

$$[K] = EJ_y \begin{bmatrix} \frac{12}{l^3} & -\frac{6}{l^2} & -\frac{12}{l^3} & -\frac{6}{l^2} \\ -\frac{6}{l^2} & 4 & \frac{6}{l^2} & 2 \\ \frac{12}{l^3} & -\frac{6}{l^2} & \frac{12}{l^3} & \frac{6}{l^2} \\ -\frac{6}{l^2} & 2 & \frac{6}{l^2} & 4 \end{bmatrix} \tag{2.56}$$

$$[M] = ml \begin{bmatrix} \frac{13}{35} & -\frac{11}{210}l & \frac{9}{70} & \frac{13}{420}l \\ -\frac{11}{210}l & \frac{1}{105}l^2 & -\frac{13}{420}l & -\frac{1}{140}l^2 \\ \frac{9}{70} & -\frac{13}{420}l & \frac{13}{35} & \frac{11}{210}l \\ -\frac{13}{420}l & -\frac{1}{140}l^2 & \frac{11}{210}l & \frac{1}{105}l^2 \end{bmatrix} \tag{2.57}$$

Sono da notare 2 proprietà fondamentali delle matrici appena ricavate, ovvero che avendo studiato un sistema conservativo queste ultime risultano simmetriche e definite nulle, ciò perché non avendo ancora imposto vincoli corrispondono a matrici di un elemento trave libero nello spazio.

Una volta definite le matrici $[K]$ ed $[M]$ del singolo elemento trave bisogna ricavare le matrici $[K_{tot}]$ ed $[M_{tot}]$ della struttura analizzata. Per fare ciò si parte dalle definizioni di energia potenziale e cinetica totali ricavate come somma dei contributi di tutti gli $n - 1$ elementi finiti con cui è stata discretizzata la struttura, ottenendo:

$$V_{tot} = \frac{1}{2} \sum_1^{n-1} \underline{X}_g^T [K_{tot}] \underline{X}_g; \quad E_{tot} = \frac{1}{2} \sum_1^{n-1} \dot{\underline{X}}_g^T [M_{tot}] \dot{\underline{X}}_g \quad [2.58]$$

2.2.4. Matrice R

Lo smorzamento e quindi la relativa matrice $[R_{tot}]$, viene introdotto attraverso la funzione dissipativa D pari a:

$$D = D_d + D_c = \frac{1}{2} \dot{\underline{X}}_g^T [R_d] \dot{\underline{X}}_g + \frac{1}{2} \dot{\underline{X}}_g^T [R_c] \dot{\underline{X}}_g = \frac{1}{2} \dot{\underline{X}}_g^T [R_{tot}] \dot{\underline{X}}_g \quad [2.59]$$

Dove $[R_{tot}]$ è la matrice di smorzamento del sistema completo data dalla somma di un termine distribuito ($[R_d]$) e ad un termine legato ad eventuali smorzamenti concentrati presenti nella struttura ($[R_c]$). Per quanto riguarda lo smorzamento D_d non vi sono espressioni analitiche da cui ricavare direttamente la matrice di smorzamento associata ma si è soliti definire uno smorzamento viscoso equivalente proporzionale alla velocità tramite la seguente equazione:

$$[R_d] = \alpha [M_{tot}] + \beta [K_{tot}] \quad [2.60]$$

Per quanto riguarda invece lo smorzamento D_c si utilizza una procedura analoga a quanto fatto in precedenza per le matrici $[K_{tot}]$ ed $[M_{tot}]$ imponendo inizialmente lo smorzamento associato al singolo dissipatore da cui se ne estrae la matrice $[R]$ associata e infine si sommano tutti i contributi degli n_s smorzatori presenti:

$$\begin{aligned}
D_c &= \sum_1^{ns} \frac{1}{2} r \Delta l^2 = \frac{1}{2} \sum_1^{n \text{ smorz}} \dot{\underline{X}}_g^T [R] \dot{\underline{X}}_g = \frac{1}{2} \dot{\underline{X}}_g^T \left(\sum_1^{n \text{ smorz}} [R] \right) \dot{\underline{X}}_g \\
&= \frac{1}{2} \dot{\underline{X}}_g^T [R_d] \dot{\underline{X}}_g
\end{aligned} \tag{2.61}$$

In cui gli unici termini diversi da 0 nel vettore $\dot{\underline{X}}_g$ saranno solo i gld verso cui ogni smorzatore può compiere il proprio Δl .

2.2.5. Forzanti

Per definire il vettore delle forze generalizzate \underline{F} dovute alle n_f sollecitazioni attive esterne occorre valutare il lavoro virtuale $\delta^* L_{tot}$ compiuto dalle stesse per uno spostamento virtuale delle variabili indipendenti $\delta^* \underline{X}_g$. Il caso più semplice si ha quando queste ultime sono applicate ai nodi della struttura ed in tal caso nel generico nodo k si ha che:

$$\delta^* L_k = \underline{F}_k^T \cdot \delta^* \underline{X}_g \tag{2.62}$$

Mentre il lavoro totale sarà dato dalla somma di tutti i singoli contributi:

$$\delta^* L_{tot} = \sum_{k=1}^{n_f} \delta^* L_k = \left(\sum_{k=1}^{n_f} \underline{F}_k^T \cdot \right) \delta^* \underline{X}_g = \underline{F}_c \cdot \delta^* \underline{X}_g \tag{2.63}$$

Nel caso in cui siano presenti forzanti distribuite $p(\xi)$ il lavoro virtuale compiuto da tali forze sul singolo elemento finito è dato da:

$$\delta^* L = \int_0^l p_w(\xi) \cdot \delta^* w \, d\xi = \int_0^l p_w(\xi) \cdot f_w^T(\xi) \delta^* \underline{X}_g \, d\xi = \underline{F}_d \cdot \delta^* \underline{X}_g \tag{2.64}$$

2.2.6. Vincoli

Con i termini appena ricavati è possibile ora scrivere l'equazione di moto del sistema analizzato ma ancora libero nello spazio non essendo stata ancora imposta alcuna condizione di vincolo. Scelti i vincoli agenti sulla struttura conviene riordinare il vettore delle coordinate generalizzate \underline{X}_g come segue:

$$\underline{X}_g = \begin{Bmatrix} \underline{X}_L \\ \underline{X}_V \end{Bmatrix} \quad [2.65]$$

Dove:

- \underline{X}_L indica il vettore relativo ai gdl effettivi della struttura;
- \underline{X}_V indica il vettore relativo ai gdl vincolati, contenente cioè quei gdl di cui si conosce il valore;

2.2.7. Analisi dinamica

Dato il nuovo ordine imposto alle variabili indipendenti nel vettore \underline{X}_g occorrerà riordinare tutto il sistema dell'equazione di moto ottenendo:

$$[M_{tot}]\ddot{\underline{X}}_g + [R_{tot}]\dot{\underline{X}}_g + [K_{tot}]\underline{X}_g = \underline{F} \quad [2.66]$$

$$\begin{bmatrix} M_{LL} & M_{LV} \\ M_{VL} & M_{VV} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\underline{X}}_L \\ \ddot{\underline{X}}_V \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{LL} & R_{LV} \\ R_{VL} & R_{VV} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\underline{X}}_L \\ \dot{\underline{X}}_V \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{LL} & K_{LV} \\ K_{VL} & K_{VV} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{X}_L \\ \underline{X}_V \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{F}_L \\ \underline{R}_V \end{Bmatrix} \quad [2.67]$$

Con tale formalismo è possibile mettere in evidenza le incognite del problema, ossia gli spostamenti e le derivate dei gdl effettivamente indipendenti \underline{X}_L e le reazioni vincolari \underline{R}_V . Sviluppando il sistema si ha:

$$\begin{cases} [M_{LL}]\ddot{\underline{X}}_L + [R_{LL}]\dot{\underline{X}}_L + [K_{LL}]\underline{X}_L = \underline{F}_L - [M_{LV}]\ddot{\underline{X}}_V + [R_{LV}]\dot{\underline{X}}_V + [K_{LV}]\underline{X}_V = \overline{\underline{F}}_L \\ \underline{R}_V = [M_{VL}]\ddot{\underline{X}}_L + [R_{VL}]\dot{\underline{X}}_L + [K_{VL}]\underline{X}_L + [M_{VV}]\ddot{\underline{X}}_V + [R_{VV}]\dot{\underline{X}}_V + [K_{VV}]\underline{X}_V \end{cases} \quad [2.68]$$

Assegnato il moto imposto alla struttura \underline{X}_V ed esplicitate le forze agenti sulla stessa \underline{F}_L dalla prima equazione del sistema è possibile ricavare la risposta del sistema in termini di spostamenti dei gdl non vincolati contenuti in \underline{X}_L . Successivamente imponendo quest'ultimo vettore nella seconda equazione è possibile valutare le reazioni vincolari \underline{R}_V . È da notare inoltre che nel sistema appena ricavato le matrici $[M_{LL}]$, $[R_{LL}]$ e $[K_{LL}]$ rappresentano le matrici complessive del sistema vincolato, tali matrici infatti se riferite al moto perturbato nell'intorno della posizione di equilibrio statico risultano essere simmetriche e definite positive.

L'analisi dinamica si snoda su 3 punti principali:

- Calcolo delle frequenze proprie e dei relativi modi di vibrare;
- Determinazione della risposta a regime con forzante esterna applicata;
- Determinazione della risposta a regime con spostamenti di vincolo impressi;

Volendo studiare il moto libero smorzato della struttura, per il calcolo delle frequenze proprie e dei relativi modi di vibrare, occorre valutare le soluzioni dell'equazione omogenea caratteristica (vedi par. 2.1.2):

$$[M_{LL}]\ddot{\underline{X}}_L + [R_{LL}]\dot{\underline{X}}_L + [K_{LL}]\underline{X}_L = \underline{0} \quad [2.69]$$

È possibile ricondurre tale problema al calcolo degli autovalori ed autovettori della matrice $[A]$ esprimendo il problema in forma di stato:

$$[B]\dot{\underline{z}} + [C]\underline{z} = \underline{0}; \quad \underline{z} = \begin{Bmatrix} \dot{\underline{X}}_L \\ \underline{X}_L \end{Bmatrix}; \quad [2.70]$$

$$[B] = \begin{bmatrix} [M_{LL}] & [R_{LL}] \\ [0] & [I] \end{bmatrix}; \quad [C] = \begin{bmatrix} [0] & [K_{LL}] \\ [-I] & [0] \end{bmatrix}$$

Definendo la matrice $[A]$ come:

$$[A] = -[B]^{-1}[C] \quad [2.71]$$

Ponendo le soluzioni del tipo:

$$\underline{z} = \underline{\bar{Z}}e^{\lambda t} \quad [2.72]$$

Si ottiene:

$$[[A] - \lambda[I]] \cdot \underline{\bar{Z}} = \underline{0} \quad [2.73]$$

Dove:

- Le frequenze proprie λ_i coincidono con gli autovalori;
- I modi di vibrare coincidono con gli autovettori;

Per quanto riguarda la determinazione della risposta a regime con forzante esterna applicata occorrerà ricondursi nuovamente al sistema completo e nel caso di forzante armonica:

$$\begin{aligned} \underline{F} &= \underline{F_0} e^{i\Omega t} & \underline{X} &= \underline{X_0} e^{i\Omega t} \\ \underline{X_0} &= [-\Omega^2 [M_{LL}] + i\Omega [R_{LL}] + [K_{LL}]]^{-1} \underline{F_0} \end{aligned} \quad [2.74]$$

Infine la determinazione della risposta a regime con spostamenti di vincolo impressi comporta la considerazione dei termini $\underline{\ddot{X}}_V$, $\underline{\dot{X}}_V$ e \underline{X}_V in quanto non più nulli ma comunque noti; ciò ha come conseguenza la sola variazione del calcolo del termine $\underline{\bar{F}}_L$ mentre per il risultato desiderato si percorre la stessa via proposta per il caso di forzanti applicate.

3. PREVISIONE DEL COMPORTAMENTO DINAMICO DELLE STRUTTURE: TECNICHE DI SOTTOSTRUTTURAZIONE

Ogni realtà industriale necessita, per restare competitiva sul mercato, di ottimizzare sempre più le proprie prestazioni sia in termini di quantità di prodotto realizzato che in termini di qualità del prodotto stesso. I capitoli precedenti hanno focalizzato l'attenzione su alcuni particolari aspetti della fase di produzione ovvero la necessità di conoscere le funzioni di risposta in frequenza della macchina per il controllo dei parametri operativi e, di conseguenza, per l'ottimizzazione delle lavorazioni ad asportazione di truciolo e la limitazione del fenomeno del *chatter*. La ricerca scientifica negli ultimi anni ha studiato diverse metodologie che fossero in grado di velocizzare la fase di individuazione delle funzioni di risposta in frequenza delle macchine e, tra queste, di particolare interesse risultano essere le tecniche di sottostrutturazione. Lo studio affrontato in questa tesi si preoccuperà proprio di analizzare queste tipologie di tecniche e di ottimizzarne l'applicabilità per poter proporre in ambito industriale una metodologia di determinazione delle FRF che risulti al contempo rapida e efficace. In particolare questo capitolo si occuperà di presentare la sottostrutturazione sia dal punto di vista teorico (tramite dimostrazioni analitiche), sia dal punto di vista pratico (tramite l'analisi della letteratura e la descrizione delle principali metodologie di applicazione della strutturazione alle macchine utensili). In questo capitolo non solo si vuole fare una panoramica sulle tecniche di sottostrutturazione sviluppate dalla recente ricerca scientifica ma ci si vuole soffermare con attenzione anche agli aspetti teorici più dettagliati tramite dimostrazioni accurate che risultano difficilmente reperibili in bibliografia, seguite da applicazioni pratiche su semplici modelli ad elementi finiti, in modo tale da avere immediatamente un riscontro applicativo di ciò che si dimostra in teoria.

3.1. RECEPTANCE COUPLING SUBSTRUCTURE ANALYSIS

La Receptance Coupling Substructure Analysis, chiamata più semplicemente RCSA [6], è una tecnica che, a partire dal “Substructure Analysis” ovvero la scomposizione del sistema in sottosistemi più semplici e il conseguente studio della loro dinamica, determina la dinamica della struttura tramite la “Receptance Coupling” ovvero l’accoppiamento delle funzioni di trasferimento delle sottostrutture.

Al fine di chiarire il funzionamento di tale tecnica se ne riporta di seguito la dimostrazione considerando 1 solo grado di libertà (1-gdl) e, successivamente, se ne farà una trattazione più generale considerando 2 gradi di libertà (2-gdl). Tali dimostrazioni fanno riferimento a 2 generiche strutture A e B, le quali vengono accoppiate al fine di ottenere la struttura connessa A+B (chiamata G). Le due strutture sono considerate tra loro connesse mediante un collegamento generico. Si introduce dunque un elemento chiamato K per simulare la connessione come mostrato in Figura 3.1.

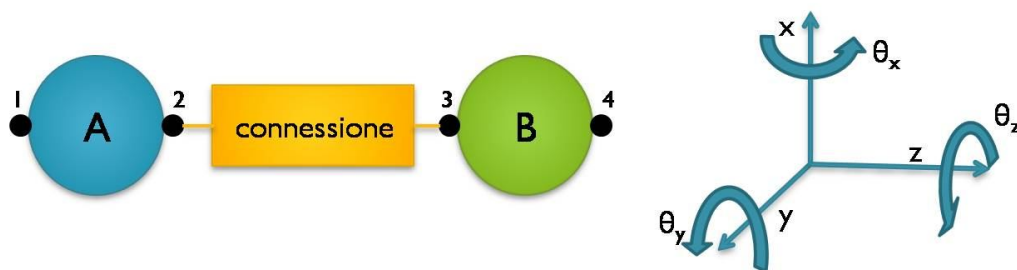


Figura 3.1 Generico sistema considerato per la sottostrutturazione

Al termine di ciascuno dei 2 approfondimenti teorici saranno eseguite alcune simulazioni mediante modelli ad elementi finiti allo scopo di validare il contenuto teorico.

3.1.1. RCSA ad 1-gdl

Dimostrazione teorica [6][8]

Si considera in questa sezione la dinamica del sistema lungo una sola direzione che, in coerenza al sistema di riferimento presente in Figura 3.1, risulta essere la direzione z . Come mostrato in Figura 3.2, il punto 4 viene considerato vincolato a terra.

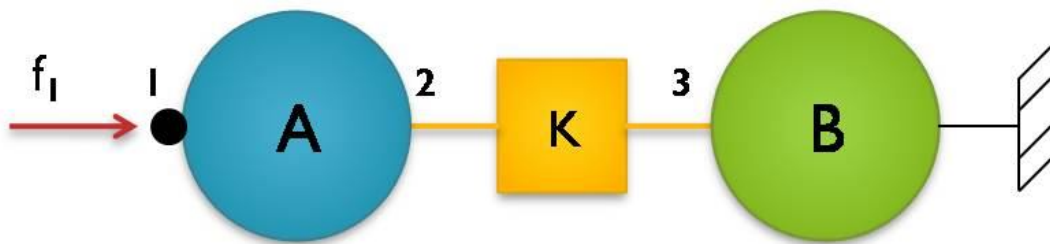


Figura 3.2 Struttura G (A+B) ad 1-gdl

Si definiscono ora le grandezze considerate per determinare la dinamica della struttura G a partire dalla dinamica delle singole strutture A e B. Queste grandezze risultano essere funzione della frequenza “ f ”. Si considera ora la struttura per intero ovvero la struttura G:

- $z_1^G(f)$: spostamento del punto 1 della struttura G;
- $f_1^G(f)$: forzante applicata al punto 1 della struttura G;
- $H_{11}^G(f)$: funzione di trasferimento della struttura G considerando la forza applicata e gli spostamenti misurati al punto 1;

Considerando la struttura G scomposta nelle sottostrutture A e B come mostrato in Figura 3.3, si definiscono le seguenti grandezze, funzioni anch’esse della frequenza:

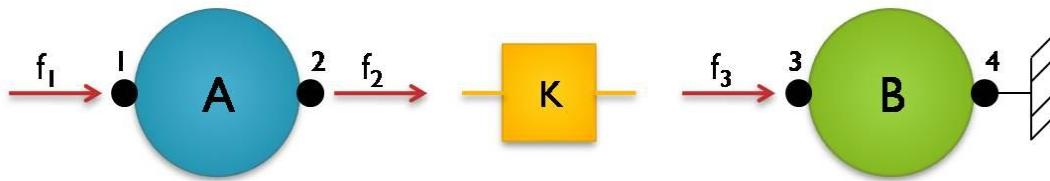


Figura 3.3 Struttura A e struttura B ad 1-gdl

- $z_1^A(f)$: spostamento del punto 1 della sottostruttura A;
- $z_2^A(f)$: spostamento del punto 2 della sottostruttura A;
- $z_3^B(f)$: spostamento del punto 3 della sottostruttura B;
- $f_1^A(f)$: forzante applicata al punto 1 della sottostruttura A;
- $f_2^A(f)$: forzante applicata al punto 2 della sottostruttura A;
- $f_3^B(f)$: forzante applicata al punto 3 della sottostruttura B;
- $[T^A(f)] = \begin{bmatrix} H_{11}^A(f) & H_{12}^A(f) \\ H_{21}^A(f) & H_{22}^A(f) \end{bmatrix}$: matrice delle funzioni di trasferimento complessiva dell'elemento A che, avendo come condizione al contorno libero-libero, è composta dalle 4 funzioni di trasferimento $H_{11}^A, H_{12}^A, H_{21}^A, H_{22}^A$;
- $[T^B(f)]$: matrice delle funzioni di trasferimento complessiva dell'elemento B che, avendo come condizione al contorno libero-incastro, è composta dalla sola funzione di trasferimento H_{33}^B ;

Per quanto riguarda la modellazione della dinamica della connessione si utilizza un modello composto da un elemento di rigidità k ed un elemento smorzante r lungo il grado di libertà considerato come mostrato in Figura 3.4.

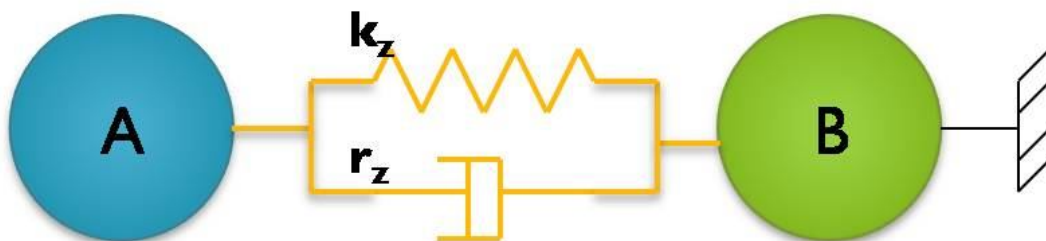


Figura 3.4 Modello della connessione ad 1-gdl

In tal modo si otterrà la funzione di rigidezza dinamica $K(f)$ pari a:

$$K(f) = k_z + i\omega r_z = k_z + i(2\pi f)r_z \quad [3.1]$$

I legami fra forze e spostamenti per gli elementi A e B sono dati da:

$$\begin{Bmatrix} z_1^A \\ z_2^A \end{Bmatrix} = [T^A(f)] \cdot \begin{Bmatrix} f_1^A \\ f_2^A \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}^A & H_{12}^A \\ H_{21}^A & H_{22}^A \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} f_1^A \\ f_2^A \end{Bmatrix} \quad [3.2]$$

Da cui si ottiene:

$$z_1^A = H_{11}^A \cdot f_1^A + H_{12}^A \cdot f_2^A \quad [3.3]$$

$$z_2^A = H_{21}^A \cdot f_1^A + H_{22}^A \cdot f_2^A \quad [3.4]$$

$$\{z_3^B\} = [T^B(f)] \cdot \{f_3^B\} \quad [3.5]$$

Da cui si ottiene:

$$z_3^B = H_{33}^B \cdot f_3^B \quad [3.6]$$

Imponendo ora le condizioni di equilibrio e di congruenza si ottiene:

- Equazioni di equilibrio
 - Si impone che il legame fra gli spostamenti agli estremi della connessione sia vincolato alla rigidezza della connessione stessa

$$z_3^B - z_2^A = -\frac{f_3^B}{K} \quad [3.7]$$

- Si impone che il legame fra le forzanti agli estremi della connessione sia dato dal principio di azione e reazione

$$f_2^A = -f_3^B \quad [3.8]$$

- Equazioni di congruenza:
 - Si impone che all'estremo 1 lo spostamento z sia uguale in entrambi i sistemi

$$z_1^G = z_1^A \quad [3.9]$$

- Si impone che la forzante applicata all'estremo 1 sia uguale in entrambi i sistemi

$$f_1^G = f_1^A \quad [3.10]$$

Come punto di partenza per la dimostrazione teorica della tecnica, facendo riferimento alla Figura 3.5, ci si pone nel caso di disporre dei termini:

- $[T^A(f)]$;
- $K(f)$;
- $[T^B(f)]$;

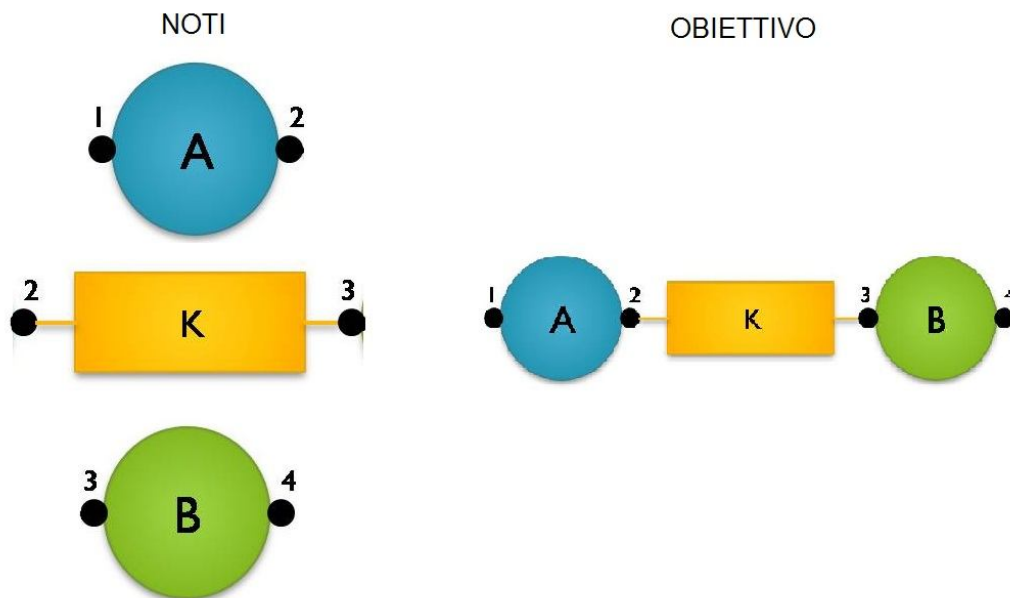


Figura 3.5 Schema di riferimento

L'individuazione della dinamica della struttura G a partire dalle sottostrutture A e B prevede la conoscenza del termine K che è difficilmente modellabile a priori. Per la trattazione che segue si suppone di conoscere questo termine.

Inserendo nella [3.7] le equazioni [3.6] e [3.4] si ottiene:

$$H_{33}^B \cdot f_3^B - (H_{21}^A \cdot f_1^A + H_{22}^A \cdot f_2^A) = -\frac{f_3^B}{K} \quad [3.11]$$

Rielaborando l'equazione [3.11] si ha che:

$$\left(H_{33}^B + \frac{1}{K}\right) \cdot f_3^B = H_{21}^A \cdot f_1^A + H_{22}^A \cdot f_2^A \quad [3.12]$$

Inserendo nella [3.12] l'equazione [3.8] e raccogliendo opportunamente si ottiene:

$$-\left(H_{33}^B + \frac{1}{K} + H_{22}^A\right) \cdot f_2^A = H_{21}^A \cdot f_1^A \quad [3.13]$$

Rielaborando l'equazione [3.13] si ha che:

$$f_2^A = -\left(H_{33}^B + \frac{1}{K} + H_{22}^A\right)^{-1} \cdot H_{21}^A \cdot f_1^A \quad [3.14]$$

Inserendo la [3.14] nell'equazione [3.3] si ottiene:

$$z_1^A = H_{11}^A \cdot f_1^A + H_{12}^A \cdot \left\{ -\left(H_{33}^B + \frac{1}{K} + H_{22}^A\right)^{-1} \cdot H_{21}^A \right\} \cdot f_1^A \quad [3.15]$$

Raccogliendo il termine f_1^A si ottiene:

$$z_1^A = \left(H_{11}^A + H_{12}^A \cdot \left\{ -\left(H_{33}^B + \frac{1}{K} + H_{22}^A\right)^{-1} \cdot H_{21}^A \right\} \right) \cdot f_1^A \quad [3.16]$$

Con la condizioni di congruenza [3.9] e [3.10] è possibile riscrivere il tutto nel seguente modo:

$$z_1^G = \left(H_{11}^A + H_{12}^A \cdot \left\{ -\left(H_{33}^B + \frac{1}{K} + H_{22}^A\right)^{-1} \cdot H_{21}^A \right\} \right) \cdot f_1^G = H_{11}^G \cdot f_1^G \quad [3.17]$$

La funzione di risposta in frequenza $H_{11}^G(f)$ è pertanto definibile come:

$$H_{11}^G(f) = H_{11}^A(f) - H_{12}^A(f) \left(H_{33}^B(f) + \frac{1}{K(f)} + H_{22}^A(f) \right)^{-1} H_{21}^A(f) \quad [3.18]$$

Può risultare utile e di interesse riscrivere l'equazione dell'RCSA quando il collegamento tra la sottostruttura A e la sottostruttura B è di tipo rigido. In tal caso K risulterebbe essere infinito e il termine $\frac{1}{K}$ quindi nullo e l'espressione risulterebbe essere:

$$\mathbf{H}_{11}^G(\mathbf{f}) = \mathbf{H}_{11}^A(\mathbf{f}) - \mathbf{H}_{12}^A(\mathbf{f})(\mathbf{H}_{33}^B(\mathbf{f}) + \mathbf{H}_{22}^A(\mathbf{f}))^{-1}\mathbf{H}_{21}^A(\mathbf{f}) \quad [3.19]$$

Simulazione ad elementi finiti

In questa sezione si procede ad una simulazione mediante modelli ad elementi finiti di ciò che si è appena mostrato al fine di mostrare la validità del contenuto teorico applicato ad un modello. Le simulazioni sono state eseguite tramite il programma Matlab e i listati utilizzati per implementare i calcoli sono riportati in Appendice 7.1. La simulazione prevede l'applicazione dell'RCSA a due casi che presentano le seguenti caratteristiche:

- CASO A 1-gdl con connessione rigida;
- CASO B 1-gdl con il termine di rigidezza K ;

In Appendice 7.2.1 è possibile trovare ulteriori grafici rispetto a quelli riportati nelle pagine seguenti.

Caso A

Come introdotto, questo caso prevede il confronto fra l'FRF assiale della struttura riportata in Figura 3.6 ricavata tramite un modello FEM con la stessa FRF ricavata tramite la tecnica secondo lo schema in Figura 3.5.

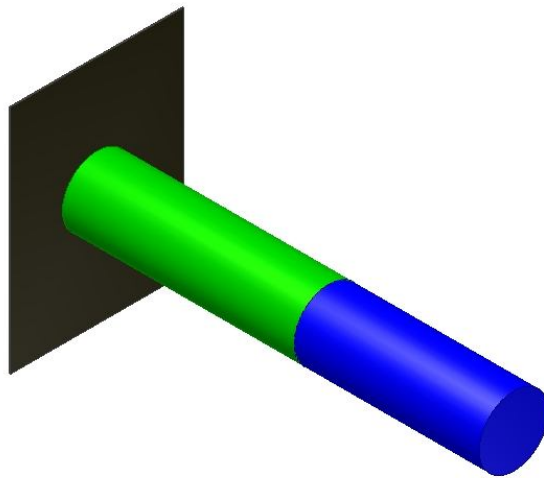


Figura 3.6 Struttura B + A con connessione rigida (1-gdl)

La struttura presenta le seguenti caratteristiche:

DATI CILINDRI	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza B	2 m
Diametro B	0,6 m
Lunghezza A	1,6 m
Diametro A	0,6 m

Tabella 3.1 Dati cilindri, RCSA 1-gdl con connessione rigida

Si riportano nei grafici che seguono il confronto tra le ampiezze delle FRFs e il valore dell'errore tra l'FRF ottenuta dal modello FEM della struttura G e quella ottenuta mediante RCSA a partire dalle FRFs delle strutture A e B. Le ampiezze delle FRFs sono riportate in scala logaritmica in quanto con essa è più facile individuare poli e zeri. In questo caso e nei casi studiati che seguiranno, il valore

dell'errore sarà riportato solo quando non sarà sufficiente un confronto visivo delle FRFs ad individuarlo.

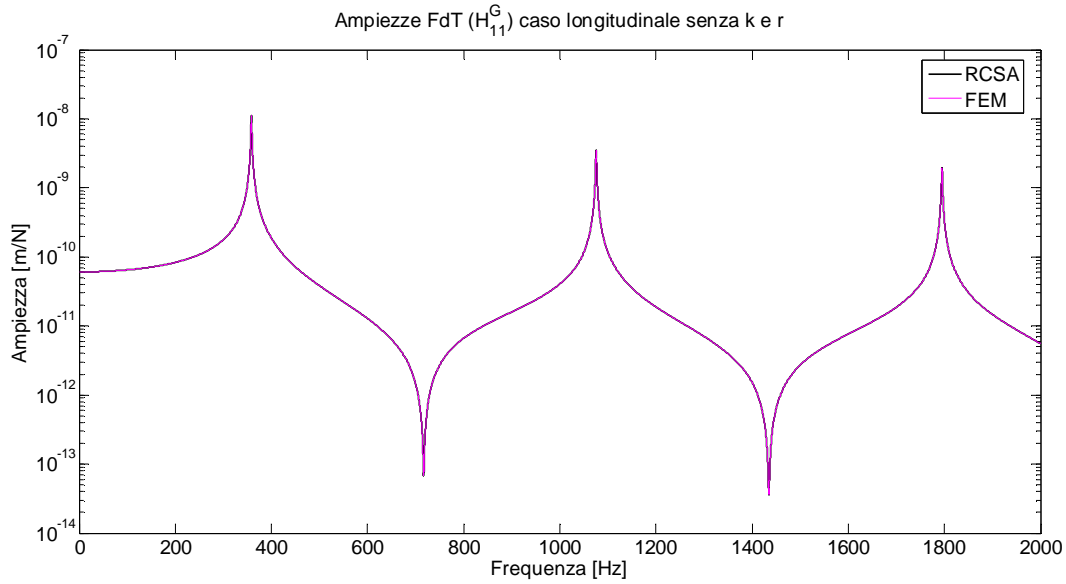


Figura 3.7 Ampiezze FRFs H_{11}^G , 1-gdl con connessione rigida

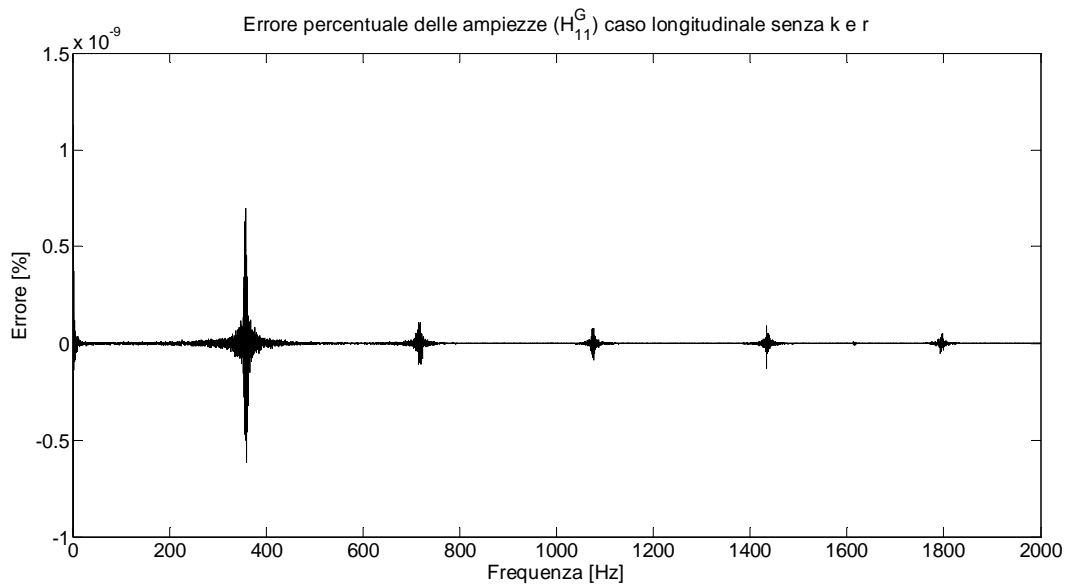


Figura 3.8 Errore percentuale FRFs H_{11}^G , 1-gdl con connessione rigida

Le due FRFs ricavate si sovrappongono con un errore decisamente limitato e questo dimostra l'effettiva capacità dell'RCSA di ricavare le FRFs di una struttura G a partire da due strutture A e B in presenza di collegamento rigido.

Caso B

Anche questo caso prevede il confronto fra l'FRF assiale FEM della struttura riportata in Figura 3.9 ricavata tramite un modello FEM con la stessa FRF ricavata tramite la tecnica dell'RCSA secondo lo schema in Figura 3.5.

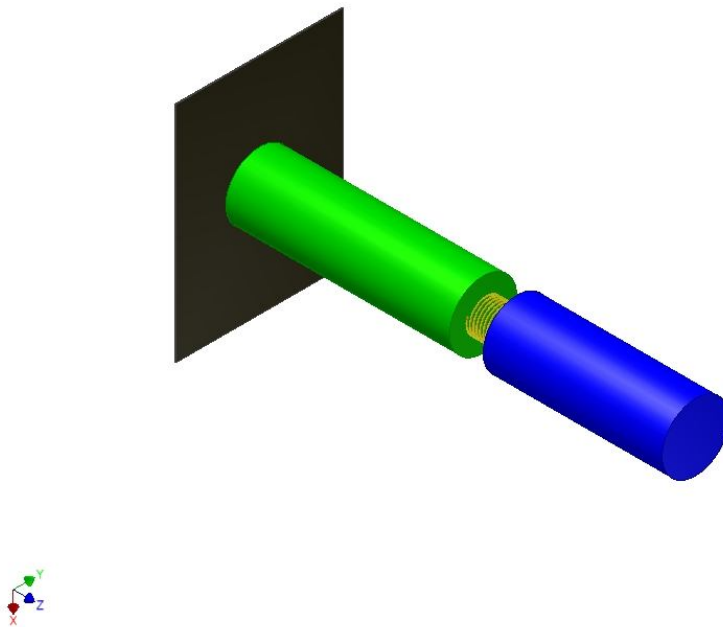


Figura 3.9 Struttura caso B

La struttura presenta le seguenti caratteristiche:

DATI CILINDRO	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza B	2 m
Diametro B	0,6 m
Lunghezza A	1,6 m
Diametro A	0,3 m
k_z	$1 \cdot 10^{11}$ N/m
r_z	$1 \cdot 10^4$ N/rad

Tabella 3.2 Dati cilindri RCSA, 1-gdl con connessione K

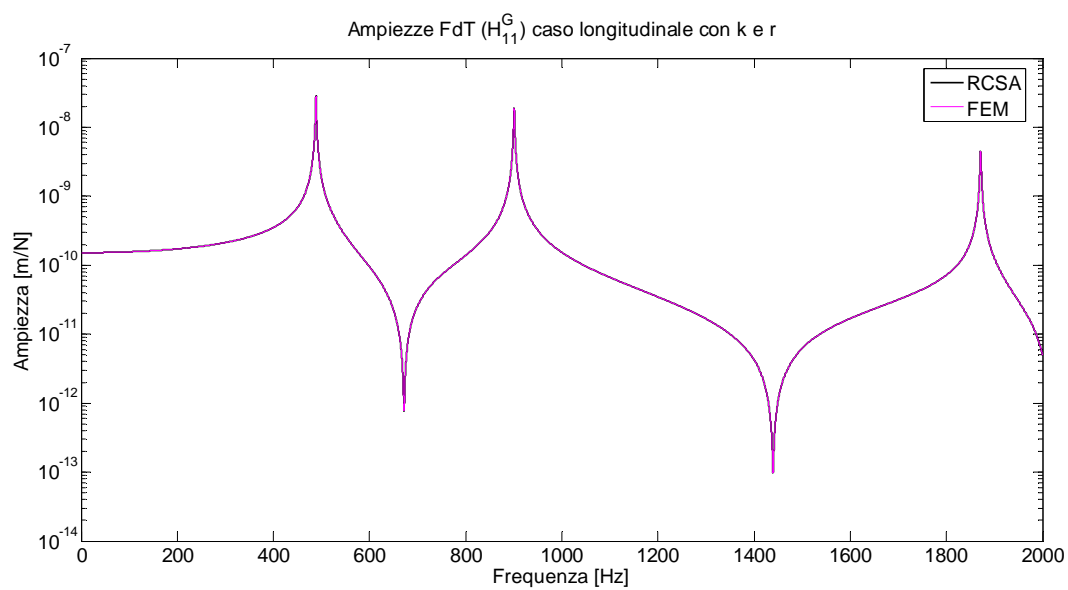


Figura 3.10 Ampiezze FRFs H_{11}^G , 1-gdl con connessione K

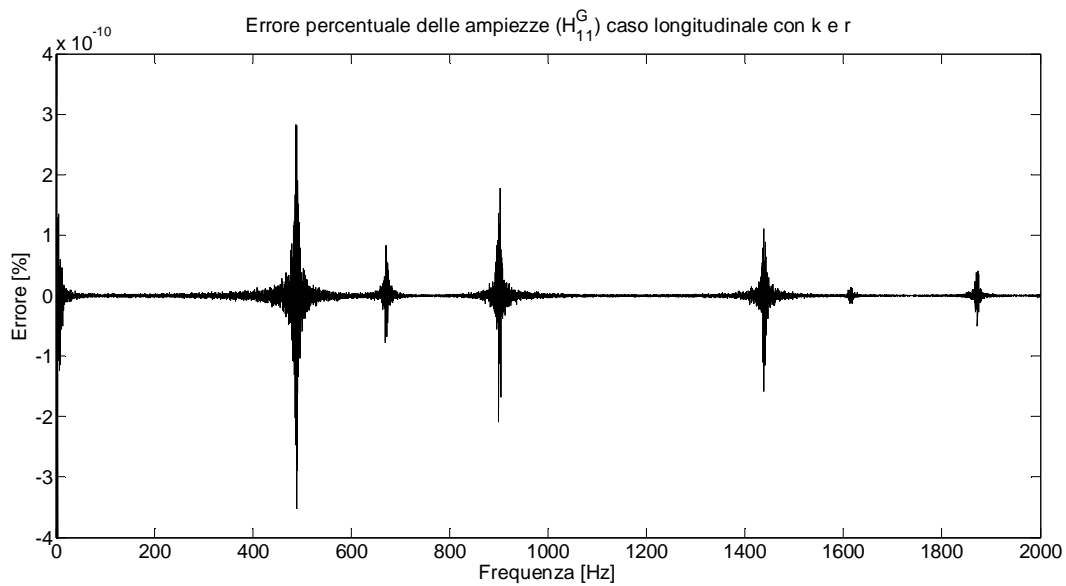


Figura 3.11 Errore percentuale FRFs H_{11}^G , 1-gdl con connessione K

Anche nel CASO B in cui è presente il termine di connessione K, la tecnica RCSA ad 1-gdl funziona correttamente.

Determinazione del termine K mediante la tecnica dell'RCSA

L'equazione [3.18] rappresenta il fondamento della tecnica, tuttavia può essere utile porsi in altre condizioni iniziali modificando pertanto l'obiettivo della dimostrazione. Un secondo caso è infatti rappresentato, come mostrato in Figura 3.12, dalla necessità di ricavare l'equazione utile alla determinazione del termine K che simula la connessione presupponendo pertanto di disporre dei seguenti termini:

- $[T^A(f)]$;
- $[T^B(f)]$;
- $G_{11}^{sp}(f)$, ovvero la misura sperimentale di $G_{11}(f)$;

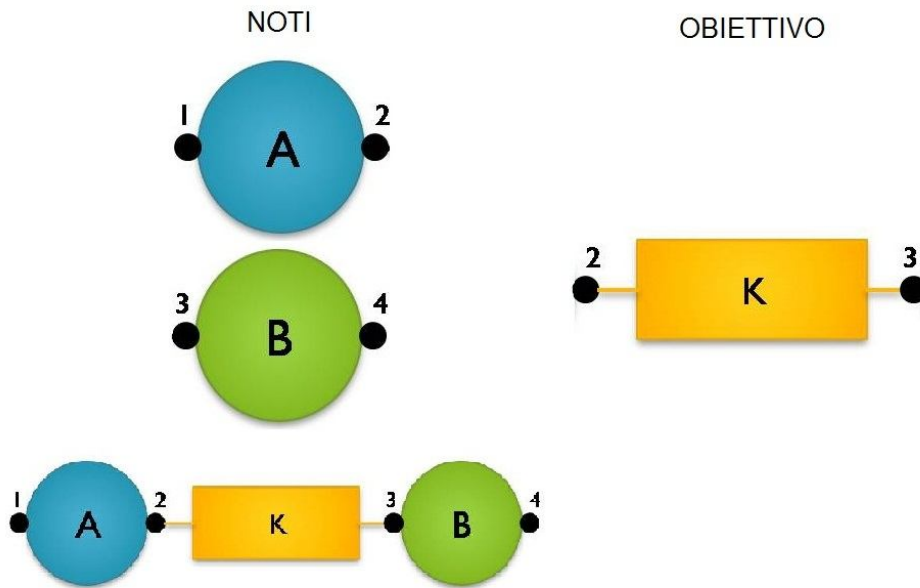


Figura 3.12 Schema di riferimento

Questa situazione dal punto di vista pratico rappresenta senza dubbio il punto di partenza più realistico in quanto permette la determinazione del termine K che è difficilmente modellabile a priori.

Ponendo l'uguaglianza:

$$H_{11}^G(f) = H_{11}^{G\ sp}(f) \quad [3.20]$$

ed utilizzando la precedente definizione della $H_{11}^G(f)$ (eq. [3.18]) si ha che:

$$\left(H_{11}^A + H_{12}^A \cdot \left\{ - \left(H_{33}^B + \frac{1}{K} + H_{22}^A \right)^{-1} \cdot H_{21}^A \right\} \right) = H_{11}^{G\ sp} \quad [3.21]$$

Elaborando opportunamente l'equazione [3.21] si ha che:

$$H_{12}^A \cdot \left\{ - \left(H_{33}^B + \frac{1}{K} + H_{22}^A \right)^{-1} \cdot H_{21}^A \right\} = H_{11}^A - H_{11}^{G\ sp} \quad [3.22]$$

$$\left(H_{33}^B + \frac{1}{K} + H_{22}^A \right)^{-1} \cdot H_{21}^A = H_{12}^{A\ -1} \cdot (H_{11}^A - H_{11}^{G\ sp}) \quad [3.23]$$

$$\left(H_{33}^B + \frac{1}{K} + H_{22}^A \right)^{-1} = H_{21}^A{}^{-1} \cdot (H_{11}^A - H_{11}^{G\ sp}) \cdot H_{21}^A{}^{-1} \quad [3.24]$$

Invertendo tutto si ottiene:

$$H_{33}^B + \frac{1}{K} + H_{22}^A = \left(\left\{ H_{21}^A{}^{-1} \cdot (H_{11}^A - H_{11}^{G\ sp}) \right\} \cdot H_{21}^A{}^{-1} \right)^{-1} \quad [3.25]$$

E quindi, isolando il termine $\frac{1}{K}$:

$$\frac{1}{K} = \left(\left\{ H_{21}^A{}^{-1} \cdot (H_{11}^A - H_{11}^{G\ sp}) \right\} \cdot H_{21}^A{}^{-1} \right)^{-1} - H_{33}^B - H_{22}^A \quad [3.26]$$

Arrivati a questo punto il termine K è ricavabile invertendo l'equazione [3.26]. Tuttavia può essere sufficiente ricavare il termine $\frac{1}{K}$ in quanto l'espressione dell'RCSA non necessita di K ma bensì del suo inverso (vedi eq. [3.18]).

Simulazione ad elementi finiti

Come in precedenza di riportano le simulazioni fatte su modelli ad elementi finiti delle espressioni appena ricavate. La simulazione prevede di ricavare il termine K da una struttura G nota (struttura analoga a quella rappresentata in Figura 3.9) tramite l'equazione [3.26] e utilizzare questa informazione per ricavare l'FRF della struttura G' tramite l'RCSA. La differenza tra la struttura G e la struttura G' risiede solo nell'elemento A che, a differenza di B e K , varia le sue proprietà geometriche. In Appendice 7.2.1 è possibile trovare ulteriori grafici rispetto a quelli riportati nelle pagine seguenti.

La struttura presenta le seguenti caratteristiche:

DATI CILINDRO	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza B	2 m
Diametro B	0,6 m
Lunghezza A	1,6 m
Diametro A	0,3 m
Lunghezza A'	1,0 m
Diametro A'	0,15 m
k_z	$1 \cdot 10^{11}$ N/m
r_z	$1 \cdot 10^4$ N/rad

Tabella 3.3 Dati cilindri, RCSA 1-gdl con connessione non nota

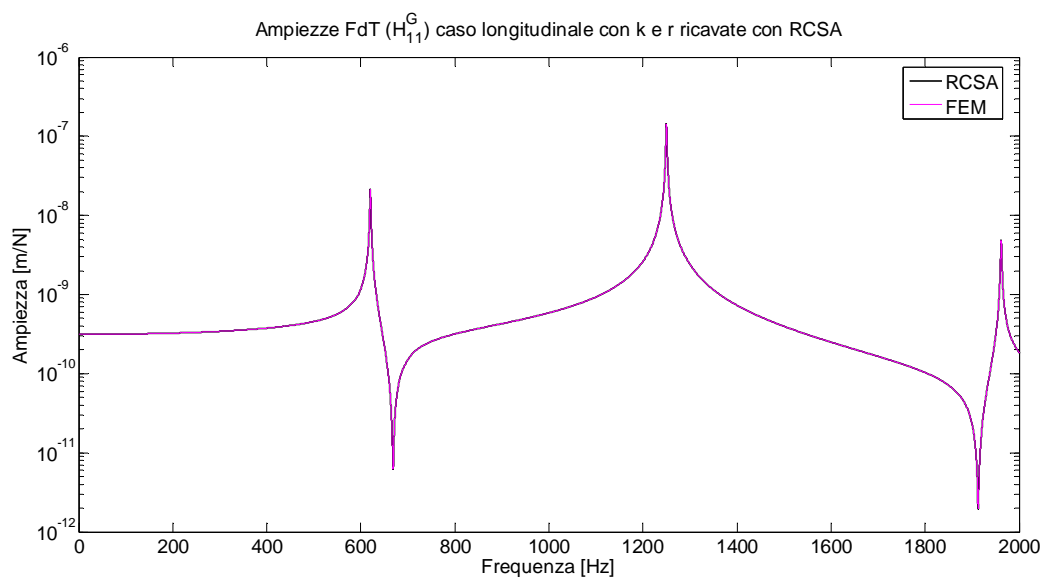


Figura 3.13 Ampiezze FRFs $H_{1,1}^G$, 1-gdl con connessione non nota

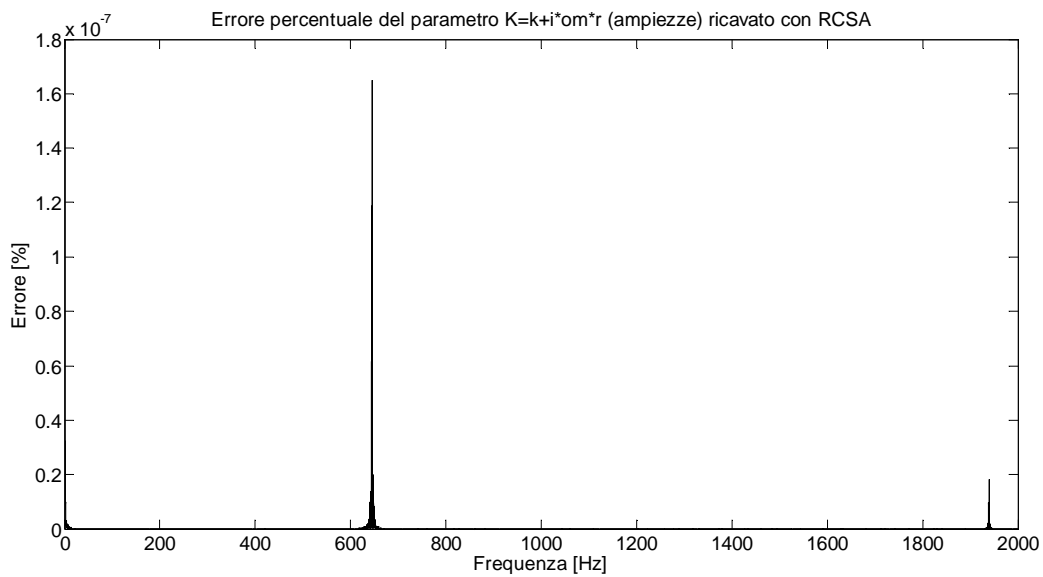


Figura 3.14 Errore percentuale parametro K , 1-gdl ricavato con l'RCSA

Come si può osservare l'RCSA può essere applicata con ottimi risultati sia per ricavare il termine di connessione K , sia per determinare le FRFs di un sistema G' in cui una sottostruttura varia. Questa simulazione rappresenta abbastanza bene la situazione che si viene a creare in campo industriale quando, se da una parte c'è la macchina che non varia mai, dall'altra ci sono gli utensili che cambiano spesso.

Determinazione delle FRFs di una sottostruttura

Facendo riferimento alla Figura 3.15, si riporta ora il caso in cui si abbia come obiettivo la rimozione di una struttura al fine di determinare la funzione di trasferimento della restante parte. Per fare ciò si presuppone di disporre dei seguenti termini:

- $[T^A(f)]$;
- $K(f)$;
- $H_{11}^{G\ sp}(f)$, ovvero la misura sperimentale di $H_{11}^G(f)$;

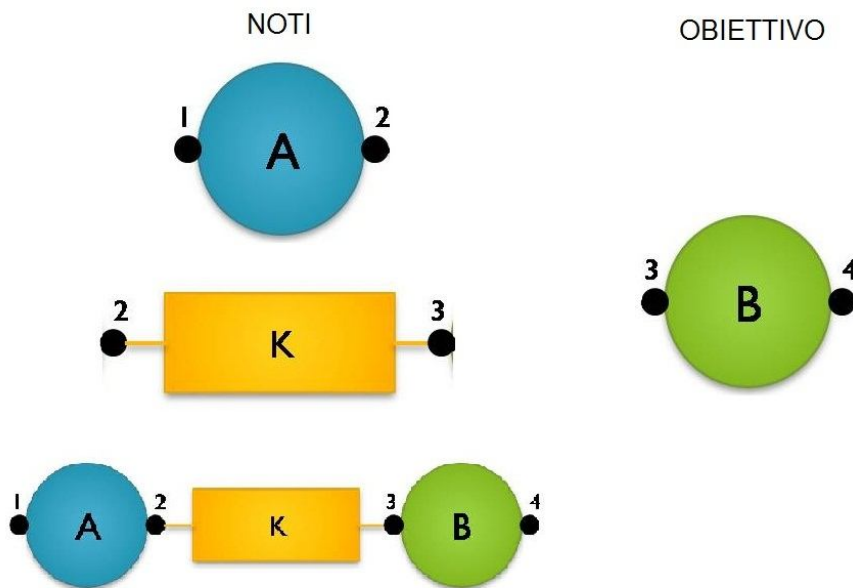


Figura 3.15 Schema di riferimento

Questa situazione, dal punto di vista teorico, prende il nome di IRCSA, ovvero Inverse Receptance Coupling Substructure Analysis, rappresentando infatti un metodo di disaccoppiamento di 2 strutture inizialmente connesse. Tuttavia il nome IRCSA può essere esteso anche al caso in cui l'RCSA venga utilizzata per ricavare il termine K in quanto è anch'essa un'elaborazione della RCSA per mezzo della quale si può destrutturare la struttura G ed estrarne una parte (in questo caso la connessione K).

Elaborando opportunamente l'espressione dell'RCSA si ricava che:

$$T_{33}^B = \left(\left\{ T_{21}^A \right\}^{-1} \cdot \left(T_{11}^A - H_{11}^{G\ sp} \right) \cdot T_{21}^A \right)^{-1} - K^{-1} - T_{22}^A \quad [3.27]$$

Risulta intuibile che questa espressione altro non è che una elaborazione analitica dell'equazione dell'RCSA. Per questo motivo non si ritiene necessario eseguire ulteriori simulazioni FEM.

3.1.2. RCSA a 2-gdl

Dimostrazione teorica [9][13][14][17][19][20][21]

La tecnica dell'RCSA presentata nel paragrafo precedente, considerando un solo grado di libertà, non è in grado di garantire una buona stima di FRFs di macchine utensili. Occorre dunque considerare un maggior numero di gradi di libertà. In questa sezione la dinamica del sistema verrà studiata lungo la direzione trasversale x e la rotazione θ_y , le quali risultano di notevole interesse per l'applicazione pratica che si intenderà studiare. Dal punto di vista teorico, questo caso risulta essere una estensione a 2-gdl del precedente.

Applicando una generica forzante f_1^G ed una coppia c_1^G nel punto 1 della struttura connessa G si possono definire le seguenti grandezze in funzione della frequenza f :

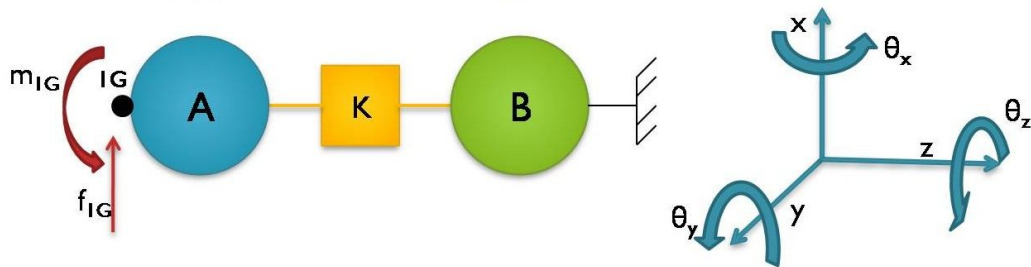


Figura 3.16 Struttura G a 2-gdl

$$\underline{W}_1^G(f) = \begin{Bmatrix} x_1^G(f) \\ \theta_1^G(f) \end{Bmatrix} \quad [3.28]$$

$$\underline{F}_1^G(f) = \begin{Bmatrix} f_1^G(f) \\ c_1^G(f) \end{Bmatrix} \quad [3.29]$$

$$[T_{11}^G(f)] = \begin{bmatrix} H_{11}^G(f) & L_{11}^G(f) \\ N_{11}^G(f) & P_{11}^G(f) \end{bmatrix} \quad [3.30]$$

Dove:

- $\underline{W}_1^G(f)$ indica il vettore contenente gli spostamenti del punto 1 della struttura G caratterizzato dalla traslazione x_1^G lungo l'asse x e dalla rotazione θ_1^G lungo la direzione θ_y ;
- $\underline{F}_1^G(f)$ indica il vettore contenente le forzanti applicate alla struttura G caratterizzato dalla forza f_1^G lungo l'asse x e dalla coppia c_1^G in direzione θ_y ;
- $[T_{11}^G(f)]$ indica la matrice delle funzioni di trasferimento complessiva nel punto 1 della struttura G date dai termini $H_{11}^G, L_{11}^G, N_{11}^G, P_{11}^G$ (vedi Tabella 2.1);

Applicando una generica forzante f_1^A ed una coppia c_1^A nel punto 1 e una generica forzante f_2^A ed una coppia c_2^A nel punto 2 della struttura disconnessa A e una generica forzante f_3^B ed una coppia c_3^B nel punto 3 della struttura disconnessa B come mostrato in Figura 3.17, si possono definire le seguenti grandezze in funzione della frequenza f :

$$\underline{W}_1^A(f) = \begin{Bmatrix} x_1^A(f) \\ \theta_1^A(f) \end{Bmatrix}; \quad \underline{W}_2^A(f) = \begin{Bmatrix} x_2^A(f) \\ \theta_2^A(f) \end{Bmatrix}; \quad \underline{W}_3^B(f) = \begin{Bmatrix} x_3^B(f) \\ \theta_3^B(f) \end{Bmatrix} \quad [3.31]$$

$$\underline{F}_1^A(f) = \begin{Bmatrix} f_1^A(f) \\ c_1^A(f) \end{Bmatrix}; \quad \underline{F}_2^A(f) = \begin{Bmatrix} f_2^A(f) \\ c_2^A(f) \end{Bmatrix}; \quad \underline{F}_3^B(f) = \begin{Bmatrix} f_3^B(f) \\ c_3^B(f) \end{Bmatrix} \quad [3.32]$$

$$[T^A(f)] = \begin{bmatrix} [T_{11}^A(f)] & [T_{12}^A(f)] \\ [T_{21}^A(f)] & [T_{22}^A(f)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}^A(f) & L_{11}^A(f) & H_{12}^A(f) & L_{12}^A(f) \\ N_{11}^A(f) & P_{11}^A(f) & N_{12}^A(f) & P_{12}^A(f) \\ H_{21}^A(f) & L_{21}^A(f) & H_{22}^A(f) & L_{22}^A(f) \\ N_{21}^A(f) & P_{21}^A(f) & N_{22}^A(f) & P_{22}^A(f) \end{bmatrix} \quad [3.33]$$

$$[T^B(f)] = [T_{33}^B(f)] = \begin{bmatrix} H_{33}^B(f) & L_{33}^B(f) \\ N_{33}^B(f) & P_{33}^B(f) \end{bmatrix} \quad [3.34]$$

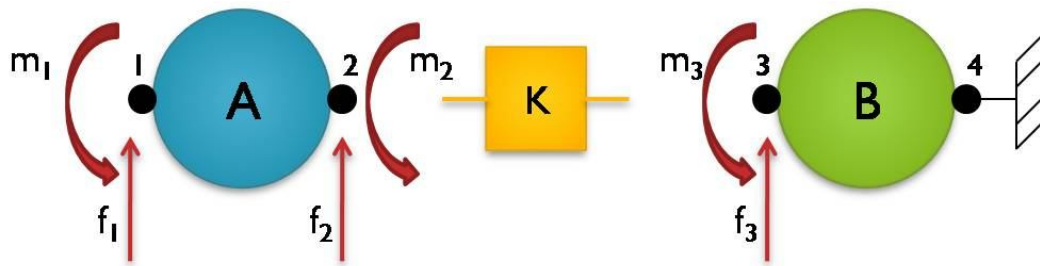


Figura 3.17 Strutture A e B a 2-gdl

Dove:

- $\underline{W}_1^A(f)$ indica il vettore contenente gli spostamenti del punto 1 dell'elemento A caratterizzato dalla traslazione x_1^A lungo l'asse x e dalla rotazione θ_1^A lungo la direzione θ_y ;
- $\underline{W}_2^A(f)$ indica il vettore contenente gli spostamenti del punto 2 dell'elemento A caratterizzato dalla traslazione x_2^A lungo l'asse x e dalla rotazione θ_2^A lungo la direzione θ_y ;
- $\underline{W}_3^B(f)$ indica il vettore contenente gli spostamenti del punto 3 dell'elemento B caratterizzato dalla traslazione x_3^B lungo l'asse x e dalla rotazione θ_3^B lungo la direzione θ_y ;
- $\underline{F}_1^A(f)$ indica il vettore contenente le forzanti applicate al punto 1 dell'elemento A caratterizzato dalla forza f_1^A lungo l'asse x e dalla coppia c_1^A in direzione θ_y ;
- $\underline{F}_2^A(f)$ indica il vettore contenente le forzanti applicate al punto 2 dell'elemento A caratterizzato dalla forza f_2^A lungo l'asse x e dalla coppia c_2^A in direzione θ_y ;
- $\underline{F}_3^B(f)$ indica il vettore contenente le forzanti applicate al punto 2 dell'elemento B caratterizzato dalla forza f_3^B lungo l'asse x e dalla coppia c_3^B in direzione θ_y ;
- $[T^A(f)]$ indica la matrice delle funzioni di trasferimento complessiva dell'elemento A formata, nel caso di condizione al contorno libero-libero,

dalle 4 matrici di funzioni di trasferimento $T_{11}^A, T_{12}^A, T_{21}^A, T_{22}^A$, ognuna delle quali è composta dalle funzioni di trasferimento H^A, L^A, N^A, P^A ;

- $[T^B(f)]$ indica la matrice delle funzioni di trasferimento complessiva dell'elemento B formata, nel caso di condizione al contorno libero-incastro, dalla sola matrice di funzioni di trasferimento T_{33}^B che è composta da $H_{33}^B, L_{33}^B, N_{33}^B, P_{33}^B$;

Per quanto riguarda la modellazione della dinamica della connessione si utilizza un modello composto da un elemento di rigidità k ed un elemento smorzante r lungo ogni grado di libertà considerato come riportato in Figura 3.18. In tal modo si hanno k_x e r_x lungo l'asse x , k_θ e r_θ in direzione θ , ottenendo pertanto la matrice $[K]$:

$$[K(f)] = \begin{bmatrix} k_x + i\omega r_x & 0 \\ 0 & k_\theta + i\omega r_\theta \end{bmatrix} \quad [3.35]$$

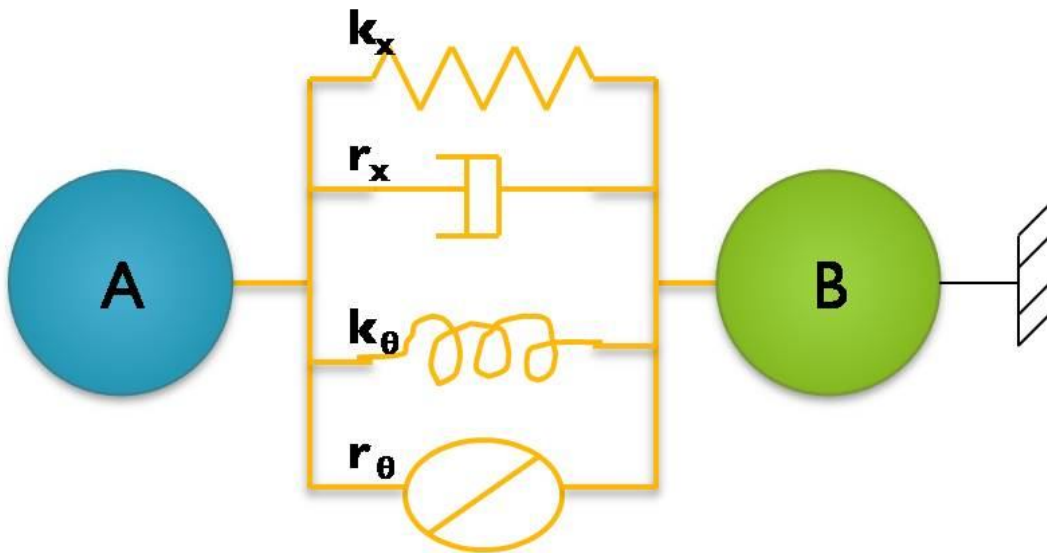


Figura 3.18 Modello della connessione a 2-gdl

I legami fra forze e spostamenti per gli elementi A e B sono dati da:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \underline{W}_1^A \\ \underline{W}_2^A \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} [T_{11}^A] & [T_{12}^A] \\ [T_{21}^A] & [T_{22}^A] \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{F}_1^A \\ \underline{F}_2^A \end{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \begin{pmatrix} x_1^A \\ \theta_1^A \\ x_2^A \\ \theta_2^A \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} H_{11}^A & L_{11}^A & H_{12}^A & L_{12}^A \\ N_{11}^A & P_{11}^A & N_{12}^A & P_{12}^A \\ H_{21}^A & L_{21}^A & H_{22}^A & L_{22}^A \\ N_{21}^A & P_{21}^A & N_{22}^A & P_{22}^A \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f_1^A \\ c_1^A \\ f_2^A \\ c_2^A \end{pmatrix} \end{aligned} \quad [3.36]$$

E quindi:

$$\underline{W}_1^A = [T_{11}^A] \cdot \underline{F}_1^A + [T_{12}^A] \cdot \underline{F}_2^A \quad [3.37]$$

$$\underline{W}_2^A = [T_{21}^A] \cdot \underline{F}_1^A + [T_{22}^A] \cdot \underline{F}_2^A \quad [3.38]$$

Ed inoltre si ha che:

$$\underline{W}_3^B = T_{33}^B \cdot \underline{F}_3^B \rightarrow \begin{pmatrix} x_3^B \\ \theta_3^B \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} H_{33}^B & L_{33}^B \\ N_{33}^B & P_{33}^B \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f_3^B \\ c_3^B \end{pmatrix} \quad [3.39]$$

Imponendo ora le condizioni di equilibrio e di congruenza si ottiene:

- Equazioni di equilibrio:
 - Si impone che il legame fra gli spostamenti agli estremi della connessione sia vincolato alla rigidezza della connessione stessa

$$\underline{W}_3^B - \underline{W}_2^A = -[K]^{-1} \cdot \underline{F}_3^B \quad [3.40]$$

- Si impone che il legame fra le forzanti agli estremi della connessione sia dato dal principio di azione e reazione

$$\underline{F}_2^B = -\underline{F}_3^B \quad [3.41]$$

- Equazioni di congruenza:
 - Si impone che all'estremo 1 lo spostamento sia uguale in entrambi i sistemi

$$\underline{W}_1^G = \underline{W}_1^A \quad [3.42]$$

- Si impone che le forzanti applicate all'estremo 1 siano uguali in entrambi i sistemi

$$\underline{F}_1^G = \underline{F}_1^A \quad [3.43]$$

Come punto di partenza per la dimostrazione teorica della tecnica, facendo riferimento alla Figura 3.5, ci si pone nel caso di disporre dei termini:

- $[T^A(f)]$;
- $[K(f)]$;
- $[T^B(f)]$;

Inserendo nella [3.40] le equazioni [3.39] e [3.38] si ottiene:

$$[T_{33}^B] \cdot \underline{F}_3^B - ([T_{21}^A] \cdot \underline{F}_1^A + [T_{22}^A] \cdot \underline{F}_2^A) = -[K]^{-1} \cdot \underline{F}_3^B \quad [3.44]$$

Sviluppando l'equazione [3.44] si ha che:

$$([T_{33}^B] + [K]^{-1}) \cdot \underline{F}_3^B = [T_{21}^A] \cdot \underline{F}_1^A + [T_{22}^A] \cdot \underline{F}_2^A \quad [3.45]$$

Inserendo nella [3.45] l'equazione [3.41] e raccogliendo opportunamente si ottiene:

$$-([T_{33}^B] + [K]^{-1} + [T_{22}^A]) \cdot \underline{F}_2^A = [T_{21}^A] \cdot \underline{F}_1^A \quad [3.46]$$

Isolando la forzante \underline{F}_2^A :

$$\underline{F}_2^A = -([T_{33}^B] + [K]^{-1} + [T_{22}^A])^{-1} \cdot [T_{21}^A] \cdot \underline{F}_1^A \quad [3.47]$$

Inserendo l'equazione [3.47] nell'equazione [3.37] si ottiene:

$$\underline{W}_1^A = [T_{11}^A] \cdot \underline{F}_1^A + [T_{12}^A] \cdot \{-([T_{33}^B] + [K]^{-1} + [T_{22}^A])^{-1} \cdot [T_{21}^A]\} \cdot \underline{F}_1^A \quad [3.48]$$

Raccogliendo il termine \underline{F}_1^A si ottiene:

$$\underline{W}_1^A = ([T_{11}^A] + [T_{12}^A] \cdot \{ -([T_{33}^B] + [K]^{-1} + [T_{22}^A])^{-1} \cdot [T_{21}^A] \}) \cdot \underline{F}_1^A \quad [3.49]$$

Con le condizioni di congruenza [3.42] e [3.43] è possibile riscrivere il tutto nel seguente modo:

$$\begin{aligned} \underline{W}_1^G &= ([T_{11}^A] + [T_{12}^A] \cdot \{ -([T_{33}^B] + [K]^{-1} + [T_{22}^A])^{-1} \cdot [T_{21}^A] \}) \cdot \underline{F}_1^G = \\ &= [T_{11}^G] \cdot \underline{F}_G \end{aligned} \quad [3.50]$$

La matrice $[T_{11}^G(f)]$ è pertanto definibile come:

$$\begin{aligned} [T_{11}^G(f)] &= \begin{bmatrix} H_{11}^G(f) & L_{11}^G(f) \\ N_{11}^G(f) & P_{11}^G(f) \end{bmatrix} \\ &= [T_{11}^A(f)] - [T_{12}^A(f)] \cdot \\ &\quad \cdot ([T_{33}^B(f)] + [K(f)]^{-1} + [T_{22}^A(f)])^{-1} \cdot [T_{21}^A(f)] \end{aligned} \quad [3.51]$$

In caso di connessione rigida il termine rappresentate la rigidezza, essendo invertito, risulta nullo e l'equazione dell'RCSA si semplifica come segue:

$$[T_{11}^G] = \begin{bmatrix} H_{11}^G & L_{11}^G \\ N_{11}^G & P_{11}^G \end{bmatrix} = [T_{11}^A] - [T_{12}^A] \cdot ([T_{33}^B] + [T_{22}^A(f)])^{-1} \cdot [T_{21}^A] \quad [3.52]$$

Per completezza si riportano ora le espressioni dell'RCSA che permettono di ricavare, in una struttura che presenta la connessione tra le strutture A e B rigida, le FRFs della struttura G anche in considerazione del punto 2 (ovvero del punto di connessione).

$$[T_{12}^G] = \begin{bmatrix} H_{12}^G & L_{12}^G \\ N_{12}^G & P_{12}^G \end{bmatrix} = [T_{21}^A] - [T_{22}^A] \cdot ([T_{33}^B] + [T_{22}^A(f)])^{-1} \cdot [T_{21}^A] \quad [3.53]$$

$$[T_{21}^G] = \begin{bmatrix} H_{21}^G & L_{21}^G \\ N_{21}^G & P_{21}^G \end{bmatrix} = [T_{21}^A] - [T_{12}^A] \cdot ([T_{33}^B] + [T_{22}^A(f)])^{-1} \cdot [T_{22}^A] \quad [3.54]$$

$$[T_{22}^G] = \begin{bmatrix} H_{22}^G & L_{22}^G \\ N_{22}^G & P_{22}^G \end{bmatrix} = [T_{22}^A] - [T_{22}^A] \cdot ([T_{33}^B] + [T_{22}^A(f)])^{-1} \cdot [T_{22}^A] \quad [3.55]$$

Queste espressioni sono facilmente ricavabili procedendo in modo analogo a quanto fatto in precedenza per trovare la matrice di FRFs $[T_{11}^G]$.

Simulazione ad elementi finiti

Come in precedenza, si procede ora ad una simulazione mediante modelli ad elementi finiti di ciò che si è appena mostrato. In Appendice 7.1 è possibile trovare i listati Matlab usati per realizzare i modelli FEM dei sistemi a 2-gdl. La simulazione prevede come in precedenza l'applicazione dell'RCSA a due casi che presentano le seguenti caratteristiche:

- CASO A 2-gdl con connessione rigida;
- CASO B 2-gdl con il termine di rigidezza K;

In Appendice 7.2.2 è possibile trovare ulteriori grafici rispetto a quelli riportati nelle pagine seguenti.

Caso A

Come introdotto, questo caso prevede il confronto fra l'FRF assiale della struttura riportata in Figura 3.6 ricavata tramite un modello FEM con la stessa FRF ricavata tramite la tecnica secondo lo schema in Figura 3.5.

La struttura presenta le seguenti caratteristiche:

DATI CILINDRO	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza B	2 m
Diametro B	0,6 m
Lunghezza A	1,6 m
Diametro A	0,6 m

Tabella 3.4 Dati cilindri, RCSA 2-gdl con connessione rigida

Nei grafici che seguono si riportano il confronto tra l'FRF H_{11}^G ottenuta dal modello G e quella ottenuta dall'RCSA mediante i modelli A e B. Sono inoltre riportati gli errori percentuali delle FRFs H_{11}^G , H_{12}^G , L_{11}^G e P_{11}^G .

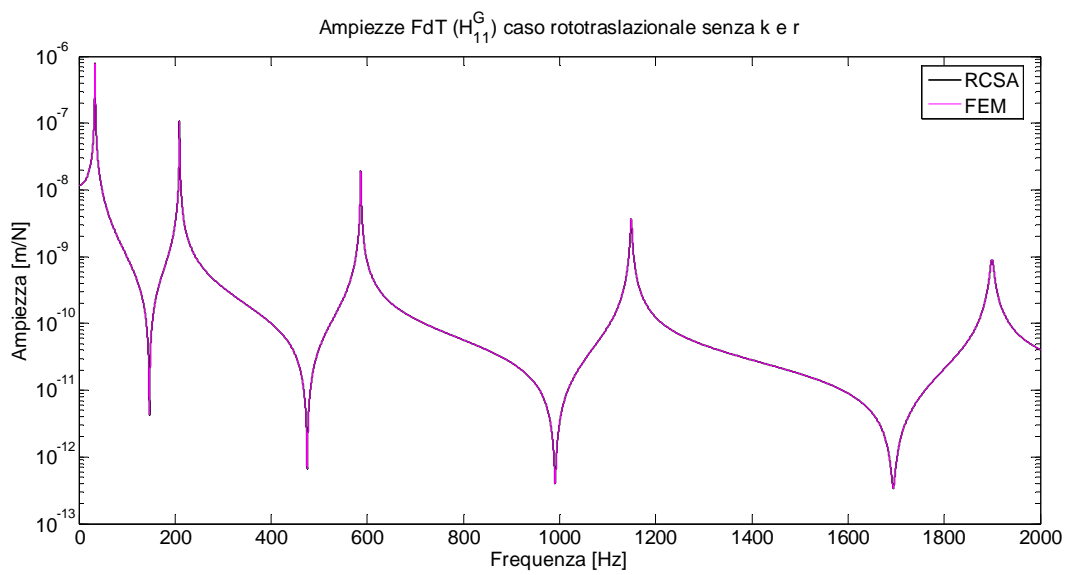
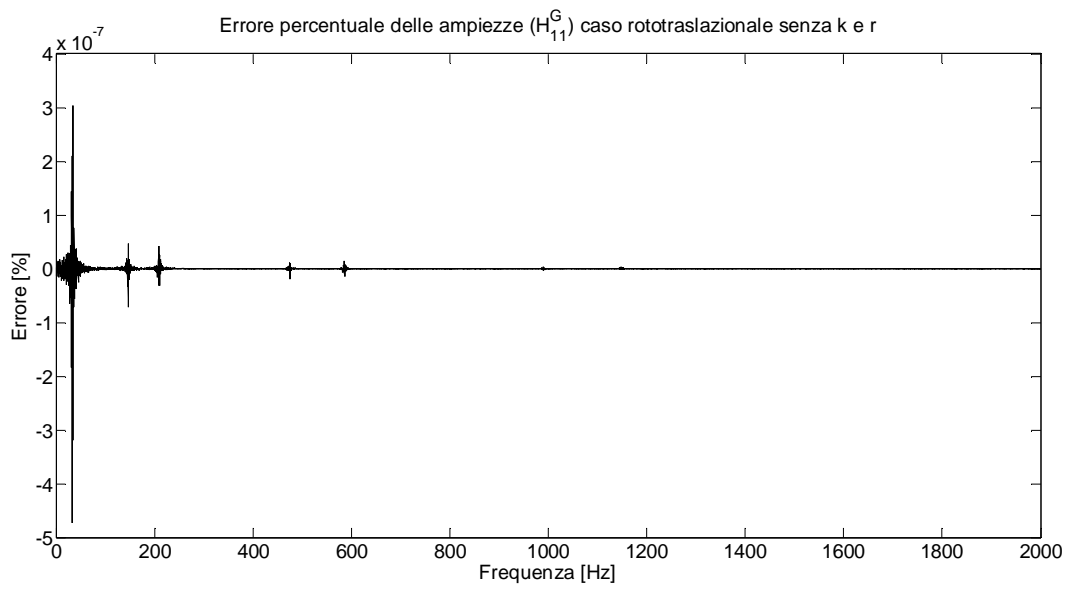
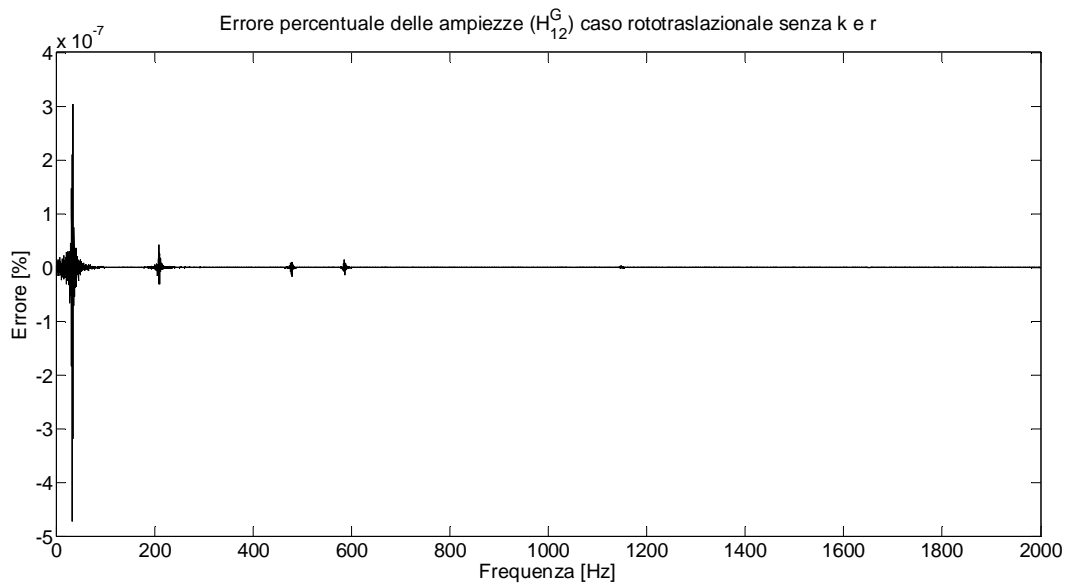


Figura 3.19 Ampezze FRFs H_{11}^G , 2-gdl con connessione rigida

Figura 3.20 Errore percentuale FRFs H_{11}^G , 2-gdl con connessione rigidaFigura 3.21 Errore percentuale FRFs H_{12}^G , 2-gdl con connessione rigida

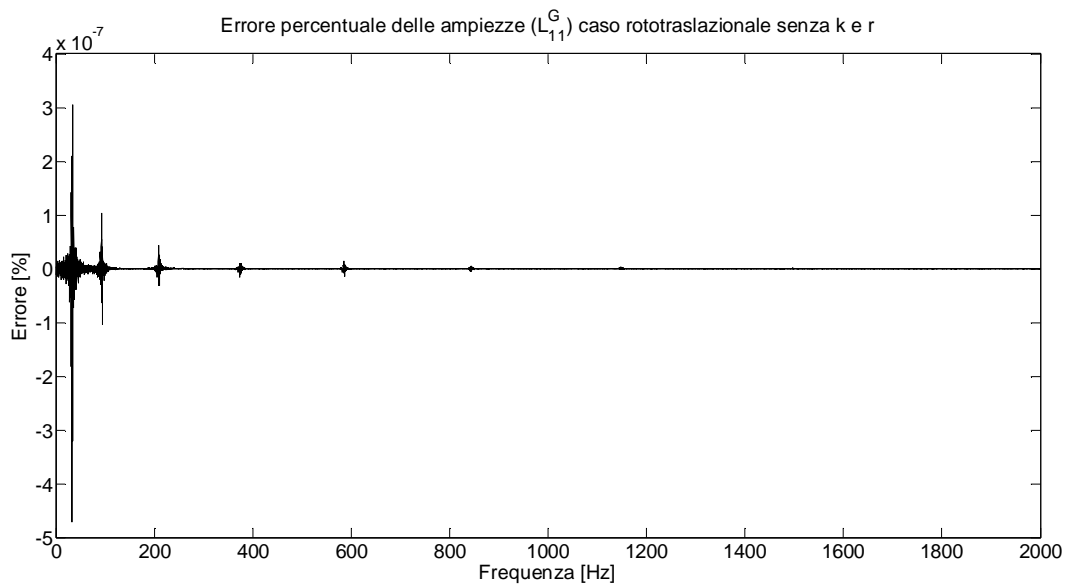


Figura 3.22 Errore percentuale FRFs L_{11}^G , 2-gdl con connessione rigida

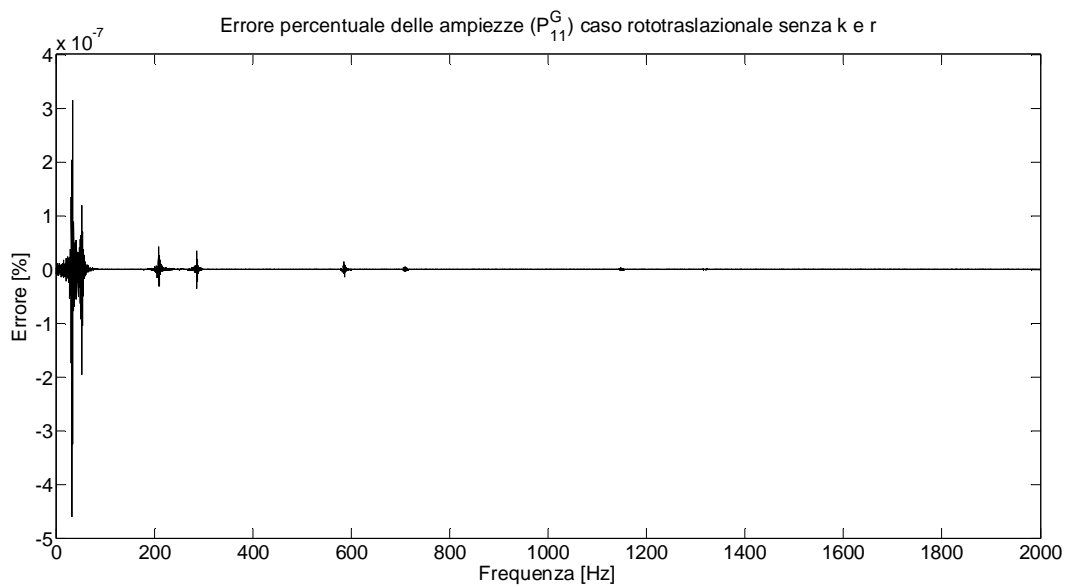


Figura 3.23 Errore percentuale FRFs P_{11}^G , 2-gdl con connessione rigida

Anche la simulazione del modello a 2-gdl senza termine di rigidezza fornisce risultati molto accurati su tutte le FRFs all'estremo libero cioè H_{11}^G , L_{11}^G (e anche N_{11}^G per simmetria della matrice) e P_{11}^G e anche al punto di connessione (H_{12}^G).

Caso B

Anche questo caso prevede il confronto fra diverse FRFs ricavate tramite un modello FEM di una struttura riportata in Figura 3.9 con le stesse FRFs ma ricavate tramite la tecnica secondo lo schema in Figura 3.5.

La struttura presenta le seguenti caratteristiche:

DATI CILINDRO	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza B	2 m
Diametro B	0,6 m
Lunghezza A	1,6 m
Diametro A	0,3 m
k_t	$1 \cdot 10^{11}$ N/m
k_r	$1 \cdot 10^{11}$ N/rad
r_t	$1 \cdot 10^4$ Ns/m
r_r	$1 \cdot 10^4$ Ns/rad

Tabella 3.5 Dati cilindri, RCSA 2-gdl con connessione K

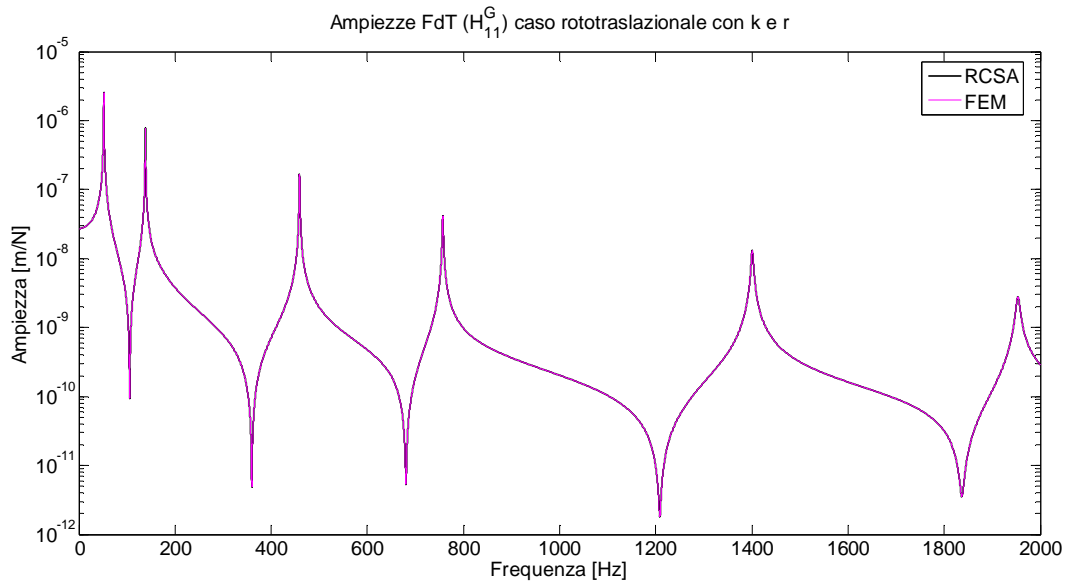


Figura 3.24 Ampiezze FRFs H_{11}^G , 2-gdl con connessione K

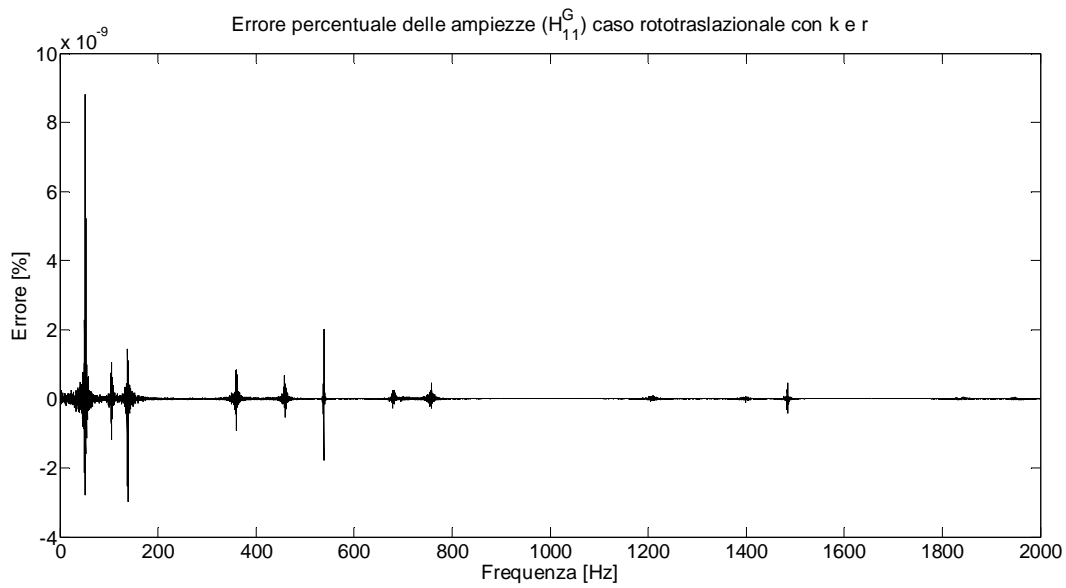


Figura 3.25 Errore percentuale FRFs H_{11}^G , 2-gdl con connessione K

La simulazione più completa, ovvero sul caso a 2-gdl (di cui x trasversale e θ rotazionale) di 2 elementi A e B cilindrici connessi da un elemento di connessione K che agisce su entrambi i gradi di libertà (vedi Figura 3.24) porta alla conclusione che la tecnica RCSA permette di ricavare la FRF del sistema globale a partire dalle singole FRFs delle sottostrutture che lo compongono e con risultati decisamente buoni.

Determinazione del termine $[K]$ mediante la tecnica dell'RCSA

Come in precedenza si vuole ora utilizzare la tecnica dell'RCSA per ricavare il termine di connessione rappresentato dalla matrice $[K]$. Questo caso è ben rappresentato dalla Figura 3.12. Si presuppone dunque di disporre dei seguenti termini:

- $[T^A(f)]$;
- $[T^B(f)]$;
- $[T_{11}^{G\ sp}(f)]$, ovvero la misura sperimentale di $[T_{11}^G(f)]$;

Ponendo l'uguaglianza:

$$[T_{11}^G(f)] = [T_{11}^{G\ sp}(f)] \quad [3.56]$$

ed utilizzando la precedente definizione della $[T_{11}^G(f)]$ (eq. [3.51]) si ha che:

$$([T_{11}^A] + [T_{12}^A] \cdot \{ -([T_{33}^B] + [K]^{-1} + [T_{22}^A])^{-1} \cdot [T_{21}^A] \}) = [T_{11}^{G\ sp}] \quad [3.57]$$

Ed elaborando opportunamente l'equazione [3.57] si ha che:

$$[T_{12}^A] \cdot \{ -([T_{33}^B] + [K]^{-1} + [T_{22}^A])^{-1} \cdot [T_{21}^A] \} = [T_{11}^A] - [T_{11}^{G\ sp}] \quad [3.58]$$

$$-([T_{33}^B] + [K]^{-1} + [T_{22}^A])^{-1} \cdot [T_{21}^A] = [T_{12}^A]^{-1} \cdot ([T_{11}^A] - [T_{11}^{G\ sp}]) \quad [3.59]$$

Sapendo che $[A] = [B] \cdot [C]$ e $[A]^T = [C]^T \cdot [B]^T$

$$[T_{21}^A]^T \cdot \{ ([T_{33}^B] + [K]^{-1} + [T_{22}^A])^{-1} \}^T = \{ [T_{12}^A]^{-1} \cdot ([T_{11}^A] - [T_{11}^{G\ sp}]) \}^T \quad [3.60]$$

$$\begin{aligned} \{ ([T_{33}^B] + [K]^{-1} + [T_{22}^A])^{-1} \}^T &= \\ &= ([T_{21}^A]^T)^{-1} \cdot \{ [T_{12}^A]^{-1} \cdot ([T_{11}^A] - [T_{11}^{G\ sp}]) \}^T \end{aligned} \quad [3.61]$$

Sapendo che $(([A]^T)^{-1})^T = [A]^{-1}$

$$([T_{33}^B] + [K]^{-1} + [T_{22}^A])^{-1} = \{ [T_{21}^A]^{-1} \cdot ([T_{11}^A] - [T_{11}^{G\ sp}]) \} \cdot [T_{21}^A]^{-1} \quad [3.62]$$

$$[T_{33}^B] + [K]^{-1} + [T_{22}^A] = \left(\left\{ [T_{21}^A]^{-1} \cdot ([T_{11}^A] - [T_{11}^{G\ sp}]) \right\} \cdot [T_{21}^A]^{-1} \right)^{-1} \quad [3.63]$$

Si può dunque isolare il termine $[K]^{-1}$:

$$[K]^{-1} = \left(\left\{ [T_{21}^A]^{-1} \cdot ([T_{11}^A] - [T_{11}^{G\ sp}]) \right\} \cdot [T_{21}^A]^{-1} \right)^{-1} - [T_{33}^B] - [T_{22}^A] \quad [3.64]$$

Simulazione ad elementi finiti

Come in precedenza si riportano le simulazioni fatte su modelli ad elementi finiti delle espressioni appena ricavate. La simulazione è l'analogo su due gradi di libertà di quanto fatto in precedenza per i sistemi ad un solo grado di libertà. In Appendice 7.2.2 è possibile trovare ulteriori grafici rispetto a quelli riportati nelle pagine seguenti.

La struttura presenta le seguenti caratteristiche:

DATI CILINDRO	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza B	2 m
Diametro B	0,6 m
Lunghezza A	1,6 m
Diametro A	0,3 m
k_t	$1 \cdot 10^{11}$ N/m
k_r	$1 \cdot 10^{11}$ N/rad
r_t	$1 \cdot 10^4$ Ns/m
r_r	$1 \cdot 10^4$ Ns/rad

Tabella 3.6 Dati cilindri, RCSA 2-gdl con connessione non nota

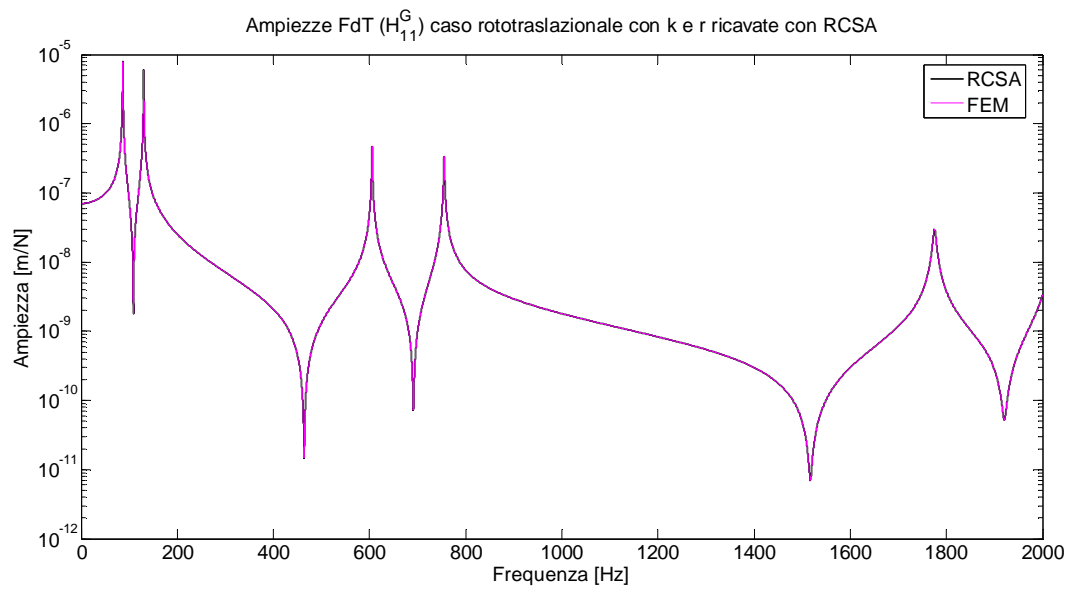


Figura 3.26 Ampiezze FRFs H_{11}^G , 2-gdl con connessione non nota

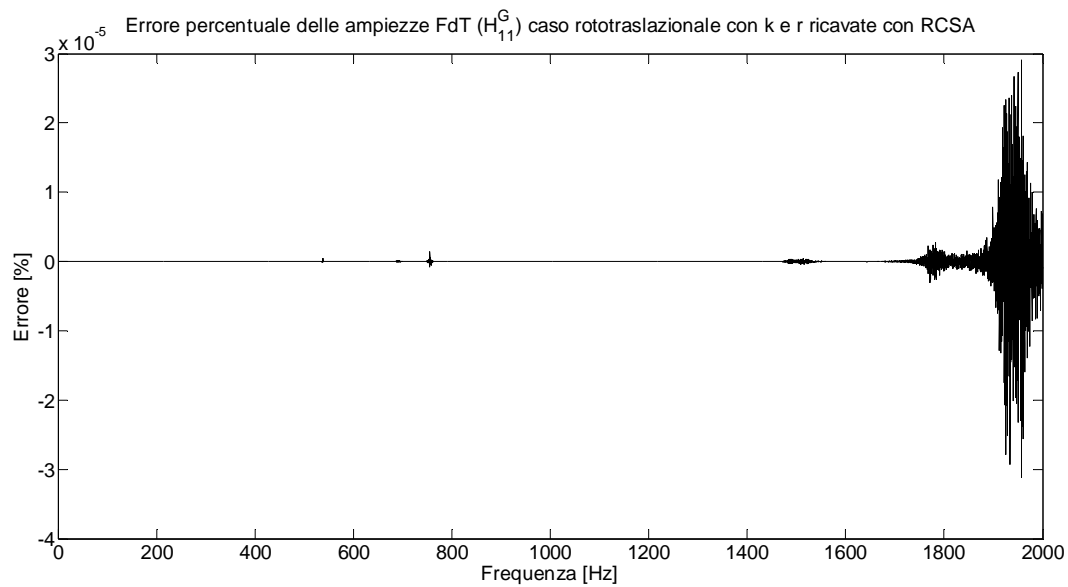


Figura 3.27 Errore percentuale FRFs H_{11}^G , 2-gdl con connessione non nota

Come si può osservare l'RCSA può essere applicata con ottimi risultati sia per ricavare il termine di connessione K , sia per determinare le FRFs di un sistema G' in cui una sottostruttura varia anche in sistemi a 2-gdl.

Determinazione delle FRFs di una sottostruttura

Facendo riferimento alla Figura 3.15, come in precedenza si riporta il caso in cui si abbia come obiettivo la rimozione di una struttura al fine di determinare la funzione di trasferimento della restante parte. per fare ciò si presuppone di disporre dei seguenti termini:

- $[T^A(f)]$;
- $[K(f)]$;
- $[T_{11}^{G\ sp}(f)]$, ovvero la misura sperimentale di $[G_{11}(f)]$;

Elaborando opportunamente l'espressione dell'RCSA (eq. [3.51]) si ricava che:

$$[T_{33}^B] = \left(\left([T_{21}^A]^{-1} \cdot ([T_{11}^A] - [T_{11}^{G\ sp}]) \right) \cdot [T_{21}^A]^{-1} \right)^{-1} - [K]^{-1} - [T_{22}^A] \quad [3.65]$$

Come in precedenza si ritiene necessario eseguire ulteriori simulazioni FEM per verificare la validità dell'espressione appena ricavata essendo frutto di sole elaborazioni matematiche.

3.2. OSSERVAZIONI SUL PUNTO DI CONNESSIONE

La tecnica dell'RCSA si dimostra pratica e affidabile quando la si applica a modelli ideali come quelli visti fin'ora. Maggiori criticità si hanno quando la si vuole applicare a modelli che non presentano le medesime condizioni ideali. Si vuole ora dimostrare che le formule dell'RCSA sono in grado di sostenere la condizione in cui le due sottostrutture A e B non presentino un singolo punto di connessione ma piuttosto una superficie (o area) di connessione. Risulta infatti evidente che un qualsiasi sistema reale composto da due strutture connesse tra loro da qualsivoglia connessione, per quanto piccola possa essere la connessione stessa, non potrà interessare un singolo punto delle due strutture ma interesserà un'area. Ne consegue che considerare la connessione come una sola molla e un solo smorzatore (anche se comprendenti sia la direzione traslazionale che rotazionale) che collegano due singoli

punti delle due strutture è un modo di modellare la realtà eccessivamente approssimata. L'articolo posto in bibliografia [18] tratta la questione della connessione tra il cono portautensile e il mandrino. In esso viene suggerito di modellare la connessione come un'insieme di molle e smorzatori (traslazionali e rotazionali) poste in parallelo così da riprodurre l'intera superficie interessata.

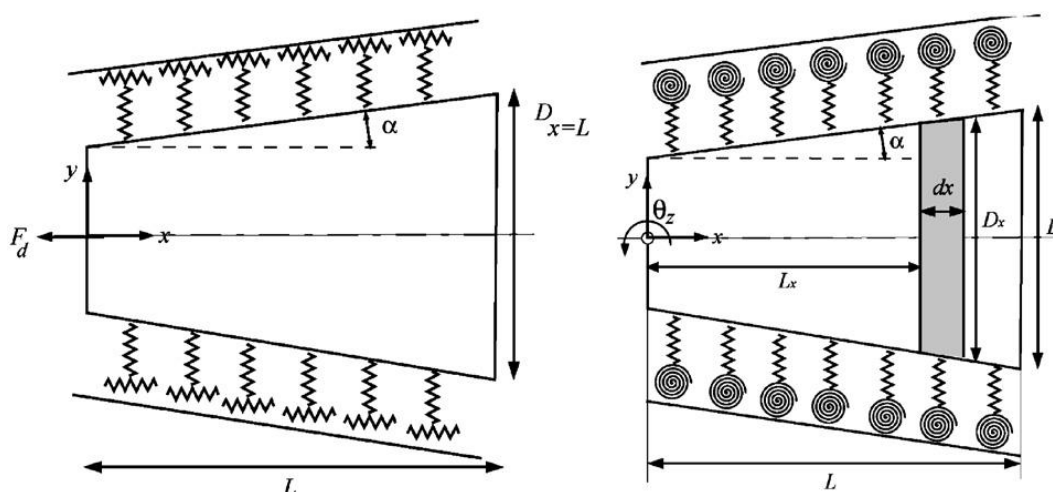


Figura 3.28 Modello della superficie di connessione proposto da Altintas

Per verificare se la tecnica dell'RCSA sia in grado di restituire una buona stima delle FRFs nonostante la presenza di un'area di connessione, sono state rifatte le simulazioni precedenti andando a modificare i modelli. Le due strutture non sono connesse in un singolo punto e con una singola serie di molle e smorzatori longitudinali e rotazionali, ma si vedono congiunte da una serie di molle e smorzatori che ricoprono una superficie [16][19]. Essendo il modello utilizzato per le simulazioni un modello FEM (vedi Appendice 7.1.6 e 7.1.7), la zona di connessione presenterà tante più molle (e smorzatori) tanti più sono i nodi del modello discretizzato. Per evitare che all'aumentare del numero di nodi aumentasse anche la rigidità (e il coefficiente di smorzamento) della connessione, si è ritenuto opportuno assegnare a ciascuna molla una rigidità che portasse l'intera connessione ad avere una rigidità complessiva simile a quella considerata nelle simulazioni precedenti,

quando la connessione era concentrata in un punto solo (discorso analogo per gli smorzatori).

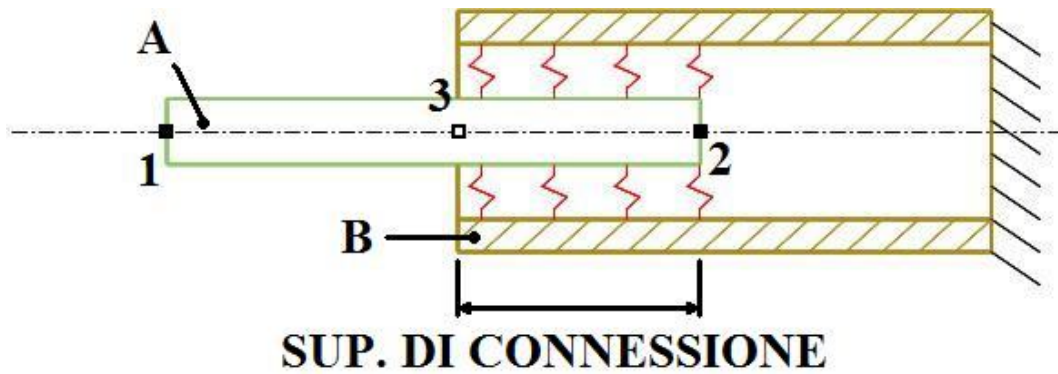


Figura 3.29 Rappresentazione dei modelli utilizzati

La Figura 3.29 rappresenta il modello utilizzato per testare l'RCSA. È opportuno tenere in considerazione che ogni molla in questa figura rappresenta un gruppo di elementi composto da una rigidità lineare, una rigidità rotazionale, uno smorzatore lineare e uno smorzatore rotazionale.

Per testare l'RCSA si è utilizzata una struttura nota G (connessa con una serie di molle e smorzatori posti in parallelo) e, avendo a disposizione le FRFs delle strutture A e B si è ricavato il parametro K rappresentante la connessione mediante la tecnica dell'IRCSA (vedi eq. [3.64]). Successivamente si è applicata la tecnica dell'RCSA (vedi eq. [3.51]). per collegare il sistema B ad un sistema A' utilizzando la connessione K ricavata precedentemente. Le immagini che seguono confrontano le FRFs del sistema G' ottenute con l'RCSA e quelle ottenute con modelli FEM. Se la tecnica risponde in modo soddisfacente si avranno risultati ottimali ma occorrerà prestare attenzione che la zona di connessione non vari qualche proprietà al variare della struttura A perché ciò significherebbe variare anche la connessione. In Appendice 7.2.3 è possibile trovare ulteriori grafici rispetto a quelli riportati nelle pagine seguenti.

3.2.1. Caso di variazione della lunghezza di “A”

In questo primo esempio le strutture A e A' differiscono solo nella loro lunghezza (il diametro resta costante). Così facendo la zona di connessione resta uguale e ci si aspetterebbe quindi di ottenere dall'RCSA dei risultati piuttosto soddisfacenti.

DATI CILINDRI	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza B	2 m
Diametro esterno B	0,6 m
Diametro interno B	0,3 m
Lunghezza A	1,6 m
Diametro A	0,3 m
Lunghezza A'	1 m
Diametro A'	0,3 m
Lunghezza sup. di connessione	0,5 m
k _t complessiva	1 · 10 ¹¹ N/m
k _r complessiva	1 · 10 ¹¹ N/rad
r _t complessiva	1 · 10 ⁴ Ns/m
r _r complessiva	1 · 10 ⁴ Ns/rad

Tabella 3.7 Dati cilindri, connessione distribuita, caso variazione lunghezza

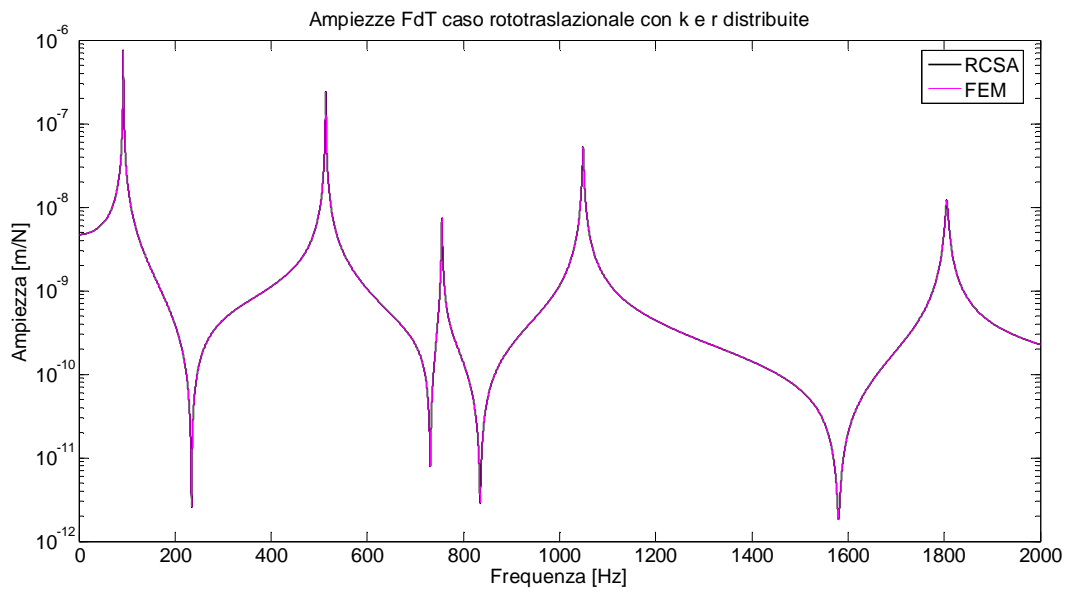


Figura 3.30 Ampiezze FRFs H_{11}^G , connessione distribuita, variazione lunghezza

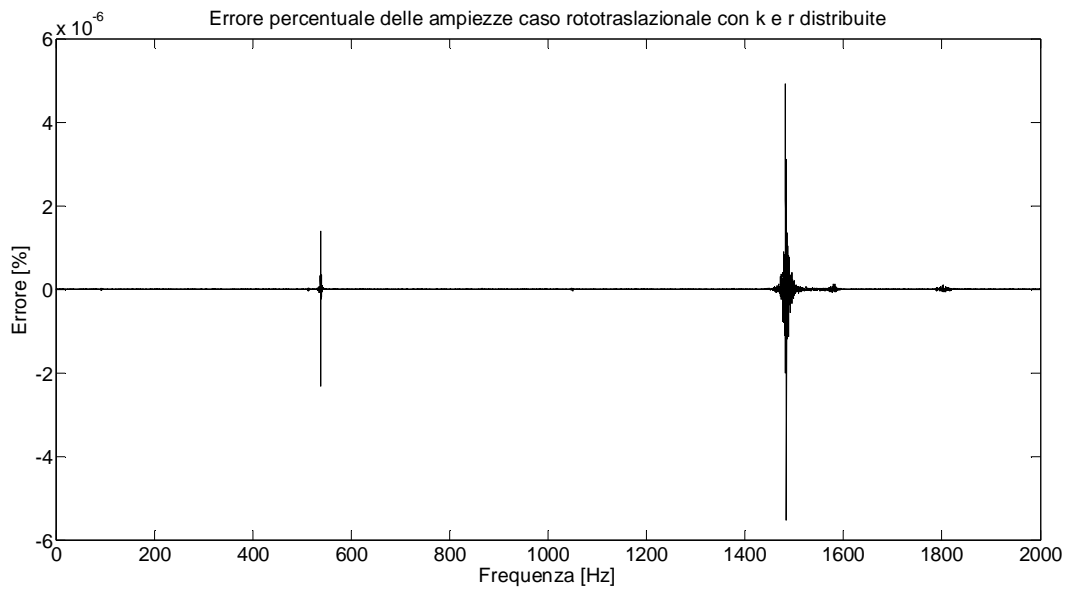


Figura 3.31 Errore percentuale FRFs H_{11}^G , connessione distribuita, variazione lunghezza

Come atteso, l'RCSA restituisce FRFs decisamente accurate anche se la connessione non è composta da una singola molla e un singolo smorzatore ma è composta da una serie di molle e smorzatori posti in parallelo. Tramite l'IRCSA è dunque possibile individuare un parametro K in grado di rappresentare l'intero effetto generato dalle

molle e dagli smorzatori posti in parallelo e questo permette di affermare che, se applicata nel campo reale, l'RCSA non genera risultati errati o imprecisi a causa della presenza di una superficie di connessione anzi che di un punto di connessione.

3.2.2. Caso di variazione sia della lunghezza che del diametro di "A"

In questo secondo esempio invece le strutture A e A' variano non solo la loro lunghezza ma anche le dimensioni del diametro. Così facendo la zona di connessione varia e questo porta ad aspettarsi risultati meno corretti rispetto al caso precedente.

DATI CILINDRI	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza B	2 m
Diametro esterno B	0,6 m
Diametro interno B	0,3 m
Lunghezza A	1,6 m
Diametro A	0,3 m
Lunghezza A'	1 m
Diametro A'	0,15 m
Lunghezza sup. di connessione	0,5 m
k _t complessiva	1 · 10 ¹¹ N/m
k _r complessiva	1 · 10 ¹¹ N/rad
r _t complessiva	1 · 10 ⁴ Ns/m
r _r complessiva	1 · 10 ⁴ Ns/rad

Tabella 3.8 Dati cilindri, connessione distribuita, variazione lunghezza e diametro

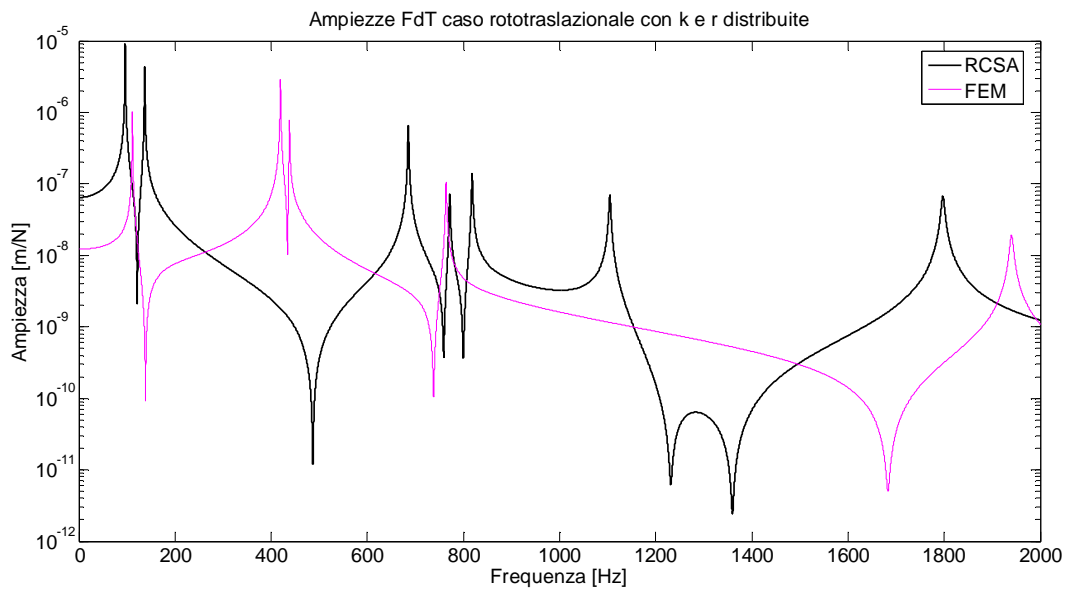


Figura 3.32 Ampiezze FRFs H_{11}^G , connessione distribuita, variazione lunghezza e diametro

La variazione del diametro comporta, come previsto, la variazione della superficie di connessione. Il parametro K ricavato nel caso $A + B$, variando le dimensioni del diametro, non è utilizzabile per rappresentare la connessione del caso $A' + B$. Questo comporta che, in campo applicativo, occorrerà prestare attenzione a quelle situazioni in cui la zona di connessione si presenterà eccessivamente variabile perché i risultati restituiti dall'RCSA potrebbero essere notevolmente differenti dai risultati corretti. Si può comunque presumere che, per piccole variazioni della superficie di connessione, i risultati ottenuti dall'RCSA non presentino errori e scostamenti eccessivi rispetto alle FRFs corrette.

3.2.3. Caso di zona di connessione non variabile

Quest'ultimo caso presenta un cilindro A' dalle proprietà variabili: nella zona di connessione il diametro e la lunghezza restano uguali al cilindro A mentre nella zona esterna la lunghezza e il diametro variano come rappresentato in Figura 3.33.

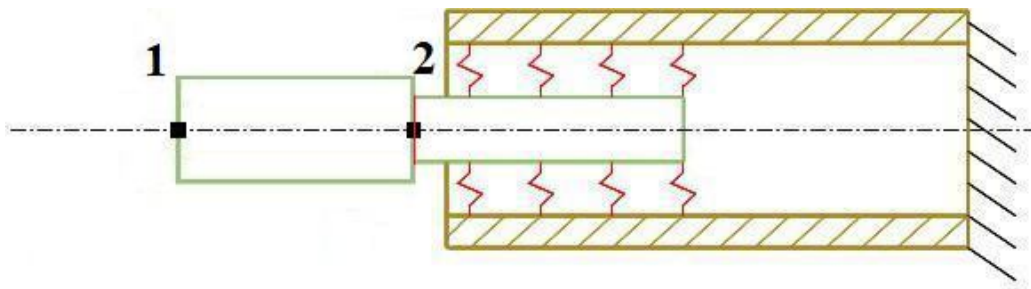


Figura 3.33 Rappresentazione del cilindro A'

Così facendo la zona di connessione resta immutata mentre il diametro del cilindro A', almeno per quanto riguarda il tratto 1-2, varia. Come nel caso 1 si prevedono risultati soddisfacenti proprio perché la connessione K non subisce alcuna variazione.

DATI CILINDRI	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza B	2 m
Diametro esterno B	0,6 m
Diametro interno B	0,3 m
Lunghezza A	1,6 m
Diametro A	0,3 m
Lunghezza A' tratto 1-2	0,5 m
Diametro A' tratto 1-2	0,15 m
Lunghezza sup. di connessione	0,5 m
k_t complessiva	$1 \cdot 10^{11}$ N/m
k_r complessiva	$1 \cdot 10^{11}$ N/rad
r_t complessiva	$1 \cdot 10^4$ Ns/m
r_r complessiva	$1 \cdot 10^4$ Ns/rad

Tabella 3.9 Dati cilindri, connessione distribuita, zona di connessione non variabile

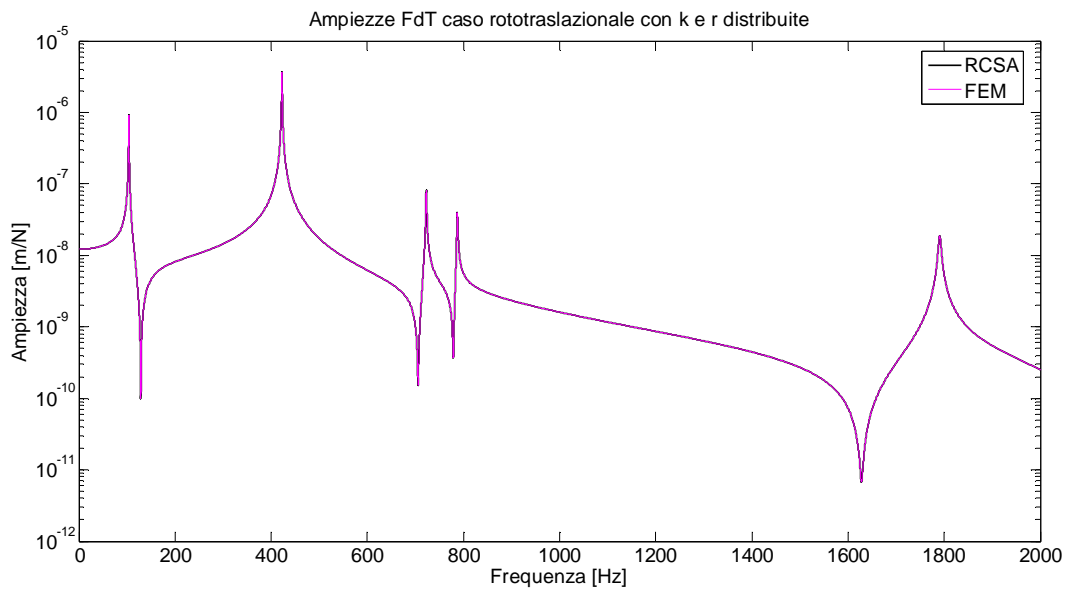


Figura 3.34 Ampiezze FRFs H_{11}^G , connessione distribuita, zona di connessione non variabile

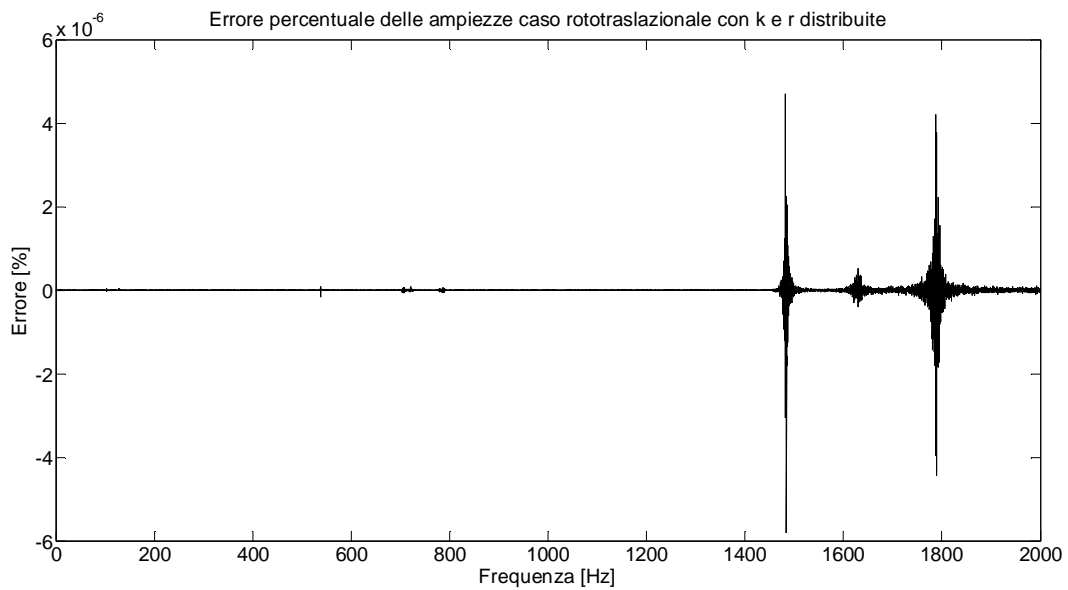


Figura 3.35 Errore percentuale FRFs H_{11}^G , connessione distribuita, zona di connessione non variabile

Come previsto, se la zona di connessione non varia l'RCSA restituisce risultati decisamente soddisfacenti. In campo applicativo, come già detto in precedenza, occorrerà prestare dunque attenzione alle caratteristiche della zona di connessione: eccessive variazioni potrebbero generare risultati decisamente lontani da quelli reali. Una soluzione per ovviare a questo inconveniente può essere quella di individuare

alcune connessioni K rappresentati condizioni differenti della zona di connessione e, nell'applicazione dell'RCSA, utilizzare la connessione K più adatta al caso in questione.

3.3. ANALISI DELLA LETTERATURA DI RIFERIMENTO

A riguardo della tecnica RCSA ampiamente descritta nel paragrafo 3.1.2, si possono trovare in bibliografia alcune trattazioni che introducono e utilizzano tale tecnica al fine di migliorarla e renderla applicabile anche in ambito industriale. Fra gli autori principali si citano T. L. Schmitz e Yusuf Altintas i quali hanno il merito di aver introdotto e sviluppato notevolmente la tecnica valutandone punti di forza ma allo stesso tempo notevoli aspetti negativi. A tal proposito lo scopo di questo paragrafo è di riportare i 4 articoli principali che mostrano l'evoluzione della RCSA, dall'introduzione della tecnica fino al più recente miglioramento ad essa apportato. All'interno di ciascun articolo saranno riportate anche dimostrazioni teoriche vista la difficoltà ad essere reperite negli articoli stessi seguite dall'applicazione di ciò che viene mostrato negli articoli su semplici modelli FEM al fine di rendere più concreto il contenuto dell'articolo.

3.3.1. RCSA applicata a strutture scomposte con componenti nulle

Come mostrato nell'articolo [6] posto in bibliografia, T. L. Schmitz introduce una prima applicazione, decisamente poco accurata ma sicuramente fondamentale per gli sviluppi che ne seguiranno, della RCSA. Qui viene infatti applicata tale tecnica di accoppiamento di FRFs al sistema Mandrino – Portautensile – Utensile nel modo più semplice possibile e aggirando in maniera un po' troppo semplificativa i problemi che si riscontrano nel corso dell'articolo. Tuttavia questa metodologia di applicazione dell'RCSA sarà ripresa anche in altri articoli [7][11]. La struttura al centro della trattazione può essere schematizzata in Figura 3.36.

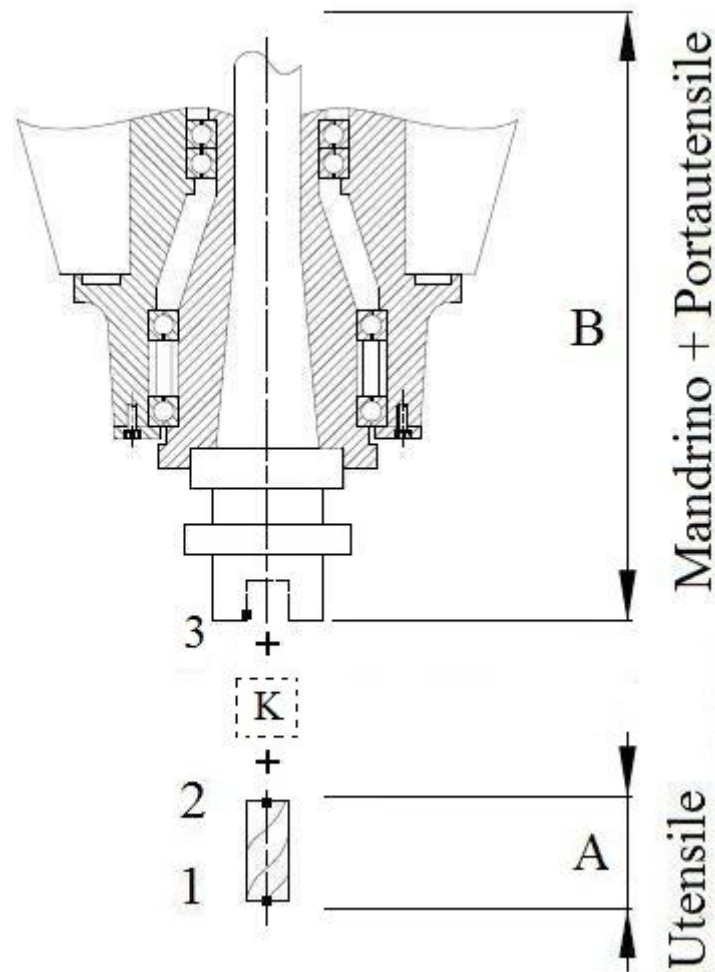


Figura 3.36 Schema di applicazione di T. L. Schmitz

L'articolo in questione introduce la tecnica dell'RCSA descrivendola come tecnica in grado di velocizzare la determinazione di FRFs di macchine utensili per il calcolo del diagramma a lobi, necessario per evitare il fenomeno del *chatter*. L'articolo presenta la tecnica affrontando in primo luogo il caso di un solo grado di libertà (vedi par. 3.1.1).

L'obiettivo di Schmitz è quello di ottenere, mediante l'RCSA, l'equazione del sistema globale accoppiato (G) a partire dalle singole FRFs delle sottostrutture che lo compongono quali: Utensile (A), Collegamento (K) e tutto ciò che è presente a monte Portautensile – Mandrino – Macchina (B).

Questa applicazione prevede innanzitutto l'impiego della tecnica a 2-gdl (vedi par. 3.1.2) e presuppone le seguenti fasi:

- Misurazione sperimentale collocata con impact test dell'FRF (solo forze-spostamenti) della sottostruttura B nel punto 3, ciò permette di determinare la sola funzione $H_{33}^B(f)$ mentre trovandosi di fronte a notevoli difficoltà sperimentali si inserisce l'ipotesi di porre nulle le restanti funzioni della matrice $[T_{33}^B(f)]$, cioè $L_{33}^B(f)$, $N_{33}^B(f)$ e $P_{33}^B(f)$, ottenendo:

$$[T_{33}^B(f)] = \begin{bmatrix} H_{33}^B(f) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [3.66]$$

- Determinazione analitica di tutta la sottostruttura A a partire dal concetto di vibrazione di un elemento beam posto libero nello spazio (free-free), ciò porta alla determinazione dell'intera $[T^A(f)]$:

$$\begin{aligned} [T^A(f)] &= \begin{bmatrix} T_{11}^A(f) & T_{12}^A(f) \\ T_{21}^A(f) & T_{22}^A(f) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} H_{11}^A(f) & L_{11}^A(f) & H_{12}^A(f) & L_{12}^A(f) \\ N_{11}^A(f) & P_{11}^A(f) & N_{12}^A(f) & P_{12}^A(f) \\ H_{21}^A(f) & L_{21}^A(f) & H_{22}^A(f) & L_{22}^A(f) \\ N_{21}^A(f) & P_{21}^A(f) & N_{22}^A(f) & P_{22}^A(f) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad [3.67]$$

- Imposizione di una matrice $[K(f)]$ composta di 4 valori costanti k_x , r_x , k_θ e r_θ :

$$[K(f)] = \begin{bmatrix} k_x + i\omega r_x & 0 \\ 0 & k_\theta + i\omega r_\theta \end{bmatrix} \quad [3.68]$$

Ottenuta quindi la matrice di FRFs $[G_{11}(f)]$ si passa alla valutazione dei risultati e ciò è fatto per via grafica sulla sola componente $H_{11}^G(f)$ della matrice. Tale confronto si effettua fra la componente ricavata dalla tecnica $H_{11}^G(f)$ e una ulteriore misura sperimentale collocata con impact test nel punto 1 sulla struttura completa G in modo da ottenere $H_{11}^{G\ sp}(f)$.

Per verificare la validità del metodo proposto, sono state svolte alcune simulazioni con modelli FEM applicati ad una struttura come quella riportata in Figura 3.9. In questa fase si procederà al confronto fra le FRFs $H_{11}(f)$ ottenute sia dal modello ad elementi finiti della struttura completa e sia dalla RCSA applicata come proposto in questo articolo. È opportuno premettere che le simulazioni effettuate, per riuscire a ricreare una situazione quanto più possibile realistica, hanno considerato la connessione di tipo distribuito (con zona di connessione non variabile come in paragrafo 3.2.3). I valori delle rigidità e degli smorzamenti sono inoltre ritenuti sconosciuti e quindi ricavati mediante l'equazione [3.64] presentata al paragrafo 0. La simulazione quindi è analoga a quella effettuata nel paragrafo 0 con la differenza che, come detto nell'articolo in questione, le componenti $L_{33}^B(f)$, $N_{33}^B(f)$ e $P_{33}^B(f)$ così come $L_{11}^{G\ sp}(f)$, $N_{11}^{G\ sp}(f)$ e $P_{11}^{G\ sp}(f)$ sono considerate nulle (per i listati Matlab utilizzati per queste simulazioni vedi Appendice 7.1.8).

DATI CILINDRI	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza B	2 m
Diametro esterno B	0,6 m
Diametro interno B	0,3 m
Lunghezza A	1,6 m
Diametro A	0,3 m
Lunghezza A' (parte esterna)	0,5 m
Diametro A' (parte esterna)	0,15 m
Lunghezza sup. di connessione	0,5 m
k_t complessiva	$1 \cdot 10^{11}$ N/m
k_r complessiva	$1 \cdot 10^{11}$ N/rad
r_t complessiva	$1 \cdot 10^4$ Ns/m
r_r complessiva	$1 \cdot 10^4$ Ns/rad

Tabella 3.10 Dati cilindri, RCSA applicata a strutture scomposte con componenti nulle

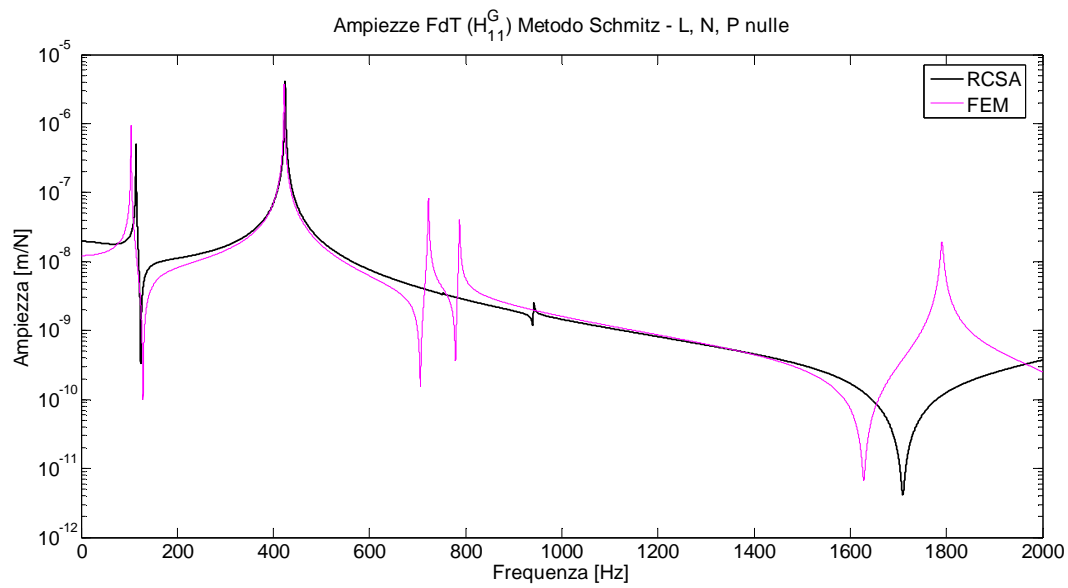


Figura 3.37 Ampiezze FRFs H_{11}^G , RCSA applicata a strutture scomposte con componenti nulle

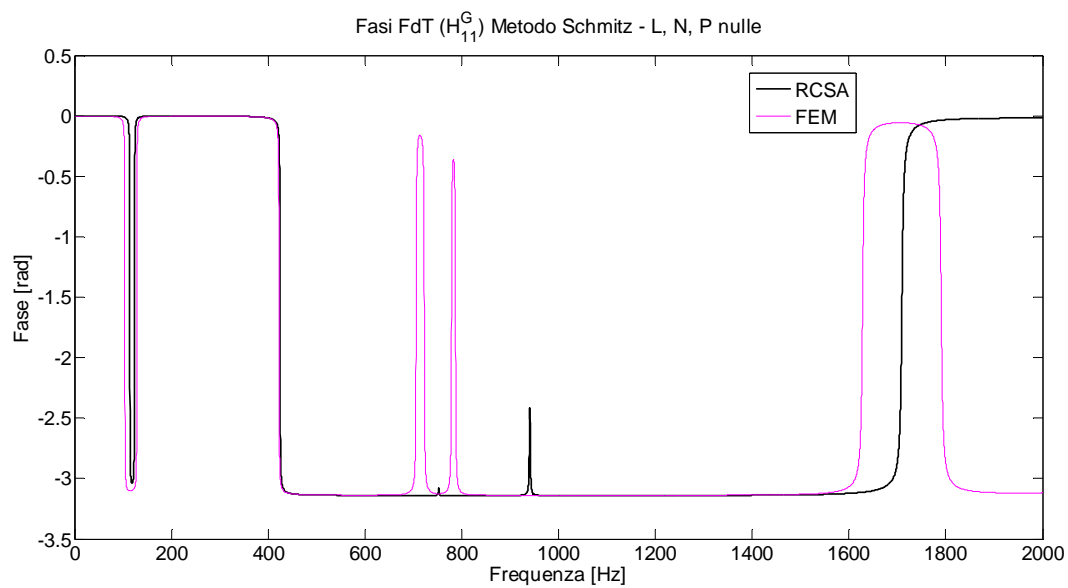


Figura 3.38 Fasi FRFs H_{11}^G , RCSA applicata a strutture scomposte con componenti nulle

La soluzione proposta da T. L. Schmitz essendo piuttosto grossolana porta a risultati inaccettabili. Ciò è dovuto principalmente a 2 motivi:

- la modalità di applicazione dell'RCSA alle macchine utensili, non avendo ancora riferimenti precedenti, è non ha trattato con la dovuta attenzione

alcuni aspetti importanti quali, per esempio, la determinazione della connessione tra utensile e mandrino;

- le ipotesi introdotte per ovviare alle difficoltà di misurazione risultano essere troppo forti introducendo notevoli approssimazioni. Le componenti L, N e P rivestono un ruolo molto importante nella determinazione della FRF mediante RCSA e, considerandole nulle, i risultati ottenuti risultano affetti da errori non trascurabili.

Nonostante questi limiti, questa prima versione dell'RCSA si dimostra in grado di riconoscere alcuni modi della FRF della struttura G e quindi ad essa va dato merito di aver per prima cercato di applicare la sottostrutturazione ai casi industriali in questione ottenendo dei risultati incoraggianti per un ulteriore sviluppo della tecnica stessa.

3.3.2. RCSA applicata a strutture tagliate con ausilio di un cilindro

La mancanza di informazioni riguardo le componenti L, N e P, che rendevano la soluzione vista in precedenza poco affidabile, hanno suggerito ad altri ricercatori un nuovo metodo di applicazione della RCSA. Yusuf Altintas, nell'articolo [10] posto in bibliografia, propone un procedimento che permette di ottenere le funzioni di trasferimento all'utensile senza richiedere la misura delle FRFs in questione e senza la necessità di individuare un valore di rigidità e smorzamento per la connessione. Questa soluzione alternativa, per le semplificazioni appena citate, è stata ripresa in numerosi articoli e documenti successivi [22]. Queste semplificazioni si hanno poiché il metodo prevede di analizzare la struttura Mandrino – Portautensile – Utensile andando a collocare il punto di divisione tra Mandrino – Portautensile e Utensile in un punto differente rispetto alla soluzione di Schmitz. Se in precedenza i punti di divisione corrispondevano all'estremità fisica degli oggetti stessi, in questo nuovo metodo l'utensile viene separato dal resto della macchina andando a “tagliare” in due parti l'utensile stesso come mostrato in Figura 3.39.

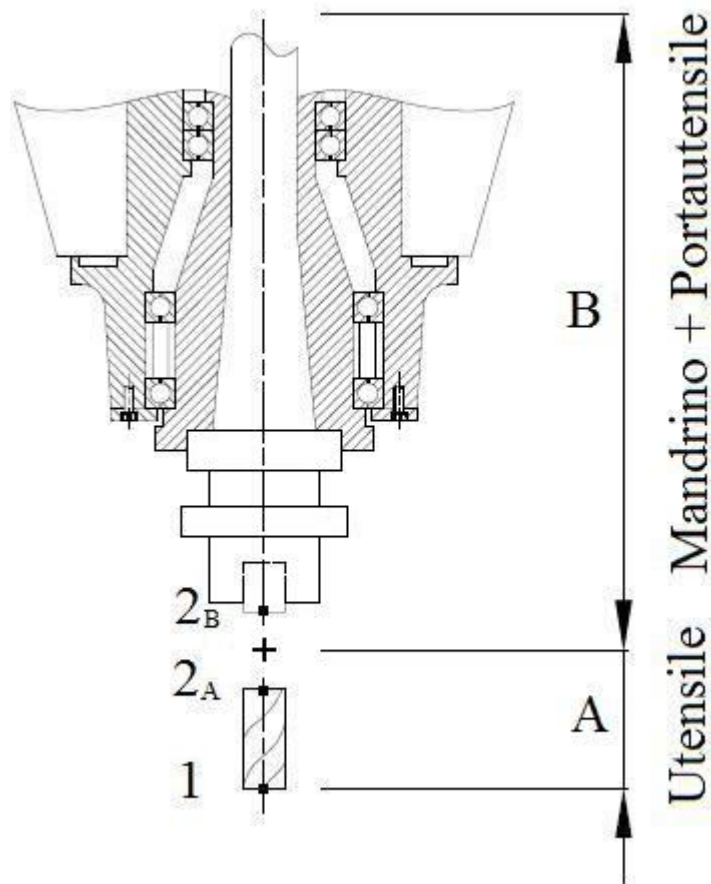


Figura 3.39 Schema di applicazione di Y. Altintas

Questo tipo di separazione permette di avere come sottostruttura A una parte dell'utensile (dall'estremo fino alla zona di taglio) e come sottostruttura B la macchina, il mandrino, il portautensile e una piccola parte dell'utensile. Le due sottostrutture potranno essere facilmente collegate mediante la versione dell'RCSA adatta ai casi di collegamento rigido (vedi eq. [3.52]) poiché non sarà necessario individuare un parametro di connessione K che unisce A e B: tagliando lungo l'utensile, le due sottostrutture sono infatti collegate rigidamente.

Come in precedenza, le FRFs della sottostruttura A possono essere facilmente ricavate mediante un software di calcolo FEM o per via analitica attraverso formule che però difficilmente saranno in grado di considerare eventuali geometrie

complesse. Più complicato risulta essere invece l'individuazione delle FRFs della sottostruttura B, soprattutto perché devono essere ottenute tutte le FRFs (anche le FRFs L, N e P) attraverso impact test che permettono di ottenere esclusivamente FRFs di tipo traslazionale a forza applicata (H). Per ovviare a questo problema la soluzione proposta è l'utilizzo della IRCSA (vedi lo schema riportato in Figura 3.15) che permette, con un metodo sperimentale più semplice accoppiato all'uso di tecniche numeriche, di ottenere la matrice desiderata. Di seguito, oltre all'aspetto procedurale e sperimentale, si riportano anche i passaggi teorici che permettono di applicare la tecnica.

Questa tecnica prevede le seguenti fasi:

- Misurazione sperimentale tramite impact test dell'FRF (solo forze-spostamenti) della sottostruttura B (Mandrino e Portautensile) dove, al posto della base dell'utensile (inserita nel portautensile), viene posto un cilindretto di materiale e diametro possibilmente simili a quelle dell'utensile e di lunghezza pari alla parte di utensile che rimane nella sottostruttura B (vedi Figura 3.40).

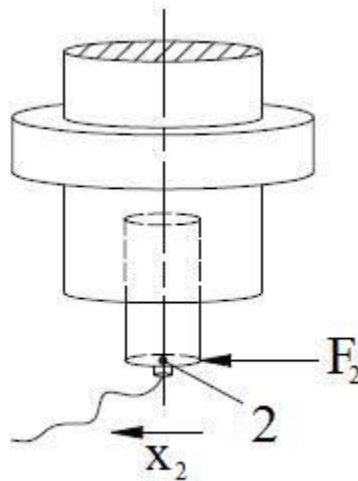


Figura 3.40 Misura della H_{22}^B

FRF ricavata: H_{22}^B

- Misurazione sperimentale con impact test dell'FRF della struttura G^* (sistema MPU*) dove, al posto dell'utensile (U), viene posto un cilindro di materiale e dimensioni possibilmente simili a quelle dell'utensile (U^*).

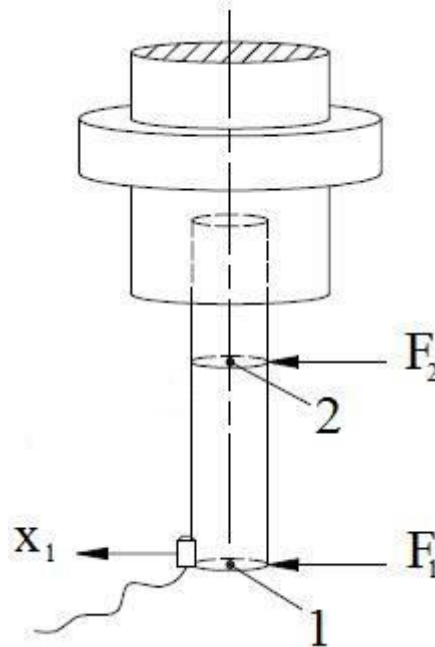


Figura 3.41 Misura delle $H_{11}^{G^*}$, $H_{12}^{G^*}$

FRFs ricavate: $H_{11}^{G^*}$ ed $H_{12}^{G^*}$;

- Determinazione dell'FRF del cilindro U^* attraverso un modello FEM (procedura analoga alla determinazione dell'FRF dell'utensile U, ovvero mediante software di calcolo FEM).

$$\text{FRFs ricavate: } [T^A] = \begin{bmatrix} H_{11}^{A^*} & L_{11}^{A^*} & H_{12}^{A^*} & L_{12}^{A^*} \\ N_{11}^{A^*} & P_{11}^{A^*} & N_{12}^{A^*} & P_{12}^{A^*} \\ H_{21}^{A^*} & L_{21}^{A^*} & H_{22}^{A^*} & L_{22}^{A^*} \\ N_{21}^{A^*} & P_{21}^{A^*} & N_{22}^{A^*} & P_{22}^{A^*} \end{bmatrix}$$

- Applicazione della tecnica dell'IRCSA per ricavare l'FRF completa del sistema MP.

Verranno ora riportate le formule che permettono di applicare l'RCSA così come Altintas la propone. Si è preferito riportare tutta la formulazione comprendente anche la dimostrazione perché si è osservato, in letteratura, una molteplicità di formulazioni differenti e spesso errate (indici confusi o termini mancanti) e quindi si è ritenuto opportuno riscrivere le varie formule per riportare chiarezza riguardo questa metodologia di applicazione dell'RCSA

Come già visto in precedenza, le FRFs dei vari sistemi possono essere così espresse:

$$\begin{Bmatrix} \underline{W}_1^{A*} \\ \underline{W}_2^{A*} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [T_{11}^{A*}] & [T_{12}^{A*}] \\ [T_{21}^{A*}] & [T_{22}^{A*}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{F}_1^{A*} \\ \underline{F}_2^{A*} \end{Bmatrix} \quad [3.69]$$

$$\underline{W}_2^B = [T_{22}^B] \underline{F}_2^B \quad [3.70]$$

Le condizioni di equilibrio e di congruenza sono:

$$\underline{F}_2^{G*} = \underline{F}_2^{A*} + \underline{F}_2^B \quad [3.71]$$

$$\underline{W}_2^{G*} = \underline{W}_2^{A*} = \underline{W}_2^B \quad [3.72]$$

$$\underline{F}_1^{G*} = \underline{F}_1^{A*} \quad [3.73]$$

$$\underline{W}_1^{G*} = \underline{W}_1^{A*} \quad [3.74]$$

E si può ottenere ogni termine della matrice che risulta dunque essere:

$$[T_{11}^{G*}] = \begin{bmatrix} H_{11}^{G*}(f) & L_{11}^{G*}(f) \\ N_{11}^{G*}(f) & P_{11}^{G*}(f) \end{bmatrix} = [T_{11}^{A*}] - [T_{12}^{A*}][T_2]^{-1}[T_{21}^{A*}] \quad [3.75]$$

$$[T_{12}^{G*}] = \begin{bmatrix} H_{12}^{G*}(f) & L_{12}^{G*}(f) \\ N_{12}^{G*}(f) & P_{12}^{G*}(f) \end{bmatrix} = [T_{12}^{A*}] - [T_{12}^{A*}][T_2]^{-1}[T_{22}^{A*}] \quad [3.76]$$

$$[T_{21}^{G*}] = \begin{bmatrix} H_{21}^{G*}(f) & L_{21}^{G*}(f) \\ N_{21}^{G*}(f) & P_{21}^{G*}(f) \end{bmatrix} = [T_{21}^{A*}] - [T_{22}^{A*}][T_2]^{-1}[T_{21}^{A*}] \quad [3.77]$$

$$[T_{22}^{G*}] = \begin{bmatrix} H_{22}^{G*}(f) & L_{22}^{G*}(f) \\ N_{22}^{G*}(f) & P_{22}^{G*}(f) \end{bmatrix} = [T_{22}^{A*}] - [T_{22}^{A*}][T_2]^{-1}[T_{22}^{A*}] \quad [3.78]$$

Dove:

$$[T_2] = [T_{22}^{A*}] + [T_{22}^B] \quad [3.79]$$

Se si considerano i vari sistemi lineari, risulta che $[T_{12}^{G*}] = [T_{21}^{G*}]^T$ e tutte le matrici con indici uguali (esempio $[T_{ii}^X]$ dove con “X” si indica una qualsiasi sottostruttura mentre “i” indica il punto di misurazione e di applicazione della forza) risultano essere simmetriche [10].

Delle sedici FRFs indicate sopra (da [3.75] a [3.78]), attraverso le prove eseguite sul cilindro, si conoscono i termini $H_{11}^{G*}(f)$ e $H_{12}^{G*}(f)$. Elaborando opportunamente le equazioni [3.75] e [3.76], si ottiene che:

$$[T_{11}^{G*}] = \begin{bmatrix} H_{11}^{A*}(f) & L_{11}^{A*}(f) \\ N_{11}^{A*}(f) & P_{11}^{A*}(f) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} H_{12}^{A*}(f) & L_{12}^{A*}(f) \\ N_{12}^{A*}(f) & P_{12}^{A*}(f) \end{bmatrix} [T_2]^{-1} \begin{bmatrix} H_{21}^{A*}(f) & L_{21}^{A*}(f) \\ N_{21}^{A*}(f) & P_{21}^{A*}(f) \end{bmatrix} \quad [3.80]$$

$$[T_{12}^{G*}] = \begin{bmatrix} H_{12}^{A*}(f) & L_{12}^{A*}(f) \\ N_{12}^{A*}(f) & P_{12}^{A*}(f) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} H_{12}^{A*}(f) & L_{12}^{A*}(f) \\ N_{12}^{A*}(f) & P_{12}^{A*}(f) \end{bmatrix} [T_2]^{-1} \begin{bmatrix} H_{22}^{A*}(f) & L_{22}^{A*}(f) \\ N_{22}^{A*}(f) & P_{22}^{A*}(f) \end{bmatrix} \quad [3.81]$$

Il termine $[T_2]^{-1}$ può essere esplicitato come segue:

$$\begin{aligned}
 [T_2]^{-1} &= ([T_{22}^{A*}] + [T_{22}^B])^{-1} \\
 &= \left(\begin{bmatrix} H_{22}^{A*}(f) & L_{22}^{A*}(f) \\ N_{22}^{A*}(f) & P_{22}^{A*}(f) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_{22}^B(f) & L_{22}^B(f) \\ N_{22}^B(f) & P_{22}^B(f) \end{bmatrix} \right)^{-1} \\
 &= \begin{bmatrix} H_2(f) & L_2(f) \\ N_2(f) & P_2(f) \end{bmatrix}^{-1}
 \end{aligned} \tag{3.82}$$

$$\begin{aligned}
 &\begin{bmatrix} H_2(f) & L_2(f) \\ N_2(f) & P_2(f) \end{bmatrix}^{-1} \\
 &= \frac{1}{L_2(f) N_2(f) - H_2(f) P_2(f)} \begin{bmatrix} -P_2(f) & L_2(f) \\ N_2(f) & -H_2(f) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.83}$$

Per simmetria $L_2(f) = N_2(f)$ quindi:

$$\begin{bmatrix} H_2(f) & L_2(f) \\ N_2(f) & P_2(f) \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{(N_2(f))^2 - H_2(f) P_2(f)} \begin{bmatrix} -P_2(f) & L_2(f) \\ N_2(f) & -H_2(f) \end{bmatrix} \tag{3.84}$$

Inserendo la [3.84] in [3.80] e in [3.81] si ottiene:

$$\begin{aligned}
 [T_{11}^{G*}] &= \begin{bmatrix} H_{11}^{A*}(f) & L_{11}^{A*}(f) \\ N_{11}^{A*}(f) & P_{11}^{A*}(f) \end{bmatrix} \\
 &\quad - \frac{1}{(N_2(f))^2 - H_2(f) P_2(f)} \begin{bmatrix} H_{12}^{A*}(f) & L_{12}^{A*}(f) \\ N_{12}^{A*}(f) & P_{12}^{A*}(f) \end{bmatrix} \\
 &\quad \cdot \begin{bmatrix} -P_2(f) & L_2(f) \\ N_2(f) & -H_2(f) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_{21}^{A*}(f) & L_{21}^{A*}(f) \\ N_{21}^{A*}(f) & P_{21}^{A*}(f) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.85}$$

$$\begin{aligned}
 [T_{12}^{G*}] &= \begin{bmatrix} H_{12}^{A*}(f) & L_{12}^{A*}(f) \\ N_{12}^{A*}(f) & P_{12}^{A*}(f) \end{bmatrix} \\
 &\quad - \frac{1}{(N_2(f))^2 - H_2(f) P_2(f)} \begin{bmatrix} H_{12}^{A*}(f) & L_{12}^{A*}(f) \\ N_{12}^{A*}(f) & P_{12}^{A*}(f) \end{bmatrix} \\
 &\quad \cdot \begin{bmatrix} -P_2(f) & L_2(f) \\ N_2(f) & -H_2(f) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_{22}^{A*}(f) & L_{22}^{A*}(f) \\ N_{22}^{A*}(f) & P_{22}^{A*}(f) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.86}$$

Isolando i termini che sono ricavabili attraverso impact test si ha che:

$$H_{11}^{G*}(f) = H_{11}^{A*}(f) - \frac{H_{21}^{A*}(f) \left(-H_{12}^{A*}(f) P_2(f) + L_{12}^{A*}(f) N_2(f) \right)}{(N_2(f))^2 - H_2(f) P_2(f)} - \frac{+N_{21}^{A*}(f) \left(H_{12}^{A*}(f) L_2(f) + L_{12}^{A*}(f) H_2(f) \right)}{(N_2(f))^2 - H_2(f) P_2(f)} \quad [3.87]$$

$$H_{12}^{G*}(f) = H_{12}^{A*}(f) - \frac{H_{22}^{A*}(f) \left(-H_{12}^{A*}(f) P_2(f) + L_{12}^{A*}(f) N_2(f) \right)}{(N_2(f))^2 - H_2(f) P_2(f)} - \frac{+N_{22}^{A*}(f) \left(H_{12}^{A*}(f) L_2(f) + L_{12}^{A*}(f) H_2(f) \right)}{(N_2(f))^2 - H_2(f) P_2(f)} \quad [3.88]$$

Considerando le opportune simmetrie è possibile scrivere:

$$H_{11}^{G*}(f) = H_{11}^{A*}(f) - \frac{H_{21}^{A*}(f) \left(-H_{12}^{A*}(f) P_2(f) + L_{12}^{A*}(f) N_2(f) \right)}{(N_2(f))^2 - H_2(f) P_2(f)} - \frac{L_{21}^{A*}(f) \left(H_{12}^{A*}(f) N_2(f) + L_{12}^{A*}(f) H_2(f) \right)}{(N_2(f))^2 - H_2(f) P_2(f)} \quad [3.89]$$

$$H_{12}^{G*}(f) = H_{12}^{A*}(f) - \frac{H_{22}^{A*}(f) \left(-H_{12}^{A*}(f) P_2(f) + L_{12}^{A*}(f) N_2(f) \right)}{(N_2(f))^2 - H_2(f) P_2(f)} - \frac{L_{22}^{A*}(f) \left(H_{12}^{A*}(f) N_2(f) + L_{12}^{A*}(f) H_2(f) \right)}{(N_2(f))^2 - H_2(f) P_2(f)} \quad [3.90]$$

Si può osservare che gli unici termini incogniti sono $N_2(f)$ e $P_2(f)$ e, avendo due equazioni e due incognite, è possibile determinare le due incognite. Per ottenere le equazioni [3.91] e [3.92] si è utilizzato il software Matlab. Per semplicità verrà ora omessa la dipendenza dalla frequenza.

$$N_2(f) = \frac{H_2 H_{12}^{A^*} L_{12}^{A^*} - H_2 H_{12}^{G^*} L_{12}^{A^*} - H_2 L_{22}^{A^*} H_{11}^{A^*}}{(-H_{12}^{G^*} H_{12}^{A^*} + H_{12}^{A^*} H_{12}^{A^*} + H_{11}^{G^*} H_{22}^{A^*} - H_{22}^{A^*} H_{11}^{A^*})} + \frac{H_2 L_{22}^{A^*} H_{11}^{G^*} - H_{22}^{A^*} H_{12}^{A^*} L_{12}^{A^*} + L_{22}^{A^*} H_{12}^{A^*} H_{12}^{A^*}}{(-H_{12}^{G^*} H_{12}^{A^*} + H_{12}^{A^*} H_{12}^{A^*} + H_{11}^{G^*} H_{22}^{A^*} - H_{22}^{A^*} H_{11}^{A^*})} \quad [3.91]$$

$$P_2(f) = \frac{H_2 H_{11}^{A^*} H_{11}^{A^*} L_{22}^{A^*} L_{22}^{A^*} - 2 H_2 H_{11}^{A^*} L_{22}^{A^*} L_{22}^{A^*} H_{11}^{G^*}}{(-H_{12}^{G^*} H_{12}^{A^*} + H_{12}^{A^*} H_{12}^{A^*} + H_{11}^{G^*} H_{22}^{A^*} - H_{22}^{A^*} H_{11}^{A^*})} + \frac{-2 H_2 H_{11}^{A^*} H_{12}^{A^*} L_{12}^{A^*} L_{22}^{A^*} + 2 H_2 H_{11}^{A^*} H_{12}^{G^*} L_{12}^{A^*} L_{22}^{A^*}}{(-H_{12}^{G^*} H_{12}^{A^*} + H_{12}^{A^*} H_{12}^{A^*} + H_{11}^{G^*} H_{22}^{A^*} - H_{22}^{A^*} H_{11}^{A^*})} + \frac{-2 H_2 L_{12}^{A^*} L_{22}^{A^*} H_{11}^{G^*} H_{12}^{G^*} - H_2 L_{22}^{A^*} L_{22}^{A^*} H_{11}^{G^*} H_{11}^{G^*}}{(-H_{12}^{G^*} H_{12}^{A^*} + H_{12}^{A^*} H_{12}^{A^*} + H_{11}^{G^*} H_{22}^{A^*} - H_{22}^{A^*} H_{11}^{A^*})} + \frac{-H_2 H_{12}^{A^*} H_{12}^{A^*} L_{12}^{A^*} L_{12}^{A^*} + 2 H_2 H_{12}^{A^*} L_{12}^{A^*} L_{12}^{A^*} H_{12}^{G^*}}{(-H_{12}^{G^*} H_{12}^{A^*} + H_{12}^{A^*} H_{12}^{A^*} + H_{11}^{G^*} H_{22}^{A^*} - H_{22}^{A^*} H_{11}^{A^*})} + \frac{H_2 L_{12}^{A^*} L_{12}^{A^*} H_{12}^{G^*} H_{12}^{G^*} + 2 H_2 H_{12}^{A^*} L_{12}^{A^*} H_{11}^{G^*}}{(-H_{12}^{G^*} H_{12}^{A^*} + H_{12}^{A^*} H_{12}^{A^*} + H_{11}^{G^*} H_{22}^{A^*} - H_{22}^{A^*} H_{11}^{A^*})} + \frac{-H_{11}^{A^*} L_{22}^{A^*} L_{22}^{A^*} H_{12}^{A^*} H_{12}^{A^*} + H_{11}^{A^*} H_{22}^{A^*} H_{22}^{A^*} L_{12}^{A^*} L_{12}^{A^*}}{(-H_{12}^{G^*} H_{12}^{A^*} + H_{12}^{A^*} H_{12}^{A^*} + H_{11}^{G^*} H_{22}^{A^*} - H_{22}^{A^*} H_{11}^{A^*})} + \frac{-2 H_{12}^{A^*} H_{12}^{A^*} L_{12}^{A^*} L_{12}^{A^*} H_{22}^{A^*} - 2 L_{12}^{A^*} L_{12}^{A^*} H_{12}^{G^*} H_{22}^{A^*} H_{12}^{A^*}}{(-H_{12}^{G^*} H_{12}^{A^*} + H_{12}^{A^*} H_{12}^{A^*} + H_{11}^{G^*} H_{22}^{A^*} - H_{22}^{A^*} H_{11}^{A^*})} + \frac{-2 H_{12}^{A^*} H_{12}^{A^*} H_{12}^{A^*} L_{12}^{A^*} L_{22}^{A^*} - L_{22}^{A^*} L_{22}^{A^*} H_{11}^{G^*} H_{12}^{A^*} H_{12}^{A^*}}{(-H_{12}^{G^*} H_{12}^{A^*} + H_{12}^{A^*} H_{12}^{A^*} + H_{11}^{G^*} H_{22}^{A^*} - H_{22}^{A^*} H_{11}^{A^*})} + \frac{-2 L_{12}^{A^*} H_{12}^{G^*} L_{22}^{A^*} H_{12}^{A^*} H_{12}^{A^*} + L_{12}^{A^*} L_{12}^{A^*} H_{22}^{A^*} H_{22}^{A^*} H_{11}^{G^*}}{(-H_{12}^{G^*} H_{12}^{A^*} + H_{12}^{A^*} H_{12}^{A^*} + H_{11}^{G^*} H_{22}^{A^*} - H_{22}^{A^*} H_{11}^{A^*})} \quad [3.92]$$

Una volta ricavate $N_2(f)$ e $P_2(f)$, è possibile calcolare:

$$N_{22}^B(f) = N_2(f) - N_{22}^{A^*}(f) = L_{22}^B(f) \quad [3.93]$$

$$P_{22}^B(f) = P_2(f) - P_{22}^{A^*}(f) \quad [3.94]$$

- Applicazione della tecnica dell'RCSA per determinare le FRFs del sistema MPU.

Una volta determinate tutte le quattro FRFs che caratterizzano la struttura B, ovvero il complesso macchina – mandrino – portautensile e parte dell’utensile è possibile, attraverso l’RCSA, ricavare senza eccessive difficoltà le FRFs di un qualsiasi sistema composto dalla sottostruttura B (che non deve mai variare) e da una qualsiasi sottostruttura A’ (utensile) che dunque può avere diametro, lunghezza e materiale variabile.

$$[T_{11}^{G'}] = \begin{bmatrix} H_{11}^{G'}(f) & L_{11}^{G'}(f) \\ N_{11}^{G'}(f) & P_{11}^{G'}(f) \end{bmatrix} = [T_{11}^{A'}] - [T_{12}^{A'}][([T_{22}^{A'}] + [T_{22}^B])]^{-1}[T_{21}^{A'}] \quad [3.95]$$

Per verificare la validità del metodo proposto, sono state fatte alcune simulazioni con modelli FEM. Le simulazioni avevano lo scopo di simulare ogni passo descritto sopra su modelli beam realizzati attraverso routine di Matlab (per approfondimenti vedi Appendice 7.1.9).

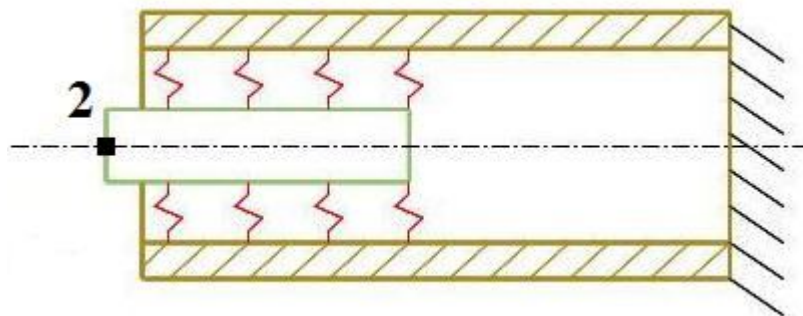


Figura 3.42 Immagine del mandrino con inserito il cilindretto (struttura B)

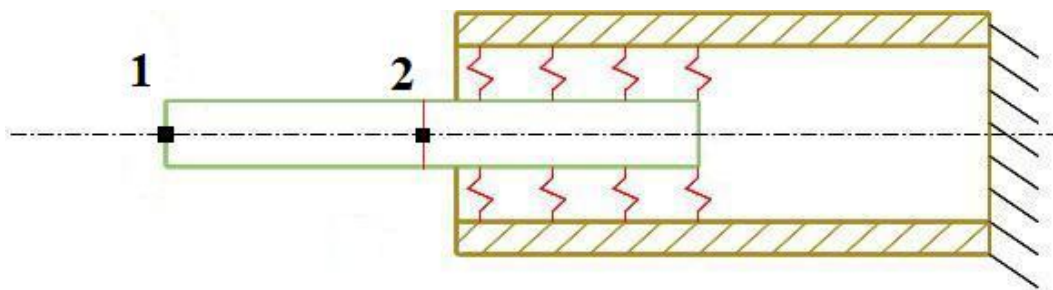


Figura 3.43 Immagine del mandrino con inserito l’utensile (struttura G*)

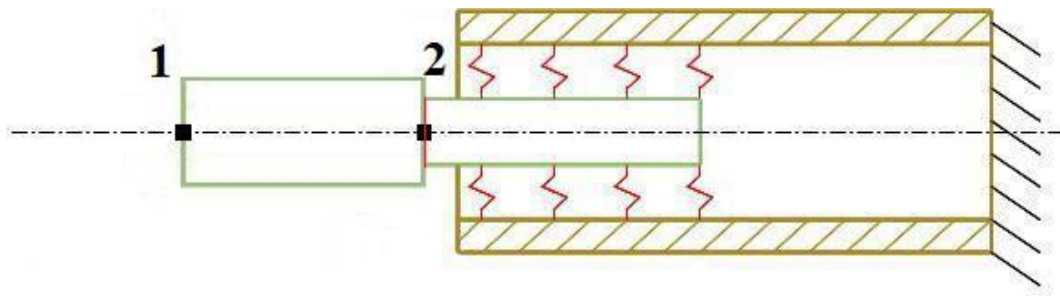
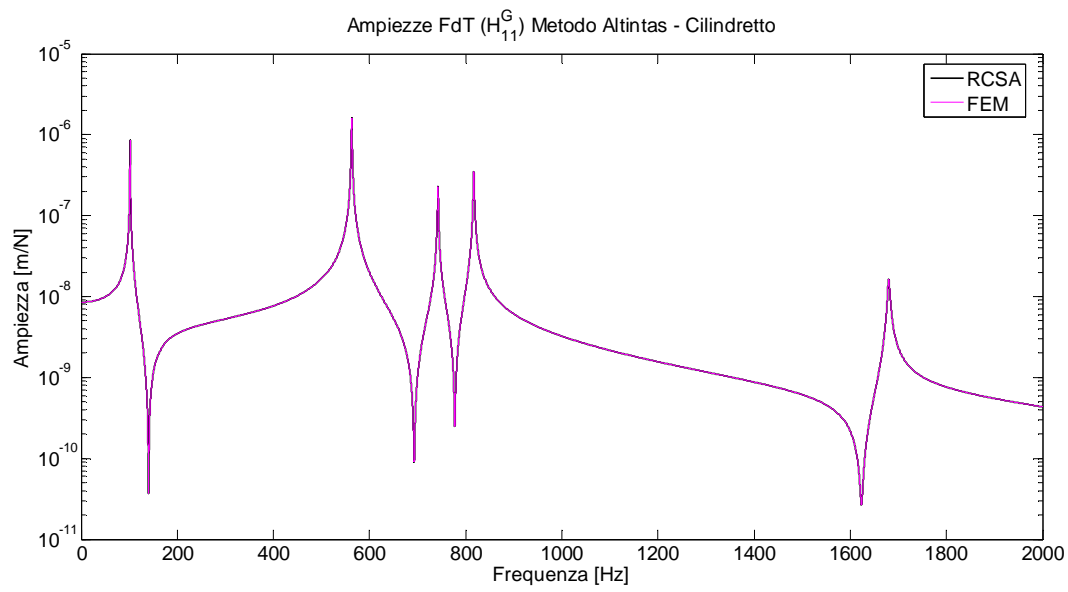
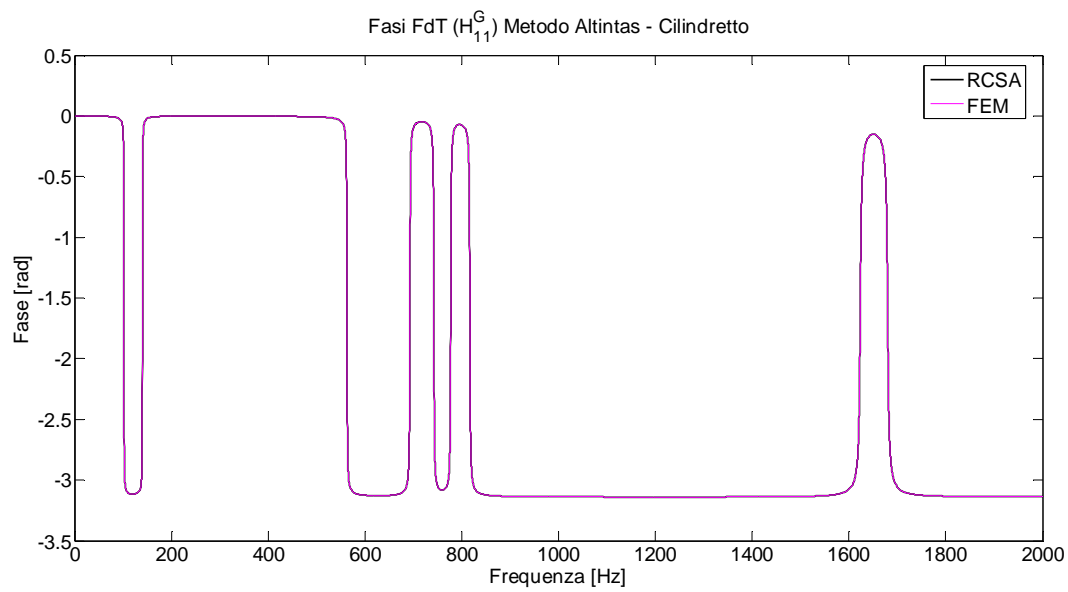


Figura 3.44 Immagine del mandrino con inserito l'utensile U' (struttura G')

DATI CILINDRI	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza Mandrino	2 m
Diametro esterno Mandrino	0,6 m
Diametro interno Mandrino	0,3 m
Lunghezza Utensile U	1,6 m
Diametro Utensile U	0,3 m
Lunghezza cilindretto	0,6 m
Lunghezza Utensile U' (complessiva)	1 m
Diametro Utensile U' (tra il punto 1 e 2)	0,15 m
Lunghezza sup. di connessione	0,5 m
k _t complessiva	1 · 10 ¹¹ N/m
k _r complessiva	1 · 10 ¹¹ N/rad
r _t complessiva	1 · 10 ⁴ Ns/m
r _r complessiva	1 · 10 ⁴ Ns/rad

Tabella 3.11 Dati cilindri, RCSA applicata a strutture tagliate con ausilio di cilindro

Nei grafici sottostanti sono confrontate le FRFs ottenute mediante l'RCSA proposta da Altintas e quella ottenuta direttamente dal modello FEM del Mandrino con inserito l'utensile U'. Essendo la proposta di Altintas formalmente corretta, ci si aspetterebbe piena corrispondenza tra i risultati reali e quelli stimati tramite RCSA.

Figura 3.45 Ampiezze FRFs H_{11}^G , RCSA applicata a strutture tagliate con ausilio di cilindroFigura 3.46 Fasi FRFs H_{11}^G , RCSA applicata a strutture tagliate con ausilio di cilindro

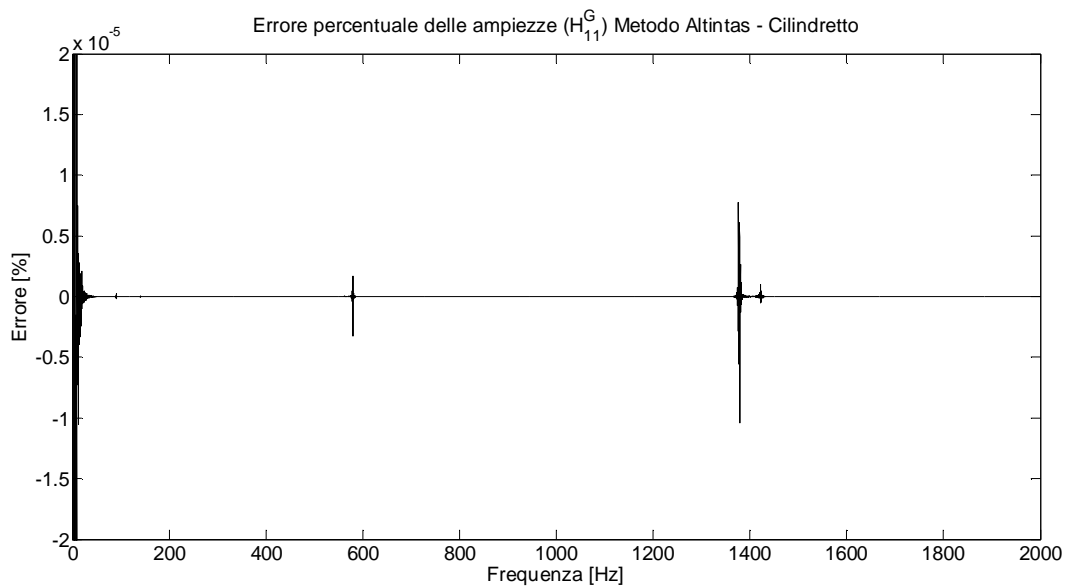


Figura 3.47 Errore percentuale FRFs H_{11}^G , RCSA applicata a strutture tagliate con ausilio di cilindro

Dai grafici si osserva che l'FRF ricavata attraverso la formulazione dell'RCSA proposta da Altintas è davvero un'ottima stima dell'FRF reale. Questo perché non sono state fatte approssimazioni di alcun genere e ogni componente è stata ricavata analiticamente.

La soluzione proposta da Altintas si dimostra certamente più accurata rispetto a quella proposta da Schmitz tuttavia alcuni fattori rendono questa proposta sconveniente almeno a livello pratico. La procedura infatti risulta essere molto complessa ed è necessario realizzare due cilindri, uno di lunghezza pari alla parte dell'utensile che resta nella struttura B e uno lunghezza superiore ma di pari diametro e materiale (cilindri che inoltre richiedono di essere realizzati con diametro e materiale simili all'utensile stesso). Il fatto che la struttura MP (o struttura B) abbia con sé parte dell'utensile, obbliga ad utilizzare l'RCSA solo con utensili di diametro simile a quello utilizzato per determinare le FRFs della struttura B almeno fino al punto di taglio e questo limita notevolmente la flessibilità della tecnica.

3.3.3. RCSA applicata a strutture scomposte con componenti stimate

Dinnanzi ai miglioramenti nell'applicazione dell'RCSA dovuti alla proposta di Altintas, segue una nuova proposta nell'articolo posto in bibliografia [13] e in [23] da parte di T. L. Schmitz. Questa proposta riprende la metodologia precedentemente descritta (vedi par. 3.3.1) prevedendo la determinazione di tutta la matrice $[T^B]$ attraverso le seguenti fasi:

- Inizialmente si considera la struttura composta dalla Macchina – Mandrino – Portautensile Test come mostrato in figura:

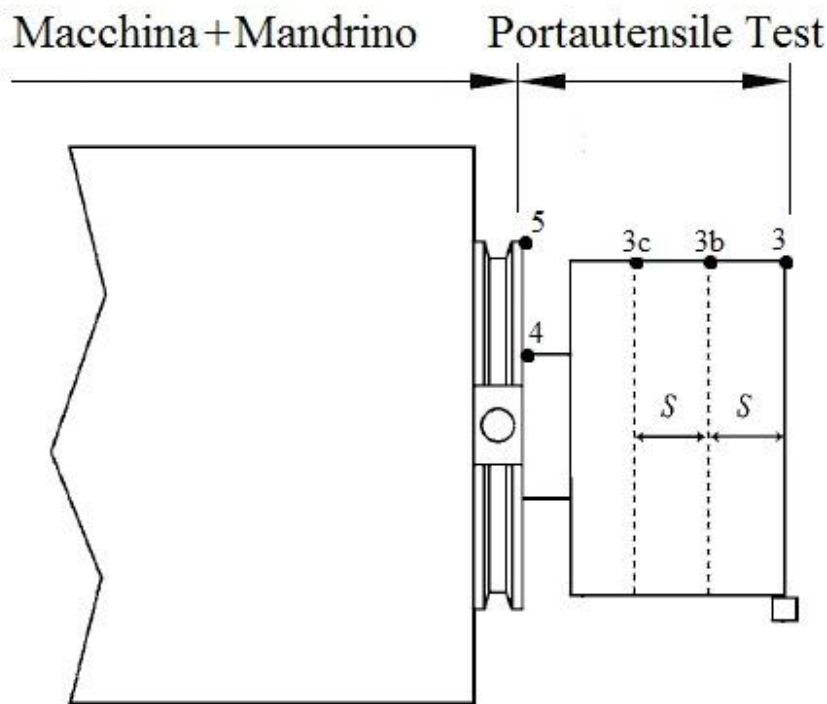


Figura 3.48 Schema di applicazione di T.L.Schmitz

La metodologia che Schmitz usa per ricavare le FRFs di difficile misurazione (rotazioni a forza applicata e spostamenti a momento applicato) si basa sul principio che, se le rotazioni possono essere considerate derivate degli spostamenti lungo la direzione ξ (asse del mandrino), le FRFs di tipo

rotazionali a forza applicata (FRF N) a loro volta possono essere considerate derivate delle FRFs di tipo traslazionale a forza applicata (FRF H) lungo la direzione ξ come rappresentato dalla Figura 3.49.

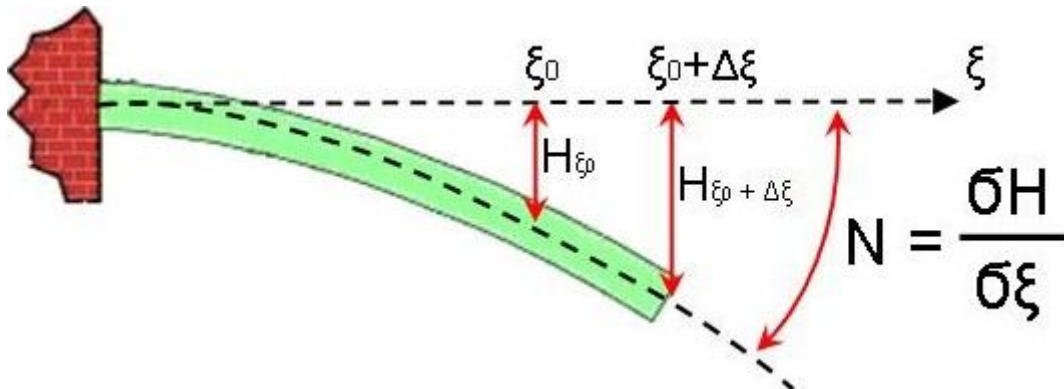


Figura 3.49 Rappresentazione della componente N vista come derivata della componente H

È possibile giustificare questa deduzione anche analiticamente andando a derivare, lungo la direzione ξ , l'FRF traslazionale a forza applicata H. Definendo F la forza applicata e x lo spostamento trasversale si ha che:

$$H = \frac{x}{F} \quad [3.96]$$

la derivata di H rispetto ξ è così esprimibile:

$$\frac{\partial H}{\partial \xi} = \frac{\partial x}{\partial \xi} \cdot \frac{F}{F^2} - \frac{x}{F^2} \cdot \frac{\partial F}{\partial \xi} \quad [3.97]$$

Siccome la forza applicata non varia lungo ξ , è possibile scrivere:

$$\frac{x}{F^2} \cdot \frac{\partial F}{\partial \xi} = \frac{x}{F^2} \cdot 0 = 0 \quad [3.98]$$

Risulta dunque che:

$$\frac{\partial H}{\partial \xi} = \frac{\partial x}{\partial \xi} \cdot \frac{F}{F^2} = \frac{\partial x}{\partial \xi} \cdot \frac{1}{F} \quad [3.99]$$

Il termine $\frac{\partial x}{\partial \xi}$ risulta essere la rotazione θ , quindi:

$$\frac{\partial H}{\partial \xi} = \frac{\theta}{F} = N \quad [3.100]$$

Le matrici di FRFs godono della proprietà di simmetria [10] e quindi, una volta ottenuta l'FRF N si ha immediatamente anche l'FRF L.

Per poter derivare l'FRF H in ambito sperimentale, risulta necessario stimare la derivata attraverso un metodo numerico. Facendo riferimento alla struttura rappresentata in Figura 3.48, per ottenere la matrice completa al punto 3 $[G_{33}]$ ad essa si applica un set di misure (di tipo impact test) composto da una misura collocata per la determinazione della H_{33} e due misure non collocate al fine di ottenere H_{33b} e H_{33c} . A questo punto, conoscendo le 3 funzioni di tipo H distanziate di una quantità "s" prefissata lungo l'asse del portautensile, se ne può individuare l'andamento ovvero la derivata attraverso il metodo delle differenze finiti del secondo ordine all'indietro:

$$N_{33} = \frac{3H_{33} - 4H_{33b} + H_{33c}}{2S} = L_{33} \quad [3.101]$$

Successivamente T. L. Schmitz propone un'equazione per la determinazione della restante funzione P_{33} che utilizza le informazioni ricavate nei passi precedenti:

$$P_{33} = \frac{N_{33} \cdot L_{33}}{H_{33}} \quad [3.102]$$

Si è così in grado di ottenere tutta la matrice delle funzioni di trasferimento al punto 3:

$$[G_{33}] = \begin{bmatrix} H_{33} & L_{33} \\ N_{33} & P_{33} \end{bmatrix} \quad [3.103]$$

- Il passo successivo è quello di determinare la matrice completa al punto 5 $[G_{55}]$ e per fare ciò si utilizza la tecnica RCSA inversa (IRCSA). Ponendo A la sottostruttura da rimuovere, B la restante sottostruttura e G la struttura completa $A + B$, grazie alla tecnica inversa si ha che:

$$[G_{55}^B] = \begin{bmatrix} H_{55}^B & L_{55}^B \\ N_{55}^B & P_{55}^B \end{bmatrix} = G_{34}^A [G_{33}^A - G_{33}^G]^{-1} G_{43}^A - G_{44}^A \quad [3.104]$$

Dove:

- G_{33}^G è quella ricavata al punto precedente;
 - $G_{33}^A, G_{34}^A, G_{43}^A$ e G_{44}^A sono le FRFs ai capi della sottostruttura A ricavate da un modello analitico di quest'ultima;
- Modello FEM della struttura A' per la validazione e RCSA

A questo punto, essendo in possesso della matrice completa delle FRFs all'estremo del mandrino è possibile tramite un modello FEM di una nuova struttura A' formata da un nuovo Portautensile ed Utensile, determinare l'FRF $H_{11}^{G'}$ applicando questa volta la tecnica RCSA diretta, ottenendo:

$$[G_{11}^{G'}] = \begin{bmatrix} H_{11}^{G'} & L_{11}^{G'} \\ N_{11}^{G'} & P_{11}^{G'} \end{bmatrix} = G_{11}^{G'} - G_{14}^{A'} [G_{44}^A + G_{55}^G]^{-1} G_{41}^A \quad [3.105]$$

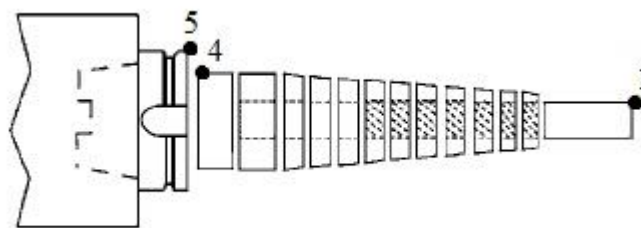


Figura 3.50 Struttura rigida G' di T. L. Schmitz

- Miglioramento con matrice K

Analizzando i risultati ottenuti, ovvero confrontando la FRF $H_{11}^{G'}$ con una misura collocata all'estremo libero che fornisce la FRF $H_{11}^{G'sp}$ si è notata una differenza costante in frequenza fra i poli e gli zeri, così imputando tale discrepanza al tipo di modello assunto si decide di introdurre una rigidità di collegamento fra Utensile e Portautensile tramite una matrice di rigidità K , i cui termini vengono ricavati con una regressione ai minimi quadrati, ottenendo:

$$[K(f)] = \begin{bmatrix} k_x + i\omega r_x & 0 \\ 0 & k_\theta + i\omega r_\theta \end{bmatrix} \quad [3.106]$$

La nuova espressione ricavata dalla RCSA sarà quindi pari a:

$$[G_{11}^{G'}] = \begin{bmatrix} H_{11}^{G'} & L_{11}^{G'} \\ N_{11}^{G'} & P_{11}^{G'} \end{bmatrix} = G_{11}^{G'} - G_{14}^{A'} [G_{44}^A + G_{55}^G + K^{-1}]^{-1} G_{41}^A \quad [3.107]$$

Per verificare la validità del metodo proposto, sono state svolte alcune simulazioni con modelli FEM. La simulazione effettuata è analoga a quella descritta nel paragrafo 3.3.1 con la differenza che le FRFs che nel caso precedente erano considerate nulle ora sono stimate come descritto sopra (per i listati Matlab utilizzati per queste simulazioni vedi Appendice 7.1.8).

DATI CILINDRI	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza B	2 m
Diametro esterno B	0,6 m
Diametro interno B	0,3 m
Lunghezza A	1,6 m
Diametro A	0,3 m
Lunghezza A' (parte esterna)	0,5 m
Diametro A' (parte esterna)	0,15 m
Lunghezza sup. di connessione	0,5 m
k _t complessiva	1 · 10 ¹¹ N/m
k _r complessiva	1 · 10 ¹¹ N/rad
r _t complessiva	1 · 10 ⁴ Ns/m
r _r complessiva	1 · 10 ⁴ Ns/rad
Parametro "s"	0,1 m

Tabella 3.12 Dati cilindri, RCSA applicata a strutture scomposte con componenti stimate

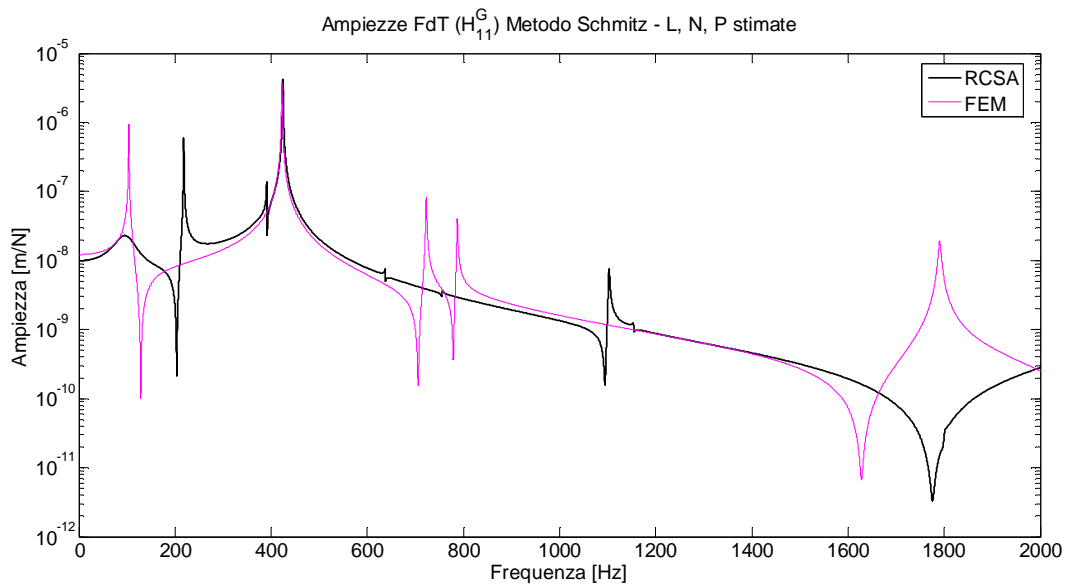


Figura 3.51 Ampiezze FRFs H_{11}^G , RCSA applicata a strutture scomposte con componenti stimate

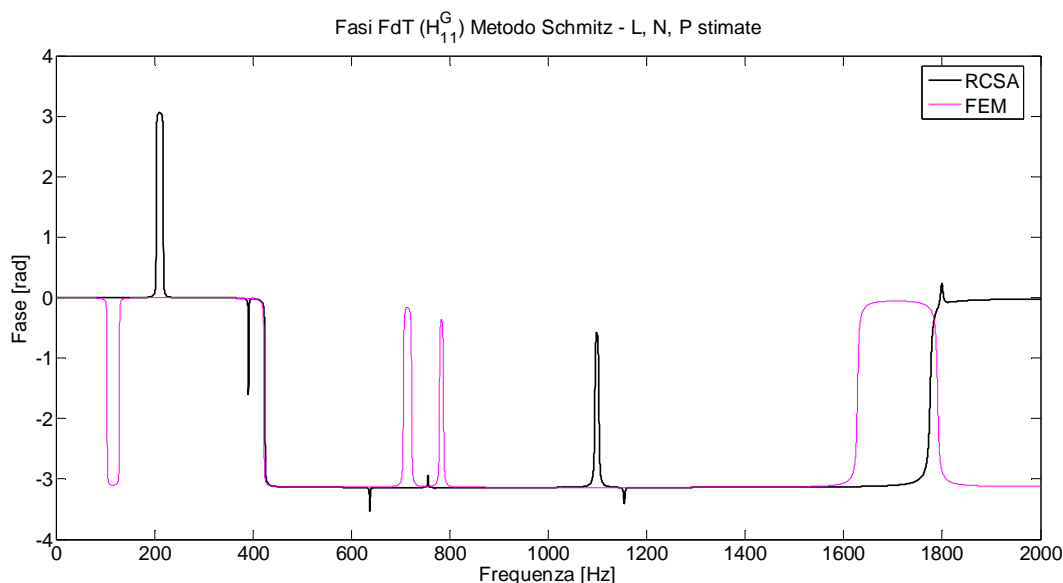


Figura 3.52 Fasi FRFs H_{11}^G , RCSA applicata a strutture scomposte con componenti stimate

Le simulazioni FEM dimostrano che la metodologia proposta da Schmitz risulta ancora incapace di restituire risultati soddisfacenti. Evidentemente questi errori sono da imputarsi alle nuove metodologie di determinazione delle FRFs difficilmente misurabili. Se esistono buoni motivi matematici per giustificare la metodologia di determinazione di N e di L, resta invece non giustificata la formula usata per calcolare l'FRF rotazionale a momento applicato (P). Una formula simile infatti è corretta dal punto di vista dimensionale ma questo non è e non può essere un criterio per stabilire un metodo di determinazione della FRF in questione. Tuttavia si eseguono ora delle simulazioni mediante modelli FEM per valutare la capacità di stimare le FRFs delle proposte di Schmitz. Le simulazioni che ora seguiranno prenderanno in esame un singolo cilindro. Di questa struttura è possibile grazie ai modelli numerici ricavare tutte le FRFs e quindi avere a disposizione un valore attendibile delle stesse per poter confrontare i risultati generati dalle formulazioni in questione.

DATI CILINDRI	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza	2 m
Diametro	0,6 m
Parametro "s"	0,1 m

Tabella 3.13 Dati cilindri, stima FRFs N, L e P

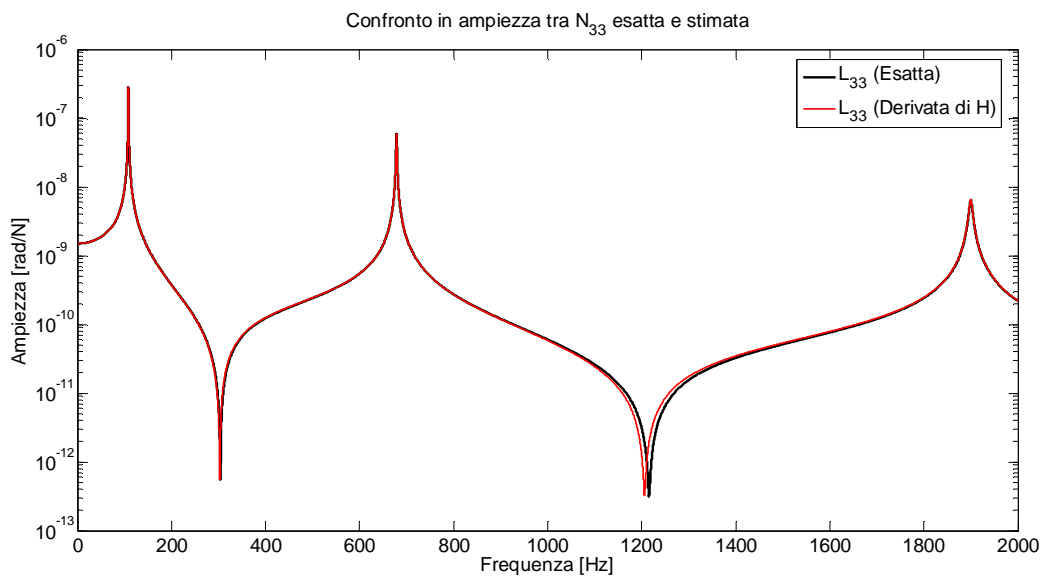


Figura 3.53 Ampiezze FRFs N₃₃, N stimata come derivata di H

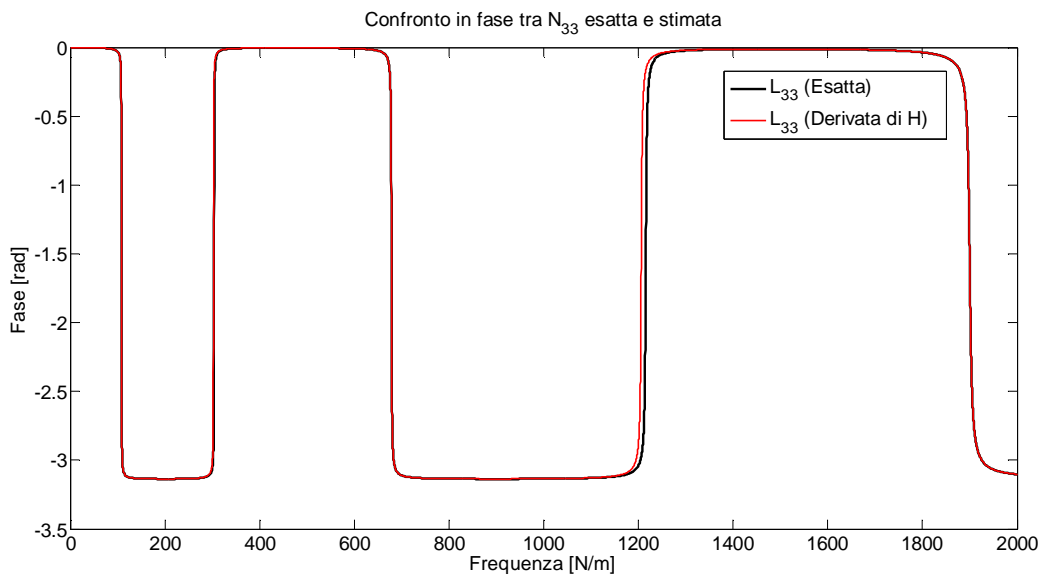


Figura 3.54 Fasi FRFs N_{33} , N stimata come derivata di H

Risulta evidente che il metodo di determinazione delle FRFs N (e di conseguenza L visto che risultano essere uguali), oltre ad essere giustificato dal punto di vista matematico, è giustificato anche dai risultati ottenuti sperimentalmente. Ovviamente, essendo il metodo delle differenze finite convergente alla soluzione esatta al tendere a zero della distanza “ s ”, la stima di queste FRFs sarà tanto esatta quanto più sarà piccola la distanza “ s ”. Si osserva che le stime di N presentano gli unici limiti nell’individuazione degli zeri che, anche se lievemente nella simulazione appena effettuata, vengono posti a frequenze più basse rispetto alla loro collocazione esatta.

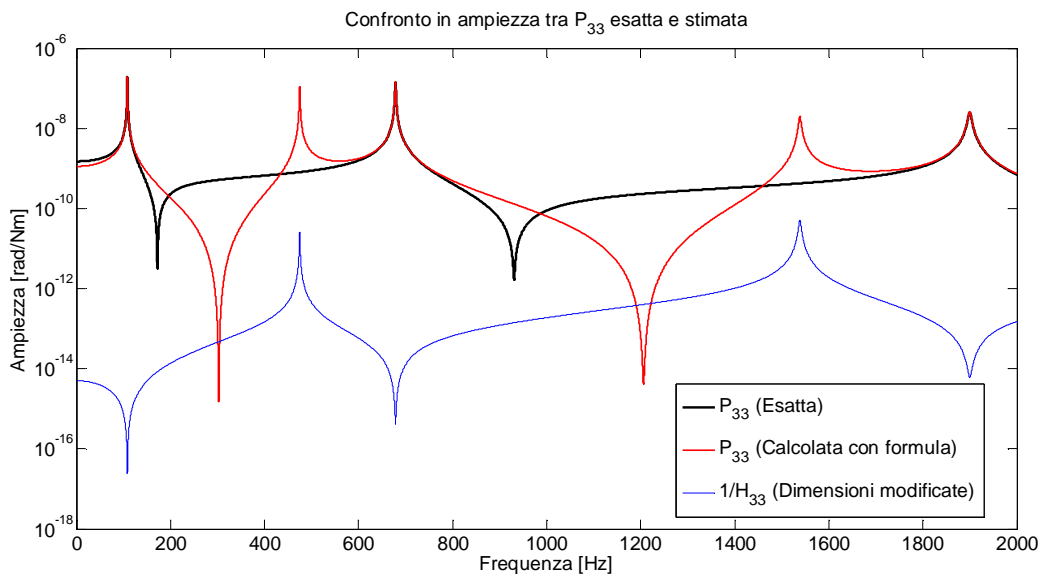


Figura 3.55 Ampiezze FRFs P_{33} , P stimata con formula

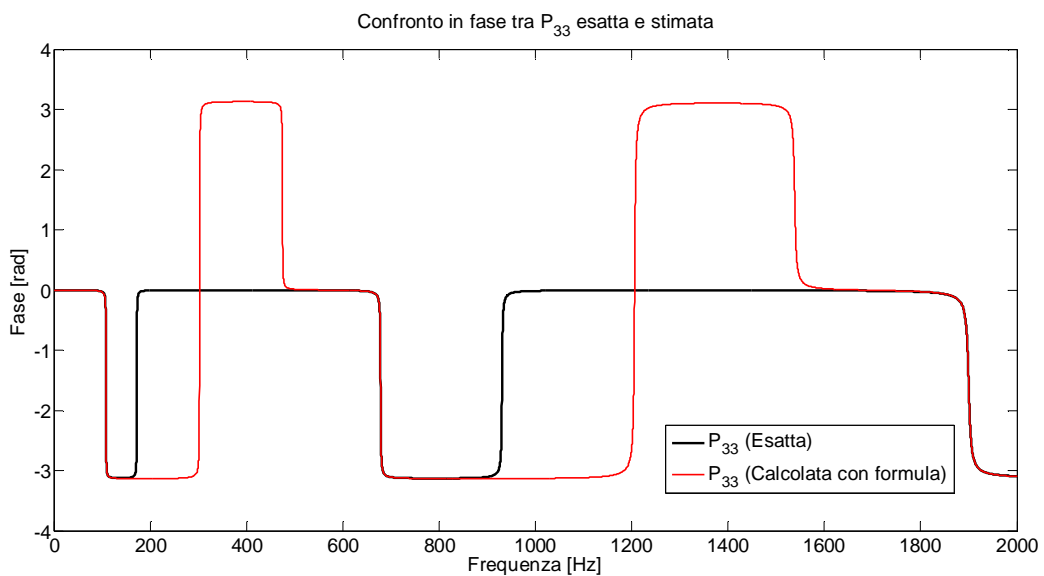


Figura 3.56 Fasi FRFs P_{33} , P stimata con formula

La formula proposta per ricavare l'FRF rotazionale a momento applicato restituisce invece risultati decisamente errati anche se, come si può notare, individua abbastanza bene i poli della FRF P esatta. Osservando sia la fase che l'ampiezza si può dire che l'FRF P ottenuto mediante questa formula introduce degli zeri che non dovrebbero comparire. In Figura 3.55 è possibile osservare che i picchi aggiunti derivano

dall'inversione dell'FRF H (che in figura è stata riportata invertita e con le dimensioni modificate per poter essere facilmente confrontata con le FRFs P). Si osserva inoltre che gli zeri sono tutti posti a frequenze decisamente più alte rispetto alla loro collocazione esatta. Osservando il confronto con le fasi ci si può accorgere che l'FRF che la formula proposta da Schmitz genera presenta davvero molte differenze rispetto alla FRF P esatta.

In conclusione non si può affermare che la metodologia proposta da Schmitz sia in grado di restituire risultati sufficientemente accurati. Tuttavia la metodologia che lui propone per affrontare il problema risulta essere apprezzabile per la flessibilità che dimostra avere, la tecnica infatti è stata ripresa anche da altri autori [24]. A differenza della proposta di Altintas infatti Schmitz propone un metodo che studia le singole strutture fisicamente separate tra loro e questo permette di estendere l'applicabilità della tecnica a situazioni anche a situazioni e a strutture differenti.

3.3.4. RCSA applicata a strutture tagliate senza l'ausilio di cilindro

Di fronte alle innovazioni introdotte da Schmitz alla tecnica da lui proposta, Altintas suggerisce un miglioramento al procedimento proposto nell'articolo posto in bibliografia [18] si introducono alcune semplificazioni che rendono la procedura decisamente più semplice e pratica. Il sistema MPU viene, come in precedenza diviso in MP e U dove MP presenta una parte dell'utensile.

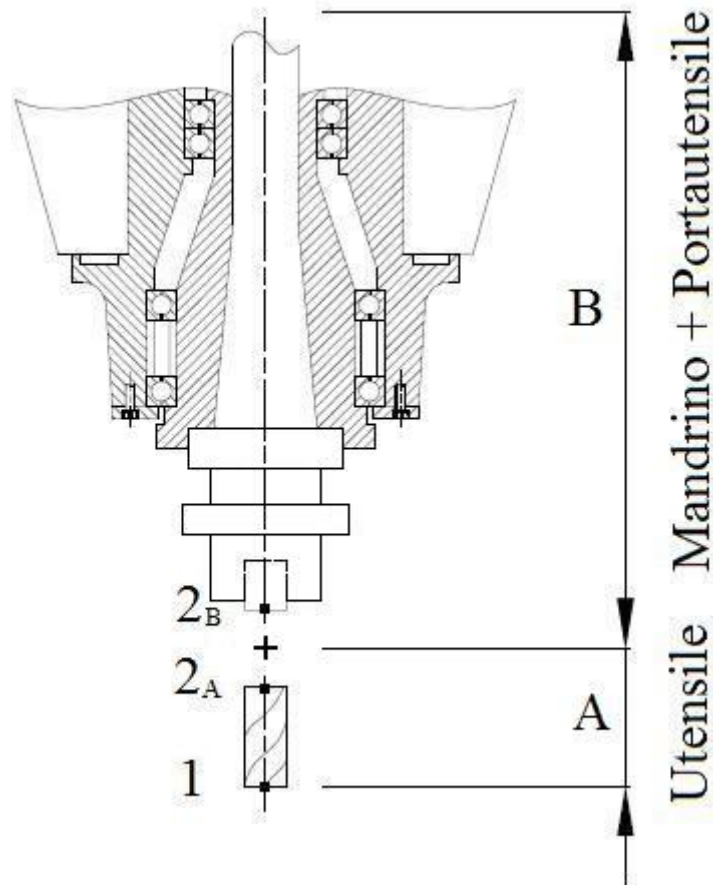


Figura 3.57 Schema di applicazione di Y. Altintas

Le semplificazioni riguardano la parte sperimentale in quanto non sono più richieste le realizzazioni di cilindri che simulino l'utensile (o parte di esso). Questa semplificazione operativa va a scapito della semplicità delle formule poiché, se in precedenza si aveva a che fare con un sistema a due equazioni e due incognite, ora si avrà a che fare con un sistema a tre equazioni e tre incognite.

Le fasi previste da questa nuova rielaborazione della tecnica sono:

- Misurazione sperimentale con impact test dell'FRF del sistema MPU dove, al posto del cilindro previsto precedentemente (U^*) ora è possibile avere direttamente l'utensile (U).

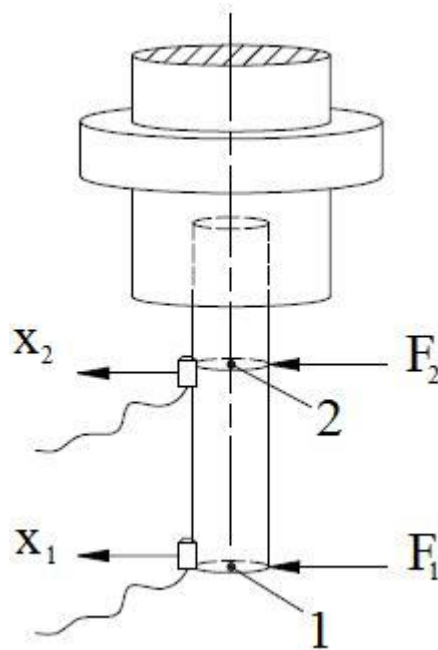


Figura 3.58 Misura delle H_{11}^G , H_{12}^G , H_{22}^G

FRFs ricavate: H_{11}^G ; H_{12}^G ; H_{22}^G

- Determinazione dell'FRF della parte di utensile che fa parte della struttura A attraverso un modello FEM.

$$\text{FRFs ricavate: } [T^A] = \begin{bmatrix} H_{11}^A & L_{11}^A & H_{12}^A & L_{12}^A \\ N_{11}^A & P_{11}^A & N_{12}^A & P_{12}^A \\ H_{21}^A & L_{21}^A & H_{22}^A & L_{22}^A \\ N_{21}^A & P_{21}^A & N_{22}^A & P_{22}^A \end{bmatrix}$$

- Applicazione della tecnica dell'IRCSA per ricavare l'FRF completa del sistema MP.

Riprendendo le formulazioni descritte nella presentazione del metodo di applicazione dell'RCSA applicata a strutture tagliate con l'ausilio di cilindro (eq. da [3.69] a [3.79]), delle sedici FRFs indicate nelle equazioni da [3.75] a [3.78], attraverso le prove eseguite sul cilindretto, si conoscono ora i termini

$H_{11}^G(f), H_{12}^G(f), H_{22}^G(f)$. Questi termini, elaborando opportunamente le eq [3.75], [3.76] e [3.78], possono essere espresse nella forma che segue:

$$[T_{11}^G] = \begin{bmatrix} H_{11}^A(f) & L_{11}^A(f) \\ N_{11}^A(f) & P_{11}^A(f) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} H_{12}^A(f) & L_{12}^A(f) \\ N_{12}^A(f) & P_{12}^{A*}(f) \end{bmatrix} [T_2]^{-1} \begin{bmatrix} H_{21}^A(f) & L_{21}^A(f) \\ N_{21}^A(f) & P_{21}^A(f) \end{bmatrix} \quad [3.108]$$

$$[T_{12}^G] = \begin{bmatrix} H_{12}^A(f) & L_{12}^A(f) \\ N_{12}^A(f) & P_{12}^A(f) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} H_{12}^A(f) & L_{12}^A(f) \\ N_{12}^A(f) & P_{12}^A(f) \end{bmatrix} [T_2]^{-1} \begin{bmatrix} H_{22}^A(f) & L_{22}^A(f) \\ N_{22}^A(f) & P_{22}^A(f) \end{bmatrix} \quad [3.109]$$

$$[T_{22}^G] = \begin{bmatrix} H_{22}^A(f) & L_{22}^A(f) \\ N_{22}^A(f) & P_{22}^A(f) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} H_{22}^A(f) & L_{22}^A(f) \\ N_{22}^A(f) & P_{22}^A(f) \end{bmatrix} [T_2]^{-1} \begin{bmatrix} H_{22}^A(f) & L_{22}^A(f) \\ N_{22}^A(f) & P_{22}^A(f) \end{bmatrix} \quad [3.110]$$

Inserendo la [3.84] in [3.108] , in [3.109] e in [3.110] si ottiene:

$$[T_{11}^G] = \begin{bmatrix} H_{11}^A(f) & L_{11}^A(f) \\ N_{11}^A(f) & P_{11}^A(f) \end{bmatrix} - \frac{1}{(N_2(f))^2 - H_2(f) P_2(f)} \begin{bmatrix} H_{12}^A(f) & L_{12}^A(f) \\ N_{12}^A(f) & P_{12}^A(f) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -P_2(f) & L_2(f) \\ N_2(f) & -H_2(f) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_{21}^A(f) & L_{21}^A(f) \\ N_{21}^A(f) & P_{21}^A(f) \end{bmatrix} \quad [3.111]$$

$$[T_{12}^G] = \begin{bmatrix} H_{12}^A(f) & L_{12}^A(f) \\ N_{12}^A(f) & P_{12}^A(f) \end{bmatrix} - \frac{1}{(N_2(f))^2 - H_2(f) P_2(f)} \begin{bmatrix} H_{12}^A(f) & L_{12}^A(f) \\ N_{12}^A(f) & P_{12}^A(f) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -P_2(f) & L_2(f) \\ N_2(f) & -H_2(f) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_{22}^A(f) & L_{22}^A(f) \\ N_{22}^A(f) & P_{22}^A(f) \end{bmatrix} \quad [3.112]$$

$$\begin{aligned}
[T_{22}^G] &= \begin{bmatrix} H_{22}^A(f) & L_{22}^A(f) \\ N_{22}^A(f) & P_{22}^A(f) \end{bmatrix} \\
&\quad - \frac{1}{(N_2(f))^2 - H_2(f) P_2(f)} \begin{bmatrix} H_{22}^A(f) & L_{22}^A(f) \\ N_{22}^A(f) & P_{22}^A(f) \end{bmatrix} \\
&\quad \cdot \begin{bmatrix} -P_2(f) & L_2(f) \\ N_2(f) & -H_2(f) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_{22}^A(f) & L_{22}^A(f) \\ N_{22}^A(f) & P_{22}^A(f) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.113}$$

Isolando i termini che sono ricavabili attraverso impact test e considerando le opportune simmetrie si ha che:

$$\begin{aligned}
H_{11}^G(f) &= H_{11}^A(f) - \frac{H_{21}^A(f) \left(-H_{12}^A(f) P_2(f) + L_{12}^A(f) N_2(f) \right)}{(N_2(f))^2 - H_2(f) P_2(f)} \\
&\quad - \frac{L_{21}^A(f) \left(H_{12}^A(f) N_2(f) + L_{12}^A(f) H_2(f) \right)}{(N_2(f))^2 - H_2(f) P_2(f)}
\end{aligned} \tag{3.114}$$

$$\begin{aligned}
H_{12}^G(f) &= H_{12}^A(f) - \frac{H_{22}^A(f) \left(-H_{12}^A(f) P_2(f) + L_{12}^A(f) N_2(f) \right)}{(N_2(f))^2 - H_2(f) P_2(f)} \\
&\quad - \frac{L_{22}^A(f) \left(H_{12}^A(f) N_2(f) + L_{12}^A(f) H_2(f) \right)}{(N_2(f))^2 - H_2(f) P_2(f)}
\end{aligned} \tag{3.115}$$

$$\begin{aligned}
H_{22}^G(f) &= H_{22}^A(f) - \frac{H_{22}^A(f) \left(-H_{22}^A(f) P_2(f) + L_{22}^A(f) N_2(f) \right)}{(N_2(f))^2 - H_2(f) P_2(f)} \\
&\quad - \frac{L_{22}^A(f) \left(H_{22}^A(f) N_2(f) + L_{22}^A(f) H_2(f) \right)}{(N_2(f))^2 - H_2(f) P_2(f)}
\end{aligned} \tag{3.116}$$

Si può osservare che gli unici termini incogniti sono $H_2(\omega)$, $N_2(\omega)$ e $P_2(\omega)$ e, avendo tre equazioni e tre incognite, è possibile determinare le tre incognite. Come in precedenza, per semplicità verrà ora omessa la dipendenza dalla pulsazione.

$$H_2(f) = \frac{H_{22}^A \left[(H_{12}^A H_{22}^G)^2 + (H_{12}^A)^2 - 2H_{12}^A H_{22}^G - H_{11}^A H_{22}^A + H_{11}^G H_{22}^A \right]}{(H_{22}^G - H_{22}^A) H_{11}^A + H_{12}^A (H_{12}^A - 2H_{12}^G) + (H_{12}^G)^2 + H_{11}^G (H_{22}^A - H_{22}^G)} \quad [3.117]$$

$$N_2(f) = \frac{H_{12}^A \left[L_{22}^A (H_{12}^A - H_{12}^G) + L_{12}^A H_{22}^G \right] + H_{22}^A \left[L_{22}^A (H_{11}^G - H_{11}^A) - L_{12}^A H_{22}^G \right]}{H_{12}^A (H_{12}^A - 2H_{12}^G) + H_{12}^G H_{12}^G + H_{11}^A (H_{22}^G - H_{22}^A) + H_{11}^G (H_{22}^A - H_{22}^G)} \quad [3.118]$$

$$P_2(f) = \frac{L_{22}^A \left[L_{12}^A (2H_{12}^A - 2H_{12}^G) + L_{22}^A (H_{11}^G - H_{11}^A) \right] + (L_{22}^G - H_{22}^A) (L_{12}^A)^2}{H_{12}^A (H_{12}^A - 2H_{12}^G) + H_{12}^G H_{12}^G + H_{11}^A (H_{22}^G - H_{22}^A) + H_{11}^G (H_{22}^A - H_{22}^G)} \quad [3.119]$$

Ricavate le tre FRFs, è possibile ricavare:

$$H_{22}^B(f) = H_2(f) - H_{22}^A(f) \quad [3.120]$$

$$N_{22}^B(f) = N_2(f) - N_{22}^A(f) = L_{22}^B(f) \quad [3.121]$$

$$P_{22}^B(f) = P_2(f) - P_{22}^A(f) \quad [3.122]$$

- Applicazione della tecnica dell'RCSA per determinare le FRFs del sistema MPU:

Una volta determinate tutte le quattro FRFs che caratterizzano la struttura B, ovvero il complesso macchina – mandrino – portautensile e parte dell'utensile, è possibile, attraverso l'RCSA, ricavare senza eccessive difficoltà le FRFs di un qualsiasi sistema composto dalla sottostruttura B (che non deve mai variare) e da una qualsiasi sottostruttura A' (utensile) che dunque può avere diametro, lunghezza e materiale variabile.

$$[T_{11}^{G'}] = \begin{bmatrix} H_{11}^{G'}(f) & L_{11}^{G'}(f) \\ N_{11}^{G'}(f) & P_{11}^{G'}(f) \end{bmatrix} = [T_{11}^{A'}] - [T_{12}^{A'}] \left(([T_{22}^{A'}] + [T_{22}^B]) \right)^{-1} [T_{21}^{A'}] \quad [3.123]$$

Per verificare la validità del metodo proposto, sono state fatte alcune simulazioni con modelli FEM. In queste simulazioni si eseguono tutte le operazioni previste per applicare l'RCSA nel modo proposto da Altintas e descritto sopra. Per avere maggiori dettagli sulle routine di Matlab utilizzate per simulare questo metodo di applicazione dell'RCSA si rimanda all'Appendice 7.1.9.

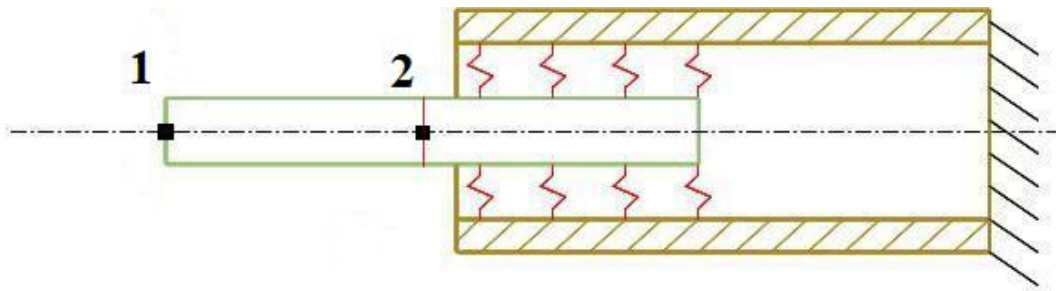


Figura 3.59 Immagine del mandrino B con inserito l'utensile A

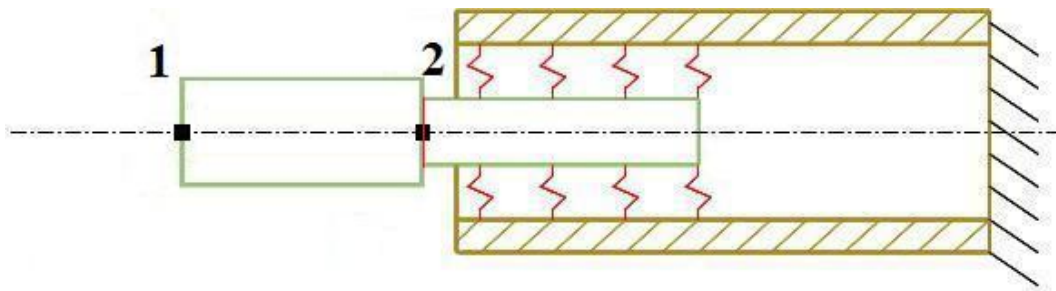
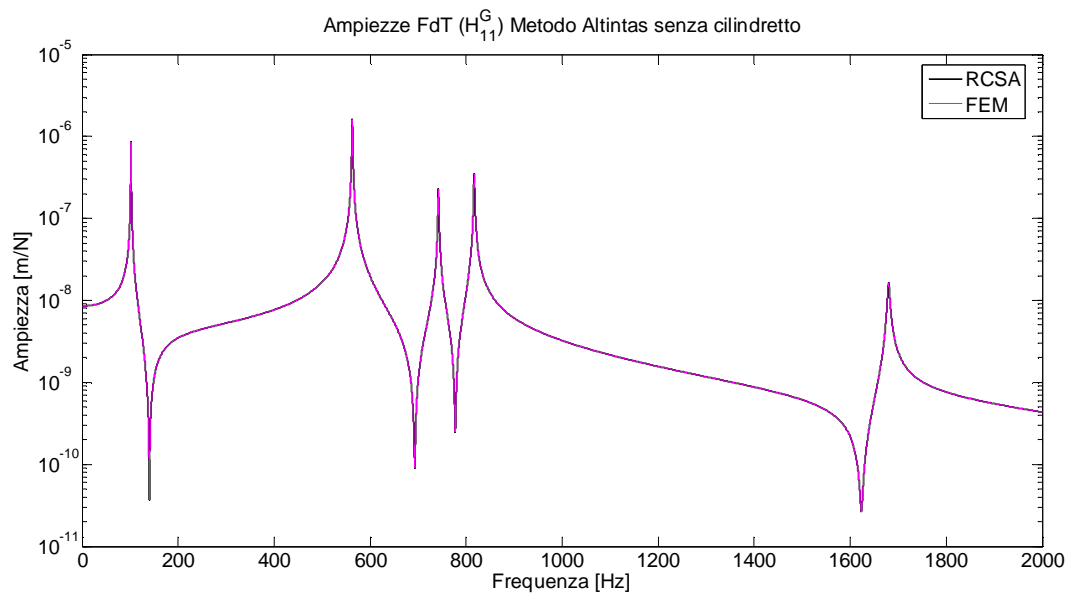
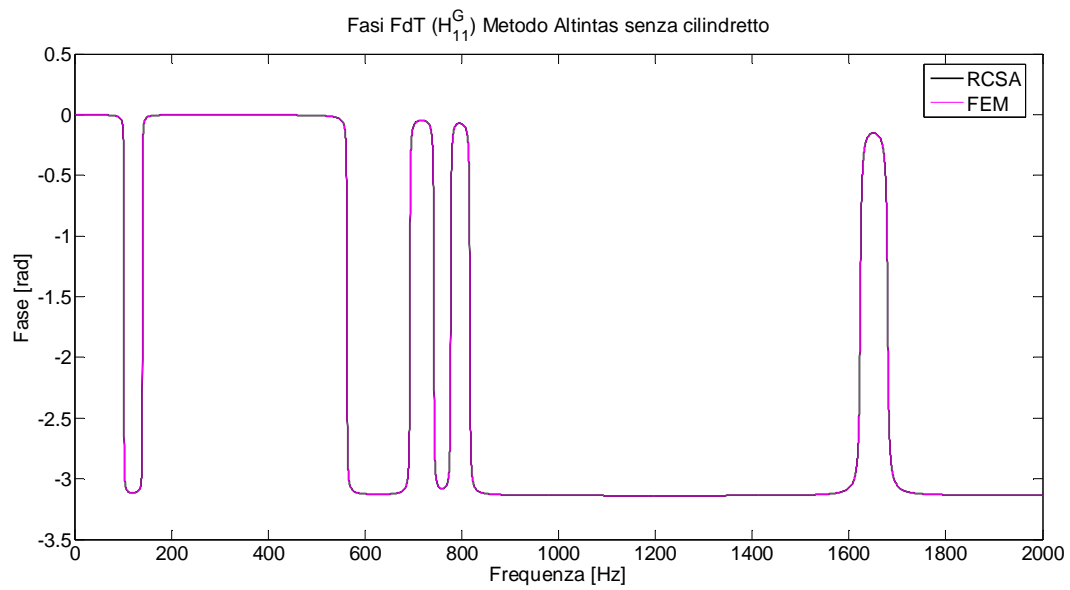


Figura 3.60 Immagine del mandrino B con inserito l'utensile A'

DATI CILINDRI	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza Mandrino B	2 m
Diametro esterno Mandrino B	0,6 m
Diametro interno Mandrino B	0,3 m
Lunghezza Utensile A	1,6 m
Diametro Utensile A	0,3 m
Distanza punti 1-2	0,4 m
Lunghezza Utensile A' (complessiva)	1 m
Diametro Utensile A' (tra il punto 1 e 2)	0,15 m
Lunghezza sup. di connessione	0,5 m
k_t complessiva	$1 \cdot 10^{11}$ N/m
k_r complessiva	$1 \cdot 10^{11}$ N/rad
r_t complessiva	$1 \cdot 10^4$ N's/m
r_r complessiva	$1 \cdot 10^4$ N's/rad

Tabella 3.14 Dati cilindri, RCSA applicata a strutture tagliate senza ausilio di cilindro

Nei grafici sottostanti sono confrontate le FRFs ottenute mediante l'RCSA proposta da Altintas e quella ottenuta direttamente dal modello FEM del Mandrino con inserito l'utensile A'. Anche in questo caso ci si aspetta di ottenere delle FRFs piuttosto simili a quelle ottenute direttamente dal modello FEM in quanto non vengono fatte approssimazioni e ogni componente è calcolata tramite formule formalmente corrette.

Figura 3.61 Ampiezze FRFs H_{11}^G , RCSA applicata a strutture tagliate senza ausilio di cilindroFigura 3.62 Fasi FRFs H_{11}^G , RCSA applicata a strutture tagliate senza ausilio di cilindro

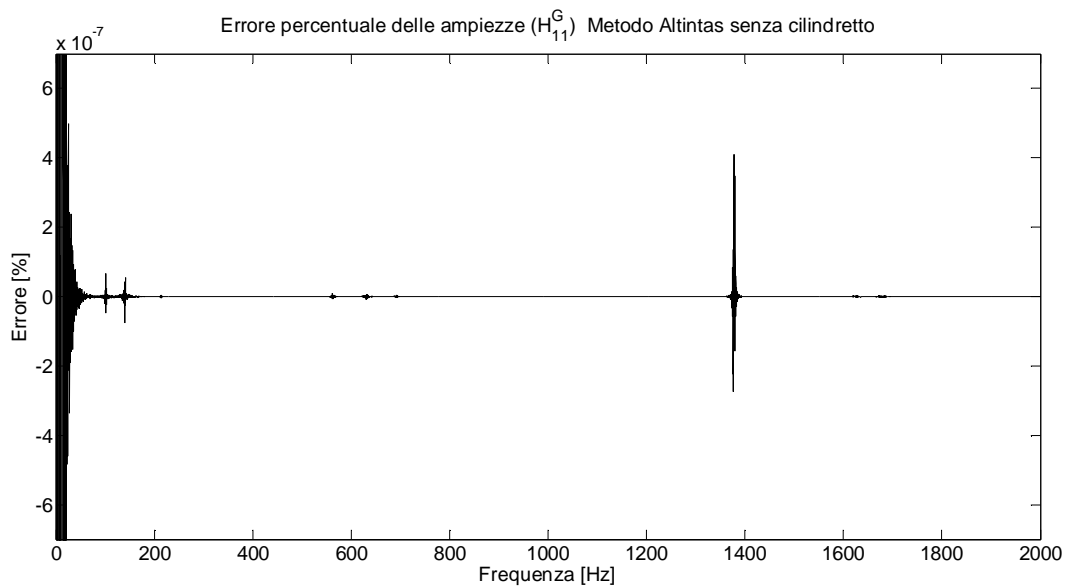


Figura 3.63 Errore percentuale FRFs H_{11}^G , RCSA applicata a strutture tagliate senza ausilio di cilindro

Come previsto i risultati ottenuti dalle simulazioni dimostrano che la soluzione proposta da Altintas è in grado di restituire dei risultati decisamente precisi ed accurati. Questo perché, come nella sua prima proposta, non sono state fatte approssimazioni di alcun genere e ogni componente è ricavata analiticamente. Si dimostra inoltre che la semplificazione procedurale proposta in questa seconda versione non genera alcun problema nella determinazione delle varie componenti dell'FRFs. La nuova proposta di Altintas risulta essere dunque un notevole miglioramento in fatto di applicabilità della tecnica: la complessità delle formule utilizzate per ottenere le FRFs desiderate infatti non influisce sulla rapidità di esecuzione della tecnica mentre la diminuzione del numero di prove sperimentali necessarie riduce notevolmente i tempi. Questa tecnica mantiene comunque il limite di una scarsa flessibilità dovuta al fatto che la struttura B considerata fissa presenta in se parte della struttura che varia con maggior frequenza. Ne consegue che, una volta determinate le FRFs caratteristiche di B, solo un ristretto numero di strutture A potranno essere utilizzate per applicare in modo corretto l'RCSA ed esse saranno quelle che, nel punto di taglio, presenteranno le medesime proprietà geometriche e fisiche della struttura utilizzata per ricavare le FRFs di B.

3.3.5. Quadro riassuntivo

La tecnica dell'RCSA appare certamente una tecnica in grado di ottimizzare le procedure di determinazione delle FRFs. Tuttavia la ricerca scientifica dimostra che, per problemi legati principalmente alla misurazione delle componenti L, N e P, è necessario studiare con cura le metodologie di applicazione di questa tecnica. I principali ricercatori considerati in questo studio della letteratura, T. L. Schmitz e Y. Altintas, propongono due differenti metodologie di applicazione dell'RCSA che si basano su due modalità differenti di affrontare la problematica della determinazione delle FRFs N, L e P.

La tecnica che può essere chiamata "RCSA applicata a strutture scomposte", proposta da Schmitz [13][6], applica l'RCSA studiando singolarmente le strutture, ricavando per ciascuna tutte le FRFs necessarie a caratterizzare la struttura stessa. Per ottenere le FRFs rotazionali a forza applicata (FRF N), che risultano uguali alle FRFs traslazionali a momento applicato (FRF L), vengono misurate tre FRFs traslazionali a forza applicata (FRF H) e viene stimata la componente N come derivata della componente H mediante il metodo delle differenze finite del secondo ordine all'indietro. Per la determinazione della componente rotazionale a momento applicato (P) si utilizza una formula che ottiene l'FRF desiderata a partire dalle tre FRFs precedentemente ottenute.

La tecnica che può essere chiamata "RCSA applicata a strutture tagliate", proposta da Altintas [18], ricava le FRFs N, L e P sfruttando un sistema a tre equazioni e tre incognite. Le tre incognite sono rappresentate dalle FRFs H, N (= L) e P al punto di connessione tra le due sottostrutture mentre le tre equazioni sono ottenute elaborando opportunamente le formule dell'RCSA. Per ovviare al problema della connessione, ignota, Altintas prevede di porre la zona di connessione tra le due sottostrutture in un punto in cui il collegamento tra strutture è rigido. Per questo motivo la tecnica prende il nome di "strutture tagliate" perché, nel caso di struttura complessiva costituita da

Mandrino – Portautensili – Utensili, l'utensile verrebbe virtualmente tagliato e parte di esso farebbe parte della struttura fissa B.

Ognuna delle due metodologie prevede vantaggi e svantaggi che richiedono un'attenta analisi. L'RCSA applicata a strutture tagliate, come si è potuto osservare dalle simulazioni, è la metodologia di applicazione dell'RCSA che maggiormente restituisce risultati accurati e precisi non introducendo errori dovuti ad approssimazioni di vario genere presenti invece nella metodologia RCSA applicata a strutture scomposte. Essa inoltre, in fase di determinazione della struttura B, non richiede operazioni complesse: occorre infatti misurare solo tre FRFs H dalla struttura con l'utensile montato e applicare successivamente le formule di calcolo sopra presentate (eq. da [3.117] a [3.122]) mentre per la soluzione di Schmitz sono necessarie tre misure di FRFs H al mandrino, tre misure di H all'utensile montato in mandrino e poi applicare le formule per la stima di L, N e P sopra presentate (eq. [3.101] e [3.102]) che però, come si è visto dalle simulazioni, introducono errori nelle FRFs stimate (le FRFs N ed L sono approssimate abbastanza bene mentre l'FRF P è approssimata in modo davvero grossolano). Questa rapidità è inoltre giustificata dal fatto che, se per la soluzione si Schmitz sono necessari calcoli aggiuntivi per stimare L, N e P, l'RCSA applicata a strutture tagliate applica l'RCSA stessa per calcolare queste componenti (ottenendo quindi immediatamente le FRFs cercate senza inoltre introdurre errori di approssimazione). Tuttavia in alcuni aspetti la metodologia RCSA applicata a strutture scomposte si dimostra preferibile rispetto all'RCSA applicata a strutture tagliate. L'aspetto caratteristico della proposta di Altintas ovvero il fatto di tagliare virtualmente parte della struttura che varia con maggior frequenza per considerarne una parte annessa alla struttura fissa, risulta essere proprio il suo principale punto debole. Come già detto nel paragrafo precedente, l'RCSA risulta utile se è in grado di stimare le FRFs di strutture descrivibili come unione di due sottostrutture A e B quando una delle due sottostrutture varia con molta frequenza e varia in modo considerevole. L'RCSA applicata a strutture scomposte, studiando le strutture per intere e sconnesse da altre strutture, si dimostra in grado di poter far fronte ad ogni tipo di variazione della

struttura A. Altrettanto non è possibile per la tecnica che prevede di tagliare parte di una sottostruttura perché inevitabilmente vengono ridotte le possibilità di applicare la tecnica essendo infatti ridotto il campo di variabilità di A. Questa flessibilità la si può riscontrare anche se si considera l'RCSA non solo come una tecnica da applicarsi per ottenere le FRFs all'utensile ma come tecnica da applicarsi anche ad altre parti della macchina. Non è infatti sempre possibile applicare l'RCSA a strutture tagliate in quanto certe zone della macchina si presentano molto più complesse rispetto al semplice Utensile (zona dove Altintas pone la linea di separazione tra le due sottostrutture). In certi punti della macchina risulta essere molto più semplice studiare le varie strutture in modo separato tra loro. L'RCSA applicata a strutture separate ottiene inoltre utili informazioni su ciascuna delle singole parti costituenti la macchina (FRFs H, L, N, P) e questo può essere utile per successivi studi. Essa è inoltre in grado di stimare la rigidità della connessione K tra le strutture e questa informazione, ignorata se si tagliano le strutture, potrebbe risultare utile per l'ottimizzazione della macchina stessa e delle sue prestazioni.

In conclusione si può affermare che ognuna delle due metodologie di applicazione dell'RCSA presenta aspetti positivi e aspetti critici che si possono riassumere affermando che, se l'RCSA applicata a strutture tagliate ottiene dei risultati accurati mancando però in flessibilità, l'RCSA applicata a strutture scomposte fa della flessibilità la sua forza mancando però nell'accuratezza dei risultati ottenuti.

4. PROPOSTA DI UNA TECNICA DI SOTTOSTRUTTURAZIONE INNOVATIVA

La tecnica Receptance Coupling, come si è visto analizzando la letteratura, è ormai da diversi anni oggetto di studio della ricerca scientifica. Questo però non ha generato uno sviluppo in grado di rendere questa tecnica preferibile ad altre alternative nel campo industriale. Sebbene i vantaggi teorici possano far apparire l'RCSA una tecnica rapida, facilmente praticabile e quindi di grande utilità, gli svantaggi pratici quali difficoltà ad acquisire FRFs rotazionali a forza applicata, traslazionali a momento applicato e rotazionali a momento applicato o difficoltà nel realizzare modelli FEM dettagliati e precisi (soprattutto in grado di restituire FRFs paragonabili a quelle reali), riducono l'applicabilità e quindi l'utilità di questa tecnica. Come si può osservare dalla simulazione presente in Appendice 7.4, un errore anche lieve sulle FRFs degli utensili può generare errori ben più evidenti nei risultati prodotti dalla tecnica dell'RCSA. Analogamente si può pensare che, se le FRFs della macchina con e senza gli utensili acquisite sperimentalmente si presentano affette da errori, l'RCSA può restituire FRFs non corrette e quindi non utili in fase di ottimizzazione delle lavorazioni.

Gli studi di Schmitz e di Altintas, abbondantemente descritti nel capitolo precedente, mostrano quanto, al centro della ricerca, ci siano proprio le condizioni di applicabilità dell'RCSA. Nella tabella riassuntiva sottostante si riassumono i principali vantaggi e svantaggi delle varie soluzioni.

	RCSA applicata a strutture scomposte con componenti stimate (Schmitz)	RCSA applicata a strutture tagliate senza ausilio di cilindro (Altintas)
Vantaggi	<ul style="list-style-type: none"> • Flessibilità (tecnica applicabile a diverse aree della macchina) • Determinazione di tutte le componenti (FRFs H, L, N, P) di ogni elemento e determinazione della connessione 	<ul style="list-style-type: none"> • Numero ridotto di misure necessarie • Componenti L, N, P determinate utilizzando la tecnica stessa. • Risultati più precisi rispetto alla soluzione di Schmitz
Svantaggi	<ul style="list-style-type: none"> • Componenti N ed L ottenute tramite stime e quindi approssimate • Componente P approssimata in modo grossolano 	<ul style="list-style-type: none"> • Scarsa flessibilità: non in tutti i casi può essere possibile costruire un modello FEM di solo una parte della macchina; occorre che il punto di taglio mantenga sempre le stesse caratteristiche geometriche e fisiche

Tabella 4.1 Vantaggi e svantaggi delle tecniche di Schmitz e Altintas

Da quanto emerge, nessuna delle due soluzioni è in grado di farsi preferire perché, se nelle proposte di Schmitz manca l'accuratezza, in quelle di Altintas manca la flessibilità, elementi entrambi necessari affinché l'RCSA possa risultare davvero utile in ambito industriale.

Lo studio svolto e presentato in questo capitolo è rivolto alla ricerca di una metodologia di applicazione dell'RCSA alternativa a quelle presentate nel capitolo precedente e tale da garantire una buona flessibilità e accuratezza dei risultati. Per ottenere questo si è preferito rielaborare la tecnica di Schmitz, suggerendo una metodologia orientata alla riduzione delle approssimazioni che caratterizzano la versione originaria proposta dall'autore. Si è preferito procedere in questo modo in quanto, se per questa tecnica era possibile ripensare un metodo diverso per il calcolo della componente P (punto debole di questa soluzione), per la soluzione di Altintas

non sembrava possibile ovviare ai suoi limiti e svantaggi se non proprio abbandonando la sua stessa soluzione. Per migliorare la tecnica dell'RCSA si è dunque ricercata una nuova metodologia di determinazione dell'FRF P (rotazioni su momento) capace di restituire risultati più accurati rispetto al metodo proposto da Schmitz (vedi eq. [3.102]). La metodologia proposta, per valutarne l'effettiva efficacia, è stata testata su semplici modelli FEM per valutarne l'effettiva correttezza almeno dal punto di vista teorico.

In questo capitolo si è valutata l'accuratezza della determinazione delle componenti L, N e P considerando diversi parametri quali le dimensioni geometriche dell'oggetto di cui si vuole ricavare l'FRF, la distanza tra diversi punti di misurazione e la variabilità delle misure effettuate dovute alla difficoltà che, nel campo sperimentale, si ha nel martellare sempre nel punto corretto. Queste analisi sono state effettuate esclusivamente utilizzando modelli FEM e avevano come scopo quello di suggerire, almeno dal punto di vista qualitativo e non quantitativo, delle valide indicazioni per la realizzazione di misure su macchine reali in grado di essere utilizzate per l'applicazione della tecnica dell'RCSA.

4.1. NUOVA METODOLOGIA PER LA DETERMINAZIONE DELLA COMPONENTE P [RAD/NM]

Il metodo di applicazione dell'RCSA proposto da Schmitz (vedi par. 3.3.3) presenta un'ottima soluzione per risolvere il problema che nasce dalle difficoltà che si hanno nella misurazione delle componenti N ed L. La formulazione proposta per calcolare la componente P invece si è dimostrata poco accurata e fonte di diversi errori come l'aggiunta di poli nell'FRF che non dovrebbero esserci. Risulta evidente che la determinazione di una formulazione alternativa che permetta di ottenere l'FRF P corretta migliorerebbe sensibilmente la tecnica di Schmitz. Così facendo si otterrebbe una metodologia di applicazione dell'RCSA al tempo stesso flessibile e accurata. Viene ora dunque dimostrato come è possibile ricavare la componente P sfruttando la formulazione che permette di ricavare le componenti L ed N.

Come descritto in precedenza, la componente N è stimabile, con buona approssimazione, come derivata della componente H lungo la direzione ξ (vedi eq. [3.100]).

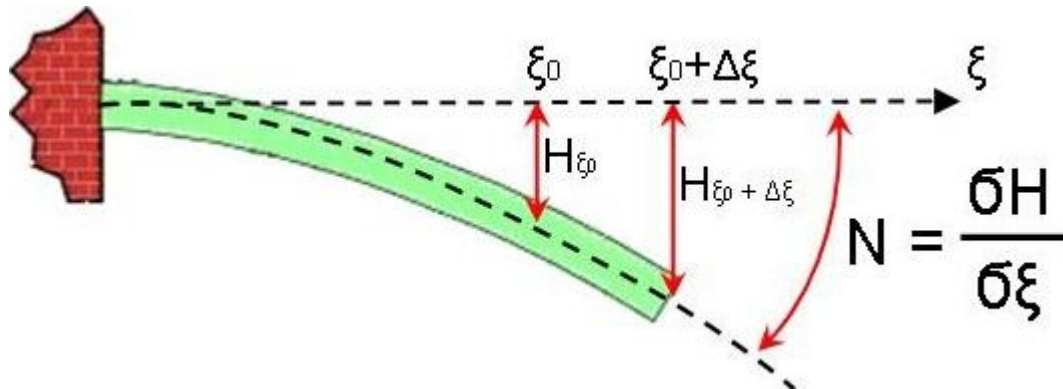


Figura 4.1 Rappresentazione della componente N vista come derivata di H

Si può osservare che la componente P , in modo analogo, può essere stimata come derivata della componente L lungo la direzione ξ .

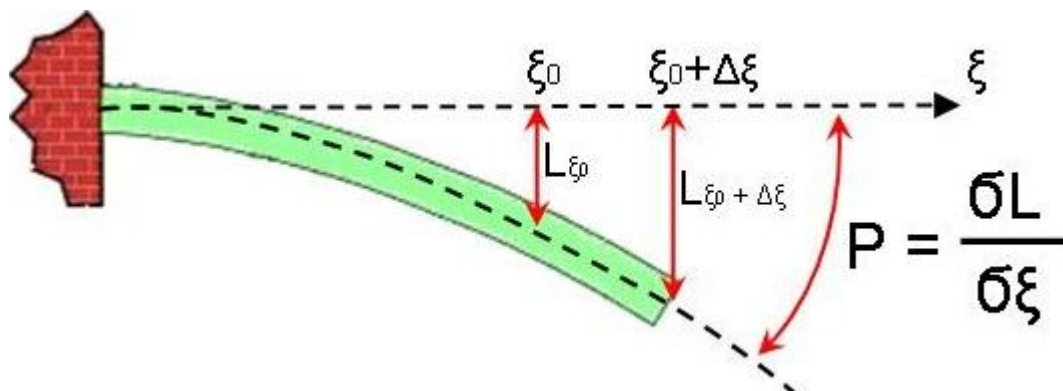


Figura 4.2 Rappresentazione della componente P vista come derivata di L

Definendo c la coppia applicata e x lo spostamento trasversale si ha che:

$$L = \frac{x}{c} \quad [4.1]$$

la derivata di L rispetto ξ è così esprimibile:

$$\frac{\partial L}{\partial \xi} = \frac{\partial x}{\partial \xi} \cdot \frac{c}{c^2} - \frac{x}{c^2} \cdot \frac{\partial c}{\partial \xi} \quad [4.2]$$

Siccome la coppia applicata non varia lungo ξ , è possibile scrivere:

$$\frac{x}{c^2} \cdot \frac{\partial c}{\partial \xi} = \frac{x}{c^2} \cdot 0 = 0 \quad [4.3]$$

Risulta dunque che

$$\frac{\partial L}{\partial \xi} = \frac{\partial x}{\partial \xi} \cdot \frac{c}{c^2} = \frac{\partial x}{\partial \xi} \cdot \frac{1}{c} \quad [4.4]$$

Il termine $\frac{\partial x}{\partial \xi}$ risulta essere la rotazione θ , quindi:

$$\frac{\partial L}{\partial \xi} = \frac{\theta}{c} = P \quad [4.5]$$

Esattamente come si è fatto per determinare l'FRF N (vedi eq. [3.101]), è possibile determinare la derivata di L attraverso il metodo dei coefficienti incogniti:

$$\frac{\partial L}{\partial \xi} = \frac{4L_{11} - 3L_{1s1} + L_{1ss1}}{2 \cdot S} = P \quad [4.6]$$

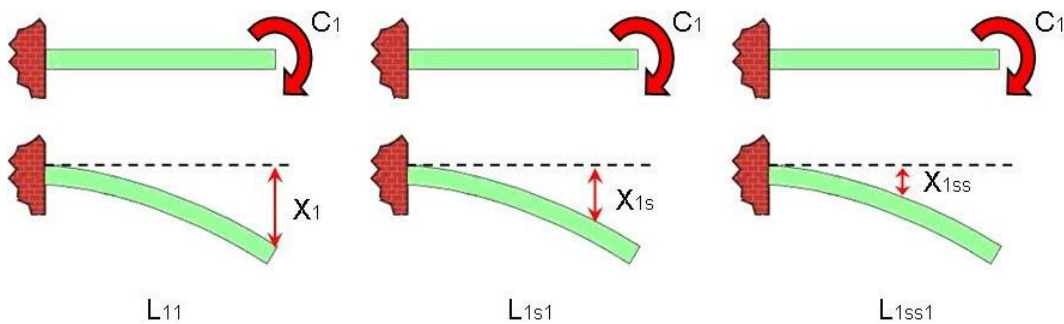


Figura 4.3 Rappresentazione grafica delle componenti L_{11} , L_{1s1} e L_{1ss1}

Chiaramente le tre L dovranno essere a loro volta determinate con il metodo dei coefficienti incogniti.

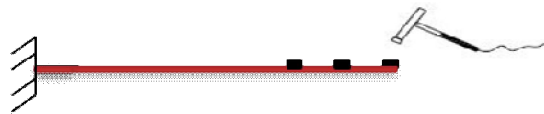
Sapendo che:

$$\frac{\partial H}{\partial \xi} = \frac{\theta}{F} = N \quad [4.7]$$

e, tenendo conto della simmetria ([10][13][14][20][21])

$$N_{xy} = L_{yx} \quad [4.8]$$

è possibile ricavare le L attraverso un totale di nove misure di H:



$$L_{11} = \frac{4H_{11} - 3H_{1s1} + H_{1ss1}}{2 \cdot S} \quad [4.9]$$

Figura 4.4 Determinazione sperimentale di $L_{11} = N_{11}$



$$L_{1s1} = \frac{4H_{11s} - 3H_{1s1s} + H_{1ss1s}}{2 \cdot S} \quad [4.10]$$

Figura 4.5 Determinazione sperimentale di $L_{1s1} = N_{11s}$



$$L_{1ss1} = \frac{4H_{11ss} - 3H_{1s1ss} + H_{1ss1ss}}{2 \cdot S} \quad [4.11]$$

Figura 4.6 Determinazione sperimentale di $L_{1ss1} = N_{11ss}$

4.2. VERIFICA NUMERICA FEM DELLA METODOLOGIA PROPOSTA

Per validare le formule descritte sopra, si è eseguita una simulazione attraverso un modello ad elementi finiti (elementi beam) di un cilindro incastrato. Un modello analogo è sufficiente per osservare quanto la formulazione della P proposta da

Schmitz sia grossolana e quindi per apprezzare l'accuratezza della nuova formulazione.

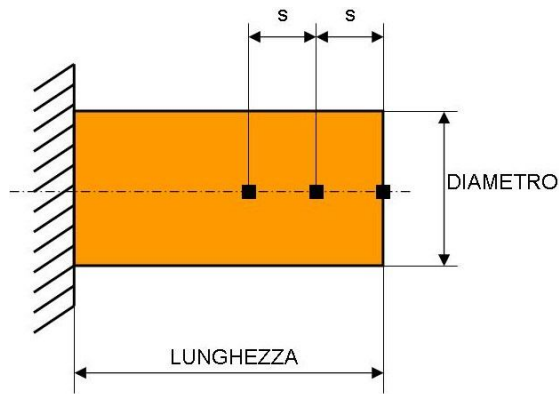


Figura 4.7 Modello beam utilizzato per testare le formulazioni della componente P

Sono stati analizzati tre diversi casi cercando di valutare quanto la snellezza e la lunghezza del cilindro influiscano nella capacità delle tre formulazioni di stimare la componente P: è importante, per la flessibilità della tecnica, che le formulazioni proposte possano restituire risultati ottimali anche al variare delle condizioni geometriche dell'oggetto misurato.

Di ogni caso si sono riportati quattro grafici:

- Confronto in ampiezza della P esatta con la P stimata da Schmitz e la P calcolata come derivata delle L (eq. [4.5]);
- Confronto in fase della P esatta con la P stimata da Schmitz e la P calcolata come derivata delle L (eq. [4.5]);
- Confronto in ampiezza della P esatta con la P calcolata come derivata delle L a loro volta ricavate tramite le nove misure di H (eq. [4.6] e eq. da [4.9] a [4.11]);

- Confronto in fase della P esatta con la P calcolata come derivata delle L a loro volta ricavate tramite le nove misure di H (eq. [4.6] e eq. da [4.9] a [4.11]).

I grafici delle FRFs che seguono verranno espressi in scala semilogaritmica per evidenziare la bontà della stima dei poli e degli zeri. Si rimanda all'Appendice 7.1.10 per i listati usati per simulare la nuova formulazione proposta.

Caso A: cilindro generico

Il cilindro che si è voluto utilizzare per testare le formulazioni delle P presenta delle dimensioni che non intendono rappresentare oggetti reali, magari componenti di macchine utensili. Queste dimensioni hanno l'unico scopo di fare ricadere i primi modi in un campo di frequenze non eccessivamente grande.

DATI CILINDRO A	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza	2.0 m
Diametro	0.3 m
Parametro "s"	0.05 m

Tabella 4.2 Dati cilindro generico

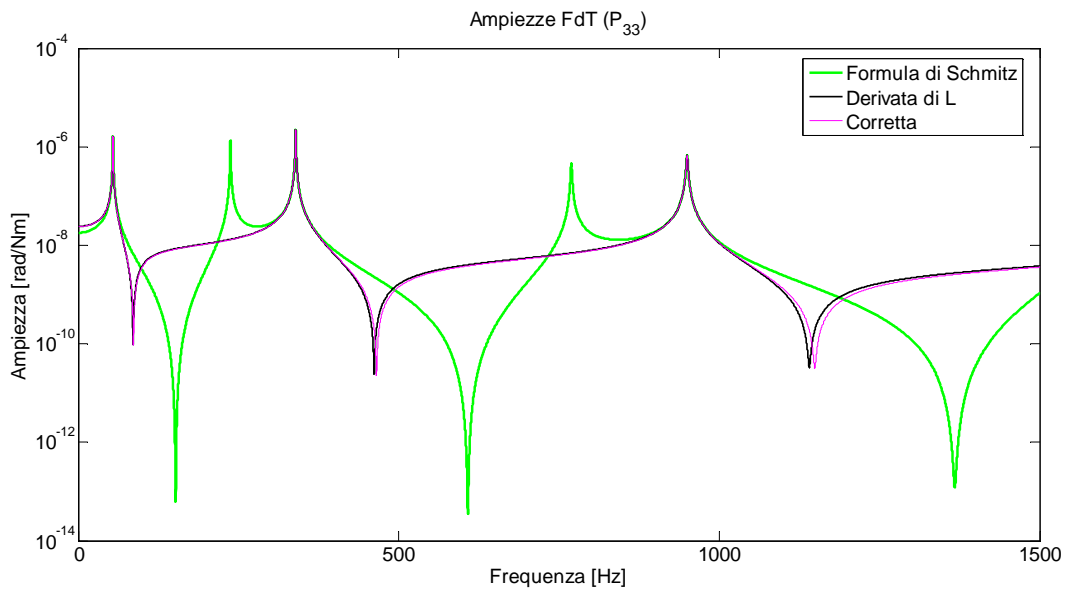


Figura 4.8 Ampiezza FRFs P_{33} , P ricavata con diverse metodologie, cilindro generico

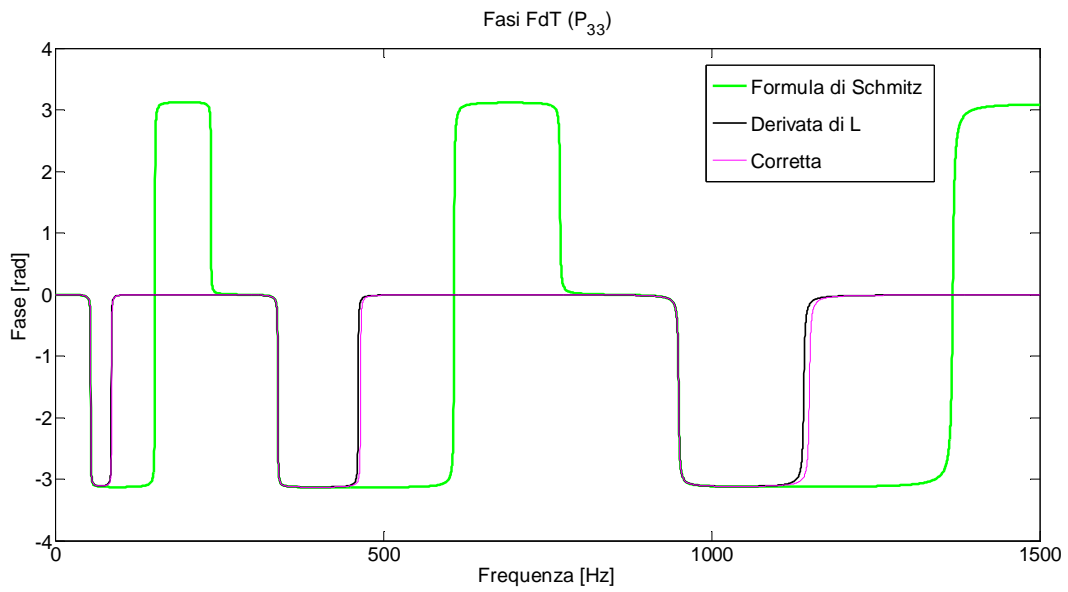


Figura 4.9 Fasi FRFs P_{33} , P ricavata con diverse metodologie, cilindro generico

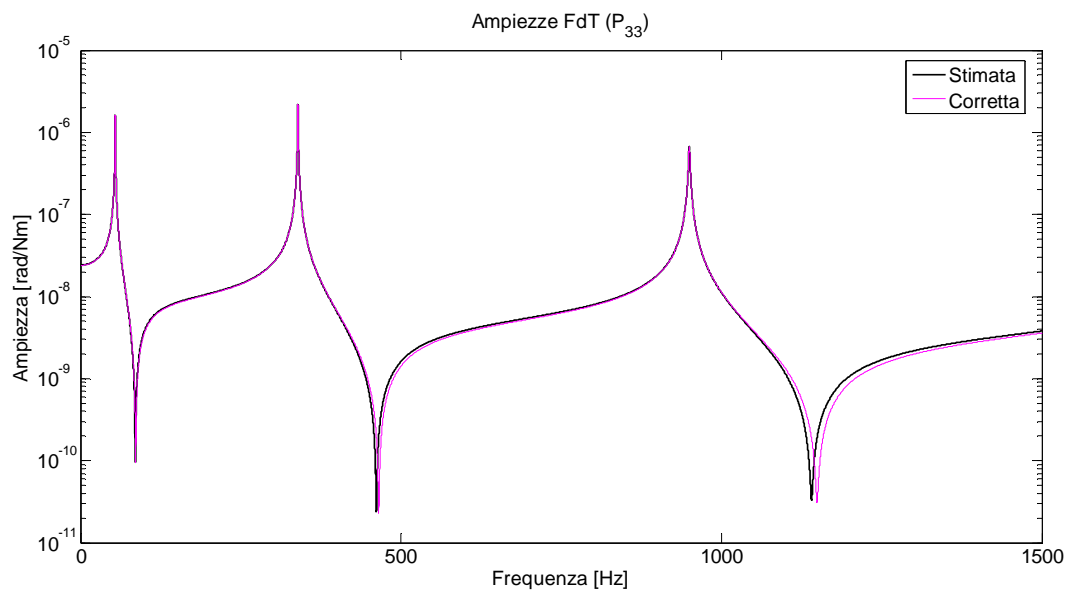


Figura 4.10 Ampiezze FRFs P_{33} , P ricavata con nuova metodologia, cilindro generico

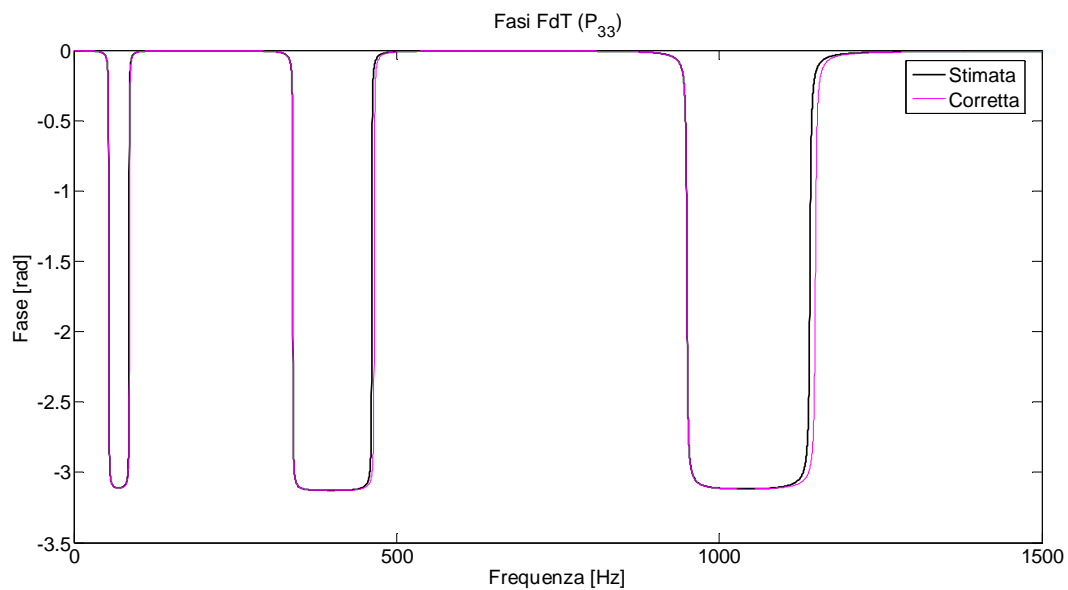


Figura 4.11 Fasi FRFs P_{33} , P ricavata con nuova metodologia, cilindro generico

Caso B: Cilindro snello

Il secondo cilindro presenta una lunghezza maggiore ed un diametro notevolmente minore rispetto al cilindro del caso A. Un oggetto più snello presenta ovviamente modi a frequenze molto più basse.

DATI CILINDRO B	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza	3.0 m
Diametro	0.05 m
Parametro "s"	0.05 m

Tabella 4.3 Dati cilindro snello

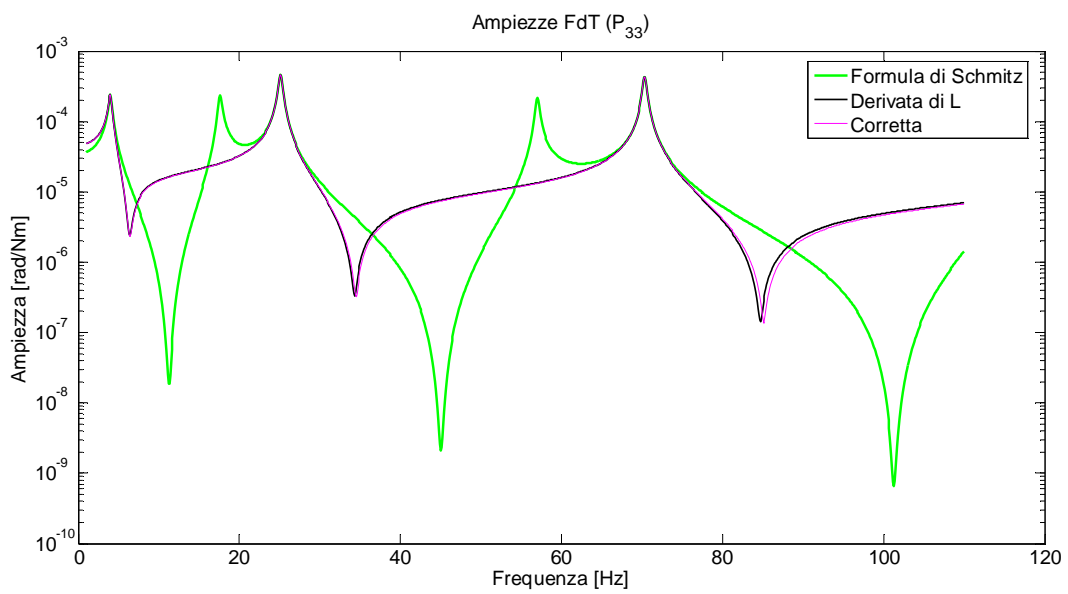
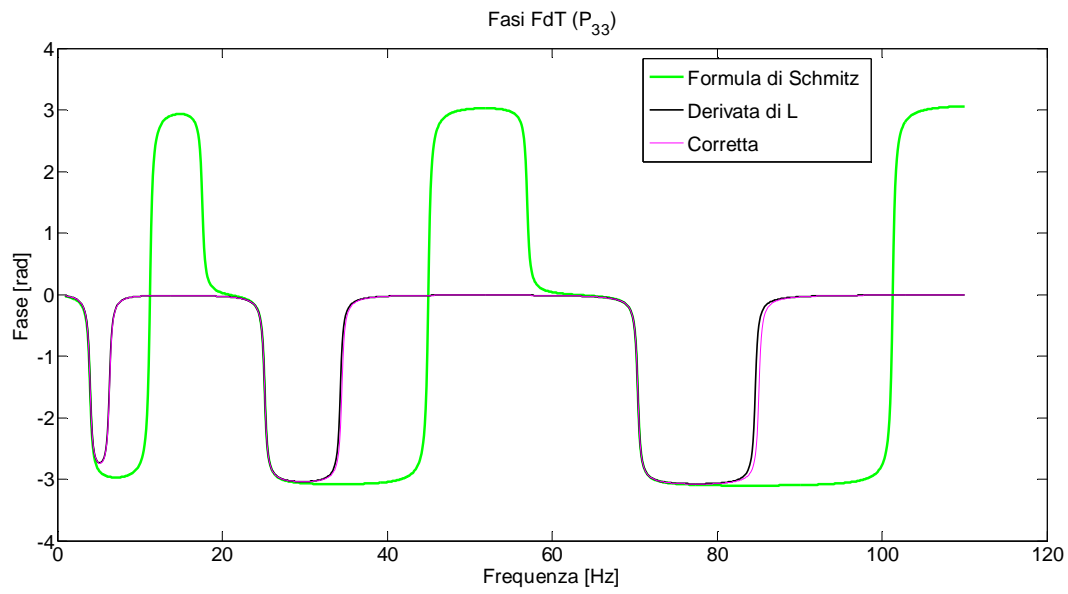
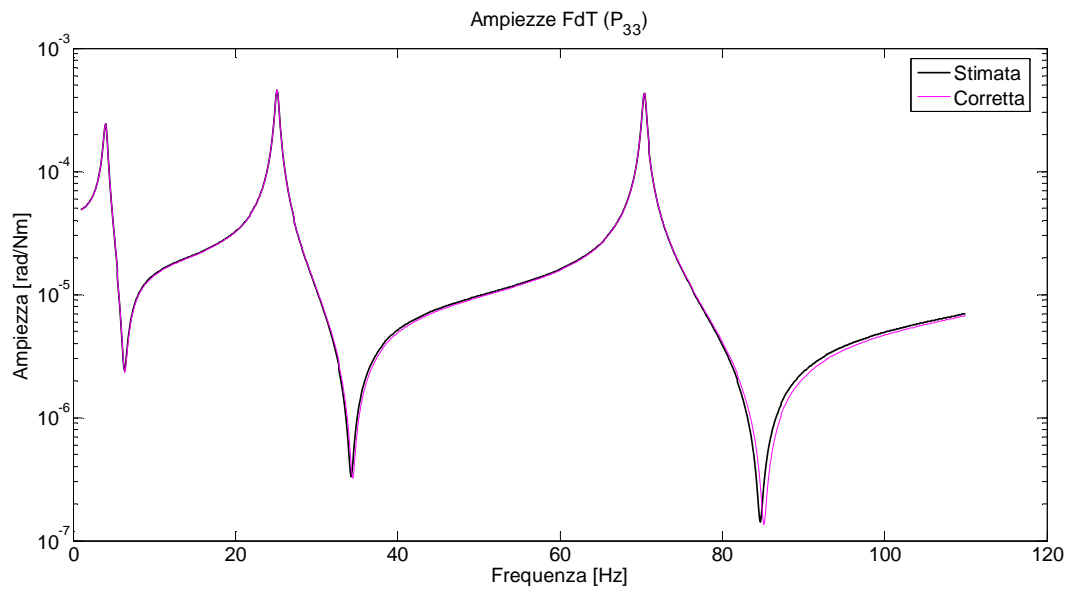


Figura 4.12 Ampiezze FRFs P_{33} , P ricavata con diverse metodologie, cilindro snello

Figura 4.13 Fasi FRFs P_{33} , P ricavata con diverse metodologie, cilindro snelloFigura 4.14 Ampiezza FRFs P_{33} , P ricavata con nuova metodologia, cilindro snello

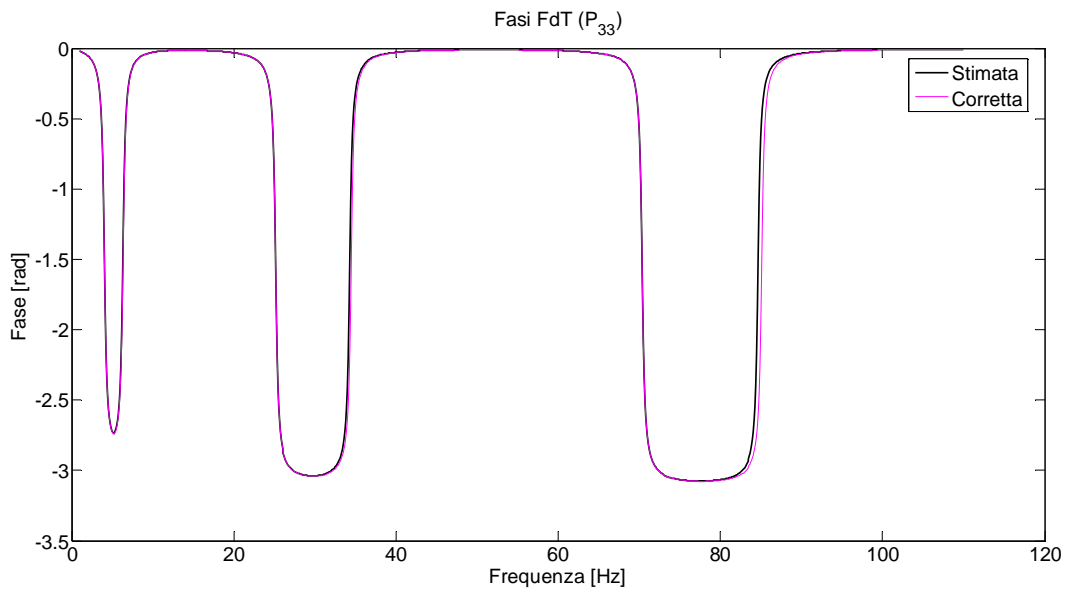


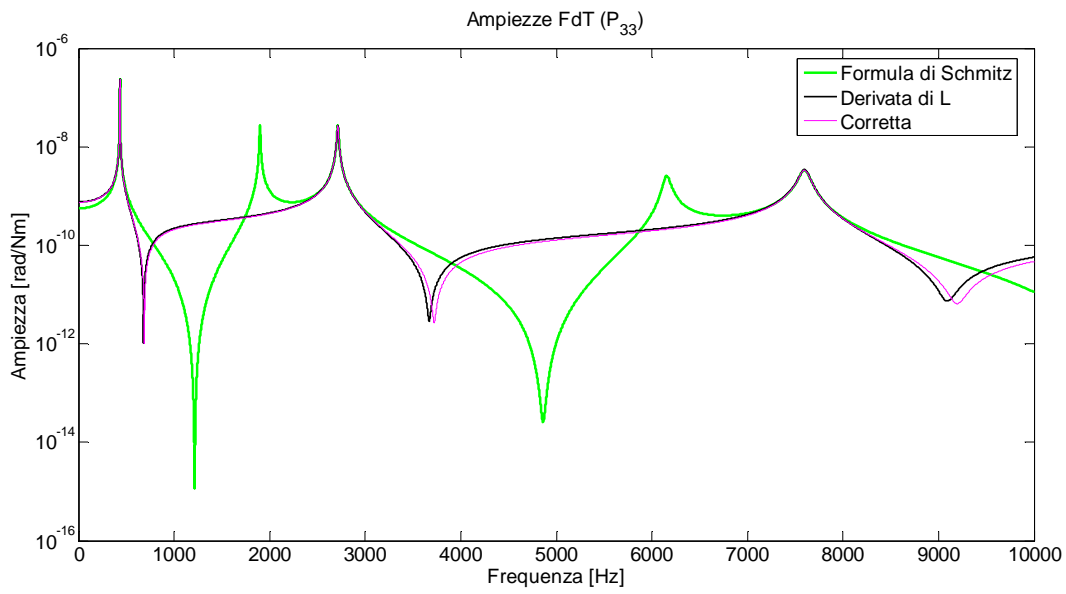
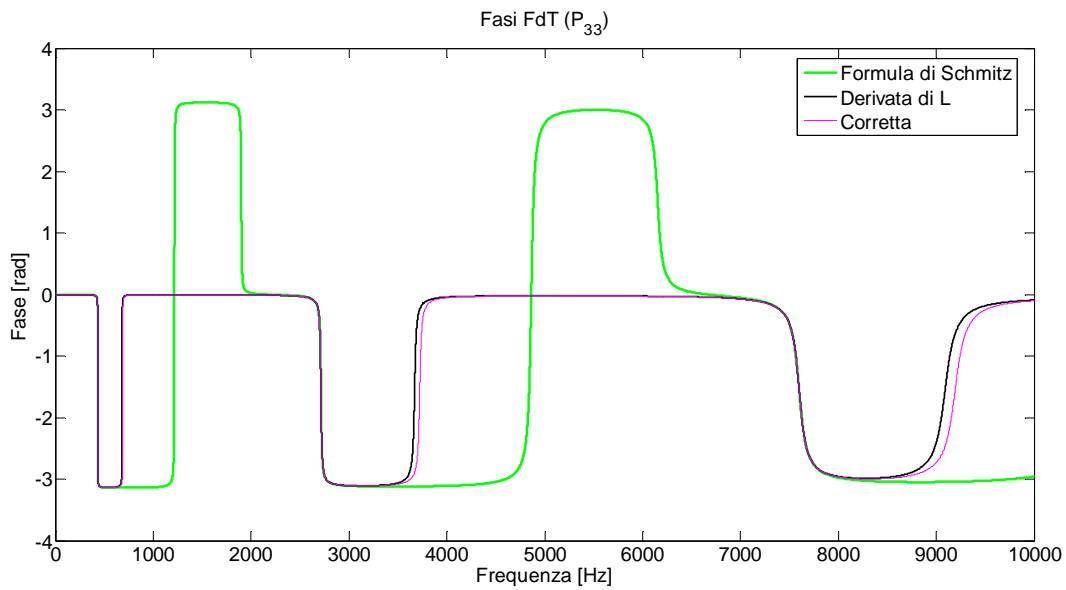
Figura 4.15 Fase FRFs P_{33} , P ricavata con nuova metodologia, cilindro snello

Caso C: Cilindro tozzo

Il terzo cilindro presenta una lunghezza minore ed un diametro notevolmente maggiore rispetto ai cilindri precedenti. Un oggetto più tozzo presenta ovviamente modi a frequenze molto più alte.

DATI CILINDRO	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza	1.0 m
Diametro	0.6 m
Parametro "s"	0.05 m

Tabella 4.4 Dati cilindro tozzo

Figura 4.16 Ampezze FRFs P_{33} , P ricavata con diverse metodologie, cilindro tozzoFigura 4.17: Fasi FRFs P_{33} , P ricavata con diverse metodologie, cilindro tozzo

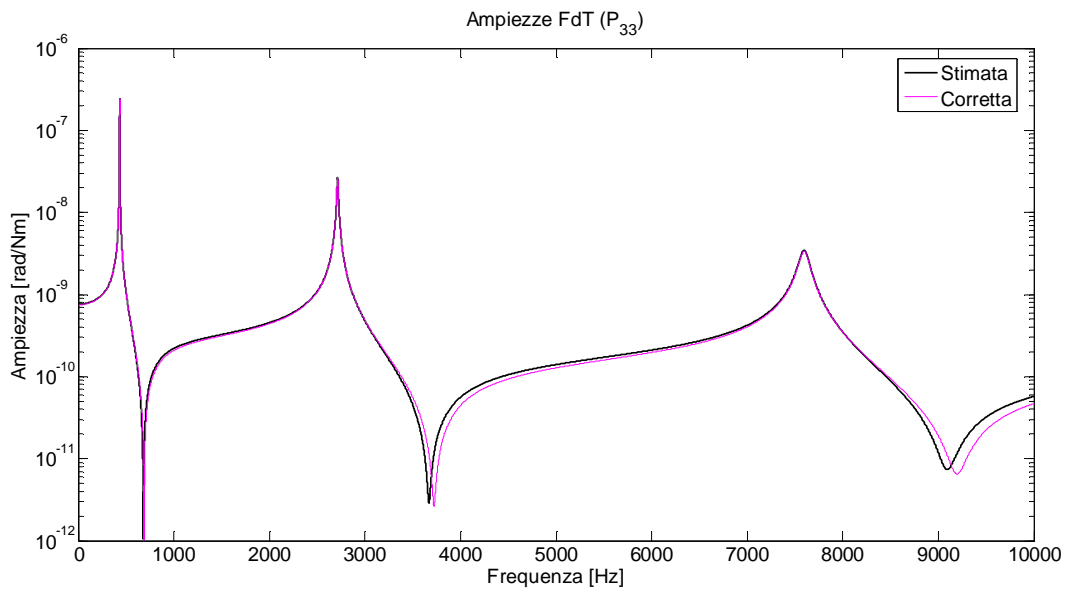


Figura 4.18 Ampieze FRFs P_{33} , P ricavata con nuova metodologia, cilindro tozzo

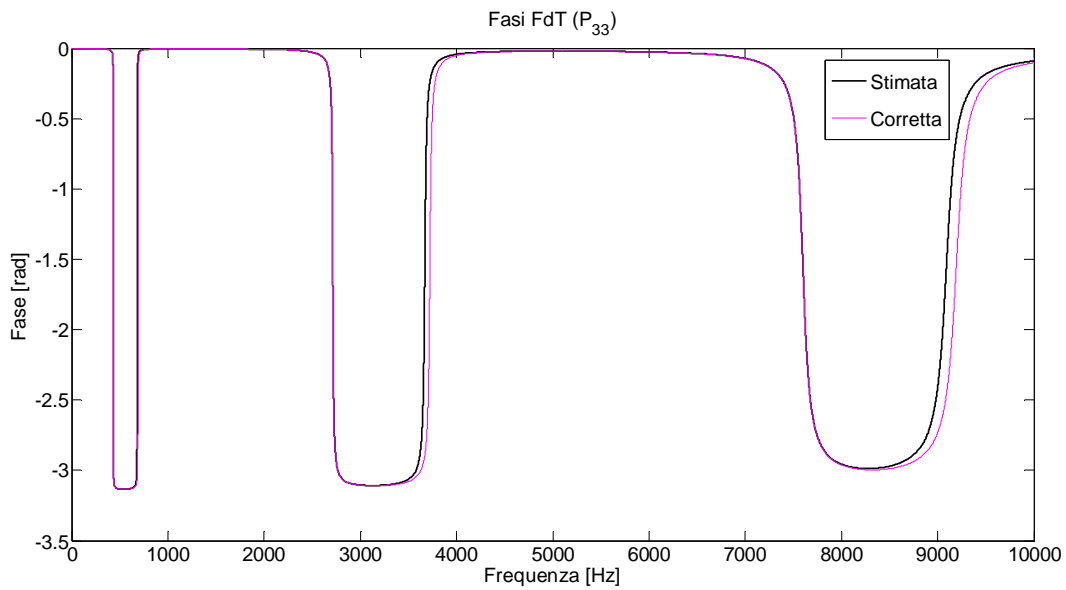


Figura 4.19 Fasi FRFs P_{33} , P ricavata con nuova metodologia, cilindro tozzo

Come si osserva dai grafici riportati, la formula proposta stima la P in modo decisamente più accurato rispetto alla formula di Schmitz sia per quanto riguarda le ampiezze, sia riguardo la fase. Questo avviene anche in caso di applicazione della tecnica in condizioni differenti (diverse dimensioni geometriche dell'oggetto

studiato) e questo garantisce la flessibilità della formulazione e di conseguenza la flessibilità dell'RCSA.

Queste simulazioni permettono dunque di giungere alla conclusione che la formulazione:

$$\frac{\partial L}{\partial \xi} = \frac{4L_{11} - 3L_{1s1} + L_{1ss1}}{2 \cdot S} = P_{11} \quad \text{Vedi eq. [4.6]}$$

dove

$$L_{11} = \frac{4H_{11} - 3H_{1s1} + H_{1ss1}}{2 \cdot S} \quad \text{Vedi eq. [4.9]}$$

$$L_{1s1} = \frac{4H_{11s} - 3H_{1s1s} + H_{1ss1s}}{2 \cdot S} \quad \text{Vedi eq. [4.10]}$$

$$L_{1ss1} = \frac{4H_{11ss} - 3H_{1s1ss} + H_{1ss1ss}}{2 \cdot S} \quad \text{Vedi eq. [4.11]}$$

è in grado di stimare in modo decisamente accurato ed accettabile l'FRF P [rotazioni/coppia] e questo rende possibile applicare la tecnica dell'RCSA mantenendo flessibilità e accuratezza.

4.3. ANALISI DI SENSITIVITÀ

Come si è osservato nei capitoli precedenti, la tecnica dell'RCSA restituisce risultati confrontabili con quelli reali a patto di avere a disposizione dati in ingresso sufficientemente accurati. La tecnica di Schmitz, pur migliorata grazie all'introduzione del termine P stimato con maggior accuratezza, risulta essere soggetta ad approssimazioni che possono compromettere l'affidabilità della tecnica stessa. La principale approssimazione che viene operata da Schmitz è quella di stimare i termini L e N mediante la derivata lungo l'asse della macchina (o dell'utensile) dell'FRF H (vedi par. 3.3.3). Per fare questo, come già si è visto in

precedenza, vengono eseguite tre misure di H andando a posizionare gli accelerometri a distanza “s” così da stimare la derivata attraverso il metodo dei coefficienti incogniti. La nuova formulazione che permette il calcolo della componente P si appoggia pesantemente su questa approssimazione e ne consegue che, se il parametro “s” non fosse scelto con dovuta cura, la componente P risulterebbe essere tanto errata da non portare alcun miglioramento rispetto al precedente metodo di applicazione dell’RCSA proposto da Schmitz. Un altro fattore che influenza la stima di N, L e P è la precisione delle misure effettuate. La tecnica di Schmitz, per essere applicata, richiede un numero di misure maggiore rispetto alla tecnica di Altintas, soprattutto dopo l’introduzione della nuova formulazione per la determinazione della componente P e quindi risente maggiormente di eventuali errori dovuti alla mancanza di precisione delle misure effettuate.

Alla luce di tutte queste considerazioni, risulta importante fare una valutazione dell’influenza di tutti questi fattori sulla stima delle componenti N, L e P e sulla tecnica dell’RCSA. Le analisi porteranno ad avere un’indicazione qualitativa su come scegliere il parametro “s” quando si necessita di fare le misure richieste per l’applicazione della tecnica dell’RCSA ed inoltre mostreranno come la variabilità delle FRFs acquisite dovuta alla variabilità dei punti di misura e di martellata non generi risultati così grossolani da rendere inapplicabile la tecnica stessa. Per valutare questa influenza si eseguiranno alcune simulazioni mediante modelli FEM di cilindri incastrati modellati con elementi finiti di tipo beam. Ovviamente i risultati avranno carattere prettamente indicativo poiché è evidente la differenza tra una macchina utensile ed un cilindro incastrato modellato con elementi beam. Tuttavia le proprietà geometriche del cilindro saranno tali da poter stimare approssimativamente bene l’influenza di tutti i parametri sopra elencati sulle componenti N, L e P e, anche se questo non verrà visto per tutti i casi, anche sulla tecnica dell’RCSA.

Prima di entrare nello specifico delle varie analisi risulta importante premettere che, per le valutazioni dell’influenza dei vari parametri, si è scelto di focalizzarsi su un range di frequenza delle FRFs che considera le prime tre risonanze ed anti-risonanze del sistema analizzato. Questa scelta è stata fatta considerando questi punti di particolare interesse perché capaci di dare indicazioni di massima sull’intera FRF. Di

ciascun punto considerato si sono valutati gli errori relativi percentuali sulle frequenze e sulle ampiezze delle FRFs.

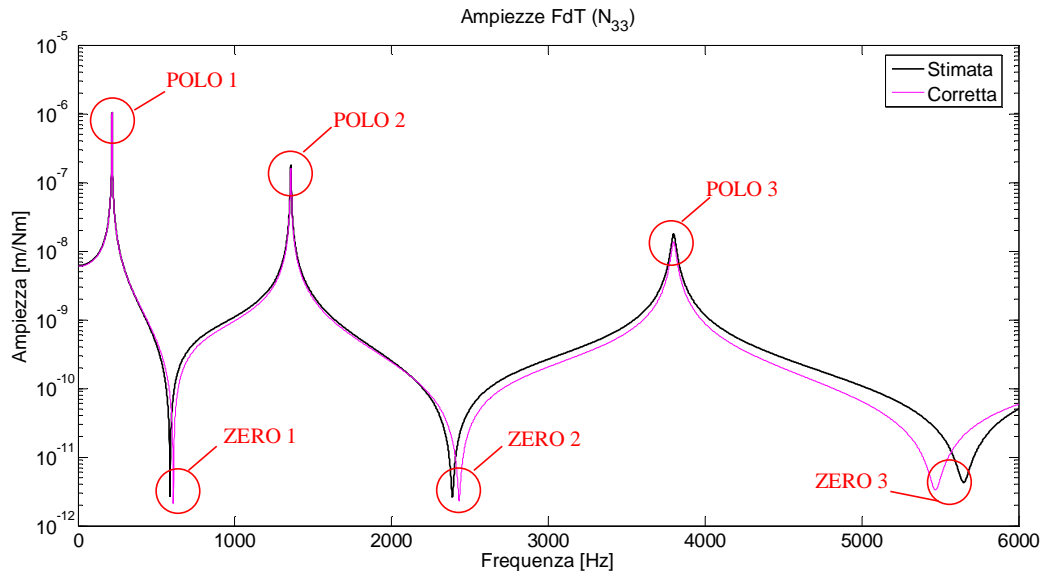


Figura 4.20 Punti di osservazione degli errori

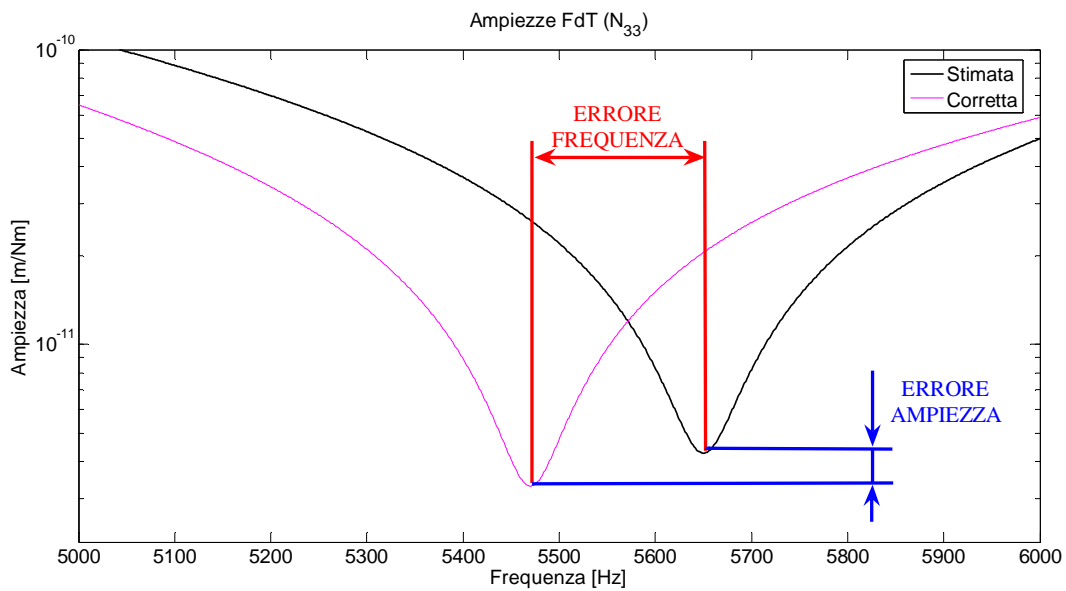


Figura 4.21 Errori considerati per ogni punto d'osservazione

Nei paragrafi sottostanti non saranno riportati tutti i grafici ma solo quelli di principale interesse per effettuare le opportune valutazioni, mentre si rimanda all'Appendice 7.2.4 per tutti i grafici qui omessi.

4.3.1. Analisi di sensitività sul parametro "s"

La tecnica dell'RCSA proposta da Schmitz e migliorata con la nuova formulazione per la determinazione della componente P richiede la misurazione di FRFs che vedono il punto di acquisizione degli spostamenti e il punto di applicazione delle forze spostate rispetto al punto di riferimento di un parametro chiamato "s". Risulta intuitivo che, essendo le componenti N e P calcolate attraverso opportune derivate, al diminuire del parametro "s" la stima delle derivate stesse possa convergere verso la soluzione esatta. Se si considera però la presenza del rumore nei segnali reali, due FRFs eccessivamente simili potrebbero generare FRFs N e P notevolmente errate proprio a causa del rumore [13]. Occorre dunque trovare un valore di "s" ottimale che tenga in considerazione sia il miglioramento che si ottiene nello stimare in modo più esatto le derivate, sia il fatto che due FRFs eccessivamente simili potrebbero non generare, causa rumore, risultati ottimali quando si calcolano le derivate. Per valutare l'accuratezza della stima di N e P non ci si è limitati a valutare la variazione di "s" ma si sono considerati nell'ordine: la variazione della lunghezza del cilindro L, la variazione di "s" e di "L" quando il loro rapporto resta costante, la variazione della snellezza del cilindro (variazione del diametro "D"), la variazione di "s", "L" e di "D" conservando costante il rapporto tra le varie grandezze. Queste analisi, fatte attraverso modelli FEM i cui listati Matlab sono riportati in Appendice 7.1.11, porteranno ad escludere dalle osservazioni alcuni parametri quali le ampiezze negli zeri e osservare la variazione dell'accuratezza delle stime delle FRFs N e P al variare dei rapporti s/L e D/L . Si osserverà che solo il parametro s/L influenza effettivamente la stima di L e P. Nella parte finale di questo paragrafo si valuterà la distanza tra due FRFs H acquisite al variare del parametro s/L e si cercherà di individuare per quali valori di s/L si acquisiranno FRFs tali da permettere una buona

stima delle FRFs N e P. Occorre infine ricordare che queste analisi, avendo solo scopo qualitativo, sono state effettuate solo tramite modelli FEM.

Variation of parameter “s”

Verrà ora studiato l’effetto della variazione del parametro “s” sulla stima finale delle componenti N e P. Come prima indicazione, essendo N e P stimate come derivate, risulta evidente che minore sarà il parametro “s”, migliore sarà la stima delle FRFs e questo viene confermato dalle prove sperimentali FEM.

DATI CILINDRO “s” variabile					
Modulo elastico	210000 N/m ²				
Densità	7890 kg/m ³				
Lunghezza	1.5 m				
Diametro	0.3 m				
Valori di “s”	0.01 m	0.02 m	0.03 m	0.04 m	0.05 m

Tabella 4.5 Dati Cilindro con “s” variabile

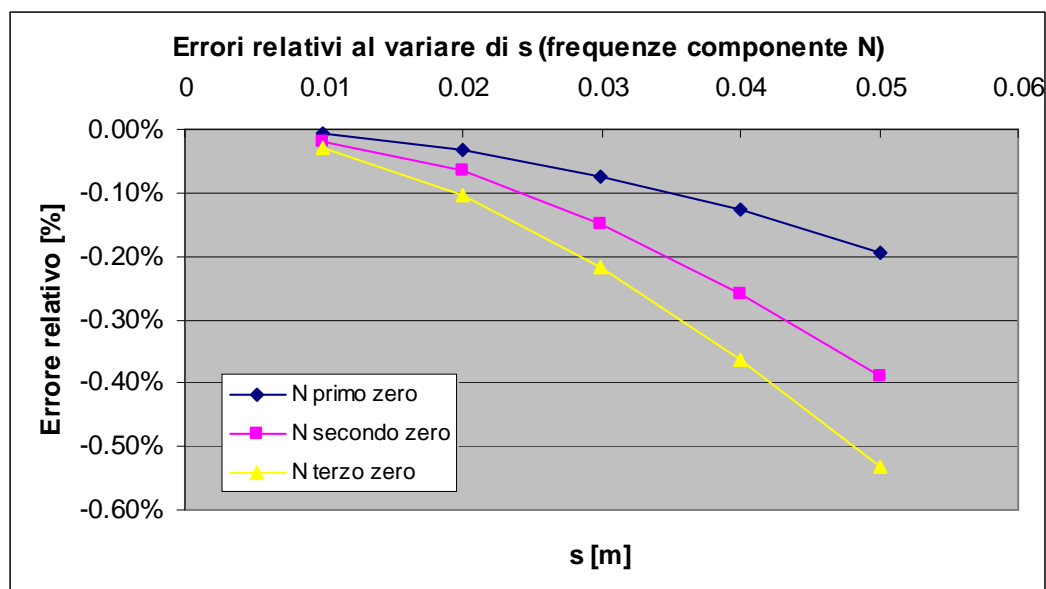


Figura 4.22 Errori relativi al variare di “s” (frequenze zeri della componente N)

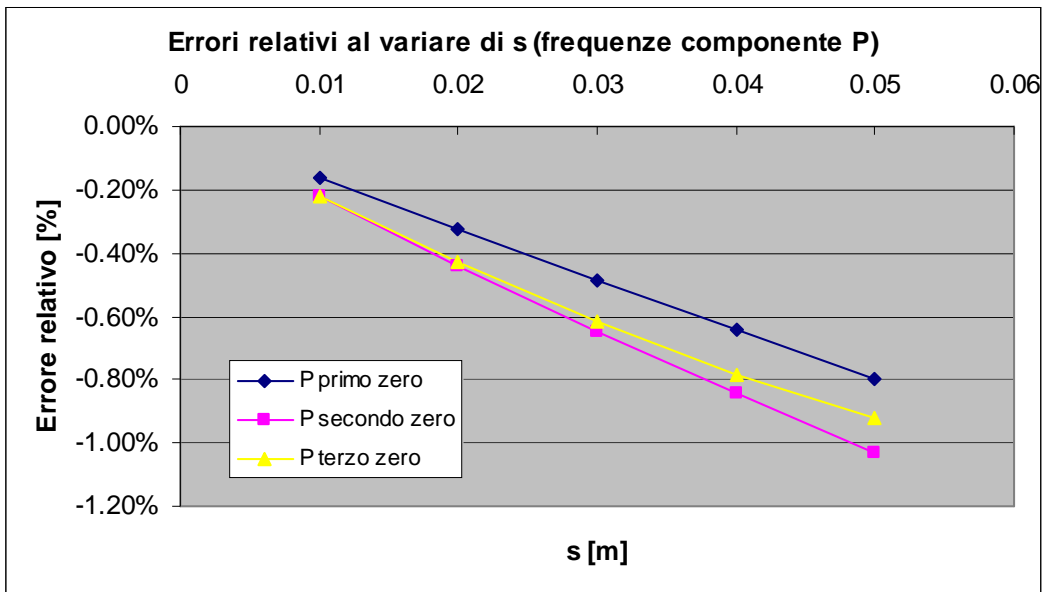


Figura 4.23 Errori relativi al variare di “s” (frequenze zeri della componente P)

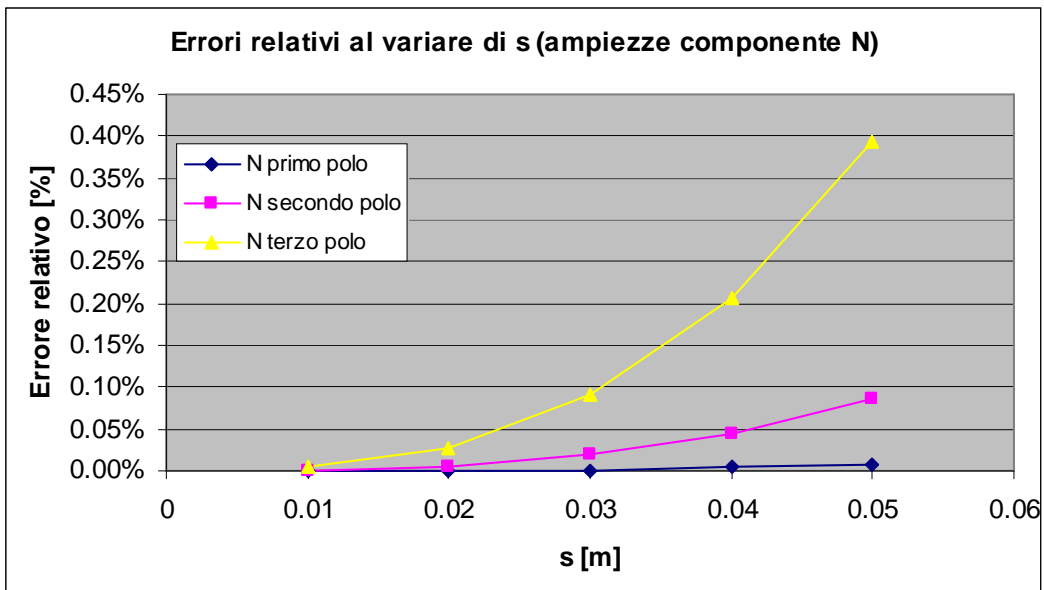


Figura 4.24 Errori relativi al variare di “s” (ampiezze poli della componente N)

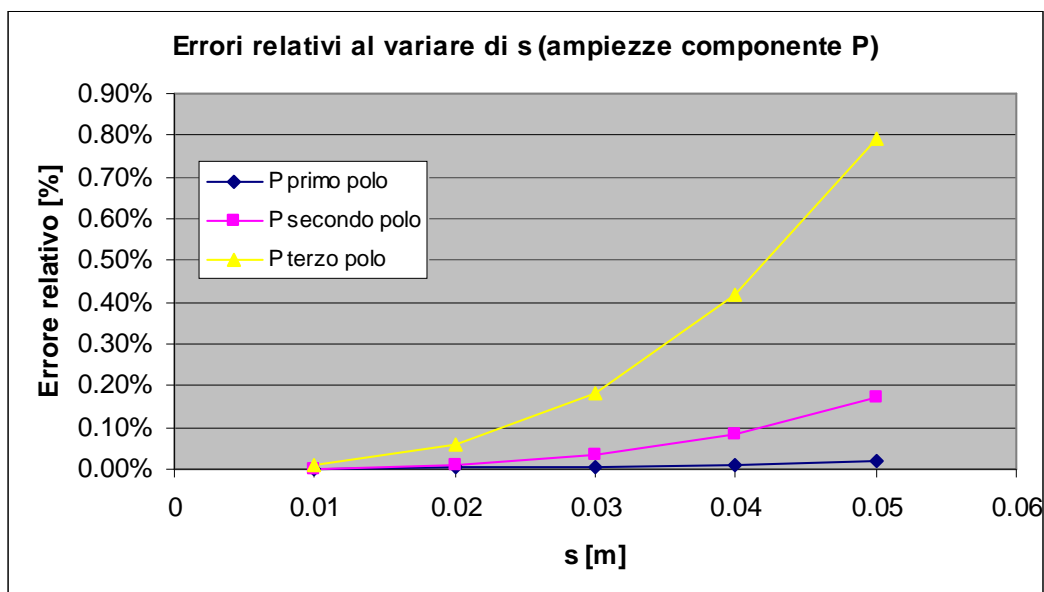


Figura 4.25 Errori relativi al variare di “s” (ampiezze poli della componente P)

Dalle analisi si evince che i primi tre poli, pur variando il valore “s”, vengono stimati decisamente bene dal punto di vista della collocazione in frequenza (non si riportano grafici a tal riguardo essendo infatti gli errori relativi nulli), mentre lo stesso discorso non può essere fatto per gli zeri. Per quanto riguarda le ampiezze, come ci si aspettava, minore è “s”, minore è l’errore tra le FRFs stimate e le FRFs corrette. Si può inoltre osservare che, a parità di condizioni, l’errore relativo per quanto riguarda l’FRF P risulta essere circa il doppio rispetto a quello della FRF N.

Variazione della lunghezza L

Risulta di notevole interesse valutare quanto la variazione dei parametri geometrici del cilindro possano influire sulla stima delle FRFs. Si valuta ora l’effetto della variazione di lunghezza del cilindro.

DATI CILINDRO "L" variabile					
Modulo elastico	210000 N/m ²				
Densità	7890 kg/m ³				
Valori di "L"	1.00 m	1.25 m	1.50 m	1.75 m	2.00 m
Diametro	0.3 m				
Parametro "s"	0.03 m				

Tabella 4.6 Dati Cilindro con "L" variabile

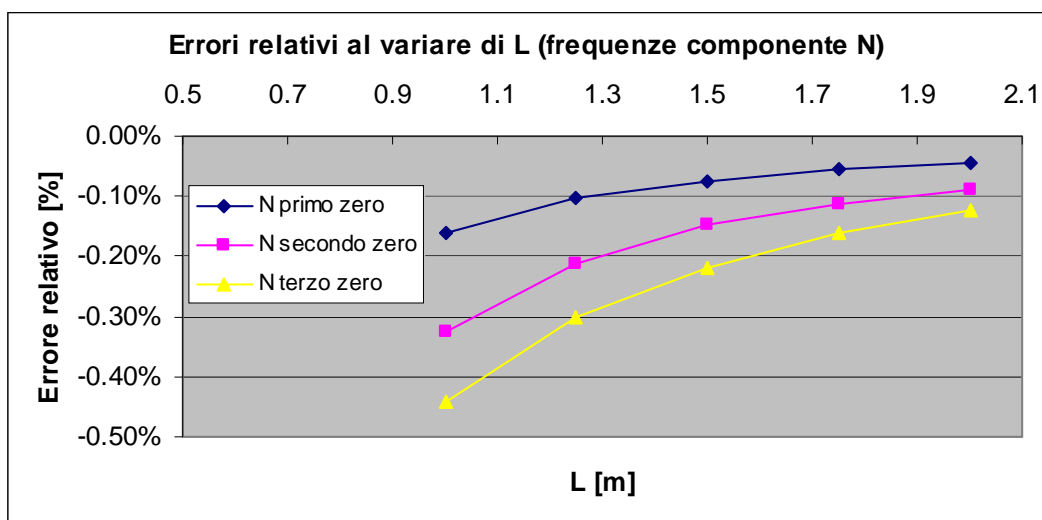


Figura 4.26 Errori relativi al variare di "L" (frequenze zeri della componente N)

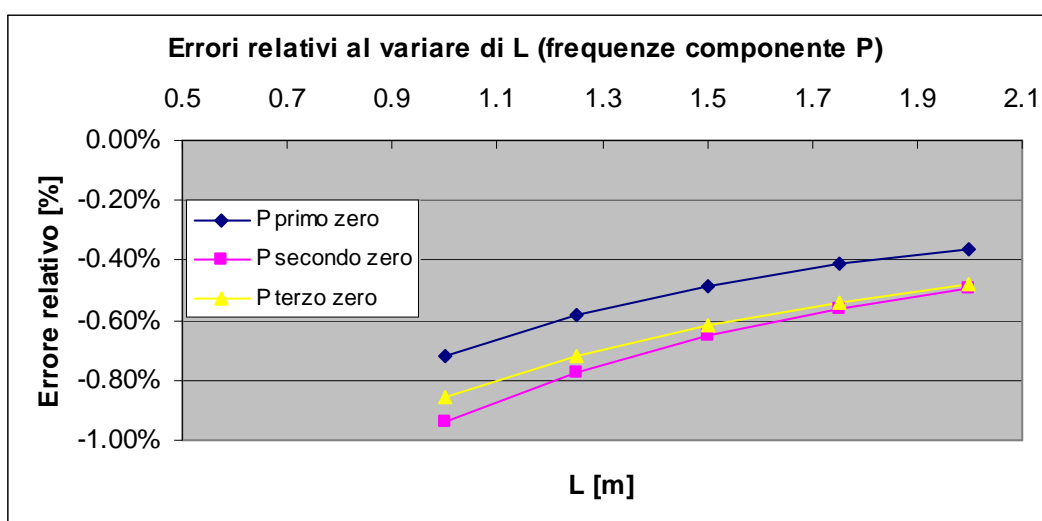


Figura 4.27 Errori relativi al variare di "L" (frequenze zeri della componente P)

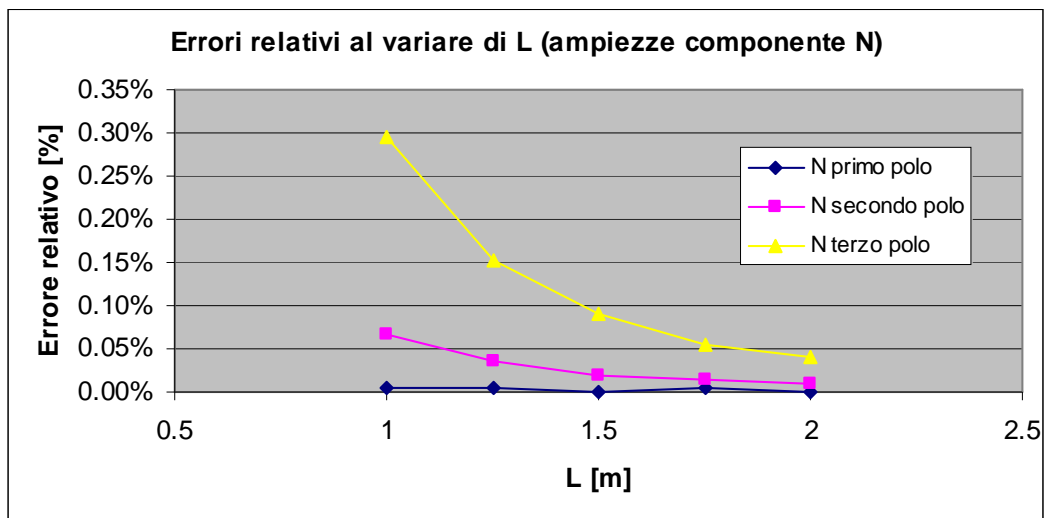


Figura 4.28 Errori relativi al variare di “L” (ampiezze poli della componente N)

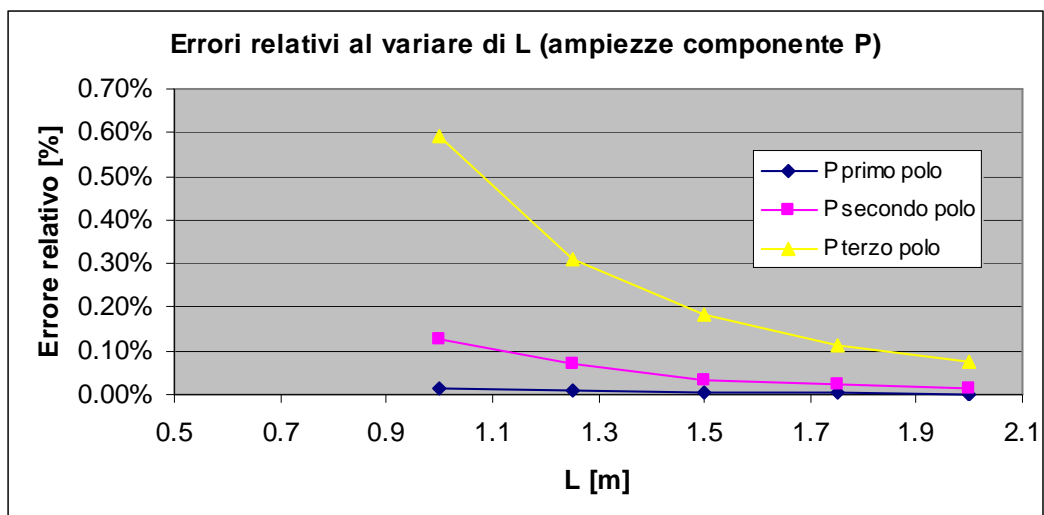


Figura 4.29 Errori relativi al variare di “L” (ampiezze poli della componente P)

Si può osservare che l'aumento di “L” provoca nelle stime le medesime conseguenze che avrebbe una diminuzione di “s” (cosa che era intuitivamente prevedibile).

Variazione di s ed L mantenendo il rapporto tra loro costante

Può essere interessante e certamente di maggior utilità visti i risultati precedenti valutare la variazione degli errori nelle stime delle FRFs N e P variando sia “s” che “L” ma mantenendo costante il loro rapporto.

DATI CILINDRO rapporto s/L costante					
Modulo elastico	210000 N/m ²				
Densità	7890 kg/m ³				
Valori di “L”	0.50 m	1.00 m	1.50 m	2.00 m	2.50 m
Diametro	0.3 m				
Rapporto “s/L”	0.02				

Tabella 4.7 Dati Cilindro con “L” variabile e rapporto “s/L” costante

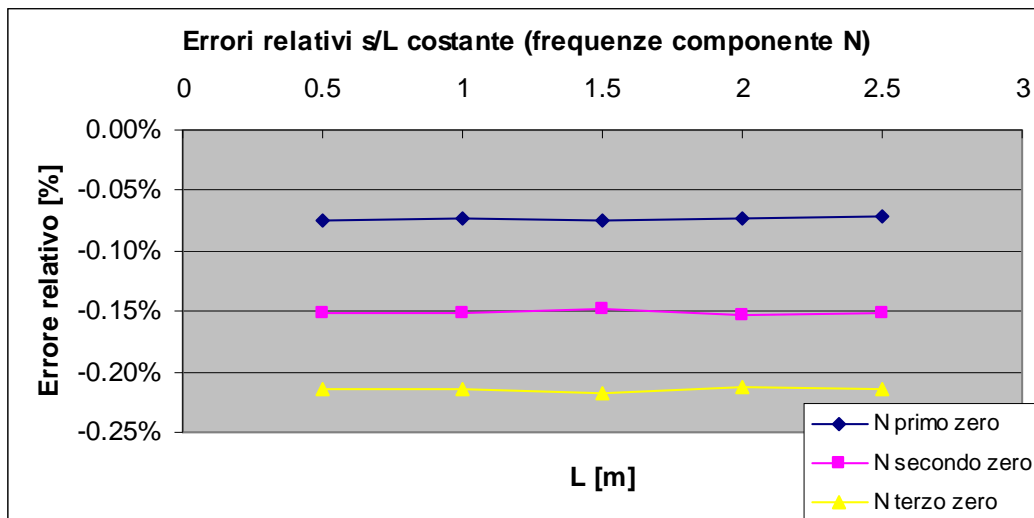


Figura 4.30 Errori relativi con “s/L” costante (frequenze zeri della componente N)

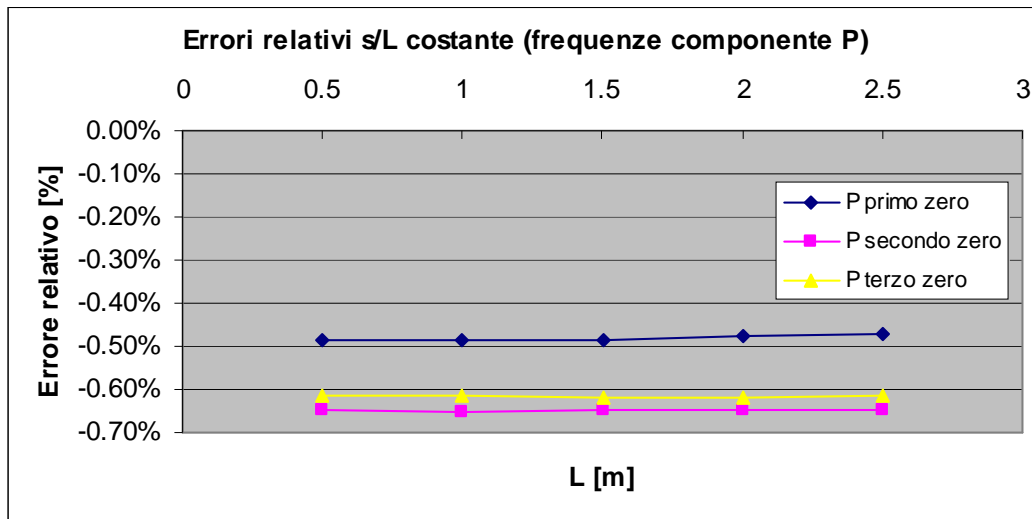


Figura 4.31 Errori relativi con “s/L” costante (frequenze zeri della componente P)

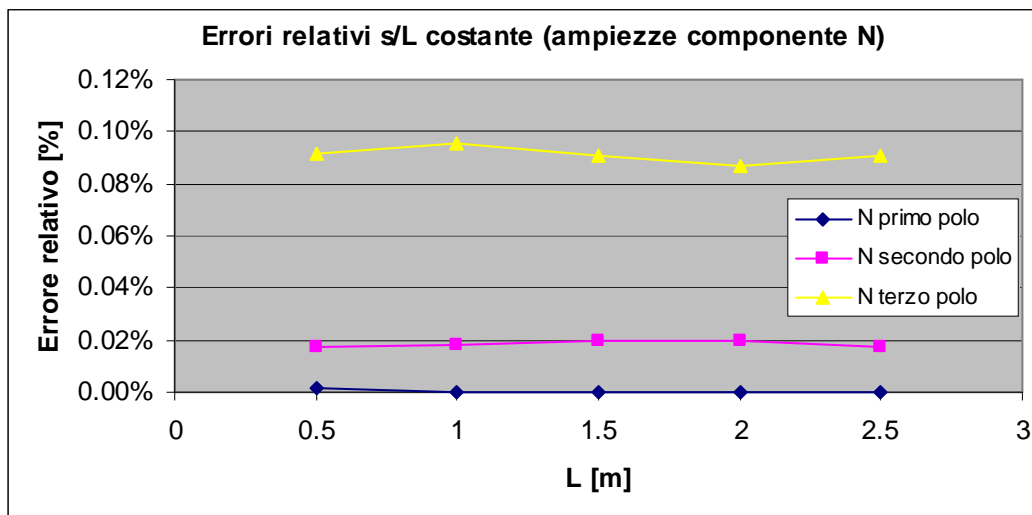


Figura 4.32 Errori relativi con “s/L” costante (ampiezze poli della componente N)

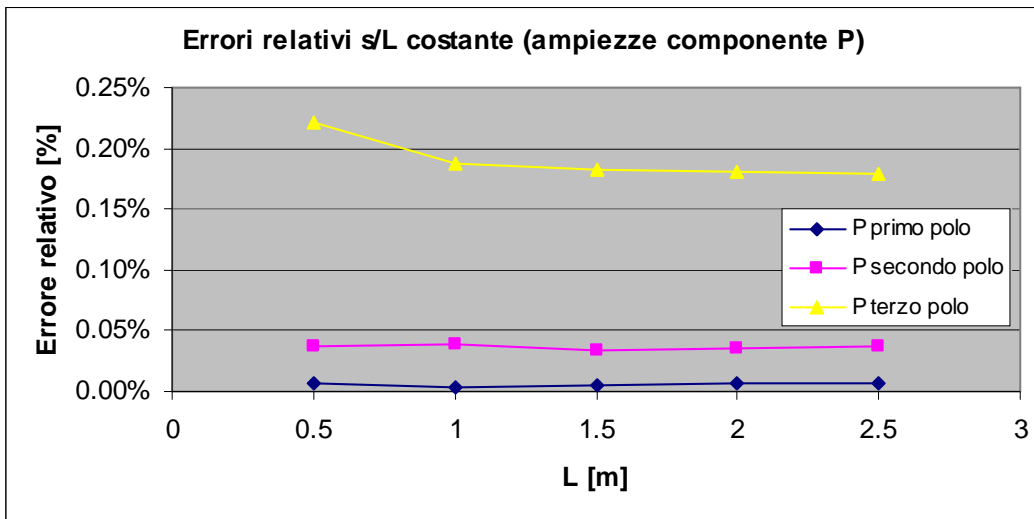


Figura 4.33 Errori relativi con “s/L” costante (ampiezze poli della componente P)

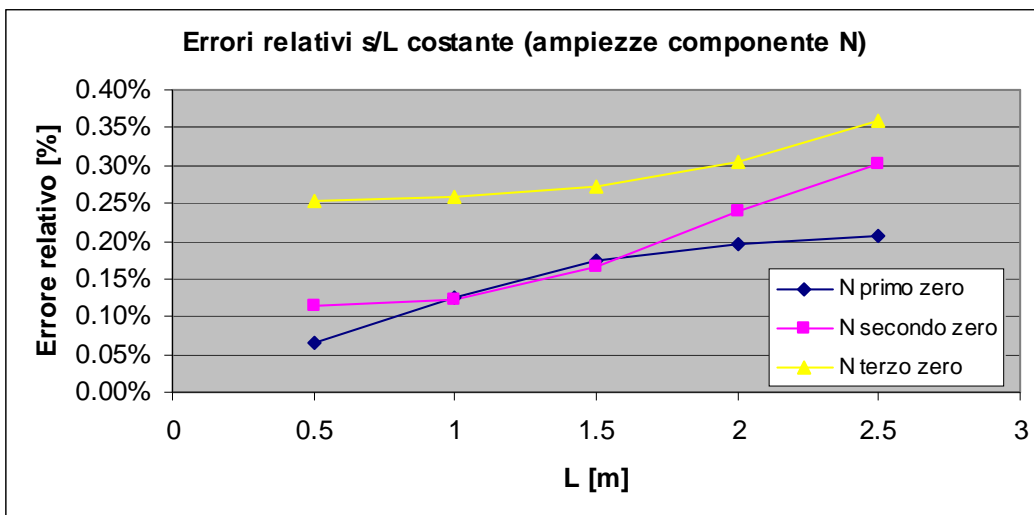


Figura 4.34 Errori relativi con “s/L” costante (ampiezze zeri della componente N)

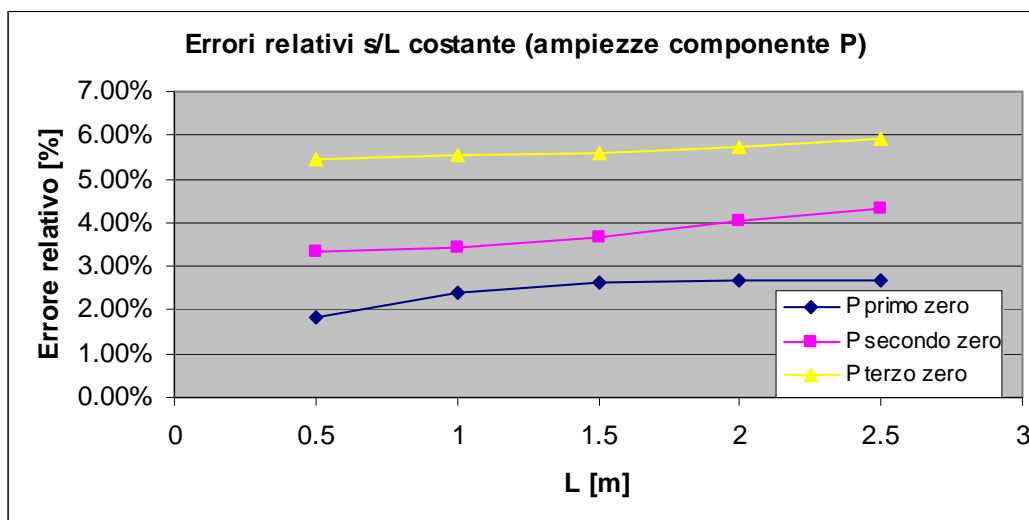


Figura 4.35 Errori relativi con “s/L” costante (ampiezze zeri della componente P)

Si osserva che, nonostante il rapporto sia costante, gli errori sulle ampiezze degli zeri sembrano aumentare all’aumentare di L mentre gli errori sulle frequenze degli zeri e sulle ampiezze dei poli resta costante. È possibile che questa crescita degli errori sia dovuta all’aumento della snellezza del cilindro e ciò verrà valutato nelle analisi che seguono.

Variazione del diametro D del cilindro

Per valutare l’effetto della snellezza (considerata come rapporto L/D), verranno mantenuti costanti L ed s e verrà fatto variare il diametro D del cilindro.

DATI CILINDRO “D” variabile					
Modulo elastico	210000 N/m ²				
Densità	7890 kg/m ³				
Lunghezza	1.50 m				
Valori di “D”	0.01 m	0.15 m	0.30 m	0.45 m	0.60 m
Parametro “s”	0.03 m				

Tabella 4.8 Dati Cilindro con “D” variabile

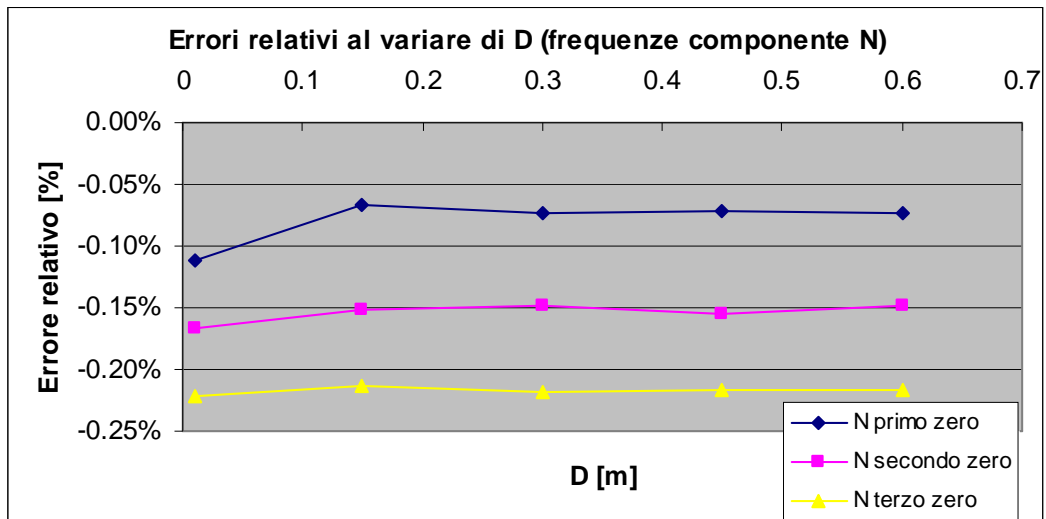


Figura 4.36 Errori relativi al variare di “D” (frequenze zeri della componente N)

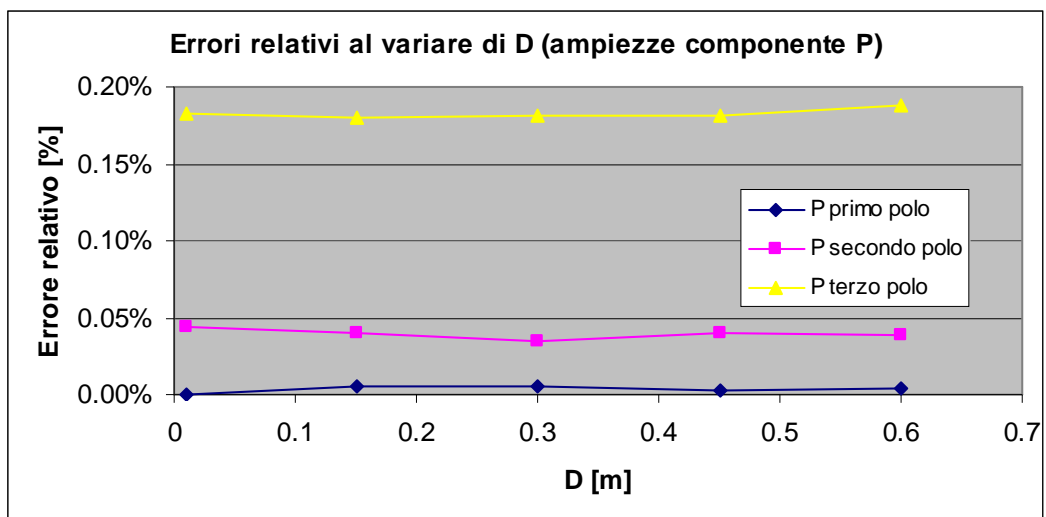


Figura 4.37 Errori relativi al variare di “D” (ampiezze poli della componente P)

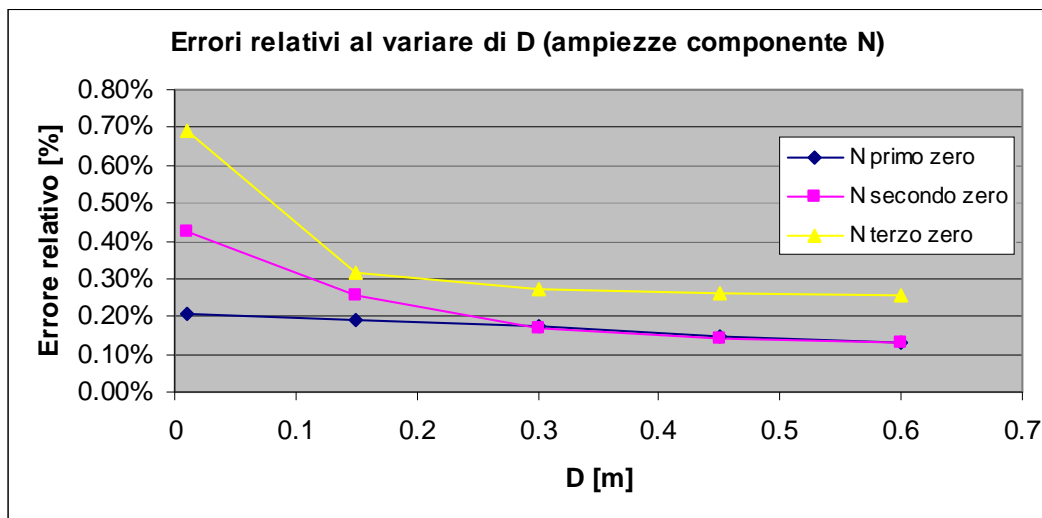


Figura 4.38 Errori relativi al variare di "D" (ampiezze zeri della componente N)

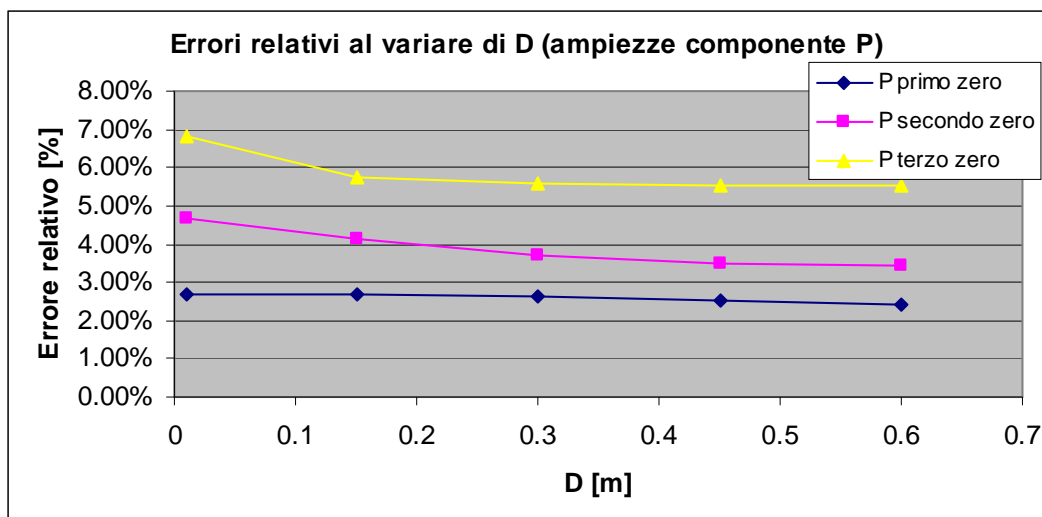


Figura 4.39: Errori relativi al variare di "D" (ampiezze zeri della componente P)

Dai grafici riportati appare che la variazione della snellezza non influisce significativamente sulle frequenze degli zeri e sulle ampiezze dei poli mentre una leggera variazione viene riscontrata nelle ampiezze degli zeri.

Variazione di s, L e D mantenendo il rapporto tra loro costante

Per comprendere la causa della variazione delle ampiezze degli zeri viene ora eseguita un'analisi che prevede di variare s, L e D in modo da mantenere costante la snellezza (L/D) ed il rapporto s/L.

DATI CILINDRO Rapporti s/L e D/L costanti					
Modulo elastico	210000 N/m ²				
Densità	7890 kg/m ³				
Valori di "L"	0.50 m	1.00 m	1.50 m	2.00 m	2.50 m
Rapporto s/L	0.02				
Rapporto D/L	0.2				

Tabella 4.9 Dati Cilindro con "L" variabile e rapporti "s/L" e "D/L" costanti

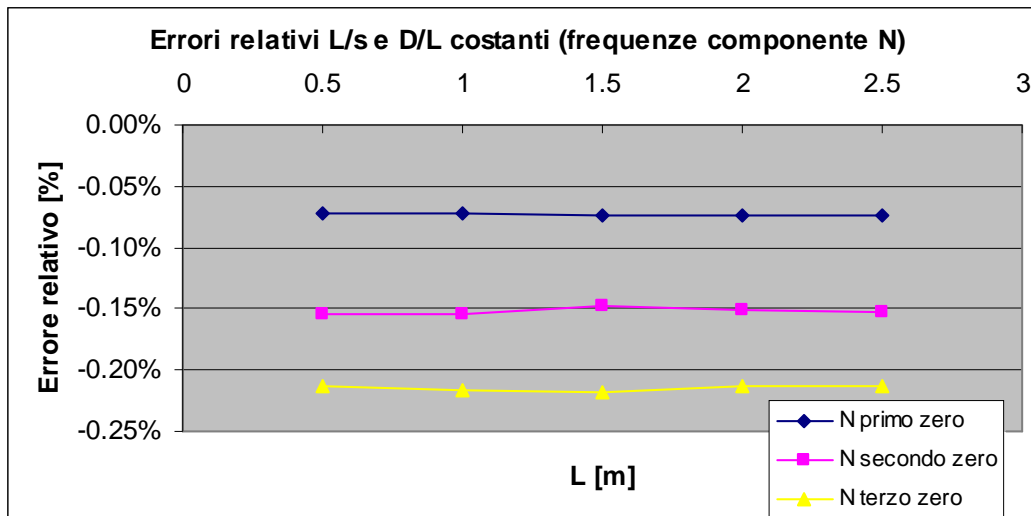


Figura 4.40 Errori relativi con "s/L" e "D/L" costanti (frequenze zeri della componente N)

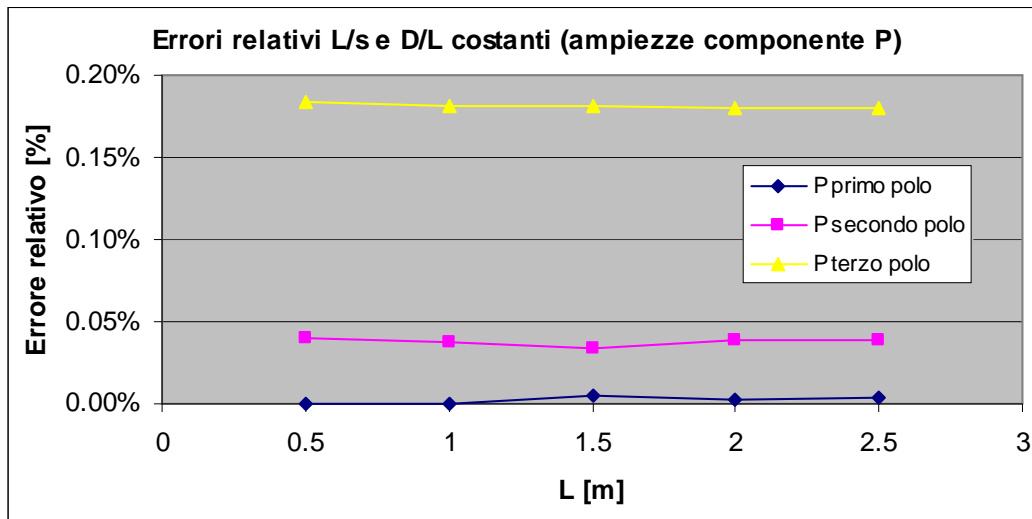


Figura 4.41 Errori relativi con “s/L” e “D/L” costanti (ampiezze poli della componente P)

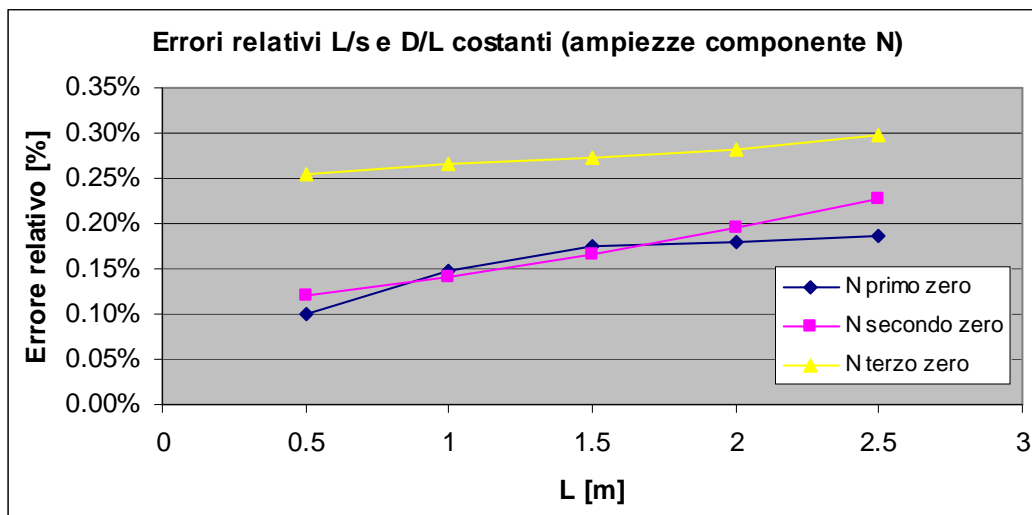


Figura 4.42 Errori relativi con “s/L” e “D/L” costanti (ampiezze zeri della componente N)

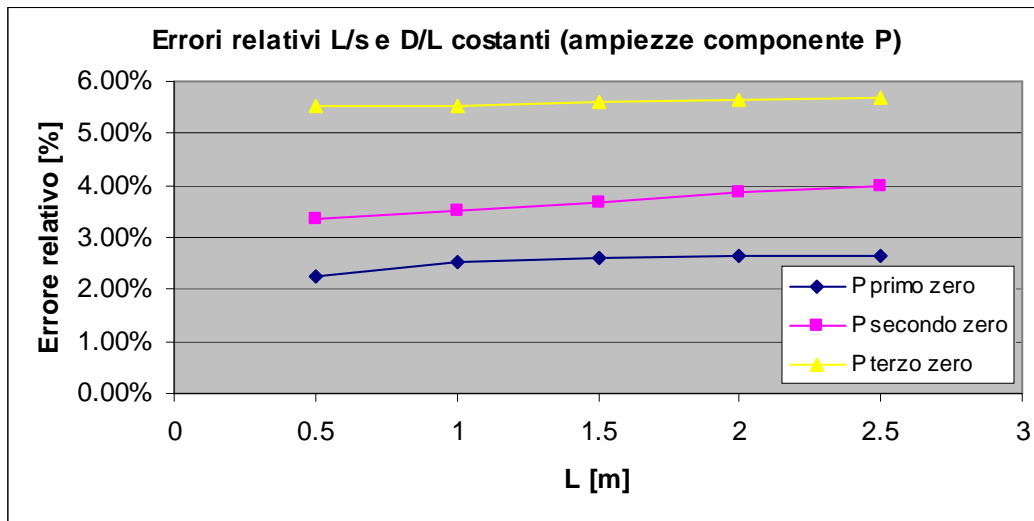


Figura 4.43 Errori relativi con “s/L” e “D/L” costanti (ampiezze zeri della componente P)

Si può osservare che le uniche grandezze che variano, anche se non in maniera significativa soprattutto per quanto riguarda la componente P, sono le ampiezze degli zeri. Questa variazione, presumibilmente, è determinata dalle proprietà fisiche quali densità e modulo di elasticità, tuttavia questo studio non vuole allargarsi a tal punto da considerare anche una variazione del materiale e per questo, nelle analisi successive, si ometterà l’osservazione delle ampiezze degli zeri. Va inoltre evidenziato che i valori in ampiezza degli zeri sono termini molto piccoli (ordine di grandezza 10^{-9}) e questo porta ad avere variazioni anche significative degli errori relativi a fronte di piccole variazioni del valore osservato.

Variazione di s/L e D/L

Vengono ora riportati i risultati delle analisi fatte in precedenza (variazione di “s” e variazione di “D”) ponendo l’attenzione sulla variazione dei parametri adimensionali “s/L” nel primo caso e “D/L” nel secondo.

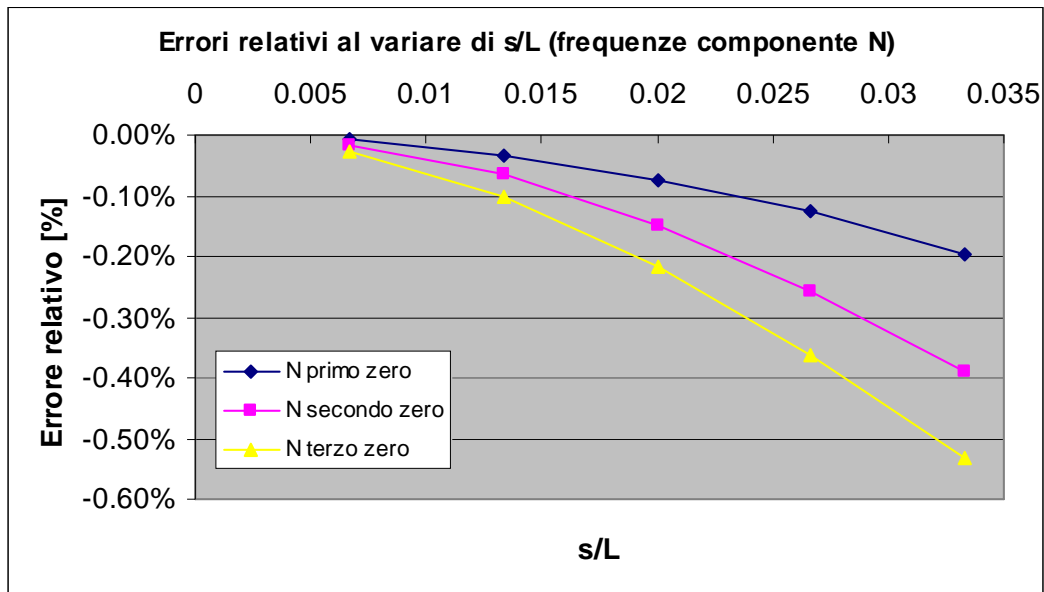


Figura 4.44 Errori relativi al variare di “ s/L ” (frequenze zeri della componente N)

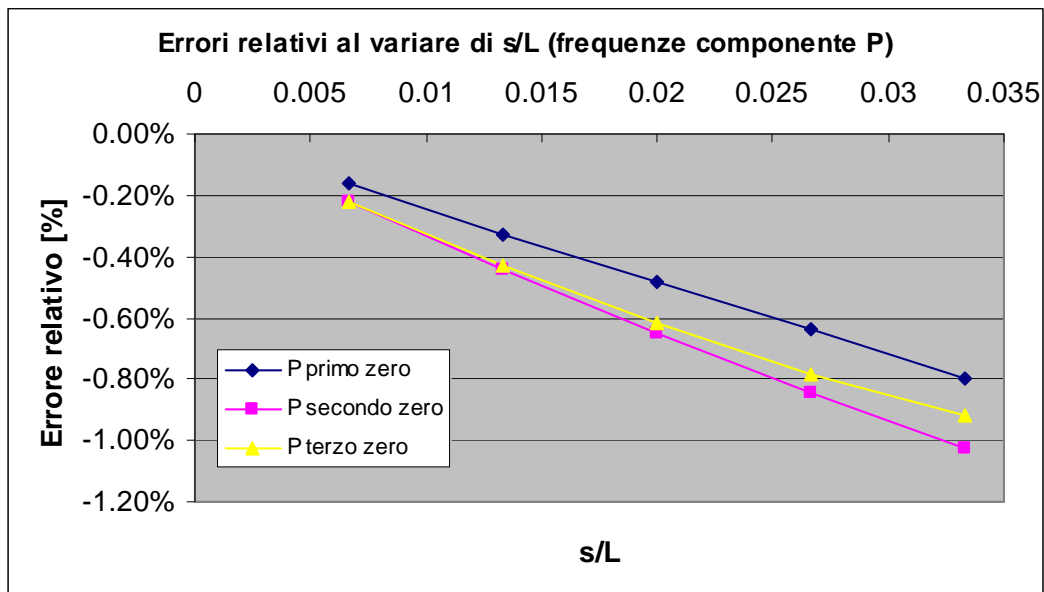


Figura 4.45 Errori relativi al variare di “ s/L ” (frequenze zeri della componente P)

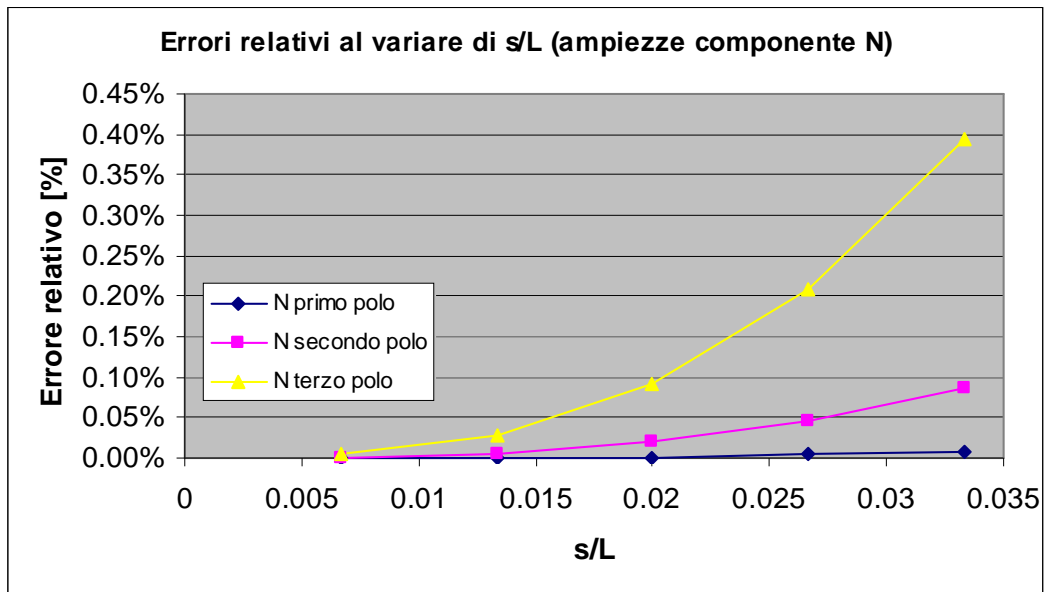


Figura 4.46 Errori relativi al variare di “s/L” (ampiezze poli della componente N)

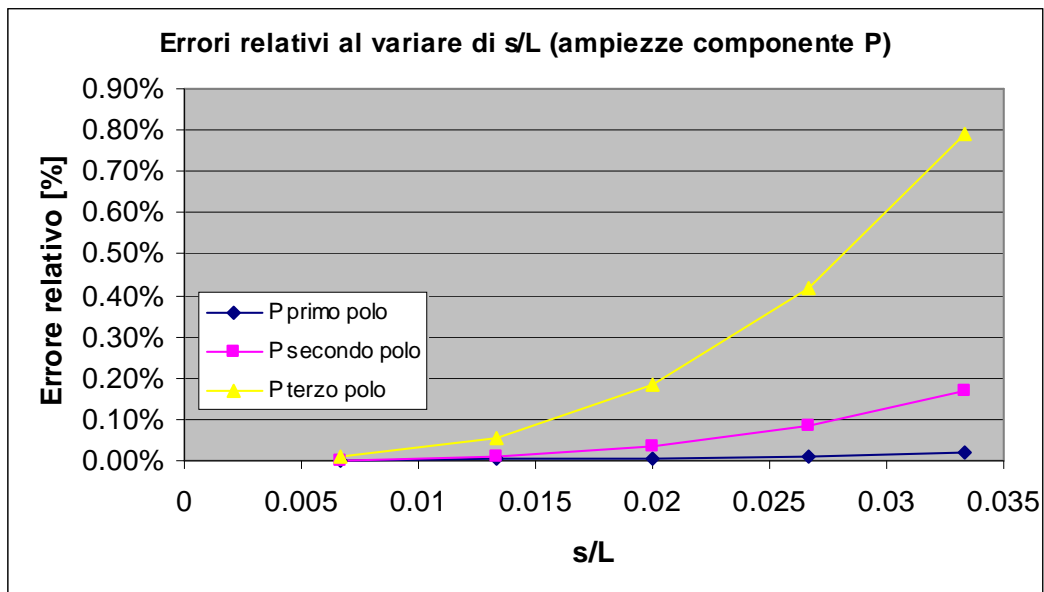


Figura 4.47 Errori relativi al variare di “s/L” (ampiezze poli della componente P)

Si osserva che l'errore relativo sia sull'ampiezza nei poli che nelle frequenze degli zeri cresce all'aumentare del rapporto “s/L”.

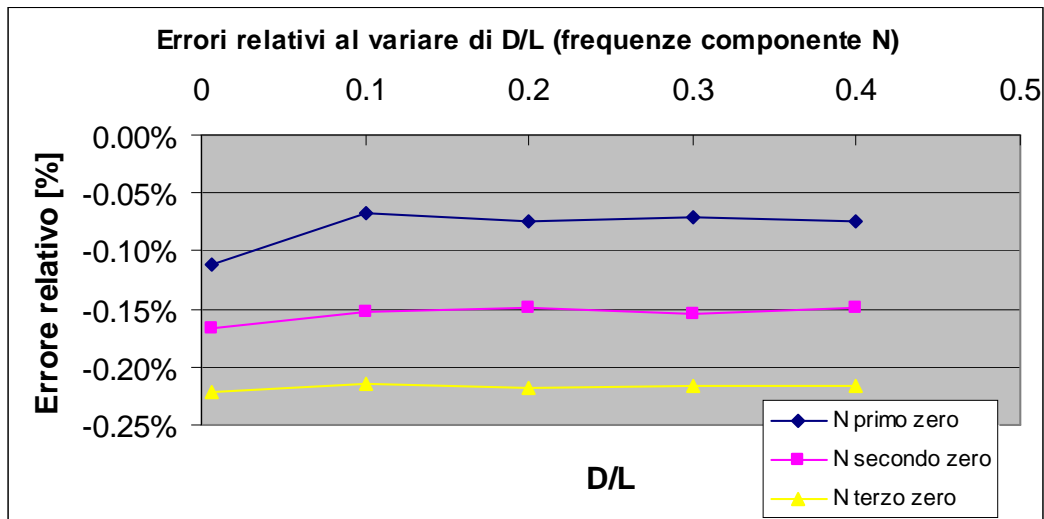


Figura 4.48 Errori relativi al variare di "D/L" (frequenze zeri della componente N)

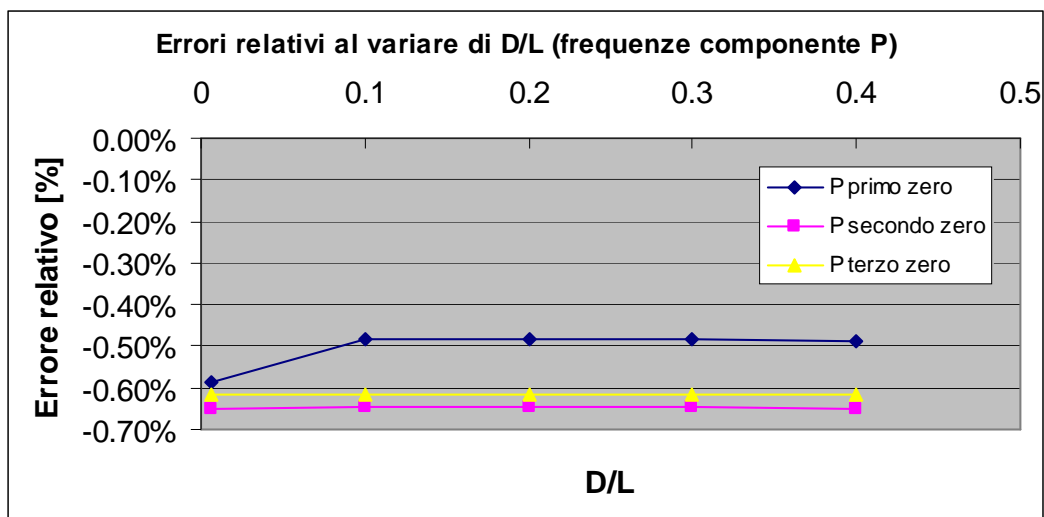


Figura 4.49 Errori relativi al variare di "D/L" (frequenze zeri della componente P)

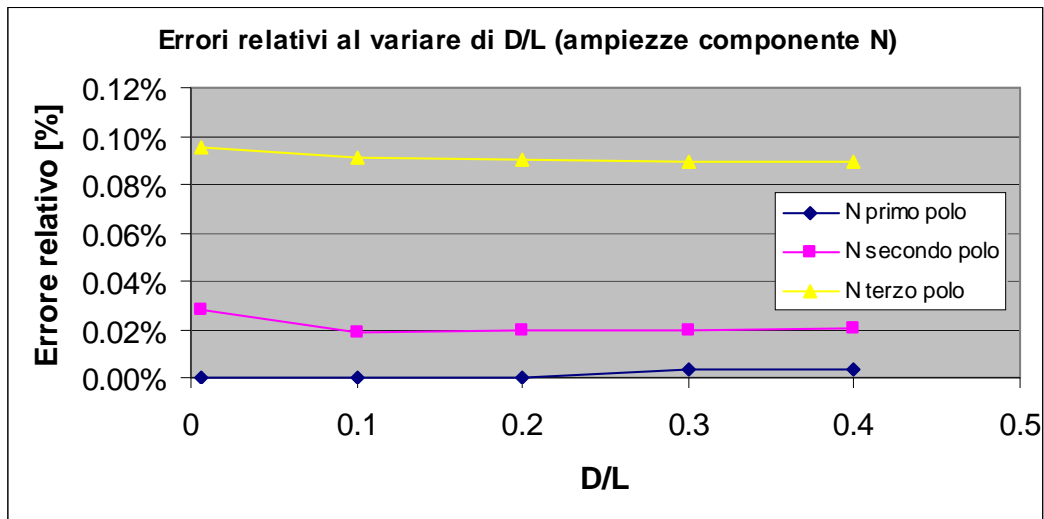


Figura 4.50 Errori relativi al variare di "D/L" (ampiezze polii della componente N)

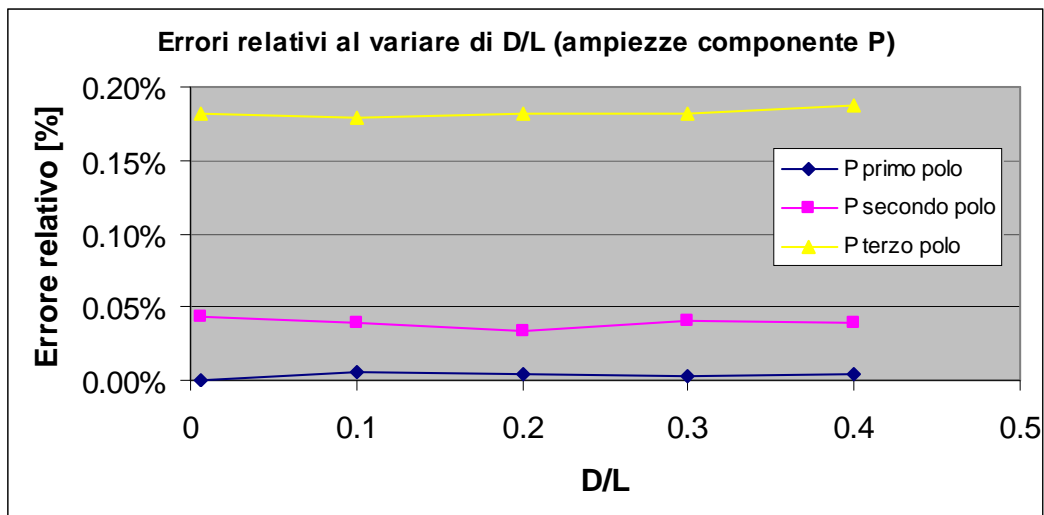


Figura 4.51 Errori relativi al variare di "D/L" (ampiezze polii della componente P)

La variazione di "D/L" pare non influire in modo significativo sugli errori. Si può dunque concludere che l'unico fattore che se cambiato varia l'accuratezza della stima delle FRFs N e P è il parametro "s/L".

Variatione della differenza tra H_{33} e H_{3s3} al variare di s/L

Dalle osservazioni fatte in precedenza, si evince dunque che, a parità di lunghezza, si ottiene una stima delle FRFs L, N e P migliore col decrescere di “s”, tuttavia occorre tener presente che la stima di L, N e P è ottenuta attraverso delle FRFs H collocate e non collocate che, al diminuire del parametro “s”, saranno sempre più “simili” fino a diventare identiche quando “s” tende a zero. In condizioni ideali, le migliori stime di L, N e P sarebbero ottenute con un “s” tendente a zero ma nel caso di misure reali, affette da rumore, si rende necessaria una “s” sufficientemente grande da impedire al rumore di influire in modo significativo su queste stime. Schmitz, nell’articolo posto in bibliografia [15], parla esplicitamente di questo problema osservando che la stima dell’FRF N e L risulta addirittura migliore al crescere del parametro “s”. Egli osserva anche che una crescita eccessiva di “s” renderebbe imprecisa la stima di N e L e quindi individua un valore di “s” che possa essere un giusto compromesso tra gli errori legati alla stima col metodo delle differenze finite (che diminuiscono al diminuire di “s”) ed errori legati alla presenza di rumore (che aumentano al diminuire di “s”).

Per valutare la differenza tra le FRFs H, si osserverà l’ampiezza di H_{33} e H_{3s3} di un cilindro modellato con elementi beam. Verrà valutata la differenza tra le ampiezze nei primi tre poli di H_{33} e H_{3s3} esprimendo questa differenza in termini percentuali (differenza percentuale) rispetto all’ampiezza dei rispettivi poli di H_{33} utilizzando la seguente espressione:

$$diff\% = \frac{abs(H_{33}) - abs(H_{3s3})}{abs(H_{33})} \quad [4.12]$$

Per stabilire un valore limite della differenza percentuale tale per cui non è possibile stimare L, N e P in modo sufficientemente preciso, si prenderà in considerazione un esempio di FRFs reali acquisite per provare a livello sperimentale la nuova formulazione dell’RCSA (vedi *Capitolo 5*).

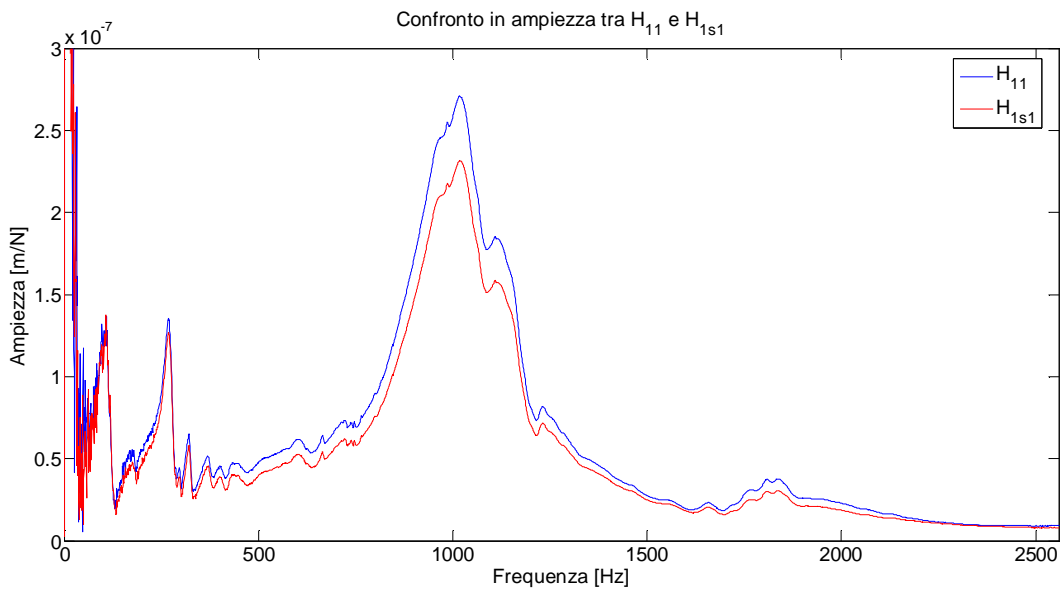


Figura 4.52 Confronto in ampiezza tra H_{11} e H_{1s1} (caso sperimentale)

Si può osservare che il disturbo dato dal rumore diminuisce con l'aumentare delle frequenze. Risulta tuttavia importante tenere in considerazione l'effetto del rumore che si ha a basse frequenze per non vedere il campo di applicazione della tecnica ridursi drasticamente e per mettersi in condizioni di maggior sicurezza.

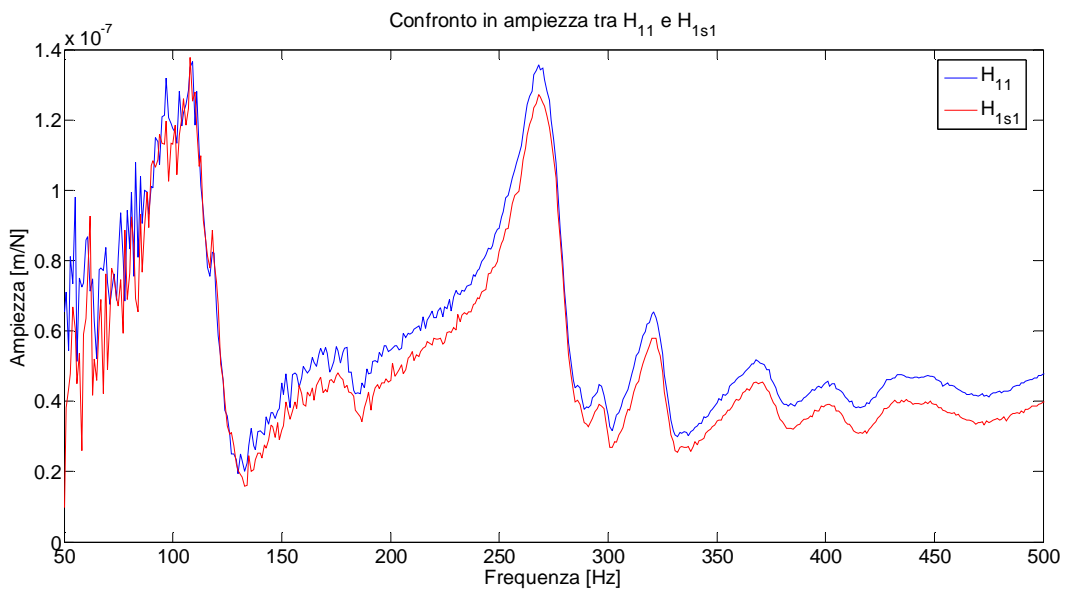


Figura 4.53 Confronto in ampiezza a basse frequenze tra H_{11} e H_{1s1} (caso sperimentale)

Si può osservare che nella fascia che va dai 150 Hz ai 250 Hz la differenza percentuale tra H_{11} e H_{1s1} oscilla dal 5% quando le due FRFs sono molto vicine al 20% quando le due FRFs sono più distanti tra loro. Le simulazioni eseguite con i modelli beam cercheranno quelle condizioni di “s/L” tali per cui la differenza tra le ampiezze dei poli delle due FRFs non scenda al di sotto del 5% e che in media si trovi tra il 5% ed il 20%. Come in precedenza, ci si limiterà ad osservare le FRFs fino alla terza frequenza propria.

DATI CILINDRO	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza	1.5 m
Diametro	0.3 m
Valore di “s/L”	0.02

Tabella 4.10 Dati Cilindro per valutare differenza tra FRFs collocata e non collocata

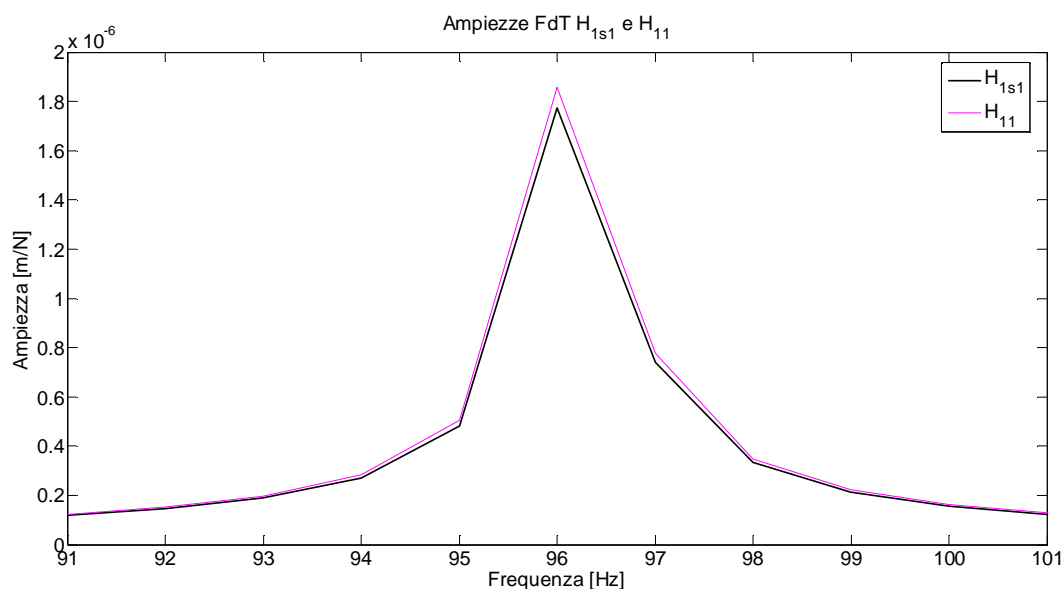


Figura 4.54 Confronto tra H_{11} e H_{1s1} , dettaglio sul polo

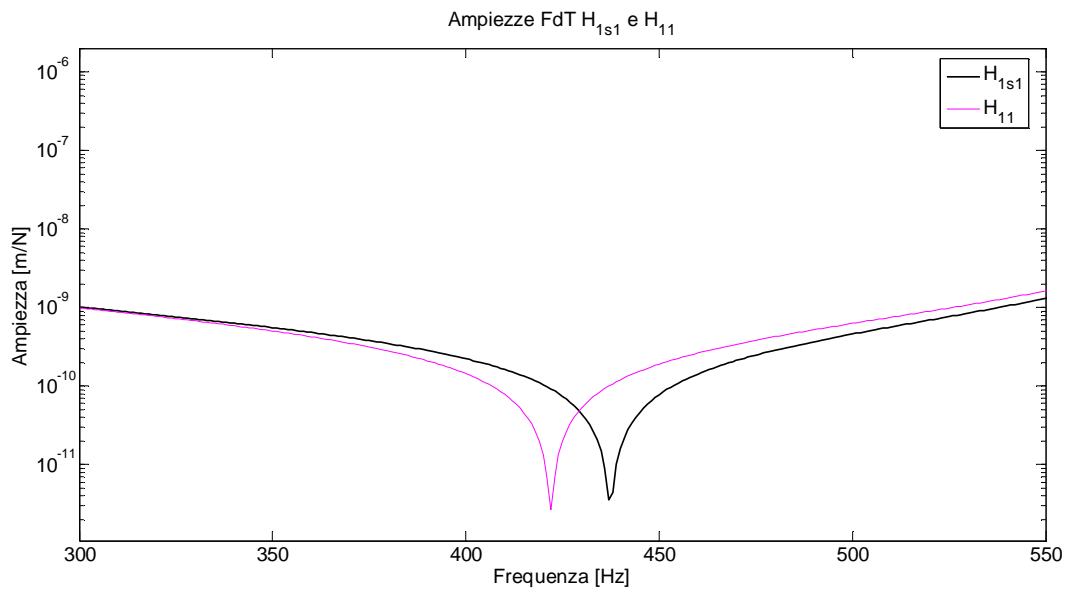


Figura 4.55 Confronto tra H_{11} e H_{1s1} , dettaglio sullo zero

Dalle figure sopra riportate si può osservare che l'FRF non collocata ha ampiezza lievemente inferiore a quella collocata. Questa differenza si riduce notevolmente negli zeri fino ad avere zone in cui ad avere ampiezza maggiore è l'FRF non collocata (questo è dovuto al fatto che le due FRFs non presentano il medesimo zero sulla stessa frequenza). Queste zone saranno sicuramente le più critiche per quanto riguarderà la stima di L, N e P e non è possibile trovare un valore di "s" che riduca l'effetto del rumore a causa della sovrapposizione delle due FRFs.

I poli invece sembrano essere i punti di massima distanza tra le due FRFs e quindi è possibile ricavare un valore di "s" minimo per il quale, almeno nei poli, si può avere una differenza tra le due FRFs tale da ridurre l'effetto del rumore. Per fare questo si valuterà la variazione della differenza percentuale (vedi eq. [4.12]) al variare del rapporto s/L

DATI CILINDRO "s/L" variabile										
Modulo elastico	210000 N/m ²									
Densità	7890 kg/m ³									
Lunghezza	1.5 m									
Diametro	0.3 m									
Valori di "s/L"	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10

Tabella 4.11 Dati Cilindro con rapporto "s/L" variabile

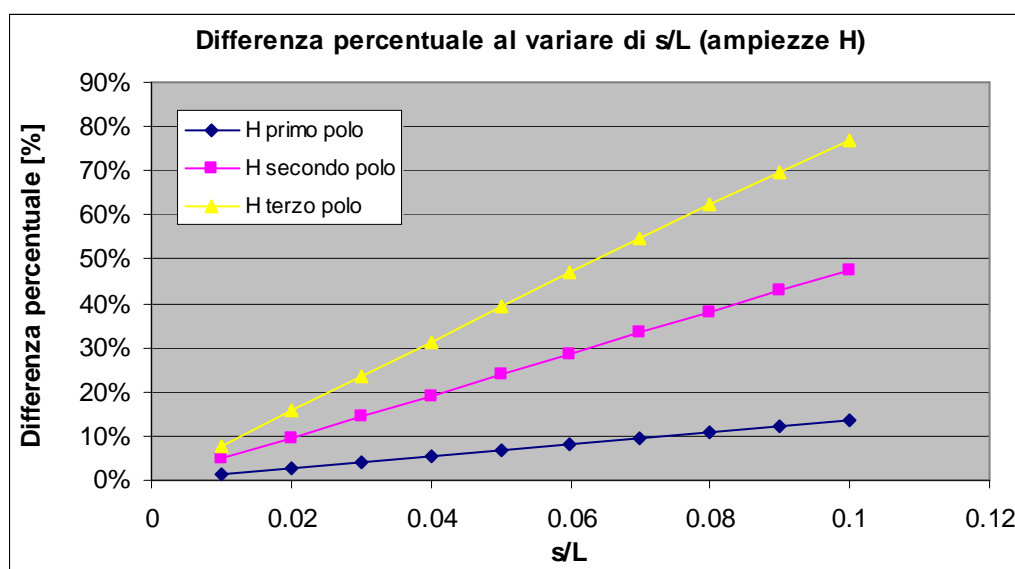


Figura 4.56 Differenza percentuale tra H11 e H1s1 dei primi tre poli al variare di "s/L"

Risulta evidente l'andamento lineare delle differenze relative percentuali al variare del rapporto "s/L". A parità di "s/L", le differenze percentuali crescono se si osservano i poli a frequenze sempre più alte, tuttavia va considerato che, col crescere delle frequenze, le ampiezze delle FRFs tendono a valori sempre più bassi e, sebbene le differenze relative crescano al crescere della frequenza dei poli, le differenze assolute diminuiscono. Si può dire che, per non rischiare di compromettere eccessivamente la stima di N, L e P, la differenza tra H_{33} e H_{3s3} deve aggirarsi tra il 5% e 20% circa (come visto in precedenza). Considerando tutti i tre poli, questa differenza corrisponde ad un rapporto "s/L" che deve essere compreso tra 0.03 e 0.06.

Come già detto in precedenza, un cilindro modellato con elementi beam è notevolmente diverso da una macchina utensile e quindi, dalle valutazioni fatte fin'ora, è possibile soltanto trarre alcune indicazioni su quale possa essere un buon valore di "s". Questo studio ha il solo scopo di individuare le principali problematiche che riguardano la scelta di questo parametro, diventa invece molto più difficile trarre delle conclusioni precise su quale possa essere il valore di "s" migliore per le diverse condizioni di applicazione. Perché questo parametro "s/L" possa essere significativo occorre individuare un valore di "L" adatto a rappresentare la macchina di cui si vuole stimare le varie FRFs come, per esempio, la lunghezza libera di inflessione da associarsi alla macchina stessa o all'utensile ad essa connesso o la lunghezza che genera un'analogia freccia di inflessione (vedi par. 5.1.4).

RCSA applicata con L, N e P stimate

L'accuratezza della stima data dall'RCSA dipende notevolmente dalla buona capacità di stimare L, N, P. Lo studio che segue si preoccupa di valutare gli effetti della stima di L, N e P ricavate con il metodo dei coefficienti incogniti, applicando una "s" che rispetti il rapporto "s/L" = 0.03, sui risultati generati dalla tecnica dell'RCSA.

Ad un cilindro incastrato (struttura B) verrà connesso un secondo cilindro (struttura A) di ugual diametro. Della struttura A verranno ricavate tutte le FRFs esatte mentre della struttura B verranno ricavate le FRFs L, N e P mediante il metodo dei coefficienti incogniti. Verranno poi confrontati i risultati ottenuti mediante l'applicazione della tecnica dell'RCSA e mediante la modellazione di un cilindro con elementi beam equivalente alla somma del cilindro B e del cilindro A.

CILINDRO B	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza	1.0 m
Diametro	0.3 m
Parametro "s"	0.03 m

Tabella 4.12 Dati Cilindro B

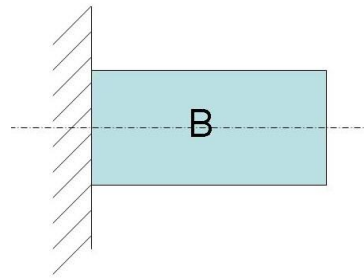


Figura 4.57 Cilindro B

CILINDRO A	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza	0.5 m
Diametro	0.3 m

Tabella 4.13 Dati Cilindro A

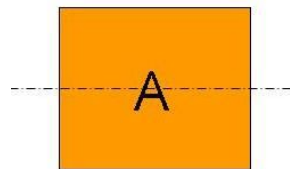


Figura 4.58 Cilindro A

CILINDRO B + A	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza	1.5 m
Diametro	0.3 m

Tabella 4.14 Dati Cilindro B + A

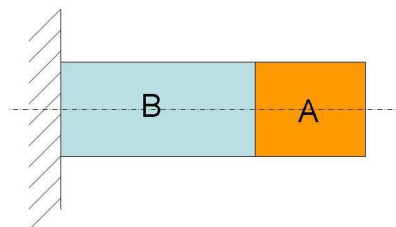


Figura 4.59 Cilindro B + A

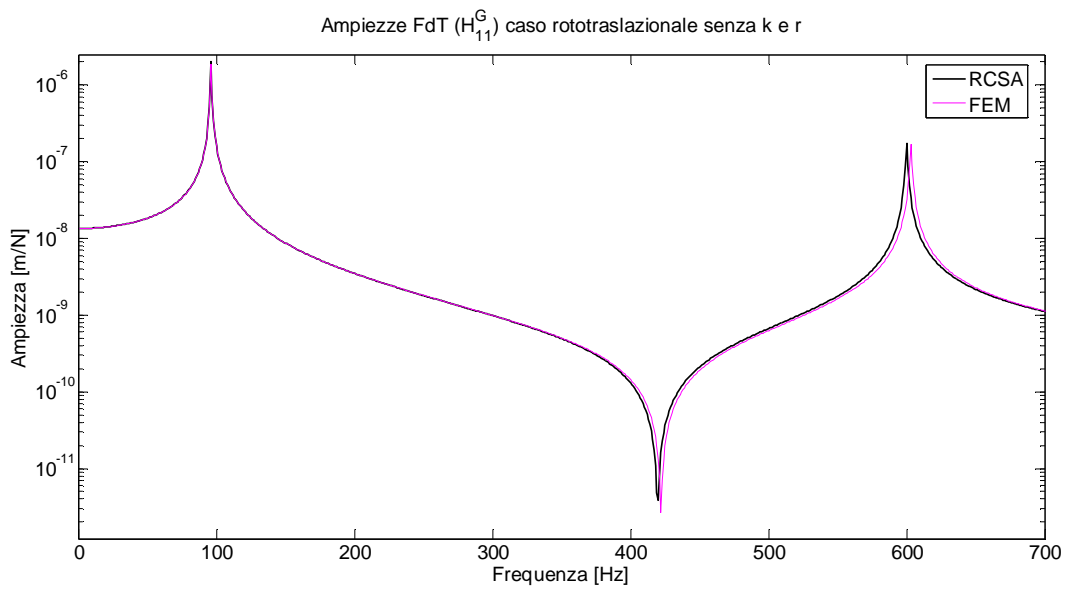


Figura 4.60 Confronto tra le ampiezze delle FRFs ottenute mediante RCSA e modello FEM con elementi beam

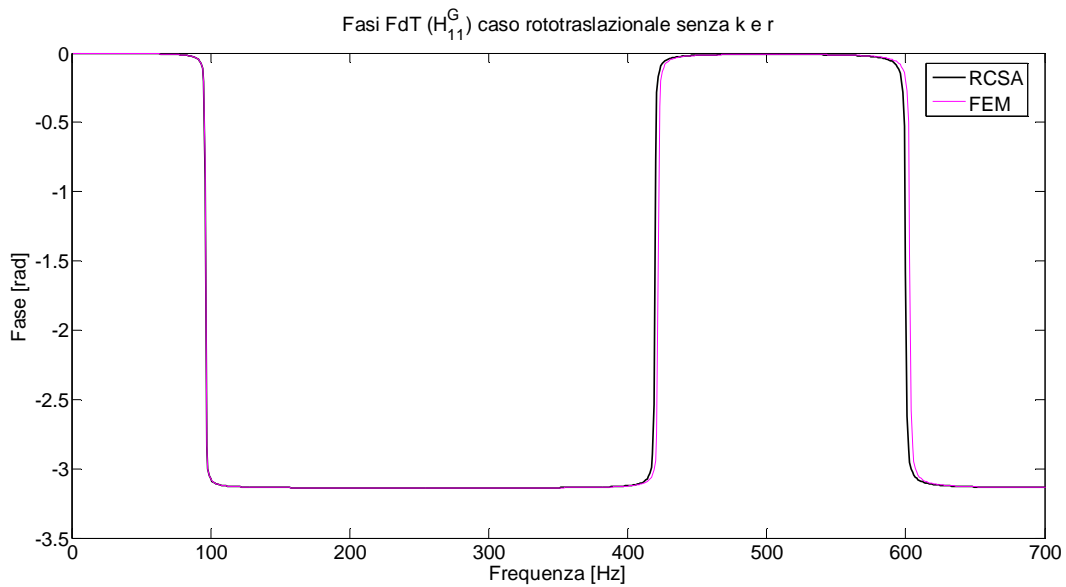


Figura 4.61 Confronto tra le fasi delle FRFs ottenute mediante RCSA e modello FEM con elementi beam

La tecnica dell'RCSA, in un caso molto semplice come quello sopra presentato, pare non risentire in modo significativo degli errori introdotti stimando i parametri L , N e P .

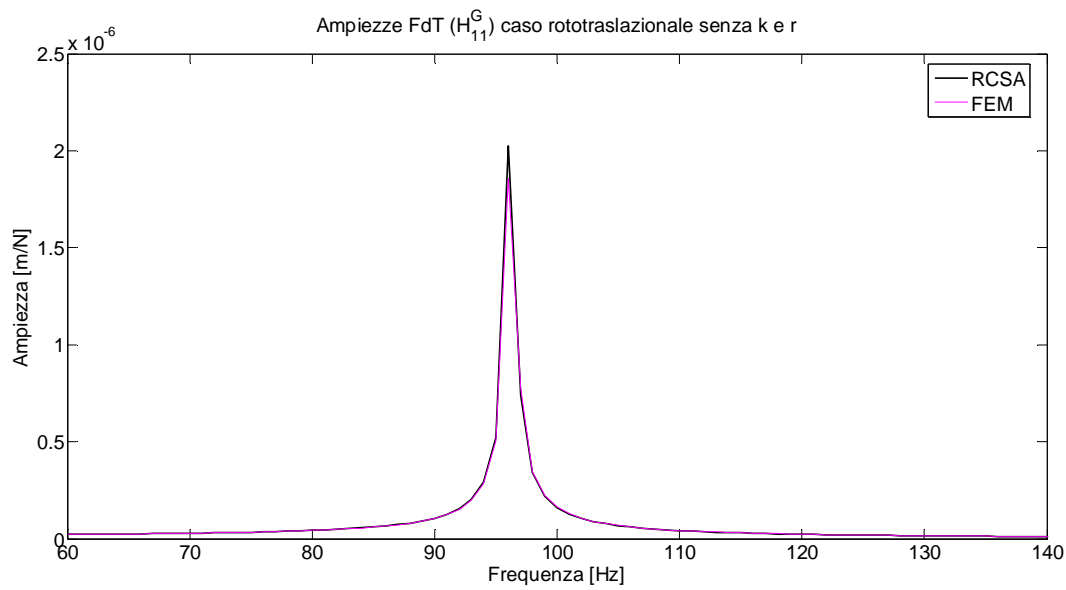


Figura 4.62 Dettaglio primo polo

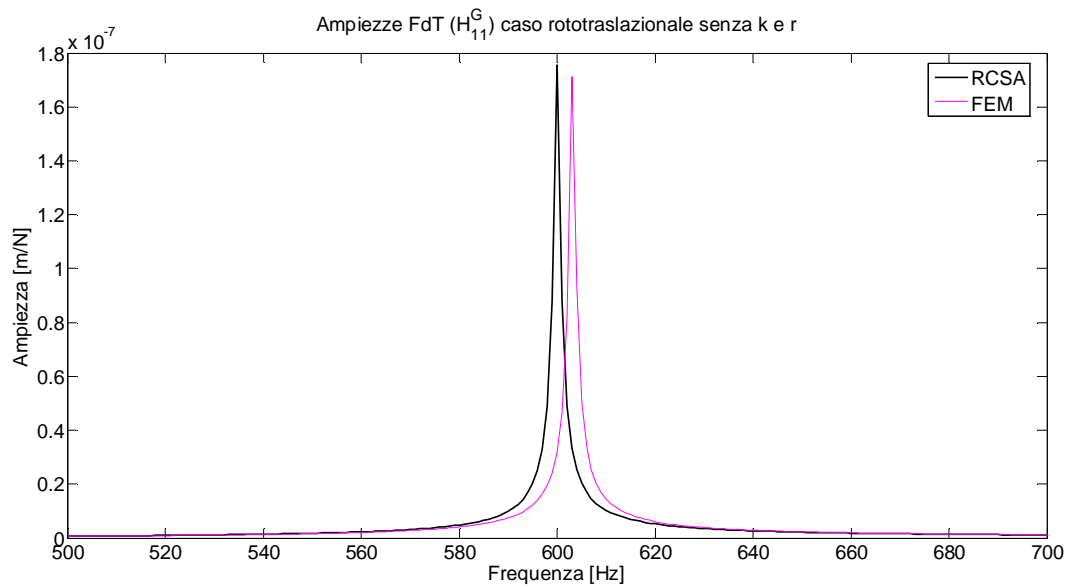


Figura 4.63 Dettaglio secondo polo

	FREQUENZE [Hz]			AMPIEZZE [m/N]		
	Freq. esatta	Freq. stimata	Err% freq.	Amp. reale	Amp. stimata	Err% amp.
Polo 1	96.20	96.20	0.000%	2.52E-06	2.54E-06	0.880%
Polo 2	603.1	600.00	-0.514%	1.73E-07	1.76E-07	1.779%

Tabella 4.15 Valori in ampiezza e in fase dei primi due poli

Gli errori sui primi due poli possono essere ritenuti accettabili e questo porta alla conclusione che, assumendo un valore di “s” né eccessivamente grande, né così piccolo da influire sulla stima di L, N, P, la tecnica dell’RCSA restituisce risultati discretamente accurati.

4.3.2. Dalla teoria alla pratica sperimentale

L’accuratezza della stima delle FRFs L, N, P dipende, da quanto si è visto in precedenza, da una buona scelta del parametro “s”. Per ottenere però una stima davvero corretta, occorre che tutte le misure, collocate o non collocate, siano a loro volta sufficientemente accurate. L’acquisizione tramite impact test prevede che si prestino dovute attenzioni ai metodi di acquisizione e ai metodi di esecuzione dei test affinché un’FRF acquisita risulti possibilmente accurata ma, in questo ambito, non si ritiene necessario approfondire queste tematiche.

Le analisi che seguiranno hanno l’obiettivo di valutare quanto le difficoltà che si riscontrano nell’acquisire e soprattutto martellare nei punti corretti, abbiano influenza sulla stima dell’FRF N e sulla tecnica dell’RCSA. Risulta evidente che, per quanto si possa scegliere un parametro “s” ottimale, in ambito applicativo diventa difficile avere la certezza che le FRFs acquisite siano esattamente quelle che si desidera ottenere poiché, pur fissando un punto in cui martellare, la martellata effettuata dal misuratore avverrà in un’area attorno a quel punto e non sempre nello stesso punto. Discorso analogo lo si può fare sul punto di acquisizione degli spostamenti in quanto lo stesso accelerometro potrebbe essere posizionato non perfettamente nel punto di interesse. L’FRF risultate sarà dunque diversa da quella che sarebbe dovuta essere e, di conseguenza, anche la stima di L, N e P. L’obiettivo di queste analisi sarà dunque valutare quanto l’incertezza sul punto di misura possa influire sulla stima delle FRFs. Per osservare questo, si è simulato l’effetto di questa incertezza mediante un modello FEM. Su un cilindro modellato con elementi beam si sono ricavate le FRFs necessarie per calcolare L, N e P considerando i punti di applicazione della forza come punti variabili secondo una distribuzione normale

attorno ad una determinata media (i parametri caratterizzanti queste distribuzioni sono stati determinati tramite prove sperimentali) e i punti di acquisizione degli spostamenti come punti variabili secondo una distribuzione uniforme. I parametri di queste distribuzioni sono stati scelti in base a prove sperimentali per quanto riguarda il punto di martellata e attraverso opportune considerazioni per il punto di acquisizione degli spostamenti. Le FRFs ricavate saranno in grado di indicare quanto la variabilità dell'effettivo punto di misura possa influenzare la stima di L, N e P e, di conseguenza, i risultati della tecnica dell'RCSA.

Posizione degli accelerometri

Per la determinazione della posizione di applicazione degli accelerometri si sono fatte alcune considerazioni. Il posizionamento di un accelerometro è una procedura che può essere eseguita con calma e precisione e questo riduce notevolmente l'area in cui può cadere il punto effettivo di rilevazione dell'accelerometro. Considerando che la superficie occupata dall'accelerometro, per ovvie ragioni, non può essere puntiforme, si può affermare che all'interno l'area in questione ogni punto ha pari opportunità di essere il punto di acquisizione delle accelerazioni. La posizione di questo punto infatti può essere distribuito lungo una normale ma di questa normale, se si considera solo una piccola area attorno al valore medio, può essere considerata piatta e quindi approssimabile con una distribuzione rettangolare. Per questo motivo la distribuzione di probabilità scelta per rappresentare questa variabilità è la distribuzione uniforme o rettangolare. Si è ritenuto opportuno considerare una variabilità tale da mantenere come scostamento massimo intorno alla media $\pm 0,5$ mm.

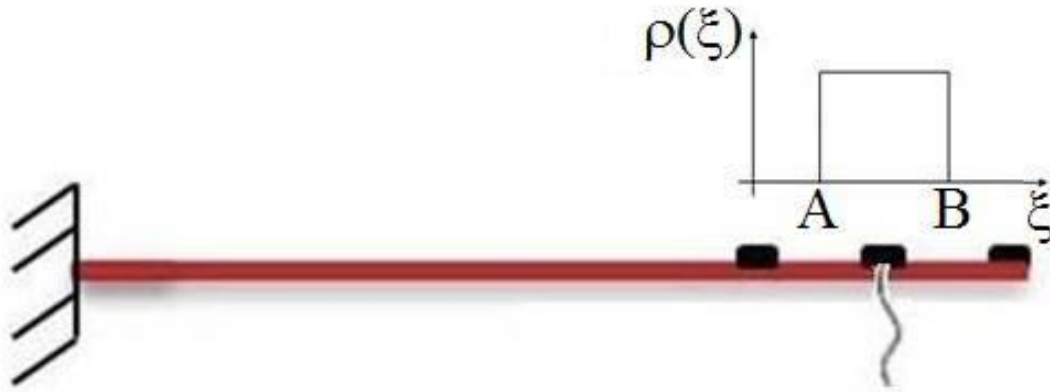


Figura 4.64 Variabilità della posizione dell'accelerometro

Posizione del punto di martellata

Il punto colpito dalle martellate risulta evidentemente più soggetto a variabilità rispetto alla posizione degli accelerometri. I principali fattori che influiscono su questa variabilità sono l'abilità del misuratore, la tipologia di martello utilizzata (massa e dimensioni possono variare) e le proprietà geometriche dell'oggetto colpito che possono rendere più o meno difficile riuscire a dare un colpo preciso nel punto desiderato. Questi fattori portano ad una variabilità sia del punto di martellata lungo la direzione dell'asse (quella che interessa per il calcolo delle FRFs L, N e P) sia nella direzione radiale. Inoltre la martellata potrebbe presentarsi non completamente radiale ma avere una componente tangenziale. Di tutte le grandezze che variano però si considererà solo la variazione lungo la direzione assiale che, come già detto, è la direzione di interesse per la stima delle FRFs. Considerando il punto di martellata come una grandezza statistica X_0 distribuita secondo una normale $N(\mu_0, \sigma_0^2)$, è possibile rappresentare la variabilità del punto stesso.

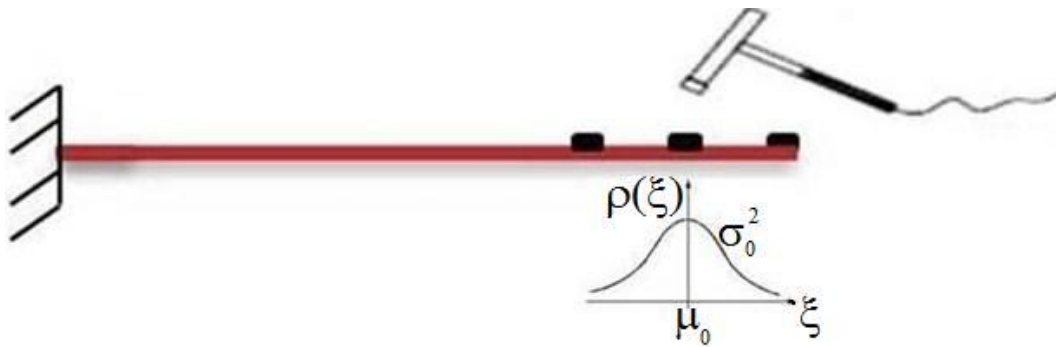


Figura 4.65 Variabilità del punto di martellata

Per determinare la media e la deviazione standard di X_0 sono state effettuate diverse prove andando a colpire più volte, con un martello dinamometrico PCB 086E80 (vedi Tabella 5.5), sull'utensile C100 (vedi Tabella 5.2) sul quale era stata messa una carta sensibile in grado di rimanere impressionata nei punti in cui viene colpita.

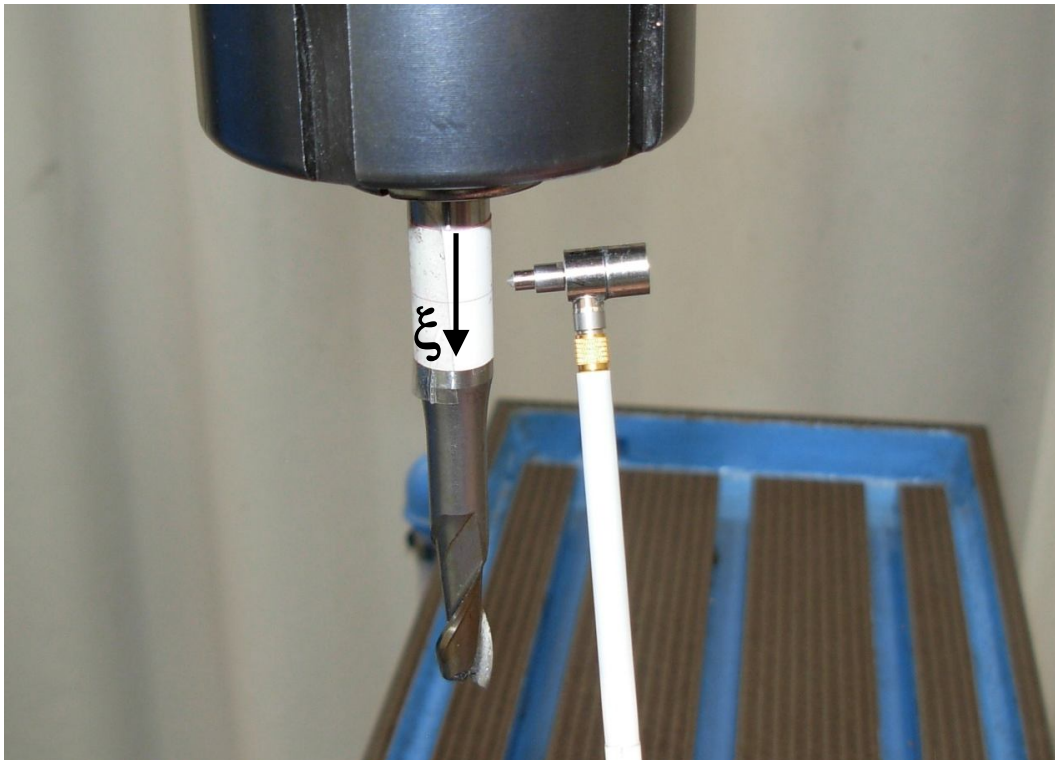


Figura 4.66 Prova eseguita per determinare i parametri di variabilità del punto di martellata

Sono state effettuate diverse prove su ognuna delle 10 carte sensibili usate per il test, riportando dalle 20 alle 30 martellate circa per ogni campione. Sulla carta è stata impressa la linea ideale da colpire e, di ogni colpo, si è misurata la distanza rispetto alla linea stessa. Per fare questo si è utilizzato il programma *ImageJ*.

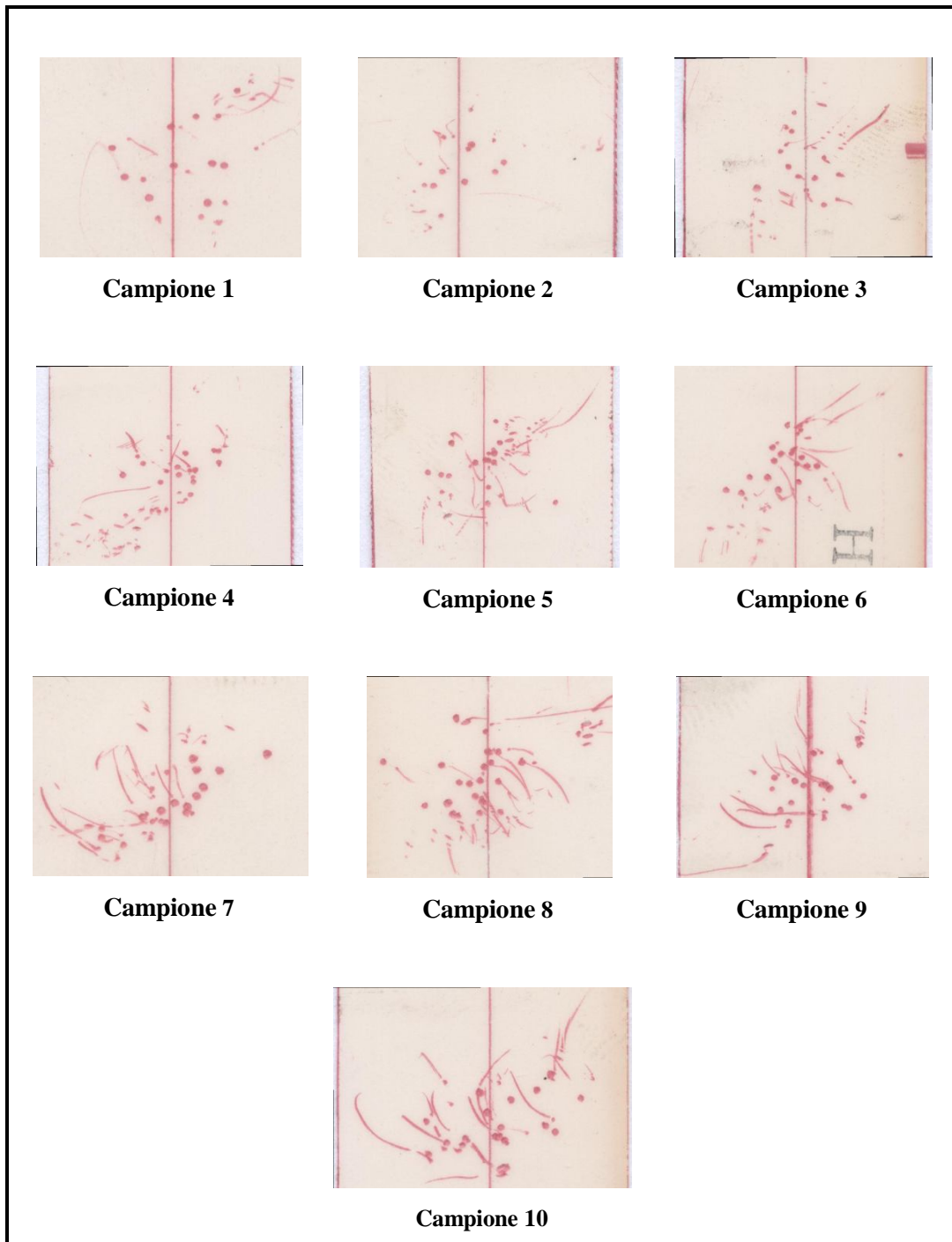


Figura 4.67 Campioni ottenuti nelle prove per la variabilità del punto di martellata

Di ogni campione sono stati calcolati alcuni indici statistici (media, deviazione standard, moda, frequenza assoluta e relativa, frequenza cumulativa assoluta e relativa) e, per rendere più semplice la comprensione della dispersione dei dati, sono stati riportati i dati in un istogramma suddividendoli in dieci classi. Di ogni campione è stata considerata soltanto la media ed è quindi stato effettuato un test per avere conferma che la media campionaria potesse essere una buona stima della media della popolazione. Il test statistico effettuato è stato un test per la media di una popolazione normale con μ e σ^2 incogniti:

Ipotesi nulla: $H_0: \mu = \mu_0$

Ipotesi alternativa: $H_1: \mu \neq \mu_0$

Statistica test utilizzata:

$$T_0 = (\bar{X}_n - \mu) / \frac{S_n}{\sqrt{n}} \sim t(n - 1) \quad [4.13]$$

dove \bar{X}_n è la media campionaria, S_n è la deviazione standard campionaria, n è il numero di punti contenuti da ciascun campione.

Imponendo un livello di confidenza pari a $1 - \alpha$, è possibile individuare un intervallo di confidenza (IC) in cui la probabilità della media della popolazione di essere contenuta in questo intervallo è pari a $1 - \alpha$.

$$IC: \left[\bar{X}_n - t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S_n}{\sqrt{n}}; \bar{X}_n + t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S_n}{\sqrt{n}} \right] \quad [4.14]$$

Per ogni campione si è individuato il massimo livello di confidenza che permettesse all'intervallo di confidenza di contenere la media campionaria

Sono ora riportate le informazioni statistiche del campione 1. È possibile trovare le informazioni riguardanti gli altri campioni nell'Appendice 7.2.5. La tabella sottostante mostra il criterio di suddivisione dei punti in 10 classi. È opportuno

premettere che ogni valore è espresso in millimetri così come le medie, le deviazioni standard e i limiti degli intervalli di confidenza.

Classe A		Classe B		Classe C		Classe D		Classe E	
Min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
-3.50	-2.75	-2.75	-2.00	-2.00	-1.25	-1.25	-0.50	-0.50	0.25

Classe F		Classe G		Classe H		Classe I		Classe J	
min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
0.25	1.00	1.00	1.75	1.75	2.50	2.50	3.25	3.25	4.00

Tabella 4.16 Classi di suddivisione (unità di misura: mm)

CAMPIONE 1						
Classe	Freq. Ass.	Freq. Rel. (%)	Freq. Ass. Cum.	Freq. Rel. Cum.	Media:	0.1176
A	0	0.000%	0	0.000%	Dev. St.	1.1973
B	0	0.000%	0	0.000%	Moda:	Classe E
C	0	0.000%	0	0.000%	Mediana:	Classe F
D	6	28.571%	6	28.571%	IC min	-0.0619
E	7	33.333%	13	61.905%	IC max	0.2971
F	4	19.048%	17	80.952%	Liv. Conf.	100%
G	2	9.524%	19	90.476%		
H	1	4.762%	20	95.238%		
I	0	0.000%	20	95.238%		
J	1	4.762%	21	100.000%		
Totale	21	100.000%				

Tabella 4.17 Informazioni statistiche del campione 1 (unità di misura: mm)

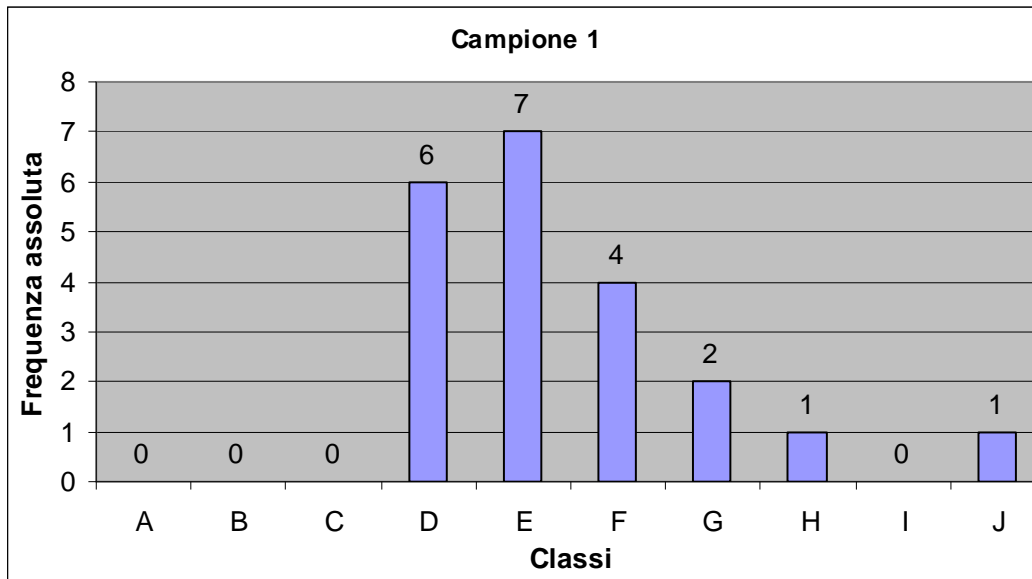


Figura 4.68 Istogramma del campione 1

Come detto in precedenza, di ogni campione è stata considerata soltanto la media. Delle dieci medie, si è proceduto calcolando media e deviazione standard della popolazione.

Prova	Scostamento medio [mm]
1	0.118
2	-0.080
3	-0.103
4	-0.043
5	-0.322
6	-0.139
7	0.121
8	0.080
9	0.199
10	0.613

Media [mm]
0.0442

Dev. St. pop. [mm]
0.2391

Tabella 4.18 Medie dei campioni con Media e Dev. standard della popolazione

Prima di affermare che la media e la deviazione standard ottenute sono buone stime della media e della deviazione standard della popolazione, si sono fatti opportuni

test. Per valutare che la media delle medie ottenute dai 10 campioni è una buona stima della media della popolazione si è eseguito un test per la media di una popolazione normale con μ e σ^2 incogniti come effettuato in precedenza. Per valutare successivamente che la deviazione standard delle medie ottenute dai 10 campioni è una buona stima della deviazione standard della popolazione si è eseguito un test per la varianza di una popolazione normale con μ e σ^2 incogniti:

Ipotesi nulla: $H_0: \sigma = \sigma_0$

Ipotesi alternativa: $H_1: \sigma \neq \sigma_0$

Statistica test utilizzata:

$$\chi_0^2 = \frac{(n-1)S_n^2}{S_0^2} \sim \chi^2(n-1) \quad [4.15]$$

dove S_n^2 è la varianza e n è il numero di campioni.

Imponendo un livello di confidenza pari a $1 - \alpha$, è possibile individuare un intervallo di confidenza (IC) in cui la probabilità della media della popolazione di essere contenuta in questo intervallo è pari a $1 - \alpha$.

$$IC: \left[(n-1)S_n^2 / \chi_{\frac{\alpha}{2}, n-1}^2 ; (n-1)S_n^2 / \chi_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}^2 \right] \quad [4.16]$$

È possibile passare dalla varianza alla deviazione standard semplicemente attraverso la radice quadrata della varianza stessa.

Media:	0.0442	Dev. St.	0.2391
IC min	-0.0118	IC min	0.2391
IC max	0.1002	IC max	0.2582
Liv. Conf.	100%	Liv. Conf.	87.4%

Tabella 4.19 Informazioni statistiche della popolazione (unità di misura: mm)

Se per la media è possibile affermare che il valore trovato è con ogni probabilità corretto, meno certezze si hanno sulla deviazione standard. Un p_value del 12,5% risulta essere molto alto ma, dovendo utilizzare la deviazione standard ottenuta per avere una stima per lo meno indicativa della variabilità del punto di martellata, è comunque accettabile.

Simulazione FEM dell'incertezza del punto di misura

Attraverso la modellazione di un cilindro mediante elementi beam di lunghezza adeguata, è possibile simulare l'effetto della variabilità della posizione degli accelerometri e del punto di martellata sulla stima delle FRFs $N (= L)$ e P . Le proprietà geometriche del cilindro e il parametro "s" sono stati scelti cercando di mantenere il rapporto $s/L = 0.03$ e, per rendere la simulazione più rapida, la zona del cilindro dove sono state acquisite le nove FRFs H è stata discretizzata con elementi lunghi 0,5 mm mentre la restante parte del cilindro da elementi lunghi 50 mm.

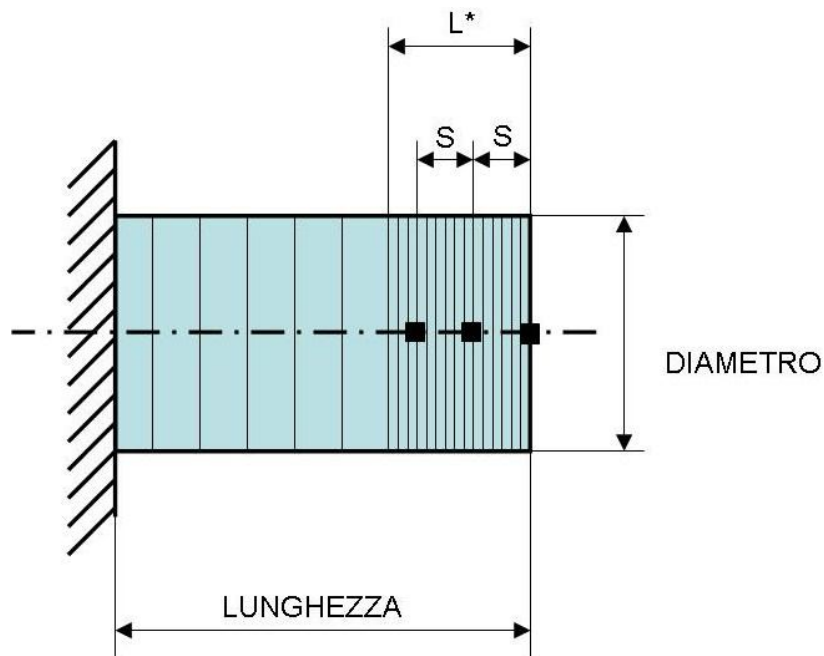


Figura 4.69 Cilindro beam discretizzato con elementi di lunghezza opportuna

DATI CILINDRO	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza	0.50 m
Diametro	0.2 m
L*	0.05 m
Parametro "s"	0.015 m

Tabella 4.20 Dati del cilindro usato per la simulazione della variabilità dei punti di misura

Per simulare la variabilità della posizione degli accelerometri, si è fatto generare dal programma Matlab, utilizzato per queste simulazioni, un numero casuale estratto da una distribuzione uniforme mediante il comando *unifrnd(A,B)* dove al posto di "A" e "B" si sono inseriti i valori limite della distribuzione, ovvero $\pm 0,5$ mm rispetto al punto ideale. Per simulare la variabilità della posizione della martellata, si è invece fatto generare un numero casuale estratto da una distribuzione normale mediante il comando *normrnd(media,dev_st)* dove al posto di *media* e di *dev_st* si sono inseriti i valori di *media* e di deviazione standard trovati nell'analisi descritta sopra. Considerando che la dimensione degli elementi non è inferiore ai 0,5 mm mentre la media dei punti colpiti dalle martellate è risultata essere pari a 0.04 mm, si è ritenuto opportuno considerare la media nulla. Per maggiori informazioni riguardo le routine Matlab che hanno permesso di eseguire queste simulazioni si rimanda all'Appendice 7.1.12.

Per comprendere l'effettiva dispersione delle FRFs dovuta alla variabilità del punto di applicazione della forza e di acquisizione degli spostamenti, si riportano sul medesimo grafico 10 FRFs stime della medesima FRF. In particolare si riportano le ampiezze di H_{33ss} .

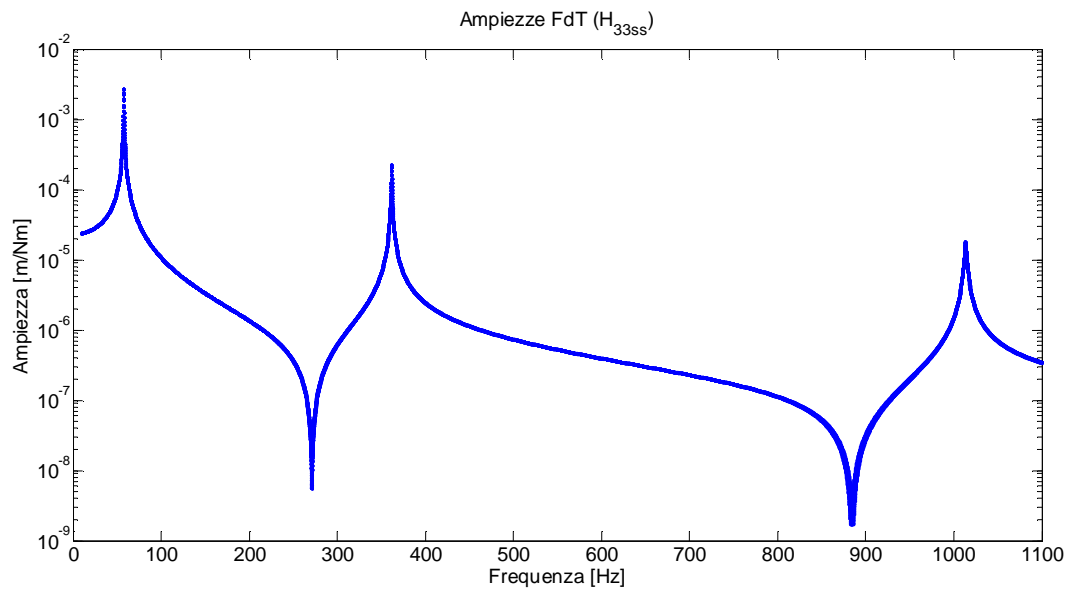


Figura 4.70 FRFs ottenute considerando la variabilità del punto di applicazione della forza e del punto di acquisizione degli spostamenti

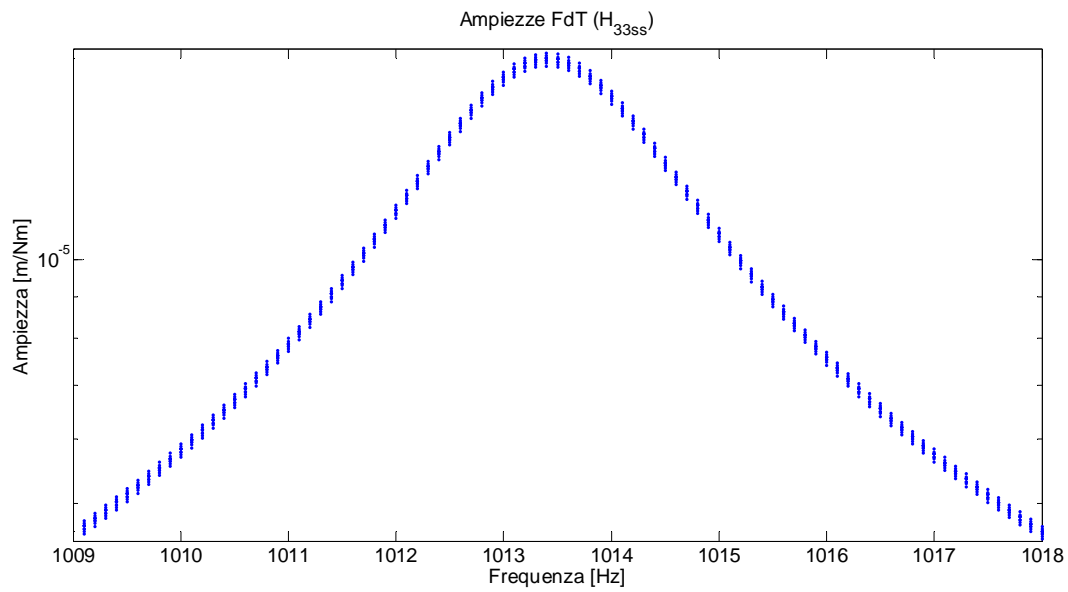


Figura 4.71 Particolare del polo

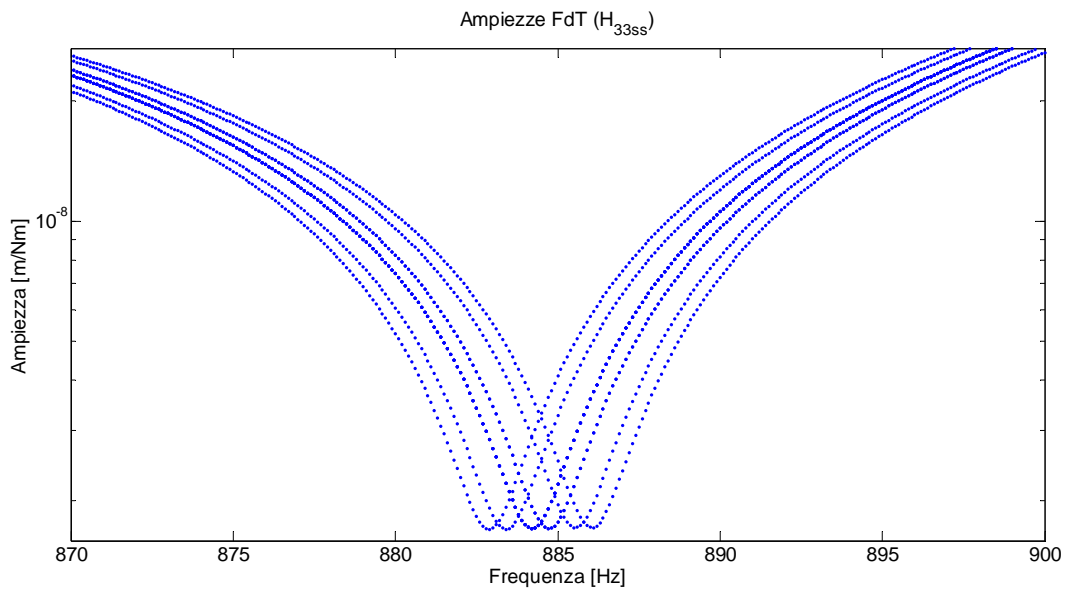


Figura 4.72 Particolare dello zero

I grafici sono in scala semilogaritmica per poter meglio apprezzare gli zeri, zone dove la variabilità dei punti di acquisizione degli spostamenti e di applicazione delle forze sembra generare una maggior differenza tra diverse FRFs. Da questi test si evince che una generica FRFs acquisita in condizioni reali non si discosta in modo eccessivo dall'FRF reale. I poli infatti sembrano presentare errori solo in ampiezza e non in frequenza come invece accade per gli zeri. Si può dunque affermare che diverse FRFs ottenute martellando e acquisendo negli stessi punti, nonostante la variabilità dei punti effettivi di acquisizione e martellamento, possono generare un'ottima stima dell'FRF reale semplicemente mediando le diverse FRFs. Per comprendere quanto questa media possa essere vicina all'FRF reale, si è provato ad utilizzare l'FRF media di ognuna delle nove FRFs per stimare $N (= L)$ e P . Si sono dunque calcolate le nove FRFs per sei volte mantenendo costante la posizione degli accelerometri ma facendo variare ogni volta la posizione del punto di martellata (questo perché in campo applicativo gli accelerometri verrebbero applicati soltanto una volta e verrebbero staccati soltanto al termine del test). Di ogni FRF, ottenuti sei vettori, si è fatta la media procedendo dunque in modo simile ad un caso di misura reale.

Nelle immagini sottostanti è possibile osservare la differenza tra il valore corretto e il valore stimato di $N (= L)$ e di P .

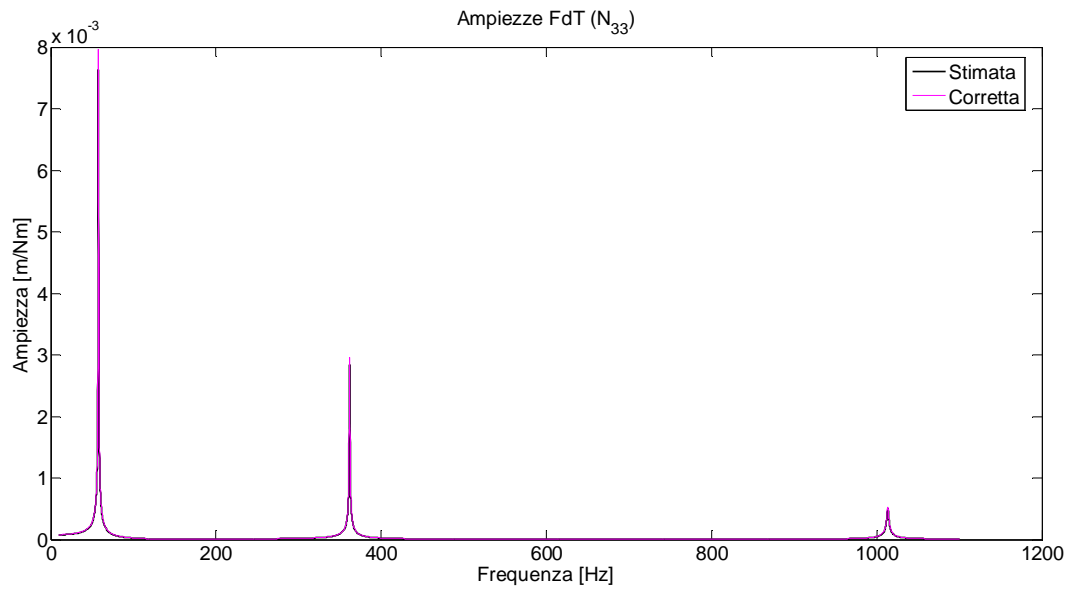


Figura 4.73 Confronto ampiezze N_{33}

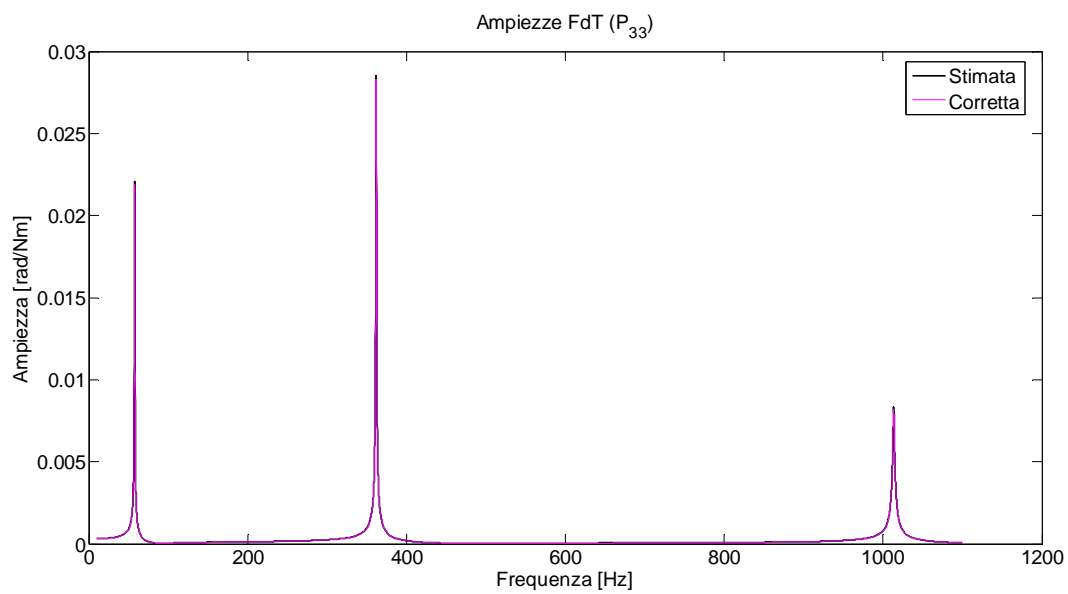


Figura 4.74 Confronto ampiezze P_{33}

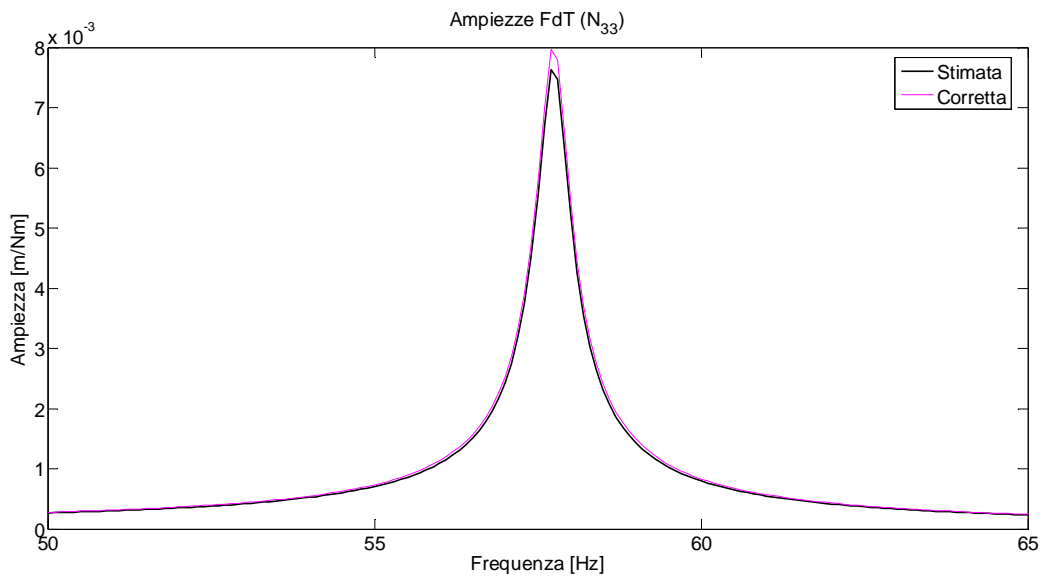


Figura 4.75 Confronto ampezze N_{33} , primo polo

Si può osservare che la frequenza dei poli è stimata decisamente in modo corretto mentre l'ampiezza è sottostimata nel caso delle N (o L) ed è sovrastimata nel caso della FRF P. Nella tabella sottostante sono riportati i valori esatti, i valori stimati e gli errori relativi percentuali per i primi tre poli sia di N che di P.

	N [m/Nm]			P [rad/Nm]		
	Esatto	Stimato	Err. Rel %	Esatto	Stimato	Err. Rel %
Polo 1	8.000E-03	7.600E-03	-5.000%	2.190E-02	2.210E-02	0.913%
Polo 2	3.000E-03	2.800E-03	-6.667%	2.830E-02	2.850E-02	0.707%
Polo 3	5.251E-04	5.048E-04	-3.864%	8.200E-03	8.300E-03	1.220%

Tabella 4.21 Valori in ampiezza dei primi tre poli di N e P

Quello che emerge da questo semplice caso è che le FRFs P paiono risentire meno della variabilità del punto di posizionamento degli accelerometri e del punto di martellata rispetto all'FRF N.

RCSA applicata con L, N e P stimate

Risulta essere interessante osservare quanto questa variabilità sui punti di misura possa influire sulla tecnica dell'RCSA. Verrà ora applicata la tecnica dell'RCSA in modo analogo a come è stata applicata precedentemente per lo studio della sensitività. Mediante modelli FEM si otterranno FRFs di un cilindro incastrato e di un cilindro in condizioni free-free. Le FRFs ottenute dal cilindro incastrato saranno affette dagli errori dovuti alla variabilità dei punti di misura ed inoltre, per ottenere le FRFs N, L e P, si utilizzeranno le formule capaci di stimarle. Con l'RCSA si otterrà l'FRF H (spostamenti su forza) del cilindro ottenuto congiungendo rigidamente i due cilindri. Per valutare l'accuratezza dell'FRF ottenute mediante l'RCSA, la si confronterà con l'FRF ottenuta mediante un cilindro modellato con elementi beam equivalente a quello ottenuto collegando rigidamente i due cilindri citati precedentemente.

CILINDRO B	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza	0.5 m
Diametro	0.02 m
Parametro "s"	0.015 m

Tabella 4.22 Dati Cilindro B

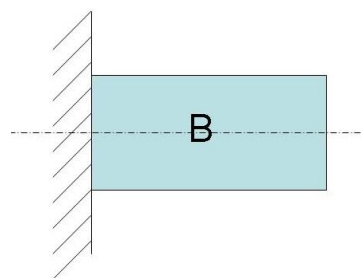


Figura 4.76 Cilindro B

CILINDRO A	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza	0.2 m
Diametro	0.02 m

Tabella 4.23 Dati Cilindro A

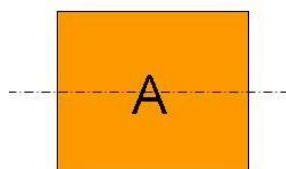


Figura 4.77 Cilindro A

CILINDRO B + A	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza	0.7 m
Diametro	0.02 m

Tabella 4.24 Dati Cilindro B + A

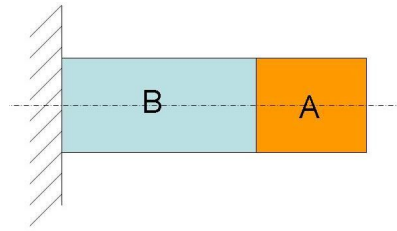


Figura 4.78 Cilindro B + A

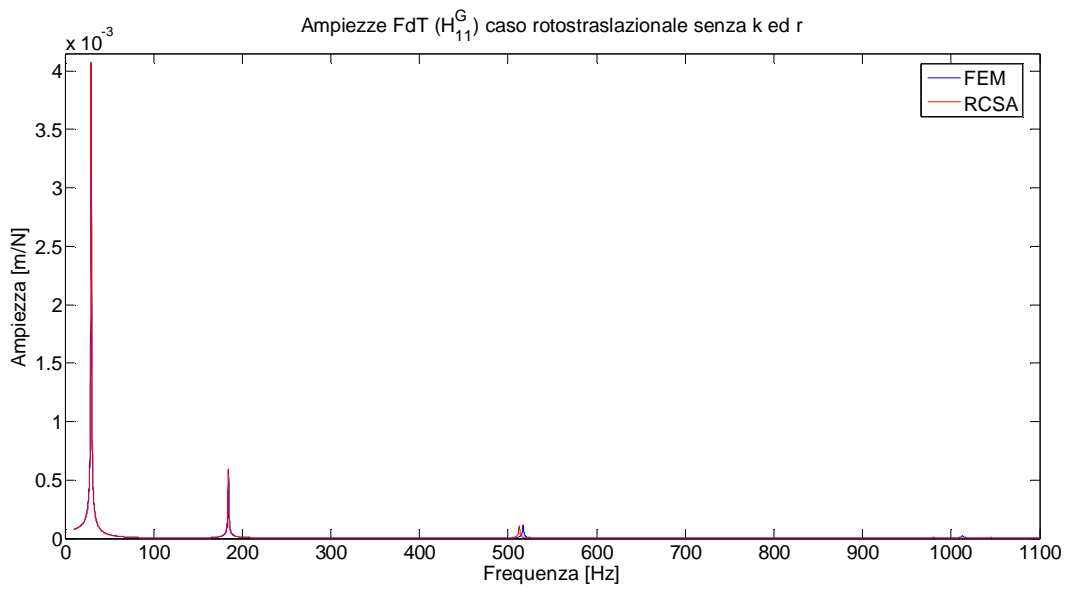


Figura 4.79 Confronto tra FRFs ottenute mediante RCSA e modello FEM considerando la variabilità dei punti di misura

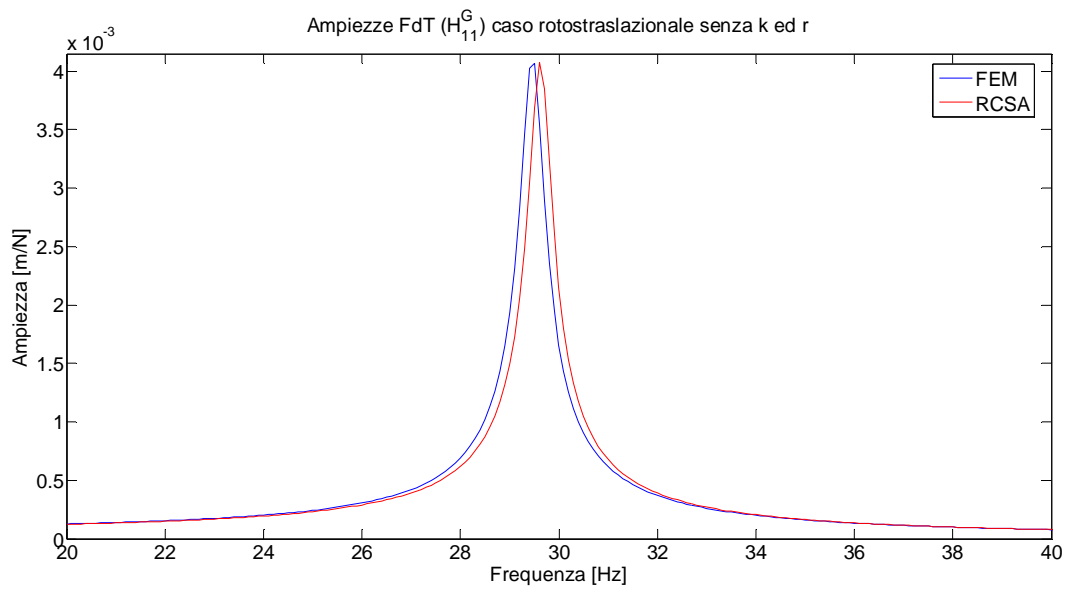


Figura 4.80 Confronto tra FRFs ottenute mediante RCSA e modello FEM (primo polo)

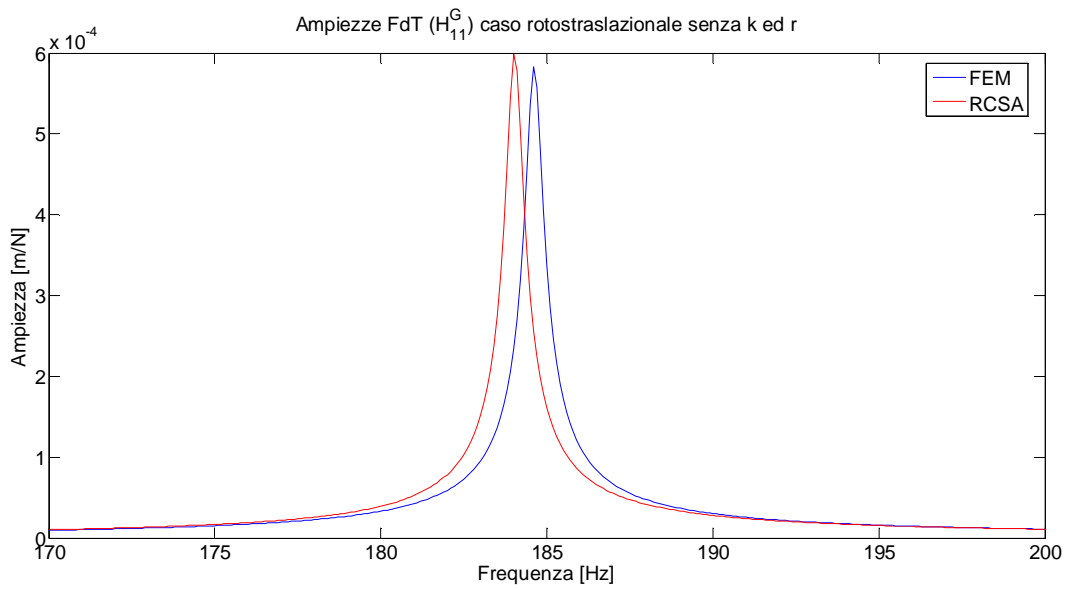


Figura 4.81 Confronto tra FRFs ottenute mediante RCSA e modello FEM (secondo polo)

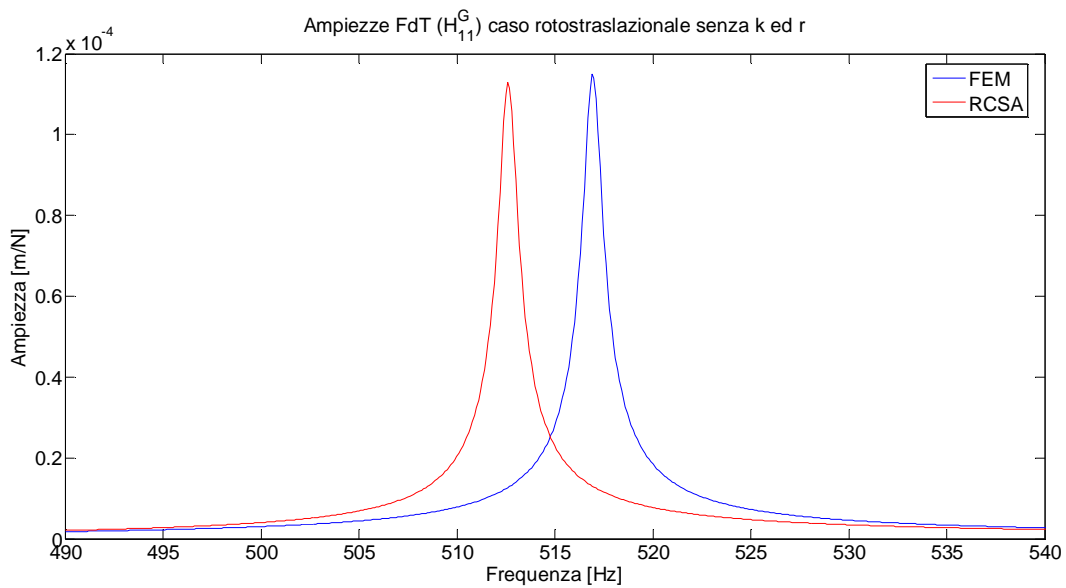


Figura 4.82 Confronto tra FRFs ottenute mediante RCSA e modello FEM (terzo polo)

Si può osservare che l'FRF ottenuta mediante la tecnica dell'RCSA, a frequenze sempre più alte, diventa sempre meno accurata. Nella tabella sottostante sono riportati i valori esatti, i valori stimati e gli errori relativi percentuali sia delle frequenze che delle ampiezze per i primi tre poli.

	G_H11 Frequenze [Hz]			G_H11 Ampiezze [m/N]		
	Esatto	Stimato	Err. Rel %	Esatto	Stimato	Err. Rel %
Polo 1	29.5	29.6	0.339%	4.100E-03	4.100E-03	0.000%
Polo 2	184.6	184.0	-0.325%	5.829E-04	5.982E-04	2.614%
Polo 3	516.9	512.6	-0.832%	1.149E-04	1.130E-04	-1.653%

Tabella 4.25 Valori delle frequenze e delle ampiezze dei primi tre poli

Lo studio della sensibilità dell'RCSA al variare del parametro "s" e rispetto all'incertezza del punto di misura porta ad affermare che, nonostante i fattori che possono influire sulla buona stima delle FRFs siano tanti, è possibile ottenere dalla tecnica dell'RCSA dei risultati discretamente accettabili.

4.4. CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

Alla luce di quanto detto in questo capitolo si può concludere che la tecnica dell'RCSEA, con l'aggiunta di una formulazione più accurata per la determinazione delle componenti P, mantiene la proprietà di flessibilità e acquista la proprietà di accuratezza che mancava nella proposta presentata da Schmitz. La componente P dunque può essere stimata con ottima precisione considerandola derivata della componente L:

$$\frac{\partial L}{\partial \xi} = \frac{\theta}{c} = P \quad \text{Vedi eq. [4.5]}$$

Essa può essere calcolata tramite il metodo dei coefficienti incogniti:

$$\frac{\partial L}{\partial \xi} = \frac{4L_{11} - 3L_{1s1} + L_{1ss1}}{2 \cdot S} = P \quad \text{Vedi eq. [4.6]}$$

Attraverso nove misure dell'FRF H è possibile determinare le tre FRFs L e quindi determinare la componente P.

Essendo il parametro "s" (distanza tra i vari punti di misura) di notevole importanza per la determinazione delle FRFs L, N e P, si è sentita la necessità di individuare, almeno a livello indicativo e qualitativo, il giusto rapporto s/L per avere FRFs H in grado di restituire ottime stime di N, L e P. Dall'analisi della sensitività è emerso che il parametro "s" deve essere accuratamente scelto affinché non sia né troppo elevato, né troppo ridotto: un buon valore di "s" può essere quello che mantiene la proporzione "s/L" che oscilla da 0,03 a 0,06.

Analizzando invece la variabilità delle FRFs ottenute considerando la variabilità dei punti di misura emerge che, mediando opportunamente i risultati ottenuti da diverse prove, è possibile ottenere delle stime delle FRFs sufficientemente accurate da poter

essere utilizzate nelle formule dell'RCSA senza che quest'ultima restituisca risultati inadeguati alle necessità di chi la usa.

La tecnica dell'RCSA necessita ora di essere testata su macchine reali: le ottime indicazioni ottenute mediante modelli numerici non sono infatti in grado di tenere in considerazione tutti gli elementi che, nel campo sperimentale, possono influire sulle misure e quindi sull'RCSA.

5. VERIFICA SPERIMENTALE SU CASO DI RIFERIMENTO

La ricerca scientifica da anni cerca le migliori condizioni per poter utilizzare al meglio la tecnica dell'RCSA. Quest'ultima, da quanto emerge dalle analisi svolte nei capitoli precedenti, presenta molteplici aspetti positivi (flessibilità, rapidità nel determinare le FRFs...) e altrettanti negativi (accuratezza dei risultati, necessità di modelli FEM sufficientemente precisi...). Nel capitolo precedente si è proposto un metodo alternativo rispetto a quelli noti in letteratura per la determinazione della FRF P. Dopo aver validato mediante modelli FEM il metodo proposto, si è proceduto analizzando, sempre mediante modelli FEM, la sensitività del metodo rispetto al variare del parametro "s" e alla variabilità dei punti di misura effettivi. Mediante queste analisi si sono cercate le condizioni migliori per poter applicare la tecnica in modo corretto sulle macchine di cui si voglio ottenere le FRFs. L'ultimo passo rimasto è la verifica sperimentale della tecnica applicata ad un caso reale, tenendo ovviamente conto di quanto è emerso dalle analisi precedenti.

In questo capitolo si è voluto dunque testare la tecnica su una macchina utensile così da poter comprendere con maggior chiarezza quanto l'RCSA possa risultare efficace nella previsione delle FRFs. Viene ora riportata una rappresentazione grafica delle operazioni eseguite per testare la tecnica in questione.

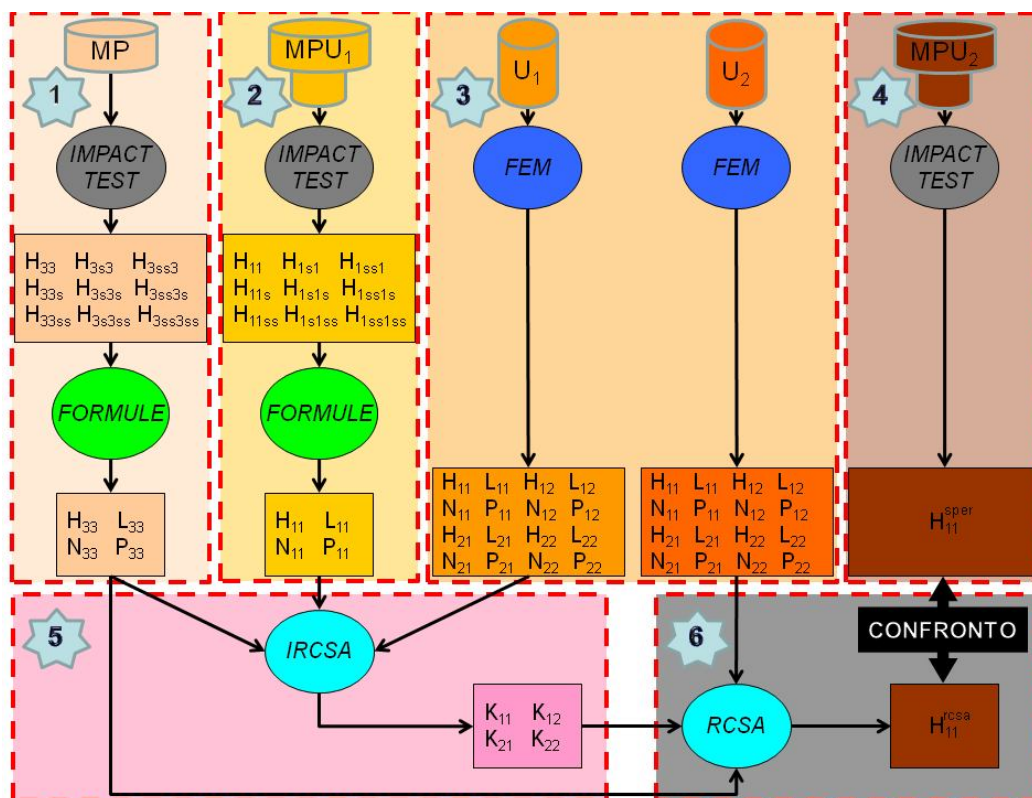


Figura 5.1 Schema delle fasi operative

Nello schema rappresentato in Figura 5.1 sono evidenziati cinque passi che vengono ora brevemente descritti:

- Passo 1: determinazione sperimentale delle FRFs della struttura Macchina – Portautensile;
- Passo 2: determinazione sperimentale delle FRFs della struttura Macchina – Portautensile – Utensile 1;
- Passo 3: determinazione numerica delle FRFs delle strutture Utensile 1 e Utensile 2;
- Passo 4: determinazione sperimentale delle FRFs della struttura Macchina – Portautensile – Utensile 2;
- Passo 5: determinazione del parametro di connessione tramite la II espressione dell’RCSA;
- Passo 6: determinazione delle FRFs della struttura Macchina – Portautensile – Utensile 2 tramite RCSA e confronto con i risultati sperimentali.

Obiettivo di queste prove sperimentali è la valutazione sul campo della tecnica dell’RCSA con l’aggiunta della determinazione sperimentale della FRF P, valutata precedentemente soltanto dal punto di vista numerico. La valutazione verrà effettuata

considerando la precisione nell'individuazione delle frequenze e delle ampiezze dei picchi della cedevolezza. Un'ultima valutazione dell'efficacia della tecnica verrà effettuata considerando le capacità di stimare correttamente il diagramma a lobi e quindi individuare, per una eventuale lavorazione, gli opportuni parametri di lavorazione per non generare chatter.

5.1. DESCRIZIONE SET-UP SPERIMENTALE

5.1.1. Macchina e Utensili utilizzati

La tecnica dell'RCSA risulta di notevole utilità per macchine utensili con magazzini contenenti un gran numero di utensili, utilizzate principalmente per lavorazioni ad alta velocità dove risultano molto influenti i modi dovuti agli utensili. Per tale motivo nella messa a punto delle prove ci si è messi in condizioni di avere effettivamente considerato un ampio range di frequenze.

La macchina utilizzata, una fresatrice Matesina F.U.1s, risulta adeguata per la sperimentazione dell'RCSA ed inoltre, non avendo la possibilità di controllare il gioco degli assi, permette di testare la tecnica in condizioni più sfavorevoli di quelle che caratterizzano le macchine per lavorazioni ad alta velocità.



Figura 5.2 Fresatrice Matesina F.U.1s



Figura 5.3 Mandrino della fresatrice Matesina F.U.1s

Vengono ora riportate in una tabella le principali caratteristiche della macchina.

Caratteristiche Fresatrice	
Modello	Matesina F.U.1s
Potenza	1600 W
Numero di giri (poli 8)	720 giri/min
Numero di giri (poli 4)	1450 giri/min

Tabella 5.1 Caratteristiche della fresatrice

Gli utensili utilizzati sono stati scelti cercando di verificare la capacità della tecnica di ricostruire l'FRF completa della struttura MPU2 quando i due utensili (U1 usato per ottenere la stima della connessione K e U2 per verificare la tecnica) presentano dimensioni geometriche differenti. Il primo utensile (U1) infatti è corto e tozzo mentre il secondo (U2) è più snello e lungo. Le dimensioni, tuttavia, non sono comunque tali da richiedere, in fase di montaggio in macchina, il cambio della pinza di fissaggio dell'utensile e questo permette di valutare il comportamento della tecnica quando a variare, col cambio dell'utensile, è solo la superficie di contatto tra utensile e pinza. La scelta di due utensili che non richiedono il cambio della pinza è anche motivato dalla modalità di considerazione nella tecnica della pinza stessa descritto approfonditamente in seguito.

Gli utensili utilizzati sono i seguenti:



Figura 5.4 Utensile 1 (C100)



Figura 5.5 Utensile 2 (C08)

Nelle tabelle sottostanti vengono ora riportate le principali caratteristiche degli utensili facendo riferimento, per le quote, all'immagine sottostante.

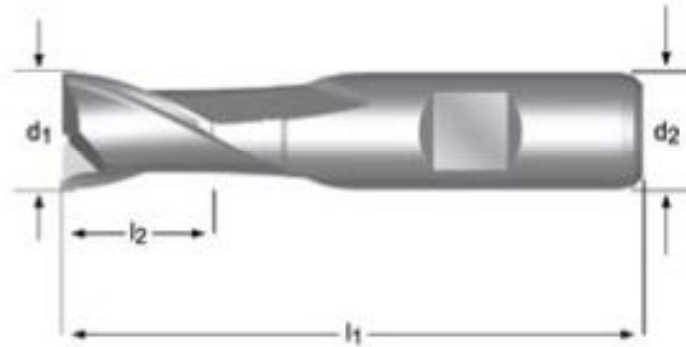


Figura 5.6 Riferimenti geometrici per l'utensile 1 (C100)

Caratteristiche U1	
d1	14 mm
l1	73 mm
d2	12 mm
l2	16 mm

Tabella 5.2 Dimensioni Utensile 1 (C100)

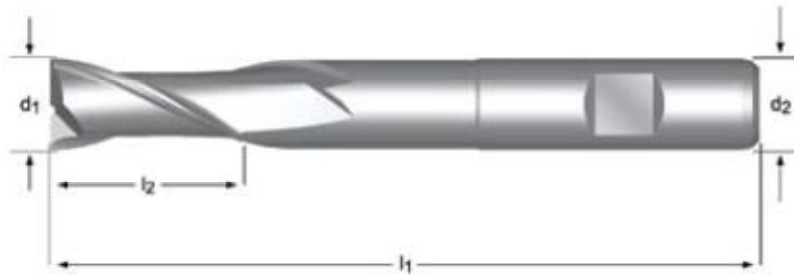


Figura 5.7 Riferimenti geometrici per l'utensile 2 (C08)

Caratteristiche U1	
d1	8 mm
l1	88 mm
d2	10 mm
l2	38 mm

Tabella 5.3 Dimensioni Utensile 2 (C08)

Affinché la tecnica dell'RCSA risulti efficace, è opportuno che la zona di connessione non vari eccessivamente al variare della configurazione adottata (vedi par. 3.2). Risulta dunque importante cercare di mantenere uguale per entrambi gli utensili la lunghezza di utensile afferrata in macchina. Nel caso in questione la lunghezza di utensile impegnato nella connessione risulta essere di 30 mm.

5.1.2. Strumenti e sistemi di misura

La scheda di acquisizione utilizzata presenta le seguenti caratteristiche:



Figura 5.8 Scheda di acquisizione NI USB-9234

Caratteristiche scheda di acquisizione NI USB-9234		
Input Characteristics	Number of channels	4 analog input
	ADC resolution	24 bits
	Type of ADC	Delta-sigma (with analog prefiltering)
Data rate (fs)	Minimum	1.65 kS/s
	Maximum	51.2 kS/s
Master timebase (internal)	Frequency	13.1 MHz
	Accuracy	±50 ppm max
Input coupling	Software-selectable AC/DC	
AC cutoff frequency	-3 dB	0.5 Hz typ
	-0.1 dB	4.6 Hz max

AC voltage full-scale range	Typical	5.1 Vpk
	Minimum	5 Vpk
	Maximum	5.2 Vpk
Common-mode voltage	(AI- to earth ground)	± 2 V
IEPE excitation current	Minimum	2.0 mA
	Typical	2.1 mA
IEPE compliance voltage	19 V max	
Overvoltage protection (with respect to chassis ground)	For an IEPE sensor connected to AI+ and AI-	± 30 V
	For a low-impedance source connected to AI+ and AI-	-6 to 30 V

Tabella 5.4 Caratteristiche Scheda di acquisizione NI USB-9234

È opportuno sottolineare una peculiarità della scheda utilizzata: in base alla frequenza di campionamento f_c scelta, ha un filtro anti-aliasing con frequenza di taglio un po' inferiore a $0.5 \cdot f_c$.

Come detto precedentemente nella messa a punto delle prove ci si è messi in condizioni di considerare un ampio range di frequenze. A tale scopo, nella stima delle FRFs si sono eseguite misure analoghe con martelli dalle differenti caratteristiche. In particolare, per focalizzarsi su un range di frequenze più basso, si è utilizzato un martello dalla massa maggiore in abbinamento con una punta relativamente morbida (teflon). Contrariamente, per avere una stima più accurata della cedevolezza dinamica in un range di frequenze più alte, si è utilizzato un martello con una massa inferiore ma con punta metallica (nel paragrafo successivo verrà descritta la procedura applicata per ottenere, da due misurazioni di FRFs, un unico vettore). Per misurare la cedevolezza dinamica del mandrino si è preferito utilizzare solo il martello adatto alle basse frequenze come verrà spiegato successivamente.

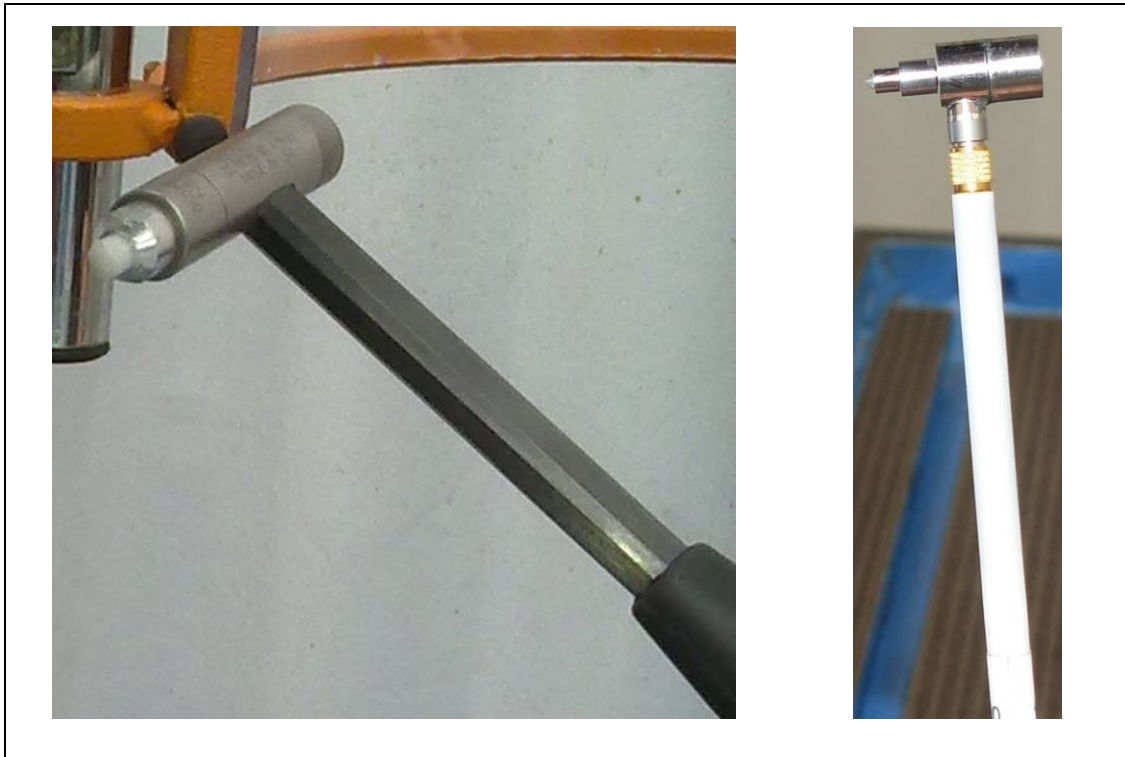


Figura 5.9 Martello PCB 086C04 (sinistra) e Martello PCB 086E80 (destra)

Vengono ora riportate in una tabella le principali caratteristiche dei martelli.

Caratteristiche dei martelli	PCB 086C04	PCB 086E80
Sensitivity($\pm 15\%$)	($\pm 15\%$) 1.1 mV/N	($\pm 20\%$) 22.5 mV/N
Measurement Range	± 4448 N pk	222 N pk
Resonant Frequency	≥ 22 kHz	≥ 100 kHz
Non-Linearity	$\leq 1\%$	$\leq 1\%$
Excitation Voltage	20 to 30 VDC	20 to 30 VDC
Constant Current Excitation	2 to 20 mA	2 to 20 mA
Output Impedance	<100 ohm	<100 ohm
Output Bias Voltage	8 to 14 VDC	8 to 14 VDC
Discharge Time Constant	≥ 2000 sec	≥ 100 sec
Sensing Element	Quartz	Quartz
Sealing	Epoxy	Epoxy
Hammer Mass	0.16 kg	4.8 gm

Head Diameter	1.57 cm	6.3 mm
Tip Diameter	0.63 cm	2.5 mm
Hammer Length	21.6 cm	107 mm
Electrical Connection Position	Bottom of Handle	Side
Extender Mass Weight	75 gm	1.25 gm
Electrical Connector	BNC Jack	5-44 Coaxial

Tabella 5.5 Caratteristiche dei martelli PCB 086C04 e PCB 086E80

Gli accelerometri utilizzati per acquisire i segnali sono tre accelerometri PCB modello 352C23:



Figura 5.10 Accelerometro PCB 352C23

Vengono ora riportate in una tabella le principali caratteristiche degli accelerometri.

Caratteristiche degli accelerometri	PCB 352C23
Sensitivity($\pm 20\%$)	0.5 mV/(m/s ²)
Measurement Range	± 9810 m/s ² pk
Frequency Range($\pm 5\%$)	2.0 to 10,000 Hz
Frequency Range($\pm 10\%$)	1.5 to 15,000 Hz
Frequency Range(± 3 dB)	0.7 to 25,000 Hz
Resonant Frequency	≥ 70 kHz
Broadband Resolution(1 to 10,000 Hz)	0.03 m/s ² rms
Non-Linearity	$\leq 1\%$
Transverse Sensitivity	$\leq 5\%$
Overload Limit(Shock)	$\pm 98,000$ m/s ² pk
Temperature Range(Operating)	-54 to +121 °C

Temperature Response	See Graph
Excitation Voltage	18 to 30 VDC
Constant Current Excitation	2 to 20 mA
Output Impedance	≤ 200 ohm
Output Bias Voltage	7 to 11 VDC
Discharge Time Constant	0.24 to 1.0 sec
Settling Time(within 10% of bias)	<3 sec
Spectral Noise(1 Hz)	14,715 ($\mu\text{m}/\text{sec}^2$)/ $\sqrt{\text{Hz}}$
Spectral Noise(10 Hz)	3924 ($\mu\text{m}/\text{sec}^2$)/ $\sqrt{\text{Hz}}$
Spectral Noise(100 Hz)	1177 ($\mu\text{m}/\text{sec}^2$)/ $\sqrt{\text{Hz}}$
Spectral Noise(1 kHz)	294 ($\mu\text{m}/\text{sec}^2$)/ $\sqrt{\text{Hz}}$
Spectral Noise(10 kHz)	196 ($\mu\text{m}/\text{sec}^2$)/ $\sqrt{\text{Hz}}$
Electrical Isolation(Base)	>108 ohm
Sensing Element	Ceramic
Sensing Geometry	Shear
Housing Material	Anodized Aluminum
Sealing	Epoxy
Size (Height x Length x Width)	2.8 mm x 8.6 mm x 4.1 mm
Weight	0.2 gm
Electrical Connector	3-56 Coaxial Jack
Electrical Connection Position	Side
Mounting	Adhesive

Tabella 5.6 Caratteristiche gli accelerometri PCB 352C23

5.1.3. Osservazioni generali

Analizzare i casi reali risulta decisamente più complesso di quanto lo sia per casi ideali (come i cilindri modellati con elementi beam utilizzati nei capitoli precedenti), questo perché nelle prove sperimentali vi è la presenza di errori e rumori bianchi nei segnali acquisiti. Trovare il punto di connessione tra utensile e macchina ed effettuare martellate e misurazione in quel punto è decisamente difficile sia perché

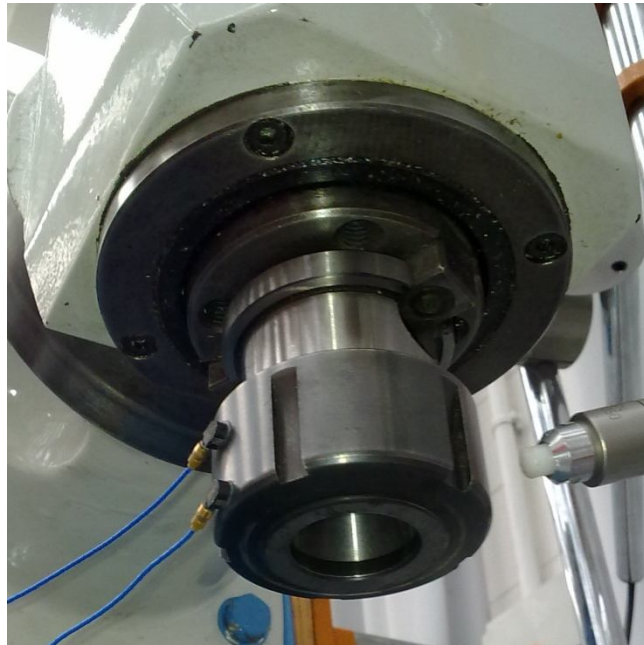


Figura 5.12 Mandrino senza utensile



Figura 5.13 Mandrino con montato l'utensile

Come si osserva in Figura 5.13, la configurazione Macchina – Portautensile – Utensile presenta una ghiera di fissaggio. Quando l'utensile è assente, la ghiera

risulta avere un gioco eccessivo e risulta un elemento di disturbo nel calcolo delle FRFs del mandrino. Per questo motivo si è ritenuto opportuno togliere tale ghiera nella fase di determinazione delle FRFs della struttura Macchina – Portautensile, considerandola parte della connessione K. I punti 2-3 quindi sono stati collocati agli estremi degli utensili per quanto riguarda il punto 2 e all'estremo del mandrino applicato sulla ghiera di fissaggio ovviamente ben avvitata per quanto riguarda il punto 3.

5.1.4. Distanza “s” tra i tre punti di misura

Nel capitolo precedente si è ampiamente parlato di quanto sia necessario individuare un appropriato valore per il parametro “s” tale per cui le FRFs ricavate siano in grado di dare stime accurate delle FRFs N, L e P. Gli studi precedentemente effettuati tramite elementi finiti, utilizzando modelli beam, hanno portato alla conclusione che, per un cilindro incastrato, il rapporto ottimale tra il parametro “s” e la lunghezza del cilindro (s/L) deve essere compreso tra i valori 0,03 e 0,06. Come già affermato nel *Capitolo 4*, risulta essere necessario trovare un valore di “L” che possa rappresentare la macchina in questione. Il parametro “s/L” studiato rappresenta la condizione di una trave cilindrica incastrata ad un estremo e libera all'estremo opposto. Questa condizione di vincolo ovviamente non è la condizione più corretta per rappresentare il mandrino di cui si vuole trovare la matrice delle risposte in frequenza. La condizione di vincolo che meglio rappresenta il mandrino è quella di cerniera-carrello in cui la cerniera è posta ad un estremo della trave mentre il carrello è posto a distanza “b” dall'estremo libero come rappresentato in Figura 5.14.

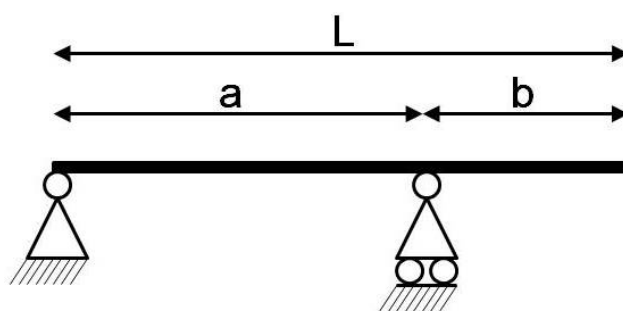


Figura 5.14 Vincolo Cerniera - Carrello

Per adattare, in modo molto pragmatico, i risultati degli studi fatti su una trave incastrata ad una trave vincolata in modo differente si possono utilizzare vari metodi. Una possibile soluzione è quella di considerare come parametro L la lunghezza libera di inflessione [4]. In questo modo è possibile trovare un L equivalente per ogni condizione di vincolo come rappresentato in Tabella 5.7.

Lunghezza libera di inflessione			
Carrello – Cerniera $L_0 = L$	Libero - Incastro $L_0 = 2L$	Carrello - Incastro $L_0 = L/\sqrt{2}$	Incastro - Incastro $L_0 = L/2$

Tabella 5.7 Lunghezza libera di inflessione

Un'altra soluzione è rappresentata dalla lunghezza di equivalenza della freccia di inflessione ossia la lunghezza che, a parità di altre proprietà della trave e di forza applicata, si flette all'estremo libero della stessa quantità di una trave incastrata. Questa soluzione appare senza dubbio più corretta dal punto di vista teorico rispetto

alla soluzione presentata precedentemente in quanto, se nel caso della lunghezza libera di inflessione la forza viene applicata in direzione assiale, nel caso di lunghezza di equivalenza della freccia di inflessione la forza è applicata in direzione radiale, esattamente come nel caso studiato per trovare il campo ottimale di “s/L”. Gli svantaggi legati alla scelta di quest’ultima soluzione sono legati alla necessità di calcolarsi, per ogni caso, una lunghezza equivalente in quanto non si posseggono a priori delle tabelle come nel caso della lunghezza libera di inflessione.

Per affrontare il caso in questione la scelta è ricaduta sulla lunghezza di equivalenza della freccia di inflessione. In Appendice 7.3 sono riportati i calcoli necessari a trovare la lunghezza equivalente per una condizione di vincolo cerniera – carrello come quella rappresentata in Figura 5.14 nei quali risulta che la lunghezza L_0 equivalente è pari a $\sqrt[3]{b^2L}$. Ne consegue che:

$$\frac{s}{L_0} = 0,03 \div 0,06 \quad [5.1]$$

$$\frac{s}{\sqrt[3]{b^2L}} = 0,03 \div 0,06 \quad [5.2]$$

Nella macchina in questione la lunghezza totale, comprendendo anche l’utensile montato, risulta essere all’incirca 340 mm mentre la distanza tra i due vincoli può essere all’incirca pari a 150 mm (quindi $b = 340 - 150 = 190$ mm).

$$s = \left(0,03 \cdot \sqrt[3]{b^2L}\right) \div \left(0,06 \cdot \sqrt[3]{b^2L}\right) \quad [5.3]$$

$$s = \left(0,03 \cdot \sqrt[3]{190^2 \cdot 340}\right) \div \left(0,06 \cdot \sqrt[3]{190^2 \cdot 340}\right) = 7 \div 14 \text{ mm} \quad [5.4]$$

Nelle prove sperimentali si è optato per una distanza “s” di 12 mm in quanto rendeva particolarmente comodo il posizionamento degli accelerometri sia nel caso del calcolo delle FRFs del mandrino senza utensile, sia nel caso in cui l’utensile è

montato sul mandrino. Gli accelerometri infatti non occupano una superficie infinitesima e quindi richiedono un'adeguata distanza tra loro, inoltre effettuare martellate in punti eccessivamente ravvicinati aumenta il rischio di colpire nello stesso punto.

5.2. SISTEMAZIONE DELLE ACQUISIZIONI EFFETTUATE

Per applicare la tecnica dell'RCSA occorre necessariamente che si disponga delle FRFs di ogni componente e che ciascuna FRF risulti compatibile con le altre FRFs. Essendo l'FRF una funzione dipendente dalla frequenza ma ottenibile sperimentalmente solo in modo discreto, è necessario innanzi tutto che tutti i vettori di FRFs dunque abbiano la medesima lunghezza e la stessa risoluzione in frequenza. Come anticipato in precedenza, ogni FRF è stata acquisita due volte utilizzando due martelli differenti per avere una buona precisione su un più ampio campo di frequenze escluso il caso delle FRFs acquisite sul mandrino in quanto, non avendo quest'ultimo modi ad alta frequenza, non rendeva necessaria l'acquisizione di FRFs dettagliate anche a frequenze alte. Prima di applicare la tecnica dell'RCSA occorre individuare un limite inferiore e un limite superiore di frequenze da analizzare e, per ogni coppia di FRFs (basse frequenze – alte frequenze), un punto o una zona di transizione per poter ottenere un'unica FRF.

Individuazione del limite inferiore

Le acquisizioni effettuate non restituiscono valori accurati per frequenze molto basse. Occorre dunque osservare l'andamento delle coerenze e il corrispettivo andamento delle ampiezze delle FRFs acquisite per poter individuare una frequenza di partenza. Si è ritenuto conveniente confrontare le FRFs che verranno usate per stimare le varie FRFs "N". Si riportano le FRFs H acquisite martellando nel punto estremo del portautensili (punto 3) e misurando nei punti 3, 3s e 3ss per quanto riguarda la struttura Mandrino – Portautensili (vedi Figura 5.19).

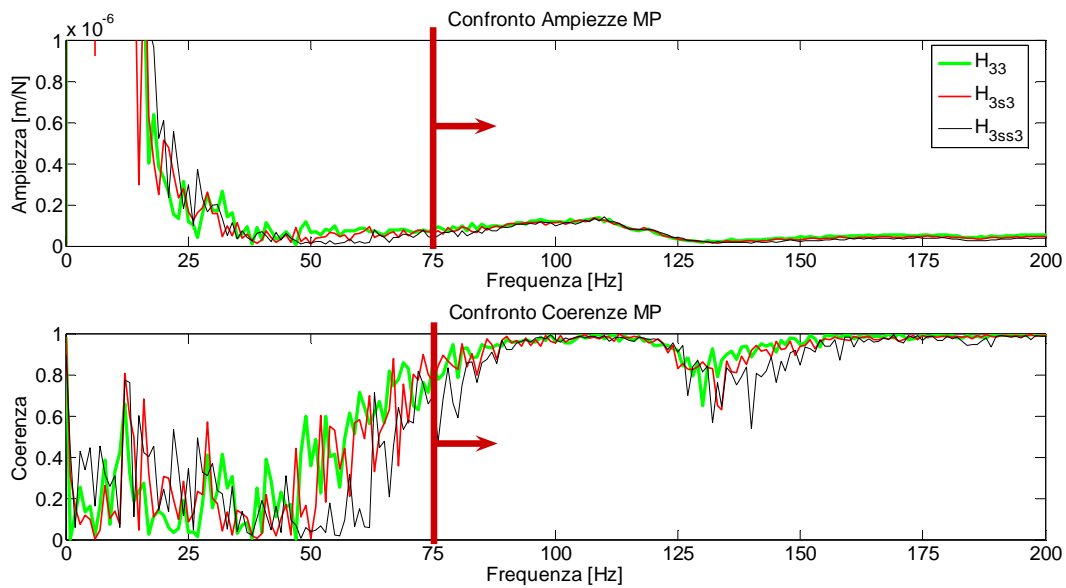


Figura 5.15 Confronto in ampiezza e coerenza delle FRFs acquisite sul mandrino (MP) con martello PCB 086C04 puntale in teflon, utilizzate per calcolare N_{33}^{MP} , da 0 Hz a 200 Hz

Sono ora riportate le FRFs H acquisite martellando nel punto estremo dell'utensile 1 montato in macchina (punto 1) e misurando nei punti 1, 1s e 1ss per quanto riguarda la struttura Mandrino – Portautensili – Utensile 1 (vedi Figura 5.20).

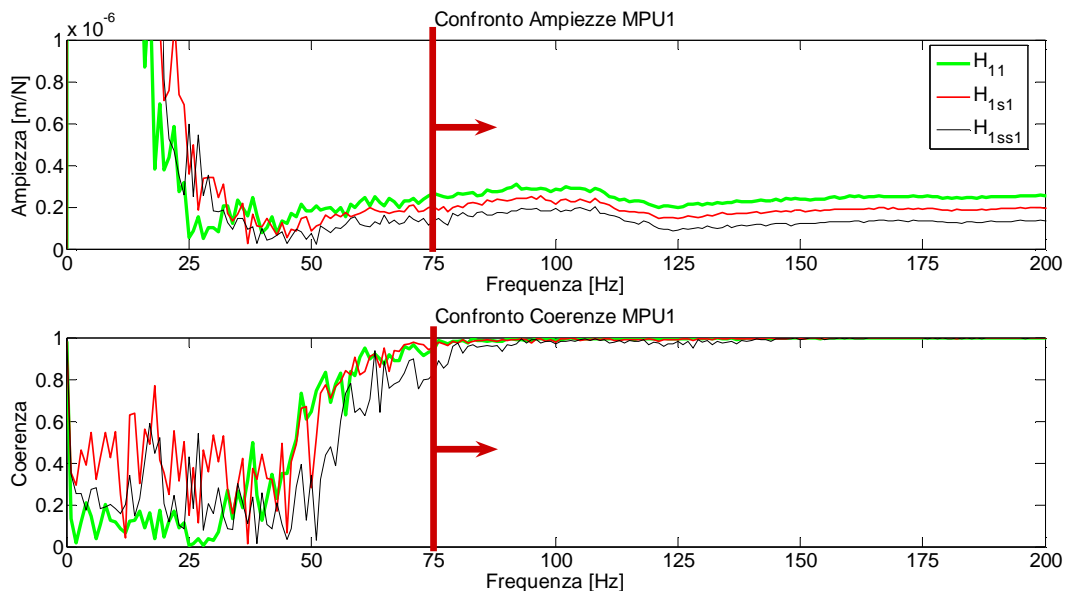


Figura 5.16 Confronto in ampiezza e coerenza delle FRFs acquisite sul mandrino con montato l'utensile 1 (MPU1) con martello PCB 086E80 puntale in rame, utilizzate per calcolare N_{11}^{MPU1} , da 0 Hz a 200 Hz

I segnali acquisiti risultano decisamente poco accurati per frequenze molto basse. L'effetto del rumore è infatti molto evidente per frequenze inferiori ai 50 Hz e questo comporta, come già detto nel capitolo precedente, un errore molto grossolano in fase di calcolo delle FRFs L, N e P. La cosa è ancor più evidente se si osserva l'andamento della coerenza, ovvero la funzione che esprime la linearità della risposta rispetto all'eccitazione. La misura dell'FRF può considerarsi accettabile nelle zone in cui la coerenza risulti superiore a 0,9. Si è scelto di imporre dunque, come limite inferiore, il valore di 75 Hz. In Appendice 7.2.6 sono riportati i grafici delle FRFs acquisite martellando nei punti 3s e 3ss per quanto riguarda la struttura Mandrino – Portautensili e 1s e 1ss per quanto riguarda la struttura Mandrino – Portautensili – Utensile 1.

Individuazione del limite superiore

Per quanto riguarda il limite superiore la scelta sarebbe dipesa dal decrescere della coerenza. Tuttavia i segnali acquisiti dai martelli di massa inferiore (adatti per avere buona precisione anche a frequenze alte) presentano una coerenza molto alta fino ai 12800 Hz, massima frequenza acquisita. Si è comunque scelto di limitare il campo delle frequenze ad una frequenza massima di 12000 Hz. Tale limite, dovuto alla banda passante del martello, sarà utile per costruire in modo più accurato modi a basse frequenze in quanto, acquisendo a 25000 Hz, per i modi a frequenze dell'ordine di grandezza del limite superiore imposto si avrebbero poco più di due punti a periodo.

Per quanto riguarda i segnali acquisiti sul mandrino, essendo solo dettagliati sulle basse frequenze, sono stati acquisiti fino a 2560 Hz. Anche in questo caso la coerenza rimane piuttosto prossima ad 1 e quindi, per poter avere una FRF che arrivi a 12000 Hz, si è effettuato uno zero-padding nel range 2560 – 12000 Hz. Questo è stato fatto rendere i vettori confrontabili con gli altri e utilizzabili nella tecnica dell'RCSA. In Appendice 7.2.6 sono riportati i grafici delle altre FRFs.

Individuazione del range di transizione

Per unire in un solo vettore le FRFs acquisite a bassa e alta frequenze, non avendo trovato riferimenti bibliografici su tale questione, si è proposta una metodologia di transizione tra un'FRF e l'altra. Questa transizione si è applicata in un'area di 100 Hz in cui le due FRFs fossero confrontabili, ovvero avessero entrambe una coerenza sufficientemente alta e, in ampiezza, avessero valori differenti tra loro di non più del 10%. Per quanto riguarda le fasi la differenza non dovrà essere più di 2 decimi di radiante. In questo range di frequenze si è calcolato il valore della FRF per ogni frequenza attraverso una media pesata:

$$H(f_i) = \alpha_i \cdot H_{LF}(f_i) + \beta_i \cdot H_{HF}(f_i) \quad [5.5]$$

Dove:

$$\alpha_i + \beta_i = 1 \quad [5.6]$$

$$\alpha_i = \frac{100 - i}{100} \quad \alpha_i + \beta_i = 1 \quad [5.7]$$

I grafici sottostanti riportano la zona di transizione delle FRFs richiamate in precedenza per l'individuazione del limite inferiore. Chiaramente la medesima transizione è stata effettuata per tutte le varie coppie di FRFs.

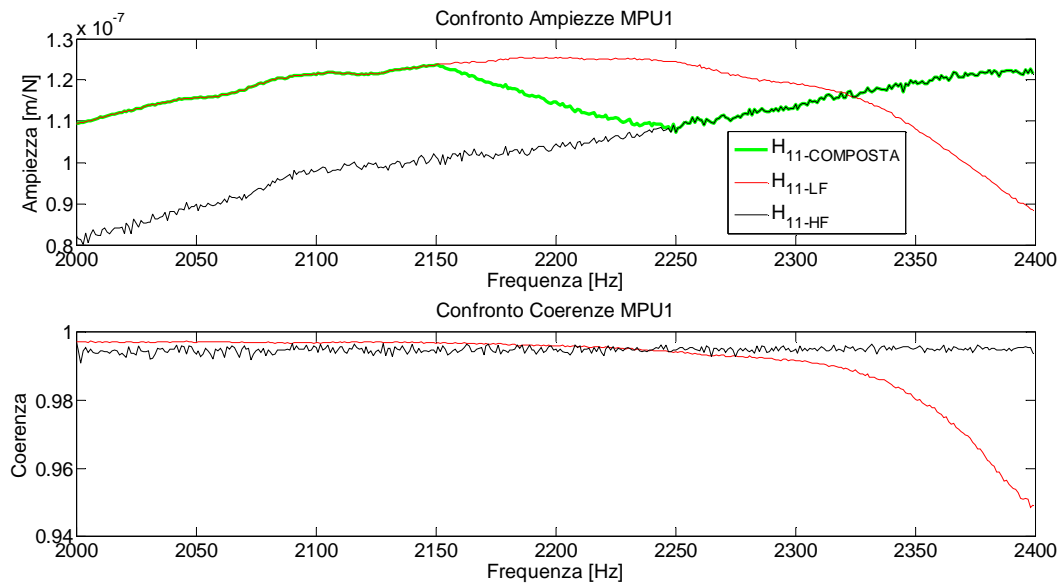


Figura 5.17 Zona di transizione delle FRFs acquisite sul mandrino con montato l'utensile 1 (MPU1) usate per comporre l'FRF H_{11}^{MPU1} , confronto ampiezze e coerenze

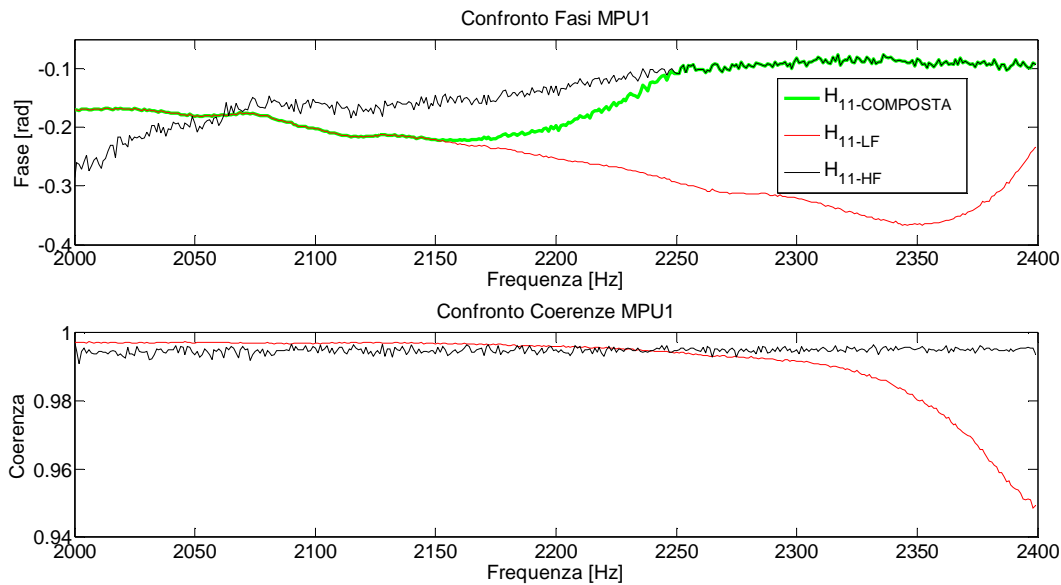
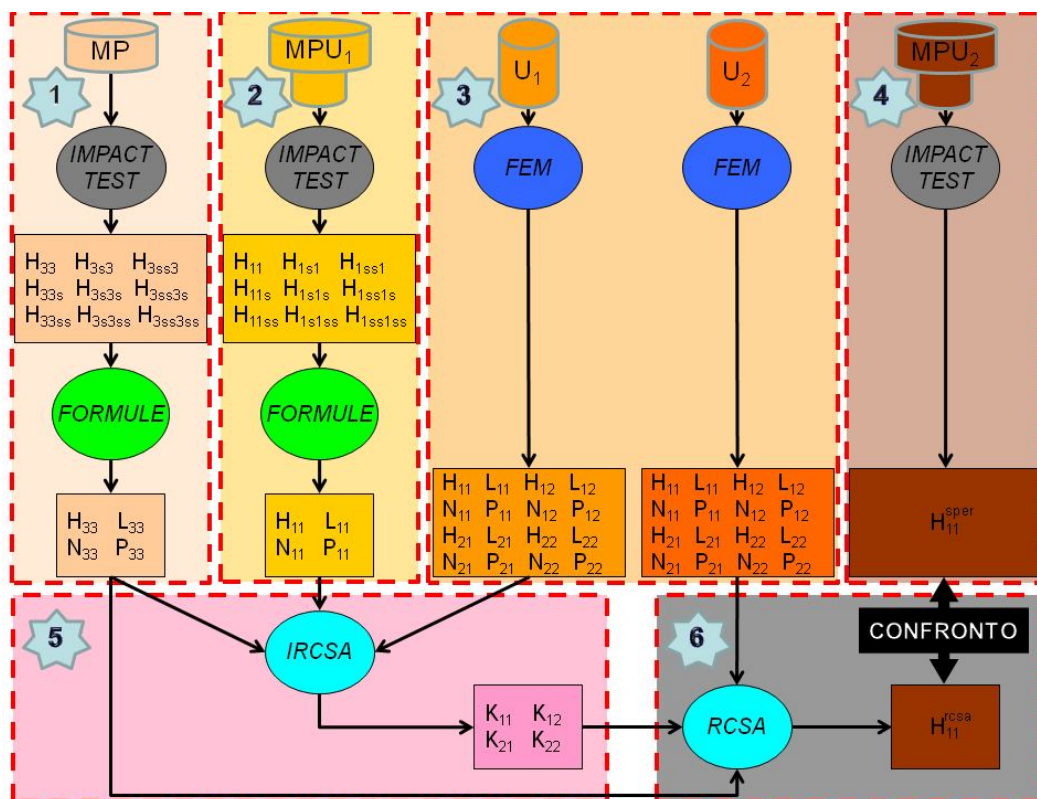


Figura 5.18 Zona di transizione delle FRFs acquisite sul mandrino con montato l'utensile 1 (MPU1) usate per comporre l'FRF H_{11}^{MPU1} , confronto fasi e coerenze

Una volta determinati i limiti inferiori e superiori delle FRFs e aver ottenuto, mediante la congiunzione delle FRFs dettagliate ad alta e a bassa frequenza, dei vettori unici delle FRFs, è possibile utilizzare questi vettori per applicare la tecnica dell'RCSA.

5.3. APPLICAZIONE DELL'RCSA AL CASO SPERIMENTALE

Una volta determinati i limiti del campo di frequenze considerato, è possibile procedere alla verifica della tecnica dell'RCSA sul caso sperimentale in questione. In questo paragrafo si presenteranno i vari passi richiesti dalla tecnica per poter stimare l'FRF H di una qualsiasi configurazione Macchina – Portautensili – Utensile 2 dove con Utensile 2 si intende un qualsiasi Utensile differente dall'Utensile 1 usato come riferimento per determinare il parametro K .



Vedi Figura 5.1 Schema delle fasi operative

Per una maggior chiarezza verranno ora indicate le collocazioni dei vari punti sulla macchina utilizzata per le prove sperimentali.

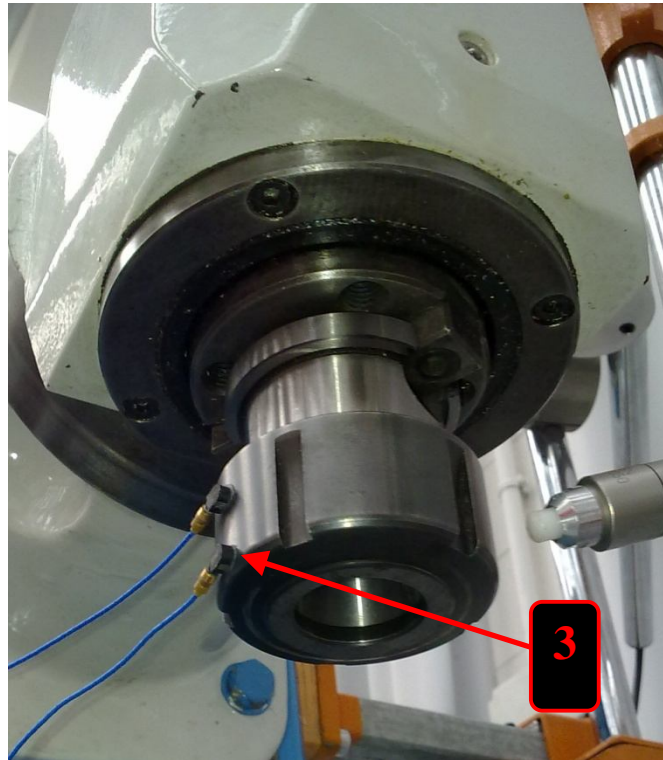


Figura 5.19 Collocazione punto 3 per MP

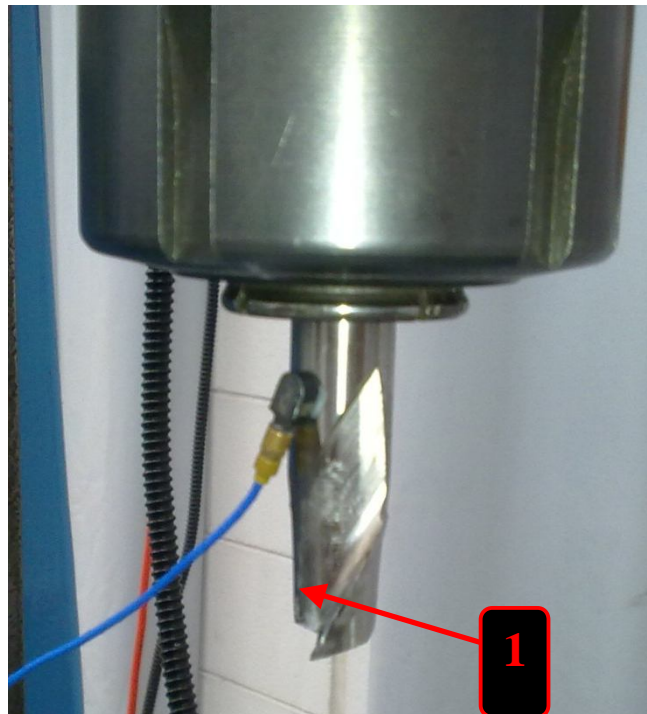


Figura 5.20 Collocazione punto 1 per MPU1



Figura 5.21 Collocazione punti 1 e 2 per U1



Figura 5.22 Collocazione punti 1 e 2 per U2

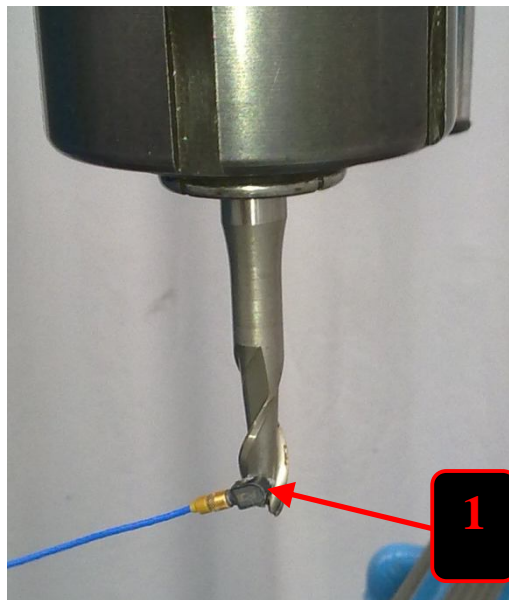


Figura 5.23 Collocazione punto 1 per MPU2

Vengono ora esplicitati i nomi utilizzati per indicare le varie FRFs e le diverse matrici usate per applicare la tecnica dell'RCSA.

$[T_{33}^{MP}] = \begin{bmatrix} H_{33}^{MP} & L_{33}^{MP} \\ N_{33}^{MP} & P_{33}^{MP} \end{bmatrix}$: Matrice delle FRFs della macchina, ottenuta mediante prove sperimentali;

$$[G_{11}^{MPU1}] = \begin{bmatrix} H_{11}^{MPU1} & L_{11}^{MPU1} \\ N_{11}^{MPU1} & P_{11}^{MPU1} \end{bmatrix}: \text{Matrice delle FRFs della macchina con montato}$$

l'utensile 1, ottenuta mediante prove sperimentali;

$$[T^{U1}] = \begin{bmatrix} [T_{11}^{U1}] & [T_{12}^{U1}] \\ [T_{21}^{U1}] & [T_{22}^{U1}] \end{bmatrix}: \text{Matrice complessiva delle FRFs dell'utensile 1}$$

$$[T_{11}^{U1}] = \begin{bmatrix} H_{11}^{U1} & P_{11}^{U1} \\ N_{11}^{U1} & P_{11}^{U1} \end{bmatrix}: \text{Parte della matrice delle FRFs dell'utensile 1, ottenuto}$$

mediante FEM;

$$[T_{21}^{U1}] = \begin{bmatrix} H_{21}^{U1} & P_{21}^{U1} \\ N_{21}^{U1} & P_{21}^{U1} \end{bmatrix}: \text{Parte della matrice delle FRFs dell'utensile 1, ottenuto}$$

mediante FEM;

$$[T_{12}^{U1}] = \begin{bmatrix} H_{12}^{U1} & P_{12}^{U1} \\ N_{12}^{U1} & P_{12}^{U1} \end{bmatrix}: \text{Parte della matrice delle FRFs dell'utensile 1, ottenuto}$$

mediante FEM;

$$[T_{22}^{U1}] = \begin{bmatrix} H_{22}^{U1} & P_{22}^{U1} \\ N_{22}^{U1} & P_{22}^{U1} \end{bmatrix}: \text{Parte della matrice delle FRFs dell'utensile 1, ottenuto}$$

mediante FEM;

$$[T^{U2}] = \begin{bmatrix} [T_{11}^{U2}] & [T_{12}^{U2}] \\ [T_{21}^{U2}] & [T_{22}^{U2}] \end{bmatrix}: \text{Matrice complessiva delle FRFs dell'utensile 2}$$

$$[T_{11}^{U2}] = \begin{bmatrix} H_{11}^{U2} & P_{11}^{U2} \\ N_{11}^{U2} & P_{11}^{U2} \end{bmatrix}: \text{Parte della matrice delle FRFs dell'utensile 2, ottenuto}$$

mediante FEM;

$[T_{21}^{U2}] = \begin{bmatrix} H_{21}^{U2} & P_{21}^{U2} \\ N_{21}^{U2} & P_{21}^{U2} \end{bmatrix}$: Parte della matrice delle FRFs dell'utensile 2, ottenuto mediante FEM;

$[T_{12}^{U2}] = \begin{bmatrix} H_{12}^{U2} & P_{12}^{U2} \\ N_{12}^{U2} & P_{12}^{U2} \end{bmatrix}$: Parte della matrice delle FRFs dell'utensile 2, ottenuto mediante FEM;

$[T_{22}^{U2}] = \begin{bmatrix} H_{22}^{U2} & P_{22}^{U2} \\ N_{22}^{U2} & P_{22}^{U2} \end{bmatrix}$: Parte della matrice delle FRFs dell'utensile 2, ottenuto mediante FEM;

$H_{11}^{MPU2,sper}$: FRF (traslazione su forza) della macchina con montato l'utensile 2, ottenuta mediante prove sperimentali;

$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}$: Parametro connessione, ottenuto mediante IRCSA;

$[G_{11}^{MPU2,rca}] = \begin{bmatrix} H_{11}^{MPU2,rca} & L_{11}^{MPU2,rca} \\ N_{11}^{MPU2,rca} & P_{11}^{MPU2,rca} \end{bmatrix}$: Matrice delle FRFs della macchina con montato l'utensile 2, ottenuta mediante la tecnica dell'RCSA

5.3.1. Determinazione sperimentale della $[T^{MP}]$

Dalle prove sperimentali eseguite tramite impact test sul mandrino senza alcun utensile montato, sono state ricavate le nove FRFs H che occorrono per determinare l'FRF H_{33}^{MP} e calcolare le FRFs rotazionali N_{33}^{MP} , L_{33}^{MP} e P_{33}^{MP} .

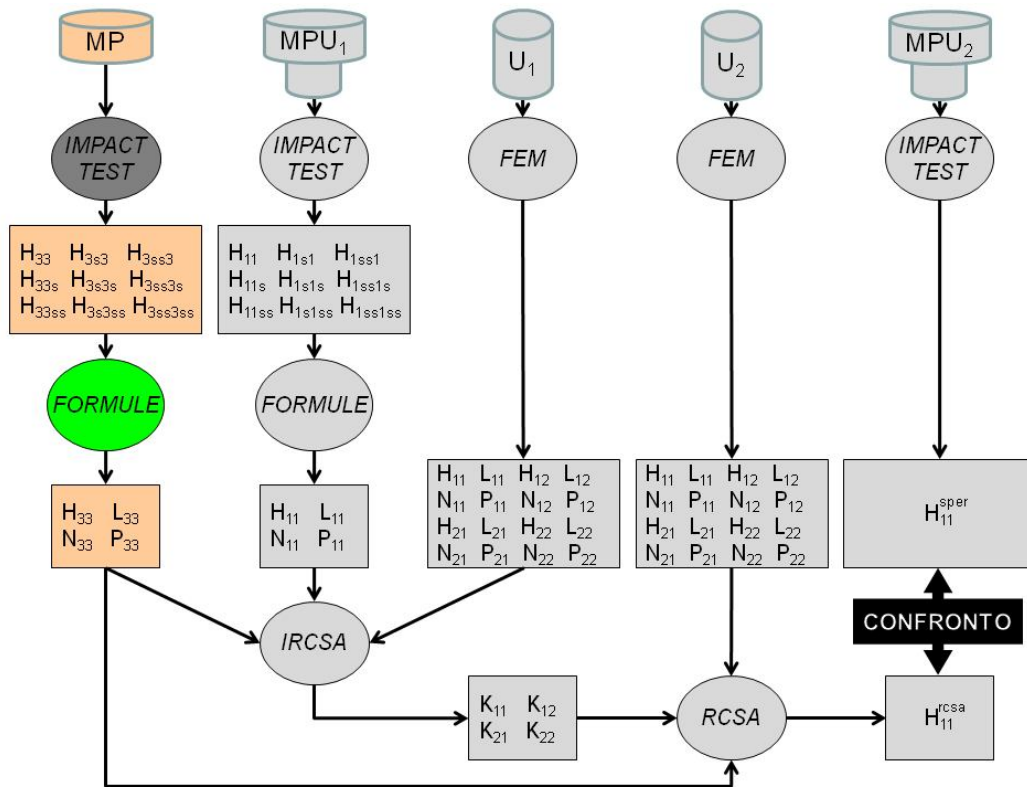


Figura 5.24 Schema delle fasi operative, FRFs Mandrino-Portautensili

Le componenti rotazionali delle FRFs sono state calcolate attraverso le formule presentate nel *Capitolo 4* (vedi eq. [4.6], [4.9], [4.10] e [4.11]).

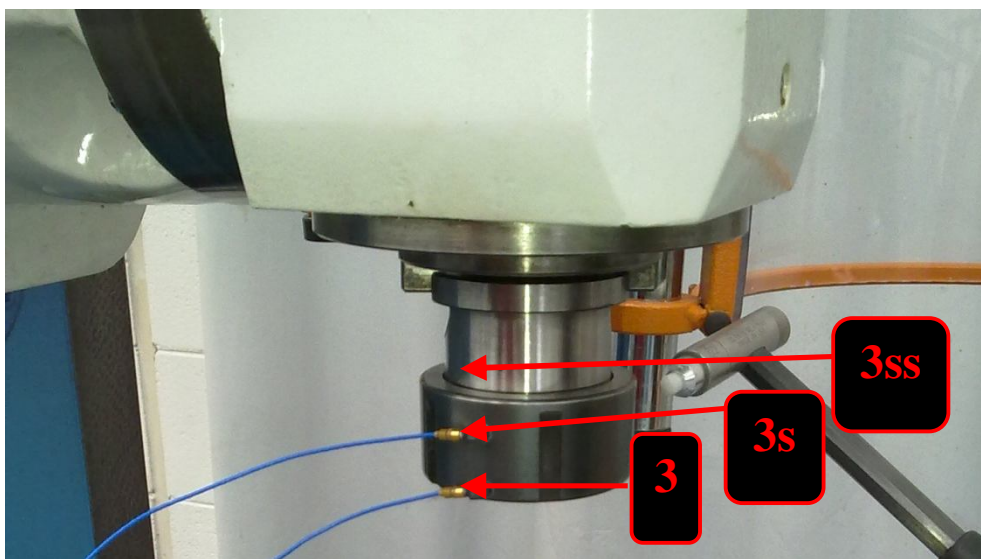


Figura 5.25 Posizione punti 3, 3s, 3ss

Sono ora riportate, nei grafici che seguono, alcune delle FRFs acquisite per eseguire i calcoli necessari alla determinazione di tutte le componenti necessarie e alcune delle FRFs calcolate. In Appendice 7.2.6 è possibile trovare i grafici di tutte le FRFs mentre ora sono presenti solo le FRFs usate per calcolare le componenti N_{33}^{MP} e P_{33}^{MP} .

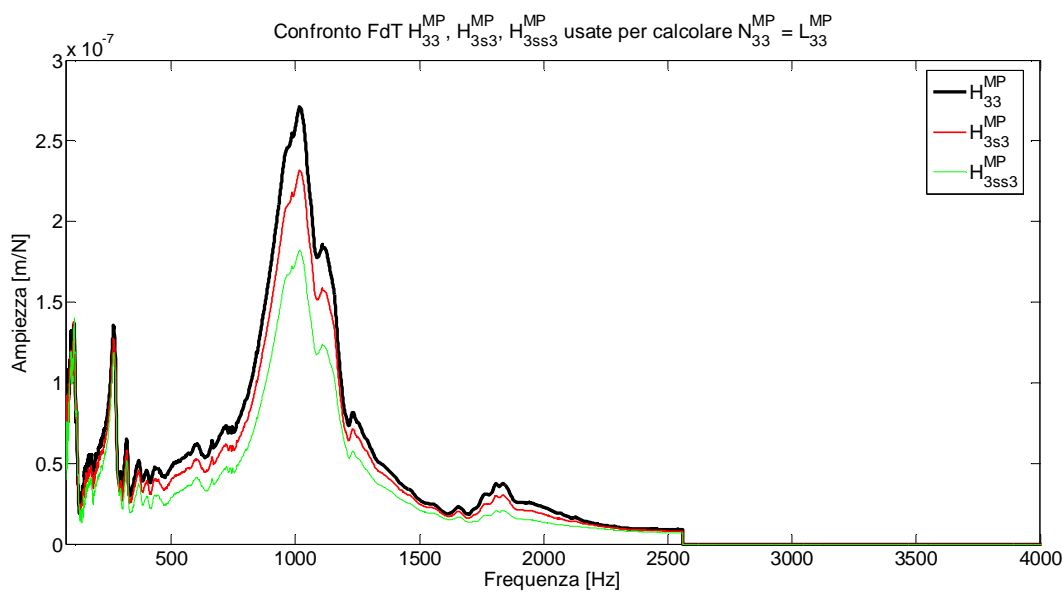


Figura 5.26 Confronto delle tre FRFs H usate per calcolare N_{33}^{MP}

Si può osservare che le FRFs non collocate sono di ampiezza inferiore rispetto alla FRF collocata (in nero in figura). La scelta di un parametro “s” in rispetto dei vincoli sopra esposti permette di ottenere FRFs non collocate che non presentino, almeno nella zona di frequenze di interesse, il fenomeno del pole-zero flipping [2], ovvero lo spostamento di poli e zeri rispetto alla FRF collocata. Questo è dovuto ad una distanza tra i punti di acquisizione non troppo elevata. Ottenere FRFs che variano soltanto in ampiezza mantenendo l’alternanza di poli e zeri costante indica dunque che i risultati delle acquisizioni sono da ritenersi di qualità accettabile e le FRFs si dimostrano adatte per una buona stima delle componenti N ed L. Risulta evidente che a basse frequenze, dove le distanze tra le ampiezze delle tre FRFs è molto ridotta, le stime di N e di L risulteranno meno accurate.

Una volta calcolate N_{33}^{MP} , N_{33s}^{MP} , N_{33ss}^{MP} , essendo che per simmetria esse corrispondono rispettivamente a L_{33}^{MP} , L_{3s3}^{MP} , L_{3ss3}^{MP} , si è calcolata la componente P_{33}^{MP} . Come già detto, si rimanda al *Capitolo 4*, per le formule utilizzate per la determinazione delle varie componenti. Sono ora riportate nello stesso grafico le tre FRFs L utilizzate per il calcolo della componente P.

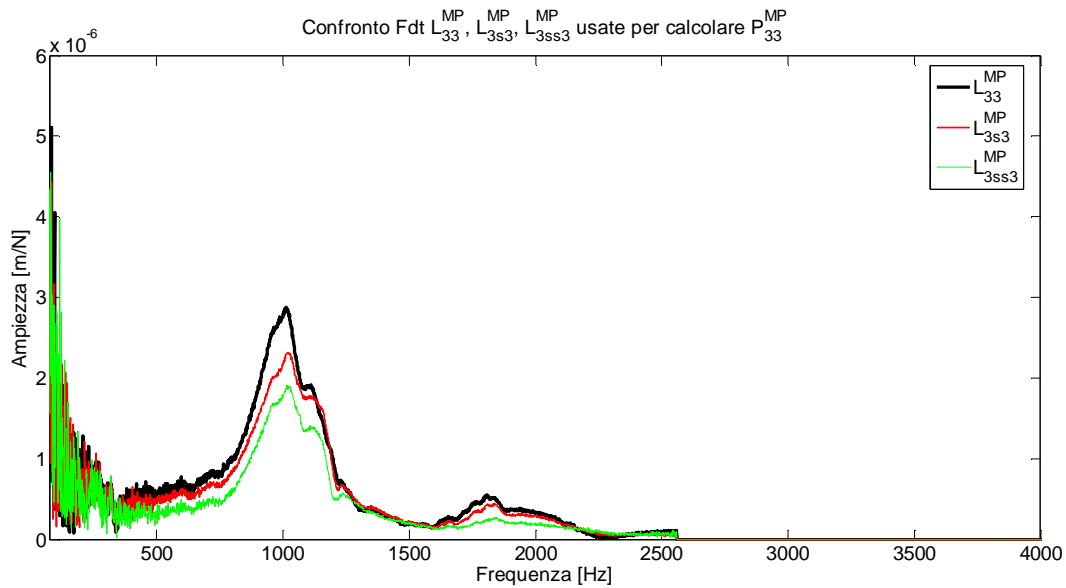


Figura 5.27 Confronto delle tre FRFs L usate per calcolare P_{33}^{MP}

Si osserva che a basse frequenze le FRFs sono molto disturbate mentre a frequenze più alte mantengono una distanza tra loro sufficiente da garantire una buona stima della componente P. Questo perché, a frequenze molto basse, si hanno coerenze basse.

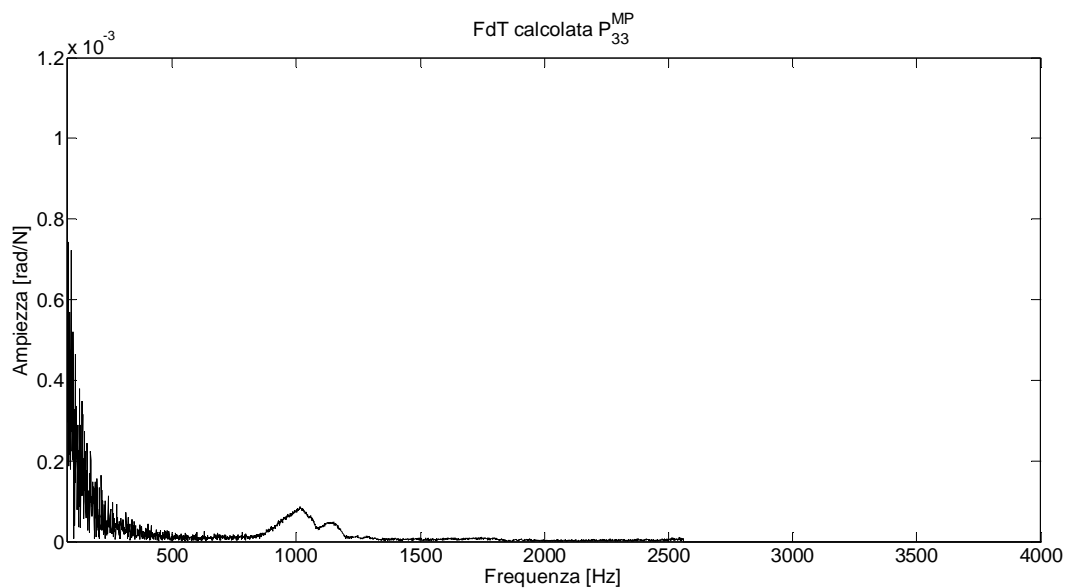


Figura 5.28 FRF calcolata P_{33}^{MP}

Risulta certamente di notevole interesse confrontare l'FRF P stimata come derivata di L con l'FRF P calcolata utilizzando la formula proposta da Schmitz. Occorre ricordare che l'FRF P calcolata da Schmitz individua piuttosto correttamente i poli ma ad essi ne aggiunge degli altri, corrispondenti agli zeri della H che nella formula utilizzata appare al denominatore, mentre stima a frequenze più elevate gli zeri della P .

Nel grafico che segue sono riportate entrambe le FRFs P in scala semilogaritmica (scala adatta per l'individuazione di poli e zeri) e si è inoltre aggiunta l'FRF H invertita (moltiplicata per un opportuno fattore di scala per poter rendere le FRFs confrontabili) utile per l'individuazione dei picchi aggiunti dovuti agli zeri della H .

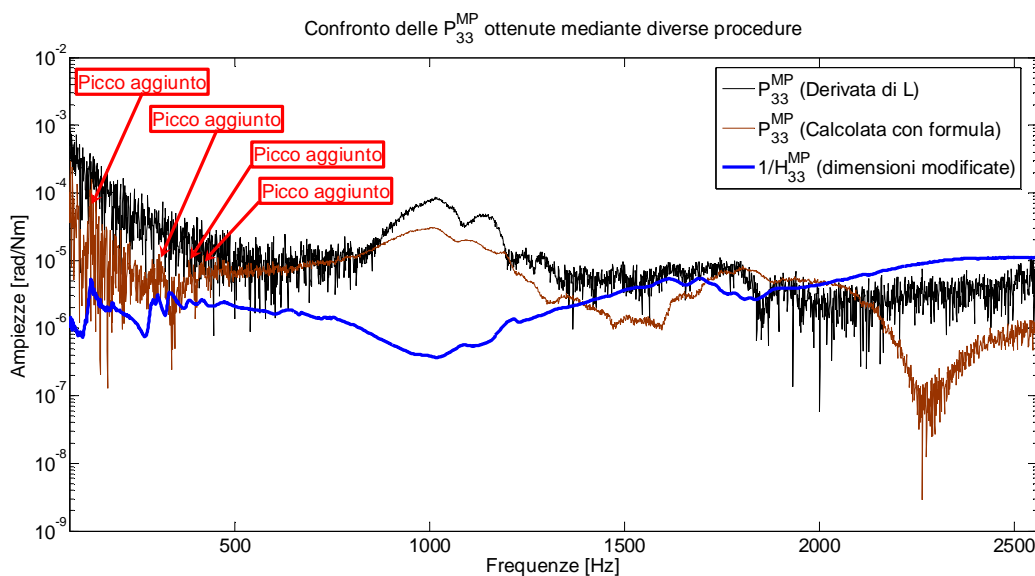


Figura 5.29 Confronto P_{33}^{MP} calcolate mediante differenti procedure

Si può osservare che la formula di Schmitz applicata a FRFs sperimentali nasconde i suoi limiti restituendo un risultato decisamente accettabile a prima vista. Osservando attentamente però si può osservare che l'FRF ottenuta con questa formula aggiunge una serie di picchi che corrispondono ai picchi dell'inversa della H , ovvero a zeri della H , nel campo che va da 75 Hz a 500 Hz. Ovviamente non si ha a disposizione l'FRF P esatta e quindi valutare quanto l'FRF P ottenuta derivando L si avvicini alla FRF P esatta è impossibile. Risulta però evidente che certi errori introdotti dalla formulazione proposta da Schmitz vengono evitati e questo porta certamente una maggior accuratezza nel risultato finale. Si rimanda all'Appendice 7.5 per lo studio dell'influenza della snellezza sulla stima dell'FRF P mediante la formulazione proposta da Schmitz.

Attraverso dunque le operazioni sopra descritte si è potuta ottenere l'intera matrice delle FRFs del mandrino MP al punto 3:

$$[T^{MP}] = [T_{33}^{MP}] = \begin{bmatrix} H_{33}^{MP} & L_{33}^{MP} \\ N_{33}^{MP} & P_{33}^{MP} \end{bmatrix} \quad [5.8]$$

5.3.2. Determinazione sperimentale della $[G^{MPU1}]$

Una volta ricavate le FRFs della struttura MP, per ottenere il parametro di connessione K tra MP e U1 risulta necessario avere a disposizione le FRFs della struttura Mandrino - Portautensile con annesso l'Utensile 1.

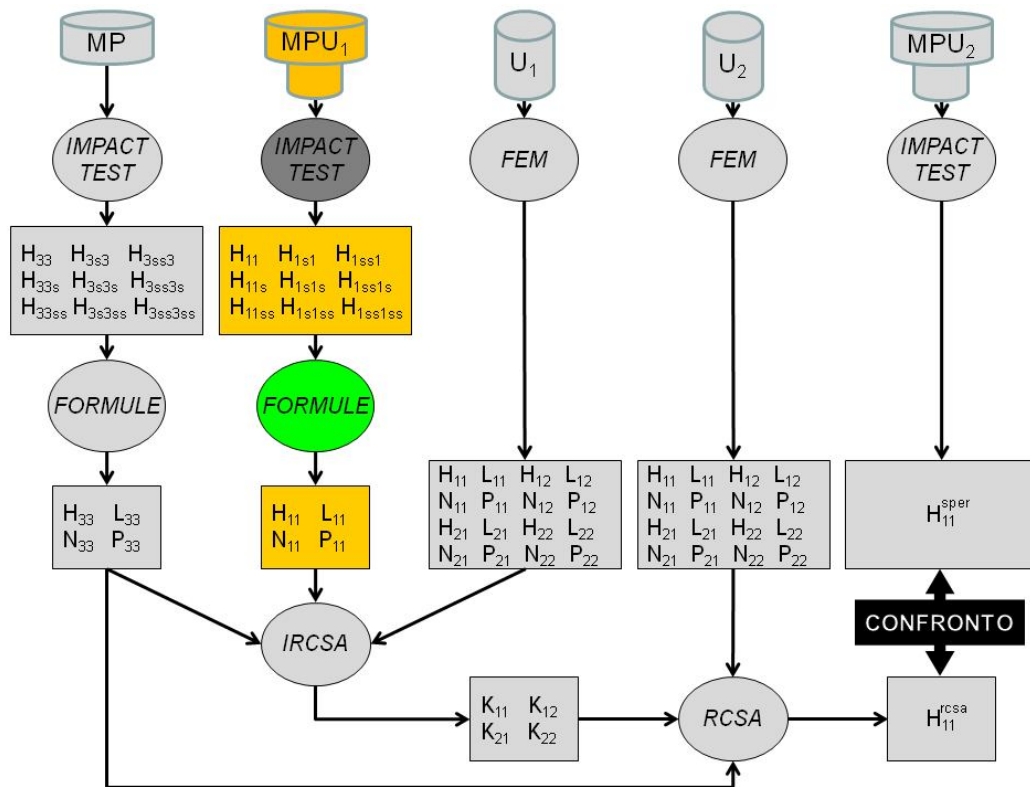


Figura 5.30 Schema delle fasi operative, FRFs Mandrino-Portautensili-Utensile 1

Dalle prove sperimentali eseguite tramite impact test sull'utensile 1 (C100) montato sul mandrino sono state ricavate le nove l'FRFs H_{11}^{MPU1} necessarie per calcolare le FRFs rotazionali N_{11}^{MPU1} , L_{11}^{MPU1} e P_{11}^{MPU1} .

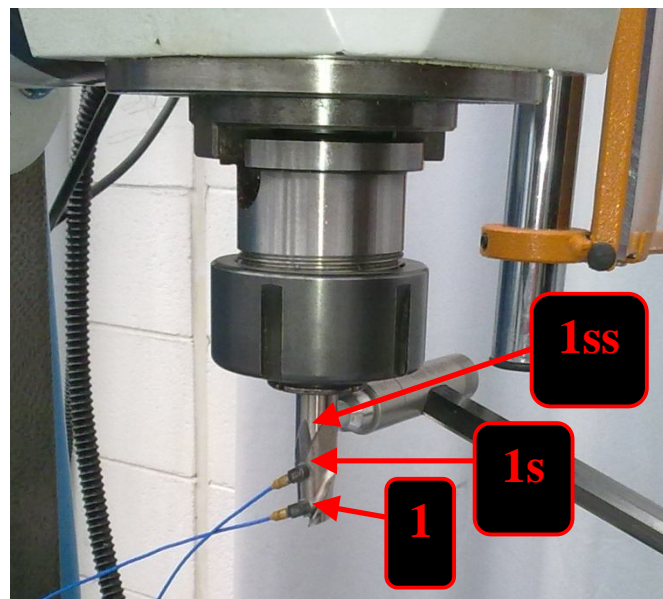


Figura 5.31 Posizione punti 1, 1s 1ss

Sono ora riportate, nei grafici che seguono, alcune delle FRFs acquisite per eseguire i calcoli necessari alla determinazione di tutte le componenti necessarie e alcune delle FRFs calcolate. In Appendice 7.2.6 è possibile trovare i grafici di tutte le FRFs mentre ora sono presenti solo le FRFs usate per calcolare le componenti N_{11}^{MPU1} e P_{11}^{MPU1} .

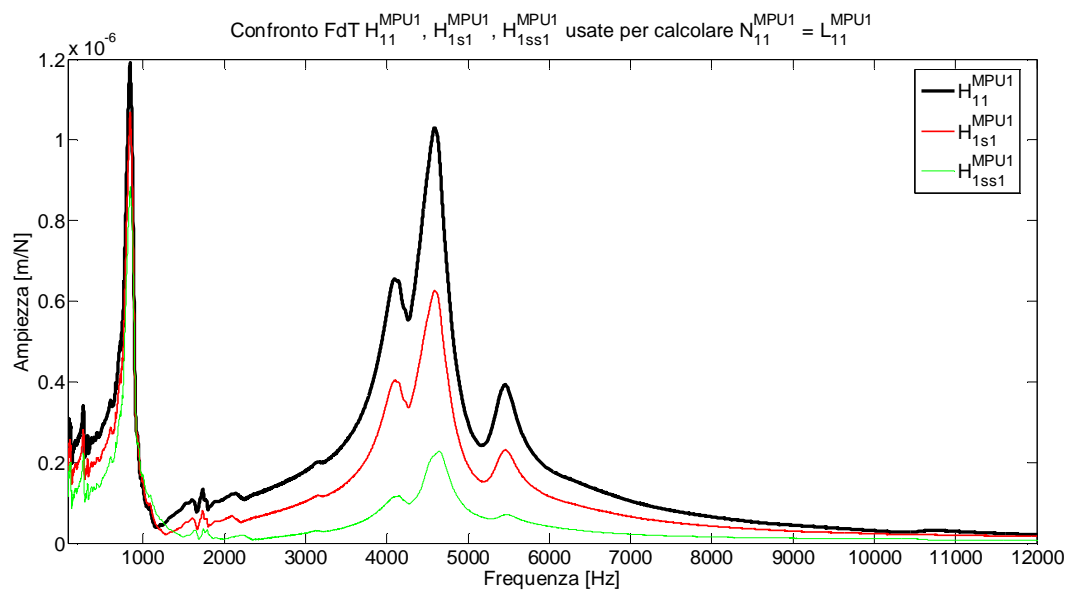


Figura 5.32 Confronto delle tre FRFs H usate per calcolare N_{11}^{MPU1}

Le FRFs H mostrano chiaramente una prima serie di poli collocata nelle frequenze inferiori ai 1000 Hz dovuta al mandrino mentre una seconda serie di poli, posta tra i 4000 e i 6000 Hz, dovuta presumibilmente all'Utensile 1. Le FRFs sono di qualità tale da permettere una buona stima della FRF N_{11}^{MPU1} .

Una volta calcolate N_{11}^{MPU1} , N_{11s}^{MPU1} , N_{11ss}^{MPU1} , essendo che per simmetria esse corrispondono rispettivamente a L_{11}^{MPU1} , L_{1s1}^{MPU1} , L_{1ss1}^{MPU1} , si è calcolata la componente P_{11}^{MPU1} .

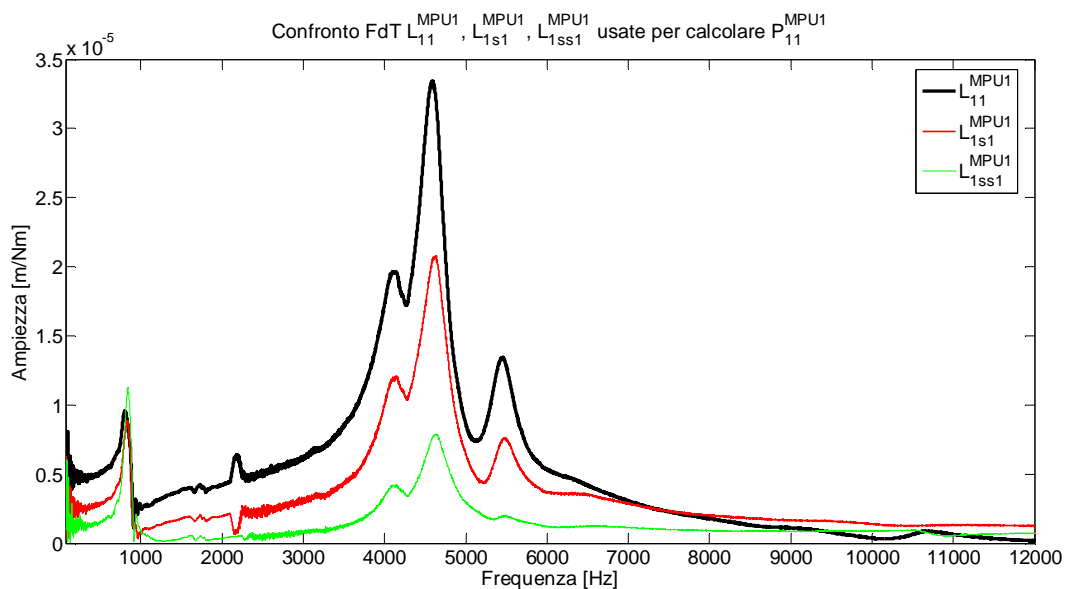


Figura 5.33 Confronto delle tre FRFs L usate per calcolare P_{11}^{MPU1}

Si può osservare che le FRFs L si presentano ben distanziate nella fascia che va dai 2000 ai 7000 Hz. In questa zona sarà possibile ottenere una stima migliore della FRF P.

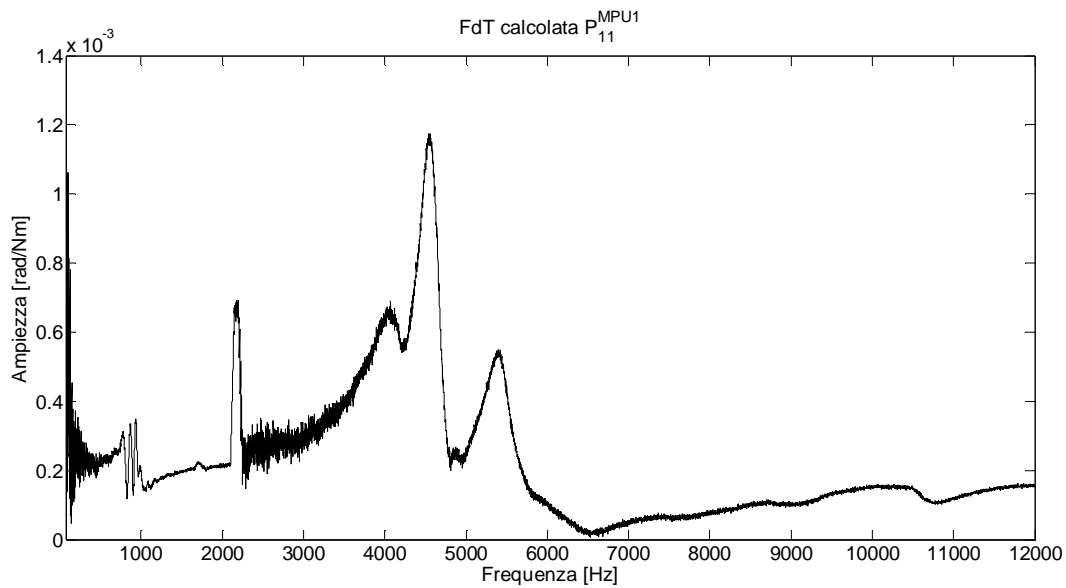


Figura 5.34 FRF calcolata P_{11}^{MPU1}

Si può osservare che il picco presente intorno ai 1000 Hz in tutte le FRFs L nella FRF P sembra annullarsi. Un'altra situazione particolare è presente tra i 2000 e i 3000 Hz dove un picco viene amplificato presumibilmente più del dovuto. Queste anomalie sono dovute a situazioni particolari che sono presenti nelle FRFs L e che, date in pasto alla formula per ricavare la derivata mediante il metodo dei coefficienti incogniti, generano appunto le anomalie sopra rilevate.

Come in precedenza, si confronta ora l'FRF P ricavata come derivata di L e l'FRF P calcolata mediante la formula proposta da Schmitz.

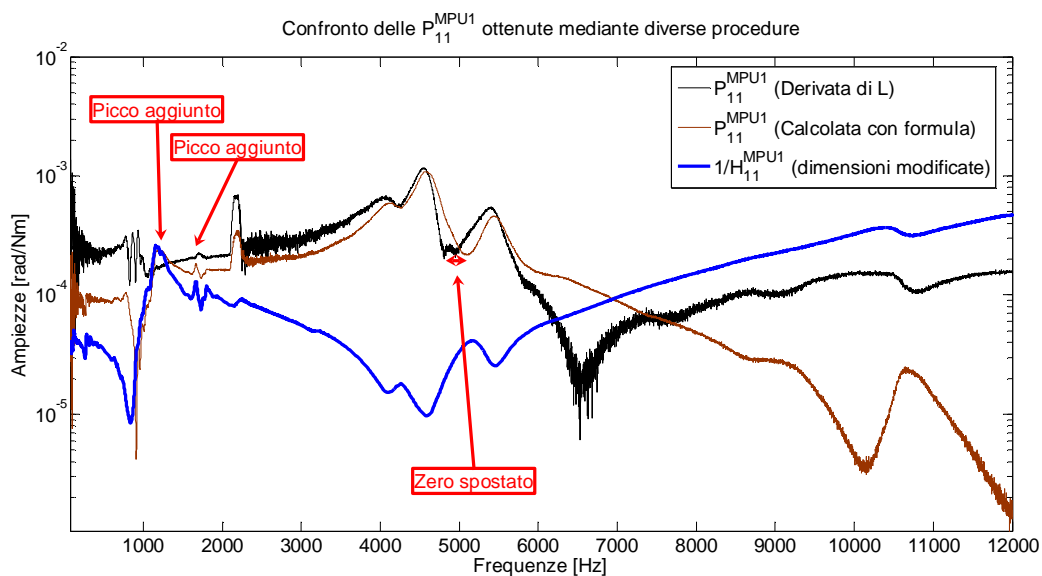


Figura 5.35 Confronto P_{11}^{MPU1} calcolate mediante differenti procedure

Rispetto alla P_{33}^{MP} , il campo di frequenza osservato è più ampio e questo comporta una migliore confrontabilità delle due FRFs. In questo caso si vedono con maggior evidenza gli spostamenti dello zero collocato a 5000 Hz e si possono osservare alcuni picchi aggiunti dovuti agli zeri della H (1200 Hz circa e 1800 Hz circa). Anche in questo caso si può affermare che, seppur la differenza tra le due FRFs P appare trascurabile, l'FRF P generata dalla formula proposta da Schmitz contiene degli evidenti errori. Ovviamente questi errori emergono in modo marcato quando si studiano casi ideali come quelli visti nel paragrafo 4.1 ma rimangono anche in casi sperimentali come si è potuto vedere confrontando le FRFs P sia del Mandrino - Portautensile, sia del Mandrino - Portautensile con l'utensile montato. Si rimanda all'Appendice 7.5 per lo studio dell'influenza della snellezza sulla stima dell'FRF P mediante la formulazione proposta da Schmitz.

Attraverso dunque le operazioni sopra descritte si è potuta ottenere l'intera matrice delle FRFs del mandrino M al punto 3:

$$[G^{MPU1}] = [G_{11}^{MPU1}] = \begin{bmatrix} H_{11}^{MPU1} & L_{11}^{MPU1} \\ N_{11}^{MPU1} & P_{11}^{MPU1} \end{bmatrix} \quad [5.9]$$

5.3.3. Determinazione mediante modello FEM della $[T^{U1}]$ e della $[T^{U2}]$

Gli utensili, di cui occorre avere le FRFs in condizioni free - free, necessitano di essere modellati e studiati mediante un software di analisi FEM capace di riprodurre abbastanza fedelmente le complesse geometrie dovute ai taglienti (vedi Appendice 7.4).

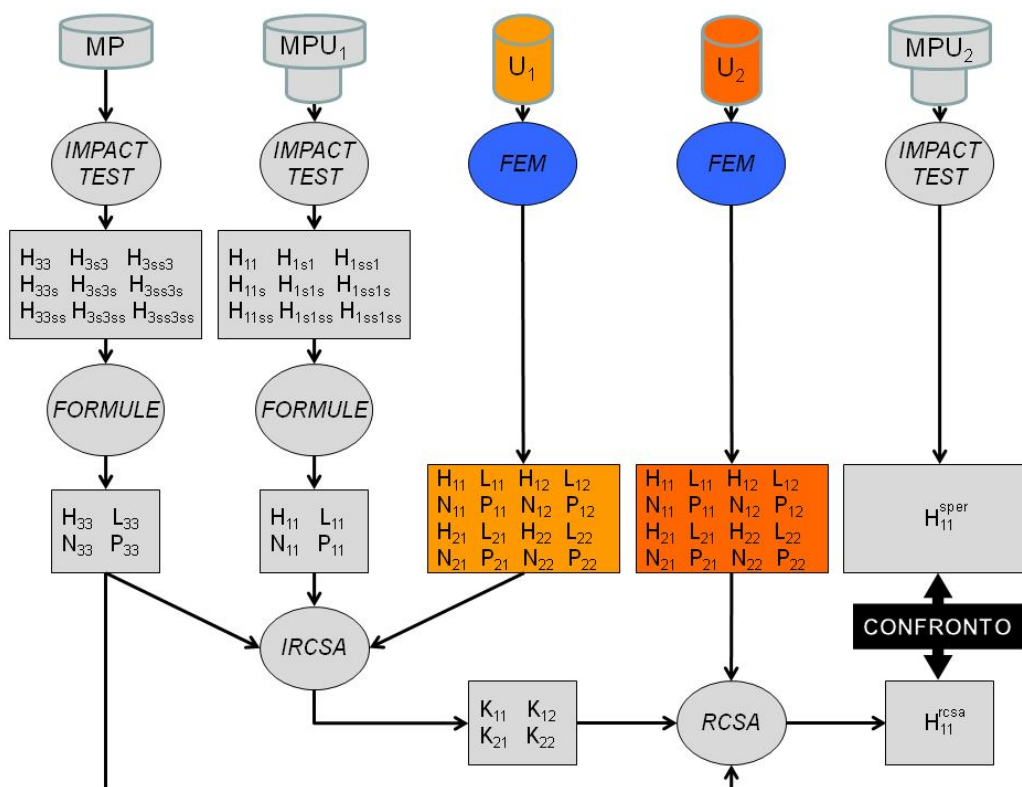


Figura 5.36 Schema delle fasi operative, FRFs Utensile 1 e Utensile 2

Le FRFs degli utensili sono state ottenute utilizzando il software Abaqus, applicando opportune partizioni nei punti di interesse, ovvero nei punti in cui era necessario applicare forze o valutare spostamenti.

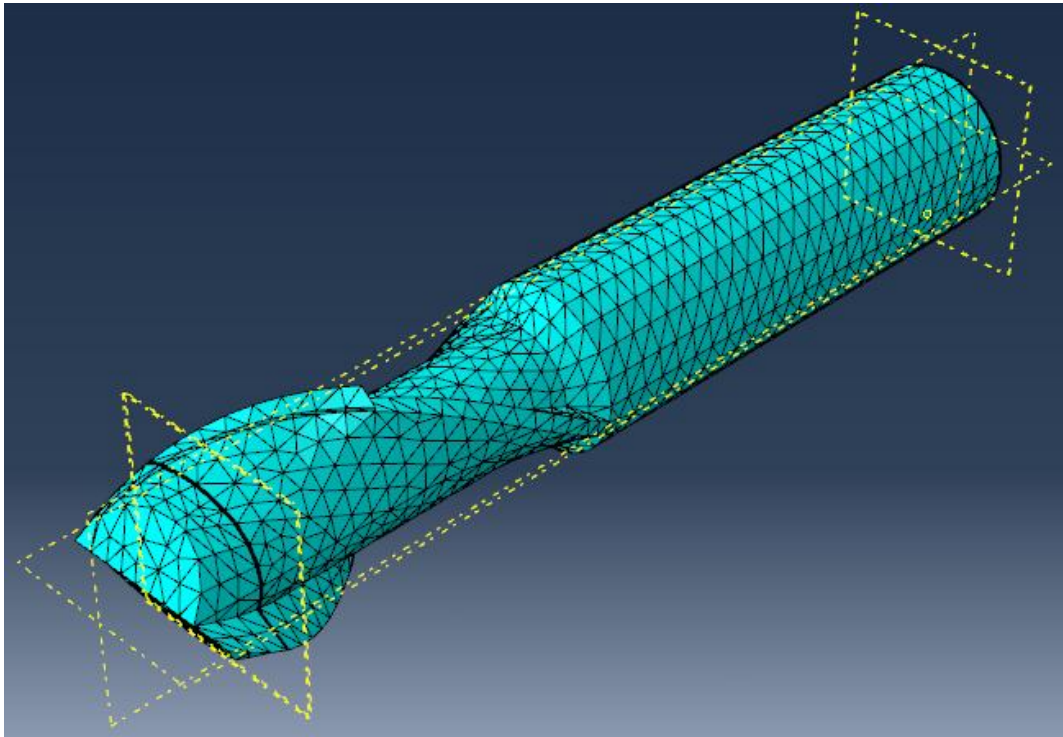


Figura 5.37 Modello FEM dell'utensile U1 (C100) modellato tramite Abaqus

ALTRI DATI U1	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Smorzamento adimensionale	0.01
Distanza tra i nodi	1.9 mm

Tabella 5.8 Altri dati dell'Utensile 1

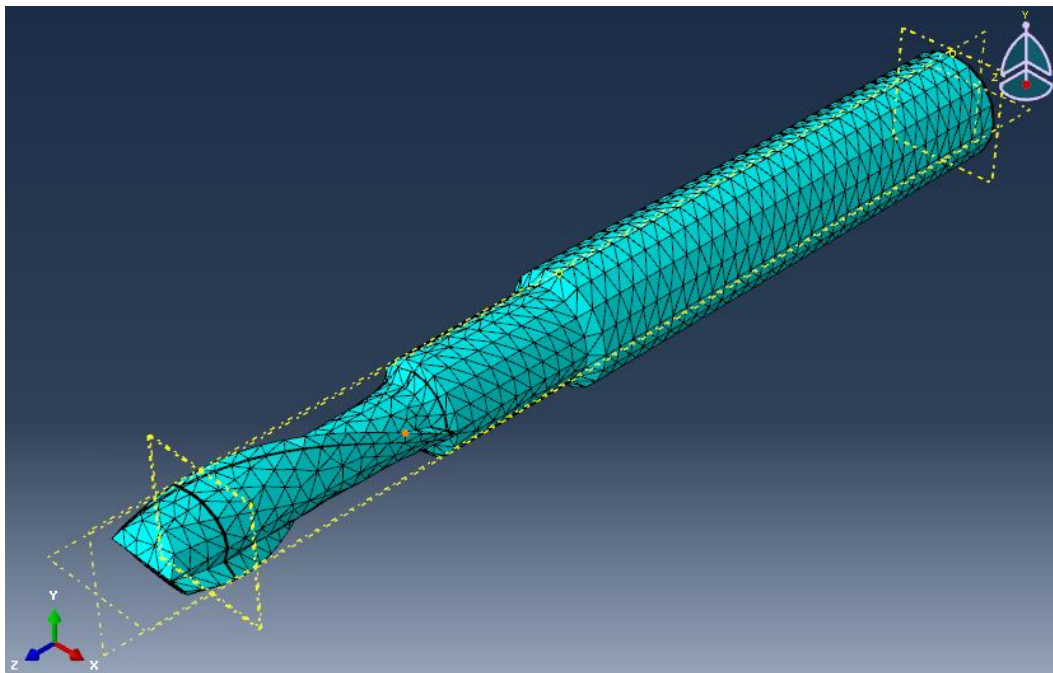


Figura 5.38 Modello FEM dell'utensile U2 (C08) modellato tramite Abaqus

ALTRI DATI U2	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Smorzamento adimensionale	0.01
Distanza tra i nodi	1.9 mm

Tabella 5.9 Altri dati dell'Utensile 2

Siccome la discretizzazione mediante elementi tridimensionali quali tetraedri non permette l'applicazione di momenti, per ottenere un effetto simile a quello di un momento unitario si è applicata una coppia di forze che, moltiplicate per il relativo braccio, applicassero nel punto desiderato una coppia unitaria.

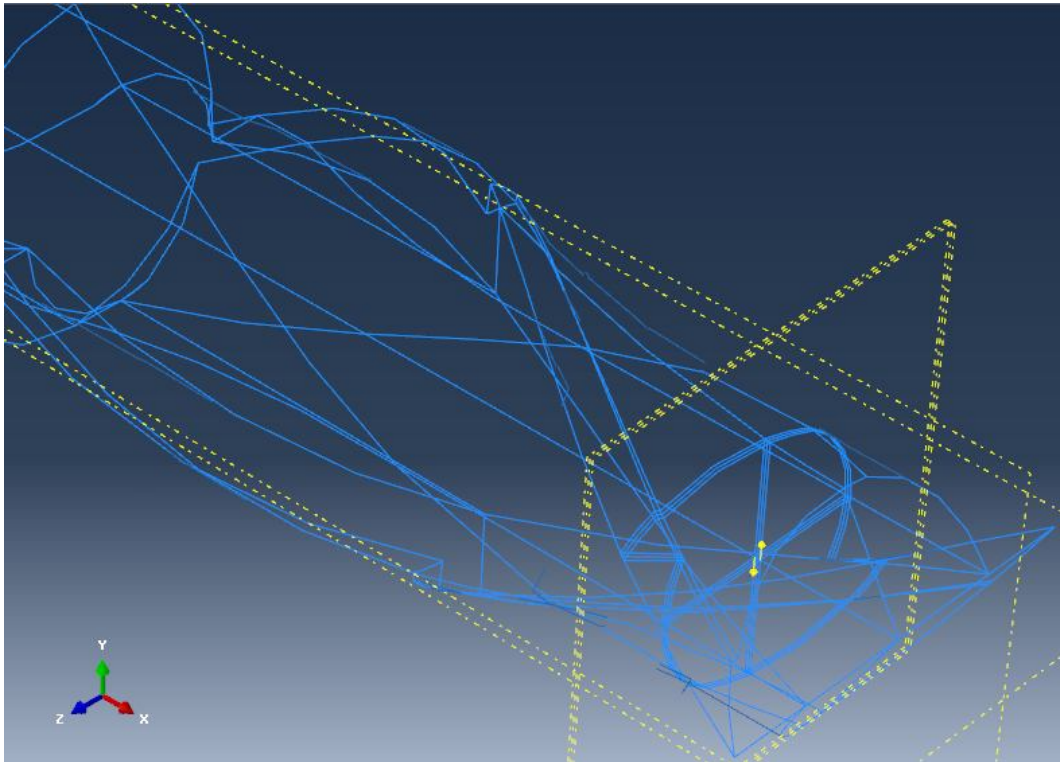
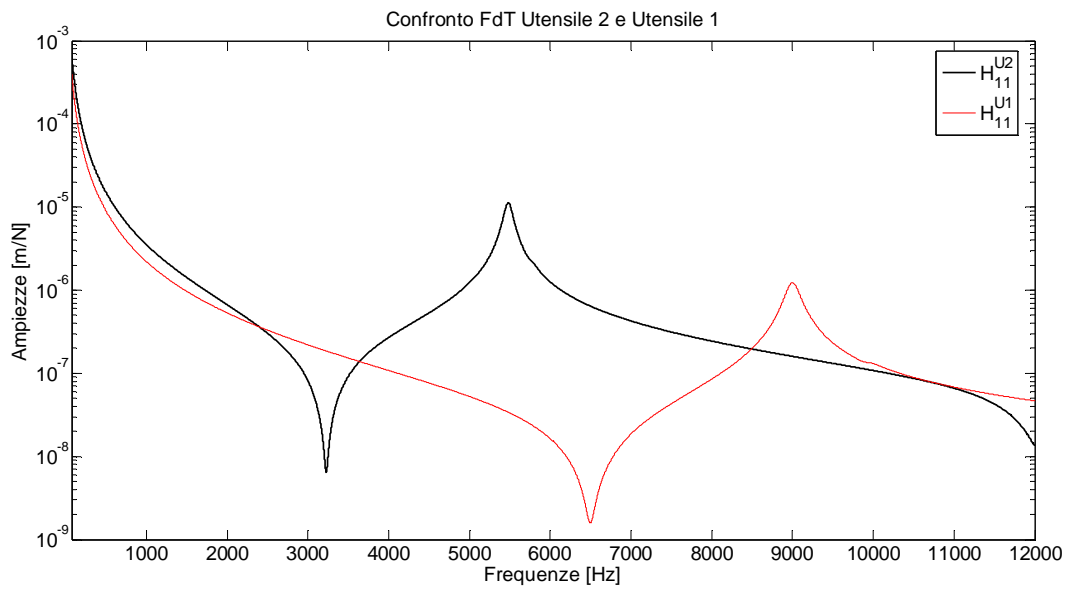
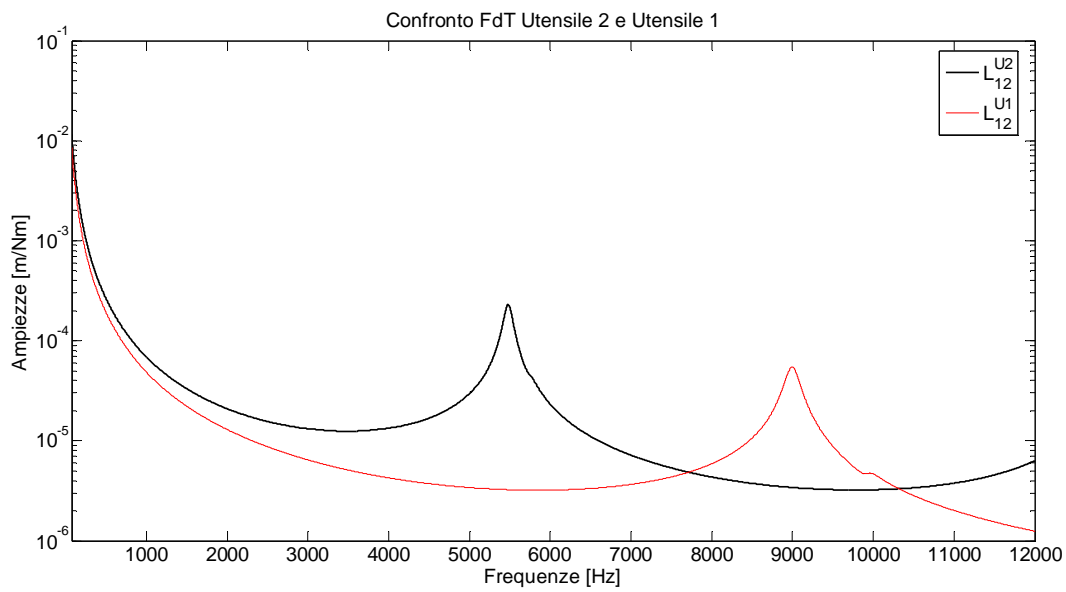


Figura 5.39 Coppia di forze applicata al punto 1 dell'utensile per generare un momento unitario

Come si può osservare in Figura 5.39, il punto 1 è stato collocato non esattamente all'estremo dell'utensile ma rientrato di 5 mm, questo perché nelle prove sulla macchina non è stato possibile applicare gli accelerometri e martellare esattamente all'estremo dell'utensile ma in una posizione più arretrata lungo l'asse. La scelta di questo punto risulta corretta considerando che, durante le lavorazioni, la risultante delle forze di taglio non è applicata all'estremo ma, indicativamente, a metà della profondità di passata assiale. Non si riportano grafici di tutte le sedici FRFs in quanto risultano molto simili tra loro (variano solo i termini in ampiezza). Si riportano solo alcuni esempi di FRFs: H_{11}^{U1} , L_{12}^{U1} e P_{22}^{U1} e le corrispettive per il secondo utensile sul medesimo grafico per poter apprezzare la variazione delle FRFs al variare dell'utensile. Le FRFs sono espresse in scala logaritmica, unica scala che permette di evidenziare zeri e poli (essendo l'utensile in condizioni free – free a frequenze basse le ampiezze delle FRFs tendono a valori molto elevati).

Figura 5.40 Confronto FRFs dell'Utensile 2 e dell'Utensile 1: H_{11} Figura 5.41 Confronto FRFs dell'Utensile 2 e dell'Utensile 1: L_{12}

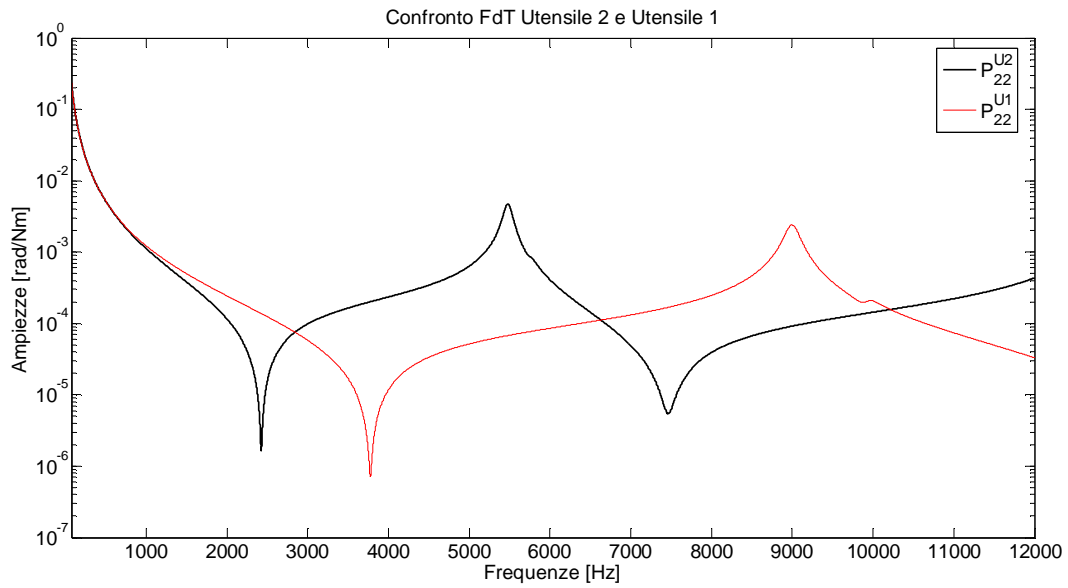


Figura 5.42 Confronto FRFs dell'Utensile 2 e dell'Utensile 1: P_{22}

Applicando forze e momenti sia in 1 che in 2 e valutando sia gli spostamenti che le rotazioni è stato possibile ricavare l'intera matrice delle FRFs dell'utensile 1 e dell'utensile 2:

$$[T^{U1}] = \begin{bmatrix} T_{11}^{U1} & T_{12}^{U1} \\ T_{21}^{U1} & T_{22}^{U1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{11}^{U1} & P_{11}^{U1} \\ N_{11}^{U1} & P_{11}^{U1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} H_{12}^{U1} & P_{12}^{U1} \\ N_{12}^{U1} & P_{12}^{U1} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} H_{21}^{U1} & P_{21}^{U1} \\ N_{21}^{U1} & P_{21}^{U1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} H_{22}^{U1} & P_{22}^{U1} \\ N_{22}^{U1} & P_{22}^{U1} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad [5.10]$$

$$[T^{U2}] = \begin{bmatrix} T_{11}^{U2} & T_{12}^{U2} \\ T_{21}^{U2} & T_{22}^{U2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{11}^{U2} & P_{11}^{U2} \\ N_{11}^{U2} & P_{11}^{U2} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} H_{12}^{U2} & P_{12}^{U2} \\ N_{12}^{U2} & P_{12}^{U2} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} H_{21}^{U2} & P_{21}^{U2} \\ N_{21}^{U2} & P_{21}^{U2} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} H_{22}^{U2} & P_{22}^{U2} \\ N_{22}^{U2} & P_{22}^{U2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad [5.11]$$

5.3.4. Determinazione sperimentale della $[H^{MPU2}]$

Per verificare che i risultati ottenuti applicando la tecnica dell'RCSA siano corretti, è necessario confrontare questi ultimi con l'FRF sperimentale ottenuta montando sulla macchina il secondo utensile.

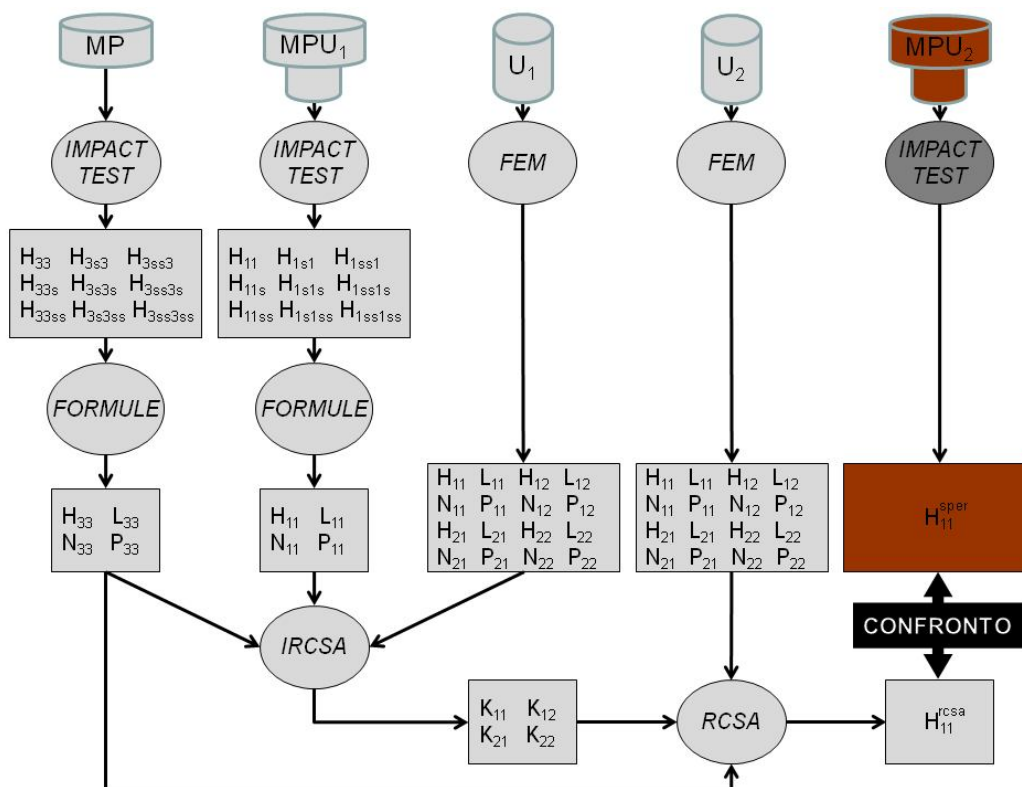


Figura 5.43 Schema delle fasi operative, FRFs Mandrino-Portautensili-Utensile 2

Per semplicità è stata acquisita soltanto l'FRF H (spostamenti su forze), ottenuta martellando e misurando alla testa dell'utensile, in quanto sufficiente per la valutazione dell'accuratezza delle FRFs ottenute dalla tecnica dell'RCSA. È ora riportato sul medesimo grafico l'FRF H_{11}^{MPU1} e H_{11}^{MPU2} per poter apprezzare quanto la variazione del singolo utensile vada a variare significativamente l'FRF e, di conseguenza, il diagramma a lobi.

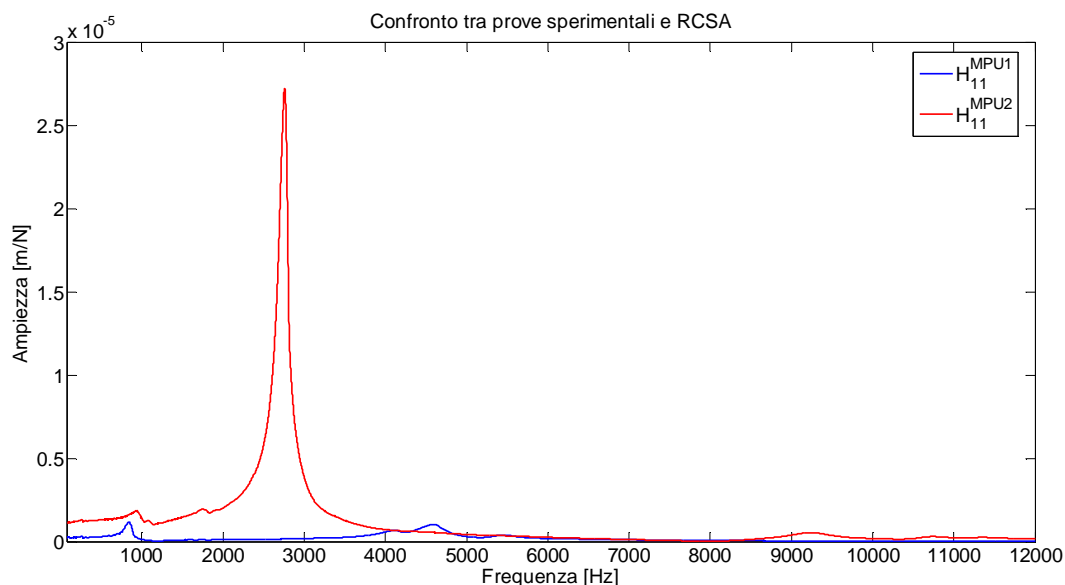


Figura 5.44 Confronto FRFs MPU1 e MPU2: H_{11}

Si può osservare che l'utilizzo di un utensile più snello come l'Utensile 2 varia sensibilmente l'FRF H della struttura MPU.

5.3.5. Determinazione della connessione tramite la II espressione della RCSA

Una volta ottenute tutte le FRFs necessarie per l'applicazione dell'IRCSA (o seconda espressione della RCSA), è possibile procedere alla determinazione della connessione K , parametro che rappresenta la congiuntura tra la macchina e l'utensile e che viene ipotizzato rimanere costante anche al variare dell'utensile montato in macchina. Ovviamente questa approssimazione, da quanto osservato nei capitoli precedenti, può essere considerata accettabile solo quando la variazione del diametro e, in generale, di tutta la zona di connessione, è una variazione lieve, non tale da generare una conseguente variazione di K che possa portare i risultati finali dell'RCSA, applicata utilizzando il parametro K considerato costante, a discostarsi eccessivamente dai risultati corretti.

La tecnica dell'RCSA, nella sua forma inversa, permette di determinare il termine K a partire dalle FRFs ottenute mediante un modello FEM dell'utensile e dalle FRFs misurate della macchina e della macchina con l'utensile montato.

$$\begin{aligned}
 [K]^{-1} &= \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \\
 &= \left(\left([T_{21}^{U1}]^{-1} \cdot ([T_{11}^{U1}] - [G_{11}^{MPU1}]) \right) \cdot [T_{21}^{U1}]^{-1} \right)^{-1} - [T_{33}^{MP}] - [T_{22}^{U1}]
 \end{aligned}
 \tag{5.12}$$

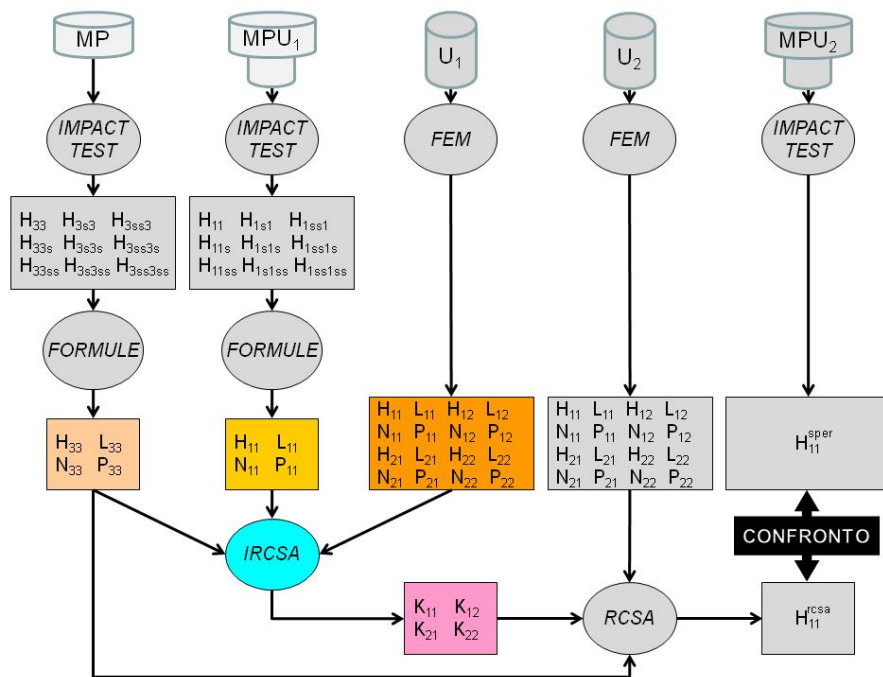


Figura 5.45 Schema delle fasi operative, Parametro connessione K

Viene ora riportato il grafico delle ampiezze del termine K_{11} che può essere considerato come somma di una componente reale (rigidezza) e di una componente immaginaria (smorzamento moltiplicato per la pulsazione), ovvero $K_{11} = k_{11} + i\omega r_{11}$. In Appendice 7.2.6 è possibile trovare i grafici anche delle rigidezze dinamiche K_{12} , K_{21} , K_{22} .

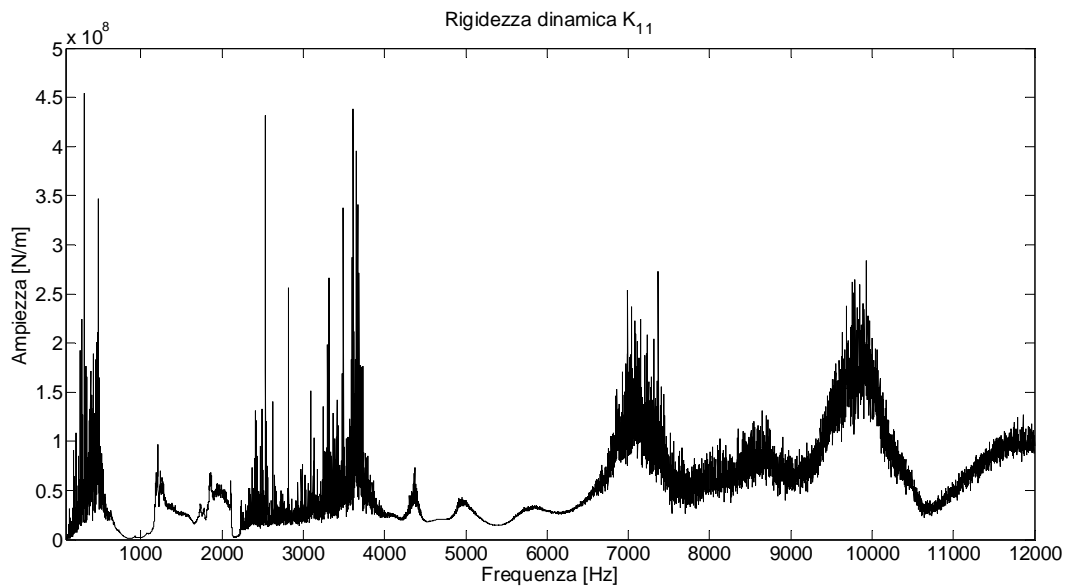


Figura 5.46 Rigidezza dinamica K_{11} (ampiezza)

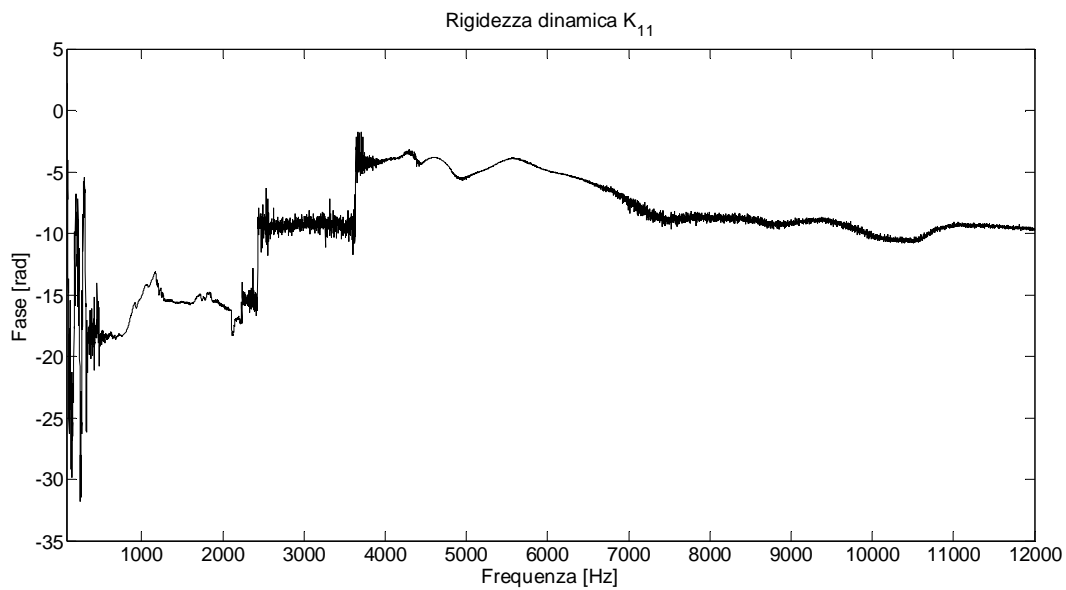


Figura 5.47 Rigidezza dinamica K_{11} (fase)

Il parametro K include in se tutti quei fattori che “uniscono” il mandrino e l’utensile. Ovviamente, come si è già detto, la K ottenuta mediante prove sperimentali, diversamente da quanto accade con modelli FEM, risente di tutti gli errori e di tutte le approssimazioni fatte: FRFs L, N e P stimate e non corrette, connessione ben diversa da un semplice elemento molla-smorzatore, punti di misura diversi dai punti

di connessione degli elementi... Il parametro K ottenuto dunque conterrà più effetti: la dinamica degli elementi che raggruppa (ghiera, pinza ecc...), la rigidità di contatto e errori sulle approssimazioni delle FRFs (da questo risulta l'importanza avere una buona accuratezza nella determinazione delle FRFs).

5.3.6. Determinazione della $[G^{MPU2}]$ tramite l'espressione della RCSA

Conoscendo il parametro di connessione K e ipotizzandolo costante, è possibile utilizzare la tecnica dell'RCSA per ricavare le FRFs H, L, N e P della macchina con il secondo utensile montato soltanto variando, nell'espressione dell'RCSA, le FRFs relative all'utensile.

$$\begin{aligned}
 [G^{MPU2}] &= \begin{bmatrix} H_{11}^{MPU2} & L_{11}^{MPU2} \\ N_{11}^{MPU2} & P_{11}^{MPU2} \end{bmatrix} = \\
 &= [T_{11}^{U2}] - [T_{12}^{U2}] \cdot ([T_{33}^{MP}] + [K]^{-1} + [T_{22}^{U2}])^{-1} \cdot [T_{21}^{U2}]
 \end{aligned}
 \tag{5.13}$$

FEM
FEM
P. SPER.
IRCSA
FEM
FEM

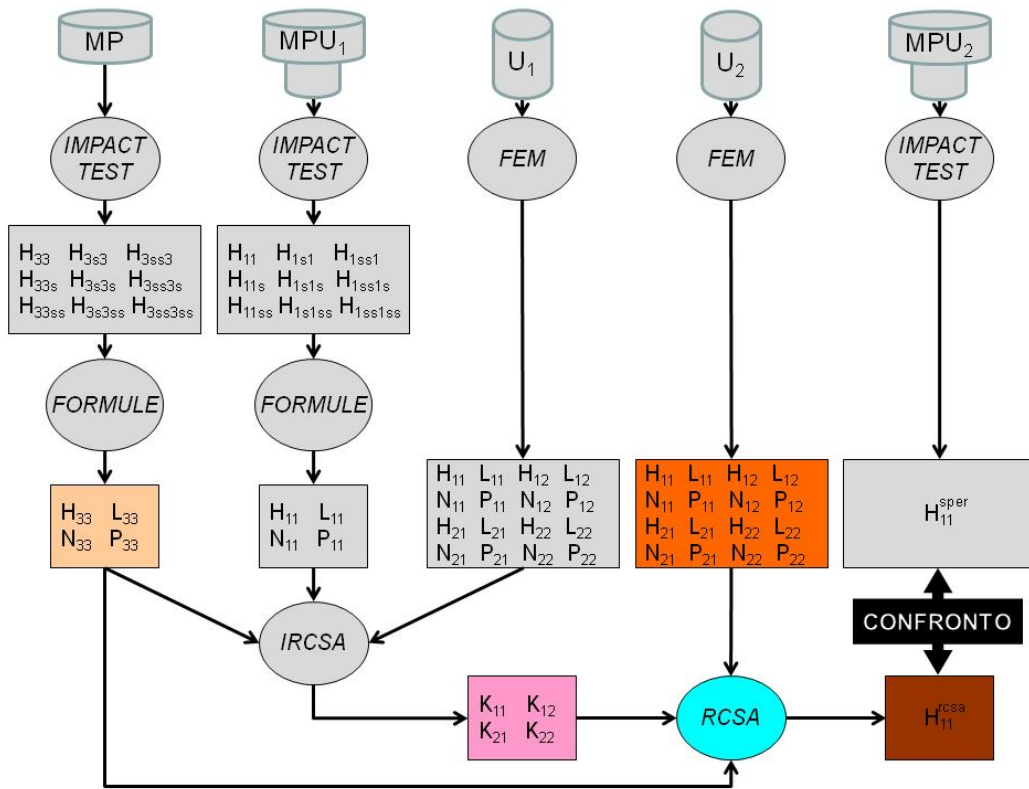


Figura 5.48 Schema delle fasi operative, applicazione della tecnica dell'RCSA

Viene ora riportato il grafico dell'FRF ricavata.

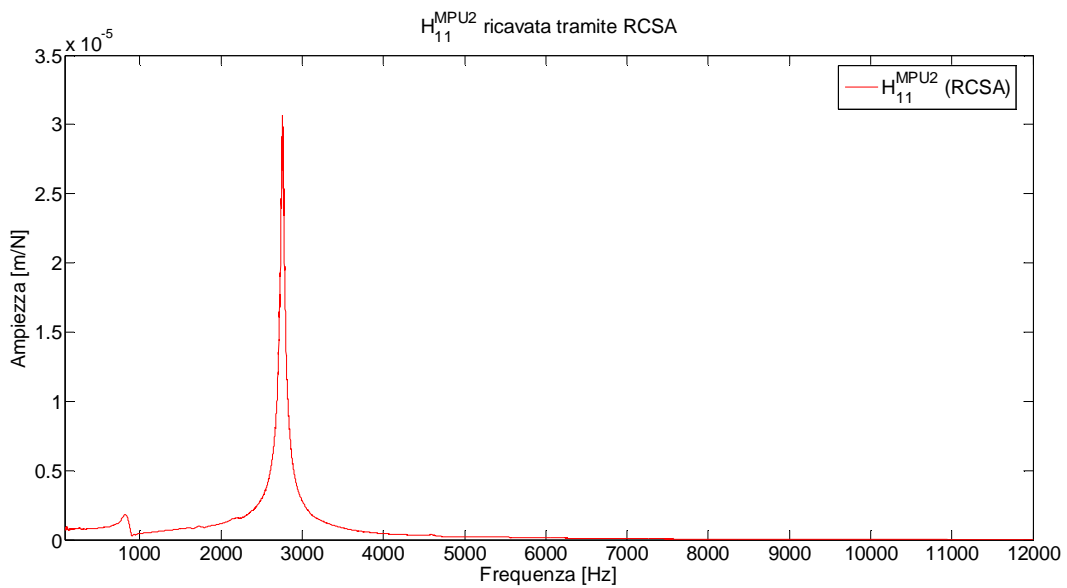


Figura 5.49 FRF H_{11}^{MPU2} (ampiezze) ricavata tramite RCSA

In questo paragrafo si è voluta presentare la procedura necessaria per utilizzare la tecnica dell'RCSA per la stima di FRFs al variare degli utensili montati in macchina. Nel prossimo paragrafo saranno analizzati i risultati ottenuti e verrà così dunque valutata la capacità della tecnica di stimare in modo accurato FRFs al variare di una della sottostrutture appartenenti alla struttura complessiva.

5.4. ANALISI CRITICA DEI RISULTATI

Mediante le prove sperimentali e i modelli FEM descritti precedentemente, si è arrivati ad avere tutte le componenti che permettono la stima tramite IRCSA della connessione K e, successivamente, tramite RCSA, della funzione di trasferimento del sistema MPU2. Ora non resta che valutare l'accuratezza dei risultati ottenuti tramite RCSA.

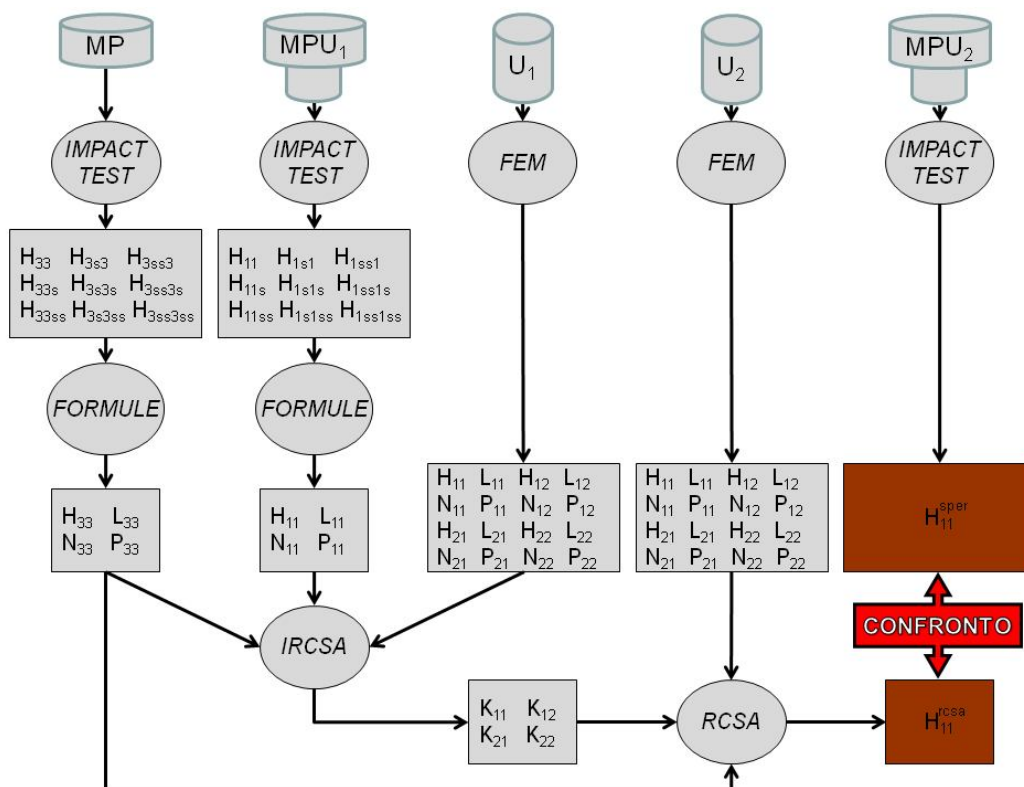


Figura 5.50 Schema delle fasi operative, Confronto dei risultati

Questa valutazione può essere appunto fatta confrontando le FRFs H ottenute sperimentalmente e le FRFs H ottenute mediante la tecnica dell'RCSA. Applicando l'RCSA utilizzando FRFs acquisite sperimentalmente occorre considerare, nelle valutazioni che seguiranno, la presenza di numerosi fattori quali rumori, incertezze della catena di misura ecc... che compongono l'errore di misura e che, per quanto ridotti al minimo, portano ad avere differenze considerevoli tra la soluzione prodotta e quella reale. La stessa FRF acquisita dal sistema MPU₂, che viene utilizzata come parametro di riferimento per valutare la correttezza dei risultati dati dall'RCSA, è a sua volta soggetta a errori rispetto all'FRF reale. È infine utile tenere in considerazione che l'RCSA utilizza FRFs prodotte da programmi di analisi ad elementi finiti che, per poter generare FRFs che siano buone stime delle FRFs reali, necessitano di uno studio accurato e attento di quei parametri quali elasticità, densità, smorzamento adimensionale che il software utilizzato richiede in fase di preparazione della simulazione.

Per poter meglio comprendere quanto le stime fatte tramite RCSA si avvicinino alle FRFs reali può essere utile confrontare queste FRFs sia riportando le ampiezze e le fasi, sia riportando le componenti reali ed immaginarie.

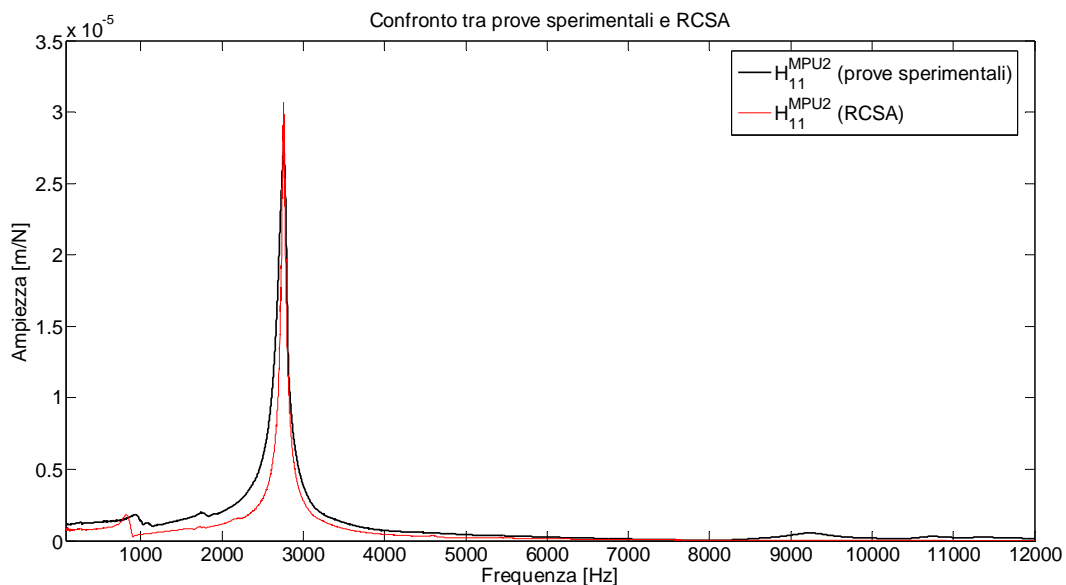


Figura 5.51 Confronto in ampiezza tra prove sperimentali e RCSA

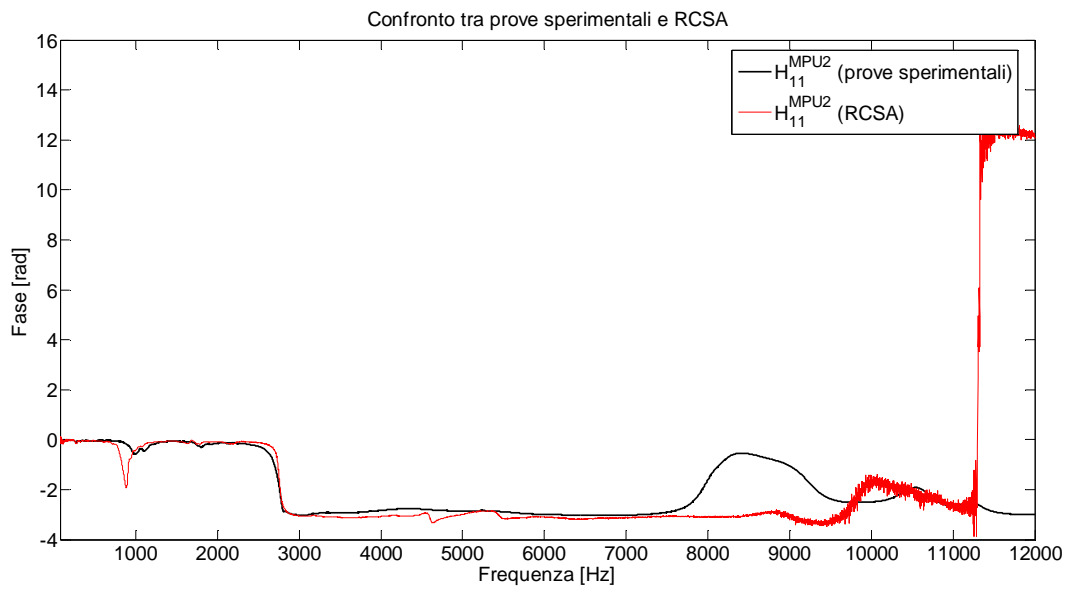


Figura 5.52 Confronto in fase tra prove sperimentali e RCSA

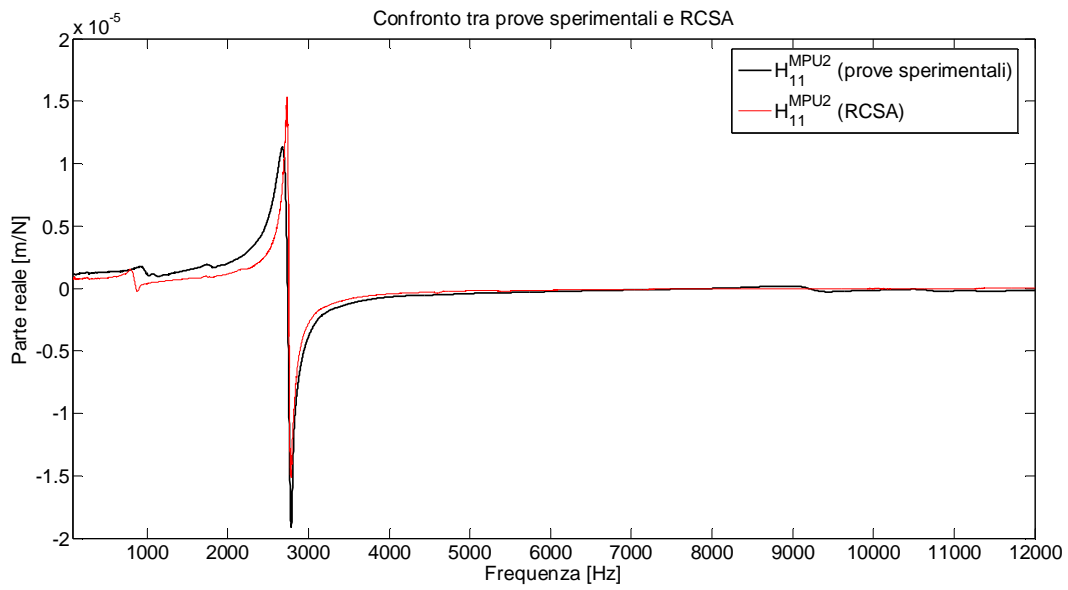


Figura 5.53 Confronto parte reale tra prove sperimentali e RCSA

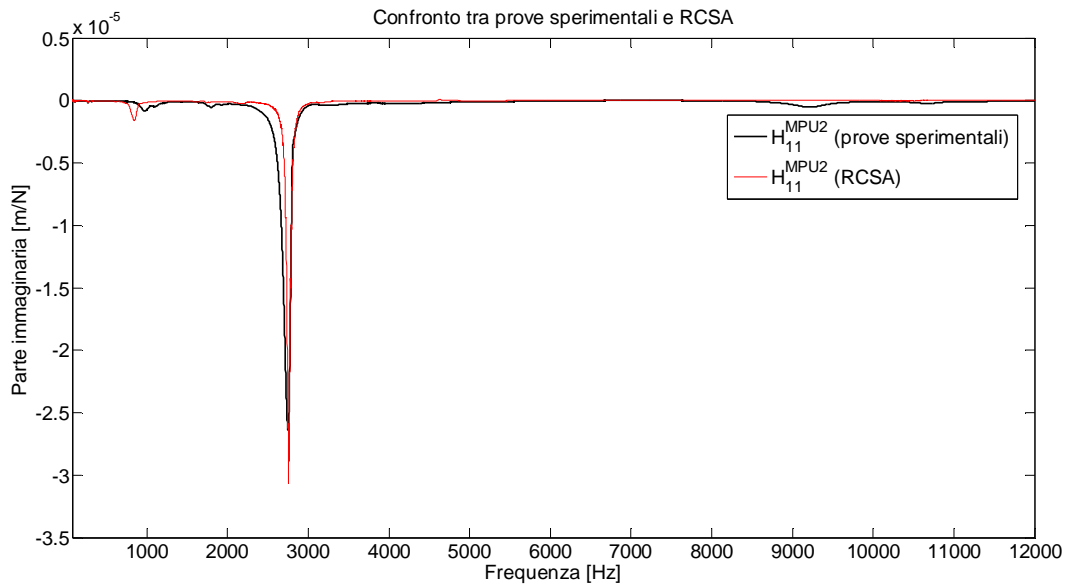


Figura 5.54 Confronto parte immaginaria tra prove sperimentali e RCSA

Queste prove sperimentali dimostrano che la tecnica dell'RCSA può davvero essere un'ottima tecnica per stimare le FRFs di strutture composte da sottostrutture A e B di cui si vuole cambiare una delle due sottostrutture e non si intende ripetere le prove sperimentali per ogni tipo di accoppiamento A – B. Questo è ancor più visibile se si confronta l'FRF di partenza, ovvero l'FRF della struttura MPU₁ con l'FRF finale stimata, ovvero l'FRF della struttura MPU₂.

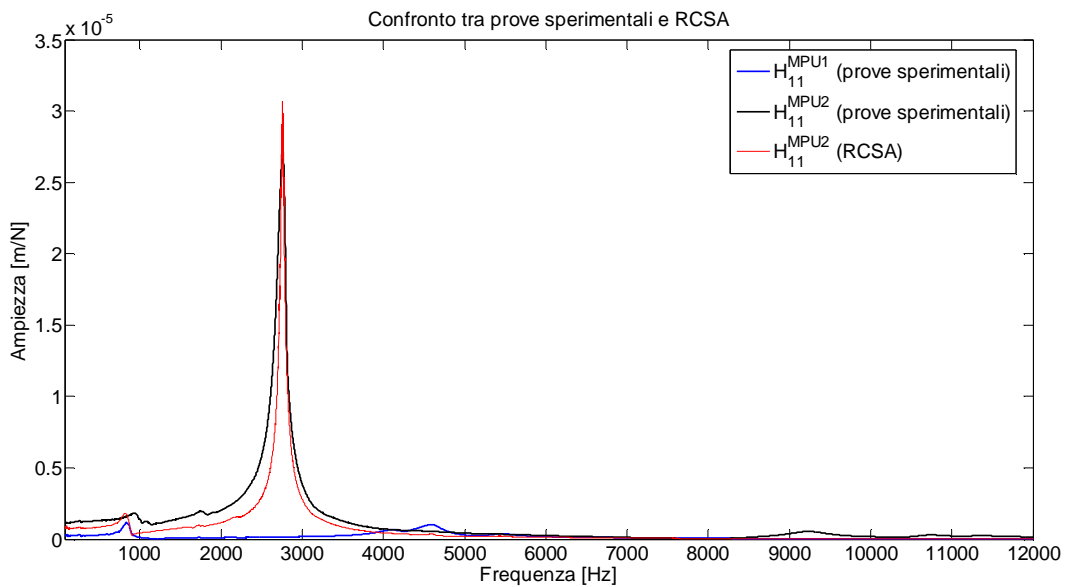


Figura 5.55 Confronto tra FRFs MPU₁, MPU₂ (misurato), MPU₂ (RCSA)

Risulta evidente la grande differenza in termini di ampiezza tra le FRFs della struttura con montato l'Utensile 1 e con montato l'Utensile 2. L'FRF stimata tramite RCSA riesce a riprodurre abbastanza fedelmente l'FRF misurata senza risentire in alcun modo di questa differenza tra le due FRFs e questo porta alla conclusione che la tecnica in questione riesce a stimare le FRFs desiderate anche quando il cambio di utensile porta ad una variazione considerevole delle FRFs stesse senza ricorrere a nuove campagne di misure.

ia il confronto in ampiezza e in fase che il confronto delle parti reali e immaginarie dimostra che le FRFs calcolate utilizzando la tecnica dell'RCSA, migliorata con l'introduzione della FRF P corretta, sono sufficientemente simili a quelle misurate durante le prove sperimentali. Si può osservare che il polo principale, collocato poco prima dei 3000 Hz, è individuato piuttosto bene mentre il picco collocato poco prima dei 1000 Hz sembrerebbe risentire della FRF della struttura MPU₁. Sono ora riportati in tabella alcuni confronti numerici per valutare gli errori sulla stima della frequenza e dell'ampiezza del picco e sul minimo della parte reale.

	Valore sperimentale	Valore stimato	Errore %
Frequenza picco [Hz]	2759	2757	-0,073 %
Ampiezza picco [m/N]	2,721 E-5	3,069 E-5	12,79 %
Minimo parte reale [m/N]	-1,914 E-5	-1,518 E-5	20,69 %

Tabella 5.10 Confronti numerici tra FRF sperimentale e FRF stimata tramite RCSA

Si osserva che, se quasi tutta l'FRF è sottostimata in ampiezza, nel polo principale essa risulta sovrastimata. Ovviamente questi generi di errori possono essere corretti o almeno limitati migliorando i modelli FEM e ottimizzando le condizioni di misura affinché, nel campo di frequenze di interesse, le FRFs misurate risultino essere corrette al punto tale da ottenere FRFs L e FRFs P le più corrette possibile.

La previsione delle FRFs all'estremo dell'utensile è necessaria per ricavare il diagramma a lobi e determinare le condizioni di lavoro ottimali per non generare il fenomeno del chatter durante la lavorazione. Si riporta ora il diagramma a lobi delle

configurazioni studiate sperimentalmente considerando una lavorazione HSM come nel caso di lavorazioni dell'alluminio.

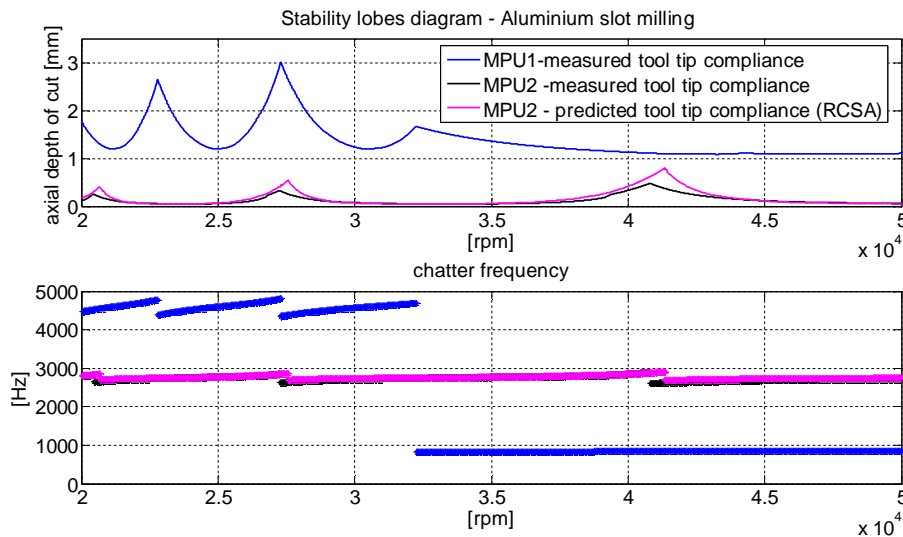


Figura 5.56 Diagramma a lobi

Si può osservare che una variazione apparentemente non significativa dell'utensile (da un utensile più tozzo ad un utensile più snello come si osserva in Tabella 5.2 e in Tabella 5.3) cambia sensibilmente le condizioni di stabilità della lavorazione. Si nota infatti una drastica diminuzione della profondità di passata "b" limite oltre alla quale si ha generazione di chatter. Osservando il diagramma a lobi sopra riportato si può apprezzare l'efficacia della tecnica dell'RCSA che, partendo dalle FRFs della struttura Mandrino – Portautensile – Utensile 1 il cui diagramma a lobi è mostrato con la curva MPU₁, attraverso modelli FEM degli utensili, ricava l'FRF della struttura Mandrino – Portautensile – Utensile 2 il cui diagramma a lobi è mostrato con la curva MPU2-RCSA, che impone limiti di profondità di passata decisamente inferiori. L'RCSA si dimostra efficace in quanto il diagramma a lobi generato dall'FRF predetta fornisce gli stessi valori limite "b" di quelli forniti dal diagramma a lobi generato con l'FRF misurata nella stessa configurazione.

5.5. COMMENTI CONCLUSIVI

In questo capitolo si è dunque testata su un caso reale la tecnica dell'RCSA con le modifiche descritte nel *Capitolo 4*. Questa prova ha messo in discussione la tecnica non solo dal punto di vista teorico ma anche dal punto di vista pratico, includendo dunque nelle valutazioni anche quegli errori e quelle problematiche che si riscontrano quando ci si appresta ad applicare concretamente formule che in precedenza sono solo state studiate dal punto di vista analitico e numerico (prove con modelli ad elementi finiti) come incertezze nelle misure, difficoltà di modellazione degli utensili, difficoltà nell'individuazione dei punti in cui suddividere le sottostrutture ecc. Le prove svolte hanno dimostrato che, pur non prestando attenzioni esagerate a questi fattori ma limitandosi a porsi in condizioni discretamente accettabili, la tecnica dell'RCSA genera risultati soddisfacenti. Si può infatti osservare che, pur avendo sperimentato l'RCSA con utensili che portano ad avere condizioni di vincolo differenti quando invece dovrebbero restare invariate, l'FRF ottenuta è comunque un'ottima stima di quella ricercata. Risulta evidente che, se si desidera utilizzare questa tecnica in campo industriale, conviene porsi nelle migliori condizioni per ottenere le FRFs al mandrino e la connessione K le più precise possibili. La stima delle FRFs L e soprattutto delle FRFs P risentono fortemente della precisione delle misure quindi, per ottenere stime di FRFs accurate, occorre prestare molta attenzione alle condizioni di misura. Questa fase preliminare necessaria per l'applicazione della tecnica può richiedere parecchio tempo, cura nelle misure da farsi ecc... ma questo tempo può poi essere risparmiato quando, per ottenere l'FRF della macchina con montato un utensile diverso, non è più necessario eseguire prove sperimentali ma risulta sufficiente una modellazione tramite software di analisi agli elementi finiti. I risultati riscontrati in queste prove portano alla conclusione che la tecnica dell'RCSA è in grado di restituire FRFs sufficientemente accurate e quindi utili per ulteriori analisi quali, soprattutto, prove di instabilità al chatter. Tramite l'RCSA infatti, è possibile prevedere il comportamento di diverse configurazioni della medesima macchina utensile senza la necessità di effettuare direttamente misure su quella configurazione.

6. CONCLUSIONE E POSSIBILI SVILUPPI

Lo sviluppo in ambito industriale delle metodologie di determinazione delle FRFs delle macchine utensili ha permesso un incremento costante della qualità delle lavorazioni. Questi miglioramenti hanno generato, come già mostrato nei capitoli introduttivi, un incremento dei profitti andando a diminuire il numero di scarti o migliorando la produttività a pari qualità del prodotto realizzato. Lo studio e il conseguente sviluppo della tecnica dell'RCSA, oggetto principale di questa tesi, sono stati indirizzati proprio alla ricerca di una metodologia che permettesse di migliorare la fase di determinazione delle FRFs all'utensile abbattendo i tempi e di conseguenza anche i costi.

In quest'ultimo capitolo si desidera riproporre, in modo più sintetico e più incisivo, l'intero contenuto della tesi evidenziando gli aspetti cruciali emersi dallo studio di ogni problematica affrontata. In questi studi la tecnica dell'RCSA non poteva essere indagata e approfondita da tutti i punti di vista. Alcuni di essi, ritenuti particolarmente interessanti, sono qui presentati con lo scopo di promuovere un eventuale studio successivo basato sulla tecnica dell'RCSA migliorata. Oltre agli studi atti ad applicare la tecnica dell'RCSA a diversi casi riscontrabili in ambito industriale, è possibile, se non necessario, concentrarsi sul miglioramento di quegli aspetti che ancora risultano essere problematici nell'applicazione della tecnica: un paragrafo verrà dedicato appunto a presentare quegli aspetti che ancora rendono l'RCSA poco preferibile a misure dirette dell'FRF. Questo capitolo terminerà cercando di tirare le fila del discorso riguardante questa tecnica che si presenta come metodo di grande utilità per la determinazione delle FRFs ma che, quando la si vuole applicare concretamente, presenta difetti che in taluni casi ne limitano l'applicabilità.

6.1. ANALISI CRITICA DEI RISULTATI OTTENUTI

La capacità di una macchina utensile di produrre un profitto è fortemente determinata dalla possibilità degli operatori di poterne controllare le prestazioni e, di conseguenza, anche la qualità delle lavorazioni. Fermando lo sguardo sulle macchine utensili a controllo numerico, uno dei parametri fondamentali da conoscere per poter controllare pienamente le prestazioni è la funzione di risposta in frequenza, o FRF, all'utensile. La stima o la determinazione di quest'ultima permette l'ottimizzazione dei parametri di lavorazione della macchina (velocità di taglio, profondità di passata, ecc.) così da controllare le vibrazioni della macchina ed impedire, tra le altre cose, il fenomeno del *chatter*.

6.1.1. Sottostrutturazione

Dividendo la struttura Macchina – Portautensili – Utensile (MPU) in due sottostrutture Macchina – Portautensili (MP) e Utensile (U), la tecnica presentata permette di stimare la funzione di risposta in frequenza all'utensile tramite le FRFs separate delle due sottostrutture: MP ricavate tramite prove sperimentali mentre U ricavate tramite programmi FEM. Considerando la struttura “Macchina-Mandrino” fissa e applicando la tecnica senza variare il portautensile, si ha che la struttura variabile è solamente l'Utensile (U). In questo caso è possibile ricavare l'FRF della struttura completa MPU al variare dell'Utensile solamente combinando le FRFs mediante l'RCSA:

$$\begin{aligned} [T_{11}^G(f)] &= \begin{bmatrix} H_{11}^G(f) & L_{11}^G(f) \\ N_{11}^G(f) & P_{11}^G(f) \end{bmatrix} = \\ &= [T_{11}^U(f)] - [T_{12}^U(f)] \cdot ([T_{33}^{MP}(f)] + [K(f)]^{-1} + [T_{22}^U(f)])^{-1} \quad \text{Vedi eq. [3.51]} \\ &\quad \cdot [T_{21}^U(f)] \end{aligned}$$

Per poter stimare l'FRF della struttura MPU attraverso la tecnica dell'RCSA, è necessario conoscere il termine $K(f)$, ovvero la funzione che rappresenta il vincolo

tra MP e U. Questa informazione è possibile ricavarla attraverso un caso noto, ovvero avendo a disposizione una misura di MPU:

$$[K(f)]^{-1} = \left(\left\{ [T_{21}^U]^{-1} \cdot ([T_{11}^U] - [G_{11}^{sp}]) \right\} \cdot [T_{21}^U]^{-1} \right)^{-1} - [T_{33}^{MP}] - [T_{22}^U] \quad \text{Vedi eq. [3.64]}$$

I principali ricercatori che si sono concentrati sullo studio dell'RCSA negli ultimi dieci anni, si sono trovati di fronte a diverse problematiche quando hanno cercato di testare sulle macchine l'RCSA. La tecnica necessita infatti di FRF contenenti componenti rotazionali (L, N, P) che sono difficilmente misurabili in ambito industriale; questo ha portato alla proposta di diverse soluzioni, alcune che preservavano la flessibilità della tecnica rinunciando all'accuratezza dei risultati, altre che in modo opposto si preoccupavano di ottenere risultati precisi a scapito però della flessibilità.

6.1.2. Proposta di una tecnica di sottostrutturazione innovativa

Lo studio svolto in questa tesi ha voluto prendere in considerazione una delle proposte fatte da Tony L. Schmitz (RCSA applicata a strutture scomposte con componenti non misurabili stimate) facendo una proposta per risolverne le criticità. Questa soluzione infatti, prevedendo di determinare la componente rotazionale a momento applicato P [rad/Nm] attraverso la formula $P = NL/H$ (vedi eq. [3.100] dimostrata essere errata in quanto genera in P poli aggiuntivi e sposta gli zeri a frequenze più alte), ricava le FRFs desiderate ammettendo un errore dovuto appunto alla mancanza di accuratezza nella determinazione dell'FRF P.

Tale soluzione è stata dunque modificata introducendo una procedura di calcolo che permettesse appunto la determinazione approssimata ma corretta dell'FRF rotazionale a momento applicato P. Considerando l'FRF P come derivata dell'FRF L, è possibile ricavare la P attraverso tre misure di L, a loro volta ricavabili attraverso nove opportune misure di H.

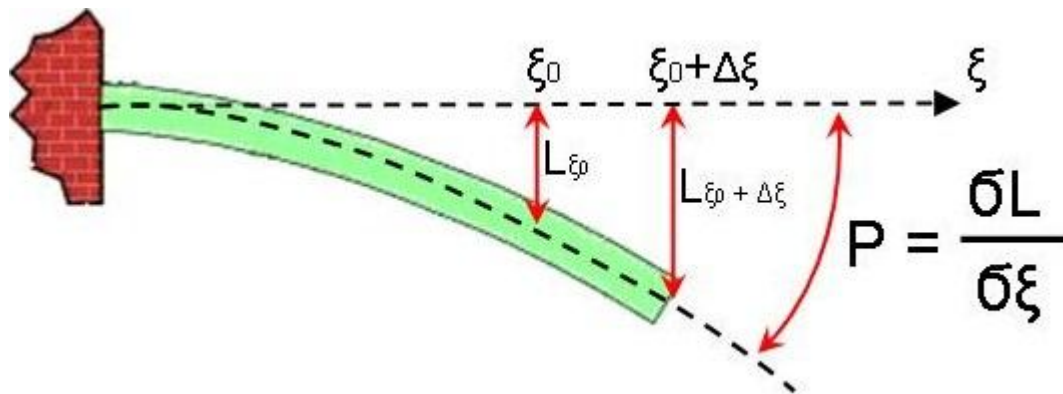


Figura 6.1 Rappresentazione grafica della componente N vista come derivata di H

$$P = \frac{\theta}{c} = \frac{\partial L}{\partial \xi} = \frac{4L_{11} - 3L_{1s1} + L_{1ss1}}{2s} = \frac{4N_{11} - 3N_{11s} + N_{11ss}}{2s} = P \quad \begin{array}{l} \text{Vedi eq. [4.6]} \\ \text{e [4.8]} \end{array}$$

Dove:

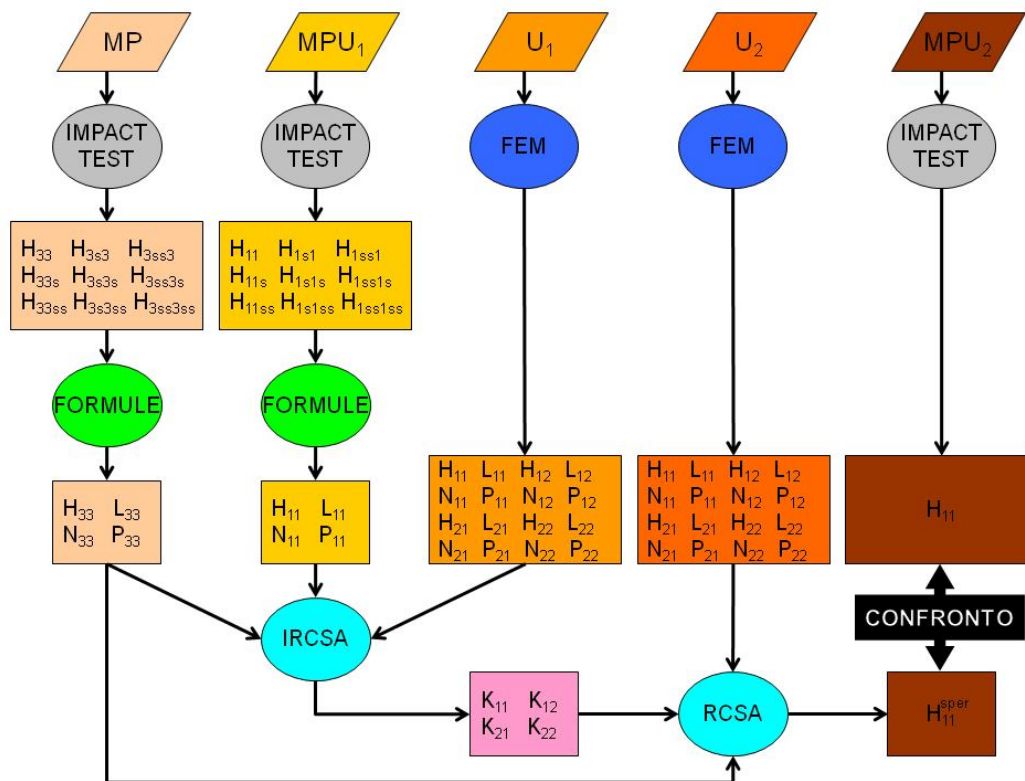
$$N_{XY} = \frac{4H_{XY} - 3H_{XsY} + H_{XssY}}{2s} \quad \begin{array}{l} \text{Vedi eq. [4.9],} \\ \text{[4.10] e [4.11]} \end{array}$$

La metodologia proposta di determinazione della P, sfruttando più volte il metodo di coefficienti incogniti per stimare il valore di derivate di FRFs, richiede un'accurata scelta della distanza "s" tra i tre punti di misura. Questa distanza è opportuno che non sia né eccessivamente grande (le derivate risulterebbero stimate in modo sempre più approssimativo al crescere di "s") né eccessivamente ridotta (la differenza tra le tre FRFs misurate per stimare la derivata cercata deve essere tale da non avere sovrapposizioni dovute a rumore). Si è osservato che l'unico parametro influente sulla buona determinazione della stima delle derivate è il parametro "s/L" dove con L si indica la lunghezza dell'oggetto misurato (o, se risulta più opportuno, una lunghezza equivalente come la lunghezza di libera inflessione o la lunghezza di equivalenza della freccia di inflessione) e, in particolare, si è osservato che i risultati migliori si possono riscontrare cercando la configurazione che ha un s/L compreso tra 0.03 e 0.06.

L'accuratezza della stima di P e delle altre FRFs è dovuta anche alla variabilità del punto di posizionamento dell'accelerometro e del punto di martellata. Le verifiche statistiche effettuate hanno permesso di stimare diverse FRFs generate considerando le suddette variabilità. Queste FRFs, se opportunamente mediate, possono restituire un'FRF "media" che si dimostra essere buona stima della FRF cercata.

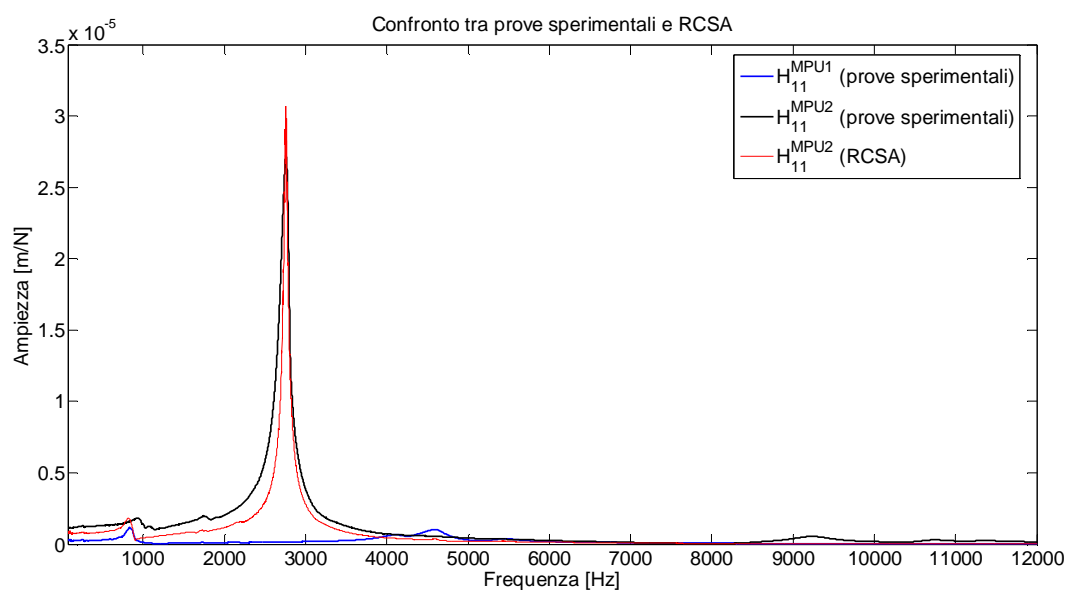
6.1.3. Verifica sperimentale su caso di riferimento

Per verificare l'effettiva applicabilità della tecnica, si è eseguito un test provando l'RCSA con su una macchina utensile sulla quale sono stati montati due utensili differenti.



Vedi Figura 5.1 Schema delle fasi operative

Tramite impact-test e opportune elaborazioni si sono ricavate le FRFs caratterizzanti la struttura Macchina – Portautensili (MP) e la struttura Macchina – Portautensili – Utensile 1. Tramite un modello FEM dell’Utensile 1 si sono ricavate le FRFs dell’utensile stesso e, attraverso l’IRCSA si è ricavato il parametro di connessione K, utile per descrivere appunto la connessione tra la struttura MP e l’utensile U1. Ipotizzando K costante (ipotesi plausibile per variazioni non eccessive della zona di connessione tra utensile e portautensile), si è applicata l’RCSA per ottenere le FRFs della struttura MPU2 utilizzando un modello FEM dell’Utensile 2 per ottenerne le rispettive FRFs. Per valutare l’accuratezza del risultato ottenuto, si è confrontata l’FRF ricavata dall’RCSA con quella determinata tramite impact-test dalla struttura MPU2.

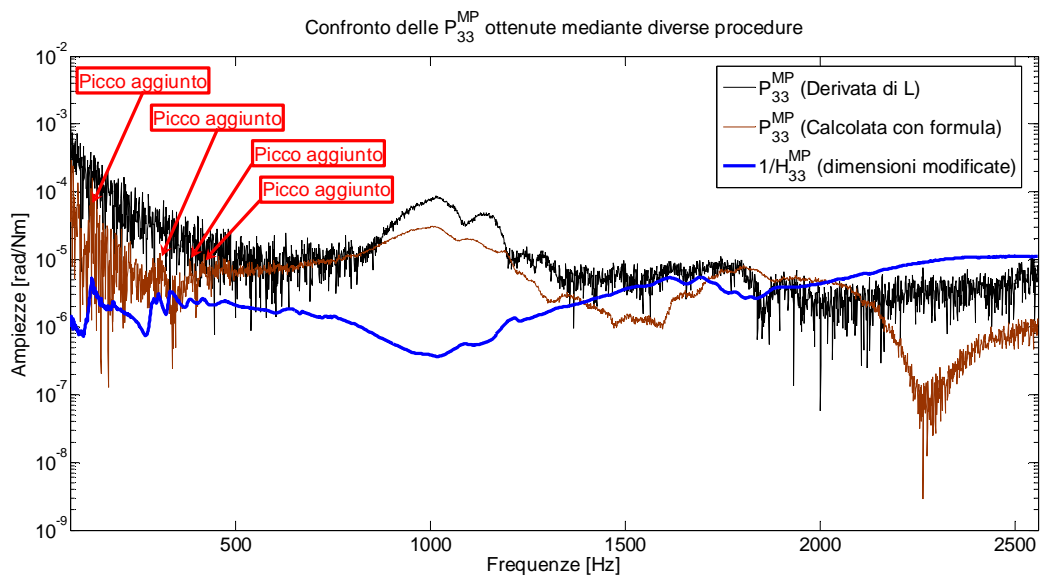


Vedi Figura 5.55 Confronto tra FRFs MPU1, MPU2 (misurato), MPU2 (RCSA)

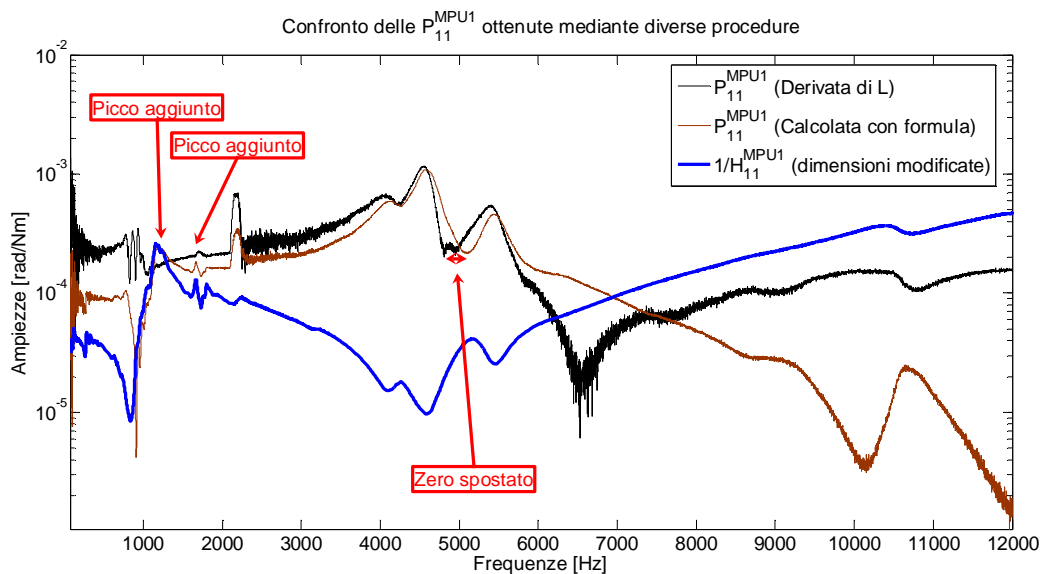
I risultati ottenuti sono decisamente soddisfacenti e permettono di concludere che l’RCSA è una tecnica in grado di determinare con buona precisione le FRFs pur variando in modo significativo uno dei componenti della struttura in esame. Qual’ora si volesse determinare la variazione dell’FRF al variare dell’utensile montato in macchina, non sarebbero più necessarie nuove misure per ogni utensile ma sarebbero sufficienti quelle necessarie a ricavare le FRFs della parte MP e della connessione K,

mentre in seguito risulterebbero necessari solo degli accurati modelli FEM degli utensili.

In ultima analisi occorre sottolineare l'effettivo miglioramento della stima dell'FRF rotazionale a momento applicato P rispetto alla formula utilizzata da T. Schmitz. Ricavare l'FRF P come derivata dell'FRF L permette di ottenere un risultato che si dimostra buono non solo dal punto di vista teorico ma anche dal punto di vista pratico come dimostrato dalle prove sperimentali.



Vedi Figura 5.29 Confronto P_{33}^{MP} calcolate mediante differenti procedure



Vedi Figura 5.35 Confronto P_{11}^{MPU1} calcolate mediante differenti procedure

6.2. POSSIBILI SVILUPPI APPLICATIVI

Molti ricercatori, come si è potuto osservare nel paragrafo 3.3, hanno cercato di ottimizzare la tecnica dell'RCSA affinché la si potesse utilizzare in ambito industriale. In questa tesi si è voluto presentare un quadro complessivo della tecnica dell'RCSA applicata alle macchine utensili e si è proposto un miglioramento che permette di applicare la tecnica conservando sia la flessibilità (applicabilità della tecnica al variare delle condizioni operative) sia l'accuratezza dei risultati. L'RCSA, grazie a questi miglioramenti, può ora diventare davvero un ottimo strumento per determinare le FRFs non solo all'estremo dell'utensile di macchine utensili ma anche di altre strutture. Questa tecnica infatti è applicabile anche a differenti strutture delle quali può essere necessario conoscere l'FRF. I possibili sviluppi di questa tecnica sono molteplici; quelli più interessanti per il campo delle macchine utensili verranno però presi in considerazione e descritti, seppur brevemente, perché di particolare interesse per un contesto industriale che desidera migliorare le proprie prestazioni.

6.2.1. Estensione al caso di macchina a montante mobile

Lo studio compiuto sulla tecnica dell'RCSA ha permesso di ottimizzarne l'applicazione alle macchine utensili per la determinazione delle FRFs all'utensile. Come già detto, conoscere queste FRFs è un requisito indispensabile se si desidera controllare le prestazioni della macchina e, nello specifico, si vuole evitare il fenomeno del chatter. La metodologia di applicazione dell'RCSA prevede di determinare sperimentalmente le FRFs della sottostruttura "Macchina" in quanto, essendo essa un'insieme complesso di elementi interconnessi tra loro, risulterebbe sconveniente realizzare un modello numerico affidabile che dia risultati con la precisione richiesta. Il limite dell'approccio sperimentale è legato alla mancanza di flessibilità dei risultati ottenuti. Fin'ora infatti la tecnica dell'RCSA è stata considerata senza tenere conto, ad esempio, della mobilità del montante. Risulta evidente che la determinazione di una FRF che descrive il comportamento del

sistema solo quando l'utensile è in una data posizione, è di limitata utilità soprattutto se, durante la lavorazione, questa posizione varia.

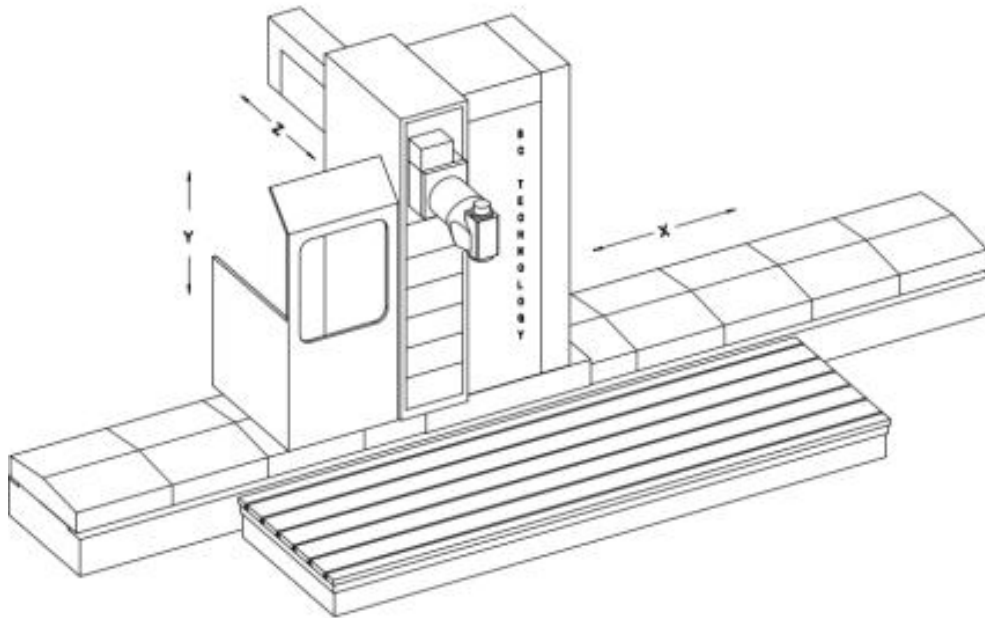


Figura 6.2 Macchina a montante mobile

Tutte le macchine a controllo numerico presentano una testa mobile come rappresentato in Figura 6.2 (figura tratta dal sito internet posto in bibliografia [25]) anche se, al variare della tipologia e del modello di macchina, possono variare i gradi di libertà (lo spostamento in direzione X può essere, per esempio, effettuato dalla tavola e la testa può essere tiltante). Per poter controllare in modo efficace le vibrazioni della macchina in fase di lavorazione risulta dunque necessario disporre della possibilità di modificare le FRFs in funzione della posizione della testa. La rapidità nell'individuazione delle FRFs, ottenuta attraverso l'utilizzo dell'RCSA, invita alla ricerca di metodi altrettanto rapidi per la modifica delle FRFs in funzione della posizione della testa: fare una campagna sperimentale per ogni posizione assunta dalla testa ovviamente non converrebbe.

6.2.2. Estensione al caso 4 gradi di libertà

Gli studi effettuati sulla tecnica dell'RCSA si sono limitati ad estendere l'RCSA a due soli gradi di libertà: uno traslazionale ed uno rotazionale (in Figura 6.3 sono rappresentati da x e da θ_y).

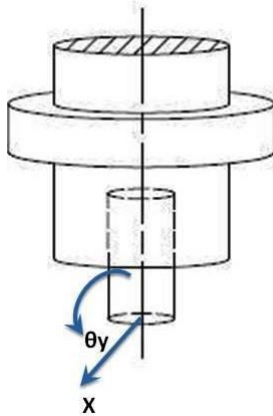


Figura 6.3 RCSA a 2 gradi di libertà

Le lavorazioni che vengono eseguite in ambito industriale spesso coinvolgono differenti direzioni e questo impone una conoscenza del comportamento dinamico della macchina utensile in tutte le principali direzioni di lavorazione. Una formulazione dell'RCSA più completa potrebbe risultare utile qual'ora fosse necessario ottenere le FRFs anche in altre direzioni.

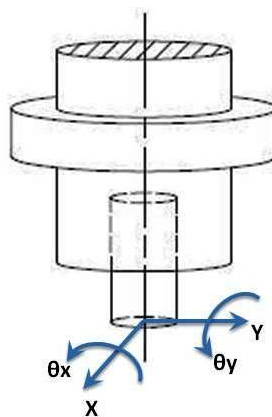


Figura 6.4 RCSA a 4 gradi di libertà

Quello che segue è la riscrittura delle formule dell'RCSA per estendere la tecnica ai quattro gradi di libertà raffigurati in Figura 6.4. L'immagine che segue riporta la struttura MPU divisa in MP ed U e vengono riportati tutti i vettori di direzione degli spostamenti considerati. Per comodità la struttura MP, ovvero Mandrino e Portautensile, verrà chiamata struttura B, l'utensile U verrà chiamato A e la struttura complessiva MPU verrà chiamata G.

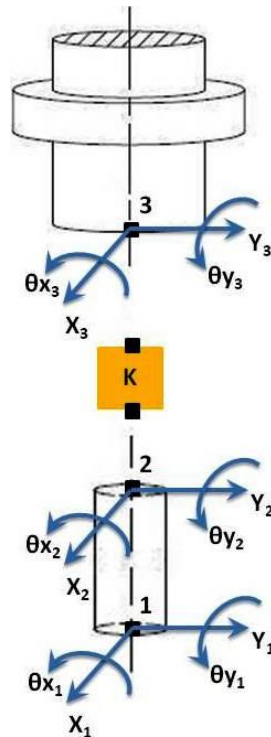


Figura 6.5 Mandrino connesso con utensile (4 gradi di libertà)

L'elemento di connessione K racchiude un'insieme di molle e smorzatori operanti su ognuno dei quattro gradi di libertà considerati.

Per semplificare e rendere la formulazione più compatta, si è scelto di chiamare il gruppo di gdl x e θ_y gruppo α e il gruppo di gdl y e θ_x gruppo β . L'espressione dell'RCSA ampliata a 4 gradi di libertà si presenterà in termini matriciali analoga al caso a 2 gradi di libertà, tuttavia, per ogni punto considerato, ci saranno 16 FRFs (matrice 4×4).

$$\begin{aligned}
[G_{11}(f)] &= \begin{bmatrix} H_{1\alpha 1\alpha}^G & L_{1\alpha 1\alpha}^G & H_{1\alpha 1\beta}^G & L_{1\alpha 1\beta}^G \\ N_{1\alpha 1\alpha}^G & P_{1\alpha 1\alpha}^G & N_{1\alpha 1\beta}^G & P_{1\alpha 1\beta}^G \\ H_{1\beta 1\alpha}^G & L_{1\beta 1\alpha}^G & H_{1\beta 1\beta}^G & L_{1\beta 1\beta}^G \\ N_{1\beta 1\alpha}^G & P_{1\beta 1\alpha}^G & N_{1\beta 1\beta}^G & P_{1\beta 1\beta}^G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [G_{1\alpha 1\alpha}] & [G_{1\alpha 1\beta}] \\ [G_{1\beta 1\alpha}] & [G_{1\beta 1\beta}] \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} T_{1\alpha 1\alpha}^A & T_{1\alpha 1\beta}^A \\ T_{1\beta 1\alpha}^A & T_{1\beta 1\beta}^A \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} T_{1\alpha 2\alpha}^A & T_{1\alpha 2\beta}^A \\ T_{1\beta 2\alpha}^A & T_{1\beta 2\beta}^A \end{bmatrix} \\
&\cdot \left(\begin{bmatrix} T_{3\alpha 3\alpha}^B & T_{3\alpha 3\beta}^B \\ T_{3\beta 3\alpha}^B & T_{3\beta 3\beta}^B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{\alpha\alpha} & K_{\alpha\beta} \\ K_{\beta\alpha} & K_{\beta\beta} \end{bmatrix}^{-1} + \begin{bmatrix} T_{2\alpha 2\alpha}^A & T_{2\alpha 2\beta}^A \\ T_{2\beta 2\alpha}^A & T_{2\beta 2\beta}^A \end{bmatrix} \right)^{-1} \\
&\cdot \begin{bmatrix} T_{2\alpha 1\alpha}^A & T_{2\alpha 1\beta}^A \\ T_{2\beta 1\alpha}^A & T_{2\beta 1\beta}^A \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{6.1}$$

La matrice di connessione $[K(f)]$ è calcolabile come segue:

$$\begin{aligned}
[K(f)]^{-1} &= \begin{bmatrix} K_{1\alpha 1\alpha} & K_{1\alpha 2\alpha} & K_{1\alpha 1\beta} & K_{1\alpha 2\beta} \\ K_{2\alpha 1\alpha} & K_{2\alpha 2\alpha} & K_{2\alpha 1\beta} & K_{2\alpha 2\beta} \\ K_{1\beta 1\alpha} & K_{1\beta 2\alpha} & K_{1\beta 1\beta} & K_{1\beta 2\beta} \\ K_{2\beta 1\alpha} & K_{2\beta 2\alpha} & K_{2\beta 1\beta} & K_{2\beta 2\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_{\alpha\alpha}] & [K_{\alpha\beta}] \\ [K_{\beta\alpha}] & [K_{\beta\beta}] \end{bmatrix}^{-1} = \\
&\left(\left(\begin{bmatrix} T_{2\alpha 1\alpha}^A & T_{2\alpha 1\beta}^A \\ T_{2\beta 1\alpha}^A & T_{2\beta 1\beta}^A \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \left(T_{1\alpha 1\alpha}^A & T_{1\alpha 1\beta}^A - \begin{bmatrix} G_{1\alpha 1\alpha}^{sper} & G_{1\alpha 1\beta}^{sper} \\ G_{1\beta 1\alpha}^{sper} & G_{1\beta 1\beta}^{sper} \end{bmatrix} \right) \right) \\
&\cdot \left(\begin{bmatrix} T_{2\alpha 1\alpha}^A & T_{2\alpha 1\beta}^A \\ T_{2\beta 1\alpha}^A & T_{2\beta 1\beta}^A \end{bmatrix} \right)^{-1} - \begin{bmatrix} T_{3\alpha 3\alpha}^B & T_{3\alpha 3\beta}^B \\ T_{3\beta 3\alpha}^B & T_{3\beta 3\beta}^B \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} T_{2\alpha 2\alpha}^A & T_{2\alpha 2\beta}^A \\ T_{2\beta 2\alpha}^A & T_{2\beta 2\beta}^A \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{6.2}$$

L'applicazione pratica dell'RCSA a 4 gdl su macchine utensili ovviamente comporta un aumento delle prove sperimentali da effettuare per poter disporre delle matrici $[G_{11}^{sp}]$ e $[T_{33}^B]$. Le nove prove previste per il caso a 2 gdl per determinare l'intera matrice con tutte le sue componenti ora diventano 36 (considerandole matrici simmetriche). Per quanto riguarda gli utensili si può affermare che le FRFs ottenute per le coordinate del gruppo α sono equivalenti a quelle del gruppo β mentre sono considerabili, in prima approssimazione, nulle le componenti miste α e β . La cosa è giustificata sia dal fatto che le piccole variazioni geometriche dell'utensile non comportano grandi variazioni nelle FRFs, sia perché durante le lavorazioni l'utensile

non resta fermo ma ruota e questo rende priva di ogni significato la ricerca di due FRFs diverse per i due gruppi di coordinate.

L'ampliamento dell'RCSA da 2 gdl a 4 gdl comporta dunque eccessivi una maggior complessità in fase di determinazione delle matrici $[G_{11}^{sper}]$ e $[T_{33}^B]$. Tuttavia, una volta eseguite tutte le prove sperimentali necessarie per determinare le suddette matrici, la formulazione dell'RCSA si presenta analoga al caso 2 GDL (variano solo le dimensioni delle matrici considerate).

6.2.3. Determinazione rigidezza collegamento strutture meccaniche

Uno degli aspetti più problematici affrontati nello studio dell'applicabilità effettiva della tecnica dell'RCSA a macchine a controllo numerico è sicuramente la determinazione di quel parametro K rappresentate la congiunzione tra due sottostrutture (vedi articoli posti in bibliografia [12][18][19]).



Figura 6.6 Sottostrutture A e B unite da una connessione

Lo studio effettuato sull'RCSA in questa tesi ha più volte ripreso questo termine osservando quanto fosse difficile definirlo in modo chiaro e univoco. Nella trattazione analitica della tecnica si è voluto considerare questa connessione come un elemento composto da una molla e uno smorzatore che vincolava tra loro i vari gradi di libertà degli estremi delle due strutture.

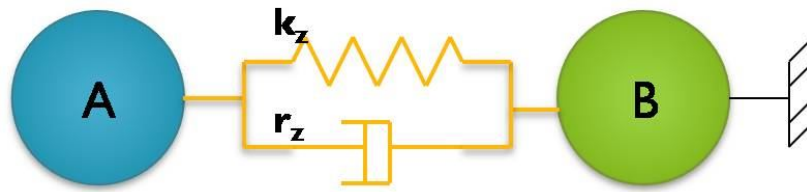
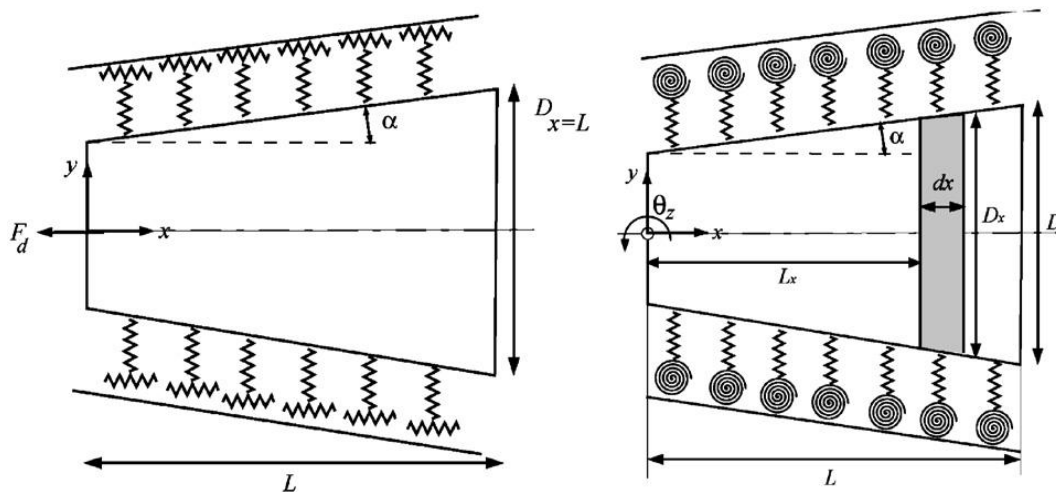


Figura 6.7 Sottostrutture A e B unite da un elemento rigido e uno viscoso

Uno studio maggiormente approfondito su questa connessione ha indotto a non considerare questo elemento come collegamento tra due estremi di due sottostrutture ma come collegamento tra due superfici delle due sottostrutture. Questo ha portato a considerare l'elemento "K" come una serie di molle e smorzatori come suggerito dall'articolo di Namazi e Altintas posto in bibliografia [18]



Vedi Figura 3.28 Modello della superficie di connessione proposto da Altintas

Durante la fase di applicazione sperimentale della tecnica si è osservato quanto sia difficile, per cause esclusivamente tecniche e pratiche, determinare le FRFs di oggetti e macchine in determinati punti. Questo porta a dover includere, nell'elemento K, non solo la connessione tra due superfici ma anche intere parti meccaniche (vedi par. 5.1).

La tecnica dell'RCSA, note tutte le componenti necessarie, permette il calcolo del termine K che non viene visto come composto da molle o da smorzatori ma semplicemente come "scatola nera" contenente quelle componenti che permettono di trovare l'FRFs della struttura $G (A + B)$ a partire dalle singole sottostrutture A e B .

$$[K]^{-1} = \left(\left\{ [T_{21}^A]^{-1} \cdot ([T_{11}^A] - [G_{11}]) \right\} \cdot [T_{21}^A]^{-1} \right)^{-1} - [T_{33}^B] - [T_{22}^A] \quad \text{Vedi eq. [3.64]}$$

Come si è osservato dalle prove sperimentali effettuate e discusse nel *Capitolo 5*, questo metodo di determinazione della K permette di ottenere risultati sufficientemente accurati per la determinazione dell'FRF della struttura G tramite tecnica dell'RCSA. Questo utilizzo dell'RCSA però non si preoccupa di dire nulla di più specifico della connessione tra sottostrutture includendo infatti al suo interno anche strutture meccaniche che, eventualmente, si ritiene più opportuno far ricadere al suo interno.

Uno sviluppo importante di questa tecnica può dunque riguardare la determinazione della effettiva connessione K tra due sottostrutture. Un esempio pratico di questo sviluppo può essere rappresentato dalla ricerca della connessione effettiva tra utensile e portautensile, tra portautensile e mandrino oppure tra mandrino e macchina. Risulta evidente che, al variare delle connessioni cercate, varieranno le procedure applicative della tecnica e di conseguenza varieranno le problematiche pratiche per la determinazione delle FRFs nei punti di contatto tra le varie sottostrutture.

6.2.4. Applicazione della tecnica ad altri componenti macchina

Nel *Capitolo 3* si è a lungo discusso sulle varie metodologie di applicazione dell'RCSA. Un'attenta analisi ha portato alla conclusione che la metodologia proposta da Altintas risulta preferibile rispetto a quella di Schmitz perché, con sole poche martellate all'utensile e un adeguato modello FEM, si è in grado di determinare velocemente l'FRF della struttura MPU anche variando diversi U

quando invece, la tecnica di Schmitz, per ottenere il medesimo risultato proponeva calcoli più complessi e introduceva alcuni errori (vedi *Capitolo 4*).

Lo sviluppo proposto in questa tesi ha voluto però migliorare la soluzione di Schmitz in quanto, a differenza di quella di Altintas, conserva una flessibilità della tecnica che permette dunque l'applicazione della stessa anche ad altri casi e non solo alle strutture "Mandrino – Utensile". In questo paragrafo verranno presentate alcune possibili applicazioni della tecnica dell'RCSA che, grazie al miglioramento discusso nel *Capitolo 4*, si presenta dotata sia di buona flessibilità, sia di sufficientemente accuratezza. Ogni tecnica di calcolo che si propone in ambito industriale appare tanto migliore quanto più essa risulti applicabile a casi e situazioni differenti. Sebbene la soluzione di Altintas risulti formalmente corretta e in grado di soddisfare le necessità di colui che ricerca le FRFs di una macchina utensile, presenta l'inconveniente di limitare il suo raggio d'azione a casi molto circoscritti, rendendo forse più utile e pratico il mantenimento delle precedenti metodologie di calcolo e di misura delle FRFs. L'RCSA, per poter imporsi in ambito industriale, oltre che l'affidabilità richiede anche una buona flessibilità e applicabilità fattibilità sperimentale. Le proposte di sviluppo che vengono ora sviluppate vogliono non solo proporre possibili applicazioni pratiche della tecnica ma soprattutto vogliono evidenziare come questa soluzione si dimostri flessibile quindi utile in diversi ambiti. Oltre ai casi proposti infatti si possono immaginare tante altre possibilità di utilizzo che questo miglioramento permette.

Applicazione della tecnica ai componenti "Macchina-Mandrino"

La prima possibilità di applicazione dell'RCSA migliorata prende in considerazione le strutture Macchina (intesa come telaio o corpo meccanico vincolato a terra) e Mandrino. Tra le componenti che maggiormente rientrano tra le principali cause di vibrazione della macchina certamente rientra il mandrino che, in funzione di come viene vincolato sulla macchina, varia le frequenze proprie della dell'intera struttura macchina-mandrino. Mediante la tecnica dell'RCSA è possibile sia studiare la variazione delle FRFs della struttura Macchina – Mandrino al variare del mandrino

montato, sia progettare un opportuno vincolo tra la macchina e il mandrino per controllare le FRFs della struttura complessiva. Certamente ogni applicazione differente presenta differenti complicazioni a livello pratico. La determinazione delle FRFs di ogni componente comporterà opportune metodologie che varieranno secondo le necessità.

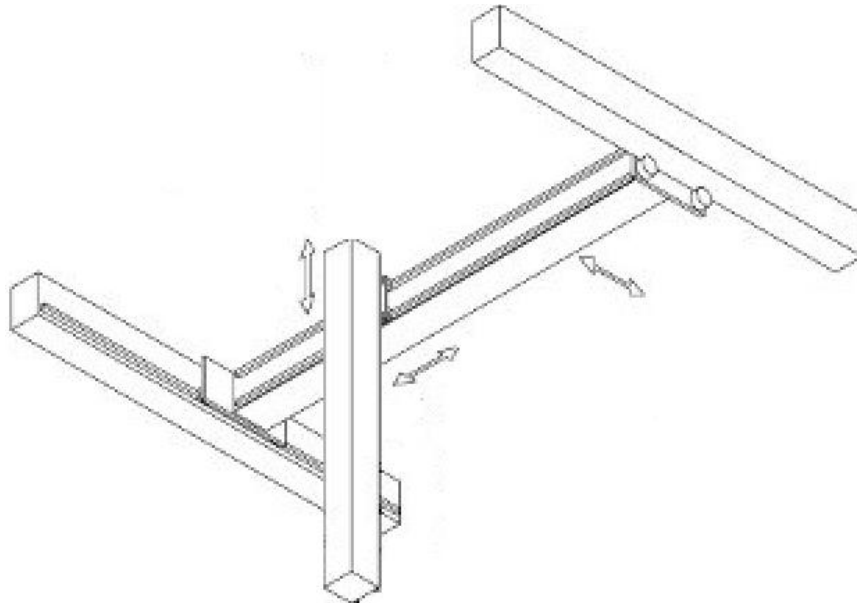


Figura 6.8 Macchina a portale

Evidentemente, per ottenere le FRFs della struttura Macchina, sarà necessario effettuare opportuni impact-test all'estremo in cui verrà connessa la struttura Mandrino.

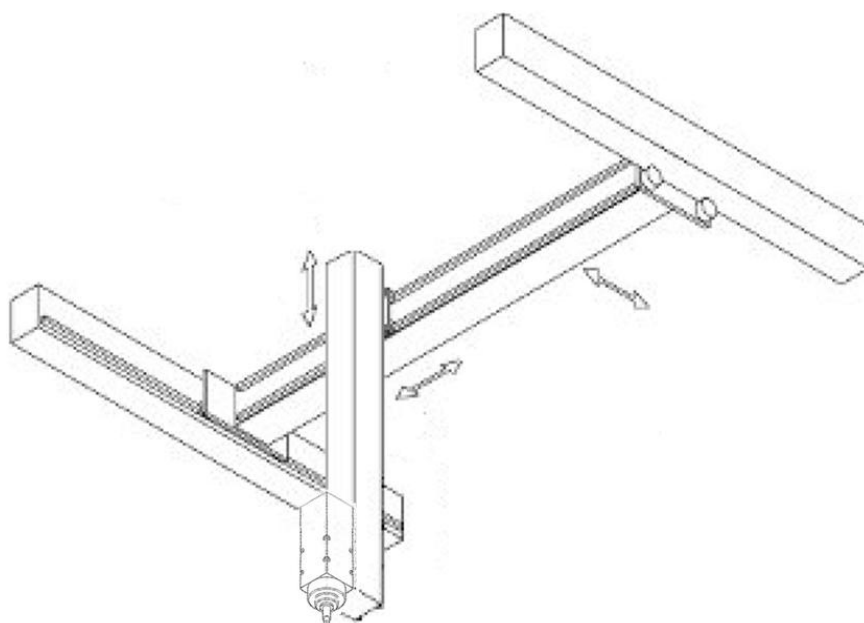


Figura 6.9 Macchina a portale con mandrino

Analogamente la determinazione delle FRFs della struttura complessiva, quando ancora non si è in grado di utilizzare l'RCSA perché non si conoscono ancora tutti i termini che la formulazione richiede, richiederà delle prove sperimentali applicando le martellate nel punto estremo del mandrino.

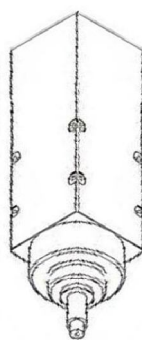


Figura 6.10 Mandrino

La struttura Mandrino può essere studiata in due metodi differenti: tramite modello FEM o tramite prove sperimentali. Risulta evidente come la realizzazione di un modello FEM sufficientemente accurato di una struttura così complessa come un

mandrino (struttura esterna, cuscinetti, componente rotante ecc...) possa essere particolarmente complesso quindi, anche in questo caso, potrebbe convenire adottare un approccio sperimentale. Le misure da effettuarsi ovviamente aumenteranno notevolmente visto che sarà necessario determinare non solo quattro FRFs H, L, N e P ma ben sedici FRFs: la struttura infatti presenta due estremi liberi.

$$\begin{aligned}
 [T^{MD}(f)] &= \begin{bmatrix} T_{11}^{MD}(f) & T_{12}^{MD}(f) \\ T_{21}^{MD}(f) & T_{22}^{MD}(f) \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} H_{11}^{MD}(f) & L_{11}^{MD}(f) & H_{12}^{MD}(f) & L_{12}^{MD}(f) \\ N_{11}^{MD}(f) & P_{11}^{MD}(f) & N_{12}^{MD}(f) & P_{12}^{MD}(f) \\ H_{21}^{MD}(f) & L_{21}^{MD}(f) & H_{22}^{MD}(f) & L_{22}^{MD}(f) \\ N_{21}^{MD}(f) & P_{21}^{MD}(f) & N_{22}^{MD}(f) & P_{22}^{MD}(f) \end{bmatrix} \quad [6.3]
 \end{aligned}$$

La simmetria della matrice permette di ridurre il numero di prove sperimentali da effettuare. Per generare la condizione di sospensione, il mandrino dovrà essere appeso con opportuni cavi.

Nel caso si volesse utilizzare l'RCSA per controllare le FRFs modificando l'elemento di connessione K, è possibile operare utilizzando la formula che ricava appunto l'elemento K avendo a disposizione le FRFs delle singole sottostrutture e l'FRF che si desidera che la struttura complessiva abbia:

$$[K]^{-1} = \left(\left\{ [T_{21}^{MD}]^{-1} \cdot ([T_{11}^{MD}] - [G_{11}^{voluto}]) \right\} \cdot [T_{21}^{MD}]^{-1} \right)^{-1} - [T_{33}^{MAC}] - [T_{22}^{MD}] \quad [6.4]$$

Per poter generare una connessione tra macchina e mandrino tale da equivalere all'elemento K ottenuto mediante l'RCSA, può essere opportuno interporre tra macchina e mandrino un elemento meccanico le cui geometrie e proprietà fisiche possano essere scelte in modo tale da controllare i suoi modi e le sue frequenze proprie. Ovviamente si vuole ora soltanto presentare una possibilità di sviluppo dell'RCSA senza entrare eccessivamente in dettagli che richiederebbero uno studio più approfondito.

Applicazione della tecnica ai componenti “Attrezzatura-Pezzo”

Fin'ora si è affrontato il problema della determinazione dell'FRF solo guardando il lato “utensile”, ovvero cercando di determinare la dinamica della macchina nel punto dell'utensile che va a contatto con il pezzo in lavorazione. Risulta evidente come la qualità della lavorazione non dipenda solo dalla dinamica di quel punto ma anche dalla dinamica del pezzo stesso.

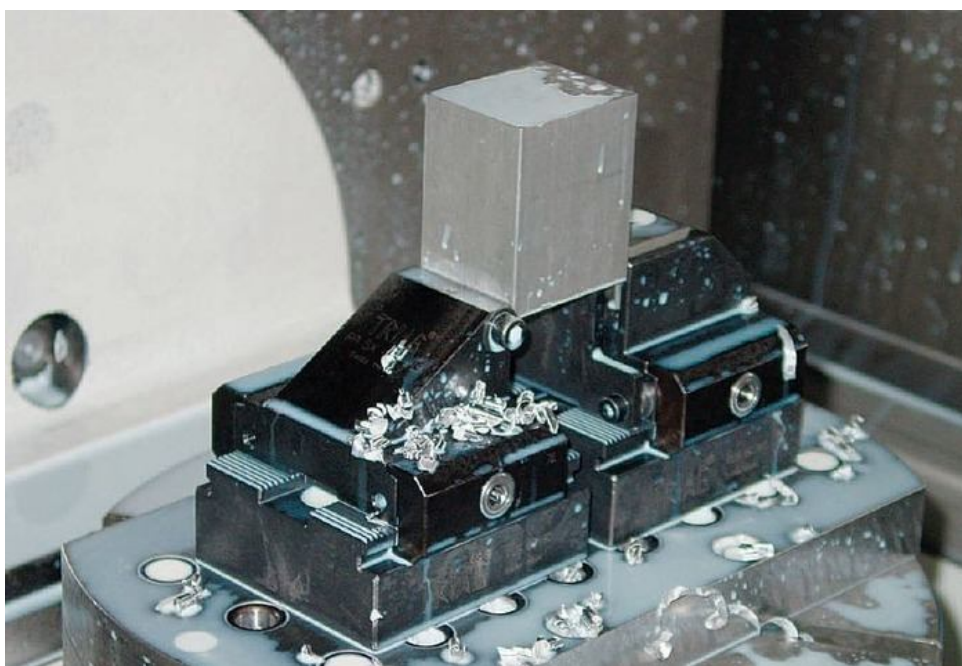


Figura 6.11 Attrezzatura di fissaggio di un pezzo

Il pezzo non si trova sospeso in condizione libera e non è da considerarsi neppure vincolato a terra: esso è vincolato alla macchina mediante opportune attrezzature di fissaggio. La variabilità delle geometrie e delle proprietà del pezzo in lavorazione ovviamente è molto elevata, ben più di quella dell'utensile, e questo comporta una maggior complessità nell'applicazione dell'RCSA per determinare parametri di connessione opportuni e per calcolare FRFs al pezzo. Tuttavia, l'RCSA migliorata presentata in questa tesi, presenta una flessibilità sufficiente per poter affrontare questo tipo di difficoltà e così ottenere un'informazione (l'FRF al pezzo) altrimenti impossibile da determinare se non con numerose prove sperimentali.

6.3. CRITICITÀ ANCORA DA AFFRONTARE

Lo sviluppo della tecnica dell'RCSA presentato nei capitoli precedenti ha permesso di risolvere alcune criticità quindi, come ampiamente esposto nel precedente paragrafo, di estendere il suo campo di applicazione a differenti ambiti e differenti necessità. Nell'esposizione presentata della tecnica si è potuto osservare ed evidenziare più volte le criticità che, soprattutto a livello pratico, impediscono all'RCSA di essere sempre ed in ogni contesto una tecnica realmente utile e conveniente. Sebbene alcune di queste criticità siano state risolte (o, se non direttamente risolte, sono state affrontate proponendo metodi risolutivi) esistono ancora diverse problematiche che possono rendere l'applicazione dell'RCSA alquanto difficoltosa o per lo meno inefficace (l'obiettivo qui è la rapidità unita all'accuratezza nella determinazione delle FRFs). Per questo motivo si vuole ora presentare un'insieme di aspetti che, se approfonditi, possono migliorare in modo notevole la tecnica presentata in questa tesi.

La tecnica dell'RCSA, unendo FRFs ottenute sia da prove sperimentali che da test realizzati mediante modelli ad elementi finiti, necessita per generare risultati accurati che sia le FRFs ottenute mediante prove sperimentali, sia quelle ottenute mediante FEM siano sufficientemente accurati. Già nel *Capitolo 5* si è parlato di quanto entrambe le procedure richiedessero opportune attenzioni per non dover immettere nelle formule dell'RCSA delle FRFs soggette a errori grossolani che avrebbero potuto compromettere seriamente la buona stima dell'FRF obiettivo.

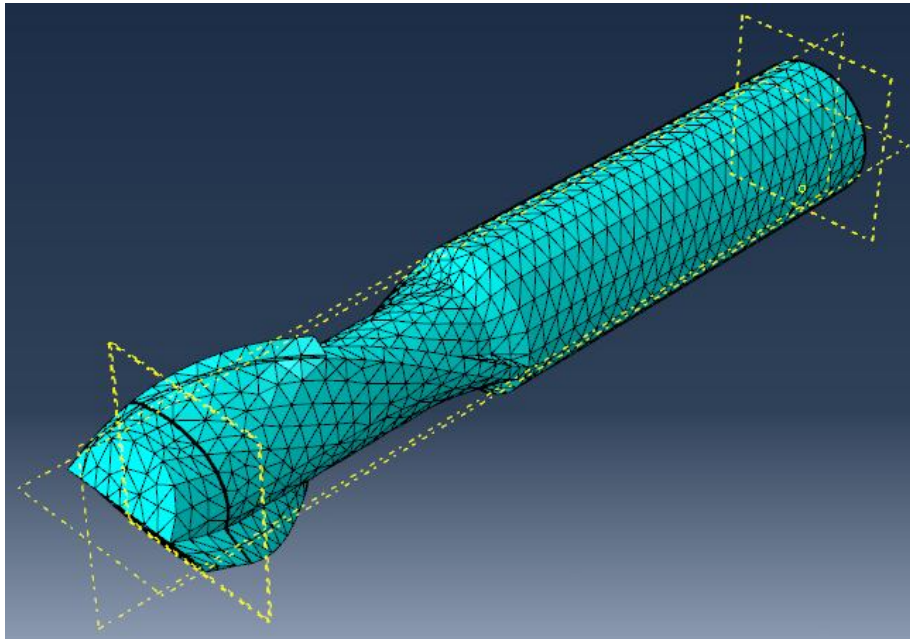


Figura 6.12 Utensile modellato con software di analisi FEM

La modellazione e l'analisi FEM di strutture mediante software di calcolo ad elementi finiti può essere un'operazione parecchio complessa in quanto certe geometrie di utensili risultano difficili da riprodurre fedelmente con software di disegno 3D ed inoltre, per ottenere FRFs precise, occorre disporre dei parametri di elasticità, densità e smorzamento adimensionale del materiale dell'utensile. Per poter disporre di FRFs precise potrebbe dunque essere necessario prevedere un'operazione di model-updating che però, come risulta ovvio, renderebbe sconveniente applicare l'RCSA in quanto si complicherebbero notevolmente le procedure di determinazione delle FRFs degli utensili.



Figura 6.13 Misurazione delle FRFs tramite impact-test

La misurazione tramite tecniche sperimentali delle FRFs richiede che si disponga di strumentazione adeguata e di sufficiente abilità da parte del misuratore. Questo però rientra nelle problematiche di ogni misurazione e non solo di quelle che riguardano l'RCSA. Per quanto riguarda la tecnica presentata risulta evidente che il gran numero di misure necessarie per ottenere tutti i termini delle matrici delle FRFs implica una maggior attenzione alle FRFs acquisite e ai risultati ottenuti tramite le formule usate per stimare le FRFs $N(L)$ e P . Nel *Capitolo 4* si è a lungo parlato del parametro "s" e si è proposto un metodo per la sua determinazione. È sicuramente necessario un approfondimento di questa tematica mediante un maggior apporto di prove e test sperimentali atti a definire con maggior accuratezza un criterio per valutare la distanza "s" ottimale in ogni circostanza.

La tecnica dell'RCSA sarebbe certamente migliorata se si potessero ottenere le FRFs $N(L)$ e P attraverso una procedura che non richiedesse un numero così elevato di

prove. Altintas e Schmitz hanno proposto diversi modi per ottenere queste FRFs ma migliore quello più versatile appare quello presentato nel *Capitolo 4*.

6.4. CONCLUSIONE

In questa tesi si è voluto presentare la tecnica dell'RCSA come metodo di determinazione, in modo rapido e al tempo stesso accurato, di FRFs di strutture che si presentano composte da differenti sottostrutture e che vedono alcune di queste ultime variare con maggior frequenza di altre. Un esempio pratico risulta essere la macchina utensile che vede una componente che generalmente non varia (Macchina – Mandrino – Portautensile) e una componente che varia frequentemente (Utensile). La tecnica presentata risulta essere in grado di stimare queste FRFs ma, per poter essere applicabile senza che venissero richieste fasi preliminari eccessivamente complesse tali da rendere effettivamente non utile la tecnica stessa, è stato necessario ottimizzare una delle tecniche presentate in letteratura suggerendo una metodologia alternativa di calcolo dell'FRF P. La tecnica migliorata è risultata capace di soddisfare pienamente le aspettative e questo è stato dimostrato anche mediante opportune prove sperimentali. La tecnica risulta ora sia accurata che flessibile quindi applicabile non solo al semplice caso Mandrino-Utensile ma anche a casi differenti che possono variare a seconda della necessità. Sebbene siano necessari ulteriori approfondimenti, la modifica proposta risulta di grande utilità perché, avendo conservato la flessibilità della soluzione inizialmente proposta, ha acquisito, grazie ai miglioramenti proposti, una maggior accuratezza ed è in grado di approssimare differenti casi con risultati sufficientemente precisi e accurati.

7. APPENDICI

7.1. APPENDICE I: LISTATI MATLAB

7.1.1. Descrizione della struttura di base

La simulazione della tecnica dell'RCSA è stata effettuata mediante software Matlab in quanto, modificando alcuni parametri nei listati, era possibile simulare con agilità situazioni differenti. La struttura generale dei listati Matlab, usata in quasi tutte le simulazioni, prevede un listato che richiama altri listati che corrispondono alle simulazioni delle varie FRFs. Le FRFs sono state ottenute da modelli cilindrici discretizzati con elementi beam (per i casi a 2 gradi di libertà). Si riporta ora un esempio di questa struttura prendendo il caso di RCSA applicata a sistemi ad 1 grado di libertà con connessione rigida tra elemento A (chiamato utensile) e l'elemento incastrato B (chiamato mandrino), simulazione che si trova nel paragrafo 3.1.1:

```
%%%%%%%%%%
close all
clear all
clc

fprintf('Calcolo Utensile')
utensile;
clc

fprintf('Calcolo Mandrino+Utensile')
mandrinoutensile;
clc

fprintf('Calcolo Mandrino')
mandrino;
clc

fprintf('Calcolo RCSA')
rca;
clc
%%%%%%%%%%
```

I file “utensile”, “mandrinoutensile” e “mandrino” generano le FRFs del sistema A, A+B e B mentre il file “rca” utilizza la formula dell'RCSA per calcolare A+B e poi genera una grafico per confrontare le FRFs del sistema A+B calcolate mediante

RCSA e determinate mediante il file “mandrinoutensile”. I dati dei vari cilindri utilizzati per simulare le strutture A, B e A+B sono contenuti in un file chiamato “dati” che viene richiamato ogni volta occorra (nel caso sopra, è richiamato nei file “utensile”, “mandrinoutensile” e “mandrino”).

7.1.2. File “dati”

Viene ora riportato un esempio del file “dati”. Il file riportato è quello usato per fare le simulazioni delle RCSA applicata a sistemi ad 2 gradi di libertà con connessione distribuita (ma utilizzabile anche per la connessione concentrata) tra elemento A (chiamato utensile) e l’elemento incastrato B (chiamato mandrino), simulazione che si trova nel paragrafo 3.2.3:

```
%%%%%%%%%%  
% Proprietà materiale  
E=2.1e+11;      % Modulo di elasticità  
ro=7890;        % Densità  
  
% Mandrino  
Lm=2;           % Lunghezza  
dm_est=0.6;     % Diametro esterno  
dm_int=0.3;     % Diametro interno  
  
% Utensile 1  
Lu=1.6;         % Lunghezza  
du=0.3;         % Diametro  
  
% Utensile 2, tutta la lunghezza con diametro pari a du2  
Lu2=1.0;        % Lunghezza  
du2=0.15;       % Diametro  
  
% Utensile 3, L_int con diametro du, Lu3-L_int con diametro du3  
Lu3=1.0;        % Lunghezza  
du3=0.15;       % Diametro  
  
% Quantità di utensile inserita nel mandrino (zona con connessione distribuita)  
L_int=0.5;  
  
% Calcolo aree e momenti d'inerzia  
Am=pi*(dm_est^2)/4-pi*(dm_int^2)/4;  
Au=pi*(du^2)/4;  
Au2=pi*(du2^2)/4;  
Au3=pi*(du3^2)/4;  
  
Jm=pi*(dm_est^4)/64-pi*(dm_int^4)/64;  
Ju=pi*(du^4)/64;
```

```

Ju2=pi*(du2^4)/64;
Ju3=pi*(du3^4)/64;

% Forzanti unitarie
Fo=1;
Mo=1;

% Frequenze
f_min=1;
f_max=2000;
passo_f=0.1;
om=[(f_min*2*pi):(passo_f*2*pi):(f_max*2*pi)];
f=om/(2*pi);

% Dati della connessione
k_t=1E11;           % Rigidezza tangenziale
k_r=1E11;           % Rigidezza radiale
r_t=1E4;            % Smorzamento tangenziale
r_r=1E4;            % Smorzamento radiale

% Lunghezza elementino
dL=0.1;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

Per eseguire alcune simulazioni particolari si sono aggiunte alcune informazioni o si sono modificate rispetto all'esempio riportato sopra.

7.1.3. File simulanti cilindri in condizioni di vincolo free-free

Si riporta ora un esempio di un file di simulazione del comportamento dinamico di un cilindro, modellato con elementi beam, in condizioni di vincolo free-free. Si riporta il caso di cilindro che presenta due zone di diametri potenzialmente differenti, usato per simulare l'RCSA con zona di connessione a dimensioni costanti (vedi par. 3.2.3). Questo esempio infatti è utile per capire anche simulazioni più semplici.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Richiamo file "dati"
dati

% Parametri utili
Nu=round(Lu3/dL);           % Numero elementi utensile
N_int=round(L_int/dL);     % Numero elementi del mandrino e dell'utensile
                              coinvolti nella connessione

n_coordinate=(Nu+1)*2;     % Numero di nodi moltiplicato per il
                              numero di gradi di libertà

```

```
n_coor_connesione=(N_int+1)*2; % Numero di nodi moltiplicato per il
numero di gdl (solo connessione)
```

```
% Matrici di massa M, di rigidezza K e trovo R come comb. lineare di K e M
M=zeros(n_coordinate,n_coordinate);
K=zeros(n_coordinate,n_coordinate);
L=dL;
```

```
% Zona connessione
```

```
for ii=1:2:(n_coor_connesione-3)
    ES=zeros(4,n_coordinate); % Matrici di estrazione
    ES(1,ii)=1;
    ES(2,ii+1)=1;
    ES(3,ii+2)=1;
    ES(4,ii+3)=1;
```

```
% Creazione matrici M e K mediante elementi beam
```

```
M=M+(ES)*(ro*Au*L/420)*[156 22*L 54 -13*L; 22*L 4*L*L 13*L -3*L*L; 54
13*L 156 -22*L; -13*L -3*L*L -22*L 4*L*L]*(ES);
K=K+(ES)*(E*Ju/(L^3))*[12 6*L -12 6*L; 6*L 4*L*L -6*L 2*L*L; -12 -6*L 12 -
6*L; 6*L 2*L*L -6*L 4*L*L]*(ES);
```

```
end
```

```
% Zona fuori dalla connessione
```

```
for ii=(n_coor_connesione-1):2:(n_coordinate-3)
    ES=zeros(4,n_coordinate); % Matrici di estrazione
    ES(1,ii)=1;
    ES(2,ii+1)=1;
    ES(3,ii+2)=1;
    ES(4,ii+3)=1;
```

```
% Creazione matrici M e K mediante elementi beam
```

```
M=M+(ES)*(ro*Au^3*L/420)*[156 22*L 54 -13*L; 22*L 4*L*L 13*L -3*L*L; 54
13*L 156 -22*L;
-13*L -3*L*L -22*L 4*L*L]*(ES);
K=K+(ES)*(E*Ju^3/(L^3))*[12 6*L -12 6*L; 6*L 4*L*L -6*L 2*L*L; -12 -6*L 12
-6*L; 6*L 2*L*L
-6*L 4*L*L]*(ES);
```

```
end
```

```
% Eliminazione variabili superflue
```

```
clear L
```

```
R=3*M+0.0000003*K; % Matrice di smorzamento
```

```
% Vettori dei lavori virtuali
```

```
dLF1=zeros(n_coordinate,1);
dLF2=zeros(n_coordinate,1);
dLM1=zeros(n_coordinate,1);
dLM2=zeros(n_coordinate,1);
```

```
% Forzante unitaria (o momento unitario) sulla coordinata di interesse
```

```
dLF1(end-1)=Fo;
dLF2(1)=Fo;
```



```

dLM1(end)=Mo;
dLM2(2)=Mo;

% Creazione vettori per FRFs
H11due=zeros(length(om),1);
L11due=zeros(length(om),1);
N11due=zeros(length(om),1);
P11due=zeros(length(om),1);
    H12due=zeros(length(om),1);
    L12due=zeros(length(om),1);
    N12due=zeros(length(om),1);
    P12due=zeros(length(om),1);
H21due=zeros(length(om),1);
L21due=zeros(length(om),1);
N21due=zeros(length(om),1);
P21due=zeros(length(om),1);
    H22due=zeros(length(om),1);
    L22due=zeros(length(om),1);
    N22due=zeros(length(om),1);
    P22due=zeros(length(om),1);

% Calcolo delle FRFs
for ii=1:length(om)
    AA=inv(-(om(ii)^2)*M+K+i*om(ii)*R);

    x_LL=AA*dLF1;
    H11due(ii)=x_LL(end-1);           % x in 1 / F in 1
    N11due(ii)=x_LL(end);           % teta in 1 / F in 1
    H21due(ii)=x_LL(1);             % x in 2 / F in 1
    N21due(ii)=x_LL(2);             % teta in 2 / F in 1

    x_LL=AA*dLF2;
    H12due(ii)=x_LL(end-1);         % x in 1 / F in 2
    N12due(ii)=x_LL(end);           % teta in 1 / F in 2
    H22due(ii)=x_LL(1);             % x in 2 / F in 2
    N22due(ii)=x_LL(2);             % teta in 2 / F in 2

    x_LL=AA*dLM1;
    L11due(ii)=x_LL(end-1);         % x in 1 / M in 1
    P11due(ii)=x_LL(end);           % teta in 1 / M in 1
    L21due(ii)=x_LL(1);             % x in 2 / M in 1
    P21due(ii)=x_LL(2);             % teta in 2 / M in 1

    x_LL=AA*dLM2;
    L12due(ii)=x_LL(end-1);         % x in 1 / M in 2
    P12due(ii)=x_LL(end);           % teta in 1 / M in 2
    L22due(ii)=x_LL(1);             % x in 2 / M in 2
    P22due(ii)=x_LL(2);             % teta in 2 / M in 2

end

% Eliminazione variabili superflue

```

```

clear Au3 Lu3 du3 Ju3 L_int N_int Nm Nu coor_fine_man coor_inizio_ut dL
dm_est dm_int n_coor_connesione AA k_t k_r r_t r_r Lu2 du2 Au2 Ju2 Am
Au E ES Fo Mo Jm Ju K K_LL M M_LL R R_LL Kconc Rconc Km Ku Mm Mu
Rm Ru Lm Lu N dLF dLF1 dLF2 dLM1 dLM2 dLM dm du f_cerca_max f_max
f_min ii om_prop ii n_coordinate om om_cerca passo_f ro x_LL x1 x2 dL1 dL2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

Si riporta ora il listato usato per simulare un cilindro in condizioni di vincolo free-free considerando solo 1 grado di libertà usato per le simulazioni del paragrafo 3.1.1.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Richiamo file "dati"
dati

% Parametri utili
n_nodi=1+round(Lu2/dL); % Numero di nodi

% Matrici di massa M, di rigidezza K e trovo R come comb. lineare di K e M
M=zeros(n_nodi,n_nodi);
K=zeros(n_nodi,n_nodi);

for ii=1:(n_nodi-1)
    ES=zeros(2,n_nodi); % Matrici di estrazione
    ES(1,ii)=1;
    ES(2,ii+1)=1;
    M=M+(ES')*ro*Au2*dL*[1/3 1/6 ; 1/6 1/3]*(ES);
    K=K+(ES')*(E*Au2/dL)*[1 -1 ; -1 1]*(ES);
end

R=10*M+0.00000001*K;

% Vettori dei lavori virtuali
dLF1=zeros(n_nodi,1);
dLF2=zeros(n_nodi,1);

% Forzante unitaria posta nel punto di interesse
dLF1(1)=Fo;
dLF2(end)=Fo;

% Creazione vettori per FRFs
H11due=zeros(length(om),1);
H12due=zeros(length(om),1);
H21due=zeros(length(om),1);
H22due=zeros(length(om),1);

% Calcolo delle FRFs
for ii=1:length(om)
    x1=inv(-(om(ii)^2)*M+K+i*om(ii)*R)*dLF1;
    x2=inv(-(om(ii)^2)*M+K+i*om(ii)*R)*dLF2;

    H22due(ii)=x1(1); % x in 2, F in 2
    H21due(ii)=x1(end); % x in 1, F in 2
end

```

```

H12due(ii)=x2(1); % x in 2, F in 1
H11due(ii)=x2(end); % x in 1, F in 1

end

% Eliminazione variabili superflue
clear du2 Lu2 Au2 Am Au E ES Fo K K_LL M M_LL R R_LL Kconc Rconc Km
      Ku Mm Mu Rm Ru Lm Lu N dL dLF dm du f_cerca_max f_max f_min ii
      om_prop ii n_nodi om om_cerca passo_f ro x_LL x1 x2 dL1 dL2 dLF1
      dLF2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
  
```

I valori di alfa e beta usati per determinare la matrice di smorzamento strutturale sono stati scelti in modo da avere picchi in risonanza ben visibili nei grafici delle FRFs. Si può osservare che, per avere uno smorzamento adimensionale paragonabile a quello dell'acciaio ($\xi = 0,01$) in un range di frequenze da 100 a 1000 Hz, i valori di alfa e beta andrebbero aumentati di un ordine di grandezza. Questo è dovuto al legame tra lo smorzamento adimensionale e i parametro α e β [2][5].

$$\xi = \frac{\alpha}{2\omega_{pr}} + \frac{\beta}{2}\omega_{pr} \quad [7.1]$$

7.1.4. File simulanti cilindri in condizioni di vincolo incastro-libero

Si riporta ora un esempio di un file di simulazione del comportamento dinamico di un cilindro, modellato con elementi beam, in condizioni di vincolo incastro-libero. Il file è in gran lunga simile al precedente con la variante dell'imposizione del vincolo di incastro e la conseguente diminuzione delle FRFs da calcolare.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Richiamo file "dati"
dati

% Parametri utili
Nm=round(Lm/dL); % Numero elementi mandrino
n_coordinate=(Nm+1)*2; % Numero di nodi moltiplicato per il numero di
gradi di libertà

% Matrici di massa M, di rigidezza K e trovo R come comb. lineare di K e M
M=zeros(n_coordinate,n_coordinate);
K=zeros(n_coordinate,n_coordinate);
L=dL;
  
```

```

for ii=1:2:(n_coordinate-3)
    ES=zeros(4,n_coordinate);           % Matrici di estrazione
    ES(1,ii)=1;
    ES(2,ii+1)=1;
    ES(3,ii+2)=1;
    ES(4,ii+3)=1;
    % Creazione matrici M e K mediante elementi beam
    M=M+(ES')*(ro*Am*L/420)*[156 22*L 54 -13*L; 22*L 4*L*L 13*L -3*L*L; 54
13*L 156 -22*L;
-13*L -3*L*L -22*L 4*L*L]*(ES);
    K=K+(ES')*(E*Jm/(L^3))*[12 6*L -12 6*L; 6*L 4*L*L -6*L 2*L*L; -12 -6*L 12 -
6*L; 6*L 2*L*L
-6*L 4*L*L]*(ES);
end

% Eliminazione variabili superflue
clear L

R=3*M+0.0000003*K;

% Imposizione vincolo di incastro
M_LL=M(3:n_coordinate,3:n_coordinate);
K_LL=K(3:n_coordinate,3:n_coordinate);
R_LL=R(3:n_coordinate,3:n_coordinate);

% Vettori dei lavori virtuali
dLF=zeros(n_coordinate-2,1);
dLM=zeros(n_coordinate-2,1);

% Forzante unitaria (o momento unitario) sulla coordinata di interesse
dLF(end-1)=Fo;
dLM(end)=Mo;

% Creazione vettori per FRFs
H33=zeros(length(om),1);
L33=zeros(length(om),1);
N33=zeros(length(om),1);
P33=zeros(length(om),1);

% Calcolo delle FRFs
for ii=1:length(om)
    AA=inv(-(om(ii)^2)*M_LL+K_LL+i*om(ii)*R_LL);

    x_LL=AA*dLF;
    H33(ii)=x_LL(end-1);           % x in 3, F in 3
    N33(ii)=x_LL(end);           % teta in 3, F in 3

    x_LL=AA*dLM;
    L33(ii)=x_LL(end-1);         % x in 3, M in 3
    P33(ii)=x_LL(end);         % teta in 3, M in 3
end

```

```

% Eliminazione variabili superflue
clear L_int N_int Nm Nu coor_fine_man coor_inizio_ut dL dm_est dm_int
n_coor_connesione AA k_t k_r r_t r_r Lu2 du2 Au2 Ju2 Am Au E ES Fo
Mo Jm Ju K K_LL M M_LL R R_LL Kconc Rconc Km Ku Mm Mu Rm Ru
Lm Lu N dLF dLF1 dLF2 dLM1 dLM2 dLM dm du f_cerca_max f_max
f_min ii om_prop ii n_coordinate om om_cerca passo_f ro x_LL x1 x2
dL1 dL2 Au3 Lu3 du3 Ju3
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

Si riporta ora il listato usato per simulare un cilindro in condizioni di vincolo incastro-libero considerando solo 1 grado di libertà.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Richiamo file "dati"
dati

% Parametri utili
n_nodi=1+round(Lm/dL); % Numero di nodi

% Matrici di massa M, di rigidezza K e trovo R come comb. lineare di K e M
M=zeros(n_nodi,n_nodi);
K=zeros(n_nodi,n_nodi);

for ii=1:(n_nodi-1)
    ES=zeros(2,n_nodi); % Matrici di estrazione
    ES(1,ii)=1;
    ES(2,ii+1)=1;
    M=M+(ES')*ro*Am*dL*[1/3 1/6 ; 1/6 1/3]*(ES);
    K=K+(ES')*(E*Am/dL)*[1 -1 ; -1 1]*(ES);
end

R=10*M+0.00000001*K;

% Imposizione vincolo di incastro
M_LL=M(2:n_nodi,2:n_nodi);
K_LL=K(2:n_nodi,2:n_nodi);
R_LL=R(2:n_nodi,2:n_nodi);

% Vettore dei lavori virtuali
dLF=zeros(n_nodi-1,1);

% Forzante unitaria posta nel punto di interesse
dLF(end)=Fo;

% Creazione vettore per FRFs
H33=zeros(length(om),1);

% Calcolo delle FRFs
for ii=1:length(om)
    x_LL=inv(-(om(ii)^2)*M_LL+K_LL+i*om(ii)*R_LL)*dLF;

```

```
H33(ii)=x_LL(end);
```

```
end
```

```
% Eliminazione variabili superflue
```

```
clear du2 Lu2 Au2 Am Au E ES Fo K K_LL M M_LL R R_LL Kconc Rconc Km  
      Ku Mm Mu Rm Ru Lm Lu N dL dLF dm du f_cerca_max f_max f_min ii  
      om_prop ii n_nodi om om_cerca passo_f ro x_LL x1 x2 dL1 dL2  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

7.1.5. File simulanti cilindri incastro-libero connesso mediante connessione con cilindro free-free

Si riporta ora un esempio di un file di simulazione del comportamento dinamico di un cilindro, modellato con elementi beam, in condizioni di vincolo incastro-libero connesso mediante connessione distribuita (smorzatori e rigidezze) con un cilindro in condizioni free-free. Si riporta il caso in cui la parte riguardante la connessione non varia (vedi par. 3.2.3).

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
% Richiamo file "dati"  
dati  
  
% Parametri utili  
Nm=round(Lm/dL);           % Numero elementi mandrino  
Nu=round(Lu3/dL);         % Numero elementi utensile  
N_int=round(L_int/dL);    % Numero elementi del mandrino e dell'utensile  
che sono coinvolti nella connessione  
  
n_coordinate=(Nm+1)*2 + (Nu+1)*2;           % Numero di nodi moltiplicato per  
il numero di gradi di libert a  
n_coor_connessione=(N_int+1)*2;           % Numero di nodi moltiplicato per  
il numero di gdl (solo connessione)  
  
coor_fine_man=(Nm+1)*2;           % Ultima coordinata riferita al mandrino  
coor_inizio_ut=(Nm+1)*2+1;       % Prima coordinata riferita all'utensile  
  
% Valori singole rigidezze e smorzatori  
k_t=k_t/(N_int+1);  
k_r=k_r/(N_int+1);  
r_t=r_t/(N_int+1);  
r_r=r_r/(N_int+1);  
  
% Matrici di massa M, di rigidezza K e trovo R come comb. lineare di K e M  
(mandrino)  
Mm=zeros(n_coordinate,n_coordinate);  
Km=zeros(n_coordinate,n_coordinate);  
L=dL;  
  
for ii=1:2:coor_fine_man-3
```

```

ES=zeros(4,n_coordinate);      % Matrici di estrazione
ES(1,ii)=1;
ES(2,ii+1)=1;
ES(3,ii+2)=1;
ES(4,ii+3)=1;
Mm=Mm+(ES)*(ro*Am*L/420)*[156 22*L 54 -13*L; 22*L 4*L*L 13*L -3*L*L;
54 13*L 156
-22*L; -13*L -3*L*L -22*L 4*L*L]*(ES);
Km=Km+(ES)*(E*Jm/(L^3))*[12 6*L -12 6*L; 6*L 4*L*L -6*L 2*L*L; -12 -6*L
12 -6*L; 6*L
2*L*L -6*L 4*L*L]*(ES);
end

% Eliminazione variabili superflue
clear L

% Matrici di massa M, di rigidezza K e trovo R come comb. lineare di K e M
(utensile)
Mu=zeros(n_coordinate,n_coordinate);
Ku=zeros(n_coordinate,n_coordinate);
L=dL;

% Zona connessione
for ii=coor_inizio_ut:2:coor_inizio_ut+n_coor_connesione-4
ES=zeros(4,n_coordinate);      % Matrici di estrazione
ES(1,ii)=1;
ES(2,ii+1)=1;
ES(3,ii+2)=1;
ES(4,ii+3)=1;
Mu=Mu+(ES)*(ro*Au*L/420)*[156 22*L 54 -13*L; 22*L 4*L*L 13*L -3*L*L; 54
13*L 156
-22*L; -13*L -3*L*L -22*L 4*L*L]*(ES);
Ku=Ku+(ES)*(E*Ju/(L^3))*[12 6*L -12 6*L; 6*L 4*L*L -6*L 2*L*L; -12 -6*L 12
-6*L; 6*L 2*L*L
-6*L 4*L*L]*(ES);
end

Rm=3*Mm+0.0000003*Km;

% Zona fuori dalla connessione
for ii=coor_inizio_ut+n_coor_connesione-2:2:n_coordinate-3
ES=zeros(4,n_coordinate);      % Matrici di estrazione
ES(1,ii)=1;
ES(2,ii+1)=1;
ES(3,ii+2)=1;
ES(4,ii+3)=1;
Mu=Mu+(ES)*(ro*Au3*L/420)*[156 22*L 54 -13*L; 22*L 4*L*L 13*L -3*L*L;
54 13*L 156 -22*L; -13*L -3*L*L -22*L 4*L*L]*(ES);
Ku=Ku+(ES)*(E*Ju3/(L^3))*[12 6*L -12 6*L; 6*L 4*L*L -6*L 2*L*L; -12 -6*L
12 -6*L; 6*L 2*L*L -6*L 4*L*L]*(ES);
end

% Eliminazione variabili superflue

```

```

clear L

Ru=3*Mu+0.0000003*Ku;

% Matrici di rigidezza e smorzamento dovuto alla connessione
Kconc=zeros(n_coordinate,n_coordinate);
Rconc=zeros(n_coordinate,n_coordinate);

for ii=1:N_int+1
    ES=zeros(4,n_coordinate); % Matrici di estrazione
    ES(1,coor_fine_man-n_coor_connesione+1+(ii*2-2))=1;
    ES(2,coor_fine_man-n_coor_connesione+2+(ii*2-2))=1;
    ES(3,coor_inizio_ut+(ii*2-2))=1;
    ES(4,coor_inizio_ut+1+(ii*2-2))=1;
    Kconc=(ES)*(k_t*[1 0 -1 0;0 0 0 0; -1 0 1 0; 0 0 0 0]+k_r*[0 0 0 0;0 1 0 -1; 0
0 0 0; 0 -1 0 1])*(ES);
    Rconc=(ES)*(r_t*[1 0 -1 0;0 0 0 0; -1 0 1 0; 0 0 0 0]+r_r*[0 0 0 0;0 1 0 -1; 0 0
0 0; 0 -1 0 1])*(ES);
end

% Somma contributi delle matrici di Massa (M), rigidezza (K) e smorzamento
(R)
M=Mu+Mm;
K=Ku+Km+Kconc;
R=Ru+Rm+Rconc;

% Imposizione vincolo di incastro
M_LL=M(3:end,3:end);
K_LL=K(3:end,3:end);
R_LL=R(3:end,3:end);

% Vettore dei lavori virtuali
dLF1=zeros(n_coordinate-2,1);

% Forzante unitaria posta nel punto di interesse
dLF1(end-1)=Fo;

% Creazione vettore per FRFs
G_H11due=zeros(length(om),1);

% Calcolo delle FRFs
for ii=1:length(om)
    AA=inv(-(om(ii)^2)*M_LL+K_LL+i*om(ii)*R_LL);

    x_LL=AA*dLF1;
    G_H11due(ii)=x_LL(end-1); % x in 1, F in 1
end

% Eliminazione variabili superflue
clear L_int N_int Nm Nu coor_fine_man coor_inizio_ut dL dm_est dm_int
n_coor_connesione AA k_t k_r r_t r_r Lu2 du2 Au2 Ju2 Am Au E ES Fo
Mo Jm Ju K K_LL M M_LL R R_LL Kconc Rconc Km Ku Mm Mu Rm Ru

```



```

Lm Lu N dLF dLF1 dLF2 dLM1 dLM2 dLM dm du f_cerca_max f_max
f_min ii om_prop ii n_coordinate om om_cerca passo_f ro x_LL x1 x2
dL1 dL2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

Si riporta ora il listato usato per simulare il medesimo caso ad 1 grado di libertà.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Richiamo file "dati"
dati

% Parametri utili
n_nodi=2+round(Lm/dL)+round(Lu2/dL);    % Numero di nodi

nodo_fine_mand=1+round(Lm/dL);          % Ultima coordinata riferita al
mandrino
nodo_inizio_ut=1+round(Lm/dL)+1;        % Prima coordinata riferita
all'utensile

% Matrici di massa M, di rigidezza K e trovo R come comb. lineare di K e M
(mandrino)
Mm=zeros(n_nodi,n_nodi);
Km=zeros(n_nodi,n_nodi);

for ii=1:nodo_fine_mand-1
    ES=zeros(2,n_nodi);    % Matrici di estrazione
    ES(1,ii)=1;
    ES(2,ii+1)=1;
    Mm=Mm+(ES)*ro*Am*dL*[1/3 1/6 ; 1/6 1/3]*(ES);
    Km=Km+(ES)*(E*Am/dL)*[1 -1 ; -1 1]*(ES);
end

Rm=10*Mm+0.00000001*Km;

% Matrici di massa M, di rigidezza K e trovo R come comb. lineare di K e M
(utensile)
Mu=zeros(n_nodi,n_nodi);
Ku=zeros(n_nodi,n_nodi);

for ii=nodo_inizio_ut:(n_nodi-1)
    ES=zeros(2,n_nodi);
    ES(1,ii)=1;
    ES(2,ii+1)=1;
    Mu=Mu+(ES)*ro*Au2*dL*[1/3 1/6 ; 1/6 1/3]*(ES);
    Ku=Ku+(ES)*(E*Au2/dL)*[1 -1 ; -1 1]*(ES);
end

Ru=10*Mu+0.00000001*Ku;

% Connessione
ES=zeros(2,n_nodi);

```

```

ES(1,nodo_fine_mand)=1;
ES(2,nodo_inizio_ut)=1;
Kconc=(ES')*k*[1 -1 ; -1 1]*(ES);
Rconc=(ES')*r*[1 -1 ; -1 1]*(ES);

% Somma contributi delle matrici di Massa (M), rigidezza (K) e smorzamento (R)
M=Mu+Mm;
K=Ku+Km+Kconc;
R=Ru+Rm+Rconc;

% Imposizione vincolo di incastro
M_LL=M(2:n_nodi,2:n_nodi);
K_LL=K(2:n_nodi,2:n_nodi);
R_LL=R(2:n_nodi,2:n_nodi);

% Vettore dei lavori virtuali
dLF=zeros(n_nodi-1,1);

% Forzante unitaria posta nel punto di interesse
dLF(end)=Fo;

% Creazione vettore per FRF
G_mu2=zeros(length(om),1);

% Calcolo delle FRFs
for ii=1:length(om)
    x_LL=inv(-(om(ii)^2)*M_LL+K_LL+i*om(ii)*R_LL)*dLF;

    G_mu2(ii)=x_LL(end);
end

% Eliminazione variabili superflue
clear k r du2 Lu2 Au2 Am Au E ES Fo K K_LL M M_LL R R_LL Kconc Rconc
    Km Ku Mm Mu Rm Ru Lm Lu N dL dLF dm du f_cerca_max f_max f_min
    ii om_prop ii n_nodi om om_cerca passo_f ro x_LL x1 x2 dL1 dL2
    nodo_fine_mand nodo_inizio_ut
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

7.1.6. Listati utilizzati per applicare la tecnica dell'RCSA in condizioni di connessione nota

Viene ora riportato il listato che, a partire dalle FRFs dei sistemi “Mandrino” (B) e Utensil (A) calcola mediante RCSA, con condizioni di connessione concentrata e nota, il sistema “Mandrinoutensile” (A+B) e lo confronta con il medesimo sistema ottenuto tramite modelli realizzati con elementi beam. Nei listati sottostanti non si riportano i comandi usati per generare i grafici poiché non risultano essere di particolare interesse.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Richiamo file "dati"
dati

% Creazione vettore per FRF G
G_H11_rcsa=zeros(length(f),1);

% Calcolo FRF G mediante RCSA
for ii=1:length(f)

    % Matrici di FRFs da utilizzarsi nella formula dell'RCSA (utensile)
    T11=[H11(ii) L11(ii); N11(ii) P11(ii)];
    T21=[H21(ii) L21(ii); N21(ii) P21(ii)];
    T12=[H12(ii) L12(ii); N12(ii) P12(ii)];
    T22=[H22(ii) L22(ii); N22(ii) P22(ii)];

    % Matrici di FRFs da utilizzarsi nella formula dell'RCSA (mandrino)
    T33=[H33(ii) L33(ii); N33(ii) P33(ii)];

    % Matrici di FRFs da utilizzarsi nella formula dell'RCSA (connessione)
    K=[k_t+i*om(ii)*r_t 0; 0 k_r+i*om(ii)*r_r];

    % RCSA
    G_rcsa=T11-(T12*((T33+T22+inv(K))^-1)*T21);

    % Estrapolazione dei vettori di FRFs da matrice calcolata mediante RCSA
    G_H11_rcsa(ii)=G_rcsa(1,1);
    G_L11_rcsa(ii)=G_rcsa(1,2);
    G_N11_rcsa(ii)=G_rcsa(2,1);
    G_P11_rcsa(ii)=G_rcsa(2,2);

end

% Eliminazione variabili superflue
clear T11 T21 T12 T22 T33 G_rcsa K ii om

% Calcolo errore
err=(1-abs(G_H11)./abs(G_H11_rcsa))*100;

% Eliminazione variabili superflue
clear L_int N_int Nm Nu coor_fine_man coor_inizio_ut dL dm_est dm_int
n_coor_connessione AA k_t k_r r_t r_r Lu2 du2 Au2 Ju2 Am Au E ES Fo
Mo Jm Ju K K_LL M M_LL R R_LL Kconc Rconc Km Ku Mm Mu Rm Ru
Lm Lu N dLF dLF1 dLF2 dLM1 dLM2 dLM dm du f_cerca_max f_max
f_min ii om_prop ii n_coordinate om om_cerca passo_f ro x_LL x1 x2
dL1 dL2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

Si riporta ora il medesimo caso per la condizione ad 1 grado di libertà.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Richiamo file "dati"

```

```

dati

% Creazione vettori per la connessione
kk=ones(length(om),1)*k;
rr=ones(length(om),1)*r;

% Calcolo FRF G mediante RCSA
G_mu_rcsa=H11-(H12.*(1./(H33+H22+(1./(kk+i.*om.*rr)))).*H21);

% Calcolo errore
err=(1-abs(G_mu)./abs(G_mu_rcsa))*100;

% Eliminazione variabili superflue
clear kk om rr du2 Lu2 Au2 Am Au E ES Fo K K_LL M M_LL R R_LL Kconc
      Rconc Km Ku Mm Mu Rm Ru Lm Lu N dL dLF dm du f_cerca_max
      f_max f_min ii om_prop ii n_nodi om om_cerca passo_f ro x_LL x1 x2
      dL1 dL2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

7.1.7. Listati utilizzati per applicare la tecnica dell'RCSA in condizioni di connessione non nota

Viene ora riportato il listato che, a partire dalle FRFs dei sistemi “Mandrino” (B), Utensile 1 (A) e “Mandrinoutensile1” (A+B) ricava mediante IRCSA la connessione, che può essere sia distribuita che concentrata, e successivamente calcola mediante RCSA il sistema “Mandrinoutensile2” (A'+B) (usando chiaramente le FRFs del sistema B, e A') e lo confronta con il medesimo sistema ottenuto tramite modelli realizzati con elementi beam.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Creazione vettore delle pulsazioni
om=2*pi*f;

% Creazione vettori per la determinazione della connessione
K11_trovata=zeros(length(f),1);
K12_trovata=zeros(length(f),1);
K21_trovata=zeros(length(f),1);
K22_trovata=zeros(length(f),1);

% Creazione vettore per FRF G
G_H11due_rcsa=zeros(length(f),1);

% Determinazione connessione mediante IRCSA e calcolo FRF G mediante
RCSA
for ii=1:length(f)

    % Matrici di FRFs da utilizzarsi nella formula dell'IRCSA (utensile1)

```

```

T11=[H11(ii) L11(ii); N11(ii) P11(ii)];
T21=[H21(ii) L21(ii); N21(ii) P21(ii)];
T12=[H12(ii) L12(ii); N12(ii) P12(ii)];
T22=[H22(ii) L22(ii); N22(ii) P22(ii)];

% Matrici di FRFs da utilizzarsi nella formula dell'RCSA e dell'IRCSA
(mandrino)
T33=[H33(ii) L33(ii); N33(ii) P33(ii)];

% Matrici di FRFs da utilizzarsi nella formula dell'IRCSA
(mandrino+utensile1)
G11=[G_H11(ii) G_L11(ii); G_N11(ii) G_P11(ii)];

% Matrici di FRFs da utilizzarsi nella formula dell'RCSA (utensile2)
T11due=[H11due(ii) L11due(ii); N11due(ii) P11due(ii)];
T21due=[H21due(ii) L21due(ii); N21due(ii) P21due(ii)];
T12due=[H12due(ii) L12due(ii); N12due(ii) P12due(ii)];
T22due=[H22due(ii) L22due(ii); N22due(ii) P22due(ii)];

% Determinazione connessione mediante IRCSA
K_trovata=inv(inv(inv(T12)*(T11-G11)*inv(T21))-T33-T22);

% Estrapolazione dei vettori di connessione da matrice calcolata mediante
RCSA
K11_trovata(ii)=K_trovata(1,1);
K12_trovata(ii)=K_trovata(1,2);
K21_trovata(ii)=K_trovata(2,1);
K22_trovata(ii)=K_trovata(2,2);

% Calcolo FRF G mediante RCSA
G_rcsa=T11due-(T12due*((T33+T22due+inv(K_trovata))^-1)*T21due);

% Estrapolazione del vettore di FRF da matrice calcolata mediante RCSA
G_H11due_rcsa(ii)=G_rcsa(1,1);

end

% Eliminazione variabili superflue
clear T11 T21 T12 T22 T33 G_rcsa ii T11due T21due T12due T22due T33due
H11 H12 H21 H22 L11 L12 L21 L22 N11 N12 N21 N22 P11 P12 P21
P22 G11 K_trovata

% Calcolo errore
err=(1-abs(G_H11due)./abs(G_H11due_rcsa))*100;

% Eliminazione variabili superflue
clear kk_r kk_t om K_t_vera K_r_vera
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

Si riporta ora il medesimo caso per la condizione ad 1 grado di libertà.

```

%%%%%%%%%%
% Richiamo file "dati"
dati

% Determinazione connessione mediante IRCSA
k_trovata=1./(((H21.*H12)./(H11-G_mu))-H33-H22);

% Creazione vettori per la connessione
kk=ones(length(om),1)*k;
rr=ones(length(om),1)*r;

% Creazione vettore di connessione "vero"
k_vera=(kk+i.*om.*rr);

% Calcolo errore sulla determinazione della connessione
err_k=(1-abs(k_vera)./abs(k_trovata))*100;

% Calcolo FRF G mediante RCSA
G_mu2_rcsa=H11due-(H12due.*(1./(H33+H22due+(1./(k_trovata))))).*H21due);

% Calcolo errore
err=(1-abs(G_mu2)./abs(G_mu2_rcsa))*100;

% Eliminazione variabili superflue
clear om rr kk du2 Lu2 Au2 Am Au E ES Fo K K_LL M M_LL R R_LL Kconc
      Rconc Km Ku Mm Mu Rm Ru Lm Lu N dL dLF dm du f_cerca_max
      f_max f_min ii om_prop ii n_nodi om om_cerca passo_f ro x_LL x1 x2
      dL1 dL2
%%%%%%%%%%

```

7.1.8. Metodi a strutture scomposte

I listati sopra rappresentati sono stati modificati opportunamente per realizzare differenti condizioni da simulare. Si riportano ora solo quei blocchi di listati che si differenziano dalle condizioni standard sopra riportate. Si riporta ora la parte di listato presente nei file usati per simulare il metodo di determinazione delle FRFs L, N e P proposto da Schmitz (vedi par. 3.3.3).

```

%%%%%%%%%%
% Vettori dei lavori virtuali
dLF=zeros(n_coordinate-2,1);

% Forzante unitaria sulla coordinata di interesse
dLF(end-1)=Fo;

% Creazione vettori per FRFs
H33=zeros(length(om),1);
H33s=zeros(length(om),1);
H33ss=zeros(length(om),1);
L33=zeros(length(om),1);
N33=zeros(length(om),1);

```

```

P33=zeros(length(om),1);

% Calcolo delle FRFs
for ii=1:length(om)
    AA=inv(-(om(ii)^2)*M_LL+K_LL+i*om(ii)*R_LL);

    x_LL=AA*dLF;

    H33(ii)=x_LL(end-1);      % x in 3, F in 3
    H33s(ii)=x_LL(end-3);    % x in 3-s, F in 3
    H33ss(ii)=x_LL(end-5);   % x in 3-2s, F in 3

end

% Calcolo FRFs N, L, P mediante formule proposta da Schmitz
N33=(3*H33-4*H33s+H33ss)/(2*dL);
L33=N33;
P33=N33.*L33./H33;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

7.1.9. Metodi a strutture tagliate

Si riporta ora il listato che viene utilizzato nel metodo a strutture tagliate con ausilio di cilindro (vedi 3.3.2) per ricavare le FRFs H, L, N e P al punto di taglio dell'utensile.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Somma delle FRF H al punto 2
H_AB=H_B22+H_A22;

% Creazione vettori N e P della struttura B
N_B22_stim=zeros(length(f),1);
P_B22_stim=zeros(length(f),1);

% Creazione vettori FRF N e P della struttura A+B
P_AB=zeros(length(f),1);
N_AB=zeros(length(f),1);

% Calcolo FRF N e P della struttura B mediante formule proposte da Altintas
for ii=1:length(f)

    P_AB(ii)= ((H_A22(ii) + H_B22(ii))*L_A12(ii)^2*H_AB12(ii)^2 +
               (-L_A12(ii)*H_A21(ii)*H_A12(ii)*L_A22(ii)
               N_A21(ii)*L_A22(ii)*H_A12(ii)^2 + 2*(H_A22(ii)
               H_B22(ii))*L_A22(ii)*H_A11(ii)*L_A12(ii) - 2*(H_A22(ii)
               H_B22(ii))*L_A22(ii)*H_AB11(ii)*L_A12(ii)
               L_A12(ii)^2*H_A21(ii)*H_A22(ii) - 2*(H_A22(ii)
               H_B22(ii))*L_A12(ii)^2*H_A21(ii)
               N_A21(ii)*H_A22(ii)*L_A12(ii)*H_A12(ii))*H_AB12(ii)
               H_A21(ii)^2*L_A12(ii)^2*H_A22(ii)
               N_A21(ii)*H_A22(ii)*L_A22(ii)*H_AB11(ii)*H_A12(ii) + (H_A22(ii)

```

```

+          H_B22(ii))*H_A21(ii)^2*L_A12(ii)^2      +
L_A22(ii)^2*H_AB11(ii)*H_A21(ii)*H_A12(ii)      -
L_A22(ii)^2*H_A11(ii)*H_A21(ii)*H_A12(ii)      +
H_A21(ii)^2*L_A12(ii)*H_A12(ii)*L_A22(ii)      +
N_A21(ii)*L_A22(ii)*H_A12(ii)^2*H_A21(ii)      -
N_A21(ii)*H_A22(ii)^2*L_A12(ii)*H_AB11(ii)      +
N_A21(ii)*H_A22(ii)^2*L_A12(ii)*H_A11(ii)      + 2*(H_A22(ii)
H_B22(ii))*L_A22(ii)*H_AB11(ii)*H_A21(ii)*L_A12(ii) + (H_A22(ii)
+ H_B22(ii))*L_A22(ii)^2*H_A11(ii)^2 + (H_A22(ii) +
H_B22(ii))*L_A22(ii)^2*H_AB11(ii)^2 - 2*(H_A22(ii) +
H_B22(ii))*L_A22(ii)^2*H_AB11(ii)*H_A11(ii)      +
L_A22(ii)*H_A11(ii)*L_A12(ii)*H_A21(ii)*H_A22(ii) -
L_A22(ii)*H_AB11(ii)*L_A12(ii)*H_A21(ii)*H_A22(ii) -
N_A21(ii)*H_A22(ii)*L_A22(ii)*H_A11(ii)*H_A12(ii) -
N_A21(ii)*H_A22(ii)*L_A12(ii)*H_A21(ii)*H_A12(ii) - 2*(H_A22(ii)
+ H_B22(ii))*L_A22(ii)*H_A11(ii)*H_A21(ii)*L_A12(ii))/(
H_A12(ii)*H_AB12(ii) + H_AB11(ii)*H_A22(ii) -
H_A11(ii)*H_A22(ii) + H_A21(ii)*H_A12(ii))^2;

```

```

N_AB(ii)= ((H_A22(ii) + H_B22(ii))*L_A22(ii)*H_AB11(ii) - (H_A22(ii) +
H_B22(ii))*L_A22(ii)*H_A11(ii) - (H_A22(ii) +
H_B22(ii))*L_A12(ii)*H_AB12(ii) + (H_A22(ii) +
H_B22(ii))*H_A21(ii)*L_A12(ii) - L_A12(ii)*H_A21(ii)*H_A22(ii) +
H_A21(ii)*H_A12(ii)*L_A22(ii))/(
H_A12(ii)*H_AB12(ii) - H_A11(ii)*H_A22(ii) +
H_AB11(ii)*H_A22(ii) - H_A11(ii)*H_A22(ii)
H_A21(ii)*H_A12(ii));

```

```

N_B22_stim(ii) = N_AB(ii) - N_A22(ii);
P_B22_stim(ii) = P_AB(ii) - P_A22(ii);

```

```
end
```

```
% Calcolo di L (=N)
```

```
L_B22_stim = N_B22_stim;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

Si riporta ora il listato che viene utilizzato nel metodo a strutture tagliate senza ausilio di cilindro (vedi 3.3.4) per ricavare le FRFs H, L, N e P al punto di taglio dell'utensile.

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
% Creazione vettori N e P della struttura A+B
```

```
N_AB=zeros(length(f),1);
```

```
P_AB=zeros(length(f),1);
```

```
H_AB=zeros(length(f),1);
```

```
% Creazione vettori N e P della struttura B
```

```
H_B22=zeros(length(f),1);
```

```
N_B22=zeros(length(f),1);
```

```
L_B22=zeros(length(f),1);
```

```
P_B22=zeros(length(f),1);
```


% Calcolo FRF H, N e P della struttura B mediante formule proposte da Altintas

for ii=1:length(f)

```

N_AB(ii)= -((-H_A22(ii)*N_A21(ii)*H_A21(ii)*L_A12(ii) +
H_A21(ii)*H_A12(ii)*L_A22(ii)*N_A21(ii)*H_G22(ii)      +
H_G12(ii)*N_A21(ii)*L_A12(ii)*H_A22(ii)^2              -
H_G12(ii)*N_A22(ii)*H_A21(ii)*H_A12(ii)*L_A22(ii)     +
H_A22(ii)^2*H_A11(ii)*L_A22(ii)*N_A21(ii)              -
H_A22(ii)^2*H_G11(ii)*L_A22(ii)*N_A21(ii)              -
H_A22(ii)*H_A21(ii)*H_A12(ii)*L_A22(ii)*N_A21(ii)     +
H_A22(ii)*H_G11(ii)*L_A22(ii)*H_A21(ii)*N_A22(ii)     -
H_A22(ii)*H_A11(ii)*L_A22(ii)*H_A21(ii)*N_A22(ii)     +
H_A21(ii)^2*H_A12(ii)*L_A22(ii)*N_A22(ii))/((N_A21(ii)*H_A22(ii)
*H_A11(ii) - N_A21(ii)*H_A22(ii)*H_G11(ii)      +
H_A21(ii)^2*L_A12(ii) - H_A21(ii)*L_A12(ii)*H_G12(ii) -
H_A21(ii)*H_A12(ii)*N_A21(ii) + N_A21(ii)*H_A12(ii)*H_G12(ii) +
H_G11(ii)*L_A22(ii)*H_A21(ii)                    -
H_A11(ii)*L_A22(ii)*H_A21(ii)*H_G22(ii)          +
N_A21(ii)*H_G11(ii)*H_A22(ii)^2                  -
N_A21(ii)*H_A11(ii)*H_A22(ii)^2                  +
N_A21(ii)*H_A21(ii)*H_A12(ii)*H_A22(ii)          -
N_A22(ii)*H_A12(ii)*H_G12(ii)^2                  +
H_A22(ii)*L_A12(ii)*H_G12(ii)^2                  -
N_A21(ii)*H_A22(ii)*H_A12(ii)*H_G12(ii)          -
H_A21(ii)^2*H_A12(ii)*N_A22(ii)                   -
H_A22(ii)*H_G11(ii)*L_A22(ii)*H_G12(ii)          -
H_A22(ii)*H_G11(ii)*H_A21(ii)*N_A22(ii)          -
H_A22(ii)*H_A21(ii)*L_A12(ii)*H_G12(ii)          +
H_A22(ii)*H_A11(ii)*H_A21(ii)*N_A22(ii)          +
H_A22(ii)*H_G11(ii)*H_G12(ii)*N_A22(ii)          +
H_A22(ii)*H_A11(ii)*L_A22(ii)*H_G12(ii)          -
H_A22(ii)*H_A11(ii)*H_G12(ii)*N_A22(ii)          +
2*H_A21(ii)*H_A12(ii)*N_A22(ii)*H_G12(ii));

```

```

P_AB(ii)= -((-L_A12(ii)*H_A22(ii)*N_A21(ii)^2          +
L_A22(ii)*N_A21(ii)^2*H_A12(ii))*H_G22(ii)          +
L_A12(ii)*H_G12(ii)*H_A22(ii)*N_A22(ii)*N_A21(ii)  +
L_A12(ii)*H_G12(ii)*H_A22(ii)*L_A22(ii)*N_A21(ii)  -
L_A12(ii)*H_G12(ii)*N_A22(ii)*L_A22(ii)*H_A21(ii)  +
L_A12(ii)*N_A21(ii)^2*H_A22(ii)^2                  -
L_A12(ii)*H_A22(ii)*L_A22(ii)*N_A21(ii)*H_A21(ii)  -
L_A12(ii)*H_A22(ii)*N_A22(ii)*N_A21(ii)*H_A21(ii)  +
L_A12(ii)*N_A22(ii)*L_A22(ii)*H_A21(ii)^2          -
L_A22(ii)*N_A21(ii)*N_A22(ii)*H_A12(ii)*H_G12(ii)  -
H_A22(ii)*L_A22(ii)*N_A21(ii)^2*H_A12(ii)          -
H_A22(ii)*L_A22(ii)^2*N_A21(ii)*H_G11(ii)          +
H_A22(ii)*L_A22(ii)^2*N_A21(ii)*H_A11(ii)          +
L_A22(ii)^2*H_G11(ii)*H_A21(ii)*N_A22(ii)          +
N_A21(ii)*N_A22(ii)*H_A21(ii)*H_A12(ii)*L_A22(ii)  -
L_A22(ii)^2*H_A11(ii)*H_A21(ii)*N_A22(ii))/((N_A21(ii)*H_A22(ii)
*H_A11(ii) - N_A21(ii)*H_A22(ii)*H_G11(ii)      +
H_A21(ii)^2*L_A12(ii) - H_A21(ii)*L_A12(ii)*H_G12(ii) -

```

$$\begin{aligned}
& H_A21(ii)*H_A12(ii)*N_A21(ii) + N_A21(ii)*H_A12(ii)*H_G12(ii) + \\
& H_G11(ii)*L_A22(ii)*H_A21(ii) \quad - \\
& H_A11(ii)*L_A22(ii)*H_A21(ii)*H_G22(ii) \quad + \\
& N_A21(ii)*H_G11(ii)*H_A22(ii)^2 \quad - \\
& N_A21(ii)*H_A11(ii)*H_A22(ii)^2 \quad + \\
& N_A21(ii)*H_A21(ii)*H_A12(ii)*H_A22(ii) \quad - \\
& N_A22(ii)*H_A12(ii)*H_G12(ii)^2 \quad + \\
& H_A22(ii)*L_A12(ii)*H_G12(ii)^2 \quad - \\
& N_A21(ii)*H_A22(ii)*H_A12(ii)*H_G12(ii) \quad - \\
& H_A21(ii)^2*H_A12(ii)*N_A22(ii) \quad - \\
& H_A22(ii)*H_G11(ii)*L_A22(ii)*H_G12(ii) \quad - \\
& H_A22(ii)*H_G11(ii)*H_A21(ii)*N_A22(ii) \quad - \\
& H_A22(ii)*H_A21(ii)*L_A12(ii)*H_G12(ii) \quad + \\
& H_A22(ii)*H_A11(ii)*H_A21(ii)*N_A22(ii) \quad + \\
& H_A22(ii)*H_G11(ii)*H_G12(ii)*N_A22(ii) \quad + \\
& H_A22(ii)*H_A11(ii)*L_A22(ii)*H_G12(ii) \quad - \\
& H_A22(ii)*H_A11(ii)*H_G12(ii)*N_A22(ii) \quad + \\
& 2*H_A21(ii)*H_A12(ii)*N_A22(ii)*H_G12(ii));
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_AB(ii)= & -((-H_A21(ii)^2*L_A12(ii)*H_A22(ii) + \\
& H_A21(ii)^2*H_A12(ii)*L_A22(ii))*H_G22(ii) \quad - \\
& H_G11(ii)*H_A22(ii)^3*N_A21(ii) \quad + \\
& H_A11(ii)*H_A22(ii)^3*N_A21(ii) \quad - \\
& H_A21(ii)*H_A12(ii)*H_A22(ii)^2*N_A21(ii) \quad + \\
& N_A21(ii)*H_A12(ii)*H_A22(ii)^2*H_G12(ii) \quad + \\
& H_A21(ii)*L_A12(ii)*H_A22(ii)^2*H_G12(ii) \quad + \\
& H_G11(ii)*H_A22(ii)^2*H_A21(ii)*N_A22(ii) \quad - \\
& H_A11(ii)*H_A22(ii)^2*H_A21(ii)*N_A22(ii) \quad - \\
& H_A21(ii)*H_A22(ii)*H_A12(ii)*L_A22(ii)*H_G12(ii) \quad + \\
& H_A21(ii)^2*H_A12(ii)*H_A22(ii)*N_A22(ii) \quad - \\
& H_A21(ii)*H_A12(ii)*H_A22(ii)*H_G12(ii)*N_A22(ii))/((N_A21(ii)* \\
& H_A22(ii)*H_A11(ii) \quad - \quad H_A22(ii)*N_A21(ii)*H_G11(ii) \quad + \\
& H_A21(ii)^2*L_A12(ii) \quad - \quad H_A21(ii)*L_A12(ii)*H_G12(ii) \quad - \\
& H_A21(ii)*H_A12(ii)*N_A21(ii) + N_A21(ii)*H_A12(ii)*H_G12(ii) \quad + \\
& H_G11(ii)*L_A22(ii)*H_A21(ii) \quad - \\
& H_A11(ii)*L_A22(ii)*H_A21(ii)*H_G22(ii) \quad + \\
& N_A21(ii)*H_G11(ii)*H_A22(ii)^2 \quad - \\
& N_A21(ii)*H_A11(ii)*H_A22(ii)^2 \quad + \\
& N_A21(ii)*H_A21(ii)*H_A12(ii)*H_A22(ii) \quad - \\
& N_A22(ii)*H_A12(ii)*H_G12(ii)^2 \quad + \\
& H_A22(ii)*L_A12(ii)*H_G12(ii)^2 \quad - \\
& N_A21(ii)*H_A22(ii)*H_A12(ii)*H_G12(ii) \quad - \\
& H_A21(ii)^2*H_A12(ii)*N_A22(ii) \quad - \\
& H_A22(ii)*H_G11(ii)*L_A22(ii)*H_G12(ii) \quad - \\
& H_A22(ii)*H_G11(ii)*H_A21(ii)*N_A22(ii) \quad - \\
& H_A22(ii)*H_A21(ii)*L_A12(ii)*H_G12(ii) \quad + \\
& H_A22(ii)*H_A11(ii)*H_A21(ii)*N_A22(ii) \quad + \\
& H_A22(ii)*H_G11(ii)*H_G12(ii)*N_A22(ii) \quad + \\
& H_A22(ii)*H_A11(ii)*L_A22(ii)*H_G12(ii) \quad - \\
& H_A22(ii)*H_A11(ii)*H_G12(ii)*N_A22(ii) \quad + \\
& 2*H_A21(ii)*H_A12(ii)*N_A22(ii)*H_G12(ii));
\end{aligned}$$

$$H_B22(ii) = H_AB(ii) - H_A22(ii);$$

```
N_B22(ii) = N_AB(ii) - N_A22(ii);  
L_B22(ii) = N_B22(ii);  
P_B22(ii) = P_AB(ii) - P_A22(ii);  
  
end  
  
% Eliminazione variabili superflue  
clear N_AB P_AB H_AB  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

7.1.10. Listati usati per stimare l'FRF P come derivata di L

Si riporta ora il listato che viene utilizzato per simulare la stima della FRF P come derivata dell'FRF L (vedi par. 4.2) .

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
% Vettori dei lavori virtuali  
dLF3=zeros(n_coordinate-2,1);  
dLF3s=zeros(n_coordinate-2,1);  
dLF3ss=zeros(n_coordinate-2,1);  
  
% Forzante unitaria sulla coordinata di interesse  
dLF3(end-1)=Fo;  
dLF3s(end-3)=Fo;  
dLF3ss(end-5)=Fo;  
  
% Creazione vettori per FRFs  
H33=zeros(length(om),1);  
H33s=zeros(length(om),1);  
H33ss=zeros(length(om),1);  
  
H3s3=zeros(length(om),1);  
H3s3s=zeros(length(om),1);  
H3s3ss=zeros(length(om),1);  
  
H3ss3=zeros(length(om),1);  
H3ss3s=zeros(length(om),1);  
H3ss3ss=zeros(length(om),1);  
  
N33=zeros(length(om),1);  
N33s=zeros(length(om),1);  
N33ss=zeros(length(om),1);  
L33=zeros(length(om),1);  
P33=zeros(length(om),1);  
  
% Calcolo delle FRFs  
for ii=1:length(om)  
AA=inv(-(om(ii)^2)*M_LL+K_LL+i*om(ii)*R_LL);
```

```

x_LL=AA*dLF3;
H33(ii)=x_LL(end-1); % x in 3, F in 3
H33s(ii)=x_LL(end-3); % x in 3-s, F in 3
H33ss(ii)=x_LL(end-5); % x in 3-2s, F in 3

x_LL=AA*dLF3s;
H3s3(ii)=x_LL(end-1); % x in 3, F in 3-s
H3s3s(ii)=x_LL(end-3); % x in 3-s, F in 3-s
H3s3ss(ii)=x_LL(end-5); % x in 3-2s, F in 3-s

x_LL=AA*dLF3ss;
H3ss3(ii)=x_LL(end-1); % x in 3, F in 3-2s
H3ss3s(ii)=x_LL(end-3); % x in 3-s, F in 3-2s
H3ss3ss(ii)=x_LL(end-5); % x in 3-2s, F in 3-2s

```

end

% Calcolo FRF N33 mediante formula proposta da Schmitz

```

N33=(3*H33-4*H3s3+H3ss3)/(2*dL);
L33=N33;

```

% Calcolo FRF N33s mediante formula proposta da Schmitz

```

N33s=(3*H33s-4*H3s3s+H3ss3s)/(2*dL);
L3s3=N33s;

```

% Calcolo FRF N33ss mediante formula proposta da Schmitz

```

N33ss=(3*H33ss-4*H3s3ss+H3ss3ss)/(2*dL);
L3ss3=N33ss;

```

% Calcolo FRF P33 come derivata di L

```

P33=(3*L33-4*L3s3+L3ss3)/(2*dL);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

7.1.11. Listati usati per l'analisi di sensitività

Si riporta ora il listato che viene utilizzato per determinare l'FRF non collocata H in cui il punto di osservazione degli spostamenti è scostato si "S", definito nel file "dati", rispetto all'estremo dell'utensile (vedi par. 4.3.1)

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Vettore dei lavori virtuali
dLF=zeros(n_coordinate-2,1);

```

% Forzante unitaria sulla coordinata di interesse

```

dLF(end-1)=Fo;

```

% Creazione vettore per FRF

```

H3s3=zeros(length(om),1);

```

% Calcolo delle FRFs

```

for ii=1:length(om)
  AA=inv(-(om(ii)^2)*M_LL+K_LL+i*om(ii)*R_LL);

  x_LL=AA*dLF;
  H3s3(ii)=x_LL(end-1-2*(S/dL));    %x in 3-S, F in 3

end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

7.1.12. Listati usati per la simulazione FEM dell'incertezza del punto di misura

Si riporta ora le parti di listati che permettono di generare in modo casuale un punto di posizionamento degli accelerometri e un punto di applicazione della forzante estraendo questi punti da popolazioni distribuite in modo normale per il punto di applicazione delle forze e popolazioni distribuite in modo rettangolare per il punto di posizionamento dell'accelerometro (vedi par. 4.3.2).

Questo listato genera lo scostamento rispetto al valore di riferimento della posizione degli accelerometri.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
accS1=round(unifrnd(0,0.0005)/dL);
accS2=round(unifrnd(s-0.0005,s+0.0005)/dL);
accS3=round(unifrnd(2*s-0.0005,2*s+0.0005)/dL);

acc_S1=accS1*dL;
acc_S2=accS2*dL;
acc_S3=accS3*dL;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

Questo listato genera lo scostamento rispetto al valore di riferimento della posizione del punto di applicazione della forzante e posiziona la forzante sulla coordinata opportuna nei vettori dei lavori virtuali.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
martS1=abs(round(normrnd(0,sigma_mart)/dL));
martS2=round(normrnd(s,sigma_mart)/dL);
martS3=round(normrnd(2*s,sigma_mart)/dL);

dLF3(end-martS1*2-1)=Fo;
dLF3s(end-martS2*2-1)=Fo;
dLF3ss(end-martS3*2-1)=Fo;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

Questo listato calcola le FRFs H collocate e non collocate applicando lo scostamento rispetto alla posizione di riferimento dell'accelerometro.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for ii=1:length(om)
    AA=inv(-(om(ii)^2)*M_LL+K_LL+i*om(ii)*R_LL);

    x_LL=AA*dLF3;
    H33(ii)=x_LL(end-accS1*2-1);
    H33s(ii)=x_LL(end-accS2*2-1);
    H33ss(ii)=x_LL(end-accS3*2-1);

    x_LL=AA*dLF3s;
    H3s3(ii)=x_LL(end-accS1*2-1);
    H3s3s(ii)=x_LL(end-accS2*2-1);
    H3s3ss(ii)=x_LL(end-accS3*2-1);

    x_LL=AA*dLF3ss;
    H3ss3(ii)=x_LL(end-accS1*2-1);
    H3ss3s(ii)=x_LL(end-accS2*2-1);
    H3ss3ss(ii)=x_LL(end-accS3*2-1);

end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

7.2. APPENDICE II: GRAFICI O TABELLE OMESSE RIGUARDANTI FRFS, ELABORAZIONI O ANALISI DI VARIO GENERE

7.2.1. Simulazione dell'RCSA 1-gdl

Si riportano ora i grafici delle FRFs omesse nello studio dell'RCSA 1-gdl (vedi par. 3.1.1).

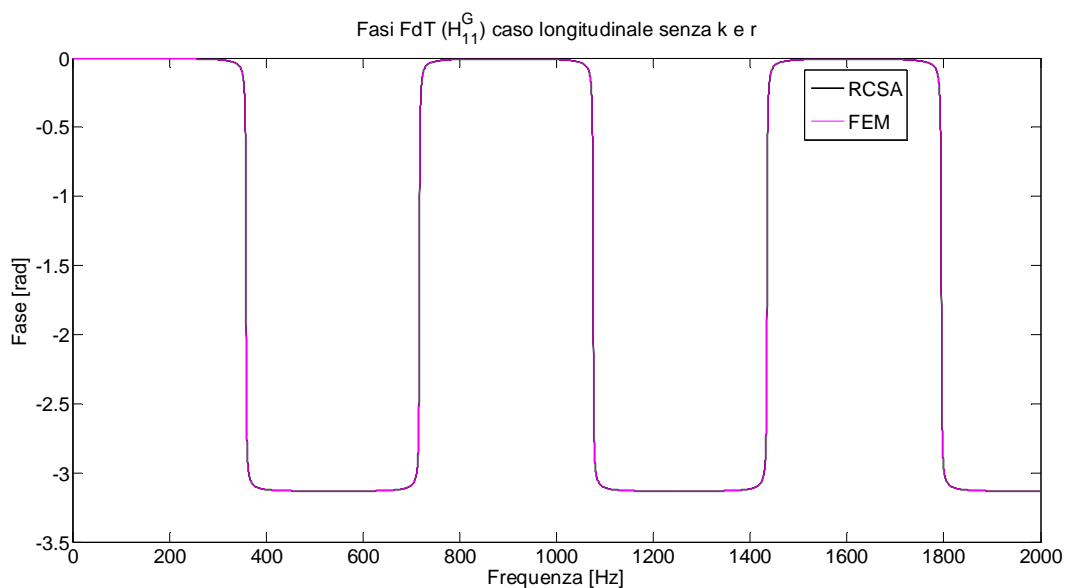
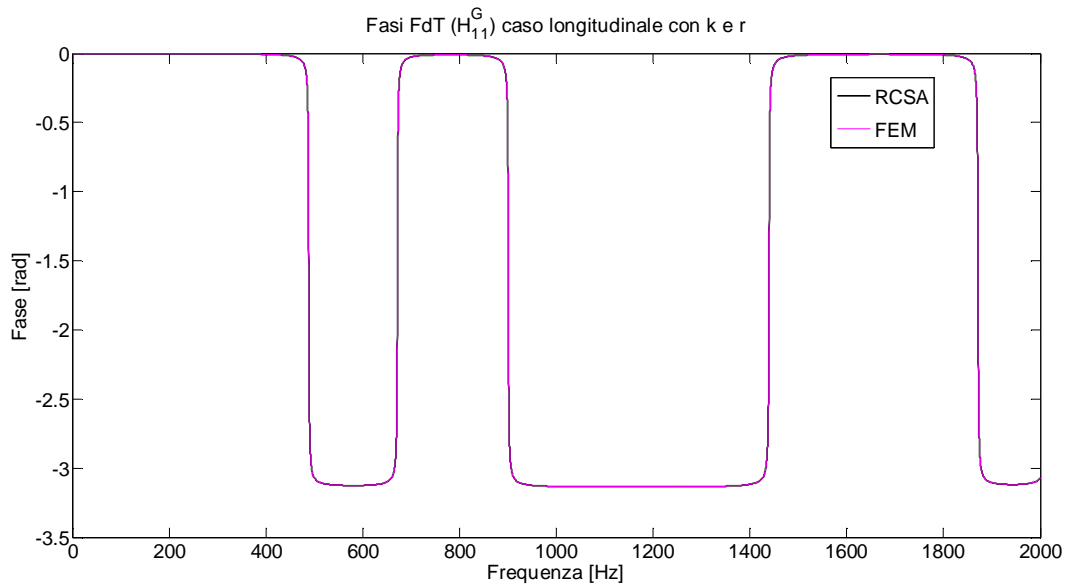
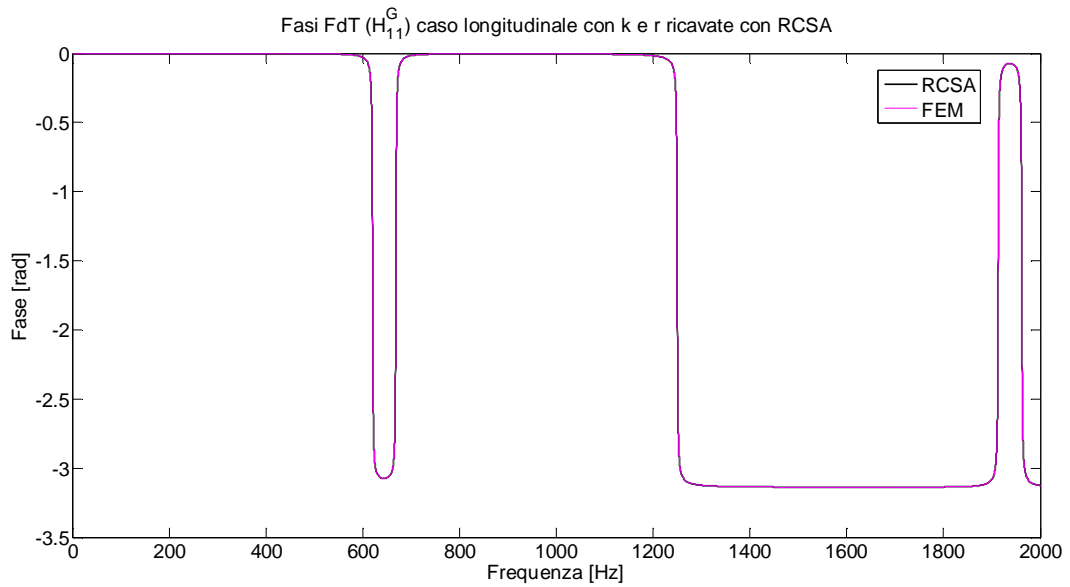


Figura 7.1 Fasi FRFs H_{11}^G , 1-gdl con connessione rigida

 Figura 7.2 Fasi FRFs H_{11}^G , 1-gdl con connessione K

 Figura 7.3 Fasi FRFs H_{11}^G , 1-gdl con connessione non nota

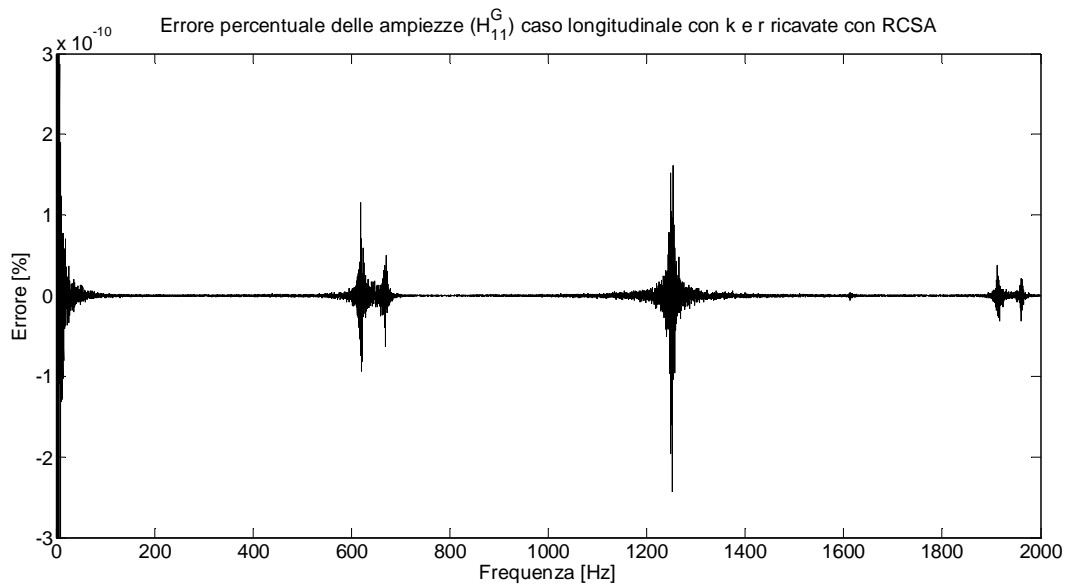


Figura 7.4 Errore percentuale FRFs H_{11}^G , 1-gdl con connessione non nota

7.2.2. Simulazione dell'RCSA 2-gdl

Si riportano ora i grafici delle FRFs omessi nello studio dell'RCSA 2-gdl (vedi par. 3.1.2).

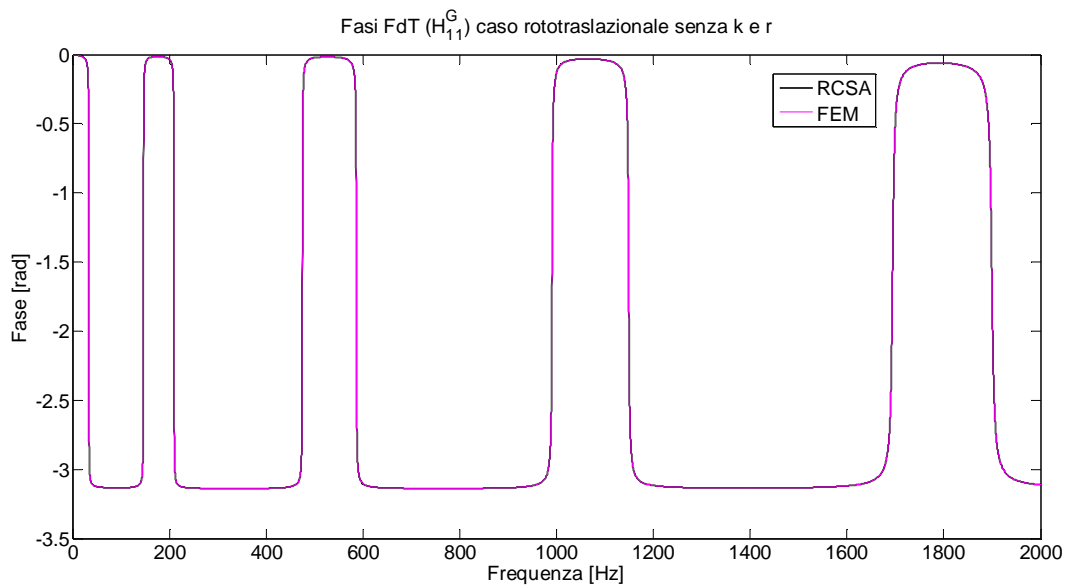


Figura 7.5 Fasi FRFs H_{11}^G , 2-gdl con connessione rigida

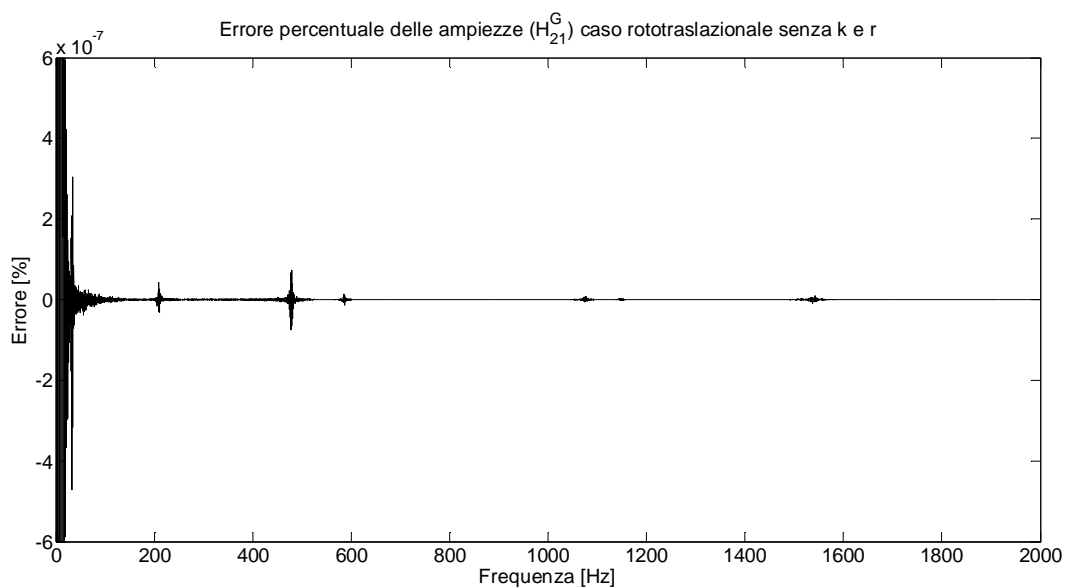


Figura 7.6 Errore percentuale FRFs H_{21}^G , 2-gdl con connessione rigida

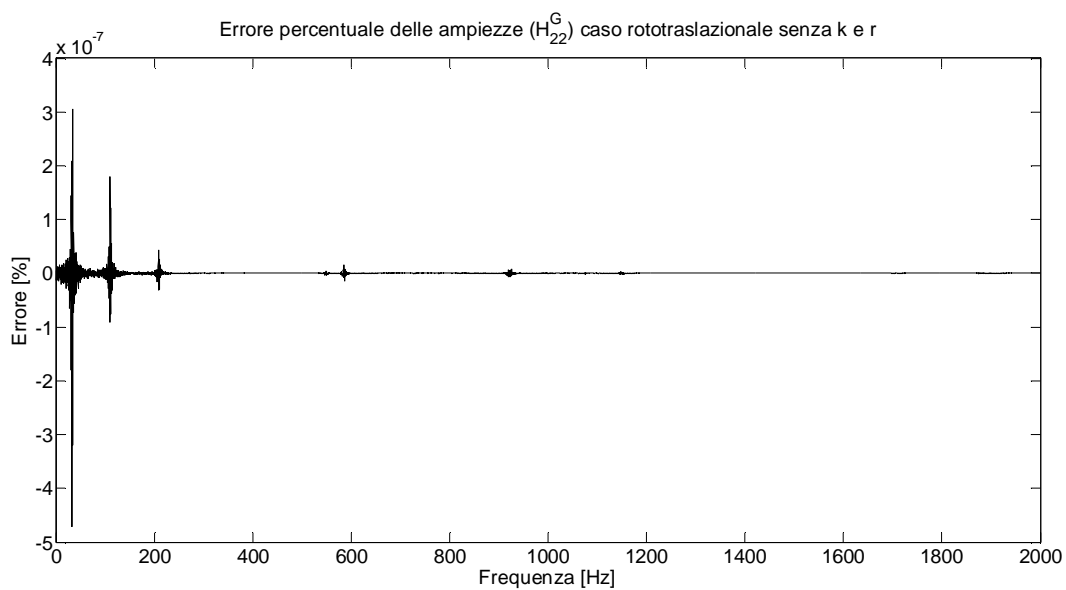


Figura 7.7 Errore percentuale FRFs H_{22}^G , 2-gdl con connessione rigida

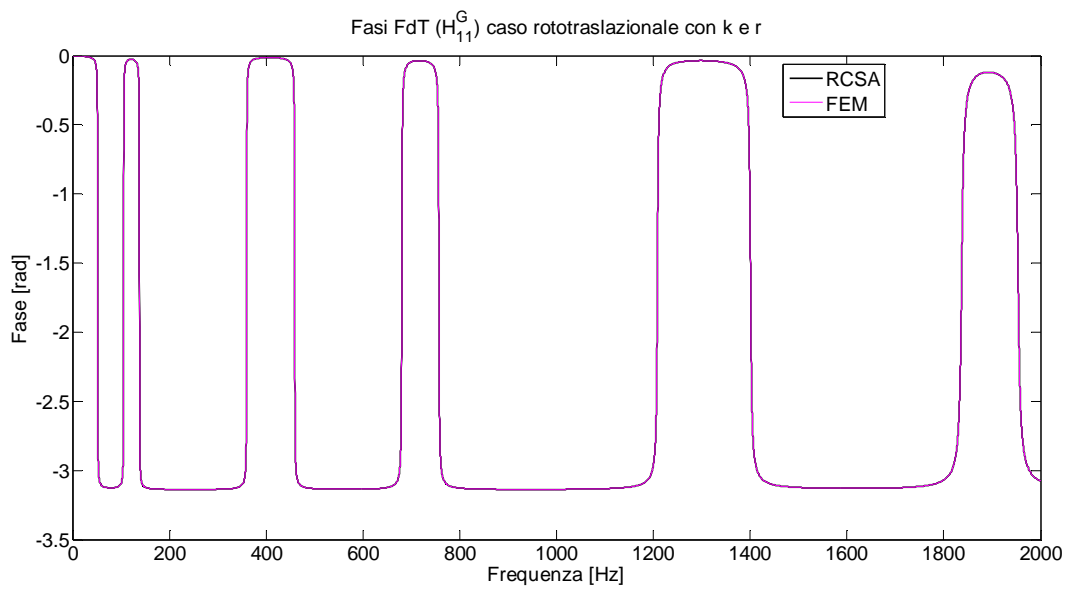


Figura 7.8 Fasi FRFs H_{11}^G , 2-gdl con connessione K

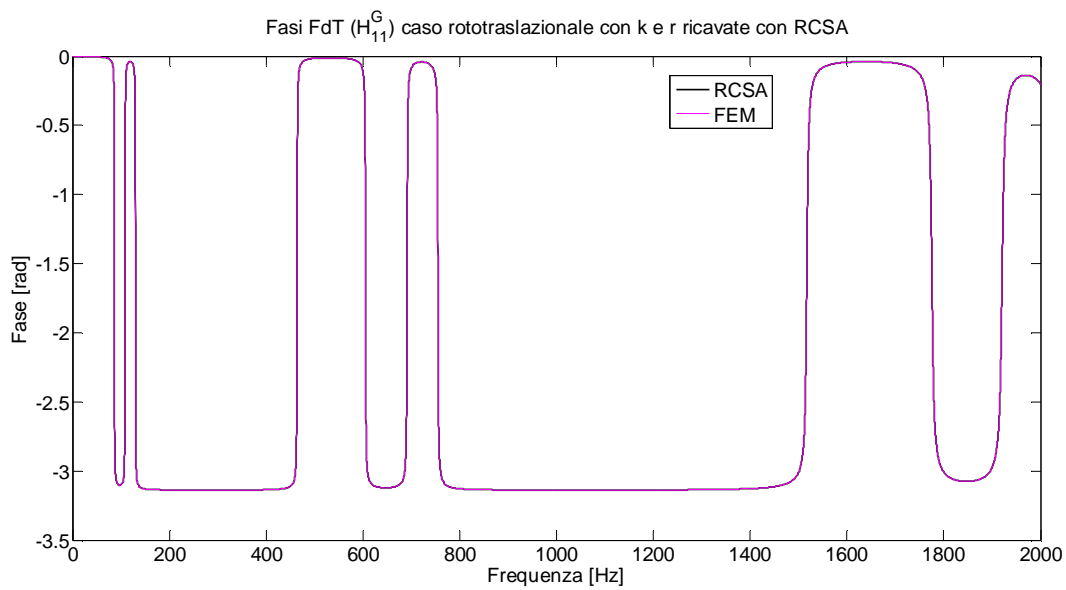
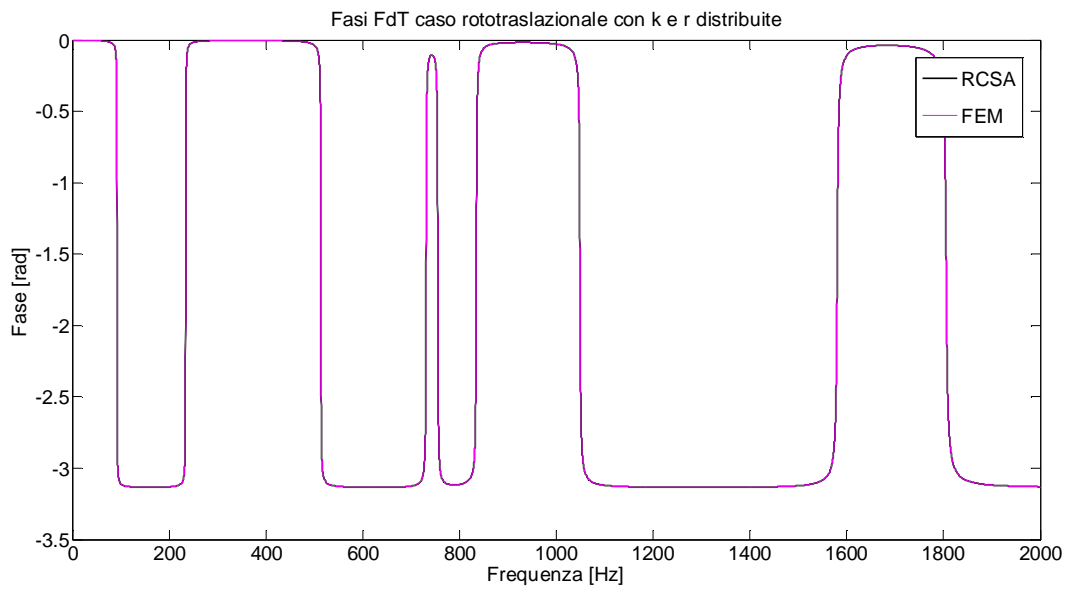
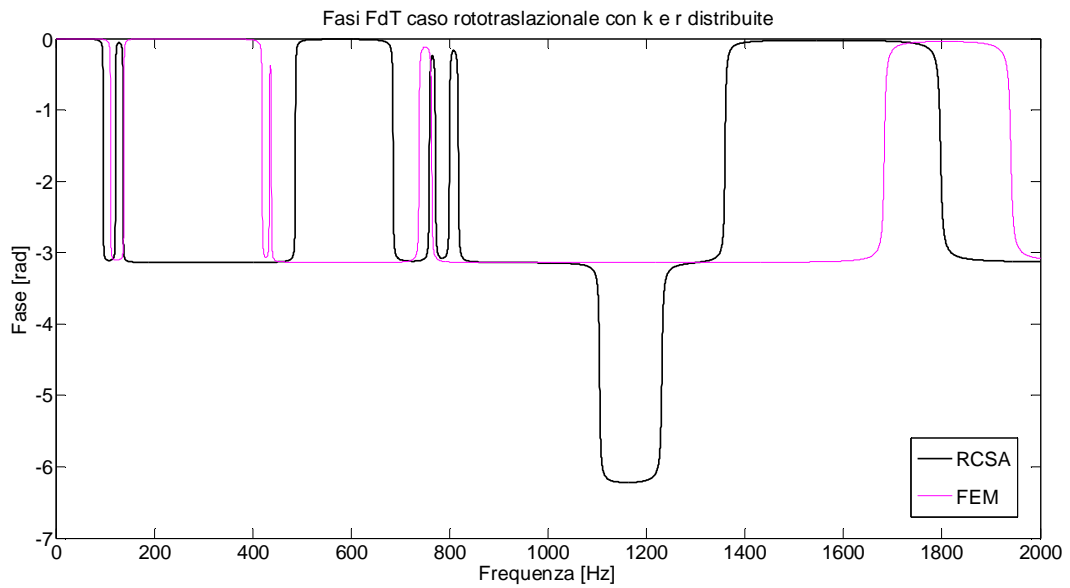


Figura 7.9 Fasi FRFs H_{11}^G , 2-gdl con connessione non nota

7.2.3. Simulazione dell'RCSA con connessione distribuita

Si riportano ora i grafici delle FRFs omessi nello studio dell'RCSA a connessione distribuita (vedi par. 3.2).


 Figura 7.10 Fasi FRFs H_{11}^G , connessione distribuita, variazione lunghezza

 Figura 7.11 Fasi FRFs H_{11}^G , connessione distribuita, variazione lunghezza e diametro

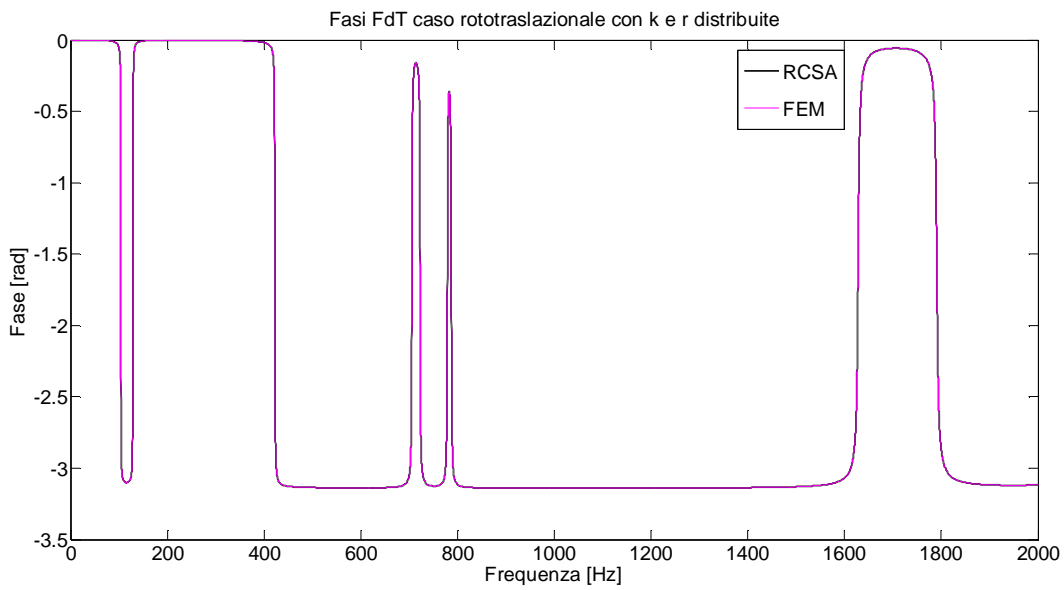


Figura 7.12 Fasi FRFs H_{11}^G , connessione distribuita, zona di connessione non variabile

7.2.4. Analisi di sensitività sul parametro “s”

Si riportano ora i grafici omissi nell’analisi di sensitività sul parametro “s” (vedi par. 4.3.1).

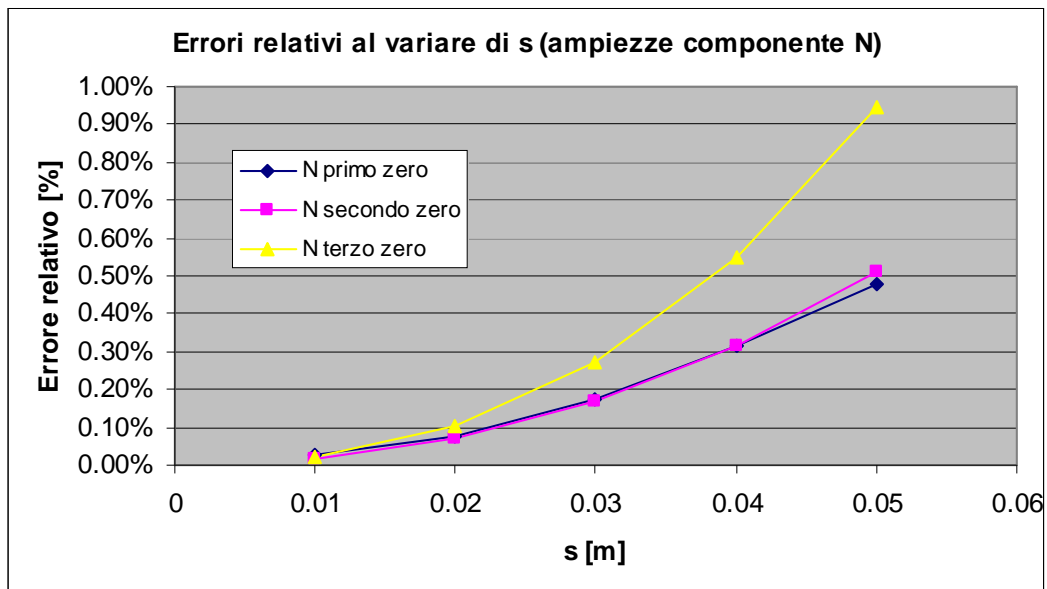
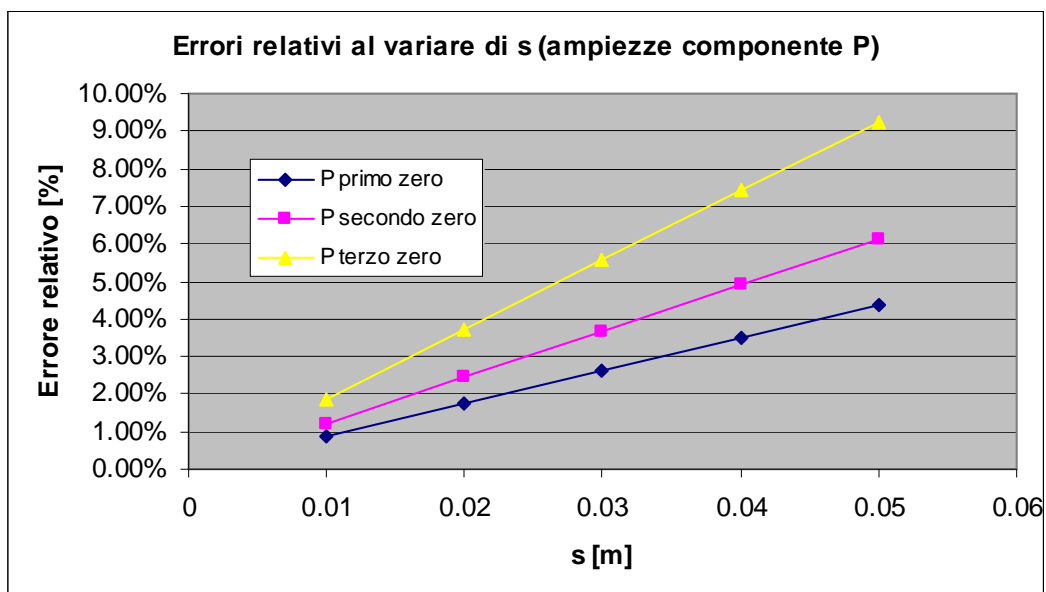
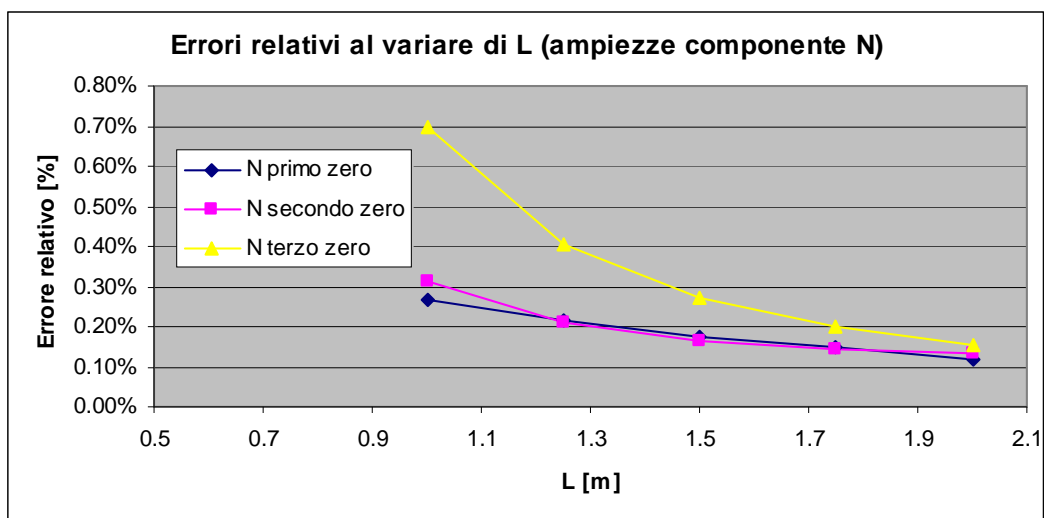


Figura 7.13 Errori relativi al variare di “s” (ampiezze zeri della componente N)

Figura 7.14 Errori relativi al variare di “ s ” (ampiezze zeri della componente P)Figura 7.15 Errori relativi al variare di “ L ” (ampiezze zeri della componente N)

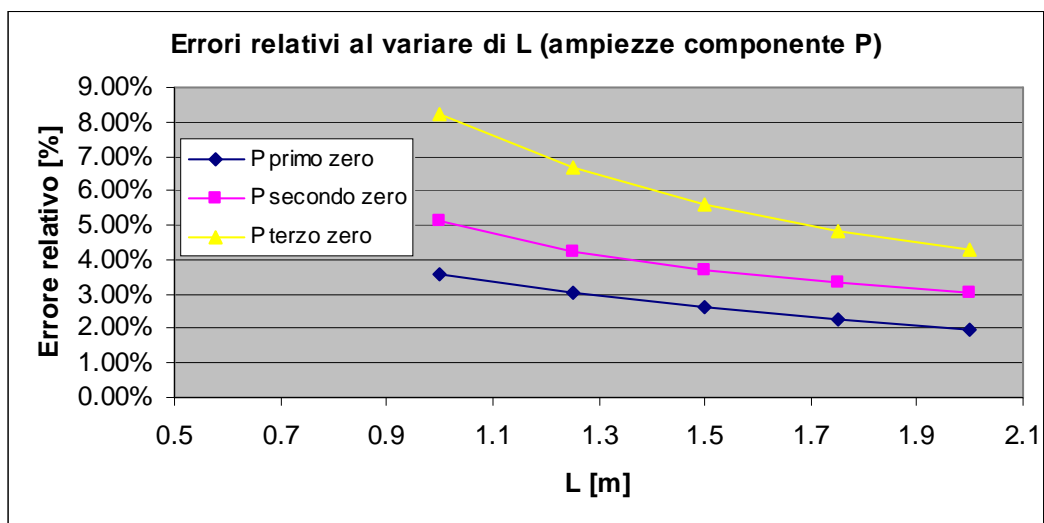


Figura 7.16 Errori relativi al variare di “L” (ampiezze zeri della componente P)

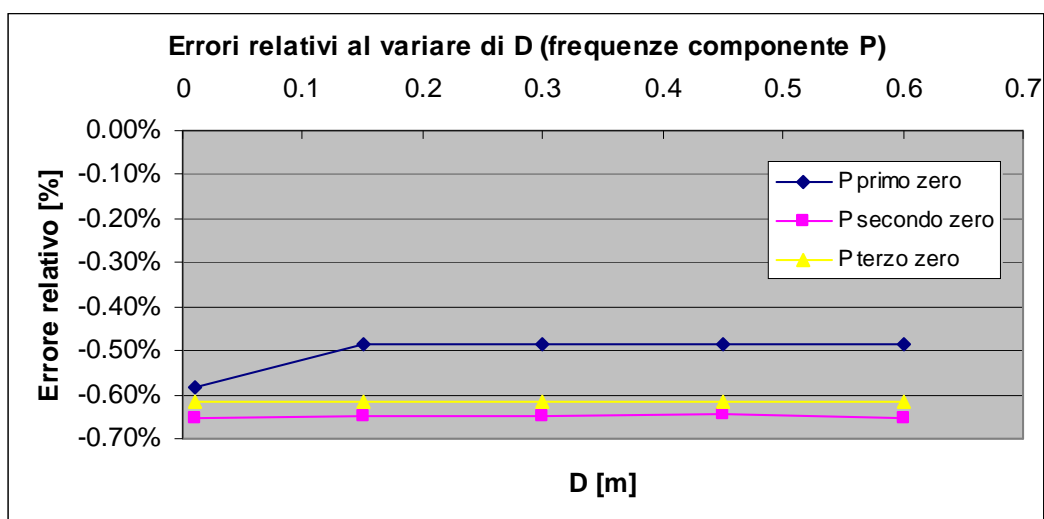


Figura 7.17 Errori relativi al variare di “D” (frequenze zeri della componente P)

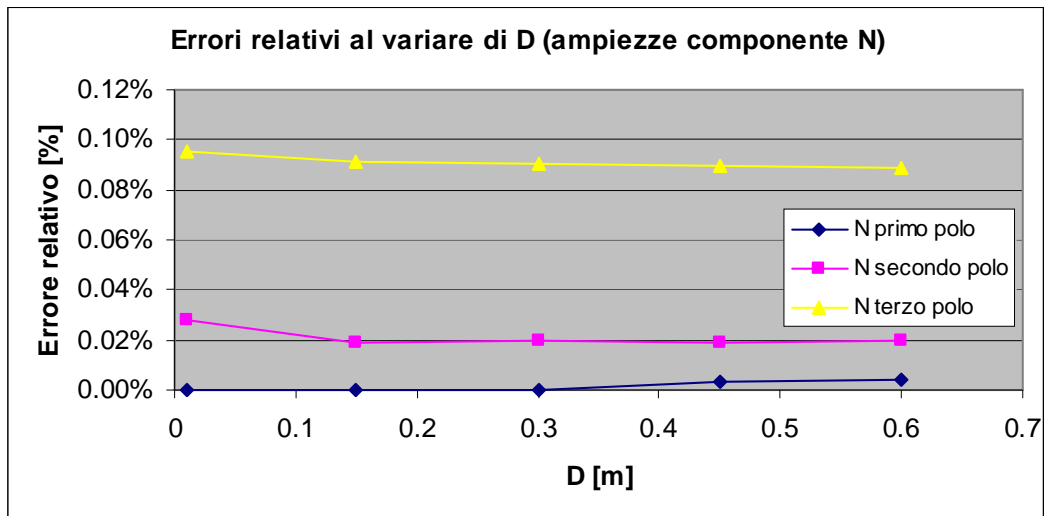


Figura 7.18 Errori relativi al variare di “D” (ampiezze poli della componente N)

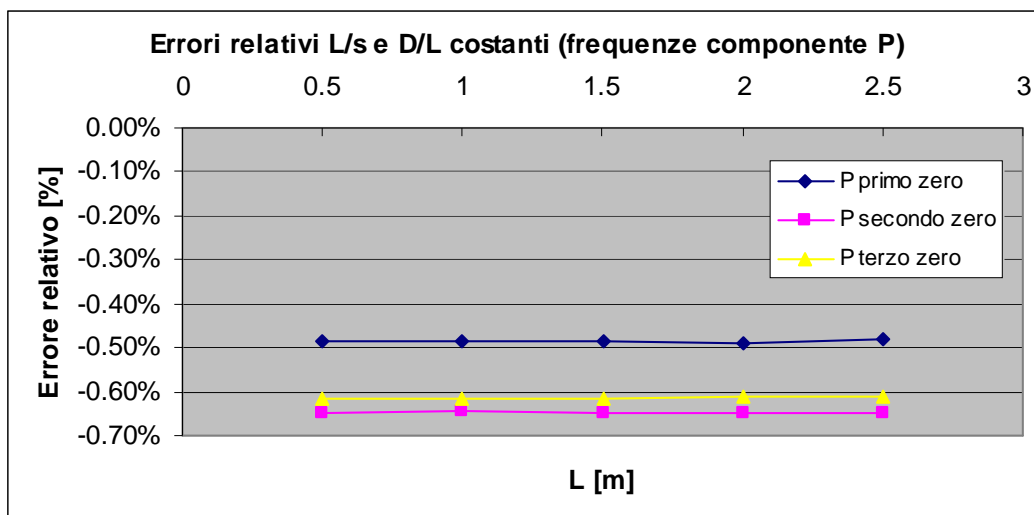


Figura 7.19 Errori relativi con “s/L” e “D/L” costanti (frequenze zeri della componente P)

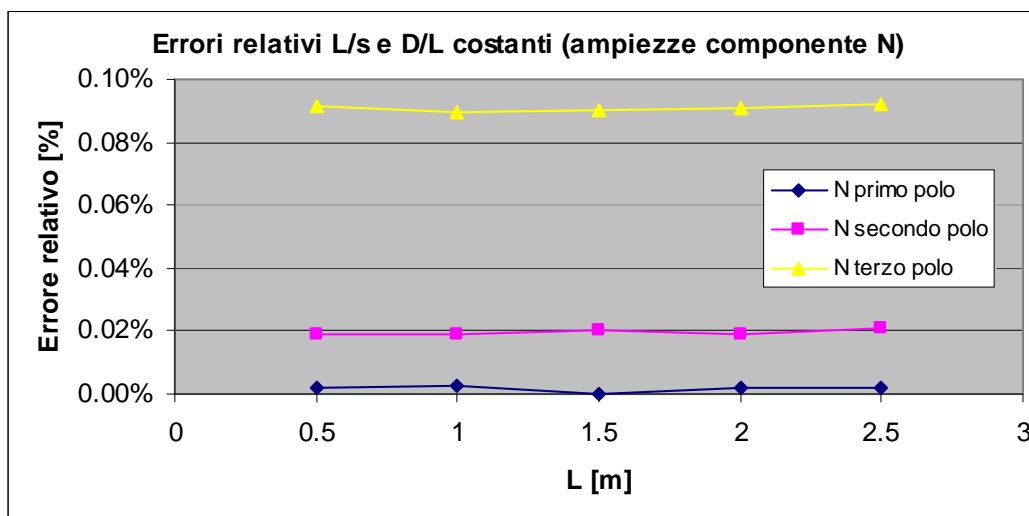


Figura 7.20 Errori relativi con “s/L” e “D/L” costanti (ampiezze poli della componente N)

7.2.5. Analisi statistica sui campioni di carta sensibile all’impatto

Si riportano ora le analisi statistiche effettuate sui campioni di carta sensibile non omessi (vedi par. 4.3.2).

CAMPIONE 2						
Classe	Freq. Ass.	Freq. Rel.	Freq. Ass. Cum.	Freq. Rel. Cum.	Media:	-0.0805
A	0	0.000%	0	0.000%	Dev. St.	0.9177
B	0	0.000%	0	0.000%	Moda:	Classe D
C	2	9.091%	2	9.091%	Mediana:	Classe F
D	6	27.273%	8	36.364%	IC min	-0.2147
E	5	22.727%	13	59.091%	IC max	0.0538
F	5	22.727%	18	81.818%	Liv. Conf.	100%
G	4	18.182%	22	100.000%		
H	0	0.000%	22	100.000%		
I	0	0.000%	22	100.000%		
J	0	0.000%	22	100.000%		
Totale	22	100.000%				

Tabella 7.1 Informazioni statistiche del campione 2: unità di misura [mm]

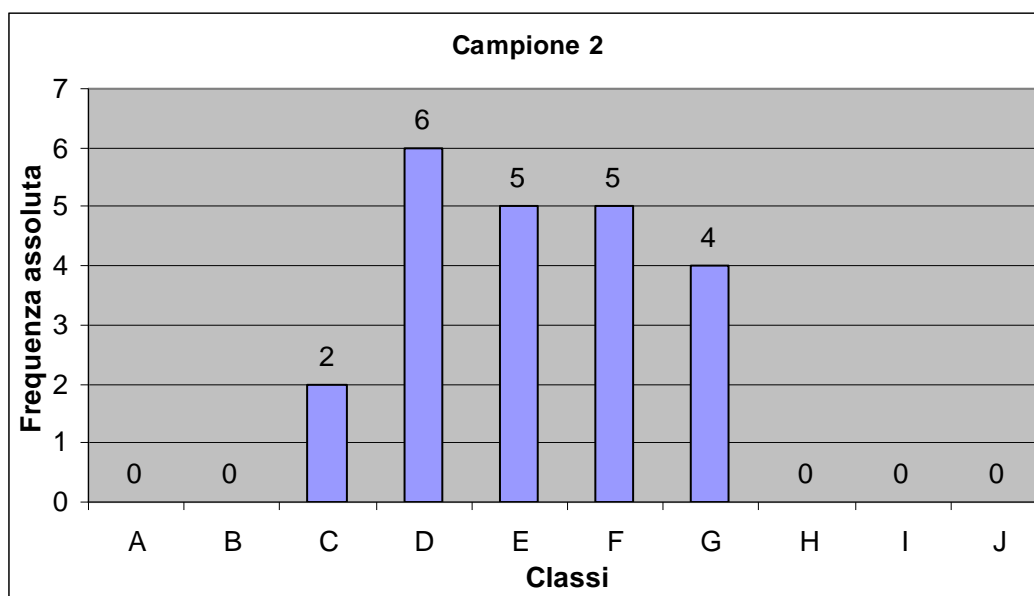


Figura 7.21 Istogramma del campione 2

CAMPIONE 3						
Classe	Freq. Ass.	Freq. Rel.	Freq. Ass. Cum.	Freq. Rel. Cum.	Media:	-0.1031
A	1	3.448%	1	3.448%	Dev. St.	1.1292
B	0	0.000%	1	3.448%	Moda:	Classe F
C	2	6.897%	3	10.345%	Mediana:	Classe F
D	7	24.138%	10	34.483%	IC min	-0.2490
E	6	20.690%	16	55.172%	IC max	0.0428
F	9	31.034%	25	86.207%	Liv. Conf.	100%
G	4	13.793%	29	100.000%		
H	0	0.000%	29	100.000%		
I	0	0.000%	29	100.000%		
J	0	0.000%	29	100.000%		
Totale	29	100.000%				

Tabella 7.2 Informazioni statistiche del campione3: unità di misura [mm]

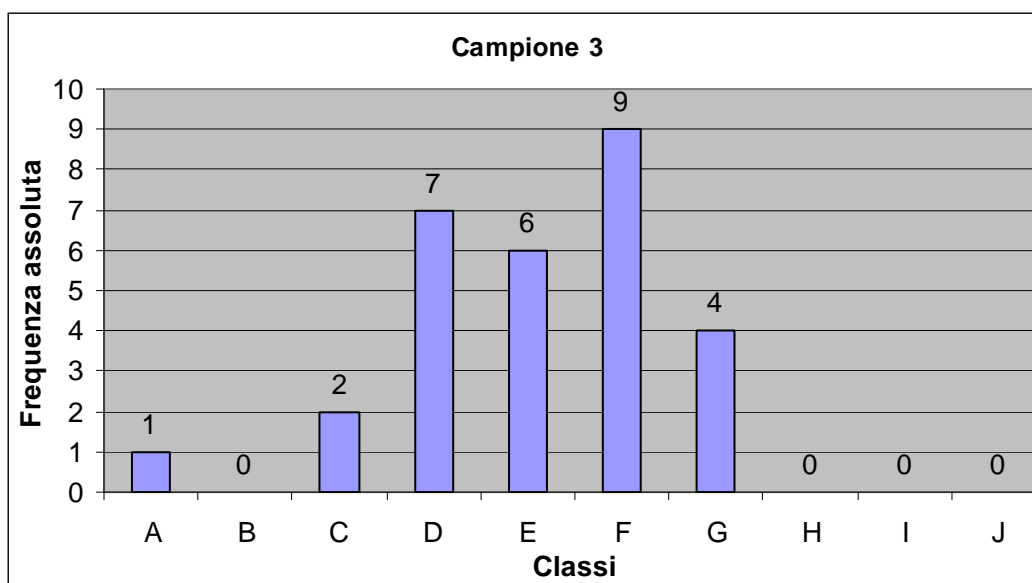


Figura 7.22 Istogramma del campione 3

CAMPIONE 4						
Classe	Freq. Ass.	Freq. Rel.	Freq. Ass. Cum.	Freq. Rel. Cum.	Media:	-0.0428
A	0	0.000%	0	0.000%	Dev. St.	1.0659
B	0	0.000%	0	0.000%	Moda:	Classe F
C	5	15.152%	5	15.152%	Mediana:	Classe F
D	5	15.152%	10	30.303%	IC min	-0.1714
E	8	24.242%	18	54.545%	IC max	0.0858
F	10	30.303%	28	84.848%	Liv. Conf.	100%
G	4	12.121%	32	96.970%		
H	1	3.030%	33	100.000%		
I	0	0.000%	33	100.000%		
J	0	0.000%	33	100.000%		
Totale	33	100.000%				

Tabella 7.3 Informazioni statistiche del campione 4: unità di misura [mm]

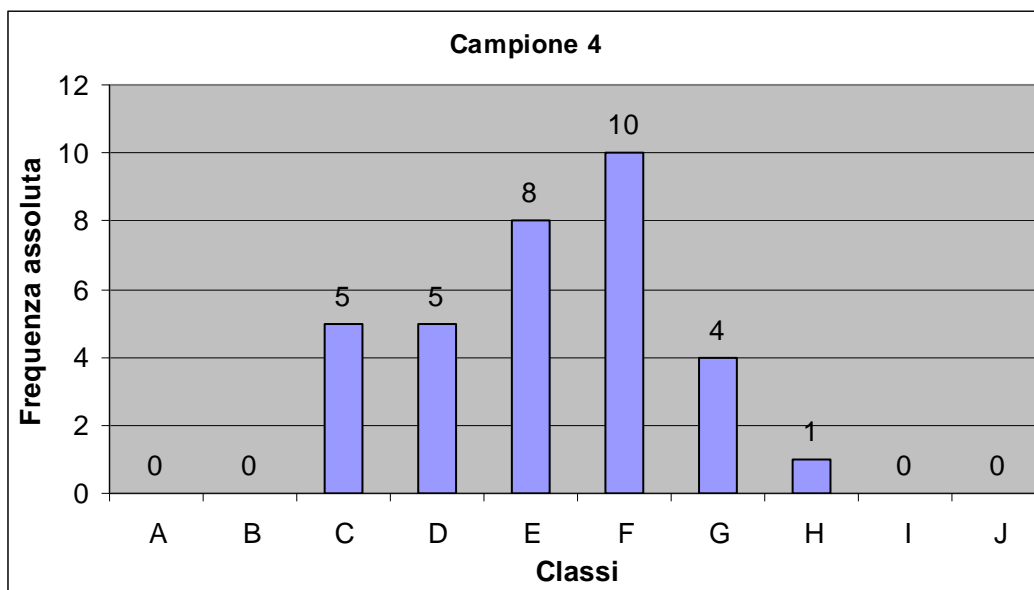


Figura 7.23 Istogramma del campione 4

CAMPIONE 5						
Classe	Freq. Ass.	Freq. Rel.	Freq. Ass. Cum.	Freq. Rel. Cum.	Media:	-0.3218
A	1	3.571%	1	3.571%	Dev. St.	1.2158
B	2	7.143%	3	10.714%	Moda:	Classe E
C	2	7.143%	5	17.857%	Mediana:	Classe F
D	6	21.429%	11	39.286%	IC min	-0.4789
E	11	39.286%	22	78.571%	IC max	-0.1647
F	4	14.286%	26	92.857%	Liv. Conf.	100%
G	1	3.571%	27	96.429%		
H	0	0.000%	27	96.429%		
I	0	0.000%	27	96.429%		
J	1	3.571%	28	100.000%		
Totale	28	100.000%				

Tabella 7.4 Informazioni statistiche del campione 5: unità di misura [mm]

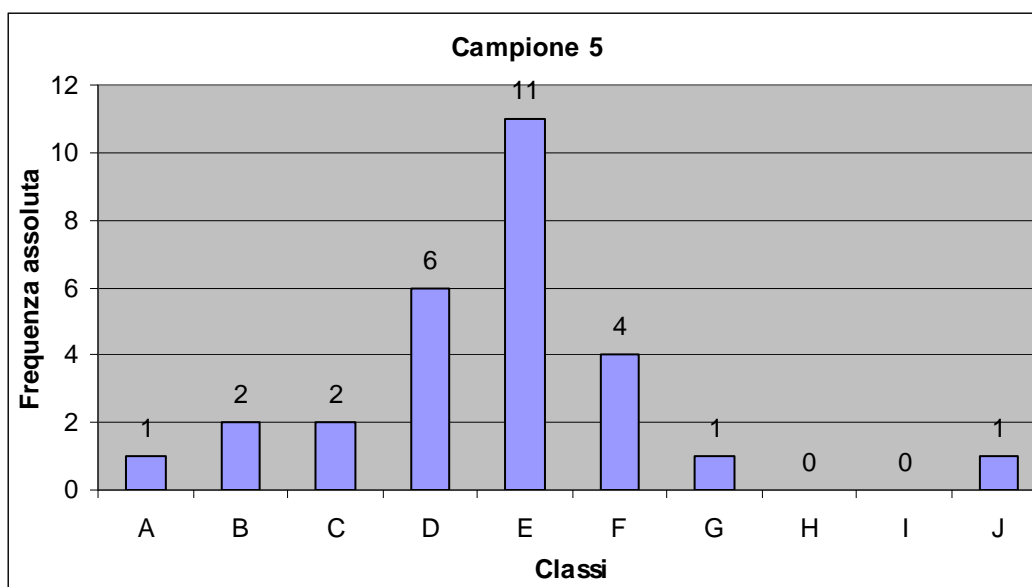


Figura 7.24 Istogramma del campione 5

CAMPIONE 6						
Classe	Freq. Ass.	Freq. Rel.	Freq. Ass. Cum.	Freq. Rel. Cum.	Media:	-0.1391
A	0	0.000%	0	0.000%	Dev. St.	1.1287
B	2	6.061%	2	6.061%	Moda:	Classe F
C	4	12.121%	6	18.182%	Mediana:	Classe F
D	6	18.182%	12	36.364%	IC min	-0.2731
E	8	24.242%	20	60.606%	IC max	-0.0050
F	10	30.303%	30	90.909%	Liv. Conf.	100%
G	2	6.061%	32	96.970%		
H	0	0.000%	32	96.970%		
I	1	3.030%	33	100.000%		
J	0	0.000%	33	100.000%		
Totale	33	100.000%				

Tabella 7.5 Informazioni statistiche del campione 6: unità di misura [mm]

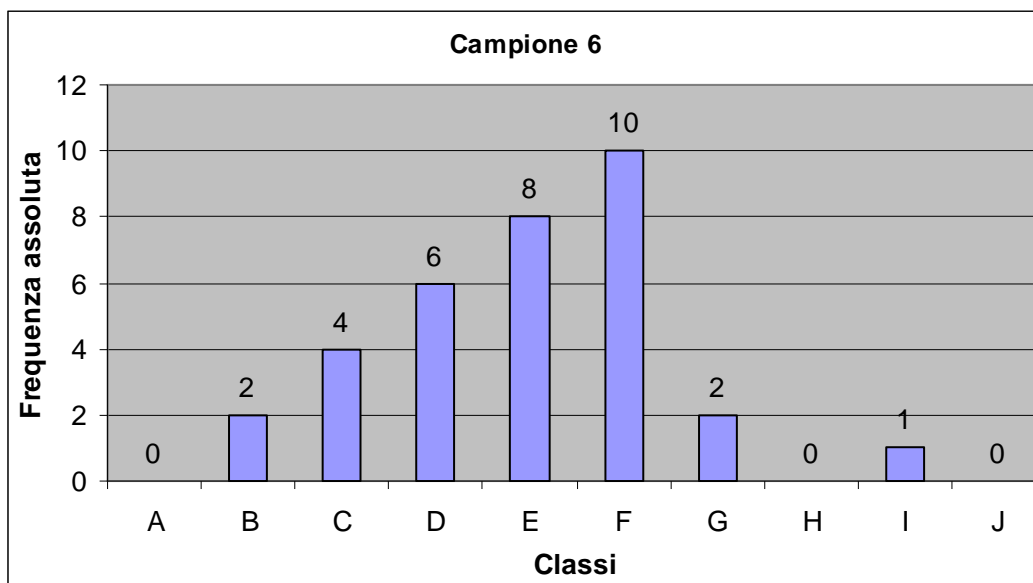


Figura 7.25 Istogramma del campione 6

CAMPIONE 7						
Classe	Freq. Ass.	Freq. Rel.	Freq. Ass. Cum.	Freq. Rel. Cum.	Media:	0.1209
A	1	3.125%	1	3.125%	Dev. St.	1.5753
B	0	0.000%	1	3.125%	Moda:	Classe E
C	4	12.500%	5	15.625%	Mediana:	Classe F
D	6	18.750%	11	34.375%	IC min	-0.0691
E	10	31.250%	21	65.625%	IC max	0.3110
F	4	12.500%	25	78.125%	Liv. Conf.	100%
G	2	6.250%	27	84.375%		
H	0	0.000%	27	84.375%		
I	4	12.500%	31	96.875%		
J	1	3.125%	32	100.000%		
Totale	32	100.000%				

Tabella 7.6 Informazioni statistiche del campione 7: unità di misura [mm]

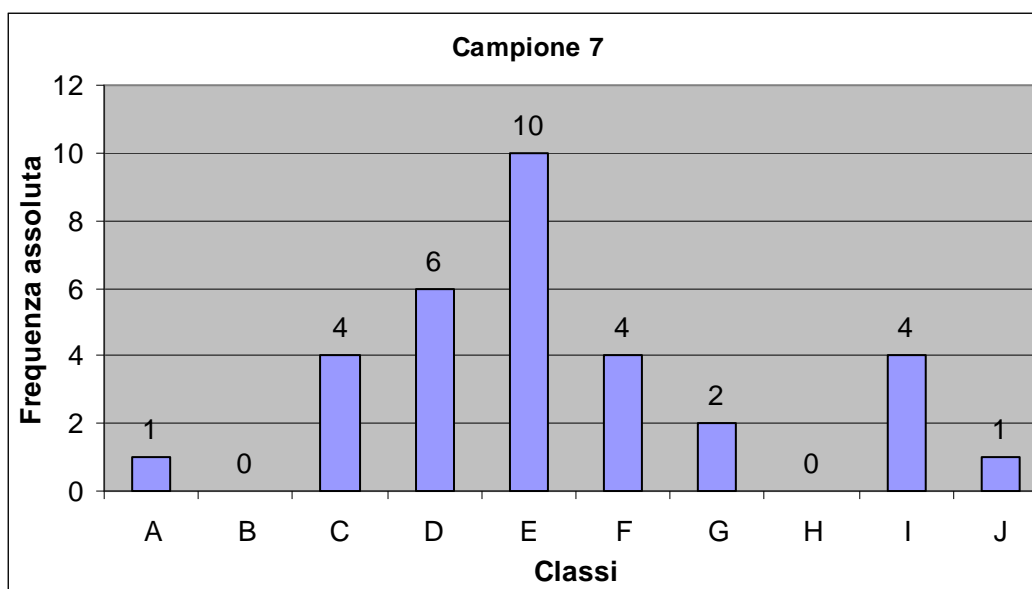


Figura 7.26 Istogramma del campione 7

CAMPIONE 8						
Classe	Freq. Ass.	Freq. Rel.	Freq. Ass. Cum.	Freq. Rel. Cum.	Media:	0.0800
A	0	0.000%	0	0.000%	Dev. St.	1.0286
B	0	0.000%	0	0.000%	Moda:	Classe D
C	2	7.143%	2	7.143%	Mediana:	Classe F
D	8	28.571%	10	35.714%	IC min	-0.0554
E	5	17.857%	15	53.571%	IC max	0.2154
F	6	21.429%	21	75.000%	Liv. Conf.	100%
G	6	21.429%	27	96.429%		
H	1	3.571%	28	100.000%		
I	0	0.000%	28	100.000%		
J	0	0.000%	28	100.000%		
Totale	28	100.000%				

Tabella 7.7 Informazioni statistiche del campione 8: unità di misura [mm]

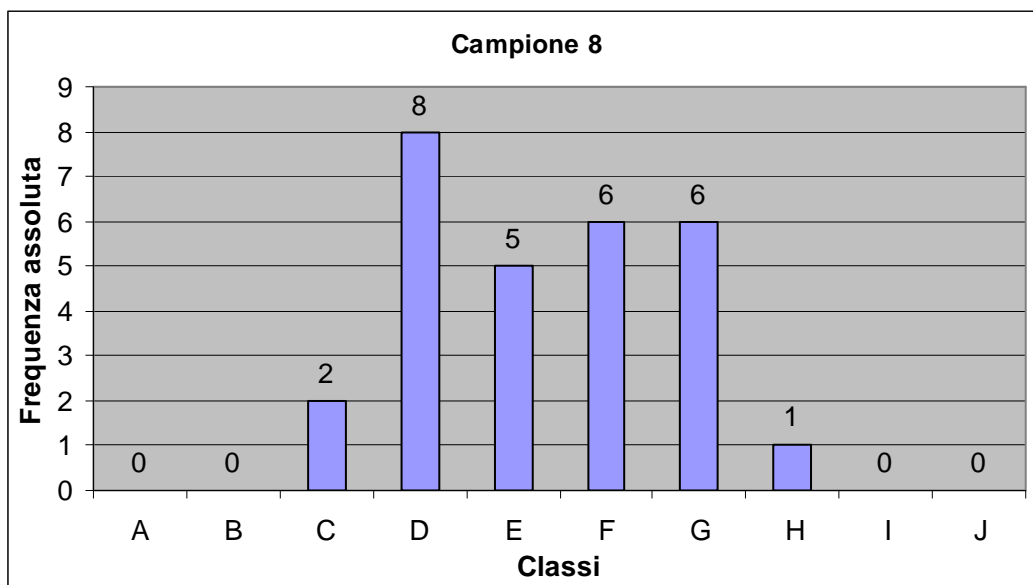


Figura 7.27 Istogramma del campione 8

CAMPIONE 9						
Classe	Freq. Ass.	Freq. Rel.	Freq. Ass. Cum.	Freq. Rel. Cum.	Media:	0.1986
A	0	0.000%	0	0.000%	Dev. St.	1.3233
B	0	0.000%	0	0.000%	Moda:	Classe F
C	4	14.286%	4	14.286%	Mediana:	Classe G
D	6	21.429%	10	35.714%	IC min	0.0276
E	3	10.714%	13	46.429%	IC max	0.3695
F	7	25.000%	20	71.429%	Liv. Conf.	100%
G	4	14.286%	24	85.714%		
H	2	7.143%	26	92.857%		
I	2	7.143%	28	100.000%		
J	0	0.000%	28	100.000%		
Totale	28	100.000%				

Tabella 7.8 Informazioni statistiche del campione 9: unità di misura [mm]

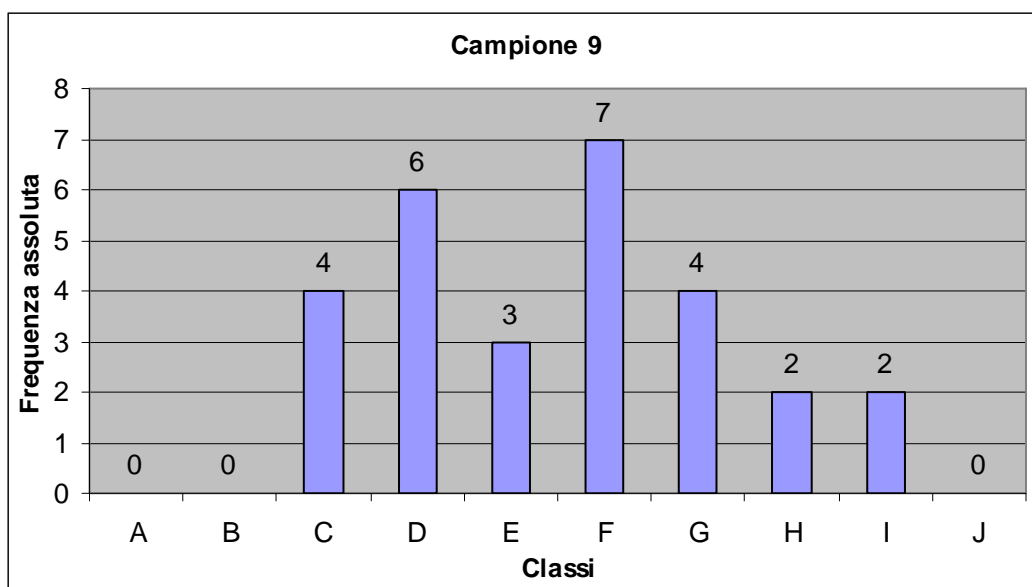


Figura 7.28 Istogramma del campione 9

CAMPIONE 10						
Classe	Freq. Ass.	Freq. Rel.	Freq. Ass. Cum.	Freq. Rel. Cum.	Media:	0.6125
A	0	0.000%	0	0.000%	Dev. St.	1.0759
B	0	0.000%	0	0.000%	Moda:	Classe G
C	1	4.000%	1	4.000%	Mediana:	Classe G
D	4	16.000%	5	20.000%	IC min	0.4620
E	3	12.000%	8	32.000%	IC max	0.7630
F	6	24.000%	14	56.000%	Liv. Conf.	100%
G	7	28.000%	21	84.000%		
H	3	12.000%	24	96.000%		
I	1	4.000%	25	100.000%		
J	0	0.000%	25	100.000%		
Totale	25	100.000%				

Tabella 7.9 Informazioni statistiche del campione 10: unità di misura [mm]

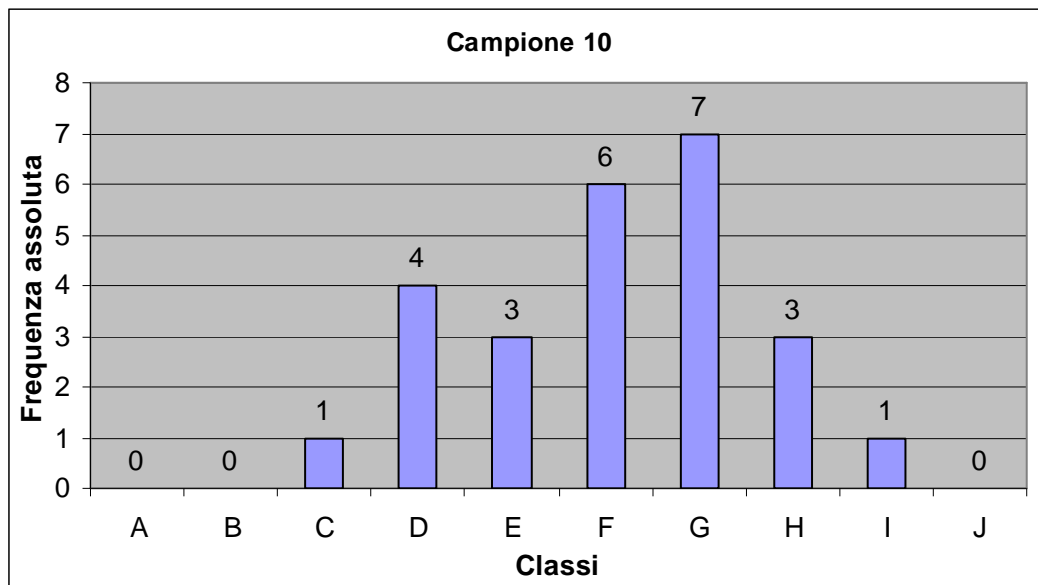


Figura 7.29 Istogramma del campione 10

7.2.6. Prove sperimentali

Si riportano ora tutti i grafici rappresentati FRFs omesse nella descrizione della prova sperimentale (vedi par. 5.2).

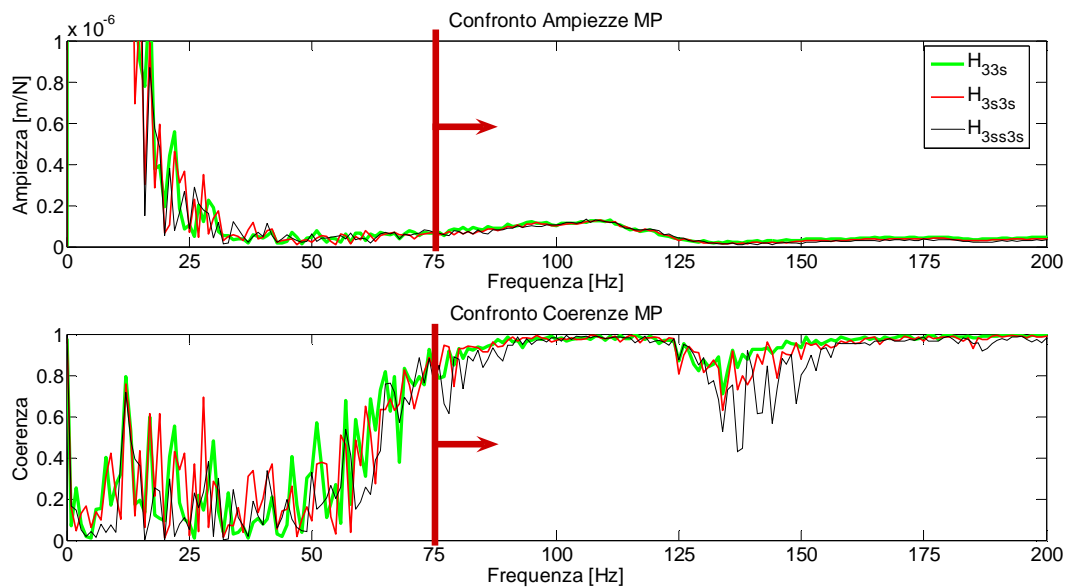


Figura 7.30 Confronto in ampiezza e coerenza delle FRFs acquisite sul mandrino (MP) con martello PCB 086C04 puntale in teflon, utilizzate per calcolare N_{33s}^{MP} , da 0 Hz a 200 Hz

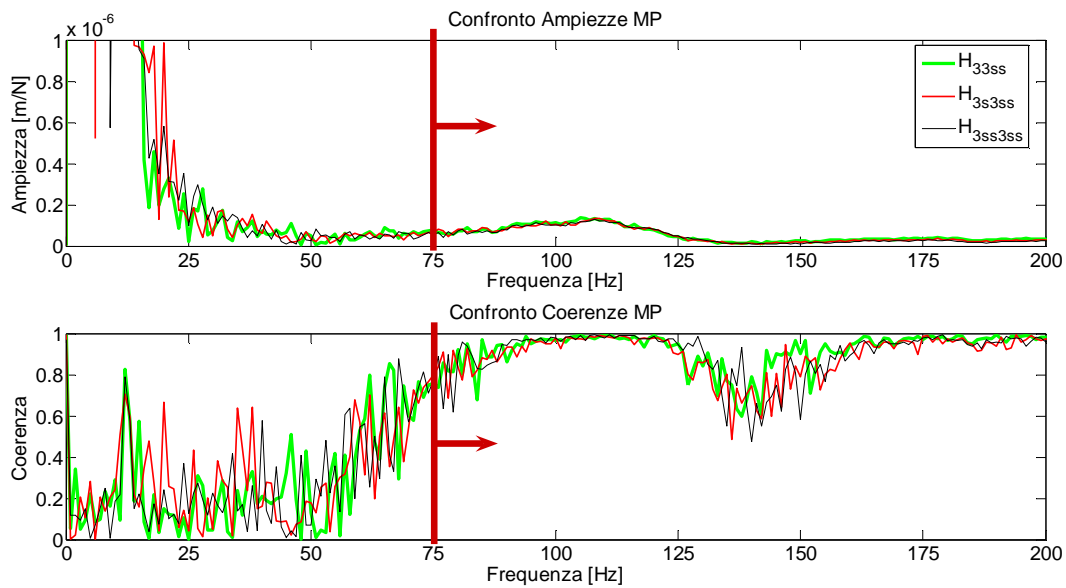


Figura 7.31 Confronto in ampiezza e coerenza delle FRFs acquisite sul mandrino (MP) con martello PCB 086C04 puntale in teflon, utilizzate per calcolare N_{33ss}^{MP} , da 0 Hz a 200 Hz

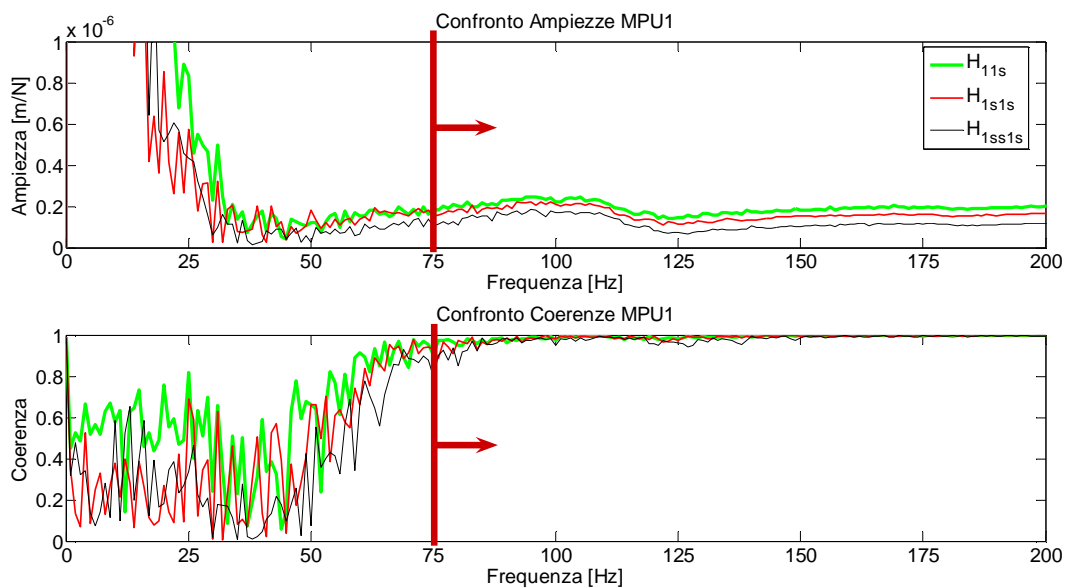


Figura 7.32 Confronto in ampiezza e coerenza delle FRFs acquisite sul mandrino con montato l'utensile 1 (MPU1) con martello PCB 086C04 puntale in teflon, utilizzate per calcolare N_{11s}^{MP} , da 0 Hz a 200 Hz

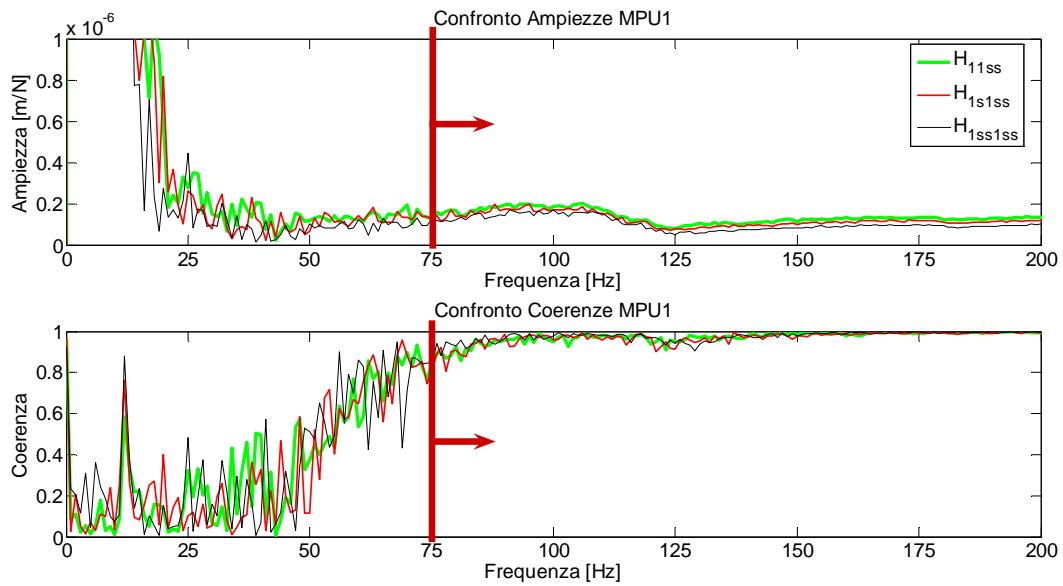


Figura 7.33 Confronto in ampiezza e coerenza delle FRFs acquisite sul mandrino con montato l'utensile 1 (MPU1) con martello PCB 086C04 puntale in teflon, utilizzate per calcolare N_{11ss}^{MP} , da 0 Hz a 200 Hz

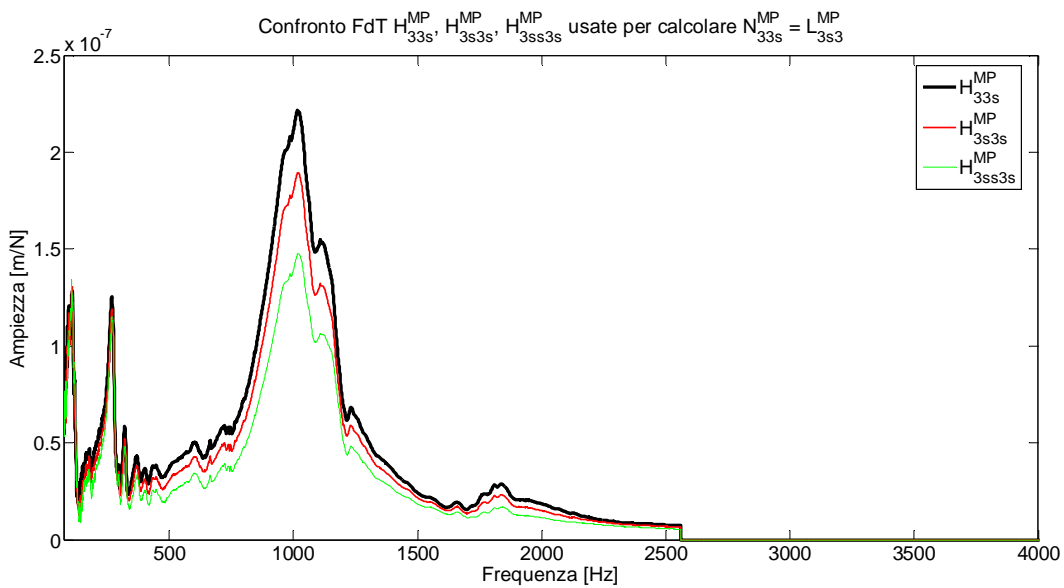


Figura 7.34 Confronto delle tre FRFs H usate per calcolare N_{33s}^{MP}

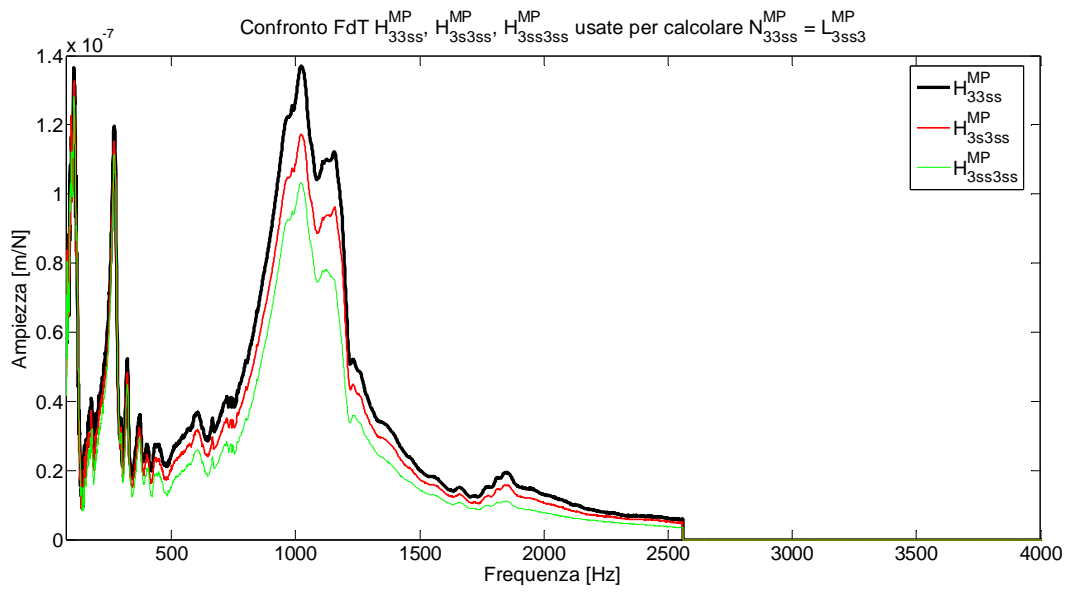


Figura 7.35 Confronto delle tre FRFs H usate per calcolare N_{33ss}^{MP}

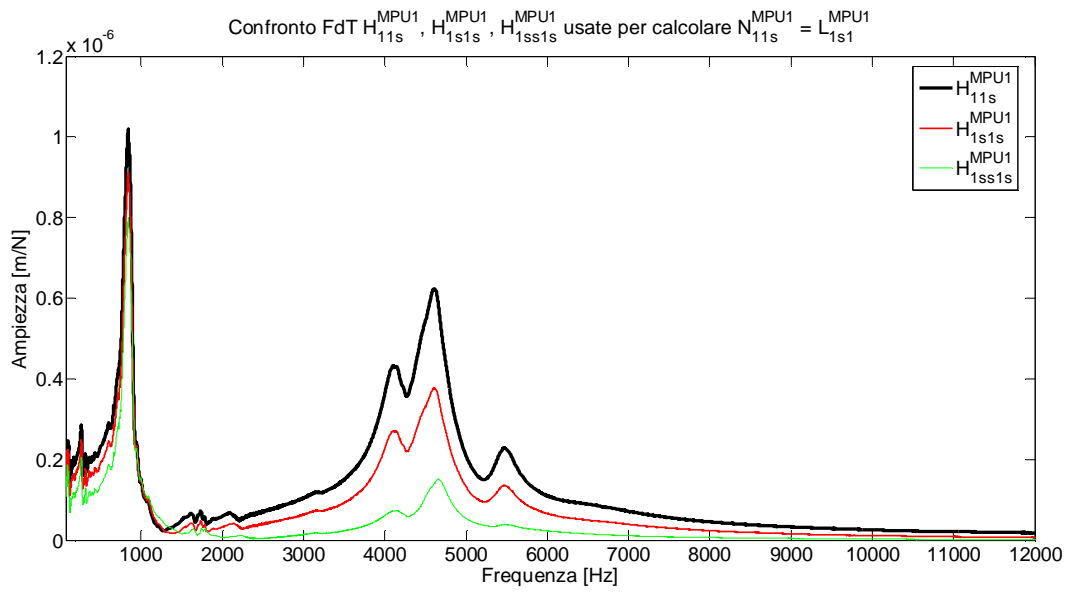


Figura 7.36 Confronto delle tre FRFs H usate per calcolare N_{11s}^{MPU1}

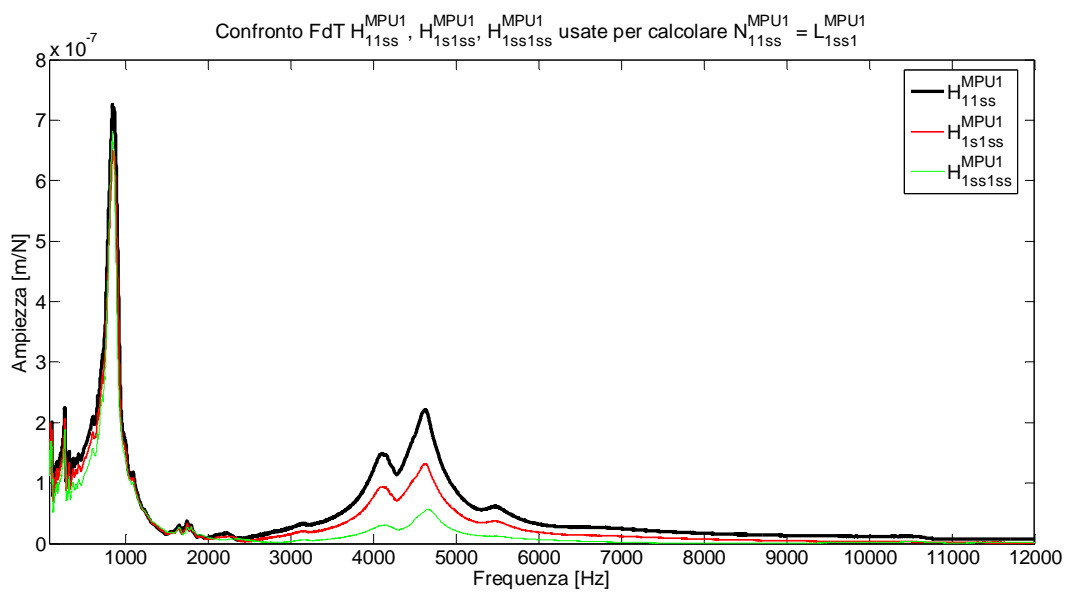


Figura 7.37 Confronto delle tre FRFs H usate per calcolare N_{11ss}^{MPU1}

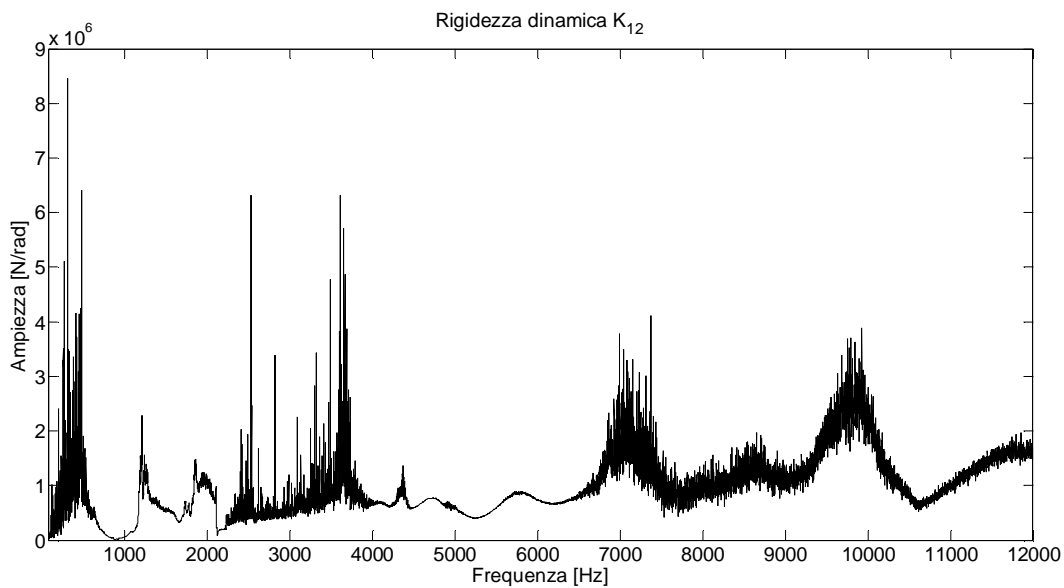


Figura 7.38 Rigidezza dinamica $K_{12} = K_{21}$ (ampiezza)

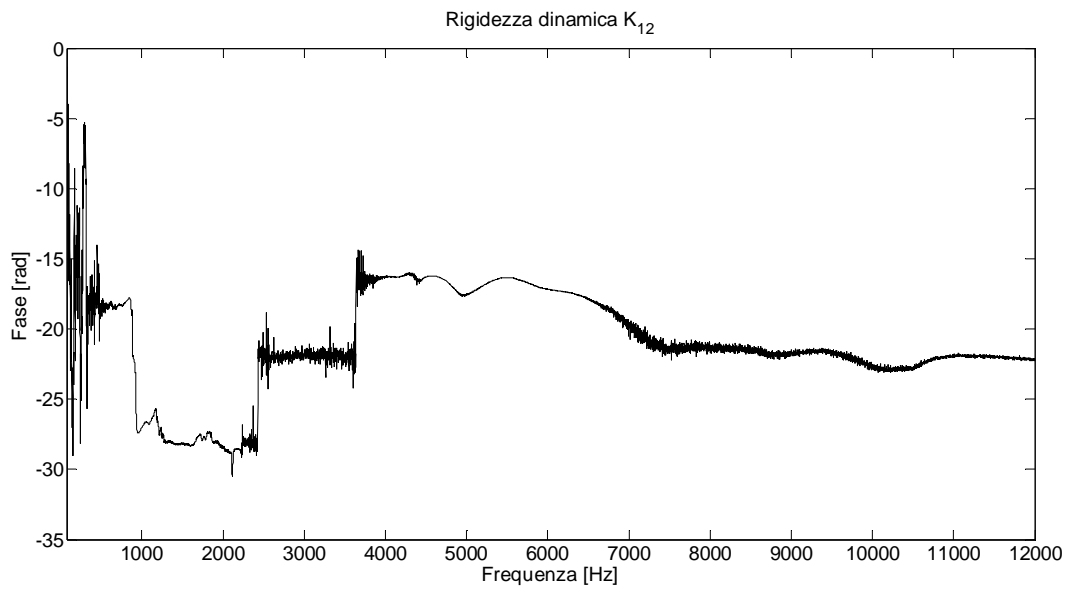


Figura 7.39 Rigidezza dinamica $K_{12} = K_{21}$ (fase)

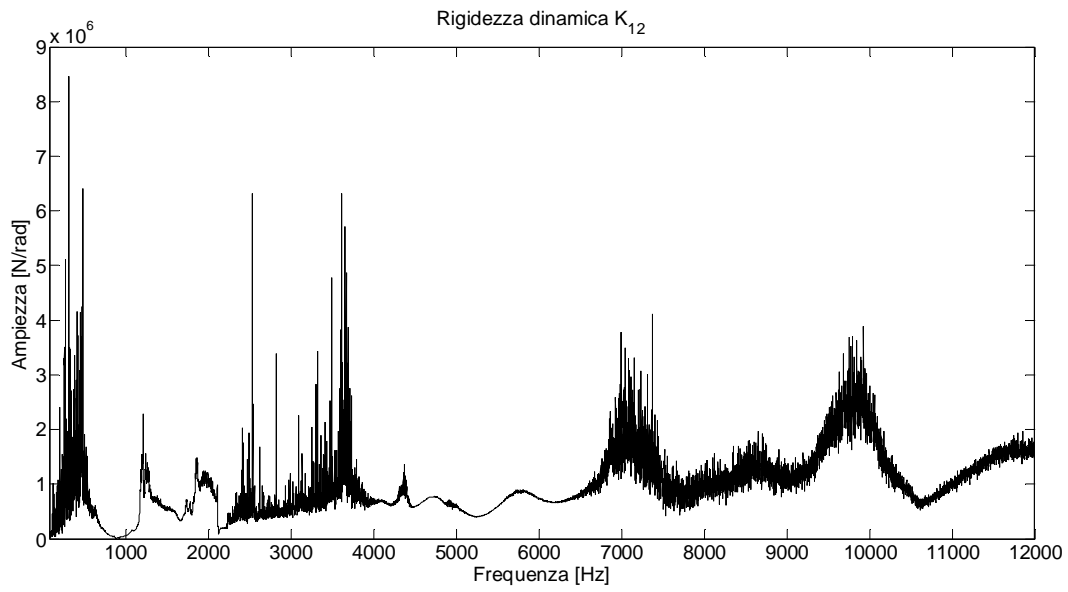
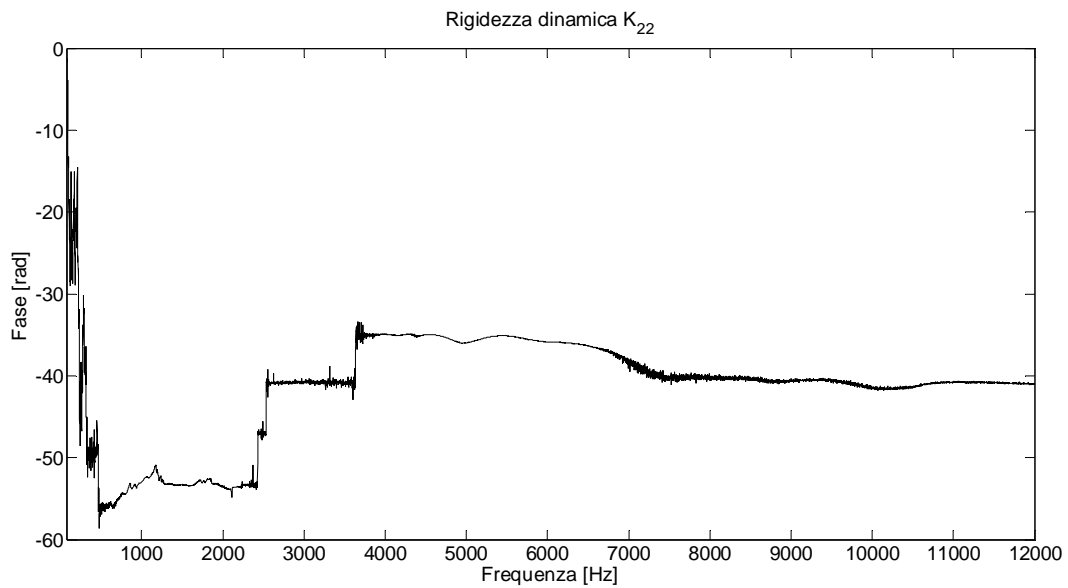


Figura 7.40 Rigidezza dinamica K_{22} (ampiezza)

Figura 7.41 Rigidezza dinamica K_{22} (fase)

7.3. APPENDICE III: CALCOLI PER LA DETERMINAZIONE DELLA L EQUIVALENTE

Si riportano ora i calcoli necessari per determinare la lunghezza di una trave incastrata che, a parità di forza applicata all'estremo libero e delle altre proprietà del materiale, si flette della stessa quantità di una trave vincolata con una cerniera ad un estremo e con un carrello in un punto distante "b" dall'estremo libero, come rappresentato in Figura 7.42.

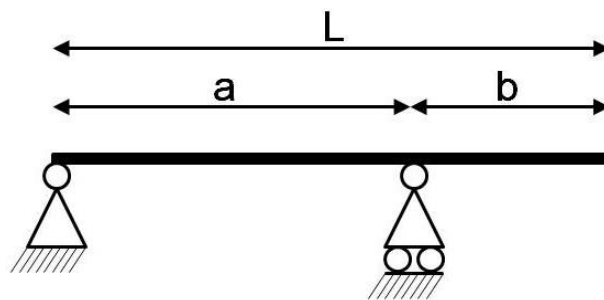


Figura 7.42 Vincolo Cerniera – Carrello

Per determinare la lunghezza L_0 di una trave incastrata, si è applicato il metodo della linea elastica per determinare la flessione dell'estremo libero della trave vincolata con cerniera e carrello e si è cercato il valore L_0 tale da avere la medesima freccia nella condizione di incastro ad un estremo. Il metodo della linea elastica determina la flessione di ogni punto della trave come segue [5]:

$$y''(x) = \frac{M(x)}{EJ} \quad [7.2]$$

Dove con x si indica il punto della trave considerato, con y la flessione del punto considerato e con M il momento interno del punto x considerato. Occorre dunque determinare i momenti interni della trave studiata considerando una generica forza F applicata all'estremo libero.

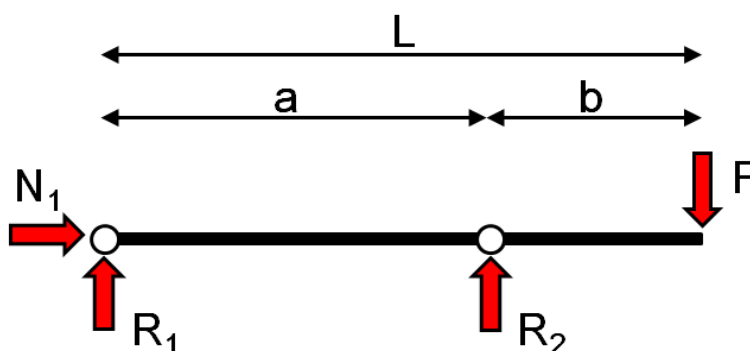


Figura 7.43 Vincolo Cerniera – Carrello rappresentato mediante forze vincolari

Imponendo l'equilibrio delle forze e dei momenti si ottiene che:

$$N_1 = 0 \quad [7.3]$$

$$R_1 = -F \frac{b}{a} \quad [7.4]$$

$$R_2 = F \left(1 + \frac{b}{a} \right) \quad [7.5]$$

Calcolando i momenti interni alla trave si ottiene che:

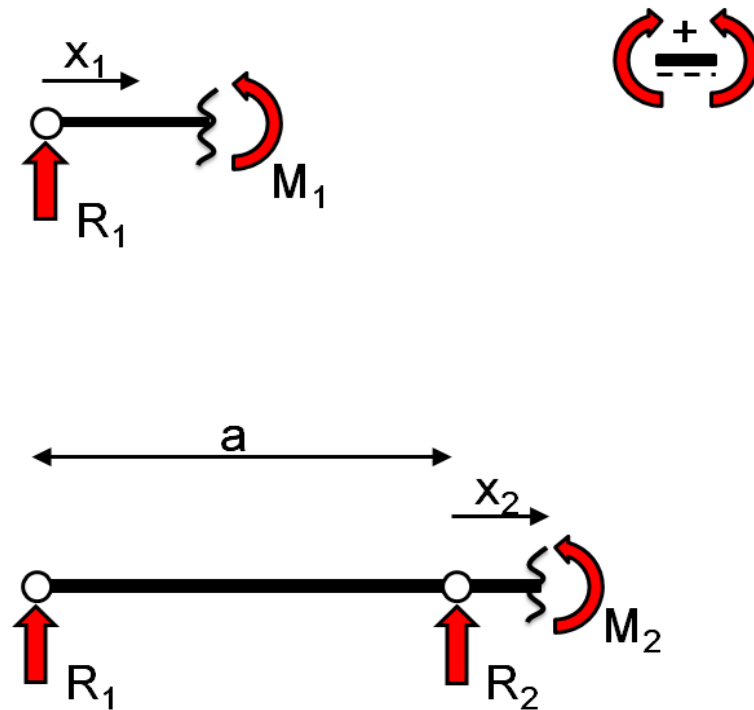


Figura 7.44 Procedura di calcolo dei momenti interni

$$M_1(x_1) = -F \frac{b}{a} x_1 \quad [7.6]$$

$$M_2(x_2) = F(x_2 - b) \quad [7.7]$$

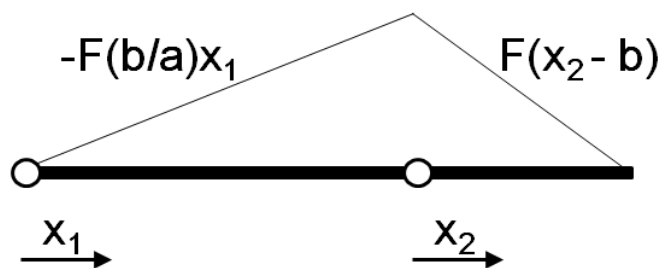


Figura 7.45 Diagramma dei momenti interni

Una volta noti i momenti interni si può procedere alla determinazione della freccia y sapendo che:

$$y_1''(x_1) = \frac{M_1(x_1)}{EJ} = \frac{1}{EJ} \left(-F \frac{b}{a} x_1 \right) \quad [7.8]$$

$$y_2''(x_2) = \frac{M_2(x_2)}{EJ} = \frac{1}{EJ} (Fx_2 - Fb) \quad [7.9]$$

Per determinare la freccia sarà sufficiente integrare le equazioni [7.8] e [7.9] e determinare il valore delle costanti imponendo le condizioni al contorno note.

Si studia ora la freccia nel tratto compreso tra i due vincoli.

$$y_1''(x_1) = \frac{M_1(x_1)}{EJ} = \frac{1}{EJ} \left(-F \frac{b}{a} x_1 \right) \quad [7.10]$$

$$y_1'(x_1) = \frac{1}{EJ} \left(-F \frac{b}{a} \frac{x_1^2}{2} + A \right) \quad [7.11]$$

$$y_1(x_1) = \frac{1}{EJ} \left(-F \frac{b}{a} \frac{x_1^3}{6} + Ax_1 + B \right) \quad [7.12]$$

Imponendo la freccia nulla all'estremo vincolato con la cerniera si ottiene che:

$$y_1(0) = \frac{1}{EJ} \left(-F \frac{b}{a} \cdot \frac{0}{6} + A \cdot 0 + B \right) = \frac{B}{EJ} = 0 \quad [7.13]$$

$$B = 0 \quad [7.14]$$

Imponendo la freccia nulla al punto vincolato con il carrello si ottiene che:

$$y_1(a) = \frac{1}{EJ} \left(-F \frac{b}{a} \frac{a^3}{6} + Aa \right) = 0 \quad [7.15]$$

$$-Fb \frac{a^2}{6} + Aa = 0 \quad [7.16]$$

$$A = \frac{Fba}{6} \quad [7.17]$$

La freccia nel tratto compreso tra i due vincoli risulta essere dunque:

$$y_1(x_1) = \frac{1}{EJ} \left(-F \frac{bx_1^3}{a} + \frac{Fba}{6} x_1 \right) \quad [7.18]$$

Si studia ora la freccia nel tratto comprendente l'estremo libero.

$$y_2''(x_2) = \frac{M_2(x_2)}{EJ} = \frac{1}{EJ} (Fx_2 - Fb) \quad [7.19]$$

$$y_2'(x_2) = \frac{1}{EJ} \left(F \frac{x_2^2}{2} - Fbx_2 + C \right) \quad [7.20]$$

$$y_2(x_2) = \frac{1}{EJ} \left(F \frac{x_2^3}{6} - Fb \frac{x_2^2}{2} + Cx_2 + D \right) \quad [7.21]$$

Imponendo la freccia nulla al punto vincolato con il carrello si ottiene che:

$$y_2(0) = \frac{1}{EJ} \left(F \cdot \frac{0}{6} - Fb \cdot \frac{0}{2} + C \cdot 0 + D \right) = 0 \quad [7.22]$$

$$D = 0 \quad [7.23]$$

Imponendo l'uguaglianza delle derivate dei due tratti nel punto vincolato da cerniera si ottiene che:

$$y_1'(a) = y_2'(0) \quad [7.24]$$

$$\frac{1}{EJ} \left(-F \frac{ba^2}{a} + \frac{Fba}{6} \right) = \frac{1}{EJ} \left(F \cdot \frac{0}{2} - Fb \cdot 0 + C \right) \quad [7.25]$$

$$-\frac{Fba}{2} + \frac{Fba}{6} = C \quad [7.26]$$

$$C = -\frac{Fba}{3} \quad [7.27]$$

La freccia nel tratto comprendente l'estremo libero risulta dunque essere:

$$y_2(x_2) = \frac{1}{EJ} \left(F \frac{x_2^3}{6} - Fb \frac{x_2^2}{2} - \frac{Fba}{3} x_2 \right) \quad [7.28]$$

Si può ora calcolare la freccia nel punto di interesse, ovvero l'estremo libero:

$$y_2(b) = \frac{1}{EJ} \left(F \frac{b^3}{6} - Fb \frac{b^2}{2} - \frac{Fba}{3} b \right) \quad [7.29]$$

Attraverso opportune sostituzioni si ottiene che:

$$y_2(b) = -\frac{Fb^2L}{3EJ} = f_{cer-car} \quad [7.30]$$

Sapendo che la freccia di una trave incastrata, nel suo estremo libero, corrisponde a [4]:

$$f_{inc} = -\frac{FL_0^3}{3EJ} \quad [7.31]$$

è possibile imporre la medesima freccia per entrambi i casi e trovare la lunghezza della trave incastrata equivalente:

$$f_{inc} = f_{cer-car} \quad [7.32]$$

$$-\frac{FL_0^3}{3EJ} = -\frac{Fb^2L}{3EJ} \quad [7.33]$$

$$L_0^3 = b^2L \quad [7.34]$$

$$L_0 = \sqrt[3]{b^2L} \quad [7.35]$$

7.4. APPENDICE IV: SENSIBILITÀ DELL'RCSA ALL'ERRORE SUI MODELLI DEGLI UTENSILI

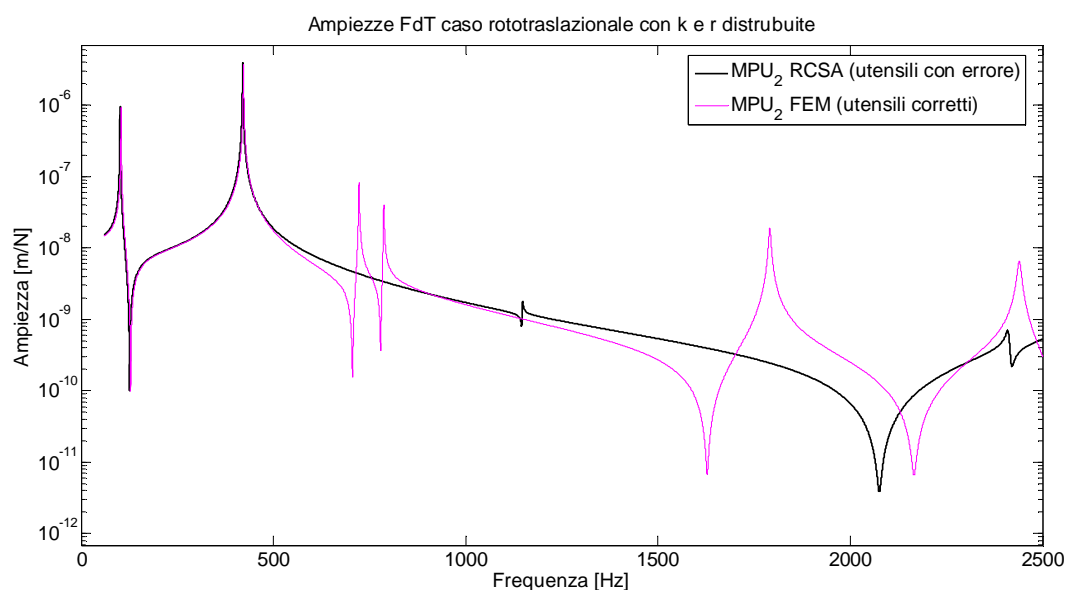
In questa sezione si vuole valutare quanto un errore nella modellazione degli utensili possa influire sulla buona stima della FRF ricercata da parte della tecnica dell'RCSA. Ci si limiterà ad una valutazione solo qualitativa, sufficiente però a trarre importanti conclusioni, attraverso una simulazione Matlab dell'applicazione della tecnica dell'RCSA. Partendo da una condizione nota MPU1, si cercherà di ottenere mediante IRCSA il valore della connessione tra MP e U1 e, con l'RCSA, si calcoleranno le FRFs della struttura MPU2. In tutto il processo, le FRFs degli utensili saranno ottenute da modelli di utensili che presenteranno un errore sul diametro.

DATI CILINDRI	
Modulo elastico	210000 N/m ²
Densità	7890 kg/m ³
Lunghezza B	2 m
Diametro esterno B	0,6 m
Diametro interno B	0,3 m
Lunghezza A	1,6 m
Diametro A	0,3 m
Lunghezza A' (parte esterna)	0,5 m
Diametro A' (parte esterna)	0,15 m
Lunghezza sup. di connessione	0,5 m
k_t complessiva	$1 \cdot 10^{11}$ N/m
k_r complessiva	$1 \cdot 10^{11}$ N/rad
r_t complessiva	$1 \cdot 10^4$ Ns/m
r_r complessiva	$1 \cdot 10^4$ Ns/rad
Errore sui diametri di A e A'	-2,5%

Tabella 7.10 Dati dei cilindri connessi con la connessione distribuita

Come si può osservare dalla Tabella 7.10, l'errore sui diametri è solo di 2,5%, il diametro di A dunque risulta essere 0,2925 m e il diametro di A' 0,1462 m. Con

questo errore sui diametri si osserva che l'errore sulle aree è del 5% mentre sui momenti d'inerzia è del 10%.



Si può osservare che anche un errore molto lieve può generare errori evidenti in fase di determinazione delle FRFs. Anche se questo studio è solo di tipo qualitativo si intuisce la necessità di prestare attenzione in fase di modellazione degli utensili. La modellazione di utensili dalle geometrie complesse può risultare alquanto complessa e laboriosa e quindi, perché l'RCSA possa essere una tecnica affidabile e, al tempo stesso, applicabile con rapidità, sarebbe opportuno che le ditte fornitrici degli utensili rendessero disponibile almeno il comportamento dinamico degli utensili da loro prodotti.

7.5. APPENDICE V: VARIAZIONE DELLA STIMA DELL'FRF P MEDIANTE FORMULA DI SCHMITZ AL VARIARE DELLA SNELLEZZA DELL'OGGETTO STUDIATO

La formula proposta da T. L. Schmitz per calcolare l'FRF P (vedi eq. [3.100]), come si è mostrato nel paragrafo 3.3.3, pur individuando piuttosto bene i picchi di risonanza dell'FRF P effettiva, ad essa aggiunge alcuni picchi corrispondenti agli

zeri dell'FRF H. Questo fenomeno, ben evidente su modelli ad elementi finiti, è presente ma in modo più attenuato anche in FRFs P ricavate sperimentalmente (Vediparagrafi 5.3.1 e 5.3.2 e Figura 5.29 e Figura 5.35). Lo studio che si vuole fare in questa sezione ha lo scopo di individuare per quali casi questo fenomeno si riscontra in modo più evidente e per quali casi invece la presenza di picchi aggiunti appare trascurabile. Questo studio, di carattere solo qualitativo, valuterà l'influenza della snellezza dell'oggetto studiato sulla stima dell'FRF P attraverso la formula proposta da Schmitz e, per fare questo, ci si avvarrà di modelli FEM di cilindri che, a parità di lunghezza, presenteranno diametro variabile.

DATI CILINDRO "L/D" variabile					
Modulo elastico	210000 N/m ²				
Densità	7890 kg/m ³				
Lunghezza	2.00 m				
Valori di "D"	2.00 m	0.667 m	0.40 m	0.20 m	0.10 m
Rapporto "L/D"	1	3	5	10	20

Tabella 7.11 Dati Cilindro con "L/D" variabile

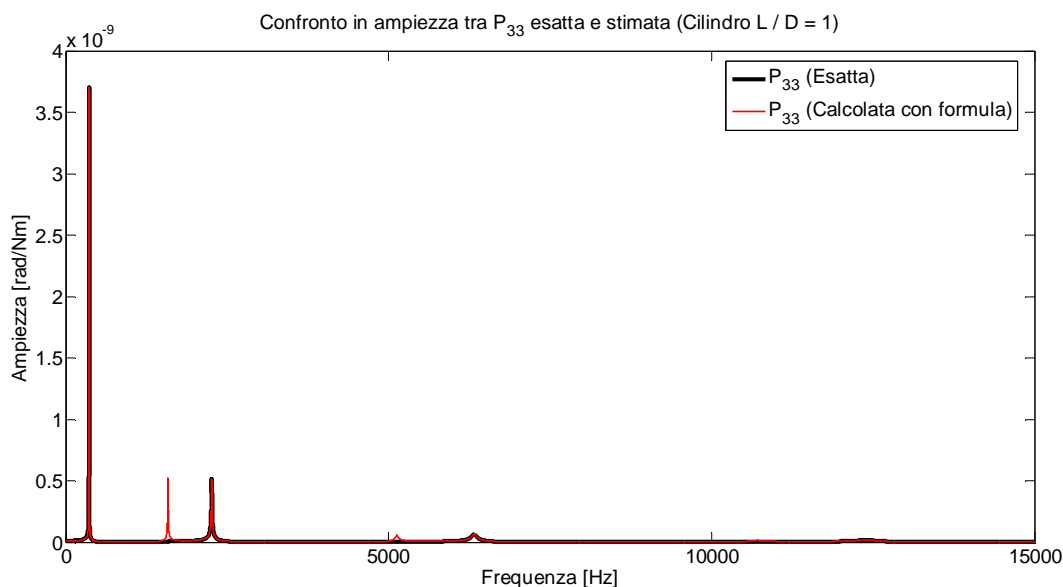


Figura 7.47 Confronto FRFs P con rapporto L/D = 1

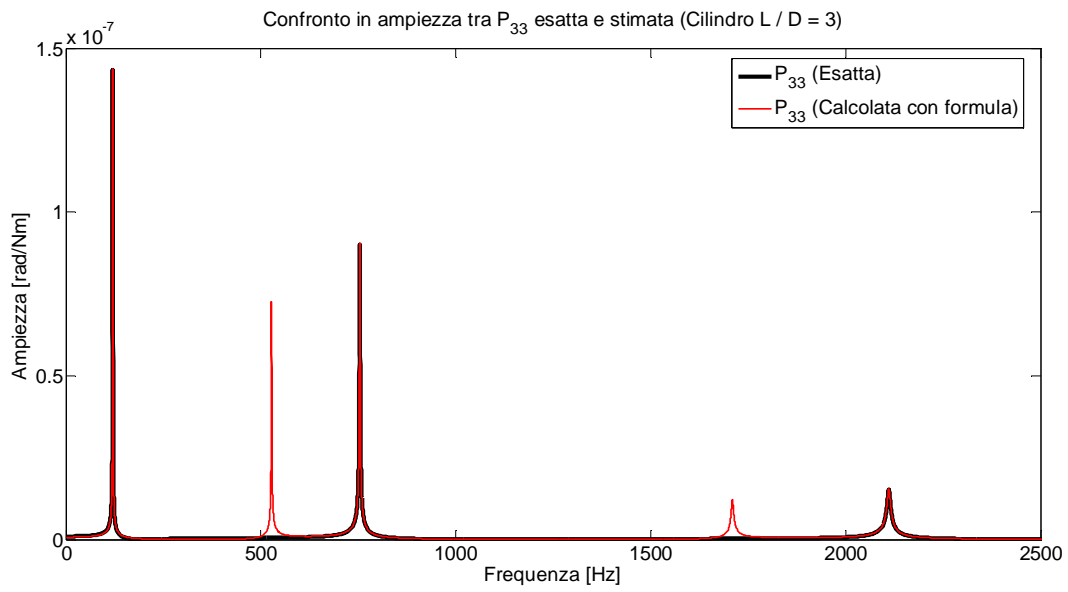


Figura 7.48 Confronto FRFs P con rapporto $L/D = 3$

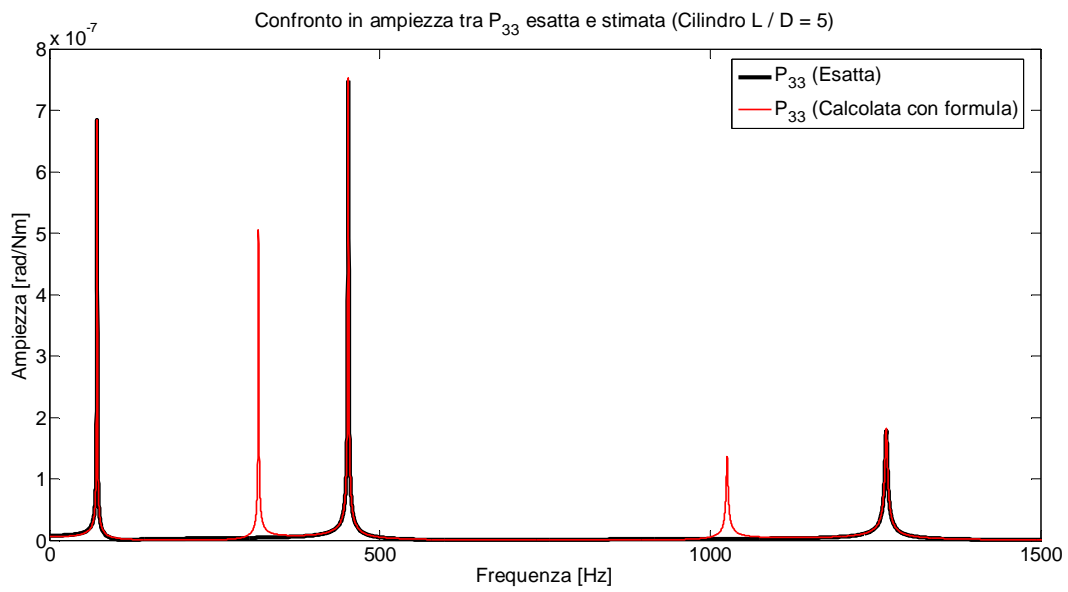


Figura 7.49 Confronto FRFs P con rapporto $L/D = 5$

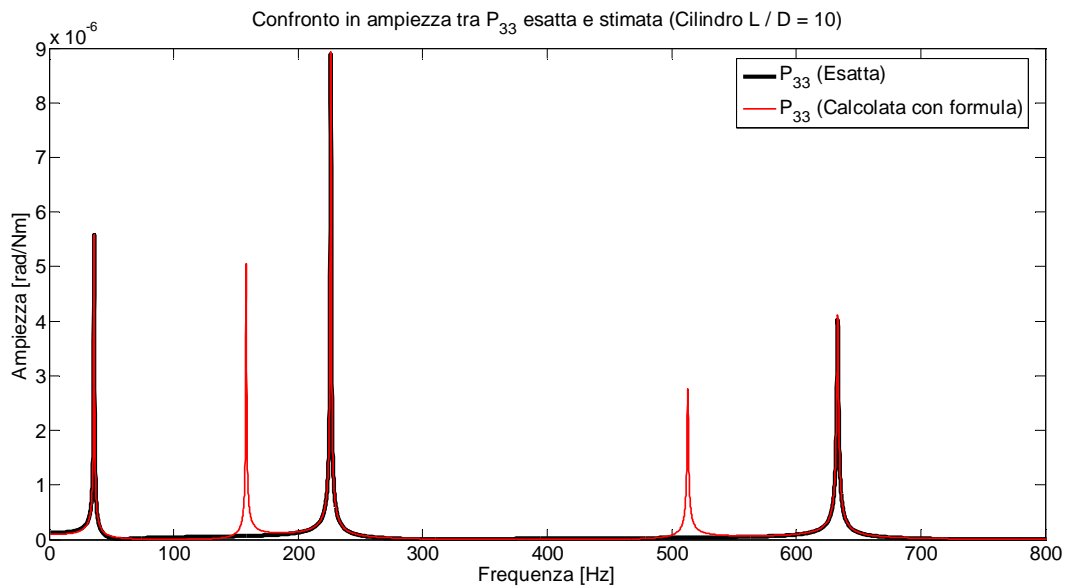


Figura 7.50 Confronto FRFs P con rapporto $L/D = 10$

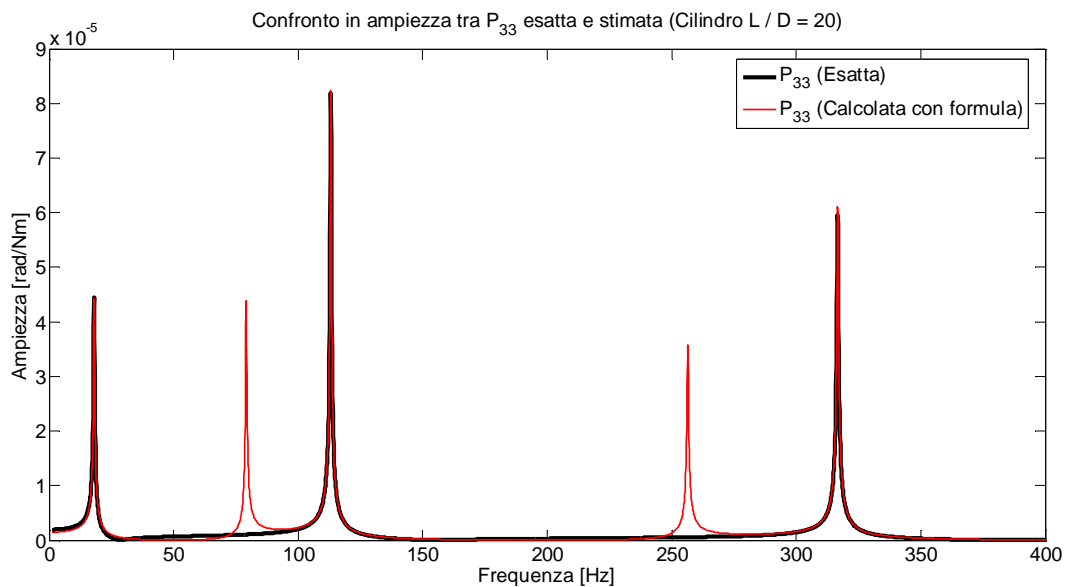


Figura 7.51 Confronto FRFs P con rapporto $L/D = 20$

Si può osservare che all'aumentare della snellezza del cilindro la prima risonanza decresce e aumenta l'influenza del secondo e del terzo modo di vibrare. Con essi aumenta anche l'influenza dei picchi aggiunti a causa degli zeri dell'FRF H invertita nella formula di Schmitz. Si osserva anche una collocazione a frequenze sempre più basse delle risonanze e, di conseguenza, dei picchi aggiunti. Si può dunque

concludere che la formula proposta da Schmitz è particolarmente inadeguata quando si vuole stimare l'FRF P di strutture molto snelle e con diverse risonanze nel campo di frequenza di interesse.

8. BIBLIOGRAFIA

- [1] Santochi M., Giusti F. *Tecnologia meccanica e studi di fabbricazione*, 2 ed. Milano: Casa Editrice Ambrosiana (2000)
- [2] Ewins, D. J., *Modal Testing: Theory, Practice and Application*, 2nd ed Research Studies Press, Philadelphia, PA (2000)
- [3] Rossi M. (cur.), Mandelli M. (cur.), *Manuale Delle Macchine Utensili*, Casa Editrice Tecniche Nuove (2002)
- [4] Liberatore A. (cur.), Poggi M. (cur.), Stianti A (cur.), *Manuale Cremonese Di Meccanica – Parte Specialistica Vol. IV*, Casa Editrice Cremonese, (2002)
- [5] Diana G., Cheli F., *Dinamica Dei Sistemi Meccanici Vol 1&2*, Casa Editrice Polipress (2010)
- [6] Schmitz T., Donaldson R., *Predicting High-Speed Machining Dynamics By Substructure Analysis*, Annals of the CIRP, 49/1, pp. 303-308 (2000).
- [7] Schmitz T., Davies M., Medicus K., Snyder J., *Improving High-Speed Machining Material Removal Rates By Rapid Dynamic Analysis*, Annals of the CIRP, 50/1, pp. 263-269 (2001).
- [8] Schmitz T., Davies M., Kennedy M., *Tool Point Frequency Response Prediction For High-Speed Machining By RCSA*, Journal of Manufacturing Science and Technology, Transactions of the ASME, 123: 700-707 (2001).

- [9] Schmitz T., Burns J., *Receptance Coupling For High-Speed Machining Dynamics Prediction*, Proceedings of IMAC-XXI: Conference & Exposition on Structural Dynamics (2003).
- [10] Park S., Altintas Y., Movahhedy M., *Receptance Coupling For End Mills*, International Journal of Machine Tools & Manufacture 43: 889–896 (2003).
- [11] Kivanc E., Budak E., *Structural Modeling Of End Mills For Form Error And Stability Analysis*, International Journal of Machine Tools & Manufacture 44: 1151–1161 (2004).
- [12] Agapiou J., *A Methodology To Measure Joint Stiffness Parameters For Toolholder - Spindle Interfaces*, Journal of Manufacturing Systems, Vol. 24/No. 1 (2005).
- [13] Schmitz T., Duncan G., *Three-Component Receptance Coupling Substructure Analysis For Tool Point Dynamics Prediction*, Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME, 127: 781-790 (2005).
- [14] Cheng C., Schmitz T., Arakere N., Duncan G., *An Approach For Micro End Mill Frequency Response Predictions*, Proceedings of 2005 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition IMECE2005-81215 Orlando, Florida USA (2005)
- [15] Schmitz T., Duncan G., *An Improved RCSA Model for Tool Point Frequency Response Prediction*, Proceedings of IMAC-XXIII: Conference & Exposition on Structural Dynamics (2005).

-
- [16] Movahhedy M. Gerami J., *Prediction Of Spindle Dynamics In Milling By Sub-Structure Coupling*, International Journal of Machine Tools & Manufacture 46: 243–251 (2006)
- [17] Ertürk A., Özgüven H., Budak E., *Analytical Modeling Of Spindle–Tool Dynamics On Machine Tools Using Timoshenko Beam Model And Receptance Coupling For The Prediction Of Tool Point FRF*, International Journal of Machine Tools & Manufacture 46: 1901–1912 (2006).
- [18] Namazi M., Altintas Y., Abe T., Rajapakse N., *Modeling And Identification Of Tool Holder–Spindle Interface Dynamics*, International Journal of Machine Tools & Manufacture 47: 1333–1341 (2007).
- [19] Schmitz T., Powell K., Won D., Duncan, G., Sawyer, W., Ziegert J., *Shrink Fit Tool Holder Connection Stiffness/Damping Modeling For Frequency Response Prediction In Milling*, International Journal of Machine Tools & Manufacture 47: 1368–1380 (2007)
- [20] Park S., Chae J., *Joint Identification Of Modular Tools Using A Novel Receptance Coupling Method*, International Journal of Manufacturing Science and Technology 35:1251–1262 (2008)
- [21] Mascardelli B., Park S., Freiheit T., *Substructure Coupling Of Microend Mills To Aid In The Suppression Of Chatter*, Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME, 130: 011010-1-12 (2008).

- [22] Van Dijck K., *Identification Machine Dynamics In High-Speed Milling*, Rel Nijmeijer H., Tesi datt. Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven, 2008
- [23] University of Florida Research Foundation, *System And Method For Tool Point Prediction Using Multi-component Receptance Coupling Substructure Analysis*, Inventore: T. L. Schmitz and G. S. Duncan. Class. int.: G06G 7/48. Class. USA: 703/7. USA, brevetto, 0195364, 2008-08-14
- [24] Ahmadian H., Nourmohammadi M., *Tool Point Dynamics Prediction By A Three-Component Model Utilizing Distributed Joint Interfaces*, International Journal of Machine Tools & Manufacture 50: 998–1005 (2010)
- [25] <http://www.bctechnology.it/>