

POLITECNICO DI MILANO
Facoltà di Ingegneria dei Sistemi
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Biomedica



SVILUPPO DI UN SIMULATORE OTTICO
PER LA PROGETTAZIONE DI UNA GAMMA CAMERA
IN MEDICINA NUCLEARE

Relatore: Prof. Carlo FIORINI
Correlatori: Ing. Paolo BUSCA
Ing. Alessandro MARONE

Tesi di Laurea Magistrale di:
Michele OCCHIPINTI
Matr. n. 749971

Anno Accademico 2010-2011

Indice

Indice delle figure.....	5
Indice delle tabelle.....	11
Sommario.....	12
Summary.....	17
Capitolo 1: Medicina nucleare e gamma camera.....	22
1.1. Introduzione.....	23
1.2. Interazione delle radiazioni con la materia.....	25
1.3. Rivelatori di raggi gamma.....	30
1.4. Architettura di una gamma camera.....	34
1.5. Parametri di merito di una gamma camera.....	38
1.6. Metodi di ricostruzione dell'immagine.....	40
1.6.1. Metodo del baricentro.....	40
1.6.2. Metodo della stima di massima verosimiglianza.....	41
Capitolo 2: Modelli di riflessione.....	42
2.1. Principi sulla riflessione.....	46
2.1.1. Equazioni di Fresnel.....	47
2.1.2. Riflessione diffusa.....	51
2.1.3. Back-Reflection.....	53
2.2. Modelli di rugosità.....	53
2.2.1. Modello basato sull'altezza.....	54
2.2.2. Modello basato sulla pendenza.....	55
2.3. Modelli di riflessione di superficie.....	57
2.3.1. Modello di Beckmann-Spizzichino.....	58
2.3.2. Modello di Torrance-Sparrow.....	60
2.4. Riflessione della luce nei cristalli scintillatori.....	63
2.4.1. Risultati sperimentali sui rivestimenti.....	66
2.4.2. Risultati sperimentali sul trattamento della parete del cristallo.....	69

2.5. Modello UNIFIED.....	72
2.5.1. Considerazioni.....	75
Capitolo 3: Simulatore.....	76
3.1. Implementazione del simulatore.....	77
3.2. Struttura del simulatore.....	78
3.2.1 Simulatore di interazioni gamma	81
3.2.2 Generatore di eventi nel cristallo.....	81
3.2.3 Simulatore di traiettorie fotoniche.....	82
3.2.4 Paradossi.....	87
3.2.5 Accoppiamento ottico.....	89
3.2.6 Interazione con gli SDD e generazione di carica.....	89
3.2.7 Vantaggi e limiti del simulatore.....	89
3.3. Interfaccia grafica.....	91
3.3.1 Finestra dei parametri fisici e geometrici.....	91
3.3.2 Finestra per la generazione di eventi	96
3.3.3 Finestra per l'impostazione dei parametri di calcolo.....	98
3.4. Considerazioni sul tempo di calcolo.....	99
3.5. Output del simulatore.....	101
3.5.1 Immagine.....	101
3.5.2 Spettro delle energie.....	106
3.5.3 Distribuzione del numero di SDD coinvolti.....	109
3.5.4 Distribuzione del numero di elettroni rivelati.....	110
3.6. Filtraggio.....	111
3.6.1 Numero di SDD coinvolti.....	111
3.6.2 Rumore e Soglia del rumore.....	112
3.6.3 Energia Minima e Massima	113
3.7. Considerazioni sulla rugosità nelle simulazioni.....	113
3.7.1 Comportamento dell'immagine ricostruita.....	114
3.7.2 Comportamento dello spettro delle energie.....	117

Capitolo 4: Risultati.....	121
4.1. Set-up e misure sperimentali.....	122
4.1.1. Set-up sperimentale.....	123
4.1.2. Misure sperimentali.....	126
4.2. Ricerca dei parametri di simulazione.....	129
4.2.1. Parametri di rugosità.....	129
4.2.2. Geometria del cristallo ed accoppiamento con il piano dei rivelatori.....	130
4.2.3. Indici di rifrazione.....	130
4.2.4. Parametri del modello UNIFIED.....	134
4.2.5. Distribuzione degli eventi nel cristallo.....	135
4.3. Risultati dei confronti e validazione del simulatore.....	137
4.3.1. Prove di Flood.....	137
4.3.2. Prove a Z costanti.....	148
4.4. Risultati con il metodo della massima verosimiglianza.....	156
Conclusioni e prospettive future.....	162
Bibliografia.....	164

Indice delle figure

Figura 1.1: Rappresentazione grafica della legge di assorbimento di Beer-Lambert: la radiazione che attraversa il materiale viene parzialmente assorbita secondo un andamento esponenziale.....	27
Figura 1.2: Comportamento del coefficiente di attenuazione μ nello ioduro di sodio (NaI) in funzione dell'energia della radiazione assorbita. La curva è una composizione dei fattori legati all'assorbimento fotoelettrico e all'effetto Compton, che interviene maggiormente per più alte energie.....	28
Figura 1.3: Regioni di dominanza dei tre fenomeni legati all'assorbimento dei fotoni, in funzione dell'energia del fotone e del numero atomico del materiale attraversato. Nella scelta del materiale utilizzato per l'assorbimento della radiazione si preferiranno quelli a più alta Z, in maniera da massimizzare l'assorbimento di tipo fotoelettrico.....	30
Figura 1.4: Schema del principio di assorbimento e riemissione di fotoni in un materiale scintillatore. La radiazione ionizzante viene assorbita e provoca la promozione di un elettrone dalla banda di valenza a quella di conduzione. In seguito, l'elettrone torna al suo livello di equilibrio attraverso degli stati attivati, emettendo fotoni di fluorescenza.....	31
Figura 1.5: Variazione relativa di Yield in funzione della temperatura nel cristallo di CsI attivato con Tallio (Tl) e con Sodio (Na).	34
Figura 1.6: Schema generale delle componenti principali di una gamma camera.....	35
Figura 1.7: Accoppiamento ottico tra cristallo scintillatore e piano dei rivelatori mediante grasso ottico. L'immagine mostra anche un fenomeno di scintillazione provocato dall'assorbimento di un raggio gamma. La luce prodotta si propaga nel cristallo, riflette su alcune pareti e su altre viene assorbita. Solo la luce che cade sulla parete bassa del cristallo può essere misurata dal piano di rivelatori.....	36
Figura 1.8: Immagine descrittiva di un rivelatore Silicon Drift Detector (SDD) e delle sue componenti. Si possono notare gli anelli di polarizzazione, il fet integrato al centro e il percorso degli elettroni dalla zona di generazione fino all'anello dell'anodo.....	36
Figura 1.9: Schema descrittivo della raccolta degli elettroni sull'anodo mediante campo di deriva. Il profilo del campo elettrico nel volume del rivelatore viene regolato tramite gli elettrodi ad anello superiori e l'elettrodo di back inferiore.....	37
Figura 1.10: Matrice di rivelatori costituita da 5 array da 5 SDD ciascuno. Una delle due estremità presenta dello spazio per alloggiare i bonding di connessione per la trasmissione dei dati. A titolo di esempio, in figura sono indicate le aree morte di rivelazione intorno al quarto array.....	38
Figura 1.11: Picco di energia nel segnale con energia di massimo e FWHM.....	39
Figura 2.1: Geometria di una riflessione speculare ideale e relativo grafico di riflettenza (nell'esempio, l'angolo di incidenza è posto a $\theta_i=45^\circ$).....	46
Figura 2.2: Geometria della rifrazione di luce all'interfaccia tra due materiali dielettrici differenti. L'angolo di rifrazione è calcolato mediante la legge di Snell.....	47

Figura 2.3: Coefficiente di riflessione in funzione dell'angolo quando $n_1 < n_2$ (sinistra) e quando $n_1 > n_2$ (destra). Nel secondo caso si identifica l'angolo critico, oltre il quale tutta la radiazione incidente viene riflessa	49
Figura 2.4: coefficiente di riflessione all'interfaccia tra aria ($n_1=1$) e alluminio ($n_2=1.015192+i \quad 6.6273$) ad una lunghezza d'onda $\lambda=550\text{nm}$. Il valore di riflessione rimane nell'intorno del 90%, il che fa dell'alluminio un ottimo riflettore.....	50
Figura 2.5: coefficiente di riflessione all'interfaccia tra aria e carbon black ($n_2=1.85+i \quad 0.71$). Per bassi angoli di riflessione la quantità di luce riflessa è minima, rendendo il materiale un buon assorbitore di luce (per la $\lambda=550\text{nm}$).....	50
Figura 2.6: Fenomeni di scatter interno che provocano la riflessione diffusa della luce dalla superficie.....	51
Figura 2.7: Parametri geometrici per la descrizione dei fenomeni di riflessione nello spazio.....	52
Figura 2.8: Grafico di riflettanza della luce diffusa da una superficie diffusiva lambertiana in funzione dell'angolo di riflessione θ_r	52
Figura 2.9: esposizione schematica del fenomeno di back-reflection su di una superficie che presenta delle irregolarità. Le linee rosse indicano la direzione della luce incidente, quelle gialle la luce riflessa.....	53
Figura 2.10: Sistema di coordinate per la definizione della rugosità nel modello basato sull'altezza. La superficie mostrata è un'immagine microscopica di una lastra di allumina.....	54
Figura 2.11: profili di superfici casuali con stessa statistica di distribuzione delle altezze e distanza di correlazione piccola (a) e grande (b).....	55
Figura 2.12: superficie ruvida descritta come una collezione di micro-piani. Ogni piano è descritto da un versore perpendicolare al micro-piano stesso e inclinato di un angolo α rispetto alla normale alla superficie.....	56
Figura 2.13: Riflettanza della luce per angoli di incidenza da 0 a 75 gradi, su di una superficie che implementa il modello di Beckmann-Spizzichino per $g=0,002$ e $T=0,01$. Si verifica che l'unico effetto dominante è la riflessione speculare pura.....	59
Figura 2.14: Riflettanza della luce per angoli di incidenza da 0 a 75 gradi, su di una superficie che implementa il modello di Beckmann-Spizzichino per $g=0,33$ e $T=0,01$. L'aumento del parametro di ruvidità provoca la dispersione della luce riflessa nell'intorno del picco di riflessione speculare.....	59
Figura 2.15: Riflettanza della luce per angoli di incidenza da 0 a 75 gradi, su di una superficie che implementa il modello di Torrance-Sparrow per $\sigma_\alpha=1$. L'aumento dell'ampiezza del picco è dovuta ad un fattore geometrico ed è proporzionale a $1/\cos(\theta_i)$	62
Figura 2.16: Riflettanza della luce per angoli di incidenza da 0 a 75 gradi, su di una superficie che implementa il modello di Torrance-Sparrow per $\sigma_\alpha=7$. Per alti livelli di rugosità, il picco di riflessione si disperde su una gamma maggiore di angoli di riflessione, secondo una distribuzione gaussiana con media intorno all'angolo speculare.	

All'aumentare dell'angolo di incidenza (vedi curva a $\theta_i=75$ gradi) si incorre in fenomeni limite e la curva normale perde la sua forma.....	62
Figura 2.17: Set-up per la misura della luce riflessa dalla parete interna di un cristallo scintillatore: un fascio laser colpisce il punto centrale della parete interna di un cristallo di BGO. La luce riflessa si propaga e fuoriesce dal cristallo, dove può essere misurata da un array di fotorivelatori (fotodiodi pin) organizzati su di un arco mobile.....	64
Figura 2.18: (a) Pellicola di alluminio. (b) Pannelli di Teflon®. (c) Lumirror. (d) Melinex. (e) Tyvek.....	65
Figura 2.19: A destra, misure della riflettanza della parete del cristallo di BGO con rivestimento in alluminio (materiale riflettente). I picchi fanno riferimento a diversi angoli di incidenza del fascio luminoso. A sinistra, il risultato del modello di Beckmann-Spizzichino per $g=10$ e $T=0,05$	66
Figura 2.20: Misure della riflettanza della parete del cristallo di BGO con rivestimento in vernice di TiO_2 (materiale diffusivo). Per bassi angoli d'incidenza il comportamento della riflessione è modellizzabile tramite la teoria lambertiana di diffusione. Per alti θ_i compare una componente di picco speculare lobato.....	67
Figura 2.21: Frazioni della componente lambertiana e speculare della luce riflessa al variare dell'angolo d'incidenza nei materiali a comportamento diffusivo.....	68
Figura 2.22: Misure della riflettanza della parete del cristallo di BGO con rivestimento in Tyvek® (materiale complesso) per diversi angoli di incidenza.	68
Figura 2.23: Coefficiente di riflessione dell'interfaccia tra cristallo e aria a seconda del trattamento.....	69
Figura 2.24: Grafici logaritmici della riflettanza della parete del cristallo trattata con levigatura meccanica, quando colpita da un raggio laser con un angolo d'incidenza di 34 gradi (a), 62 gradi (b).....	70
Figura 2.25: Grafici logaritmici della riflettanza della parete del cristallo trattata tramite etching chimico, quando colpita da un raggio laser con un angolo d'incidenza di 34 gradi (c), 62 gradi (d).....	71
Figura 2.26: Grafici logaritmici della riflettanza della parete ruvida del cristallo, quando colpita da un raggio laser con un angolo d'incidenza di 34 gradi (e), 62 gradi (f).....	72
Figura 2.27: Grafico polare dell'intensità radiante di luce riflessa e trasmessa, simulata tramite il modello UNIFIED. Il modello descrive la luce riflessa totale come una composizione di luce riflessa speculare pura, speculare lobata, di backscattering e diffusa.....	73
Figura 3.1: Geometria reale (sinistra) e simulata (destra) di un cristallo di ioduro di Cesio con attivatore Tallio: CsI(Tl).....	78
Figura 3.2: Geometria reale (sinistra) e simulata (destra) del piano di rivelatori. Si possono identificare gli SDD quadrati, organizzati in array da 5 per fila, e le aree morte tra i rivelatori.....	79
Figura 3.3: Diagramma di flusso che sintetizza il funzionamento complessivo del simulatore della gamma camera Hicam.....	80

Figura 3.4: distribuzione di 10000 eventi di scintillazione simulati all'interno dello stesso cristallo di CsI. Le sorgenti sono poste ad una distanza tale da supportare uniforme la distribuzione sul piano xy (lunghezza e larghezza). Le sorgenti di radiazioni sono il ^{137}Cs (sinistra) e il ^{57}Co (destra).....	81
Figura 3.5: Coordinate polari per la definizione del vettore direzione di ogni singolo fotone.....	82
Figura 3.6: Diagramma di flusso che espone il funzionamento complessivo del simulatore di traiettorie dei fotoni.....	83
Figura 3.7: Coordinate della normale n' al micro-piano.....	84
Figura 3.8: Descrizione grafica del processo di selezione casuale del tipo di riflessione subita da un fotone. La freccia nera rappresenta il puntatore generato da una distribuzione uniforme standard.....	85
Figura 3.9: Esempio di paradosso del primo tipo.....	87
Figura 3.10: Esempio di paradosso del secondo tipo.....	88
Figura 3.11: Esempio di paradosso del terzo tipo.....	88
Figura 3.12: Finestra dell'interfaccia grafica per l'inserimento dei parametri fisici e geometrici.....	92
Figura 3.13: Visualizzazione tridimensionale della geometria simulata.....	94
Figura 3.14: Test di una configurazione di parametri. Viene mostrato il punto dove si verifica l'evento di scintillazione e la traiettoria (linea tratteggiata) dei fotoni generati. I punti in rosso rappresentano il punto in cui riflettono dalla parete e il versore rosa corrisponde al n' del micro-piano che descrive la rugosità di superficie. Se il fotone è trasmesso, viene indicato con un versore direzione verde.....	95
Figura 3.15: Finestra dell'interfaccia grafica per la generazione degli eventi di scintillazione.....	96
Figura 3.16: Finestra della interfaccia grafica per l'impostazione dei parametri di simulazione.....	98
Figura 3.17: Immagine ricostruita di una serie di eventi prodotti dall'interazione tra una sorgente di Cesio137 e un cristallo di CsI(Tl) di dimensioni 61x52x20mm (sinistra). La sorgente è posta ad una distanza tale da irradiare uniformemente tutto il cristallo (destra).....	102
Figura 3.18: Immagine ricostruita di una prova di "flood" con sorgente di Cobalto su cristallo di CsI(Tl).....	103
Figura 3.19: Distribuzione simulata di una serie di eventi nel cristallo: l'evento A è situato ad una distanza di circa 18mm dal piano dei rivelatori; l'evento B, invece, è molto vicino.....	104
Figura 3.20: Istogrammi della distribuzione dei fotoni generati dall'evento A (sinistra) e B (destra) sulla matrice dei rivelatori.....	104
Figura 3.21: Griglia della matrice di SDD con sovrapposta l'immagine ricostruita degli eventi di bordo.....	105

Figura 3.22: Spettro energetico di una prova sperimentale di flood con Cesio137, misurato mediante il sistema Hicam ed un cristallo di CsI(Tl). A fianco è mostrata l'immagine ricostruita associata allo spettro.....	107
Figura 3.23 nello spettro delle energie e relativa immagine.....	107
Figura 3.24: Porzione dello spettro legata al picco di emissione del Cesio137 (662 keV) e relativa immagine ricostruita.....	108
Figura 3.25: Immagine ricostruita degli eventi relativi alla porzione di spettro tra 5500 e 6700 elettroni (sinistra) e tra 6700 e 7500 elettroni (destra).....	109
Figura 3.26: Istogramma sperimentale del numero di SDD coinvolti nella rivelazione degli eventi di scintillazione. Il grafico è relativo al picco energetico di figura 8.....	109
Figura 3.27: Curva sperimentale della distribuzione di luce su ciascun SDD (in ordine decrescente).....	110
Figura 3.28: eventi ricostruiti quando il numero di SDD coinvolti nella rivelazione è 1 (sinistra) e 2 (destra).....	112
Figura 3.29: Immagini ricostruite di una prova di flood con ^{60}Co e per diversi condizioni di rugosità ($s=0, 4, 8, 12, 16, 20$).....	115
Figura 3.30: Distribuzione dei fotoni sul piano dei rivelatori. Le diverse curve fanno riferimento a rugosità progressivamente crescenti: dalle più basse (tonalità di rosso) a quelle più alte (tonalità di blu).....	117
Figura 3.31: Spettri energetici simulati del ^{60}Co per diversi livelli di rugosità del cristallo.....	118
Figura 3.32: Andamento dei picchi massimi nello spettro delle energie in funzione della rugosità delle pareti del cristallo. Sono stati aggiunti dei dati simulati per le basse rugosità per migliorare la leggibilità della curva.....	119
Figura 3.33: Risoluzione energetica in funzione della rugosità delle pareti del cristallo..	120
Figura 4.1: Sistema di rivelazione di Hicam: l'immagine mostra lo strumento privo di due pareti e del coperchio per mostrare la posizione del cristallo al di sopra del piano dei rivelatori.....	123
Figura 4.2: Struttura di sostegno della gamma camera.....	124
Figura 4.3: Struttura di supporto della sorgente.....	125
Figura 4.4: Set-up sperimentale.....	125
Figura 4.5: Cristallo con rivestimento riflettente su parete superiore e assorbente ai lati.	126
Figura 4.6: Rappresentazione delle coordinate dei punti identificati dal fascio gamma proiettato sul cristallo.....	127
Figura 4.7: Coordinate dei punti orizzontali e obliqui.....	128
Figura 4.8: Descrizione delle coordinate Z di ingresso del fascio nel cristallo nelle prove a Z costante.....	128
Figura 4.9: Geometria del cristallo A (sinistra) e B (destra) e loro posizionamento sulla matrice dei rivelatori. Le aree di rivelazione scoperte sono segnalate in giallo, mentre quelle in cui il cristallo supera il limite della matrice sono in rosso.....	130
Figura 4.10: Curve di riflessione all'interfaccia tra colla e carta nera assorbente. Le diverse curve fanno riferimento al tipo di pigmento contenuto nella carta.....	133

Figura 4.11: Simulazione della distribuzione della luce riflessa (relativa rispetto alla quantità di luce incidente) da una parete di CsI(Tl) a contatto con l'aria. L'angolo d'incidenza del fascio di luce è 45°. L'angolo di riflessione è θ , mentre si è effettuata una integrazione dei dati in ϕ	134
Figura 4.12: Descrizione geometrica dell'allargamento del fascio ad una distanza D dall'uscita del foro del collimatore.....	135
Figura 4.13: Distribuzione degli eventi nelle prove a Z costante. Il fascio di radiazione è centrato ad un'altezza Z=10 mm. Si è ipotizzato un fascio entrante da sinistra.....	136
Figura 4.14: Spettri energetici del Cesio nei tre casi simulati: caso A = cristallo ruvido per imaging; caso B = cristallo liscio-per imaging; caso C = cristallo ruvido-per spettrografia. Gli spettri rispettano i comportamenti osservati in letteratura.....	138
Figura 4.15: Spettri energetici del Cesio nei tre casi misurati durante le prove sperimentali: i dati confermano i risultati ottenuti tramite il simulatore.....	139
Figura 4.16: Rapporto tra i picchi degli spettri nel caso delle misure sperimentali e delle prove simulate. La retta $Y=0,9021 \cdot X+4743$ (in nero) interpola i dati con un coefficiente di correlazione lineare $R^2=0,9995$	140
Figura 4.17: Simulazione del gradiente di temperatura all'interno di un cristallo di CsI(Tl) con la base inferiore a contatto con un piano di rivelatori raffreddato ad una temperatura di -10°C.....	141
Figura 4.18: Immagine simulata (sinistra) e sperimentale (destra) ricostruita della prova di flood per il cristallo liscio nella configurazione per imaging (caso B). Per i limiti dovuti all'uso del metodo del baricentro, il FOV risulta ridotto rispetto alle dimensioni del cristallo.....	142
Figura 4.19: Immagine simulata (sinistra) e sperimentale (destra) ricostruita della prova di flood per il cristallo rugoso nella configurazione per imaging (caso A). La rugosità provoca una distribuzione più uniforme della luce sui rivelatori, quindi un FOV ridotto rispetto al caso di cristallo con pareti lisce.....	143
Figura 4.20: Immagine simulata (sinistra) e sperimentale (destra) ricostruita della prova di flood per il cristallo rugoso nella configurazione per spettroscopia (caso C). I rivestimenti riflettenti disperdono la luce sul piano dei rivelatori, molto più di quanto non accada nei casi A e B. Ne risulta un FOV molto ridotto. Il rivelatore con la croce rossa sopra non ha prodotto segnale a causa di un malfunzionamento.....	143
Figura 4.21: Distribuzione relativa dei fotoni totali sui 25 rivelatori nel caso A. La distribuzione è stata ordinata in maniera decrescente.....	145
Figura 4.22: : Confronto della distribuzione relativa dei fotoni totali sui 25 rivelatori nel caso B.....	146
Figura 4.23: Confronto della distribuzione relativa dei fotoni totali sui 25 rivelatori nel caso C. Il dato sperimentale subisce una deviazione nella quantità di luce rivelata dagli ultimi rivelatori perché un SDD era mal funzionante e non ha misurato segnale.....	147
Figura 4.24: Errore relativo percentuale del dato sulla distribuzione della luce nel confronto dato simulato/dato reale. I valori relativi agli ultimi SDD sono meno indicativi perché sono più soggetti a fluttuazione statistica. La linea in blu definisce l'integrale	

cumulato della luce raccolta dai rivelatori: gli ultimi 10 rivelatori contribuiscono solo per meno del 15% nella misura totale.....	148
Figura 4.25: Immagini ricostruite del fascio ottenuto tramite le prove a Z costanti per Z=17mm simulato(a) e sperimentale(b), e per Z=10mm simulato(c) e sperimentale(d)...	149
Figura 4.26: Confronto della distribuzione di cariche (alto) e relativo errore percentuale (basso) nel caso della prova a Z costante con fascio centrato in Z=17 mm.....	150
Figura 4.27: Confronto della distribuzione di cariche (alto) e relativo errore percentuale (basso) nel caso della prova a Z costante con fascio centrato in Z=10 mm.....	151
Figura 4.28: Immagini ricostruite del fascio ottenuto tramite le prove a Z costanti per Z=3 mm simulato (a) e sperimentale (b).....	152
Figura 4.29: Grafico di confronto della distribuzione delle cariche sui rivelatori nel caso simulato e sperimentale relativo alla prova a Z costante quando Z=3 mm.....	152
Figura 4.30: Errore relativo percentuale nella stima del simulatore sui dati reali. Prova a Z costante con Z=3mm.....	153
Figura 4.31: Immagine simulata (sinistra) e sperimentale (destra) ricostruita della prova di flood per il cristallo rugoso nella configurazione per imaging (caso A). Per questa prova è stata utilizzata come sorgente il ^{133}Ba	154
Figura 4.32: Grafico di confronto della distribuzione delle cariche sui rivelatori nel caso simulato e sperimentale relativo alla prova di flood del cristallo nel caso A e con sorgente ^{133}Ba	155
Figura 4.33: Errore relativo percentuale nella stima del simulatore sui dati reali. Prova di flood del cristallo nel caso A e con sorgente ^{133}Ba . La linea in blu definisce l'integrale cumulato della luce raccolta dai rivelatori: gli ultimi 16 rivelatori contribuiscono solo per meno del 10% nella misura totale.....	155
Figura 4.34: Immagine che descrive le coordinate in cui si suppone di aver colpito il cristallo durante le prove sperimentali a fascio collimato. I punti mostrati sono quelli con cui è stata effettuato il confronto tra metodi di ricostruzione.....	158
Figura 4.35: Punti sperimentali ricostruiti attraverso il metodo del baricentro.....	159
Figura 4.36: Immagine dei punti sperimentali ricostruiti attraverso il metodo della stima di massima verosimiglianza.....	160
Figura 4.37: Immagine dei punti ricostruiti attraverso il metodo del baricentro in seguito ad una operazione di “stretching” lineare.....	161

Indice delle tabelle

Tabella 1.1: Radionuclidi e loro proprietà.....	26
Tabella 1.2: proprietà dei principali cristalli scintillatori inorganici.....	33
Tabella 2.1: Riflessività totale di alcuni materiali analizzati (relativa al nastro di Teflon®). La sigla w/MM indica che il rivestimento è stato applicato tramite materiale adesivo, altrimenti si suppone che il materiale sia perfettamente adeso alla parete del cristallo.....	70

Sommario

La storia è ricca di aneddoti riguardo le scoperte scientifiche più eccezionali che hanno rivoluzionato la cultura e la conoscenza tecnologica. Questi racconti posseggono lo stesso fascino dei miti legati all'origine delle mondo e delle cose e, allo stesso tempo, rendono più umano e accessibile il rapporto con complesse teorie scientifiche.

La nascita della medicina nucleare, in particolare, è legata ad un equivoco: nel 1911 Ernest Rutherford, uno dei padri della fisica delle radiazioni, stava studiando le proprietà radioattive di quello che allora era conosciuto come il Radium-D, ma la ricerca era ostacolata dalla presenza nel composto di piombo che interferiva con le analisi. Allora non si sapeva che il Radium-D fosse un isotopo del piombo, quindi Rutherford pensava di poterlo isolare chimicamente e affidò questo compito a Georg de Hevesy, un fisico ungherese che lavorava con lui. Ovviamente egli non riuscì mai nell'obiettivo che gli venne assegnato, ma fu proprio attraverso questi insuccessi che gli venne aperta la strada ad alcune delle più grandi scoperte nel campo dei traccianti radioattivi, per le quali oggi, de Hevesy, è considerato il Padre della Medicina Nucleare.

Infatti egli pensò di utilizzare i radioisotopi per studiare il comportamento biologico dei rispettivi isotopi stabili. Esegui dunque studi sulle piante e sugli animali ed infine impiegò l'acqua contenente deuterio per studiare il turnover dei liquidi nel corpo umano.

Con i suoi studi, de Hevesy creò le premesse per l'impiego dei radionuclidi come "*traccianti*" di vie metaboliche dell'organismo umano.

La storia che separa la moderna medicina nucleare da quei giorni è costellata di scoperte di nuove sostanze radioattive, studi di compatibilità biologica ed enormi progressi tecnologici, primo tra tutti quello dei sistemi elettronici che oggi sono alla base del controllo di dispositivi diagnostici e di radioterapia.

Attualmente, i dispositivi per l'imaging di medicina nucleare sono i primi strumenti per la diagnosi di alcuni stati patologici correlati a flussi metabolici. In particolar modo si sono distinti nella capacità di produrre immagini che permettono di identificare masse neoplastiche anche negli stadi iniziali della malattia. Ogni esame diagnostico è basato sull'assunzione da parte del paziente di una sostanza a cui sono legati radionuclidi instabili, che emettono raggi gamma: attraverso l'utilizzo di rivelatori di radiazione esterni, si osserva la distribuzione del nuclide nei tessuti interni e se ne ricava un'informazione diagnostica.

Il continuo miglioramento delle potenzialità di questi dispositivi è un obiettivo costante dell'attuale ricerca tecnica e tecnologica e, in questo senso, gli studi di progetto e ottimizzazione sono tutti concentrati sullo strumento che è alla base di qualsiasi sistema per imaging di medicina nucleare, ovvero la gamma camera.

Lo schema basilare di una gamma camera, riferendosi all'architettura di Anger, presenta un collimatore metallico, che permette la selezione dei soli raggi gamma utili per la formazione dell'immagine, seguito da un cristallo scintillatore che converte la radiazione in luce visibile che può essere misurata da una matrice di fotorivelatori.

L'evoluzione di uno solo di questi componenti permette enormi passi in avanti nelle potenzialità dei dispositivi di rivelazione gamma, ma richiede anche una particolare attenzione nei confronti dei problemi che nascono dall'integrazione con gli altri elementi del sistema.

Nell'ambito di questo lavoro di tesi, si ha avuto modo di studiare le potenzialità del sistema HICAM (HIGH resolution gamma CAMERA), una gamma camera che implementa fotorivelatori SDD (Silicon Drift Detector). Questi dispositivi hanno permesso il raggiungimento di ottimi livelli di risoluzione spaziale, uno dei parametri più importanti per le immagini diagnostiche, ma anche la realizzazione un sistema compatto. Inoltre è in fase di progetto un dispositivo che integra rivelatori SDD da accoppiare ad una risonanza

magnetica. Si è infatti dimostrato che questi rivelatori riescono a funzionare correttamente anche in presenza di campi magnetici di elevata intensità.

Per il progetto e l'ottimizzazione dei sistemi di rivelazione gamma in generale, è spesso necessario stimare preventivamente la risposta del sistema ad eventuali modifiche, come l'utilizzo di un tipo di fotorivelatore o di cristallo scintillatore diverso, oppure l'ampiezza del segnale in uscita, per regolare di conseguenza il dynamic range del sistema elettronico di lettura.

Un argomento molto discusso attualmente riguarda la predizione e l'ottimizzazione della raccolta della luce prodotta dai cristalli scintillatori quando questi assorbono raggi gamma, dal momento che i principali parametri che definiscono le prestazioni di una gamma camera, risoluzione spaziale ed energetica, dipendono anche dalla quantità di luce che viene misurata e da come questa si distribuisce sul piano dei rivelatori. Per questo motivo è di fondamentale importanza conoscere i fenomeni implicati nella collezione della luce.

Si è deciso, quindi, di costruire un modello matematico in grado di prevedere il comportamento del segnale in uscita da una gamma camera in funzione dello stimolo prodotto da una sorgente radioattiva esterna. Nell'ambito di questo lavoro ci si è focalizzati nella definizione di un modello complessivo che spieghi il comportamento della luce dal momento in cui viene generata all'interno del volume del cristallo scintillatore, fino a quando non viene assorbita e convertita in segnale elettrico dai fotorivelatori.

Oltre che per la predizione del segnale d'uscita e per l'ausilio nelle scelte di progettazione, il modello è necessario anche durante la fase di elaborazione dei dati: il segnale elettrico in uscita dai rivelatori, viene letto da un opportuno sistema elettronico e digitalizzato; a questo punto viene fornito in ingresso ad un algoritmo in grado di stimare la posizione di assorbimento di tutti i raggi gamma nel cristallo scintillatore e fornirne una rappresentazione complessiva, detta immagine di scintillazione. Attualmente i dati ottenuti tramite HICAM vengono ricostruiti tramite un algoritmo basato sul metodo del baricentro, che presenta dei grossi limiti nella ricostruzione. Per questo motivo è in fase di implementazione un metodo basato sulla stima di massima verosimiglianza, il cui algoritmo richiede in ingresso delle mappe di dati che solo il modello che desideriamo costruire può fornire.

In una prima fase del lavoro ci si è rivolti allo studio dei fenomeni ottici implicati nella raccolta della luce nel cristallo. Dal momento che il problema più complesso è legato all'interpretazione dell'interazione della luce con le pareti interne del cristallo, è stato effettuata un'analisi dei principali modelli ottici che spiegano la riflessione della radiazione luminosa all'interfaccia tra materiali diversi. In particolare si è analizzato in che maniera venga riflessa la luce quando colpisce materiali che presentano irregolarità di superficie.

Questi modelli sono stati confrontati con dei risultati sperimentali mostrati in letteratura a riguardo della riflessione della luce nei cristalli scintillatori.

Dalle informazioni raccolte è stato scelto di adoperare un modello, denominato UNIFIED, che risulta in grado di approssimare bene il comportamento di riflessione di un numero molto grande di superfici reali attraverso l'identificazione di un numero limitato di parametri.

Il modello complessivo è stato quindi implementato in un programma (scritto tramite software Matlab), capace di simulare il comportamento di una gamma camera e di fornire una stima dell'uscita dei fotorivelatori in funzione di alcuni parametri d'ingresso che descrivono la sorgente e la configurazione della gamma camera stessa, come, ad esempio, il tipo di cristallo utilizzato, le sue dimensioni, la disposizione dei rivelatori, etc.

In seguito si è verificata la correttezza dei risultati ottenuti dal simulatore confrontandoli con dati di letteratura e misure di laboratorio. A tale proposito è stata organizzata una serie di prove sperimentali in cui sono stati registrati i profili di radiazione di una sorgente collimata di Cesio-137 mediante l'uso di HICAM. Le stesse misure sono state simulate con il programma implementato, scegliendo dei parametri per il modello il più possibile aderenti con la configurazione reale.

Dalla comparazione dei risultati è stato possibile validare le capacità del simulatore di predire con coerenza il comportamento della gamma camera ed osservare eventuali limiti del modello implementato che dovranno essere ulteriormente corretti.

Per ultimo si è utilizzato il simulatore per generare una mappa di dati da fornire all'algoritmo di stima di massima verosimiglianza, in maniera tale da verificarne le potenzialità allo stato attuale d'implementazione. Partendo dallo stesso data-set di dati

sperimentali, si sono confrontate le immagini ricostruite con il metodo del baricentro e con il metodo della massima verosimiglianza e, per quest'ultimo, si sono verificati i miglioramenti ottenuti.

In conclusione si è dimostrato che i risultati del simulatore riescono ad aderire bene rispetto a quelli sperimentali. Eventuali limiti o deviazioni dal comportamento reale sono stati evidenziati, ne è stata fornita una interpretazione e si intende, in futuro, superarli o correggerli.

Le immagini ricostruite con il metodo della massima verosimiglianza e i dati generati dal simulatore forniscono risultati incoraggianti, a conferma della validità delle scelte sinora effettuate.

Nel capitolo 1 vengono introdotti i principali elementi chiave riguardanti la medicina nucleare, l'interazione delle sorgenti gamma con la materia e la struttura base di una gamma camera. Questi argomenti serviranno da introduzione alla successiva trattazione.

Il capitolo 2 esplora i modelli teorici di riflessione della luce su superfici e li confronta con dati empirici osservati in letteratura. Il modello scelto per l'implementazione viene mostrato alla fine dell'analisi.

Nel capitolo 3 viene descritto il meccanismo di funzionamento del simulatore implementato. Se ne sottolineano i vantaggi e i limiti e viene mostrato il tipo di dato che è possibile ottenere in uscita e come questo deve essere elaborato per ricavare informazione utile. I risultati ottenuti dal simulatore concordano in prima approssimazione con quanto visto in letteratura.

I risultati del confronto tra dati simulati e dati sperimentali vengono proposti nel capitolo 4. Al termine dello stesso vengono esposti i risultati di ricostruzione dell'immagine tramite stima di massima verosimiglianza.

Summary

History is full of anecdotes about the most outstanding scientific discoveries that have revolutionized culture and technological knowledge. These stories possess the same charm of the myths related to the origin of the world and things, and make it easier to approach complex scientific theories.

The birth of nuclear medicine is related to a misinterpretation: in 1911 Ernest Rutherford, pioneer of radiation physics, was studying the radioactive properties of what was then known as the Radium-D, but the research was hampered by the presence of lead in the compound that interfered with the analysis.

At that time was still unknown that Radium-D is an isotope of lead, then Rutherford thought it could be chemically isolated. He assigned this task to Georg de Hevesy, a Hungarian physicist who was working with him.

De Hevesy did never succeed completing his task of course, but at the same time he made some of the most important discoveries in the field of radioactive tracers and that thanks to the research he brought on for Rutherford. Since then, Georg de Hevesy is considered a father of nuclear medicine.

He used radio isotopes to study the biological behavior of their stable isotopes. Thus he performed these studies on plants and animals and eventually he used water containing deuterium to study the turnover of fluids in the human body.

With his research, de Hevesy laid the foundations for the use of tracers of metabolic pathways in the human body.

The history that divides those days from modern nuclear medicine is filled with discoveries of radioactive substances, studies of biological compatibility and technological progress, first and foremost, the one related to electronic systems that are the basis of control in diagnostic devices and for radiotherapy.

Currently, the devices for nuclear imaging are the first tools for the diagnosis of some pathological conditions related to metabolic flows. Their capability to produce images that allow to identify neoplastic masses, even in the early stages of the disease, is particularly remarkable. During a diagnostic test, a radioactive dose is injected into the patient's body and starts to follow the blood flow, spreading into every tissue and cell. By mean of a gamma ray detection system, it is therefore possible to observe from outside the distribution of the radionuclide inside the body and obtain information useful for diagnosis.

Nowadays, one of the main aims of the research dealing with devices for nuclear imaging is the development and the performance optimization of the whole revelation system, starting from a basic tool, the gamma camera.

The basic scheme of a gamma camera, referring to Anger architecture, presents a metallic collimator, which selects only those gamma rays useful for image formation, piled up on a scintillator crystal, which converts the high energy radiation into visible light that can be measured by an array of photo-detectors.

The capabilities of gamma camera devices do one step forward anytime there is an evolution of one of its components. Nevertheless, it is always important to obtain a good matching and integration among all the elements that form the system.

During this thesis project, there have been the opportunity to study the potential of the HICAM (High resolution gamma CAMera) system, a gamma camera which uses SDD (Silicon Drift Detector) photo-detectors. These devices have achieved optimal values of spatial resolution, one of the most important parameters for diagnostic images, but have also allowed the realization of a compact system. Furthermore the capability of SDDs to withstand high magnetic fields is well-known and this opens the way to the realization of gamma cameras compatible with magnetic resonance devices.

For the design and optimization of gamma ray detectors, it is often necessary to previously estimate the output behavior of the system as function of variations in the configuration, for example, changes in crystal type or geometry, new photo-detectors, etc. Moreover, prediction is also useful for the design of the dynamic range of the electronic reading system.

A hot topic currently debated regards the prediction and the optimization of the light produced from the scintillator crystal and collected by the photo-detectors, indeed spatial and energy resolution strictly depend on the amount of light detected and how it is distributed on the detector matrix. Due to this reason, it is of fundamental importance to know the phenomena involved in light collection.

Then, a mathematical model is needed, capable to predict the behavior of the output signal from a gamma camera as function of the stimulation produced by an external radioactive source. In this work the focus was set on the definition of an overall model that can explain the trajectories of all the visible photons, from the moment they are generated within the volume of the scintillator, until they are absorbed and converted into electrical signal from the photo-detectors.

In addition to the prediction of the output signal and assisting in design choices, the model is also required during the data processing: the electrical signal output from the detectors is read by a suitable electronic system and digitalized; then it is supplied as input to an algorithm able to estimate the absorption position of all the gamma rays in the scintillator. The algorithm provides, as output, an overall representation of the events distribution of the scintillation light in the crystal, named scintillation image. At the present time, data obtained with HICAM is elaborated and reconstructed through an algorithm based on the centroid method, which presents major limitations in the reconstruction. For this reason, a method based on maximum likelihood estimation is being implemented. This algorithm should improve the quality of reconstruction and requires, as input, data maps that only a model like the one that was implemented in this thesis can provide.

The first phase of the work has been dedicated to the study of optical phenomena involved in light collection inside the crystal. One of the most complex issue is to describe the way light interacts with the inner walls of the crystal and, for that reason, an analysis of the

main models that explain the optical reflection of light at the interface between different materials has been carried out. Particularly, it has been analyzed how the light reflects when striking materials that exhibit surface irregularities.

These models have been compared with experimental results encountered in literature on the reflection of light in scintillators.

Proceeding from the information gathered, has been chosen to use a model, called UNIFIED, which is able to approximate the behavior of a very large number of reflective surfaces through the identification of a limited number of parameters.

The overall model has been then implemented in a program (using Matlab), capable to simulate the behavior of a whole gamma camera and to provide an estimation of the output of the photo-detectors as a function of several input parameters. These are used to describe the radioactive source and the configuration of the gamma camera itself, such as, for example, the type of crystal used, its size, the arrangement of the detectors beneath the crystal itself, etc..

It has been later verified the correctness of the results obtained with the simulator by comparing them with literature data and laboratory measurements. For this reason, a series of experimental tests have been organized: the profiles of radiation from a collimated source of cesium-137 have been measured using HICAM. The same measures have been simulated with the program implemented, choosing the parameters for the model as close as possible to the actual configuration.

From the comparison of the results has been possible to validate the capabilities of the simulator to consistently predict the behavior of the gamma camera. Many possible limitations of the model were also taken in consideration and thoughtfully examined.

Finally, the simulator has been used to generate a data map which is needed for the correct implementation of an algorithm based on maximum likelihood estimation, in order to verify the state of implementation of the reconstruction method. Starting from the same data set of experimental data, the maximum likelihood and centroid method have been compared in their abilities to reconstruct scintillation images and the former has proved to provide better results in terms of field of view and correct position reconstruction.

In conclusion, it has been shown that the results of the simulator fit well the experimental ones. All the limitations or deviations from the actual behavior have been identified and an interpretation has been given for each one.

The reconstructed images obtained with the maximum likelihood method and the data generated by the simulator provide encouraging results, confirming the validity of the choices made in the program implementation.

Chapter 1 introduces the key elements related to nuclear medicine, interaction of gamma-rays with matter and the basic structure of a gamma camera. These topics will introduce the following discussion.

Chapter 2 explores the theoretical models of light reflection on surfaces and compares them with empirical data observed in literature. The ultimate model chosen is shown at the end of the analysis.

In Chapter 3 it has been described how the simulator has been implemented, underscoring any benefit or limitation observed. It has also been shown the kind of output data and the results that can be derived with output elaboration. The results obtained with the simulator agree with the behaviors seen in literature, in first approximation.

The results of the comparison between simulated data and experimental data are presented in Chapter 4. At the end of the same has been shown the result of image reconstruction using maximum likelihood estimation.

Capitolo 1

Medicina nucleare e gamma camera

1.1 Introduzione

La medicina nucleare studia le possibili applicazioni di sostanze radioattive per la diagnosi o il trattamento di patologie. Per quanto concerne le diagnosi, la medicina nucleare si è affermata come uno degli strumenti più efficaci nel riconoscimento di determinate patologie ai loro stadi iniziali.

Nelle procedure di medicina nucleare diagnostica, degli elementi instabili detti radionuclidi vengono uniti, tramite legame chimico, alla struttura molecolare di alcuni farmaci per produrre dei radiofarmaci. Queste sostanze, una volta somministrate al paziente, vengono assorbite da cellule ed organi in quantità proporzionale al metabolismo dei singoli tessuti e da questa posizione il radionuclide emette radiazioni.

Utilizzando un dispositivo sensibile alle radiazioni ad alta energia, è possibile ricavare dei profili o immagini della distribuzione del radiofarmaco all'interno dell'organismo.

Questa possibilità ha aperto le porte ad una vasta gamma di test diagnostici:

- Rivelazione di micro-fratture nell'osso non visibili tramite immagini ai raggi X.
- Misurazione e osservazione del flusso sanguigno nei vasi per l'individuazione di eventuali anomalie nel circolo.
- Localizzazione di alterazioni metaboliche nei tessuti che potrebbero indicare la formazione di una massa neoplastica.
- Identificazione di siti d'infezione, trombosi e disfunzioni degli organi nelle patologie acute e croniche.

Oltre a queste, esistono molte altre applicazioni della medicina nucleare che riguardano la diagnosi di stati patologici.

All'interno della medicina nucleare esistono tre tecniche principali per la diagnosi: la scintigrafia, la SPECT (Single-Photon Emission Computed Tomography) e la PET (Positron Emission Tomography). La tecnologia condivisa da tutte queste tecniche, e che ne è alla base, è la gamma camera.

Questo lavoro di tesi tratta nello specifico le caratteristiche e le applicazioni di una gamma camera per scintigrafia.

In un test di scintigrafia, il radiofarmaco viene somministrato al soggetto in esame per via intravenosa. Una volta distribuito nei tessuti irrorati, a seconda delle loro richieste metaboliche, si misura la proiezione delle radiazioni emesse attraverso dei rivelatori esterni che permettono la costruzione di una immagine bidimensionale, rappresentazione della distribuzione del radiofarmaco.

Gli esami di SPECT e PET sono delle particolari tecniche di scintigrafia che permettono la formazione di immagini tomografiche o tri-dimensionali.

Le immagini ottenute da un test di scintigrafia sono di tipo funzionale, il che significa che non sono adatte per una ricostruzione anatomica del distretto analizzato, ma forniscono un'informazione sulla fisiologia degli organi e delle strutture, sul loro comportamento metabolico e permettono una individuazione di eventuali alterazioni patologiche localizzate. Solitamente, risulta di grande vantaggio per la diagnosi fondere immagini anatomiche ad immagini funzionali, in maniera tale da fornire una più precisa localizzazione di fenomeni patologici.

La medicina nucleare fa uso di sostanze radioattive per la capacità dei raggi ad alta energia (in particolare i raggi γ) di attraversare i tessuti biologici. Questo è il principio cardine attraverso cui funzionano gli esami diagnostici, ma anche le tecniche di radioterapia.

Con questa ipotesi è possibile registrare le radiazioni che fuoriescono dal soggetto in analisi e determinarne la posizione di origine.

Queste radiazioni, tuttavia, interagiscono parzialmente con la struttura biologica e vengono assorbite dall'organismo, provocando alterazioni dei tessuti a livello atomico e molecolare e ponendo il soggetto in una situazione di rischio.

Uno degli obiettivi più importanti della scienza che si occupa dell'imaging in medicina nucleare è quello di ottenere delle immagini di qualità cercando di minimizzare progressivamente la dose di radiofarmaco da fornire al paziente.

1.2 Interazione delle radiazioni con la materia

La instabilità energetica di alcuni elementi della tavola periodica è legata alla loro composizione nucleare: questi isotopi sono detti *radionuclidi* e raggiungono uno stato di equilibrio solamente una volta emessa radiazione sotto forma di onde elettromagnetiche o particelle corpuscolari.

Durante il processo di trasformazione, l'energia nucleare dell'atomo coinvolto si riduce, dando vita ad un fenomeno detto *decadimento radioattivo*.

In generale, le emissioni radioattive possono essere suddivise in tre tipi di raggi: α , β e γ ; mentre il primo tipo di radiazione si riscontra solo negli elementi pesanti, gli altri due sono presenti nel decadimento radioattivo di qualsiasi elemento instabile.

I raggi γ sono gli unici a rappresentare un tipo di radiazione non corpuscolare: si tratta di fotoni ad alta energia. Nel seguito della trattazione, faremo riferimento solo a questo tipo di radiazione.

Tra i radionuclidi più utilizzati in medicina nucleare sono presenti il Tecnezio99 metastabile (^{99m}Tc), largamente utilizzato nella formazione di immagini di scintigrafia del polmone, delle ossa, per la diagnosi di adenomi paratiroidei, etc.

Si ricordano anche un isotopo dello Iodio (^{131}I), utilizzato nelle analisi alla tiroide e del Tallio (^{201}Tl) per lo studio della perfusione dei tessuti cardiaci.

Esistono poi molti altri radionuclidi utilizzati per scopi medici o in laboratorio, per la calibrazione della gamma camera in fase di progettazione e ottimizzazione. Tra questi annoveriamo il Cobalto (^{57}Co) e il Cesio (^{137}Cs) che sono stati utilizzati per misure sperimentali esposte nell'ambito di questa tesi.

Uno dei parametri più importanti delle sorgenti di radiazioni è l'energia dei raggi gamma emessi: ogni radionuclide presenta una o più energie di emissione legate al processo di decadimento e queste vengono solitamente espresse in keV. La tabella 1.1 riassume i radionuclidi visti sinora e fornisce informazioni sull'energia di picco dominante e sul tempo di dimezzamento, ossia la costante che indica in quale lasso di tempo metà della

massa del radionuclide decade, trasformandosi in un elemento con numero atomico inferiore.

Tabella 2.1: Radionuclidi e loro proprietà.

Radionuclide	Energia di picco [keV]	Tempo di dimezzamento ($\tau_{1/2}$)
^{99m}Tc	140	6h
^{131}I	364; 637	8d
^{201}Tl	167	73,5h
^{57}Co	122	5,27 y
^{137}Cs	622	30,17y

Quando la radiazione gamma, emessa da un radionuclide, attraversa la materia esiste una certa probabilità che questa la assorba. La legge di Beer-Lambert descrive la probabilità di assorbimento in funzione delle proprietà del raggio radioattivo e del materiale attraversato. In particolare ricava l'intensità I (o potenza) della radiazione alla profondità s del materiale come:

$$I(s) = I_0 e^{-\mu s} \quad (1.1)$$

dove I_0 è la potenza della radiazione prodotta dalla sorgente e μ è il coefficiente di attenuazione (o assorbimento) del materiale. In figura 1.1 viene mostrato il profilo di assorbimento della radiazione all'interno di un materiale di larghezza S .

Le proprietà di assorbimento dipendono dal valore di μ : è un parametro proprio del materiale che varia in funzione dell'energia dell'onda elettromagnetica assorbita e dalla densità ρ del materiale. In particolare vale che $\mu = \mu' \rho$, con μ' coefficiente di attenuazione di massa, specifico per un dato materiale.

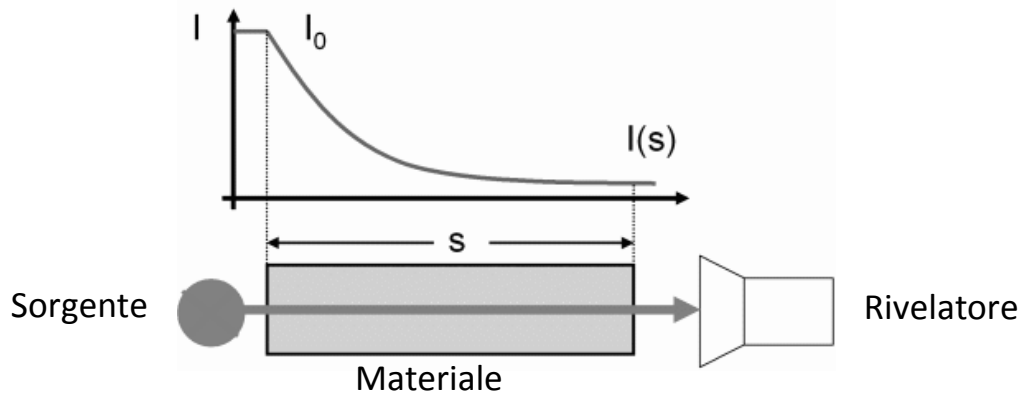


Figura 1.1: Rappresentazione grafica della legge di assorbimento di Beer-Lambert: la radiazione che attraversa il materiale viene parzialmente assorbita secondo un andamento esponenziale.

Lo stesso μ' è il risultato della somma di tre componenti di attenuazione dovute ad altrettanti fenomeni di assorbimento:

$$\mu' = \mu'_{fototeletrico} + \mu'_{Compton} + \mu'_{coppie} \quad (1.2)$$

L'assorbimento fotoelettrico si verifica quando un fotone ad una data energia rilascia tutta la sua energia nell'impatto con un elettrone degli orbitali più interni di un atomo del materiale attraversato dalla radiazione. L'elettrone, se il fotone incidente è sufficientemente energetico, viene sbalzato dalla sua posizione. Dopo l'impatto, il sistema ritorna all'equilibrio: gli elettroni dei livelli energetici superiori si spostano ad occupare i livelli inferiori rimasti vacanti, con conseguente riduzione di energia che viene rilasciata sotto forma di fotoni di fluorescenza. Questi fotoni vengono di solito riassorbiti facilmente dal materiale data la loro bassa energia.

L'elettrone sbalzato possiede una energia cinetica uguale alla differenza tra l'energia del fotone assorbito e l'energia dell'orbitale dell'atomo a cui apparteneva. Tendenzialmente collide con altri elettroni, provocando ulteriori ionizzazioni ed infine viene riassorbito.

Si è verificato che nell'assorbimento fotoelettrico vale la proporzionalità:

$$\mu'_{fototeletrico} \propto \frac{Z^n}{E_\gamma^3} \quad (1.3)$$

dove Z è il numero atomico del materiale, n un fattore potenza che varia tra 4 e 5 quando si considera una radiazione incidente nell'intervallo di energie dei raggi gamma, e E_γ l'energia della radiazione assorbita.

La figura 1.2 mostra l'andamento del coefficiente di assorbimento nello ioduro di sodio (NaI) in funzione dell'energia della radiazione incidente. Le curve decrescono rapidamente a causa della terza potenza al denominatore nella (3), quindi, con l'aumentare dell'energia, ogni materiale perde progressivamente capacità di assorbimento.

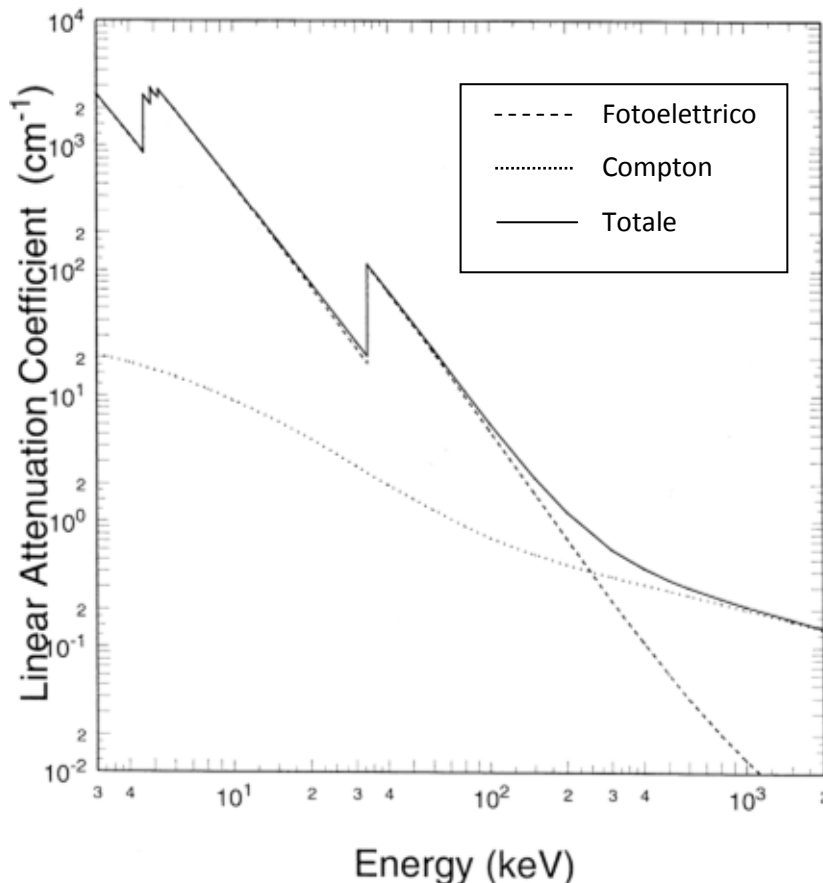


Figura 1.2: Comportamento del coefficiente di attenuazione μ nello ioduro di sodio (NaI) in funzione dell'energia della radiazione assorbita. La curva è una composizione dei fattori legati all'assorbimento fotoelettrico e all'effetto Compton, che interviene maggiormente per più alte energie.

I picchi presenti, che danno alle curve una sorta di forma a lama dentata, sono corrispondenti ai livelli energetici degli orbitali interni degli atomi del materiale considerato: quando l'energia del fotone raggiunge quella dell'orbitale, l'effetto fotoelettrico può avvenire anche con l'elettrone in esso contenuto e le probabilità di assorbimento aumentano d'improvviso, per poi decrescere nuovamente con un ulteriore incremento dell'energia.

L'effetto Compton è un fenomeno dispersivo, di *scattering*. Si verifica quando un fotone interagisce con un elettrone o un nucleo atomico nel materiale attraversato senza essere

assorbito. Si può immaginare il fenomeno come un urto anelastico, in cui la quantità di moto del sistema viene conservata. Tipicamente il fotone incidente, benchè privo di massa, cede parte della propria quantità di moto alla particella con cui ha colliso. Il risultato è che il fotone riduce la propria energia nell'interazione e cambia direzione nella sua traiettoria.

In generale, l'attenuazione dovuta ad effetto Compton è proporzionale al numero atomico del materiale attraversato dalla radiazione, infatti un incremento di tale parametro indica un numero maggiore di elettroni nel materiale con i quali può verificarsi collisione:

$$\mu'_{Compton} \propto Z \quad (1.4)$$

In fisica nucleare è stato dimostrato che, quando un fotone ad alta energia interagisce con un nucleo atomico, può verificarsi che l'energia del fotone venga convertita in massa in aderenza con la equazione di Einstein ($E=mc^2$). Il risultato è la **generazione di una coppia** elettrone/positrone che si muovono in direzione opposta l'uno rispetto all'altro. Perché il fenomeno abbia luogo, l'energia del fotone deve essere superiore a $2m_e c^2 = 1,022 \text{ MeV}$, ossia l'energia di riposo dell'elettrone più quella del positrone. Generalmente il positrone viene riassorbito molto velocemente all'interno del materiale, con generazione di nuova radiazione gamma a 511keV di energia.

La produzione di coppie è un fenomeno trascurabile in medicina nucleare, dato che l'energia dei fotoni gamma non raggiunge praticamente mai i livelli richiesti perché questo si verifichi.

La figura 1.3 mostra indicativamente la regione di dominanza di ciascun effetto di assorbimento in funzione dell'energia del fotone e del numero atomico del materiale.

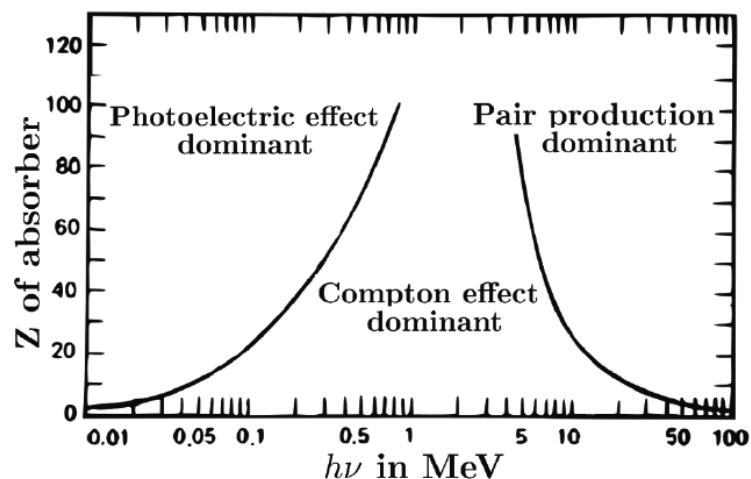


Figura 1.3: Regioni di dominanza dei tre fenomeni legati all'assorbimento dei fotoni, in funzione dell'energia del fotone e del numero atomico del materiale attraversato. Nella scelta del materiale utilizzato per l'assorbimento della radiazione si preferiranno quelli a più alta Z , in maniera da massimizzare l'assorbimento di tipo fotoelettrico.

1.3 Rivelatori di raggi gamma

Uno strumento di rivelazione dei raggi gamma deve essere costituito da un materiale tale da assorbire la radiazione incidente ad alta energia e convertirla in un segnale elettrico che possa essere digitalizzato ed elaborato da un computer.

Si possono fare alcune considerazioni sulle proprietà che deve possedere il materiale per assorbire la maggior parte della radiazione incidente:

1. Maggiore è lo spessore del materiale scelto, maggiore sarà l'integrale di radiazione assorbita, per la legge di Beer-Lambert.
2. Scegliendo un materiale ad alta densità si aumenta il valore del coefficiente di attenuazione μ del materiale, quindi, a parità di spessore, vengono assorbiti più fotoni gamma.
3. La scelta deve poi ricadere su di un materiale con numero atomico Z molto elevato per favorire un fenomeno di assorbimento di tipo fotoelettrico, infatti l'effetto Compton è un fenomeno di scattering non gradito nella progettazione di rivelatori gamma: dal momento che il fotone gamma cambia la direzione del suo percorso, può avvenire che in seguito venga assorbito per effetto fotoelettrico, ma in una zona diversa da dove ciò sarebbe dovuto avvenire. Questo provoca equivocazione nella ricostruzione del punto di origine del fotone. Tale fenomeno può essere

tuttavia individuato e scartato da un sistema dotato di buona risoluzione energetica, infatti i fotoni che subiscono effetto Compton rilasciano sempre una energia inferiore rispetto a quelli assorbiti per effetto fotoelettrico.

Alcuni materiali semiconduttori, come il silicio e il germanio, sono in grado di assorbire la radiazione gamma e convertirla in portatori di carica elettrica ma il raggiungimento di un'efficienza di conversione adeguata è limitato da problemi di natura tecnica. Ad esempio, per il silicio servirebbe una tensione di polarizzazione superiore ai 30kV per rendere minimamente efficiente un rivelatore di 1cm di spessore^[1].

Attualmente si preferisce misurare la radiazione gamma attraverso un sistema di conversione indiretto: i raggi gamma vengono assorbiti da un materiale detto *scintillatore* che converte la radiazione in un flash di fotoni nello spettro del visibile; in seguito, un opportuno sistema di fotorivelatori misura la quantità di luce prodotta dallo scintillatore, convertendola in carica elettrica.

La figura 1.4 descrive il principio di funzionamento di un qualsiasi scintillatore.

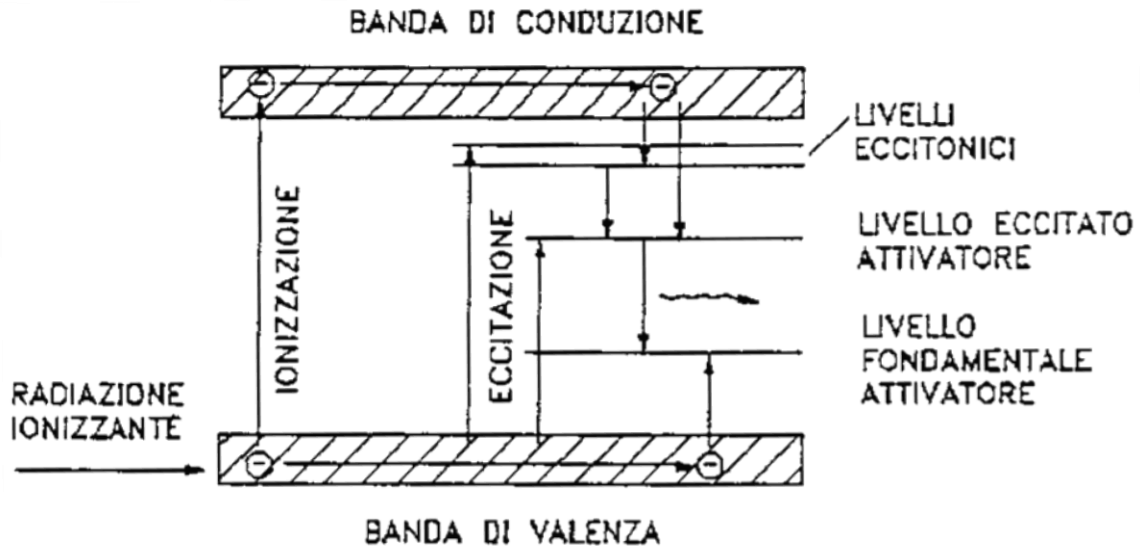


Figura 1.4: Schema del principio di assorbimento e riemissione di fotoni in un materiale scintillatore. La radiazione ionizzante viene assorbita e provoca la promozione di un elettrone dalla banda di valenza a quella di conduzione. In seguito, l'elettrone torna al suo livello di equilibrio attraverso degli stati attivati, emettendo fotoni di fluorescenza.

Gli scintillatori non necessitano di una polarizzazione ed è possibile quindi sceglierne lo spessore più opportuno, inoltre posseggono un numero atomico Z e una densità abbastanza alti il che li rende dei materiali ottimi per l'assorbimento di radiazione gamma.

Al proprio passaggio nel materiale, il fotone gamma incidente viene assorbito e cede la propria energia allo scintillatore causando la ionizzazione di un elettrone che si sposta in banda di conduzione. Durante la fase di rilassamento, l'elettrone tende a tornare al suo livello energetico originario, ma questo avviene attraverso il passaggio per dei livelli energetici intermedi offerti dalla presenza nel materiale di un elemento detto *attivatore*. Nel passaggio tra un livello e l'altro, vengono emessi uno o più fotoni di energia nettamente più bassa rispetto a quella del fotone gamma, tipicamente nello spettro del visibile. L'aspetto favorevole degli scintillatori è che sono pressoché trasparenti alle lunghezze d'onda della luce riemessa per fluorescenza^[2], quindi, una volta prodotta, questa non viene riassorbita subito dal materiale.

Quando un fotone gamma viene assorbito e convertito in un flash di luce visibile, si verifica un *evento di scintillazione*. La distribuzione nello spazio dei fotoni generati è isotropa, ovvero uniforme in tutte le direzioni.

I parametri che contraddistinguono le prestazioni di uno scintillatore sono di seguito elencati:

- *Densità (g/mm^3)*: maggiore è la densità dello scintillatore, minore è lo spessore di materiale necessario ad assorbire la radiazione incidente.
- *Tempo di decadimento (ns)*: indica la costante di tempo di rilassamento dell'elettrone negli atomi dello scintillatore successivamente alla sua promozione ad un livello eccitato a causa dell'assorbimento della radiazione. Questo parametro definisce la dinamica di emissione della luce una volta assorbita la radiazione ad alta energia.
- *Indice di rifrazione*: Parametro ottico di fondamentale importanza quando si progetta il sistema di accoppiamento ottico tra lo scintillatore e un sistema di rivelazione ottico.
- *Yield (fotoni/keV)*: efficienza o guadagno del cristallo, indica il numero di fotoni generati in proporzione all'energia della radiazione assorbita. In genere ogni evento

di scintillazione genera un numero di fotoni secondo una probabilità poissoniana con $media = Yield \times E\gamma$ (energia del fotone gamma assorbito).

- *Picco di emissione (nm)*: lunghezza d'onda di picco della radiazione luminosa emessa dallo scintillatore. È un fattore di cui tenere conto quando si sceglie il fotorivelatore da accoppiare al sistema.

Attualmente le gamma camere implementano cristalli scintillatori inorganici, caratterizzati da un'elevata densità e guadagno di scintillazione. Tuttavia sono abbastanza lenti, con un tempo di decadimento (rilassamento elettronico) dell'ordine del microsecondo.

La tabella 1.2 riassume le proprietà di alcuni dei più diffusi cristalli scintillatori inorganici presenti sul mercato.

Tabella 1.2: proprietà dei principali cristalli scintillatori inorganici.

Nome	Densità [g/mm ³]	Indice di rifrazione	τ di decadimento [μ s]	λ_{max}	Yield [ph/keV]
NaI(Tl)	3,67	1,85	0,23	415	38
CsI(Tl)	4,51	1,80	0,68 ; 3,34	550	65
CsI(Na)	4,51	1,84	0,46; 4,18	420	39
BGO	7,13	2,15	0,3	480	8
LSO	7,4	1,82	0,047	420	25
LaBr ₃	5,08	1,9	0,016	380	63

L'indice di rifrazione è relativo alla lunghezza d'onda di massima emissione. Alcuni cristalli, come lo ioduro di Cesio drogato con Tallio (CsI(Tl)) presentano due coefficienti di decadimento che identificano una dinamica di rilassamento più complessa.

Il drogaggio avviene attraverso l'introduzione di impurità essenziali per aumentare l'efficienza di scintillazione, ridurre l'auto-assorbimento e determinare la lunghezza d'onda della luce di scintillazione prodotta.

Lo Yield fornito è generalmente un parametro medio per tutto il cristallo, ma, all'interno della struttura cristallina posso verificarsi delle zone di disomogeneità nel guadagno: una delle cause prevalenti per questo fenomeno è la presenza di gradienti di temperatura all'interno del cristallo. Lo Yield varia in funzione della temperatura, quindi il guadagno di

scintillazione non è lo stesso in tutto il volume del cristallo se la temperatura non è perfettamente omogenea.

La figura 1.5 mostra le curve di variazione relativa dello Yield in funzione della temperatura all'interno di un cristallo di CsI(Na) e di CsI(Tl), prodotti da Saint Gobain.

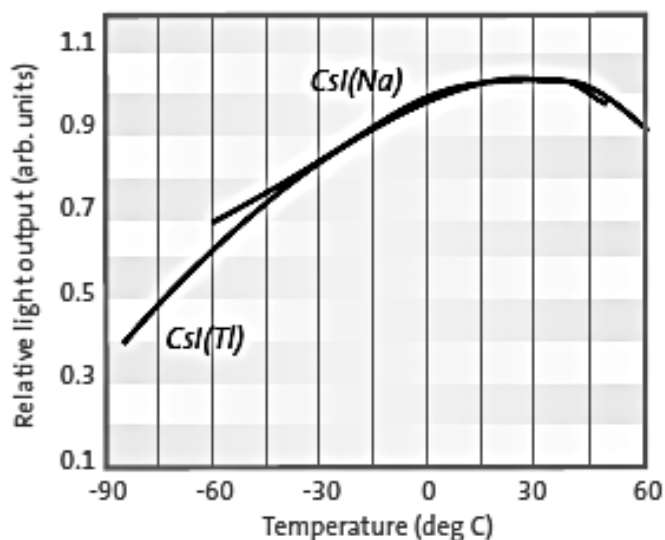


Figura 1.5: Variazione relativa di Yield in funzione della temperatura nel cristallo di CsI attivato con Tallio (Tl) e con Sodio (Na).

1.4 Architettura di una gamma camera

La gamma camera è lo strumento di riferimento per tutta la medicina nucleare. Nella descrizione della struttura di un dispositivo di rivelazione dei raggi gamma in generale verrà fatta menzione anche delle particolarità che caratterizzano Hicam, la gamma camera utilizzata nell'ambito di questa tesi per effettuare delle misure esposte nei risultati finali.

Una gamma camera è costituita da due blocchi principali: il collimatore e un sistema di rivelazione di fotoni. In figura 1.6 viene schematizzata la sequenza di componenti che costituiscono un qualsiasi dispositivo di rivelazione di radiazione gamma.

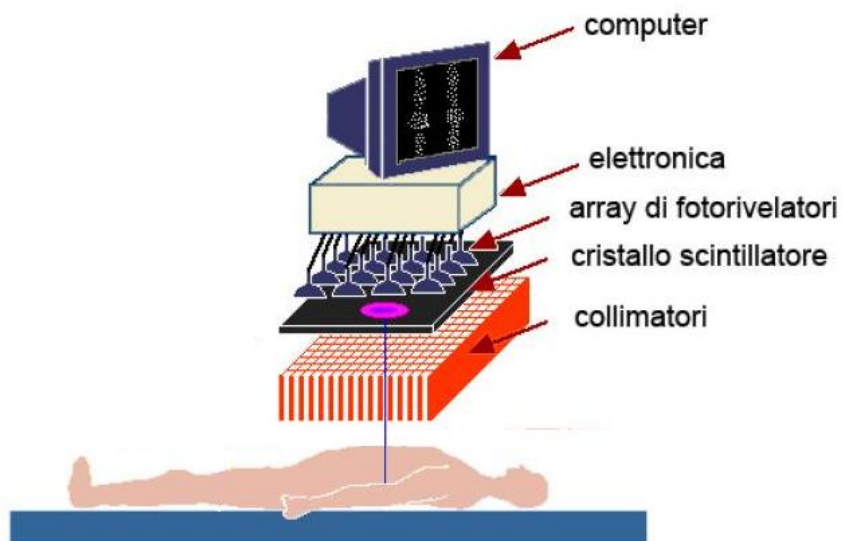


Figura 1.6: Schema generale delle componenti principali di una gamma camera.

Il collimatore è costituito da una lastra di materiale (solitamente in piombo) in grado di assorbire la radiazione incidente in cui sono praticati dei canali paralleli tra loro e disposti con il proprio asse perpendicolare al piano della lastra. In tal modo, possono passare attraverso i fori esclusivamente i raggi gamma che si muovono nella direzione perpendicolare alla lastra, mentre i restanti vengono assorbiti.

Il collimatore, oltre a ridurre considerevolmente il numero di fotoni gamma rivelati, pone un limite nella capacità risolutiva del sistema di rivelazione.

Una volta selezionati solo i raggi perpendicolari (per evitare artefatti da segnale non pertinente nella ricostruzione dell'immagine), la radiazione attraversa il cristallo scintillatore, viene assorbita e convertita in un flash di luce.

Alcune gamma camere implementano una architettura composta da più cristalli affiancati, solitamente in rapporto 1:1 con i rivelatori. Nel seguito della trattazione si farà riferimento solo a dispositivi con un unico cristallo continuo, accoppiato con tutti i rivelatori.

Il fascio di fotoni visibili prodotto si propaga nel volume del cristallo ed una sua porzione viene convogliata su di una parete accoppiata otticamente con un piano di fotorivelatori (vedi figura 1.7). Maggiore è la quantità di luce convogliata verso un unico rivelatore e maggiore sarà il segnale da questo prodotto.

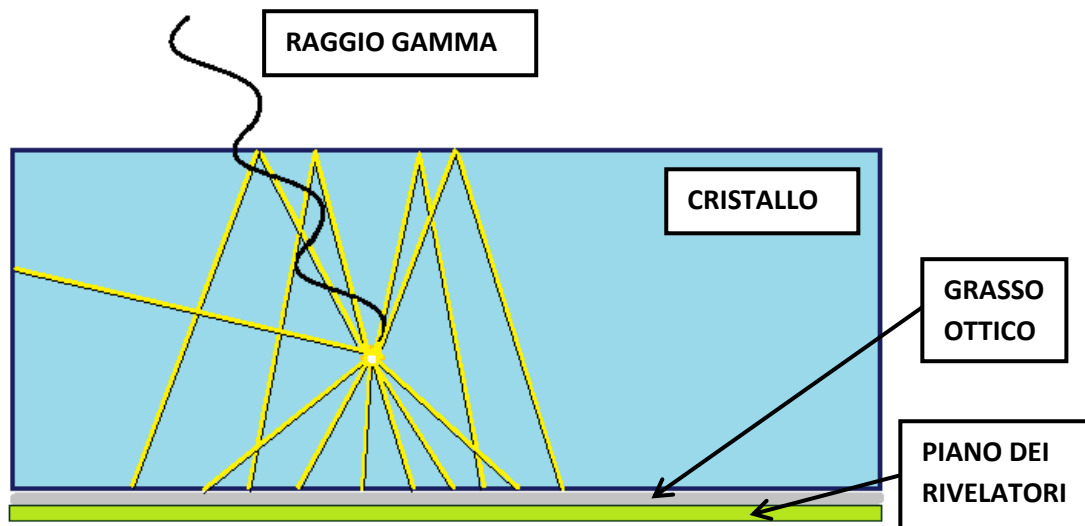


Figura 1.7: Accoppiamento ottico tra cristallo scintillatore e piano di lettura dei rivelatori mediante grasso ottico. L'immagine mostra anche un fenomeno di scintillazione provocato dall'assorbimento di un raggio gamma. La luce prodotta si propaga nel cristallo, riflette su alcune pareti e su altre viene assorbita. Solo la luce che cade sulla parete bassa del cristallo può essere misurata dal piano di rivelatori.

La maggior parte delle gamma camere in commercio fanno uso di tubi fotomoltiplicatori (PMT) per la rivelazione della luce prodotta nel cristallo. In alternativa, sono ampiamente diffusi dispositivi che implementano fotodiodi a valanga (APD).

Nel caso specifico del sistema Hicam, vengono utilizzati dei rivelatori a semiconduttore chiamati Silicon Drift Detectors (SDD, vedi figura 1.8).

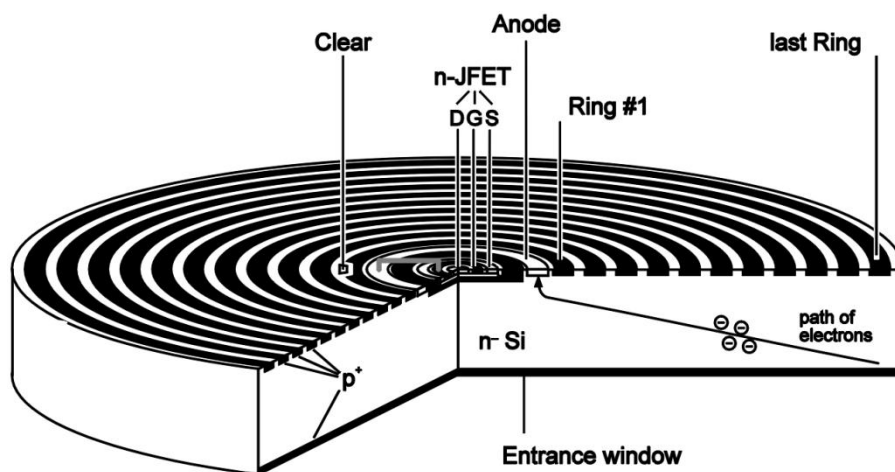


Figura 1.8: Immagine descrittiva di un rivelatore Silicon Drift Detector (SDD) e delle sue componenti. Si possono notare gli anelli di polarizzazione, il fet integrato al centro e il percorso degli elettroni dalla zona di generazione fino all'anello dell'anodo.

La caratteristica che differenzia maggiormente questi dispositivi è la piccola capacità d'anodo ottenuta per mezzo di un campo elettrico trasverso generato da una serie di elettrodi ad anello: applicando questa struttura ad un semiconduttore pin (con regione di svuotamento) si ottiene un dispositivo in cui le cariche generate vengono trasportate per deriva verso un elettrodo di raccolta molto piccolo, il che permette un'elevata efficienza di rivelazione. In figura 1.9 viene mostrato come il campo elettrico applicato dagli elettrodi di ring permetta la deriva degli elettroni verso l'anodo centrale di raccolta.

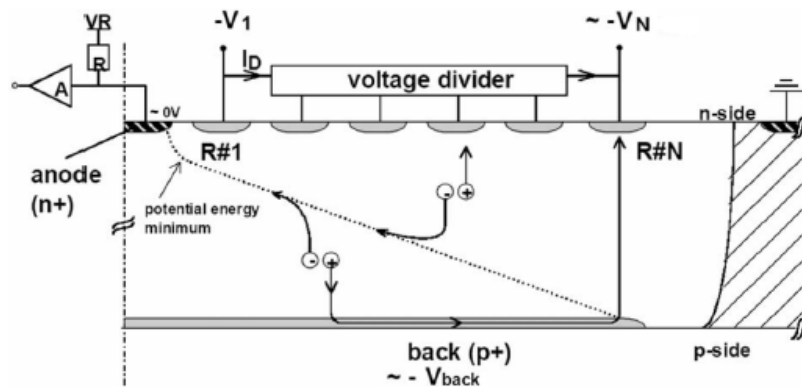


Figura 1.9: Schema descrittivo della raccolta degli elettroni sull'anodo mediante campo di deriva. Il profilo del campo elettrico nel volume del rivelatore viene regolato tramite gli elettrodi ad anello superiori e l'elettrodo di back inferiore.

Gli elettrodi da R#1 fino a R#N sono polarizzati con delle tensioni negative progressivamente più elevate in ampiezza. Sul lato opposto del rivelatore è posto un elettrodo di back, anch'esso polarizzato negativamente da alte tensioni. Quando sopraggiunge un fotone, con la presenza del campo elettrico, viene assorbito e si genera una coppia elettrone/lacuna. La lacuna viene attirata verso gli elettrodi, mentre l'elettone percorre il campo elettrico dirigendosi nel punto di minima energia potenziale, ossia l'anodo di raccolta.

I fotoni che incidono sul piano dei rivelatori, vengono assorbiti dal silicio degli SDD provocando la generazione di una coppia elettrone/lacuna, secondo un fattore di conversione approssimato di 1:1.

I rivelatori SDD utilizzati presentano una geometria quadrata, con lati di 10mm, e sono organizzati in array di 5 rivelatori.

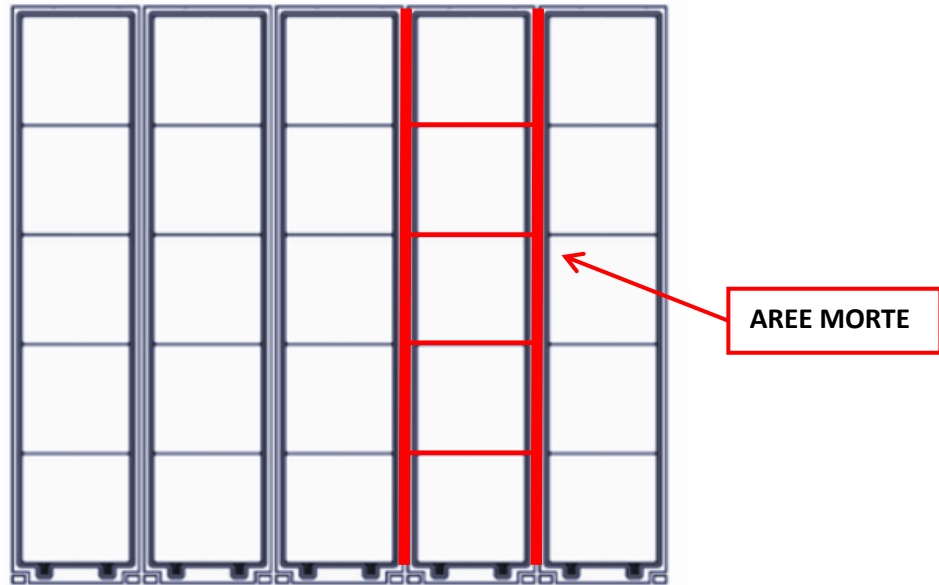


Figura 1.10: Matrice di rivelatori costituita da 5 array da 5 SDD ciascuno. Una delle due estremità presenta dello spazio per alloggiare i bonding di connessione per la trasmissione dei dati. A titolo di esempio, in figura sono indicate le aree morte di rivelazione intorno al quarto array.

Nel sistema Hicam è presente un matrice di 5 array da 5 rivelatori ciascuno, quindi un piano di 25 SDD su di una superficie di 60x50mm. Gli array presentano una base di supporto, tale che, quando se ne accostano due tra di loro, esistono sempre 2mm circa di distanza tra gli SDD del primo e quelli del secondo array(figura 1.10). Questa superficie viene definita *area morta di rivelazione*, dal momento che i fotoni che cadono in questa zona non possono essere rivelati.

Dalla rivelazione di ciascun evento di scintillazione si ottiene, come dato in uscita, la quantità di elettroni raccolti su ciascun SDD.

Gli elettroni vengono raccolti sull'anodo del rivelatore SDD e forniti come ingresso all'elettronica di lettura. Il segnale elettrico viene quindi amplificato, filtrato, campionato e inviato ad un processore elettronico per la memorizzazione e l'analisi dei dati.

1.5 Parametri di merito di una gamma camera

Le prestazioni di un dispositivo per la rivelazione di radiazione gamma sono solitamente definite attraverso tre parametri fondamentali.

La **risoluzione energetica**. Rappresenta la capacità della gamma camera di distinguere due fotoni gamma di diversa energia, è un parametro molto importante in spettroscopia. In

generale, uno strumento con buona risoluzione energetica, permette una buona distinzione tra raggi gamma che sono stati assorbiti per effetto fotoelettrico e quelli che hanno subito effetto Compton, questi ultimi infatti sono caratterizzati sempre da un'energia inferiore.

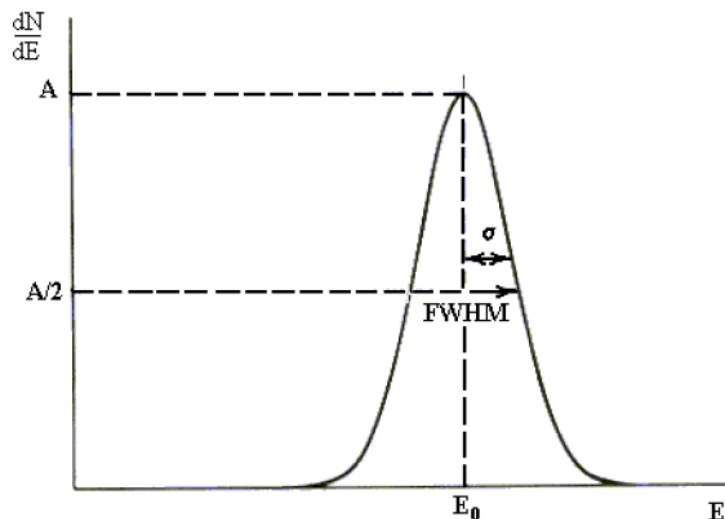


Figura 1.11: Picco di energia nel segnale con energia di massimo e FWHM.

La risoluzione energetica viene solitamente calcolata considerando il picco di segnale nello spettro delle energie ottenuto tramite l'elaborazione del segnale di uscita, quindi si valuta l'energia E_0 corrispondente al massimo valore di picco e la larghezza ΔE a metà altezza (Full Width Half Maximum, FWHM) dello stesso (figura 1.11). La risoluzione è espressa come:

$$R_{en} = \frac{\Delta E_{FWHM}}{E_0} \quad (1.5)$$

La **risoluzione spaziale** rappresenta la minima distanza entro cui la gamma camera è in grado di distinguere due eventi di scintillazione come due punti spazialmente distinti.

Questo parametro viene misurato attraverso la FWHM della Point Spread Function (PSF), ovvero della funzione di dispersione spaziale che rappresenta la distribuzione della luce sulla superficie dei rivelatori, prodotta da un unico evento di scintillazione. Nel caso di gamma camera con cristallo continuo, la PSF assume un andamento a funzione gaussiana bidimensionale.

La risoluzione spaziale è inoltre costituita da due componenti principali:

$$R_{tot} = \sqrt{R_{coll}^2 + R_{intr}^2} \quad (1.6)$$

La risoluzione del collimatore R_{coll} dipende dalla geometria dei setti e dallo spessore del collimatore, oltre che dalla sua distanza dalla sorgente. La risoluzione intrinseca R_{intr} è invece relativa al modo in cui, internamente alla gamma camera, si distribuisce la luce sui rivelatori, quindi dipende dalle dimensioni del cristallo, dai rivestimenti ad esso applicati, dall'accoppiamento ottico tra cristallo e rivelatori, etc.

La **sensibilità** è espressa come il rapporto tra gli eventi rivelati dalla gamma camera rispetto al totale di eventi emessi dalla sorgente, di norma è espressa in conteggi al minuto per disintegrazioni dell'isotopo al secondo (cpm/ μ Ci). A pari dose iniettata di radiofarmaco, un sistema a maggior sensibilità è in grado di completare l'esame diagnostico in minor tempo.

1.6 Metodi di ricostruzione dell'immagine

Una volta raccolti i dati, si desidera processarli per ottenere un'immagine della distribuzione degli eventi di scintillazione nel cristallo, ossia il risultato dell'imaging scintigrafico. A tale scopo si processano i dati attraverso un algoritmo di ricostruzione che stimi la posizione di assorbimento nel cristallo di ciascun fotone gamma misurato.

Vengono di seguito presentati due metodi di ricostruzione: il metodo del baricentro e quello basato sulla stima di massima verosimiglianza.

1.6.1 Metodo del baricentro

Si tratta dell'algoritmo di ricostruzione più semplice per definizione e implementazione.

Definita la mappa dei rivelatori, con le coordinate (x_i, y_i) dei centri di ciascun rivelatore ($i=1, \dots, N$; $N=25$) e misurata la quantità di carica Q_i su ciascun rivelatore per un dato evento di scintillazione, allora le coordinate (X_R, Y_R) del punto ricostruito si calcolano tramite una media pesata:

$$X_R = \frac{\sum_1^N Q_i x_i}{\sum_1^N Q_i} ; Y_R = \frac{\sum_1^N Q_i y_i}{\sum_1^N Q_i} \quad (1.7)$$

Il metodo del baricentro presenta dei limiti nella capacità di ricostruzione degli eventi di scintillazione che verranno descritti nei prossimi capitoli.

1.6.2 Metodo della stima di massima verosimiglianza

L'algoritmo di stima della massima verosimiglianza (maximum likelihood, ML) è decisamente più complesso rispetto al metodo del baricentro, tuttavia compensa ciò con una migliore stima della posizione degli eventi ed una minore deformazione dell'immagine ricostruita^[3].

Il metodo ML fornisce inoltre una stima della coordinata Z di interazione (Depth of Interaction, DoI) del fotone gamma nel cristallo e della sua energia. La stima dei parametri si ricava tramite l'applicazione del metodo ad un data-set e una volta definito un modello statistico del sistema.

Il data-set ha una diretta dipendenza dai parametri attraverso il modello statistico: nel caso della gamma camera i parametri da stimare sono (x, y, z, E_γ) dell'evento di scintillazione; il modello statistico tiene conto di una serie di fenomeni fisici, come la dinamica di generazione dei fotoni nel cristallo, la quantità di luce che effettivamente raggiunge il piano dei rivelatori e i meccanismi di generazione di coppie negli SDD; per ultimo, il data-set è rappresentato dalla quantità di segnale raccolto da ciascun degli N rivelatori (q_i è la carica raccolta, con $i=1, \dots, N$).

Detto $f(\cdot)$ la funzione probabilità del modello statistico, allora è possibile esprimere il verificarsi di uno specifico data-set come probabilità condizionata rispetto ad una sequenza di parametri θ fornita:

$$\mathcal{L}(\theta|q_1, \dots, q_N) = f(q_1, \dots, q_N|\theta) \quad (1.8)$$

con \mathcal{L} funzione di verosimiglianza. La stima dei parametri avviene attraverso la scelta di quel set di θ che massimizza la funzione di verosimiglianza:

$$\hat{\theta}_{ML} = \arg \max_{\theta \in \Theta} \mathcal{L}(\theta|q_1, \dots, q_N) \quad (1.9)$$

In generale, per un data-set fissato e un modello statistico del sistema definito, il metodo ML seleziona quel set di parametri che producono una distribuzione più verosimile

possibile rispetto ai dati osservati. Questo avviene attraverso la ricerca dei parametri che massimizzano la funzione di verosimiglianza.

Nel capitolo dei risultati verrà mostrato come la ricostruzione con il metodo ML presenti dei vantaggi su quella basata sul calcolo del baricentro.

Capitolo 2

Modelli di riflessione

Una gamma camera è un dispositivo costituito da una sequenza di componenti che influenzano singolarmente il comportamento e le prestazioni complessive del sistema.

La progettazione e l'ottimizzazione di una gamma camera richiedono spesso il supporto da parte di uno strumento che permetta di prevedere il comportamento dell'intero sistema al variare dei parametri di progetto. Tale strumento è il simulatore: un programma in grado di emulare il comportamento fisico di ogni processo interno alla gamma camera e fornire quindi una stima verosimile dei dati in uscita dai rivelatori.

Nell'ambito di questo progetto di tesi è stato implementato un programma che permetta la simulazione del comportamento di una gamma camera con cristallo scintillatore continuo (architettura di Anger), la cui validità è stata testata attraverso il confronto con i risultati sperimentali ottenuti con Hicam.

Nello specifico, il contributo maggiore del lavoro svolto è legato all'implementazione della parte del programma che si occupa della simulazione dei fenomeni ottici all'interno del cristallo: si stima la posizione dei fotoni dal momento in cui vengono generati all'interno del cristallo, fino a quando vengono assorbiti dalla matrice di rivelatori o si disperdono altrove.

Oltre alla stima dei dati in uscita dalla gamma camera, il simulatore verrà utilizzato per la creazione di mappe di dati necessari per l'applicazione di un algoritmo di ricostruzione basato sulla stima di massima verosimiglianza.

Come visto, i parametri più importanti di una gamma camera è la risoluzione energetica e la risoluzione spaziale.

Un obiettivo chiave per ottenere una migliore risoluzione energetica è quello di incrementare la percentuale di luce raccolta dal piano dei rivelatori per ogni evento misurato. Si può ottenere un miglioramento, ad esempio, rivestendo le pareti del cristallo con un materiale che permetta di riflettere gran parte dei fotoni visibili generati verso la parete otticamente accoppiata con la matrice di rivelatori.

La risoluzione spaziale, invece, dipende principalmente dalla maniera in cui la luce si distribuisce sul piano dei rivelatori, poiché i metodi di ricostruzione dell'immagine si

basano fondamentalmente sulla correlazione che esiste tra la posizione in cui si è generato l'evento e la distribuzione di carica sui rivelatori.

Si è visto che, quando un fotone gamma viene assorbito, si genera un flash di fotoni che propagano in tutte le direzioni all'interno del cristallo. Alcuni colpiscono la parete inferiore del cristallo e vengono trasmessi direttamente al piano di rivelazione, altri vengono trasmessi oltre le rimanenti pareti e si disperdono all'esterno e altri ancora riflettono contro le pareti interne del cristallo.

La luce totale rivelata è una composizione di tutti i fotoni che, compiendo traiettorie più o meno complesse all'interno del cristallo, terminano il loro percorso nel volume di un rivelatore, dove vengono assorbiti e convertiti in carica elettrica.

Da questa analisi, appare che la raccolta di luce in una gamma camera è influenzata da alcuni fattori che caratterizzano la fisica ottica del cristallo e la maniera in cui la luce viene riflessa all'interno di questo. Un esempio è dato dalla ruvidità delle pareti del cristallo, che, intuitivamente, influisce sulla distribuzione della luce riflessa. Anche il materiale con cui viene ricoperto il cristallo permette di cambiare la quantità e distribuzione della luce sui rivelatori.

Il simulatore che si intende implementare deve tener conto di queste variabili di progetto ed è per questo che si è vista la necessità di sviluppare un modello di riflessione per le pareti dei cristalli scintillatori. Tale modello dovrà aderire il più possibile al comportamento delle superfici di riflessione reali.

In questo capitolo verranno richiamati i principi basilari della riflessione e trasmissione della luce all'interfaccia tra diversi materiali e in che modo questi si applicano a superfici che presentano irregolarità (ruvide). A tale proposito verranno esposti due modelli matematici di riflessione e si verificherà la loro aderenza a dati sperimentali di letteratura relativi alla riflessione nei cristalli scintillatori.

Dall'analisi globale, verrà sintetizzato un modello di riflessione per il simulatore.

2.1 Principi sulla riflessione

In questo paragrafo si introducono alcuni concetti di base della fisica ottica a cui verrà fatto riferimento nella esposizione dei modelli di riflessione e dei dati sperimentali ricavati dalla letteratura.

Con il termine riflessione si intende una variazione nella direzione di propagazione di un'onda nel momento in cui questa viene a contatto con l'interfaccia tra due materiali aventi proprietà fisiche differenti: il cambio di direzione è tale da riportare l'onda all'interno del volume di materiale da cui proveniva in precedenza e impedirne il passaggio nel secondo materiale.

Per quanto riguarda le onde elettromagnetiche e, in maniera più specifica, la radiazione luminosa, la riflessione avviene sulla superficie d'interfaccia tra due materiali dielettrici che posseggono un diverso indice di rifrazione n .

La riflessione viene quantificata attraverso l'angolo di riflessione, ossia l'angolo compreso tra la normale al piano di riflessione e il vettore della direzione di propagazione dell'onda riflessa. Detto θ_i l'angolo compreso tra la normale al piano e il vettore direzione dell'onda incidente sulla superficie, allora per la legge di riflessione, l'angolo di riflessione θ_r è uguale in ampiezza a θ_i , nel caso di *riflessione speculare* (vedi figura 2.1).

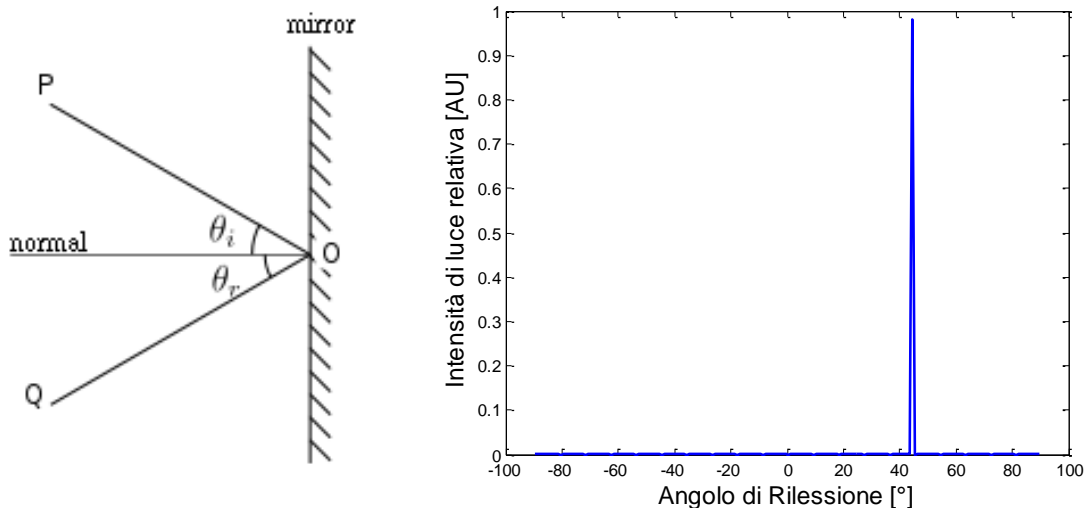


Figura 2.1: Geometria di una riflessione speculare ideale e relativo grafico di riflettanza (nell'esempio, l'angolo di incidenza è posto a $\theta_i=45^\circ$)

La legge di riflessione, nel caso speculare, specifica anche che:

- Il raggio incidente, il raggio riflesso e la normale al piano di riflessione devono giacere sullo stesso piano.
- Il raggio d'incidenza e il raggio riflesso sono ai lati opposti rispetto alla normale al piano di riflessione.

Esiste poi la *riflessione diffusa* in cui l'angolo di riflessione non è univoco e la radiazione luminosa segue un profilo di distribuzione definito in funzione di θ_r .

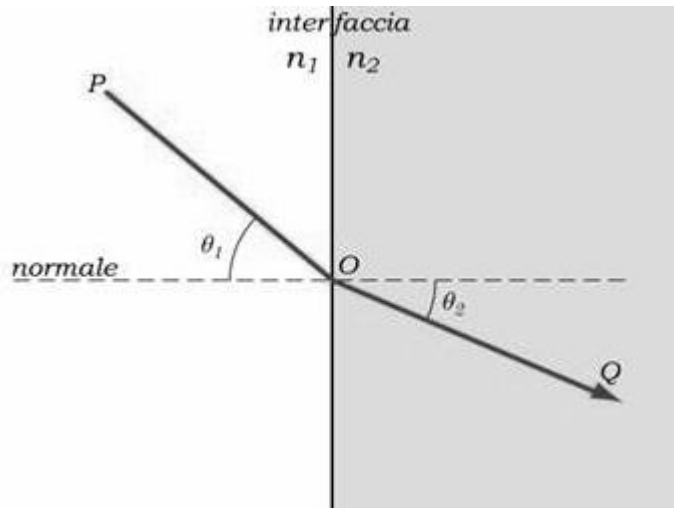


Figura 2.2: Geometria della rifrazione di luce all'interfaccia tra due materiali dielettrici differenti. L'angolo di rifrazione è calcolato mediante la legge di Snell.

Nella maggior parte dei casi solo una porzione della radiazione luminosa incidente sull'interfaccia viene riflessa, mentre la restante parte viene trasmessa (rifratta) all'interno del secondo materiale (come mostrato in figura 2.2).

Le leggi che descrivono secondo quali proporzioni la luce incidente riflette o rifrange su una superficie sono sintetizzate nelle equazioni di Fresnel.

La legge di Snell definisce invece il rapporto tra l'angolo di incidenza e l'angolo di rifrazione θ_t compreso tra il vettore direzione dell'onda rifratta e la normale al piano (di segno opposto):

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (2.1)$$

Con n_1 e n_2 indici di rifrazione del primo e secondo mezzo di propagazione.

2.1.1 Equazioni di Fresnel

Le equazioni di Fresnel valgono nel caso di onde elettromagnetiche piane che incidano su superfici piatte e omogenee. Le equazioni calcolano i valori di riflettanza R e trasmittanza T , ossia le porzioni di radiazione luminosa che viene rispettivamente riflessa e rifratta.

R e T sono frazioni complementari, tali che $R+T=1$.

Il valore di R dipende dalla polarizzazione del raggio incidente, che viene separato in due componenti con polarizzazione perpendicolare tra loro. La prima componente è polarizzata con il campo elettrico dell'onda perpendicolare al piano di incidenza (situazione definita polarizzazione S o TE, transverse electric) e il suo coefficiente di riflessione è dato da:

$$R_s = \left[\frac{\sin(\theta_t - \theta_i)}{\sin(\theta_t + \theta_i)} \right]^2 = \left[\frac{\cos \theta_i - \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2 \theta_i}}{\cos \theta_i + \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2 \theta_i}} \right]^2 \quad (2.2)$$

La seconda componente è invece chiamata polarizzazione P o TM (transverse magnetic) ed è la componente tale per cui il campo magnetico oscilla parallelamente alla superficie d'interfaccia. Il coefficiente di riflessione in questo caso è:

$$R_p = \left[\frac{\tan(\theta_t - \theta_i)}{\tan(\theta_t + \theta_i)} \right]^2 = \left[\frac{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cos \theta_i - \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2 \theta_i}}{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cos \theta_i + \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2 \theta_i}} \right]^2 \quad (2.3)$$

Come conseguenza della conservazione dell'energia, i coefficienti di trasmissione sono dati da $T_s=1-R_s$ e $T_p=1-R_p$. Se la luce incidente è non-polarizzata (come succede nella gran parte dei casi reali), il coefficiente di riflessione è una media di R_s e R_p : $R=(R_s+R_p)/2$.

Nella figura 2.3 viene mostrato il comportamento del coefficiente di riflessione all'interfaccia tra due materiali con indice di rifrazione n_1 ed n_2 ed in funzione dell'angolo d'incidenza.

Nel caso in cui $n_1 > n_2$, si verifica che oltre un angolo di incidenza θ_{crit} , detto angolo critico, tutta la radiazione viene riflessa dall'interfaccia. L'angolo critico si calcola come:

$$\theta_{crit} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad (2.4)$$

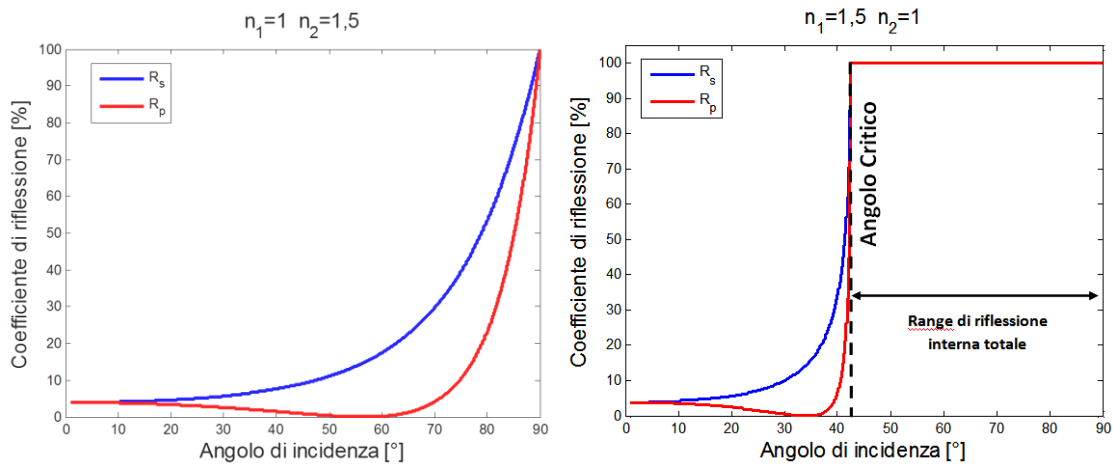


Figura 2.3: Coefficiente di riflessione in funzione dell'angolo quando $n_1 < n_2$ (sinistra) e quando $n_1 > n_2$ (destra). Nel secondo caso si identifica l'angolo critico, oltre il quale tutta la radiazione incidente viene riflessa.

L'indice di rifrazione è, per sua definizione, un numero complesso in cui la parte reale definisce la variazione di velocità dell'onda nel passaggio attraverso l'interfaccia tra due materiali, mentre la parte immaginaria rappresenta il coefficiente di assorbimento della luce nel materiale. Inoltre, l'indice di rifrazione è funzione della lunghezza d'onda della radiazione elettromagnetica. In generale, la sua definizione è:

$$N(\lambda) = n(\lambda) + i k(\lambda) \quad (2.4)$$

I grafici in figura 2.3 fanno riferimento a casi in cui gli indici di rifrazione sono valori reali, come nel caso di molti liquidi e gas e solidi trasparenti. Quando l'indice di riflessione del secondo materiale è complesso, l'andamento del coefficiente di riflessione assume dei valori nettamente diversi: nelle figure 2.4 e 2.5 sono mostrati i grafici relativi al coefficiente di riflessione nel caso in cui il materiale n_1 è l'aria e il materiale n_2 è alluminio (materiale riflettente) o un carbone nero (materiale assorbente).

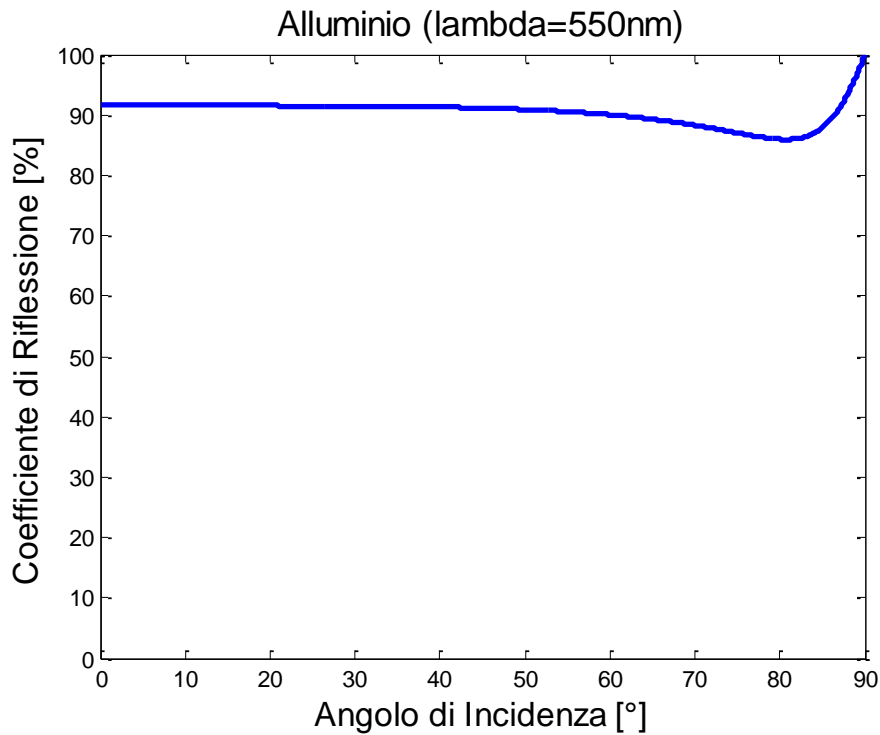


Figura 2.4: coefficiente di riflessione all'interfaccia tra aria ($n_1=1$) e alluminio ($n_2=1.015192+i 6.6273$) ad una lunghezza d'onda $\lambda=550\text{nm}$. Il valore di riflessione rimane nell'intorno del 90%, il che fa dell'alluminio un ottimo riflettore.

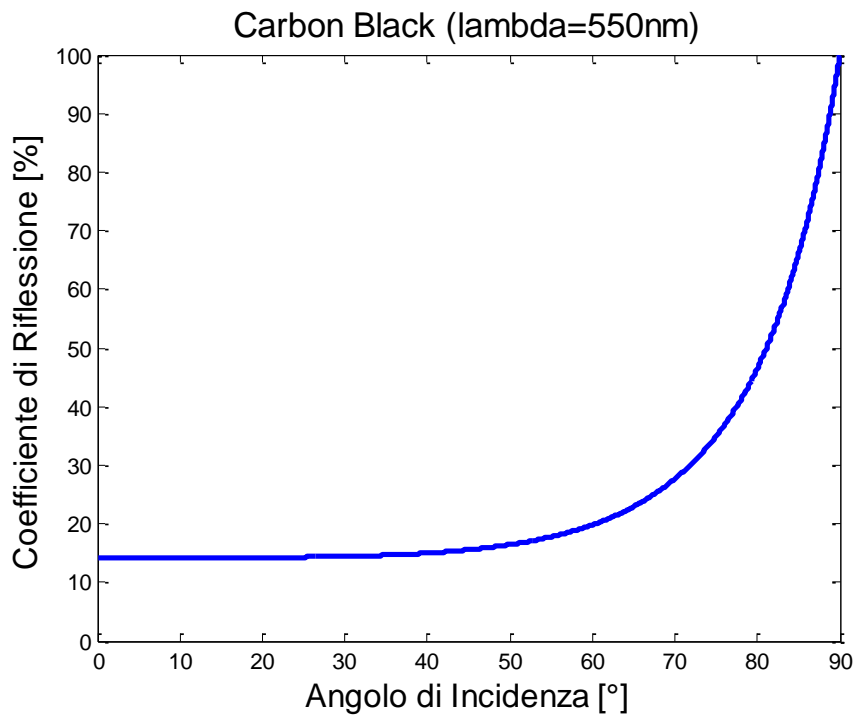


Figura 2.5: coefficiente di riflessione all'interfaccia tra aria e carbon black ($n_2=1.85+i 0.71$). Per bassi angoli di riflessione la quantità di luce riflessa è minima, rendendo il materiale un buon assorbitore di luce (per la $\lambda=550\text{nm}$).

2.1.2 Riflessione diffusa

La riflessione diffusa è un fenomeno di riflessione legato ai primi strati atomici superficiali nei materiali: la luce rifratta dalla superficie incontra, all'interno del materiale, strati successivi di atomi o molecole; ad esempio, nel caso dei semiconduttori, la luce trasmessa viene ostacolata dagli strati cristallini progressivamente più interni. Ogni interfaccia cristallina provoca ulteriori fenomeni di scattering (riflessione, trasmissione, diffrazione), alcuni dei quali risalgono e fuggono dalla superficie del materiale con una direzione dettata dalla serie di traiettorie eseguite nelle varie interazioni. Una descrizione visiva del fenomeno viene fornita in figura 2.6.

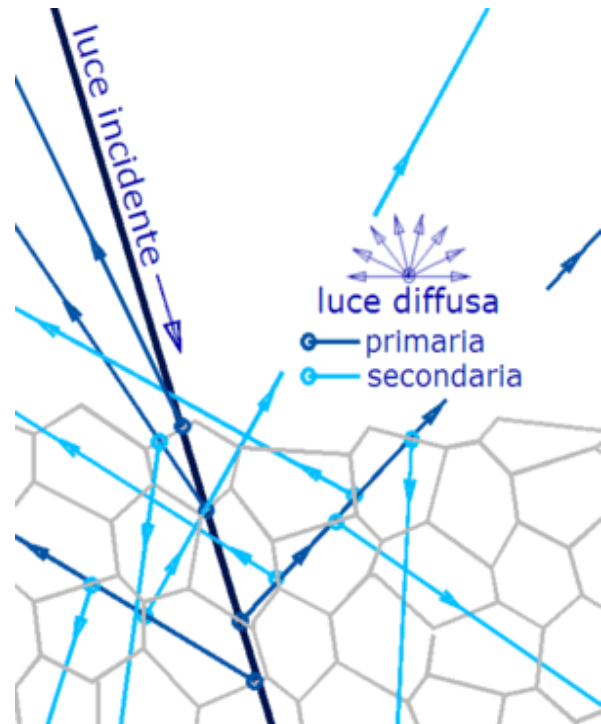


Figura 2.6: Fenomeni di scatter interno che provocano la riflessione diffusa della luce dalla superficie.

La letteratura ha adottato per molto tempo il modello analitico di Lambert per la

diffusione: una superficie lambertiana è tale per cui la luce che incide su di essa viene diffusa in modo tale che la radianza apparente della superficie rimane la stessa indipendentemente dall'angolo di vista dell'osservatore.

La Radianza è definita come:

$$L = \frac{d^2\phi}{dA d\Omega \cos \theta_r} \quad (2.5)$$

dove con ϕ si indica il flusso radiante (W), $d\Omega$ è l'angolo solido attraverso cui si osserva la luce riflessa, $dA \cos \alpha$ è la porzione di superficie apparente per l'osservatore posto sulla direttrice dell'onda riflessa con angolo θ_r (per una descrizione visiva del problema, ci si riferisca alla figura 2.7).

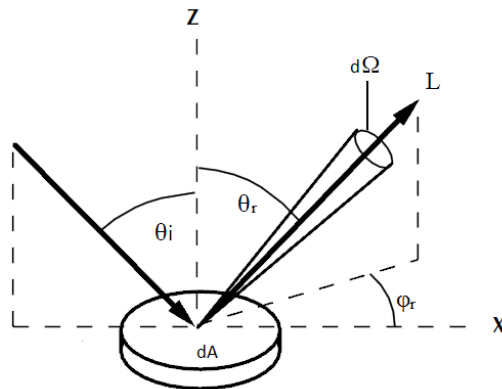


Figura 2.7: Parametri geometrici per la descrizione dei fenomeni di riflessione nello spazio.

La distribuzione lambertiana della luce riflessa segue un andamento proporzionale al coseno dell'angolo di riflessione (figura 2.8), tale per cui la radianza effettiva riflessa in funzione dell'angolo di riflessione si ricava come:

$$L_{\text{lambertiana}} = \frac{d^2\phi}{dA d\Omega \cos \theta_r} (\cos \theta_r) = \frac{d^2\phi}{dA d\Omega} \quad (2.6)$$

Quindi, a pari angolo solido d'osservazione, la luminanza rimane costante.

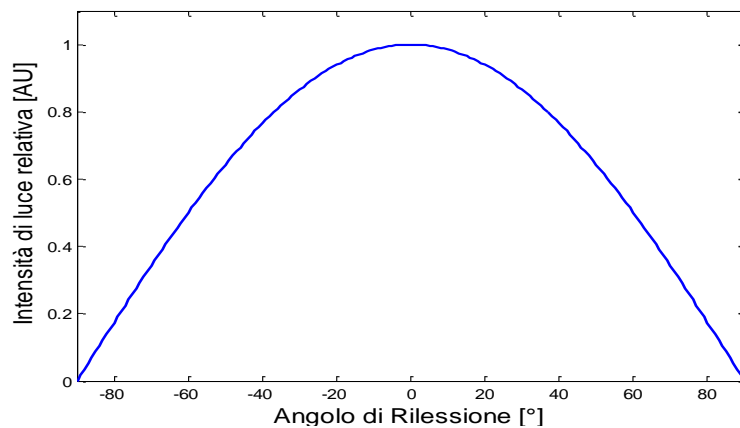


Figura 2.8: Grafico di riflettanza della luce diffusa da una superficie diffusiva lambertiana in funzione dell'angolo di riflessione θ_r .

2.1.3 Back-reflection

Per back-reflection si intende una riflessione dell'onda incidente tale da provocare esclusivamente un cambio di verso alla direzione dell'onda stessa, in pratica respingendola verso la sorgente.

Esistono diversi tipi di cause che producono questo fenomeno^[4], ma, limitandoci al caso di modelli ottici geometrici, la back-reflection è dovuta a rimbalzi plurimi su superficie rugosa: come mostrato, a titolo di esempio, nella figura 2.9, il fotone incidente su di una superficie ruvida può subire una doppia riflessione e rifletter nella stessa direzione di arrivo, anche se con direzione opposta.

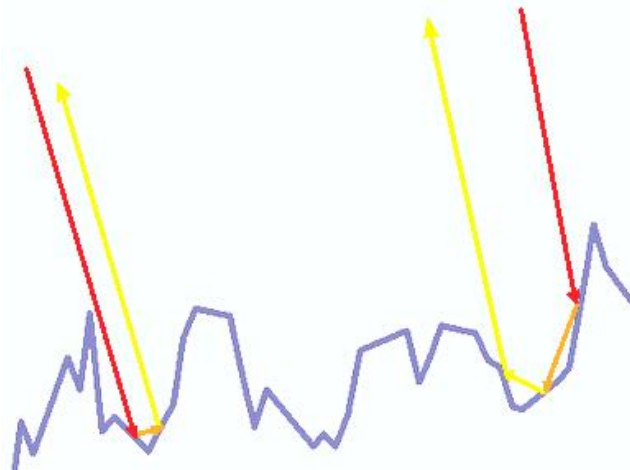


Figura 2.9: esposizione schematica del fenomeno di back-reflection su di una superficie che presenta delle irregolarità. Le linee rosse indicano la direzione della luce incidente, quelle gialle la luce riflessa.

2.2 Modelli di rugosità

Il comportamento di riflessione delle superfici reali devia dai modelli teorici a causa della presenza di irregolarità della sua struttura geometrica.

Il modo con cui la luce viene riflessa da una superficie dipende in maniera preponderante dalla forma della superficie stessa a livello microscopico. Una superficie liscia, ad esempio, riflette la luce incidente tendenzialmente verso una singola direzione, mentre una superficie ruvida tende a disperdere la luce in differenti direzioni. Per analizzare la riflessione della luce incidente, è necessario conoscere la forma microscopica della superficie riflettente, quindi possederne un modello geometrico.

I modelli di superficie possono essere suddivisi in due categorie: modelli per superfici con profili interamente noti e modelli per superfici con irregolarità casuali. Un profilo esatto può essere determinato dalla misura delle altezze in ogni punto della superficie attraverso l'uso di sensori appositi, come un profilometro meccanico o laser.

Nel caso non si disponga di tali dispositivi, risulta conveniente l'impiego di modelli statistici di superficie, dove questa viene descritta attraverso una distribuzione di probabilità della sua altezza rispetto ad un livello medio o della sua inclinazione rispetto ad un piano medio.

2.2.1 Modello basato sull'altezza

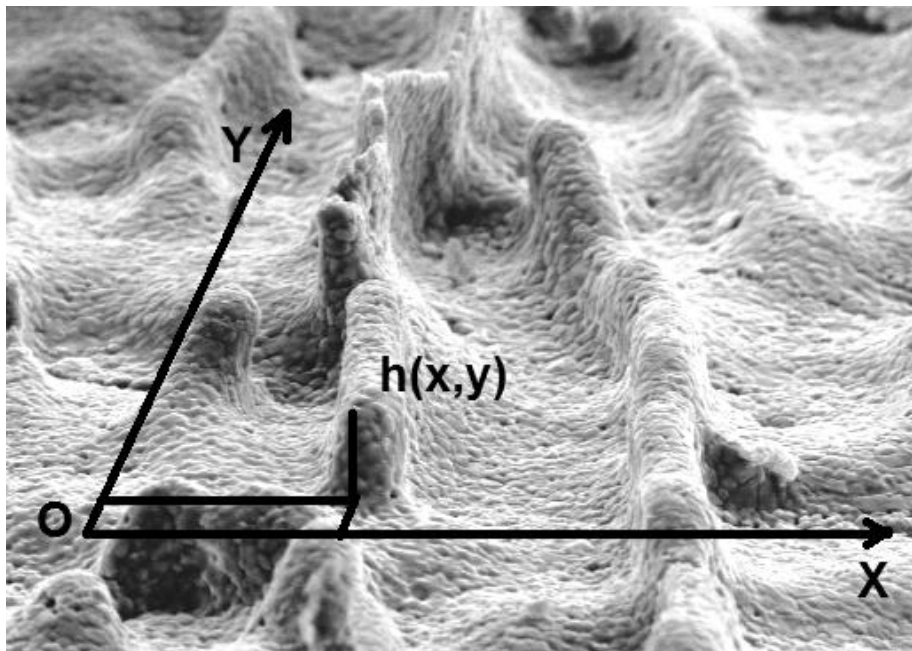


Figura 2.10: Sistema di coordinate per la definizione della rugosità nel modello basato sull'altezza. La superficie mostrata è un'immagine microscopica di una lastra di allumina.

Il valore dell'altezza h di un punto della superficie ruvida viene espressa come una funzione casuale delle coordinate x e y sulla superficie bidimensionale (figura 2.10). La forma della superficie viene quindi determinata dalla distribuzione statistica di h . A titolo di esempio si consideri la variabile h distribuita secondo una probabilità normale, con valore medio $\bar{h} = 0$ e deviazione standard σ_h . La distribuzione di h è quindi data da:

$$\rho_h(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_h} e^{-\frac{h^2}{2\sigma_h^2}} \quad (2.7)$$

La deviazione standard σ_h rappresenta le irregolarità della superficie.

La sola distribuzione di h non è sufficiente per definire la rugosità, dal momento che non ci viene fornita una informazione sulla distanza tra i picchi e le valli della superficie. In figura 2.11 entrambi i profili (a) e (b) condividono la stessa funzione di distribuzione delle altezze, con stessa media e uguale deviazione standard. Tuttavia appaiono differenti a causa di una diversa distanza tra massimi e tra minimi. Per rafforzare l'informazione contenuta nel modello di superficie è necessario quindi introdurre un coefficiente di autocorrelazione $C(\tau)$ che rappresenta la correlazione (dipendenza statistica) tra i valori casuali assunti dall'altezza h in due punti (x_1, y_1) e (x_2, y_2) , separati da una distanza τ . Il coefficiente di autocorrelazione può essere rappresentato, ad esempio, dalla funzione:

$$C(\tau) = e^{-\frac{\tau^2}{T^2}} \quad (2.8)$$

dove T è la distanza di correlazione. I profili (a) e (b) hanno rispettivamente una distanza di correlazione piccola e grande.

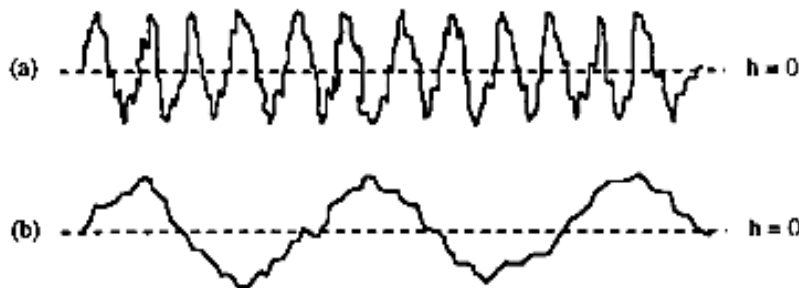


Figura 2.11: profili di superfici casuali con stessa statistica di distribuzione delle altezze e distanza di correlazione piccola (a) e grande (b).

2.2.2 Modello basato sulla pendenza

Per maggiore convenienza pratica è meglio pensare ad una superficie ruvida come ad un insieme di micro-piani, come illustrato in figura 2.12. Un set abbastanza grande di micro-piani costituisce una parte infinitesimale della superficie totale. La parte i superficie è definita dal vettore normale al piano medio n , mentre ciascun micro-piano è univocamente definito dal proprio vettore normale che devia da quello medio di un angolo α .

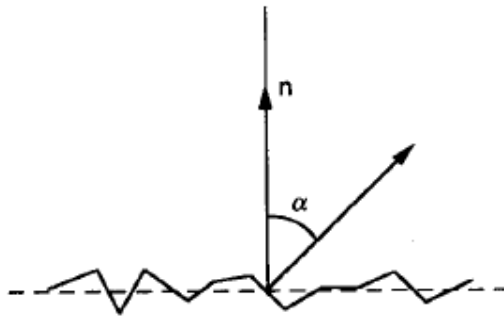


Figura 2.12: superficie ruvida descritta come una collezione di micro-piani. Ogni piano è descritto da un vettore perpendicolare al micro-piano stesso e inclinato di un angolo α rispetto alla normale alla superficie.

L'angolo α è quindi il parametro che indica la pendenza del micro-piano. Il profilo della superficie può essere quindi modellizzato assumendo che α sia una variabile statistica. Se la superficie è isotropica, allora la distribuzione di probabilità di α è radialmente simmetrica rispetto ad una normale n al piano medio, quindi può essere descritta analiticamente attraverso una funzione unidimensionale.

Considerando un angolo α che segue una distribuzione normale con valore medio $\bar{\alpha} = 0$ e deviazione standard σ_α :

$$\rho_\alpha(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\alpha}} e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma_\alpha^2}} \quad (2.9)$$

In questo caso, il modello di superficie è determinato da un solo parametro, ossia la deviazione standard della distribuzione σ_α , a differenza del modello basato sulle altezze che richiede due parametri. Maggiore è il valore di σ_α , più elevato sarà il livello di rugosità della superficie modellizzata.

Un limite di questo modello è che non conserva la variabilità dell'altezza dei picchi di ruvidità e la larghezza delle valli: si paga una perdita d'informazione geometrica quando si passa dal primo modello al secondo.

Nonostante ciò, il modello basato sulla pendenza ha riscosso in letteratura maggiore popolarità negli studi sulle superfici di riflessione^{[5][6]}, dal momento che è stato riscontrato che la dispersione di raggi di luce dipende prevalentemente della pendenza dei piani di

rugosità, mentre l'altezza locale della superficie è praticamente ininfluenza^[7]. Inoltre, il secondo modello è più facilmente applicabile a modelli analitici e geometrici.

2.3 Modelli di riflessione di superficie

Esistono due approcci principali agli studi di ottica, quindi due approcci allo studio della riflessione: ottica fisica o delle onde, basata direttamente sulla teoria delle onde elettromagnetiche e fondata sull'analisi della propagazione della luce in accordo con le equazioni di Maxwell; ottica geometrica o dei raggi, quando si assume che la luce si propaghi mediante raggi rettilinei, approssimazione che è valida quando la lunghezza d'onda della luce è molto inferiore rispetto alle dimensioni fisiche del sistema in analisi (nel nostro caso, le irregolarità di superficie).

Esiste poi un terzo approccio all'ottica, l'ottica quantistica, che non verrà trattato di seguito.

L'ottica fisica studia i fenomeni di interferenza, diffrazione, polarizzazione della luce e tutti quei fenomeni per i quali non sono valide le ipotesi semplificative dell'ottica geometrica, ma per i quali è necessario a ricorrere alla descrizione del carattere ondulatorio della luce come radiazione elettromagnetica, applicando quindi le equazioni di Maxwell.

L'ottica geometrica costituisce un'approssimazione dell'ottica fisica, applicabile quando la lunghezza d'onda dell'onda è molto minore delle dimensioni lineari degli ostacoli che incontra, sostituendo alla direzione di propagazione dell'onda il concetto di raggio.

Di seguito si desidera proporre due modelli per la riflessione della luce all'interfaccia ruvida tra materiali: il *modello di Beckmann-Spizzichino*, basato su un approccio di ottica fisica, e il *modello di Torrance-Sparrow*, che invece segue i criteri dell'ottica geometrica. Proseguendo nella trattazione, verrà mostrato che i risultati di questi modelli interpretano bene i dati sperimentali osservati in letteratura. In ultimo verrà mostrato come A. Levin e C. Moisan hanno sintetizzato l'informazione contenuta nei modelli di riflessione, concentrandola in un modello comportamentale generalizzato, definito *Unified Model*.

2.3.1 Modello di Beckmann-Spizzichino

Il modello di Beckmann-Spizzichino descrive la riflessione di onde elettromagnetiche piane su superfici lisce o ruvide. Il modello tiene conto dei parametri elettromagnetici dei due materiali costituenti la superficie di interfaccia e della lunghezza d'onda della radiazione luminosa λ .

La variabile di controllo in uscita è la potenza media del campo elettromagnetico riflesso $\langle E_o E_o^* \rangle$. Per un dato angolo di incidenza θ_i (ϕ_i si suppone nullo), la potenza media riflessa nella direzione (θ_r, ϕ_r) da una superficie ruvida la cui altezza è distribuita normalmente con media nulla, deviazione standard σ_h e distanza di correlazione T , si fornisce una versione semplificata della formula per il calcolo del campo riflesso:

$$\langle E_o E_o^* \rangle = C(\theta_i, \lambda) * (R_{ss}(\theta_i) + R_{sl}(\theta_i, \theta_r, \phi_r, g, T)) \quad (2.10)$$

Dove $C(\theta_i, \lambda)$, una volta definita la geometria e i parametri fisici dell'onda incidente, è un termine costante, mentre g è un parametro di ruvidità definito come $g = \frac{\sigma_h}{\lambda}$. Il profilo di campo riflesso è definito da due funzioni componenti, R_{ss} e R_{sl} . Il primo termine, definisce analiticamente quella componente della luce che subisce una riflessione puramente speculare (*specular spike*): il campo EM riflesso è pressoché nullo per ogni direzione di riflessione tranne che per la direzione speculare a quella dell'onda incidente, come visto nel paragrafo iniziale. Il secondo termine, definito *specular lobe*, definisce la componente di campo che subisce un effetto diffusivo a causa della ruvidità della superficie. L'allargamento del lobo speculare presenta una distribuzione normale intorno alla direzione di riflessione speculare, in quanto la rugosità che lo causa segue a sua volta una distribuzione gaussiana. Maggiore è il valore del parametro di rugosità, più larga sarà l'espansione del lobo speculare intorno al suo valore medio.

Le curve di riflettanza in figura 2.13 e 2.14 mostrano il risultato della luce riflessa secondo il modello di Beckmann-Spizzichino: nel primo caso, il parametro di rugosità è talmente basso che l'unico effetto visibile è il picco di riflessione speculare. In pratica, per pareti approssimativamente lisce, il modello si riduce al caso di riflessione speculare pura visto nel paragrafo di teoria. Nel secondo caso la rugosità è maggiore e compare, intorno al picco speculare, la campana di riflessione lobata.

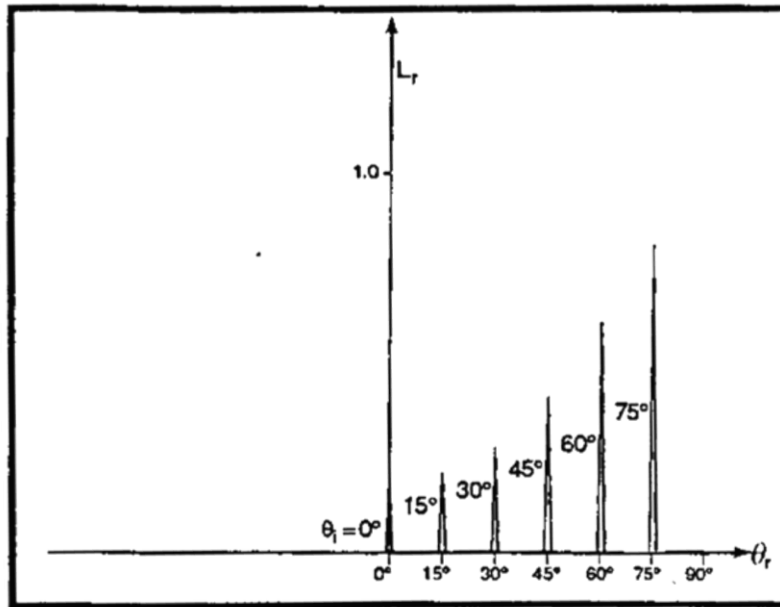


Figura 2.13: Riflettanza della luce per angoli di incidenza da 0 a 75 gradi, su di una superficie che implementa il modello di Beckmann-Spizzichino per $g=0,002$ e $T=0,01$. Si verifica che l'unico effetto dominante è la riflessione speculare pura.

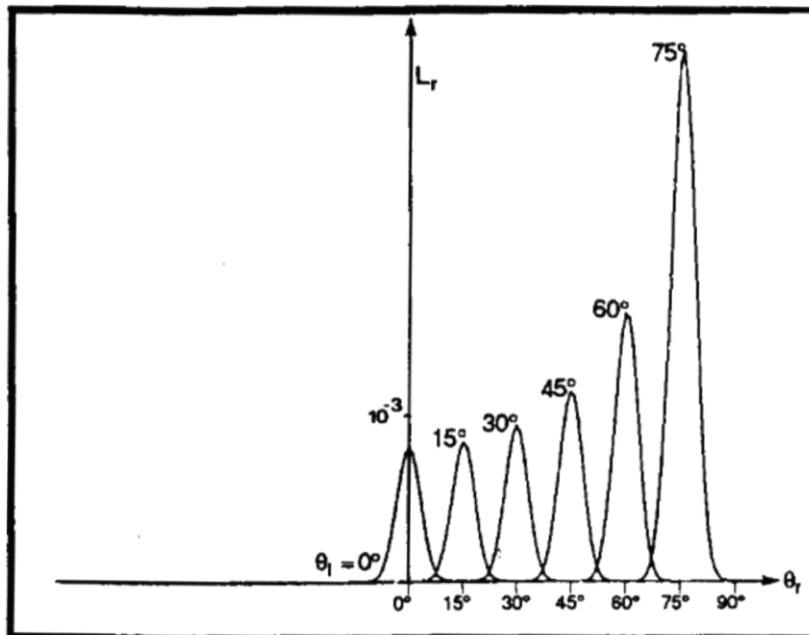


Figura 2.14: Riflettanza della luce per angoli di incidenza da 0 a 75 gradi, su di una superficie che implementa il modello di Beckmann-Spizzichino per $g=10$ e $T=0,05$. L'aumento del parametro di ruvidità provoca la dispersione della luce riflessa nell'intorno del picco di riflessione speculare.

Il modello di Beckmann-Spizzichino è valido solo sotto una serie di ipotesi che sono di seguito elencate.

- La variabile altezza, che descrive l'andamento di superficie e la sua rugosità, è distribuita normalmente.
- Il raggio di curvatura delle irregolarità di superficie è grande rispetto alla lunghezza d'onda della radiazione incidente (ipotesi di Kirchoff).
- La superficie di interfaccia è ipotizzata come un conduttore perfetto.
- Si ignorano effetti di mascheramento o oscuramento di alcuni punti della superficie da parte di altri punti della stessa.
- Si suppone che la radiazione luminosa incidente rifletta solo una volta, quindi escludendo i casi in cui si verifica il rimbalzo della radiazione tra punti di superficie prima che questa venga riflessa verso la direzione del punto di osservazione.
- L'onda incidente è polarizzata perpendicolarmente ed è anche piana: questa ipotesi è valida solo se la sorgente dell'onda è situata ad una distanza ragionevolmente ampia dalla superficie, altrimenti l'onda incidente è da considerarsi sferica.

Il numero e la qualità delle ipotesi introdotte dal modello è tale da restringerne l'applicabilità pratica in molti casi reali.

2.3.2 Modello di Torrance-Sparrow

Nell'ottica geometrica la luce incidente viene approssimata ad un insieme di raggi che viaggiano lungo una linea retta nel mezzo omogeneo. Inoltre si considera che il raggio possa essere riflesso solo specularmente rispetto al piano d'incidenza. Ipotesi fondamentale per la validità delle leggi dell'ottica geometrica è che la lunghezza d'onda della radiazione luminosa sia di dimensione molto inferiore rispetto alle dimensioni delle irregolarità di superficie.

In queste condizioni è possibile applicare un modello di riflessione basato unicamente sulla geometria del sistema e sulle leggi di Fresnel e Snell. I fenomeni di dispersione della luce diversi dalla riflessione speculare sono generati dalla complessità del modello geometrico di superficie.

La formulazione generale del modello Torrance-Sparrow valuta la radianza luminosa proveniente da un elemento di superficie dA_s nella direzione (θ_r, ϕ_r) come:

$$L_r = \kappa_{diff} \max [0, L_i d\omega_i \cos \theta_i] + \kappa_{spec} \frac{L_i d\omega_i}{\cos \theta_r} e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma_\alpha^2}} \quad (2.11)$$

Dove L_i è la radianza luminosa incidente su dA_s , $d\omega_i$ è la porzione di angolo solido delimitata dal punto sorgente della radiazione e la superficie dA_s , mentre $e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma_\alpha^2}}$ introduce il fattore di distribuzione gaussiana legato alla rugosità (espressa tramite il modello basato sulla pendenza). Il parametro di rugosità è σ_α , deviazione standard della inclinazione dei micro-piani rugosi.

I coefficienti κ_{diff} e κ_{spec} indicano la frazione di luce riflessa che viene ri-emessa rispettivamente secondo un profilo lambertiano e speculare. In particolare κ_{spec} dipende da $F'(\theta'_i, \eta')$, il coefficiente di Fresnel (di riflessione) di una interfaccia tra due mezzi n_1 ed n_2 ($\eta' = \frac{n_2}{n_1}$) quando la luce incide con un angolo θ'_i sul micro-piano, e da $G(\theta_i, \theta_r, \phi_r)$, funzione di attenuazione geometrica legata ai fenomeni di mascheramento e oscuramento che i micro-piani subiscono a causa di della struttura irregolare di superficie.

Il primo termine dell'equazione descrive la componente di radianza luminosa che viene riflessa secondo una legge lambertiana, per simulare un fenomeno di diffusione della luce.

Si può notare la somiglianza tra il secondo termine dell'equazione e l'espressione usata per il lobo speculare del modello Beckmann-Spizzichino. Il modello di Torrance-Sparrow infatti descrive solamente la componente lobata della riflessione speculare, ignorando il fenomeno di picco speculare. La radianza di superficie è determinata dal parametro di ruvidità σ_α e, a differenza del modello fisico, non esiste una dipendenza nei confronti della lunghezza d'onda della radiazione incidente.

Le curve di riflettanza in figura 2.15 e 2.16 mostrano il risultato della luce riflessa secondo il modello di Torrance-Sparrow, ponendo il caso di κ_{diff} nulla. In questo caso è presente solo il picco di riflessione lobata, la cui larghezza è proporzionale all'aumento della rugosità della superficie modellizzata. L'incremento progressivo del picco di riflessione con l'angolo di incidenza è legato ad un fenomeno geometrico, infatti l'angolo solido $d\omega_i$, all'aumentare di θ_i , intercetta una superficie di riflessione dA_s sempre maggiore, con relativo aumento di radianza luminosa riflessa. L'incremento è proporzionale alla funzione $1/\cos(\theta_i)$.

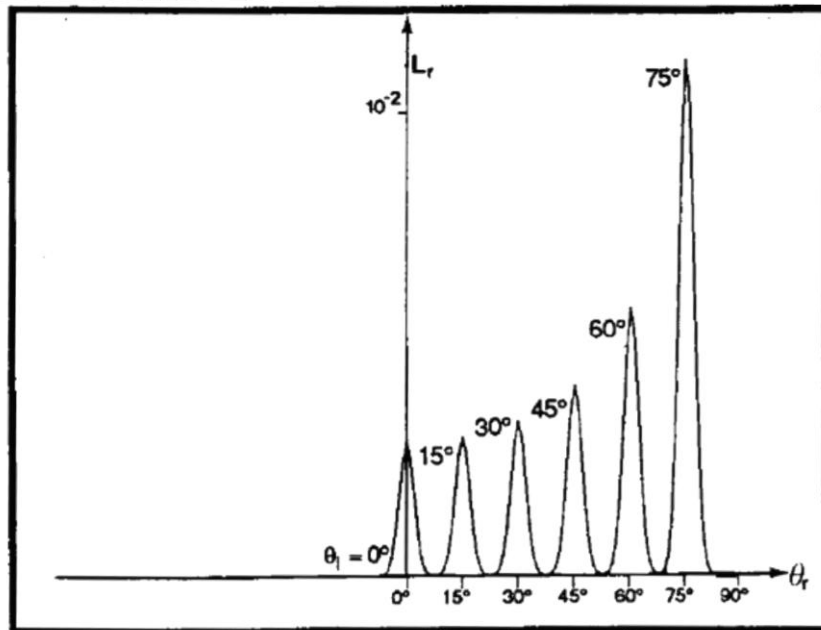


Figura 2.15: Riflettanza della luce per angoli di incidenza da 0 a 75 gradi, su di una superficie che implementa il modello di Torrance-Sparrow per $\sigma_a=1$. L'aumento dell'ampiezza del picco è dovuta ad un fattore geometrico ed è proporzionale a $1/\cos(\theta_i)$.

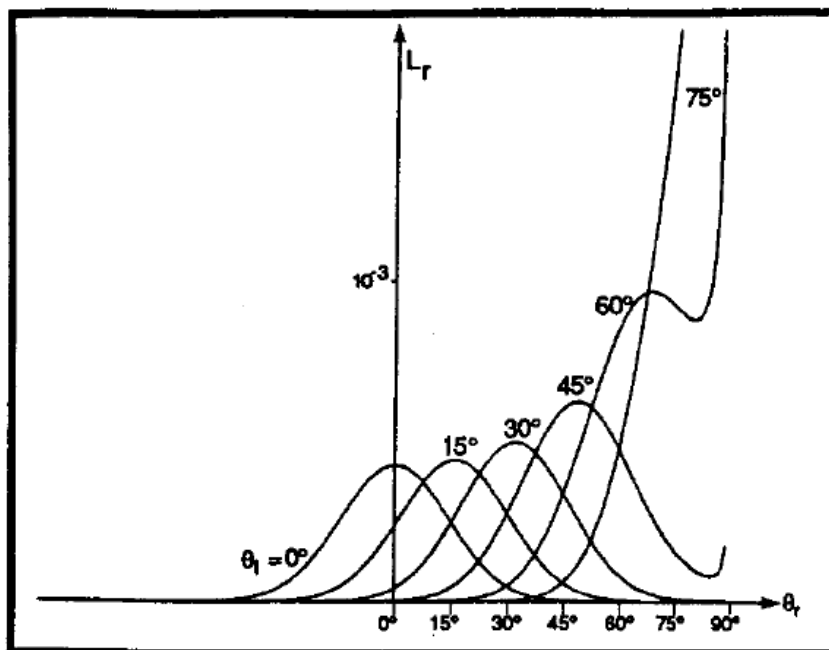


Figura 2.16: Riflettanza della luce per angoli di incidenza da 0 a 75 gradi, su di una superficie che implementa il modello di Torrance-Sparrow per $\sigma_a=7$. Per alti livelli di rugosità, il picco di riflessione si disperde su una gamma maggiore di angoli di riflessione, secondo una distribuzione gaussiana con media intorno all'angolo speculare. All'aumentare dell'angolo di incidenza (vedi curva a $\theta_i=75$ gradi) si incorre in fenomeni limite e la curva normale perde la sua forma.

Il modello di Torrance-Sparrow è valido se sono soddisfatte le seguenti ipotesi:

- La superficie applica un modello di rugosità basata sulla pendenza, con α , angolo di pendenza, distribuito normalmente.
- Le dimensioni dei micro-piani è superiore alla lunghezza d'onda della radiazione incidente: $\sigma_h \gg \lambda$.
- Il modello tiene in considerazione il coefficiente di riflessione di Fresnel $F'(\theta'_i, \eta')$. Non è necessario quindi imporre ipotesi sulla polarizzazione della luce incidente e sulla conduttività del mezzo di superficie.
- Si tiene conto dei fenomeni di mascheramento tramite un fattore di attenuazione geometrico $G(\theta_i, \theta_r, \phi_r)$.
- Si ipotizza che la sorgente sia situata a grande distanza dalla superficie, in maniera tale che i raggi incidenti sulla porzione di superficie dA_s siano approssimativamente paralleli tra loro.

Il modello Torrance-Sparrow per la pareti riflettenti ruvide risulta di più semplice implementazione e più adatto qualitativamente per rappresentare il comportamento riflettente di materiali reali.

2.4 Riflessione della luce nei cristalli scintillatori

I modelli di riflessione analizzati verranno ora confrontati con i risultati sperimentali di misure di riflessione riscontrate in letteratura.

Le prove riguardano il comportamento di riflessione della luce nelle pareti interne di un cristallo scintillatore. In particolare, si è desiderato mostrare come variano i fenomeni di riflessione in relazione al materiale di rivestimento esterno del cristallo e al grado di ruvidità delle sue pareti.

La maggior parte delle superfici in natura presentano delle irregolarità che le rendono ruvide e che, nel caso delle leggi di riflessione, provocano una dispersione spaziale della luce rispetto al caso ideale. Molti materiali sono composti di più sostanze, oppure intrappolano nella propria struttura molecole d'aria (come nel caso di molte sostanze polimeriche). Questo significa che in una sola struttura convivono diversi materiali

dielettrici, ciascuno con il proprio indice di rifrazione ed ognuno capace di provocare un fenomeno di scattering interno al composto.

I modelli teorici visti dovrebbero essere in grado di considerare i fenomeni dispersivi legati alla ruvidità e quelli diffusivi dovuti allo scattering negli strati superficiali del materiale.

M. Janecek e W. Moses hanno effettuato misure di riflessione sulla interfaccia interna di un cristallo di Germanato di Bismuto (BGO, $n=2.1$) semisferico, utilizzando un laser con luce a 440nm, non polarizzata^{[8][9][10]}.

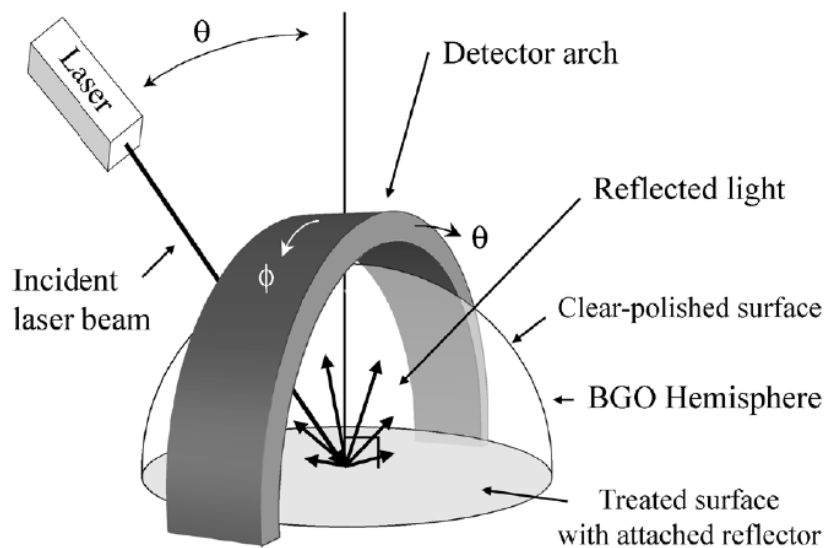


Figura 2.17: Set-up per la misura della luce riflessa dalla parete interna di un cristallo scintillatore: un fascio laser colpisce il punto centrale della parete interna di un cristallo di BGO. La luce riflessa si propaga e fuoriesce dal cristallo, dove può essere misurata da un array di fotorivelatori (fotodiodi pin) organizzati su di un arco mobile.

In figura 2.17 è mostrato schematicamente il funzionamento del sistema: un fascio di luce collimato viene proiettato contro la superficie inferiore del cristallo, dove subisce gli effetti di riflessione visti nel paragrafo precedente (un misto di riflessione speculare e riflessione diffusa). Il valore di luce riflessa viene misurato da un arco di rivelatori lungo i punti di una emisfera esterna al cristallo: tali punti sono identificati tramite un angolo di zenit θ e un angolo di azimut ϕ (il raggio r è fisso e posto al valore $r=1$ per convenzione).

Sono stati utilizzati tre tipologie di cristalli, ciascuno con un diverso livello di levigatura della superficie circolare di base su cui avviene la riflessione del raggio laser: un cristallo levigato tramite trattamento meccanico (raschiatura con carta vetrata), un cristallo levigato mediante attacco chimico e un cristallo con superficie di base ruvida, non trattata.

Oltre al trattamento della parete, vengono presi in considerazione alcuni materiali di rivestimento largamente utilizzati nella pratica di laboratorio per incrementare il livello di riflessione o, al contrario, per determinare un assorbimento di luce su pareti diverse da quella accoppiata al piano dei rivelatori.

Tali materiali vengono classificati in tre classi:

1) *materiali a riflessione speculare*, per i quali ci si aspetta una buona aderenza con il modello di Beckmann-Spizzichino. Tra i materiali a comportamento riflettente sono stati analizzati:

- Fogli di alluminio (2.18a)
- Pellicole di ESR (Enhanced Spectral Reflector)

2) *materiali a riflessione diffusa*. In generale si osserverà che questi materiali possono essere definiti tramite il modello di Torrance-Sparrow. Esempi di materiali diffusivi sono:

- Nastri e pannelli di PTFE (Teflon®) (2.18b)
- Vernice di diossido di titanio

3) *materiali a riflessione “complessa”*, per i quali non è si osserva una aderenza tra risultati sperimentali e teorici:

- Lumirror® (2.18c)
- Melinex® (2.18d)
- Tyvek® (2.18e)



Figura 2.18a: Pellicola di alluminio.



Figura 2.18b: Pannelli di Teflon®.



Figura 2.18c: Lumirror.



Figura 2.18d: Melinex.



Figura 2.18e: Tyvek

Tali materiali possono essere accoppiati al cristallo solo da aria, oppure da colla Melt-Mount™ [Cargille Laboratories, Cedar Grove, NJ] con indice di rifrazione $n=1.582$.

2.4.1 Risultati sperimentali sui rivestimenti

Di seguito vengono esposti i risultati ottenuti facendo incidere sul centro della superficie di base del cristallo il fascio laser ad angoli d'incidenza diversi. Ogni grafico rappresenta la riflettanza della superficie in funzione dell'angolo di riflessione ed è relativo ad un particolare rivestimento posto sotto la superficie di base, in maniera tale da aderire perfettamente con il cristallo.

In figura 2.19 si osserva il comportamento di un materiale riflettente: la riflettanza assume una forma a picco allargato, il cui valore massimo aumenta progressivamente con l'incremento dell'angolo d'incidenza. Questo aumento progressivo, che si ritrova anche nei materiali successivi, è sempre dovuto ad un fattore geometrico legato all'angolo di incidenza della luce del laser sulla superficie che varia proporzionalmente alla funzione $1/\cos \theta_i$.

Come si può giudicare dal confronto, il modello di Beckmann-Spizzichino offre una buona interpretazione del comportamento della luce, in funzione dell'angolo di incidenza degli angoli di riflessione. Anche il modello di Torrance-Sparrow è, tuttavia, in grado di spiegare bene questo tipo di comportamento.

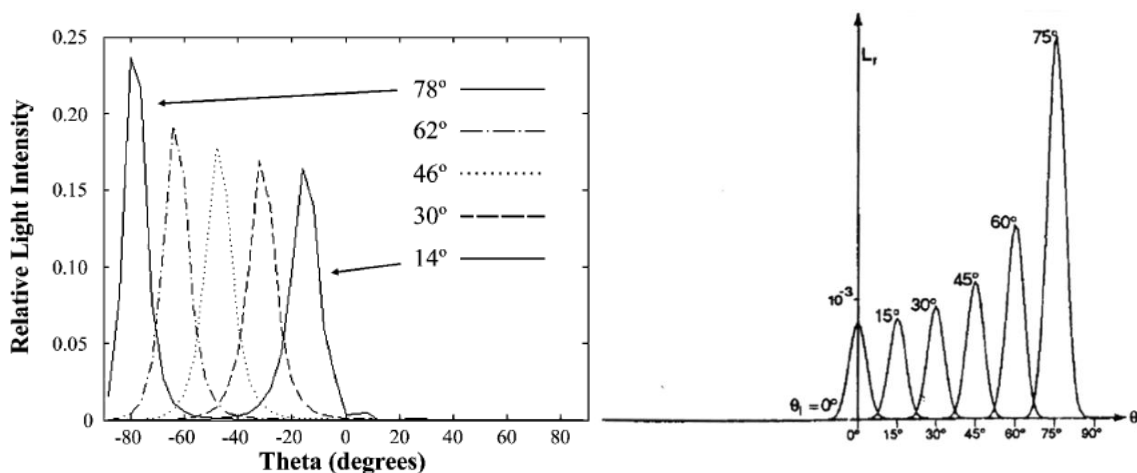


Figura 2.19: A destra, misure della riflettanza della parete del cristallo di BGO con rivestimento in alluminio (materiale riflettente). I picchi fanno riferimento a diversi angoli di incidenza del fascio luminoso. A sinistra, il risultato del modello di Beckmann-Spizzichino per $g=10$ e $T=0,05$.

I materiali diffusivi presentano una curva di riflettanza che segue l'andamento della funzione coseno dell'angolo di riflessione, tuttavia tale comportamento si verifica solo per piccoli angoli di incidenza della luce: all'aumentare di θ_i , inizia a comparire una componente di riflessione speculare non trascurabile, di cui la teoria lambertiana non tiene conto (figura 2.20). Questo comportamento è legato all'aumento del coefficiente di riflessione del materiale: a bassi angoli d'incidenza, gran parte della luce viene trasmessa e, nei primi strati molecolari del materiale, subisce fenomeni di scattering che la fanno riaffiorare dalla superficie come luce diffusa; con l'aumentare di θ_i , il coefficiente di riflessione aumenta, quindi si incrementa il picco di riflessione speculare a discapito della quantità di luce riflessa per diffusione.

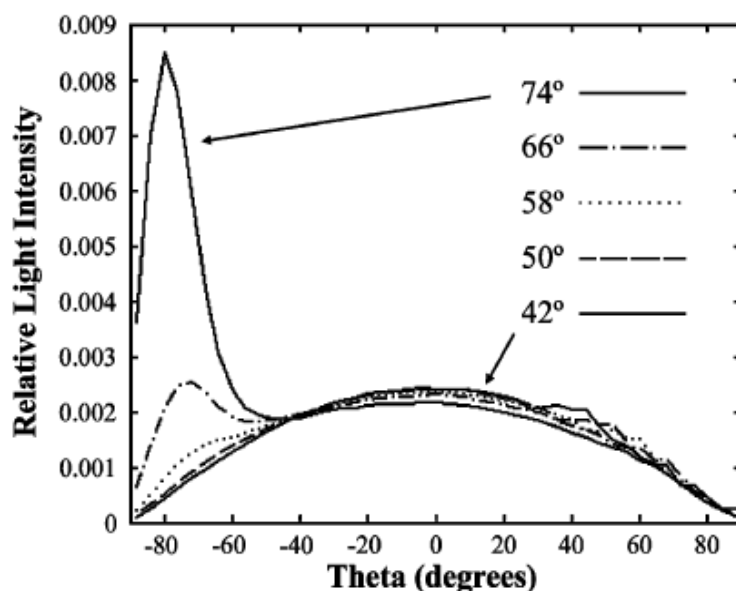


Figura 2.20: Misure della riflettanza della parete del cristallo di BGO con rivestimento in vernice di TiO_2 (materiale diffusivo). Per bassi angoli d'incidenza il comportamento della riflessione è modellizzabile tramite la teoria lambertiana di diffusione. Per alti θ_i compare una componente di picco speculare lobato.

Per modellizzare questo tipo di comportamento si può pensare di comporre la riflessione totale come una composizione di una riflessione speculare più una componente lambertiana (diffusiva), pesate a seconda dell'angolo d'incidenza. In questo senso, il modello di Torrance-Sparrow è adatto per la descrizione del comportamento di questi tipi di materiali poiché integra già un contributo diffusivo ed riflessivo lobato.

Il seguente grafico (figura 2.21) mostra con quale frazione la luce viene riflessa in maniera speculare o diffusa al variare dell'angolo d'incidenza sui tre materiali diffusivi.

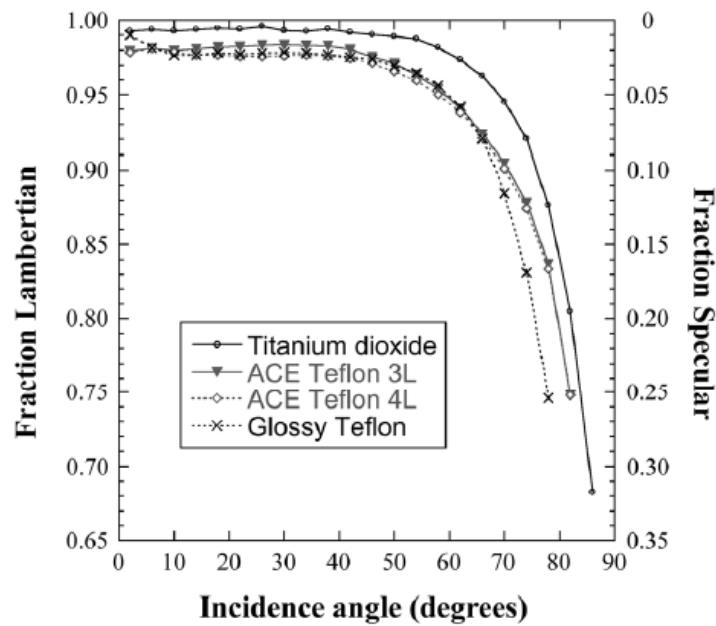


Figura 2.21: Frazioni della componente lambertiana e speculare della luce riflessa al variare dell'angolo d'incidenza nei materiali a comportamento diffusivo.

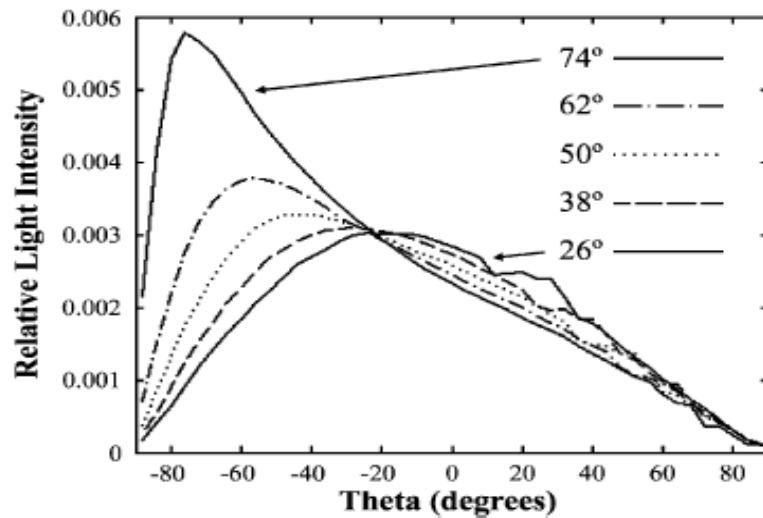


Figura 2.22: Misure della riflettanza della parete del cristallo di BGO con rivestimento in Tyvek® (materiale complesso) per diversi angoli di incidenza.

Al contrario, i materiali a comportamento complesso sono tali per cui non è possibile operare una descrizione né attraverso un modello di riflessione speculare, né un modello di diffusione pura e nemmeno attraverso una combinazione lineare di questi due modelli (figura 2.22).

Si può tuttavia pensare che il modello di Torrance-Sparrow potrebbe spiegare, entro un certo livello di approssimazione, anche questi tipi di comportamenti.

2.4.2 Risultati sperimentali sul trattamento della parete del cristallo

I risultati mostrati di seguito fanno riferimento al tipo di trattamento che ha subito il cristallo prima di effettuare la misura di riflessione. Si desidera quindi osservare in che maniera la ruvidità della superficie opera sulle proprietà ottiche e riflessive delle superfici interne del cristallo.

Come già descritto, un profilo ruvido nella superficie influisce nella maniera in cui la luce viene riflessa perchè provoca una variazione locale dell'inclinazione della superficie contro cui la luce incide, di conseguenza si verifica una redistribuzione degli angoli di riflessione e una maggiore probabilità che si incorra in fenomeni di angolo limite (angolo critico). Il risultato è un aumento della riflessione da parte della superficie e un comportamento di riflessione più dispersivo nello spazio.

La figura 2.23 mostra l'andamento del coefficiente di riflessione all'interfaccia tra il cristallo di BGO e l'aria per i tre tipi di trattamento a cui è stato sottoposto (levigatura meccanica, levigatura chimica, parete rugosa). Come è possibile notare, l'andamento delle curve rispetta quello teorico, inoltre la superficie rugosa è in grado di riflettere mediamente più luce rispetto alle superfici lisce.

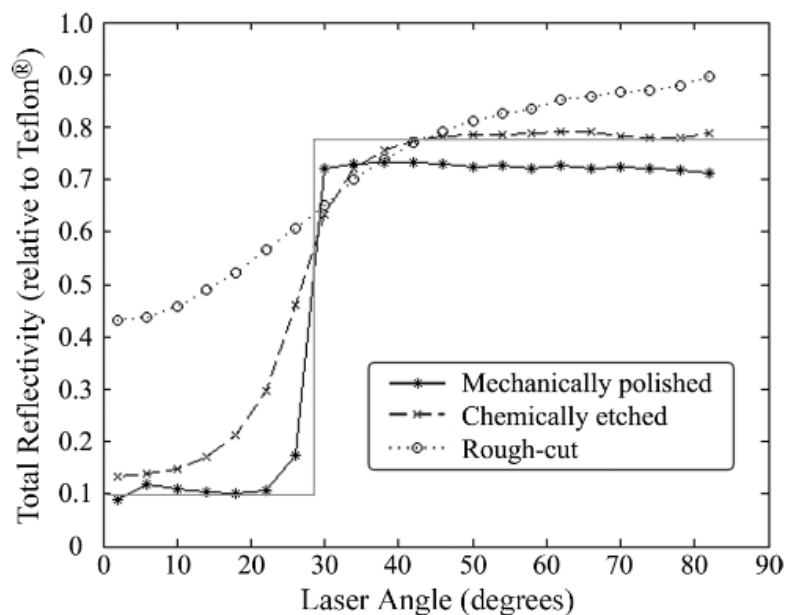


Figura 2.23: Coefficiente di riflessione dell'interfaccia tra cristallo e aria a seconda del trattamento.

La tabella 2.1 riassume il valore medio di riflessione totale per ogni materiale sottoposto alla superficie trattata. Il grado di riflessione maggiore è sempre in coincidenza della parete ruvida, non trattata.

Tabella 2.1: Riflessività totale di alcuni materiali analizzati (relativa al nastro di Teflon®). La sigla w/MM indica che il rivestimento è stato applicato tramite materiale adesivo, altrimenti si suppone che il materiale sia perfettamente adeso alla parete del cristallo.

Reflector	Rough-cut	Chem. etch.	Mech. pol.
Lumirror®	0.95 ± 0.01	0.80 ± 0.02	0.76 ± 0.03
Lumirror® w/ MM	0.93 ± 0.01	0.79 ± 0.03	0.79 ± 0.01
Teflon®	0.94 ± 0.02	0.78 ± 0.01	0.75 ± 0.02
Titanium dioxide	0.89 ± 0.03	0.82 ± 0.03	0.81 ± 0.01
Tyvek®	0.93 ± 0.02	0.78 ± 0.02	0.77 ± 0.04
VM2000	0.94 ± 0.01	0.78 ± 0.01	0.82 ± 0.03
VM2000 w/ MM	0.89 ± 0.02	0.77 ± 0.01	0.77 ± 0.03

Il fenomeno di allargamento della campana di riflessione della luce, ad opera delle irregolarità della superficie ruvida, viene dimostrato dalle misure sperimentali esposti nelle figure 2.24, 2.25, 2.26.

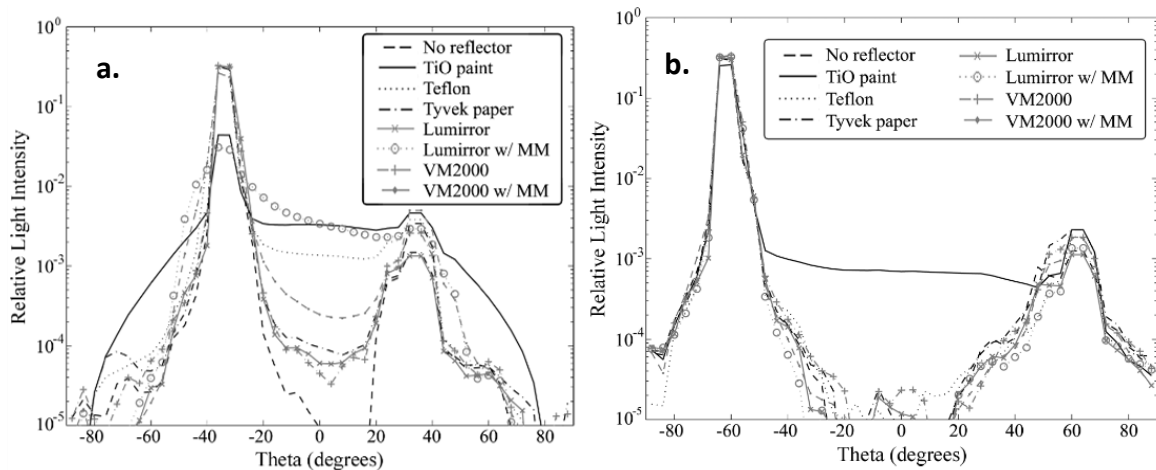


Figura 2.24: Grafici logaritmici della riflettanza della parete del cristallo trattata con levigatura meccanica, quando colpita da un raggio laser con un angolo d'incidenza di 34 gradi (a), 62 gradi (b).

Quando le pareti del cristallo sono trattate tramite levigatura meccanica le pareti raggiungono il minor grado di rugosità e il comportamento di riflessione dipende maggiormente dal tipo di rivestimento applicato. Le immagini mostrano sovrapposte le curve di riflettività di alcuni dei materiali di rivestimento visti precedentemente. In alcuni casi, a fianco del nome del materiale nella legenda, viene indicato “w/MM”, sigla che fa

riferimento al fatto che si è utilizzata della colla per attaccare il rivestimento al cristallo; in tutti gli altri casi l'accoppiamento avviene mediante aria.

Tutte le curve di riflettività presentano, ognuna con pesi molto diversi, una componente diffusa, un picco speculare e un picco di retroriflessione, dovuto principalmente alla prima riflessione della luce tra aria e calotta del cristallo scintillatore.

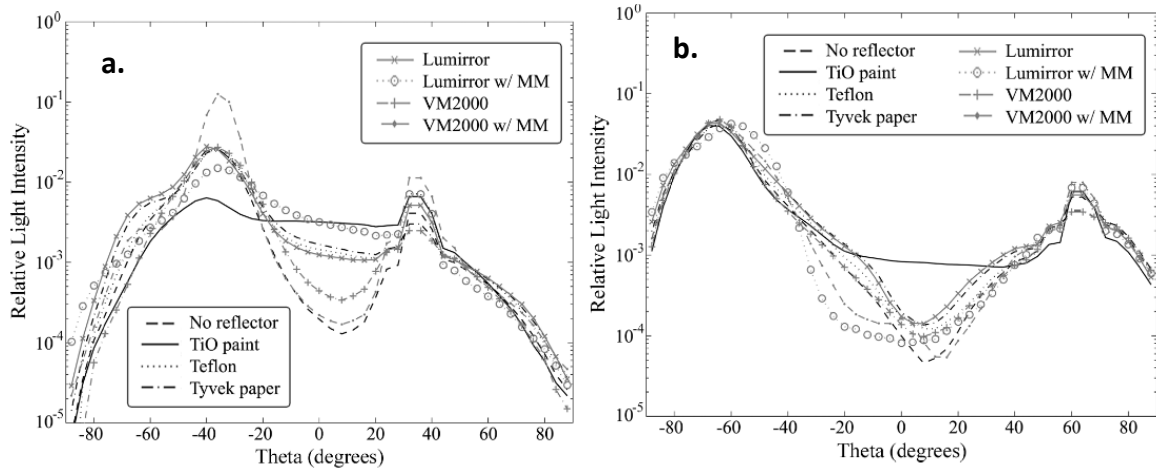


Figura 2.25: Grafici logaritmici della riflettanza della parete del cristallo trattata tramite etching chimico, quando colpita da un raggio laser con un angolo d'incidenza di 34 gradi (a), 62 gradi (b).

I picchi di riflessione speculare diventano molto meno pronunciati quando da un cristallo liscio, levigato meccanicamente, si passa ad un cristallo trattato mediante etching chimico (figure 2.25).

L'aumento della rugosità della parete provoca una maggiore dispersione della luce, con una conseguente diminuzione della componente speculare e retro-riflessa ed un aumento della componente diffusa.

Questo effetto è ancora più evidente nelle misure di riflettività condotte con il cristallo a parete non trattata (figure 2.26): la dispersione di luce, nel caso di superfici molto ruvide, è tale da rendere il profilo di luce riflessa più simile a quello di un diffusore, indipendentemente dal materiale di rivestimento.

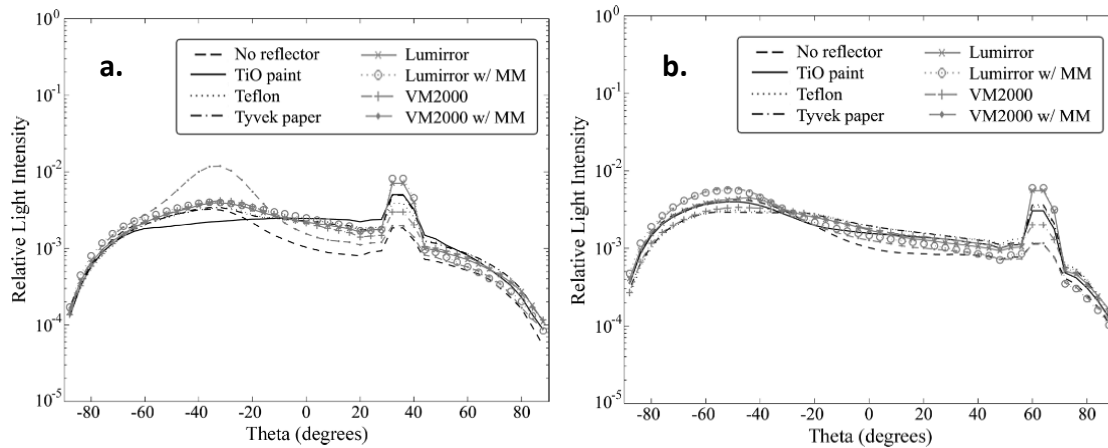


Figura 2.26: Grafici logaritmici della riflettanza della parete ruvida del cristallo, quando colpita da un raggio laser con un angolo d'incidenza di 34 gradi (e), 62 gradi (f).

Le curve di riflettività dei diversi materiali tendono a convergere con l'aumentare della rugosità.

Nonostante la rugosità porti ad un aumento sostanziale del comportamento diffuso, nella comunità scientifica è progressivamente maturata la convinzione che il modello lambertiano da solo non sia sufficientemente adeguato per descrivere il comportamento reale della luce riflessa da una superficie ruvida^[6].

2.5 Modello UNIFIED

Come si è visto, i modelli ottici riescono a descrivere bene il comportamento di riflessione sulle pareti dei cristalli. Il passo successivo nella ricerca di un modello adatto da implementare nel simulatore, è tentare di sintetizzare i due modelli in un unico che permetta di approssimare il comportamento di molti tipi di superfici.

Il modello UNIFIED (figura 2.25) proposto da A. Levin e C. Moisan^[5] è un modello ottico geometrico di riflessione di superficie che prende ispirazione dai modelli di Beckmann-Spizzichino e Torrance-Sparrow ed è stato pensato per simulare l'interazione tra fotoni di scintillazione e un'elevata gamma di superfici dielettriche.

Il modello definisce inoltre un insieme contenuto di parametri che descrivono il comportamento della parete o del trattamento con un ampio livello di flessibilità. In ultimo, tiene anche conto dei fenomeni di trasmissione della luce.

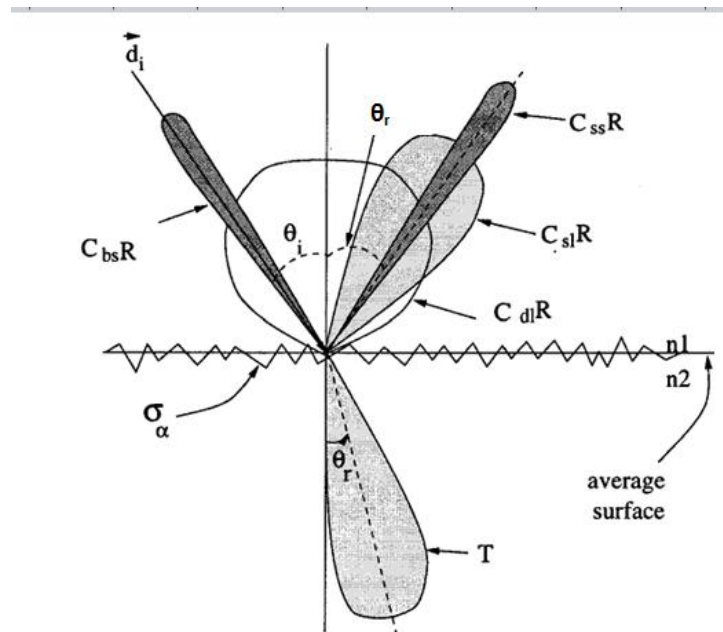


Figura 2.27: Grafico polare dell'intensità radiante di luce riflessa e trasmessa, simulata tramite il modello UNIFIED. Il modello descrive la luce riflessa totale come una composizione di luce riflessa speculare pura, speculare lobata, di backscattering e diffusa. Le diverse componenti sono mostrate separatamente.

La rugosità viene descritta tramite un angolo α di pendenza del micro-piano, con distribuzione gaussiana e radialmente simmetrica (si considera lo sviluppo delle irregolarità sulla superficie come isotropo).

Il modello UNIFIED considera il totale della luce riflessa da una superficie come l'insieme di più contributi. Per ogni componente di riflessione considerata, viene introdotto un coefficiente o valore frazionario. Data la quantità totale di luce riflessa, ogni coefficiente definisce la percentuale di luce che subisce un certo fenomeno di riflessione. Come si è visto, ad esempio, per i materiali diffusivi reali, la luce riflessa globalmente è una combinazione di luce speculare lobata e luce diffusa secondo un andamento lambertiano.

I quattro coefficienti del modello sono:

1. **C_{ss}** (Specular Spike): quantifica la probabilità che la luce venga riflessa specularmente rispetto al vettore normale alla superficie. In figura 2.25 corrisponde al picco di luce che si propaga in direzione perfettamente speculare rispetto alla direzione di incidenza \vec{d}_i .

2. **Csl** (Specular Lobe): identifica la porzione di luce che riflette specularmente rispetto ai micro-piani inclinati di angolo α . In figura 2.25 è rappresentato dal picco lobato e allargato intorno alla direzione speculare pura (colorato con un grigio chiaro).
3. **Cbs** (BackScattering): definisce la quantità di luce che viene riemessa nella stessa direzione e verso opposto rispetto a quella di incidenza.
4. **Cdl** (Diffuse Lobe): rappresenta la probabilità che la luce incidente ha di essere diffusa in tutte le direzioni seguendo un andamento lambertiano. Sempre in figura 2.25, viene mostrata la componente lambertiana colorata di bianco.

I quattro termini riassumono tutti i comportamenti che può assumere la luce riflessa, sono quindi valori di probabilità complementari la cui somma deve essere tali per cui $C_{ss}+C_{sl}+C_{bs}+C_{dl}=100\%$.

L'intensità radiante per il modello unificato di superficie può essere espressa come:

$$J_U(\theta'_r, n_1, n_2) \approx R(\theta'_r, n_1, n_2)[C_{sl}g(\alpha_r; 0, \sigma_\alpha) + C_{ss}\delta(\theta_i - \theta_r)\delta(\phi_r) + C_{bs}\delta(\theta_i + \theta_r)\delta(\phi_r) + C_{dl} \cos \theta_r] + T(\theta'_r, n_1, n_2)g(\alpha_t; 0, \sigma_\alpha) \quad (2.12)$$

Dove $g(\alpha; 0, \sigma_\alpha)$ è una funzione gaussiana con media nulla e deviazione standard σ_α per una variabile $\alpha \in [0, 90^\circ]$, mentre è nulla altrove. $R(\theta'_r, n_1, n_2)$ e $T(\theta'_r, n_1, n_2)$ sono funzioni di Fresnel che valutano rispettivamente la probabilità che un raggio incidente con angolo θ'_r su di un micro-piano, che separa due materiali con indici di rifrazione n_1 ed n_2 , sia riflesso o trasmesso. Le due funzioni sono complementari ($T=1-R$). In ultimo $\delta(x)$ è una funzione a delta di Dirac: uguale all'unità quando l'argomento è pari a zero, nulla in tutti gli altri casi.

L'immagine in figura 2.25 rappresenta l'interfaccia ruvida (con deviazione standard della pendenza σ_α tra due materiali di indici di rifrazione n_1 e n_2).

Nella parte superiore sono rappresentate tutte le componenti della luce riflessa; nella parte inferiore la componente lobata della luce trasmessa.

La circonferenza bianca in secondo piano rappresenta la componente di luce riflessa diffusa e segue un andamento tipico lambertiano. Lungo la direzione di incidenza del fascio di luce \vec{d}_i è stato evidenziato il picco di back-reflection o “retro-riflessione”.

Nella direzione di riflessione speculare si sovrappongono il picco speculare puro e il lobo speculare.

2.5.1 Considerazioni

Il modello UNIFIED richiede la definizione di soli sette parametri (σ_α , n_1 , n_2 , C_{ss} , C_{sl} , C_{bs} , C_{dl}) e permette di simulare, con buona approssimazione, una certa gamma di superfici dal punto di vista delle proprietà di riflessione^[4].

I primi tre parametri possono essere ricavati attraverso l’analisi di letteratura, la ricerca in basi di dati oppure tramite prove sperimentali. I quattro parametri che descrivono le componenti di riflessione possono essere invece ricavati con precisione solo attraverso una procedura di stima dei parametri ottimi, confrontando la formula analitica del modello UNIFIED con dei dati sperimentali ottenuti da una prova di riflettometria eseguita sul materiale di cui si vogliono ricavare i parametri.

Capitolo 3

Simulatore

3.1 Implementazione del simulatore

L'analisi della letteratura e della teoria riguardante la riflessione della luce nei cristalli scintillatori ha fatto da base alla progettazione e implementazione del simulatore di gamma camera: il programma, sviluppato in ambiente Matlab v2011, deve essere in grado di simulare il comportamento della luce emessa in un cristallo scintillatore e prevedere il segnale di uscita dai fotorivelatori.

Il modello UNIFIED è implementato nel simulatore per descrivere in maniera adeguata i fenomeni di riflessioni sulle superfici del cristallo scintillatore. Il limite degli attuali simulatori disponibili è infatti quello di approssimare in maniera eccessiva il comportamento di riflessione della luce quando questa incide sulle pareti interne del cristallo^[5]. Questo punto verrà approfondito al termine di questo paragrafo.

Oltre al motivo precedente, si è scelto di progettare un simulatore proprio, anziché utilizzarne uno già disponibile in commercio, perché in questo modo è possibile controllare i parametri interni del programma e adattarli nel caso siano necessari aggiornamenti. Al contrario, i software disponibili sul mercato sono forniti come programmi chiusi, non modificabili e richiedono uno studio lungo e approfondito dei manuali d'uso per poterli applicare al caso di una configurazione particolare di una gamma camera.

Il simulatore è stato realizzato considerando anche l'importanza di alcuni parametri di merito:

1. I parametri che governano il modello su cui si regge il simulatore devono essere:
 - in numero più possibile ridotto, infatti un modello che si basa su troppi parametri diventa troppo complesso e difficilmente controllabile
 - comunque sufficienti da approssimare i comportamenti che si verificano nella reali condizioni di rivelazione
 - tali da poter essere ricavati attraverso analisi di letteratura o prove sperimentali
2. Semplicità d'uso del simulatore
3. Velocità computazionale

Il simulatore richiede in ingresso una serie di parametri che descrivono la geometria e fisica del cristallo scintillatore, dei materiali ottici di accoppiamento e rivestimento e della matrice dei rivelatori e fornisce in uscita una stima del output.

Un buon simulatore è tale da implementare un comportamento complessivo del sistema che sia in concordanza con i dati sperimentali: più affidabile è il modello del simulatore e precisi sono i suoi parametri d'ingresso, migliore sarà la predizione dei dati in uscita.

In questo capitolo viene esposto in maniera schematica il funzionamento del simulatore complessivo e, nel particolare, la struttura del simulatore di traiettorie dei fotoni.

Si presenta poi l'aspetto dell'interfaccia grafica per l'inserimento dei parametri d'ingresso e si discutono gli elementi considerati per alleggerire il costo computazionale dell'intero programma.

Di seguito si mostrerà come viene elaborato e rappresentato il dato in uscita dal simulatore. Per ultimo si dimostrerà come il simulatore risponde adeguatamente rispetto ai dati osservati in letteratura.

3.2 Struttura complessiva del simulatore

Il simulatore richiede in ingresso una serie di parametri del sistema che devono essere forniti nella misura più precisa possibile:

- Geometria del cristallo

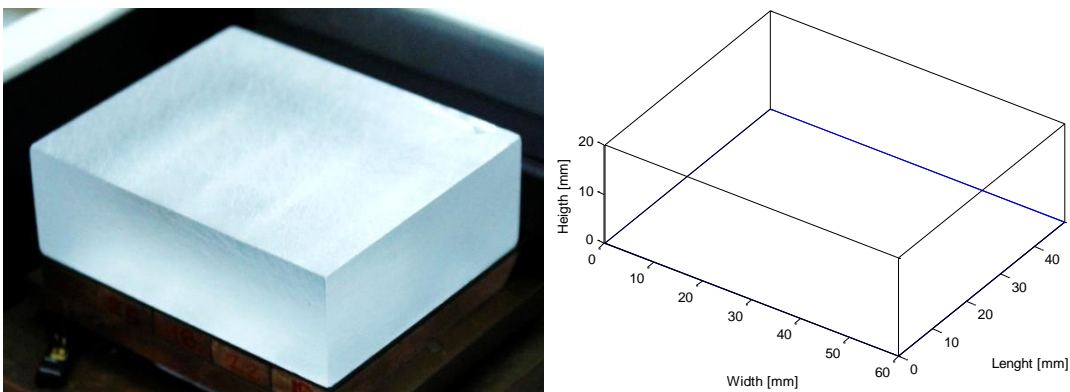


Figura 3.1: Geometria reale (sinistra) e simulata (destra) di un cristallo di ioduro di Cesio con attivatore Tallio: CsI(Tl).

- Altezza, lunghezza, larghezza (nel caso di cristallo a parallelepipedo)
- Altezza e diametro (nel caso di cristallo cilindrico)
- Geometria del piano dei rivelatori
 - Forma del rivelatore (quadrata, esagonale, etc.)
 - Dimensioni specifiche del singolo rivelatore
 - Dimensioni di tutte le aree morte e loro localizzazione

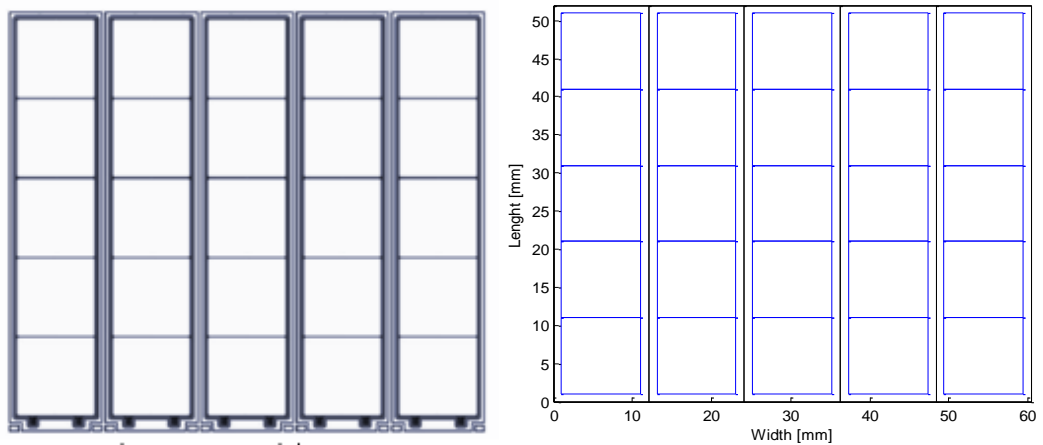


Figura 3.2: Geometria reale (sinistra) e simulata (destra) del piano di rivelatori. Si possono identificare gli SDD quadrati, organizzati in array da 5 per fila, e le aree morte tra i rivelatori.

- Posizionamento relativo tra cristallo e matrice di rivelatori
- Parametri fisici del cristallo
 - Yield (supposto costante in tutto il cristallo)
 - Indice di rifrazione
 - Densità
 - Coefficiente di auto-assorbimento
- Parametri di riflessione delle pareti
 - Rugosità
 - C_{ss} , C_{sl} , C_{bs} , C_{dl}
 - Indice rifrazione n_2 (colla, grasso ottico o aria)
- Parametri dei materiali di rivestimento
 - Indice di rifrazione
 - Comportamento di riflessione (diffusivo, speculare)
- Sorgente Radioattiva
 - Energia di emissione della sorgente

- Zona d'interazione nel cristallo

Il diagramma in figura 3.3 mostra il comportamento complessivo del simulatore del sistema Hicam.

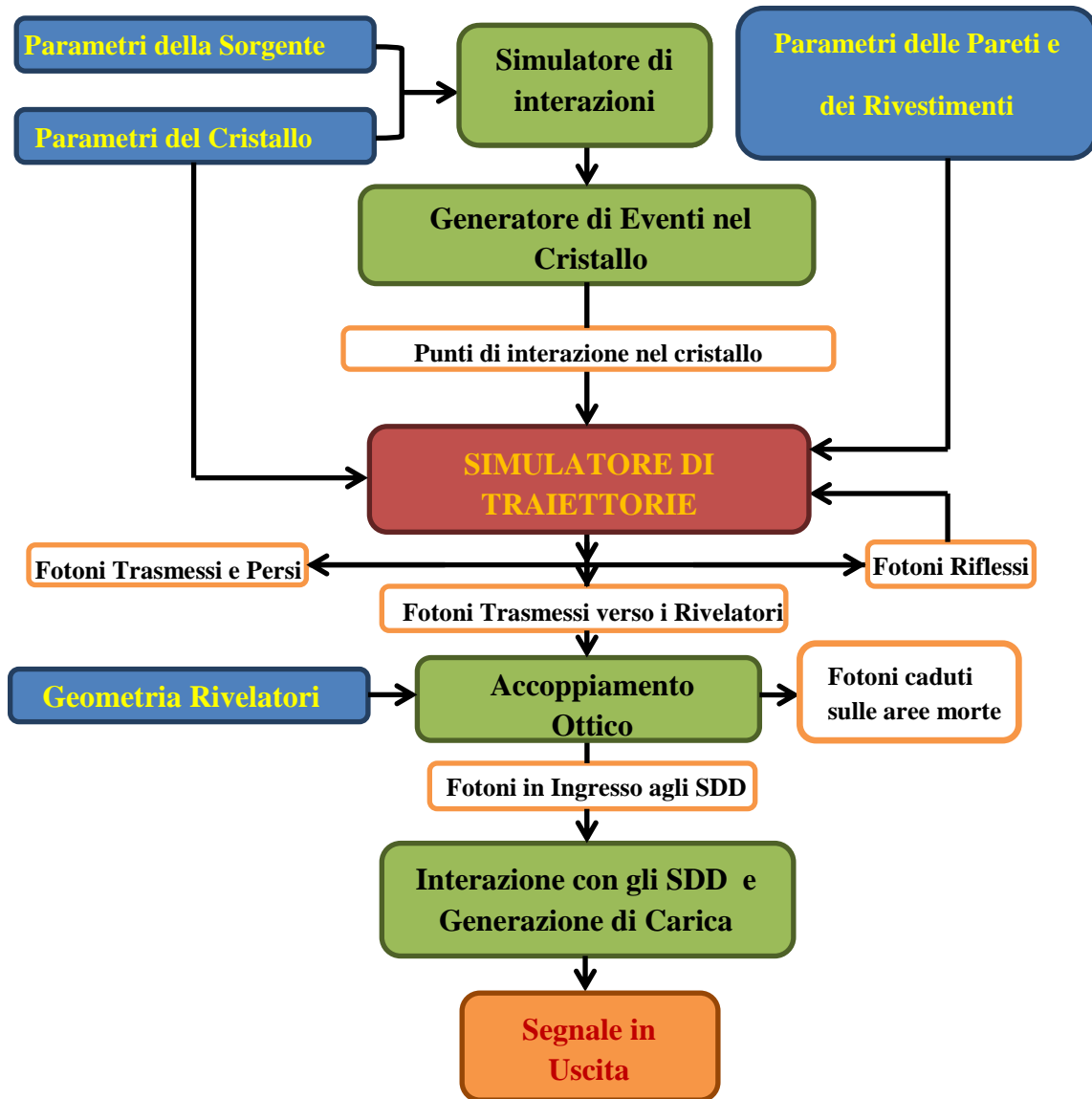


Figura 3.3: Diagramma di flusso che sintetizza il funzionamento complessivo del simulatore della gamma camera Hicam.

3.2.1 Simulatore di interazioni gamma

Un programma apposito simula del passaggio di particelle attraverso la materia. Una volta fornite le informazioni relative alla sorgente e i parametri fisici e geometrici del cristallo, il programma è in grado di calcolare la probabilità che si verifichi un'interazione del raggio gamma all'interno del materiale. Il software tiene conto anche dell'eventualità che si verifichino fenomeni Compton e di produzione di coppie.

3.2.2 Generatore di eventi nel cristallo

Il generatore utilizza il simulatore di interazioni gamma per creare una distribuzione arbitraria di eventi di scintillazione, il cui numero viene preimpostato dall'utente, all'interno del cristallo di geometria data numero, definendo per ogni evento le coordinate (x, y, z) rispetto ad un sistema di riferimento fisso per il cristallo e l'energia E_γ della radiazione gamma che ha provocato tale evento.

Nelle figura 3.4 è possibile osservare la distribuzione tridimensionale in un cristallo di CsI di 10000 eventi di scintillazione, risultato dell'esposizione del cristallo a Cesio-137 (^{137}Cs) ed al Cobalto-57 (^{57}Co).

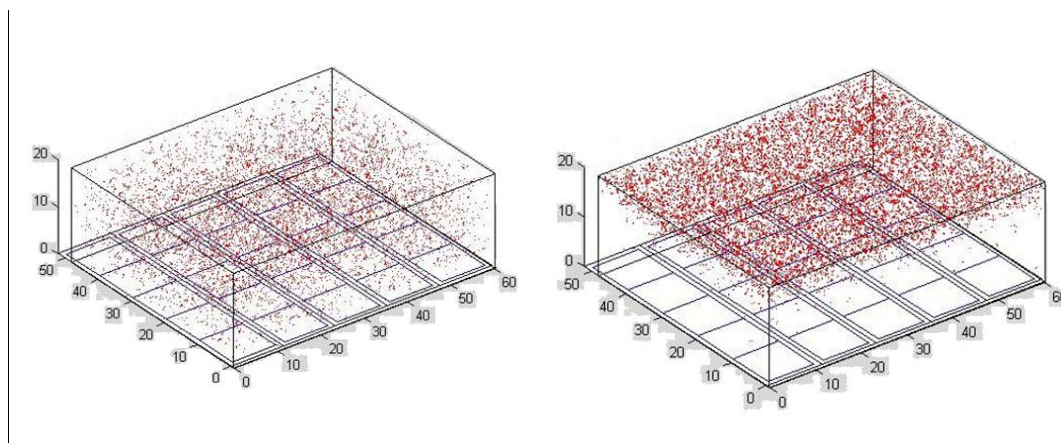


Figura 3.4: Distribuzione di 10000 eventi di scintillazione simulati all'interno dello stesso cristallo di CsI. Le sorgenti sono poste ad una distanza tale da supporre uniforme la distribuzione sul piano xy (lunghezza e larghezza). Le sorgenti di radiazioni sono il ^{137}Cs (sinistra) e il ^{57}Co (destra).

I fotoni gamma prodotti dal ^{137}Cs posseggono una energia media superiore a quella del ^{57}Co . Essi sono quindi più energetici e il coefficiente d'assorbimento da parte del cristallo

è di conseguenza inferiore che non nel caso di assorbimento di radiazione prodotta dal Cobalto. Per questo motivo la distribuzione degli eventi nel caso del Cesio è più uniforme, mentre per il Cobalto si verifica un concentrazione di eventi nella zona più alta del cristallo (alte Z).

3.2.3 Simulatore di traiettorie fotoniche

Per simulare il comportamento ottico delle pareti, si è deciso di adottare il modello UNIFIED. Si è scelto inoltre di simulare le pareti come un insieme di tre strati successivi: il primo strato è quello del cristallo scintillatore da cui provengono i raggi di luce; il secondo è lo strato contenente il materiale di accoppiamento al materiale di rivestimento, che può essere aria, colla, o direttamente il materiale di rivestimento nell'ipotesi di averlo fatto aderire perfettamente al cristallo senza adoperare sostanze collanti; il terzo strato è aria, oppure lo strato di rivestimento esterno (la ricerca in letteratura degli indici di rifrazione per tali strati presenta un alto grado di difficoltà, soprattutto tenendo conto che eventuali pigmenti, come nella carta o nelle colle, cambiano notevolmente i parametri di assorbimento e quindi la parte immaginaria dell'indice di rifrazione).

Il modello UNIFIED è stato applicato integralmente solo per la prima interfaccia tra cristallo e materiale accoppiato, mentre il modello di superficie all'interfaccia tra il secondo e il terzo strato è un UNIFIED semplificato per non rendere ulteriormente oneroso il costo computazionale del programma: si considera il parametro di rugosità nullo e si definiscono solo due comportamenti possibili, ossia speculare puro ($C_{ss}=1$, tutti gli altri a 0) o diffusivo lambertiano puro ($C_{dl}=1$, tutti gli altri a 0).

Il diagramma in figura 3.6 (pagina seguente) mostra il comportamento del simulatore di traiettorie dei fotoni nel cristallo implementato all'interno del simulatore generale.

I seguenti passaggi riassumono il comportamento del simulatore:

- Gli eventi generati nella fase precedente vengono inseriti come dato di input nel simulatore. Consideriamo il processo di calcolo relativo ad un

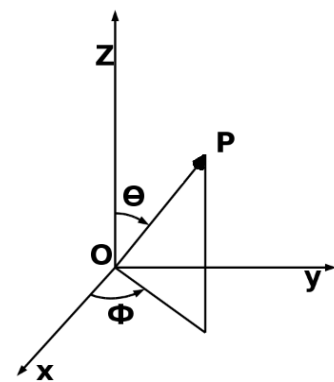


Figura 3.5: Coordinate polari per la definizione del vettore direzione di ogni singolo fotone.

solo evento di scintillazione, avvenuto in posizione (x_0, y_0, z_0) . Ogni evento produce un flash di luce con propagazione isotropa nello spazio e questo viene simulato con la generazione di un numero M fotoni, dove M è una variabile casuale generata da una distribuzione poissoniana con media $\bar{M}=Y \cdot E_\gamma$, dove Y è lo yield del cristallo.

Dato $j=1,2,\dots,M$, allora per ogni fotone viene generata casualmente una direzione di propagazione attraverso una distribuzione uniforme sferica; la direzione viene definita tramite gli angoli (θ_{0j}, ϕ_{0j}) del vettore direzione (vedi figura 3.5)

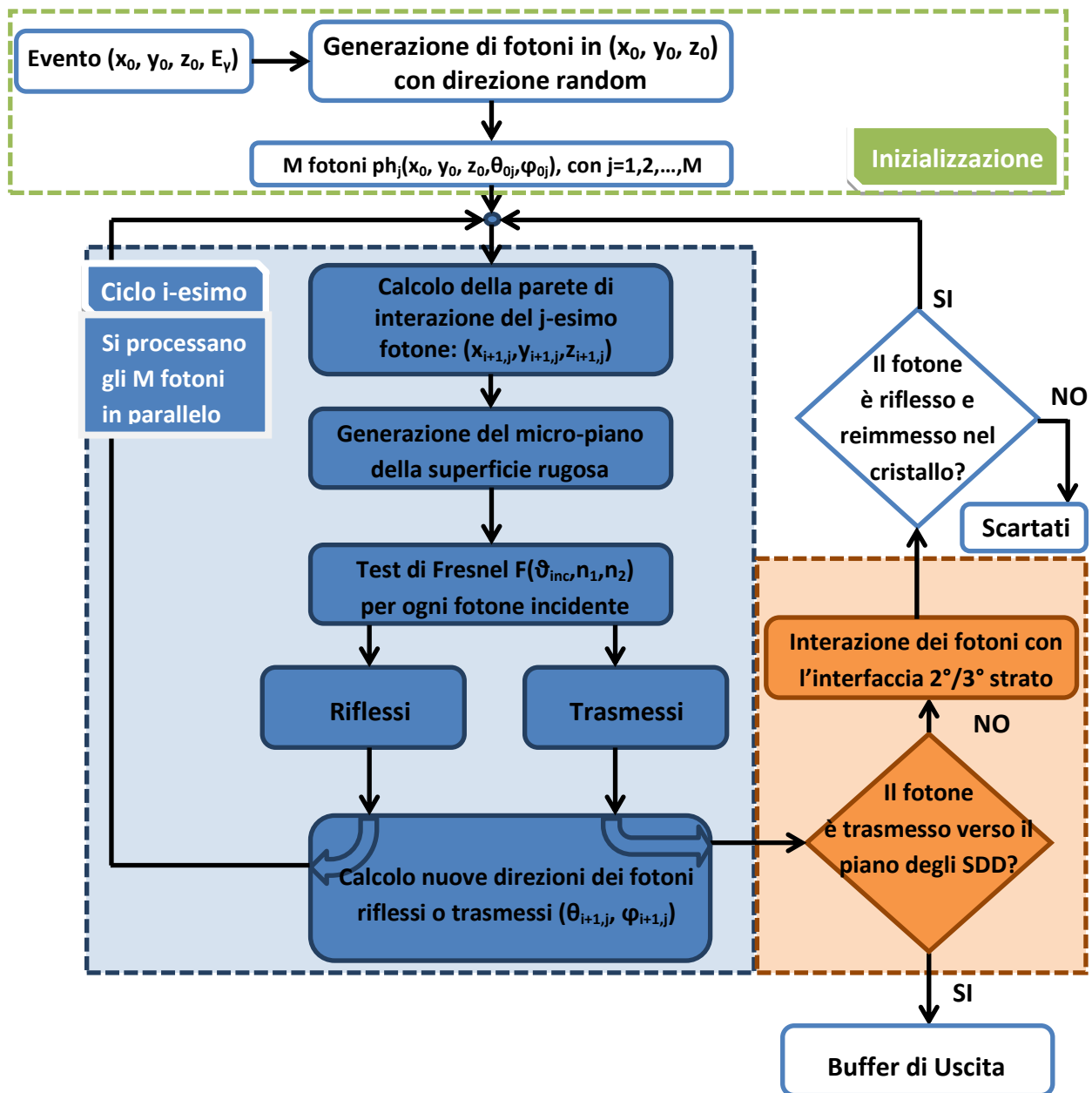


Figura 3.6: Diagramma di flusso che espone il funzionamento complessivo del simulatore di traiettorie dei fotoni.

- Si calcola se il fotone viene auto-assorbito dal cristallo (nel programma questo avviene quando il percorso totale del fotone nel cristallo ha superato una determinata lunghezza definita inizialmente dall'utente).
- Per ciascun fotone si calcola la parete che per prima ostacola la traiettoria lineare del raggio associato: quella è la parete su cui avverrà l'interazione luce/materia. Si calcolano le nuove coordinate $(x_{i+1,j}, y_{i+1,j}, z_{i+1,j})$ come intersezione tra la retta del raggio e il piano della parete.
- Per ogni punto di incidenza viene generato casualmente un micro-piano (figura 3.7) che simula la rugosità del cristallo: l'angolo di apertura α corrisponde all'angolo tra la normale alla parete n e la normale al micro-piano n' e viene generato da una distribuzione gaussiana con media nulla e deviazione standard σ_α . L'angolo β di distribuzione radiale del vettore n' viene generato tramite una distribuzione uniforme lungo i 360° intorno a n e in questo modo la simmetria radiale viene rispettata. Il risultato è una distribuzione gaussiana bidimensionale simmetrica.

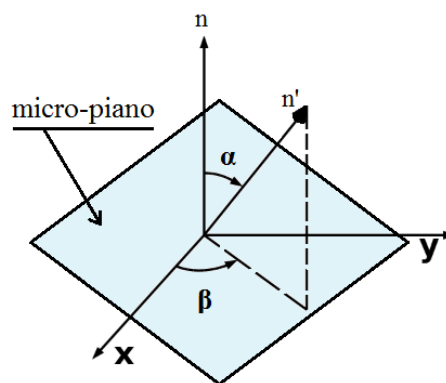


Figura 3.7: Coordinate della normale n' al micro-piano.

Dato n' e le coordinate del vettore incidente, si ottiene, per ogni fotone l'angolo di incidenza ϑ_{inc} formato con il micro-piano

- Dato l'angolo d'incidenza ϑ_{inc} e gli indici di rifrazione n_1 e n_2 dei due materiali alla prima interfaccia, si calcola il coefficiente di riflessione associato F . Si genera parallelamente un valore random X da distribuzione uniforme tra 0 e 100, $X \in \mathcal{U}(0,100)$.

Il test di Fresnel consiste nel confronto di F con X : se $X < F$, allora il fotone viene considerato riflesso, altrimenti trasmesso.

- Il passaggio successivo è rappresentato dal calcolo dei nuovi angoli direzione $(\theta_{i+1,j}, \phi_{i+1,j})$.

Se un fotone è stato riflesso, allora ad esso viene associato un nuovo valore casuale Q , tale che $Q \in \mathcal{U}(0,100)$.

Dal momento che è implementato il modello UNIFIED, bisogna distinguere tra quattro casi di riflessione differenti, identificati da altrettanti parametri che l'utente ha impostato all'inizio della simulazione (C_{ss}, C_{sl}, C_{bs} e C_{dl}).

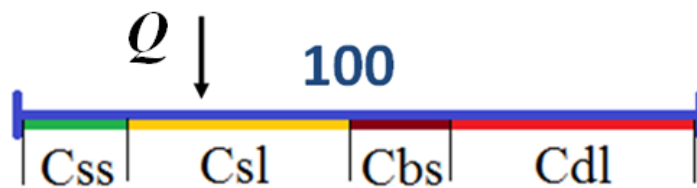


Figura 3.8: Descrizione grafica del processo di selezione casuale del tipo di riflessione subita da un fotone. La freccia nera rappresenta il puntatore generato da una distribuzione uniforme standard.

Definisco un segmento di dimensione unitaria e lo suddivido in quattro segmenti delle dimensioni definite dai quattro parametri (vedi immagine 3.8) in maniera tale che ad ogni sotto-segmento (pesato in rapporto al coefficiente relativo) sia associato un tipo di riflessione. A questo punto adopero il valore Q come puntatore all'interno del segmento: il sotto-segmento puntato definisce il tipo di riflessione che subirà il fotone.

1. Se il fotone viene riflesso specularmente (C_{ss}), allora i nuovi angoli $(\theta_{i+1,j}, \phi_{i+1,j})$ sono tali per cui il vettore riflesso è speculare a quello incidente rispetto al versore normale alla parete n .
2. Se il fotone subisce una riflessione lobata (C_{sl}), allora i nuovi angoli $(\theta_{i+1,j}, \phi_{i+1,j})$ sono tali per cui il vettore riflesso è speculare a quello incidente rispetto al versore normale al micro-piano n' precedentemente generato.
3. Se il fotone viene riflesso attraverso un processo di backscattering (C_{bs}), allora i nuovi angoli $(\theta_{i+1,j}, \phi_{i+1,j})$ sono tali per cui il vettore riflesso è esattamente l'inverso di quello incidente.

4. Se il fotone viene riflesso per diffusione (Cdl), allora i nuovi angoli ($\theta_{i+1,j}$, $\phi_{i+1,j}$) sono quelli che identificano un versore generato da una distribuzione lambertiana con simmetria radiale.

- Se il fotone viene invece trasmesso, la sua nuova direzione e quindi gli angoli ($\theta_{i+1,j}$, $\phi_{i+1,j}$) di trasmissione vengono calcolati mediante la legge di Snell.

Tutti i fotoni trasmessi, attraverso pareti diverse da quella direttamente sopra il piano dei rivelatori, subiscono un ulteriore processo di interazione con l'interfaccia successiva, ossia il piano di separazione tra il secondo e il terzo materiale di rivestimento (sempre che esista).

Tralasciando i meccanismi di calcolo, il fotone trasmesso interagisce con la seconda interfaccia (supposta liscia) e viene a sua volta riflesso o trasmesso a seconda della equazione di Fresnel $F(\mathcal{G}_{inc}, n_2, n_3)$ applicata a questa interfaccia. Come descritto in precedenza, all'utente viene chiesto come descrivere la riflessione per il rivestimento esterno, ossia se come speculare pura o come diffusa. Tutti i fotoni trasmessi a questa interfaccia si considerano "persi" ai fini della rivelazione.

I fotoni "retro-riflessi" o "retro-diffusi" devono poi interagire nuovamente con l'interfaccia tra il primo e il secondo strato, solo che questa volta dalla direzione opposta: si genera un micro-piano che simula la ruvidità, si calcola il coefficiente di Fresnel $F(\mathcal{G}_{inc}, n_2, n_1)$ e si scartano tutti i fotoni nuovamente riflessi. Per i fotoni trasmessi all'interno del cristallo si calcolano, tramite legge di Snell, la nuova direzione del raggio ($\theta_{i+1,j}$, $\phi_{i+1,j}$) e si prosegue considerando il fotone come se fosse stato riflesso.

- I fotoni trasmessi attraverso la parete direttamente interfacciata con la matrice di SDD rappresentano l'output vero e proprio del cristallo, ossia quei fotoni che verranno assorbiti dai rivelatori e produrranno segnale (dopo un opportuno controllo sui parametri di efficienza, caduta su aree morte, etc.).
- I fotoni riflessi, con le nuove coordinate ($x_{i+1,j}, y_{i+1,j}, z_{i+1,j}$, $\theta_{i+1,j}$, $\phi_{i+1,j}$), vengono forniti iterativamente come nuovo input del ciclo successivo.

Il simulatore termina la sua funzione quando tutti i fotoni sono trasmessi verso la matrice di SDD o vengono "persi" a causa dei fenomeni precedentemente descritti.

3.2.4 Paradossi

Il metodo di rugosità implementato è tale da introdurre delle situazioni di interazione tra raggio fotonico e micro-piano paradossali che il simulatore è in grado di riconoscere. Prima di procedere al ciclo iterativo successivo, il programma controlla che tutti i casi paradossali siano risolti.

1° caso paradossale: il vettore direzione del fotone incidente e la normale n' al micro-piano formano tra di loro un angolo uguale o superiore a 90° .

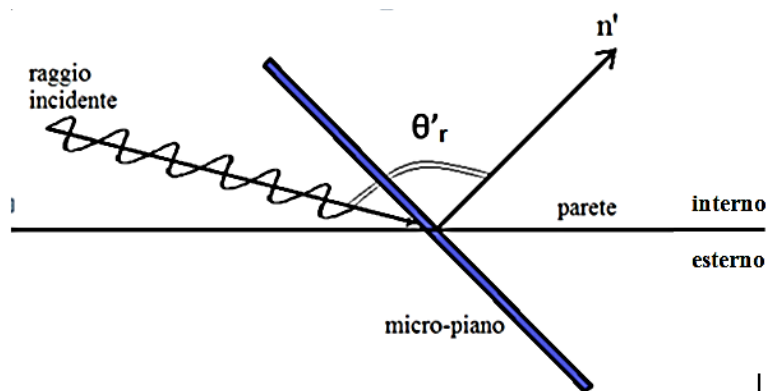


Figura 3.9: Esempio di paradosso del primo tipo.

Il fotone incide sulla faccia opposta del micro-piano, fatto che lo porterebbe a riflettere/trasmettere nella direzione sbagliata. In una situazione reale bisogna supporre che il fotone incontri prima un micro-piano che non lo porti a realizzare tale situazione paradossale.

2° caso paradossale: il fotone riflesso punta verso l'esterno del cristallo anziché verso l'interno.

Nella realtà questo fenomeno è più che sensato: il fotone riflesso verso il basso andrà a interagire nuovamente con la parete rugosa dove può essere a sua volta riflesso o trasmesso. Tuttavia non conviene complicare la struttura del simulatore e aumentare il numero dei dati trattati quando è possibile semplicemente scartare il caso e ripetere l'interazione con un nuovo micro-piano generato.

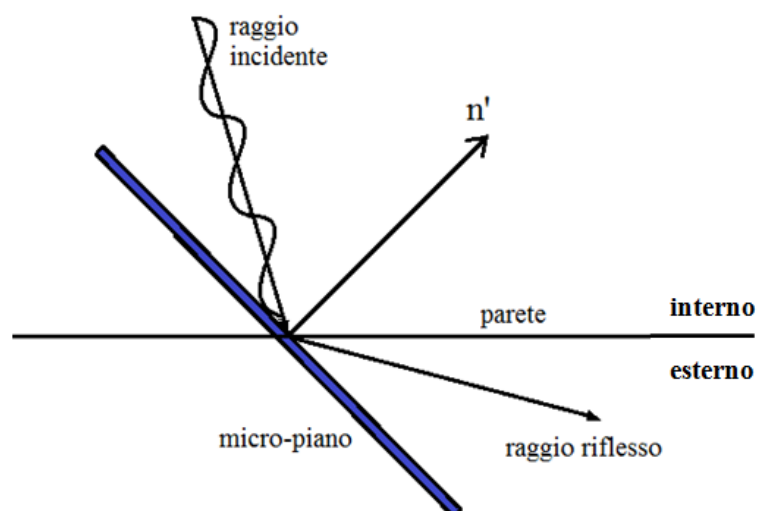


Figura 3.10: Esempio di paradosso del secondo tipo.

Da un punto di vista del risultato statistico, le due strategie forniscono un comportamento simile, quindi è stata scelta quella meno difficile da implementare.

3° caso paradossale: il fotone trasmesso punta verso l'interno del cristallo anziché verso l'esterno.

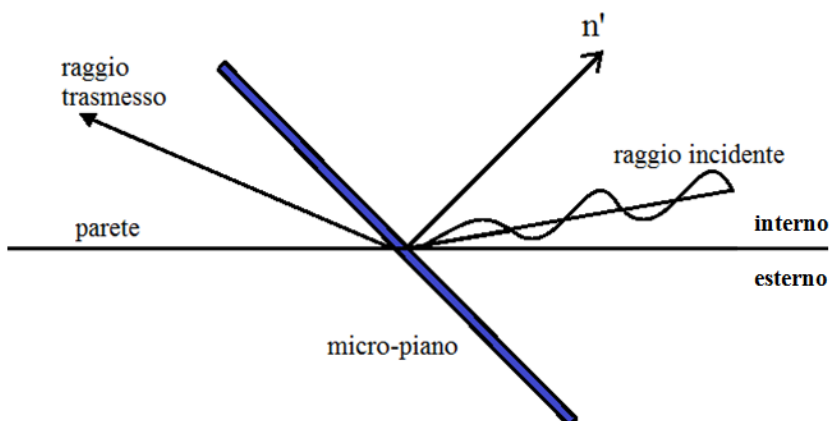


Figura 3.11: Esempio di paradosso del terzo tipo.

Anche in questo caso, come nel secondo, il fenomeno è tutt'altro che privo di fondamento fisico, tuttavia si è preferito implementare la soluzione di questo caso con la rigenerazione del micro-piano d'interazione.

3.2.5 Accoppiamento ottico

In questa fase del simulatore si introduce un fattore di efficienza ottica noto che riduce il numero di fotoni che arrivano ad interagire con i rivelatori di luce. Tale efficienza è dovuta alla presenza tra il piano del cristallo e la matrice dei rivelatori di un grasso ottico di accoppiamento.

Inoltre viene calcolato il punto di incidenza dei fotoni sul piano dei rivelatori: nel caso un fotone cada in corrispondenza di un'area morta, allora si considera perso.

Nel caso che il fotone cada sopra un rivelatore, non viene considerata la possibilità di una riflessione all'interfaccia grasso ottico/rivelatore, questo perché la superficie degli SDD è stata trattata in maniera da presentare uno strato antiriflesso.

3.2.6 Interazione con gli SDD e generazione di carica

Ad ogni rivelatore vengono assegnati tutti quei fotoni che cadono all'interno della loro superficie. Per ogni fotone assorbito esiste la probabilità che questi venga convertito in un elettrone. Il parametro che definisce questa evenienza è l'efficienza quantica (QE), ossia il rapporto medio tra il numero di elettroni generati dal rivelatore e il numero di fotoni assorbiti dallo stesso (espresso in percentuale). Il QE è una caratteristica fondamentale di ogni dispositivo fotorivelatore.

Il valore di QE medio per gli SDD utilizzati nel sistema Hicam è dell'85%.

Per simulare questo termine di efficienza, ogni volta che un fotone raggiunge un rivelatore, si genera un numero da una distribuzione uniforme tra 0 e 100. Se il valore è inferiore al QE, allora il fotone si considera rivelato, altrimenti viene scartato.

3.2.7 Vantaggi e limiti del simulatore

Il simulatore implementa un modello che si basa su un numero contenuto di parametri che hanno un significato fisico ben definito.

Questo permette di mantenere una maggiore aderenza rispetto al comportamento reale del sistema perché i parametri del modello di simulazione vengono direttamente misurati sperimentalmente o ricavati dalla letteratura.

Alcuni simulatori tendono a semplificare il problema della riflessione a parete. Ad esempio, DETECT implementa quattro possibili modelli di parete, chiamati rispettivamente METAL, PAINT, POLISH e GROUND. Ogni modello rappresenta una macro-categoria di superficie, viene quindi definita una superficie per i metalli e una per le vernici. Le rimanenti due superfici rappresentano tutti gli altri casi, in cui la parete può essere rivestita con del materiale o meno, con la differenza che la prima fa riferimento ad una parete liscia e la seconda ad una rugosa. Il limite di questi modelli è evidente: non è possibile modulare in alcun modo la riflettività della parete a seconda del materiale; per materiali diversi da quelli più semplici da caratterizzare, esistono solo due modelli che, inoltre, approssimano eccessivamente il modo in cui la luce viene riflessa.

Il simulatore che si vuole implementare, come verrà dimostrato nei capitoli successivi, è invece in grado di fornire una migliore approssimazione del comportamento delle pareti dal punto di vista ottico e tutto questo tramite la modulazione di un numero relativamente limitato di parametri.

Di seguito sono elencati i limiti d'implementazione dell'attuale simulatore.

1. I parametri ottici da fornire in ingresso al simulatore hanno una difficile reperibilità, in modo particolare l'indice di rifrazione di molti materiali. Vedremo nel paragrafo 4.2 quali ipotesi e approssimazioni saranno necessarie per stimare l'indice di rifrazione dei materiali di rivestimento.
2. Il modello UNIFIED, per semplicità d'implementazione, è stato fortemente limitato all'interfaccia tra il secondo e terzo strato, infatti si sono considerate le pareti come lisce. Questa approssimazione non dovrebbe alterare eccessivamente le prestazioni del simulatore considerando che, come visto dall'analisi di letteratura, gli eventi di riflessione più importanti sono determinati dalla rugosità della prima superficie, ossia l'interfaccia tra il primo e secondo materiale.
3. Come mostrato, quando un fotone fuoriesce dal cristallo per trasmissione e viene riflesso dal rivestimento esterno, allora esiste una probabilità che venga ritrasmesso all'interno del cristallo, altrimenti riflette nuovamente e viene considerato perso. Nella realtà quel fotone può "rimbalzare" un certo numero di volte tra prima e seconda interfaccia prima di venir trasmesso o assorbito dal materiale di rivestimento oppure re-immesso nel cristallo.

Il limite dell'attuale simulatore è, quindi, quello di considerare solo il primo rimbalzo e trascurare i successivi. Si è scelto di procedere in questo modo per non rendere ulteriormente oneroso il processo di calcolo.

4. Non si posseggono, allo stato attuale, conoscenze accurate sul cammino libero del fotone all'interno dei cristalli scintillatori. Questo parametro è necessario per definire la statistica di auto-assorbimento del fotone nel cristallo. La misura di tale valore è di notevole complessità, tuttavia è noto che, nell'intervallo di lunghezza d'onda della luce, i cristalli sono pressoché trasparenti, ossia che l'assorbimento per la radiazione luminosa è un fenomeno generalmente improbabile^[11]. In generale, nell'ambito dei cristalli scintillatori in commercio, si tende a porre il valore di cammino libero del fotone nel cristallo tra 1 e 10 metri.
5. Non si considera la dimensione dello strato materiale (grasso ottico o pad trasparente) che simula il materiale di accoppiamento ottico.

3.3 Interfaccia grafica

Al fine di agevolare all'utente del simulatore l'inserimento dei parametri d'ingresso, è stata implementata una interfaccia grafica di semplice utilizzo.

L'interfaccia è stata implementata in ambiente Matlab ed è suddivisa in tre finestre: la prima per l'impostazione dei parametri geometrici e fisici del cristallo, dei rivestimenti e della matrice di rivelatori; la seconda permette di definire il tipo di sorgente e la quantità di eventi generati nel cristallo, oltre che alla geometria della loro disposizione; la terza permette di impostare alcuni parametri di calcolo ed avviare la simulazione.

3.3.1 Finestra dei parametri fisici e geometrici

La finestra (figura 3.12) è suddivisa in 5 spazi, identificati dalle lettere da A ad E (la lettera D, mancante, si riferisce al settore in alto a destra dove è possibile visualizzare la geometria).

Ogni volta che si desidera definire una nuova geometria e/o nuovi parametri fisici per la simulazione, è necessario creare una nuova cartella dati, il cui nome deve essere inserito nel riquadro A.

Il riquadro B si riferisce alla geometria della matrice di rivelatori. È necessario specificare la geometria del singolo SDD (quadrato, esagono) e le sue dimensioni notevoli. Poi si deve specificare il numero di rivelatori lungo l'asse X e lungo l'asse Y (nel caso di Hicam 5x5).

In ultimo, bisogna specificare le dimensioni delle aree morte tra ciascuna fila di rivelatori, sia in direzione X che in Y: prendendo l'esempio di 5 file di rivelatori lungo l'asse X, allora esistono 4 spazi tra file adiacenti più 2 spazi di bordo delle due file esterne, per un totale di 6 spessori delle aree morte da definire. I valori devono essere scritti in sequenza in un unico array lineare.

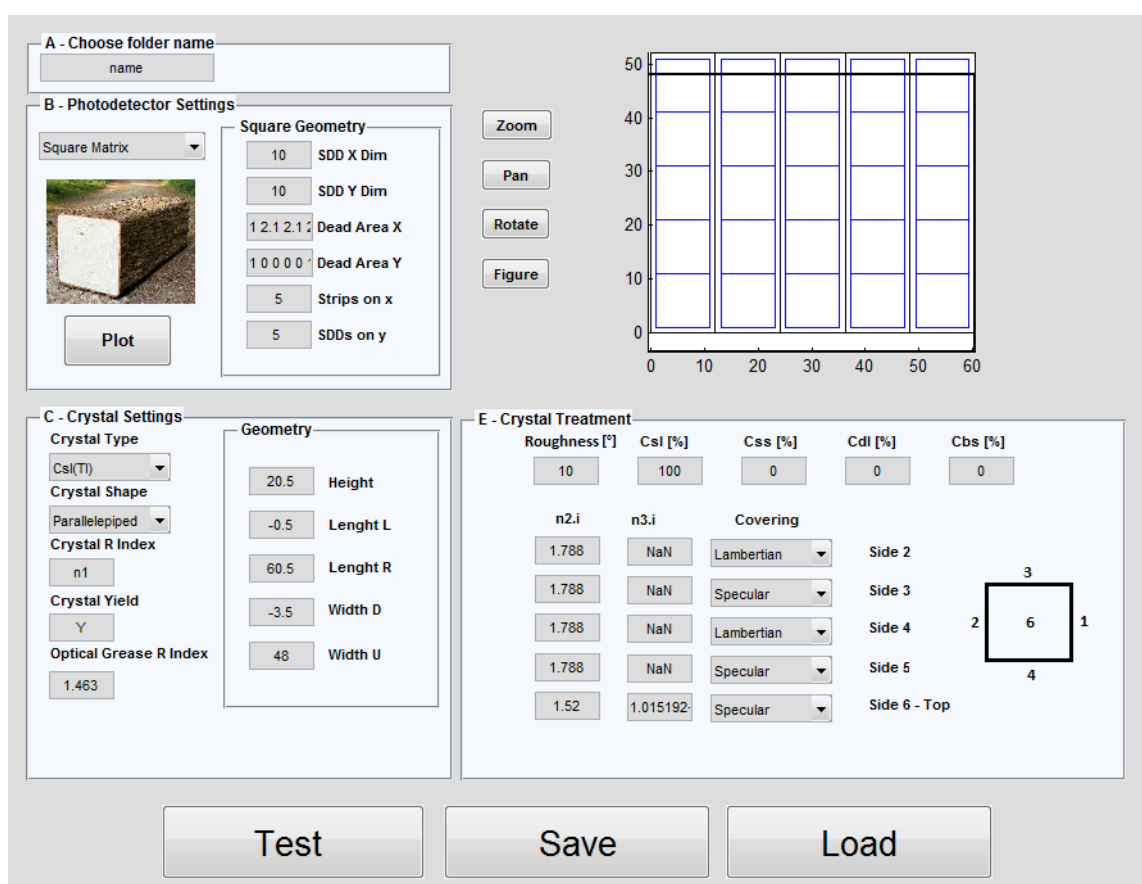


Figura 3.12: Finestra dell'interfaccia grafica per l'inserimento dei parametri fisici e geometrici.

L'angolo del SDD situato in basso a sinistra rispetto all'intera matrice viene considerato come origine del sistema di riferimento.

Tramite il pulsante plot è possibile visualizzare la geometria della matrice nel riquadro D.

All'interno del riquadro C si inseriscono tutti i parametri propri del cristallo. Tramite un menù a tendina è possibile selezionare un tipo di scintillatore (NaI, CsI(Na), CsI(Tl)),

LaBr₃, BGO, etc.) e, in questo modo, il programma carica in memoria da un database i dati relativi a quel cristallo. Se eventualmente si desidera modificare i valori di Yield e di indice di rifrazione del cristallo, è possibile farlo inserendo la nuova cifra negli appositi spazi. Sempre attraverso un menù a tendina si seleziona la geometria tridimensionale del cristallo: attualmente il simulatore permette il calcolo solo per cristalli a forma di parallelepipedo, ma per il futuro si desidera implementare anche la cristalli a geometria cilindrica.

Un ulteriore parametro da impostare è l'indice di rifrazione del materiale che permette l'accoppiamento ottico tra cristallo e rivelatori (per adesso si suppone sia solo grasso ottico, ma è prevista la sua sostituzione con pad ottici in materiale plastico).

Nella parte destra del riquadro C si devono inserire i parametri relativi alle dimensioni del cristallo. Oltre a questi è necessario inoltre definire la posizione del cristallo al di sopra della matrice di rivelatori. Si è optato dunque per la seguente soluzione: nel caso di geometria a parallelepipedo, bisogna impostare le coordinate degli estremi della sua base, rispetto al sistema di riferimento della matrice, quindi si definisce in che coordinata X ed Y inizia e termina il cristallo. L'altezza deve essere invece definita attraverso un parametro assoluto.

Come già preannunciato, il riquadro D permette la visualizzazione della geometria della matrice e del cristallo sovrapposto. Il tasto *figure* permette una visualizzazione tridimensionale della geometria (figura 3.13).

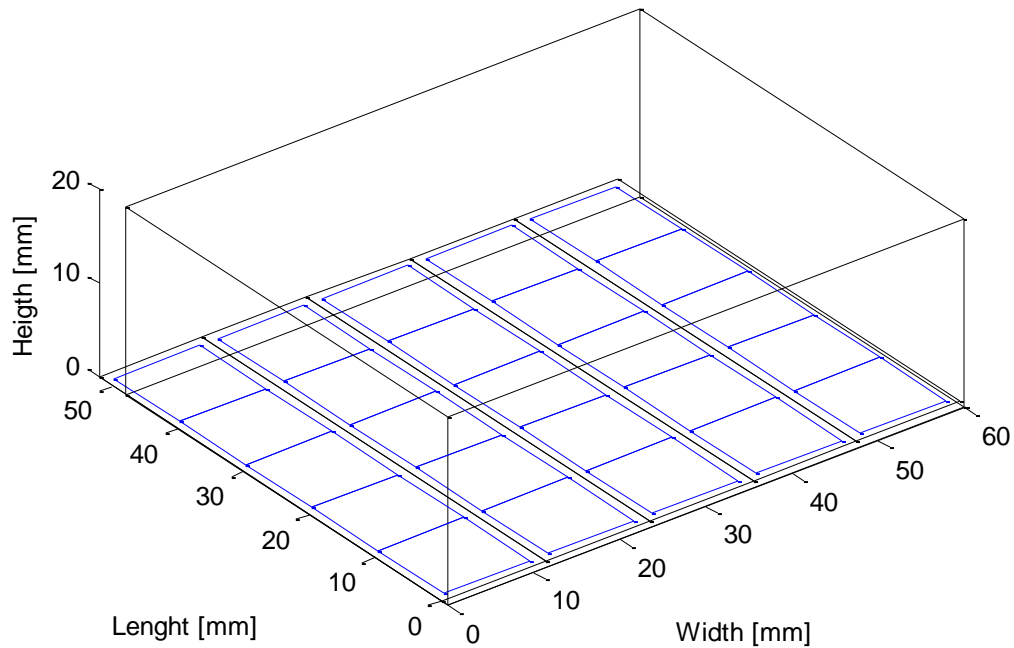


Figura 3.13: Visualizzazione tridimensionale della geometria simulata.

Il riquadro E permette l'impostazione di tutti quei parametri che definiscono il modello UNIFIED e che, quindi, descrivono le proprietà fisiche di riflessione delle pareti del cristallo e dei rivestimenti esterni.

In alto vengono definiti il parametro di rugosità (σ_a , espresso in gradi) e i quattro coefficienti di riflessione per il modello, C_{ss} , C_{sl} , C_{bs} e C_{dl} , ricordandosi che la loro somma deve essere 100%. Il comportamento di riflessione legato alla superficie del cristallo è stato implementato globalmente per tutte le pareti.

Al contrario, il comportamento riflessivo dei rivestimenti può essere impostato in maniera differente per ogni singola parete (tranne quella accoppiata, attraverso il grasso ottico, alla matrice dei rivelatori).

Le pareti del cristallo con forma a parallelepipedo sono state catalogate secondo la disposizione dei valori in un dado a sei facce: il numero 1 è stato assegnato alla parete a contatto con il piano dei rivelatori (Bottom), quindi la sua opposta (la parete superiore o Top) è identificata con il numero 6. Osservando il cristallo dall'alto rispetto alla parete 6, le altre pareti vengono definite come nell'immagine presente nel riquadro: la parete a sinistra (Left) è la numero 2 ed è opposta alla 5 (Right), mentre la 3 è sopra (Up) e la 4 è sotto (Down).

Per ogni parete è possibile assegnare fino a due indici di rifrazione: il primo ($n2.i$) è relativo al materiale che permette l'aderenza del rivestimento al cristallo, ad esempio una colla o l'aria, tuttavia è possibile che il materiale di rivestimento stesso aderisca perfettamente alla superficie, quindi in questo caso si pone il suo indice di rifrazione a $n2.i$ e in $n3.i$ si pone "NaN"; il secondo termine ($n3.i$) è solitamente relativo all'indice di rifrazione del rivestimento.

Se $n3.i$ è impostato ed è diverso da NaN, allora è possibile definire il tipo di riflessione tra secondo e terzo strato tramite i menù a tendina posti a fianco. Le possibilità offerte sono riflessione speculare ("Specular") e diffusiva pura ("Lambertian").

Una volta inseriti tutti i dati, è possibile salvare la configurazione di parametri tramite il tasto *Save*, mentre con il tasto *Load* è possibile caricare vecchie configurazioni precedentemente create.

Il pulsante *Test* permette di visualizzare, a fine esemplificativo, la traiettoria simulata di un numero limitato di fotoni all'interno del cristallo una volta che l'utente ha impostato tutti i parametri necessari (figura 3.14).

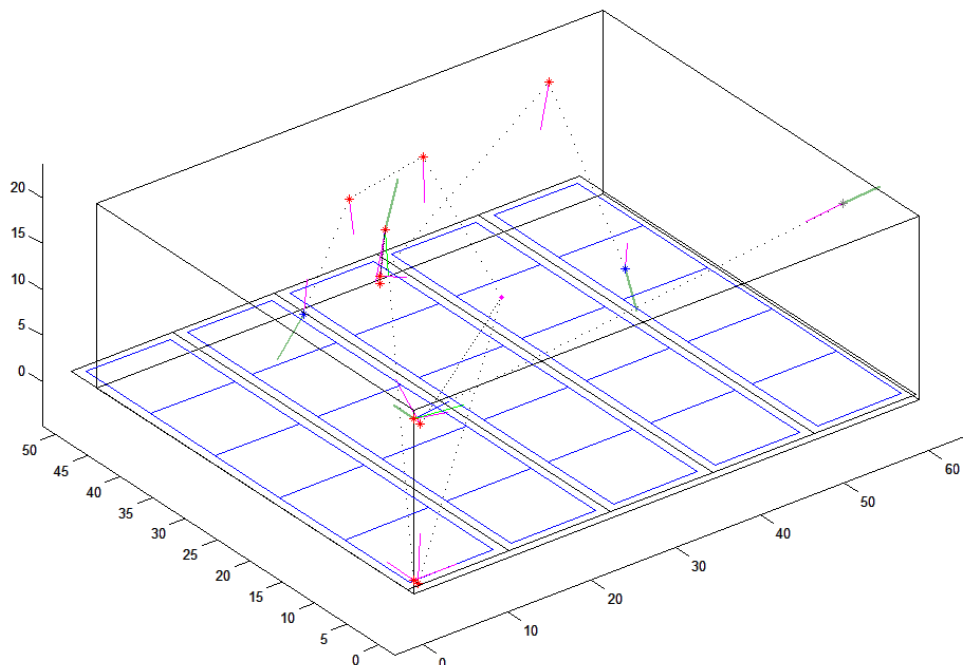


Figura 3.14: Test di una configurazione di parametri. Viene mostrato il punto dove si verifica l'evento di scintillazione e la traiettoria (linea tratteggiata) dei fotoni generati. I punti in rosso rappresentano il punto in cui riflettono dalla parete e il vettore rosa corrisponde al n' del micro-piano che descrive la rugosità di superficie. Se il fotone è trasmesso, viene indicato con un vettore direzione verde.

3.3.2 Finestra per la generazione di eventi

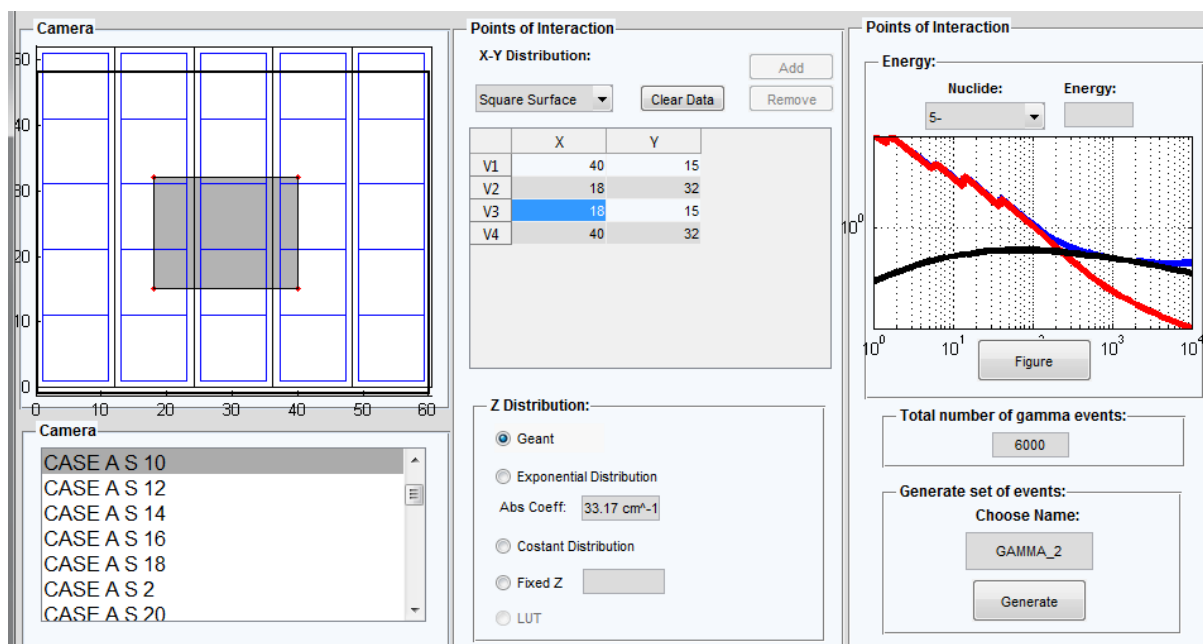


Figura 3.15: Finestra dell'interfaccia grafica per la generazione degli eventi di scintillazione.

Nella seconda finestra dell'interfaccia grafica vengono inseriti i parametri necessari per la generazione di eventi di scintillazione nel cristallo.

In primo luogo è necessario caricare la configurazione geometrica creata con l'interfaccia precedente dal menù *Camera* in basso a sinistra. Nell'esempio in figura 3.15 è stato selezionato "CASE A S 10". La rappresentazione della geometria appare quindi in alto a sinistra.

Attraverso i riquadri centrali è possibile definire la distribuzione degli eventi nel volume del cristallo.

Il riquadro *X-Y distribution* permette di selezionare tra varie opzioni da scegliere in un menù a tendina per definire il tipo di distribuzione degli eventi nelle coordinate XY del cristallo:

- *Points*: l'utente definisce un numero finito di punti con coordinate (x,y) in cui possono avere luogo gli eventi di scintillazione.

- *Detector centers*: gli eventi vengono generati nell'intorno di tutti i centri dei rivelatori. La massima distanza possibile dal centro deve essere impostata dall'utente.
- *Circumference*: la distribuzione avviene all'interno di una circonferenza di cui devono essere specificate le coordinate del centro e il raggio.
- *Square surface*: gli eventi vengono generati all'interno del perimetro di un quadrato le cui coordinate degli angoli devono essere definite.
- *Whole surface*: gli eventi si distribuiscono uniformemente lungo tutto il piano XY (distribuzione utilizzata nelle prove di *flood*).
- *Grid*: si genera una griglia quadrata di punti, per la quale devono essere definiti gli estremi e il passo tra un punto e l'altro, sia in direzione x che in y. Gli eventi generati possono avvenire solo nei punti della griglia.
- *LUT*: Look-up-table, ovvero quando si desidera costruire una matrice di dati da fornire poi ad un algoritmo per la stima di massima verosimiglianza.

Attraverso il riquadro *Z distribution* è possibile selezionare la distribuzione degli eventi rispetto alla coordinata dell'altezza del cristallo.

Generalmente si mantiene selezionato la scelta *Geant*, ovvero il simulatore di interazione dei raggi gamma nella materia utilizzato nel simulatore complessivo. In questo modo il simulatore terrà in considerazione tutti i fenomeni di attenuazione e di dispersione che si verificano nel cristallo con l'aumentare della profondità (assorbimenti, effetti Compton, etc.), ma all'utente è lasciata la possibilità di scegliere altre modalità di distribuzione di tipo:

- *Esponential*: la probabilità che un evento si verifichi a valori di Z sempre più bassi diminuisce secondo una legge esponenziale (una semplificazione della legge di Beer-Lambert) con un coefficiente di attenuazione medio da impostare.
- *Constant distribution*: la probabilità è uniforme su tutte le Z.
- *Fixed Z*: gli eventi si verificano solo ad una determinata coordinata Z nel cristallo.
- *LUT*: come prima, serve per mappare una matrice di dati in Z da usare poi nella definizione di un algoritmo ML.

Gli ultimi riquadri a destra permettono di selezionare un tipo di radionuclide (definendo così l'energia dei fotoni gamma), di scegliere il numero di eventi da generare e di dare un nome al file in cui verranno salvati i dati relativi alle interazioni generate.

Il numero di eventi da generare è un parametro molto delicato ed è impostato a discrezione dell'utente: un basso numero di eventi significa una simulazione molto più veloce (il programma dovrà eseguire meno cicli di calcolo), ma i risultati saranno difficilmente leggibili a causa della poca statistica; al contrario, ponendo un alto valore al numero di eventi, si ottengono risultati molto più definiti o contrastati, ma il tempo medio di simulazione sale con ritmo lineare.

Il pulsante *Generate* avvia il programma che genera casualmente un numero arbitrario di eventi di scintillazione distribuiti nello spazio del cristallo a seconda dei parametri inseriti.

3.3.3 Finestra per l'impostazione dei parametri di calcolo

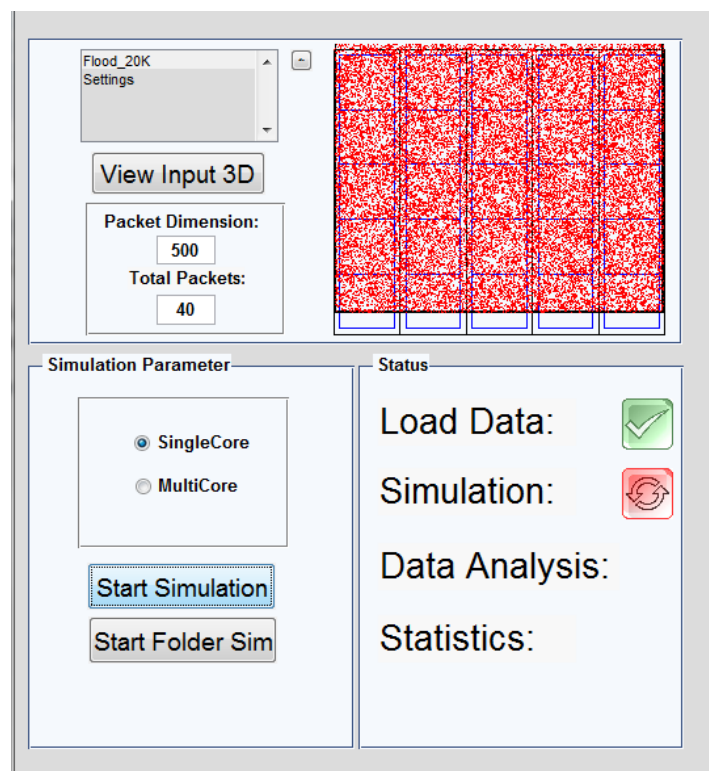


Figura 3.16: Finestra della interfaccia grafica per l'impostazione dei parametri di simulazione.

Nel riquadro di selezione in alto nella finestra, l'utente deve selezionare la configurazione geometrica precedentemente creata e selezionare una distribuzione di eventi tra quelle generate. Nell'immagine a fianco compare una visualizzazione della distribuzione.

Nell'esempio in figura 3.16 gli eventi sono distribuiti in maniera uniforme su tutto il cristallo. È possibile, inoltre, ottenere una visuale tridimensionale della distribuzione, come già mostrato in figura 3.4, tramite il pulsante *View Input 3D*.

Per evitare l'intasamento della memoria del computer durante le simulazione, i dati vengono processati in pacchetti di cui bisogna definire la dimensione in termine di numero di eventi processati per ogni singolo pacchetto.

Per ultimo, se il computer su cui si esegue la simulazione dispone di più processori, è possibile selezionare la modalità di calcolo *Multicore* che permette di suddividere l'onere computazionale, facendo lavorare il calcolatore in parallelo su tutti i processori. In questo modo il tempo totale della simulazione viene ridotto un numero di volte uguale a quello dei processori disponibili.

Tramite il pulsante *Start Simulation* si avvia il processo di simulazione.

3.4 Considerazioni sul tempo di calcolo

Uno dei parametri di qualità del simulatore è rappresentato dalla sua velocità.

In una gamma camera, uno dei problemi principali è la raccolta di un numero di eventi sufficienti ad ottenere risultati con una statistica sufficientemente solida: la durata di un esame diagnostico dipende dalla dose di radiofarmaco assunta e dalla sua attività (Bq), ma anche dalla sensibilità della gamma camera.

In maniera parallela, anche il simulatore deve collezionare un grande numero di dati, in maniera tale avere abbastanza conteggi da permettere la costruzione di risultati comprensibili ed ad alta statistica.

Il tempo impiegato dall'intera sessione di calcolo del simulatore dipende, in pratica, dalla durata media di una iterazione, durante il quale vengono calcolate le traiettorie di tutti i fotoni generati da un unico evento.

Nel caso della simulazione, il tempo di calcolo dipende dalla quantità di fotoni di cui bisogna calcolare le traiettorie e dalla frequenza con cui questi vengono assorbiti o persi a causa delle condizioni di configurazione sul cristallo (rivestimenti, pareti ad alto indice trasmissivo, auto-assorbimento). Ad esempio, simulazione effettuata impiegando una

sorgente ad alta energia come il ^{137}Cs impiegherà più tempo di una in cui si è scelto il ^{57}Co , perché all'interno dello stesso cristallo genera in media più fotoni di scintillazione.

In una iterazione, si consideri il numero di cicli come la quantità media di volte che i fotoni riflettono sulle superfici del cristallo prima di essere rilevati o persi. In una prova con cristallo rivestito di materiale riflettente il numero di cicli sarà tendenzialmente elevato, dato che i fotoni riflettono più facilmente. Al contrario accade, invece, nel caso in cui si utilizzi un materiale assorbente: a parità di eventi di scintillazione, la prima prova impiegherà molto più tempo della seconda ad essere calcolata,

Durante la fase di scrittura del programma Matlab che implementa il simulatore, sono stati utilizzati dei criteri tali da contenere il più possibile l'onere computazionale della singola iterazione:

- L'utilizzo di cicli iterativi *for*() rallenta notevolmente la velocità del programma, quindi, dove possibile è sempre stato evitato. Al suo posto, sono stati implementati calcoli vettoriali e matriciali, più complessi da gestire in fase di progettazione, ma più veloci nella loro esecuzione.
- In un singolo ciclo, molte variabili devono essere generate da distribuzioni casuali. È inefficiente e molto pesante, da un punto di vista dell'onere computazionale, ricalcolare ad ogni ciclo ciascuna di queste distribuzioni. Si preferisce quindi generare all'inizio del programma una LUT per ogni distribuzione utilizzata. Poniamo il caso esemplare della rugosità: prima dell'inizio delle iterazioni, si genera un vettore *lut.roughness* molto grande di versori n' , calcolati attraverso una distribuzione gaussiana della rugosità di parametro σ_a . Una volta iniziato il ciclo d'iterazioni, ogni volta che nel programma è necessario creare un micro-piano (quindi un n'), si genera un indice i , il cui valore segue una distribuzione uniforme tra 1 e la dimensione massima di *lut.roughness*; a questo punto il vettore n' desiderato è quello del vettore *lut.roughness* in posizione i .

Per dare un'idea indicativa della velocità del simulatore implementato, si considerino due casi: il primo in cui si utilizza un cristallo in configurazione da misure di imaging (Top riflettente e lati assorbenti); il secondo con un cristallo in configurazione da misure spettroscopiche (tutte le pareti riflettenti).

Viene misurato il tempo medio di calcolo per una singola iterazione nei due casi considerati, ipotizzando l'uso di uno stesso tipo di cristallo, di parametri del modello UNIFIED (a parte il rivestimento) e di sorgente (^{137}Cs): un iterazione nel primo caso impiega 0,0612 s, nel secondo caso 0,4450 s.

Le misure sono state effettuate su calcolatore con processore Intel® core™ i7 da 2,93GHz, una memoria RAM da 8GB ed un sistema operativo a 64bit.

3.5 Output del Simulatore

Nel presente capitolo verrà descritto il modo in cui i dati in uscita dal simulatore vengono processati ed analizzati e si dimostrerà come i risultati virtuali aderiscano al comportamento atteso rispetto a quanto visto in letteratura.

Il simulatore genera come risultato finale una matrice di dati di dimensione $K \times M$, dove K è il numero dei rivelatori (nel caso di Hicam, $K=25$ SDD) ed M è il numero di eventi di scintillazione simulati che è un valore che deve essere deciso dall'utente del programma.

La matrice tiene memoria del numero di elettroni raccolti da ciascun rivelatore per ogni singolo evento. Questo è lo stesso, identico tipo di dato raccolto in uscita sia per il simulatore, che per il sistema Hicam reale.

Entrambe le matrici di dati, simulata e sperimentale, subiscono un processo di elaborazione per ricavare dati più facilmente leggibili e interpretabili. Di seguito vengono elencate le rappresentazioni dei dati elaborati più significative per l'analisi dei risultati.

3.5.1 Immagine

L'immagine prodotta da una gamma camera è la rappresentazione grafica bidimensionale del complesso di eventi di scintillazione che si sono verificati nelle coordinate (x,y) del cristallo e ricostruiti spazialmente dall' algoritmo di ricostruzione a partire dai dati provenienti dalla matrice di rivelazione.

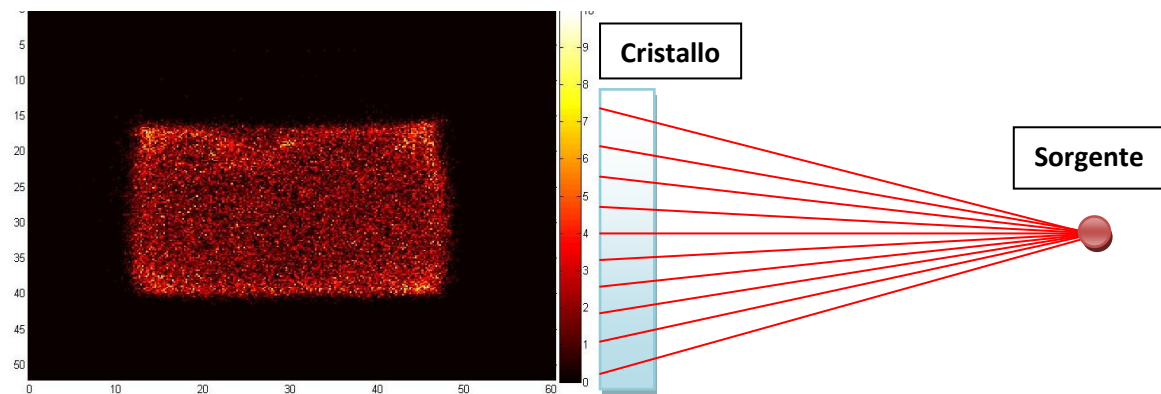


Figura 3.17: Immagine ricostruita di una serie di eventi prodotti dall'interazione tra una sorgente di Cesio137 e un cristallo di CsI(Tl) di dimensioni 61x52x20mm (sinistra). La sorgente è posta ad una distanza tale da irradiare uniformemente tutto il cristallo (destra).

L'intensità di colore di ciascun pixel descrive la quantità di eventi ricostruiti nelle coordinate del pixel stesso. Il Field of View (FOV), o campo di vista, rappresenta la porzione di spazio in cui il piano di rivelazione è in grado di osservare la radiazione gamma emessa dalla sorgente e corrisponde, nella migliore ipotesi di ricostruzione, alle dimensioni del cristallo scintillatore.

Come nei sistemi di visione biologici, anche il range visivo di una gamma camera presenta delle disuniformità al suo interno: una maniera per valutare qualitativamente la capacità visiva di uno strumento di rivelazione gamma e il suo algoritmo di ricostruzione è quello di irradiare lo strumento con una sorgente radioattiva da una distanza sufficientemente ampia da produrre una distribuzione uniforme di eventi di scintillazione lungo le dimensioni del cristallo perpendicolari alla direzione di propagazione della radiazione (figura 3.17). Questo tipo di misura viene tecnicamente chiamato *flood* (allagamento, alluvione) e, da un punto di vista puramente teorico, ci si aspetta che l'immagine che ne deriva sia

perfettamente uniforme e delle stesse dimensioni del cristallo scintillatore (figura 3.18).

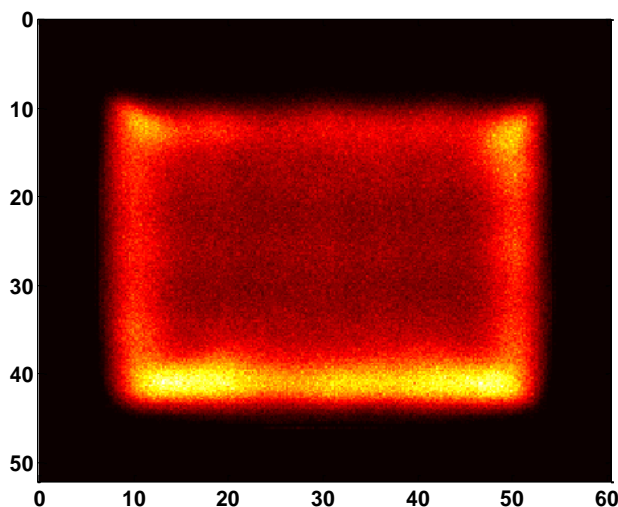


Figura 3.18: Immagine ricostruita di una prova di “flood” con sorgente di Cobalto su cristallo di CsI(Tl).

Come mostrato in figura, invece, esistono forti contrasti e disomogeneità dovute ad effetti di bordo, presenza di aree morte nella matrice di rivelatori e problemi di matching geometrico tra cristallo e rivelatori. Si verifica inoltre che il FOV subisce una restringimento rispetto alle reali dimensioni del cristallo. Il principale responsabile della qualità dell’immagine e della riduzione delle dimensioni del FOV è l’algoritmo di ricostruzione. Si consideri, a titolo di esempio, di utilizzare l’algoritmo di ricostruzione basato sul baricentro.

Consideriamo una serie di eventi che si verificano in una zona del cristallo molto prossima ad un rivelatore di bordo (figura 3.19), in particolare identifichiamo due eventi, A e B. della luce generata da ogni evento supponiamo che solo quella che giunge in maniera diretta ai rivelatori viene misurata, allora a quell’unico rivelatore, allora si avrà una distribuzione di luce sui rivelatori come mostrato negli istogrammi in figura 3.20.

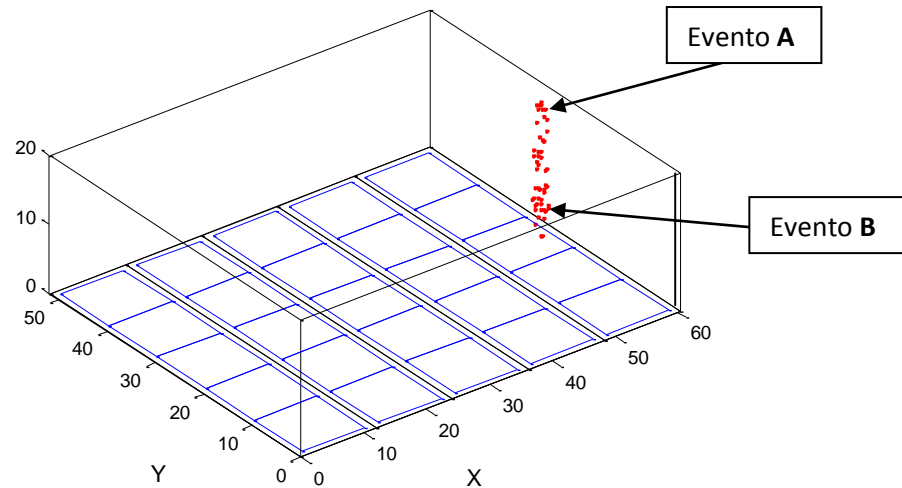


Figura 3.19: Distribuzione simulata di una serie di eventi nel cristallo: l'evento A è situato ad una distanza di circa 18mm dal piano dei rivelatori; l'evento B, invece, è molto vicino.

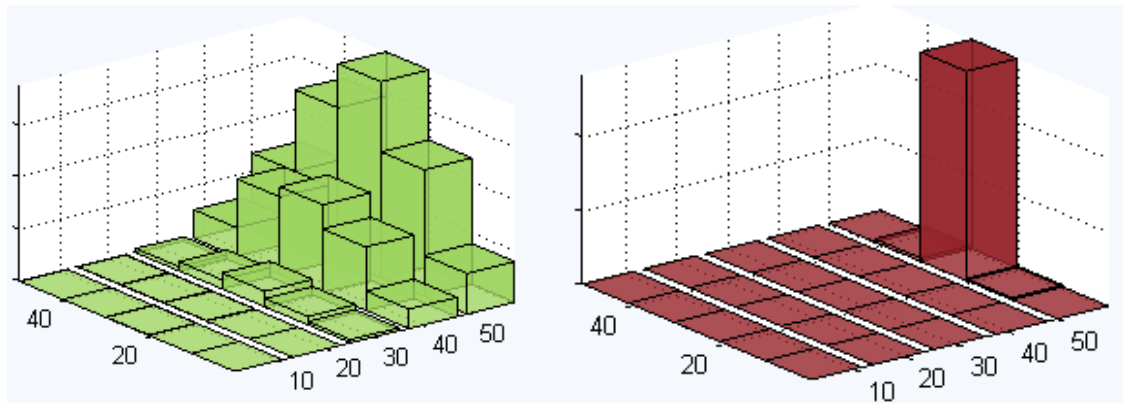


Figura 3.20: Istogrammi della distribuzione dei fotoni generati dall'evento A (sinistra) e B (destra) sulla matrice dei rivelatori.

Dall'analisi di queste immagini si può notare l'enorme differenza nella distribuzione di segnale sul piano dei rivelatori per eventi che si verificano ad alte Z rispetto che a quelle basse: l'evento A e B emettono un numero di fotoni mediamente uguale, tuttavia il cono di luce prodotto dall'evento A illumina direttamente un maggior numero di rivelatori rispetto a quello di B. In generale, per gli algoritmi di ricostruzione, la distribuzione di luce nel caso A fornisce un tipo di informazione migliore perché è possibile incrociare i dati provenienti da più rivelatori, mentre il caso B offre un solo valore.

Se prendiamo in considerazione il metodo del baricentro, una situazione come quella dell'evento B risulta limitare enormemente la qualità della ricostruzione, infatti, possedendo solo dati da un rivelatore, l'algoritmo può ricostruire l'evento solo nelle coordinate del punto centrale del rivelatore stesso.

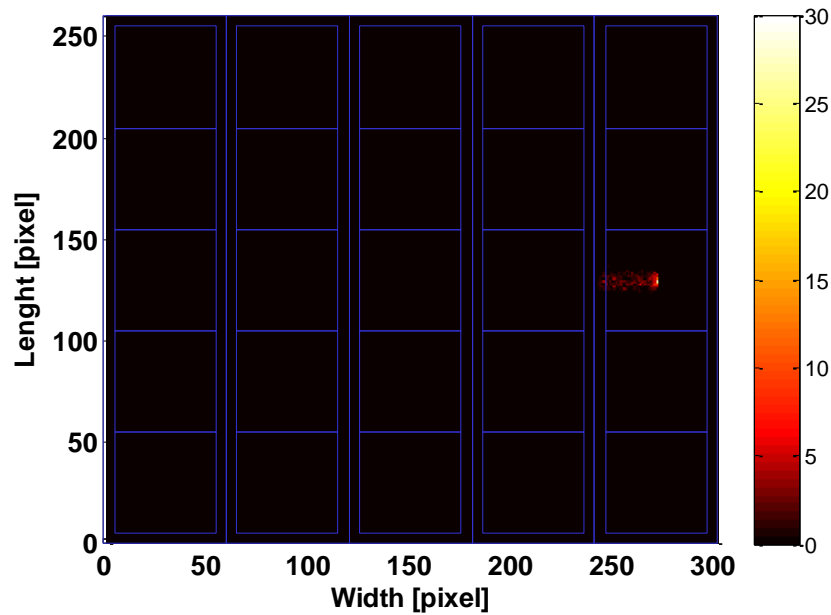


Figura 3.21: Griglia della matrice di SDD con sovrapposta l'immagine ricostruita degli eventi di bordo. Questo fenomeno viene ben evidenziato nella figura 3.21 che rappresenta la ricostruzione degli eventi di figura 3.19 tramite il metodo del baricentro.

Anche se la scintillazione avviene al limite esatto del bordo del cristallo, il punto in cui è avvenuto l'evento viene ricostruito nel centro del rivelatore. Sono presenti poi dei punti che tendono ad espandersi verso la zona centrale della matrice: questi sono eventi che si sono verificati, come A, ad una certa distanza dai rivelatori e la cui luce ha investito più SDD. In questo modo il peso del baricentro viene spostato leggermente verso il centro, anche se le coordinate dell'evento A sono le stesse di B. Risulta evidente, già a questo punto della trattazione, come le deformazioni dovute al metodo di ricostruzione sono fortemente legate alla geometria del sistema e alla topologia del punto di scintillazione.

Questa inefficienza di prestazioni nella ricostruzione definisce un limite del metodo del baricentro: i punti ricostruiti non possono superare il confine tracciato idealmente dai centri dei rivelatori di bordo, il che costituisce una riduzione del campo di vista.

Riassumendo, il metodo del baricentro presenta i seguenti limiti

- Consente solo una ricostruzione bidimensionale dei punti d'interazione, non fornisce invece informazione sulla coordinata z e sull'energia dell'evento ricostruito.

- Oltre alla suddetta riduzione del FOV, esistono altri fenomeni di deformazione dovuti ad eventi che hanno avuto interazione nel cristallo in prossimità della parete più vicina al piano dei rivelatori (basse Z) o alla presenza di aree morte di rivelazione nella matrice degli SDD.

Attualmente è in corso l'implementazione di un algoritmo di ricostruzione basato sulla massima verosimiglianza che dovrebbe permettere di ottenere una serie di benefici e migliorie rispetto al metodo del baricentro:

- Il metodo ML permette di ricostruire i punti nella loro posizione originaria, senza che si verifichino compressioni dei bordi o deformazioni di campo in prossimità delle aree morte o per eventi a basse Z.
- Il metodo è in grado di ricostruire non solo le coordinate (x,y) dell'evento di scintillazione, ma anche la coordinata z e l'energia del fotone gamma che ha prodotto l'evento. Conoscere quest'ultimo dato è di fondamentale importanza per scartare eventuali segnali misurati a causa di un evento Compton che non genera informazione utile.

3.5.2 Spettro delle energie

Lo spettro energetico è una delle rappresentazioni dell'output più importanti e significative, soprattutto quando si è interessati nella progettazione di strumenti per spettroscopia gamma.

Lo spettro delle energie viene costruito ordinando gli eventi misurati in un istogramma a seconda dell'energia (in keV) da loro posseduta. L'elettronica di misura del sistema, tuttavia, non misura direttamente l'energia prodotta da ciascun evento, ma bensì la quantità di carica generata dall'evento sulla totalità degli SDD. La misura energetica è quindi valutata in numero di elettroni.

Un esempio di spettro energetico, ottenuto da una misura sperimentale, è mostrato in figura 3.22.

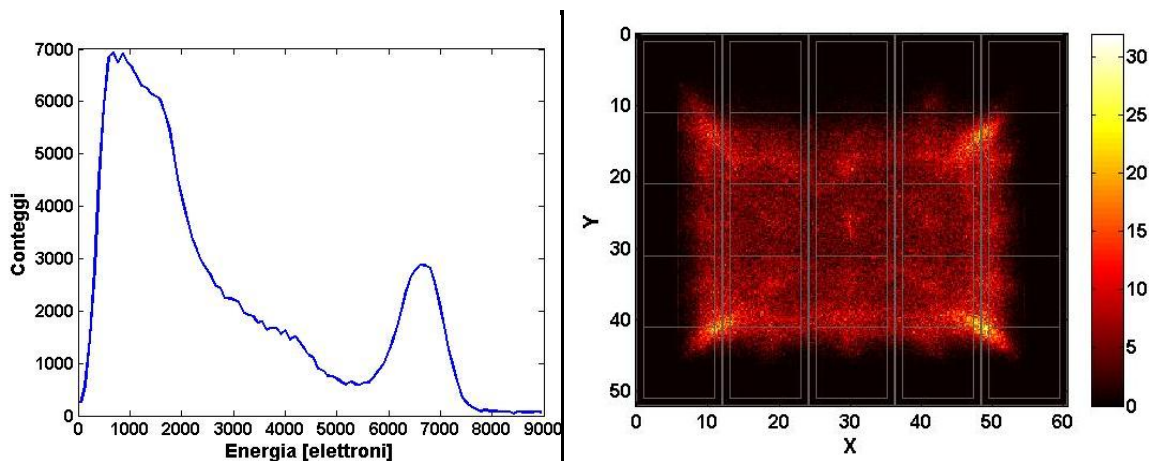


Figura 3.22: Spettro energetico di una prova sperimentale di flood con Cesio137, misurato mediante il sistema Hicam ed un cristallo di CsI(Tl). A fianco è mostrata l'immagine ricostruita associata allo spettro.

La curva presenta due picchi particolarmente evidenti: il primo e più pronunciato, si trova a circa 1000 elettroni ed è dovuto al rumore di fondo causato dai raggi cosmici che colpiscono il rivelatore. Selezionando solo gli eventi con un'energia tra 0 e i 3000 elettroni è possibile visualizzare la topologia degli eventi associati al rumore (figura 3.23).

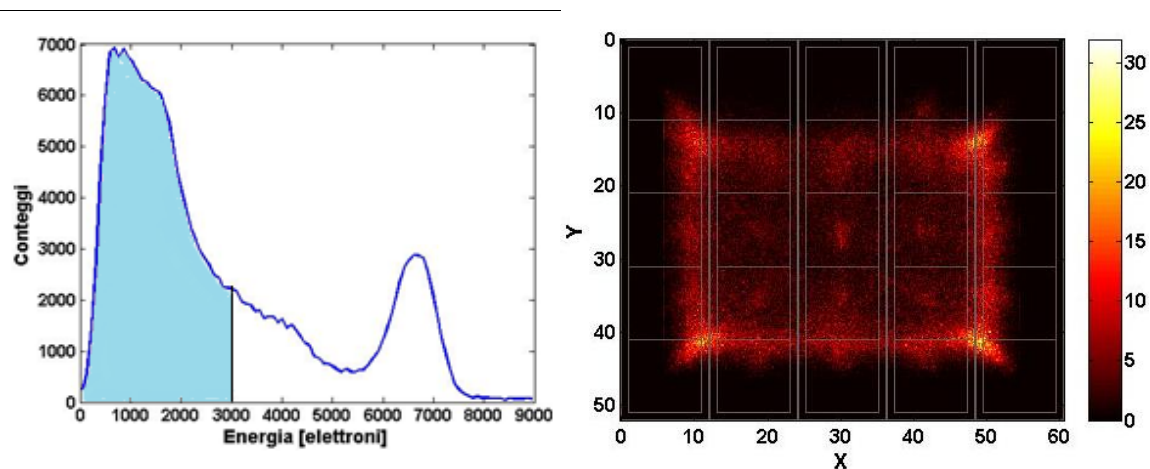


Figura 3.23 nello spettro delle energie e relativa immagine.

Le componenti di energia tra i 4000 e i 5000 elettroni sono dovute, in parte, al verificarsi di fenomeni Compton nel volume del cristallo e sono pertanto caratterizzate da un'energia inferiore rispetto agli eventi generati per effetto fotoelettrico, che contribuiscono nella formazione del picco energetico della sorgente di Cesio137, indicativamente tra 5500 e 7500 elettroni.

Scegliendo selettivamente solo gli eventi relativi al picco della sorgente, si ricava un'immagine più uniforme (figura 3.24).

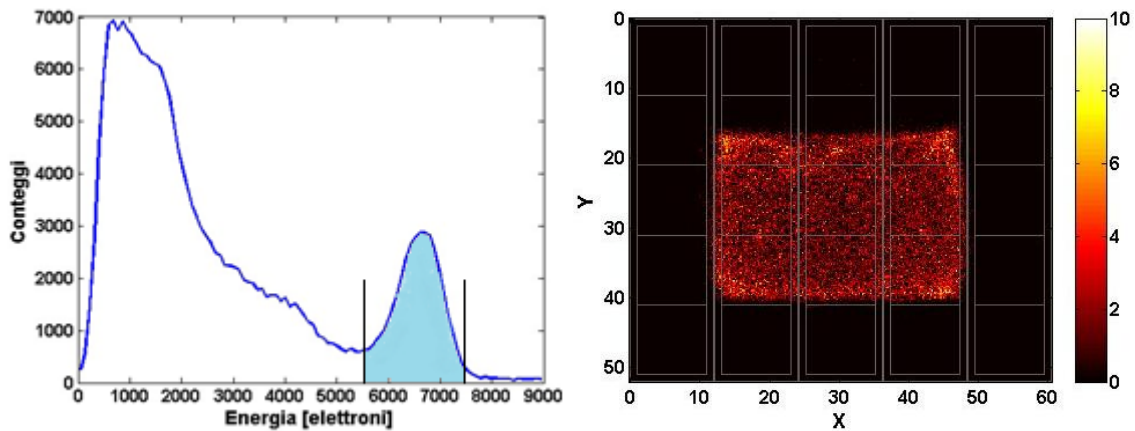


Figura 3.24: Porzione dello spettro legata al picco di emissione del Cesio137 (662 keV) e relativa immagine ricostruita.

Il picco energetico relativo all'emissione della sorgente può essere adattato tramite fitting ad una curva gaussiana, la cui posizione del centroide rappresenta l'energia di picco massimo E_0 , e la risoluzione energetica R viene calcolata tramite la misura della larghezza a metà altezza (FWHM) della campana normale, come già visto nel primo capitolo.

All'interno del picco di energia stesso è possibile identificare dei contributi legati alla topologia degli eventi nel cristallo: parte della luce emessa dagli eventi che si verificano nelle zone più vicine ai bordi non viene rivelata perché viene trasmessa o assorbita dalle pareti laterali del cristallo, quindi per questi eventi si misura una quantità rivelata di fotoni inferiore rispetto a quelli verificatisi nelle zone centrali del cristallo e, di conseguenza, una energia minore (figura 3.25).

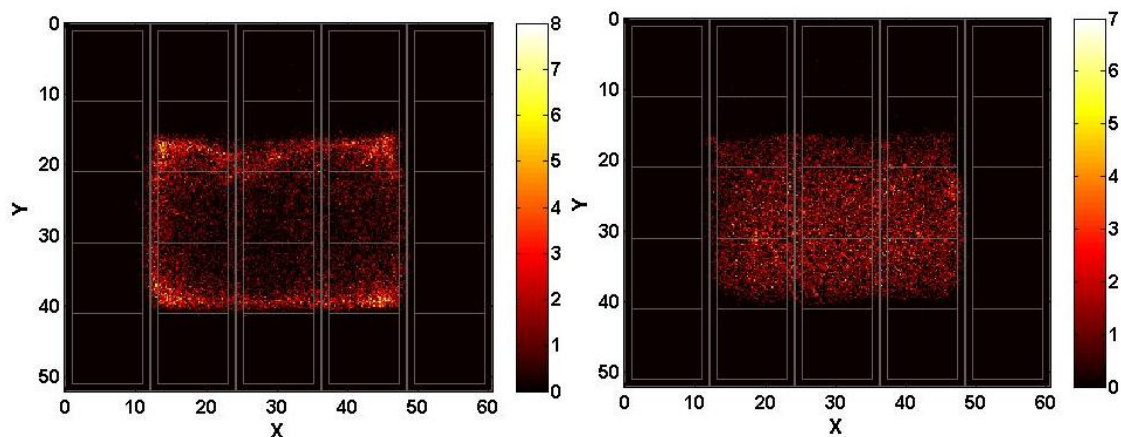


Figura 3.25: Immagine ricostruita degli eventi relativi alla porzione di spettro tra 5500 e 6700 elettroni (sinistra) e tra 6700 e 7500 elettroni (destra).

3.5.3 Distribuzione del numero di SDD coinvolti

Ogni volta che si verifica un evento nel cristallo, ciascun rivelatore misura una quantità di fotoni convertiti in carica elettrica, tuttavia non è detto che tutti i rivelatori rivelino della luce. Ad esempio, un evento può essere talmente localizzato da illuminare solo una porzione limitata di matrice di rivelatori.

Il grafico della distribuzione del numero di SDD istogramma la quantità di rivelatori coinvolti per ciascun evento di scintillazione (figura 3.26).

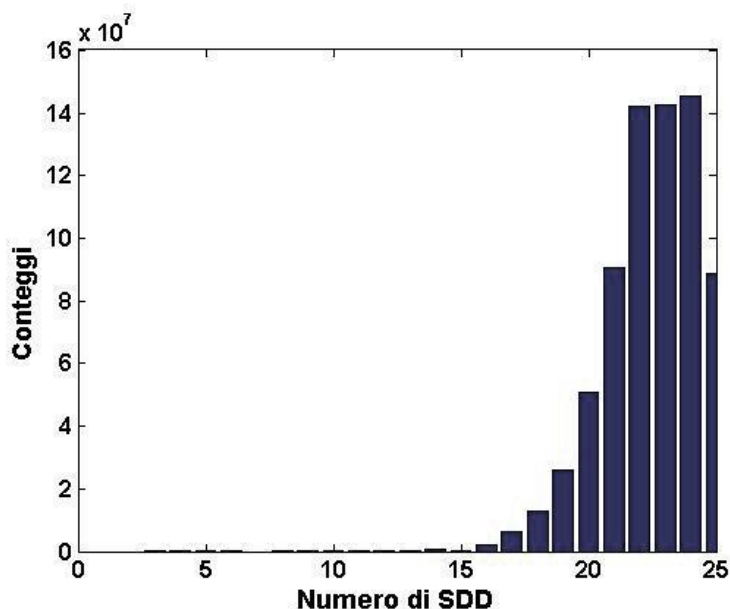


Figura 3.26: Istogramma sperimentale del numero di SDD coinvolti nella rivelazione degli eventi di scintillazione. Il grafico è relativo al picco energetico di figura 8.

L'informazione grafica ottenuta da questo istogramma aiuta a capire se la luce nel cristallo si focalizza molto su piccole porzioni della matrice di rivelatori o se invece compie un processo di dispersione, tuttavia il dato è molto suscettibile ai parametri di filtraggio e non può essere utilizzato adeguatamente per dei confronti tra dato reale e dato simulato.

3.5.4 Distribuzione del numero di elettroni rivelati

La distribuzione del numero degli SDD fornisce una indicazione sul numero medio di rivelatori coinvolti nella misura, ma non dice in quale proporzione la luce cade su ciascun SDD.

Il grafico della distribuzione del numero di elettroni fornisce una informazione sulla percentuale di quantità di carica generata da ogni singolo SDD rispetto al totale della carica prodotta dal piano di rivelazione, partendo dal fotorivelatore che ha ricevuto più luce (che ha generato quindi più segnale) e progredendo fino a quello che ne ha ricevuta di meno.

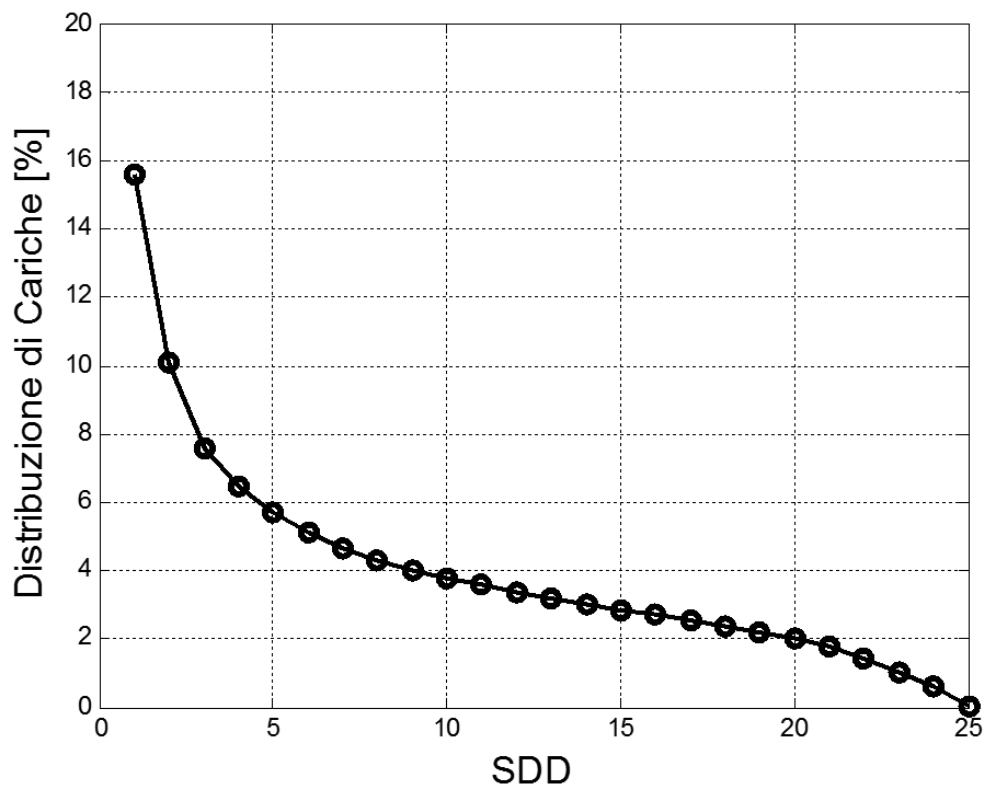


Figura 3.27: Curva sperimentale della distribuzione di luce su ciascun SDD (in ordine decrescente).

La curva viene ricavata da una media tra le distribuzioni di tutti gli eventi.

Questo tipo di dato non subisce alterazioni al variare della quantità di luce, ma solo per il tipo di traiettorie che la luce è costretta a percorrere prima di arrivare ai rivelatori. Inoltre, le variazioni dei parametri di filtraggio influiscono solo minimamente su questo tipo di dato.

Per questi motivi, l'informazione contenuta in questo grafico risulta valida per effettuare confronti tra dati reali e dati simulati.

3.6 Filtraggio

Trattando dello spettro delle energie, si è visto come sia necessario procedere con una selezione di un intervallo adeguato dei dati per ottenere un risultato ripulito da rumore e da elementi che possano portare ad un'equivocazione dell'output.

Il filtraggio dei dati ha impatto prevalentemente sulla ricostruzione dell'immagine.

I risultati mostrati in questo e nel prossimo capitolo hanno subito tutti lo stesso processo di filtraggio. Per questo motivo viene ora esposto il procedimento di elaborazione che subiscono i dati prima di essere rappresentati nelle forme viste nel paragrafo 3.1.

3.6.1 Numero di SDD coinvolti

Ogni evento genera un flash di luce che viene rivelato complessivamente dalla matrice di SDD, tuttavia, a seconda delle coordinate in cui l'evento stesso si verifica, può avvenire che la luce venga distribuita su di una molteplicità di rivelatori, oppure che sia raccolta da pochi rivelatori, al limite uno solo.

Come già evidenziato, il segnale registrato solo da un rivelatore provoca una ricostruzione dell'evento nel punto centrale dello stesso. Nel caso in cui il segnale luminoso venga rivelato esclusivamente da due SDD, i punti ricostruiti giacciono sul segmento che unisce i centri dei due rivelatori (figura 3.28). Questi due casi provocano equivocazione ed è necessario scartare tutti gli eventi che li hanno generati.

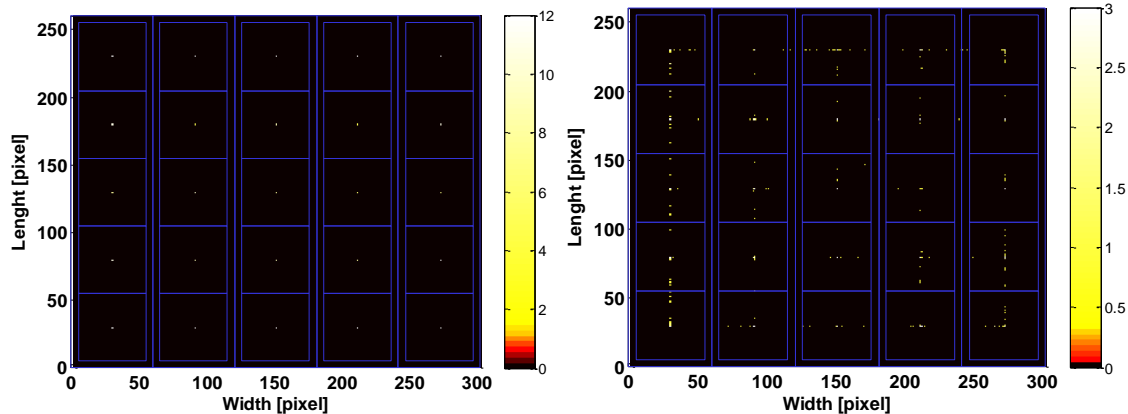


Figura 3.28: eventi ricostruiti quando il numero di SDD coinvolti nella rivelazione è 1 (sinistra) e 2 (destra).

Generalmente si considerano solo quegli eventi la cui luce è stata rivelata da almeno 3-4 SDD fino ad un massimo di 25, gli eventi che hanno coinvolto solo 1 o 2 rivelatori non vengono tenuti in considerazione.

3.6.2 Rumore e Soglia del rumore

I dati in uscita dal simulatore non tengono conto di quei fenomeni fisici di disturbo che alterano la quantità di carica raccolta da ciascun rivelatore e poi misurata dall'elettronica di lettura. Il rumore elettronico che si sovrappone al segnale utile è legato alla generazione spontanea di coppie elettrone/lacuna nel volume degli SDD a causa di fenomeni termici (per questo motivo è importante raffreddare il sistema di rivelazione attraverso sistemi di condizionamento). Anche il processo di lettura da parte dell'elettronica produce un aumento dell'ENC (Equivalent Noise Charge) che definisce il rumore elettronico presente sul segnale espresso in numero di elettroni.

Per simulare questo disturbo, in fase di filtraggio viene aggiunto al segnale su ciascun SDD un valore di carica distribuito uniformemente tra zero ed un valore massimo che è stato calcolato come valore medio di ENC massimo tra i vari rivelatori (indicativamente $ENC_{max}=20$ elettroni).

Il rumore si applica solo al dato simulato.

Per ridurre l'effetto corruttivo del rumore sul segnale, viene introdotto un parametro di filtraggio definito **soglia di rumore**, espresso in numero di elettroni. Dato un valore di soglia di rumore e un evento misurato, tutti i rivelatori che hanno misurato una quantità di

carica inferiore alla soglia di rumore non vengono considerati, supponendo il loro segnale uguale a zero.

Questo filtraggio esclude il segnale proveniente dai rivelatori che hanno collezionato una quantità di carica abbastanza bassa da poter essere confusa per rumore elettronico, in questo modo si filtra via una parte importante di disturbi.

Solitamente si sceglie, per la soglia di rumore, un valore poco superiore al ENC_{max} impostato nella simulazione (soglia=30 elettroni).

3.6.3 Energia Minima e Massima

Per energia minima e massima si fa riferimento al limite inferiore e superiore dell'intervallo di energie in cui si desidera considerare lo spettro energetico misurato.

In pratica, tramite la definizione di questi parametri di filtraggio, si considerano solo quegli eventi che posseggono un'energia ben definita, escludendo fenomeni dovuti a rumore.

Generalmente si tende a scegliere i due estremi in maniera tale da selezionare solo il picco di emissione della sorgente utilizzata.

3.7 Considerazioni sulla rugosità nelle simulazioni

Come prima verifica del modello implementato nel simulatore, si desidera verificare il comportamento dei risultati al variare del parametro di rugosità σ_α .

In primo luogo, si desidera definire un intervallo di verosimiglianza fisica per σ_α : si consideri ora una distribuzione gaussiana dell'angolo α tra la normale alla superficie e la normale al micro-piano che definisce l'inclinazione della superficie rugosa nel punto in cui incide la luce. Da un punto di vista fisico, il limite di pendenza fisico di un micro-piano è di 90 gradi rispetto al vettore perpendicolare alla superficie che si sta considerando. Anche per superfici molto ruvide, è difficile pensare che una superficie sia fittamente popolata da piani con delle pendenze prossime all'angolo retto.

Il simulatore è in grado di scartare tutti gli angoli α che superano i 90 gradi, tuttavia non compensa in alcun modo il fatto che, per alti livelli di σ_α , si accresca la probabilità di avere angoli prossimi ai limiti di validità fisica del sistema.

Si è deciso, quindi, di limitare l'intervallo di valori per il parametro di rugosità σ_α . In prima approssimazione, perché la curva gaussiana di α sia compresa quasi interamente all'interno dell'intervallo tra -90 e +90 gradi, bisogna scegliere una σ_α tale che $3\sigma_\alpha=90$ gradi.

Dalla teoria sulla distribuzione di probabilità in una curva normale è noto che, scegliendo un intervallo di integrazione per la curva tra $\pm 3\sigma_\alpha$ rispetto al valore medio, si considera circa il 99,7% del campione.

Di conseguenza si sceglie l'intervallo di validità 0-30 gradi per la variabile σ_α .

Ulteriori considerazioni, per rafforzare la scelta di limitare il range di valori per la rugosità, provengono dalla letteratura: per i cristalli di ioduro di Cesio trattati da Kilimchuk, il grado di rugosità massimo raggiunto è di $\sigma_\alpha=11,1$ gradi, quando il cristallo è levigato con una carta vetrata con grani di $53\mu\text{m}$ di diametro medio (sandpaper F230^[12]); Nayar, quando descrive i risultati prodotti dai modelli di Beckmann-Spizzichino e di Torrance-Sparrow, non adopera mai valori di σ_α superiori a 17 gradi.

Per un'analisi completa del comportamento dei risultati in funzione della variazione di rugosità, sono state effettuate 31 simulazioni su un cristallo di CsI(Tl) di dimensione $60\times 49\times 20\text{mm}$; il piano dei rivelatori è la matrice di 5×5 SDD quadrati vista nel capitolo 1. Una parete del cristallo è a contatto con il piano dei rivelatori, accoppiata ad esso mediante uno strato di grasso ottico ($n=1,463$), mentre le restanti pareti si considerano direttamente esposte all'ambiente esterno, quindi all'aria ($n=1$). Come parametri per il modello UNIFIED si sceglie $\text{Csl}=100\%$ e i restanti parametri nulli (per una dettagliata descrizione della scelta dei parametri di simulazione si rimanda al paragrafo 4.2).

Si è eseguita una prova di "flood" con una sorgente di Cobalto-57 (^{57}Co) simulata e impostando a 10000 il numero di eventi. La prova è stata ripetuta variando σ_α da 0 a 30 gradi, con un passo di un grado.

3.7.1 Comportamento dell'immagine ricostruita

Le rappresentazioni in figura 3.29 mostrano l'immagine ricostruita per diversi valori di rugosità della parete del cristallo: come risulta evidente, il campo di vista si riduce progressivamente con l'aumentare della rugosità. Questo è dovuto dal fatto che la porzione

luce che non colpisce direttamente il piano di rivelatori e riflette all'interno del cristallo viene dispersa maggiormente da una superficie ruvida rispetto che da una liscia. Di conseguenza, la luce che raggiunge indirettamente la matrice degli SDD è più diffusa e la quantità di carica raccolta dai diversi rivelatori tende ad uniformarsi.

Questo fenomeno è ben descritto dalle curve di distribuzione del numero di fotoni rivelati (figura 3.30).

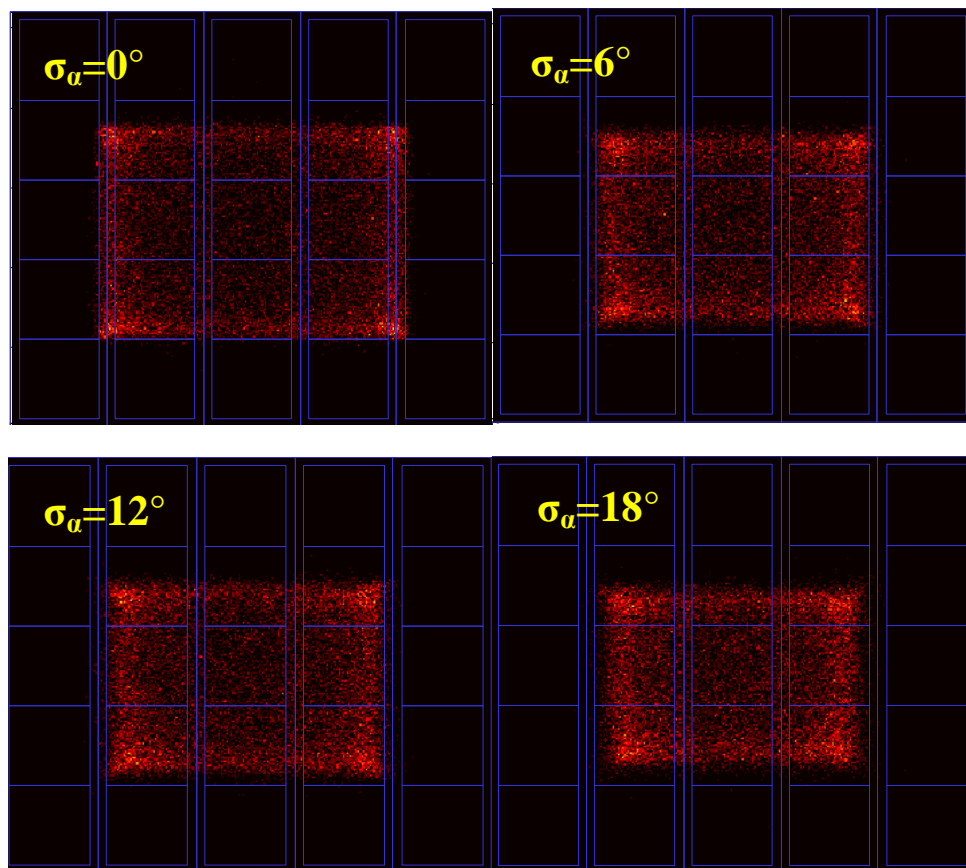


Figura 3.29: Immagini ricostruite di una prova di flood con ^{60}Co e per diversi condizioni di rugosità ($s=0, 4, 8, 12, 16, 20$). Continua...

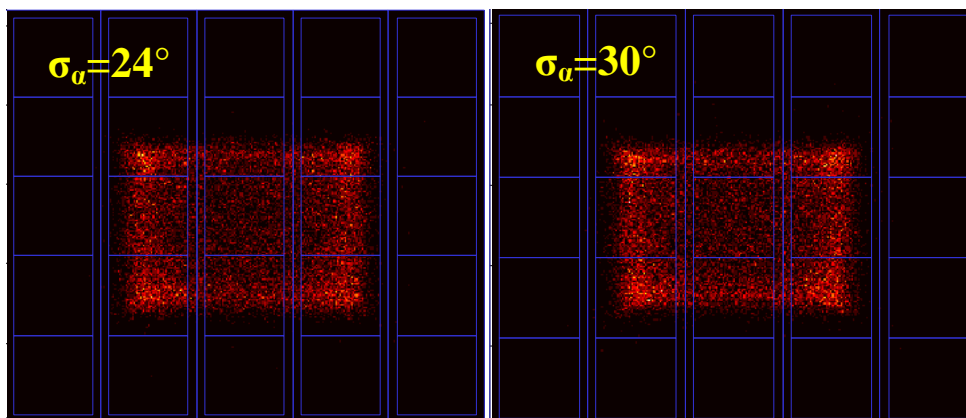


Figura 3.29: Immagini ricostruite di una prova di flood con ^{60}Co e per diversi condizioni di rugosità ($s=0, 4, 8, 12, 16, 20$).

Se la luce si distribuisce in maniera più uniforme sul piano dei rivelatori, come avviene per la curva di distribuzione della luce quando $\sigma_\alpha=20$, considerando il comportamento del metodo del baricentro nella ricostruzione delle immagini, la riduzione del FOV nell'immagine è una logica conseguenza.

Per chiarire ulteriormente questo fenomeno basti ipotizzare al caso estremo e non realizzabile di un trattamento ottico del cristallo che, per qualsiasi evento di scintillazione, faccia sì che la luce raccolta da ciascun rivelatore sia uguale.

Il metodo del baricentro applica una media pesata, ma i rivelatori hanno tutti lo stesso peso nella formula, quindi il punto ricostruito non può che essere sempre il centro del piano dei rivelatori stessi. Il FOV, in questo caso particolarmente sfavorevole, si è ridotto ad un unico punto.

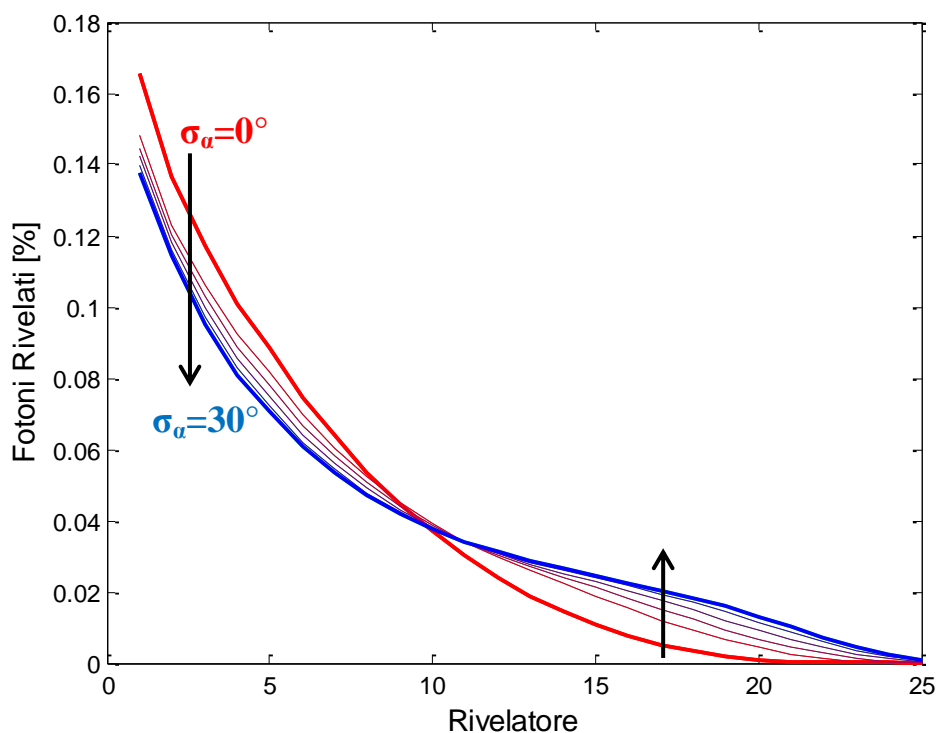


Figura 3.30: Distribuzione dei fotoni sul piano dei rivelatori. Le diverse curve fanno riferimento a rugosità progressivamente crescenti: dalle più basse (tonalità di rosso) a quelle più alte (tonalità di blu).

In pratica, qualsiasi tipo di trattamento del cristallo o di rivestimento o di accoppiamento con i rivelatori, che produca una maggiore dispersione della luce, causa una riduzione del campo di vista nell'immagine ricostruita.

3.7.2 Comportamento dello spettro delle energie

Dall'analisi degli articoli di Jenecek, si è visto che nei cristalli scintillatori, un trattamento rugoso aumenta le proprietà di riflessione delle pareti. Attraverso ulteriori esperimenti è stato contemporaneamente dimostrato che cristalli con superfici ruvide permettono la raccolta di una quantità maggiore di luce sui rivelatori rispetto a quelli lisci^[15]. Evidentemente la prima ipotesi è causa della seconda.

I risultati del simulatore implementato rispettano questa tendenza, ed è possibile dimostrarlo attraverso i dati relativi agli spettri delle energie.

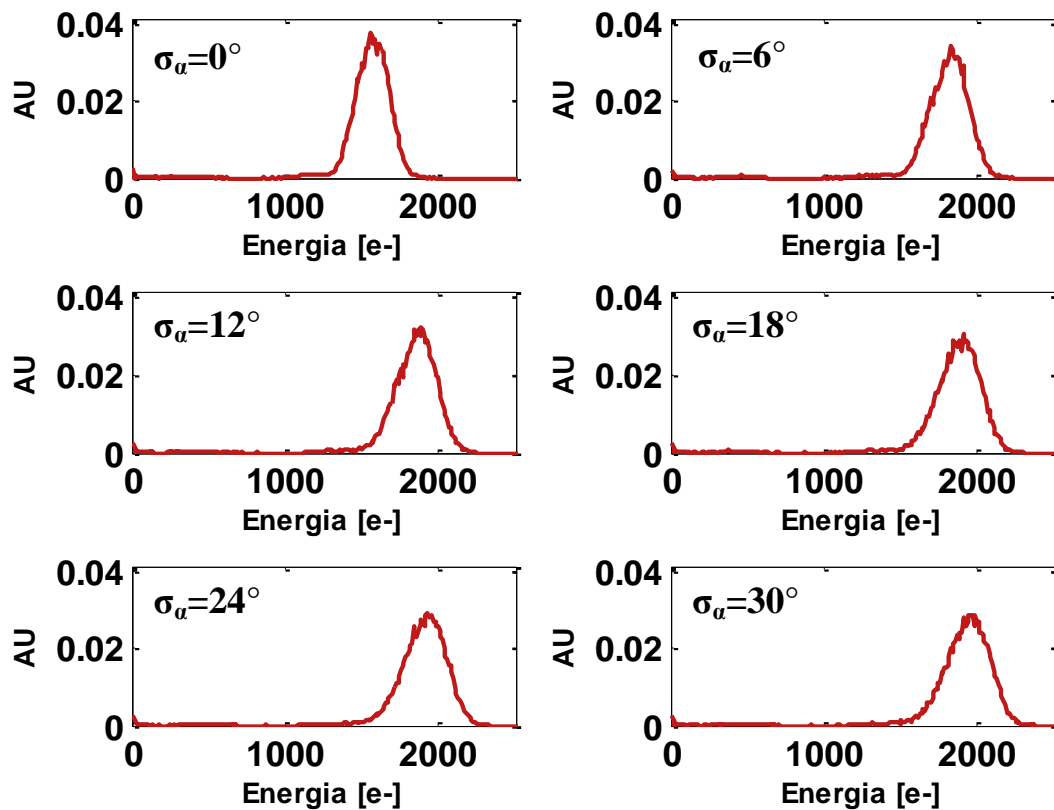


Figura 3.31: Spettri energetici simulati del ^{60}Co per diversi livelli di rugosità del cristallo.

In figura 3.31 sono riportati i risultati della simulazione relativi allo spettro energetico della sorgente in funzione della rugosità.

Su ogni spettro è stato applicato un fitting gaussiano per ricavare la posizione del picco massimo di energia, la larghezza del picco (come FWHM) e la risoluzione energetica.

Come già si intuisce dalle immagini, il picco massimo dello spettro si sposta verso energie più alte con l'aumentare della rugosità. In figura 3.32 si mostra l'andamento dei picchi in funzione di σ_α .

L'aumento progressivo del picco di energia, a pari condizioni di simulazione, indica che la rugosità è direttamente responsabile dell'incremento della quantità di luce media raccolta, in particolare, maggiore è la rugosità, maggiore è il segnale misurato dai rivelatori. Questa tendenza è aderente ai risultati sperimentali osservati in letteratura.

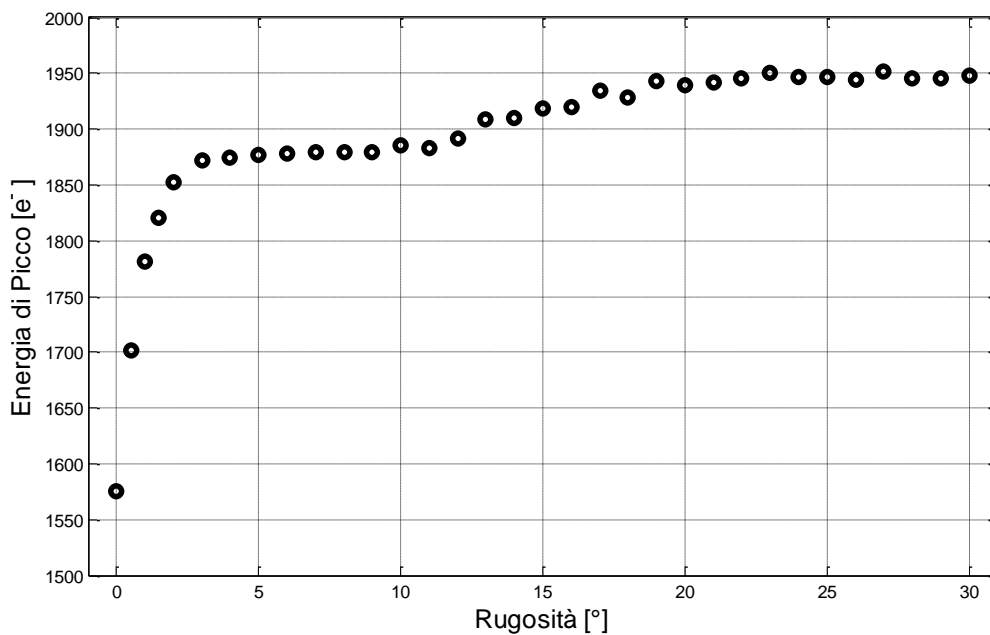


Figura 3.32: Andamento dei picchi massimi nello spettro delle energie in funzione della rugosità delle pareti del cristallo. Sono stati aggiunti dei dati simulati per le basse rugosità per migliorare la leggibilità della curva.

Un risultato di rilievo è rappresentato anche dal fatto che la variazione di luce raccolta tra un grado e l'altro di rugosità diminuisce progressivamente: tendendo verso alti livelli di rugosità, le variazioni del picco si riducono fino a diventare trascurabili. Alla luce di questa conclusione, la scelta di analizzare solo un intervallo limitato di valori di σ_α risulta ancora più ragionevole.

In definitiva, le variazioni di luce raccolta sono di maggiore entità per piccole variazioni intorno a livelli molto bassi di rugosità, il che significa che bisogna tenerne conto soprattutto quando si adoperano cristalli molto lisci.

I risultati relativi alla risoluzione energetica sono presentati in figura 3.33. Il minimo è localizzato per rugosità $\sigma_\alpha \sim 2$ gradi.

Il risultato conseguente è che un aumento di rugosità (con l'attuale configurazione di cristallo e rivestimenti) comporta un aumento di luce media raccolta sui rivelatori, ma anche dei fenomeni di dispersione tali da allargare la varianza dell'energia intorno al suo valore medio. In questo determinato caso, quindi, per avere una migliore risoluzione energetica, è meglio contenere il livello di rugosità del cristallo.

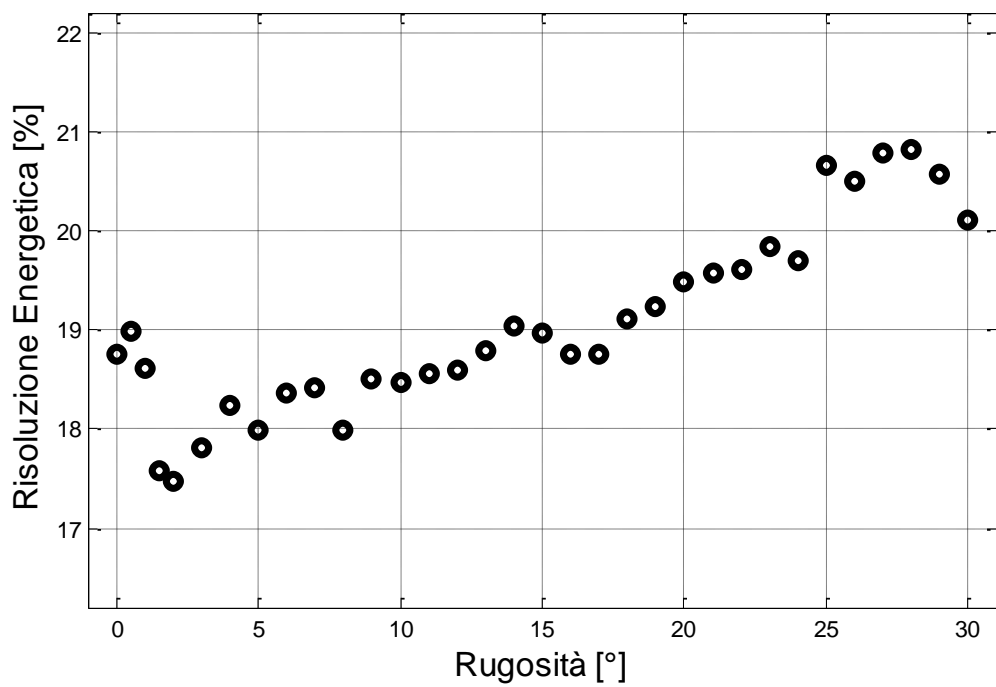


Figura 3.33: Risoluzione energetica in funzione della rugosità delle pareti del cristallo.

Capitolo 4

Risultati

Per valutare la capacità del simulatore di produrre risultati aderenti non solo ai comportamenti visti in letteratura, ma anche a dati reali e quantitativi, sono state svolte delle prove sperimentali.

Tramite i risultati ottenuti è stato operato un confronto che ha permesso di stabilire la validità del modello implementato. Inoltre il simulatore è stato utilizzato anche per la produzione di dati fondamentali per la ricostruzione delle immagini, a partire dai dati sperimentali, tramite il metodo di stima della massima verosimiglianza.

Di seguito verrà definito il set-up sperimentale e tutte le misure effettuate in laboratorio, si descriveranno i criteri con cui sono stati scelti i diversi parametri d'ingresso della simulazione ed infine verranno esposti i risultati dei diversi confronti.

4.1 Set-up e misure sperimentali

Per una validazione del simulatore, sono state effettuate delle misure sperimentali, con le quali è stato possibile confrontare i risultati simulati con quelli estratti da prove reali. La comparazione ha permesso di valutare la qualità del simulatore nella stima dell'output della gamma camere. I dati delle misure sperimentali sono stati utilizzati anche per valutare la capacità del simulatore di costruire mappe di densità di probabilità affidabili per l'algoritmo di ricostruzione basato su massima verosimiglianza.

Le misure sono state effettuate presso l'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare (INFN), laboratorio di ricerca sulla radiazione gamma.

Le prove sono state eseguite mediante l'uso di una sorgente di Cesio (^{137}Ce). Il vantaggio principale, quando si adopera questo radionuclide, è che possiede un'energia di fotopicco molto elevata, di circa 662keV, di conseguenza un singolo evento di scintillazione produce un numero molto grande di fotoni di fluorescenza. Dal momento che aumenta la quantità di luce che giunge sui rivelatori, migliora il parametro SNR di rapporto segnale/rumore, quindi i disturbi degli SDD e dell'elettronica diventano trascurabili.

4.1.1 Set-up sperimentale

Per questa serie di prove, la gamma camera Hicam (figura 4.1) è stata montata su di un supporto meccanico.

Nel montaggio, la gamma camera è stata ancorata ad una piatto metallico insieme con la scheda per la lettura analogica del segnale. Il piatto è posizionato verticalmente e si aggancia a dei binari di un pilastro metallico. Il pilastro viene stabilizzato da una base, anch'essa metallica (figura 4.2). Un meccanismo manuale permette la regolazione della posizione verticale del piatto metallico con camera e scheda elettronica.

Sulle pareti metalliche della gamma camera sono posti degli indicatori usati come riferimento per le coordinate interne del cristallo e della matrice di rivelatori.

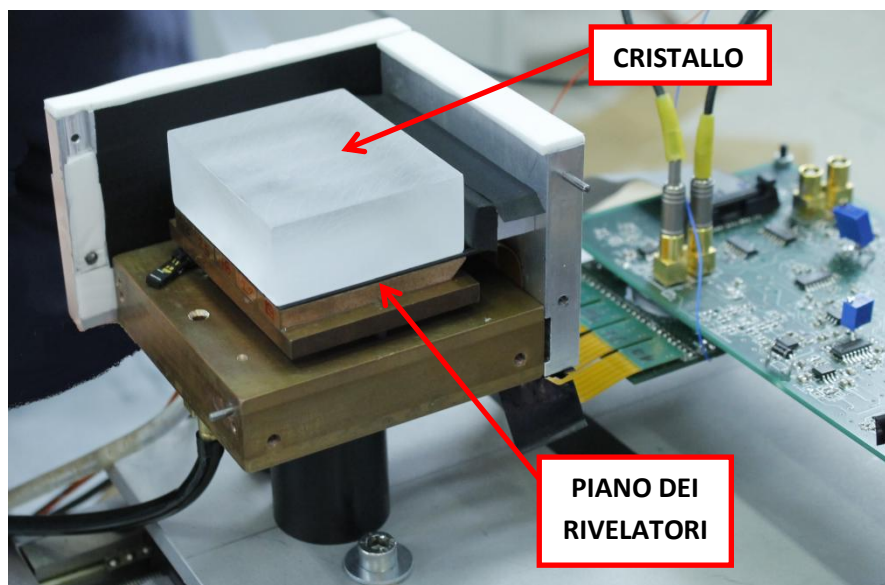


Figura 4.1: Sistema di rivelazione di Hicam: l'immagine mostra lo strumento privo di due pareti e del coperchio per mostrare la posizione del cristallo al di sopra del piano dei rivelatori.

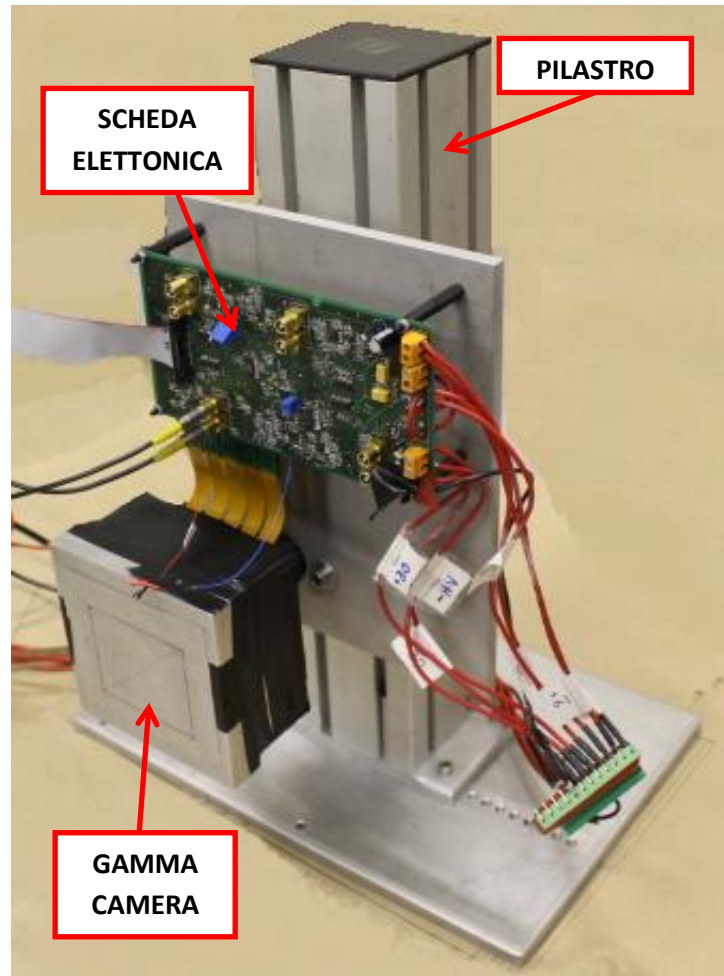


Figura 4.2: Struttura di sostegno della gamma camera.

La sorgente è protetta all'interno di un contenitore cilindrico in piombo per la schermatura delle radiazioni. L'unico punto da cui possono uscire i raggi gamma è un piccolo foro del collimatore pin-hole connesso direttamente al contenitore cilindrico: il collimatore è un cilindro di metallo *heavy MET* (95% Tungsteno, densità= $18,1\text{g/cm}^3$ ^[13]), avente un diametro di 10cm e uno spessore di 8cm. Il foro del collimatore ha diametro 1mm.

Il contenitore è posizionato su di una struttura di sostegno che permette la regolazione verticale dell'intero sistema, compresa l'altezza di fuoriuscita del fascio di raggi gamma dal foro del collimatore (figura 4.3).

Per avere un riferimento nel posizionare la struttura di supporto della sorgente rispetto a quella della gamma camera è stato utilizzato un semplice sistema grafico, disegnato su di una mappa di cartone posizionata al di sotto della basi dei due sistemi.

La sorgente e la gamma camera vengono posizionate in maniera tale che il fascio di radiazioni gamma colpisca perpendicolarmente il piano della gamma camera. Tale condizione è garantita dal sistema di posizionamento preparato precedentemente la fase di misura (in figura 4.4 viene mostrata una rappresentazione descrittiva del set-up).

Il sistema, così organizzato, permette di far incidere il fascio gamma collimato lungo qualsiasi coordinata desiderata del cristallo.

Nelle misure sono stati utilizzati due cristalli di CsI(Tl) Scionix, di cui uno con superfici lisce ed il secondo con un livello di levigatura inferiore (ruvido).

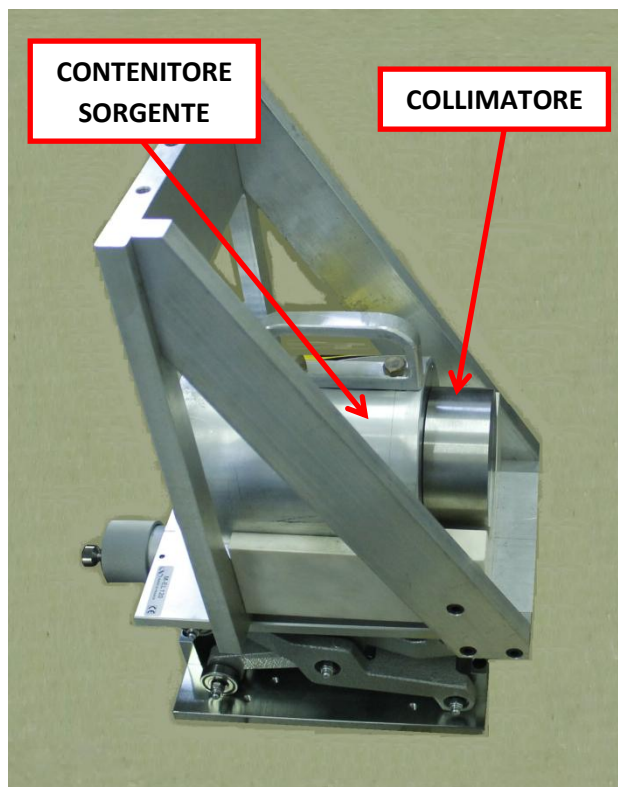


Figura 4.3: Struttura di supporto della sorgente.

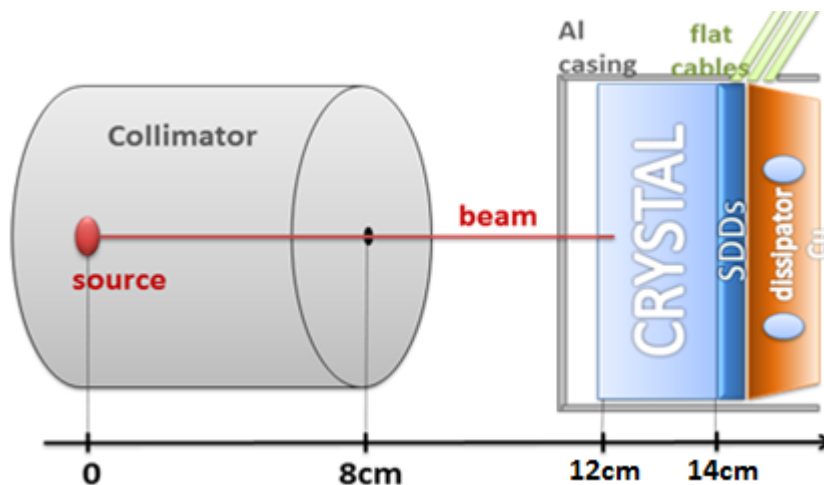


Figura 4.4: Set-up sperimentale.

Le misure sono state suddivise in tre sessioni.

Durante la prima è stato utilizzato il cristallo ruvido, a cui è stato applicato un rivestimento assorbente di luce (scotch nero 3M) ai lati del cristallo, mentre sulla parete opposta a

quella di accoppiamento con i rivelatori è stata fatta aderire un rivestimento di tipo riflettente (figura 4.5).

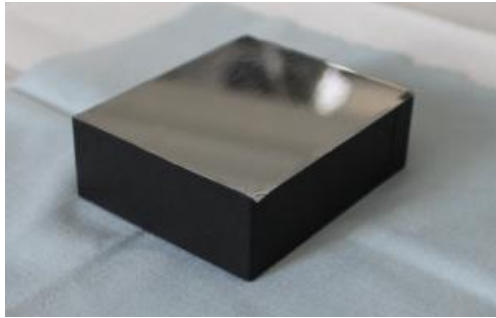


Figura 4.5: Cristallo con rivestimento riflettente sulla parete superiore e assorbente ai lati.

Questo tipo di configurazione di rivestimenti viene utilizzata solitamente nei rivelatori gamma utilizzati per imaging: la luce raccolta dai rivelatori è prevalentemente quella che giunge al piano direttamente dal punto di scintillazione e quella che viene riflessa dalla parete superiore; la luce che incide contro le pareti del cristallo viene fatta assorbire per evitare la formazione di artefatti o deformazioni nell'immagine.

La seconda sessione è stata organizzata in maniera identica alla prima, l'unica differenza è che il cristallo utilizzato è quello con pareti lisce.

Durante la terza sessione è stato nuovamente adoperato il cristallo ruvido, questa volta interamente rivestito di una pellicola riflettente, ovviamente tranne che sulla parete accoppiata al piano dei rivelatori.

Quest'ultimo tipo di rivestimento viene adoperato nei dispositivi impiegati nelle misure di spettrometria, ossia in quei casi in cui il parametro più importante dello strumento è la risoluzione energetica. Aumentando la quantità di fotoni raccolti mediante l'uso di materiali riflettenti, la risoluzione energetica migliora.

4.1.2 Misure sperimentali

Per ciascuna sessione sono state effettuate tutte le seguenti prove.

- 1) Prova di *flood* del cristallo: la sorgente è posta a 30cm dal piano superiore del cristallo, il collimatore viene rimosso per permettere una distribuzione della radiazione su tutto il volume del cristallo. La durata della misura è di 10 minuti.

- 2) Punti verticali: in sequenza viene puntato il fascio collimato su 13 punti appartenenti ad un segmento verticale che idealmente taglia a metà il piano dei rivelatori (figura 4.6). Il collimatore è posto ad una distanza di 4cm dalla gamma camera (a causa dell'ingombro delle strutture di supporto, non è stato possibile avvicinare ulteriormente la sorgente).

La durata dell'acquisizione per ciascun punto è di 4 minuti.

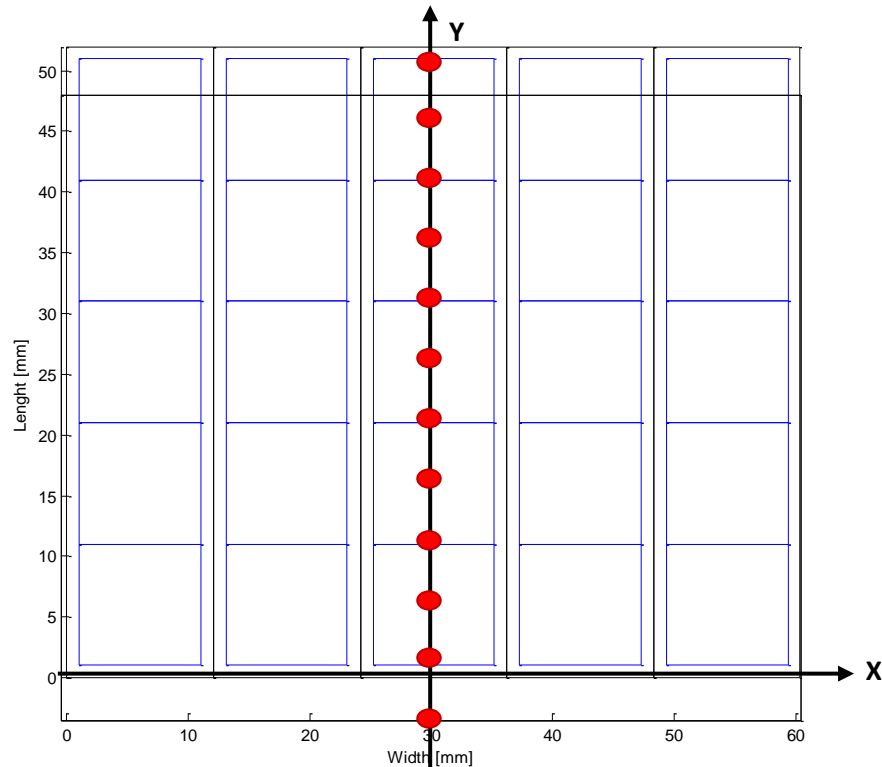


Figura 4.6: Rappresentazione delle coordinate dei punti identificati dal fascio gamma proiettato sul cristallo.

I punti sono distanziati tra di loro di 5mm. Alcuni punti, come quello in coordinata (30,52), non sono stati effettivamente rivelati dal sistema, poiché cadono ai limiti o fuori dal volume del cristallo; altri punti, ad esempio quello in (30,1), cadono all'interno del cristallo e, quindi, provocheranno scintillazione, tuttavia sono al limite rispetto al bordo del piano dei rivelatore, allora ci aspettiamo che la luce raccolta per questo punto sia inferiore rispetto a quella dei punti misurati nella zona centrale della matrice.

- 3) Punti orizzontali e obliqui: il tipo di prova è identico rispetto a quello dei punti verticali, solo che il fascio viene puntato nelle coordinate illustrate in figura 4.7.

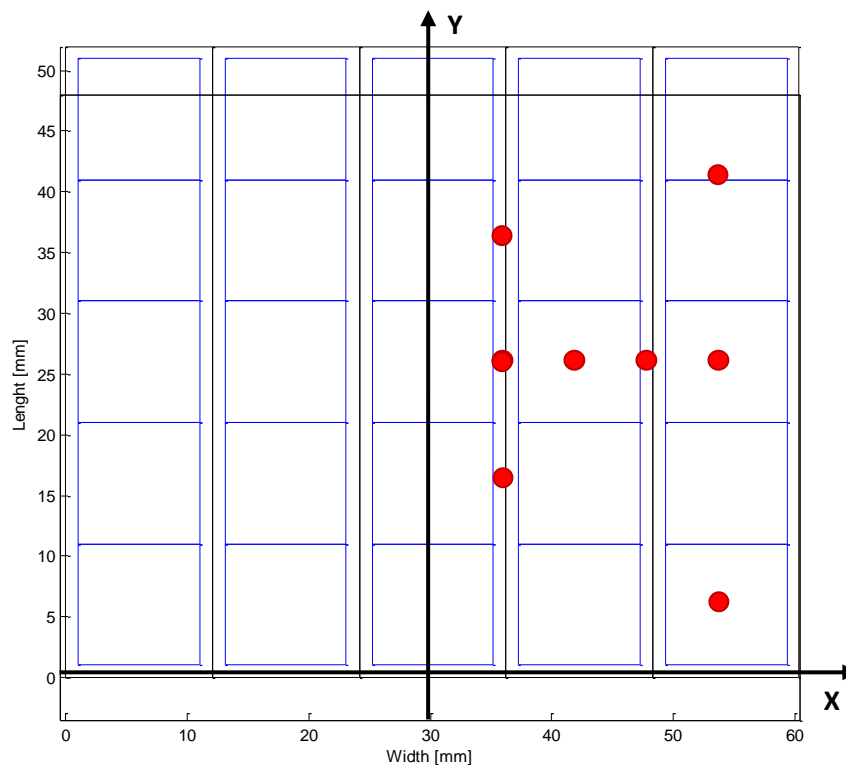


Figura 4.7: Coordinate dei punti orizzontali e obliqui.

Le misure sono state effettuate solo lungo la direzione destra del cristallo data la simmetria verticale del sistema. I punti ottenuti attraverso queste misure sono serviti per dimostrare come i risultati della rivelazione siano dipendenti dalla topologia del punto di scintillazione.

- 4) Fasci a Z costante: in questa prova si è ruotata la gamma camera con tutta la sua struttura, in maniera tale che il fascio di fotoni gamma colpisca il cristallo parallelamente all'asse X del cristallo e sia perpendicolare al piano YZ. Viene fatto incidere il raggio in tre punti, lungo tre coordinate Z fisse del cristallo (figura 4.8).

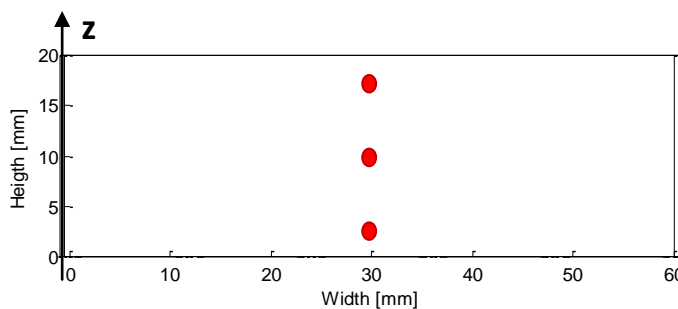


Figura 4.8: Descrizione delle coordinate Z di ingresso del fascio nel cristallo nelle prove a Z costante

Il lato accoppiato al piano del rivelatore ha coordinate $Z=0$.

La prova è stata effettuata per fasci gamma che intercettavano il cristallo ad una distanza dal piano $Z=0$ rispettivamente di 3, 10 e 17mm.

La durata dell'acquisizione per ciascun punto è di 4 minuti.

Queste misurazioni sono servite a sottolineare l'enorme differenza nei risultati a seconda della profondità di interazione della radiazione gamma.

4.2 Ricerca dei parametri di simulazione

La qualità dei risultati offerti dal simulatore dipende in maniera preponderante dai parametri d'ingresso al sistema e alla loro aderenza con la realtà.

Nella fase di generazione dei risultati per un confronto con i dati sperimentali, la ricerca dei parametri fisici è stata l'operazione che ha richiesto più cura ed attenzione. Ad esempio, per definire il modello di rugosità serve solo un parametro, tuttavia, se non si dispone di sofisticati sistemi per la micro-scansione di superficie, l'unica strada percorribile è la ricerca induttiva di una sua stima.

Per i parametri fisici del cristallo di CsI(Tl) ci si riferisca ai dati in tabella 1.2.

4.2.1 Parametri di rugosità

Scionix LTD, la casa produttrice dei cristalli scintillatori adoperati durante le misurazioni, afferma di trattare le pareti dei propri cristalli attraverso una levigatura meccanica, adoperando carta vetrata classificata 400 normale (corrispondente ad una carta classificata F360), con grani di 23 μm di diametro medio.

Da un articolo di Kilimchuk^[14] si è dedotto che la σ_α media di una superficie di CsI levigata con questo tipo di trattamento è circa 7,3 gradi.

Questo dato riguarda il cristallo che presenta un maggiore grado di rugosità, mentre per quello liscio la casa produttrice non ha fornito informazioni.

In prima approssimazione si pone il valore di $\sigma_\alpha=1$ grado per il cristallo con superficie liscia, sempre ricordando che le maggiori variazioni di quantità di luce raccolta dal cristallo si verificano proprio a bassi livelli di rugosità.

4.2.2 Geometria del cristallo e accoppiamento con il piano dei rivelatori

I due cristalli utilizzati presentano entrambi una forma a parallelepipedo, le cui dimensioni sono 60x49x20mm (cristallo rugoso, A) e 61x51,5x20,5mm (cristallo liscio, B).

Nella figura 4.9 viene mostrata la posizione dei cristalli A e B rispetto alla matrice di rivelatori SDD, così come sono stati disposti realmente nelle prove sperimentali.

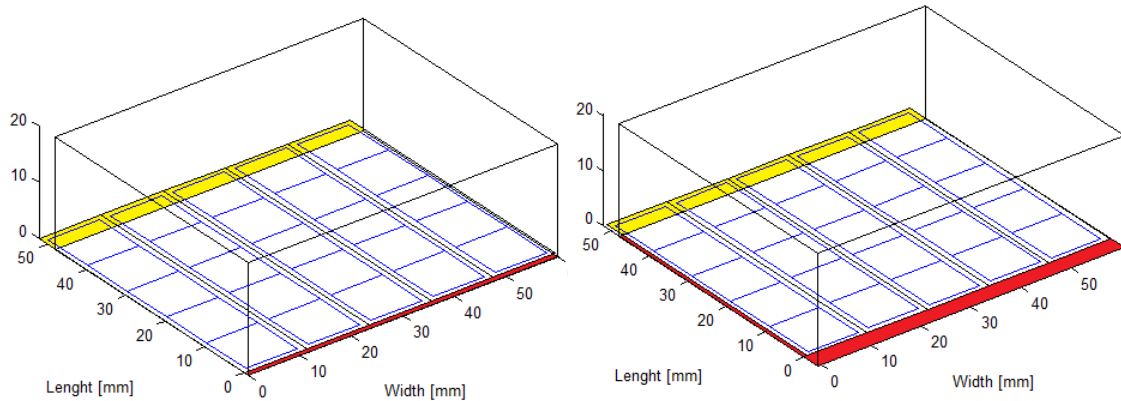


Figura 4.9: Geometria del cristallo A (sinistra) e B (destra) e loro posizionamento sulla matrice dei rivelatori. Le aree di rivelazione scoperte sono segnalate in giallo, mentre quelle in cui il cristallo supera il limite della matrice sono in rosso.

Per evitare di danneggiare dei bonding metallici di trasmissione del segnale presenti su di un lato della matrice, il cristallo viene disallineato di circa 4mm lungo l'asse y. In entrambi i casi si verifica che una zona del piano dei rivelatori rimane scoperta e una parte del cristallo eccede dalla parte opposta la matrice degli SDD.

4.2.3 Indici di rifrazione

Il grasso ottico adoperato per l'accoppiamento del cristallo con il piano dei rivelatori ha indice di rifrazione pari a $n=1,463$.

Per il materiale riflettente si è deciso di utilizzare l'indice di rifrazione dell'alluminio, pari a $n=1,015192+i 6,6273$ alla lunghezza d'onda media della luce generata all'interno di un cristallo di CsI(Tl) ($\lambda=550\text{nm}$), valore che può essere ottenuto tramite ricerca su database online^[15]. In realtà il rivestimento riflettente appare molto simile all'alluminio, ma è una pellicola costituita da una patina di materiale plastico trasparente di cui bisognerebbe tener conto, ma di cui tuttavia non è stato possibile ottenere informazioni sul tipo di materiale specifico di cui è costituito.

Per quanto riguarda il materiale di rivestimento assorbente, è stato adoperato uno scotch nero Brand 235 3M, composto di carta crespa nera. Il problema della ricerca dell'indice di rifrazione risulta complesso per questo tipo di materiale, dato che non esistono dati specifici in letteratura e non si dispone di un sistema di riflettometria per la misura di n .

Il problema della modellizzazione di materiali polimerici o fibrosi come la carta è che, oltre alle molecole che costituiscono il polimero, la struttura del materiale ingloba al suo interno bolle d'aria, impurità o sostanze chimiche che ne variano le proprietà ottiche.

Nel caso particolare della carta pesta utilizzata, le fibre di cellulosa che ne compongono la struttura intrappolano volumetti d'aria alternati a molecole di pigmento nero che provoca una completa differenziazione del comportamento ottico del materiale, aumentandone le capacità di assorbimento di luce nello spettro del visibile.

Il continuo passaggio attraverso materiali con diverso indice di rifrazione nei primi strati molecolari di superficie della carta, come visto nel paragrafo "Principi di riflessione", provoca una sequenza di scattering progressivi che si traducono in una riflessione della luce dalla superficie di tipo diffuso, anziché speculare.

Per stimare l'indice di rifrazione dello scotch si è fatto riferimento alle ipotesi ed ai risultati contenuti nell'articolo di Elton e Preston^[16].

L'indice di rifrazione effettivo (n_{eff}) per una superficie di un materiale composto da diversi componenti è combinazione lineare degli indici di rifrazione di ciascun componente:

$$n_{eff} = \sum_{i=1}^m v_i n_i \quad (4.1)$$

Dove n_i è l'indice di rifrazione dell' i -esimo componente e v_i la sua frazione volumetrica.

In pratica, l'indice di rifrazione effettivo dipende fortemente dal grado di porosità della carta, dal momento che questo parametro definisce sia la quantità di aria intrappolata dalle fibre di cellulosa, sia il grado di pigmento assorbibile dal materiale.

L'indice di rifrazione della cellulosa è $n=1,4726$ alla lunghezza d'onda di 550nm; l'aria ha indice di rifrazione unitario, mentre per i pigmenti neri bisogna considerare gli indici di

rifrazione delle sostanze più usate nell'industria dei coloranti: l'ossido di ferro (Fe_2O_3 , $n=3,2+i 0,05$ ^[17]) e il nero carbone ($n=1,85+i 0,71$ ^[18]).

La stima dei volumi parziali è più complessa, tuttavia, considerando che la densità della cellulosa microcristallina è $\delta_{\text{cell}}=1,44 \text{ g/cm}^3$ ^[19], mentre la densità della carta crespa varia nell'intervallo di $0,25-0,50 \text{ g/cm}^3$ ^[20]. Questo si traduce in una porosità (e quindi una frazione di volume) variabile tra 69% ed 84%. Si può supporre che, mediamente, il volume parziale occupato dalle fibre di cellulosa sia il 24,5%; la restante porzione è da suddividere tra l'aria intrappolata e le sostanze che formano la copertura di superficie, che nel nostro caso si è ipotizzato essere solo il pigmento nero.

Da misure di letteratura, appare che mediamente il volume parziale occupato dai pigmenti nelle vernici e negli strati di materiale colorato è intorno al 50%. In definitiva vengono assegnati i valori ai volumi parziali: $v_{\text{cellulosa}} = 0,245$, $v_{\text{aria}} = 0,255$, $v_{\text{pigmento}} = 0,5$.

Sostituendo i parametri stimati nella (1), si ricavano i seguenti indici di rifrazione efficaci:

- a) $n_{\text{eff}} = 2,2158 + i 0,025$ (caso in cui il pigmento nero è l'ossido di ferro, Fe_2O_3)
- b) $n_{\text{eff}} = 1,5408 + i 0,355$ (caso in cui il pigmento nero è il nero carbone)

All'interfaccia tra colla e carta nera assorbente, le curve del coefficiente di riflessione, per i due indici di rifrazione trovati, sono esposte in figura 4.10.

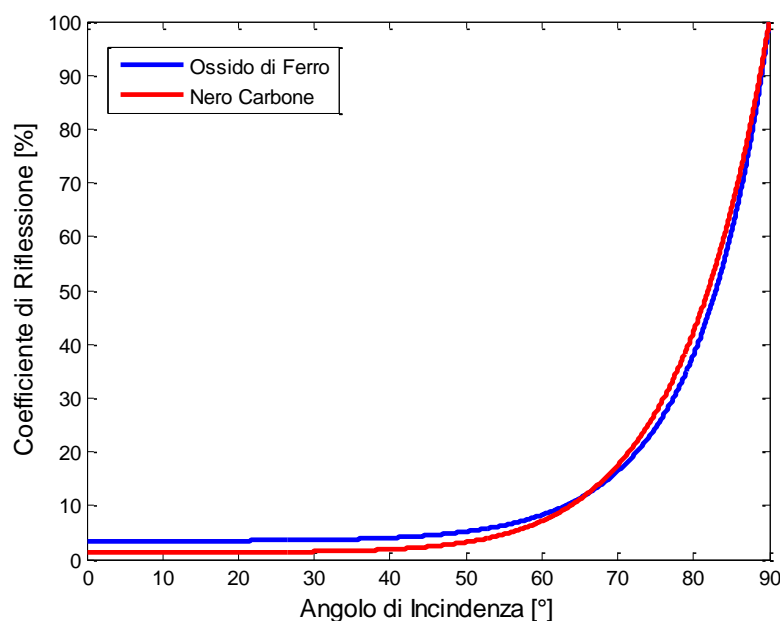


Figura 4.10: Curve di riflessione all'interfaccia tra colla e carta nera assorbente. Le diverse curve fanno riferimento al tipo di pigmento contenuto nella carta.

Le due curve differiscono mediamente di circa il 2,15%, il che significa che è indifferente la scelta di una rispetto all'altra per la rappresentazione del modello di rivestimento assorbente.

I materiali di rivestimento aderiscono alle pareti del cristallo scintillatore mediante una colla a base di gomma naturale, il cui indice di rifrazione è circa $n=1,52$ ^[21]. Tuttavia, nel corso dell'analisi dei risultati delle simulazioni, è stato riscontrato che, per una migliore aderenza con i dati sperimentali, l'indice di rifrazione deve essere ridotto approssimativamente a $n=1,1$. Osservando la colla presente sul nastro è stato constatato che non è distribuita omogeneamente su tutta la superficie: questo può far pensare che, quando si incolla il materiale, delle bolle d'aria rimangono intrappolate negli strati di colla. Seguendo la stessa logica applicata per ricavare l'indice di rifrazione nella carta crepa, è ragionevole pensare che l'aria intrappolata produca una riduzione notevole dell'indice di rifrazione effettivo dello strato adesivo.

4.2.4 Parametri del modello UNIFIED

I quattro parametri che definiscono la riflessione nel modello UNIFIED (C_{ss} , C_{sl} , C_{bs} e C_{dl}) ripartiscono la quantità di luce riflessa su quattro funzioni di riflessione della luce. È necessario definire questi parametri in maniera tale che loro somma sia sempre 100%, ad esempio, impostando i valori $C_{ss}=10\%$, $C_{sl}=30\%$, $C_{bs}=10\%$ e $C_{dl}=50\%$, risulta la seguente distribuzione di luce riflessa da parete:

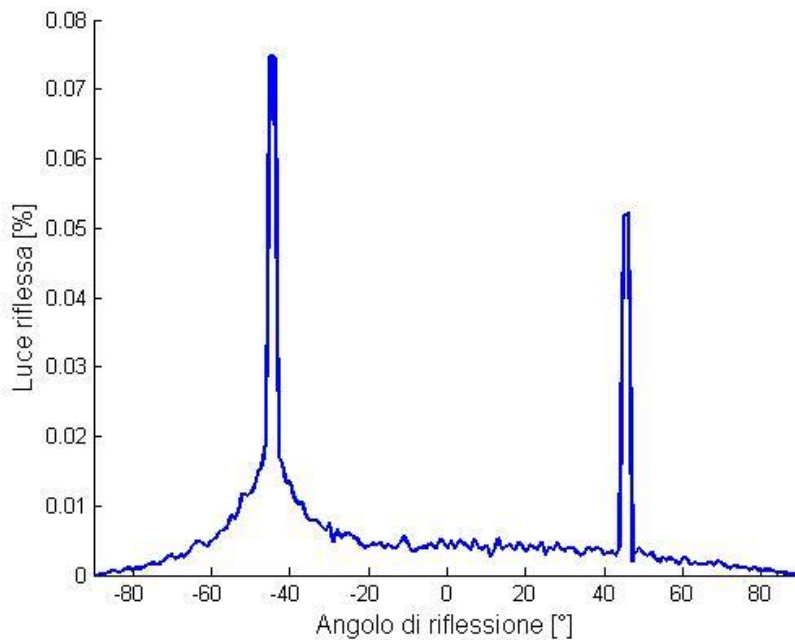


Figura 4.11: Simulazione della distribuzione della luce riflessa (relativa rispetto alla quantità di luce incidente) da una parete di CsI(Tl) a contatto con l'aria. L'angolo d'incidenza del fascio di luce è 45° . L'angolo di riflessione è θ , mentre si è effettuata una integrazione dei dati in ϕ .

Come mostrato in figura 4.11, i due picchi di riflessione speculare pura e back-reflection sono ben evidenti, pur rappresentando solo il 10% ciascuno della quantità di luce riflessa totale; alla base del picco speculare si osserva uno slargamento dovuto al picco speculare lobato. La componente diffusa, che partecipa con la metà esatta della luce riflessa totale, segue l'andamento del coseno dell'angolo seppur con un'ampiezza inferiore allo 1%.

Come già evidenziato da Nayar^[7], il picco speculare puro non risulta quasi mai aderente con i dati reali, quindi è stato eliminato, ponendo $C_{ss}=0\%$. Il picco di back-reflection dovrebbe essere modellizzato con una distribuzione lobata, tuttavia si è ritenuto che nei fenomeni interni di riflessione al cristallo questo tipo di fenomeno sia trascurabile ($C_{bs}=0\%$).

Gli unici due parametri da modulare rimangono Csl e Cdl. Come suggerito da Levin e Moissain^[5], si è deciso di partire da un valore Csl=100% e Cdl=0%. Questa scelta privilegia la supremazia della luce riflessa a causa della superficie rugosa rispetto alla luce riflessa per diffusione a causa degli effetti di scattering verificatesi nello strato di materiale successivo al cristallo, ossia nella colla. Questa scelta sembrerebbe fondata (non ci si aspettano troppi fenomeni di retro-riflessione nella colla).

4.2.5 Distribuzione degli eventi nel cristallo

Per simulare le prove di *flood* del cristallo, sono state generate delle distribuzioni *whole surface*, uniformi sui piani XY, mentre la distribuzione su Z viene affidata al simulatore Geant. Si simulano 24000 eventi generati da una sorgente di ¹³⁷Cs.

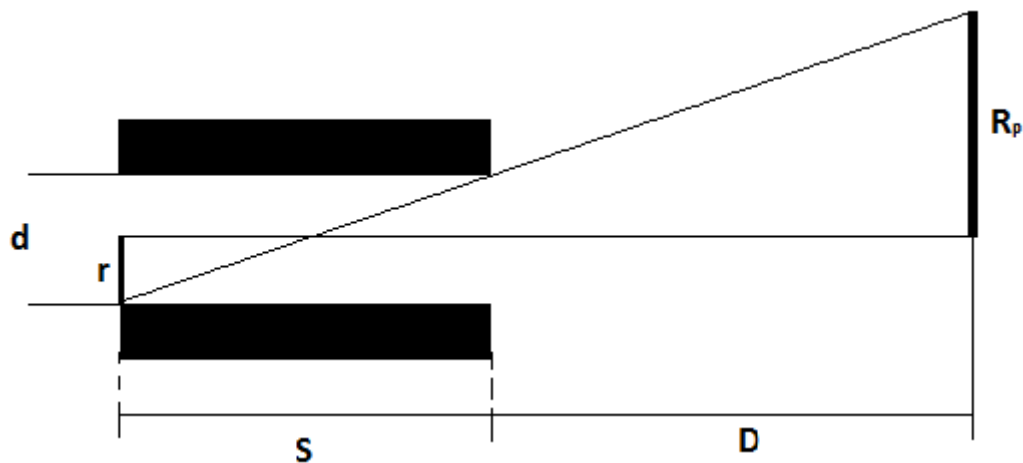


Figura 4.12: Descrizione geometrica dell'allargamento del fascio ad una distanza D dall'uscita del foro del collimatore.

Per quanto riguarda tutte le misure con fascio collimato (prove punti verticali, orizzontali e obliqui), queste sono state simulate limitando la distribuzione XY all'interno di una circonferenza (*circumference*) il cui diametro è stato stimato secondo il seguente ragionamento: come mostrato dalla figura 4.12, date le dimensioni del foro del collimatore e il suo spessore, si può stimare l'allargamento massimo del fascio ad una qualsiasi distanza dal collimatore tramite la formula:

$$R_p = r \cdot \left(1 + \frac{2D}{S}\right) \quad (4.2)$$

per la quale, il fascio a 4 cm di distanza dall'uscita del collimatore ha approssimativamente un diametro di 2 mm.

I centri delle circonferenze hanno le stesse coordinate XY dei punti del cristallo colpiti con il fascio radioattivo nelle prove sperimentali. Tramite Geant si è calcolata la distribuzione lungo Z degli eventi.

Per le prove a Z costante si è scelto di impostare una distribuzione uniforme all'interno di una circonferenza nel piano YZ ed una distribuzione calcolata da Geant nella direzione X.

La figura 4.13 descrive la distribuzione degli eventi generati nel cristallo.

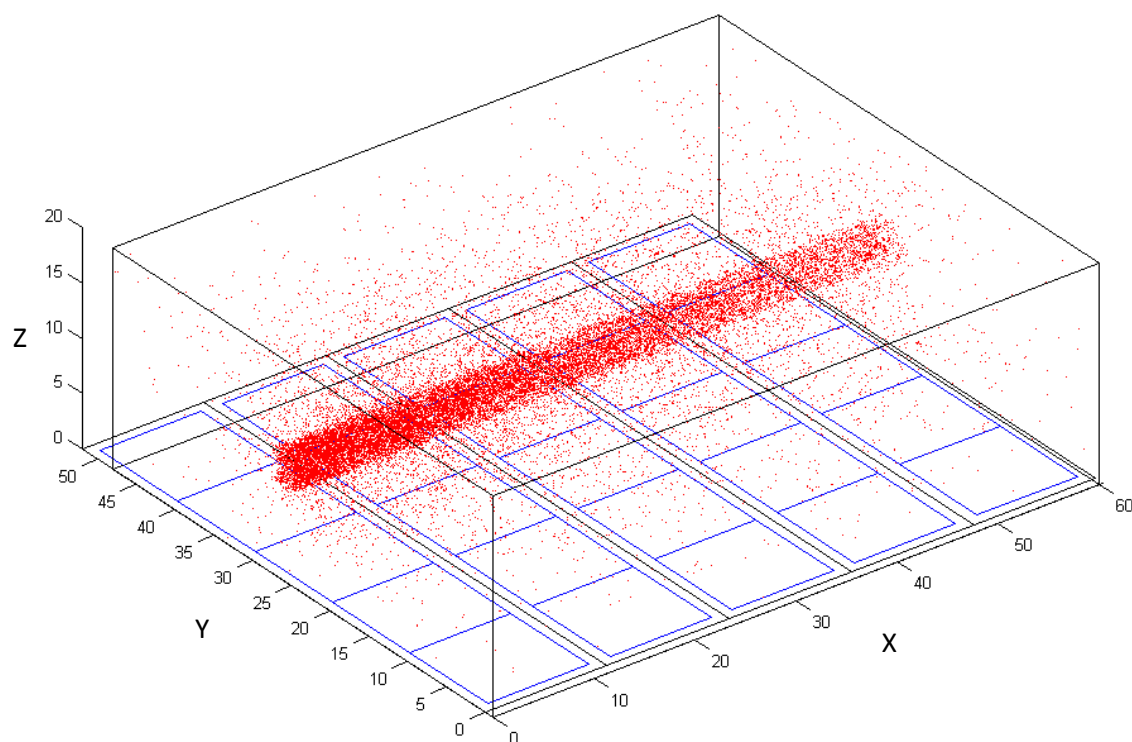


Figura 4.13: Distribuzione degli eventi nelle prove a Z costante. Il fascio di radiazione è centrato ad un'altezza Z=10 mm. Si è ipotizzato un fascio entrante da sinistra.

Seguendo lo stesso ragionamento applicato precedentemente sull'allargamento del fascio a distanza del collimatore, si trova che il suo spessore massimo è di circa 5,5 mm a 18 cm dal collimatore. La distribuzione in Z è fissata ad un'altezza costante rispettivamente di 3, 10 e 17 mm per le tre prove.

4.3 Risultati dei confronti e validazione del simulatore

In questo paragrafo vengono esposti i risultati delle misure effettuate in laboratorio e delle simulazioni eseguite per emulare le prove sperimentali. In un primo momento i dati sono stati confrontati per valutare la capacità del simulatore di predire il comportamento reale della gamma camera. In seguito, quest'ultimo è stato adoperato per creare una Look-up Table, necessaria per l'applicazione di un algoritmo di ricostruzione basato sulla stima di massima verosimiglianza.

4.3.1 Prove di Flood

L'analisi dei risultati ottenuti dalle prove di *flood* del cristallo, nel caso sperimentale e simulato, permettono di dimostrare che il modello implementato riesce ad aderire al comportamento reale.

La figura 4.14 mostra, in un unico grafico, l'andamento dello spettro delle energie nei tre casi in cui si sono eseguite le prove simulate:

1. cristallo ruvido, con rivestimento nero assorbente ai lati e riflettente sulla parete Top (caso A).
2. cristallo liscio, con rivestimento nero assorbente ai lati e riflettente sulla parete Top (caso B).
3. cristallo ruvido, con rivestimento riflettente su tutte le pareti (caso C).

Per ogni caso si è simulata l'interazione di 24000 fotoni gamma nel volume del cristallo.

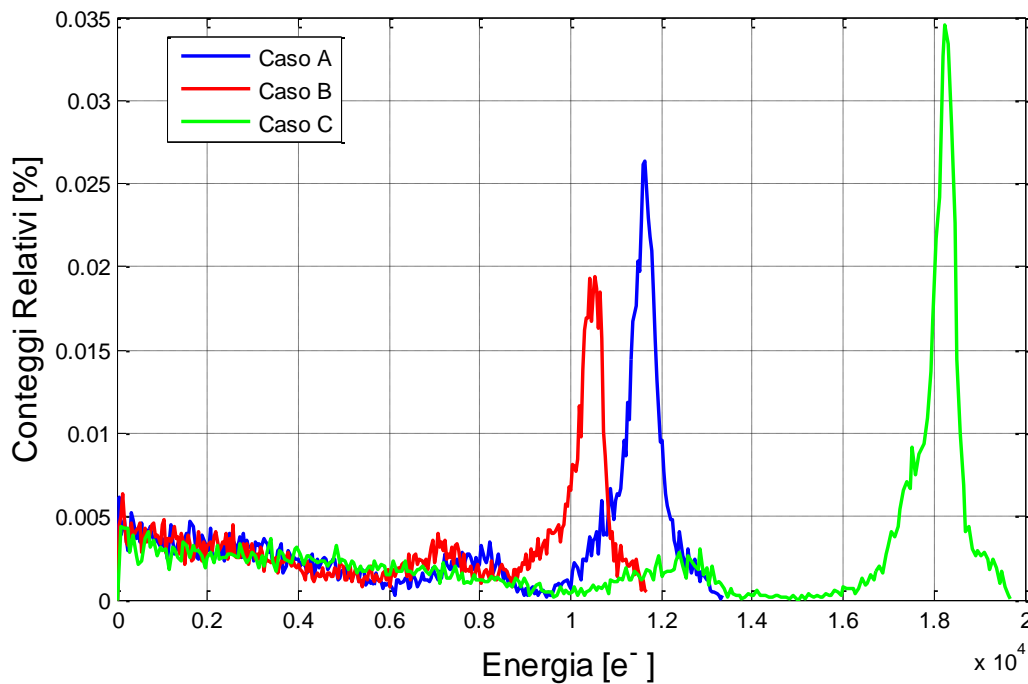


Figura 4.14: Spettri energetici del Cesio nei tre casi simulati: caso A = cristallo ruvido-per imaging; caso B = cristallo liscio-per imaging; caso C = cristallo ruvido-per spettrografia. Gli spettri rispettano i comportamenti osservati in letteratura.

I dati simulati confermano quanto osservato in letteratura: il valore massimo del picco energetico del Cesio aumenta con l'aumentare della rugosità, anche se in maniera limitata: questo è dovuto dal fatto che una superficie più ruvida permette un raccoglimento maggiore della luce sul piano dei rivelatori.

Nel caso C il picco dello spettro si porta ad energie molto più elevate. Questo è dovuto al fatto che il cristallo è completamente rivestito di materiale riflettente, in grado di evitare che i fotoni vengano persi dalle pareti del cristallo che non sono a contatto con la matrice dei rivelatori. La luce viene convogliata maggiormente sui rivelatori che misurano un quantitativo di fotoni elevato per ogni evento di scintillazione.

Il picchi energetici sono legati ai fenomeni di assorbimento fotoelettrico, mentre il segnale presente in ciascuno spettro ad energie inferiori è legato a fenomeni Compton e al rumore simulato del sistema elettronico.

I risultati sperimentali relativi alle prove di flood su cristallo sono mostrati in figura 4.15.

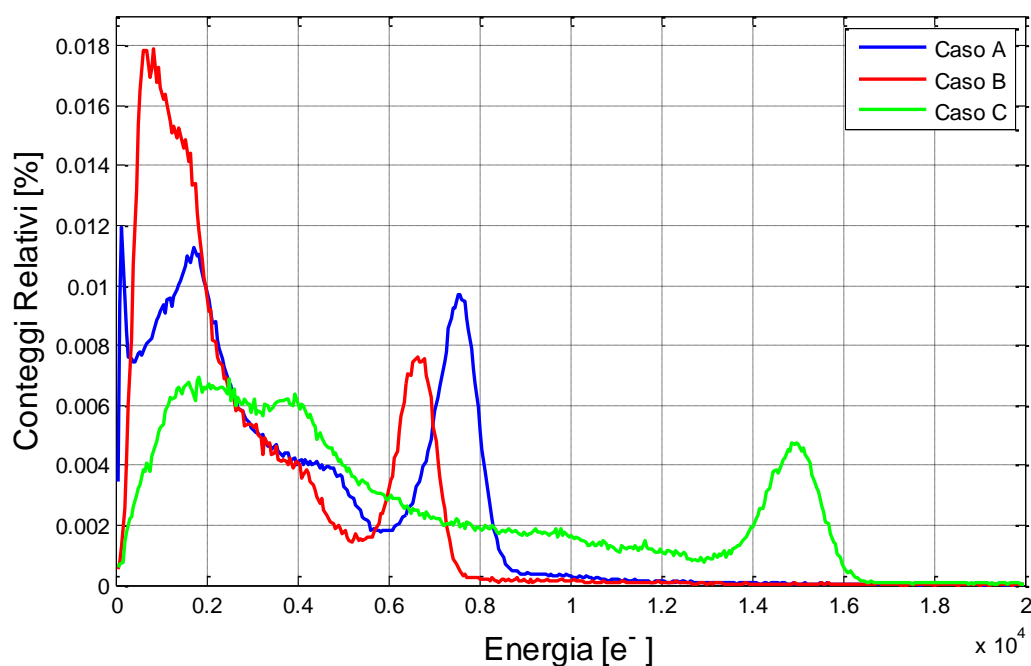


Figura 4.15: Spettri energetici del Cesio nei tre casi misurati durante le prove sperimentali: i dati confermano i risultati ottenuti tramite il simulatore.

I dati sperimentali sullo spettro confermano i risultati ottenuti dalle simulazioni, infatti il cristallo rugoso (caso A) permette di raccogliere mediamente più luce rispetto al cristallo liscio (caso B). Anche in questo caso un rivestimento completamente riflettente permette, a parità di ruvidità delle pareti dello scintillatore, di ottenere un picco energetico maggiore.

La differenza maggiore è rappresentata dalla presenza di una notevole quantità di rumore nei dati sperimentali. Tale disturbo, tuttavia, non copre la parte di segnale legata al picco della sorgente e può essere facilmente filtrato.

Il valore dei picchi non coincide nel confronto tra dati simulati e dati sperimentali, tuttavia è stata riscontrata un certo grado di proporzionalità tra i due casi: la figura 4.16 mostra il confronto tra i valori massimi dei picchi nel caso simulato e sperimentale e quello che si osserva è che i punti ottenuti cadono su di una retta interpolante. Il valore del coefficiente di correlazione lineare è $R^2=0,9995$, quindi il grado di approssimazione è ottimo, tuttavia i dati con cui si è ottenuta la retta sono troppo pochi per poter estendere a tutto lo spettro il criterio di proporzionalità. Sarebbe necessario, a questo proposito, effettuare ulteriori prove con configurazioni nuove di cristalli e rivestimenti.

I parametri ottenuti dall'interpolazione lineare possono essere utilizzati come fattori di correzione dei dati simulati, ad esempio quando questi vengono utilizzati per generare mappe di dati da fornire all'algoritmo di ricostruzione basato su massima verosimiglianza.

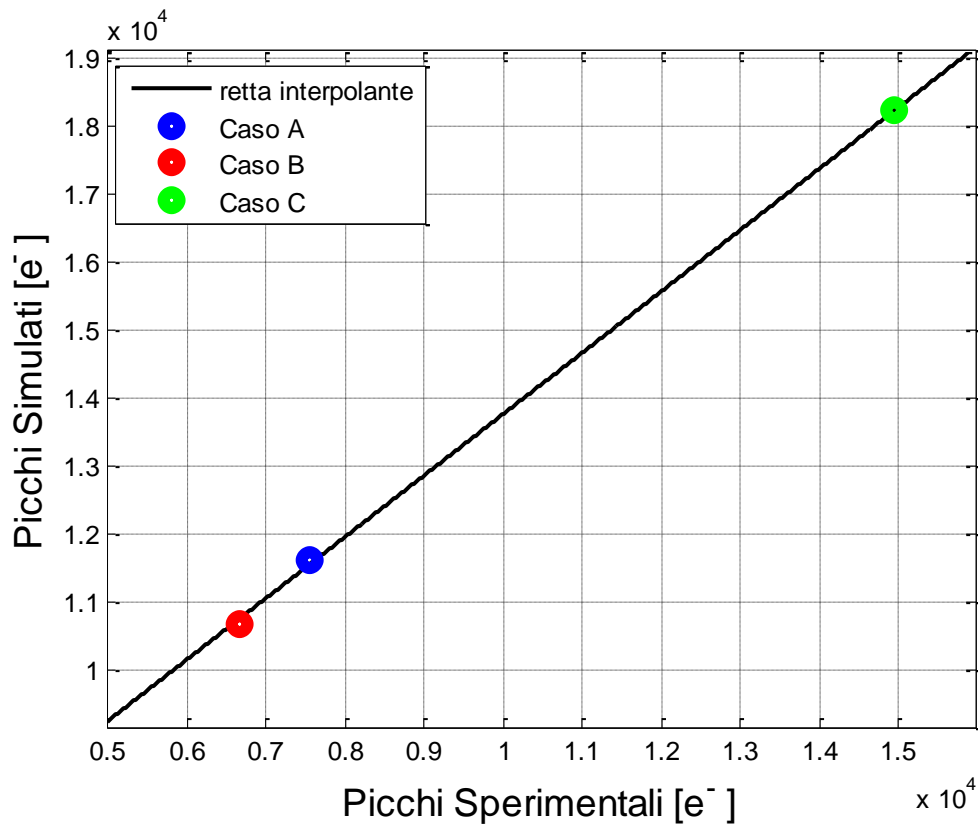


Figura 4.16: Rapporto tra i picchi degli spettri nel caso delle misure sperimentali e delle prove simulate. La retta $Y=0,9021 \cdot X+4743$ (in nero) interpola i dati con un coefficiente di correlazione lineare $R^2=0,9995$.

Dai dati ottenuti si deduce che, a pari condizioni, il simulatore tende a considerare una maggiore quantità di fotoni raccolti rispetto alla realtà. Il motivo può essere legato ad una serie di fattori che influiscono in maniera appunto proporzionale sul dato simulato. Ad esempio, consideriamo il fattore di Yield: il suo valore medio per il cristallo di CsI(Tl) dichiarato dalla casa produttrice è di 56fotoni/keV, tuttavia, può verificarsi che certi scintillatori vengano prodotti con delle caratteristiche inferiori. Anche il fattore di efficienza quantica di ciascun rivelatore è un dato leggermente variabile, che potrebbe essere inferiore all'85% dichiarato.

Un motivo più particolare che potrebbe essere alla base di questo forte contrasto nei risultati è il fatto che nel volume del cristallo la temperatura non è costante: per ridurre il

rumore termico relativo alla generazione spontanea di coppie elettrone-lacuna all'interno degli SDD a temperatura ambiente, la matrice dei rivelatori viene raffreddata, mediante una cella Peltier, a temperature inferiori ai -10°C . Il cristallo scintillatore, connesso termicamente al piano dei rivelatori tramite il grasso ottico, subisce il processo di raffreddamento, portandosi a temperature inferiori a quella ambientale. All'equilibrio termico, la temperatura nel cristallo non è uniforme, ma è presente un gradiente di temperatura dovuto dal calore assorbito dall'ambiente esterno per convezione e per irraggiamento (figura 4.17).

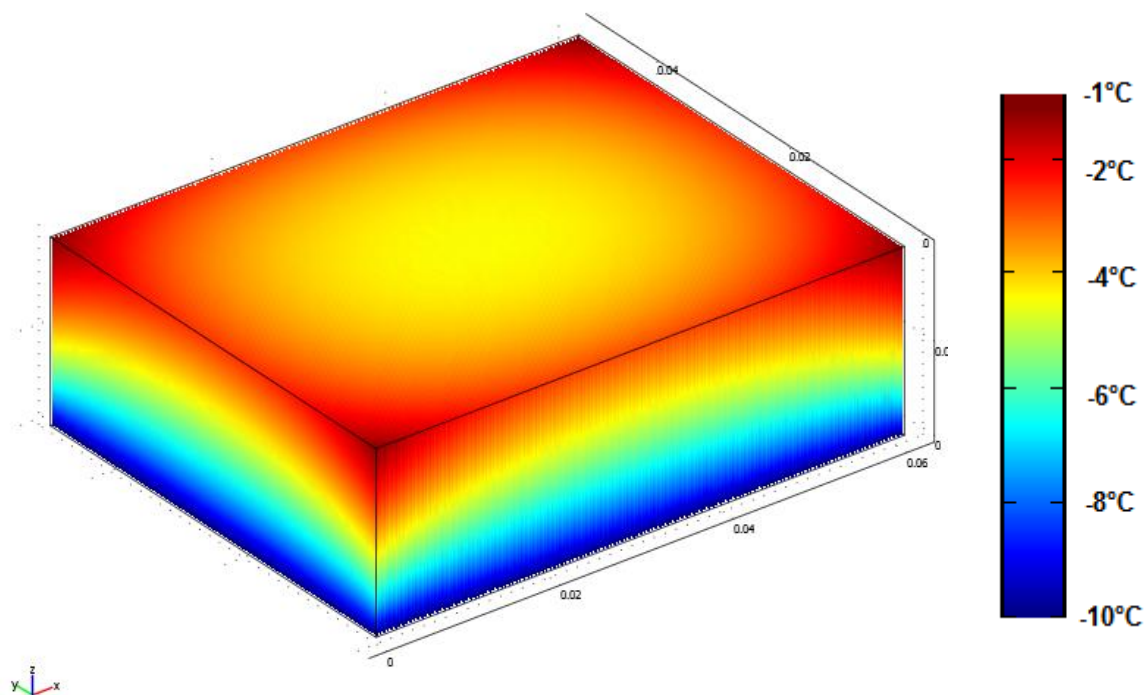


Figura 4.17: Simulazione del gradiente di temperatura all'interno di un cristallo di CsI(Tl) con la base inferiore a contatto con un piano di rivelatori raffreddato ad una temperatura di -10°C .

Come descritto nel paragrafo 1.3, lo Yield di un cristallo è funzione della temperatura, quindi, il guadagno di scintillazione non è omogeneo nel cristallo, ma varia a seconda del gradiente di temperatura. In particolare nel cristallo di CsI, con l'abbassamento delle temperature sotto lo zero, si verifica una riduzione dello Yield. Il risultato è che il picco di energia nello spettro si porta su un valore medio inferiore rispetto a quello che si avrebbe a temperatura ambiente.

In generale, la discrepanza tra i valori assoluti dei picchi non altera i risultati riguardanti le immagini.

Una dimostrazione ulteriore dell'aderenza tra i dati è fornita dalle immagini ricostruite tramite metodo del baricentro: le simulazioni sono abbastanza precise da premettere di ricostruire un'immagine con la stessa riduzione di FOV rispetto alle ricostruzioni ottenute dai dati sperimentali (figure 4.18, 4.19, 4.20). Tutte le immagini sono state ottenute filtrando i dati in maniera tale da mantenere solo l'intervallo di energie relative al picco di emissione.

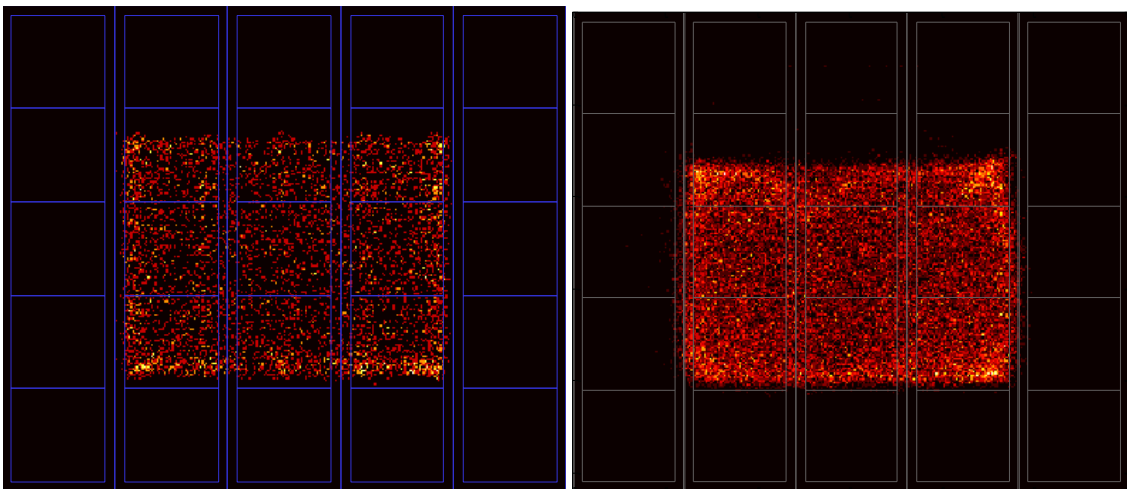


Figura 4.18: Immagine simulata (sinistra) e sperimentale (destra) ricostruita della prova di flood per il cristallo liscio nella configurazione per imaging (caso B). Per i limiti dovuti all'uso del metodo del baricentro, il FOV risulta ridotto rispetto alle dimensioni del cristallo.

Come già visto nel capitolo 3, il metodo del baricentro è affetto da gravi limiti nella ricostruzione delle immagini, primo fra tutti la riduzione del FOV. Più uniforme è la distribuzione media della luce sui rivelatori, minore è la dimensione dell'immagine ricostruita. Il cristallo liscio con rivestimenti neri assorbenti ai lati permette di mantenere un'immagine relativamente larga. Come si osserva dai dati sperimentali, l'immagine non è perfettamente centrata sui rivelatori, ma tende verso il basso. Questo è dovuto al posizionamento relativo tra cristallo e matrice di rivelazione. La simulazione è in grado di prevedere molto bene le dimensioni ricostruite dell'immagine e, parzialmente, di prevedere lo spostamento della figura rispetto al centro.

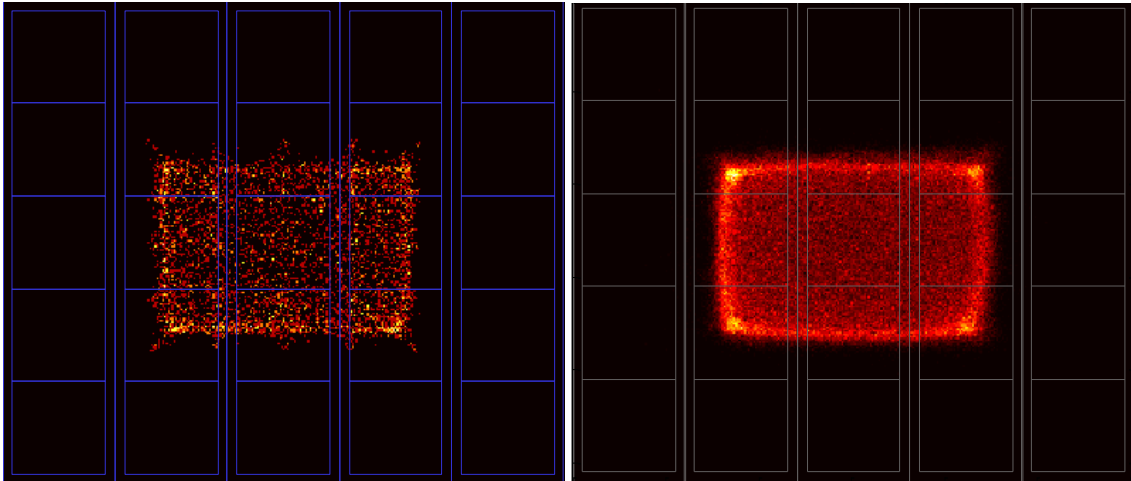


Figura 4.19: Immagine simulata (sinistra) e sperimentale (destra) ricostruita della prova di flood per il cristallo rugoso nella configurazione per imaging (caso A). La rugosità provoca una distribuzione più uniforme della luce sui rivelatori, quindi un FOV ridotto rispetto al caso di cristallo con pareti lisce.

Quando il cristallo presenta delle pareti ruvide, la luce tende a riflettere con maggiore dispersione, quindi la luce che giunge ai rivelatori è più uniforme su tutta la matrice e, di conseguenza, le dimensioni del FOV nell'immagine si riducono.

Anche in questo caso il simulatore prevede bene il comportamento reale. Sono tuttavia presenti degli artefatti a forma di spine intorno al perimetro, probabilmente dovuti ad eventi che hanno interagito a bassi livelli si Z.

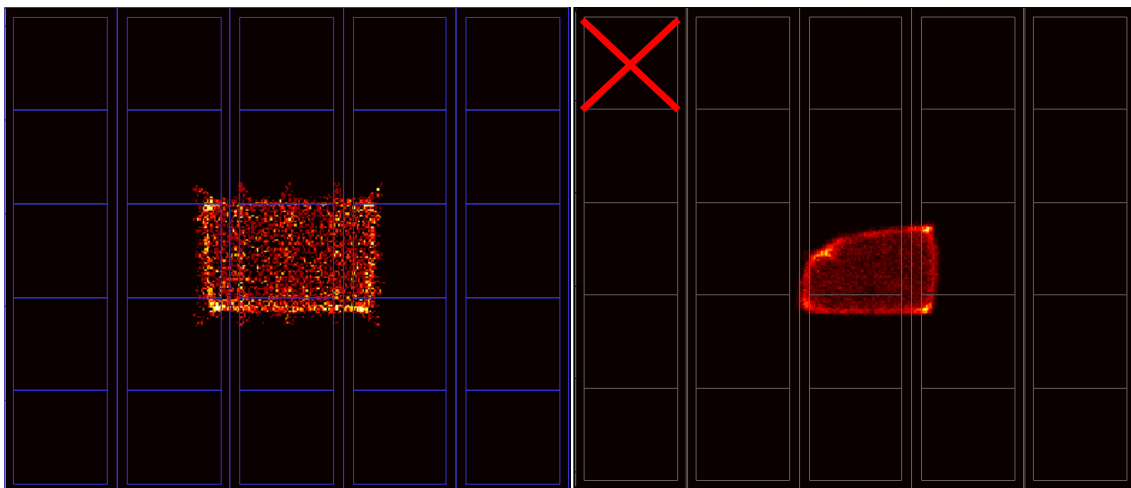


Figura 4.20: Immagine simulata (sinistra) e sperimentale (destra) ricostruita della prova di flood per il cristallo rugoso nella configurazione per spettroscopia (caso C). I rivestimenti riflettenti disperdono la luce sul piano dei rivelatori, molto più di quanto non accada nei casi A e B. Ne risulta un FOV molto ridotto. Il rivelatore con la croce rossa sopra non ha prodotto segnale a causa di un malfunzionamento.

L'immagine ricostruita nel caso di cristallo rivestito completamente di materiale riflettente, rappresenta il caso di maggiore rimpicciolimento del FOV: i fotoni che propagano all'interno del cristallo riflettono numerose volte con le pareti laterali e quella superiore, disperdendosi ancora di più che nel caso A. Quando raggiungono la parete in basso, a meno che non vengano ulteriormente riflessi, si trasmettono al piano dei rivelatori, ma la loro distribuzione è talmente più uniforme da causare un peggioramento estremo nella ricostruzione dell'immagine.

L'immagine sperimentale in figura 4.20 presenta un vertice deformato perché un SDD d'angolo si è guastato prima della fase di misura e non è stato possibile riattivarlo. La ricostruzione viene affetta dalla mancanza dei dati da parte di quel singolo rivelatore: l'immagine si riduce ulteriormente e si sposta nella direzione opposta rispetto alla posizione del rivelatore silente.

I risultati relativi alla distribuzione della luce sui rivelatori aggiungono valore a quanto affermato sinora rispetto alle immagini ricostruite. Inoltre possono essere utilizzati come elementi di confronto quantitativo tra i risultati sperimentali e quelli simulati.

In figura 4.21 viene presentata la distribuzione dei fotoni sulla matrice nel caso A.

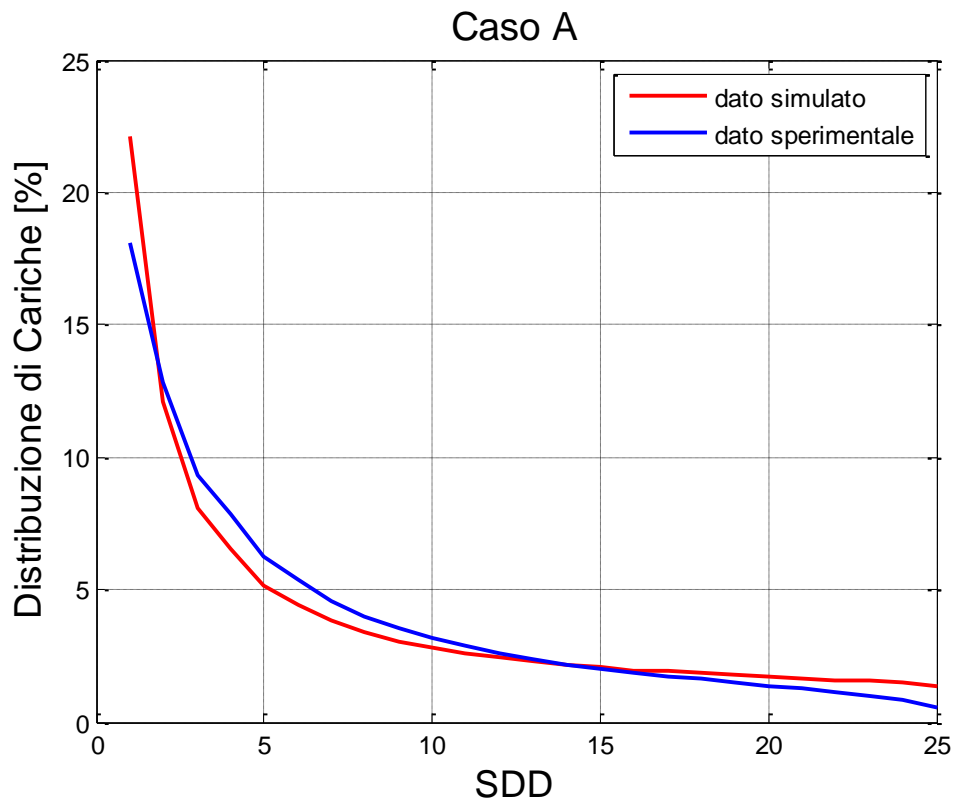


Figura 4.21: Confronto delle distribuzioni relative della carica totale su ciascuno dei 25 rivelatori, relative alla prova sperimentale e simulata nel caso A. Le distribuzioni sono ottenute da una media su tutti gli eventi misurati e sono state ordinate in maniera decrescente, dal rivelatore che ha generato più carica a quello che ne ha generata di meno. La quantità di carica è proporzionale alla quantità di luce ricevuta, quindi è indifferente riferirsi all'una o all'altra.

Il dato simulato approssima molto bene la curva di distribuzione reale: il comportamento medio di distribuzione della luce sulla matrice, data la rugosità e la configurazione di rivestimenti, è lo stesso indipendentemente dalla quantità assoluta di luce prodotta da ciascun evento. Per questo, pur avendo una differenza tra l'energia dei picchi sperimentali e simulati, le curve di distribuzione sono così aderenti.

È da notare, tuttavia che il dato relativo al primo SDD nel caso simulato rivela una percentuale di fotoni sempre maggiore di circa il 4% rispetto al dato sperimentale, anche nei casi B (figura 4.22) e C (figura 4.23).

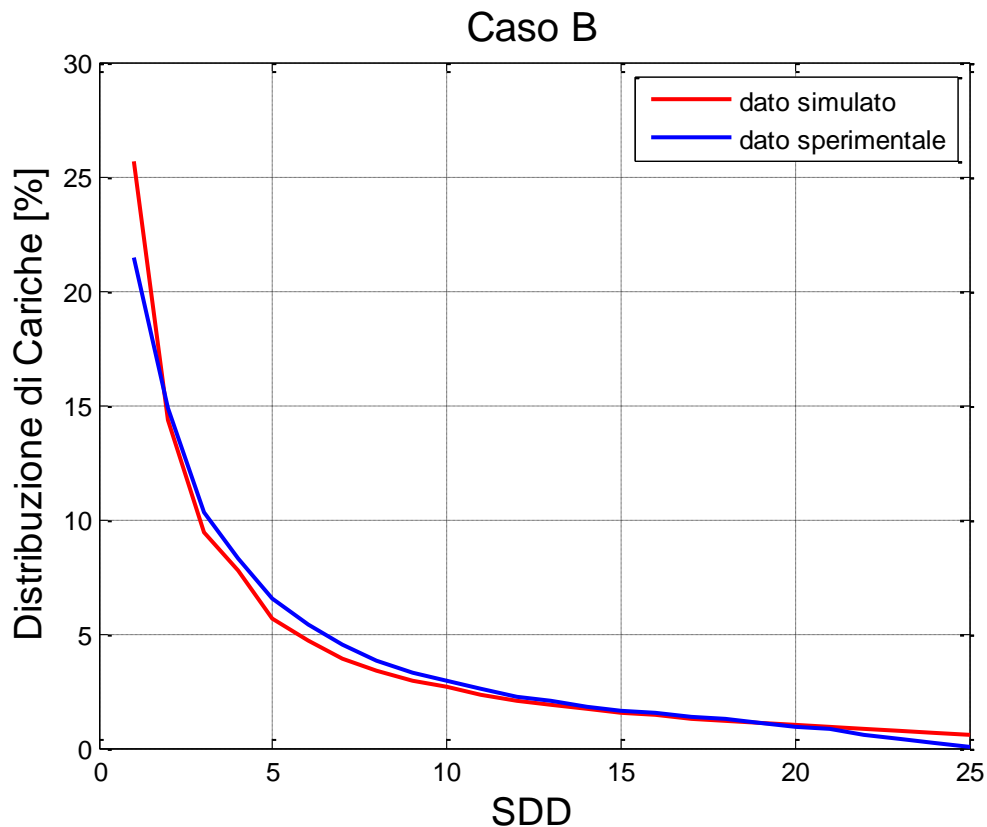


Figura 4.22: : Confronto della distribuzione relativa dei fotoni totali sui 25 rivelatori nel caso B.

Come si osserva dai grafici, esiste una tendenza verso una maggiore uniformità della luce raccolta dai rivelatori, partendo dal caso B in cui il primo rivelatore raccoglie più luce (tra il 20-25% del totale), passando per il caso A (tra il 17-23%) sino ad arrivare al caso C, dove si presenta la massima uniformità di distribuzione.

Prendendo in considerazione il caso A, si desidera valutare la deviazione del dato simulato dal dato sperimentale: la figura 4.24 mostra il l'andamento dell'errore percentuale sui dati di ogni singolo rivelatore calcolato come:

$$\varepsilon_{perc,i} = \frac{|Q_{real,i} - Q_{sim,i}|}{Q_{real,i}} \cdot 100 \quad (4.3)$$

dove $Q_{real,i}$ è la percentuale di carica raccolta da dall'i-esimo rivelatore nel caso sperimentale, mentre $Q_{sim,i}$ è quella nel caso simulato.

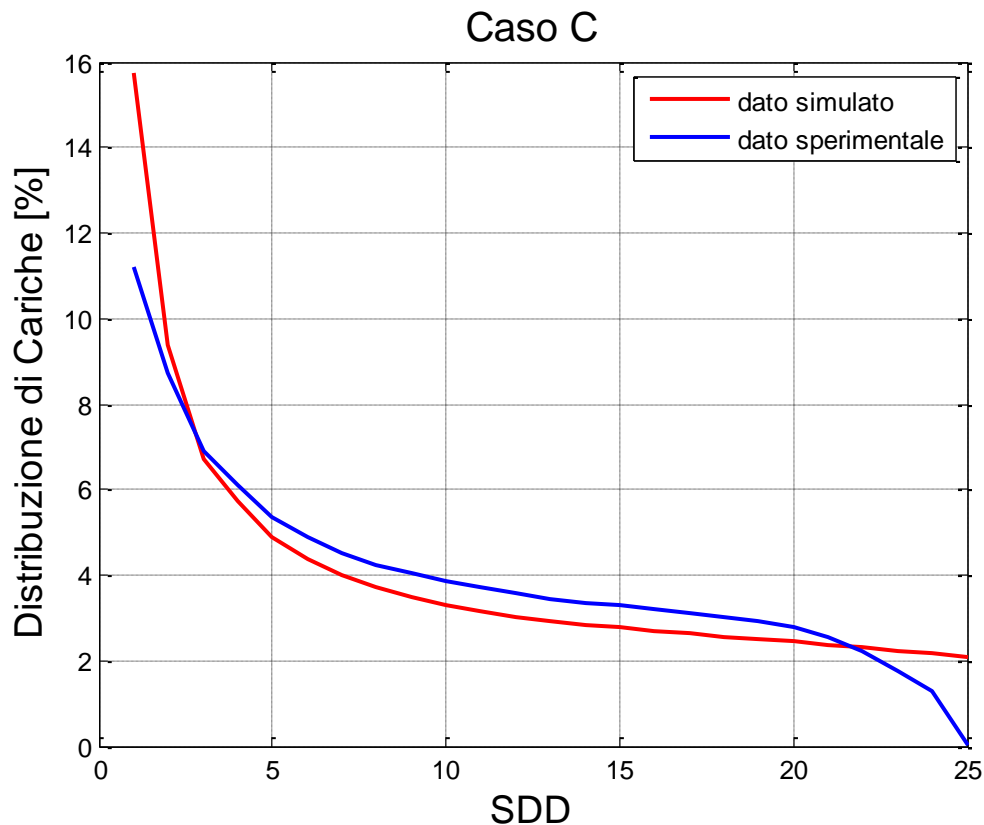


Figura 4.23: Confronto della distribuzione relativa dei fotoni totali sui 25 rivelatori nel caso C. Il dato sperimentale subisce una deviazione nella quantità di luce rivelata dagli ultimi rivelatori perché un SDD d'angolo era mal funzionante e non ha misurato segnale.

Si consideri che i valori più importanti e da prendere in considerazione sono quelli relativi al dato dei primi rivelatori, ossia quelli che hanno raccolto più luce. Al contrario, gli SDD che hanno raccolto meno luce sono anche quelli più soggetti a fluttuazioni di tipo statistico dovuti a fenomeni rumorosi, quindi sono tendenzialmente meno indicativi. I 10 rivelatori che hanno raccolto meno carica contribuiscono alla raccolta di segnale per non più del 15%, quindi è ragionevole trascurarne il dato di aderenza.

Il grafico mostra che esiste un certo grado di deviazione nel comportamento dei due casi a confronto. Attraverso l'analisi dei dati relativi alla prova sperimentale a Z costanti, è stato possibile scoprire la causa del divario di luce raccolta sui primi rivelatori nei casi simulato e sperimentale.

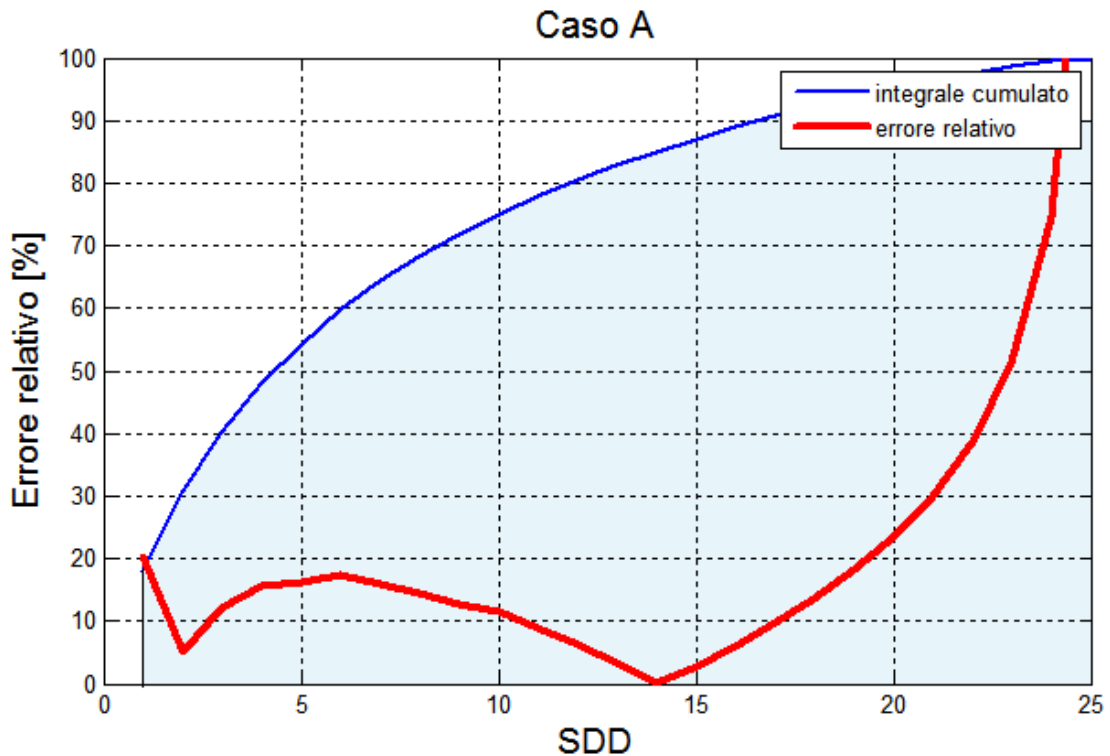


Figura 4.24: Errore relativo percentuale del dato sulla distribuzione della luce nel confronto dato simulato/dato reale. I valori relativi agli ultimi SDD sono meno indicativi perché sono più soggetti a fluttuazione statistica. La linea in blu definisce l'integrale cumulado della luce raccolta dai rivelatori: gli ultimi 10 rivelatori contribuiscono solo per meno del 15% nella misura totale.

4.3.2. Prove a Z costanti

Dall'analisi dei risultati, appare evidente che il simulatore produce dei risultati più aderenti al caso reale quando il fascio di radiazione produce eventi ad alte e medie altezze nel cristallo, quando il fenomeno di scintillazione è più lontano dal piano dei rivelatori. Al contrario, per gli eventi che si verificano a basse coordinate in Z, i risultati differiscono e il simulatore non è in grado di spiegare adeguatamente i dati sperimentali.

I dati mostrati di seguito si riferiscono alle prove Z eseguite sulla configurazione del cristallo nel caso A.

In figura 4.25a-d vengono mostrate le immagini ricostruite relative alle prove ad alte e medie Z. La ricostruzione dei dati simulati si dimostra in grado di replicare abbastanza bene le immagini reali.

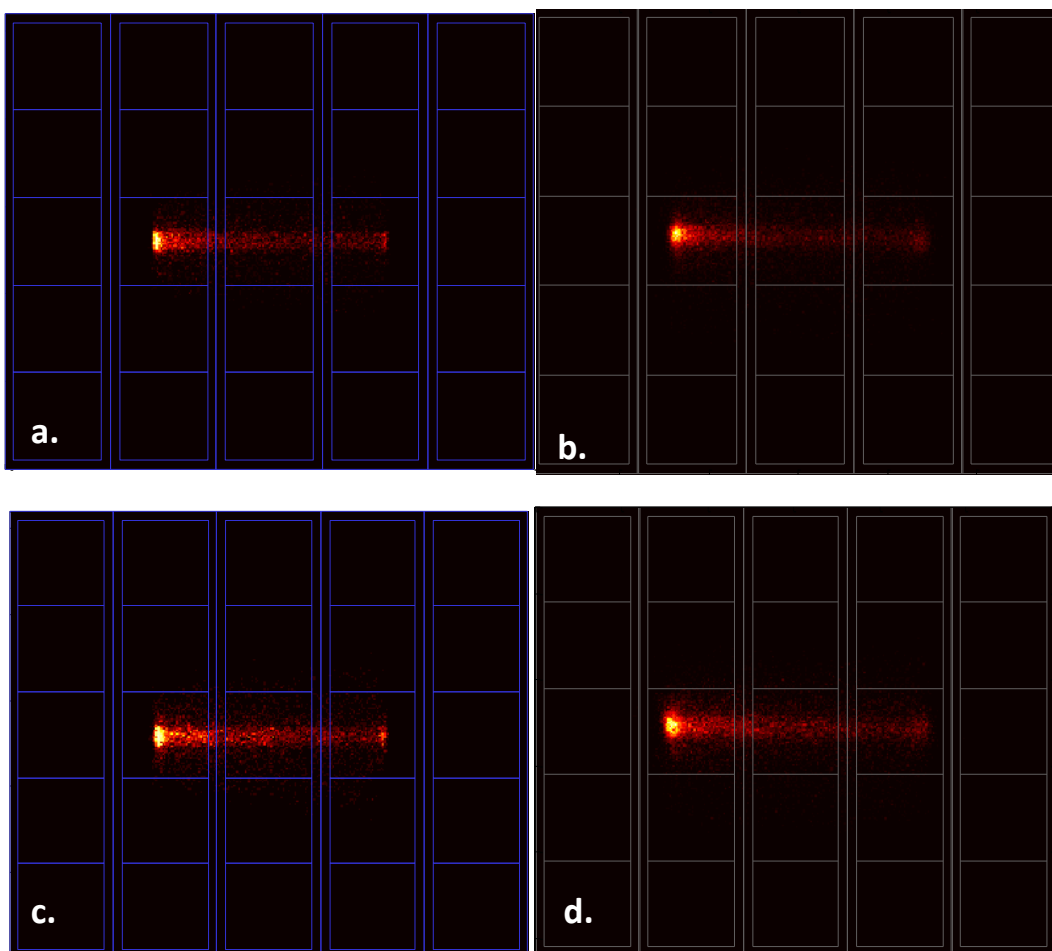


Figura 4.25: Immagini ricostruite del fascio ottenuto tramite le prove a Z costanti per $Z=17\text{mm}$ simulato (a) e sperimentale (b), e per $Z=10\text{mm}$ simulato (c) e sperimentale (d).

I dati esposti in figura 4.26 e 4.27 dimostrano che le distribuzioni dei fotoni sul piano dei rivelatori sono quasi coincidenti nei casi di eventi generati ad una distanza superiore ai 10mm dal piano dei rivelatori.

Soprattutto nel caso delle alte Z , l'errore relativo sul primo rivelatore si riduce notevolmente e, in generale non supera mai eccessivamente il 10% per i dati relativi ai primi 15 SDD, su cui, come si è visto, ricade la maggior parte della luce raccolta.

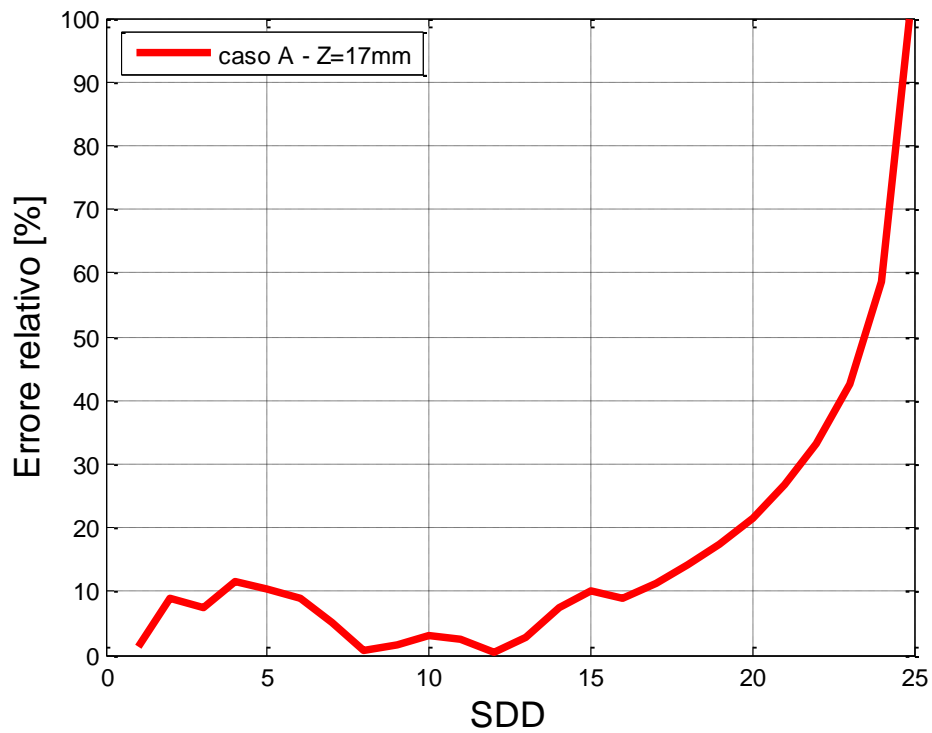
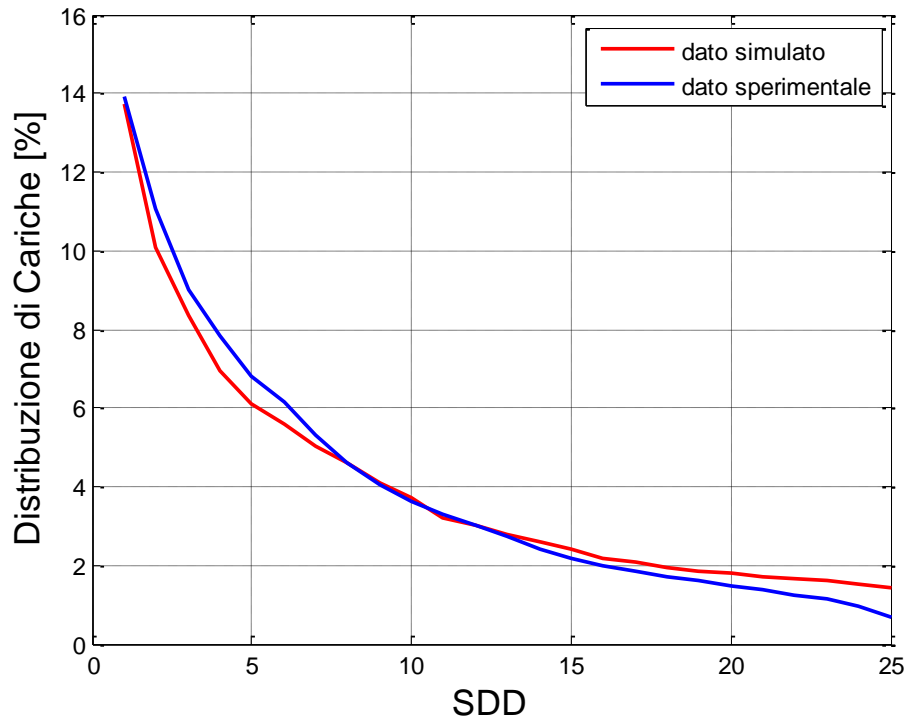


Figura 4.26: Confronto della distribuzione di cariche (alto) e relativo errore percentuale (basso) nel caso della prova a Z costante con fascio centrato in Z=17 mm.

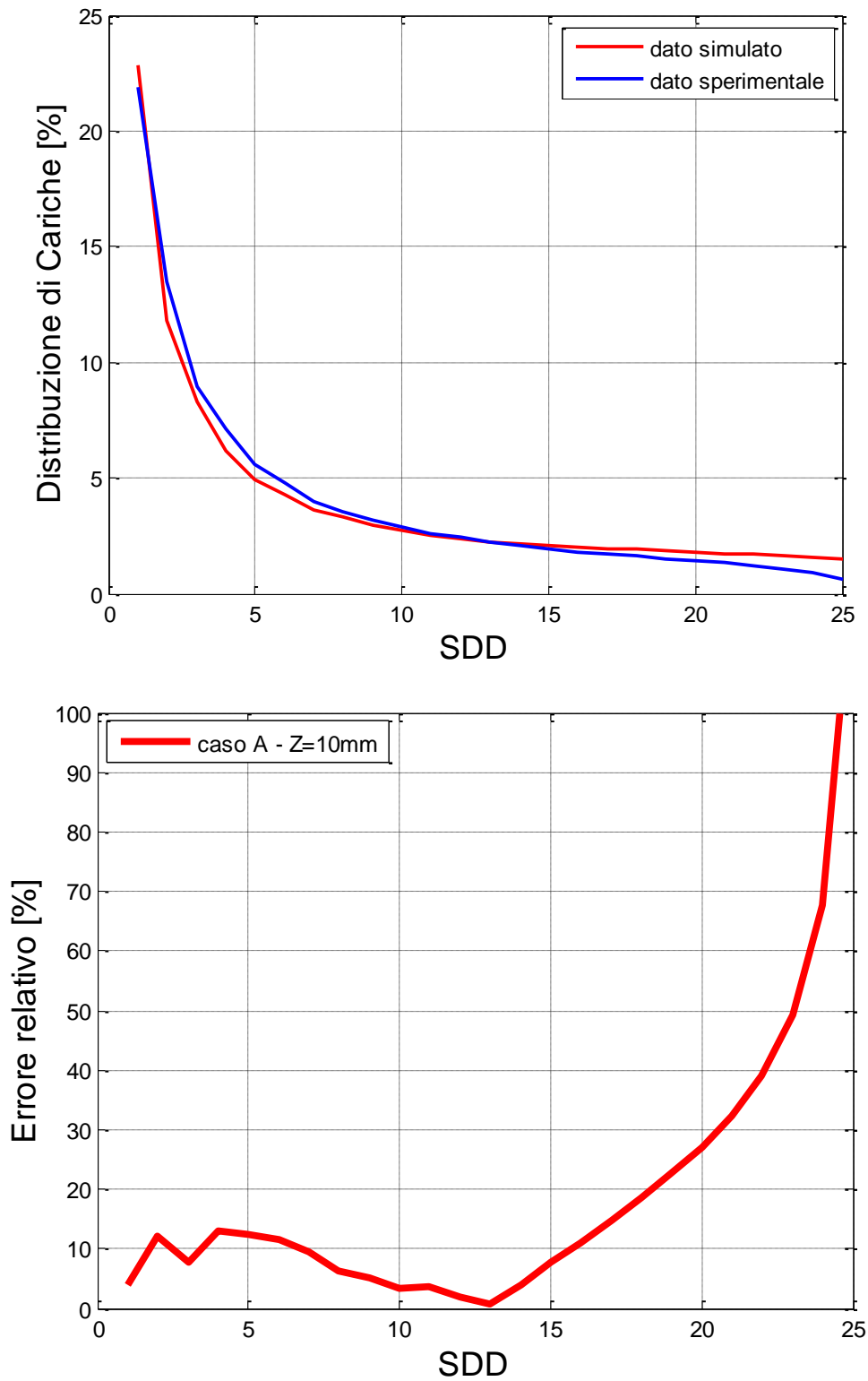


Figura 4.27: Confronto della distribuzione di cariche (alto) e relativo errore percentuale (basso) nel caso della prova a Z costante con fascio centrato in Z=10 mm.

I risultati ottenuti dal simulatore per il fascio centrato in $Z=3$ mm non sono soddisfacenti: le immagini in figura 4.28 dimostrano che il fascio viene ricostruito in maniera diversa, poiché la distribuzione della luce sui rivelatori differisce in maniera evidente (figura 4.29 e 4.30).

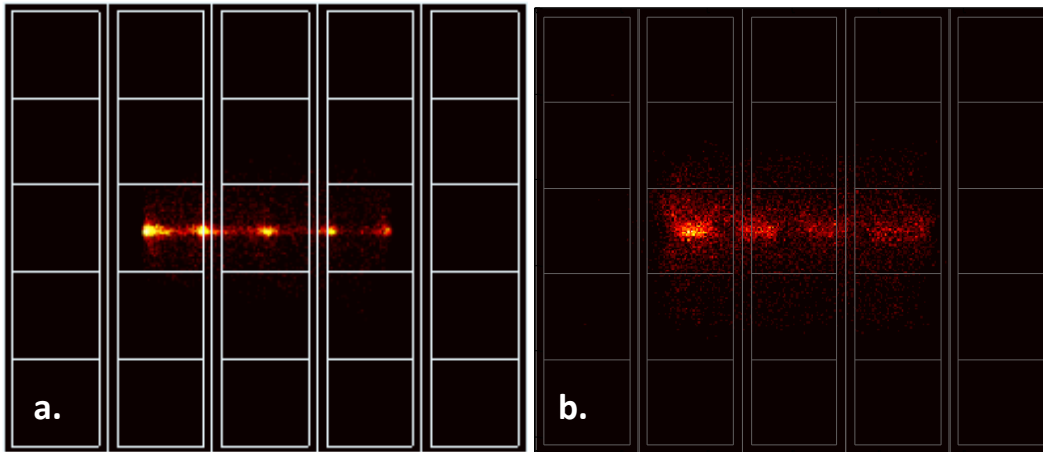


Figura 4.28: Immagini ricostruite del fascio ottenuto tramite le prove a Z costanti per $Z=3$ mm simulato (a) e sperimentale (b).

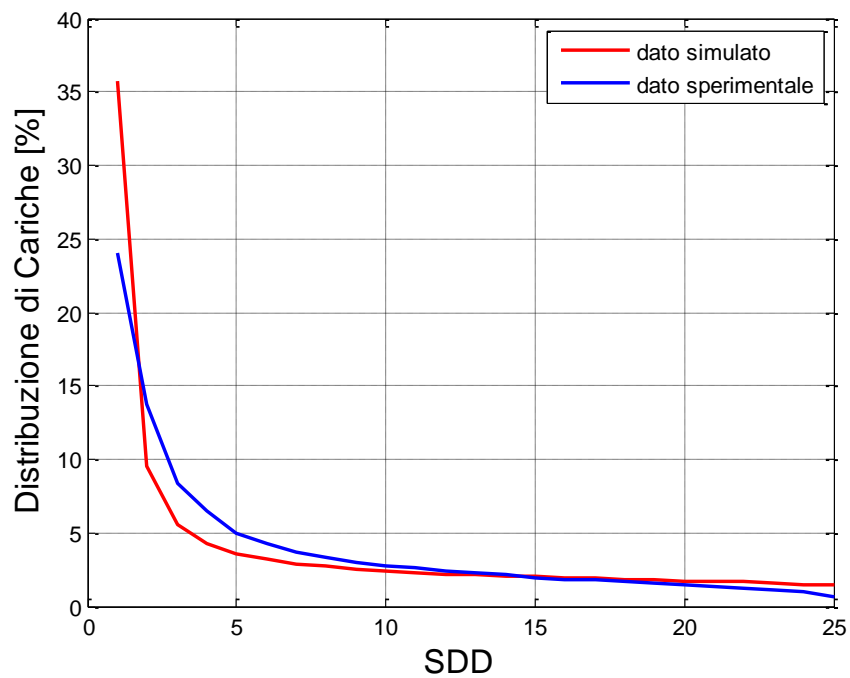


Figura 4.29: Grafico di confronto della distribuzione delle cariche sui rivelatori nel caso simulato e sperimentale relativo alla prova a Z costante quando $Z=3$ mm.

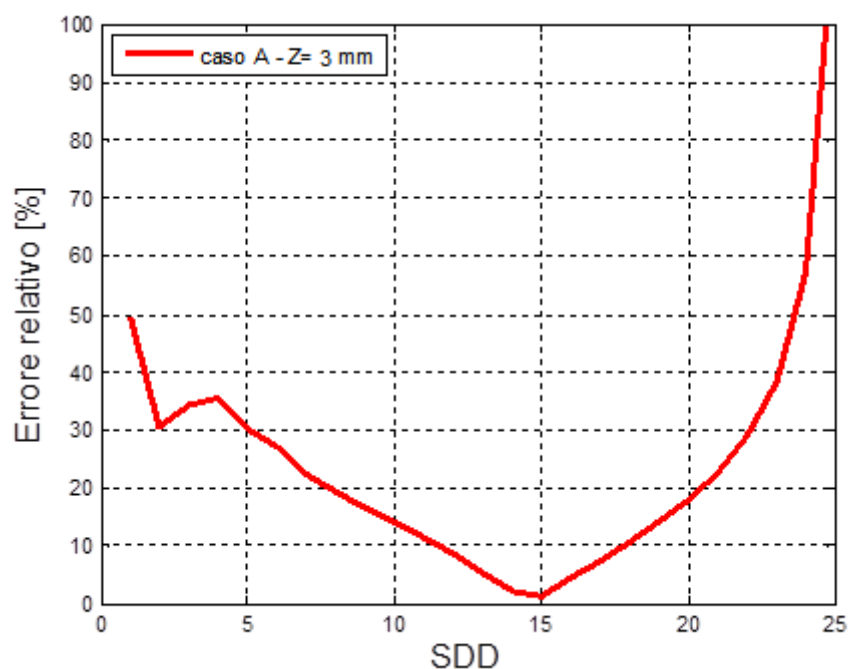


Figura 4.30: Errore relativo percentuale nella stima del simulatore sui dati reali. Prova a Z costante con Z=3mm.

Evidentemente il simulatore non è in grado di produrre dei risultati perfettamente coerenti con la realtà per tutti quegli eventi che si generano in una coordinata Z del cristallo molto vicina al piano dei rivelatori. Questo limite provoca il peggioramento dei risultati complessivi delle *flood* viste precedentemente, dato che i dati relativi agli eventi che si sono generati a basse Z vengono mediati con tutti gli altri.

Non è chiaro il motivo di questa incoerenza tra i dati, ma probabilmente è da associare al modello con cui si simula l'accoppiamento ottico tra cristallo e piano di rivelatori: evidentemente non sono state considerate alcune non idealità che possono incorrere nello strato di grasso ottico, come disomogeneità di strati, presenza di micro-bolle, o variazioni di densità. Un obiettivo per l'ottimizzazione del programma sarà legato proprio alla revisione di questo modello, che attualmente appare eccessivamente semplificato.

In letteratura non sono stati trovati analisi di simulatori basate sulla percentuale di segnale raccolto dai rivelatori, quindi non è possibile confrontare il dato dell'errore relativo.

I risultati fin qui visti appaiono tuttavia incoraggianti e il simulatore sembra emulare bene il comportamento della gamma camera, a parte per quegli eventi a basse Z di cui si è parlato. La radiazione gamma emessa dal ^{137}Cs è in grado di penetrare in profondità nel

cristallo di CsI, quindi gli eventi generati a basse Z non sono infrequenti. Con sorgenti ad energie inferiori, invece, sono in percentuale molto inferiore rispetto agli eventi generati a Z elevate, quindi ci si aspetta che i dati relativi a questi ultimi siano dominanti e che l'aderenza tra risultati sperimentali e simulati sia più alta.

Al fine di verificare questa ipotesi, è stata condotta una ulteriore misura di *flood*, sostituendo alla sorgente di Cesio una di Bario (^{133}Ba), con un energia di fotopicco di 356keV. La prova sperimentale e i dati simulati sono stati eseguiti con gli stessi parametri utilizzati per il caso A, dove le pareti del cristallo sono ruvide e il rivestimento è di tipo nero assorbente ai lati e riflettente sul Top.

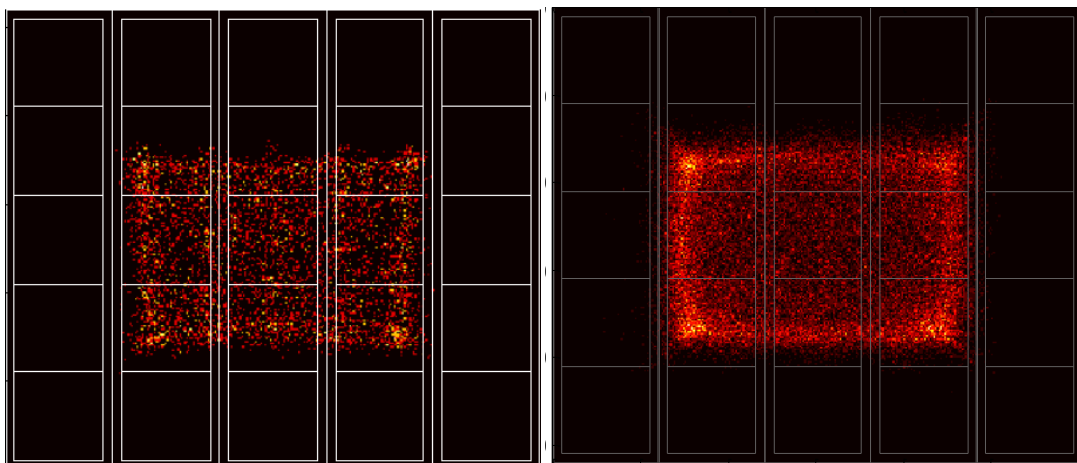


Figura 4.31: Immagine simulata (sinistra) e sperimentale (destra) ricostruita della prova di flood per il cristallo rugoso nella configurazione per imaging (caso A). Per questa prova è stata utilizzata come sorgente il ^{133}Ba .

Dai grafici della percentuale di carica distribuita sugli SDD (figura 4.32) e dalla attinente curva che mostra l'andamento dell'errore relativo percentuale sui rivelatori (figura 4.33), si può osservare che effettivamente si registra un miglioramento netto rispetto alla stessa configurazione di cristallo, ma con sorgente radioattiva a superiore picco energetico di emissione.

In questo caso, i 16 SDD che hanno ricevuto meno luce raccolgono complessivamente il 10% soltanto del segnale complessivo e possono essere per questo trascurati nell'analisi dell'errore. I primi rivelatori espongono un errore relativo mai superiore al 15%. Nel particolare, la stima della percentuale di carica sul primo rivelatore presenta un errore inferiore al 5%.

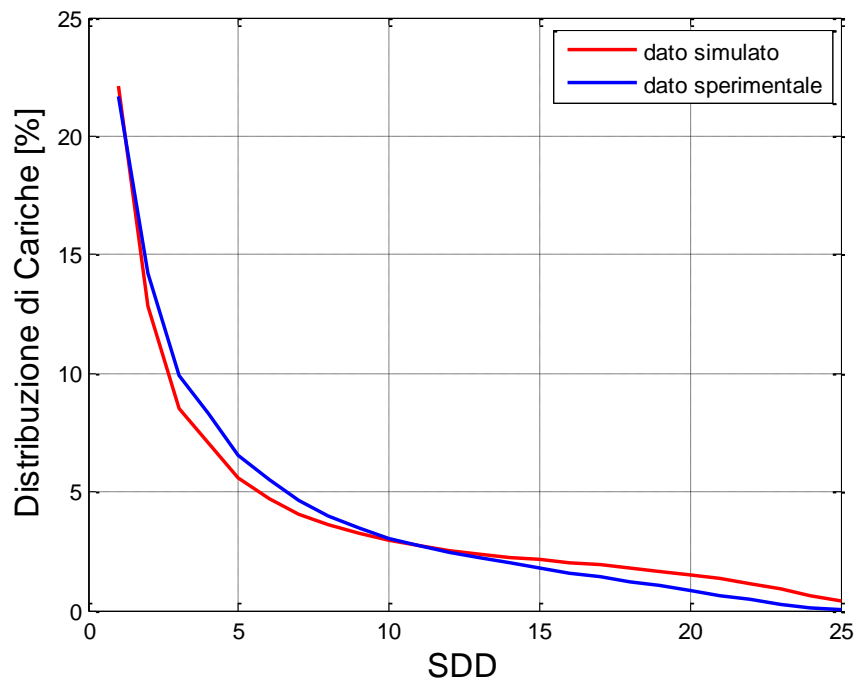


Figura 4.32: Grafico di confronto della distribuzione delle cariche sui rivelatori nel caso simulato e sperimentale relativo alla prova di flood del cristallo nel caso A e con sorgente ^{133}Ba .

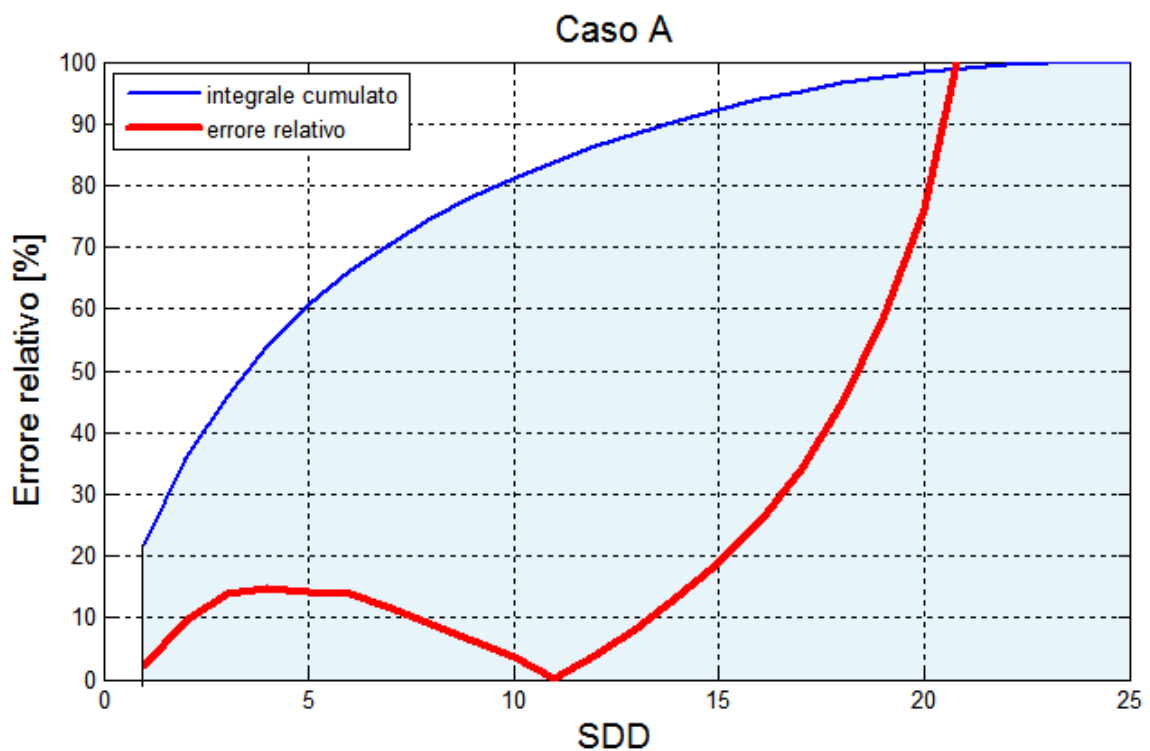


Figura 4.33: Errore relativo percentuale nella stima del simulatore sui dati reali. Prova di flood del cristallo nel caso A e con sorgente ^{133}Ba . La linea in blu definisce l'integrale cumulato della luce raccolta dai rivelatori: gli ultimi 16 rivelatori contribuiscono solo per meno del 10% nella misura totale.

4.4 Risultati con il metodo della massima verosimiglianza

Per poter funzionare, il metodo basato sulla massima verosimiglianza (Maximum Likelihood, ML) ha bisogno di conoscere la quantità di segnale medio q_i ottenuto da ciascun rivelatore in funzione dei parametri di cui si desidera poi effettuare una stima. In un caso tipico di ricostruzione di eventi di scintillazione, i parametri θ di cui si desidera ottenere una stima sono le coordinate spaziali di generazione dell'evento nel cristallo (x,y,z) e l'energia del fotone gamma assorbito E_γ .

In pratica, l'algoritmo necessita di una collezione di dati del tipo:

$$\langle q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_N \rangle \quad \text{con } q_i = q_i(x, y, z, E_\gamma) \quad (4.4)$$

dove N è il numero totale dei rivelatori.

Questi dati devono essere generati dal simulatore nella seguente maniera: il volume del cristallo deve essere campionato uniformemente in un numero finito di punti J . In ciascun punto definito dalle coordinate (x_j, y_j, z_j) viene simulata l'interazione di un fotone gamma di energia E_γ con il cristallo e si stima la quantità di carica raccolta da ciascun rivelatore $q_i(x_j, y_j, z_j, E_\gamma)$. Questa operazione viene ripetuta un numero M di volte per ogni punto, in maniera tale da poter stimare il valore medio $\bar{q}_{ij} = \bar{q}_i(x_j, y_j, z_j, E_\gamma)$.

Se si desidera esplorare anche lo spazio delle energie, è necessario reiterare il calcolo per diversi valori di E_γ . Il vettore parametri è definito quindi come $\theta_j = (x_j, y_j, z_j, E_{\gamma j})$.

L'insieme di dati, costituito da $Q = \langle \bar{q}_{1j}, \bar{q}_{2j}, \dots, \bar{q}_{ij}, \dots, \bar{q}_{Nj} \rangle$, per $j=1, \dots, J$, è una Look-Up Table (LUT) che viene utilizzata dall'algoritmo di massima verosimiglianza per la stima dei parametri. In pratica si confrontano i dati reali provenienti dalla gamma camera con Q in maniera tale da trovare la combinazione j -esima di dati sui rivelatori più simile a quella sperimentale. Il set corrispondente di parametri $\hat{\theta}_j$ è la stima dei parametri secondo il modello della massima verosimiglianza.

Perché il metodo di ricostruzione funzioni, allora, i dati forniti dal simulatore devono essere il più attinenti possibile con i dati che produrrebbe un sistema reale.

Per questo motivo si è scelto di utilizzare il simulatore creato nell'ambito di questa tesi per generare la LUT da fornire ad un algoritmo di ricostruzione basato su massima verosimiglianza già implementato ed in fase di validazione e ottimizzazione.

L'algoritmo confronta il dato sperimentale relativo ad un evento, ossia la mappa delle distribuzioni di carica sui rivelatori $q_{spe} = \langle q_1, q_2, \dots, q_N \rangle$ con l'intera LUT Q . Dal confronto viene generata una mappa di verosimiglianza, che definisce la probabilità di ciascuna combinazione di parametri di essere la stima migliore per una q_{spe} data. L'algoritmo di massima verosimiglianza seleziona il valore massimo di questa mappa, ovvero la combinazione di parametri stimati $\hat{\theta}_j$ la cui mappa di distribuzione di carica è più simile a quella di q_{spe} .

I dati ottenuti tramite le prove a fascio collimato e perpendicolare al piano XY del rivelatore sono stati utilizzati per comparare la capacità di ricostruzione dell'immagine da parte del metodo del baricentro rispetto a quello di stima di massima verosimiglianza.

In figura 4.34 viene mostrata la posizione effettiva dei punti per i quali è stata operata la ricostruzione mediante i due algoritmi, così come sono stati acquisiti dal sistema durante le prove sperimentali. Si ricorda che la distanza tra i punti verticali, controllata attraverso un sistema meccanico di precisione, è di 5 mm. I punti orizzontali sono invece distanti 6 mm tra di loro e, durante la sessione di prove, sono stati ottenuti spostando manualmente il sistema, utilizzando dei riferimenti grafici, quindi, la precisione di posizionamento in questa direzione potrebbe essere inferiore rispetto a quella dei punti verticali.

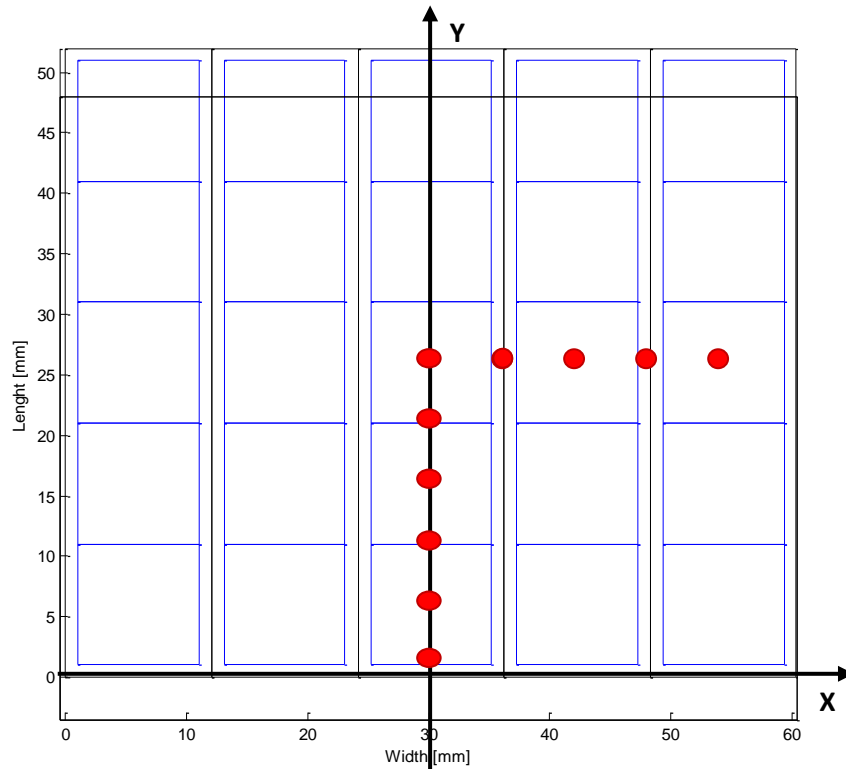


Figura 4.34: Immagine che descrive le coordinate in cui si suppone di aver colpito il cristallo durante le prove sperimentali a fascio collimato. I punti mostrati sono quelli con cui è stata effettuato il confronto tra metodi di ricostruzione.

La ricostruzione dei punti, operata con il metodo del baricentro (figura 4.35), permette di riconoscere in maniera distinta tutti i punti, tuttavia si verifica una forte deformazione delle coordinate a causa dei limiti noti dell'algoritmo: le dimensioni del campo di vista sul cristallo sono molto ridotte, come già si era visto nel confronto tra dati simulati e sperimentali. Inoltre le distanze tra i punti non sono uniformi, ma tendono a decrescere in maniera evidente con l'approssimarsi alle zone di bordo.

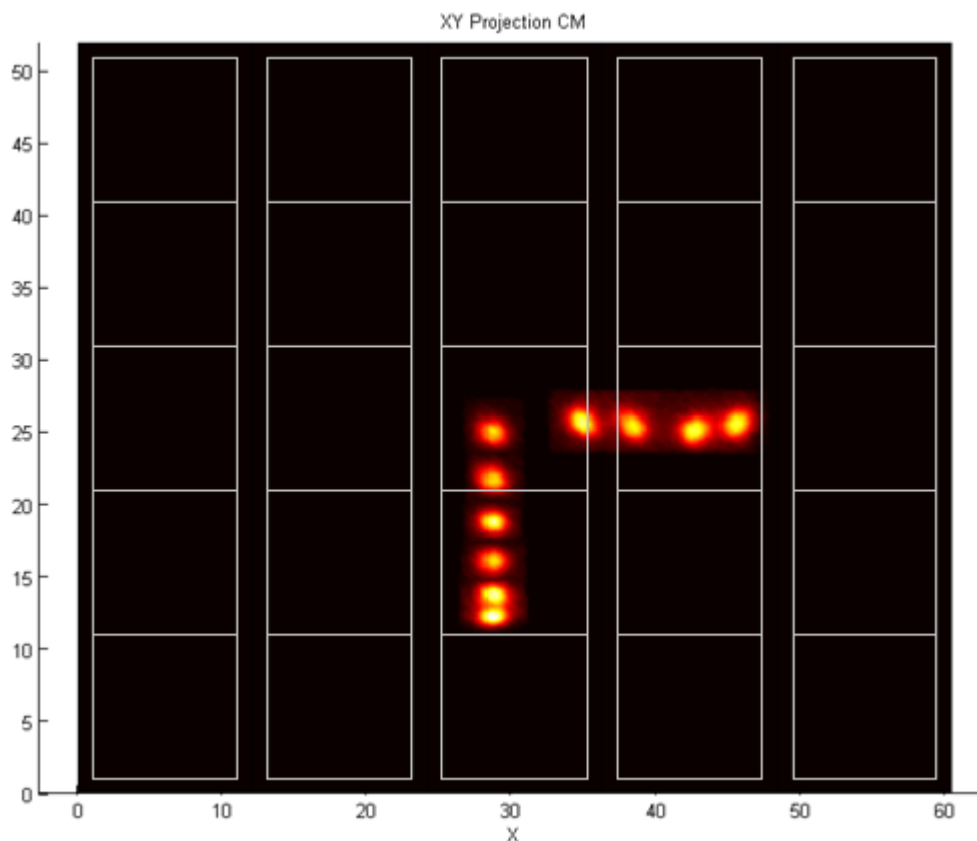


Figura 4.35: Immagine dei punti sperimentali ricostruiti attraverso il metodo del baricentro.

La ricostruzione degli stessi punti attraverso l'algoritmo di stima della massima verosimiglianza appare in grado di fornire delle informazioni migliori riguardo le coordinate dei punti, infatti non sono più compressi nella zona centrale dell'immagine (figura 4.36).

Se si prende in analisi la fila dei punti verticali, per i quali è stato possibile effettuare delle prove con posizionamenti più precisi, si osserva che, come nella ricostruzione con il metodo del baricentro, esiste ancora una tendenza a ricostruire i punti più vicini ai bordi in una posizione relativamente più centrale rispetto a quella reale. In generale questo problema viene risolto calcolando una matrice di vettori di correzione, ma per ottenerla, sarebbe necessario effettuare una prova con una griglia a punti equidi stanziati^[3].

Dato il grado di correzioni di cui necessita ancora il simulatore e l'algoritmo basato su massima verosimiglianza, è stato scelto di non confrontare quantitativamente i dati riguardo la risoluzione energetica e spaziale delle ricostruzioni.

I punti ricostruiti, in generale, non appaiono con un livello elevato di definizione, ma come leggermente sfocati e ciò è dovuto ad una perdita di risoluzione spaziale. Il motivo è da ricondurre a due probabili cause. In primo luogo il simulatore fornisce delle mappe di distribuzione di carica all'algorithm non sufficientemente corrette nell'interpretare gli eventi che si verificano a basse Z.

Dato un evento che si verifica in una zona del cristallo molto prossima al piano dei rivelatori, la mappa della distribuzione di carica nel caso sperimentale q_{spe} è abbastanza diversa da quella simulata, quindi è più probabile che il punto venga ricostruito altrove, in differenti coordinate (x,y,z).

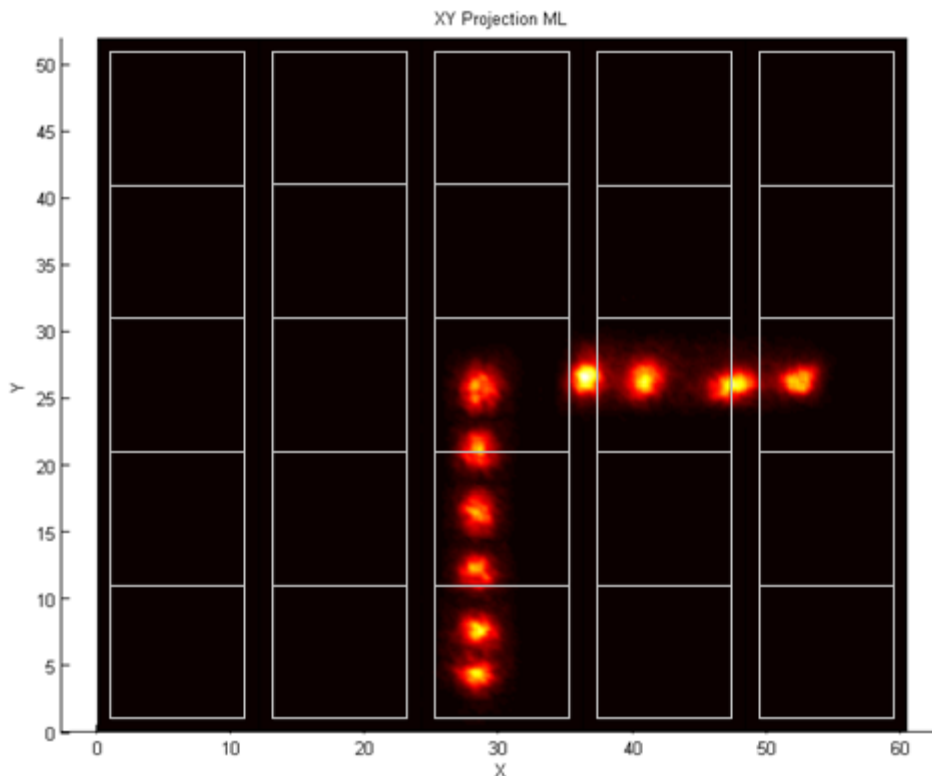


Figura 4.36: Immagine dei punti sperimentali ricostruiti attraverso il metodo della stima di massima verosimiglianza.

Il secondo motivo per cui l'immagine ricostruita di ogni singolo punto non appare ben definita è legato alla conformazione della mappa di verosimiglianza che l'algorithm genera dal confronto tra q_{spe} e Q , infatti si tratta di una funzione che presenta una forma molto frastagliata e ricca di picchi. Dal momento che l'algorithm deve cercare il punto massimo della funzione, è opportuno prima applicare un filtro di smoothing che elimini la presenza

di tutti i picchi di massimi locali che porterebbero a delle soluzioni errate. Tuttavia, applicando il filtraggio, la stima dei parametri diventa meno sensibile e questo si ripercuote nell'immagine in termini di un peggioramento della risoluzione.

I punti ottenuti con il metodo del baricentro possono apparire più definiti, tuttavia questa è una impressione dovuta al fenomeno di compressione spaziale degli eventi ricostruiti: provando ad applicare uno "stretching" lineare ai dati ricostruiti con il metodo del baricentro è possibile portarli approssimativamente nelle stesse coordinate in cui si trovano i punti ricostruiti con il metodo della massima verosimiglianza (figura 4.37). I punti così ottenuti appaiono più sfocati (anche se un po' meno rumorosi) rispetto a quelli ottenuti con la stima ML, ma soprattutto i punti più vicini ai bordi tendono a collassare in un'unica massa, mentre con il nuovo algoritmo sono ben distinti e definiti.

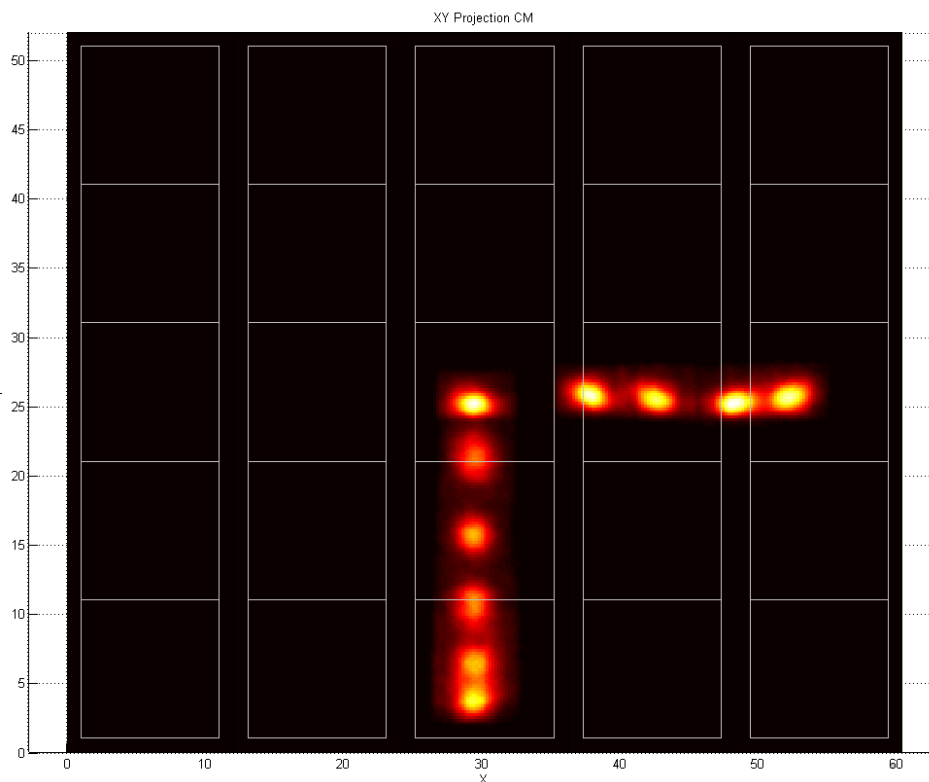


Figura 4.37: Immagine dei punti ricostruiti attraverso il metodo del baricentro in seguito ad una operazione di "stretching" lineare.

In generale, i risultati ottenuti sono incoraggianti poiché mostrano che è possibile ottenere dei dati ricostruiti in coordinate più vicine alla posizione reale in cui si è verificato ogni singolo evento di scintillazione.

Conclusioni e prospettive future

Questo lavoro di tesi è nato dall'esigenza di un modello in grado di stimare il segnale in uscita da un sistema di rivelazione di raggi gamma. Il modello permette di valutare il comportamento della gamma camera in funzione del tipo di sorgente di radiazioni e della configurazione di componenti installate, come il tipo e la forma di cristallo scintillatore, i rivestimenti ad esso applicati, il tipo di rivelatori, etc.

Particolare attenzione è stata posta nella definizione del modello ottico che descrive il fenomeno di raccolta dei fotoni sul piano dei rivelatori, vero contributo innovativo del progetto presentato.

Lo studio dei modelli teorici e dei dati presenti in letteratura ha permesso la sintesi di un modello di riflessione di superficie in grado di simulare il comportamento delle luce all'interfaccia tra materiali reali. Il numero di parametri richiesti per definire una superficie del modello è limitato per rendere più agevole l'utilizzo del modello, ma anche sufficiente a descrivere una grande varietà di materiali. Tale modello è stato implementato in un algoritmo di simulazione per il quale è stata progettata un'interfaccia grafica snella e di semplice utilizzo.

Il simulatore è stato sviluppato attuando tutte precauzioni necessarie per minimizzarne il peso computazionale. In una prospettiva futura si desidera riscrivere il codice attraverso un linguaggio di programmazione più agile, come, ad esempio C.

I risultati ottenuti con il simulatore sono in grado di aderire con i comportamenti osservati in letteratura e con le prove sperimentali effettuate in laboratorio. In particolare il modello ha dimostrato la sua capacità di descrivere la raccolta della luce sui rivelatori in funzione della rugosità delle pareti del cristallo e dei rivestimenti ad esso applicati.

In fase di validazione sono emersi anche dei limiti che devono essere corretti: il picco dello spettro energetico nei risultati delle simulazioni è sempre più alto che nei risultati sperimentali, il che significa che un parametro di guadagno della quantità di luce raccolta è stato sovrastimato. Probabilmente il valore dello Yield del cristallo utilizzato nelle simulazioni non è corretto, inoltre sarebbe necessario implementare un modello che tenga

conto delle variazioni di Yield con la temperatura del cristallo. A tale proposito si prevede di simulare il comportamento termico del cristallo con un software per il calcolo degli elementi finiti (ad esempio Comsol): dovrà essere definita una mappa di temperature nel volume del cristallo, allora, ottenuta la curva dello Yield in funzione della temperatura, sarà possibile definire il guadagno di scintillazione in ogni punto del cristallo scintillatore.

Il modello di accoppiamento tra cristallo e piano dei rivelatori è risultato eccessivamente riduttivo e provoca dei limiti nelle capacità del simulatore di interpretare il comportamento degli eventi che si sono verificati in una zona del cristallo molto vicina alla superficie di accoppiamento. In una fase di ottimizzazione del programma dovrà, quindi, essere rivisitato.

Le difficoltà maggiori che si sono incontrate sono relative alla ricerca dei valori per i parametri del modello di riflessione, in particolare dell'indice di riflessione dei materiali, che varia in funzione della lunghezza d'onda della luce incidente e della temperatura. L'aderenza del valore dei parametri con le reali condizioni sperimentali è imprescindibile per un confronto significativo tra condizione simulata e risultato reale.

Nel capitolo dei risultati è stato quantificato l'errore relativo che il simulatore compie nel definire la distribuzione della luce sui rivelatori rispetto al caso sperimentale. Il valore dell'errore potrà essere utilizzato come parametro di qualità del programma nel futuro processo di correzione ed ottimizzazione.

Infine, i dati ottenuti dal simulatore sono stati utilizzati per valutare i progressi di un algoritmo di ricostruzione basato sulla stima di massima verosimiglianza: i punti sperimentali ricostruiti aderiscono in maniera migliore alla condizione reale rispetto all'immagine ottenuta tramite ricostruzione basata sul metodo del baricentro.

Bibliografia

1. C. Fiorini; Progettazione elettronica per strumentazione biomedica (materiale didattico del corso); AA 2010-2011.
2. By Glenn F. Knoll; **Radiation Detection and Measurement**; Fourth (4th) Edition.
3. H. H. Barrett, W. C. J. Hunter; **Maximum-likelihood methods for processing signals from gamma-ray detectors**; IEEE Transaction on nuclear science, Vol. 56, No. 3, June 2009
4. G. Schoups, P.A. Troch; **Soil Moisture Influences on the Radar Backscattering of Sugar Beet Fields**; Remote sensing of environment, Volume 65, Issue 2, Pages 184–194, August 1998
5. A Levin, C. Moisan; **A more physical approach to model the surface treatment of scintillation counters and its implementation into DETECT**; TRIUMF, 4004 Wesbrook Mall, Vancouver, B.C., Canada V6T 2^o3, 1997
6. J. Bea et others; **Simulation of light collection in scintillators with rough surfaces**; Nuclear Instruments and methods in physics research, A 350, 184-191, march 1994
7. S. K. Nayar, K. Ikeuchi, T. Kanade; **Surface reflection: physical and geometrical perspectives**; IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, Vol. 13, No. 7, July 1991
8. M. Janecek, W. W. Moses; **Optical reflectance measurements for commonly used reflectors**; IEEE transactions on nuclear science, Vol. 55, No. 4, August 2008
9. M. Janecek, W. W. Moses; **Measuring light reflectance of BGO crystal surfaces**; IEEE transactions on nuclear science, Vol. 55, No. 5, October 2008
10. M. Janecek, W. W. Moses; **Design of an instrument to measure optical reflectance of scintillating crystal surfaces**; IEEE transactions on nuclear science, Vol. 55, No. 3, June 2008
11. G. F. Knoll; **Radiation detection and measurement**; Wiley Edition, 2010
12. <http://www.fine-tools.com/G10019.htm>

13. S Ceruti; **Risposta di un rivelatore LaBr₃ a fasci collimati di radiazione gamma**; Tesi di laurea, prof. F. Camera, facoltà di scienze matematiche, fisiche e naturali, Università degli studi di Milano, 2010
14. I. V. Kilimchuk et al.; **Study of Surface Roughness of CsI:TI Crystals Treated by Various Abrasives**; IEEE Transaction on Nuclear Science, Vol. 56, No. 5, October 2009
15. <http://refractiveindex.info>
16. N. J. Elton, J. S. Preston; **Effective refractive index and the porosity of coated paper**; Reflectometry Application Note, No. 4, May 2007
17. Filmetrics, refractive index database
18. T. C. Bond & R. W. Bergstrom; **Light absorption by carbonaceous particles: an investigative review**; Aerosol, Science and technology, February 2007
19. C. Sun; **True density of microcrystalline cellulose**; Journal of pharmaceutical science, Vol. 94, Iss. 10, August 2005
20. www.paperonweb.com/density.htm
21. D. W. Saunders; **The photo-elastic properties of cross-linked amorphous polymers**; British Rayon Research Association, Heald Green Laboratories, March 1956
22. G. J. Takacs, A. B. Rosenfeld, M. Lerch; Design and simulation of continuous scintillator with pixellated photodetector; IEEE transactions on nuclear science, Vol. 48, No. 4, August 2001
23. K. E. Torrance, E. M. Sparrow; **Theory for off-specular reflection from roughened surfaces**; journal of the optical society of America, Vol. 57, No. 9, 1105-1114, September 1967
24. G. J. Takacs, A. B. Rosenfeld, M. Lerch; **Design and simulation of continuous scintillator with pixellated photodetector**; IEEE transaction on nuclear science, Vol. 48, No. 4, August 2001