

POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica
Dipartimento di Elettronica e Informazione



EFFETTI DELLA PROPAGAZIONE ASSISTITA DA FOTONI
SULLA RISOLUZIONE TEMPORALE DI DISPOSITIVI SPAD IN SILICIO:
CARATTERIZZAZIONE SPERIMENTALE E SIMULAZIONI

Relatore: Ing. Ivan RECH

Correlatore: Ing. Mattia ASSANELLI

Tesi di Laurea Specialistica di

Gabriele ORIO

Matricola 740082

Anno Accademico 2011-2012

...entre ces deux abîmes de l'infini et du néant, il tremblera dans la vue de ces merveilles; et je crois que, sa curiosité se changeant en admiration, il sera plus disposé à les contempler en silence qu'à les rechercher avec présomption.

Pensées - B.Pascal

Sommario

La caratteristica peculiare dei fotorivelatori SPAD (*Single Photon Avalanche Diode*) è quella di poter rivelare segnali luminosi a bassissima intensità e discriminare con notevole risoluzione temporale l'istante di arrivo del singolo fotone. Queste prestazioni, unitamente ad un elevato valore di PDE (*Photon Detection Efficiency*) nelle regioni spettrali del rosso e del vicino infrarosso, ne hanno garantito l'impiego nei più svariati ambiti di ricerca, dalla biologia all'astronomia. In particolare, gli SPAD sono stati impiegati con successo in spettroscopia di fluorescenza su singola molecola e sequenziamento del DNA, applicazioni per le quali la tecnica del TCSPC (*Time-Correlated Single Photon Counting*) è comunemente adottata. Questa tecnica, che richiede una buona PDE ed un'ottima risoluzione temporale, ha fatto degli SPAD la scelta preferenziale rispetto ai tubi fotomoltiplicatori (PMT), con tutti i vantaggi della tecnologia a stato solido. In aggiunta, l'emergere di nuove applicazioni, quali, ad esempio, la *Forster Resonance Energy Transfer* (FRET), ha fatto nascere l'esigenza di sistemi multicanale ed ha quindi condotto allo sviluppo di *array* di più dispositivi integrati sullo stesso *chip*. L'inconveniente maggiore degli *array* è legato a fenomeni di *crosstalk*, in particolare elettrico, tra i *pixels*. Per evitare che il *crosstalk* origini segnali spuri all'ingresso dell'elettronica di lettura, la soglia di discriminazione del comparatore utilizzato per individuare l'istante di arrivo del fotone deve essere aumentata a valori superiori ai $100mV$. Le recenti generazioni di SPAD, ingegnerizzate al fine di migliorarne le prestazioni in termini di rumore e PDE, manifestano però un peggioramento della risoluzione temporale se impiegati con un comparatore ad alta soglia. La figura di merito comunemente adottata per valutare la risoluzione temporale degli SPAD è il *photon timing jitter*, ovvero la deviazione standard con la quale è possibile discriminare l'istante di arrivo del singolo fotone. È dunque evidente che la dipendenza del *jitter* dalla soglia del comparatore rende critico l'impiego delle nuove generazioni di SPAD in *array* per misure TCSPC. A questo proposito, è di fondamentale importanza conoscere nel dettaglio i fenomeni fisici che sono alla base della crescita della corrente di valanga, per poterne valutare la statistica ed individuare, in ultima battuta, la sorgente maggioritaria di *photon timing jitter*. In particolare, è possibile scomporre la corrente di valanga in due fasi: il buildup e la propagazione laterale. I fenomeni coinvolti nella propagazione laterale sono a loro volta due: la propagazione assistita da moltiplicazione e la propagazione assistita da fotoni. Quest'ultima componente è legata alla generazione di fotoni secondari all'interno dell'area attiva dello SPAD ed al loro eventuale riassorbimento nell'area attiva stessa, che può originare fotorivelazioni secondarie in grado di modificare la velocità di crescita della corrente di valanga, introducendo dunque una statistica non trascurabile. Lo scopo del presente lavoro è

quello di caratterizzare sperimentalmente la generazione ottica responsabile della propagazione assistita da fotoni e valutarne il contributo al *jitter* complessivo mediante simulazioni Monte Carlo della propagazione della valanga. Il lavoro è strutturato come segue:

Capitolo 1

Vengono descritti la struttura ed i principi di funzionamento del dispositivo SPAD ed in particolare i fenomeni fisici legati alla fotorivelazione. L'accento è posto sulla fisica della propagazione della valanga, scomposta nelle sue fasi.

Capitolo 2

L'attenzione viene posta sulla propagazione assistita da fotoni come causa predominante del *photon timing jitter*. Viene proposto un sistema di misura sulla base del quale, conoscendo tutti i termini noti, verranno estratti il valore del tasso di generazione ottica η_{gen} e l'andamento dello spettro di emissione $s(\lambda)$ come uniche incognite del sistema.

Capitolo 3

L'efficienza di raccolta del sistema di misura, definita come prodotto dell'efficienza esterna e dell'efficienza geometrica, $\eta_r = \eta_{ext} \cdot \eta_{geom}$, verrà stimata sulla base di considerazioni teoriche e simulazioni in ambiente Zemax che permetteranno un'analisi affidabile in funzione della lunghezza d'onda.

Capitolo 4

Misure sperimentali vengono condotte al fine innanzitutto di valutare l'efficienza di generazione ottica η_{gen} e lo spettro di emissione $s(\lambda)$: in particolare, un apposito *setup* viene impiegato per aumentare la risoluzione delle misure nel vicino infrarosso. I risultati vengono confrontati con quanto proposto nella letteratura più recente. Secondariamente, misure vengono effettuate al fine di caratterizzare diversi modelli di SPAD, valutare la dipendenza di η_{gen} ed $s(\lambda)$ dalle condizioni di polarizzazione, oltretutto temperatura e corrente di valanga.

Capitolo 5

Il simulatore Monte Carlo impiegato viene descritto nei suoi parametri principali, corrispondenti alle variabili fisiche coinvolte nella propagazione della valanga. L'attenzione viene posta innanzitutto sull'efficienza di generazione ottica η_{gen} e sullo spettro di emissione $s(\lambda)$ come parametri fondamentali. L'importanza della resistenza specifica del dispositivo nelle prestazioni di *timing* viene sottolineata. I risultati delle simulazioni, condotte utilizzando i dati raccolti nel presente lavoro, vengono analizzati.

Conclusioni

Viene presentato un riassunto del lavoro svolto, evidenziando i risultati ottenuti e marcando la strada per futuri sviluppi delle ricerche.

Indice

Sommario	2
1 SPAD	6
1.1 Principio di funzionamento e struttura	6
1.2 Timing	9
1.3 Fisica della fotorivelazione	11
1.3.1 Assorbimento del fotone	11
1.3.2 Ionizzazione ad impatto	13
1.3.3 Fisica della valanga	15
1.4 Caratteristiche di rilievo	17
1.4.1 Rumore	17
1.4.2 Photon Detection Efficiency	19
1.5 In sintesi	20
2 Emissione ottica	21
2.1 Array di SPAD	21
2.1.1 Crosstalk ottico	22
2.1.2 Crosstalk elettrico	22
2.2 Photon timing jitter	23
2.2.1 Contributo del <i>buildup</i>	24
2.2.2 Contributo della posizione di innesco	25
2.2.3 Contributo dello <i>spread</i> laterale	26
2.3 Efficienza di generazione ottica	28
2.3.1 Estrazione di η_{gen}	31
2.4 In sintesi	32
3 Efficienza di raccolta	33
3.1 Efficienza esterna	33
3.1.1 Definizione della struttura e dei materiali	33
3.1.2 Potenza emessa dalla superficie	36
3.1.3 Potenza emessa alle diverse lunghezze d'onda	40
3.2 Efficienza geometrica	41
3.2.1 Potenza raccolta dal detector	41
3.2.2 Errori di disallineamento	44
3.3 In sintesi	46

4	Misure sperimentali	48
4.1	Caratterizzazione dei dispositivi	48
4.2	Misure di riemissione	50
4.2.1	Setup	50
4.2.2	Risultati	51
4.2.3	Misure di linearità	51
4.3	Misure di spettro	52
4.3.1	Setup	53
4.3.2	Risultati	54
4.3.3	Elaborazione corretta dei dati	56
4.4	Emissione nel vicino infrarosso	59
4.4.1	Setup	59
4.4.2	Risultati	61
4.5	PDE nel vicino infrarosso	63
4.6	Misure in corrente	64
4.7	Misure in temperatura	65
4.8	Misure per altri dispositivi	66
4.9	Mappatura del profilo	66
4.10	Raffronto con la letteratura	68
4.11	In sintesi	71
5	Simulazioni	72
5.1	Simulatore Monte Carlo	72
5.2	Figura di merito	73
5.3	Efficienza di generazione ottica	75
5.3.1	Probabilità di inneschi secondari	75
5.4	Resistenza specifica	78
5.5	Altri parametri notevoli	79
5.5.1	Efficienza di triggering	79
5.5.2	Coefficiente di diffusione	80
5.5.3	Coefficienti di assorbimento	80
5.5.4	Coefficienti di ionizzazione e τ_M di crescita	80
5.6	Circuito equivalente	81
5.7	Ricostruzione dell'istogramma	82
5.8	Simulazioni con i dati raccolti	82
5.8.1	Analisi dei risultati	83
5.9	In sintesi	87
	Conclusioni	89
	Elenco delle figure	92

Capitolo 1

SPAD

Lo SPAD (*Single Photon Avalanche Diode*) è costituito da una giunzione $p-n$ polarizzata inversamente al di sopra della tensione di *breakdown*. A questi valori di tensione il campo elettrico è così elevato (superiore a $10^5 V/cm$), che un singolo portatore di carica iniettato nella zona svuotata è in grado di innescare un processo divergente di crescita della corrente che si traduce in un segnale rilevabile dall'elettronica esterna. La corrente cresce rapidamente, in tempi dell'ordine del ns o inferiori, al valore di regime, tipicamente dell'ordine di qualche mA . Lo SPAD, realizzato in silicio, può dunque svolgere lo stesso ruolo di un ingombrante e costoso PMT (Photo Multiplier Tube): rendere rilevabile il singolo fotone. Se la valanga è stata innescata dall'assorbimento di un fotone e non da cariche intrappolate o portatori generati termicamente, il fronte di salita della corrente può essere utilizzato per discriminare l'esatto istante di arrivo del fotone.

1.1 Principio di funzionamento e struttura

Si dice che lo SPAD funziona in *Geiger mode* dal momento che presenta lo stesso principio di funzionamento del contatore di radiazioni ionizzanti: uno schema delle condizioni di polarizzazione durante le fasi operative è riportato in Figura 1.1. Per essere in grado di rivelare fotoni, il dispositivo viene polarizzato sopra la tensione di *breakdown* (Fase 1); esso rimane in questa situazione metastabile finché non viene generata una coppia nella zona svuotata che riesca ad innescare il processo divergente di valanga. Questa coppia può essere generata dall'assorbimento di un fotone ma può anche essere dovuta alla generazione termica oppure, ancora, al rilascio di singoli portatori precedentemente intrappolati nella zona di carica spaziale: in questo caso si parla di *afterpulsing*. La corrente nel dispositivo raggiunge un valore stazionario limitato dalla presenza delle impedenze serie o da effetti di carica spaziale: in questa fase non è più disponibile a rivelare altri fotoni (Fase 2). Affinchè sia nuovamente attivo, deve infatti essere spento riportandolo ad una tensione inferiore rispetto al *breakdown* (Fase 3). Questo processo è detto *avalanche quenching* e consiste nel mantenere la tensione al di sotto del valore di *breakdown* per un tempo sufficiente da estinguere il processo di valanga e far uscire tutti i portatori dalla zona svuotata (tempo morto). Dopo questo tempo, il rivelatore è nuovamente pronto per il funzionamento. Affinchè

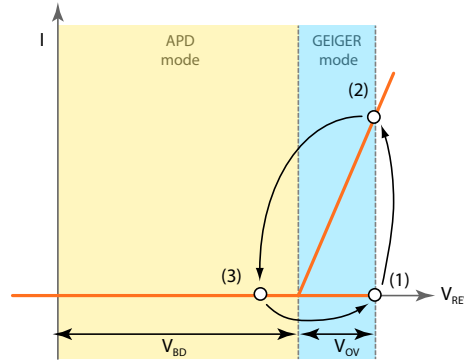


Figura 1.1: *Caratteristica e fasi di funzionamento di uno SPAD operante in Geiger mode.*

il diodo possa essere utilizzato efficacemente come fotorivelatore deve essere in grado di rimanere polarizzato al di sopra della tensione di *breakdown* per un tempo dell'ordine dei millisecondi prima di andare in valanga, ovvero i tassi di generazione termica e di *afterpulsing* devono essere sufficientemente bassi. Lo spegnimento della valanga può essere effettuato in due modi diversi. Il primo è detto spegnimento passivo (*passive quenching*) e consiste nel porre in serie al dispositivo una resistenza di valore elevato, tipicamente $100k\Omega$: in questo modo è la resistenza stessa che, limitando la corrente, causa lo spegnimento della valanga [1]. Un tipico esempio di circuito passivo è illustrato in Figura 1.2: R_L è la resistenza di carico, mentre R_A è una piccola resistenza, tipicamente 50Ω , utile a convertire il segnale di corrente in un segnale di tensione; questo segnale viene poi inviato ad un comparatore che discrimina l'innesco della valanga. V_{BD} è la tensione di *breakdown*, C_P la capacità complessiva ai capi del dispositivo (tipicamente $1pF$), C_K la capacità parassita tra il catodo e massa (di solito alcuni pF), R_S la resistenza del diodo, ovvero la somma della resistenza di carica spaziale e della resistenza delle zone neutre (variabile da 300 a diversi $k\Omega$ a seconda dell'area attiva del diodo). Inizialmente il sistema è nello stato metastabile: nel diodo non passa corrente e la tensione ai suoi capi è V_A pari alla somma di V_{BD} e V_{OV} (tensione di *overvoltage*). L'assorbimento di un fotone, con il conseguente innesco della valanga, può essere schematizzato con la chiusura dell'interruttore in Figura 1.2. La corrente sale al valore di picco in poche centinaia di picosecondi prima che la tensione ai capi del diodo cambi: il punto di polarizzazione si sposta quasi verticalmente sul ramo di *breakdown* della caratteristica (Figura 1.2). L'elevata corrente circolante scarica le capacità, I_D e V_D decrescono esponenzialmente al valore asintotico di stazionarietà ed il punto di polarizzazione si sposta verso l'intersezione tra la caratteristica dello SPAD e la retta di carico di R_L . La corrente che attraversa il fotodiodo nel tempo che va dall'inizio della valanga fino al valore asintotico è data dalla seguente equazione:

$$I_D(t) = \frac{V_D(t) - V_{BD}}{R_S} = \frac{V_{OV}(t)}{R_S} \quad (1.1)$$

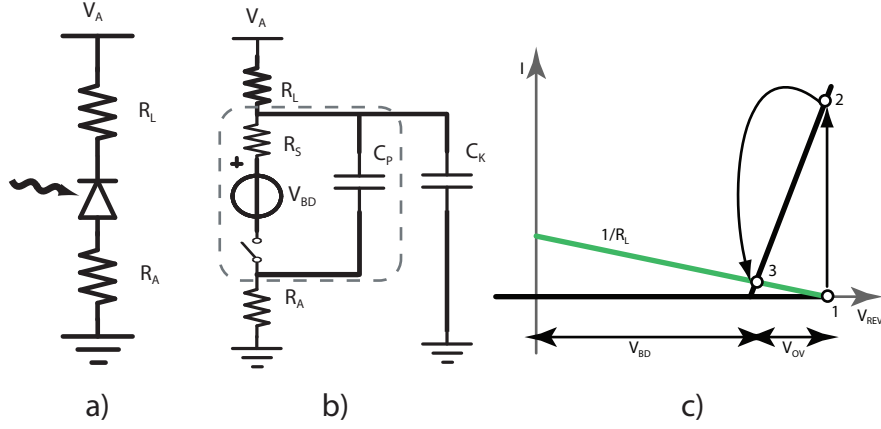


Figura 1.2: Circuito di spegnimento realizzato con carico resistivo R_L (a). Circuito equivalente (b). Intersezione della caratteristica dello SPAD con la retta di carico (c).

Un tipico esempio della forma d'onda di questo impulso è illustrato in Figura 1.3. Il valore di picco della corrente $I_D(0)$ ed il valore asintotico I_F si possono facilmente calcolare guardando il circuito in Figura 1.2 e tenendo presente che all'istante $t = 0$ la tensione ai capi di C_P è V_A , mentre al valore asintotico I_F C_K e C_P sono circuiti aperti. Si ricava pertanto:

$$I_D(0) = \frac{V_A - V_{BD}}{R_S} = \frac{V_{OV}}{R_S} \quad (1.2)$$

$$I_F = \frac{V_A - V_{BD}}{R_S + R_L + R_A} \approx \frac{V_{OV}}{R_L} \quad (1.3)$$

La costante di tempo con la quale sia il picco di corrente sia la tensione ai capi del diodo decadono al valore finale può essere ricavata dall'analisi del circuito appena rappresentato. Con le dovute approssimazioni si ottiene

$$\tau_q = R_S \cdot (C_K + C_P) \quad (1.4)$$

La resistenza di carico R_L deve necessariamente essere elevata per garantire lo spegnimento della valanga; se infatti la corrente finale è molto bassa, il numero dei portatori che attraversano la ZCS (Zona di Carica Spaziale) è molto piccolo e può quindi accadere che, durante il processo statistico di moltiplicazione, tutti i portatori falliscano la ionizzazione e la valanga stessa si spenga. Questa eventualità diventa significativa per correnti minori di $100\mu A$ e aumenta rapidamente al decrescere della corrente. Avvenuto lo spegnimento si ha una lenta ricarica delle capacità fino a che le tensioni ai nodi non raggiungono la condizione iniziale: la costante di tempo dominante in questa fase, detta di *reset*, è determinata dalla resistenza R_L ed è dell'ordine del μs .

$$\tau_{reset} = R_L \cdot (C_K + C_P) \quad (1.5)$$

Il problema del circuito di spegnimento passivo sta proprio in queste costanti di tempo di *reset* che limitano il tasso di conteggio massimo del sistema. Esi-

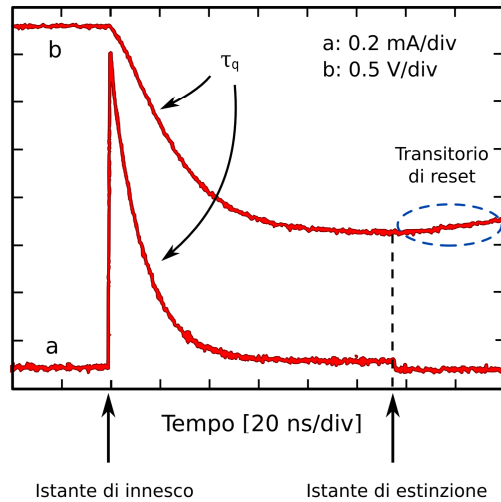


Figura 1.3: Forma d'onda della corrente nel diodo (a) e della tensione sul catodo (b) durante l'innesco e lo spegnimento della valanga. Non appena estinta la valanga, inizia il lento transitorio di carica delle capacità afferenti al catodo tramite la resistenza di carico.

ste un'alternativa al circuito di spegnimento passivo: l'*active quenching*, cioè spegnimento attivo ([2]); questa soluzione prevede l'utilizzo di un circuito elettronico che provvede a rilevare l'innesco della valanga, per poi ridurre la polarizzazione del diodo per un intervallo prestabilito, ed infine ripristinarla al valore iniziale rendendo il dispositivo pronto per una nuova fase sensibile. Il vantaggio di questa soluzione è che il reset è molto veloce perchè il circuito di pilotaggio è una bassa impedenza e il tempo morto tra due scatti successivi non dipende più dalle costanti di tempo della resistenza di carico e può essere reso molto piccolo, fino a poche decine di *ns*. Il circuito impiegato, attualmente di comune utilizzo, è detto *Active Quenching Circuit* (AQC).

La struttura tipica dello SPAD è quella riportata in Figura 1.4: è realizzata partendo da un substrato di silicio *n* sul quale vengono cresciuti due strati epitassiali *p+* e *p*. Il primo costituisce il *buried layer* e serve a minimizzare il cammino resistivo dalla giunzione al contatto esterno di anodo; il secondo determina le caratteristiche della zona neutra appena sotto la giunzione; la giunzione è definita tramite una predeposizione *n+* all'interno della quale viene determinata l'area attiva tramite una diffusione *p+*. Quest'ultimo costituisce un anello di guardia virtuale in quanto focalizza le linee di campo in questa zona, evitando fenomeni di innesco prevalente al bordo, dovuti alla concentrazione delle linee di forza del campo elettrico in corrispondenza del bordo della sacca *n+*.

1.2 Timing

Esistono situazioni in cui è necessario ricostruire la forma di un impulso ottico costituito da pochi fotoni: una tecnica molto utilizzata in tali casi è il *Time*

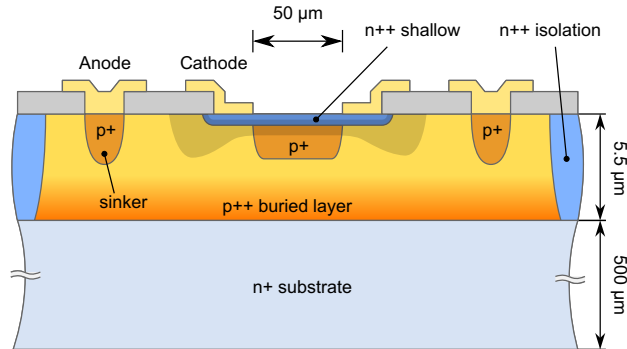


Figura 1.4: Sezione della struttura dello SPAD.

Correlated Single Photon Counting (TCSPC). Questa tecnica consiste nel determinare la forma dell'impulso ottico costruendo un istogramma dei tempi di arrivo dei singoli fotoni su un certo numero di ripetizioni dell'esperimento: ad ogni ripetizione un solo fotone viene rivelato e l'informazione è contenuta esclusivamente nel suo tempo di arrivo rispetto ad un evento di trigger. La TCSPC è oggi la scelta principale per le misure di emissioni di debole fluorescenza in un ampio spettro di discipline quali la chimica, la biologia, la medicina, la scienza dei materiali. Tipici esempi sono la spettroscopia di fluorescenza su singola molecola, il sequenziamento del DNA, l'imaging delle costanti di tempo di fluorescenza e l'analisi di circuiti non invasiva. È evidente che in queste applicazioni è spesso necessaria una risoluzione temporale inferiore al centinaio di picosecondi e questo limita la scelta dei dispositivi da utilizzare a PMT oppure a SPAD. Oltre agli ovvi vantaggi dell'uso di un dispositivo a stato solido rispetto ad un PMT, gli SPAD hanno una maggiore efficienza quantica, in particolare nel rosso e nel vicinissimo infrarosso. Utilizzando opportune architetture di *timing* si può arrivare a risoluzioni temporali di circa $30ps$ a temperatura ambiente. Per effettuare misure TCSPC su un campione si utilizza lo schema che viene rappresentato in Figura 1.5. Il *setup* utilizzato per valutare le prestazioni di risoluzione temporale è del tutto identico a quello di Figura 1.5, a patto di immaginare che il laser venga puntato direttamente sullo SPAD. Il laser, focalizzato sul dispositivo, viene attenuato in modo tale che vi sia una probabilità trascurabile che sullo SPAD arrivi più di un fotone alla volta; il laser fornisce un segnale sincrono con l'inizio dell'impulso che viene inviato ad un TAC (*Time to Amplitude Converter*) come segnale di START. Una volta innescata la valanga, l'AQC si occupa di spegnere e riarmare il dispositivo e di inviare un segnale di STOP al TAC che invia il segnale risultante ad un analizzatore multicanale; questo rappresenta in un istogramma la distribuzione del tempo che intercorre tra uno START e il successivo STOP. L'AQC è composto da una componente di lettura della corrente ed una sezione che deve essere in grado di pilotare a bassa impedenza il nodo cui è collegato: per questo motivo introduce un'elevata capacità parassita. Si è dunque capito che la scelta di utilizzare un segnale proveniente dall'AQC per il timing non è vincente dal momento che, a parità di soglia

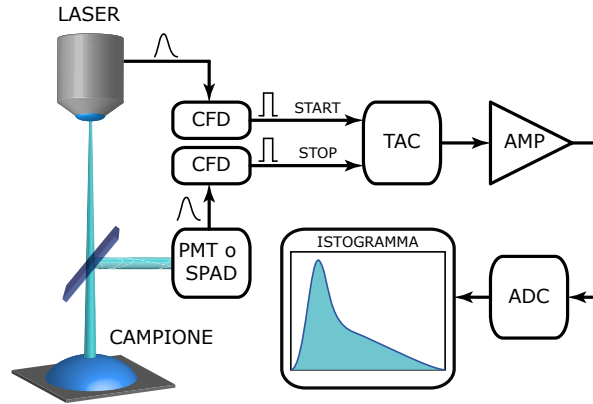


Figura 1.5: Schema tipico di setup per misura TCSPC.

del comparatore, avere un nodo capacitivamente più pesante significa avere una corrente maggiore nel dispositivo: questo determina una maggiore sensibilità rispetto alle componenti statistiche che ne affliggono la crescita. Oggi infatti, per migliorare la risoluzione temporale si utilizzano strutture come quelle riportate in Figura 1.6, in cui vengono separate le sezioni di *quenching* e di *timing*. In questo modo, essendo il circuito di discriminazione della valanga molto semplice, non si va ad appesantire il nodo e si riesce a migliorare la risoluzione temporale complessiva del sistema. Il tipico diagramma di *timing* è riportato in Figura 1.7: la grandezza di interesse che viene ricavata da tale grafico è la larghezza a metà altezza (FWHM), altrimenti chiamata *Photon Timing Jitter* in questo contesto. Naturalmente, un maggiore *jitter* significa una risoluzione temporale inferiore e dunque una scarsa qualità delle misure TCSPC realizzate mediante dispositivi SPAD.

1.3 Fisica della fotorivelazione

Lo SPAD basa il proprio funzionamento sul processo di moltiplicazione a valanga che amplifica il segnale generato dall'assorbimento di un singolo fotone generando un'uscita macroscopica in grado di essere rivelata da un'opportuna elettronica. I fenomeni fisici coinvolti sono due: l'assorbimento e la propagazione della valanga.

1.3.1 Assorbimento del fotone

Affinché sia rivelato, il fotone deve essere innanzitutto assorbito dal reticolo cristallino del Silicio. L'efficienza di assorbimento vale:

$$\eta = (1 - R) e^{-\alpha D} (1 - e^{-\alpha W}) \quad (1.6)$$

dove α è il coefficiente di assorbimento del silicio, W è la larghezza della zona svuotata, D è la profondità della zona di svuotamento rispetto alla superficie, R il coefficiente di riflessione della superficie del fotorivelatore. Un fotone che

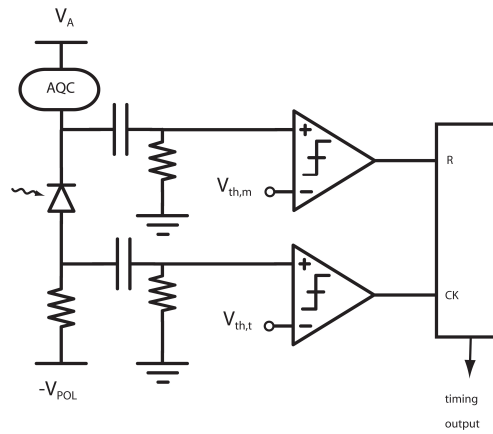


Figura 1.6: Schema di timing con doppio prelievo capacitivo sull'anodo. Sono necessari due comparatori per discriminare lo scatto del comparatore all'anodo dovuto alla valanga da quello dovuto all'accoppiamento capacitivo sul reset.

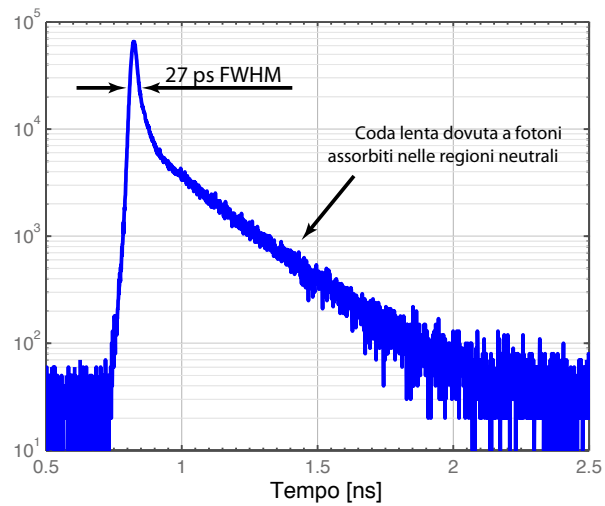


Figura 1.7: Istogramma tipico delle misure di timing su SPAD S62 a campo elettrico ingegnerizzato.

incide sulla superficie del fotorivelatore può attraversarla oppure essere riflesso. La probabilità che venga riflesso è determinata dal coefficiente di riflessione R e dipende dall'angolo di incidenza della luce, dalla sua polarizzazione e dalle proprietà ottiche del mezzo costituente la superficie, analogamente a quanto sarà esposto nel Capitolo 3. Nel caso di incidenza normale su una superficie piana tra due mezzi ottici il coefficiente di riflessione vale:

$$R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 \quad (1.7)$$

dove n_1 ed n_2 sono gli indici di rifrazione dei due mezzi: questi dipendono da λ e così dunque anche il coefficiente R . Nel caso di interfaccia tra aria e silicio, per una radiazione di lunghezza d'onda $\lambda = 500nm$ si ottiene $R = 0.39$, ovvero si perde per riflessione circa il 39% della radiazione incidente. Allo scopo di ridurre la riflettività dell'interfaccia vengono normalmente impiegati rivestimenti anti-riflessione; la tecnica *standard* prevede di depositare sulla superficie del fotorivelatore sottili strati di materiali dielettrici con indice di rifrazione e spessori opportuni. Nel caso di interfaccia tra silicio e aria, un singolo strato di diossido di silicio, normalmente utilizzato anche per la passivazione dei circuiti integrati, dello spessore di circa $100nm$, è sufficiente ad ottenere una bassa riflettività in quasi tutto lo spettro compreso tra $400nm$ e $1000nm$, come verrà esposto, per motivi differenti, nel Capitolo 3. Una volta che il fotone riesce a penetrare nel dispositivo, questo può cedere la sua energia ad un elettrone in banda di valenza, promuovendolo in banda di conduzione. Questo accade dunque solo se il fotone ha energia superiore a quella che corrisponde all'*energy gap* del materiale, ovvero se $h\nu > E_{gap}$.

1.3.2 Ionizzazione ad impatto

Dopo l'assorbimento del fotone nella zona svuotata il campo elettrico separa la coppia elettrone-lacuna fotogenerata, portando in breve tempo a velocità saturata entrambi i portatori. Essi assorbono energia dal campo elettrico finché questa non raggiunge una soglia critica tale da poter essere ceduta al reticolo, compatibilmente con le leggi di conservazione della quantità di moto e dell'energia. A questo punto una nuova coppia elettrone-lacuna è generata e questi portatori andranno a loro volta a generare altre coppie tramite il fenomeno appena descritto, detto ionizzazione per impatto; questo fenomeno è divergente se il campo elettrico è sufficientemente grande. La dinamica di sviluppo della valanga è importante perché, essendo un processo statistico, può influire sulle prestazioni del dispositivo. Da un punto di vista analitico, il processo di ionizzazione ad impatto può essere descritto tramite i coefficienti di ionizzazione per elettroni e lacune, indicati solitamente come α e β e definiti come la densità di probabilità che un portatore ionizzi rispetto alla variabile spaziale. I coefficienti di ionizzazione sono infatti definiti come nell'equazione (1.8), dove $dN_{ion-n/p}$ è il numero di ionizzazioni per elemento infinitesimo di spazio percorso. Queste densità di probabilità possono però anche essere scritte come prodotto tra la densità di probabilità di collisione $n_{coll-n/p}$ e la probabilità che queste siano ionizzanti $P_{ion-n/p}$.

$$\alpha = \frac{dN_{ion-n}}{dx} = n_{coll-n} \cdot P_{ion-n} \quad (1.8)$$

$$\beta = \frac{dN_{ion-p}}{dx} = n_{coll-p} \cdot P_{ion-p} \quad (1.9)$$

Si definisce a questo punto una lunghezza critica necessaria per raggiungere l'energia minima di ionizzazione:

$$d_c = \frac{E_{ion}}{qF} = \frac{3/2E_{gap}}{qF} \quad (1.10)$$

Dove q è la carica elementare, F il campo elettrico ed E_{ion} è l'energia minima di ionizzazione. Questa, in prima approssimazione pari a $3/2E_{gap}$, può essere stimata tramite semplici considerazioni di conservazione della quantità di moto e dell'energia. Innanzitutto si impone la conservazione dell'energia:

$$E_1 = E_{1'} + E_2 + E_3 + E_{gap} \quad (1.11)$$

Dove E_1 è l'energia del portatore primario prima dell'urto, $E_{1'}$ è l'energia del portatore primario dopo l'urto e $E_{2,3}$ sono rispettivamente le energie dell'elettrone e della lacuna generati dall'urto. Si impone poi la conservazione della quantità di moto durante l'urto, scritta come conservazione dei momenti reticolari:

$$k_1 = k_{1'} + k_2 - k_3 \quad (1.12)$$

Dove il momento reticolare della lacuna è considerato negativo se si trova nello stesso stato dell'elettrone. Assumendo per le bande un'approssimazione parabolica si può scrivere la conservazione dell'energia come:

$$\frac{\hbar^2 k_1^2}{2m_e} = \frac{\hbar^2 k_{1'}^2}{2m_e} + \frac{\hbar^2 k_2^2}{2m_e} + \frac{\hbar^2 k_3^2}{2m_h} + E_{gap} \quad (1.13)$$

Differenziando la (1.12) e la (1.13) si ottengono rispettivamente:

$$dk_1 = dk_{1'} + dk_2 - dk_3 = 0 \quad (1.14)$$

$$\frac{\hbar^2 k_1}{2m_e} dk_1 = \frac{\hbar^2 k_{1'}}{2m_e} dk_{1'} + \frac{\hbar^2 k_2}{2m_e} dk_2 + \frac{\hbar^2 k_3}{2m_h} dk_3 = 0 \quad (1.15)$$

Per valutare la minima energia E_1 e la minima quantità di moto k_1 si pongono a zero i loro differenziali, cioè le equazioni appena scritte. Sostituendo nell'equazione (1.15) l'espressione di dk_3 , ricavata dall'equazione (1.14), si può dunque scrivere:

$$\left(\frac{k_{1'}}{m_e} + \frac{k_3}{m_h} \right) dk_{1'} + \left(\frac{k_2}{m_e} + \frac{k_3}{m_h} \right) dk_2 = 0 \quad (1.16)$$

Dal momento che questa deve essere valida per ogni $dk_{1'}$, dk_2 , i termini tra parentesi devono essere nulli per rendere sempre vera l'eguaglianza. Si ottiene dunque:

$$\frac{k_{1'}}{m_e} = \frac{k_2}{m_e} = -\frac{k_3}{m_h} \quad (1.17)$$

Dopo l'urto entrambi gli elettroni avranno quindi la medesima velocità, mentre la lacuna avrà velocità uguale in modulo ma opposta in verso. Utilizzando l'equazione appena descritta e sostituendola nelle precedenti si può facilmente

ottenere:

$$E_{ion} = E_1 = \frac{2m_e + m_h}{m_e + m_h} E_{gap} = \frac{3}{2} E_{gap} \quad (1.18)$$

dove nell'ultimo passaggio si è utilizzata l'ipotesi semplificativa che le masse efficaci dei due portatori siano uguali; il valore ottenuto è pari a quanto anticipato precedentemente. Nell' ipotesi che la ionizzazione avvenga esattamente quando i portatori hanno raggiunto un' energia pari a E_{ion} , la popolazione di portatori avrà energie comprese tra zero e questa energia critica. Come scritto nell'equazione (1.8) è necessario determinare la probabilità che una collisione sia ionizzante per valutare i coefficienti di ionizzazione. Si scrive a tal fine l'equazione differenziale che segue (equazione (1.19)) dove dn è la densità volumetrica di portatori che subisce urti nell'elemento spaziale dx , n è la densità di popolazione di portatori che non hanno ancora subito collisioni e l_{coll} è il libero cammino medio del portatore, il cammino cioè tra un urto ionizzante e il successivo.

$$\frac{dn(x)}{dx} = -\frac{n(x)}{l_{coll}} \quad (1.19)$$

La soluzione valutata per $x = d_c$ (equazione (1.20)) può essere utilizzata per determinare la probabilità che una collisione sia ionizzante. Infatti questa è pari al rapporto tra la popolazione che sopravvive senza urtare per un percorso pari a d_c e la popolazione iniziale (equazione (1.21)).

$$n(d_c) = n_0 e^{-d_c/l_{coll}} \quad (1.20)$$

$$P_{ion} = \frac{n(d_c)}{n_0} = e^{-d_c/l_{coll}} \quad (1.21)$$

A questo punto si può scrivere l'equazione (1.22) riprendendo l' equazione (1.8) e ricordando che la densità di probabilità di collisione è pari al reciproco del libero cammino medio (analogo ragionamento vale per il coefficiente β).

$$\alpha = \frac{dN_{ion-n}}{dx} = n_{coll-n} \cdot P_{ion-n} = \frac{1}{l_{coll}} e^{-\frac{3/2 E_{gap}}{qF l_{coll}}} \quad (1.22)$$

1.3.3 Fisica della valanga

La propagazione della valanga si sviluppa sostanzialmente in tre fasi: in primo luogo la carica viene trasportata all'interno della zona svuotata fino a quando non acquisisce energia sufficiente a ionizzare; inizia dunque il *buildup*, in cui il processo di valanga si innesca in una regione infinitesima dell'area attiva; l'ultima fase è quella di diffusione laterale, che porta la corrente a propagarsi su tutta l'area del dispositivo. La statistica di ciascuna di queste fasi apporterà il proprio contributo al *jitter* complessivo dello SPAD.

Transito nella zona svuotata

L'assorbimento del fotone può avvenire lungo tutto lo spessore del dispositivo: se esso viene assorbito in prossimità del picco di campo elettrico, l'elettrone o la lacuna o entrambi tendono a ionizzare immediatamente e ad innescare il processo divergente di crescita della corrente. Se invece il fotone viene assorbito molto

lontano rispetto al picco del campo elettrico, la lacuna ha scarsa probabilità di ionizzare ed esce dalla ZCS, mentre l'elettrone, una volta raggiunta la zona ad alto campo, può dare origine alla valanga. Il primo contributo al *jitter* temporale dello SPAD dipende quindi dalla dispersione dei tempi di transito per le cariche che vengono assorbite in diverse posizioni del dispositivo e che devono arrivare nella zona ad alto campo per poter ionizzare. Ipotizzando che il campo sia sufficientemente alto, i portatori si muovono alla velocità saturata ($v_{sat} \approx 10^7 cm/s$) ed il tempo impiegato a percorrere l'intera zona svuotata risulta di poche decine di *ps*, con una dispersione di qualche *ps*, assolutamente trascurabile.

Buildup

Il fenomeno di crescita della corrente che fa seguito alle ionizzazioni dei portatori nella zona ad alto campo ha una propria statistica (si veda Capitolo 2). In particolare, una volta che l'elettrone entra nella zona ad alto campo, percorre una distanza casuale prima di generare una nuova coppia di portatori. A questo punto, le tre cariche disponibili possono generare nuove coppie dopo aver percorso una certa distanza e quindi aver acquisito l'energia necessaria. Questo processo è detto *buildup* e costituisce la primissima fase di crescita del valore della corrente di valanga nell'intorno del punto di rivelazione (*seed*, ovvero *seme* della valanga).

Propagazione laterale

Durante il *buildup*, la valanga si innesca solo in un cilindro verticale (*seed*), avente area di base infinitesima, contenente il punto in cui il fotone è stato assorbito: le cariche si muovono infatti parallelamente alla direzione del campo elettrico. In seguito la valanga si propagherà fino ad attivare l'intero volume della zona di carica spaziale dando infine origine alla corrente di regime. Il fenomeno dominante, in questa fase, è la diffusione laterale assistita da moltiplicazione [3]. Sostanzialmente, il gradiente di concentrazione dei portatori fa sì che questi diffondano radialmente dal punto in cui è stata innescata la valanga verso le regioni vicine. Il processo non è governato dalla normale equazione di diffusione poichè una volta che la valanga viene innescata in una regione vicina, la concentrazione di cariche cambia a causa della moltiplicazione: per questo motivo si parla di diffusione assistita da moltiplicazione. L'equazione che regola il fenomeno è:

$$\frac{\delta n}{\delta t} = D \frac{\delta^2 n}{\delta x^2} + \frac{n}{\tau_M} - \frac{n}{\tau_{tr}} \quad (1.23)$$

dove n è la densità di portatori, D il coefficiente di diffusione per alti campi, τ_M è la costante di tempo di crescita della valanga dovuta a ionizzazione a impatto e τ_{tr} è il tempo medio di attraversamento della zona svuotata. Imponendo la condizione iniziale per la concentrazione di portatori e considerando τ_M costante è possibile ricavare una stima della velocità di propagazione del fronte:

$$v = 2\sqrt{\frac{D}{\tau_M}} \quad (1.24)$$

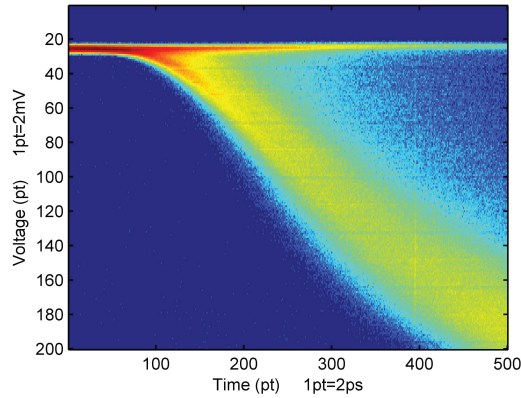


Figura 1.8: *Fronte di corrente dello SPAD misurato mediante oscilloscopio a larga banda.*

Intuitivamente, la propagazione risulta diversa se il fotone viene assorbito al centro o sul bordo del dispositivo. Nel primo caso la valanga può diffondere in tutte le direzioni e dovrà percorrere al massimo una distanza pari circa al raggio del dispositivo. Nel secondo, invece, il fronte si può muovere in una sola direzione e dovrà percorrere una distanza dell'ordine del diametro. Poiché i fotoni sono assorbiti sull'intera area del dispositivo, anche il punto di assorbimento introdurrà dunque un proprio *jitter* (Capitolo 2).

Esiste inoltre un secondo tipo di propagazione, legato all'emissione di fotoni nell'area attiva, oggetto della presente indagine: la propagazione assistita da fotoni.

All'interno dell'area attiva, la presenza di portatori può originare l'emissione di fotoni secondari, che, eventualmente riassorbiti all'interno dell'area attiva stessa, possono innescare valanghe secondarie a distanze anche non trascurabili dal *seed* primario (Capitolo 2). È intuitivo che la statistica legata all'emissione e al riassorbimento dei fotoni secondari può incidere in maniera determinante nella statistica della velocità di crescita della corrente di valanga. In Figura 1.8 è mostrato il segnale di corrente (acquisizioni multiple tramite oscilloscopio a larga banda) di uno SPAD con lettura mediante resistenza da 50Ω posta sull'anodo. Si può già notare la dipendenza della statistica dal valore della tensione al comparatore, di cui si discuterà ampiamente al Capitolo 2.

1.4 Caratteristiche di rilievo

1.4.1 Rumore

Se si considera un comune fotorivelatore a stato solido, come ad esempio il fotodiodo PIN, le principali sorgenti di rumore della misura sono da ricercare nella fluttuazione della corrente fotogenerata, nella corrente di buio ed infine nel rumore introdotto dall'elettronica di *front-end*. Normalmente, l'ultimo contributo è quello dominante ed in genere anche utilizzando una sofisticata elettronica a basso rumore è molto difficile riuscire ad alzare la sensibilità del fotorivelatore

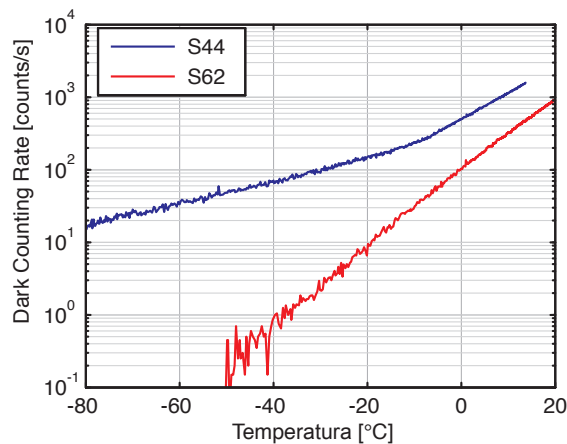


Figura 1.9: *Conteggi di buio in funzione della temperatura per SPAD S44 ed S62: gli SPAD S62, di ultima generazione, sono ingegnerizzati per avere DCR fortemente dipendenti dalla temperatura.*

sino al punto da poter rivelare i singoli fotoni. Gli unici dispositivi in grado di raggiungere tali livelli di sensibilità sono quelli che dispongono internamente (quindi prima dell'intervento del rumore dell' elettronica) di guadagno elevato e di basso rumore. Lo SPAD fa parte di questa categoria di dispositivi ed inoltre, essendo in grado di fornire un segnale di uscita intrinsecamente digitale, è totalmente immune dal rumore introdotto dall'elettronica di *front-end*. Per lo SPAD, la sorgente principale di rumore diventa quindi la statistica poissoniana del segnale ottico. Inoltre, il dispositivo contribuisce ad incrementare il rumore della misura: come accade nel caso dei tubi fotomoltiplicatori PMT infatti, la generazione termica produce valanghe nella giunzione anche in assenza di illuminazione. La fluttuazione poissoniana di questi conteggi di buio rappresenta la sorgente interna di rumore del fotorivelatore (Figura 1.9). Il conteggio di buio (*DCR*, *Dark Counts Rate*) è composto da una sorgente primaria, la generazione termica, ed una secondaria, l'*afterpulsing*.

Generazione termica

La sorgente primaria è dovuta ai portatori generati termicamente nella giunzione dello SPAD. Anche in assenza di illuminazione, il rivelatore può andare in valanga a causa di difetti e di impurezze che possono generare coppie senza il bisogno dell'incidenza di un fotone. Il fenomeno aumenta all'aumentare della temperatura come avviene per la corrente di buio di un comune fotodiode. Il tasso di conteggi di buio aumenta anche con la tensione di *overvoltage*, (definita come la differenza tra la tensione inversa applicata alla giunzione e la tensione di *breakdown*), a causa di due effetti: l'incremento assistito dal campo elettrico del tasso di emissione dai centri di generazione e l'incremento della probabilità di innesco della valanga.

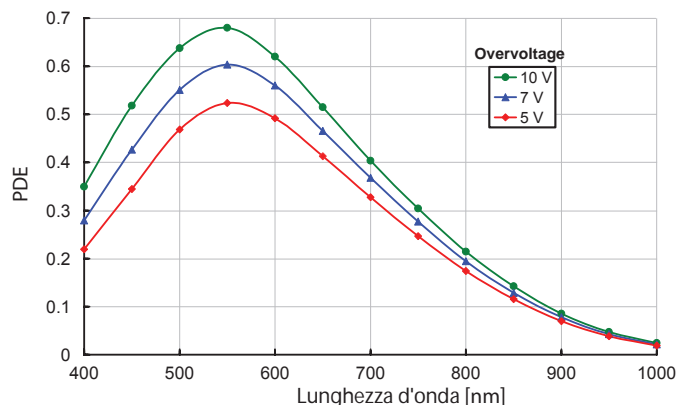


Figura 1.10: *Photon Detection Efficiency per SPAD full custom di tipo S62 (diametro $d = 50\mu\text{m}$) polarizzato a diversi valori di overvoltage.*

Afterpulsing

La sorgente secondaria di impulsi di buio è dovuta al fenomeno dell'*afterpulsing*. Tale fenomeno è dovuto al fatto che, durante la corrente di valanga, alcuni portatori possono venire catturati da centri di intrappolamento presenti nella zona di carica spaziale e venire poi successivamente rilasciati con un ritardo variabile statisticamente, il cui valore medio dipende dalla tipologia dei centri di intrappolamento coinvolti nel processo. Il rilascio dei portatori intrappolati può innescare una nuova valanga generando impulsi secondari correlati ai precedenti. Il numero di cariche intrappolate durante gli impulsi di valanga aumenta col numero di portatori che attraversano la giunzione quindi con la carica totale di valanga. Di conseguenza l'effetto dell'*afterpulsing* diventa sempre più significativo all'aumentare del ritardo con cui la valanga viene estinta e all'aumentare dell'intensità della corrente di valanga stessa. Risulta quindi fondamentale la rapidità con cui lo SPAD viene spento ed è inoltre opportuno, anche in questo caso, avere un processo di fabbricazione quanto più pulito possibile al fine di limitare la concentrazione di intrappolanti all'interno dell'*energy gap*.

Un altro approccio per limitare l'incidenza dell'*afterpulsing* è quello di imporre che lo SPAD rimanga spento per un certo periodo di tempo dopo che la valanga è stata discriminata (tempo di *hold-off*), in modo che le trappole si possano svuotare ed evitando quindi che queste facciano scattare il dispositivo al momento della riaccensione.

1.4.2 Photon Detection Efficiency

La PDE è il rapporto tra il numero di fotoni incidenti ed il numero di fotoni rivelati. Affinchè un fotone incidente dia origine ad una valanga, deve essere assorbito e deve successivamente innescare il processo di moltiplicazione. La *Photon Detection Probability* è quindi determinata dall'efficienza di assorbimento (già precedentemente presentata), e dall'efficienza di innesco della valanga. Quest'ultima rappresenta la probabilità che una coppia elettrone-lacuna dia origine ad un processo di moltiplicazione in grado di autosostenersi. Può

infatti avvenire che il fotone assorbito dia origine ad una coppia di portatori, ma che questi attraversino l'intera giunzione senza ionizzare nuovamente. In questo caso la valanga non si innesca ed il fotone non viene rivelato. La Figura 1.10 mostra l'andamento della PDE per uno SPAD di nuova generazione S62. L'efficienza migliora aumentando l'*overvoltage* poichè aumenta la zona svuotata (e quindi l'efficienza di assorbimento) e cresce l'efficienza di innesco.

1.5 In sintesi

Il fotorivelatore SPAD è costituito essenzialmente da una giunzione *p-n* polarizzata in inversa sopra la tensione di *breakdown*: questa condizione fa sì che sia sufficiente un portatore fotogenerato all'interno della zona svuotata per attivare un processo divergente di ionizzazioni ad impatto che origina in breve tempo una corrente di valanga. Un'apposita elettronica (AQC) è incaricata di sedare la valanga a seguito della fotorivelazione e ripristinare le condizioni iniziali allo scopo di permettere nuovamente l'utilizzo del dispositivo. Il tempo morto necessario ad effettuare questa *routine* determina in ultima battuta la frequenza massima di funzionamento del rivelatore. In virtù delle sue proprietà, lo SPAD è in grado di rivelare intensità luminose molto basse e discriminare con precisione l'istante di arrivo del singolo fotone. In particolare, si sfrutta quest'ultima caratteristica nelle misure TCSPC dove, rappresentando un istogramma degli istanti di arrivo dei fotoni, è possibile ricostruire la forma del segnale luminoso di interesse. In questo genere di applicazioni è fondamentale avere una buona risoluzione temporale, ovvero un basso *jitter* nel tempo di salita della corrente di valanga. A tal proposito, la fisica implicata nella fotorivelazione è scomponibile in fasi differenti: l'assorbimento del fotone, la ionizzazione ad impatto, la crescita della valanga. Quest'ultima può essere suddivisa a sua volta in una fase di *buildup* e in una di propagazione laterale. I meccanismi che consentono la propagazione laterale sono la diffusione assistita da moltiplicazione e la diffusione assistita da fotoni e determinano, con i loro contributi statistici, la risoluzione temporale del dispositivo. Nel complesso, i parametri utili a valutare le prestazioni di uno SPAD sono il Dark Count Rate (DCR), ovvero il tasso di innesco di valanghe in assenza di illuminazione, e la PDE (Photon Detection Efficiency), definita come il rapporto tra i fotoni incidenti sulla superficie del dispositivo e quelli effettivamente rivelati. In particolare, dispositivi SPAD S62 di ultima generazione sono stati ingegnerizzati al fine di massimizzare la PDE nelle zone spettrali del rosso e del vicino infrarosso e permettere l'abbattimento dei conteggi di buio abbassando la temperatura di funzionamento dello SPAD.

Capitolo 2

Emissione ottica

Il funzionamento dello SPAD si basa essenzialmente su una giunzione $p-n$ polarizzata in inversa a tensioni superiori a quella di *breakdown*. L'attraversamento della zona di valanga da parte di una coppia di portatori, eventualmente fotogenerati nella zona svuotata, innesca, per ionizzazione ad impatto, una corrente divergente.

La corrente di valanga, la cui salita è molto ripida, può essere sfruttata per rivelare con precisione l'istante di arrivo di un fotone (modalità *timing*, Paragrafo 1.2). Il tempo di salita della corrente, lontano da essere esattamente deterministico, presenta però una dispersione statistica e dunque una *Full Width at Half Maximum (FWHM)*, in questo contesto comunemente denominata *photon timing jitter*.

Studiare nel dettaglio le dinamiche legate alla crescita della valanga può essere utile a individuare le cause fisiche del *jitter* ed in ultima battuta a progettare dispositivi con crescita di corrente più deterministica.

In particolare, a seguito dell'innesco della valanga, l'alta concentrazione di portatori venutasi a creare nella zona attiva può dare luogo all'emissione di fotoni secondari. Detti fotoni possono essere a loro volta riassorbiti nella zona svuotata e originare valanghe secondarie in punti della zona attiva diversi da quello di rivelazione del fotone primario.

È evidente che la statistica legata alla riemissione di fotoni secondari e al loro assorbimento all'interno del volume attivo può aumentare la statistica della velocità di propagazione della valanga e dunque contribuire all'aumento del *photon timing jitter* fino a valori che degradano pesantemente le prestazioni di *timing* in particolari applicazioni, specificatamente quelle che richiedono l'utilizzo di SPAD in *array*.

2.1 Array di SPAD

Le tecniche di misura basate su dispositivi SPAD presentate al Paragrafo 1.2 riguardano singoli dispositivi, eventualmente utilizzati per misurazioni sequenziali ([17],[18],[19]) oppure per imaging mediante scansione ([20],[21],[22]).

In particolari applicazioni (*Forster resonance energy transfer (FRET)*, [23]) misure con singolo dispositivo non sono realizzabili e si rende necessario l'utilizzo di dispositivi che rivelino in parallelo. Questa necessità ha portato allo sviluppo e

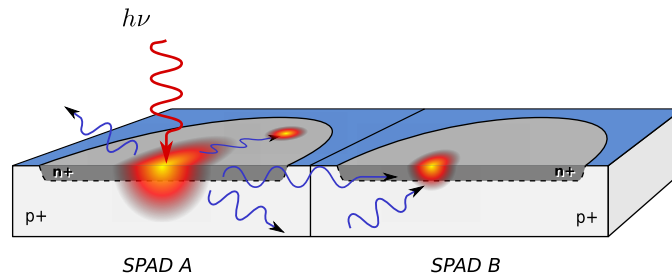


Figura 2.1: Rappresentazione schematica del crosstalk ottico: la valanga innescata nello SPAD A genera un fotone secondario che, propagandosi attraverso il bulk, innescando una valanga indesiderata nello SPAD B.

alla realizzazione di sistemi multicanale basati su rivelatori SPAD che permettano misure TCSPC parallele. La riduzione dei costi e la portabilità hanno spinto la ricerca verso sistemi monolitici integrati sullo stesso chip, realizzabili grazie a soluzioni *thin* SPAD che non richiedono voltaggi elevati e sono costruiti in tecnologia planare standard. Sebbene tecnologicamente favorevole, l'integrazione di dispositivi *thin* sullo stesso substrato porta a inconvenienti di funzionamento che non sono presenti nel caso di singolo dispositivo, in particolare fenomeni di crosstalk ottico ed elettrico.

2.1.1 Crosstalk ottico

In presenza di un array di dispositivi SPAD, dove ogni dispositivo costituisce un pixel, è possibile che i fotoni secondari generati dalla valanga all'interno di un pixel, giungano, attraverso determinati cammini ottici, all'interno della zona svuotata di un secondo dispositivo, originando una valanga indesiderata (figura 2.1). Indagini in questo senso [5] hanno mostrato che esistono cammini ottici di tipo diretto ed indiretto (a seguito di riflessioni sul fondo del substrato), tra i quali questi ultimi sono i principali responsabili del reinnesco di valanghe in pixels adiacenti. Aumentare i livelli di drogaggio del substrato allo scopo di incrementarne il coefficiente di assorbimento ostruisce i cammini indiretti dei fotoni secondari, contravvenendo così al degrado delle prestazioni.

2.1.2 Crosstalk elettrico

Il fenomeno del crosstalk elettrico determina segnali spuri all'ingresso dei comparatori di pixels adiacenti a quello di rivelazione.

Ciò è causato dal *charge sharing* tra le capacità parassite dei due pixels: tutti i dispositivi condividono infatti il substrato e le capacità tra anodo e substrato di ciascun pixel vengono dunque a condividere la carica ai loro capi.

Quando l'innescò di una valanga genera un segnale sull'anodo di un dispositivo, tramite l'accoppiamento capacitivo si manifesta un segnale all'ingresso del comparatore di un dispositivo adiacente, determinandone il *triggering* spurio.

Il disturbo può raggiungere ampiezze non trascurabili (figura 2.2) e la soluzione più naturale è, per dispositivi in array, aumentare il valore della soglia del comparatore fino a che non sia maggiore dell'ampiezza del disturbo.

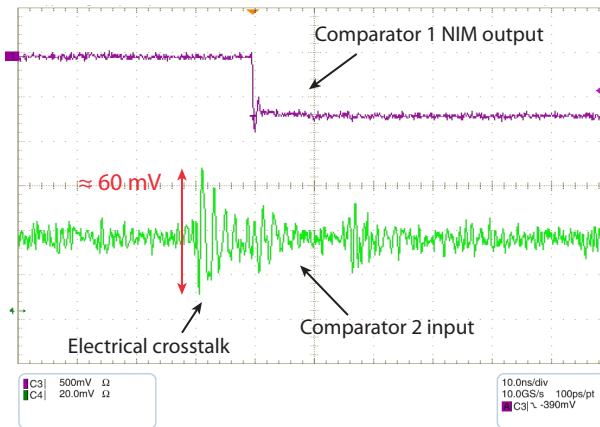


Figura 2.2: *Disturbo di crosstalk elettrico misurato all'ingresso del comparatore 2 a seguito del triggering del comparatore 1.*

La conseguenza centrale dell'aumento del valore di soglia del comparatore è un degrado delle prestazioni di *timing* (figura 2.3).

Dalla figura 2.3 sembrerebbe evidente che dispositivi SCMOS siano preferibili per la realizzazione di array, grazie alla flebile dipendenza della *FWHM* dal valore scelto per la soglia. Essi presentano però pessime caratteristiche in termini di *PDE*, conteggi di buio ed *afterpulsing*, mentre i dispositivi di tipo S44 ed in particolare S62 sono stati ottimizzati appositamente per avere un profilo di campo che favorisca le prestazioni in questi termini (Capitolo 1).

La realizzazione di array di dispositivi S62 è dunque da preferirsi, a patto di riuscire ad abbattere il *jitter* ad alte soglie, innanzitutto individuandone chiaramente le dipendenze dalle caratteristiche del dispositivo.

Mentre la dipendenza di *PDE*, *DCR* ed *afterpulsing* dai parametri di progetto del dispositivo SPAD è infatti comunemente accettata e condivisa in letteratura, lo stesso non si può dire riguardo alle cause di *photon timing jitter* e alla dipendenza di quest'ultimo dal valore della soglia del comparatore.

2.2 Photon timing jitter

Il *photon timing jitter* complessivo può essere suddiviso in vari contributi che si sommano quadraticamente tra loro e la cui origine è da ricercarsi in fenomeni differenti. In particolare, le componenti del jitter sono legate alla statistica delle due fasi della valanga, *buildup* e *spread* laterale.

In [11] e [12] l'attenzione è stata inoltre posta sulla relazione tra il tempo di salita della corrente e il punto di innesco della valanga. Valutare distintamente i tre contributi è utile dunque a individuare, in ultima battuta, la causa maggioritaria di *jitter*.

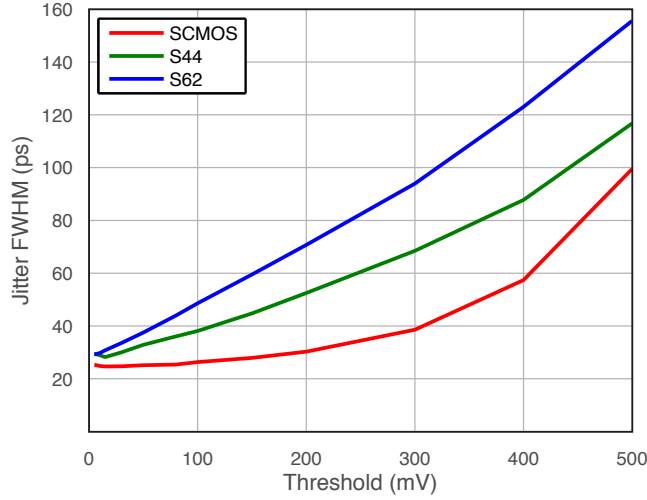


Figura 2.3: Photon timing jitter in funzione della soglia di discriminazione del comparatore. Tutti i dispositivi hanno diametro $d = 50\mu\text{m}$ e tutte le misure sono state effettuate con la stessa strumentazione elettronica.

2.2.1 Contributo del *buildup*

Come descritto nel Paragrafo 1.3.3, il *buildup* costituisce la primissima fase di sviluppo della corrente di valanga: valutarne la statistica significa dunque stabilire il limite ideale minimo di *jitter* ottenibile. Nella realtà questo limite non è raggiungibile, anche utilizzando comparatori a bassissima soglia, a causa del rumore introdotto dal circuito di *front-end* e dell'azione filtrante della capacità parassita dello *SPAD*. In ogni caso, studiare nel dettaglio la fase di *buildup* fornisce informazioni utili allo studio della seconda fase: la propagazione laterale consiste infatti nell'attivazione della valanga in nuove parti dell'area attiva del dispositivo.

In passato, stime della statistica della fase di *buildup* erano state effettuate su dispositivi di vecchia generazione [12]: il contributo del *buildup* era stato valutato trascurabile rispetto al jitter complessivo.

Più recentemente, simulazioni del *buildup* sono state condotte per dispositivi di nuova generazione [4], prendendo in considerazione i coefficienti di ionizzazione in funzione del campo elettrico e della posizione dei portatori all'interno dell'area attiva e riproducendo nel dettaglio la statistica legata alla ionizzazione e al percorso dei portatori all'interno della zona ad alto campo. Per dispositivi *S44* ed *S62*, i risultati dimostrano che il contributo del *buildup* è effettivamente trascurabile anche negli *SPAD* con campo elettrico ingegnerizzato, almeno per valori di soglia elevati. Il dettaglio di Figura 2.4 mostra che il jitter è legato soprattutto alle primissime fasi di crescita della valanga, dove le correnti sono molto rumorose; successivamente, le curve non si intersecano più e tutte le correnti assumono la crescita esponenziale caratteristica del *buildup*, con medesima τ . Questo corrisponde ad un contributo di jitter che si attesta attorno al 20% per comparatori a bassissima soglia (10mV - 20mV), mentre diminuisce fino a poter essere trascurato per soglie più alte.

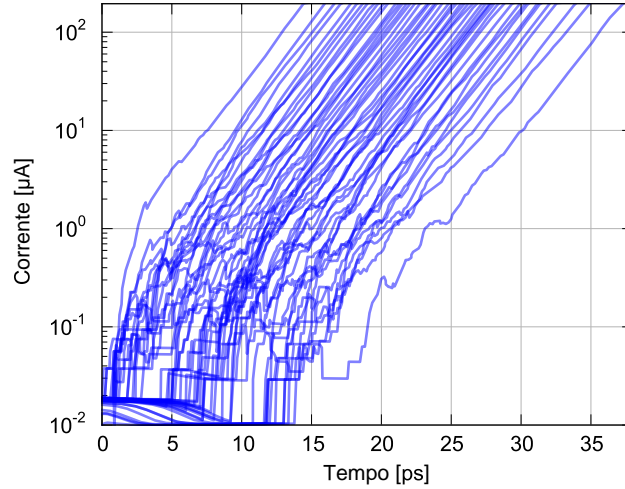


Figura 2.4: *Crescita delle correnti nelle primissime fasi della valanga simulate da [4]. Il contributo al jitter si concentra nei primissimi istanti. La pendenza negli istanti successivi, comune a tutte le curve, rappresenta la τ della crescita esponenziale.*

2.2.2 Contributo della posizione di innesco

In [11] e [12], gli autori concludono che, per vecchie generazioni di dispositivi ($\mu P10$), proprio la posizione di innesco contribuisca per la maggior parte al *jitter* complessivo.

La dipendenza della velocità di propagazione della valanga dalla posizione di innesco è un dato di fatto: le valanghe di corrente innescate ai bordi dell'area attiva si propagano più lentamente di quelle con punto di innesco centrale. Intuitivamente, una volta che la valanga si scontra con il bordo dell'area attiva, il fronte di propagazione rimane esclusivamente quello verso il centro del dispositivo (si veda Figura 2.5) ed è consequenziale che alla riduzione del fronte corrisponda un rallentamento della velocità di propagazione della valanga di corrente.

Per le nuove generazioni di *SPAD* non è altrettanto certo che questo contributo statistico rappresenti il principale responsabile del *photon timing jitter*. Misure sperimentali a questo proposito sono state recentemente condotte [4], controllando la posizione di rivelazione del fotone sull'area attiva: la superficie di un dispositivo viene ricoperta da uno strato metallico con un foro di $8\mu m$ di diametro al centro e le prestazioni di *timing* vengono confrontate con un dispositivo gemello ma senza strato metallico. L'idea è quella di forzare l'assorbimento nell'intorno del centro dell'area attiva per ridurre la statistica legata alla posizione di innesco.

Il grafico di Figura 2.6 mostra che, sebbene la *FWHM* sia ridotta notevolmente, permane una forte dipendenza dalla soglia del comparatore: è evidente che, diversamente dai $\mu P10$, per dispositivi *S44* ed *S62* la statistica legata alla posizione di innesco non è sufficiente a giustificare il *jitter* complessivo.

Un'ulteriore verifica è stata effettuata riducendo ulteriormente il diametro dello

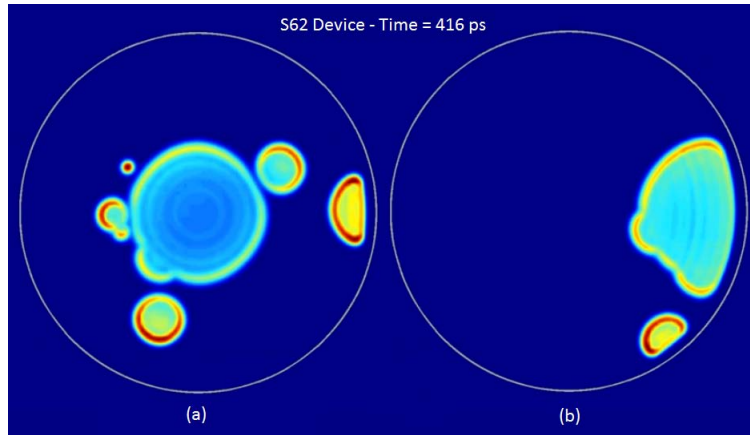


Figura 2.5: Fotogramma della propagazione della valanga all'istante $t = 416\text{ps}$ per (a) innesco al centro dell'area attiva e (b) innesco ai bordi. Sono molto evidenti i centri di innesco delle valanghe secondarie. Si può inoltre notare il fronte di propagazione ridotto per la valanga (b) rispetto ad (a).

spot centrale, da $8\mu\text{m}$ a $2\mu\text{m}$, questa volta focalizzando il fascio laser sul centro dell'area attiva tramite un obiettivo. Ciò ha inoltre permesso, muovendo lo SPAD rispetto al fascio focalizzato, di controllare la posizione di rivelazione a piacimento e forzare così l'assorbimento in qualsiasi punto dell'area attiva. I risultati sono riportati in Figura 2.7 e confermano quanto detto precedentemente: le cause della forte dipendenza del jitter dal valore della soglia sono dunque da ricercarsi nei meccanismmi di propagazione laterale della valanga.

2.2.3 Contributo dello *spread* laterale

Secondo le considerazioni del Paragrafo 1.3.3, lo *spread* laterale della valanga è innanzitutto garantito dalla diffusione assistita dalla moltiplicazione, mentre la diffusione assistita da fotoni può dare un contributo aggiuntivo alla velocità di propagazione. Mentre la diffusione assistita da moltiplicazione costituisce il normale diffondersi della valanga, la diffusione assistita da fotoni introduce una statistica legata alla probabilità di emissione di fotoni secondari, al loro riassorbimento nella zona svuotata e all'innesco di una valanga secondaria lontano dal punto di innesco primario. È dunque chiaro che il contributo dello *spread* laterale al *jitter* è legato essenzialmente alla diffusione assistita da fotoni.

In [12] il contributo dell'assorbimento di fotoni secondari viene valutato trascurabile per dispositivi $\mu\text{P}10$ e nessun accento viene posto sull'anomala dipendenza della *FWHM* dalla soglia del comparatore mostrata in Figura 2.3 per dispositivi *S44* ed *S62*: dispositivi $\mu\text{P}10$ mostravano infatti un andamento pressochè costante della *FWHM* in funzione della soglia del comparatore, così come dispositivi *SCMOS*.

Le dimensioni dell'area attiva dei dispositivi $\mu\text{P}10$ giustificano quanto detto: meno di $1\mu\text{m}$ di spessore ed un diametro compreso tra gli $8\mu\text{m}$ ed i $22\mu\text{m}$, confrontati con le dimensioni degli SPAD *S62* ed *S44* ($1.7\mu\text{m}$ per $50\mu\text{m}$), fanno sì che il volume fosse tra 10 e 100 volte minore di quello attuale.

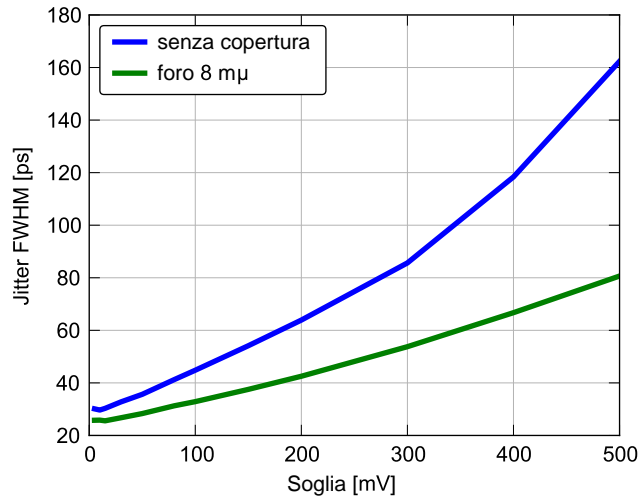


Figura 2.6: Photon timing jitter misurato per un dispositivo S62 in funzione della soglia. In blue: senza copertura metallica. In verde: con copertura metallica e foro da $8\mu\text{m}$ di diametro al centro. La posizione di innesco giustifica solo parzialmente l'aumento del jitter ad alte soglie.

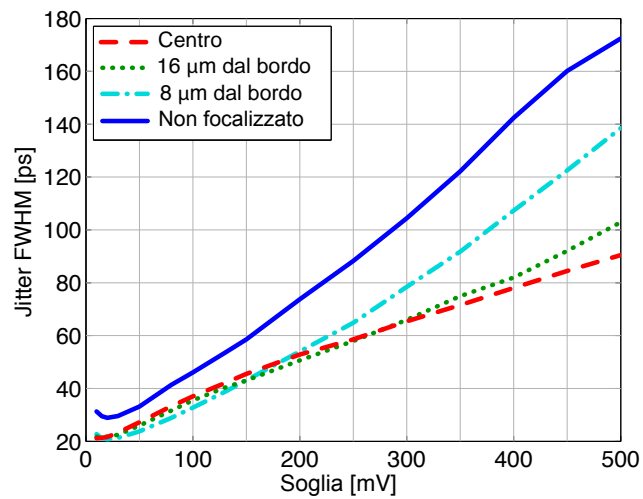


Figura 2.7: Photon timing jitter misurato per un dispositivo S62 in funzione della soglia, focalizzando il laser in uno spot di $2\mu\text{m}$ di diametro e variando la posizione dello spot rispetto al centro dell'area attiva. Sebbene sia evidente una dipendenza dalla posizione di innesco, l'aumento del jitter ad alte soglie permane anche per innesco al centro.

Intuitivamente, un volume attivo di dimensioni maggiori incrementa le probabilità di assorbimento di fotoni secondari nel volume stesso e dunque, eventualmente, il peso del loro contributo al jitter totale: ci si aspetta dunque che, per i nuovi SPAD, la diffusione assistita da fotoni possa introdurre una statistica non trascurabile. Simulazioni a questo proposito sono state condotte [4], modellizzando accuratamente entrambi i contributi dello *spread* laterale secondo la fisica descritta al Paragrafo 1.3.3.

Il contributo della generazione ottica rappresenta uno dei numerosi parametri del simulatore (si veda Capitolo 5) e viene modellizzato mediante il valore del tasso di emissione ottica η_{gen} e lo spettro di emissione $s(\lambda)$.

Non essendo disponibili valori attendibili di η_{gen} ed $s(\lambda)$, che saranno oggetto di misure sperimentali (Capitolo 4), le simulazioni vengono condotte con dati presi dalla letteratura, in particolare [10] che fornisce un valore $\eta_{gen} = 2.9 \cdot 10^{-5}$, e [5] per lo spettro di emissione.

Questi dati, insieme con gli altri parametri del simulatore, vengono moltiplicati arbitrariamente per dei coefficienti di *fitting* che non ne modificano l'ordine di grandezza: i risultati sono presentati nelle Figure 2.8 e 2.9, dove è possibile apprezzare un'ottima congruenza delle curve di simulazione con le misure sperimentali.

Una verifica molto importante di quanto esposto nel presente paragrafo e nei paragrafi 2.2.1 e 2.2.2 viene effettuata disattivando il contributo della generazione ottica, semplicemente ponendo $\eta_{gen} = 0$. I risultati sono quelli delle Figure 2.10 e 2.11, dove è evidente una fortissima sottostima del *jitter* ad alte soglie da parte del simulatore, rispetto ai dati sperimentali. Le simulazioni confermano dunque che per dispositivi di tipo *S44* ed *S62* il contributo della diffusione assistita da fotoni è quello maggioritario nella determinazione del *photon timing jitter* globale.

2.3 Efficienza di generazione ottica

Come visto nel paragrafo precedente, la riemissione ottica è considerata la causa maggioritaria di timing jitter in condizioni di alte soglie del comparatore. A questa conclusione si è giunti non solo grazie alla quantificazione sperimentale delle altre sorgenti di jitter, ma anche grazie ai risultati di simulazioni della propagazione della valanga.

Dette simulazioni (si veda Capitolo 5) prendono in considerazione le numerose variabili coinvolte nel processo di innesco e propagazione della valanga e forniscono dati statistici riguardo al jitter. Tra queste variabili, si definisce l'efficienza di riemissione ottica $\eta_{gen} = \frac{N_{ph}}{N_{el}}$ come numero di fotoni generati per portatore all'interno dell'area attiva.

Le simulazioni confermano che il valore di η_{gen} è determinante nella valutazione del jitter complessivo.

È dunque necessario stimare quanto più accuratamente possibile il valore di η_{gen} al fine di verificare, grazie al simulatore, che esso sia sufficiente a giustificare i valori di timing jitter misurati sperimentalmente. In seconda battuta sarà eventualmente possibile, qualora il valore di η_{gen} si discosti da quanto atteso, concentrare l'attenzione su altri parametri del simulatore. Il valore di η_{gen} dovrà infatti essere confrontato con quanto proposto dalla letteratura (si

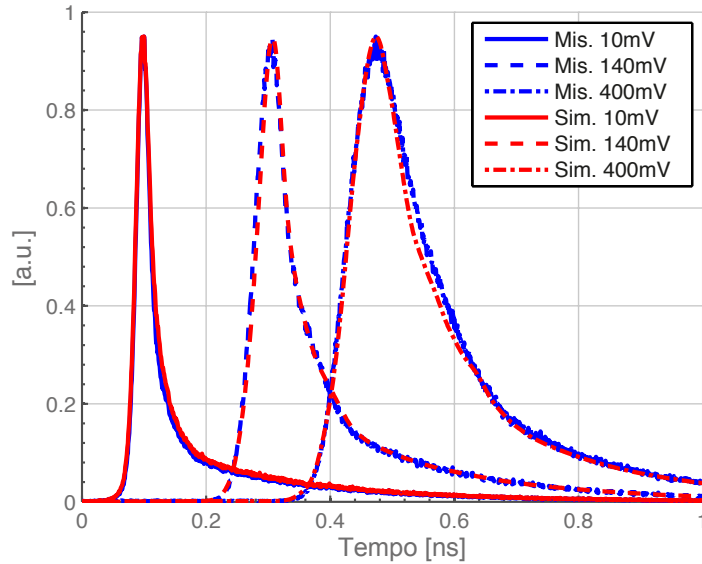


Figura 2.8: Segnale di tensione all'ingresso del comparatore: confronto tra simulazioni e misure sperimentali. Il simulatore considera i fotoni secondari emessi e riassorbiti nell'area attiva. Si può apprezzare l'ottima congruenza anche per alte soglie.

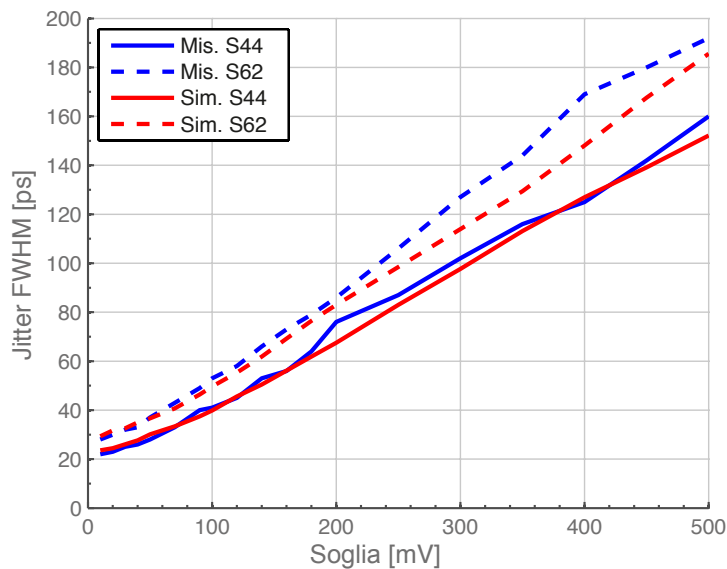


Figura 2.9: Andamento del jitter in funzione della soglia per dispositivi S44 ed S62: confronto tra le simulazioni e le misure sperimentali. Il simulatore considera i fotoni secondari emessi e riassorbiti nell'area attiva. Si può apprezzare l'ottima congruenza anche per alte soglie.

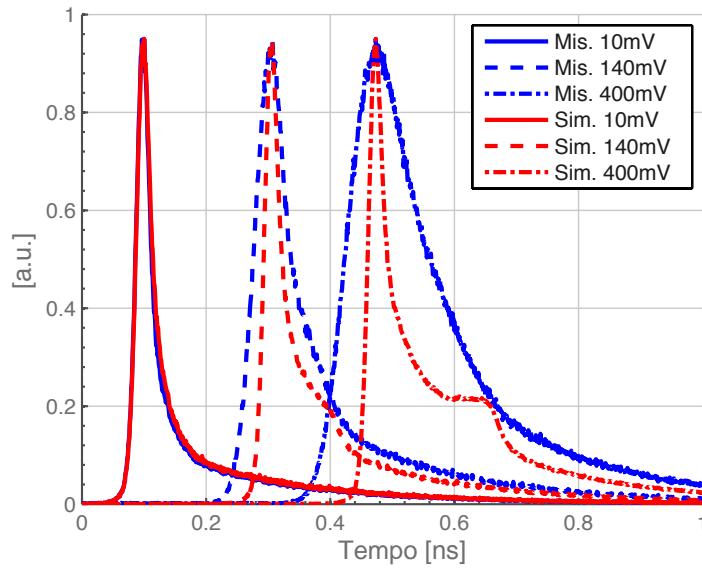


Figura 2.10: Confronto tra le curve di segnale simulate e le curve misurate all'ingresso del comparatore, per tre diversi valori della soglia. Il simulatore NON considera i fotoni secondari emessi e riassorbiti nell'area attiva. Mentre una buona congruenza permane a basse soglie, si può osservare la pessima sovrapposizione ad alte soglie.

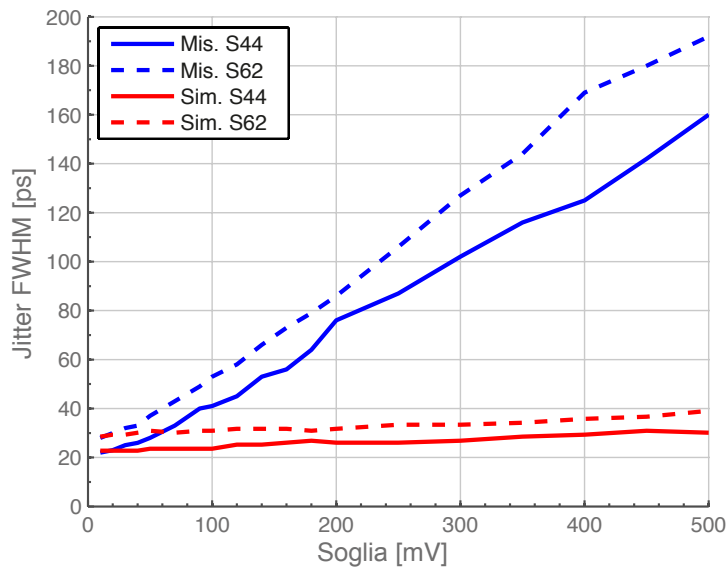


Figura 2.11: Andamento del jitter in funzione della soglia per dispositivi S44 ed S62: confronto tra le simulazioni e le misure sperimentali. Il simulatore NON considera i fotoni secondari emessi e riassorbiti nell'area attiva. Senza il contributo della diffusione assistita da fotoni, la dipendenza è ridotta drasticamente.

veda Paragrafo 4.10) e con il valore attualmente utilizzato per le simulazioni $\eta_{gen} = 0.75 \cdot 10^{-5}$, che garantisce il fitting ottimale con le misure sperimentali.

2.3.1 Estrazione di η_{gen}

Non essendo possibile, per ovvie ragioni, misurare il numero di fotoni riemessi direttamente nell'area attiva durante la propagazione della valanga, è necessario effettuare delle misure della potenza ottica emessa all'esterno del dispositivo. In un generico sistema di fotorivelazione si avrà:

$$N_{ph_{in}} \cdot \eta_{geom} \cdot \eta_{ext_D} \cdot \eta_{qD} = N_{el_{out}} \quad (2.1)$$

dove η_{geom} è l'efficienza geometrica del sistema di rivelazione e il pedice D indica che ci si riferisce all'efficienza esterna e all'efficienza quantica del detector impiegato. Si ottiene così il numero di portatori $N_{el_{out}}$ in uscita dal detector, proporzionale al numero di fotoni incidenti $N_{ph_{in}}$.

Nel caso specifico, riguardo la scelta del detector con il quale effettuare la misura, è possibile optare per un modulo *MPD* di cui sono note con precisione le caratteristiche, il comportamento e l'affidabilità.

Essendo il modulo *MPD* realizzato con dispositivi *SPAD S62*, esso è in grado di rivelare il singolo fotone e di conseguenza fornisce in uscita direttamente i conteggi dei fotoni rivelati.

Questa scelta porta ad avere un particolare sistema nel quale l'emettitore e il rivelatore sono lo stesso tipo di dispositivo, a patto di polarizzare correttamente entrambi in modo che si comportino nella maniera desiderata. Si ha adesso:

$$N_{ph_{in}} \cdot \eta_{geom} \cdot PDE = counts \quad (2.2)$$

dove la *Photon Detection Efficiency* (PDE) del modulo *MPD* è nota con precisione e definisce il rapporto tra il numero di fotoni incidenti sulla superficie del modulo e il numero di fotoni conteggiati. Nel caso in esame, i fotoni $N_{ph_{in}}$ della sorgente sono generati nell'area attiva del dispositivo *SPAD* sotto esame, quindi:

$$N_{el_{in}} \cdot \eta_{gen} \cdot \eta_{ext} \cdot \eta_{geom} \cdot PDE = counts \quad (2.3)$$

dove con $N_{el_{in}}$ si è indicato il numero di portatori presenti nell'area attiva del dispositivo e con η_{ext} l'efficienza esterna dello *SPAD* sotto esame, definita come il rapporto tra i fotoni generati internamente e quelli emessi all'esterno della superficie.

Nell'espressione compare la variabile η_{gen} che sarà oggetto dell'indagine e, considerando che η_{ext} , PDE ed η_{gen} sono funzioni della lunghezza d'onda (si vedano i Capitoli successivi), si scrive:

$$N_{el_{in}} \cdot \int_0^{+\infty} \eta_{gen}(\lambda) \cdot \eta_{ext}(\lambda) \cdot \eta_{geom} \cdot PDE(\lambda) d\lambda = counts \quad (2.4)$$

Dove entrambi i membri dell'equazione sono stati integrati su tutte le lunghezze d'onda e *counts* è il valore di conteggi totali misurati.

Conoscendo con precisione le variabili note $N_{el_{in}}$, $\eta_{ext}(\lambda)$, η_{geom} e $PDE(\lambda)$, alla luce dell'equazione (2.4) sarà possibile stimare l'andamento di $\eta_{gen}(\lambda)$ come unica incognita del sistema di misura. Il valore generico η_{gen} , indipendente da

λ e utile a fare un confronto con i valori già presenti in letteratura, potrà essere valutato semplicemente come:

$$\eta_{gen} = \int_0^{+\infty} \eta_{gen}(\lambda) d\lambda \quad (2.5)$$

2.4 In sintesi

Le necessità di sistemi di misura multicanale basati su fotorivelatori SPAD ha portato allo sviluppo di array integrati su singolo chip. L'integrazione ravvicinata di più dispositivi origina fenomeni di crosstalk elettrico che possono essere evitati esclusivamente aumentando la soglia di discriminazione del comparatore. Dispositivi di tipo S62, che sono da preferirsi per le prestazioni in termini di DCR, afterpulsing e PDE, presentano però un'anomala dipendenza del photon timing jitter dalla soglia del comparatore (Figura 2.3): è evidente quindi che l'utilizzo di un comparatore con soglia elevata comporta un degrado delle prestazioni di timing del dispositivo. Recenti misure sperimentali, unitamente a simulazioni dei meccanismi di propagazione della valanga, asseriscono che la causa maggioritaria di aumento del jitter ad alte soglie, oggetto di discussione in letteratura, è da ricercarsi principalmente nel meccanismo di diffusione assistita da fotoni. Secondo questo meccanismo, fotoni secondari emessi nella zona attiva, eventualmente riassorbiti nel volume attivo stesso, possono originare valanghe secondarie in grado di aumentare la velocità di propagazione della valanga. È chiaro allora che la statistica legata alla probabilità di riemissione di fotoni secondari si ripercuote sulla statistica della velocità di propagazione della valanga, aumentandone la FWHM. Stimare con esattezza il valore della probabilità di emissione di fotoni η_{gen} e la sua distribuzione in termini di lunghezze d'onda $\eta_{gen}(\lambda)$ può validare sperimentalmente quanto evidenziato dalle simulazioni. L'equazione 2.4 modella il sistema di misura proposto per l'estrazione del valore di η_{gen} e sarà sviluppata nei capitoli successivi.

Capitolo 3

Efficienza di raccolta

Con riferimento all'equazione (2.4), è necessario stimare innanzitutto l'efficienza di raccolta η_r del sistema di misura, definita come il prodotto tra l'efficienza esterna e l'efficienza geometrica.

$$\eta_r = \eta_{ext} \cdot \eta_{geom} \quad (3.1)$$

Questo corrisponde a valutare innanzitutto quanta potenza ottica, di quella generata internamente allo SPAD, viene emessa all'esterno del dispositivo (η_{ext}); secondariamente si stimerà quanta di questa potenza inciderà sull'area attiva del secondo SPAD utilizzato come rivelatore (η_{geom}).

L'idea di valutare in due fasi distinte le due efficienze è motivata da scopi diversi: conoscere gli ordini di grandezza coinvolti; conoscere il profilo di emissione della potenza emessa; valutare la potenza emessa in funzione della lunghezza d'onda; poter ottenere facilmente, in seconda battuta, una stima rapida della potenza raccolta da un detector (η_{geom}) posto in prossimità della superficie, avendo la possibilità di variare dimensioni, posizione e distanza del detector stesso (Paragrafo 3.2).

3.1 Efficienza esterna

Per facilitare la stima di η_{ext} , si sfrutteranno le potenzialità del software di design ottico *Zemax*, che permette di modellizzare sorgenti di luce e rivelatori definendone con precisione la geometria, i materiali e soprattutto le proprietà ottiche.

3.1.1 Definizione della struttura e dei materiali

All'interno dell'editor non sequenziale di *Zemax*, si definiscono le geometrie e i materiali degli oggetti coinvolti nel sistema di misura.

Con riferimento alla Figura 3.1, l'emettitore viene modellizzato come una sorgente ottica circolare di spessore $t = 100nm$ e diametro $d = 50\mu m$, centrata esattamente in un parallelepipedo quadrato di spessore $s = 700\mu m$ e lato $p = 2mm$. La sorgente è ad una profondità $t = 100nm$ dalla superficie frontale del parallelepipedo, che è a sua volta ricoperta da uno strato di ossido spesso

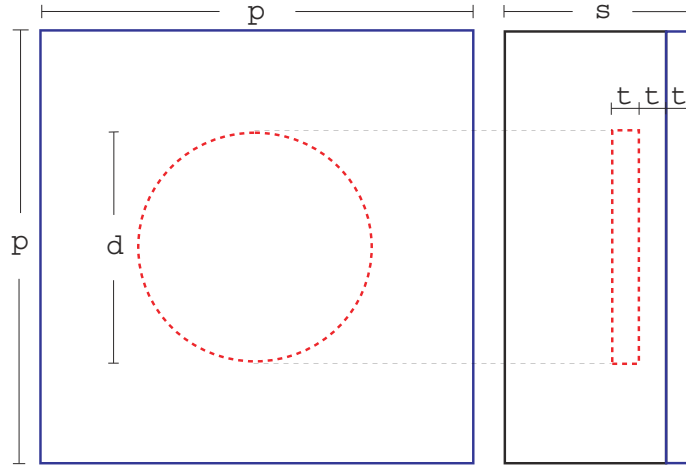


Figura 3.1: Vista dall'alto e dal fianco della struttura modellizzata in *Zemax*: il parallelepipedo quadrato rappresenta il bulk del dispositivo, mentre il disco modella la zona ad alto campo dove si concentra l'emissione ottica. $t = 100\text{nm}$, $d = 50\mu\text{m}$, $s = 700\mu\text{m}$, $p = 2\text{mm}$.

$t = 100\text{nm}$.

La struttura descritta corrisponde fedelmente a quella vista nel Paragrafo 1.1 per un dispositivo *thin* SPAD S62.

Le dimensioni e la posizione della sorgente luminosa modellizzano quelle della zona di valanga e non dell'intera zona svuotata: ciò equivale all'ipotesi che l'emissione di fotoni avvenga per la maggior parte dove la concentrazione di portatori è nettamente superiore rispetto al resto del dispositivo.

In *Zemax* non è possibile definire un materiale per le sorgenti luminose (in questo caso il disco che rappresenta l'area attiva) e dunque il simulatore non prende in considerazione l'interfaccia area attiva/silicio, la qual cosa corrisponde a trascurare eventuali fenomeni di riflessione legati alla variazione di indice di rifrazione dovuta alla presenza dei portatori. L'area attiva è dunque da considerarsi in silicio, come il resto del *bulk*.

A questo punto è necessario definire le proprietà ottiche del silicio e dell'ossido di silicio, in modo che la propagazione della luce attraverso il dispositivo approssimi il più possibile il comportamento reale. *Zemax* dispone di un catalogo di materiali solitamente usati in ottica e per i quali numerosi parametri sono configurabili e modificabili dall'utente. In particolare, definiamo i coefficienti della relazione di dispersione per entrambi i materiali, in modo da ottenere l'indice di rifrazione nelle lunghezze d'onda di interesse (Figura 3.2). Definiamo inoltre la trasmittanza del materiale, legata al coefficiente di assorbimento del materiale stesso.

Per l'ossido di silicio, in virtù delle note proprietà ottiche del materiale, combinate con lo spessore esiguo di 100nm, consideriamo una trasparenza ideale e dunque una trasmittanza del 100%, $t_{ox} = 1$.

Per il silicio, nota la relazione che definisce il coefficiente di assorbimento per

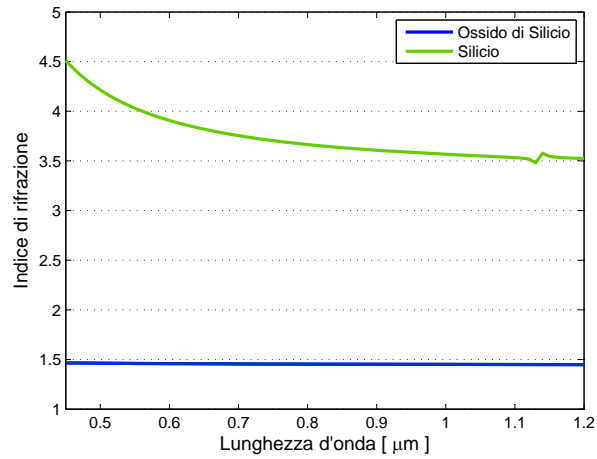


Figura 3.2: Andamento degli indici di rifrazione del Silicio e dell'Ossido di Silicio in funzione della lunghezza d'onda. L'Ossido di Silicio ha indice di rifrazione intermedio tra aria ($n=1$) e Silicio e favorisce l'efficienza esterna.

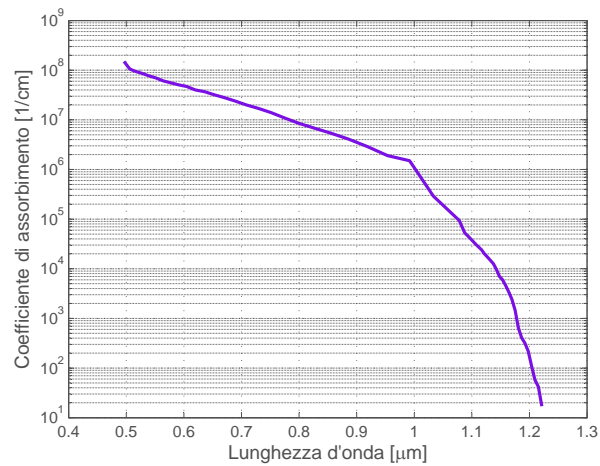


Figura 3.3: Grafico del coefficiente di assorbimento α in funzione della lunghezza d'onda, come proposto in [6] per Silicio poco drogato.

ogni lunghezza d'onda d'interesse (Figura 3.3), definiamo in ZEMAX una trasmittanza corrispondente, ricordando la definizione del fattore di trasmittanza come:

$$t = e^{-\alpha l} \quad (3.2)$$

dove si è indicato con α il coefficiente di assorbimento e con l lo spessore di materiale attraversato dalla potenza ottica.

3.1.2 Potenza emessa dalla superficie

Attraverso la prima sessione di simulazioni ci si propone innanzitutto di validare il valore teorico atteso della potenza emessa dalla superficie del dispositivo, data la potenza generata internamente. Questo corrisponde a valutare l'efficienza esterna η_{ext} , indipendentemente dal rivelatore utilizzato.

Per semplificare la verifica, si rimuove temporaneamente lo strato di ossido e si considerano i valori degli indici di rifrazione e del coefficiente di assorbimento a $\lambda = 500nm$.

La frazione di potenza emessa dalla superficie può essere calcolata tenendo conto della conservazione dell'energia per angoli solidi corrispondenti, ovvero, data una potenza per angolo solido P_1 all'interno del semiconduttore e chiamando $d\Omega_1$ l'angolo solido sotteso dalla rotazione della retta con angolo θ_1 rispetto alla normale all'interfaccia, è possibile definire analogamente, per l'aria, P_2 , $d\Omega_2$ e θ_2 e vale dunque l'equivalenza:

$$P_1 d\Omega_1 T = P_2 d\Omega_2 \quad (3.3)$$

dove $d\Omega_1 = 2\pi \sin \theta_1 d\theta_1$ e $d\Omega_2 = 2\pi \sin \theta_2 d\theta_2$ e si è tenuto conto della legge di Fresnel inserendo il contributo del fattore di trasmissione $T = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}$ per un'interfaccia tra materiali con diverso n .

Esplicitando l'espressione degli angoli solidi si ha:

$$P_2 = T P_1 \frac{\sin \theta_1 d\theta_1}{\sin \theta_2 d\theta_2} \quad (3.4)$$

La corrispondenza tra gli angoli può essere trovata differenziando la legge di Snell, infatti:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (3.5)$$

e

$$n_1 \cos \theta_1 d\theta_1 = n_2 \cos \theta_2 d\theta_2 \quad (3.6)$$

Sostituendo si ottiene:

$$P_2(\theta_2) = P_1 \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} \frac{n_2^2 \cos \theta_2}{n_1^2 \cos \theta_1} \quad (3.7)$$

Calcolando l'angolo critico di incidenza $\theta_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1} = 13.74^\circ$ ci si rende conto che è possibile utilizzare l'approssimazione parassiale, secondo la quale $\cos \theta_1 = 1$ per $\theta_1 < \theta_c$. Questo significa che la potenza ottica generata nel silicio potrà eventualmente essere trasmessa attraverso l'interfaccia solo a condizione che l'angolo di incidenza sia minore di 13.74° rispetto alla normale. Questa considerazione sarà utile in seguito per una verifica intuitiva dei risultati delle

simulazioni.

Ricordando inoltre che all'interno del silicio l'emissione è completamente isotropa e quindi la potenza generata per angolo solido è costante, si può scrivere $P_1 = \frac{P_{in}}{4\pi}$ avendo indicato con P_{in} la potenza totale generata dalla sorgente, e:

$$P_2(\theta_2) = \frac{P_{in}}{4\pi} \frac{4n_1n_2}{(n_1+n_2)^2} \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cos\theta_2 \quad (3.8)$$

L'espressione mostra che la potenza emessa dipende dal coseno dell'angolo di emissione: l'interfaccia trasforma dunque un'emissione isotropa in un'emissione di tipo Lambertiano. Integrando ora la potenza emessa sull'angolo solido $\Omega_2 = 2\pi$, corrispondente ad una semisfera:

$$\begin{aligned} P_{out} &= \int_0^{2\pi} \frac{P_{in}}{4\pi} \frac{4n_1n_2}{(n_1+n_2)^2} \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cos\theta_2 d\Omega_2 \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} P_{in} \frac{2n_1n_2}{(n_1+n_2)^2} \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \sin\theta_2 \cos\theta_2 d\theta_2 \end{aligned} \quad (3.9)$$

dove l'integrale è stato svolto per un'emissione con angolo piatto variabile tra 0° e 90° rispetto alla normale alla superficie, corrispondente all'angolo solido $\Omega_2 = 2\pi$ e ancora secondo $d\Omega_2 = 2\pi \sin\theta_2 d\theta_2$.

Con indici di rifrazione $n_1 = 4.21$ per il silicio (a $\lambda = 500nm$) e $n_2 = 1$ per l'aria, si ha dunque:

$$\eta_{ext} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{n_1n_2}{(n_1+n_2)^2} \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 = 0.875\% \quad (3.10)$$

Nei conti svolti sin'ora si è presa in considerazione unicamente la potenza emessa verso la superficie dello SPAD, trascurando dunque completamente metà della potenza emessa dalla sorgente. Questo equivale a trascurare la potenza emessa verso il fondo del *bulk* che, eventualmente riflessa sul fondo del dispositivo, incide all'interfaccia di interesse. Tale ipotesi è facilmente verificabile considerando il cammino di percorrenza più breve, pari a circa $l \approx 2d = 1400um$, che da una trasmittanza:

$$t = e^{-\alpha l} = 0 \quad (3.11)$$

Con $\alpha = 8.89 \times 10^3 \text{ cm}^{-1}$ coefficiente di assorbimento del silicio a $\lambda = 500nm$. Ci si aspetta dunque che la frazione di potenza emessa dalla superficie del dispositivo sia effettivamente pari allo 0.875% della potenza generata internamente. Per raccogliere tutta la potenza emessa frontalmente, si inserisce nel simulatore ZEMAX un detector fittizio, di dimensioni molto maggiori della sorgente e posto a distanza molto ravvicinata, in modo da garantire la raccolta anche dei raggi emessi con angoli prossimi ai 90° e rivelare dunque la quasi totalità della potenza emessa. Il valore della potenza emessa dalla sorgente viene impostato arbitrariamente a 10W; la scelta di questo valore non è importante perché quello che interessa è la percentuale di potenza raccolta e non il valore assoluto. Ci si aspetta dunque di raccogliere circa 87.5 mW dei 10 W generati dalla sorgente. Nelle suddette condizioni, utilizzando una sorgente monocromatica a 500nm, le simulazioni danno come risultato una potenza raccolta pari a 76.9 mW, ovvero lo 0.769% della potenza della sorgente. Il valore si discosta di circa il 12% da

quello atteso e l'errore non può considerarsi trascurabile. Riflettendo sul risultato ottenuto, ci si rende conto che la discrepanza risiede nell'aver ommesso, nel calcolo teorico, l'assorbimento del silicio nei $100nm$ che dividono la sorgente dall'interfaccia. Prima di essere eventualmente emessa dalla superficie del dispositivo, la potenza ottica deve infatti attraversare lo strato di silicio che divide la sorgente dall'aria. Poichè la potenza viene emessa casualmente in ogni punto del volume sorgente, il quale ha a sua volta uno spessore di $100nm$, e considerando, in maniera approssimata, che solamente i raggi ortogonali all'interfaccia verranno trasmessi (l'angolo critico è infatti piccolo), è possibile affermare che la distanza percorsa da un raggio attraverso il silicio varierà da un minimo di $100nm$ ad un massimo di $200nm$. Mediamente un raggio percorrerà dunque circa $150nm$.

Utilizzando nuovamente la (3.2) con $l = 150nm$ e $\alpha = 8.89 \times 10^3 \text{ cm}^{-1}$:

$$t = e^{-\alpha l} = 0.875 \quad (3.12)$$

L'espressione dell'efficienza esterna in (3.10) va dunque corretta come:

$$\eta_{ext} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = 0.875 \frac{n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 = 0.766\% \quad (3.13)$$

Il valore atteso per una sorgente da $10W$ è ora 76.6 mW , pressochè identico al risultato della simulazione, pari a 76.9 mW . Lo scostamento percentuale corrispondente è solamente dello 0.4% .

Si può ora inserire nuovamente nella struttura del dispositivo lo strato superficiale di ossido con spessore pari a $100nm$. L'ossido, secondo la relazione di dispersione mostrata in Figura 3.2, presenta un indice di rifrazione intermedio tra quello del silicio e dell'aria $n_{ox}(500nm) = 1.46$. Ci si aspetta dunque che l'ossido abbia un effetto positivo sulla trasmissione dei raggi e che dunque la potenza raccolta dal detector aumenti.

Per calcolare il valore atteso, si tratta di ripetere il procedimento sopra visto per due interfacce differenti: l'interfaccia silicio/ossido e quella tra ossido di silicio e aria. L'efficienza esterna totale sarà il prodotto delle due efficienze. Il risultato atteso è che suddetta efficienza risulti maggiore di quella calcolata nella (3.13). Si definiscono i pedici per i tre materiali secondo: $1 \Rightarrow$ Silicio, $2 \Rightarrow$ Ossido di silicio, $3 \Rightarrow$ Aria. Per la prima interfaccia, i conti sono identici al caso precedente, a patto di sostituire n_2 con l'indice di rifrazione dell'ossido e di tenere in considerazione che si sta utilizzando l'approssimazione parassiale per un angolo critico superiore, pari a $\theta_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1} = 20.3^\circ$.

L'espressione dell'efficienza esterna, per la prima interfaccia, risulta identica alla (3.13) e si ottiene:

$$\eta_{1/2} = \frac{P_2}{P_1} = 0.875 \frac{n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 = 2\% \quad (3.14)$$

Per la seconda interfaccia si tratta di considerare che la potenza emessa nell'ossido non presenta più un profilo di emissione isotropo, bensì lambertiano, del tipo $P_2 = P_A \cos \theta_2$.

Non è più possibile inoltre utilizzare l'approssimazione parassiale in quanto, per questa interfaccia, l'angolo critico è troppo elevato: infatti $\theta_c = \arcsin \frac{n_3}{n_2} =$

43.23°. Queste due considerazioni, con riferimento alla (3.7), portano alla seguente espressione:

$$\begin{aligned} P_3(\theta_3, \theta_2) &= P_A \cos \theta_2 \frac{4n_2n_3}{(n_2 + n_3)^2} \frac{n_3^2 \cos \theta_3}{n_2^2 \cos \theta_2} \\ &= P_A \frac{4n_2n_3}{(n_2 + n_3)^2} \left(\frac{n_3}{n_2} \right)^2 \cos \theta_3 \end{aligned} \quad (3.15)$$

Il risultato mostra che la presenza dell'ossido non modifica la forma del profilo di emissione della potenza ottica, ma ne influenza esclusivamente l'ampiezza. La dipendenza dal coseno dell'angolo di emissione è dunque conservata e, in fase di simulazione, sarà interessante verificare di aver rivelato effettivamente un profilo lambertiano.

Per ottenere il valore numerico di $\eta_{2/3}$ è necessario quantificare P_A , ovvero l'ampiezza dell'emissione Lambertiana in $\theta_1 = 0^\circ$. Poichè è noto che la potenza totale emessa nell'ossido corrisponde all'integrale su un angolo solido 2π dell'espressione $P_2 = P_A \cos \theta_2$, è possibile estrarre P_A secondo:

$$P_2 = \int_0^{2\pi} P_A \cos \theta_2 d\Omega_2 = 2\pi P_A \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta_2 \sin \theta_2 d\theta_2 = \pi P_A \quad (3.16)$$

e ottenere:

$$P_A = \frac{P_2}{\pi} \quad (3.17)$$

Sostituendo l'espressione di P_A nella (3.15) si ottiene la potenza $P_3(\theta_3)$ emessa nell'aria in funzione dell'angolo piatto:

$$P_3(\theta_3) = \frac{P_2}{\pi} \frac{4n_2n_3}{(n_2 + n_3)^2} \left(\frac{n_3}{n_2} \right)^2 \cos \theta_3 \quad (3.18)$$

che integrata, come già visto, tra 0° e 90° , da la potenza totale emessa dalla superficie del dispositivo:

$$P_3 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} P_2 \frac{8n_2n_3}{(n_2 + n_3)^2} \left(\frac{n_3}{n_2} \right)^2 \cos \theta_3 \sin \theta_3 d\theta_3 = P_2 \frac{4n_2n_3}{(n_2 + n_3)^2} \left(\frac{n_3}{n_2} \right)^2 \quad (3.19)$$

L'efficienza esterna per l'interfaccia ossido di silicio/aria è adesso calcolabile come:

$$\eta_{2/3} = \frac{P_3}{P_2} = \frac{4n_2n_3}{(n_2 + n_3)^2} \left(\frac{n_3}{n_2} \right)^2 = 45.27\% \quad (3.20)$$

Si osservi che non è presente un fattore di trasmittanza t per l'ossido, in quanto, come visto nel Paragrafo 3.1, si è considerato il materiale idealmente trasparente. L'efficienza totale risulta:

$$\eta_{ext} = \eta_{1/3} = \eta_{1/2} \cdot \eta_{2/3} = 0.02 \cdot 0.453 = 0.906\% \quad (3.21)$$

Come previsto, il valore atteso è maggiore di quello calcolato in (3.13) rimuovendo lo strato di ossido. Ci si aspetta dunque, per le simulazioni, una potenza raccolta pari a circa $10W \cdot \eta_{ext} = 90.6mW$.

Le simulazioni danno come valore della potenza raccolta $P_3 = 90.7mW$, con un

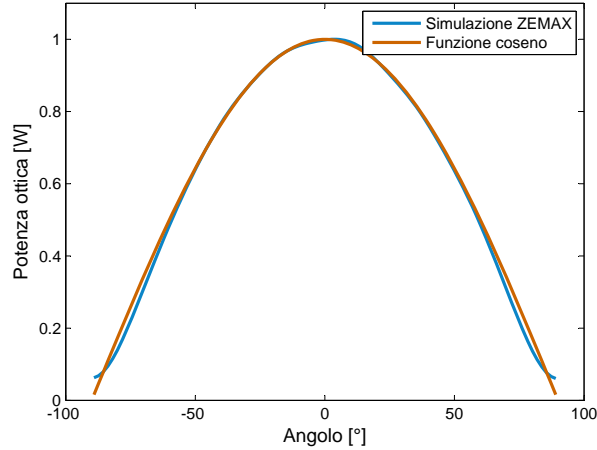


Figura 3.4: Confronto tra il profilo di emissione simulato in Zemax ($\lambda = 500nm$) e la funzione coseno, corrispondente ad un'emissione lambertiana. È possibile apprezzare la coincidenza delle due curve, in accordo con la teoria.

errore pari allo 0.1% rispetto alle attese, del tutto trascurabile. È lecito dunque considerare attendibili le simulazioni e attestare definitivamente il valore di efficienza esterna:

$$\eta_{ext_{500}} = 0.9\% \quad (3.22)$$

dove il pedice 500 indica che il valore fissato è valido esclusivamente per $\lambda = 500nm$.

Nel Paragrafo 3.1.3 si troveranno i valori di η_{ext} per tutte le lunghezze d'onda di interesse.

Avere utilizzato un detector di dimensioni infinite rispetto alla sorgente offre un ulteriore vantaggio di analisi: raccogliere tutti i raggi permette infatti di verificare che il profilo di potenza emessa sia effettivamente di tipo Lambertiano. L'angolo massimo rivelabile è facilmente calcolabile come $\theta = \arctan \frac{r}{d} = 89.94^\circ$ dove $2r$ è la misura del lato del detector e d la distanza tra detector e superficie del dispositivo SPAD.

In Figura 3.4 è possibile apprezzare la coincidenza molto prossima tra la funzione coseno e il grafico simulato in ZEMAX. Il profilo ottenuto è dunque di tipo lambertiano, come previsto dalla teoria.

3.1.3 Potenza emessa alle diverse lunghezze d'onda

Ci si propone ora di ripetere il procedimento descritto al paragrafo precedente per tutte le lunghezze d'onda d'interesse. Le simulazioni verranno condotte per lunghezze d'onda comprese tra $450nm$ e $1250nm$. Il grafico del coefficiente di assorbimento α in funzione di λ , presentato in Figura 3.3, permette di estendere la valutazione della trasmittanza a tutte le lunghezze d'onda, sempre secondo

la (3.2). Anche gli indici di rifrazione dei materiali varieranno in funzione della lunghezza d'onda, come nei grafici di Figura 3.2. In virtù di quanto detto, è possibile simulare l'efficienza esterna a diverse lunghezze d'onda: in Figura 3.5 è mostrato il confronto tra η_{ext} simulata in Zemax e calcolata secondo la teoria delle pagine precedenti. La discordanza tra le due curve è giustificabile facendo riferimento all'equazione (3.2) e valutando la trasmittanza del bulk per lunghezze d'onda superiori ai $1000nm$ (Figura 3.6): oltre questo valore la trasmittanza calcolata su una distanza $2s$ necessaria a percorrere il bulk e tornare verso la sorgente luminosa, non è più trascurabile. In altri termini, il silicio diventa sostanzialmente trasparente e il contributo dei raggi emessi dai lati del dispositivo e di quelli riflessi sul fondo del bulk diventa progressivamente più consistente (Figura 3.7). Oltre ad aumentare il valore dell'efficienza esterna, l'effetto è quello di distorcere lievemente il profilo di emissione lambertiano. I valori da considerare sono dunque quelli forniti da ZEMAX e nel Capitolo 4 si provvederà a fare delle verifiche sperimentali di quanto risulta dalle simulazioni.

3.2 Efficienza geometrica

3.2.1 Potenza raccolta dal detector

Una volta stabilita la percentuale di potenza ottica che dall'interno del dispositivo può fuoriuscire all'esterno, ovvero l'efficienza esterna η_{ext} , è necessario quantificare la frazione di suddetta potenza che è possibile raccogliere mediante il detector, ovvero l'efficienza geometrica η_{geom} . Come detector si usa un dispositivo del tutto identico all'emettitore. L'area attiva di rivelazione è pari dunque a un volume circolare con raggio $r = 50\mu m$, mentre lo spessore non è importante ai fini della valutazione di η_{geom} .

In virtù del profilo lambertiano di emissione, è naturale porre l'emettitore e il rivelatore in un sistema ad asse centrato, dove la potenza ottica, emessa e rivelata, avrà il suo picco.

Riguardo la distanza tra emettitore e rivelatore, sarà necessario, in occasione delle misure sperimentali, operare un'ottimizzazione, come sarà discusso nel Capitolo 4. Per il momento si conducono simulazioni con un valore plausibile pari a $d = 2.5mm$.

L'efficienza geometrica può essere valutata cambiando gli estremi di integrazione della (3.16):

$$P_{raccolta} = 2\pi P_A \int_0^\alpha \cos\theta \sin\theta d\theta = P_{emessa} \frac{(1 - \cos 2\alpha)}{2} \quad (3.23)$$

dove si è usata l'uguaglianza, trovata in (3.17), $P_A = \frac{P_{emessa}}{\pi}$.

L'angolo piatto di integrazione può essere facilmente trovato secondo:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{r}{d}\right) = 0.573^\circ \quad (3.24)$$

Si ha dunque:

$$\eta_{geom} = \frac{P_{raccolta}}{P_{emessa}} = \frac{(1 - \cos 2\alpha)}{2} = 0.01\% \quad (3.25)$$

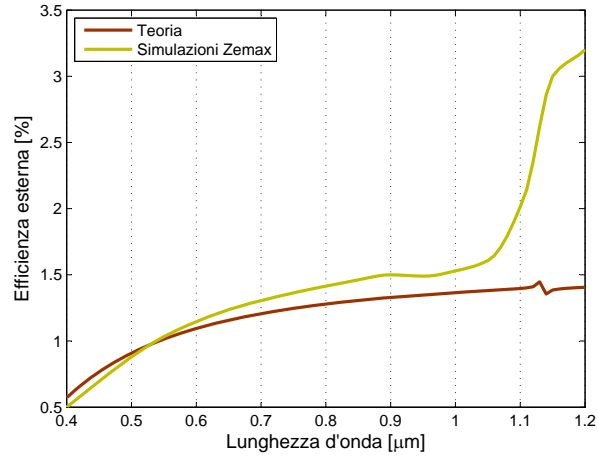


Figura 3.5: Grafico dell'efficienza esterna η_{ext} simulata in Zemax e calcolata con la teoria. Il discostamento aumenta progressivamente fino a che i contributi di riflessione sul fondo del bulk e di emissione dai lati non diventano dominanti.

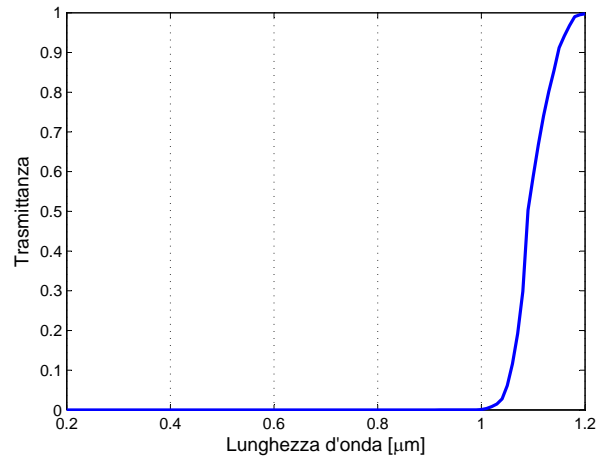


Figura 3.6: Trasmittanza calcolata secondo l'equazione (3.2) considerando una distanza pari al doppio della profondità del bulk $2s = 1.4\text{mm}$, al fine di valutare i raggi emessi dalla superficie a seguito di riflessioni sul fondo. Oltre $\lambda = 1000\text{nm}$ i raggi riflessi sul fondo del bulk non sono più trascurabili.

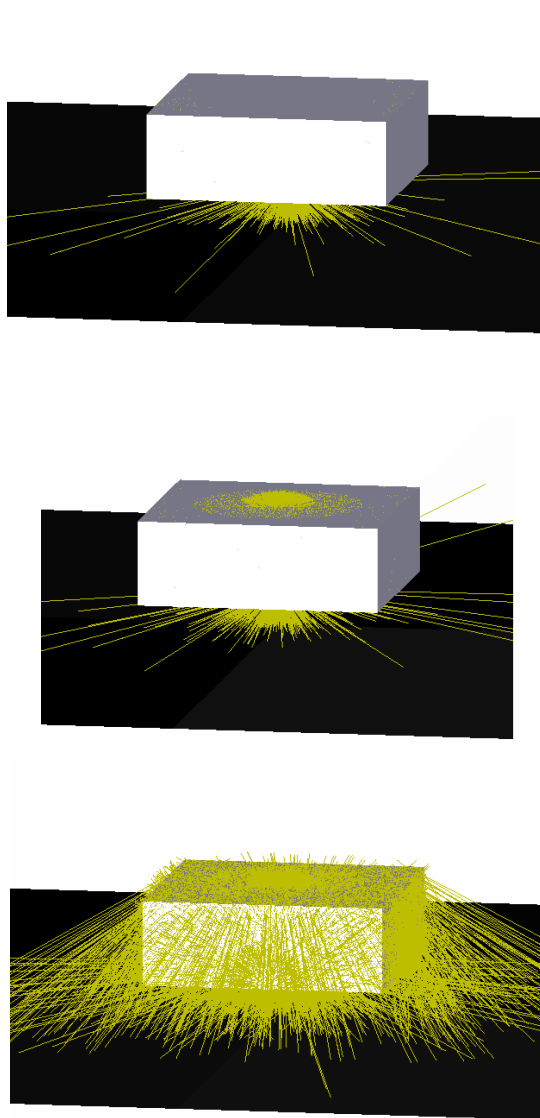


Figura 3.7: *Rendering Zemax dell'emissione ottica per tre diverse lunghezze d'onda: dall'alto, $\lambda = 900\text{nm}$, $\lambda = 1000\text{nm}$, $\lambda = 1100\text{nm}$. Come dalla figura 3.5, i contributi di riflessione sul fondo del bulk e di emissione dai lati diventano progressivamente dominanti.*

indipendente dalla lunghezza d'onda. Si osservi che il risultato è equivalente a quanto si sarebbe ottenuto scrivendo:

$$P_{raccolta} = P_A \cdot \Omega \quad (3.26)$$

con Ω angolo solido spazzato da α . Questo significa che, a patto di muoversi in un intorno abbastanza piccolo del picco del profilo lambertiano, la potenza per angolo solido rimane circa costante, come se la sorgente fosse isotropa.

Nello specifico, la (3.26) sarà valida per α piccoli, ovvero sotto la condizione $r \ll d$. Riproducendo in ZEMAX la disposizione appena descritta di rivelatore ed emettitore, le simulazioni confermano il risultato dando un valore di potenza raccolta pari a $9.06\mu W$, equivalente al 0.01% della potenza emessa, pari a $90.6mW$.

3.2.2 Errori di disallineamento

Durante l'installazione del *set-up* sperimentale, è molto probabile che non sia possibile riprodurre con esattezza l'allineamento centrato utilizzato per le simulazioni. A questo proposito, è interessante simulare l'errore commesso nella valutazione della potenza raccolta qualora il detector sia collocato con un disallineamento rispetto alla posizione teorica. Si prendono in considerazione tre differenti tipologie di errore: un disallineamento verticale $\Delta y = 0.5mm$, ovvero un errore di centramento, un disallineamento orizzontale $\Delta d = 0.5mm$, ovvero un errore sulla distanza dalla sorgente, e infine un errore nell'angolo di orientamento della superficie del sensore rispetto alla normale, $\Delta\theta = 5^\circ$.

Prima di procedere, è però necessario considerare che le simulazioni hanno una fluttuazione statistica intrinseca: il *ray tracing* effettuato da ZEMAX equivale infatti ad una simulazione *Monte Carlo* ed è dunque suscettibile di una certa varianza. Per effettuare una stima del prim'ordine della varianza intrinseca alle simulazioni, si sceglie di ripetere per dieci volte una stessa simulazione, senza modificare alcun parametro da una simulazione all'altra. È possibile dunque, grazie ai dieci valori raccolti x_i , calcolare valor medio e varianza del fenomeno simulato:

$$m = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{N} = 9.06\mu W \quad , \quad \sigma^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(x_i - m)^2}{N} = (141nW)^2 \quad (3.27)$$

con $N=10$.

È però più interessante considerare altri due parametri, ossia l'errore massimo percentuale e l'errore medio percentuale, (ossia la deviazione standard percentuale), che possono dare una visione più immediata della grandezza dell'errore. Dunque:

$$\epsilon_{max} = \frac{|x_i - m|_{max}}{m} = 2.1\% \quad , \quad \sigma\% = \frac{\sigma}{m} = 1.6\% \quad (3.28)$$

La statistica della simulazione è quindi del tutto accettabile e l'errore percentuale resta contenuto. Questo significa che i risultati di ogni simulazione saranno attendibili a meno di un errore attestabile attorno al 2%.

Con l'aiuto delle simulazioni, è ora possibile ottenere un nuovo valore di potenza raccolta x_ϵ per ogni disallineamento e valutare i tre errori considerati secondo:

$$\epsilon_{\Delta\epsilon} = \frac{|x_\epsilon - m|}{m} \quad (3.29)$$

L'errore totale sarà la somma degli errori poichè i tre disallineamenti sono tra loro incorrelati.

$$\epsilon_{tot} = \epsilon_{\Delta y} + \epsilon_{\Delta d} + \epsilon_{\Delta\theta} \quad (3.30)$$

Dai risultati della simulazione si ottiene $x_y = 8.5\mu W$, $x_d = 6.3\mu W$ e $x_\theta = 8.99\mu W$ e dunque, secondo (3.29) e (3.30):

$$\epsilon_{tot} = \epsilon_{\Delta y} + \epsilon_{\Delta d} + \epsilon_{\Delta\theta} = 6\% + 30.4\% + 0.8\% = 37.2\% \quad (3.31)$$

Le percentuali di errore sono molto alte ed è l'incertezza sulla distanza tra rivelatore ed emettitore ad incidere pesantemente sulla varianza della misura, anche con uno scostamento relativamente piccolo, come quello considerato, pari a $\Delta z = 0.5mm$.

È interessante allora avere un'idea della dipendenza dell'errore percentuale dalla distanza: è infatti intuitivo che, allontanando rivelatore ed emettitore, l'errore considerato Δd sarà una percentuale sempre più piccola della distanza d e dunque inciderà meno sulla statistica della misura. In maniera più analitica, con la (3.26):

$$\epsilon_{\Delta d} = \frac{P_A\Omega - P_A(\Omega + \Delta\Omega)}{P_A\Omega} = -\frac{\Delta\Omega}{\Omega} \quad (3.32)$$

con

$$\Omega = \frac{A}{(d)^2}, \quad \Omega + \Delta\Omega = \frac{A}{(d + \Delta d)^2} \quad (3.33)$$

Si ha dunque:

$$\epsilon_{\Delta d} = -\frac{\Delta d(\Delta d + 2d)}{(\Delta d + d)^2} \approx -\frac{2\Delta d}{d + 2\Delta d} \quad (3.34)$$

dove nell'ultimo passaggio si è fatta un'approssimazione per apprezzare meglio la dipendenza da d .

Verificando il risultato con $d = 2.5mm$ e $\Delta d = 0.5mm$, si ottiene $\epsilon_{\Delta d} = 30.5\%$ equivalente a quanto ottenuto dalle simulazioni. Il grafico di Figura 3.8 mostra che per contenere l'errore sotto il 10% è necessario porre il detector a una distanza dell'ordine di $d \approx 1cm$. Sarebbe auspicabile lavorare con distanze grandi a piacere, ma è naturale aspettarsi che per valori troppo elevati di d la potenza ottica non possa più essere rivelabile correttamente in sede di misura sperimentale: le percentuali di efficienza calcolate fin'ora η_{ext} ed η_{geom} sono infatti basse e non si conosce ancora l'ordine di grandezza assoluto della potenza emessa, che è appunto l'oggetto dell'indagine.

Si sceglie dunque di procedere, almeno per il momento, con il valore $d = 1cm$. L'errore sul disallineamento verticale $\Delta y = 0.5mm$ è adesso $\epsilon_{\Delta y} < 0.5\%$ e dunque totalmente trascurabile, il che garantisce un largo margine anche per valori $\Delta y > 0.5mm$.

L'errore sull'angolo relativo tra le superfici di detector ed emettitore $\epsilon_{\Delta\theta} = 0.8\%$ è costante rispetto a d .

Si può scegliere di accoppiare gli errori $\epsilon_{\Delta y}$ ed $\epsilon_{\Delta\theta}$ in un unico errore $\epsilon_{\Delta y,\theta} = 1\%$ indipendente da d e che offre una sovrastima dell'errore reale, poichè è stato calcolato sulla base di sovrastime degli errori di disallineamento Δy e $\Delta\theta$, come sarà evidente in sede di misura (Capitolo 4). Durante le misure sperimentali sarà dunque importante porre l'attenzione sulla stima della distanza tra la superficie di emissione e quella di rivelazione, mentre un'accuratezza inferiore

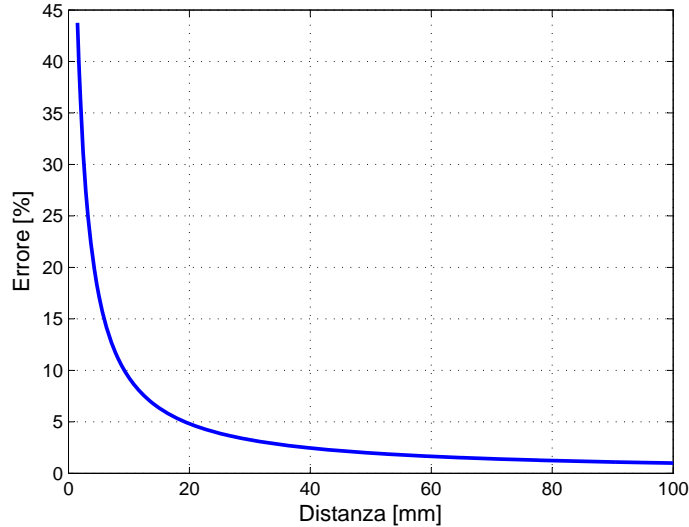


Figura 3.8: *Andamento dell'errore percentuale commesso nella stima dell'efficienza geometrica η_{geom} al variare della distanza tra sorgente e detector. Per contenere l'errore è necessario operare a distanze superiori a $d = 1cm$.*

sarà richiesta nella valutazione dell'orientamento e del disallineamento verticale. L'errore complessivo in funzione della distanza può essere scritto come:

$$\epsilon_{tot} = \epsilon_{\Delta d}(d) + \epsilon_{\Delta y, \theta} \quad (3.35)$$

con $\epsilon_{\Delta d}(d)$ espresso dalla (3.34).

3.3 In sintesi

Al fine di valutare l'efficienza di raccolta del sistema di misura proposto al termine del Capitolo 2, si sono stimati i valori dell'efficienza esterna η_{ext} e dell'efficienza geometrica η_{geom} . Per conoscere l'andamento dell'efficienza esterna in funzione della lunghezza d'onda, la struttura dello SPAD utilizzato come emettitore è stata modellizzata all'interno del simulatore ottico Zemax, ponendo particolare attenzione nella definizione dei materiali al fine di riprodurre fedelmente gli indici di rifrazione ed i coefficienti di assorbimento. Allo scopo di validare i risultati, sono stati proposti ragionamenti teorici che hanno mostrato di essere in accordo con quanto risulta dalle simulazioni Zemax. In particolare, l'efficienza esterna aumenta notevolmente oltre $\lambda = 1000nm$, valore oltre il quale il bulk del dispositivo diventa trasparente e il contributo della potenza ottica emessa dai bordi del dispositivo o riflessa sul fondo del bulk diventa dominante. Il profilo di intensità della potenza ottica emessa dalla superficie del dispositivo è stato verificato essere lambertiano. L'efficienza geometrica è stata valutata

al variare della distanza tra emettitore e rivelatore, valutando i possibili errori percentuali connessi a disallineamenti dei dispositivi rispetto all'asse ottico. Attraverso le stime si è concluso che particolare attenzione dev'essere posta nel valutare la distanza tra i due dispositivi e che un valore cautelare di almeno 1cm è da preferirsi.

Capitolo 4

Misure sperimentali

Attraverso le misure sperimentali è possibile ottenere i conteggi *counts* che costituiscono l'ultimo termine noto utile all'estrazione del valore di η_{gen} . Con riferimento all'equazione (2.4) riportata in seguito, si ha infatti:

$$N_{el_{in}} \cdot \int_0^{+\infty} \eta_{gen}(\lambda) \cdot \eta_{ext}(\lambda) \cdot \eta_{geom} \cdot PDE(\lambda) d\lambda = counts \quad (4.1)$$

Affinché sia possibile risolvere correttamente l'equazione integrale, è però necessario definire la dipendenza di η_{gen} dalla lunghezza d'onda, ovvero stimare lo spettro di emissione $s(\lambda)$. Sfruttando infatti il concetto di spettro di emissione come funzione di probabilità, è possibile scrivere:

$$\int_0^{+\infty} s(\lambda) d\lambda = 1 \quad (4.2)$$

e anche:

$$\eta_{gen}(\lambda) = \eta_{gen} \cdot s(\lambda) \quad (4.3)$$

che è coerente con la (2.5).

In seconda battuta potrà essere utile svolgere alcune verifiche, come quella di profilo di emissione lambertiano.

In aggiunta, alcune considerazioni potranno essere fatte riguardo la dipendenza dell'emissione dai parametri del dispositivo, innanzitutto temperatura e corrente di polarizzazione.

4.1 Caratterizzazione dei dispositivi

Prima di procedere con la misura della generazione ottica, è necessario conoscere i parametri fondamentali del dispositivo sotto misura.

Sebbene il dispositivo del quale verrà approfondito lo studio sia lo SPAD S62, di ultima generazione, alcune misure verranno condotte anche su dispositivi S44 e SCMOS, allo scopo di poter fare alcune considerazioni riguardo un'eventuale dipendenza dell'emissione dall'andamento del campo elettrico, riferendosi alla Figura 4.1.

Per ogni dispositivo si misura inoltre la tensione di *breakdown* mediante caratteristigrafo: $V_{BD_{S62}} = 36.3V$, $V_{BD_{S44}} = 22.6V$, $V_{BD_{SCMOS}} = 27.5V$. Le PDE del

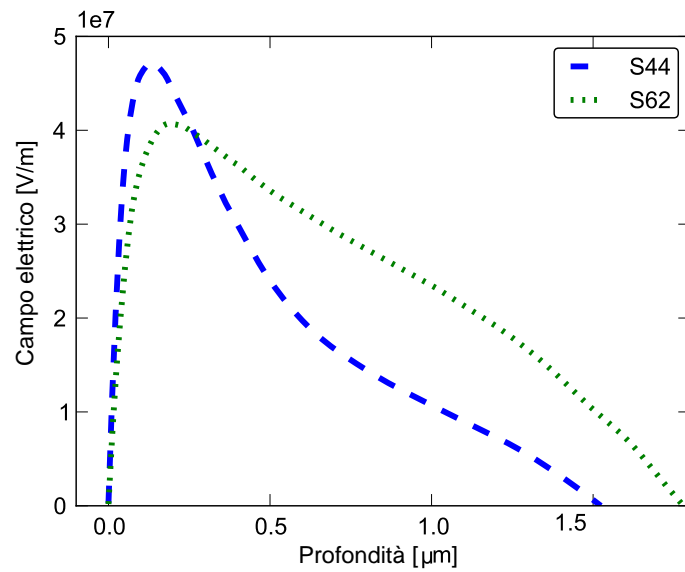


Figura 4.1: Andamento del campo elettrico per dispositivi S44 ed S62: il campo elettrico dei dispositivi di nuova generazione (S62) è stato ingegnerizzato per migliorare le prestazioni in termini di PDE, DCR ed afterpulsing.

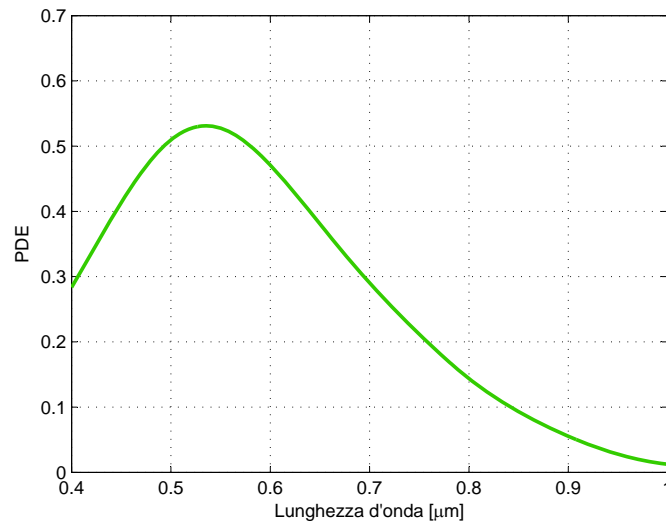


Figura 4.2: Grafico della Photon Detection Efficiency del modulo MPD impiegato per le misure, come valutata con un setup calibrato fino a $\lambda = 1000\text{nm}$. L'andamento della PDE lascia supporre che il modulo possa rivelare anche per lunghezze d'onda superiori.

modulo MPD utilizzato per le misure è mostrata in Figura 4.2 ed è stata ottenuta con un apposito setup in grado di fornire informazioni fino a $\lambda = 1000nm$. L'andamento dei grafici lascia supporre che i rivelatori siano comunque in grado di contare fotoni anche oltre questo valore limite.

Il modulo è termostatato a $T = -10^{\circ}C$ e polarizzato ad una tensione sopra il breakdown $V_{ov} = 5V$, condizioni nelle quali manifesta conteggi di buoi pari a $DCR = 92counts/s$. I coefficienti di assorbimento sono quelli di Figura 3.3 utilizzati nel Capitolo 3 e nel simulatore del Capitolo 5 e ricavati dalle considerazioni svolte in [6] tenendo in considerazione i profili di drogaggio dei dispositivi in esame.

4.2 Misure di riemissione

É innanzitutto fondamentale avere una stima di massima dell'emissione. Non conoscendone infatti a priori l'ordine di grandezza, sarà in primo luogo interessante valutare se la riemissione esterna al dispositivo possa essere rivelabile al netto dei conteggi di buio e dell'esiguo valore dell'efficienza di raccolta come calcolata nel Capitolo 3.

A questo scopo, il dispositivo SPAD utilizzato come emettitore viene polarizzato sopra il *breakdown* senza dispositivi di *quenching*, in modo da rimanere costantemente in condizioni di valanga.

Un amperometro posto in serie all'alimentazione permetterà di monitorare la corrente all'interno del dispositivo. Come spiegato nel Paragrafo 1.3.3, la corrente di valanga oltre il *breakdown* non può degenerare nella rottura del dispositivo perchè gli effetti di resistenza di carica spaziale conducono alla saturazione della corrente ad un valore limite: il dispositivo rimane dunque polarizzato in condizioni di corrente stazionaria. L'idea è quella di valutare la riemissione di fotoni causata da una corrente media dell'ordine della corrente satura di valanga: come verrà illustrato nel Capitolo 5 la corrente satura ad un valore pari a circa $I_{sat} \approx 14mA$.

4.2.1 Setup

Il dispositivo emettitore viene inizialmente termostatato mediante una *cella Peltier* la cui faccia fredda è a contatto con il fondo del *bulk*. L'elevata dissipazione termica, causata dalla corrente elettrica nella zona di valanga, introduce un *trade-off* tra il valore di corrente massimo e il valore di temperatura minimo con i quali condurre la misura. Ad una maggiore corrente di polarizzazione del dispositivo corrisponderà una temperatura più elevata e dunque uno sforzo maggiore da parte della *cella Peltier* nel termostatare la faccia fredda alla corretta temperatura: questo sforzo equivale ad una maggiore corrente elettrica che fluisce all'interno della faccia calda della *cella Peltier* e dunque ad un aumento della temperatura intorno al dispositivo. La conseguenza è l'innescarsi di un *feedback* positivo nel quale ad un aumento della temperatura dell'aria intorno allo SPAD corrisponde una maggiore corrente dissipata nella faccia calda della *cella Peltier* e viceversa.

Per contravvenire a questa evenienza, una ventola viene posta in prossimità dell'emettitore allo scopo di smaltirne il calore. La temperatura del dispositivo e la corrente elettrica all'interno della faccia calda della *cella Peltier* vengono

inoltre monitorate mediante un MARLOW Controller.

La misura viene dunque condotta a temperatura $T = 25^\circ C$ e con corrente $I = 5mA$, valori che garantiscono la stabilità del sistema.

Emettitore e rivelatore vengono posti uno in fronte all'altro. Allo scopo di allineare i due dispositivi, l'emettitore viene fissato ad una base stabile, mentre il rivelatore è montato su microposizionatori manuali che offrono libertà di movimento nelle tre direzioni spaziali. Questo permette inoltre di regolare la distanza tra i due dispositivi da un minimo di circa $d_{min} = 2.5mm$, valore che garantisce il massimo angolo solido di raccolta, fino ad un massimo di circa $d_{max} = 2cm$, valore al quale corrispondono gli errori percentuali minimi nell'allineamento (si veda Paragrafo 3.2.2). La misura viene effettuata in condizioni di buio.

4.2.2 Risultati

Con una distanza misurata pari a $d = 5mm$ il valore di conteggi misurato è dell'ordine di $counts = 37000counts/s$. Questo significa che la potenza ottica raccolta non è trascurabile, anche al netto della bassa efficienza di raccolta e dei conteggi di buio, facilmente stimabili disattivando la corrente continua ($dark\ counts \approx 92$, con $dark\ counts = DCR$, che significa che le condizioni di buio sono ideali).

Il numero di fotoni rivelati individuato corrisponde approssimativamente al picco del profilo di potenza emessa: il centramento dei due dispositivi è stato infatti ottenuto agendo manualmente sui microposizionatori, allo scopo di massimizzare il numero di conteggi.

In queste condizioni, tenendo conto della (3.17) e della (3.26), si ha:

$$\eta_{geom} = \frac{\Omega}{\pi} = \left(\frac{r}{d}\right)^2 = 0.0025\% \quad (4.4)$$

Dove l'angolo solido Ω è stato calcolato con l'approssimazione $\Omega = \frac{A}{d^2}$, con A area del detector. Utilizzando l'equazione (4.1) è possibile avere immediatamente una stima di massima dell'ordine di grandezza di η_{gen} , pur senza conoscere lo spettro di emissione $s(\lambda)$. Considerando costanti PDE ed η_{ext} , si ha infatti:

$$\frac{I}{q} \cdot \eta_{ext} \cdot \eta_{geom} \cdot PDE \cdot \eta_{gen} \int_0^{+\infty} s(\lambda)d\lambda = counts \quad (4.5)$$

e dunque:

$$\eta_{gen} = \frac{counts}{\frac{I}{q} \cdot \eta_{ext} \cdot \eta_{geom} \cdot PDE} \quad (4.6)$$

dove nel passaggio alla seconda espressione si è fatto uso della (4.2), mentre per la prima espressione si è considerato $N_{elin} = \frac{I}{q}$, valido per corrente di polarizzazione costante.

Con il valore di η_{geom} calcolato alla (4.4) e utilizzando dei valori plausibili, ad esempio $PDE = 50\%$ ed $\eta_{ext} = 1\%$, si ottiene $\eta_{gen} \approx 1 \cdot 10^{-5}$, valore assolutamente in accordo con gli ordini di grandezza presenti in letteratura (si veda Paragrafo 4.10).

4.2.3 Misure di linearità

Nel paragrafo precedente, la corrente continua di polarizzazione è stata scelta in maniera ragionevole, ma arbitraria. È interessante estendere la misura a valori

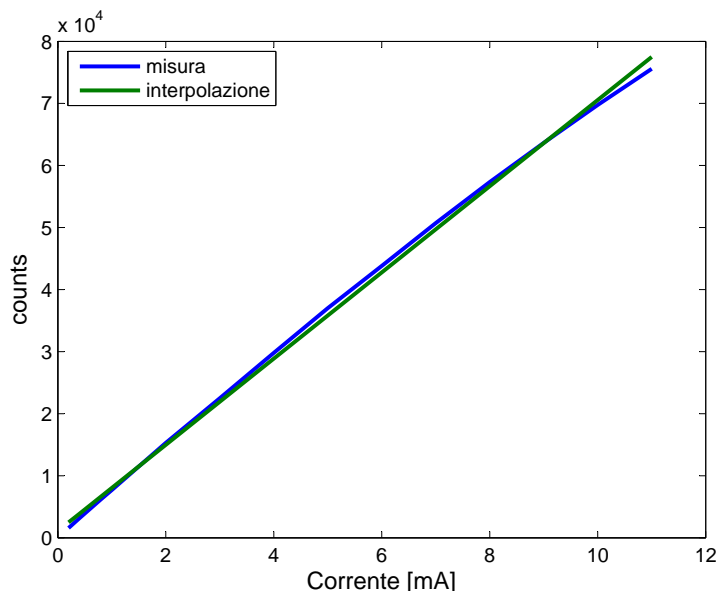


Figura 4.3: Confronto tra i conteggi misurati al variare della corrente di polarizzazione e la retta di interpolazione ai minimi quadrati. L'andamento è lineare.

diversi di corrente, in modo da poter estrapolare un valore per l'efficienza di riemissione ottica η_{gen} indipendente dalle condizioni di polarizzazione. In aggiunta, studiare le variazioni dell'emissione in funzione delle condizioni di misura può fornire delle chiavi per l'individuazione delle origini dell'emissione discusse nel Paragrafo 4.10. Mantenendo $T = 25^\circ C$, estendendo la misura su un range compreso tra $0.2mA$ e $11mA$, valore oltre il quale la cella *Peltier* non è più in grado di termostatare correttamente il dispositivo, si ottengono i risultati graficati in Figura 4.3 e confrontati con una retta di interpolazione ai minimi quadrati. È possibile apprezzare l'effettiva linearità della potenza ottica emessa in funzione della corrente continua di polarizzazione: questo significa che il rapporto $\frac{counts}{I}$ presente all'interno della (4.6) è costante e così anche η_{gen} , almeno in prima approssimazione.

4.3 Misure di spettro

Stabilito l'ordine di grandezza dei fotoni riemessi, è necessario individuarne la distribuzione in termini di lunghezza d'onda.

Misure di spettro erano state effettuate presentate in [10] per dispositivi di vecchia generazione e soprattutto in [6] per dispositivi *S62*, con sistemi di misura indiretti, classicamente mediante spettrofotometro.

Allo scopo di ottenere una misura più diretta possibile dello spettro di emissione, il *setup* utilizzato al Paragrafo 4.2 viene modificato interponendo filtri ottici

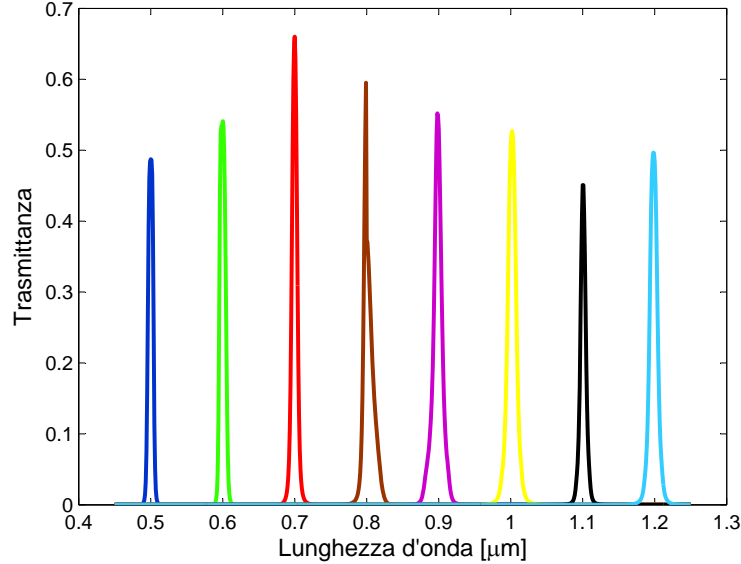


Figura 4.4: *Trasmittanze di alcuni filtri passa-banda Thorlabs FBxxx-10 utilizzati per le misure sperimentali. In prima approssimazione, le trasmittanze possono considerarsi delle delta di Dirac ideali.*

passa banda tra emettitore e rivelatore. L'idea è quella di campionare l'emissione con passo di $50nm$ sul *range* di interesse entro il quale ci si aspetta emissione diversa da zero, ad esempio tra $450nm$ e $1250nm$.

4.3.1 Setup

Per il filtraggio, ci si avvale di filtri *Thorlabs* di tipo FBxxx-10 (passa-banda), le cui trasmittanze effettive sono mostrate in Figura 4.4. I filtri passa-banda hanno $FWHM = 10nm$ ed una differenza tra banda passante e banda di stop dell'ordine di 10^4 e possono dunque essere considerati, in prima approssimazione, come delle delta di *Dirac* ideali.

I filtri passa-banda della *Thorlabs* sono filtri interferenziali e funzionano dunque correttamente, in termini di lunghezza d'onda, se i raggi incidenti sono collimati, ovvero perpendicolari alla superficie del filtro. Nel caso di raggi non perfettamente perpendicolari, il risultato equivale ad un filtraggio con lunghezza d'onda centrale λ_c , secondo:

$$\lambda_c = \lambda_0 \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}} \quad (4.7)$$

dove n è l'indice di rifrazione del materiale con cui è realizzato il filtro. La lunghezza centrale λ_0 trasla verso valori inferiori all'aumentare dell'angolo α di incidenza dei raggi; l'andamento della trasmittanza subisce inoltre defor-

mazioni. È possibile contenere l'errore $\Delta\lambda = \lambda_0 - \lambda_c$ riducendo il valore di $\alpha = \arctan\left(\frac{r}{d_1}\right)$, senza stravolgere il *setup*, ma semplicemente aumentando la distanza d_1 tra emettitore e filtro. L'aumento di d_1 va nella direzione di aumentare la distanza complessiva d ed è dunque utile a creare lo spazio fisico per l'inserimento del filtro e ridurre l'incidenza degli errori di disallineamento (si veda l'equazione 3.34). È inoltre opportuno che la distanza d tra emettitore e rivelatore sia nota con precisione e rimanga costante durante le misure, in particolare a seguito della sostituzione dei filtri: in caso contrario, la variazione dell'angolo di raccolta Ω potrebbe essere confusa per una variazione dell'emissione vera e propria, portando a misure erronee dello spettro. A questo proposito, la distanza tra il rivelatore e l'emettitore non viene mai modificata per tutto il corso delle misure. In definitiva si ottiene $d_1 = 11mm$ e $d = 24.5mm$, cui corrisponde, ricordando la (4.4):

$$\eta_{geom} = 0.0001\% \quad (4.8)$$

con la quale si ottengono i conteggi complessivi $counts = 1340counts/s$. Il valore è ottenuto senza interporre alcun filtro, ma posizionando comunque la struttura porta-filtro fornita da *Thorlabs* per questo tipo di applicazioni. Al fine di valutare l'effetto di possibili riflessioni sul bordo interno del poggia-filtro, esso viene rimosso e il valore si attesta adesso a $counts = 1250counts/s$, ridotto di quasi il 10% rispetto al precedente. Per contravvenire alle riflessioni introdotte dal poggia-filtro, viene posto un *pin-hole* tra l'emettitore e il filtro: il *pin-hole* viene opportunamente dimensionato in modo da selezionare unicamente i raggi emessi entro l'angolo solido di accettazione Ω . L'introduzione del *pin-hole*, montato anch'esso sul poggia-filtro, conferma il valore $counts = 1250counts/s$. Come era lecito aspettarsi, l'aumento della distanza e la conseguente riduzione dell'angolo solido Ω hanno comportato una diminuzione dei conteggi. È intuitivo inoltre che l'interposizione di un filtro passa-banda comporterà un'ulteriore abbattimento dei conteggi, di almeno un fattore 10. Si otterranno dunque conteggi dello stesso ordine di grandezza dei conteggi di buio ($dark\ counts \approx 95counts/s$) e si rende necessario un sistema di conteggio dei fotoni in grado di mediare il valore misurato e sottrarre agevolmente il buio.

Il contatore inizialmente utilizzato permette di mediare i conteggi su finestre di 10s al massimo. L'uscita del modulo viene ora collegata ad una scheda di acquisizione grazie alla quale è possibile, mediante interfaccia *Labview*, monitorare i conteggi su PC ed elaborarli in tempo reale. In particolare, si realizzano grafici *real-time* della media dei conteggi e degli indici utili a valutare l'affidabilità della misura.

4.3.2 Risultati

Come detto nel Capitolo 1, l'emissione di fotoni è un processo che segue la statistica di Poisson, in cui la deviazione standard σ è la radice del valor medio m . I conteggi di buio *DCR* rispondono anch'essi alla statistica poissoniana ed un'interessante verifica sperimentale può essere fatta graficando in *Labview* m e

σ calcolati secondo:

$$\sigma_i = \sqrt{\sum \frac{(x_i - m_i)^2}{N_i}} \quad , \quad m_i = \sum \frac{x_i}{N_i} \quad (4.9)$$

dove il pedice i , trattandosi di indici *real-time*, indica l' i -esima finestra temporale di integrazione e N_i il numero di finestre all'istante di misura i ; x_i è naturalmente il valore dei conteggi di buio nell' i -esima finestra. Poichè il modulo *MPD* fornisce in uscita i conteggi al secondo *counts/s* e la finestra di integrazione è dunque comunemente pari a $1s$, quanto detto corrisponde sostanzialmente a visualizzare i valori m e σ sull'asse dei tempi, aggiornati con periodo di $1s$.

I *plot* mostrati da *Labview* si assestano rapidamente (in poche decine di secondi) ai valori attesi $m = 92counts/s$ e $\sigma = \sqrt{m} = 9.6counts/s$. Un grafico più esplicativo rispetto a quello di σ è la deviazione standard percentuale rispetto al valor medio, calcolata semplicemente come σ/m : il *plot real-time* si assesta velocemente al 10%.

Nel caso in questione, quello che interessa è però misurare con precisione il valor medio m_i e non il valore istantaneo x_i , sia nel caso dei conteggi di buio, sia nel caso del segnale dei fotoni emessi. I grafici di interesse saranno ancora quello del valor medio m_i , mentre l'espressione della deviazione standard diventa:

$$\sigma_i = \sqrt{\sum \frac{(m_i - M_i)^2}{N_i}} \quad , \quad M_i = \sum \frac{m_i}{N_i} \quad (4.10)$$

dove M_i è la i -esima media dei valori medi m_i . Ad ogni istante è possibile valutare il valor medio, oggetto della misura, conoscendo l'errore nella sua valutazione, indicato dal grafico della varianza percentuale. Il grafico dei conteggi misurati $counts(\lambda)$ è mostrato in Figura 4.5. Oltre $\lambda = 900nm$ il livello dei conteggi diventa molto basso e così anche la *PDE*. Per misurare correttamente valori così bassi, ad esempio $m_{ph} = 2$ fotoni, sono necessari tempi molto lunghi. Sviluppando le espressioni precedenti si arriva infatti a:

$$\sigma_{\%} = \frac{\sqrt{m_{ph} + m_{dark}}}{m_{ph}} \cdot \frac{1}{\sqrt{T}} \quad (4.11)$$

L'espressione corrisponde all'inverso dell'*SNR* ed aumentando il tempo di misura T è possibile ottenere la precisione desiderata nella misura. Con $m_{ph} = 2$ e $m_{dark} = 92$, accettando un errore pari al 5%, si ottiene un tempo di integrazione $T = 2.6h$. Oltre che scomodo, un tale tempo di misura rende il sistema sensibile alle derive termiche dovute al surriscaldamento della camera di buio e compromette dunque l'affidabilità della misura.

Secondo quanto detto, pur effettuando le misure fino a $1250nm$, si sceglie per il momento di elaborare unicamente i dati raccolti fino a $900nm$: per l'emissione oltre queste lunghezze d'onda si veda il Paragrafo 4.4.

Separare l'elaborazione delle due componenti dello spettro è motivato, oltre che da una comodità nelle misure, anche da motivi applicativi, che saranno evidenti nel Capitolo 5. L'andamento dell'emissione $\eta_{gen}(\lambda)$ può essere trovato secondo:

$$\eta_{gen}(\lambda) = \frac{counts(\lambda)}{\frac{I}{q} \cdot \eta_{ext}(\lambda) \cdot \eta_{geom} \cdot PDE(\lambda)} \quad (4.12)$$

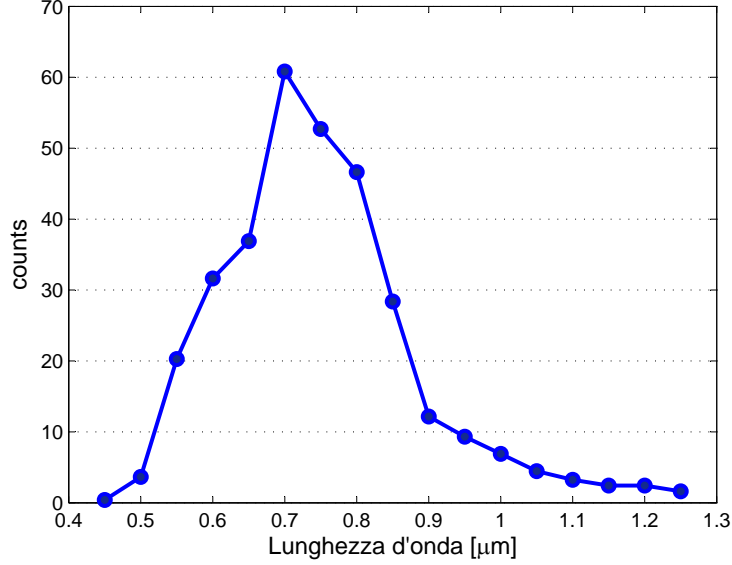


Figura 4.5: Fotoni rivelati in funzione della lunghezza d'onda utilizzando i filtri passa-banda con passo $\Delta\lambda = 50\text{nm}$ a distanza $d = 24.5\text{mm}$ dall'emettitore. Oltre i 900nm i conteggi diventano molto bassi e la misura è da considerarsi poco affidabile.

e normalizzando entrambi i membri per il loro integrale, secondo le definizioni (4.2) e (4.3), si ottiene lo spettro di emissione:

$$s(\lambda) = \frac{\frac{counts(\lambda)}{\frac{I}{q} \cdot \eta_{ext}(\lambda) \cdot \eta_{geom} \cdot PDE(\lambda)}}{\int_0^{+\infty} \frac{counts(\lambda)}{\frac{I}{q} \cdot \eta_{ext}(\lambda) \cdot \eta_{geom} \cdot PDE(\lambda)} d\lambda} \quad (4.13)$$

Il risultato è presentato in Figura 4.6. Il valore assoluto η_{gen} può essere trovato, con riferimento alla (4.1), secondo:

$$\eta_{gen} = \frac{counts}{\frac{I}{q} \cdot \int_0^{+\infty} s(\lambda) \cdot \eta_{ext}(\lambda) \cdot \eta_{geom} \cdot PDE(\lambda) d\lambda} \quad (4.14)$$

Con i valori presentati, si ottiene:

$$\eta_{gen} = 1.5 \cdot 10^{-5} \quad (4.15)$$

4.3.3 Elaborazione corretta dei dati

Nel Paragrafo precedente, nel calcolo di $s(\lambda)$ e di η_{gen} , pur utilizzando la medesima formula, si è fatto uso di due diversi dati, ricavati da due misure differenti: i conteggi complessivi $counts$ e i conteggi $counts(\lambda)$ ottenuti con i filtri

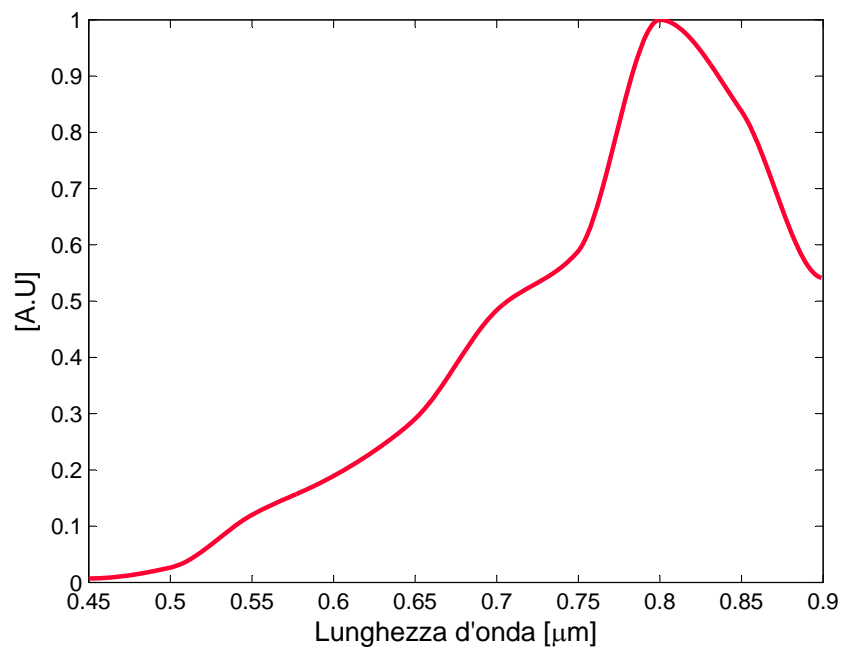


Figura 4.6: Spettro di emissione ottenuto secondo la (4.13) fino a 900nm. Il picco si trova a $\lambda = 800nm$.

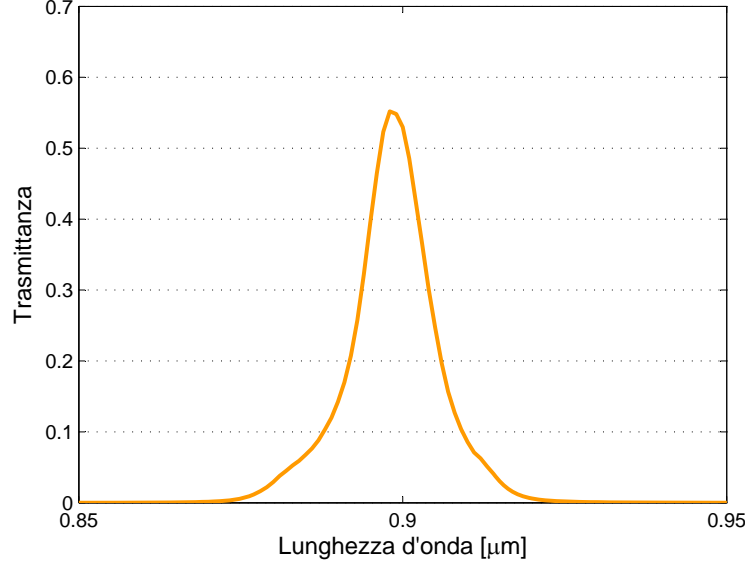


Figura 4.7: Dettaglio della trasmittanza del filtro Thorlabs passa-banda FB900-10 intorno alla banda passante. Si ha $FWHM = 10nm$ e larghezza della banda passante $\Delta\lambda_{pass} = 50nm$.

passa-banda. Una verifica interessante è che sia soddisfatta la relazione:

$$\int_0^{+\infty} \frac{counts(\lambda)}{\Delta\lambda} d\lambda = counts \quad (4.16)$$

dove il primo membro è stato normalizzato per il passo di misura $\Delta\lambda = 50nm$ allo scopo di ottenere le corrette unità di misura. Con i dati proposti in precedenza la (4.16) non è soddisfatta. Nonostante ciò, proprio in virtù del fatto che si è scelto di separare la misura di η_{gen} e di $s(\lambda)$, i risultati mostrati al paragrafo precedente sono da considerarsi corretti: la misura di spettro è infatti una misura relativa nella quale interessa solo l'andamento in unità di misura arbitrarie, mentre nella misura dell'emissione complessiva eta_{gen} importa il valore assoluto, estratto appunto grazie alla misura di $counts$.

La verifica proposta può essere soddisfatta prendendo in considerazione la trasmittanza reale dei filtri passa-banda. Per ogni filtro utilizzato si può scrivere, modificando la (4.1):

$$\frac{I}{q} \cdot \int_0^{+\infty} \eta_{gen}(\lambda) \cdot \eta_{ext}(\lambda) \cdot T_n(\lambda) \cdot \eta_{geom} \cdot PDE(\lambda) d\lambda = counts_n \quad (4.17)$$

dove il pedice n indica che si tratta della n -esima misura effettuata utilizzando l' n -esimo filtro con trasmittanza $T_n(\lambda)$. Il senso fisico di quanto detto può essere individuato confrontando l'area della banda passante della trasmittanza con l'area della banda di stop. Si consideri, a titolo di esempio, la trasmittanza

T_0 del filtro passa-banda con $\lambda_0 = 900nm$ di Figura 4.7. Considerando la banda passante $\Delta\lambda = \pm 25nm$, si ottiene:

$$\frac{\int_{Pass - Band}}{\int_{Stop - Band}} = \frac{\int_{875nm}^{925nm} T_0 d\lambda}{\int_{450nm}^{875nm} T_0 d\lambda + \int_{925nm}^{1250nm} T_0 d\lambda} = 132 \quad (4.18)$$

Supponendo ad esempio di contare 1 fotone nella misura effettuata con il filtro a $\lambda_0 = 900nm$, è possibile che il conteggio provenga dall'effettiva emissione di 1 fotone a λ_0 , oppure da un'emissione media di 132 fotoni a tutte le altre lunghezze d'onda. L'esempio è effettivamente avvalorato dall'andamento dello spettro in figura 4.6. Per λ oltre i $900nm$ la correzione è ancora più rilevante in quanto la *PDE* è molto più bassa rispetto alle zone dove l'emissione è più alta. Risolvendo la (4.17) per ognuno dei filtri utilizzati, si ottiene la congruenza tra le due misure.

4.4 Emissione nel vicino infrarosso

Come visto nel paragrafo precedente, la rivelazione di fotoni emessi oltre i $900nm$ con il setup proposto è sconsigliata sotto molti punti di vista: la *PDE* del modulo impiegato scende sotto il 5% e i filtri Thorlabs per il vicino infrarosso offrono prestazioni nettamente peggiori rispetto a quelli per λ inferiori. Unitamente a ciò, vi è l'eventualità che l'emissione nel vicino infrarosso sia effettivamente bassa. Per ottenere una corretta stima dei conteggi oltre $\lambda = 900nm$, considerando l'equazione (4.11), l'alternativa all'aumento del tempo di misura T è la massimizzazione del segnale utile m_{ph} .

Aumentare l'angolo di raccolta Ω al fine di aumentare l'efficienza geometrica è l'unica soluzione praticabile: non essendo possibile aumentare direttamente Ω agendo sulla distanza d per i motivi spiegati in precedenza, è necessario un sistema di focalizzazione che convogli i fotoni emessi sull'area attiva del rivelatore. Nello sviluppo di un sistema di lenti utile a questo scopo, l'accorgimento principale dev'essere quello di contenere quanto più possibile le aberrazioni cromatiche, in particolare in una misura relativa come quella di spettro, nella quale è molto importante che i rapporti tra i conteggi misurati a diverse λ siano affidabili.

È necessario dunque che le caratteristiche del sistema ottico si mantengano costanti nelle lunghezze d'onda d'interesse.

4.4.1 Setup

Si sceglie di utilizzare un doppietto acromatico Thorlabs *AC254 - 075 - B*, che offre vantaggiose prestazioni rispetto alla singola lente, innanzitutto in termini di aberrazioni cromatiche. Per utilizzare correttamente il filtro, che richiede raggi collimati, bisogna utilizzare un secondo doppietto, analogo al precedente, ad esempio *AC254 - 030 - B*. Il sistema ottico viene simulato in ZEMAX ed è mostrato in Figura 4.8. Ponendo la sorgente sul piano focale del primo doppietto si ottengono raggi collimati tra le due lenti, dove è possibile interporre il filtro. La seconda lente focalizza i raggi in uno spot, al centro del quale verrà posto

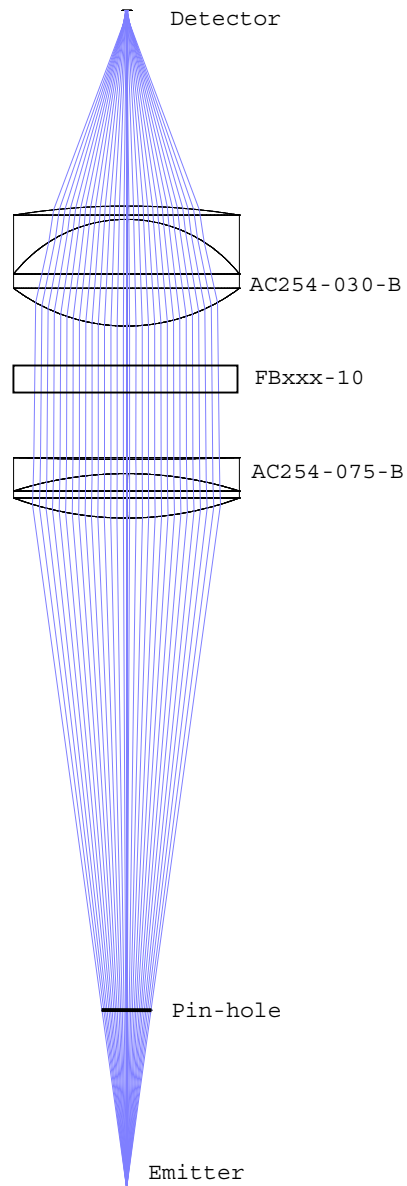


Figura 4.8: *Layout Zemax del sistema ottico di focalizzazione studiato per valutare l'emissione nel vicino infrarosso. Sorgente e detector si trovano nel piano focale della prima e della seconda lente, rispettivamente. Il sistema è chiuso in un tubo Thorlabs e il pin-hole è dimensionato in modo da riprodurre l'angolo di accettazione della lente al fine di evitare che il detector raccolga fotoni riflessi sull'interno del tubo. I raggi tra le due lenti sono collimati e permettono l'inserimento ed il corretto utilizzo del filtro passa-banda.*

il detector. L'intero sistema viene posto all'interno di un tubo ottico Thorlabs che ne assicura la stabilità meccanica e garantisce un buio ottimale. Per evitare riflessioni all'interno del tubo, i raggi in uscita dalla sorgente vengono selezionati da un *pin-hole* opportunamente dimensionato in modo da riprodurre l'angolo di accettazione della lente $\alpha = \arctan\left(\frac{r_l}{d_1}\right)$. La distanza tra *pin-hole* e sorgente deve inoltre essere abbastanza grande da poter considerare la sorgente puntiforme, trascurandone cioè le dimensioni finite $r = 25\mu m$. Zemax fornisce precisi strumenti di analisi di numerosi parametri del sistema ottico. In particolare, è possibile stimare il raggio r_s dello spot variando la distanza d_2 tra il detector e la seconda lente: si evince che una piccola variazione della distanza comporta una notevole variazione di r_s , com'era naturale aspettarsi considerando l'elevato angolo di incidenza dei raggi in arrivo. Il raggio dello spot varia da un minimo di circa $r_{s_{min}} = 28\mu m$ fino a valori dell'ordine di $r_{s_{max}} = 1mm$ spostando il detector solo di $\Delta d_2 = 1mm$. Il raggio r_s , confrontato con il raggio r del detector, determina in ultima battuta l'efficienza geometrica η_{geom} del sistema, infatti:

$$\eta_{geom} = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \cdot \frac{\pi r^2}{\pi r_s^2} \quad (4.19)$$

dove si è fatto uso della (3.25)(per angoli α non piccoli) utilizzando α calcolato in precedenza e dove la seconda componente è il rapporto tra l'area di rivelazione e l'area dello spot. L'efficienza geometrica assume dunque i valori massimo $\eta_{geom}(r_s = 28\mu m) = 1.53\%$ e minimo $\eta_{geom}(r_s = 1mm) = 0.0012\%$: il confronto dev'essere fatto con η_{geom} calcolata in (4.8) al paragrafo precedente : il guadagno introdotto dal sistema di focalizzazione varia in definitiva da $G_{min} = 12$ a $G_{max} = 15300$.

Dalle considerazioni svolte finora risulta fondamentale che la distanza tra sorgente e detector rimanga costante in sede di misura, in particolare a seguito della sostituzione del filtro passa-banda. Non è necessario invece conoscere con esattezza il valore assoluto del guadagno G , in quanto, come già detto, si tratta di una misura relativa: l'andamento globale dello spettro sarà ottenuto sovrapponendo la zona comune alle due misure (quella del Paragrafo precedente e quella attuale), corrispondente alle lunghezze d'onda comprese tra $650nm$ e $900nm$. Poichè, come detto, ci si aspetta che lo spot focalizzato sia molto piccolo, è lecito supporre che nel passaggio da una misura all'altra, a seguito della sostituzione del filtro, si perda l'allineamento corretto tra sorgente e detector. Per ovviare a questo inconveniente, il modulo *MPD* viene montato su micropositionatori elettrici e una scansione viene effettuata all'inizio di ogni misura per individuare lo spot.

4.4.2 Risultati

A seguito di grossolane scansioni preliminari utili a individuare lo spot, la misura viene eseguita scansionando lo spot con passo $d = 50\mu m$ pari al diametro del detector. La focalizzazione ottenuta si può apprezzare dalla figura 4.9: lo spot ha un raggio $r_s = 175\mu m$. Operare una scansione, anziché eseguire una singola misura al centro dello spot, modifica l'espressione di η_{geom} come segue:

$$\eta_{geom} = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} = 1.9\% \quad (4.20)$$

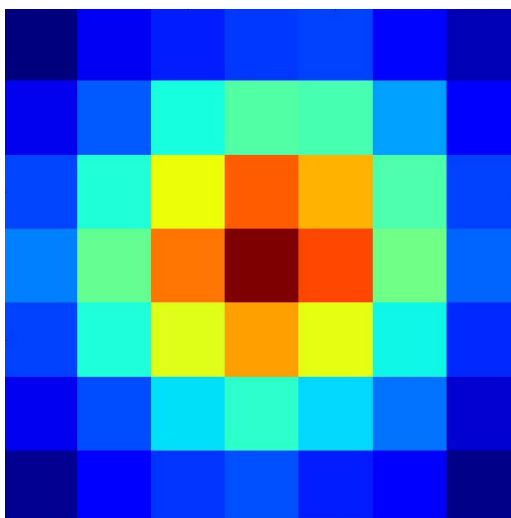


Figura 4.9: Immagine grezza dello spot del sistema di focalizzazione ottenuta con scansione a passo $d = 25\text{nm}$. Lo spot ha raggio molto piccolo $r_s = 175\mu\text{m}$ e garantisce un valore molto alto di efficienza geometrica, secondo la (4.8).

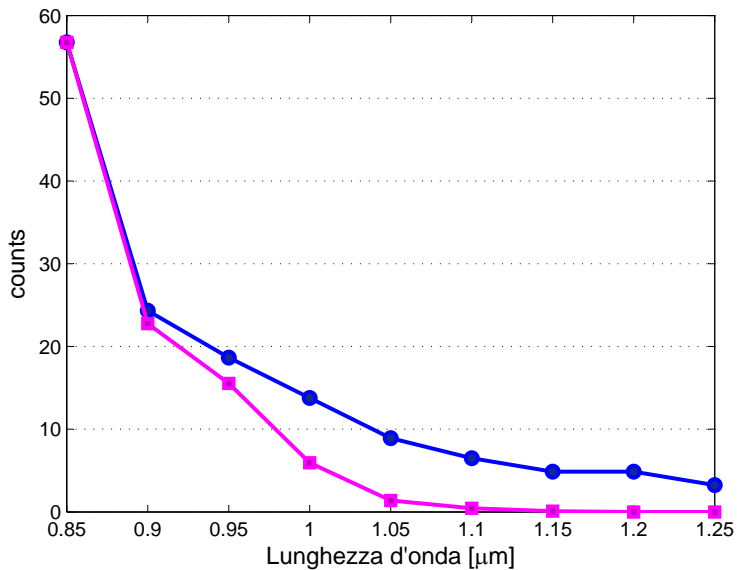


Figura 4.10: Dettaglio dei fotoni rivelati senza sistemi di focalizzazione (blu) e con sistema di focalizzazione (rosa). Il sistema ottico di Figura 4.8 permette di avere una risoluzione molto alta anche per conteggi bassi e la misura è assolutamente affidabile. (Le due misure sono state confrontate utilizzando un opportuno fattore di scala).

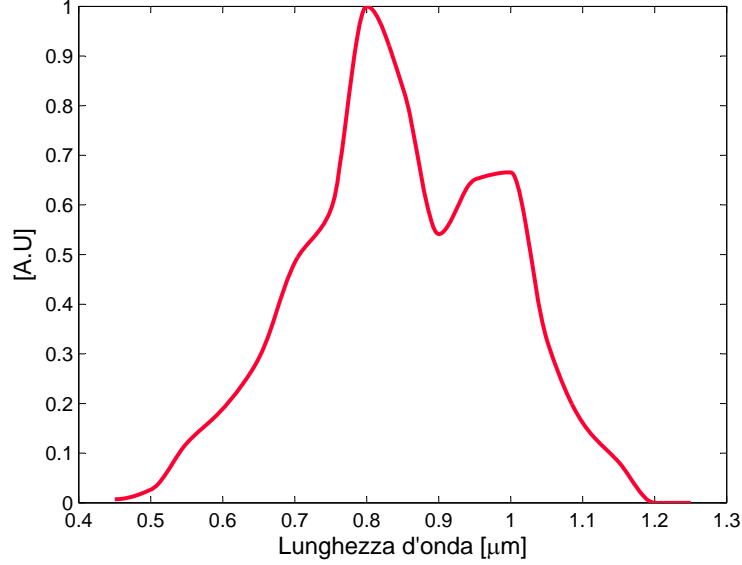


Figura 4.11: *Spettro completo anche della componente nel vicino infrarosso. Il picco principale rimane a $\lambda = 800\text{nm}$ e ad una valle a $\lambda = 900\text{nm}$ segue un picco secondario a $\lambda = 1000\text{nm}$.*

dove, rispetto alla (4.19), si ha $r^2/r_s^2 = 1$ poichè l'intero spot viene scansionato. La scansione dello spot permette inoltre di tutelarsi da eventuali errori nell'allineamento dell'asse ottico emettitore-rivelatore. Il guadagno ottenuto rispetto al caso senza focalizzazione è dunque $G \approx 19000$, il cui ordine di grandezza giustifica l'impiego del presente *setup*. I conteggi misurati sono mostrati in Figura 4.10, mentre lo spettro completo, ottenuto mediante *overlap* con le misure precedenti e seguendo i criteri di elaborazione dei dati spiegati in precedenza, è graficato in Figura 4.11. L'efficienza di generazione ottica risultante, secondo la (4.14), è adesso:

$$\eta_{gen} = 2.3 \cdot 10^{-5} \quad (4.21)$$

4.5 PDE nel vicino infrarosso

Come anticipato nel Paragrafo 4.1, la PDE del modulo MPD utilizzato per le misure è stata valutata fino a $\lambda = 1000\text{nm}$. Per ricavare lo spettro presentato al paragrafo precedente si sono invece utilizzati valori di PDE fino a $\lambda = 1250\text{nm}$ ricavati tramite un secondo setup disponibile ed appositamente studiato per valutare le efficienze quantiche nel vicino infrarosso. Misure di PDE oltre i 1000nm erano inoltre state effettuate da [6] e sono congruenti con quelle svolte nel presente lavoro. La PDE complessiva è mostrata in Figura 4.12. I conteggi

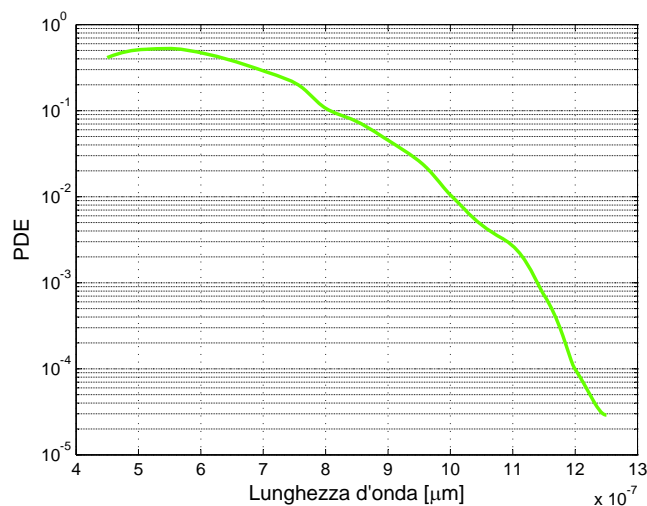


Figura 4.12: Grafico della Photon Detection efficiency del modulo MPD utilizzato per le misure. La PDE fino a 1250nm è ottenuta, rispetto al grafico di Figura 4.2, tramite overlap dei risultati ottenuti con due banchi di misura differenti, del quale uno espressamente studiato per il vicino infrarosso.

misurati e proposti nel grafico di Figura 4.10 si azzerano oltre $\lambda = 1100\text{nm}$ circa: la forma dello spettro, che decresce, lascia intendere che si tratti effettivamente dell'andamento dell'emissione, ma è lecito pensare che la misura di valori molto bassi di PDE possa essere stata erronea e che il modulo MPD non sia effettivamente in grado di rivelare a quelle lunghezze d'onda. Si ricorda che i conteggi nel vicino infrarosso sono stati misurati con un sistema di magnificazione con guadagno molto elevato ($G \approx 19000$) e che dunque è certo che un'eventuale emissione, se superiore ai conteggi di buio, sarebbe stata certamente rivelata. In ogni caso, come anticipato nel Capitolo 3, il silicio diventa trasparente oltre i 1100nm e dunque i fotoni eventualmente emessi avrebbero probabilità bassissima di essere riassorbiti nell'area attiva: ai fini delle simulazioni, come sarà evidente nel Paragrafo 5.3.1, conoscere il valore dell'emissione oltre certe lunghezze d'onda sarà dunque di interesse totalmente trascurabile.

4.6 Misure in corrente

Nell'effettuare le misure di spettro si è utilizzata una corrente pari a $I = 5\text{mA}$, in virtù del fatto che l'emissione è lineare con la corrente e dunque η_{gen} è costante per qualsiasi polarizzazione (si ricorda che il valore di saturazione della corrente per il dispositivo S62 è $I_{sat} = 14\text{mA}$). Nel Paragrafo 4.2.3 non si è però preso in considerazione lo spettro di emissione: affinché il valore di η_{gen} possa effettivamente essere considerato sempre costante, è necessario verificare la linearità $counts/I$ per ciascuna lunghezza d'onda. Questo corrisponde a indi-

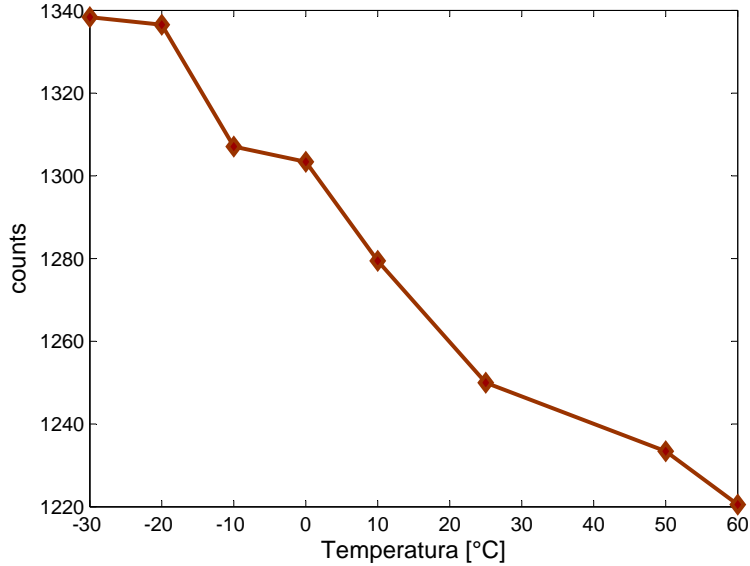


Figura 4.13: *Fotoni rivelati al variare della temperatura: i conteggi si riducono di circa il 10% incrementando la temperatura di $\Delta T = 90^\circ C$.*

viduare eventuali deformazioni dello spettro di emissione $s(\lambda)$ in funzione della corrente di polarizzazione: le misure dello spettro vengono dunque ripetute per $I = [1 \ 2 \ 5 \ 10 \ 12 \ 15]mA$. Per ogni λ si riscontra la linearità osservata al Paragrafo 4.2.3 e non si verifica nessun particolare *trend* specifico. Questa verifica è molto importante ai fini delle simulazioni di cui si tratterà nel Capitolo 5: l'emissione di fotoni è infatti equiprobabile durante tutto il tempo di crescita della valanga, dalla nascita del *seed*, quindi per valori di corrente inferiori a $1mA$, fino al valore di saturazione $I = 14mA$.

4.7 Misure in temperatura

Un'analisi analoga a quella del Paragrafo precedente può essere condotta variando la temperatura alla quale è termostatato il bulk dello SPAD sotto esame. Innanzitutto si effettua la misura dei conteggi complessivi *counts* per diversi valori di temperatura $T = [-30 \ -20 \ -10 \ 0 \ 10 \ 25 \ 50 \ 60]^\circ C$: l'emissione tende ad aumentare con il diminuire della temperatura. In Figura 4.13 si può osservare una variazione dei conteggi pari al 10% su un range di temperatura $\Delta T = 90^\circ C$. Le misure sono state svolte a parità di corrente e controllando la temperatura del dispositivo tramite la cella Peltier. Ripetendo le misure di spettro per valori di temperatura $T = [0 \ 25 \ 60]^\circ C$ non si osservano deformazioni importanti nello spettro, salvo un aumento dei conteggi (al diminuire della temperatura) maggiormente riscontrabile nelle zone periferiche dello spettro, ovvero

per basse λ e per alte λ . Le variazioni di spettro causate dalla temperatura, sebbene seguano un *trend* riscontrabile, rimangono comunque molto contenute, al di sotto del 3%, per grandi variazioni di T . Al contrario delle variazioni legate alla corrente, le variazioni di temperatura non sono, in prima battuta, utili alle simulazioni della valanga: il simulatore non considera infatti alcun fenomeno correlato alla temperatura, ma tutte le simulazioni vengono condotte ipotizzando una temperatura costante all'interno della zona attiva, pari a $T = 25^\circ C$, e confrontate con misure eseguite anch'esse a $T = 25^\circ C$.

4.8 Misure per altri dispositivi

Sebbene il dispositivo di interesse ai fini delle simulazioni sia lo SPAD S62, misurare l'emissione ottica per dispositivi con campo elettrico differente (si veda Figura 4.1) può essere utile a individuare un eventuale legame con l'emissione. Le misure di emissione e di spettro vengono dunque ripetute per SPAD S44 e SPAD SCMOS. Il valore dei conteggi complessivi *counts* del dispositivo SCMOS risulta identico a quello del dispositivo S62 ($counts_{SCMOS} \approx 1250$), mentre i conteggi dello SPAD S44 sono notevolmente maggiori $counts_{S44} = 1700$. Entrambi gli spettri rimangono complessivamente identici a quello dello SPAD S62: l'emissione dello SPAD SCMOS sembra però avere i due picchi più marcati e un'emissione minore nelle zone periferiche.

4.9 Mappatura del profilo

Nel ricavare l'espressione dell'efficienza geometrica dell'equazione (3.25) si è assunto, utilizzando la teoria, che il profilo di intensità della potenza emessa dalla superficie fosse di tipo Lambertiano. Le simulazioni Zemax hanno confermato che l'emissione segue effettivamente l'andamento di un coseno e hanno il vantaggio di fornire valori dell'efficienza esterna η_{ext} tenendo in considerazione anche l'eventuale contributo della potenza ottica proveniente da riflessioni sul fondo del *bulk*, o emessa dai lati del dispositivo. Utilizzando i microposizionatori elettrici, è possibile effettuare la scansione dell'emissione su un'area quadrata di lato $l = 14mm$ pari all'escursione dei microposizionatori: posizionandosi ad una distanza $d = 12mm$, è possibile raccogliere i fotoni emessi entro un angolo $\alpha = \arctan \frac{7}{12} = 30^\circ$. In Figura 4.14 è mostrata la scansione grezza, in cui è possibile verificare la simmetria circolare dell'emissione, mentre in Figura 4.15 la media delle sezioni dell'emissione tridimensionale è raffrontata con l'andamento di un coseno: la corrispondenza tra i coseni è verificata per angoli piccoli, mentre già per $\alpha = 20^\circ$ si ha un discostamento dovuto all'emissione dai lati del *bulk*, in totale accordo con le considerazioni fatte al Paragrafo 3.1.3. Nei calcoli svolti in precedenza, si è infatti sempre utilizzata l'efficienza esterna $\eta_{ext}(\lambda)$ ricavata dalle simulazioni Zemax, che tiene conto dei contributi aggiuntivi rispetto al normale andamento a coseno. L'espressione di η_{geom} in (3.25) è dunque confermata.

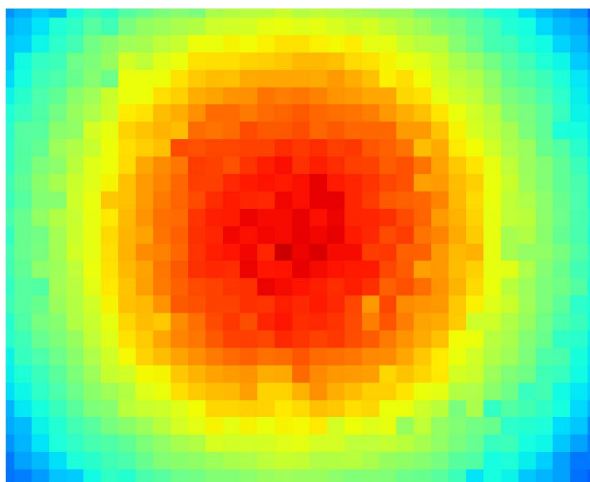


Figura 4.14: Immagine grezza del profilo della potenza ottica emessa dalla superficie dello SPAD sotto esame. L'immagine è ottenuta mediante scansione con microposizionatori di un quadrato di lato $l = 14\text{mm}$ a distanza $d = 18.6\text{mm}$, valori cui corrisponde un angolo di rivelazione massimo $\alpha = 30^\circ$. È possibile apprezzare la simmetria circolare dell'emissione.

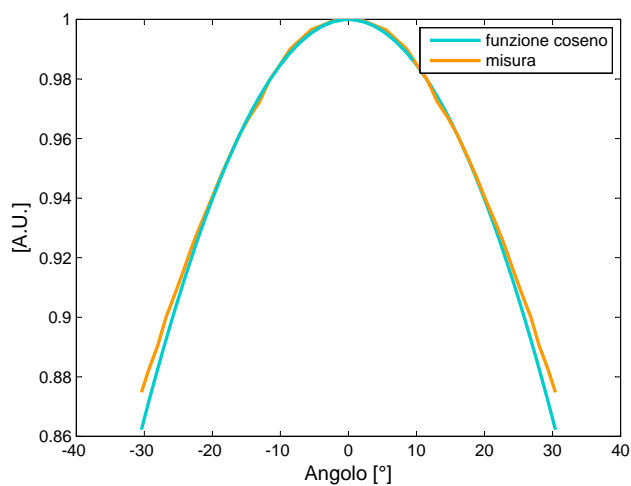


Figura 4.15: Confronto tra la funzione coseno e l'elaborazione della scansione di Figura 4.14. La curva della misura è stata ottenuta individuando il picco dell'emissione e mediando quattro diverse sezioni del profilo di emissione tridimensionale. La corrispondenza è ottima e il leggero discostamento per angoli grandi è stato previsto già nel Capitolo 3 tenendo in considerazione l'emissione dai lati del dispositivo.

4.10 Raffronto con la letteratura

Il valore di η_{gen} e l'andamento dello spettro $s(\lambda)$ devono essere innanzitutto confrontati con le misure più recenti disponibili effettuate per dispositivi simili: in particolare, con scopi diversi, in [6] sono state effettuate misure di spettro per lo SPAD S62.

In figura 4.16, il confronto lascia intendere che l'andamento dei due spettri è

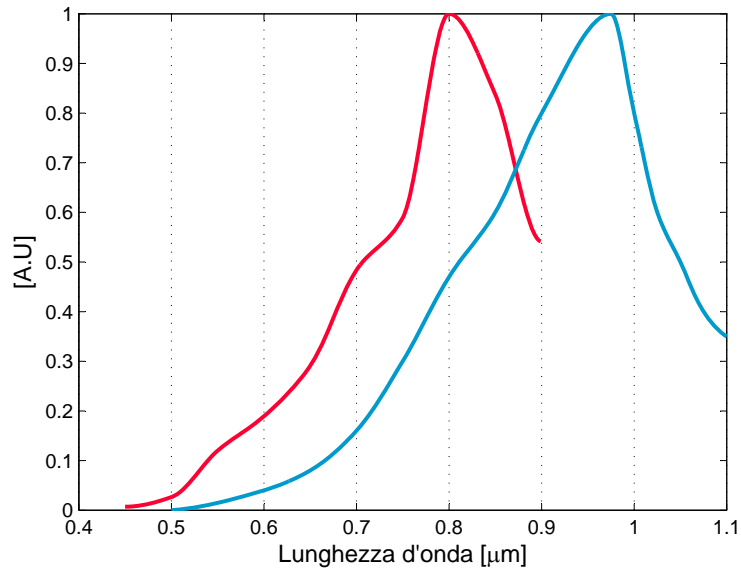


Figura 4.16: *Confronto tra lo spettro ottenuto con le misure sperimentali del presente lavoro (rosso) e quanto proposto da [6] (blu) per lo stesso tipo di dispositivo (S62). L'andamento è identico per i due spettri, al netto di uno sfasamento $\Delta\lambda \approx 120nm$, giustificabile con le criticità del sistema di misura impiegato da [6], come descritto nel testo.*

del tutto analogo, salvo per uno sfasamento in termini di lunghezze d'onda. Le misure presentate in [6] sono state effettuate utilizzando uno spettrofotometro: la luce emessa dal dispositivo sotto esame, raccolta e collimata tramite una lente, viene indirizzata su un prisma che ne separa le lunghezze d'onda e infine raccolta da una CCD. L'immagine che si ottiene sulla CCD è una riga di luce la cui intensità, normalizzata per l'efficienza quantica della CCD, rappresenta lo spettro di emissione. È evidente che questo sistema, a patto di controllarne le eventuali aberrazioni cromatiche, è del tutto affidabile in termini di andamento dello spettro. Il punto critico risiede invece nella calibrazione del sistema, ovvero nell'individuare la corrispondenza tra la posizione sulla CCD e la lunghezza d'onda dell'emissione. In [6], la calibrazione è stata effettuata in due maniere distinte per lunghezze d'onda inferiori e superiori a $\lambda = 1000nm$: un monocromatore per la prima parte ed una sorgente a larga banda con filtri in-

terferenziali per la seconda. Se ne conclude che l'andamento dello spettro in [6], riscontrato attraverso le misure presentate in questo Capitolo, è da considerarsi esatto. Nella corretta collocazione dello spettro in termini di lunghezze d'onda, il sistema impiegato nel presente lavoro è da considerarsi invece decisamente più affidabile, in virtù della sua semplicità, che garantisce una misura diretta senza alcuna necessità di calibrazione. Misure del tutto analoghe a quelle svolte nel presente lavoro, effettuate con obiettivi analoghi, furono effettuate da [10] su dispositivi $\mu P10$ di vecchia generazione. Il sistema di misura impiegato fu, in quel caso, un monocromatore realizzato con un singolo filtro interferenziale: la luce emessa dallo SPAD, raccolta da una guida ottica in quarzo, viene filtrata dal monocromatore e rivelata. Il monocromatore è realizzato utilizzando un unico filtro interferenziale che viene ruotato in modo da cambiare l'angolo di incidenza dei raggi e dunque la lunghezza d'onda centrale λ_c , secondo la (4.7). Per valutare eventuali distorsioni introdotte dalla rotazione, la trasmittanza del filtro viene analizzata per ogni angolo di incidenza (dunque per ogni lunghezza d'onda impiegata) mediante spettrofotometro. Il risultato proposto in [10] è graficato nella Figura 4.17, insieme con quello ottenuto nel presente lavoro. I dati notevoli sono numerosi: in entrambi i casi è presente una valle, intorno a $\lambda = 900nm$ per lo spettro misurato in questa sede e $\lambda = 950nm$ per lo spettro in [10]; entrambi gli spettri hanno un picco a $\lambda = 800nm$, seppure notevolmente meno marcato nel caso in [10]; la risalita dello spettro oltre $\lambda = 900nm$, presente in entrambi gli spettri, è divergente nel caso in [10], mentre ha un picco ed una decrescita nello spettro del presente lavoro.

Eseguire un raffronto con [10] può essere molto utile per validare alcuni risultati, ma è naturale che vi siano differenze rimarcabili tra dispositivi molto diversi tra loro e realizzati, seppur nel medesimo contesto, a distanza di molti anni. Per quanto riguarda l'andamento dello spettro fino a $900nm$, come detto in precedenza, il presente lavoro conferma quanto già ottenuto da [6] al netto di un *offset* in termini di lunghezze d'onda e dunque il picco molto marcato è attendibile. La posizione esatta della valle, peraltro presente anche in [6], è attestabile tra i 900 e i $950nm$: le presenti misure forniscono infatti uno spettro per punti (17 punti) e sono dunque in grado di stimare eventuali valli o picchi con una risoluzione pari a $\Delta\lambda = 50nm$. In Figura 4.17 è graficato anche l'andamento dello spettro ottenuto con le misure di Figura 4.5, senza sistemi di magnificazione: la risalita divergente dopo la valle, presentata in [10], è dunque del tutto analoga a quanto si è ottenuto nel presente lavoro prima del Paragrafo 4.4, prima cioè di effettuare una misura espressamente studiata per il vicino infrarosso. La necessità di un apposito sistema per $\lambda > 900nm$ è motivata dalla bassa PDE dei dispositivi SPAD oltre questo valore di λ . Anche in [10] venne utilizzato, in maniera del tutto identica a quanto fatto in questa sede, un dispositivo SPAD per rivelare l'emissione: è dunque lecito supporre che lo spettro nel vicino infrarosso sia frutto di un errore dovuto a bassi conteggi. Il fatto stesso che lo spettro in [10] sia presentato fino a $\lambda = 1090nm$ suggerisce che le misure non fossero effettuabili oltre questa soglia a causa della bassa PDE. In ogni caso, come già anticipato e come verrà chiarito nel Capitolo 5, lo spettro nel vicino infrarosso non è di nessun interesse applicativo per le simulazioni. Lo spettro presentato in questo lavoro è dunque da considerarsi assolutamente attendibile al fine degli scopi presenti.

Sempre in [10], viene proposto il valore assoluto $\eta_{gen} = 2.9 \cdot 10^{-5}$, maggiore del valore qui proposto $\eta_{gen} = 2.3 \cdot 10^{-5}$ di circa il 26%. La discordanza deve essere

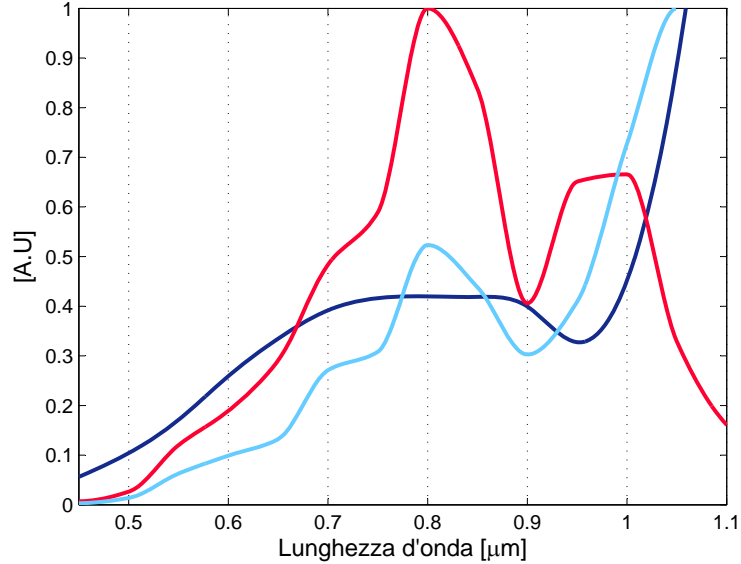


Figura 4.17: Confronto tra lo spettro ottenuto con le misure sperimentali del presente lavoro (rosso) e quanto proposto da [10] per dispositivi $\mu P10$ (blu). In entrambi i casi si ha un picco a $\lambda = 800\text{nm}$ ed una valle intorno a $\lambda \approx 900\text{nm}$. Dopo la valle, la risalita divergente dello spettro in [10] (blu) è con tutta probabilità dovuta ad una misura fallace dei conteggi emessi nel vicino infrarosso. La misura effettuata in questo lavoro senza la focalizzazione nel vicino infrarosso (azzurro) mostra infatti un andamento del tutto analogo.

naturalmente ricondotta alle differenze tra le caratteristiche dei due dispositivi, in particolare alla forma del campo elettrico ed allo spettro di emissione ed eventualmente ai coefficienti di assorbimento e alla geometria della struttura (Paragrafo 5.3.1). I risultati ottenuti al Paragrafo 4.6 e 4.7 confermano inoltre completamente quanto esposto in [10] in riferimento alle misure in corrente ed in temperatura: è lecito dunque trarre le medesime conclusioni in merito all'origine dell'emissione ottica. Le origini dell'emissione di fotoni in dispositivi di silicio percorsi da corrente, ed in particolare in diodi a valanga, sono oggetto di grande discussione in letteratura [14], [15], [16]. In [10], alla luce dei risultati delle misure in temperatura corrente, si ipotizza un'emissione dovuta a fenomeni di ricombinazione radiativa ad unico corpo, cioè a rilassamenti intrabanda di lacune od elettroni: in virtù della similitudine dei risultati, un'analogha conclusione può essere tratta per giustificare l'emissione illustrata in questa sede, sebbene questo esuli dagli scopi.

4.11 In sintesi

Al fine di estrarre il valore corretto dell'efficienza di generazione ottica η_{gen} seguendo la (4.14), tramite le misure sperimentali si sono valutati i conteggi complessivi *counts* e lo spettro di emissione $s(\lambda)$. Come sarà mostrato nel Capitolo 5, la conoscenza dello spettro è inoltre di fondamentale importanza per le simulazioni della valanga. Le misure sperimentali sono state condotte ponendo uno in fronte all'altro lo SPAD emettitore, polarizzato in inversa a corrente continua, ed un modulo MPD. Le misure di spettro sono state effettuate interponendo filtri interferenziali passa-banda tra i due dispositivi, valutando l'emissione per punti, a passo $50nm$. Un apposito sistema di magnificazione è stato studiato al fine di aumentare i conteggi oltre i $900nm$, dove la PDE del modulo cala verso valori molto bassi. Si sono quindi ottenuti il valore $\eta_{gen} = 2.3 \cdot 10^{-5}$ e lo spettro di emissione presentato in Figura 4.11. Misure al variare della corrente hanno confermato la linearità tra la potenza emessa e la corrente di polarizzazione a tutte le lunghezze d'onda, garantendo così che il valore di η_{gen} sia costante per qualsiasi corrente attraverso l'area attiva. Misure di temperatura hanno mostrato deformazioni trascurabili dello spettro in un range di circa $100^\circ C$, mentre l'emissione complessiva mostra una diminuzione all'aumentare della temperatura. Il calcolo di η_{gen} è stato inoltre esteso a dispositivi con campo elettrico differente dallo SPAD S62. La scansione del profilo di emissione ha permesso di verificare l'andamento lambertiano della potenza emessa, che conferma gli andamenti di η_{geom} ed η_{ext} presentati nel Capitolo 3. Un confronto con la letteratura più recente ha condotto, attraverso un'analisi critica, alla validazione dei risultati ottenuti.

Capitolo 5

Simulazioni

Il simulatore Monte Carlo impiegato per modellizzare la propagazione della valanga riproduce la fisica della corrente all'interno dell'area attiva, come descritta nelle pagine precedenti, considerando i fenomeni coinvolti a livello locale. Gli effetti fisici vengono riprodotti tramite opportune variabili e parametri, configurabili dall'utilizzatore. La modifica del valore assegnato a ciascun parametro può avere effetti più o meno importanti sul risultato delle simulazioni. È utile dunque avere una panoramica del funzionamento del simulatore allo scopo di conoscerne i parametri sensibili, in ordine di importanza.

5.1 Simulatore Monte Carlo

Il tempo di crescita della corrente di valanga fino al valore di saturazione è dell'ordine di $t_{rise} \approx 1ns$. Le simulazioni vengono normalmente eseguite considerando uno step temporale pari a $\Delta t = 1ps$ e dunque sono necessari 1000 *steps* per ottenere l'andamento di una singola corrente. Per ogni *step*, il simulatore esegue la seguente procedura:

1. La prima coppia elettrone-lacuna (fotogenerata) viene iniettata in un punto casuale dell'area attiva.
2. Viene calcolata la distribuzione bidimensionale della corrente sull'area attiva (area attivata) partendo dalla distribuzione dei portatori.
3. Vengono calcolati localmente l'abbassamento del campo elettrico dovuto agli effetti di carica spaziale e la caduta di tensione sulla resistenza del *bulk*.
4. Si ottiene il valore della resistenza complessiva R_S .
5. Il circuito equivalente viene risolto con il valore attuale di R_S e la corrispondente tensione di overdrive applicata V_{OV} viene calcolata.
6. Al valore nominale V_{OV} viene sottratta la caduta di tensione ΔV dovuta agli effetti resistivi, come calcolata al punto 3: si ottiene la distribuzione bidimensionale della tensione applicata sui vari punti dell'area attiva.

7. Per ogni punto dell'area attiva, al valore di tensione applicato viene fatta corrispondere la costante di crescita corrispondente τ_M .
8. La distribuzione di portatori viene calcolata in accordo con l'equazione (1.23).
9. La distribuzione di portatori viene modificata prendendo in considerazione eventuali valanghe secondarie innescate dai fotoni generati nell'area attiva.

La routine descritta viene ripetuta, a partire dal 2, per ogni *step* temporale. Ripetendo la simulazione per un elevato numero di correnti, sarà possibile ottenere una statistica delle curve di salita della corrente e dunque, tramite un'elaborazione successiva, le curve di *timing* e il grafico del *photon timing jitter* in funzione della soglia del comparatore (Paragrafo 5.8.1).

5.2 Figura di merito

Come visto, il simulatore riproduce fedelmente, ed in maniera distribuita, ovvero considerando gli effetti locali, la fisica della valanga descritta nel Paragrafo 1.3.3. È evidente che le variabili dell'evoluzione della valanga sono numerose e ad ognuna corrisponde un parametro configurabile all'interno del simulatore. A questo proposito, è utile avere un'idea di massima di quali siano le variabili che hanno maggior peso nella determinazione del comportamento del simulatore. Per la definizione stessa di *jitter*, è intuitivo che, a parità di statistica legata alla valanga ed a parità del valore di soglia del comparatore, valanghe che hanno tempo di salita medio minore avranno *photon timing jitter* minore. Più semplicemente si può dire che correnti con salita più ripida risentiranno molto meno del *jitter* legato all'attraversamento del valore di soglia. Da quanto detto consegue che valutare la velocità di salita della corrente sia importante per avere un'idea immediata delle prestazioni di *timing*. La figura di merito proposta in [4] e [5] va appunto in questa direzione e si ottiene valutando semplicemente la derivata della corrente:

$$PT_{FOM} \propto \frac{dI}{dt} = \frac{dI}{dA} \cdot \frac{dA}{dt} \quad (5.1)$$

Il problema può quindi essere scomposto nello studio della corrente al variare dell'area attivata e della velocità di crescita dell'area attivata stessa. Considerando il primo termine della (5.1), si scrive:

$$I(A) = J(A) \cdot A = \frac{V_{OV}}{R_{spec}(A)} \cdot A \quad (5.2)$$

e dunque:

$$\frac{dI}{dA} \propto \frac{1}{R_{spec}(A)} \quad (5.3)$$

dove si è supposto che $R_{spec}(A)$ vari lentamente con l'area A . La (5.3) mette in evidenza come la resistenza specifica di un dispositivo sia determinante nelle prestazioni di *timing* e dunque sarà un parametro molto importante da considerare (Paragrafo 5.4). Per calcolare il secondo termine della (5.1) è innanzitutto necessario avere un'idea di come si evolva l'area attivata dalla corrente: misure

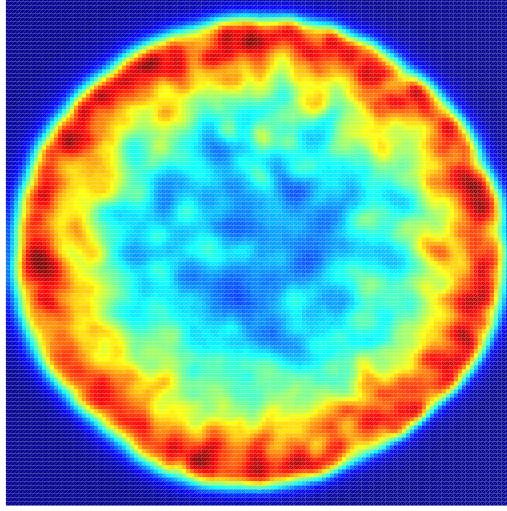


Figura 5.1: *Emissione anulare da misure di elettroluminescenza con SPAD S62 polarizzato a corrente inversa $I = 10\text{mA}$: la corrente si concentra in un anello.*

sperimentali simulazioni COMSOL in [4] e [5] hanno mostrato concordemente che la corrente tende a concentrarsi in un anello, come mostrato in Figura 5.1. Questo accade non solo per la corrente di saturazione della valanga, ma anche durante la propagazione della valanga stessa: in prima approssimazione, è possibile dunque scrivere:

$$A(t) = 2\pi r(t)\Delta R \quad (5.4)$$

dove ΔR è lo spessore dell'anello e $r(t)$ il raggio dell'area attivata. Il secondo termine dell'equazione (5.1) può adesso essere scritto come:

$$\frac{dA}{dt} = 2\pi v\Delta R = 2\pi 2\sqrt{\frac{D}{\tau_M}}\Delta R \propto \frac{1}{\sqrt{\tau_M}} \quad (5.5)$$

dove si è utilizzata la (1.24) con D coefficiente di diffusione per alti campi e τ_M costante di crescita della valanga. La figura di merito è dunque:

$$PT_{FOM} = \frac{1}{R_{spec}(A) \cdot \sqrt{\tau_M}} \quad (5.6)$$

É evidente che l'analisi dei parametri del dispositivo deve concentrarsi innanzitutto sulla resistenza specifica e sulle τ di crescita della valanga. A questo deve essere aggiunto il contributo statistico predominante, ovvero quello dovuto alla propagazione assistita da fotoni, oggetto della presente indagine. Secondariamente, come sarà discusso nel Paragrafo 5.5, altri parametri potranno essere presi in considerazione nel determinare l'andamento delle curve di crescita delle correnti.

5.3 Efficienza di generazione ottica

Il simulatore prende in considerazione l'eventualità dell'emissione di fotoni secondari mediante il valore della probabilità di emissione η_{gen} , e valutandone la distribuzione in termini di lunghezze d'onda, ovvero sia lo spettro di emissione $s(\lambda)$. Si calcola innanzitutto il numero di portatori che attraversano la zona di carica spaziale nell'intervallo dt :

$$\delta N = \frac{\int I(t)dt}{q} \quad (5.7)$$

e dunque il numero di fotoni che, emessi, sono in grado di innescare una valanga:

$$\langle \delta N_{ph} \rangle = \delta N \cdot \eta_{gen} \cdot \eta_{tr} \quad (5.8)$$

dove si è considerato il valor medio dell'emissione Poissoniana e dove η_{tr} è l'efficienza di triggering, ovvero la probabilità che un fotone riassorbito inneschi effettivamente una valanga secondaria (Paragrafo 5.5.1). Nella 5.8 si trascura esplicitamente la probabilità di assorbimento: essa dipende naturalmente dal coefficiente di assorbimento, che è funzione della lunghezza d'onda. Mentre il valor medio complessivo dei fotoni utili emessi N_{ph} viene calcolato dal simulatore mediante la 5.8 utilizzando esclusivamente il valore di η_{gen} , per il calcolo dei fotoni riassorbiti il dato utile per il simulatore è lo spettro $s(\lambda)$. Per ogni fotone di N_{ph} , la lunghezza d'onda viene scelta utilizzando la distribuzione di probabilità indicata dallo spettro. Il coefficiente di assorbimento corrispondente alla lunghezza d'onda indicata viene utilizzato per il calcolo della probabilità di assorbimento nell'area attiva. Le probabilità di assorbimento viene calcolata secondo:

$$p_{ass} = 1 - e^{-\frac{l}{L}} \quad (5.9)$$

dove l è il cammino percorso all'interno dell'area attiva e $L = 1/\alpha$ è la lunghezza di assorbimento, inverso del coefficiente di assorbimento α . Per determinare l è necessario conoscere la posizione in cui il fotone secondario è stato emesso e la direzione di emissione. Come anticipato nel Capitolo 3, l'emissione nell'area attiva viene considerata isotropa e dunque equiprobabile in ogni direzione. La posizione di emissione viene calcolata utilizzando una distribuzione di probabilità linearmente proporzionale alla corrente $J(x, y, t)$: le misure del Capitolo 4 hanno infatti mostrato che l'intensità dell'emissione è lineare con la corrente elettrica.

Con i valori di l e L , l'assorbimento del fotone secondario viene determinato seguendo la probabilità espressa dalla 5.9. Analogamente a quanto esposto nel Capitolo 3, anche l'eventuale riflessione interna di fotoni all'interfaccia $Si - SiO_2 - Aria$ viene tenuta in considerazione.

5.3.1 Probabilità di inneschi secondari

Secondo quanto detto in precedenza, la generazione di fotoni secondari è il parametro più importante nel determinare i risultati delle simulazioni. Affinchè l'emissione ottica contribuisca al *photon timing jitter* è però necessario che i fotoni secondari vengano riassorbiti all'interno dell'area attiva e che la coppia

secondaria inneschi una valanga. A questo proposito è utile calcolare la probabilità media di avere inneschi secondari di valanghe. Questo termine di merito può permettere di prevedere sinteticamente i risultati delle simulazioni sulla base dell'emissione ottica caratteristica del dispositivo (η_{gen} ed $s(\lambda)$) e della geometria dell'area attiva. Infatti:

$$p_{PAF} = \eta_{gen} \cdot s(\lambda) \cdot p_{ass}(\lambda) \cdot \eta_{tr} \quad (5.10)$$

dove $p_{ass}(\lambda)$ è la probabilità di assorbimento come nell'equazione (5.9) ed η_{tr} è l'efficienza di triggering. La figura di merito p_{PAF} , in unità di misura arbitrarie, permette di valutare sinteticamente il contributo della propagazione assistita da fotoni, dato un certo tipo di dispositivo, ed eseguire dunque il confronto tra dispositivi differenti. Supponendo efficienza di triggering costante e con η_{gen} ed $s(\lambda)$ presentati al Capitolo 4, per poter calcolare p_{PAF} è necessario conoscere la probabilità di assorbimento p_{ass} , funzione del cammino l e della lunghezza d'onda λ (tramite il coefficiente di assorbimento α). Secondo il modello geometrico presentato nel Paragrafo 3.1.1, l'emissione di fotoni si concentra soprattutto nei $100nm$ della zona ad alto campo, dove la concentrazione di portatori è più alta, e può avere direzione equiprobabile all'interno del volume dell'area attiva. Questo da indicazioni sul cammino medio l da impiegare per il calcolo di una probabilità di assorbimento media p_{ass_M} : essa sarà ottenuta come media delle probabilità calcolate utilizzando tutti i possibili percorsi l all'interno dell'area attiva. Per il calcolo dei possibili percorsi l , si accetterà una risoluzione di $100nm$: questo significa che lo spessore ad alto campo (spesso appunto $100nm$) sarà considerato bidimensionale: è necessario calcolare la distanza l_i tra ogni punto dell'area ad alto campo (punto di emissione) ed ogni punto della zona svuotata (punto di assorbimento) e si otterrà la corrispondente probabilità di assorbimento p_{ass_i} secondo la (5.9). È evidente che il valore dei percorsi l_i dipenderà dal volume svuotato del dispositivo. La probabilità media sarà calcolata semplicemente come:

$$p_{ass_M} = \sum_i^N \frac{p_{ass_i}}{N} \quad (5.11)$$

dove N è il numero di cammini l_i possibili. L'equazione 5.11 ha senso perchè l'emissione è equiprobabile in tutte le direzioni. Modificando il coefficiente di assorbimento di p_{ass_M} è possibile ottenerne l'andamento in funzione della lunghezza d'onda. Per verificare la validità della figura di merito proposta, si prendono in considerazione i dispositivi di vecchia generazione $\mu P10$ e gli SPAD S62 di nuova generazione, innanzitutto confrontando la probabilità di assorbimento media p_{ass_M} , come in Figura 5.2. La Figura mostra che, a parità di coefficienti α , la probabilità media di assorbimento cresce con l'aumentare del volume, in linea con le considerazioni intuitive svolte nel Capitolo 2. Utilizzando per tutti i dispositivi le stesse caratteristiche di emissione (spettro di emissione ed η_{gen} , come calcolati al Capitolo 4) ed a parità di η_{tr} , è possibile valutare p_{PAF} per i diversi dispositivi, secondo l'equazione 5.10. Il risultato è quello di Figura 5.3 e mostra chiaramente come in dispositivi di nuova generazione il contributo della propagazione assistita da fotoni sia decisamente più importante rispetto ai dispositivi $\mu P10$. Il termine di paragone p_{PAF} verrà utilizzato anche al Paragrafo 5.8.1 per prevedere i risultati delle simulazioni.

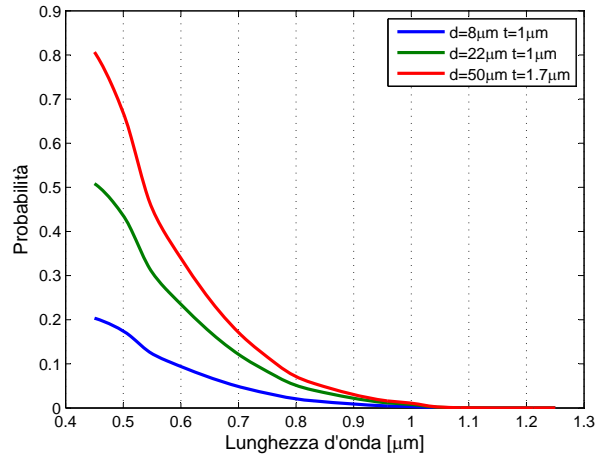


Figura 5.2: Probabilità media di assorbimento di fotoni secondari all'interno dell'area attiva, per dispositivi con diverso volume, a parità di coefficienti di assorbimento. d e t indicano il diametro e lo spessore dell'area attiva: le curve verde e blu riproducono la geometria dei vecchi dispositivi $\mu P10$, mentre la curva in rosso quella degli attuali SPAD S62. L'assorbimento medio è più alto per i nuovi dispositivi.

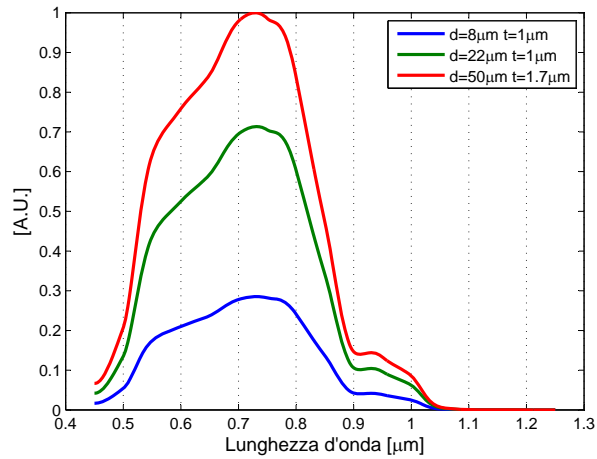


Figura 5.3: Figura di merito del contributo della propagazione assistita da fotoni in tre diversi dispositivi, a parità di η_{gen} , spettro ed η_{tr} . d e t indicano il diametro e lo spessore dell'area attiva: le curve verde e blu riproducono la geometria dei vecchi dispositivi $\mu P10$, mentre la curva in rosso quella degli attuali SPAD S62. Il contributo della propagazione assistita da fotoni è più alto per i nuovi dispositivi.

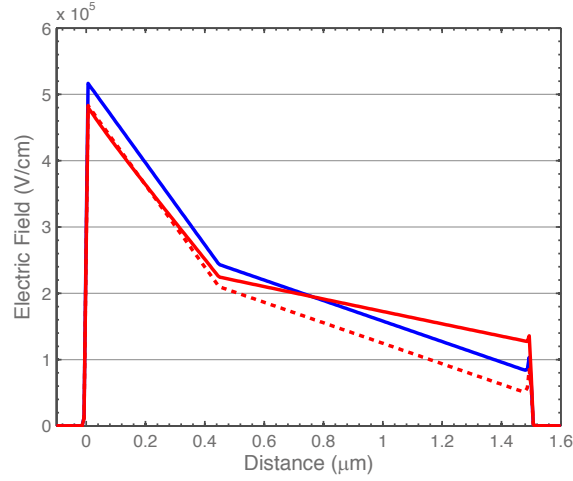


Figura 5.4: *Abbassamento del campo elettrico dovuto a resistenza di carica spaziale. In blu: dispositivo polarizzato a $V_{OV} = 5V$ sopra il breakdown senza corrente che scorre. In rosso tratteggiato: dispositivo polarizzato alla tensione di breakdown senza corrente che scorre. In rosso: dispositivo polarizzato a $V_{OV} = 5V$ sopra il breakdown con corrente stazionaria che scorre. Gli effetti di carica spaziale, in presenza di corrente stazionaria, riportano il picco del campo elettrico al valore di breakdown.*

5.4 Resistenza specifica

La resistenza specifica di un dispositivo SPAD ne determina in maniera importante le prestazioni di *timing*, come spiegato al Paragrafo 5.2. Vi sono due contributi che si sommano nel determinare la resistenza specifica complessiva: la resistenza di carica spaziale, ovvero la resistenza della zona svuotata, e la resistenza del bulk, ovvero della zona neutra. L'effetto della resistenza di carica spaziale è, in ultima battuta, quello di abbassare il campo elettrico nella zona attivata dalla corrente di valanga, come mostrato in Figura 5.4.

La conseguenza è una progressiva diminuzione della costante di tempo di crescita della valanga, fino a quando il campo elettrico scende al di sotto del valore di *breakdown* e la corrente raggiunge il valore di saturazione. All'interno del simulatore questo effetto viene trattato in maniera locale: l'area attiva viene divisa in *pixels* e per ogni pixel si valuta l'abbassamento del campo elettrico come un abbassamento equivalente della tensione di overvoltage secondo:

$$\Delta V(x_i, y_i) = J(x_i, y_i) \cdot R_{SC} \quad (5.12)$$

Sulla base delle simulazioni di *buildup*, mediante le quali, come detto al Paragrafo 2.2.1, è possibile stabilire una corrispondenza tra V_{ov} e la τ_M di crescita dell'equazione (1.23), all'abbassamento $\Delta V(x_i, y_i)$ viene fatta corrispondere una riduzione di $\tau_M(x_i, y_i)$ (si veda anche Paragrafo 5.5.4). Il valore di R_{SC} è difficilmente misurabile sperimentalmente perchè è sempre in serie alla resistenza di bulk. Per ottenere il valore di R_{SC} sono state condotte simulazioni COMSOL

in [4] che hanno sortito i valori:

$$\begin{aligned} R_{SC_{S44}} &= 115 \quad k\Omega \cdot \mu m^2 \\ R_{SC_{S62}} &= 107 \quad k\Omega \cdot \mu m^2 \\ R_{SC_{SCMOS}} &= 35 \quad k\Omega \cdot \mu m^2 \end{aligned} \quad (5.13)$$

Il fatto che dispositivi SCMOS abbiano resistenza di carica spaziale inferiore giustifica inoltre pienamente le loro migliori prestazioni, come dalla Figura 2.3 e secondo quanto riassunto nella figura di merito dell'equazione (5.6).

Mediante caratteristigrafo è però possibile stimare la resistenza complessiva come somma della resistenza di carica spaziale e della resistenza di bulk: la linearità tra V_{OV} e la corrente I oltre il breakdown è un dato di fatto ed è sufficiente estrarre il coefficiente angolare della retta V_{OV}/I per avere il valore della resistenza totale R_S . Si ha dunque:

$$R_{S_{S62}} = 400\Omega \quad (5.14)$$

Naturalmente si tratta del valore ottenuto con corrente stazionaria, mentre i fenomeni di carica spaziale daranno valori diversi durante l'evoluzione della corrente di valanga: come si vedrà nel Paragrafo 5.8, il valore misurato potrà però essere utilizzato correttamente all'interno del simulatore, mediante un'opportuna procedura di taratura.

5.5 Altri parametri notevoli

Secondo quanto esposto ai Paragrafi precedenti, la generazione ottica e la resistenza specifica del dispositivo sono i principali fattori nel determinare l'andamento della corrente di valanga risultante dalle simulazioni. È opportuno però conoscere quali sono gli altri parametri di interesse, allo scopo di concentrare su questi l'attenzione qualora i risultati delle simulazioni lo rendano necessario.

5.5.1 Efficienza di triggering

I processi di diffusione delle impiantazioni con le quali è realizzata la struttura di Figura 1.4 comportano un abbassamento del campo elettrico ai bordi dell'area attiva rispetto al valore nominale (Figura 5.5). Questo fenomeno è causa di due effetti: in primo luogo, il tasso di moltiplicazione ai bordi è minore (τ_M dipende infatti da V_{OV}) e dunque la corrente cresce più lentamente rispetto al centro; in secondo luogo, l'efficienza di *triggering* η_{tr} è inferiore. Mentre il primo effetto viene preso in considerazione dal simulatore, analogamente a quanto detto al Paragrafo 5.4, il secondo effetto non è considerato ed η_{tr} è costante su tutta l'area attiva. Poichè la probabilità di triggering ai bordi scende progressivamente fino a valori trascurabili, in sede di elaborazione dei risultati è possibile eliminare dall'analisi le valanghe innescate a una distanza a scelta dal bordo: in questo modo gli effetti di Figura 5.5 vengono tenuti in considerazione manualmente. Solitamente vengono eliminate le valanghe innescate a distanze dal bordo inferiori a $d = 2\mu m$.

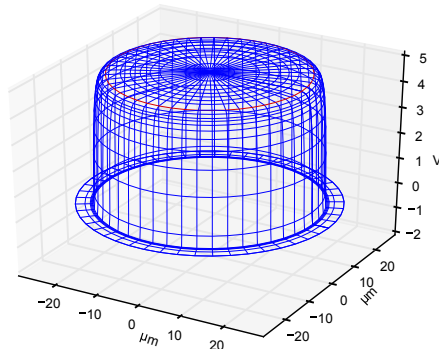


Figura 5.5: *Distribuzione della tensione di overvoltage V_{OV} nell'area attiva: gli effetti di bordo conducono ad un progressivo abbassamento della tensione effettivamente presente. Il cerchio rosso ha raggio $r = 23\mu m$.*

5.5.2 Coefficiente di diffusione

Il coefficiente di diffusione dei portatori influisce nella stima della velocità di propagazione della valanga, secondo la (1.24). Misure sperimentali di elettroluminescenza in [4] e [5] hanno consentito di valutare empiricamente la velocità di propagazione v come funzione dell'area attivata dalla corrente: il risultato è stato quello di validare l'equazione (1.24), almeno in prima approssimazione. Il coefficiente di diffusione impiegato è dunque quello già proposto in [12] valido per alti campi.

5.5.3 Coefficienti di assorbimento

Nell'arco di tutto il presente lavoro, ed in particolare nelle considerazioni del Paragrafo 5.3.1, si sono considerati i coefficienti di assorbimento di Figura 3.3, che sono gli stessi impiegati nel simulatore. I coefficienti di assorbimento sono quelli selezionati in [6] prendendo in considerazione i valori per Silicio scarsamente drogato.

5.5.4 Coefficienti di ionizzazione e τ_M di crescita

Come già osservato nel Paragrafo 2.2.1, simulazioni di *buildup* sono state condotte al fine di valutarne il contributo statistico al *jitter* complessivo. Queste simulazioni hanno inoltre permesso di valutare nel dettaglio il valore dei coefficienti di ionizzazione e dunque le τ_M di crescita della corrente di valanga. Già dalla Figura 2.4, che mostra l'evoluzione della fase di *buildup* come risultato delle simulazioni, è possibile estrarre il valore di τ_M come pendenza delle rette sul grafico logaritmico. Questa τ_M dipende naturalmente dal modello di ionizzazione ad impatto impiegato. La simulazione dei fenomeni di ionizzazione ad impatto all'interno dell'area attiva darà inoltre come risultato macroscopico una certa tensione di *breakdown*. La scelta dei coefficienti di ionizzazione impiegati si basa appunto su una procedura di *fitting* in questo senso: utilizzando determinati coefficienti di ionizzazione vengono eseguite simulazioni di *buildup* da cui

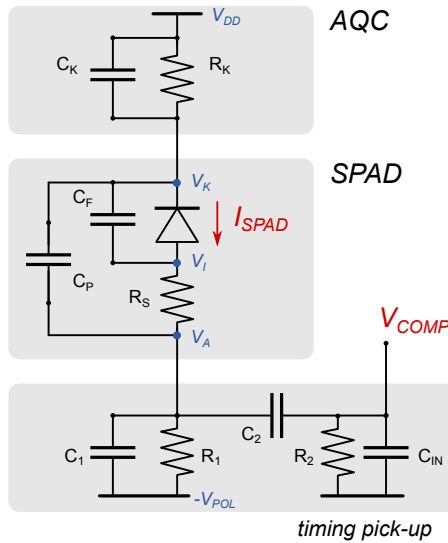


Figura 5.6: Circuito equivalente dello SPAD e della scheda impiegata per le misure di timing. V_{COMP} è la tensione in ingresso al comparatore.

si ricava la tensione di *breakdown*. Quando il valore di V_{BD} simulato sarà pari a quello misurato, i coefficienti di ionizzazione saranno da considerarsi validi. Le simulazioni di *buildup* sortiranno inoltre il valore di τ_M , fondamentale per modellizzare correttamente la fisica della valanga. Sarà inoltre possibile ottenere il valore di τ_M per ogni valore di V_{OV} , che, come spiegato in precedenza, è di primaria importanza nel funzionamento del simulatore. Le simulazioni hanno inoltre mostrato che l'impiego di un modello locale o non-locale per la ionizzazione non determina una variazione dei risultati ed è quindi possibile scegliere un modello non-locale al fine di non appesantire le simulazioni.

5.6 Circuito equivalente

L'andamento della corrente di valanga è influenzata non solo dalle dinamiche interne allo SPAD, ma anche dal circuito esterno di polarizzazione, *quenching* e lettura, con i suoi parassitismi. Le simulazioni verranno confrontate con misure effettuate mediante una *board* il cui circuito equivalente è quello di Figura 5.6. La *board* è composta da un *socket* per lo SPAD, un AQC integrato, e una sezione di *timing* a componenti discreti per la lettura della valanga. Evidentemente, anche la stima del valore dei componenti di Figura 5.6 può incidere sull'affidabilità delle simulazioni, in particolare per quanto riguarda la capacità di giunzione dello SPAD C_F , difficilmente misurabile, e la resistenza complessiva R_S , come già osservato in precedenza.

5.7 Ricostruzione dell'istogramma

Nei paragrafi precedenti si è esposto come il simulatore tenga in considerazione i fenomeni legati alla corrente di valanga che possono dare un contributo al *jitter* complessivo. Ve ne sono però alcuni che non vengono presi in considerazione dal simulatore, in particolare: il contributo del buildup, il contributo dovuto alla statistica delle misure TCSPC ed il contributo dovuto all'assorbimento di fotoni nelle zone neutre. Come spiegato nel Paragrafo 2.2.1, il *buildup* introduce una componente di *jitter* rilevante ad alte soglie e deve essere preso in considerazione. Le misure TCSPC, come nell'esempio di Figura 1.5, hanno un *jitter*, nel caso in esame pari a circa *8ps*, legato alla statistica dei ritardi delle linee dei segnali di START e STOP. Infine, l'assorbimento di fotoni nelle zone neutre da origine alla coda caratteristica dell'istogramma di *timing* (Figura 1.7). Per tenere in considerazione questi tre contributi e poter confrontare i risultati delle simulazioni con gli istogrammi delle misure, gli istogrammi simulati vengono convoluti per una distribuzione gaussiana che introduce un contributo alla FWHM pari a quello delle tre componenti citate.

5.8 Simulazioni con i dati raccolti

Dopo aver esplorato il funzionamento del simulatore, conoscendo i parametri regolabili corrispondenti alle variabili fisiche, è possibile eseguire le simulazioni con i dati sperimentali raccolti. In particolare, il valore della probabilità di emissione è adesso $\eta_{gen} = 2.3 \cdot 10^{-5}$, mentre lo spettro è quello presentato al Capitolo 4 (Figura 4.11). A tal proposito, è utile ricordare che il fitting delle Figure 2.8 e 2.9 è stato effettuato con il valore $\eta_{gen} = 0.75 \cdot 10^{-5}$ e con lo spettro misurato in [6] e mostrato in Figura 4.16. In virtù di questi cambiamenti, è utile fare una previsione dei risultati attesi dalle simulazioni sfruttando le considerazioni fatte al Paragrafo 5.3.1: in Figura 5.7 è mostrato il confronto tra la probabilità di innesco di una valanga secondaria con i dati attuali e con i dati utilizzati in precedenza. Le due curve differiscono perchè sono state ottenute moltiplicando la probabilità media di assorbimento di Figura 5.2 per due spettri differenti: in particolare, come discusso al Paragrafo 4.10, lo spettro misurato in questa sede è identico a quello in [6], ma traslato verso lunghezze d'onda inferiori di circa $\Delta\lambda \approx 120nm$, dunque verso λ cui corrisponde una probabilità di assorbimento più alta. A parità di emissione, i fotoni secondari avranno adesso lunghezze d'onda più sfavorevoli in termini di riassorbimento e dunque di innesco di valanghe secondarie. A questo va aggiunto il fattore $f \approx 3$ determinato dal rapporto tra i due valori di η_{gen} impiegati. Dai risultati delle simulazioni ci si aspetta quindi un netto peggioramento delle prestazioni del dispositivo. In virtù dell'importanza della resistenza R_S nel determinare le prestazioni del dispositivo, per completezza è opportuno utilizzare il valore presentato in (5.14). Poichè non è possibile, come spiegato precedentemente, impostare direttamente il valore di R_S (questo infatti non è fisso perchè varia al variare della resistenza di carica spaziale R_{SC}), è necessaria una taratura iterativa affinché il simulatore consideri il corretto valore di R_S . Nel Paragrafo seguente verranno analizzati i risultati delle simulazioni effettuate con i dati raccolti in questo lavoro e ripetute con i medesimi dati ma modificando il valore di R_S .

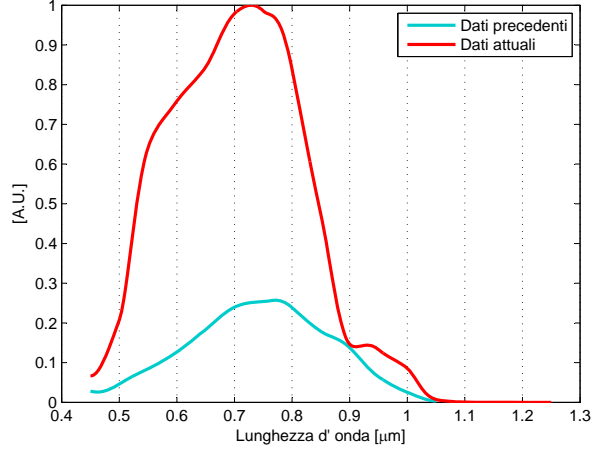


Figura 5.7: *Figura di merito del contributo della propagazione assistita da fotoni per SPAD S62 con i dati raccolti mediante le misure sperimentali nel presente lavoro (Capitolo 4) e con i dati precedenti. Il contributo della propagazione assistita da fotoni è più alto con i dati attuali.*

5.8.1 Analisi dei risultati

Per ottenere una buona statistica, le simulazioni vengono eseguite in *batch* da 3000 fotorivelazioni, per ognuno dei quali sono necessari circa 7 giorni su un server *quad-core*. La prima simulazione viene condotta utilizzando i dati raccolti di generazione ottica η_{gen} ed $s(\lambda)$ e senza modificare null'altro rispetto al Capitolo 2.

Nelle Figure 5.8, 5.10 e 5.12 sono riportati i risultati del primo *batch*: sono rappresentati, rispettivamente, la salita della tensione all'ingresso del comparatore l'andamento del *jitter* in funzione della soglia del comparatore. Dalla Figura 5.8 risulta che la media delle correnti simulate sale meno velocemente delle correnti misurate, sebbene lo scostamento non sia molto elevato e fosse riscontrabile, meno marcato, anche con i valori precedentemente impiegati. L'andamento è stato ottenuto eliminando dall'elaborazione le valanghe innescate a distanze dal bordo inferiori a $1.5\mu m$: questo ha naturalmente l'effetto di eliminare dall'elaborazione le valanghe con salita più lenta, che, come più volte sottolineato, sono quelle innescate in prossimità dei bordi. In aggiunta a ciò, il tempo di salita medio può essere aumentato incrementando la velocità di propagazione, come espressa dall'equazione (1.24), dunque agendo sul coefficiente di diffusione D e sulle costanti di crescita τ_M di cui si è discusso nei Paragrafi precedenti. Con riferimento alla Figura 5.10, l'andamento globale del *jitter* in funzione della soglia del comparatore è confermato, sebbene la curva presenti una concavità più marcata che fa sì che il *jitter* venga sottostimato fino a $V_{COMP} = 350mV$ e successivamente sovrastimato, come evidenziato anche dalla Figura 5.12. Proprio la modifica del valore di R_S può andare nella direzione di migliorare questa corrispondenza: il valore misurato $R_S = 400\Omega$ è infatti

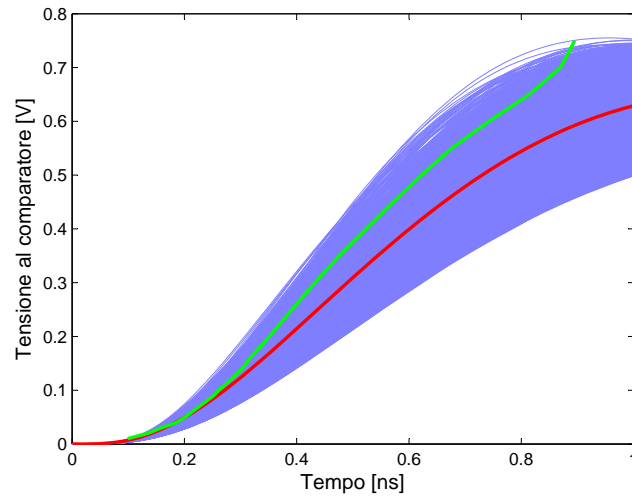


Figura 5.8: Confronto tra la curva di salita media delle correnti simulate con il primo batch (rosso) e delle correnti misurate (verde): le correnti simulate crescono più lentamente. (In viola tutte le correnti simulate)

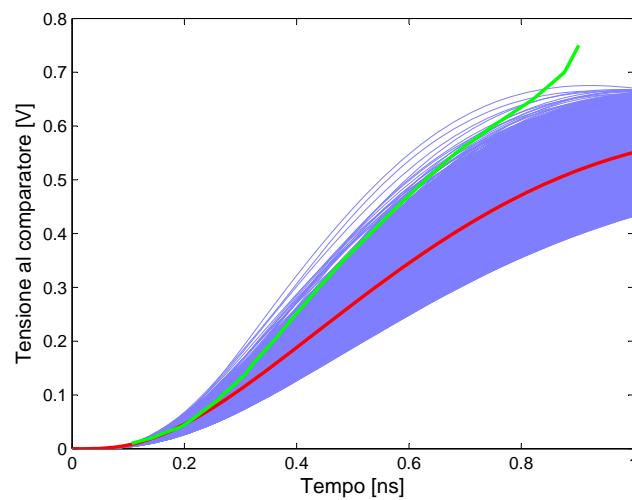


Figura 5.9: Confronto tra la curva di salita media delle correnti simulate con il secondo batch (rosso) e delle correnti misurate (verde): le correnti simulate crescono ancora più lentamente rispetto al primo batch (Figura 5.8) perchè la resistenza totale R_S è aumentata. (In viola tutte le correnti simulate).

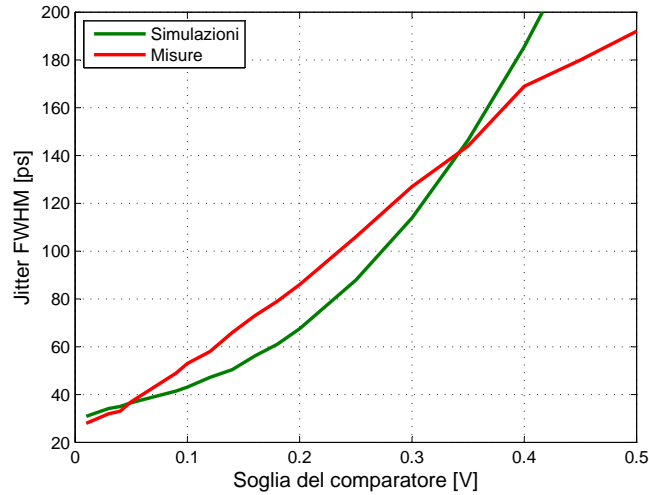


Figura 5.10: Confronto tra l'andamento del jitter in funzione della soglia del comparatore come ricostruito dalle misure e dalle simulazioni (primo batch). Il trend è confermato, sebbene con concavità più acuita: si ha una sottostima del jitter fino a $V_{COMP} = 350\text{mV}$ ed una sovrastima oltre questo valore.

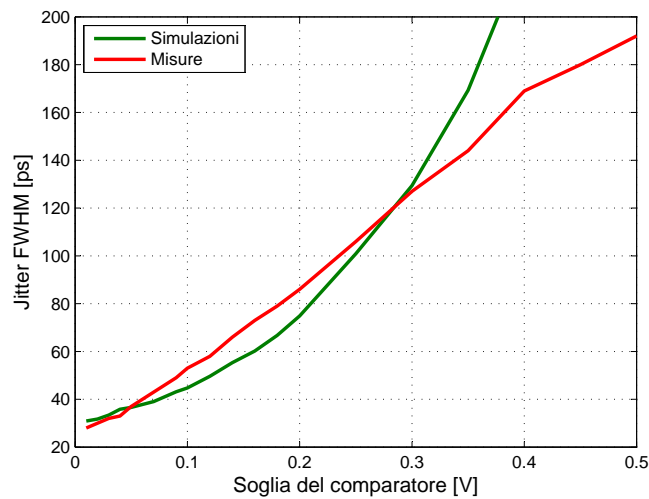


Figura 5.11: Confronto tra l'andamento del jitter in funzione della soglia del comparatore come ricostruito dalle misure e dalle simulazioni ed aumentando il valore di R_S (secondo batch). Il trend è confermato e la corrispondenza è migliore rispetto al primo batch (Figura 5.10) fino a $V_{COMP} = 300\text{mV}$. Oltre questo valore il simulatore sovrastima il jitter.

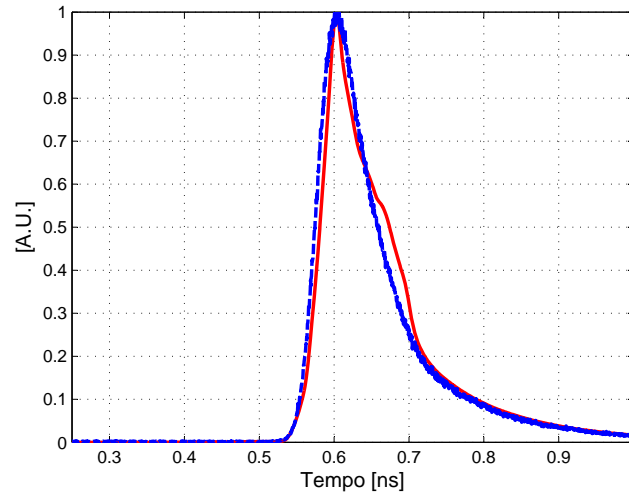


Figura 5.12: Confronto tra l'istogramma di timing ottenuto dalle misure (blu) e dalle simulazioni (rosso) per $V_{COMP} = 400mV$ (primo batch). Le simulazioni sovrastimano leggermente il jitter per soglie elevate.

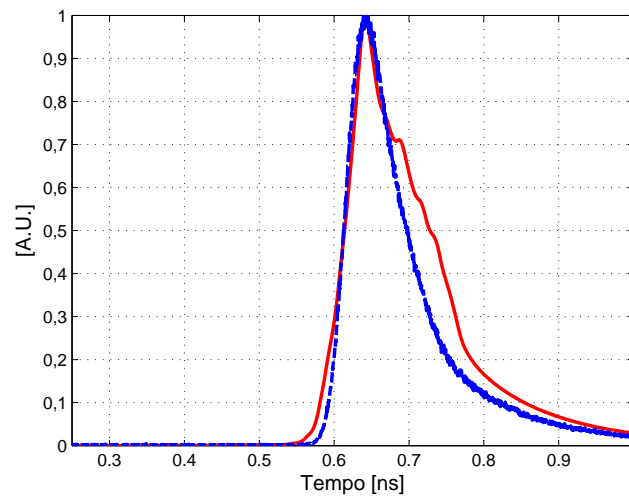


Figura 5.13: Confronto tra l'istogramma di timing ottenuto dalle misure (blu) e dalle simulazioni (rosso) per $V_{COMP} = 400mV$ (secondo batch). Le simulazioni sovrastimano ulteriormente il jitter per soglie elevate rispetto al primo batch (Figura 5.12).

maggiore di circa il 10% rispetto a quello utilizzato nel primo *batch*. Poichè le prestazioni di *timing* degradano con l'aumentare della resistenza R_S (Paragrafo 5.2), ci si aspetta che con l'aumento della resistenza specifica la pendenza complessiva della curva di Figura 5.10 aumenti. In compenso, anche il tempo medio di salita della corrente dovrebbe aumentare, creando un ulteriore divario tra le due curve di Figura 5.8. I risultati del secondo *batch*, ottenuti con gli stessi valori di generazione ottica, ma aumentando opportunamente la resistenza R_S , sono mostrati nelle Figure 5.9, 5.11 e 5.13.

Come previsto, il tempo di salita delle correnti è mediamente diminuito, mentre la pendenza della curva di Figura 5.11 è aumentata: le simulazioni approssimano molto bene l'andamento del *jitter* fino a $V_{COMP} = 300mV$, mentre per soglie superiori il divario è molto netto, come evidente anche dalla Figura 5.13. In conclusione, i risultati, ottenuti con i valori reali di generazione ottica e resistenza totale, mostrano che il simulatore è in grado di prevedere correttamente l'andamento del *jitter* fino a $V_{COMP} = 300mV$, mentre le previsioni sono erranee per valori di soglia più alti. Il tempo di salita delle correnti simulate indica chiaramente che è necessario agire sui restanti parametri di fitting, in particolare aumentando la velocità di propagazione agendo sul coefficiente di diffusione D e sulle costanti di crescita τ_M . Inoltre, un maggiore studio dei fenomeni resistivi all'interno dell'area attiva potrebbe portare un contributo di miglioramento alle simulazioni. A questo proposito, un terzo *batch* di simulazioni è in corso di svolgimento: i dati sono identici a quelli del secondo *batch*, ma il coefficiente di diffusione D è stato arbitrariamente raddoppiato per ottenere gli effetti sopra esposti. Il fitting utilizzando il coefficiente D è però molto critico in termini di tempo di simulazione: per ogni fattore f di aumento di D , lo *step* temporale Δt deve essere ridotto di f^2 . Nel caso in questione è dunque previsto che le simulazioni durino 4 volte tanto rispetto ai *batch* precedenti.

5.9 In sintesi

La caratterizzazione sperimentale dell'emissione ottica presentata al Capitolo 4 ha consentito di avere dati certi con i quali effettuare simulazioni della propagazione della valanga, al fine di stimare il contributo della propagazione assistita da fotoni al *photon timing jitter* globale. Il simulatore Monte Carlo utilizzato è stato presentato nelle sue caratteristiche fondamentali, ponendo particolare attenzione alla descrizione dei parametri critici da cui dipende il risultato delle simulazioni. In ordine di importanza: generazione ottica η_{gen} e spettro di emissione $s(\lambda)$, resistenza specifica R_S , velocità di propagazione v (con il contributo congiunto del coefficiente di diffusione D e delle τ_M di crescita della valanga), coefficienti di assorbimento α , efficienza di triggering η_{tr} . In particolare, si è introdotta una figura di merito sintetica che permette di confrontare il contributo della propagazione assistita da fotoni per dispositivi di diverso tipo. In aggiunta, si è presentata la figura di merito proposta in [4], che ha evidenziato l'importanza della resistenza specifica. Le simulazioni sono state dunque condotte con i dati raccolti al Capitolo 4 per l'emissione ottica e, per completezza, con un valore modificato di R_S , misurato sperimentalmente. I risultati hanno mostrato che il simulatore è in grado di prevedere con buona approssimazione l'andamento del *jitter* fino a soglie inferiori a $V_{COMP} = 300mV$, mentre per valori superiori le simulazioni si discostano dalla curva misurata. Analizzando il tempo di salita

medio delle correnti, inferiore a quello valutato sperimentalmente, si è concluso che è necessario intervenire sulla velocità di propagazione agendo sul coefficiente di diffusione D e/o sulle costanti di tempo di crescita τ_M . A tal proposito, un *batch* di simulazioni è attualmente in svolgimento utilizzando i valori prima segnalati e raddoppiando arbitrariamente il coefficiente di diffusione D .

Conclusioni

Grazie al lavoro presentato in questa tesi, l'emissione ottica di un fotorivelatore SPAD in valanga è stata completamente caratterizzata tramite misure sperimentali. Aspetti di rilievo sono emersi confrontando i risultati con la letteratura più recente. I dati raccolti sono stati successivamente impiegati all'interno di un simulatore Monte Carlo in grado di riprodurre le dinamiche fisiche di propagazione della corrente all'interno dell'area attiva. In particolare, i dati di generazione ottica sono di fondamentale importanza per la modellizzazione fedele della propagazione assistita da fotoni, considerata la sorgente maggioritaria di *photon timing jitter* a seguito di considerazioni su base teorico-sperimentale. I risultati delle simulazioni hanno confermato una forte dipendenza del *jitter* dal valore della soglia del comparatore. Al fine di ottenere risultati più veritieri, anche il valore della resistenza serie è stato tarato all'interno del simulatore, in modo da riprodurre il valore misurato sperimentalmente. Le curve ottenute con le simulazioni sono in grado di prevedere correttamente l'andamento del *jitter* per valori della soglia inferiori a 300mV, mentre oltre questo valore le simulazioni si discostano dai valori misurati. Questi risultati, ed il tempo di salita medio delle correnti simulate, inferiore a quello atteso, suggeriscono che sia necessario agire su altri parametri del simulatore, in particolare aumentando il coefficiente di diffusione dei portatori. Simulazioni con coefficiente di diffusione raddoppiato sono attualmente in corso. La prospettiva dovrebbe essere quella di caratterizzare sperimentalmente tutte le variabili fisiche di interesse coinvolte nella propagazione della valanga, analogamente a quanto fatto in questo lavoro per l'emissione ottica. In questo modo sarà possibile ottenere simulazioni quanto più attinenti alla realtà.

Bibliografia

- [1] S. Cova, M. Ghioni, A. Lacaita, C. Samori, and F. Zappa. Avalanche photodiodes and quenching circuits for single-photon detection. *Applied Optics*, 35(12):1956-1976, April 1966.
- [2] I. Rech, D. Resnati, A. Gulinatti, M. Ghioni, and S. Cova. Self-suppression of reset induced triggering in picosecond spad timing circuits. *Review of scientific instruments*, 78(78), 2007.
- [3] A. L. Lacaita, S. Cova, A. Spinelli, and F. Zappa. Photon-assisted avalanche spreading in reach-through photodiodes. 62(6), February 1993.
- [4] M. Assanelli. P-n junction avalanche modeling for high performance single photon detector array. *PhD Thesis*, Politecnico di Milano, 2011.
- [5] A. Ingargiola. Improving single photon avalanche diodes for time correlated single photon counting. *PhD Thesis*, Politecnico di Milano, 2010.
- [6] A. Ingargiola. Analisi teorico-sperimentale del crosstalk ottico in array di SPAD. *Master Thesis*, Politecnico di Milano, 2006.
- [7] F. Panzeri. Tecnologie microelettroniche per la fabbricazione di rivelatori di singolo fotone: simulazione e caratterizzazione sperimentale. *Master Thesis*, Politecnico di Milano, 2007.
- [8] C. Cammi. Elettronica di Front-End per Sistemi Monolitici di Photon Timing. *Master Thesis*, Politecnico di Milano, 2007.
- [9] M. Assanelli. Analisi numerica e simulazione Monte Carlo della risposta temporale di fotorivelatori single-photon avalanche diode. *Master Thesis*, Politecnico di Milano, 2006.
- [10] A. L. Lacaita, F. Zappa, S. Bigliardi, and M. Manfredi. On the Bremsstrahlung origin of hot-carrier-induced photons in silicon devices. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 40(3):577-582, 1993.
- [11] A. L. Lacaita, A. Spinelli, and S. Longhi. Avalanche transients in shallow p-n junctions biased above breakdown. *Appl. Phys. Lett.*, 67(18):2627-2629, October 1995.
- [12] A. Spinelli and A. L. Lacaita. Physics and numerical simulation of single photon avalanche diodes. *IEEE Trans. Electron Devices*, pages 1931-1943, 1997.

- [13] A. L. Lacaita, S. Cova, A. Spinelli, and F. Zappa. Photon-assisted avalanche spreading in reach-through photodiodes. *Appl. Phys. Lett.*, 62(6), February 1993.
- [14] S.Villa, A.Lacaita, and A.Pacelli. Photon emission from hot electrons in silicon. *Phys. Rev. B*, 52(15): 10993-10999, 1995.
- [15] J.Bude, N.Sano, A. Yoshii. Hot-carrier luminescence in Si. *Phys. Rev. B*, 45(11):5848-5855, 1992.
- [16] N.Akil, S.E.Kerns,D.V.Kerns Jr.,A.Hoffmann, and J.P.Charles. A multi-mechanism model for photon generation by Silicon junctions in avalanche breakdown. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 46(5):1022-1028, 1999.
- [17] H. Yang, G. Luo, P. Karnchanaphanurach, T. M. Louie, I. Rech, S. Cova, L. Xun, and X. S. Xie. Protein Conformational Dynamics Probed by Single-Molecule Electron Transfer. *Science*, 302(5643):262-266, 2003.
- [18] S. A. Soper, J. H. Flanagan, B. L. Legendre, D. C. Williams, and R. P. Hammer. Near-infrared, laser-induced fluorescence detection for dna sequencing applications. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 4:1129-1139, 1996.
- [19] M. Gosch, A. Serov, T. Anhut, T. Lasser, A. Rochas, P. A. Besse, R. S.Popovic, H. Blom, and R. Rigler. Parallel single molecule detection with a fully integrated single-photon 2x2 cmos detector array. *Journal of Biomedical Optics*, 9(5):913-921, February 2004.
- [20] M. Bohmer and F. Pampaloni. Time-resolved confocal scanning device for ultrasensitive fluorescence detection. *Rev. Sci. Instr.*, 72(11):4145-4152,2001.
- [21] C. Niclass, A. Rochas, P. A. Besse, and E. Charbon. Design and characterization of a cmos 3-d image sensor based on single photon avalanche diodes. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 40(9):1847-1854, 2005.
- [22] B. Aull, J. Burns, Chenson Chen, B. Felton, H. Hanson, C. Keast, J. Knecht, A. Loomis, M. Renzi, A. Soares, Vyshnavi Suntharalingam, K. Warner, D. Wolfson, D. Yost, and D. Young. Laser radar imager based on 3d integration of geiger-mode avalanche photodiodes with two soi timing circuit layers. In *Solid-State Circuits Conference, 2006. ISSCC 2006. Digest of Technical Papers. IEEE International*, pages 1179-1188, Feb.2006.
- [23] J. R. Lakowicz. *Principles of Fluorescence Spectroscopy*. Springer, New York, 2006 (Third edition).
- [24] A.Pirovano, C. Monzio Compagnoni. *Dispositivi Optoelettronici Integrati*. Esculapio, 2007.
- [25] D.A. Neamen. *Semiconductor Physics and Devices - Third Edition*. McGRAW-HILL, 2003.

Elenco delle figure

1.1	<i>Caratteristica e fasi di funzionamento di uno SPAD operante in Geiger mode.</i>	7
1.2	<i>Circuito di spegnimento realizzato con carico resistivo R_L (a). Circuito equivalente (b). Intersezione della caratteristica dello SPAD con la retta di carico (c).</i>	8
1.3	<i>Forma d'onda della corrente nel diodo (a) e della tensione sul catodo (b) durante l'innescò e lo spegnimento della valanga. Non appena estinta la valanga, inizia il lento transitorio di carica delle capacità afferenti al catodo tramite la resistenza di carico.</i>	9
1.4	<i>Sezione della struttura dello SPAD.</i>	10
1.5	<i>Schema tipico di setup per misura TCSPC.</i>	11
1.6	<i>Schema di timing con doppio prelievo capacitivo sull'anodo. Sono necessari due comparatori per discriminare lo scatto del comparatore all'anodo dovuto alla valanga da quello dovuto all'accoppiamento capacitivo sul reset.</i>	12
1.7	<i>Istogramma tipico delle misure di timing su SPAD S62 a campo elettrico ingegnerizzato.</i>	12
1.8	<i>Fronte di corrente dello SPAD misurato mediante oscilloscopio a larga banda.</i>	17
1.9	<i>Conteggi di buio in funzione della temperatura per SPAD S44 ed S62: gli SPAD S62, di ultima generazione, sono ingegnerizzati per avere DCR fortemente dipendenti dalla temperatura.</i>	18
1.10	<i>Photon Detection Efficiency per SPAD full custom di tipo S62 (diametro $d = 50\mu\text{m}$) polarizzato a diversi valori di overvoltage.</i>	19
2.1	<i>Rappresentazione schematica del crosstalk ottico: la valanga innescata nello SPAD A genera un fotone secondario che, propagandosi attraverso il bulk, innesca una valanga indesiderata nello SPAD B.</i>	22
2.2	<i>Disturbo di crosstalk elettrico misurato all'ingresso del comparatore 2 a seguito del triggering del comparatore 1.</i>	23
2.3	<i>Photon timing jitter in funzione della soglia di discriminazione del comparatore. Tutti i dispositivi hanno diametro $d = 50\mu\text{m}$ e tutte le misure sono state effettuate con la stessa strumentazione elettronica.</i>	24
2.4	<i>Crescita delle correnti nelle primissime fasi della valanga simulate da [4]. Il contributo al jitter si concentra nei primissimi istanti. La pendenza negli istanti successivi, comune a tutte le curve, rappresenta la τ della crescita esponenziale.</i>	25

2.5	<i>Fotogramma della propagazione della valanga all'istante $t = 416\text{ps}$ per (a) innesco al centro dell'area attiva e (b) innesco ai bordi. Sono molto evidenti i centri di innesco delle valanghe secondarie. Si può inoltre notare il fronte di propagazione ridotto per la valanga (b) rispetto ad (a).</i>	26
2.6	<i>Photon timing jitter misurato per un dispositivo S62 in funzione della soglia. In blue: senza copertura metallica. In verde: con copertura metallica e foro da $8\mu\text{m}$ di diametro al centro. La posizione di innesco giustifica solo parzialmente l'aumento del jitter ad alte soglie.</i>	27
2.7	<i>Photon timing jitter misurato per un dispositivo S62 in funzione della soglia, focalizzando il laser in uno spot di $2\mu\text{m}$ di diametro e variando la posizione dello spot rispetto al centro dell'area attiva. Sebbene sia evidente una dipendenza dalla posizione di innesco, l'aumento del jitter ad alte soglie permane anche per innesco al centro.</i>	27
2.8	<i>Segnale di tensione all'ingresso del comparatore: confronto tra simulazioni e misure sperimentali. Il simulatore considera i fotoni secondari emessi e riassorbiti nell'area attiva. Si può apprezzare l'ottima congruenza anche per alte soglie.</i>	29
2.9	<i>Andamento del jitter in funzione della soglia per dispositivi S44 ed S62: confronto tra le simulazioni e le misure sperimentali. Il simulatore considera i fotoni secondari emessi e riassorbiti nell'area attiva. Si può apprezzare l'ottima congruenza anche per alte soglie.</i>	29
2.10	<i>Confronto tra le curve di segnale simulate e le curve misurate all'ingresso del comparatore, per tre diversi valori della soglia. Il simulatore NON considera i fotoni secondari emessi e riassorbiti nell'area attiva. Mentre una buona congruenza permane a basse soglie, si può osservare la pessima sovrapposizione ad alte soglie.</i>	30
2.11	<i>Andamento del jitter in funzione della soglia per dispositivi S44 ed S62: confronto tra le simulazioni e le misure sperimentali. Il simulatore NON considera i fotoni secondari emessi e riassorbiti nell'area attiva. Senza il contributo della diffusione assistita da fotoni, la dipendenza è ridotta drasticamente.</i>	30
3.1	<i>Vista dall'alto e dal fianco della struttura modellizzata in Zemax: il parallelepipedo quadrato rappresenta il bulk del dispositivo, mentre il disco modella la zona ad alto campo dove si concentra l'emissione ottica. $t = 100\text{nm}$, $d = 50\mu\text{m}$, $s = 700\mu\text{m}$, $p = 2\text{mm}$.</i>	34
3.2	<i>Andamento degli indici di rifrazione del Silicio e dell'Ossido di Silicio in funzione della lunghezza d'onda. L' Ossido di Silicio ha indice di rifrazione intermedio tra aria ($n=1$) e Silicio e favorisce l'efficienza esterna.</i>	35
3.3	<i>Grafico del coefficiente di assorbimento α in funzione della lunghezza d'onda, come proposto in [6] per Silicio poco drogato.</i>	35
3.4	<i>Confronto tra il profilo di emissione simulato in Zemax($\lambda = 500\text{nm}$) e la funzione coseno, corrispondente ad un'emissione lambertiana. É possibile apprezzare la coincidenza delle due curve, in accordo con la teoria.</i>	40

3.5	<i>Grafico dell'efficienza esterna η_{ext} simulata in Zemax e calcolata con la teoria. Il discostamento aumenta progressivamente fino a che i contributi di riflessione sul fondo del bulk e di emissione dai lati non diventano dominanti.</i>	42
3.6	<i>Trasmittanza calcolata secondo l'equazione (3.2) considerando una distanza pari al doppio della profondità del bulk $2s = 1.4mm$, al fine di valutare i raggi emessi dalla superficie a seguito di riflessioni sul fondo. Oltre $\lambda = 1000nm$ i raggi riflessi sul fondo del bulk non sono più trascurabili.</i>	42
3.7	<i>Rendering Zemax dell'emissione ottica per tre diverse lunghezze d'onda: dall'alto, $\lambda = 900nm$, $\lambda = 1000nm$, $\lambda = 1100nm$. Come dalla figura 3.5, i contributi di riflessione sul fondo del bulk e di emissione dai lati diventano progressivamente dominanti.</i>	43
3.8	<i>Andamento dell'errore percentuale commesso nella stima dell'efficienza geometrica η_{geom} al variare della distanza tra sorgente e detector. Per contenere l'errore è necessario operare a distanze superiori a $d = 1cm$.</i>	46
4.1	<i>Andamento del campo elettrico per dispositivi S44 ed S62: il campo elettrico dei dispositivi di nuova generazione (S62) è stato ingegnerizzato per migliorare le prestazioni in termini di PDE, DCR ed afterpulsing.</i>	49
4.2	<i>Grafico della Photon Detection Efficiency del modulo MPD impiegato per le misure, come valutata con un setup calibrato fino a $\lambda = 1000nm$. L'andamento della PDE lascia supporre che il modulo possa rivelare anche per lunghezze d'onda superiori.</i>	49
4.3	<i>Confronto tra i conteggi misurati al variare della corrente di polarizzazione e la retta di interpolazione ai minimi quadrati. L'andamento è lineare.</i>	52
4.4	<i>Trasmittanze di alcuni filtri passa-banda Thorlabs FBxxx-10 utilizzati per le misure sperimentali. In prima approssimazione, le trasmittanze possono considerarsi delle delta di Dirac ideali.</i>	53
4.5	<i>Fotoni rivelati in funzione della lunghezza d'onda utilizzando i filtri passa-banda con passo $\Delta\lambda = 50nm$ a distanza $d = 24.5mm$ dall'emettitore. Oltre i $900nm$ i conteggi diventano molto bassi e la misura è da considerarsi poco affidabile.</i>	56
4.6	<i>Spettro di emissione ottenuto secondo la (4.13) fino a $900nm$. Il picco si trova a $\lambda = 800nm$.</i>	57
4.7	<i>Dettaglio della trasmittanza del filtro Thorlabs passa-banda FB900-10 intorno alla banda passante. Si ha $FWHM = 10nm$ e larghezza della banda passante $\Delta\lambda_{pass} = 50nm$.</i>	58
4.8	<i>Layout Zemax del sistema ottico di focalizzazione studiato per valutare l'emissione nel vicino infrarosso. Sorgente e detector si trovano nel piano focale della prima e della seconda lente, rispettivamente. Il sistema è chiuso in un tubo Thorlabs e il pin-hole è dimensionato in modo da riprodurre l'angolo di accettazione della lente al fine di evitare che il detector raccolga fotoni riflessi sull'interno del tubo. I raggi tra le due lenti sono collimati e permettono l'inserimento ed il corretto utilizzo del filtro passa-banda.</i>	60

4.9	<i>Immagine grezza dello spot del sistema di focalizzazione ottenuta con scansione a passo $d = 25\text{nm}$. Lo spot ha raggio molto piccolo $r_s = 175\mu\text{m}$ e garantisce un valore molto alto di efficienza geometrica, secondo la (4.8).</i>	62
4.10	<i>Dettaglio dei fotoni rivelati senza sistemi di focalizzazione (blu) e con sistema di focalizzazione (rosa). Il sistema ottico di Figura 4.8 permette di avere una risoluzione molto alta anche per conteggi bassi e la misura è assolutamente affidabile. (Le due misure sono state confrontate utilizzando un opportuno fattore di scala).</i>	62
4.11	<i>Spettro completo anche della componente nel vicino infrarosso. Il picco principale rimane a $\lambda = 800\text{nm}$ e ad una valle a $\lambda = 900\text{nm}$ segue un picco secondario a $\lambda = 1000\text{nm}$.</i>	63
4.12	<i>Grafico della Photon Detection efficiency del modulo MPD utilizzato per le misure. La PDE fino a 1250nm è ottenuta, rispetto al grafico di Figura 4.2, tramite overlap dei risultati ottenuti con due banchi di misura differenti, del quale uno espressamente studiato per il vicino infrarosso.</i>	64
4.13	<i>Fotoni rivelati al variare della temperatura: i conteggi si riducono di circa il 10% incrementando la temperatura di $\Delta T = 90^\circ\text{C}$.</i>	65
4.14	<i>Immagine grezza del profilo della potenza ottica emessa dalla superficie dello SPAD sotto esame. L'immagine è ottenuta mediante scansione con microposizionatori di un quadrato di lato $l = 14\text{mm}$ a distanza $d = 18.6\text{mm}$, valori cui corrisponde un angolo di rivelazione massimo $\alpha = 30^\circ$. È possibile apprezzare la simmetria circolare dell'emissione.</i>	67
4.15	<i>Confronto tra la funzione coseno e l'elaborazione della scansione di Figura 4.14. La curva della misura è stata ottenuta individuando il picco dell'emissione e mediando quattro diverse sezioni del profilo di emissione tridimensionale. La corrispondenza è ottima e il leggero discostamento per angoli grandi è stato previsto già nel Capitolo 3 tenendo in considerazione l'emissione dai lati del dispositivo.</i>	67
4.16	<i>Confronto tra lo spettro ottenuto con le misure sperimentali del presente lavoro (rosso) e quanto proposto da [6] (blu) per lo stesso tipo di dispositivo (S62). L'andamento è identico per i due spettri, al netto di uno sfasamento $\Delta\lambda \approx 120\text{nm}$, giustificabile con le criticità del sistema di misura impiegato da [6], come descritto nel testo.</i>	68
4.17	<i>Confronto tra lo spettro ottenuto con le misure sperimentali del presente lavoro (rosso) e quanto proposto da [10] per dispositivi μP10 (blu). In entrambi i casi si ha un picco a $\lambda = 800\text{nm}$ ed una valle intorno a $\lambda \approx 900\text{nm}$. Dopo la valle, la risalita divergente dello spettro in [10] (blu) è con tutta probabilità dovuta ad una misura fallace dei conteggi emessi nel vicino infrarosso. La misura effettuata in questo lavoro senza la focalizzazione nel vicino infrarosso (azzurro) mostra infatti un andamento del tutto analogo.</i>	70

5.1	<i>Emissione anulare da misure di elettroluminescenza con SPAD S62 polarizzato a corrente inversa $I = 10mA$: la corrente si concentra in un anello.</i>	74
5.2	<i>Probabilità media di assorbimento di fotoni secondari all'interno dell'area attiva, per dispositivi con diverso volume, a parità di coefficienti di assorbimento. d e t indicano il diametro e lo spessore dell'area attiva: le curve verde e blu riproducono la geometria dei vecchi dispositivi $\mu P10$, mentre la curva in rosso quella degli attuali SPAD S62. L'assorbimento medio è più alto per i nuovi dispositivi.</i>	77
5.3	<i>Figura di merito del contributo della propagazione assistita da fotoni in tre diversi dispositivi, a parità di η_{gen}, spettro ed η_{tr}. d e t indicano il diametro e lo spessore dell'area attiva: le curve verde e blu riproducono la geometria dei vecchi dispositivi $\mu P10$, mentre la curva in rosso quella degli attuali SPAD S62. Il contributo della propagazione assistita da fotoni è più alto per i nuovi dispositivi.</i>	77
5.4	<i>Abbassamento del campo elettrico dovuto a resistenza di carica spaziale. In blu: dispositivo polarizzato a $V_{OV} = 5V$ sopra il breakdown senza corrente che scorre. In rosso tratteggiato: dispositivo polarizzato alla tensione di breakdown senza corrente che scorre. In rosso: dispositivo polarizzato a $V_{OV} = 5V$ sopra il breakdown con corrente stazionaria che scorre. Gli effetti di carica spaziale, in presenza di corrente stazionaria, riportano il picco del campo elettrico al valore di breakdown.</i>	78
5.5	<i>Distribuzione della tensione di overvoltage V_{OV} nell'area attiva: gli effetti di bordo conducono ad un progressivo abbassamento della tensione effettivamente presente. Il cerchio rosso ha raggio $r = 23\mu m$.</i>	80
5.6	<i>Circuito equivalente dello SPAD e della scheda impiegata per le misure di timing. V_{COMP} è la tensione in ingresso al comparatore.</i>	81
5.7	<i>Figura di merito del contributo della propagazione assistita da fotoni per SPAD S62 con i dati raccolti mediante le misure sperimentali nel presente lavoro (Capitolo 4) e con i dati precedenti. Il contributo della propagazione assistita da fotoni è più alto con i dati attuali.</i>	83
5.8	<i>Confronto tra la curva di salita media delle correnti simulate con il primo batch (rosso) e delle correnti misurate (verde): le correnti simulate crescono più lentamente. (In viola tutte le correnti simulate)</i>	84
5.9	<i>Confronto tra la curva di salita media delle correnti simulate con il secondo batch (rosso) e delle correnti misurate (verde): le correnti simulate crescono ancora più lentamente rispetto al primo batch (Figura 5.8) perchè la resistenza totale R_S è aumentata. (In viola tutte le correnti simulate).</i>	84
5.10	<i>Confronto tra l'andamento del jitter in funzione della soglia del comparatore come ricostruito dalle misure e dalle simulazioni (primo batch). Il trend è confermato, sebbene con concavità più acuita: si ha una sottostima del jitter fino a $V_{COMP} = 350mV$ ed una sovrastima oltre questo valore.</i>	85

5.11	<i>Confronto tra l'andamento del jitter in funzione della soglia del comparatore come ricostruito dalle misure e dalle simulazioni ed aumentando il valore di R_S (secondo batch). Il trend è confermato e la corrispondenza è migliore rispetto al primo batch (Figura 5.11) fino a $V_{COMP} = 300mV$. Oltre questo valore il simulatore sovrastima il jitter.</i>	85
5.12	<i>Confronto tra l'istogramma di timing ottenuto dalle misure (blu) e dalle simulazioni (rosso) per $V_{COMP} = 400mV$ (primo batch). Le simulazioni sovrastimano leggermente il jitter per soglie elevate.</i>	86
5.13	<i>Confronto tra l'istogramma di timing ottenuto dalle misure (blu) e dalle simulazioni (rosso) per $V_{COMP} = 400mV$ (secondo batch). Le simulazioni sovrastimano ulteriormente il jitter per soglie elevate rispetto al primo batch (Figura 5.12).</i>	86