



# **POLITECNICO DI MILANO**

Facoltà di Ingegneria Industriale  
Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Aeronautica

## **Studio numerico tridimensionale dell'impatto di gocce su film liquido sottile con traiettoria non perpendicolare**

Relatore: Prof. Alberto Guardone

Correlatore: Ing. Giulio Romanelli

Tesi di Laurea di:

Paola BRAMBILLA Matr.: 740277

Anno Accademico 2010 - 2011



*Alla mia meravigliosa famiglia,  
la mia vera forza, per il costante  
e fondamentale supporto.*



# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
1.1	Campi di interesse per lo studio di impatto di gocce . . . . .	1
1.2	Fenomenologia dell'impatto su film liquido . . . . .	2
1.2.1	Parametri caratteristici . . . . .	2
1.2.2	Tipi di impatto . . . . .	4
1.2.3	Cinematica dell'impatto con splashing . . . . .	7
1.2.4	Andamento delle quantità geometriche nello splashing . . . . .	11
1.3	Simulazioni numeriche di impatto in letteratura . . . . .	14
1.3.1	Flusso assialsimmetrico a potenziale . . . . .	14
1.3.2	Flusso assialsimmetrico con metodo VOF . . . . .	16
1.3.3	Flusso bidimensionale piano, impatti obliqui . . . . .	18
1.3.4	Flusso tridimensionale . . . . .	19
1.4	Obiettivi del lavoro . . . . .	26
<b>2</b>	<b>Metodo numerico</b>	<b>29</b>
2.1	Metodi numerici per correnti multifase . . . . .	29
2.1.1	Modello euleriano-lagrangiano . . . . .	30
2.1.2	Modello euleriano-euleriano . . . . .	30
2.1.3	Modello euleriano-euleriano completo . . . . .	31
2.2	Equazioni di governo e procedura numerica . . . . .	32
2.2.1	Metodi di individuazione dell'interfaccia . . . . .	32
2.2.2	Metodo VOF . . . . .	33
2.3	Modello numerico in OpenFOAM . . . . .	36
2.3.1	Dominio, condizioni al contorno e condizioni iniziali . . . . .	36
2.3.2	Schemi numerici impiegati . . . . .	38
2.3.3	Raffinamento dinamico . . . . .	39
2.3.4	Solutore . . . . .	41

---

<b>3</b>	<b>Risultati numerici</b>	<b>45</b>
3.1	Stato dell'arte di impatti obliqui . . . . .	45
3.2	Simulazioni di impatti obliqui . . . . .	46
3.3	Studio della convergenza di griglia . . . . .	54
3.4	Confronto con risultati sperimentali . . . . .	61
3.4.1	Impatto ad alto Weber . . . . .	61
3.4.2	Impatto a basso Weber . . . . .	63
3.5	Studio della regione di transizione . . . . .	67
<b>4</b>	<b>Conclusioni e sviluppi futuri</b>	<b>77</b>
4.1	Conclusioni . . . . .	77
4.2	Possibili sviluppi futuri . . . . .	78

# Elenco delle figure

1.1	Regimi di impatto di goccia su film liquido . . . . .	5
1.2	Limite di splashing . . . . .	6
1.3	Evoluzione dello splash . . . . .	8
1.4	Confronto tra impatto obliquo e impatto verticale . . . . .	8
1.5	Differenza tra ejecta sheet e lamella . . . . .	9
1.6	Diagramma di fase . . . . .	10
1.7	Terza generazione delle microgocce . . . . .	10
1.8	Evoluzione temporale del raggio del rim . . . . .	12
1.9	Evoluzione temporale dell'altezza della corona . . . . .	13
1.10	Numero di jet al variare del $We$ . . . . .	13
1.11	Gocce secondarie . . . . .	14
1.12	Evoluzione della sezione del jet iniziale . . . . .	15
1.13	Simulazione di impatto per tempi lunghi . . . . .	15
1.14	Sezione dell'impatto a diverse viscosità . . . . .	17
1.15	Impatto obliquo: confronto tra simulazione 2D ed esperimento . . . . .	18
1.16	Simulazioni numeriche dirette di Rieber e Frohn . . . . .	20
1.17	Evoluzione del raggio di base della corona di Rieber e Frohn . . . . .	21
1.18	Viste in sezioni della corona di Rieber e Frohn . . . . .	21
1.19	Evoluzione del raggio di base della corona di Nikolopoulos <i>et al.</i> . . . . .	22
1.20	Simulazioni 3D di Nikolopoulos <i>et al.</i> . . . . .	23
1.21	Evoluzione nel tempo del raggio e dell'altezza della corona, corrente assialsimmetrica . . . . .	25
1.22	Evoluzione del raggio e dell'altezza della corona nel tempo, corrente tridimensionale . . . . .	26
2.1	Approcci mediati per CFD di flussi bi-fase . . . . .	31
2.2	Metodologie di individuazione dell'interfaccia . . . . .	33
2.3	Condizioni al contorno . . . . .	37

2.4	Esempio raffinamento con quattro livelli . . . . .	41
2.5	Disgregazione dell'interfaccia . . . . .	42
2.6	Time step iniziale con quattro livelli di raffinamento . . . . .	43
3.1	Immagini degli esperimenti di Okawa <i>et al.</i> . . . . .	46
3.2	Effetto dell'angolo di impatto sulla struttura a forma di prua di nave. . . . .	46
3.3	Definizione di angolo di impatto . . . . .	47
3.4	Simulazione tridimensionale di impatto a 20° . . . . .	49
3.5	Simulazione tridimensionale di impatto a 40° . . . . .	49
3.6	Simulazione tridimensionale di impatto a 60° . . . . .	49
3.7	Simulazione tridimensionale di impatto a 80° . . . . .	50
3.8	Confronto tra i We relativo alla percentuale di volume di liquido avente una data velocità . . . . .	52
3.9	Traiettoria del baricentro della corona, confronto tra i Weber . . . . .	53
3.10	Confronto discretizzazioni, velocità lungo $x$ . . . . .	55
3.11	Confronto discretizzazioni, velocità lungo $y$ . . . . .	55
3.12	Confronto discretizzazioni, velocità lungo $z$ . . . . .	56
3.13	Confronto discretizzazioni, impatto a 20°, $U_x$ . . . . .	57
3.14	Confronto discretizzazioni, impatto a 80°, $U_x$ . . . . .	57
3.15	Confronto discretizzazioni, impatto a 20°, $U_y$ . . . . .	58
3.16	Confronto discretizzazioni, impatto a 80°, $U_y$ . . . . .	58
3.17	Confronto discretizzazioni, impatto a 20°, $U_z$ . . . . .	59
3.18	Confronto discretizzazioni, impatto a 80°, $U_z$ . . . . .	59
3.19	Confronto traiettorie $We = 250$ . . . . .	60
3.20	Confronto con risultati di impatto ad alto Weber: simulazione . . . . .	62
3.21	Confronto con risultati sperimentali di Thoroddsen . . . . .	63
3.22	Definizione grafica delle grandezze geometriche analizzate da Cos- sali et al. . . . .	64
3.23	Risultati di impatto a basso Weber: simulazione tridimensionale . . . . .	65
3.24	Impatto a basso Weber: confronto sperimentale . . . . .	66
3.25	Trend di minimo, $We = 250$ . . . . .	67
3.26	Trend di minimo, $We = 250$ , valori massimi . . . . .	68
3.27	Evoluzione getto a forma di prua di nave . . . . .	68
3.28	Evoluzione del getto al crescere del Weber . . . . .	69
3.29	Evoluzione dell'impatto a 10° . . . . .	71
3.30	Evoluzione dell'impatto a 30° . . . . .	71
3.31	Evoluzione dell'impatto a 40° . . . . .	71
3.32	Evoluzione dell'impatto a 50° . . . . .	72
3.33	Evoluzione dell'impatto a 60° . . . . .	72
3.34	Evoluzione dell'impatto a 80° . . . . .	72
3.35	Confronto evoluzioni, vista dall'alto . . . . .	75



# Elenco delle tabelle

1.1	Parametri relativi ai regimi di impatto di goccia su film liquido riportati in figura 1.1. . . . .	5
1.2	Parametri utilizzati da Rieber e Frohn nelle loro simulazioni. . . .	19
1.3	Dimensioni e discretizzazione del dominio di calcolo nei casi studiati da Brivio. . . . .	25
2.1	Patch per le condizioni al contorno . . . . .	37
2.2	Risoluzione massima in direzione $x$ . . . . .	40
3.1	Range di parametri utilizzati da Okawa <i>et al.</i> . . . . .	45
3.2	Caratteristiche dei fluidi utilizzati . . . . .	47
3.3	Dimensione domini e numero di celle computazionali . . . . .	48
3.4	Confronto con risultati di impatto ad alto Weber: parametri . . . .	61
3.5	Confronto con risultati di impatto a basso Weber: parametri . . . .	64



# Elenco dei simboli

$\alpha$	Frazione volumica
$\alpha^*$	Funzione indicatrice dell'interfaccia interpolata
$\beta$	Angolo di impatto
$\delta$	Delta di Dirac
$\mu$	Viscosità dinamica
$\nabla$	Gradiente
$\nabla \cdot$	Divergenza
$\nu$	Viscosità cinematica
$\rho$	Densità
$\Sigma$	Tensore di sforzo
$\sigma$	Tensione superficiale
$\tau$	Tempo adimensionale
$\mathbf{f}$	Accelerazione dovuta alle forze di volume
$\mathbf{n}^*$	Normale all'interfaccia interpolata
$\mathbf{n}$	Vettore normale all'interfaccia
$\mathbf{U}$	Vettore velocità del liquido
$\mathbf{V}_c$	Campo di velocità per la compressione dell'interfaccia
$\mathbf{V}$	Vettore velocità

---

$a$	Primo fluido
$b$	Secondo fluido
$Bo$	Numero di Bond ( $= \frac{\rho g D^2}{\sigma}$ )
$D$	Diametro della goccia impattante
$D$	Diametro della goccia
$d_{10}$	Diametro delle gocce secondarie
$f$	Frequenza di impatto
$Fr$	Numero di Froude ( $= \frac{V^2}{gD}$ )
$g$	Pedice riferito al gas
$H$	Spessore adimensionale del film liquido
$h_0$	Spessore del film liquido
$K$	Parametro di Sommerfeld ( $= We \cdot Oh^{-2/5}$ )
$k$	Curvatura dell'interfaccia
$l$	Pedice riferito al liquido
$p$	Pressione
$R_a$	Ampiezza nominale della rugosità
$r_c$	Raggio della corona
$R_{nd}$	Rugosità adimensionale ( $= \frac{R_a}{D}$ )
$Re$	Numero di Reynolds ( $= \frac{\rho DV}{\mu}$ )
$t$	Tempo
$U_i$	Componente del vettore velocità $\mathbf{U}$
$V$	Modulo della velocità d'impatto della goccia
$We$	Numero di Weber ( $= \frac{\rho DV^2}{\sigma}$ )
$x, y, z$	Terna destrorsa con origine in un vertice del dominio simulato

# Sommario

Nel presente lavoro di tesi viene condotta un'analisi numerica di impatto di una singola goccia su film liquido sottile con traiettoria di caduta non perpendicolare alla superficie libera. Lo scopo è quello di descriverne la dinamica e definire un valore di angolo di impatto che determini la transizione tra il regime di spreading e quello di splashing. Il primo regime indica la deposizione della goccia sulla superficie del film di base, mentre lo splashing prevede la formazione di una struttura a corona il cui sviluppo è influenzato dagli effetti di inerzia, tensione superficiale e dissipazione viscosa. Il limite tra i due regimi corrisponde ad un valore dell'angolo di impatto pari a  $40^\circ$ . Per angoli di impatto inferiori si osserva la formazione di una struttura a forma di prua di nave, mentre per angoli superiori si ha la nascita della corona.

Il codice utilizzato appartiene alla suite open-source per fluidodinamica computazionale OpenFOAM [1] e implementa la metodologia *Volume-Of-Fluid* (VOF) per flussi multifase. Le simulazioni sono realizzate in geometria tridimensionale utilizzando una tecnica di raffinamento dinamico di griglia localizzato in prossimità dell'interfaccia gas-liquido, ottenendo così una forte riduzione del costo computazionale rispetto all'utilizzo di griglie uniformi.

Le grandezze caratteristiche del fenomeno in esame sono rappresentate da raggio e altezza della corona. Poiché nel caso di impatti obliqui la corona presenta una forte asimmetria non è possibile definire un unico raggio di riferimento. Per tale motivo viene introdotto un nuovo parametro di caratterizzazione, ovvero la traiettoria del baricentro della massa di liquido che viene sollevata in seguito all'impatto.

Inoltre si determina la quantità di liquido avente velocità maggiore di una data al fine di stabilire la percentuale di fluido che si deposita sul film di base e quella che lascia il dominio simulato.

Al fine di verificare l'accuratezza del codice di calcolo utilizzato, viene eseguito un confronto con dati sperimentali relativi ad impatti con direzione della velocità normale al film liquido. L'accordo è molto buono e, in particolare, la descrizione dei primi istanti successivi all'impatto viene riprodotta con un alto grado di accuratezza.

**Parole chiave:** impatto gocce; impatto obliquo; film liquido; Volume-Of-Fluid VOF; OpenFOAM



# Abstract

This work presents a numerical investigation of the impact of a single drop on a thin liquid film with the drop velocity non-normal with respect to the free surface. The aim is to describe the dynamics of the impact and find a value of the impact angle which defines the limit between spreading and splashing. The former indicates the deposition of the drop over the liquid film, while the latter is characterized by the formation of a crown shape whose motion is governed by inertial, surface tension and viscous dissipation effects. The limit between the two regimes corresponds to a value of the impact angle equal to  $40^\circ$ . At minor impact angles there is the formation of a ship's prow-like structure, while at higher angles the crown originates.

The software used is part of the open-source computational fluid dynamics (CFD) suite OpenFOAM [1] which implements the *Volume-Of-Fluid* (VOF) method for dealing with multiphase fluxes. The simulations are realized in three-dimensional geometry using a dynamic mesh refinement technique, localized around the gas-liquid interface. This allows a strong reduction in computational costs with respect to the use of uniform meshes.

The characteristic parameters of the phenomenon in exam are the crown radius and height. In oblique impacts the crown presents a strong asymmetry, so it is not possible to define a unique referential radius. For this reason, a new parameter of characterisation is introduced. This is the trajectory of the gravity centre of the liquid mass which rises after the impact.

Besides it is calculated the quantity of liquid with velocity higher than a known one. This is important to establish the fluid fraction which spreads over the film surface and the one which leaves the simulated domain.

To verify the accuracy of the numerical method here used, a comparison is done with experimental results dealing with normal impacts. The agreement is very good and, in particular, the description of the first moments after the impact is adequately achieved.

**Keywords:** drop impact; oblique impact; liquid film; Volume-Of-Fluid method VOF; OpenFOAM





# Capitolo 1

## Introduzione

### 1.1 Campi di interesse per lo studio di impatto di gocce

Il presente lavoro propone un'analisi numerica tridimensionale dell'impatto di gocce su film liquido sottile. Si tratta di un particolare tipo di flusso della famiglia dei multifase, il moto dei quali è detto a superficie libera.

L'impatto di gocce su superfici solide o liquide è l'elemento chiave di una vasta gamma di fenomeni che si possono incontrare sia in casi di interesse ingegneristico sia in altri processi fisici che avvengono in natura. Alcune applicazioni industriali sono la stampa a getto d'inchiostro, i motori a combustione interna (per l'atomizzazione del carburante), il raffreddamento rapido per mezzo di spray, gli inceneritori, la pittura a spray, l'estinzione del fuoco per mezzo di impianti antincendio "a pioggia" e la formazione di ghiaccio sia su cavi ad alta tensione (campo civile) sia su ali di aeroplani (campo aeronautico).

In particolare, tale lavoro di tesi rientra in un più ampio progetto volto a studiare in maniera ravvicinata il fenomeno dell'impatto di gocce d'acqua su superfici aeronautiche (ala, gondola motore) al fine di realizzare modelli accurati per la previsione dell'accrescimento del ghiaccio. Per tale motivo, si pone maggiore attenzione su impatti a velocità relativamente elevata (anche se non a livello delle velocità tipicamente aeronautiche, l'analisi numerica delle quali richiede risorse computazionali elevate) su film d'acqua sottile, utilizzando come fluidi di lavoro acqua e aria. In queste condizioni gli impatti risultanti sono di tipo *splashing*.

In campo aeronautico, la geometria dell'impatto è per lo più tridimensionale e la direzione spesso non-normale, a causa della possibile presenza di una corrente trasversale rispetto alle superfici. Sono questi i motivi che hanno diretto l'interesse verso l'analisi numerica tridimensionale di impatti obliqui.

## 1.2 Fenomenologia dell'impatto su film liquido

### 1.2.1 Parametri caratteristici

L'impatto di gocce dipende da diversi parametri data la complessità del fenomeno. Innanzitutto, molto importante è la forma della goccia, la quale può essere sferica o ellittica, a causa delle oscillazioni che si generano nella fase di volo. Tali oscillazioni sono generalmente dovute alla scia di Von Karman che si distacca da corpi tozzi, di cui la goccia ne è un esempio. Altro fattore da tenere presente è la direzione di impatto: la goccia può cadere verticalmente oppure può seguire una traiettoria inclinata rispetto alla superficie di impatto. Il fluido che circonda la goccia può essere aria, un altro gas oppure il vuoto. Di conseguenza proprietà come densità e viscosità dei fluidi rivestono un ruolo rilevante. Inoltre il fluido può essere newtoniano o non. La goccia può impattare su una superficie solida oppure su un film liquido. Nel primo caso la rugosità della superficie può influenzare molto la dinamica dell'impatto. La superficie può essere più o meno elastica, calda o fredda rispetto alla goccia, curva o non in relazione alla dimensione del fenomeno, eventualmente porosa, chimicamente omogenea o eterogenea. Nel secondo caso, i liquidi che compongono goccia e vasca/film possono essere miscibili oppure immiscibili. Il film può essere profondo (se il suo spessore è maggiore del diametro della goccia) oppure sottile (se lo spessore è molto minore del diametro della goccia). Inoltre a superficie del film può essere increspata da onde oppure trovarsi a riposo. La rugosità può giocare un ruolo fondamentale anche in questo caso poiché le dimensioni degli elementi rugosi potrebbero non essere trascurabili rispetto alla profondità del film liquido.

Si deve inoltre tenere presente che l'impatto può riguardare una singola goccia, un treno di gocce rilasciate in serie oppure una distribuzione di gocce su un'area relativamente estesa (nel caso di spray). E' necessario in questi ultimi due casi valutare l'interferenza reciproca tra le varie gocce e capire se è possibile ricondursi al caso di un singolo evento (impatto di una singola goccia).

L'impatto può dare origine a varie dinamiche. La goccia può "spalmarsi" sulla superficie solida (*spreading*), può ritirarsi (*receding*) oppure può rimbalzare (*rebounding*). Altrimenti può formarsi una cavità nel liquido contenuto in una vasca per poi collassare portando alla formazione del cosiddetto *Worthington jet*, un jet perpendicolare alla superficie del liquido che sorge al centro dell'impatto; esso a sua volta può essere soggetto a rottura per effetto di capillarità (*capillary breakup*) e rilasciare una goccia secondaria dal proprio apice. Infine, l'impatto su film liquido può portare alla formazione di una corona, seguita dalla sua propagazione e dal suo collasso. Può inoltre accadere che delle bolle di gas vengano intrappolate

o tra la goccia e il liquido oppure dalla corona mentre questa si riavvolge su se stessa.

In particolare, i parametri che influenzano il fenomeno durante e dopo l'impatto sono la velocità della goccia, sia in direzione che in modulo, la sua dimensione, le proprietà del/dei liquido/i (densità, viscosità e viscoelasticità), la tensione superficiale, la profondità del film liquido sottostante, la rugosità della superficie (in caso di film sottile o assente), la presenza o meno della forza di gravità, gli effetti non isotermi, la comprimibilità (rilevante solo in caso di velocità molto elevate), l'eventuale cattura di bolle di gas. I principali gruppi adimensionali utilizzati per descrivere l'impatto sono:

$$We = \frac{\rho DV^2}{\sigma}, \quad Re = \frac{\rho DV}{\mu}, \quad Oh = \frac{\mu}{(\rho \sigma D)^{1/2}} = \frac{We^{1/2}}{Re}, \quad (1.1a)$$

$$H = \frac{h_0}{D}, \quad \tau = t \cdot \frac{V}{D}, \quad K = We \cdot Oh^{-2/5}, \quad (1.1b)$$

$$Bo = \frac{\rho g D^2}{\sigma}, \quad Fr = \frac{V^2}{gD} = \frac{We}{Bo}, \quad R_{nd} = \frac{R_a}{D}. \quad (1.1c)$$

dove  $\rho$ ,  $\mu$  e  $\sigma$  indicano, rispettivamente, la densità, la viscosità e la tensione superficiale del liquido,  $D$  e  $V$  il diametro e la velocità d'impatto della goccia,  $g$  l'accelerazione di gravità,  $t$  il tempo,  $h_0$  lo spessore del film liquido preesistente e  $R_a$  l'ampiezza nominale della rugosità. I gruppi adimensionali sono il numero di Weber  $We$ , Reynolds  $Re$ , Ohnesorge  $Oh$ , Bond  $Bo$  e Froude  $Fr$ ;  $\tau$  è il tempo adimensionale, utilizzato per comparare i diversi fenomeni in condizioni di similarità dinamica;  $H$  e  $R_{nd}$  sono, rispettivamente, lo spessore del film e la rugosità adimensionali. Il numero  $K$  è denominato parametro di Sommerfeld ed è un importante parametro composito per determinare il regime d'impatto, come verrà spiegato nel seguito. L'effetto della rugosità è da considerarsi quasi esclusivamente in caso di superficie asciutta. Gli effetti della gravità sono legati al numero di Bond o di Froude; nel fenomeno che accompagna l'impatto gocce, questi sono tipicamente trascurabili.

I gruppi adimensionali più utilizzati sono i numeri di Weber e Ohnesorge. Il numero di Weber descrive il rapporto tra energia cinetica della goccia impattante (e quindi gli effetti inerziali) e tensione superficiale del liquido: concettualmente, si può affermare che la prima tende a causare lo splashing della goccia e una rapida crescita della corona e dei jet ad essa associati, mentre la seconda si oppone a questo effetto spingendo verso una geometria che abbia la minima superficie

possibile (si pensi alle gocce di mercurio: la sua elevata tensione superficiale le porta a disporsi in piccole sfere, una volta lasciate libere su una superficie liscia). Il numero di Ohnesorge è di più difficile interpretazione: esso indica il rapporto tra viscosità, densità e tensione superficiale del fluido, ed è maggiormente utilizzato rispetto al Reynolds nello studio di impatto di gocce.

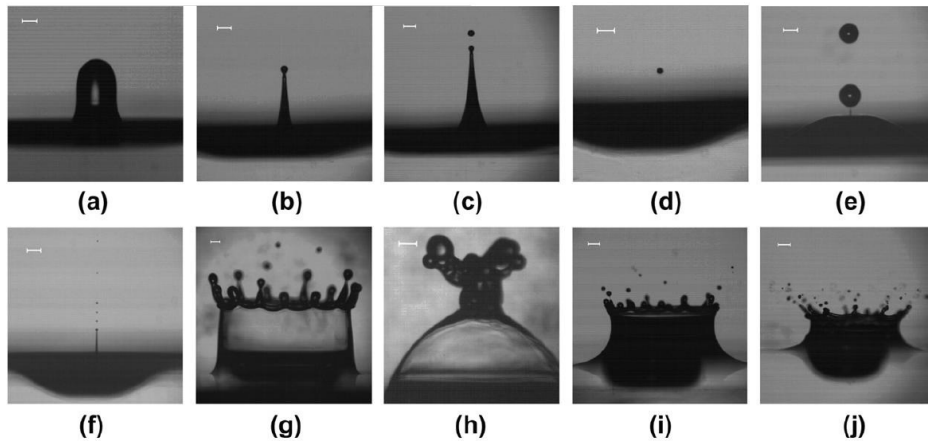
### 1.2.2 Tipi di impatto

Come detto precedentemente, l'impatto di gocce può dare origine a diverse dinamiche. Per una più esaustiva e dettagliata analisi si rimanda all'articolo di Yarin [39]. Il presente lavoro si concentra esclusivamente su impatti di gocce a velocità moderata, e quindi con effetti di comprimibilità trascurabili, su superficie bagnata.

Il caso di impatto su vasca relativamente profonda è stato indagato sperimentalmente nei lavori di Prosperetti e Oguz [25] e Rein [28]. Il moto del fluido prodotto dalla goccia non è limitato dalla superficie solida del fondo e può spostare un volume considerevole di liquido all'impatto; si forma quindi una cavità nel punto di impatto, di forma circa emisferica, circondato da un bordo liquido denominato *corona*, la cui altezza e spessore dipendono dai parametri dell'impatto. L'espansione della corona è limitata dalla viscosità, ma soprattutto dalla tensione superficiale, la quale interrompe ad un certo punto l'affondamento della cavità, facendone poi collassare le pareti; a seconda dell'intensità dell'impatto si può giungere a ripristinare, dopo un certo transitorio oscillatorio, la condizione iniziale di superficie liscia, oppure può prodursi un Worthington jet nel centro della cavità.

In figura 1.1 è mostrata una casistica completa degli effetti dell'impatto su film liquido omogeneo più o meno sottile; per ogni immagine sono riportati i numeri di Weber, Ohnesorge,  $K$  e spessore adimensionale nella tabella 1.1.

Le immagini dalla *a* alla *f* sono caratterizzate da numeri di Weber relativamente bassi, e quindi il fenomeno è dominato fortemente dalla tensione superficiale: la goccia viene assorbita dal film liquido. Nel caso *a* il  $We$  è talmente basso da provocare il rimbalzo almeno parziale della goccia, in seguito all'assorbimento. A numeri di  $We$  crescenti (fig. *b* e *c*) si assiste al rilascio di un Worthington jet, più o meno sottile, il quale può rompersi per effetto di capillarità e dare origine a una o più goccioline secondarie (fig. *c* e *d*). Nelle figure *e* e *f* si evidenzia l'effetto della viscosità: nel caso *f* questa è circa un quarto rispetto al caso *e*. Inoltre bisogna notare che il jet e le goccioline secondarie nell'immagine *f* sono generate ad un istante molto prossimo all'impatto, mentre l'immagine *e* è presa ad un tempo avanzato, quando il film liquido si sta già livellando. Si consideri che questa prima serie di fenomeni è caratterizzata dall'interazione del fondo della cavità di



**Figura 1.1:** Regimi di impatto di goccia su film liquido (tratto da [24]). I parametri relativi ad ogni immagine sono riportati in tabella 1.1.

Caso	We	Oh	K	H
a	375	0.00344	364	2.60
b	255	0.04816	858	2.03
c	275	0.04816	925	2.03
d	219	0.04816	737	2.03
e	444	0.04816	1494	1.86
f	178	0.01313	1007	2.93
g	1188	0.04816	3997	0.61
h	2987	0.06430	8953	0.78
i	1301	0.04816	4377	1.20
j	472	0.00229	5367	1.91

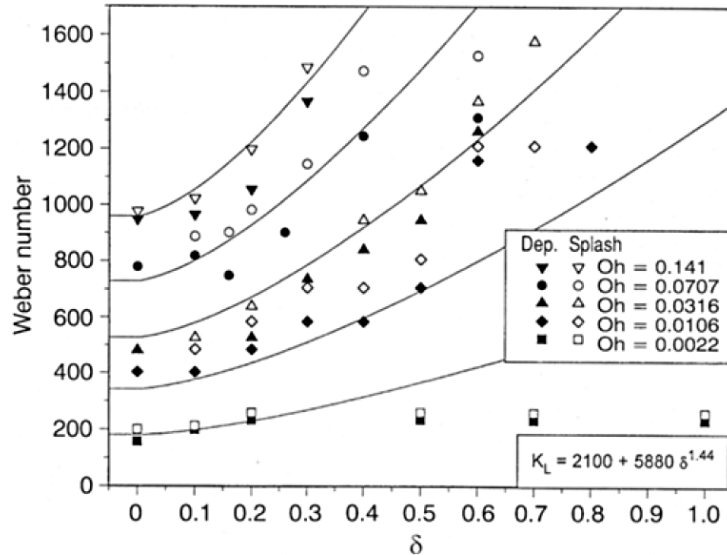
**Tabella 1.1:** Parametri relativi ai regimi di impatto di goccia su film liquido riportati in figura 1.1.

impatto con la superficie solida; ciò è permesso dal fatto che i tempi caratteristici di questi casi di deposizione e assorbimento sono molto alti.

Le ultime quattro immagini (fig. *g-j*) mostrano lo *splashing* della goccia. In esse il numero di *We* è molto superiore rispetto ai casi precedenti e lo spessore adimensionale del film inferiore. Nei primi due casi si ha la formazione di una corona ben definita. In *g* è evidente la sua struttura: una lamina sottile che si sviluppa verticalmente, sovrastata da un bordo (*rim*) più spesso; da esso si origina una serie di jet i quali, instabilizzati per capillarità, si rompono fino a formare delle gocce secondarie (più evidenti in fig. *i* e *j*). Nel caso *h* la corona finisce con chiudersi su se stessa, secondo gli autori per gravità, e coalesce formando

una sorta di jet diretto verso l'alto. Le immagini *i* e *j* mostrano l'effetto della viscosità sullo splash: nel caso *i* la viscosità è oltre 20 volte superiore rispetto al caso *j* e ciò influenza l'angolo formato dalla corona, l'estensione radiale dei jet e il numero delle goccioline secondarie rilasciate da questi.

Dalle precedenti considerazioni appare evidente l'importanza di distinguere i parametri di impatto che determinano deposizione o splashing della goccia. Il lavoro di Cossali *et al.* [7] studia ampiamente il fenomeno nell'ambito dei film liquidi sottili e impatti normali, valutando la dipendenza dal numero di Weber, di Ohnesorge e dallo spessore del film (l'influenza della rugosità non è stata considerata, almeno in maniera sistematica); i risultati di tale campagna sperimentale sono riportati in figura 1.2.



**Figura 1.2:** Limite di splashing: numero di Weber critico su spessore del film liquido, al variare del numero di Ohnesorge (tratto da [7]).

Fissato il valore di Oh, il We critico, al di sopra del quale si ha splashing, aumenta con lo spessore adimensionale del film, qui indicato con  $\delta$ : un film liquido più spesso inibisce lo splashing. L'andamento con il numero di Ohnesorge è analogo, come si può facilmente intuire: una viscosità maggiore dissipa parte dell'energia dell'impatto. Si nota un comportamento inatteso per il minimo valore di Oh: ad esso corrisponde una saturazione del We critico all'aumentare dello spessore del film. Gli autori ipotizzano che questo comportamento sia collegato al fatto che, per bassa viscosità, lo splash avviene immediatamente dopo l'impatto (*prompt splash*) e sulla superficie del liquido; questo fenomeno quindi sarebbe non sensibile alla profondità del film. Gli autori giungono a determinare la seguente correlazione per il limite tra impatto con deposizione e splashing:

$$K_s = (Oh^{-0.4}We)_s = 2100 + 5880\delta^{1.44} \quad (1.2)$$

relazione valida per  $0.1 < \delta < 1$  e  $Oh > 7 \times 10^{-3}$ , con un'accuratezza di circa il 10% sui dati dei loro esperimenti. Il numero di Weber è valutato considerando il modulo della velocità di impatto della goccia; nei casi in esame, invece, si è considerata la componente normale della velocità stessa, in quanto essa ha direzione inclinata rispetto alla superficie del film liquido.

### 1.2.3 Cinematica dell'impatto con splashing

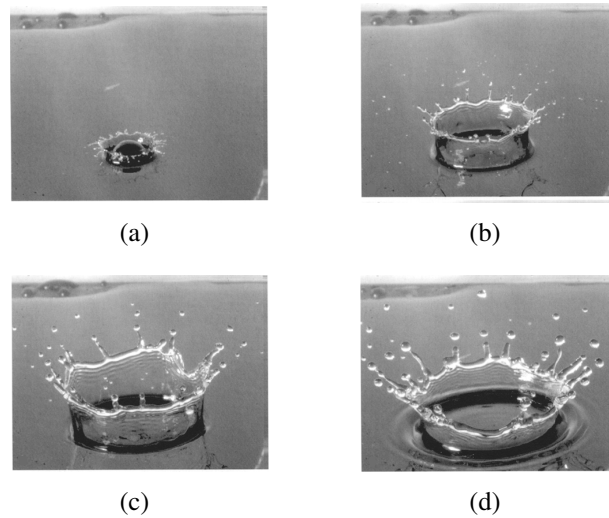
L'attenzione di questo progetto è rivolta verso impatti con splashing, in quanto sono fenomeni tipici in campo aeronautico. In particolare, si vuole studiare l'impatto su film liquido sottile, dove il termine *sottile* si riferisce alla condizione  $H \ll 1$ . Nei casi in esame  $H$  è equivalente a 0.116, come nell'articolo di riferimento di Rieber e Frohn [29] (per maggiori dettagli si rimanda al paragrafo 1.3.4).

L'evoluzione dello splash può essere suddivisa in quattro fasi principali, illustrate in figura 1.3:

1. impatto e formazione della corona (inizialmente orizzontale: *jetting*)(figura 1.3(a));
2. instabilità del rim ed eiezione dei jet (figura 1.3(b));
3. rottura dei jet e rilascio di gocce secondarie (figura 1.3(c));
4. collasso della corona (figura 1.3(d)).

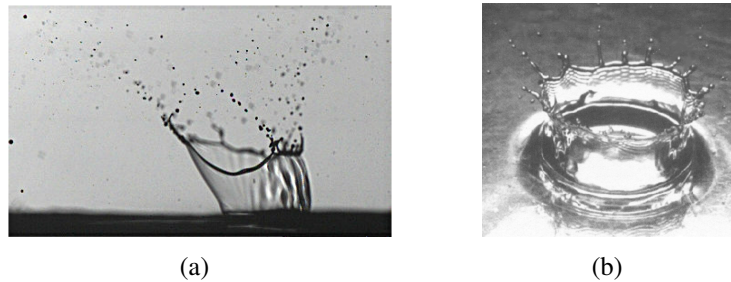
Molti autori si sono dedicati allo studio della prima fase d'impatto, come Thoroddsen in campo sperimentale [33] e Weiss e Yarin in campo numerico [36]. Questi ultimi affermano che negli istanti iniziali subito dopo l'impatto, si osserva la formazione di uno strato di liquido sottile (*ejecta sheet*) che si muove inizialmente in direzione quasi orizzontale ad alta velocità (oltre dieci volte la velocità d'impatto). Questo strato sottile di liquido viene presto deviato in direzione normale alla superficie libera del film, prendendo il nome di *lamella*, e porta alla formazione della corona, la quale termina nel rim, la sua parte più spessa.

Una volta formata, la corona comincia ad aumentare sia radialmente sia verticalmente. Lungo di essa si sviluppano due famiglie di perturbazioni: un'onda longitudinale e un'onda trasversale. La corona continua a crescere durante tutto lo splash nonostante la velocità radiale diminuisca col tempo.



**Figura 1.3:** Evoluzione dello splash tratto da [7].

Nei casi in esame, durante la sua evoluzione presenta un'evidente asimmetria. Nelle simulazioni numeriche la goccia viaggia da destra verso sinistra, quindi la corona si sviluppa maggiormente a sinistra del punto di contatto, sia in altezza che in direzione radiale. All'aumentare dell'angolo di incidenza l'asimmetria diminuisce fino ad annullarsi nell'impatto verticale.



**Figura 1.4:** Confronto tra impatto a  $70^\circ$  (figura 1.4(a), tratto da [27]) e impatto a  $90^\circ$  (figura 1.4(b), tratto da [7]).

In seguito, lungo il rim prendono forma delle cuspidi, dalle quali hanno origine dei jet, elementi prevalentemente monodimensionali. Essi sono allungati dall'inerzia e per effetto di capillarità vanno incontro a rottura, rilasciando delle gocce secondarie.

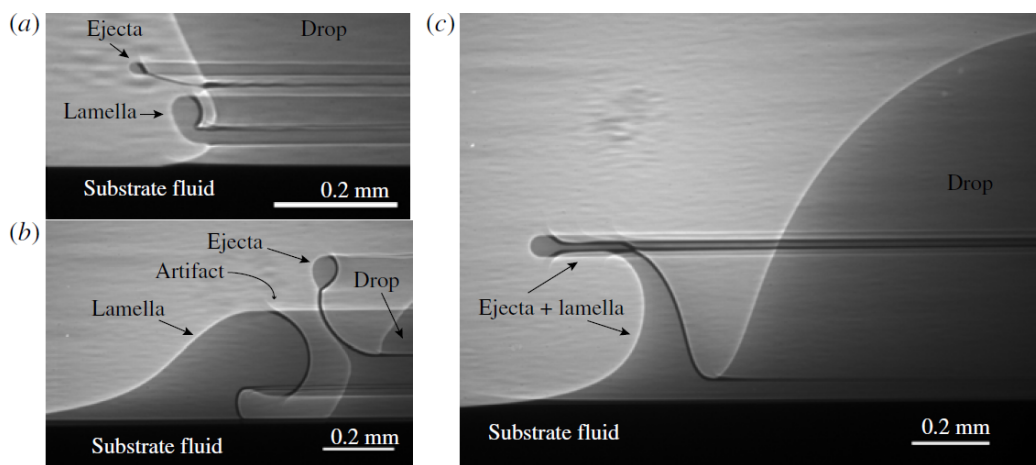
Come osservato da Cossali *et al.* nel 1997 [7], se il liquido ha un'elevata viscosità le gocce secondarie vengono eiettate solo dopo uno sviluppo completo



della corona oppure addirittura durante il suo periodo di collasso. Per questo motivo si possono distinguere due tipi di splash:

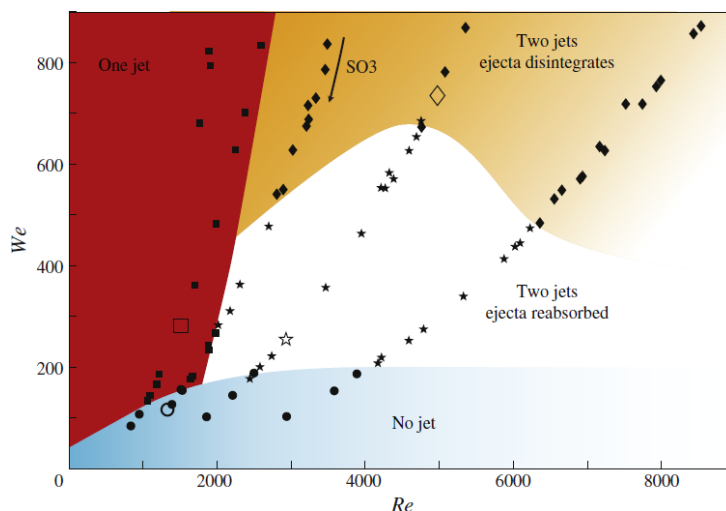
- *prompt splash*: avviene a bassi numeri di Ohnesorge ed è caratterizzato da una seconda atomizzazione già presente nella fase di jetting;
- *late splash*: caratterizzato da alti numeri di Ohnesorge quando la seconda atomizzazione avviene solo dopo uno sviluppo completo della corona.

Il rilascio di gocce secondarie è stato in parte indagato anche da Zhang *et al.* [41]. I loro risultati si basano innanzitutto sulla distinzione dell'ejecta sheet dalla lamella. Grazie alla tecnica dei raggi X, hanno scoperto che le due lamine di liquido appena citate sono due strutture differenti: il primo è un jet ad alta velocità formato quasi immediatamente dopo l'impatto (entro  $100 \mu s$ ), mentre la seconda è un jet più lento che emerge successivamente (tipicamente  $500 - 1000 \mu s$  dopo l'impatto). Essi hanno inoltre osservato che per  $Re$  bassi l'ejecta sheet e la lamella formano una singola struttura continua, come mostrato in figura 1.5(c), mentre la loro separazione decresce con  $We$ .



**Figura 1.5:** Le figure (a) e (b) mostrano un getto sottile (ejecta sheet) e uno più spesso (lamella sheet). La figura (c) mostra i due getti combinati in un singolo strato liquido. Immagini tratte da [41].

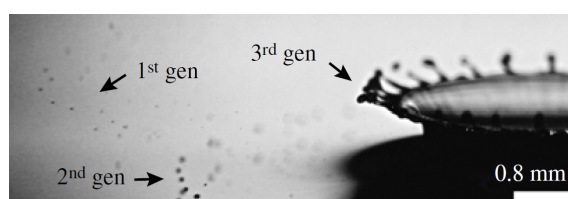
I loro esperimenti sono riassunti in figura 1.6. Per differenti velocità d'impatto hanno rimarcato una curva del tipo  $We = \alpha Re^2$  che separa il regime di singolo getto da quello di doppio getto. Appena sotto il limite di transizione, esiste un unico getto la cui forma porta a dire che l'ejecta sheet è posizionato sul bordo d'attacco della lamella.



**Figura 1.6:** Diagramma di fase come funzione di  $We$  e  $Re$ . Indica il numero di getti risultanti dall'impatto di una goccia su un film liquido (tratto da [41]).

Come si osserva in figura 1.6, le curve tendono a piegarsi per valori di  $Re$  bassi, indicando l'effetto rilevante della viscosità. A  $Re$  più elevati la dipendenza dalla viscosità, al contrario, tende ad indebolirsi.

Quando  $We \gtrsim 500$  l'ejecta sheet si disintegra in diversi getti (*fingering*), elementi prevalentemente di tipo monodimensionale, da cui hanno origine delle gocce secondarie di dimensioni inferiori rispetto a quelle dovute alla rottura della lamina. Esiste anche una terza generazione di microgocce che avviene in una seconda fase di rottura della lamina (cfr. figura 1.7). Quindi la dimensione delle gocce secondarie non è necessariamente un buon indicatore della loro origine.



**Figura 1.7:** Dettaglio delle tre generazioni di gocce secondarie in un singolo impatto (tratto da [41]).

### 1.2.4 Andamento delle quantità geometriche nello splashing

Nello studio dell'impatto gocce, il quale fino ad oggi è stato prevalentemente di tipo sperimentale, l'analisi quantitativa viene eseguita su una serie di grandezze geometriche. Per quanto riguarda l'impatto con splashing esse sono raggio, altezza e spessore medio della corona, numero e dimensione dei jet, numero e dimensione delle gocce secondarie.

#### Raggio della corona

A prima vista il fenomeno può sembrare troppo complesso per uno studio teorico di queste quantità, ma un'analisi più attenta rivela che è possibile una descrizione di massima di tipo quasi-monodimensionale. Il modello sviluppato su questa base da Yarin e Weiss [40] assume che, immediatamente dopo l'impatto, esista una zona circolare attorno al centro con una velocità centrifuga dell'ordine della velocità di impatto  $V$  al tempo  $\tau_0$ . Se l'intensità dell'impatto è sufficiente a provocare lo splashing (cfr. equazione (1.2)), cioè se l'effetto inerziale è preponderante rispetto a quello della tensione superficiale (la viscosità è trascurabile nei primi istanti, ma meno trascurabili sono le perdite viscosive nel momento dell'impatto), il liquido del film sospinto verso l'esterno si scontra con il liquido attorno in quiete, dando origine ad una discontinuità cinematica. Il liquido in moto viene deviato verso l'alto ed emerge, formando una lamina sottile che è appunto la parete della corona. La discontinuità continua intanto a propagarsi nel film liquido alla base, alimentando la corona e facendola avanzare. Secondo queste ipotesi, gli autori propongono il seguente andamento per il raggio della corona  $r_c$  nel tempo:

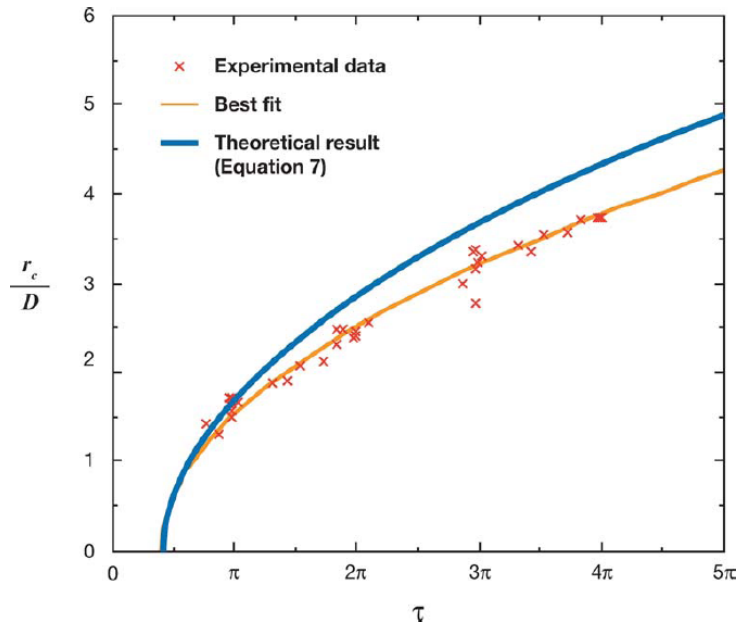
$$\frac{r_c}{D} = \frac{V^{1/2}}{6^{1/4}\pi^{1/2}\nu^{1/8}D^{1/4}f^{3/8}}(\tau - \tau_0)^{1/2} \quad (1.3)$$

dove  $\nu$  è la viscosità cinematica,  $f$  è la frequenza di impatto, poiché nei loro esperimenti utilizzano una sequenza di impatti gocce; nel caso di impatto singolo l'equazione (1.3) si riscrive come:

$$\frac{r_c}{D} = \frac{2^{1/4}}{3} \frac{V^{1/2}}{D^{1/4}h_0^{1/4}}(\tau - \tau_0)^{1/2} \quad (1.4)$$

In figura 1.8 è riportato il confronto tra l'equazione (1.3) e i dati sperimentali.

Vi è un buon accordo per quanto riguarda i primi tempi dopo l'impatto. Per i tempi successivi i raggi misurati sperimentalmente sono inferiori rispetto a quanto previsto dalla teoria, probabilmente per il fatto che quest'ultima non considera le perdite viscosive relative al momento dell'impatto.



**Figura 1.8:** Evoluzione temporale del raggio del rim. Confronto tra la curva dell'equazione (1.3), i dati sperimentali e loro interpolazione ai minimi quadrati (tratto da [40]).

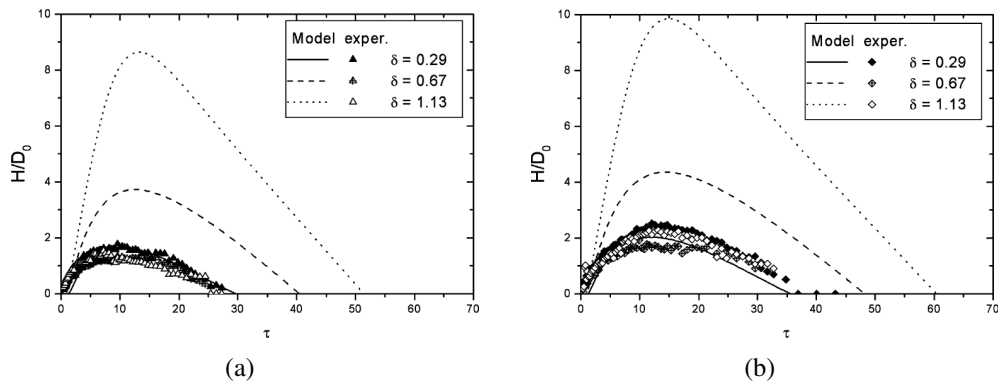
### Altezza e spessore della corona

Sulla linea del lavoro svolto da Yarin e Weiss [40], Roisman e Tropea [31] confermano i loro risultati per quanto riguarda l'apertura radiale della corona ed estendono l'analisi teorica anche alle sue altre caratteristiche geometriche, nello specifico altezza e spessore.

Il loro modello non considera la tensione superficiale e gli effetti della viscosità, in quanto come visto precedentemente gli effetti inerziali sono preponderanti nella fase iniziale. Il confronto con i risultati sperimentali di Cossali *et al.* riportati in figura 1.9 evidenzia però alcuni forti limiti nella loro teoria.

Il modello teorico è ottenuto utilizzando lo spessore adimensionale iniziale del film  $H$  per adimensionalizzare le lunghezze. Esso offre una buona approssimazione nel caso di film di spessore vicino a quello utilizzato nel loro lavoro ( $H = 0.29$ , la curva più bassa di figura 1.9), ma sovrastima ampiamente le altezze per valori di  $H$  maggiori.

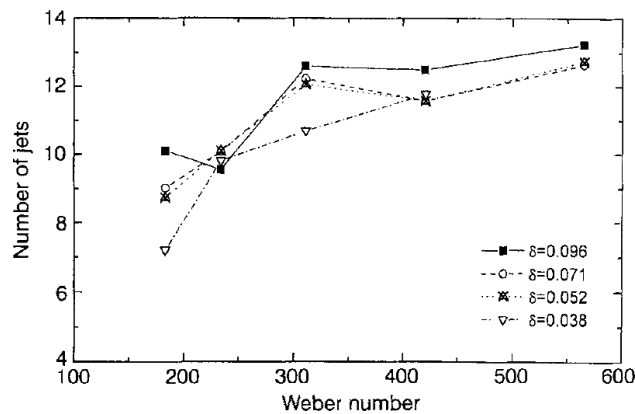
Il modello per lo spessore della corona, essendo strettamente legato a quello per l'altezza, verosimilmente presenta gli stessi limiti, ma manca un suo confronto con dati sperimentali a causa della difficoltà nella definizione univoca di tale grandezza.



**Figura 1.9:** Evoluzione temporale dell'altezza della corona; numeri di  $We$  rispettivamente di 667 e 843. Confronto tra le curve teoriche di Roisman e Tropea [31] e i dati sperimentali di Cossali *et al.* [8].

### Numero e dimensione di jet e gocce secondarie

La parte dell'evoluzione dello splashing coinvolge la formazione di jet, che si protendono dal bordo della corona, e il rilascio di gocce secondarie. Le loro caratteristiche geometriche sono oggetto di indagine nei lavori di Cossali *et al.* [7] e [8]. Il numero di jet mostra una certa dipendenza dal  $We$ , come illustrato in figura 1.10, sebbene il meccanismo alla loro origine non sia ancora stato chiarito. E' probabile che la rugosità superficiale svolga un ruolo importante, ma non vi sono studi specifici a riguardo.

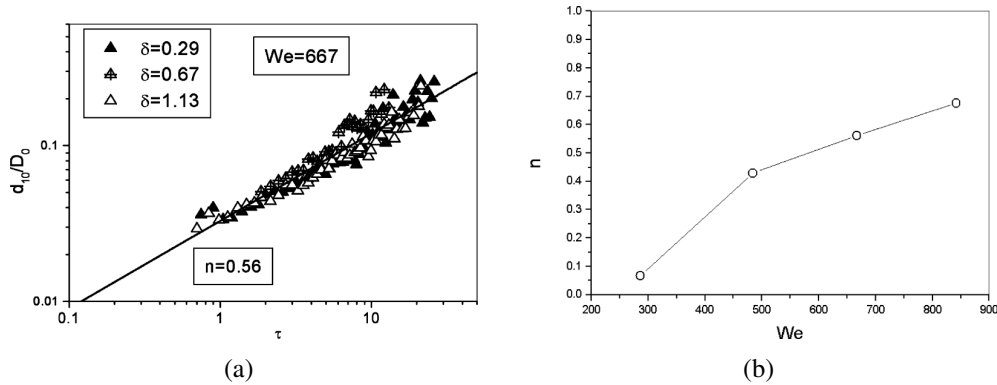


**Figura 1.10:** Numero di jet al variare del  $We$ ;  $3000 < K < 8000$ ;  $K_s \approx 2000$  (tratto da [7]).

Per quanto riguarda la dimensione delle gocce secondarie, si riscontra una dipendenza del loro diametro  $d_{10}$  dal tempo al quale vengono rilasciate dal relativo jet, secondo una legge di tipo esponenziale:

$$\frac{d_{10}}{D} = q\tau^n \quad (1.5)$$

dove la costante moltiplicativa  $q$  e l'esponente  $n$  sono ricavate sperimentalmente per ogni caso analizzato. Tale legge descrive il fenomeno con una discreta accuratezza (cfr. figura 1.11(a)). L'esponente  $n$  varia fortemente in relazione al numero di Weber dell'impatto, come illustrato in figura 1.11(b).



**Figura 1.11:** Gocce secondarie, dimensione in funzione del tempo di eiezione: confronto tra equazione (1.5) e risultati sperimentali (tratto da [8]).

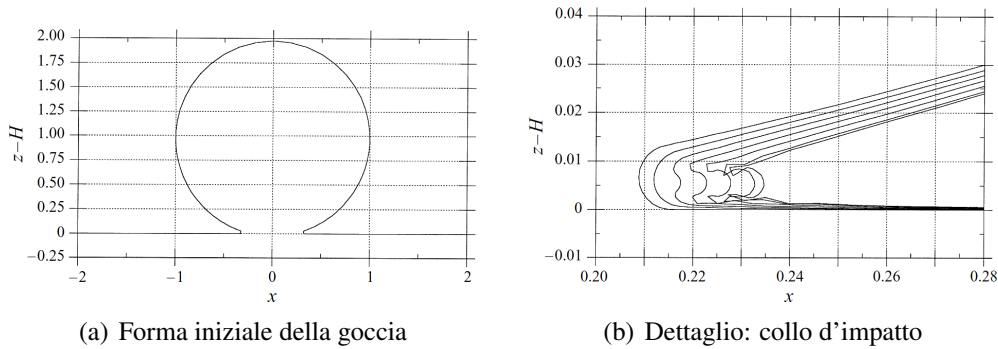
## 1.3 Simulazioni numeriche di impatto in letteratura

Nella presente sezione vengono riportati i risultati tratti da alcune rilevanti pubblicazioni scientifiche riguardanti simulazioni numeriche di impatto di gocce su film liquido sottile. Evidentemente non è una trattazione completa della letteratura in questo campo, ma si vuole fare una panoramica generale sullo stato dell'arte fino ad oggi; a questo scopo sono stati scelti lavori riguardanti simulazioni bidimensionali, assialsimmetriche e tridimensionali, evidenziando per ciascuno di essi le potenzialità e i limiti del modello scelto.

### 1.3.1 Flusso assialsimmetrico a potenziale

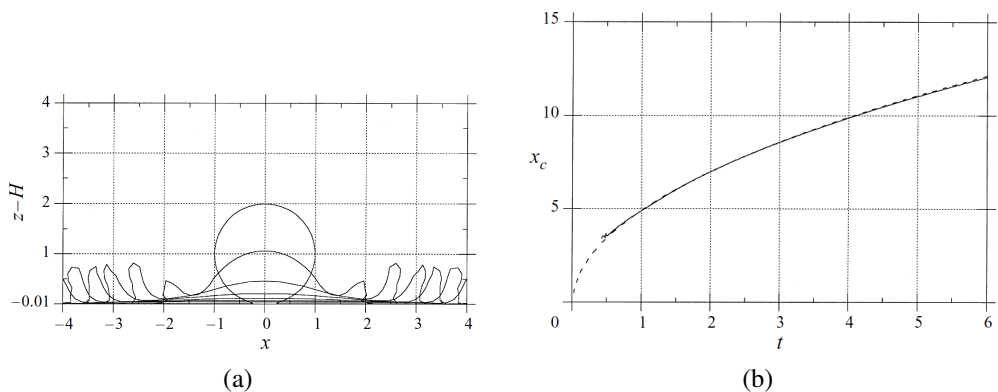
Nel loro lavoro del 1999, Weiss e Yarin [36] affrontano numericamente il problema dell'impatto su film sottile, focalizzando l'attenzione sui primi istanti di tempi dopo il contatto. Le loro simulazioni riguardano impatti normali alla superficie e sono eseguite su una geometria assialsimmetrica, utilizzando un metodo a potenziale risolto secondo il *boundary-integral method*. Tensione superficiale e gravità vengono modellate, mentre viscosità e comprimibilità sono trascurate.

La griglia di calcolo è raffinata con mediamente oltre 150 nodi sulla superficie libera, in modo da descrivere accuratamente la dinamica nella zona di interesse, cioè il collo dell'impatto; l'elevato livello di dettaglio permette di ottenere i risultati riportati in figura 1.12(b).



**Figura 1.12:** Evoluzione della sezione del jet iniziale: esso si propaga nello spazio libero fino a ricongiungersi al film liquido, portando così alla formazione di una bolla gassosa di forma toroidale intrappolata nel liquido sottostante (tratto da [36]).

Proseguendo con la simulazione per tempi maggiori, si assiste alla formazione di onde di capillarità molto accentuate, quasi una vera e propria corona, come illustrato in figura 1.13(a). L'andamento temporale del raggio della corona si sovrappone quasi perfettamente alle previsioni teoriche eseguite dagli stessi autori nel loro lavoro precedente [40]; per l'impatto illustrato nelle figure di questa sezione, l'evoluzione del raggio è riportato in figura 1.13(b).



**Figura 1.13:** Simulazione di impatto per tempi lunghi: 1.13(a) profilo delle onde di capillarità; 1.13(b) confronto tra l'evoluzione del raggio della corona e le previsioni teoriche effettuate da Yarin e Weiss [40].

Il maggiore limite di questo lavoro è rappresentato dal fatto che il metodo numerico è a potenziale e perciò non considera la viscosità dei fluidi. Le simulazioni danno risultati soddisfacenti fino a tempi molto brevi dopo l'impatto, confermati anche dagli esperimenti sul jetting realizzati da Thoroddsen [33] alcuni anni dopo. Per tempi più lunghi però la mancanza della viscosità impedisce di ottenere risultati in accordo con i dati sperimentali. Il limite di splashing riportato nell'equazione (1.2) diventa automaticamente superato: essendo la viscosità nulla, il numero di Ohnesorge vale  $Oh = 0$  e  $\lim_{\mu \rightarrow 0} K = \infty$ , quindi ogni impatto provoca uno splashing.

L'andamento teorico per il raggio della corona (cfr. equazione (1.4)) è ben verificato.

### 1.3.2 Flusso assialsimmetrico con metodo VOF

Come il lavoro riportato nel paragrafo precedente, anche lo studio di Josserand e Zaleski del 2003 [17] si concentra su tempi brevi dopo l'impatto su film sottile.

Essi sviluppano una teoria per predire la transizione tra i regimi di splashing e deposizione, assumendo un flusso a potenziale in tutto il dominio di calcolo meno che una piccola zona viscosa vicino al collo di impatto. I risultati ottenuti sotto queste ipotesi riportano ad una formula analoga all'equazione (1.2).

Accanto allo studio teorico vengono eseguite delle simulazioni numeriche: il metodo scelto risolve le equazioni di Navier-Stokes assialsimmetriche e incompressibili, comprendenti il termine di tensione superficiale:

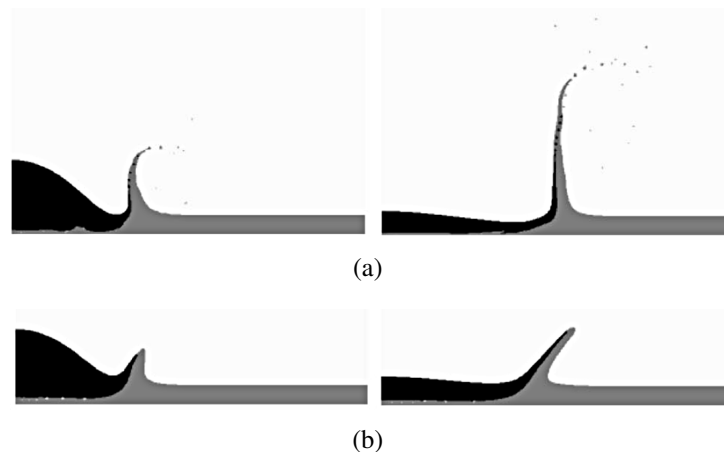
$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (1.6a)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot (2\mu \mathbf{D}) + \sigma k \delta_s \mathbf{n} \quad (1.6b)$$

dove  $\mathbf{v}$  è il vettore velocità del fluido,  $p$  la pressione,  $\mathbf{D} = 0.5(\nabla \mathbf{V} + (\nabla \mathbf{V})^T)$  è il tensore rateo di deformazione,  $\delta_s$  la delta di Dirac bidimensionale relativa all'interfaccia,  $\mathbf{n}$  e  $k$  rispettivamente il versore normale all'interfaccia e la curvatura della stessa. Il metodo multifase adottato è il VOF, per il quale si rimanda al paragrafo 2.2.2. L'interfaccia è ricostruita secondo il metodo PLIC (*Piecewise Linear Interface Calculation*) e per la tensione superficiale è utilizzata una versione del metodo CSF (*Continuum Surface Force*) adattata all'assialsimmetrico. Gli effetti di comprimibilità e gravità vengono trascurati: nei casi di impatto simulati, infatti, i numeri di Mach  $M$  e Froude  $Fr$  sono dell'ordine di  $\mathcal{O}(10^{-3})$ ; la comprimibilità risulta trascurabile in questo caso anche secondo i risultati mostrati da Lesser e Field [19].



Dopo aver sperimentato griglie di calcolo da  $128^2$  a  $512^2$  elementi, viene scelta una risoluzione pari a  $256^2$ . E' realizzata una serie di simulazioni per indagare gli effetti della viscosità su tempi non elevati, con numero di Weber fisso  $We = 8000$  e Reynolds variabile tra 1000 e 40; due di esse sono confrontate in figura 1.14.



**Figura 1.14:** Sezione dell'impatto a diverse viscosità: 1.14(a) bassa viscosità,  $Re = 1000$ ; 1.14(b) alta viscosità,  $Re = 100$ . tempo adimensionale  $\tau$  pari a 0.7 e 1.5. Tratto da [17].

I due liquidi costituenti la goccia e il film superficiale sono marcati con colori differenti in modo da distinguere l'origine del fluido che compone la corona; è noto dalla letteratura che esso è costituito quasi interamente dal liquido del film alla base, risultato confermato dalle simulazioni.

I risultati ottenuti sono in accordo con quanto riportato negli esperimenti realizzati da Thoroddsen [33]. Dalla loro analisi sui primi tempi dell'impatto emerge che la viscosità svolge un ruolo preponderante nel determinare la dimensione del jet che emerge al contatto tra goccia e film liquido; la tensione superficiale, invece, permette o meno la formazione del jet, e quindi agisce su tempi ancora più bassi.

Queste considerazioni confermano che simulazioni interamente a potenziale, quali quelle riportate nel precedente paragrafo 1.3.1, possono dare risultati realistici soltanto nei primissimi istanti della formazione del jet iniziale.

Poiché la viscosità determina lo spessore del jet emesso, le simulazioni fin qui viste sono limitate nel loro numero di Reynolds massimo dallo spessore minimo che la griglia può correttamente risolvere. Per poter esplorare regimi di impatto con  $Re$  superiori gli autori suggeriscono di ricorrere a mesh adattive con raffinamento dinamico.

Inoltre, per tempi superiori rispetto a quelli fin qui analizzati il fenomeno diventa prettamente tridimensionale: al termine della corona si forma il rim, la cui dinamica è caratterizzata da instabilità 3D che portano all'eiezione di jet mono-

dimensionali e successivamente goccioline secondarie. Per poter simulare questi fenomeni gli autori evidenziano la necessità di utilizzare modelli tridimensionali.

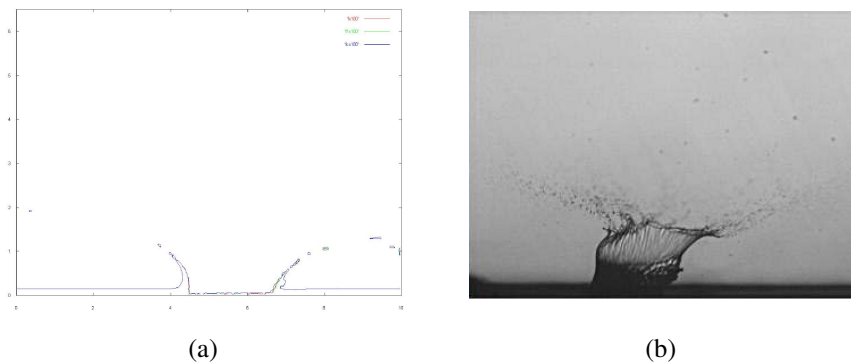
### 1.3.3 Flusso bidimensionale piano, impatti obliqui

Basandosi sul lavoro di Purvis *et al.* del 2004 e sul successivo di Hammond *et al.* del 2005 [11], Quero *et al.* nel 2006 hanno trattato l'impatto di gocce SLD (Super-cooled Large Droplet) su film liquido, applicato alla previsione della formazione di ghiaccio in campo aeronautico.

L'approccio numerico adottato prevede l'uso di un modello Volume-of-Fluid (VOF) (cfr. paragrafo 2.2.2) bidimensionale con scambio termico per simulare fenomeni ad alti numeri di Weber e Reynolds, sempre in regime di *splashing*. E' inoltre incluso un modello per la formazione di ghiaccio sulla superficie solida sottostante il film liquido.

L'uso di simulazioni bidimensionali è giustificato dalla volontà di analizzare impatti obliqui (impossibili da riprodurre in geometria assialsimmetrica) e introdurre un modello relativamente semplice per la formazione di ghiaccio sulla superficie.

I risultati ottenuti in un dominio 2D sono confrontabili con gli esperimenti soltanto in maniera qualitativa, come si può vedere dalla figura 1.15: altezza e angolo dei due fronti della corona non corrispondono al risultato sperimentale.



**Figura 1.15:** Impatto obliquo: confronto tra simulazione 2D ed esperimento (tratto da [27]).

### 1.3.4 Flusso tridimensionale

Rieber e Frohn nel 1999 [29], Nikolopoulos *et al.* nel 2007 [22] ed infine Brivio nel 2011 [3] hanno eseguito delle simulazioni numeriche tridimensionali di impatto gocce con splashing che rappresentano tutt'ora lo stato dell'arte per questo tipo di impatto. Per tale motivo il presente lavoro di tesi utilizza questi tre elaborati come riferimento. Di seguito verranno presentati separatamente, al fine di illustrarne i diversi contributi.

#### Rieber e Frohn (1999)

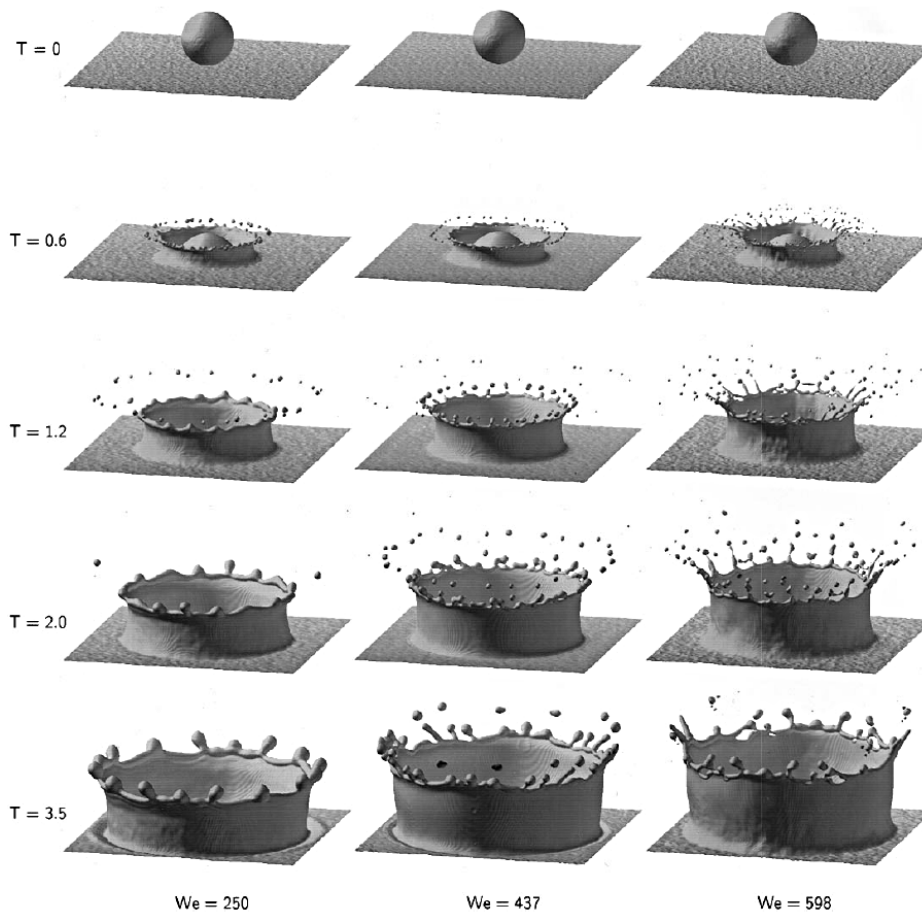
Il lavoro di Rieber e Frohn [29] si pone come obiettivo l'analisi del meccanismo di instabilizzazione del bordo della corona (rim), il quale porta alla formazione di cuspidi, jet e infine al distacco di gocce secondarie. A tal fine essi riproducono tre casi di impatto di singola goccia su film liquido sottile, in regime di splashing. I risultati sono riportati in figura 1.16.

Le simulazioni sono di tipo DNS tridimensionale, eseguite su un quarto di dominio, che misura  $2.3D$  per lato, imponendo la simmetria rispetto alle due direzioni del piano orizzontale. La mesh utilizzata è di tipo uniforme adeguatamente raffinata. Le condizioni iniziali sono di goccia sospesa al di sopra del film liquido in quiete, con velocità iniziale assegnata. Per ottenere risultati in accordo con le visualizzazioni sperimentali, al campo iniziale di velocità di goccia e film è stato sommato un disturbo casuale a distribuzione gaussiana, con deviazione standard pari a  $0.5V$ ; esso è visibile nelle increspature presenti sul film in figura 1.16. Si tratta di un disturbo di intensità elevata, ma la sua energia cinetica viene rapidamente dissipata dalle forze viscosse. Gli autori notano che senza la presenza di questo disturbo la disintegrazione della lamella mostrava effetti non fisici, ma non riportano ulteriori dettagli. Esso viene giustificato come provocato da disturbi presenti nel caso reale troppo fini per essere risolti da una griglia di calcolo di queste dimensioni.

I parametri adimensionali fondamentali sono riportati in tabella 1.2, assieme al valore di  $K$  e  $K_s$  (limite di splashing secondo l'equazione (1.2)); tutti gli impatti simulati sono di tipo splashing. L'accelerazione di gravità è posta nulla.

Caso	We	Oh	H	$K_s$	K	Risoluzione
A	250	0.0014	0.116	2364	3463	$320^3$
B	437	0.0016	0.100	2314	5739	$256^3$
C	598	0.0014	0.116	2364	8284	$320^3$

**Tabella 1.2:** Parametri utilizzati da Rieber e Frohn nelle loro simulazioni.



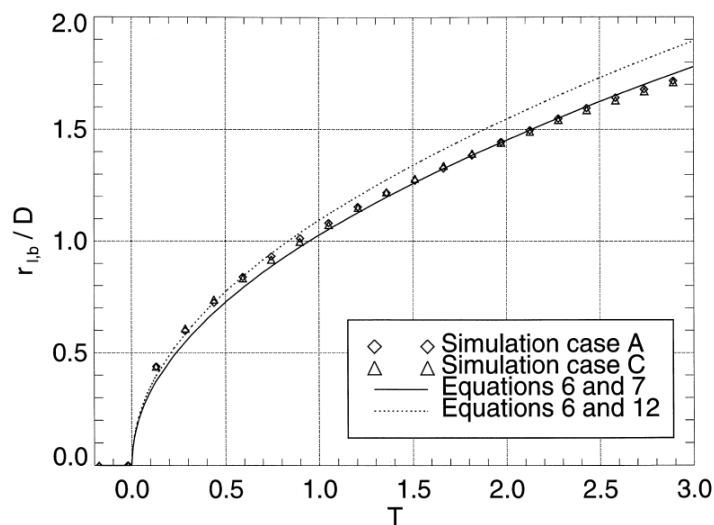
**Figura 1.16:** Simulazioni numeriche dirette di tre casi di impatto con splashing, rispettivamente per i casi A, B, C, eseguite da Rieber e Frohn [29].

Il tempo massimo delle simulazioni è posto pari a  $3.5\tau$ , verosimilmente per limiti computazionali. E' un tempo sufficiente a cogliere le fasi di formazione della corona e dei jet, ma non la loro successiva disgregazione né le fasi conclusive di deposizione della corona. Le dimensioni del dominio sono scelte in modo da contenere l'intera corona nella sua evoluzione fino al tempo massimo simulato, mentre evidentemente la quasi totalità delle goccioline secondarie rilasciate nei momenti precedenti finiscono col fuoriuscire dal dominio.

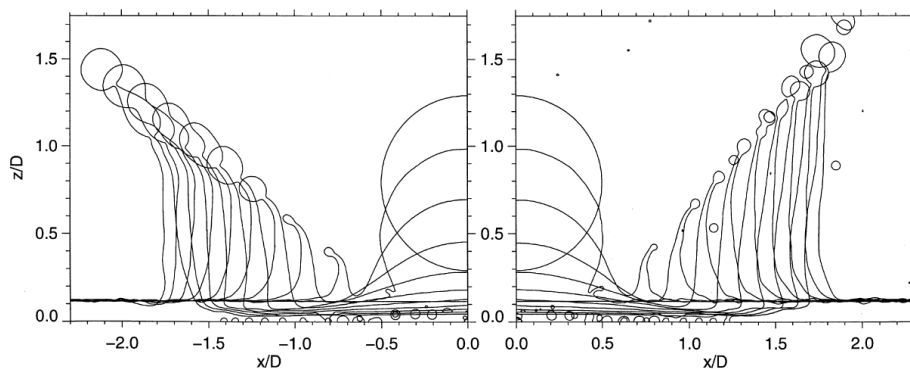
Secondo i risultati ottenuti dagli autori, cuspidi e jet nascono dal rim per effetto di un'instabilità alla Rayleigh, la quale è anche all'origine della successiva loro rottura in goccioline.

Per validare le loro simulazioni, Rieber e Frohn confrontano i propri risultati con gli andamenti noti riportati nel paragrafo 1.2.4. In particolare, essi valuta-

no l'evoluzione del raggio adimensionale della corona nel tempo: l'andamento teorizzato da Yarin e Weiss in [40], riportato nell'equazione 1.4, è ben verificato sperimentalmente in numerosi lavori (si vedano [6–8, 21, 31, 35]), ed è inoltre una delle grandezze più facilmente misurabili sperimentalmente. In figura 1.17 vengono confrontati i risultati del loro esperimento numerico con l'andamento teorico e con una curva semplificata, introdotta dagli autori. In figura 1.18 sono riportate le viste in sezione della corona nei casi A e C, a vari istanti di tempo.



**Figura 1.17:** Evoluzione del raggio di base della corona: confronto tra i risultati numerici di Rieber e Frohn [29] per i casi A e C, l'andamento teorico di Yarin e Weiss 1.4 (linea continua) e una curva semplificata introdotta dai primi (linea tratteggiata).

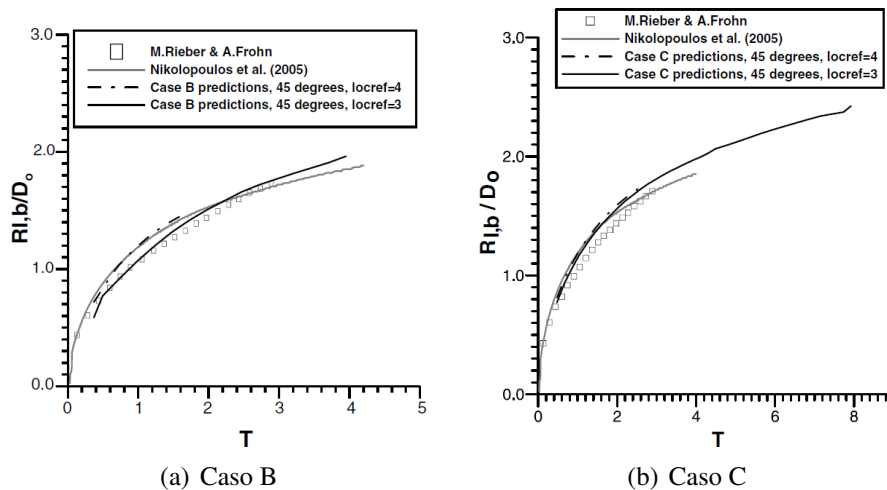


**Figura 1.18:** Sezione verticale della corona per i casi A (a sinistra) e C (a destra); in entrambi i casi  $0 < \tau < 3$ ; da Rieber e Frohn [29].

**Nikolopoulos *et al.* (2007)**

Quest'altro gruppo di lavoro affronta i casi di impatto simulati da Rieber e Frohn nell'articolo del 2007 [22]. Le simulazioni sono anche qui tridimensionali, ma viene utilizzata una tecnica di raffinamento dinamico di griglia in corrispondenza dell'interfaccia tra i due fluidi. A differenza di Rieber e Frohn viene considerata la forza gravitazionale; inoltre non viene imposto alcun disturbo al campo di velocità iniziale, ma la goccia è fatta cadere da un'altezza considerevole al di sopra del film. In questo modo, secondo gli autori, disturbi sulla superficie di goccia e film hanno il tempo di formarsi. Il dominio misura  $3.98D$  per lato, discretizzato inizialmente in  $20^3$  elementi. Il raffinamento di griglia viene eseguito ogni 20 intervalli di tempo; a ogni ciclo di raffinamento locale il lato di ciascuna cella è dimezzato, così da moltiplicare per 8 il numero delle celle. Nell'articolo vengono utilizzati 3 cicli di raffinamento per tutti e tre i casi di impatto, ottenendo una dimensione minima delle celle pari a  $D/40$ ; vengono provati anche 4 cicli di raffinamento (dimensione minima delle celle pari a  $D/80$ ), ma le simulazioni non riescono a giungere al termine a causa dell'eccessivo costo computazionale. I tempi di calcolo sono molto elevati: sono necessari dai 15 ai 25 giorni per completare una simulazione, utilizzando un singolo processore.

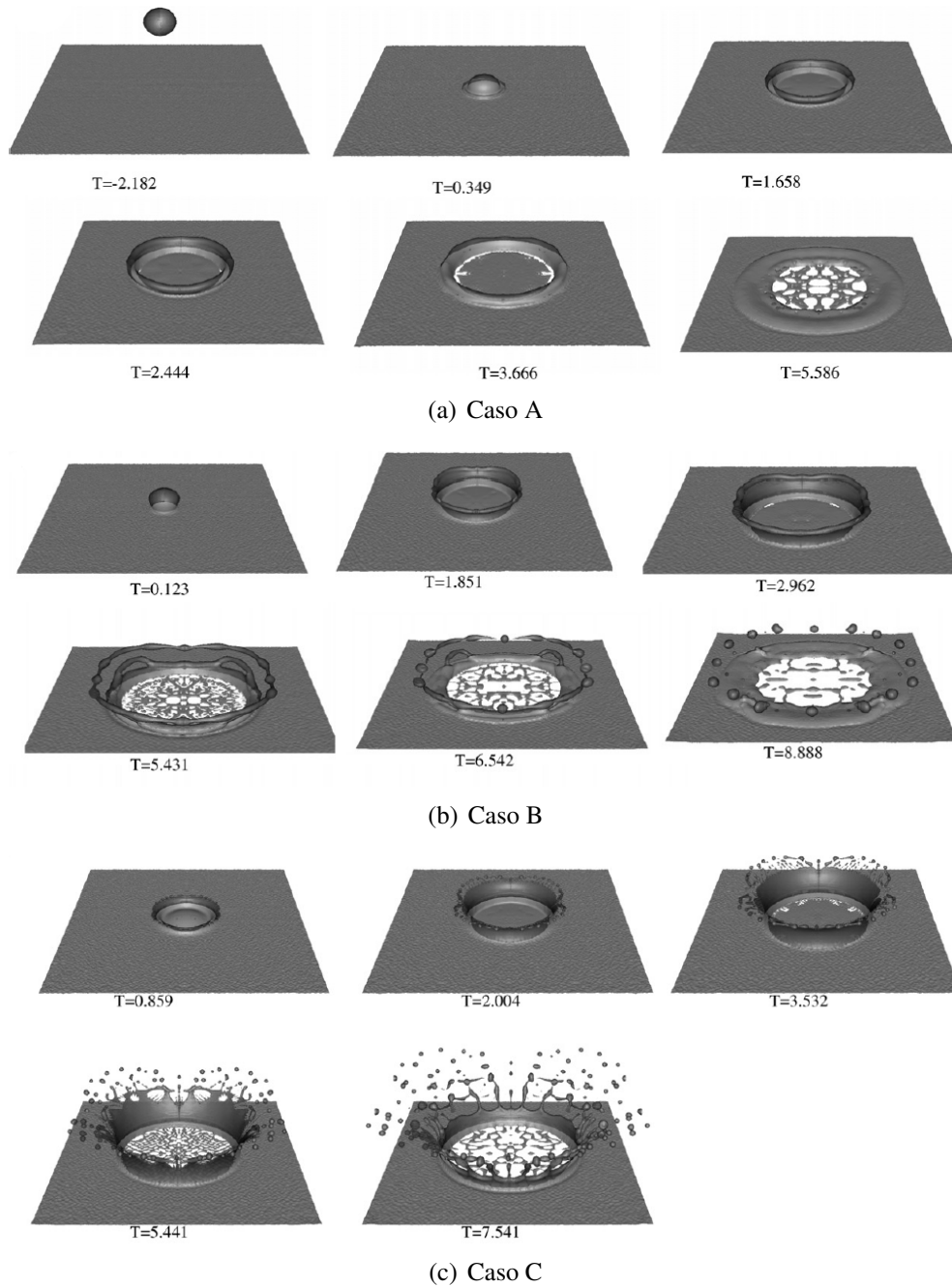
I risultati riguardo l'evoluzione temporale del raggio della corona sono in accordo con quelli ottenuti da Rieber e Frohn, come mostrato in figura 1.19 solo per i casi B e C.



**Figura 1.19:** Evoluzione del raggio di base della corona: confronto tra i risultati di Nikolopoulos *et al.* [22] e quelli di Rieber e Frohn [29].

Dalle immagini riportate nella figura 1.20 è evidente che l'evoluzione della corona non è corretta: sono presenti delle rotture nella lamella tra la parete della

corona e il rim, i quali non hanno riscontro negli esperimenti, che lo portano a distaccarsi e disgregarsi rapidamente.



**Figura 1.20:** Risultati delle simulazioni 3D eseguite da Nikolopoulos *et al.* [22], con 3 livelli di raffinamento dinamico.

Rotture analoghe sono presenti anche nelle simulazioni di Rieber e Frohn, ma in numero e in misura molto minore. Il numero dei jet risultanti è ovviamente troppo elevato, addirittura superiore a 40 nel caso C, mentre sperimentalmente si ottiene un valore poco superiore alla decina (cfr. paragrafo 1.2.4). I risultati parziali con 4 livelli di raffinamento sembrano mostrare dei miglioramenti qualitativi, ma il distacco del rim dalla corona rimane.

Gli autori confrontano i risultati fin qui visti con quelli parziali ottenuti sulla griglia localmente più fine, con 4 livelli di raffinamento. Nel caso a maggior risoluzione, l'altezza della corona è maggiore (di quasi il 20%), il numero di jet formati è maggiore ma diminuisce rapidamente per la loro coalescenza, il numero di goccioline secondarie è maggiore ed esse sono più piccole (con entrambe le mesh, ogni gocciolina è discretizzata mediamente da 7 celle computazionali). Queste differenze sono più accentuate al crescere del numero di We, in quanto all'intensificarsi del fenomeno di splashing diminuisce la dimensione delle strutture secondarie e quindi una maggiore risoluzione è necessaria per la loro corretta descrizione.

Infine, si noti che le piccole gocce liquide che compaiono sul fondo del cratere all'avanzare della corona sono un fenomeno non fisico: esse sono artefatti numerici, provocati dal fatto che il film liquido residuo nel cratere d'impatto è troppo sottile per entrambe le mesh utilizzate. La formazione delle gocce sul fondo è infatti ritardata nel caso a maggior risoluzione.

### **Brivio (2011)**

L'obiettivo del lavoro di Brivio [3] è quello di confrontare simulazioni numeriche in geometria bidimensionale piana, assialsimmetrica e tridimensionale con tecniche di raffinamento dinamico di griglia, comparando per ciascun caso diversi livelli di discretizzazione.

Egli riproduce i casi A e C riportati nell'articolo di Rieber e Frohn [29] simulati in due domini di calcolo di dimensioni differenti: il primo, più piccolo, è quello utilizzato da Rieber e Frohn (che misura  $2.3D$  per lato) indicato con la lettera S (*Small*), il secondo, più grande, è quello utilizzato da Nikolopoulos *et al.* (che misura  $3.98D$  per lato) indicato con la lettera L (*Large*). In entrambi i casi la simulazione è eseguita su un quarto del problema totale e le risoluzioni raggiunte sono riportate in tabella 1.3.

Per quanto riguarda le simulazioni in geometria bidimensionale piana e assialsimmetrica, Brivio ha utilizzato griglie uniformemente spaziate.

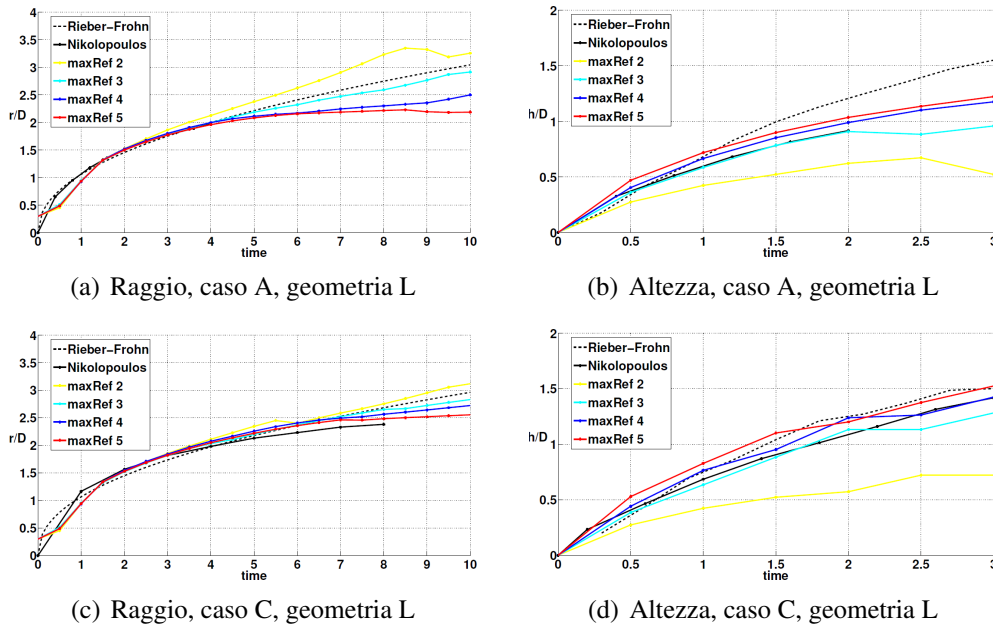
Nel primo caso, è stata evidenziata l'impossibilità di riprodurre correttamente il fenomeno, caratterizzato da comportamenti assialsimmetrici e, in misura ancora maggiore, tridimensionali.



	Dimensione dominio	Risoluzione assialsimm	Risoluzione max 3D
S	2.30D	$D/20; D/40; D/80; D/161$	$D/20; D/40; D/80$
L	3.98D	$D/35; D/70; D/139; D/278$	$D/35; D/70; D/139$

**Tabella 1.3:** Dimensioni e discretizzazione del dominio di calcolo nei casi studiati da Brivio.

Nel caso assialsimmetrico, Brivio ha confrontato l'evoluzione del raggio e dell'altezza della corona con i risultati ottenuti sia da Rieber e Frohn sia da Nikolopoulos *et al.*. Viene evidenziato un buon accordo nei primi istanti successivi all'impatto per entrambe le quantità considerate; per tempi superiori, l'accordo tende a ridursi (cfr. figura 1.21). Inoltre con questo tipo di geometria, non è possibile cogliere gli effetti tridimensionali, quali instabilità del rim, formazione jet, rilascio di gocce secondarie, che sono preponderanti nelle fasi successive all'impatto.

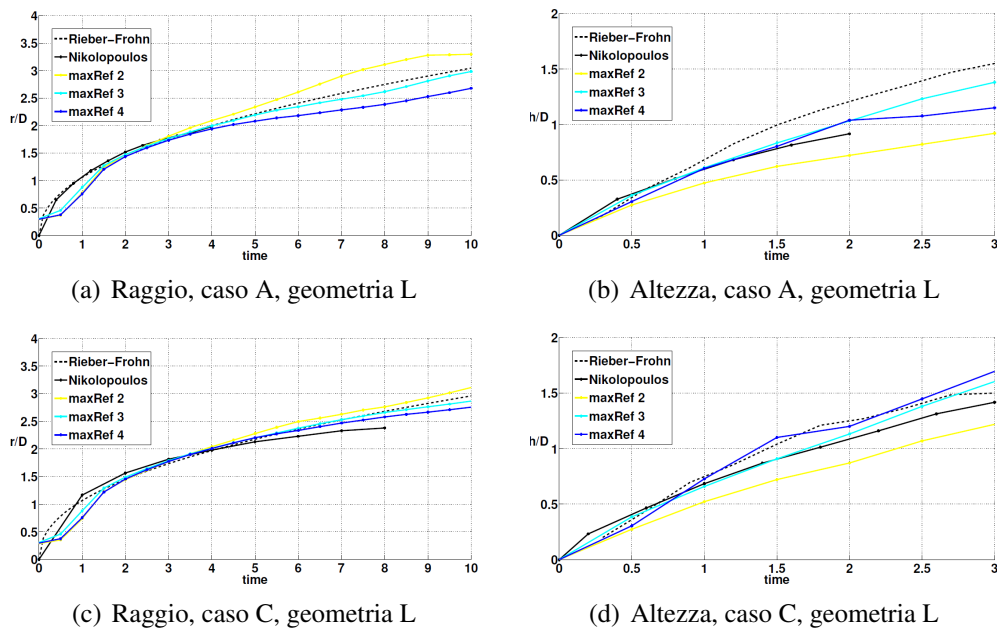


**Figura 1.21:** Evoluzione nel tempo del raggio e dell'altezza della corona, corrente assialsimmetrica. Tratto da [3].

Per le simulazioni tridimensionali, Brivio utilizza una tecnica di raffinamento dinamico di griglia in corrispondenza dell'interfaccia tra i due fluidi. Il raffinamento avviene ad ogni intervallo di tempo e ad ogni livello il lato della cella viene

suddiviso in quattro. La griglia iniziale è di  $20^3$  elementi e la risoluzione massima ottenuta per ogni livello di discretizzazione è visibile in tabella 1.3.

In figura 1.22 è illustrata l'evoluzione nel tempo del raggio e dell'altezza della corona per i casi A e C con il dominio più grande. Come si può notare, l'andamento del raggio mostra un'ottima aderenza sia ai risultati di Rieber e Frohn sia a quelli di Nikolopoulos *et al.*. Le uniche differenze si rilevano nel caso A per tempi lunghi, dove avviene la deposizione e il comportamento varia fortemente tra le diverse mesh. Per quanto riguarda l'altezza, il suo andamento si discosta da quello di Rieber e Frohn, mentre rivela un ottimo accordo con i risultati di Nikolopoulos. Tali differenze sono dovute all'oggettiva difficoltà nel definire grandezze univoche che caratterizzino l'evoluzione dello splashing.



**Figura 1.22:** Evoluzione nel tempo del raggio e dell'altezza della corona, corrente tridimensionale. Tratto da [3].

## 1.4 Obiettivi del lavoro

Il presente lavoro si pone come obiettivo lo studio numerico di impatti obliqui (con direzione della velocità di caduta non perpendicolare alla superficie di impatto) di una singola goccia su film liquido sottile, il quale, come si può evincere dalla letteratura riportata nel paragrafo 1.3, non è ancora stato eseguito fino ad oggi.

Nello specifico, verranno realizzate simulazioni numeriche tridimensionali utilizzando un particolare solutore implementato nel software commerciale open-source OpenFOAM a cui Brivio [3] ha apportato delle opportune modifiche al fine di adattarlo al fenomeno dell'impatto.

L'utilizzo di una mesh adattiva è necessario nel caso 3D, in quanto il costo computazionale richiesto da una mesh uniformemente spaziata avente la stessa risoluzione sarebbe eccessivamente elevato. A tal fine, verranno impiegate tecniche di raffinamento dinamico di griglia, comparando per ciascun caso diversi livelli di discretizzazione.

Infine verrà proposto un nuovo criterio per caratterizzare il fenomeno in esame.



# Capitolo 2

## Metodo numerico

Le simulazioni numeriche considerate in questo lavoro sono state eseguite mediante l'utilizzo del software open-source *OpenFOAM* [1]. In particolare è stato utilizzato il solutore *interFoam* a griglia mobile, il quale implementa il metodo multifase *Volume-of-Fluid* (VOF) basato sul lavoro di Hirt e Nichols [12]. Per maggiori approfondimenti si rimanda alla tesi di dottorato di H. Rusche [32] e alla documentazione riportata sul sito ufficiale di OpenFOAM [1].

### 2.1 Metodi numerici per correnti multifase

In considerazione dell'importanza industriale dei flussi multifase, a fianco di ampie campagne di studio sperimentali si è sviluppato l'interesse per un'analisi numerica del fenomeno. Tale approccio permette una visione più ravvicinata delle dinamiche di scala minore e può aiutare ad estendere i risultati ottenuti sperimentalmente in laboratorio a condizioni più vicine al reale. Ad oggi la fluidodinamica numerica computazionale (CFD) utilizza principalmente tre metodologie per il trattamento di problemi di flussi bi-fase, le quali saranno brevemente introdotte nel seguito, ponendo maggiore attenzione a quella di interesse per il presente lavoro.

Nei paragrafi seguenti vengono illustrati i tre modelli attualmente utilizzati nell'ambito dello studio numerico di correnti multifase. I primi due modelli numerici (paragrafi 2.1.1 e 2.1.2) forniscono una descrizione macroscopica del sistema bi-fase, utilizzando equazioni di governo opportunamente mediate. Modelli di questo tipo sono utilizzati per eseguire simulazioni di correnti anche complesse dei quali interessano le proprietà medie globali. I fenomeni di piccola scala non vengono risolti esplicitamente, ma necessitano di una modellazione opportuna, la quale introduce termini addizionali nelle equazioni del sistema (in maniera analoga a quanto avviene passando dalle equazioni di Navier-Stokes a quelle me-

diate di Reynolds: esse introducono gli sforzi di Reynolds, i quali devono essere modellati).

Il modello euleriano-euleriano completo risolve invece le equazioni di Navier-Stokes senza ulteriore modellazione degli effetti di interfaccia né delle fluttuazioni turbolente di piccola scala. Esso è quindi utilizzabile nel caso di griglie estremamente raffinate rispetto alle scale di interesse del problema.

### 2.1.1 Modello euleriano-lagrangiano

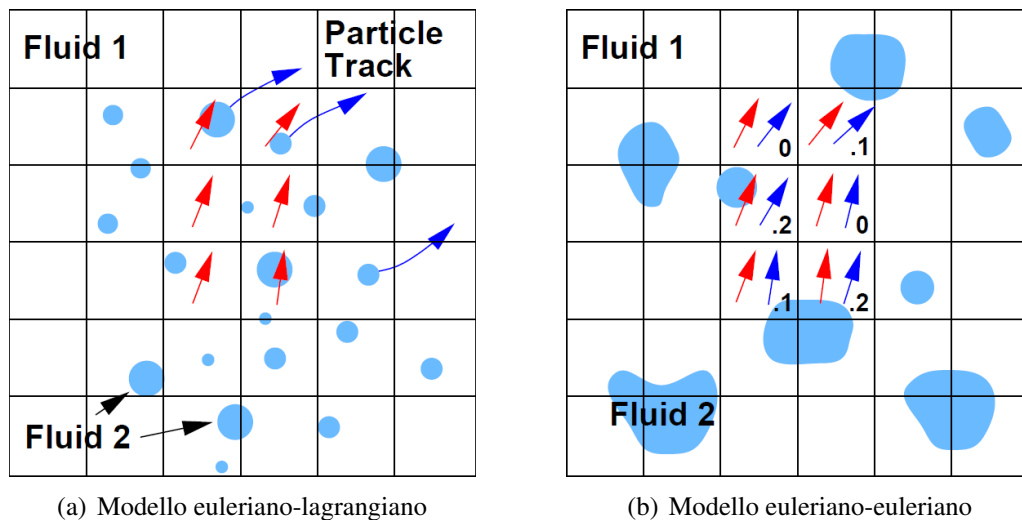
Il modello euleriano-lagrangiano viene altrimenti denominato modello a DPE discreti; con il termine *Dispersed Phase Elements* (DPE) discreti si indicano le particelle del fluido “disperso” all’interno del fluido “continuo”. Il modello euleriano-lagrangiano assume che il sistema sia fortemente disperso; in tal caso l’accoppiamento tra fase continua e dispersa è prevalentemente a senso unico (la fase dispersa influenza poco o nulla il moto della continua). La dinamica delle particelle fluide della fase dispersa viene risolta secondo equazioni in formulazione lagrangiana: esse vengono inseguite nel loro movimento attraverso il fluido continuo. Il fluido continuo è invece governato da equazioni mediate di tipo euleriano, cioè riferite ad un sistema di riferimento inerziale. Per via di questo approccio ibrido il modello a DPE discreti prende il nome di modello euleriano-lagrangiano. In figura 2.1(a) è rappresentato questo approccio misto.

Un importante vantaggio del modello euleriano-lagrangiano consiste nel poter disporre delle proprietà di ogni singolo DPE separatamente, in quanto spesso sono proprio queste proprietà (dimensione, temperatura, velocità rotazionale, etc.) l’interesse dell’analisi. In questo modo è anche possibile eseguire agevolmente studi statistici sull’intero flusso.

D’altra parte, sorgono problemi nel caso in cui la frazione volumica della fase dispersa diventi importante. Questo infatti porta sia un forte incremento dei costi computazionali (evidentemente legati al numero di DPE da risolvere) sia problemi di stabilità numerica legati all’accoppiamento tra la dinamica delle due fasi.

### 2.1.2 Modello euleriano-euleriano

Nel modello euleriano-euleriano la dinamica di entrambe le fasi è descritta attraverso equazioni in forma euleriana; in questo modo le due fasi possono interagire liberamente fra loro e compenetrarsi. Le equazioni sono ancora di tipo mediato. Tale modello è anche denominato *modello a due fluidi*. Per poter distinguere le due fasi viene introdotto un indicatore nel sistema, tipicamente scelto come la frazione di fase  $\alpha$ , la quale indica la probabilità di avere, in ogni cella computazionale, una delle due fasi. Per maggiore chiarezza si veda la figura 2.1(b).



**Figura 2.1:** Figura 2.1(a): le frecce rosse indicano la velocità del fluido continuo (Fluido 1); le frecce blu indicano la traiettoria del fluido disperso (Fluido 2). Figura 2.1(b): le frecce rosse indicano la velocità del fluido continuo, mentre le frecce blu indicano la velocità del fluido 2. I numeri decimali indicano il valore di  $\alpha$  per ogni cella.

Nelle equazioni mediate di questo modello, oltre agli sforzi di Reynolds, sono presenti altri termini aggiuntivi, i quali sono necessari per tenere conto del trasferimento di quantità di moto tra le due fasi. Esso si compone degli effetti di resistenza, portanza e massa virtuale, forze agenti all'interfaccia tra i due fluidi. La modellazione di tale termine, così come degli sforzi turbolenti in un sistema multifase, sono i punti critici di questo modello: essi dipendono infatti fortemente dalla natura della corrente in analisi.

Un vantaggio notevole del modello euleriano-euleriano è il fatto che la dinamica delle due fasi è accoppiata, perciò esso è applicabile a tutti i regimi di flusso e non soltanto a quelli ad elevata dispersione.

### 2.1.3 Modello euleriano-euleriano completo

Nel modello euleriano-euleriano completo di flussi bi-fase vengono risolte le equazioni di Navier-Stokes senza ulteriore modellizzazione e la forma dell'interfaccia tra i due fluidi viene direttamente determinata come parte della soluzione stessa, utilizzando opportune tecniche di individuazione dell'interfaccia a partire dalle variabili risolte. Per utilizzare correttamente questa metodologia risolutiva è necessaria una risoluzione molto elevata, per poter descrivere adeguatamente sia i moti di piccola scala (specialmente le fluttuazioni di tipo turbolento) sia la topo-

logia dell'interfaccia dei DPE in oggetto. Le simulazioni eseguite secondo questo modello sono quindi computazionalmente molto più onerose rispetto ai modelli mediati e il loro uso è limitato a casi a basso numero di Reynolds e pochi DPE, almeno con la potenza di calcolo attuale. Il presente lavoro impiega questo metodo di calcolo, in quanto si concentra sull'analisi della dinamica di impatto di un singolo DPE.

Le possibili tecniche per la localizzazione dell'interfaccia saranno affrontate nella sezione seguente 2.2.1 assieme ad una presentazione non esaustiva delle equazioni di governo e della procedura risolutiva adottata.

## 2.2 Equazioni di governo e procedura numerica

### 2.2.1 Metodi di individuazione dell'interfaccia

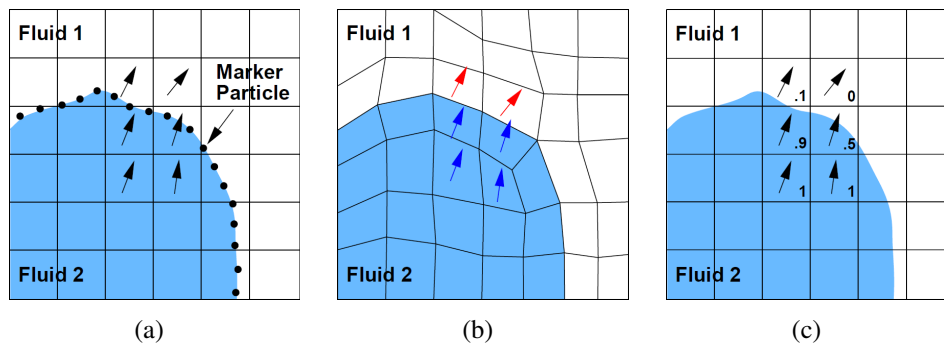
Come specificato nel paragrafo 2.1.3 la posizione dell'interfaccia tra i due fluidi è calcolata come parte della soluzione della procedura di calcolo. I metodi principalmente impiegati a questo scopo sono tre:

- **tracciamento dell'interfaccia:** essa è descritta come la linea interpolante di una serie di *marker particles* immerse nel fluido, la posizione delle quali viene calcolata ad ogni intervallo di tempo (cfr. figura 2.2(a));
- **griglia mobile:** la griglia di calcolo viene mossa in modo da seguire l'interfaccia oppure può essere eseguito un re-meshing del dominio a ogni iterazione della procedura risolutiva (cfr. figura 2.2(b));
- **tracciamento del volume:** l'interfaccia non è definita come un contorno netto, bensì i due fluidi sono tracciati attraverso una funzione indicatore, che in ogni cella dia indicazione della presenza di uno o dell'altro fluido (cfr. figura 2.2(c)).

I primi due metodi preservano la netta posizione dell'interfaccia, allo scopo di ottenere una maggior precisione nel calcolo della soluzione nelle celle limitrofe e delle forze scambiate attraverso di essa. Il metodo di tracciamento dell'interfaccia ha inoltre il vantaggio di poter utilizzare una diversa risoluzione per interfaccia e campo di moto; è comunque consigliabile non sceglierle troppo differenti, in modo da risolvere adeguatamente i moti che influenzano la superficie libera.

Per contro, con entrambi i metodi è complicato trattare grandi deformazioni e ancor più i casi di rottura dell'interfaccia o di compenetrazione tra più interfacce. Inoltre il metodo di tracciamento dell'interfaccia ha il grave svantaggio di non





**Figura 2.2:** Metodologie di individuazione dell'interfaccia: 2.2(a) tracciamento dell'interfaccia; 2.2(b) mesh mobile; 2.2(c) tracciamento del volume.

garantire la conservazione del volume di ogni fluido, caratteristica che invece può essere ottenuta negli altri due metodi con opportuni accorgimenti.

Nei metodi a tracciamento del volume uno dei maggiori problemi da affrontare riguarda la corretta convezione dell'interfaccia, evitando di diffonderla e introdurre effetti non fisici. Nel caso particolare di utilizzo della frazione di volume come indicatore, è necessario che essa rimanga confinata tra 0 e 1. I metodi di tipo *Volume-Of-Fluid* (VOF) usano schemi convettivi che ricostruiscono l'interfaccia a partire dalle frazioni di volume prima di farla avanzare.

Per quanto riguarda la tensione superficiale, i primi due metodi, preservando la forma netta dell'interfaccia, ne calcolano gli effetti direttamente. Il metodo a tracciamento del volume, invece, ricorre ad algoritmi più complessi; nel software qui utilizzato viene impiegata la formulazione di tipo *Continuum Surface Force* (CSF) di Brackbill *et al.* [2].

Nel presente lavoro viene impiegato il metodo a tracciamento di volume, con indicatore la frazione di volume della fase dispersa (metodo VOF).

### 2.2.2 Metodo VOF

Il dominio spaziale è discretizzato ai volumi finiti con un approccio di tipo collocato: tutte le variabili sono valutate nel centro di ogni cella computazionale. In questo paragrafo sono riportate le equazioni di governo.

I due fluidi considerati sono ritenuti non miscibili, incomprimibili e a viscosità costante. Sono quindi assenti lo scambio termico e di massa tra le fasi.

Nel metodo VOF viene risolto un unico sistema di equazioni conservative per l'intero flusso bi-fase, il quale è considerato composto da un unico fluido. I fenomeni legati alla presenza dell'interfaccia, nello specifico la tensione superficiale, vengono aggiunti alle equazioni di Navier-Stokes per mezzo della funzione

$\delta$  di Dirac tridimensionale. Le equazioni di Navier-Stokes per la conservazione di massa e quantità di moto, con l'equazione costitutiva per fluido newtoniano, diventano:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (2.1a)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) = -\nabla p + \nabla \cdot \Sigma + \rho \mathbf{f} + \int_{S(t)} \sigma k' \mathbf{n}' \delta(x - x') dS \quad (2.1b)$$

$$\Sigma = \mu (\nabla \mathbf{V} + \nabla \mathbf{V}^T) \quad (2.1c)$$

dove  $t$  è il tempo,  $\mathbf{V}$  il campo di velocità,  $\rho$  e  $p$  densità e pressione,  $\Sigma$  il tensore di sforzo e  $\mathbf{f}$  l'accelerazione dovuta alle forze di volume, tipicamente l'accelerazione di gravità. L'ultimo termine dell'equazione (2.1b) rappresenta la tensione superficiale agente solo sull'interfaccia: in esso  $\sigma$  indica il coefficiente di tensione superficiale,  $k$  la curvatura e  $\mathbf{n}$  la normale locale.

Il sistema di equazioni è scritto per un unico fluido le cui proprietà sono discontinue a cavallo dell'interfaccia. Le due fasi sono individuate da una funzione indicatrice di tipo a scalino, la funzione di Heaviside  $H$ : essa assume valore 1 in corrispondenza di un fluido, 0 per l'altro e valori intermedi nelle celle dove è presente l'interfaccia (dove cioè ogni fase occupa solo una parte della cella). Le proprietà materiali dell'unico fluido sono quindi determinate a partire dai valori che esse assumono ai due lati dell'interfaccia. Nel caso specifico del metodo VOF la funzione indicatrice utilizzata è la frazione volumica  $\alpha$ , definita come:

$$\alpha = \begin{cases} 1 & \text{per volume occupato dal fluido } a \\ 0 < \alpha < 1 & \text{per volume attraversato dall'interfaccia} \\ 0 & \text{per volume occupato dal fluido } b \end{cases} \quad (2.2)$$

La frazione di volume  $\alpha$  è un'invariante lagrangiana e rispetta un'equazione di trasporto del tipo:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \alpha = 0 \quad (2.3)$$

Le proprietà delle due fasi, nello specifico densità  $\rho$  e viscosità  $\mu$ , sono espresse come combinazione lineare delle corrispondenti quantità per i fluidi singolarmente presi, tramite il parametro  $\alpha$ :

$$\rho = \alpha \rho_a + (1 - \alpha) \rho_b \quad (2.4)$$

$$\mu = \alpha \mu_a + (1 - \alpha) \mu_b \quad (2.5)$$

dove i pedici  $a$  e  $b$  indicano i due fluidi.

### Compressione dell'interfaccia

La convezione di una funzione a gradino presenta alcune difficoltà di tipo numerico legate appunto alla discontinuità della soluzione. Nel presente caso viene introdotto un termine compressivo artificiale nell'equazione per  $\alpha$  che consente di contenere il suo valore tra 0 e 1 e di ottenere una forma più netta dell'interfaccia:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{V}\alpha) + \nabla \cdot (\mathbf{V}_c \alpha (1 - \alpha)) = 0 \quad (2.6)$$

dove il termine aggiunto è il terzo, nel quale  $\mathbf{V}_c$  è un campo di velocità opportuno: tale termine agisce soltanto nella regione di interfaccia, dove cioè  $0 < \alpha < 1$ . Il campo  $\mathbf{V}_c$  è basato sul massimo modulo della velocità nella regione di transizione; perché la compressione agisca in direzione perpendicolare all'interfaccia, la normale ad essa  $\mathbf{n}^*$  viene valutata a partire da un'interpolata  $\alpha^*$  della funzione indicatrice, come specificato nel paragrafo seguente.

### Calcolo della tensione superficiale

Il calcolo della tensione superficiale nei metodi VOF presenta delle difficoltà in quanto l'interfaccia non è tracciata esplicitamente e la sua forma è ricostruita a posteriori: per questo motivo non è possibile risolvere direttamente l'integrale nell'equazione (2.1b). Per superare questa difficoltà viene qui adottato il modello *Continuum Surface Force* (CSF) di Brackbill et al. [2], il quale rappresenta gli effetti della tensione superficiale come una forza volumetrica agente nella regione di transizione:

$$\int_{S(t)} \sigma k' \mathbf{n}' \delta(x - x') dS \approx \sigma k \nabla \alpha \quad (2.7)$$

dove  $k$  è la curvatura dell'interfaccia, calcolata utilizzando la normale all'interfaccia  $\mathbf{n}^*$  calcolata su un'interpolata  $\alpha^*$  della funzione indicatrice:

$$k = \nabla \cdot \left( \frac{\nabla \alpha^*}{|\nabla \alpha^*| + \varepsilon} \right) = -\nabla \cdot \mathbf{n}^* \quad (2.8)$$

dove le grandezze con apice  $*$  sono relative all'interfaccia interpolata e  $\varepsilon$  è un addendo molto piccolo ( $\approx 10^{-5}$ ) utilizzato per stabilizzare il calcolo nelle regioni al di fuori della zona di transizione, dove  $|\nabla \alpha^*| \rightarrow 0$ . Un grave limite dei metodi a tracciamento del volume risiede però nel fatto che non viene rispettato il vincolo di risultante nulla su superfici chiuse:

$$\int_{S(t)} \mathbf{n} dS \neq 0 \quad (2.9)$$

$$\int_{S(t)} \sigma \mathbf{k} \mathbf{n} dS \neq 0 \quad (2.10)$$

Ciò si traduce in una forza risultante non nulla, fisicamente ingiustificabile; l'entità di tale effetto è oggetto di indagine nel lavoro di Rusche [32]. Questo problema non affligge i metodi che mantengono la forma dell'interfaccia (metodi a tracciamento dell'interfaccia e a griglia mobile), ma essi, come già visto, non garantiscono la conservazione del volume di fluido. Soltanto alcuni metodi a griglia mobile possono rispettare entrambi i vincoli.

## 2.3 Modello numerico in OpenFOAM

In questo paragrafo viene trattato il modello numerico utilizzato per le simulazioni tridimensionali definito in OpenFOAM.

### 2.3.1 Dominio, condizioni al contorno e condizioni iniziali

Ogni simulazione è stata eseguita su metà del problema totale, imponendo condizioni di simmetria su due pareti. Per la costruzione della griglia computazionale è stato utilizzato il generatore di mesh standard fornito con OpenFOAM, *blockMesh*. Per ogni simulazione è stato utilizzato un dominio di dimensioni differenti e le diverse geometrie verranno presentate nel capitolo 3.2.

Il tempo di osservazione utilizzato è un buon compromesso tra evoluzione della corona e costo computazionale. Al fine di eliminare ogni dipendenza, viene definito un tempo adimensionale:

$$\tau = \frac{Vt}{D} \quad (2.11)$$

dove  $t$  è il tempo,  $V$  la velocità d'impatto e  $D$  il diametro della goccia. L'introduzione di questa nuova grandezza ha permesso di definire un unico tempo di simulazione valido per ogni caso, pari a  $10\tau$ .

Le condizioni al contorno sono disposte come in figura 2.3. Ogni condizione è rappresentata da una *patch* il cui significato è specificato in tabella 2.1. In figura è visibile una patch ai lati del dominio denominata *sideWall*, poco più alta del film di base: essa simula una sorta di contenitore di altezza limitata nel quale è contenuto il liquido, necessario perché in sua assenza la tensione superficiale tenderebbe a

far contrarre il film liquido verso il centro della base. Tale patch sostituisce la presenza del resto del liquido di base, presente nel fenomeno reale.

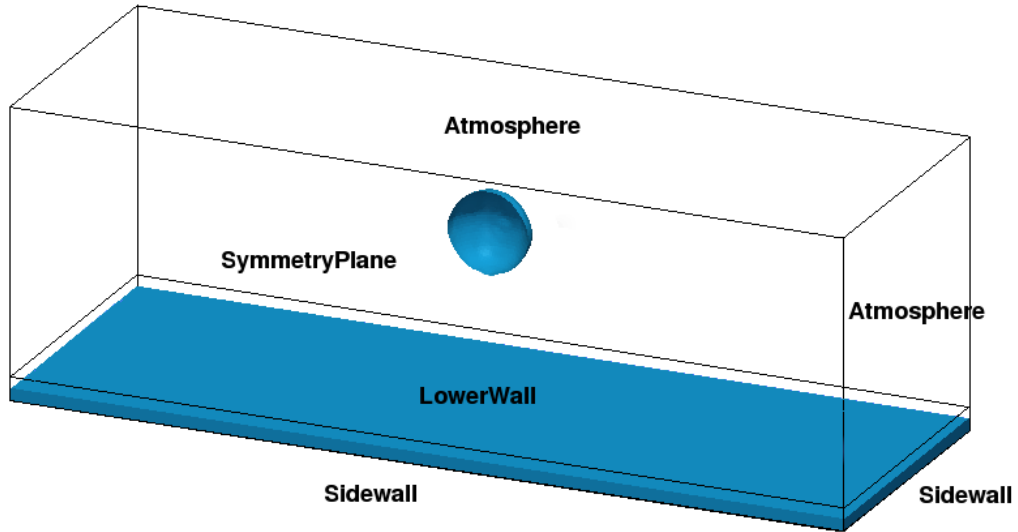


Figura 2.3: Condizioni al contorno.

		$\alpha$	$V$	$p\_rgh$
<i>atmosphere</i>	type:	inletOutlet	totalPressure	pressureInletOutletVelocity
	value:	uniform 0	uniform (0 0 0)	uniform 0
<i>wall</i>	type:	zeroGradient	fixedValue	buoyantPressure
	value:	-	uniform(0 0 0)	uniform 0
<i>simmPlane</i>	type:	symmetryPlane		

Tabella 2.1: Patch per le condizioni al contorno.

Si noti che al posto della pressione è utilizzata la variabile  $p\_rgh$ : essa è definita come:

$$p\_rgh = p - \rho gh \tag{2.12}$$

dove  $h$  indica la quota relativa. Si tratta della pressione al netto della spinta idrostatica. Nelle simulazioni, essendo nulla la gravità, è equivalente alla pressione termodinamica.

Si illustrano brevemente i tipi di condizioni al contorno impiegate:

- *fixedValue*: specifica il valore della grandezza;

- *zeroGradient*: impone gradiente normale al bordo nullo;
- *inletOutlet*: passa da *fixedValue* a *zeroGradient* dipendentemente dal valore di  $\mathbf{V}$  al bordo;
- *totalPressure*: la pressione totale  $p_0 = p + \frac{1}{2}\rho|\mathbf{V}|^2$  è fissata: ad una variazione di  $\mathbf{V}$  corrisponde una variazione di  $p$  e viceversa;
- *pressureInletOutletVelocity*: applica la condizione *zeroGradient* a tutte le componenti tranne quella lungo la quale c'è un flusso entrante, nel qual caso è applicata una condizione *fixedValue* alla componente tangenziale;
- *buoyantPressure*: calcola il gradiente normale a partire dal gradiente locale della densità;
- *symmetryPlane*: impone la simmetria.

Le condizioni iniziali richiedono l'assegnazione dei campi di velocità  $U$ , pressione  $p_{\text{rgh}}$  e frazione liquida  $\alpha$ . A questo scopo si utilizza l'applicazione *setFields*.

La pressione è una grandezza meccanica e il suo valore assoluto è non rilevante, perciò il campo iniziale è assegnato uniforme a 0. Il campo di  $\alpha$  è nullo tranne che in corrispondenza della goccia e del film liquido. Valori intermedi tra 0 e 1 non vengono assegnati. La velocità è inizializzata come nulla tranne che in corrispondenza della goccia.

L'altezza iniziale della goccia è tale da far percorrere alla stessa una distanza precedente all'impatto di pari lunghezza per ogni simulazione. È stato imposto che l'impatto avvenga sempre nel centro del dominio e dopo un tratto di  $2.5D$ . Con tale accorgimento la goccia ha la possibilità di modificare la propria forma e il campo di moto diventare realistico in tutto il dominio.

### 2.3.2 Schemi numerici impiegati

Si riportano brevemente gli schemi numerici impiegati nelle simulazioni per ognuno dei termini delle equazioni di governo. Nella loro scelta sono state seguite le indicazioni fornite nella documentazione dell'applicazione per simulazioni multifase qui utilizzata. Per maggiori dettagli sulle alternative disponibili si consulti la guida del software OpenFOAM [1].

- Derivata temporale  $\frac{\partial}{\partial t}$ : schema di Eulero implicito, di primo ordine;
- Gradiente  $\nabla$ : schema di Gauss, con interpolazione tra centri delle celle e centri delle facce di tipo lineare;

- Convezione della quantità di moto  $\nabla \cdot (\rho \mathbf{V}\mathbf{V})$ : schema di Gauss, con interpolazione di tipo *limitedLinear* per quantità vettoriali con coefficiente 1 per ottenere le migliori doti di convergenza numerica;
- Convezione della frazione volumica  $\alpha \nabla \cdot (\mathbf{V}\alpha)$ : schema di Gauss, con interpolazione secondo il metodo di vanLeer;
- Convezione della frazione volumica  $\alpha$  secondo la velocità  $\mathbf{V}_{rb} \nabla \cdot (\mathbf{V}_{rb}\alpha)$ : schema di Gauss, con interpolazione del campo di  $\alpha$  secondo il metodo specifico di *interfaceCompression*; esso produce un'interfaccia ben definita, ma si possono generare correnti parassite a causa dei forti gradienti attorno ad essa;
- Laplaciano  $\nabla \cdot (v\nabla\mathbf{V})$ : schema di Gauss, con interpolazione lineare di  $v$  e gradiente normale alla superficie  $\nabla\mathbf{V}$  di tipo *corrected*;
- Schemi di interpolazione: interpolazione lineare;
- Gradiente normale alla superficie: *corrected*, schema di correzione esplicita non ortogonale.

La condizione CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) per la stabilità dello schema numerico è imposta con un valore massimo per il numero di Courant:

$$C = \max\left(\frac{|\mathbf{V}|\Delta t}{\Delta x}\right) \quad (2.13)$$

pari a 0.3, inferiore al valore 0.5 suggerito nella documentazione in maniera da ridurre i possibili effetti di correnti parassite.

### 2.3.3 Raffinamento dinamico

Per poter affrontare il problema dell'impatto su tempi lunghi, come nel presente lavoro, con una risoluzione che permetta di cogliere le dinamiche dello splashing, è necessario ricorrere a tecniche di raffinamento dinamiche localizzato in prossimità dell'interfaccia gas-liquido. Questo tipo di approccio è sfruttato anche di Nikolopoulos et al. nell'articolo del 2007 [22]. Il loro solutore ha richiesto tempi di calcolo lunghi, da 15 a 25 giorni, per una singola simulazione. Nei casi analizzati in questo lavoro, invece, i tempi massimi raggiunti sono inferiori ai 15 giorni.

L'algoritmo di raffinamento dinamico di griglia implementato nel solutore qui utilizzato si basa sul lavoro di Jasak del 1996 [15] e poi di Jasak e Gosman del

2000 [16]. Mentre nel loro studio il raffinamento viene effettuato sulla base dell'errore di discretizzazione, per applicare il metodo al caso multifase del presente lavoro si è scelto di utilizzare come indice il valore della frazione volumica  $\alpha$ : l'interesse è ottenere una discretizzazione elevata nella zona d'interfaccia, perciò si indicano come celle da raffinare quelle in cui il valore di  $\alpha$  sia intermedio tra 0 (gas) e 1 (liquido).

La metodologia applicata nel codice è nota come *h-refinement*: i nuovi nodi computazionali vengono inseriti nelle celle marcate per il raffinamento, senza modificare il resto della griglia di calcolo. A differenza della tecnica di *r-refinement*, che preserva il numero totale di celle e ne ottimizza la disposizione, in questo metodo il numero di celle può aumentare notevolmente, portando a costi computazionali elevati. E' quindi necessario eseguire alcune simulazioni di prova per individuare un livello di raffinamento che consenta di ottenere soluzioni accurate in tempi non proibitivi.

Il codice permette di scegliere il livello di raffinamento massimo, cioè il massimo numero di suddivisioni della cella di calcolo della griglia originaria; ad ogni livello di raffinamento ogni lato della cella computazionale viene suddiviso in quattro parti. In tabella 2.2 viene riportata la risoluzione massima della griglia in direzione  $x$  per ogni caso considerato. Come si può notare la risoluzione massima si ottiene ovviamente nel caso di raffinamento massimo (4) con angolo pari a  $80^\circ$ ; infatti qui il dominio assume le dimensioni minori. La risoluzione massima raggiunta lungo le direzioni  $y$  e  $z$  è pari, rispettivamente, a  $D/139$  e  $D/107$  ottenute anch'esse nel caso di impatto ad  $80^\circ$  e raffinamento 4.

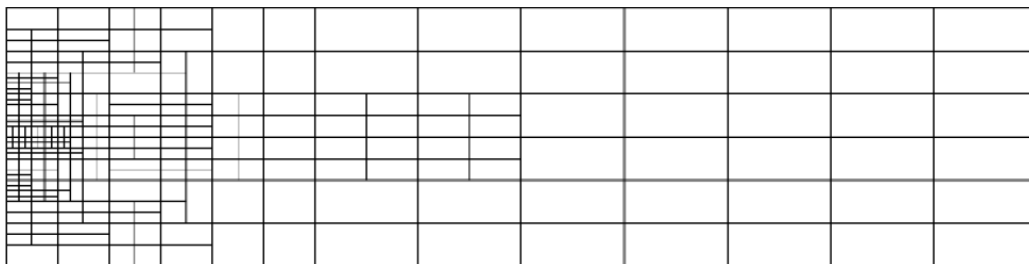
Angolo [°]	Raffinamento		
	2	3	4
20	$D/20$	$D/40$	$D/80$
40	$D/22$	$D/44$	$D/89$
60	$D/29$	$D/57$	$D/114$
80	$D/31$	$D/62$	$D/123$

**Tabella 2.2:** Risoluzione massima ottenuta in direzione  $x$  per i casi considerati.

Evidentemente gli effetti benefici del raffinamento localizzato non crescono indefinitamente all'aumentare del livello di raffinamento: l'aumento della risoluzione locale della griglia è controbilanciato da un peggioramento della qualità della stessa. A questo proposito gli autori notano che la diminuzione dell'errore ottenuta attraverso questa tecnica raggiunge un plateau (dopo un livello massimo di raffinamento ovviamente dipendente dal caso analizzato), oltre il quale non è più conveniente incrementare la risoluzione massima locale.



Il raffinamento è localizzato, riguarda cioè soltanto le celle marcate come da raffinare, che sia in base all'errore di discretizzazione o al valore di un'altra grandezza locale ( $\alpha$  in tale caso); per conservare una buona qualità di griglia è però necessario evitare eccessivi gradienti nella sua risoluzione: il raffinamento si applica quindi alle celle circostanti, secondo il criterio per cui ogni cella non può avere più di 7 celle neighbours (criterio valido soltanto su mesh esaedriche regolari). In figura 2.4 è riportato un esempio di raffinamento su quattro livelli.



**Figura 2.4:** Mesh esaedrica con quattro livelli di raffinamento locale (tratto da [16]).

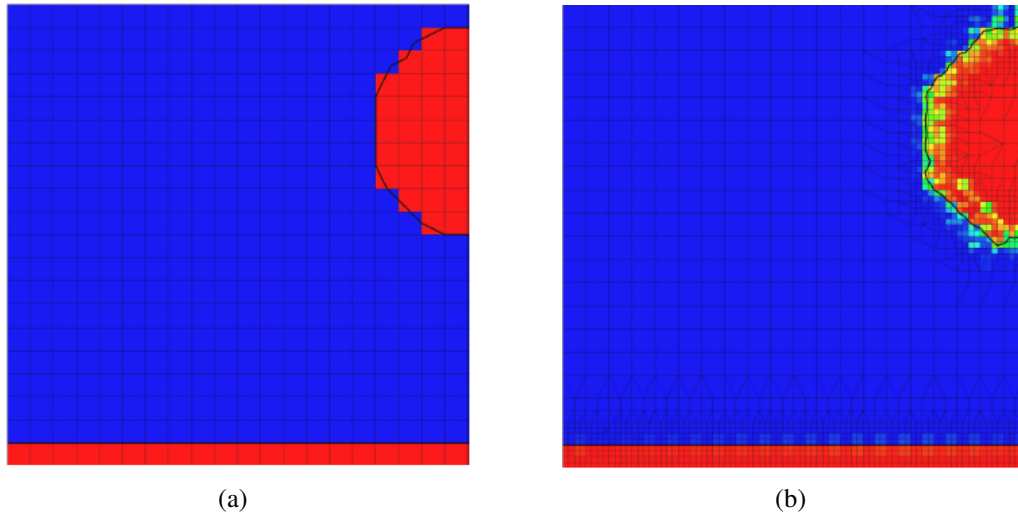
### 2.3.4 Solutore

Il solutore utilizzato, presente tra i codici di OpenFOAM, prende il nome di *interDyMFoam*. Utilizzando il raffinamento dinamico di griglia la mesh iniziale è ben più lasca di quella a regime e i primi step di raffinamento distruggono completamente l'interfaccia, come mostrato in figura 2.5 tratta da Brivio [3].

A questo grave problema si aggiunge il fatto che le dimensioni di goccia e film date su una mesh così lasca risultano molto diverse da quelle nominali: il volume di fluido non può che essere un multiplo intero del volume di una singola cella computazionale, in quanto la condizione iniziale è imposta assegnando a ogni cella valore 0 o 1.

Nel suo lavoro Brivio [3] ha tentato di pre-raffinare la griglia in corrispondenza delle zone di interfaccia e solo in seguito imporre le condizioni iniziali. In questo caso l'autore ha notato che il codice esegue il raffinamento anche sulla più fitta della griglia, portando a celle computazionali estremamente piccole e quindi numeri di Courant enormi, che di fatto impediscono alla simulazione di procedere. Inoltre le zone inizialmente fitte non vengono più de-raffinate, portando ad ottenere una griglia piuttosto irregolare. Per questo motivo è inoltre impossibile far ripartire una simulazione interrotta con il solutore *interDyMFoam*.

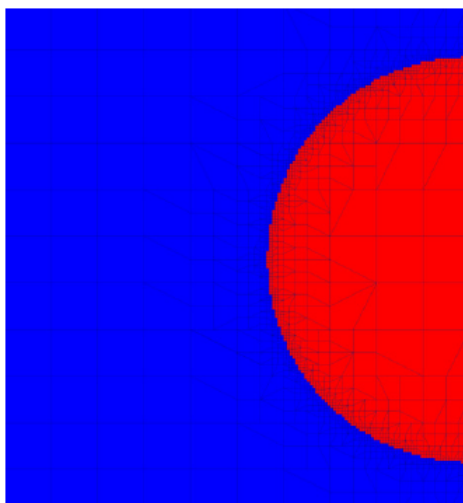
Per ovviare a questi problemi Brivio ha eseguito delle modifiche al codice del solutore, con l'obiettivo di integrare una procedura di riassegnazione delle



**Figura 2.5:** Disgregazione dell'interfaccia nella condizione iniziale utilizzando il solutore standard: 2.5(a) condizioni iniziali; 2.5(b) dopo due step di raffinamento. L'interfaccia è evidenziata dalla linea di contorno per il valore di  $\alpha = 0.5$  (tratto da [3]).

condizioni iniziali dopo alcuni cicli di raffinamento. La re-inizializzazione è posta al termine di ogni time step e agisce soltanto nel caso in cui la griglia abbia subito modifiche durante l'ultimo ciclo; essa agisce fino a  $N$  volte, così da permettere di usare un massimo di  $N-1$  livelli di raffinamento (l'ultimo ciclo di re-inizializzazione è necessario per assegnare il corretto valore del film liquido, come spiegato nel seguito). Il valore di  $N$  è posto pari a 6. Durante questo processo la soluzione procede rapidamente, in quanto la griglia lascia porta ad avere un numero di Courant basso: perciò viene impedita la scrittura della soluzione in questi step iniziali. Terminata questa fase il tempo della simulazione è azzerato e il salvataggio della soluzione è nuovamente consentito: il calcolo ricomincia partendo da una griglia correttamente raffinata e una condizione iniziale con interfaccia accurata. Quello che si può ottenere, ad esempio, con 4 livelli di raffinamento è mostrato in figura 2.6.

In quanto il processo di raffinamento dinamico agisce sulle celle con valore  $\alpha$  intermedio tra 0 e 1, l'interfaccia tra goccia e gas viene correttamente riconosciuta poiché la goccia è in movimento a causa della sua velocità iniziale non nulla, ma la griglia intorno al film liquido non viene raffinata, essendo questo inizialmente fermo e non perturbato; in questo modo rimane impossibile assegnarne il valore corretto di spessore. Per ovviare a questo problema Brivio ha modificato il processo di re-inizializzazione: nei primi  $N-1$  passi si assegna al film un valore uniforme di  $\alpha = 0.9$ , in modo da forzare il raffinamento; soltanto alla  $N$ -esima e



**Figura 2.6:** Time step iniziale utilizzando il solutore modificato con quattro livelli di raffinamento, dettaglio del contorno della goccia (tratto da [3]).

ultima re-inizializzazione si assegna il valore  $\alpha = 1$ . In questa maniera lo spessore del film è accurato secondo la dimensione della minima cella computazionale.



# Capitolo 3

## Risultati numerici

L'obiettivo del presente lavoro è quello di studiare impatti di una singola goccia con traiettoria e angolo di impatto non perpendicolari allo strato di liquido che ricopre la superficie solida di impatto.

Per questo scopo, sono stati considerati diversi angoli di impatto e numeri di Weber, come illustrato nel paragrafo 3.2.

Inoltre sono state messe a confronto diverse discretizzazioni della griglia tridimensionale al fine di osservare in maniera più accurata il fenomeno.

### 3.1 Stato dell'arte di impatti obliqui

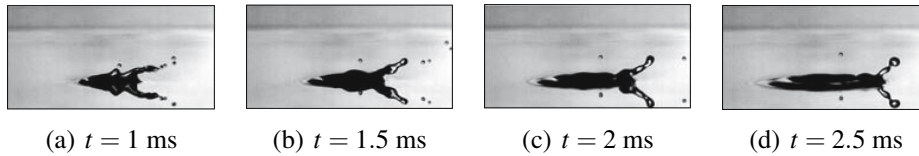
Nel loro articolo del 2007 Okawa *et al.* [23] eseguono degli esperimenti di impatto di una singola goccia su una superficie d'acqua piana. Lo scopo principale è quello di studiare l'effetto dell'angolo di impatto sulla massa totale di gocce secondarie prodotte dopo il contatto. L'angolo di impatto è quello compreso tra la direzione della velocità della goccia iniziale e il vettore normale alla superficie d'acqua. Il range considerato per ogni parametro è riportato in tabella 3.1.

Parametro	Range
$h$ [mm]	2-10
$d_p$ [mm]	0.15-1.21
$V$ [m/s]	1.42-9.64
$\beta$ [°]	11-75
$We$	7.2-818
$Oh$	0.0029-0.0083
Nr. di impatti	594

**Tabella 3.1:** Range di parametri utilizzati negli esperimenti di Okawa *et al.* [23].

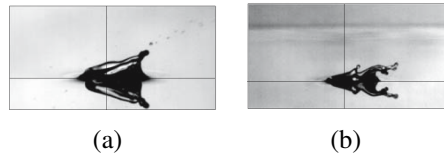
Gli errori di misura di  $V$  e di  $\beta$  sono compresi rispettivamente tra l'1% e il 6% e tra  $1^\circ$  e  $4^\circ$ .

Dalle immagini scattate durante gli esperimenti gli autori osservano la formazione di una struttura che definiscono "a forma di prua di nave", la quale a seconda del numero di Weber può allungarsi e rilasciare una o più gocce secondarie come mostrato in figura 3.1.



**Figura 3.1:** Immagini degli esperimenti di Okawa *et al.* [23]: formazione della struttura a forma di prua di nave e rilascio di goccia secondaria della sua estremità. Parametri:  $d_p = 0.52$  mm;  $V = 6.3$  m/s;  $h = 2$  mm;  $\beta = 49^\circ$ ;  $We = 293$ ;  $Oh = 0.0044$ .

Viene studiato anche l'effetto dell'angolo di impatto sulla struttura a forma di prua di nave. Comparando le due figure 3.2(a) e 3.2(b) si osserva che lo strato di liquido è diretto verso l'alto quando  $\beta$  è piccolo, mentre diventa quasi parallelo alla superficie liquida quando  $\beta$  è grande. Gli autori concludono che l'angolo della prua rispetto al vettore normale alla superficie liquida aumenta con  $\beta$ .

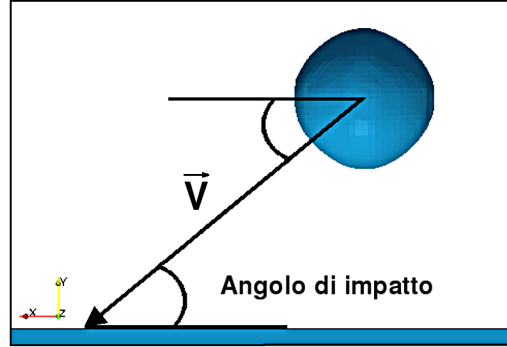


**Figura 3.2:** Effetto dell'angolo di impatto sulla struttura a forma di prua di nave. 3.2(a) piccolo angolo di impatto:  $d_p = 0.56$  mm;  $V = 6.9$  m/s;  $h = 2$  mm;  $\beta = 24^\circ$ ;  $We = 378$ ;  $Oh = 0.0043$ ; 3.2(b) grande angolo di impatto:  $d_p = 0.52$  mm;  $V = 6.3$  m/s;  $h = 2$  mm;  $\beta = 49^\circ$ ;  $We = 293$ ;  $Oh = 0.0044$ .

## 3.2 Simulazioni di impatti obliqui

Le simulazioni numeriche tridimensionali prese in esame si basano sugli studi numerici condotti da Rieber e Frohn nel 1999 [29] e da Nikolopoulos *et al.* nel 2007 [22] (cfr. paragrafo 1.3). Gli autori si occupano di impatti verticali, mentre il nostro interesse si rivolge principalmente agli impatti obliqui. Per angolo di

impatto si intende l'angolo formato tra la direzione orizzontale parallela al film liquido e la direzione della velocità di caduta (cfr. figura 3.3).



**Figura 3.3:** Definizione di angolo di impatto,  $\beta$ .

Il sistema simulato è del tipo acqua-aria, con rapporto tra le densità  $\rho_l/\rho_g = 1000$  e tra le viscosità  $\mu_l/\mu_g = 40$ . Per tali rapporti il flusso di aria non ha un'influenza rilevante sulla soluzione. In tabella 3.2 si riportano le grandezze fisiche dei due fluidi.

$\rho_l[\text{kg}/\text{m}^3]$	$\rho_g[\text{kg}/\text{m}^3]$	$\mu_l[\text{Pa}\cdot\text{s}]$	$\mu_g[\text{Pa}\cdot\text{s}]$	$\sigma[\text{N}/\text{m}]$
$1.0 \cdot 10^3$	1.0	$1.0 \cdot 10^{-3}$	$2.5 \cdot 10^{-5}$	0.07

**Tabella 3.2:** Caratteristiche dei fluidi utilizzati.

L'accelerazione gravitazionale è ritenuta trascurabile in quanto le scale in esame sono piccole.

E' stato simulato metà dell'intero dominio per poter osservare l'asimmetria a cui è soggetto l'intero problema. Si è quindi costruito un dominio rettangolare in cui per ogni angolo di impatto è stata modificata la dimensione parallela al piano di simmetria  $xy$ , la quale aumenta al diminuire dell'angolo. Infatti, minore è l'angolo di impatto e maggiore è l'evoluzione della corona in questa direzione. L'estensione verticale del dominio  $y$  è stata, invece, calcolata in base all'altezza massima raggiunta dalla goccia al tempo iniziale nel caso di angolo di impatto massimo e misura  $3.58D$ . Infine, la profondità  $z$  uguaglia l'altezza. La tabella 3.3 riassume le dimensioni dei vari domini di calcolo utilizzati.

Sono stati studiati quattro angoli di impatto ( $20^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $80^\circ$ ) e tre numeri di Weber (250, 437 e 598). Questi ultimi sono gli stessi riportati negli articoli di riferimento [29] e [22]. Il numero di Ohnesorge è stato posto pari 0.0014. Fissati questi due parametri adimensionali si è potuto risalire al diametro della goccia, pari a 7.289 mm, e al modulo della velocità di caduta, ovviamente variabile a

seconda del  $We$ . Considerando infine lo spessore adimensionale del film liquido suggerito dagli autori è stato possibile calcolare l'altezza del film, pari a 0.8455 mm.

Per le simulazioni eseguite a  $We = 250$  sono stati utilizzati 2, 3 e 4 livelli di raffinamento, partendo da una griglia base di  $80 \times 24 \times 24$  comune a tutti i casi. Il numero di celle computazionali corrispondente è pari a 46080.

Il raffinamento è localizzato nell'intorno dell'interfaccia gas-liquido, perciò il numero complessivo di celle nel dominio aumenta nel tempo, con l'espansione radiale e verticale della corona; tale numero dipende quindi anche dalle dimensioni fisiche del dominio (in un dominio più piccolo l'interfaccia ne occupa una frazione maggiore, perciò il numero massimo di celle sarà superiore) e dalle caratteristiche dell'impatto (un impatto più intenso genera uno splash più alto ed esteso). In tabella 3.3 è riportata la risoluzione massima raggiunta nei vari casi assieme al numero di celle necessario nel caso di utilizzo di una mesh uniforme.

Angolo [°]	Dimensione $x$	Numero celle computazionali		
		Max Ref 2	Max Ref 3	Max Ref 4
20	$16D$	$2.61 \cdot 10^5$	$1.18 \cdot 10^6$	$5.74 \cdot 10^6$
40	$14.4D$	$2.78 \cdot 10^5$	$1.24 \cdot 10^6$	$6.26 \cdot 10^6$
60	$11.2D$	$3.37 \cdot 10^5$	$1.51 \cdot 10^6$	$7.02 \cdot 10^6$
80	$10.4D$	$3.45 \cdot 10^5$	$1.51 \cdot 10^6$	$7.09 \cdot 10^6$
Griglia uniforme	-	$2.95 \cdot 10^6$	$2.36 \cdot 10^7$	$1.89 \cdot 10^8$

**Tabella 3.3:** Dimensione del dominio lungo la direzione parallela al piano di simmetria e numero di celle computazionali. L'ultima riga della tabella mostra il numero di celle richiesto per avere la stessa risoluzione nel caso di griglia uniforme.

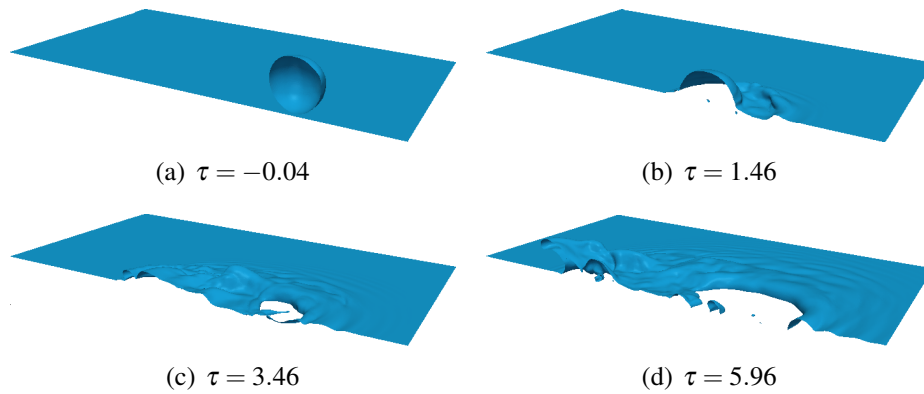
La metodologia del raffinamento dinamico permette di risparmiare oltre il 95% delle celle di calcolo nel caso peggiore. Ciò si traduce in un minore tempo computazionale.

Nei casi in cui  $We = 437$  e  $We = 598$  è stato utilizzato un solo livello di raffinamento pari a 3. Tale scelta è stata giustificata in seguito ad uno studio di convergenza di griglia che verrà illustrato in seguito (cfr. paragrafo 3.3).

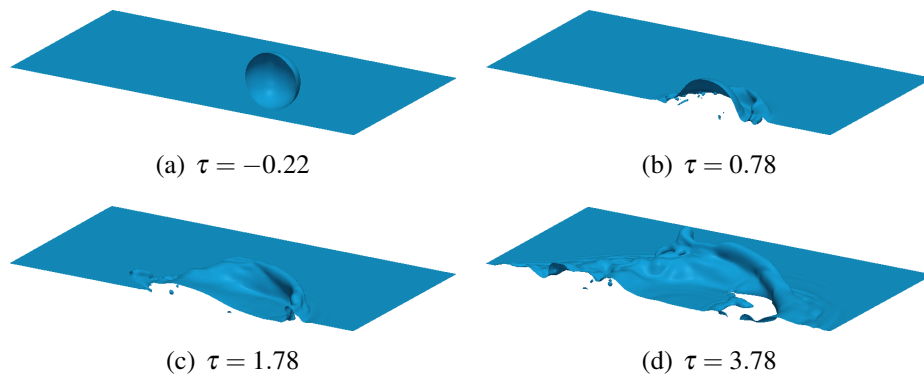
Nelle figure 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7 vengono riportati i risultati ottenuti per ogni angolo con un livello di raffinamento pari a 4 e  $We$  pari a 250. I tempi adimensionali a cui si riferiscono le immagini sono riportati nella parte sottostante. Il tempo iniziale  $\tau_0$  è l'istante di tempo in cui la goccia viene a contatto con il film liquido.

Da una prima analisi visiva si può affermare che i quattro impatti danno origine a diversi comportamenti al passare del tempo.

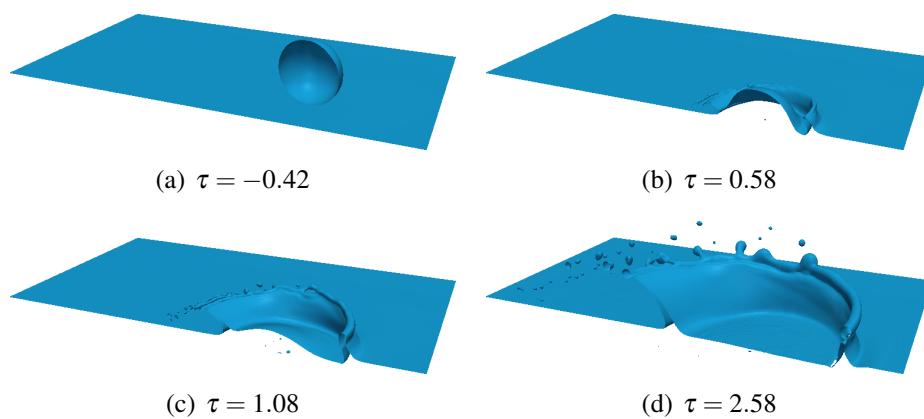




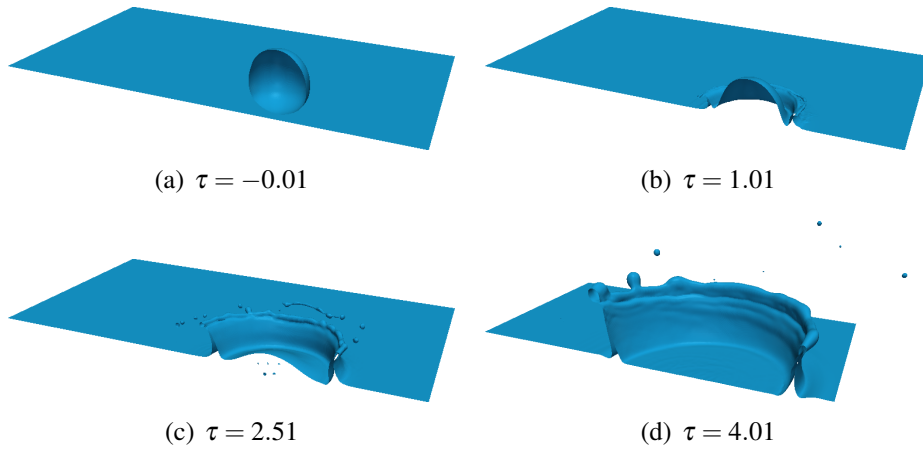
**Figura 3.4:** Simulazione tridimensionale di impatto a  $20^\circ$ ,  $We = 250$ , livello di raffinamento 4.



**Figura 3.5:** Simulazione tridimensionale di impatto a  $40^\circ$ ,  $We = 250$ , livello di raffinamento 4.



**Figura 3.6:** Simulazione tridimensionale di impatto a  $60^\circ$ ,  $We = 250$ , livello di raffinamento 4.



**Figura 3.7:** Simulazione tridimensionale di impatto a  $80^\circ$ ,  $We = 250$ , livello di raffinamento 4.

Nel caso di  $\beta = 20^\circ$  (cfr. figura 3.4) non vi è formazione della corona, ma, al contrario, la goccia dopo il contatto con il film tende a depositarsi sulla superficie dello stesso creando una serie di onde. A tempi maggiori,  $\tau \approx 4$ , si nota l'eiezione di un getto in direzione quasi orizzontale a partire dal fronte della prima onda originatasi. Questa particolare struttura ha una forma molto simile a quella osservata da Okawa *et al.* nei loro esperimenti del 2008 [23]. Si dedicherà maggiore attenzione nella sezione 3.5.

A  $40^\circ$  (cfr. figura 3.5) si ha una dinamica particolare, in cui il liquido si solleva maggiormente nelle regioni laterali, mentre nella zona anteriore (lungo  $x$ ) si creano delle piccole onde, le quali avvolgendosi su se stesse perdono energia in direzione verticale perturbando il film liquido nel piano della superficie.

Quando la goccia cade con un angolo pari a  $60^\circ$  (cfr. figura 3.6), l'impatto porta alla formazione di una corona che presenta un'evidente asimmetria: a sinistra della linea di contatto l'evoluzione è molto maggiore rispetto alla zona di destra, sia in direzione radiale sia, soprattutto, in direzione verticale. Al tempo  $\tau \approx 2$  si ha la formazione di alcuni jet ed alcune gocce secondarie si distaccano dal rim.

Nell'impatto a  $80^\circ$  (cfr. figura 3.7), si ha la formazione di una corona quasi simmetrica. La corona nella zona a destra della linea di contatto si sviluppa meno verticalmente e il rim raggiunge prima l'instabilità portando ad un collasso anticipato della corona.

L'alta risoluzione raggiunta permette di cogliere le onde di capillarità che si formano sulle pareti della corona e sul fondo liquido del cratere.

In tutte le simulazioni, al di sotto della superficie del cratere, si notano delle piccole bolle di gas intrappolate (fenomeno dell'*entrapment*), le quali emergendo danno origine a serie ulteriori di onde di capillarità.

Nei casi di impatto a  $20^\circ$  e  $40^\circ$  si evidenzia una disgregazione del film liquido del cratere. Tale fenomeno è dovuto principalmente ad una risoluzione non adeguata a cogliere gli elevati assottigliamenti di questa zona. Questo problema si presenta, talvolta, anche nel punto di attacco tra la parete della corona e il rim. Purtroppo ciò provoca un fenomeno non fisico, ovvero il distacco del rim dal resto della corona. Per questo motivo si deve prestare particolare attenzione alla differenziazione tra rilascio di gocce secondarie e distacco del rim.

All'aumentare del numero di Weber, durante la fase di caduta, la goccia modifica leggermente la sua forma mostrando uno schiacciamento ai poli. Quindi la goccia non è più una sfera perfetta, ma, grazie alla distanza percorsa prima dell'impatto, essa assume una forma più simile al reale.

Un'altra caratteristica importante che si osserva al variare del  $We$  riguarda l'evoluzione della corona. Mettendo a confronto gli stessi tempi riportati nelle figure 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7 per i diversi numeri di Weber, si osserva che le pareti della corona presentano un assottigliamento e un'evoluzione verticale che aumentano al crescere del  $We$ . Inoltre l'instabilità della corona e il suo conseguente collasso sono ritardati nel tempo. Tale confronto può essere fatto solo in maniera qualitativa, in quanto non sono stati raccolti dati a riguardo.

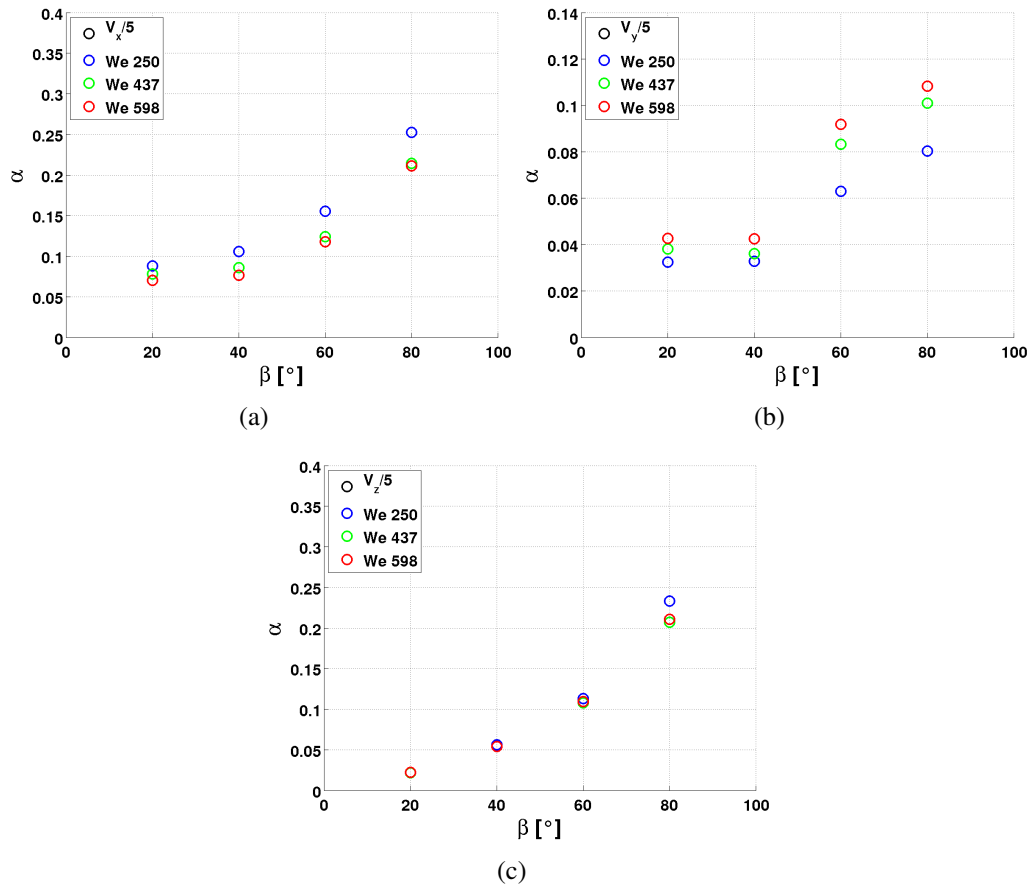
Nonostante questi andamenti siano stati ricavati dal raffronto tra due discretizzazioni diverse (4 livelli di raffinamento per  $We = 250$  e 3 per  $We = 437$  e  $We = 598$ ) possono essere ritenuti veritieri in quanto il raffinamento minore nel caso di  $We$  pari a 250 accentua le differenze appena menzionate.

Al crescere del numero di Weber aumenta anche il numero di jet eiettati e di conseguenza il numero di gocce secondarie rilasciate.

Come detto, i casi ai due numeri di Weber più alti sono stati studiati con un livello di raffinamento inferiore rispetto al caso di Weber minore. Per tale motivo verranno ora presentati alcuni risultati ottenuti paragonando tutti i casi analizzati con la stessa discretizzazione.

Le quantità illustrate in figura 3.8 sono state rilevate automaticamente. Esse riportano la massima percentuale di volume di liquido ( $\alpha$ ) avente velocità ( $U$ ) maggiore di un quinto della velocità di impatto in funzione dell'angolo di contatto.

Al fine di arrivare a questo risultato, come primo passo è stata calcolata la percentuale di volume di liquido rispetto al volume dell'intero dominio avente velocità maggiore di una data frazione della velocità di impatto. In particolare questa valutazione è stata effettuata per ogni direzione e quindi per ogni componente della velocità, per quattro diverse frazioni della stessa: un mezzo, un terzo, un quarto e un quinto. In seguito è stato rilevato il massimo di ogni curva in tutti i casi e riportato in un apposito grafico. Si è scelto di mostrare i risultati relativi ad una sola frazione della velocità ( $U_i = \frac{1}{5}V_i$ ) in quanto anche le altre percentuali seguono gli stessi andamenti.

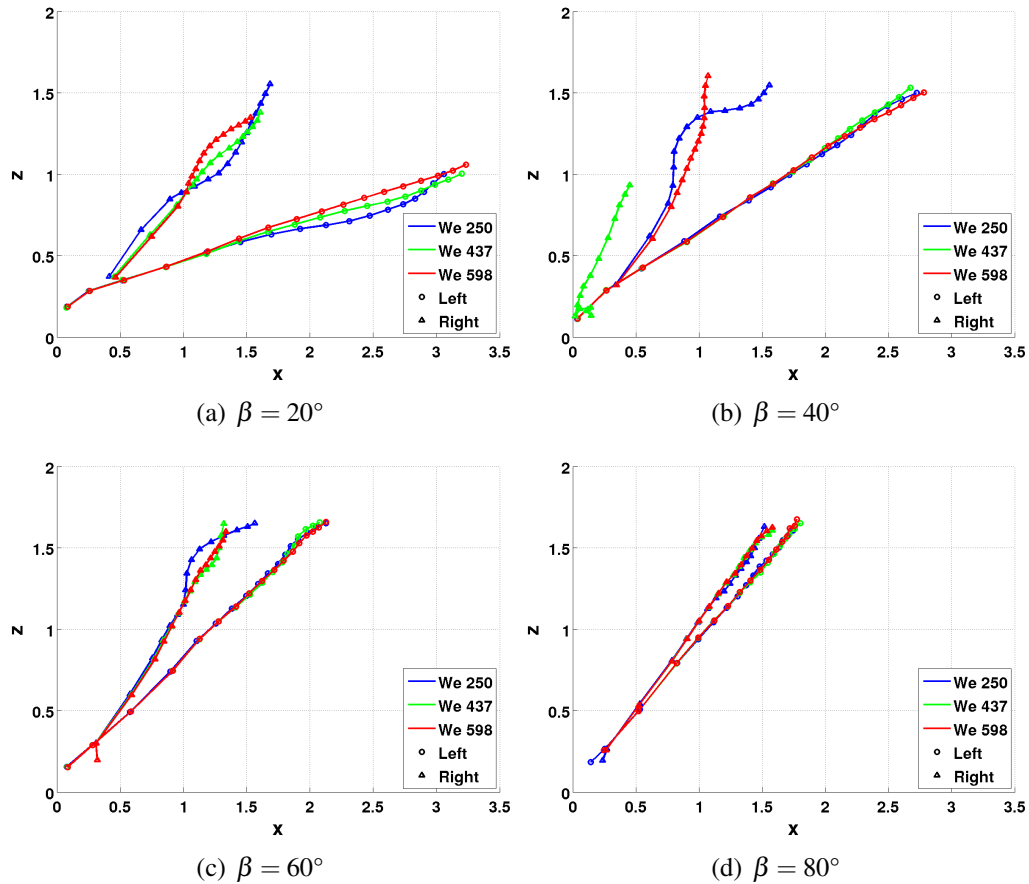


**Figura 3.8:** Massima percentuale di volume di liquido ( $\alpha$ ) avente velocità in una data direzione maggiore di un quinto della componente nella stessa direzione della velocità di impatto: 3.8(a) velocità in direzione  $x$ ; 3.8(b) velocità in direzione  $y$ ; 3.8(c) velocità in direzione  $z$ .

Come si può notare i trend sono rispettati da tutti i numeri di Weber. Mentre per le velocità  $U_x$  e  $U_y$  si evidenzia una differenza tra i vari Weber, per la velocità  $U_z$  i risultati sono quasi sovrapposti. Tale comportamento è dovuto al fatto che la goccia inizialmente non ha velocità in questa direzione e quindi l'evoluzione dell'impatto avviene principalmente secondo le altre due dimensioni. Inoltre, proprio perché  $V_z = 0$ , è stato imposto che la velocità del liquido lungo  $z$  fosse maggiore di una frazione della componente lungo  $x$  della velocità di impatto.

Di seguito si riportano i grafici (cfr. figura 3.9) relativi ad un nuovo criterio per la caratterizzazione dell'impatto con splashing. Come noto, nel caso di impatto non normale la corona prodotta presenta una forte asimmetria a cui non è possibile associare un unico raggio di riferimento. Per tale ragione, è stato necessario affidarsi ad un altro parametro. Nello specifico è stato calcolato il baricentro

del volume di liquido innalzato al di sopra dello spessore del film liquido dopo l'impatto.



**Figura 3.9:** Traiettorie del baricentro della corona a destra (triangolo) e a sinistra (cerchio) del piano passante per il punto di contatto.

Al fine di risaltare la differente evoluzione si è preferito scindere il dominio in due metà la cui divisione risiede lungo il piano passante per il punto di contatto e perpendicolare al piano di simmetria. L'origine degli assi è quindi proprio il punto di contatto.

Apparentemente potrebbe sembrare che lo sviluppo in entrambe le zone sia equivalente; in realtà non si sta considerando l'effettivo volume di fluido spostato e quindi, mentre la parte destra dovrebbe avere minore importanza, le due parti della corona assumono lo stesso peso.

Il costante avvicinamento e la crescente linearità delle curve sottolineano come la corona tenda ad una forma simmetrica rispetto a tutte le direzioni all'aumentare dell'angolo di impatto. Come ulteriore conferma è stato simulato un impatto

a  $90^\circ$  e si è verificato che le traiettorie dei due baricentri risultassero lineari e sovrapposte.

All'aumentare dell'angolo di impatto, diminuisce la componente orizzontale della velocità ( $V\cos\beta$ ) e diminuisce l'energia associata a tale direzione; di conseguenza lo sviluppo della corona lungo  $x$  è frenato al crescere dell'angolo. Ciò trova riscontro nei grafici di figura 3.9: il massimo valore noto assunto dalla coordinata  $x$  del baricentro si riduce del 43% passando dall'impatto a  $20^\circ$  all'impatto a  $80^\circ$ .

### 3.3 Studio della convergenza di griglia

Lo studio della convergenza di griglia ricopre grande importanza nella scelta della mesh da utilizzare in tutti i casi di interesse. Non verrà effettuato uno studio di convergenza temporale, in quanto le due sono legate dalla condizione CFL. Infatti avendo imposto un valore costante del numero di Courant (pari a 0.3) ed essendo fissata la velocità, variando la discretizzazione spaziale automaticamente si modificherà quella temporale, e viceversa.

L'impatto a numero di Weber minore (250) è stato assunto come caso di riferimento. Sono state studiate tre discretizzazioni partendo da una stessa griglia iniziale. Nelle figure 3.10, 3.11 e 3.12 è riportata la quantità di liquido avente velocità maggiore di una data in funzione del tempo adimensionale per tutti gli angoli di impatto e per tutti i livelli di raffinamento (2, 3 e 4). Per maggiore chiarezza è stata considerata una sola velocità di paragone, in quanto, come detto, le altre seguono gli stessi andamenti.

Come si osserva dai grafici, sugli angoli minori è stata raggiunta una buona convergenza di griglia, mentre sugli angoli più elevati non si può dire altrettanto. Questo si nota dal fatto che le tre curve riferite alle componenti della velocità nelle direzioni  $x$  e  $z$  si discostano tra loro per tempi superiori a circa la metà del tempo totale della simulazione. Nonostante ciò la differenza si mantiene all'interno di qualche punto percentuale, valore accettabile per lo scopo del presente lavoro.

E' altresì evidente che la discretizzazione minore, pari ad un livello di raffinamento 2, non è adeguata a descrivere correttamente la dinamica del fenomeno in esame in nessun caso.

Al fine di sottolineare le differenze esistenti, si pongono a confronto i grafici ottenuti nei due impatti che avvengono a valori di  $\beta$  estremi, ovvero a  $20^\circ$  e  $80^\circ$ .

Al diminuire della velocità di paragone, aumenta la quantità di fluido avente velocità superiore a quella data. Quando l'impatto avviene all'angolo minore non esistono sostanziali differenze tra la discretizzazione intermedia e quella maggiore, segno del raggiungimento di una buona risoluzione. Nell'impatto a  $80^\circ$ , invece, le differenze sono ben più evidenti. Solamente la figura 3.16 mostra un buon

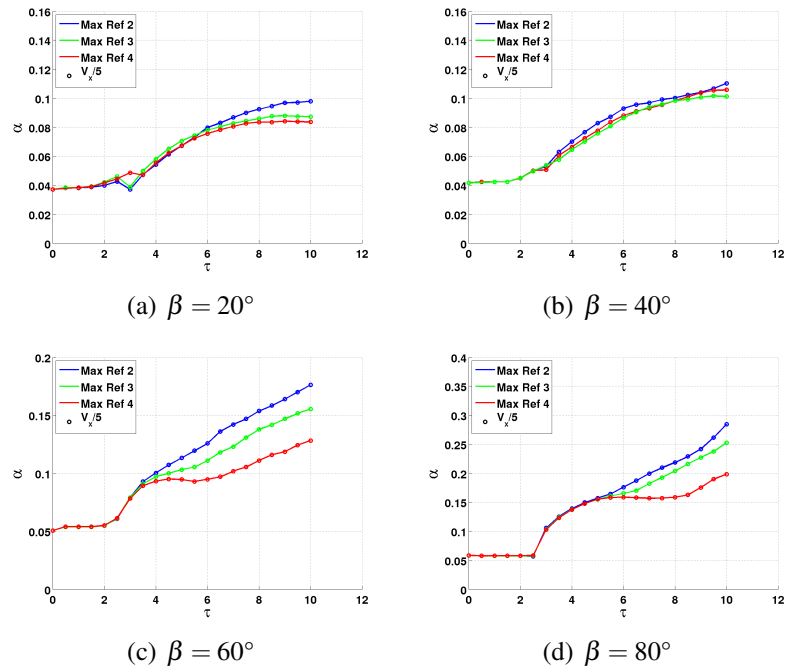


Figura 3.10: Confronto tra 3 livelli di raffinamento per ogni angolo di impatto:  $U_x > \frac{1}{5}V_x$ .

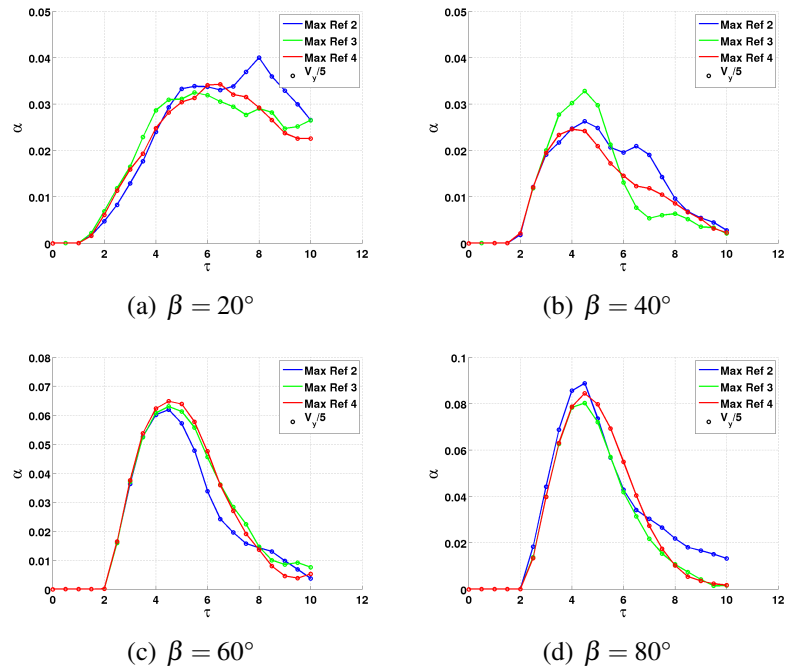
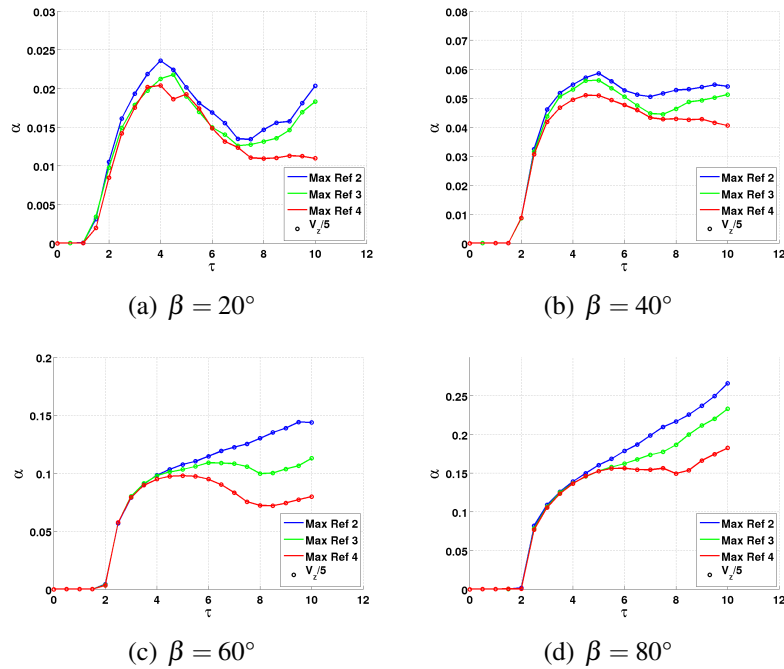


Figura 3.11: Confronto tra 3 livelli di raffinamento per ogni angolo di impatto:  $U_y > \frac{1}{5}V_y$ .



**Figura 3.12:** Confronto tra 3 livelli di raffinamento per ogni angolo di impatto:  $U_z > \frac{1}{5}V_z$ .

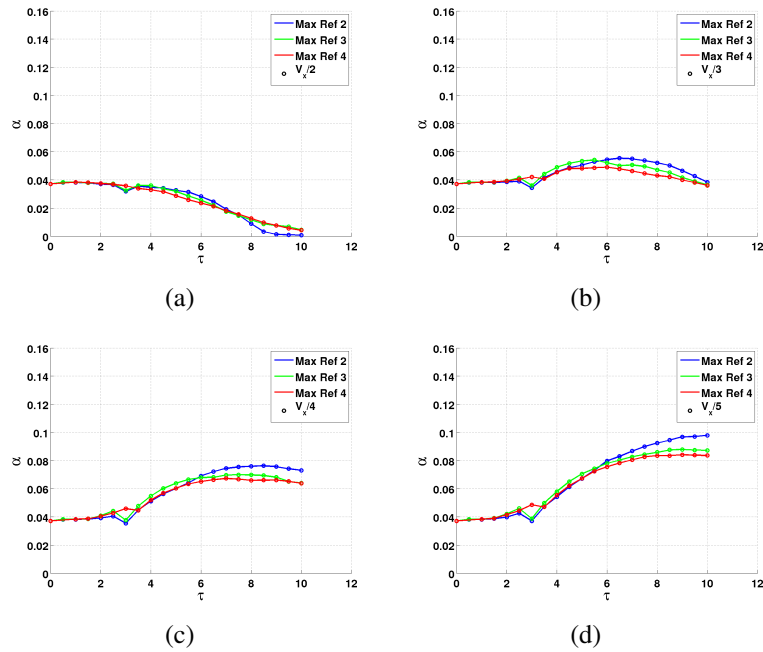
accordo tra i due raffinamenti più elevati. Probabilmente la risoluzione maggiore non è ancora sufficiente per cogliere le strutture più piccole prodotte dall'impatto, le quali potrebbero possedere velocità diverse. È stato fatto un tentativo di simulazione con livello di raffinamento pari a 5, ma le risorse computazionali a disposizione, in particolare la disponibilità di memoria necessaria soprattutto per la creazione della mesh, non hanno permesso la sua realizzazione.

In figura 3.19 vengono mostrate le traiettorie del baricentro rilevate nei quattro impatti. Anche in questo caso si può concludere che la discretizzazione minore non è in grado di risolvere correttamente l'evoluzione dell'impatto. Da sottolineare il fatto che i livelli di raffinamento 3 e 4 presentano andamenti quasi sovrapponibili per quanto riguarda la posizione del baricentro a sinistra della linea di contatto, mentre nella zona a destra sono abbastanza diversificati.

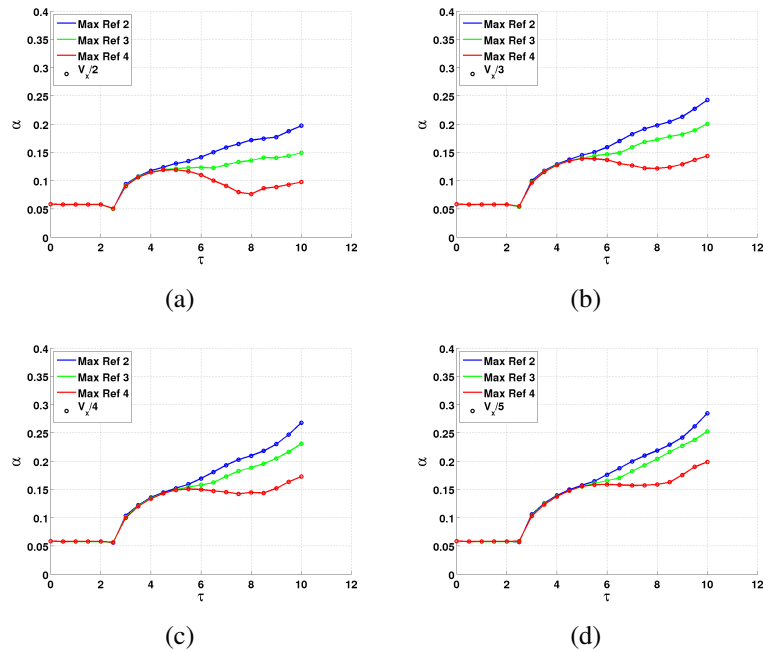
La corona compresa nella metà sinistra del dominio prevede lo spostamento di una grossa quantità di liquido rilevata in maniera più o meno definita da tutte le risoluzioni. La corona compresa nella metà destra, invece, è formata da un volume di liquido molto variabile a seconda della discretizzazione utilizzata. Per questo motivo la posizione del baricentro è meglio determinata nella metà sinistra piuttosto che nella metà destra del dominio.

Per quanto detto, poiché la risoluzione raggiunta con un livello di raffinamento pari a 3 non si discosta sensibilmente da quella raggiunta con un livello di raffina-

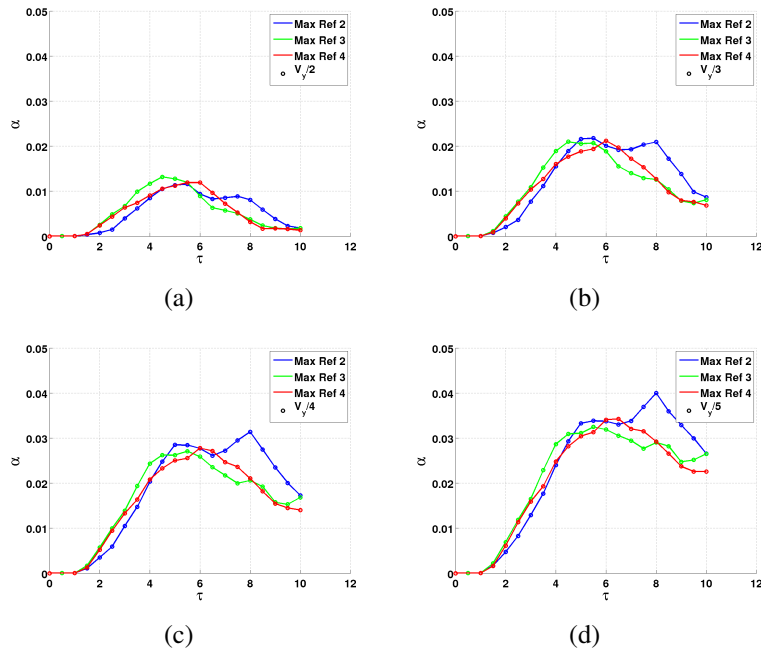




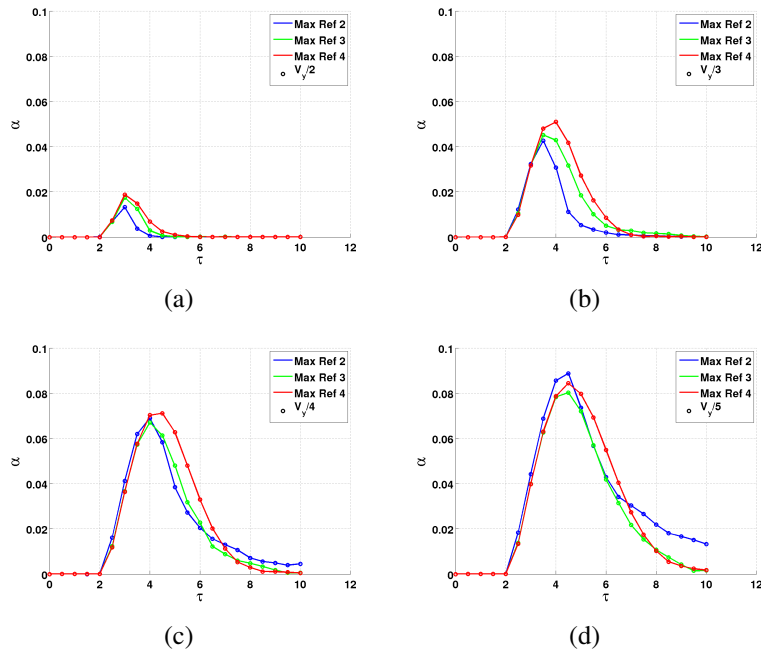
**Figura 3.13:** Confronto discretizzazioni, impatto a  $20^\circ$ . Volume di liquido avente: 3.13(a)  $U_x > \frac{1}{2}V_x$ ; 3.13(b)  $U_x > \frac{1}{3}V_x$ ; 3.13(c)  $U_x > \frac{1}{4}V_x$ ; 3.13(d)  $U_x > \frac{1}{5}V_x$ .



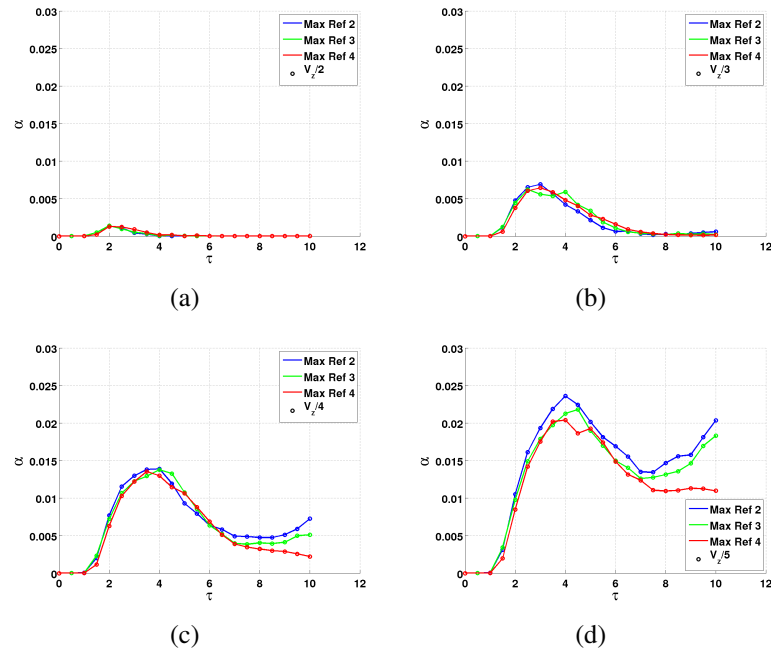
**Figura 3.14:** Confronto discretizzazioni, impatto a  $80^\circ$ . Volume di liquido avente: 3.14(a)  $U_x > \frac{1}{2}V_x$ ; 3.14(b)  $U_x > \frac{1}{3}V_x$ ; 3.14(c)  $U_x > \frac{1}{4}V_x$ ; 3.14(d)  $U_x > \frac{1}{5}V_x$ .



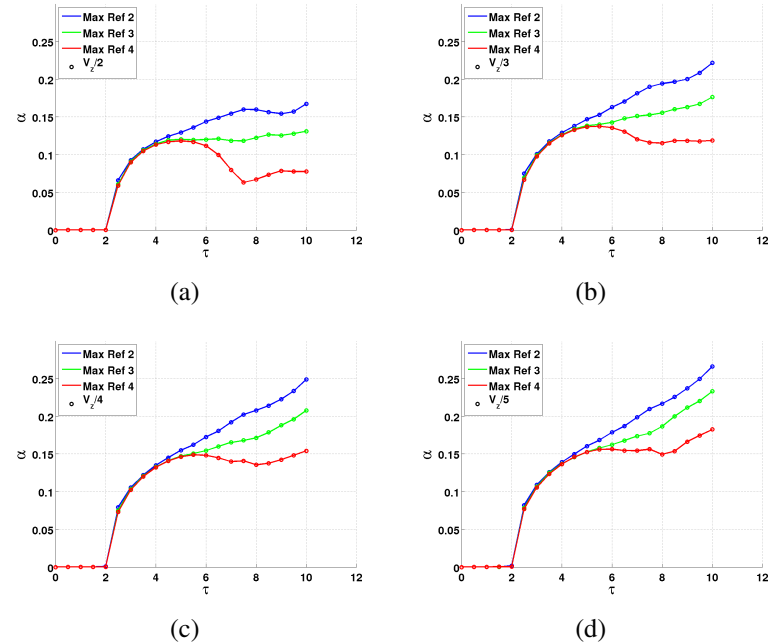
**Figura 3.15:** Confronto discretizzazioni, impatto a 20°. Volume di liquido avente: 3.15(a)  $U_y > \frac{1}{2}V_y$ ; 3.15(b)  $U_y > \frac{1}{3}V_y$ ; 3.15(c)  $U_y > \frac{1}{4}V_y$ ; 3.15(d)  $U_y > \frac{1}{5}V_y$ .



**Figura 3.16:** Confronto discretizzazioni, impatto a 80°. Volume di liquido avente: 3.16(a)  $U_y > \frac{1}{2}V_y$ ; 3.16(b)  $U_y > \frac{1}{3}V_y$ ; 3.16(c)  $U_y > \frac{1}{4}V_y$ ; 3.16(d)  $U_y > \frac{1}{5}V_y$ .

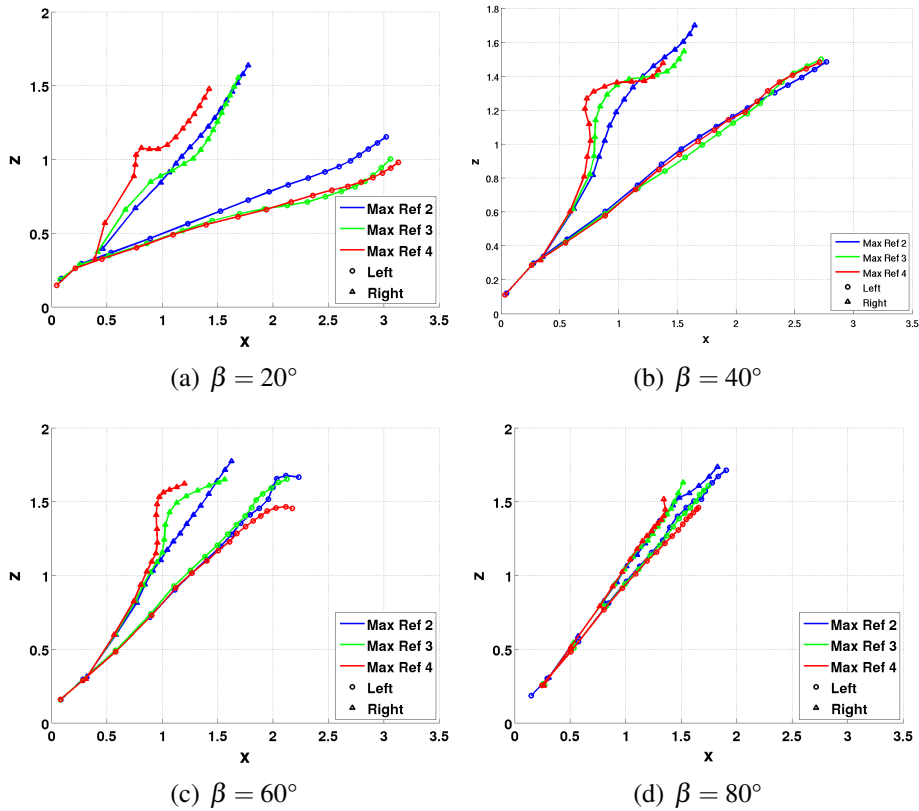


**Figura 3.17:** Confronto discretizzazioni, impatto a  $20^\circ$ . Volume di liquido avente:  
 3.17(a)  $U_z > \frac{1}{2}V_z$ ; 3.17(b)  $U_z > \frac{1}{3}V_z$ ; 3.17(c)  $U_z > \frac{1}{4}V_z$ ; 3.17(d)  $U_z > \frac{1}{5}V_z$ .



**Figura 3.18:** Confronto discretizzazioni, impatto a  $80^\circ$ . Volume di liquido avente:  
 3.18(a)  $U_z > \frac{1}{2}V_z$ ; 3.18(b)  $U_z > \frac{1}{3}V_z$ ; 3.18(c)  $U_z > \frac{1}{4}V_z$ ; 3.18(d)  $U_z > \frac{1}{5}V_z$ .

mento 4, si è deciso di eseguire le altre simulazioni a numeri di Weber maggiori con tale discretizzazione. Un'ulteriore motivazione risiede nel fatto che il costo computazionale richiesto dal raffinamento 3 è decisamente inferiore, in media di circa 16 volte.



**Figura 3.19:** Confronto traiettorie ottenute con diverse risoluzioni nel caso di numero di Weber pari a 250.

## 3.4 Confronto con risultati sperimentali

Nel presente capitolo si applicheranno le metodologie finora utilizzate per analizzare impatti reali, tratti da lavori sperimentali. Le simulazioni sono state eseguite ad elevata risoluzione al fine di confermare la validità delle presenti tecniche CFD nello studio di impatto.

Il confronto è con due impatti, entrambi oltre la soglia di splashing: il primo ad alto numero di Weber è tratto dall'articolo di Thoroddsen del 2002 [33]; il secondo a basso numero di Weber è, invece, tratto dal lavoro di Cossali *et al.* del 2004 [8]. Il primo articolo mette a disposizione alcune fotografie del profilo della corona, mentre il secondo propone descrizioni quantitative di alcune grandezze geometriche.

Entrambi gli impatti sono stati simulati numericamente da Brivio nel 2011 [3]. In questa sede si ripropongono i risultati ottenuti dall'autore ampliati mediante la trattazione di ulteriori discretizzazioni.

### 3.4.1 Impatto ad alto Weber

Nel suo articolo del 2002 [33] Thoroddsen studia dal punto di vista sperimentale i primi istanti dopo l'impatto al fine di comprendere l'origine e la dinamica del jetting iniziale. In queste fasi si può osservare l'evoluzione di uno strato liquido caratterizzato da un'elevata velocità (fino a 10 volte quella di impatto) e da uno spessore estremamente contenuto. Nel suo studio l'autore utilizza fluidi con identica tensione superficiale e diversa viscosità al fine di analizzare un ampio campo di numeri di Reynolds.

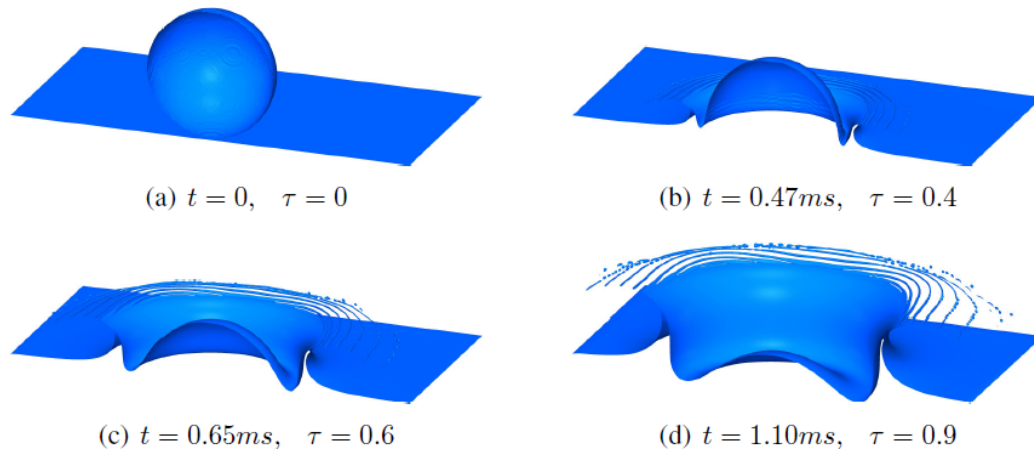
Per il confronto è stato scelto un caso del quale fosse disponibile una serie di fotografie del profilo e nel quale il film liquido di base fosse non eccessivamente profondo, in modo da limitare l'onere computazionale legato alle dimensioni del dominio. In tabelle 3.4 sono riportati i parametri dell'impatto.

$D$ [mm]	$V$ [m/s]	$H$	$We$	$Re$	$Oh$	$K$	$K_s$
6.3	5.28	0.4762	3340	770	0.07506	9410.1	4120.2

**Tabella 3.4:** Confronto con risultati di impatto ad alto Weber: parametri del fenomeno. Il limite di splashing è superato:  $K > K_s$  (cfr. equazione (1.2).)

Come detto precedentemente, negli istanti iniziali dopo l'impatto il fenomeno è solitamente caratterizzato da una forte simmetria assiale, mentre gli effetti tridimensionali diventano preponderanti per tempi superiori.

E' stata eseguita una simulazione tridimensionale per verificare questa asserzione, i cui risultati sono mostrati in figura 3.20.

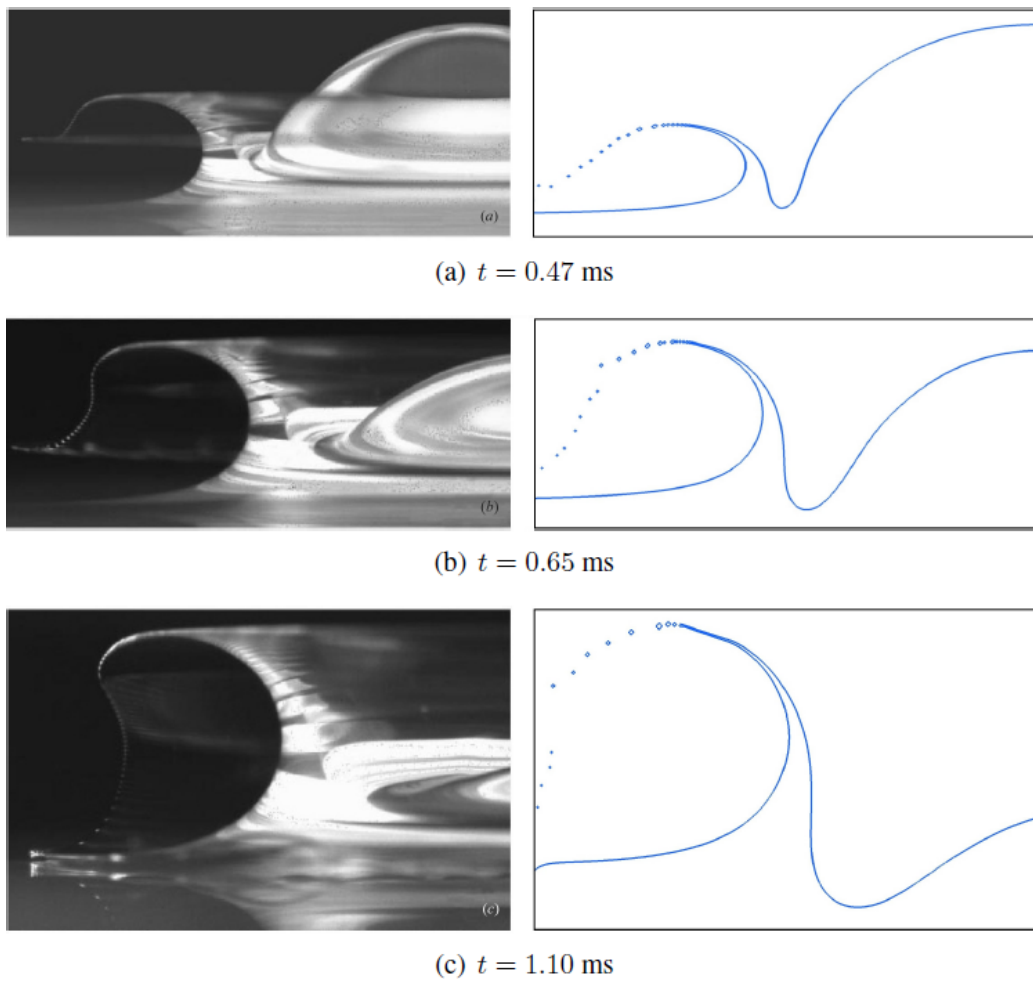


**Figura 3.20:** Confronto con risultati di impatto ad alto Weber: simulazione tridimensionale ad alta risoluzione (dimensione minima cella computazionale pari a  $D/200$ ). Il fenomeno presenta un'evidente simmetria assiale.

La risoluzione massima raggiunta è pari a  $D/200$ . Essendo evidente la simmetria del fenomeno, si è scelto di realizzare una simulazione assialsimmetrica con una risoluzione superiore, arrivando fino a  $D/800$ , in modo da descrivere con maggiore accuratezza la sottile lamina proiettata dal collo dell'impatto e soprattutto per poter cogliere il moto delle gocce (effettivamente si tratta di forme toroidali) rilasciate fin dai primi istanti.

In figura 3.21 si confrontano le fotografie scattate da Thoroddsen dal lato della corona con la sezione della simulazione numerica, ad istanti quasi coincidenti. La forma della lamina è riprodotta con buona accuratezza, così come il rilascio di gocce secondarie nei primi istanti. Nell'ultima immagine il moto delle gocce più piccole non riesce ad essere colto: la risoluzione, ottima per quanto riguarda le dimensioni della corona, non riesce a descriverle adeguatamente. Anche in questo caso, la discretizzazione relativamente insufficiente provoca una disgregazione degli strati più sottili, ovvero la parte alta ed esterna della corona nella seconda e terza immagine. L'effetto è un distacco anticipato delle goccioline, che si aggregano poi a formare un numero minore di gocce di dimensione maggiore rispetto al fenomeno reale.

Nel complesso la descrizione numerica dell'impatto risulta essere soddisfacente soprattutto per i primi istanti di tempo, nonostante le difficoltà legate a spessori sottili e velocità elevate. Possibili miglioramenti possono derivare dall'uso di griglie fisse non uniformi, maggiormente raffinate nella parte esterna.



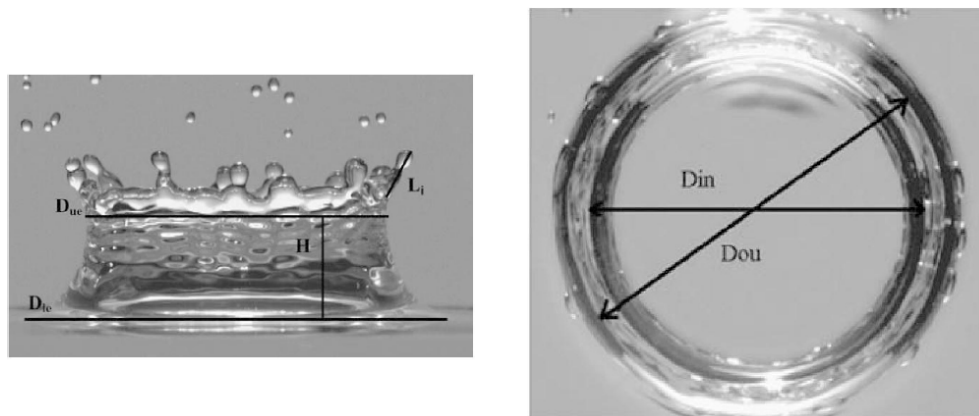
**Figura 3.21:** Confronto con risultati sperimentali di Thoroddsen [33] (a sinistra) e sezioni di simulazione assialsimmetrica a risoluzione  $D/800$  (a destra).

### 3.4.2 Impatto a basso Weber

Cossali *et al.* nel 2004 hanno condotto uno studio sperimentale dell'impatto di gocce d'acqua su film sottile con l'obiettivo di derivare l'andamento temporale delle tipiche grandezze geometriche del fenomeno: raggio e altezza della corona e diametro delle gocce secondarie.

L'indagine è stata eseguita su una serie di numeri di Weber e tre spessori del film di base; sono state utilizzate gocce d'acqua di diametro pari a  $D = 3.82$  mm. Le diverse velocità di impatto sono state ottenute variando l'altezza di rilascio della goccia. Per ogni impatto un operatore ha analizzato le fotografie per mezzo di software di analisi grafica; dai valori così ottenuti sono state ricavate le curve di regressione. In figura 3.22 sono riportate le grandezze geometriche oggetto

dell'analisi:



**Figura 3.22:** Definizione grafica delle grandezze geometriche analizzate da Cossali et al. [8].

Nel presente lavoro si è eseguita una simulazione tridimensionale con tre diversi livelli di raffinamento su uno dei casi riportati dagli autori scelto fra quelli con spessore del film più basso, al fine di contenere le dimensioni del dominio, e numero di Weber intermedio. I parametri dell'impatto simulato sono riportati in tabella 3.5. I fluidi utilizzati sono aria e acqua in condizioni standard.

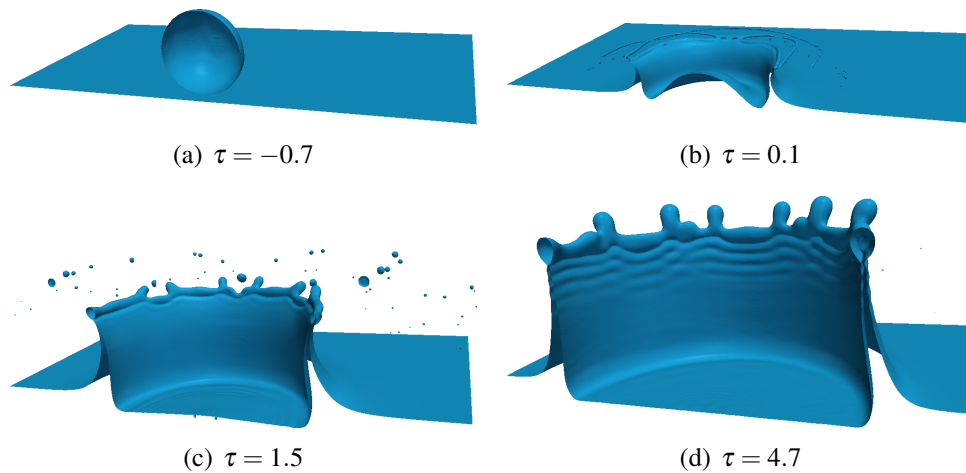
$D$ [mm]	$V$ [m/s]	$H$	$We$	$Re$	$Oh$	$K$	$K_s$
3.82	3.0392	0.29	484	11650	0.0019	5934	3089

**Tabella 3.5:** Confronto con risultati di impatto a basso Weber: parametri del fenomeno. Il limite di splashing è superato:  $K > K_s$  (cfr. equazione (1.2).)

In figura 3.23 è riportato il risultato ottenuto con un livello di raffinamento pari a 4. Purtroppo non sono disponibili le fotografie relative all'impatto originale e non è quindi possibile eseguire una verifica visiva della corretta conformazione della corona.

Dalle immagini si vede come non vi siano rotture della superficie della corona né del film liquido sul fondo del cratere: la risoluzione massima utilizzata  $D/136$  è sufficiente a descrivere con accuratezza l'impatto. I jet presenti in figura si originano da una frattura nel rim per tempi bassi, causando l'unico motivo di asimmetria evidente. Il distacco di gocce secondarie avviene per tempi superiori a quelli oggetto della simulazione e non è quindi visibile; le goccioline presenti nelle immagini 3.23(b) e 3.23(c) provengono dal jetting iniziale, come testimoniato dai loro piccoli diametri e alta velocità.





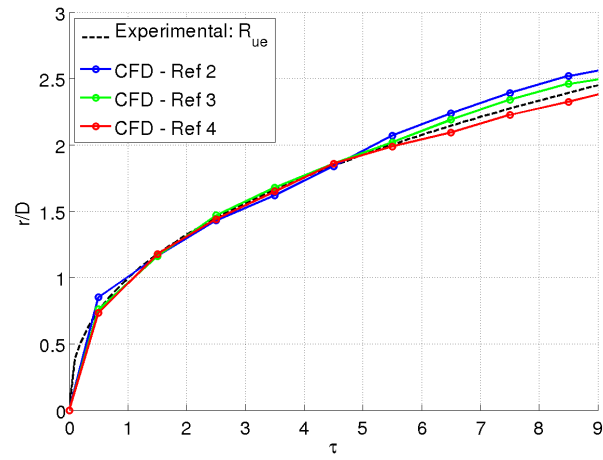
**Figura 3.23:** Risultati di impatto a basso Weber: simulazione tridimensionale.

La bontà effettiva della simulazione deriva dal confronto degli andamenti delle grandezze misurate, riportate in figura 3.24.

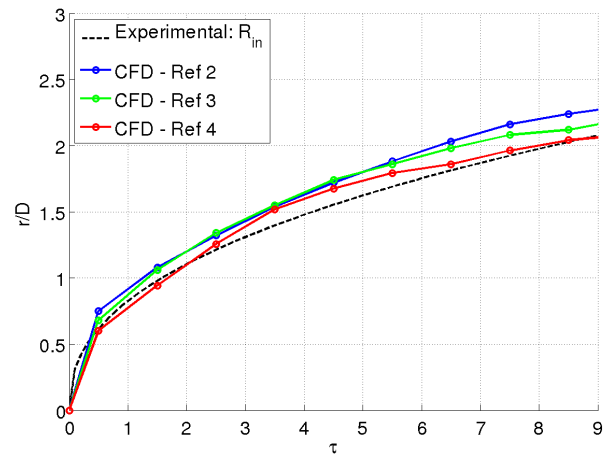
Si è scelto di confrontare raggio esterno superiore  $R_{ue}$ , raggio interno  $R_{in}$  e altezza della corona  $H_{rim}$  (rim escluso), secondo le definizioni di figura 3.22, in quanto sono le più semplici da distinguere univocamente.

Dalle figure si osserva che l'andamento del raggio esterno superiore è in ottimo accordo con i dati sperimentali secondo tutte e tre le discretizzazioni. Per quanto riguarda il raggio interno, il suo andamento è molto aderente ai risultati sperimentali se utilizzato un livello di raffinamento 4. A differenza di  $R_{ue}$ ,  $R_{in}$  è una grandezza abbastanza discrezionale da rilevare in fotografia ed è per questo motivo che a tempi intermedi si rileva un lieve allontanamento dai dati sperimentali.

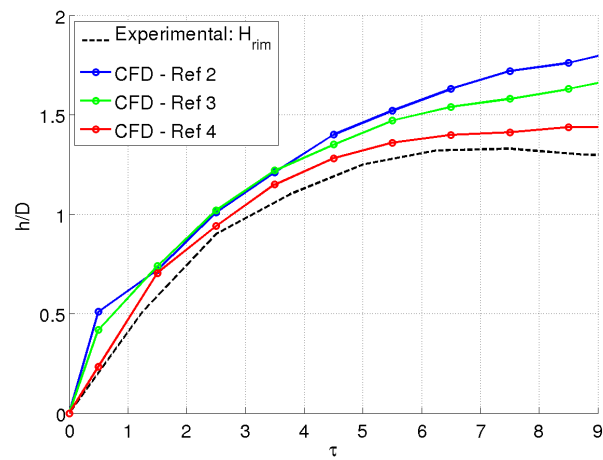
La figura 3.24(c) mostra una differenza tra i vari andamenti dell'altezza. Tale differenza può essere dovuta al fatto che l'analisi delle fotografie scattate lateralmente non è equivalente all'analisi delle sezioni: osservando la corona dal lato, la superficie del film di base non rimane immutata nel tempo, ma appare più alta per effetto dell'onda provocata dall'impatto. Questo effetto può provocare il rilevamento di un valore più basso per l'altezza della corona, poiché si prende come riferimento una superficie di base più alta rispetto al film imperturbato.



(a) Raggio esterno



(b) Raggio interno



(c) Altezza

**Figura 3.24:** Impatto a basso Weber: confronto sperimentale: andamento raggio esterno, raggio interno e altezza della corona.

### 3.5 Studio della regione di transizione

Se si osserva attentamente la figura 3.8(b) si nota che gli andamenti di  $\alpha$  rappresentati riportano un minimo in corrispondenza di  $\beta = 40^\circ$ , il quale ha suscitato il nostro interesse. Al fine di analizzare tale minimo è stato necessario ampliare il range di angoli di impatto trattati. Sono state quindi condotte tre ulteriori simulazioni a  $We = 250$  con angoli di impatto pari a  $10^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $50^\circ$ , tutte con livello di raffinamento 3. In seguito è stata calcolata la frazione di volume di liquido avente velocità lungo  $y$  maggiore di una certa frazione di  $V_y$ . In figura 3.25 è riportato il risultato.

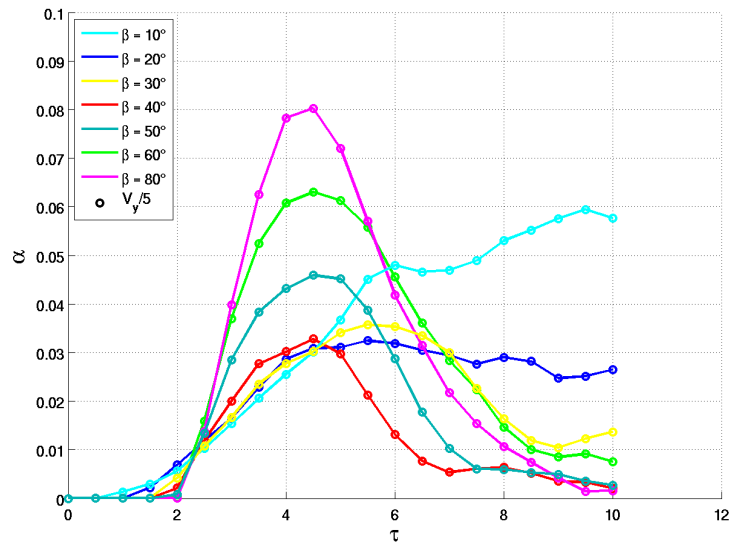
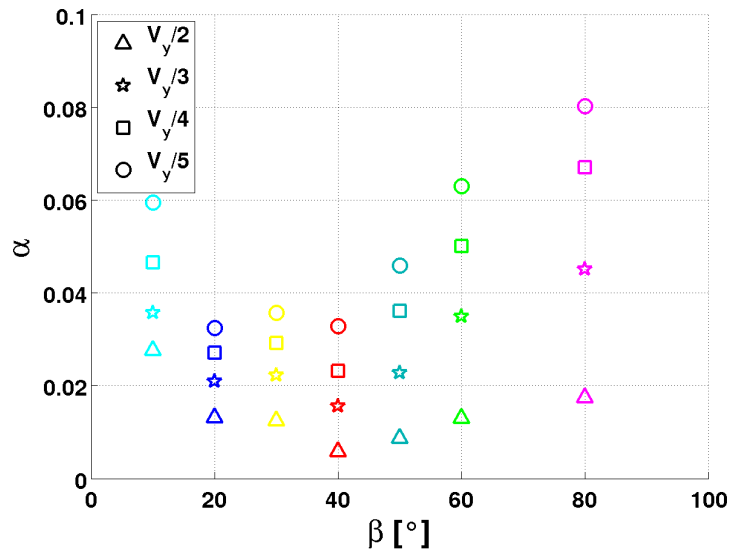


Figura 3.25: Valore di  $\alpha$  avente  $U_y > \frac{1}{5}V_y$ .

Si può notare che le curve relative a  $10^\circ$  (ciano) e  $20^\circ$  (blu) non tendono a zero; ciò significa che è presente una quantità di liquido ancora in movimento. Inoltre sono le uniche che dopo un primo massimo (relativo nel caso di  $10^\circ$  e assoluto a  $20^\circ$ ) tendono a risollevarsi. In figura 3.26 sono stati riportati i massimi di tali curve.

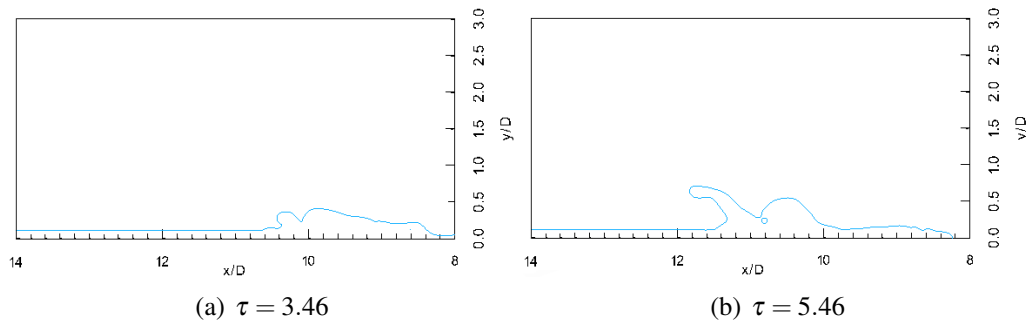
A differenza della figura 3.25, sono state valutate quattro frazioni della velocità di impatto. A  $10^\circ$  si rileva un picco molto elevato che tende a dimezzarsi a  $20^\circ$ . A  $30^\circ$   $\alpha$  assume valori di poco superiori rispetto a quelli raggiunti a  $20^\circ$ . Il minimo ricade sempre a  $40^\circ$  per ogni frazione di velocità considerata e per valori di  $\beta$  maggiori l'andamento cresce monotonicamente.

I due picchi rilevati ai due angoli minori sono associati alla formazione di una struttura particolare che si crea a tempi successivi all'impatto. Questa struttura è un piccolo getto a forma di "prua di una nave", come suggeriscono Okawa *et al.*



**Figura 3.26:** Massimo valore di  $\alpha$  avente velocità lungo  $y$  maggiore di una data percentuale della componente verticale della velocità di impatto.

nel loro lavoro del 2007 [23]. Nell'impatto a  $20^\circ$  esso si origina circa 16 ms dopo il contatto tra la goccia e il film liquido, come mostrato in figura 3.27(a), e la sua evoluzione dopo 28 ms è quella illustrata in figura 3.27(b).

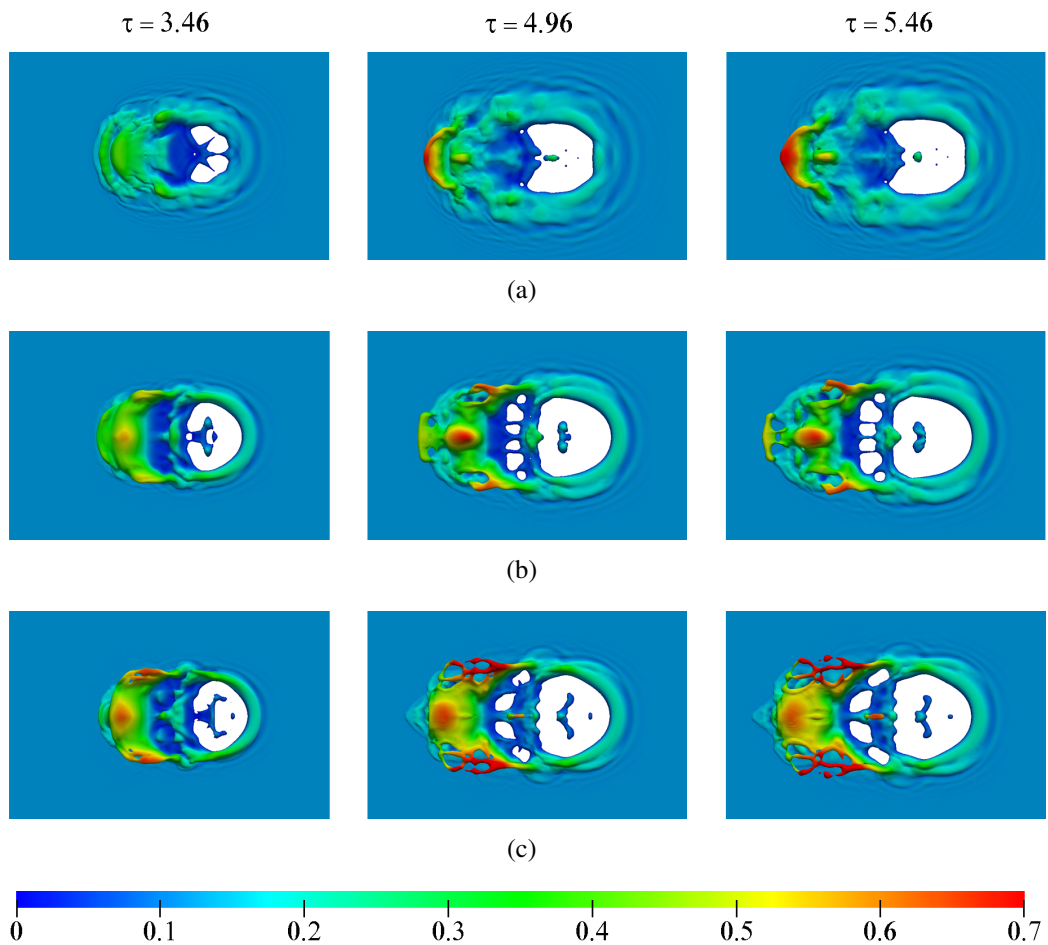


**Figura 3.27:** Evoluzione in sezione del getto che caratterizza l'impatto a  $20^\circ$ . E' mostrata solo la metà sinistra del dominio.

Inizialmente il getto si eleva verticalmente e successivamente si sviluppa in direzione orizzontale, fino a che viene rilasciata una goccia dalla sua estremità. Nell'impatto a  $10^\circ$  questa struttura ritarda la propria nascita di circa 14 ms rispetto al caso precedente. Inoltre una colonna di liquido formata dalla fusione di più onde si innalza nella regione centrale del cratere. A tale getto è associato il picco rilevato in figura 3.26.

A  $30^\circ$  non si ha più un getto, ma una struttura simile ad una parete di una corona. Infatti essa si innalza maggiormente ed è molto più estesa nella direzione trasversale.

Riferendosi al caso di  $20^\circ$ , all'aumentare del numero di Weber, questo getto si modifica radicalmente. In figura 3.28 si propone un confronto tra le tre evoluzioni. Le immagini riportano la vista dall'alto delle varie simulazioni in cui i colori sono utili a capire l'effettiva elevazione in direzione verticale.



**Figura 3.28:** Confronto tra le evoluzioni agli stessi tempi della struttura che si origina dopo l'impatto a  $20^\circ$  (vista dall'alto): 3.28(a)  $We = 250$ , struttura a forma di prua di nave; 3.28(b)  $We = 437$ , struttura a forma di ancora; 3.28(c)  $We = 598$ , strato di liquido. La scala di colori riportata in fondo si riferisce all'altezza raggiunta dal liquido adimensionalizzata rispetto al diametro della goccia iniziale.

La serie di immagini in figura 3.28(a) è riferita al caso in cui il numero di

Weber è pari a 250. Dopo 16 ms dall'impatto ( $\tau = 3.46$ ) si formano due onde, la prima (più a valle rispetto alla direzione  $x$ ) meno elevata in altezza della seconda. Col passare del tempo l'onda a monte si innalza molto in direzione verticale fino al raggiungimento di un'altezza di circa  $0.7D$ , mentre l'onda a valle avvolgendosi su se stessa perde energia e tende a depositarsi. Nell'ultima immagine di questa serie, la regione di colore rosso indica che gran parte del liquido che compone l'onda avente maggiore elevazione si trova alla stessa altezza e ciò significa che essa si muove orizzontalmente. Inoltre si può notare che la zona centrale è più avanzata rispetto al resto e allo scorrere del tempo si crea una colonna d'acqua che si muove parallela alla superficie del film.

Come si osserva in tutte le figure, il cratere che si origina dopo l'impatto presenta un fondo liquido molto sottile tale per cui la risoluzione utilizzata non riesce a coglierne la reale altezza.

Nella figura 3.28(b) il numero di Weber è pari a 437. La prima immagine a sinistra mostra la nascita di due onde di cui una, la seconda, più a monte, mostra una zona con un maggiore innalzamento in base alla scala di colori riportata sotto. Osservando la seconda immagine si nota che il cratere si è espanso e si sono formate ulteriori disgregazioni. Le due onde hanno modificato la loro forma: la zona più elevata presente sull'onda a monte è diventata una vera e propria protuberanza, mentre le estremità laterali dell'onda si sono disgregate e sembrerebbero formare due getti. In realtà essi sono ancora collegati al resto dell'onda e rappresentano gli estremi dello strato liquido che hanno raggiunto la stessa altezza della protuberanza centrale. L'onda a valle nel frattempo ha assunto una forma simile ad un'ancora. Nella terza immagine l'ancora sta per distaccarsi dallo strato liquido. Questo non è un fenomeno reale e anche qui la rottura è dovuta alla risoluzione. Infine, le estremità del foglio d'acqua si sono ulteriormente elevate.

La figura 3.28(c) rappresenta l'impatto a  $We = 598$ . A differenza del caso precedente, lo strato di liquido che si innalza in seguito all'impatto si disgrega fin dalla prima immagine e l'onda a monte sovrasta quella a valle. Inoltre la zona centrale rialzata è visibile già al primo tempo adimensionale. Ciò è dovuto al fatto che a parità di  $\tau$ , il tempo reale trascorso dall'impatto è minore nel caso di Weber maggiore, quindi i fenomeni descritti precedentemente avvengono con qualche millisecondo di anticipo. A numero di Weber maggiore l'onda non muta la sua forma, ma rimane un unico strato sottile di acqua. Esso varia di poco la sua altezza e si muove con velocità parallela alla direzione longitudinale.

Come detto precedentemente, le disgregazioni osservabili in tutte le figure sia sul fondo del cratere sia sullo strato di liquido che si solleva sono dovute ad un raffinamento che non è in grado di risolvere adeguatamente lo spessore della quantità di fluido in queste zone.

Nelle figure 3.29, 3.30, 3.31, 3.32, 3.33 e 3.34 si propone, invece, l'evoluzione dell'impatto per tutti gli angoli studiati nel caso di Weber pari a 250.

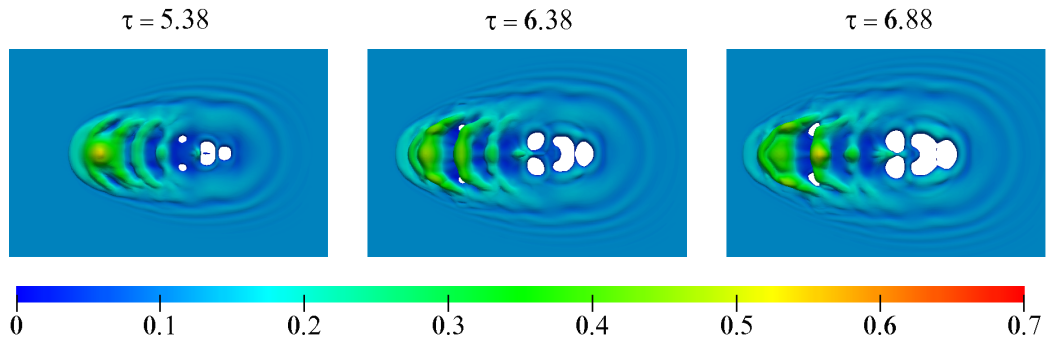


Figura 3.29: Evoluzione dell'impatto a  $10^\circ$  e  $We = 250$ .

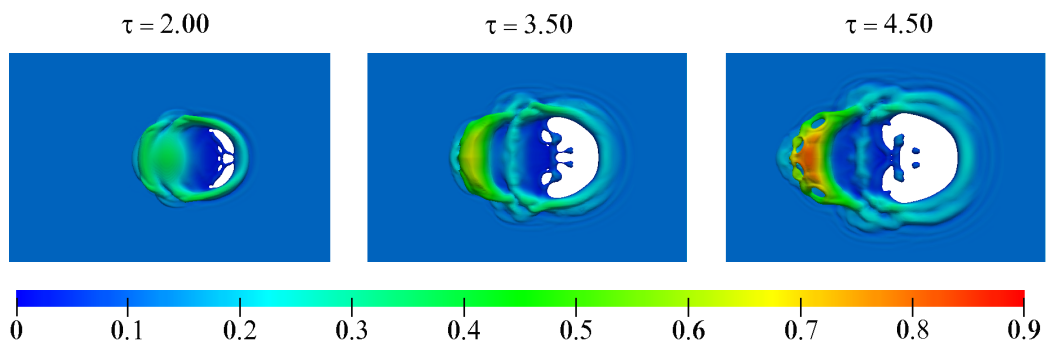


Figura 3.30: Evoluzione dell'impatto a  $30^\circ$  e  $We = 250$ .

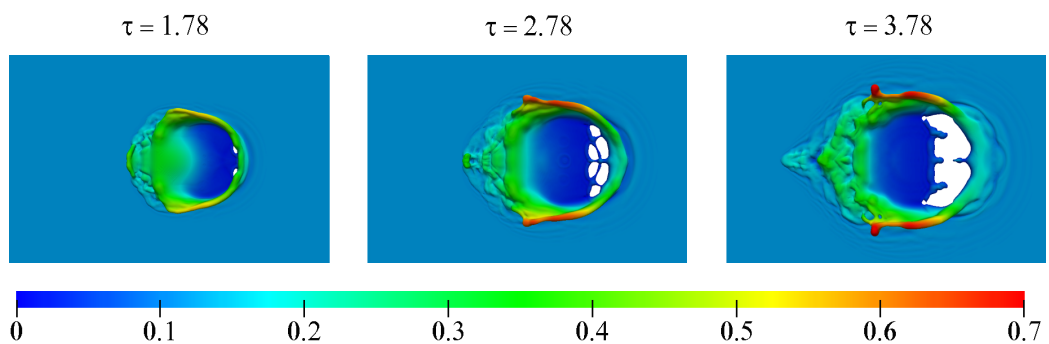
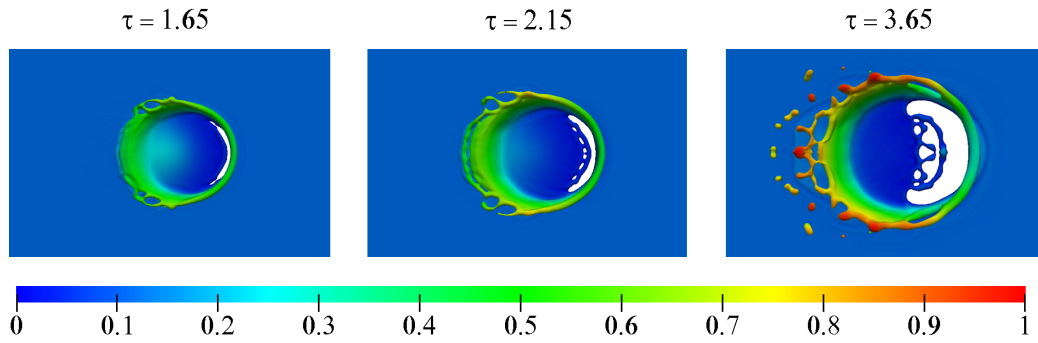
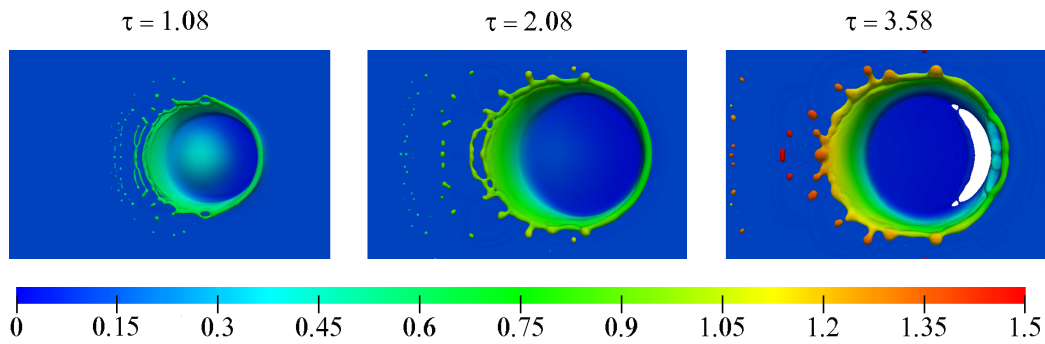


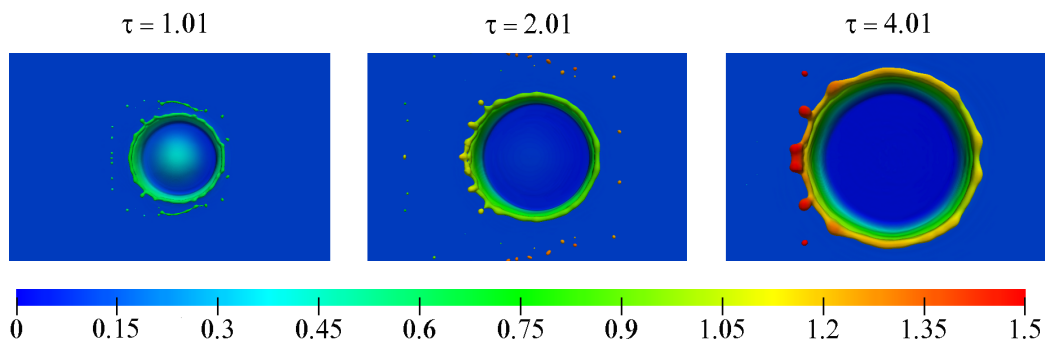
Figura 3.31: Evoluzione dell'impatto a  $40^\circ$  e  $We = 250$ .



**Figura 3.32:** Evoluzione dell'impatto a  $50^\circ$  e  $We = 250$ .



**Figura 3.33:** Evoluzione dell'impatto a  $60^\circ$  e  $We = 250$ .



**Figura 3.34:** Evoluzione dell'impatto a  $80^\circ$  e  $We = 250$ .



Dalla seconda immagine di figura 3.29(a) si possono distinguere quattro diverse onde generate dall'impatto. Le due onde più a valle si fondono assieme al tempo successivo dando origine ad una struttura a forma di prua di nave come nel caso dei  $20^\circ$ . In questo caso, però, l'altezza raggiunta è inferiore.

Quando l'impatto avviene con un angolo di  $30^\circ$  (cfr. figura 3.30) si solleva un sottile strato d'acqua dal fronte della perturbazione.

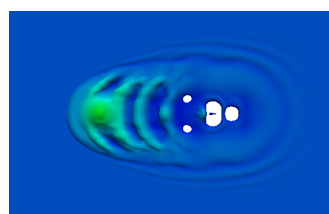
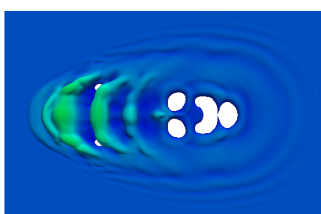
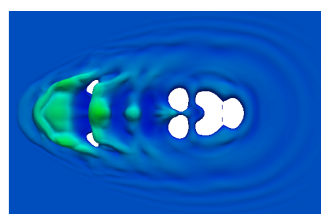
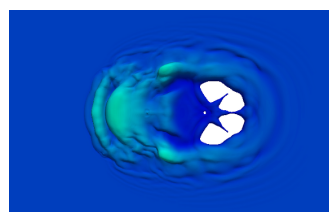
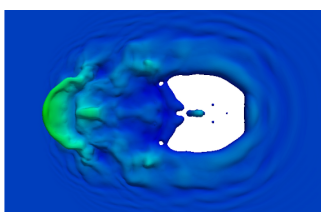
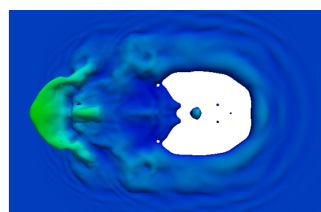
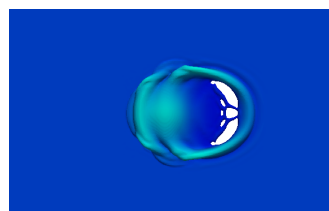
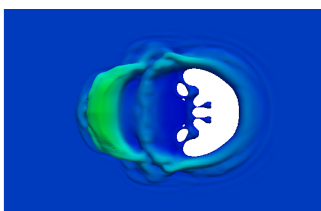
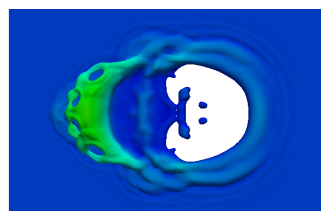
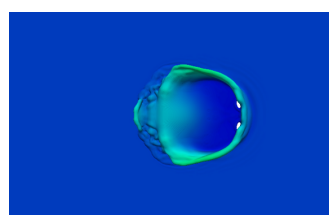
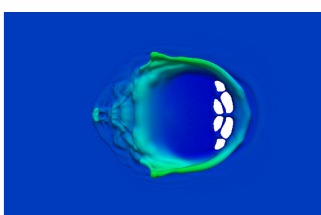
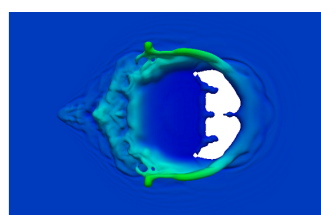
Ad angolo di impatto maggiore ( $\beta = 40^\circ$ ) ci si aspetterebbe, in base alle evoluzioni precedenti, la formazione di una vera e propria corona. In realtà, osservando le immagini in figura 3.31 si rileva che nella regione a valle del punto di impatto le onde prodotte si avvolgono rapidamente su loro stesse creando una zona di perturbazione molto complessa che interessa principalmente la superficie del film di base. Molto probabilmente il minimo riscontrato nel grafico di figura 3.26 è dovuto a tale dinamica. Lateralmente, invece, si sviluppa un foglio di liquido in direzione verticale il quale giunge velocemente ad instabilità e quindi al collasso.

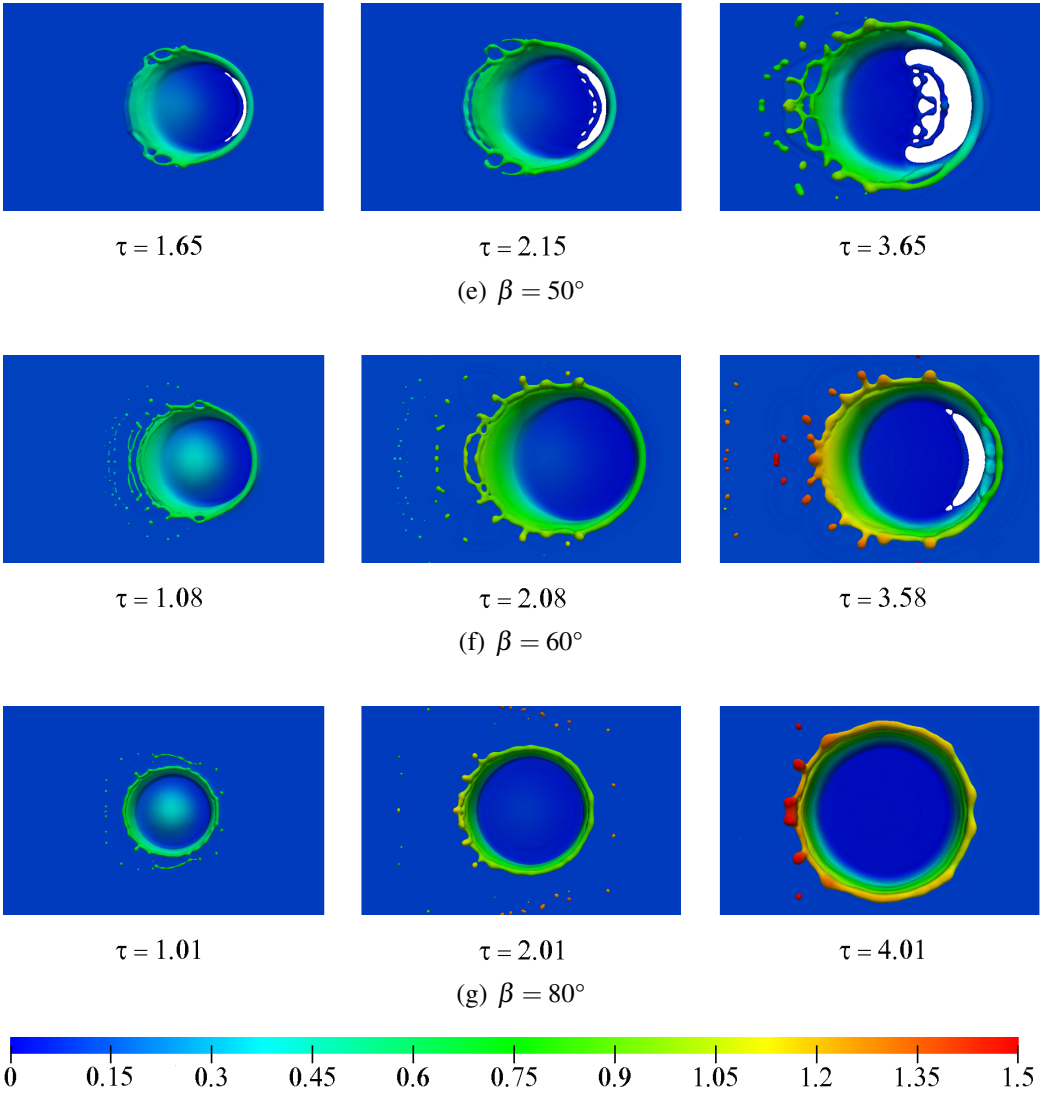
Nell'impatto a  $50^\circ$  (figura 3.32) si sviluppa una corona fortemente asimmetrica in cui la parte anteriore raggiunge un'altezza di circa  $1D$ , mentre quella posteriore si eleva fino a poco più di  $0.25D$ . Inoltre si può osservare come la parete della corona nella zona frontale si sollevi seguendo una traiettoria non perpendicolare rispetto alla superficie del film liquido.

La figura 3.33 riporta alcuni istanti dell'impatto a  $60^\circ$ . Dalla prima immagine si evidenzia il jetting iniziale rappresentato dalle goccioline presenti nella zona a valle, alcune delle quali ricadendo rapidamente generano delle onde circolari sulla superficie libera. Anche in questo caso è presente un'evidente asimmetria, ma la differenza di altezza raggiunta tra la parte a valle e a monte del punto di contatto è sensibilmente inferiore.

Infine per angolo di impatto pari a  $80^\circ$  si ha la formazione di una corona quasi simmetrica la cui massima altezza è di circa  $1.5D$ . Le goccioline presenti in tutte le immagini si riferiscono al jetting iniziale.

Nelle immagini dalla 3.29 alla 3.34 le scale di colore al di sotto di ogni figura riportano valori differenti e ciò rende difficile il confronto della dinamica di impatto tra i vari angoli. Per tale motivo in figura 3.35 si ripropongono le evoluzioni precedenti ottenute mediante l'utilizzo di un'unica scala di valori.

 $\tau = 5.38$  $\tau = 6.38$ (a)  $\beta = 10^\circ$  $\tau = 6.88$  $\tau = 3.46$  $\tau = 4.96$ (b)  $\beta = 20^\circ$  $\tau = 5.46$  $\tau = 2.00$  $\tau = 3.50$ (c)  $\beta = 30^\circ$  $\tau = 4.50$  $\tau = 1.78$  $\tau = 2.78$ (d)  $\beta = 40^\circ$  $\tau = 3.78$



**Figura 3.35:** Confronto tra le evoluzioni dell'impatto a  $We = 250$  utilizzando una scala di valori unica per la determinazione dell'altezza massima raggiunta.



# Capitolo 4

## Conclusioni e sviluppi futuri

### 4.1 Conclusioni

Nel presente lavoro è stata svolta un'indagine numerica di impatti di gocce su film liquido sottile con traiettorie non perpendicolari. Le simulazioni sono state eseguite in tre dimensioni spaziali in quanto tutte le strutture generate in seguito all'impatto sono di tale natura.

Confrontando le varie dinamiche si è rilevato che per angoli di impatto minori di  $40^\circ$  si osserva la formazione di una struttura particolare a forma di prua di nave, la quale era stata osservata da Okawa *et al.* nel 2007 nei loro esperimenti.

Al momento della stesura della presente tesi, non risultano all'autore essere disponibili simulazioni tridimensionali di impatto di gocce su film liquido sottile con traiettoria non perpendicolare nella letteratura scientifica. Tali simulazioni rappresentano un contributo originale del presente lavoro.

Per angoli di impatto superiori, invece, si sviluppa una corona che presenta una forte asimmetria, la quale tende a diminuire all'aumentare del valore dell'angolo. Si può affermare quindi che  $\beta = 40^\circ$  rappresenta il valore di angolo critico tra il regime di deposizione e di splashing.

La fase di post-processing ha avuto come obiettivo la rilevazione automatica di nuovi criteri per la caratterizzazione dell'impatto. Innanzitutto è stata calcolata la frazione di liquido avente velocità superiore ad alcune frazioni di quella di caduta. Tale grandezza è utile, se rilevata con opportuni metodi con griglia in movimento, per calcolare la quantità d'acqua che andrebbe ad accrescere il film di base e quella, che al contrario, tenderebbe a lasciare il dominio. Le informazioni che si potrebbero ricavare da ciò sarebbero molto utili nella determinazione dell'accrescimento del ghiaccio. Se l'impatto avvenisse sulle ali o sulle gondole motore di un aereo in volo, nel caso in cui l'acqua si depositasse sul film, si avrebbe una maggiore quantità di liquido soggetta al cambiamento di fase e quindi uno strato potenzialmente maggiore di ghiaccio. La quantità di acqua, invece, che tendereb-

be ad allontanarsi dal dominio potrebbe essere spazzata via dalla corrente e quindi evitare l'incremento di tale formazione così pericolosa in campo aeronautico.

A causa dell'asimmetria della corona non è possibile definire univocamente un raggio di riferimento; perciò è stato necessario ricorrere ad un altro parametro in grado di definire quantitativamente l'evoluzione della corona. E' stata dunque calcolata la traiettoria del baricentro della massa di fluido innalzata. In questo caso si è preferito definire due diverse traiettorie, una riferita alla metà destra del dominio e l'altra riferita alla metà sinistra.

Infine, è stato eseguito un confronto con dati sperimentali riportati in letteratura. I risultati ottenuti hanno mostrato un ottimo accordo e si può quindi affermare che il codice di calcolo utilizzato è in grado di simulare in maniera accurata il fenomeno in analisi.

## 4.2 Possibili sviluppi futuri

Le simulazioni condotte nel presente lavoro hanno utilizzato due fasi per distinguere l'aria dall'acqua. Un possibile sviluppo potrebbe essere quello di considerare tre fasi differenti: una per l'aria, una per l'acqua che compone la goccia iniziale e una per l'acqua che compone il film di base. In questo modo si potrebbe stabilire in quale rapporto i due liquidi (di goccia e film) si miscelano per dare origine alla corona.

Un ulteriore miglioramento risiede nella modifica della forma della goccia iniziale. Aniché simulare una goccia sferica sarebbe interessante analizzare il comportamento di una goccia avente forma simile ad una reale, quindi con un restringimento nella parte posteriore.

Inoltre per capire l'effetto che avrebbe la pioggia nella realtà, sarebbe utile simulare una serie di gocce che impattano, ognuna, ad eccezione della prima, influenzata dalla scia della goccia precedente.

Per quanto riguarda il codice di calcolo, si può notare che il raffinamento dinamico è localizzato in prossimità dell'interfaccia e ciò comporta un aumento nel numero di celle computazionali solo in determinate zone del dominio, mentre la decomposizione di questo rimane costante nel tempo. Di conseguenza il carico è distribuito in maniera estremamente disomogenea tra i vari processori e ciò rende decisamente poco efficiente la parallellizzazione del calcolo. Un netto miglioramento si potrebbe ottenere nel caso in cui fosse possibile attuare una ri-decomposizione del dominio durante l'esecuzione della simulazione.

# Bibliografia

- [1] OpenCFD Ltd. Openfoam®. Available at <http://www.openfoam.org>.
- [2] J. U. Brackbill et al. A continuum method for modelling surface tension. *J. of Computational Physics*, 100(2):335-354, 1992.
- [3] P. Brivio. *Analisi numerica tridimensionale dell'impatto di gocce su film liquido sottile con metodo Volume-of-Fluid*. Tesi di Laurea Specialistica, Politecnico di Milano, luglio 2011.
- [4] M. Bussmann, J. Mostaghimi, e S. Chandra. On a three-dimensional volume tracking model of droplet impact. *Physics of Fluids*, 11(6):1406-1417, 1999.
- [5] A. Coghe e G. E. Cossali. Experimental analysis by laser extinction of the evolution of liquid crown produced by the splash of a drop on a thin liquid film. 8th Int. Symp. on Application of Laser Techniques to Fluid Mech., Lisbona, 1996.
- [6] G. E. Cossali, G. Brunello, A. Coghe, e M. Marengo. Impact of a single drop on a liquid film: experimental analysis and comparison with empirical models. *Italian Congress of Thermofluid Dynamics*, June-July 1999.
- [7] G. E. Cossali, A. Coghe, e M. Marengo. The impact of a single drop on a wetted solid surface. *Experiments in Fluids*, 22:463-472, 1997.
- [8] G. E. Cossali, M. Marengo, A. Coghe, e S. Zhadanov. The role of time in single drop splash on thin film. *Experiments in Fluids*, 36:888-900, 2004.
- [9] A. Fakhari e M. H. Rahimian. Investigation of deformation and breakup of a falling droplet using a multiple-relaxation-time lattice boltzmann method. *Computers & Fluids*, 40(1):156-171, 2011.

- 
- [10] P. H. Gregory, E. J. Guthrie, e M. E. Bunce. Experiments on splash dispersal of fungus spores. *J. Gen. Microbiol*, 20:328, 1959.
- [11] D. W. Hammond et al. Analysis and experimental aspects of the impact of supercooled water droplets into thin water films. *AIAA Paper 2005-0077*, 2005.
- [12] C. W. Hirt e B. D. Nichols. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *J. of Computational Physics*, 39:201-225, 1981.
- [13] P. V. Hobbs e T. Osheroff. Splashing of drops on shallow liquid. *Science*, 158:1184, 1967.
- [14] S. D. Howison et al. Droplet impact on a thin fluid layer. *J. of Fluid Mechanics*, 542:1-23, 2005.
- [15] H. Jasak. Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows. Tesi di Dottorato di Ricerca, Imperial College, University of London, giugno 1996.
- [16] H. Jasak e A. D. Gosman. Automatic resolution control for the finite-volume method, part 2: adaptive mesh refinement and coarsening. *Numerical Heat Transfer, part B*, 38(3):257-271, 2000.
- [17] C. Josserand e S. Zaleski. Droplet splashing on a thin liquid film. *Physics of Fluids*, 15(6):1650-1657, 2003.
- [18] G. Leneweit et al. Regimes of drop morphology in oblique impact on deep fluids. *J. of Fluid Mechanics*, 543:303-331, 2005.
- [19] M. B. Lesser e J. E. Field. The impact of compressible liquids. *Annu. Rev. of Fluid Mechanics*, 15:97-122, 1983.
- [20] S. Mandre e M. P. Brenner. The making of a splash on a dry solid surface. *J. of Fluid Mechanics*, 690:148-172, 2012.
- [21] N. Nikolopoulos et al. Normal impingement of a droplet onto a wall film: a numerical investigation. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 26:119-132, 2005.
- [22] N. Nikolopoulos et al. Three-dimensional numerical investigation of a droplet impinging normally onto a wall film. *J. of Computational Physics*, 225:322-341, 2007.
- [23] T. Okawa, T. Shiraishi, e T. Mori. Effect of impingement angle on the outcome of single water drop impact onto a plane water surface. *Exp Fluids*, 44:331-339, 2008.



- 
- [24] K. L. Pan e C. Y. Hung. Droplet impact upon a wet surface with varied fluid and surface properties. *J. of Colloid and Interface Science*, 352:186-193, 2010.
- [25] A. Prosperetti e H. N. Oguz. The impact of drops on liquid surfaces and the underwater noise of rain. *Annu. Rev. of Fluid Mechanics*, 25:577-602, 1993.
- [26] R. Purvis e F. T. Smith. Large droplet impact on water layers. *AIAA Paper 2004-414*, 2004.
- [27] M. Quero et al. Analysis of super-cooled water droplet impact on a thin water layer and ice growth. *AIAA Paper 2006-466*, 2006.
- [28] M. Rein. Phenomena of liquid drop impact on solid and liquid surfaces. *Fluid Dyn. Res.*, 12:61-93, 1993.
- [29] M. Rieber e A. Frohn. A numerical study on the mechanism of splashing. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 20:455-461, 1999.
- [30] I. V. Roisman et al. Binary collisions of drops of immiscible liquids. *J. of Fluid Mechanics*, 690:512-535, 2012.
- [31] I. V. Roisman e C. Tropea. Impact of a drop onto a wetted wall: description of crown formation and propagation. *J. of Fluid Mechanics*, 472:373-397, 2002.
- [32] H. Rusche. *Computational fluid dynamics of dispersed two-phase flows at high phase fraction*. Tesi di Dottorato di Ricerca, Imperial College, University of London, dicembre 2002.
- [33] S. T. Thoroddsen. The ejecta sheet generated by the impact of a drop. *J. Fluid Mechanics*, 451:373-381, 2002.
- [34] S. T. Thoroddsen. The making of a splash. *J. of Fluid Mechanics*, 690:1-4, 2012.
- [35] M. F. Trujillo e C. F. Lee. Modeling crown formation due to the splashing of a droplet. *Physics of Fluids*, 13(9):2503-2516, 2001.
- [36] D. A. Weiss e A. L. Yarin. Single drop impact onto liquid films: neck distortion, jetting, tiny bubble entrainment, and crown formation. *J. of Fluid Mechanics*, 385:229-254, 1999.
- [37] A. M. Worthington. On the forms assumed by drops of liquids falling vertically on a horizontal plate. *Proc. R. Soc. London*, 25:261-272, 1876.

- [38] A. M. Worthington. *A study of splashes*. Longmans, Green and Co., 1908.
- [39] A. L. Yarin. Drop impact dynamics: splashing, spreading, receding, bouncing... *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 38:159-92, 2006.
- [40] A. L. Yarin e D. A. Weiss. Impact of drops on solid surfaces: self-similar capillary waves, and splashing as a new type of kinematic discontinuity. *J. Fluid Mech.*, 283:141-173, 1995.
- [41] L. V. Zhang et al. Evolution of the ejecta sheet from the impact of a drop with a deep pool. *J. of Fluid Mechanics*, 690:5-15, 2012.