



POLITECNICO DI MILANO
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA

**PROGETTO ED OTTIMIZZAZIONE DEL
MECCANISMO DI SOLLEVAMENTO DI UN
PANTOGRAFO**

Relatore

Ing. Hermes Giberti

Tesi di laurea di

Matteo Giovanni Gritti 725190

Anno Accademico 2011/2012

INDICE

INTRODUZIONE	1
1 STATO DELL'ARTE	3
2 ANALISI PANTOGRAFO ATR95	13
2.1 Caratteristiche del pantografo	13
2.1.1 Componenti d'interesse, misure e schematizzazione	13
2.1.2 Riferimenti	15
2.2 Analisi cinematica	16
2.2.1 Equazione di chiusura quadrilatero inferiore	16
2.2.2 Equazione di chiusura meccanismi equivalenti (camma)	20
2.2.3 Equazione di chiusura quadrilatero superiore	27
2.2.4 Altre grandezze caratteristiche	30
2.3 Analisi cinetostatica	34
3 OTTIMIZZAZIONE MECCANISMO DI SOLLEVAMENTO	41
3.1 Impostazione del problema	41
3.2 Svolgimento dell'ottimizzazione	42
3.2.1 Funzione obiettivo	42
3.2.2 Vincoli	44
3.3 Meccanismi testati	46
3.3.1 Meccanismo 1	46
3.3.2 Meccanismo 2	52
3.3.3 Meccanismo 3	55
3.3.4 Meccanismo 4	58
3.3.5 Meccanismo 5	63
4 ANALISI DEI RISULTATI	69
4.1 Confronto meccanismi testati	69
4.2 Proposta di soluzione costruttiva	72
4.3 Funzioni obiettivo alternative	77
CONCLUSIONI	79
BIBLIOGRAFIA	81

ELENCO DELLE FIGURE

1.1	Pantografo tipo 22 FS.	3
1.2	Pantografo tipo 32 FS.	4
1.3	Pantografo tipo 42L FS.	4
1.4	Pantografo tipo 42LR FS centinato.	5
1.5	Pantografo tipo 52 FS.	6
1.6	Pantografo tipo 42 LR unificato.	7
1.7	Pantografo Faiveley tipo AM41 Bu-cc (con archetto tipo 52 FS).	7
1.8	Pantografo tipo 52AV FS.	8
1.9	Pantografo tipo 52/92 FS.	9
1.10	Pantografo tipo ATR90.	10
1.11	Pantografo tipo ATR95.	11
2.1	Pantografo ATR95.	13
2.2	Meccanismi costituenti il pantografo.	14
2.3	Schema meccanismo inferiore e misure caratteristiche.	14
2.4	Schema camma e misure caratteristiche.	14
2.5	Schema meccanismo superiore e misure caratteristiche.	15
2.6	Riferimenti per la misura dell'altezza.	15
2.7	Schema quadrilatero inferiore.	16
2.8	Andamenti di L , σ e ϑ	19
2.9	Schema collegamento quadrilateri e camma.	20
2.10	Profilo camma.	21
2.11	Meccanismi equivalenti.	21
2.12	Andamenti di $\dot{\alpha}$ per i 3 meccanismi equivalenti ed intersezioni.	25
2.13	Andamenti di $\alpha_{i,eq}$ e χ_i	26
2.14	Andamenti di σ e α	27
2.15	Schema quadrilatero superiore.	27
2.16	Andamenti di α , ϕ e δ	30
2.17	Testa del pantografo.	31
2.18	Altezza del quadro.	31
2.19	Schema angolo di pressione della camma.	32
2.20	Andamento angolo di pressione della camma.	32
2.21	Angolo di trasmissione del quadrilatero superiore.	32
2.22	Rapporti di trasmissione.	33
2.23	Andamento rapporto di trasmissione e quota di lavoro.	33
2.24	Masse d'interesse nell'analisi cinetostatica.	34
2.25	Forza di sollevamento.	37
2.26	Andamento forza della molla e quota di lavoro.	37

2.27	Tabella dei carichi della molla ad'aria.	37
2.28	Caratteristica della molla ad'aria.	38
2.29	Caratteristica della molla e carico del pantografo.	38
2.30	Pressione della molla rispetto alla sua lunghezza durante il sollevamento.	39
2.31	Pressione della molla rispetto all'altezza del quadro e punti sperimentali.	40
2.32	Pressione della molla e zona di lavoro.	40
3.1	Primo meccanismo testato.	47
3.2	Schema angoli di trasmissione (meccanismo 1).	50
3.3	Punto di partenza per l'ottimizzazione.	50
3.4	Meccanismo 1 ottimizzato.	51
3.5	Risultati per il meccanismo 1 ottimizzato.	51
3.6	Secondo meccanismo testato.	52
3.7	Schema angolo di trasmissione (meccanismo 2).	54
3.8	Punto di partenza per l'ottimizzazione.	54
3.9	Meccanismo 2 ottimizzato.	54
3.10	Risultati per il meccanismo 2 ottimizzato.	55
3.11	Terzo meccanismo testato.	56
3.12	Schema angoli di trasmissione (meccanismo 3).	57
3.13	Punto di partenza per l'ottimizzazione.	58
3.14	Meccanismo 3 ottimizzato.	58
3.15	Risultati per il meccanismo 3 ottimizzato.	59
3.16	Quarto meccanismo testato.	59
3.17	Schema angoli di trasmissione (meccanismo 4).	61
3.18	Punto di partenza per l'ottimizzazione.	61
3.19	Meccanismo 4 ottimizzato.	62
3.20	Risultati per il meccanismo 4 ottimizzato.	62
3.21	Quinto meccanismo testato.	63
3.22	Schema angoli di trasmissione (meccanismo 5).	66
3.23	Punto di partenza per l'ottimizzazione.	66
3.24	Meccanismo 5 ottimizzato.	67
3.25	Risultati per il meccanismo 5 ottimizzato.	67
4.1	Confronto rapporti di trasmissione.	69
4.2	Confronto rapporti di trasmissione (ingrandimento).	70
4.3	Confronto forze di sollevamento.	70
4.4	Confronto pressioni.	71
4.5	Passaggio da forza a pressione (meccanismo originale).	71
4.6	Passaggio da forza a pressione (meccanismo 1).	72
4.7	Meccanismo 5 ottimizzato.	72
4.8	Ingombri pistone.	73
4.9	Movimento del meccanismo 4 ottimizzato.	73
4.10	Realizzazione del meccanismo (senza attuatore).	74
4.11	Realizzazione del meccanismo (con attuatore).	74
4.12	Collegamento tra asta a_1 del meccanismo di sollevamento ed asta b del quadrilatero superiore.	75
4.13	Posizionamento dell'attuatore rispetto all'asta b del quadrilatero superiore ed al trapezio.	75

4.14	Posizionamento dell'attuatore rispetto alla base del pantografo.	76
4.15	Disegno del pantografo con il nuovo meccanismo di sollevamento.	76
4.16	Meccanismo 5 ottimizzato con funzione obiettivo lineare.	77
4.17	Risultati per il meccanismo 5 ottimizzato con funzione obiettivo lineare.	78
4.18	Meccanismo 5 ottimizzato con funzione obiettivo costante.	78
4.19	Risultati per il meccanismo 5 ottimizzato con funzione obiettivo costante.	78
4.20	Due esempi di esalateri.	80

INTRODUZIONE

Nel presente lavoro si vuole studiare una modifica al pantografo ATR95; il pantografo in questione presenta come attuatore una molla ad aria comandata da una servovalvola; inoltre all'interno del meccanismo di sollevamento è presente una camma a rotella che trasmette il moto all'asta che funge da movente del quadro principale del pantografo; lo scopo principale del lavoro è quindi proporre una soluzione alternativa a quella esistente in cui il quadrilatero principale del pantografo resti invariato mentre il meccanismo di sollevamento venga eliminato e rimpiazzato con un altro che presenti un attuatore pneumatico in sostituzione della molla ad aria e nel quale la camma venga eliminata, mantenendo però il rapporto di trasmissione il più simile possibile a quello originale.

Nel primo capitolo si presenta un rapido excursus storico sui modelli di pantografo utilizzati in Italia dal 1928 ad oggi.

Nel secondo capitolo si analizza il pantografo esistente presentando prima a grandi linee i componenti principali da cui è costituito, il loro funzionamento ed i punti di riferimento per le misure che serviranno nello svolgimento del lavoro; successivamente vengono mostrate tutte le equazioni cinematiche (posizione, velocità ed accelerazione) delle varie parti del pantografo e si effettua un'analisi cinetostatica prendendo in esame le forze peso dei componenti principali; i risultati ottenuti vengono utilizzati per calcolare grandezze utili al proseguo del lavoro come forza di sollevamento e rapporto di trasmissione in funzione dell'altezza della testa del pantografo.

Nel terzo capitolo si prendono in esame delle proposte di modifica del meccanismo di sollevamento che vengono ottimizzate in funzione del nostro scopo; si mostrerà quindi dapprima l'impostazione generale dell'ottimizzazione e successivamente si presenteranno i risultati ottenuti per ciascuna delle proposte.

Nel quarto capitolo si analizzeranno criticamente i risultati del capitolo precedente, in particolare si esporranno aspetti positivi e negativi delle varie soluzioni per arrivare alla scelta di una di loro; di tale scelta si comincerà a sviluppare una soluzione costruttiva; al termine del capitolo si proporranno soluzioni alternative sulla funzione obiettivo per l'ottimizzazione del meccanismo di sollevamento.

La tesi terminerà con le conclusioni dove si tireranno le somme del lavoro svolto e si proporranno possibili sviluppi futuri.

CAPITOLO 1

STATO DELL'ARTE

Il pantografo è l'organo che nei treni realizza fisicamente la captazione di corrente dalla linea aerea di alimentazione.

Una linea aerea di contatto perfetta dovrebbe avere il conduttore ad un'altezza costante, mantenere la costanza dell'altezza anche al transito dei pantografi, mantenere i conduttori di contatto secondo uno zig-zag simmetrico rispetto all'asse della via e non risentire in maniera apprezzabile del vento laterale. Poiché tali condizioni ideali non sono mai completamente ottenibili spetta al pantografo assorbire le irregolarità nell'orizzontalità della linea aerea e ciò ne condiziona la progettazione e la realizzazione.

Per diminuire le inerzie in gioco durante i movimenti che assecondano la linea i pantografi sono solitamente costituiti da due parti: una superiore (“archetto” o “portastriscianti”), di massa minore e di migliori caratteristiche riguardo agli attriti interni, che serve a seguire dolcemente le frecce della linea di contatto ed una inferiore (il cosiddetto “quadro” o “parallelogramma”), che serve a portare l'altra nelle vicinanze della linea e che deve muoversi solo in occasione di considerevoli abbassamenti dei conduttori da cui viene derivata l'alimentazione; in questo lavoro di tesi verrà preso in considerazione solo la parte inferiore (quadro).

L'esperienza FS al riguardo dell'interazione tra pantografo e linea di contatto alimentata a 3000 V in corrente continua inizia il 1 marzo 1928 in via sperimentale; dal 1930 viene adottato il sistema in corrente continua a 3000 V per le ulteriori elettrificazioni della rete FS. I primi pantografi utilizzati su tale linea, derivati dalle esperienze maturate sulle esistenti linee elettriche trifase e da quelli in uso nelle ferrovie francesi,

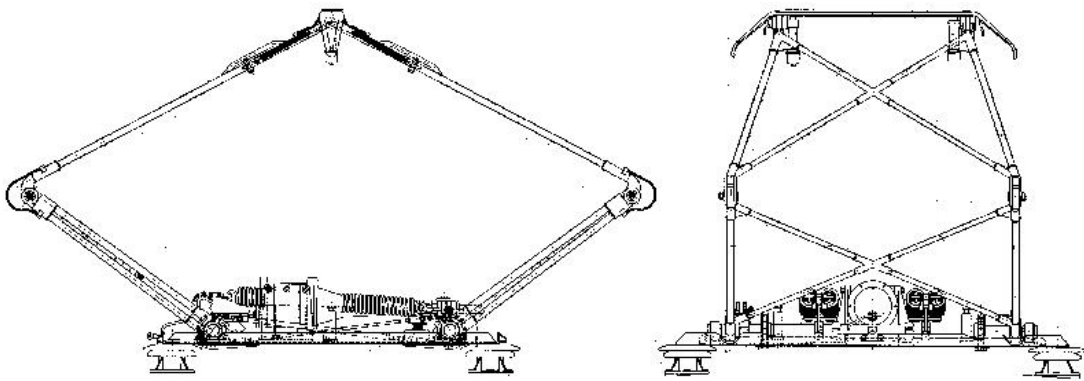


Figura 1.1: Pantografo tipo 22 FS.

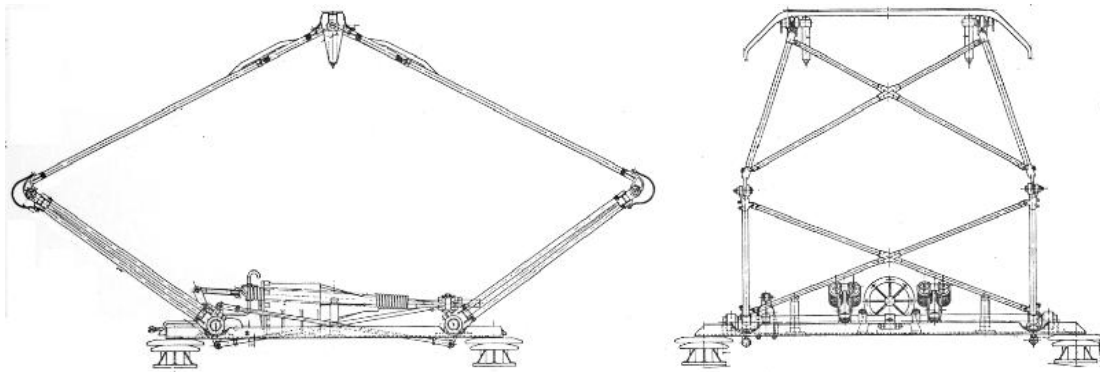


Figura 1.2: Pantografo tipo 32 FS.

furono i tipo 22 FS (figura 1.1); le locomotive utilizzate furono le E626 (potenza 1,9 MW, velocità massima 95 km/h).

Il pantografo tipo 22 FS aveva la struttura del parallelogramma simmetrica e realizzata in tubolari d'acciaio ed aveva un archetto dotato di corna laterali per evitare interazioni con la sospensione della linea aerea. Il sollevamento del pantografo avveniva pneumaticamente, mentre un sistema di molle garantiva la pressione sulla linea di contatto necessaria alla corretta captazione (all'incirca 10 daN) della corrente elettrica, assicurata da tre barre striscianti, due di ottone ed una centrale in acciaio per diminuire l'usura.

Nel 1930 le FS impiegavano in servizio per treni viaggiatori leggeri le locomotive E326 (potenza 2,3 MW, velocità massima 130 km/h) dotate del pantografo tipo 32 FS (figura 1.2) che andrà ad equipaggiare anche le E626 e le E428 (potenza 2,5 MW, velocità massima 100 km/h), utilizzate in composizione a treni pesanti.

Il pantografo 32 FS fu una evoluzione del 22 FS, in cui venne mantenuta invariata la geometria del quadro, modificata la sospensione dell'archetto (realizzata con due pistoncini a molla) ed affinata la forma. Nacque con due striscianti in ottone (un unico pezzo lungo 1 m) ed un terzo strisciante centrale in acciaio.

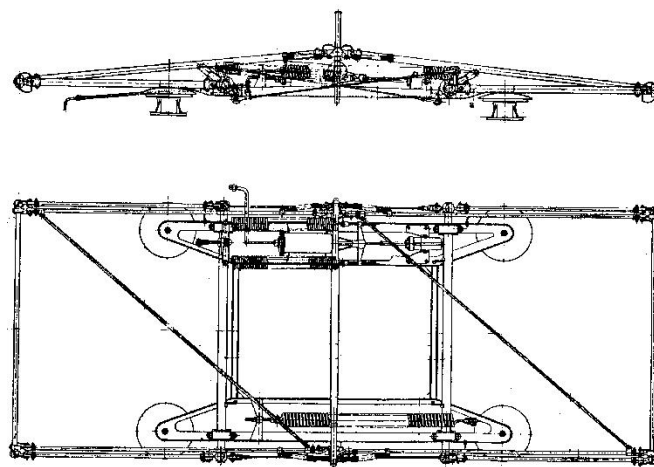


Figura 1.3: Pantografo tipo 42L FS.

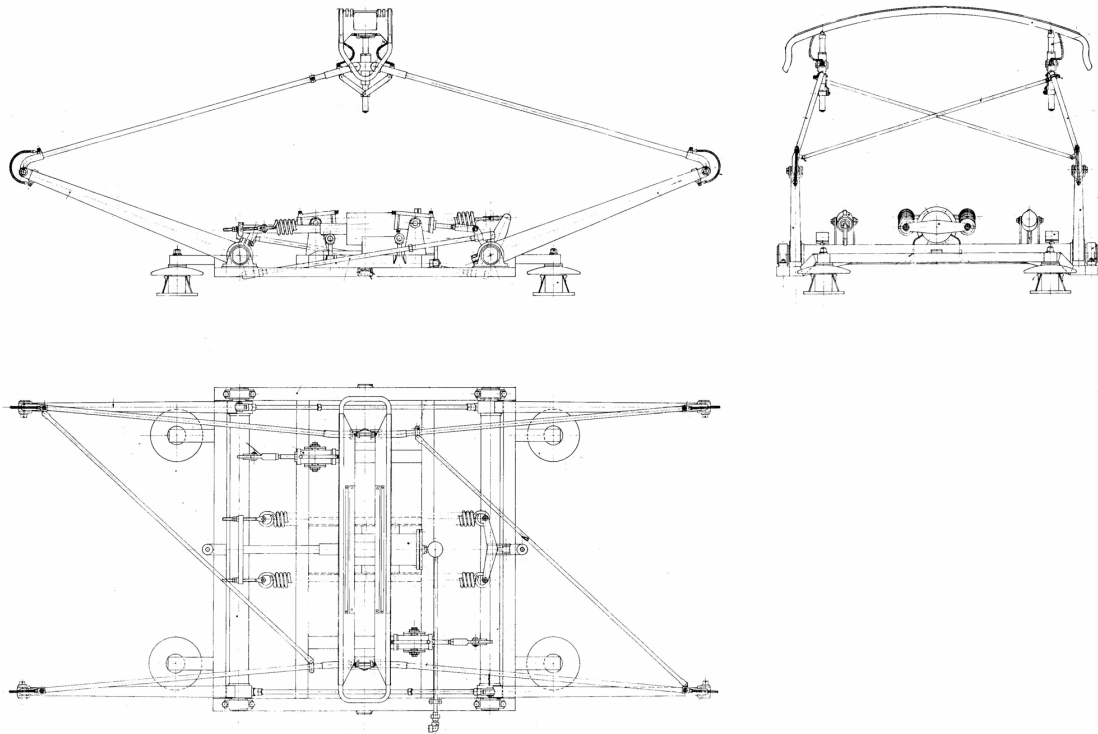


Figura 1.4: Pantografo tipo 42LR FS centinato.

In concomitanza con l'entrata in servizio delle elettromotrici E624 (potenza 660 kW, velocità massima 120 km/h) nel 1935 e degli elettrotreni ETR200 (potenza 1,3 MW, velocità massima 200 km/h) nel 1937 venne introdotto un nuovo pantografo: il tipo 42L FS (figura 1.3); tale pantografo aveva come caratteristica principale rispetto ai suoi predecessori la leggerezza (da cui la L della sigla identificativa).

Il portastrisciante era di forma analoga a quello del 32 FS, ma avente minore sezione trasversale e maggiore larghezza (1020 mm) con le "corna" più strette e in forma chiusa. La sagoma chiusa dell'archetto presenta un margine di sicurezza maggiore, rispetto a quella aperta del pantografo "pesante" (il 32 FS), nei riguardi di eventuali scavalcamenti della linea aerea per difetti di poligonazione e di impigliamenti in occasioni di punti singolari della linea aerea.

La sospensione dell'archetto era priva di appoggi elastici e questo ne permetteva la libera rotazione attorno al proprio asse orizzontale. Gli striscianti erano di dimensioni minori, pur mantenendo l'alternanza ottone-acciaio-ottone. Inoltre fu aggiunto uno smorzatore a glicerina per rallentare la corsa del pantografo nella fase terminale sia in discesa sia in salita per diminuire gli urti assorbiti. Infine il pantografo "leggero" realizzava la captazione di corrente a prezzo di una minore pressione di contatto con la linea aerea (all'incirca 8 daN), risultando quindi meno invasivo rispetto al modello precedente.

L'ETR200, che stabilì nel 1939 il primato mondiale di velocità con 203 km/h, fu il primo mezzo FS con cui si evidenziarono in maniera significativa i problemi legati alla captazione di corrente ad alta velocità. Infatti, per velocità inferiori ai 130 km/h l'influenza dei fenomeni aerodinamici è pressoché trascurabile, mentre diventa notevole a velocità maggiori. In particolare fu necessario aggiungere una aletta equili-

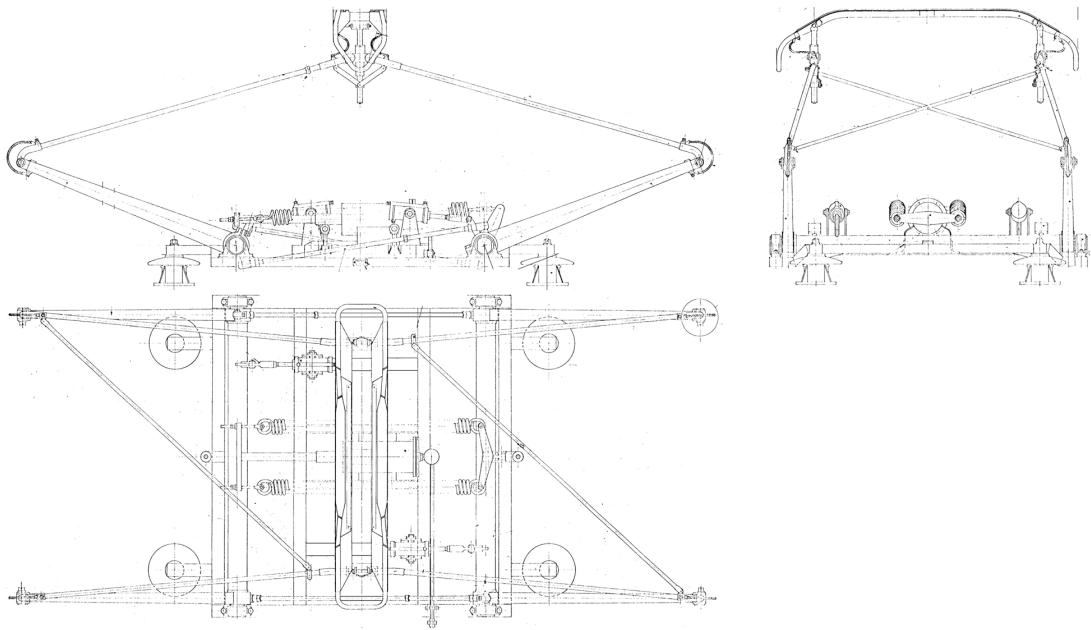


Figura 1.5: Pantografo tipo 52 FS.

bratrice per contrastare, con una componente aerodinamica, l'effetto del cabraggio del portastrisciante dovuto all'attrito sul filo di contatto.

In seguito all'esperienza maturata in esercizio fu ritenuto necessario irrobustire il pantografo "leggero" e nacque il pantografo tipo 42LR FS, in cui la R significa "rinforzato", per evitare l'insorgere di deformazioni nel quadro anche per urti di lieve entità. Venne rinforzato sia il quadro mobile, sia il telaio di base. Dopo la Seconda Guerra Mondiale sulle E626 ed E428 i pantografi 32 FS cominciarono ad essere sostituiti con i 42L FS e con i 42LR FS e viene cambiato il materiale con cui erano realizzate le barre striscianti: dall'ottone si passò al rame di tipo elettrolitico, avente maggiore conducibilità elettrica.

Un'altra modifica introdotta in quel periodo fu il passaggio dal portastrisciante piano allo strisciante centinato. La centinatura venne infatti ritenuta una buona soluzione per evitare che nei punti di comunicazione della catenaria e nelle curve, per effetto della compressione delle molle che realizzano la sospensione della cassa del locomotore dovuta alla forza centrifuga e della sopraelevazione della rotaia esterna nelle curve, il portastrisciante andasse ad interessare le sospensioni della linea aerea; in figura 1.4 è mostrato appunto il pantografo tipo 42LR FS centinato.

Nel 1959 entrarono in servizio, dotate del nuovo pantografo tipo 52 FS (figura 1.5), le elettromotrici Ale601 (potenza 870 kW, velocità massima di esercizio 180 km/h) che nel 1962 superarono il primato dell'ETR200, raggiungendo i 213 km/h.

Il nuovo pantografo nacque per rispondere appunto alle esigenze di nuovi mezzi, più veloci e con maggior assorbimento di corrente rispetto ai precedenti ed era caratterizzato da un considerevole numero di migliorie rispetto ai suoi predecessori; il quadro venne irrobustito (la parte inferiore non era più tubolare ma scatolata e rastremata), furono migliorate sia le sospensioni del parallelogramma sia quelle dell'archetto, che era centinato, più largo dei precedenti e su cui vennero alloggiate sei barre striscianti a tre a tre alternate secondo la sequenza rame-acciaiorame; un'ulteriore grossa novità fu il

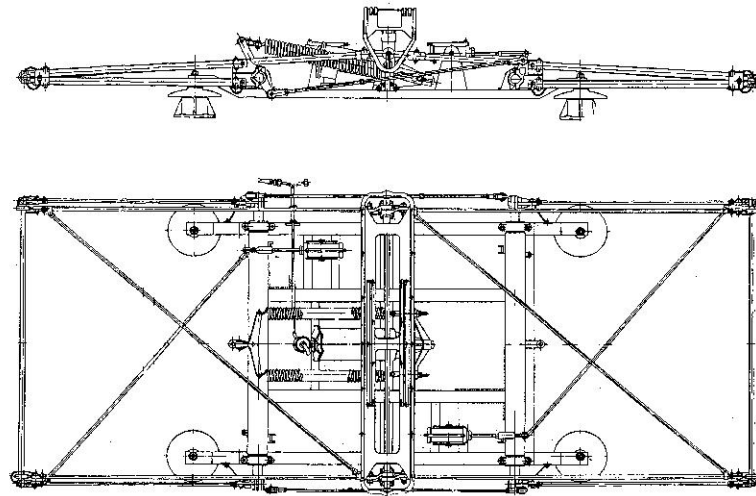


Figura 1.6: Pantografo tipo 42 LR unificato.

portastrisciante che, per la prima volta in FS, era conformato in modo da fornire anche una spinta di tipo aerodinamico e quindi da assicurare una captazione senza distacchi anche alle nuove e più alte velocità d'esercizio.

Mutuando la sospensione dell'archetto ed il pattino dal nuovo tipo 52 FS nacque in quegli anni anche l'ultima evoluzione del pantografo tipo 42 FS, che fu il 42 LR unificato (figura 1.6).

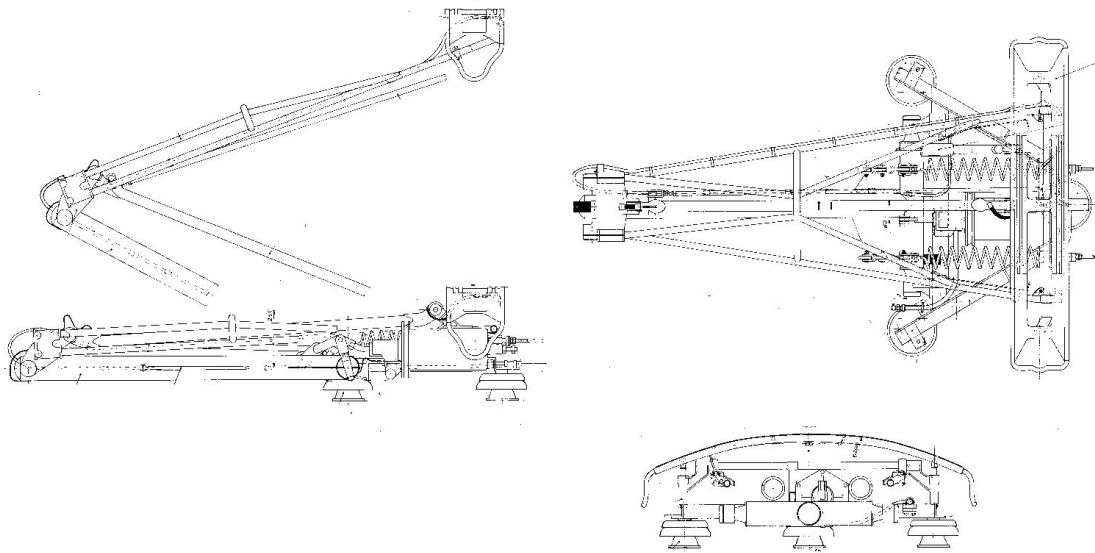


Figura 1.7: Pantografo Faiveley tipo AM41 Bu-cc (con archetto tipo 52 FS).

Nel 1970 entrarono in servizio le locomotive E444 "Tartaruga" (potenza 4 MW, velocità massima 200 km/h) per treni rapidi ed a ciò seguì un aumento nel numero di relazioni aventi velocità media superiore ai 150 km/h; queste condizioni di esercizio evidenziarono che il portastrisciante centinato presentava degli inconvenienti rispetto

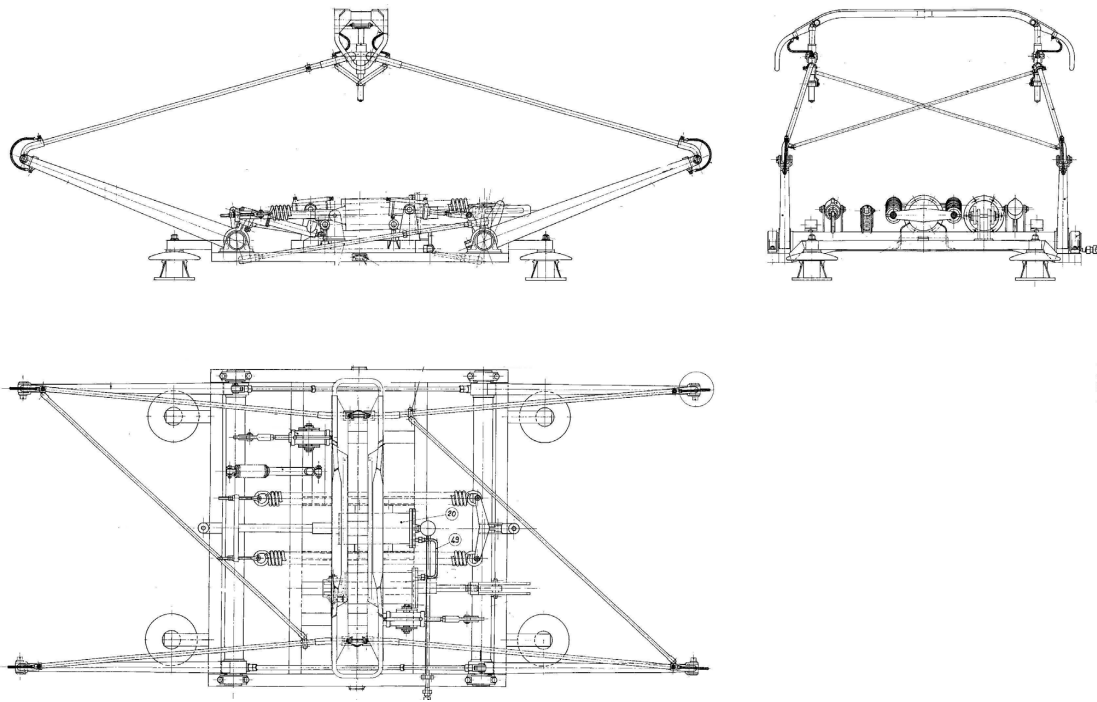


Figura 1.8: Pantografo tipo 52AV FS.

alla linea aerea in quanto, lavorando lo strisciante su una superficie inclinata, introduceva una perturbazione trasversale sulla catenaria di entità crescente con la velocità e richiedeva un continuo intervento della sospensione dell'archetto. Per questo motivo nel 1990 il pattino originario fu sostituito con uno piano. Questa sostituzione ha originato un consistente numero di inconvenienti legati all'interazione con linee di contatto in non perfette condizioni.

La captazione di corrente a velocità superiori a 180 km/h era però abbastanza critica col pantografo tipo 52 FS a causa sia delle elevate correnti richieste (1100 A in fase di avviamento e 740 A di corrente oraria) che creavano gravi problemi di surriscaldamento, sia per l'indebito sollevamento del pantografo anteriore alle massime velocità per effetto aerodinamico (in generale il pantografo posteriore non risente significativamente della turbolenza creata dal muso della locomotiva). Per risolvere il primo inconveniente furono introdotte barre striscianti maggiorate per favorire la captazione senza raggiungere temperature tali da modificare le caratteristiche meccaniche del rame elettrolitico e da deformare il portastrisciante, mentre al secondo problema si ovviò provvedendo alla taratura della spinta in condizioni di pattino usurato e quindi meno pesante.

Fra il 1979 ed il 1982 cominciarono ad entrare in servizio le locomotive E633 (potenza 4,2 MW, velocità massima 130 km/h) e E632 (potenza 4,2 MW, velocità massima 160 km/h) "Tigre" che, per problemi di spazio sull'imperiale legati all'ingombro del reostato, vennero equipaggiate con pantografi asimmetrici Faiveley tipo AM41 Bu-cc (mostrato in figura 1.7).

Questo pantografo ha l'archetto profilato in modo da sfruttare la portanza aerodinamica per incrementare la spinta. Le locomotive "Tigre" costruite in anni successivi furono dotate di pantografi tipo 52 FS in quanto erano equipaggiate con reostati più contenuti; a partire dal 1991 anche i pantografi AM41 Bu-cc vennero equipaggiati con

l'archetto piano del tipo 52 FS. Nel 1988 entrarono in esercizio gli ETR450 "Pendolino" (potenza 5 MW, velocità massima 250 km/h) per i quali fu realizzato il pantografo tipo 52AV FS (figura 1.8) che, pur non discostandosi molto dal modello d'origine era dotato di un cilindro pneumatico per permetterne l'abbassamento durante la corsa in caso di necessità e di un nuovo ammortizzatore che, rallentando i movimenti del quadro, faceva lavorare di più la sospensione dell'archetto. Gli striscianti riprendono l'alternanza rame-acciaio-rame del primo 52 FS perché con l'esercizio al alta velocità lungo la linea direttissima Roma-Firenze si erano manifestati consistenti problemi di consumo.

Le caratteristiche di portanza aerodinamica dell'archetto fanno sì che il 52AV FS dell'ETR450 realizzi una spinta di 36 daN alla velocità di 250 km/h. Questa spinta, pur concretizzandosi con un buon contatto e quindi permettendo una captazione senza distacchi, risulta molto aggressiva nei confronti della catenaria; per ovviare a ciò attualmente è in adozione un pantografo 52/92 FS privo di alettone.

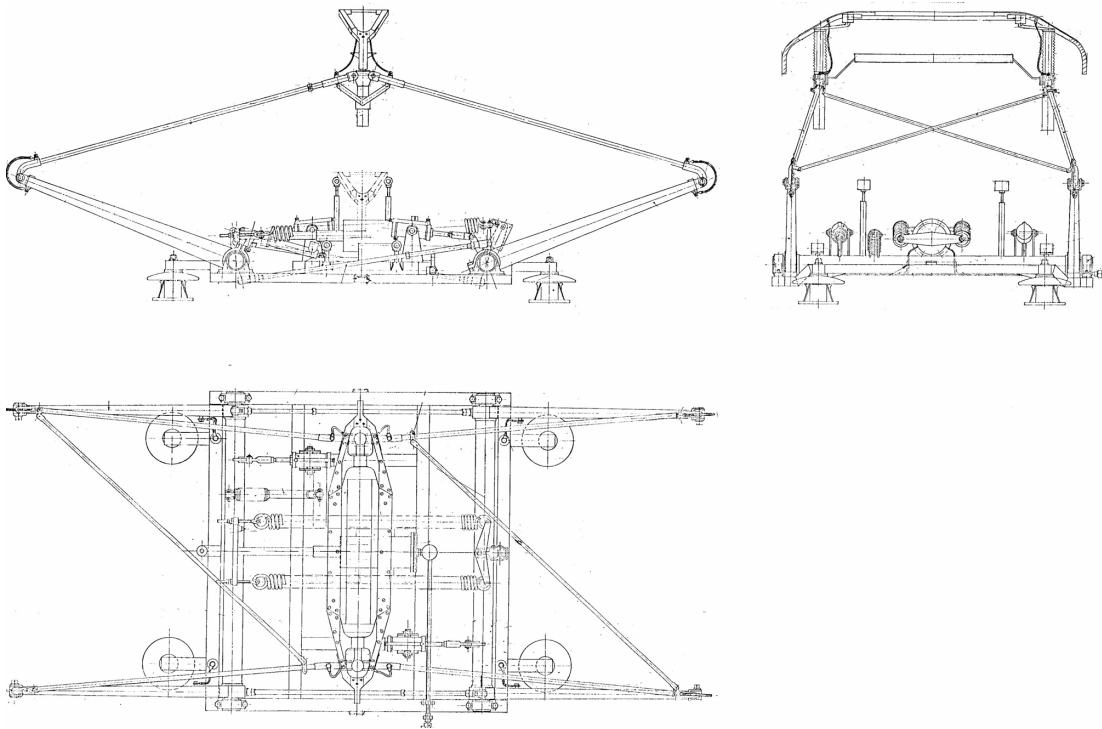


Figura 1.9: Pantografo tipo 52/92 FS.

Con le locomotive E652 (Potenza 4,9 MW, velocità massima 160 km/h) ordinate nel 1993 entrò in scena il nuovo pantografo tipo 52/92 FS (figura 1.9); in questo modello troviamo un alettone sotto al pattino portastrisciante, ed una nuova sospensione, per assicurare captazione ottimale nell'intervallo di velocità massime tra 160 e 200 km/h. Tale pantografo equipaggia anche gli elettrotreni ETR470, gli ETR460p, le locomotive E402A (Potenza 5,2 MW, velocità massima in esercizio 200 km/h) ed è in corso di installazione sulle E444. Gli striscianti originariamente costituiti da barre di rame e di acciaio furono ben presto realizzati solamente in rame, per aumentare la superficie di contatto elettrico e per eliminare un elemento (l'acciaio) con maggiore criticità d'impatto nei confronti della linea aerea. Il pantografo 52/92 FS ha un archetto con

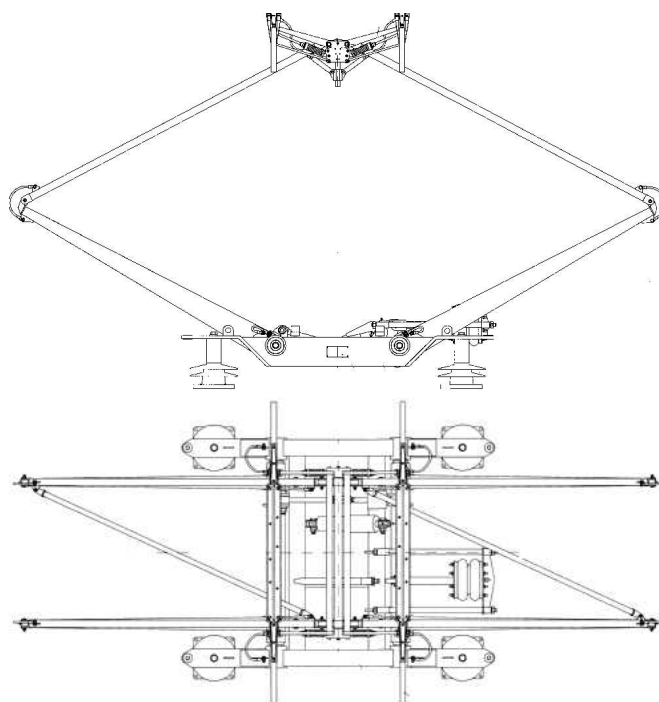


Figura 1.10: Pantografo tipo ATR90.

corsa delle sospensioni maggiorata rispetto al tipo 52 FS, cosa che consente di diminuire l'ampiezza dei movimenti del quadro, e presenta una generale riduzione degli attriti.

A partire dal 1994 su questo pantografo il rame elettrolitico degli striscianti con cui era stato rimpiazzato l'acciaio è stato sostituito con rame sinterizzato (materiale composto da rame arricchito con allumina), che permette di raggiungere temperature maggiori senza perdere le sue caratteristiche elettriche e meccaniche, di avere una minore aggressività nei confronti della linea di contatto e di aumentare le percorrenze. Nel 1996 sono entrati in esercizio commerciale gli elettrotreni per Alta Velocità ETR500, aventi ognuno in composizione due motrici E404 (potenza 4,4 MW, velocità massima in esercizio commerciale 250 km/h). Queste locomotive sono equipaggiate con un unico pantografo, contrariamente a tutte le altre finora menzionate, concepito appositamente per l'esercizio ad Alta Velocità: l'ATR90 di costruzione Ansaldo Trasporti (figura 1.10). Si tratta di un pantografo fortemente innovativo per una serie di motivi che si illustrano di seguito; è progettato per avere una spinta aerodinamica pressoché nulla e quindi per fornire una forza di contatto con la linea aerea dipendente solamente dalla pressione dell'aria (regolata in funzione della velocità e della posizione relativa dei pantografi rispetto alla direzione di marcia) nel motore pneumatico di comando, realizzando la cosiddetta "spinta impressa"; l'innalzamento del pantografo non è più realizzato vincendo la forza di molle, ma solamente tramite un motore pneumatico.

La struttura del pantografo non è più in acciaio, ma in alluminio e tutte le articolazioni sono realizzate con cuscinetti aventi attriti molto limitati. L'archetto è composto da due striscianti separati per limitare al massimo la massa apparente e ciò permette di limitare la spinta sul filo di contatto.

Le E404 sono inoltre dotate della cosiddetta "sospensione laterale attiva", sistema che, mantenendo la cassa delle locomotive centrata rispetto all'asse del binario anche

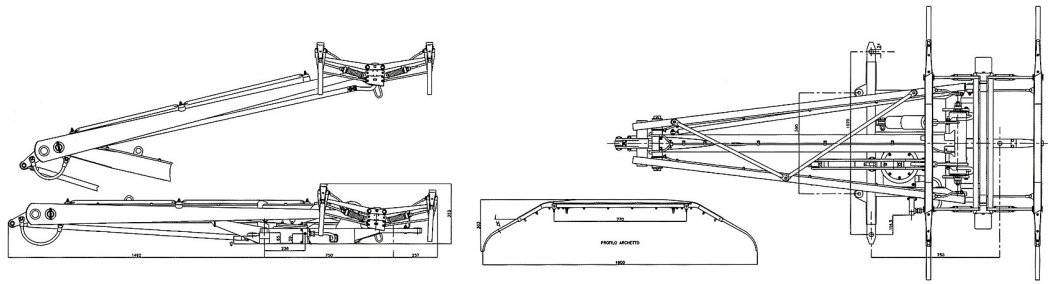


Figura 1.11: Pantografo tipo ATR95.

nelle curve, permette di far lavorare al meglio gli striscianti ed impedisce che il portastrisciante fuoriesca dalla sua sagoma limite, andando ad urtare contro i sostegni della linea aerea; dal 1999 il materiale con cui sono realizzati gli striscianti non è più rame sinterizzato, ma rame allo zirconio (materiale composto da rame arricchito con cromo e zirconio) che mantiene una maggior durezza anche a temperature elevate.

Nuovi problemi arrivarono con l'entrata in servizio di mezzi che avrebbero dovuto varcare i confini e che, quindi, necessitavano degli strumenti adatti a diverse linee aeree e a diversi tipi di alimentazione. Per far questo ogni macchina e ogni elettrotreno dovevano possedere tutti i pantografi necessari a quelle particolari situazioni; ogni nazione ha le sue specifiche regolamentazioni per quel che riguarda i pantografi (requisiti su forma, larghezza dello strisciante, spinta in kg che si deve esercitare contro il filo di contatto).

Un altro problema è quello che obbliga a posizionare lo strisciante quanto più possibile sulla verticale del centro del carrello, per avere la ragionevole certezza che si trovi sempre sotto al filo di contatto; una locomotiva moderna ha però due soli carrelli, quindi sono solo due le posizioni utili al montaggio di tutto ciò che serve, men che meno ci sarebbe spazio alla ridondanza delle attrezzature.

La soluzione trovata a tali problemi è quella di "tagliare" a metà un pantografo tradizionale nel senso trasversale alla marcia, ottenendone così due con un'articolazione sola. Con questa operazione si ottengono due nuovi pantografi monobraccio che possono essere usati separatamente secondo necessità e che hanno circa lo stesso ingombro di un pantografo a quadrilatero tradizionale. Il pantografo tipo ATR95 (figura 1.11) concepito in questo modo ha quindi come caratteristica innovativa il limitatissimo ingombro sul tetto della locomotiva, circa la metà di un pantografo tradizionale, permettendo così di montare due pantografi di questo tipo in posizione contrapposta, al fine di avere sulla locomotiva il numero di pantografi necessari alla circolazione nei vari Paesi in cui sia previsto il suo servizio. Questi pantografi ora sono montati in origine su tutte le macchine di nuova costruzione, sui Minuetto, sui 403, sui 404 serie 600.

Le informazioni qua riportate sono state reperite online; si veda in riferimento la voce [1] nella bibliografia.

A questo punto si inserisce il presente lavoro nel quale si vuole studiare una modifica al pantografo tipo ATR95 lasciandone inalterato il parallelogramma (che come visto consente di mantenere un ridottissimo ingombro) e modificandone invece il meccanismo di sollevamento in modo da eliminare molla ad aria e camma.

CAPITOLO 2

ANALISI PANTOGRAFO ATR95

2.1 Caratteristiche del pantografo

2.1.1 Componenti d'interesse, misure e schematizzazione

In figura 2.1 è mostrato il pantografo ATR95. Il movimento è applicato alla molla ad aria e trasmettendosi attraverso i vari meccanismi che compongono il pantografo si traduce nello spostamento approssimativamente verticale della testa.

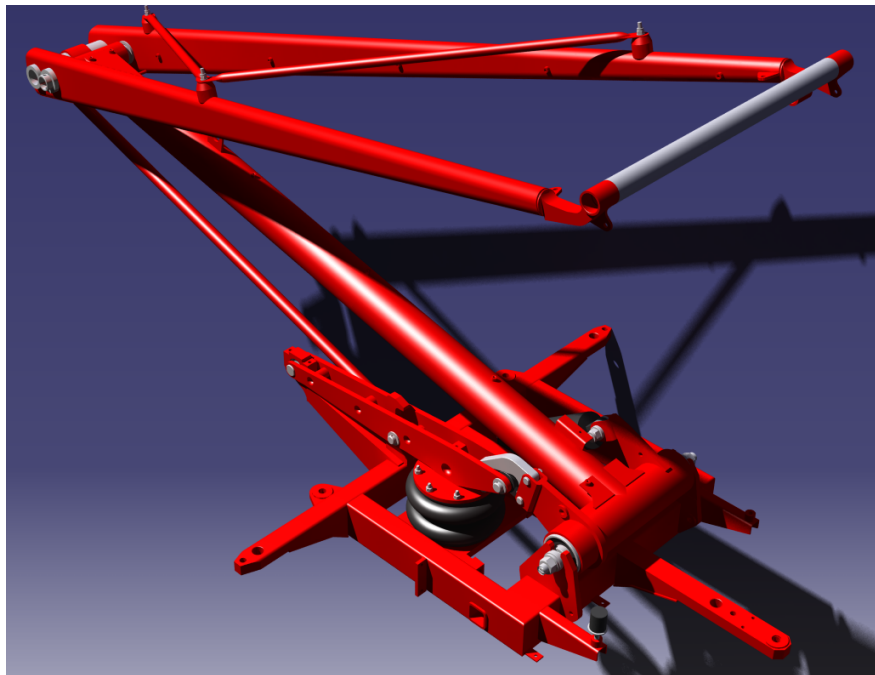


Figura 2.1: Pantografo ATR95.

Per studiare in modo opportuno la cinematica del pantografo e quindi come il movimento venga trasmesso dalla molla ad'aria fino alla testa è opportuno dividere il pantografo in tre parti: quadrilatero inferiore, meccanismo a camma e quadrilatero superiore (evidenziati in figura 2.2); in prima analisi, infatti, si può considerare il pantografo ATR95 come costituito da due meccanismi principali: il quadrilatero superiore (mostrato in figura 2.2a) che costituisce il 'corpo' principale del pantografo e fornisce l'ampiezza di movimento richiesta ed il quadrilatero inferiore (figura 2.2c) che costitui-

sce il meccanismo di sollevamento; i due quadrilateri sono poi collegati tra loro da un meccanismo a camma a rotella (figura 2.2b) in cui la rotella è collegata rigidamente con il quadrilatero inferiore mentre il profilo della camma è collegato con il quadrilatero superiore.

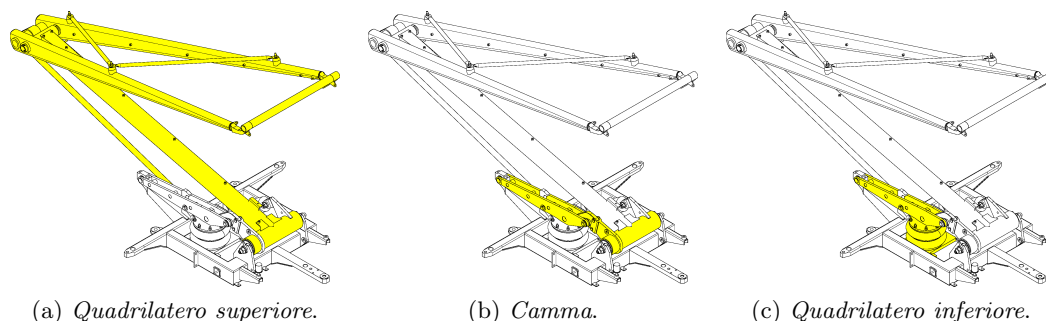


Figura 2.2: Meccanismi costituenti il pantografo.

Si fornisce ora una panoramica più in dettaglio del funzionamento delle varie parti del pantografo mostrando i modelli che si utilizzeranno per l'analisi cinematica e le loro misure.

1. Quadrilatero inferiore (figura 2.3): viene imposta (attraverso la regolazione della pressione) la lunghezza L alla molla ad aria che è collegata al braccio o al quale quindi verrà imposta la rotazione σ' (dalla quale si ricava σ sottraendo β_1); la molla ad aria si dispone secondo l'angolo ϑ .

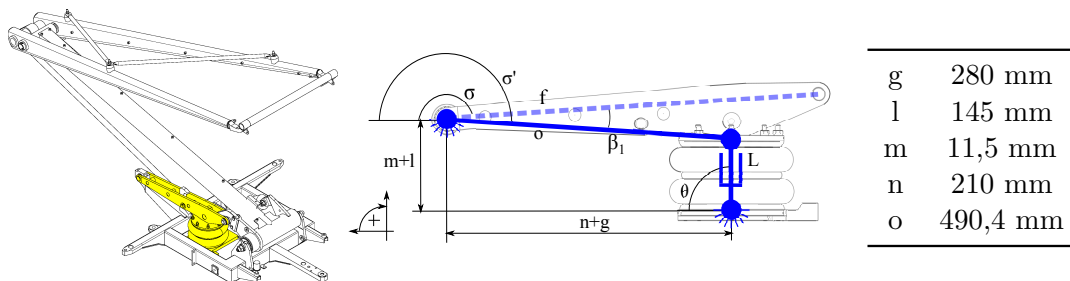


Figura 2.3: Schema meccanismo inferiore e misure caratteristiche.

2. Camma (figura 2.4): l'asta f è solidale con l'asta o (sfasata dell'angolo β_1) e quindi le viene imposta la rotazione σ dal quadrilatero inferiore; l'asta f andrà a insistere,

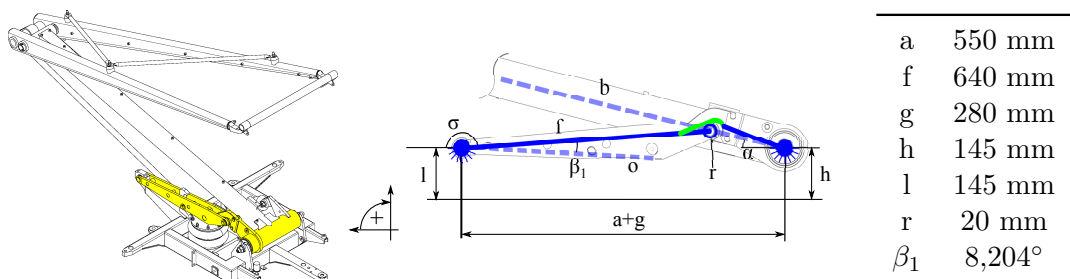


Figura 2.4: Schema camma e misure caratteristiche.

tramite una rotella di raggio r , sulla camma; tale camma è costituita da un profilo (rappresentato in verde) formato da 3 archi di circonferenza (sono quattro, ma per come è costruito il pantografo la rotella non va mai ad insistere sul quarto arco); l'analisi cinematica verrà svolta sostituendo agli archi di circonferenza dei meccanismi equivalenti in modo da studiare il problema attraverso la teoria dei sistemi articolati; il movimento della camma conferisce all'asta b la rotazione α .

3. Quadrilatero superiore (figura 2.5): l'asta b riceve il movimento dalla camma e ruota di un angolo α ; b funge da movente del quadrilatero superiore formato da b , c , e ed il telaio; l'asta d è solidale con la biella e (a meno dell'angolo β_2) e rappresenta il trapezio del pantografo; l'estremo di tale asta rappresenta il quadro del pantografo.

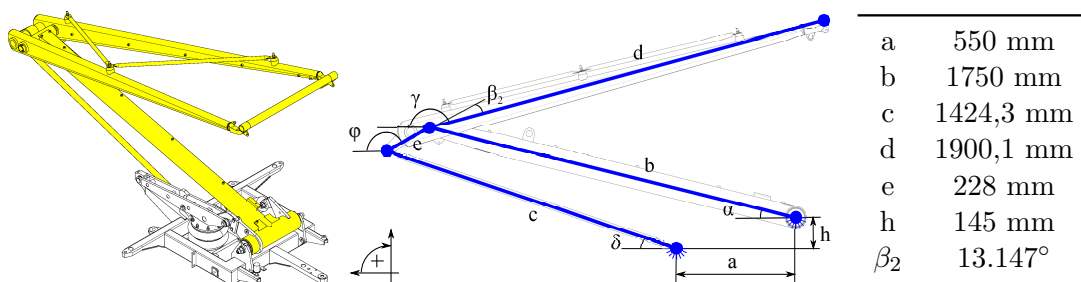


Figura 2.5: Schema meccanismo superiore e misure caratteristiche.

2.1.2 Riferimenti

Tutti gli studi che verranno svolti in seguito faranno riferimento ad una certa altezza della testa del pantografo corrispondente alla posizione di lavoro del pantografo. Osservando la figura 2.6, l'altezza di lavoro standard è fissata ad un valore di 1000 mm misurato dalla superficie superiore della base del pantografo, con un range di lavoro ammissibile tra 700 e 1300 mm. Quando il pantografo è abbassato la testa si trova ad una quota di 104,5 mm sempre calcolata dalla base del pantografo (come mostrato in figura); tale quota verrà d'ora in poi considerata come lo zero dell'altezza della testa

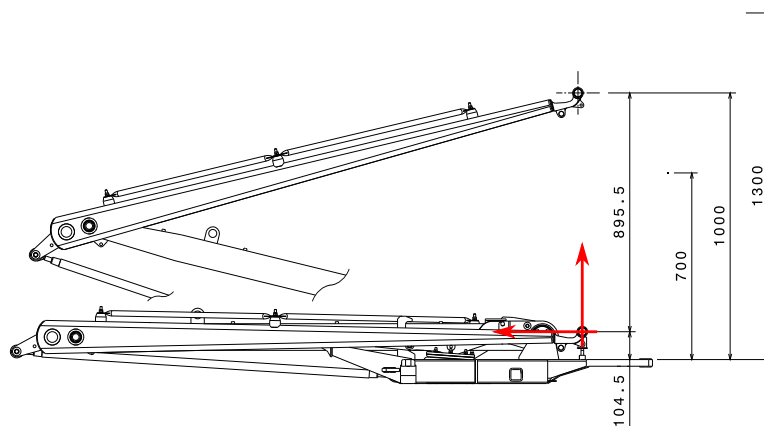


Figura 2.6: Riferimenti per la misura dell'altezza.

che verrà quindi sempre espressa come altezza relativa; la quota di lavoro relativa sarà perciò di 895,5 *mm* e la zona di lavoro sarà compresa tra 595,5 e 1195,5 *mm*. Laddove si renda necessario utilizzare delle coordinate cartesiane per identificare alcune posizioni (come ad esempio quella della testa del pantografo) si utilizzerà il sistema di riferimento mostrato in figura (l'origine è posizionata sulla testa del pantografo con quest'ultimo chiuso). Nello svolgimento delle analisi cinematica e cinetostatica e dell'ottimizzazione del meccanismo di azionamento si utilizzeranno sempre questi riferimenti e verranno quindi visualizzati a grafico (dove necessario) questi valori.

2.2 Analisi cinematica

In questo paragrafo si mostrerà la risoluzione delle equazioni di chiusura (comprese velocità ed accelerazioni) delle tre parti in cui si è deciso di suddividere lo studio del pantografo; tali equazioni sono state implementate in un programma *Matlab* e risolte imponendo alla molla ad aria un profilo di velocità costante in modo da valutare in modo semplice i legami tra le varie grandezze e i rapporti di trasmissione.

Come visto in precedenza la grandezza L corrisponde alla lunghezza della molla ad aria responsabile del sollevamento; tale grandezza non è incognita ma imposta, sarà quindi il dato di partenza dal quale risolvere le equazioni di chiusura. Le incognite del problema sono gli angoli σ (e σ'), ϑ , α (ricavato da α_{eq} e χ angoli caratteristici dei meccanismi equivalenti della camma che verranno mostrati in seguito), δ , φ , γ e le rispettive velocità ed accelerazioni.

2.2.1 Equazione di chiusura quadrilatero inferiore

Nella figura 2.7 è rappresentato lo schema del meccanismo costituente il sistema di sollevamento del pantografo ATR95. La dimensione L rappresenta la lunghezza (imposta) della molla ad aria del pantografo.

La molla impone la rotazione σ' all'asta o la quale trasmetterà successivamente il moto alla camma collegata con il pantografo.

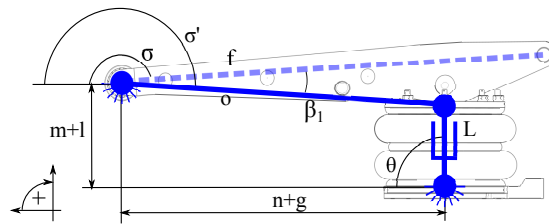


Figura 2.7: Schema quadrilatero inferiore.

Posizione

Equazione di chiusura vettoriale del meccanismo:

$$L e^{i\vartheta} = n + g + (m + l) e^{i\pi/2} + o e^{(\sigma + \beta_1)} \quad (2.1)$$

Definiamo:

$$\sigma' = \sigma + \beta_1 \quad (2.2)$$

L'equazione di chiusura diventa:

$$Le^{i\vartheta} = n + g + (m + l)e^{i\pi/2} + oe^{\sigma'} \quad (2.3)$$

Proiettando sugli assi:

$$\begin{cases} L \sin \theta - l - m - o \sin \sigma' = 0 \\ L \cos \theta - n - g - o \cos \sigma' = 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\begin{cases} \sin \theta = \frac{(l + m + o \sin \sigma')}{L} \\ \cos \theta = \frac{(n + g + o \cos \sigma')}{L} \end{cases} \quad (2.5)$$

Quadrando e sommando si ottiene l'equazione non lineare nell'incognita ϑ :

$$\sin^2 \vartheta + \cos^2 \vartheta = 1 \Rightarrow (l + m + o \sin \sigma')^2 + (n + g + o \cos \sigma')^2 = L^2 \quad (2.6)$$

$$o^2 + (l + m)^2 + (n + g)^2 - L^2 + 2(l + m)o \sin \sigma' + 2(n + g)o \cos \sigma' = 0 \quad (2.7)$$

La cui soluzione si può ottenere ponendo:

$$\begin{cases} A = 2(l + m)o \\ B = 2(n + g)o \\ C = o^2 + (l + m)^2 + (n + g)^2 - L^2 \end{cases} \quad (2.8)$$

e risolvendo il sistema in $\sin \sigma'$ e $\cos \sigma'$:

$$\begin{cases} A \sin \sigma' + B \cos \sigma' + C = 0 \\ \sin^2 \sigma' + \cos^2 \sigma' = 1 \end{cases} \quad (2.9)$$

Ponendo:

$$D = \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}$$

la soluzione del sistema (2.9) vale:

$$\begin{cases} \sin \sigma' = \frac{-AC \mp BD}{A^2 + B^2} = -\frac{AC + kBD}{A^2 + B^2} \\ \cos \sigma' = \frac{-BC \pm AD}{A^2 + B^2} = \frac{-BC + kAD}{A^2 + B^2} \end{cases} \quad (2.10)$$

dove il parametro k vale ± 1 in funzione del montaggio che si vuole adottare. L'angolo σ si ricava facilmente dalla relazione:

$$\sigma = \sigma' - \beta_1$$

Velocità

Derivando rispetto al tempo l'equazione di chiusura vettoriale (2.4) si ottengono gli andamenti delle velocità angolari degli angoli incogniti:

$$\begin{cases} \dot{L} \sin \vartheta + L \dot{\vartheta} \cos \vartheta - o \dot{\sigma}' \cos \sigma' = 0 \\ \dot{L} \cos \vartheta - L \dot{\vartheta} \sin \vartheta + o \dot{\sigma}' \sin \sigma' = 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

Tale sistema può essere scritto in forma matriciale come:

$$\begin{bmatrix} L \cos \vartheta & -o \cos \sigma' \\ -L \sin \vartheta & o \sin \sigma' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\vartheta} \\ \dot{\sigma}' \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \sin \vartheta \\ \cos \vartheta \end{Bmatrix} \dot{L} \quad (2.12)$$

Dalla prima equazione si ottiene:

$$\dot{\sigma}' = \frac{\dot{L} \sin \vartheta + L \dot{\vartheta} \cos \vartheta}{o \cos \sigma'} \quad (2.13)$$

Sostituendo nella seconda:

$$\dot{L} \cos \vartheta - L \dot{\vartheta} \sin \vartheta + \frac{\sin \sigma'}{\cos \sigma'} (\dot{L} \sin \vartheta + L \dot{\vartheta} \cos \vartheta) = 0 \quad (2.14)$$

$$\dot{L} \cos \vartheta \cos \sigma' - L \dot{\vartheta} \sin \vartheta \cos \sigma' + \dot{L} \sin \vartheta \sin \sigma' + L \dot{\vartheta} \cos \vartheta \sin \sigma' = 0 \quad (2.15)$$

$$\dot{L} (\cos \vartheta \cos \sigma' + \sin \vartheta \sin \sigma') + L \dot{\vartheta} (\cos \vartheta \sin \sigma' - \sin \vartheta \cos \sigma') = 0 \quad (2.16)$$

$$\dot{L} \cos(\sigma' - \vartheta) + L \dot{\vartheta} \sin(\sigma' - \vartheta) = 0 \quad (2.17)$$

$$\dot{\vartheta} = -\frac{\dot{L}}{L} \cot(\sigma' - \vartheta) \quad (2.18)$$

Accelerazione

Derivando ancora una volta rispetto al tempo le equazioni di chiusura del sistema (2.4) si ottengono gli andamenti delle accelerazioni angolari:

$$\begin{cases} \ddot{L} \sin \vartheta + 2\dot{L} \dot{\vartheta} \cos \vartheta + L \ddot{\vartheta} \cos \vartheta - L \dot{\vartheta}^2 \sin \vartheta - o \ddot{\sigma}' \cos \sigma' + o \dot{\sigma}'^2 \sin \sigma' = 0 \\ \ddot{L} \cos \vartheta - 2\dot{L} \dot{\vartheta} \sin \vartheta - L \ddot{\vartheta} \sin \vartheta - L \dot{\vartheta}^2 \cos \vartheta + o \ddot{\sigma}' \sin \sigma' + o \dot{\sigma}'^2 \cos \sigma' = 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

In forma matriciale:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} L \cos \vartheta & -o \cos \sigma' \\ -L \sin \vartheta & o \sin \sigma' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\vartheta} \\ \ddot{\sigma}' \end{Bmatrix} = \\ & = - \begin{Bmatrix} \sin \vartheta \\ \cos \vartheta \end{Bmatrix} \ddot{L} + \begin{Bmatrix} -\cos \vartheta \\ \sin \vartheta \end{Bmatrix} 2\dot{L} \dot{\vartheta} + \begin{Bmatrix} \sin \vartheta \\ \cos \vartheta \end{Bmatrix} L \dot{\vartheta}^2 - \begin{Bmatrix} \sin \sigma' \\ \cos \sigma' \end{Bmatrix} o \dot{\sigma}'^2 \end{aligned} \quad (2.20)$$

Dalla prima equazione del sistema si ottiene:

$$\ddot{\sigma}' = \frac{(\ddot{L} \sin \vartheta + 2\dot{L} \dot{\vartheta} \cos \vartheta + L \ddot{\vartheta} \cos \vartheta - L \dot{\vartheta}^2 \sin \vartheta + o \dot{\sigma}'^2 \sin \sigma')}{o \cos \sigma'} \quad (2.21)$$

Sostituendo nella seconda:

$$0 = \ddot{L} \cos \vartheta - 2\dot{L}\dot{\vartheta} \sin \vartheta - L\ddot{\vartheta} \sin \vartheta - L\dot{\vartheta}^2 \cos \vartheta + o\dot{\sigma}'^2 \cos \sigma' + \frac{\sin \sigma'}{\cos \sigma'} (\ddot{L} \sin \vartheta + 2\dot{L}\dot{\vartheta} \cos \vartheta + L\ddot{\vartheta} \cos \vartheta - L\dot{\vartheta}^2 \sin \vartheta + o\dot{\sigma}'^2 \sin \sigma') \quad (2.22)$$

$$0 = \ddot{L}(\cos \vartheta \cos \sigma' + \sin \vartheta \sin \sigma') + 2\dot{L}\dot{\vartheta}(\cos \vartheta \sin \sigma' - \sin \vartheta \cos \sigma') + L\ddot{\vartheta}(\cos \vartheta \sin \sigma' - \sin \vartheta \cos \sigma') - L\dot{\vartheta}^2(\cos \vartheta \cos \sigma' + \sin \vartheta \sin \sigma') + o\dot{\sigma}'^2 \quad (2.23)$$

Sapendo che:

$$\begin{cases} \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 - \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 = \sin(\alpha_1 - \alpha_2) \\ \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 = \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \end{cases} \quad (2.24)$$

Si ottiene:

$$\ddot{L} \cos(\sigma' - \vartheta) + 2\dot{L}\dot{\vartheta} \sin(\sigma' - \vartheta) + L\ddot{\vartheta} \sin(\sigma' - \vartheta) - L\dot{\vartheta}^2 \cos(\sigma' - \vartheta) + o\dot{\sigma}'^2 = 0 \quad (2.25)$$

Da cui si può calcolare l'andamento dell'accelerazione angolare di ϑ :

$$\ddot{\vartheta} = \frac{-\ddot{L} \cos(\sigma' - \vartheta) - 2\dot{L}\dot{\vartheta} \sin(\sigma' - \vartheta) + L\dot{\vartheta}^2 \cos(\sigma' - \vartheta) - o\dot{\sigma}'^2}{L \sin(\sigma' - \vartheta)} \quad (2.26)$$

Risultati

Si ipotizza di imporre un profilo di velocità costante all'allungamento della molla ad aria e si calcolano posizioni, velocità ed accelerazioni angolari degli angoli incogniti. I risultati ottenuti sono mostrati nella figura 2.8.

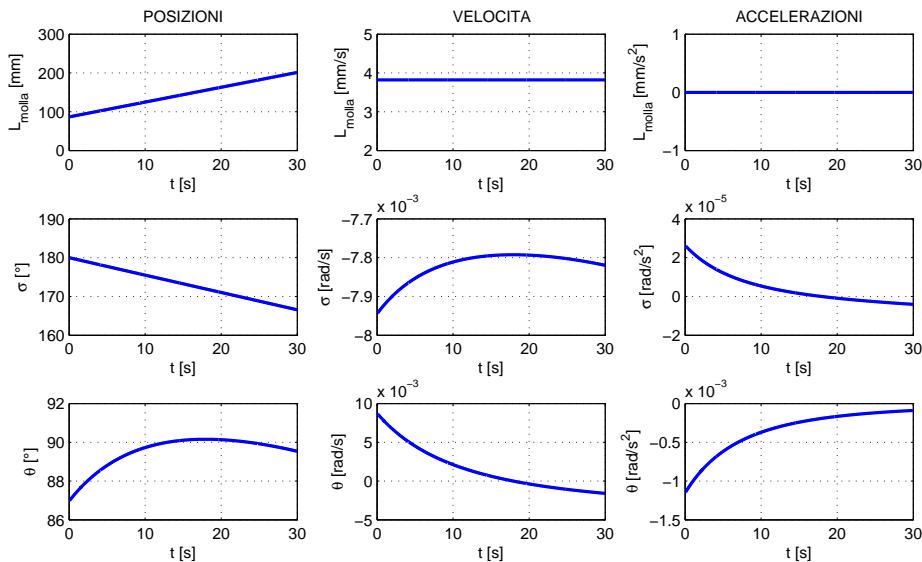


Figura 2.8: Andamenti di L , σ e ϑ .

2.2.2 Equazione di chiusura meccanismi equivalenti (camma)

Nella figura 2.9 è rappresentato lo schema del meccanismo che collega il quadrilatero inferiore a quello superiore. L'asta f (solidale con l'asta o a meno di β_1) si dispone secondo l'angolo σ (noto perchè imposto dallo spostamento della molla ad aria). All'estremo libero dell'asta è posta una rotella di raggio r che insiste sulla camma rappresentata dal tratto di colore verde in figura. Per risolvere la cinematica della camma ci si può ricondurre a dei meccanismi equivalenti che producono gli stessi movimenti della camma che sostituiscono; per riprodurre correttamente il comportamento cinematico della camma sono necessari tre meccanismi equivalenti che rappresentano gli archi di circonferenza su cui insiste la rotella nell'intero ciclo di sollevamento del pantografo; il movimento della camma (o dei meccanismi ad essa equivalenti) fornisce all'asta b l'angolo α .

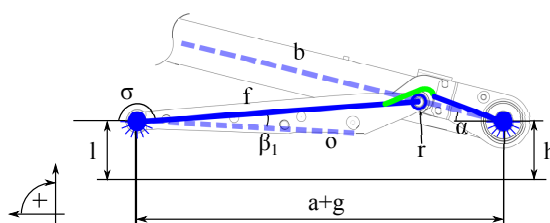
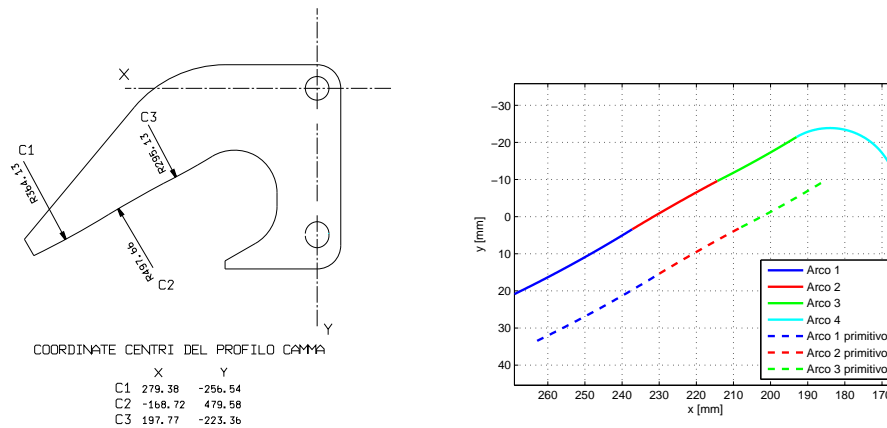


Figura 2.9: Schema collegamento quadrilateri e camma.

Definizione meccanismi equivalenti

Dal disegno costruttivo della camma si ottengono i valori delle coordinate cartesiane dei centri dei profili ed il valore dei loro raggi; per comodità le coordinate ottenute dal disegno (che hanno come origine un punto della camma stessa) vengono riportate ad un sistema di riferimento cartesiano che ha come origine la cerniera dall'asta b (alla quale è fissata anche la camma) ed utilizza come asse x l'asta b stessa; in figura 2.10 sono mostrati il disegno costruttivo della camma (con il sistema di riferimento originale) ed il profilo della camma ottenuto scalando le coordinate dei centri nel modo descritto in precedenza, le misure quindi si riferiscono alla cerniera dell'asta b e l'asse con $y = 0$ rappresenta appunto l'asta b stessa; d'ora in poi quando si farà riferimento alle coordinate dei centri, si intendono le coordinate scalate; nel disegno le linee continue rappresentano gli archi che costituiscono il profilo effettivo della camma mentre le linee tratteggiate identificano il profilo primitivo cioè il profilo che descrive il centro della rotella quando quest'ultima percorre il profilo effettivo della camma; nell'analisi del comportamento del meccanismo ci si riferirà sempre al profilo primitivo; per ottenerlo partendo dal profilo reale si deve sommare o sottrarre il valore del raggio della rotella a quello dei raggi del profilo; la scelta tra somma e sottrazione dipende dalla forma del profilo effettivo che percorre la rotella: se percorre un profilo convesso (archi 1 e 3) il raggio primitivo è pari alla somma tra raggio effettivo e raggio della rotella, se il profilo è invece concavo (archi 2 e 4) il raggio primitivo si ottiene sottraendo il raggio della rotella a quello del profilo; anche in questo caso, d'ora in poi, quando ci si riferirà ai raggi del profilo si intenderanno sempre i raggi primitivi.

Dai dati trovati è ora necessario definire i meccanismi equivalenti che andranno a sostituire la camma nell'analisi cinematica; in figura 2.11 vengono mostrati i mecca-



(a) Disegno costruttivo.

(b) Profilo effettivo e primitivo e rispettive componenti.

Figura 2.10: Profilo camma.

nismi equivalenti per gli archi 1 e 2 dove si possono notare le aste fittizie k_i e ρ_i , che verranno descritte in seguito, ed i rispettivi angoli; l'arco 3 sarà del tutto simile all'arco 1 mentre l'arco 4 non viene mai toccato, neanche quando il pantografo è completamente abbassato e quindi non verrà considerato nell'analisi (per questo in figura non viene mostrato il suo profilo primitivo). A questo punto restano perciò da definire tre meccanismi equivalenti che corrispondono ai tre archi di circonferenza utili che formano il profilo della camma; per definire i meccanismi equivalenti è necessario assegnare le aste fittizie che li compongono; l'asta f (che porta all'estremità la rotella) ed il telaio (distanza tra la cerniera dell'asta f e la cerniera dell'asta b) sono la parte comune a tutti e tre i meccanismi equivalenti che sostituiscono la camma; le altre due aste dei quadrilateri saranno la distanza del centro di curvatura dell'arco dalla cerniera dell'asta b che chiameremo asta k_i ed il raggio dell'arco stesso che chiameremo asta ρ_i (dove la i indica l'arco a cui fanno riferimento le due aste); gli angoli secondo cui si orientano le aste k_i e ρ_i vengono chiamati rispettivamente $\alpha_{i,eq}$ e χ_i ; si è deciso di nominare l'angolo dell'asta k_i in questo modo perchè differisce dall'angolo α dell'asta b solo per una costante (diversa per ogni arco di circonferenza) che chiameremo α_i ; tale costante si trova dalle coordinate dei centri del profilo: le lunghezze delle aste k_i sono pari alle distanze dei centri dalla cerniera dell'asta b mentre gli angoli α_i sono pari agli sfasamenti delle

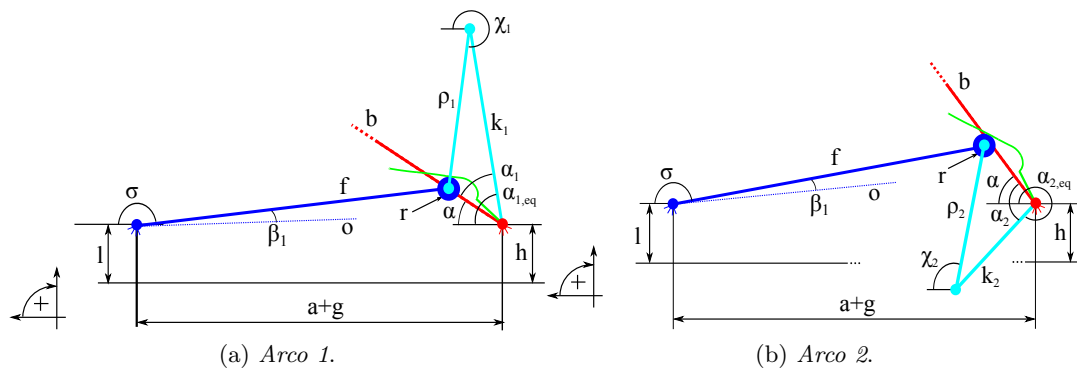


Figura 2.11: Meccanismi equivalenti.

stesse distanze rispetto all'asta b ; si possono quindi scrivere le seguenti relazioni dove le coordinate x e y dei centri sono indicate rispettivamente con $c_{x,i}$ e $c_{y,i}$:

$$\begin{cases} k_i = \sqrt{c_{x,i}^2 + c_{y,i}^2} \\ \alpha_i = \arctan\left(\frac{c_{y,i}}{c_{x,i}}\right) \\ \alpha = \alpha_{i,eq} - \alpha_i \\ \dot{\alpha} = \dot{\alpha}_{i,eq} \\ \ddot{\alpha} = \ddot{\alpha}_{i,eq} \end{cases} \quad (2.27)$$

Posizione

Si può scrivere l'equazione di chiusura vettoriale per il generico meccanismo equivalente:

$$he^{i\pi/2} + k_i e^{i\alpha_{i,eq}} + \rho_i e^{i\chi_i} = (a+g)e^{i0} + le^{i\pi/2} + fe^{i\sigma} \quad (2.28)$$

Tale equazione vale per tutti i meccanismi equivalenti ($i = 1, 2, 3$). Proiettandola sugli assi si ottiene il sistema:

$$\begin{cases} k_i \sin \alpha_{i,eq} + \rho_i \sin \chi_i + h - l - f \sin \sigma = 0 \\ k_i \cos \alpha_{i,eq} + \rho_i \cos \chi_i - a - g - f \cos \sigma = 0 \end{cases} \quad (2.29)$$

$$\begin{cases} \sin \chi_i = \frac{l - h + f \sin \sigma - k_i \sin \alpha_{i,eq}}{\rho_i} \\ \cos \chi_i = \frac{a + g + f \cos \sigma - k_i \cos \alpha_{i,eq}}{\rho_i} \end{cases} \quad (2.30)$$

Quadrando e sommando si ottiene l'equazione non lineare nell'incognita $\alpha_{i,eq}$:

$$\begin{aligned} \sin^2 \chi_i + \cos^2 \chi_i = 1 &\Rightarrow \\ \Rightarrow (l - h + f \sin \sigma - k_i \sin \alpha_{i,eq})^2 + (a + g + f \cos \sigma - k_i \cos \alpha_{i,eq})^2 = \rho_i^2 \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} 0 = (l - h)^2 + (a + g)^2 + f^2 + k_i^2 - \rho_i^2 + 2f(l - h) \sin \sigma + 2f(a + g) \cos \sigma + \\ - 2k_i((l - h) + f \sin \sigma) \sin \alpha_{i,eq} - 2k_i((a + g) + f \cos \sigma) \cos \alpha_{i,eq} \end{aligned} \quad (2.32)$$

La cui soluzione si può ottenere ponendo:

$$\begin{cases} A = -2k_i((l - h) + f \sin \sigma) \\ B = -2k_i((a + g) + f \cos \sigma) \\ C = (l - h)^2 + (a + g)^2 + f^2 + k_i^2 - \rho_i^2 + 2f(l - h) \sin \sigma + 2f(a + g) \cos \sigma \end{cases} \quad (2.33)$$

Risolvendo il sistema in $\sin \alpha_{i,eq}$ e $\cos \alpha_{i,eq}$:

$$\begin{cases} A \sin \alpha_{i,eq} + B \cos \alpha_{i,eq} + C = 0 \\ \cos^2 \alpha_{i,eq} + \sin^2 \alpha_{i,eq} = 1 \end{cases} \quad (2.34)$$

Ponendo:

$$D = \sqrt{A^2 + B^2 - C^2} \quad (2.35)$$

la soluzione del precedente sistema vale:

$$\begin{cases} \sin \alpha_{i,eq} = \frac{-AC \mp BD}{A^2 + B^2} = -\frac{AC + kBD}{A^2 + B^2} \\ \cos \alpha_{i,eq} = \frac{-BC \pm AD}{A^2 + B^2} = \frac{-BC + kAD}{A^2 + B^2} \end{cases} \quad (2.36)$$

Dove il parametro k vale ± 1 in funzione del montaggio adottato; in particolare k vale 1 per gli archi 1 e 3 mentre vale -1 per l'arco 2. Ottenuto l'andamento di $\alpha_{i,eq}$ si può ricavare facilmente l'andamento dell'angolo χ_i risolvendo il sistema (2.30) dove $\sin \chi_i$ e $\cos \chi_i$ sono già esplicitati; per passare dall'angolo $\alpha_{i,eq}$ caratteristico dei meccanismi equivalenti all'angolo α caratteristico del quadrilatero superiore si tengano presente le relazioni presenti nell'equazione (2.27).

Velocità

Derivando rispetto al tempo l'equazione di chiusura vettoriale (2.29) si ottengono gli andamenti delle velocità angolari degli angoli incogniti:

$$\begin{cases} k_i \dot{\alpha}_{i,eq} \cos \alpha_{i,eq} + \rho_i \dot{\chi}_i \cos \chi_i = f \dot{\sigma} \cos \sigma \\ k_i \dot{\alpha}_{i,eq} \sin \alpha_{i,eq} + \rho_i \dot{\chi}_i \sin \chi_i = f \dot{\sigma} \sin \sigma \end{cases} \quad (2.37)$$

Tale sistema può essere scritto in forma matriciale come:

$$\begin{bmatrix} k_i \cos \alpha_{i,eq} & \rho_i \cos \chi_i \\ k_i \sin \alpha_{i,eq} & \rho_i \sin \chi_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}_{i,eq} \\ \dot{\chi}_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \cos \sigma \\ f \sin \sigma \end{Bmatrix} \dot{\sigma} \quad (2.38)$$

Dalla prima equazione si ottiene:

$$\dot{\chi}_i = \frac{-k_i \dot{\alpha}_{i,eq} \cos \alpha_{i,eq} + f \dot{\sigma} \cos \sigma}{\rho_i \cos \chi_i} \quad (2.39)$$

Sostituendo nella seconda:

$$\frac{\sin \chi_i}{\cos \chi_i} (-k_i \dot{\alpha}_{i,eq} \cos \alpha_{i,eq} + f \dot{\sigma} \cos \sigma) + k_i \dot{\alpha}_{i,eq} \sin \alpha_{i,eq} = f \dot{\sigma} \sin \sigma \quad (2.40)$$

$$k_i \dot{\alpha}_{i,eq} (\sin \alpha_{i,eq} - \cos \alpha_{i,eq} \tan \chi_i) = f \dot{\sigma} (\sin \sigma - \cos \sigma \tan \chi_i) \quad (2.41)$$

$$\dot{\alpha}_{i,eq} = \frac{f \dot{\sigma} (\sin \sigma - \cos \sigma \tan \chi_i)}{k_i (\sin \alpha_{i,eq} - \cos \alpha_{i,eq} \tan \chi_i)} \quad (2.42)$$

Ottenuto $\dot{\alpha}_{i,eq}$ si può ricavare $\dot{\chi}_i$ risolvendo l'equazione esplicita (2.39); considerando le relazioni (2.27), per come è stato definito $\alpha_{i,eq}$, esso differisce da α di una costante e quindi differenziandolo si trova facilmente che $\dot{\alpha}_{i,eq}$ è pari a $\dot{\alpha}$ e quindi la velocità ottenuta dai meccanismi equivalenti sarà già la velocità che servirà per la risoluzione delle equazioni di chiusura del quadrilatero superiore.

Accelerazione

Derivando ancora una volta rispetto al tempo le equazioni di chiusura si ottengono gli andamenti delle accelerazioni angolari:

$$\begin{cases} k_i \ddot{\alpha}_{i,eq} \cos \alpha_{i,eq} - k_i \dot{\alpha}_{i,eq}^2 \sin \alpha_{i,eq} + \rho_i \ddot{\chi}_i \cos \chi_i - \rho_i \dot{\chi}_i^2 \sin \chi_i = f \ddot{\sigma} \cos \sigma - f \dot{\sigma}^2 \sin \sigma \\ k_i \ddot{\alpha}_{i,eq} \sin \alpha_{i,eq} + k_i \dot{\alpha}_{i,eq}^2 \cos \alpha_{i,eq} + \rho_i \ddot{\chi}_i \sin \chi_i + \rho_i \dot{\chi}_i^2 \cos \chi_i = f \ddot{\sigma} \sin \sigma + f \dot{\sigma}^2 \cos \sigma \end{cases} \quad (2.43)$$

In forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} k_i \cos \alpha_{i,eq} & \rho_i \cos \chi_i \\ k_i \sin \alpha_{i,eq} & \rho_i \sin \chi_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\alpha}_{i,eq} \\ \ddot{\chi}_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_i \sin \alpha_{i,eq} & \rho_i \sin \chi_i \\ -k_i \cos \alpha_{i,eq} & -\rho_i \cos \chi_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}_{i,eq}^2 \\ \dot{\chi}_i^2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f \cos \sigma \\ f \sin \sigma \end{Bmatrix} \ddot{\sigma} + \begin{Bmatrix} -f \sin \sigma \\ f \cos \sigma \end{Bmatrix} \dot{\sigma}^2 \quad (2.44)$$

Dalla prima equazione si ottiene:

$$\ddot{\chi}_i = \frac{\rho_i \dot{\chi}_i^2 \sin \chi_i - k_i \ddot{\alpha}_{i,eq} \cos \alpha_{i,eq} + k_i \dot{\alpha}_{i,eq}^2 \sin \alpha_{i,eq} + f \ddot{\sigma} \cos \sigma - f \dot{\sigma}^2 \sin \sigma}{\rho_i \cos \chi_i} \quad (2.45)$$

Sostituendo nella seconda:

$$\begin{aligned} \frac{\sin \chi_i}{\cos \chi_i} (\rho_i \dot{\chi}_i^2 \sin \chi_i - k_i \ddot{\alpha}_{i,eq} \cos \alpha_{i,eq} + k_i \dot{\alpha}_{i,eq}^2 \sin \alpha_{i,eq} + f \ddot{\sigma} \cos \sigma - f \dot{\sigma}^2 \sin \sigma) \\ + k_i \ddot{\alpha}_{i,eq} \sin \alpha_{i,eq} + k_i \dot{\alpha}_{i,eq}^2 \cos \alpha_{i,eq} + \rho_i \dot{\chi}_i^2 \cos \chi_i = f \ddot{\sigma} \sin \sigma + f \dot{\sigma}^2 \cos \sigma \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$\begin{aligned} k_i \ddot{\alpha}_{i,eq} (\sin \alpha_{i,eq} - \cos \alpha_{i,eq} \tan \chi_i) + k_i \dot{\alpha}_{i,eq}^2 (\cos \alpha_{i,eq} + \sin \alpha_{i,eq} \tan \chi_i) \\ + \rho_i \dot{\chi}_i^2 (\cos \chi_i + \sin \chi_i \tan \chi_i) = f \ddot{\sigma} (\sin \sigma - \cos \sigma \tan \chi_i) + f \dot{\sigma}^2 (\cos \sigma + \sin \sigma \tan \chi_i) \end{aligned} \quad (2.47)$$

Sapendo che:

$$\cos \chi_i + \sin \chi_i \tan \chi_i = \frac{1}{\cos \chi_i} \quad (2.48)$$

Si ottiene:

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha}_{i,eq} = \frac{1}{k_i (\sin \alpha_{i,eq} - \cos \alpha_{i,eq} \tan \chi_i)} (-k_i \dot{\alpha}_{i,eq}^2 (\cos \alpha_{i,eq} + \sin \alpha_{i,eq} \tan \chi_i) + \\ - \rho_i \dot{\chi}_i^2 (\cos \chi_i)^{-1} + f \ddot{\sigma} (\sin \sigma - \cos \sigma \tan \chi_i) + f \dot{\sigma}^2 (\cos \sigma + \sin \sigma \tan \chi_i)) \end{aligned} \quad (2.49)$$

Ottenuto $\ddot{\alpha}_{i,eq}$ si può ricavare $\ddot{\chi}_i$ risolvendo l'equazione esplicita (2.45); considerando ancora le relazioni (2.27), anche per l'accelerazione vale lo stesso discorso fatto per la velocità: l'accelerazione ottenuta dai meccanismi equivalenti $\ddot{\alpha}_{i,eq}$ sarà già l'accelerazione $\ddot{\alpha}$ che servirà per la risoluzione delle equazioni di chiusura del quadrilatero superiore.

Punti di transizione tra i profili

Le equazioni scritte nei paragrafi precedenti si riferiscono al generico meccanismo equivalente i ; per ogni istante interessato dal calcolo andrà quindi sostituito alla i l'indice che identifica il meccanismo equivalente (1,2 o 3) corrispondente al tratto di camma considerato in quell'istante; restano ora da stabilire i punti di transizione del profilo, cioè i punti nei quali la rotella passa da un arco di circonferenza all'altro; serve infatti un criterio secondo il quale scegliere che meccanismo equivalente utilizzare per svolgere i calcoli; si è visto che per i meccanismi equivalenti le equazioni vengono risolte partendo dall'andamento di σ noto dalla risoluzione del quadrilatero inferiore e quindi la scelta del meccanismo equivalente da utilizzare verrà fatta in base al valore di σ . I punti che interessano sono quelli tra gli archi 1 e 2 e tra gli archi 2 e 3, questo perchè la rotella non arriva mai ne alla fine dell'arco 3 (neanche con il pantografo completamente abbassato) ne all'inizio dell'arco 1 (neanche con il pantografo alzato); per trovare tali

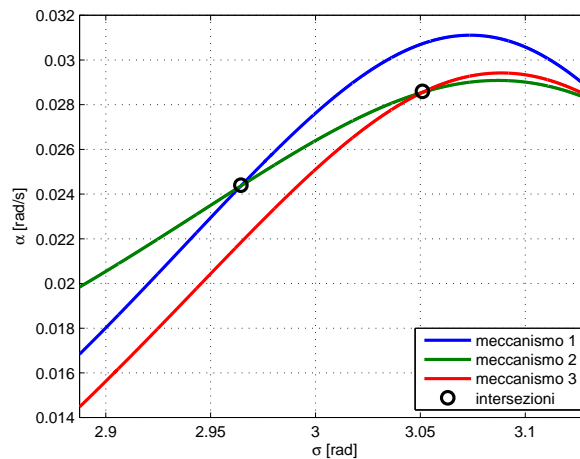


Figura 2.12: Andamenti di $\dot{\alpha}$ per i 3 meccanismi equivalenti ed intersezioni.

punti si sceglie di utilizzare una via grafica; con l'ausilio di *Matlab* si risolvono le equazioni di chiusura appena mostrate utilizzando come dato per ogni meccanismo l'intero andamento di σ ; il criterio utilizzato per stabilire i punti di transizione deriva dal fatto che nell'andamento della velocità di un meccanismo a camma non sono possibili salti e quindi le velocità $\dot{\alpha}$ dei meccanismi equivalenti si eguagliano nei punti di transizione; mettendo quindi in grafico le velocità $\dot{\alpha}$ ottenute per i tre meccanismi si riconosceranno i due punti di nostro interesse che saranno l'intersezione tra gli andamenti delle $\dot{\alpha}$ del meccanismo 1 e del meccanismo 2 e tra quelle del meccanismo 2 e del meccanismo 3; realizzando il grafico con la σ sull'asse delle ascisse si può leggere direttamente il valore delle σ che corrisponde alla transizione da un arco di circonferenza all'altro; il grafico ottenuto in questo modo è mostrato in figura 2.12 ed i valori di σ ottenuti sono:

$$\sigma_{12} = 169,85^\circ \quad \sigma_{23} = 174,81^\circ$$

Oltre che per via grafica si sarebbe potuto anche operare per via analitica; a grandi linee: dai dati sul profilo si possono ricavare i valori degli angoli dei meccanismi equivalenti in corrispondenza dei punti di transizione e grazie a questi è possibile ricavare anche i corrispondenti valori delle σ ; le equazioni per effettuare tale procedimento si basano però sull'uguaglianza delle posizioni nei punti di transizione, mentre il procedimento grafico uguagliava le velocità; concettualmente sarebbe identico (in entrambi i casi sia le velocità che le posizioni dovrebbero essere uguali) ma gli errori numerici impliciti nella risoluzione al calcolatore generano errori in velocità per il procedimento analitico ed errori in posizione per il procedimento grafico; si è scelto di utilizzare il procedimento grafico per il fatto che gli errori generati sono inferiori, infatti eguagliando la velocità, l'andamento della posizione presenta un salto nell'ordine dei centesimi di grado su un'escursione di 45° , mentre per il procedimento analitico, che eguaglia la posizione, il salto sull'andamento della velocità, pur essendo anch'esso nell'ordine dei centesimi di grado (al secondo) risulta visibile dai grafici realizzati visto che $\dot{\alpha}$ varia tra 1 e 1,6 gradi al secondo e quindi l'errore relativo è nettamente maggiore; inoltre il risultato in velocità risulta essere più importante ai fini delle analisi successive (verrà

utilizzato per il calcolo del rapporto di trasmissione e nell'analisi cinetostatica) ed utilizzando l'andamento ottenuto con il metodo analitico gli errori si sarebbero propagati e nei grafici sarebbero sempre comparsi dei salti che avrebbero contraddetto il principio secondo il quale l'andamento della velocità non può avere delle discontinuità, cosa che non avviene per il metodo grafico in cui l'errore resta limitato ai grafici di posizione (tale errore è comunque trascurabile).

A questo punto è quindi possibile risolvere per intero le equazioni di chiusura per la camma; per farlo si implementa nel programma *Matlab*, prima dei calcoli sulla camma, una condizione che verifica, attraverso la σ , quale meccanismo equivalente utilizzare (e quindi quale indice sostituire alla i); concettualmente il ciclo *for* all'interno del quale si risolvono le equazioni per la camma si presenterà nel modo seguente:

```

for j = 1...
    if  $\sigma(j) \leq \sigma_{12}$ 
        i = 1;
    elseif  $\sigma(j) \leq \sigma_{23}$ 
        i = 2;
    else
        i = 3;
    end
    (risoluzione delle equazioni presentate in precedenza)
     $\alpha(j) = \dots$ ;  $\dot{\alpha}(j) = \dots$ ;  $\ddot{\alpha}(j) = \dots$ ;
end

```

Risultati

Si utilizzano come dati gli andamenti di posizione, velocità ed accelerazioni angolari di σ ottenuti dalle equazioni di chiusura del quadrilatero inferiore; i valori delle posizioni, delle velocità e delle accelerazioni angolari di $\alpha_{i,eq}$ e χ_i ottenuti dalla risoluzione in forma chiusa delle equazioni di chiusura dei meccanismi equivalenti sono riportati nel grafico in figura 2.13. Ricordando le reazioni presenti nell'equazione (2.27) si può passare da posizione, velocità ed accelerazione degli angoli dei meccanismi equivalenti

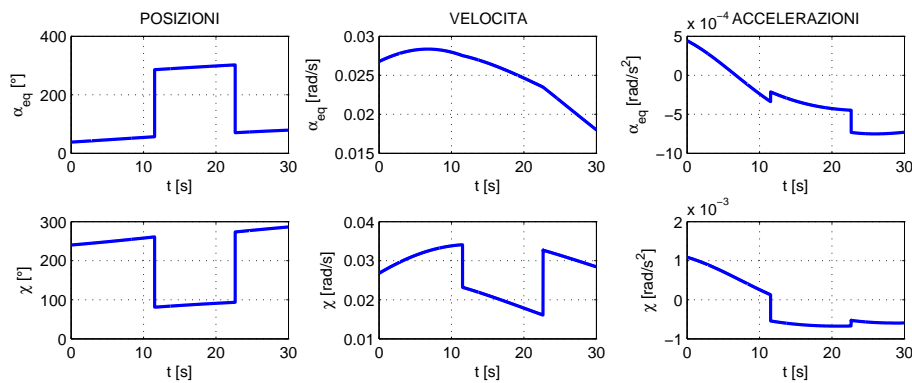
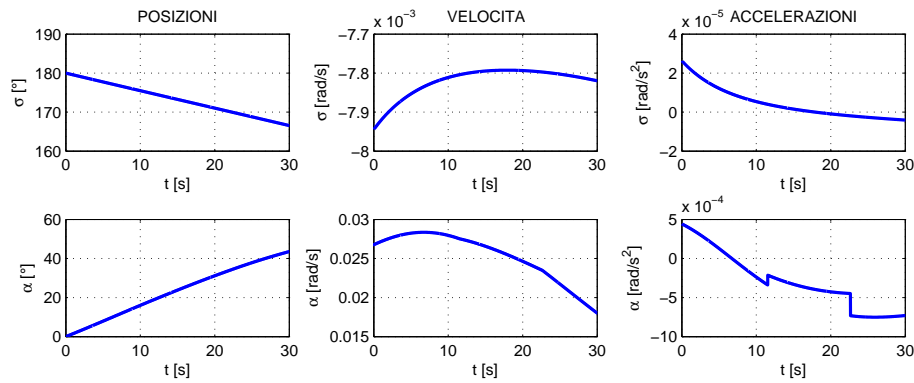


Figura 2.13: Andamenti di $\alpha_{i,eq}$ e χ_i .

Figura 2.14: Andamenti di σ e α .

e quelle dell'angolo α che serviranno come dati per la risoluzione delle equazioni di chiusura del quadrilatero superiore; gli andamenti di σ e di α (ricavati da $\alpha_{i,eq}$) sono riportati nel grafico in figura 2.14.

2.2.3 Equazione di chiusura quadrilatero superiore

In figura 2.15 è rappresentato lo schema del quadrilatero che costituisce la parte superiore del pantografo ATR95. L'asta d rappresenta il trapezio, mentre il suo estremo libero rappresenta il quadro del pantografo. La differenza tra l'angolo ϕ e l'angolo γ è fissa (e pari a β_2), ciò significa che l'asta d è solidale con l'asta e . L'andamento dell'angolo α è noto e fornito dalla camma collegata con il braccio b .

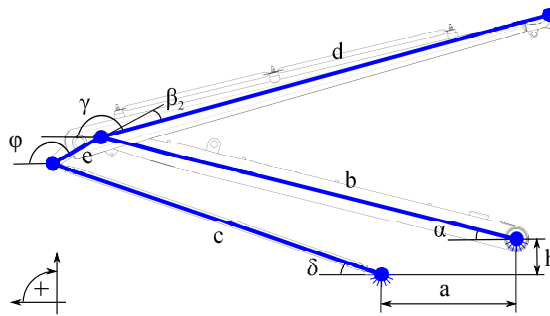


Figura 2.15: Schema quadrilatero superiore.

Posizione

L'equazione di chiusura vettoriale del meccanismo è:

$$a + ce^{i\delta} + ee^{i\phi} = he^{i\frac{\pi}{2}} + be^{i\alpha} \quad (2.50)$$

Proiettando l'equazione di chiusura sugli assi si ottiene il sistema:

$$\begin{cases} c \sin \delta + e \sin \phi - h - b \sin \alpha = 0 \\ a + c \cos \delta + e \cos \phi - b \cos \alpha = 0 \end{cases} \quad (2.51)$$

$$\begin{cases} \sin \delta = \frac{(h + b \sin \alpha - e \sin \phi)}{c} \\ \cos \delta = \frac{(b \cos \alpha - a - e \cos \phi)}{c} \end{cases} \quad (2.52)$$

Quadrando e sommando si ottiene l'equazione non lineare nell'incognita ϕ :

$$(h + b \sin \alpha - e \sin \phi)^2 + (b \cos \alpha - a - e \cos \phi)^2 = c^2 \quad (2.53)$$

$$0 = h^2 + a^2 + b^2 + e^2 - c^2 + 2hb \sin \alpha - 2ba \cos \alpha + \\ - 2e(h + b \sin \alpha) \sin \phi + 2e(a - b \cos \alpha) \cos \phi \quad (2.54)$$

La cui soluzione si può ottenere ponendo:

$$\begin{cases} A = -2e(h + b \sin \alpha) \\ B = 2e(a - b \cos \alpha) \\ C = h^2 + a^2 + b^2 + e^2 - c^2 + 2hb \sin \alpha - 2ba \cos \alpha \end{cases} \quad (2.55)$$

Risolvendo il sistema in $\sin \phi$ e $\cos \phi$:

$$\begin{cases} A \sin \phi + B \cos \phi + C = 0 \\ \cos^2 \phi + \sin^2 \phi = 1 \end{cases} \quad (2.56)$$

Ponendo:

$$D = \sqrt{A^2 + B^2 - C^2} \quad (2.57)$$

la soluzione del precedente sistema vale:

$$\begin{cases} \sin \phi = \frac{-AC \mp BD}{A^2 + B^2} = -\frac{AC + kBD}{A^2 + B^2} \\ \cos \phi = \frac{-BC \pm AD}{A^2 + B^2} = \frac{-BC + kAD}{A^2 + B^2} \end{cases} \quad (2.58)$$

Dove il parametro k vale ± 1 in funzione del montaggio adottato. Ottenuto l'andamento di ϕ si può ricavare facilmente l'andamento dell'angolo δ risolvendo il sistema (2.52) dove $\sin \delta$ e $\cos \delta$ sono già esplicitati.

Velocità

Derivando rispetto al tempo l'equazione di chiusura vettoriale (2.51) si ottengono gli andamenti delle velocità angolari degli angoli incogniti:

$$\begin{cases} c\dot{\delta} \cos \delta + e\dot{\phi} \cos \phi - b\dot{\alpha} \cos \alpha = 0 \\ -c\dot{\delta} \sin \delta - e\dot{\phi} \sin \phi + b\dot{\alpha} \sin \alpha = 0 \end{cases} \quad (2.59)$$

Tale sistema può essere scritto in forma matriciale come:

$$\begin{bmatrix} c \cos \delta & e \cos \phi \\ c \sin \delta & e \sin \phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b \cos \alpha \\ b \sin \alpha \end{Bmatrix} \dot{\alpha} \quad (2.60)$$

Dalla prima equazione si ottiene:

$$\dot{\phi} = \frac{b\dot{\alpha} \cos \alpha - c\dot{\delta} \cos \delta}{e \cos \phi} \quad (2.61)$$

Sostituendo nella seconda:

$$-c\dot{\delta} \sin \delta - \frac{\sin \phi}{\cos \phi} (b\dot{\alpha} \cos \alpha - c\dot{\delta} \cos \delta) + b\dot{\alpha} \sin \alpha = 0 \quad (2.62)$$

$$-c\dot{\delta} \sin \delta \cos \phi - b\dot{\alpha} \sin \phi \cos \alpha + c\dot{\delta} \sin \phi \cos \delta + b\dot{\alpha} \sin \alpha \cos \phi = 0 \quad (2.63)$$

$$b\dot{\alpha} (\sin \alpha \cos \phi - \sin \phi \cos \alpha) - c\dot{\delta} (\sin \delta \cos \phi - \sin \phi \cos \delta) = 0 \quad (2.64)$$

$$b\dot{\alpha} \sin(\alpha - \phi) - c\dot{\delta} \sin(\delta - \phi) = 0 \quad (2.65)$$

$$\dot{\delta} = \dot{\alpha} \frac{b \sin(\alpha - \phi)}{c \sin(\delta - \phi)} \quad (2.66)$$

Ottenuto $\dot{\delta}$ si può ricavare $\dot{\phi}$ risolvendo l'equazione esplicita (2.61).

Accelerazione

Derivando ancora una volta rispetto al tempo le equazioni di chiusura si ottengono gli andamenti delle accelerazioni angolari:

$$\begin{cases} c\ddot{\delta} \cos \delta + e\ddot{\phi} \cos \phi - b\ddot{\alpha} \cos \alpha - c\dot{\delta}^2 \sin \delta - e\dot{\phi}^2 \sin \phi + b\dot{\alpha}^2 \sin \alpha = 0 \\ -c\ddot{\delta} \sin \delta - e\ddot{\phi} \sin \phi + b\ddot{\alpha} \sin \alpha - c\dot{\delta}^2 \cos \delta - e\dot{\phi}^2 \cos \phi + b\dot{\alpha}^2 \cos \alpha = 0 \end{cases} \quad (2.67)$$

In forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} c \cos \delta & e \cos \phi \\ c \sin \delta & e \sin \phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\delta} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b \cos \alpha \\ b \sin \alpha \end{Bmatrix} \ddot{\alpha} + \begin{Bmatrix} c \sin \delta \\ -c \cos \delta \end{Bmatrix} \dot{\delta}^2 + \begin{Bmatrix} e \sin \phi \\ -e \cos \phi \end{Bmatrix} \dot{\phi}^2 + \begin{Bmatrix} -b \sin \alpha \\ b \cos \alpha \end{Bmatrix} \dot{\alpha}^2 \quad (2.68)$$

Dalla prima equazione si ottiene:

$$\ddot{\phi} = \frac{(-c\ddot{\delta} \cos \delta + b\ddot{\alpha} \cos \alpha + c\dot{\delta}^2 \sin \delta + e\dot{\phi}^2 \sin \phi - b\dot{\alpha}^2 \sin \alpha)}{e \cos \phi}$$

Sostituendo nella seconda:

$$\frac{\sin \phi}{\cos \phi} (c\ddot{\delta} \cos \delta - b\ddot{\alpha} \cos \alpha - c\dot{\delta}^2 \sin \delta - e\dot{\phi}^2 \sin \phi + b\dot{\alpha}^2 \sin \alpha) + \quad (2.69)$$

$$+ b\ddot{\alpha} \sin \alpha - c\ddot{\delta} \sin \delta - c\dot{\delta}^2 \cos \delta - e\dot{\phi}^2 \cos \phi + b\dot{\alpha} \cos \alpha = 0$$

$$\begin{aligned} & -c\ddot{\delta} \sin \delta \cos \phi + c\ddot{\delta} \cos \delta \sin \phi - b\ddot{\alpha} \cos \alpha \sin \phi - c\dot{\delta}^2 \sin \delta \sin \phi - e\dot{\phi}^2 \sin \phi^2 + \\ & + b\dot{\alpha}^2 \sin \alpha \sin \phi + b\ddot{\alpha} \sin \alpha \cos \phi - c\dot{\delta}^2 \cos \delta \cos \phi - e\dot{\phi}^2 \cos \phi^2 + b\dot{\alpha} \cos \alpha \cos \phi = 0 \end{aligned} \quad (2.70)$$

Sapendo che:

$$\begin{cases} \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 - \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 = \sin(\alpha_1 - \alpha_2) \\ \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 = \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \end{cases} \quad (2.71)$$

Si ottiene:

$$c\ddot{\delta} \sin(\phi - \delta) + b\ddot{\alpha} \sin(\alpha - \phi) + b\dot{\alpha}^2 \cos(\alpha - \phi) - c\dot{\delta}^2 \cos(\phi - \delta) - e\dot{\phi}^2 = 0 \quad (2.72)$$

$$\ddot{\delta} = \frac{-b\ddot{\alpha} \sin(\alpha - \phi) - b\dot{\alpha}^2 \cos(\alpha - \phi) + c\dot{\delta}^2 \cos(\phi - \delta) + e\dot{\phi}^2}{c \sin(\phi - \delta)} \quad (2.73)$$

Risultati

Si utilizzano come dati gli andamenti di posizione, velocità ed accelerazioni angolari di α ottenuti dalle equazioni di chiusura precedenti; i valori delle posizioni, delle velocità e delle accelerazioni angolari di ϕ e δ ottenuti dalla risoluzione in forma chiusa delle equazioni di chiusura sono riportati nel grafico in figura 2.16.

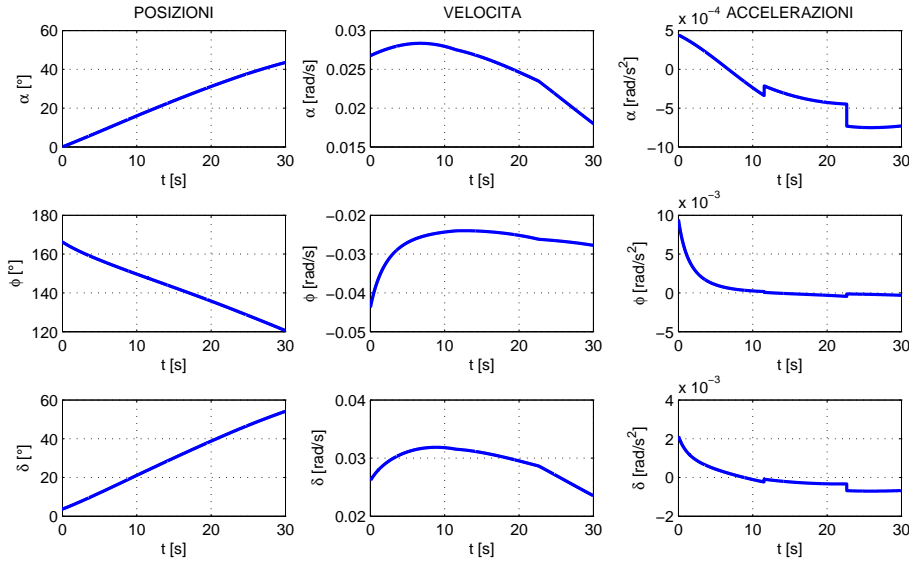


Figura 2.16: Andamenti di α , ϕ e δ .

2.2.4 Altre grandezze caratteristiche

Si considerano ora le coordinate della testa del pantografo; le posizioni verticale ed orizzontale rispetto al sistema di riferimento descritto nel paragrafo 2.1.2 possono essere definite dalle relazioni:

$$\begin{cases} x_{testa} = b \cos \alpha + d \cos \gamma \\ y_{testa} = b \sin \alpha + d \sin \gamma \end{cases} \quad (2.74)$$

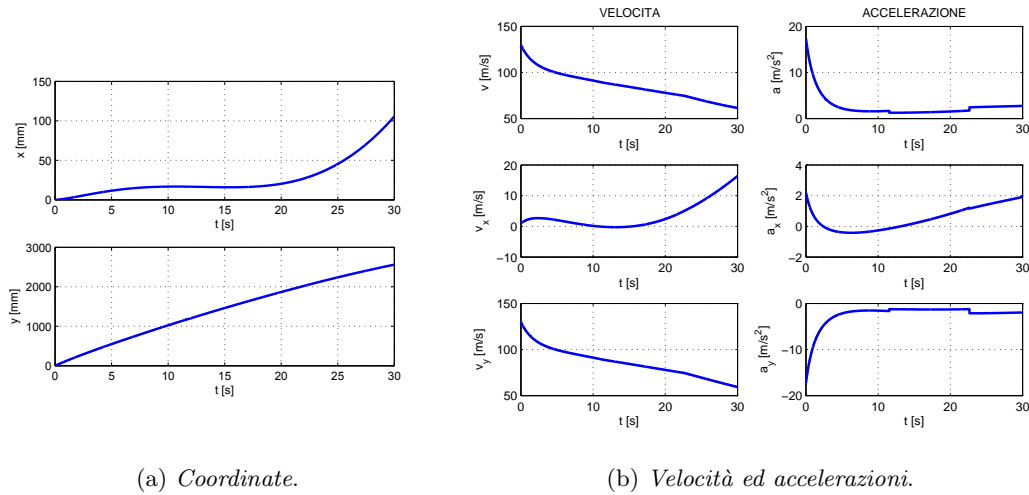
per passare a velocità ed accelerazione si derivano una e due volte le componenti della posizione:

$$\begin{cases} \dot{x}_{testa} = -\dot{\alpha}b \sin \alpha - \dot{\gamma}d \sin \gamma \\ \dot{y}_{testa} = \dot{\alpha}b \cos \alpha + \dot{\gamma}d \cos \gamma \\ \ddot{x}_{testa} = -\ddot{\alpha}b \sin \alpha - \ddot{\gamma}d \sin \gamma - \dot{\alpha}^2 b \cos \alpha - \dot{\gamma}^2 d \cos \gamma \\ \ddot{y}_{testa} = \ddot{\alpha}b \cos \alpha + \ddot{\gamma}d \cos \gamma - \dot{\alpha}^2 b \sin \alpha - \dot{\gamma}^2 d \sin \gamma \end{cases} \quad (2.75)$$

per trovare i loro valori assoluti si utilizzerà il teorema di pitagora:

$$\begin{cases} v_{testa} = \sqrt{\dot{x}_{testa}^2 + \dot{y}_{testa}^2} \\ a_{testa} = \sqrt{\ddot{x}_{testa}^2 + \ddot{y}_{testa}^2} \end{cases} \quad (2.76)$$

In figura 2.17a vengono mostrate le due coordinate orizzontale (x) e verticale (y) mentre in figura 2.17b si mostrano le velocità e le accelerazioni, nelle due direzioni e quelle assolute.



(a) Coordinate.

(b) Velocità ed accelerazioni.

Figura 2.17: Testa del pantografo.

A questo punto si vogliono studiare i legami tra l'altezza della testa e le grandezze che vengono imposte al pantografo; in questo caso viene imposta la pressione alla molla ad aria che quindi varia la sua lunghezza ed, attraverso il quadrilatero inferiore e la camma, impone l'angolo α al quadrilatero superiore; quest'ultimo trasforma il moto rotatorio che gli viene imposto nello spostamento verticale della testa del pantografo; a questo proposito nel grafico di figura 2.18 si mostra l'andamento della quota verticale della testa del pantografo rispetto alla lunghezza della molla.

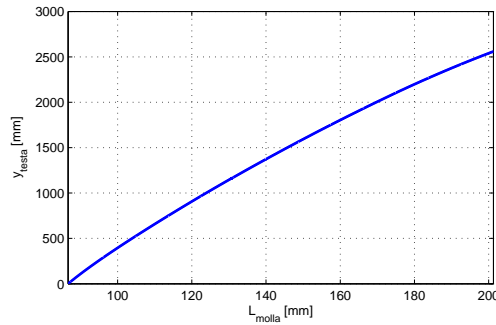


Figura 2.18: Altezza del quadro.

Si considera ora l'angolo di pressione della camma; che nella figura 2.19 è indicato con ϑ_c . Come si osserva dalla figura ϑ_c dipende dall'angolo χ_i e σ . Come si nota dalle figure 2.19a e 2.19b la sua espressione cambia a seconda dell'arco di circonferenza su cui agisce la rotella; in particolare si può calcolare l'angolo di pressione come:

$$\begin{cases} \vartheta_c = \chi_i - (\sigma - \frac{\pi}{2}) = \chi_i - \sigma + \frac{\pi}{2} & \text{per l'arco 2} \\ \vartheta_c = \chi_i - \pi - (\sigma - \frac{\pi}{2}) = \chi_i - \sigma - \frac{\pi}{2} & \text{per gli archi 1 e 3} \end{cases} \quad (2.77)$$

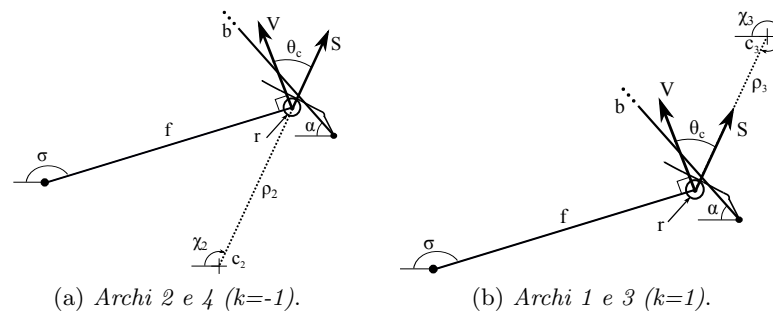


Figura 2.19: Schema angolo di pressione della camma.

Questa relazione può quindi essere riscritta come:

$$\vartheta_c = \chi_i - \sigma + k \frac{\pi}{2} \quad \text{dove } k = 1 \text{ per l'arco 2 e } k = -1 \text{ per gli archi 1 e 3} \quad (2.78)$$

il risultato di questo calcolo è mostrato in figura 2.20 utilizzando come riferimento la quota verticale della testa.

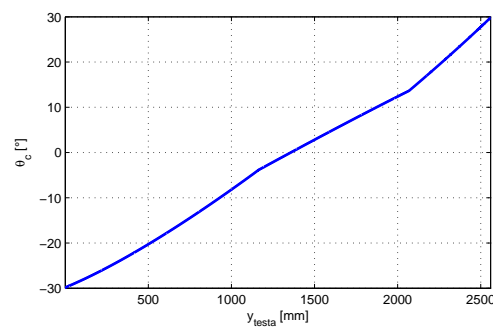


Figura 2.20: Andamento angolo di pressione della camma.

Considerando il quadrilatero superiore, si mostra in figura 2.21a la posizione dell'angolo di trasmissione, indicato con μ_s . L'angolo di trasmissione può essere ricavato

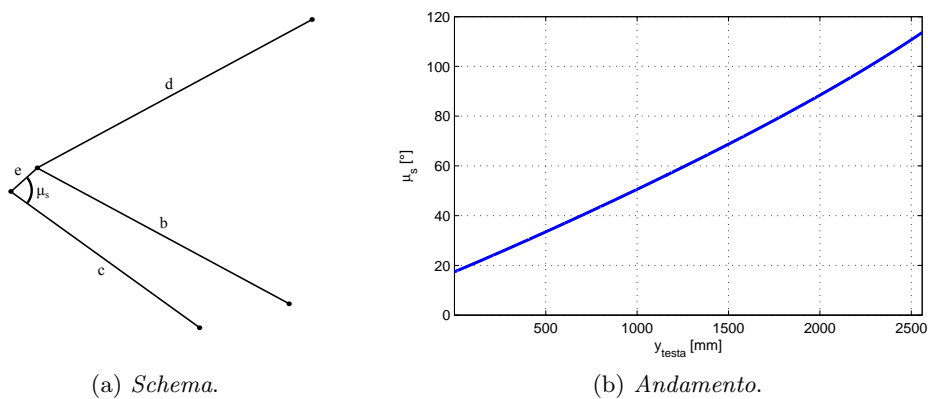


Figura 2.21: Angolo di trasmissione del quadrilatero superiore.

dagli angoli δ e ϕ attraverso la relazione $\mu_s = \delta - \phi + \phi$; il risultato ottenuto è mostrato in figura 2.21b, sempre in rapporto all'altezza della testa.

A questo punto siamo in grado di rappresentare l'andamento del rapporto di trasmissione del pantografo completo; considerando le due diverse direzioni di movimento del quadro (verticale e orizzontale), i rapporti di trasmissione saranno definiti come:

$$\tau_y = \frac{dy_{\text{quadro}}/dt}{dL_{\text{molla}}/dt} = \frac{dy_{\text{quadro}}}{dL_{\text{molla}}} \quad \tau_x = \frac{dx_{\text{quadro}}/dt}{dL_{\text{molla}}/dt} = \frac{dx_{\text{quadro}}}{dL_{\text{molla}}} \quad (2.79)$$

In figura 2.22 si mostrano gli andamenti ottenuti per i rapporti di trasmissione nelle due direzioni.

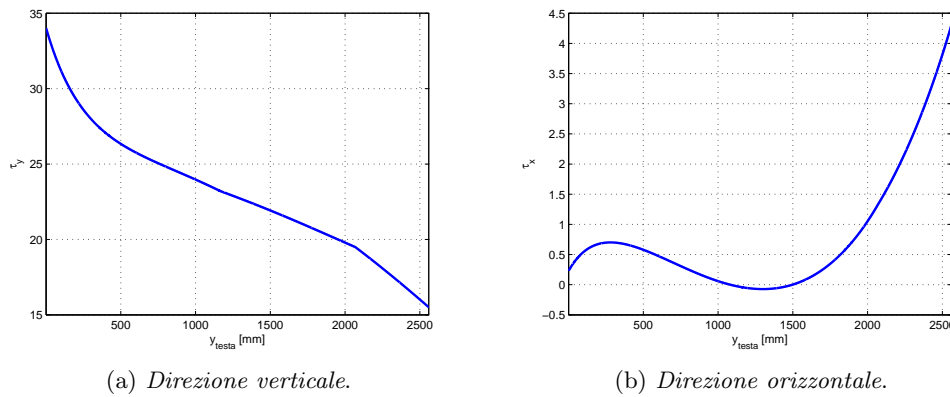


Figura 2.22: Rapporti di trasmissione.

Di maggiore interesse è il rapporto di trasmissione in direzione verticale che sarà oggetto di studio nel capitolo successivo; in particolare ci si focalizzerà sull'andamento del rapporto di trasmissione all'interno della zona di lavoro; a questo scopo si mostra in figura 2.23 l'andamento del rapporto di trasmissione verticale (sulle ascisse) in riferimento all'altezza del quadro (sulle ordinate); all'interno del grafico sono rappresentate la quota di lavoro standard e la zona di lavoro ammissibile come erano state definite nel paragrafo 2.1.2.

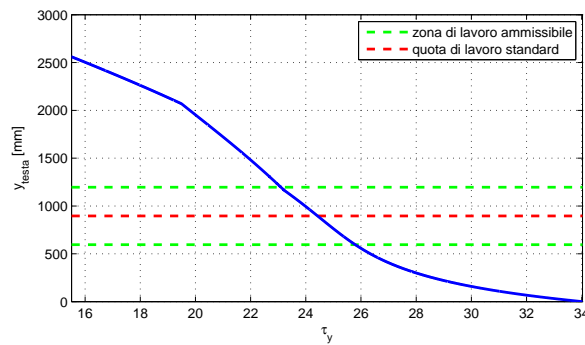


Figura 2.23: Andamento rapporto di trasmissione e quota di lavoro.

2.3 Analisi cinetostatica

Si vuole effettuare un'analisi cinetostatica del pantografo ATR95; in particolare si vuole arrivare alla definizione del profilo di forza da fornire alla molla ad aria del pantografo per sollevarlo (portare il quadro per il collegamento con la catenaria dalla minima alla massima quota in altezza); in questo caso dunque le forze che entrano in gioco come resistenti sui cedenti saranno i pesi propri dei componenti del pantografo (oltre al quadro).

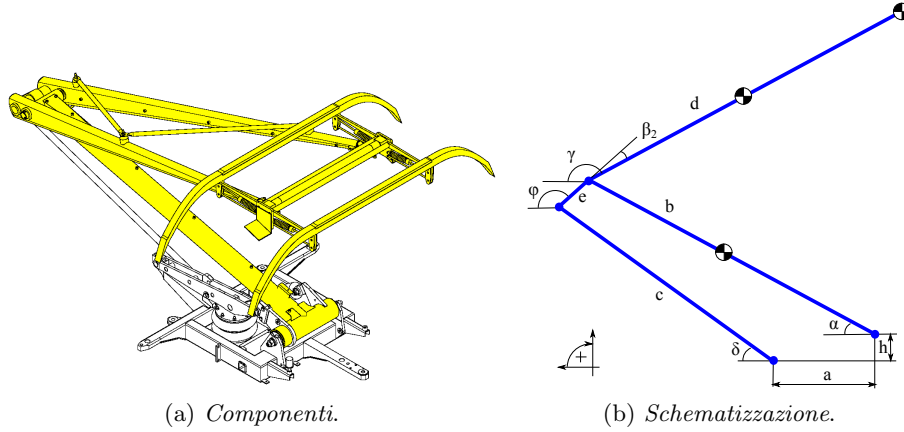


Figura 2.24: Masse d'interesse nell'analisi cinetostatica.

In riferimento alla figura 2.24 i componenti più pesanti del pantografo risultano essere il movente del quadrilatero superiore (asta b), il trapezio di sostegno del quadro (asta d) ed il quadro (estremità libera dell'asta d); le masse sono state ricavate dai modelli ad elementi finiti di *ABAQUS* e dal modello 3D completo fornitomi (e contenuto in un file **.stp*) e risultano essere:

$$m_b = 22,68 \text{ kg} \quad m_d = 16,17 \text{ kg} \quad m_q = 14,58 \text{ kg}$$

Il vettore delle coordinate relative allo spazio di lavoro (cioè le coordinate cartesiane corrispondenti alle posizioni dell'*end effector*) sarà quindi rappresentato dalle quote verticali dei baricentri di tali componenti (mostrati in figura 2.24b) e sarà dunque definito come:

$$\bar{S} = [y_b, y_d, y_q]^T \quad (2.80)$$

Essendo invece presente un unico attuatore (la molla ad'aria) l'unica coordinata relativa allo spazio dei giunti è L e quindi si può scrivere:

$$\bar{Q} = L \quad (2.81)$$

Tra coordinate nello spazio dei giunti e di lavoro esiste un legame del tipo:

$$\bar{S} = F(\bar{Q}) \quad (2.82)$$

Derivando rispetto al tempo questa relazione si ottiene il legame fra le velocità dello spazio dei giunti e quelle dello spazio di lavoro:

$$\frac{d}{dt}(\bar{S}) = \dot{\bar{S}} = \frac{d}{dt}F(\bar{Q}) \Rightarrow \dot{\bar{S}} = J\dot{\bar{Q}} \quad (2.83)$$

Dove i vettori delle velocità sono definiti come:

$$\dot{\vec{S}} = [\dot{y}_b, \dot{y}_d, \dot{y}_q]^T; \quad \dot{\vec{Q}} = \dot{L} \quad (2.84)$$

A questo punto è quindi necessario definire la matrice Jacobiana J che rappresenta il rapporto di trasmissione generalizzato; per fare ciò teniamo presenti i legami tra le velocità del pantografo (in forma matriciale) ottenuti dalle equazioni di chiusura (equazioni (2.12), (2.38), (2.60)):

$$\underbrace{\begin{bmatrix} L \cos \vartheta & -p \cos \sigma' \\ -L \sin \vartheta & p \sin \sigma' \end{bmatrix}}_{[A]} \underbrace{\begin{Bmatrix} \dot{\vartheta} \\ \dot{\sigma}' \end{Bmatrix}}_{[B]} = - \underbrace{\begin{Bmatrix} \sin \vartheta \\ \cos \vartheta \end{Bmatrix}}_{[B]} \dot{L} \quad (2.85)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} k_i \cos \alpha_{i,eq} & \rho_i \cos \chi_i \\ k_i \sin \alpha_{i,eq} & \rho_i \sin \chi_i \end{bmatrix}}_{[C]} \underbrace{\begin{Bmatrix} \dot{\alpha}_{i,eq} \\ \dot{\chi}_i \end{Bmatrix}}_{[D]} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & f \cos \sigma \\ 0 & f \sin \sigma \end{bmatrix}}_{[D]} \underbrace{\begin{Bmatrix} \dot{\vartheta} \\ \dot{\sigma} \end{Bmatrix}}_{[D]} \quad (2.86)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} c \cos \delta & e \cos \phi \\ c \sin \delta & e \sin \phi \end{bmatrix}}_{[E]} \underbrace{\begin{Bmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix}}_{[F]} = \underbrace{\begin{bmatrix} b \cos \alpha & 0 \\ b \sin \alpha & 0 \end{bmatrix}}_{[F]} \underbrace{\begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\chi}_i \end{Bmatrix}}_{[F]} \quad (2.87)$$

Sostituendo le varie espressioni si possono esprimere tutte le velocità dipendenti in funzione dell'unica variabile indipendente \dot{L} ; inoltre si ricorda che $\dot{\alpha}_{i,eq} = \dot{\alpha}$ e quindi è possibile sostituire:

$$[A] \begin{Bmatrix} \dot{\vartheta} \\ \dot{\sigma} \end{Bmatrix} = [B] \dot{L} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \dot{\vartheta} \\ \dot{\sigma} \end{Bmatrix} = [A]^{-1} [B] \dot{L} \quad (2.88)$$

$$[C] \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\chi}_i \end{Bmatrix} = [D] \begin{Bmatrix} \dot{\vartheta} \\ \dot{\sigma} \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\chi}_i \end{Bmatrix} = [C]^{-1} [D] \begin{Bmatrix} \dot{\vartheta} \\ \dot{\sigma} \end{Bmatrix} = [C]^{-1} [D] [A]^{-1} [B] \dot{L} \quad (2.89)$$

$$\begin{aligned} [E] \begin{Bmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} &= [F] \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\chi}_i \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} = [E]^{-1} [F] \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\chi}_i \end{Bmatrix} = \\ &= [E]^{-1} [F] [C]^{-1} [D] \begin{Bmatrix} \dot{\vartheta} \\ \dot{\sigma} \end{Bmatrix} = \end{aligned} \quad (2.90)$$

$$= [E]^{-1} [F] [C]^{-1} [D] [A]^{-1} [B] \dot{L}$$

Sono quindi noti i legami tra la velocità della coordinata indipendente del pantografo (\dot{L}) e le velocità delle coordinate dipendenti ($\dot{\vartheta}$, $\dot{\sigma}$, $\dot{\alpha}_{i,eq}$, $\dot{\chi}_i$, $\dot{\alpha}$, $\dot{\delta}$, $\dot{\phi}$); ora bisogna definire i legami tra le coordinate nello spazio di lavoro e le coordinate dipendenti; con riferimento alla figura 2.24b dove sono indicati i baricentri dei componenti più pesanti, le posizioni sono definite dalle seguenti relazioni:

$$\begin{cases} y_b = h + \frac{b}{2} \sin \alpha \\ y_d = h + b \sin \alpha + \frac{d}{2} \sin \gamma \\ y_q = h + b \sin \alpha + d \sin \gamma \end{cases} \quad (2.91)$$

Derivando rispetto al tempo:

$$\begin{cases} \dot{y}_b = \frac{b}{2} \dot{\alpha} \cos \alpha \\ \dot{y}_d = b \dot{\alpha} \cos \alpha + \frac{d}{2} \dot{\gamma} \cos \gamma = b \dot{\alpha} \cos \alpha + \frac{d}{2} \dot{\phi} \cos \gamma \\ \dot{y}_q = b \dot{\alpha} \cos \alpha + d \dot{\gamma} \cos \gamma = b \dot{\alpha} \cos \alpha + d \dot{\phi} \cos \gamma \end{cases} \quad (2.92)$$

Scrivendo le relazioni ottenute in forma matriciale:

$$\dot{\vec{S}} = \begin{Bmatrix} \dot{y}_b \\ \dot{y}_d \\ \dot{y}_q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{b}{2} \cos \alpha \\ b \cos \alpha \\ b \cos \alpha \end{Bmatrix} \dot{\alpha} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{d}{2} \cos \gamma \\ d \cos \gamma \end{Bmatrix} \dot{\phi} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{b}{2} \cos \alpha & 0 \\ b \cos \alpha & 0 \\ b \cos \alpha & 0 \end{bmatrix}}_{[G]} \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{d}{2} \cos \gamma \\ 0 & d \cos \gamma \end{bmatrix}}_{[H]} \begin{Bmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} \quad (2.93)$$

Sostituendo le espressioni delle variabili dipendenti ottenute dalle equazioni (2.88), (2.89) e (2.90) si arriva all'espressione:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{S}} &= [\dot{y}_b \quad \dot{y}_d \quad \dot{y}_q]^T = [G] \dot{\alpha} + [H] \begin{Bmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} = \left([G] + [H] [E]^{-1} [F] \right) \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\chi}_i \end{Bmatrix} = \\ &= \left([G] + [H] [E]^{-1} [F] \right) [C]^{-1} [D] [A]^{-1} [B] \dot{L} = J \dot{\vec{Q}} \end{aligned} \quad (2.94)$$

L'espressione dello Jacobiano risulta quindi:

$$J = \left([G] + [H] [E]^{-1} [F] \right) [C]^{-1} [D] [A]^{-1} [B] \quad (2.95)$$

Si definiscono ora il vettore delle forze applicate al movente (\vec{F}_q) e il vettore delle forze (resistenti) applicate al cedente (\vec{F}_s):

$$\vec{F}_s = [F_b \quad F_d \quad F_q]^T; \quad \vec{F}_q = F_{molla} \quad (2.96)$$

Dove:

$$\begin{cases} F_b = -m_b g \\ F_d = -m_d g \\ F_q = -m_q g \end{cases} \quad (2.97)$$

e F_{molla} è l'incognita del problema, cioè la forza che dovrà esercitare la molla ad aria per sollevare il pantografo. Si può ora scrivere il bilancio di potenze per le forze considerate come:

$$\begin{cases} \dot{\vec{S}}^T \vec{F}_s + \dot{\vec{Q}}^T \vec{F}_q = 0 \\ \dot{\vec{S}} = J \dot{\vec{Q}} \Rightarrow \dot{\vec{S}}^T = J^T \dot{\vec{Q}}^T \end{cases} \quad (2.98)$$

Da cui si ricava:

$$J^T \dot{\vec{Q}}^T \vec{F}_s + \dot{\vec{Q}}^T \vec{F}_q = 0 \Rightarrow J^T \vec{F}_s + \vec{F}_q = 0 \Rightarrow \vec{F}_q = -J^T \vec{F}_s \quad (2.99)$$

A questo punto si può facilmente calcolare F_{molla} svolgendo i calcoli a destra dell'uguale; inserendo in *Matlab* i dati relativi a pesi, misure e andamento dello Jacobiano si

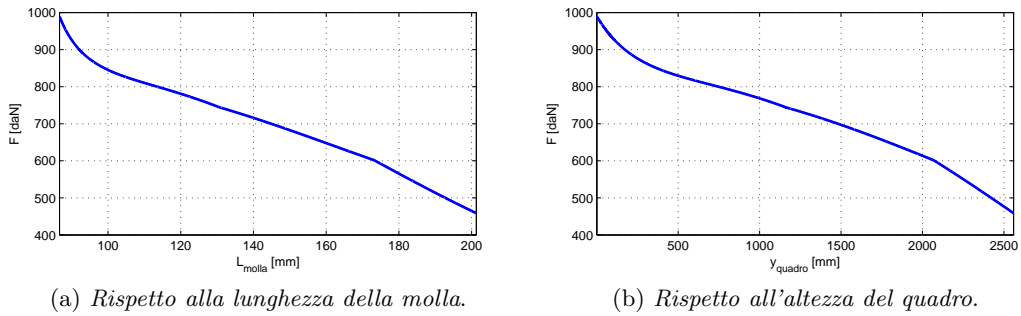


Figura 2.25: Forza di sollevamento.

ottengono gli andamenti della forza di sollevamento in figura 2.25 (rispetto a lunghezza della molla ad'aria e quota del quadro mostrati).

Anche in questo caso, come per il rapporto di trasmissione nel paragrafo 2.2.4, è utile, ai fini del capitolo successivo, mostrare l'andamento della forza in funzione dell'altezza del quadro soprattutto nella zona di lavoro ammissibile; a questo scopo si mostra la figura 2.26.

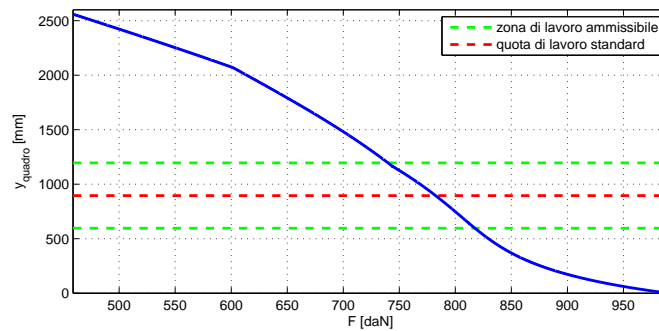


Figura 2.26: Andamento forza della molla e quota di lavoro.

A questo punto si vuole ricavare direttamente la pressione da imporre alla molla per ottenere la forza che si desidera applicare al pantografo; la caratteristica della molla viene fornita tramite una tabella (mostrata in figura 2.27) in cui i valori di forza

TABELLA CARICHI [daN]							
Altezza molla	Pressione [MPa]						
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
265		60	90	130	200	280	320
260		80	130	180	280	360	440
240		160	280	400	540	670	800
220		280	440	600	760	940	1120
200		360	560	760	960	1160	1380
180		430	660	890	1120	1370	1610
160		480	740	1000	1270	1530	1800
140		520	800	1080	1380	1670	1960
120		580	880	1200	1520	1830	2140
100		630	960	1290	1640	1980	2320
80		660	1020	1360	1720	2080	2440
70		680	1040	1400	1760	2120	2480

Figura 2.27: Tabella dei carichi della molla ad'aria.

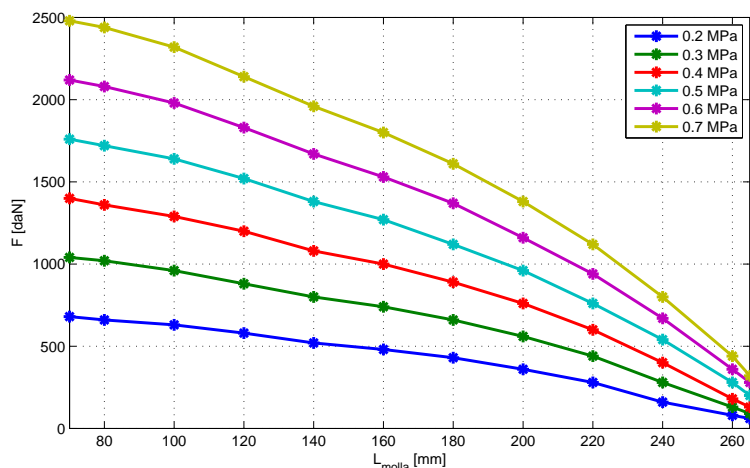


Figura 2.28: Caratteristica della molla ad'aria.

esercitati sono espressi in riferimento di altezza e pressione della molla; si conoscono i dati di forza richiesta ad una determinata altezza ed in base a questi si otterranno i valori di pressione per interpolazione.

Dalla tabella si può disegnare un grafico ponendo sull'asse delle ascisse i valori di altezza della molla e su quello delle ordinate i valori di forza; si otterranno delle curve parametrizzate rispetto alla pressione; in figura 2.28 viene mostrato il grafico descritto in precedenza in cui i punti ricavati dalla tabella sono indicati con degli asterischi. All'interno di questo grafico è possibile inserire il profilo di forza richiesto alla molla in funzione della sua lunghezza; limitando il *range* considerato al campo di lavoro della molla si ottiene l'andamento mostrato in figura 2.29.

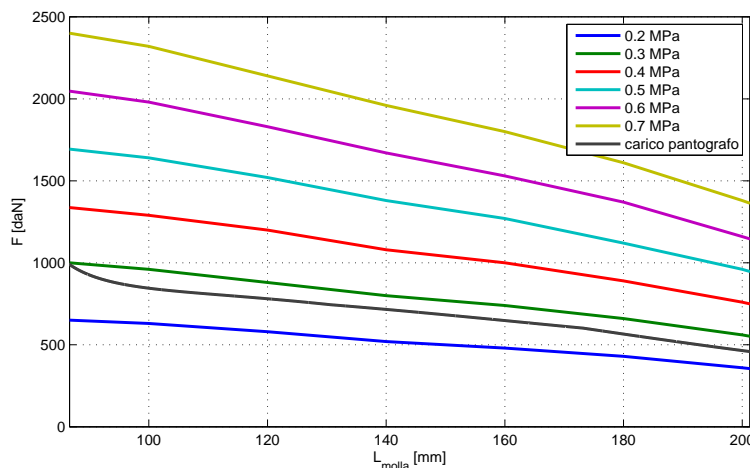


Figura 2.29: Caratteristica della molla e carico del pantografo.

Ora per ricavare l'andamento della pressione da fornire alla molla si procede confrontando le curve parametriche della caratteristica con il profilo di carico da fornire

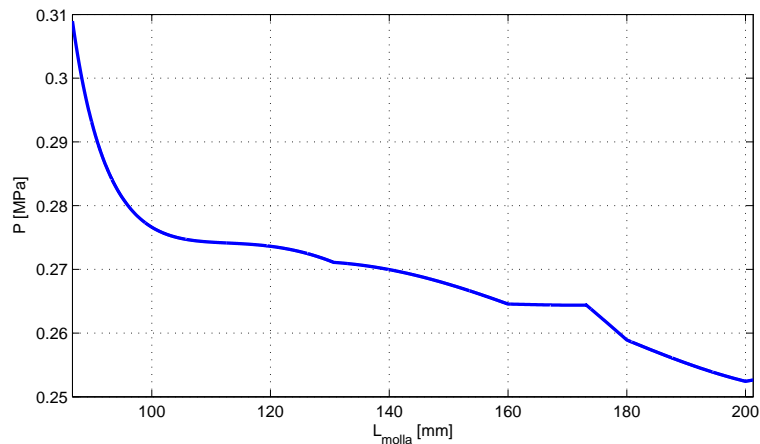


Figura 2.30: Pressione della molla rispetto alla sua lunghezza durante il sollevamento.

alla molla; per ogni altezza della molla considerata (in questo caso 1000 punti) si calcolano le forze esercitate alle varie pressioni per interpolazione lineare tra i punti della tabella; confrontando queste forze con la forza richiesta alla stessa altezza della molla si ottiene (sempre per interpolazione lineare) la pressione da imporre per ottenere il profilo di carico desiderato durante il sollevamento; i risultati di questo procedimento sono riportati in figura 2.30 in funzione della lunghezza della molla; da notare come la caratteristica della molla ad aria ha deformato il ciclo di carico della molla che passando da forza a pressione diventa molto meno regolare (si confronti la figura 2.30 con l'andamento della forza rispetto alla lunghezza della molla 2.25a).

È possibile inoltre mostrare i valori di pressione richiesta in base all'altezza del quadro; a questo proposito in figura 2.31 sono indicati due punti ottenuti sperimentalmente che rappresentano due valori di pressione: il primo, a quota 0, corrisponde al valore di pressione che applicata al pantografo chiuso lo fa alzare (il pantografo si alza fino ad incontrare la catenaria); partendo da tale pressione (quindi con il pantografo a quota di lavoro) e diminuendola gradualmente, la pressione alla quale il pantografo si abbassa, fino a chiudersi, è rappresentata dal secondo punto sperimentale (alla quota di lavoro standard). Come per la forza di sollevamento e per il rapporto di trasmissione si vuole rappresentare l'andamento della pressione della molla ad'aria (sull'asse delle ascisse) in funzione dell'altezza del quadro (sull'asse delle ordinate) e contemporaneamente evidenziare la zona di lavoro; a tale scopo si noti la figura 2.32.

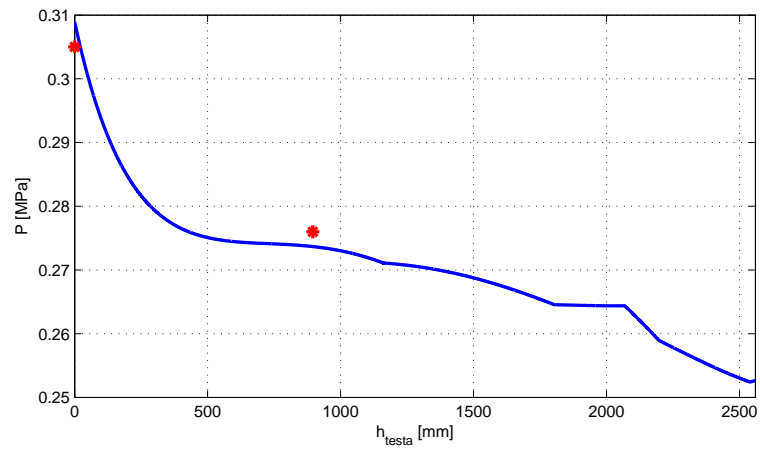


Figura 2.31: Pressione della molla rispetto all'altezza del quadro e punti sperimentali.

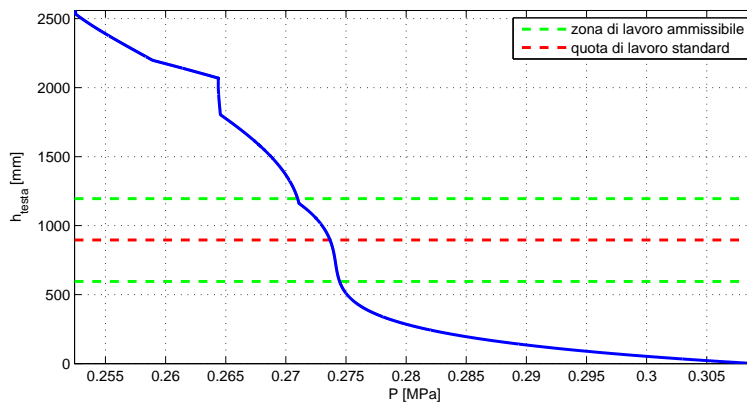


Figura 2.32: Pressione della molla e zona di lavoro.

CAPITOLO 3

OTTIMIZZAZIONE MECCANISMO DI SOLLEVAMENTO

3.1 Impostazione del problema

In questo capitolo si andrà a studiare una modifica al sistema di attuazione del pantografo ATR95.

Il sistema attuale prevede che la forza per il sollevamento del pantografo sia fornita dalla molla ad aria; in effetti la molla sostiene tutto il carico del pantografo (secondo le equazioni mostrate nel capitolo 2) quindi dalla sua rigidità dipenderà la posizione di equilibrio alla quale il sistema si assesterà; il suo corretto funzionamento prevede quindi che la pressione applicata le fornisca una rigidità sufficiente a portare la testa del pantografo all'altezza della catenaria e che sia in grado di fornire agli striscianti una certa forza di contatto contro il cavo della catenaria stessa. Una volta fornita la pressione in questione la molla ad aria, mantenendo il pantografo nella posizione desiderata durante la marcia, si comporta da isolatore di vibrazioni.

Il problema di questa configurazione del sistema sta nel fatto che risulta di difficile applicazione un sistema di controllo elettronico della dinamica, per le scarse caratteristiche come sistema di attuazione attivo della molla ad aria che invece è concepita come uno strumento (passivo) di isolamento di vibrazioni; il controllo attivo della dinamica del pantografo si potrebbe rivelare una soluzione valida per gli attuali problemi della captazione di corrente sui moderni treni ad alta velocità.

Per questo motivo nel presente capitolo si vogliono studiare delle soluzioni per eliminare dal sistema la molla ad aria e l'ammortizzatore per sostituirli con un cilindro pneumatico che si presta in modo decisamente migliore al controllo elettronico e quindi fornirà un sistema di attuazione adatto per predisporre un controllo della dinamica; in quest'ottica l'unica parte del pantografo che resterà inalterata, tra quelle studiate nel capitolo 2, è il quadrilatero superiore, descritto nel paragrafo 2.2.3, mentre quadrilatero inferiore e camma verranno sostituiti da un nuovo meccanismo di sollevamento comprendente il cilindro pneumatico.

Il problema sta nella scelta e nel posizionamento dell'attuatore: si cercherà di individuare un cilindro pneumatico adatto al lavoro da svolgere in base a forza e corsa ammissibili e di inserirlo in un meccanismo che ne ottimizzi l'impiego. Per fare ciò verranno testate diverse soluzioni di sistemi articolati che vengono ottimizzate grazie alla funzione *Matlab* denominata *fmincon* (function minimum constrained); tale funzione prende in ingresso i parametri caratteristici del meccanismo (lunghezze delle aste, fasi iniziali degli angoli) e cerca di ottimizzarli rispetto ad una certa funzione obiettivo;

l'ottimizzazione può essere svolta tenendo conto di limitazioni ai valori testati, vincoli lineari e non tra i parametri ed una serie di opzioni selezionabili (tolleranza, iterazioni massime...); da notare che *fmincon* è una funzione di ottimizzazione generale che in questo caso viene applicata a sistemi articolati.

3.2 Svlgimento dell'ottimizzazione

Il lavoro di ottimizzazione prevede di scegliere diverse soluzioni per il meccanismo di sollevamento ed, attraverso la funzione *fmincon* di *Matlab*, di ottimizzarle in base alla funzione obiettivo; verrà quindi utilizzato il meccanismo che, ottimizzato, darà i migliori risultati.

La funzione *fmincon* ha però bisogno di diverse altre funzioni accessorie delle quali è opportuno fornire alcune informazioni; innanzitutto bisognerà realizzare per ogni meccanismo testato una funzione che prenda in ingresso il vettore contenente i parametri da ottimizzare (che chiameremo X) ed, una volta risolte tutte le equazioni necessarie, restituisca tutti i risultati interessanti ai fini dell'ottimizzazione come rapporto di trasmissione, forza di sollevamento e andamenti degli angoli del meccanismo; tale function (che possiamo definire di soluzione del meccanismo) conterrà quindi tutte le equazioni cinematiche e cinetostatiche del pantografo con il nuovo meccanismo di sollevamento e varrà lanciata all'interno, ad esempio, delle function contenenti funzione obiettivo e vincoli (che in ingresso accettano necessariamente solo il vettore X); la funzione obiettivo rappresentando appunto l'obiettivo dell'ottimizzazione sarà la stessa per tutti i meccanismi da testare mentre i vincoli saranno in parte condivisi tra tutte le soluzioni ed in parte specifici; il programma è completato dall'impostazione dei valori iniziali per i parametri di ottimizzazione (da verificare visto che *fmincon* individua minimi locali e quindi il minimo può variare a seconda dei valori iniziali) e dei limiti superiori ed inferiori raggiungibili da tali parametri, entrambi da valutare ad hoc per ogni meccanismo; è inoltre necessario predisporre una funzione per la visualizzazione dei risultati ed impostare le opzioni dell'ottimizzazione (comuni per tutti i meccanismi); in questo paragrafo si descriveranno le parti di programma comuni per tutti i meccanismi mentre nel paragrafo successivo si mostreranno le migliori soluzioni di meccanismi di sollevamento testati e con essi le parti di programma specifiche per ognuno.

3.2.1 Funzione obiettivo

Si è scelto come obiettivo dell'ottimizzazione di rendere il rapporto di trasmissione del nuovo meccanismo di sollevamento il più simile possibile a quello del meccanismo originale del pantografo ATR95 nella zona di lavoro standard del pantografo stesso; si tratterà quindi di minimizzare, a parità di altezza del quadro, la differenza tra il nuovo rapporto di trasmissione e quello originale nella zona di lavoro specificata nel paragrafo 2.1.2; non è detto tale scelta sia la migliore in assoluto per la progettazione di un nuovo meccanismo di sollevamento ma non avendo specifiche di progetto da rispettare si è optato per ricalcare la grandezza più caratteristica e riassuntiva dell'insieme dei meccanismi che compongono il pantografo; successivamente si potrà modificare la funzione obiettivo per muoversi con l'ottimizzazione in altre direzioni.

La funzione obiettivo va definita in una function separata da passare a *fmincon*; tale funzione deve accettare come ingresso il vettore contenente i parametri dell'ottimizzazione (X) e restituire il valore della funzione obiettivo (da minimizzare); per

questo motivo all'interno della function si dovrà lanciare la funzione di soluzione del meccanismo così da passare dal vettore X ai valori necessari per valutare la funzione obiettivo, in particolare il rapporto di trasmissione.

I risultati ottenuti andranno confrontati con quelli relativi al pantografo originale il cui procedimento di calcolo è descritto nel paragrafo 2.2.4; il calcolo del rapporto di trasmissione dei nuovi meccanismi avviene invece sfruttando la forma matriciale delle equazioni di moto; in effetti, in riferimento al paragrafo 2.3, si può calcolare il rapporto di trasmissione attraverso la matrice Jacobiana del sistema (descritta, per il pantografo originale, nelle equazioni dalla (2.85) alla (2.95)); avendo il sistema un attuatore e tre *end effector* tale matrice (chiamata anche rapporto di trasmissione generalizzato) avrà tre righe ed una colonna e, per come è stata definita, la componente della terza riga sarà proprio il rapporto di trasmissione tra il movimento verticale della testa del pantografo e la lunghezza dell'attuatore.

Sempre in riferimento al paragrafo 2.3 la matrice Jacobiana è definita dalla seguente espressione:

$$J = \left([G] + [H] [E]^{-1} [F] \right) [C]^{-1} [D] [A]^{-1} [B] \quad (3.1)$$

I componenti di tale espressione possono essere suddivisi in base alla parte del pantografo da cui derivano; in particolare le matrici A e B derivano dal quadrilatero inferiore, C e D dai meccanismi equivalenti della camma, E ed F dal quadrilatero superiore e G ed H dalla definizione dello spazio di lavoro (che dipende comunque dal quadrilatero superiore); nella definizione del nuovo meccanismo di sollevamento si tiene per buono il solo quadrilatero superiore del pantografo ATR95 e si sostituiscono il quadrilatero inferiore e la camma (meccanismi equivalenti), per questo anche nell'espressione dello Jacobiano si terrà buona la parte che concerne il quadrilatero superiore e si sostituiranno le altre; la nuova espressione avrà quindi la seguente forma:

$$J = \left([G] + [H] [E]^{-1} [F] \right) [X] \quad (3.2)$$

Dove la matrice X varia a seconda del meccanismo testato e quindi la sua espressione verrà mostrata in seguito; da notare che tale matrice dovrà necessariamente rappresentare il seguente legame:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ ? \end{Bmatrix} = [X] \dot{b} \quad (3.3)$$

Dove il punto di domanda sta a significare che il secondo membro del vettore definito dalla matrice X è indifferente ai fini del calcolo (si vedano le espressioni delle matrici G ed F nel paragrafo 2.3) e \dot{b} rappresenta la velocità di allungamento dell'attuatore; i risultati di tale procedimento verranno utilizzati sia per il calcolo del rapporto di trasmissione (e quindi della funzione obiettivo) sia per quello della forza di sollevamento (e quindi dei vincoli).

Ottenuto il rapporto di trasmissione del nuovo meccanismo di sollevamento bisognerà confrontarlo con quello calcolato e salvato in precedenza durante l'analisi cinematica del pantografo (paragrafo 2.2); la function contenente la funzione obiettivo deve quindi calcolare, a parità di altezza del quadro e nella zona di lavoro, la differenza tra i due rapporti di trasmissione punto per punto e restituire la somma di tali errori; *fmincon*, cercando di minimizzare tale differenza, restituirà i parametri dell'ottimizzazione che rendono il rapporto di trasmissione del nuovo meccanismo il più simile possibile a quello originale per il tipo di meccanismo che si sta testando.

Dato che il confronto tra i rapporti di trasmissione va effettuato a parità di altezza del quadro e che il quadrilatero superiore del pantografo resta invariato, si terranno buoni gli andamenti dell'altezza del quadro e degli angoli caratteristici del quadrilatero superiore calcolati e salvati in precedenza e partendo da questi (nella *function* di soluzione del meccanismo) si calcoleranno tutte le altre grandezze; in questo modo tutti gli andamenti (discreti) ottenuti al calcolatore (sia per il pantografo originale che per le modifiche) saranno sempre basati sulla stessa successione di valori del tipo $y_{q,i}$, con $i = 1, \dots, N$ dove N è il numero di punti utilizzato nei calcoli; a questo punto, se chiamiamo k e j gli indici per cui $y_{q,k}$ è pari alla quota minima della zona di lavoro e $y_{q,j}$ a quella massima, le successioni che ci interessano ai fini del calcolo della funzione obiettivo saranno del tipo:

$$\tau_i = \tau(y_{q,i}) \quad \bar{\tau}_i = \bar{\tau}(y_{q,i}) \quad \text{con } i = k, \dots, j \quad (3.4)$$

Dove τ rappresenta il rapporto di trasmissione del pantografo originale e $\bar{\tau}$ quello del pantografo con il meccanismo di sollevamento da testare.

Per arrivare al risultato della funzione obiettivo non resta che calcolare gli errori quadratici punto per punto tra i due rapporti di trasmissione e sommarli tra loro, così da ottenere l'espressione:

$$e = \sum_{i=k}^j (\tau_i - \bar{\tau}_i)^2 \quad (3.5)$$

In questo modo si è ottenuto un indicatore di quanto il rapporto di trasmissione del nuovo meccanismo di sollevamento ricalchi quello del pantografo originale nella zona di lavoro: minore sarà e e più simili saranno gli andamenti dei due a parità di altezza di sollevamento.

3.2.2 Vincoli

La funzione *fmincon* prevede la possibilità di inserire vincoli nell'ottimizzazione sotto forma di equazioni e disequazioni non lineari.

I vincoli vanno inseriti in una *function* da passare a *fmincon*; tale funzione deve accettare in ingresso i parametri dell'ottimizzazione (contenuti in vettore che chiamiamo X) e restituire due vettori, C e C_{eq} , che rappresentano rispettivamente le disequazioni e le equazioni non lineari; *fmincon* minimizzerà la funzione obiettivo rispettando le condizioni $C(X) \leq 0$ e $C_{eq}(X) = 0$; i valori di $C(X)$ e $C_{eq}(X)$ possono avere espressioni complesse e composte da diverse grandezze caratteristiche del pantografo, per questo è utile all'inizio della *function* dei vincoli lanciare la *function* di soluzione del meccanismo così da avere a disposizione tutti i dati necessari alla valutazione delle equazioni e disequazioni non lineari che rappresentano i vincoli.

Per imporre vincoli sulla realizzabilità del sistema è inoltre necessario individuare alcune caratteristiche dell'attuatore utilizzato come alesaggio e corsa ammissibile; tali informazioni vengono ricavate da comuni cataloghi commerciali di cilindri pneumatici e vengono inserite all'interno della *function* contenente i vincoli.

Il primo vincolo che viene preso in esame è quello di forza; la *function* di soluzione del meccanismo, partendo dal vettore X , calcola l'andamento della forza necessaria all'attuatore durante il sollevamento del pantografo; tenendo presente il discorso fatto sulla parte variabile dello Jacobiano nel paragrafo precedente ed il procedimento

descritto nel paragrafo 2.3, l'andamento della forza si può calcolare come:

$$\bar{F}_q = -J^T \bar{F}_s \quad (3.6)$$

Dove:

$$\bar{F}_s = [F_b \quad F_d \quad F_q]^T; \quad \bar{F}_q = F_{SO LL} \quad (3.7)$$

con F_b , F_d ed F_q che rappresentano i pesi dei componenti principali del pantografo (come descritto nel paragrafo 2.3).

Tale forza andrà confrontata con quella disponibile dell'attuatore che deve risultare sempre la maggiore tra le due; la forza disponibile dipende dall'alesaggio e dalla pressione disponibile o sopportabile dal cilindro; nel nostro caso è vincolante la pressione disponibile, minore di quella sopportabile dal cilindro (7 bar disponibili contro i 10 sopportabili); i cataloghi forniscono inoltre le varie possibilità di alesaggio disponibili (da un minimo di 32 mm di diametro ad un massimo di 200); da questi dati si può calcolare la forza disponibile dell'attuatore come:

$$F_{DISP} = A_{MAX} \cdot P_{DISP} = \pi \cdot \frac{ale_{MAX}^2}{4} \cdot P_{DISP} \quad (3.8)$$

dove A_{MAX} è l'area massima possibile del cilindro, P_{DISP} la pressione disponibile e ale_{MAX} il massimo alesaggio possibile. La forza così ottenuta andrà confrontata con l'andamento della forza durante il sollevamento ($F_{SO LL}$, calcolato dalla function di soluzione del meccanismo) ed in particolare con il suo massimo; ricordando la forma che devono assumere i vincoli non lineari ($C(X) \leq 0$ e $C_{eq}(X) = 0$), l'espressione finale del vincolo di forza sarà:

$$C(X) = -F_{DISP} + MAX(F_{SO LL}) \quad (3.9)$$

fmincon considererà quindi il vincolo rispettato se $C(X)$ darà risultato negativo e cioè se la forza disponibile sarà maggiore di quella massima richiesta.

Un altro vincolo fondamentale per ottenere una configurazione di meccanismo realizzabile fisicamente è quello sulla corsa dell'attuatore; la corsa ammissibile per un attuatore pneumatico standard si può ottenere dai cataloghi commerciali e nel nostro caso risulta compresa tra 25 e 1000 mm; nei meccanismi che prendiamo in esame la lunghezza effettiva dell'attuatore (sia iniziale che finale) è arbitraria, infatti sarà vincolante ai fini del movimento del meccanismo solo la posizione dell'estremità libera mentre la scelta della posizione dell'estremità fissa definirà le caratteristiche effettive dell'attuatore; ciononostante dalla soluzione delle equazioni del meccanismo è possibile ottenere tutti i valori di interesse, infatti la corsa dipenderà unicamente dalla posizione iniziale e finale dell'estremità libera ed anche forza necessaria e rapporto di trasmissione (dipendendo dalla sola velocità) saranno funzione della sola velocità dell'estremo libero dell'attuatore; la function di soluzione del meccanismo calcola, in base ai valori dei parametri da ottimizzare, l'andamento della posizione dell'estremità dell'attuatore per tutto il ciclo di sollevamento del pantografo; per ottenere la corsa necessaria all'attuatore nella configurazione che si sta testando basterà calcolare la differenza tra la posizione iniziale e la posizione finale dell'attuatore (chiamate rispettivamente b_i e b_f); la corsa necessaria dovrà essere inferiore a quella massima disponibile (1000 mm) e quindi l'espressione finale del vincolo sarà:

$$C(X) = -1000 + |b_f - b_i| \quad (3.10)$$

L'ultimo vincolo che viene inserito serve a garantire ai vari meccanismi una buona qualità della trasmissione della forza; per fare ciò si impongono delle limitazioni all'angolo di trasmissione del meccanismo di sollevamento testato; per ogni meccanismo avremo, per l'angolo di trasmissione, espressioni diverse che quindi verranno mostrate in seguito; l'impostazione del vincolo però rimane la stessa per tutti i meccanismi, infatti per garantire una buona qualità del movimento è buona norma mantenere l'angolo di trasmissione sopra i 40° ; ottenuto quindi l'andamento dell'angolo di trasmissione per il meccanismo testato (che chiamiamo μ) il vincolo avrà la forma:

$$C(X) = -\min(\mu) + 40^\circ \quad (3.11)$$

3.3 Meccanismi testati

Nel seguente paragrafo si mostreranno i procedimenti ed i risultati per l'ottimizzazione dei meccanismi che si sono rilevati maggiormente idonei allo scopo che ci eravamo prefissati, cioè quelli per cui l'andamento del rapporto di trasmissione nella zona di lavoro del pantografo ricalca meglio quello del pantografo originale; per ogni meccanismo verranno fornite le equazioni di chiusura necessarie a risolvere i vari problemi di calcolo (cinematica, matrice X dello Jacobiano ed angolo di trasmissione) ed i risultati ottenuti con l'ottimizzazione.

Il primo meccanismo rappresenta una "copia" del meccanismo di sollevamento originale del pantografo con la differenza che alla camma è sostituito un corsoio rettilineo di più facile implementazione nei vari calcoli; in questo modo si è eliminato il profilo della camma (che veniva analizzato attraverso 3 meccanismi equivalenti, con il problema dei punti di transizione) e si è rimpiazzato con una cerniera degenera (all'infinito) che crea decisamente meno problemi; successivamente, con il secondo meccanismo, si è pensato a semplificare il meccanismo di sollevamento lasciando solo l'attuatore che aziona direttamente il corsoio che è fissato all'ata b del quadrilatero superiore; il terzo meccanismo è una generalizzazione del secondo nel quale al corsoio viene aggiunto un braccio rispetto alla cerniera dell'asta b (con il braccio pari a 0 si rientra nel secondo meccanismo); si sposta poi la cerniera degenera al bordo del meccanismo, cioè sull'attuatore, ottenendo così il manovellismo che rappresenta il quarto meccanismo testato; per l'ultimo meccanismo si procederà quindi ad eliminare completamente la cerniera degenera realizzando un quadrilatero articolato con l'attuatore incernierato e che aziona un punto di biella.

3.3.1 Meccanismo 1

Il primo meccanismo che prendiamo in esame è mostrato in figura 3.1 e prende spunto dal meccanismo di sollevamento del pantografo esistente ma nel quale vengono sostituite la molla ad aria e la camma rispettivamente con un attuatore pneumatico ed un corsoio rettilineo; come per il pantografo originale si può dividere il meccanismo in due parti corrispondenti al quadrilatero inferiore (telaio d_2 , asta a_3 , attuatore b) ed al meccanismo a camma (telaio d_1 , aste a_1 , a_2 e corsoio c); l'attuatore (indicato con la lettera b e con fase β rispetto al telaio) è incernierato ad un estremo del telaio d_2 e muove l'asta a_3 che, incernierata all'altro estremo del telaio, si orienterà secondo la fase α_3 ; i due teali d_1 e d_2 hanno una cerniera in comune (dove sono fissate a_2 ed a_3) e sono sfasati di un angolo γ , tale angolo è arbitrario e potrà essere scelto a seconda di necessità costruttive o d'ingombro; l'asta a_3 è fissata rigidamente all'asta a_2 con uno sfasamento di δ ; tale

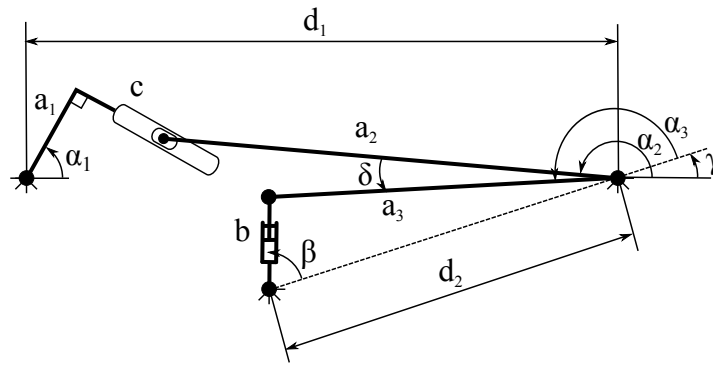


Figura 3.1: Primo meccanismo testato.

sfasamento dipenderà dalla scelta dell'angolo γ oltre che dai valori dei parametri di ottimizzazione; l'asta a_2 a sua volta muoverà il corsoio c che è collegato rigidamente (con un angolo retto) all'asta a_1 (orientata secondo l'angolo α_1); come per il meccanismo a camma del pantografo originale si considera l'asta a_1 fissata rigidamente all'asta b del quadrilatero superiore (mostrato in figura 2.5) e quindi la rotazione di α_1 (cioè l'angolo riferito all'asta a_3) sarà la stessa (a meno di una costante) di quella di α (cioè l'angolo riferito all'asta b del quadrilatero superiore); avendo la fase iniziale α_1 e conoscendo già dalla cinematica del pantografo l'andamento di α si può facilmente calcolare prima la differenza (costante) tra α ed α_1 e successivamente tutto l'andamento di α_1 ; i parametri che verranno ottimizzati sono le lunghezze delle aste a_1 , a_2 ed a_3 , le lunghezze dei telai d_1 e d_2 e le fasi iniziali delle aste a_1 e a_3 (chiamate rispettivamente α_{1in} e α_{3in}); il programma di soluzione del meccanismo fornirà gli andamenti di rapporto di trasmissione, forza di sollevamento (come per gli altri meccanismi), angoli α_1 , α_2 , α_3 e β e lunghezze c e b .

Da notare che, a differenza dei casi mostrati in seguito (ad eccezione dell'ultimo), per questo meccanismo l'attuatore fa parte del cinematismo vero e proprio e quindi il programma calcolerà direttamente tutto l'andamento della sua lunghezza e non solo la posizione della sua estremità libera.

Di seguito vengono mostrati i procedimenti di calcolo degli output del programma di soluzione del meccanismo, l'espressione dell'angolo di trasmissione ed i risultati ottenuti con il meccanismo ottimizzato per il nostro scopo; si ricorda che i parametri da ottimizzare e l'andamento dell'angolo α_1 sono i dati di partenza per risolvere tutte le equazioni mostrate.

Equazioni di chiusura

Come detto in precedenza si divide il meccanismo di sollevamento in due parti: la prima comprende il corsoio c , le aste a_1 e a_2 ed il telaio d_1 , la seconda l'attuatore b e l'asta a_3 ed il telaio d_2 . L'equazione di chiusura della prima parte di meccanismo è:

$$a_1 e^{i\alpha_1} + c e^{i(\alpha_1 - \pi/2)} = d_1 + e^{i0} + a_2 e^{i\alpha_2} \quad (3.12)$$

Proiettando sugli assi:

$$\begin{cases} a_1 \sin \alpha_1 + c \sin(\alpha_1 - \pi/2) = a_2 \sin \alpha_2 \\ a_1 \cos \alpha_1 + c \cos(\alpha_1 - \pi/2) = d_1 + a_2 \cos \alpha_2 \end{cases} \quad (3.13)$$

Sostituendo diventano:

$$\begin{cases} a_1 \sin \alpha_1 - c \cos \alpha_1 = a_2 \sin \alpha_2 \\ a_1 \cos \alpha_1 + c \sin \alpha_1 = d_1 + a_2 \cos \alpha_2 \end{cases} \quad (3.14)$$

Isolando $\sin \alpha_2$ e $\cos \alpha_2$ nelle due equazioni si ottiene:

$$\begin{cases} \sin \alpha_2 = \frac{a_1 \sin \alpha_1 - c \cos \alpha_1}{a_2} \\ \cos \alpha_2 = \frac{a_1 \cos \alpha_1 + c \sin \alpha_1 - d_1}{a_2} \end{cases} \quad (3.15)$$

Utilizzando ora le due espressioni per scrivere $\sin^2 \alpha_2 + \cos^2 \alpha_2 = 1$ si ottiene la seguente equazione di secondo grado in c :

$$(a_1 \sin \alpha_1 - c \cos \alpha_1)^2 + (a_1 \cos \alpha_1 + c \sin \alpha_1 - d_1)^2 = a_2^2 \quad (3.16)$$

Che semplificando diventa:

$$c^2 - 2d_1 \sin \alpha_1 c + (a_1^2 + d_1^2 - a_2^2 - 2a_1 d_1 \cos \alpha_1) = 0 \quad (3.17)$$

Quindi c può essere espressa come:

$$c = d_1 \sin \alpha_1 - \sqrt{d_1^2 \sin^2 \alpha_1 - (a_1^2 + d_1^2 - a_2^2 - 2a_1 d_1 \cos \alpha_1)} \quad (3.18)$$

Ora si è arrivati agli andamenti di α_2 e c ; per passare dall'andamento di α_2 a quello di α_3 bisogna calcolare la differenza (costante) tra loro partendo dal valore iniziale di α_3 che rappresenta un parametro dell'ottimizzazione; in riferimento alla figura 3.1 si noti che l'angolo α_3 può essere espresso come:

$$\alpha_3 = \alpha_2 - \gamma + \delta \quad (3.19)$$

A questo punto abbiamo tutto l'andamento di α_2 , il valore iniziale di α_3 (che chiamiamo α_{3in}) ed il valore di γ assegnato arbitrariamente, è quindi possibile ricavare δ (costante) come:

$$\delta = \alpha_{3in} - (\alpha_{2in} - \gamma) \quad (3.20)$$

Successivamente si può ricavare l'andamento di α_3 dalla 3.19 ed utilizzarlo per la risoluzione delle equazioni riguardanti la seconda parte di meccanismo; l'equazione di chiusura della seconda parte è:

$$be^{i\beta} + = d_2 + e^{i0} + a_3 e^{i\alpha_3} \quad (3.21)$$

Proiettando sugli assi:

$$\begin{cases} b \sin \beta = a_3 \sin \alpha_3 \\ b \cos \beta = d_2 + a_3 \cos \alpha_3 \end{cases} \quad (3.22)$$

Isolando $\sin \beta$ e $\cos \beta$ nelle due equazioni si ottiene:

$$\begin{cases} \sin \beta = \frac{a_3 \sin \alpha_3}{b} \\ \cos \beta = \frac{a_3 \cos \alpha_3 + d_2}{b} \end{cases} \quad (3.23)$$

Utilizzando ora le due espressioni per scrivere $\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$ si ottiene la seguente espressione di b :

$$b = \sqrt{(a_3 \sin \alpha_3)^2 + (a_3 \cos \alpha_3 + d_2)^2} = \sqrt{a_3^2 + d_2^2 + 2a_3 d_2 \cos \alpha_3} \quad (3.24)$$

Matrice X

A questo punto, ottenuti tutti gli andamenti delle fasi e delle lunghezze variabili del meccanismo, si può passare al calcolo della matrice X necessaria per arrivare a rapporto di trasmissione e forza di sollevamento; derivando l'equazione di chiusura della prima parte di meccanismo (equazione 3.14) si ottiene:

$$\begin{cases} a_1 \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_1 + c \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_1 - \dot{c} \cos \alpha_1 = a_2 \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_2 \\ -a_1 \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_1 + c \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_1 + \dot{c} \sin \alpha_1 = -a_2 \dot{\alpha}_2 \sin \alpha_2 \end{cases} \quad (3.25)$$

ricordando che la matrice X deve rispettare la forma mostrata nell'equazione 3.3 e tenendo presente la descrizione del meccanismo si può effettuare la sostituzione $\dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha}$ ottenendo così le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} a_1 \dot{\alpha} \cos \alpha_1 + c \dot{\alpha} \sin \alpha_1 - \dot{c} \cos \alpha_1 = a_2 \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_2 \\ a_1 \dot{\alpha} \sin \alpha_1 - c \dot{\alpha} \cos \alpha_1 - \dot{c} \sin \alpha_1 = a_2 \dot{\alpha}_2 \sin \alpha_2 \end{cases} \quad (3.26)$$

che scritte in forma matriciale diventano:

$$\begin{bmatrix} a_1 \cos \alpha_1 + c \sin \alpha_1 & -\cos \alpha_1 \\ a_1 \sin \alpha_1 - c \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{c} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_2 \cos \alpha_2 \\ a_2 \sin \alpha_2 \end{Bmatrix} \dot{\alpha}_2 \quad (3.27)$$

Passando ora alla seconda parte del meccanismo e derivandone l'equazione di chiusura (equazione 3.22) si ottiene:

$$\begin{cases} \dot{b} \sin \beta + b \dot{\beta} \cos \beta = a_3 \dot{\alpha}_3 \cos \alpha_3 \\ \dot{b} \cos \beta - b \dot{\beta} \sin \beta = -a_3 \dot{\alpha}_3 \sin \alpha_3 \end{cases} \quad (3.28)$$

ricordando che la matrice X deve rispettare la forma mostrata nell'equazione 3.3 e tenendo presente la descrizione del meccanismo si può effettuare la sostituzione $\dot{\alpha}_3 = \dot{\alpha}_2$ ottenendo così le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \dot{b} \sin \beta + b \dot{\beta} \cos \beta = a_3 \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_3 \\ \dot{b} \cos \beta - b \dot{\beta} \sin \beta = -a_3 \dot{\alpha}_2 \sin \alpha_3 \end{cases} \quad (3.29)$$

che scritte in forma matriciale diventano:

$$\begin{bmatrix} a_3 \cos \alpha_3 & -b \cos \beta \\ -a_3 \sin \alpha_3 & b \sin \beta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\alpha}_2 \\ \dot{\beta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin \beta \\ \cos \beta \end{Bmatrix} \dot{b} \quad (3.30)$$

Riordinando per ottenere la forma desiderata si arriva all'espressione della matrice X :

$$\begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{c} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 \cos \alpha_1 + c \sin \alpha_1 & -\cos \alpha_1 \\ a_1 \sin \alpha_1 - c \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a_2 \cos \alpha_2 & 0 \\ a_2 \sin \alpha_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_3 \cos \alpha_3 & -b \cos \beta \\ -a_3 \sin \alpha_3 & b \sin \beta \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \sin \beta \\ \cos \beta \end{Bmatrix}}_{[X]} \dot{b} \quad (3.31)$$

Angolo di trasmissione

In figura 3.2 sono mostrati gli angoli di trasmissione del meccanismo indicati con μ e μ' ; anche in questo caso se il meccanismo è nella configurazione mostrata in figura ($\mu < 90^\circ$) allora l'angolo di trasmissione è rappresentato da μ stesso mentre se quest'ultimo fosse maggiore di 90° l'angolo di trasmissione sarebbe il suo supplementare (stesso discorso vale anche per μ'); le espressioni di μ e μ' sono:

$$\begin{cases} \mu = \alpha_2 - \alpha_1 \\ \mu' = \alpha_3 - \beta \end{cases} \quad (3.32)$$

Tali angoli (o i loro supplementari) vengono limitati inferiormente a 40° dai vincoli inseriti in *fmincon*.

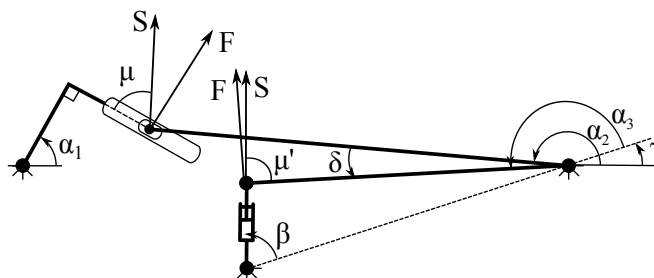


Figura 3.2: Schema angoli di trasmissione (meccanismo 1).

Risultati

I risultati mostrati in seguito sono stati ottenuti impostando diversi valori iniziali per i parametri da ottimizzare; ad esempio un set di valori utilizzati è quello mostrato in figura 3.3, che dove sono state utilizzate le misure reali del pantografo originale dove la camma è approssimata con un tratto rettilineo; anche l'angolo γ utilizzato è quello ricavato dal pantografo originale, anche se può essere modificato a piacimento; da notare che la linea rossa rappresenta l'asta b del quadrilatero superiore.

d_1	830 mm
α_{1in}	$60,8205^\circ$
a_1	143,044 mm
a_2	640 mm
a_3	490,4 mm
d_2	514,3853 mm
α_{3in}	$165,44^\circ$

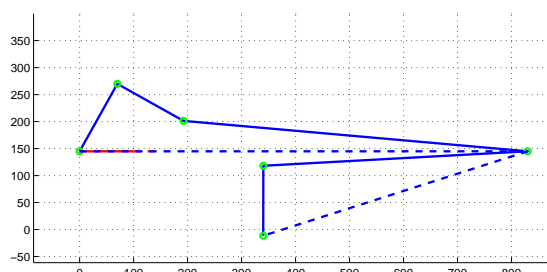


Figura 3.3: Punto di partenza per l'ottimizzazione.

Svolgendo l'ottimizzazione si arriva alla configurazione del meccanismo mostrata in figura 3.4; l'ottimo trovato è rappresentato dai seguenti valori:

d_1	867,3558 mm
α_{1in}	68,0651°
a_1	115,8213 mm
a_2	589,3157 mm
a_3	380,6742 mm
d_2	480,8061 mm
α_{3in}	95,3525°

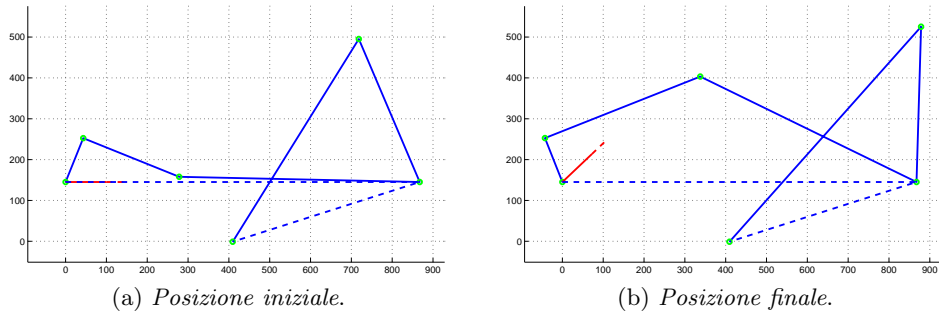


Figura 3.4: Meccanismo 1 ottimizzato.

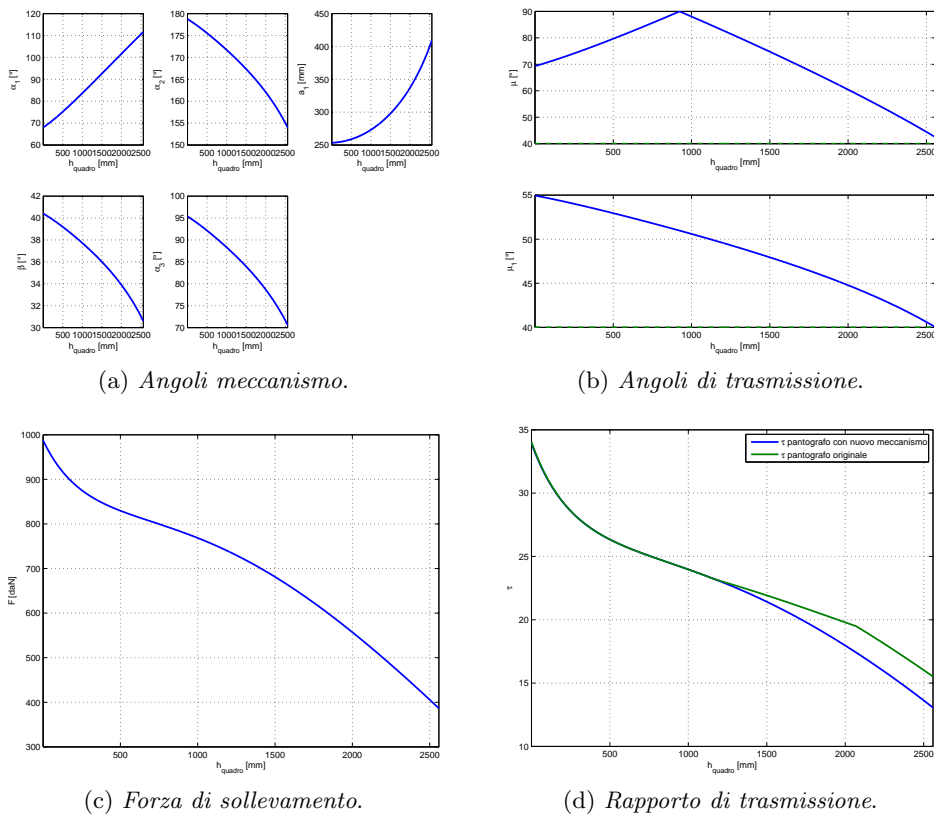


Figura 3.5: Risultati per il meccanismo 1 ottimizzato.

Tali valori danno gli andamenti mostrati in figura 3.5; inoltre si mostrano i seguenti risultati caratteristici dell'ottimizzazione:

errore	0,0041616
corsa	120,7407 mm
forza massima necessaria	9877,2938 N
alesaggio minimo	160 mm
forza disponibile	140743,3509 N

Da notare che l'errore è la somma tra gli errori trovati confrontando 215 punti discreti.

3.3.2 Meccanismo 2

Il secondo meccanismo che prendiamo in esame è mostrato in figura 3.6 e rappresenta una estrema semplificazione del caso precedente ottenuta eliminando tutti i componenti del meccanismo di sollevamento ad eccezione di corsoio ed attuatore; in questo caso l'attuatore (indicato sempre con la lettera b) è incastrato orizzontalmente ad una quota verticale c rispetto alla cerniera del meccanismo; il pistone aziona il corsoio indicato con a_1 che si orienterà secondo l'angolo α_1 ; come nel caso precedente si considera l'asta a_1 fissata rigidamente all'asta b del quadrilatero superiore e quindi la rotazione di α_1 sarà la stessa (a meno di una costante) di quella di α del quadrilatero superiore; il calcolo quindi, come in precedenza, partirà dall'andamento di α_1 ottenuto direttamente da quello di α ; i parametri da ottimizzare sono la deviazione del meccanismo c e la fase iniziale del corsoio a_1 (α_{1in}); il programma di soluzione del meccanismo fornirà gli andamenti di rapporto di trasmissione, forza di sollevamento, angolo α_1 e delle lunghezze di a_1 e b_1 .

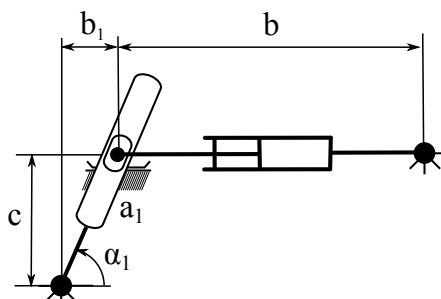


Figura 3.6: Secondo meccanismo testato.

Da notare che, come descritto in precedenza, l'attuatore non fa parte del meccanismo vero e proprio, infatti ai fini della soluzione del meccanismo in tutte le sue parti sarà necessario definire la lunghezza b_1 che rappresenta la posizione dell'estremità libera dell'attuatore mentre la lunghezza b che rappresenta l'attuatore sarà arbitraria e dipenderà dalla scelta del posizionamento dell'incastro (che deve comunque fornire valori plausibili); lo stesso discorso varrà anche per i successivi meccanismi testati.

Di seguito vengono mostrati i procedimenti di calcolo degli output del programma di soluzione del meccanismo, l'espressione dell'angolo di trasmissione ed i risultati ottenuti con il meccanismo ottimizzato per il nostro scopo.

Equazioni di chiusura

L'equazione di chiusura del meccanismo è:

$$a_1 e^{i\alpha_1} = b_1 + c e^{i\pi/2} \quad (3.33)$$

Proiettando sugli assi:

$$\begin{cases} a_1 \sin \alpha_1 = c \\ a_1 \cos \alpha_1 = b_1 \end{cases} \quad (3.34)$$

Da cui si possono ricavare direttamente a_1 e b_1 come:

$$\begin{cases} a_1 = \frac{c}{\sin \alpha_1} \\ b_1 = a_1 \cos \alpha_1 \end{cases} \quad (3.35)$$

Matrice X

A questo punto, ottenuti gli andamenti di α_1 ed a_1 , si può passare al calcolo della matrice X necessaria per arrivare a rapporto di trasmissione e forza di sollevamento; derivando l'equazione di chiusura del meccanismo si ottiene:

$$\begin{cases} a_1 \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_1 + \dot{a}_1 \sin \alpha_1 = 0 \\ -a_1 \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_1 + \dot{a}_1 \cos \alpha_1 = \dot{b}_1 \end{cases} \quad (3.36)$$

ricordando che la matrice X deve rispettare la forma mostrata nell'equazione 3.3 e tenendo presente la descrizione del meccanismo si possono effettuare le seguenti sostituzioni:

$$\begin{cases} \dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha} \\ \dot{b}_1 = -\dot{b} \end{cases} \quad (3.37)$$

ottenendo così le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} a_1 \dot{\alpha} \cos \alpha_1 + \dot{a}_1 \sin \alpha_1 = 0 \\ -a_1 \dot{\alpha} \sin \alpha_1 + \dot{a}_1 \cos \alpha_1 = -\dot{b} \end{cases} \quad (3.38)$$

che scritte in forma matriciale diventano:

$$\begin{bmatrix} a_1 \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 \\ a_1 \sin \alpha_1 & -\cos \alpha_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{a}_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \dot{b} \quad (3.39)$$

Riordinando per ottenere la forma desiderata si arriva all'espressione della matrice X :

$$\begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{a}_1 \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 \\ a_1 \sin \alpha_1 & -\cos \alpha_1 \end{bmatrix}^{-1}}_{[X]} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \dot{b} \quad (3.40)$$

Angolo di trasmissione

In figura 3.7 viene mostrato l'angolo di trasmissione del meccanismo indicato con μ ; come nel caso precedente, se il meccanismo è nella configurazione mostrata in figura ($\mu < 90^\circ$) allora l'angolo di trasmissione è rappresentato da μ stesso mentre se quest'ultimo fosse maggiore di 90° l'angolo di trasmissione sarebbe il suo supplementare; l'espressione di μ è:

$$\mu = \alpha_1 \quad (3.41)$$

Tale angolo (o il suo supplementare) vengono limitati inferiormente a 40° dai vincoli inseriti in *fmincon*.

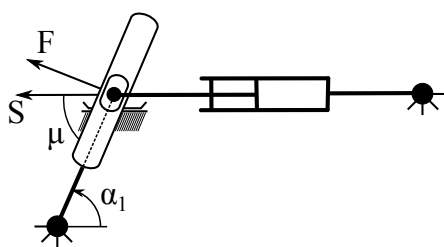


Figura 3.7: Schema angolo di trasmissione (meccanismo 2).

Risultati

I risultati mostrati in seguito sono stati ottenuti impostando diversi valori iniziali per i parametri da ottimizzare; ad esempio un set di valori utilizzati è quello mostrato in figura 3.8; da notare che la linea rossa rappresenta l'asta b del quadrilatero superiore.

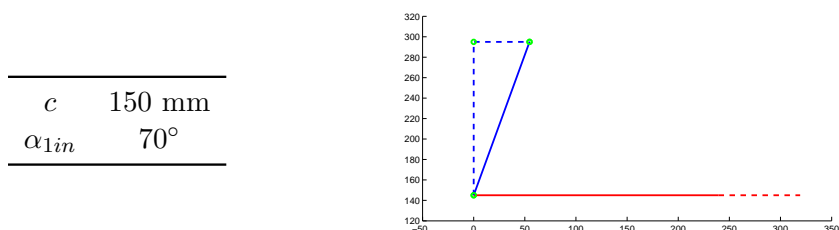


Figura 3.8: Punto di partenza per l'ottimizzazione.

Svolgendo l'ottimizzazione si arriva alla configurazione del meccanismo mostrata in figura 3.9; l'ottimo trovato è rappresentato dai seguenti valori:

c	134,6125 mm
α_{1in}	$81,1928^\circ$

Tali valori danno gli andamenti mostrati in figura 3.10; inoltre si mostrano i seguenti risultati caratteristici dell'ottimizzazione:

errore	0,28123
corsa	114,2241 mm
forza massima necessaria	10257,5192 N
alesaggio minimo	160 mm
forza disponibile	140743,3509 N

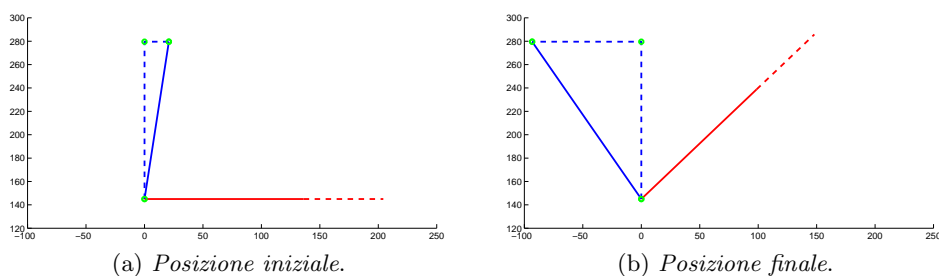


Figura 3.9: Meccanismo 2 ottimizzato.

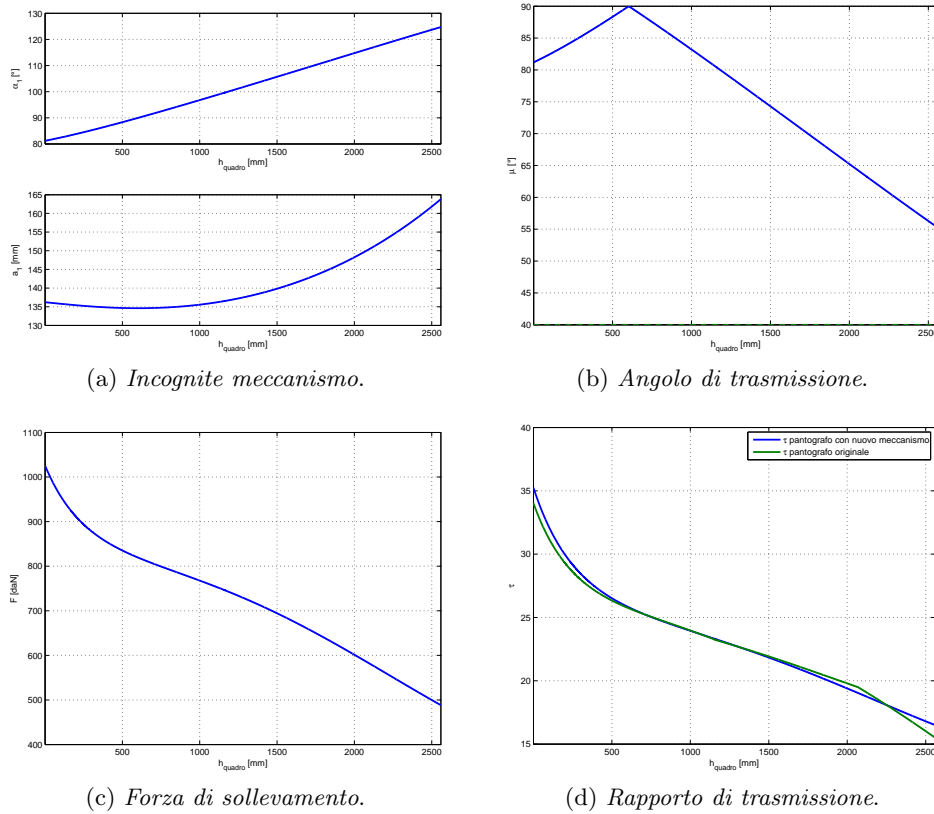


Figura 3.10: Risultati per il meccanismo 2 ottimizzato.

Da notare che l'errore è la somma tra gli errori trovati confrontando 215 punti discreti.

3.3.3 Meccanismo 3

Il terzo meccanismo considerato è mostrato in figura 3.11 ed è una generalizzazione del caso precedente nel quale al corsoio è stato fornito un braccio rispetto alla cerniera (fissandolo a 0 si tornerà al caso del secondo meccanismo); si considera l'attuatore (indicato con la lettera b) incastrato in posizione orizzontale; tale attuatore aziona un braccio formato dall'asta a_1 e dal corsoio a_2 inclinato di 90° rispetto ad a_1 ; come in precedenza si considera l'asta a_1 fissata rigidamente all'asta b del quadrilatero superiore e quindi, anche in questo caso, la rotazione di α_1 (fase di a_1) sarà la stessa (a meno di una costante) di quella di α ; i parametri che verranno ottimizzati sono la lunghezza dell'asta a_1 , la deviazione del manovellismo c e la fase iniziale dell'asta a_1 (chiamata α_{1in}); come prima l'angolo α_1 viene ricavato direttamente dall'angolo α e serve come dato di partenza per il calcolo; il programma di soluzione del meccanismo fornirà gli andamenti di rapporto di trasmissione, forza di sollevamento, angolo α_1 e delle lunghezze a_2 e b_1 .

Di seguito vengono mostrati i procedimenti di calcolo degli output del programma di soluzione del meccanismo, l'espressione dell'angolo di trasmissione ed i risultati ottenuti con il meccanismo ottimizzato per il nostro scopo.

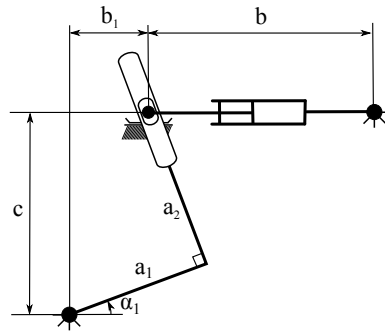


Figura 3.11: Terzo meccanismo testato.

Equazioni di chiusura

L'equazione di chiusura del meccanismo è:

$$a_1 e^{i\alpha_1} + a_2 e^{i(\alpha_1 + \pi/2)} = b_1 + c e^{i\pi/2} \quad (3.42)$$

Proiettando sugli assi otteniamo le due equazioni:

$$\begin{cases} a_1 \sin \alpha_1 + a_2 \sin(\alpha_1 + \pi/2) = c \\ a_1 \cos \alpha_1 + a_2 \cos(\alpha_1 + \pi/2) = b_1 \end{cases} \quad (3.43)$$

Che possono essere riscritte come:

$$\begin{cases} a_1 \sin \alpha_1 + a_2 \cos \alpha_1 = c \\ a_1 \cos \alpha_1 - a_2 \sin \alpha_1 = b_1 \end{cases} \quad (3.44)$$

Dalla prima equazione si può ricavare a_2 come:

$$a_2 = \frac{c - a_1 \sin \alpha_1}{\cos \alpha_1} \quad (3.45)$$

passando alla seconda equazione si ricava direttamente b_1 .

Matrice X

A questo punto, ottenuti gli andamenti α_1 ed a_2 , si può passare al calcolo della matrice X necessaria per arrivare a rapporto di trasmissione e forza di sollevamento; derivando l'equazione di chiusura del meccanismo si ottiene:

$$\begin{cases} a_1 \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_1 - a_2 \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_1 + \dot{a}_2 \cos \alpha_1 = 0 \\ -a_1 \dot{\alpha}_1 \sin \alpha_1 - a_2 \dot{\alpha}_1 \cos \alpha_1 - \dot{a}_2 \sin \alpha_1 = \dot{b}_1 \end{cases} \quad (3.46)$$

ricordando che la matrice X deve rispettare la forma mostrata nell'equazione 3.3 e tenendo presente la descrizione del meccanismo si possono effettuare le seguenti sostituzioni:

$$\begin{cases} \dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha} \\ \dot{b}_1 = -\dot{b} \end{cases} \quad (3.47)$$

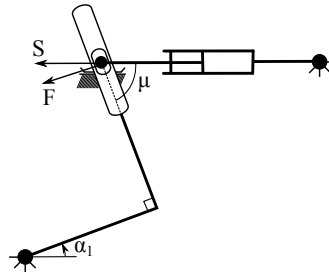


Figura 3.12: Schema angoli di trasmissione (meccanismo 3).

ottenendo così le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} a_1 \dot{\alpha} \cos \alpha_1 - a_2 \dot{\alpha} \sin \alpha_1 + \dot{a}_2 \cos \alpha_1 = 0 \\ a_1 \dot{\alpha} \sin \alpha_1 + a_2 \dot{\alpha} \cos \alpha_1 + \dot{a}_2 \sin \alpha_1 = \dot{b} \end{cases} \quad (3.48)$$

che scritte in forma matriciale diventano:

$$\begin{bmatrix} a_1 \cos \alpha_1 - a_2 \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 \\ a_1 \sin \alpha_1 + a_2 \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{a}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \dot{b} \quad (3.49)$$

Riordinando per ottenere la forma desiderata si arriva all'espressione della matrice X :

$$\begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{a}_2 \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 \cos \alpha_1 - a_2 \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 \\ a_1 \sin \alpha_1 + a_2 \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 \end{bmatrix}^{-1}}_{[X]} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \dot{b} \quad (3.50)$$

Angolo di trasmissione

In figura 3.12 viene mostrato l'angolo di trasmissione del meccanismo indicato con μ ; anche in questo caso se il meccanismo è nella configurazione mostrata in figura ($\mu < 90^\circ$) allora l'angolo di trasmissione è rappresentato da μ stesso mentre se quest'ultimo fosse maggiore di 90° l'angolo di trasmissione sarebbe il suo supplementare; μ sarà pari a:

$$\mu = \alpha_1 + \frac{\pi}{2} \quad (3.51)$$

Tale angolo (o il suo supplementare) viene limitato inferiormente a 40° dai vincoli inseriti in *fmincon*.

Risultati

I risultati mostrati in seguito sono stati ottenuti impostando diversi valori iniziali per i parametri da ottimizzare; ad esempio un set di valori utilizzati è quello mostrato in figura 3.13; da notare che la linea rossa rappresenta l'asta b del quadrilatero superiore.

Svolgendo l'ottimizzazione si arriva alla configurazione del meccanismo mostrata in figura 3.14; l'ottimo trovato è rappresentato dai seguenti valori:

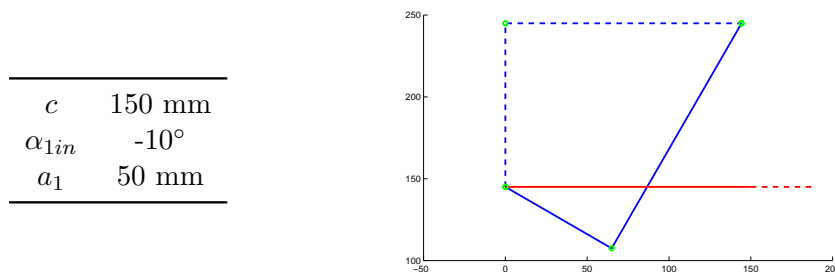


Figura 3.13: Punto di partenza per l'ottimizzazione.

c	144,216 mm
α_{1in}	$6,4475^\circ$
a_1	71,7933 mm

Tali valori danno gli andamenti mostrati in figura 3.15; inoltre si mostrano i seguenti risultati caratteristici dell'ottimizzazione:

errore	0.21743
corsa	116,1322 mm
forza massima necessaria	10253,8736 N
alesaggio minimo	160 mm
forza disponibile	140743,3509 N

Da notare che l'errore è la somma tra gli errori trovati confrontando 215 punti discreti.

3.3.4 Meccanismo 4

Il quarto meccanismo che prendiamo in esame è mostrato in figura 3.16; in questa soluzione la cerniera all'infinito (guida rettilinea) è stata spostata dall'interno del meccanismo, dove si trovava nei casi precedenti, al suo estremo, cioè a terra, sull'attuatore, originando un manovellismo deviato.

In riferimento alla figura si considera l'attuatore (indicato con la lettera b) incastrato in posizione orizzontale; tale attuatore aziona un manovellismo formato dalle aste a_1 e a_2 ; i parametri che verranno ottimizzati sono le lunghezze delle aste a_1 e a_2 , la deviazione del manovellismo c e la fase iniziale dell'asta a_1 (chiamata α_{1in}); come prima

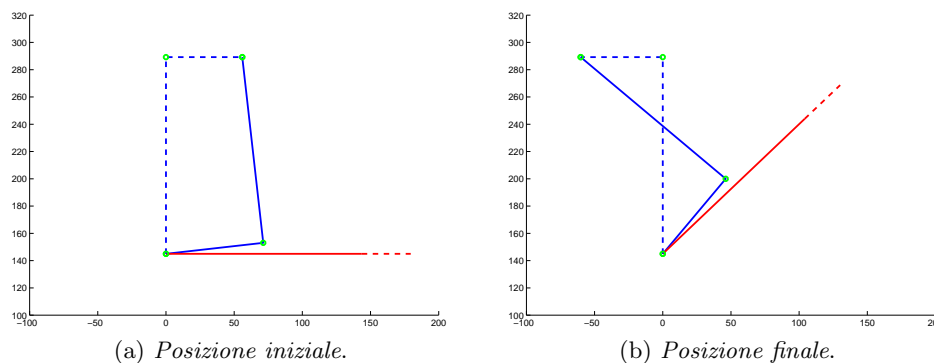


Figura 3.14: Meccanismo 3 ottimizzato.

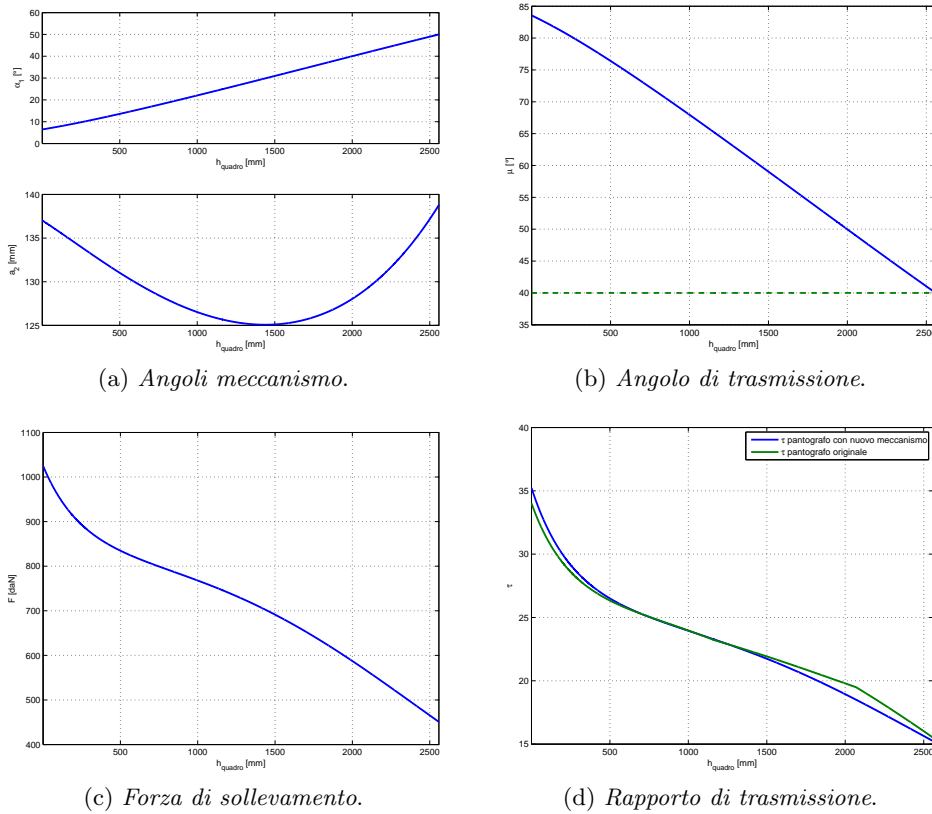


Figura 3.15: Risultati per il meccanismo 3 ottimizzato.

l'angolo α_1 viene ricavato direttamente dall'angolo α e serve come dato di partenza per il calcolo; il programma di soluzione del meccanismo fornirà gli andamenti di rapporto di trasmissione, forza di sollevamento (come per gli altri meccanismi), angoli α_1 , α_2 e grandezza b_1 .

Di seguito vengono mostrati i procedimenti di calcolo degli output del programma di soluzione del meccanismo, l'espressione dell'angolo di trasmissione ed i risultati ottenuti con il meccanismo ottimizzato per il nostro scopo; si ricorda che i parametri da ottimizzare e l'andamento dell'angolo α_1 sono i dati di partenza per risolvere tutte le equazioni mostrate.

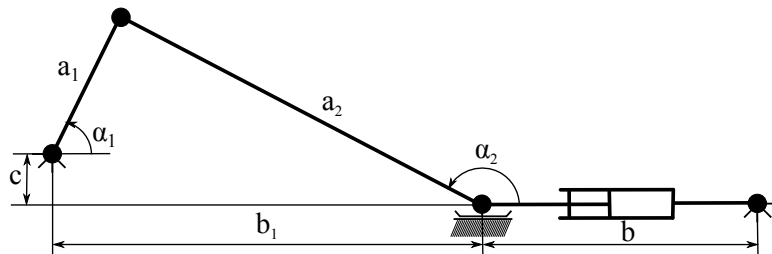


Figura 3.16: Quarto meccanismo testato.

Equazioni di chiusura

L'equazione di chiusura del meccanismo è:

$$ce^{i\pi/2} + a_1e^{i\alpha_1} = b_1 + a_2e^{i\alpha_2} \quad (3.52)$$

Proiettando sugli assi:

$$\begin{cases} a_1 \sin \alpha_1 + c = a_2 \sin \alpha_2 \\ a_1 \cos \alpha_1 = a_2 \cos \alpha_2 + b_1 \end{cases} \quad (3.53)$$

Dalla prima equazione si può ricavare l'angolo α_2 come:

$$\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{a_1 \sin \alpha_1 + c}{a_2}\right) \quad (3.54)$$

tenendo presente che deve risultare nel secondo o terzo quadrante; passando alla seconda equazione si ricava b_1 come:

$$b_1 = a_1 \cos \alpha_1 - a_2 \cos \alpha_2 \quad (3.55)$$

Matrice X

A questo punto, ottenuti gli andamenti α_1 ed α_2 , si può passare al calcolo della matrice X necessaria per arrivare a rapporto di trasmissione e forza di sollevamento; derivando l'equazione di chiusura del meccanismo si ottiene:

$$\begin{cases} a_1\dot{\alpha}_1 \cos \alpha_1 - a_2\dot{\alpha}_2 \cos \alpha_2 = 0 \\ -a_1\dot{\alpha}_1 \sin \alpha_1 + a_2\dot{\alpha}_2 \sin \alpha_2 = \dot{b}_1 \end{cases} \quad (3.56)$$

ricordando che la matrice X deve rispettare la forma mostrata nell'equazione 3.3 e tenendo presente la descrizione del meccanismo si possono effettuare le seguenti sostituzioni:

$$\begin{cases} \dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha} \\ \dot{b}_1 = -\dot{b} \end{cases} \quad (3.57)$$

ottenendo così le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} a_1\dot{\alpha} \cos \alpha_1 - a_2\dot{\alpha}_2 \cos \alpha_2 = 0 \\ a_1\dot{\alpha} \sin \alpha_1 - a_2\dot{\alpha}_2 \sin \alpha_2 = \dot{b} \end{cases} \quad (3.58)$$

che scritte in forma matriciale diventano:

$$\begin{bmatrix} a_1 \cos \alpha_1 & -a_2 \cos \alpha_2 \\ a_1 \sin \alpha_1 & -a_2 \sin \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \dot{b} \quad (3.59)$$

Riordinando per ottenere la forma desiderata si arriva all'espressione della matrice X :

$$\begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}_2 \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 \cos \alpha_1 & -a_2 \cos \alpha_2 \\ a_1 \sin \alpha_1 & -a_2 \sin \alpha_2 \end{bmatrix}^{-1}}_{[X]} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \dot{b} \quad (3.60)$$

Angolo di trasmissione

In figura 3.17 sono mostrati gli angoli di trasmissione del meccanismo indicati con μ e μ' ; nei quadrilateri articolati l'angolo di trasmissione è il minore degli angoli formati dalla direzione della biella con la direzione del cedente; in riferimento all'angolo μ , quindi, se il meccanismo è nella configurazione mostrata in figura ($\mu < 90^\circ$) allora l'angolo di trasmissione è rappresentato da μ stesso mentre se quest'ultimo fosse maggiore di 90° l'angolo di trasmissione sarebbe il suo supplementare (stesso discorso vale anche per μ'); le espressioni di μ e μ' sono:

$$\begin{cases} \mu = \alpha_2 - \alpha_1 \\ \mu' = \alpha_2 - \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (3.61)$$

Tali angoli (o i loro supplementari) vengono limitati inferiormente a 40° dai vincoli inseriti in *fmincon*.

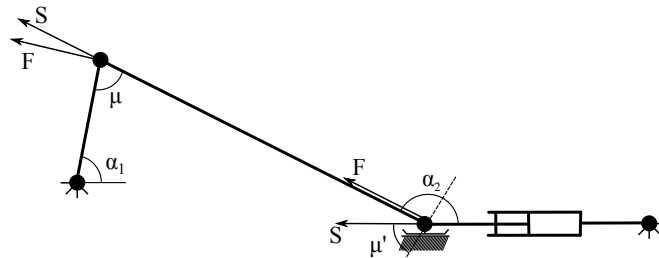


Figura 3.17: Schema angoli di trasmissione (meccanismo 4).

Risultati

I risultati mostrati in seguito sono stati ottenuti impostando diversi valori iniziali per i parametri da ottimizzare; ad esempio un set di valori utilizzati è quello mostrato in figura 3.18; da notare che la linea rossa rappresenta l'asta b del quadrilatero superiore.

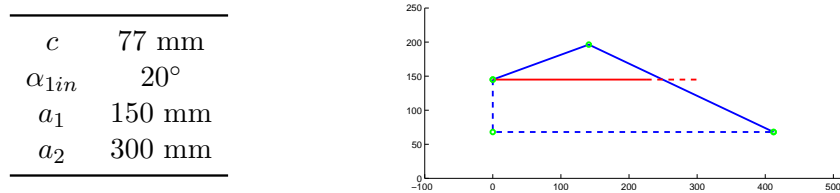


Figura 3.18: Punto di partenza per l'ottimizzazione.

Svolgendo l'ottimizzazione si arriva alla configurazione del meccanismo mostrata in figura 3.19; l'ottimo trovato è rappresentato dai seguenti valori:

c	-151,9646 mm
α_{1in}	$108,23^\circ$
a_1	129,2973 mm
a_2	118,5704 mm

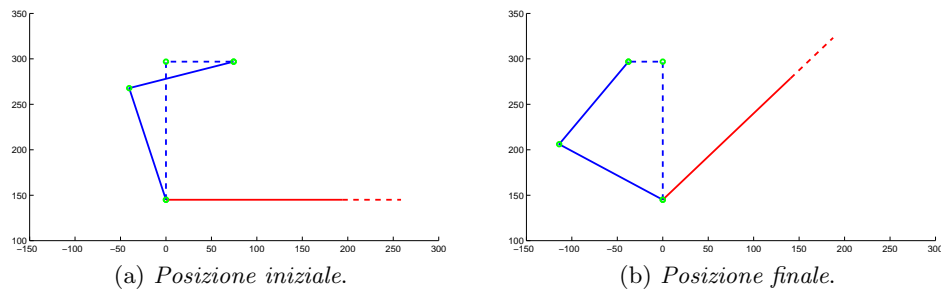


Figura 3.19: Meccanismo 4 ottimizzato.

Tali valori danno gli andamenti mostrati in figura 3.20; inoltre si mostrano i seguenti risultati caratteristici dell'ottimizzazione:

errore	1,0272
corsa	112,1972 mm
forza massima necessaria	10625,5782 N
alesaggio minimo	160 mm
forza disponibile	140743,3509 N

Da notare che l'errore è la somma tra gli errori trovati confrontando 215 punti discreti.

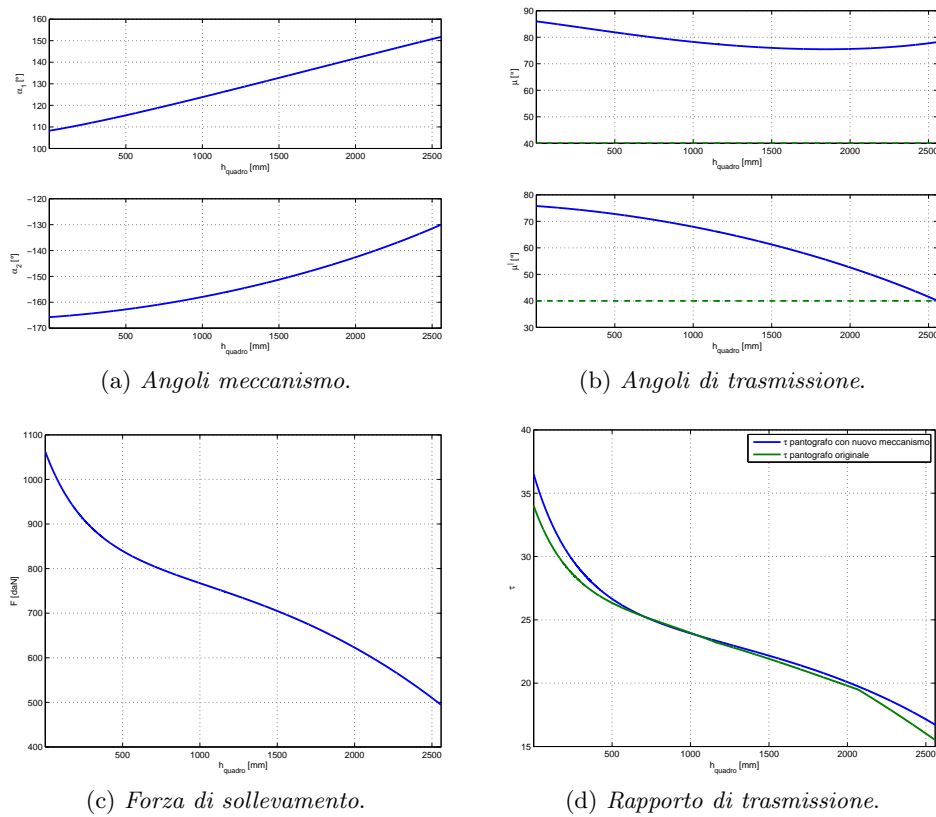


Figura 3.20: Risultati per il meccanismo 4 ottimizzato.

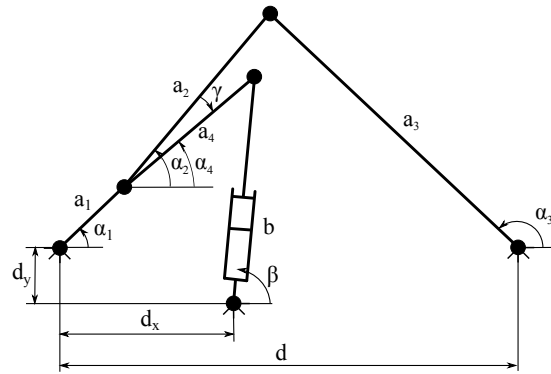


Figura 3.21: Quinto meccanismo testato.

3.3.5 Meccanismo 5

Il quinto ed ultimo meccanismo che prendiamo in esame è mostrato in figura 3.21; in questa soluzione invece di spostare la guida rettilinea si è deciso di eliminarla completamente; tutti i componenti del meccanismo sono dunque normalmente incernierati.

In riferimento alla figura il meccanismo è essenzialmente un quadrilatero articolato formato dal telaio d e dalle aste a_1 , a_2 ed a_3 (sfasate rispetto al telaio rispettivamente di α_1 , α_2 ed α_3); l'asta a_1 come nei casi precedenti è fissata all'asta b del quadrilatero superiore; l'estremità fissa dell'attuatore è incernierata alle quote d_x e d_y rispetto alla cerniera dell'asta a_1 ; l'estremità libera è invece incernierata al punto di biella all'estremità dell'asta a_4 ; tale asta è sfasata rispetto alla biella di un angolo γ (costante) e rispetto al telaio di α_4 (che quindi si otterrà come $\alpha_3 - \gamma$); la lunghezza dell'attuatore viene chiamata b mentre la sua fase rispetto alla direzione del telaio β ; i parametri che verranno ottimizzati sono le lunghezze delle aste a_1 , a_2 , a_3 ed a_4 , il telaio d , le quote d_x e d_y , l'angolo γ e la fase iniziale dell'asta a_1 (chiamata α_{1in}); come prima l'angolo α_1 viene ricavato direttamente dall'angolo α e serve come dato di partenza per il calcolo; il programma di soluzione del meccanismo fornirà gli andamenti di rapporto di trasmissione, forza di sollevamento (come per gli altri meccanismi), angoli α_1 , α_2 , α_3 , β e grandezza b .

Di seguito vengono mostrati i procedimenti di calcolo degli output del programma di soluzione del meccanismo, l'espressione dell'angolo di trasmissione ed i risultati ottenuti con il meccanismo ottimizzato per il nostro scopo; si ricorda che i parametri da ottimizzare e l'andamento dell'angolo α_1 sono i dati di partenza per risolvere tutte le equazioni mostrate.

Equazioni di chiusura

L'equazione di chiusura del quadrilatero formato dalle aste a_1 , a_2 ed a_3 e dal telaio d è:

$$a_1 e^{i\alpha_1} + a_2 e^{i\alpha_2} = d e^{i0} + a_3 e^{i\alpha_3} \quad (3.62)$$

Proiettando sugli assi:

$$\begin{cases} a_1 \sin \alpha_1 + a_2 \sin \alpha_2 = a_3 \sin \alpha_3 \\ a_1 \cos \alpha_1 + a_2 \cos \alpha_2 = d + a_3 \cos \alpha_3 \end{cases} \quad (3.63)$$

Isolando $\sin \alpha_3$ e $\cos \alpha_3$ si ottiene:

$$\begin{cases} \sin \alpha_3 = \frac{a_1 \sin \alpha_1 + a_2 \sin \alpha_2}{a_3} \\ \cos \alpha_3 = \frac{a_1 \cos \alpha_1 + a_2 \cos \alpha_2 - d}{a_3} \end{cases} \quad (3.64)$$

Quadrando e sommando si ottiene l'equazione non lineare nell'incognita α_2 :

$$(a_1 \sin \alpha_1 + a_2 \sin \alpha_2)^2 + (a_1 \cos \alpha_1 + a_2 \cos \alpha_2 - d)^2 = a_3^2 \quad (3.65)$$

$$2a_1a_2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 + 2(a_1 \cos \alpha_1 - d)a_2 \cos \alpha_2 + a_1^2 + a_2^2 + d^2 - 2a_1d \cos \alpha_1 - a_3^2 = 0 \quad (3.66)$$

La cui soluzione si può ottenere ponendo:

$$\begin{cases} A = 2a_1a_2 \sin \alpha_1 \\ B = 2(a_1 \cos \alpha_1 - d)a_2 \\ C = a_1^2 + a_2^2 + d^2 - 2a_1d \cos \alpha_1 - a_3^2 \end{cases} \quad (3.67)$$

Risolviendo il sistema in $\sin \alpha_2$ e $\cos \alpha_2$:

$$\begin{cases} A \sin \alpha_2 + B \cos \alpha_2 + C = 0 \\ \cos^2 \alpha_2 + \sin^2 \alpha_2 = 1 \end{cases} \quad (3.68)$$

Ponendo:

$$D = \sqrt{A^2 + B^2 - C^2} \quad (3.69)$$

la soluzione del precedente sistema vale:

$$\begin{cases} \sin \alpha_2 = \frac{-AC \mp BD}{A^2 + B^2} = -\frac{AC + kBD}{A^2 + B^2} \\ \cos \alpha_2 = \frac{-BC \pm AD}{A^2 + B^2} = \frac{-BC + kAD}{A^2 + B^2} \end{cases} \quad (3.70)$$

Dove il parametro k vale ± 1 in funzione del montaggio adottato. Ottenuto l'andamento di α_2 si può ricavare facilmente l'andamento dell'angolo α_3 risolvendo il sistema (3.64) dove $\sin \alpha_3$ e $\cos \alpha_3$ sono già esplicitati.

Al quadrilatero appena descritto è collegato l'attuatore che è incernierato a terra e ad un punto di biella definito dall'asta a_4 solidale con la biella a_2 e sfasata rispetto ad essa di un angolo γ ; la fase α_4 della biella si ottiene dall'angolo α_2 calcolato in precedenza come:

$$\alpha_4 = \alpha_2 - \gamma \quad (3.71)$$

Essendo γ costante varrà la relazione $\dot{\alpha}_4 = \dot{\alpha}_2$; ottenuto l'angolo α_4 si può scrivere la seguente equazione di chiusura:

$$d_y e^{i\pi/2} + a_1 e^{i\alpha_1} + a_4 e^{i\alpha_4} = d_x e^{i0} + b e^{i\beta} \quad (3.72)$$

Proiettando sugli assi:

$$\begin{cases} d_y + a_1 \sin \alpha_1 + a_4 \sin \alpha_4 = b \sin \beta \\ a_1 \cos \alpha_1 + a_4 \cos \alpha_4 = d_x + b \cos \beta \end{cases} \quad (3.73)$$

Isolando $\sin \beta$ e $\cos \beta$ si ottiene:

$$\begin{cases} \sin \beta = \frac{a_1 \sin \alpha_1 + a_4 \sin \alpha_4 + d_y}{b} \\ \cos \beta = \frac{a_1 \cos \alpha_1 + a_4 \cos \alpha_4 - d_x}{b} \end{cases} \quad (3.74)$$

Quadrando e sommando le due equazioni si ottiene:

$$b^2 = (a_1 \sin \alpha_1 + a_4 \sin \alpha_4 + d_y)^2 + (a_1 \cos \alpha_1 + a_4 \cos \alpha_4 - d_x)^2 \quad (3.75)$$

Da cui si ricava direttamente la lunghezza dell'attuatore b ; si calcola poi l'angolo β attraverso il sistema (3.74).

Matrice X

A questo punto, ottenuti gli andamenti delle fasi di tutte le aste che compongono il meccanismo e della lunghezza dell'attuatore, si può passare al calcolo della matrice X necessaria per arrivare a rapporto di trasmissione e forza di sollevamento; si derivano e si mettono a sistema le 4 equazioni contenute in (3.63) ed (3.73) ottenendo il seguente sistema:

$$\begin{cases} a_1 \dot{\alpha} \cos \alpha_1 + a_2 \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_2 = a_3 \dot{\alpha}_3 \cos \alpha_3 \\ -a_1 \dot{\alpha} \sin \alpha_1 - a_2 \dot{\alpha}_2 \sin \alpha_2 = -a_3 \dot{\alpha}_3 \sin \alpha_3 \\ a_1 \dot{\alpha} \cos \alpha_1 + a_4 \dot{\alpha}_2 \cos \alpha_4 = \dot{b} \sin \beta + b \dot{\beta} \cos \beta \\ -a_1 \dot{\alpha} \sin \alpha_1 - a_4 \dot{\alpha}_2 \sin \alpha_4 = \dot{b} \cos \beta - b \dot{\beta} \sin \beta \end{cases} \quad (3.76)$$

Dove sono già stati sostituiti $\dot{\alpha}_1$ e $\dot{\alpha}_4$ rispettivamente con $\dot{\alpha}$ e $\dot{\alpha}_2$; Riscrivendo il sistema in forma matriciale si ottiene:

$$\begin{bmatrix} a_1 \cos \alpha_1 & a_4 \cos \alpha_4 & 0 & -b \cos \beta \\ -a_1 \sin \alpha_1 & -a_4 \sin \alpha_4 & 0 & b \sin \beta \\ a_1 \cos \alpha_1 & a_2 \cos \alpha_2 & -a_3 \cos \alpha_3 & 0 \\ -a_1 \sin \alpha_1 & -a_2 \sin \alpha_2 & a_3 \sin \alpha_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}_2 \\ \dot{\alpha}_3 \\ \dot{\beta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin \beta \\ \cos \beta \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \dot{b} \quad (3.77)$$

Riordinando per ottenere la forma desiderata si arriva all'espressione della matrice X :

$$\begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\alpha}_2 \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 \cos \alpha_1 & a_4 \cos \alpha_4 & 0 & -b \cos \beta \\ -a_1 \sin \alpha_1 & -a_4 \sin \alpha_4 & 0 & b \sin \beta \\ a_1 \cos \alpha_1 & a_2 \cos \alpha_2 & -a_3 \cos \alpha_3 & 0 \\ -a_1 \sin \alpha_1 & -a_2 \sin \alpha_2 & a_3 \sin \alpha_3 & 0 \end{bmatrix}^{-1}}_{[X]} \begin{Bmatrix} \sin \beta \\ \cos \beta \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \dot{b} \quad (3.78)$$

In questo caso, a differenza dei precedenti, la matrice X è una 4×4 , è quindi necessario modificare le matrici G ed F descritte nel capitolo 2 al paragrafo 2.3 e definite dalle relazioni (2.87) e (2.93); le loro nuove espressioni saranno:

$$[F] = \begin{bmatrix} b \cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\ b \sin \alpha & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [G] = \begin{bmatrix} \frac{b}{2} \cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\ b \cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\ b \cos \alpha & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

Angolo di trasmissione

In figura 3.22 sono mostrati gli angoli di trasmissione del meccanismo indicati con μ e μ' ; nei quadrilateri articolati l'angolo di trasmissione è il minore degli angoli formati dalla direzione della biella con la direzione del cedente; in riferimento all'angolo μ , quindi, se il meccanismo è nella configurazione mostrata in figura ($\mu < 90^\circ$) allora l'angolo di trasmissione è rappresentato da μ stesso mentre se quest'ultimo fosse maggiore di 90° l'angolo di trasmissione sarebbe il suo supplementare (stesso discorso vale anche per μ'); le espressioni di μ e μ' sono:

$$\begin{cases} \mu = \alpha_2 - \alpha_1 \\ \mu' = \beta - \alpha_2 + \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (3.80)$$

Tali angoli (o i loro supplementari) vengono limitati inferiormente a 40° dai vincoli inseriti in *fmincon*.

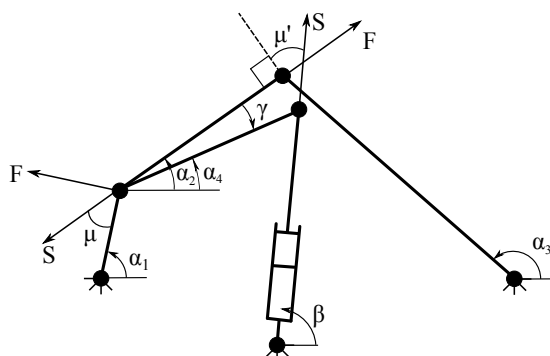


Figura 3.22: Schema angoli di trasmissione (meccanismo 5).

Risultati

I risultati mostrati in seguito sono stati ottenuti impostando diversi valori iniziali per i parametri da ottimizzare; ad esempio un set di valori utilizzati è quello mostrato in figura 3.23; da notare che la linea rossa rappresenta l'asta b del quadrilatero superiore.

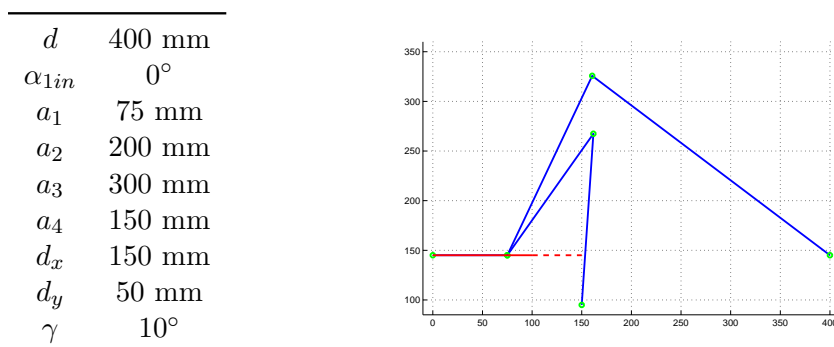


Figura 3.23: Punto di partenza per l'ottimizzazione.

Svolgendo l'ottimizzazione si arriva alla configurazione del meccanismo mostrata in figura 3.24; l'ottimo trovato è rappresentato dai seguenti valori:

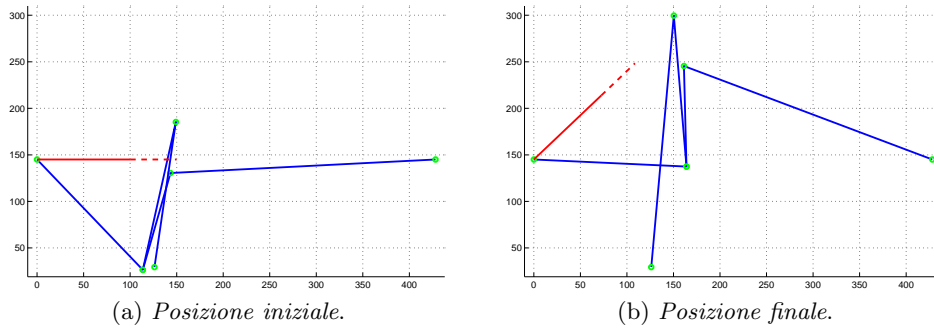


Figura 3.24: Meccanismo 5 ottimizzato.

d	428,1236 mm
α_{1in}	$-46,2091^\circ$
a_1	164,1893 mm
a_2	108,1395 mm
a_3	285,1563 mm
a_4	162,75 mm
d_x	126,1483 mm
d_y	115,6003 mm
γ	$-3,3378^\circ$

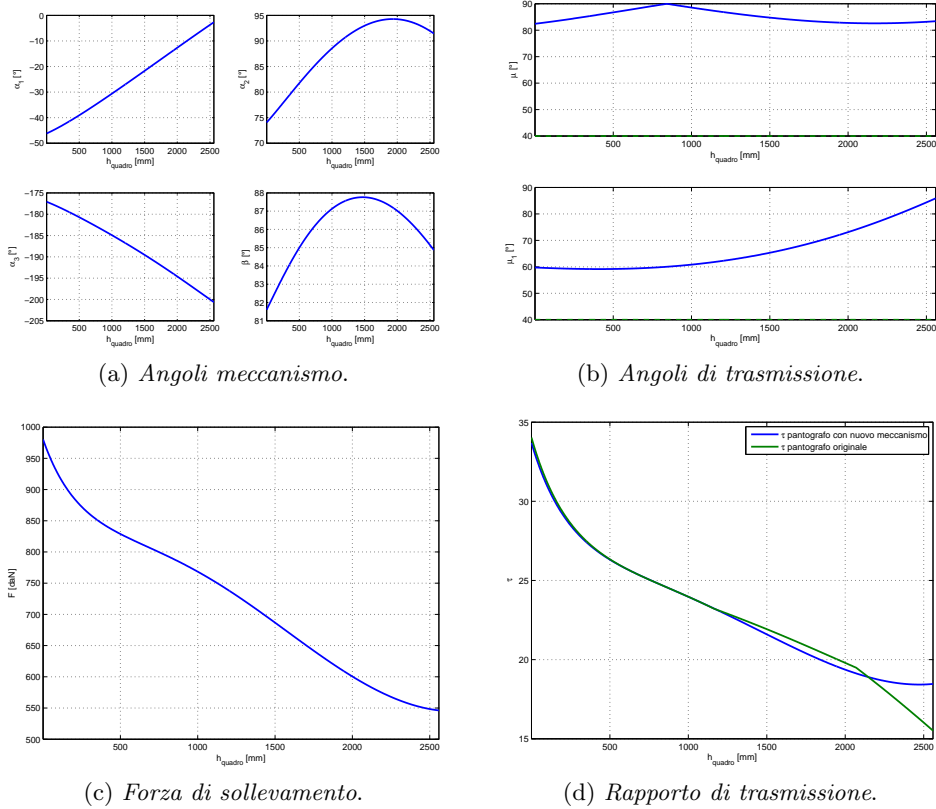


Figura 3.25: Risultati per il meccanismo 5 ottimizzato.

Tali valori danno gli andamenti mostrati in figura 3.25; inoltre si mostrano i seguenti risultati caratteristici dell'ottimizzazione:

errore	0,0034007
corsa	113,6683 mm
forza massima necessaria	9803,4512 N
alesaggio minimo	160 mm
forza disponibile	140743,3509 N

Da notare che l'errore è la somma tra gli errori trovati confrontando 215 punti discreti.

CAPITOLO 4

ANALISI DEI RISULTATI

4.1 Confronto meccanismi testati

Nel capitolo 3, al paragrafo 3.3, si sono studiate diverse soluzioni per sostituire il meccanismo di sollevamento del pantografo ATR95; procediamo ora ad analizzare i risultati ottenuti in questa fase.

Considerando i risultati ottenuti per la funzione obiettivo nei vari casi, l'errore calcolato è decisamente variabile, passa infatti da un minimo di circa 0,003 per il meccanismo 5 ad un massimo di circa 1 per il meccanismo 4; ciononostante l'obiettivo dell'ottimizzazione che ci eravamo prefissati, cioè la minimizzazione della differenza tra il nuovo rapporto di trasmissione e quello del pantografo originale, può considerarsi raggiunto per tutte le soluzioni mostrate; se infatti vediamo la figura 4.1 si nota come tutte le curve, nella zona d'interesse, praticamente si sovrappongano addirittura non consentendo la loro distinzione a questa distanza.

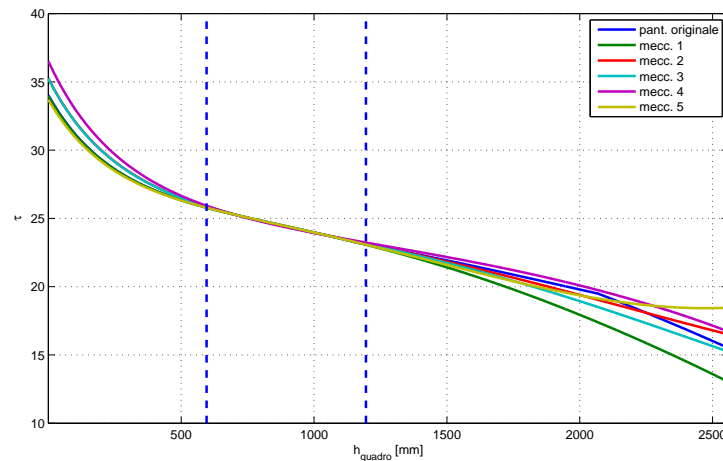


Figura 4.1: Confronto rapporti di trasmissione.

Se invece si prova ad ingrandire l'immagine si notano le differenze tra le varie soluzioni, quantificate dai valori ottenuti per la funzione obiettivo; dalla figura 4.2, dove viene visualizzata solo la zona d'interesse, si possono distinguere i due ordini di grandezza degli errori totali; infatti si nota come i meccanismi 1 e 5, che hanno errori nell'ordine di grandezza dei millesimi, si sovrappongono quasi perfettamente anche a

questa distanza al rapporto di trasmissione originale, mentre per i meccanismi 2, 3 e 4, che hanno errori nell'ordine dei decimi, si nota la distanza dalla curva originale; tale differenza nel valore della funzione obiettivo va ricercata nel numero delle variabili dell'ottimizzazione, non è infatti un caso che i meccanismi 1 e 5, cioè quelli con l'errore minore, siano caratterizzati rispettivamente da 7 e 9 variabili, mentre i meccanismi 2, 3, e 4 rispettivamente da 2, 3 e 4 variabili, lasciando meno possibilità di movimento al programma di ottimizzazione; detto ciò l'obiettivo dell'ottimizzazione può considerarsi soddisfatto per tutti i meccanismi visto che l'andamento dei rapporti di trasmissione resta in tutti i casi decisamente simile.

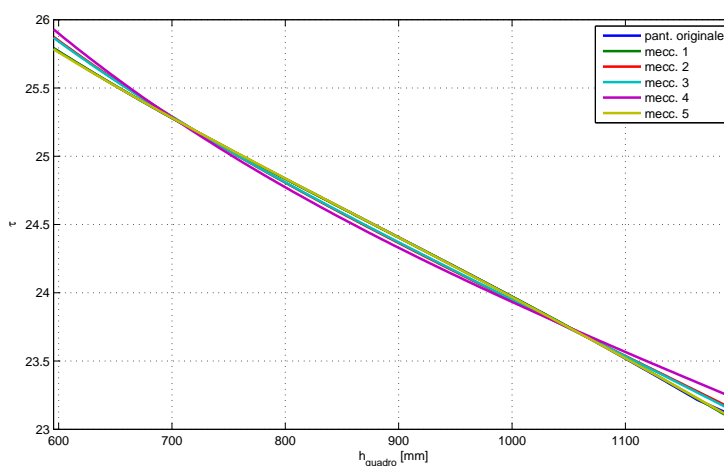


Figura 4.2: Confronto rapporti di trasmissione (ingrandimento).

In figura 4.3 si mostra invece il confronto tra gli andamenti delle forze di sollevamento dei vari meccanismi testati; anche in questo caso si nota la somiglianza tra le diverse soluzioni.

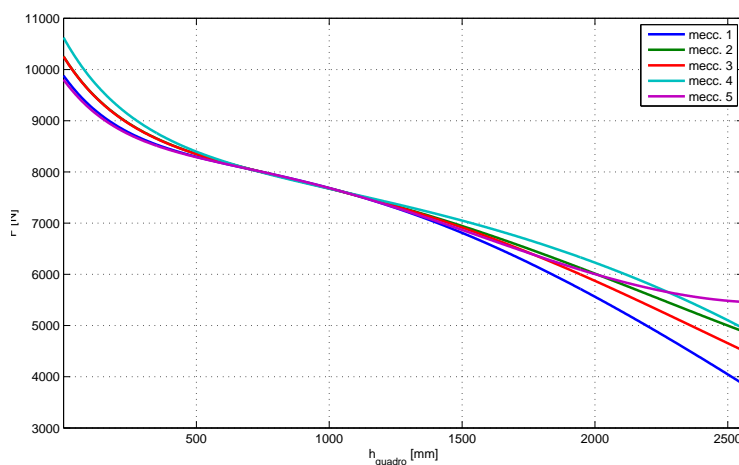


Figura 4.3: Confronto forze di sollevamento.

Data la somiglianza tra i profili di forza ottenuti e come confermato dai calcoli del capitolo precedente, tutti i meccanismi hanno bisogno dello stesso pistone per poter fornire la forza necessaria, cioè quello con alesaggio da 160 mm ; se dividiamo i valori di forza per quello dell'area di tale pistone si ottiene il profilo di pressione da fornire all'attuatore durante il sollevamento; tale risultato, per tutte le soluzioni prese in esame, è mostrato in figura 4.4.

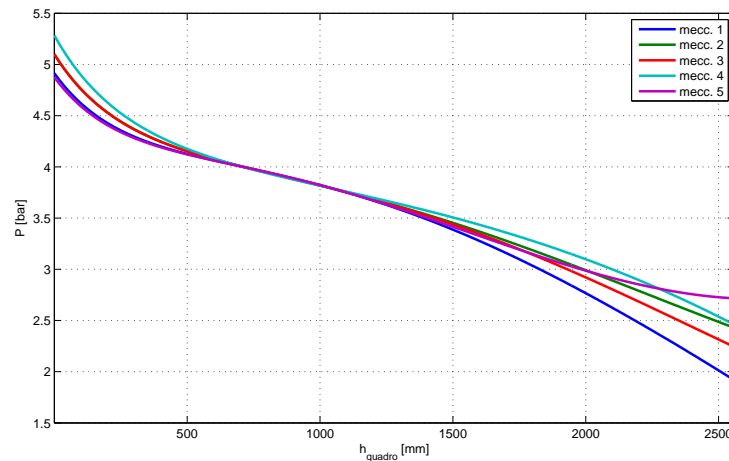
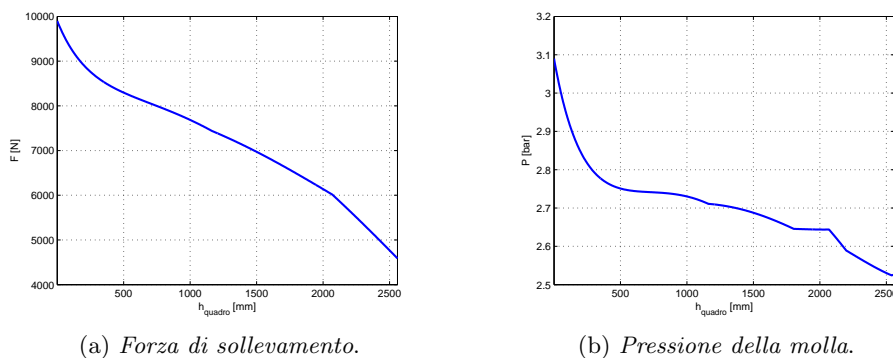


Figura 4.4: Confronto pressioni.

Ora è possibile notare uno dei vantaggi dell'eliminazione della camma e della sostituzione della molla ad aria con un attuatore pneumatico; prendiamo in esame l'andamento della forza di sollevamento del pantografo originale, mostrata in figura 4.5a; tale andamento è reso discontinuo dagli spigoli risultanti dal passaggio dai vari profili della camma; se però passiamo all'andamento della pressione ricavato dalla caratteristica della molla ad aria (argomento trattato nel paragrafo 2.3), mostrato in figura 4.5b, notiamo come l'andamento venga ulteriormente distorto presentando un andamento estremamente irregolare.



(a) Forza di sollevamento.

(b) Pressione della molla.

Figura 4.5: Passaggio da forza a pressione (meccanismo originale).

Prendiamo ora in esame il meccanismo 1, descritto nel paragrafo 3.3, del tutto simile al meccanismo originale ma con appunto la guida rettilinea e l'attuatore pneumatico a sostituire la camma e la molla ad aria; gli andamenti di forza e pressione sono mostrati

in figura 4.6; già dall'andamento della forza si nota che le discontinuità generate dal profilo della camma sono sparite, inoltre il passaggio da forza a pressione richiesta, vista la caratteristica del pistone, non ne distorce minimamente l'andamento lasciandolo decisamente più regolare rispetto a quello del pantografo originale; tale discorso è stato fatto per il meccanismo 1, cioè quello più simile all'originale ma è estendibile a tutti gli altri meccanismi testati.

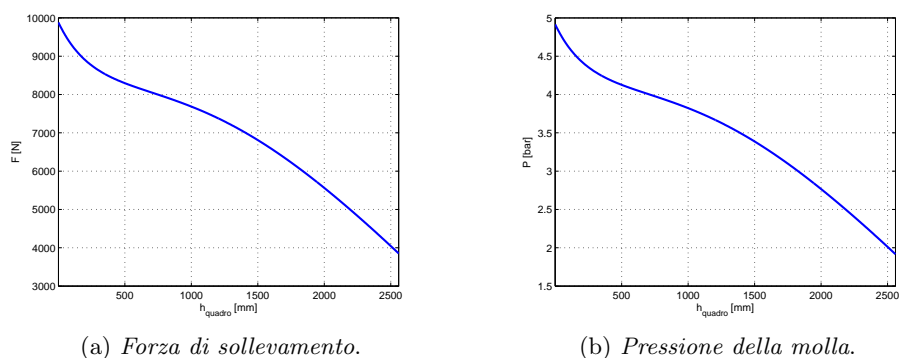


Figura 4.6: Passaggio da forza a pressione (meccanismo 1).

4.2 Proposta di soluzione costruttiva

A questo punto si può procedere con la scelta di una delle soluzioni proposte e realizzare un disegno di massima del nuovo meccanismo; si è scelto di evitare di procedere con le prime tre soluzioni testate in quanto la presenza della guida rettilinea all'interno del meccanismo richiederebbe una progettazione più approfondita e complessa e comunque presenterebbe alcune delle problematiche tipiche della camma che si è scelto di eliminare; il meccanismo 5, pur essendo il più interessante, sia per i risultati numerici che per la sua configurazione priva di cerniere all'infinito, presenta dei problemi d'ingombro.

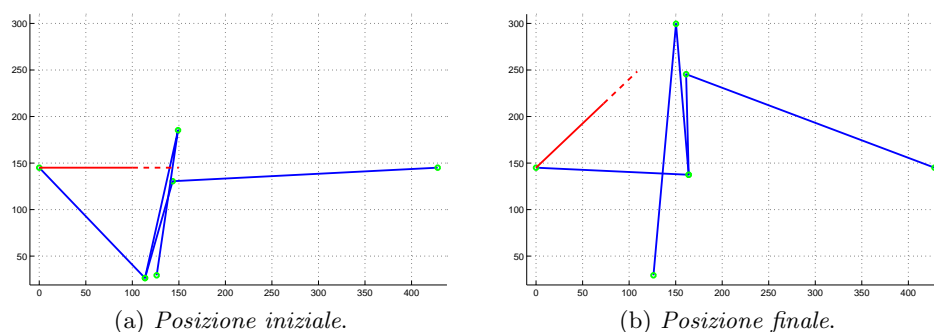


Figura 4.7: Meccanismo 5 ottimizzato.

Il primo problema riguarda le dimensioni del meccanismo (il cui schema è mostrato in figura 4.7), troppo ingombrante in tre direzioni per essere posizionato all'interno della base del pantografo; inoltre non siamo in possesso delle specifiche per gli ingombri all'esterno della struttura originale del pantografo e quindi è preferibile non posizionare componenti, ad esempio, sotto la base.

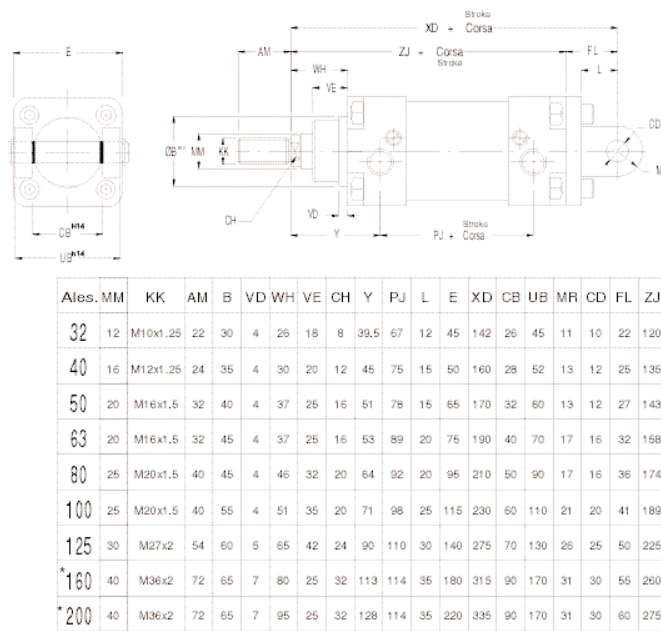


Figura 4.8: Ingombri pistone.

Il secondo problema sta nell'ingombro del pistone commerciale; come si è detto il pistone richiesto per il sollevamento è da 160 mm di diametro; la corsa necessaria è di 113,6683 mm che corrisponde ad una corsa commerciale di 125 mm; la lunghezza iniziale dell'attuatore è di 157,5893 mm che teoricamente sarebbe compatibile con la corsa ma che in pratica deve rispettare gli ingombri necessari per i collegamenti sia a terra che con il resto del meccanismo; tali ingombri si possono verificare su una qualsiasi tabella commerciale del tipo di quella mostrata in figura 4.8; come si nota il pistone da 160 richiede una lunghezza iniziale di almeno 315 mm più la corsa (quindi altri 125), senza contare il collegamento per lo stelo e quindi non è assolutamente compatibile con la misura iniziale calcolata in precedenza; anche pensando di sdoppiare il meccanismo ed utilizzare due attuatori da 125 comunque non si riuscirebbero a rispettare gli ingombri; si è anche provato ad inserire nel programma di ottimizzazione un vincolo che tenga conto di tali limitazioni negli ingombri, ma con tale vincolo il programma non ha dato risultati accettabili.

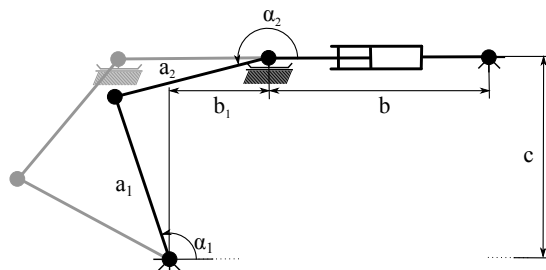


Figura 4.9: Movimento del meccanismo 4 ottimizzato.

Si è dunque scelto di procedere con il meccanismo 4, cioè il manovellismo; il mec-

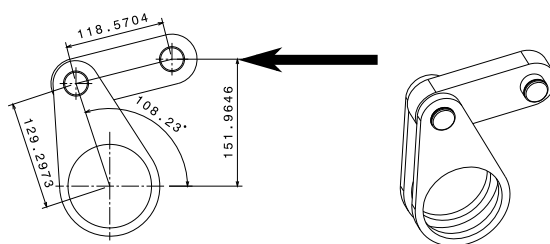


Figura 4.10: Realizzazione del meccanismo (senza attuatore).

canismo ottimizzato presenta la forma mostrata in figura 4.9 dove è rappresentata l'escursione del movimento del manovellismo che fornisce il completo sollevamento del pantografo.

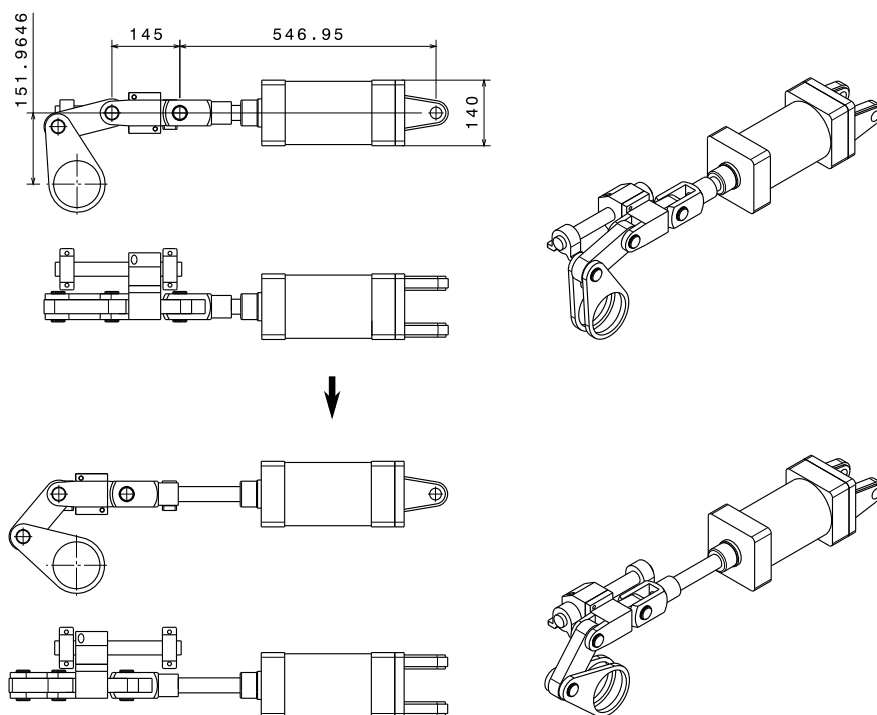


Figura 4.11: Realizzazione del meccanismo (con attuatore).

Questo meccanismo, come descritto nel capitolo precedente, non ha definito la posizione dell'attuatore al suo interno ma solo la posizione della sua estremità libera (in riferimento alla figura 4.9, l'andamento di b_1 è definito mentre quello di b dipende da alcune scelte ed è quindi arbitrario); abbiamo quindi le misure delle aste del manovellismo, della sua deviazione, della sua posizione iniziale e dell'orientamento che deve avere l'attuatore rispetto al meccanismo; in figura 4.10 sono mostrati i componenti del meccanismo già definiti e le loro misure caratteristiche; in questo schema andrà inserito l'attuatore posizionato come la freccia presente nel disegno; la quota della deviazione dovrà mantenersi costante.

Dai calcoli del paragrafo 3.3 si è arrivati ad una richiesta per l'alesaggio dell'attuatore di almeno 160 mm mentre la corsa effettiva da realizzare è di $112,1972\text{ mm}$ che

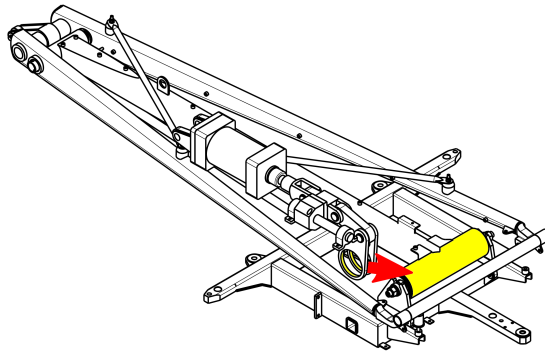


Figura 4.12: Collegamento tra asta a_1 del meccanismo di sollevamento ed asta b del quadrilatero superiore.

corrisponderanno a 125 mm di corsa ammissibile per un attuatore commerciale; dal grafico in figura 4.8 si possono ricavare gli ingombri del pistone; cercando di proseguire con il pistone da 160 si è riscontrato però un problema d'ingombro, infatti, con il pantografo abbassato non c'è abbastanza spazio all'interno del trapezio per contenere il meccanismo; la soluzione sta nello sdoppiare il manovellismo, assegnando ad ognuno un pistone da 125 (la somma dei due fornisce più forza del pistone da 160); i due meccanismi andranno poi posizionati specularmente ai lati dell'asta b del quadrilatero superiore; ottenute quindi da catalogo le misure dell'attuatore si può completare il disegno del meccanismo come mostrato in figura 4.11; si noti che l'attuatore verrà collegato a terra (o meglio al telaio del pantografo) tramite una cerniera e presenta poi all'estremità libera una guida rettilinea (sempre collegata con una cerniera) che fornirà il pattino previsto dallo schema del meccanismo; tale guida sarà successivamente ancorata alla base del pantografo; tale sistema è poi collegato alle aste del meccanismo tramite una cerniera; nella stessa figura è mostrato a titolo esplicativo il meccanismo anche a fine corsa.

A questo punto il meccanismo di sollevamento va inserito nel pantografo; l'asta a_1 è già predisposta per essere collegata all'asta b del quadrilatero superiore come mostrato in figura 4.12; si cercherà di tenere il meccanismo all'interno nello spazio formato dall'asta b e dal trapezio come mostrato in figura 4.13.

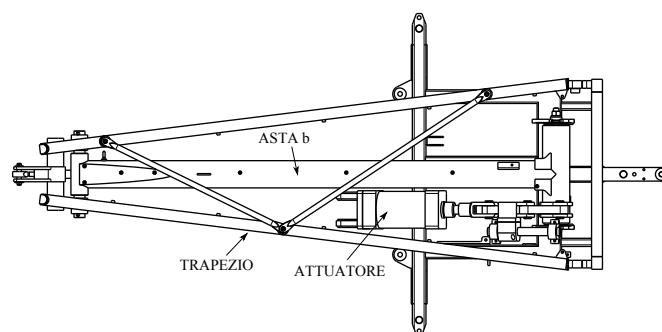


Figura 4.13: Posizionamento dell'attuatore rispetto all'asta b del quadrilatero superiore ed al trapezio.

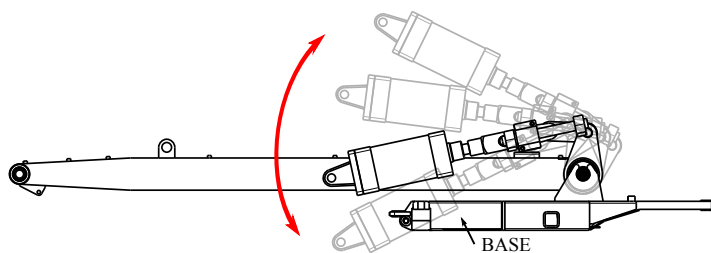


Figura 4.14: Posizionamento dell'attuatore rispetto alla base del pantografo.

Ora il meccanismo per come è stato realizzato può essere posizionato facendolo ruotare arbitrariamente rispetto alla cerniera dell'asta a_1 , come è chiarito in figura 4.14; per limitarne gli ingombri si tiene una distanza piccola tra il cilindro dell'attuatore e la trave della base; come detto prima per il meccanismo 5, non abbiamo specifiche sugli ingombri possibili al di sotto del pantografo e quindi si preferisce mantenere il meccanismo al di sopra.

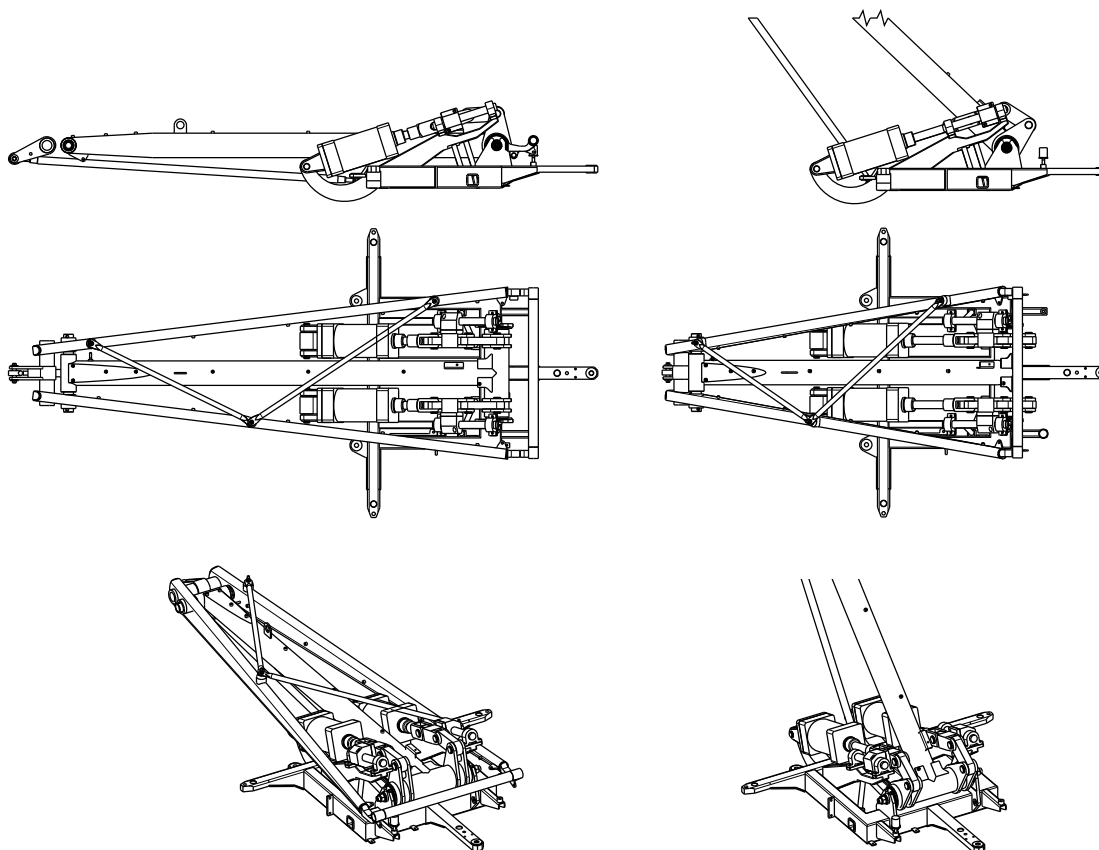


Figura 4.15: Disegno del pantografo con il nuovo meccanismo di sollevamento.

Una volta stabilita la posizione del meccanismo si dovrà incernierare l'estremità dell'attuatore ed incastrare la guida rettilinea entrambe alla base; inoltre si ricorda che il meccanismo di sollevamento andrà replicato sull'altro lato dell'asta b ; il risultato ottenuto è mostrato in figura 4.15; è presente un leggero problema d'interferenza con le aste

di sostegno trasversali del trapezio che può essere però facilmente risolto cambiandone leggermente la configurazione; resterà inoltre da verificare l'ingombro del meccanismo al di sopra della cerniera dell'asta a_1 dove andrà ad appoggiarsi la testa del pantografo, della quale però non sono disponibili gli ingombri effettivi.

4.3 Funzioni obiettivo alternative

Nel corso dell'ottimizzazione dei meccanismi abbiamo sempre utilizzato come funzione obiettivo la differenza tra il rapporto di trasmissione nuovo e quello del pantografo originale; tale scelta è stata dettata dal fatto di non avere richieste particolari per la progettazione e quindi si è preferito procedere cercando di imitare il comportamento del vecchio pantografo, ma ciò non toglie che con il metodo presentato in questo lavoro si possano ricercare ulteriori specifiche di funzionamento, anche completamente diverse da quelle originali.

Si prenda in considerazione il meccanismo 5 descritto in precedenza; come si è visto presenta caratteristiche interessanti (come ad esempio errore molto ridotto e presenza di sole cerniere) anche se non è adatto in questa fase ad uno sviluppo costruttivo per i problemi già trattati; nonostante ciò in questo paragrafo lo utilizzeremo comunque come riferimento per mostrare diverse possibilità di funzioni obiettivo; si consideri come punto di partenza per le ottimizzazioni che si svolgeranno di seguito lo stesso utilizzato nel paragrafo 3.3 alla pagina 66.

Per entrambi gli esempi di funzioni obiettivo alternative si cercherà, come fatto nel capitolo 3, di seguire un certo andamento del rapporto di trasmissione del meccanismo rispetto alla testa del pantografo; tale scelta non è l'unica possibile ma visto il carattere esemplificativo di questo paragrafo si è cercato di mantenere un procedimento di calcolo simile a quello precedente senza dover quindi spiegare niente di nuovo; tutto quello che viene fatto è cambiare l'andamento del rapporto di trasmissione che serve da confronto; i vincoli presenti nel programma sono gli stessi utilizzati nel capitolo 3.

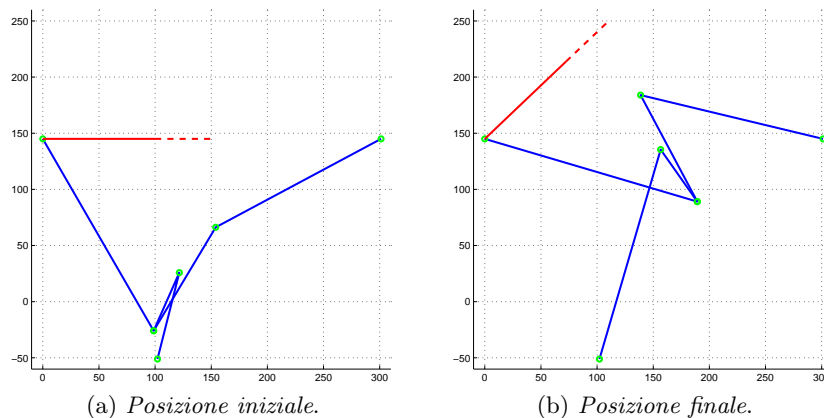


Figura 4.16: Meccanismo 5 ottimizzato con funzione obiettivo lineare.

Nel primo esempio si chiede al programma di ottimizzazione di ottenere un rapporto di trasmissione il più possibile simile ad un andamento lineare definito in precedenza; tale richiesta non riguarda solo l'andamento nella zona di lavoro ma su tutto il campo di movimento del meccanismo; il meccanismo ottenuto da questa ottimizzazione è

mostrato in figura 4.16; i risultati, per rapporto di trasmissione e forza sono invece mostrati in figura 4.17.

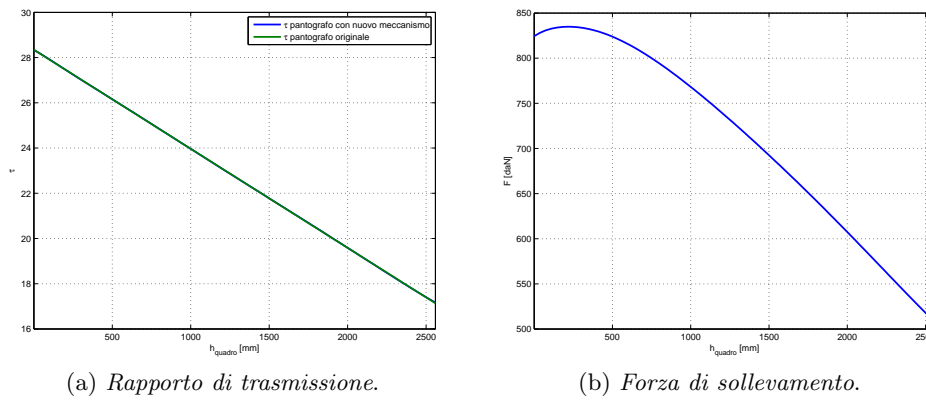


Figura 4.17: Risultati per il meccanismo 5 ottimizzato con funzione obiettivo lineare.

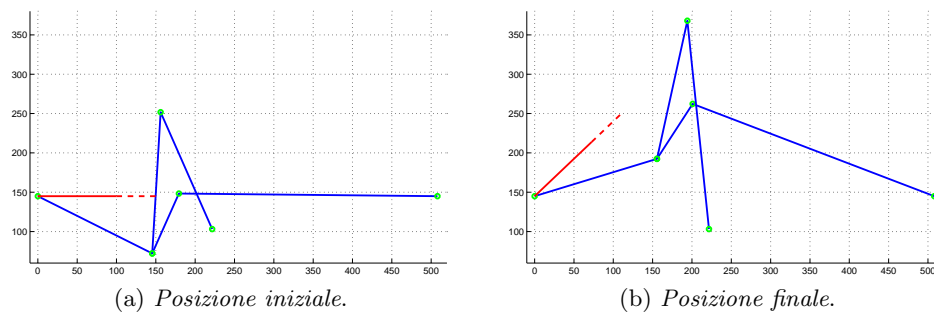


Figura 4.18: Meccanismo 5 ottimizzato con funzione obiettivo costante.

Nel secondo esempio si chiede invece al programma di ottimizzazione di ottenere un rapporto di trasmissione il più possibile simile ad un andamento costante definito in precedenza; in questo caso si opera come nel capitolo 3 e si richiede che la condizione della funzione obiettivo sia rispettata solo nella zona di lavoro; il meccanismo ottenuto da questa ottimizzazione è mostrato in figura 4.18; i risultati, per rapporto di trasmissione e forza sono invece mostrati in figura 4.19.

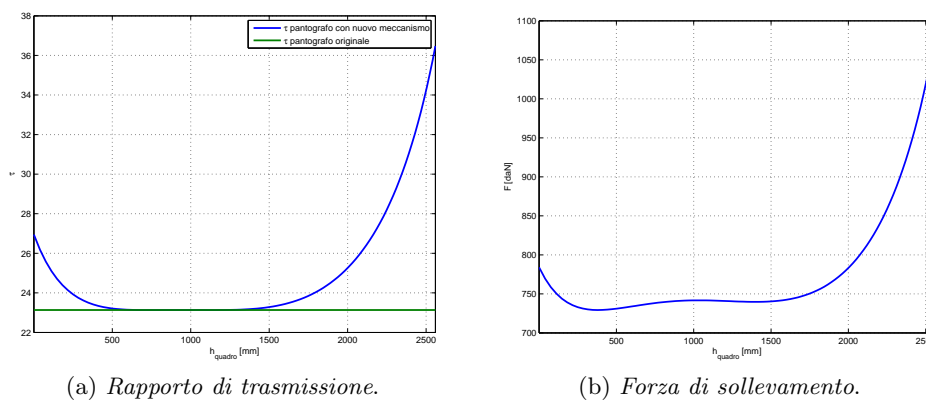


Figura 4.19: Risultati per il meccanismo 5 ottimizzato con funzione obiettivo costante.

CONCLUSIONI

Il lavoro nella sua prima parte, cioè nel capitolo 2, è stato utile soprattutto per chiarire a fondo il funzionamento del pantografo ATR95; in effetti si è messo ordine nella definizione del pantografo dividendo la struttura per la sospensione della testa nelle sue parti fondamentali, cioè quadrilatero inferiore, meccanismo a camma e quadrilatero superiore, e definendo in modo completo ed accurato la cinematica, sia in posizione che in velocità che in accelerazione, di tutte le parti; oltre a ciò è stato quindi possibile ottenere grandezze caratteristiche del suo funzionamento come il rapporto di trasmissione; inoltre l'analisi cinetostatica ha fornito una prima approssimazione della forza necessaria al sollevamento, confermata poi dai punti sperimentali ottenuti, nonostante le diverse incertezze sui pesi (sia sulla veridicità dei pesi dei componenti considerati, ottenuti da un modello FEM, sia sui componenti non considerati); i dati ottenuti hanno contribuito a mettere in risalto i problemi connessi alle parti del pantografo che si è deciso di sostituire, cioè la molla ad aria e la camma (a tali problemi si è fatto riferimento anche nel capitolo 4).

I dati ottenuti nel capitolo 2 sono successivamente stati utilizzati nello sviluppo del capitolo 3 dove si è proceduto nell'impostare una modifica al sistema di sollevamento; tale lavoro è stato decisamente interessante soprattutto nella sua prima parte, dove si è predisposto il sistema per testare i meccanismi candidati a sostituire il vecchio meccanismo; in effetti è stato creato un programma in grado di adattare (o meglio di cercare di adattare) qualsiasi tipo di meccanismo ad uno scopo da noi stabilito nella funzione obiettivo garantendo comunque che siano rispettate determinate richieste che rendono tale meccanismo realizzabile nella realtà e non solo matematicamente; una volta predisposto questo strumento ci si sarebbe potuti muovere in ogni direzione, testando meccanismi di qualunque tipo e con diverse funzioni obiettivo; non avendo specifiche di progetto particolari si è scelto di adattare il nuovo meccanismo a quello vecchio, ma come visto nel capitolo 4, si sarebbe potuto ricercare un qualsiasi obiettivo; un possibile sviluppo futuro potrebbe essere quello di definire nuove specifiche di progetto per poi sviluppare le soluzioni in base a quelle oppure quello di arrivare a dei compromessi tra le varie specifiche.

I meccanismi mostrati nel paragrafo 3.3 sono quelli che hanno dato i risultati migliori in base a quello che ci eravamo prefissati mantenendo comunque una certa semplicità, ma ci si potrebbe spingere oltre testando diversi meccanismi ancora più complessi; uno sviluppo futuro potrebbe infatti essere quello di sfruttare gli esalateri, come quelli mostrati in figura 4.20; come si è visto nello svolgimento del lavoro, più variabili sono coinvolte nell'ottimizzazione, maggiori sono le possibilità di ottenere lo scopo desiderato e quindi l'utilizzo degli esalateri potrebbe migliorare i risultati.

Nel capitolo 4 si è voluto proporre una soluzione costruttiva; tale soluzione va considerata un semplice esempio di realizzazione fisica di un meccanismo teorico realizzato

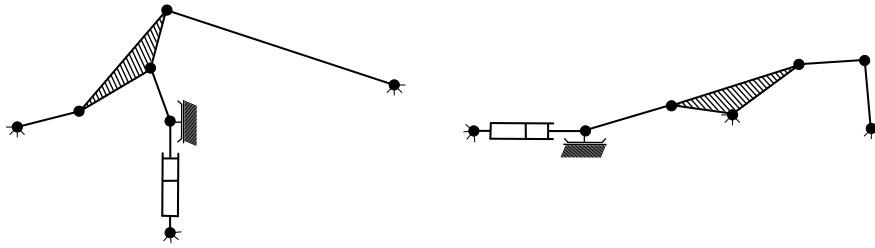


Figura 4.20: Due esempi di esalateri.

attraverso un calcolatore, non sono infatti presenti dimensionamenti o verifiche (tranne che per il pistone che deve fornire la forza di sollevamento), ma si è comunque utilizzato componenti commerciali standardizzati ed il disegno presenta quindi una certa veridicità; un problema in questa fase è stato la mancanza di specifiche sugli ingombri del pantografo, sia al suo interno che al suo esterno (cioè sul tetto del treno) che ha impedito di posizionare il pistone al di sotto della base o, addirittura, di sopstare l'attuatore per poi far arrivare il moto al meccanismo di sollevamento tramite un qualche tipo di trasmissione; inoltre non è noto l'ingombro della testa e quindi anche la posizione in cui si è fissato il meccanismo nella configurazione proposta potrebbe non essere realizzabile; avendo a disposizione misure e specifiche precise per gli ingombri si potrebbero inserire all'interno del programma di ottimizzazione vincoli che verificchino appunto gli ingombri del meccanismo che quindi verrà ottimizzato rispettando tali condizioni.

In conclusione il presente lavoro si presta in modo ottimale agli sviluppi futuri, infatti si è ideato uno strumento di progetto efficace ed estremamente flessibile applicato in questo caso al pantografo ATR95, che successivamente potrà essere utilizzato per diversi scopi ed affinato ulteriormente per soddisfare più specifiche; inoltre il programma, opportunamente adattato potrà essere applicato facilmente a diversi tipi di pantografi o, più in generale, di meccanismi.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Giorgio Donzello, *La Storia dei Pantografi FS*,
http://www.rotaie.it/NewPages/I_Pantografi_FS.html.
- [2] Pier Luigi Magnani, Guido Ruggieri, *Meccanismi per macchine automatiche*,
UTET, Torino, 1986.