

POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Industriale
Dipartimento di Meccanica

Corso di Laurea in
Ingegneria Meccanica



CONFIGURAZIONE DI UNA PESATRICE MULTITESTA

Relatore: Ch.mo Prof. Quirico SEMERARO

Correlatore: Ing. Andrea GRASSELLI

Tesi di Laurea di:

Simone INCLETOLLI Matr. 766257

Anno Accademico 2011 – 2012

A mio fratello.

Ringraziamenti

In primo luogo voglio ringraziare il mio relatore, il Prof. Quirico Semeraro, per le competenze che ha saputo trasmettermi, per la disponibilità, per le opportunità ma soprattutto per la pazienza dimostrata nelle riunioni.

Grazie all'Ing. Andrea Grasselli per la disponibilità dimostrata durante le visite in azienda.

Un grazie va ad Alessia Beretta, la dottoranda che ha saputo affiancarmi nella valutazione dei risultati e nella redazione della tesi.

Grazie ai miei genitori che mi hanno permesso di fare questa esperienza.

Grazie a Valeria, per il sostegno e la forza che sa trasmettermi malgrado la lontananza.

Grazie agli amici, ai colleghi, alle persone care, che mi sono vicine.

Indice

Sommario-Abstract	1
Introduzione	1
1 Le pesatrici automatiche multitesta	5
1.1 Il sistema di packaging	5
1.1.1 Le origini del settore e la sua storia in Italia	5
1.1.2 Panoramica delle tecnologie utilizzate	7
1.1.3 Consistenza economica del settore in Italia	11
1.2 La pesatrice multitesta	14
1.2.1 I principali componenti hardware delle pesatrici multitesta .	14
1.2.2 Il funzionamento di una pesatrice multitesta	18
1.3 Il mercato delle pesatrici multitesta	24
1.3.1 Le aziende nel mondo	26
1.3.2 Analisi economica del settore delle pesatrici in Italia	26
1.3.3 Dinamiche di performance economica	27
1.4 I vincoli di legge	34
1.5 Gli obiettivi del lavoro	37
2 Definizione del problema	39
2.1 Analisi delle variabili principali del funzionamento	39
2.2 Il problema della configurazione	41
2.2.1 La modellizzazione delle variabili	41
2.3 Il problema della gestione	42
2.3.1 La modellizzazione delle variabili	42
2.4 Il problema affrontato	43

2.5	Panoramica sul <i>canning problem</i>	44
2.5.1	Soluzione del problema tramite simulazione	49
2.5.2	Risoluzione del <i>canning problem</i> in un caso particolare	49
2.6	Funzione Obiettivo	61
2.6.1	La funzione di valutazione con controllo al 100%	62
2.6.2	Analisi della funzione obiettivo in una pesatrice a due teste	65
3	Il metodo di soluzione	69
3.1	Il simulatore della pesatrice: Principi Costruttivi	69
3.1.1	Incertezza della cella carico	70
3.1.2	Quantità di materia prima caricabile in ogni cestello pesatore	73
3.1.3	Canale secondario per lo svuotamento dei cestelli pesatori	74
3.1.4	Vincolo sulla permanenza della materia prima nel cestello pesatore	74
3.1.5	Regole di scelta della combinazione	75
3.2	Metodologia RSM	77
3.2.1	Analisi della metodologia applicata all'ottimizzatore	81
3.3	Validazione	88
3.3.1	Simulatore del macchinario	88
3.3.2	Ottimizzatore	93
4	Risultati	99
4.1	Il caso aziendale	99
4.1.1	L'azienda	99
4.1.2	Peso della materia prima	100
4.1.3	Verifica dell'ipotesi di linearità tra deviazione standard e media del peso caricato nei cestelli pesatori	102
4.1.4	Confronto tra le confezioni reali e le confezioni realizzate dal simulatore	109
4.2	Adattabilità del caso particolare	114
4.3	Distribuzione delle configurazioni iniziali	119
4.4	Validazione della metodologia RSM per la pesatrice	130
	Conclusioni e sviluppi futuri	137

A Metodologia RSM : Fondamenti teorici	139
A.1 Piani per l'accostamento di superfici di risposta	139
A.2 Stima dei parametri nei modelli di regressione lineare	143
A.3 Test di significatività della regressione	146
A.4 Verifica della mancanza di adattamento <i>Test di Lack of Fit</i>	147
A.5 Il modello del secondo ordine della superficie di risposta	148
A.6 Ridge Analysis	151
A.7 Intervallo di confidenza per la risposta media	152
B Grafici per l'analisi del caso aziendale	155
Elenco dei simboli	163
Bibliografia	165

Elenco delle figure

1.1	Schema delle fasi del dosaggio tradizionale	8
1.2	Funzionamento di una confezionatrice verticale	9
1.3	Funzionamento di una confezionatrice orizzontale	10
1.4	Indicatori fondamentali di settore (2008-2010)	12
1.5	Ripartizione per aree delle esportazioni (2008-2010)	13
1.6	Ripartizione geografica	14
1.7	La pesatrice multitesta	15
1.8	Scivolo d'entrata	16
1.9	Disco dispersore	16
1.10	Canali radiali	16
1.11	I cestelli predosatori e pesatori	18
1.12	Schema di funzionamento di una pesatrice multitesta	20
1.13	Funzionamento dei cestelli pesatori	21
1.14	La prima pesatrice multitesta Ishida del 1972	25
1.15	I produttori di pesatrici multitesta nel mondo	26
1.16	Andamento del fatturato aziende italiane produttrici di pesatrici multitesta	28
1.17	Andamento dell'indice EBITDA/Fatturato delle aziende italiane produttrici di pesatrici multitesta	28
1.18	Performance delle aziende italiane produttrici di pesatrici multitesta	29
1.19	Andamento dell'indice valore aggiunto pro-capite delle aziende italiane produttrici di pesatrici multitesta	30
1.20	Andamento dell'indice ROI delle aziende italiane produttrici di pesatrici multitesta	30
1.21	Efficienza delle aziende italiane produttrici di pesatrici multitesta	31

1.22	Andamento dell'indice PFN/EBITDA delle aziende italiane produttrici di pesatrici multitesta	32
1.23	Andamento della leva finanziaria delle aziende italiane produttrici di pesatrici multitesta	32
1.24	Sostenibilità finanziaria delle aziende italiane produttrici di pesatrici multitesta	33
2.1	Variabili principali che influenzano il funzionamento di una pesatrice multitesta	40
2.2	Parametri caratteristici del problema di canning	52
2.3	Andamento della funzione obiettivo per differenti valori di σ_w	52
2.4	Andamento della funzione obiettivo per $\sigma_w = \alpha \cdot \mu_w$	53
2.5	Andamento della funzione obiettivo per $\sigma_w = \alpha \cdot \log \mu_w$	54
2.6	Andamento della funzione obiettivo per $\sigma_w = \alpha \sqrt{\mu_w}$	54
2.7	Differenza tra i valori di funzione obiettivo in $\%$ $\sigma_w = \alpha \cdot \mu_w$	55
2.8	Differenza tra i pesi medi scaricati in $\%$ $\sigma_w = \alpha \cdot \mu_w$	56
2.9	Differenza tra i valori di funzione obiettivo in $\%$ $\sigma_w = \alpha \cdot \ln(\mu_w)$	56
2.10	Differenza tra i pesi medi scaricati in $\%$ $\sigma_w = \alpha \cdot \ln(\mu_w)$	57
2.11	Differenza tra i valori di funzione obiettivo in $\%$ $\sigma_w = \alpha \sqrt{\mu_w}$	57
2.12	Differenza tra i pesi medi scaricati in $\%$ $\sigma_w = \alpha \cdot \sqrt{\mu_w}$	58
2.13	Analisi della Funzione Obiettivo al variare della quantità presente nei due cestelli-Grafico 1	65
2.14	Analisi della Funzione Obiettivo al variare della quantità presente nei due cestelli-Grafico 2	66
3.1	Schema a blocchi semplificato del sistema simulatore-ottimizzatore	69
3.3	Media del peso della confezione al variare di gamma	70
3.2	Schema a blocchi del simulatore che riproduce il funzionamento della pesatrice multitesta	71
3.4	Deviazione standard del peso della confezione al variare di gamma	72
3.5	Esempio di vettore inferiore e vettore superiore	75
3.6	Schema semplificato della procedura RSM classica	80
3.7	Schema a blocchi dell'ottimizzatore	81
3.8	Piani realizzati dal software per eseguire la simulazione	89
3.9	Piani realizzati dal software per eseguire la simulazione CCD	89

3.10	Peso rilevato nei cestelli pesatori	90
3.11	Combinazioni realizzate dal simulatore	91
3.12	Pesi associati alle combinazioni	91
3.13	Scariche conformi al variare del run di simulazione	92
3.14	Pesi medi delle confezioni conformi per ogni livello	92
3.15	Valore della funzione obiettivo per ogni livello	92
3.16	Valore della funzione obiettivo per ogni livello al variare delle repliche	93
3.17	Coefficienti della regressione lineare	93
3.18	Risultati per il test di significatività del modello di regressione . . .	95
3.19	Configurazione raggiunta con la steepest ascent	96
3.20	Verifica delle regole di arresto della steepest ascent	96
3.21	Coefficienti della regressione per il modello del secondo ordine . . .	97
3.22	Autovalori della matrice	98
3.23	Risultati della Ridge Analysis	98
4.1	Lo stabilimento di Castelleone	100
4.2	Dati relativi ai Gianduiotti	101
4.3	Dati relativi agli Ovetti	101
4.4	I prodotti analizzati	102
4.5	Peso caricato nei cestelli pesatori, Gianduiotti	104
4.6	Residui standard-fits per l'analisi di regressione del peso caricato nei cestelli pesatori, Gianduiotti	105
4.7	Test di normalità sui residui standard, Gianduiotti	106
4.8	Peso caricato nei cestelli pesatori, Ovetti	106
4.9	Residui standard-fits per l'analisi di regressione del peso caricato nei cestelli pesatori, Ovetti	107
4.10	Test di normalità sui residui standard, Ovetti	108
4.11	Confronto tra le confezioni realizzate dalla pesatrice in azienda e quelle realizzate dal simulatore-Gianduiotti-Scelta1	109
4.12	Confronto tra le confezioni realizzate dalla pesatrice in azienda e quelle realizzate dal simulatore-Gianduiotti-Scelta2	110
4.13	Confronto tra le confezioni realizzate dalla pesatrice in azienda e quelle realizzate dal simulatore-Ovetti-Scelta1	111
4.14	Confronto tra le confezioni realizzate dalla pesatrice in azienda e quelle realizzate dal simulatore-Ovetti-Scelta2	111

4.15	Risultati del simulatore al variare di α -Gianduiotti	113
4.16	Risultati del simulatore al variare di α -Ovetti	113
4.17	Deviazione standard-media per il peso delle confezioni	116
4.18	Residui standard-fits per l'analisi di regressione $\sigma_w = \alpha \cdot f(\mu_w)$. . .	117
4.19	Test di normalità sui residui standard per l'analisi di regressione $\sigma_w = \alpha \cdot f(\mu_w)$	117
4.20	Deviazione standard-media per il peso delle confezioni(Regressione Pesata)	118
4.21	Residui standard-fits per l'analisi di regressione pesata $\sigma_w = \alpha \cdot f(\mu_w)$	119
4.22	Test di normalità sui residui standard per l'analisi di regressione pesata $\sigma_w = \alpha \cdot f(\mu_w)$	120
4.23	Main Effect Plot della funzione obiettivo-iperubi latini	121
4.24	Interaction Plot della funzione obiettivo-iperubi latini	121
4.25	Residui Standard-Fits,funzione obiettivo-iperubi latini	123
4.26	Test di normalità sui residui standard,funzione obiettivo-iperubi latini	124
4.27	Main Effect Plot della funzione obiettivo-numero di esperimenti- iperubi latini	125
4.28	Main Effect Plot del numero di esperimenti-iperubi latini	125
4.29	Interaction Plot del numero di esperimenti-iperubi latini	126
4.30	Residui Standard-Fits,numero esperimenti-iperubi latini	128
4.31	Test di normalità sui residui standard,numero esperimenti-iperubi latini	128
4.32	Main Effect Plot del numero di esperimenti-metodologia-iperubi latini	129
4.33	Confronto tra i due approcci	130
4.34	Main Effect Plot della funzione obiettivo-rsm	131
4.35	Interaction Plot della funzione obiettivo-rsm	132
4.36	Residui Standard.Fits,funzione obiettivo-rsm	134
4.37	Test di normalità sui residui standard,funzione obiettivo-rsm	134
4.38	Main Effects Plot della funzione obiettivo-metodologia-rsm	135
A.1	Piano 2^k per $k=2$	141
A.2	Piano composito centrale per $k=2$	141
A.3	Piani CCD per l'accostamento di modelli del secondo ordine	142

B.1	Analisi di normalità per il cestello 1, Gianduiotti	155
B.2	Analisi di normalità per il cestello 2, Gianduiotti	156
B.3	Analisi di normalità per il cestello 3, Gianduiotti	156
B.4	Analisi di normalità per il cestello 4, Gianduiotti]	156
B.5	Analisi di normalità per il cestello 5, Gianduiotti	157
B.6	Analisi di normalità per il cestello 6, Gianduiotti	157
B.7	Analisi di normalità per il cestello 7, Gianduiotti	157
B.8	Analisi di normalità per il cestello 1, Ovetto	158
B.9	Analisi di normalità per il cestello 2, Ovetto	158
B.10	Analisi di normalità per il cestello 3, Ovetto	159
B.11	Analisi di normalità per il cestello 4, Ovetto	159
B.12	Analisi di normalità per il cestello 5, Ovetto	159
B.13	Analisi di normalità per il cestello 6, Ovetto	160
B.14	Analisi di normalità per il cestello 7, Ovetto	160
B.15	Analisi di normalità per il cestello 8, Ovetto	160
B.16	Analisi di normalità per il cestello 9, Ovetto	161
B.17	Analisi di normalità per il cestello 10, Ovetto	161
B.18	Analisi di normalità per il cestello 12, Ovetto	161
B.19	Analisi di normalità per il cestello 12, Ovetto	162

Elenco delle tabelle

1.1	Errori massimi tollerati dalla legge n° 690 - 1978	35
3.1	Classi di tolleranza per le celle di carico	73
3.2	I quattro casi	76
3.3	Peso Cestelli e Numero Ovetti	90
4.1	Analisi di normalità per i pesi caricati nei cestelli-Gianduiotti . . .	104
4.2	Analisi di normalità per i pesi caricati nei cestelli-Ovetti	108
4.3	Valori di media e deviazione standard per le confezioni-Gianduiotti	112
4.4	Valori di media e deviazione standard per le confezioni-Ovetti . . .	114
4.5	Analisi di normalità per il peso delle confezioni	115
4.6	Piano sperimentale utilizzato per verificare il vantaggio dell'utilizzo degli ipercubi latini	120
4.7	Piano sperimentale utilizzato per validare la metodologia RSM . . .	131

Sommario-Abstract

La pesatrice multitesta, posta a valle di numerosi processi produttivi, si occupa del dosaggio del prodotto finale. Le sue prestazioni, valutate attraverso l'analisi del peso delle confezioni e della percentuale di confezioni conformi ai dettami di legge, vengono determinate imponendo il peso medio da caricare nelle teste di pesata che la compongono. La determinazione di tali parametri, attualmente lasciata all'esperienza dei tecnici, richiede la formulazione di un approccio formale e strutturato che permetta di determinare la soluzione ottima. Il presente lavoro di tesi vuole rispondere a questa necessità realizzando un simulatore capace di riprodurre il funzionamento della pesatrice e di determinare la configurazione migliore della macchina, al variare di alcuni parametri di processo, tra i quali materia prima e peso della confezione. La metodologia delle superfici di risposta, modificata per essere adattata al problema con l'introduzione di regole di arresto e di un opportuno sistema di valutazione della soluzione, ha permesso di realizzare un ottimizzatore capace di raggiungere gli obiettivi prefissati.

Parole Chiave: Pesatrice multitesta, ottimizzazione stocastica, dosaggio

The multihead weigher, placed downstream of several production processes, concerns the determination of the final product dosage in packaging. This machine assures the average weight of the packaging and, as a consequence, its performance can be easily evaluated analyzing the effective packaging weight, and so their conformity. Such performances are determined imposing the average weight, that have to be loaded, on the weighing heads of the weigher. The determination of these parameters, currently based on the technicians' experiences, requires the formulation of a structured approach, which aims to look for the optimal solution.

This thesis would satisfy this need by providing a simulator that is able to reproduce the weigher behavior, and that can determine the best configuration of the machine, according to the process parameters variations, e.g. the raw materials, the weight of the package. The Response Surface Methodology has been modified, in order to be adapted to the problem, with the introduction of stop rules, and of an appropriate solution evaluation system. The approach developed allowed to build up an optimization tool capable of achieving the set objectives.

Keywords : multihead weigher, stochastic optimization, packaging

Introduzione

Il processo di confezionamento, per le stringenti normative e le richieste sempre più complesse dei consumatori, ha assunto oramai un ruolo determinante in tutte le aziende che trattano i beni di consumo. L'aumento delle quantità e del numero di prodotti da confezionare ha spinto i costruttori di macchine alla ricerca di soluzioni automatizzate ad alta produttività. L'obiettivo di fornire alle aziende produttrici macchinari veloci, precisi, ma anche flessibili, capaci di adattarsi a differenti prodotti o a differenti varietà dello stesso prodotto, ha sviluppato soluzioni complesse ad elevato contenuto tecnologico.

Nelle aziende che producono materiali solidi caratterizzati da un peso unitario variabile da pochi grammi a qualche decina di grammi (riso, pasta, bulloni, ovetto di cioccolata etc.), la pesatrice multitesta si occupa del dosaggio delle confezioni. La materia prima, raccolta in una tramoggia posta in alto sull'asse della macchina, viene trasportata tramite canali vibranti all'interno dei cestelli pesatori. Il sistema di gestione, dopo aver rilevato il peso reale caricato, analizza le combinazioni possibili tra i cestelli con l'obiettivo di realizzare una confezione conforme ai dettami della legge n° 690 del 25-10-1978 e cercando di eccedere il meno possibile la quantità nominale dichiarata. La variabilità caratteristica del processo di caricamento implica che la scelta del peso medio contenuto nei cestelli pesatori, cioè la configurazione della pesatrice, abbia un impatto diretto sulle performance (peso medio delle confezioni e percentuale di confezioni conformi ai dettami di legge).

Il lavoro di tesi vuole fornire uno strumento capace di determinare la configurazione ottimale della pesatrice al variare dei parametri caratteristici del problema (numero di teste di pesata, materia prima, etc). Le motivazioni che hanno portato alla ricerca di un approccio strutturato risiedono nella letteratura, di ordine prettamente commerciale, e nell'approccio dei costruttori che si basa sull'esperienza pregressa dei tecnici.

Il lavoro di tesi si articola in due fasi principali: la realizzazione di un simulatore capace di riprodurre il funzionamento della pesatrice e l'implementazione di un ottimizzatore, basato sulla procedura RSM (*Response Surface Methodology*), capace di ricercare in maniera sistematica la configurazione migliore. La procedura RSM, tecnica di ottimizzazione stocastica, è stata modificata per essere adattata al problema con l'introduzione di regole di arresto e di un opportuno sistema di valutazione della soluzione. Il simulatore, che riproduce il funzionamento della pesatrice, è stato strutturato in modo da tenere in considerazione diversi aspetti. Esso:

- prevede la possibilità di utilizzare materia prima con peso variabile;
- considera la necessità di confezionare materie prime deperibili, con la possibilità di privilegiare combinazioni di cestelli;
- tiene in considerazione l'incertezza della cella di carico ed il suo impatto sulle performance della pesatrice;
- permette di utilizzare due differenti regole di scelta della combinazione; la prima volta a realizzare una confezione il più possibile vicina al peso nominale, l'altra che massimizza il profitto compatibilmente con i vincoli imposti dalla normativa

Le caratteristiche peculiari dell'ottimizzatore sono:

- la capacità di adattare il piano sperimentale sulla base dell'esito del test di significatività della regressione e del test di lack of fit;
- l'utilizzo della regola 2-in-a-row nella fase di steepest ascent;
- l'introduzione di un coefficiente moltiplicativo nella fase di steepest ascent che permette di scegliere di quanto spostarsi lungo la direzione di salita;
- l'utilizzo della ridge analysis nel momento in cui il punto di ottimo risulti essere un minimo o un punto di sella;
- la valutazione della soluzione ottima in base alla sua localizzazione nello spazio delle soluzioni in relazione al piano fattoriale studiato.

La tesi si articola in cinque capitoli: nel primo viene presentata una panoramica riguardante il settore del packaging, la struttura hardware e software della macchina ed il mercato delle aziende produttrici; nel secondo sono illustrati i problemi di gestione e configurazione della macchina, le ipotesi fatte ed è presentata la funzione obiettivo; nel terzo si esamina la struttura del software e la metodologia utilizzata per l'ottimizzazione; nel quarto vengono validate le ipotesi fatte e vengono presentati i risultati forniti dall'ottimizzatore.

Capitolo 1

Le pesatrici automatiche multitestata

1.1 Il sistema di packaging

In questo capitolo si propone una panoramica del settore di packaging volta ad analizzare aspetti economici e tecnici. Verranno presentati nel dettaglio i macchinari utilizzati, i produttori, il mercato italiano e le normative presenti.

1.1.1 Le origini del settore e la sua storia in Italia

Packaging vuol dire confezionamento. Il tubetto, la scatola, la bottiglia, l'incarto, il *blister* conservano il prodotto, ne accrescono il valore, ne aumentano la durata, favorendone la distribuzione. Il *packaging*, dunque, da un lato assolve l'esigenza della conservazione del prodotto dall'altro svolge un ruolo fondamentale per il marketing. La conoscenza del prodotto da confezionare, delle esigenze dell'acquirente, dei materiali compatibili con il prodotto, delle soluzioni funzionali adottate, risultano fondamentali per garantire genuinità, durata e conformità con le normative vigenti. Al fine di coniugare questi aspetti con le esigenze produttive si richiede l'utilizzo di macchine operatrici veloci e flessibili. La progettazione, la realizzazione e l'impiego di tali macchine sono fasi complesse che interessano numerosi aspetti.

La prima macchina automatica per il confezionamento apparve all'Esposizione Universale di Parigi nel 1867. In quella occasione i visitatori poterono ammira-

re una macchina, ideata dal signor Devenick, che allineava, sollevava, pesava ed incartava delle tavolette di cioccolato saldandone la confezione con la cera. Nonostante la meraviglia suscitata da tale ingegnosa macchina, i consumatori accolsero l'innovazione con una certa diffidenza causata dalla preoccupazione di non poter più controllare la qualità degli acquisti. I produttori, dal canto loro, cercarono di aggirare il problema tramite l'utilizzo di immagini rassicuranti e familiari sulle confezioni.

Gli Stati Uniti furono i primi a sviluppare a livello industriale, tra la fine dell'Ottocento e i primi decenni del Novecento, il processo per la trasformazione e conservazione di prodotti da immettere sul mercato nazionale ed internazionale. Le industrie produttrici di confezionatrici realizzavano macchinari standard adattabili a vaste gamme di prodotti. Nel secondo dopoguerra la supremazia americana venne meno lasciando la leadership ai produttori europei che, con più decisione, seguirono la strada della diversificazione e della flessibilità. Se i tedeschi detenevano il primato delle esportazioni, gli italiani furono i primi a comprendere la necessità di focalizzarsi sulle esigenze dei clienti. Bologna, grazie alla presenza di numerose maestranze tecniche con qualificate capacità progettuali, divenne una capitale per la produzione di macchine per il confezionamento. Il contesto locale affondava le radici in una cultura meccanica di antica tradizione che ha accompagnato la storia produttiva della città sin dai secoli XVI-XVIII con i mulini da seta fino agli odierni successi della Ducati, della Ferrari, etc. Questa cultura, tra l'Otto e Novecento, veniva impartita dall'Istituto Aldini-Valeriani per le Arti e i Mestieri. La scuola, nata dai lasciti di Luigi Valeriani e Giovanni Aldini, si proponeva di formare giovani apprendisti meccanici. L'ingegnere e la sua cultura, insieme all'abilità professionale dei maestri-operai, costituirono eccellenze nelle arti del misurare, controllare, predisporre macchine, fare calcoli, conoscere proprietà e caratteristiche dei materiali, capire ed interpretare il linguaggio del disegno tecnico.

L'avvio della produzione di macchine automatiche a Bologna risale al 1924, anno della costituzione dell'ACMA (Anonima Costruzione Macchine Automatiche). Creata da Gaetano Barbieri, socio insieme ad Arturo Gazzoni nella ditta che realizzava le cartine di Idrolitina, fu la prima azienda a produrre macchine dedicate allo stampaggio delle cartine, al dosaggio del prodotto e al confezionamento. Nella sua storia, l'ACMA ebbe dipendenti come Bruto Carpegiani, geniale progettista meccanico capace di creare intorno a sé un gruppo di ingegneri eccelsi

che diedero lustro all'industria delle macchine automatiche bolognesi per decenni. L'ACMA da una parte, e l'Istituto Aldini-Valeriani dall'altra, furono le "palestre" in cui crebbero gli imprenditori dell'industria del confezionamento.

Oggi, la maggior parte delle aziende del settore in Italia, ha dimensioni medio-piccole ed il motivo si cela dietro l'evoluzione industriale che caratterizzò il secondo dopoguerra. L'industria meccanica, convertitasi alle necessità belliche, si trovò fuori dal mercato al termine del conflitto. Questa contingenza generò uno smobilimento industriale delle grandi aziende con più di 9000 licenziamenti tra il 1948 e il 1954 solo a Bologna. Questo evento fece sì che gli operai specializzati si distribuirono sul territorio dando vita a piccole aziende meccaniche che costituiscono ancora oggi un polmone di enorme importanza nella "Packaging Valley".

I materiali storici dell'imballaggio furono il vetro, la banda stagnata e la carta. Questi, a partire dal 1930, furono sostituiti dal *cellophane* che negli anni '50-'60 divenne il materiale di riferimento. Oltre alla flessibilità a bassa temperatura, la lunghissima durata, la possibilità di essere saldato a caldo, il *cellophane* permette al consumatore di controllare il prodotto prima dell'acquisto.

1.1.2 Panoramica delle tecnologie utilizzate

Malgrado la tendenza dei produttori sia da sempre stata quella di ricercare l'automazione del processo di confezionamento per tutti i prodotti, indipendentemente dalla loro complessità, la necessità di saturare i volumi di vendita li ha portati a realizzare soluzioni flessibili capaci di soddisfare una panoramica di prodotti piuttosto ampia. La focalizzazione avviene a livello di categoria di riferimento (prodotti solidi, liquidi, pastosi, polverulenti), la flessibilità risponde ad esigenze quali la differente forma, peso, compatibilità con i materiali plastici, etc. In questo lavoro di tesi si pone l'attenzione ai prodotti solidi caratterizzati da dimensioni e peso unitario variabile da qualche decina di grammi sino a circa due chilogrammi; rientrano in questa categoria pasta corta, caramelle, cioccolatini, patatine, dadi per viti, etc.

Com'è noto il processo di confezionamento può essere suddiviso in due fasi ben distinte:

- **Dosaggio:** l'individuazione, a partire dal prodotto sfuso, della quantità che deve essere confezionata;

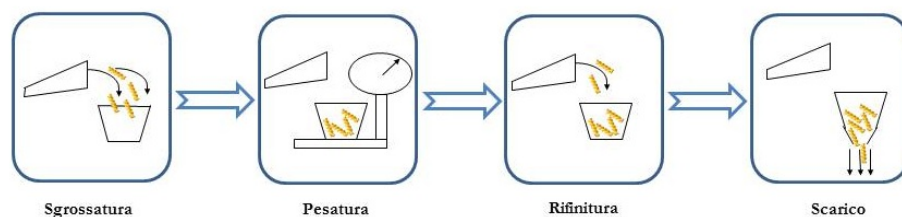


Figura 1.1: Schema delle fasi del dosaggio tradizionale

- **Confezionamento:** il riempimento della confezione precedentemente preparata e relativa chiusura.

Dosaggio

Per quanto riguarda il settore di nostro interesse, le macchine concepite prima dell'avvento delle pesatrici multitesta, si basano sul tradizionale principio dello sdoppiamento della pesata tra la fase di sgrossatura e finitura. Il ciclo di dosaggio è illustrato in Figura 1.1, dove è possibile osservare le quattro fasi principali del processo. Il prodotto viene fatto cadere in un contenitore di raccolta tramite un erogatore a coclea o un canale vibrante. La quantità scaricata deve avvicinarsi al peso obiettivo senza superarlo (fase di sgrossatura). Il sistema di controllo rileva il peso, determina la quantità di prodotto che deve essere scaricata nella fase di finitura e modifica opportunamente i parametri di funzionamento degli erogatori (ad esempio il tempo di vibrazione per i canali vibranti, o il numero di rotazioni che deve compiere la coclea). A seguito della fase di finitura, non viene effettuata una nuova pesata e quindi il peso netto effettivo della confezione deve essere controllato a valle.

L'alternativa è ricorrere ad un dosaggio di tipo gravimetrico, prevedendo ad esempio di alimentare una tramoggia di stoccaggio con un nastro trasportatore dotato di cella di carico e scaricando il prodotto nella confezionatrice una volta raggiunto il peso richiesto. Questa seconda soluzione, data la scarsa precisione ottenibile, risulta dominata da quella precedente.

Confezionamento

Esistono fondamentalmente due tipi di confezionatrici: quelle verticali e quelle orizzontali. La classificazione è operata in base alla direzione di movimento della

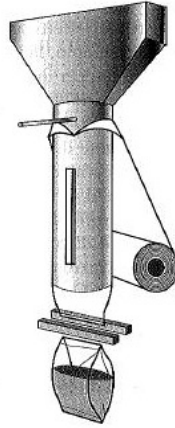


Figura 1.2: Funzionamento di una confezionatrice verticale

confezione durante lo svolgersi dell'operazione di confezionamento. Nella confezionatrice verticale (Figura 1.2) la realizzazione della busta è ottenuta svolgendo un film, di plastica o di *cellophane*, avvolto ad una bobina. Questo, dopo essere transitato attraverso un insieme di rulli che lo portano in tensione, entra in una cravatta per poi abbracciare il “tubo formatore”. Lo scorrimento del film sul tubo, che serve a dare la forma desiderata alla busta, è ottenuto per mezzo di due cingoli di gomma posti ai lati del tubo. Per chiudere il film ci si avvale di una barra saldatrice detta “saldatore verticale”. Questo sistema posto in posizione verticale anteriore rispetto al tubo formatore, ad una distanza di pochi millimetri, viene premuto pneumaticamente sul tubo formatore per il tempo sufficiente a fondere ed unire i lembi. Il sistema saldatore viene mosso per mezzo di un pistone che ne consente il movimento orizzontale di avvicinamento e allontanamento dal tubo formatore. Una volta chiuso verticalmente il film viene fatto scorrere lungo il tubo formatore per una lunghezza pari alla lunghezza della busta da realizzare. A questo punto è necessario tagliare il film e saldarne i lembi orizzontali. Questa fase viene effettuata grazie ad un sistema composto da due barre orizzontali saldanti e una cesoia volante posta tra le due barre. Il sistema chiudendosi, con la barra superiore salda la base della busta che deve essere ancora riempita, con quella inferiore la busta che è stata appena riempita e con le cesoie effettua il taglio che divide le confezioni in oggetto. Il sistema è azionato pneumaticamente da due pistoni che ne consentono il movimento orizzontale di avvicinamento-allontanamento. Il funzionamento così descritto è intermittente, ovvero il film non è in continuo movimento

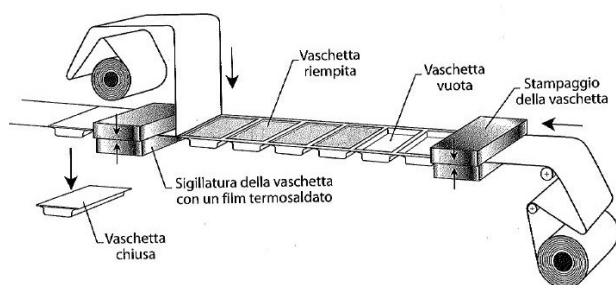


Figura 1.3: Funzionamento di una confezionatrice orizzontale

ma viene fermato ogni volta che avviene una saldatura. Le attuali velocità massime raggiungibili da una confezionatrice verticale non superano le 120 confezioni al minuto.

Nelle confezionatrici orizzontali sono presenti due bobine che alimentano la macchina automatica, una è avviata alla stazione di termoformatura e serve per realizzare le cavità delle vaschette, l'altra fornisce il film per la termosigillatura del termoformato dopo il riempimento. Come si osserva nella Figura 1.3, la vaschetta prima di essere sigillata viene posta al di sotto dello scivolo di caduta della dosatrice dove avviene il caricamento. Il processo non è continuo ma intermittente poiché le scatole vengono movimentate solo a conclusione delle operazioni di riempimento e di chiusura delle confezioni. Esistono confezionatrici orizzontali con processo di confezionamento continuo che sfruttano un processo di riempimento in parallelo. A valle del cono di scarico del dosatore, viene montato uno scivolo rotante che presenta al suo interno canali di riempimento di forma elicoidale. Quando una scatola vuota arriva in corrispondenza della zona di riempimento, essa è presa in consegna dal primo canale di riempimento disponibile che si occupa di scaricare la quantità da confezionare. La confezione descrive una semicirconferenza intorno all'asse dello scivolo mentre il prodotto continua a fluire. Al compimento della semicirconferenza, la confezione è riempita e può proseguire, con un tragitto rettilineo, verso la zona di chiusura. Il canale, invece, continua il suo moto rotatorio che lo porta, alla conclusione della seconda semicirconferenza, ad incontrare una nuova scatola da riempire. Il numero di confezioni che sono contemporaneamente riempite è pari alla metà del numero di canali a disposizione. Ciò permette di diminuire di molto il tempo di ciclo e quindi di aumentare la produttività del sistema.

1.1.3 Consistenza economica del settore in Italia

L'industria italiana delle macchine per il confezionamento e l'imballaggio è costituita da circa 150-200 aziende di dimensioni industriali, cui si aggiungono circa 100 unità produttive con caratteristiche artigianali. Le aziende sono localizzate per quasi l'80% in Emilia-Romagna, dove si trova la maggior concentrazione di settore al mondo, in Lombardia, in Piemonte e in Veneto. La leadership di settore è detenuta dai produttori europei, tedeschi e italiani, che insieme rappresentano un terzo della produzione mondiale. Importanti costruttori di macchine automatiche sono anche negli Stati Uniti, in Cina e Giappone, la cui produzione è però destinata quasi solo ed esclusivamente ai mercati interni. La maggior parte della produzione delle macchine per il confezionamento e l'imballaggio viene assorbita dal comparto alimentare (oltre il 40% del fatturato del settore) e da quello farmaceutico-cosmetico, poco meno del 25%. Il restante viene impiegato in settori diversi, tra i quali spiccano quello del tabacco (in cui l'industria italiana delle macchine vanta una grande tradizione), il comparto chimico-petrochimico e quello tessile.

Ricerche sull'eccellenza nella gestione aziendale hanno appurato che le ragioni del successo dell'industria italiana sono:

1. l'estrema flessibilità produttiva associata a grande affidabilità e capacità di innovazione tecnologica;
2. il forte orientamento al cliente, con una produzione realizzata su misura per le esigenze specifiche delle singole imprese e grande attenzione agli aspetti di progettazione, sperimentazione, controllo della qualità, analisi della clientela. L'industria delle macchine automatiche fa del naturale orientamento al bello che caratterizza gli italiani, uno dei suoi punti di forza, riuscendo a comprendere e soddisfare a pieno le esigenze estetiche e di *marketing* del cliente conciliandole con quelle tecnico/costruttive;
3. la forte competitività delle aziende produttrici, grazie ad un'ottimale convivenza di grandi gruppi integrati e di piccole e medie imprese altamente specializzate oltre che ad una intera gamma di macchinari per tutte le tipologie di prodotto;

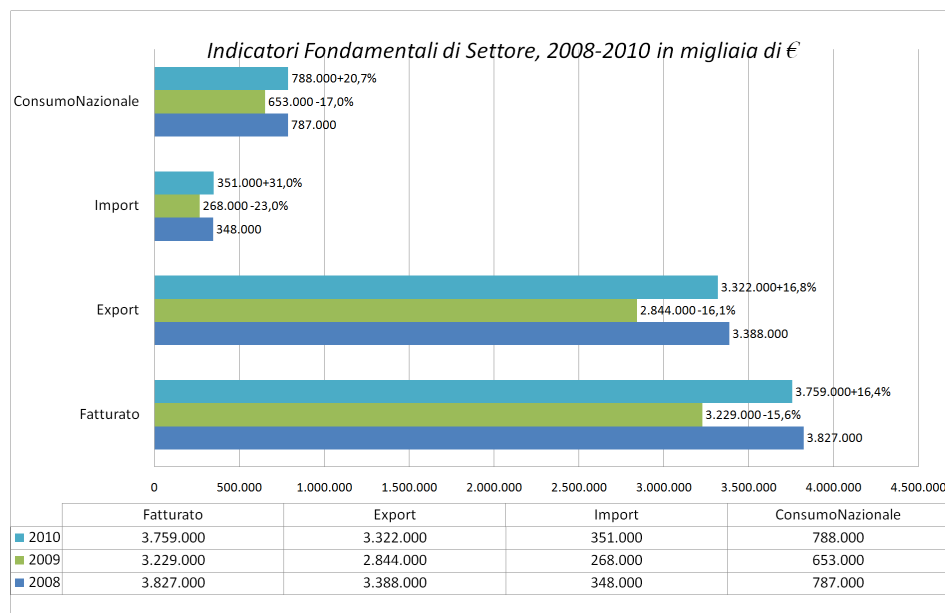


Figura 1.4: Indicatori fondamentali di settore (2008-2010)

4. il tessuto industriale in cui queste aziende vivono, dove è presente un'elevata professionalità nella meccanica fine, che si perpetua grazie a un'eccellente attività di formazione per i giovani e ad una grande attenzione alla valorizzazione del capitale umano.

L'industria italiana ha saputo rafforzare le sue posizioni sia nei periodi di congiuntura favorevole sia in quelli di congiuntura sfavorevole, e ha saputo confrontarsi in modo adeguato con i fattori di cambiamento. In particolare negli ultimi anni, le aziende italiane hanno aggiunto tecnologie elettroniche d'avanguardia alle tradizionali tecnologie meccaniche (*leadership* nel campo della mecatronica) e sono state in grado di seguire le tendenze di mercato offrendo sempre più spesso linee integrate d'imballaggio anziché macchine singole. Le diverse imprese hanno inoltre investito enormi risorse nelle attività di ricerca e sviluppo in alcune aree strategiche, tra le quali quelle riguardanti i materiali da imballo innovativi e a basso impatto ambientale. La globalizzazione dei mercati ha costretto le aziende a dotarsi di centri di servizio e tecnici specializzati in tutte le località dove il prodotto viene commercializzato.

Nel 2009, le imprese italiane, per far fronte agli effetti della crisi finanziaria mondiale, hanno cercato di reagire mediante un'attenta riduzione degli sprechi

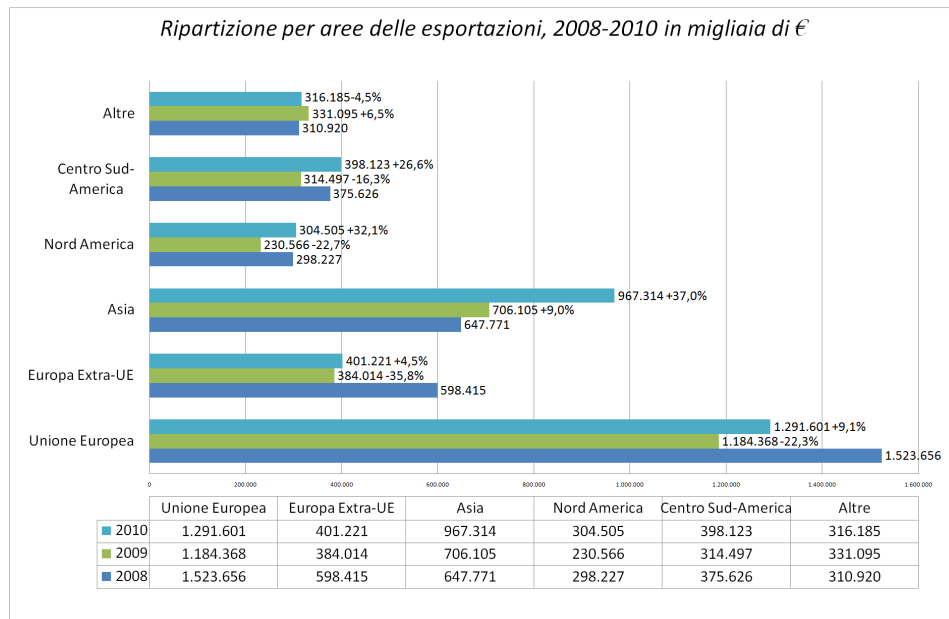


Figura 1.5: Ripartizione per aree delle esportazioni (2008-2010)

energetici ed un utilizzo parsimonioso di materie prime. La contrazione del mercato, anche se meno consistente se confrontata con altri settori, ha fatto sì che tutti gli attori coinvolti, dai lavoratori agli imprenditori, moltiplicassero gli sforzi per ottimizzare gli investimenti e l'organizzazione aziendale. Contrariamente a quello che poteva prevedersi, le aziende hanno investito in incrementi di capacità produttiva permettendo ai fornitori di non andare in difficoltà e riuscendo a trovarsi nel momento di ripresa economica con macchinari e tecnologie più performanti rispetto a quelle dei concorrenti. Le aziende, conscie delle situazione, sono riuscite a ridurre il fabbisogno finanziario favorendo l'apporto di capitale d'impresa rispetto al capitale di debito. Il punto più basso del ciclo economico è stato toccato nel primo trimestre del 2009. A partire dal secondo trimestre il mercato si è stabilizzato e, dopo l'estate, sono apparsi i primi timidi segni di ripresa. Nel 2010 la crescita del mercato è stata netta attestandosi a valori prossimi a quelli del 2008. In numeri, la crisi finanziaria ha portato una flessione del fatturato di settore del 15,6% rispetto al 2008, come si osserva in Figura ???. Analizzando nel dettaglio la quota di mercato riguardante le esportazioni si osserva come la ripresa sia trainata per lo più dai paesi in via di sviluppo, con in testa la Cina che rappresenta la gran parte della quota di mercato asiatico, Figura 1.5. Il settore stenta a riprendersi in

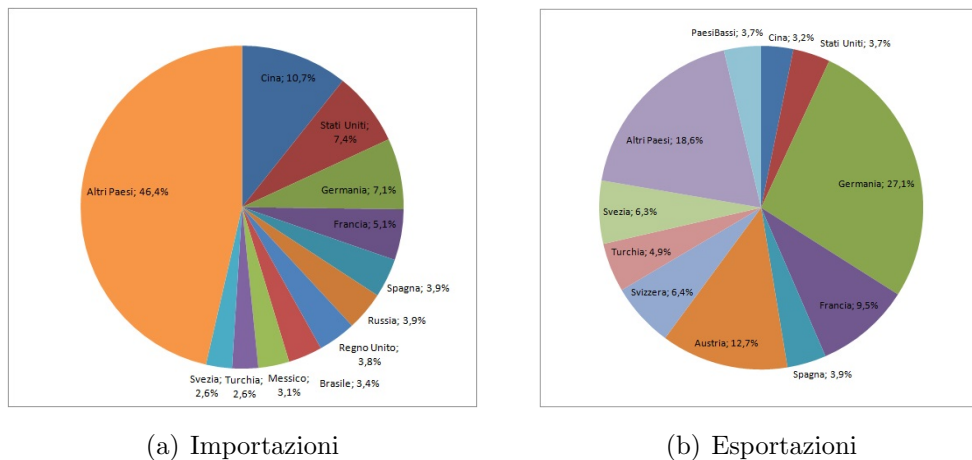


Figura 1.6: Ripartizione geografica

Europa dove la situazione finanziaria sfavorevole sortisce ancora i suoi effetti.

I risultati delle importazioni di macchine automatiche e la loro realizzazione per il mercato interno hanno superato i valori del 2008 riflettendo una ripresa del mercato italiano del settore.

1.2 La pesatrice multitesta

La pesatrice multitesta è un macchinario capace di offrire flessibilità, affidabilità e precisione. Viene sistematicamente nelle industrie produttrici di beni di consumo appartenenti alla categoria da noi studiata è pressoché indispensabile. Data la complessità del macchinario la fase di Ricerca e Sviluppo gioca un ruolo determinante. La conoscenza dei principi matematici, fisici, elettronici risulta fondamentale per raggiungere i più alti standard qualitativi.

1.2.1 I principali componenti hardware delle pesatrici multitesta

Una pesatrice multitesta (Figura 1.7) è un macchinario di forma poligonale dove ciascun lato rappresenta un modulo di dosaggio, perfettamente identico, dal punto di vista meccanico ed elettrico agli altri. La macchina è costruita in acciaio inossidabile AISI 304 al fine di garantire il massimo livello di igiene. L'alluminio è invece poco adatto considerando che con i prodotti umidi potrebbe ossidare. Le



Figura 1.7: La pesatrice multitesta

pesatrici di ultima generazione garantiscono un IP65/IP66 (Appendice XXX) e dunque un elevato grado di protezione degli involucri dei dispositivi elettrici ed elettronici contro la penetrazione di agenti esterni di natura solida o liquida. I principali componenti di una pesatrice multitesta sono:

Tramoggia di alimentazione: è costituita da uno scivolo d'entrata a forma conica (Figura 1.8), posizionato al centro della struttura, che guida il prodotto dal dispositivo di alimentazione al centro del disco dispersore. Una pesatrice può essere caratterizzata da più dispositivi di alimentazione a seconda del prodotto;

Disco dispersore (Figura 1.9): è costituito da un piatto vibrante (o rotativo) munito di celle di carico per mantenere costante la quantità di prodotto presente e garantire la distribuzione ottimale di prodotto sui canali circostanti;

Canali radiali (Figura 1.10): sono canali di alimentazione, ne esiste uno per ciascun modulo di dosaggio. Sono posti a raggiera lungo la circonferenza del distributore centrale e servono per trasportare il prodotto all'interno dei cestelli



Figura 1.8: Scivolo d'entrata

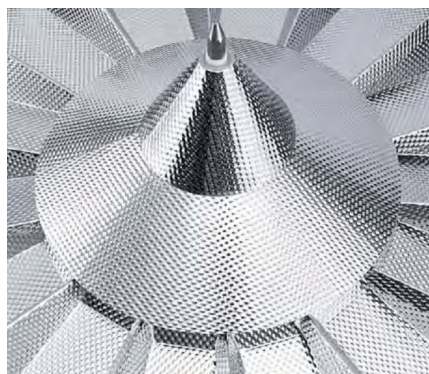


Figura 1.9: Disco dispersore



Figura 1.10: Canali radiali

predosatori;

Celle di carico: sono dei componenti elettronici che vengono usati per convertire una forza in un segnale elettrico, quindi per pesare la quantità di materiale presente sul disco dispersore e nei vari cestelli. Ogni cella è caratterizzata da un limite di pesatura, i cestelli di conseguenza hanno un limite di volume massimo. Superando tale limite si rischia di raggiungere il fondoscala della cella di carico e quindi avere misure di peso non attendibili; inoltre si potrebbe osservare un aumento del tempo di alimentazione dei cestelli predosatori, oppure si potrebbe osservare una fuoriuscita di prodotto da alcuni cestelli;

Cestelli predosatori: ricevono il prodotto proveniente dai canali radiali e lo trattengono temporaneamente. Il cestello di predosaggio scarica il suo contenuto nel corrispondente cestello pesatore nel momento in cui riceve il segnale di svuotamento di quest'ultimo oppure nel caso in cui il cestello di pesatura necessiti di una maggior quantità di prodotto. La ragione che spiega la presenza dei predosatori è che essi evitano che del prodotto cada nel cestello pesatore durante la fase di pesata. Gli sportelli dei cestelli predosatori e pesatori, sono comandati da motori elettrici a passo-passo. Essi sono stati preferiti all'impiego dei motori pneumatici in quanto più silenziosi, manutenibili e regolabili;

Cestelli pesatori: trattengono il prodotto mentre le celle di carico sottostanti ne misurano il peso. Viene allora selezionata la combinazione di cestelli pesatori la cui somma si avvicina quanto più possibile al peso prescelto;

Cestelli dosatori: non sono sempre presenti. Quando ci sono, vengono utilizzati per il deposito della dose parziale già pesata. Il cestello può essere formato da uno o due scomparti;

L'insieme del cestello predosatore, dosatore (se è presente) e pesatore prende il nome di modulo di pesata. Ciascuno spicchio, come si osserva in figura 1.11(a), è intercambiabile, leggero, stagno, resistente agli agenti corrosivi ed estraibile rapidamente con la massima facilità perché dispone di un sistema di connessione ad innesto rapido. Grazie al particolare hardware lo spicchio include la scheda di controllo dei motori e di acquisizione del peso. Tutti i componenti sospesi sulla cella di carico sono costruiti seguendo il criterio della massima resistenza e leggerezza per non gravare la cella di inutili zavorre. La meccanica è estremamente semplice, razionale e robusta a tutto vantaggio della minore usura nel tempo.

Struttura portante: è la struttura su cui sono fissate le quattro gambe che sostengono la piastra inferiore e superiore entro cui sono inseriti i moduli di pesata. E' realizzata in tubolare di acciaio inox AISI 304 di prima qualità con angoli ragianti, che evitano qualsiasi ristagno anche con i prodotti più appiccicosi;

Cono di scarico: riceve il prodotto scaricato dai cestelli pesatori sovrastanti. La bocca di uscita alimenta direttamente il sistema di confezionamento;

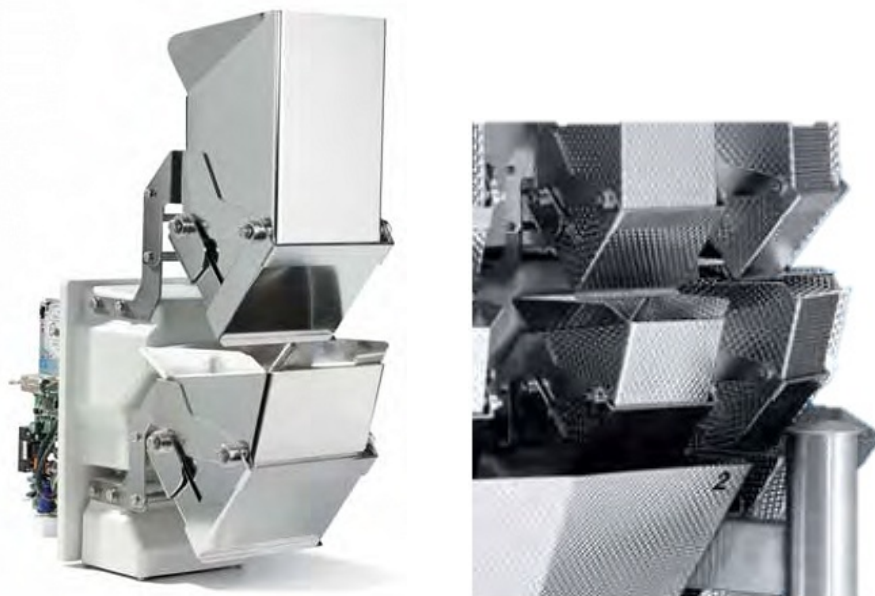


Figura 1.11: I cestelli predosatori e pesatori

Otturatore: è un setto mobile, posizionato nel cono di scarica, che disaccoppia la fase di scarica del prodotto dalla fase di confezionamento. Questo funziona sostanzialmente come una ghigliottina che si chiude quando è necessario interrompere la contiguità fra la pesatrice e la confezionatrice. Esso, infatti, evita che il prodotto appena scaricato vada ad interferire con quello che ha già raggiunto la confezionatrice. In alcune macchine, l'otturatore può inviare il prodotto in una via di scarico secondaria (diversa dalla confezionatrice) che sbocca in un recipiente di recupero esterno alla macchina. Ciò accade quando la quantità di prodotto da scaricare non è idonea al confezionamento.

1.2.2 Il funzionamento di una pesatrice multitesta

La fase di riempimento è di fondamentale importanza nel ciclo di produzione e confezionamento dei prodotti alimentari, da essa infatti dipende la conservazione del prodotto. Tale processo richiede di conseguenza massima precisione e affidabilità. Inoltre, le macchine per il riempimento fanno parte di un sistema di componenti interconnessi che devono essere sincronizzati con esattezza. La stazione di riempimento è tipicamente la più critica e rappresenta il “collo di bottiglia” della linea: le macchine che precedono la pesatrice multitesta sono programmate per lavorare

più velocemente rispetto alla pesatrice stessa, in modo tale che essa non si trovi mai nella condizione di assenza di contenitori. Ugualmente, le macchine poste dopo la fase di riempimento devono anch'esse essere più rapide per allontanare velocemente i contenitori pieni senza creare problemi di accumulo. Non è solo la sincronizzazione ad esser importante, esistono infatti altri fattori rilevanti come la produzione oraria (che dev'esser correlata al produrre il minor numero di confezioni "non conformi") e la flessibilità che permette di collegare la pesatrice a più linee che producono prodotti differenti. Un altro parametro da tenere in considerazione nella scelta dell'impianto è l'accuratezza del riempimento. Infatti, la produzione di confezioni al di sotto dei volumi o dei livelli predefiniti dalla legge causa la violazione della normativa mentre confezionare al di sopra dei limiti riduce il valore aggiunto ottenibile dal prodotto.

Il funzionamento della macchina verrà descritto seguendo idealmente il percorso del prodotto sfuso che deve essere confezionato (Figura 1.12).

Un alimentatore (ad esempio un nastro trasportatore) conduce il prodotto dal punto di stoccaggio alla tramoggia di alimentazione che lo fa cadere sul disco dispersore vibrante. Terminata la vibrazione del disco dispersore e dei relativi canali vibranti radiali, il prodotto si trova nei cestelli predosatori. Quest'ultimi, se i cestelli pesatori sono liberi e pronti per la fase di pesata, si aprono lasciando cadere il prodotto nel cestello pesatore. Nel momento in cui il segnale del peso della quantità contenuta nei cestelli pesatori è stato acquisito, l'elaborazione può cominciare. Una volta individuata la combinazione di cestelli da scaricare, il prodotto contenuto in tali cestelli è lasciato cadere nel cono di scarico che conduce alla confezionatrice. I cestelli pesatori prescelti ritornano così ad essere vuoti e quindi risultano nuovamente pronti per accogliere la quantità di prodotto contenuta nel cestello predosatore sovrastante. Il funzionamento dei cestelli pesatori è presentato in Figura 1.13. Le pesatrici multitesta possono essere caratterizzate da un ulteriore livello di cestelli dopo i pesatori, detti dosatori. Di questi cestelli ne vengono posti due sotto ogni pesatore, potendo così raddoppiare il numero di cestelli il cui peso contenuto è noto e su cui, quindi, sviluppare l'elaborazione, a parità di numero di celle di carico. Infatti, se la quantità contenuta nel cestello pesatore non è scelta per formare la confezione, essa viene scaricata nel dosatore e così risulta possibile liberare il cestello pesatore ed effettuare un'altra pesata.

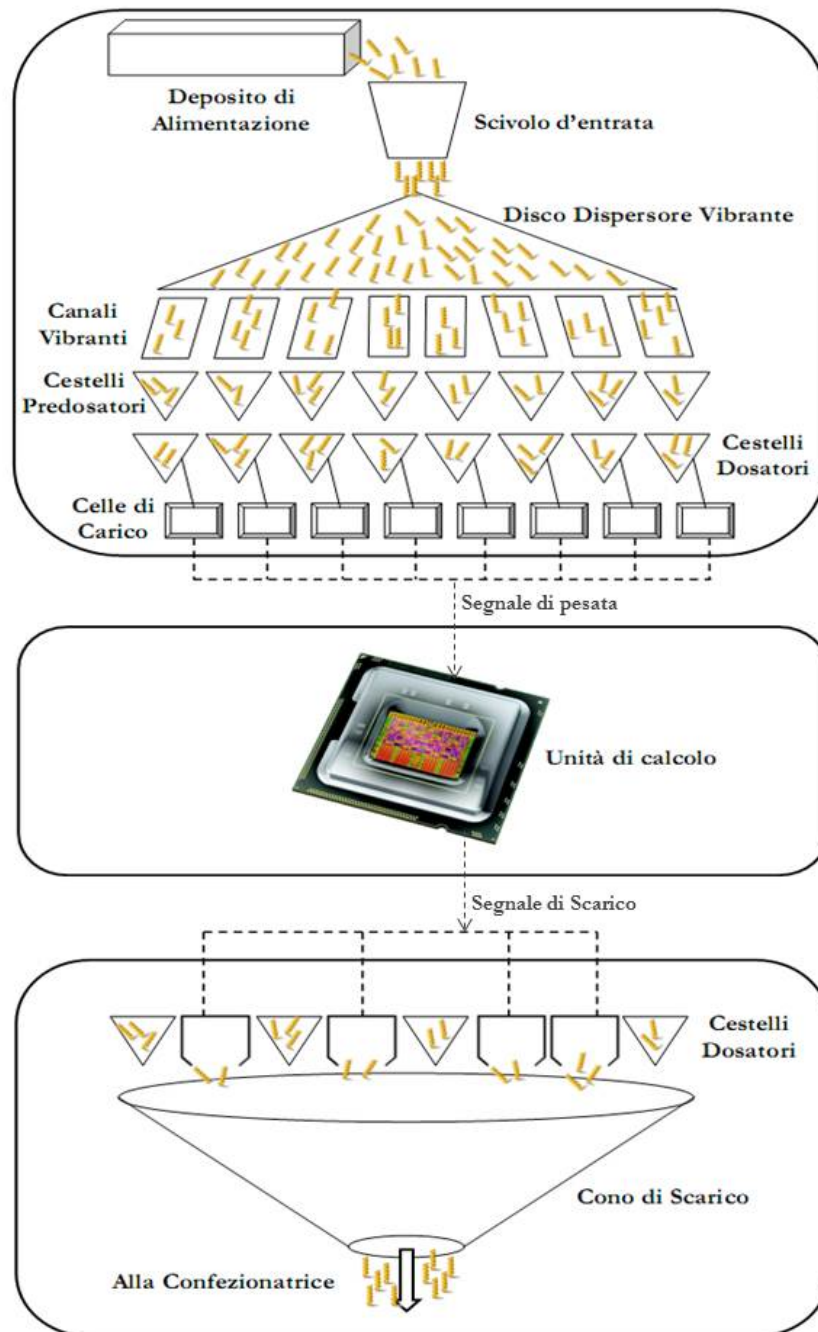


Figura 1.12: Schema di funzionamento di una pesatrice multitesta

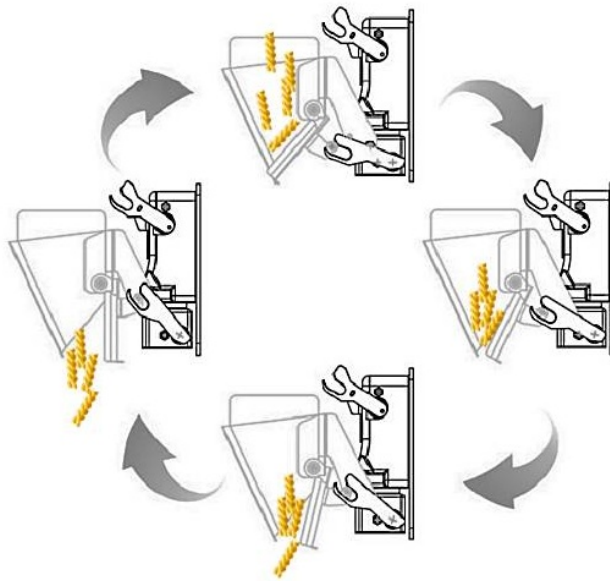


Figura 1.13: Funzionamento dei cestelli pesatori

Nella ricerca della combinazione di cestelli da scaricare la pesatrice terrà conto ovviamente anche di queste quantità.

L'idea che sta alla base del funzionamento di queste macchine è quindi quella di svincolare la precisione del processo di alimentazione del prodotto ai singoli moduli della pesatrice, dalla precisione del confezionamento.

Vengono ora confrontate le logiche di funzionamento della pesatrice multitesta e di un dosatore gravimetrico classico, caratterizzato dalle fasi di sgrossatura e finitura. Quest'ultimo, se la tramoggia di pesata a valle della fase di finitura risulta sovraccarica, ha la possibilità di accettare il sovraccarico o scaricare il prodotto senza confezionare. In una multitesta invece, un cestello sovraccarico potrà essere mantenuto fin quando non verrà caricato un altro cestello in cui la quantità contenuta è inferiore al previsto. In questo modo, scaricando entrambi i cestelli, il peso della confezione sarà più vicino al target desiderato.

Nel caso in cui nel dosatore gravimetrico classico (a valle della fase di finitura) si riveli un carico sotto peso, bisognerà comunque riattivare il canale vibrante di alimentazione per raggiungere il target, di conseguenza il tempo di ciclo ne risentirà.

I principali moduli funzionali di una pesatrice multitesta

Si definisca:

Modulo di pesata: l'insieme del canale vibrante, del cestello predosatore, del cestello pesatore e del cestello dosatore (se presente) tra loro comunicanti. Il numero di moduli di pesata di una pesatrice verrà indicato nel seguito con N .

Livello: una corona di cestelli aventi la medesima funzione. Come si è visto esistono due soluzioni: in primo luogo è possibile avere 2 livelli ovvero ogni modulo è composto dal cestello predosatore e da quello pesatore; in un secondo caso possono essere presenti 3 livelli ossia ogni modulo di pesata è composto dal cestello predosatore, dal cestello pesatore e dal cestello dosatore.

Testa di pesata: un cestello che può concorrere alla formazione di una confezione.

Il numero di teste di pesata saranno:
$$\begin{cases} N, & \text{se la pesatrice ha 2 livelli di cestelli;} \\ 2N, & \text{se la pesatrice ha 3 livelli di cestelli.} \end{cases}$$

Insieme di elaborazione: l'insieme dei moduli di pesata coinvolti nel confezionamento di un prodotto. La numerosità di tale insieme può essere minore del numero di moduli N . Il controllo remoto consente di individuare degli insiemi di elaborazione che costituiscono una pesatrice indipendente con un proprio target di peso e delle proprie regolazioni. Esiste dunque la possibilità di creare virtualmente, dalla stessa macchina, virtualmente due o più pesatrici indipendenti fra di loro.

E' ora possibile suddividere la pesatrice multitesta in 3 parti:

1. Sistema di alimentazione

Il sistema di alimentazione è composta da:

- Tramoggia di alimentazione;
- Disco dispersore;
- Canali radiali;
- Castelli predosatori.

La tramoggia di alimentazione si caratterizza per la sua forma interna, per la posizione del suo asse rispetto a quello della pesatrice e per l'altezza della luce di alimentazione attraverso cui passa il prodotto. Le regolazioni sono tutte manuali e non avvengono tramite il controllo remoto, si basano infatti sull'esperienza dell'operatore e sul risultato dei cicli di prova. La forma interna della tramoggia di alimentazione consente, attraverso uno o più setti separatori, di alimentare contemporaneamente con prodotti diversi la pesatrice. La possibilità di regolazione della tramoggia in senso orizzontale permette di alimentare con quantità di prodotto diverse due opposte sezioni della pesatrice. In ultimo si può regolare l'altezza della luce di alimentazione. La regolazione dell'altezza della luce è particolarmente importante perché definisce l'altezza dello strato di materiale che si carica su ogni canale vibrante. Questo influisce in maniera determinante sulla quantità che riempie ogni cestello.

I canali vibranti hanno il compito di movimentare il materiale e la loro imprecisione è assai bassa. Dunque un canale vibrante risulta preciso se il materiale è alimentato omogeneamente e correttamente. Perciò l'imprecisione del carico dei cestelli è dovuta, per lo più, ad una non omogenea distribuzione del prodotto nei canali vibranti.

Quando il prodotto è giunto sulla pesatrice, esso viene distribuito ai canali vibranti grazie al disco dispersore che sta al centro della pesatrice. Esso comincia a vibrare quando la cella di carico, che è montata sotto, rileva un peso maggiore o uguale ad un certo valore. Tale valore, comprensivo di limite superiore e inferiore, può essere impostato dall'utente. Per rendere l'alimentazione omogenea, alcune pesatrici multitesta montano un setto flessibile di plastica che funge da freno al passaggio del prodotto (se questo è particolarmente scorrevole) dal disco dispersore ai canali vibranti. Nel caso di prodotti poco scorrevoli, il disco dispersore non solo vibrerà, ma potrà anche ruotare. Il disco dispersore, come i canali vibranti, utilizza un meccanismo elettromagnetico per generare la vibrazione. L'intensità di vibrazione è modificata attraverso un potenziometro, che può essere regolata in maniera automatica. Tale regolazione si avvale di un controllo in anello chiuso, in cui la variabile utilizzata per definirla è il peso rilevato dal cestello pesatore (per i canali vibranti). La regolazione automatica funziona rilevando

il peso scaricato con l'impostazione corrente di ampiezza e, basandosi sulla differenza rispetto al valore fissato per quel cestello, operando, al ciclo successivo, una regolazione proporzionale alla differenza attraverso il potenziometro. L'intensità può eventualmente essere modificata manualmente, in base all'esperienza pregressa degli operatori.

2. Sistema di pesatura

Il sistema di pesatura è costituito dai cestelli pesatori comprensivi di celle di carico e da un microprocessore utilizzato nella scelta dei cestelli da scaricare. Dopo un periodo di stabilizzazione del prodotto, comincia la fase di rilevazione del peso da parte della cella di carico. Le oscillazioni a bassa frequenza disturbano le celle di carico sfalsando la rilevazione del peso. Il peso risulta acquisito quando il segnale della cella di carico si stabilizza. Di conseguenza il sistema è costretto a sprecare del tempo prezioso in attesa di un valore affidabile. Per la risoluzione di tale problema esistono diverse tecniche. Il sistema può sfruttare un particolare algoritmo per misurare il valore delle oscillazioni della pedana; in questo modo si è in grado di depurare il dato reale dal disturbo generato dalla pedana. Alcune aziende propongono invece un sistema di filtraggio digitale in grado di rilevare le vibrazioni dei canali vibranti durante la pesata, convertire tale segnale in digitale e, velocemente, filtrare il segnale della cella di carico, grazie alla codifica digitale, ottenendo più rapidamente l'informazione sul peso. Un'ultima soluzione, considerata però poco affidabile, è l'utilizzo di un software che elimina indiscriminatamente tutte le frequenze tipiche della pedana.

3. Sistema di confezionamento

Il sistema di confezionamento è costituito dal cono di scarico che collega la confezionatrice con la pesatrice. Esso può essere dotato di otturatore.

1.3 Il mercato delle pesatrici multitesta

Tra gli attori principali del processo di confezionamento ritroviamo i produttori e gli utilizzatori delle pesatrici multitesta. Effettuando diverse analisi di mercato si è osservato che i produttori sono un numero ristretto di aziende, viceversa gli utilizzatori sono troppo numerosi per poter esser analizzati. Per questo motivo si

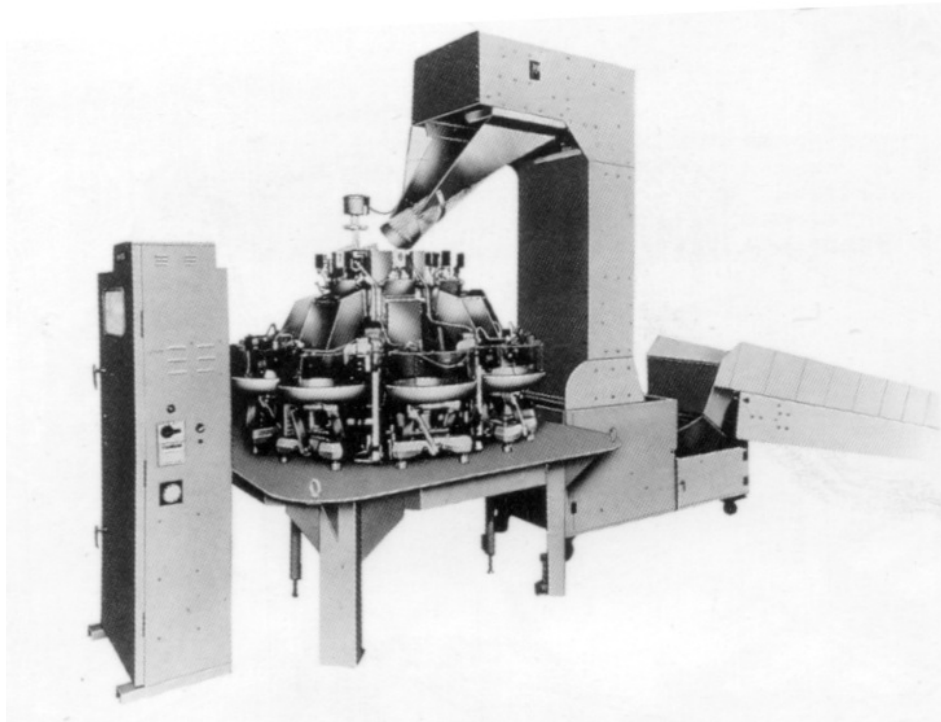


Figura 1.14: La prima pesatrice multitesta Ishida del 1972

è deciso di esaminare dal punto di vista economico solo la prima categoria.

La prima pesatrice multitesta fu presentata al mondo industriale nel 1972 dalla ISHIDA (Figura 1.14), secolare azienda giapponese. Da allora, come è tradizione dell'industria nipponica, la tecnologia è stata continuamente migliorata. Le tappe più importanti di questo percorso sono state :

1980 - Introduzione delle celle di carico;

1981 - Introduzione di un pannello per il controllo remoto;

1987 - Sostituzione dei motori pneumatici per l'apertura/chiusura degli sportelli dei cestelli con dei motori elettrici a passo-passo;

1993 - ISHIDA introduce un filtro digitale, che riduce del 50% il tempo necessario per l'ottenimento di un segnale stabile di peso dalle celle di carico.

L'azienda ISHIDA detiene oggi circa il 50% del mercato delle pesatrici multitesta. Altri produttori sono Ricciarelli, Yamato, Simionato.



Figura 1.15: I produttori di pesatrici multitesta nel mondo

1.3.1 Le aziende nel mondo

Le aziende produttrici di pesatrici multitesta, come si può osservare in Figura 1.15, sono maggiormente concentrate in Europa. Dalle analisi è emerso che il 54,5% delle aziende produttrici sono di origine Europea. Negli ultimi anni tale settore ha visto un crescente interesse da parte dei produttori asiatici, in particolare il 21,2% delle aziende mondiali ha sede in Cina.

1.3.2 Analisi economica del settore delle pesatrici in Italia

Grazie ai progressi registrati nelle tecniche di progettazione, costruzione ed utilizzo, l'industria italiana ha conquistato una posizione di *leadership* a livello mondiale: le aziende rappresentano una realtà che offre agli utilizzatori finali macchinari e servizi di altissimo livello tecnologico. La struttura industriale differenziata, con la presenza contestuale di aziende di grandi e medio-piccole dimensioni, garantisce una estrema flessibilità e dinamicità del settore. Il settore delle pesatrici multitesta in Italia è caratterizzato da aziende di piccole dimensioni. In totale sono presenti 10 aziende sul territorio:

Campagnolo E' un'azienda situata nella provincia di Padova, specializzata nella fornitura di linee complete di confezionamento;

Comiz Azienda del vicentino, il cui obiettivo è di progettare, costruire e vendere macchinari destinati al confezionamento dei prodotti alimentari;

Dolzan L'azienda, con sede in provincia di Padova, è specializzata da molti anni nella fornitura di confezionatrici e sistemi di dosaggio;

GNA Packaging E' un'azienda bolognese specializzata nella produzione di impianti di lavorazione e confezionamento per prodotti alimentari;

Imbal Stock Azienda brianzola attiva dal 1994 nel settore del confezionamento;

MBP L'azienda ha sede a Castiglione delle Stiviere (Mantova) ed è specializzata nella progettazione e produzione di pesatrici multiteste da 8 a 24 teste;

Mondial Pack E' un'azienda varesina specializzata nella costruzione di linee di confezionamento verticale ed orizzontali e relativi sistemi di dosaggio;

Ricciarelli L'azienda ha sede nella provincia di Pistoia ed è da anni leader nel settore delle macchine automatiche per il confezionamento di prodotti alimentari;

Simionato E' un'azienda della provincia di Padova che molti anni sviluppa e produce sistemi di pesatura lineari e multitesta in combinazione con confezionatrici verticali;

Stiavelli Azienda con sede nella provincia di Pistoia, specializzata nella costruzione di macchinari per il confezionamento;

Verranno ora analizzati gli indici economici più rilevanti per la caratterizzazione delle aziende. La spiegazione degli indici è riportata in Appendice XXX.

1.3.3 Dinamiche di performance economica

Analizzando il quadriennio 2006-2009, si osserva una contrazione crescente del fatturato (-26,4% dal 2006 al 2009), mentre nel 2010 sembra esserci una leggera ripresa. (Figura 1.16) La contrazione della domanda, imputabile alla sfavorevole congiuntura economica innescata dalla crisi, ha avuto i suoi primi effetti tangibili a partire dal 2009, anno in cui la riduzione del fatturato è stata più accentuata. (23% in meno al 2008, contro una riduzione nel biennio precedente che non superava i 10 punti percentuali). Le aziende del campione in esame rispecchiano fedelmente questo trend, eccezione fatta per Ricciarelli, unica impresa ad aver registrato un

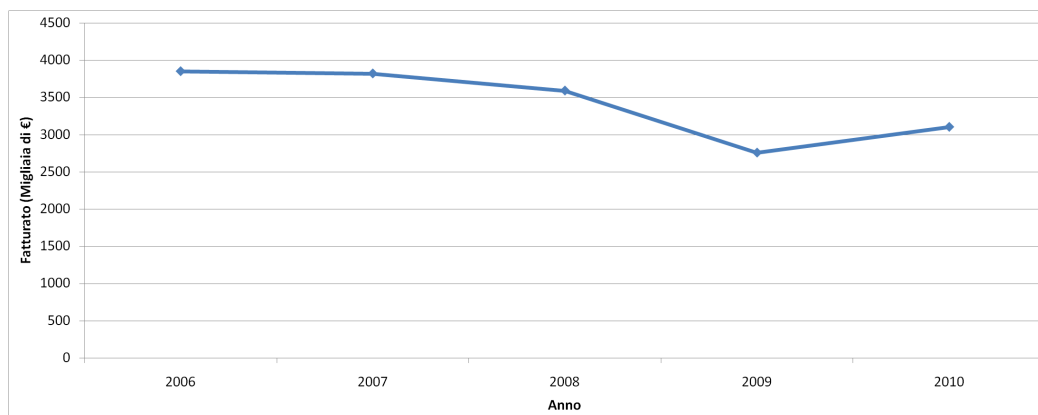


Figura 1.16: Andamento del fatturato aziende italiane produttrici di pesatrici multitesta

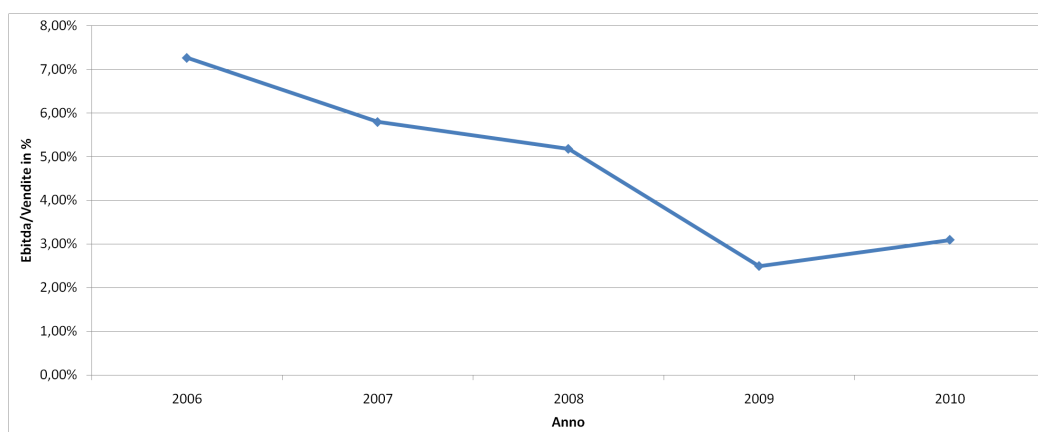


Figura 1.17: Andamento dell'indice EBITDA/Fatturato delle aziende italiane produttrici di pesatrici multitesta

aumento dei ricavi. Coerentemente con quanto appena evidenziato, anche la marginalità lorda (EBITDA mgn, in Figura 1.17) è diminuita in maniera più rilevante tra il 2009 e il 2008. Tuttavia, fatta eccezione un'impresa (Mondial Pack), i valori di EBITDA mgn si sono mantenuti sempre strettamente positivi durante tutto l'arco di tempo considerato. I risultati migliori sono stati riportati da Simionato e Ricciarelli. In sintesi, la maggior parte delle aziende valutate ha subito una battuta d'arresto dal punto di vista della crescita del fatturato nel quadriennio in esame, come evidenzia l'analisi delle *performance* (Figura 1.18). Tuttavia, la marginalità operativa lorda è stata comunque positiva, confermando la migliore reattività di questo comparto industriale agli effetti negativi della crisi rispetto ad altri settori del Made In Italy.

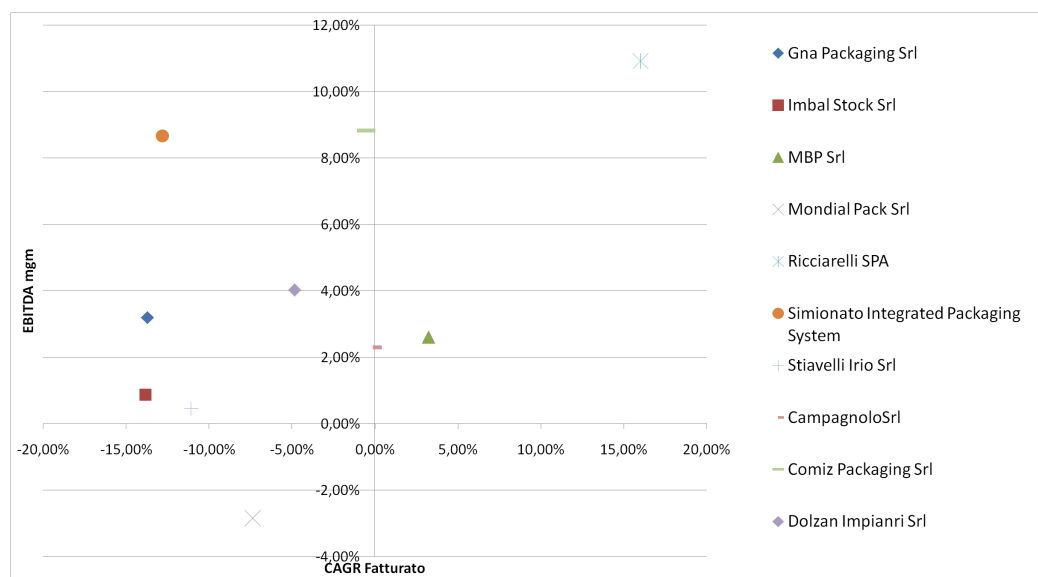


Figura 1.18: Performance delle aziende italiane produttrici di pesatrici multitesta

Produttività e redditività

Le aziende del campione considerato sono tutte di dimensione piccola, ad eccezione di Ricciarelli, la cui scala dimensionale è maggiore. Dal punto di vista dell'efficienza del campione di aziende considerate, nel quadriennio 2006-2009 l'indice di produttività (Valore aggiunto pro-capite) è diminuito (Figura 1.19), passando da un valore medio di 60.000 euro/dipendente ad un valore di circa 45.600 euro/dipendente. Questo valore nel 2010 è tornato a crescere anche se è ancora lontano dai valori registrati quattro anni prima. A fronte di un calo generale di redditività pro-capite, Mondial Pack è tuttavia riuscita a registrare un miglioramento costante nel valore dell'indice, in controtendenza rispetto a tutte le altre aziende del campione.

L'andamento del ROI (Figura 1.20) risulta essere crescente nel periodo 2006-2007, in costante calo nel periodo 2007-2009 ed in leggera ripresa nel 2010. Nel 2009 la contrazione dell'indice è tale da far registrare addirittura un valore negativo pari al -3,32%. Questo valore sottolinea una gestione economica caratteristica negativa che compromette la possibilità di rimborso di debiti a terzi.

Il grafico 1.21 sintetizza la situazione del campione dal punto di vista

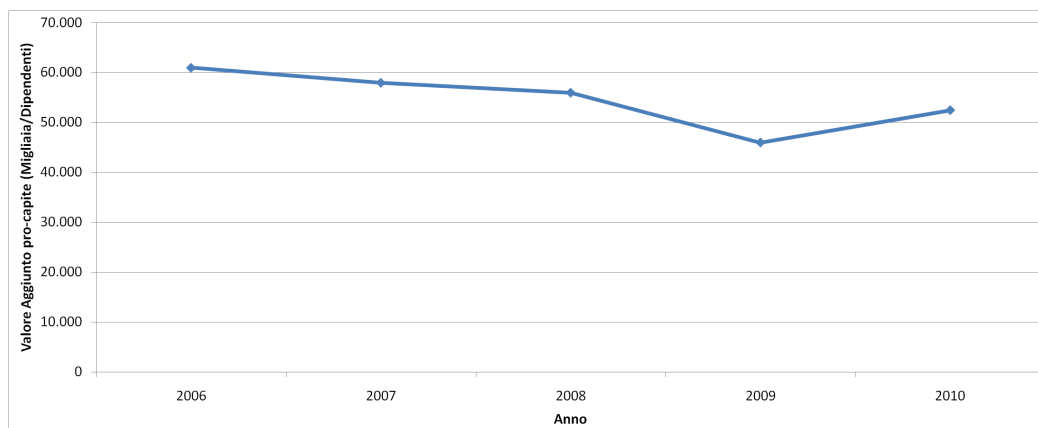


Figura 1.19: Andamento dell'indice valore aggiunto pro-capite delle aziende italiane produttrici di pesatrici multitesta

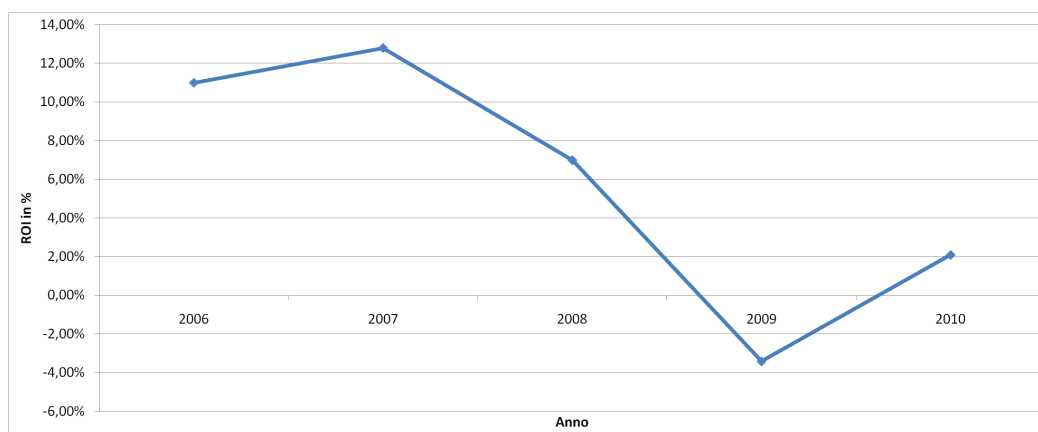


Figura 1.20: Andamento dell'indice ROI delle aziende italiane produttrici di pesatrici multitesta

dell'efficienza nel periodo 2006-2010. Sull'asse delle ascisse è rappresentato il valore medio del ROI, sull'asse delle ordinate il Valore aggiunto pro-capite medio. A parte Mondial Pack, che riporta una *performance* negativa in termini di redditività (ROI negativo), le altre aziende delineano un trend di efficienza economica positiva, nonostante le *performance* siano peggiorate a causa della congiuntura economica negativa che ha comportato una diminuzione della domanda e conseguentemente degli utili netti. La diminuzione di produttività è andata di pari passo con il rallentamento della redditività ma nonostante le difficoltà congiunturali, il ROI delle aziende esaminate si è mantenuto mediamente positivo. Il comparto meccanico conferma quindi di aver reagito complessivamente in maniera positiva

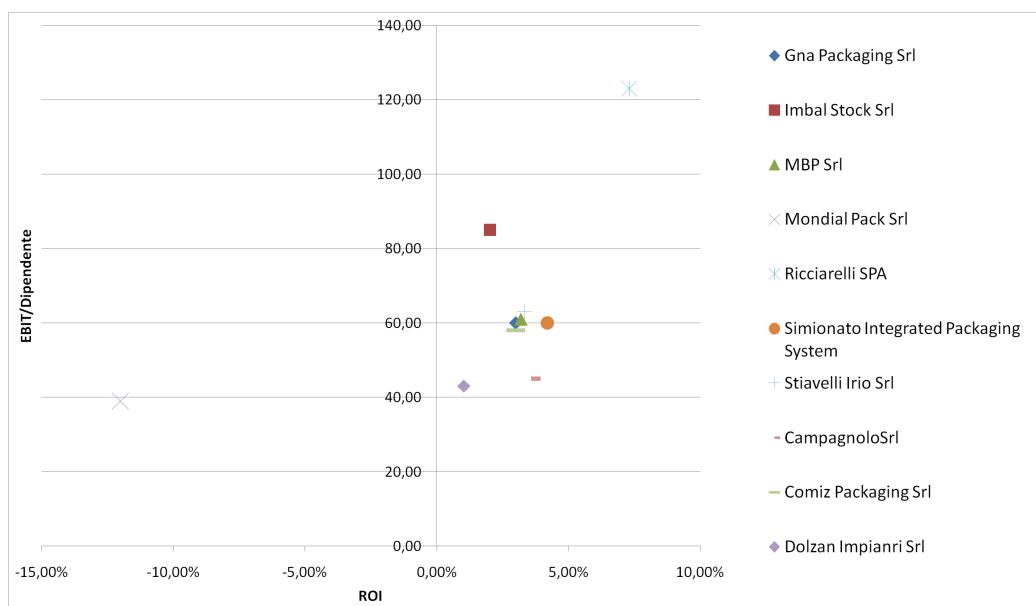


Figura 1.21: Efficienza delle aziende italiane produttrici di pesatrici multitesta

alla recessione.

Dinamiche di esposizione finanziaria

Nel periodo analizzato, la Posizione Finanziaria Netta delle aziende considerate ha subito un peggioramento tangibile (Figura 1.22). L'indice, che fornisce una misura del numero di anni che servirebbero a ripagare la quantità di debito accumulato grazie ai flussi di marginalità lorda derivanti dalla gestione caratteristica dell'impresa, è cresciuto ininterrottamente. Mediamente, l'EBITDA ha subito una contrazione, così come la Posizione Finanziaria Netta: le disponibilità liquide sono diminuite in relazione all'andamento dei flussi di cassa e si è inoltre ridotto l'indebitamento finanziario a medio/lungo termine.

Dopo un primo aumento relativo al periodo 2006-2007, il ricorso alla leva finanziaria ha subito una battuta d'arresto e una decrescita continua per tutto il resto del periodo osservato (Figura 1.23). Si è passati da un valore di leva finanziaria pari a 4,55 nel 2007 ad un valore di 1,28 del 2009. I dati raccolti fanno emergere la tendenza delle aziende di piccola dimensione a fare limitatamente ricorso al capitale di terzi, contrariamente a quanto facciano le imprese di dimensioni maggiori. La diminuzione marcata dell'indice è spiegabile tenendo conto del restringimento

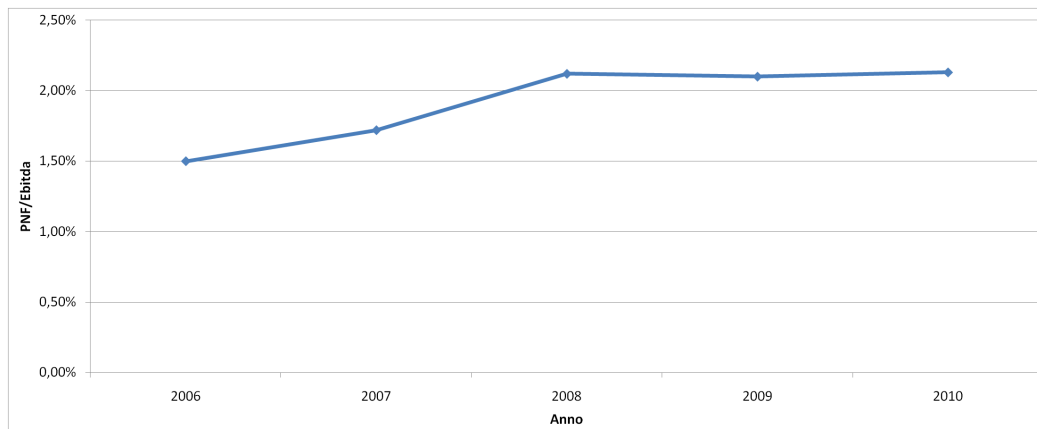


Figura 1.22: Andamento dell'indice PFN/EBITDA delle aziende italiane produttrici di pesatrici multitesta

nell'erogazione di prestiti da parte degli istituti creditizi alle imprese (soprattutto se di piccola dimensione) dovuto alla volontà di rafforzare la propria posizione patrimoniale a fronte di un periodo economico così difficile. A causa degli accordi di Basilea 2, infatti, le banche sono state indotte a ridurre il credito destinato alle PMI e ad aumentare al contempo i tassi di interesse, il che scoraggia le PMI a richiedere finanziamenti.

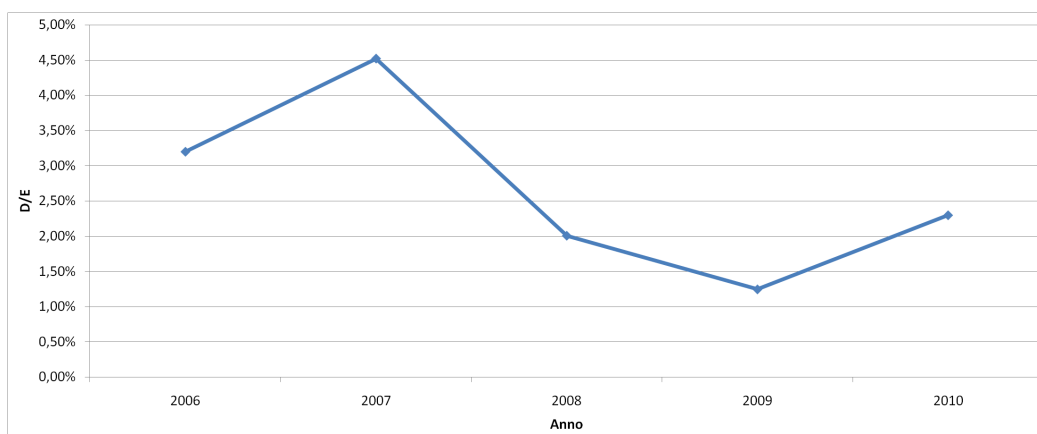


Figura 1.23: Andamento della leva finanziaria delle aziende italiane produttrici di pesatrici multitesta

Complessivamente, la sostenibilità finanziaria delle imprese considerate si di-

mostra positiva, come testimonia il grafico rappresentato in figura 1.24. Sull'asse delle ordinate è stato rappresentato l'andamento medio della Posizione Finanziaria Netta per le aziende del campione nel periodo in esame, sull'asse delle ascisse è stato raffigurato invece l'andamento medio del rapporto di leva finanziaria. La maggior parte delle aziende si colloca su valori molto bassi di leva e prossimi allo zero di Posizione Finanziaria Netta, coerentemente con quanto detto finora. Poche aziende hanno un valore del rapporto di leva elevato, e sono quelle di dimensioni maggiori. Una sola azienda presenta una situazione molto critica in entrambe le dimensioni di indagine, ed è Mondial Pack.

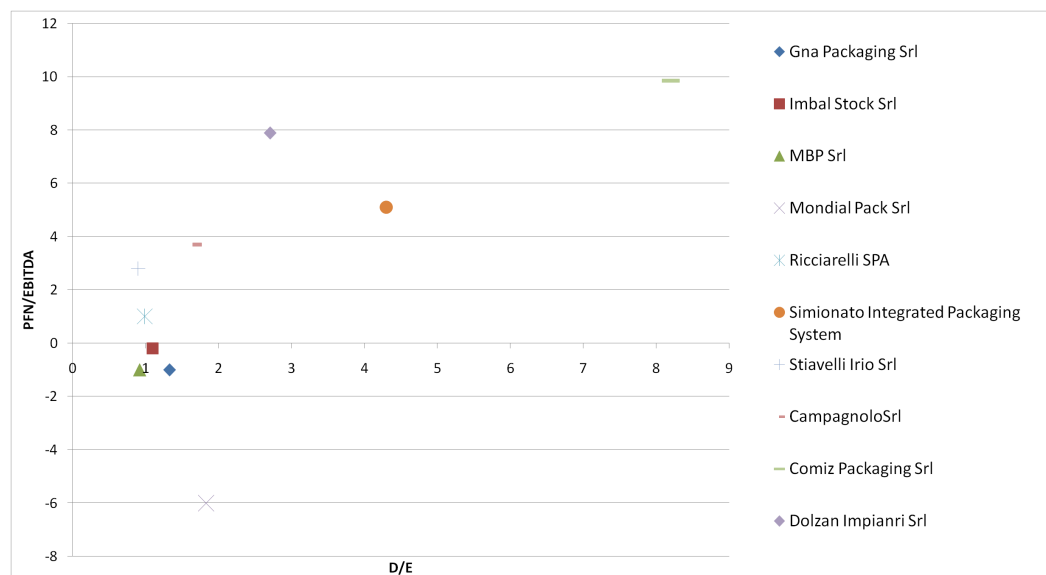


Figura 1.24: Sostenibilità finanziaria delle aziende italiane produttrici di pesatrici multitesta

Conclusione

Nonostante la crisi economica abbia avuto un effetto tangibile sulle *performance* del campione analizzato, l'analisi degli indici ha messo in evidenza come il comparto meccanico sia stato in grado di rispondere in maniera globalmente positiva alle difficoltà congiunturali.

Dal punto di vista delle *performance* economiche, anche se il fatturato è complessivamente diminuito, nessuna azienda ha riportato valori negativi di EBITDA, dimostrando una buona gestione operativa dell'impresa.

La produttività, invece, ha subito un peggioramento costante per tutto l'arco di tempo osservato. Il ROI è peggiorato nel periodo considerato ed il trend è più accentuato per le aziende di dimensione più piccola, che hanno accusato maggiormente gli effetti della diminuzione della domanda innestata dalla crisi.

Il difficile contesto economico ha inciso fortemente sull'assetto finanziario delle imprese considerate. Le imprese di dimensione minore hanno riscontrato maggiori difficoltà a ricorrere a capitale di terzi, e hanno dovuto sfruttare il capitale proprio per finanziare i propri investimenti. La Posizione Finanziaria Netta delle aziende considerate è pertanto peggiorata, come effetto di questo cambiamento; la diminuzione di liquidità può essere imputabile a diverse cause: rallentamento negli ordini, eccessive dilazioni di pagamento da parte dei clienti, aumento degli insoluti o più in generale all'irrigidimento del sistema bancario nei confronti delle imprese.

Complessivamente, la crisi economica che ha colpito l'economia italiana ha messo a dura prova anche il comparto dell'industria meccanica che, avendo una spiccata vocazione all'*export*, ha risentito soprattutto della bassa domanda proveniente dall'estero, sommata ad una domanda interna sostanzialmente debole. Tuttavia, l'analisi delle *performance* del campione ha dimostrato che la reazione delle imprese considerate è stata positiva.

Nel 2010 il comparto sembra in ripresa anche se i valori relativi al biennio 2006-2007 sono molto lontani.

1.4 I vincoli di legge

I consumatori finali sono tutelati dallo Stato il quale persegue i confezionatori che imbustano una quantità di prodotto sensibilmente inferiore alla quantità nominale indicata sulla confezione. Al pari della certificazione, lo Stato esercita il ruolo di ente terzo. La legge che si occupa di questo argomento è la n° 690 del 25 ottobre 1978 "Adeguamento dell'ordinamento interno alla direttiva del consiglio delle Comunità europee n° 76/211/C.e.e relativa al precondizionamento in massa o in volume di alcuni prodotti in imballaggi precondizionati". Tale normativa è stata più volte aggiornata e ritoccata senza però intaccare mai la sostanza della legge del 1978. Si riporta ora una sintesi dei contenuti di detta normativa partendo dalla definizione del campo di applicazione e della terminologia utilizzata. La legge si applica agli imballaggi precondizionati C.e.e. che non contengono li-

Quantità (ml - g)	Errore max tollerato in meno	
	percentuale	g - ml
5 - 50	9	-
50 - 100	-	4,5
100 - 200	4,5	-
200 - 300	-	9
300 - 500	3	-
500 - 1000	-	15
1000 - 10000	1,5	-

Tabella 1.1: Errori massimi tollerati dalla legge n° 690 - 1978

quidi e vengono venduti in quantità unitarie costanti pari a valori prefissati dal produttore. L'indicazione della quantità nominale contenuta nell'imballaggio deve essere espressa in unità di massa o di volume. La legge si riferisce ad imballaggi contenenti quantità superiori o uguali a 5 grammi o millilitri e inferiori o uguali a 10 chilogrammi o litri. Per imballaggio preconizionato o preimballaggio si intende l'insieme costituito dal prodotto e dall'imballaggio individuale nel quale tale prodotto è preconizionato. Un prodotto è preconizionato quando è contenuto in un imballaggio di qualsiasi tipo chiuso in assenza dell'acquirente e preparato in modo che la quantità in esso contenuta abbia un valore prefissato e non possa essere modificata senza aprire l'imballaggio stesso, alterandone palesemente la forma. La "massa o volume nominale" è la massa o il volume dichiarato sull'imballaggio, corrispondente alla quantità che si ritiene debba esser contenuta all'interno della confezione. Il contenuto effettivo di un imballaggio è invece la quantità in termini di volume o di massa di prodotto che esso contiene realmente. Si definisce "errore in meno" la differenza tra il contenuto effettivo dell'imballaggio preconizionato e la sua quantità nominale dichiarata. La legge fissa gli errori in meno massimi tollerati. Essi sono riportati in Tabella 1.1:

Inoltre la legge prescrive che:

- il contenuto effettivo degli imballaggi preconizionati non deve essere inferiore, in media, alla quantità nominale;
- nessun imballaggio che presenti un errore in meno superiore a due volte l'errore massimo tollerato può essere posto in commercio;

- la percentuale di imballaggi precondizionati che presentano un errore in meno superiore all'errore massimo tollerato (tali confezioni sono indicate come difettose) deve essere, nel 95% dei casi, minore o uguale al 2,5%.

La responsabilità legale relativa al rispetto di tali disposizioni è del confezionatore.

Per la verifica di tali disposizioni la legge propone una procedura statistica composta di due parti:

1. un piano di accettazione per attributi al fine di verificare che il numero di confezioni difettose presenti nel lotto soddisfi i requisiti di legge;
2. un test sulla media della quantità scaricata per controllare che questa sia maggiore o uguale alla quantità nominale.

Il piano di accettazione per attributi proposto è quello definito dalla norma MIL STD 105 D. Per maggiori dettagli su tali piani di accettazione si veda, ad esempio, [Mon91]. La verifica del valore della media della quantità confezionata, come detto, prevede un test statistico. Detto:

n = la numerosità del campione prelevato dal lotto di produzione. Il suo valore dipende dall'entità del lotto stesso;

Nom = la quantità nominale della confezione;

l = indice delle confezioni appartenenti al campione, $l = 1, \dots, n$;

Q_l = la quantità di prodotto contenuta nella l -esima confezione del campione;

\bar{Q} = media campionaria definita come $\bar{Q} = \frac{\sum_{l=1}^n Q_l}{n}$;

S_n = deviazione standard campionaria definita come $S_n = \sqrt{\frac{\sum_{l=1}^n (Q_l - \bar{Q})^2}{n-1}}$;

LCL = limite di controllo inferiore definito come $LCL = T - \frac{t_{0,005} \cdot (n-1)}{\sqrt{n}} \cdot S_n$;

Il lotto supera il controllo di legge sulla media della quantità confezionata se:

$$\bar{Q} \geq LCL$$

si osserva che la legge implicitamente assume che:

- Q_l sia una quantità aleatoria che segue una distribuzione di probabilità gaussiana;
- Il processo di confezionamento sia instabile e che quindi sia necessario, ad ogni ciclo di lavoro, calcolare la media e la deviazione standard campionaria.

Si fa notare che i campioni di confezioni che sono necessari per le verifiche proposte dalla legge sono diversi, di numerosità dipendente dalla dimensione del lotto di produzione e separati.

La normativa non impedisce lo sviluppo di procedure di controllo differenti da quelle proposte, come per esempio l'utilizzo di bilancia in grado di controllare al 100% le confezioni prodotte, previa approvazione da parte del Ministero dell'industria.

1.5 Gli obiettivi del lavoro

Il lavoro di tesi cerca di fornire una soluzione al problema della configurazione della pesatrice multitesta, aspetto che caratterizza le prestazioni del processo di confezionamento. Lo studio proposto vuole ridimensionare il preponderante ruolo giocato dall'esperienza dei tecnici tramite la formulazione e l'ottimizzazione matematica degli aspetti critici caratteristici del macchinario. Utilizzare questo approccio strutturato permette di definire la configurazione migliore della macchina per ogni prodotto elaborato, garantendo un incremento di flessibilità, accuratezza e rispetto delle normative vigenti.

La tesi si articola in cinque capitoli: nel primo è stata presentata una panoramica riguardante, il settore del *packaging*, la struttura hardware e software del macchinario ed il mercato delle aziende produttrici; nel secondo verranno illustrati i problemi di gestione e configurazione del macchinario, le ipotesi fatte e la funzione obiettivo; nel terzo si esaminerà la struttura del software e la metodologia utilizzata per l'ottimizzazione; nel quarto verranno validate le ipotesi fatte precedentemente e verranno presentati i risultati dell'analisi.

Capitolo 2

Definizione del problema

In questo capitolo vengono analizzati gli aspetti fondamentali che caratterizzano il funzionamento della pesatrice multitesta. Nella prima parte vengono messi in luce i problemi tecnici che è necessario affrontare per far sì che le prestazioni del macchinario siano soddisfacenti, mentre nella seconda parte viene presentata un'ampia panoramica del *canning problem* che porterà alla definizione della funzione obiettivo.

2.1 Analisi delle variabili principali del funzionamento

Lo schema, presentato in Figura 2.1, evidenzia le variabili principali che influenzano, secondo rapporti di causa/effetto, il funzionamento di una pesatrice multitesta. La variabile numero di teste definisce il numero di cestelli pesatori disponibili in ogni pesata, quindi il numero di candidati potenziali a realizzare la confezione finale. All'aumentare di tale numero, l'unità di elaborazione ha a disposizione un numero maggiore di combinazioni da esplorare, quindi ha la possibilità di individuare con più precisione la quantità da scaricare. L'incremento del numero di cestelli disponibili incide sul tempo di elaborazione del software di gestione della pesatrice. Nel caso in cui la pesatrice venga "tirata" dal processo di confezionamento, dunque con un numero di confezioni al minuto fissate, tale tempo può risultare insufficiente per esplorare tutte le possibili combinazioni e risulta necessario utilizzare un algoritmo euristico di ricerca. All'aumentare del numero di teste,

il tempo medio di permanenza del prodotto al loro interno aumenta. L'incremento di tale tempo permette una stima più accurata della quantità scaricata in quanto il prodotto tende a stabilizzarsi. Un ulteriore parametro che influenza la precisione della scarica è l'incertezza della cella di carico. Quanto più il valore di risposta della cella è vicino alla realtà tanto più il peso realizzato dalla combinazione dei cestelli risulterà vicino a quello previsto. La precisione dello strumento, osservata sotto un'altra luce, permette di ridurre il tempo necessario al sistema per mettere a disposizione il cestello per la combinazione. Inoltre, una cella che risente meno dei problemi "dinamici" associati alla movimentazione della materia prima fornisce una risposta accurata in un tempo minore, si incrementa dunque la velocità di pesata. Oltre alla cella di carico un'approfondita conoscenza delle oscillazioni della pedana facilita la misurazione delle quantità contenute all'interno dei cestelli pesatori. L'incremento della velocità di pesata porta una riduzione del tempo di permanenza della materia prima all'interno del cestello pesatore ed il sistema incrementa la sua produttività in quanto diminuisce il tempo di rigenerazione dei pesi che sono stati scaricati. Questo aspetto si configura come una maggiore prontezza nel rendere disponibile il cestello al sistema di gestione e quindi un numero medio di teste sulle quali effettuare la combinazione maggiore.

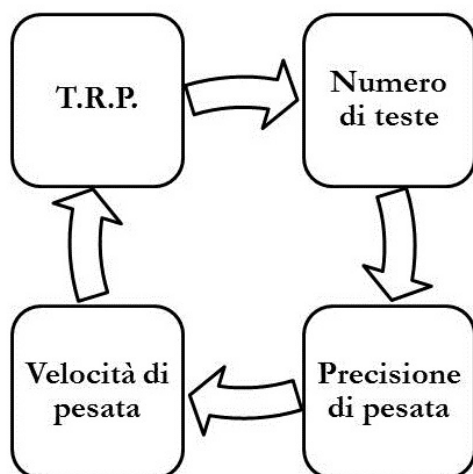


Figura 2.1: Variabili principali che influenzano il funzionamento di una pesatrice multitesta

2.2 Il problema della configurazione

Con il termine configurazione ci si riferisce alla determinazione delle quantità medie di prodotto che riempiono i vari cestelli. Tali valori incidono in maniera diretta sulla quantità scaricata, e risultano dunque le variabili del processo di ottimizzazione. Vengono definite impostando:

- lo spostamento dell'asse della tramoggia di alimentazione rispetto all'asse della pesatrice;
- l'altezza della luce di alimentazione e conseguentemente l'altezza dei setti di plastica presenti;
- l'intensità e il tempo di vibrazione dei canali vibranti;
- l'intensità di vibrazione e il peso limite al di sopra del quale il disco dispersore comincia a vibrare;

I parametri elencati vengono regolati tramite controllo in anello chiuso nelle pesatrici moderne mentre nelle altre tramite controllo manuale affidandosi all'esperienza degli operatori a bordo macchina.

2.2.1 La modellizzazione delle variabili

La risoluzione di qualsiasi problema vede come tappa obbligatoria la formalizzazione delle variabili indipendenti che individueranno la soluzione. In questo paragrafo, dunque, si cerca di trovare la schematizzazione più appropriata e corretta alle variabili che si utilizzeranno nel seguito.

Le variabili indipendenti, in questo caso, sono le quantità che andranno a riempire i singoli cestelli della pesatrice. La quantità che ad ogni ciclo riempie l'*i*-esimo cestello non è sempre la stessa in quanto è affetta da variabilità legata al processo di riempimento dei cestelli stessi. Sembrano esserci dunque le condizioni per riconoscere nelle quantità che si presentano nel cestello, in cicli di lavoro differenti, le realizzazioni campionarie di una variabile aleatoria. Lo studio dei dati reali, RIF. LAGHEZZA-FERRARIO che verrà presentato in seguito, ha individuato come i pesi contenuti all'interno dei cestelli si disponga come una gaussiana di media pari al valore scelto nella fase di impostazione e deviazione standard rispondente

alla relazione $\sigma_{w_i} = \alpha \cdot \mu_{w_i}$; dove il coefficiente α varia a seconda della tipologia di prodotto utilizzato. Non è possibile comunque affermare con certezza che esso non dipenda anche dalle impostazioni automatiche e manuali del sistema di alimentazione (altezza luce di alimentazione, scostamento dell'asse della tramoggia di alimentazione rispetto all'asse della pesatrice e intensità di vibrazione dei canali vibranti), in quanto nello studio che verrà presentato non è stato possibile testare lo stesso prodotto su differenti pesatrici.

2.3 Il problema della gestione

Con il termine gestione ci si riferisce alla determinazione dei cestelli da scaricare, tra quelli a disposizione, con l'obiettivo di realizzare una confezione di peso il più possibile prossimo al target fissato. Questo aspetto assume un ruolo preponderante quando il tempo ciclo della pesatrice risulta fissato. Il vincolo da un lato limita la disponibilità dei cestelli ad ogni scarica, quelli che si trovano ancora in fase di caricamento, e dall'altro limita il tempo disponibile al centro di calcolo per determinare la combinazione ottima. Sotto queste ipotesi, l'enumerazione completa diviene troppo dispendiosa in termini di tempo di calcolo e si predilige utilizzare algoritmi di tipo euristico. Risulta evidente che il vincolo riduca le performance del macchinario indipendentemente dalla configurazione analizzata (in Figura ?? viene fornito un grafico qualitativo del comportamento atteso).

2.3.1 La modellizzazione delle variabili

Le variabili che influenzano questo problema sono molte e tra queste possiamo individuare: tempo di alimentazione dei cestelli predosatori, tempo di apertura e chiusura dei cestelli predosatori, tempo di apertura e chiusura dei cestelli pesatori, tempo di apertura e chiusura dei cestelli dosatori, tempo necessario al prodotto per stabilizzarsi all'interno del cestello pesatore, tempo di acquisizione, invio e ritorno del segnale elettrico al e dal centro di calcolo, tempo di elaborazione e tempo di volo all'interno del cono di scarico. Quest'ultimo anche se potrebbe risultare trascurabile, definisce un limite fisico invalicabile per le moderne pesatrici e può essere risolto solamente avvicinando o allontanando la pesatrice alla confezionatrice. Un altro aspetto che è necessario modellizzare riguarda i ritardi di apertura e chiusura

tra i livelli che, come per il tempo di volo, risultano necessari affinché successive pesate non vadano ad interagire tra loro.

2.4 Il problema affrontato

Il funzionamento corretto della pesatrice multitesta è vincolato alla conoscenza e alla padronanza di tutte le variabili che caratterizzano il processo. Il lavoro di tesi, come anticipato negli obiettivi del lavoro, focalizza l'attenzione sul problema della configurazione tralasciando quello legato alla gestione del macchinario. Utilizzare un tale approccio equivale a studiare il sistema pasatrice-confezionatrice come se la prima fosse il "collo di bottiglia" della linea, è quindi la confezionatrice che attende il prodotto scaricato. La pesatrice ha dunque a disposizione tutti i cestelli ed effettua l'enumerazione completa delle combinazioni possibili. Contrariamente a quello che si potrebbe pensare, questa soluzione non vincola in maniera decisiva il ritmo produttivo della linea che con le moderne soluzioni può attestarsi intorno alle sessanta confezioni al minuto. Sulla base delle ipotesi descritte, il lavoro vuole determinare la configurazione o le configurazioni che massimizzano le richieste del cliente, in termini di peso della confezione finale e numero di non conformità. La metodologia presente in letteratura è stata opportunamente integrata con delle regole di arresto innovative che permettono di migliorarne le potenzialità in relazione al problema affrontato.

E' utile sottolineare come questo lavoro permetta di definire un *upper bound* della funzione obiettivo, parametro che potrà essere utilizzato per valutare la bontà della soluzione scelta, con il quale confrontare gli eventuali sistemi di gestione che potranno essere introdotti in una fase successiva. Il sistema sarà considerato tanto più performante quanto più il valore della funzione obiettivo ottenuta con l'euristico si avvicinerà al valore della funzione obiettivo ottenuto tramite enumerazione completa. Successivamente all'introduzione del sistema di gestione è ragionevole aspettarsi che la soluzione ottima non si troverà più in corrispondenza della configurazione determinata con l'enumerazione completa ma dovrà effettuarsi un ulteriore processo di ottimizzazione volto ad analizzare le soluzioni possibili. Il software, in ambiente matlab, si struttura di una prima parte che riproduce il funzionamento della pesatrice, realizzando i pesi all'interno dei cestelli ed effettuando l'enumerazione completa e di una seconda parte che contiene l'ottimizzatore. Il software

partendo da differenti configurazioni, disposte in maniera omogenea nello spazio delle possibili soluzioni, tramite la metodologia ottimizza le stesse configurazioni per raggiungere dei massimi della funzione obiettivo.

$$f_{ob,en,i} \geq f_{ob,ae,i} \quad (2.1)$$

$$E(f_{ob,en,i}) \geq E(f_{ob,ae,i}) \quad (2.2)$$

Le disequazioni 2.1 e 2.2 traducono analiticamente quanto è stato appena detto e cioè che indipendentemente dalla configurazione scelta, i valori della funzione obiettivo ed il valore atteso della funzione obiettivo risultano maggiori se si utilizza l'enumerazione esaustiva delle combinazioni rispetto ad un generico algoritmo di gestione.

2.5 Panoramica sul *canning problem*

Per valutare le prestazioni della pesatrice multitesta è necessario formalizzare matematicamente la funzione che andremo ad ottimizzare. La funzione obiettivo permette di valutare l'efficienza del processo rispetto a quello ideale. Con processo di confezionamento ideale s'intende quello in cui è possibile confezionare sempre la quantità nominale. Nella realtà, la quantità confezionata e di conseguenza il profitto unitario, sono delle variabili aleatorie. Il parametro di merito selezionato è il rapporto fra il valore atteso del profitto unitario $E(P)$ e lo stesso valore calcolato nel caso di un processo di confezionamento ideale $P_{teorico}$, che risulta non affetto da variabilità. Le prestazioni di una pesatrice multitesta saranno tanto più di "qualità" tanto più il valore di tale indicatore si avvicinerà ad uno ovvero al processo di confezionamento ideale. Valutare il processo di confezionamento con detto indicatore non è una scelta originale, infatti tutta la letteratura presa in considerazione utilizza tale parametro per la valutazione delle prestazioni.

La pesatrice multitesta riempie delle confezioni vuote con un prodotto (es. pasta, insalata, patatine, caramelle..). La quantità di prodotto caricato in ogni confezione è una variabile aleatoria con media fissata dal confezionatore e varianza nota (in quanto dipende dalla media). Una confezione con peso superiore al limite inferiore imposto dalla legge è considerata "buona" (non difettosa), in caso contrario viene classificata come "non conforme" (difettosa) e non può essere venduta. Esistono dunque due voci di costo da tenere in considerazione, dal momento

che impattano sul valore atteso del profitto unitario modificando la media della quantità da confezionare: il costo relativo al sovraprodotto (*give-away*), relativo alle confezioni buone ma riempite oltre la quantità nominale, e il costo associato alla rilavorazione di una confezione rifiutata a seguito dei controlli di verifica sulla quantità. Nel caso infatti di una confezione “non conforme” sarà necessario aprirla, estrarre il materiale e inserirlo nella tramoggia della pesatrice. Se la media della quantità confezionata è impostata ad un valore superiore alla quantità nominale, da un lato si riduce la possibilità di vedere una confezione rifiutata, ma dall’altro aumentano i costi associati all’eccessivo caricamento della confezione. Per contro, abbassando il valore della media, si osservano gli effetti opposti. Nasce dunque la necessità di individuare la media della quantità da confezionare in modo tale da minimizzare l’entità delle due voci di costo e, quindi, massimizzare il valore atteso del profitto unitario. Tale problema prende il nome di *canning problem*.

Come si è evidenziato il valore atteso del profitto unitario dipende fortemente dai test di verifica sulla quantità confezionata e dalle azioni intraprese a seguito dell’individuazione di una confezione difettosa. I primi lavori di ricerca in questo ambito, assumevano un controllo sulle quantità confezionate al 100%. Springer, nel 1951, fu il primo studioso ad occuparsi di individuare il miglior valore della media della quantità da confezionare [Spr51]. Egli considerava una situazione di confezionamento in cui fossero presenti un limite inferiore L e superiore U di specifica, assumeva che la quantità scaricata fosse una variabile aleatoria gamma e che i costi associati alle confezioni sottocaricate fossero diversi da quelli associati alle confezioni sovracaricate, ma costanti e indipendenti dalla quantità confezionata. Springer individuò numericamente il valore della media ottima, nel 1979 Nelson [Nel79] propose un nomogramma per l’individuazione della soluzione di Springer. Nel 1962 Bettes [Bet62] studiò una situazione del tutto simile a quella di Springer, arrivando ad individuare congiuntamente la media e il limite superiore ottimo. Fu dunque Bettes che risolse per la prima volta un two-level canning problem, ovvero il problema del confezionamento in cui si determina economicamente sia il valore della media sia il valore del limite superiore di specifica per la quantità scaricata. E’ chiaro che con il single-level canning problem è quello che mira ad individuare il solo valore della media.

Nel 1977 Hunter e Karta [Hun77] risolsero il single-level canning problem assumendo l’esistenza di un mercato secondario in cui poter vendere le confezioni

“difettose” ad un prezzo noto, costante e minore del prezzo per il mercato principale. Ancora Nelson nel 1978 [Nel78] derivò una soluzione approssimata anche per questo problema. Il modello [Hun77] assumeva invece un costo associato al sovra/sotto caricamento costante ed indipendente dalla quantità confezionata come Springer. Nel 1984 Bisgaard, Hunter e Pallesen [Bis84] modificarono il modello [Hun77] assumendo che i costi associati al sovra/sotto caricamento fossero proporzionali, in maniera lineare, alla quantità confezionata. Carlsson, sempre nel 1984 [Car84], applicò l’impostazione di [Bis84] anche ai costi associati alle confezioni “buone”, ritenendo così il costo di produzione proporzionale alla quantità confezionata. Nel 1987 Golhar [Gol87] osservò che l’ipotesi di esistenza di un mercato secondario era poco realistica; formulò allora il single-level canning problem ipotizzando che le confezioni “difettose” fossero rilavorate fino a quando non divenissero “buone”. Nel 1988 Golhar e Pollock [Gol88] estesero l’impostazione di [Gol87] al two-level canning problem. Nel 1991 Schmidt e Pfeifer [Sch91] sottolinearono che il modello [Gol88] restituisce la soluzione ottima nel caso in cui non esistano dei vincoli di capacità produttiva. Essi, allora, basandosi su [Gol88] svilupparono una soluzione del two-level canning problem considerando la capacità della fase “collo di bottiglia”. In ultimo, nel 1997, Liu, Tang e Chun [Liu97] svilupparono il two-level canning problem considerando, a differenza di [Sch91], il soddisfacimento della domanda. Essi inoltre dimostrarono che la presenza di un limite superiore di specifica, nelle loro ipotesi di lavoro, migliora il valore atteso del profitto unitario rispetto alla stessa situazione senza limite superiore. Ancora relativamente a questa via di ricerca, vanno menzionati i lavori di Schmidt e Pfeifer [Sch89] che forniscono uno strumento di valutazione del miglioramento del valore atteso del profitto unitario in seguito ad una riduzione della varianza caratteristica del processo di confezionamento e di Mihalko e Golhar [Mih95] che forniscono un intervallo di confidenza per il valore atteso del profitto unitario in presenza di una varianza del processo di confezionamento non nota e stimata da un campione. Nel 1989 fu Carlsson [Car89] ad ipotizzare, per primo, un controllo a campione sulle confezioni realizzate. Egli ipotizzò che la verifica delle quantità confezionate seguisse un piano di campionamento per variabili come quello proposto dalle MIL STD 414 B. Nel 1991 invece Boucher e Jafari [Bou91] assunsero che la verifica delle quantità confezionate segua un piano di campionamento per attributi come quello proposto dalle MIL STD 105 D. In seguito, Al-Sultan [Als94] estese i risultati di

questo modello ad una situazione produttiva con due stadi di controllo e di produzione in serie. Nel 1995 Al-Sultan e Pulak [Als95] proposero la risoluzione di un single-level canning problem in cui si effettuasse un controllo attraverso un piano di accettazione per attributi: se il lotto risulta rifiutato si passa ad un'ispezione al 100% in cui le confezioni difettose vengono sostituite. Nel caso di rifiuto del lotto, e susseguente controllo al 100%, il ricavo conseguibile dal lotto è minore rispetto a quello relativo ad un lotto di confezioni subito accettato. Nell'intenzione degli autori, il minore ricavo conseguibile, rende conto delle violazioni rispetto ai programmi di produzione che il rifiuto di un lotto provoca. Gli stessi autori [Als97] proposero una valutazione economica della riduzione della varianza caratteristica del processo di confezionamento basandosi sul modello [Asl95]. Le modellizzazioni qui citate assumono tutte, salvo i casi in cui è esplicitamente dichiarato il contrario, che:

- la quantità confezionata sia distribuita come una normale;
- la varianza di tale quantità sia nota, caratteristica del processo ed indipendente dalla media;
- la media sia sotto il controllo del confezionatore e che una sua modifica non influenzi il valore della varianza.

Nel caso in esame la quantità confezionata non può schematizzarsi come una variabile aleatoria normale. Inoltre la varianza del processo di confezionamento non è unica e caratteristica del processo stesso poiché dipende dalla configurazione della pesatrice. Inoltre, si fa notare che i controlli modellizzati in letteratura non sono quelli richiesti dalla legge italiana. Infatti, se è vero che la trattazione di [Bou91] tiene conto di un piano di campionamento per attributi, è pur vero che non è presente il test sulla media della quantità confezionata. Proprio la differenza fra i modelli teorici e i controlli imposti dalla legge, spinse B. J. Melloy nel 1991 [Mel91] a proporre un modello per la definizione della media ottimale per la quantità confezionata e dei limiti superiori e inferiori per individuare le confezioni sotto/sovra cariche al fine di superare, con una certa probabilità che dipende dalla propensione al rischio del confezionatore, il controllo a campione richiesto dalla normativa americana NBS handbook 133. Le assunzioni di [Mel91] sono:

- la quantità confezionata non è una variabile aleatoria normale, ma la sua distribuzione di probabilità è nota;
- la tara è, invece, una variabile aleatoria normale;
- le quantità confezionate in cicli di lavoro successivi sono indipendenti.

Il modello [Mel91] è sicuramente il più vicino alla situazione in analisi. Purtroppo però [Mel91]:

- modella la normativa americana che è diversa da quella italiana sia dal punto di vista dei controlli richiesti, sia per quanto riguarda le ammende comminate (ovvero i ricavi conseguibili);
- necessita di un valore di rischio accettabile dal confezionatore che non è ben individuabile;
- assume che le confezioni “difettose” sorteggiate nel campione di controllo, vengano sostituite con altrettante “buone”.

In particolare l’ultima assunzione è sembrata poco condivisibile, in quanto i processi di confezionamento sono altamente automatizzati e la logica di lavoro è tipicamente a lotti. In questa situazione, ripristinare le confezioni “difettose” significa vincolare il confezionamento di un nuovo prodotto all’esito del controllo di legge sul lotto appena concluso, in quanto è necessaria l’informazione finale sul numero di confezioni “difettose” sorteggiate nel campione che devono essere ripristinate. Si ritiene che questa situazione intralci il ritmo produttivo, e vincoli eccessivamente il confezionatore che si trova obbligato ad eseguire il controllo di legge immediatamente dopo il confezionamento.

Sulla scorta delle considerazioni precedenti, si è ritenuto necessario sviluppare una modellizzazione che assume:

- la quantità confezionata sia una variabile aleatoria la cui distribuzione è ignota;
- il controllo della quantità confezionata debba permettere il soddisfacimento della legge italiana n°690 del 1978. Nel caso sia presente una bilancia che sia in grado di definire con precisione il peso di tutte le confezioni, in accordo con quanto asserito dalla legge italiana non risultano necessari i controlli a campione;

- di non sostituire le confezioni difettose sorteggiate nel campione.

2.5.1 Soluzione del problema tramite simulazione

Sulla base delle considerazioni presentate nel paragrafo precedente, al fine di riuscire a fornire una soluzione analitica al problema della configurazione di una pesatrice sarebbe necessario conoscere la formulazione matematica delle seguenti espressioni ;

$$W = f(w_i, Alg) \quad (2.3)$$

$$\sigma_i^2 = f(\mu_i) \quad (2.4)$$

dove:

W = quantità confezionata (g);

w_i = peso medio caricato all'interno del cestello i-esimo(g);

σ_i^2 = varianza del processo di caricamento del cestello i-esimo(g);

Alg = algoritmo si scelta della combinazione;

L'equazione (2.4), è stata risolta tramite l'analisi dei dati prelevati in azienda. Il peso all'interno dei cestelli si distribuisce secondo una gaussiana di media w_i e di deviazione standard $\sigma_i = \alpha \cdot w_i$. Per quanto riguarda l'espressione (2.3) la soluzione analitica è piuttosto complessa e di difficile formulazione in quanto sarebbe necessario stabilire una relazione tra i pesi dei singoli cestelli, w_i ed il peso della confezione, μ_w . Questo problema non solo deve affrontare l'aleatorietà della variabile w_i ma anche la complessità dell'algoritmo che effettua la scelta tra le combinazioni possibili. Per i motivi elencati è stato necessario ricorrere alla simulazione.

2.5.2 Risoluzione del *canning problem* in un caso particolare

Viene presentata una soluzione ad un problema ancora non trattato in letteratura che potrebbe fornire delle informazioni utili al lavoro di tesi qualora il peso delle confezioni realizzate da simulatore risulti distribuito secondo una gaussiana con media e deviazione standard note e legate tra loro secondo la relazione $\sigma_w = f(\mu_w)$.

E' utile sottolineare che per il problema affrontato il legame è tra media e deviazione standard del peso della confezione e non tra la media e la deviazione standard della quantità di materiale contenute all'interno dei cestelli. Qualora questa strada risulti percorribile permetterebbe di definire la soluzione ottima, cioè l' *upper bound* dell'ottimizzatore. Malgrado le ipotesi presentate potessero risultare troppo stringenti per la pesatrice multitesta (verrà verificato in seguito) la soluzione potrà essere utilizzata per analizzare altri *canning problem* utilizzando un approccio differente rispetto a quelli presenti in letteratura (media e varianza non legate tra loro). La sperimentazione del metodo verrà fatta sulla funzione obiettivo presentata da Hunter and Kartha RIF così come la validazione. La bontà del risultato verrà valutata confrontando i risultati ottenuti con quelli che si otterrebbero analizzando i medesimi problemi con l'approccio dei due autori. Le ipotesi sono:

- la distribuzione del peso scaricato sia gaussiana
- il legame tra la media e la deviazione standard del peso scaricato sia del tipo:

$$- \sigma_w = \alpha \cdot \mu_w$$

$$- \sigma_w = \alpha \cdot \ln \mu_w$$

$$- \sigma_w = \alpha \cdot \sqrt{\mu_w}$$

- esiste un limite inferiore stabilito dalla normativa per il peso della confezione ma non un limite superiore imposto dall'azienda

La terza ipotesi non risulta vincolante per la determinazione del valore ottimo ma impedisce di ottenere dei valori di target ottimo al variare di un coefficiente che racchiude i parametri caratteristici della funzione obiettivo (a,c,r). Per questo motivo non risulta vincolante per la risoluzione del problema e, qualora risulti necessario, può essere rimossa.

Si definisce:

W = peso medio confezionato (g);

μ_w = peso medio sul quale viene settato il processo(g);

LSL = Peso minimo commercializzabile secondo normativa(g);

W = media delle confezioni conformi(g);

a = prezzo di vendita di una confezione (cent €/confezione);

c = costo unitario del materiale da confezionare (cent €/g);

Nom = peso nominale della confezione (g);

r = costo unitario di rilavorazione della confezione (cent €/confezione) ;

α = coefficiente che lega la media e la deviazione standard secondo una legge nota.

La funzione obiettivo è della forma:

$$y = (a - c \cdot W) \int_{LSL}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu_w}{\sigma_w}\right)^2\right\} dx + \\ - r \int_{\infty}^{LSL} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu_w}{\sigma_w}\right)^2\right\} dx \quad (2.5)$$

e può essere riscritta come,

$$y = (a - c \cdot W + r) \int_{LSL}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu_w}{\sigma_w}\right)^2\right\} dx - r \quad (2.6)$$

dove,

$$W = \frac{\int_{LSL}^{\infty} x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu_w}{\sigma_w}\right)^2\right\} dx}{\int_{LSL}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu_w}{\sigma_w}\right)^2\right\} dx} \quad (2.7)$$

L'obiettivo è massimizzare la funzione derivandola rispetto a μ_w per determinare il valore ottimo sul quale settare il processo. In primo luogo si analizza la funzione per valori di σ_w costanti e indipendenti dalla media, in analogia all'approccio presentato da Hunter e Kartha, per comprendere quale sia la forma che questa assume al variare del peso scaricato;

per $\mu_w \rightarrow \infty$

$$\int_{LSL}^{\infty} x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu_w}{\sigma_w}\right)^2\right\} dx \approx 1 \quad (2.8)$$

e dunque,

$$y \rightarrow -\infty \quad (2.9)$$

per $\mu_w \rightarrow 0$

$$\int_{LSL}^{\infty} x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x - (LSL + \delta)}{\sigma}\right)^2\right\} dx \approx 0 \quad (2.10)$$

$$y \rightarrow -r \quad (2.11)$$

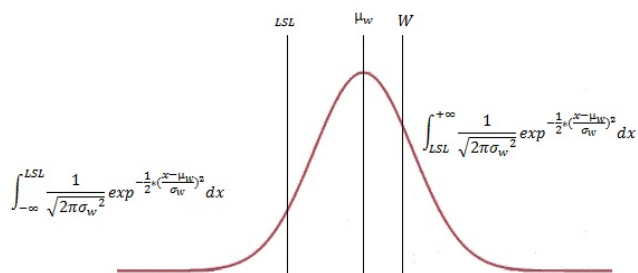


Figura 2.2: Parametri caratteristici del problema di canning

Si propone di seguito un esempio numerico, volto a verificare i risultati ottenuti per via analitica;

Si definiscono:

$$LSL = 490 \text{ (g)};$$

$$a = 45 \text{ (cent €/confezione)};$$

$$c = 0,03 \text{ (cent €/g)};$$

$$r = 5,64 \text{ (cent €/confezione)} ;$$

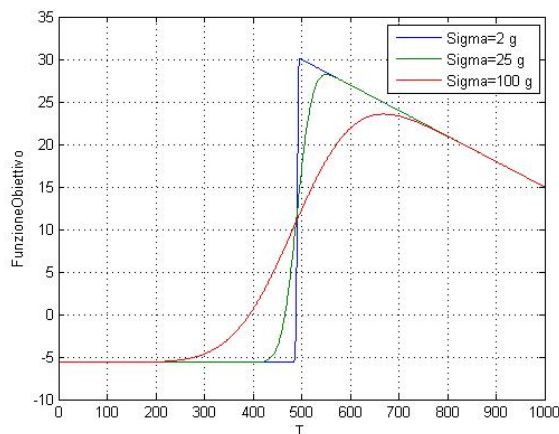


Figura 2.3: Andamento della funzione obiettivo per differenti valori di σ_w

Si ottengono i valori di μ_w che massimizzano la funzione obiettivo:

- per $\sigma_w = 2g \rightarrow \mu_w = 507g$

- per $\sigma_w = 25g \rightarrow \mu_w = 561g$
- per $\sigma_w = 100g \rightarrow \mu_w = 679g$

Si analizzano ora i tre casi, riproponendo un approccio analogo a quello presentato in precedenza. In queste condizioni, la forma della funzione obiettivo, al variare del peso scaricato, si mantiene analoga indipendentemente dai valori di α . Questo non è altrettanto vero per funzioni che presentano un legame differente tra media e deviazione standard. Si assumano gli stessi valori per LSL, a, c, r.

- $\sigma_w = \alpha \cdot \mu_w$

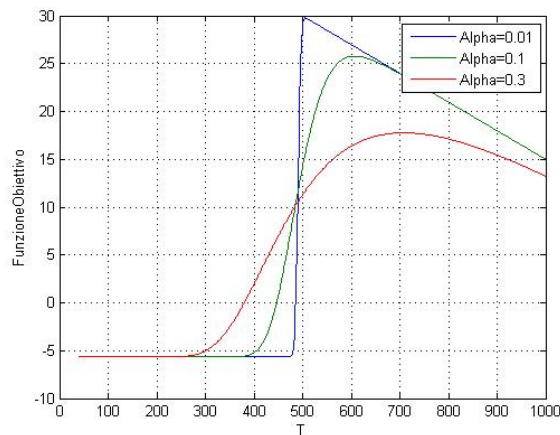


Figura 2.4: Andamento della funzione obiettivo per $\sigma_w = \alpha \cdot \mu_w$

I valori di μ_w che massimizzano la funzione obiettivo sono:

- per $\alpha = 0.01 \rightarrow \mu_w = 502g$
- per $\alpha = 0.1 \rightarrow \mu_w = 597g$
- per $\alpha = 0.3 \rightarrow \mu_w = 705g$

- $\sigma_w = \alpha \cdot \ln \mu_w$

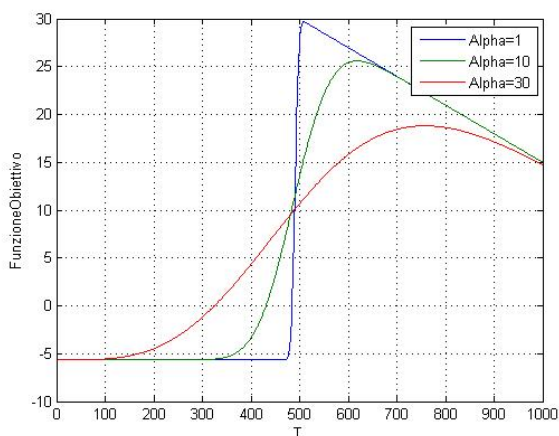


Figura 2.5: Andamento della funzione obiettivo per $\sigma_w = \alpha \cdot \log \mu_w$

I valori di μ_w che massimizzano la funzione obiettivo sono:

- per $\alpha = 1 \rightarrow \mu_w = 503g$
- per $\alpha = 10 \rightarrow \mu_w = 609g$
- per $\alpha = 30 \rightarrow \mu_w = 768g$

- $\sigma_w = \alpha \sqrt{\mu_w}$

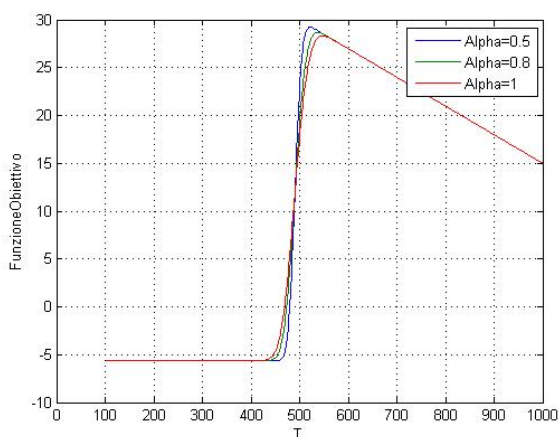


Figura 2.6: Andamento della funzione obiettivo per $\sigma_w = \alpha \sqrt{\mu_w}$

I valori di μ_w che massimizzano la funzione obiettivo sono:

- per $\alpha = 0.5 \rightarrow \mu_w = 521g$
- per $\alpha = 0.8 \rightarrow \mu_w = 534g$
- per $\alpha = 1 \rightarrow \mu_w = 542g$

Per verificare se l'approccio presentato può essere ritenuto significativamente diverso da quello dai due autori, si suppone di risolvere un problema dove media e deviazione standard siano legate tra loro con l'approccio classico e si analizzano le differenze in termini di funzione obiettivo e peso medio scaricato:

$$\Delta y = \frac{y_m - y_{HK}}{y_{HK}}$$

$$\Delta W = \frac{W_m - W_{HK}}{W_{HK}}$$

Per la soluzione di Hunter e Kartha si è assunto che $\sigma_w = \alpha \cdot Nom$ e cioè che in corrispondenza del valore nominale della confezione la deviazione standard sia la stessa per i due approcci.

- $\sigma_w = \alpha \cdot \mu_w$

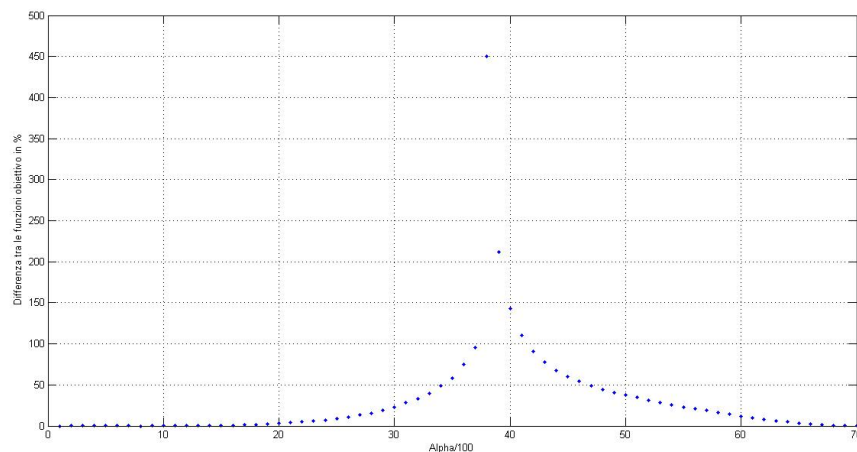


Figura 2.7: Differenza tra i valori di funzione obiettivo in % $\sigma_w = \alpha \cdot \mu_w$

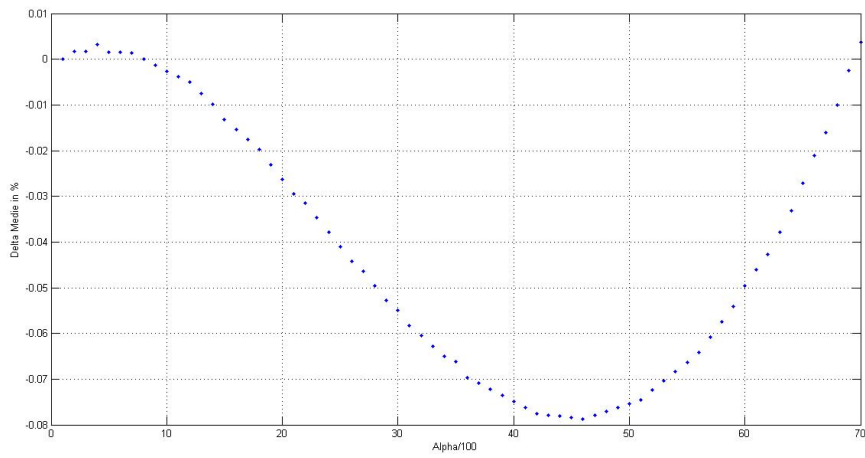


Figura 2.8: Differenza tra i pesi medi scaricati in % $\sigma_w = \alpha \cdot \mu_w$

- $\sigma_w = \alpha \cdot \ln(\mu_w)$

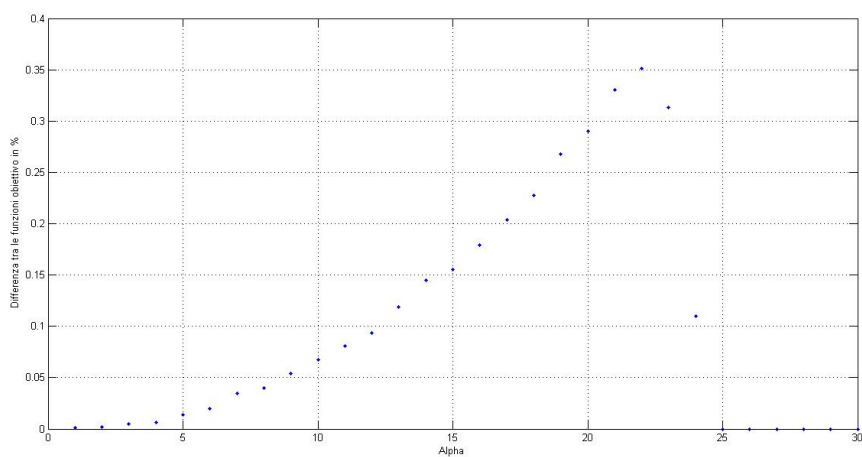


Figura 2.9: Differenza tra i valori di funzione obiettivo in % $\sigma_w = \alpha \cdot \ln(\mu_w)$

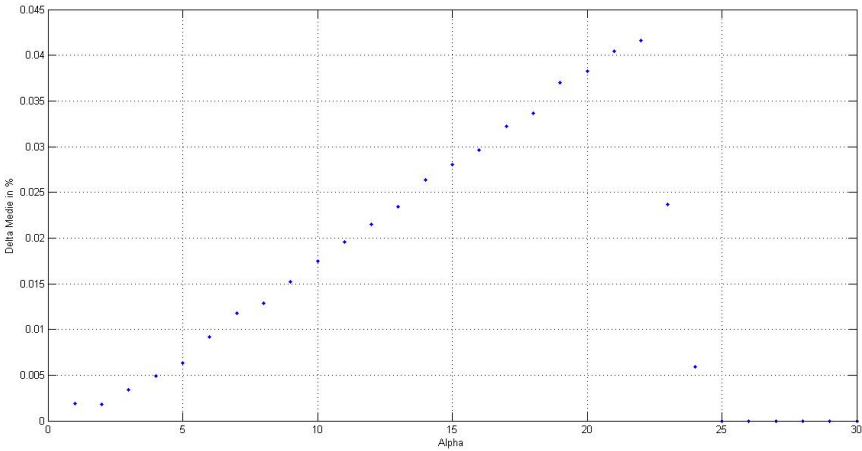


Figura 2.10: Differenza tra i pesi medi scaricati in % $\sigma_w = \alpha \cdot \ln(\mu_w)$

- $\sigma_w = \alpha \cdot \sqrt{\mu_w}$

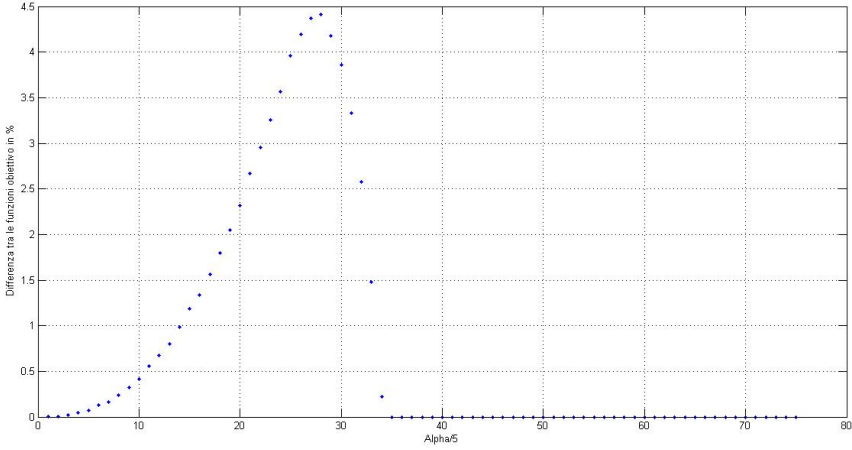


Figura 2.11: Differenza tra i valori di funzione obiettivo in % $\sigma_w = \alpha \sqrt{\mu_w}$

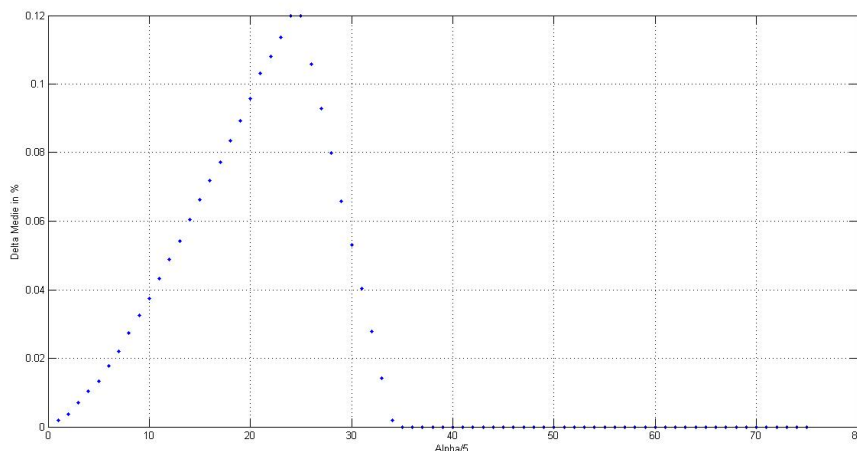


Figura 2.12: Differenza tra i pesi medi scaricati in % $\sigma_w = \alpha \cdot \sqrt{\mu_w}$

Le soluzioni trovate confermano quanto era lecito aspettarsi. Per α piccolo, tendente a zero, la differenza tra le funzioni obiettivo tende a zero; la variabile diviene deterministica e la soluzione ottima coincide con il valore di $\mu_w = LSL$. Per α grande, tendente all'infinito, la differenza tra le funzioni obiettivo tende a zero in quanto entrambi i valori coincidono con il costo di rilavorazione. L'approccio lineare presenta i risultati migliori in quanto l'errore sulla stima della deviazione standard è il più elevato e lo scostamento maggiore si presenta intorno al valore di $\alpha = 0,37$. E' utile sottolineare come valori analoghi siano di interesse per i processi industriali di caricamento che utilizzano i canali vibranti, come dimostreremo in seguito. L'approccio logaritmico verifica come i risultati siano poco differenti tra loro e si ottengono per valori di α molto grandi. Il legame tramite la radice presenta risultati intermedi. L'analisi riproposta al variare di r , a , g , ed LSL presenta dei comportamenti analoghi della funzione obiettivo anche se variano le % e i valori di α per i quali si raggiunge l'ottimo. I grafici riguardanti la media presentano delle oscillazioni ragionevoli e non strettamente positive. Questo è naturale in quanto l'ulteriore variabile che influenza la funzione obiettivo è la percentuale di scariche conformi.

Quello che si vuole provare a verificare, in ultima analisi, è se esista la possibilità di ottenere dei valori di target ottimo in funzione di un coefficiente che racchiuda entrambi i tre parametri caratteristici della funzione obiettivo (a, c, r), in analogia a quanto fatto da Hunter e Kartha.

$$\frac{dy}{d\mu_w} = 0 \quad (2.12)$$

- $\sigma_w = \alpha \cdot \mu_w$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{d\mu_w} = & \sqrt{\pi} LSL \mu_w^2 e^{\frac{1}{2\alpha^2} + \frac{LSL}{2\alpha^2 \mu_w^2}} |\alpha| + e^{\frac{LSL}{\alpha^2 \mu_w}} (\sqrt{2} \alpha^2 c \mu_w^2 - \sqrt{2} LSL (a - LSLc + r)) + \\ & + \sqrt{2} \alpha c \mu_w^2 e^{\frac{1}{2\alpha^2} + \frac{LSL}{2\alpha^2 \mu_w^2}} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}(\mu_w - LSL)}{2\alpha \mu_w}\right) = 0 \wedge t > 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

dividendo per c e raccogliendo i termini

$$\begin{aligned} A(\alpha, LSL, \mu_w) &= \sqrt{\pi} \mu_w^2 e^{\frac{1}{2\alpha^2} + \frac{LSL}{2\alpha^2 \mu_w^2}} |\alpha| \\ B(\alpha, LSL, \mu_w) &= \sqrt{2} \alpha \mu_w^2 e^{\frac{1}{2\alpha^2} + \frac{LSL}{2\alpha^2 \mu_w^2}} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}(\mu_w - LSL)}{2\alpha \mu_w}\right) \\ C(\alpha, LSL, \mu_w) &= e^{\frac{LSL}{\alpha^2 \mu_w}} \sqrt{2} \alpha^2 \mu_w^2 \end{aligned}$$

si ottiene:

$$\frac{dy}{dt} = A + C + e^{\frac{LSL}{\alpha^2 \mu_w}} - \sqrt{2} LSL \left(\frac{a}{c} - LSLc + \frac{r}{c}\right) + B \quad (2.14)$$

si definiscano:

$$\begin{aligned} D(\alpha, LSL, \mu_w) &= e^{\frac{LSL}{\alpha^2 \mu_w}} \sqrt{2} LSL^2 \\ E(\alpha, LSL, \mu_w) &= e^{\frac{LSL}{\alpha^2 \mu_w}} \sqrt{2} LSL \\ F(\alpha, LSL, \mu_w) &= \frac{A(\alpha, LSL, \mu_w) + B(\alpha, LSL, \mu_w) + C(\alpha, LSL, \mu_w) + D(\alpha, LSL, \mu_w)}{E(\alpha, LSL, \mu_w)} \end{aligned}$$

si ottiene:

$$F(\alpha, LSL, \mu_w) = \frac{a + r}{c} \quad (2.15)$$

Fissato LSL ed α , è possibile dunque valutare i valori del target ottimo al variare del coefficiente dell'equazione 2.15.

- $\sigma_w = \alpha \cdot \ln(\mu_w)$

$$\begin{aligned}
\frac{dy}{dt} = & \sqrt{\pi} \alpha^2 e^{\frac{\mu_w}{\alpha^2 (\ln(\mu_w))^2}} (\ln(\mu_w))^2 (4r(a+r) \sqrt{\frac{1}{(\ln(\mu_w))^2}} \cdot \\
& \cdot \sqrt{(\ln(\mu_w))^2} \cdot (erf(\frac{\sqrt{2}(\mu_w - LSL)}{2\sqrt{\frac{1}{(\ln(\mu_w))^2} |\alpha| (\ln(\mu_w))^2}}) + 1) + \\
& - 3(a+r)^2 erf(\frac{\sqrt{2}(\mu_w - LSL)}{2\sqrt{\frac{1}{(\ln(\mu_w))^2} |\alpha| (\ln(\mu_w))^2}}) + \\
& - a^2 - 2ar - 5r^2) + 2c^2 \int_{LSL}^{\infty} x e^{\mu_w \frac{x}{\alpha^2} - \frac{x^2}{2\alpha^2 (\ln(\mu_w))^2}} = 0 \wedge t \neq 1e \wedge t > 0
\end{aligned} \tag{2.16}$$

si definiscano

$$\begin{aligned}
A(\alpha, LSL, \mu_w) &= \sqrt{\pi} \alpha^2 e^{\frac{\mu_w}{\alpha^2 (\ln(\mu_w))^2}} (\ln(\mu_w))^2 \\
C(\alpha, LSL, \mu_w) &= erf(\frac{\sqrt{2}(\mu_w - LSL)}{2\sqrt{\frac{1}{(\ln(\mu_w))^2} |\alpha| (\ln(\mu_w))^2}}) \\
D(\alpha, LSL, \mu_w) &= 2 \int_{LSL}^{\infty} x e^{\mu_w \frac{x}{\alpha^2} - \frac{x^2}{2\alpha^2 (\ln(\mu_w))^2}}
\end{aligned}$$

si ottiene

$$\begin{aligned}
\frac{dy}{dt} = & A(4r(a+r) \sqrt{\frac{1}{(\ln(\mu_w))^2}} \cdot \\
& \cdot \sqrt{(\ln(\mu_w))^2} * (C + 1) - 3(a+r)^2 C - a^2 - 2ar - 5r^2) + 2c^2 D = 0
\end{aligned} \tag{2.17}$$

si definiscano

$$B = (\alpha, LSL, \mu_w) \sqrt{\frac{1}{(\ln(\mu_w))^2}} \sqrt{(\ln(\mu_w))^2} (C + 1)$$

si ottiene

$$\frac{dy}{dt} = A(4r(a+r)B - 3(a+r)^2 C - a^2 - 2ar - 5r^2) + 2c^2 D = 0 \tag{2.18}$$

In questo caso riuscire a determinare andamenti caratteristici al variare di un parametro che raccoglie r, a e g è difficile ed è quindi conveniente estrapolare delle tabelle tramite dei run di simulazione.

- $\sigma_w = \alpha \cdot \sqrt{\mu_w}$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= c e^{\frac{LSL^2}{2\alpha^2\mu_w}} \left(\int_{LSL}^{\infty} x^3 e^{\frac{x}{\alpha^2} - \frac{x^2}{2\alpha^2\mu_w}} dx \right. \\ &\quad \left. + \mu_w(\mu_w + \alpha^2) \int_{LSL}^{\infty} x e^{\frac{x}{\alpha^2} - \frac{x^2}{2\alpha^2\mu_w}} dx \right) + \\ &\quad - \alpha^2 \mu_w e^{\frac{LSL}{\alpha^2}} (a + r)(\mu_w + LSL) = 0 \end{aligned} \quad (2.19)$$

si definiscano $C(\alpha, LSL, \mu_w) = e^{\frac{LSL^2}{2\alpha^2\mu_w}}$

$$D(\alpha, LSL, \mu_w) = \left(\int_{LSL}^{\infty} x^3 e^{\frac{x}{\alpha^2} - \frac{x^2}{2\alpha^2\mu_w}} dx \right)$$

$$E(\alpha, LSL, \mu_w) = (-\mu_w(\mu_w + \alpha^2) \int_{LSL}^{\infty} x e^{\frac{x}{\alpha^2} - \frac{x^2}{2\alpha^2\mu_w}} dx)$$

$$B(\alpha, LSL, \mu_w) = D(\alpha, LSL, \mu_w) + E(\alpha, LSL, \mu_w) + C(\alpha, LSL, \mu_w)$$

$$B(\alpha, LSL, \mu_w) = \alpha^2 \mu_w e^{\frac{LSL}{\alpha^2}} (\mu_w + LSL)$$

$$F(\alpha, LSL, \mu_w) = \frac{A(\alpha, LSL, \mu_w)}{B(\alpha, LSL, \mu_w)}$$

si ottiene

$$F(\alpha, LSL, \mu_w) = \frac{a + r}{c} \quad (2.20)$$

In questo caso la soluzione è analoga a quella presentata per il legame lineare tra media e deviazione standard, cioè la soluzione fissato LSL varia con α al variare del coefficiente a destra dell'uguale.

In conclusione possiamo affermare che l'analisi da noi proposta presenta dei vantaggi consistenti se confrontata con i risultati che si otterrebbero dal trattare il medesimo problema con l'approccio di Hunter e Kartha. In caso di legame lineare tra la media e la varianza del processo di caricamento, che secondo i nostri studi dovrebbe verificarsi nel caso di processo di caricamento venga effettuato tramite l'utilizzo di un canale vibrante, la soluzione è fortemente significativa.

2.6 Funzione Obiettivo

L'obiettivo del paragrafo è quello di proporre uno strumento per la valutazione delle prestazioni di una pesatrice multitesta. Verrà formalizzata una funzione obiettivo ([Ber10]) di riferimento che sarà utilizzata per progettare in maniera economica i parametri di processo e per condurre il confronto tra la soluzione proposta e quella attualmente implementata in azienda.

2.6.1 La funzione di valutazione con controllo al 100%

Si definisce:

W = quantità confezionata. (g);

μ_W = media del processo (g);

σ_W = deviazione standard del processo (g);

w_i = quantità di materiale caricata sul cestello i -esimo (g). $w_i \sim N(\mu_{w_i}; \sigma_{w_i}^2)$;

Max $E(P)$ = massimizzare il valore atteso del profitto unitario;

P = profitto unitario per confezione = Ricavo unitario(R) - Costi unitari(C);

a = prezzo di vendita di una confezione (cent €/confezione);

c = costo unitario del materiale da confezionare (cent €/g);

Nom = Valore nominale della confezione (g);

EMT = Errore Massimo Tollerato (g) (Tabella 1.1);

LSL = limite di specifica inferiore imposto dalla legge, al disotto del quale una confezione è considerata difettosa. È calcolato come $Nom - EMT$;

r = costo unitario di rilavorazione della confezione. Include il costo cernita CO (l'operatore deve aprire la confezione, estrarre il materiale e inserirlo all'interno della tramoggia) (€/confezione) + costo macchinario CM (che ha già effettuato la lavorazione del materiale) (€/confezione) + costo del cellophane CC utilizzato per il confezionamento di un'unità (€/confezione) + un eventuale costo del prodotto CMAT (€/confezione) ;

μ_{ottimo} = valore ottimo della confezione che permette di massimizzare la funzione obiettivo;

α = coefficiente di proporzionalità fra la media della quantità caricata nell' i -esimo cestello e la deviazione standard di questa.

Detto $P_{teorico}$ il profitto unitario con un processo di confezionamento ideale e P il profitto unitario reale, allora $\max \frac{E(P)}{P_{teorico}} = \max E(P)$ poiché, noti i costi e i ricavi di produzione e di controllo, $P_{teorico}$ è una costante.

Si assume che:

- la bilancia situata alla fine della fase di confezionamento non generi errori (è sempre in grado di separare le confezioni buone da quelle non conformi), di conseguenza non sia necessario effettuare un piano di accettazione;

La funzione obiettivo viene formulata come:

$$\max E(P) = E(R - C)$$

dove:

$$R = \begin{cases} a, & \text{se } (W \geq L); \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

C = costo materia prima + costo di rilavorazione

$$\text{Costo materia prima} = \begin{cases} cW, & \text{se } (W \geq L); \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Il costo relativo all'utilizzo della materia prima viene sostenuto un'unica volta anche nel caso in cui la confezione risultasse non conforme e necessitasse dunque di essere rilavorata. Per questo motivo si è deciso di considerarlo solo nel caso in cui la confezione risultasse vendibile.

$$\text{Costo di rilavorazione} = \begin{cases} r, & \text{se } (W < L); \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Il costo di rilavorazione, come precedentemente detto, tiene in considerazione diverse voci di costo. Premettendo che l'analisi di tali costi dipende dai singoli casi aziendali, si ritiene tuttavia di poter inglobare in tale voce quantomeno il costo dell'operaio che è costretto a riaprire la confezione scartata perché il quantitativo di prodotto contenuto all'interno possa essere riprocessato dalla pesatrice, impiegando del tempo che potrebbe essere utilizzato per compiere altre mansioni. Ad esso si possono poi aggiungere i costi di funzionamento del macchinario relativi al tempo speso per rilavorare la confezione e i costi del cellophane utilizzato. Si è osservato che alcuni prodotti, nel caso in cui non venissero rilavorati entro un certo intervallo di tempo, devono essere buttati. Quindi nel calcolo del costo di rilavorazione risulta necessario tenere opportunamente in considerazione questo fenomeno.

Nello specifico potremmo calcolare tali costi come:

$$CO = \text{costo cernita} = \left(\frac{CDL}{3600}\right) \cdot TI \cdot 100 \text{ (€/confezione)}$$

$$CM = \text{costo macchina} = \left(\frac{AMM+CE}{3600 \cdot HDF}\right) \cdot TR \cdot 100 \text{ (€/confezione)}$$

CC = costo cellophane = $\left(\frac{C_{cel}}{100}\right) \cdot C_{conf} \cdot 100$ (€/confezione)

CMAT = costo materiale da rilavorare = δcW (€/confezione)

dove $\delta = \begin{cases} 0, & \text{se il prodotto è sempre rilavorabile;} \\ 1, & \text{altrimenti.} \end{cases}$

nello specifico:

- CDL = costo del lavoro (€/h);
- TI = tempo utilizzato per reintrodurre il materiale nella tramoggia di alimentazione (s);
- AMM = ammortamento annuo del macchinario (€/anno);
- HDF = ore di funzionamento annue della pesatrice (h/anno);
- TR = tempo per rilavorare il materiale contenuto nella confezione “non conforme” (s);
- CE = costo dell’energia (€/anno);
- Ccel = costo del cellophane al kg (€/kg);
- Cconf = quantità di cellophane utilizzata per la singola confezione (g).

Per cui a meno di ulteriori indagini:

$$r = CM + CC + CO + CMAT$$

La funzione obiettivo risulta:

$$\begin{aligned} E(P) &= aPr(W \geq L) - c\mu_W Pr(W \geq L) - rPr(W < L) \\ &= (a - c\mu_W)Pr(W \geq L) - rPr(W < L) \end{aligned}$$

2.6.2 Analisi della funzione obiettivo in una pesatrice a due teste

In questo paragrafo si esamina il comportamento della funzione obiettivo, quindi del profitto unitario atteso, al variare della configurazione della pesatrice multitesta quando siano presenti solo due cestelli. Questo approccio, permette di graficare la funzione obiettivo e di chiarire alcuni aspetti. I valori utilizzati per realizzare il grafico sono:

$$a = 25 \text{ (cent € / confezione);}$$

$$c = 0,06 \text{ (cent € / g);}$$

$$r = 5,64 \text{ (cent € / confezione) ;}$$

$$W_{target} = 200 \text{ (g);}$$

$$\alpha = 0.3;$$

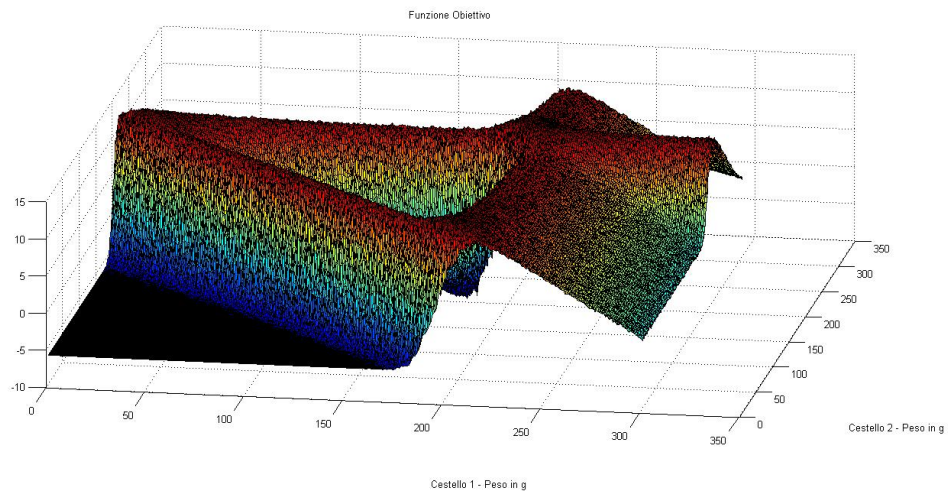


Figura 2.13: Analisi della Funzione Obiettivo al variare della quantità presente nei due cestelli- Grafico 1

- punto A

Peso primo cestello = 140(g)

Peso secondo cestello = 70 (g)

In questa configurazione la somma del peso dei cestelli si avvicina al peso target e si è in corrispondenza di una zona di ottimo. Questo comportamento,

almeno per la situazione in cui sono presenti due cestelli, è valido per tutte le configurazioni per le quali la somma del peso dei cestelli si avvicina al target.

- punto B

Peso primo cestello = 160(g)

Peso secondo cestello = 170(g)

In questa configurazione ogni singolo cestello da solo ha una media del peso caricato insufficiente a realizzare una configurazione finale che presenti un peso prossimo a quello target; la somma delle medie dei pesi è anch'essa molto lontana dal target ed il valore della funzione obiettivo è piuttosto basso. Risulta evidente che nel caso di due cestelli questa configurazione non garantisce delle performance del macchinario accettabili a livello industriale.

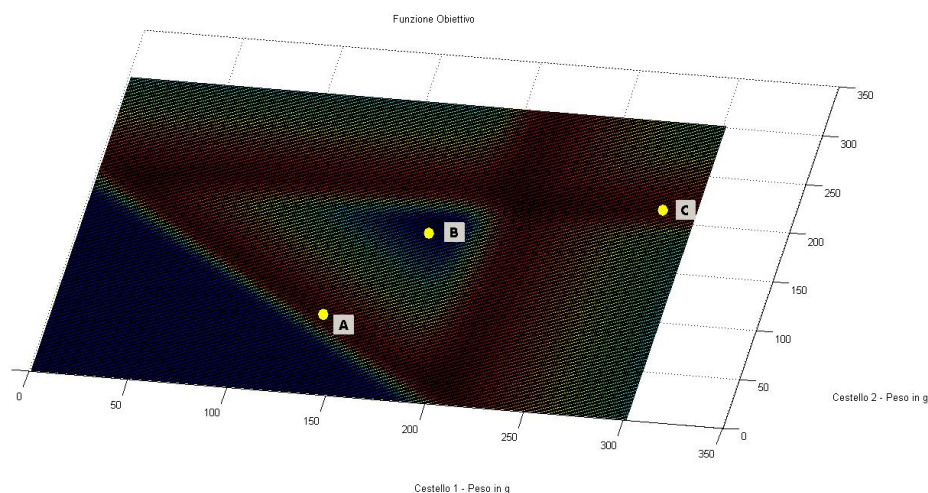


Figura 2.14: Analisi della Funzione Obiettivo al variare della quantità presente nei due cestelli- Grafico 2

- punto C

Peso primo cestello = 290(g)

Peso secondo cestello = 210(g)

In questa configurazione il peso medio del secondo cestello è prossimo a quello target. Il primo cestello non viene praticamente mai scaricato. Il valore della funzione obiettivo che si ottiene è analogo a quello ottenibile utilizzando un unico cestello. La funzione è in prossimità di un ottimo locale ma la soluzione è certo meno performante di quella valutata al punto A.

E' utile sottolineare, come successivamente spiegheremo, che utilizzare il macchinario in una tale configurazione, cioè con un valore medio del peso dei cestelli così lontano dal target, genera dei problemi legati al funzionamento della macchina. Verranno introdotti dei vincoli che limiteranno le configurazioni che ogni singolo cestello potrà assumere.

Sulla base delle considerazioni presentate ci aspettiamo che all'aumentare del numero di cestelli sia possibile definire differenti condizioni di ottimo. Le differenti configurazioni devono essere analizzate per verificare quale tra quelle determinate risulta maggiormente performante in termini di funzione obiettivo.

Capitolo 3

Il metodo di soluzione

Nella prima parte del capitolo verranno illustrati i principi costruttivi con i quali è stato realizzato il simulatore che riproduce il funzionamento della pesatrice multitesta. Nella seconda parte verrà presentata la metodologia utilizzata per l'ottimizzazione.

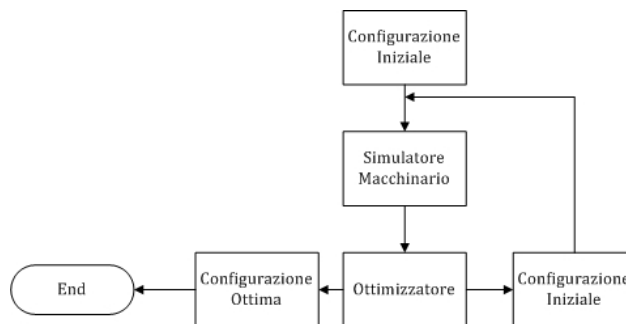


Figura 3.1: Schema a blocchi semplificato del sistema simulatore-ottimizzatore

3.1 Il simulatore della pesatrice: Principi Costruttivi

In questa sezione vengono analizzati i principi costruttivi che delineano le caratteristiche del simulatore che riproduce il funzionamento della pesatrice. Anche se non tutti gli aspetti presentati sono strettamente correlati con il raggiungimento degli obiettivi del lavoro, la loro valutazione ha permesso di realizzare un software

altamente flessibile. L'obiettivo è fornire uno strumento adattabile all'algoritmo di gestione euristico che potrà essere inserito in una fase successiva.

3.1.1 Incertezza della cella carico

L'incertezza della cella di carico, come già accennato nel secondo capitolo, incide sul risultato ottenibile in termini di funzione obiettivo. Quanto più il peso misurato si discosta da quello reale, tanto più il peso della confezione ottenuta si discosterà da quello previsto in fase di realizzazione della combinazione. Le caratteristiche della cella di carico sono state dedotte dalla normativa OIML R111 che ne valuta le prestazioni sulla base del legame che esiste tra l'errore massimo ottenibile ed il peso nominale caricato.

Si vuole ora presentare un esempio che metta in luce il legame tra le variabili della funzione obiettivo (μ_w, σ_w) e l'incertezza della cella di carico. Si è deciso di utilizzare una pesatrice ad otto teste imponendo che il peso di ogni cestello sia pari a 100 (g);

Si definiscono:

$LSL = 191$ (g) Peso minimo commercializzabile secondo normativa;

$Nom = 200$ (g) Peso Target della confezione;

$Pm = 10$ (g)Peso Materia Prima;

$\sigma_m = 0,14$ (g) Deviazione standard del peso della materia prima (g);

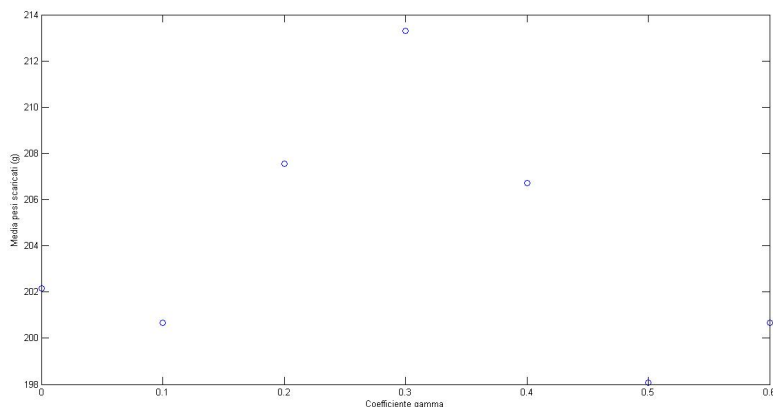


Figura 3.3: Media del peso della confezione al variare di gamma

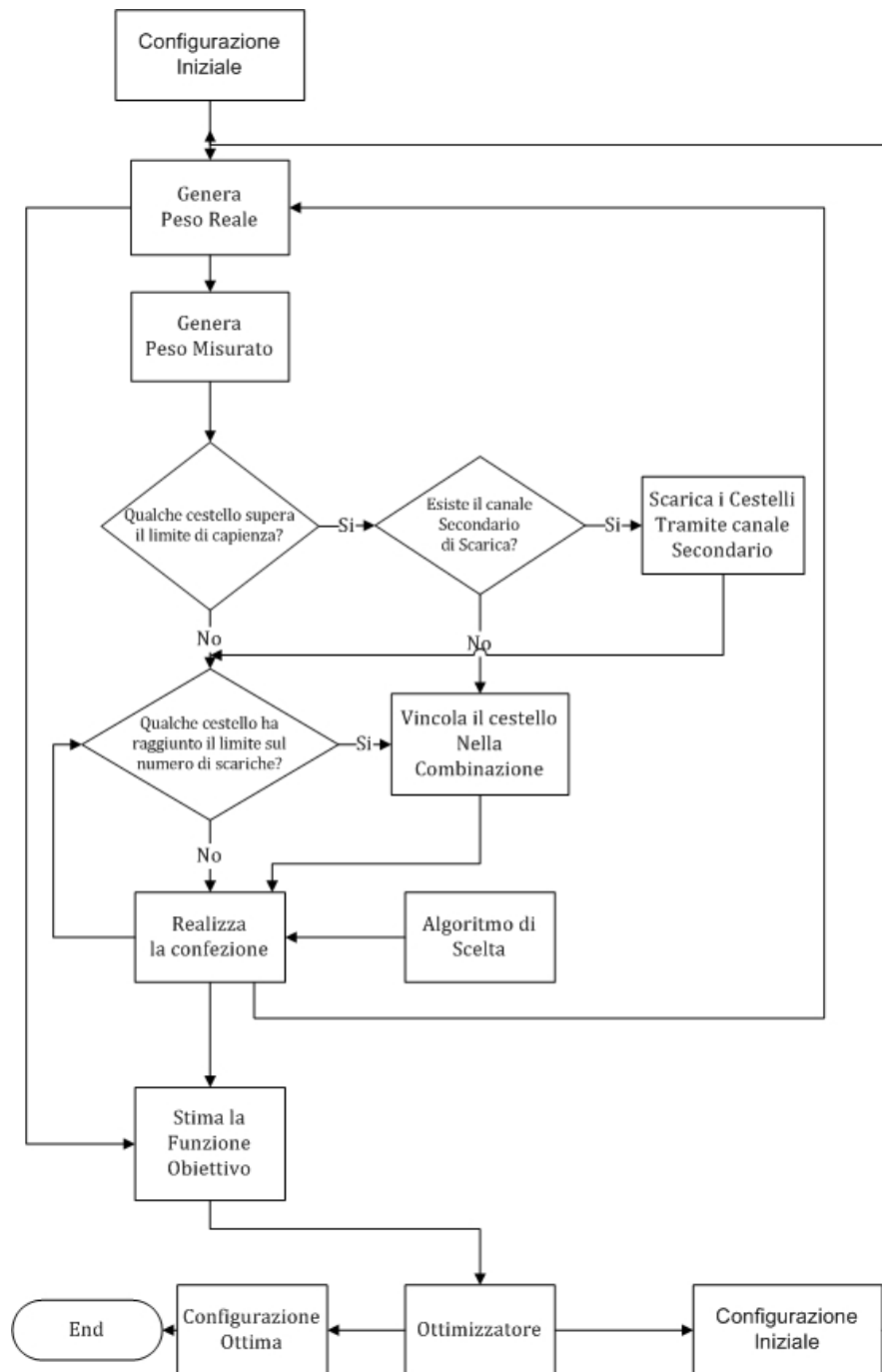


Figura 3.2: Schema a blocchi del simulatore che riproduce il funzionamento della pesatrice multitestata

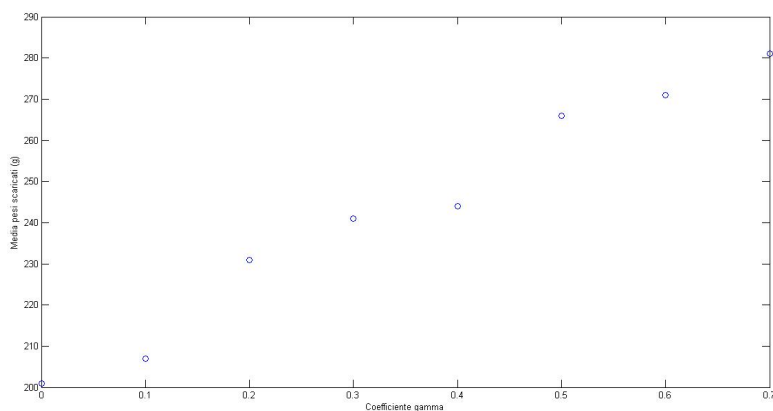


Figura 3.4: Deviazione standard del peso della confezione al variare di gamma

I risultati confermano quanto sostenuto in precedenza; all'aumentare dell'incertezza della cella di carico il peso della confezione realizzata si allontana da quello previsto in fase di calcolo della combinazione migliore. La media oscilla attorno a valori prossimi al target della confezione mentre la deviazione standard aumenta all'aumentare dell'incertezza della cella di carico.

Incertezza delle celle di carico presenti sul mercato

I pesi vengono costruiti con gradi di precisione differente, a seconda delle esigenze dell'utilizzatore. La normativa di riferimento è la OIML R111, che suddivide i pesi in 7 classi di precisione differente, a seconda degli errori massimi sul valore nominale. I limiti di tolleranza per le varie classi di precisione sono definiti in tabelle presenti nella normativa. In maniera semplificata si può fare riferimento alla relazione:

$$er = \delta \cdot Vn \quad (3.1)$$

dove er è l'errore massimo tollerato (g), Vn è il valore nominale della confezione (g) e δ è un coefficiente che varia a seconda della classe di precisione della cella di carico (Tabella 3.1).

Classe	δ
E1	$0,5 \cdot 10e - 6$
E2	$1,5 \cdot 10e - 6$
F1	$5 \cdot 10e - 6$
F2	$15 \cdot 10e - 6$
M2	$50 \cdot 10e - 6$
M3	$100 \cdot 10e - 6$

Tabella 3.1: Classi di tolleranza per le celle di carico

Nel lavoro di tesi il coefficiente moltiplicativo viene dedotto da quello da normativa per far sì che l'errore si mantenga inferiore al valore richiesto.

3.1.2 Quantità di materia prima caricabile in ogni cestello pesatore

Il simulatore permette di definire un limite superiore per il peso delle confezioni, oltre il quale, la busta viene considerata non conforme. Il valore può essere scelto dall'azienda produttrice in maniera arbitraria. La normativa si occupa di garantire la quantità minima di materia prima che deve essere confezionata ma non pone limiti sul peso massimo confezionabile. A causa delle deviazioni presenti nel processo di caricamento del cestello pesatore, potrebbe accadere che all'interno del modulo di pesata venga caricata una quantità di materia prima che ecceda il limite superiore impostato. Questa eventualità, che si verifica frequentemente se cestello e limite superiore si trovano in prossimità del valore nominale, porta ad una riduzione della potenzialità della pesatrice. L'algoritmo di scelta, che predilige le combinazioni dove il cestello non viene scaricato per evitare di realizzare una confezione non conforme fa sì che il cestello permanga nel sistema. La pesatrice si trova a lavorare con un modulo di pesata in meno. Risulta evidente come sia necessario introdurre una regola capace di valutare il verificarsi della condizione di blocco. L'algoritmo valuta ad ogni ciclo di caricamento il peso dei cestelli e se si verifica la condizione obbliga la pesatrice a scaricarli subito. Questa regola permette di verificare immediatamente se la configurazione presenza moduli di pesata che tendono a trovarsi in una condizione di funzionamento critica ed il suo impatto diretto sulla funzione obiettivo porta l'ottimizzatore a privilegiare altre

configurazioni dove il problema non si presenta. Si consiglia di impostare un limite superiore che non sia inferiore al 110 per cento del peso della confezione in quanto sperimentalmente la pesatrice si trova a lavorare all'interno di questo intervallo.

3.1.3 Canale secondario per lo svuotamento dei cestelli pesatori

Un'altra caratteristica che si è deciso di considerare nel simulatore è rappresentato da un sistema di svuotamento secondario, cioè da canali che scaricano il cestello pesatore senza che sia necessario realizzare la confezione. La materia prima può essere reintrodotta nella tramoggia senza la necessità di realizzare confezioni non conformi e permettendo di svincolare i cestelli a scapito solo di una riduzione del ritmo produttivo. Questa innovazione tecnologica, non ancora sviluppata dalle aziende costruttrici, garantirebbe di ridurre al minimo gli scarti. In questa fase non si vuole approfondire questa tipologia costruttiva di macchina che richiederebbe oltretutto una differente formulazione della funzione obiettivo, ma la sua analisi può rappresentare una spinta verso un'innovazione tecnologica ad alti benefici.

3.1.4 Vincolo sulla permanenza della materia prima nel cestello pesatore

Il simulatore memorizza i cestelli che vanno a comporre la combinazione ed al variare delle confezioni realizzate memorizza quante volte, un modulo di pesata, non è stato scelto. E' possibile definire un valore limite oltre il quale l'algoritmo vincola il cestello nella combinazione ed obbliga la pesatrice a scaricarlo. L'utilizzo di un tale sistema garantisce un doppio beneficio; uno legato alla deperibilità della materia prima e l'altro al funzionamento della pesatrice. Il primo aspetto può risultare determinante per quelle classi di prodotti che risentono del contatto prolungato con l'ambiente esterno. Il secondo aspetto, in analogia con quanto spiegato nel paragrafo precedente, permette di svincolare il cestello qualora si sia trovato ad assumere una configurazione difficilmente combinabile con le altre provocando una riduzione della potenzialità della pesatrice. E' utile osservare come, nel nostro simulatore, non sia possibile legare direttamente il tempo di permanenza del prodotto con il numero di scariche in quanto il tempo tra una scarica e l'altra risulta variabile. L'aspetto interessante è che, una volta integrato il simulatore con

un algoritmo di gestione euristico, il legame tra la cadenza produttiva ed il tempo di permanenza della materia prima nel cestello diviene deterministico.

3.1.5 Regole di scelta della combinazione

Una volta individuate tutte le possibili combinazioni, l'unità di calcolo della pesatrice multitesta dev'essere in grado di individuare la migliore. In questa fase sono state implementate due regole differenti di scelta; una che tende a privilegiare il cliente, garantendo la realizzazione di una confezione il più possibile vicina al target, l'altra che tende a massimizzare il profitto, compatibilmente con i vincoli imposti dalla normativa. E' evidente che la seconda regola di scelta, garantisce un valore della funzione obiettivo più elevato, a parità di tutti gli altri parametri del problema.

Prima regola di scelta

Nella fase di esplorazione si suddividono idealmente le combinazioni in due sottoinsiemi: quelle caratterizzate da un valore maggiore o uguale al valore nominale vengono separate da quelle aventi un valore minore. Nello specifico il simulatore seleziona tra le combinazioni appartenenti al primo gruppo, quella a cui è associata il minimo valore (che prenderà il nome di Superiore), ovvero la combinazione il cui valore si avvicinerà maggiormente al valore nominale; analogamente nel secondo gruppo sarà selezionata la combinazione associata al valore massimo (definito Inferiore).

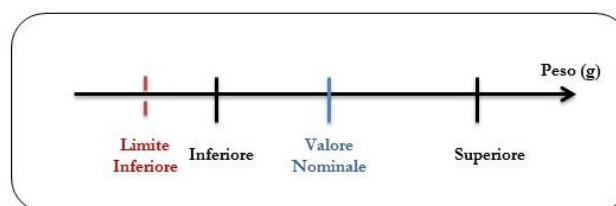


Figura 3.5: Esempio di vettore inferiore e vettore superiore

Detto questo, si deduce che la presenza del valore Superiore e/o Inferiore non è sempre garantita. Si presentano dunque 4 possibili situazioni, presentate in Tabella 3.2, che possono determinare scelte differenti.

	Inferiore	Superiore
1	Esiste	Esiste
2	0	Esiste
3	Esiste	0
4	0	0

Tabella 3.2: I quattro casi

1. Caso 1

Sia il valore Superiore che quello Inferiore sono presenti; per effettuare un'opportuna scelta è necessario analizzare il valore Inferiore. Infatti a seconda che esso sia maggiore o minore del limite inferiore può portare a scelte diverse. Si consideri la situazione in cui esso risulti maggiore o uguale al limite inferiore.

Dato $\underline{\text{Inf}} \geq \text{Limite inferiore}$, si definisca:

$\gamma = |\text{Nom} - \text{Inf}|$ = differenza in valore assoluto tra il valore nominale e quello Inferiore;

$\beta = |\text{Nom} - \text{Sup}|$ = differenza in valore assoluto tra il valore nominale e quello Superiore.

- Se $\gamma = \beta$, si sceglierà la combinazione associata al valore Superiore. Infatti il simulatore è stato costruito considerando di interfacciarsi con un'azienda "onesta", ovvero con un'azienda che mette al primo posto la soddisfazione del cliente. In caso contrario, quindi se l'obiettivo primario fosse stato solo il mero guadagno, allora il simulatore avrebbe selezionato la combinazione associata al valore inferiore;
- Se $\gamma \neq \beta$, allora si selezionerà:
$$\begin{cases} I, & \text{se } \min(\beta, \gamma) = \gamma; \\ S, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Dato $\underline{\text{Inf}} < \text{Limite inferiore}$, si definisce:

r = costo di rilavorazione;

$e = \text{Sup} - \text{Nom}$ = extraprodotto, ovvero la quantità di prodotto in eccesso rispetto al valore nominale.

Quindi si sceglierà:
$$\begin{cases} S, & \text{se } r \geq e \cdot c; \\ I, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

2. Caso 2

Non esiste un valore Inferiore, di conseguenza si sceglierà la combinazione associata al valore Superiore.

3. Caso 3

Esiste solamente il valore inferiore, di conseguenza la combinazione relativa è quella selezionata.

4. Caso 4

Non esiste né il valore Superiore né quello Inferiore, questa condizione si verifica solo nel momento in cui i cestelli di partenza risultassero vuoti. Si seleziona il valore Inferiore (che coincide con il valore Superiore) a cui corrisponde una confezione vuota.

Seconda regola di scelta

La seconda scelta tende a massimizzare il profitto compatibilmente con i vincoli imposti dalla normativa. In questo caso non è necessario suddividere le combinazioni in due vettori in quanto è sufficiente trovare la combinazione più vicina al limite inferiore. I valori di peso associati vengono salvati in un unico vettore ϑ e l'algoritmo predilige la combinazione che risponde alla relazione:

$$\min|\vartheta - LSL|$$

3.2 Metodologia RSM

L' *Response Surface Methodology* (RSM) è una collezione di tecniche statistiche e matematiche utili allo sviluppo, al miglioramento e all'ottimizzazione dei processi. Questo metodo è molto utilizzato in ambito industriale, soprattutto nelle situazioni in cui sono molte le variabili di input che potenzialmente influenzano le misure di *performance* o le caratteristiche di qualità di interesse del processo in esame. Le variabili di input (o variabili indipendenti), i cui valori possono essere controllati e fissati dallo sperimentatore, sono dette fattori. La variabile di risposta (o variabile dipendente) è la quantità misurata e si assume che il suo valore sia influenzato da cambiamenti nei livelli dei fattori. Per semplicità assumiamo che sia una sola, sebbene in pratica ci possano essere più variabili di risposta da investigare simul-

taneamente.

RSM comprende:

- progettazione di un insieme di esperimenti per avere misure adeguate e affidabili della risposta di interesse;
- determinazione del modello matematico che meglio fitta i dati ottenuti dagli esperimenti progettati al punto precedente, conducendo appropriati test di ipotesi sui parametri del modello;
- determinazione dei valori ottimali delle variabili di input che producono il valore massimo (o minimo) della risposta.

Supponiamo che la risposta y dipenda da k fattori $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_k$ secondo la relazione:

$$y = \varphi(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n) + \epsilon$$

dove φ è la vera funzione di risposta e ϵ rappresenta le fonti di variabilità contenute in φ quali gli inevitabili errori di misurazione della risposta, l'effetto di altre variabili non prese in considerazione, il rumore di background del processo. Trattiamo ϵ come un errore statistico, assumendo che abbia una distribuzione normale di media 0 e varianza σ^2 . Come esempio si può pensare alla resa di un processo chimico (y) in funzione del tempo (ε_1) e della temperatura (ε_2) di reazione. Essendo nulla la media di ϵ , si ha:

$$E[y] \equiv \eta = E[\varphi(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)] = \varphi(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)$$

Le variabili $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_k$ sono usualmente dette variabili naturali perchè sono espresse in unità di misura naturali quali i gradi Celsius ($^{\circ}\text{C}$) per la temperatura o i minuti per il tempo. In generale è però più conveniente trasformare le variabili naturali in variabili codificate x_1, \dots, x_k in quanto l'operazione di codifica rimuove le unità di misura delle variabili e dunque le distanze misurate lungo gli assi delle variabili codificate in uno spazio k -dimensionale sono standardizzate (o definite nella stessa metrica). La funzione di risposta vera scritta in termini delle variabili codificate è:

$$\eta = \varphi(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n) + \epsilon$$

Poichè la forma della funzione di risposta vera φ è incognita, è necessario approssimarla. Il primo passo in RSM consiste dunque nel trovare un'approssimazione

(locale) ragionevole della vera relazione funzionale tra y e l'insieme delle variabili indipendenti. Ovviamente è inverosimile che un modello polinomiale approssimi adeguatamente la vera relazione funzionale sull'intero spazio delle variabili indipendenti: sarà appropriata per una regione relativamente piccola. Quasi tutti i problemi RSM usano, in una prima fase, modelli della superficie di risposta del primo ordine:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k + \epsilon$$

e successivamente modelli del secondo ordine:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j>i} \beta_{ij} x_i x_j + \epsilon \quad (3.2)$$

in quanto se c'è curvatura nel sistema bisogna usare un polinomio di grado superiore al primo. Per stimare i parametri dei polinomi che approssimano la vera superficie di risposta si utilizza il metodo dei minimi quadrati; l'analisi della superficie di risposta è effettuata usando la superficie stimata. Se quest'ultima è un'approssimazione adeguata della superficie di risposta vera, allora l'analisi della superficie stimata è approssimativamente equivalente a quella del sistema attuale. I parametri del modello possono essere stimati più efficacemente se i dati sono ottenuti usando piani sperimentali appropriati.

RSM è una procedura sequenziale:

- si parte da condizioni operative correnti che sono in generale lontane dall'ottimo; c'è poca curvatura nel sistema e dunque è appropriato un modello del primo ordine;
- avendo lo sperimentatore l'obiettivo di spostarsi rapidamente in prossimità dell'ottimo, si utilizza una procedura basata sul gradiente per determinare la direzione lungo la quale \hat{y} aumenta (o diminuisce nel caso in cui l'ottimo sia un punto di minimo) più rapidamente. Ci si sposta dunque lungo la traiettoria di salita (o discesa) rapida secondo un passo opportunamente stabilito, determinando mediante esperimenti il valore della funzione risposta nei punti: condizioni correnti, condizioni correnti $+\Delta, \dots$ fino a che non si osserva più crescita (o decrescita) nella risposta. Allora è necessario fittare un nuovo modello del primo ordine, determinare la nuova traiettoria di salita (o discesa) rapida e così via;

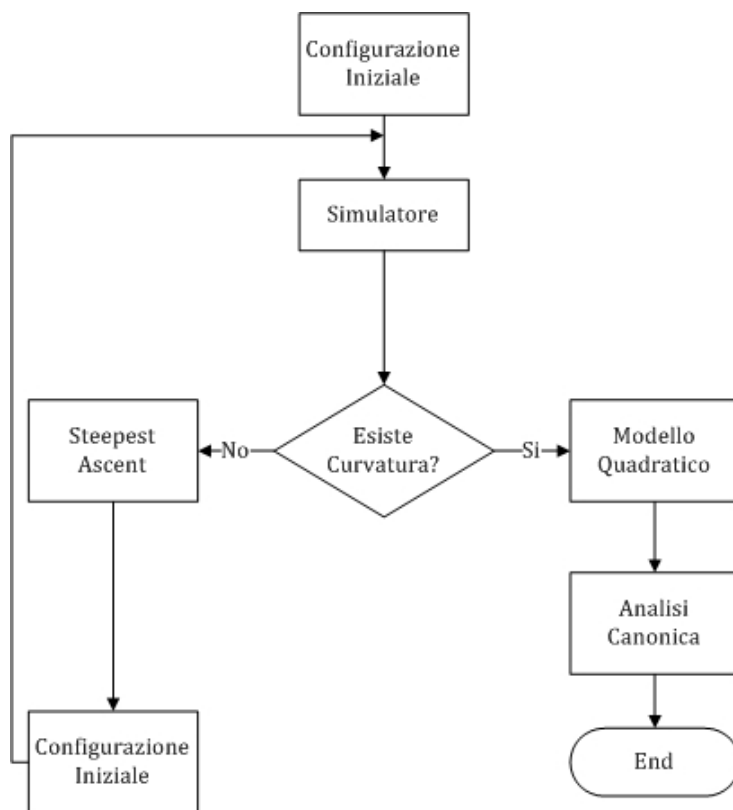


Figura 3.6: Schema semplificato della procedura RSM classica

- si continua fino a che il modello del primo ordine presenta un *lack of fit* ossia non è più un'approssimazione adeguata della vera superficie di risposta. La curvatura in quest'ultima indica che molto probabilmente lo sperimentatore è arrivato nella zona dell'ottimo. E' pertanto necessario un modello che incorpori la curvatura: un modello del secondo ordine è adatto nella maggior parte dei casi.

Una parte importante nell'analisi del secondo ordine è la determinazione della posizione e della natura (punto di massimo, di minimo o punto sella) del punto stazionario della superficie di risposta stimata. Nel caso in cui il punto stazionario sia un punto di massimo (o di minimo), può rivelare la posizione nello spazio delle variabili del piano che rappresenta le migliori condizioni operative per il processo; in caso contrario non è ragionevole proporlo come candidato per le condizioni ottimali.

3.2.1 Analisi della metodologia applicata all'ottimizzatore

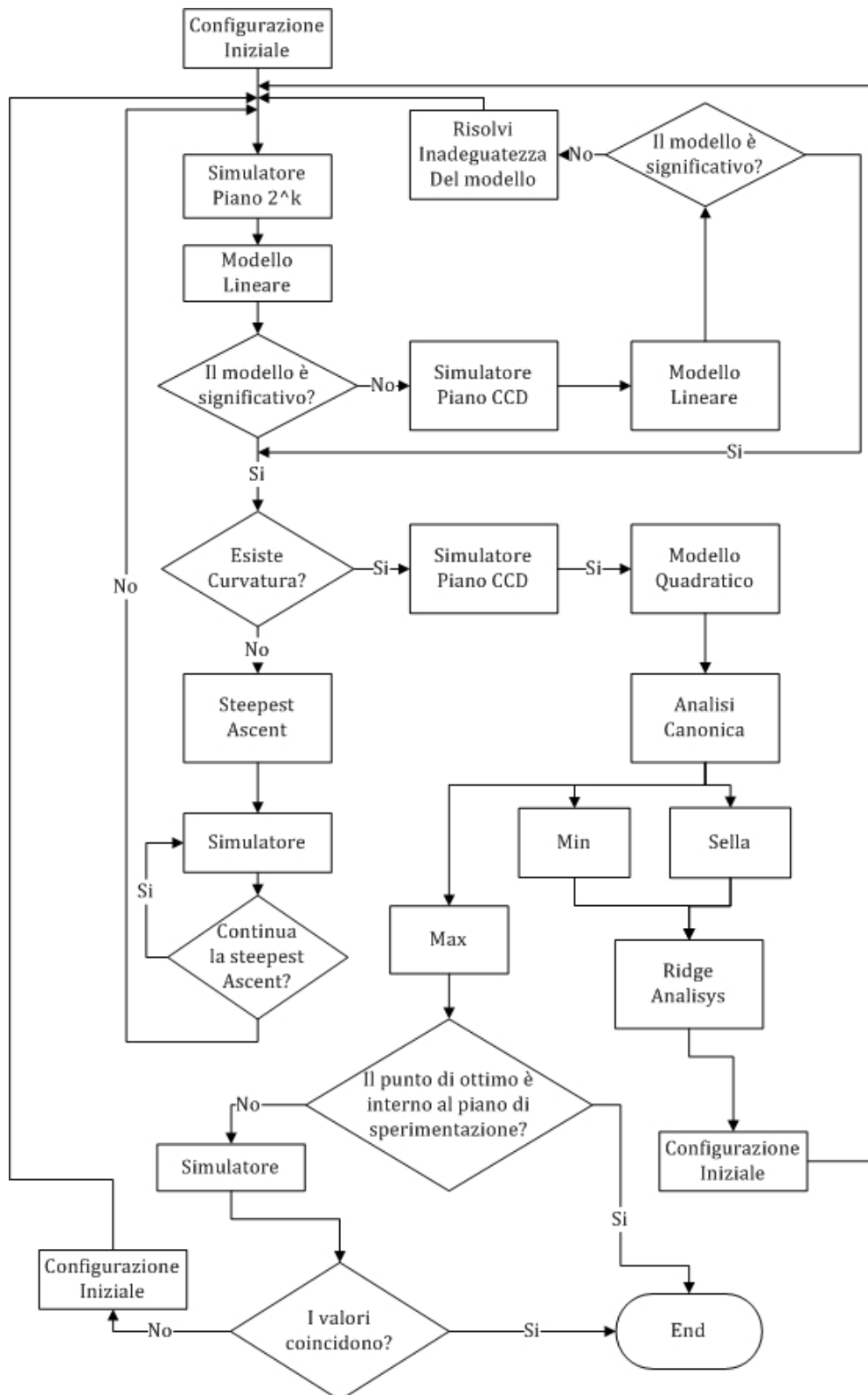


Figura 3.7: Schema a blocchi dell'ottimizzatore

In figura 3.7 è presentato lo schema a blocchi che raccoglie i passaggi che caratterizzano il processo di ottimizzazione. In questo paragrafo verrà analizzato dettagliatamente il funzionamento dell'algoritmo.

Inizio

L'algoritmo richiede in ingresso alcuni parametri tra i quali, una configurazione di partenza, la lunghezza dei run di simulazione per ogni livello sperimentale, il numero di repliche, il numero di punti centrali, l'estensione del piano fattoriale. Per quanto riguarda la configurazione iniziale, è utile sottolineare come sia consigliabile effettuare diverse campagne sperimentali partendo più volte dalla stessa configurazione e da configurazioni differenti. A causa della natura stocastica del processo, infatti, i risultati forniti dall'algoritmo sono differenti anche se i dati in ingresso sono gli stessi. Nel caso in cui si voglia ottimizzare un processo già utilizzato in azienda è utile imporre che la configurazione di partenza coincida con quella scelta dall'azienda e procedere con l'ottimizzazione. Un ulteriore parametro fondamentale per il corretto funzionamento dell'algoritmo è legato all'estensione del piano fattoriale. Questo aspetto, caratterizzato dal parametro λ , definisce il passo di variazione di ogni variabile ed influenza la stima del test di significatività della regressione e del test di *lack of fit*. Risulta evidente che, quanto più la regione di interesse è piccola, tanto più l'approssimazione della funzione tenda verso un modello lineare e la stima della risposta risulti maggiormente accurata [Nic09]. L'inconveniente è rappresentato dal numero di esperimenti necessari al raggiungimento di una zona di ottimo che, al diminuire della dimensione del piano, aumenta. In definitiva la scelta del coefficiente λ è determinata da un duplice obiettivo: da un lato si richiede una stima accurata del modello, dall'altra l'utilizzo del numero minimo di esperimenti. Effetti analoghi alla riduzione del valore di λ si ottengono incrementando la lunghezza del run di simulazione o del numero di repliche. L'inconveniente di utilizzare una di queste due strade è rappresentato dai tempi di calcolo che aumentano. I valori di λ , lunghezza del run di simulazione o del numero di repliche possono essere scelti tramite delle campagne sperimentali oppure possono essere tarati durante l'esperimento a seconda dei risultati forniti dal test di *lack of fit* e dal test di significatività della regressione. Per il lavoro di tesi si è deciso di utilizzare la prima soluzione, cioè l'operatore incrementa/decrementa

i parametri a seconda degli output forniti dal simulatore, per mantenere sotto controllo la potenza richiesta dal software e quindi i tempi di calcolo.

Modello lineare

La stima del modello lineare viene fatta tramite approccio regressivo, utilizzando il metodo dei minimi quadrati. Il piano di partenza è un 2^k con l'aggiunta di punti centrali. Il modello polinomiale del primo ordine può essere scritto in forma vettoriale come:

$$y = \beta_0 + \mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta} + \epsilon \quad (3.3)$$

dove l'errore aleatorio ϵ è assunto normalmente distribuito con media 0 e varianza incognita σ^2 . \mathbf{x} è il vettore $k \times 1$ dei livelli dei k fattori, β_0 è l'intercetta, $\boldsymbol{\beta}$ è il vettore $k \times 1$ dei coefficienti di regressione del primo ordine β_i .

Il modello 3.3 è caratterizzato da $p+1$ parametri incogniti, dove $p = k + 1$ è il numero dei coefficienti di regressione (intercetta β_0 , k coefficienti di regressione del primo ordine β_i , mentre l'ulteriore parametro incognito è σ^2).

Come già accennato in precedenza è conveniente trasformare le variabili naturali ξ_1, \dots, ξ_k nelle variabili codificate x_1, \dots, x_k : se ad esempio per la variabile ξ_i interessa l'intervallo $[\xi_{iL}, \xi_{iU}]$ allora:

$$x_i = \frac{\xi_i - \frac{\xi_{iL} + \xi_{iU}}{2}}{\frac{\xi_{iU} - \xi_{iL}}{2}}$$

I due principali vantaggi nell'usare variabili codificate quando si fittano modelli polinomiali sono:

- una maggior semplicità computazionale e una maggior accuratezza nella stima dei coefficienti del modello in quanto diminuisce la covarianza tra i parametri stessi
- una più immediata interpretabilità delle stime dei coefficienti nel modello.

Test di significatività della regressione

Il test di significatività della regressione permette di verificare se esistono relazioni tra la variabile di risposta y e le variabili indipendenti x_1, x_2, \dots, x_k . Le ipotesi sono:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1 : \exists j \text{ tale che } \beta_j \neq 0.$$

Il rifiuto di H_0 implica che almeno una delle variabili indipendenti contribuisce significativamente al modello. Quest'analisi viene fatta analizzando l'entità dei coefficienti β_i in relazione alla varianza stimata del processo.

Come si procede quando il modello del primo ordine è significativo?

Il risultato del test sostiene che almeno uno dei fattori analizzati è significativo, cioè spiega il comportamento della variabile di risposta y , che nello specifico rappresenta la funzione obiettivo. Si procede verso un'ulteriore verifica necessaria a comprendere se il modello del primo ordine è adatto ad approssimare la risposta o se risulta necessario passare ad un modello del secondo ordine.

Come si procede quando il modello del primo ordine non è significativo?

Il test sostiene che i coefficienti della regressione sono tutti uguali a zero e questo vuol dire o che la varianza del processo è tanto grande da non permettere una stima adeguata del modello o che si è in una zona piatta della funzione obiettivo. In letteratura ci sono differenti modi per risolvere questo problema. Un primo approccio può essere quello di incrementare il numero di run e/o il numero di repliche della simulazione per ridurre la varianza del processo. Questo approccio in questa fase è stato scartato in quanto potrebbe determinarsi un incremento tale del numero di run/repliche da far sì che il simulatore risulti molto lento. Un secondo approccio potrebbe essere quello di ridurre la regione d'interesse, ma anche questo comporterebbe un aumento del tempo di calcolo. In questa prima fase queste due scelte sono state scartate per cercare di contenere i tempi della simulazione. Per superare questo problema si è deciso dunque di intraprendere una terza strada, cioè quella di aggiungere dei punti assiali e stimare di nuovo il modello del primo ordine. Questo garantisce un incremento di potenzialità senza variare la dimensione del piano e aumentare eccessivamente il numero di esperimenti. Se dopo questa modifica il modello dovesse risultare ancora una volta non significativo sarà necessario ricorrere ad una delle due strade sopra indicate, come verrà illustrato in seguito.

Test di Lack of Fit

Il test di *lack of fit* determina se il modello di regressione lineare è adatto ad approssimare la superficie di risposta. In maniera semplificata verifica se il punto centrale si trova sulla retta di regressione stimata con i punti corner. Se il punto centrale si trova all'esterno di questa regione, che presenta come media la retta di regressione stimata ed una larghezza pari all'intervallo di confidenza, il test conclude che il modello del primo ordine non è adatto ad approssimare la superficie di risposta.

Come si procede quando il modello lineare è adeguato?

Nel caso in cui non fosse possibile rifiutare l'ipotesi nulla e quindi la situazione di partenza non sia "vicina" alla zona di ottimo, è necessario individuare la direzione di rapida salita.

Come si procede quando il modello lineare non è adeguato?

Il modello è significativo ma il modello lineare non approssima bene la superficie di risposta. Si aggiungono dei punti assiali e si stima un modello del secondo ordine.

Steepest ascent

La steepest ascent è un metodo per spostarsi sequenzialmente lungo il percorso di salita più ripida, vale a dire nella direzione dell'incremento massimo della risposta. Il modello accostato del primo ordine presenta una superficie di risposta piana cioè con curve di livello rappresentate da un insieme di rette parallele. La direzione di massima salita, ortogonale a tali linee, si assume passante per il centro della regione d'interesse. Il passo lungo tale percorso, proporzionale ai coefficienti della regressione, può essere scelto dallo sperimentatore sulla base della conoscenza del processo. Un passo uguale ad uno equivale a spostarsi sino ai limiti del piano sperimentale analizzato. La steepest ascent effettua esperimenti progressivi nella configurazione determinata senza realizzare di nuovo tutto il piano sperimentale, garantendo un notevole incremento della velocità dell'ottimizzatore.

Come si valuta se arrestare la steepest ascent?

La regola più utilizzata in letteratura è la *1-in-a-row-rule*. La steepest ascent viene arrestata quando il valore della funzione obiettivo valutata allo step $i+1$ risulta minore di quello valutato allo step i . Questa regola, come è facilmente deducibile, risulta molto performante su processi a bassa variabilità in quanto è in grado di arrestarsi immediatamente non appena trova un massimo nel modello. Per situazioni differenti, cioè caratterizzate da una variabilità elevata della funzione di risposta, questa regola non fornisce dei risultati accettabili. Per questi problemi si predilige utilizzarne una differente, la *2-in-a-row-rule* che si basa sugli stessi principi ma risente meno della variabilità della funzione. La *steepest ascent* si arresta se:

$$y(i+2) \leq y(i+1) \bigwedge y(i+2) \leq y(i) \quad (3.4)$$

Nell'espressione l'uguale è necessario per far sì che la *steepest ascent* si arresti quando si raggiunge una zona dove la risposta è piatta.

Modello del secondo ordine

Si aggiungono al piano 2^k i punti assiali così da ottenere un piano CCD circoscritto. Il modello polinomiale del secondo ordine A.16 può essere scritto in forma matriciale come:

$$y = \beta_0 + \mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta} + \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x} + \epsilon \quad (3.5)$$

dove l'errore aleatorio ϵ è assunto normalmente distribuito con media 0 e varianza incognita σ^2 . \mathbf{x} è il vettore $k \times 1$ dei livelli dei k fattori, β_0 è l'intercetta, $\boldsymbol{\beta}$ è il vettore $k \times 1$ dei coefficienti di regressione del primo ordine β_i e \mathbf{B} è la matrice simmetrica $k \times k$ dei coefficienti di regressione del secondo ordine, con l' i -esimo elemento diagonale pari a β_{ii} e l' ij -esimo elemento fuori dalla diagonale pari a $(1/2)\beta_{ij}$.

Come si procede quando il modello del secondo ordine non è adeguato?

Se il modello del secondo ordine non è adeguato vuol dire o che la varianza disturba il risultato del test o che si è in corrispondenza di una zona piatta per la soluzione. Risolvere questi due aspetti simultaneamente è difficoltoso in quanto i problemi necessitano di soluzioni differenti. Per tale motivo, si è deciso di introdurre una logica capace di porre rimedio al secondo problema, lasciando all'utilizzatore la

possibilità di variare i parametri in ingresso qualora il test dovesse risentire di problemi legati alla varianza della funzione obiettivo. Il simulatore raddoppia la dimensione del piano fattoriale permettendo al software di esplorare una regione più ampia ed incrementando così, la possibilità di uscire dalla zona piatta. La soluzione è solo temporanea e non appena il modello del secondo ordine risulta significativo il valore di λ torna ad essere quello di partenza. Se si osserva che il software ha difficoltà a superare il test vuol dire che il problema è legato alla varianza del processo ed è necessario che l'operatore agisca incrementando il numero di repliche o la lunghezza del run di simulazione.

Come si procede quando il modello del secondo ordine è adeguato?

Se il modello del secondo ordine è adeguato si procede con l'analisi canonica che permette di studiare la soluzione verificando se il punto stazionario è un minimo, un massimo o una sella.

Come si procede se si determina che il punto è un massimo?

Se il punto stazionario è un massimo si procede effettuando una verifica sulla localizzazione del punto nello spazio. Se è interno al piano sperimentale, l'algoritmo si arresta e memorizza la configurazione tra le possibili di ottimo. Se il punto è esterno risulta necessario verificare l'adeguatezza della risposta, non garantita all'esterno del piano. Si effettua una simulazione volta ad analizzare la risposta nel punto determinato e si verifica che il valore ottenuto non sia statisticamente diverso da quello ottenuto dal modello di regressione. Se i valori coincidono, e quindi il modello è adatto a stimare la risposta al di fuori del piano, l'algoritmo si arresta memorizzando la configurazione come una tra le possibili di ottimo. Se i valori non coincidono, si realizza un piano fattoriale in corrispondenza della nuova configurazione determinata e si effettua di nuovo l'analisi.

Come si procede se si determina che il punto non è un massimo?

In questo caso si è in prossimità di una sella o di un punto di minimo e si applica la ridge analysis. La tecnica, permette di valutare dove proseguire con l'analisi. Si analizza il bordo del piano sperimentale ed in relazione al polinomio del secondo ordine studiato si definisce qual'è la direzione per proseguire.

3.3 Validazione

In questo paragrafo si analizzano il simulatore della pesatrice e l'ottimizzatore, verificando se i risultati ottenuti sono coerenti con il modello analitico. I software sono stati sviluppati in ambiente MATLAB. I passaggi critici relativi al funzionamento corretto del simulatore verranno validati con l'aiuto del software statistico Minitab.

3.3.1 Simulatore del macchinario

Si definiscano:

- Numero di cestelli = 2;
- Nom = 500 g;
- Configurazione di partenza = [300 300];
- $c = 0,03$ (cent €/g);
- $a = 45$ (cent €/confezione);
- $r = 5,64$ (cent €/confezione);
- $\lambda = 0,1$;
- $\alpha = 0,03$;
- $P_m = 9.9981$ (g);
- $\sigma_m = 0,01$ (g).

1. Determinazione della matrice degli esperimenti

In primo luogo il simulatore realizza il piano sperimentale desiderato ed il piano codificato associato. L'estensione del piano fattoriale viene impostata dall'operatore, e nell'esempio presentato, è il 10% di 300 grammi (30 grammi). L'aggiunta dei punti assiali viene fatta mantenendo invariato il raggio che delimita la distanza dei punti sperimentali al punto centrale del piano. Nel caso di piano 2^k con aggiunta dei punti centrali il simulatore fornisce:

(a) Piano Codificato

	1	2	3
1	-1	-1	
2	-1	1	
3	1	-1	
4	1	1	
5	0	0	
6	0	0	

(b) Piano Sperimentale

	1	2	3
1	270	270	
2	270	330	
3	330	270	
4	330	330	
5	300	300	
6	300	300	

Figura 3.8: Piani realizzati dal software per eseguire la simulazione

Nel caso di piano composito con aggiunta dei punti centrali il simulatore fornisce:

(a) Piano Codificato

	1	2	3
1	-1	-1	
2	-1	1	
3	1	-1	
4	1	1	
5	-1.4142	0	
6	1.4142	0	
7	0	-1.4142	
8	0	1.4142	
9	0	0	
10	0	0	

(b) Piano Sperimentale

	1	2	3
1	270	270	
2	270	330	
3	330	270	
4	330	330	
5	257.5736	300	
6	342.4264	300	
7	300	257.5736	
8	300	342.4264	
9	300	300	
10	300	300	

Figura 3.9: Piani realizzati dal software per eseguire la simulazione CCD

2. Generazione casuale del peso dei cestelli

Al fine di rendere maggiormente leggibile il risultato del software si è deciso di utilizzare un coefficiente α molto piccolo. Questo aspetto garantisce che, ad ogni ciclo di caricamento della pesatrice, il peso contenuto nei cestelli pesatori sia all'incirca costante.

	1	2	3
1	270.2538	269.3211	
2	269.2182	330.5818	
3	329.7617	269.7836	
4	329.6330	329.3115	
5	300.1688	299.4344	
6	299.7806	300.6236	
7			
8			

	1	2	3
1	270.3223	269.3158	
2	269.2300	330.6033	
3	329.7762	269.7612	
4	329.6053	329.3410	
5	300.1295	299.3801	
6	299.8044	300.6707	
7			
8			

(a) Peso dei cestelli reali

(b) Peso dei cestelli misurati

Figura 3.10: Peso rilevato nei cestelli pesatori

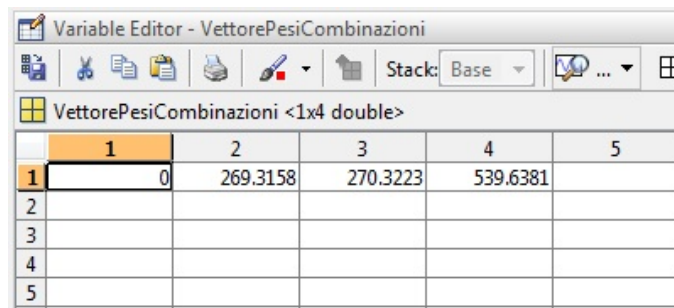
Un ulteriore aspetto che è necessario verificare è legato ai valori del peso reale della materia prima caricata nei cestelli pesatori. Data la bassa deviazione standard, il peso deve risultare vicino ad un multiplo intero del peso unitario della materia prima. ($\sigma_m \approx 0$).

$Peso_1$	$Peso_2$	$Peso_1/Pm$	$Peso_2/Pm$
270,2538	269,3211	27,0359	26,9426
269,2182	330,5818	26,9323	33,0711
329,7617	269,7836	32,9890	26,9889
329,6329	329,3115	32,9762	32,9440
300,1687	299,4344	30,0286	29,9551
299,7806	300,6235	29,9898	30,0741

Tabella 3.3: Peso Cestelli e Numero Ovetti

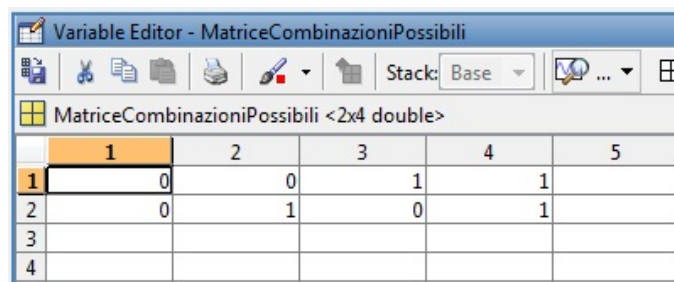
3. Scelta della combinazione di cestelli da scaricare.

Il software deve scegliere la combinazione migliore tra i cestelli, secondo la regola di scelta della combinazione definita. Si analizza il primo livello sperimentale $[-1,-1]$ per verificare che il software esplori tutte le combinazioni e scelga la migliore.



	1	2	3	4	5
1	0	269.3158	270.3223	539.6381	
2					
3					
4					
5					

Figura 3.11: Combinazioni realizzate dal simulatore



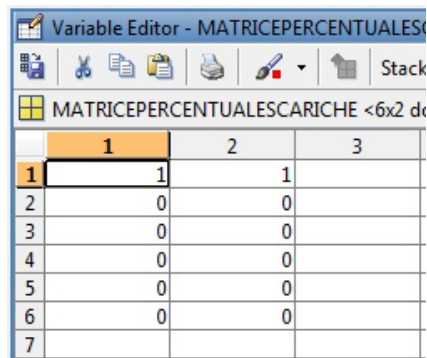
	1	2	3	4	5
1	0	0	1	1	
2	0	1	0	1	
3					
4					

Figura 3.12: Pesi associati alle combinazioni

Il valore più vicino al target è 539,6381 (g) e corrisponde alla combinazione [1,1] dei cestelli; vengono scaricati entrambi. Avendo posto il limite superiore a 550 (g), la confezione risulta conforme. Prima di procedere, è utile sottolineare come solo il livello [-1,-1] garantisca la realizzazione di una confezione conforme. Tutte le altre combinazioni, si collocano o sotto il limite inferiore, o sopra il superiore. Solo il livello [-1,-1] dovrebbe presentare un valore della funzione obiettivo diverso dal costo di rilavorazione.

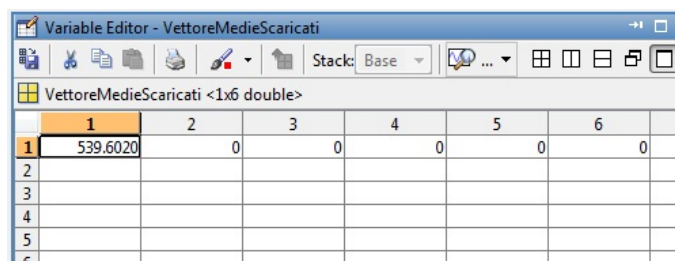
4. Risultati del simulatore del macchinario

I risultati del software per i due run di simulazione impostati sono:



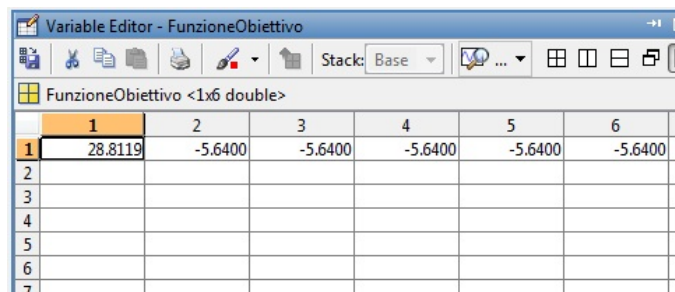
	1	2	3
1	1	1	
2	0	0	
3	0	0	
4	0	0	
5	0	0	
6	0	0	
7			

Figura 3.13: Scariche conformi al variare del run di simulazione



	1	2	3	4	5	6
1	539.6020	0	0	0	0	0
2						
3						
4						
5						
6						

Figura 3.14: Pesi medi delle confezioni conformi per ogni livello



	1	2	3	4	5	6
1	28.8119	-5.6400	-5.6400	-5.6400	-5.6400	-5.6400
2						
3						
4						
5						
6						
7						

Figura 3.15: Valore della funzione obiettivo per ogni livello

Com' era lecito aspettarsi, il livello $[-1,-1]$ presenta un valore della funzione obiettivo diversa dal costo di rilavorazione. Il valore della funzione obiettivo risponde alla relazione:

$$\begin{aligned}
 E(P) &= aPr(W \geq L) - c\mu_W Pr(W \geq L) - rPr(W < L) \\
 &= (a - c\mu_W)Pr(W \geq L) - rPr(W < L)
 \end{aligned}$$

dove:

$$\mu_W = 539,6181(g)$$

$$Pr(W \geq L) = 1$$

I valori della funzione obiettivo sono replicati e vengono forniti all'ottimizzatore per l'analisi RSM.

3.3.2 Ottimizzatore

L'ottimizzatore utilizza in ingresso la funzione obiettivo replicata per ogni livello.

	1	2	3	4	5	6
1	28.8254	-5.6400	-5.6400	-5.6400	-5.6400	-5.6400
2	28.8157	-5.6400	-5.6400	-5.6400	-5.6400	-5.6400
3						
4						
5						

Figura 3.16: Valore della funzione obiettivo per ogni livello al variare delle repliche

1. Modello del primo ordine

	1	2
1	0.1034	
2	-8.6151	
3	-8.6151	
4		
5		
6		
7		

Figura 3.17: Coefficienti della regressione lineare

Si riporta la medesima analisi fatta su Minitab.

Regression Analysis: FunzioneObiettivo versus Cestello1;

Cestello2

The regression equation is

FunzioneObiettivo = 0,10 - 8,62 Cestello1 - 8,62 Cestello2

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	0,103	2,707	0,04	0,970
Cestello1	-8,615	3,316	-2,60	0,029
Cestello2	-8,615	3,316	-2,60	0,029

S = 9,37897 R-Sq = 60,0% R-Sq(adj) = 51,1%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	1187,53	593,76	6,75	0,016
Residual Error	9	791,69	87,97		
Total	11	1979,22			

Source	DF	Seq SS
Cestello1	1	593,76
Cestello2	1	593,76

I coefficienti dell'analisi di regressione coincidono.

2. Significatività del modello

Si procede calcolando i risultati che dovrebbe fornire il test utilizzando i risultati della tabella ANOVA. Si ricava:

$$SS_R = 1187.5$$

$$SS_E = 791.7$$

$$k = 2$$

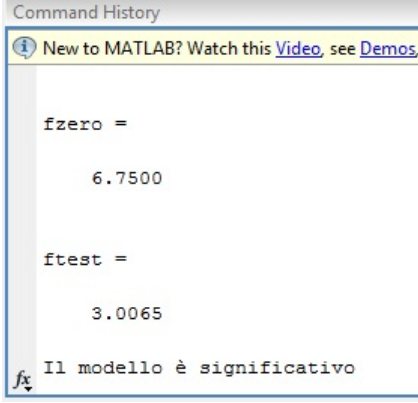
$$n = 12$$

Si ottiene :

$$F_0 = 6,75$$

$$F_\alpha(k, n - k - 1) = 3,0065$$

Quindi, il modello è significativo.



```

Command History
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos.

fzero =
    6.7500

ftest =
    3.0065

Il modello è significativo
  
```

Figura 3.18: Risultati per il test di significatività del modello di regressione

3. Lack of fit

Anche in questo caso si esegue un' analisi con Minitab e si confrontano i risultati con quelli ottenuti dal simulatore. I valori coincidono e sono pari a:

$$SS_{LOF} = 4,7 \cdot 10e^{-5}$$

$$SS_{PE} = 791,69$$

$$n = 12$$

$$m = 5$$

$$p = 2$$

$$\text{Si ottiene : } F_0 = 1,38 \cdot 10e^{-7}$$

$$F_\alpha(m - p, n - m) = 3,36 \cdot 10e^{-7}$$

4. Steepest ascent

Si procede con la fase di steepest ascent. In questo caso i coefficienti della regressione sono uguali quindi il rapporto tra i rispettivi coefficienti e quello massimo è uguale ad uno. Si è impostato che lo spostamento lungo la direzione di massima salita sia pari al 3% della dimensione del piano, quindi 9 (g). La configurazione deve essere allora pari a [291;291] (g);

	1	2	3
1	291	291	
2			
3			
4			
5			

Figura 3.19: Configurazione raggiunta con la steepest ascent

5. Regole di arresto della steepest ascent

Si vuole verificare se la steepest ascent si arresta secondo le regole impostate.

	1	2	3	4	5	6
1	-5.6400	-5.6400	11.5817	11.8828	-5.6400	
2						
3						
4						
5						
6						
7						

Figura 3.20: Verifica delle regole di arresto della steepest ascent

Il vettore che memorizza la funzione obiettivo durante l'ottimizzazione rileva che il software si è arrestato rispettando le regole. Il valore nella colonna 6 (Figura 3.20) non viene memorizzato.

6. Il modello del secondo ordine

Si suppone che il test di lack of fit abbia segnalato la presenza di curvatura nel modello. Si aggiungono i punti assiali e si procede alla stima di un modello del secondo ordine.

	1	2	3	4
1	-5.6400			
2	-4.3076			
3	-4.3076			
4	8.6151			
5	2.1538			
6	2.1538			
7				
8				
9				
10				

Figura 3.21: Coefficienti della regressione per il modello del secondo ordine

Regression Analysis: FunzioneObiettivo versus Cestello1; Cestello2; ...

The regression equation is

$$\text{FunzioneObiettivo} = - 5,64 - 4,31 \text{ Cestello1} - 4,31 \text{ Cestello2} + 2,15 \text{ Cestello1}^2 + 2,15 \text{ Cestello2}^2 + 8,62 \text{ Cestello1Cestello2}$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-5,640	3,988	-1,41	0,179
Cestello1	-4,308	1,994	-2,16	0,049
Cestello2	-4,308	1,994	-2,16	0,049
Cestello1 ²	2,154	2,638	0,82	0,428
Cestello2 ²	2,154	2,638	0,82	0,428
Cestello1Cestello2	8,615	2,820	3,06	0,009

S = 7,97602 R-Sq = 58,3% R-Sq(adj) = 43,5%

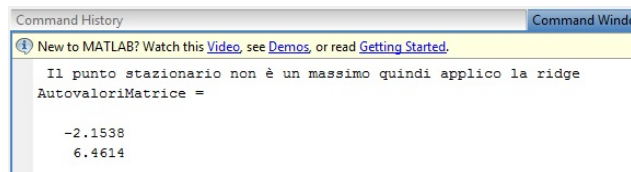
Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	5	1246,92	249,38	3,92	0,020
Residual Error	14	890,64	63,62		
Total	19	2137,55			

Source	DF	Seq SS
Cestello1	1	296,89

Cestello2	1	296,89
Cestello1 ²	1	16,97
Cestello2 ²	1	42,42
Cestello1Cestello2	1	593,76

Si analizzano i risultati dell'analisi canonica.



```

Command History Command Window
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.
Il punto stazionario non è un massimo quindi applico la ridge
AutovaloriMatrice =
-2.1538
6.4614

```

Figura 3.22: Autovalori della matrice

Gli autovalori della matrice sono corretti. Il punto stazionario è di sella.

7. Analisi Ridge

In ultima analisi si verifica se tramite la ridge analysis si massimizza la funzione obiettivo mantenendosi sul raggio desiderato.



```

Command History Command Window
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.
x =
-0.2121
-1.3982
ConfigurazionePartenza =
293.6376 258.0534
fx

```

Figura 3.23: Risultati della Ridge Analysis

Capitolo 4

Risultati

Nella prima parte del capitolo viene trattato il caso aziendale, riportando i dati prelevati, validando le ipotesi fatte e verificando il funzionamento del simulatore in relazione alla pesatrice reale. Nella seconda parte si analizzano i risultati dell'ottimizzatore dimostrando come un approccio strutturato di ricerca dell'ottimo garantisca risultati migliori di un approccio non strutturato.

4.1 Il caso aziendale



In questa sezione, dopo un'iniziale presentazione dell'azienda, verranno analizzati i dati prelevati per verificare se le ipotesi fatte durante la fase di realizzazione del simulatore sono veritiere. Nell'ultima parte verranno confrontati le confezioni realizzate dalla pesatrice reale con quelle realizzate dal simulatore.

4.1.1 L'azienda

L'azienda Sorini nasce a Castelleone nel 1915 grazie all'iniziativa del suo fondatore il farmacista Dott. Fausto Sorini, inventore della caramella Rabarbaro. Le produzioni di cotognate, sciroppi di frutta, di prodotti tipicamente dolciari quali cara-

melle, confetti e marmellate, introdotte tra gli anni '30 e '50, hanno trasformato la piccola azienda artigianale in una media impresa di carattere industriale.



Figura 4.1: Lo stabilimento di Castelleone

Lo stabilimento odierno si estende su un'area coperta di circa 110.000 mq dei quali 24.000 destinati ai reparti di produzione e confezionamento. L'azienda occupa 300 dipendenti ed esporta in 50 paesi. Delle 14 linee esistenti, la gran parte è destinata alla produzione del cioccolato che viene confezionato tramite l'utilizzo di pesatrici multitesta. I prodotti analizzati sono i gianduiotti da 10 grammi e gli ovetti da 10 g, confezionati rispettivamente con pesatrici da 8 e 12 teste. La pesatrice da 8 teste quando sono stati prelevati i dati, presentava un modulo di pesata in manutenzione e lavorava con 7 cestelli pesatori. Le confezioni realizzate sono rispettivamente da 370 e 200 g.

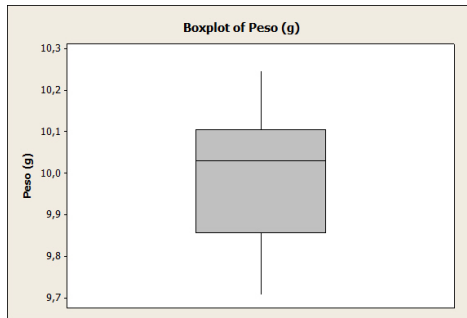
4.1.2 Peso della materia prima

Si analizza la materia prima con l'obiettivo di ottenerne il peso medio e la deviazione standard, dati che, come osservato nella parte di validazione, sono necessari a realizzare il sistema di generazione del peso.

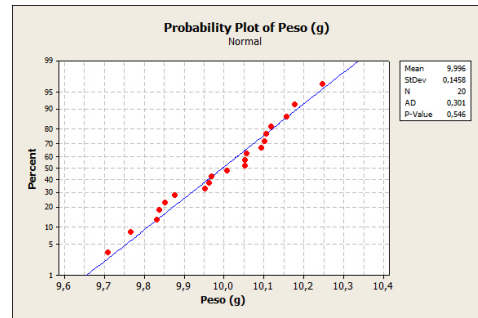
Il peso complessivo caricato all'interno di ogni cestello pesatore, per ogni ciclo di lavoro della macchina, dovrà essere conforme con le caratteristiche della materia

prima.

- Gianduiotti



(a) Box Plot of Peso Gianduiotti



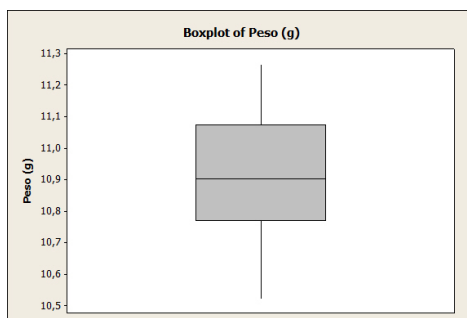
(b) Probability Plot of Peso Gianduiotti

Figura 4.2: Dati relativi ai Gianduiotti

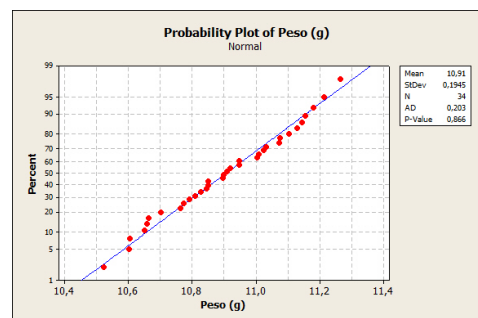
Descriptive Statistics: Peso (g)

Variable	Mean	StDev
Peso (g)	9,9961	0,1458

- Ovetti



(a) Box Plot of Peso Ovetti



(b) Probability Plot of Peso Ovetti

Figura 4.3: Dati relativi agli Ovetti

Descriptive Statistics: Peso (g)

Variable	Mean	StDev
Peso (g)	10,907	0,195

I valori di media ottenuti coincidono con quelli dichiarati dall'azienda. La deviazione standard molto bassa permette di affermare che il processo di produzione è mantenuto sotto controllo.



Figura 4.4: I prodotti analizzati

4.1.3 Verifica dell'ipotesi di linearità tra deviazione standard e media del peso caricato nei cestelli pesatori

Si vuole dimostrare come il peso contenuto nei cestelli pesatori sia una variabile continua caratterizzata da un valore medio, imposto dall'operatore, e da una deviazione standard funzione della media. Il legame tra le variabili è di tipo lineare e il coefficiente moltiplicativo è un parametro caratteristico del materiale e della pesatrice utilizzata.

Questa analisi, svolta per via sperimentale, permette di definire la deviazione standard del processo di caricamento, una volta stimato il coefficiente α .

Prima di presentare i dati sperimentali ed i risultati ottenuti, è necessario sottolineare alcuni aspetti peculiari del problema legati alla tipologia di materia prima utilizzata. Il peso contenuto nel cestello i -esimo ad ogni osservazione j -esima deve rispettare le relazioni:

$$w_{i,j} = n \cdot Pm$$

$$\sigma_{i,j}^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_m^2 = n \cdot \sigma_m$$

dove n è il numero di unità di materia prima contenute nel cestello alla j -esima osservazione, Pm è il peso di un unità di materia prima e σ_m è la deviazione standard del peso della materia prima. Tanto più Pm è piccolo e σ_m grande, tanto più le osservazioni si distribuiranno secondo una variabile continua.

Il peso del cestello, indipendentemente dai valori di Pm e σ_m , può essere considerato una variabile continua in quanto dipende dalla media delle osservazioni ma anche dalla frequenza delle osservazioni stesse.

Fatte queste premesse, ci si aspetta che il test di normalità, fatto sul peso caricato nei cestelli pesatori, abbia maggiore probabilità di essere verificato per quelle teste di pesata che presentano un peso medio più elevato. In tabella, si riportano i p-value dei test di normalità. Si riportano per entrambi i prodotti analizzati, gli istogrammi della distribuzione del peso caricato nei cestelli, i valori dei test di normalità e l'analisi di regressione che la lega media e la deviazione standard del processo di caricamento.

- Gianduiotti

Gli istogrammi (Figura 4.5) mostrano come, al variare dei cicli di caricamento della macchina, i pesi contenuti nei singoli cestelli si distribuiscano attorno al valore medio settato dall'operatore.

I p-value ottenuti dall'analisi di normalità (Tabella 4.1) sono coerenti con le ipotesi fatte. All'aumentare del peso medio contenuto nei cestelli predosatori il p-value aumenta.

Si procede effettuando l'analisi di regressione al fine di determinare il legame tra la media e la deviazione standard del processo di caricamento.

L'analisi permette di stimare il parametro α caratteristico del materiale.

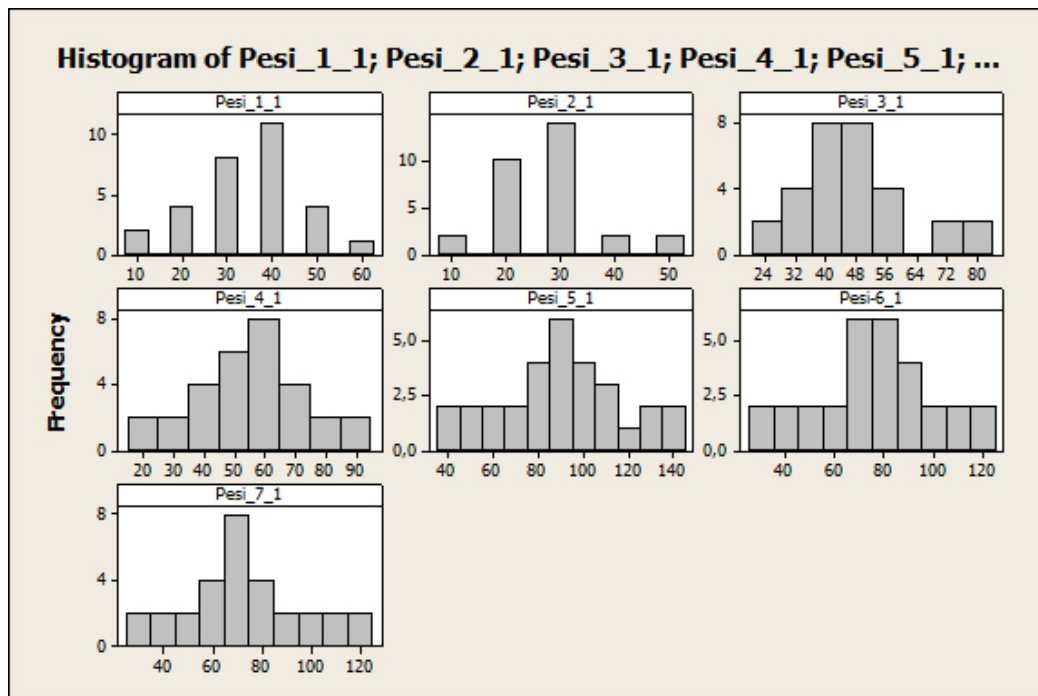


Figura 4.5: Peso caricato nei cestelli pesatori, Gianduiotti

Analisi di normalità-Gianduiotti		
Cestello	Media	p-value
1	35,14	0,038
2	27,01	<0,005
3	46,97	0,209
4	53,03	0,309
5	89,32	0,629
6	75,78	0,458
7	71,03	0,252

Tabella 4.1: Analisi di normalità per i pesi caricati nei cestelli-Gianduiotti

Regression Analysis: DeviazioneStandard versus Media

The regression equation is

DeviazioneStandard = 0,315 Media

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Noconstant				
Media	0,315393	0,006895	45,74	0,000

S = 1,10725

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	2565,2	2565,2	2092,34	0,000
Residual Error	6	7,4	1,2		
Total	7	2572,6			

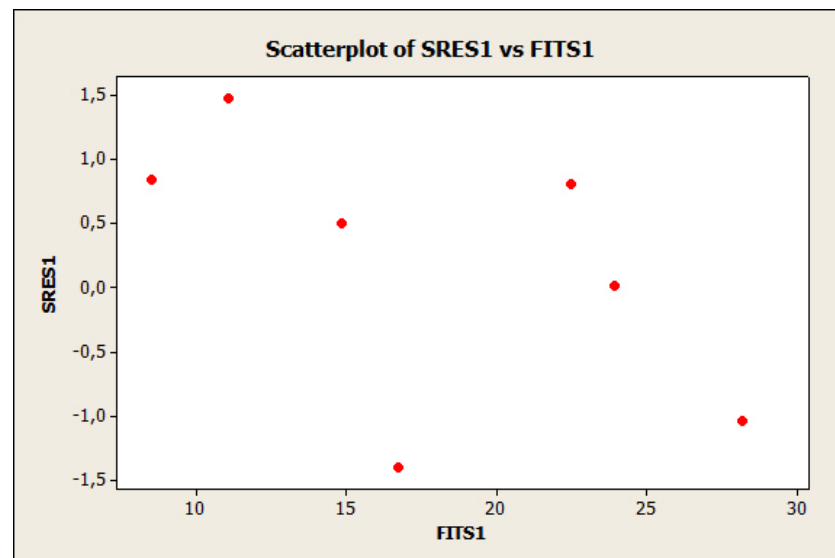


Figura 4.6: Residui standard-fits per l'analisi di regressione del peso caricato nei cestelli pesatori, Gianduiotti

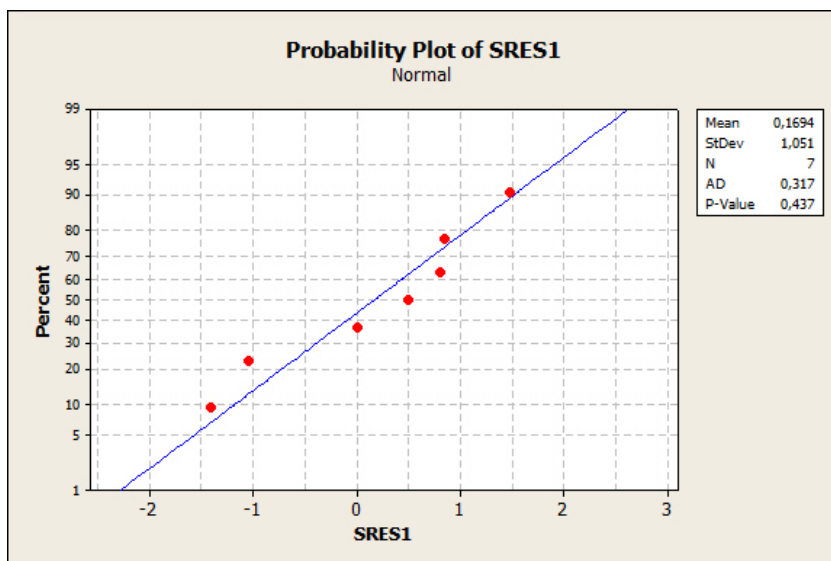


Figura 4.7: Test di normalità sui residui standard, Gianduiotti

Il grafico dei residui non presenta andamenti particolari. Il test di normalità è superato.

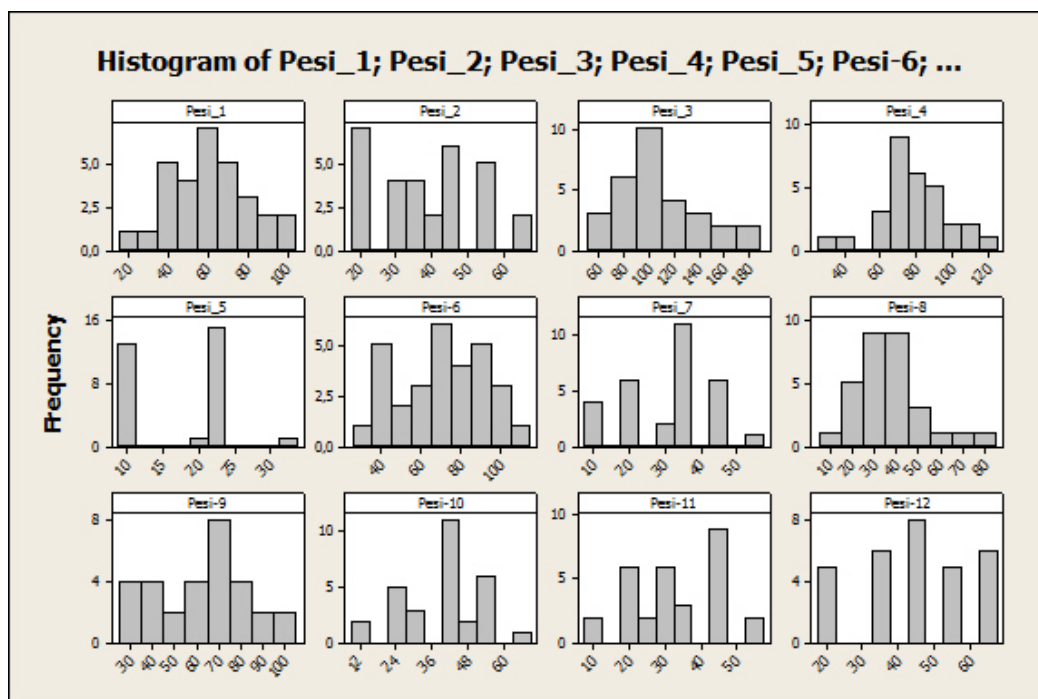


Figura 4.8: Peso caricato nei cestelli pesatori, Ovetti

- Ovetti

Regression Analysis: DeviazioneStandard versus Media

The regression equation is

DeviazioneStandard = 0,303 Media

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Noconstant				
Media	0,302582	0,008843	34,22	0,000

S = 1,73079

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	3507,1	3507,1	1170,72	0,000
Residual Error	11	33,0	3,0		
Total	12	3540,0			

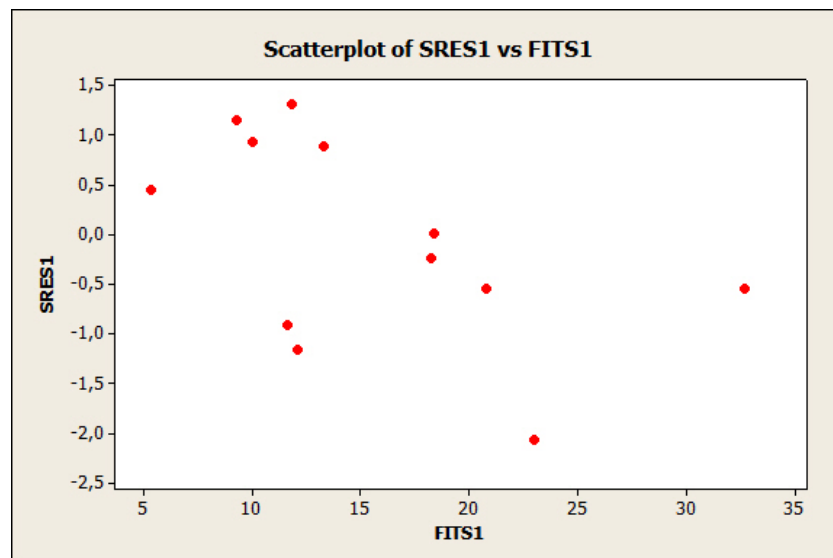


Figura 4.9: Residui standard-fits per l'analisi di regressione del peso caricato nei cestelli pesatori, Ovetti

Analisi di normalità-Ovetti		
Cestello	Media	p-value
1	60,17	0,117
2	38,50	0,024
3	108,03	0,038
4	75,87	0,142
5	17,53	<0,005
6	68,70	0,364
7	30,67	<0,005
8	38,97	0,040
9	60,73	0,216
10	39,83	<0,005
11	33,07	0,027
12	43,83	0,021

Tabella 4.2: Analisi di normalità per i pesi caricati nei cestelli-Ovetti

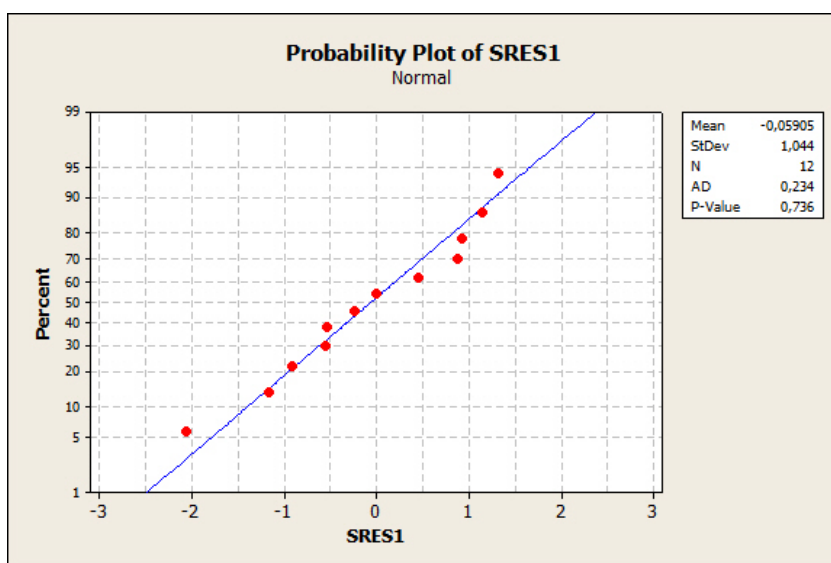


Figura 4.10: Test di normalità sui residui standard,Ovetti

Anche per gli ovetti, il grafico dei residui non presenta andamenti particolari ed il test di normalità è superato.

I risultati ottenuti confermano le ipotesi fatte. L'analisi di normalità mostra come all'aumentare del peso medio contenuto all'interno dei cestelli il p-value raggiunga valori più elevati (l'unico valore che non segue questa legge è legato al Cestello 3. L'errore è ragionevole in quanto il numero di osservazioni è basso).

In definitiva è possibile affermare che media e deviazione standard del peso caricato nei cestelli pesatori siano legate da una relazione di tipo lineare.

4.1.4 Confronto tra le confezioni reali e le confezioni realizzate dal simulatore

In questa sezione del capitolo si confrontano le confezioni realizzate dal simulatore con quelle realizzate dalla pesatrice aziendale. In analogia a quanto ampiamente discusso nel secondo capitolo, è lecito attendersi, come i risultati del simulatore debbano risultare migliori in termini di media e deviazione standard del peso delle confezioni. L'enumerazione completa, a parità di potenzialità e configurazione della pesatrice realizza delle confezioni più vicine al valore di target. Questo aspetto, che sarà necessario approfondire per verificare se le ipotesi fatte possono risultare soddisfacenti, è fortemente influenzato dalla regola di scelta della combinazione.

- Gianduiotti

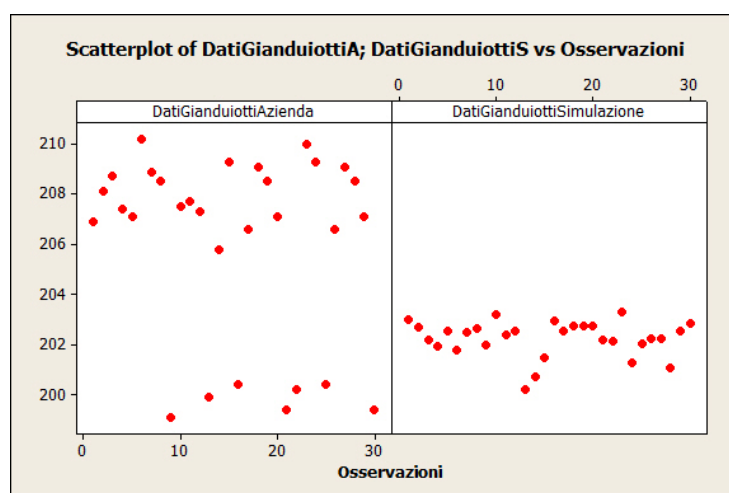


Figura 4.11: Confronto tra le confezioni realizzate dalla pesatrice in azienda e quelle realizzate dal simulatore-Gianduiotti-Scelta1

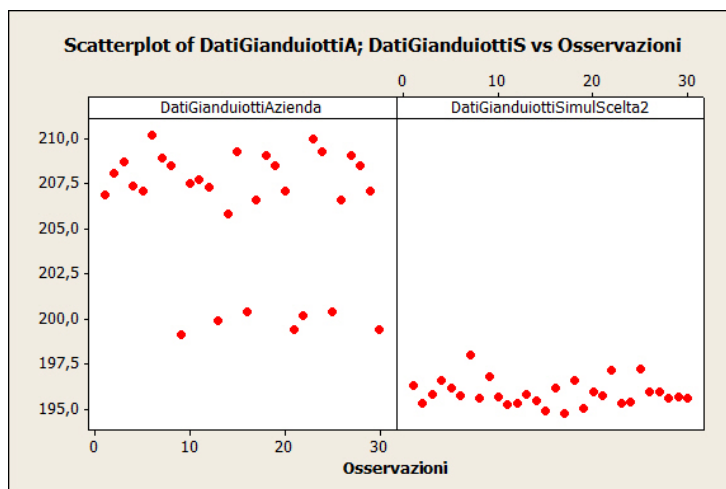


Figura 4.12: Confronto tra le confezioni realizzate dalla pesatrice in azienda e quelle realizzate dal simulatore-Gianduiotti-Scelta2

– **Dati prelevati in azienda**

Descriptive Statistics: DatiPrelevati_G

Variable	Mean	StDev
DatiPrelevati_G	206,14	3,69

– **Prima regola di scelta della combinazione**

Descriptive Statistics: AlphaRealePrima-G

Variable	Mean	StDev
AlphaRealePrima-G	201,23	0,453

– **Seconda regola di scelta della combinazione**

Descriptive Statistics: AlphaRealeSeconda-G

Variable	Mean	StDev
AlphaRealeSeconda-G	196,27	0,677

- Ovetti

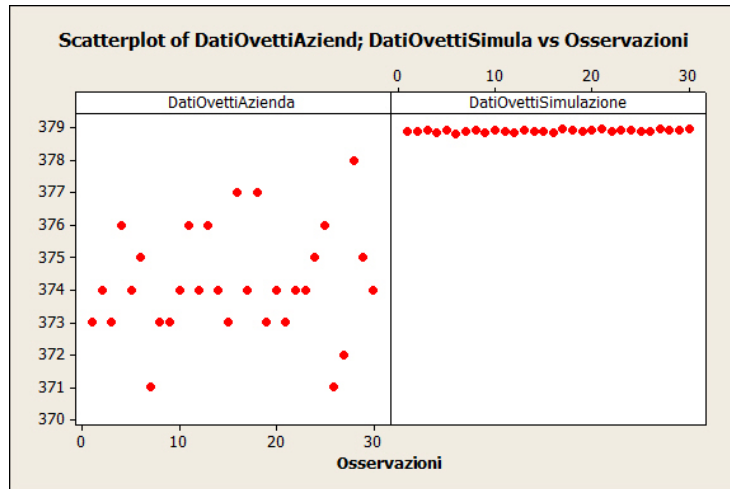


Figura 4.13: Confronto tra le confezioni realizzate dalla pesatrice in azienda e quelle realizzate dal simulatore-Ovetto-Scelta1

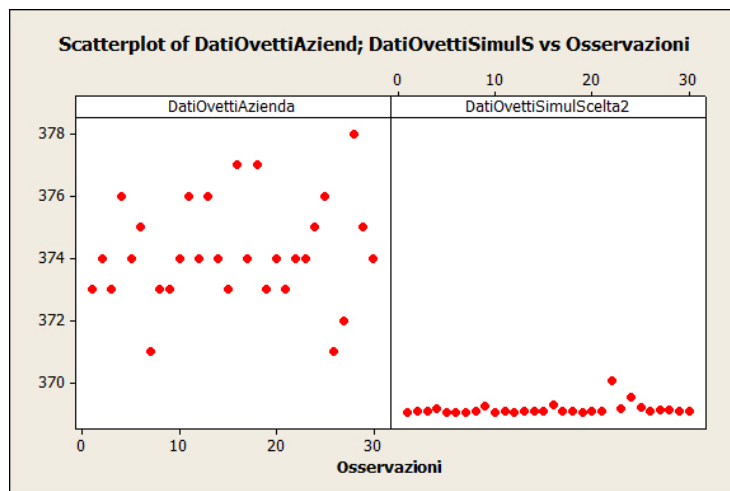


Figura 4.14: Confronto tra le confezioni realizzate dalla pesatrice in azienda e quelle realizzate dal simulatore-Ovetto-Scelta2

– **Dati prelevati in azienda**

Descriptive Statistics: DatiPrelevati_0

Variable Mean StDev

DatiPrelevati_0 374,20 1,67

– **Prima regola di scelta della combinazione**

Descriptive Statistics: AlphaRealePrima_0

Variable	Mean	StDev
AlphaRealePrima_0	373,85	0,0773

– Seconda regola di scelta della combinazione

Descriptive Statistics: AlphaRealeSeconda_0

Variable	Mean	StDev
AlphaRealeSeconda_0	362,90	0,0679

Le prestazioni della pesatrice aziendale risultano peggiori di quelle del simulatore. Questa condizione, che deve essere sempre verificata per la metodologia di scelta che massimizza il profitto, permette di verificare se le ipotesi fatte in fase di realizzazione del simulatore possono considerarsi corrette. Per il primo algoritmo di scelta della combinazione, il confronto è vincolato alla conoscenza dell'algoritmo di gestione della pesatrice reale.

Vengono presentati ora i risultati che si otterrebbero dal simulatore utilizzando delle ipotesi differenti. Si vuole verificare come la scelta di α incida sui risultati del simulatore.

Prodotto	Gianduiotti			
	Prima		Seconda	
$\alpha \setminus$ Parametri	μ_w	σ_w	μ_w	σ_w
0,6	203,3	2,93	200,87	4,97
1,8	227,08	24,9	212,5	19,58
3	249,72	50,51	249,40	63,91

Tabella 4.3: Valori di media e deviazione standard per le confezioni-Gianduiotti

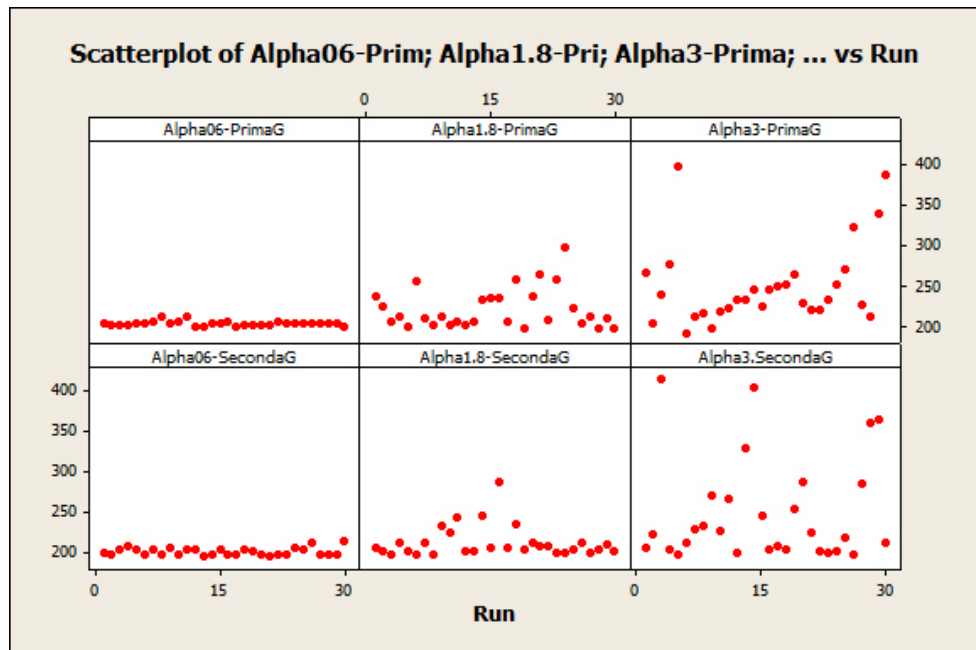


Figura 4.15: Risultati del simulatore al variare di α -Gianduiotti

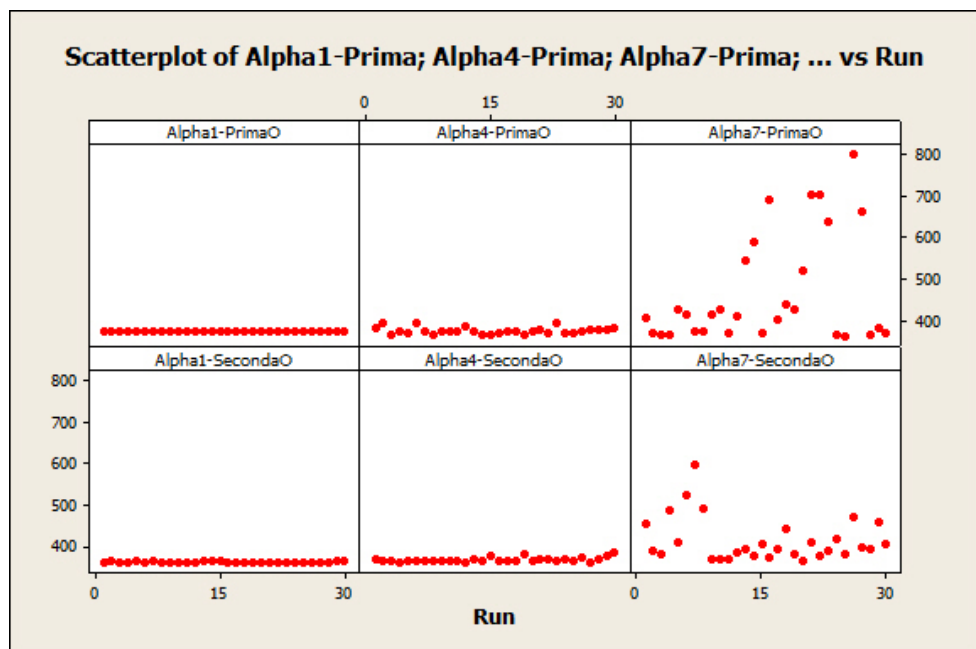


Figura 4.16: Risultati del simulatore al variare di α -Ovetti

Prodotto	Ovetti			
Metodologia	Prima		Seconda	
$\alpha \setminus$ Parametri	μ_w	σ_w	μ_w	σ_w
1	374,79	0,6	364,15	0,625
4	375,4	8,36	368,8	5,71
7	416,7	54,01	468,28	131,87

Tabella 4.4: Valori di media e deviazione standard per le confezioni-Ovetti

All'aumentare di α i risultati forniti dal simulatore, in termini di media e deviazione standard del peso delle confezioni, divengono peggiori di quelli ottenuti con la pesatrice reale. E' possibile affermare che le ipotesi fatte in fase di realizzazione del simulatore, sono coerenti con il problema affrontato.

4.2 Adattabilità del caso particolare

Si vuole verificare se è possibile applicare il modello matematico sviluppato nel paragrafo 2.5.2 alla pesatrice multitesta. Se le ipotesi dovessero risultare rispettate sarà possibile definire l'upper bound della funzione obiettivo.

Le ipotesi che si vogliono verificare sono:

- la distribuzione del peso delle confezioni sia gaussiana
- deviazione standard e media del peso delle confezioni sia del tipo: $\sigma_w = \alpha \cdot f(\mu_w)$

La terza ipotesi, presentata nel paragrafo 2.5.2, relativa alla mancanza di un limite superiore per il peso delle confezioni, può essere rimossa e dunque non verrà verificata.

Sono state analizzate duecentocinquanta configurazioni, distribuite nello spazio delle soluzioni, tramite utilizzo degli ipercubi latini. Media e deviazione standard del peso delle confezioni sono state valutate effettuando dei run di simulazione di duecento confezioni ognuno.

- la distribuzione del peso delle confezioni sia gaussiana

Dalle 250 configurazioni analizzate, ne vengono estratte dieci casualmente.

Si effettua il test di normalità sulla distribuzione del peso delle confezioni realizzate da ognuna delle dieci configurazioni. Naturalmente, qualora tutte rispettino l'ipotesi, l'analisi verrà approfondita.

Analisi di normalità per il peso delle confezioni		
Configurazione	Media	p-value
1	499,36	<0,005
2	500,37	<0,005
3	501,20	<0,005
4	498,30	<0,005
5	515,24	<0,005
6	499,22	<0,005
7	499,92	<0,005
8	503,93	<0,005
9	500,99	<0,005
10	499,66	<0,005

Tabella 4.5: Analisi di normalità per il peso delle confezioni

Nessuna delle configurazioni analizzate rispetta l'ipotesi di normalità. La distribuzione del peso delle confezioni non è normale.

- la deviazione standard e la media del peso delle confezioni sia del tipo:
 $\sigma_w = \alpha \cdot f(\mu_w)$

Si effettua un'analisi di regressione volta a verificare la dipendenza tra le variabili d'interesse.

Regression Analysis: DeviazioneStandard versus Media

The regression equation is

DeviazioneStandard = - 536 + 1,09 Media

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-535,97	13,24	-40,49	0,000

Media 1,08722 0,02614 41,59 0,000

S = 3,02636 R-Sq = 87,5% R-Sq(adj) = 87,4%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	15843	15843	1729,80	0,000
Residual Error	248	2271	9		
Total	249	18114			

Il modello di regressione sembra essere buono.

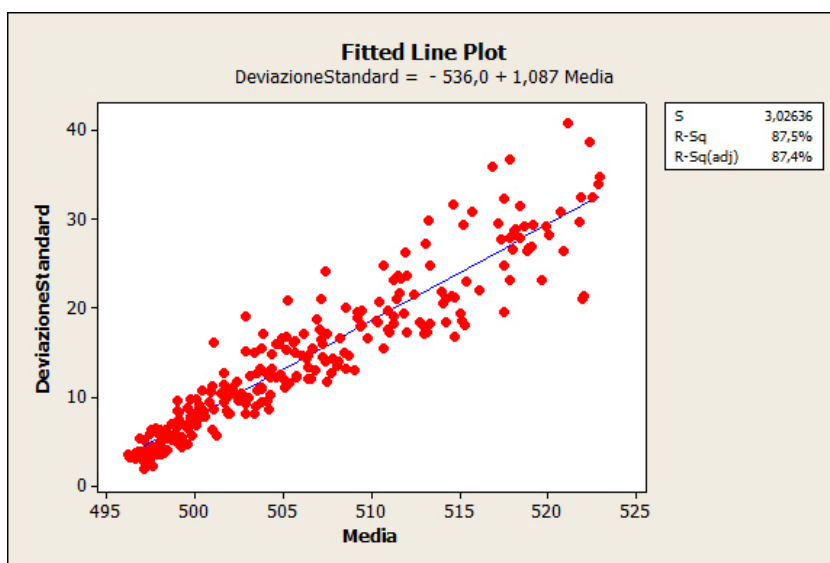


Figura 4.17: Deviazione standard-media per il peso delle confezioni

Si procede andando a validare le ipotesi del modello.

Analizzando il grafico dei residui (Figura4.18) si osserva che esiste una dipendenza tra i residui standard ed i fits. La dispersione dei residui tende ad aumentare all'aumentare dei fits rilevando una disomogeneità della varianza. Il test di normalità non è superato.

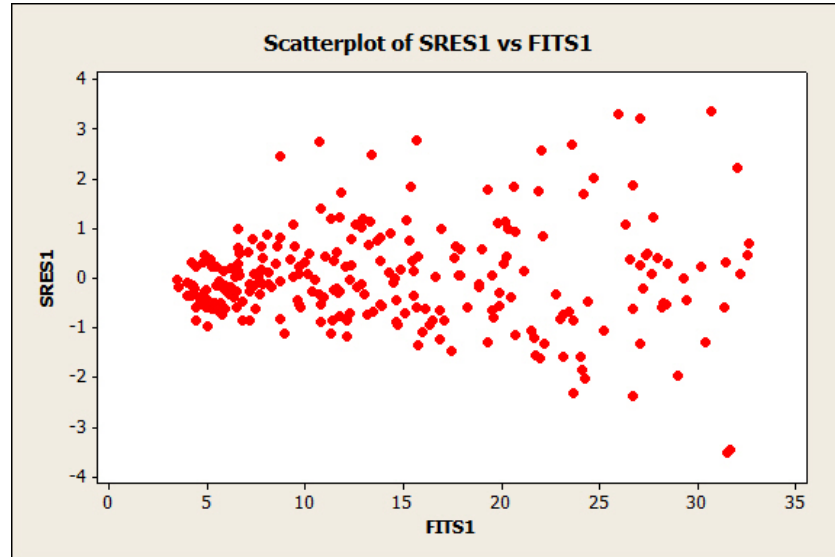


Figura 4.18: Residui standard-fits per l'analisi di regressione $\sigma_w = \alpha \cdot f(\mu_w)$

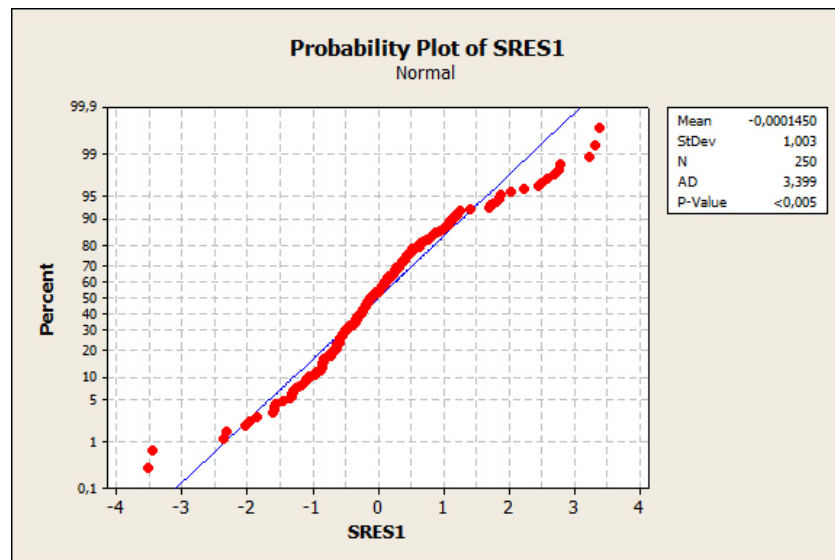


Figura 4.19: Test di normalità sui residui standard per l'analisi di regressione $\sigma_w = \alpha \cdot f(\mu_w)$

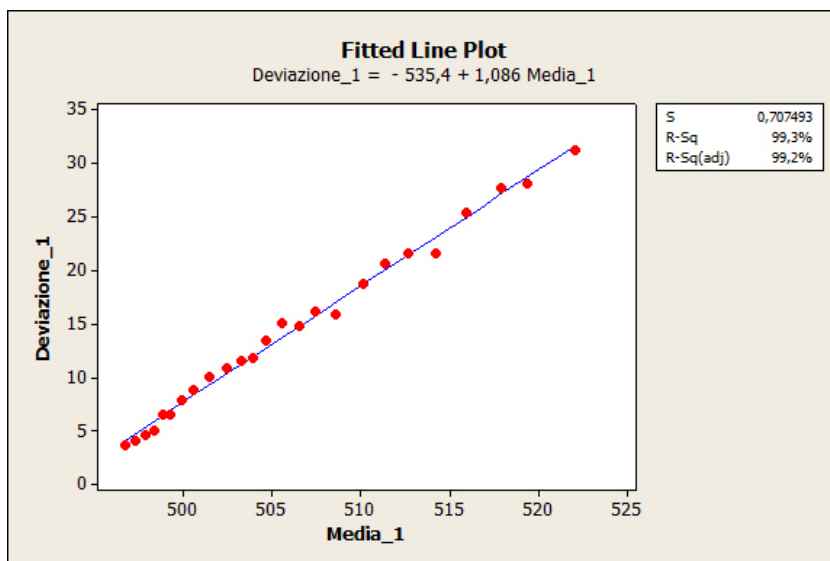


Figura 4.20: Deviazione standard-media per il peso delle confezioni(Regressione Pesata)

Per risolvere il problema, si procede effettuando un batching tra le osservazioni. Il batch, che comprende 10 osservazioni, permette di effettuare un'analisi di regressione pesata.

Si riportano i risultati dell'analisi.

Regression Analysis: Deviazione_1 versus Media_1

The regression equation is

$$\text{Deviazione}_1 = - 535,4 + 1,086 \text{ Media}_1$$

$$S = 0,707493 \quad R\text{-Sq} = 99,3\% \quad R\text{-Sq(adj)} = 99,2\%$$

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	1577,05	1577,05	3150,65	0,000
Error	23	11,51	0,50		
Total	24	1588,56			

Il modello di regressione sembra essere adeguato.

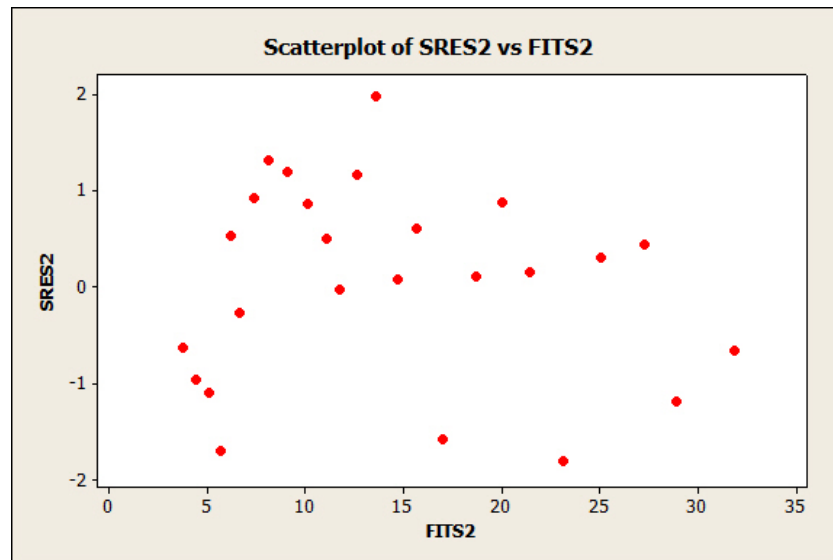


Figura 4.21: Residui standard-fits per l'analisi di regressione pesata $\sigma_w = \alpha \cdot f(\mu_w)$

Si procede andando a validare le ipotesi del modello.

Il residui standard non presentano andamenti particolari. L'analisi di normalità è superata.

In definitiva si può concludere che la distribuzione del peso delle confezioni non è normale, ma la media e la deviazione standard sono legate da una relazione di tipo lineare. Se si fosse in grado di determinare il tipo di distribuzione sarebbe possibile determinare l'*upper bound* della funzione obiettivo utilizzando un modello analogo a quello sviluppato nel paragrafo 2.5.2.

4.3 Distribuzione delle configurazioni iniziali

In questo paragrafo, si vuole verificare cosa comporti, in termini di funzione obiettivo e numero di esperimenti, l'utilizzo del metodo degli ipercubi latini, per distribuire le configurazioni di partenza nello spazio delle variabili. Si confrontano i risultati con quelli ottenuti utilizzando una distribuzione random delle configurazioni di partenza. L'analisi viene fatta al variare di alcuni parametri caratteristici del problema per verificare se i risultati possono essere estesi a tutte le condizioni di lavoro della macchina. I parametri che si è deciso di fissare sono, il peso della confezione che è settato a 500 (g), il peso della materia prima pari a 10 (g), la

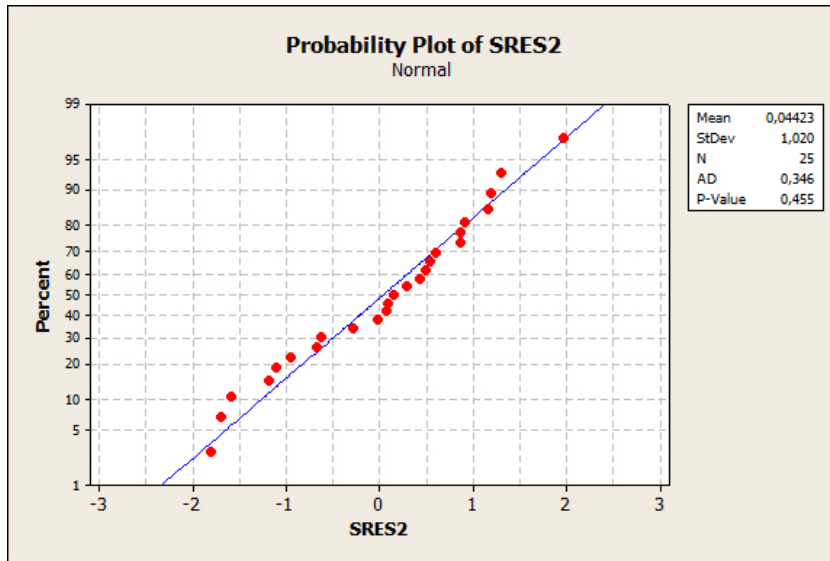


Figura 4.22: Test di normalità sui residui standard per l'analisi di regressione pesata $\sigma_w = \alpha \cdot f(\mu_w)$

deviazione standard del peso della materia prima pari a 0,10 (g), il coefficiente moltiplicativo del peso caricato nel cestello predosatore α pari a 0,3. I livelli del piano fattoriale sono riassunti in tabella 4.6.

Fattori	Livelli		
Ricavo	45	35	25
Costo	0,06	0,045	0,03
Rilavorazione	5,64	3,20	0,05
Numero configurazioni partenza	30	20	10
Metodologia di distribuzione	1	2	
Cestelli	8	4	

Tabella 4.6: Piano sperimentale utilizzato per verificare il vantaggio dell'utilizzo degli ipercubi latini

Dall'analisi del main effect plot (Figura 4.37), sembra siano significativi il ricavo ed il costo.

Le interazioni sembrano non essere significative.

Si procede con l'analisi ANOVA, utilizzando un modello che considera tutti i fattori

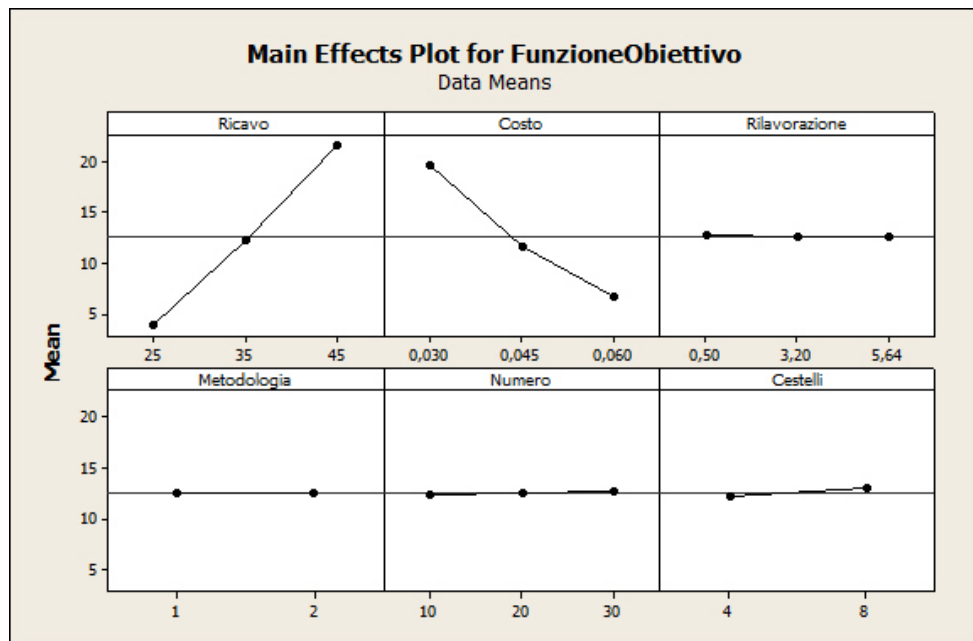


Figura 4.23: Main Effect Plot della funzione obiettivo-iper cubi latini

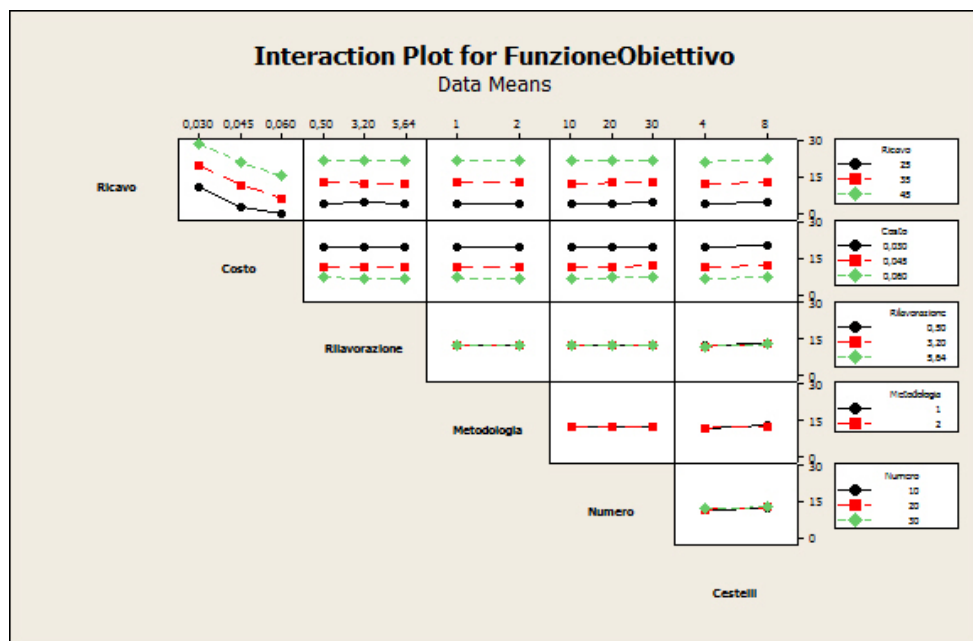


Figura 4.24: Interaction Plot della funzione obiettivo-iper cubi latini

sino all'interazione quintupla. Il piano è stato replicato 3 volte. Della tabella ANOVA, si riportano i valori del test F e del p-value sino alle interazioni doppie.

General Linear Model: FunzioneObiettivo versus Ricavo; Costo; ...

Factor	Type	Levels	Values
Ricavo	fixed	3	25; 35; 45
Costo	fixed	3	0,030; 0,045; 0,060
Rilavorazione	fixed	3	0,50; 3,20; 5,64
Metodologia	fixed	2	1; 2
Numero	fixed	3	10; 20; 30
Cestelli	fixed	2	4; 8

Analysis of Variance for FunzioneObiettivo, using Adjusted SS for Tests

Source	F	P
Ricavo	52556,20	0,000
Costo	28939,83	0,000
Rilavorazione	1,62	0,200
Metodologia	0,01	0,908
Numero	17,78	0,000
Cestelli	277,18	0,000
Ricavo*Costo	164,82	0,000
Ricavo*Rilavorazione	1,69	0,152
Ricavo*Metodologia	0,05	0,955
Ricavo*Numero	1,12	0,347
Ricavo*Cestelli	11,16	0,000
Costo*Rilavorazione	0,16	0,957
Costo*Metodologia	1,03	0,358
Costo*Numero	0,43	0,789
Costo*Cestelli	1,36	0,258
Rilavorazione*Metodologia	1,49	0,226
Rilavorazione*Numero	1,68	0,152
Rilavorazione*Cestelli	0,62	0,539
Metodologia*Numero	0,93	0,396

Metodologia*Cestelli	1,38	0,240
Numero*Cestelli	0,47	0,624

.....

S = 0,694668 R-Sq = 99,61% R-Sq(adj) = 99,41%

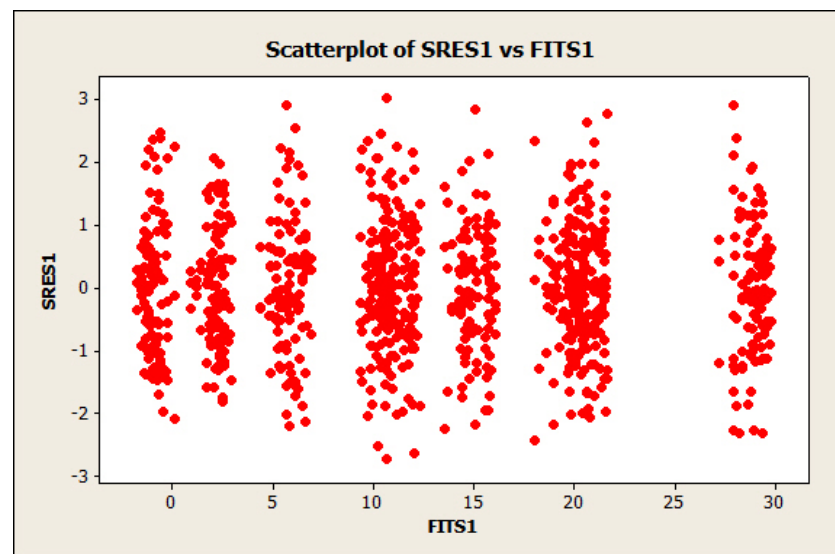


Figura 4.25: Residui Standard-Fits, funzione obiettivo-iper cubi latini

I fattori principali significativi sono il ricavo, il costo, il numero di configurazioni di partenza, ed il numero di cestelli. La metodologia di distribuzione delle configurazioni nello spazio delle variabili non risulta significativa e questo aspetto sottolinea come, indipendentemente dal punto di partenza, il software riesca a determinare la configurazione ottima. Si verifica l'ipotesi di normalità sui residui.

I residui non hanno andamenti particolari. Il test di normalità è superato e dunque è possibile concludere che il modello è buono.

Prima di procedere si vuole effettuare una comparazione tra i livelli del fattore Numero, che corrisponde al numero di configurazioni di partenza per l'ottimizzatore.

Grouping Information Using Tukey Method and 95,0% Confidence

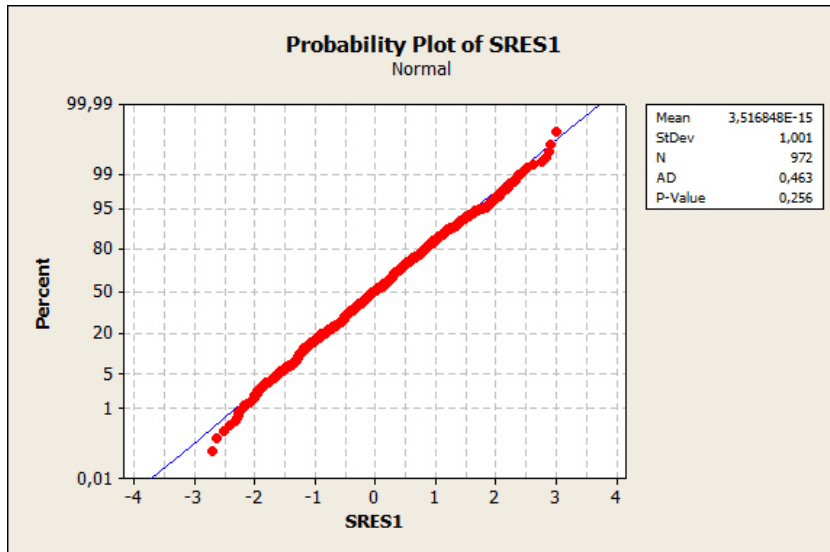


Figura 4.26: Test di normalità sui residui standard, funzione obiettivo-iper cubi latini

Numero	N	Mean	Grouping
30	324	12,7	A
20	324	12,6	A
10	324	12,4	B

Means that do not share a letter are significantly different.

Utilizzando venti o trenta configurazioni di partenza, non si ottengono valori della funzione obiettivo statisticamente differenti tra loro. E' possibile affermare che, dopo un certo numero di configurazioni di partenza, il software riesce sempre a determinare la configurazione ottima. Sulla base del test di tukey, si consiglia di impostare venti configurazioni di partenza per effettuare l'ottimizzazione.

Malgrado il fattore metodologia non risulti significativo per la funzione obiettivo, si vuole verificare se incide sul numero totale di esperimenti necessari al raggiungimento dell'ottimo.

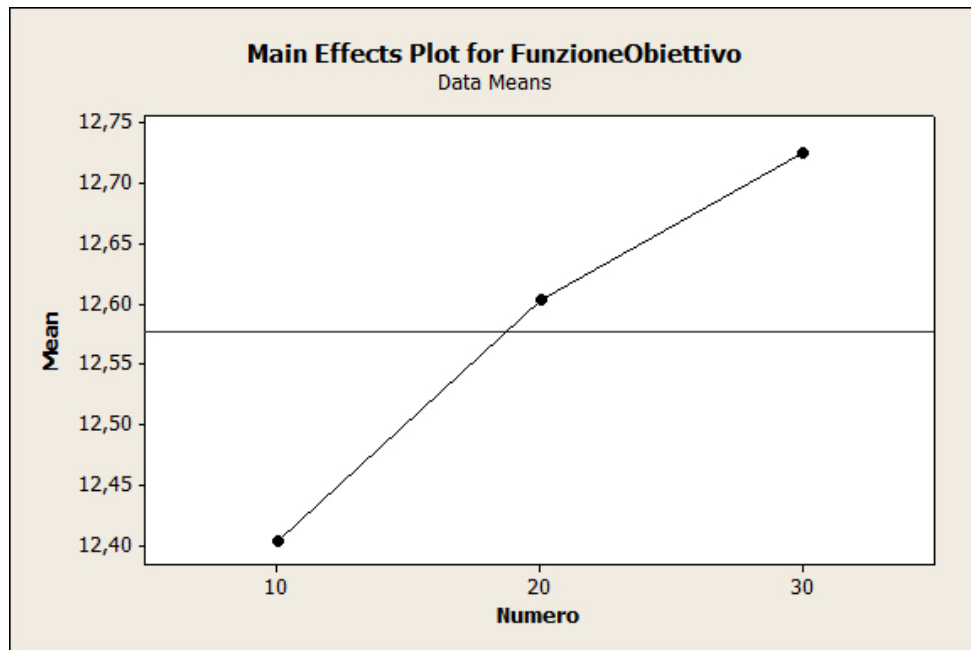


Figura 4.27: Main Effect Plot della funzione obiettivo-numero di esperimenti-iper cubi latini

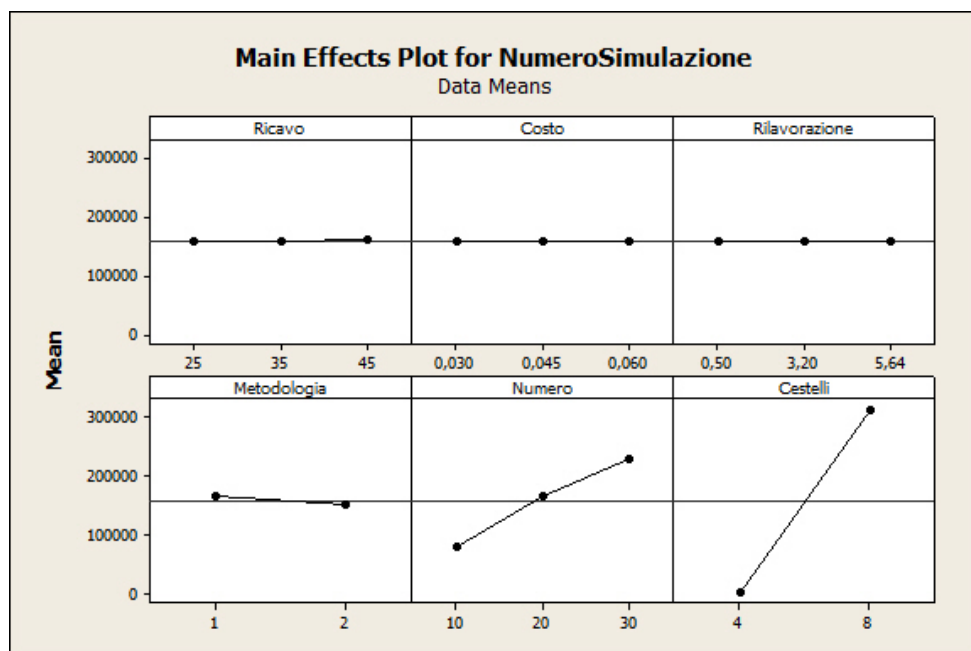


Figura 4.28: Main Effect Plot del numero di esperimenti-iper cubi latini

Sembra siano significativi il numero di cestelli ed il numero di configurazioni di

partenza.

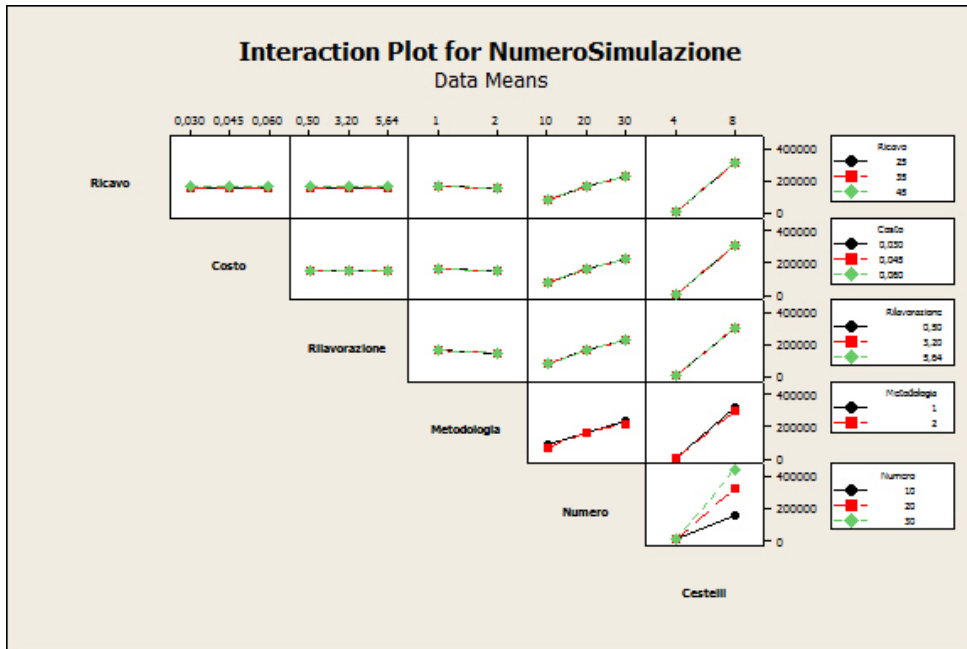


Figura 4.29: Interaction Plot del numero di esperimenti-iper cubi latini

Le interazioni sembrano non dare contributo al modello

Si procede con l'analisi ANOVA, considerando un modello completo sino all'interazione quintupla. Il piano è replicato 3 volte.

General Linear Model: NumeroSimulazione versus Cestelli; Numero; ...

Factor	Type	Levels	Values
Cestelli	fixed	2	4; 8
Numero	fixed	3	10; 20; 30
Metodologia	fixed	2	1; 2
Ricavo	fixed	3	25; 35; 45
Costo	fixed	3	0,030; 0,045; 0,060
Rilavorazione	fixed	3	0,50; 3,20; 5,64

Analysis of Variance for NumeroSimulazione_1, using Adjusted SS for Tests

Source	F	P
Cestelli	11802,37	0,000
Numero	1495,00	0,000
Metodologia	60,06	0,000
Ricavo	1,06	0,346
Costo	5,50	0,004
Rilavorazione	0,13	0,879
Cestelli*Numero	1034,27	0,000
Cestelli*Metodologia	22,55	0,000
Cestelli*Ricavo	0,48	0,617
Cestelli*Costo	1,25	0,287
Cestelli*Rilavorazione	2,06	0,128
Numero*Metodologia	3,08	0,047
Numero*Ricavo	0,84	0,502
Numero*Costo	0,77	0,544
Numero*Rilavorazione	2,32	0,056
Metodologia*Ricavo	0,43	0,650
Metodologia*Costo	0,02	0,984
Metodologia*Rilavorazione	0,73	0,481
Ricavo*Costo	0,46	0,766
Ricavo*Rilavorazione	2,17	0,071
Costo*Rilavorazione	1,57	0,180
.....		

S = 13075,2 R-Sq = 96,39% R-Sq(adj) = 94,59%

I fattori principali significativi sono i cestelli, il numero di configurazioni di partenza e la metodologia. Si verificano le ipotesi del modello.

I residui non hanno un andamento particolare e sono normali. Il modello è buono. Si procede analizzando con il test di Tukey le due metodologie.

Tukey 95,0% Simultaneous Confidence Intervals

Response Variable NumeroSimulazione

All Pairwise Comparisons among Levels of Metodologia

Metodologia = 1 subtracted from:

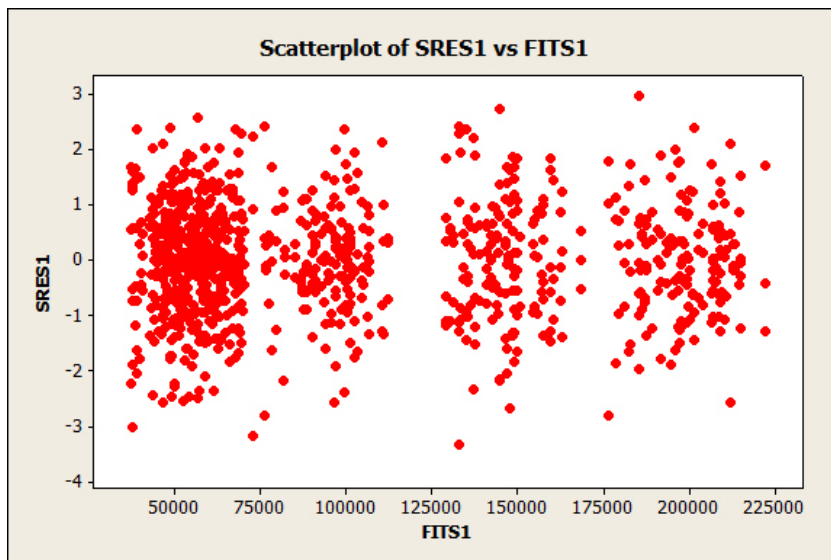


Figura 4.30: Residui Standard-Fits, numero esperimenti-iper cubi latini

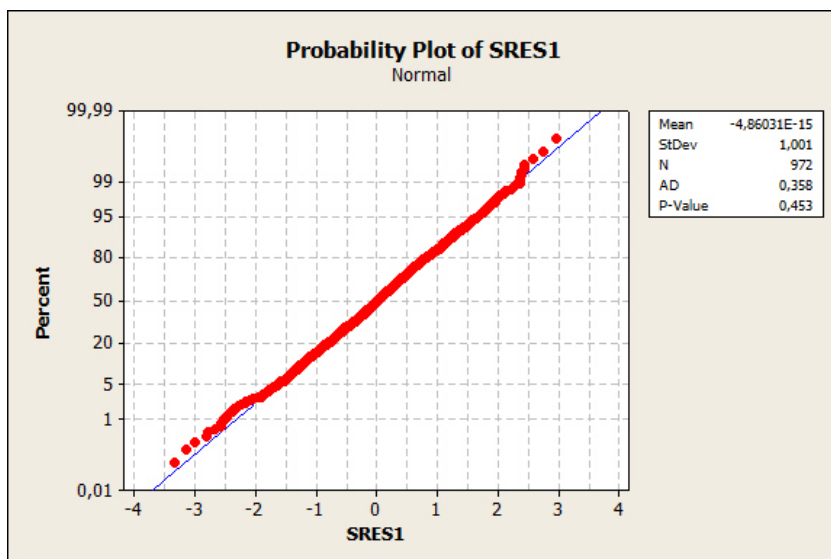


Figura 4.31: Test di normalità sui residui standard, numero esperimenti-iper cubi latini

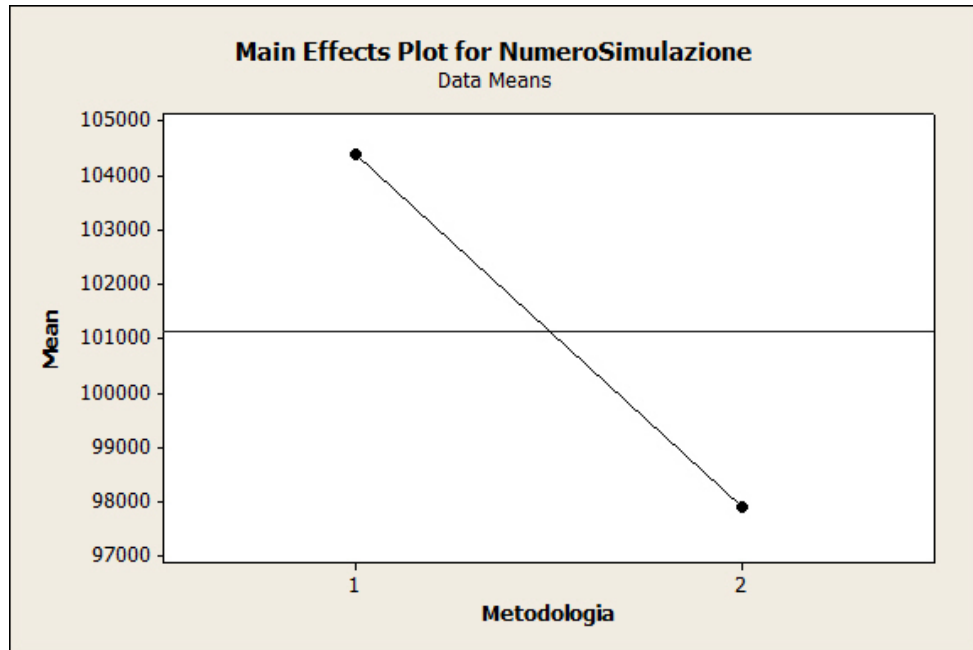


Figura 4.32: Main Effect Plot del numero di esperimenti-metodologia-iper cubi latini

Metodologia	Lower	Center	Upper
2	-8148	-6501	-4853

```

-----+-----+-----+-----+-----
(------*-----)
-----+-----+-----+-----+-----
-7500      -5000      -2500      0
    
```

Tukey Simultaneous Tests
 Response Variable NumeroSimulazione
 All Pairwise Comparisons among Levels of Metodologia
 Metodologia = 1 subtracted from:

Metodologia	Difference of Means	SE of Difference	T-Value	Adjusted P-Value
2	-6501	838,8	-7,750	0,0000

In media, gli ipercubi permettono di risparmiare il 7% del numero di esperimenti.

4.4 Validazione della metodologia RSM per la pesatrice

Si vuole verificare se a parità di esperimenti, analizzare delle configurazioni in maniera casuale, senza eseguire l'ottimizzazione permetta di ottenere risultati altrettanto soddisfacenti. Quest'analisi determina se la procedura RSM può essere considerata valida per il problema analizzato.

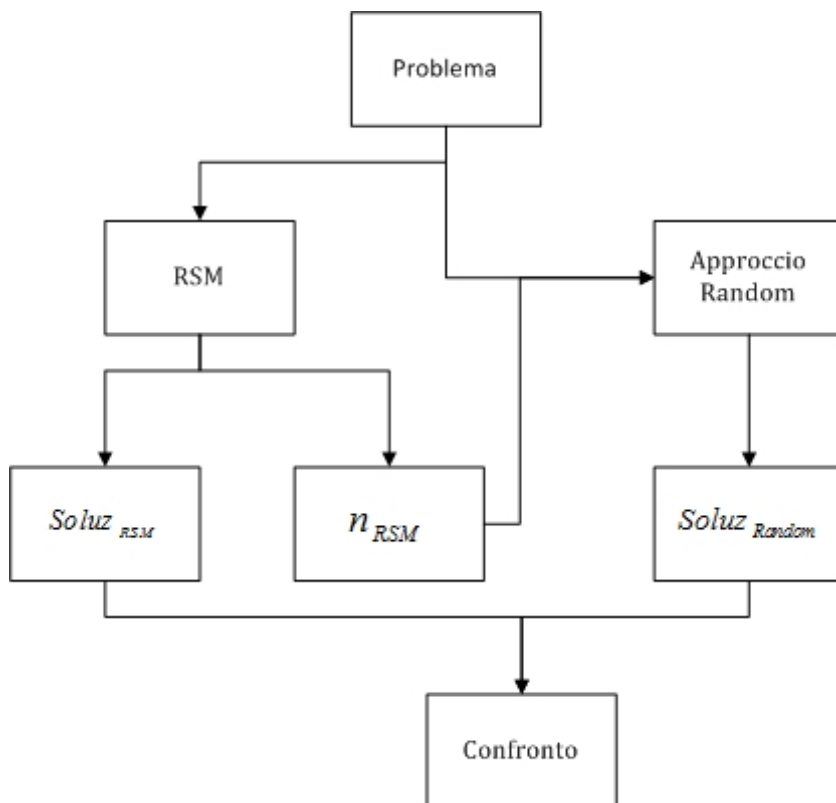


Figura 4.33: Confronto tra i due approcci

Il piano sperimentale, presentato in tabella 4.7, è analogo a quello utilizzato per validare l'utilizzo degli ipercubi latini se non per il fattore metodologia di approccio. Il livello 1 del fattore, rappresenta i risultati ottenuti con l'RSM, il

4.4. VALIDAZIONE DELLA METODOLOGIA RSM PER LA PESATRICE131

livello 2 quelli ottenuti con un approccio random. L'analisi viene fatta in modo analogo a quella atta a valutare il vantaggio nell'utilizzo degli ipercubi.

Fattori	Livelli		
Ricavo	45	35	25
Costo	0,06	0,045	0,03
Rilavorazione	5,64	3,20	0,05
Numero configurazioni partenza	30	20	10
Metodologia di approccio	1	2	
Cestelli	8	4	

Tabella 4.7: Piano sperimentale utilizzato per validare la metodologia RSM

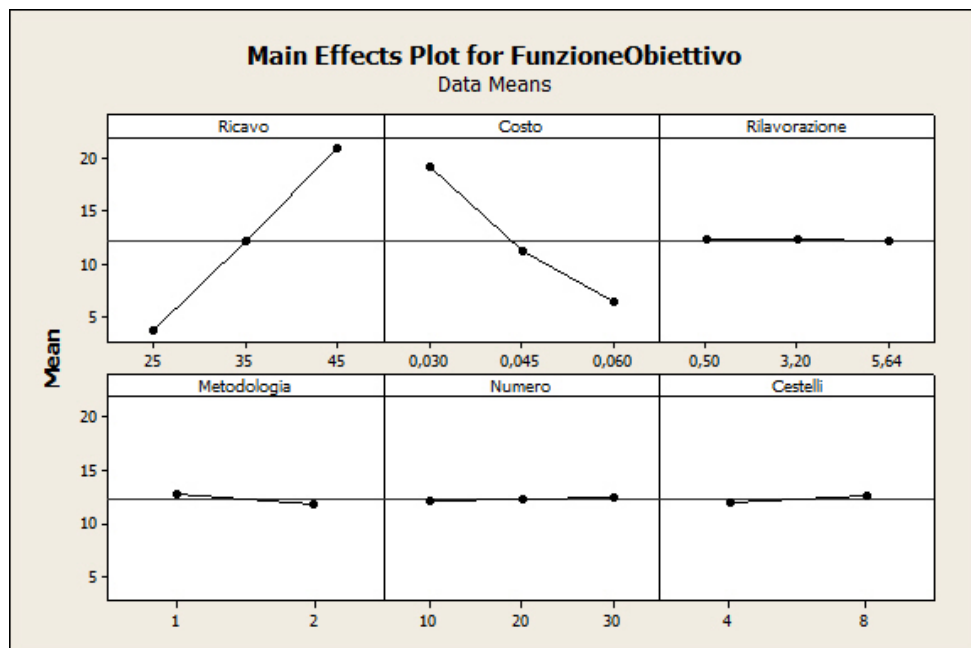


Figura 4.34: Main Effect Plot della funzione obiettivo-rsm

Sembra siano significativi il ricavo ed il costo.

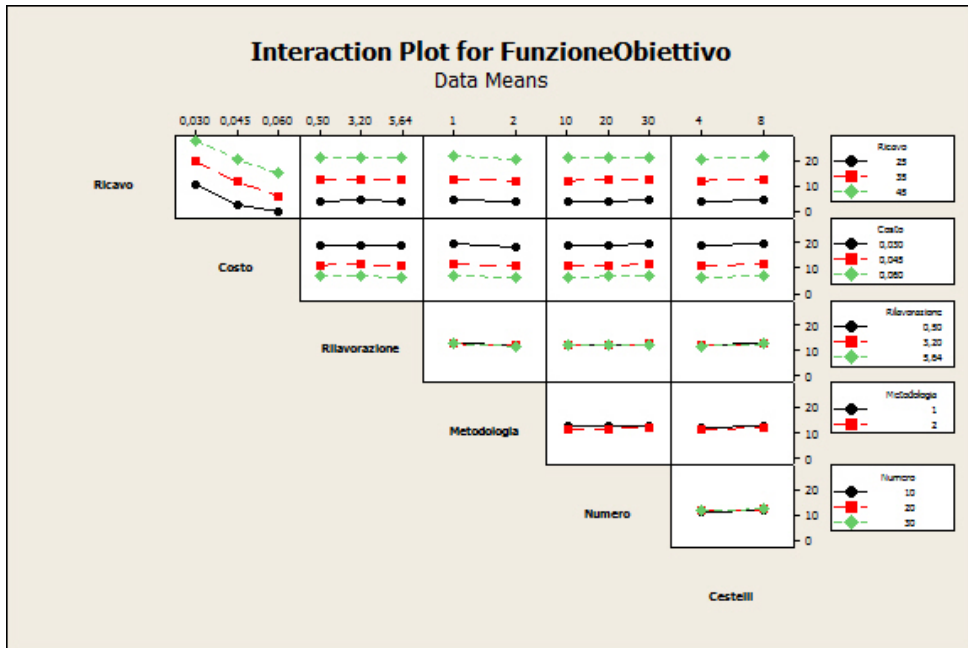


Figura 4.35: Interaction Plot della funzione obiettivo-rsm

Sembra che le interazioni non diano contributo.

Si procede con l'analisi ANOVA.

General Linear Model: FunzioneObiettivo versus Ricavo; Costo; ...

Factor	Type	Levels	Values
Ricavo	fixed	3	25; 35; 45
Costo	fixed	3	0,030; 0,045; 0,060
Rilavorazione	fixed	3	0,50; 3,20; 5,64
Metodologia	fixed	2	1; 2
Numero	fixed	3	10; 20; 30
Cestelli	fixed	2	4; 8

Analysis of Variance for FunzioneObiettivo, using Adjusted SS for Tests

Source	F	P
Ricavo	32996,06	0,000

4.4. VALIDAZIONE DELLA METODOLOGIA RSM PER LA PESATRICE133

Costo	18561,05	0,000
Rilavorazione	1,23	0,294
Metodologia	267,22	0,000
Numero	12,86	0,000
Cestelli	142,37	0,000
Ricavo*Costo	104,82	0,000
Ricavo*Rilavorazione	1,22	0,302
Ricavo*Metodologia	51,26	0,000
Ricavo*Numero	1,77	0,134
Ricavo*Cestelli	11,48	0,000
Costo*Rilavorazione	0,39	0,814
Costo*Metodologia	22,36	0,000
Costo*Numero	0,32	0,863
Costo*Cestelli	0,08	0,927
Rilavorazione*Metodologia	0,43	0,648
Rilavorazione*Numero	1,82	0,123
Rilavorazione*Cestelli	1,08	0,339
Metodologia*Numero	0,32	0,727
Metodologia*Cestelli	0,21	0,645
Numero*Cestelli	2,22	0,109
.....		

S = 0,848885 R-Sq = 99,38% R-Sq(adj) = 99,08%

I fattori principali significativi il ricavo, il costo, il numero di configurazioni di partenza, il numero di cestelli e la metodologia. Si verificano le ipotesi di normalità sui residui.

Le ipotesi sono verificate. Si effettua la comparazione tra i livelli del fattore Metodologia di approccio.

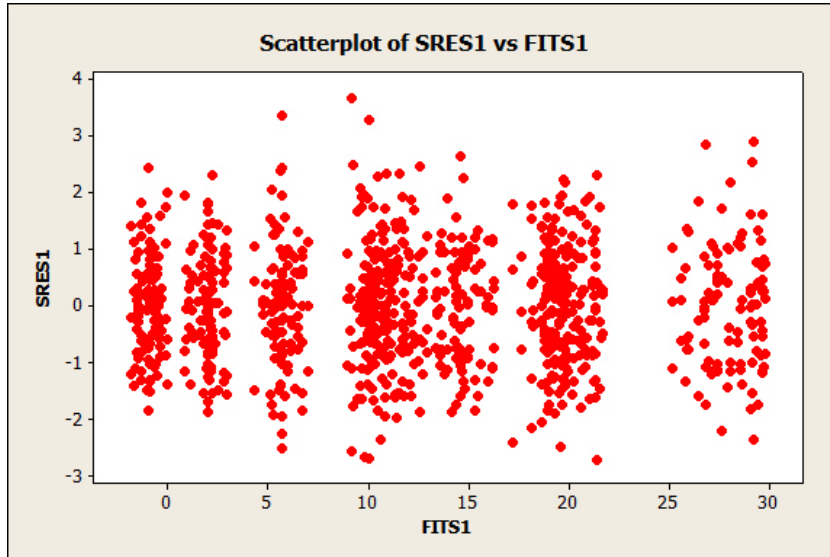


Figura 4.36: Residui Standard.Fits,funzione obiettivo-rsm

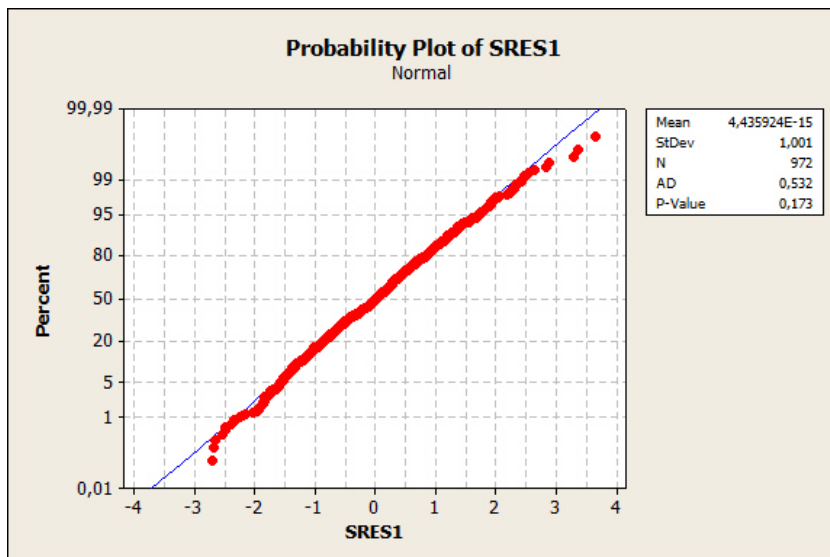


Figura 4.37: Test di normalità sui residui standard,funzione obiettivo-rsm

4.4. VALIDAZIONE DELLA METODOLOGIA RSM PER LA PESATRICE135

Grouping Information Using Tukey Method and 95,0% Confidence

Metodologia	N	Mean	Grouping
1	486	12,7	A
2	486	11,8	B

Means that do not share a letter are significantly different.

Le metodologie sono statisticamente differenti. Utilizzare l'RSM permette di ottenere risultati migliori per funzione obiettivo. L'approccio strutturato è necessario se si vuole ottimizzare il problema.

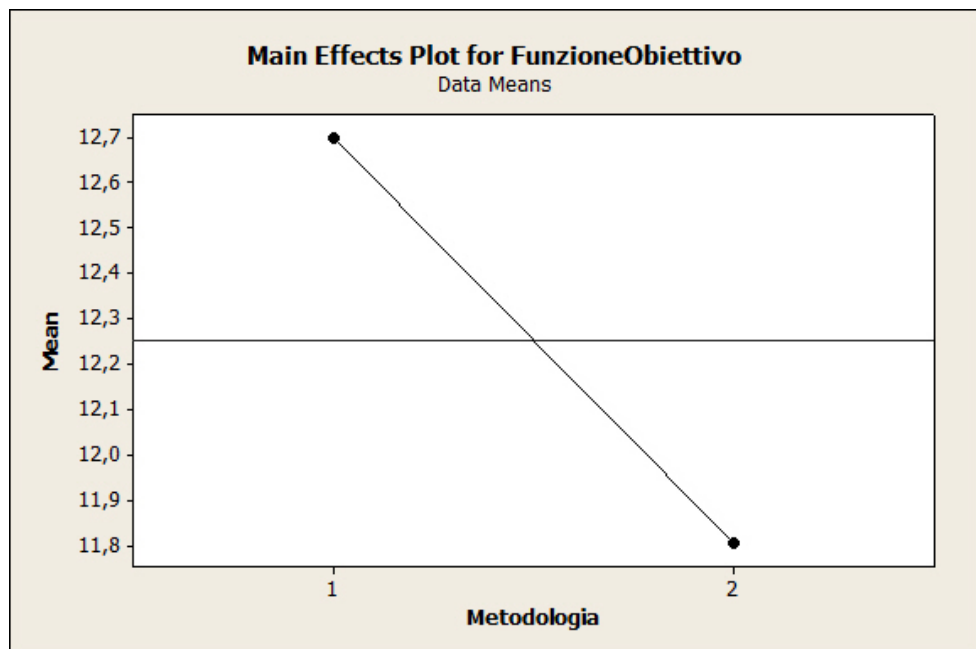


Figura 4.38: Main Effects Plot della funzione obiettivo-metodologia-rsm

Conclusioni e sviluppi futuri

La pesatrice multitesta è la macchina che si occupa del dosaggio delle confezioni nelle aziende produttrici di materiali solidi caratterizzati da un peso unitario variabile da pochi grammi a qualche decina di grammi. Le performance, peso medio delle confezioni e numero di confezioni conformi secondo i dettami di legge, sono vincolate alla scelta del peso medio da caricare nei cestelli pesatori.

La ricerca della configurazione migliore, data la complessità del problema, è stata affrontata con la simulazione. La realizzazione di un simulatore capace di riprodurre il funzionamento della pesatrice è stata affiancata alla formalizzazione di un modello analitico capace di definire la soluzione ottima del problema. Definendo l'*upper bound* della funzione obiettivo sarebbe stato possibile arrestare l'ottimizzazione quando la soluzione fosse risultata sufficientemente vicina all'ottimo. L'approccio matematico sviluppato ha permesso approfondire numerosi aspetti, malgrado sia risultato inapplicabile al caso specifico a causa della mancanza di normalità della distribuzione del peso delle confezioni. Il legame tra la media e la deviazione standard della risposta, di tipo lineare, apre una nuova strada di ricerca. Lo sviluppo di un modello capace di riprodurre la distribuzione dei pesi delle confezioni, permetterebbe, non solo di definire il valore ottimo della risposta, ma di determinare il legame esistente tra peso medio delle confezioni e percentuale di confezioni non conformi.

Le ipotesi fatte in fase di realizzazione del simulatore si sono rivelate coerenti con i dati reali prelevati in azienda, permettendo di affermare che le soluzioni sono realistiche. Sia l'ipotesi di linearità, tra la media e la deviazioni standard del peso contenuto nei cestelli dosatori, sia le ipotesi riguardanti l'algoritmo di scelta della combinazione, sono risultate adatte al problema studiato. Volendo realizzare una pesatrice che lavora senza attendere la disponibilità di tutte le teste di pesata, al simulatore potrebbe essere integrato un algoritmo euristico per la determinazione

della combinazione ottima.

L'applicazione della procedura RSM, indipendentemente dai parametri del problema (ricavo per confezione, costo al grammo di materia prima, etc.), ha permesso di individuare la configurazione ottima della pesatrice. La metodologia sviluppata gode di un'estrema flessibilità che ne garantisce l'applicabilità a problemi analoghi di ottimizzazione stocastica. Le analisi fatte hanno messo in luce come sia sufficiente partire da venti configurazioni di partenza per permettere all'ottimizzatore di massimizzare la funzione obiettivo. L'introduzione degli ipercubi latini per la generazione delle configurazioni di partenza ha permesso di ridurre il numero medio degli esperimenti di circa il 7%.

Appendice A

Metodologia RSM : Fondamenti teorici

In questa sezione verranno approfonditi gli strumenti che vengono utilizzati nell'algoritmo RSM.

A.1 Piani per l'accostamento di superfici di risposta

L'accostamento e l'analisi delle superfici di risposta sono molto facilitati se il piano sperimentale viene scelto in modo appropriato. In questa sezione verranno discussi alcuni aspetti riguardanti la scelta di piani appropriati per l'accostamento di superfici di risposta. Quando si sceglie un piano per una superficie di risposta, alcune delle caratteristiche desiderabili per il piano scelto sono:

- Realizzare una distribuzione sensata dei punti (e quindi delle informazioni) nella regione d'interesse
- Consentire di indagare sull'adeguatezza del modello, inclusa la mancanza di adattamento
- Consentire che gli esperimenti siano eseguiti a blocchi
- Consentire la costruzione di piani di ordine superiore in modo sequenziale
- Fornire una stima interna dell'errore
- Fornire stime precise dei coefficienti del modello

- Fornire un buon adattamento della varianza di previsione entro la regione sperimentale
- Fornire una ragionevole robustezza nei confronti di outlier o valori mancanti
- Non richiedere troppe prove
- Non richiedere troppi livelli delle variabili indipendenti
- Assicurare semplicità di calcolo dei parametri del modello

Essendo queste caratteristiche talvolta in contrasto tra loro, occorre spesso buon senso ed esperienza nella scelta del piano.

Piani per l'accostamento di modelli del primo ordine;

L'unica classe di piani in grado di minimizzare la varianza dei coefficienti di regressione $\{\hat{\beta}_i\}$ è la classe dei **piani ortogonali del primo ordine**. Un piano del primo ordine è ortogonale se gli elementi extradiagonali della matrice $(\mathbf{X}'\mathbf{X})$ sono tutti nulli. Ciò implica che i coprodotti delle colonne della matrice \mathbf{X} sommino a zero.

La classe dei piani ortogonali del primo ordine comprende i fattoriali 2^k e le frazioni della serie 2^{k-p} per le quali gli effetti principali non sono sovrapposti gli uni agli altri. Nell'uso di questi piani si assume che i livelli alto e basso dei k fattori siano codificati al solito con i livelli ± 1 .

Il piano 2^k non consente di stimare l'errore sperimentale, a meno che alcune prove non siano replicate. Un metodo comune per includere replicazioni nel piano 2^k è incrementare il piano con più di un osservazione al centro, il punto $x_i = 0, i = 1, 2, \dots, k$. L'aggiunta dei punti centrali al piano 2^k non influenza le stime $\{\hat{\beta}_i\}$ per $i \geq 1$ e la stima di $\{\hat{\beta}_0\}$ diventa pari alla media generale di tutte le osservazioni. Inoltre l'aggiunta dei punti centrali non altera le proprietà di ortogonalità del piano. Un altro piano ortogonale del primo ordine è il **simpleso**, figura regolare con $k + 1$ vertici in k dimensioni. Quindi per $k = 2$ il piano a simpleso è un triangolo equilatero e per $k = 3$ è un tetraedro regolare.

Piani per l'accostamento di modelli del secondo ordine;

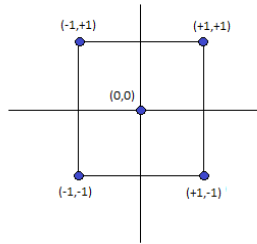


Figura A.1: Piano 2^k per $k=2$

Piani per l'accostamento di modelli del secondo ordine:

La classe di piani più diffusamente usata per l'accostamento di modelli del secondo ordine è il cosiddetto **piano composito centrale** (CCD, *Central Composite Design*). Esso consiste di un fattoriale 2^k (o un fattoriale frazionario di risoluzione V), con n_F prove di corner, 2_k prove assiali o sulla stella e n_C prove centrali. In Figura A.2 è riportato a titolo d'esempio un piano CCD per due fattori ($k=2$).

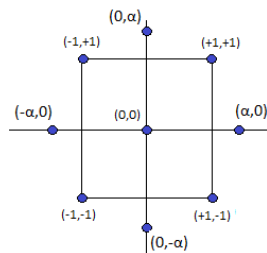


Figura A.2: Piano composito centrale per $k=2$

In questo caso avremo quattro punti di corner ($n_F = 4$), quattro punti a stella e un certo numero di prove centrali, a discrezione dello sperimentatore. L'impiego pratico di un CCD si realizza nella sperimentazione sequenziale nel caso in cui questo modello mostri una mancanza di adattamento. Il CCD è un piano molto efficiente per accostare il modello del secondo ordine, occorre però specificare due parametri del piano: la distanza α delle prove assiali dal centro del piano ed il numero di punti centrali n_C . A seconda del valore assunto da α , e quindi della posizione dei punti di stella, il piano viene definito inscritto, circoscritto o a facce centrate.

Nello specifico:

- se $\alpha = 1$ e i fattori riscaldati sono a livelli minori, il piano è detto “inscritto”;
- se $\alpha = (n_F)^{\frac{1}{4}}$, il piano è detto “circoscritto”;
- se $\alpha = 1$ e i fattori tutti allo stesso livello di $\pm\alpha$, il piano è detto “a facce centrate”.

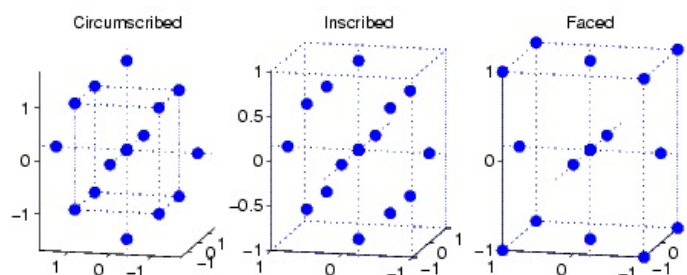


Figura A.3: Piani CCD per l'accostamento di modelli del secondo ordine

La scelta di alfa, e quindi del tipo di piano, è dettata principalmente dalla regione di interesse entro cui si intende stimare i coefficienti del modello. È importante che il modello del secondo ordine fornisca buone previsioni in tutta la regione di interesse. Una previsione è definibile “buona”, se il modello corrispondente ha una varianza della risposta prevista ragionevolmente consistente e stabile nei punti di interesse \boldsymbol{x} .

Box e Hunter [Box57] suggeriscono che un piano di una superficie di risposta del secondo ordine dovrebbe essere ruotabile, il che sta a dire che la varianza della risposta prevista deve essere la stessa in tutti i punti \boldsymbol{x} che hanno la stessa distanza dal centro del piano. In altre parole la varianza della risposta prevista è costante sulle sfere concentriche. Un piano con questa proprietà farà sì che la varianza di \hat{y} resti inalterata quando il piano viene ruotato intorno al centro $(0,0,\dots,0)$, da qui il nome di piano ruotabile.

Un piano composito centrale è reso ruotabile dalla scelta di α . Il valore di α per la ruotabilità dipende dal numero di punti della porzione fattoriale del piano; in pratica $\alpha = (n_F)^{\frac{1}{4}}$ produce un piano composito centrale ruotabile, dove n_F è il numero di punti usati nella porzione fattoriale del piano. Tuttavia l'esatta ruotabilità non è molto importante per avere un buon piano. In generale per una regione di interesse sferica la migliore scelta di α , da un punto di vista della

varianza di previsione per il CCD è porre $\alpha = \sqrt{k}$. Questo tipo di piano, detto CCD sferico (inscritto o circoscritto), pone tutti i punti del piano fattoriale ed assiale sulla superficie di una sfera di raggio \sqrt{k} . Per quanto riguarda invece il piano CCD a facce centrate, esso si usa quando la regione di interesse è cuboidale. Questo piano dispone i punti assiali o della stella sul centro delle facce del cubo, come mostrato in Figura A.3 per $k=3$. Si noti tuttavia che tali piani non sono ruotabili. Per maggiori approfondimenti si rimanda a [Mon05].

A.2 Stima dei parametri nei modelli di regressione lineare

Per la stima dei coefficienti di regressione, in un modello di regressione lineare multipla si ricorre tipicamente al metodo dei minimi quadrati. Si supponga che siano disponibili $n > K$ osservazioni per la variabile di risposta y_1, y_2, \dots, y_n ; insieme alla risposta osservata y_i avremo un valore per ciascuna variabile di regressione; x_{ij} denoti l' i -esima osservazione o livello della variabile x_j . I dati appariranno come in A.1

$$\begin{array}{cccccc}
 y & x_1 & x_2 & \cdots & x_k & \\
 \hline
 y_1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} & \\
 y_2 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} & \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \\
 y_n & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} &
 \end{array} \tag{A.1}$$

Possiamo scrivere l'equazione del modello ?? in termini delle osservazioni in tabella A.1 come:

$$\begin{aligned}
 Y_i &= \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_k x_{ik} + \epsilon_i \\
 &= \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} + \epsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

Si assuma che il termine d'errore ϵ_i nel modello abbia $E(\epsilon_i) = 0$ e $V(\epsilon_i) = \sigma^2$ e che le $\{\epsilon_i\}$ siano variabili casuali non correlate, con $i = 1, 2, \dots, n$. Il metodo dei minimi quadrati sceglie i β dell'equazione A.2 in modo da minimizzare la somma dei quadrati dell'errore ϵ_i . La funzione dei minimi quadrati è:

$$\begin{aligned}
L &= \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 \\
&= \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij})
\end{aligned} \tag{A.3}$$

La funzione L deve essere minimizzata rispetto a $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$. Gli stimatori ai minimi quadrati, $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_k$, devono soddisfare:

$$\frac{\partial L}{\partial \beta_0} \Big|_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_k} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\beta}_0 - \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_j x_{ij}) = 0 \tag{A.4}$$

e

$$\frac{\partial L}{\partial \beta_j} \Big|_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_k} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\beta}_0 - \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_j x_{ij}) x_{ij} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, k \tag{A.5}$$

Semplificando le (A.4), (A.5), si ottengono le relazioni:

$$\begin{array}{ccccccc}
n\hat{\beta}_0 & +\hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_{i1} & \cdots & +\hat{\beta}_k \sum_{i=1}^n x_{ik} & = & \sum_{i=1}^n Y_i \\
+\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_{i1} & +\hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_{i1}^2 & \cdots & +\hat{\beta}_k \sum_{i=1}^n x_{i1}x_{ik} & = & \sum_{i=1}^n Y_i x_{i1} \\
\vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
+\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_{ik} & +\hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_{ik}x_{i1} & \cdots & +\hat{\beta}_k \sum_{i=1}^n x_{ik}^2 & = & \sum_{i=1}^n Y_i x_{ik}
\end{array} \tag{A.6}$$

dette le **equazioni normali ai minimi quadrati**. Si noti che vi sono $p = k+1$ equazioni normali, una per ciascuno dei coefficienti di regressione incogniti. La soluzione delle equazioni normali saranno gli stimatori ai minimi quadrati dei coefficienti di regressione $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_k$. E' più semplice risolvere le equazioni normali se esse sono espresse in notazione matriciale; verrà dato ora lo sviluppo in tale notazione seguendo in parallelo lo sviluppo della (A.6). Il modello in termini delle osservazioni (equazione A.2) può essere scritto in notazione matriciale come:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon} \tag{A.7}$$

dove:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}$$

In generale \mathbf{Y} è un vettore ($n \times 1$) delle variabili casuali rappresentanti le osservazioni, \mathbf{X} è una matrice ($n \times p$) dei livelli delle variabili indipendenti, β è un vettore ($p \times 1$) dei coefficienti di regressione e ϵ è un vettore ($n \times 1$) di errori casuali. Si desidera trovare il vettore degli stimatori di minimi quadrati, $\hat{\beta}$, che minimizza:

$$L = \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \epsilon' \epsilon = (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\beta)'(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\beta) \quad (\text{A.8})$$

Si noti che L può essere espresso come:

$$L = \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \beta' \mathbf{X}'\mathbf{Y} - \mathbf{Y}'\mathbf{X}\beta + \beta' \mathbf{X}'\mathbf{X}\beta \\ \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - 2\beta' \mathbf{X}'\mathbf{Y} + \beta' \mathbf{X}'\mathbf{X}\beta \quad (\text{A.9})$$

poichè $\beta' \mathbf{X}'\mathbf{Y}$ è una matrice (1×1), cioè uno scalare, e la sua trasposta $(\beta' \mathbf{X}'\mathbf{Y})' = \mathbf{Y}'\mathbf{X}\beta$ è il medesimo scalare. Gli stimatori ai minimi quadrati devono soddisfare:

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = \Big|_{\hat{\beta}} = -2\mathbf{X}'\mathbf{Y} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\beta} \quad (\text{A.10})$$

che si semplifica:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\beta} = \mathbf{X}'\mathbf{Y} \quad (\text{A.11})$$

La (A.11) rappresenta la forma matriciale delle equazioni ai minimi quadrati ed è identica alla (A.6). Per risolvere le equazioni normali, si moltiplichino entrambi i membri della (A.11) per l'inverso di $\mathbf{X}'\mathbf{X}$. Quindi lo stimatore ai minimi quadrati di β è:

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{Y} \quad (\text{A.12})$$

E' facile vedere che la forma matriciale delle equazioni normali è identica alla forma scalare. Scrivendo la (A.11) in dettaglio otteniamo:

$$\begin{bmatrix} n & \sum_1^n x_{i1} & \sum_1^n x_{i2} & \cdots & \sum_1^n x_{ik} \\ \sum_1^n x_{i1} & \sum_1^n x_{i1}^2 & \sum_1^n x_{i1}x_{i2} & \cdots & \sum_1^n x_{i1}x_{ik} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sum_1^n x_{ik} & \sum_1^n x_{ik}x_{i1} & \sum_1^n x_{ik}x_{i2} & \cdots & \sum_1^n x_{ik}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_1^n y_i \\ \sum_1^n x_{i1}y_i \\ \vdots \\ \sum_1^n x_{ik}y_i \end{bmatrix}$$

Se si esegue la moltiplicazione matriciale indicata, si otterrà la forma scalare delle equazioni normali (cioè la (A.6)). In questa forma è facile vedere che $\mathbf{X}'\mathbf{X}$

è una matrice ($p \times p$) simmetrica e $\mathbf{X}'\mathbf{Y}$ è un vettore colonna ($p \times 1$). Si noti la speciale struttura della matrice $\mathbf{X}'\mathbf{X}$: gli elementi diagonali di $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ sono le somme dei quadrati degli elementi delle colonne di \mathbf{X} e gli elementi al di fuori della diagonale sono le somme dei coprodotti delle colonne di \mathbf{X} con il vettore \mathbf{Y} . Il modello di regressione accostato è:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \quad (\text{A.13})$$

In notazione scalare il modello accostato è:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_j x_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{A.14})$$

La differenza tra le osservazioni reali y_i e i valori corrispondenti adattati a \hat{y}_i è il **residuo**: $e_i = y_i - \hat{y}_i$. Il vettore ($n \times 1$) dei residui è indicato con:

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} \quad (\text{A.15})$$

A.3 Test di significatività della regressione

Si tratta di un test finalizzato a determinare se c'è una relazione lineare tra la variabile risposta y e i k fattori in esame. L'ipotesi nulla e l'ipotesi alternativa sono:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1 : \exists j \text{ tale che } \beta_j \neq 0.$$

Se si rifiuta l'ipotesi nulla, allora la regressione è significativa, nel senso che almeno uno dei fattori contribuisce significativamente a spiegare la variabile risposta. Siano y_1, \dots, y_n n osservazioni della variabile risposta. Il test prevede di partizionare la somma totale dei quadrati $SS_T = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ in una somma dei quadrati dovuta al modello di regressione e in una somma dei quadrati dovuta all'errore:

$$SS_T = SS_R + SS_E$$

dove $SS_R = \hat{\boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{Y}^T \mathbf{y} - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n y_i)^2$ e $SS_E = \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{y}$. Se l'ipotesi nulla è vera, la quantità SS_R/σ^2 è distribuita secondo una $\chi^2(k)$ e SS_E/σ^2 secondo una $\chi^2(n - k - 1)$. Si può inoltre dimostrare che SS_E e SS_R sono indipendenti. La statistica test è

$$F_0 = \frac{SS_R/k}{SS_E/(n - k - 1)} = \frac{MS_R}{MS_E}$$

Si rifiuta l'ipotesi nulla a livello α se $F_0 > F_\alpha(k, n - k - 1)$.

A.4 Verifica della mancanza di adattamento *Test di Lack of Fit*

Per condurre questo test è necessario avere due o più osservazioni (repliche) della risposta per almeno una combinazione dei livelli dei fattori; nel nostro caso è possibile eseguire il test in quanto il punto centrale è replicato quattro volte. In generale supponiamo di avere n_i osservazioni della risposta all' i -esima combinazione dei livelli dei fattori x_i , $i = 1, \dots, m$, per un totale di $n = \sum_{i=1}^m n_i$ osservazioni e indichiamo con y_{ij} la j -esima osservazione della risposta ai livelli dei fattori indicati nel vettore x_i . L'ipotesi nulla del test è: non c'è *lack of fit* del modello lineare di regressione, ovvero non è presente una curvatura sistematica.

Il test prevede di partizionare SS_E in due componenti: la somma dei quadrati dovuta all'errore puro SS_{PE} e la somma dei quadrati dovuta al *lack of fit* SS_{LOF} . Poichè $y_{ij} - \hat{y}_i = (y_{ij} - \bar{y}_i) + (\bar{y}_i - \hat{y}_i)$ dove \bar{y}_i è la media delle n_i osservazioni ai livelli dei fattori specificati da x_i , e facendo il quadrato di entrambi i lati dell'equazione e sommando sugli indici i e j si ottiene $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^m n_i (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2$ valgono le seguenti relazioni:

$$SS_{PE} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$$

$$SS_{LOF} = \sum_{i=1}^m n_i (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2.$$

Essendo $n_i - 1$ i gradi di libertà dell'errore puro per ogni livello x_i , il numero totale dei gradi di libertà associati a SS_{PE} è $\sum_{i=1}^m (n_i - 1) = n - m$; il numero dei gradi di libertà associato a SS_{LOF} è invece pari a $m - p$ in quanto m sono i livelli di x ma p gradi di libertà sono persi perchè devono essere stimati per il modello p parametri. La statistica test è:

$$F_0 = \frac{SS_{LOF}/(m - p)}{SS_{PE}/(n - m)} = \frac{MS_{LOF}}{MS_{PE}}.$$

Considerando il valore atteso di MS_{PE} e MS_{LOF} si ha:

$$E[MS_{PE}] = \sigma^2$$

$$E[MS_{LOF}] = \sigma^2 + \frac{\sum_{i=1}^m n_i (E[y_i] - \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij})^2}{m - 2}.$$

Se il modello di regressione vero è lineare allora $E[MS_{LOF}] = \sigma^2$ in quanto $E[y_i] = \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}$; se invece non è lineare risulta $E[MS_{LOF}] > \sigma^2$ in quanto $E[y_i] \neq \beta_0 - \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}$. Inoltre se è vera l'ipotesi nulla, la statistica test è distribuita secondo una Fisher di parametri $m - p$ e $n - m$. Pertanto, per testare se c'è o meno lack of fit, calcoliamo la statistica test F_0 e concludiamo che possiamo rifiutare l'ipotesi nulla, vale a dire il modello di regressione non è lineare, se $F_0 > F_\alpha(m - p, n - m)$.

A.5 Il modello del secondo ordine della superficie di risposta

Il modello polinomiale del secondo ordine 3.2 può essere scritto in forma matriciale come:

$$M_p : y = \beta_0 + \mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta} + \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x} + \epsilon \quad (\text{A.16})$$

dove l'errore aleatorio ϵ è assunto normalmente distribuito con media 0 e varianza incognita σ^2 . \mathbf{x} è il vettore $k \times 1$ dei livelli dei k fattori, β_0 è l'intercetta, $\boldsymbol{\beta}$ è il vettore $k \times 1$ dei coefficienti di regressione del primo ordine β_i e \mathbf{B} è la matrice simmetrica $k \times k$ dei coefficienti di regressione del secondo ordine, con l' i -esimo elemento diagonale pari a β_{ii} e l' ij -esimo elemento fuori dalla diagonale pari a $(1/2)\beta_{ij}$.

Il modello A.16 è caratterizzato da $p+1$ parametri incogniti, dove $p = 1 + 2k + \frac{k(k-1)}{2}$ è il numero dei coefficienti di regressione (intercetta β_0 , k coefficienti di regressione del primo ordine β_i , k elementi diagonali β_{ii} di \mathbf{B} , $k(k-1)/2$ coefficienti β_{ij}), mentre l'ulteriore parametro incognito è σ^2 . Indichiamo con $\hat{\mathbf{x}}^S = (\hat{x}_1^S, \hat{x}_2^S, \dots, \hat{x}_k^S)$ il punto stazionario della risposta quadratica stimata

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \hat{\beta}_0 + \mathbf{x}^T \hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{x}^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{x} \quad (\text{A.17})$$

dove $\hat{\beta}_0$, $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ e $\hat{\mathbf{B}}$ sono le stime ai minimi quadrati (Least Squares) rispettivamente dell'intercetta, dei coefficienti lineari e di quelli del secondo ordine. È possibile dare un'espressione generale per la localizzazione di $\hat{\mathbf{x}}^S$, stima del punto stazionario \mathbf{x}^S della vera funzione di risposta che, assumendo l'adeguatezza del modello, è A.16.

Infatti risolvendo il seguente sistema di equazioni:

$$\hat{\delta}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \hat{y}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \hat{\boldsymbol{\beta}} + 2\hat{\mathbf{B}}\mathbf{x} = \mathbf{0}$$

dove $\mathbf{0}$ è un vettore $k \times 1$ di zeri, si ha:

$$\hat{\mathbf{x}}^S = -\frac{1}{2}\hat{\mathbf{B}}^{-1}\hat{\boldsymbol{\beta}}$$

e la risposta stimata in corrispondenza di $\hat{\mathbf{x}}^S$ risulta essere:

$$\hat{y}^S = \hat{\beta}_0 + (\hat{\mathbf{x}}^S)^T \hat{\boldsymbol{\beta}} + (\hat{\mathbf{x}}^S)^T \hat{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{x}}^S = \hat{\beta}_0 + \frac{1}{2}(\hat{\mathbf{x}}^S)^T \hat{\boldsymbol{\beta}}.$$

Il punto stazionario $\hat{\mathbf{x}}^S$ potrebbe essere un punto di massimo, di minimo o un punto sella di $\hat{y}(\mathbf{x})$. La sua natura è determinata dal segno degli autovalori della matrice $\hat{\mathbf{B}}$, i quali sono stime puntuali degli autovalori della matrice \mathbf{B} . Esprimiamo allora il sistema in forma canonica per essere in grado di descrivere con maggior dettaglio la natura della superficie di risposta stimata nell'intorno del punto stazionario.

Il primo passo nell'analisi canonica di un sistema con k variabili consiste nel traslare la sua origine dal centro del piano nel punto stazionario, ossia spostarla da $(x_1, \dots, x_k) = (0, \dots, 0)$ a $\hat{\mathbf{x}}^S$. Per poterlo fare definiamo il vettore intermedio $\mathbf{z} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}^S$. La A.17 espressa in termini delle variabili intermedie z_1, \dots, z_k diventa:

$$\hat{y}(\mathbf{z}) = \hat{\beta}_0 + (\mathbf{z} + \hat{\mathbf{x}}^S)^T \hat{\boldsymbol{\beta}} + (\mathbf{z} + \hat{\mathbf{x}}^S)^T \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{z} + \hat{\mathbf{x}}^S) = \quad (\text{A.18})$$

$$= [\hat{\beta}_0 + (\hat{\mathbf{x}}^S)^T \hat{\boldsymbol{\beta}}] + (\hat{\mathbf{x}}^S)^T \hat{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{x}}^S + \mathbf{z}^T \hat{\boldsymbol{\beta}} + [\mathbf{z}]^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{z} + 2(\hat{\mathbf{x}}^S)^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{z} = \hat{y}(\hat{\mathbf{x}}^S) + \mathbf{z}^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{z}$$

in quanto $2(\hat{\mathbf{x}}^S)^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{z} = -\mathbf{z}^T \hat{\boldsymbol{\beta}}$.

La risposta stimata scritta in termini di \mathbf{z} è dunque somma della risposta stimata nel punto stazionario e di una forma quadratica in \mathbf{z} . Gli assi associati alle variabili z_i sono allineati con i corrispondenti assi dei valori di x_i , dato che è stata fatta solo una traslazione dell'origine del sistema di riferimento nelle variabili x_i . Per ottenere la forma canonica della risposta stimata definiamo un insieme di variabili canoniche $\omega_1, \dots, \omega_k$ tali che

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{M}^T \mathbf{z} = \mathbf{M}^T (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}^S) \quad (\text{A.19})$$

essendo $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \dots, \omega_k)^T$ e $\mathbf{M} = [\mathbf{m}_1, \dots, \mathbf{m}_k]$ la matrice ortogonale $k \times k$ le cui colonne sono gli autovettori \mathbf{m}_i della matrice $\hat{\mathbf{B}}$.

Gli elementi \mathbf{m}_i sono ottenuti risolvendo $(\hat{\mathbf{B}} - \lambda_i \mathbf{I}_k)\mathbf{m}_i = \mathbf{0}$ tale che $\mathbf{m}_i^T \mathbf{m}_i = 1$. Per due autovalori λ_i e λ_j distinti ($i \neq j$) deve valere $\mathbf{m}_i^T \mathbf{m}_j = 0$.

L'effetto della matrice \mathbf{M} è quello di diagonalizzare $\hat{\mathbf{B}}$, ossia $\mathbf{M}^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{M} = \boldsymbol{\Lambda}$, dove $\boldsymbol{\Lambda}$ è la matrice diagonale avente come elementi della diagonale principale gli autovalori $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ di $\hat{\mathbf{B}}$. La trasformazione nell'equazione A.19 ruota gli assi associati alle variabili z_i negli assi delle variabili ω_i , detti assi principali. Inoltre i coefficienti degli x_i sono i coseni direttori degli assi ω_i rispetto agli assi x_i e un coefficiente di x_i unitario indica che l'asse ω_i è parallelo all'asse x_i .

La forma canonica del modello

$$\hat{y} = \hat{y}(\hat{\mathbf{x}}^S) + \sum_{i=1}^k \lambda_i \omega_i^2 \quad (\text{A.20})$$

si ottiene esprimendo la A.18 nelle variabili canoniche ω_i . Notiamo in particolare che $\mathbf{z}^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{z} = \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{M}^T \hat{\mathbf{B}} \mathbf{M} \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{\omega} = \lambda_1 \omega_1^2 + \dots + \lambda_k \omega_k^2$, dove gli autovalori λ_i sono reali in quanto $\hat{\mathbf{B}}$ è una matrice simmetrica, a valori reali. Nel nuovo sistema $\omega_1, \dots, \omega_k$ ottenuto trasformando quello in x_1, \dots, x_k centrandolo nel punto stazionario e ruotando gli assi come presentato sopra, sono dunque scomparsi i termini del primo ordine e misti. La A.20 descrive la natura del punto stazionario e del sistema intorno al punto stazionario: i segni dei λ_i determinano la natura di $\hat{\mathbf{x}}^S$ mentre la grandezza relativa degli autovalori permette una migliore comprensione della risposta del sistema. In particolare se $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ sono

- tutti negativi: il punto stazionario è un punto di massimo;
- tutti positivi: il punto stazionario è un punto di minimo;
- alcuni positivi, altri negativi: $\hat{\mathbf{x}}^S$ è un punto sella della superficie di risposta stimata.

La grandezza degli autovalori caratterizza invece il grado di curvatura della risposta quadratica stimata, ossia quanto velocemente l'altezza della superficie cambia allontanandosi da $\hat{\mathbf{x}}^S$ nella direzione degli assi dei ω_i . Ad esempio, se $k=2$ e $|\lambda_2| > |\lambda_1|$, allora l'altezza della superficie varia più rapidamente spostandosi nella direzione dell'asse di ω_2 che in quella di ω_1 . Alcuni dei λ_i potrebbero essere

nulli o molto vicini a zero, indicando che la risposta stimata non varia allontanandosi da $\hat{\mathbf{x}}^S$ nella direzione degli assi dei ω_i . Per esempio nel caso $k = 2$ potremmo avere $\lambda_2 = 0$ e $\lambda_1 < 0$: la superficie varia solo nella direzione di ω_1 ; se dunque lo sperimentatore sta cercando la risposta massima, allora esiste un range di valori o di possibili condizioni operative lungo l'asse di ω_2 che danno tutti approssimativamente la stessa risposta ottima stimata.

A.6 Ridge Analysis

Spesso gli analisti si confrontano con situazioni nelle quali il punto stazionario non presenta delle caratteristiche accettabili per divenire il set delle condizioni sperimentali come nel caso in cui il punto stazionario sia un punto di sella. La ridge analysis, che è un algoritmo di ottimizzazione vincolata, può risultare utile per superare un tale problema. La metodologia ha l'obiettivo di determinare il massimo, o il minimo della funzione ad una distanza fissata dal punto centrale di sperimentazione e quindi si traduce in una ricerca dell'ottimo sulla superficie di una regione sferica di raggio R . Il modello che si vuole valutare è del tipo:

$$y = \beta_0 + \mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta} + \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x} \quad (\text{A.21})$$

dove \mathbf{x} è il vettore che contiene le variabili codificate ($\mathbf{x}' = [x_1, x_2, \dots, x_k]$) ed y la funzione che deve essere massimizzata con il vincolo che:

$$(\mathbf{x}' \mathbf{x})^{\frac{1}{2}} = R \quad (\text{A.22})$$

Il centro della regione d'interesse è definito come $x_1 = x_2 = \dots = x_k = 0$

L'espressione può essere riscritta come:

$$y = \mathbf{b}_0 + \mathbf{x}^T \mathbf{b} + \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x} - \mu(\mathbf{x}' \mathbf{x} - R^2) \quad (\text{A.23})$$

che derivata rispetto ad \mathbf{x} diviene

$$\frac{\partial y}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{b} + 2\mathbf{B}\mathbf{x} - 2\mu\mathbf{x} \quad (\text{A.24})$$

che deve essere posta uguale a zero per fornire il punto stazionario divenendo:

$$(\mathbf{B} - \mu\mathbf{I})\mathbf{x} = \frac{1}{2}\mathbf{b} \quad (\text{A.25})$$

Quindi per un valore di μ fissato la soluzione dell'equazione da un punto stazionario che è di massimo, minimo, o sella al variare del valore di μ . La scelta di μ dipende dunque dagli autovalori della matrice in quanto:

- se μ è più grande del più grande autovalore di \mathbf{B} allora la soluzione dell'equazione sarà un massimo assoluto per $R^2 = \mathbf{x}'\mathbf{x}$
- se μ è più piccolo del più piccolo autovalore di \mathbf{B} allora la soluzione dell'equazione sarà un minimo assoluto per $R^2 = \mathbf{x}'\mathbf{x}$

Si consideri la matrice ortogonale \mathbf{P} che diagonalizza la matrice \mathbf{B} . Quindi

$$\mathbf{P}'\mathbf{B}'\mathbf{P} = \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_k \end{bmatrix}; \quad (\text{A.26})$$

dove i λ_i sono gli autovalori di \mathbf{B} . Riprendiamo il coefficiente $\mathbf{B} - \mu\mathbf{I}$ e moltiplichiamo per \mathbf{P}' e postmoltiplichiamo per \mathbf{P}

$$\mathbf{P}'(\mathbf{B} - \mu\mathbf{I})\mathbf{P} = \Lambda - \mu\mathbf{I} \quad (\text{A.27})$$

A questo punto se $\mathbf{B} - \mu\mathbf{I}$ è definita negativa allora la soluzione risultante \mathbf{x} è almeno un massimo locale al raggio $R = (\mathbf{x}'\mathbf{x})^{\frac{1}{2}}$ in quanto

$$\Lambda - \mu\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \lambda_1 - \mu & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_k - \mu \end{bmatrix} \quad (\text{A.28})$$

quindi se $\mu > \lambda_{max}$, x sarà un massimo e se $\mu < \lambda_{min}$, x sarà un minimo.

A.7 Intervallo di confidenza per la risposta media

E' possibile ottenere un intervallo di confidenza per la risposta media in corrispondenza di un particolare punto, ad esempio $(x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0k})$. Dapprima si definisca il vettore:

$$x_o = \begin{bmatrix} 1 \\ x_{01} \\ x_{02} \\ \vdots \\ x_{0k} \end{bmatrix}$$

Il valore atteso della risposta in questo punto è:

$$\mu_{y|x_0} = \beta_0 + \beta_1 x_{01} + \beta_2 x_{02} + \dots + \beta_k x_{0k} = \mathbf{x}'_0 \boldsymbol{\beta} \quad (\text{A.29})$$

La risposta media stimata in questo punto è:

$$y(\mathbf{x}_0) = \mathbf{x}'_0 \hat{\boldsymbol{\beta}} \quad (\text{A.30})$$

Questo stimatore è non distorto, poiché $E[\hat{y}(\mathbf{x}_0)] = E(\mathbf{x}'_0 \boldsymbol{\beta}) = \mathbf{x}'_0 \boldsymbol{\beta} = \mu_{y|x_0}$ e la varianza di $y(\hat{x}_0)$ è:

$$V[y(\hat{x}_0)] = \sigma^2 \mathbf{x}'_0 (\mathbf{X} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}_0 \quad (\text{A.31})$$

Pertanto un intervallo di confidenza al $100(1 - \alpha)$ per cento sulla risposta media nel punto $(x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0k})$ è:

$$\mu_{y|x_0} \geq \hat{y}(\mathbf{x}_0) \pm t_{\alpha/2, n-p} \sqrt{\sigma^2 \mathbf{x}'_0 (\mathbf{X} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}_0} \quad (\text{A.32})$$

Appendice B

Grafici per l'analisi del caso aziendale

- Gianduiotti

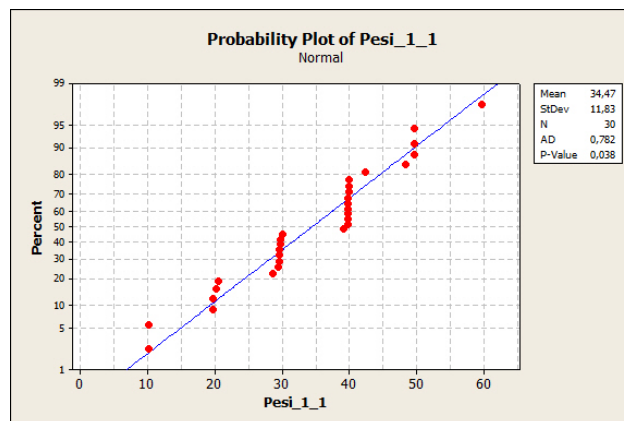


Figura B.1: Analisi di normalità per il cestello 1, Gianduiotti

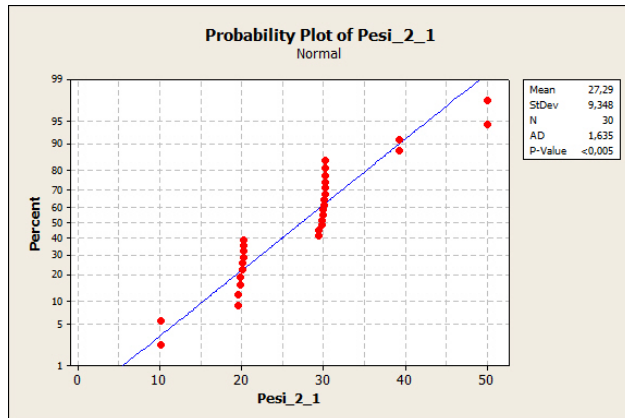


Figura B.2: Analisi di normalità per il cestello 2, Gianduiotti

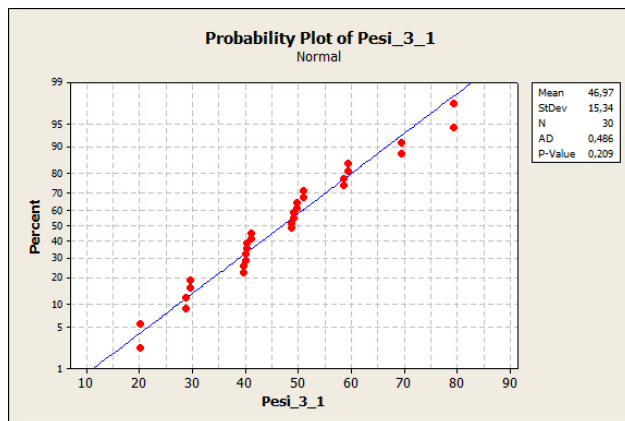


Figura B.3: Analisi di normalità per il cestello 3, Gianduiotti

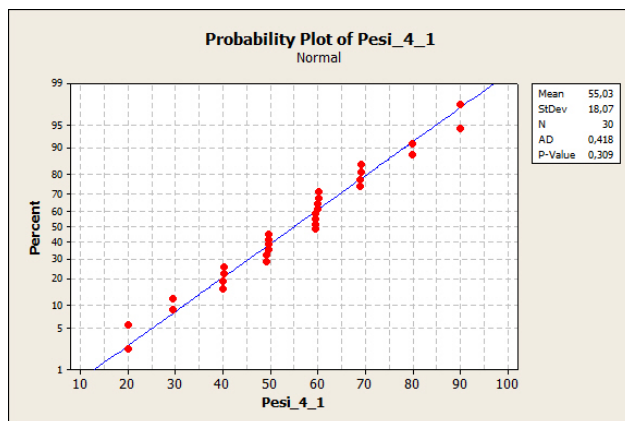


Figura B.4: Analisi di normalità per il cestello 4, Gianduiotti]

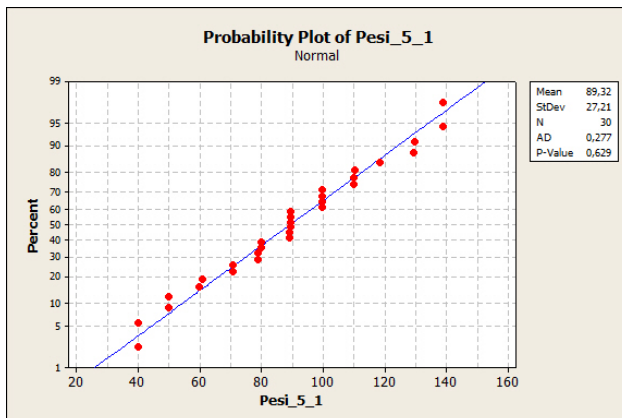


Figura B.5: Analisi di normalità per il cestello 5, Gianduiotti

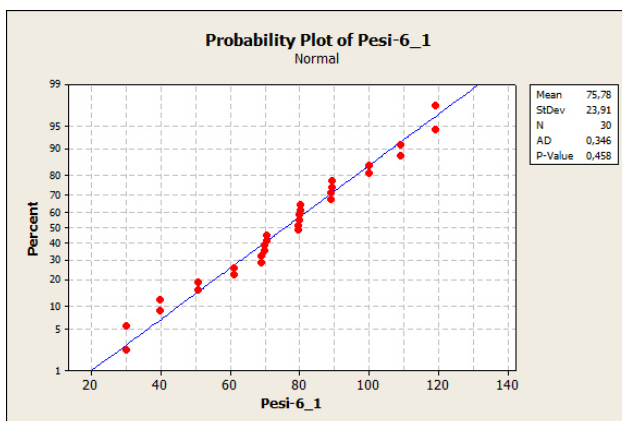


Figura B.6: Analisi di normalità per il cestello 6, Gianduiotti

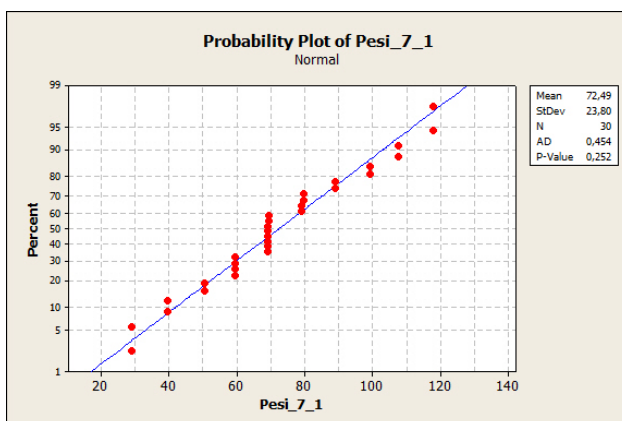


Figura B.7: Analisi di normalità per il cestello 7, Gianduiotti

- Ovetti

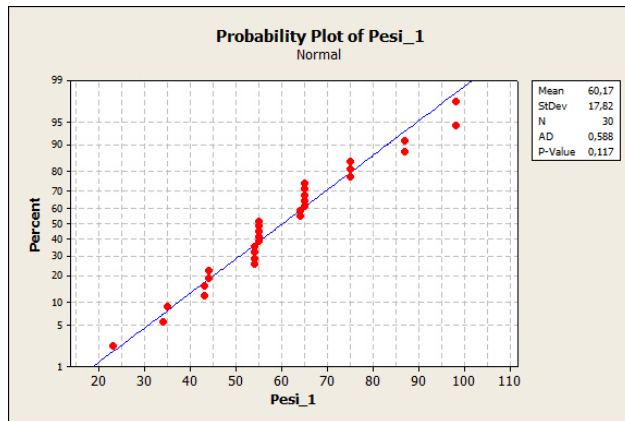


Figura B.8: Analisi di normalità per il cestello 1, Ovetti

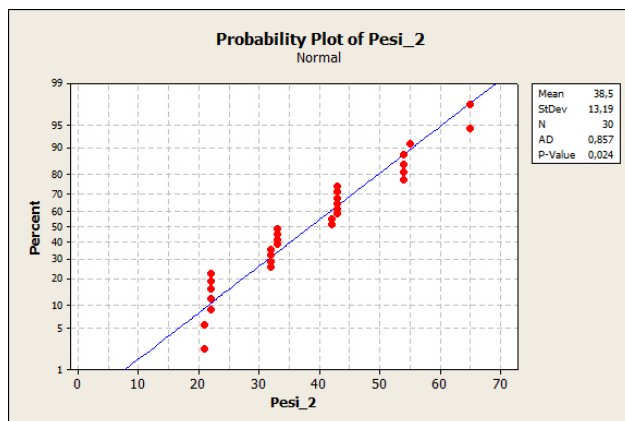


Figura B.9: Analisi di normalità per il cestello 2, Ovetti

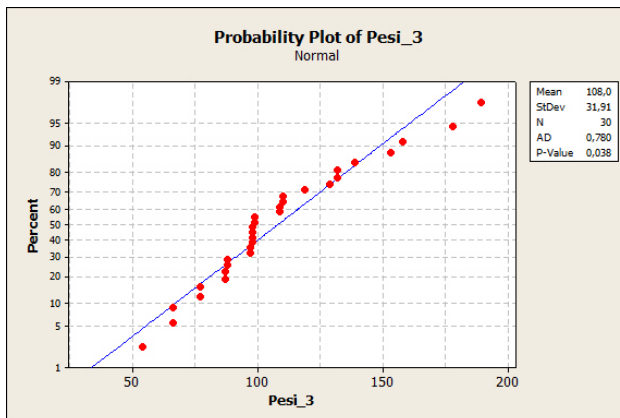


Figura B.10: Analisi di normalità per il cestello 3,Ovetto

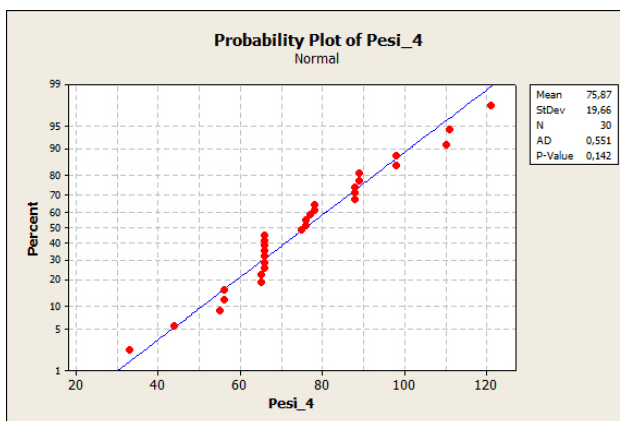


Figura B.11: Analisi di normalità per il cestello 4,Ovetto

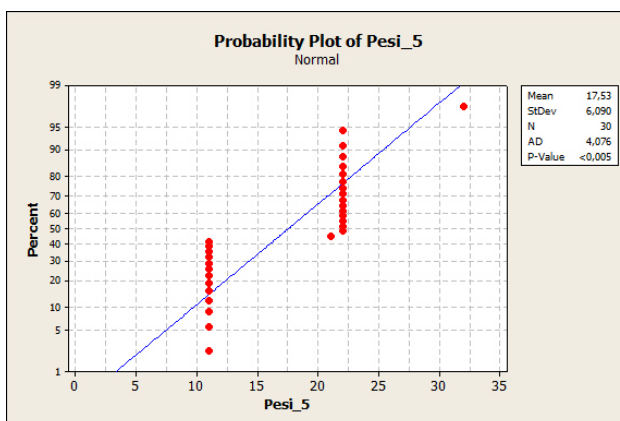


Figura B.12: Analisi di normalità per il cestello 5,Ovetto

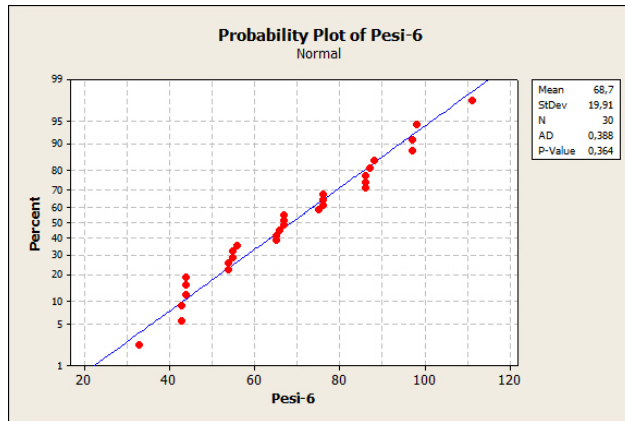


Figura B.13: Analisi di normalità per il cestello 6, Ovetto

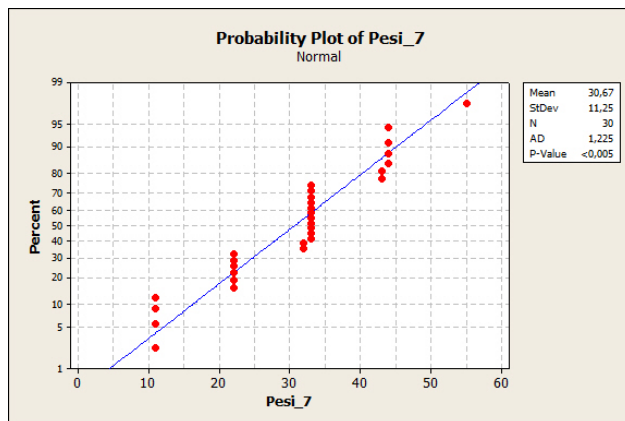


Figura B.14: Analisi di normalità per il cestello 7, Ovetto

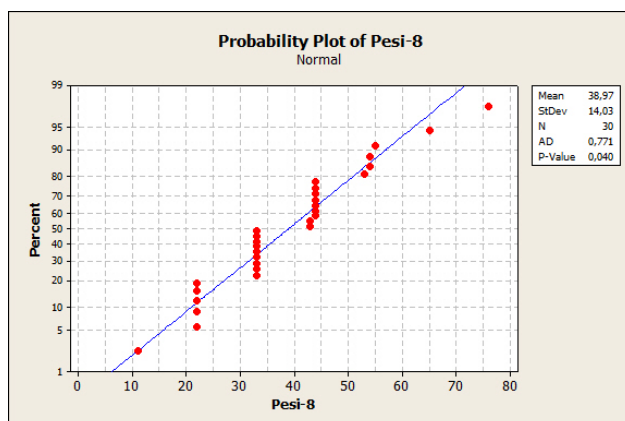


Figura B.15: Analisi di normalità per il cestello 8, Ovetto

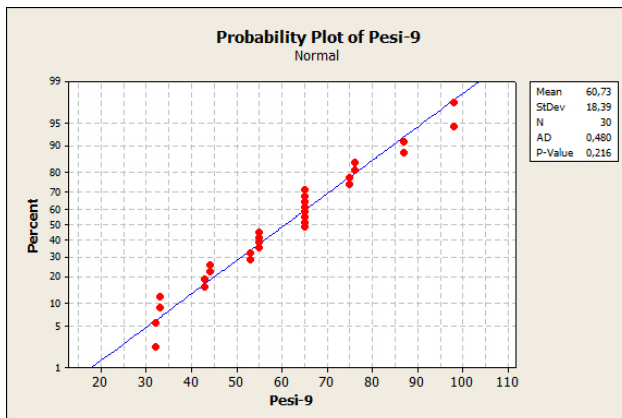


Figura B.16: Analisi di normalità per il cestello 9,Ovetti

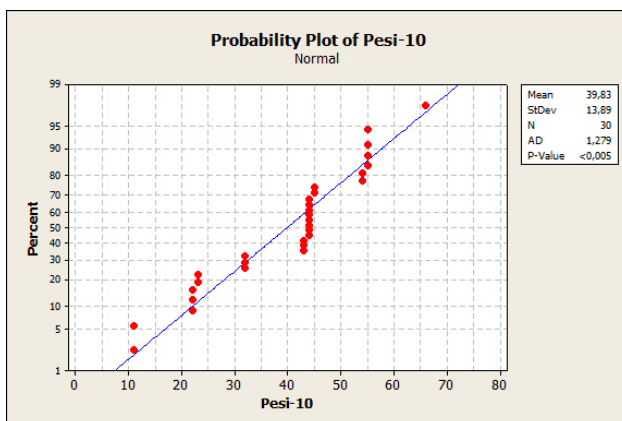


Figura B.17: Analisi di normalità per il cestello 10,Ovetti

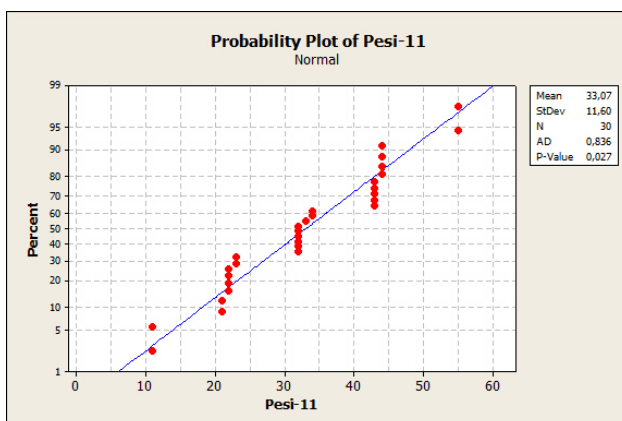


Figura B.18: Analisi di normalità per il cestello 12,Ovetti

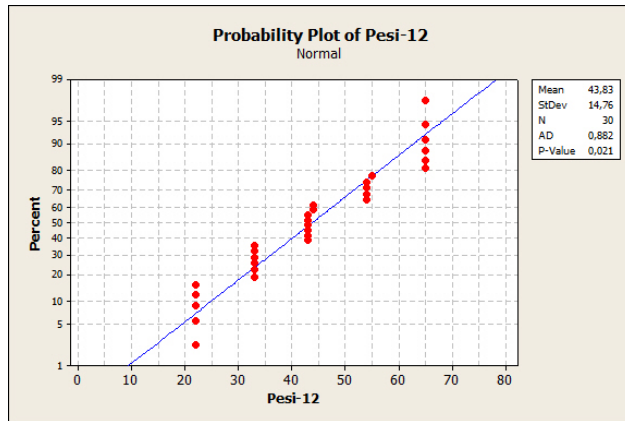


Figura B.19: Analisi di normalità per il cestello 12, Ovetto

Nomenclatura

N = numero di teste di pesata (ad);

W = peso medio confezionato (g);

w_i = peso medio contenuto nello i -esimo cestello (g);

σ_i = deviazione standard del peso caricato all'interno dello i -esimo cestello (g);

α = coefficiente moltiplicativo del peso medio contenuto nello i -esimo cestello w_i per stimare la deviazione standard del peso stesso σ_i secondo la relazione $w_i = \alpha \cdot \sigma_i$ (ad);

μ_w = media del peso scaricato da una confezionatrice caratterizzata da una distribuzione del peso scaricato gaussiano (g);

σ_w = deviazione standard del peso scaricato da una confezionatrice caratterizzata da una distribuzione del peso scaricato gaussiano (g);

α_w = coefficiente che lega media e varianza del peso scaricato da una confezionatrice caratterizzata da una distribuzione del peso scaricato gaussiano secondo la relazione $\mu_w = \alpha_w \cdot \sigma_w$ (ad);

Nom = peso nominale della confezione (g);

LSL = limite inferiore stabilito da normativa al di sotto del quale la confezione è considerata non conforme (g);

a = prezzo di vendita di una confezione conforme (cent €/confezione);

c = costo unitario del materiale da confezionare (cent €/confezione);

r = costo di rilavorazione di una confezione non conforme (cent €/confezione);

Alg = Algoritmo di scelta della combinazione (ad);

CO = costo cernita (€/confezione);

CM = costo macchina (€/confezione);

CC = costo cellophane (€/confezione);

$CMAT$ = costo materiale da rilavorare (€/confezione);

CDL = costo del lavoro (€ /h);

TI = tempo utilizzato per reintrodurre il materiale nella tramoggia di alimentazione (s);

AMM = ammortamento annuo del macchinario (€ /anno);

HDF = ore di funzionamento annue della pesatrice (h/anno);

TR = tempo per rilavorare il materiale contenuto nella confezione "non conforme" (s);

CE = costo dell'energia (€/anno);

$Ccel$ = costo del cellophane al kg (€ /kg);

$Cconf$ = quantità di cellophane utilizzata per la singola confezione (g);

Pm = peso unitario della materia prima confezionata (g);

σ_m = deviazione standard del peso della materia prima (g);

Bibliografia

- [Als94] K. S. Al Sultan, *An algorithm for determination of the optimal target values for two machines in series with quality sampling plans*, International Journal of Production Research 32, pp. 37-45, 1994.
- [Als95] K. S. Al Sultan, Al Fawzan, *Variance reduction in a process with random linear drift*, International Journal of Production Research Accepted, 1995.
- [Als97] Al Sultan, M. Pulak, *Process improvement by variance reduction for a single filling operation with rectifying inspection*, Production Planning and Control 8, pp. 431-436, 1997.
- [Ber10] A. Beretta, *Procedura RSM per la configurazione di una pesatrice multitesta*, Tesi di laurea specialistica, 2010.
- [Bet62] D.C. Bettes, *Finding an optimal target value in relation to a fixed lower limit and an arbitrary upper limit*, Applied Statistics 11, pp. 202-210, 1962.
- [Bis84] S. Bisgaard, W.G. Hunter, L. Pallessen, *Economic selection of quality of manufactured product*, Technometrics 26, pp. 9-18, 1984.
- [Box57] G. E. P. Box, J. S. Hunter, *Multifactor Experimental Factorial Design for Exploring Response Surface*, Annals of Mathematical Statistics, Vol. 28, pp. 195-242, 1957.
- [Bou91] T. O. Boucher, M. A. Jafari, *The Optimum Target Value for Single Filling Operations with Quality Sampling Plans*, Journal of Quality Technology 23, pp. 44-47, 1991.
- [Car84] O. Carlsson, *Determining the most profitable process level for a production process under different sales conditions*, Journal of Quality Tecnology 16, pp.44-49, 1984.

- [Car89] O. Carlsson, *Economic selection of a process level under acceptance sampling by variables*, Engineer Costs and Production Economics 16, 1989.
- [Cur97] R. Curti M. Grandi, *Per niente fragile. Bologna capitale del packaging*, Editrice Compositori, Bologna, 1997.
- [Dur06] F. Durante, *Applicazione della RSM per la configurazione di una pesatrice multitesta*, 2006.
- [Ferr99] F. Ferrario, P. Laghezza, *Proposta di una metodologia di configurazione e gestione di una pesatrice multitesta*, 1999.
- [Gol87] D. Y. Golhar, *Determination of the best mean contents for a canning problem*, Journal of Quality Tecnology 19, pp. 82-84, 1987.
- [Gol88] D. Y. Golhar, S. M. Pollock, *Determination of the Optimal Process Mean and the Upper Limit for a Canning Problem*, Journal of Quality Technology 20, pp. 188-192, 1988.
- [Hun77] W.G. Hunter, C.P. Kartha, *Determining the Most Profitable Target Value for a Production Process*, Journal of Quality Technology 9, pp. 176-181, 1977.
- [Liu97] J. Liu, K. Tang, Y. H. Chun, *Economic selection of the mean and upper limit for a container-filling process under capacity constraints*, in Optimization in Quality Control a cura di K. S. Al Sultan, M.A. Rahim Kluwer Academic publishers, 1997.
- [Mel91] B. J. Melloy, *Determining the optimal process mean and screening limits for packages subject to compliance testing*, Journal of Quality Tecnology 23, pp. 318-323, 1991.
- [Mih95] D.P. Mihalko, D.Y. Golhar, *Estimation of optimal profit for a production process with unknown variance*, International Journal of Production Research 33, pp. 2125-2131, 1995.
- [Mon91] D.C. Montgomery, *Introduction to statistical quality control*, J.Wiley, New York, 1991.
- [Mon04] D.C. Montgomery, *Statistica per ingegneria*, Egea, Milano, 2004.

- [Mon05] D.C. Montgomery, *Progettazione e analisi degli esperimenti*, McGraw-Hill, Milano, 2005.
- [Mon09] D.C. Montgomery, *Response Surface Methodology*, J.Wiley, New York, 2009.
- [Moo92] A. Mood, F. Graybill, D. Boes, *Introduzione alla statistica*, Mc Graw Hill, 1992.
- [Nel78] L. S. Nelson, *Best target value for a production process*, Journal of Quality Tecnology 12, pp. 75-87, 1978.
- [Nel79] L. S. Nelson, *Nomograph for setting process to minimize scrap cost*, Journal of Quality Tecnology 11, pp.48-49, 1979.
- [Nic09] R. Nicolai, R. Dekker *Automated Response Surface Methodology for Simulation Optimization Models with Unknown Variance*, Quality Tecnology and Quantitative Management Vol. 6, No. 3, pp. 325-352, 2009
- [Pie79] L. Piergiovanni, S. Limbo, *Food packaging. Materiali, tecnologie e qualità degli alimenti*, Springer-Verlag Italia, Milano, 2010.
- [Sal08] A. Saltelli, M. Ratto, *Global Sensitivity analysis*, J.Wiley, New York, 2008.
- [Sch89] R. L. Schimdt, P. E. Pfeifer, *An Economic evaluation of improvements in process capability for a single level canning problem*, Journal of Quality Tecnology 21, pp.16-19, 1989.
- [Sch91] R. L. Schimdt, P. E. Pfeifer, *Economic selection of the mean and upper limit for a canning problem with limited capacity*, Journal of Quality Tecnology 23, pp. 312-317, 1991.
- [Spr51] C. H. Spinger, *A method of determining the most economic position of a process mean*, Industrial Quality Control 8, pp. 36-39, 1951.
- [UCI10] *Rapporto di settore*, UCIMA, 2011.