POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica



Analisi Termodinamiche del Ciclo Stirling

Relatore: Prof. Giancarlo Ferrari

Co-relatore: Dr. Ing. Tarcisio Cerri

Tesi di Laurea di:

Paolo Castiglioni Matr. 750650

Anno Accademico 2011 - 2012

Indice Generale

INT	RODUZIONE	7
CAP	ITOLO 1	8
STO	RIA	8
1.1	Robert Stirling e la sua invenzione	8
1.2	Applicazioni e sviluppi dalla nascita a oggi	11
CAP	PITOLO 2	17
IL N	IOTORE STIRLING	17
2.1	Funzionamento	17
2.2 (Componenti costitutivi	19
2.2	2.1 Volume di espansione	19
2.2	2.2 Riscaldatore	20
2.2	2.3 Volume di compressione	20
2.2	2.4 Raffreddatore	20
2.2	.5 Pistone motore-pistone dislocatore	21
2.2 2.2	2.7 Fluido di lavoro	21
2.3 (Configurazioni del motore	22
2.3	3.1 Configurazione alfa	22
2.3	3.2 Configurazione beta	26
2.3	3.3 Configurazione gamma	29
2.3	3.4 I motori free-piston	32
2.3	5.5 La pompa di calore Stirling	34
2.3	6.6 Il refrigeratore Stirling	34
2.3	5./ Stirling cryocooler	35
2.4	Particolari applicazioni del motore Stirling	36
CAP	PITOLO 3	
CIC	LO IDEALE E CICLO REALE	

3.1	Il ciclo di Stirling ideale	38
3.2 D 3.2 3.2 3.2 3.2 e po 3.2 dev 3.2 3.2 3.2 3.2	 Pal ciclo di Stirling ideale al ciclo di Stirling reale	42 43 44 45 amento 46 48 48 50 50
CAP	ITOLO 4	52
ANA	LISI TERMODINAMICHE	52
4.1 N	Iodello Isotermo	52
4.1.1	Analisi Isotermica	53
4.2	Modello Adiabatico	58
4.2.1	Analisi adiabatica	59
4.3	Modello Quasi Stazionario	65
4.3.1	Analisi Quasi Stazionaria	67
4.4	Modello Semplificato	75
4.4.1	Analisi Semplificata	75
CAP	ITOLO 5	86
MOI	DELLI INSTAZIONARI	86
5.1 II	modello spagnolo	86
5.2 N	Iodello Gasdyn 1D	89
5.2.1	Risultati	96

CAPITOLO 6	98
IL RIGENERATORE	
6.1 Porosità e orientamento dei filamenti	99
6.2 Tecniche di produzione delle matrici	
6.2.1 Fili metallici pressati	101
6.2.2 Fusione di alluminio	102
6.3 Matrici in materiali compositi	104
6.4 Un approccio alternativo: la similitudine	105
CONCLUSIONI	107
BIBLIOGRAFIA	108

Elenco delle Figure

Figura 1.1. Robert Stirling
Figura 1.2 . Esemplare della macchina di Stirling brevettata nel 181610
Figura 1.3. Philips MP1002CA "Bungalow Set"13
Figura 1.4: Ford Torino Stirling Special14
Figura 1.5: Applicazione nel solare termodinamico15
Figura 1.6: Applicazione per la produzione di energia elettrica16
Figura 2.1: Schema motore Stirling
Figura 2.2: Rappresentazione schematica del motore Stirling19
Figura 2.3: Moto del gas dal pistone di spostamento (verticale) al pistone23
motore (orizzontale)23
Figura 2.4: Espansione del gas24
Figura 2.5: Entrata nel cilindro freddo del gas caldo24
Figura 2.6: Richiamo del pistone motore24
Figura 2.7: Configurazione alfa a cilindri multipli25
Figura 2.8: Motore STM 4-12026
Figura 2.9: Configurazione beta27
Figura 2.10: Espansione del gas27
Figura 2.11: Raffreddamento della camera28
Figura 2.12: Contrazione del gas
Figura 2.13: Inizio nuovo ciclo
Figura 2.14: Configurazione gamma
Figura 2.15: Motore gamma con trasmissione Ross-Yoke31
Figura 2.16: Motore gamma con meccanismo rotante Rocker-V31
Figura 2.17: Motore free-piston
Figura 2.18: Motore free-piston
Figura 2.19: Il refrigeratore Stirling
Figura 3.1: Rappresentazione sul piano di Clapeyron del ciclo di Stirling39
Figura 3.2: Confronto sul piano di Clapeyron tra il ciclo di Stirling ed il ciclo di Ericsson
Figura 3.3: Effetto del moto continuo degli stantuffi43

Figura 3.4: effetto dei volumi morti	45
Figura 3.5: Confronto ciclo Stirling ideale con isoterme (in blu) e con adiabatiche (in rosso, area tratteggiata)	46
Figura 3.6: Principali flussi termici all'interno di una machina Stirling	47
Figura 3.7: Effetto della rigenerazione imperfetta.	49
Figura 3.8: Confronto tra ciclo ideale (verde) e reale (rosso)	51
Figura 4.1: Modello Ideale Isotermo	54
Figura 4.2: Flussi in una cella generica	56
Figura 4.3: Modello Ideale Adiabatico	59
Figura 4.4: Modello Quasi Stazionario	68
Figura 4.5: Rigeneratore o scambiatore di calore in controcorrente	78
Figura 4.6: Algoritmo per la valutazione dell'efficienza del rigeneratore e del sua influenza sulle performance del motore	lla 80
Figura 4.7: Algoritmo per la valutazione dell'influenza sul motore dei calori scambiati nel riscaldatore nel raffreddatore	82
Figura 4.8: Algoritmo per la valutazione dell'influenza sul motore di cadute o pressione e dissipazioni	di 84
Figura 5.1: Suddivisione del motore in volumetti di controllo	86
Figura 5.2: SOLO V161	91
Figura 5.3: Modello 1D definitivo	95
Figura 5.4: Motore SOLO V161	97
Figura 6.1: Effetto dell'orientamento relativo di due schermi sullo spessore e sulla porosità volumetrica	100
Figura 6.2: Immagini ricavate dal microscopio elettronico.	101
Figura 6.3: Porosità e lunghezze dei provini di fili pressati	102
Figura 6.4: Porosità e lunghezze dei provini fusi	102
Figura 6.5: Portata VS Caduta di pressione nei provini	103
Figura 6.6: Grafici di confronto tra provini di bobine, pressati e fusi	103
Figura 6.7: CMR a confronto con altre tipologie di matrice	104

Introduzione

Robert Stirling costruì la prima macchina termica detta "ad aria calda" nel 1816. Il ciclo termodinamico di questo motore si basa sulla proprietà dei gas per cui, a parità di pressione, se riscaldati si espandono, se raffreddati si contraggono. In questo motore il gas di lavoro è contenuto all'interno dei cilindri e non viene scaricato dopo ogni ciclo. Esso sfrutta un raffreddatore esterno e una fonte di calore anch'essa esterna. Per quest'ultima caratteristica il motore di Stirling è classificato come motore a combustione esterna. Esso ha quindi la possibilità di sfruttare qualsiasi fonte di energia.

Questa caratteristica ha fatto sì che, tra la fine del ventunesimo e l'inizio del ventesimo secolo, date le necessità ambientali ed energetiche che ci si è trovati ad affrontare, si sia ripreso a parlare delle potenzialità che un ciclo di questo genere possa avere.

In questo lavoro di tesi si è deciso di raccogliere e confrontare le più importanti analisi termodinamiche create dalla nascita del motore a oggi. L'intento era quello di capire quali fossero le problematiche ancora aperte per suggerire in che direzione muoversi nel futuro.

Nei primi capitoli si sono raccolte notizie storiche sulla nascita e lo sviluppo dell'invenzione di Stirling e si è analizzata la struttura e le configurazioni dei motori più famosi. Si sono poi analizzati i punti di distacco tra il ciclo ideale e quello reale, per poi procedere ad una spiegazione dei più famosi algoritmi di risoluzione del ciclo. Nel capitolo cinque vengono presentati due tentativi di sorpassare l'ipotesi stazionaria, mentre nel sesto capitolo si analizzano diversi aspetti del rigeneratore, decisamente il componente più critico dell'intera macchina.

Capitolo 1

Storia

1.1 Robert Stirling e la sua invenzione

La macchina a ciclo Stirling è stata nel corso dei decenni identificata con più nomi: motore di Labereau, di Lehmann, di Robinson, di Heinrici sono solo alcuni dei nomi coi quali si identificano, nella letteratura, le evoluzioni del primo "motore ad aria calda" della storia. Molti furono infatti gli ingegneri che vi lavorarono e che lo rielaborarono. A realizzarlo per primo fu però lo scozzese Robert Stirling.



Figura 1.1. Robert Stirling.

Robert Stirling nacque il 25 ottobre del 1790 nel Pethshire in Scozia, nella fattoria di Cloag. Figlio di Patrick e Agnes Stirling, Robert era un giovane molto brillante e dal 1805 al 1808 frequentò l'Università di Edimburgo dove ricevette

una formazione classica. Nel 1809 intraprese gli studi di teologia prima all'Università di Glasgow e poi di nuovo ad Edimburgo. Il 19 settembre del 1815, Robert Stirling venne nominato ministro della Chiesa scozzese, seconda carica della Laigh Kirk di Kilmarnock.

Tuttavia l'attitudine e la passione per l'ingegneria trasmessegli dal padre e dal nonno, che avevano lavorato per la costruzione e lo sviluppo di macchine agricole, furono determinanti nella vita di Robert. Egli infatti mostrò sempre un forte interesse per la meccanica e fu proprio questo a portarlo all'invenzione di una macchina ad aria calda che successivamente prese il suo nome.

Sempre attento alle condizioni di lavoro della sua comunità, Stirling si rese subito conto del pericolo che gli uomini correvano utilizzando le macchine a vapore. Si narra, infatti, che colpito dalle conseguenze dei numerosi incidenti causati dalle esplosioni delle caldaie delle macchine a vapore, egli si propose di trovare un'alternativa meno pericolosa e altrettanto prestante, migliorando i motori ad aria calda, inventati dall'inglese Sir George Cayley nel 1807 [7].

Grazie alle sue conoscenze tecnologiche e all'aiuto del fratello James, ingegnere civile di professione, nel 1815 riuscì a progettare e a realizzare il primo motore ad aria della storia: esso era capace di convertire il calore applicato ad una testa calda in energia cinetica. Tale conversione avveniva attraverso un sistema a pistoni, costruito per muoversi secondo le periodiche espansioni e contrazioni dell'aria contenuta nei volumi interni della macchina.

Nel 1816 Stirling inventò un motore 'ad aria calda' dotato di un economizzatore, più comunemente chiamato rigeneratore. Questo componente permetteva di accumulare il calore sottratto all'aria calda che transitava verso la parte fredda del motore e di cederlo poi all'aria fredda che ritornava verso la parte calda del motore, aumentandone così l'efficienza.

Il brevetto originale che Stirling ottenne nel 1816 (Improvements for Diminishing the Consumption of Fuel, and in Particular an Engine Capable of being applied to the moving of Machinery on a Principle Entirely New), fu appunto per il rigeneratore. Nel brevetto, che inizialmente non includeva il raffreddatore ma che indicava solo la sorgente di calore (omissione corretta poi nei brevetti successivi), venivano descritte una serie di applicazioni del rigeneratore e raffigurato un prototipo di motore che concretizzava l'idea di Stirling.



Figura 1.2. Esemplare della macchina di Stirling brevettata nel 1816.

In figura 1.2 è riportato lo schema relativo alla macchina proposta.

In questa macchina un lungo cilindro A disposto verticalmente è riscaldato nella parte superiore dai gas combusti provenienti dalla fornace B. La parte inferiore del cilindro è raffreddata con acqua o con aria. Il cilindro contiene uno stantuffo dislocatore C ed uno stantuffo di potenza D. Al moto alterno del dislocatore corrisponde il flusso dell'aria, che attraversa alternativamente nei due sensi di marcia il rigeneratore termico, passando così dallo spazio freddo inferiore E (posto tra il fondo di C e la testa di D) e lo spazio caldo superiore F e viceversa. Il rigeneratore, non visibile in figura, è posto nello spazio anulare compreso tra il dislocatore e la parete interna del cilindro A.

Tale organo può definirsi con un'immagine pittoresca ma efficace, una sorta di spugna termica. La sua funzione peculiare è quella di impedire lo scambio diretto di calore che si avrebbe tra il volume caldo e quello freddo che ci sarebbe a causa del travaso del fluido, e di rigenerare il calore disponibile per accrescere il rendimento termodinamico. Peculiarità importante della macchina di Stirling è che il fluido di lavoro rimane sempre racchiuso all'interno del cilindro: la macchina è quindi a ciclo chiuso.

Una prima applicazione pratica di questo motore, risalente al 1818, fu il pompaggio dell'acqua da una cava [8].

Nel 1850 la semplice ed elegante dinamica del motore fu spiegata per la

prima volta dal professore Macquorne Rankine e circa un secolo dopo Rolf Meijer coniò il termine 'Stirling engines' nell'intento di descrivere tutti i motori a gas basati su cicli chiusi con rigenerazione.

Lo studio di Stirling sul motore da lui inventato continuò anche quando si trasferì a Kilmarnock e importante fu la collaborazione con Thomas Morton, inventore e appassionato di astronomia. Figlio di un industriale, Morton aiutò Stirling nelle sue ricerche mettendo a disposizione strumenti e attrezzature che permisero di proseguire gli esperimenti sulla macchina 'ad aria calda'. Robert inoltre riuscì a costruire numerosi strumenti ottici imparando da Morton la tecnica per molare le lenti.

Il 10 Giugno 1819 Robert sposò Jean Rankin da cui ebbe sette figli. Tra questi tre ingegneri ferroviari, Patrick, Robert e James Stirling ed un ingegnere civile, William.

Dal 1816 in poi, la vita della famiglia Stirling (James, Robert ed i suoi figli) fu dedicata all'evoluzione della macchina da loro creata: se da una parte infatti era stata inventata una macchina meno pericolosa rispetto alle macchine a vapore (il rischio di violente esplosioni era scongiurato grazie alle basse pressioni in gioco), dall'altra non si era ancora raggiunta una potenza tale da permettere la loro sostituzione.

Il lavoro di Robert sul motore non venne mai sospeso e numerosi furono i miglioramenti che vennero apportati ad esso nel tempo. Sempre grazie all'aiuto del fratello James fu possibile ottenere altri brevetti per il motore. James infatti intuì che si poteva ottenere più potenza utilizzando aria ad una pressione maggiore di quella atmosferica e contribuì alla realizzazione di un motore ad aria calda di grandi dimensioni che alimentava i macchinari della fonderia Dundee Foundry Company. Questa soluzione rappresentava pertanto la prima vera applicazione industriale del motore ad aria calda. Purtroppo però non fu un successo: attivato nel 1843, l'impianto venne riconvertito a vapore nel 1845 a causa delle continue rotture.

Mentre nella seconda metà del 1800 i motori ad aria calda non riuscivano a raggiungere standard di qualità e prestazioni necessarie per una loro concreta diffusione, i motori a vapore vennero nel frattempo fortemente migliorati con l'uso dell'acciaio prodotto mediante una nuova tecnica ideata dall'ingegnere inglese Henry Bessemer nel 1855.

Robert Stirling morì a Galston il 6 giugno 1878.

1.2 Applicazioni e sviluppi dalla nascita a oggi

La semplicità, la sicurezza e la facilità di manutenzione della macchina portarono ad un certo utilizzo del motore Stirling nel XIX secolo, periodo in cui vennero costruiti centinaia di motori ad aria calda in Europa e negli Stati Uniti. Generalmente questi motori erano a bassa potenza (da 100W a 4 kW), ma

ne vennero anche progettati alcuni di grandi dimensioni. Tuttavia, dopo la prima metà del secolo, si perse interesse nello studio e nella progettazione di questi motori. Lo sviluppo dei motori elettrici e di quelli a combustione interna, basati sul ciclo Otto (1876) e più tardi sul ciclo Diesel, rese questi motori sicuri, affidabili ed economici e quindi utilizzabili in quasi tutti i settori. In questo modo l'uso delle macchine a vapore e ad aria calda venne quasi abbandonato [7]. All'inizio del '900 venivano ancora prodotti e utilizzati motori stirling di piccola dimensione (soprattutto per uso domestico) nonostante molte limitazioni pratiche: non potevano funzionare alle alte temperature necessarie per raggiungere una buona efficienza. Ciò era dovuto alle scarse proprietà tecnologiche dei materiali e al mancato utilizzo del rigeneratore con conseguente aumento della temperatura di scarico e perdita di calore.

Il periodo buio per le macchine di Stirling durò circa quarant'anni, fino alla seconda guerra mondiale. I fatti che determinarono una riconsiderazione delle macchine funzionanti a ciclo di Stirling furono principalmente i seguenti: in primo luogo, l'emigrazione delle grandi personalità del mondo scientifico europeo verso gli Stati Uniti, permise lo sviluppo di moltissime idee e progetti,

si videro poi nascere anche molte collaborazioni fra le due sponde dell'Atlantico. In secondo luogo, il conflitto mondiale rendeva difficili gli approvvigionamenti di carburante per usi civili, e si aprì quindi uno spiraglio per lo sviluppo di qualsiasi sistema alternativo. Infine, negli anni '40 fu possibile disporre di gas con un buon grado di purezza. Ciò consentì dei progressi molto importanti come ad esempio l'utilizzo di idrogeno, o di elio, o ancora di azoto o di altre miscele gassose, quali ad esempio il Freon portò ad un incremento delle prestazioni e fu per la prima volta possibile considerare la macchina a ciclo Stirling come pompa di calore.

La macchina di Stirling può essere agevolmente fatta funzionare quale utilizzatrice di lavoro meccanico, ovvero come una macchina operatrice. Con essa è possibile realizzare, infatti, una macchina frigorifera o criogenica, una pompa di calore od un compressore. Alla fine degli anni '40 la Philips di Eindhoven iniziò la commercializzazione della macchina Stirling frigorifera per impieghi industriali, in particolare per la liquefazione dell'aria. Il ciclo frigorigeno permetteva infatti di costruire macchine in grado di ottenere temperature inferiori persino ai 12 K.

Un'interessante applicazione del motore si ebbe con l'avvento e lo sviluppo dell'elettronica. L'utilizzo degli apparecchi radio (1960) diede nuove prospettive allo Stirling. Per esempio, l'industria olandese produttrice di apparecchi radio, la Philips Electronics, usò un piccolo motore Stirling per generare elettricità per l'alimentazione di apparecchi radio trasmittenti e riceventi da impiegare dovunque non fosse disponibile la connessione ad un sistema di distribuzione di energia elettrica. La Philips realizzò così l'MP1002CA, chiamato Bungalow Set,

pag. 13



di seguito riportato in figura, che erogava una potenza di circa 200 Watt e che risultò essere un buon compromesso tra praticità e costo.

Figura 1.3. Philips MP1002CA "Bungalow Set".

In particolare l'energia elettrica fornita dal motore Stirling serviva per alimentare gli apparecchi radio usati per il collegamento con i campi di aviazione della rete aerea civile in costruzione, in luoghi poco accessibili o senza attrezzature.

Questi dispositivi radio assorbivano però una cospicua quantità di energia in quanto erano costituiti da valvole termoioniche.

Nel trentennio 1950-1980 importanti case automobilistiche americane quali General Motors e Ford e la fabbrica di motori tedesca MAN, dedicarono molte delle loro risorse allo sviluppo di mezzi di trasporto dotati di motori Stirling, con potenze di circa qualche centinaio di kW. Ne è un esempio il prototipo della Ford Torino Stirling Special realizzata nel 1972 e di seguito riportata in figura.

Questo esemplare non fu mai però prodotto su larga scala perché le sovvenzioni alla ricerca furono interrotte qualche anno più tardi.



Figura 1.4: Ford Torino Stirling Special.

Sempre negli stessi anni, furono condotti dei tentativi di motorizzazione a livello navale e su sommergibili con potenze anche di 700 kW.

Lo sviluppo e l'uso di macchine a ciclo Stirling ebbe vita più facile, ancora una volta, nelle piccole applicazioni. Nell'utilizzo come motore con potenza inferiore al kW infatti, ci fu a partire dalla metà degli anni '70 un concreto interessamento della NASA, che portò nel giro di pochi anni all'installazione di piccoli sistemi di generazione elettrica nei satelliti: funzionavano utilizzando il

calore emesso da materiali radioattivi e servivano ad alimentare l'elettronica di bordo. Le motivazioni che portarono alla scelta di questo tipo di azionamento furono legate soprattutto alla sua compattezza e ai sui ingombri contenuti.

A partire dal 1970 in Europa, in Australia, in Giappone ed in particolare negli Stati Uniti, si sono realizzati diversi progetti sul motore Stirling e sulle sue possibili applicazioni per lo sfruttamento dell'energia termica del sole. Mediante un componente aggiuntivo, il ricevitore, il motore è in grado di sfruttare l'energia solare e di trasferirla al gas sotto forma di calore. Voluminosi paraboloidi riflettenti detti dish, posizionati in prossimità del ricevitore, permettono una precisa ed efficace focalizzazione dei raggi solari fondamentale per fornire il ricevitore della giusta quantità di energia. Il motore Stirling combinato con i dish prende il nome di "Dish Stirling".



Figura 1.5: Applicazione nel solare termodinamico.

Durante gli anni '80 e '90, non si registrano fatti rilevanti, se non l'aumento di sensibilità da parte dell'opinione pubblica mondiale verso le tematiche di tipo ambientale e dell'utilizzo efficiente delle fonti energetiche: in questo contesto, il motore a ciclo di Stirling è oggetto di un interesse sempre crescente. Molte aziende nell'ultimo decennio, hanno dedicato, infatti, risorse allo sviluppo di aistami di aparenzione (produzione intereste di aparenzio elettrice ad energio

di sistemi di cogenerazione (produzione integrata di energia elettrica ed energia termica) basati sulla combustione soprattutto delle biomasse. Questi sistemi utilizzano, come motore primo, proprio un motore a ciclo Stirling, in quanto potenzialmente capace di lavorare con livelli di efficienza ed affidabilità superiori rispetto ai sistemi concorrenti; sempre per gli stessi motivi, i motori Stirling sono ormai una realtà molto ben integrata nel campo del solare termodinamico di tipo parabolico (Dish Stirling).



Figura 1.6: Applicazione per la produzione di energia elettrica.

Un altro settore molto interessante oggi è quello delle macchine criogeniche di ridotte dimensioni e potenze. Tali macchine sono in produzione negli Stati Uniti e sono impiegate nella componentistica elettronica per apparecchiature a raggi infrarossi.

Capitolo 2

Il motore Stirling

Il motore Stirling è un motore 'ad aria calda' che trasforma l'energia termica in lavoro. Questo motore riceve il calore dall'esterno e viene quindi definito motore a combustione esterna. E' in questo senso che risulta molto simile ai vecchi motori a vapore usati durante la rivoluzione industriale. Un motore a combustione interna, invece, brucia il combustibile all'interno dei cilindri di lavoro o nella camera di scoppio. Esso è quindi legato al tipo di combustibile utilizzato; per esempio un motore a benzina può essere modificato in modo da lavorare con idrogeno, metano o propano, ma non può lavorare con altri combustibili come per esempio carbone, torba, gasolio... La turbina a gas è forse una delle macchine a combustione interna che più si avvicina al motore Stirling, ma comunque non può utilizzare combustibili solidi. Lo Stirling invece può sfruttare qualsiasi fonte di calore: ogni tipo di combustibile (solido, liquido o gassoso), un qualsiasi corpo caldo che cede calore, l'energia nucleare, chimica e solare. Anche quando utilizza il combustibile convenzionale presenta enormi vantaggi rispetto ad altri motori poichè la combustione avviene a pressione atmosferica senza formazione di NOx e la zona di combustione può essere isolata e controllata. Inoltre il gas di lavoro è contenuto all'interno dei cilindri e non viene scaricato dopo ogni ciclo.

2.1 Funzionamento

Il motore Stirling si basa su un ciclo chiuso: una massa costante di gas è alternativamente riscaldata, espansa, raffreddata e compressa. Il motore (fig. 2.1) è composto essenzialmente da due pistoni l'hot piston, o pistone motore, e il cold piston, o pistone di spostamento, collocati nei rispettivi cilindri mantenuti a due diverse temperature. Il pistone motore è posto a contatto con uno scambiatore di calore ad alta temperatura, mentre quello di spostamento è a contatto con lo scambiatore a bassa temperatura. Tra i due pistoni si trova il rigeneratore.



Figura 2.1: Schema motore Stirling.

Come fluido termodinamico di lavoro viene utilizzato un gas: aria, azoto, elio o idrogeno (quest'ultimo usato soprattutto nelle versioni ad alto rendimento). Il gas di lavoro si muove tra i due scambiatori di calore: il primo, a contatto termico con la sorgente esterna di calore, riscalda il gas; il secondo, a contatto con il fluido refrigerante, lo raffredda. In questo modo la temperatura e la pressione del gas nei cilindri cambiano continuamente. Il gas quindi segue il comportamento descritto dalla legge dei gas naturali che mette in relazione pressione, volume e temperatura: quando il gas viene scaldato si ha un aumento della pressione ed una conseguente espansione che muove un pistone producendo potenza meccanica. In un secondo momento quando raggiunge la parte meno calda del motore, il gas si raffredda, riducendo la pressione. Inizia qui la fase di compressione, durante la quale il pistone ritorna alla posizione di partenza compiendo meno lavoro.

Il motore Stirling utilizza la differenza di temperatura tra l'estremità calda e quella fredda in modo da stabilire un ciclo di espansione e contrazione del gas all'interno del motore. Si converte così la differenza di temperatura in potenza meccanica: quando viene raggiunta una differenza di temperatura sufficiente tra il punto caldo e il punto freddo del motore, si crea una pulsazione ciclica dei pistoni che quindi si muovono con moto alternato.

Il motore Stirling non necessita di valvole: i due pistoni sono collegati ad un albero motore grazie ad un sistema biella-manovella. Ovviamente maggiore è la

differenza di temperatura sfruttabile, maggiore sarà la potenza prodotta e maggiore il rendimento del motore.

I motori Stirling possono lavorare anche con il gas a pressione atmosferica: una parte del pistone è aperta verso l'esterno e il ciclo freddo risulta leggermente diverso. Una volta che il gas di lavoro entra a contatto con la superficie calda del cilindro, si espande muovendo il pistone e scaricando aria all'esterno. Quando invece il gas di lavoro è a contatto con la sorgente fredda, la pressione atmosferica compie lavoro sul pistone e quindi sul gas, comprimendolo. La pressione atmosferica, essendo maggiore della pressione del gas raffreddato all'interno del cilindro, riesce così a muovere il pistone.

2.2 Componenti costitutivi

Le parti principali che compongono il motore Stirling sono rappresentate schematicamente in figura 1.6 e descritte nei successivi paragrafi:



Figura 2.2: Rappresentazione schematica del motore Stirling.

2.2.1 Volume di espansione

Il volume di espansione equivale al volume entro cui il fluido di lavoro si espande a seguito dell'aumento della sua temperatura, diretta conseguenza dell'assorbimento del calore fornitogli dalla sorgente termica esterna. Esso si trova confinato fra la testa calda, il dislocatore od un pistone (solo per configurazione alfa), ed il rigeneratore. In certi casi, una piccola parte di questo volume può essere occupato dal sistema che introduce il calore nel volume. Durante il funzionamento, esso può risultare ridotto (od ampliato) dal movimento del dislocatore o di un pistone;

2.2.2 Riscaldatore

Con questo nome si identificano tutte quelle parti della macchina la cui funzione è quella di trasmettere il calore dall'esterno al fluido di lavoro contenuto nel volume d'espansione. Come già accennato in precedenza, uno dei vantaggi che un motore esotermico come lo Stirling può avere rispetto ad un motore endotermico, riguarda proprio la possibilità di poter essere alimentato con più tipologie di fonte energetica: gli organi mobili infatti entrano in diretto contatto solo con un flusso termico di energia, e non con il processo dal quale lo si genera. Se la macchina realizza il ciclo in senso inverso, l'appellativo di "riscaldatore" non è più idoneo. Per capire quale altro nome dev'essere attribuito a questo componente, è sufficiente fare riferimento alla seguente considerazione: qualunque sia il funzionamento della macchina (motore, macchina frigorifera o pompa di calore), il flusso di calore che la attraversa ha sempre la stessa direzione. Pertanto, quando questa funziona come macchina frigorifera, la testa calda prende il nome di evaporatore, quando funziona da pompa di calore invece essa prende il nome di assorbitore. La forma del componente, comunque, non varia di molto.

2.2.3 Volume di compressione

Esso è il volume entro cui il fluido di lavoro si contrae e subisce dunque una compressione a seguito della diminuzione della sua temperatura, causata dalla cessione della sua energia al pozzo termico. Esso si trova confinato fra il sistema di raffreddamento (che equivale alla sorgente termica), il rigeneratore, il dislocatore ed il pistone (se si tratta di una configurazione beta o gamma) od un pistone e la testa fredda (se stiamo parlando di una configurazione alfa). Anche in questo caso, può capitare che il sistema di raffreddamento possa occupare una piccola parte di questo volume penetrando al suo interno. Durante il funzionamento, la sua entità è funzione della posizione degli organi mobili.

2.2.4 Raffreddatore

Questo nome identifica il componente, o il sistema di componenti, la cui funzione è quella di estrarre il calore dal fluido di lavoro contenuto nel volume di compressione e trasmetterlo all'esterno. Di fatto, esso equivale sempre ad uno scambiatore di calore. Quando il mezzo che riceve il calore estratto è l'aria dell'ambiente esterno, lo scambiatore assume una forma molto semplice: esso è costituito da un'alettatura metallica (di solito in alluminio) applicata esternamente al cilindro del motore, in maniera tale da aumentare la superficie di scambio. Questa soluzione è però adatta solo per macchine di potenza piccola: le dimensioni dello scambiatore infatti crescono all'aumentare della quantità di calore da smaltire, e non è dunque pensabile di impiegare alettature esageratamente grandi. In questi casi si utilizza un sistema di raffreddamento ad acqua: esso è costituito da un fascio di sottili tubazioni, che penetrano nel volume di compressione (in posizione riparata dal moto degli organi mobili ovviamente) ed entrano in contatto col fluido di lavoro. In questo modo, l'acqua, circolando, può asportare calore dal fluido e cederlo esternamente all'aria attraverso un radiatore. Anche in questo caso, se la macchina realizza il ciclo in direzione inversa, l'appellativo di "refrigeratore" non è più idoneo. Con la stessa importante osservazione fatta per il riscaldatore, possiamo arrivare a dire che quando la macchina funziona come frigorifero il componente sin qui chiamato refrigeratore prende il nome di "condensatore" (il nome sarebbe improprio perché all'interno non c'è nulla che condensa, tuttavia esso richiama l'attenzione sul fatto che la sua funzione è la stessa del condensatore d'una macchina frigorifera convenzionale), quando funziona da pompa di calore invece essa prende il nome di riscaldatore;

2.2.5 Pistone motore-pistone dislocatore

Costituiscono gli organi mobili di questa macchina. La loro funzione è quella di seguire le espansioni e le contrazioni del gas per trasformare in lavoro il calore che ciclicamente il gas assorbe e rilascia. Il pistone ha la stessa forma di quelli utilizzati per i motori endotermici, anche se rispetto a quest'ultimi richiedono di essere dotati di tenute molto più curate, essendo la macchina di Stirling un sistema chiuso e non aperto. Il pistone dislocatore (displacer), è un organo non molto dissimile da un pistone: è costituito da un corpo cilindrico metallico, e la sua funzione, nelle configurazioni in cui è presente ,è quella di trasferire il fluido di lavoro dal volume d'espansione al volume di compressione. Questo processo può essere realizzato attraverso l'uso di un pistone sia aderente che non aderente al cilindro nel quale è inserito: nel primo caso dovrà quindi essere presente un canale di collegamento tra i due volumi, nel secondo caso invece il gas trafilerà da un volume all'altro lambendo cilindro e dislocatore. Anche in questo caso è importante contenere le masse: pertanto questi componenti vengono di norma costruiti in lega d'alluminio.

2.2.6 Rigeneratore

Questo componente è il cuore del motore Stirling. Ha il compito di assorbire il salto di temperatura tra la parte calda e quella fredda del motore: in base al senso di moto del fluido, cede calore al gas che circola verso lo scambiatore caldo e lo assorbe dal gas che circola verso il raffreddatore. Data l'importanza di questo elemento, sarà analizzato nel capitolo 6.

2.2.7 Fluido di lavoro

Il fluido di lavoro è quella sostanza contenuta nei volumi di espansione, di compressione e nei volumi morti, le cui reazioni a determinate sollecitazioni termiche danno luogo al movimento degli organi mobili del motore e dunque generano lavoro. Il primo fluido di lavoro utilizzato nelle macchine Stirling fu l'aria, che di fatto è una miscela composta principalmente da azoto (78% circa) e ossigeno (21% circa), introdotta a pressione atmosferica. Essa venne nel secolo scorso sostituita da altri gas più leggeri, nella fattispecie da azoto, da elio od idrogeno. Per quanto l'impiego di questi gas comporti un costo aggiuntivo dovuto ai processi produttivi dai quali si ricavano, essi apportano notevoli miglioramenti. L'aria, infatti, peggiora le prestazioni e l'affidabilità della macchina perché contiene ossigeno, oltre che quantità non sempre sottovalutabili di umidità e polveri: questo insieme di fattori, unito alle alte temperature di funzionamento, può dar luogo ad ossidazioni, le quali possono intaccare le superfici interne della macchina e peggiorarne il funzionamento. L'utilizzo dell'azoto, dell'elio e dell'idrogeno con un elevato grado di purezza evita tutto ciò. Azoto ed Elio si distinguono per non essere tossici e per essere chimicamente poco reattivi (sono entrambi gas inerti, l'Elio oltretutto è un gas nobile). L'Idrogeno invece, per quanto sia il fluido di lavoro migliore, è il più difficile da maneggiare: è infatti piuttosto reattivo, può sviluppare combustioni molto intense ed è inoltre difficile da contenere, dato che gli sono sufficienti anche piccolissime porosità sulle tenute per fuoriuscire da un volume.

2.3 Configurazioni del motore

Il motore Stirling presenta diverse configurazioni, tra queste le più importanti e le maggiormente utilizzate sono:

- la configurazione alfa;
- la configurazione beta;
- la configurazione gamma.

2.3.1 Configurazione alfa

La configurazione alfa è la più semplice dal punto di vista concettuale: essa prevede l'utilizzo di due pistoni separati, il pistone motore e quello di spostamento, collocati nei rispettivi cilindri mantenuti a diverse temperature. Il pistone motore è a contatto con lo scambiatore di calore ad alta temperatura, mentre il pistone di spostamento è a contatto con quello a bassa temperatura. I due pistoni sono interconnessi tra loro mediante un sistema biella-manovella e albero motore con volano. Questa configurazione permette di ottenere un alto rapporto tra potenza e volume, ma presenta numerosi problemi tecnici dovuti alla necessità di utilizzare guarnizioni per contenere il gas. L'alta temperatura di lavoro infatti è causa della scarsa durata delle guarnizioni stesse. Analizzando il funzionamento del motore Stirling in configurazione alfa, si possono distinguere quattro fasi:

- spinta;
- riscaldamento;
- espansione;
- raffreddamento.
- Dalle seguenti figure si nota che:

• il pistone di spostamento spinge il gas verso il pistone motore, che si sposta di conseguenza (fig. 2.3);



Figura 2.3: Moto del gas dal pistone di spostamento (verticale) al pistone motore (orizzontale).

• il gas scaldandosi si espande, muove il pistone motore e compie lavoro. Successivamente il gas ritorna verso il pistone di spostamento. I due sistemi biella-manovella fanno si che il pistone motore resti quasi fermo e che quello di spostamento si muova (fig. 2.4);



Figura 2.4: Espansione del gas.

• il movimento del pistone di spostamento permette l'entrata nel cilindro freddo del gas caldo, che viene a contatto con il dissipatore di calore raffreddandosi. Nel frattempo il pistone motore si muove verso il punto morto superiore. Anche in questo caso è lo sfasamento tra i due sistemi biella-manovella a regolare il moto relativo tra i due pistoni (fig. 2.5);



Figura 2.5: Entrata nel cilindro freddo del gas caldo.

• mentre il pistone motore si trova al punto morto superiore, l'inerzia accumulata dal volano fa sì che il sistema biella-manovella muova il pistone di spostamento così da spingere il gas verso il pistone motore (fig. 3.6). Il ciclo così ricomincia.



Figura 2.6: Richiamo del pistone motore.

Il volano presente sull'asse del motore accumula energia durante le fasi, rilasciandola poi tra una fase e la successiva. In questo modo si passa da uno stadio all'altro senza l'arresto del motore quando i pistoni sono a fine corsa, rendendo il movimento più omogeneo. Il motore di tipo alfa può anche essere utilizzato nella configurazione a cilindri multipli [9] per ottenere potenze elevate. Dalla figura 2.7 si nota che la serie riscaldatore-rigeneratorerefrigeratore permette l'interconnessione tra i quattro cilindri, garantendo il collegamento tra lo spazio di espansione di un cilindro e quello di compressione del cilindro adiacente. Generalmente i pistoni sono disposti a cerchio e si muovono con uno sfasamento prestabilito mediante un disco rotante inclinato (fig. 2.8).



Figura 2.7: Configurazione alfa a cilindri multipli.



Figura 2.8: Motore STM 4-120.

2.3.2 Configurazione beta

La configurazione beta (fig. 2.9) è la classica configurazione del motore Stirling descritta nel brevetto del 1816. Anche la macchina di Lehmann, sulla quale Gustav Schmidt fece la prima analisi dei motori Stirling nel 1871, adottava questa configurazione. Rolf Meijer (Philips) progettò poi la trasmissione rombica priva di vibrazioni per i motori beta nel 1960 [9]. Questo tipo di motore è composto dal pistone motore e dal pistone dislocatore (displacer) contenuti entrambi nello stesso cilindro ed entrambi collegati, mediante manovellismo, allo stesso albero motore dotato di volano. Il dislocatore non è a tenuta e quindi non fornisce alcuna potenza aggiuntiva al motore, esso serve esclusivamente a muovere il gas di lavoro a volume costante. Il pistone motore, dotato di guarnizioni, comprime e espande periodicamente l'aria nel cilindro. Il gas, per passare dalla zona di espansione a quella di compressione, attraversa la serie riscaldatore-rigeneratore-refrigeratore: quando il fluido di lavoro è nell'estremità calda si espande spingendo il pistone motore; quando invece è nell'estremità fredda si contrae. Il momento motore della macchina ed il volano poi, spingono il pistone motore nel senso inverso per comprimere il gas.



Figura 2.9: Configurazione beta.

Il collegamento relativo tra pistone motore e pistone dislocatore può essere realizzato in vari modi. Ne è un esempio il motore descritto di seguito [24]: la testata del cilindro è collegata ad una camera con parete calda mentre il corpo è a contatto con una parete fredda. Nella camera si trova il pistone dislocatore che può raggiungere la parte calda e quella fredda del motore e che è costituito da materiale isolante senza tenuta. Il ciclo compiuto dal motore presenta le seguenti fasi:

• il pistone dislocatore (a in fig. 2.10) copre la parete fredda della camera;

• il gas della camera, riscaldato, si espande (fig. 2.10);



Figura 2.10: Espansione del gas.

• il pistone motore (b in fig. 2.10) si muove verso il punto morto inferiore. Contemporaneamente il pistone dislocatore spinge il gas nella parte fredda del cilindro. E' questa la fase in cui viene compiuto lavoro (fig. 2.11);



Figura 2.11: Raffreddamento della camera.

• il gas si contrae e il pistone motore si muove verso il basso (fig. 2.12);

• il pistone motore si muove verso il basso e il pistone dislocatore viene richiamato di conseguenza: è lo sfasamento tra i due sistemi biella;



Figura 2.12: Contrazione del gas.

manovella che regola il moto relativo tra i due pistoni. Inizia così un nuovo ciclo (fig. 2.13).



Figura 2.13: Inizio nuovo ciclo.

2.3.3 Configurazione gamma

Fondamentalmente la configurazione gamma (fig. 2.14) è simile a quella beta. La differenza sta nel fatto che il pistone motore è contenuto in un cilindro se parato da quello del pistone dislocatore, nonostante i due pistoni siano ancora collegati alla stessa trasmissione. Il gas fluisce liberamente da un cilindro all'altro rimanendo un'unica massa e permettendo così una completa separazione tra gli scambiatori di calore, associati al pistone dislocatore, e lo spazio per le compressioni e le espansioni, associato invece al pistone di lavoro. Questa configurazione fornisce un basso rapporto di compressione ed è caratterizzata dalla presenza di maggiori volumi morti rispetto alle altre due configurazioni. Nonostante la ridotta potenza però il motore a configurazione gamma dal punto di vista meccanico è molto semplice da realizzare e viene largamente utilizzato nei motori a cilindri multipli [9].



Figura 2.14: Configurazione gamma.

Di seguito sono rappresentati due motori Stirling a configurazione gamma progettati da Andy Ross of Columbus, Ohio [9]. Si nota come il primo ed il secondo motore differiscano esclusivamente per il meccanismo che collega i due pistoni: la trasmissione Ross-Yoke (fig. 2.15) e il meccanismo oscillante Rocker-V (fig. 2.16).



Figura 2.15: Motore gamma con trasmissione Ross-Yoke.



Figura 2.16: Motore gamma con meccanismo rotante Rocker-V.

2.3.4 I motori free-piston

Particolare attenzione va riservata ai motori ciclici Stirling detti free-piston (fig. 2.17). William Beale (Ohio University) nel 1964 intravvide la possibilità di far funzionare una macchina di Stirling senza manovellismo affidando alle variazioni di pressione il compito di muovere il pistone motore e quello dislocatore [10].



Figura 2.17: Motore free-piston.

I principali vantaggi dei free-piston sono la semplicità costruttiva (poche parti mobili e assenza di manovellismi), la semplicità di funzionamento, la grande affidabilità, l'alta efficienza, la produzione di potenza in un ampio intervallo di temperature delle sorgenti termiche e l'assenza di perdite del gas di lavoro. Questo tipo di motore inoltre può funzionare come refrigeratore o come combinazione motore-refrigeratore. Tuttavia la progettazione di un free-piston, dove i componenti non sono legati da manovellismi che ne regolano il funzionamento, risulta piuttosto complessa. Variazioni del carico o delle caratteristiche termodinamiche comportano variazioni della corsa dei pistoni e della loro frequenza di oscillazione rendendo così il funzionamento dei freepiston molto irregolare. In questi motori quindi la dinamica delle parti mobili deve essere fortemente relazionata con i processi termodinamici della macchina per ottimizzarne le prestazioni. Il lavoro prodotto da un motore free-piston può essere sfruttato da un generatore elettrico lineare o utilizzato per azionare pompe lineari. La compagnia fondata da Beale, la Sunpower, ha realizzato motori freepiston per la produzione di ossigeno liquido [9]. Nel 1995 venne fondata la Global Cooling BV (GCBV) con lo scopo di studiare, realizzare e poi diffondere i cosiddetti FPSCs, Free-Piston Stirling Coolers, per il raffreddamento che potevano essere applicati in diversi ambiti. Nel 2002 poi la GCBV e la Sunpower hanno reso possibile, grazie ad una serie di licenze, l'utilizzo di piccoli FPSCs nelle industrie e nel commercio. Il motore free-piston rappresentato nella figura sottostante, è stato realizzato da V. Naso e collaboratori nell'università La Sapienza di Roma.



Figura 2.18: Motore free-piston.

2.3.5 La pompa di calore Stirling

La pompa di calore Stirling opera alla temperatura ambiente. Essa trasporta calore dall'esterno, quindi dall'ambiente in cui essa opera, all'interno per riscaldare velocemente e in modo semplice. In una pompa Stirling il calore fluisce dalla parte in cui avviene l'espansione verso quella in cui avviene la compressione e, a differenza di un normale motore, la zona di espansione è a temperatura più bassa mentre quella di compressione è a temperatura maggiore. Invece di produrre lavoro il sistema richiede lavoro meccanico all'entrata. Quando il lavoro meccanico richiesto all'entrata dalla pompa di calore è fornito da un secondo motore Stirling, si ha il sistema cosiddetto heat-driven heatpump. La parte della pompa di calore in cui ha luogo l'espansione è unita termicamente alla sorgente di calore, di solito l'ambiente esterno. La parte in cui avviene la compressione è invece posizionata nell'ambiente per essere scaldata. Generalmente le due parti del motore vengono isolate termicamente. Tuttora le pompe di calore rappresentano i sistemi di riscaldamento più efficienti e quelle di tipo Stirling in particolare danno prestazioni migliori rispetto a quelle tradizionali. Purtroppo le pompe di calore Stirling non hanno avuto una buona diffusione, ma si spera che i continui miglioramenti nella tecnologia possano perfezionarle e renderle maggiormente commerciabili.

2.3.6 Il refrigeratore Stirling

Si dice che nel 1834 John Herschel fu il primo a utilizzare la macchina di Stirling come refrigeratore (fig. 2.19). Molto più tardi, verso il 1946, la Philips utilizzò il ciclo di Stirling per generare gas liquido a bassa temperatura: il ciclo frigorigeno permetteva infatti di costruire macchine in grado di ottenere temperature inferiori persino ai 12 K. Si ricorda inoltre una pubblicazione fatta nel 1957 da T. Finkelstein per la English Electric, dove veniva mostrato che il motore Stirling poteva competere con altri sistemi per la refrigerazione nell'ambito domestico. Ulteriori studi riguardanti l'applicazione del motore come refrigeratore vennero fatti tra il 1989 e il 1995. Per esempio un refrigeratore di tipo Stirling, che utilizzava dei dispositivi montati orizzontalmente e in opposizione tra loro, venne utilizzato nello Shuttle Discovery nel 1992. Il ciclo refrigerante di Stirling venne anche utilizzato in molte macchine free-piston.



Figura 2.19: Il refrigeratore Stirling.

2.3.7 Stirling cryocooler

Il motore Stirling, come visto, può lavorare come pompa di calore e un suo importante utilizzo si ha nel sistema criogenico (Stirling cryocooler). I componenti meccanici di uno Stirling cryocooler sono gli stessi che vengono utilizzati in un normale motore Stirling e le fasi di funzionamento possono essere così riassunte:

- il gas di lavoro viene compresso aumentando così la temperatura;
- il calore prodotto viene poi dissipato dallo scambiatore raffreddato da un flusso di aria o da un altro fluido nella parte esterna;
- il gas di lavoro si espande;

• il gas freddo viene spinto verso il secondo scambiatore di calore e il calore passa da questo al gas (la parte esterna di questo scambiatore di calore sarà dentro un compartimento isolato termicamente). Questo ciclo viene ripetuto per ogni giro dell'albero. Successivamente il calore viene pompato fuori dal compartimento isolato grazie al gas di lavoro del cryocooler e poi scaricato nell'ambiente. La temperatura nel compartimento si abbassa poichè l'isolamento impedisce al calore ambientale di sostituire quello pompato fuori. Come nei normali motori Stirling, anche qui l'efficienza aumenta grazie all'uso del rigeneratore. Fu ancora la Philips che nel 1950 diffuse e commercializzò il primo Stirling- Cycle Cryocooler, utilizzato soprattutto negli impianti di produzione di azoto liquido. La Philips Cryogenics continuò la produzione di questi tipi di motori fino a quando, nel 1990, venne divisa in due. Si vennero così a creare la Stirling Cryogenics e la Refrigeration BV, Stirling The Netherlands, compagnia ancora attiva. Una grande varietà di piccoli motori Stirling cryocooler sono commercializzati e usati per il raffreddamento di sensori. Interessante è soffermarsi sulla doppia configurazione dello Stirling cryocooler. Questo sistema prevede l'utilizzo di due macchine free-piston in un dispositivo back to back: una macchina lavora come motore ad aria calda, l'altra lavora come pompa di calore. Fu William Beale che propose questa idea nel 1965. Un vantaggio dato dall'applicazione di questo 'doppio motore' è il fatto di avere un rifornimento di combustibile liquido: un sistema a 'doppio Stirling' può, per esempio, essere agganciato ad una linea del gas per la produzione di gas liquido. Il gas liquefatto viene immagazzinato in uno spazio inferiore rispetto al gas pressurizzato e rappresenta un ideale combustibile da poter utilizzare soprattutto nelle situazioni in cui il costo è competitivo con quello del petrolio distillato. Un sistema simile a quello sopra descritto venne realizzato dalla Sunpower nel 1982. Dall'analisi termodinamica del sistema, quindi dal bilancio dell'energia e dalle proprietà medie del gas naturale, si apprende che si possono ottenere 3.3 Kg di gas liquefatto per 1 Kg di gas bruciato.

2.4 Particolari applicazioni del motore Stirling

L'utilizzo dei motori Stirling al posto delle turbine a vapore negli impianti per lo sfruttamento dell'energia geotermica e negli impianti nucleari, garantirebbe una maggior efficienza e una semplificazione impiantistica. Per esempio, nei reattori nucleari, dove il sodio viene utilizzato come refrigeratore, l'uso dello Stirling permetterebbe di utilizzare lo stesso sodio senza la necessità di acqua e relativi scambiatori sodio-acqua. Lo Stirling viene utilizzato anche per le esplorazioni spaziali. Lo Stirling Radioisotope Generator è un motore che è stato realizzato negli Stati Uniti per la produzione di elettricità per sonde destinate allo spazio profondo. Questo tipo di motore utilizza un singolo pistone di movimento per ridurre le vibrazioni e usa, per il trasferimento dell'energia, alta energia acustica.
In questo caso la sorgente fredda è lo spazio stesso mentre quella calda è costituita da combustibile solido nucleare. Altri campi di applicazione sono quello aereonautico e quello marittimo. Negli anni Ottanta sono stati prodotti, con discreto successo, almeno 10 sottomarini azionati da motori Stirling dall'industria svedese Kockums. Come precedentemente visto, il funzionamento del motore Stirling si basa sulla differenza di temperatura tra il riscaldatore e il raffreddatore. In particolare il motore può funzionare anche con piccole differenze di temperatura (come quella tra il palmo della mano e l'ambiente). Questi motori, che utilizzano pressioni di lavoro vicine a quella atmosferica, sono realizzati secondo le configurazioni gamma e beta e sono privi di rigeneratore, risultano quindi di estrema semplicità. Ovviamente la potenza prodotta è minima e vengono utilizzati principalmente per scopi dimostrativi. Gli esemplari più piccoli del motore Stirling (i modelli da tavolo) sono spesso oggetto di curiosità più che di utilità pratica. Queste realizzazioni vengono il più delle volte effettuate con materiali banali e volutamente di recupero (tubi in vetro, lattine da birra, membrane di gomma, filo di ferro, ecc.). Altre volte invece vengono utilizzati materiali, tecnologie e finiture di ottimo livello modellistico (bronzo, leghe leggere, legni pregiati ecc.).

Capitolo 3

Ciclo ideale e ciclo reale

3.1 Il ciclo di Stirling ideale

La macchina di Stirling è una macchina a fluido che opera secondo un ciclo termodinamico rigenerativo chiuso. Esso prevede una compressione ed una espansione del fluido operante realizzate isotermicamente a due diversi livelli di temperatura ed intervallate da due trasformazioni isocore rigenerative. Nel suo funzionamento come macchina operatrice la trasformazione di espansione avviene alla temperatura più alta; mentre nel caso di funzionamento come macchina frigorifera è la fase di compressione quella interessata dalla temperatura più elevata. Peculiarità della macchina di Stirling è che il moto del fluido all'interno del ciclo non è regolato da valvole ma dalle variazioni dei volumi relativi che costituiscono lo spazio di lavoro. Le condizioni di funzionamento della macchina ed il fluido operante si considerano del tutto ideali. Non vi sono, quindi, perdite di origine meccanica, fluidodinamica o termica. Le trasformazioni si considerano totalmente reversibili. Si prende per il momento la soluzione costruttiva più semplice dal punto di vista dell'esposizione del funzionamento della macchina. All'interno della macchina scorrono due stantuffi. Tra questi è sistemato un rigeneratore avente la funzione di assorbire e cedere calore. Il volume interno della macchina risulta principalmente suddiviso in tre camere: la camera di compressione; la camera di compressione ed il rigeneratore stesso. Nella camera di espansione la temperatura di funzionamento è quella massima mentre in quella di compressione la temperatura è quella minima del ciclo di lavoro. In entrambe le camere comunque le temperature rimangono costanti ed uniformi in tutto il volume. Ciò equivale ad affermare che la camera di espansione è a contatto con una sorgente termica di capacità infinita che si trova a temperatura T_{max} mentre la camera di compressione è a contatto con un'altra sorgente termica di capacità infinita alla temperatura T_{min} .

L'analisi dei cicli avviene mediante la loro rappresentazione sul piano p-V (pressione – volume specifico) riportato in figura 2.10. Da tale diagrammi è possibile valutare il lavoro specifico prodotto od assorbito in ogni ciclo (equivalente all'area del ciclo nel piano p-V.



Figura 3.1: Rappresentazione sul piano di Clapeyron del ciclo di Stirling.

Il ciclo Stirling ideale, come già detto, è formato da quattro trasformazioni:

- compressione isoterma (1-2);
- compressione isocora rigenerativa (2-3);
- espansione isoterma (3-4);
- espansione isocora rigenerativa (4-1).

La prima fase del ciclo consiste nella compressione del fluido, rappresentata dalla trasformazione (1-2) che avviene nella camera di compressione. Tale trasformazione è isoterma e il gas rimane, quindi, rimane ancora alla temperatura minima T_{min} . Il calore ceduto dal gas alla sorgente termica, che considerando il primo principio della dinamica equivale al lavoro di compressone compiuto sul fluido stesso, si ricava come:

$$Q_{c} = L_{c} = nRT_{min}ln \frac{V_{finale}}{V_{iniziale}} = nRT_{min}ln \frac{V_{min}}{V_{max}}$$
(2.50)

Passando attraverso il rigeneratore il gas subisce allora la trasformazione (2-3) a volume costante, ossia un riscaldamento operato dal rigeneratore stesso. La temperatura del gas cresce fino a raggiungere il valore massimo T_{max} esistente nella camera di espansione. L'incremento di temperatura a volume costante è dovuto all'assorbimento da parte del gas della quantità di calore:

$$Q_{\rm r} = \Delta U = nc_{\rm v}(T_{\rm finale} - T_{\rm iniziale}) = nc_{\rm v}(T_{\rm max} - T_{\rm min}) \qquad (2.51)$$

La stessa quantità di calore assorbito provoca un aumento di pressione del gas. Successivamente il fluido compie la trasformazione di espansione (3-4) nella camera di espansione. Anche questa trasformazione avviene isotermicamente e il fluido assorbe una quantità di calore equivalente al lavoro di espansione compiuto ed esprimibile con la relazione:

$$Q_{a} = L_{e} = nRT_{max}ln \frac{V_{finale}}{V_{iniziale}} = nRT_{max}ln \frac{V_{max}}{V_{min}}$$
(2.52)

Infine, il gas compie la seconda trasformazione rigenerativa a volume costante (4-1) e ritorna nelle sue condizioni iniziali. Durante questo secondo passaggio per il rigeneratore il fluido operante ritorna alla temperatura minima della camera di compressione cedendo una quantità di calore pari a quella che aveva assorbito nella trasformazione (2-3).

Il lavoro complessivo si ottiene come differenza fra la quantità totale di calore assorbito e la quantità totale di calore ceduto.

$$\mathbf{L} = \mathbf{Q}_{\mathbf{a}} - |\mathbf{Q}_{\mathbf{c}}| \tag{2.53}$$

Il ciclo Stirling ora descritto risulta pertanto composto da due trasformazioni isoterme e da due trasformazioni isocore. Quindi, se si considera il teorema di Reitlinger, si può affermare che anche il sistema appena descritto realizza il massimo rendimento possibile, cioè il rendimento che avrebbe una macchina di Carnot che opererebbe nel medesimo intervallo di temperatura. Quanto appena affermato si può dimostrare nel seguente modo partendo dalla definizione del rendimento:

$$\eta = \frac{L}{Q_{a}} = \frac{Q_{a} - |Q_{c}|}{Q_{a}}$$

$$= \frac{nRT_{max}ln\frac{V_{max}}{V_{min}} - \left|nRT_{min}ln\frac{V_{min}}{V_{max}}\right|}{nRT_{max}ln\frac{V_{max}}{V_{min}}}$$

$$= \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max}}$$

$$= 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}$$
(2.54)

In definitiva il calore viene sempre assorbito durante le espansioni, mentre viene ceduto durante le compressioni. Per quanto riguarda le trasformazioni isocore, essendo esse rigenerative, la somma delle quantità di calore assorbito e ceduto è

nulla. Il lavoro complessivo si ottiene come differenza fra la quantità totale di calore assorbito e la quantità totale di calore ceduto. E' importante poi ricordare che un'espansione nel ciclo diretto equivale ad una compressione nell'omologo ciclo inverso, e viceversa. A questo punto facile è osservare che coefficiente di effetto utile di una macchina di Stirling frigorifera e il coefficiente di prestazione di una macchina di Stirling in funzionamento da pompa di calore risultano avere la stessa espressione di quella del ciclo ideale di Carnot:

$$\varepsilon_{f} = \frac{Q_{assorbito}}{|W|} = \frac{nRT_{min}ln\frac{V_{max}}{V_{min}}}{\left|nRT_{min}ln\frac{V_{max}}{V_{min}} + nRT_{max}ln\frac{V_{min}}{V_{max}}\right|}$$

$$= \frac{T_{min}}{|T_{min} - T_{max}|} = \frac{T_{min}}{T_{max} - T_{min}}$$

$$\varepsilon_{PdC} = 1 + \varepsilon_{f} = 1 + \frac{T_{min}}{T_{max} - T_{min}} = \frac{T_{max}}{T_{max} - T_{min}}$$
(2.55)

Se si va ad osservare l'efficienza dei cicli più comuni in sede ideale, ovvero Otto, Diesel, Rankine e Brayton-Joule, è possibile constatare che su nessuno di essi può essere applicato il concetto dimostrato da Reitlinger, pertanto nessuno di essi è in grado di raggiungere i livelli di efficienza del ciclo Stirling, che si rivela dunque essere il ciclo termodinamico ideale più efficiente. Questo importante pregio però non è una sua esclusiva: anche il ciclo di Ericsson riesce ad eguagliare l'efficienza del ciclo di Carnot, essendo esso costituito da due trasformazioni isoterme reversibili e da due isobare rigenerative reversibili. Se sotto questo punto di vista i due cicli si dimostrano essere equivalenti, non è così se si vanno ad osservare i lavori specifici, sempre per lo stesso salto di temperatura: essi possono essere apprezzati attraverso la sovrapposizione dei due cicli sullo stesso piano pV, essendo il lavoro specifico equivalente all'area del ciclo: questo confronto è realizzato in figura, dal quale è possibile apprezzare come, a parità di salto termico e quindi di efficienza, il ciclo di Stirling ideale (linea blu) generi un'area più estesa dell'area generata dal ciclo di Ericsson ideale (linea rossa).



Figura 3.2: Confronto sul piano di Clapeyron tra il ciclo di Stirling ed il ciclo di Ericsson.

Pertanto, è possibile concludere che il ciclo Stirling ideale è in assoluto il ciclo termodinamico più prestante. Inoltre sul piano teorico, un vantaggio offerto dalla macchina di Stirling rispetto a quella di Carnot è quello di produrre un lavoro specifico più elevato a parità di condizioni; cioè di produrre una medesima quantità di lavoro con ingombri minori.

3.2 Dal ciclo di Stirling ideale al ciclo di Stirling reale

Allo scopo di giungere ad una prima, più realistica analisi della macchina di Stirling si passerà ora ad analizzare la serie di cause che rendono i cicli Stirling reali differenti da quelli ideali. L'analisi di questo aspetto è di estrema importanza, in quanto ci permette di comprendere le cause, per cui i motori Stirling non sono in grado, sul piano prestazionale, di competere con le tecnologie concorrenti (motori a combustione interna, motori a ciclo Rankine e Brayton-Joule), nonostante l'analisi del ciclo ideale conduca ad affermare l'opposto.

3.2.1 Effetto del moto degli stantuffi

Perché il ciclo termicamente ideale di Stirling sia effettivamente compiuto, caratterizzato com'è da quattro vertici che comportano repentini cambiamenti termodinamici nel fluido e cinematici nel moto degli stantuffi, occorrerebbe che pistone e displacer fossero dotati di moto discontinuo e non di moto sinusoidale o quasi sinusoidale come spesso viene realizzato dai più comuni e semplici meccanismi adottabili nella pratica. In generale si può dire che, pur mantenendo i volumi massimo e minimo caratteristici della macchina ideale, nonché i punti in cui il gas è alla massima temperatura o a quella minima, è da attendersi una riduzione dell'area complessiva del diagramma così come qualitativamente riportato in figura:



Figura 3.3: Effetto del moto continuo degli stantuffi.

3.2.2 Effetto dei volumi morti

I "volumi morti" sono delle porzioni del totale volume entro cui il fluido di lavoro è contenuto, caratterizzate dal fatto di non venir mai fisicamente occupate da organi mobili quali pistoni e dislocatore. per la realizzazione del ciclo ideale, sarebbe necessario avere la possibilità di stipare, nelle fasi di espansione e compressione isocora, tutto il fluido di lavoro nel volume di espansione o di compressione, ed avere poi un riscaldamento od un raffreddamento omogeneo su tutto il volume. Questo implica che oltre ad avere pistoni e dislocatori con una corsa tale da azzerare il volume da essi stessi determinato, si debba poter disporre di elementi quali condotti di collegamento fra le camere, riscaldatore, rigeneratore e refrigeratore di volume nullo: chiaramente, ciò non è realizzabile. Nelle macchine reali dunque, i volumi morti non possono essere eliminati: la loro estensione influenza il lavoro specifico prodotto, ed in particolar modo questo tende a scendere quanto più il volume morto è esteso. Anche il calore assorbito diminuisce all'aumentare dei volumi morti con la stessa proporzionalità: essi dunque non influenzano l'efficienza complessiva della macchina. Queste due conclusioni sono facilmente verificabili sul ciclo Stirling ideale osservando che sia il lavoro prodotto sia il calore assorbito in ogni ciclo sono proporzionali a:

$$\ln \frac{V_{\max} + k}{V_{\min} + k}$$
(2.56)

funzione decrescente all'aumentare di k, che equivale ad un volume morto aggiuntivo. I volumi morti poi, danno luogo a fenomeni di tipo dissipativo, e sono dunque concausa dell'irreversibilità delle trasformazioni termodinamiche del ciclo reale. Infatti, quando il fluido di lavoro si muove al loro interno, è soggetto a perdite di carico. La presenza di grandi volumi morti infine, incide negativamente sugli ingombri, e di conseguenza tende ad abbassare la potenza specifica per unità di volume della macchina, come è possibile osservare dalla figura.



Figura 3.4: effetto dei volumi morti.

Concludendo, i volumi morti devono essere per quanto possibile contenuti, ma nel far questo, al fine di minimizzare le perdite di pressione nel gas e al fine di mantenere sempre livelli soddisfacenti di scambio termico, è necessario curare con molta attenzione la forma e la qualità delle superfici interne di tali volumi, nonché l'estensione delle superfici di tutti gli scambiatori di calore che vi risiedono.

3.2.3 Limiti di prestazione degli scambiatori termici

La velocità di rivoluzione di una macchina Stirling è solitamente abbastanza elevata (centinaia di cicli al minuto). Questo non permette al fluido di lavoro di scambiare calore con il riscaldatore e con il refrigeratore mantenendo costante la sua temperatura durante l'espansione e la compressione: pertanto, queste due trasformazioni non sono isoterme, ma somigliano molto più ad adiabatiche. Mantenendo invariati i valori massimi e minimi di pressione e volume specifico, la sostituzione delle due isoterme con due adiabatiche determina una diminuzione del lavoro specifico prodotto in un ciclo e l'aumento del calore assorbito, quindi una diminuzione del rendimento se la macchina funziona da motore, un aumento invece del COP se la macchina funziona a ciclo inverso. In particolare, nel caso di funzionamento come motore, la diminuzione del rendimento rispetto a quello ideale di Carnot spesso supera il 50%.



Figura 3.5: Confronto ciclo Stirling ideale con isoterme (in blu) e con adiabatiche (in rosso, area tratteggiata).

3.2.4 Presenza di perdite termiche per conduzione, convezione, irraggiamento e per le oscillazioni di temperatura del gas

Le macchine Stirling sono principalmente costituite da elementi metallici, che com'è noto trasportano il calore più facilmente di altri materiali. Il ciclo ideale vorrebbe che tutto il calore trasmesso alla macchina dal riscaldatore, si spostasse attraverso i percorsi prestabiliti, e cioè solo ed esclusivamente attraverso il condotto che collega il volume d'espansione a quello di compressione, per poi uscire solo ed esclusivamente attraverso il refrigeratore. Nel ciclo reale invece, di tutto il calore introdotto dal riscaldatore solo una parte si muove secondo i percorsi prestabiliti, mentre la restante parte tende sempre a muoversi verso l'esterno seguendo i gradienti di temperatura presenti fra le varie parti della macchina: il fluido riscaldato nella camera di espansione quindi, avrà la tendenza a cedere una parte del suo calore per convezione alle pareti metalliche che lo circondano; per conduzione poi, il calore può essere trasmesso all'esterno, e da qui attraverso convezione ed irraggiamento essere disperso; in alternativa, il calore può essere trasmesso per conduzione nel dislocatore (o nell'insieme pistone-biella-manovella in configurazione alfa), e da qui grazie alla convezione del fluido nel volume di compressione al refrigeratore o ad altri corpi metallici confinanti con l'esterno. Queste perdite possono essere individuate nella rappresentazione schematica dei principali flussi termici che interessano la parte a temperatura più elevata di un motore Stirling, riportata in figura.



Figura 3.6: Principali flussi termici all'interno di una machina Stirling.

Questo fenomeno, chiaramente dissipativo, abbassa l'efficienza della macchina indipendentemente dalla direzione in cui si percorre il ciclo. La temperatura istantanea del fluido operante nelle camere di espansione e di compressione non rimane costante nel tempo. Essa, infatti, oscilla attorno ad un valor medio all'incirca prossimo a quello delle pareti degli scambiatori ma sempre con effetto sfavorevole per le prestazioni della macchina. Ad esempio se il gas operante nella camera calda si mantenesse pari alla temperatura media della parete si registrerebbe comunque una perdita dovuta al fatto che gli scambi legati alle differenze istantanee di temperatura sarebbero sfavorevoli. Il gas, infatti, cederebbe calore alle pareti quando si trovasse ad una temperatura più alta e lo riceverebbe ad una più bassa. E' evidente la perdita termodinamica in termini di lavoro potenzialmente producibile.

3.2.5 Perdite termiche nei gas di combustione e perdite termiche per deviazione non ottimale dei raggi solari

Sono perdite termiche molto simili nella sostanza, anche ovviamente si possono mai verificarsi entrambe nello stesso sistema. La prima tipologia di perdita fa riferimento al fatto che i fumi liberati da un processo di combustione sono caldi, quindi trasportano dell'energia termica, che prima ovviamente era contenuta nel combustibile. Siccome tali fumi vengono, nella maggior parte dei casi, dispersi nell'aria così come se ne escono dal combustore, l'energia che essi possiedono è da considerarsi una perdita. Tale perdita può essere ridotta (ma non eliminata) con l'uso di sistemi che sfruttino, per quanto possibile, il calore di questi fumi, di norma per preriscaldare l'aria in entrata nel bruciatore. Se invece la fonte di calore utilizzata è l'irraggiamento solare, è molto difficile poter deviare l'intera energia captata verso il riscaldatore: qualunque sia il sistema utilizzato (specchi o lente Fresnel), possono sempre aver luogo delle deviazioni imprecise, che possono essere causate da imperfezioni di forma del sistema collettore, o da imperfezioni di montaggio, o da posizionamenti imperfetti del collettore rispetto al sole, o da vibrazioni di quest'ultimo in caso di folate di vento (di norma le superfici dei collettori sono molto estese) o altre fonti di vibrazione.

3.2.6 Rigenerazione termica imperfetta

Condizione necessaria affinché la macchina di Stirling consegua un rendimento termodinamico pari a quello di una macchina di Carnot operante nelle stesse condizioni è che le due trasformazioni di rigenerazione siano complete, ovvero che tutto il calore rigenerabile sia effettivamente scambiato tra rigeneratore e fluido. Ciò nella pratica irrealizzabile in quanto occorrerebbe che, all'uscita dal rigeneratore, il fluido fosse in equilibrio termico con esso. Questo presupporrebbe un tempo di scambio termico illimitato o una lunghezza infinita del rigeneratore. Nel caso ideale, si vorrebbe che la capacità termica del fluido di lavoro fosse nulla, mentre quella del rigeneratore infinita: in tal modo, si avrebbero scambi termici istantanei, indipendentemente dalla loro entità. Non si avrebbero inoltre variazioni della distribuzione delle temperature nel rigeneratore. Nel caso reale invece, la capacità termica del rigeneratore è dipendente dalle sue dimensioni, dalle sue forme e dai materiali impiegati nella sua costruzione, mentre la capacità termica del gas dipende, oltre che dalla sua natura, dalla sua pressione e dalla velocità con la quale si muove. Quando il gas fluisce nel rigeneratore ad alta pressione (che significa alta densità) e/o ad alta velocità, la sua capacità termica è maggiore: questo può rendere insufficiente la

capacità termica del rigeneratore, che quindi non riesce ad abbassare od aumentare considerevolmente la temperatura del gas che lo attraversa, provocando così un aumento delle perdite termiche verso l'esterno ed un aumento dell'assorbimento di calore in ingresso. Graficamente si può ricondurre l'effetto dell'inefficienza del rigeneratore a quanto riportato sul piano pV in figura.



Figura 3.7: Effetto della rigenerazione imperfetta.

La temperatura e la pressione del gas che esce dal rigeneratore per entrare nella camera di espansione sono più basse dei valori previsti per il ciclo ideale, mentre la temperatura e la pressione di ingresso alla camera di compressione sono più alte dei valori previsti. E' opportuno sottolineare che ottenere una rigenerazione termica molto spinta, oltre che essere problematico da realizzare, può risultare anche incompatibile, oltre certi limiti, con altre prestazioni complessive della macchina. Ad esempio si consideri il fatto che per conseguire

un elevato grado di rigenerazione, occorre un contatto mutuo tra il fluido ed il materiale costituente il rigeneratore. Quindi, quanto più si spingesse tale contatto tanto più crescerebbero le perdite di carico che il fluido subisce nell'attraversamento del rigeneratore, con evidenti penalizzazioni delle prestazioni della macchina.

3.2.7 Perdite di tipo meccanico e perdite per impianti ausiliari

Le perdite di tipo meccanico sono date principalmente da attriti di tipo viscoso, generati dallo scivolamento relativo su sottili strati di sostanza fluida (lo stesso fluido di lavoro nei free-piston, oppure apposito olio lubrificante) delle superfici metalliche degli organi mobili, ai quali s'aggiungono le perdite provocate dai trasferimenti del fluido di lavoro lungo i condotti ovvero le cosiddette perdite di carico. Le perdite per impianti ausiliari corrispondono alle quote di potenza in uscita che devono essere erogate verso altre parti della macchina, come ad esempio le pompe per la circolazione del liquido di raffreddamento, o la ventilazione.

3.2.8 Distribuzione del fluido

Ciascun punto del ciclo ideale rappresenta istante per istante lo stato termodinamico dell'intera massa del fluido operante nella macchina. Qualunque sia la configurazione meccanica e strutturale della macchina, però, il fluido non è mai contenuto soltanto nella camera di compressione o nella camera di espansione o ancora nel rigeneratore. Esso occupa, invece, tutti i condotti intermedi. Un ciclo ideale è possibile, quindi, solo se in ciascuna fase il fluido è tutto concentrato nel componente relativo alla fase stessa. Il ciclo reale effettivamente ottenibile con una macchina di Stirling risulta, quindi, dal concorso di più cicli indipendenti: il primo compiuto dalla massa di fluido (variabile nel tempo) che opera nella camera di espansione e il secondo è dato dalla massa (anch'essa variabile nel tempo) che opera nella camera di compressione. Nella figura si riporta il confronto fra un ciclo Stirling ideale ed il conseguente reale.



Figura 3.8: Confronto tra ciclo ideale (verde) e reale (rosso).

Capitolo 4

Analisi Termodinamiche

In materia di simulazione il termine modello contiene un'idea implicita di semplificazione. La macchina di Stirling può essere descritta da modelli fisici e matematici, costruiti sulla base di assunzioni semplificative, che hanno lo scopo di spiegare le prestazioni del motore.

In funzione del grado di approfondimento i modelli di simulazione della macchina si suddividono in modelli del primo, del secondo e del terzo ordine.

I modelli del primo ordine si riferiscono ad analisi di macchine ideali, praticamente prive di perdite. La loro risoluzione può avvenire in qualche caso anche attraverso metodi analitici.

I modelli del secondo ordine si basano fondamentalmente sull'assunzione di adiabaticità degli spazi di lavoro e su un comportamento isotermo degli scambiatori di calore. Per la loro risoluzione sono necessari dei metodi di integrazione numerica. Questa categoria di modelli si definisce anche modelli disaccoppiati. Sono cioè basati su una prima analisi semplificata del ciclo, che porta ad un valore di prima approssimazione del lavoro e del calore scambiati dal sistema termodinamico. In seguito andranno sottratte rispettivamente le perdite termiche dovute alle inefficienze degli scambi termici e quelle meccaniche, dovute ad esempio alle perdite di carico. Nonostante un maggior dettaglio nella valutazione delle cause di imperfezione rispetto ai metodi del primo ordine, i metodi del secondo ordine rappresentano comunque un'analisi semplificata in quanto ipotizzano che ciascuna delle cause di imperfezione si manifesti in maniera indipendente dalle altre (in modo disaccoppiato).

I modelli del terzo ordine sono basati su una impostazione in cui le equazioni differenziali del modello matematico tengono conto dei principali fenomeni che caratterizzano il comportamento reale della macchina. Il fatto che si tenga conto di tutte le imperfezioni e le perdite nella risoluzione del sistema di equazioni, fa sì che questi modelli prendano anche il nome di modelli accoppiati.

In questo capitolo si affronteranno alcuni modelli termodinamici facendo riferimento agli studi di Urieli e Berchowitz.

4.1 Modello Isotermo

Il primo esempio completo di modello fisico matematico relativo alla macchina di Stirling risale al decennio 1861 – 1871. La teoria elaborata da Gustav Schmidt del German Polytechnic Institute di Praga, pubblicata nel 1871, rappresenta un modello completamente analitico, capace di fornire stime approssimate delle prestazioni della macchina. Tale modello può descrivere il comportamento della macchina qualsiasi sia la sua configurazione (alfa, beta, gamma) e viene realisticamente considerato che il gas operante occupi tutto il volume che ha a disposizione.

4.1.1 Analisi Isotermica

La teoria si basa sulle seguenti ipotesi:

1. il fluido durante la fase di espansione si trova alla temperatura più alta che si mantiene costante:

 $T_h = cost$

(espansione isoterma)

2. il fluido durante la fase di compressione si trova alla temperatura più bassa che si mantiene costante

 $T_k = cost$

(compressione isoterma)

3. i volumi degli spazi di lavoro (camera di espansione e di compressione) variano in modo sinusoidale

In base alle ipotesi precedenti `e possibile formulare una semplice espressione per la pressione del gas di lavoro in funzione della variazione di volume. Il motore, schematizzato in fig. 4.1, `e costituito da cinque celle connesse in serie. Si distinguono:

- 1. lo spazio di compressione, c (compression space);
- 2. il raffreddatore, k (cooler);
- 3. il rigeneratore, r (regenerator);
- 4. il riscaldatore, h (heater);
- 5. lo spazio di espansione, e (espansion space).



Figura 4.1: Modello Ideale Isotermo

Ogni componente è considerato una cella omogenea, il gas di lavoro è considerato ideale e caratterizzato dal numero dalla massa m, dalla temperatura assoluta T, dal volume V e dalla pressione p (si useranno i suffissi c, k, r, h per identificare il gas nelle diverse celle del motore).

La quantità totale di gas nella macchina risulta costante dato che il sistema è sigillato

$$M = m_{c} + m_{k} + m_{r} + m_{h} + m_{e}$$
(4.1)

La pressione p è omogenea nel motore quindi, dalla legge di stato dei gas ideali, si ottiene per ogni volume di lavoro

$$m = \frac{pV}{RT} \tag{4.2}$$

Sostituendo la (4.2) nella (4.1) si ottiene

$$M = \frac{p\left(\frac{V_c}{T_k} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_e}{T_h}\right)}{R}$$
(4.3)

Dove T_r è la media logaritmica tra T_k e T_h

$$T_r = \frac{T_h - T_k}{\ln\left(\frac{T_h}{T_k}\right)} \tag{4.4}$$

si può infatti dimostrare che, considerare la temperatura nel rigeneratore costante e pari a questo valore, equivale a trattare il profilo di temperatura lineare ipotizzato. Sostituendo la 4.4 nella 4.3 e risolvendo, si ottiene l'espressione per la pressione p

$$p = MR\left(\frac{V_c}{T_k} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r \ln\left(\frac{T_h}{T_k}\right)}{(T_h - T_k)} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_e}{T_h}\right)^{-1}$$
(4.5)

L'espressione 4.5 esprime la pressione del gas p in funzione delle variazioni dei volumi $V_c e V_e$.

Il lavoro è dunque prodotto da queste variazioni di volume: il lavoro totale è dato dalla somma algebrica di quello prodotto nella camera di espansione e di quello ceduto nella camera di compressioni. Lungo un intero ciclo si ottiene

$$W = W_c + W_e = \oint p dV_c + \oint p dV_e = \oint p \left(\frac{dV_c}{d\theta} + \frac{dV_e}{d\theta}\right) d\theta \qquad (4.6)$$

dove θ è l'angolo di manovella.

I flussi di calore da e verso l'esterno del motore si realizzano nello scambiatore caldo e in quello freddo $(T_h e T_k)$.

Tipicamente i motori Stirling hanno spazi separati che contengono gli scambiatori. Per studiare gli scambi di calore che avvengono in questi spazi è necessario considerare il bilancio energetico del fluido di lavoro.



Figura 4.2: Flussi in una cella generica

Per quanto riguarda una cella generica, il calore entrante sommato al flusso di entalpia attraverso di essa, equivale al lavoro prodotto o ceduto sommato all'aumento di energia interna. L'espressione che ne risulta è

$$DQ + (c_p T_i g A_i - c_p T_o g A_o) = DW + c_v D(mT)$$

$$(4.7)$$

dove $c_v e c_p$ sono i calori specifici rispettivamente a volume e pressione costante. L'equazione 4.7 è la classica espressione per il bilancio energetico di un flusso non stazionario dove energia cinetica e potenziale sono state trascurate.

Nel modello isotermico sia per gli spazi di compressione e espansione che per gli scambiatori caldo e freddo si ha $T_i = T_o = T$. Si ottiene quindi

$$DQ = c_p T(gA_o - gA_i) + c_v TDm + DW$$
(4.8)

Per la conservazione della massa, la differenza del flusso di gas è uguale all'accumulo di massa nella cella. Avendo assunto $c_p - c_v = R$, si ricava

$$DQ = RTDm + DW \tag{4.9}$$

Il calore netto trasferito al fluido di lavoro nell'intero ciclo si calcola integrando l'equazione 4.9 appunto lungo l'intero ciclo

$$Q = \oint DQ = RT \oint Dm + \oint DW \tag{4.10}$$

Tuttavia, l'ipotesi di raggiungimento dello stato stazionario implica

che la variazione della massa del gas di lavoro nel ciclo sia zero per ciascuna delle celle. Utilizzando quindi l'espressione 4.10 per gli spazi di lavoro si ottiene

$$Q_c = W_c \tag{4.11}$$

$$Q_e = W_e \tag{4.12}$$

Negli scambiatori in cui non si ha lavoro si ricava invece che

$$Q_k = 0 \tag{4.13}$$

$$Q_h = 0 \tag{4.14}$$

Questo risultato piuttosto sorprendente implica che gli scambiatori di calore sono ridondanti, ossia che tutto il trasferimento di calore avviene ai bordi degli spazi di compressione e espansione. Questo apparente paradosso è una conseguenza diretta della definizione del

Modello isotermico e sarà risolto quando si studierà il modello adiabatico.

Per risolvere il set di equazioni fornite in questo paragrafo bisogna partire dall'andamento dei volumi nei cilindri di compressione e espansione e dalle loro derivate: queste dipendono dal tipo di meccanismo cinematico in uso nel motore.

Modello Ideale Isotermo: Set di equazione

 $p = MR \left(\frac{V_c}{T_k} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r \ln\left(\frac{T_h}{T_k}\right)}{(T_h - T_k)} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_e}{T_h} \right)^{-1}$ Pressione $Q_c = W_c = \oint p \frac{dV_c}{d\theta} d\theta$ Calore $Q_e = W_e = \oint p \frac{dV_e}{d\theta} d\theta$ Calore $W = W_c + W_e$ Lavoro prodotto

$$\eta = \frac{W}{O_a}$$

Efficienza

4.2 Modello Adiabatico

L'analisi isotermica presentata nel paragrafo precedente, porta ad un paradosso, come precedentemente spiegato, in termini di scambio di calore. Il fatto che tutti i flussi di calore siano scambiati sul contorno dei volumi di espansione e compressione, è in contrasto con le esigenze espresse del ciclo.

Dall'analisi dei motori reali, si capisce che gli spazi di lavoro devono essere ritenuti adiabatici più che isotermici: questo implica che il calore netto scambiato all'interno del ciclo deve essere fornito dagli scambiatori di calore. che gli spazi.

Il vantaggio più importante dell'analisi isotermica è che il set di equazioni che ne risulta può essere integrato esplicitamente. Inoltre, nel caso di variazione sinusoidale dei volumi si ottiene una soluzione in forma chiusa. Cercare di allontanarsi dall'analisi isotermica, porta inevitabilmente ad abbandonare questo tipo di soluzioni per passare ad un modello che utilizzi equazioni differenziali.

Queste espressioni sono non lineari e possono essere risolte solo con l'utilizzo di metodi numerici. Nonostante questo, l'utilizzo di questi metodi ha dei vantaggi.

Permettono infatti di ottenere i valori delle variabili in gioco lungo tutta la durata del ciclo così da poter monitorare elementi critici quali il rigeneratore. Inoltre, l'analisi adiabatica che si andrà a spiegare, può essere facilmente integrata da analisi specifiche sugli scambi di calore e sugli attriti.

Questi aspetti hanno fatto si che il metodo adiabatico sia diventato il riferimento per le future analisi nell'ottica di approssimare sempre meglio i comportamenti dei motori reali.

Il primo ad analizzare in termini non isotermici gli spazi di lavoro di un motore Stirling fu Finkelstein (1960).

Nel suo modello ha considerato scambi di calore finiti all'interno degli spazi di lavoro utilizzando in termini di un coefficiente di scambio termico. Il risultato è una temperatura variabile del gas all'interno di questi volumi che porta ad una discontinuità sempre di quest'ultima all'interfaccia con gli altri spazi. Fu appunto il creatore di questo modello a creare il concetto di "temperature condizionali", in cui il gas che scorre dentro o fuori dagli spazi di lavoro assume sempre il valore di temperatura che trova a immediatamente a monte.

É interessante notare che in termini di lavoro, a parità di massa di gas, i valori che si ottengono con questo modello sono paragonabili ai valori ottenuti utilizzando l'analisi isotermica. La potenza indicata sarà invece superiore poiché i processi politropici coinvolti tendono a produrre sbalzi di pressione maggiori rispetto a quelli isotermici. Le irreversibilità portate dalla discontinuità delle temperature porterà ad un abbassamento dell'efficienza termica.

La teoria presentata da Finkelstein fu studiata ed approfondita prima da Walker a Kahn nel 1965, poi da Lee nel 1976 e da Berchowitz nel 1978.

4.2.1 Analisi adiabatica

Si definisce il modello ideale adiabatico facendo riferimento alla figura 4.3. La configurazione del motore analizzata prevede 5 celle collegate. Scambiatore freddo e scambiatore caldo sono mantenuti a temperatura costante, come avveniva nell'analisi isotermica e rispettivamente ai valori T_k e T_h . Si considera poi che matrice del rigeneratore e gas che la attraversa siano alla stessa temperatura la quale ha una distribuzione lineare tra T_k e T_h . Come specificato precedentemente, si utilizza la media logaritmica T_r per indicare la temperatura globale del rigeneratore.



Figura 4.3: Modello Ideale Adiabatico

Lo spazio di lavoro è invece assunto adiabatico. In questo modo, le temperature degli spazi di compressione ed espansione, $T_k \in T_h$, variano lungo il ciclo. Ci sono 4 interfacce tra le celle attraverso le quali avviene un trasporto di entalpia dovuta ai flussi di massa gA (flusso di massa moltiplicato per l'area di passaggio): spazio di compressione / scambiatore freddo ck, scambiatore freddo / rigeneratore kr, rigeneratore / scambiatore caldo rh, scambiatore caldo / spazio di espansione he. Si assegna arbitrariamente segno positivo ai flussi che circolano dallo spazio di compressione a quello di espansione. Si utilizza il concetto di "temperatura condizionale" per indicare le temperature $T_{ck} \in T_{he}$, le quali vengono ad assumere un valore che dipende dalla direzione del flusso del gas e che è definito dal seguente algoritmo

$$se \ gA_{ck} > 0 \ \Rightarrow \ T_{ck} = T_c \ altrimenti \ T_{ck} = T_k \tag{4.15}$$

$$se \ gA_{he} > 0 \Rightarrow T_{he} = T_h \ altrimenti \ T_{he} = T_e$$
 (4.16)

Si assume che nel motore non ci siano perdite di gas, ovvero che la massa nel ciclo sia costante, e che non ci siano cadute di pressione, ossia che il valore p possa indicare la pressione istantanea in tutta la macchina. Il lavoro del motore W è causato dalla variazione dei volumi negli spazi di lavoro V_c e V_e, e i calori $Q_k e Q_h$ sono trasferiti dall'esterno al fluido di lavoro negli scambiatori di calore. Il rigeneratore è ritenuto adiabatico con l'esterno e trasferisce il calore Q_r al fluido scorre nel suo volume V_r.

Per costruire il set di equazioni per la risoluzione del modello, si parte dalla scrittura del bilancio di energia per tutti i volumi di controllo in esame. Come avvenuto nell'analisi isotermica, si analizza una cella generica e si arriva all'equazione 4.17.

$$DQ + (c_p T_i g A_i - c_p T_o g A_o) = DW + c_v D(mT)$$

$$(4.17)$$

Si utilizza l'equazione di stato dei gas perfetti

$$pV = mRT \tag{4.18}$$

É lecito supporre gas perfetti finchè non si raggiungono I punti critici. Questa supposizione porta ad un'altra equazione

$$c_{\rm p} - c_{\rm v} = R \tag{4.19}$$

In cui

$$c_{\rm p} = \frac{R\gamma}{\gamma - 1} \tag{4.20}$$

$$c_{p} = \frac{R}{\gamma - 1} \quad con \quad \gamma = \frac{c_{p}}{c_{v}} \tag{4.21}$$

Facendo il logaritmo di entrambi i membri della 4.18 e derivando si ottiene la forma differenziale dell'equazione di stato

$$\frac{Dp}{P} + \frac{DV}{V} = \frac{Dm}{m} + \frac{DV}{V}$$
(4.22)

Il punto di partenza dell'analisi è la conservazione della massa di gas all'interno del motore

$$M = m_c + m_k + m_r + m_h + m_e$$
(4.23)

Derivando l'equazione si ricava

$$Dm_c + Dm_k + Dm_r + Dm_h + Dm_e = 0 \qquad (4.24)$$

Per quanto riguarda le celle relative agli scambiatori, data la costanza dei volume e delle temperature, l'equazione 4.22 si riduce a

$$\frac{Dm}{m} = \frac{Dp}{p}$$
(4.25)

Applicando l'equazione 4.25 ad ognuna delle 3 celle relative agli scambiatori di calore e sostituendole nell'equazione 4.24

$$Dm_{c}+Dm_{e}+Dp\left(\frac{m_{k}}{p}+\frac{m_{r}}{p}+\frac{m_{h}}{p}\right)=0 \tag{4.26}$$

Sostituendo poi l'equazione 4.18 si ottiene

$$Dm_{c}+Dm_{e}+\frac{Dp}{R}\left(\frac{V_{k}}{T_{k}}+\frac{V_{r}}{T_{r}}+\frac{V_{h}}{T_{h}}\right)=0$$
(4.27)

L'obbiettivo è eliminare da questa espressione Dm_c e Dm_e , così da avere un'equazione esplicita in Dp. Applicando l'equazione 4.17 allo spazio di compressione si ricava

$$DQ_{c} - c_{p}T_{ck}gA_{ck} = DW_{c} + c_{v}D(m_{c}T_{c})$$
(4.28)

Data però l'adiabaticità dello spazio di compressione $DQ_c = 0$. Inoltre, il lavoro è $DW_c = pDV_c$ e, per considerazioni di continuità, $Dm_c = -gA_{ck}$. L'equazione 4.28 diventa dunque

$$c_p T_{ck} Dm_c = p DV_c + c_v D(m_c T_c)$$
(4.29)

Utilizzando le equazioni 4.18, 4.19, 4.20, 4.21 nell'equazione 4.29 e semplificando

$$Dm_c = \frac{pDV_c + \frac{V_c Dp}{\gamma}}{RT_{ck}}$$
(4.30)

Analogamente, per lo spazio di espansione

$$Dm_{e} = \frac{pDV_{e} + \frac{V_{e}Dp}{\gamma}}{RT_{he}}$$
(4.31)

Sostituendo poi le espressioni 4.30 e 4.31 nell'equazione 4.27

$$Dp = \frac{-\gamma p \left(\frac{DV_c}{T_{ck}} + \frac{DV_e}{T_{he}}\right)}{\frac{V_c}{T_{ck}} + \gamma \left(\frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h}\right) + \frac{V_e}{T_{he}}}$$
(4.32)

Si osserva che le equazioni 4.30 e 4.32 sono entrambe differenziali nelle variabili p e m_c . Una volta valutate queste variabili, tutte le altre sono ricavabili tramite l'utilizzo dell'equazione di stato 4.18 e del bilancio di massa 4.23. Le variazioni di volume negli spazi di lavoro sono ricavabili analiticamente e tutti gli altri parametri delle equazioni 4.30 e 4.32 sono costanti esclusi T_{ck} e T_{he} . Per valutare ciò che condiziona questi parametri, ovvero il flusso di massa gA, consideriamo il bilancio seguente

$$Dm = gA_i - gA_0 \tag{4.34}$$

Applicando l'equazione 4.34 a tutte le celle si ottengono le seguenti espressioni

$$gA_{ck} = -Dm_c \tag{4.35}$$

$$gA_{kr} = gA_{ck} - Dm_k \tag{4.36}$$

$$gA_{\rm rh} = gA_{\rm kr} - Dm_{\rm r} \tag{4.37}$$

$$gA_{\rm he} = gA_{\rm rh} - Dm_{\rm h} \tag{4.38}$$

Per completare il set di equazioni bisogna considerare le variabili energetiche, ossia il lavoro W e il calore scambiato col gas nello scambiatore freddo Q_k , nel rigeneratore Q_r e nello scambiatore caldo Q_h . Dato il fatto che queste variabili sono tutte dipendenti tra loro, possono essere ricavate solo integrando le corrispettive equazioni defferenziali su tutto il ciclo. Il lavoro totale del motore è dato dalla somma algebrica di quelli compiuti dai volumi di espansione e di compressione

$$DW = pDV_c - pDV_e \tag{4.39}$$

Considerando il bilancio 4.17, sostituendo le equazioni 4.18, 4.19 e semplificando, si arriva alla seguente formula

$$DQ + (c_p T_i g A_i - c_p T_o g A_o) = \frac{c_p p DV + c_v V D p}{R}$$
(4.40)

Negli scambiatori, data la costanza dei volume, non si compie lavoro. Applicando quindi l'espressione 4.40 a questi elementi si ottiene

$$DQ_{k} = \frac{V_{k}Dpc_{v}}{R} - c_{p}(T_{ck}gA_{ck} - T_{kr}gA_{kr})$$
(4.41)

$$DQ_{r} = \frac{V_{r}Dpc_{v}}{R} - c_{p}(T_{kr}gA_{kr} - T_{rh}gA_{rh})$$
(4.42)

$$DQ_{h} = \frac{V_{h}Dpc_{v}}{R} - c_{p}(T_{rh}gA_{rh} - T_{he}gA_{he})$$
(4.43)

Si nota che fin tanto che gli scambiatori sono considerati isotermici e il rigeneratore ideale, si ha per definizione

$$T_{kr} = T_k \tag{4.44}$$

$$T_{\rm rh} = T_{\rm h} \tag{4.45}$$

Si è dunque costruito il set di equazioni in grado di risolvere il modello adiabatico ideale.

Modello Ideale Adiabatico: Set di equazione

 $Dp = \frac{-\gamma p \left(\frac{DV_c}{T_{ck}} + \frac{DV_e}{T_{he}}\right)}{\frac{V_c}{T_{ck}} + \gamma \left(\frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h}\right) + \frac{V_e}{T_{he}}}$ Pressione $Dm_{c} = \frac{pDV_{c} + \frac{V_{c}Dp}{\gamma}}{RT_{ck}}$ $m_k = \frac{pV_k}{RT_k}$ Masse $m_r = \frac{pV_r^n}{RT_n}$ $m_h = \frac{pV_h}{RT_h}$ $m_e = M - (m_c + m_k + m_r + m_h)$ $T_c = \frac{pV_c}{Rm_c}$ Temperature $T_e = \frac{pV_e}{Rm}$ $Dm_k = \frac{m_k Dp}{p}$ $Dm_r = \frac{m_r^P Dp}{p}$ $Dm_h = \frac{m_h Dp}{p}$ Derivate e flussi di masse $gA_{ck} = -\dot{D}m_c$ $gA_{kr} = gA_{ck} - Dm_k$ $gA_{\rm rh} = gA_{\rm kr} - Dm_{\rm r}$ $gA_{he} = gA_{rh} - Dm_{h}$ $\begin{array}{l} se \; gA_{ck} > 0 \; \Rightarrow \; T_{ck} = T_c \; altrimenti \; T_{ck} = T_k \\ se \; gA_{he} > 0 \; \Rightarrow \; T_{he} = T_h \; altrimenti \; T_{he} = T_e \end{array}$ Temperature condizionali

$$DW = pDV_{c} - pDV_{e}$$

$$DQ_{k} = \frac{V_{k}Dpc_{v}}{R} - c_{p}(T_{ck}gA_{ck} - T_{kr}gA_{kr})$$

$$DQ_{r} = \frac{V_{r}Dpc_{v}}{R} - c_{p}(T_{kr}gA_{kr} - T_{rh}gA_{rh})$$

$$DQ_{h} = \frac{V_{h}Dpc_{v}}{R} - c_{p}(T_{rh}gA_{rh} - T_{he}gA_{he})$$

Energie

4.3 Modello Quasi Stazionario

I componenti che influiscono maggiormente sulle prestazioni e sui costi dei motori Stirling sono senza dubbio gli scambiatori di calore. Gli spazi morti che inevitabilmente sono introdotti da questi elementi devono essere ridotti al minimo: questo preclude l'utilizzo di scambiatori di grandi dimensioni e richiede alti coefficienti di scambio termico. Lo scambiatore caldo deve assorbire calore dall'esterno per cederlo al fluido di lavoro alla più alta temperatura possibile lavorando continuamente ad alta pressione. Dai primi scambiatori. Dai primi modelli di scambiatori anulari, si è arrivati a intricate matrici di fili d'acciaio.

Il rigeneratore è stato inventato da Robert Stirling come parte del suo brevetto originale nel 1816 e, senza dubbio, è l'aspetto più importante della sua invenzione. Il suo compito è concettualmente molto semplice: immagazzinare calore in una parte del ciclo per poi rilasciarlo nell'altra. È usualmente composto da una matrice metallica soggetta a flussi alternati del fluido di lavoro tra

il gli scambiatori in direzioni opposte. Durante il trasferimento del gas dal riscaldatore al raffreddatore, il fluido caldo che entra nel rigeneratore cede a quest'ultimo calore: in questa fase, il componente si comporta da dissipatore di calore. Nel flusso inverso dal raffreddatore al riscaldatore, il gas freddo riceve calore dalla matrice, la quale si comporta da fonte di calore. Così, un rigeneratore di cattiva efficienza causa un carico di riscaldamento supplementare gravato sul riscaldatore e, di conseguenza, un carico di raffreddamento supplementare gravato sul raffreddatore: questi due aspetti portano ad una riduzione nelle prestazioni del motore. Si è calcolato che la quantità di calore scambiata tra il gas e il rigeneratore è circa cinque volte quella scambiata con il riscaldatore: nonostante questo, il calore accumulato dal rigeneratore alla fine di un ciclo è nullo. Questa è la ragione che per parecchi anni, dopo l'analisi svolta da Schmidt, ha portato a non considerare i flussi di calore lungo il ciclo, non dando quindi la giusta importanza a questo componente. Nei modelli precedenti gli scambiatori di calori sono stati considerati ideali: il riscaldatore e il raffreddatore sono supposti isotermici; il profilo di temperatura del rigeneratore è supposto lineare tra le temperature $T_k e T_h$. In realtà si ha una differenza tra la temperatura delle pareti degli scambiatori e quella del gas al loro interno: questa varierà lungo l'intero ciclo. Analogamente si avrà una differenza tra il profilo di temperatura della matrice del rigeneratore e quello del fluido che lo attraversa. Per lavorare ad alti rendimenti, queste differenze di temperatura dovranno essere ridotte al minimo. Si considera l'equazione fondamentale degli scambi termici

$$DQ = U(T_w - T) \tag{4.46}$$

dove DQ è la derivate del calore trasferito, U è la conduttività termica Tw e T sono rispettivamente le temperature di parete e del gas. Nel modello ideale adiabatico si è trovato che nel caso limite di $T_w = T$, la quantità di calore trasferito ha un valore finito ricavabile tramite l'analisi dei bilanci di energia e massa. Questo implica che gli scambiatori di un motore ideale hanno conduttività termica infinita e che i motori reali, avendo scambiatori con conduttività finita, avranno efficienza termica ridotta. C'è quindi l'esigenza di lavorare con scambiatori aventi la più alta conduttanza termica possibile. La conduttanza termica è direttamente proporzionale all'area di contatto tra superficie dello scambiatore e fluido di lavoro (area bagnata A_w): questo spiega perché si cercano scambiatori che possano garantire la maggior area bagnata possibile. La matrice del rigeneratore, in cui lo scambio termico avviene solo all'interno, sarà dunque scelta in base al rapporto A_w/V_r . Riscaldatore e raffreddatore, in cui il calore è scambiato sia all'interno che all'esterno, sono solitamente costituiti da fasci di tubi, così da avere molta area bagnata sia con l'interno che con l'esterno. La natura del motore Stirling è tale che la maggioranza degli scambi di calore avviene per convezione forzata. Così si ottiene che con l'intento di aumentare l'efficienza termica aumentando l'area bagnata, si ottiene un aumento degli attriti, con conseguente caduta di pressione, che causa una riduzione della potenza e dell'efficienza del motore. Si deve dunque arrivare ad un compromesso tra queste esigenze. La progettazione di scambiatori di calore compatti è ben consolidata e tutte le tecniche di disegno e progettazione assumono che all'interno degli scambiatori prevalgono condizioni stazionarie. Sfortunatamente, si è verificato che all'interno del motore Stirling il flusso è instazionario e varia molto all'interno del ciclo. Inoltre, a causa del moto relativo dei due pistoni, ad un certo punto del ciclo il gas può fluire simultaneamente in entrambe le direzioni. Lo studio delle instazionarietà all'interno del ciclo è un argomento di analisi ancora in discussione e tutt'altro che risolto. In assenza di dati e teorie convincenti, si è fatta l'ipotesi che ad ogni incremento del ciclo prevalgono condizioni stazionarie. Si è dunque arrivati ad un modello detto Quasi-Stazionario all'interno del quale è possibile analizzare gli effetti dati da scambiatori non ideali: questa analisi potrà essere in futuro integrata una volta compresi gli effetti dati dalle instazionarietà.

4.3.1 Analisi Quasi Stazionaria

Il modello Quasi Stazionario viene definite in riferimento alla figura 4.4. La più grande differenza tra questo modello e quello ideale adiabatico risiede nelle sezioni degli scambiatori. Le pareti del riscaldatore e del raffreddatore sono mantenute isotermiche rispettivamente alle temperature T_{wh} e T_{wk} , mentre le temperature dei gas al loro interno non sono né uguali a quelle delle pareti, né costanti per la durata del ciclo. Le temperature del gas negli scambiatori saranno rappresentate dalle rispettive medie T_k e T_h .



Figura 4.4: Modello Quasi Stazionario

Il rigeneratore è diviso in due celle r1 e r2. Ad ognuna di esse è associata il rispettivo valore medio T_{r1} e T_{r2} , e il rispettivo valore di temperatura della matrice T_{wr1} e T_{wr2} . Si disegna un profilo di temperatura lineare tra i valori T_{r1} e T_{r2} così da poter definire le temperature alle interfacce

$$T_{\rm rk} = \frac{3T_{\rm r1} - T_{\rm r2}}{2} \tag{4.47}$$

$$T_{\rm rr} = \frac{T_{\rm r1} + T_{\rm r2}}{2} \tag{4.48}$$

$$T_{rk} = \frac{3T_{r2} - T_{r1}}{2}$$
(4.49)

Si utilizza ancora il concetto di "temperature condizionali" arrivando ai seguenti algoritmi

se
$$gA_{ck} > 0 \Rightarrow T_{ck} = T_c$$
 altrimenti $T_{ck} = T_k$ (4.50)

se
$$gA_{kr} > 0 \Rightarrow T_{kr} = T_k$$
 altrimenti $T_{kr} = T_{rk}$ (4.51)

se
$$gA_{rh} > 0 \Rightarrow T_{rh} = T_{rh}$$
 altrimenti $T_{rh} = T_{h}$ (4.52)

se
$$gA_{he} > 0 \Rightarrow T_{he} = T_h \text{ altrimenti } T_{he} = T_e$$
 (4.53)

Il calore è trasferito al gas mediante convezione forzata. L'equazione fondamentale presa in considerazione è la seguente,

$$DQ = hA_{wg}(T_w - T)$$
(4.54)

dove h è il coefficiente di scambio termico. Questo coefficiente è funzione delle proprietà del fluido, dipendenti a loro volta dalla temperature, del regime di moto del fluido stesso e della geometria dello scambiatore. Applicando l'equazione 4.54 alle 4 celle degli scambiatori si ottiene

$$DQ_k = h_k A_{wg_k} (T_{wk} - T_k)$$

$$(4.55)$$

$$DQ_{r1} = h_{r1}A_{wg_{r1}}(T_{wr1} - T_{r1})$$
(4.56)

$$DQ_{r2} = h_{r2}A_{wg_{r2}}(T_{wr2} - T_{r2})$$
(4.57)

$$DQ_{h} = h_{h}A_{wg_{h}}(T_{wh} - T_{h})$$

$$(4.58)$$

Mentre le temperature delle pareti di riscaldatore e raffreddatore, $T_{wh} e T_{wk}$, sono costanti, le temperature delle matrici delle celle del rigeneratore, $T_{wr1} e T_{wr2}$, sono valutate tramite considerazioni energetiche. Si assume che entrambe le matrici abbiano conduttività termica infinita nella direzione normale al fluido, mentre nulla nella stessa direzione del fluido: per le matrici dei rigeneratori costituiti da grovigli irregolari di fili metallici, l'ipotesi fatta è verosimile. Inoltre, si suppone che il flusso di calore tra la matrice del rigeneratore e l'involucro di contenimento sia trascurabile. Le derivate delle temperature delle matrici sono così definite

$$DT_{wr1} = \frac{DQ_{r1}}{c_{mr}}$$
(4.59)

$$\mathrm{DT}_{\mathrm{wr2}} = -\frac{\mathrm{DQ}_{\mathrm{r2}}}{\mathrm{c}_{\mathrm{mr}}} \tag{4.60}$$

Dove c_{mr} è la capacità termica di ognuna delle due celle. Il modello Quasi Stazionario prende in considerazione anche gli attriti causa di cadute di pressione negli scambiatori e generazioni di calore interne. Le distribuzione di pressione che ne risulta è rappresentata in figura 4.4. Queste cadute di pressione causano una diminuzione del lavoro in uscita. Dove prevalgono condizioni stazionarie, la conservazione del momento della quantità di moto è semplicemente esprimibile attraverso la seguente espressione

$$\mathbf{F} + \Delta \mathbf{p} \mathbf{A} = \mathbf{0} \tag{4.61}$$

in cui F rappresenta le forza d'attrito, Δp la caduta di pressione e A l'area di passaggio. Le dissipazioni Diss, causa dell'aumento di temperatura, si esprimono nel seguente modo

$$Diss = Fvel \tag{4.62}$$

dove vel è la velocità del flusso di gas. Scrivendo vel in termini di massa del fluido g e densità ρ e sostituendola nelle espressioni 4.61 e 4.62

$$Diss = \frac{\Delta pgA}{\rho}$$
(4.63)

Le dissipazioni, in quanto causa di una generazione di calore, sono sempre positive e causano una riduzione della quantità di calore trasferita al gas. Non sono presenti perdite e la massa totale di gas M è considerata costante.

$$M = m_c + m_k + m_{r1} + m_{r2} + m_h + m_e$$
(4.64)

Il lavoro del motore W è causato dalla variazione dei volumi negli spazi di lavoro $V_c e V_e$. Dato che la pressione nel volume di compressione non è uguale a quello nel volume di espansione, la derivata del lavoro è data da

$$DW = p_c DV_c - p_e DV_e$$
(4.65)

Il metodo utilizzato per risolvere le equazioni algebriche e differenziali è simile a quello usato nel modello ideale adiabatico. Le uniche differenze sono nello sviluppo del bilancio di energia, il quale deve comprende anche le dissipazioni, e nel fatto che i flussi di calore sono determinati attraverso considerazioni di scambio termico e non energetiche. L'equazione dell'energia è dunque utilizzata per determinare i flussi entalpici e i corrispettivi flussi di massa associati. Il bilancio energetico, comprendendo le dissipazioni, diventa

$$DQ - Diss + (c_p T_i gA_i - c_p T_0 gA_0) = DW + c_v D(mT)$$
(4.66)

Si richiamano le relazioni dei gas ideali

$$pV = mRT (4.67)$$

$$c_{\rm p} - c_{\rm v} = R \tag{4.68}$$

e si sostituiscono nell'espressione 4.66 che, semplificando, diventa

$$DQ - Diss + (c_p T_i gA_i - c_p T_0 gA_0) = \frac{c_p pDV + c_v VDp}{R}$$
(4.69)

Ora, dato che si sta analizzando una distribuzione di pressione non costante, si è scelto arbitrariamente di definire come punto di partenza la pressione nello spazio di compressione p_c . Ad ogni incremento della soluzione, p_c è ricalcolata tramite le relative equazioni differenziali e usata come condizione iniziale per determinare la distribuzione di pressione. Questo implica che la derivata della pressione Dp_c è invariante in tutto il motore e per tutti i punti del ciclo. La distribuzione di pressione è quindi ricavabile dai seguenti algoritmi

$$p_{k} = p_{c} + \frac{\Delta p_{k}}{2} \tag{4.70}$$

$$p_{r1} = p_k + \frac{\Delta p_k + \Delta p_{r1}}{2}$$
(4.71)

$$p_{r2} = p_{r1} + \frac{\Delta p_{r1} + \Delta p_{r2}}{2}$$
(4.72)

$$p_{h} = p_{r2} + \frac{\Delta p_{r2} + \Delta p_{h}}{2}$$
(4.73)

$$p_e = p_h + \frac{\Delta p_h}{2} \tag{4.74}$$

Applicando l'equazione 4.69 a tutte le celle in esame

$$-c_p T_{ck} g A_{ck} = \frac{c_p p_c D V_c + c_v V_c D p_c}{R}$$

$$\tag{4.75}$$

$$DQ_k - Diss_k + \left(c_p T_{ck} g A_{vk} - c_p T_{kr} g A_{kr}\right) = \frac{c_v V_k D p_c}{R}$$
(4.76)

$$DQ_{r1} - Diss_{r1} + (c_p T_{kr} g A_{kr} - c_p T_{rr} g A_{rr}) = \frac{c_v V_{r1} D p_c}{R_{rr}}$$
(4.77)

$$DQ_{r2} - Diss_{r2} + \left(c_p T_{rr} g A_{rr} - c_p T_{rh} g A_{rh}\right) = \frac{c_v V_{r2} D p_c}{R}$$
(4.78)

$$DQ_h - Diss_h + \left(c_p T_{rh} g A_{rh} - c_p T_{he} g A_{he}\right) = \frac{c_v v_h D p_c}{R}$$
(4.79)

$$-c_p T_{he} g A_{he} = \frac{c_p p_e D V_e + c_v V_e D p_e}{R}$$

$$\tag{4.80}$$

Sommando le espressioni dalla 4.75 alla 4.80, si osserva che tutti I termini legati all'entalpia si elidono

$$DQ - Diss = \frac{c_p DW + c_v VDp_c}{R}$$
(4.81)

dove

$$DQ = DQ_k + DQ_{r1} + DQ_{r2} + DQ_h$$

$$(4.82)$$

$$Diss = Diss_k + Diss_{r1} + Diss_{r2} + Diss_h$$
(4.83)

$$DW = p_c DV_c - p_e DV_e \tag{4.84}$$

$$V = V_{c} + V_{k} + V_{r1} + V_{r2} + V_{h} + V_{e}$$
(4.85)

Risolvendo l'equazione 4.81 per Dpc si ricava

$$Dp_{c} = \frac{R(DQ - Diss) - c_{p}DW}{c_{v}V}$$
(4.86)

Dato che non ci sono dissipazioni nello spazio di compressione, la derivate della massa in esso presente rimane invariata e uguale a

$$Dm_{c} = \frac{p_{c}DV_{c} + \frac{V_{c}Dp_{c}}{\gamma}}{RT_{ck}}$$
(4.87)

Analogamente a quanto fatto nell'analisi ideale adiabatica, l'equazione di continuità si scrive

$$Dm = gA_i - gA_0 \tag{4.88}$$

Applicando l'equazione 4.88 a tutte le celle si ottiene
$$Dm_{k} = gA_{ck} - gA_{kr} \tag{4.89}$$

$$Dm_{r1} = gA_{kr} - gA_{rr} \tag{4.90}$$

$$Dm_{r2} = gA_{rr} - gA_{rh} \tag{4.91}$$

$$Dm_{h} = gA_{rh} - gA_{he} \tag{4.92}$$

Tutte le temperature del gas sono trovate applicando l'equazione di stato 4.67. Si è così arrivati alla compilazione del set di equazioni che risolve il modello Quasi Stazionario.

Modello Ideale Isotermo: Set di equazione

$$\begin{split} p_k &= p_c + \frac{\Delta p_k}{2} \\ p_{r1} &= p_k + \frac{\Delta p_k + \Delta p_{r1}}{2} \\ p_{r2} &= p_{r1} + \frac{\Delta p_{r1} + \Delta p_{r2}}{2} \\ p_h &= p_{r2} + \frac{\Delta p_{r2} + \Delta p_h}{2} \\ p_e &= p_h + \frac{\Delta p_h}{2} \end{split}$$
 Pressione

 $m_e = M - (m_c + m_k + m_{r1} + m_{r2} + m_h)$

 $T_{c} = \frac{pV_{c}}{Rm_{c}}$ $T_{k} = \frac{pV_{k}}{Rm_{k}}$ $T_{r1} = \frac{pV_{r1}}{Rm_{r1}}$ $T_{r2} = \frac{pV_{r2}}{Rm_{r2}}$ $T_{h} = \frac{pV_{h}}{Rm_{h}}$

Massa spazio espansione

Temperature gas

$$\begin{split} T_e &= \frac{pV_e}{Rm_e} \\ T_{rk} &= \frac{3T_{r1} - T_{r2}}{2} \\ T_{rr} &= \frac{T_{r1} + T_{r2}}{2} \\ T_{rr} &= \frac{3T_{r2} - T_{r1}}{2} \\ T_{rk} &= \frac{3T_{r2} - T_{r1}}{2} \\ \end{bmatrix} \end{split}$$
se gA_{ck} > 0 \Rightarrow T_{ck} = T_c altrimenti T_{ck} = T_k
se gA_{kr} > 0 \Rightarrow T_{rk} = T_c altrimenti T_{kr} = T_{rk}
se gA_{rk} > 0 \Rightarrow T_{rh} = T_h altrimenti T_{rh} = T_h
se gA_{he} > 0 \Rightarrow T_{he} = T_h altrimenti T_{he} = T_e \\ \end{bmatrix}
DW = p_c DV_c - p_e DV_e
DQ_k = h_k A_{wgk} (T_{wk} - T_k)
DQ_{r1} = h_{r1} A_{wgr_1} (T_{wr1} - T_{r1})
DQ_{r2} = h_{r2} A_{wgr_2} (T_{wr2} - T_{r2})
DQ_h = h_h A_{wgh} (T_{wh} - T_h) \\ \end{bmatrix}
DT_{wr1} = \frac{DQ_{r1}}{c_{mr}}
DT_{wr2} = -\frac{DQ_{r2}}{c_{mr}} \\ \end{bmatrix}
Temperature matrici rigeneratore
rigeneratore
matrix and the set of the s

$$gA_{rr} = \frac{c_p gA_{kr} T_{kr} + DQ_{r1} - \frac{c_v V_{r1} Dp_c}{r} - Diss_{r1}}{c_p T_{rr}}$$
$$gA_{rh} = \frac{c_p gA_{rr} T_{rr} + DQ_{r2} - \frac{c_v V_{r2} Dp_c}{r} - Diss_{r2}}{c_p T_{rh}}$$
$$gA_{he} = \frac{c_p gA_{rh} T_{rh} + DQ_h - \frac{c_v V_h Dp_c}{r} - Diss_h}{c_p T_{he}}$$

$$\begin{split} Dm_k &= gA_{ck} - gA_{kr} \\ Dm_{r1} &= gA_{kr} - gA_{rr} \\ Dm_{r2} &= gA_{rr} - gA_{rh} \\ Dm_h &= gA_{rh} - gA_{he} \end{split}$$

Derivate delle masse

4.4 Modello Semplificato

Il modello Quasi Stazionario presentato nel paragrafo precedente permette accurate simulazione delle performance di un motore di specificate dimensioni e configurazione. Il difetto di questa analisi è l'onere computazionale: questo la rende inadatta in analisi di sensibilità parametriche come quelle richieste per l'ottimizzazione in fase di progettazione.

Le domande che sono state poste erano le seguenti: è possibile trovare l'influenza dei parametri geometrici degli scambiatori sulle prestazioni del motore senza passare attraverso simulazioni in serie? È possibile ricavare delle misure della qualità di uno scambiatore, quali la sua efficienza, senza entrare nel contesto di un motore Stirling, così da poter ricavare le sua influenza sulla performance totale?

L'algoritmo di seguito presentato, utilizza come base di simulazione il modello ideale adiabatico, usando i suoi risultati per calcolare, e poi reinserire nel modello, gli scambi di calore e gli effetti degli attriti dei tre scambiatori di calore e della loro influenza sulle prestazioni. Il modello quasi stazionario servirà invece come riferimento finale per validare le tecniche di semplificazione usate.

4.4.1 Analisi Semplificata

Le prime teorie matematiche relative all'operato del rigeneratore furono pubblicati negli anni venti, ovvero circa cent'anni dopo l'invenzione di Stirling. È interessante sapere che questa e molte altre successive teorie non sono applicabili al rigeneratore inserito nel motore Stirling.

La qualità di un rigeneratore è di solito associata all'entalpia in termini della sua efficienza

$$\varepsilon \equiv \frac{Variazione\ reale\ dell'entalpia\ del\ gas\ attraverso\ il\ rigeneratore}{Massima\ variazione\ teorica\ possibile}$$

Questa definizione non è applicabile al motore Stirling. È stata quindi proposta una definizione equivalente nel contesto del modello ideale adiabatico

$$\epsilon \equiv {al \ gas \ nel \ rigeneratore \ trasferito \ unidirezionalmente} \ \epsilon \equiv {al \ gas \ nel \ rigeneratore \ in \ tutto \ il \ ciclo} \ rigeneratore \ nel \ caso \ ideale \ adiabatico$$

L'efficienza termica del ciclo ideale adiabatico (pedice i) è data da

$$\eta_{i} = \frac{Q_{h_{i}} + Q_{k_{i}}}{Q_{h_{i}}}$$
(4.93)

Per un sistema avente rigeneratore non ideale, quando il gas fluisce dal raffreddatore al riscaldatore, all'uscita del rigeneratore ha una temperature leggermente più bassa di quella del riscaldatore. Questo provoca un aumento del calore che lo scambiatore caldo dovrà fornire al gas: questo si esprime come segue

$$Q_{h} = Q_{h_{i}} + \overrightarrow{Q_{r_{i}}}(1 - \varepsilon)$$
(4.94)

Dove $\overrightarrow{Q_{r_1}}$ è il calore trasferito al gas unidirezionalmente in tutto il ciclo nella matrice del rigeneratore nel modello ideale adiabatico. Analogamente, nel flusso inverso dal riscaldatore al raffreddatore, è richiesto un extra raffreddamento del gas dato da

$$Q_{k} = Q_{k_{i}} - \overline{Q_{r_{i}}}(1 - \varepsilon)$$
(4.95)

L'efficienza termica del ciclo non ideale si esprime come segue

$$\eta = \frac{Q_h + Q_k}{Q_h} \tag{4.96}$$

Sostituendo le equazioni 4.93, 4.94, 4.95 nell'espressione 4.96, si ottiene

$$\eta = \frac{\eta_i}{1 + \frac{\overrightarrow{Q_{r_1}}}{Q_{h_i}}(1 - \varepsilon)}$$
(4.97)

Da analisi numeriche relative al General Motors GPU-3 si nota che una variazione di ε dal valore 1, relativo al rigeneratore ideale, al valore 0, relativo ad un'attività rigenerativa nulla, l'efficienza termica η passa dal 60% al 10%. Facendo la derivata dell'equazione 4.97 rispetto ad ε , e ricavandone il valore per ε =1, si ottiene

$$\frac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}\varepsilon}\Big|_{\varepsilon=1} = \eta_{\mathrm{i}} \frac{\overrightarrow{\mathrm{Q}_{\mathrm{r}_{\mathrm{i}}}}}{\mathrm{Q}_{\mathrm{h}_{\mathrm{i}}}} \tag{4.98}$$

Si ricava così che, lavorando con rigeneratori ad alta efficienza, una riduzione dell'1% dell'efficienza causa una diminuzione dell'efficienza termica del motore del 4 %.

L'efficienza del rigeneratore è solitamente calcolata come segue

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp\left[-N\left(1 - \frac{C_{h}}{C_{c}}\right)\right]}{1 - \frac{C_{h}}{C_{c}}\exp\left[-N\left(1 - \frac{C_{h}}{C_{c}}\right)\right]}$$
(4.99)

dove C_h è il calore specifico moltiplicato per il flusso di massa caldo, C_c è il calore specifico moltiplicato per il flusso di massa freddo e N è il Numero di Unità Trasferite che definiremo più avanti.



Figura 4.5: Rigeneratore o scambiatore di calore in controcorrente

L'equazione 4.99 è molto utile per l'analisi di turbine a gas, in cui entrambe le masse sono in moto e le proprietà termiche variano tra la corrente calda e quella fredda. Per il ciclo Stirling, invece, la media del flusso di massa è uguale in entrambe le direzioni e i flussi caldi e freddi hanno le stesse proprietà termiche, il che implica che $C_h = C_c$. Con queste condizioni, l'equazione 4..99 diventa però indeterminata. Si è dunque ritenuto di cambiare strada ricavando l'equazione direttamente dal motore Stirling. L'assunzione prima fatta implica che la differenza di temperatura ΔT sul lato caldo e sul lato freddo del rigeneratore sono uguali. Riferendosi alla figura 4.5

$$\varepsilon = \frac{T_{h_1} - T_{h_2}}{T_{h_1} - T_{c_2}} \tag{4.100}$$

$$2\Delta T = \bar{T}_{h_2} - \bar{T}_{c_2}$$
(4.101)

Sostituendo l'espressione 4.101 nella 4.100

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + \frac{2\Delta T}{T_{h_1} - T_{h_2}}}$$
(4.102)

Da considerazioni sul bilancio di energia della corrente calda, si ricava che la variazione di entalpia di questa corrente è uguale al calore trasferito dalla corrente calda a quella fredda attraverso la matrice

$$DQ = c_p g A (T_{h_1} - T_{h_2}) = 2h_t A_{wg} \Delta T$$
(4.103)

dove h_t è il coefficient di scambio termico globale, ovvero quello relativo al calore trasferito dalla corrente calda alla matrice e, analogamente, dalla matrice alla corrente fredda, e A_{wg} è l'area bagnata. Sostituendo la 4.103 nella 4.102, si arriva all'espressione

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + \frac{c_p g A}{h A_{wg}}}$$
(4.104)

Usando la definizione del Numero di Unità Trasferite

$$N \equiv \frac{hA_{wg}}{c_{p}gA}$$
(4.105)

e sostituendola nell'equazione 4.104, si ottiene in definitiva l'efficienza del rigeneratore

$$\varepsilon = \frac{N}{1+N} \tag{4.106}$$

Unendo quanto sviluppato con i risultati del modello ideale adiabatico, si arriva all'algoritmo presentato in figura 4.6.



Figura 4.6: Algoritmo per la valutazione dell'efficienza del rigeneratore e della sua influenza sulle performance del motore

I risultati di questo modello sono stati validati tramite l'utilizzo della simulazione quasi stazionaria.

L'efficienza, così come definita nell'equazione 4.99 e nella figura 4.5, può essere utilizzata per calcolare le prestazioni di scambiatori di calore a controcorrente. Si è supposto che le temperatura delle pareti del riscaldatore e del raffreddatore sono isoterme a temperatura costante: questo fa si che questi elementi siano equivalenti a scambiatori a controcorrente sotto la condizione $C_h/C_c = 0$. Valutando l'equazione 4.99 sotto questa condizione, si ottiene

$$\varepsilon = 1 - e^{-N} \tag{4.107}$$

L'equazione 4.107 esprime l'efficienza degli scambiatori caldo e freddo in funzione di N. Sfortunatamente, non si è in grado di determinare un'espressione semplice che leghi queste efficienze alle prestazioni del motore, come invece è stato possibile per il rigeneratore. Si è osservato che, in scambiatori non ideali, la temperatura del gas è diversa da quella della parete: più bassa nel riscaldatore, più alta nel raffreddatore. Questo influisce negativamente sulle prestazioni del motore, abbassando la potenza esprimibile. In figura 4.6 è spiegato l'algoritmo che permette di valutare le temperature medie T_k e T_h lungo il ciclo e di determinare la loro influenza sul motore. I flussi di massa del raffreddatore e del riscaldatore sono ricavati dalla simulazione ideale adiabatica ed usati per calcolare i rispettivi valori del numero di Reynolds ad ogni incremento del ciclo. Usando le correlazioni standard per i tubi lisci si ricavano i valori del coefficiente di scambio termico per poi ricavarne un valore medio sia per il raffreddatore che per il riscaldatore. Dalle equazioni relative agli scambi termici convettivi, si ricavano le seguenti espressioni

$$Q_k = h_k A_{wgk} (T_{wk} - T_k)$$

$$(4.108)$$

$$Q_h = h_h A_{wgh} (T_{wh} - T_h)$$

$$(4.109)$$

Le temperature medie sono ricavate dalle equazioni 4.108 e 4.109

$$T_{k} = T_{k_{i}} - \frac{Q_{k_{i}}}{\overline{h_{k}}A_{wgk}}$$
(4.110)

$$T_{h} = T_{h_{i}} - \frac{Q_{h_{i}}}{\overline{h_{h}}A_{wgh}}$$
(4.111)

Questi nuovi valori di temperature sono utilizzati in una nuova simulazione che utilizza sempre il modello ideale adiabatico e porta a nuovi valori del lavoro W. Questo nuovo risultato è paragonabile con quello ricavato dal modello quasi stazionario.



Figura 4.7: Algoritmo per la valutazione dell'influenza sul motore dei calori scambiati nel riscaldatore nel raffreddatore

Come verificato nelle analisi precedenti, le cadute di pressione negli scambiatori causano una riduzione della potenza espressa dal motore e, le dissipazioni date dagli attriti, causano una riduzione del calore entrante nel ciclo. A causa delle cadute di pressione, il nuovo valore del lavoro sarà dato da

$$W = \oint p dV_c + \oint (p - \Sigma \Delta p) dV_e \qquad (4.112)$$

In cui la sommatoria comprende i tre scambiatori, raffreddatore, rigeneratore e riscaldatore. Di seguito è riportato l'algoritmo che permette di ricavare l'effetto di cadute di pressioni e dissipazioni sulle performance del motore. Si osserva che il calore entrante nel riscaldatore si riduce come segue

$$Q_{h} = Q_{h_{i}} - \overline{\text{Diss}_{h}} - \overline{\text{Diss}_{r}}$$
(4.113)

dove $Diss_h$ e $Diss_r$ sono rispettivamente le dissipazioni date dagli attriti nel riscaldatore e nel rigeneratore. Quelle dovute al raffreddatore entrano già nell'aumento del valore Q_k . Il fatto che le dissipazione portate dal rigeneratore causino una diminuzione del calore entrante nel riscaldatore, non è intuitivo ma è confermato dai valori ricavati dal modello quasi stazionario.



Figura 4.8: Algoritmo per la valutazione dell'influenza sul motore di cadute di pressione e dissipazioni

Gli algoritmi presentati nelle figure 4.6, 4.7 e 4.8 possono essere combinati in un unico algoritmo, presentato di seguito [1].

Modello Ideale Isotermo: Set di equazione

Definizione del motore, degli scambiatori e delle condizione operative \downarrow Simulazione ideale adiabatica \downarrow $Q_h \rightarrow Q_{h_i}$ Nuova valutazione di T_h e T_k \downarrow Simulazione ideale adiabatica \downarrow Determinazione dell'efficienza del rigeneratore ε e il flusso unidirezionale $\overrightarrow{Q_{r_i}}$ \downarrow

Determinazione delle cadute di pressione Δp e della dissipazione media \overrightarrow{Diss}

$$\oint p dV_c + \oint (p - \Sigma \Delta p) dV_e \to W$$

$$Q_{h_i} - \overrightarrow{Q_{r_i}} (1 - \varepsilon) - \overrightarrow{D_{1} s s_h} - \overrightarrow{D_{1} s s_r} \to Q_k$$

$$\eta = \frac{W}{Q_h}$$

Capitolo 5

Modelli Instazionari

I modelli termofluidodinamici presentati nel capitolo precedente sono stati alla base degli studi relativi ai motori Stirling per decenni. In questi ultimi anni sì è però sentita l'esigenza di superare l'ipotesi più stringente di questi modelli, ovvero la stazionarietà del fluido. Nei paragrafi seguenti analizzeremo due modelli: il primo è stato proposto da F. J. García Granados, M. A. Silva Perez e V. Ruiz-Hernandez dell'Università di Siviglia nel 2008; il secondo è stato creato come lavoro di tesi nel 2011 da due studenti del Politecnico di Milano, Tamara Bonvecchio e Valerio Scupola.

5.1 Il modello spagnolo



Figura 5.1: Suddivisione del motore in volumetti di controllo

Il modello di F. J. García Granados, M. A. Silva Perez e V. Ruiz-Hernandez dell'Università di Siviglia, presentato nella pubblicazione "Thermal Model of the EuroDish Solar Stirling Engine" è basato sul modello quasi stazionario di Urieli e Berchowitz, esposto nel capitolo precedente. Le ipotesi riprese da quest'ultimo modello sono l'adiabaticità dei cilindri, la non idealità degli scambiatori e la suddivisione in n celle del volume morto. È stato inoltre ripreso anche il procedimento per la creazione del set di equazioni che analizzi il problema termofluidodinamico. Invece è stata abbandonata l'ipotesi poco realistica di condizioni di flusso stazionarie, tenendo conto di variazioni nel tempo di grandezze quali massa, pressione e temperatura negli scambiatori. Il motore è stato suddiviso in 19 volumetti, come mostrato in figura 5.1, per ciascuno dei quali si è supposto che il fluido contenuto sia a pressione, massa e temperatura spazialmente uniformi, tranne che per il rigeneratore: questo elemento è stato diviso in 10 volumetti in ognuno dei quali si è supposto un andamento lineare della temperatura del fluido. La temperatura del fluido nel centro del volumetto risulta pari alla media tra la temperatura di ingresso e di uscita; inoltre gli autori hanno imposto per continuità che la temperatura del fluido all'interfaccia tra due volumetti contigui sia la stessa. Per quanto riguarda la temperatura della parete di ciascun volumetto di rigeneratore, gli autori hanno sottolineato la non utilità del determinare se questa sia uniforme o variabile linearmente, perché il risultato finale in termini di scambio termico dovrà essere lo stesso, per cui o TW corrisponde alla temperatura uniforme della parete o è un valore di riferimento (matrix bulk temperature). Per ogni volumetto, esattamente come avviene nell'analisi proposta da Urieli e Berchowitz, viene imposta la conservazione della massa e dell'energia, ma con la differenza che gli autori non vi associano l'equazione di stato del gas perfetto ma quella del gas reale (van der Waals) per garantire una maggiore accuratezza dei risultati. Scrivendo le 3 equazioni per ogni volumetto, si arriva ad un totale di 57 equazioni. Inoltre, utilizzando come pressione di riferimento quella nel cilindro di compressione, come avveniva nell'analisi quasi stazionaria, si devono aggiungere 18 equazioni che definiscono i salti di pressioni a cavallo dei volumetti. Si ottiene un totale di 75 equazioni. Le incognite sono le variazioni istantanee di pressione, temperatura e massa nel fluido contenuto in ciascun volumetto e i flussi di massa attraverso di loro, ossia 75 incognite. Gli autori suppongono che all'istante iniziale siano note massa, pressione e temperatura all'interno di tutti i volumetti del motore e sulle pareti, di modo che una volta calcolate le loro variazioni istantanee sia possibile determinare i nuovi valori per l'istante successivo. Per la valutazione del coefficiente di scambio termico convettivo e del coefficiente d'attrito degli scambiatori sono state utilizzate le seguenti correlazioni:

$$Nu_{d} = 3,66$$

$$\overline{Nu_{d}} = 1,86 \left(\frac{Re_{d}}{\frac{L}{D}}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\mu}{\mu_{s}}\right)^{0,14}$$

$$Nu_{d} = \frac{\left(\frac{f}{8}\right)(Re_{D} - 1000)Pr}{1 + 12,7\left(\frac{f}{8}\right)^{\frac{1}{2}} \left(Pr^{\frac{2}{3}} - 1\right)}$$

Tubi Circolari

Fig. 7–8. Gas flow through an infinite randomly stacked waven-screen matrix, heat transfer characteristics; a correlation of experimental data from wire screens and crossed rads simulating wire screens. Perfect stacking, i.e., screens touching, is assumed.





Fig. 7–9. Flow through an infinite randomly stacked woven-screen matrix, flow friction characteristics; a correlation of experimental data from wire screens and crossed rads simulating wire screens. Perfect stacking, i.e., screens touching,

Rigeneratore

Gli autori impongono, per velocizzare il transitorio termico, che fin dall'inizio le temperature di parete degli scambiatori caldo e freddo siano pari a quelle di regime, che conoscono avendo a disposizione misurazioni effettuate sul motore SOLO V161 durante l'esercizio. Invece nel caso del rigeneratore trascurano quale possa essere la distribuzione della temperatura di parete del singolo volumetto (omogenea o variabile linearmente) e ne ipotizzano la variabilità nel tempo anche a regime. Dato il valore iniziale, si sommano per ogni passo le variazioni istantanee ricavate dal set di equazioni e si trovano i successivi valori di temperatura. Si suppone che all'istante iniziale il fluido e la matrice abbiano la stessa temperatura, la quale sarà variabile linearmente all'interno dell'elemento e sufficientemente vicina ai valori di regime in modo da ridurre la durata del transitorio termico. La massa di idrogeno contenuta nel motore subisce delle modifiche lungo lo sviluppo del ciclo per non discostarsi troppo dal valore di pressione a regime misurato nel motore reale. I risultati ottenuti tramite l'utilizzo di questo modello sono prossimi a quelli ottenuti attraverso l'analisi quasi stazionaria e sono da questa validati. A causa della non reperibilità di dati certi sull'andamento delle variabili in gioco nei motori reali, non risulta facilmente intuibile la portata dei miglioramenti introdotti da questo modello [3].

5.2 Modello Gasdyn 1D

La Sezione di Motori a Combustione Interna del Dipartimento di Energia del Politecnico di Milano ha elaborato già qualche anno fa un codice numerico monodimensionale, Gasdyn, accoppiato all'interfaccia grafica GasdynPRE, in

grado di simulare i processi termofluidodinamici che avvengono all'interno di un motore volumetrico a combustione interna. Uno dei propositi alla base dello sviluppo del software era tenere conto dei fenomeni instazionari che avvengono nel motore, dovuti al moto alternato dei pistoni, al moto di apertura e chiusura delle valvole ecc., di cui si sarebbero persi gli effetti se si fosse proceduto nell'ipotesi di funzionamento ciclicamente stazionario della macchina. Gli autori della tesi "Modellazione termo-fluidodinamica 1D di un motore a ciclo Stirling di tipo alfa" hanno deciso di lavorare con questo codice per tentare di analizzare il comportamento fluidodinamico di un motore Stirling di tipo alfa, bicilindrico a V, ispirato al motore SOLO V161 della Kleinmotoren GmbH. Gli autori hanno scelto di studiare questo specifico motore in quanto strutturalmente simile ad un motore bicilindrico a combustione interna: si sperava così di non dover introdurre modifiche nel software. La scelta di utilizzare un codice monodimensionale va vista nell'ottica di creare uno strumento che possa agilmente ricavare la fluidodinamica interna al motore riproducendone i fenomeni principali, pronti semmai ad una futura analisi 3D più specifica ma anche più onerosa in termini computazionali.

All'interno dei condotti di un motore Stirling il flusso di gas è instazionario, con forti gradienti di pressione, temperatura e velocità, insieme ad importanti variazioni del livello di entropia. Per risolvere problemi di tale complessità, il software Gasdyn adopera diversi metodi numerici in grado di analizzare per la fluidodinamica all'interno dei condotti del motore: si ha la possibilità di scegliere quale modello usare tra Lax Wendroff, McCormack e CE-SE (conservation-element/solution element). Nell'analisi è stato utilizzato il modello di McCormack.



Figura 5.2: SOLO V161

Utilizzando le dimensioni, reali se reperibili e stimate negli altri casi, dei componenti del motore reale SOLO V161 (figura 5.2), gli autori hanno cercato di riprodurne le geometrie sull'interfaccia grafica GasdynPRE, attraverso la quale il codice Gasdyn ricava i dati geometrici necessari alla simulazione. Nella modellazione dei cilindri e dello scambiatore solare sono state rispettate le dimensioni del motore reale, invece si sono dovuti sistematicamente sovradimensionare i modelli 1D dei condotti di collegamento tra un componente e l'altro, perché il mantenimento delle lunghezze stimate sul motore SOLO

V161 avrebbe comportato il ricorso a meshatura eccessivamente fitta, con tempi di calcolo eccessivi. Sono state inoltre modificate le geometrie di alcuni componenti, in quanto non adatte ad una modellazione 1D. Il punto più problematico con il quale si sono dovuti scontrare gli autori è stata la modellazione del rigeneratore. In primo luogo non erano reperibili dati sulle proprietà della matrice; sono quindi stati utilizzati valori reperibili in letteratura. In secondo luogo, il rigeneratore è un elemento assente nei motori a combustione interna e quindi non modellizzabile tramite una feature già esistente. La scelta degli autori, come si vedrà di seguito, è stata di utilizzare una serie di catalizzatori. Un altro aspetto critico del modello del rigeneratore sta nella modalità di funzionamento: mentre il rigeneratore del motore reale SOLO V161 varia ciclicamente la sua temperatura (nel tempo e lungo l'asse), il modello realizzato lavora a temperatura imposta, comportandosi di fatto come uno scambiatore con una sorgente o pozzo esterni. L'aver adottato nel modellizzare il rigeneratore le dimensioni di un vero rigeneratore ha costretto a ridefinire in fase di simulazione il modello del componente. Infatti tali dimensioni, probabilmente adeguate nel caso di un vero rigeneratore, risultavano insufficienti a garantire nella simulazione del modello del motore un lavoro termodinamico confrontabile con quello del motore reale di riferimento, il SOLO V161. Introdurre tre componenti al posto di un unico rigeneratore, ha fatto sì che si venisse a creare un elemento di dimensioni non più paragonabili a quello reale: questo ha influito sui volumi morti presenti nel motore e quindi sull'analisi dello stesso. A causa della struttura stessa del software, sono stati inseriti dei condotti di aspirazione, condotti di scarico e valvole: per far si che questo non influisse sul modello, in quanto non presenti nel motore reale, i condotti di aspirazione sono stati supposti chiusi, mentre, per quanto riguarda le valvole, si è agito sulla loro legge di apertura rendendole sempre aperte.

Nella tabella seguente sono riportate le dimensioni dei componenti del motore, nella colonna centrale quelle stimate relativamente ai componenti del motore SOLO V161 mentre nella colonna di destra quelle adottate nel modello 1D di motore Stirling.

		1	
	SOLO V161	MODELLO 1D	
CILINDRI			
Alesaggio	0,068 m	0,068 m	
Corsa	0,044 m	0,044 m	
Beta Geometrico		10	
Cilindrata Unitaria	1,59713e-04 m ³	1,59713e-04 m ³	
Volume morto interno		1,77459e-05 m ³	
COLLETTORI SCAMBIATORE SOLARE			
Lunghezza	0,1632 m	0,015 m; 0,01 m; 0,1632 m	
Diametro di base	0,017 m		
Diametro di punta	0,0034 m		
Diametro medio	0,007 m	0,017 m; 0,007 m; 0,007 m	
Volume approssimato	6,2775e-6 m ³	1,00651e-5 m ³	
SCAMBIATORE SOLARE			
Diametro tubicini	0,0034 m	0,0034 m	
Lunghezza	0,272 m	0,275 m	
Numero	78	75	
Volume	1,9253e-4m ³	1,87e-4m ³	
Superficie	2,26e-1 m ²	2,2e-1 m ²	
COLLETTORI			
Diametro tubicini		0,007 m; 0,068 m	
Lunghezza		0,02 m; 0,02 m	

Volume		7,33661e-5 m ³	
Superficie		4,71e-3 m ²	
RIGENERATORE			
Diametro principale	0,068 m	0,068 m	
Diametro condottini	0,0025 m	4,51e-4 m	
Lunghezza	0,0306 m	0,02 m	
Numero	400 per inch ⁴	7263	
Volume	9,6084e-6 m ³	2,32e-5 m ³	
Superficie	3,843e-2 m ²	2,06e-1 m ²	
Volume di raccordo		3,62984e-5 m ³	
SCAMBIATORE FREDDO			
Lunghezza	0,0884 m	0,06 m	
Diametro	0,068 m	0,068 m	
Diametro condottini	0,0034 m	0,00309 m	
Numero	145	145	
Volume	1,1632e-4 m ³	6,53e-5 m ³	
Superficie	1,3684e-1 m ²	8,45e-2 m ²	
RACCORDO			
Lunghezza	0,0102 m	0,01 m; 0,02 m	
Diametro	0,068 m	0,068 m; 0,017 m	
Volume	5,4851e-5 m ³	4,08357e-5 m ³	
CONDOTTO DI USCITA CILINDRO FREDDO			
Lunghezza	0,0306 m	0,02 m	

Diametro	0,017 m	0,01 m
Volume	6,9421e-6 m ³	1,57e-6 m ³

Il codice Gasdyn permette, con un'opzione dedicata denominata wall temp calculation, di simulare il transitorio termico subito dai condotti dalla temperatura iniziale a quella di regime. Per accorciare i tempi di calcolo del software è stato deciso di impostare a priori la temperatura di parete per tutti i condotti. Per quanto riguarda gli scambiatori caldo e freddo, è stato deciso di impostare una temperatura di parete costante. I cilindri sono stati supposti adiabatici, come ipotizzato nel modello quasi stazionario. Per quanto riguarda l'elemento rigeneratore, sono stati utilizzati tre componenti di dimensioni uguali e temperature imposte e decrescenti dall'elemento più caldo dal lato del riscaldatore, a quello più freddo sul lato del raffreddatore. In termini di effetto sul fluido, il risultato è simile a quello ottenibile con un vero rigeneratore: se il fluido scorre dallo scambiatore caldo attraversando il componente tende a raffreddarsi; se fluisce invece dal raffreddatore, tende a riscaldarsi. Quello che varia è il metodo con cui varia la temperatura del fluido: nel rigeneratore reale è causata dal passaggio di calore tra fluido e matrice la quale varia la sua temperatura. Nel modello utilizzato è invece causata dalla scambio termico tra parete a temperatura imposta, la quale si comporta da sorgente o pozzo, e fluido. Il modello 1D definitivo del motore di figura 5.3 è il traguardo di una modellazione che ha richiesto un numero ragguardevole di passaggi intermedi di affinamento e calcolo. La linea guida della modellazione è consistita nell'ottenere un modello in grado di produrre una potenza confrontabile col valore nominale relativo al motore reale di riferimento.



Figura 5.3: Modello 1D definitivo

Dopo molti tentativi, gli autori hanno deciso di spezzare in tre componenti l'elemento rigeneratore: ognuno di questi elementi è un catalizzatore. Del componente è possibile impostare: le dimensioni esterne, le dimensioni della matrice, la frazione di vuoto, il numero totale di canali di passaggio (simile alla porosità della matrice) e il loro diametro interno. L'interfaccia richiede anche l'inserimento della temperatura di parete della matrice, valore che, come già detto prima, non è ne omogeneo ne costante in un rigeneratore reale. La struttura del catalizzatore è divisibile in tre parti: il guscio esterno, lo spessore isolante e la matrice vera e propria. I coefficienti di scambio termico conduttivo di questi elementi, sono stati mantenuti uguali e quelli di default, in quanto gli autori non hanno reperito dati attendibili in proposito.

È emersa la necessità di spezzare l'elemento rigeneratore/scambiatore in tre parti, ognuna a temperatura differente, crescente in direzione dello scambiatore solare, in modo tale da migliorare il processo di scambio termico che sostituisce il processo di raffreddamento e riscaldamento del rigeneratore reale. La suddivisione del rigeneratore/scambiatore ha implicato però un incremento del volume morto del modello, a causa sia dell'aumento delle dimensioni del componente sia dell'introduzione dei condotti di collegamento tra i tre elementi. La ripartizione delle temperature dei tre elementi a gradino, permette di diminuire le irreversibilità, eccessive nei tentativi precedenti che prevedevano un solo monoblocco.

La necessità di far introdurre ai rigeneratori/scambiatori una grande quantità di calore attraverso l'aumento della superficie interna non si spiega solo col bisogno di fornire quel calore che nel funzionamento reale di un motore Stirling viene messo a disposizione dalla matrice del rigeneratore, ma deriva anche dalla necessità di contrastare l'effetto riducente sulle pressioni (e quindi sul lavoro) dovuto alla presenza di un volume morto interno consistente rispetto al riferimento reale.

5.2.1 Risultati

La modellazione 1D ha portato a risultati confrontabili con quelli delle analisi esposte al capitolo 4 e al paragrafo 5.1. Questo giustifica la volontà di utilizzare softwear di questo tipo per analizzare gli influssi dati dalle instazionarietà. Sono stati però rilevati degli scostamenti con il motore reale: queste sono state inputate al già citato sovradimensionamento dei volumi morti dato da un errata modellazione del rigeneratore e dall'inserimento di una serie di condotti non presenti nel caso reale. Oltre ad abbassare le prestazioni e a ridurre il lavoro producibile, si è anche abbassata la variabilità delle pressioni, in quanto è aumentata la massa di fluido nel motore.

Per quanto riguarda l'entità degli scambi termici nel modello 1D, lo scostamento rispetto ai valori relativi al motore reale di riferimento, il SOLO V161, va ricondotto a molteplici cause. L'aver utilizzato in molti casi stime delle dimensioni reali, ha allontanato il modello 1D dal SOLO V161, rendendo inutile

il fare paragoni. In ogni caso, se si volessero analizzare le principali cause di scostamento, si dovrebbe tenere presente innanzitutto la mancanza, nel modello 1D, di un vero rigeneratore. Sostituendolo con tre scambiatori, si è influito sui flussi termici con l'esterno peggiorando inevitabilmente i rendimenti. Inoltre l'assenza del rigeneratore ha un effetto anche sull'andamento della pressione nel fluido, visto che un rigeneratore reale introduce delle perdite di carico estremamente significative nel fluido. Esiste poi anche un'incognita legata ai coefficienti di scambio termico, sia perché non si hanno dati certi in letteratura, soprattutto per quanto riguarda la matrice del rigeneratore, sia per la determinazione degli stessi da parte di Gasdyn, il quale utilizza correlazioni per flussi stazionari [6].



Figura 5.4: Motore SOLO V161

Capitolo 6

Il rigeneratore

Il rigeneratore è il cuore del motore Stirling e, di fatto, è una capacità termica, ovvero un elemento capace di accumulare grandi quantità di calore. Esso è presente nelle macchine Stirling fin dalla loro nascita, anche se a quel tempo non se ne comprendeva bene il funzionamento. Tuttavia, in molteplici occasioni fu dimostrato quanto esso sia in grado di incrementare sensibilmente le prestazioni della macchina. Per comprenderne meglio la funzione e le caratteristiche, è necessario ubicarlo all'interno della macchina: esso è situato di norma a metà strada fra riscaldatore e refrigeratore, o comunque a metà strada nel condotto che collega la camera di espansione a quella di compressione. Essendo posto fra due volumi di gas le cui temperature differiscono di centinaia di gradi, esso presenterà al suo interno un gradiente di temperatura compreso interamente nella suddetta differenza. Ipotizziamo ora che al suo interno sia già immagazzinata una certa quantità di calore: nel momento in cui il gas a bassa temperatura proveniente dal volume di compressione lo attraversa, esso gli cede una parte del calore accumulato, così facendo il gas giunge nel volume d'espansione ad una temperatura più elevata; viceversa, quando la stessa quantità di gas, dopo essere stato riscaldato, lo attraversa in direzione opposta, esso lo priva di una parte di calore (che idealmente è la medesima quantità che in precedenza gli aveva ceduto), facendo sì che il gas non possa giungere nel volume di compressione ad una temperatura elevata. Compreso il suo ruolo, il sicuramente essere un componente geometricamente rigeneratore dovrà compatto in grado di accumulare grandi quantità di calore; sopportare grandi salti termici, effettuare col gas scambi di calore veloci, senza variare di molto la sua distribuzione interna delle temperature. Inoltre, non dovrà consentire al calore di uscire verso l'ambiente esterno; non dovrà ostruire eccessivamente il passaggio del gas al suo interno e dovrà essere chimicamente stabile (cioè non deve rilasciare nel gas polveri o particelle). Tutti questi aspetti, sono legati principalmente alla forma e al materiale di cui il rigeneratore è costituito. Per avere infatti un'elevata capacità termica (che è data dal rapporto tra la massa ed il calore specifico del componente) sarebbe dunque preferibile l'uso di materiali con alto valore di calore specifico, che normalmente sono composti di origine minerale a base di ossidi di alluminio o magnesio, i quali non hanno però buone doti di lavorabilità e non sono nemmeno capaci di scambiare elevate quantità di calore in breve tempo. Concretamente quindi, si utilizzano materiali con calore specifico minore, con una lavorabilità maggiore ed una maggior propensione a realizzare veloci scambi termici. Ciò è realizzabile mediante la disponibilità di grandi superfici per lo scambio termico che si ottiene attraverso la costituzione di spirali, maglie, o più in generale insiemi di sottili corpi metallici trafilati o laminati, in ferro o in acciaio. Trattando ora della forma, per essere davvero vantaggioso il rigeneratore metallico dovrebbe, in primo luogo, essere un grosso blocco solido di materiale al fine di realizzare un'elevata capacità termica. In secondo luogo, al fine di minimizzare i volumi morti e le perdite di carico durante i passaggi del gas, esso dovrebbe essere piccolo e dotato internamente di una struttura porosa con ampie cavità. Infine, allo scopo di ottimizzare i trasferimenti di calore, il componente dovrebbe essere costituito da un'estesa e fitta tramatura metallica. E' chiaro che non è possibile soddisfare poiché contemporaneamente tutte queste caratteristiche, palesemente contrastanti: si dovrà quindi scendere a situazioni di compromesso, che portano a costruire questo componente mediante

tramature piuttosto fitte (senza esagerazioni) in lamina o filo di acciaio. Per il contenimento delle perdite di calore verso l'esterno, si può isolare termicamente il componente, anche se in certi casi questo va ad aumentarne sensibilmente l'ingombro, perciò non sempre si fa.

I rigeneratori sono inseriti nella macchina mediante tre sistemi:

• esterno;

• anulare;

• integrato nel pistone dislocatore.

Il sistema esterno viene utilizzato principalmente nelle macchine di tipo alfa, ed è probabilmente il meno problematico da costruire, montare ed isolare. Si trova nel condotto che congiunge i due cilindri. Il sistema anulare invece, viene utilizzato nelle configurazioni beta e gamma: in questo caso, il pistone dislocatore è aderente al relativo cilindro, il quale è contenuto nella struttura esterna della macchina, ma è separato da essa. Nello spazio che separa le due parti metalliche (chiaramente di forma anulare) viene inserito il rigeneratore. In questo caso, l'isolamento verso l'esterno è un po' più complesso da realizzare. Il sistema integrato nel dislocatore era piuttosto utilizzato nel passato, e sfruttava il fatto che quest'ultimo è di fatto un corpo metallico, capace di accumulare e rilasciare il calore velocemente: si procedeva quindi all'incremento della sua capacità termica mediante il suo allungamento. In tal caso, il dislocatore doveva essere ben lambito dal gas in movimento, per questo aveva un diametro minore rispetto al cilindro.

6.1 Porosità e orientamento dei filamenti

Un aspetto importante nella realizzazione di una matrice di filamenti metallici è il controllo della porosità. Come spiegato nella figura seguente, la porosità è considerevolmente dipendente dall'orientamenti di due piani adiacenti di filamenti.



(c) Porosità della pila / porosità del singolo schermo in funzione dell'angolo

Figura 6.1: Effetto dell'orientamento relativo di due schermi sullo spessore e sulla porosità volumetrica

Studiando i diversi tipi di allineamento possibile, si è arrivati all'analisi di un sistema che compatta al meglio gli spazi vuoti presenti nell'intreccio dei fili. Questo tipo di orientamento è definito close-packed: procedendo con gli studi su questa configurazione, si è però scoperto che le classiche correlazioni su scambi di calore e fattori di attrito non sono più utilizzabili [2].



(a) Schermi allineati irregolarmente



(b) Schermi in configurazione "close-packed"



6.2 Tecniche di produzione delle matrici

La matrice presente nel rigeneratore può avere diverse configurazioni e può essere costruita mediante diverse tecniche. Di seguito vengono presentati due metodi.

6.2.1 Fili metallici pressati

Si parte dal calcolo della quantità dei fili metallici necessari a realizzare le funzioni base del rigeneratore. Questi filamenti vengono poi tagliati (80% 3-4cm & 20% 1-2 cm) e collocati in uno stampo d'acciaio. Questo ammasso di filamenti viene dunque pressato fino al raggiungimento dello spessore desiderato. Tramite questa tecnica e possibile ottenere una porosità uniforme

Material	Porosity (%)	Length (mm)	
Silver	70	10.5	
Aluminium	70	10	
Copper	69	12	
Stainless Steel 302	68	12	
Tantalum	70	12	
Titanium	70	12	
Tungsten	70	11	



Figura 6.3: Porosità e lunghezze dei provini di fili pressati.

6.2.2 Fusione di alluminio

Questo processo ha l'obiettivo di forzare il miscelamento tra alluminio fuso e cloruro di sodio.

Per ottenere questo, si inseriscono in una fornace i due componenti e, tramite l'utilizzo di una pompa, si crea il vuoto nella stessa. Si porta la fornace a 710°C e si rimane a questo valore di temperatura per 120 min. Si stacca quindi la pompa del vuoto e si inserisce nella camera dell'argon pressurizzato: questo forza l'alluminio fuso ad entrare nei grani di sale. Si toglie poi la camera dalla fornace e si raffredda il tutto fino a temperatura ambiente. Si toglie quindi il campione dalla camera e si pulisce con dell'acqua per dissolvere i Sali.

Porosity (%)	Length (mm)
62.6	10
64.5	10
67.1	9
61.2	8.25
	Porosity (%) 62.6 64.5 67.1 61.2



Figura 6.4: Porosità e lunghezze dei provini fusi

I provini costruiti nei due metodi spiegati sono stati analizzati e confrontati anche con provini realizzati con bobine regolari di fili di metallo. Di seguito sono riportati i grafici che spiegano i risultati ottenuti. Il provino a spugna è quello che garantisce il maggior assorbimento di energia con la minor caduta di pressione possibile: è dunque quello che garantisce la miglior efficienza una volta inserito nella realtà del motore Stirling [5].



Figura 6.5: Portata VS Caduta di pressione nei provini



Figura 6.6: Grafici di confronto tra provini di bobine, pressati e fusi

6.3 Matrici in materiali compositi

L'obbiettivo nella costruzione dei rigeneratori deve essere quello di ridurre tutte le perdite associate a cadute di pressione, dispersione di calore e attiriti. Le matrici in materiali compositi offrono nuove possibilità in termine di resistenza alle alte temperature e architettura della struttura. I compositi termici sono l'unione di materiali ad alta conduttività termica e alta capacità termica. L'obiettivo nella creazione di questi materiali e combinare le proprietà dei singoli componenti per crearne uno nuovo con le caratteristiche desiderate. La conduttività termica della fibra di carbonio va dai 300 W/(mK) ai 1000 W/(mK), ovvero molto di più dell'acciaio inossidabile che arriva a 15 W/(mK). Trasversalmente all'asse delle fibre, la conduttività termica diventa anche 100 volte più piccola. Quando un composito è costruito su una matrice a bassa conduttività termica, la fibra composta che ne risulta ha una grandissima anisotropia delle proprietà. Per le applicazioni di un rigeneratore, una fibra così composta può essere utilizzate per estrarre calore dal flusso di gas conducendolo a canali a bassa conduttività termica ed alta capacità termica. I rigeneratori che utilizzano matrici composite si definiscono CMR. I maggiori benefici dati dall'utilizzo di questo tipo di matrice sono:

- maggior efficienza a pari attrito rispetto alle matrici a sfere pressate, feltri o schermi sovrapposti;
- caduta di pressione uniforme e miglioramento della distribuzione del flusso;
- minor caduta di pressione e minor volume morto.

Nella figura di seguito si può trovare la configurazione base di un CMR messa a confronto con altre tipologie di matrice [4].



Figura 6.7: CMR a confronto con altre tipologie di matrice

6.4 Un approccio alternativo: la similitudine

Il flusso all'interno del rigeneratore, come nel resto del motore Stirling è:

- tridimensionale
- instazionario
- non completamente sviluppato
- comprimibile
- ciclico

In contrasto con questo, la maggior parte dei dati sugli scambi di calore è basata sull'utilizzo di un flusso che è:

- bidimensionale
- stazionario
- completamente sviluppato
- unidirezionale

Si osserva poi che, in contrasto con entrambe le cose, i modelli simbolici utilizzati per l'analisi dei circuiti a gas è strettamente unidimensionale. Questo aspetto allontana molto i modelli dalla realtà. Queste palesi difficoltà aprono il campo all'utilizzo di metodi di similitudine dinamica. La similitudine riconosce che, per un particolare rigeneratore o motore Stirling operante sotto date condizioni di temperatura, pressione e frequenza, le particelle di fluido subiscono un determinato ciclo che, seppur sconosciuto, sarà simile a quello sviluppato in un altro motore di geometria simile e operante sotto le stesse condizioni. Utilizzando le similitudine si ha la possibilità di analizzare un numero illimitato di tipologie di rigeneratori e quindi di motori. Si possono inoltre utilizzare delle variabili già note dalle analisi termodinamiche passate quali, per esempio, il numero di Stanton e il numero di Reynolds.

La premessa di base è che le equazioni di conservazione unidimensionali sono utili per una plausibile analisi dei processi termodinamici di un motore Stirling. Detto questo, la trasformazione dei parametri trovati in gruppi adimensionali non può incidere sulla bontà dell'analisi. Si ottiene così che due motori simili saranno caratterizzati da parametri adimensionali aventi ugual valore: questo concetto non prescinde quindi dalla possibilità di avere o meno una soluzione, più o meno approssimata, per il set di equazioni che descrive i processi del motore. Si potranno così utilizzare come "soluzione", dei valori sperimentali ricavati da motori reali e utilizzarli, manipolando i gruppi adimensionali, per lo studio di un motore simile al primo. I dubbi che gravano sull'utilizzo della similitudine sono essenzialmente due.

- L'utilizzo dei parametri adimensionali caratterizza a sufficienza la complessità del ciclo dei gas?
- L'approccio unidimensionale garantisce un livello di approssimazione adeguato?

Una risposta a queste domande sarà data solo dall'esperienza. Si può però dire che la scelta del tipo e del numero di parametri può variare, come può variare il modello di base dal quale sono ricavati, lasciando inalterata la validità del metodo.

L'interesse sull'utilizzo della similitudine per l'analisi e la costruzione dei motori Stirling è in crescita. Una grande mole di dati ha effettivamente dimostrato che per una data macchina che rispetta la similitudine geometrica, le prestazioni sono descritte essenzialmente dal rapporto di temperature N_T, dal rapporto dei calori specifici γ , dal parametro di velocità N_{MA} e dal numero di Stirling N_{SG} [2].

	Definizione	Significato fisico
N _T	$\frac{T_E}{T_{ref}} = \frac{T_E}{T_C}$	Rapporto delle temperature.
γ	$\frac{c_p}{c_v}$	Rapporto tra i calori specifici. La similitudine dinamica può essere applicata solo tra due fluidi aventi lo stesso γ .
N _{MA}	$\frac{\omega L_{ref}}{\sqrt{RT_{ref}}}$	Numero di Mach. Due macchine dinamicamente simili e operati allo stesso hanno gli stessi effetti di comprimibilità ovunque e per ogni θ .
N _{SG}	$\frac{p_{ref}}{\omega\mu_{ref}}$	Numero di Stirling (Numero di Sommerfeld). Rapporto tra effetti delle pressioni e effetti viscosi.

Conclusioni

Le analisi termodinamiche analizzate, sono state ordinate in base al livello di approssimazione che presentano: dall'analisi ideale, fino ai tentativi di analisi instazionaria.

Già nel lontano 1984, Urieli e Berchowitz si sono però accorti che era forse necessario fare un passo indietro per cercare di creare un'analisi più agile ma non per questo di minor validità: da questo pensiero è nato il modello semplificato.

Partendo dalla stessa esigenza, Allan J Organ, nel 1997, ha intrapreso una strada completamente diversa, utilizzando sul ciclo Stirling il concetto di similitudine.

Quello che questi metodi, come i tentativi di studiare le instazionarietà, hanno in comune, è sicuramente il dover affrontare la problematica analisi del rigeneratore.

Paradossalmente, l'elemento che è da tutti considerato il cuore del ciclo, è quello su cui si hanno meno informazioni sia teoriche che, soprattutto, sperimentali.

A conclusione di questo lavoro si è compreso che, una conoscenza ottimale del ciclo Stirling non può prescindere da una conoscenza altrettanto dettagliata di ciò che accade nel rigeneratore.

Per arrivare a questo, si crede che sia utile procedere in due direzioni, quella sperimentale e quella teorica. Negli ultimi anni, anche il Politecnico di Milano si sta muovendo nella prima direzione, cercando di incrementare la quantità di dati sperimentali a disposizione attraverso lo studio dei dish Stirling (SOLO V161).

Per la seconda strada potrebbe essere utile coniugare i concetti presentati da Organ con l'idea di utilizzare un software come Gasdyn in grado di studiare i fenomeni instazionari.

Bibliografia

- [1] ISREAL URIELI, DAVID M. BERCHOWITZ Stirling Cycle Analysis Adam Hilger Ltd, Bristol , 1984
- [2] ALLAN J ORGAN *The Regenerator and the Stirling Engine* Mechanical Engineering Publications Limited, John Wiley & Sons, 1997
- [3] FRANCISCO J. GARCÍA GRANADOS, MANUEL A. SILVA PÉREZ, V. RUIZ-HERNÁNDEZ Thermal Model of the EuroDish Solar Stirling Engine Journal of Solar Energy Engineering FEBRUARY 2008, Vol. 130
- [4] TIMOTHY R. KNOWLES Composite Matrix Regenerator for Stirling Engine NASA Lewis Research Center, Cleveland, Ohio, 1994
- [5] ERARDO ELIZONDO Production of Optimised Metal Foams for Stirling Engine Regenerators The University Of Sheffield, 2011
- [6] TAMARA BONVECCHIO, VALERIO SCUPOLA Modellazione termo-fluidodinamica 1D di un motore a ciclo Stirling di tipo alfa Politecnico di Milano, Anno Accademico 2010/2011
- [7] MARCELLO FARINA Modelling and simulation of a Dish Stirling solar engine. Dipartimento di Elettronica e Informazione, Politecnico di Milano
- [8] History and Introduction, www.stirlingengines.org.uk/pioneers/pion2.html
- [9] Stirling Engines-Mechanical Configurations, http://www.sesusa.org/Drlz/engines/engines.html
- [10] Free-Piston, http://stirlingfreepiston.blogspot.com