

POLITECNICO DI MILANO

Dipartimento di Ingegneria Strutturale

Scuola di Ingegneria Civile, Ambientale e Territoriale



**STUDIO DELLE VIBRAZIONI CAUSATE DAL
PUBBLICO SULLE TRIBUNE DI UNO STADIO DI
CALCIO**

Relatori: Prof. Federico Perotti

Prof. Fernando Stucchi

Tesi di Laurea di: Fabio La Spina

Matr. 751823

Anno Accademico 2011-2012

Indice

<i>Abstract (Italiano)</i>	1
<i>Abstract (inglese)</i>	2
1. Introduzione	3
CAPITOLO 2	4
Lo stadio di calcio	4
2.1 Generalità e tipologie	4
2.2 Raccomandazioni progettuali FIFA	7
2.3 L’Arena Corinthians	12
CAPITOLO 3	17
Le vibrazioni sulle strutture	17
3.1 Concetti basilici	17
3.2 Le equazioni del moto	19
3.3 Vibrazioni libere in sistemi non smorzati	23
3.4 Oscillazioni libere in sistemi smorzati	24
3.5 Oscillazioni derivanti da forzanti armoniche	27
3.6 Oscillazioni causate da forzanti periodiche	32
3.7 Oscillazioni libere in sistemi a più gradi di libertà	34
CAPITOLO 4	36
Interazione essere umano-struttura	36
4.1 L’essere umano come generatore di sollecitazioni	36
4.1.1 Camminare e correre	38
4.1.2 Saltare	45
4.1.3 Influenza del numero di persone	50
4.1.4 Normative e linee guida	52
4.2 L’essere umano come ricettore di vibrazioni	56
4.2.1 Normative	57
CAPITOLO 5	62
Il modello	62
5.1 Descrizione generale	62
5.2 Le tribune	66
5.2.1 Caratteristiche geometriche	66
5.2.2 La modellazione	68

4.3 Carichi e procedura di calcolo	74
CAPITOLO 6	87
Analisi dei risultati	87
6.1 Considerazioni iniziali	87
6.2 Calcolo valori RMS	90
7. CONCLUSIONI.....	96
8. BIBLIOGRAFIA.....	98

Indice delle figure

Figura 2.1: Fase di costruzione di uno stadio di calcio con indicato sistema di riferimento	4
Figura 2.2: Soluzioni architettoniche degli stadi di calcio: 1- Allianz Arena, Munchen, (forma ovale); 2-Stadio Luigi Ferraris, Genova (forma rettangolare); 3- Stadio Maracanà, Rio De Janeiro (forma circolare); 4- Estadio AXA, Braga (tribune solo su due lati)	5
Figura 2.3: Trave dentata	6
Figura 2.4: Tipi di gradinate: 1-“L”; 2 -“T”; 3 - “doppia”; 4 -“U”	7
Figura 2.5: Soluzione errata (in alto) e corretta (in basso) per la copertura di uno stadio.8	
Figura 2.6: Esempio di diverse situazioni di impatto acustico sulle aree circostanti; progettazione errata (in alto) e possibile soluzione (in basso)	8
Figura 2.7: Esempio di diverse situazioni di impatto ambientale sulle aree circostanti; progettazione errata (in alto) e possibile soluzione (in basso)	9
Figura 2.8: Distanze raccomandate tra campo di gioco e spettatori	10
Figura 2.9: Distanze raccomandate tra i sedili disposti sulle tribune	10
Figura 2.10: Visuale del campo di gioco in relazione alla disposizione della tribuna ..	11
Figura 2.11: Misure ordinate dalla FIFA per il terreno di gioco	12
Figura 2.12: Immagine virtuale dello stadio “Arena Corinthians”	13
Figura 2.13: Pianta della struttura al di sotto della copertura	14
Figura 2.14: Sezione nord-sud	14
Figura 2.15: Sezione est-ovest	15
Figura 2.16: Pianta di una disposizione tipica di telai, lastre alveolari e pareti di irrigidimento	16
Figura 3.1: Azioni deterministiche, BACHMANN; AMMANN (1987).....	19
Figura 3.2 Sistema dinamico con un grado di libertà	20
Figura 3.3 Oscillazione libera non smorzata di periodo $T_1=1$	24

Figura 3.4 Legge forza-spostamento di un sistema elasto-viscoso soggetto ad una azione ciclica.....	25
Figura 3.5 Oscillazione libera in un sistema con smorzamento	26
Figura 3.6 Risposta in risonanza di un oscillatore non smorzato	28
Figura 3.7 Coefficiente di amplificazione dinamica in funzione di β e v	30
Figura 3.8 Oscillazioni forzate con $\beta=0,9$ e $\xi=0,05$	31
Figura 4.1: Funzione carico-tempo per varie frequenze del passo, scarpe e superficie..	39
Figura 4.2: Grafico frequenza-carico massimo e durata contatto piede-terreno.....	40
Figura 4.3: Componenti di carico di diverse armoniche in funzione del rapporto di contatto t_p/T_p	43
Figura 4.4: Carico provocato da una persona saltando.....	46
Figura 4.5: Fattore di impatto k_p in funzione del rapporto t_p/T_p	47
Figura 4.6: Carico provocato da 8 persone saltando.....	50
Figura 4.7: Coefficienti di Fourier in funzione della dimensione della folla	52
Figura 4.8: Sistema di riferimento per vibrazioni meccaniche su esseri umani (ISO 2631).....	58
Figura 4.9: Limite di accelerazione longitudinale in funzione del tempo di esposizione e della frequenza per “livello di efficienza ridotta” (ISO 2631).....	60
Figura 4.10: Limite di accelerazione trasversale in funzione del tempo di esposizione e della frequenza per “livello di efficienza ridotta” (ISO 2631).....	61
Figura 5.1: Arena Corinthians (modello intero Atir STRAP)	62
Figura 5.2: Vista di due telai adiacenti in corrispondenza dell’inizio della prima parete di irrigidimento (Atir STRAP).....	63
Figura 5.3: Blocco di fondazione delle pareti di irrigidimento.....	64
Figura 5.4: Elementi shell a 3 e 4 nodi	64
Figura 5.5: Sezione longitudinale ala ovest Arena Corinthians.....	66
Figura 5.6: Sezioni dei due diversi tipi di travi per le tribune	67
Figura 5.7: Particolare del collegamento tra due gradoni successivi.....	68

Figura 5.8: Tribuna modellata interamente con elementi “shell”	69
Figura 5.9: Inserimento geometria delle travi per le gradinate	70
Figura 5.9: Modellazione della tribuna con elementi “beam” e “dummy shell”	70
Figura 5.10: Mappa degli spostamenti del modello tribuna ad elementi shell con sovraccarico di 500kN	71
Figura 5.11: Mappa degli spostamenti del modello misto con sovraccarico di 500kN..	72
Figura 5.12: Comparazione 1 modo di vibrazione nei due modelli.....	73
Figura 5.13: Comparazione 4 modo di vibrazione nei due modelli.....	73
Figura 5.14: Finestra di input dei pesi nodali (Atir STRAP).....	74
Figura 5.15: Distribuzione del peso proprio ai nodi (Atir STRAP).....	75
Figura 5.16: Modi di vibrazione scartati nell’analisi: spostamenti prevalentemente orizzontali (I) e concentrati in zone isolate della struttura (II)	78
Figura 5.17: Esempio di un modo di vibrazione eccitabile da forzante verticale (vista tribuna superiore).....	79
Figura 5.18: Grafico $F(t)$ della forzante applicata, totale e per singole armoniche	80
Figura 5.19: Grafico della frequenza direttrice della forzante in funzione della frequenza naturale del modo considerato	81
Figura 5.20: Carico applicato su tutte le tribune.....	84
Figura 5.21: Carico applicato solo sulla tribuna superiore	84
Figura 5.22: Carico applicato seguendo la deformata modale.....	85
Figura 6.1: Zona delle tribune maggiormente interessata dal fenomeno studiato	88
Figura 6.2: Grafico della funzione di accelerazione per il modo 35, nodo 13099 (STRAP)	88
Figura 6.3: Grafico della funzione di accelerazione per il modo 26, nodo 13100 (STRAP)	91
Figura 6.4: Griglia rappresentante i nodi analizzati del settore ovest della tribuna superiore.....	93
Figura 6.5: Risposta in termini di accelerazione per le 3 armoniche.....	94

Indice delle tabelle

Tabella 4.1: Correlazione tra frequenza del passo, velocità di avanzamento e lunghezza del passo per camminare e correre	38
Tabella 4.2: Coefficienti di Fourier per le prime tre armoniche (“Green Guide”)	54
Tabella 4.3: Scenari contemplati nella norma “Green Guide”	55
Tabella 4.4: Livelli di percezione umana delle vibrazioni (CEB 209)	59
Tabella 4.5 Valori relativi al grafico 4.9	60
Tabella 4.5 Valori relativi al grafico 4.10	61
Tabella 5.1: Caratteristiche dei materiali	65
Tabella 5.2: Caratteristiche geometriche delle travi laterali delle gradinate	69
Tabella 5.3: Comparazione su 8 nodi dei valori di spostamento	72
Tabella 5.5: Risultati in frequenza dei due modelli per le tribune	74
Tabella 5.6: Risultati dell’analisi modale della struttura	76
Tabella 5.7: Valori relativi al grafico 5.19	81
Tabella 5.8: Dati sperimentali sulle ampiezze delle armoniche (Rodrigues)	82
Tabella 6.1: Valori massimi dei picchi di accelerazione per i modi di vibrazione analizzati	89
Tabella 6.2: Picchi di accelerazione registrati dal BRE in 17 stadi britannici [6.1]	89
Tabella 6.3: Valori di accelerazione RMS per le 5 condizioni più gravose	91
Tabella 6.4: Valori di accelerazione RMS riferiti ai nodi di fig. 6.4	93

Abstract (Italiano)

Il problema della risposta di una struttura ad un carico dinamico generato da un individuo o una folla ha assunto sempre più importanza, da quando studi condotti su diversi stadi di calcio hanno fatto registrare livelli di accelerazioni sulle tribune che riducevano il comfort degli spettatori. Questo ha portato, in alcuni casi, all'adeguamento di tali strutture tramite rafforzamento o installazione di smorzatori.

Il presente lavoro di tesi, svolto presso la "EGT Engenharia" nella città di São Paulo come collaborazione alla fase di progettazione della "Arena Corinthians", stadio di apertura dei prossimi mondiali di calcio che si svolgeranno in Brasile nel 2014, propone una verifica del comportamento delle tribune sotto l'azione di una forzante dinamica generata dalla tifoseria.

Lo studio mostra una comparazione tra i risultati che si ottengono applicando alla struttura una forzante calcolata seguendo la normativa "Green Guide" e quelli ottenuti utilizzando un carico ricavato da misurazioni sperimentali effettuate su diversi stadi brasiliani [5.1]. Nel secondo caso infatti le accelerazioni ottenute sulle tribune vanno in alcuni casi oltre i limiti consentiti.

Questo lascia il presente studio aperto alla possibilità di nuovi contributi sperimentali da effettuare una volta ultimata la costruzione dello stadio, che potrebbero sollecitare un adattamento della normativa al luogo di applicazione, dovuto a differenze comportamentali delle tifoserie nei vari paesi e a differenti tipologie di tribune adottate.

Abstract (inglese)

The problem of the response by a building's structure to dynamic loads generated by either an individual or a crowd, has become increasingly important since studies made on different soccer stadia have recorded acceleration levels on the grandstands diminishing the audience's comfort. In some cases, this has led to the adaptation of such structures through reinforcement or the installation of dampers.

This thesis was developed at the "EGT Engenharia" in the city of São Paulo during collaboration at the designing of the "Arena Corinthians", the opening stadium in the next Soccer World Championship, which will take place in Brazil in 2014. It proposes an assessment of the behaviour of the audience's stands under the action of a dynamic force generated by the supporters.

This survey shows a comparison between the results obtained by applying to the structure a force calculated following the "Green Guide" and the ones obtained using a load measurement derived by experimental calculations made on different Brazilian stadia [5.1]. The second set of data shows that sometimes the accelerations obtained on the stands reach values beyond the authorized limits.

For this reason, this study remains open to new experimental contributions that could be carried out once the stadia's building is complete and that may urge an adaptation of the guidelines to the buildings they are applied to, due to behavioural differences of supporters in various countries and to the different types of stands used.

1. Introduzione

E' noto come una moltitudine di persone può generare significativi carichi dinamici, specialmente se coinvolta in movimenti ritmici che, nel caso di risonanza, può generare vibrazioni eccessive ed inaccettabili. Negli ultimi anni, anche a causa dell'utilizzo degli stadi per concerti e altre manifestazioni, questo problema è diventato di maggior interesse.

Il presente lavoro di tesi, effettuato sul modello della "Arena Corinthians", stadio di apertura dei prossimi mondiali di calcio attualmente in costruzione nella città di São Paulo in Brasile, e in fase di progettazione nel periodo in cui è stato svolto il lavoro, mira a verificare il comfort strutturale delle tribune sollecitate da forzanti causate dalle tifoserie.

Essendo una verifica in fase di progettazione, lo scopo sarà quello di creare le condizioni più gravose che si potranno verificare nel corso della vita della struttura, che in termini dinamici vorrà dire caricare la struttura con una forzante che vada in risonanza con essa.

Dopo un'introduzione teorica volta a spiegare le problematiche di "dinamica delle strutture" affrontate, e quelle relative all'interazione uomo-struttura, sia come generatore di sollecitazioni che come ricettore di vibrazioni, si descriverà la modellazione adottata per l'intera struttura del settore di stadio analizzato e per le singole tribune.

Si procederà quindi all'analisi modale che permetterà, tramite le frequenze naturali, di creare delle forzanti in risonanza. Queste forzanti saranno calcolate prima secondo normativa e poi utilizzando dei risultati sperimentali estratti da misurazioni realizzate su diversi stadi brasiliani. Verranno infine esposti e comparati i risultati in termini di accelerazione, che saranno poi discussi nelle conclusioni.

CAPITOLO 2

Lo stadio di calcio

2.1 Generalità e tipologie

Sin dai tempi dell'impero romano, quando apparvero le prime opere di questo genere, la costruzione di arene è stata una grande sfida dal punto di vista ingegneristico, per le dimensioni che esse possiedono, per la loro forma e per ragioni di sicurezza, dato il gran numero di persone che devono contenere. Oggi, con la sempre maggiore polivalenza degli stadi di calcio, la ricerca di soluzioni che garantiscano la più alta funzionalità, sicurezza ed estetica rende ancora più arduo il lavoro di progettazione.

Il sistema strutturale di uno stadio è determinato dalla sua funzione primaria, ovvero accomodare un determinato numero di persone in modo che abbiano una completa visuale su un'area centrale, il rettangolo di gioco. La costruzione, pertanto, dovrà avvolgere quest'area; immaginando un sistema di riferimento come quello in fig. 2.1, i telai principali saranno



Figura 2.1: Fase di costruzione di uno stadio di calcio con indicato sistema di riferimento

contenuti in piani verticali con la direzione x orientata verso il campo, e perpendicolari alla direzione dell'asse dei gradoni. In base alla loro disposizione, se radiale o parallela, lo stadio potrà avere forma rettangolare, circolare o ovale. In alcuni casi, in impianti destinati ad un pubblico minore, le tribune non circondano completamente il campo.



Figura 2.2: Soluzioni architettoniche degli stadi di calcio: 1- Allianz Arena, Munchen, (forma ovale); 2-Stadio Luigi Ferraris, Genova (forma rettangolare); 3- Stadio Maracanà, Rio De Janeiro (forma circolare); 4- Estádio AXA, Braga (tribune solo su due lati)

Al di là dei classici telai composti da travi e pilastri, in cui però le altezze di questi ultimi sono determinate dalla pendenza delle tribune, in quanto faranno da appoggio a delle travi coi due incastri disposti a quote differenti, le parti uniche in uno stadio sono le tribune e la copertura. In questo lavoro di tesi verranno analizzate le prime.

Le tribune di uno stadio di calcio sono generalmente costituite da elementi prefabbricati in calcestruzzo (più raramente in acciaio). L'elemento principale di questa struttura è la caratteristica trave dentata, che funge da appoggio alle gradinate.

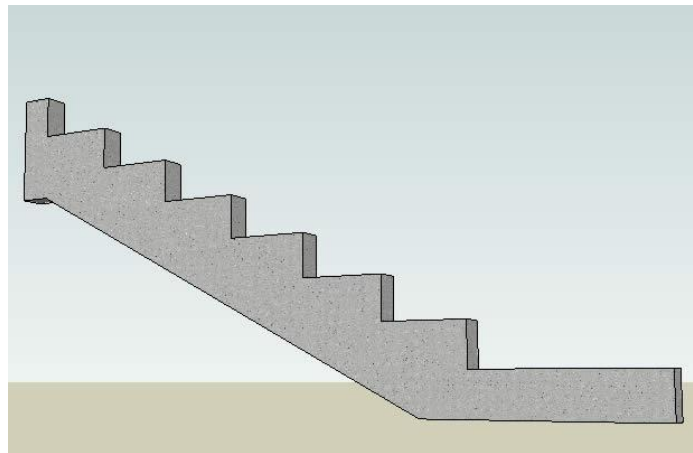


Figura 2.3: Trave dentata

Queste invece, possono essere di diverso tipo, le più comuni sono ad “L” ed a “T”, queste ultime più rigide in direzione verticale, ma ne esistono anche tipologie differenti, come quelle doppie e triple, che riducono i tempi di montaggio, o ad “U”, con un miglior comportamento in direzione orizzontale.

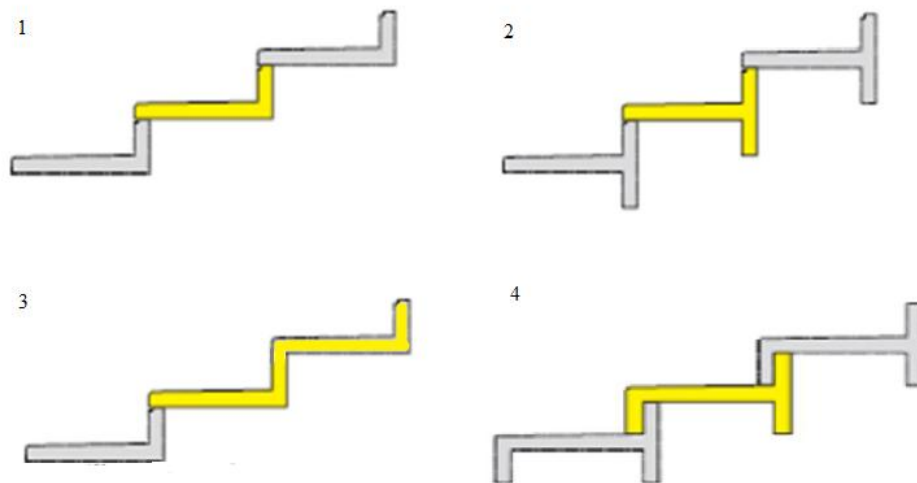


Figura 2.4: Tipi di gradinate: 1-“L”; 2-“T”; 3-“doppia”; 4- “U”

Nel capitolo 5 verrà descritta con maggiore dettaglio la struttura della tribuna dello stadio analizzato in questo lavoro di tesi.

2.2 Raccomandazioni progettuali FIFA

A partire dal 2000, è la FIFA (Fédération Internationale de Football Association) a dettare le linee guida sulla progettazione di uno stadio di calcio, attraverso diversi documenti che si occupano delle problematiche principali di tali impianti. “Football Stadiums, Technical recommendations and requirements” è uno di tali documenti, in cui sono contenuti i criteri basilari e le regole fondamentali da cui dovrà partire il progetto. I principali, che limitano le soluzioni strutturali, sono i seguenti:

- La copertura deve essere progettata in modo da permettere il passaggio della luce solare ed evitare zone d’ombra sul rettangolo di gioco durante le partite;

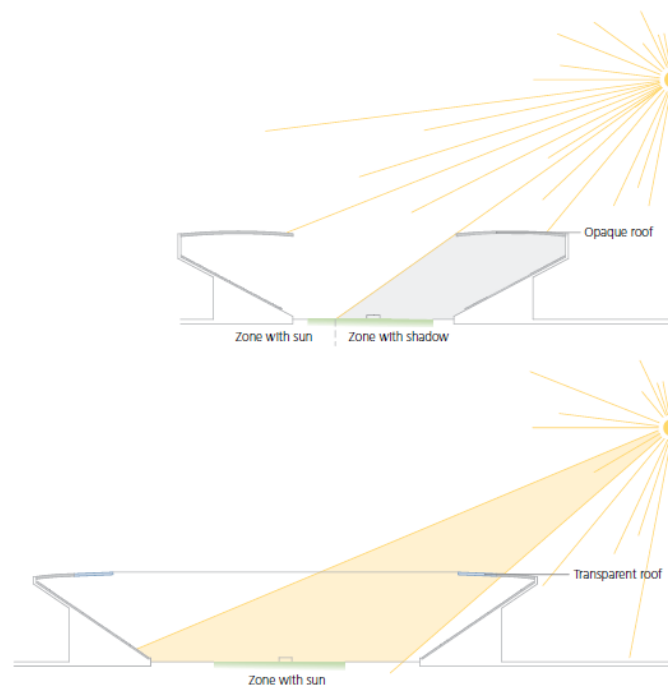


Figura 2.5: Soluzione errata (in alto) e corretta (in basso) per la copertura di uno stadio

- Deve essere adottata una soluzione strutturale che eviti di disturbare acusticamente le zone circostanti;

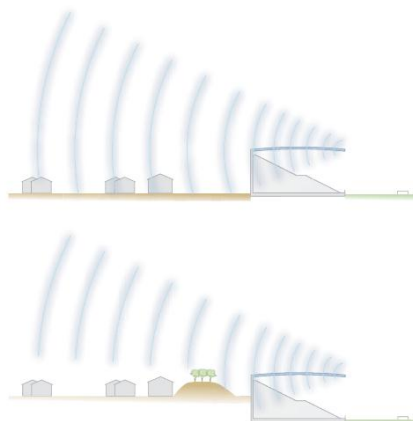


Figura 2.6: Esempio di diverse situazioni di impatto acustico sulle aree circostanti; progettazione errata (in alto) e possibile soluzione (in basso)

- La capacità minima dello stadio deve essere di 30.000 posti a sedere;
- La capacità massima raccomandata è di 80.000 posti a sedere;
- Devono essere adottate soluzioni che limitino l'impatto ambientale sulle altre costruzioni, in particolare in riferimento al sistema di illuminazione;

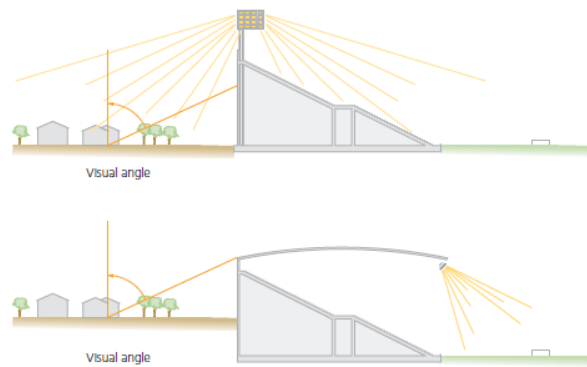


Figura 2.7: Esempio di diverse situazioni di impatto ambientale sulle aree circostanti; progettazione errata (in alto) e possibile soluzione (in basso)

- Le tribune devono essere progettate considerando una distanza massima tra gli spettatori e il rettangolo di gioco di 190 m a partire dal vertice del campo e consigliando l'utilizzo della distanza ottimale la quale si trova ad un raggio di 90 m dal centro del campo;

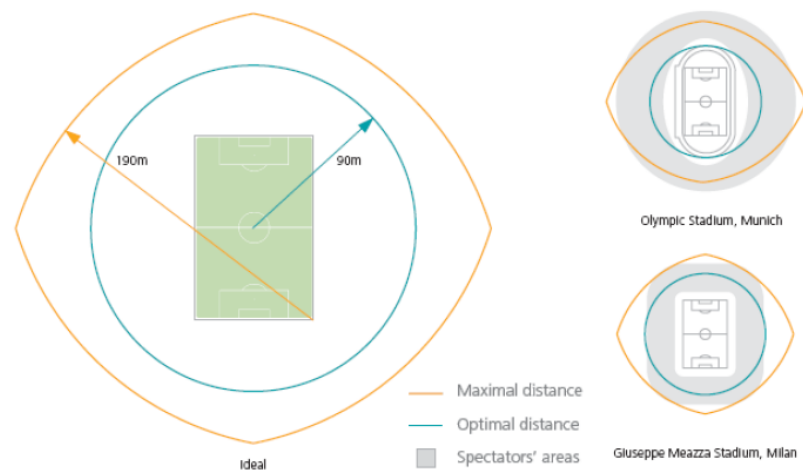


Figura 2.8: Distanze raccomandate tra campo di gioco e spettatori

- I sedili devono avere un passo (distanza tra due punti corrispondenti sui sedili appartenenti a due gradoni successivi) di minimo 80 cm, con uno spazio utile, nel caso di sedile occupato, di 40 cm;

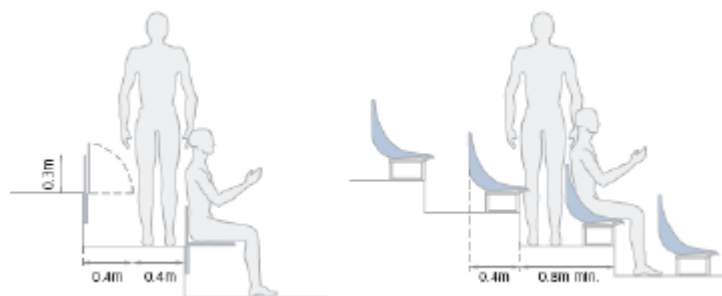


Figura 2.9: Distanze raccomandate tra i sedili disposti sulle tribune

- Le tribune devono essere concepite per permettere una buona visuale del terreno di gioco allo spettatore, in tutte le possibili configurazioni che essa può avere (mostrate in figura 2.8);

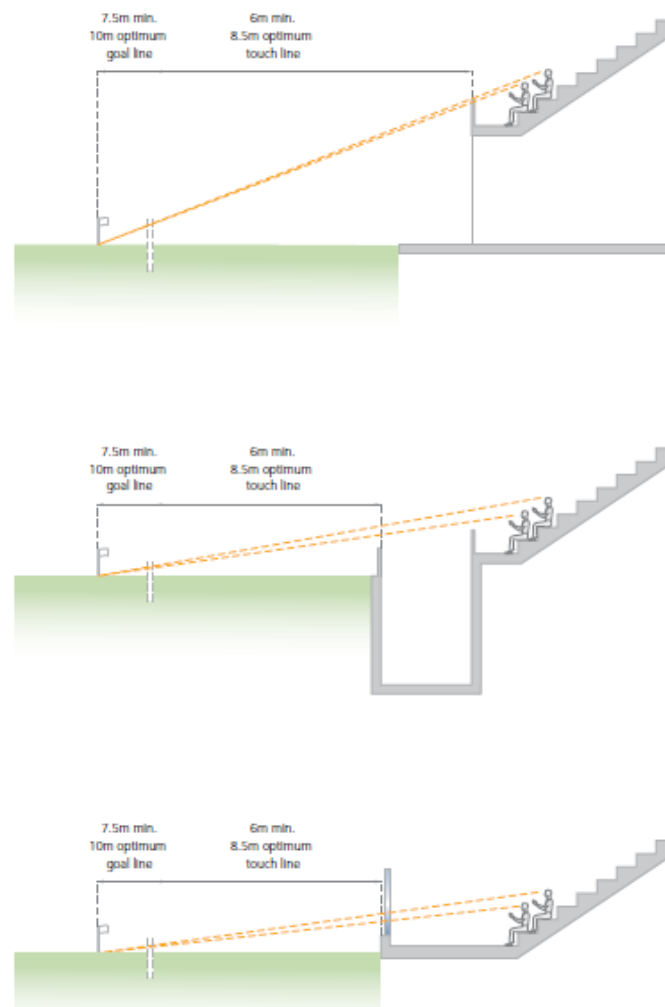


Figura 2.10: Visuale del campo di gioco in relazione alla disposizione della tribuna

- Le dimensioni specificate per il terreno di gioco sono di 105x68 metri, con un'area ausiliaria attorno al campo larga 8,5 m in corrispondenza delle fasce laterali e 10 m dietro le porte;

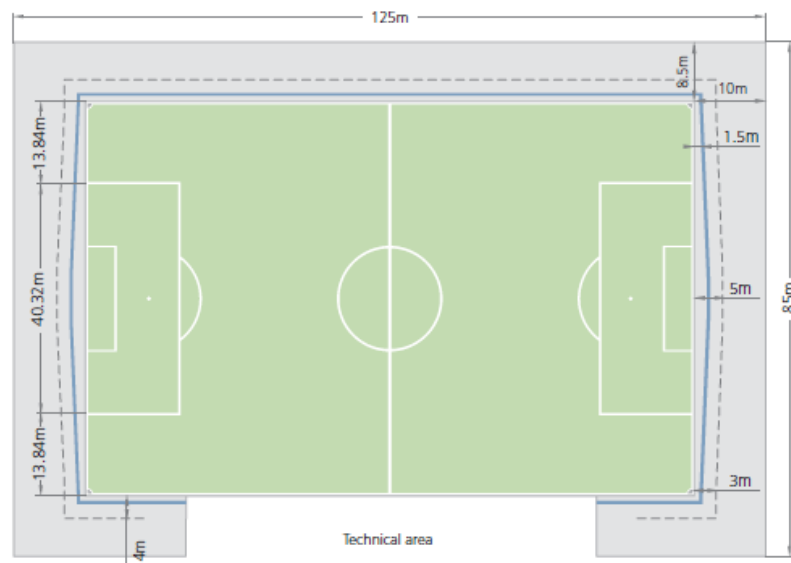


Figura 2.11: Misure ordinate dalla FIFA per il terreno di gioco

2.3 L'Arena Corinthians

Lo stadio su cui è stato sviluppato il seguente studio, l'Arena Corinthians, sita nella città di São Paulo, nel quartiere Itaquera, sarà lo stadio di apertura dei prossimi mondiali di calcio che si terranno in Brasile nel 2014. L'opera occuperà uno spazio totale di circa 200.000 m², ed avrà una capacità base di 48.000 spettatori, estesa per volere della FIFA a 68.000 durante i mondiali, con tribune prefabbricate che poi verranno rimosse al termine della manifestazione.

Il progetto, i cui lavori di costruzione sono iniziati il 30 maggio 2011 da parte della Odebrechet e sono ancora in corso, è stato ideato dall'architetto Anibal Coutinho della "CDCA Arquitectos", mentre la fase di calcolo è

stata affidata alle imprese “EGT Engenharia LTDA” di São Paulo, in cui è stato svolto tale lavoro di tesi, e FHECOR di Madrid.



Figura 2.12: Immagine virtuale dello stadio “Arena Corinthians”

Il progetto è stato realizzato secondo criteri di sostenibilità, impiegando sistemi di riutilizzazione dell’acqua piovana e di autogenerazione di energia mediante l’uso di pannelli fotovoltaici sulla facciata.

Il campo di calcio è orientato nella direzione nord-sud. Le gradinate principali sono poste nelle ali est e ovest, in queste ultime sono disposti tutti i servizi necessari per lo stadio, mentre sugli altri due lati, dietro le porte, sono disposte altre gradinate a livello del terreno. Una delle particolarità del design della struttura è infatti il suo adattamento ai dislivelli del terreno, che hanno permesso un notevole risparmio nella movimentazione delle terre.

Tutti e quattro i settori dello stadio sono coperti, mentre al centro della copertura un grande rettangolo è lasciato vuoto per permettere alla luce di raggiungere il campo di gioco.

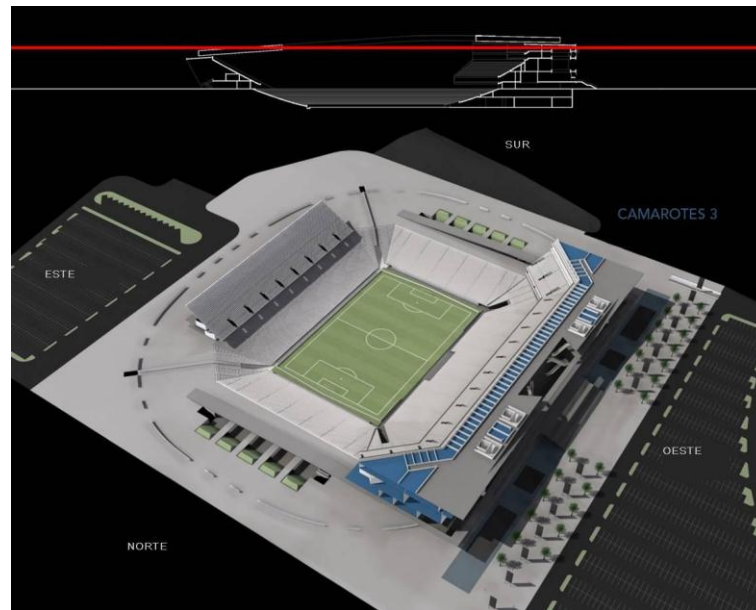


Figura 2.13: Pianta della struttura al di sotto della copertura

La struttura portante dei quattro settori è progettata in calcestruzzo armato, circa l'80% di essa è composta da elementi prefabbricati, mentre la restante parte è realizzata *in situ* o è mista, con travi metalliche e piastre di calcestruzzo precompresso. Tale struttura mista è stata disposta quando le condizioni impedivano una soluzione in solo calcestruzzo.

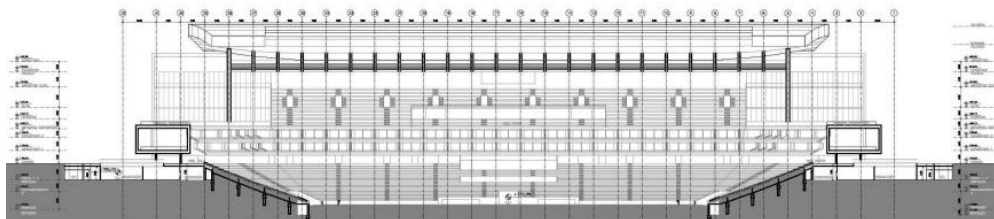


Figura 2.14: Sezione nord-sud

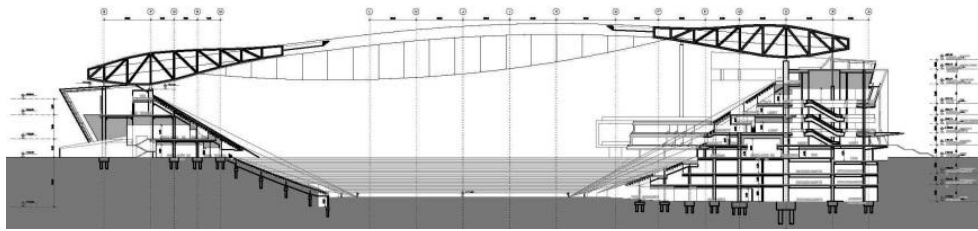


Figura 2.15: Sezione est-ovest

I settori Est e Ovest, ovvero i maggiori, sono stati risolti dal punto di vista dei carichi verticali, con dei telai a travi e pilastri, principalmente prefabbricati. I telai sono disposti a 7,5 metri di distanza l'uno dall'altro, tranne che per gli estremi, dove il vano è di 10,35 metri. Tra i telai sono disposte lastre alveolari di spessore 20+6 cm e 25+6 cm agli estremi, mentre dove la soluzione prefabbricata non era praticabile sono realizzate lastre piene *in situ*.

Per quanto riguarda i carichi orizzontali sono stati disposti dei nuclei verticali ad H di irrigidimento con uno spessore di 50 cm che si innalzano per tutta l'altezza della struttura fino ad essere collegati con la copertura. Tali pareti, non essendo il Brasile zona sismica, hanno principalmente il compito di stabilizzare la struttura sotto l'azione del vento sui pannelli della facciata e di diminuire gli effetti delle vibrazioni per assicurare il comfort degli spettatori di fronte agli effetti dinamici provocati da essi stessi.

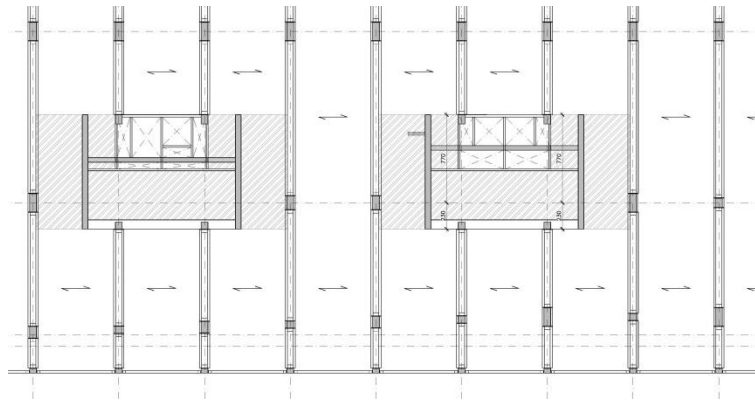


Figura 2.16: Pianta di una disposizione tipica di telai, lastre alveolari e pareti di irrigidimento

CAPITOLO 3

Le vibrazioni sulle strutture

3.1 Concetti basici

I carichi su una struttura possono essere classificati in base alla risposta strutturale come:

- statiche: azioni applicate alla struttura che non provocano accelerazioni significative della stessa o di alcune sue parti;
- pseudo-statiche: azioni dinamiche rappresentabili mediante un'azione statica equivalente;
- dinamiche: azioni che causano significative accelerazioni della struttura o dei suoi componenti.

Inoltre, in base alla variazione della loro intensità nel tempo, si possono suddividere in:

- 1) permanenti (G): azioni che agiscono durante tutta la vita nominale della costruzione, la cui variazione di intensità nel tempo è così piccola e lenta da poterle considerare con sufficiente approssimazione costanti nel tempo
 - a) peso proprio di tutti gli elementi strutturali; peso proprio del terreno, quando pertinente; forze indotte dal terreno (esclusi gli effetti di carichi variabili applicati al terreno); forze risultanti dalla pressione dell'acqua (quando si configurino costanti nel tempo);
 - b) peso proprio di tutti gli elementi non strutturali;
 - c) spostamenti e deformazioni imposti, previsti dal progetto e realizzati all'atto della costruzione;
 - d) pretensione e precompressione (P);

- e) ritiro e viscosità;
 - f) spostamenti differenziali
- 2) Variabili (Q): azioni sulla struttura o sull'elemento strutturale con valori istantanei che possono risultare sensibilmente diversi fra loro nel tempo:
- a) di lunga durata: agiscono con un'intensità significativa, anche non continuativamente, per un tempo non trascurabile rispetto alla vita nominale della struttura;
 - b) di breve durata: azioni che agiscono per un periodo di tempo breve rispetto alla vita nominale della struttura;
- 3) Eccezionali (A): azioni che si verificano solo eccezionalmente nel corso della vita nominale della struttura:
- a) Incendi
 - b) Esplosioni
 - c) Urti ed impatti
- 4) Sismiche (E): azioni derivanti dai terremoti.

I carichi dinamici sono trattati come carichi variabili, e possono essere deterministici o aleatori. Le azioni deterministiche sono quelle che possono essere determinate in ogni istante, mentre il valore istantaneo di quelle aleatorie non può essere previsto esattamente, ma soltanto utilizzando funzioni statistiche.

I tipi di azioni deterministiche sono: armoniche, periodiche, transitorie e impulsive. Un carico è armonico quando varia nel tempo secondo una funzione seno o coseno, ad esempio i carichi generati da macchine rotanti o turbine. Il carico periodico, così come quello armonico, si ripete nel tempo ad ogni intervallo, detto periodo, ma secondo un andamento non sinusoidale. A differenza di questi il carico transitorio non presenta un

intervallo regolare di tempo, non ha periodicità e ha una durata limitata, un esempio sono terremoti e vento; infine un carico impulsivo è un carico transitorio con durata molto corta.

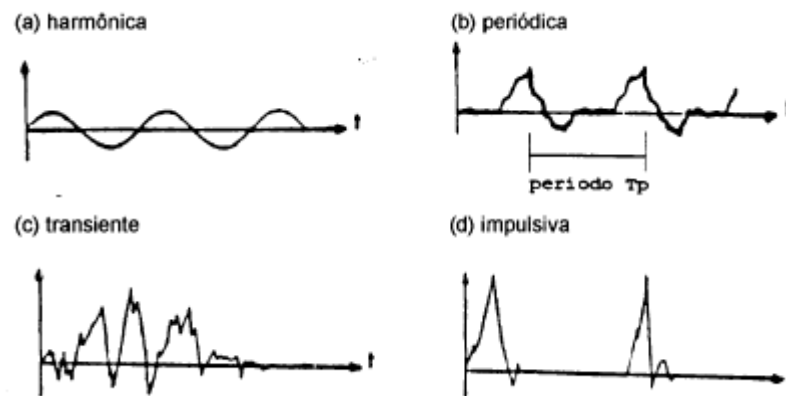


Figura 3.1: Azioni deterministiche, BACHMANN; AMMANN (1987)

3.2 Le equazioni del moto

Un qualsiasi sistema dinamico ha come equazioni del moto delle espressioni derivanti dalla seconda legge di Newton per punti materiali.

Considerando che nella maggior parte dei problemi di dinamica delle strutture si può assumere la massa costante nel tempo, si ha:

$$\mathbf{f}(t) = m\ddot{\mathbf{v}}(t)$$

Dove

- $\mathbf{f}(t)$ è il vettore risultante delle forze applicate al punto;
- $\mathbf{v}(t)$ è il vettore posizione del punto materiale di massa m .

Il secondo termine dell'equazione, $m\ddot{v}(t)$, è definito come “forza di inerzia”. Applicando il principio di D'Alembert, secondo cui ogni istante ogni stato del moto può essere considerato come uno stato di equilibrio meccanico, qualora vengano introdotte proprio le forze inerziali, si può scrivere l'equazione del moto sottoforma di equilibrio dinamico:

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{f}_I(t) + \mathbf{f}_D(t) + \mathbf{f}_S(t)$$

Dove, per l'“oscillatore semplice” mostrato in fig 3.2:

- $\mathbf{p}(t)$ è il carico agente
- $\mathbf{f}_I(t) = m\ddot{v}(t)$ è la forza d'inerzia
- $\mathbf{f}_D(t) = c\dot{v}(t)$ è la forza d'attrito viscosa, con c coefficiente di viscosità
- $\mathbf{f}_S(t) = kv(t)$ è la forza elastica, con k costante elastica della molla

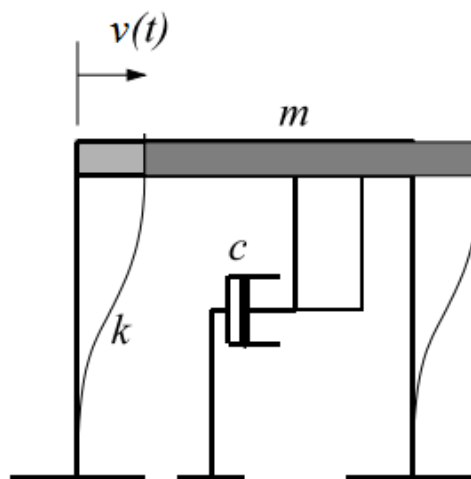


Figura 3.2 Sistema dinamico con un grado di libertà

Il sistema mostrato in figura è una struttura molto semplice, composta da una trave sostenuta da due pilastri uguali (portale). Se si suppone che siano soddisfatte le seguenti condizioni:

- la trave sia molto più rigida dei pilastri, in modo che le rotazioni dei nodi siano trascurabili,
- la rigidezza assiale dei pilastri sia molto maggiore di quella flessionale, in modo che i pilastri si possano ritenere assialmente indeformabili,
- il telaio si sposti solo nel suo piano;

questo sistema ha un solo grado di libertà, lo spostamento v dalla posizione di equilibrio statico.

Così, determinare la risposta dinamica di un sistema ad un grado di libertà consiste nell'integrare un'equazione differenziale del tipo:

$$m\ddot{v}(t) + c\dot{v}(t) + kv(t) = p(t)$$

Analogamente, determinare la risposta dinamica di un sistema con n gradi di libertà consiste, in ultima analisi, nell'integrare n equazioni differenziali, esprimibili, dopo il passaggio alle "coordinate principali", nella forma matriciale:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}(t) = \mathbf{P}(t)$$

Dove:

- \mathbf{M} è la matrice delle masse
- \mathbf{K} è la matrice delle rigidezze

- C è la matrice di smorzamento viscoso

Per poter seguire questo procedimento le equazioni devono essere disaccoppiate, in tal caso l'equazione che regola la variazione di una coordinata principale è analoga a quella che caratterizza il moto di un sistema ad un solo grado di libertà. Questo avviene se le matrici M , K e C sono delle matrici diagonali. Le prime due lo sono in quanto le matrici m e k da cui derivano per trasformazione di coordinate sono simmetriche e definite positive, in particolare la matrice delle masse risulta definita positiva in un sistema a masse concentrate se si scelgono come coordinate libere soltanto gli spostamenti dei punti in cui è concentrata una massa non nulla, e ciò è estendibile con buona approssimazione anche ai sistemi continui discretizzati; la matrice delle rigidezze può invece contenere elementi nulli solo in presenza di moti rigidi o nel caso in cui si sia superato il carico critico della struttura.

Più incertezza c'è invece sulla matrice C , che a priori non è nota, e che quindi non permetterebbe il disaccoppiamento delle equazioni del moto. Nella maggior parte dei casi pratici però, sono noti i valori di smorzamento che caratterizzano i materiali della struttura, quindi quando una struttura è realizzata con lo stesso materiale e tipologia, possono essere imposti direttamente i fattori di smorzamento modale, che risultano tutti uguali.

Fatta questa premessa, possono essere analizzati i vari casi per un solo grado di libertà.

3.3 Vibrazioni libere in sistemi non smorzati

Riferendoci nuovamente alla fig. 3.2, detta m la massa della trave più quella da essa sopportata ed assumendo trascurabile la massa dei pilastri, considerando il caso di assenza di forze perturbatrici e di smorzamento, si ottengono le “vibrazioni libere” del sistema, dovute alle condizioni iniziali $v(0)$ e $\dot{v}(0)$:

$$m\ddot{v}(t) + kv(t) = 0$$

Questa può essere riscritta nella forma:

$$\ddot{v}(t) + \omega^2 v(t) = 0$$

Dove $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ è la pulsazione propria del sistema non smorzato. La soluzione dell'equazione lineare omogenea è:

$$v(t) = v(0) \cos \omega t + \frac{\dot{v}(0)}{\omega} \sin \omega t$$

Che descrive un moto oscillatorio di periodo $T = \frac{2\pi}{\omega}$, detto periodo proprio in quanto dipende solo dalle caratteristiche della struttura e non dal moto. Il suo inverso $f = \frac{1}{T}$ è detto frequenza propria.

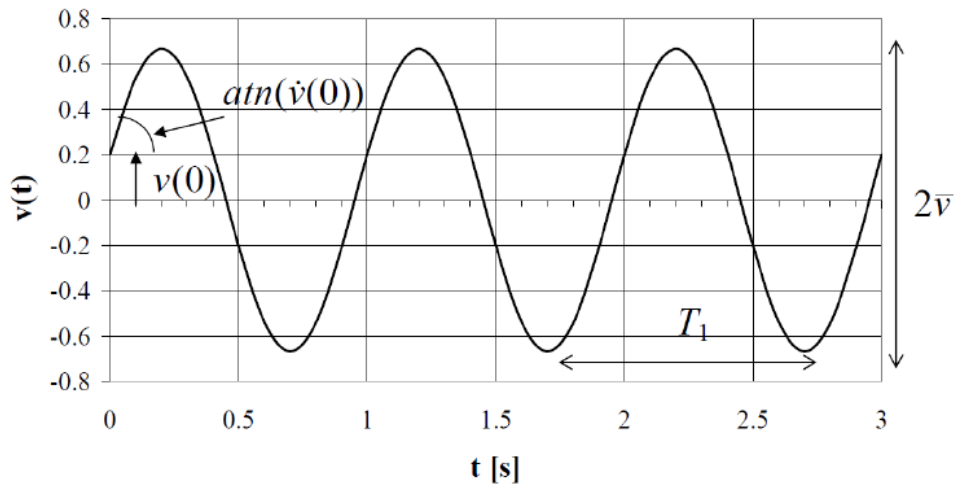


Figura 3.3 Oscillazione libera non smorzata di periodo $T_1=1$

3.4 Oscillazioni libere in sistemi smorzati

La soluzione dell'equazione precedentemente vista è una funzione armonica la cui ampiezza rimane costante nel tempo, ovvero corrisponde ad un sistema che, una volta posto in movimento, inizia ad oscillare senza più fermarsi. Questo poiché la forza attiva presa in conto, ovvero quella elastica, è conservativa e quindi l'energia totale del sistema è costante. In realtà tutti i sistemi sono dissipativi, quindi l'energia meccanica si riduce e con essa l'ampiezza delle oscillazioni.

Applicando ad un oggetto che segue un comportamento elastico lineare una forza che varia lentamente, questo subisce un processo reversibile; infatti togliendo gradualmente la forza il corpo torna nella sua configurazione originale, percorrendo, nello spazio degli stati, lo stesso cammino seguito nella fase di carico. Se la forza viene applicata più rapidamente questo non si verifica più; nella fase di carico la forza è

maggiore di quella (kx) puramente elastica, nella fase di scarico invece la forza risulta minore; l'area racchiusa nel ciclo rappresenta il lavoro fatto sul sistema e non restituito, per cui la trasformazione risulta ora irreversibile.

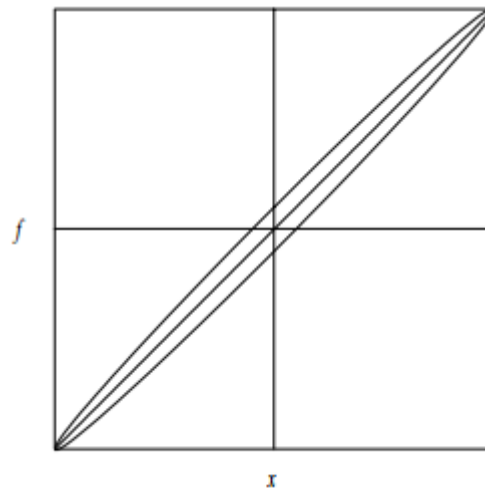


Figura 3.4 Legge forza-spostamento di un sistema elasto-viscoso soggetto ad una azione ciclica

Questo fenomeno si può spiegare assumendo che sul sistema agisca, oltre la forza elastica $-kx$, anche una forza viscosa, la cui ampiezza ed il segno dipendono dalla velocità. Il modello più semplice è quello della viscosità lineare, in cui la forza $f_D(t) = c\dot{v}(t)$ è data dal prodotto della velocità per una costante che dipende dalle proprietà del materiale e dalla configurazione strutturale.

L'equazione per oscillazioni libere smorzate è dunque:

$$m\ddot{v}(t) + c\dot{v}(t) + kv(t) = 0$$

Che, dividendo per m , diventa:

$$\ddot{v}(t) + 2\omega\xi\dot{v}(t) + \omega^2v(t) = 0$$

Dove $\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}}$ è il fattore di smorzamento viscoso.

La soluzione di tale equazione differenziale è:

$$v(t) = \left[v(0) \cos \omega_d t + \frac{v(0) + \dot{v}(0)\xi\omega}{\omega} \sin \omega_d t \right] e^{-\xi\omega t}$$

Dove $\omega_d = \sqrt{1 - \xi^2}\omega$ è la frequenza delle vibrazioni libere del sistema smorzato.

In questa equazione la funzione esponenziale è responsabile del decremento dell'ampiezza dell'oscillazione.

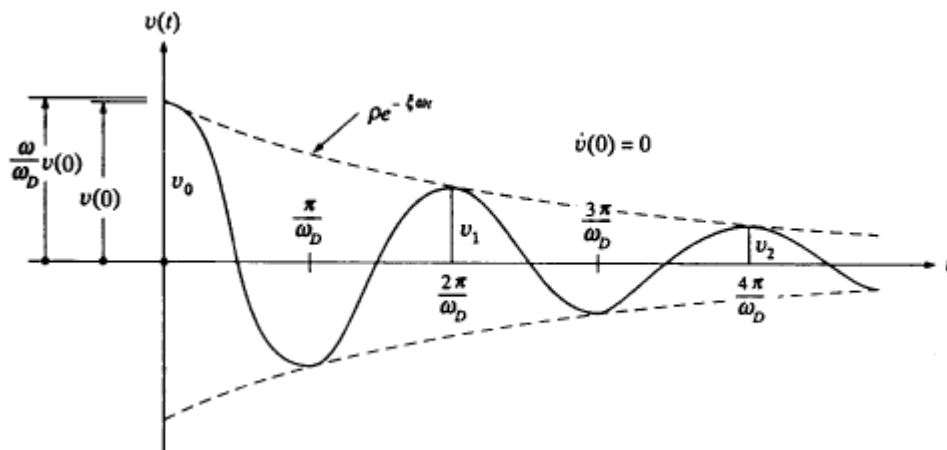


Figura 3.5 Oscillazione libera in un sistema con smorzamento

3.5 Oscillazioni derivanti da forzanti armoniche

Una vibrazione si definisce forzata quando è causata da un'eccitazione dinamica esterna, che può essere una forza, un dislocamento o un'accelerazione imposta. Si studia il caso, necessario all'applicazione di tale lavoro, di una forzante armonica, in particolare sinusoidale.

Per sistemi non smorzati si avrà:

$$\ddot{v}(t) + \omega_1^2 v(t) = \frac{F}{k} \omega_1^2 \sin \omega t$$

L'integrale particolare di tale equazione può essere espresso come:

$$v_p(t) = \frac{F}{k} N(\beta) \sin[\omega t - \psi(\beta)]$$

In cui $N(\beta) = \frac{1}{|1-\beta^2|}$ è il fattore di amplificazione,

$\beta = \frac{\omega}{\omega_1}$ rapporto tra frequenza della forzante e frequenza propria e

$\psi(\beta)$ è una costante che vale 0 se $0 < \beta < 1$ e π se $\beta > 1$.

Questa soluzione va a ∞ quando $\beta = 1$. Tale fenomeno è detto "risonanza", ovvero la coincidenza tra la frequenza propria della struttura e quella della forzante, che genera la risposta massima. In questo caso è opportuno utilizzare una differente espressione per l'integrale particolare (in coseno), che mostra come le oscillazioni crescono indefinitamente con legge lineare.

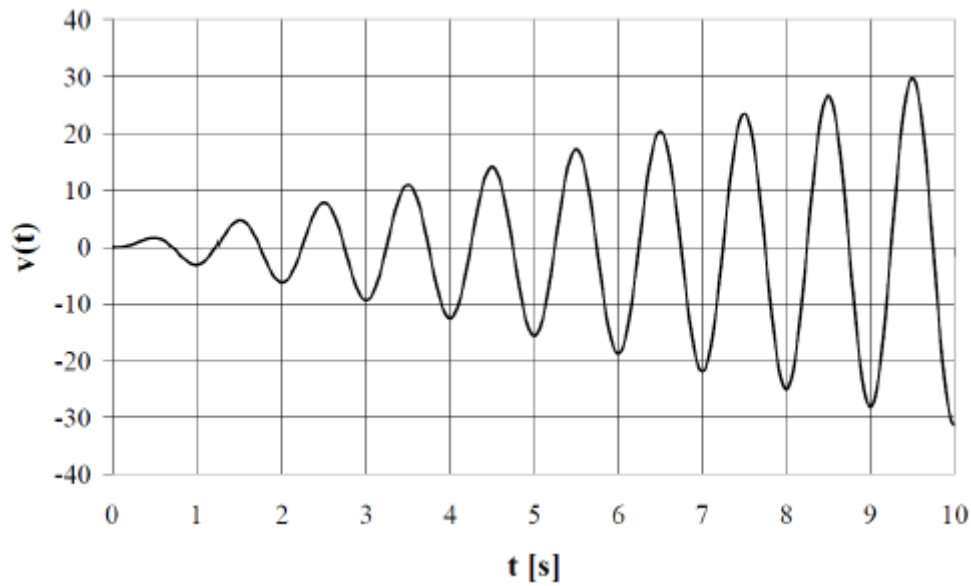


Figura 3.6 Risposta in risonanza di un oscillatore non smorzato

In presenza di smorzamento l'equazione del moto sarà:

$$\ddot{v}(t) + 2\omega_1\xi\dot{v}(t) + \omega_1^2v(t) = \frac{F}{k}\omega_1^2\sin\omega t$$

Per trovare l'integrale particolare di questa equazione, si introduce una equazione che regola il moto $u(t)$ del sistema soggetto ad una forza in coseno, e considerando la variabile complessa $z(t) = u(t) + iv(t)$, si sommano le due equazioni moltiplicando la sinusoidale per l'unità immaginaria, ottenendo:

$$\ddot{z}(t) + 2\omega_1\xi\dot{z}(t) + \omega_1^2z(t) = \frac{F}{k}\omega_1^2e^{i\omega t}$$

In tal modo, dall'integrale particolare di questa equazione si potrà estrarre la soluzione nei due casi separando parte reale e parte immaginaria.

La soluzione è del tipo:

$$z_p(t) = F\tilde{H}(\omega)e^{i\omega t}$$

$$\text{Dove } \tilde{H}(\beta) = \frac{1}{k}N(\beta)e^{-i\zeta(\beta)}$$

$$\text{Con } N(\beta) = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + 4\xi^2\beta^2}} \quad \text{fattore di amplificazione dinamica,}$$

che rappresenta il rapporto tra lo spostamento massimo della risposta dinamica e lo spostamento che sarebbe prodotto dalla forza F qualora agisse staticamente.

$$\zeta = \arctg\left(\frac{2\xi\beta}{1-\beta^2}\right) \quad \text{con } 0 \leq \zeta \leq \pi$$

La curva che descrive la funzione $N(\beta)$ è detta curva di risonanza. Nel caso di un oscillatore smorzato, il suo massimo non si verifica in corrispondenza della frequenza di risonanza $\beta = 1$, ma al valore:

$$\beta = \sqrt{1 - 2\xi^2}$$

Tuttavia questo valore, nei sistemi debolmente smorzati, ovvero nella maggior parte dei casi tipici dell'analisi dinamica strutturale, è molto vicino all'unità. Così, nei sistemi con debole smorzamento, se la frequenza della forzante si avvicina alla frequenza naturale dell'oscillatore, il moto di

risposta risulta grandemente amplificato; in questo modo anche una piccola forza, se pulsa alla frequenza di risonanza della struttura, può produrre spostamenti, e quindi sollecitazioni, molto grandi e pericolosi.

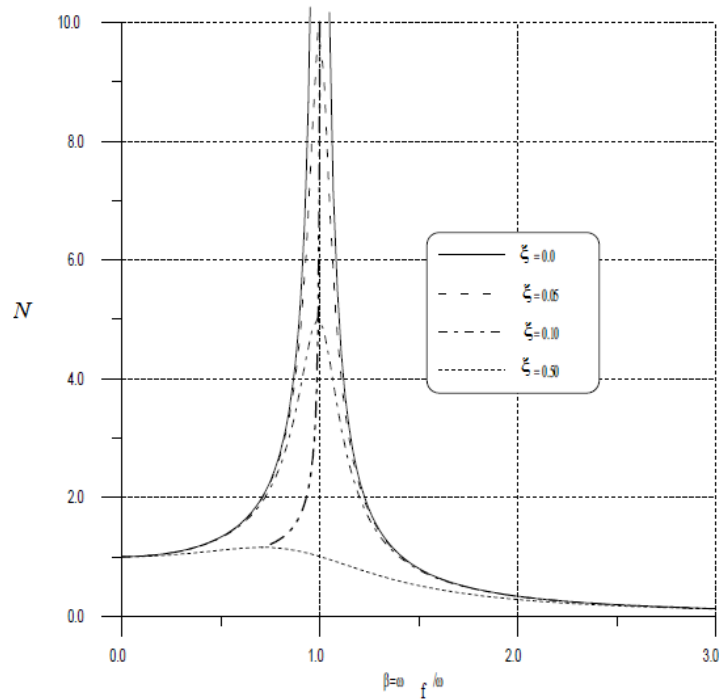


Figura 3.7 Coefficiente di amplificazione dinamica in funzione di β e ν

Nel caso di forzante sinusoidale l'integrale particolare col può essere espresso come:

$$v_p(t) = \frac{F}{k} N(\beta) \sin[\omega t - \psi(\beta)]$$

Mentre l'integrale generale si ottiene sommando a questo la soluzione dell'omogenea associata e quindi:

$$v(t) = e^{-\xi\omega_1 t} [C \cos(\omega_D t) + D \sin(\omega_D t)] + \frac{F}{k} N(\beta) \sin[\omega t - \psi(\beta)]$$

In condizioni di risonanza e con condizioni iniziali omogenee tale espressione diventa:

$$v(t) = \frac{F}{k} \frac{1}{2\xi} \left\{ e^{-\xi\omega_1 t} \left[\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega_D t) + \cos(\omega_D t) \right] - \cos(\omega_1 t) \right\}$$

In presenza di smorzamento ($\xi > 0$), la parte dell'equazione che dipende dalle condizioni iniziali, cioè la soluzione dell'equazione omogenea, diminuisce esponenzialmente al crescere di t e tende a zero per $t \rightarrow \infty$; in pratica per t abbastanza grande questo termine diverrà trascurabile a confronto di quello che dipende dalle caratteristiche della forzante. Quindi nei sistemi dotati di smorzamento si possono distinguere due fasi della risposta: una prima, per tempi vicini a quello iniziale, in cui il moto è influenzato dalle condizioni iniziali, detta fase transitoria; una seconda, espressa dal solo integrale particolare, detta fase stazionaria, in cui il moto di risposta non dipende dalle condizioni iniziali ma solo dalle caratteristiche della forzante.

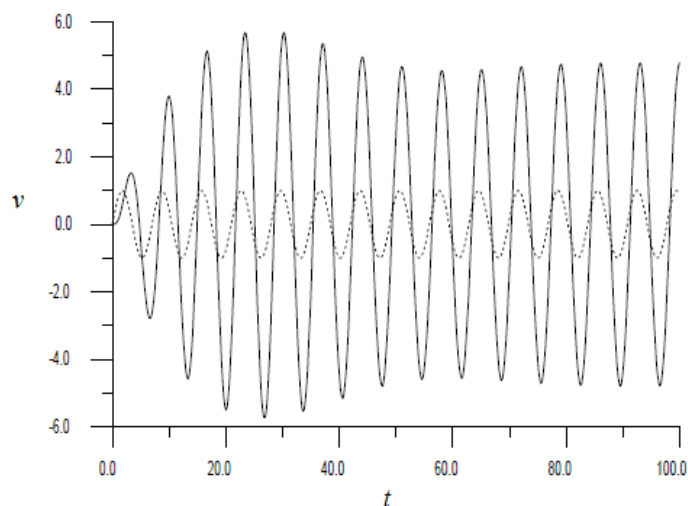


Figura 3.8 Oscillazioni forzate con $\beta=0,9$ e $\xi=0,05$

3.6 Oscillazioni causate da forzanti periodiche

Per studiare la risposta a forzanti periodiche si utilizza lo stesso procedimento visto nel paragrafo precedente, in quanto ogni funzione periodica si può scomporre nelle sue componenti armoniche e rappresentare tramite uno sviluppo in serie di Fourier:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_n t) + b_n \sin(n\omega_n t)]$$

In cui $\omega_n = \frac{2n\pi}{T}$ è la pulsazione dell'n-esima armonica in cui è decomposta la funzione $f(t)$, mentre i coefficienti valgono:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega_n t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega_n t) dt$$

Infine ponendo $R_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ e $\phi_n = \arctg\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$ lo sviluppo di Fourier introdotto viene espresso nella forma:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [R_n \sin(n\omega_n t + \phi_n)]$$

La soluzione a regime sarà data dall'equazione:

$$v(t) = \frac{1}{k} \left[a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [R_n N_n \sin(n\omega_n t + \phi_n - \zeta_n)] \right]$$

Con il coefficiente di amplificazione e il fattore di fase che in questo caso valgono:

$$N_n(\beta) = \frac{1}{\sqrt{(1 - n^2 \beta^2)^2 + 4\xi^2 n^2 \beta^2}}$$

$$\zeta_n = \arctg \left(\frac{2\xi n \beta}{1 - n^2 \beta^2} \right)$$

Gli sviluppi in serie della forzante e della soluzione contengono in teoria infiniti termini; tuttavia in pratica spesso sono sufficienti pochi termini dello sviluppo per approssimare in modo accettabile la legge della forzante; inoltre, ricordando che il modulo della funzione di trasferimento è la funzione di amplificazione, appare evidente come, per i sistemi debolmente smorzati, saranno fortemente amplificate le componenti di frequenza prossima alla risonanza, mentre quelle di frequenza molto maggiore verranno drasticamente ridotte; l'oscillatore funziona quindi come un filtro che lascia passare, eventualmente amplificando, le armoniche di frequenza inferiore (o poco maggiore) di quella naturale, mentre in pratica elimina le armoniche di frequenza più elevata. Pertanto, per il calcolo della risposta,

negli sviluppi sarà sufficiente tener conto solo di un numero limitato di termini di frequenza superiore a quella di risonanza, dato che gli altri sarebbero comunque filtrati dal sistema.

3.7 Oscillazioni libere in sistemi a più gradi di libertà

L'equazione delle oscillazioni libere vista nei sistemi ad un grado di libertà va generalizzata per i sistemi a n gdl. Si supponga di conoscere l'atto di moto iniziale e che questo sia tale da provocare piccole oscillazioni sulla struttura. L'equazione del moto del sistema è:

$$m\ddot{u}(t) + ku(t) = 0$$

Per trovarne la soluzione si pone: $u(t) = \phi z(t)$ assumendo che la soluzione si possa quindi esprimere come prodotto di un vettore costante ϕ per una funzione scalare nel tempo $z(t)$. Sostituendo e dividendo per $z(t)$ si ottiene:

$$m\phi \frac{\ddot{z}(t)}{z(t)} = -k\phi$$

Questo vuol dire che il rapporto $\frac{\ddot{z}(t)}{z(t)}$ si mantiene costante durante il moto, in particolare questa costante assume valore negativo, in quanto se moltiplicassimo tutto per ϕ^T otterremmo quantità legate, a primo membro, all'energia cinetica ed a secondo membro all'energia elastica, entrambe positive. Quindi:

$$\frac{\ddot{z}(t)}{z(t)} = -\omega^2$$

$$[\mathbf{k} - \omega^2 \mathbf{m}] \boldsymbol{\phi} = 0$$

Che è un sistema di n equazioni lineari e omogenee nelle incognite $\boldsymbol{\phi}$, per avere soluzioni diverse da quella banale bisogna che si verifichi:

$$|\mathbf{k} - \omega^2 \mathbf{m}| = 0$$

Detta “equazione caratteristica”. Questa, essendo \mathbf{m} e \mathbf{k} simmetriche e definite positive, ha n radici reali e positive. A queste radici, ovvero gli autovalori, sono associati n autovettori $\boldsymbol{\phi}$, esisteranno quindi n integrali dell’equazione del moto:

$$\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\phi}_i (A_i \sin \omega_i t + B_i \cos \omega_i t)$$

Questi vengono detti “modi principali” di vibrazione della struttura, ovvero quelle vibrazioni compiute dal sistema in cui tutti i punti compiono oscillazioni con la stessa pulsazione (autovalore associato) e la stessa fase.

L’integrale generale è una combinazione degli n integrali così ottenuti.

CAPITOLO 4

Interazione essere umano-struttura

4.1 L'essere umano come generatore di sollecitazioni

Il movimento umano è sufficiente per generare vari carichi dinamici. Questi possono essere periodici o transitori. Questi tipi di carichi sono generalmente attesi in:

- Strutture pedonali
- Palestre e strutture per eventi sportivi
- Piattaforme per tuffi da grande altezza nelle piscine

Le vibrazioni risultanti possono portare alle seguenti forme di problemi:

- Sovratensione della struttura, in casi estremi con la perdita della sua integrità strutturale
- Danneggiamento di elementi non strutturali
- Velocità di vibrazione intollerabile e accelerazioni che creano disturbo e mancanza di comfort sugli utenti della struttura
- Eccessivo rumore

In tutte le possibili contromisure, il concetto fondamentale è quello di evitare il fenomeno della risonanza, per esempio:

- Aumentando la rigidità della struttura o di alcuni suoi particolari elementi
- Installando meccanismi di assorbimento delle vibrazioni

- Regolando l'uso della struttura per evitare il raggiungimento di livelli critici di carico

I carichi periodici sono principalmente il risultato delle seguenti forme di movimento umano:

- Camminare
- Correre
- Saltare
- Ballare

Questa è comunque una prima classificazione, da cui si escludono altre forme di moto come il salto ritmato nelle lezioni di fitness, o il battere le mani ritmato al movimento del corpo nei concerti rock, o combinazioni delle 4 principali forme.

I carichi periodici dipendono nella loro funzione temporale così come in frequenza dal passo e dal tipo di movimento. Uno sguardo più ravvicinato alla funzione nel tempo di un carico periodico rivela che forze considerevoli non sono solo trasmesse nelle frequenze caratteristiche del camminare, saltare o ballare, ma anche nelle frequenze delle armoniche superiori e inferiori.

Una classificazione sistematica dei carichi indotti dall'uomo è difficile. A parte i già citati fattori, il numero, per esempio, di persone coinvolte nell'eccitazione gioca un ruolo importante.

4.1.1 Camminare e correre

Queste due forme di moto possono sviluppare considerevoli carichi dinamici soprattutto su strutture pedonali. Esse sono caratterizzate da: ritmo dei passi, velocità di avanzamento e dalla funzione che esprime la variazione del carico nel tempo.

Il ritmo del passo domina il risultante carico dinamico, è spesso dato in passi al secondo [FF/s], ma la sua natura di frequenza di carico è più adeguatamente espressa in Hz. Per una camminata normale su superficie orizzontale, le frequenze vanno da 1,5 a 2,5 Hz. Assumendo una distribuzione normale gaussiana si ha un valore atteso di 2 Hz con una deviazione standard da 0,13 Hz a 0,18 Hz. Per una normale corsa, il valore atteso della frequenza del passo è tra i 2,4 e i 2,7 Hz. Accelerando si può anche arrivare a 5 Hz.

La velocità di avanzamento è accoppiata alla frequenza del passo attraverso la sua lunghezza. Naturalmente, persone differenti possono avere lunghezza del passo e numero di passi abbastanza differenti per la stessa velocità di avanzamento. In tabella si trovano i valori medi di tali grandezze messe in relazione tra loro.

	f_s [Hz]	v_s [m/s]	l_s [m]
Slow walk	~ 1,7	1,1	0,6
Normal walk	~ 2	1,5	0,75
Fast walk	~ 2,3	2,2	1
Slow running (jog)	~ 2,5	3,3	1,3
Fast running (sprint)	> 3,2	5,5	1,75

Tabella 4.1: Correlazione tra frequenza del passo, velocità di avanzamento e lunghezza del passo per camminare e correre

Quando si cammina o si corre, una persona esercita un carico verticale e orizzontale dinamico (in avanti e lateralmente), che, infatti, ha la dimensione fisica di una forza. I principali parametri che influenzano la funzione carico-tempo sono i seguenti:

- frequenza del passo
- peso della persona
- sesso della persona
- tipo di scarpe
- condizione della pavimentazione

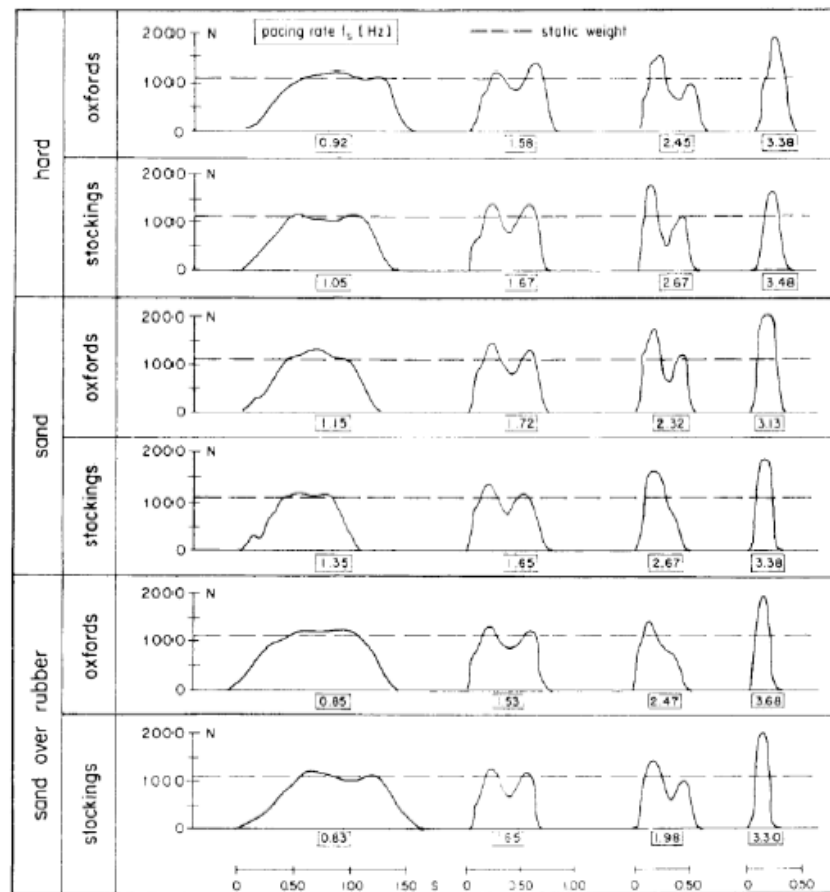


Figura 4.1: Funzione carico-tempo per varie frequenze del passo, scarpe e superficie

Il peso delle persone nel test mostrato in fig 3.1 è di 1100 N. La forma della funzione carico-tempo per una camminata con una frequenza del passo media è più o meno quella di una sella: i due carichi massimi osservabili risultano dallo staccare col tallone e fare pressione con la punta del piede. Questa caratteristica sparisce con l'incremento della frequenza del passo e degenera in un singolo massimo di forma crescente e decrescente quando la persona sta correndo. Dalle basse alle alte frequenze, la larghezza del segnale diminuisce e il carico massimo aumenta. Mentre per passeggiare con una frequenza sotto 1 Hz il massimo carico difficilmente supera il peso della persona, questo aumenta da un quarto a un terzo per 2 Hz e di metà per 2,5 Hz; a circa 3,5 Hz il massimo raggiunge circa il doppio del peso della persona testata. Per la corsa il carico può anche arrivare a 3 volte il peso della persona, come si vede dalla fig 3.2 in cui viene rappresentata anche la relazione tra frequenza e durata del contatto piede-terreno.

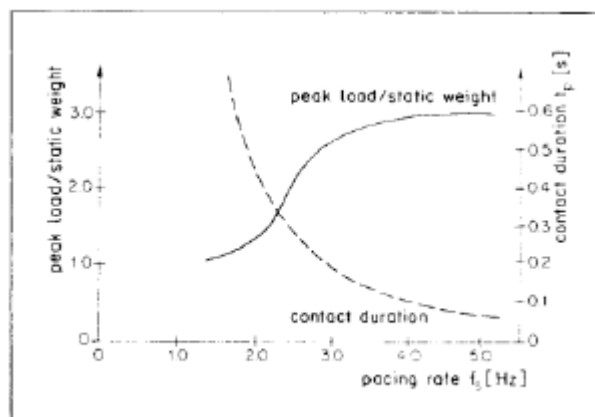


Figura 4.2: Grafico frequenza-carico massimo e durata contatto piede-terreno

Durante la camminata, uno dei piedi è sempre in contatto con il suolo in un determinato momento, sicchè la durata del contatto tra i due piedi, e dunque i carichi, si sovrappongono. . La funzione di carico ha inoltre componenti nella 2 e 3 armonica, cioè il carico pulsante è anche esercitato al doppio e al triplo della frequenza del passo.

In contrasto con il comportamento durante il camminare, il contatto col suolo durante il correre è interrotto, il rapporto tra la durata del contatto e il periodo del passo diventa più piccola all'aumentare della frequenza del passo. Una formulazione matematica idealizzata della variazione del carico dinamico deve prendere in conto queste differenze tra camminare e correre scegliendo differenti approcci per “contatto continuo con il terreno” e “contatto discontinuo col terreno”.

Nel primo caso la funzione di carico per il camminare che esibisce una sovrapposizione dei tempi di contatto individuale di ogni piede può essere espressa come:

$$F(t) = G + \Delta G_1 \sin(2\pi f_s t) \\ + \Delta G_2 \sin(4\pi f_s t - \varphi_2) + \Delta G_3 \sin(6\pi f_s t - \varphi_3)$$

Dove:

- G è il peso della persona (generalmente assunto 800N)
- ΔG_i la componente di carico della i -esima armonica
- F_s la frequenza del passo
- φ_2 l'angolo di fase della seconda armonica rispetto alla prima

I valori delle componenti della forza della prima armonica possono essere ricavate dalla letteratura:

$$\Delta G_1 = 0,4G \quad \text{per } f = 2 \text{ Hz}$$

$$\Delta G_1 = 0,5G \quad \text{per } f = 2,4 \text{ Hz}$$

Le componenti di carico della seconda e terza armonica sono invece $\Delta G_2 = \Delta G_3 = 0,1G$. L'angolo di fase φ_2 e φ_3 mostrano in realtà un grande dispersione a causa dei vari parametri da cui dipendono. In un calcolo questi possono essere approssimati a $\pi/2$. Se la combinazione più sfavorevole delle differenti armoniche deve essere colta gli angoli di fase vanno fatti variare. Nella maggior parte dei casi, comunque, una vibrazione forzata indotta dal camminare è governata da un'armonica soltanto, quindi questo angolo di fase diventa ininfluenza.

Nel caso di contatto discontinuo col terreno, in particolar modo nella corsa, che è generalmente caratterizzata da un singolo carico massimo, può essere espressa da una sequenza di pulsazioni semisinusoidali:

$$F(t) = \begin{cases} k_p G \sin\left(\pi \frac{t}{t_p}\right) & \text{per } t \leq t_p \\ 0 & \text{per } t_p < t \leq T_p \end{cases}$$

Con

- $k_p = \frac{F_{p,max}}{G}$ fattore di impatto dinamico
- $F_{p,max}$ carico dinamico di picco
- G peso del corridore
- t_p durata del contatto
- $T_p = \frac{1}{f_s}$ periodo del passo

Il fattore di impatto k_p risulta dalla condizione di potenziale dell'energia costante, per cui l'integrale della funzione in un periodo eguaglia il carico a riposo (carico statico).

La funzione nel tempo in accordo col modello semi-seno può essere rappresentata nello stesso formato che per il camminare come la somma del peso statico e delle componenti di carico delle armoniche.

$$F(t) = G + \sum_{n=0}^{\infty} \Delta G_n \cos\left[2\pi n f_s \left(t - \frac{t_p}{2n}\right)\right]$$

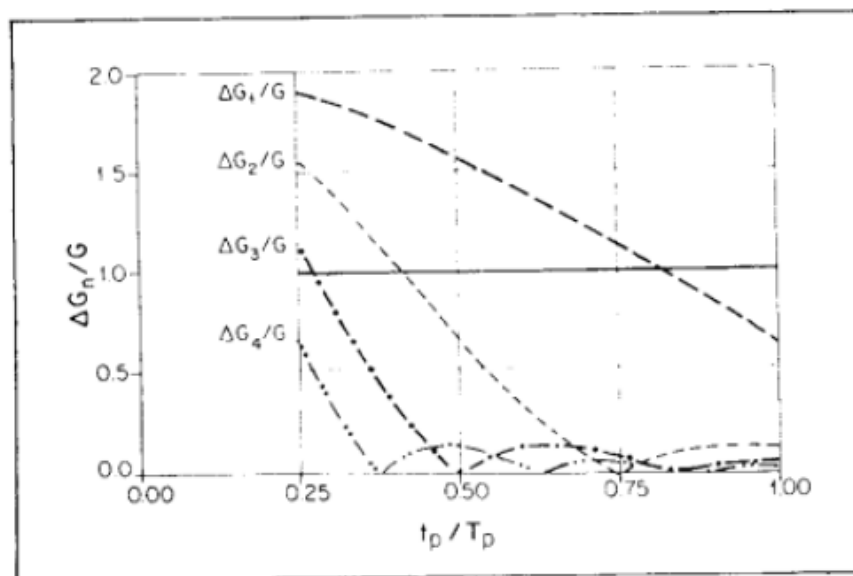


Figura 4.3: Componenti di carico di diverse armoniche in funzione del rapporto di contatto t_p/T_p

La figura 4.3 mostra l'ampiezza della componente di carico ΔG_n delle prime 4 armoniche con l'aumentare del rapporto t_p/T_p come calcolato dall'analisi armonica. Si noti che, dipendendo da questo rapporto, le armoniche maggiori possono ancora contribuire sostanzialmente al carico.

Comunque, similmente al camminare, la computazione di una vibrazione forzata è dominata da solo un'armonica, così che lo sfasamento non importa.

4.1.1.1 Influenza del numero di persone

I risultati sovraesposti valgono per una singola persona. Più interessante in pratica è l'effetto combinato di più persone allo stesso tempo, in particolare camminando. Per questo scopo vanno considerati i seguenti aspetti:

- La densità di pedoni è limitata dalla possibilità di camminare liberamente. Un limite maggiore è raggiunto con 1.6, 1.8 persone/m², che corrisponde ad un carico statico di circa 1100-1400 N/m²; comunque, un valore di 1 persona/m² sembra essere più realistico.
- Secondo lo studio [4.1] i pedoni che iniziano a camminare su un ponte pedonale cercheranno di coordinare subconsciamente i loro passi alle vibrazioni del pavimento. Questo fenomeno di reazione e sincronizzazione diventa più pronunciato con l'aumentare delle vibrazioni nella struttura.

Il fenomeno di più di una persona che cammina può essere descritto nel seguente modo: fin quando solo una persona con una frequenza del passo tra i 1,5 e 2,5 Hz cammina vicino il centro di una campata, questa produrrà più o meno una risposta stazionaria (dopo una fase transitoria iniziale). Una vibrazione prodotta da una seconda persona che cammina differentemente si sovrapporrà alla prima risposta sicché a un certo istante le due ampiezze

di vibrazioni saranno additive o sottrattive in base alla frequenza e alla fase. Così l'ampiezza dello spostamento del ponte non sarà costante ma esibirà un tipico flusso da interferenza di onde. Con il numero crescente dei pedoni e i loro effetti che si accrescono gli uni con gli altri, possono generarsi delle ampiezze di vibrazione maggiori, considerando però che la capacità della struttura crea un limite superiore poiché, per esempio, per avere una frequenza di 2 Hz un pedone dovrà camminare a circa 1,5 m/s ed avere uno spazio libero di 1 m², condizioni che in caso di sovraffollamento non potranno essere verificate.

4.1.2 Saltare

Il salto, in particolare quello ritmato, è il movimento che può produrre i maggiori carichi dinamici, in particolare in palestre o in impianti sportivi, specialmente se questi ultimi vengono utilizzati anche per manifestazioni di altro genere (concerti). I test rivelano che un salto prolungato sul posto si svolge con frequenze da 1 Hz fino ad un massimo di 2.8 Hz, mentre per movimenti con durata minore (questo avviene in particolar modo nelle palestre) si possono raggiungere frequenze anche maggiori; sembra tuttavia improbabile che la fisiologia umana possa permettere di produrre un moto con una frequenza maggiore di 3,5 Hz, che quindi a scopo di calcolo è il massimo da considerare.

Un essere umano che salta esercita primariamente un carico verticale sul pavimento. I principali parametri che influiscono su tale carico sono:

- Frequenza dei salti
- Intensità

- Peso della persona
- Tipo di scarpe
- Tipo di superficie su cui si salta

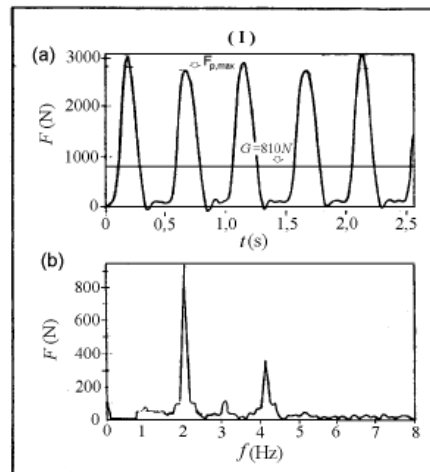


Figura 4.4: Carico provocato da una persona saltando.

Il saltare di un singolo individuo con una frequenza $f_s=2.1$ Hz è mostrato in fig 4.4, in termini di funzione carico-tempo risultante e spettro di Fourier associato. Quest'ultimo mostra una chiara componente di carico nella seconda armonica. Il rapporto del carico massimo con il peso della persona, ovvero il fattore di impatto $k_p=F/G$, raggiunge il valore 3.4 in questo esempio. Il massimo picco di carico di una singola persona saltando è risultato 6 volte il suo peso [4.2].

Per una descrizione matematica e il calcolo di una vibrazione forzata può essere nuovamente utilizzato il modello visto nel caso del camminare, con T_p e f_s assunte come periodo e frequenza del salto. Il fattore di impatto risultante aumenta col diminuire del rapporto t_p/T_p . In accordo con gli esperimenti riportati in [4.2], questo rapporto di contatto può variare tra

0,25 e 0,6. A causa delle differenze individuali nel movimento, tenendo in conto dei più lievi o più forti rimbalzi sul pavimento a prescindere dalla frequenza, per saltare la relazione tra la durata del contatto e la frequenza non è definita a priori com'era per camminare e correre. Per cui, varie durate di contatto t_p per la stessa frequenza f_s conducono ad uno spettro del fattore di impatto k_p . È stato osservato che la fisiologia difficilmente permette una durata del contatto sotto il valore $t_p=0.15s$. Da questo minimo rapporto di contatto deriva:

$$\frac{t_p}{T_p} = 0,15f_s$$

Inserendo la minore frequenza del salto di 1.8 Hz, si arriva a $t_p/T_p = 0.26$ e si può ricavare dal grafico un fattore k_p circa 6; questo è il massimo fattore di impatto riportato in [4.2].

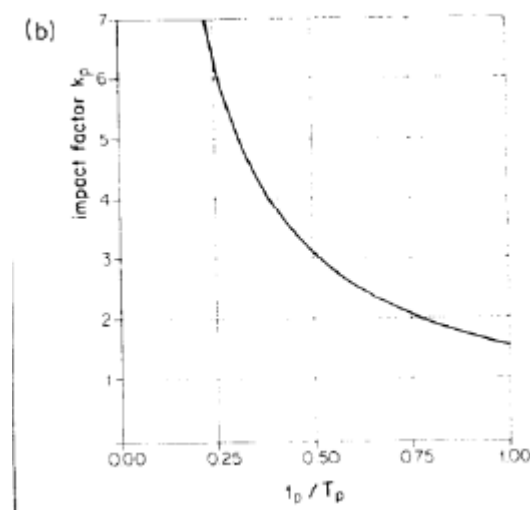


Figura 4.5: Fattore di impatto k_p in funzione del rapporto t_p/T_p

Andando indietro ai risultati dati in fig 4.4 l'approssimazione della funzione nel tempo conduce a t_p/T_p circa 0.5, ad esempio per la misurata $f_s=2.1$ Hz una durata di contatto di circa 0.23s dà un fattore di impatto dinamico k_p circa 3.1, il quale è ben comparabile con il rapporto misurato tra il massimo carico dinamico e il peso della persona (circa 3.4).

Generalmente, saltare sul posto produce un carico maggiore nelle frequenze delle prime 3 armoniche ovvero in f_s , $2f_s$ e $3f_s$. Ma lo spettro mostra che i carichi possono anche essere esercitati in $f_s/2$ e $3/2f_s$, o altre armoniche intermedie, in quanto la variazione del carico nel tempo è periodica con una frequenza non sempre coincidente con quella del salto. Questo fenomeno può diventare molto più pronunciato, se i carichi esercitati da ogni piede sono differenti. Per esempio quando si balza da un piede all'altro.

In base al rapporto di contatto visto è inoltre possibile calcolare i coefficienti di Fourier da applicare nell'equazione che rappresenta la forza, indicando infatti:

$$\Delta G_n = G \alpha_n$$

ovvero la componente di carico dell'armonica n come prodotto del peso statico della persona per il coefficiente relativo a tale armonica, questo può essere espresso come:

$$\alpha_n = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{per } 2n \frac{t_p}{T_p} = 1 \\ \frac{2 \cos(2n \frac{t_p}{T_p})}{1 - (2n \frac{t_p}{T_p})^2} & \text{per } 2n \frac{t_p}{T_p} \neq 1 \end{cases}$$

Per quanto riguarda il ritardo di fase dell'armonica n rispetto alla prima, questo è ricavabile secondo un'altra formulazione, in funzione ancora una volta del rapporto di contatto, come:

$$\varphi_n = 0 \quad \text{per } 2n \frac{t_p}{T_p} = 1$$

$$\varphi_n = \begin{cases} \tan^{-1} \left(\frac{1 + \cos(2\pi n \frac{t_p}{T_p})}{\sin(2\pi n \frac{t_p}{T_p})} \right) - \pi & \text{per } \frac{\sin \left(2\pi n \frac{t_p}{T_p} \right)}{1 - \left(2n \frac{t_p}{T_p} \right)^2} < 0 \\ \tan^{-1} \left(\frac{1 + \cos(2\pi n \frac{t_p}{T_p})}{\sin(2\pi n \frac{t_p}{T_p})} \right) & \text{per } \frac{\sin \left(2\pi n \frac{t_p}{T_p} \right)}{1 - \left(2n \frac{t_p}{T_p} \right)^2} > 0 \end{cases}$$

Quindi se si conosce $\frac{t_p}{T_p}$, il modello di carico può essere valutato.

Questo modello rappresenta movimenti che si ripetono perfettamente, nella realtà si avranno variazioni rispetto al modello:

- Il rapporto di contatto e quindi l'altezza del salto possono variare durante il moto, provocando una variazione di r_n e φ_n ;
- Sebbene l'individuo tenterà di saltare alla frequenza sollecitata, i salti potrebbero non essere perfettamente allineati con l'impulso;
- Ci sarà una fase o differenza di tempo tra impulso e salto individuale e tra un individuo ed un altro.

Queste differenze possono essere insignificanti quando si analizza il carico per un singolo individuo, ma possono essere più influenti nel caso di gruppi di persone. In realtà in fase di progetto, come nel nostro studio, in cui va supposto il caso peggiore, tali fattori non verranno considerati, e la tifoseria verrà supposta attiva contemporaneamente e simultaneamente.

4.1.3 Influenza del numero di persone

In figura 4.6 è mostrato la funzione carico tempo per il salto di 8 persone contemporaneamente. Le differenze rispetto al caso di una singola persona non sono altissime, e questo è dovuto ad una notevole sincronizzazione ottenuta grazie anche ad un accompagnamento musicale usato nei test. Una differenza esiste comunque per quanto riguarda la durata minima possibile di contatto: a causa della leggera variazione del movimento individuale in un gruppo più grande di partecipanti, che non sono mai completamente sincronizzati, questa aumenta a circa $t_p=0,20s$,

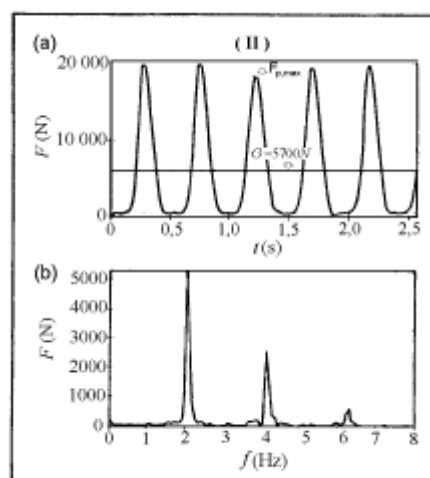


Figura 4.6: Carico provocato da 8 persone saltando.

risultante da un rapporto di contatto minimo raggiungibile dal gruppo di

$$\frac{t_p}{T_p} = 0,20f_s$$

Inserendo f_s circa 1.8Hz come minima frequenza realistica per il saltare si arriva ad un rapporto di durata di contatto di $t_p/T_p=0,35$ che porta ad un fattore di impatto k_p circa 4.5 per tale gruppo di persone.

Nel 1997 e nel 2001 sono stati condotti esperimenti al “BRE’s Cardington laboratory” per valutare la variazione del carico con la dimensione della folla. Un gruppo di persone di varie dimensioni è stato fatto saltare su una piattaforma con frequenza regolata da un impulso musicale, e da un’analisi di accelerazioni e spostamenti sono stati ricavati i coefficienti di Fourier per le prime 3 armoniche. Il numero massimo di persone che poteva stare “comodamente” sulla piastra era 64.

Per la determinazione dei carichi sono state utilizzate le misurazioni degli spostamenti, soggette a filtraggio passabanda attorno alla frequenza di carico e al doppio e triplo di tale valore. Questo fornisce la risposta alle differenti componenti di Fourier del carico. Lo spostamento dinamico viene quindi ottenuto calcolando l’RMS dello spostamento filtrato e moltiplicando tale valore per $\sqrt{2}$, per ottenere un valore medio dei picchi di risposta. I risultati ottenuti vengono mostrati nel grafico logaritmico di fig 4.7, e sono dati dalle seguenti espressioni:

$$\begin{cases} \alpha_1 = 1,61 \cdot p^{-0,082} \\ \alpha_2 = 0,94 \cdot p^{-0,24} \\ \alpha_3 = 0,44 \cdot p^{-0,31} \end{cases}$$

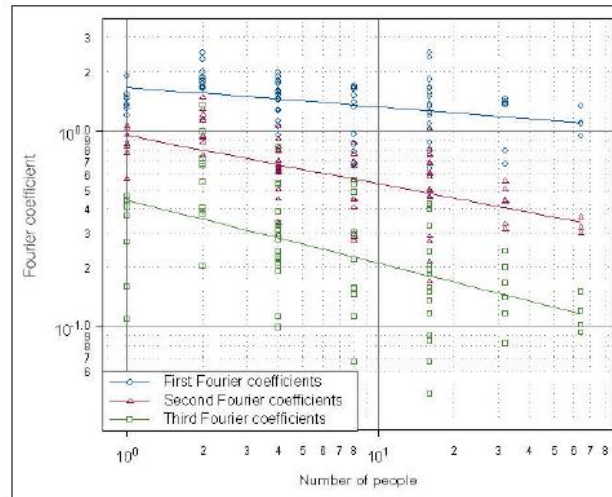


Figura 4.7: Coefficienti di Fourier in funzione della dimensione della folla.

4.1.4 Normative e linee guida

In linea con gli studi sopra esposti, la CEB-209 (1991) per la rappresentazione di un carico dinamico periodico utilizza una funzione serie di Fourier:

$$F(t) = G + \sum_{i=1}^n G\alpha_i \sin(2\pi nft - \phi_i)$$

Dove:

- G è il peso della persona considerato pari a 800N
- $G\alpha_i$ l'ampiezza della forza dell' i -esima armonica
- f la frequenza dell'attività
- ϕ_i l'angolo di fase dell' i -esima armonica rispetto alla prima
- i il numero dell'armonica

Qualsiasi stadio venga realizzato, per essere omologato ad ospitare manifestazioni FIFA, deve essere in linea con la “Guide to Safety at Sport Grounds”, detta “Green Guide”, una norma redatta in Inghilterra che contiene tutte le indicazioni per garantire sicurezza e comfort in un impianto del genere. Per quanto riguarda i problemi strutturali questo fa riferimento ad un altro documento, il “Dynamic performance requirements for permanent grandstands subject to crowd action”, realizzato dall’“Institute of Structural Engineers” di Londra.

La norma citata tratta i criteri per l’analisi dell’eccitazione dinamica causata dalla tifoseria nella direzione principale, la verticale, e nelle due direzioni orizzontali, “side to side” e “front to back”.

Per la direzione orizzontale la funzionalità della struttura e il comfort degli spettatori può essere garantito attraverso la limitazione della frequenza naturale della struttura per modi eccitabili dalla componente orizzontale della forza, ovvero quei modi in cui lo spostamento è predominante in tale direzione. Questa limitazione è frutto di studi su strutture già esistenti in cui non sono mai stati riscontrati problemi quando tale frequenza era superiore al valore di 1,5 Hz.

Per quanto riguarda la direzione verticale, ovvero quella più gravosa, si garantiscono comfort e funzionalità con una frequenza propria della struttura per modi eccitabili dalla componente verticale della forza superiori a 6 Hz. In tal caso la condizione è sufficiente, ma non necessaria, in quanto per strutture come uno stadio con tribune che si estendono per più di un piano, è quasi impossibile ottenere questo risultato. Per cui quando tali frequenze sono minori del valore limite andrà effettuata l’analisi dinamica lineare di risposta in termini di accelerazione, che è lo scopo di questo lavoro di tesi.

Questo valore di limitazione ha un significato ben preciso: considerando che l'attività di una folla che salta ha una frequenza f_1 compresa tra 1,5 e 2,7 Hz, in una struttura con frequenza naturale maggiore di 6 si potranno verificare effetti di risonanza soltanto nella 3 armonica, poiché in tal caso la frequenza direttrice della forza sarà $f_3=3f_1$. L'ampiezza della componente della forza per tale armonica è abbastanza ridotta e tale da non generare accelerazioni rilevanti.

Vanno invece verificati i casi in cui la risonanza può verificarsi in corrispondenza di prima e seconda armonica, che hanno ampiezze maggiori.

I coefficienti di Fourier che moltiplicati per il peso statico danno le ampiezze delle armoniche vengono riportate nella seguente tabella, considerando tutta la folla attiva.

Table A2.3 Suggested values of the Generated Load Factors, G_i, for use in back analysis of specific events.					
Crowd	Harmonic Number			Typical activity in identified sections of the crowd	Effectiveness Factor
	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$		
Active	0.25	0.063	0.018	Active crowd, mainly bobbing.	Eqn. A2.3
Passive	All zero			Inactive, standing or seated	

Tabella 4.2: Coefficienti di Fourier per le prime tre armoniche (“Green Guide”)

La norma distingue 4 diversi casi per l'applicazione del carico (tab 4.3). Ad ogni “Scenario” corrispondono carichi e tolleranze differenti. Il caso in questione corrisponde al 3, in cui sono incluse le manifestazioni sportive e i concerti in cui tutta la folla è impegnata a saltare. Lo “Scenario” 4

corrisponde a concerti con musica di elevata intensità, ma in questo caso il comfort atteso è minore. Tale circostanza potrebbe verificarsi anche nell’Arena Corinthians, ma dato che i risultati ricavati dall’applicazione della norma verranno comparati con risultati sperimentali misurati durante normali eventi calcistici, verrà preso in considerazione soltanto lo “Scenario” 3.

Scenario	Exemplar event	Crowd behaviour
1	Stand used for viewing of sporting and similar events with less than maximum attendance	Normally relaxed viewing public with spontaneous response to single events
2	Classical concert and typical well attended sporting event	Audience seated with only few exceptions – minor excitation
3	Commonly occurring events including, inter alia, high profile sporting events and concerts with medium tempo music and revival pop-concerts with cross generation appeal	Potentially excitable crowd with crowd participation
4	More extreme events including high energy concerts with periods of high intensity music	Excited crowd, mostly standing and bobbing with some jumping

Tabella 4.3: Scenari contemplati nella norma “Green Guide”

4.2 L'essere umano come ricettore di vibrazioni

Analizzate le vibrazioni che una tifoseria induce su di una struttura, e verificata la sua risposta, bisogna capire come questi effetti si ripercuotono sugli spettatori stessi, e quali problemi possono causare.

Ci sono, basicamente, tre tipi di esposizione umana alle vibrazioni:

- Vibrazioni trasmesse simultaneamente alla superficie totale del corpo e/o a sue parti sostanziali. Questo succede quando un corpo è immerso in un mezzo che vibra.
- Vibrazioni trasmesse al corpo attraverso una superficie di appoggio, come nel caso di vibrazioni trasmesse ad un uomo in piedi attraverso il terreno su cui essi poggiano, o quando esso è seduto o sdraiato. Questo tipo di vibrazione è comune nei veicoli, nelle costruzioni e in prossimità di macchine rotanti.
- Vibrazioni applicate a parti specifiche del corpo, come la testa o gli arti. Un esempio sono vibrazioni trasmesse per mezzo di cavi o pedali.

La percezione di tali vibrazioni da parte dell'uomo dipende da diversi fattori, che possono essere interni:

- Posizione della persona (in piedi, seduta, etc.);
- Direzione di incidenza della vibrazione rispetto a quella della spina dorsale;
- Attività svolta dalla persona in quel momento (riposare, camminare, saltare, etc.);
- Età;
- Sesso;

o fattori esterni:

- Ampiezza degli spostamenti;
- Velocità
- Accelerazione
- Durata della vibrazione
- Frequenza della vibrazione

4.2.1 Normative

Per definire i limiti dei parametri che influenzano gli effetti delle vibrazioni sugli esseri umani si fa riferimento alla norma internazionale ISO 2631, che vale sia per azioni periodiche che non, nell'intervallo di frequenze che va da 1 a 80 Hz.

Si distinguono tre livelli di possibile mancanza di comfort per l'essere umano:

- Il “limite di comfort ridotto” si applica a disturbi tollerabili durante attività come mangiare, scrivere o leggere;
- Il “limite di efficienza ridotta per fatica” descrive il livello al quale vibrazioni ricorrenti causano fatica al personale con conseguente riduzione dell'efficienza; questo succede a circa 3 volte il primo livello;
- Il “limite di esposizione” definisce la massima vibrazione tollerabile che non altera la salute e la sicurezza umana ed è circa 6 volte più alta del primo livello.

Il primo caso è quello che interessa nel nostro studio.

Le vibrazioni rettilinee trasmesse ad un individuo devono essere misurate nelle direzioni appropriate riferendosi ad un sistema di coordinate ortogonali con origine nel cuore e asse z diretto come la spina dorsale. Gli studi attuati finora mostrano che la sensibilità umana alle vibrazioni sulle costruzioni è significativa nella banda 1-80 Hz, che per vibrazioni longitudinali (dirette lungo z) la massima sensibilità occorre nella banda da 4 a 8 Hz, mentre per vibrazioni trasversali (x e y) tra 1-2 Hz.

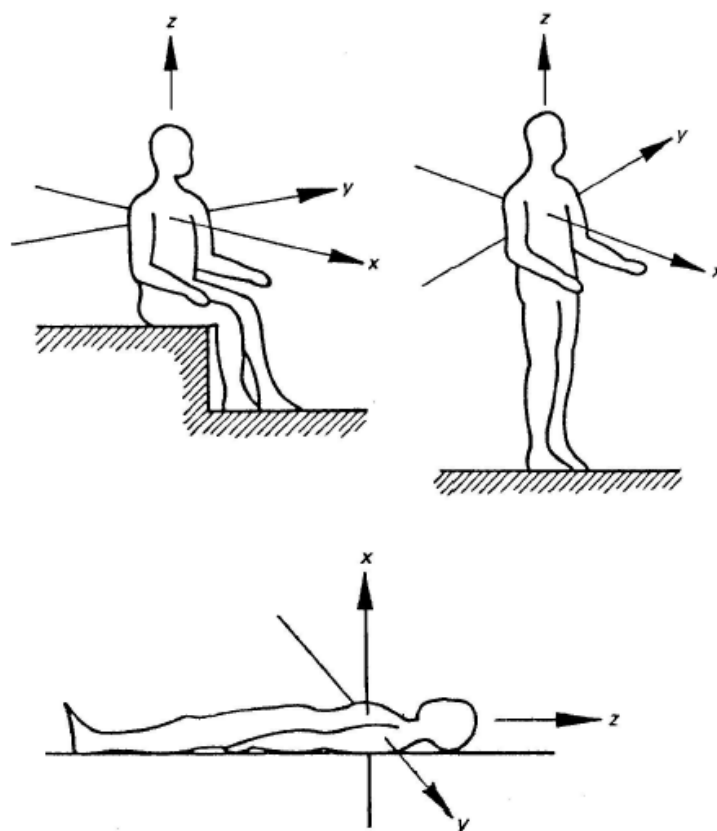


Figura 4.8: Sistema di riferimento per vibrazioni meccaniche su esseri umani (ISO 2631)

Ricavate in tal modo le variabili da voler analizzare (nel nostro caso le accelerazioni), la norma impone l'utilizzo di un valore efficace, ossia l'RSM (root mean square), che andrà comparato coi valori limite.

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^t a^2(t) dt}$$

Nella tabella sono riportati i valori di accelerazione per due diverse fasce di frequenza, con il loro effetto sull'essere umano.

Descrizione	Fascia di frequenza 1-10 Hz	Fascia di frequenza 10-100 Hz
	Max acceler. (mm/s ²)	Max acceler. (mm/s ²)
Percepibile	34	0,5
Chiaramente percepibile	100	1,3
Sgradevole	550	6,8
Intollerabile	1800	13,8

Tabella 4.4: Livelli di percezione umana delle vibrazioni (CEB 209)

La norma da inoltre grafici e tabelle che forniscono i valori limite delle accelerazioni sia longitudinali che trasversali in funzione del tempo di esposizione e della frequenza dell'eccitazione. Questi vengono dati per il "limite di efficienza ridotta", nel caso in cui si voglia ottenere il valore "limite di esposizione" bisognerà moltiplicare l'accelerazione per 2, mentre nel caso da noi analizzato, in cui si debba rispettare il "limite di comfort ridotto", bisogna dividere tale valore per 3,15.

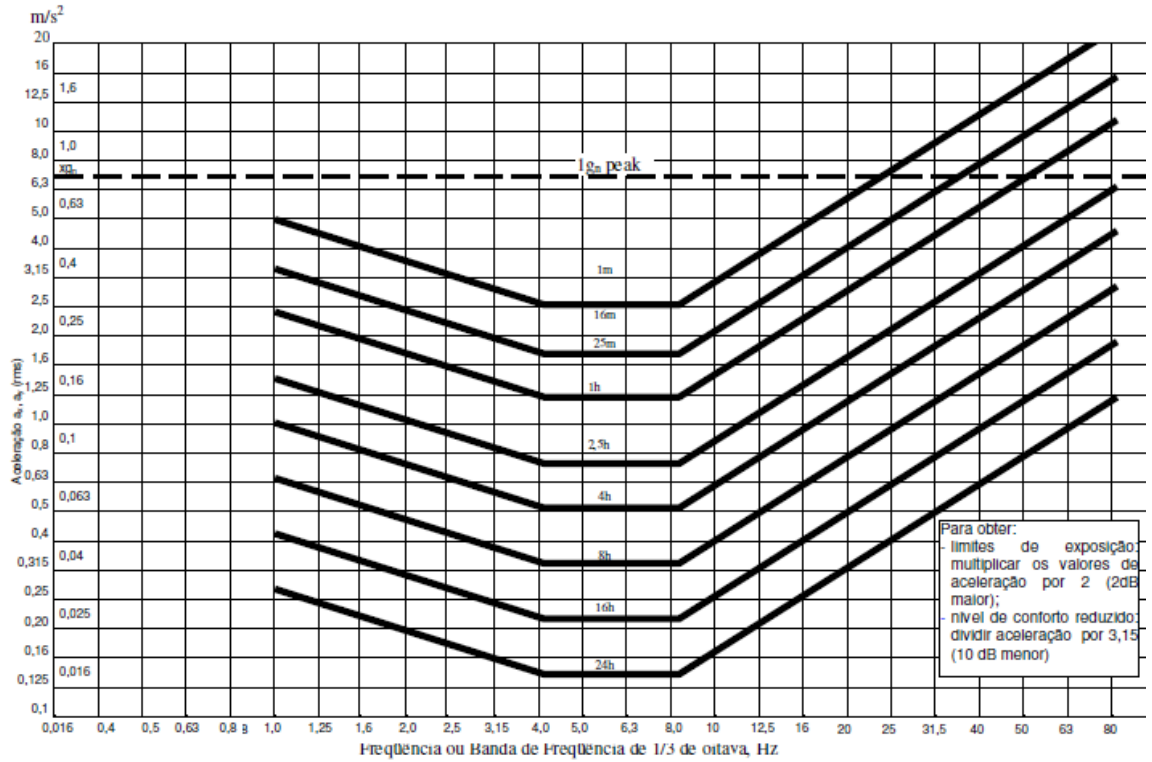


Figura 4.9: Limite di accelerazione longitudinale in funzione del tempo di esposizione e della frequenza per “livello di efficienza ridotta” (ISO 2631)

Frequência (centro da banda de 1/3 de oitava)	Aceleração (m/s ²)								
	Tempo de Exposição								
	24 h	16 h	8 h	4 h	2,5 h	1 h	25 min	16 min	1 min
1,0	0,280	0,425	0,63	1,06	1,40	2,36	3,55	4,25	5,60
1,25	0,250	0,375	0,56	0,95	1,26	2,12	3,15	3,75	5,00
1,6	0,224	0,335	0,50	0,85	1,12	1,90	2,80	3,35	4,50
2,0	0,200	0,300	0,45	0,75	1,00	1,70	2,50	3,00	4,00
2,5	0,180	0,265	0,40	0,67	0,90	1,50	2,24	2,65	3,55
3,15	0,160	0,235	0,355	0,60	0,80	1,32	2,00	2,35	3,15
4,0	0,140	0,212	0,315	0,53	0,71	1,18	1,80	2,12	2,80
5,0	0,140	0,212	0,315	0,53	0,71	1,18	1,80	2,12	2,80
6,3	0,140	0,212	0,315	0,53	0,71	1,18	1,80	2,12	2,80
8,0	0,140	0,212	0,315	0,53	0,71	1,18	1,80	2,12	2,80
10,0	0,180	0,265	0,40	0,67	0,90	1,50	2,24	2,65	3,55
12,5	0,224	0,335	0,50	0,85	1,12	1,90	2,80	3,35	4,50
16,0	0,280	0,425	0,63	1,06	1,40	2,36	3,55	4,25	5,60
20,0	0,355	0,530	0,80	1,32	1,80	3,00	4,50	5,30	7,10
25,0	0,450	0,670	1,0	1,70	2,24	3,75	5,60	6,70	9,00
31,5	0,560	0,850	1,25	2,12	2,80	4,75	7,10	8,50	11,2
40,0	0,710	1,060	1,60	2,65	3,55	6,00	9,00	10,6	14,0
50,0	0,900	1,320	2,0	3,35	4,50	7,50	11,2	13,2	18,0
63,0	1,120	1,700	2,5	4,25	5,60	9,50	14,0	17,0	22,4
80,0	1,400	2,120	3,15	5,30	7,10	11,8	18,0	21,2	28,0

Tabella 4.5 Valori relativi al grafico 4.9

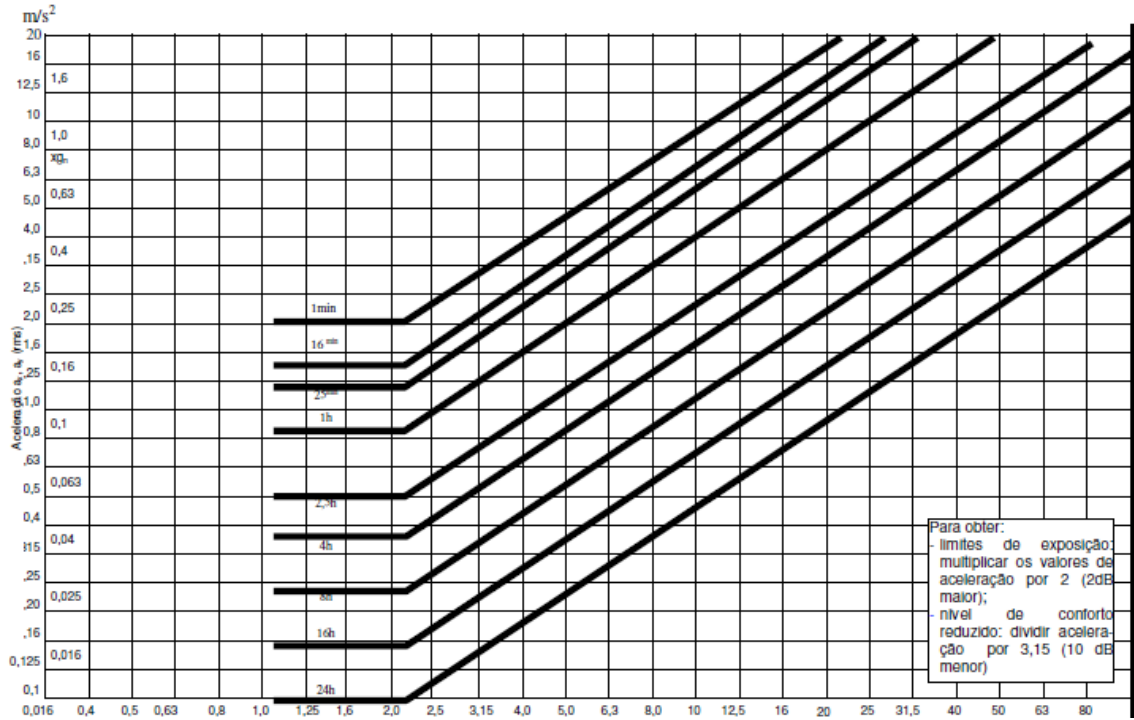


Figura 4.10: Limite di accelerazione trasversale in funzione del tempo di esposizione e della frequenza per “livello di efficienza ridotta” (ISO 2631)

Frequência (centro da banda de 1/3 de oitava)	Aceleração (m/s ²)								
	Tempo de Exposição								
	24 h	16 h	8 h	4 h	2,5 h	1 h	25 min	16 min	1 min
1,0	0,100	0,150	0,224	0,355	0,50	0,85	1,25	1,50	2,0
1,25	0,100	0,150	0,224	0,355	0,50	0,85	1,25	1,50	2,0
1,6	0,100	0,150	0,224	0,355	0,50	0,85	1,25	1,50	2,0
2,0	0,100	0,150	0,224	0,355	0,50	0,85	1,25	1,50	2,0
2,5	0,125	0,190	0,280	0,450	0,63	1,06	1,6	1,9	2,5
3,15	0,160	0,236	0,355	0,560	0,8	1,32	2,0	2,36	3,15
4,0	0,200	0,300	0,450	0,710	1,0	1,70	2,5	3,0	4,0
5,0	0,250	0,375	0,560	0,900	1,25	2,12	3,15	3,75	5,0
6,3	0,315	0,475	0,710	1,12	1,6	2,65	4,0	4,75	6,3
8,0	0,40	0,60	0,900	1,40	2,0	3,35	5,0	6,0	8,0
10,0	0,50	0,75	1,12	1,80	2,5	4,25	6,3	7,5	10
12,5	0,63	0,95	1,40	2,24	3,15	5,30	8,0	9,5	12,5
16,0	0,80	1,18	1,80	2,80	4,0	6,70	10	11,8	16
20,0	1,00	1,50	2,24	3,55	5,0	8,5	12,5	15	20
25,0	1,25	1,90	2,80	4,50	6,3	10,6	16	19	25
31,5	1,60	2,36	3,55	5,60	8,0	13,2	20	23,6	31,5
40,0	2,00	3,00	4,50	7,10	10,0	17,0	25	30	40
50,0	2,50	3,75	5,60	9,00	12,5	21,2	31,5	37,5	50
63,0	3,15	4,75	7,10	11,2	16,0	26,5	40	45,7	63
80,0	4,00	6,00	9,00	14,0	20	33,5	50	60	80

Tabella 4.5 Valori relativi al grafico 4.10

CAPITOLO 5

Il modello

5.1 Descrizione generale

Il modello per lo studio delle vibrazioni causate dall'uomo è stato sviluppato con il programma di calcolo ad elementi finiti "ATIR STRAP", a partire dalle tavole architettoniche fornite, piante e prospetti.

La struttura modellata rappresenta la metà del settore maggiore dello stadio, quello ovest, con una dimensione in pianta di 245x82,85 ed una elevazione di 45,5 m (esclusa la copertura) divisi in 11 piani. Questa è quasi perfettamente simmetrica con l'altra metà e separata da questa, così come dalla tribuna nord adiacente, da dei giunti di dilatazione. Per il tipo di giunto e per scelta progettuale, si considera che esso annulli ogni tipo di continuità tra il modello rappresentato e le parti adiacenti.

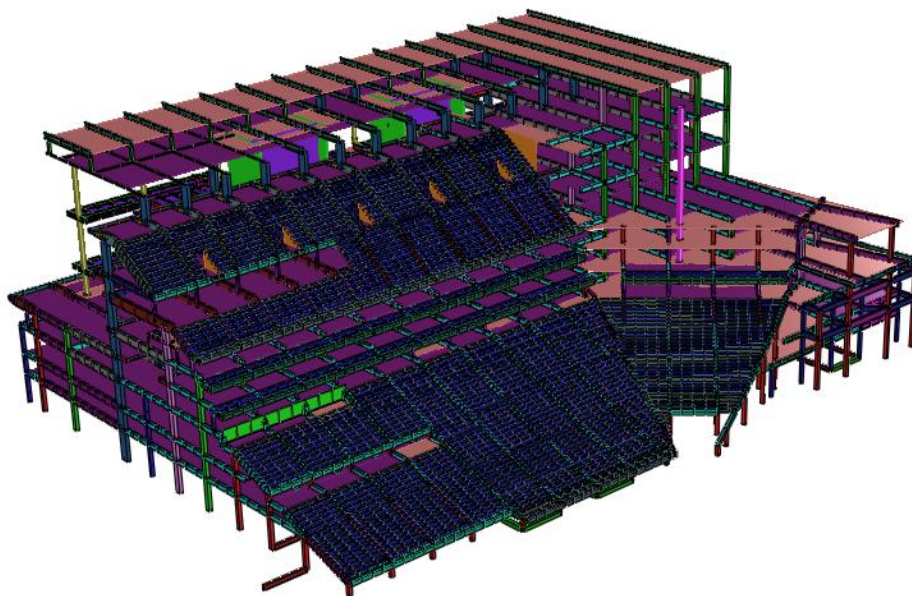


Figura 5.1: Arena Corinthians (modello intero Atir STRAP)

Il corpo è formato da 17 telai piani non regolari distanziati di 7,5 metri l'uno dall'altro. I telai, che sono modellati con elementi “beam” a due nodi, erano stati inizialmente vincolati alla base con delle molle la cui rigidezza era stata calcolata appositamente per ogni blocco di fondazione; in una seconda fase però, si è scelto di supporre il modello incastrato alla base non disponendo di dati sull'attrito viscoso del terreno e per non sottostimare tale contributo.

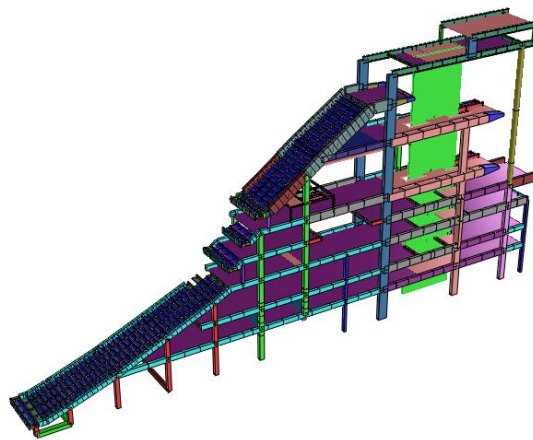


Figura 5.2: Vista di due telai adiacenti in corrispondenza dell'inizio della prima parete di irrigidimento (Atir STRAP)

Nella zona centrale si sviluppano le due pareti irrigidenti ad H, queste già nella prima modellazione erano state supposte incastrate alla base, in quanto la loro fondazione è costituita da un enorme blocco di 4 m di altezza con 64 pali di fondazione $\Phi 70$ che si immergono per 70 metri di profondità, con una rigidezza tale da poter essere trattato come incastro (fig. 5.3).

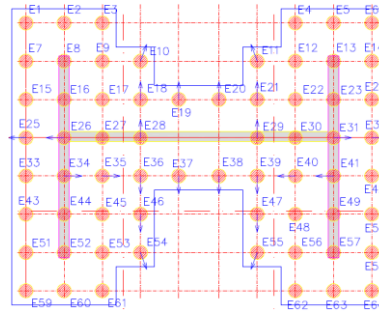


Figura 5.3: Blocco di fondazione delle pareti di irrigidimento

Le pareti, così come le lastre alveolari prefabbricate, sono modellate con elementi shell a 3 e 4 nodi. Per queste ultime inoltre le inerzie sono state inserite manualmente, in quanto differenti nelle due direzioni.

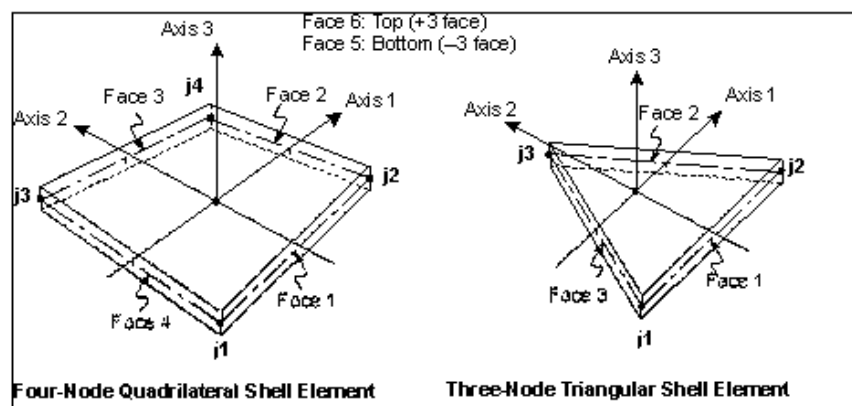


Figura 5.4: Elementi shell a 3 e 4 nodi

La struttura sarà per la maggior parte costruita in calcestruzzo armato, ad eccezione di alcune zone (passerelle, soppalchi) realizzate con profili metallici. Il piano 11, a differenza degli altri, non è separato dall'altra metà tramite un giunto di dilatazione, ma è composto da una struttura a tralicci continua e simmetrica, con un sistema di controventamento orizzontale. Questo piano è modellato come piano rigido, ed i singoli tralicci sono

rappresentati da travi metalliche di rigidezza equivalente. Avendo creato un piano rigido si è scelto di non introdurre come vincolo un pattino in corrispondenza dell'asse di simmetria, supponendo che tale struttura metallica possa avere, nel suo insieme, traslazioni nel piano, ed è quindi stato bloccato solo il momento flettente.

I materiali utilizzati vengono riportati in tabella, per il calcolo del modulo elastico da utilizzare nell'analisi dinamica sono state seguite le indicazioni delle NBR 6118 (norma brasiliana), che consiglia per analisi in campo elastico il valore del modulo secante:

$$E_{cs} = 0.85E_{cl}$$

Dove $E_{cl} = 5600f_{ck}^{1/2}$ è il valore di calcolo del modulo di elasticità in mancanza di dati più precisi derivanti da prove di laboratorio, con f_{ck} resistenza caratteristica a compressione del calcestruzzo. Per le travi è stato predisposto un calcestruzzo $f_{ck} = 30$ MPa, mentre per i pilastri un $f_{ck} = 40$ MPa.

Nome	Modulo di Elasticità (E) [MPa]	Coef. Di Poisson	Coef. Di dilatazione termica	Modulo trasversale (G) [MPa]
C40	30105	0,2	0,00001	12540
C30	26071	0,2	0,00001	10860
FE510	205000	0,3	0,000012	78850

Tabella 5.1: Caratteristiche dei materiali

5.2 Le tribune

5.2.1 Caratteristiche geometriche

Il settore dello stadio analizzato possiede due file principali di tribune, una inferiore, che parte dal piano terra a 2 metri dalla quota del campo di gioco fino al 3° piano, ed una superiore tra il 6° e il 9° piano. La tribuna inferiore ha poi una parte ad angolo che congiunge il settore ovest con quello nord. Tra le due file principali ci sono poi, al 4° e 5° piano, due tribune a mensola di dimensioni ridotte (con soli due gradoni) destinate ai giornalisti. Queste ultime non saranno oggetto di studio in quanto non soggette ai carichi indotti dalla tifoseria che vengono studiati.

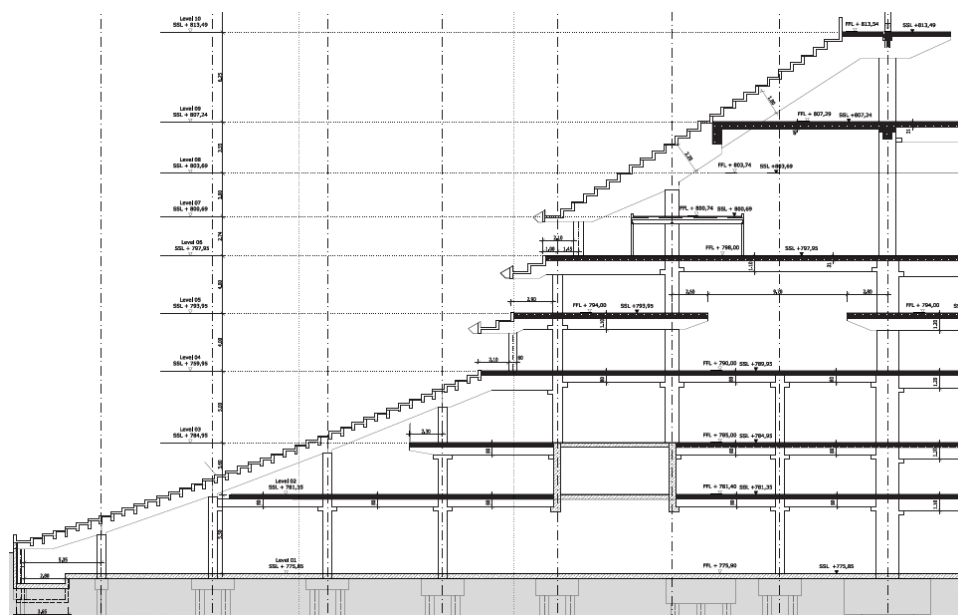


Figura 5.5: Sezione longitudinale ala ovest Arena Corinthians

Le tribune principali sono tutte strutturate allo stesso modo, in blocchi da 7,5 metri con delle travi dentate laterali prefabbricate incastrate ai pilastri, su cui poggiano delle travi a T anch'esse prefabbricate disposte in orizzontale, con un'ala di 20 cm di larghezza e 75 di altezza che dà rigidità nella direzione verticale, e l'anima di 1 metro di lunghezza e 16 cm di spessore su cui poggieranno i seggiolini o che, qualora questi vengano rimossi, costituirà il sedile per gli spettatori. L'ultima trave di ogni fila di tribune è invece costituita da una trave a I anch'essa disposta in orizzontale, dovendo servire la 2° ala da barriera di sicurezza.

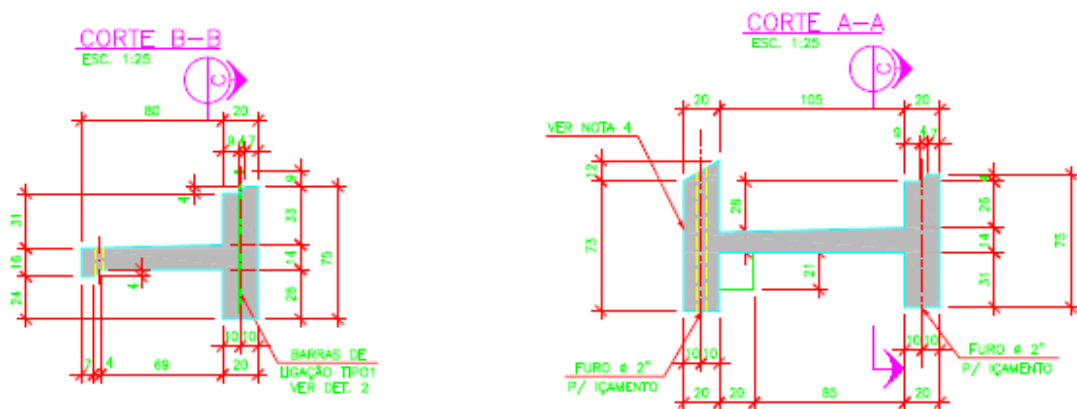


Figura 5.6: Sezioni dei due diversi tipi di travi per le tribune

L'anima di ogni T è collegata all'ala della successiva con 3 spinotti equamente distanziati sui 7,5 metri, tali spinotti metallici funzionano come dei pendoli e hanno la principale funzione di garantire continuità negli spostamenti tra i vari gradoni.

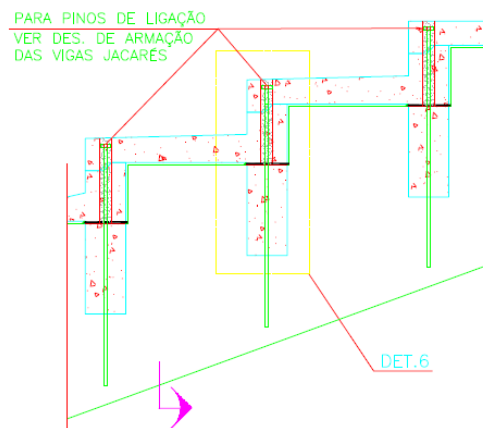


Figura 5.7: Particolare del collegamento tra due gradoni successivi

5.2.2 La modellazione

Per modellare la parte più delicata e più di interesse dello studio, ovvero le tribune, si è dapprima fatto riferimento ad un precedente lavoro [5.1], svolto con lo stesso programma ad elementi finiti, in cui era stata modellata una tribuna di cui si possedevano misurazioni sperimentali. Svolgendo la modellazione in tre differenti modi (con elementi “beam”, con elementi “shell” e con elementi “solid” tridimensionali), la soluzione che dava i risultati, in termini di frequenze, più vicini a quelli sperimentali, era la modellazione ad elementi “shell”. Questa prevedeva che sia le travi che i gradoni fossero quindi rappresentati da una serie di elementi bidimensionali a 3 e 4 nodi. Una soluzione di questo tipo è più precisa non tanto perché riesca a rappresentare perfettamente la trave dentata laterale, ma soprattutto perché consente di introdurre il vincolo costituito dallo spinotto esattamente tra ala e anima, mentre rappresentando il gradone con un elemento “beam” il collegamento va effettuato sul suo asse.

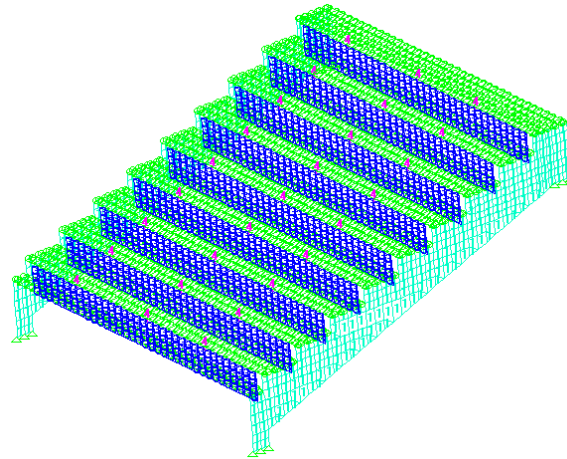


Figura 5.8: Tribuna modellata interamente con elementi “shell”

Il limite di questa modellazione è però il suo peso computazionale, sicchè in una struttura grande come l’Arena Corinthians è risultato impossibile modellare tutte le tribune con questa soluzione, in quanto il programma di calcolo ha raggiunto il limite massimo di elementi introducibili.

Si è quindi ricorsi ad una soluzione mista alternativa, rappresentando le travi di appoggio con elementi “beam” la cui altezza è pari all’altezza della fascia piena più metà dell’altezza del dente.

	Sezione (cm)	I _x (cm ⁴)	I _y (cm ⁴)	Lunghezza (m)	Lunghezza in pianta (m)
Fascia superiore	50x180	24299998	1874999	11,2	9,25
	50x180	24299998	1874999	14,3	11,8
	50x160	17066664	1666666	8	6,5
	50x110	5545833	1145833	5,25	4,25
Fascia inferiore	50x80	2133333	833333	8,75	8
	50x80	2133333	833333	6,25	6
	50x110	5545833	1145833	10,6	10
	50x110	5545833	1145833	9,6	8,4

Tabella 5.2: Caratteristiche geometriche delle travi laterali delle gradinate

Lo stesso tipo di elemento è stato utilizzato per i gradoni, creando due tipi di sezione di calcestruzzo, a T ed a I (dimensioni in fig 5.6), con il sistema di riferimento ruotato di 90 gradi, semplicemente appoggiate sulle travi laterali.

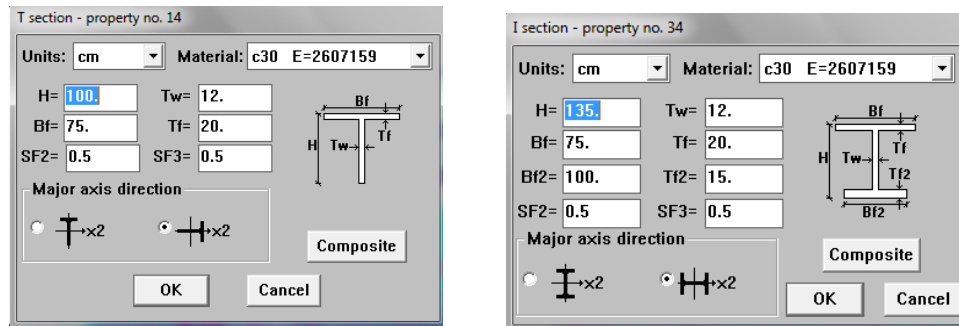


Figura 5.9: Inserimento geometria delle travi per le gradinate

Queste sono poi collegati tra loro da delle piccole aste che fungono da pendoli e che rappresentano gli “spinotti” reali. Infine tra i nodi così creati sono stati disposti elementi “shell dummy”, ovvero elementi bidimensionali a 4 nodi che però non aggiungono massa né rigidezza alla struttura, ma servono solo a distribuire uniformemente il carico, essendo questa la zona più delicata in quanto verranno disposti carichi dinamici.

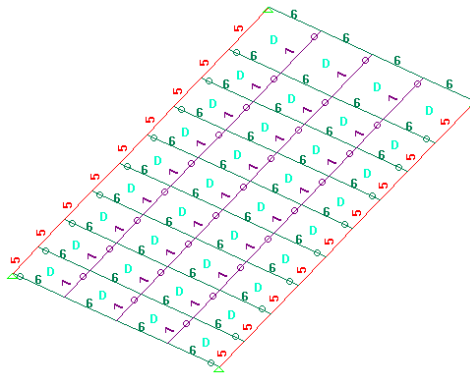


Figura 5.9: Modellazione della tribuna con elementi “beam” e “dummy shell”

Per verificare la validità del sistema scelto è stata quindi effettuata una comparazione con il modello “esatto” interamente modellato ad elementi “shell”. La comparazione è stata effettuata isolando un blocco di tribuna di 7,5 m di larghezza, 8 metri di lunghezza (in pianta) e 3 metri di dislivello, ed analizzandone spostamenti e modi di vibrazione. Essendo la nostra solo un’analisi verticale, vengono considerati solo modi flessionali verticali, anche perché il blocco così rappresentato non dà risultati attendibili orizzontalmente poiché non presenta vincoli orizzontali che invece nella struttura complessiva sono rappresentati dalle tribune adiacenti. Gli spostamenti sono stati calcolati per il peso proprio e sotto l’azione di un carico elevato uniformemente distribuito (500 kN).

Data la geometria “esatta” delle travi rappresentate, per raggiungere un buon risultato numerico sono stati modulati, in vari tentativi, i pendoli di collegamento tra i gradoni, la cui sezione finale è di 15x15 cm.

Si riportano i risultati in termini di spostamento:

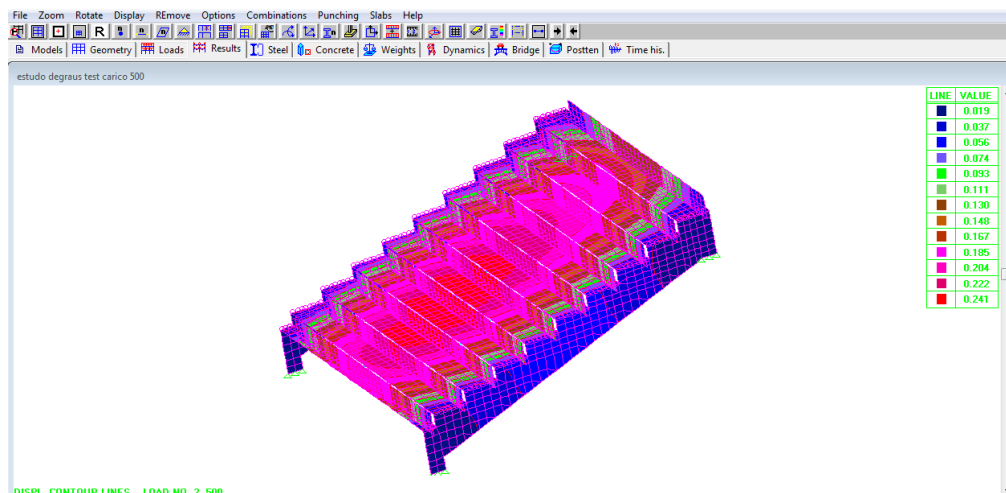


Figura 5.10: Mappa degli spostamenti del modello tribuna ad elementi shell con sovraccarico di 500kN

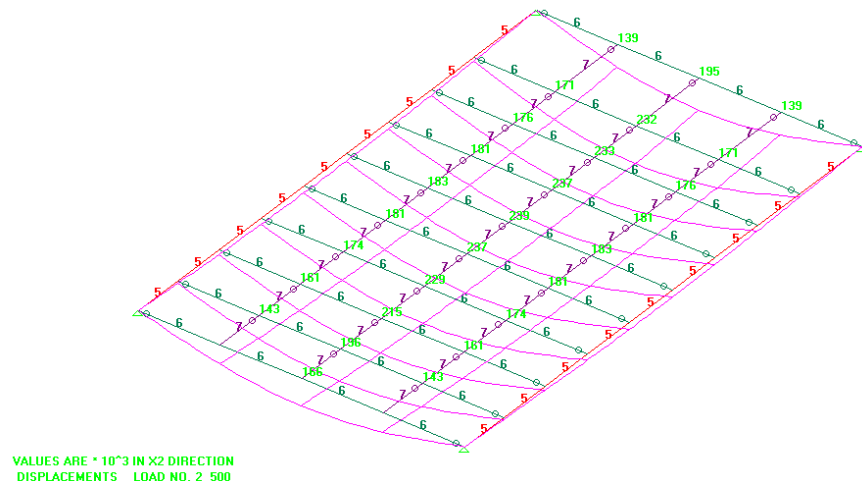


Figura 5.11: Mappa degli spostamenti del modello misto con sovraccarico di 500kN

I risultati in termini di spostamento mostrano un errore medio abbastanza contenuto; in particolare il modello risulta molto preciso nella zona centrale, quella con gli spostamenti maggiori, con alcuni punti che hanno addirittura lo stesso spostamento nel caso di carico distribuito, e via via meno preciso avvicinandosi agli estremi. Nella tabella sono rappresentati i valori di 8 nodi presi in zone diverse della tribuna.

nodo	Sovraccarico 500 kN/m ²			Peso proprio		
	Spost vert shell [m*10 ³]	Spost vert misto [m*10 ³]	Errore %	Spost vert shell [m*10 ⁵]	Spost vert misto [m*10 ⁵]	Errore %
1	170	181	6,1	224	246	8,9
2	170	181	6,1	225	246	8,5
3	181	181	0,0	260	265	1,9
4	235	237	0,8	331	335	1,2
5	181	181	0,0	261	265	1,5
6	154	143	7,1	212	204	3,8
7	210	196	6,7	293	274	6,5
8	154	143	7,1	212	204	3,8
		Errore medio %	4,2		Errore medio %	4,5

Tabella 5.3: Comparazione su 8 nodi dei valori di spostamento

Anche nelle frequenze si hanno dei buoni risultati, in quanto analizzando i primi 5 modi delle due strutture questi rivelano frequenze di poco differenti tra loro, con un errore medio del 3,4%. I modi vengono comparati non in ordine numerico ma accoppiando quelli con la stessa forma modale, non sempre infatti questi coincidono, ad esempio i modi 2 e 3 risultano scambiati nel nostro caso. Uno di questi due, che è un modo flessionale orizzontale, viene scartato. Si riportano in figura due dei modi analizzati ed in tabella i risultati numerici.

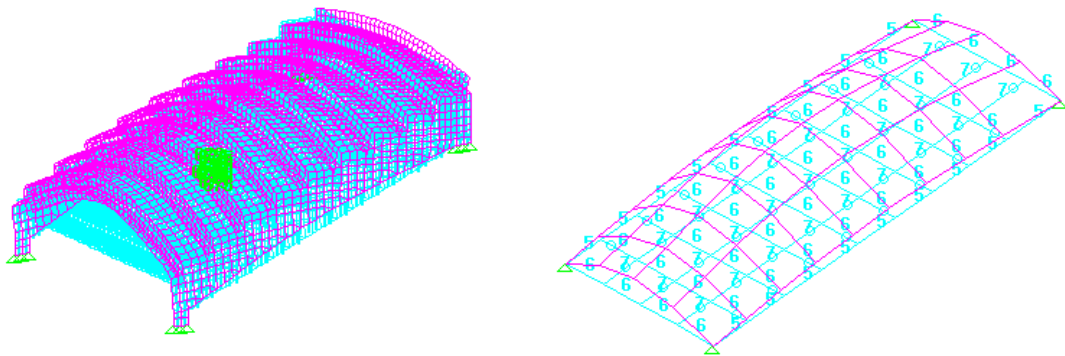


Figura 5.12: Comparazione 1 modo di vibrazione nei due modelli

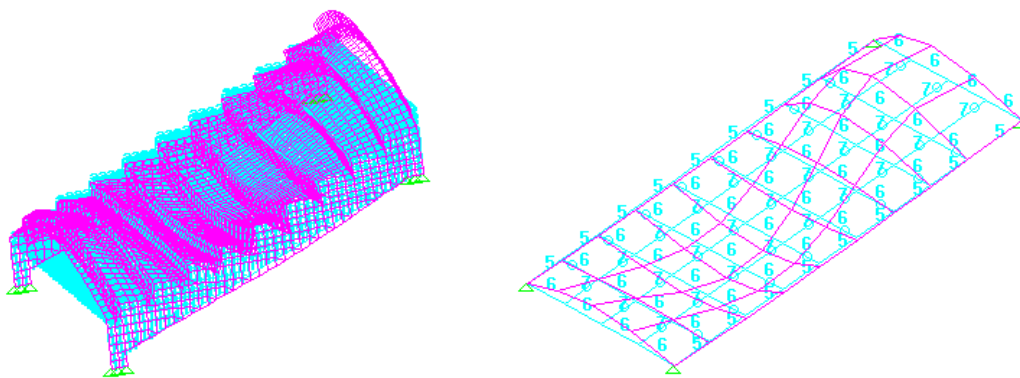


Figura 5.13: Comparazione 4 modo di vibrazione nei due modelli

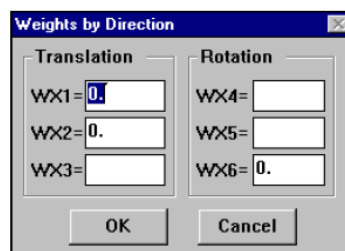
Modo	Frequenza modello elementi [Hz]	Frequenza modello barre [Hz]	Errore percentuale	
1	10,3	10,4	0,9	
2	12,6	10,4	17,9	Orizz
3	12,8	13,6	6,2	
4	14,5	13,9	4,0	
5	17,3	16,8	2,6	
		Errore % medio	3,4	

Tabella 5.5: Risultati in frequenza dei due modelli per le tribune

In tal modo viene quindi ritenuta accettabile la modellazione scelta.

4.3 Carichi e procedura di calcolo

Il primo passo per lo studio da svolgere è quello dell'analisi modale della struttura, da cui deriveranno tutti i successivi passaggi. Il programma "STRAP" assume un modello a masse concentrate per il calcolo dei modi di vibrazione, bisogna quindi inserire come dati di input i pesi associati ad ogni nodo.



Mass moments of inertia are defined as follows:

- General mass transformed about a support node:
 $(WX) = (WX)_o + WL^2$
 where:
 $(WX)_o$ = mass moment of inertia through centre of weight
 L = projected distance in relevant global direction



Figura 5.14: Finestra di input dei pesi nodali (Atir STRAP)

Questi possono essere inseriti manualmente o automaticamente dal programma. Nel primo caso il programma permette di inserire pesi agenti in diverse direzioni e momenti di inerzia, in modo da tenere in conto eventuali eccentricità. Nella maggior parte dei sistemi, e così anche nel nostro, è sufficiente dare un unico peso associato al nodo. Questo viene ricavato dal programma a partire dal peso proprio degli elementi della struttura, a cui può essere applicato un fattore moltiplicativo, nel nostro caso pari a 1.

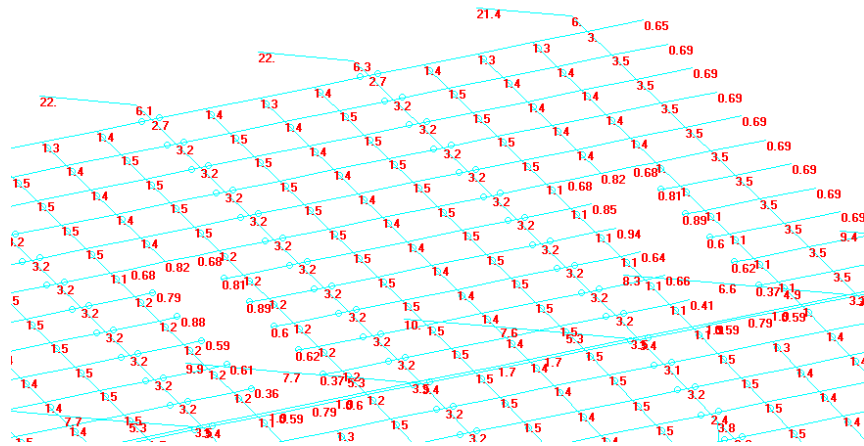


Figura 5.15: Distribuzione del peso proprio ai nodi (Atir STRAP)

Si è scelto inoltre di considerare nel peso della struttura un sovraccarico di 100 kg/m^2 , costituente i carichi permanenti non strutturali, che si suppone non diano contributo alla rigidezza della struttura. Questo, introdotto come sovraccarico permanente, viene automaticamente distribuito nei nodi dal programma di calcolo.

Il calcolo degli autovalori dell'equazione caratteristica avviene per mezzo del metodo di "iterazione del sottospazio", ovvero partendo da un

valore di tentativo si calcola ogni autovalore a partire dalla precedente iterazione fino alla convergenza di due risultati successivi:

$$\frac{\omega^2_s - \omega^2_{(s-1)}}{\omega^2_s} < \varepsilon$$

Dove ε è la tolleranza, impostata dal programma a 10^{-3} .

Il numero di modi che è stato calcolato dipende strettamente dalla loro frequenza. Come già detto nel capitolo precedente infatti, dovrà essere svolta un'analisi lineare dinamica per tutti quelli con frequenza minore di 6 Hz. Viene quindi richiesto al programma il calcolo di 55 modi di vibrazione, con i seguenti risultati:

Modo n°	Autovalore (ω^2)	Frequenza naturale [Hz]	Periodo [s]	Traslazione massima nodo-GDL
1	51,019	1,137	0,880	3859-2
2	67,841	1,311	0,763	26180-1
3	77,342	1,400	0,714	3855-2
4	196,475	2,231	0,448	5809-2
5	366,922	3,049	0,328	5795-1
6	393,227	3,156	0,317	20148-3
7	400,576	3,185	0,314	20148-3
8	422,004	3,270	0,306	23923-3
9	453,661	3,390	0,295	8300-3
10	474,294	3,466	0,289	23923-3
11	507,993	3,587	0,279	11070-3
12	538,446	3,693	0,271	26180-1
13	596,346	3,887	0,257	8298-1
14	638,744	4,022	0,249	26180-1
15	685,771	4,168	0,240	4046-3
16	692,262	4,188	0,239	16500-3
17	710,685	4,243	0,236	4046-3
18	734,222	4,313	0,232	18498-3
19	764,097	4,399	0,227	30944-1
20	792,632	4,481	0,223	24191-3

Modo n°	Autovalore (ω^2)	Frequenza naturale [Hz]	Periodo [s]	Traslazione massima nodo-GDL
21	797,568	4,495	0,222	20721-3
22	803,242	4,511	0,222	8270-3
23	813,987	4,541	0,220	3894-3
24	825,290	4,572	0,219	3894-3
25	889,993	4,748	0,211	18155-3
26	898,660	4,771	0,210	8281-3
27	906,117	4,791	0,209	8282-3
28	970,668	4,959	0,202	3903-3
29	1.008,984	5,056	0,198	4044-3
30	1.034,013	5,118	0,195	8285-3
31	1.071,607	5,210	0,192	30262-3
32	1.079,360	5,229	0,191	24273-3
33	1.080,852	5,232	0,191	3893-3
34	1.095,991	5,269	0,190	24273-3
35	1.106,815	5,295	0,189	23932-3
36	1.126,517	5,342	0,187	4038-3
37	1.143,799	5,383	0,186	26791-3
38	1.158,062	5,416	0,185	26791-3
39	1.186,533	5,482	0,182	22145-3
40	1.190,205	5,491	0,182	22145-3
41	1.211,678	5,540	0,181	20812-3
42	1.214,848	5,547	0,180	28904-3
43	1.226,002	5,573	0,179	20812-3
44	1.229,883	5,582	0,179	13103-3
45	1.233,371	5,589	0,179	16508-3
46	1.254,895	5,638	0,177	30267-3
47	1.260,529	5,651	0,177	24746-3
48	1.270,576	5,673	0,176	20155-3
49	1.280,915	5,696	0,176	16566-3
50	1.291,184	5,719	0,175	30313-3
51	1.301,206	5,741	0,174	28861-3
52	1.311,116	5,763	0,174	16566-3
53	1.326,680	5,797	0,173	19162-3
54	1.360,587	5,871	0,170	18524-3
55	1.364,230	5,879	0,170	8308-3

Tabella 5.6: Risultati dell'analisi modale della struttura

Di questi modi vengono scartati quelli torsionali, quelli con spostamenti prevalentemente in direzione orizzontale e quelli in cui la massa partecipante è concentrata in zone che non interagiscono con la tribuna. In particolare quest'ultima condizione si verifica per la presenza di zone metalliche che risultano essere molto più flessibili del resto della struttura.

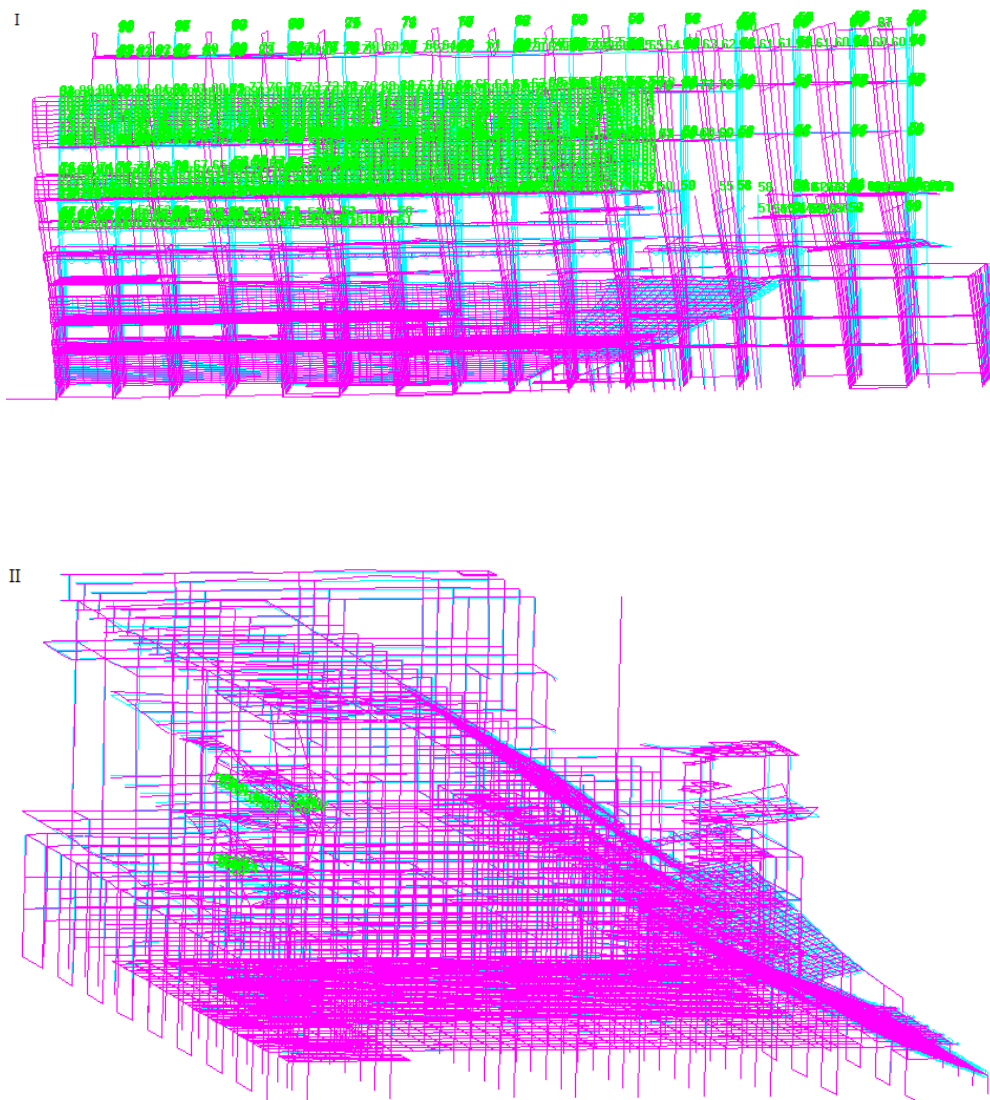


Figura 5.16: Modi di vibrazione scartati nell'analisi: spostamenti prevalentemente orizzontali (I) e concentrati in zone isolate della struttura (II)

I modi rimanenti, che sono quelli eccitabili da forze dinamiche in direzione verticale, saranno caricati in differenti configurazioni per massimizzare gli effetti sulla struttura.

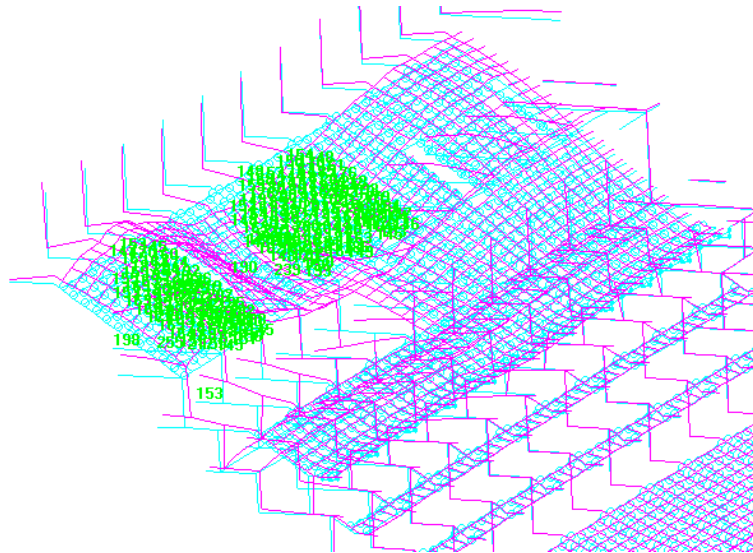
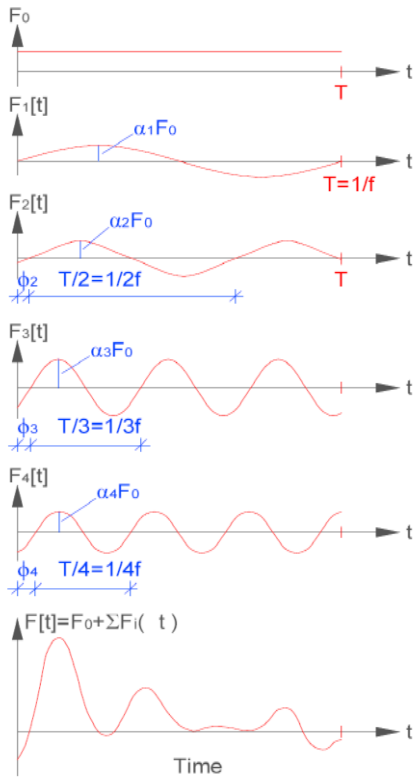


Figura 5.17: Esempio di un modo di vibrazione eccitabile da forzante verticale (vista tribuna superiore)

Creare le condizioni peggiori sotto l'azione di un carico dinamico equivale a porre la struttura in risonanza con la forzante; la frequenza direttrice di quest'ultima, ovvero quella associata alla prima armonica (f_1), viene quindi ricavata dall'analisi modale. Considerando che la f_1 è fisicamente limitata all'intervallo 1,5-2,7 Hz, ovvero l'intervallo di frequenze in cui il moto della tifoseria si svolge ed ha i maggiori effetti (irrilevanti per frequenze minori di 1,5 Hz), i modi scelti sono quelli con frequenza propria uguale o doppia a questi valori. In questo modo la forzante, che è una sovrapposizione di 3 armoniche, andrà in risonanza con la struttura in corrispondenza della prima o della seconda armonica, ossia quelle con la maggiore ampiezza.



$$F(t) = G + \sum_{i=1}^n G\alpha_i \sin(2\pi nft - \phi_i)$$

Figura 5.18: Grafico F(t) della forzante applicata, totale e per singole armoniche.

Indicando con f_{ni} la frequenza naturale della struttura associata all' i -esimo modo, la frequenza direttrice f_1 della forzante viene scelta tra i valori:

$$\begin{cases} f_{1a} = f_{ni} \\ f_{1b} = \frac{f_{ni}}{2} \\ f_{1c} = \frac{f_{ni}}{3} \end{cases}$$

Quando la frequenza direttrice calcolata (f_{1a} , f_{1b} o f_{1c}) risulta minore di 1,25 Hz o maggiore di 3,25 Hz il carico dinamico associato è ignorato. Se essa si trova nell'intervallo 1,25-1,5 Hz viene adottata una frequenza direttrice di 1,5 Hz, mentre per l'intervallo 2,7-3,25 è utilizzata per i calcoli una $f_1 = 2,7$ Hz.

In base alla frequenza naturale della struttura sono quindi state verificate fino a due eccitazioni per modo, con frequenze direttrici indicate dal grafico di fig. 5.19:

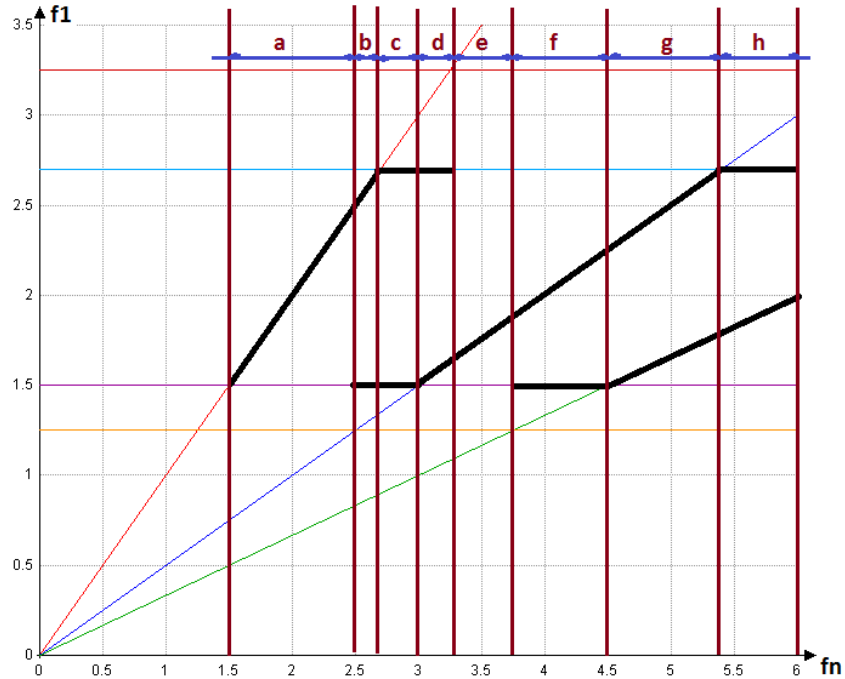


Figura 5.19: Grafico della frequenza direttrice della forzante in funzione della frequenza naturale del modo considerato.

Domínio	Frequenza naturale [Hz] f_{ni}	Frequenza direttrice [Hz]
a	$f_{ni} \leq 2,5$	$f_{1a} = f_{ni}$
b	$2,5 < f_{ni} \leq 2,7$	$f_{1a} = f_{ni} ; f_{1b} = 1,5\text{Hz}$
c	$2,7 < f_{ni} \leq 3$	$f_{1a} = 2,7 \text{ Hz} ; f_{1b} = 1,5\text{Hz}$
d	$3 < f_{ni} \leq 3,25$	$f_{1a} = 2,7 \text{ Hz} ; f_{1b} = f_{ni}/2$
e	$3,25 < f_{ni} \leq 3,75$	$f_{1b} = f_{ni}/2$
f	$3,75 < f_{ni} \leq 4,5$	$f_{1b} = f_{ni}/2 ; f_{1c} = 1,5 \text{ Hz}$
g	$4,5 < f_{ni} \leq 5,4$	$f_{1b} = f_{ni}/2 ; f_{1c} = f_{ni}/3$
h	$5,4 < f_{ni} \leq 6$	$f_{1a} = 2,7\text{Hz} ; f_{1c} = f_{ni}/3$

Tabella 5.7: Valori relativi al grafico 5.19

Come prescritto dalla norma “Green Guide”, il ritardo di fase Φ per il calcolo della risposta in termini di accelerazione della struttura viene presa pari a 0, ossia si suppone che tutte le armoniche siano perfettamente sovrapposte.

Per quanto riguarda i coefficienti di Fourier, i calcoli sono stati dapprima svolti con i valori dati dalla normativa (cap.4), e successivamente con dei valori sperimentali ricavati da misurazioni svolte in diversi stadi brasiliani dal prof. Rodrigues [5.5]. I risultati in termini di ampiezza della singola armonica ($G \cdot \alpha_i$) sono rappresentati nella tabella 5.8, quelli considerati rappresentano la condizione più gravosa e con un carico statico coincidente con quello considerato nel primo calcolo.

Estádio	Número de pessoas	Primeiro harmônico (N/m ²)	Segundo harmônico (N/m ²)	Terceiro harmônico (N/m ²)	
Morumbi	I	4200	1184	473,6	118,4
	II	3780	1376	550,4	137,6
	III	2940	704	281,0	70,4
	IV	2100	736	294,4	73,6
	V	840	1040	416,0	104,0
Ibirapuera	15	919,4	367,8	91,9	
Maracanã	5000	850	340,0	85,0	
Castelão	2860	328	131,2	32,8	

Tabella 5.8: Dati sperimentali sulle ampiezze delle armoniche (Rodrigues)

Dividendo i precedenti valori per G si ottengono i coefficienti adottati:

α_1	1,146
α_2	0,4587
α_3	0,1147

Tali valori possono sembrare apparentemente molto alti, in realtà se si considerano gli studi esposti al cap.4 sull'influenza che il numero di persone ha sulla forzante, queste portavano ai coefficienti

$$\begin{cases} \alpha_1 = 1,61 \cdot p^{-0,082} \\ \alpha_2 = 0,94 \cdot p^{-0,24} \\ \alpha_3 = 0,44 \cdot p^{-0,31} \end{cases}$$

Ricordando che il numero massimo di persone che poteva essere accomodata sulla piastra di prova era 64, sostituendo si ottengono i valori:

α_1	1,145
α_2	0,346
α_3	0,121

Non molto diversi da quelli usati in questo studio.

A questo punto si procede all'applicazione della forzante così calcolata, questo passaggio avviene in diverse fasi: in primo luogo viene introdotto il carico statico G relativo al peso delle persone, 120 kg/m^2 , che equivale a considerare la presenza di $1,5 \text{ persone/m}^2$, dato che la norma consiglia di considerare un peso standard per il singolo individuo pari a 80 kg . Il passo successivo è quello di creare una "time history" del carico, introducendo i parametri della serie di Fourier per ogni armonica, che verrà associata al carico statico per farlo "pulsare". Infine si combinano le varie armoniche per ottenere la forzante totale.

Vengono scelte diverse combinazioni di carico per massimizzarne gli effetti. Inizialmente questo viene distribuito su tutti gli elementi "dummy" introdotti nelle tribune.

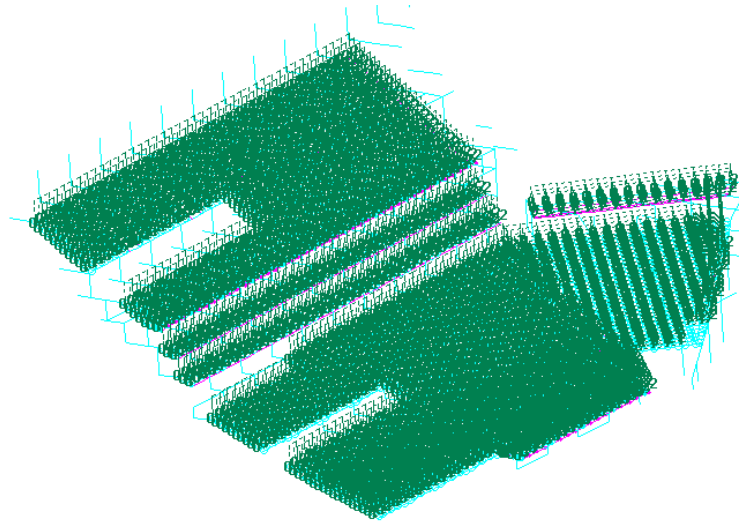


Figura 5.20: Carico applicato su tutte le tribune

Tuttavia, da una prima analisi, si è constatato che la zona che risente maggiormente degli effetti dinamici è la tribuna superiore, in particolare nella zona in cui le travi dentate di appoggio hanno lunghezza maggiore. Per questa tribuna sono quindi state create varie combinazioni di carico dipendenti dal modo analizzato, disponendo la forzante sia sull'intera tribuna sia in funzione della deformata modale. (vedi esempio figura 5.22)

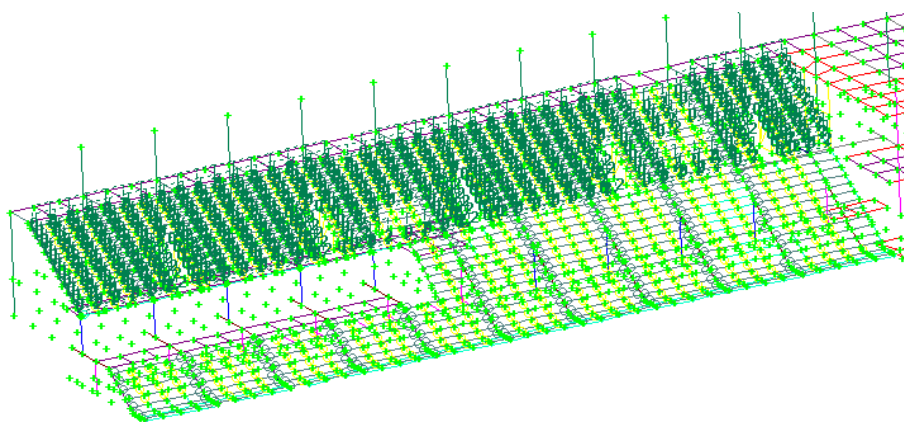


Figura 5.21: Carico applicato solo sulla tribuna superiore

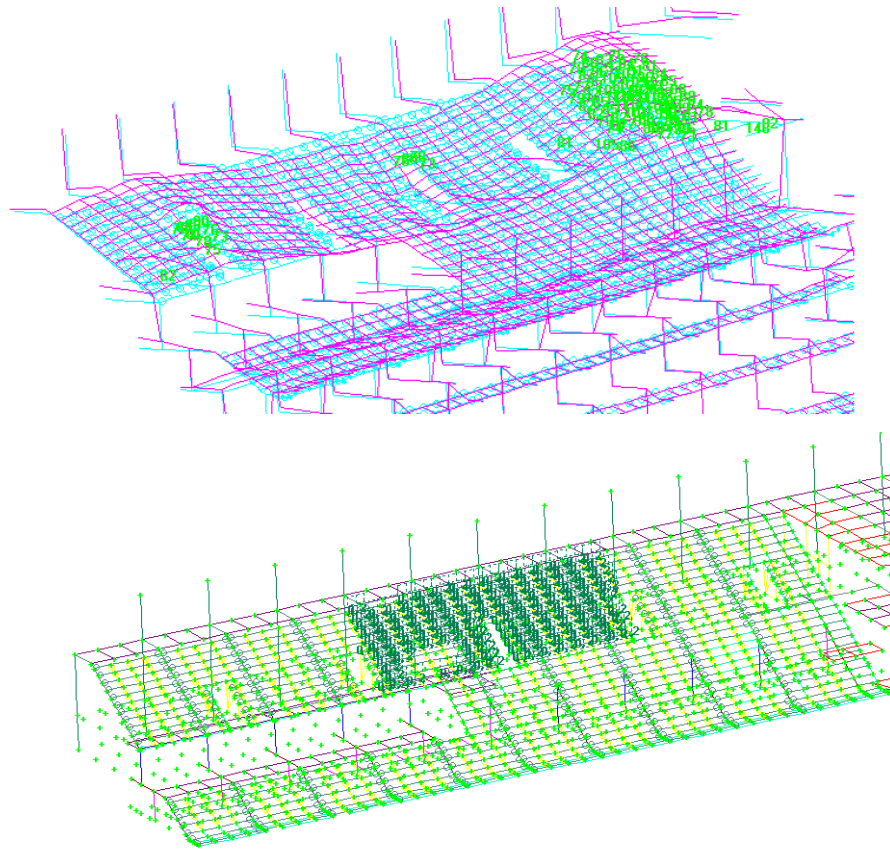


Figura 5.22: Carico applicato seguendo la deformata modale

L'applicazione del carico nelle due diverse forme viene però combinata con un diverso valore dello smorzamento, che viene introdotto nel programma di calcolo come smorzamento modale, differenziabile per ogni modo di vibrazione. Nel caso in cui il carico viene applicato su tutta la tribuna il valore dello smorzamento viene preso dal "Green Guide", che prescrive un 2%, tenendo in conto gli effetti dell'interazione essere umano-struttura. Quando invece si adottano delle disposizioni di carico asimmetriche o che prevedono zone in cui una parte di pubblico non è in movimento, d'accordo con [5.2] appare più ragionevole aumentare al 5% il valore dello smorzamento, in quanto la tifoseria ferma costituisce uno

smorzatore. Non tenere in conto di questo valore incrementato vorrebbe dire supporre una zona della tribuna con la tifoseria che salta e la restante parte praticamente vuota, il che è un'eventualità molto remota.

CAPITOLO 6

Analisi dei risultati

6.1 Considerazioni iniziali

Effettuati tutti i calcoli si espone di seguito la comparazione dei risultati ottenuti per le due classi di carico adottate.

I risultati in termini di accelerazioni vengono dati dal programma di calcolo come valori nodali, graficamente attraverso la funzione che rappresenta il loro andamento in funzione del tempo, o discretamente con un numero di valori scelti in base ad un intervallo di riferimento. Questi sono poi elaborati statisticamente, dovendo valutare i picchi di accelerazione e l'RMS da comparare coi valori limiti dati dalla ISO 2631. Questi RMS sono quindi riferiti ad un solo nodo, e sarà opportuno trovare un valore che si riferisca ad una "zona di controllo" piuttosto che ad un singolo punto.

Data quindi la mole del calcolo vengono fatte delle semplificazioni dedotte da una prima analisi dei risultati. Già dai risultati dell'analisi modale si nota che in nessun modo le tribune inferiori sono interessate spostamenti rilevanti in direzione verticale, che invece sono maggiori nella zona evidenziata in fig. 6.1.

Ponendo poi la struttura in risonanza con la forzante per i diversi modi analizzati ed estraendo i risultati per alcuni nodi della tribuna inferiore, i valori di accelerazione, anche nel caso di coefficienti sperimentali, non vanno oltre il valore di $0,5 \text{ m/s}^2$, risultando quindi di scarso interesse per lo scopo della tesi.

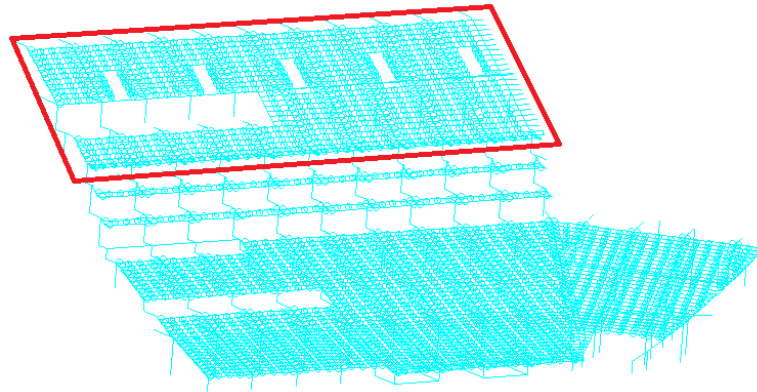


Figura 6.1: Zona delle tribune maggiormente interessata dal fenomeno studiato

Le diverse combinazioni di carico descritte nel capitolo 5 sono quindi state applicate nella zona superiore. Un'ulteriore scrematura dei risultati avviene evidenziando i valori massimi dei picchi di accelerazione per ogni modo. Il valore di picco non è in realtà un valore comparabile con quelli forniti dalla normativa ma serve a capire (data la regolarità della funzione di accelerazione nel tempo, fig 6.2), quali sono i modi in cui si verificano condizioni più gravose e su cui approfondire le analisi. Tale valore ci permette inoltre una comparazione con i valori sperimentali presi dalla letteratura.

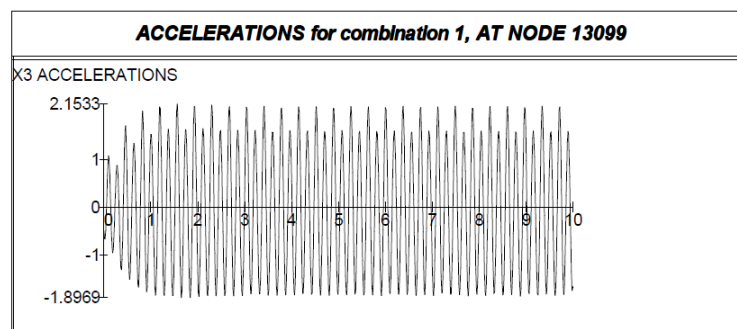


Figura 6.2: Grafico della funzione di accelerazione per il modo 35, nodo 13099
(STRAP)

MODO	f_1 [Hz]	f_2 [Hz]	f_3 [Hz]	Valore di picco (Green Guide) [m/s ²]	Valore di picco (Rodrigues) [m/s ²]
7	1,59	3,19	4,78	0,22	0,99
10	1,73	3,47	5,20	0,14	0,86
17	2,12	4,24	6,36	0,15	0,76
26	2,39	4,77	7,16	0,27	1,33
27	2,40	4,79	7,19	0,21	1,12
29	2,53	5,06	7,58	0,30	1,38
30	2,56	5,12	7,68	0,33	1,72
35	2,65	5,29	7,94	0,37	1,75
36	2,67	5,34	8,01	0,41	1,89
37	2,69	5,38	8,07	0,48	2,19
38	2,70	5,40	8,10	0,46	2,11
44	1,86	2,79	5,58	0,17	1,06
47	1,88	2,83	5,65	0,18	1,04

Tabella 6.1: Valori massimi dei picchi di accelerazione per i modi di vibrazione analizzati

Il valore massimo registrato è quindi 2,19 m/s², cioè circa il 23% dell'accelerazione di gravità g . Studi realizzati dal BRE (Building Research Establishment) su 17 stadi britannici e riportati in tabella 6.2 mostrano valori di picco (filtrati a 15 Hz), durante partite di calcio, fino al 40% g .

Table 3. Maximum measured peak accelerations (%g)

Event	Unfiltered		Filtered at 10 Hz (low-pass)	
	Vertical	Horizontal	Vertical	Horizontal
Concerts	46-243	41-606	9-2-21-4	6-9-129
Soccer	39-460	29-282	7-1-41-8*	2-0-13-2
Motor racing	39-96	34-160	1-0-22-4	1-0-6-1
Golf	11-2-109	6-1-42-8	2-0-7-1	0-5-1-0
Boxing	84	29	-	-
Horse racing	32	10	4-1	1-0
Tennis	44-8	16-3	3-1	1-0
Drama festival	19-4	50-0	1-0	1-0

* 15 Hz filter used.

Tabella 6.2: Picchi di accelerazione registrati dal BRE in 17 stadi britannici [6.1]

C'è da dire comunque che la maggior parte delle volte questi picchi si verificano per eventi brevissimi e improvvisi (segnatura di una rete, espulsione di un giocatore, assegnazione di un calcio di rigore), per cui è più probabile che la risposta della struttura non sia a regime ma in fase transitoria, dove i valori di calcolo risultano minori dei massimi esposti.

Un'osservazione attenta dei primi risultati mostra che la risonanza per i modi analizzati cade quasi sempre nella seconda armonica, questo è un effetto voluto in fase di progettazione dove si è provveduto ad irrigidire la struttura in modo da ottenere frequenze per modi di vibrazione “verticali” superiori almeno a 3 Hz (e 1,5 per le “orizzontali”). Negli ultimi due modi invece la frequenza direttrice viene impostata 1/3 della naturale e gli effetti della risonanza, che quindi cade sulla terza armonica, sono inferiori.

6.2 Calcolo valori RMS

Le accelerazioni di picco registrate appartengono tutte a nodi della zona ovest della tribuna superiore, nella parte in cui la campata coperta dalle travi dentate è maggiore (12 m contro i 9 m del lato est).

Dei valori trovati si selezionano i 5 casi peggiori, di cui si calcola l'RMS, sia nel caso dei coefficienti presi da normativa sia per quelli sperimentali. Il caso peggiore non viene valutato solo con il valore assoluto del picco ma anche da un'analisi della funzione che rappresenta l'accelerazione, viene rappresentato l'esempio del modo 26 in cui già dal grafico si può dedurre che il valore medio efficace non sarà superiore ad 1 m/s^2 .

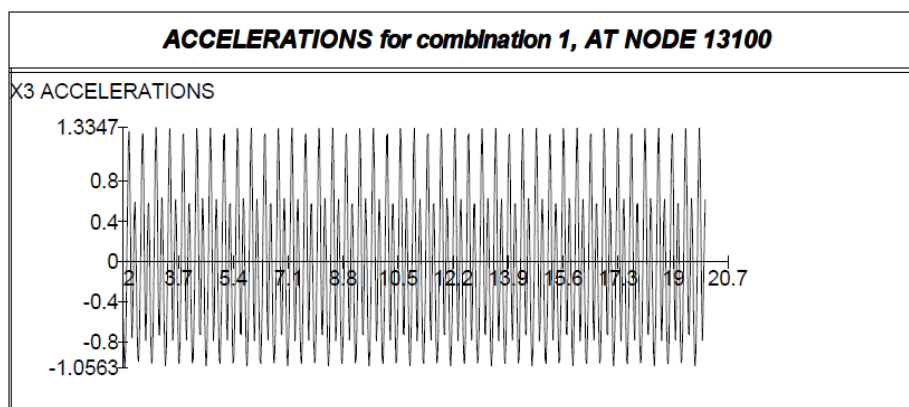


Figura 6.3: Grafico della funzione di accelerazione per il modo 26, nodo 13100 (STRAP)

Il calcolo dell'RMS avviene su un numero discreto di valori, la "Green Guide" consiglia di valutare il "10 second rolling RMS". In particolare il valore è calcolato nell'intervallo di tempo 2-12 s, quando la vibrazione è già a regime e non risente delle condizioni iniziali. L'intervallo è diviso in $100 \Delta t$, si ricava:

MODO	Valore RMS (Green Guide) [m/s ²]	Valore RMS (Rodrigues) [m/s ²]
30	0,20	1,11
35	0,19	1,06
36	0,26	1,27
37	0,27	1,30
38	0,27	1,32

Tabella 6.3: Valori di accelerazione RMS per le 5 condizioni più gravose

Questi sono numeri enormi se si fa riferimento alla progettazione di edifici civili ed industriali, dove i limiti di accelerazione in direzione verticale sono rispettivamente 10^{-2} e $4 \cdot 10^{-2}$ (UNI 9916), questi però presuppongono un livello di comfort maggiore, legato soprattutto alla

durata di esposizione, che negli stadi non va oltre il minuto, mentre nel resto dei casi è dell'ordine delle ore.

I 5 risultati maggiori trovati si trovano nella fascia di frequenze 5-5,4 Hz, in cui la tolleranza dell'essere umano è inferiore (fig 4.9). Per tali valori la ISO 2631 dà un limite RMS di “efficienza ridotta” di $2,5 \text{ m/s}^2$, da cui si ottiene, dividendo per 3,15, un limite di “comfort ridotto”, da considerare nel nostro caso, di $0,8 \text{ m/s}^2$. Questi valori sono riferiti ad un tempo di esposizione di 1 minuto, il minimo dato da normativa; tuttavia, considerando che è improbabile che un salto ritmato di una tifoseria, ad esempio durante un coro da stadio, duri così tanto, la “Green Guide” dà un valore limite di 1 m/s^2 .

I risultati mostrano quindi che qualora si verificassero le condizioni misurate sperimentalmente dal prof. Rodrigues, si potrebbero ottenere accelerazioni oltre i valori consentiti.

Viene effettuata un'ulteriore analisi più approfondita del modo 38, in cui viene analizzato un intorno del punto di massima accelerazione per valutare l'estensione del fenomeno, nel solo caso dei coefficienti sperimentali. I risultati vengono riportati in una griglia che rappresenta la zona studiata, composta da tre settori di tribuna ognuno di dimensioni , in pianta, di $7,5 \times 8$ metri. I risultati mostrano che un intero settore è interessato da accelerazioni che superano il limite consentito, mentre i due adiacenti presentano valori di poco sotto la soglia. Il fenomeno si attenua allontanandosi dalla zona centrale, con una diminuzione di circa $0,1 \text{ m/s}^2$ ogni fila di nodi (quindi ogni $1,8\text{m}$ circa). Non vengono calcolati i valori in corrispondenza delle travi dentante, in cui ovviamente i valori sono di molto inferiori.

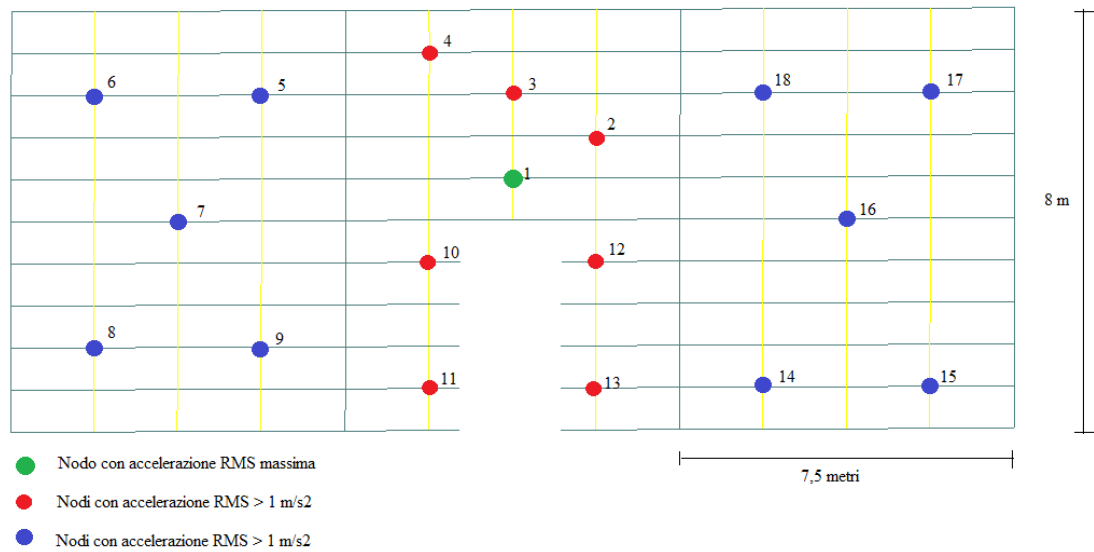


Figura 6.4: Griglia rappresentante i nodi analizzati del settore ovest della tribuna superiore

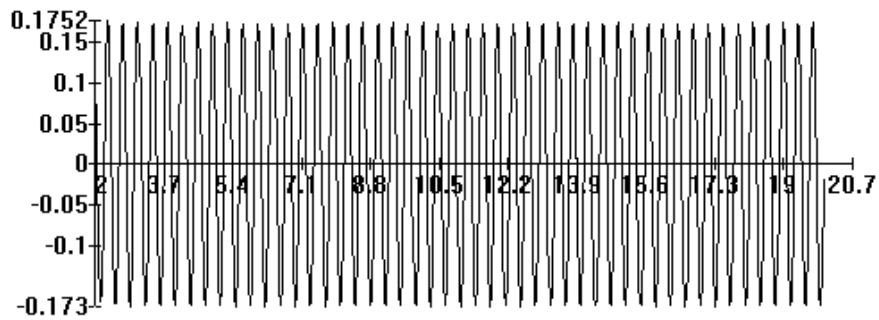
NODO	Valore RMS [m/s ²]
1	1,32
2	1,22
3	1,23
4	1,09
5	0,94
6	0,73
7	0,82
8	0,79
9	0,85
10	1,09
11	1,1
12	1,1
13	1,1
14	0,87
15	0,69
16	0,8
17	0,69
18	0,79

Tabella 6.4: Valori di accelerazione RMS riferiti ai nodi di fig. 6.4

Si riportano infine, sempre per il caso del nodo con accelerazione massima, i grafici della risposta, a regime, separatamente per ogni armonica.

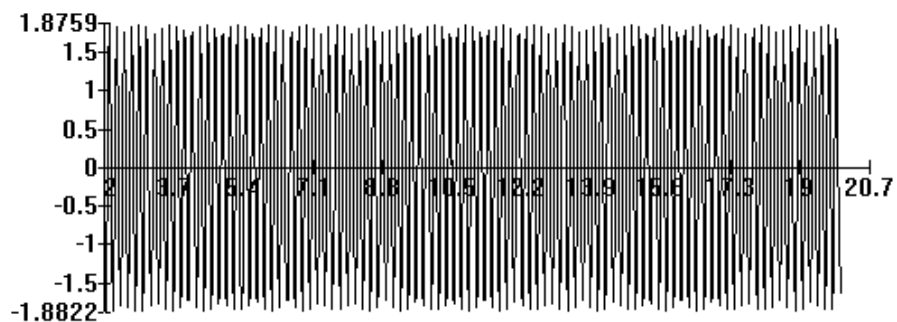
I

X3 ACCELERATIONS



II

X3 ACCELERATIONS



III

X3 ACCELERATIONS

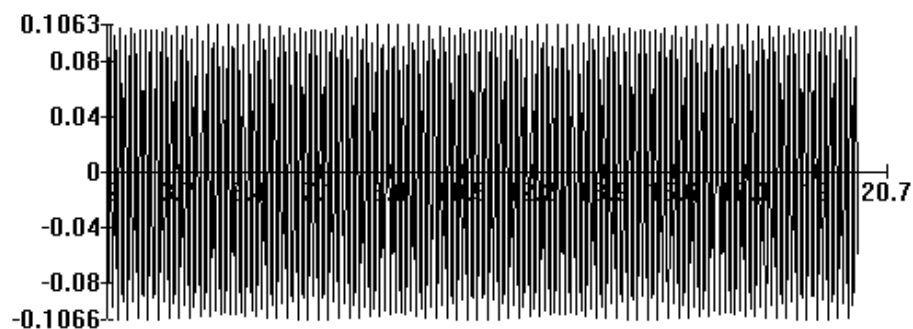


Figura 6.5: Risposta in termini di accelerazione per le 3 armoniche

Questo conferma quanto precedentemente detto, ovvero che la risposta della struttura è dominata da una sola armonica, cioè quella in cui cade la risonanza, per cui anche considerando una differenza di fase diversa da zero i risultati non sarebbero stati molto differenti.

7. CONCLUSIONI

Lo studio proposto in questa tesi, essendo un'analisi dinamica lineare, è realizzabile con qualsiasi programma ad elementi finiti. Tale analisi è indispensabile nella progettazione di uno stadio di calcio o nelle verifiche di una struttura già esistente, in particolar modo da quando, nel 2000, la FIFA ha iniziato ad esigere il rispetto di alcuni criteri per permettere lo svolgimento delle manifestazioni da essa organizzate in tali strutture. Tra tali criteri, infatti, comfort e sicurezza degli spettatori sono tra i più importanti.

I risultati ottenuti dall'applicazione dei carichi secondo normativa hanno dato risultati positivi riguardo la risposta della struttura, presentando accelerazioni sotto la soglia consentita di 1 m/s^2 . Tuttavia caricando la struttura con forzanti maggiori, derivanti da misurazioni sperimentali effettuate proprio in Brasile, quindi dove sorgerà lo stadio, i risultati mostrano accelerazioni che risulterebbero (riprendendo la classificazione della CEB-209 proposta in tabella 4.4) tra lo "sgradevole" e "intollerabile" per il pubblico. C'è però da fare una considerazione sui due risultati ottenuti: i dati sperimentali da cui sono stati ricavati i parametri per il calcolo della forzante, sono stati misurati in stadi che non possedevano sedili per il pubblico, che invece di norma sono presenti in tutti gli stadi inglesi. Questa potrebbe costituire una delle cause della differente entità della forzante nei due casi. Lo stadio "Arena Corinthians", durante i mondiali di calcio del 2014, sarà interamente munito di sedili, quindi probabilmente le condizioni che si presenteranno saranno più vicine a quelle da normativa, successivamente però, l'intenzione del "SC Corinthians Paulista", società di calcio a cui verrà dato in gestione

l'impianto, sarà quella di rimuovere parte dei sedili, ragion per cui si è ritenuta indispensabile questa ulteriore analisi.

Lo studio resta quindi aperto ad ulteriori approfondimenti che potranno essere raccolti da prove sperimentali effettuate sullo stadio una volta ultimato, sia durante la coppa del mondo che successivamente.

La ragione della differenza nei risultati potrebbe essere legata anche a cause di carattere comportamentale del pubblico, ed in particolare alla maggiore presenza, in Brasile, di tifoseria organizzata, che è quella maggiormente coinvolta in salti ritmati dai cori, in cui il movimento è sincronizzato. Questi ulteriori approfondimenti potrebbero quindi chiarire tale aspetto ed aprire, in caso di conferma, alla possibilità di applicare dei coefficienti correttivi alle forzanti di progetto, da considerare in base alla zona di applicazione.

8. BIBLIOGRAFIA

[2.1] FIFA, *Football Stadium, Technical Recommendations and Requirements*, 2007

[2.2] Adriano Parra Cardoso, *Projecto Estrutural de Estádios de Futebol, O Estádio Arena Pernambuco*, Universidade do Porto, 2011

[3.1] Renato Giannini, *Elementi di dinamica delle strutture*

[4.1] H. Schulze , *Dynamic effects of the live load on footbridges*, Signal und Schiene, Germany, 1980

[4.2] Baumann K., Bachmann H, *Dynamic loading induced by person and its effect on beam structures*, Institute of Structural Engineering, Swiss Fed of Techn, Zurigo, 1987

[4.3] R. Sachse, A. Pavic and P. Reynolds, *Human-Structure Dynamic Interaction in Civil Engineering Dynamics: A Literature Review*, Department of Civil and Structural Engineering, University of Sheffield., 2003

[4.4] CEB Bulletin No. 209, “Vibration problems in structure, Pratical Guidelines”, Comite Euro-International du Beton, 1991

[4.5] Football Licensing Authority, *Guide to Safety at Sports Grounds—Fifth Edition*, TSO (The Stationery Office), 2008

[4.6] Int Standard Organization, *ISO 2631 Guide for the evaluation of human exposure to whole-body vibration*, ISO Standard Handbook 4 “Acoustic, vibration and shock”, 1st ed. Ginevra , 1980

[4.7] H. Bachmann, W. Ammann, *Vibration in structures induced by man and machines*, IABSE AIPC IVBH, Zurigo, 1987

[4.8] Jackie H H Sim, *Human-Structure Interaction in Cantilever Grandstands*, University of Oxford, 2006

[4.9] B. R. Ellis, T. Ji, *Human–structure interaction in vertical vibrations*, Proc. Instn Civ. Engrs Structs & Bldgs vibrations, panel paper 11023, 1997

[4.10] S. Yoa, J.R. Wright, A. Pavic, P. Reynolds, *Experimental study of human-induced dynamic forces due to jumping on a perceptibly moving structure*, Journal of Sound and Vibration, 2006

[4.11] Istitution of structural Engineers, *Dynamic performance requirements for permanent grandstands subject to crowd action*, Londra, 2008

[5.1] Fabio Selleio Prado, A. Braga, F. Mantovanni, *Análise de vibração em estádio de futebol: estudo de caso*, Centro universitário do Instituto Mauá de Tecnologia, São Caetano do Sul, Brasil, 2009

[5.2] Paul Reynolds, Aleksandar Pavic and Zainah Ibrahim, *Changes of modal properties of a stadium structure occupied by a crowd*, The University of Sheffield, Department of Civil and Structural Engineering

[5.3] José Fernando Sousa Rodrigues, *Investigação dos carregamentos de estádios de futebol*, Escola Politécnica de Universidade de São Paulo, 1998

[5.4] Prasenjit Mohanty and Paul Reynolds, *Modeling of Dynamic Crowd-structure Interactions in a Grandstand during a Football Match*, University of Sheffield, Department of Civil and Structural Engineering, Vibration Engineering Research Section

[5.5] José Fernando Sousa Rodrigues, *Modelo das ações induzidas por multidões em estruturas de arquibancadas*, Escola Politécnica de Universidade de São Paulo, 2001

[5.6] Aleksandar Pavic and Paul Reynolds, *Experimental verification of novel 3DOF model for grandstand crowd-structure dynamic interaction*, University of Sheffield, Department of Civil and Structural Engineering, Vibration Engineering Research Section

[5.7] F. Necati Catbas , Mustafa Gul, *Dynamic Response Monitoring and Correlation to Crowd Movement at a Football Stadium*, Department of Civil, Environmental and Construction Engineering University of Central Florida, Orlando, 2009

[5.8] B. R. Ellis, T. Ji, *Loads generated by jumping crowds: numerical modeling*, 2004

[5.9] A. Blakeborough and MS Williams, *Human-structure interaction in cantilever grandstands*, Department of Engineering Science, University of Oxford

[5.10] Gee-Cheol Kim, Sang-Hoon Lee, Joo-Won Kang, *Analysis of Dynamic Loads Induced by Spectator Movements in Stadium*, World Academy of Science, Engineering and Technology, 2009

[5.11] STO, *Diretrizes gerais de Avaliação Funcional de Arquibancadas de Arenas Multiuso*, 2010

[5.12] B. R. Ellis, and J. D. Little, *Response of a cantilever grandstands to crowd loads Part 2: load estimation*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 2003

[5.13] Renata Gonçalves Faisca, *Caraterização de cargas dinamicas geradas por atividade humanas*, Universidade Federal do Rio De Janeiro, 2003

[5.14] Kelly A. Salyards, Dr. Linda M. Hanagan, *Evaluation of a finite element model for dynamic characteristic prediction of a stadium facility*, The Pennsylvania State University, University Park, PA 16802, 2005

[6.1] B. R. Ellis, T. Ji and J. D. Little ,*The response of grandstands to dynamic crowd loads*, Proc. Instn Civ. Engrs Structs & Bldgs vibrations, panel paper 12305, 2000

[6.2] P. Galvin and J. Dominguez, *Dynamic Investigation of the City of Manchester Stadium*, Escuela Superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla