

POLITECNICO DI MILANO
Facoltà di Ingegneria Industriale
Corso di Laurea MAGISTRALE in Ingegneria Meccanica



**Studio numerico-sperimentale del
comportamento dinamico di pannelli
sandwich**

Relatore: Ing. Stefano MANZONI
Correlatori: Ing. Simona MOSCHINI
Prof. Marcello VANALI

Tesi di Laurea di:
Alessio PRINI, matricola 754807

Anno Accademico 2011-2012

Indice

Ringraziamenti	I
Sommario	III
Abstract	VII
Introduzione	1
Stato dell'arte	4
Modelli analitici e numerici basati sulle teorie ESL	5
Modelli analitici e numerici basati sulle teorie LW	10
Struttura della tesi	12
1 Analisi modale sperimentale	15
1.1 Condizioni di vincolo da utilizzare per le prove sperimentali	17
1.2 Mesh e strumenti di misura da utilizzare per le prove sperimentali	23
1.3 Prime prove sperimentali effettuate	33
1.3.1 Tipologia di forzamento e strumentazione utilizzata	34
1.3.2 Risultati delle prove sperimentali preliminari	39
1.4 Ulteriore fase sperimentale	43
1.5 Metodi e punti di forzamento	45
1.5.1 Prove sperimentali effettuate sulla singola piastra in alluminio	47
1.5.2 Prove sperimentali effettuate sulle piastre in alluminio incollate con araldite	49
1.5.3 Prove sperimentali effettuate sul pannello sandwich	49
1.6 Estrazione dei parametri modali	53

1.7	Risultati sperimentali e parametri modali identificati	58
1.7.1	FRF e parametri modali identificati per la singola piastra in Alluminio	58
1.7.2	FRF e parametri modali identificati per le doppie piastre in alluminio incollate con Aral- dite	62
1.7.3	FRF e parametri modali identificati per il pannello sandwich	63
2	I materiali viscoelastici	67
2.1	Introduzione ai materiali viscoelastici	68
2.2	Prova a rilassamento	70
2.3	Sollecitazione sinusoidale	72
2.4	Modelli reologici dei materiali viscoelastici	76
2.4.1	Modello di Maxwell	77
2.4.2	Modello Kelvin-Voigt	79
2.4.3	Modello Solido Lineare Standard (SLS) o di Zener	82
2.5	I materiali cellulari	85
2.5.1	Zona di elasticità lineare	88
2.6	Fase sperimentale	90
2.6.1	Risultati prova carico-scarico	95
2.6.2	Risultati prova sinusoidale	97
2.6.3	Prova sinusoidale per il provino in sola schiu- ma	97
2.6.4	Prova sinusoidale per il provino in schiuma e pelli in alluminio	98
2.6.5	Modellazione delle grandezze ottenute	99
3	I modelli numerici	103
3.1	Elementi disponibili in ABAQUS	106
3.1.1	Conventional shell	106
3.1.2	Continuum shell	107
3.1.3	Dimensione degli elementi	108
3.2	Modello numerico della singola piastra in alluminio	109
3.3	Modello numerico delle piastre in alluminio incol- late con araldite	115
3.4	Modello numerico del pannello sandwich	119

4	Conclusioni e sviluppi	131
4.1	Fase sperimentale	131
4.2	I materiali viscoelastici	133
4.3	Modelli numerici	134
	Bibliografia	139

Elenco delle tabelle

1.1	Frequenze proprie del modello numerico preliminare	27
1.2	Frequenze e smorzamenti modali singola piastra in alluminio	60
1.3	Confronto smorzamenti sperimentali e numerici per la singola piastra in alluminio	61
1.4	Frequenze e smorzamenti modali per le piastre incollate con araldite	63
1.5	Confronto smorzamenti sperimentali e numerici per le piastre incollate con araldite	64
1.6	Frequenze e smorzamenti modali per il pannello sandwich . .	65
1.7	Confronto tra le frequenze proprie del pannello sandwich e delle piastre doppie incollate con araldite	66
2.1	Coefficienti serie di Prony per il provino in schiuma con pelli precaricato all'1% di deformazione	102
3.1	Confronto numerico sperimentale per la singola piastra in alluminio. Si noti l'irrigidimento per il modello S4R (conventional shell) alle alte frequenze	113
3.2	Confronto numerico sperimentale per le piastre incollate con araldite	117
3.3	Confronto numerico sperimentale frequenze proprie per il pannello sandwich	128
3.4	Confronto numerico sperimentale smorzamenti modali per il pannello sandwich	128
4.1	Frequenze e smorzamenti modali per il pannello sandwich . .	133
4.2	Coefficienti serie di Prony per il provino in schiuma con pelli precaricato all'1% di deformazione	134
4.3	Confronto numerico sperimentale frequenze proprie per il pannello sandwich	136

Elenco delle figure

1	Pannello sandwich analizzato	3
2	Descrizione degli spostamenti di un segmento perpendicolare al piano medio in condizione indeformata secondo le ipotesi di Kirchoff (CPT), della teoria FSDT (FSDT) e secondo la teoria di Reddy (TSDT)	6
3	Esempio qualitativo dell'andamento di sforzi e deformazioni lungo lo spessore per una piastra in composito modellata con un teoria ESL	10
4	Confronto tra l'andamento di deformazioni e sforzi di taglio lungo lo spessore per una struttura singolo strato ed una multistrato (tratto da [12])	11
1.1	Esempio di pannello installato su un'aeromobile	18
1.2	Dispositivo di prova vincolo piastra	19
1.3	Coppie di serraggio configurazione 3	20
1.4	Confronto delle FRF per differenti coppie di serraggio	21
1.5	Primi tre modi di vibrare per il pannello	26
1.6	FRF co-locata del pannello sandwich	26
1.7	Punti di misura sulla piastra(configurazione 1)	28
1.8	Automac relativo alla configurazione 1 degli accelerometri	29
1.9	Punti di misura sulla piastra(configurazione 2)	30
1.10	Automac relativo alla configurazione 2 degli accelerometri	30
1.11	Punti di misura sulla piastra(configurazione 3)	31
1.12	Automac relativo alla configurazione 3 degli accelerometri	32
1.13	Esempio qualitativo di forzamento sinusoidale	35
1.14	Esempio qualitativo di forzamento sweep-sine	36
1.15	Eccitatore elettrodinamico utilizzato per il forzamento	37
1.16	Generatore di funzione utilizzato	37
1.17	Pannello appeso allo shaker tramite lo stinger. Si noti la posizione della cella di carico posta tra il componente mobile dello shaker e lo stinger	39

1.18	Setup di misura utilizzato. Si noti come lo shaker viene vincolato al portale tramite le funi.	40
1.19	Spettro frequenze della risposta del pannello per un forzamento stepped-sine a 1050 Hz di frequenza misurata tramite vibrometro laser. Come si nota il sistema risponde con più armoniche contemporaneamente	41
1.20	Spettro frequenze della risposta della lastra in alluminio per un forzamento stepped-sine a 670 Hz di frequenza misurata tramite vibrometro laser. Come si nota il sistema risponde con più armoniche contemporaneamente	42
1.21	Piastra singola appesa al portale. Si noti la presenza delle funi per la sospensione della struttura e la disposizione degli accelerometri	47
1.22	Martello dinamometrico PCB Piezoelectric 086C03	48
1.23	Funzione di coerenza e modulo della FRF per la singola piastra in alluminio - risposta collocata	48
1.24	Funzione di coerenza e modulo della FRF per le piastre incollate con araldite - risposta collocata	49
1.25	Funzione di coerenza e modulo della FRF per il pannello sandwich forzato con il martello PCB 086C03 - risposta collocata	50
1.26	Autospettro del segnale di forzamento nel caso del pannello sandwich forzato con il martello PCB 086C03	51
1.27	Martello dinamometrico PCB Piezoelectric 086E80	52
1.28	Autospettro del segnale di forzamento nel caso del pannello sandwich forzato con il martello PCB 086E80	52
1.29	Funzione di coerenza e modulo della FRF per il pannello sandwich forzato con il martello PCB 086E80 - risposta collocata	53
1.30	Esempio storia temporale di accelerazione	54
1.31	Esempio storia temporale di forza	54
1.32	Diagramma di stabilità trovato tramite metodo PolyMAX	57
1.33	FRF co-locata singola piastra in alluminio	59
1.34	Confronto tra smorzamenti reali e smorzamenti ottenuti tramite il modello di Rayleigh - caso singola piastra in alluminio	61
1.35	FRF co-locata piastre incollate con Araldite	62
1.36	Confronto tra smorzamenti reali e smorzamenti ottenuti tramite il modello di Rayleigh - caso piastre incollate con Araldite	64
1.37	FRF co-locata pannello sandwich	65
2.1	Esempio di comportamento elastico	68

2.2	Esempio di comportamento viscoso nel caso di deformazione a velocità costante	69
2.3	Andamento qualitativo della deformazione durante la prova di rilassamento	70
2.4	Andamento qualitativo dello sforzo durante la prova di rilassamento	71
2.5	Sforzo e deformazione con carico sinusoidale	72
2.6	Elementi base dei modelli reologici	76
2.7	Modello di Maxwell	77
2.8	Andamento del modulo di rilassamento in una prova effettuata sul modello di Maxwell ($\tau = \frac{R}{K} = 150$ s) confrontato con l'andamento in un ipotetico caso reale	78
2.9	Andamento della cedevolezza in una prova effettuata sul modello di Maxwell ($\tau = \frac{R}{K} = 150$ s) confrontato con l'andamento in un ipotetico caso reale	79
2.10	Modello Kelvin-Voigt	80
2.11	Andamento della cedevolezza in una prova effettuata sul modello Kelvin-Voigt ($\tau = \frac{R}{K} = 150$ s) confrontato con l'andamento in un ipotetico caso reale	81
2.12	Modello SLS	82
2.13	Modulo di rilassamento per un modello SLS	83
2.14	Cedevolezza per un modello SLS	84
2.15	Modello SLS generalizzato	85
2.16	Struttura di un materiale a celle aperte	87
2.17	Struttura di un materiale cellulare a cella chiuse	87
2.18	Comportamenti dei diversi tipi di schiume (tratto da [25])	89
2.19	Struttura a cella chiusa	90
2.20	Struttura a cella chiusa sottoposta a carico	91
2.21	Macchina <i>DMA RSA3</i> della <i>TA instruments</i> usata per effettuare le prove	91
2.22	Vista del particolare afferraggi (<i>DMA RSA3 TA instruments</i>)	93
2.23	Prova di carico e successivo scarico del provino di sola schiuma	95
2.24	Prova di carico per il provino in schiuma e pelli	96
2.25	Andamento storage e loss module in funzione della frequenza per il provino in sola schiuma	98
2.26	Andamento storage e loss module in funzione della frequenza per il provino in schiuma e alluminio	99

2.27	Sequenza di deformazione del provino nella prova carico-scarico. Le immagini rappresentano le seguenti deformazioni: 1) 0 %,2) 10 %,3) 20,4) 30 %,5) 40 %	100
2.28	Modulo di taglio ricostruito attraverso le formule 2.36	102
2.29	Modulo di bulk ricostruito attraverso le formule 2.36	102
3.1	Elemento shell quadrangolare indeformato	107
3.2	Elemento shell triangolare indeformato	107
3.3	Esempio di elementi triangolari deformati con interpolazione lineare degli spostamenti	107
3.4	Confronto sintetico tra elementi conventional shell ed elemen- ti continuum shell (tratto da [27])	108
3.5	Confronto tra le mesh nell'intorno del foro. Come si può notare utilizzando degli elementi 2.5 x 5 mm nell'interno del foro a mash si presenta molto più regolare	110
3.6	Modello agli elementi finiti della singola piastra in alluminio .	111
3.7	Confronto tra le frequenze proprie sperimentali e quelle nel caso numerico con elementi S4R, SC8R	113
3.8	Variazione percentuale delle frequenze proprie numeriche ot- tenute utilizzando modelli con elementi S4R, SC8R rispetto a quelle del sistema reale (sperimentali)	114
3.9	MAC di confronto numerico-sperimentale sulla singola piastra in alluminio	115
3.10	Vista in sezione delle piastre in alluminio incollate con araldite	116
3.11	Modello agli elementi finiti delle doppie piastre incollate con araldite	117
3.12	Confronto smorzamenti modali sperimentali e numerici per le doppie piastre in alluminio incollate con araldite	118
3.13	MAC di confronto numerico-sperimentale per le piastre incol- late con araldite	119
3.14	Pannello modellato in ABAQUS	121
3.15	Confronto numerico sperimentale della FRF co-locata per il pannello sandwich	122
3.16	Modello FEM del provino utilizzato per e prove DMA	123
3.17	Valori del modulo complesso ricostruiti numericamente in ABA- QUS ripetendo le prove in sweep con la DMA	124
3.18	Confronto tra andamento sperimentale e ricostruito tramite il modello di Zener di E' ed E''	126
3.19	Ricostruzione dei valori di E' ed E'' sul range di frequenze 0Hz - 1000 Hz	127

3.20	Confronto tra la FRF co-locata ottenuta sperimentalmente e le FRF ricavate numericamente utilizzando i due diversi tipi di materiale viscoelastico proposti	129
4.1	Modulo di bulk ricostruito attraverso il modello di Zener generalizzato	135
4.2	Confronto numerico sperimentale della FRF co-locata per il pannello sandwich	137

Ai miei genitori...

Ringraziamenti

Ringrazio tutto gruppo di misure meccaniche e termiche del Politecnico di Milano ed in particolare l'ing. Stefano Manzoni, l'ing. Simona Moschini ed il Prof. Marcello Vanali.

Sommario

Il lavoro illustrato in questa tesi si occupa dello studio e della modellazione di un pannello in materiale sandwich. La fase di studio, prevederà una caratterizzazione dinamica del pannello svolta attraverso una campagna di analisi modale sperimentale. A causa delle particolari caratteristiche del pannello, identificabili principalmente nelle sue dimensioni ridotte, nella sua particolare struttura composita nonché nella presenza di un materiale viscoelastico utilizzato come cuore del pannello, si incontreranno in questa fase una serie di difficoltà operative non facilmente risolvibili e su cui è necessario un'approfondito studio al fine di verificarne i motivi ed intervenire. Per questo verranno indicati nel lavoro che segue una serie di linee guida che è necessario rispettare nell'analisi di strutture di questo tipo al fine di permettere un'identificazione corretta e significativa dei parametri modali. Particolare attenzione dovrà essere dedicata ai metodi di forzamento e di misura da utilizzare soprattutto tenendo in considerazione le particolarità del pannello elencate in precedenza. In letteratura difficilmente vengono discusse per i pannelli sandwich le problematiche riportate all'interno di questo lavoro. Infatti le strutture analizzate in genere presentano dimensioni molto maggiori, per cui eventuali effetti di carico sulla struttura dovuti ad interazioni con apparecchi di misura, di forzamento e vincoli non influenzano il comportamento della struttura in maniera così determinante. In una successiva fase verrà analizzato e descritto il comportamento costitutivo dei materiali viscoelastici e si descriveranno i metodi e gli strumenti utilizzati nella ricerca delle grandezze che ne caratterizzano il comportamento. Una parte consistente del lavoro verterà sull'introduzione e la definizione dei metodi che permettono di modellare il comportamento viscoelastico dei materiali. Questa modellazione verrà utilizzata successivamente anche per la definizione del materiale all'interno del modello numerico del pannello. Successivamente si andranno a definire le principali caratteristiche di un modello numerico realizzato attraverso un software commerciale agli elementi finiti per la simulazione del comportamento dinamico del pannello. Verrà affrontato in particolare uno

studio sul tipo di elementi da utilizzare, sulle loro dimensioni, nonché sulle tecniche risolutive adottate. Anche in questo caso, analogamente a quanto già effettuato nella fase sperimentale, si definirà una procedura in grado di definire passo per passo le caratteristiche che deve possedere il modello al fine di riprodurre accuratamente il comportamento dinamico del pannello. L'utilizzo di un software commerciale agli elementi finiti permette inoltre di definire una procedura utilizzabile anche a livello industriale, ambito nel quale i tempi e le modalità non consentono in genere la definizione di algoritmi propri di simulazione. Inoltre, a differenza di altri lavori in letteratura, la validazione del modello realizzato avverrà attraverso un confronto tra i risultati numerici ottenuti e quelli sperimentali identificati attraverso una campagna di analisi modale. Dal confronto tra i risultati numerici individuati e quelli sperimentali si valuteranno il livello di accuratezza raggiunto nella definizione del comportamento dinamico del pannello ed i motivi di un'eventuale discrepanza tra i risultati. Infine verranno riassunti i principali risultati raggiunti, si mostreranno i confronti tra gli stessi e si definiranno i possibili sviluppi futuri del lavoro.

Abstract

The work described in this thesis mainly deals the study and modeling of a sandwich panel material. The study phase, will provide a dynamic characterization of the panel, carried out through a campaign of experimental modal analysis. Because of the particular characteristics of the panel, identifiable mainly in its reduced dimensions, in its particular composite structure as well as the presence of a viscoelastic material used as the core of the panel, will meet at this stage a number of operational difficulties not easily solvable and on which an improved study must be done in order to ascertain the reasons and take action. For this reason in the work will be indicated a series of guide line which should be observed in the analysis of structures of this type in order to allow correct identification of the modal parameters. Particular attention should be paid to methods of forcing and measurement to be used, especially taking into account the particularities of the panel listed above. The works in literature rarely discuss about problems reported in this work. In fact in general the analyzed structures are larger in size than the plate analyzed in this work, for which the loading effects on the structure due to interactions with measuring devices, with forcing devices and constraints affect the behavior of the structure in a determinant manner. In a subsequent phase will be analyzed and described the constitutive behavior of viscoelastic materials and describe the methods and tools used in the research of the variables that characterize the behavior. A substantial part of the work will focus on the introduction and adoption of methods that allow you to model the viscoelastic behavior of materials. This modeling will be used later for the definition of the material within the numerical model of the panel. Then will be explained the main characteristics of a numerical model realized through a commercial finite element software for the simulation of the dynamic behavior of the panel. Will be addressed in particular a study on the type of elements to be used, their size, as well as the solution techniques adopted. Even in this case, similarly to what is already done in the experimental phase, will define a procedure capable

of defining step by step the characteristics that must possess the model in order to accurately reproduce the dynamic behavior of the panel. The use of a commercial finite element software also allows to define a procedure can also be used at industrial level, a field in which the timing and mode does not usually allow the definition of their algorithms of simulation. Moreover, unlike other studies in the literature, validating the model will be made through a comparison of the numerical results and experimental ones identified through a campaign of modal analysis. From the comparison between the numerical results and experimental ones identified will evaluate the level of accuracy achieved in the definition of the dynamic behavior of the panel and the reasons for any discrepancy between the results. Finally, we will summarize the main results, we show the relation between them and outline possible future developments of the work.

Introduzione

Nel corso degli anni i concetti di comfort e sicurezza sono entrati a far parte in maniera stabile delle caratteristiche fondamentali di un progetto in svariati ambiti quali, quello architettonico, automobilistico, aeronautico. L'obiettivo è una progettazione che ponga al centro l'uomo, la sua salute ed il suo benessere. Per poter approntare un progetto secondo questa filosofia è necessaria un'attenta conoscenza di tutti i fenomeni che avvengono nel contesto considerato.

Comfort e sicurezza possiedono un'importanza fondamentale nell'ambito dei trasporti. In ambito automobilistico le ricerche relative alla sicurezza, iniziate negli anni trenta, hanno portato nel tempo a delle classificazioni condivise dei livelli di sicurezza di un veicolo ed a una regolamentazione sui livelli minimi di sicurezza necessari per l'omologazione. In campo aeronautico la sicurezza acquista ancora maggiore importanza, a causa degli enormi impatti che un velivolo, anche di piccole dimensioni, può avere sull'ambiente circostante in caso di incidenti, guasti o avarie.

Al concetto di sicurezza si è affiancato in tempi più recenti quello del comfort. In particolare negli ultimi anni il comfort è diventato una delle caratteristiche decisive nella scelta di un prodotto da parte dell'utente. Si pensi ai velivoli progettati per percorrere tratte in lungo raggio; in questi casi il comfort degli occupanti diventa un requisito imprescindibile nel progetto dell'aeromobile.

Nel valutare il comfort di un velivolo particolare attenzione deve essere posta sia alle vibrazioni meccaniche trasmesse agli occupanti, di grande interesse anche per il comportamento dinamico della struttura, sia al rumore ed in particolare ai livelli di pressione sonora che interessano gli occupanti.

Argomento correlato e di grande interesse è l'**inquinamento acustico**,¹ regolamentato a livello legislativo dalla legge quadro L. 447 del 26 ottobre

¹Studi recenti dimostrano che la prima causa di rumore nei paesi avanzati è causata proprio dai sistemi di trasporto. Si pensi al traffico intenso nel centro delle grandi città o al fastidioso rumore percepito in prossimità di aeroporti o passaggi ferroviari.

1995, adeguata successivamente, per uniformarsi agli standard europei in termini di inquinamento acustico dal decreto legislativo (DL) n. 194 del 19 agosto 2005. Questo definisce metodologie e procedure necessarie alla realizzazione di una mappatura acustica del territorio, in che casi è necessario intervenire per ridurre il rumore ambientale e come intervenire. Inoltre, al fine di sensibilizzare l'opinione pubblica sull'argomento, il DL n.194 decide quali canali di informazione devono essere adottati dagli enti preposti per portare a conoscenza del cittadino gli effetti legati all'esposizione al rumore ambientale.

Come effetto della regolamentazione e della sensibilizzazione sul tema si è assistito ad una riduzione delle emissioni sonore per le autovetture comuni nell'ordine degli 8-10 dB ed una riduzione ancora maggiore nell'ordine dei 20 dB per aeromobili di costruzione più recente, in confronto a velivoli comparabili realizzati qualche decina di anni fa.

Per poter procedere in questo senso è possibile agire o sulla generazione delle onde sonore o sulla loro propagazione. Nel primo caso è necessario utilizzare accorgimenti che permettano di limitare o smorzare le vibrazioni che interessano i diversi componenti della macchina. Metodi di controllo attivo o passivo delle vibrazioni prevedono l'adozione di particolari metodologie di controllo o l'utilizzo di elementi smorzanti appositamente progettati. Agendo sulla trasmissione delle onde sonore è invece possibile utilizzare materiali fonoassorbenti nelle pareti di separazione tra i diversi vani macchina.

Focalizzando l'attenzione su quest'ultima strategia, una parte considerevole degli sforzi di ricerca è indirizzata all'individuazione di nuovi materiali, che presentino buone caratteristiche di isolamento acustico, leggerezza e resistenza.

In questo quadro trovano un'applicazione ideale i materiali con struttura a sandwich. A livello macroscopico questi materiali compositi sono costituiti da un cuore, che può essere realizzato con diversi materiali, unito esternamente a due pelli, caratterizzate da buone caratteristiche meccaniche (Figura 1). Questa particolare conformazione dona ai materiali con struttura sandwich una buona resistenza unita ad ottime caratteristiche di leggerezza nonché ottime capacità di attenuazione dei livelli di pressione sonora trasmessi.

Le caratteristiche di isolamento acustico di una struttura in genere, come ad esempio un pannello aeronautico, risultano essere intimamente legate alle caratteristiche dinamiche della stessa come riportato in [1]. Quindi l'identificazione delle caratteristiche modali del pannello permette di fornire informazioni circa le caratteristiche acustiche del pannello stesso.

Il lavoro svolto in questa tesi si articolerà in differenti fasi. Nella pri-

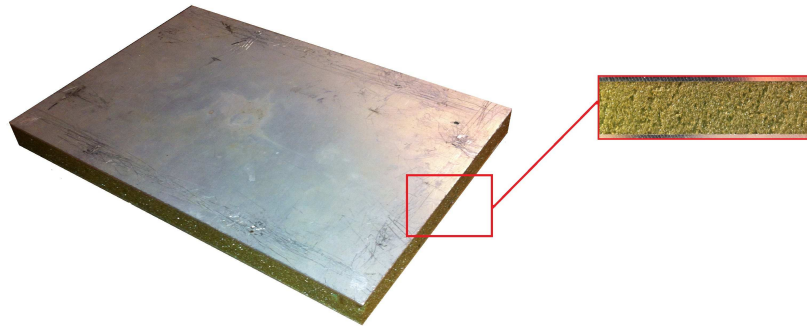


Figura 1: Pannello sandwich analizzato

ma si individueranno le caratteristiche modali del pannello, in modo da avere una descrizione completa del suo comportamento dinamico, attraverso una campagna di analisi modale sperimentale. In questa fase si porrà particolare attenzione al setup di misura scelto ed alle ragioni che hanno portato alla sua definizione. Si cercheranno inoltre di individuare una serie di linee guida che è bene seguire durante la caratterizzazione di questo tipo di pannelli e strutture. Le dimensioni ed il peso ridotti tipici di queste strutture rendono piuttosto difficoltosa la fase di identificazione modale, soprattutto a causa della forte influenza che vincoli, strumenti di misura ed apparecchiature di forzamento determinano sul comportamento dinamico della struttura. A seguito si mostreranno ed analizzeranno criticamente i risultati ottenuti cercando in particolare di definire l'influenza degli strati di materiale viscoelastico (collante e cuore del pannello) sul comportamento dinamico.

Successivamente verrà analizzato e descritto il comportamento costitutivo dei materiali viscoelastici e verranno descritti i metodi e gli strumenti utilizzati nella ricerca delle grandezze che ne caratterizzano il comportamento. Una parte consistente del lavoro verterà sull'introduzione e la definizione dei metodi che permettono di modellare il comportamento viscoelastico dei materiali. Questa modellazione è necessaria per la definizione del materiale all'interno del modello numerico del pannello.

Successivamente si andranno a definire le caratteristiche principali del modello numerico realizzato per la simulazione del comportamento dinamico del pannello. Forti dell'esperienza acquisita nella fase sperimentale per lo studio di questo tipo di strutture, si cercherà di definire anche in questo caso una procedura che permetta di definire le principali caratteristiche del modello. In questa fase si analizzeranno e giustificheranno le scelte che riguardano il tipo di elementi utilizzati, la loro dimensione ed i metodi riso-

lutivi utilizzati. Infine si validerà il modello confrontando i risultati ottenuti dalla simulazione con quelli ottenuti nella fase sperimentale.

Il modello numerico così ottenuto e validato potrà esser utilizzato per la definizione del comportamento dinamico del pannello in differenti condizioni operative.

Lo studio e la simulazione del comportamento dinamico dei pannelli in materiale composito ha storia antica. Nel seguito verrà fornita una breve analisi delle principali teorie utilizzate, evidenziando pregi e difetti di ogni teoria elaborata.

Stato dell'arte

I materiali con struttura sandwich e più in generale i materiali compositi sono sempre più diffusi in diversi campi come quello aeronautico, nautico e automobilistico, soprattutto per le loro caratteristiche di rigidità unite ad un buon rapporto tra resistenza e peso. Sono stati effettuati enormi sforzi di ricerca al fine di migliorare la comprensione del comportamento dinamico di questo tipo di strutture. L'utilizzo di materiali di tipo viscoelastico nella realizzazione di pannelli sandwich, o più in generale per la realizzazione di materiali compositi, ha portato alla definizione di metodi, analitici o numerici, che fossero in grado di considerare le particolari caratteristiche dinamiche di questo tipo di materiali.

Il termine materiali compositi comprende tutti quei materiali composti utilizzando più materiali omogenei ben distinti tra loro e distinguibili tramite superfici di separazione. Tra i casi particolari di materiali compositi troviamo i materiali con struttura sandwich ma anche i materiali fibrorinforzati a matrice polimerica (o *Fibre Reinforced Polymers*(FRP)), composti da due differenti fasi, la matrice e la fibra. L'utilizzo di fibre continue nella realizzazione del materiale permette di identificare una direzione di resistenza preferenziale per il materiale composito. Impilando successivamente più strati a diverse direzioni preferenziali è possibile ottenere materiali ortotropi o più raramente isotropi. In questa configurazione il materiale risulta composto da più strati differenti sovrapposti l'uno sull'altro, in maniera analoga a quanto avviene con pelli e cuore per i materiali sandwich. La natura multistrato che accomuna sia i materiali FRP che i materiali sandwich giustifica l'utilizzo di teorie e metodologie analoghe nello studio dinamico di questi materiali. Le geometrie più studiate in letteratura per questo tipo di materiali riguardano lastre piane o cilindriche dato il massiccio utilizzo di questi materiali come rivestimento e copertura in ambito aeronautico e nautico.

In letteratura è possibile trovare una vastissima collezione di analisi sulle differenti teorie sviluppate negli anni, per lo studio dinamico dei laminati compositi. Un esempio abbastanza recente è rappresentato da [2]. In questo lavoro viene presentata un'importante classificazione delle diverse teorie utilizzate per creare modelli numerici dei materiali compositi. Le diverse teorie possono allora essere differenziate in:

- *Teorie a singolo strato equivalente – Equivalent Single Layer (ESL)*: In questo caso le caratteristiche elastiche ed inerziali di tutti gli strati sovrapposti a costituire il composito vengono raggruppati e mediati all'interno di una singola sezione equivalente. In questo caso non viene considerata completamente la natura multistrato del materiale, però è possibile utilizzare le stesse teorie utilizzate per le classiche piastre omogenee. Questo tipo di teorie e le tipologie di elementi finiti basati sulle stesse, non consentono in genere una buona predizione dei parametri modali, quanto piuttosto una loro approssimazione, ma presentano il vantaggio di essere computazionalmente meno esigenti a causa del minor numero di gradi di libertà (g.d.l.) utilizzati per la risoluzione del problema.
- *Teorie Layer – Wise (LW)*: Nel caso delle teorie cosiddette LW le caratteristiche cinematiche dei singoli strati vengono considerate separatamente. A differenza del caso precedente è necessario utilizzare una rappresentazione del campo di spostamenti, deformazioni e sforzi differente per ogni singolo strato che va a comporre il materiale composito. Questo porta ad un aumento del numero di g.d.l. del modello, ma anche ad una maggiore accuratezza nella soluzione.
- *Continuum – based 3D elasticity theory*: In questo caso viene analizzato puntualmente l'intero campo di deformazioni che interessa il componente. Questa teoria si comporta bene sia nel caso di piastre sottili che di grande spessore ed anche nel caso di componenti tozzi. Risulta essere la più accurata tra quella analizzate fino ad ora ma computazionalmente più esigente.

Si riportano le teorie più comunemente utilizzate.

Modelli analitici e numerici basati sulle teorie ESL

La prima teoria ESL sviluppata nella storia è quella di **Kirchhoff-Love** elaborata in [3]. Questa teoria, a cui ci riferisce in genere con i termini **Classical Laminated Theory (CLT)** o **Classical Plate Theory (CPT)**,

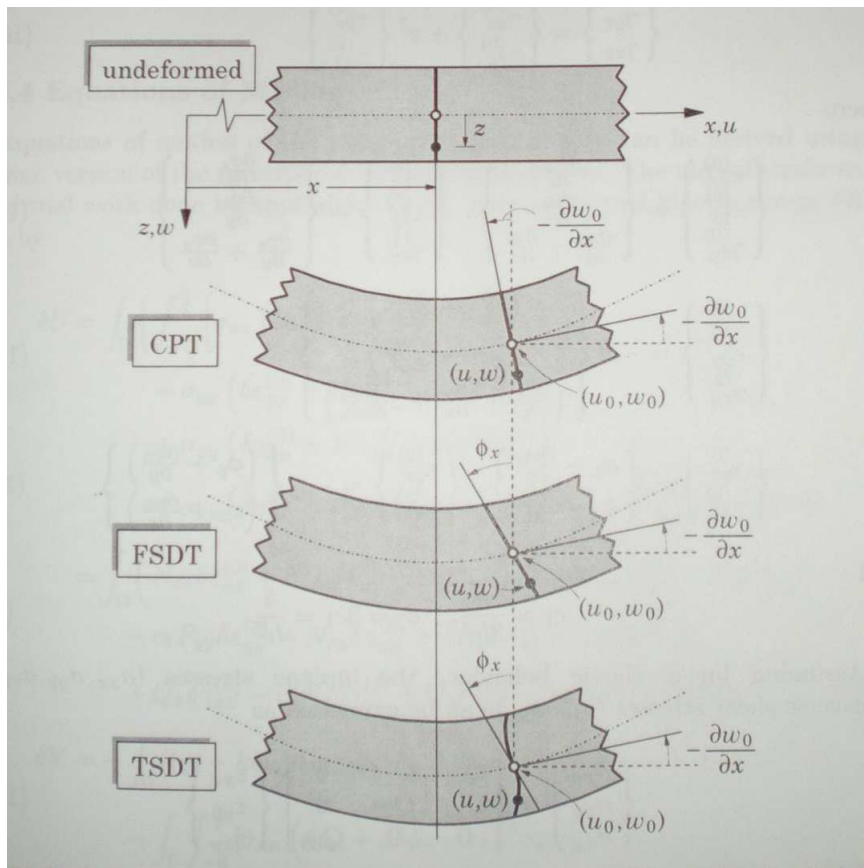


Figura 2: Descrizione degli spostamenti di un segmento perpendicolare al piano medio in condizione indeformata secondo le ipotesi di Kirchhoff (CPT), della teoria FSDT (FSDT) e secondo la teoria di Reddy (TSDT)

si basa sulle ipotesi di Kirchhoff per descrivere il campo di spostamenti della piastra. Queste possono essere riassunte dalla Figura 2 e come segue:

1. Ogni segmento rettilineo e perpendicolare al piano medio prima della deformazione rimane rettilineo anche a seguito della deformazione.
2. Ogni segmento rettilineo e perpendicolare al piano medio è inestensibile.
3. Ogni segmento rettilineo e perpendicolare al piano medio prima della deformazione, rimane tale anche a seguito della deformazione.

La soluzione esatta al problema dinamico legato alla teoria di *Kirchhoff-Love* esiste per molte configurazioni di piastra rettangolare sia per piastre omogenee che per laminati in composito, ma solo nel caso di laminati dissaccoppiati ortotropi con assi di ortotropia paralleli ai lati. Le tre ipotesi

influenzano considerevolmente il comportamento dinamico del modello innanzitutto perché come mostrato in [4] sia la componente di sforzo normale diretta perpendicolarmente al piano medio, sia le componenti di sforzo di taglio dirette perpendicolarmente al piano medio rimangono nulle. Queste sono valide solo nel caso di lastre molto sottili e considerando piccoli spostamenti. Sempre in [4] viene fissato che lo spessore massimo della piastra, per considerare valida questa teoria, deve essere minore o uguale di $1/30$ del suo lato più corto. Infatti in queste condizioni, considerato il piccolo spessore e che in generale le superfici superiori ed inferiori della piastra sono completamente scariche, gli sforzi normali e di taglio che si possono sviluppare in una direzione perpendicolare al piano medio possono considerarsi trascurabili rispetto a quelli nelle altre direzioni. È evidente però che un'approssimazione di questo tipo mette di fronte a paradossi meccanici di una certa rilevanza. Come sottolineato sempre in [4] è impossibile trascurare gli sforzi normali e di taglio se si vuole esplicitare l'equilibrio in direzione perpendicolare al piano medio per una piastra caricata normalmente ad una delle due superfici esterne. Inoltre durante la deformazione dei materiali compositi, gli strati intermedi vengono sempre sollecitati con sforzi di taglio. All'interno del lavoro di Nayefh [5] è evidenziato come all'interno di un materiale viscoelastico incluso all'interno di due materiali a rigidità maggiore, vedi quello incluso tra le pelli in del pannello sandwich, si manifestino sforzi di taglio piuttosto marcati. Dall'evidenza sperimentale emerge anche come gli sforzi di taglio che interessano il materiale intermedio determinano dissipazioni all'interno del materiale viscoelastico che portano ad un aumento generale dello smorzamento strutturale. Una corretta definizione degli sforzi di taglio agenti lungo lo spessore del materiale composito è quindi necessaria per la corretta definizione del comportamento dinamico del pannello. L'utilizzo per i materiali sandwich di questo tipo di teoria non è permessa o comunque è limitata fortemente.

In [6] vengono confrontati diversi tipi di teorie per determinare il comportamento dinamico dei laminati con differente numero di strati e per differenti rapporti lato spessore. Considerando la soluzione corretta quella ricavata in elasticità tridimensionale, la quale considera puntualmente tutti i meccanismi di deformazione che avvengono all'interno del materiale, come la più precisa nella determinazione del comportamento dinamico del laminato, si nota che la teoria *CLT* in generale sovrastima la rigidità.

Come già indicato le approssimazioni legate alla teoria *CLT* sono da attribuirsi principalmente alle ipotesi di Kirchhoff alla base della teoria. In particolare tra le ipotesi più stringenti vi è la perpendicolarità nella configurazione deformata del segmento rispetto al piano medio ([4]). Per uscire

dalle limitazioni imposte dalla teoria di *Kirchhoff – Love* sono state elaborate nel tempo una serie di teorie alternative che cercano di rilassare alcuni dei vincoli imposti dall’adozione delle ipotesi di Kirchhoff.

Tra le prime sviluppate si evidenzia la **First Order Shear Deformation Theory** (FSDT o più raramente FOSDT) o **Reissner-Mindlin Theory**. In questo caso la teoria rilassa l’ipotesi di perpendicolarità rispetto al piano medio del segmento appartenente alla piastra (vedi Figura 2). In questo modo la teoria è in grado di considerare degli sforzi di taglio costanti lungo lo spessore. L’ipotesi di costanza degli sforzi di taglio lungo lo spessore porta ad un nuovo paradosso meccanico. Si consideri una piastra non caricata sulle superfici esterne parallele al piano medio. In questo caso è impossibile che esista un valore degli sforzi di taglio diverso da zero in corrispondenza proprio delle due superfici esterne. Infatti sperimentalmente si nota che la variazione degli sforzi di taglio trasversali segue un andamento parabolico [4]. Per questo è possibile utilizzare un coefficiente di correzione degli sforzi di taglio (*Shear Correction Coefficient*) come indicato sempre in [4]. In [6] è possibile notare come i risultati ottenuti tramite la teoria *FSDT* approssimino molto meglio la soluzione corretta rispetto al caso *CPT*.

Nonostante i difetti delle teorie appena proposte e la loro elaborazione non recentissima esse continuano comunque ad essere ancora oggi oggetto di studio e di ricerca, ad esempio in [7] o [8].

Oltre alla teoria *FSDT* molte altre teorie sono state elaborate negli anni per cercare di superare le limitazioni imposte dalle ipotesi di *Kirchhoff*. Queste teorie denominate **High Order Shear Deformation Theory** (HSDT o più raramente HOSDT) vengono elaborate per rilassare anche l’ipotesi di rettilineità in configurazione deformata del segmento appartenente alla piastra. In linea di principio l’ordine con cui varia il campo di spostamenti in funzione della coordinata lungo lo spessore non ha un vero e proprio limite. L’esperienza evidenzia comunque che un aumento dell’ordine, a fronte di limitati vantaggi a livello di accuratezza della soluzione, fa aumentare di molto la complessità a livello computazionale per la risoluzione del problema. Una delle teorie che permette il miglior compromesso tra complessità e precisione della soluzione è sicuramente la **Third Order Shear Deformation Theory** (TSDT) di Reddy, all’interno della quale viene meno l’ipotesi sulla rettilineità del segmento perpendicolare al piano medio. Quindi ora un segmento rettilineo e normale al piano medio a seguito della deformazione manterrà solo la sua lunghezza, mentre potrà sia ruotare rispetto al piano che deformarsi secondo una legge che varia con il cubo dello spessore (Figura 2). Un resoconto sintetico ma funzionale su altri tipi di teorie del terzo ordine viene fornito dallo stesso Reddy in [4], nel quale vengono confrontate

le relazioni che caratterizzano il campo degli spostamenti lungo lo spessore della piastra. Le soluzioni esatte per una piastra semplicemente appoggiata ed il confronto con altri tipi di teorie sono contenuti sempre in [4].

È utile sottolineare che le soluzioni esatte continuano ad essere uno strumento molto utile per capire la bontà delle diverse teorie a confronto. Tuttavia le soluzioni analitiche ai problemi proposti dalle diverse teorie non sono sempre individuabili. Nel caso di piastre con geometrie o vincoli complessi la soluzione analitica non è praticamente mai raggiungibile. Inoltre nel caso in esame è necessario uscire dall'ipotesi di materiale elastico lineare e considerare la natura viscoelastica del cuore del pannello.

Per poter considerare sia le geometrie complesse che la definizione del materiale viscoelastico è possibile ricorrere allora a soluzioni approssimate delle equazioni che descrivono il moto della piastra tramite il metodo degli elementi finiti. Un'analisi degli ultimi metodi numerici generati a partire dalle teorie sopra esposte è presentata in [2]. Altri lavori degni di nota che introducono metodi numerici basati sulla teoria di Reddy sono [9] e [10]. In particolare nel secondo gli elementi finiti formulati vengono utilizzati per individuare il comportamento dinamico di un pannello sandwich con cuore in schiuma poliuretaunica e pelli costituite da pannelli in composito fibrorinforzato. I risultati in termini di frequenze vengono confrontati sia con i risultati sperimentali sia con altri metodi e teorie. In generale si nota una buona coerenza tra i risultati sperimentali e quelli ottenuti tramite il metodo proposto. Un altro esempio di HSDT utilizzata per individuare il comportamento dinamico di un pannello sandwich con buoni risultati è ritrovabile in [11]. Tutte le teorie ESL mostrate considerano il laminato come costituito da una singola sezione omogenea equivalente. In questa condizione le deformazioni mostrano continuità lungo lo spessore anche tra uno strato e l'altro del laminato. Le caratteristiche meccaniche invece non sono in generale continue lungo lo spessore e tra uno strato e l'altro. Si pensi al caso del pannello sandwich; tra le pelli costituite in alluminio e il cuore costituito in materiale polimerico, le differenze in termini di caratteristiche meccaniche in genere sono notevoli. Per questo quando le teorie ESL sono applicate a materiali laminati compositi, il campo degli sforzi lungo lo spessore risulta particolarmente discontinuo (vedi Figura 3). Questa condizione non rappresenta sicuramente in maniera realistica l'andamento reale degli sforzi.

Per sopperire a questa lacuna già verso la metà degli anni 30 è stata proposta una teoria che permettesse di considerare una definizione a tratti del campo degli spostamenti e degli sforzi trasversali lungo lo spessore (*ZigZag* vedi Figura 4) e la continuità degli stessi tra i diversi strati di materiale (*InterlaminarContinuity*).

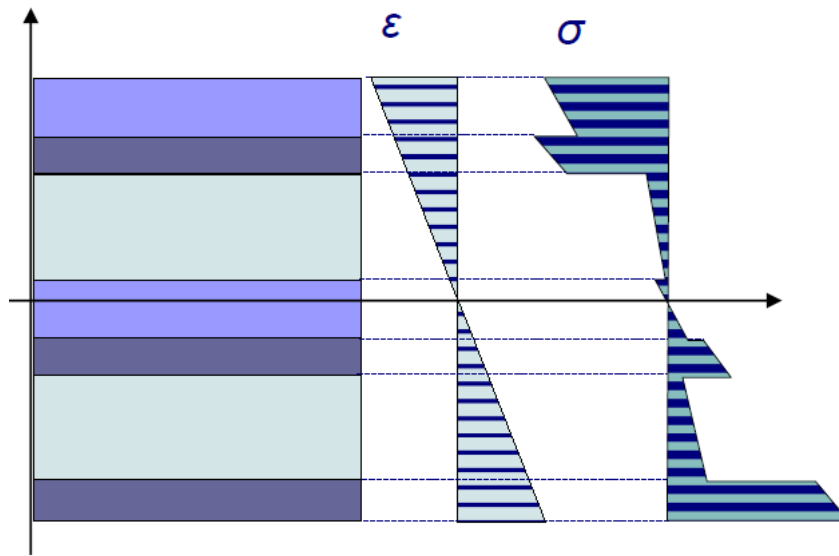


Figura 3: Esempio qualitativo dell'andamento di sforzi e deformazioni lungo lo spessore per una piastra in composito modellata con un teoria ESL

In [12] vengono analizzate le prime teorie sviluppate in grado di considerare sia il fenomeno *ZigZag* che quello di *InterlaminarContinuity*. Queste teorie definite *ZigZag* presentano il principale vantaggio di rappresentare meglio il comportamento dinamico delle piastre in composito mantenendo un costo computazionale basso, in quanto appartenenti sempre alla macrocategoria delle teorie ESL e mantenendo quindi un numero di gradi di libertà non elevato. Risultati ancora migliori in termini di accuratezza possono essere raggiunti attraverso l'utilizzo delle teorie *LW*

Modelli analitici e numerici basati sulle teorie LW

Nelle teorie *LW* il campo degli spostamenti viene definito per ogni strato indipendentemente da quelli adiacenti. Nonostante la loro miglior approssimazione nel comportamento dinamico dei laminati compositi rimangono comunque computazionalmente molto più esigenti, per questo la loro applicazione è cresciuta solo negli ultimi anni. Il numero di teorie di questo tipo e relative soluzioni numeriche elaborate nel corso degli anni è molto più basso rispetto alle teorie ESL ed un breve riassunto viene fornito sempre in [2].

Continuum-based 3D elasticity theory

Una teoria molto importante nell'analisi delle piastre in composito, ma non solo, e che a rigore non può essere inclusa nè tra le teorie ESL nè tra le

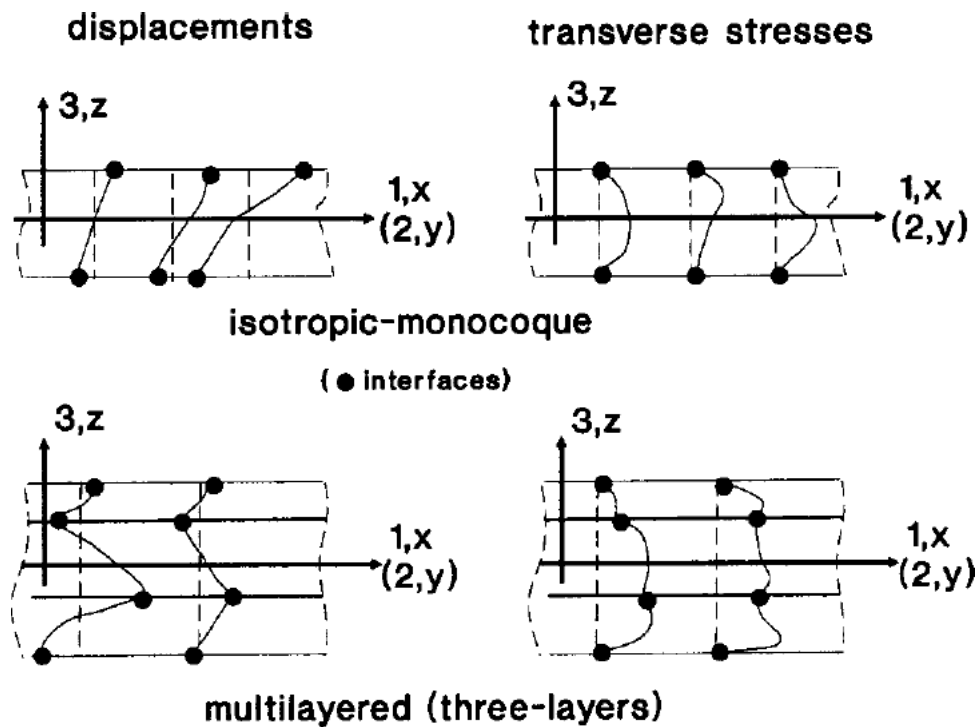


Figura 4: Confronto tra l'andamento di deformazioni e sforzi di taglio lungo lo spessore per una struttura singolo strato ed una multistrato (tratto da [12])

teorie LW è quella elaborata nel 1969 da N. J. Pagano in [13]. Questa teoria ha il principale vantaggio di essere la soluzione tridimensionale esatta dell'elasticità lineare. Quindi non fa nessun tipo di assunzione o ipotesi sul comportamento cinematico della piastra e viene in genere utilizzata come soluzione corretta e di riferimento in molti articoli(vedi [6]). Chiaramente la soluzione a livello computazionale rimane piuttosto pesante, per questo si continuano a ricercare teorie ESL o LW che permettano di approssimare il comportamento dinamico e non solo delle piastre in composito o sandwich.

Altre teorie

Per i pannelli sandwich, oggetto del nostro studio, sono state poi ideate delle teorie *ad hoc*. L'utilizzo di teorie studiate esclusivamente per questo tipo di pannelli è giustificato dalla particolare conformazione del pannello sandwich. Come già evidenziato in pannelli di questo tipo è possibile assumere che l'anima lavori solo a taglio mentre le pelli esclusivamente a flessione. Il campo degli spostamenti può essere assunto costante nelle pelli e linearmente

variabile nell'anima. Un'ipotesi di questo tipo è accettabile se si considera il piccolo spessore delle pelli. A partire da queste assunzioni Pham Dang T. e Verchery G. hanno elaborato una teoria mostrata in [14].

All'interno di questo lavoro si cercherà di elaborare tramite software commerciale ABAQUS 6.11 un modello numerico che sia in grado di simulare la risposta dinamica per un pannello sandwich. Nella definizione del modello numerico si considereranno il tipo di elementi utilizzati e le teorie utilizzate come base per lo sviluppo degli elementi stessi. La fattibilità di questo tipo di analisi è già stata indagata in precedenza. Ad esempio, all'interno del lavoro di Zhang [15] viene utilizzato il software commerciale ANSYS, utilizzando degli elementi 3-D definiti a strati per osservare l'influenza sul comportamento dinamico dei principali parametri costruttivi del pannello. Nel lavoro viene dimostrato come anche attraverso un software commerciale sia possibile creare dei modelli numerici validi per questo tipo di strutture.

Una limitazione forte all'utilizzo dei software commerciali mostrata da Zhang è legata alle difficoltà di definizione delle caratteristiche viscoelastiche del materiale costituente l'anima. In questo lavoro le caratteristiche del materiale viscoelastico verranno definite tramite l'utilizzo di moduli appositi inclusi all'interno di ABAQUS 6.11. In questo modo non è necessario ricorrere a particolari algoritmi ricorsivi come quelli utilizzati in [15].

In questo lavoro inoltre la validazione del modello avverrà tramite confronto tra i risultati sperimentali e quelli numerici. Questo tipo di approccio è assente all'interno del lavoro di Zhang ed in molti dei lavori riportati in precedenza, in cui si preferisce confrontare i risultati ottenuti con quelli di altri metodi numerici proposti e validati precedentemente.

Infine è bene sottolineare l'importanza rivolta all'interno di questo lavoro agli effetti dello strato di collante interposto tra le pelli e il cuore viscoelastico. Nel seguito si analizzerà l'influenza del collante sul comportamento dinamico del pannello e da un confronto con i dati sperimentali, si determinerà come modellare lo strato di collante all'interno del modello numerico. Quest'ultimo aspetto non è stato ancora indagato in nessuno dei lavori introdotti in precedenza.

Struttura della tesi

Nel primo capitolo verrà descritta una fase di sperimentazione ed estrazione dei risultati in termini di parametri modali sulla lastra. In questa fase verranno trattate tutte le problematiche legate ai problemi di identificazione, dai diversi setup di misura utilizzati nella fase sperimentale, agli algoritmi di calcolo utilizzati per l'estrazione dei parametri importanti ai fini

dell'identificazione. Qui si noterà come la natura composita del materiale (incollaggio, cuore in schiuma, dimensione) dona particolari caratteristiche dinamiche al pannello, da cui derivano le principali difficoltà di identificazione. Si mostrerà inoltre una procedura di identificazione che è bene seguire nell'identificazione su questo tipo di strutture.

Nel secondo capitolo verrà fornita una panoramica sui materiali viscoelastici e sull'identificazione delle loro caratteristiche dinamiche. Infatti come già illustrato in precedenza, la presenza del materiale viscoelastico nel pannello determina buona parte del comportamento dinamico del pannello sandwich. In questa fase verrà fornita una spiegazione esaustiva sul comportamento costitutivo dei materiali viscoelastici e si osserveranno e commenteranno i risultati ottenuti dalla sperimentazione.

Nel terzo capitolo si procederà alla definizione di un modello numerico agli elementi finiti (F.E.M. - Finite Element Method), che riproduca con sufficiente accuratezza il comportamento dinamico della piastra. Si definirà anche in questo caso procedura che permetta di definire le principali caratteristiche del modello in termini di tipo di elementi da utilizzare, dimensione e metodi di risoluzione.

Da un successivo confronto, in termini di parametri modali e risposte in frequenza, dei risultati estratti dal modello numerico e quelli ottenuti nella fase sperimentale, si andranno a definire tutte le possibili criticità presenti nella definizione del modello illustrando dove è più opportuno intervenire per rendere il più possibile fedele alla realtà il modello numerico realizzato.

Le problematiche più evidenti nella definizione di un modello numerico che sia coerente con i risultati sperimentali hanno interessato sia la definizione dell'incollaggio tra pelli ed anima del pannello, sia la definizione numerica del materiale viscoelastico utilizzato per realizzare il cuore del pannello.

Capitolo 1

Analisi modale sperimentale

Nel lavoro svolto in questa tesi si vuole caratterizzare il comportamento dinamico di un pannello sandwich ed identificare un modello numerico che sia in grado di riprodurre con sufficiente accuratezza la dinamica del pannello. La caratterizzazione avverrà attraverso l'individuazione dei parametri modali della struttura ed il successivo confronto tra i parametri identificati sperimentalmente e quelli ottenuti tramite simulazione numerica.

Gli obiettivi principali ricercati in questo lavoro riguardano l'individuazione dei parametri modali di un pannello con struttura sandwich e l'elaborazione di un modello numerico che sia in grado di riprodurre con sufficiente accuratezza il comportamento dinamico del pannello stesso. Il confronto tra i parametri identificati sperimentalmente e quelli ottenuti tramite simulazione numerica permetterà di definire la coerenza del modello alla realtà fisica.

Il pannello presenta una struttura di tipo sandwich molto utilizzata in aeronautica fin dai primi decenni del '900. Gli utilizzi principali in aeronautica riguardano i rivestimenti interni, realizzazione superfici di controllo, freni aerodinamici, pale rotore, rivestimenti per gondole motore e molti altri ancora. I vantaggi principali legati all'adozione di questo tipo di materiali, riguardano innanzitutto la possibilità di realizzare strutture leggere e resistenti. Inoltre se ne apprezzano le caratteristiche di isolamento acustico, che permettono di limitare l'inquinamento acustico generato dall'aeromobile. L'identificazione e la modellazione delle caratteristiche acustiche di una struttura passa anche attraverso la sua caratterizzazione dinamica.

Per ottenere una caratterizzazione dinamica completa del pannello è possibile effettuare l'identificazione dei suoi parametri modali. L'approccio modale è molto utilizzato nella descrizione del comportamento dinamico delle strutture. Mediante questo approccio la dinamica di una generica struttu-

ra può essere rappresentata attraverso un sistema di equazioni differenziali ordinarie come indicato nel seguito (vedi [16]):

$$[diag\ M] \cdot \ddot{\underline{q}} + [R] \cdot \dot{\underline{q}} + [diag\ K] \cdot \underline{q} = 0^1 \quad (1.1)$$

dove:

- \underline{q} rappresenta il vettore delle coordinate principali indipendenti, mentre $\dot{\underline{q}}$ e $\ddot{\underline{q}}$ rappresentano rispettivamente la derivata prima e seconda nel tempo del vettore stesso.
- $[diag\ M]$ rappresenta la matrice, diagonale delle masse modali.
- $[R]$ rappresenta la matrice degli smorzamenti modali. La matrice è diagonale solo nel caso in cui lo smorzamento possa essere considerato come combinazione lineare della matrice di massa e di rigidezza. In questo caso si parla di smorzamento strutturale.
- $[diag\ K]$ rappresenta la matrice, diagonale delle rigidezze modali.

Nel caso in cui $R = [diagR]$ il sistema è composto da n equazioni disaccoppiate tra loro con n numero di coordinate indipendenti utilizzate. Da un punto di vista fisico questo si traduce nella possibilità di considerare la risposta di un sistema ad n gradi di libertà come somma delle risposte di n sistemi ad un grado di libertà (g.d.l.) di coordinata libera q_i .

L'equazione di moto per il singolo g.d.l. diviene:

$$m_i \ddot{q}_i + r_i \dot{q}_i + k_i q_i = 0 \quad (1.2)$$

da cui ipotizzando una soluzione del tipo $q_i(t) = Q_i \cdot e^{\lambda_i t}$ e risolvendo l'equazione caratteristica del secondo ordine come indicato in [16] è possibile trovare:

$$\lambda_i = -h_i \cdot \omega_{0_i} \pm i\omega_{0_i} \sqrt{1 - h_i^2} \quad (1.3)$$

con:

- $h_i = \frac{r_i}{2m_i\omega_{0_i}}$ rapporto di smorzamento critico della coordinata modale i -esima
- $\omega_{0_i} = \sqrt{\frac{k_i}{m_i}}$ frequenza propria della coordinata modale i -esima

¹Caso non forzato

Quindi determinati i parametri che compaiono nell'equazione 1.3 è possibile ricostruire il suo comportamento dinamico. Infatti attraverso i parametri identificati, è possibile ricostruire la FRF di una struttura tra un generico punto i di forzamento ed un punto j tramite l'equazione:

$$\alpha_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_{i,r}\phi_{j,r}}{(\omega_{0,r}^2 - \omega^2) + i2h_r\omega_{0,r}\omega} \quad (1.4)$$

dove $\phi_{i,r}$ rappresentano il valore della deformata modale in quel punto per il modo r -esimo. La descrizione completa della dinamica di una struttura continua, come il pannello, prevederebbe in realtà l'utilizzo di un numero infinito di g.d.l. come mostrato sempre in [16]. L'impossibilità nell'utilizzo di un numero infinito di coordinate principali per il sistema 1.1, porta ad una descrizione approssimata del comportamento dinamico del pannello con un grado di approssimazione dipendente dalla dimensione del vettore g .

Al fine di determinare i parametri modali di una struttura è necessario effettuare una campagna di analisi modale sperimentale, che consta di un forzamento della struttura, misura della risposta e successiva elaborazione dei dati rilevati.

La struttura a sandwich del pannello, formata da due pelli di materiale nobile ed un cuore in materiale viscoelastico a bassa densità, dona al pannello ottime caratteristiche in termini di rapporto resistenza-peso, particolarmente apprezzate in ambito aeronautico, meccanico e navale.

Inoltre considerate le particolari destinazioni d'uso individuabili per questo tipo di pannelli, già elencate all'inizio di questo capitolo, in genere le dimensioni caratteristiche risultano piuttosto contenute e non superano mai il metro di lunghezza caratteristica.

Le dimensioni ridotte del pannello determinano una serie di problematiche operative nelle fasi di identificazione legate sia alle difficoltà nel definire delle condizioni di vincolo univoche da utilizzare nella fase sperimentale sia all'effetto di carico introdotto dagli strumenti di misura e di forzamento.

Nel seguito si analizzerà appunto quali sono gli effetti dinamici dovuti alle differenti condizioni di vincolo sulla struttura.

1.1 Condizioni di vincolo da utilizzare per le prove sperimentali

Su una struttura le condizioni di vincolo influenzano considerevolmente il suo comportamento dinamico. Ai fini dell'identificazione modale sperimentale l'ideale sarebbe riuscire a riprodurre le condizioni di vincolo utilizzate sulla



Figura 1.1: Esempio di pannello installato su un'aeromobile

struttura in ambito applicativo, in modo da caratterizzare il comportamento della struttura nelle sue reali condizioni operative.

In ambito aeronautico in genere per congiungere più lamiera o per collegare le stesse ad elementi della struttura portante, come centine o correnti, si è soliti utilizzare file di rivetti o ribattini, in genere equispaziati tra loro in base a calcoli che riguardano la resistenza della lamiera e della chiodatura (Figura 1.1).

La condizione di vincolo realizzata tramite rivettatura può essere riprodotta in laboratorio ai fini dell'identificazione tramite il dispositivo rappresentato in Figura 1.2, dotato barre filettate che, andando a premere il pannello perpendicolarmente al piano, permettono di simulare la pressione di appoggio e quindi il vincolo, realizzato dai rivetti. In questo modo al variare della coppia di serraggio applicata attraverso la rotazione della barra filettata è possibile variare la pressione esercitata dalla barra sul pannello. Tramite questo dispositivo è possibile verificare quantitativamente in che modo viene modificato il comportamento dinamico del pannello al variare della pressione d'appoggio, valutando la **funzione di risposta in frequenza** (FRF) co-locata.

L'identificazione della FRF co-locata per una struttura può essere effettuata forzando la struttura e registrando la risposta della struttura nel punto di forzamento. L'elaborazione successiva dei dati registrati permet-

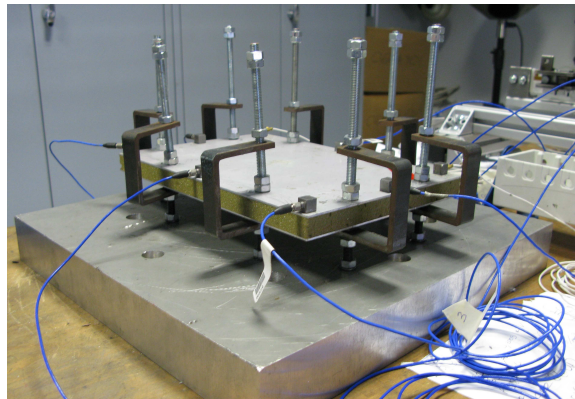


Figura 1.2: Dispositivo di prova vincolo piastra

te di individuare la FRF del sistema, ossia la risposta del sistema ad un impulso ideale.

Prima di definire le FRF del sistema è importante stabilire il range di frequenze all'interno del quale si desidera conoscere la risposta dinamica del pannello. Il range deve essere valutato considerando la destinazione d'uso del pannello. Come già riportato in precedenza, il pannello viene utilizzato in ambito aeronautico come copertura, ad esempio per gondole motore, dove se ne apprezzano le caratteristiche di leggerezza, resistenza ed isolamento acustico. In questo senso è noto che il campo di frequenze di oscillazione delle onde sonore udite dall'uomo si estende dai 20 Hz fino ai 20 kHz. Nella realtà il campo di frequenze considerato in norme e classificazioni al fine di valutare l'attenuazione del suono da parte di pannelli o strutture è solitamente ridotto tra i 100 ed i 4000 Hz circa. Ad esempio nella **Sound Transmission Class (STC)** una norma definita dall'ASME al fine di valutare le capacità di attenuazione del suono da parte di una struttura, come range di riferimento viene preso un campo di frequenze esteso tra i 125 Hz ed i 4000 Hz. In questo range infatti l'orecchio umano risulta più sensibile ai suoni ed è quindi proprio in questa zona che è più utile intervenire al fine di migliorare le caratteristiche di isolamento acustico.

In genere comunque l'analisi viene condotta anche per frequenze inferiori ai 125 Hz indicati, in quanto molti suoni comuni come il rumore di alcune componenti meccaniche in movimento o ad esempio il rumore dell'aria condizionata, trasmettono vibrazioni ad una frequenza inferiore al limite considerato dalla norma. Per questo si decide di considerare la risposta a partire dai 20 Hz di frequenza.

Definito il range di frequenze sul quale effettuare l'analisi è necessario stabilire come forzare la struttura in modo da fornire sufficiente energia al

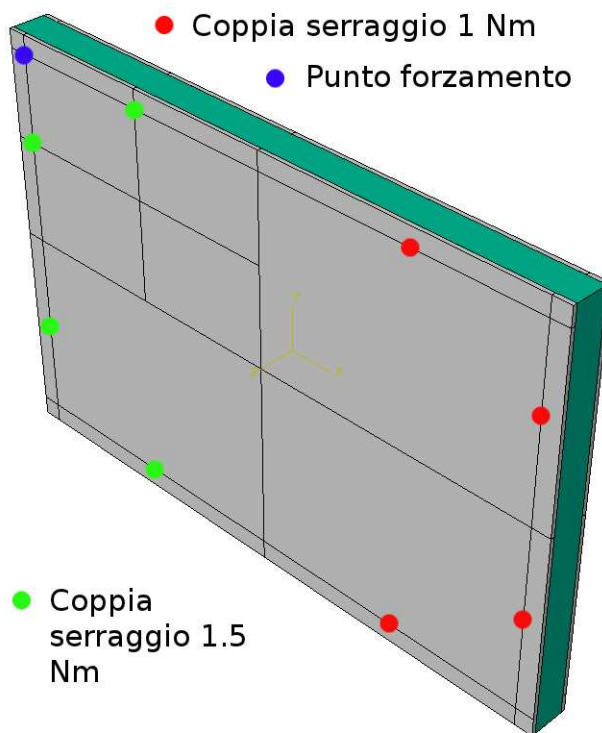


Figura 1.3: Coppie di serraggio configurazione 3

sistema. Da prove sperimentali si determina che, mediante l'utilizzo di un martello PCB Piezoelectric 086C03, la risposta rilevata dagli accelerometri su tutto il range di frequenze di interesse è effettivamente correlata all'ingresso fornito e quindi i dati ottenuti ed elaborati sono rappresentativi del comportamento dinamico del pannello vincolato.

Si analizzano quattro condizioni differenti di vincolo, elencate nel seguito, che si contraddistinguono per un diverso valore della coppia di serraggio della barra e quindi un diverso valore della pressione di appoggio esercitata sul pannello:

- Configurazione 1: coppia di serraggio applicata di 1 Nm
- Configurazione 2: coppia di serraggio applicata di 1.5 Nm
- Configurazione 3: coppia di serraggio applicata pari ad 1.5 Nm nella metà di piastra sulla quale ho il forzamento e 1 Nm sulla metà opposta (vedi Figura 1.3)
- Configurazione 4: coppie di serraggio scelte casualmente in un range di valori compreso tra 1 Nm e 1.5 Nm.

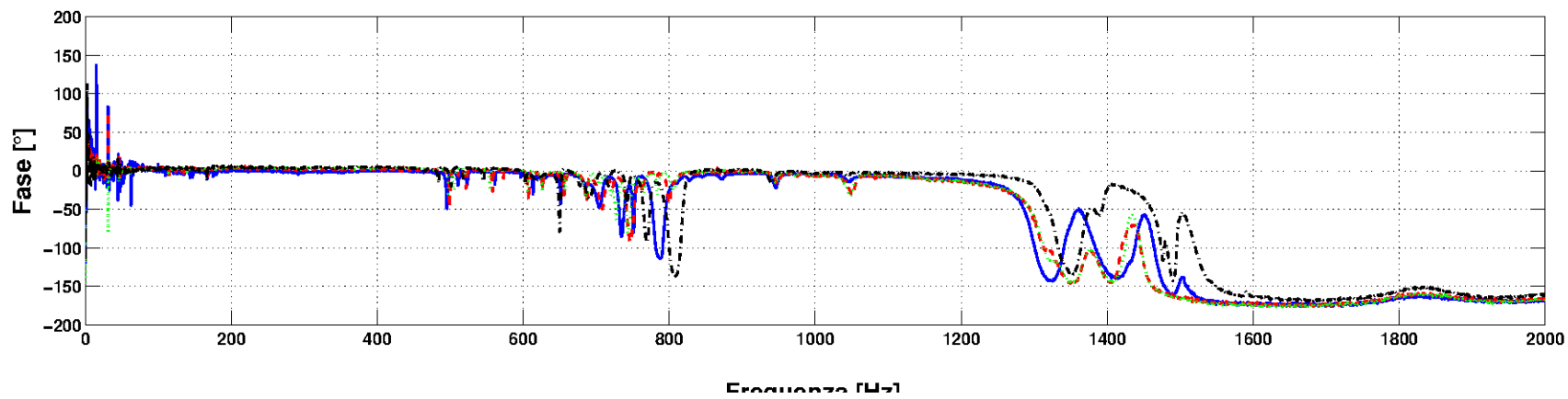
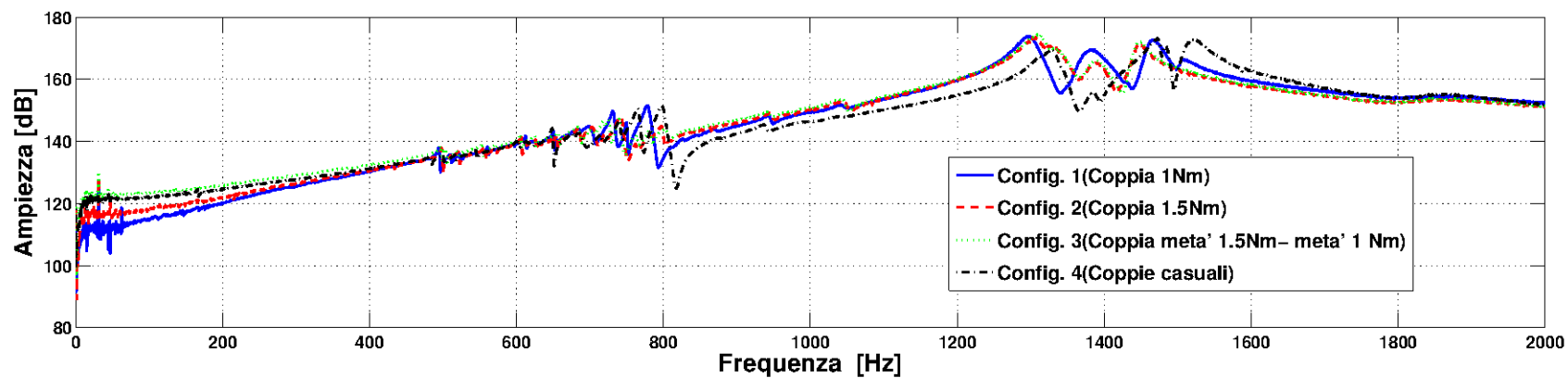


Figura 1.4: Confronto delle FRF per differenti coppie di serraggio

Analizzando le FRF co-locate ottenute (Figura 1.4) si nota come il comportamento dinamico della piastra sia fortemente dipendente dalla pressione di appoggio. Nonostante questo risulta praticamente impossibile determinare in che modo la struttura modifica il suo comportamento al variare della coppia di serraggio applicata. Infatti da Figura 1.4 si nota solamente che un aumento della coppia di serraggio, e quindi della pressione di appoggio dei rivetti, porta ad un irrigidimento generale della struttura, come ci si aspetta dalla teoria. É comunque evidentemente impossibile identificare una relazione quantitativa tra la coppia di serraggio applicata e l'irrigidimento risultante della struttura. Gli effetti legati al serraggio della piastra sono comunque da considerarsi prevalentemente locali. Come si nota da un confronto tra la FRF identificata con la configurazione di serraggio 2 e la configurazione di serraggio 3 infatti, le variazioni da un punto di vista del comportamento dinamico sono minime e difficilmente apprezzabili. Notare che la differenza per le due configurazioni di serraggio sta nella coppia applicata sulla metà opposta del pannello rispetto a quella forzata. Il confronto tra le FRF permette allora di affermare che gli effetti sono per l'appunto prevalentemente locali e si esauriscono ad una certa distanza dal vincolo.

Appurato che non è possibile determinare come varia il comportamento della piastra al variare della pressione di appoggio dei rivetti, è chiaro che questo parametro deve essere determinato in maniera univoca per poter riprodurre le reali condizioni di vincolo del pannello e quindi il suo comportamento dinamico in condizioni operative. Differenze legate al tipo di rivetti utilizzato o anche solo alle modalità di installazione non consentono però di definire una pressione di appoggio che sia rappresentativa di tutti i casi reali. É importante sottolineare inoltre che le possibili variazioni della coppia di serraggio applicata, dovute alla sola incertezza di misura, possono provocare differenze sul comportamento dinamico della piastra. Se ad esempio si considera di vincolare la piastra con un determinato valore di coppia misurata è possibile che, a causa dell'incertezza di misura, il valore di coppia che effettivamente agisce sulla piastra sia maggiore o minore di qualche punto percentuale. Quindi diviene impossibile addirittura riuscire a vincolare la piastra con un valore noto di coppia. Nel modello numerico invece, il valore della pressione di appoggio può essere conosciuto in maniera deterministica ed in base a questo è possibile osservare le variazioni del comportamento al variare del vincolo.

Gli effetti del serraggio però come sottolineato in precedenza sono apprezzabili solo localmente e non a grande distanza dal vincolo. Nonostante questo l'identificazione di una regione del pannello non influenzata dagli effetti dei vincoli è resa impossibile dalle limitate dimensioni del pannello

stesso. Gli effetti locali del serraggio sono quindi in grado di determinare variazioni sul comportamento dell'intero pannello soprattutto a cause delle sue dimensioni limitate, che come è già stato chiarito sono una diretta conseguenza del particolare ambito applicativo delineato per il pannello. Nel caso si considerino invece dimensioni maggiori del pannello analizzato, è possibile riuscire ad individuare un'area in cui non siano presenti gli effetti del vincolo. Nè è un esempio il lavoro svolto in [17], nel quale viene effettuata una caratterizzazione di pannelli sandwich con dimensioni molto maggiori rispetto a quelle considerate in questo lavoro, vincolando il pannello lungo i lati.

Si preferisce dunque procedere caratterizzando il comportamento dinamico ed i parametri modali della sola piastra senza nessuna influenza legata ai vincoli, in una condizione di struttura libera. Questa condizione può essere facilmente realizzata appendendo ad esempio il pannello tramite funi ad un portale. A partire dai parametri individuati in questa condizione si realizzerà un modello numerico che approssimi bene il comportamento del pannello. Ottenuto un modello affidabile si potrà riprodurre il comportamento dinamico del pannello in un qualsiasi ambito applicativo simulando numericamente i vincoli. Le difficoltà nell'identificare l'esatta pressione di appoggio esercitata dai rivetti utilizzati, porterà a considerare dei valori medi plausibili nella simulazione del vincolo.

Affinché una campagna di analisi modale sperimentale, consenta di ottenere dei risultati significativi ai fini di caratterizzazione dinamica della struttura, è necessario individuare la corretta mesh di misura ed il tipo di strumenti da utilizzare. Nella sezione successiva si mostrano le scelte e le motivazioni effettuate nel caso in esame.

1.2 Mesh e strumenti di misura da utilizzare per le prove sperimentali

Per poter analizzare completamente il comportamento dinamico di una struttura è necessario individuare:

- Le frequenze proprie del sistema
- Gli smorzamenti associati
- Le deformate modali

L'identificazione di frequenze proprie e smorzamenti del sistema idealmente non dipende dal punto di misura della risposta del sistema; l'unico

limite effettivo nella scelta del punto di misura è legato alla presenza o meno di un *nodo* in quel punto per uno o più modi di vibrare. Si parla di nodi quando la deformata, associata al modo di vibrare, presenta in quei punti uno spostamento nullo o difficilmente apprezzabile dagli strumenti di misura. Misurando la risposta nei nodi diventa molto difficile, se non impossibile, ricavare i parametri modali della struttura.

Per ricavare le deformate modali della struttura è invece necessario utilizzare un numero sufficiente di punti di misura e scegliere la corretta posizione degli stessi. Una scelta errata del numero di punti o della loro posizione sulla struttura analizzata può portare a fenomeni di *aliasing spaziale*, i quali non consentono di distinguere correttamente i diversi modi di vibrare. Per evitare questi fenomeni è necessario osservare la correlazione tra i modi di vibrare valutati nei punti di misura desiderati, utilizzando l'indice *AutoMAC* (Model assurance criterium (MAC)) presentato in [18]. Per poter valutare l'AutoMAC è necessario riferirsi ad un modello numerico abbastanza accurato da riprodurre correttamente le deformate modali della struttura.

Si ricorda che il pannello è costituito da due pelli esterne incollate ad un materiale viscoelastico che compone il cuore del pannello. Lo strato di collante, come vedremo meglio nelle sezioni successive, può essere modellato vincolando numericamente le pelli al cuore del pannello. Il cuore del pannello è composto da un materiale Airex C70.75, una schiuma polimerica. Questo materiale dovrebbe essere modellato come un materiale viscoelastico. Nonostante questo si ricorda che in assenza di pesanti non linearità nel legame costitutivo dei materiali coinvolti, affinché un modello numerico riproduca fedelmente le deformate modali di una struttura, è sufficiente definire correttamente la geometria e le condizioni di vincolo. Il comportamento costitutivo dell'Airex non presenta marcate non linearità e per questo non riveste grande importanza nella definizione delle deformate modali numeriche. Per il momento allora, il materiale può essere modellato come un materiale elastico lineare. Uno studio successivo delle caratteristiche dei materiali viscoelastici e delle loro possibilità di modellazione verrà trattato nel Capitolo 2. I materiali in questa fase preliminare di studio della mesh di misura verranno modellati numericamente seguendo le caratteristiche indicate nel seguito:

- Alluminio (pelli)

Modulo elastico $E = 70000$ MPa

Densità $\rho = 2700 \frac{Kg}{m^3}$

coefficiente di Poisson $\nu = 0.35$

- Airex C70.75 (cuore)

Modulo elastico $E = 66 \text{ MPa}$

Densità $\rho = 80 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$

coefficiente di Poisson $\nu = 0.15$

Le caratteristiche meccaniche indicate per l'alluminio si riferiscono ai valori tipici indicati in letteratura. Per quanto riguarda le caratteristiche meccaniche dell'Airex, queste sono invece ricavate a partire dai dati forniti nei datasheet dal produttore.

Il modello viene discretizzato tramite elementi 3D continuum nella zona del cuore centrale ed elementi shell continuum nelle zone occupate dalle peli in alluminio, con elementi di dimensione $5 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ sul piano medio del pannello. Generato il modello numerico tramite il software commerciale di simulazione FEM ABAQUS 6.11 PR3 si procede all'estrazione delle deformate modali per i primi dieci modi di vibrare. Le motivazioni che hanno spinto alla scelta del software commerciale ABAQUS, del tipo e della dimensione degli elementi verranno illustrate nel Capitolo 3.

La scelta di utilizzare le deformate modali solo fino al decimo modo viene effettuata sulla base di alcune considerazioni preliminari sul comportamento dinamico della struttura reale. Queste valutazioni devono essere effettuate a partire da prove sperimentali sul pannello in una condizione di struttura libera. Metodi di forzamento e strumenti di misura non variano comunque dalla precedente analisi preliminare effettuata sul pannello vincolato (vedi 1.1). È importante sottolineare che la FRF ottenuta dall'analisi sperimentale in questa sede verrà utilizzata per semplice valutazione preliminare e non verrà utilizzata per una completa caratterizzazione del pannello. È necessario comunque verificare che la funzione di coerenza nel range di frequenze considerato presenti dai valori abbastanza elevati da poter considerare la risposta correlata all'ingresso fornito. Come punto di forzamento si è scelto uno degli angoli esterni del pannello, infatti come evidenziato dalle deformate modali rappresentate in Figura 1.5 in questo punto il valore dello spostamento è maggiore che in qualsiasi altro punto della struttura per molti modi di vibrare. Analizzando la FRF co-localata del pannello (Figura 1.6), è evidente che oltre i 1500 Hz i modi presentano uno smorzamento molto elevato tale da rendere difficoltosa addirittura la distinzione dei modi di vibrare e poco sensata l'identificazione dei parametri modali. In questa fase la risposta del pannello è comandata prevalentemente dai meccanismi di deformazione che avvengono all'interno del cuore viscoelastico, come evidenziato in [5]. Inoltre in questa fase le capacità di attenuazione delle onde sonore

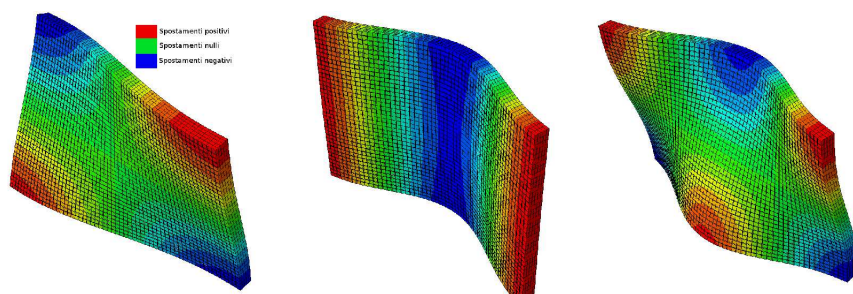


Figura 1.5: Primi tre modi di vibrare per il pannello

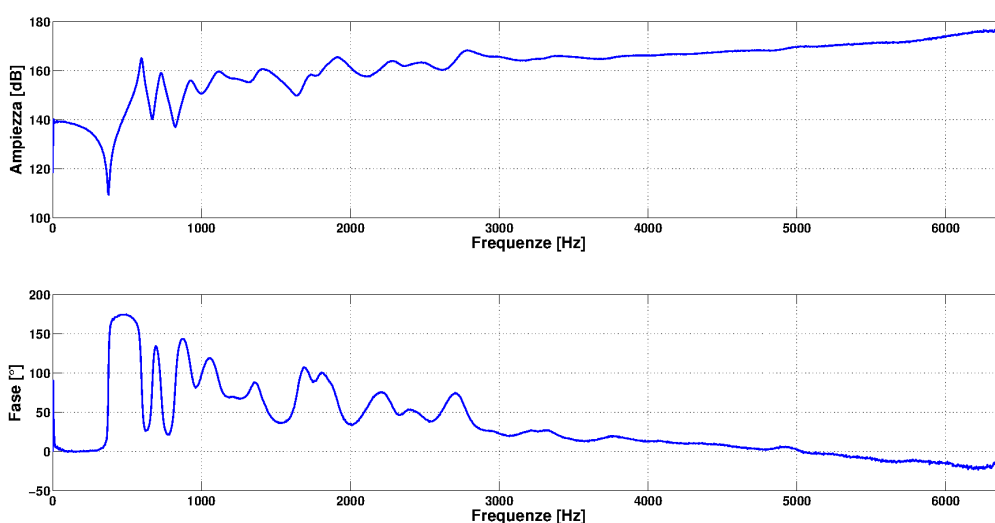


Figura 1.6: FRF co-locata del pannello sandwich

da parte del pannello sono abbastanza elevate e tali da rendere poco vantaggioso un ulteriore studio sul comportamento vibratorio per quel range di frequenze. Quindi l'individuazione delle caratteristiche modali del pannello può essere circoscritta al solo range di frequenze 20 Hz - 1500 Hz e non più 20 Hz-4000 Hz indicato in precedenza.

La valutazione dell'indice AutoMAC verrà effettuata allora sui soli primi 10 modi di vibrare del modello numerico, in quanto il valore della frequenza per il decimo modo del modello numerico, supera il limite superiore di 1500 Hz del range di interesse (vedi Tabella 1.1). Per individuare la mesh migliore in grado di riprodurre correttamente l'andamento delle deformate modali del pannello, vengono proposte tre mesh differenti:

- La prima prevede l'installazione di 4 accelerometri lungo il bordo del pannello Figura 1.7

Modo	Frequenze numeriche [Hz]
1	565
2	648
3	912
4	1045
5	1116
6	1197
7	1266
8	1416
9	1534
10	1689

Tabella 1.1: Frequenze proprie del modello numerico preliminare

- La seconda considera il pannello strumentato con 9 accelerometri Figura 1.9
- La terza prevede 17 accelerometri posti lungo i bordi del pannello Figura 1.11

Risolvendo il problema agli autovettori per il modello numerico è possibile determinare il valore delle deformate modali nei punti indicati dalla mesh di misura proposta. Ottenuti i modi di vibrare numerici nei punti desiderati è possibile ottenere la matrice degli indici AutoMAC attraverso la formula:

$$AutoMAC(i, j) = \frac{|\{\phi_{A_i}\}^T \{\phi_{A_j}\}|}{(\{\phi_{A_i}\}^T \{\phi_{A_i}\}) \cdot (\{\phi_{A_j}\}^T \{\phi_{A_j}\})} \quad (1.5)$$

Dove con A_i si intende l' i -esimo modo di vibrare del modello numerico e analogamente con A_j il j -esimo. Si ottiene così una matrice $n \times n$ in cui il valore dell'indice $AutoMAC(i, j)$ indica il grado di correlazione esistente tra l'autovettore A_i e A_j .

Oltre a valutare la matrice dell'AutoMAC è bene anche considerare l'effetto di carico causato dagli strumenti di misura sul pannello studiato nella scelta della mesh migliore. L'installazione ad esempio di accelerometri sulla piastra, necessari a misurare la sua risposta dinamica, porta ad un aumento della massa accompagnato da modifiche sostanziali nel comportamento dinamico del pannello. Per valutare questo effetto verrà preso in considerazione l'effetto sulle frequenze proprie del modello numerico del pannello, in termini di diminuzione percentuale media rispetto alla condizione di pannello non strumentato. Per valutare l'effetto simuleremo la presenza di accelerometri

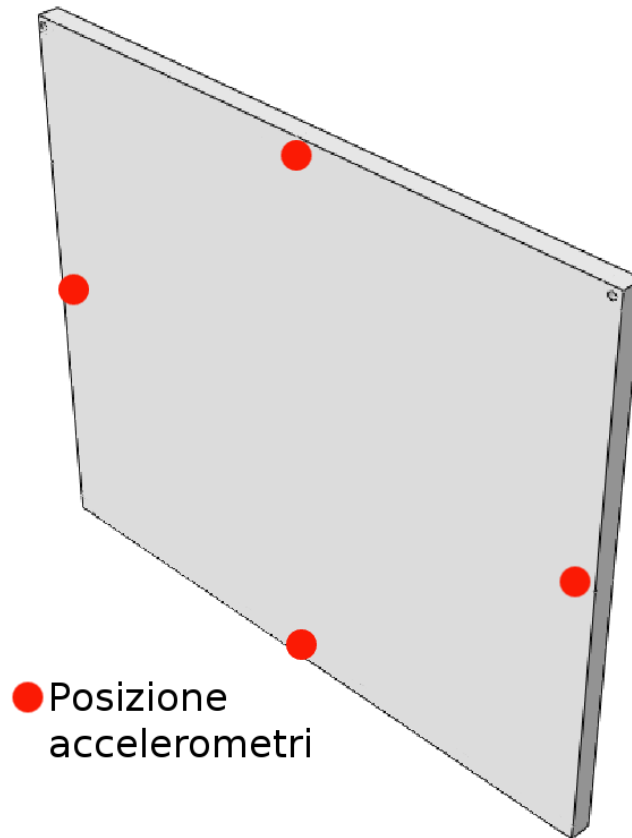


Figura 1.7: Punti di misura sulla piastra (configurazione 1)

PCB 333B30, che, come sottolineato nel seguito presentano caratteristiche compatibili con le misure da effettuare ed una massa di soli 4g. Si osservi innanzitutto i risultati ottenuti per la prima mesh di misura proposta. Si riporta la matrice trovata per l'AutoMAC in Figura 1.8; com'è possibile notare, in questa configurazione la correlazione risulta molto elevata per modi contigui tra loro. L'effetto di carico legato alla presenza presenza degli accelerometri è molto contenuto e provoca una diminuzione delle frequenze proprie inferiore all'1%. Una configurazione di questo tipo non può essere comunque utilizzata in quanto non permette una distinzione netta dei modi analizzati.

Si decide allora di individuare una nuova mesh di misura costituita da 9 punti di misura collocati sul piano della piastra come indicato in Figura 1.9. Anche per questa nuova configurazione si determina la matrice autoMAC

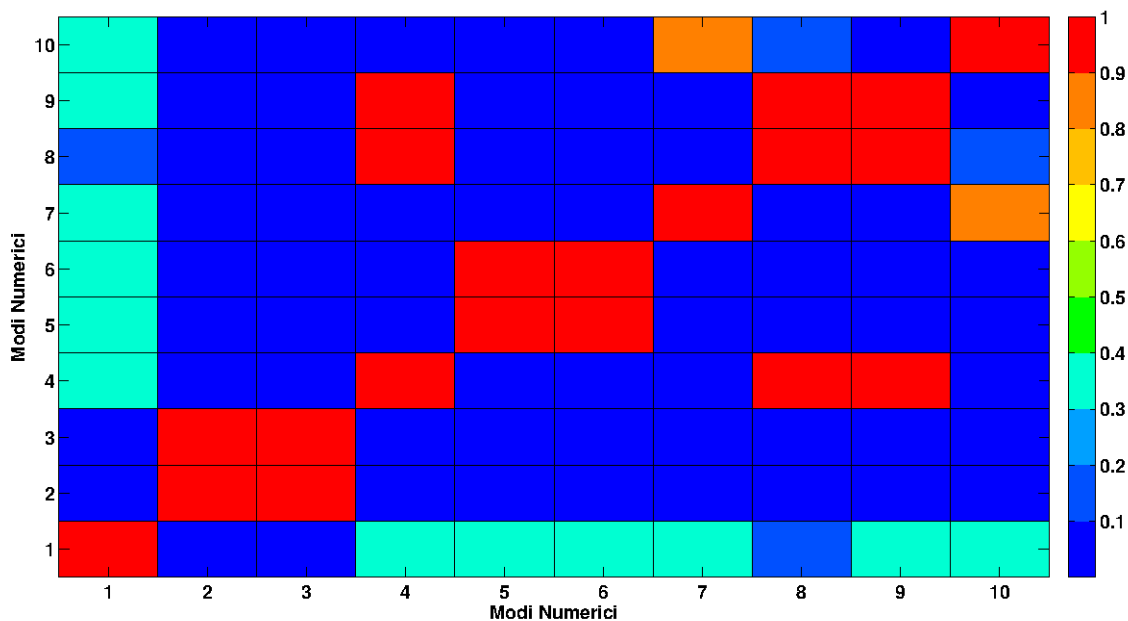


Figura 1.8: Automac relativo alla configurazione 1 degli accelerometri

(Figura 1.10), in cui si notano valori di correlazione molto bassi per la maggior parte dei valori extra-diagonali della matrice. La correlazione rimane ancora abbastanza elevata per i modi 8 e 10, anche se il rischio di confondere i due modi di vibrare viene scongiurato dalla differenza in termini di frequenze proprie legate ai due modi di vibrare (Tabella 1.1). L'effetto di carico legato alla presenza degli accelerometri in questo caso è notevolmente più alto e provoca una variazione percentuale media delle frequenze proprie nell'ordine del 3-4%. Una variazione di questo tipo è ritenuta ancora accettabile a patto di considerare anche nel successivo modello numerico elaborato la presenza degli accelerometri.

Infine viene proposta ed analizzata un'ultima configurazione per la quale il numero di punti di misura sale da 9 a 17, come indicato in Figura 1.11. Attraverso un'ulteriore simulazione numerica è possibile ottenere il valore delle deformate modali nei punti di misura proposti e calcolare l'autoMAC come nel caso delle precedenti configurazioni. Come si nota in Figura 1.12 la situazione migliora notevolmente consentendo una piena distinzione tra i modi di vibrare. Al fianco dei notevoli vantaggi ottenuti dall'adozione di questo tipo di mesh, si presentano anche una serie di difficoltà applicative quali l'aumento del numero canali da acquisire, nonché un aumento di massa legato alla presenza in quei punti degli strumenti di misura vincolati alla

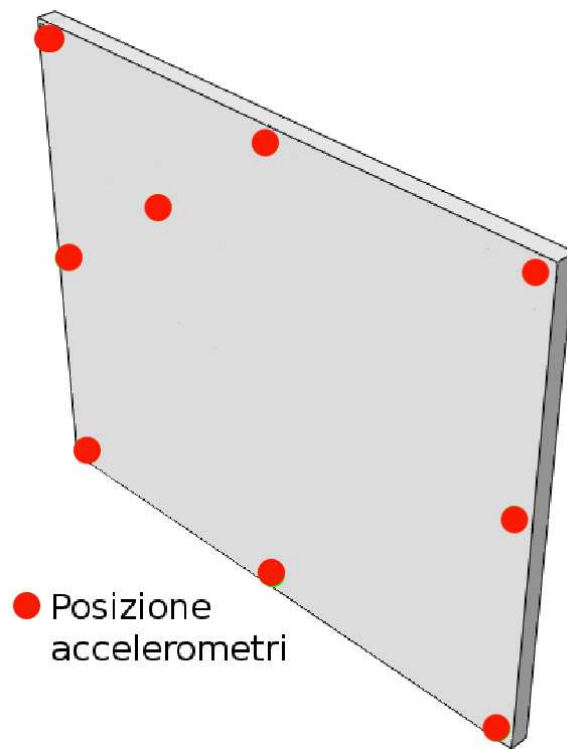


Figura 1.9: Punti di misura sulla piastra (configurazione 2)

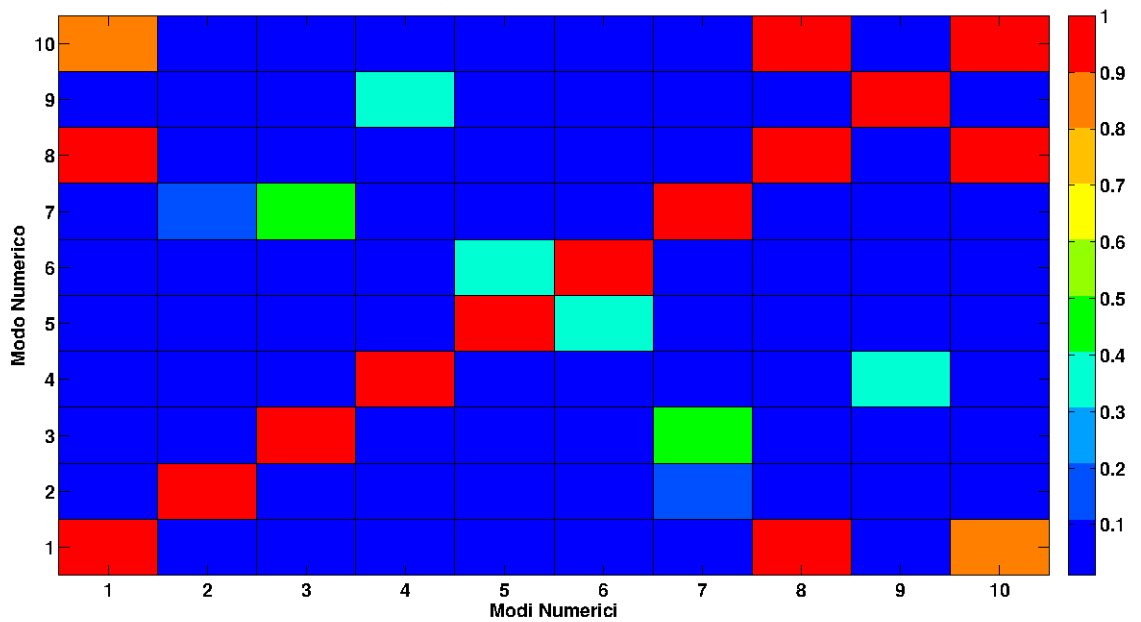


Figura 1.10: Automac relativo alla configurazione 2 degli accelerometri

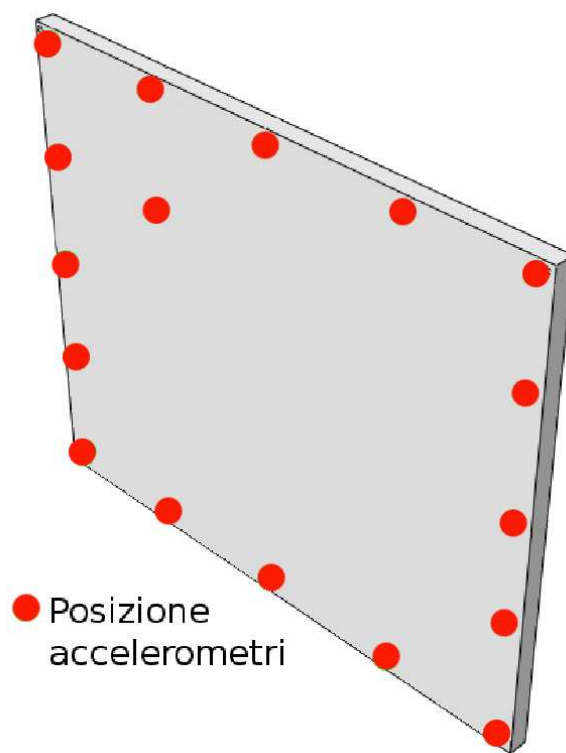


Figura 1.11: Punti di misura sulla piastra (configurazione 3)

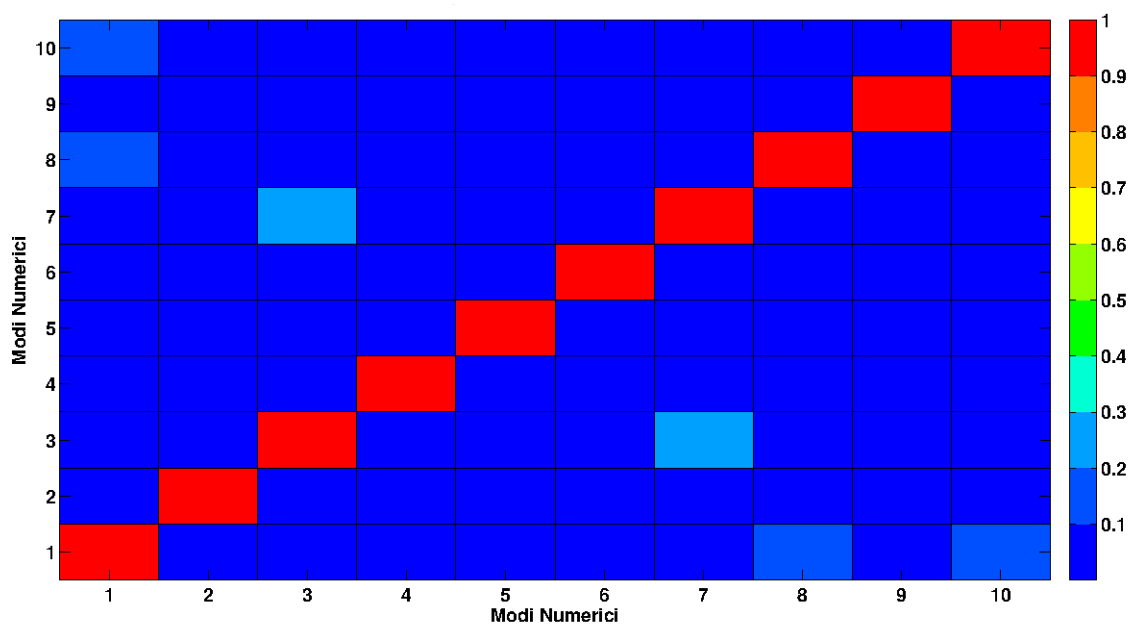


Figura 1.12: Automac relativo alla configurazione 3 degli accelerometri

struttura. L'aumento di massa causa un effetto di carico per cui la presenza stessa dello strumento porta ad una variazione delle frequenze proprie nell'ordine dell'8% circa, che non può di certo essere trascurato. Una valutazione tra pregi e difetti delle singole mesh di misura considerate porta a preferire la seconda configurazione proposta, vista la sua relativa semplicità ed il suo effetto di carico contenuto. Si decide allora di utilizzare la mesh di misura caratterizzata da 9 punti di misura, prestando attenzione a non confondere tra loro i modi che presentano pesanti affinità(8 e 10).

Per quanto riguarda gli strumenti di misura utilizzati questi devono possedere:

- Una banda passante adeguata e tale da poter registrare la risposta del sistema in tutto il range di frequenze di nostro interesse.
- Un effetto di carico limitato e quindi una massa contenuta.
- Sensibilità compatibile ai livelli di spostamento velocità e accelerazione da misurare.

Date le caratteristiche elencate la misura può essere effettuata:

- Tramite un vibrometro laser il quale presenta un effetto di carico nullo sulla struttura. Nel caso specifico si sceglie un vibrometro laser OME-

TRON 8329 caratterizzato da una banda passante che va dagli 0.1 Hz fino ai 25 kHz ed una sensibilità di $10 \frac{mV}{mms^{-1}}$. Nonostante le caratteristiche ottimali per il tipo di misura da effettuare, la disponibilità di un solo strumento non permette la misura contemporanea sin tutti i punti individuati dalla meh.

- Tramite gli accelerometri PCB 333B30 caratterizzati da una massa piuttosto bassa (4 g), una banda passante che va dagli 0.5 Hz fino ai 3 kHz ed una sensibilità pari a $10 \frac{mV}{\frac{m}{s^2}}$. Questo tipo di strumenti inducono sulla struttura un effetto di carico limitato come già sottolineato in precedenza.

Per l'acquisizione dei segnali si utilizzano i moduli 9233 e 9234 della *National Instrument*, con risoluzione a 24 bit e frequenza di campionamento massima di 50 kHz. Come già sottolineato nel caso in esame il range di frequenze d'interesse va dagli 0 Hz ai 4 kHz circa. Utilizzando una frequenza di campionamento di $f_c = 12000$ Hz circa e considerando la presenza del filtro anti-aliasing che pone a zero l'energia a frequenze superiori a $f_c/2$, è possibile acquisire correttamente il segnale evitando problemi di *aliasing*.

Le considerazioni illustrate nelle ultime due sezioni rappresentano una base al servizio della fase sperimentale che verrà illustrata nella sezione successiva

1.3 Prime prove sperimentali effettuate

Al fine di identificare i principali parametri modali della struttura e caratterizzarne il comportamento dinamico è necessario forzare la struttura, registrarne la risposta ed elaborare i dati con particolari algoritmi. La corretta scelta dei metodi di forzamento, degli strumenti di misura e degli algoritmi utilizzati rivestono un'importanza fondamentale nella definizione dei parametri modali.

Le motivazioni che hanno portato alla scelta di una particolare mesh di misura ed alla scelta degli strumenti di misura da utilizzare sono già state illustrate nella sezione precedente. Inoltre è stato mostrato come la condizione di struttura libera è l'unica che permette una descrizione univoca del comportamento dinamico del pannello.

Nelle sezioni precedenti (1.1 e 1.2) sono state già ricavate una serie di FRF per il pannello in diverse condizioni. Si ricorda che queste rimangono sempre delle valutazioni grossolane e preliminari. Basti pensare che nell'ef-

fettuare quel tipo di valutazioni non sono state dettate particolari indicazioni nè sul tipo di forzamento utilizzato nè sul materiale utilizzato per l'acquisizione dei segnali, nè sugli algoritmi utilizzati per estrarre la FRF dai segnali di risposta. Nel seguito ci si vuole focalizzare proprio su questi punti in modo da motivare ed illustrare le scelte effettuate al fine di individuare dei parametri modali che siano in tutto e per tutto caratteristici della struttura analizzata.

Si consideri innanzitutto il forzamento utilizzato. Per le valutazioni preliminari sulla FRF effettuate in precedenza è stato utilizzato un martello dinamometrico PCB 086C03. Nulla è stato detto sulle motivazioni che hanno portato a questa scelta accontentandosi di avere un'indicazione del tutto qualitativa del comportamento dinamico del pannello. In questa sede si vogliono determinare le tecniche di forzamento più adatte per lo studio del pannello, effettuando una serie di valutazioni e considerazioni che tengano presente anche la particolare natura del pannello studiato.

1.3.1 Tipologia di forzamento e strumentazione utilizzata

Oltre a mesh e strumenti di misura anche la definizione del tipo di forzamento da utilizzare riveste notevole importanza. Come già illustrato il pannello è composto da una struttura a sandwich, quindi composita, caratterizzata dalla presenza di un materiale elastico lineare, qual è l'alluminio di cui sono formate le pelli e di un materiale viscoelastico qual è la schiuma di polivinilcloruro che compone il cuore del pannello. Il comportamento non lineare del materiale viscoelastico suggerisce l'utilizzo di un forzamento che permetta un controllo, sia sulle ampiezze di forzamento che sulle frequenze. In precedenza è stato utilizzato un martello dinamometrico e questo non permette sicuramente un buon controllo sulle ampiezze di forzamento ed oltretutto la natura del forzamento porta a mediare le non-linearità presenti nella struttura. È per questo necessario ricercare un tipo di forzamento che eviti questo tipo di inconvenienti.

Attraverso un'eccitazione monoarmonica sinusoidale (Stepped-Sine Testing Figura 1.13) è possibile forzare la struttura controllando ampiezza e frequenza di forzamento. Eseguendo più prove a frequenze differenti appartenenti sempre al range di frequenze da studiare e distanziate di Δf (intervallo di frequenze) l'una dall'altra è possibile valutare la FRF del sistema per punti.

A fronte degli indubbi vantaggi offerti da questo tipo di forzamento e legati al controllo di frequenza ed ampiezza del segnale, la durata ed il numero di prove che è necessario effettuare al fine di valutare la FRF sull'intero

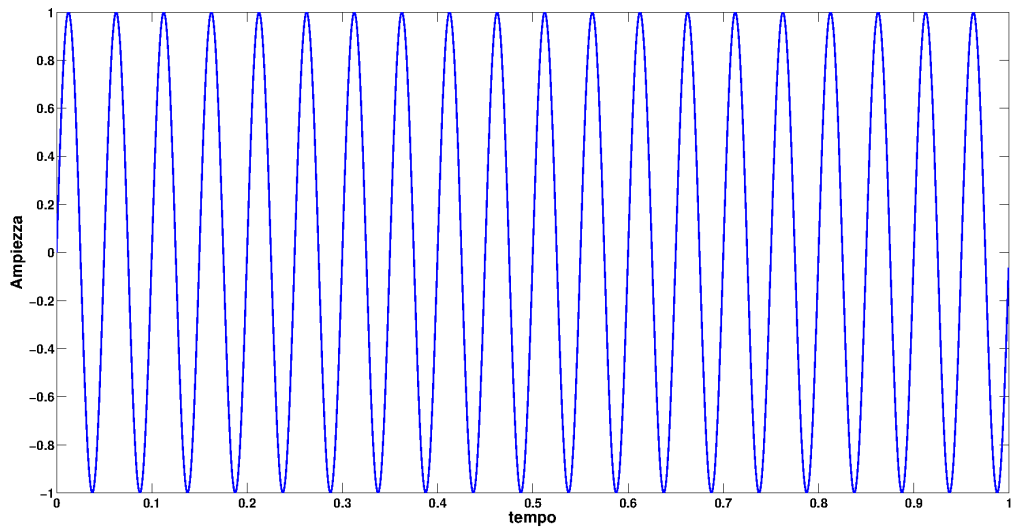


Figura 1.13: Esempio qualitativo di forzamento sinusoidale

campo di frequenze di interesse rappresenta una forte limitazione al suo utilizzo. Si consideri ad esempio il caso del pannello per il quale la FRF del sistema deve essere valutata su un range di frequenze che va da 20 Hz a 1500 Hz. Considerando un Δf di massimo 0.1 Hz nell'intorno delle risonanze, che permette di definire correttamente la forma dei picchi ed 1 Hz al di fuori dei picchi, vuol dire che il numero di prove da effettuare è circa 10000 per definire la FRF della struttura. La durata delle singole prove a frequenza fissata non può essere troppo bassa, in quanto è necessario valutare la risposta del sistema a regime e senza considerare la risposta legata al transitorio iniziale. Per queste ragioni la singola prova a frequenza ed ampiezza fissata deve durare almeno una trentina di secondi. Il numero delle prove e la durata della singola prova lasciano intendere quale può diventare il tempo necessario alla valutazione della FRF totale del sistema, senza considerare i tempi di setup e preparazione della singola prova a frequenza fissata o le eventuali necessità di ripetizione delle prove. Per questo è auspicabile l'utilizzo di un metodo di forzamento che mantenga i vantaggi legati al forzamento stepped-sine (controllo di frequenza ed ampiezza) ma permetta tempi di prova minori.

Queste richieste vengono in parte soddisfatte dall'utilizzo di un forzamento sweep-sine (Figura 1.14). In questo caso la frequenza varia senza soluzione di continuità durante la prova, generando così un forzamento a frequenza variabile. Al fine di non considerare gli effetti del transitorio di risposta dovuto alla variazione di frequenza, è necessario che il cambio avvenga in maniera sufficientemente lenta in modo da ottenere una risposta a

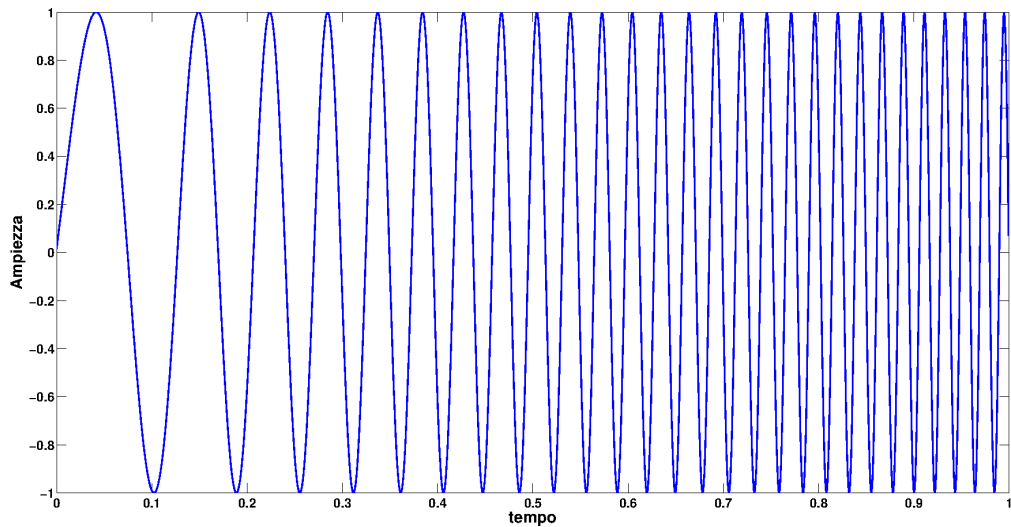


Figura 1.14: Esempio qualitativo di forzamento sweep-sine

regime del sistema. Per questo in fase operativa è necessario effettuare due prove separate, una eseguendo una scalata dal valore più basso del range di frequenze fino al valore più alto e l'altra percorrendo il range di frequenze in senso inverso. Se le FRF ottenute effettuando le due prove si discostano l'una dall'altra allora sarà necessario diminuire la velocità di variazione della frequenza. Il vantaggio principale di questo tipo di forzamento è che permette una sostanziale riduzione dei tempi di prova pur mantenendo un buon controllo sull'ampiezza e sulla frequenza di forzamento. In questo caso è infatti possibile determinare la FRF sull'intero campo di frequenze di interesse registrando ed elaborando il segnale di forzamento e risposta di una singola prova idealmente.

Stabilito che un segnale di tipo sweep-sine permette una valutazione abbastanza veloce della FRF del sistema è necessario individuare la strumentazione adatta a forzare la struttura ed il punto di forzamento.

Per quanto riguarda la strumentazione in commercio esistono una moltitudine di eccitatori di diverso tipo. Nel nostro caso, dato il range di frequenze di interesse (20-1500 Hz) e le forze necessarie (non elevate, qualche centinaio di newton massimo), si sceglie di utilizzare un eccitatore elettrodinamico modello LSD V406 (Figura 1.15). Un eccitatore di questo tipo presenta delle difficoltà nell'eccitare correttamente la struttura al di sotto dei 10 Hz di frequenza ma come già sottolineato l'interesse nei confronti del comportamento dinamico a così basse frequenze non è molto. L'eccitatore utilizzato può essere comandato attraverso un dispositivo elettronico che sia in grado



Figura 1.15: Eccitatore elettrodinamico utilizzato per il forzamento



Figura 1.16: Generatore di funzione utilizzato

di generare i segnali di forzamento da inviare all'eccitatore. Il dispositivo elettronico in questione è rappresentato da un generatore di funzione Agilent 33220A in grado di generare segnali stepped sine, sweep-sine o random. Lo shaker deve inoltre essere corredato di un dispositivo in grado di amplificare il segnale di comando proveniente dal generatore di funzione e diretto allo shaker.

Definito anche il tipo di strumentazione è necessario effettuare una serie di considerazioni sulla configurazione da utilizzare per sostenere lo shaker ed il pannello e definire il collegamento tra la piattaforma di guida dello shaker ed il pannello. Il problema principale in questa fase è legato alla necessità di forzare la struttura nel solo punto e nella sola direzione voluta. Questa esigenza può essere soddisfatta collegando all'estremità mobile comandata dello shaker uno stinger (Figura 1.17) e collegando l'estremità libera dello stinger al pannello. L'utilizzo dello stinger evita di trasmettere alla struttura

forzata componenti di forza sul piano, trasmettendo solo componenti di forza perpendicolarmente al piano. In questo modo però non è stata scongiurata del tutto la possibilità di forzare in altri punti e direzioni la struttura. Il metodo di sostenere l'agitatore è un altro fattore che può influenzare la forza impartita alla struttura. Il corpo principale dello scuotitore deve essere isolato dalla struttura per evitare che eventuali forze di reazione, trasmesse tramite la base dello shaker, vadano a forzare la struttura. Questo può essere ottenuto ad esempio montando l'agitatore su una superficie solida e sospendendo la struttura dall'alto. Altrimenti l'agitatore può anch'esso essere supportato su una base isolata meccanicamente. Sia shaker che pannello quindi devono essere montati su supporti sufficientemente elastici da isolare meccanicamente i due elementi. Per questo si decide di appendere lo shaker tramite funi ad una struttura rigida come un portale (Figura 1.18).

Per quanto detto riguardo alla necessità di eccitare il pannello tramite uno stinger e ricordando che la condizione di struttura libera è l'unica che permette di caratterizzare dinamicamente il pannello senza l'influenza, difficile da valutare, dei vincoli esterni, si decide di vincolare il pannello tramite lo stinger solo allo shaker, come indicato in Figura 1.17.

Per la misura della forza che eccita il pannello viene utilizzata una cella di carico piezoelettrica monoassiale *Kistler* modello 9301B posizionata tra shaker e stinger (Figura 1.17) in grado di misurare la forza trasmessa allo stinger e quindi al pannello nella direzione di forzamento. Come indicato in [19] questa configurazione può essere ritenuta accettabile, ma non la migliore. La configurazione migliore prevederebbe di vincolare la cella tra stinger e pannello in modo da rilevare la forza che viene effettivamente scaricata sul pannello. Nel caso in esame questa condizione non può essere adottata a causa delle difficoltà nel vincolare la cella allo stinger nella sua estremità libera.

Come punto di forzamento in questa fase si sceglie il centro del pannello anche se questo punto rappresenta un nodo per alcune deformate modali di interesse, come visibile in Figura 1.5. L'identificazione dovrà allora essere ripetuta successivamente forzando la struttura in punti differenti da quello centrale. Per una valutazione preliminare sul setup di misura utilizzato e per l'identificazione dei parametri modali su alcuni modi questo tipo di forzamento è comunque sufficiente.

Per quanto riguarda gli strumenti di misura, è già stato sottolineato nella sezione 1.2, come l'utilizzo di una mesh caratterizzata da 9 accelerometri lungo il bordo del pannello permette di definire correttamente tutte le deformate modali senza introdurre eccessivi effetti di carico sulla struttura. Nonostante questo nelle fasi iniziali si preferisce determinare le frequenze

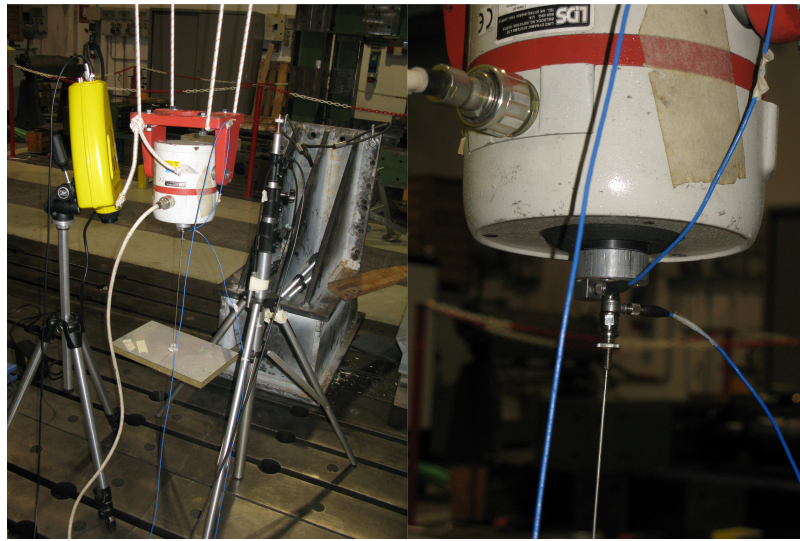


Figura 1.17: Pannello appeso allo shaker tramite lo stinger. Si noti la posizione della cella di carico posta tra il componente mobile dello shaker e lo stinger

proprie e gli smorzamenti del pannello limitando il più possibile gli effetti di carico sulla struttura reale ed utilizzando quindi strumenti di misura senza contatto. In questo senso l'utilizzo del vibrometro laser per la misura della velocità su un angolo del pannello può essere considerata una scelta valida per la misura della risposta dinamica della struttura.

Il setup di misura totale è rappresentato in Figura 1.18.

1.3.2 Risultati delle prove sperimentali preliminari

Individuate le caratteristiche principali del setup di misura da utilizzare possiamo illustrare i principali risultati ottenuti attraverso le prove. Si inizia analizzando la risposta ottenuta tramite un forzamento di tipo sweep-sine, che come osservato permette un buon controllo di frequenza ed ampiezza del forzamento mantenendo contenuti i tempi di prova. Come già osservato è sempre necessario effettuare almeno due prove distinte (dalle basse alle alte frequenze e dalle alte alle basse frequenze) per verificare che la velocità di variazione della frequenza è sufficientemente bassa da non considerare i transitori. Si forza allora la struttura eseguendo i due sweep descritti. Effettuando le prove si osservano una serie di criticità che non permettono di ritenere affidabili i dati ottenuti. Per mostrare meglio il problema riscontrato è possibile concentrare il forzamento su alcune particolari frequenze. Per queste frequenze si nota che, a fronte di un forzamento mono armonico, il sistema risponde con due o più armoniche contemporaneamente. Ad esem-



Figura 1.18: Setup di misura utilizzato. Si noti come lo shaker viene vincolato al portale tramite le funi.

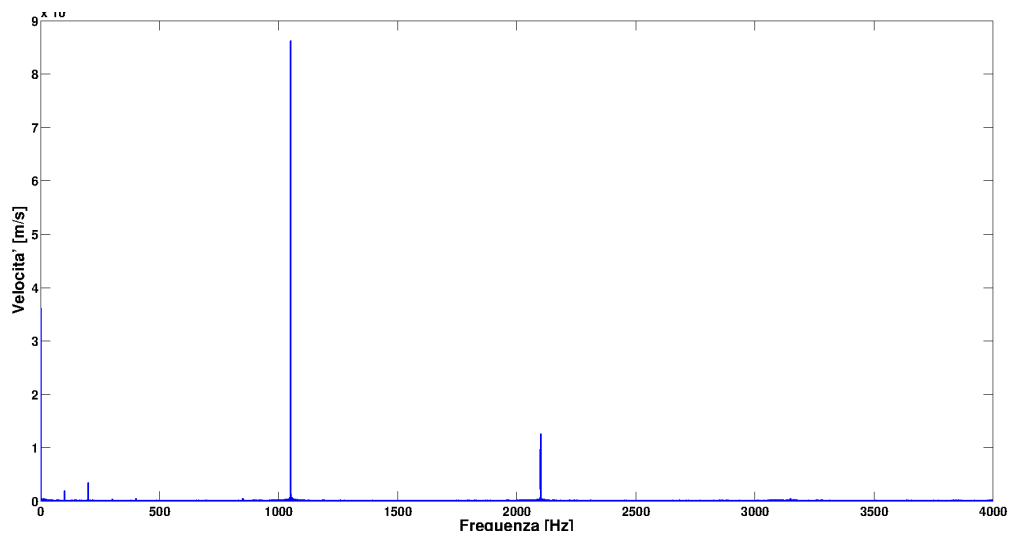


Figura 1.19: Spettro frequenze della risposta del pannello per un forzamento stepped-sine a 1050 Hz di frequenza misurata tramite vibrometro laser. Come si nota il sistema risponde con più armoniche contemporaneamente

pio come evidenziato in Figura 1.19 se effettuiamo un forzamento di tipo stepped-sine a 1050 Hz la risposta del sistema è non nulla a 1050 Hz ed a $2 \cdot 1050$ Hz.

È necessario allora effettuare un'analisi sulle criticità mostrate, verificarne la causa ed eliminarla. In prima battuta si potrebbe pensare che la causa delle forti non linearità introdotte sia da ricercarsi nella natura non lineare del cuore del pannello sandwich. Per eliminare questa possibilità è possibile andare ad effettuare una prova su una lastra in alluminio di superficie con dimensione analoga, ossia un elemento che può sicuramente essere considerato lineare, utilizzando lo stesso tipo di setup di misura. Quindi si sostituisce semplicemente al pannello sandwich una lastra di alluminio di piccolo spessore (1 mm) e si verifica attraverso una prova sweep-sine prima e stepped-sine poi se l'effetto si ripresenta o meno. Come è possibile notare in Figura 1.20 anche in questo caso la lastra forzata a 670 Hz risponde sia a 670 Hz che a $2 \cdot 670$ Hz. Quindi, anche se la frequenza è variata, il fenomeno si ripresenta analogamente a prima. Il cambio di frequenza è probabilmente da ricercarsi nella differente struttura analizzata e nel suo accoppiamento dinamico con lo stinger. Comportamenti analoghi sono già stati studiati in letteratura ad esempio in [20] dove si è osservato come dipendano dall'accoppiamento tra la struttura analizzata e la strumentazione utilizzata per il forzamento.

Verificato il funzionamento corretto della strumentazione utilizzata non

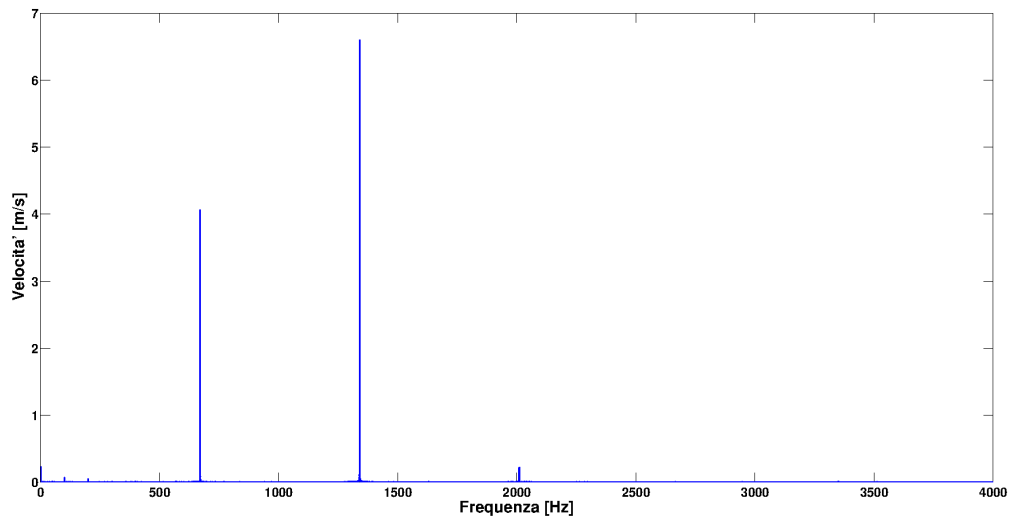


Figura 1.20: Spettro frequenze della risposta della lastra in alluminio per un forzamento stepped-sine a 670 Hz di frequenza misurata tramite vibrometro laser. Come si nota il sistema risponde con più armoniche contemporaneamente

rimane che attribuire il fenomeno alla presenza di pesanti non-linearità al setup di misura utilizzato. Gli effetti non lineari legati al pannello non possono influenzare così pesantemente la risposta del sistema e questo è stato già giustificato studiando la piastra in alluminio. I fenomeni in grado di causare un comportamento dinamico di questo tipo possono essere ricercati nella:

- **Dinamica dello stinger:** L'elemento di collegamento tra il pannello e lo shaker presenta anch'esso una sua dinamica. In particolare lo stinger presenta dei modi di vibrare flessionali che potrebbero interferire con la dinamica del pannello.
- **Dinamica degli elementi elastici di supporto di shaker e pannello:** Anche gli elementi di collegamento tra lo shaker e i supporti fissi vincolati al terreno possiedono una loro dinamica. Anche questa può interferire con il comportamento dinamico del pannello.

Le ipotesi devono essere analizzate al fine di individuare il problema ed eventualmente escluderlo.

Per procedere all'identificazione dinamica del pannello è necessario individuare nuovi metodi di forzamento che siano in grado di eliminare l'effetto non lineare, preferibilmente mantenendo i vantaggi legati al forzamento tramite stepped-sine e sweep-sine.

1.4 Ulteriore fase sperimentale

Si ricorda che i tre componenti principali che costituiscono il pannello sono:

- due pelli che ne costituiscono il rivestimento esterno.
- il cuore costituito in materiale polimerico, schiuma di polivinilcloruro espansa.
- due strati di collante che permettono di legare le pelli allo strato interno.

Sia il cuore del pannello che il collante utilizzato sono costituiti da materiali polimerici che esibiscono un comportamento viscoelastico. Essendo la sezione costituita per la maggior parte da schiuma polimerica Airex C70.75 con comportamento viscoelastico appare evidente considerare proprio il cuore del pannello come un elemento determinante nella definizione del comportamento dinamico del pannello.

Bisogna ricordare comunque che, come evidenziato in [21], il contributo dinamico legato alla presenza del collante non può essere trascurato. Sempre in [21] si nota un aumento marcato dello smorzamento dovuto alla presenza del collante. Si rende di conseguenza necessaria un'analisi che permetta di stabilire quali effetti sul comportamento del pannello vengono generati dalla presenza dello strato di collante.

Un'analisi di questo tipo deve essere in grado di separare gli effetti dinamici legati alla presenza del cuore viscoelastico da quelli legati alla presenza del collante. Per questo si decide di affrontare due nuove fasi sperimentali su altrettante strutture. Innanzitutto si analizzerà una semplice piastra omogenea in alluminio con una superficie analoga a quella del pannello sandwich analizzato (200 x 300 mm) ed uno spessore di 6 mm. Successivamente si analizzerà una struttura realizzata incollando con araldite, ossia lo stesso collante utilizzato nella realizzazione del pannello sandwich, due piastre in alluminio, del tutto identiche per geometria e materiale alla singola piastra in alluminio. Dall'analisi della singola piastra in alluminio sarà possibile determinare:

- Se un nuovo setup di misura utilizzato può essere considerato valido per l'analisi di strutture dello stesso tipo. Ricordiamo infatti che la singola piastra in alluminio è un sistema sicuramente lineare. Eventuali non linearità identificate nella fase di misura della risposta allora non possono che essere imputabili al setup di misura utilizzato.

- Le caratteristiche dinamiche delle due piastre incollate con araldite. In questo modo sarà possibile determinare da un confronto tra i risultati ottenuti il contributo dinamico legato alla presenza del collante.

Quindi identificato il setup di misura e le caratteristiche delle singole piastre si procederà con l'analisi e l'estrazione dei parametri modali delle due piastre incollate con araldite. Dall'analisi dei dati si comprenderà il contributo dinamico legato alla presenza del collante e si giudicheranno le eventuali non linearità introdotte dallo strato di collante.

Infine identificato il contributo dinamico legato al collante e validato il setup di misura utilizzato si procederà all'identificazione dei principali parametri modali del pannello utilizzando le stesse metodologie.

La nuova fase sperimentale sarà strutturata quindi come segue:

- Identificazione dinamica della singola piastra omogenea in alluminio dimensione 250 x 300 mm con spessore 6 mm. Questa situazione rappresenta un caso largamente studiato in letteratura per cui l'identificazione non presenta particolari difficoltà.
- Identificazione dinamica di due piastre di alluminio legate con araldite, ossia il collante utilizzato sul pannello sandwich per legare pelli e schiuma. In questo modo è possibile determinare quale è il contributo della colla sul comportamento dinamico di una struttura. Le piastre in alluminio hanno le stesse dimensioni della singola piastra in alluminio identificata in precedenza.
- Identificazione dinamica del pannello completo che ricordiamo ha una superficie di 300 x 200 mm ed è costituita da due pelli di spessore 2 mm e l'anima in materiale viscoelastico di spessore 16 mm.

Questa nuova fase deve essere considerata come una procedura necessaria per effettuare questo tipo di prove su questo tipo di strutture. Quindi le procedure definite nel seguito devono essere considerate come delle linee guida da seguire nell'effettuare la caratterizzazione per questo tipo di strutture, nel caso si riscontrino i problemi descritti in precedenza.

In questa nuova fase sperimentale si presenta la necessità di riconsiderare gli strumenti utilizzati per il forzamento dal momento che la presenza dello stinger tra shaker e struttura e la presenza di elementi elastici di supporto dello shaker, potrebbero essere possibili cause legate al comportamento anomalo rilevato. Il vantaggio principale legato all'utilizzo di segnali di tipo stepped-sine e sweep-sine risiede nella possibilità di controllare sia l'ampiezza di forzamento che la frequenza di forzamento. L'utilizzo di questo tipo di

segnali a fronte degli indubbi vantaggi prevede però l'utilizzo di un eccitatore esterno che deve rimanere vincolato alla struttura per tutta la durata della prova. È ipotizzabile che la presenza di shaker e stinger vincolati alla struttura durante la prova, introducano un effetto di carico non trascurabile sulla struttura possibile causa del comportamento anomalo identificato in precedenza. Si decide quindi di eliminare queste possibili cause nelle nuove fasi sperimentali, così da attribuire eventuali comportamenti anomali alla sola dinamica delle strutture analizzate. È quindi preferibile evitare forzamenti di tipo stepped-sine o sweep-sine. Anche l'utilizzo di un segnale di tipo random per eccitare la struttura non è da prendere in considerazione dato che l'utilizzo di un segnale di questo tipo necessita ancora di un eccitatore elettrodinamico e di uno stinger per il collegamento.

Una soluzione alternativa risiede nel forzamento impulsivo. In questo caso, come già riportato in precedenza, il controllo sull'ampiezza di forzamento è sostanzialmente impossibile da realizzare. Inoltre un forzamento di questo tipo porta a non permettere di riconoscere le non-linearità della struttura che vengono mediate nella successiva fase di elaborazione della FRF. Nonostante questo si considera l'utilizzo di questo tipo di forzamento al fine di evitare i problemi sovraesposti e caratterizzanti la precedente fase sperimentale. Inoltre nel caso in cui il comportamento della struttura non presenti pesanti non-linearità, anche il forzamento impulsivo permette ancora di caratterizzare correttamente la struttura.

1.5 Metodi e punti di forzamento

Nel caso impulsivo infatti il forzamento avviene in genere attraverso un martello dinamometrico che rimane a contatto con la struttura solo per un periodo infinitesimo. Per poter forzare correttamente una struttura è necessario fornire energia al sistema in tutto il range di frequenze di interesse (20 Hz - 1500 Hz circa). Idealmente attraverso l'utilizzo di un forzamento impulsivo ideale è possibile forzare la struttura in tutto il range di frequenze (da 0 a ∞) anche se con un contenuto in genere inferiore di energia rispetto ad altri tipi di forzamento come quello sinusoidale, nel quale tutta l'energia viene concentrata su una frequenza.

In questo modo con un numero limitato di prove, idealmente una, è possibile ottenere una valutazione della FRF (Frequency response function) della struttura semplicemente osservando la risposta del sistema. Nella realtà per ottenere la risposta del sistema è comunque necessario mediare in modo da mantenere la componente deterministica della risposta ed abbattere la parte aleatoria, ossia il rumore. Nella realtà è comunque impossibile ottenere un

impulso ideale, data l'impossibilità fisica di introdurre energia su un range infinito di frequenze. Il range di frequenze forzato tramite il martello nei casi reali dipende da:

- Durezza delle superfici contatto, quindi dalla durezza della punta e della superficie della struttura. Per ovvie ragioni è possibile agire sulla sola durezza della punta del martello. Si deve scegliere allora la punta adatta per forzare la struttura nel campo di frequenze desiderato.
- Tipo e dimensione del martello: In genere l'utilizzo di martelli di dimensioni più contenute e più leggeri permette di allargare la banda di frequenze eccitata.
- Massa del martello: In genere l'utilizzo di masse aggiuntive sul martello aumenta l'energia specifica introdotta sulla banda di frequenze forzata, ma diminuisce l'ampiezza della banda stessa.

Oltre al controllo della banda di frequenze eccitata è necessario anche un controllo sull'energia introdotta nel sistema. A differenza del caso dei segnali random o sine non è possibile avere un controllo preciso sull'energia introdotta e sull'ampiezza di forzamento in quanto queste sono dipendenti da:

- Velocità di impatto del martello contro la struttura: Questa viene decisa dall'operatore ed è per questo difficile da controllare.
- Massa del martello: questa è facilmente controllabile tramite l'eventuale aggiunta di masse che però si ricorda hanno l'effetto di diminuire la banda di frequenze eccitata.

Per determinare l'attrezzatura più idonea al forzamento è necessario effettuare una serie di prove sperimentali e valutare a posteriori, dall'analisi dei dati sperimentali ottenuti, se il range di forzamento e l'energia introdotta nel sistema siano o meno quelli desiderati. A questo scopo si analizza la funzione di coerenza tra il segnale di risposta co-locata e quello di forzamento, mediata su una serie di prove effettuate in condizioni analoghe. La *funzione di coerenza* è una funzione valutata nel dominio delle frequenze che permette di stabilire il livello di causalità del legame tra il segnale di ingresso e di uscita, quindi è indice della relazione causa-effetto tra il segnale di input ed il segnale di risposta. Valori unitari della funzione di coerenza nel range di frequenze considerato indicano una perfetta correlazione tra le grandezze. Valori inferiori all'unità indicano la presenza di rumore, leakage

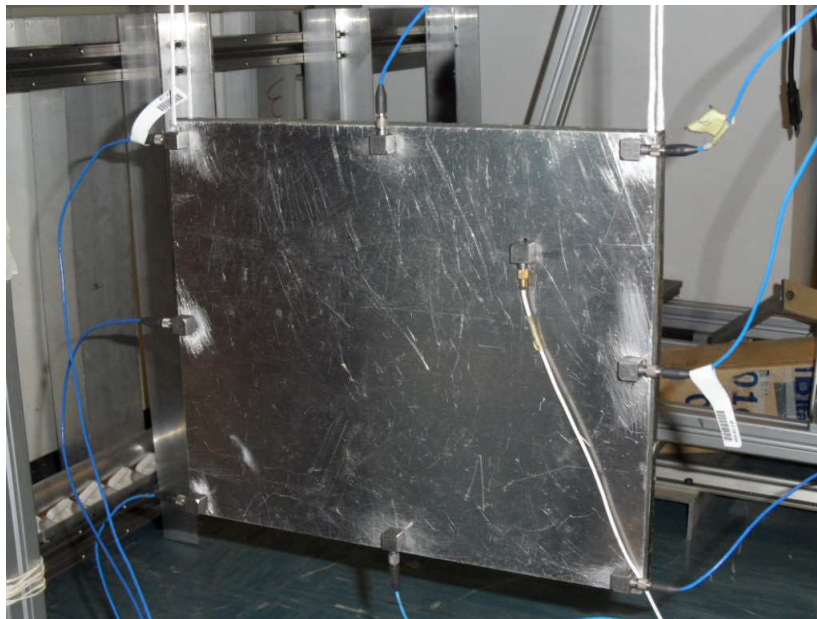


Figura 1.21: Piastra singola appesa al portale. Si noti la presenza delle funi per la sospensione della struttura e la disposizione degli accelerometri

o non linearità che influenzano la misura della risposta o la misura dell'ingresso; in questo caso i segnali misurati non possono essere utilizzati nella determinazione delle caratteristiche modali del sistema.

Nel seguito si riportano i risultati in termini di funzione di coerenza ed FRF co-localata ricavati nei tre casi analizzati ossia singola piastra in alluminio, doppie piastre in alluminio incollate con araldite e pannello sandwich. Per mantenere la condizione di struttura libera durante la prova, le piastre ed il pannello verranno appese ad un portale tramite funi come indicato in Figura 1.21. Come punto di forzamento viene scelto un angolo della piastra in tutti e tre i casi analizzati, non essendo questo punto un nodo per nessuno dei modi analizzati, come sinteticamente mostrato in Figura 1.5. Date le evidenti analogie geometrie tra il pannello e le due nuove strutture introdotte la mesh e gli strumenti di misura utilizzati sono gli stessi mostrati in precedenza nella sezione 1.2.

1.5.1 Prove sperimentali effettuate sulla singola piastra in alluminio

Si inizia analizzando i dati provenienti dal forzamento della singola piastra di alluminio.



Figura 1.22: Martello dinamometrico PCB Piezoelectric 086C03

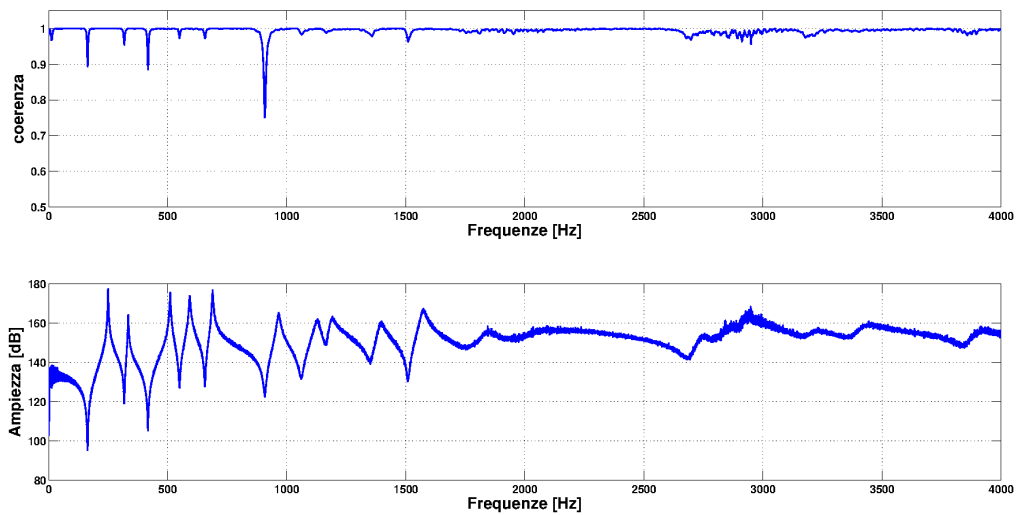


Figura 1.23: Funzione di coerenza e modulo della FRF per la singola piastra in alluminio - risposta collocata

Come è possibile notare da Figura 1.23, forzando questo tipo di struttura tramite l'utilizzo di un martello 086C03 della PCB piezoelectric Figura 1.22 con punta in acciaio, si ha una coerenza molto elevata (≥ 0.9) fino ai 4000 Hz. In Figura 1.23 viene anche mostrato l'andamento del modulo della FRF per questo tipo di struttura per permettere di identificare qualitativamente la posizione di risonanze ed anti-risonanze del sistema. La coerenza decade all'interno del range di interesse solo in corrispondenza delle frequenze di antirisonanza, in quanto per queste frequenze la risposta del sistema è piuttosto limitata ed il rumore presente nella misura diventa predominante rispetto al segnale di accelerazione.

Questo consente di affermare che la risposta della struttura è coerente

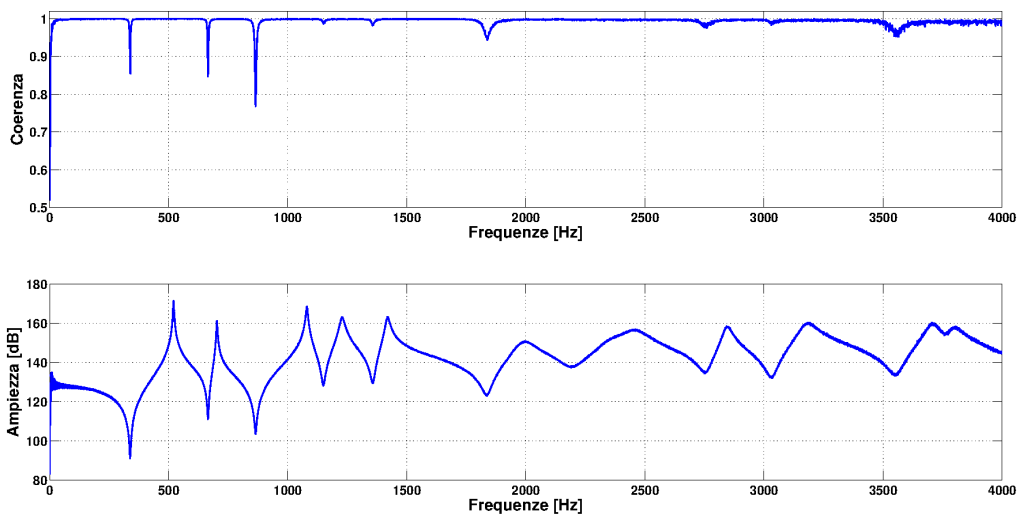


Figura 1.24: Funzione di coerenza e modulo della FRF per le piastre incollate con araldite - risposta collocata

con il forzamento generato dalla martellata in tutto il range di frequenze interessato e che quindi gli strumenti utilizzati per il forzamento della struttura sono adatti all'analisi modale.

1.5.2 Prove sperimentali effettuate sulle piastre in alluminio incollate con araldite

Anche in questo caso si osserva il valore della funzione di coerenza e si effettua un confronto con l'andamento del modulo della FRF co-localizzata della struttura. Come è possibile notare anche in questo caso il valore della funzione di coerenza presenta dei valori molto elevati (≥ 0.9) lungo tutto il range di frequenze di interesse tranne che in corrispondenza delle frequenze di anti-risonanza (Figura 1.24). Il martello dinamometrico utilizzato per la prova è sempre il 086C03 della PCB piezoelectric. L'andamento della funzione di coerenza permette inoltre di affermare che gli eventuali effetti di non-linearità introdotti dalla presenza del collante non giocano un ruolo determinante nel definire la risposta dinamica del sistema. Un approfondimento sul contributo dinamico del collante nella risposta dinamica della struttura viene fornito in fase di estrazione dei parametri modali (sezione 1.7.2).

1.5.3 Prove sperimentali effettuate sul pannello sandwich

Lo stesso tipo di prova viene ora effettuata sul pannello sandwich. In questo caso bisogna ricordare, che oltre alle non linearità legate alla presenza

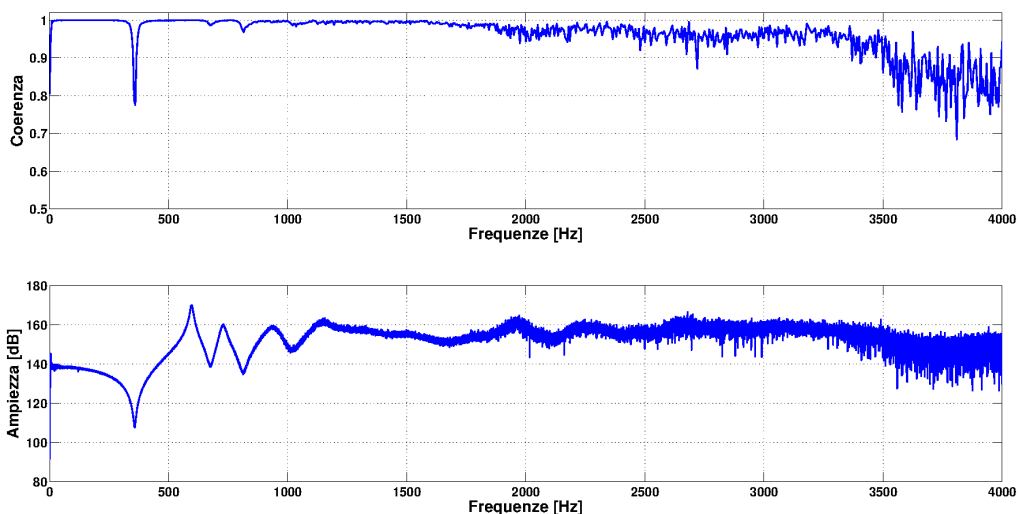


Figura 1.25: Funzione di coerenza e modulo della FRF per il pannello sandwich forzato con il martello PCB 086C03 - risposta collocata

del collante, anche le possibili non-linearità legate alla presenza del cuore viscoelastico del pannello introducono un contributo nella definizione della risposta del sistema. Come è possibile notare in Figura 1.25 utilizzando un martello PCB 086C03 la coerenza comincia a decadere già verso i 2000 Hz e verso i 3000 Hz si nota che la risposta non è sufficientemente correlata all'ingresso fornito. Inoltre dall'andamento del modulo della FRF si nota sopra i 1200 Hz un andamento piuttosto discontinuo della funzione, indice della presenza di eccessivo rumore nella risposta per quel range di frequenze. Questo effetto è indice del fatto che il forzamento realizzato non permette di ottenere una risposta apprezzabile sopra i 1200 Hz.

Come si nota dall'autospettro in Figura 1.26 l'energia introdotta è abbastanza alta alle basse frequenze, successivamente ha un brusco calo e presenta valori irrilevanti già verso i 1000 Hz di frequenza. Successivamente il valore si mantiene all'incirca costante fino ai 2000 Hz per poi decadere definitivamente. La banda all'interno della quale questo tipo di martello introduce energia è quindi molto ristretta e non adatta ai nostri scopi. Per le ragioni elencate in 1.5 si è pensato dunque di forzare la struttura con uno strumento di dimensioni e peso enormemente più contenuti rispetto al caso precedente ossia il martello 086E80 (vedi Figura 1.27) il quale presenta una massa di soli 4.8 g ed un diametro della punta in acciaio di soli 2.5 mm. Attraverso l'utilizzo di questo tipo di martello è possibile ottenere una funzione di coerenza come quella visibile in Figura 1.29. L'unico difetto è dovuto al minor quantitativo

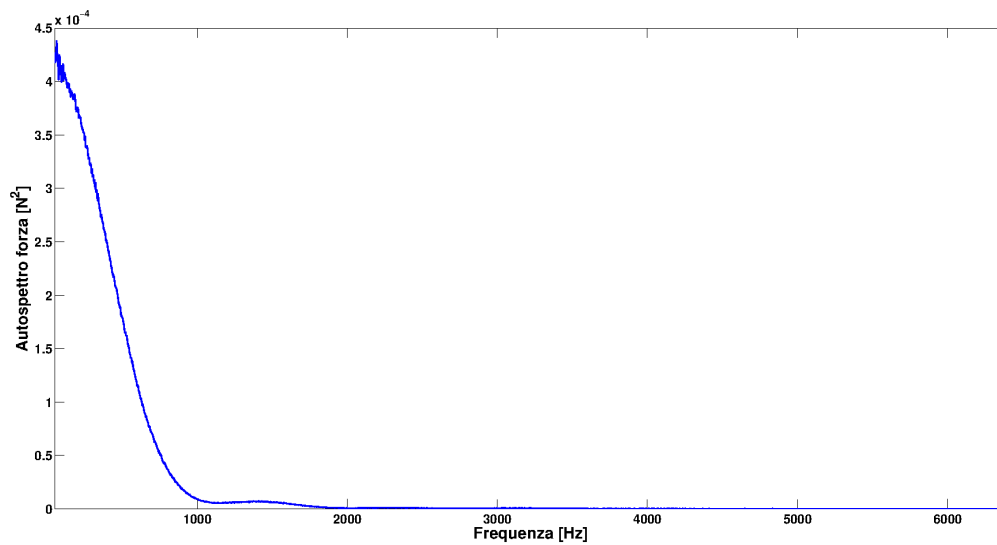


Figura 1.26: Autospettro del segnale di forzamento nel caso del pannello sandwich forzato con il martello PCB 086C03

di energia introdotto nel sistema, che comunque in questo caso è sufficiente a realizzare una risposta apprezzabile dagli strumenti. Infatti come si nota dall'autospettro in Figura 1.28 il valore dell'energia introdotta presenta dei valori massimi minori rispetto al caso precedente, ma mediamente maggiori lungo tutto il range di frequenze considerato. Anche il livello di coerenza, alto in tutto il range di frequenze di interesse, mostra inoltre linearità tra il segnale di ingresso e quello di uscita. Questo permette di escludere eventuali pesanti non linearità nel comportamento dinamico del pannello, legate alla presenza sia dello strato di collante che dell'anima in materiale viscoelastico.



Figura 1.27: Martello dinamometrico PCB Piezoelectric 086E80

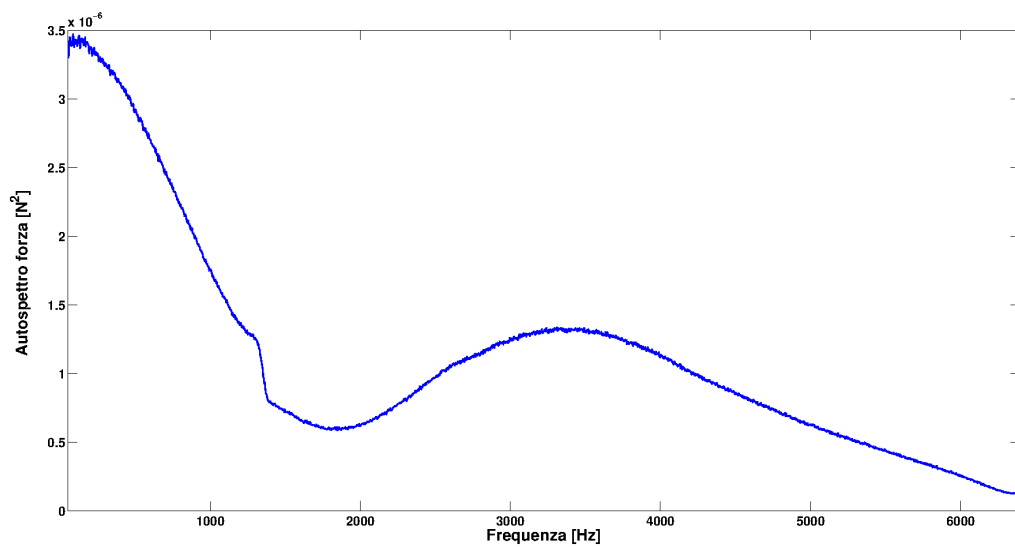


Figura 1.28: Autospettro del segnale di forzamento nel caso del pannello sandwich forzato con il martello PCB 086E80

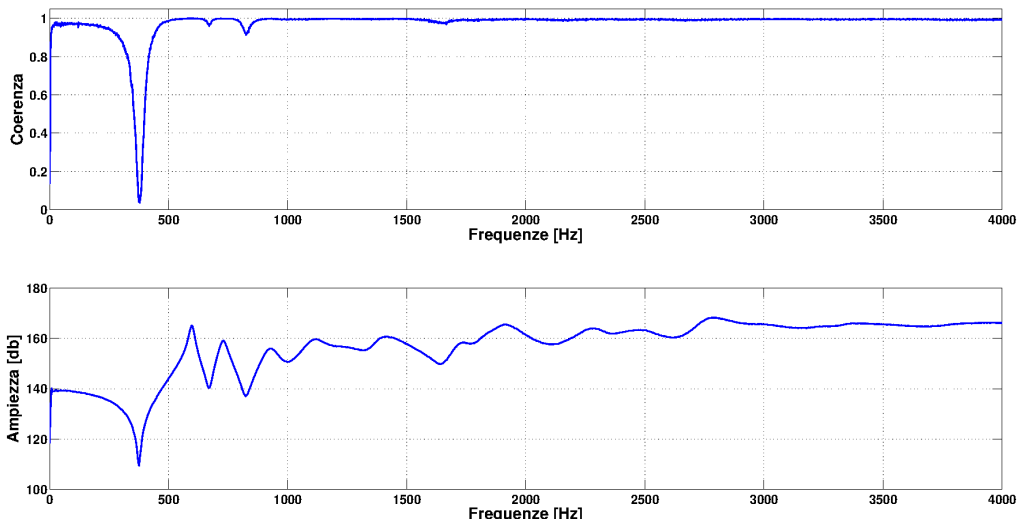


Figura 1.29: Funzione di coerenza e modulo della FRF per il pannello sandwich forzato con il martello PCB 086E80 - risposta collocata

1.6 Estrazione dei parametri modali

I dati acquisiti durante le prove sperimentali sono:

- **Accelerazione** nei punti indicati dalla mesh di misura scelta (Figura 1.30)
- **Forza** di contatto tra martello e piastra (Figura 1.31)

A partire da questi segnali è possibile estrapolare i parametri modali della struttura. I metodi per poter effettuare questa estrazione sono molteplici e possono essere catalogati in:

- **Metodi nel dominio del tempo** ad es.
 - Complex Exponential Method o metodo di Prony
 - Ibrahim Time Domain method
- **Metodi nel dominio delle frequenze** ad es.
 - Polymax

Proprio l'ultimo metodo elencato è quello che verrà utilizzato nel seguito per l'estrazione dei parametri modali. Prima di analizzare il metodo è però necessario individuare la FRF del sistema a partire dalle storie temporali registrate. Si ricorda che dato un sistema dinamico lineare tempo invariante

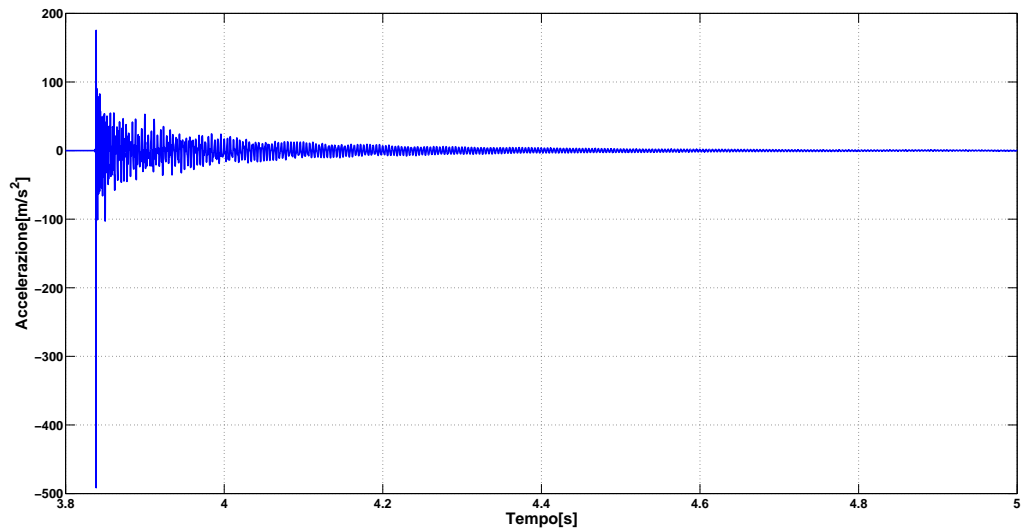


Figura 1.30: Esempio storia temporale di accelerazione

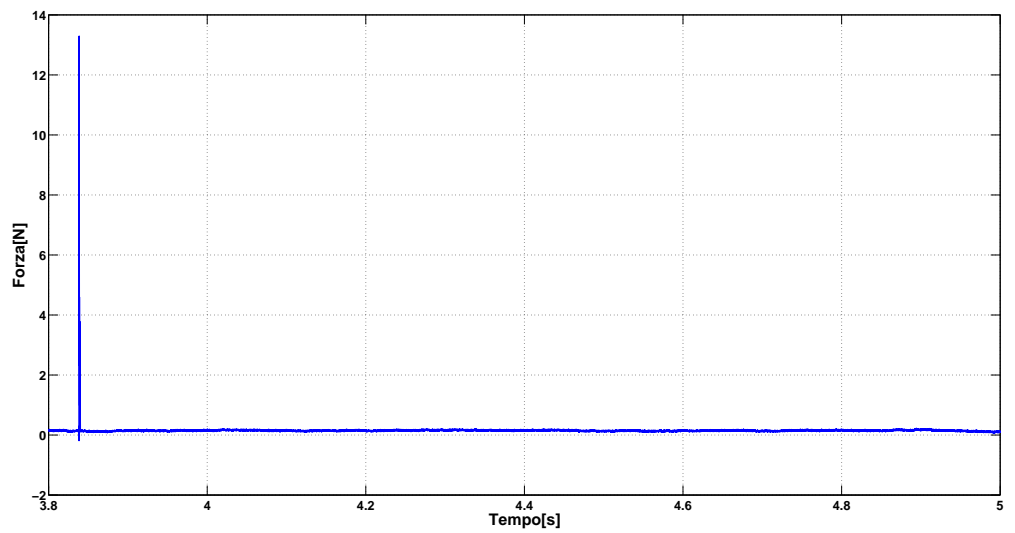


Figura 1.31: Esempio storia temporale di forza

la FRF è la rappresentazione nel dominio delle frequenze della risposta all'impulso per questo sistema. A partire da questa è possibile individuare la risposta del sistema ad un ingresso generico tramite il prodotto tra la FRF del sistema e la trasformata di Fourier della storia temporale dell'ingresso. A partire da questo è possibile affermare che, considerato un sistema con una coerenza unitaria su tutto il range di frequenze di interesse e dati:

- $x(t)$ un qualsiasi ingresso arbitrario al sistema e $X(f)$ la sua trasformata di Fourier
- $y(t)$ risposta del sistema all'ingresso $x(t)$ e $Y(f)$ la sua trasformata di Fourier
- $h(t)$ risposta all'impulso unitario del sistema e $H(f)$ la sua trasformata di Fourier

possiamo individuare la relazione:

$$y(t) = x(t) \otimes h(t) \quad (1.6)$$

dove \otimes rappresenta l'operatore di convoluzione. Per il teorema della convoluzione questa operazione è equivalente a:

$$Y(f) = H(f) \times X(f) \quad (1.7)$$

A partire dalle relazione scritte posso affermare che l'equazione:

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} \quad (1.8)$$

permette di individuare la FRF per un sistema che rispetti le ipotesi evidenziate in precedenza. In generale queste condizioni, come abbiamo già verificato in precedenza, non si manifestano mai completamente nel caso di un sistema reale, a causa delle piccole non linearità presenti, del rumore e del leakage che inevitabilmente affligge sia le misure dell'ingresso che quelle dell'uscita ed altri problemi ancora (vedi [19]).

Nei casi reali allora per effettuare una valutazione della FRF del sistema è necessario utilizzare degli stimatori. I più utilizzati sono:

- Lo stimatore $H_1(f)$ che fornisce la miglior stima della funzione $H(f)$ nel caso in cui il segnale della risposta sia affetto da rumore.

$$H_1(f) = \frac{G_{xy}(f)}{G_{xx}(f)} \quad (1.9)$$

- Lo stimatore $H_2(f)$ che fornisce la miglior stima della funzione $H(f)$ nel caso in cui il segnale dell'ingresso sia affetto da rumore.

$$H_2(f) = \frac{G_{yy}(f)}{G_{yx}(f)} \quad (1.10)$$

In cui G_{xx} e G_{yy} rappresentano rispettivamente gli autospettri mediati su più storie di ingresso ed uscita mentre G_{xy} e G_{yx} sono i cross-spettri di ingresso e uscita. In questa sede andremo sempre ad utilizzare lo stimatore H_1 per la determinazione delle FRF. L'utilizzo di questo stimatore è motivato dal fatto che in generale il rumore presente nella misura della risposta presenta un rumore più elevato. In realtà considerato che la funzione di coerenza può essere espressa anche come $\gamma^2(\omega) = H_1(\omega)/H_2(\omega)$ e tenuto presente degli alti valori della funzione di coerenza lungo il range considerato per tutti i casi analizzati, si capisce come in realtà la differenza tra i due stimatori sia pressochè ininfluenza nel caso in esame. Un esempio di FRF ottenuta con questo stimatore può essere vista in Figura 1.33 in termini di modulo e fase. Per uno stesso sistema (ad esempio il pannello sandwich) è possibile considerare 9 differenti FRF una per ogni accelerometro montato sulla piastra, secondo la mesh di misura già introdotta.

Ottenute le FRF è necessario estrapolare i parametri modali secondo una delle tecniche elencate in precedenza. Come già riportato si sceglie il metodo PolyMAX illustrato in [22] dal momento che permette di definire i parametri modali della struttura a partire dalle misure effettuate su qualsiasi sistema MIMO (Multi Input Multi Output), SISO (Single Input Single Output) o SIMO (Single Input Multi Output) in maniera veloce e sufficientemente accurata. L'obiettivo di PolyMAX è quello di ricostruire la FRF del sistema meccanico con un numero prefissato di poli attraverso la formula 1.11.

$$H_{ij}(f) = \sum_{r=1}^N \frac{A_{ij} r}{\lambda_r^2 - (2\pi f)^2} \quad (1.11)$$

dove:

- $H_{ij}(f)$ rappresenta la funzione di trasferimento tra il punto di misura i e quello di forzamento j
- r rappresenta l' r -esimo modo di vibrare
- f la frequenza a cui si sta valutando $H(f)$
- λ_r il polo dell' r -esimo modo di vibrare
- A_r la costante modale dell' r -esimo modo di vibrare

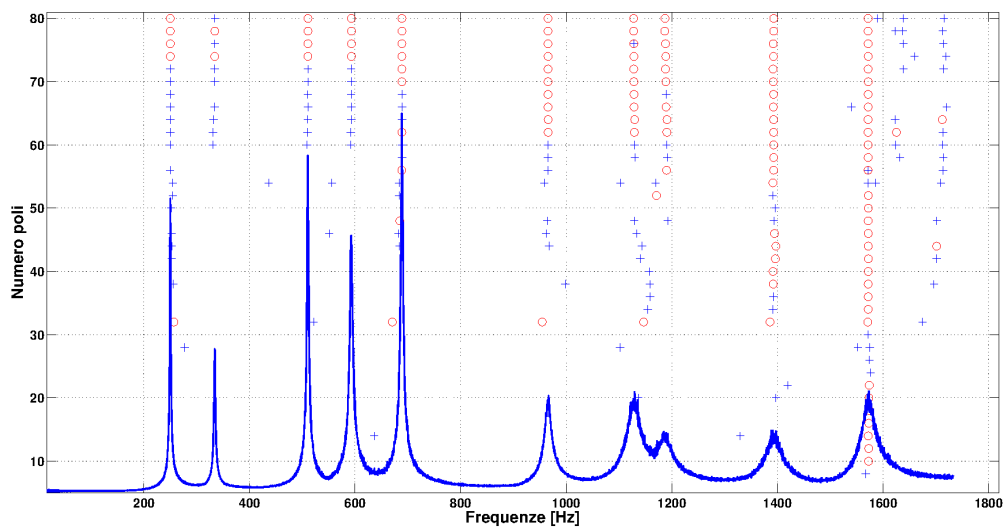


Figura 1.32: Diagramma di stabilità trovato tramite metodo PolyMAX

I poli vengono individuati attraverso un processo di minimizzazione ai minimi quadrati della FRF scritta come in 1.11 rispetto alla FRF ottenuta dalla campagna sperimentale. E' necessario quindi definire a priori il numero N di modi di vibrare che si vuole identificare. Alla scelta di questo parametro è strettamente legata l'accuratezza dei risultati: infatti solo un alto ordine di identificazione permette di individuare modi di vibrare a frequenze molto vicine tra loro. Al crescere di N però viene stimato un numero sempre maggiore di modi puramente matematici, detti spuri, che, non essendo rappresentativi del reale comportamento della struttura, devono essere esclusi. Per farlo si utilizza quello che viene chiamato diagramma di stabilità indicato in Figura 1.32. Questo viene realizzato ripetendo l'identificazione iterativamente facendo variare il numero di poli imposti al sistema, partendo da un valore minimo fino ad uno massimo precedentemente fissati. I modi reali della struttura tra un'identificazione e la successiva varieranno poco all'interno di un range limitato, mentre i modi spurii scompaiono dal diagramma. I modi reali, che quindi presenteranno un numero maggiore di occorrenze nel diagramma in Figura 1.32, sono segnati in rosso all'interno del diagramma stesso.

Quindi la distinzione ultima tra i modi matematici ed i modi reali spetta sempre all'utente che decide in base al diagramma di stabilità ed alle relative occorrenze. Individuati poli e costanti modali abbiamo una descrizione completa dei parametri modali della struttura e quindi del comportamento dinamico della stessa.

Dalla minimizzazione dell'equazione 1.11 oltre ai poli si otterranno anche le costanti modali per i diversi modi di vibrare. A partire da queste costanti sarà possibile individuare le deformate modali per la struttura. Infatti conoscendo il valore di A_r e considerando l'eguaglianza

$$A_{ji} = \phi_j^r \phi_i^r \quad (1.12)$$

è chiaro che dal valore A_{ji} è possibile ottenere il valore della deformata nel punto di forzamento ϕ_i^r per il modo r -esimo ed attraverso semplici rapporti è possibile ottenere i valori di ϕ_j^r in tutti i punti di misura considerati. Da notare la necessità di conoscere la FRF co-locata per permettere la definizione del valore della deformata in tutti i punti di misura considerati.

Nel seguito vengono mostrati i risultati ottenuti dalle prove effettuate sulle diverse piastre.

1.7 Risultati sperimentali e parametri modali identificati

Individuati gli strumenti necessari ad effettuare il forzamento della struttura (sezione 1.5) e a misurare la risposta del sistema (sezione 1.2) procediamo identificando le FRF delle strutture analizzate ed estraendo i parametri modali di interesse secondo le tecniche introdotte nella sezione 1.6. Come già ricordato in precedenza l'analisi sperimentale verrà effettuata su tre differenti strutture al fine di identificare il contributo dinamico legato alla presenza del collante e del materiale viscoelastico. Le prove sperimentali verranno effettuate innanzitutto sulla singola piastra omogenea in alluminio al fine di identificare i parametri modali delle piastre utilizzate per la realizzazione delle doppie piastre incollate con araldite. Il confronto tra i parametri modali delle due strutture permetterà di definire il contributo dinamico dell'incollaggio. Inoltre come vedremo nei prossimi capitoli i parametri modali ottenuti verranno utilizzati al fine di definire dei modelli numerici validi. Infine verranno mostrati i risultati ottenuti dalle prove sperimentali effettuate sul pannello sandwich. Anche qui un confronto tra i parametri modali ottenuti per i diversi casi analizzati permetterà una miglior valutazione critica del comportamento dinamico del pannello.

1.7.1 FRF e parametri modali identificati per la singola piastra in Alluminio

Si riporta nel seguito la FRF co-locata per la singola piastra in alluminio (Figura 1.33). Si ricorda che la funzione di trasferimento co-locata consi-

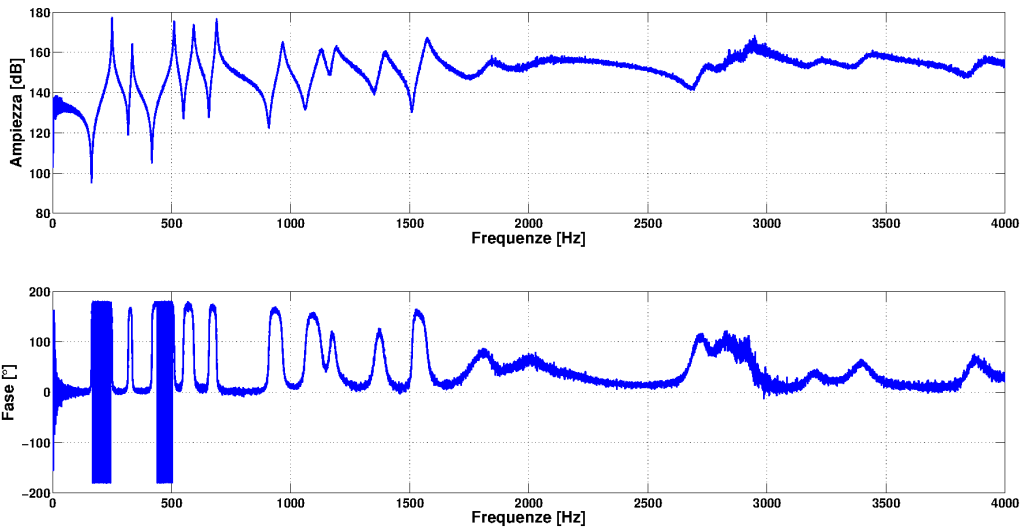


Figura 1.33: FRF co-locata singola piastra in alluminio

dera i dati di accelerazione provenienti dall'accelerometro posto nella stessa posizione del martello, in posizione co-locata appunto, su un angolo della piastra.

Come riportato in precedenza il range di frequenze di interesse nel quale analizzare il comportamento dinamico del pannello sandwich si estende dalle poche decine di Hz fino ai 1500 Hz circa. Nel caso della piastra estenderemo questo range fino ai 1800 Hz di frequenza in modo da considerare i primi 10 modi della piastra come è possibile notare da Figura 1.33. Applicando ora la tecnica di identificazione modale PolyMAX già introdotta in precedenza è possibile riportare le principali caratteristiche modali dei primi 10 modi di vibrare (Tabella 1.2).

Come già riportato in precedenza uno degli aspetti chiave del lavoro svolto in questa tesi è quello di riuscire a definire un modello numerico in grado di simulare il comportamento dinamico del pannello sandwich. Come si spiegherà meglio nel Capitolo 3 al fine di determinare le caratteristiche ottimali per il pannello sandwich verranno effettuate una serie di modellazioni anche sulle strutture analizzate in questo capitolo (singola piastra in alluminio e piastre incollate con araldite). Per modellare il comportamento della struttura e definire le caratteristiche smorzanti dell'alluminio di cui è costituita la piastra lo smorzamento della struttura può essere modellato secondo il modello di Rayleigh attraverso la formula:

$$r_i = \alpha m_i + \beta k_i \quad (1.13)$$

Modi	Frequenze [Hz]	Smorzamenti adimensionali [%]
1	250	0.28
2	334	0.34
3	510	0.27
4	593	0.42
5	689	0.27
6	966	0.61
7	1128	1.09
8	1186	1.11
9	1393	0.98
10	1572	0.72

Tabella 1.2: Frequenze e smorzamenti modali singola piastra in alluminio

che può essere facilmente riscritta in modo da ottenere:

$$h_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \quad (1.14)$$

dove:

- r_i, m_i e k_i identificano rispettivamente smorzamento massa e rigidità modale i -esima
- h_i il rapporto di smorzamento critico adimensionale modale i -esimo
- ω_i la frequenza propria del sistema per il modi i -esimo
- α e β sono i coefficienti del modello che meglio simulano lo smorzamento della struttura

Il modello di Rayleigh potrà essere utilizzato in seguito per definire lo smorzamento della struttura all'interno del modello numerico. Si decide allora di ricercare quei valori di α e β che permettono di approssimare l'andamento degli smorzamenti sperimentali in funzione della frequenza.

I valori di α e β possono essere ottenuti effettuando una minimizzazione sulla differenza tra i valori degli smorzamenti ottenuti tramite il modello di Rayleigh e quelli sperimentali in funzione della frequenza. I risultati ottenuti possono essere efficacemente illustrati tramite il grafico in Figura 1.34 e la Tabella 1.3 in cui si nota come il modello riesce a riprodurre l'andamento medio degli smorzamenti sperimentali in funzione della frequenza.

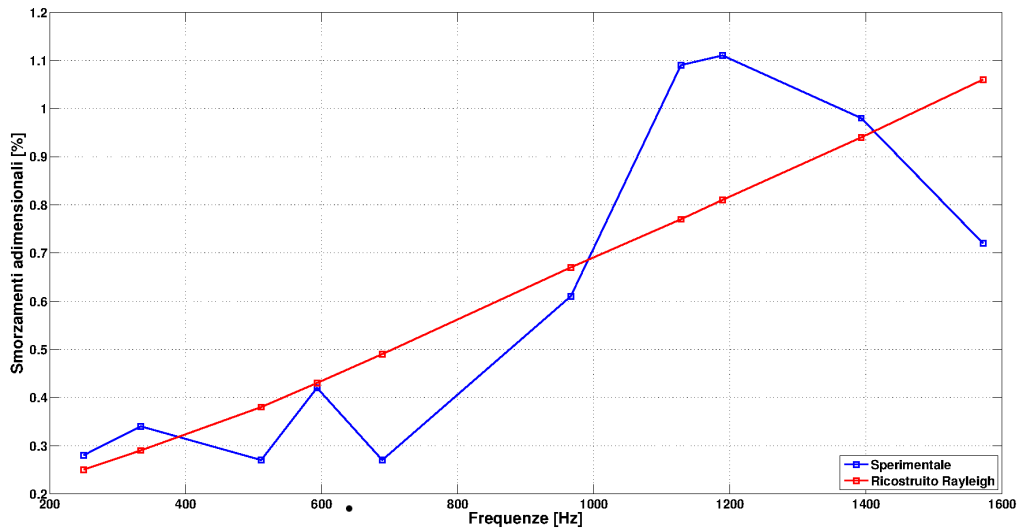


Figura 1.34: Confronto tra smorzamenti reali e smorzamenti ottenuti tramite il modello di Rayleigh - caso singola piastra in alluminio

Modi	Smorzamenti adimensionali sperimentale [%]	Smorzamenti adimensionali modello Rayleigh ($\alpha = 2.7, \beta = 2.12e-06$) [%]	Differenza percentuale [%]
1	0.28	0.25	10.7
2	0.34	0.29	18.4
3	0.27	0.38	29.3
4	0.42	0.43	2.6
5	0.27	0.49	44.9
6	0.61	0.67	8.4
7	1.09	0.77	41.5
8	1.11	0.81	37.4
9	0.98	0.94	3.9
10	0.72	1.06	32.1

Tabella 1.3: Confronto smorzamenti sperimentali e numerici per la singola piastra in alluminio

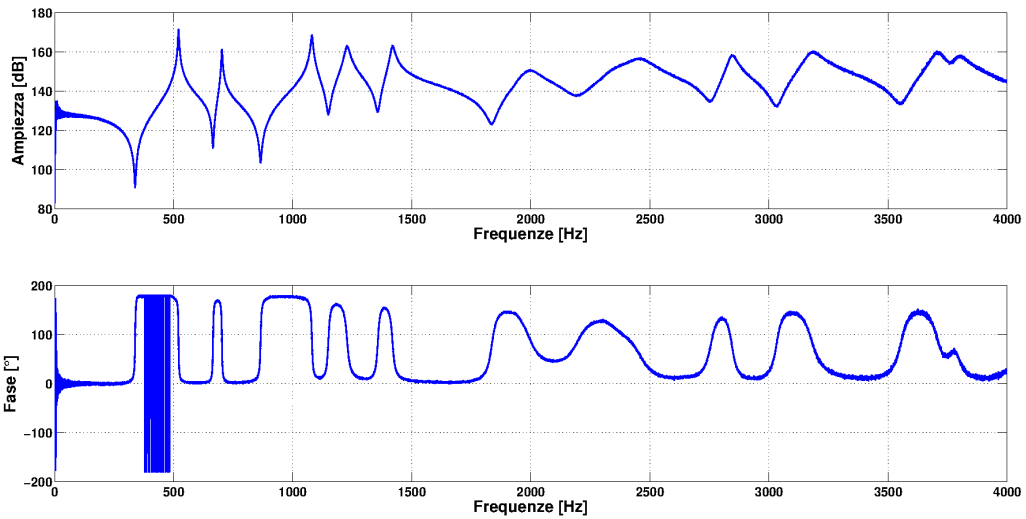


Figura 1.35: FRF co-locata piastre incollate con Araldite

1.7.2 FRF e parametri modali identificati per le doppie piastre in alluminio incollate con Araldite

Procedendo in maniera analoga a quanto effettuato in precedenza per la piastra singola si ottiene la FRF per le doppie piastre incollate con araldite come mostrato in Figura 1.35. Anche in questo caso si osserva la sola funzione di trasferimento co-locata.

Applicando il metodo PolyMAX per estrarre i parametri modali della struttura si ritrovano i seguenti risultati (Tabella 1.4):

Si nota quindi un forte incremento delle frequenze proprie del sistema a causa della maggiore rigidezza di questa struttura, legata all'aumento di spessore della piastra. Gli smorzamenti risultano ancora dello stesso ordine di grandezza dei precedenti ma presentano dei valori più elevati. I valori resteranno in genere più elevati a causa della maggior rigidezza della struttura ed in accordo con l'ipotesi di smorzamento strutturale, descritta dal modello di Rayleigh ed effettuata in precedenza per la singola piastra in alluminio.

In questo senso è interessante osservare il confronto tra gli smorzamenti ottenuti sperimentalmente in questa fase e quelli ottenuti attraverso il modello di Rayleigh. Applicando gli stessi coefficienti α e β ottenuti in precedenza per la singola piastra in alluminio ($\alpha = 2.7$, $\beta = 2.12e-06$) ad un modello che consideri le frequenze proprie ottenute per le doppie piastre in alluminio si nota che il modello approssima in maniera analoga al caso precedente l'andamento medio degli smorzamenti in funzione della frequenza

Modi	Frequenze [Hz]	Smorzamenti adimensionali [%]
1	521	0.32
2	703	0.26
3	1081	0.35
4	1228	0.81
5	1419	0.62
6	1991	2.31
7	2363	2.99
8	2438	1.99
9	2844	0.64
10	3180	1.08

Tabella 1.4: Frequenze e smorzamenti modali per le piastre incollate con araldite

(Figura 1.36, Tabella 1.5). Noti questi risultati è possibile affermare che lo strato di colla presente tra le due piastre non introduce effetti rilevanti in termini di smorzamento sul comportamento della struttura. Il contrasto tra i risultati ottenuti in [21] e quelli illustrati in questo lavoro è probabilmente dovuta al differente collante utilizzato (BETAMATE XB5318 in [21], araldite in questo caso) ed alle differenti caratteristiche meccaniche dello stesso.

I risultati ottenuti in questa sede permettono di escludere un'analisi approfondita sul materiale che costituisce il collante, un materiale viscoelastico che per la sua caratterizzazione dinamica necessita di una lunga serie di prove come mostrato in Capitolo 2.

1.7.3 FRF e parametri modali identificati per il pannello sandwich

Per quanto riguarda il pannello sandwich, si ricorda che il forzamento non potrà più essere effettuato con gli stessi strumenti utilizzati in precedenza ma questo non influenzerà comunque la fase di elaborazione ed analisi dei dati. Si riportano nel seguito le funzioni di risposta in frequenza co-localata per il pannello (Figura 1.37).

Analizzando successivamente i dati tramite il PolyMAX possiamo estrarre i parametri modali fino al sesto modo con frequenza propria pari a 1500 Hz circa. Per frequenze più elevate le dissipazioni legate al cuore del pannello portano a valori di smorzamento talmente elevati da non permettere di distinguere correttamente i diversi modi. Si riportano nel seguito i parametri modali ottenuti (Tabella 1.6)

Modi	Smorzamenti adimensionali sperimentale [%]	Smorzamenti adimensionali modello Rayleigh ($\alpha = 2.7, \beta = 2.12e-06$) [%]	Differenza percentuale [%]
1	0.32	0.39	17.6
2	0.26	0.50	47.9
3	0.35	0.74	52.7
4	0.81	0.84	3
5	0.62	0.96	35.4
6	2.31	1.34	72.8
7	2.99	1.56	88.9
8	1.99	1.64	21.9
9	0.64	1.90	66.3
10	1.08	2.12	49.1

Tabella 1.5: Confronto smorzamenti sperimentali e numerici per le piastre incollate con araldite

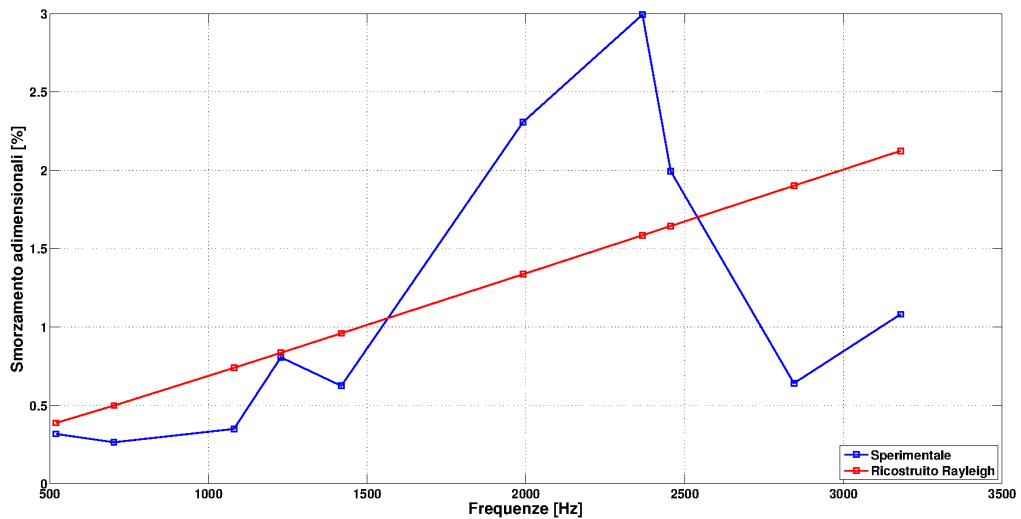


Figura 1.36: Confronto tra smorzamenti reali e smorzamenti ottenuti tramite il modello di Rayleigh - caso piastre incollate con Araldite

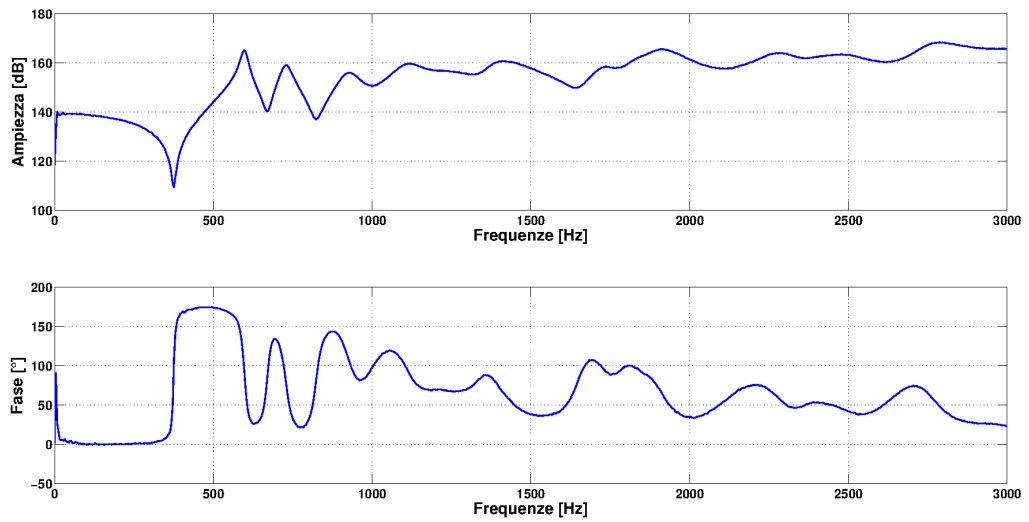


Figura 1.37: FRF co-locata pannello sandwich

Modi	Frequenze [Hz]	Smorzamenti adimensionali [%]
1	597	1.66
2	727	2.19
3	928	3.87
4	1108	5.07
5	1227	4.13
6	1408	2.85

Tabella 1.6: Frequenze e smorzamenti modali per il pannello sandwich

Modi	Frequenze proprie sperimentali delle piastre incollate con araldite [Hz]	Frequenze proprie sperimentali del pannello sandwich [Hz]
1	521	597
2	703	727
3	1081	928
4	1228	1108
5	1419	1227
6	1991	1408

Tabella 1.7: Confronto tra le frequenze proprie del pannello sandwich e delle piastre doppie incollate con araldite

L'analisi effettuata evidenzia come le caratteristiche costruttive influenzino in maniera decisiva il comportamento dinamico del pannello. La presenza delle pelli esterne distanti dal piano medio della piastra dona alla struttura notevole rigidità. Questo si traduce in una dinamica caratterizzata da frequenze proprie piuttosto elevate. Si nota infatti, da un confronto tra le frequenze proprie ottenute per le piastre doppie in alluminio e le frequenze proprie ottenute per il pannello sandwich (Tabella 1.7), una maggior rigidità del pannello sandwich per i primi modi di vibrare, questo nonostante le sue componenti in alluminio, il materiale meccanicamente nobile della struttura, siano notevolmente sottodimensionate rispetto al caso delle doppie piastre (spessore 2 mm per le pelli nel caso sandwich, spessore 6 mm per le piastre in alluminio incollate). Per i modi di vibrare a frequenze maggiore si nota un decadimento della rigidità accompagnato da un notevole aumento degli smorzamenti modali della struttura. Un comportamento di questo tipo lascia intendere che all'aumentare della frequenza le deformazioni a cui è soggetto il cuore in materiale viscoelastico diventano sempre più importanti come già evidenziato in [5]. All'aumentare della frequenza quindi il comportamento dinamico del pannello viene maggiormente influenzato dal comportamento dinamico del materiale viscoelastico.

Capitolo 2

I materiali viscoelastici

Dall'osservazione e valutazione critica dei risultati ottenuti nel precedente capitolo appare evidente come, la presenza del cuore in materiale viscoelastico del pannello influenzi notevolmente il comportamento dinamico dello stesso, introducendo soprattutto un forte effetto smorzante. L'enorme importanza del cuore in materiale viscoelastico impone uno studio più approfondito su questo tipo di materiali, sul loro comportamento meccanico e sulle grandezze che lo descrivono.

Oltre all'analisi critica dei risultati sperimentali, il lavoro esposto in questa tesi prevede la definizione di un modello numerico che sia in grado di riprodurre il comportamento dinamico del pannello analizzato. La definizione delle caratteristiche meccaniche del materiale viscoelastico presente all'interno del pannello, può avvenire attraverso modelli matematici che siano in grado di ricostruire il comportamento costitutivo del materiale.

Il materiale viscoelastico costituente il cuore del pannello è una schiuma polimerica di polivinilcloruro (PVC) denominata commercialmente **Airex C70.75**. La sua bassa densità (soli $80 \frac{kg}{m^3}$) lo rende un ottimo prodotto per la realizzazione di materiali con struttura sandwich, anche se non presenta eccellenti caratteristiche meccaniche. Si ricorda che i polimeri, come il PVC appunto sono costituiti da una serie di monomeri legati tra loro a formare delle lunghe catene polimeriche. Il singolo monomero è il cloruro di vinile, la cui formula chimica di struttura è indicata con $CH_2 = CH - Cl$ e si trova a pressione e temperatura ambiente allo stato gassoso; l'utilizzo del monomero è principalmente legato alla polimerizzazione del PVC appunto. Più monomeri si uniscono tra loro a formare le lunghe catene polimeriche, che intrecciate tra loro compongono proprio il PVC come lo conosciamo. L'utilizzo del PVC è frequente sia in ambito industriale che civile per la realizzazione di tubazioni, materiali da imballaggio, realizzazione infissi, indumenti, dischi.

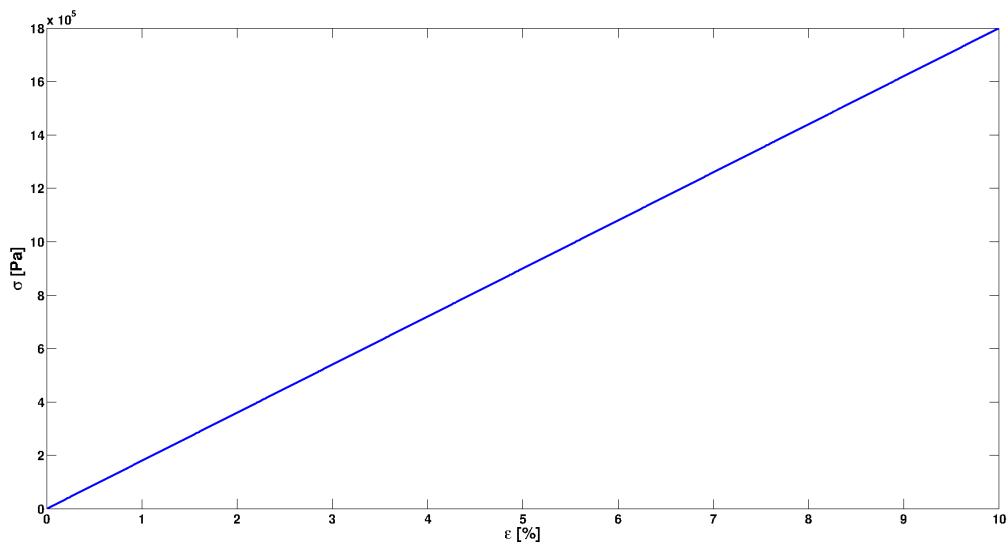


Figura 2.1: Esempio di comportamento elastico

Il suo largo utilizzo è principalmente dovuto alla sua facilità di lavorazione e se stabilizzato alla sua longevità, legata alla bassa degradazione in presenza di agenti chimici, luce o calore.

In questo capitolo, dopo un'introduzione sul comportamento dei materiali viscoelastici affrontata osservando i risultati qualitativi provenienti da determinate prove, verranno introdotte le grandezze che descrivono il comportamento viscoelastico dei materiali, i loro legami e la loro modellazione. Successivamente, dopo una descrizione del tipo di struttura che caratterizza il materiale ed osservata la sua influenza sul comportamento meccanico, verranno mostrati i risultati ottenuti da una serie di prove sperimentali effettuate sulla schiuma che compone il pannello.

2.1 Introduzione ai materiali viscoelastici

Le particolarità dei materiali viscoelastici derivano dal loro comportamento meccanico che non può essere considerato nè puramente elastico, nè totalmente viscoso.

In genere un materiale elastico lineare risponde ad una deformazione imposta dall'esterno con uno sforzo proporzionale (Figura 2.1) secondo una legge del tipo:

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (2.1)$$

dove:

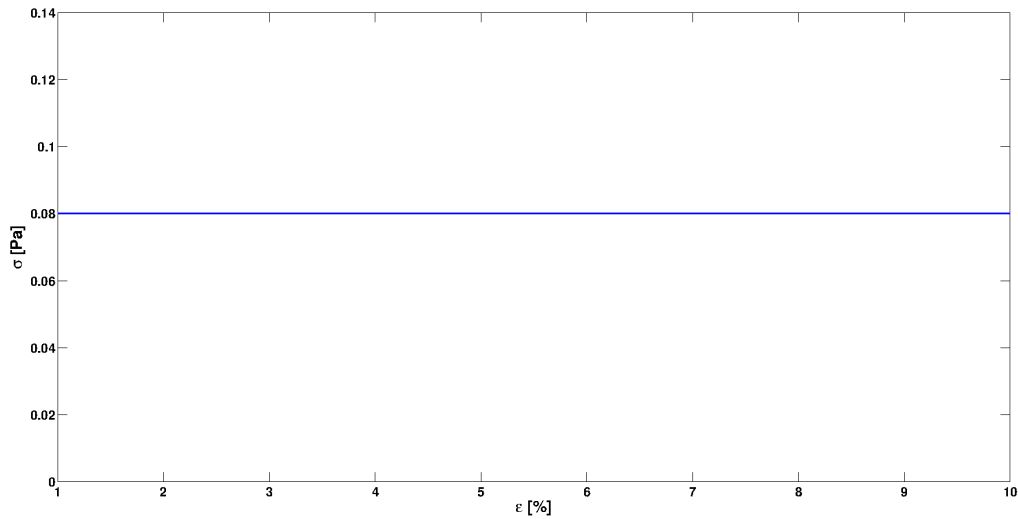


Figura 2.2: Esempio di comportamento viscoso nel caso di deformazione a velocità costante

- Con σ si indica lo sforzo legato alla deformazione.
- Con E si indica il modulo di elasticità lineare o di Young
- Con ϵ si indica la deformazione definita come il rapporto $\frac{\Delta l}{l}$.

La maggior parte dei materiali che vengono utilizzati in ambito ingegneristico, soprattutto acciaio e alluminio possono quasi sempre essere considerati materiali elastici lineari in tutta la zona di utilizzo e progetto.

Altra categoria di materiali ben conosciuti in ambito ingegneristico sono i fluidi viscosi, i quali reagiscono con sforzi in presenza di gradienti temporali di deformazione, secondo una legge del tipo (Figura 2.2):

$$\sigma = \eta \cdot \frac{d\epsilon}{dt} \quad (2.2)$$

in cui η rappresenta la viscosità e determina gran parte delle caratteristiche del fluido (fluidi newtoniani e non).

Un materiale viscoelastico presenta delle caratteristiche intermedie tra quelle di un materiale puramente elastico ed uno puramente viscoso. Questo comportamento porta ad una relazione fortemente non lineare tra sforzi e deformazioni, dipendente dal tempo e dalla velocità di applicazione del carico o della deformazione. Per indagare meglio questo comportamento è necessario caratterizzare alcune grandezze fondamentali quali:

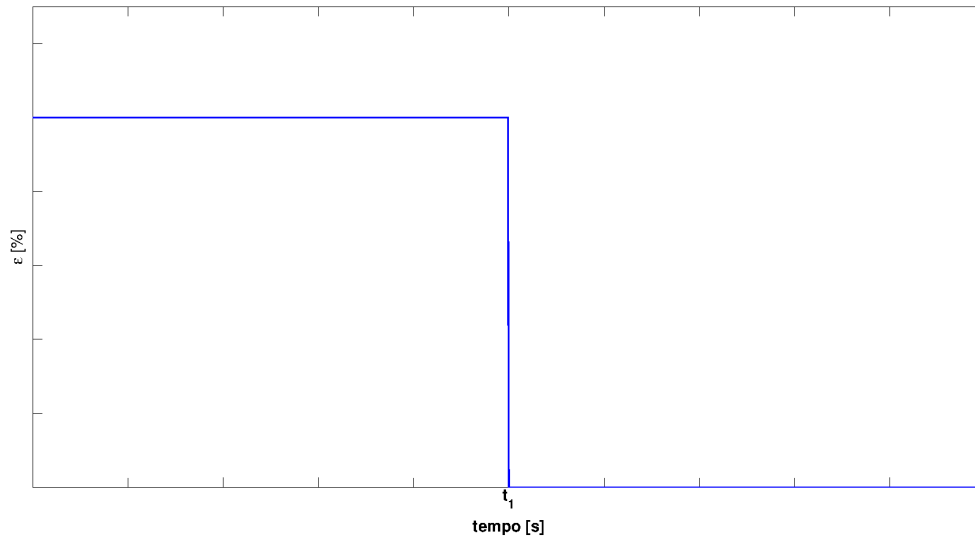


Figura 2.3: Andamento qualitativo della deformazione durante la prova di rilassamento

- **Modulo di rilassamento** o equivalentemente il **modulo complesso**: Questo modulo permette di descrivere la relazione tra sforzo e deformazione all'interno del materiale.
- **Coefficiente di Poisson**: Indice del rapporto tra deformazione trasversale e longitudinale del materiale deformato.

Per la caratterizzazione del tipo di materiale e delle sue principali grandezze si introducono nel seguito una serie di prove che possono essere effettuate su campioni di materiale.

2.2 Prova a rilassamento

Questo tipo di prova prevede l'applicazione di una deformazione costante e l'osservazione della variazione di sforzo nel tempo. Quindi, da un punto di vista pratico, è necessario utilizzare una macchina che sia in grado di misurare la forza che viene applicata sul provino per poter mantenere una data deformazione.

La prova può essere efficacemente descritta attraverso i grafici in Figura 2.4 e Figura 2.3 che mostrano l'andamento di σ ed ϵ lungo il tempo di prova.

Come è possibile notare, a seguito di un'applicazione istantanea di deformazione la risposta in termini di sforzo è molto veloce seppur non istantanea.

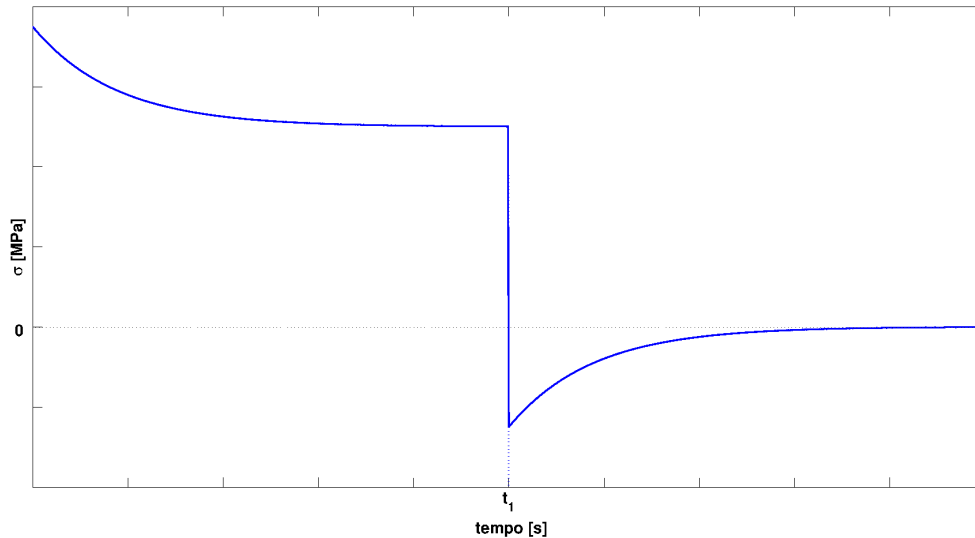


Figura 2.4: Andamento qualitativo dello sforzo durante la prova di rilassamento

Successivamente mantenendo costante la deformazione sul provino, lo sforzo diminuisce sempre di più, fino ad assestarsi su un determinato valore con il procedere del tempo. Questo comportamento è intimamente legato allo scorrimento relativo delle lunghe catene polimeriche all'interno del materiale. Se ora al tempo t_1 si rimuove la deformazione applicata sul provino, si ottiene uno stato di sforzo di segno opposto rispetto a quello generato dalla deformazione applicata. Questo è dovuto allo stato tensionale residuo causato dalla deformazione e va via via esaurendosi seguendo un andamento temporale identico ma opposto a quello osservato in precedenza.

Al contrario sottoponendo ad una prova di rilassamento un materiale elastico lineare si otterrebbe una risposta istantanea all'applicazione della deformazione e successivamente costante lungo tutta la prova. Allo stesso modo al tempo t_1 lo sforzo tornerebbe a zero istantaneamente. Questo permette di evidenziare che le grandezze, come il modulo di elasticità lineare, caratteristiche dei materiali elastici non possono essere utilizzate per descrivere il comportamento dei materiali viscoelastici. Per questi materiali è necessario definire una nuova grandezza, ossia il **modulo di rilassamento** definito come:

$$E(t) = \frac{\sigma(t)}{\epsilon_0} \quad (2.3)$$

dove:

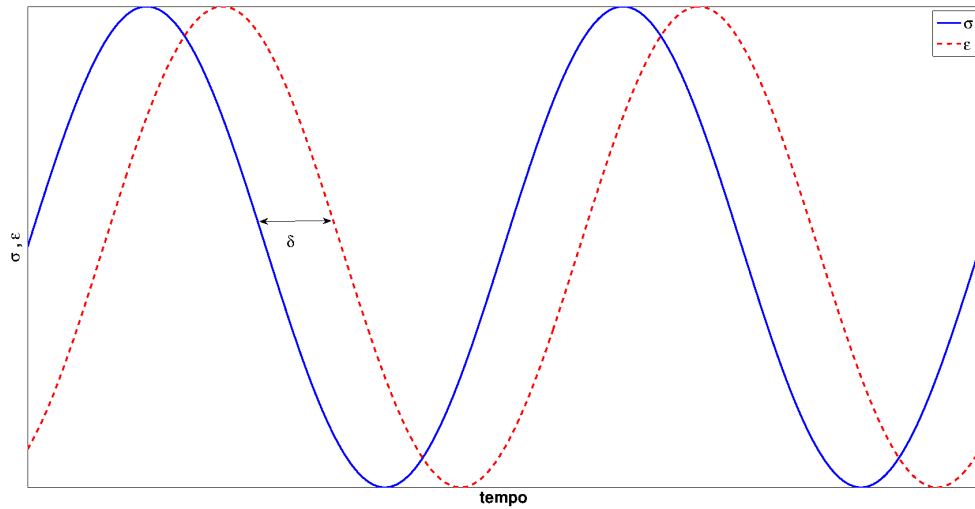


Figura 2.5: Sforzo e deformazione con carico sinusoidale

- $\sigma(t)$ rappresenta l'andamento degli sforzi mentre è applicata la deformazione.
- ϵ_0 rappresenta la deformazione che viene imposta durante la prova.

Anche per altri tipi di forzamento i materiali viscoelastici mostrano un comportamento differente dai più noti materiali elastici lineari. Un esempio caratteristico e di notevole importanza è il forzamento sinusoidale.

2.3 Sollecitazione sinusoidale

Si consideri di applicare ad un provino uno sforzo con un andamento sinusoidale nel tempo e di registrarne la deformazione. Anche attraverso questo tipo di prova è possibile caratterizzare il comportamento dinamico del materiale. Un andamento qualitativo dell'andamento di sforzo e deformazione nel provino è visibile in Figura 2.5. Come è possibile notare dallo stesso grafico la risposta in termini di deformazione del materiale non sarà in fase con la sforzo applicato, come avverrebbe per un materiale elastico lineare, bensì sfasata di un angolo δ . Quindi ipotizzando di applicare uno sforzo sul provino del tipo:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \sin(2\pi ft) \quad (2.4)$$

dove con f indichiamo la frequenza di oscillazione, con t il tempo e con σ_0 l'ampiezza di oscillazione della sollecitazione, si otterrebbe una deformazione del provino caratterizzata come segue:

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \sin(2\pi ft - \delta) \quad (2.5)$$

dove come indicato in precedenza con $\delta > 0$ si indica il ritardo nella risposta. Il ritardo osservabile dalla risposta è intimamente legato agli scorrimenti tra catene polimeriche (vedi [23]) che avvengono all'interno del materiale, i quali causano dissipazioni e quindi smorzamento. A conferma di questo è pratica comune indicare con il nome di smorzamento $\tan\delta$, tangente dell'angolo di sfasamento tra deformazione e sforzo. Il suo valore è direttamente legato alla quantità di energia dissipata nel materiale (vedi [24]).

Sforzo e deformazione indicati nel grafico in Figura 2.5 possono essere descritti analiticamente dalle funzioni 2.4 e 2.5. In generale una grandezza sinusoidale o cosinusoidale può essere vista anche come proiezione sull'asse reale o immaginario di un vettore rotante sul piano complesso. Quindi è possibile utilizzare come rappresentazione analitica equivalente la formulazione:

$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot e^{i\omega t} \quad e \quad \epsilon(t) = \epsilon_0 \cdot e^{i(\omega t - \delta)} \quad (2.6)$$

Si cerca ora un indice che sia espressione della rigidità dinamica del materiale, analogamente a quanto visto per il modulo di rilassamento. Si introduce a questo scopo una nuova grandezza complessa funzione della frequenza definita come:

$$E^*(\omega) = \frac{\sigma(t)}{\epsilon(t)} = \frac{\sigma_0 \cdot e^{i\omega t}}{\epsilon_0 \cdot e^{i(\omega t - \delta)}} = \hat{E}(\omega) \cdot e^{i\delta} \quad (2.7)$$

oppure:

$$\frac{\sigma(t)}{\epsilon(t)} = E^*(\omega) = E'(\omega) + i \cdot E''(\omega) \quad (2.8)$$

dove:

- E^* viene chiamato **complex module** o **modulo complesso** ed è funzione della frequenza con cui viene sollecitato il materiale.
- E' viene chiamato **storage modulus**
- E'' viene chiamato **loss modulus**

Chiaramente sia E' che E'' risulteranno ancora funzione della frequenza di forzamento. Il modulo complesso è in grado di rappresentare completamente

il comportamento del materiale. Infatti questa grandezza contiene informazioni sia sulla rigidità del materiale, inteso come rapporto tra le ampiezze di sforzo e deformazione, sia sull'energia che viene dissipata dallo scorrimento delle lunghe catene polimeriche. Infatti il rapporto denominato come **loss factor**:

$$\tan\delta = \frac{E'}{E''} \quad (2.9)$$

rappresenta sempre la tangente dell'angolo di sfasamento tra deformazione e sforzo, denominata come chiarito in precedenza smorzamento, ed è correlata all'energia dissipata nel materiale. Il modulo complesso è funzione della frequenza e per descrivere il comportamento meccanico del materiale è possibile riportare l'andamento di E' ed E'' in funzione della frequenza.

È interessante notare la relazione che lega il modulo di rilassamento $E(t)$ al modulo complesso $E^*(\omega)$ del materiale. Per mostrare questa relazione è necessario avvalersi del **principio di Boltzmann**, illustrato dettagliatamente in [24] e che può essere riassunto dalla formula:

$$\sigma(t) = \int_0^t E(t-\tau) \frac{d\epsilon(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (2.10)$$

La quale permette di affermare che conoscendo il modulo di rilassamento del materiale, ottenibile come visto in precedenza dalla prova di rilassamento e data una qualsiasi storia di deformazione del campione è possibile prevedere la sua risposta in termini di sforzo nel provino.

Si consideri allora di applicare una storia di deformazione di tipo sinusoidale $\epsilon(t) = \epsilon_0 e^{i\omega t}$ ad un provino e di utilizzare l'equazione 2.10 per ricavare lo sforzo generato. Un'operazione di questo tipo richiede la conoscenza del modulo di rilassamento, il cui andamento qualitativo è già stato introdotto in 2.2. Dal grafico in Figura 2.4 è evidente come il modulo di rilassamento, per tempi $t \rightarrow \infty$ si assesti su un valore costante che si indicherà con E_∞ . Allora è possibile anche pensare che il modulo di rilassamento totale sia dovuto a due contributi, uno costante E_∞ appunto e uno variabile \tilde{E} , per cui $E(t) = E_\infty + \tilde{E}(t)$ (vedi [24]). Questa suddivisione, che chiaramente nulla toglie al significato della grandezza, permette di semplificare leggermente i successivi procedimenti matematici necessari per l'ottenimento dello sforzo, infatti l'equazione 2.10 può essere riscritta come:

$$\sigma(t) = \int_0^t E(t-\tau) \frac{d\epsilon(\tau)}{d\tau} d\tau = E_\infty \int_0^t \frac{d\epsilon(\tau)}{d\tau} d\tau + \int_0^t \tilde{E}(t-\tau) \frac{d\epsilon(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (2.11)$$

La deformazione imposta, rappresentata da un segnale periodico, non possiede a rigore un punto di inizio vero e proprio; si deve quindi estendere il

limite inferiore dell'integrale fino a $-\infty$. Integrando sui nuovi limiti imposti si ottiene $\int_{-\infty}^t \epsilon_0 e^{i\omega\tau} d\tau = \epsilon_0 e^{i\omega t}$ e quindi:

$$\sigma(t) = E_\infty \epsilon_0 e^{i\omega t} + i\omega \epsilon_0 \int_{-\infty}^t \tilde{E}(t-\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \quad (2.12)$$

da cui operando un cambio di variabile ($t' = t - \tau$) ed utilizzando la rappresentazione polare in luogo di quella esponenziale è possibile arrivare a scrivere:

$$\sigma(t) = \epsilon_0 e^{i\omega t} \left[E_\infty + \omega \int_0^\infty \tilde{E}(t') \sin(\omega t') dt' + i\omega \int_0^\infty \tilde{E}(t') \cos(\omega t') dt' \right] \quad (2.13)$$

Si ritorni a considerare la definizione di modulo complesso espressa dall'equazione 2.7. Dalla definizione è possibile affermare che per un provino sottoposto ad una deformazione sinusoidale $\epsilon(t) = \epsilon_0 e^{i\omega t}$ lo sforzo agente può essere espresso come:

$$\sigma(t) = \epsilon_0 e^{i\omega t} E^*(\omega) = \epsilon_0 e^{i\omega t} (E'(\omega) + iE''(\omega)) \quad (2.14)$$

Confrontando le equazioni 2.13 e 2.14 è possibile affermare che:

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= \epsilon_0 e^{i\omega t} E^*(\omega) = \epsilon_0 e^{i\omega t} (E'(\omega) + iE''(\omega)) = \\ &\epsilon_0 e^{i\omega t} \left[E_\infty + \omega \int_0^\infty \tilde{E}(t') \sin(\omega t') dt' + i\omega \int_0^\infty \tilde{E}(t') \cos(\omega t') dt' \right] \end{aligned} \quad (2.15)$$

e quindi:

$$E'(\omega) = E_\infty + \omega \int_0^\infty \tilde{E}(t') \sin(\omega t') dt' \quad (2.16)$$

$$E''(\omega) = \omega \int_0^\infty \tilde{E}(t') \cos(\omega t') dt' \quad (2.17)$$

Tutta la trattazione mostrata permette di ritenere equivalenti, a livello teorico, le informazioni fornite dal modulo di rilassamento e dal modulo complesso.

Nell'ambito dei materiali viscoelastici, notevole interesse viene riposto inoltre alle possibilità di modellazione del comportamento dei materiali. Questo permette di definire analiticamente le principali grandezze che descrivono il comportamento di un materiale viscoelastico, quali il modulo complesso o il modulo di rilassamento, attraverso modelli analitici semplificati, facili da trattare ed utilizzabili anche nella modellazione numerica delle strutture.

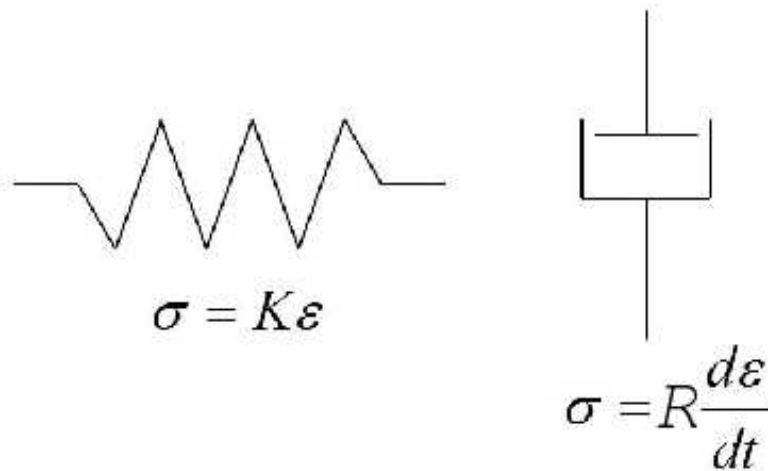


Figura 2.6: Elementi base dei modelli reologici

2.4 Modelli reologici dei materiali viscoelastici

La modellazione dei materiali viscoelastici viene effettuata con modelli di tipo reologico. Questi sono costituiti essenzialmente dalla combinazione di diversi tipi di **elementi base**, riassunti in Figura 2.6, dotati ognuno di una singola caratteristica e che, opportunamente combinati, consentono di modellare il comportamento anche complesso dei materiali. Come già riportato in precedenza un materiale viscoelastico è caratterizzato da un comportamento che si pone a metà tra quello di un materiale puramente elastico e quello di un fluido viscoso. Questo giustifica l'utilizzo di molla e smorzatore come elementi base per i modelli (Figura 2.6). Il primo chiaramente permette di caratterizzare il comportamento elastico del materiale, il secondo di modellare il comportamento di un fluido viscoso nel quale gli sforzi sono direttamente proporzionali alla velocità di variazione della deformazione. I sottosistemi base e le equazioni che governano il loro comportamento sono indicate in Figura 2.6.

La scelta della notazione K e R per rappresentare rigidità e smorzamento degli elementi base, in loco dei più utilizzati E e η o μ non è casuale ma dettata dall'esigenza di distinguere chiaramente le caratteristiche degli elementi base da quelle del materiale reale. Nel seguito si riportano i modelli più utilizzati nella modellazione del comportamento viscoelastico, cercando di indicare pregi e difetti di ognuno.

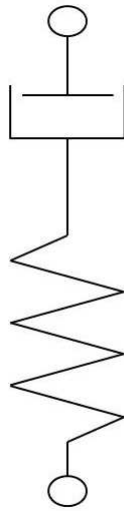


Figura 2.7: Modello di Maxwell

2.4.1 Modello di Maxwell

Uno dei primi modelli reologici dedicati alla modellazione del comportamento viscoelastico fu il modello di Maxwell. Elaborato nel 1867 da James Clerk Maxwell, cerca di modellare il comportamento di un materiale viscoelastico ponendo in serie un elemento molla e uno smorzatore secondo lo schema indicato in Figura 2.7. Per validare questo modello è necessario innanzitutto ottenere la relazione tra sforzi e deformazioni.

In uno schema come quello indicato in Figura 2.7 gli sforzi che interessano l'elemento elastico e l'elemento smorzante sono gli stessi, mentre la deformazione totale del complesso molla e smorzatore è data dalla somma delle singole deformazioni. Poste queste premesse è possibile scrivere l'equazione che governa il legame sforzi deformazioni:

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{d\sigma}{dt} \frac{1}{K} + \frac{\sigma}{R} \quad (2.18)$$

Per verificare la bontà del modello proposto si decide di testare il sistema sia sotto le condizioni imposte dalla prova di rilassamento, introdotta in 2.2, sia sotto le condizioni imposte dalla prova a creep, che introdurremo brevemente in seguito. Al fine di verificare il comportamento del modello soggetto ad una prova di rilassamento è necessario imporre al modello proposto una deformazione costante e definire l'andamento temporale del modulo di rilassamento risolvendo l'equazione differenziale 2.18. Come condizione iniziale si impone che la risposta al tempo $t = 0$ del modello sia legata solo alla

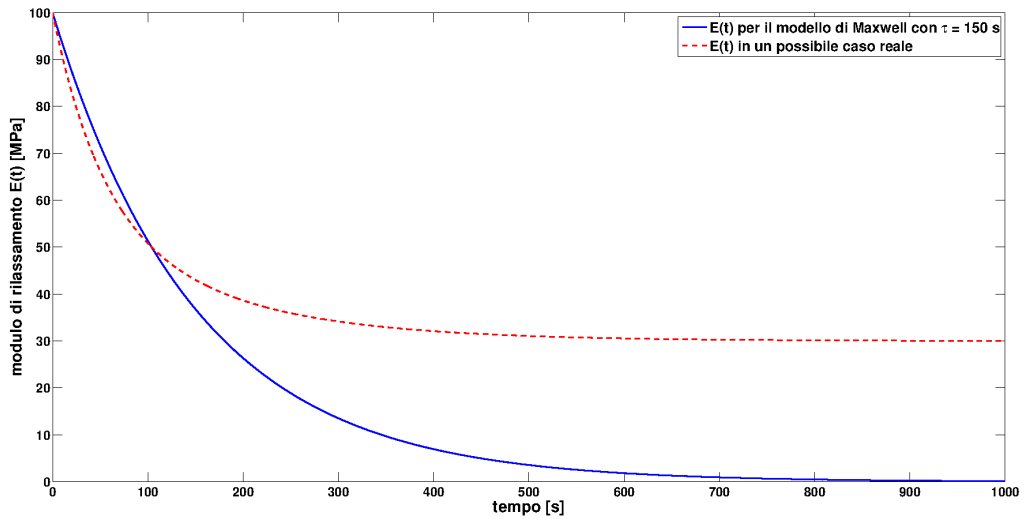


Figura 2.8: Andamento del modulo di rilassamento in una prova effettuata sul modello di Maxwell ($\tau = \frac{R}{K} = 150$ s) confrontato con l'andamento in un ipotetico caso reale

componente elastica, in quanto gli effetti viscosi necessitano di tempo per potersi realizzare. Si risolve allora il problema seguente:

$$\begin{cases} \frac{d\sigma}{dt} \frac{1}{K} + \frac{\sigma}{R} = 0 \\ \sigma(t=0) = \epsilon_R K \end{cases} \quad (2.19)$$

In cui ϵ_R rappresenta la deformazione costante imposta al modello. Risolvendo il problema 2.19 è possibile scrivere il modulo di rilassamento come $E(t) = K e^{-(K/R)t} = K e^{-t/\tau}$ con $\tau = R/K$. L'andamento qualitativo del modulo di rilassamento ottenuto tramite il modello di Maxwell viene confrontato in Figura 2.8 con il modulo ottenibile in un possibile caso reale.

Da un confronto qualitativo tra la curva del modulo di rilassamento per questo modello e quella tipica di un materiale viscoelastico, si evidenzia come per tempi elevati il modello di Maxwell tenti di annullare lo sforzo presente nel materiale, condizione praticamente impossibile per un materiale solido reale a meno di lacerazioni all'interno del materiale. In un caso reale infatti il modulo di rilassamento per tempi $t \rightarrow \infty$ si stabilizza su un valore costante diverso da 0.

Se invece si prova a sottoporre il modello ad una prova di creep descritta in [24] e che si ricorda consta dell'applicazione di un carico costante e

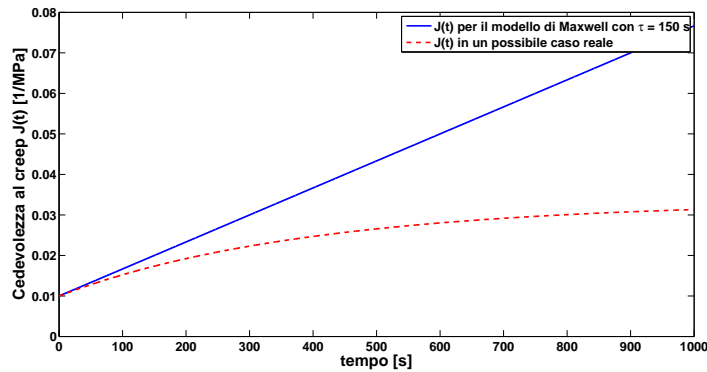


Figura 2.9: Andamento della cedevolezza in una prova effettuata sul modello di Maxwell ($\tau = \frac{R}{K} = 150 \text{ s}$) confrontato con l'andamento in un ipotetico caso reale

dell'osservazione del valore di deformazione, troviamo che, posto il problema:

$$\begin{cases} \frac{d\epsilon}{dt} = \frac{\sigma_c}{R} \\ \epsilon(t=0) = \frac{\sigma_c}{K} \end{cases} \quad (2.20)$$

in cui σ_C rappresenta lo sforzo costante imposto, l'andamento della cedevolezza a creep definita come $J(t) = \frac{\epsilon(t)}{\sigma_c}$ è descritto dall'equazione:

$$J(t) = \frac{1}{K} \cdot \left(1 + \frac{t}{\tau}\right) \text{ con } \tau = \frac{R}{K} \quad (2.21)$$

dalla quale è possibile notare come il modello riproduca un andamento della cedevolezza a creep crescente linearmente con il tempo come indicato in Figura 2.9. La differenza tra i risultati ottenuti con questo modello e quelli tipici della cedevolezza per materiale viscoelastico è palese (vedi [24]). In un caso reale infatti la cedevolezza cresce nel tempo con un'esponenziale, assestandosi per tempi elevati su un valore costante (vedi Figura 2.9). Verificato che il modello di Maxwell non può di certo rappresentare con accuratezza il comportamento di un materiale viscoelastico, si cercano altri tipi di modelli che, combinando gli stessi elementi base visti in precedenza, consentano di rappresentare il comportamento viscoelastico in maniera più accurata.

2.4.2 Modello Kelvin-Voigt

Questo modello fu sviluppato separatamente da Kelvin e Voigt con risultati analoghi per entrambi. In questo caso il modello è costituito da una

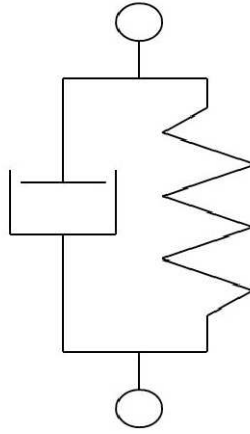


Figura 2.10: Modello Kelvin-Voigt

molla ed uno smorzatore posti in parallelo, come indicato in Figura 2.10. É chiaro anche da una prima analisi del modello, che i due elementi base sono sottoposti alla stessa deformazione, mentre lo sforzo è ripartito tra i due. Fatte queste considerazioni è possibile arrivare alla scrittura dell'equazione che governa il rapporto tra sforzi e deformazioni del modello.

$$\sigma = K\epsilon + R\frac{d\epsilon}{dt} \quad (2.22)$$

Come prima, per verificare la bontà del modello, si sottopone idealmente lo stesso alle prove di rilassamento e di creep. Si inizia dalla prova di rilassamento, sottoponendo il modello ad una deformazione costante ϵ_R . Il problema da risolvere allora sarà del tipo:

$$\begin{cases} \frac{\sigma(t)}{K} = \epsilon_R \\ \sigma(t=0) = \epsilon_R K \end{cases} \quad (2.23)$$

in cui ϵ_R rappresenta la deformazione costante applicata. La risoluzione della 2.23 porta all'identificazione di uno sforzo costante $\sigma(t) = K\epsilon_R$ sul sistema per tutto il tempo di applicazione della deformazione. Questo tipo di modello quindi non riproduce bene il rilassamento di un materiale viscoelastico. Infatti per un modello di questo tipo non avviene un rilassamento degli sforzi, ma lo stesso risponde esclusivamente attraverso l'elemento elastico. Si prova ora a sottoporre il provino ad una prova di creep già illustrata in precedenza in 2.4.1. L'equazione da risolvere per determinare la cedevolezza

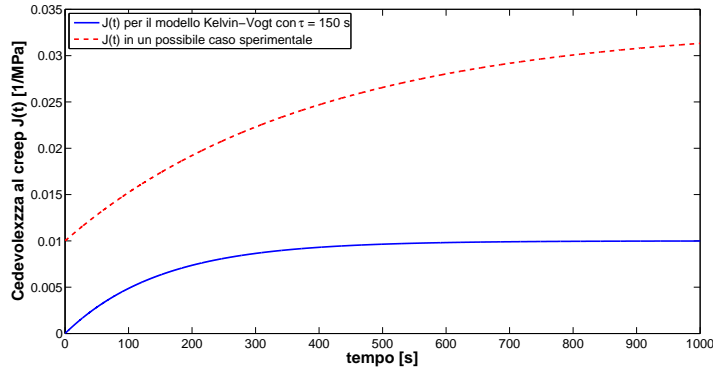


Figura 2.11: Andamento della cedevolezza in una prova effettuata sul modello Kelvin-Voigt ($\tau = \frac{R}{K} = 150$ s) confrontato con l'andamento in un ipotetico caso reale

a creep del modello sarà del tipo:

$$\begin{cases} \frac{d\epsilon}{dt}R + \epsilon K = \sigma_c \\ \epsilon(t=0) = 0 \end{cases} \quad (2.24)$$

in cui σ_C rappresenta lo sforzo costante imposto al provino. La 2.24 risolta porta a scrivere la cedevolezza al creep per il modello come:

$$J(t) = \frac{\epsilon(t)}{\sigma_c} = \frac{1}{K} - \frac{1}{K}e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ con } \tau = \frac{R}{K} \quad (2.25)$$

di cui si riporta l'andamento in Figura 2.11. In questo caso l'andamento qualitativo della cedevolezza nel tempo per questo tipo di modello rispecchia in parte quella di un possibile caso reale. La differenza più evidente risiede comunque nella risposta al tempo zero che per il modello è nulla a differenza di quanto avviene in un caso reale.

L'utilizzo dei modelli mostrati fino ad ora non permette di modellare tutti gli aspetti del comportamento di un materiale viscoelastico. Il modello di Maxwell non riesce assolutamente a riprodurre correttamente il comportamento del materiale quando sottoposto ad una prova di creep ed anche nella prova di rilassamento non riproduce correttamente l'andamento asintotico del modulo di rilassamento. Analogamente il modello di Voigt, seppur riesca a riprodurre in parte il comportamento dei materiali viscoelastici sottoposti ad una prova di creep, non modella correttamente l'andamento del modulo di rilassamento. Per questo bisogna indagare nuovamente alla ricerca di modelli che permettano l'approssimazione voluta delle grandezze.

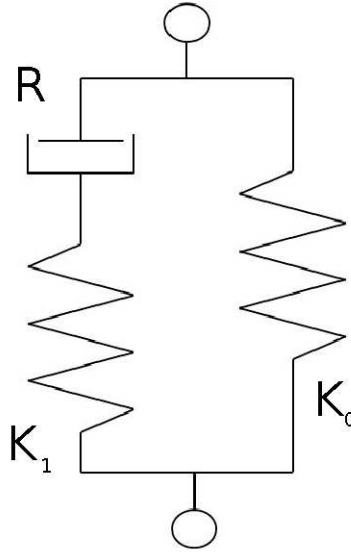


Figura 2.12: Modello SLS

2.4.3 Modello Solido Lineare Standard (SLS) o di Zener

In questo tipo di modello invece la combinazione tra elementi base avviene come indicato in Figura 2.12. Come mostrato in figura il modello è composto da un modello di Maxwell posto in parallelo a una molla. Ricordando i legami tra sforzi e deformazioni dei singoli elementi base possiamo individuare l'equazione sforzo-deformazione del modello:

$$\sigma + \frac{R}{K_1} \frac{d\sigma}{dt} = K_0 \epsilon + R \left(1 + \frac{K_0}{K_1} \right) \frac{d\epsilon}{dt} \quad (2.26)$$

che rappresenta un'equazione differenziale del primo ordine a coefficienti costanti. Come per gli altri modelli, si sottopone idealmente anche questo alle prove di rilassamento e creep per verificare che, il comportamento del modello, rispecchi quello qualitativo tipico dei materiali viscoelastici.

Sottoponendo allora il sistema ad una deformazione costante è chiaro che il problema da risolvere per trovare il modulo di rilassamento $E(t) = \frac{\sigma(t)}{\epsilon_R}$ si ridurrà a:

$$\begin{cases} \frac{R}{K_1} \frac{d\sigma}{dt} + \sigma = K_0 \epsilon_R \\ \sigma(t=0) = (K_1 + K_0) \epsilon_R \end{cases} \quad (2.27)$$

in cui ϵ_R rappresenta sempre la deformazione costante applicata. Notare che la condizione iniziale prevede che la risposta all'istante $t = 0$ sia dovuta ai soli contributi elastici costituiti, in questo caso, dalle due molle poste

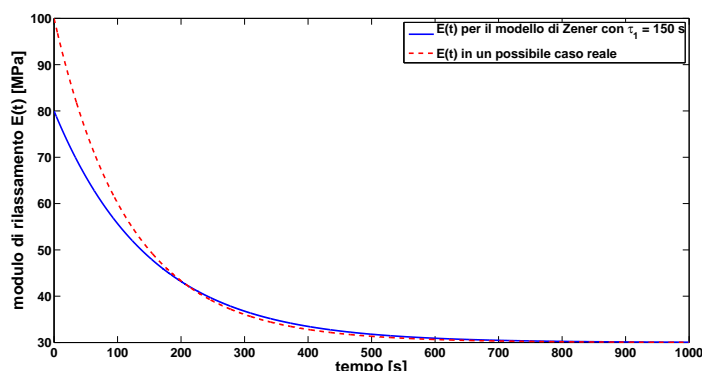


Figura 2.13: Modulo di rilassamento per un modello SLS

in parallelo. Risolvendo si arriva ad ottenere l'espressione del modulo di rilassamento.

$$E(t) = K_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} + K_0 \quad (2.28)$$

il cui andamento, riportato in figura Figura 2.13, ricalca qualitativamente quello tipico per un materiale viscoelastico. Allo stesso modo possiamo pensare di ricavare la cedevolezza a creep del modello, sempre imponendo uno sforzo costante ed osservando il rapporto tra deformazione e sforzo. Il problema da risolvere in questo caso sarà del tipo:

$$\begin{cases} R \left(1 + \frac{K_0}{K_1} \right) \frac{d\epsilon}{dt} + K_0 \epsilon = \sigma_c \\ \epsilon(t=0) = \frac{\sigma_c}{(K_1 + K_0)} \end{cases} \quad (2.29)$$

anche qui la deformazione all'istante iniziale sarà dovuta solamente ai contributi di tipo elastico. Risolvendo integrale generale e particolare ed imponendo le condizioni iniziali, si ottiene (Figura 2.14):

$$J(t) = \frac{\epsilon(t)}{\sigma_c} = -\frac{K_1}{K_0(K_1 + K_0)} e^{-\rho t} + \frac{1}{K_0} \quad \text{con } \rho = \frac{K_0}{K_0 + K_1} \frac{1}{\tau_1} \quad (2.30)$$

in cui τ_1 rappresenta il rapporto R/K_1 . Gli andamenti del modulo di rilassamento e della cedevolezza ricavati tramite il modello di Zener riproducono discretamente l'andamento qualitativo delle grandezze tipiche di un materiale viscoelastico. Le uniche differenze evidenti da Figura 2.13 e Figura 2.14 riguardano l'impossibilità da parte del modello SLS di riprodurre i continui cambi di pendenza delle curve di cedevolezza e di rilassamento reali, che come vedremo nel seguito sono caratteristici di una funzione caratterizzata

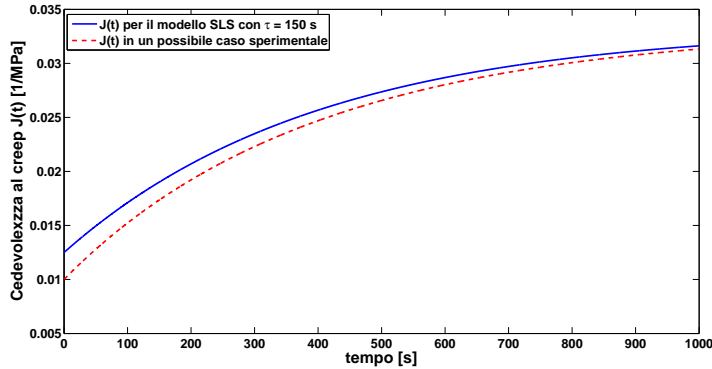


Figura 2.14: Cedevolezza per un modello SLS

dalla somma di una serie di esponenziali complesse. Questi cambi di pendenza sono dovuti ad una serie di fenomeni di scorrimento che si presentano su intervalli temporali differenti all'interno del materiale.

Attraverso l'utilizzo di un modello di Zener generalizzato, ossia di un modello costituito da una serie di modelli di Maxwell posti tutti in parallelo tra loro ed affiancati ad una molla che genera il puro contributo elastico (vedi Figura 2.15), permette invece di riprodurre correttamente l'andamento della curva di rilassamento dei materiali viscoelastici, considerando anche i diversi effetti di rilassamento del materiale. Un modello di questo tipo permette di trovare una relazione tra sforzi e deformazioni del tipo:

$$\sum_{k=0}^N p_k \frac{d\sigma(t)}{dt} = \sum_{k=0}^N q_k \frac{d\epsilon(t)}{dt} \quad (2.31)$$

Applicando anche in questo caso una deformazione costante sul modello, possiamo trovare l'andamento del modulo di rilassamento rispetto al tempo, che sarà rappresentato da un'equazione del tipo:

$$E(t) = E_0 + \sum_{n=1}^N E_n e^{-\frac{t}{\tau_n}} \quad (2.32)$$

É possibile quindi affermare che il modulo di rilassamento di un materiale viscoelastico può essere approssimato attraverso una serie di Prony di N termini, con N che rappresenta l'ordine della serie. Come si vedrà nel seguito un'interpolazione dei dati sperimentali permette ricavare i coefficienti della serie di Prony e quindi le caratteristiche del modello di Zener che meglio riproducono il comportamento del materiale. Una modellazione di questo tipo permette anche di trattare più facilmente i dati sperimentali

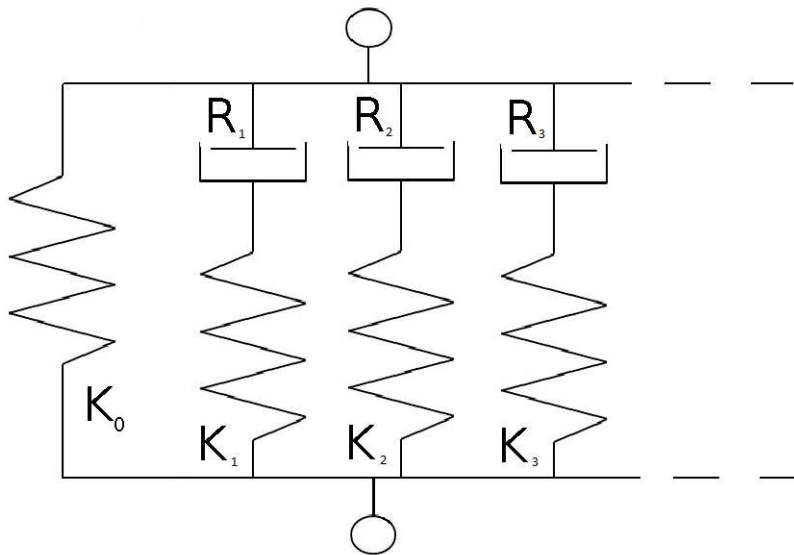


Figura 2.15: Modello SLS generalizzato

nelle successive fasi di studio e simulazione numerica del comportamento del pannello.

Nella caratterizzazione del materiale che compone il cuore del pannello, oltre alla descrizione del suo comportamento costitutivo, è interessante anche osservare la struttura, cercare di capire i suoi meccanismi di deformazione e come questi possono intervenire sul comportamento meccanico. In particolare nel seguito si descriveranno i materiali cellulari (schiume solide), le loro caratteristiche ed il loro comportamento meccanico di cui bisognerà tenere conto durante l'esecuzione delle prove sperimentali per la definizione del comportamento viscoelastico.

2.5 I materiali cellulari

Una schiuma è un materiale cellulare, ovvero un materiale costituito essenzialmente da una rete interconnessa di celle. Una singola cella è a sua volta costituita da un serie di facce e bordi, in numero variabile in base alla geometria della cella stessa. Le strutture cellulari sono molto presenti in natura e vengono sfruttate dall'uomo fin dai tempi degli antichi egizi. Un tipo di struttura cellulare molto presente in natura ed abbastanza comune è il favo naturale delle api; questa struttura ha affascinato da sempre gli studiosi per la sua particolare forma e regolarità. Il favo naturale rappresenta un esempio di struttura cellulare abbastanza comune ed è in particolare una struttura

bidimensionale, dal momento che le sue celle si sviluppano esclusivamente sul piano. Lo stesso tipo di struttura è stata ripresa dall'uomo per realizzare le strutture honeycomb.

Tipi di strutture cellulari naturali, anche tridimensionali, di frequente utilizzo invece riguardano ad esempio il pane, le foglie e i rami.

Negli anni l'uomo ha imparato a creare delle proprie strutture cellulari, inizialmente con materiali abbastanza facili da trattare come polimeri, successivamente anche con materiali come l'alluminio o le ceramiche. Il materiale di nostro interesse appartiene proprio alla categoria dei materiali cellulari creati dall'uomo, ed il solido costituente è un polimero viscoelastico.

I vantaggi principali nell'utilizzo di materiali cellulari, sono il loro basso peso, il loro buon assorbimento termico e le loro capacità smorzanti, la capacità di assorbire energia negli impatti. Per questo i loro principali utilizzi riguardano il campo aeronautico e quello dell'edilizia.

Per fabbricare materiali cellulari esistono diverse tecniche. In generale comunque queste prevedono l'utilizzo di un componente (gas, liquido o solido bassofondente), diverso da quello di cui sarà costituita la schiuma, che viene introdotto nel materiale, a formare degli incavi che comporranno le celle. Ad esempio nel caso di un materiale polimerico può essere insufflato del gas all'interno del polimero ancora fuso, così da formare le celle. Il gas nel caso di un materiale con celle interconnesse potrà poi fluire all'esterno del materiale. In caso di schiuma costituita da celle isolate il gas rimarrà intrappolato nelle celle e come vedremo, contribuirà alla definizione del comportamento meccanico del materiale. La fase di miscelamento con il materiale che dovrà formare le celle prevede l'utilizzo di determinati parametri di processo che determineranno la geometria delle celle e quindi influenzeranno il comportamento stesso del materiale.

I materiali cellulari possono essere suddivisi in due macrocategorie: quelli a celle aperte ed a celle chiuse. Si parla di materiale a celle aperte quando il solido del quale è costituita la schiuma è contenuto solo nei bordi della cella come visibile in Figura 2.16; se anche le facce delle celle sono costituite dal solido come in Figura 2.17, allora in questo caso si parla di schiuma a celle chiuse. Da notare come in genere nel caso di schiume a celle aperte le stesse risultino interconnesse tra loro a differenza di quanto avviene nel caso di materiale a celle chiuse.

Per analizzare i meccanismi di deformazione dei materiali cellulari, dobbiamo prima di tutto osservare le tipiche curve sforzo-deformazione a compressione per una schiuma. Da questi grafici è possibile catalogare in base al comportamento meccanico tre differenti tipi di schiume, evidenziati in Figura 2.18, le schiume elastomeriche, le schiume elasto-plastiche e le schiume

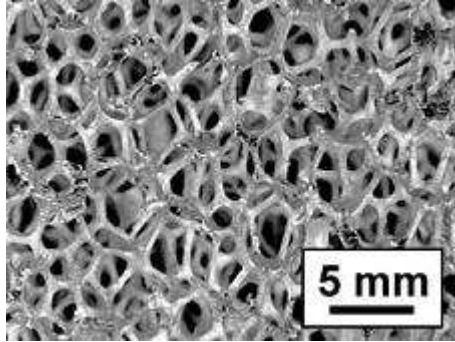


Figura 2.16: Struttura di un materiale a celle aperte

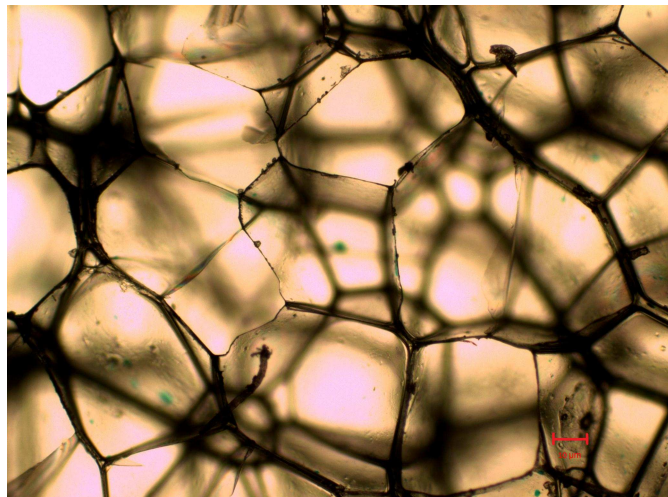


Figura 2.17: Struttura di un materiale cellulare a cella chiuse

fragili. All'interno del grafico caratteristico della singola schiuma, è possibile dividere il campo delle deformazioni in tre differenti zone. La prima è quella di elasticità lineare, all'interno della quale il legame sforzi deformazioni è puramente lineare. La zona successiva è quella del plateau, zona all'interno della quale a fronte di deformazioni molto elevate gli sforzi si mantengono circa costanti. Nell'ultima fase infine ho il fenomeno della densificazione, durante la quale gli sforzi crescono considerevolmente a fronte di deformazioni sostanzialmente nulle. La prima fase di elasticità lineare è comune a qualsiasi tipo di schiuma, come è possibile notare dai grafici in Figura 2.18 ed il comportamento delle singole celle non differisce molto tra i diversi tipi di schiuma. Successivamente, soprattutto nella seconda fase, quella caratterizzata dal plateau si evidenzia un comportamento molto differente tra i diversi tipi di schiuma. In questa sede andremo ad interessarci solo alle schiume di tipo elasto-plastico ed elastomerico, in quanto le schiume presenti all'interno della maggior parte dei pannelli sandwich appartengono proprio a questo tipo di schiume; una trattazione più approfondita sulla dinamica di deformazione delle celle, anche per i diversi tipi di schiume, è ritrovabile sempre in [25]. L'analisi dei singoli campi di deformazione permette di definire le massime deformazioni accettabili nelle fasi di prova dedicate alla caratterizzazione del comportamento viscoelastico del materiale.

2.5.1 Zona di elasticità lineare

In questa fase a livello macroscopico si osserva una dipendenza lineare tra sforzi e deformazioni. Si vuole ora entrare più nello specifico ed osservare i meccanismi di deformazione che avvengono a livello della singola cella. Innanzitutto si introducono geometria e forma della singola cella; queste sono chiaramente molto differenti al variare del tipo di schiuma e dei metodi di produzione utilizzati. Per effettuare però uno studio il più generale possibile ci si ricondurrà ad una forma tipica e molto generale di cella. Questa è rappresentata nel seguito in Figura 2.19.

Nel seguito si considererà il solo caso di una schiuma a celle chiuse, in cui la cella è formata dai bordi esterni e dalle pareti che costituiscono l'elemento di separazione tra le celle. La resistenza strutturale della cella è fornita sia dai bordi cella, che sotto l'applicazione del carico si deformano a flessione, sia dalle pareti di cella, che a causa dell'inflessione si deformano sia a trazione che a compressione fornendo ulteriore resistenza alla deformazione. Un riassunto dello stato di sforzo che si genera a seguito dell'applicazione di un carico sulla cella è graficamente fornito in Figura 2.20. Oltre agli elementi solidi strutturali, anche la compressione del gas all'interno della cella fornisce

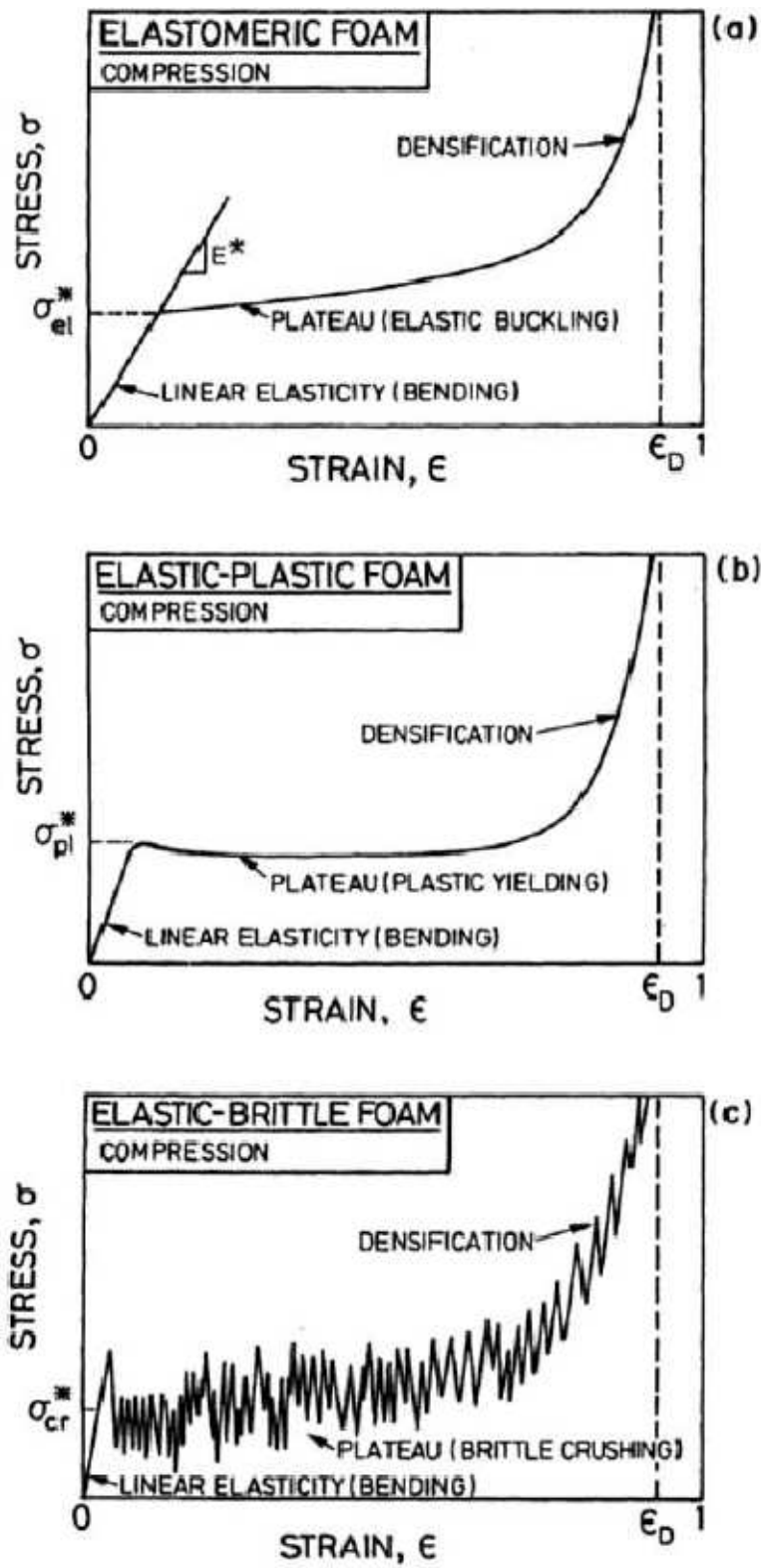


Figura 2.18: Comportamenti dei diversi tipi di schiume (tratto da [25])

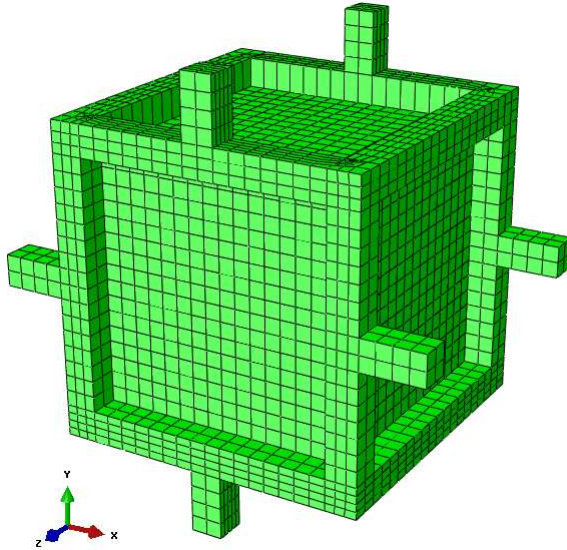


Figura 2.19: Struttura a cella chiusa

resistenza alla deformazione totale della cella in questa fase. Per tutti questi tre contributi è possibile individuare delle relazioni che leghino deformazioni e forze sulla base di considerazioni geometriche legate alla cella e sulla base delle caratteristiche del solido che compone la schiuma come mostrato in [25]. La fase di elasticità lineare coinvolge deformazioni molto limitate, massimo pochi punti percentuali di deformazione. In generale non si può escludere un utilizzo della schiuma anche all'esterno del campo di elasticità lineare. Ad esempio molte componenti per l'imballaggio e la protezione di manufatti o altro lavorano al di fuori del campo di elasticità lineare, dove le dissipazioni di energia nel materiale sono molto maggiori. Una trattazione accurata di queste fasi non è di nostro interesse; infatti andando a considerare le vibrazioni causate in un pannello dalle onde sonore incidenti, o le vibrazioni imposte tramite martellata in un test effettuato in laboratorio, non si raggiungono regimi di deformazione tali da giustificare un collasso plastico del materiale o la sua densificazione.

2.6 Fase sperimentale

Si è già sottolineata l'importanza e l'equivalenza tra le informazioni contenute nell'andamento temporale del modulo di rilassamento e dell'andamento del modulo complesso nelle frequenze (sezione 2.3). Allo stesso modo esiste un'equivalenza tra le informazioni contenute nell'andamento del modulo

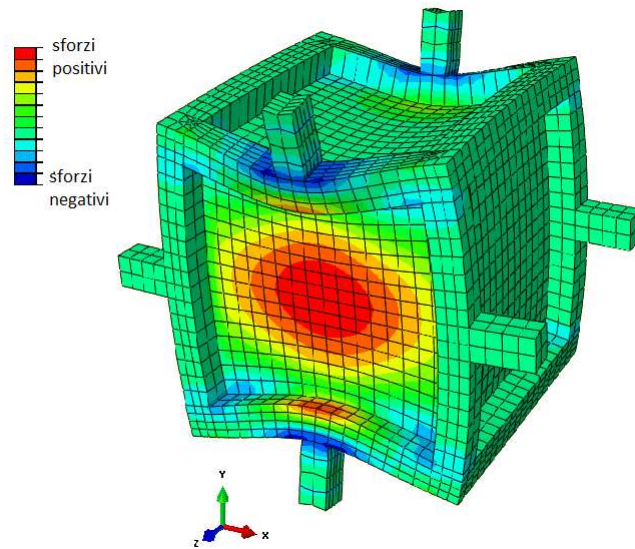


Figura 2.20: Struttura a cella chiusa sottoposta a carico



Figura 2.21: Macchina DMA RSA3 della TA instruments usata per effettuare le prove

di rilassamento e della cedevolezza ([25]). Tutte le grandezze sopracitate descrivono il comportamento del materiale ed è possibile passare da una grandezza all'altra attraverso facili trasformazioni. Questo lascia quindi un grado di libertà legato alla scelta della prova da utilizzare per caratterizzare il comportamento del materiale. In genere questo tipo di scelta può essere effettuata sulla base di ragioni anche piuttosto pratiche quali, disponibilità delle macchine di prova, necessità legate all'utilizzo dei dati, facilità di elaborazione dei dati ottenuti dalla prova. Nel caso in esame si è scelto di caratterizzare il comportamento del materiale attraverso prove di sweep in frequenza che permettono, eccitando sinusoidalmente il provino a differenti frequenze, di trovare l'andamento del modulo complesso in funzione della frequenza. La macchina che permette di effettuare questo tipo di prove è la cosiddetta Dynamic Mechanical Analysis (DMA). Attraverso questa macchina è possibile imporre ad un provino una deformazione sinusoidale e misurarne lo sforzo a differenti frequenze. Quindi ad esempio applicando una deformazione sinusoidale del tipo $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \sin(\omega t)$, a causa della natura viscoelastica del materiale si misurerà una deformazione del tipo $\sigma = \sigma_0 \cdot \sin(\omega t - \delta)$ in ritardo di un angolo δ . A questo punto noti sforzi e deformazioni ad una data frequenza è possibile ricavare storage e loss module del materiale a quella frequenza, infatti si ottiene:

$$\begin{aligned} E'(\omega) &= \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \cos(\delta(\omega)) \\ E''(\omega) &= \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \sin(\delta(\omega)) \end{aligned} \tag{2.33}$$

La macchina DMA a livello elementare è costituita da:

- Un motore che deve essere controllato in posizione, se vogliamo imporre un regime di deformazione sul provino, e/o in forza, se vogliamo imporre una storia di carico sul provino.
- Una cella di carico, che consenta di determinare istante per istante la forza che viene impressa sul provino e per il controllo del motore stesso.
- Un misuratore di posizione, utile al controllo in retroazione del motore ed alla determinazione della deformazione del provino.
- Degli afferraggi che permettano di sollecitare il provino uniformemente sull'area di appoggio preposta.

In genere le macchine DMA vengono fornite di un'altra serie di dispositivi utili in fase di caratterizzazione dei materiali viscoelastici. In primo

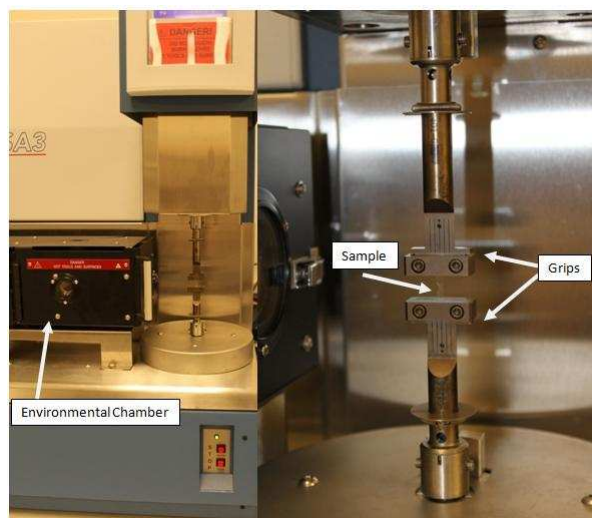


Figura 2.22: Vista del particolare afferraggi (DMA RSA3 TA instruments)

luogo la macchina DMA può essere fornita di una camera termica che avvolge gli afferraggi ed il provino (Figura 2.22). Questa camera deve essere controllata termicamente per poter imporre una data temperatura sul provino stesso. L'utilizzo di questo tipo di dispositivi in unione alla cosiddetta legge *WLF* (*William, Landel, Ferry*) la quale sfrutta il principio di sovrapposizione tempo-temperatura, permette di individuare le caratteristiche del materiale, anche a frequenze molto più elevate rispetto a quelle raggiungibili dalla macchina. Infatti per il principio di sovrapposizione tempo-temperatura esiste una semplice relazione tra la temperatura ed il tempo nella risposta meccanica di un polimero. Si ricorda che, come già sottolineato in precedenza, durante la deformazione di un provino in materiale viscoelastico, le sue caratteristiche meccaniche variano al variare della velocità di deformazione (frequenza). In maniera analoga si nota che anche al variare della temperatura del provino variano le sue caratteristiche meccaniche di risposta. In generale è possibile affermare che una diminuzione della temperatura, dal punto di vista della risposta meccanica, è equivalente ad un aumento della velocità di deformazione. La relazione che lega la variazione delle caratteristiche meccaniche del provino alla temperatura ed alla velocità di deformazione del provino è proprio l'equazione *WLF* (*William, Landel, Ferry*). Abbassando la temperatura del provino tramite l'utilizzo della camera termica è quindi possibile descrivere il suo comportamento meccanico anche a frequenze più elevate di quelle raggiungibili fisicamente tramite la DMA.

Inoltre la camera termica può essere utilizzata per altre prove che permettano di individuare la temperatura di transizione vetrosa del materiale o altro ancora. In tutti i casi la macchina è fornita di software che consente di controllarla, leggere le misure dei trasduttori ed elaborare i dati al fine di individuare le caratteristiche del materiale. Al software in genere devono essere fornite le caratteristiche geometriche del provino per permettere l'elaborazione dei dati. Un modo molto semplice per conoscere lo sforzo agente sul provino è infatti quello di misurare la forza totale agente e conoscendo l'area ricavare lo sforzo attraverso il rapporto forza su area. Allo stesso modo per misurare la deformazione è possibile misurare lo spostamento degli afferraggi rispetto ad una condizione definita come iniziale e successivamente valutare la deformazione rapportando questo spostamento, alla lunghezza iniziale del provino. In genere le macchine di prova vengono costruite in modo tale da lavorare con provini di dimensioni piuttosto contenute. In questo modo si avranno dimensioni degli afferraggi contenute (pochi centimetri) e forze massime sviluppabili dal motore che non superano qualche decina di newton.

Nel seguito verranno analizzate una serie di prove effettuate su campioni di materiale realizzati con la stessa schiuma di cui è formato il cuore del pannello. I provini analizzati saranno principalmente di due tipi:

- Provini di sola schiuma.
- Provini in schiuma con pelli incollate. In questo caso il provino viene ottenuto tagliando una parte del pannello.

L'utilizzo di provini forniti di pelli in alluminio, permette di valutare l'effetto contenitivo legato all'incollaggio. A causa dell'incollaggio con le pelli infatti la schiuma viene in parte vincolata nella sua deformazione. Questo potrebbe causare un aumento di rigidità del provino sottoposto alla prova. Per entrambe le tipologie di provini la fase sperimentale viene suddivisa su differenti prove. La prima prova che viene effettuata è una prova di carico-scarico la quale permette di definire il campo di deformazione elastica lineare per il materiale analizzato. Definito questo campo verranno effettuate una serie di prove in sweep di frequenza atte a determinare il modulo complesso della schiuma in funzione della frequenza. I dati ottenuti verranno poi utilizzati per ricavare i parametri di un modello matematico, che permetta di riprodurre analiticamente le grandezze e di utilizzarla nelle successive fasi di simulazione numerica del comportamento del pannello.

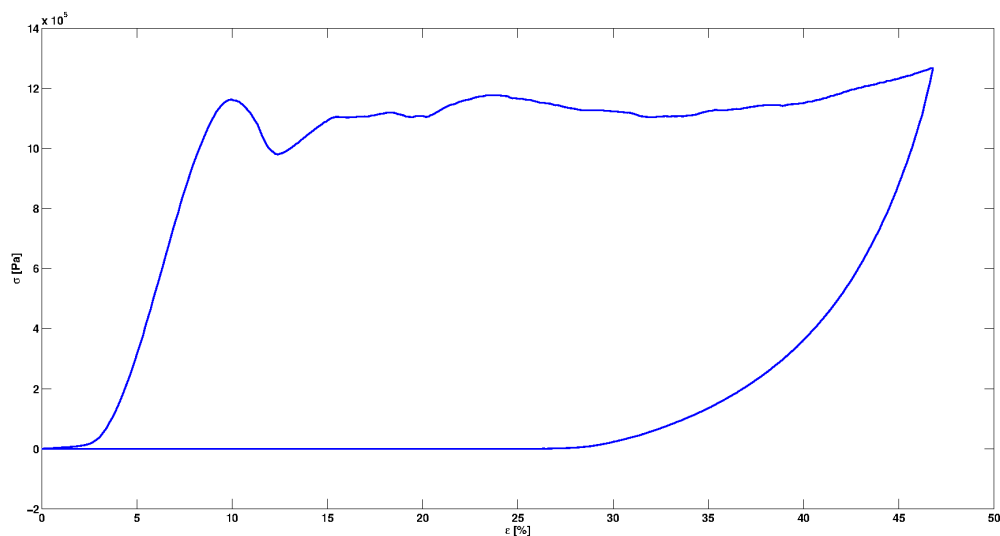


Figura 2.23: Prova di carico e successivo scarico del provino di sola schiuma

2.6.1 Risultati prova carico-scarico

Per poter riconoscere le diverse fasi della deformazione di una schiuma (elasticità lineare, non lineare e densificazione) si decide di effettuare una prova di carico-scarico. In questa prova, effettuata tramite DMA a compressione, il materiale viene compresso fino ad una data deformazione e successivamente viene scaricato, il tutto gradualmente per non generare alcun effetto dovuto al transitorio di carico. Tutte le prove sono state effettuate su una macchina *TA Instruments RSA3* gestita tramite software *TA Orchestrator* della medesima azienda in dotazione al *Dipartimento di chimica, materiali e ingegneria chimica Giulio Natta* del Politecnico di Milano. I provini di sola schiuma utilizzati sono dei cubetti di materiale con lato 5mm. I provini dotati di pelli invece presentano uno spessore di 20 mm ed una dimensione sul piano di 7.5 mm x 7.5 mm circa. Come già accennato l'utilizzo di provini di dimensione ridotta è legata alla necessità di mantenere delle forze di carico basse.

Dalla curva sforzi deformazioni per il provino di sola schiuma, mostrata in Figura 2.23 si nota una fase di elasticità lineare che arriva circa al 10 % di deformazione. Per deformazioni minori al 3% del provino si nota una dipendenza non lineare tra sforzi e deformazioni; questo comportamento non è da imputare al materiale, quanto piuttosto alle caratteristiche metrologiche della cella di carico non adatte a rilevare i bassi valori di forza esercitati sul provino in questa zona. Oltre il 10 % di deformazione si nota una fa-

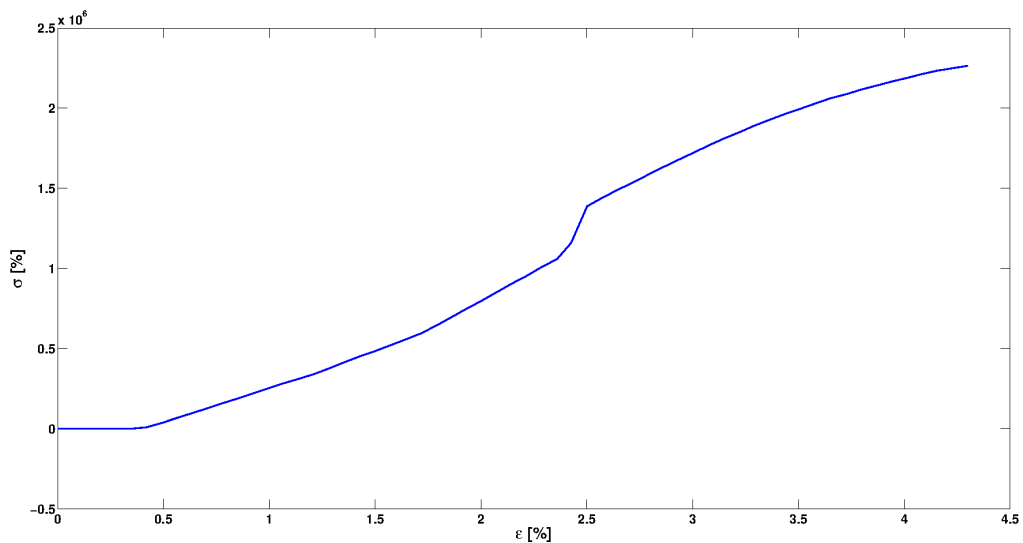


Figura 2.24: Prova di carico per il provino in schiuma e pelli

se non lineare caratterizzata da un plateau con uno sforzo sostanzialmente costante. L'andamento costante del plateau è indice della presenza di gas a pressione ambiente all'interno delle celle. Gas a pressione più elevate si sarebbe opposto al cedimento e collasso delle celle provocando uno sforzo crescente con la deformazione ([25]). Infine verso il 35 % di deformazione circa si nota un aumento abbastanza marcato del valore di sforzo, indice dell'inizio della fase di densificazione. Nella fase di scarico si nota un ritorno elastico non-lineare che porta a zero sia lo sforzo che la deformazione. Definito il campo di elasticità lineare del materiale è possibile procedere con le prove di sweep sinusoidale al fine di caratterizzare l'andamento del modulo complesso nelle frequenze.

Nel caso del provino con le pelli in alluminio invece la prova viene limitata alla sola fase di carico. Da notare che considerato il rapporto tra la cedevolezza del materiale viscoelastico e quella dell'alluminio e considerate le basse forze in gioco, l'alluminio non entra nella caratterizzazione della schiuma. La prova quindi permetterà di caratterizzare la sola schiuma, tenendo conto degli effetti di deformazione vincolata legati alla presenza dell'incollaggio tra pelli e schiuma. Come si nota da Figura 2.24 per piccole deformazioni ($< 0.5\%$) si presenta una fase di dipendenza non lineare, sempre dovuta ai bassi valori di carico non rilevati. Il regime lineare poi prosegue fino al 2.5 % di deformazione. Oltre questo valore si nota una leggera non linearità che potrebbe comunque essere dovuta a deformazioni non elastiche della cella. Quindi si preferisce considerare come sola fase elastica lineare quella com-

presa tra lo 0 ed il 2.5 %. In questa zona verranno effettuate le prove per i provini in schiuma con alluminio.

2.6.2 Risultati prova sinusoidale

Applicando una deformazione sinusoidale per determinate frequenze e per diversi livelli di precarico è possibile trovare l'andamento del modulo complesso lungo un range di frequenze considerato per i provini analizzati. Le prove verranno effettuate solo un range di frequenze che va dagli 0.1 Hz fino ai 40 Hz in quanto si suppone che oltre il limite superiore del range considerato il comportamento del materiale si stabilizzi su un determinato andamento del modulo complesso. Oltre i 40-50 Hz inoltre ci si avvicinerrebbe al limite dello strumento (80 Hz) e per esperienza i dati diventano molto meno affidabili. Il precarico potrà variare dallo 0 % fino al 10 % per il provino in schiuma e dallo 0 % fino al 2.5% per il provino in schiuma e alluminio, in modo tale da rimanere nella sola zona di elasticità lineare del materiale considerato. La differenze del comportamento meccanico al variare del precarico applicato, dipendono direttamente dai meccanismi di deformazione delle celle sotto un carico imposto. La conoscenza del comportamento meccanico del materiale al variare del precarico imposto, si rende necessaria al fine di considerare possibili ed incognite storie di carico sul cuore del pannello, aventi avuto luogo in fase di produzione. Tutti i dati relativi alla prova come precarico, ampiezza di deformazione, range di frequenze vengono impostati attraverso il software che si occuperà di gestire la macchina, analizzare ed elaborare i dati. Quindi i risultati vengono forniti all'operatore già in termini di E' ed E'' in funzione della frequenza di forzamento.

2.6.3 Prova sinusoidale per il provino in sola schiuma

Il grafico in Figura 2.25 riporta i dati relativi all'andamento dei valori di E' ed E'' in funzione del precarico e della frequenza per il provino in sola schiuma. Come si nota dai grafici e come ci si aspetta dalla teoria dei materiali viscoelastici (vedi [24]), il modulo E' cresce all'aumentare sia della frequenza che del precarico applicato. Per quanto riguarda invece i dati relativi all'andamento di E'' si nota come all'aumentare del precarico, anche l'effetto viscoso aumenti, seppur in maniera meno marcata e come all'aumentare della frequenza, invece decadano gli effetti viscosi e quindi E'' .

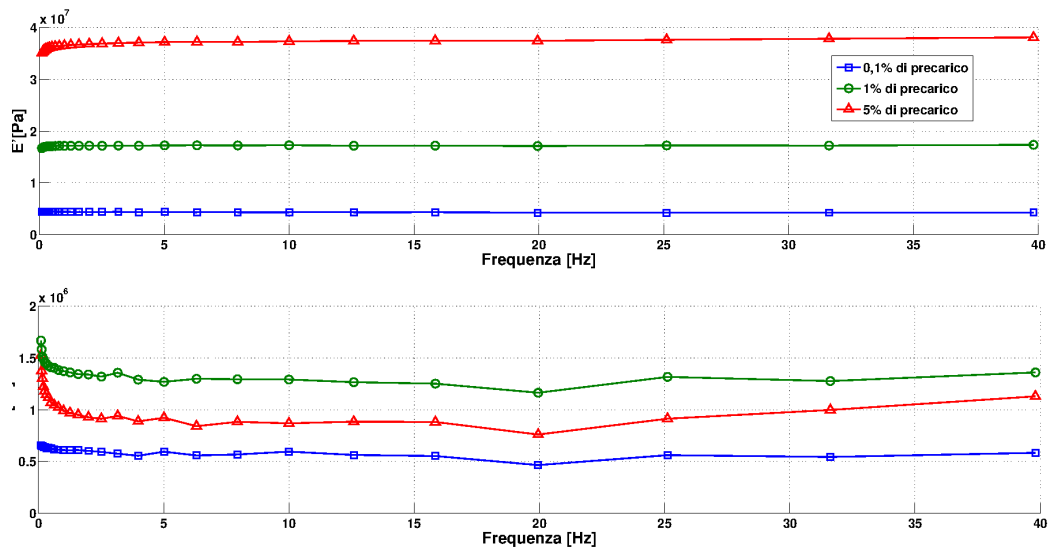


Figura 2.25: Andamento storage e loss module in funzione della frequenza per il provino in sola schiuma

2.6.4 Prova sinusoidale per il provino in schiuma e pelli in alluminio

Per il provino in schiuma e pelli invece gli andamenti di E' ed E'' in funzione della frequenza sono rappresentati in Figura 2.26. Come si nota gli andamenti qualitativi in funzione di frequenza e precarico sono identici al caso precedente, le differenze sostanziali riguardano i valori in gioco nelle due prove. Come si nota i valori di E' per i provini con le pelli sono più del doppio rispetto al caso dei provini in schiuma senza alluminio. Questo è indice della maggior rigidità dovuta alla presenza dell'incollaggio tra schiuma e alluminio che vincola le deformazioni del provino. Inoltre le schiume utilizzate nelle due prove potrebbero non possedere le stesse caratteristiche, a causa di indicazioni errate fornite dal produttore, o semplicemente da differenti cicli di produzione utilizzati. L'alluminio in queste prove non entra nella caratterizzazione come spiegato in precedenza. Per quanto riguarda E'' invece i valori nei due casi sono comparabili, indice del fatto che le dissipazioni all'interno del materiale non vengono influenzate dalla presenza dell'incollaggio, come ci si aspetta pensando che i fenomeni dissipativi sono intimamente legati agli scorrimenti che avvengono all'interno del materiale.

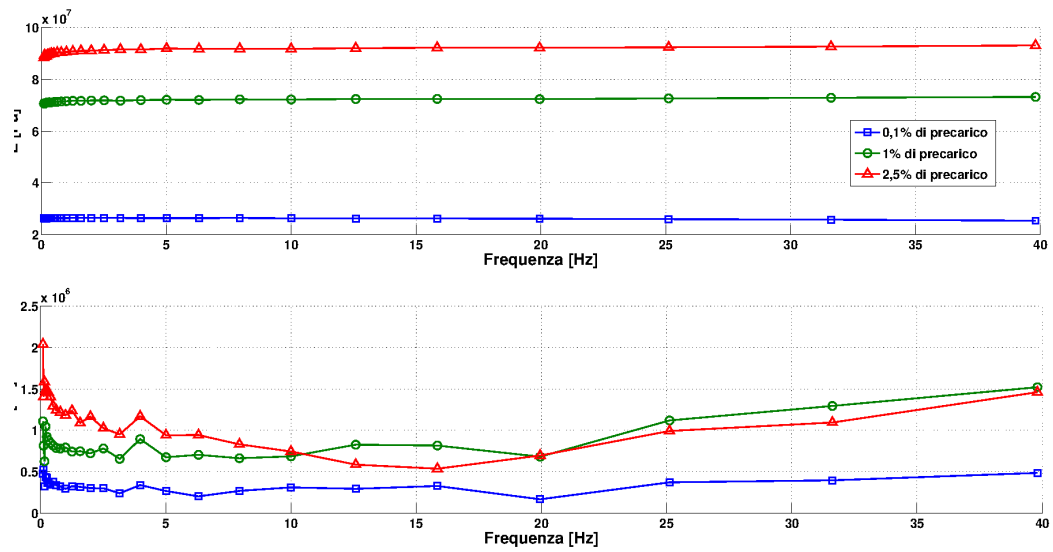


Figura 2.26: Andamento storage e loss module in funzione della frequenza per il provino in schiuma e alluminio

2.6.5 Modellazione delle grandezze ottenute

I risultati ottenuti dalle prove dovranno essere successivamente elaborati al fine di ottenere delle grandezze da implementare in ABAQUS per modellare il materiale viscoelastico. Data la natura tridimensionale dell'analisi numerica effettuata sul pannello, al software FEM sarà necessario fornire modulo di taglio (G) modulo di bulk (B) e coefficiente di Poisson. Attraverso il modulo di taglio è possibile legare gli sforzi di taglio agli scorrimenti che avvengono nel materiale. Questa grandezza chiaramente assume ancora più importanza nel caso del cuore del pannello, che come già evidenziato in precedenza ed in [5], viene prevalentemente interessato dalla presenza di sforzi di taglio. Il modulo di bulk definisce invece la capacità del materiale di resistere ad una forza di compressione uniforme. Come mostrato in [26], conoscendo l'andamento del modulo di taglio complesso e del modulo di bulk complesso, è possibile risalire al modulo di Poisson, che in una trattazione del tutto generale è complesso. In verità per la schiuma che andiamo a considerare nel nostro lavoro il coefficiente di Poisson può essere considerato costante lungo tutto il range di frequenze di interesse. Il coefficiente di Poisson può essere ricavato a partire dalle misure delle deformazioni fuori piano del provino sottoposto alla prova di carico-scarico illustrata in precedenza. Le misure possono essere effettuate attraverso l'ausilio di metodi ottici e quindi senza contatto che permettono una misura non affetta da eventuali effetti di carico legati allo strumento di misura utilizzato. Nel nostro caso

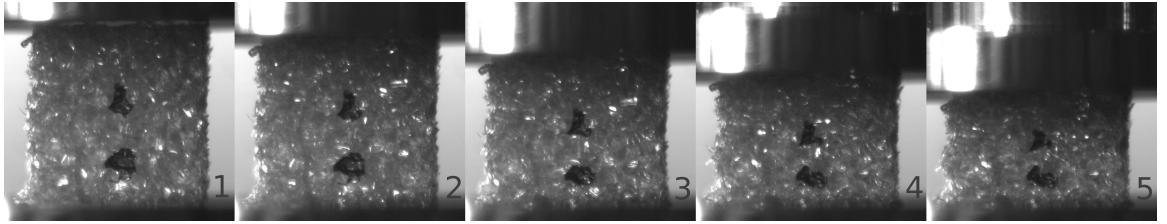


Figura 2.27: Sequenza di deformazione del provino nella prova carico-scarico. Le immagini rappresentano le seguenti deformazioni: 1) 0 %,2) 10 %,3) 20 %,4) 30 %,5) 40 %

il setup di misura prevede l'utilizzo di una videocamera digitale fornita di zoom ottico ad alto ingrandimento puntato sulla zona del provino. In questo modo è possibile registrare le immagini del provino durante la deformazione imposta dalla prova di carico-scarico (Figura 2.27) e successivamente elaborarle al computer per ricavare le deformazioni fuori piano del provino. Le immagini vengono elaborate utilizzando metodi di estensimetria ottica per ricavare i valori delle deformazioni. Attraverso questo metodo si ottiene un coefficiente di Poisson di 0.15 lungo tutto il campo di deformazione testato. Riarrangiando i legami tra coefficiente di Poisson, modulo di taglio e modulo di bulk proposti da Pritz in [26] è possibile pensare di ricavare modulo di taglio e di bulk a partire dalla conoscenza del coefficiente di Poisson.

A questo punto data la conoscenza del modulo complesso longitudinale ricavato dalle prove sperimentali e del modulo di Poisson è possibile risalire sia al modulo di taglio che di Bulk tramite le formule ([26]):

- $G^* = \frac{E^*}{2(\nu - 1)}$
- $B^* = \frac{G^*(1 + \nu)}{1 - 3\nu}$

dove con G^* indichiamo il modulo di taglio complesso, con ν il coefficiente di Poisson mentre con B^* il modulo di Bulk complesso. I dati così ricavati possono essere utilizzati per caratterizzare completamente la schiuma all'interno del modello numerico che verrà elaborato successivamente nel Capitolo 3.

Come già riportato il modello di Zener generalizzato è quello che presenta il maggior numero di vantaggi nella modellazione dei materiali viscoelastici (vedi sezione 2.4). Per il modello di Zener generalizzato il modulo di rilassamento è espresso tramite serie di Prony.

$$E(t) = \sum_{n=0}^N E_n e^{-\frac{t}{\tau_n}} \quad (2.34)$$

A partire dal modulo di rilassamento è possibile ottenere il modulo complesso in funzione della frequenza attraverso la formula 2.15. Da questa è possibile ricavare il modulo complesso per il modello di Zener generalizzato come:

$$E^* = \sum_{n=0}^N \frac{i\omega \cdot E_n}{\left(i\omega + \frac{1}{\tau_n}\right)} \quad (2.35)$$

Allo stesso modo anche per G^* e B^* ricavati tramite le formule 2.6.5 è possibile approssimare il l'andamento in funzione della frequenza attraverso un modello analogo a quello indicato in 2.35, ossia è possibile scrivere:

$$G^* = \sum_{n=0}^N \frac{i\omega \cdot G_n}{\left(i\omega + \frac{1}{\tau_n}\right)} \quad e \quad B^* = \sum_{n=0}^N \frac{i\omega \cdot B_n}{\left(i\omega + \frac{1}{\tau_n}\right)} \quad e \quad (2.36)$$

In ABAQUS il programma richiede per la definizione del materiale, i coefficienti G_n/G_0 , B_n/B_0 e τ_n . Questi coefficienti possono essere ricercati attraverso un algoritmo che minimizzi la differenza tra i valori ottenuti attraverso i modelli riportati in 2.36 e l'andamento di G^* e B^* ricavati dai dati sperimentali.

Da una valutazione preliminare effettuata analizzando i risultati ottenuti dal modello numerico del pannello, realizzato come indicato nella sezione 3.3, si nota che i dati ottenuti dall'analisi sperimentale del provino con solo schiuma, non sono adatti a modellare il materiale viscoelastico contenuto nel cuore del pannello.

Utilizzando i dati provenienti dal provino con schiuma e pelli si nota invece un sensibile miglioramento dei risultati ottenuti attraverso il modello numerico del pannello. In particolare utilizzando i dati relativi al provino in schiuma con pelli in alluminio, precaricato all'1 % di deformazione, la risposta dinamica ottenuta dal modello è quella che meglio approssima il comportamento reale. Nel seguito si riporta allora un confronto tra il modulo di taglio e di bulk ricostruiti attraverso le formule 2.36 e quelli reali (Figura 2.28 per il modulo di taglio Figura 2.28 e per il modulo di bulk). La ricostruzione effettuata permette di riprodurre bene l'andamento sperimentale delle grandezze nel range di frequenze considerato. Una scostamento importante tra i dati si nota nell'intorno dei 20 Hz di frequenza. A questa frequenza i dati sperimentali non risultano però sufficientemente affidabili a causa di una possibile risonanza del sistema provino macchina. I coefficienti utilizzati per la ricostruzione sono indicati in Tabella 2.1.

I risultati ottenuti dal modello numerico del pannello utilizzando i risultati ricavati dalle prove appena mostrate verranno esposti nel successivo capitolo e verranno confrontati con i dati sperimentali.

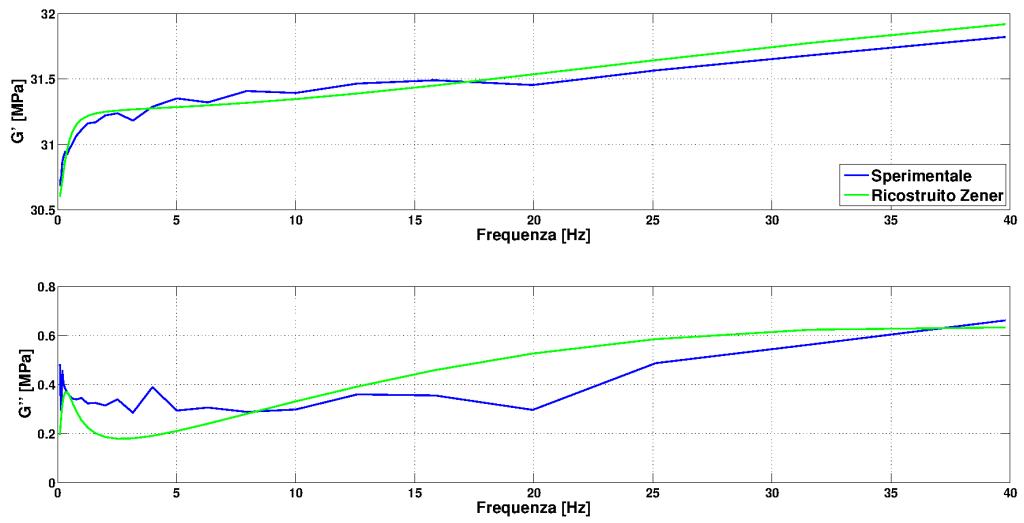


Figura 2.28: Modulo di taglio ricostruito attraverso le formule 2.36

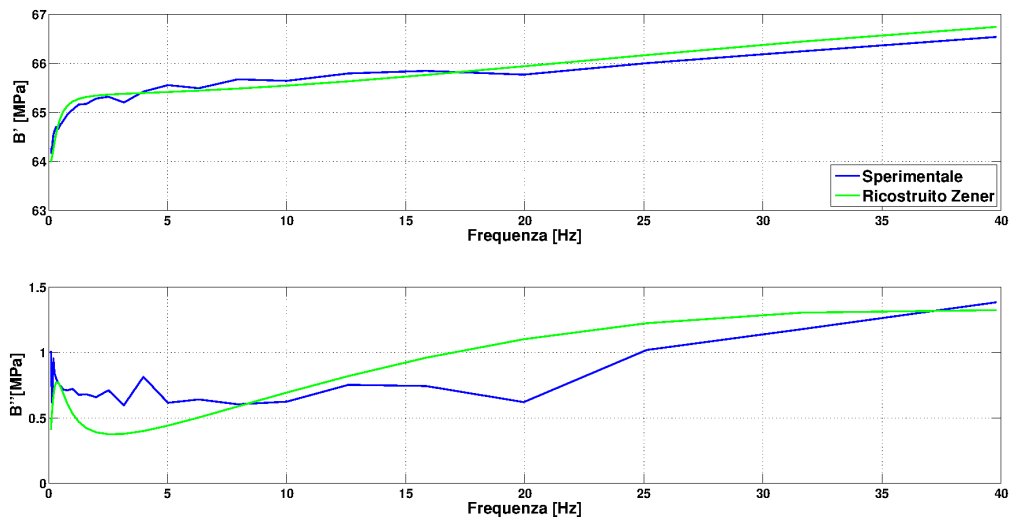


Figura 2.29: Modulo di bulk ricostruito attraverso le formule 2.36

ordine(n)	G_n	B_n	τ_n
1	30.54	68	∞
2	1.25	2.62	0.0042
3	0.72	1.50	0.4597

Tabella 2.1: Coefficienti serie di Prony per il provino in schiuma con pelli precaricato all'1% di deformazione

Capitolo 3

I modelli numerici

Nei precedenti capitoli sono state più volte illustrate le principali caratteristiche del pannello legate alla sua struttura composita, i suoi principali utilizzi in campo industriale e le grandezze che ne caratterizzano il comportamento dinamico. Nell'identificazione di queste grandezze, particolare attenzione è stata posta all'influenza che differenti condizioni di vincolo possono avere sulla struttura. In particolare è stato mostrato come, per una caratterizzazione completa del pannello, sia necessario testare lo stesso in una condizione di struttura libera (sezione 1.1) ed eventualmente considerare l'influenza dei vincoli nelle diverse possibili condizioni operative, attraverso lo studio di un modello numerico in grado di rappresentare con sufficiente accuratezza il comportamento dinamico del pannello reale.

Questo capitolo cercherà appunto di definire le principali caratteristiche del modello in grado di rappresentare il comportamento dinamico del pannello.

Nel capitolo introduttivo sono già state illustrate una serie di teorie, elaborate nel corso della storia, al fine di modellare il comportamento meccanico di piastre in materiale composito. Nello stesso capitolo è stato sottolineato come l'utilizzo di tecniche numeriche, come ad esempio la tecnica degli elementi finiti, per la risoluzione delle equazioni che governano il moto di una struttura, permette di effettuare l'analisi anche su strutture caratterizzate da geometrie particolarmente complesse, che includono materiali con un comportamento costitutivo particolare (vedi quello viscoelastico) e con qualsiasi tipo di vincolo applicato, ampliando così enormemente il campo di analisi rispetto ai risultati ottenibili tramite la ricerca della soluzione esatta.

I numerosi vantaggi legati all'utilizzo di una tecnica numerica, spingono alla ricerca di algoritmi che permettano di effettuare simulazioni dinamiche attraverso il metodo degli elementi finiti. Nel lavoro che segue verranno de-

finiti dei modelli numerici attraverso l'utilizzo di un software commerciale quale è ABAQUS. L'utilizzo di software commerciali non richiede all'analista l'implementazione di un codice proprio per lo studio dinamico della struttura che in questo modo si può concentrare sulle fasi di modellazione, discretizzazione ed analisi del modello. Un approccio di questo tipo è maggiormente utilizzato in ambito industriale, nel quale, tempi e modalità di progetto non consentono in molti casi l'implementazione e la verifica di nuovi codici di calcolo, quanto piuttosto preferiscono riferirsi ad algoritmi già testati e validati.

In letteratura sono già rintracciabili un serie di lavori che considerano l'utilizzo di software commerciali per la modellazione di questo tipo di strutture. Una esempio abbastanza significativo è fornito da [15] nel quale un pannello sandwich, con pelli in materiale fibrorinforzato e cuore in materiale viscoelastico, viene modellato utilizzando elementi tridimensionali solidi continui SOLID 46 in ANSYS 7.0. Nel lavoro citato viene valutata l'influenza di alcuni parametri costruttivi sul comportamento dinamico del modello ed i risultati ottenuti vengono confrontati con quelli di modelli definiti in altri lavori. Manca comunque una validazione del modello effettuata attraverso un confronto tra risultati numerici e sperimentali. A differenza del lavoro di Zhang in questa sede si vuole realizzare un modello numerico del pannello studiato la cui validazione avvenga attraverso un confronto tra i dati numerici ottenuti quelli sperimentali individuati nel Capitolo 1.

Il software commerciale scelto è ABAQUS 6.11-PR3 il quale permette l'esecuzione di svariati tipi di analisi meccanica, termodinamica, elettrica, fluidodinamica. In ambito meccanico il software mette a disposizione dell'utente una moltitudine di elementi che permettono di affrontare svariate tipologie di problemi. Nel caso in esame si vuole analizzare il comportamento dinamico di un pannello con struttura sandwich di dimensioni 200 x 300 mm con uno spessore 20 mm. Analizzando la sezione del pannello è possibile identificare un cuore centrale di spessore 16 mm e due pelli esterne di spessore 2 mm ciascuna.

Dall'osservazione critica del pannello e della sua struttura sorgono una serie di quesiti sulle caratteristiche indispensabili per il modello numerico affinché riproduca correttamente il comportamento dinamico. Questi quesiti possono essere riassunti come segue:

- Che tipo di elementi è meglio utilizzare per la discretizzazione del modello: Come è stato già osservato nel capitolo introduttivo esistono molte teorie e relativi elementi derivati dalle stesse.
- Che dimensione degli elementi utilizzare: In questo caso è bene cer-

care un buon compromesso tra i tempi di calcolo e accuratezza della soluzione.

- Come modellare l'incollaggio tra pelli e cuore in materiale viscoelastico: È già stato sottolineato nel Capitolo 1 come il collante non abbia un'influenza determinante sul comportamento dinamico della struttura. In questa sede si vuole determinare se ed in che modo è necessario modellarlo.

Le risposte ai quesiti sovraesposti possono essere ricercate in differenti fasi. Nella fase sperimentale è stato già sottolineato come, analisi effettuate su strutture di costituzione molto meno elaborata dal punto di vista del numero di componenti e del tipo di materiali costituenti, ma con geometria del tutto simile a quella del pannello, permetta di comprendere con maggiore chiarezza i fenomeni che hanno luogo all'interno del pannello sandwich e come il contributo dei singoli componenti (pelli, collante, cuore) influenzi la risposta dinamica totale del pannello.

Forti dell'esperienza acquisita durante l'analisi sperimentale, in questo capitolo si vuole procedere effettuando la modellazione sullo stesso tipo di strutture analizzate nel Capitolo 1, in modo da ottenere le risposte ai quesiti sopra riportati e definire passo a passo le caratteristiche fondamentali di un modello numerico per il pannello in grado di riprodurre correttamente il comportamento dinamico della struttura reale. I problemi affrontati all'interno di questo capitolo riguarderanno quindi:

- **Definizione di un modello numerico per la singola piastra in alluminio:** In questo modo sarà possibile definire un modello sufficientemente accurato e che potrà essere utilizzato come base per la definizione del modello numerico per le due piastre in alluminio incollate con araldite. Fornirà inoltre una buona base per la definizione delle pelli nel modello FEM del pannello sandwich. Verrà effettuata inoltre una valutazione critica sul tipo di elementi che è possibile utilizzare nella modellazione delle piastre.
- **Definizione del modello numerico per le due piastre in alluminio incollate con araldite:** Le singole piastre in alluminio verranno modellate sfruttando i risultati ottenuti nella modellazione della singola piastra in alluminio. Successivamente si andrà ad individuare la migliore modellazione per l'incollaggio delle due piastre.
- **Definizione del modello numerico per il pannello sandwich:** Tenendo presenti le informazioni ottenute dai modelli precedenti è

possibile procedere definendo un modello completo per la struttura in oggetto. In questa sede sarà anche necessario concentrarsi sulla definizione del comportamento dinamico del cuore viscoelastico del pannello.

In tutti questi casi i risultati numerici verranno confrontati con i risultati sperimentali illustrati nel Capitolo 1 al fine di validare i modelli realizzati. Il confronto avverrà in termini di frequenze proprie, smorzamenti modali e deformate modali del sistema.

Il tipo di elementi utilizzati per la modellazione delle piastre svolge un ruolo fondamentale nella definizione del modello numerico. Nel seguito si illustreranno le principali tipologie di elementi disponibili in ABAQUS per la modellazione di piastre sia caratterizzate da una struttura composita che omogenee.

3.1 Elementi disponibili in ABAQUS

ABAQUS propone all'utente la possibilità di scegliere fra una moltitudine di elementi che è possibile utilizzare per modellare il comportamento di piastre considerando sia il comportamento a flessione che il comportamento a membrana. Questi elementi possono essere divisi in due principali macrocategorie: i conventional shell ed i continuum shell.

3.1.1 Conventional shell

Gli elementi conventional shell utilizzano la teoria flessionale di Mindlin-Reissner, le cui caratteristiche dal punto di vista cinematico e degli sforzi sono già state brevemente illustrate nel capitolo introduttivo. Dal punto di vista operativo questo tipo di elementi prevede la descrizione geometrica del solo piano medio della piastra, mentre la definizione dello spessore avviene attraverso la descrizione della sezione. Inoltre questi elementi possono essere a tre (triangolari) o quattro (quadrangolari) nodi nel caso di interpolazione lineare degli spostamenti lungo l'elemento (Figura 3.1, Figura 3.2, Figura 3.3). Esistono anche elementi a sei (triangolari) o otto (quadrangolari) nodi utilizzati nel caso di interpolazione quadratica degli spostamenti lungo l'elemento. Ogni nodo è dotato di sei g.d.l. ossia i tre traslazionali nello spazio e le tre rotazioni. Per questi elementi non è possibile una definizione a tratti di deformazioni o sforzi lungo lo spessore come per gli elementi *ZigZag* o *Layer – Wise* (vedi capitolo introduttivo) e per questo ne è sconsigliato l'utilizzo nel caso di piastre realizzate in materiale composito, come il pannello sandwich.

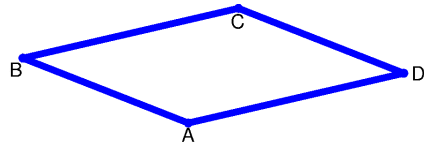


Figura 3.1: Elemento shell quadrangolare indeformato

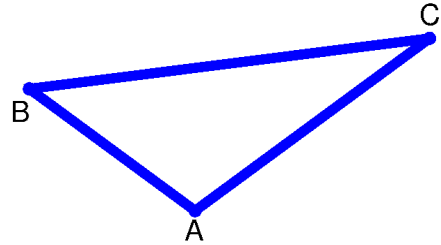


Figura 3.2: Elemento shell triangolare indeformato

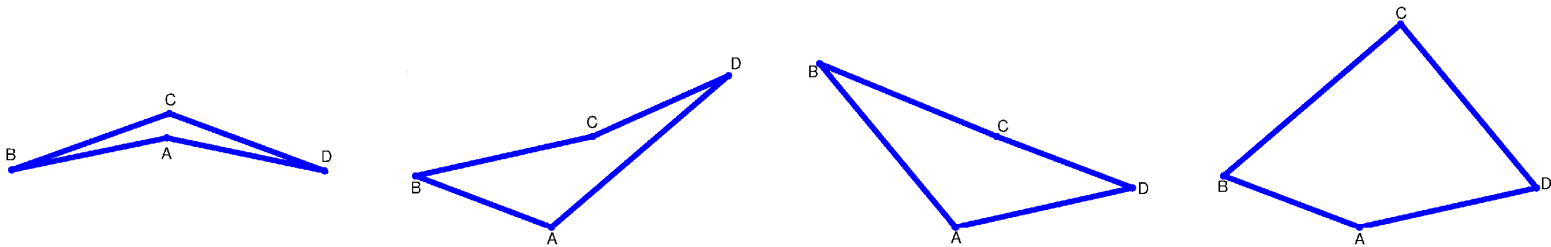


Figura 3.3: Esempio di elementi triangolari deformati con interpolazione lineare degli spostamenti

3.1.2 Continuum shell

Di natura simile sono gli elementi continuum shell i quali utilizzano una teoria FSDT (First Order Shear Deformation Theory) Layer Wise. In questo caso quindi viene considerato ancora un andamento del primo ordine per gli sforzi di taglio lungo lo spessore ma con un andamento definito a tratti degli sforzi e delle deformazioni lungo lo spessore della piastra. Quindi elementi di questo tipo possono essere utilizzati per la modellazione del comportamento dinamico di piastre in composito. I shell continuum si presentano all'utente come degli elementi continui solidi, ma il loro comportamento cinematico e costitutivo è simile a quello caratteristico degli elementi convetional shell. A differenza dei conventional shell i continuum richiedono la definizione geometrica dell'intero dominio spaziale e non solo del piano medio della piastra come rappresentato graficamente in Figura 3.4. In ABAQUS l'interpolazione degli spostamenti lungo l'elemento per questo tipo di elementi è sempre di tipo lineare e sono disponibili elementi a sei nodi (prismi triangolari) o a otto nodi (prismi quadrangolari). Questi elementi sono indicati nel caso la risposta della piastra sia prevalentemente di tipo flessionale e nel caso la variazione di spessore durante la simulazione, a causa di impatti con altri corpi

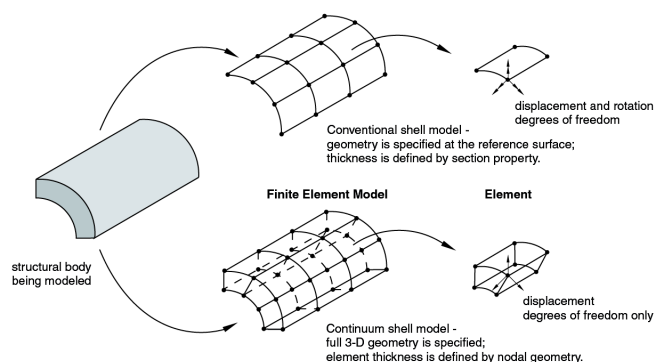


Figura 3.4: Confronto sintetico tra elementi conventional shell ed elementi continuum shell (tratto da [27])

o causa di marcate deformazioni, non supera il 10 % dello spessore iniziale. Nel caso non siano rispettate queste due condizioni è necessario riferirsi a degli elementi solidi continui (brick). Nei casi in esame le due condizioni sono pienamente rispettate, quindi è consentito l'utilizzo di elementi shell continuum.

Una valutazione sul tipo di elementi che meglio riproducono il comportamento delle strutture analizzate verrà illustrata nel seguito.

3.1.3 Dimensione degli elementi

La scelta sulla dimensione degli elementi deve essere effettuata ricordando che il limite superiore del range di frequenze di interesse per l'analisi della piastra deve rimanere all'interno della zona di risposta quasistatica del singolo elemento utilizzato. Per questo come indicato in [28], considerata f_u la massima frequenza alla quale si vuole conoscere la risposta dinamica della struttura, è necessario utilizzare degli elementi che presi singolarmente presentino una prima frequenza propria $f_0 \geq 4 \cdot f_u$. In genere ad una diminuzione delle dimensioni dell'elemento corrisponde un aumento di rigidità e quindi delle frequenze proprie. In generale non conviene scostarsi troppo dal limite $f_0 = 4 \cdot f_u$. L'utilizzo di mesh eccessivamente fitte può portare a tempi di calcolo eccessivamente onerosi a cui non sempre si affiancano vantaggi consistenti in termini di accuratezza della soluzione. In tutti i casi avverrà un'analisi critica sui risultati ottenuti e verrà effettuata un'analisi di convergenza per verificare che la dimensione degli elementi sia sufficiente a riprodurre correttamente il comportamento della struttura.

Esposta questa breve introduzione sui differenti tipi di elementi disponibili e sulle loro caratteristiche esponiamo ora i risultati ottenuti nei diversi casi trattati.

3.2 Modello numerico della singola piastra in alluminio

In questo caso la struttura oggetto di studio è costituita da una piastra omogenea in alluminio con spessore 6 mm ed un'area 250x300 mm. Le caratteristiche geometriche ed il rapporto molto basso tra lo spessore ed il lato più corto ($\approx 1/40$) della struttura suggeriscono l'utilizzo di teorie elaborate per lo studio di piastre sottili quali la teoria di *Kirchhoff – Love* o la teoria *Mindlin – Reissner*. Come già sottolineato nel capitolo introduttivo queste formulazioni non sono in grado di riprodurre correttamente l'andamento degli sforzi trasversali lungo lo spessore. Nel caso di piastre con spessore contenuto comunque l'entità di questi sforzi si ritiene generalmente limitata rispetto agli sforzi presenti sul piano, soprattutto nel caso particolare di piastre con superfici scariche. L'utilizzo di elementi del tipo conventional shell per questo tipo di piastra appare inizialmente il più indicato dato lo spessore limitato. In particolare si decide di utilizzare elementi a quattro nodi con interpolazione lineare ed integrazione ridotta, indicati in ABAQUS con la sigla **S4R**. L'integrazione ridotta viene applicata nel calcolo della matrice di rigidezza dell'elemento (vedi [27]) e permette di ridurre notevolmente i costi computazionali. L'unico inconveniente nell'utilizzo di questa tecnica è la possibile comparsa di modi numerici spuri (hourglassing) eliminabili attraverso l'utilizzo del cosiddetto hourglass control (si veda [27] per approfondimenti). Per quanto detto in precedenza anche l'utilizzo di elementi shell continuum appare come una strada percorribile. Infatti nei fenomeni vibratorii della piastra la risposta è prevalentemente flessionale e non si presentano eccessive deformazioni sullo spessore. Si decide quindi di confrontare i risultati ottenuti tramite il modello discretizzato con elementi conventional shell con quelli ottenuti tramite discretizzazione con elementi continuum shell **SC8R** ossia elementi ad 8 nodi con integrazione ridotta ed hourglass control. Per quanto riguarda la dimensione degli elementi, considerando le osservazioni effettuate in 3.1.3 si decidono di utilizzare degli elementi di dimensioni 5 x 5 mm sul piano della piastra. Come è possibile notare in Figura 3.6 nell'intorno dei fori vengono utilizzati invece degli elementi 2.5 x 5 mm in modo da permettere di realizzare una mesh più

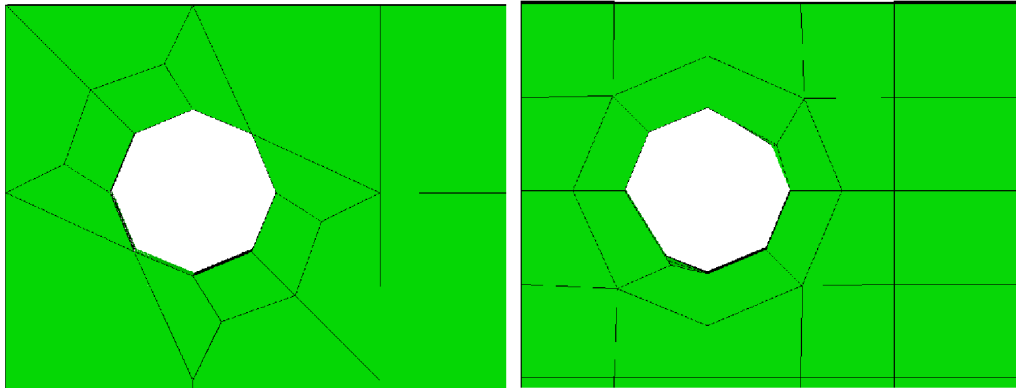


Figura 3.5: Confronto tra le mesh nell'intorno del foro. Come si può notare utilizzando degli elementi 2.5×5 mm nell'interno del foro a mesh si presenta molto più regolare

uniforme nell'intorno dei fori. Un esempio del miglioramento ottenuto in termini di uniformità della mesh è visibile in Figura 3.5.

Un'analisi di convergenza ha anche mostrato la necessità di utilizzare almeno 3 elementi lungo lo spessore al fine di riprodurre correttamente il comportamento del pannello e la sua risposta flessionale.

Per una completa definizione del modello, una volta introdotta nel software la geometria del pannello ed effettuata la sua discretizzazione tramite gli elementi indicati sopra, rimane la determinazione delle principali caratteristiche del materiale, ossia:

- Densità del materiale
- Modulo elastico longitudinale
- Coefficiente di Poisson
- Coefficienti di Rayleigh α e β per lo smorzamento strutturale

Queste caratteristiche per un materiale largamente utilizzato qual è l'alluminio possono essere facilmente individuate in letteratura. Questi dati tuttavia rappresentano dei valori tipici e del tutto generali che non possono tenere in considerazione i singoli casi specifici. Difetti di fabbricazione o metodi di produzione differenti possono far variare le caratteristiche del pezzo rispetto a quelle indicate come riferimento. Per questo, dove possibile, è preferibile identificare le caratteristiche direttamente dal componente. La densità del materiale può essere facilmente identificata. I coefficienti di Rayleigh, per la definizione dello smorzamento modale strutturale, possono essere identificati tramite una campagna di analisi modale sperimentale

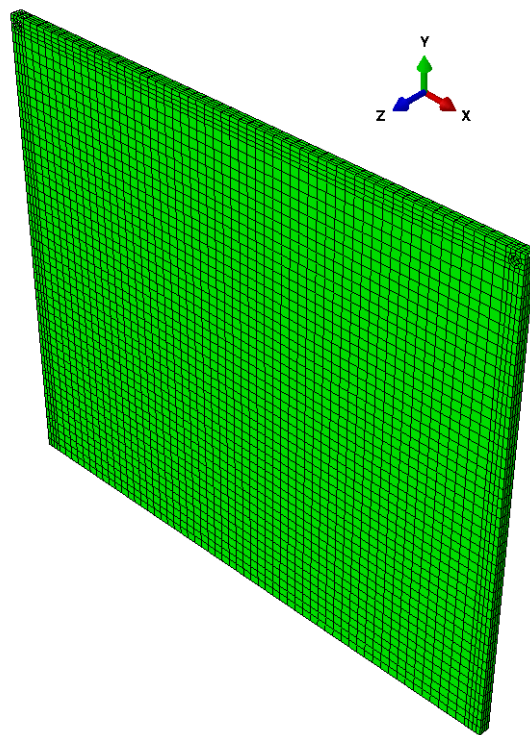


Figura 3.6: Modello agli elementi finiti della singola piastra in alluminio

come mostrato nel Capitolo 1. Identificati i coefficienti α e β caratteristici del materiale utilizzato, è possibile ricostruire gli smorzamenti modali della struttura tramite la formula:

$$r_i = \alpha m_i + \beta k_i \quad (3.1)$$

Per quanto riguarda coefficiente di Poisson e modulo elastico in genere questi valori possono essere ricavati attraverso una prova di trazione. La scarsa disponibilità di strutture del tipo analizzate in questo lavoro e la natura distruttiva della prova e la natura distruttiva della prova non permettono di percorrere questa strada. Si decide quindi di utilizzare i parametri disponibili in letteratura. Eventuali correzioni su questi valori potranno essere effettuate attraverso metodi di model updating a valle nel tentativo di accordare i risultati numerici con quelli sperimentali. I parametri utilizzati per la definizione del materiale saranno allora:

- **Densità** - $\rho = 2688 \frac{kg}{m^3}$
- **Modulo elastico** - $E = 70000 \frac{N}{mm^2}$
- **coefficiente di Poisson** - $\nu = 0.35$
- **Coefficienti di Rayleigh**

$$\alpha = 2.7$$

$$\beta = 2.12e-06$$

Si riportano nel seguito sia i risultati ottenuti tramite un modello elaborato utilizzando sia gli elementi conventional shell che utilizzando gli elementi continuum shell confrontati con i risultati ottenuti nel caso reale.

Come è possibile notare dai grafici in Figura 3.7 e Figura 3.8 e dai risultati riportati in Tabella 3.1, il modello discretizzato tramite elementi conventional shell presenta un comportamento più rigido rispetto al caso reale soprattutto alle alte frequenze. I risultati estratti dal modello discretizzato tramite gli elementi continuum shell invece rispecchiano fedelmente quelli ottenuti tramite le prove sperimentali. La divergenza tra il caso reale e i risultati ottenuti tramite i conventional shell è probabilmente dovuta alle approssimazioni introdotte da questo tipo di elementi sulla definizione degli sforzi trasversali sulla piastra.

Inoltre come è possibile notare da Tabella 3.1 e dal grafico in Figura 3.7 i valori utilizzati per definire il modulo elastico ed il coefficiente di Poisson

Modo	Frequenze proprie sperimentali [Hz]	Frequenze proprie numeriche S4R [Hz]	Rapporto numerico sperimentale S4R	Frequenze proprie numeriche SC8R [Hz]	Rapporto numerico sperimentale SC8R
1	250	258	1.03	247	0.99
2	334	345	1.03	334	1
3	510	540	1.06	516	1.01
4	593	633	1.07	597	1.01
5	689	723	1.05	683	0.99
6	966	1020	1.06	987	1.02
7	1128	1239	1.10	1152	1.02
8	1186	1247	1.05	1209	1.02
9	1393	1451	1.04	1398	1
10	1572	1660	1.06	1559	0.99

Tabella 3.1: Confronto numerico sperimentale per la singola piastra in alluminio. Si noti l'irrigidimento per il modello S4R (conventional shell) alle alte frequenze

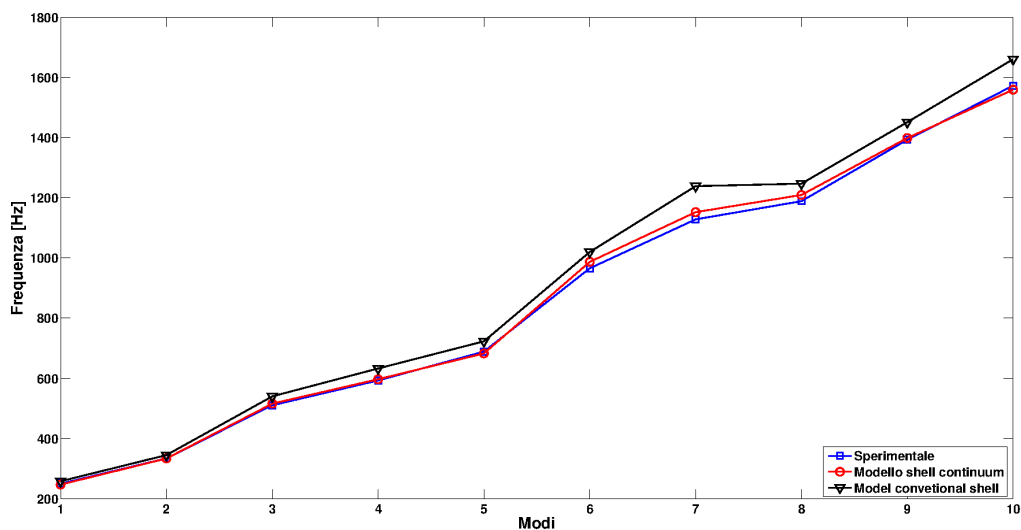


Figura 3.7: Confronto tra le frequenze proprie sperimentali e quelle nel caso numerico con elementi S4R, SC8R

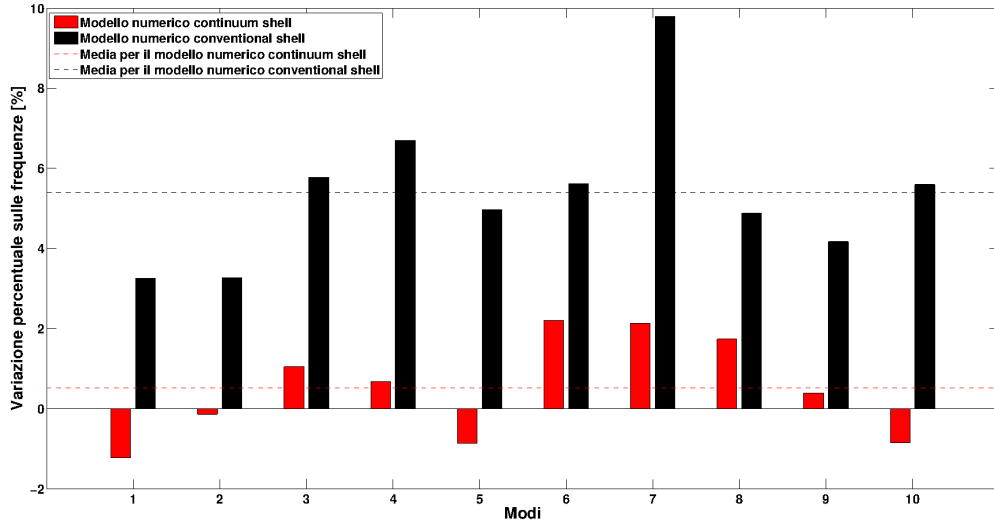


Figura 3.8: Variazione percentuale delle frequenze proprie numeriche ottenute utilizzando modelli con elementi S4R, SC8R rispetto a quelle del sistema reale (sperimentali)

dell'alluminio possono essere considerati delle buone approssimazioni dei parametri reali.

Per definire gli smorzamenti modali viene utilizzato il modello di Rayleigh ed i coefficienti già identificati in precedenza. Quindi i risultati non divergono da quelli già mostrati in Tabella 1.3 nel capitolo Capitolo 1.

Per un confronto completo tra i parametri modali ottenuti tramite il modello numerico mostrato e quelli reali, rimane solo il confronto tra le deformate modali. A questo proposito è possibile ottenere un indice di correlazione tra i modi di vibrare numerici e quelli sperimentali, attraverso il Model Assurance Criterium (MAC) illustrato in [19]:

$$MAC(i, j) = \frac{|\{\phi_{N_i}\}^T \{\phi_{S_j}\}|}{(\{\phi_{N_i}\}^T \{\phi_{N_i}\}) \cdot (\{\phi_{S_j}\}^T \{\phi_{S_j}\})} \quad (3.2)$$

in cui con $\{\phi_{N_i}\}$ si indica l' i -esimo modo di vibrare numerico, mentre con $\{\phi_{S_j}\}$ si indica il j -esimo modo di vibrare sperimentale, entrambi valutati nei punti di misura indicati dalla mesh proposta nel Capitolo 1 ed illustrata in Figura 1.9 caratterizzata da 9 punti di misura sulla piastra.

Estendendo il metodo a tutti gli n modi di vibrare identificati sia sperimentalmente che numericamente, si arriva ad ottenere una matrice di dimensioni $n \times n$ in cui l'elemento $MAC(i, j)$ è indice della correlazione esistente tra l'autovettore numerico $\{\phi_{N_i}\}$ e quello sperimentale $\{\phi_{S_j}\}$. Analogamente all'autoMAC una situazione ideale prevede la presenza di valori unitari

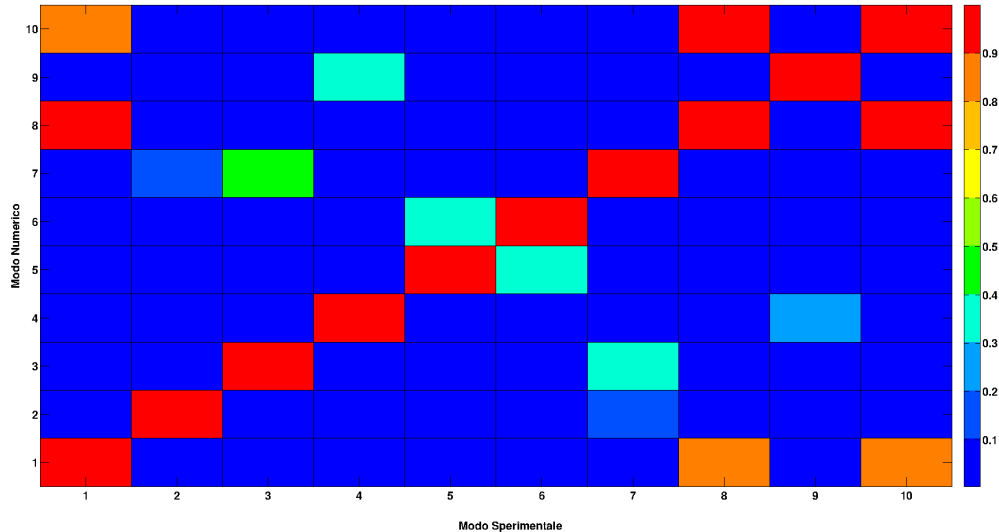


Figura 3.9: MAC di confronto numerico-sperimentale sulla singola piastra in alluminio

solo sulla diagonale, il che segnala una perfetta correlazione tra i modi di vibrare identificati sperimentalmente e quelli estratti dal modello numerico.

Nel caso in esame, il confronto numerico-sperimentale sulle deformate modali può essere sintetizzato tramite la matrice mostrata in Figura 3.9. La correlazione è molto buona per i modi di vibrare omologhi, mentre decade al di fuori della diagonale. Si nota ancora una correlazione molto forte tra i modi 8 e 10, effetto conseguente alla scelta della mesh di misura, come mostrato in Capitolo 1.

Si è quindi definito un modello numerico valido per la simulazione del comportamento dinamico della singola piastra in alluminio. Questi risultati possono essere sfruttati anche nei modelli successivi per definire il comportamento dinamico delle piastre in alluminio incollate.

3.3 Modello numerico delle piastre in alluminio incollate con araldite

In questo caso la struttura è composta da due piastre incollate e può essere divisa in tre componenti (si veda anche Figura 3.10):

- Le due piastre in alluminio, che rispecchiano in tutto e per tutto la singola piastra in alluminio precedentemente modellata.



Figura 3.10: Vista in sezione delle piastre in alluminio incollate con araldite

- Uno strato in araldite utilizzato per l'incollaggio che presenta uno spessore stimato di 0.5 mm.

Attraverso l'incollaggio si vogliono unire le due piastre mediante la colla. È stato già sottolineato nel Capitolo 1 come lo strato di collante non generi effetti rilevanti sul comportamento dinamico in termini di smorzamenti della struttura. Infatti da un confronto tra gli smorzamenti ricavati tramite il modello di Rayleigh con coefficienti α e β dell'alluminio e gli smorzamenti ricavati sperimentalmente, si nota come il modello approssimi in maniera soddisfacente l'andamento medio degli smorzamenti sperimentali in funzione della frequenza come indicato in Figura 3.12.

Alla luce di questa osservazione si può pensare di vincolare numericamente le due piastre, modellate come visto in precedenza per il caso della singola piastra in alluminio, tramite un vincolo di tipo TIE che, vincolando tra loro i nodi appartenenti alle due superfici a contatto, simuli una giunzione perfetta tra le due piastre (Figura 3.11). In questo modo non si aggiungono ulteriori effetti dissipativi nel modello, oltre a quelli legati all'alluminio. Per validare completamente il modello occorrerà effettuare un confronto tra frequenze proprie, smorzamenti modali e deformate modali numeriche e sperimentali.

Si riporta un confronto in termini di frequenze proprie tra i risultati sperimentali e quelli numerici ottenuti per il modello illustrato (Tabella 3.2). Come è possibile notare la coerenza tra risultati numerici e sperimentali è in generale buona, anche se le frequenze proprie vengono leggermente sottostimate dal modello. Questa sottostima può essere dovuta all'assenza del collante nel modello considerato. La presenza dello strato di araldite infatti distanziando leggermente le piastre dal piano medio, provoca un piccolo aumento del momento di inerzia e quindi una rigidità flessionale maggiore.

Gli smorzamenti modali adimensionali ottenuti attraverso la simulazione FEM rispecchiano i risultati ottenuti tramite il modello di Rayleigh, utilizzando dei coefficienti $\alpha=2.7$ e $\beta=2.12E-06$ ottenuti sperimentalmente come indicato nel Capitolo 1. Un confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali viene fornito in Figura 3.12. Come è possibile notare il modello

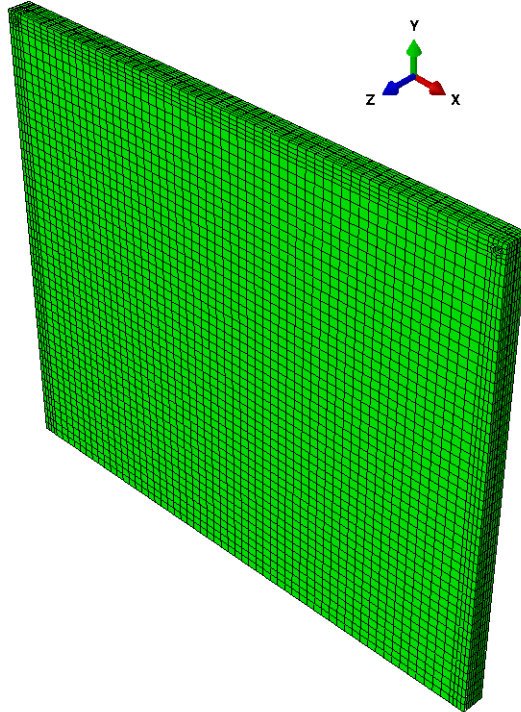


Figura 3.11: Modello agli elementi finiti delle doppie piastre incollate con araldite

Modo	Frequenze proprie sperimentali [Hz]	Frequenze proprie numeriche TIE [Hz]	Rapporto numerico sperimentale TIE
1	520	498	0.96
2	703	675	0.96
3	1080	1049	0.97
4	1228	1207	0.98
5	1419	1382	0.97
6	1992	1973	0.99
7	2367	2322	0.98
8	2456	2395	0.98
9	2844	2793	0.98
10	3180	3131	0.98

Tabella 3.2: Confronto numerico sperimentale per le piastre incollate con araldite

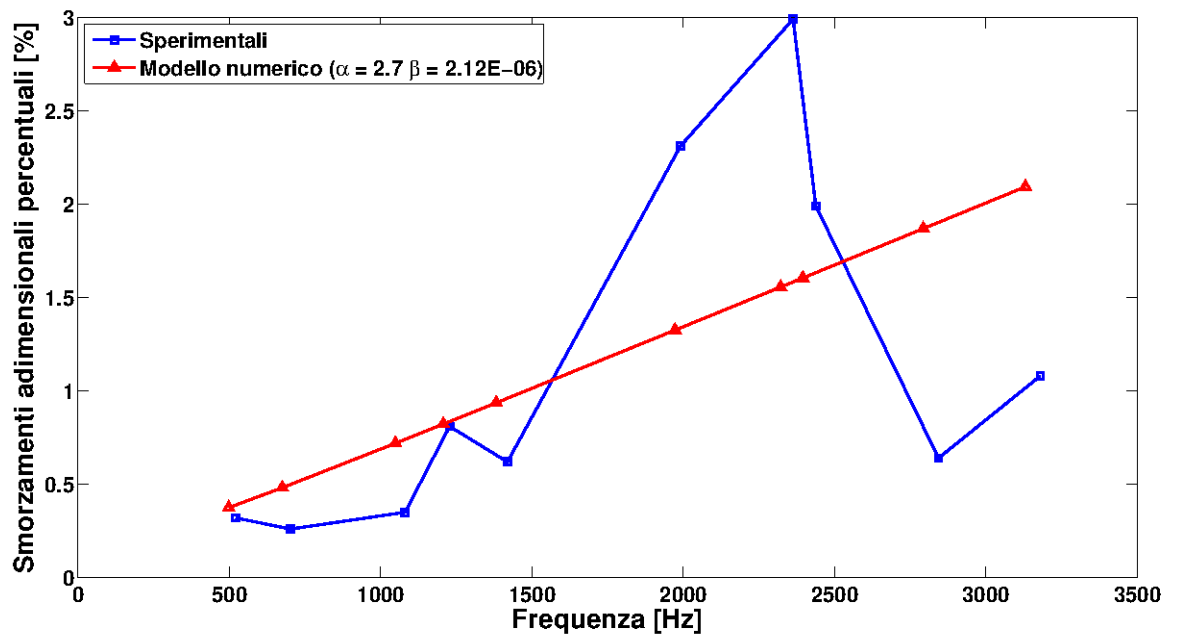


Figura 3.12: Confronto smorzamenti modali sperimentali e numerici per le doppie piastre in alluminio incollate con araldite

numerico è ancora in grado di approssimare bene l'andamento medio degli smorzamenti in funzione della frequenza. I valori di smorzamento crescono in ragione della maggiore rigidezza della struttura analizzata, come previsto dall'ipotesi di smorzamento strutturale.

Per determinare la bontà del modello è infine necessario un confronto numerico-sperimentale per le deformate modali, effettuato sempre attraverso l'utilizzo dell'indice MAC. Correlando le deformate modali sperimentali e numeriche si ottiene la matrice indicata in Figura 3.13. La matrice evidenzia una buona correlazione per i modi di vibrare corrispondenti rimarcata dai valori unitari dell'indice MAC sulla diagonale della matrice. Al di fuori della diagonale i valori decadono considerevolmente, tranne che per i modi 8 e 10, la cui correlazione rimane alta a causa della mesh di misura utilizzata per l'identificazione (vedi sezione 1.2).

Dalla modellazione della piastra in alluminio e delle piastre in alluminio incollate con araldite sono state ricavate utili informazioni. Innanzitutto si è riusciti a definire che tipo di elementi è bene utilizzare per la definizione dei modelli numerici nei casi analizzati. Oltre al tipo siamo riusciti ad individuare anche la dimensione degli elementi utilizzati per il range di frequenze di interesse nel nostro studio. Grazie allo studio delle piastre in-

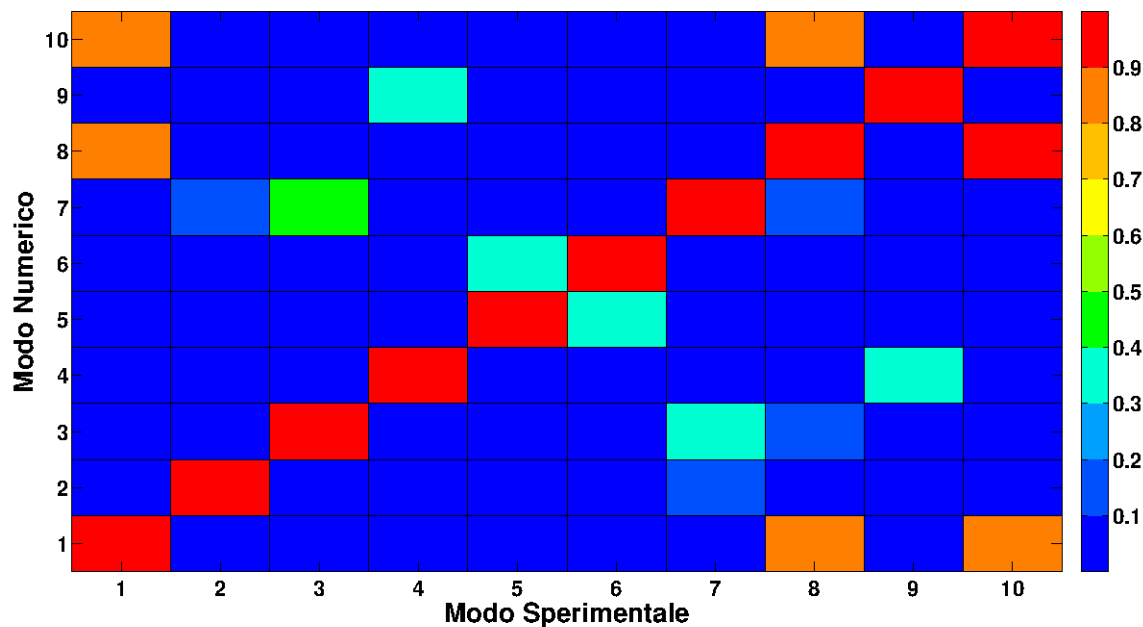


Figura 3.13: MAC di confronto numerico-sperimentale per le piastre incollate con araldite

collate in alluminio si è riusciti anche a definire quali devono essere i metodi da utilizzare per riprodurre numericamente l'incollaggio tra le piastre.

3.4 Modello numerico del pannello sandwich

Tutte le informazioni ricavate nelle sezioni precedenti possono essere utilizzate per definire il modello numerico del pannello sandwich. Dall'analisi delle piastre in alluminio è stato definito che l'utilizzo di elementi shell continuum permetta di riprodurre con sufficiente accuratezza il comportamento dinamico delle piastre anche di spessore sottile. Nel caso del pannello quindi questo tipo di elementi può essere utilizzato per la discretizzazione delle pelli in alluminio. Nella sezione precedente è stato osservato come l'utilizzo di un vincolo TIE al fine di riprodurre l'incollaggio tra due componenti consenta di ottenere buoni risultati ai fini della modellazione dinamica. Inoltre un vincolo di questo tipo è già stato utilizzato in altri lavori vedi [15] per modellare l'unione tra pelli e cuore in pannelli sandwich con risultati soddisfacenti.

Per quanto riguarda il cuore del pannello in questo caso non si riscontrano problematiche rilevanti nell'utilizzo degli elementi 3D continuum. In questo

caso infatti il rapporto spessore lato più corto del pannello ($1/12.5$) non più irrisorio come nel caso delle singole piastre in alluminio e l'utilizzo di elementi con superficie sul piano 5×5 mm permette di garantire la presenza di 3 elementi lungo lo spessore della piastra senza che si verifichino distorsioni nell'elemento, le quali potrebbero far nascere soluzioni numeriche non volute o fenomeni di shear locking che provocherebbero un aumento di rigidità non desiderato (vedi [27]). Quindi riassumendo il modello numerico del pannello verrà così costituito:

- Le pelli in alluminio del pannello verranno discretizzate utilizzando degli elementi shell continuum ed utilizzando le caratteristiche dell'alluminio utilizzate in precedenza.
- Il cuore del pannello verrà discretizzato attraverso degli elementi 3D continuum, mentre per caratterizzare il comportamento viscoelastico del materiale si utilizzerà il modello di Zener, per cui i moduli di taglio e di bulk complessi possono essere rappresentati per mezzo di una serie di Prony, come indicato nella sezione 2.6.2. I valori introdotti in ABAQUS si riferiranno alle grandezze ottenute sperimentalmente dalle prove effettuate sul provino in schiuma con pelli precaricate all'1% di deformazione. L'utilizzo delle grandezze ottenute da altri tipi di provini o precarichi non permettono infatti di ottenere dei risultati numerici accurati quanto quelli relativi al provino indicato. Per quanto detto si mostreranno i risultati numerici ottenuti dall'utilizzo dei soli dati relativi al provino indicato.
- L'incollaggio tra il cuore del pannello e le pelli verrà simulato attraverso l'utilizzo di un vincolo del tipo TIE.

Il modello ottenuto è visibile in Figura 3.14. Per l'estrazione dei parametri modali del modello numerico in questo caso non si procederà come in precedenza. Infatti per i modelli della piastra in alluminio e delle piastre incollate l'estrazione avveniva risolvendo il problema agli autovalori ed autovettori del sistema numerico. Utilizzando lo stesso approccio nel caso del pannello non viene tenuto in considerazione correttamente del contributo del materiale viscoelastico nel pannello. Per questo si preferisce risolvere l'equazione di moto del sistema numerico attraverso dei metodi di integrazione diretta e dalla soluzione ottenuta ricavare i parametri modali del modello.

Per effettuare questa operazione simuleremo un forzamento impulsivo ideale sul pannello nella stessa posizione di forzamento della struttura reale. Ricavata la risposta all'impulso ideale per il pannello, attraverso una sempli-

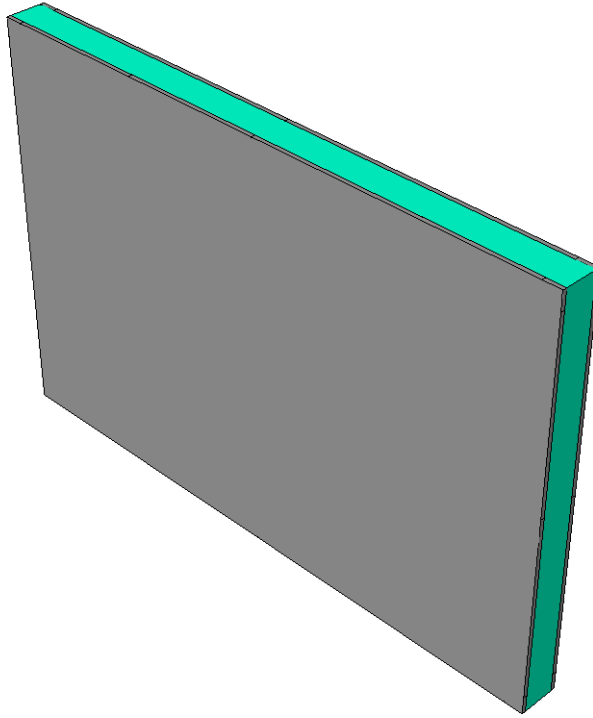


Figura 3.14: Pannello modellato in ABAQUS

ce trasformazione nel dominio delle frequenze dei dati ottenuti si otterrà la FRF funzione di risposta in frequenza del pannello in tutti i punti desiderati.

La risposta del pannello viene ricavata dal modello FEM tramite metodi di integrazione implicita diretta. In particolare ABAQUS utilizza il metodo HHT (Hilber-Hughes-Taylor) illustrato dettagliatamente in [27] e che deriva direttamente dal più noto metodo di Newmark. A differenza dei metodi espliciti i metodi impliciti risultano stabili per qualsiasi intervallo temporale di integrazione Δt scelto. La scelta rispetto al particolare intervallo di integrazione deve essere effettuata tenendo in considerazione la sola accuratezza della soluzione. In questo senso in [28] viene definito che, considerata $f_u = \frac{1}{T_u}$ la frequenza massima alla quale si vuole conoscere il comportamento dinamico del pannello, l'intervallo temporale di integrazione per ottenere una soluzione sufficientemente accurata sia compreso tra $0.05T_u \leq \Delta t \leq 0.1T_u$. Nel caso in esame il range di frequenze di interesse si estende dai 20 ai 2000 Hz. Come mostrato nel Capitolo 1 infatti per frequenze superiori la risposta del pannello è talmente smorzata da non consentire la distinzione tra i modi di vibrare della struttura.

Quindi definite le caratteristiche del modello numerico ed individuati

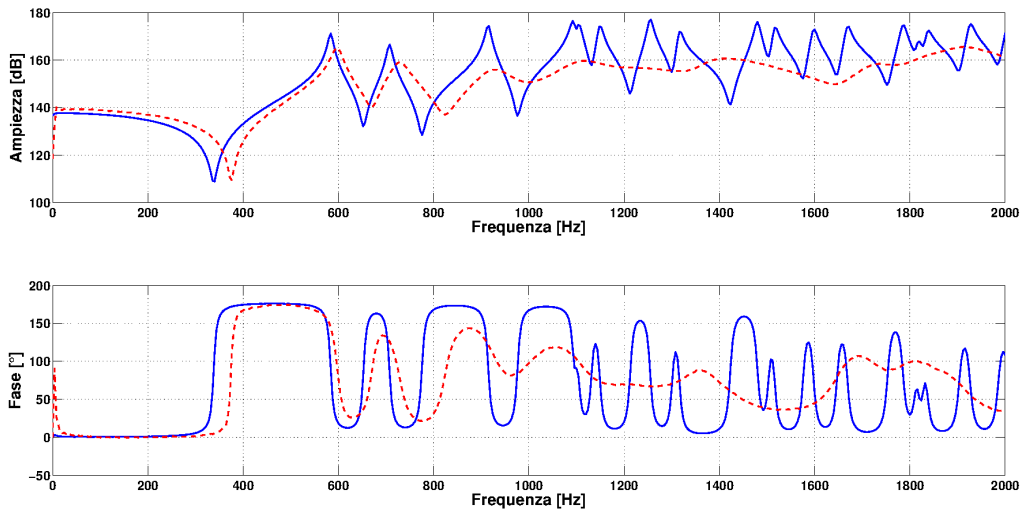


Figura 3.15: Confronto numerico sperimentale della FRF co-locata per il pannello sandwich

tutti i parametri necessari alla sua risoluzione si determina la risposta del sistema ad un impulso unitario ideale.

Successivamente dall'elaborazione della risposta ottenuta si individua la FRF del modello numerico che viene confrontata visivamente con quella sperimentale per una valutazione sulla bontà del modello 3.15. Come si nota il comportamento dinamico del pannello non viene accuratamente riprodotto soprattutto alle alte frequenze (> 1200 Hz). Come si nota infatti il modello numerico non riesce a riprodurre correttamente l'alto smorzamento caratteristico dei modi ad alta frequenza. Come già sottolineato nel Capitolo 1 e come analizzato in [5] alle alte frequenze la risposta del pannello è fortemente influenzata dagli effetti dissipativi legati al cuore viscoelastico del pannello.

Per questo la divergenza tra i dati sperimentali e quelli ricavati dal modello numerico potrebbe essere da imputare a due principali ragioni:

- Il modello non riesce a riprodurre correttamente il comportamento viscoelastico del pannello.
- I risultati sperimentali ricavati in 2.6.2 sono errati o incompleti.

Per verificare che il modello FEM sia in grado di rappresentare correttamente il comportamento costitutivo del materiale, si decide di riprodurre numericamente le prove effettuate sulla macchina DMA. Quindi si crea un modello rappresentativo del provino utilizzato nelle prove DMA, ossia un

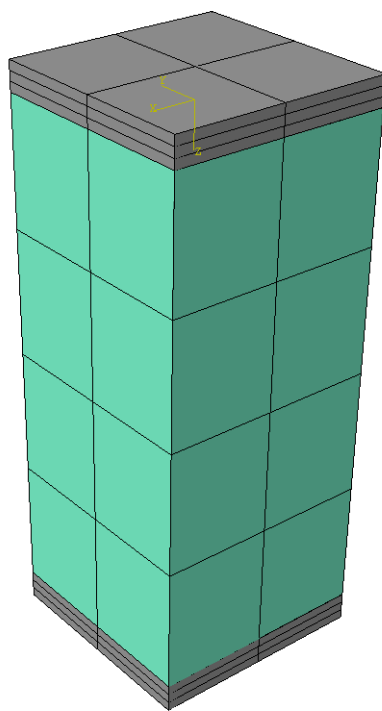


Figura 3.16: Modello FEM del provino utilizzato per e prove DMA

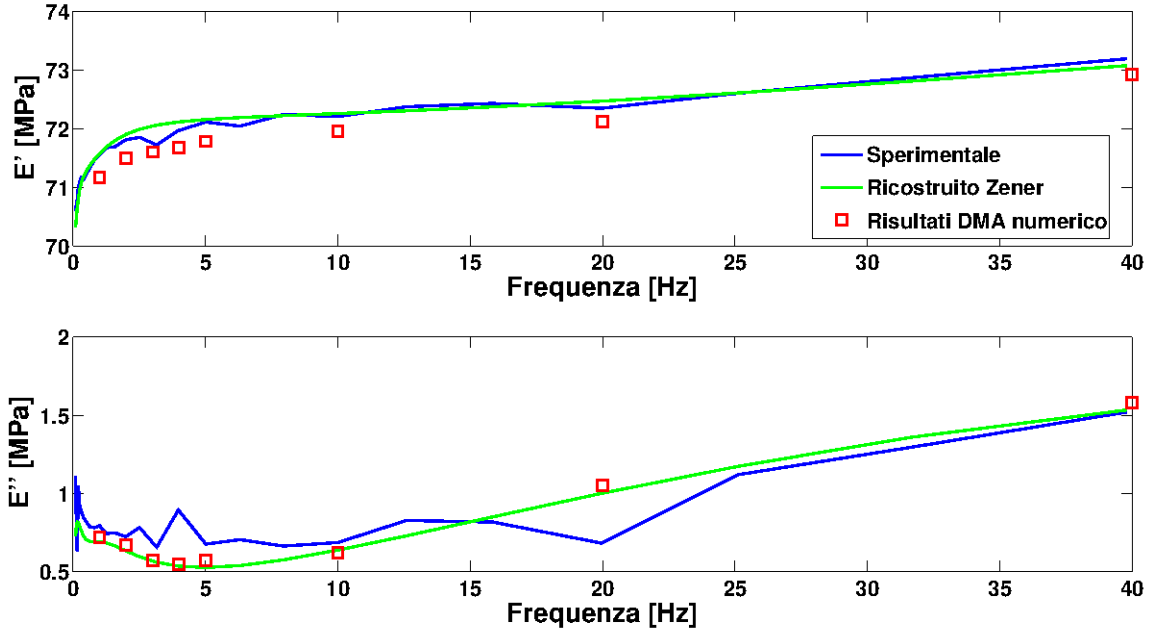


Figura 3.17: Valori del modulo complesso ricostruiti numericamente in ABAQUS ripetendo le prove in sweep con la DMA

parallelepipedo a base quadrata di 7.5 x 7.5 mm circa con uno spessore dell'anima di 16 mm ed uno spessore delle pelli di 2 mm. Il modello viene discretizzato con elementi 3D continuum per la parte in schiuma ed elementi shell continuum per le pelli in alluminio (Figura 3.16) come nel caso del pannello. A questo provino numerico vengono applicate deformazioni sinusoidali a differente frequenza e se ne registra la risposta in termini di sforzo, proprio come avveniva nel caso della prova DMA sperimentale. In questo modo è possibile osservare lo sfasamento δ tra deformazione e sforzo ed ottenere il rapporto $\frac{\sigma_0}{\epsilon_0}$ dove con σ_0 ed ϵ_0 si indicano le ampiezze massime rispettivamente di sforzo e deformazione. Per quanto affermato nella sezione 2.3 da questi parametri è possibile definire il modulo complesso del materiale per una particolare frequenza:

$$E^*(\omega) = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \cdot e^{i\delta} \quad (3.3)$$

Ripetendo la prova per differenti frequenze è possibile ricostruire per punti la curva di E' ed E'' in funzione della frequenza (si ricordi che $E^* = E' + iE''$). Il grafico in Figura 3.17 mostra i risultati ottenuti in termini di E' ed E'' utilizzando per i dati del materiale viscoelastico, quelli del provino con pelli

precaricato all'1% di deformazione. Il confronto tra i dati ottenuti sperimentalmente dalle prove con la DMA, quelli ottenuti modellando il materiale tramite Zener e quelli ottenuti tramite simulazione numerica, mostrano una buona coerenza per tutto il range di frequenze testato. In modello numerico sottostima leggermente (circa dell'1%) i valori di E' , mentre presenta una buonissima coerenza tra i risultati numerici e quelli sperimentali di E'' . Il motivo della minore rigidità individuata tramite il modello numerico e quindi del valore leggermente inferiore di E' , potrebbe essere dovuto alla scelta della particolare sezione nella quale viene rilevato il valore di sforzi e deformazioni. Le differenze sono comunque talmente contenute da non preoccupare rispetto alle capacità del modello di riprodurre il comportamento viscoelastico del pannello. Questi risultati permettono quindi di stabilire che il modello numerico definito riproduce correttamente il comportamento viscoelastico del materiale ed in particolare i suoi effetti di smorzamento.

Oltre a questo è possibile effettuare un altro tipo di prova direttamente sul modello numerico del pannello. Si consideri di modificare artificialmente i valori del modulo complesso a partire dalle prove effettuate in precedenza sul provino di schiuma e pelli con precarico all'1 %. Si pensi per esempio di triplicare il valore di E'' ottenuto in precedenza dalle prove sperimentali. In questo modo si ricavano degli ipotetici dati sperimentali correlati ad un materiale che presenta uno smorzamento, inteso come rapporto $\delta = E''/E'$ (vedi la sezione 2.3), tre volte superiore rispetto al materiale realmente utilizzato come cuore del pannello.

Anche questo tipo di comportamento può essere riprodotto secondo uno dei modelli visti nel precedente capitolo. In particolare si utilizza il modello di Zener, per cui il modulo di rilassamento può essere riprodotto utilizzando la serie di Prony. I risultati ottenuti dalla modellazione tramite Zener sono visibili in Figura 3.18 per il solo modulo complesso longitudinale. Da questo grafico è possibile evidenziare come in generale il modello riproduca bene l'andamento del modulo complesso ricavato dalla manipolazione dei dati sperimentali, le uniche differenze rilevanti riguardano l'approssimazione effettuata sul valore di E'' alle basse frequenze. Questo campo però non è di particolare interesse per i nostri scopi.

A questo punto interessanti conclusioni sul comportamento del modello FEM del pannello, possono essere tratte confrontando i risultati in termini di FRF co-localata, ottenuti utilizzando nella modellazione l'ipotetico materiale presentato sopra (Figura 3.18), con l'andamento del modulo di rilassamento dello stesso materiale per frequenze superiori ai 40 Hz.

Estendendo infatti l'andamento del modulo di rilassamento in termini di E' ed E'' su un range di frequenze che va dagli 0 Hz fino ai 1000 Hz

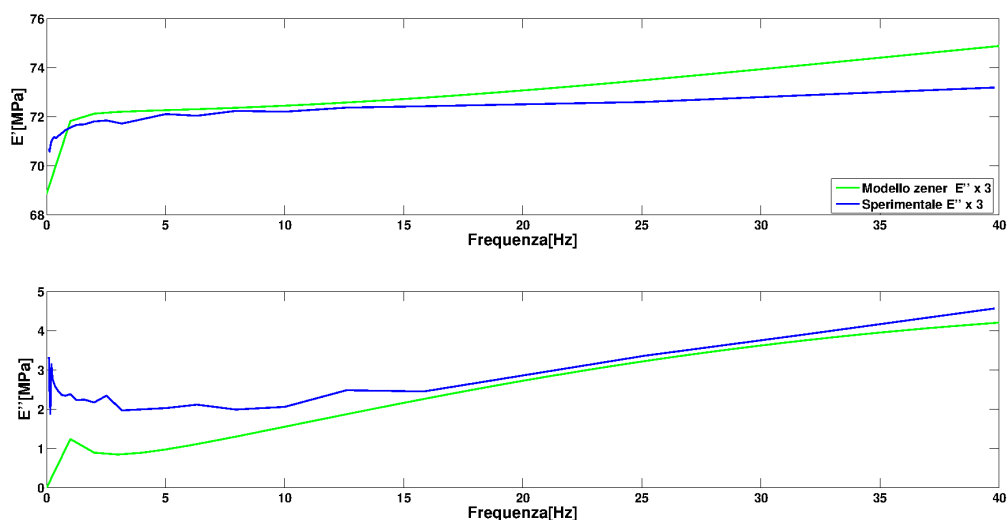


Figura 3.18: Confronto tra andamento sperimentale e ricostruito tramite il modello di Zener di E' ed E''

(vedi Figura 3.19), si nota la grande differenza sia in termini di rigidità che di smorzamento del materiale rispetto all'andamento di E' ed E'' ottenuto nel caso del provino schiuma e pelli precaricato all'1% di deformazione. L'aumento di smorzamento e quindi di E'' che si nota in tutto il range di frequenze considerato è chiaramente dovuto all'elaborazione dei dati effettuata in precedenza (E'' moltiplicato per 3). L'aumento di rigidità invece, non è da imputarsi ad una manipolazione dei dati sperimentali, quanto piuttosto ad un effetto legato alla minimizzazione dei coefficienti della serie di Prony.

Osserviamo ora i risultati in termini di FRF per il modello numerico del pannello, utilizzando l'ipotetico materiale illustrato. I confronti tra questo modello, i risultati sperimentali e quelli relativi al modello illustrato in precedenza, per cui le grandezze caratteristiche del materiale sono quelle ricavate sperimentalmente dal provino con pelli e schiuma precaricato all'1%, possono essere sintetizzati in Figura 3.20 ed in Tabella 3.3 e Tabella 3.4. Oltre all'aumento di smorzamento si assiste anche ad un forte aumento delle frequenze proprie del nuovo modello realizzato e quindi ad un forte aumento di rigidità. Chiaramente entrambi i comportamenti sono da imputarsi alla nuova modellazione utilizzata per il materiale. Notare come l'aumento di smorzamento nella risposta del modello permette sicuramente di migliorare l'approssimazione del comportamento rispetto al caso reale e quindi permette di affermare con ulteriore sicurezza che le differenze rilevate tra il modello numerico e le prove sperimentali sono da attribuirsi ad una scorretta defi-

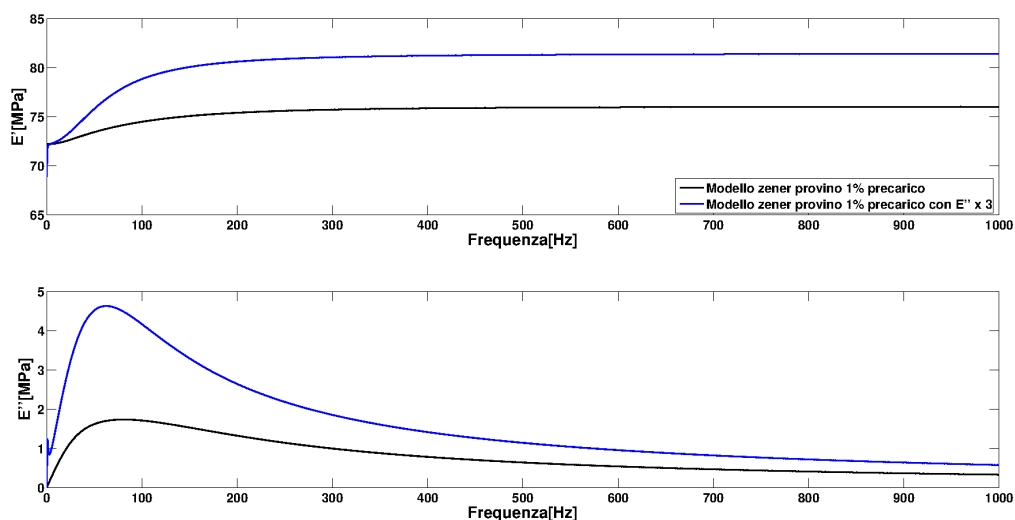


Figura 3.19: Ricostruzione dei valori di E' ed E'' sul range di frequenze 0Hz - 1000 Hz

nizione delle caratteristiche del materiale per frequenze superiori ai 40 Hz testati.

È chiaro dalla trattazione precedente come l'andamento del modulo complesso lungo il range di frequenze prima considerato (0 Hz - 1000 Hz) per entrambi i materiali, sia figlio solo della minimizzazione sui dati compresi tra 0 ed i 40 Hz.

Come si nota però dalla ricostruzione effettuata a partire dai dati ottenuti tramite la DMA (Figura 3.19) in realtà il comportamento del materiale varia molto anche al di fuori del range di frequenze considerato. In particolare si nota come i moduli E' ed E'' tendano ancora a crescere successivamente ai 40 Hz caratterizzati tramite le prove sulla DMA. In particolare si nota come il modulo E'' dopo un aumento che si protrae fino ai 50 Hz circa, dove troviamo un massimo del modulo, comincia a decadere seguendo l'andamento dettato dalla serie di Prony. Una caratterizzazione del modulo almeno al massimo del modulo E'' sembra l'unica strada percorribile per definire completamente le caratteristiche del materiale anche a frequenze superiori. Quindi il comportamento del materiale andrebbe definito con precisione anche per frequenze superiori ai 40 Hz.

Si ricorda che le prove sperimentali su DMA consideravano un limite superiore di 40Hz per il range di frequenze, a causa di limitazioni legate alla macchina di prova. Prove a frequenze superiori sarebbero possibili solo utilizzando il principio di sovrapposizione tempo temperatura (legge WLF vedi Capitolo 2).

Modo	Frequenze proprie sperimentali [Hz]	Frequenze proprie numerico [Hz]	Frequenze proprie numerico caso $E'' \times 3$ [Hz]
1	597	575	632
2	727	697	768
3	928	900	1005
4	1108	1075	1212
5	1227	1087	1264
6	1408	1130	1385

Tabella 3.3: Confronto numerico sperimentale frequenze proprie per il pannello sandwich

Modo	Smorzamenti adimensionali percentuali [%]	Smorzamenti adimensionali percentuali [%]	Frequenze adimensionali percentuali caso $E'' \times 3$ [%]
1	1.66	0.22	2.00
2	2.19	0.21	1.76
3	3.87	0.17	1.54
4	5.07	0.15	1.34
5	4.13	0.17	1.27
6	2.85	0.16	1.20

Tabella 3.4: Confronto numerico sperimentale smorzamenti modali per il pannello sandwich

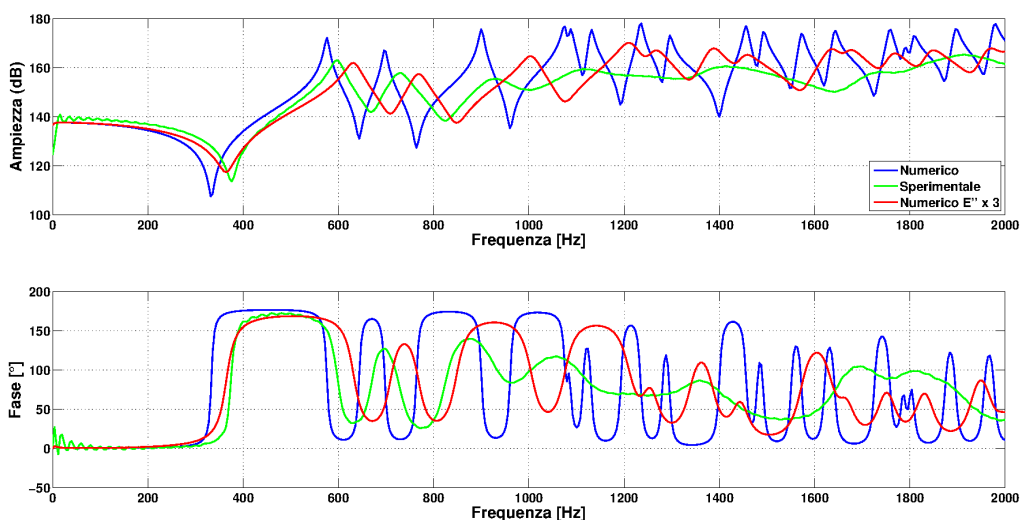


Figura 3.20: Confronto tra la FRF co-locata ottenuta sperimentalmente e le FRF ricavate numericamente utilizzando i due diversi tipi di materiale viscoelastico proposti

Nel nostro caso queste non sono state effettuate in quanto, in base all'esperienza dei tecnici del dipartimento di chimica, materiali e ingegneria chimica Giulio Natta, l'andamento dei moduli al di fuori del range di frequenze considerato si sarebbe dovuto assestare su un determinato andamento esponenziale.

Un ulteriore sviluppo del lavoro, al fine di identificare un modello coerente con il comportamento dinamico del pannello reale in tutto il range di analisi, non potrà che tenere in considerazione l'adozione del principio di sovrapposizione tempo-temperatura o di altra prova in grado di identificare l'andamento delle grandezze E' ed E'' anche per frequenze superiori a quella attualmente considerata (40Hz).

Altre tecniche di identificazione delle caratteristiche del materiale viscoelastico potrebbero basarsi su tecniche di model updating sul modello numerico del pannello. Verificato infatti che il modello è in grado di considerare l'effetto del materiale viscoelastico, è possibile pensare di andare a minimizzare l'errore tra la FRF ricavata sperimentalmente e quella numerica andando ad agire sui parametri che definiscono il comportamento del materiale viscoelastico e quindi sui coefficienti della serie di Prony. Un approccio di questo tipo viene già ampiamente adottato al fine di caratterizzare i materiali viscoelastici ma su campioni di materiale, molto più facili da trattare e modellare.

Capitolo 4

Conclusioni e sviluppi

Nel presente capitolo si vogliono mostrare i principali risultati raggiunti ed effettuare una serie di considerazioni in merito agli stessi. Si ricorda che i propositi ultimi di questa tesi riguardano la caratterizzazione dinamica di un pannello sandwich di dimensioni 200x300 con uno spessore di 20 mm e l'individuazione di un modello numerico sufficientemente accurato da riprodurre il comportamento dinamico del pannello stesso. Per questo il lavoro è stato diviso in tre parti principali. Una prima fase sperimentale durante la quale si è effettuata una campagna di analisi modale al fine di definire i parametri modali della struttura in oggetto. Una successiva fase nella quale si sono illustrate le principali caratteristiche del materiale viscoelastico che compone il cuore del pannello analizzato. Una terza fase all'interno della quale si sono ricercate le principali caratteristiche che deve possedere un modello numerico al fine di simulare correttamente il comportamento dinamico del pannello. Nel seguito si elencheranno e commenteranno i principali risultati raggiunti.

4.1 Fase sperimentale

Questa fase si è prevalentemente sviluppata in due parti. Nella prima, dopo aver definito la mesh di misura ottimale, i vincoli da utilizzare ed i metodi di forzamento ottimali, considerando anche la particolare struttura del pannello, si è cercato di ricavare una FRF caratteristica del pannello studiato.

Le difficoltà principali identificate in questa fase possono essere legate sia alla particolare struttura composita del pannello analizzato sia alle sue dimensioni ridotte. La struttura composita ed in particolare la presenza di un materiale viscoelastico non lineare come cuore del pannello, richiedono

che il forzamento avvenga in maniera controllata e ben definita soprattutto in termini di frequenze e ampiezza. Questo richiede come mostrato nel Capitolo 1 l'utilizzo di un forzamento stepped sine o sweep sine realizzato per mezzo di uno shaker e relativi dispositivi che consentano il corretto forzamento della struttura. L'utilizzo di questi dispositivi genera sulla struttura un forte effetto di carico e la presenza di non linearità particolarmente sentite nel caso della struttura analizzata a causa delle sue dimensioni ridotte e basso peso.

Le difficoltà incontrate e legate sia alle forti non-linearità nell'accoppiamento tra strumenti impiegati per il forzamento e struttura sia alle dimensioni ridotte della pannello analizzato ha portato alla definizione di una serie di linea guida che è necessario utilizzare nello studio di questo tipo di strutture, al fine di definire un setup di misura che permetta una buona caratterizzazione dinamica. I punti principali da considerare sono:

- Innanzitutto è necessario assicurarsi che il setup di misura e attuazione scelto non introduca effetti di carico e pesanti non linearità durante il forzamento e la misura della risposta. Per questo è bene testare il setup di misura utilizzando una struttura che possa essere considerata lineare. In questo modo difficoltà e non linearità riscontrate in fase di identificazione non possono che attribuirsi al setup di misura ed attuazione utilizzato. Se l'analisi condotta su questo tipo di struttura non pone particolari difficoltà allora è possibile validare il setup.
- Successivamente, considerata la natura composita della struttura studiata, è bene cercare di definire il contributo legato ad ogni singolo componente. Nel caso in esame è stato possibile riuscire a definire il contributo legato al collante utilizzato nel pannello sandwich, separandolo tra l'altro dal contributo legato al cuore viscoelastico del pannello.
- Validato il setup di misura utilizzato ed esclusa la presenza di pesanti non linearità all'interno della struttura è possibile procedere all'identificazione dei parametri modali della struttura.

Questi tre punti sopra esposti devono essere sempre considerati come passi fondamentali da considerare nell'analisi modale sperimentale su strutture di questo tipo. I risultati in termini di frequenze e smorzamenti individuati per il pannello vengono mostrati in Tabella 4.1. Da questi risultati e da un confronto con gli altri tipi di strutture indicate in precedenza è possibile concludere che:

Modi	Frequenze [Hz]	Smorzamenti adimensionali [%]
1	597	1.66
2	727	2.19
3	928	3.87
4	1108	5.07
5	1227	4.13
6	1408	2.85

Tabella 4.1: Frequenze e smorzamenti modali per il pannello sandwich

- Alle basse frequenze il contributo delle pelli del pannello è determinante nella definizione della risposta come si nota dall'alto valore delle frequenze proprie, indice di una buona rigidezza della struttura nonché di una massa non elevata e dal basso valore degli smorzamenti, tipico di materiali elastici lineari.
- Alle alte frequenze a conferma di quanto indicato anche in [5] il contributo dinamico del cuore diventa determinante e porta ad ottenere uno smorzamento molto elevato della struttura.

Chiaramente le valutazioni su rigidezza e smorzamento devono essere effettuate confrontando i risultati ottenuti dall'analisi del pannello con quelli ottenuti nel caso di altre strutture realizzate con geometria e materiali analoghi.

4.2 I materiali viscoelastici

Il contributo determinante dato dal cuore in materiale viscoelastico incluso all'interno del pannello porta a dover considerare uno studio più approfondito sulle caratteristiche del materiale e sul suo comportamento. Si ricorda che il cuore del pannello è costituito in Airex C70.75 una schiuma polimerica a bassa densità. La natura polimerica del materiale determina le sue caratteristiche di viscoelasticità. Oltre che uno studio sul comportamento costitutivo del materiale, è bene anche considerare la sua struttura ed il suo contributo nella definizione del comportamento. Nel caso in esame si è visto che data l'entità ridotta delle deformazioni che interessano il materiale, la struttura cellulare non influisce in maniera determinante sul comportamento.

Come si è visto nel Capitolo 2 le principali grandezze in grado di caratterizzare il comportamento viscoelastico di un materiale viscoelastico sono il modulo complesso ed il modulo di rilassamento. Per una serie di ragioni

ordine(n)	G_n	B_n	τ_n
1	30.54	68	∞
2	1.25	2.62	0.0042
3	0.72	1.50	0.4597

Tabella 4.2: Coefficienti serie di Prony per il provino in schiuma con pelli precaricato all'1% di deformazione

puramente pratiche si è scelto di caratterizzare il comportamento attraverso la definizione del modulo complesso del materiale, che può essere definito attraverso delle prove su un macchina DMA, nella quale un provino di materiale viscoelastico viene sottoposto a deformazioni sinusoidali e dalla misura degli sforzi generati si determina appunto il modulo complesso del materiale.

Definito il significato ed il comportamento dinamico dei materiali, nel lavoro svolto vengono anche introdotti i principali modelli reologici in grado di modellare il comportamento dinamico del materiale. In particolare si nota che tramite l'utilizzo di un modello di Zener generalizzato, per cui il modulo di rilassamento può essere espresso attraverso una serie di Prony, è possibile modellare correttamente il comportamento di un materiale viscoelastico. I coefficienti della serie di Prony che meglio approssimano il comportamento reale verranno utilizzati nel seguito al fine di definire il comportamento del cuore del pannello all'interno di un modello numerico.

Nel seguito si riportano i coefficienti ottenuti per la modellazione del materiale, ed il confronto tra l'andamento reale di E' ed E'' sperimentale e quello riprodotto tramite il modello (vedi Tabella 4.2 e Figura 4.1).

4.3 Modelli numerici

Nell'ultima fase del lavoro ci si concentra sulla definizione di un modello numerico che sia in grado di riprodurre il comportamento dinamico del pannello. La fase di modellazione numerica avverrà attraverso l'utilizzo di un software agli elementi finiti commerciale, nel caso specifico ABAQUS 6.11. Come sottolineato nel precedente capitolo, l'utilizzo di un software commerciale per la modellazione numerica del pannello, permette di indicare una metodologia per la modellazione di questo tipo di strutture utilizzabile anche in ambito industriale. Inoltre in bibliografia si rintracciano difficilmente lavori all'interno dei quali, i risultati ottenuti tramite la modellazione numerica utilizzando un software commerciale quale ABAQUS, vengano confrontati con i risultati ottenuti tramite una campagna di analisi modale sperimentale.

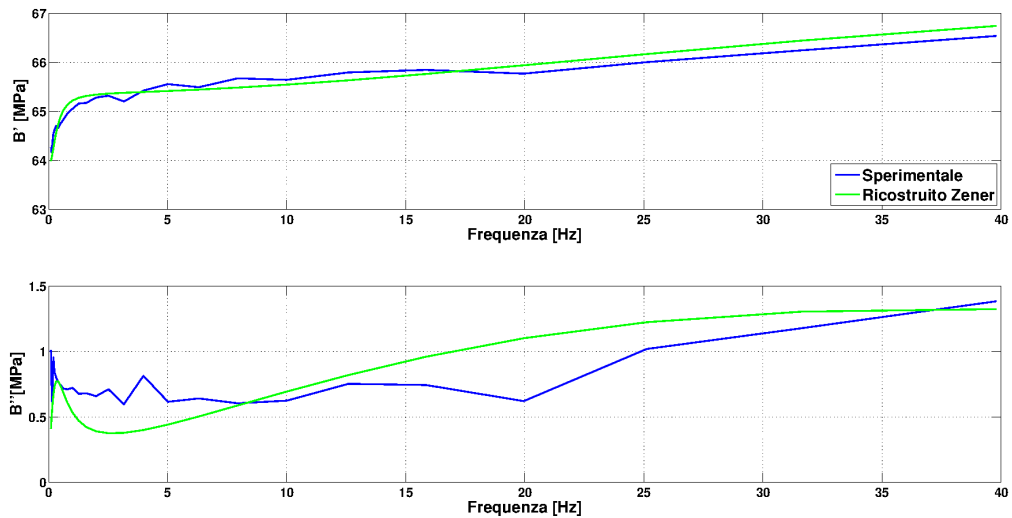


Figura 4.1: Modulo di bulk ricostruito attraverso il modello di Zener generalizzato

Forti dell'esperienza acquisita nella fase sperimentale e delle linee guida tracciate si decide prima di effettuare la modellazione su strutture meno complesse sia dal punto di vista del numero che del tipo di materiali che le compongono. Per questo si decide di:

- Effettuare la modellazione della singola piastra in alluminio. Lo studio di una struttura semplice permette infatti di individuare il tipo di elementi da utilizzare nel modello, e di definire la loro dimensione.
- Effettuare la modellazione delle due piastre in alluminio incollate con araldite. In questo modo si cerca una possibile modellazione per lo strato di collante incluso nel pannello e che permette l'unione tra il cuore e le pelli.
- Infine, a partire dalle considerazioni effettuate sulle strutture analizzate in precedenza, si determina un modello per il pannello sandwich e si confrontano i risultati ottenuti

Tramite la modellazione della piastra in alluminio è stato chiarito come l'utilizzo di elementi shell continuum di dimensione 5x5 mm permetta di definire correttamente il comportamento delle strutture con geometria analoga nel range di frequenze considerato. Dall'analisi delle due piastre incollate con araldite si è definito che l'utilizzo del vincolo TIE tra due strutture permette di modellare correttamente l'effetto dovuto alla presenza del collante.

Modo	Frequenze proprie sperimentali [Hz]	Frequenze proprie numerico [Hz]	Smorzamenti adimensionali sperimentali [%]	Smorzamenti adimensionali numerici [%]
1	597	575	1.66	0.22
2	727	697	2.19	0.21
3	928	900	3.87	0.17
4	1108	1075	5.07	0.15
5	1227	1087	4.13	0.17
6	1408	1130	2.85	0.16

Tabella 4.3: Confronto numerico sperimentale frequenze proprie per il pannello sandwich

In base alle informazioni ricavate dalla modellazione della singola piastra in alluminio e delle due piastre incollate si è proceduto alla definizione del modello numerico per il pannello sandwich. Questo è stato realizzato utilizzando elementi shell continuum per la discretizzazione delle pelli in alluminio e di elementi 3D shell continuum per la definizione del cuore del pannello.

Dal modello numerico del pannello si sono ottenuti i risultati riportati in Tabella 4.3 e in Figura 4.2, che confrontati con i risultati ottenuti sperimentalmente hanno permesso di trarre le seguenti conclusioni:

- Il modello utilizzato nel software commerciale ABAQUS tiene conto correttamente del contributo legato al cuore viscoelastico incluso del pannello. È stato possibile verificare questo simulando numericamente le prove effettuate sulla macchina DMA per la caratterizzazione del materiale e ricostruendo le FRF per il modello numerico utilizzando una diversa definizione del materiale viscoelastico ed osservando criticamente i risultati.
- Le differenze riscontrate tra i risultati ottenuti sperimentalmente e quelli numerici è probabilmente dovuta ad una non corretta definizione del materiale viscoelastico. Infatti il materiale è stato testato su un range di frequenze limitato che non permette una corretta modellazione del materiale alle alte frequenze.

Per lo sviluppo futuro del lavoro esposto fin qui sarà necessario definire correttamente le caratteristiche del materiale in un range di frequenze più ampio e definirne la relativa modellazione. Includendo i risultati otte-

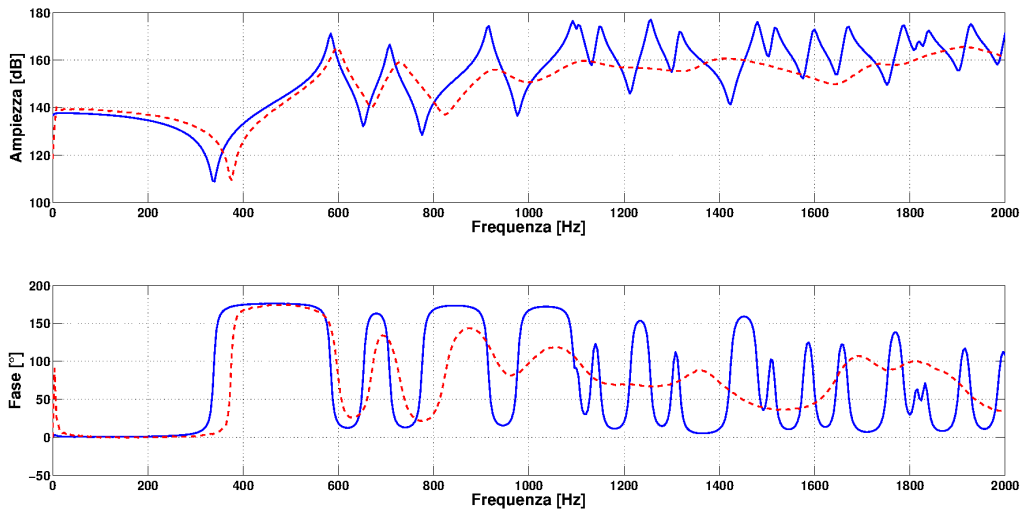


Figura 4.2: Confronto numerico sperimentale della FRF co-locata per il pannello sandwich

nuti all'interno del modello numerico sarà quindi presumibilmente possibile riprodurre in maniera accurata il comportamento dinamico del pannello.

Un'altra strada che potrebbe essere percorsa per la definizione delle caratteristiche del materiale prevede l'utilizzo di tecniche di model updating che, minimizzando le differenze tra FRF ottenute numericamente e FRF ottenute sperimentalmente, consente di definire i coefficienti della serie di Prony che definiscono il comportamento del materiale.

Infine ottenuto un modello FEM valido per il pannello sandwich sarà anche possibile definire un eventuale modello BEM utilizzando le medesime caratteristiche, al fine di realizzare un modello acustico oltre che dinamico del pannello.

Bibliografia

- [1] F. Fahy, *Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response*. 1987.
- [2] Y. Zhang and C. Yang, “Recent developments in finite element analysis for laminated composite plates,” *Composite Structures*, vol. 88, no. 1, pp. 147 – 157, 2009.
- [3] A. E. H. Love, “The small free vibrations and deformation of a thin elastic shell,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, vol. 179, pp. 491–546, 1888.
- [4] J. Reddy, *Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells*. CRC Press, 2004.
- [5] S. A. Nayfeh, “Damping of flexural vibration in the plane of lamination of elastic–viscoelastic sandwich beams,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 276, no. 3–5, pp. 689 – 711, 2004.
- [6] E. Carrera and A. Ciuffreda, “A unified formulation to assess theories of multilayered plates for various bending problems,” *Composite Structures*, vol. 69, no. 3, pp. 271 – 293, 2005.
- [7] S. H. Hashemi and M. Arsanjani, “Exact characteristic equations for some of classical boundary conditions of vibrating moderately thick rectangular plates,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 42, no. 3–4, pp. 819 – 853, 2005.
- [8] D. J. Gorman, “Accurate free vibration analysis of point supported mindlin plates by the superposition method,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 219, no. 2, pp. 265–277, 1999.
- [9] M. Meunier and R. Shenoi, “Dynamic analysis of composite sandwich plates with damping modelled using high-order shear deformation theory,” *Composite Structures*, vol. 54, no. 2–3, pp. 243 – 254, 2001. Third International Conference on Composite Science and Technology.

- [10] A. Nayak, S. Moy, and R. Shenoi, “Free vibration analysis of composite sandwich plates based on reddy’s higher-order theory,” *Composites Part B: Engineering*, vol. 33, no. 7, pp. 505 – 519, 2002.
- [11] R. K. Khare, T. Kant, and A. K. Garg, “Free vibration of composite and sandwich laminates with a higher-order facet shell element,” *Composite Structures*, vol. 65, no. 3–4, pp. 405 – 418, 2004.
- [12] E. Carrera, “Historical review of zig-zag theories for multilayered plates and shells,” *Applied Mechanics Reviews*, vol. 56, no. 3, pp. 287–308, 2003.
- [13] N. J. Pagano, “Exact solutions for rectangular bidirectional composites and sandwich plates,” *Journal of Composite Materials*, vol. 4, 1970.
- [14] P. D. T. and V. G., “Analysis of anisotropic sandwich plates assuring the continuities of displacement and transverse at the interface,” *ASME Publication*, 1978.
- [15] S. H. Zhang and H. L. Chen, “A study on the damping characteristics of laminated composites with integral viscoelastic layers,” *Composite Structures*, vol. 74, no. 1, pp. 63 – 69, 2006.
- [16] F. G. Diana, *Dinamica dei sistemi meccanici*. Polipress, 2010.
- [17] B. P. D. V. W. D. MARIANNA VIVOLO, BERT VAN GENECHTEN, “Vibro-acoustic design optimisation of a composite sandwich panel using a new experimental setup,” tech. rep., 2012.
- [18] “Model validation: Correlation for updating,” *Sadhana*, vol. 25, no. 3, pp. 221 – 234, 2000.
- [19] D. Ewins, *Modal Testing: Theory, Practice and Application*. Research Studies Press Ltd., 2000.
- [20] G. Gatti, M. J. Brennan, and I. Kovacic, “On the interaction of the responses at the resonance frequencies of a nonlinear two degrees-of-freedom system,” *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 239, no. 10, pp. 591 – 599, 2010.
- [21] D. M. A. Aruleswaran, J. Balkwill, “Dynamic behavior of a structure featuring adhesive bonded joint,” in *2001 IMAC XIX - 19th International Modal Analysis Conference*, 2001.

-
- [22] P. G. J. L. Bart Peeters, Herman Van der Auweraer, “The poly-max frequency-domain method: a new standard for modal parameter estimation?,” *Shock and Vibration*, vol. 11, no. 3–4, pp. 395–409, 2004.
- [23] W. Callister, *Scienza e ingegneria dei materiali: Una introduzione*. John Wiley and Sons, 1999.
- [24] R. S. Lakes, *Viscoelastic materials*. Cambridge University Press, 2009.
- [25] M. F. A. Lorna J. Gibson, *Cellular solids: structure and properties*. Cambridge University Press, 1999.
- [26] T. Pritz, “Measurement methods of complex poisson’s ratio of viscoelastic materials,” *Applied Acoustics*, vol. 60, no. 3, pp. 279 – 292, 2000.
- [27] D. Systèmes, *Abaqus Analysis User’s Manual*, 2011.
- [28] F. Cesari, *Metodi di calcolo nella dinamica delle strtture*. Pitagora, 1997.