

POLITECNICO DI MILANO  
SCUOLA DI INGEGNERIA DEI PROCESSI INDUSTRIALI  
Corso di laurea magistrale in Ingegneria Nucleare



**Modelli analitici per l'accelerazione di ioni  
mediante interazione di impulsi laser  
ultraintensi con bersagli multistrato**

*Relatore: Dott. Matteo PASSONI*

*Correlatore: Dott. Claudio PEREGO*

*Correlatore: Dott. Alessandro ZANI*

*Tesi di laurea di*

**Lorenzo CIALFI**

**Matr. 767354**

*Anno Accademico 2011/2012*

---

*Non al denaro, non all'amore nè al cielo.*

# Indice

<b>1</b>	<b>Accelerazione di ioni indotta da laser ultraintensi: Introduzione</b>	<b>9</b>
1.1	Introduzione . . . . .	9
1.2	Evoluzione della Tecnologia Laser . . . . .	9
1.3	Interazione Laser-Materia . . . . .	12
1.3.1	Dinamica di una particella carica in un'onda elettromagnetica piana . . . . .	12
1.3.2	La forza Ponderomotrice . . . . .	16
1.3.3	Aspetti generali dell'interazione fra laser e plasma . . . . .	18
1.3.4	Generazione elettroni caldi . . . . .	21
1.4	Accelerazione di Ioni indotta da impulsi laser ultraintensi . . . . .	26
1.5	Obbiettivi della tesi . . . . .	29
<b>2</b>	<b>Modellizzazione della Target Normal Sheath Acceleration</b>	<b>31</b>
2.1	Introduzione . . . . .	31
2.2	Approccio quasi-statico . . . . .	32
2.3	Modello a elettroni intrappolati . . . . .	34
2.3.1	Soluzione dell'equazione di Poisson . . . . .	35
2.3.2	Chiusura del problema . . . . .	38
2.4	Lo spettro energetico ionico . . . . .	43
<b>3</b>	<b>TNSA con bersagli multistrato</b>	<b>46</b>
3.1	Introduzione . . . . .	46
3.2	Produzione di Foam tramite Pulsed Laser Deposition . . . . .	48
3.3	Studi numerici sulla TNSA con bersagli multistrato . . . . .	52

---

<b>4</b>	<b>Modellizzazione della multilayer TNSA</b>	<b>58</b>
4.1	Introduzione . . . . .	58
4.2	Estensione della nube elettronica . . . . .	59
4.3	Analisi della funzione di distribuzione . . . . .	63
4.4	Modello quasi-statico a due temperature . . . . .	65
4.4.1	Soluzione dell'equazione di Poisson . . . . .	65
4.4.2	Chiusura del problema . . . . .	68
4.5	Modello quasi-statico a due temperature con cut-off . . . . .	70
4.6	Risultati analitici . . . . .	72
4.6.1	Confronti con il modello a singola temperatura . . . . .	73
4.6.2	Confronti con i risultati numerici . . . . .	74
<b>5</b>	<b>Conclusioni e sviluppi futuri</b>	<b>79</b>

# Elenco delle figure

1.1	Evoluzione della tecnologia laser . . . . .	10
1.2	Esempi di traiettorie per due differenti ampiezze normalizzate: $a_0 = 0.5$ (linea blu) e $a_0 = 1.5$ (linea rossa) . . . . .	16
1.3	Tipico spettro elettronico ottenuto tramite simulazioni numeriche . . . . .	21
1.4	Frequenza collisionale elettroni-ioni (espressa in unità della frequenza di laser $\nu_0$ ) in funzione della temperatura elettronica . . . . .	23
1.5	Rappresentazione grafica del processo di accelerazione . . . . .	26
1.6	Esempi di spettri ionici TNSA tratti da [5] e [11] . . . . .	28
1.7	Dose depositata in acqua in funzione dello spessore del bersaglio . . . . .	29
2.1	Schematizzazione del processo TNSA . . . . .	33
2.2	$\varphi_0$ in funzione del potenziale $\varphi^*$ . . . . .	39
2.3	Potenziale adimensionalizzato ottenuto con $I_{rr} = I_0\lambda^2 = 6.9 \cdot 10^{19} W \mu m^2 / cm^2$ ed $E_{laser}[J] = 0.2$ (linea blu) ; $0.5$ (linea rossa); $1.5$ (linea verde) ; $2.5$ (linea nera) . . . . .	40
2.4	Campo elettrico adimensionalizzato per parametri d'impulso uguali a quelli in figura [2.3] . . . . .	40
2.5	Potenziale [MeV] ottenuto con $I_{rr} = I_0\lambda^2 = 6.9 \cdot 10^{19} W \mu m^2 / cm^2$ ed $E_{laser}[J] = 0.2$ (linea blu) ; $0.5$ (linea rossa); $1.5$ (linea verde) ; $2.5$ (linea nera) . . . . .	42
2.6	Campo Elettrico (MeV/ $\mu m$ ) per parametri d'impulso uguali a quelli in figura [2.5] . . . . .	43
2.7	Confronto fra i risultati delle simulazioni numeriche dell'articolo [14] e la stima utilizzando la [2.25] (in verde) . . . . .	44

3.1	Schema della TNSA multilayer . . . . .	48
3.2	Tipico apparato sperimentale <b>PLD</b> . . . . .	49
3.3	Campione di foam depositato utilizzando come gas di riempimento He a 200 Pa . . . . .	50
3.4	Immagini SEM dei mesoaggregati che caratterizzano la morfologia della foam su una scala caratteristica compresa fra la mesoscala e la nanoscala. Il gas di riempimento utilizzato è He a pressioni (a): 100 Pa. (b): 500 Pa . . . . .	50
3.5	Vista dall'alto ottenuta dei campioni ottenuti utilizzando come gas di riempimento He (colonna sinistra) e Ar (colonna destra) a diffe- renti pressioni : (a) e (d) 30 Pa, (b) e (e) 100 Pa, (c) e (f) 500 Pa (immagini ottenute utilizzando la tecnica SEM) . . . . .	51
3.6	Cross section dei campioni ottenuti utilizzando come gas di riem- pimento He (colonna sinistra) e Ar (colonna destra) a differenti pressioni : (a) e (d) 30 Pa, (b) e (e) 100 Pa, (c) e (f) 500 Pa (immagini ottenute utilizzando la tecnica SEM) . . . . .	52
3.7	Spettro energetico ionico ottenuto con un impulso laser avente $a_0 =$ $10$ , utilizzando un target con la foam caratterizzata da $n_f = 2n_c$ e $l_f = 2\mu m$ . . . . .	54
3.8	(a) Massima energia protonica per $a_0 = 10$ , differenti densità e spes- sori di foam (quadrati neri, $n_f = n_c$ ; cerchi rossi, $n_f = 2n_c$ ; triangoli blu, $n_f = 4n_c$ ). (b) Massima energia protonica in funzione della den- sità $n_f$ per due differenti spessori ( $2\ \mu m$ , linea piena ; $4\ \mu m$ , linea punteggiata) e differenti intensità di laser ( $a_0 = 3$ magenta, $a_0 = 7$ verde, $a_0 = 10$ nero, $a_0 = 14$ rosso , $a_0 = 20$ blu) . . . . .	55
3.9	a) Energia massima assorbita dagli elettroni per differenti casi, (b) per il caso di $l_f = 8\ \mu m$ : l'evoluzione temporale della frazione dell'energia incidente del laser assorbita da tutti gli elettroni (ne- ro), elettroni della foam (rosso), tutti gli ioni (rosso), solo dalle impurezze ioniche (blu) . . . . .	56
3.10	Spettro elettronico proveniente dalla foam (a) $n_f = n_c$ (b) $n_f = 2n_c$ (c) elettroni provenienti dal layer metallico per $n_f = 2n_c$ . . . . .	57

3.11	Campo elettrico longitudinale nei due casi con foam ( $n_f = n_c$ $l_f = 8\mu m$ , linea rossa) e senza (linea blu) per $a_0=10$ . I valori di picco sono $E_{max,foam} = 5.4MV/\mu m$ e $E_{max,nofoam} = 1.8MV/\mu m$ . . . . .	57
4.1	Funzione [4.11] in scala semi logaritmica . . . . .	64
4.2	Potenziale normalizzato per $E_{laser} = 0.5J$ , $a_0 = 10$ , $a=1,b=3$ , $\eta_{foam} = 0.5, E_{cutoff} = 2.1$ ; per i due casi con cutoff (linea blu) e senza (linea rossa). . . . .	72
4.3	Potenziale normalizzato per $E_{laser} = 2.5J$ , $a_0 = 10$ , $a=1,b=3$ , $\eta_{foam} = 0.5, E_{cutoff} = 1.5$ ; per i due casi con cutoff (linea blu) e senza (linea rossa). . . . .	73
4.4	Campo elettrico normalizzato per parametri analoghi a quelli in figura [4.3] . . . . .	73
4.5	Rapporto fra il potenziale all'interfaccia nei due casi con e senza foam al variare dei parametri (a) $\eta_{foam}(a = 1, b = 3)$ ; (b) a ( $b=3, \eta=0.55$ ); (c) b ( $a=1, \eta = 0.55$ ). . . . .	77
4.6	Potenziale [MeV] per $E_{laser} = 2.5J$ , $a_0 = 10$ , $a=1, b=5, \eta_{foam} = 0.5$ ; per i due casi mono temperatura (linea blu) e due temperature (linea rossa). . . . .	77
4.7	Campo elettrico [MeV/ $\mu m$ ] per parametri analoghi alla figura [4.6] . . . . .	78

# Sommario

L'introduzione, verso la fine degli anni '80, della tecnica di amplificazione d'impulso laser CPA ha permesso di investigare nuovi regimi dell'interazione fra radiazione elettromagnetica e materia.

Un interessante applicazione dell'interazione fra impulsi laser ultraintensi (intensità maggiori a  $10^{18}$  W/cm<sup>2</sup>) e ultrabrevi (durate dell'ordine del ps) e materia è rappresentata dalla possibilità di ottenere fasci di ioni aventi elevata coerenza spaziale e temporale e energie dell'ordine della decina di MeV.

Si vuole sottolineare vi siano diverse possibili applicazioni di fasci ionici con tali caratteristiche, dalla fusione inerziale ad applicazioni radioterapiche a tecniche di imaging.

Recenti studi hanno messo in luce come, facendo incidere il fascio laser su innovativi bersagli multistrato, sia possibile aumentare ulteriormente la massima energia raggiungibile dal fascio ionico. Tali bersagli possono essere prodotti attraverso la tecnica Pulsed Laser Deposition (PLD).

Scopo del seguente lavoro di tesi sarà quello di fornire un modello teorico, necessario per la migliore comprensione di questa nuova tecnica di accelerazione.

# Abstract

The introduction, in the late 80s, of laser pulse amplification technique called CPA, made it possible to investigate new aspects of the interaction between electromagnetic radiation and matter.

An interesting feature of the interaction between ultraintense (intensity above  $10^{18}$  W / cm<sup>2</sup>) and ultrashort (durations of the order of ps) laser pulses and matter is the possibility to obtain ion beams with high spatial and temporal coherence and energies of tens of MeV.

Ion beams with such characteristics are extremely interesting; for example, they can be used for inertial fusion, radiotherapy and proton imaging.

Recent studies have shown how, by affecting the laser beam on innovative multiplayer targets, it is possible to further increase the maximum achievable ion energy. These targets can be produced through the Pulsed Laser Deposition (PLD) technique.

The aim of this thesis is to provide a theoretical model, necessary for a better understanding of the laser-driven ion acceleration.

# Capitolo 1

## Accelerazione di ioni indotta da laser ultraintensi: Introduzione

### 1.1 Introduzione

Questo primo capitolo è volto a dare un inquadramento generale del problema dell'accelerazione di ioni tramite impulsi laser.

A tal scopo, il paragrafo 1.2 fornirà una breve descrizione della tecnologia laser e della sua evoluzione, il paragrafo 1.3 mostrerà alcuni aspetti significativi dell'interazione fra radiazione elettromagnetica e materia. Il paragrafo 1.4 presenta in modo schematico l'apparato sperimentale necessario per accelerare ioni tramite fasci laser.

Il paragrafo 1.5 illustrerà la struttura della tesi, mettendo in evidenza gli obiettivi del seguente lavoro.

### 1.2 Evoluzione della Tecnologia Laser

L'invenzione della tecnologia laser risale agli anni '60 del secolo scorso, le cui basi teoriche furono gettate da Einstein nel suo famoso articolo del 1917 "*Zur Quantentheorie der Strahlung*". Risultò essere un'invenzione estremamente importante, in quanto permise la produzione di radiazione elettromagnetica con proprietà uniche, quali la monocromaticità, l'elevata coerenza spaziale

CAPITOLO 1. ACCELERAZIONE DI IONI INDOTTA DA LASER  
ULTRAINTENSI: INTRODUZIONE

e temporale e la possibilità di generare impulsi di breve durata e di elevata intensità (ossia ad elevato flusso superficiale di potenza).

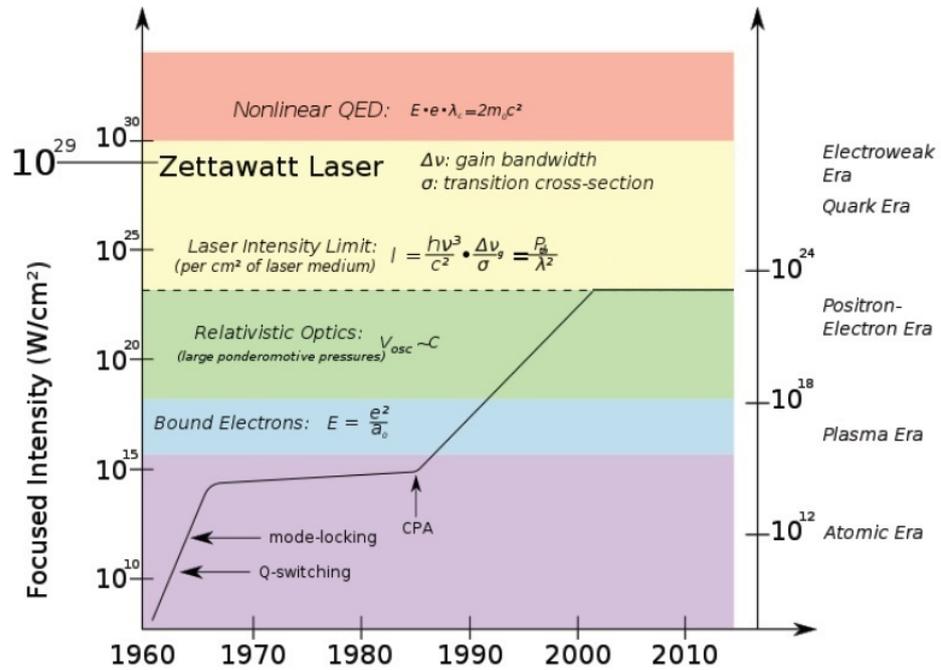


Figura 1.1: Evoluzione della tecnologia laser

Nel decennio immediatamente successivo alla sua invenzione si riuscì ad ottenere un sensibile aumento dell'intensità massima, grazie allo sviluppo di tecniche di amplificazione come il *Q-switching* e *Mode-locking*, fino a raggiungere intensità dell'ordine di  $10^{14} - 10^{15} \text{ W/cm}^2$ . A seguito di ciò non si riuscirono a ottenere sensibili miglioramenti dal momento che, con le tecniche di quel periodo, all'aumentare dell'intensità si assisteva anche all'aumento di effetti non lineari indesiderati e al danneggiamento della strumentazione.

Verso la seconda metà degli anni '80 si riuscirono a superare questi ostacoli grazie allo sviluppo di una nuova tecnica di amplificazione, la *Chirped Pulse Amplification* (CPA), grazie alla quale si sono raggiunte potenze dell'ordine delle centinaia di TW e intensità di  $10^{20} - 10^{21} \text{ W/cm}^2$ . Questa tecnica consiste nel generare inizialmente un impulso laser ultrabreve (della durata delle centinaia di fs) e di bassa energia (dell'ordine del nJ), la durata temporale

(che è inversamente proporzionale alla larghezza della banda del laser stesso) viene aumentata riducendone l'intensità; viene quindi amplificato (raggiungendo energie dell'ordine del Joule) e infine la sua durata viene accorciata aumentandone l'intensità.

Dal momento che l'amplificazione viene effettuata su un impulso a bassa intensità, si riesce a raggiungere un elevato aumento dell'energia senza incorrere in fenomeni non lineari (si vedrà nei paragrafi successivi che essi divengono rilevanti per intensità maggiori di  $10^{18}W/cm^2$ ) e al danneggiamento della strumentazione.

Questa tecnica è attualmente utilizzata in accoppiamento a laser a stato solido con frequenze nell'infrarosso quali :

- **Ti:sapphire:** E' un laser che emette nelle lunghezze d'onda vicine all'infrarosso, tipicamente tra 700 e 1000 nm; la lunghezza d'onda di emissione può essere regolata. Essendo la larghezza di banda molto ampia, la più larga dei laser a stato solido, è possibile produrre impulsi molto brevi (dell'ordine dei femtosecondi), ad alta frequenza di ripetizione (tipicamente dell'ordine dei MHz) grazie alla tecnica del mode-locking. La breve durata d'impulso limita, tuttavia, la massima energia immagazzinabile dal laser (ordine del J).
- **Nd:glass:** E' caratterizzato da una lunghezza d'onda attorno ai 1000 nm e da fasci aventi durate di impulso maggiori dei Ti:Sapphire (centinaia di femtosecondi), ciò permette di creare fasci ad elevata energia (fino al MJ)

L'invenzione della tecnica CPA e il conseguente aumento delle intensità massime raggiungibili ha ulteriormente incrementato l'interesse verso questo ramo della ricerca.

Attualmente si sta lavorando per superare un ulteriore limite tecnologico, dovuto al danneggiamento dei materiali utilizzati per l'amplificazione per intensità superiori ai  $10^{21}W/cm^2$  .

L'interazione fra impulsi laser di tali intensità e la materia risulta essere un argomento di ricerca estremamente complesso e tuttora in fase di sviluppo, la

sezione seguente vuol dare una breve introduzione al problema mostrandone le caratteristiche principali.

## 1.3 Interazione Laser-Materia

Il campo elettrico associato a un impulso laser è legato all'intensità dalla relazione:

$$I(W/cm^2) = \frac{cE^2}{8\pi} \simeq 1.33 \times 10^{-3} E^2 \left( \frac{V}{cm} \right)^2 \quad (1.1)$$

A intensità superiori a  $10^{15} - 10^{16} Wcm^{-2}$  diviene paragonabile al campo coulombiano che lega gli elettroni ai nuclei stimabile attraverso il rapporto fra la carica fondamentale  $e$  e il quadrato del raggio di Bohr stesso ( $E_c \simeq 5.15 \times 10^9 V/cm$ ).

Per intensità maggiori di  $10^{17} W/cm^2$  (tali impulsi laser in questa trattazione verranno definiti *ultraintensi*) si assiste alla completa ionizzazione del materiale, raggiungendo lo stato di plasma.

L'interazione fra laser e plasma è un argomento teorico estremamente ampio, per tali valori di intensità è ulteriormente complicato dall'insorgere di fenomeni non lineari.

Lo studio, apparentemente semplice, del moto di una particella carica all'interno del campo elettromagnetico associato a un'onda piana è utile per presentare alcune caratteristiche chiave dell'interazione non lineare fra radiazione e materia.

### 1.3.1 Dinamica di una particella carica in un'onda elettromagnetica piana

Si supponga di voler trattare la dinamica classica di una particella carica su un'onda piana (polarizzata linearmente per semplicità) descritta dal potenziale vettore

$$\mathbf{A} = A_0 Re \{ e^{-i(\omega t - kz)} \} \hat{\mathbf{e}}_{x,y} \quad (1.2)$$

Trascurando la forza di Lorentz (assunzione accettabile per  $v \ll c$ ), essa oscillerà sul piano perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda con una

velocità massima pari a:

$$v = a_0 c \quad (1.3)$$

dove  $a_0 = \frac{eA_0}{mc^2}$  è l'ampiezza normalizzata dell'onda e  $A_0$  è il modulo del potenziale vettore che descrive il campo elettromagnetico.

Si può facilmente notare come per ampiezze normalizzate dell'ordine dell'unità (alle quali corrispondono intensità dell'ordine dei  $10^{18} \text{W/cm}^2$ ) la velocità di oscillazione diviene paragonabile a  $c$ ; una descrizione relativistica risulta quindi necessaria per affrontare il problema.

A questo scopo è comodo sfruttare la formulazione di Lagrange, scrivendo la lagrangiana in funzione il potenziale  $\phi$  e il potenziale vettore  $\mathbf{A}$  dell'onda elettromagnetica.

$$L(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + \frac{q}{c} \mathbf{v} \cdot \mathbf{A} - q\phi \quad (1.4)$$

Le equazioni del moto si posson ricavare risolvendo l'equazione di Eulero-Lagrange

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{r}} \quad (1.5)$$

ottenendo

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \right) \quad (1.6)$$

In questo caso  $\partial L / \partial \mathbf{v} = \mathbf{p} + q/c \mathbf{A}$ ; si ricorda che  $\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}$  è la quantità di moto relativistica e  $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$  il fattore relativistico.

La scelta di un'onda piana monocromatica permette di ricavare facilmente alcune grandezze invarianti del sistema.

In primo luogo si può subito notare come un'onda piana dipenda dalla sola coordinata spaziale che definisce la direzione di propagazione, la lagrangiana, pertanto, dovrà essere indipendente dalle altre due coordinate che definiscono il piano perpendicolare a essa (in questa trattazione la direzione di propagazione verrà presa parallela all'asse  $z$ ), di conseguenza  $\partial L / \partial \mathbf{r}_\perp = 0$ ; questo implica:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_\perp} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_\perp} = \mathbf{p}_\perp + \frac{q}{c} \mathbf{A}_\perp = \text{cost} \quad (1.7)$$

Un'altra grandezza conservata si può ricavare notando come un'onda piana nel vuoto dipenda dalle coordinate spazio-temporali attraverso la relazione  $t - z/c$ . Dal momento che  $\mathbf{A} = \mathbf{A}(t - \frac{z}{c})$ , è possibile scrivere la derivata parziale nel tempo della lagrangiana nella forma  $\frac{\partial L}{\partial t} = -c \frac{\partial L}{\partial z}$ . Sfruttando questa relazione e la relazione di Eulero-Lagrange (ricordando che nel caso di un'onda piana  $A_z = 0$ ) si può scrivere la variazione dell'energia lagrangiana nella seguente forma:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\partial L}{\partial t} = c \frac{\partial L}{\partial z} = c \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial v_z} = c \frac{d(p_z + qA_z)}{dt} \quad (1.8)$$

E' facilmente ricavabile la seconda invariante del moto:

$$E - cp_z = cost \quad (1.9)$$

E' possibile ricavare la costante dell'equazione supponendo la particella inizialmente in quiete, l'energia sarà data dalla sola energia a riposo e la costante, di conseguenza, varrà  $mc^2$ .

La relazione [1.9] permette di trarre importanti conclusioni sull'energia cinetica della particella, dal momento che  $E_k = E - mc^2 = mc^2(\gamma - 1)$  si può legare  $\gamma$  alla quantità di moto longitudinale  $p_z$ .

$$p_z = mc(\gamma - 1) \quad (1.10)$$

Combinando la relazione appena trovata con l'energia relativistica  $E = \gamma mc^2 = \sqrt{(mc^2)^2 + (p_z c)^2 + (p_\perp c)^2}$  si può ottenere un legame fra le componenti longitudinali e trasversali della quantità di moto.

$$2mp_z c = (p_\perp)^2 \quad (1.11)$$

Definendo le seguenti grandezze adimensionali  $\hat{\mathbf{p}} = \frac{\mathbf{p}}{mc}$  e  $\hat{\mathbf{a}} = \frac{e\mathbf{A}}{mc^2}$  e ricordando che si sta trattando il caso semplice di un'onda piana polarizzata linearmente (facendo coincidere la direzione di  $\mathbf{A}$  con  $y$ ) è possibile scrivere le equazioni che governano il moto:

$$\hat{p}_z = \frac{\gamma}{c} \frac{dx}{dt} = \frac{a^2}{2} \quad (1.12)$$

$$\hat{p}_y = \frac{\gamma}{c} \frac{dy}{dt} = a_y \quad (1.13)$$

Combinando l'equazione [1.11] con le relazioni appena ricavate si possono trarre alcune importanti conclusioni sul moto della particella nei limiti classico e ultra-relativistico.

$$\frac{v_z}{c} = \frac{a^2}{2(1 + a^2/2)} \quad (1.14)$$

$$\frac{v_y}{c} = \frac{a_y}{(1 + a^2/2)} \quad (1.15)$$

Per  $a \ll 1$  (limite classico) il moto è puramente trasversale esattamente come previsto nella relazione [1.3], mentre nel limite  $a \gg 1$  (limite ultra-relativistico) si ha un moto prevalentemente longitudinale, si sottolinea, quindi, il fatto che, all'aumentare dell'ampiezza normalizzata dell'onda, gli effetti non lineari divengano via via più importanti fino a diventare dominanti rispetto al solo moto di oscillazione lungo la direzione del campo elettrico. Introducendo la variabile  $\tau = t - \frac{x}{c}$  è possibile risolvere le equazioni del moto:

$$\begin{cases} z(t) = \frac{ca_0^2}{a_0^2+4} [t + (2\omega)^{-1} \sin(2\omega\tau)] \\ y(t) = \frac{ca_0}{\omega} \sin(\omega t) \end{cases} \quad (1.16)$$

Il moto longitudinale sarà quindi caratterizzato un moto oscillatorio con frequenza caratteristica pari a  $2\omega$  sovrapposto a un moto di deriva caratterizzato da una velocità  $v_d = \frac{ca_0^2}{a_0^2+4}$ .

La figura [1.2] mostra la traiettoria della particella per diversi valori dell'ampiezza normalizzata  $a$ , si noti come all'aumentare di questa la componente longitudinale del moto divenga preponderante.

**Osservazione :** Si potrebbe concludere vi sia un trasferimento netto di energia fra onda e particella durante l'impulso, ciò non è vero, infatti, prendendo per semplicità un impulso ideale di durata pari a  $\tau_p$  e analizzando le equazioni del moto, si nota come al termine dello stesso la particella si tro-

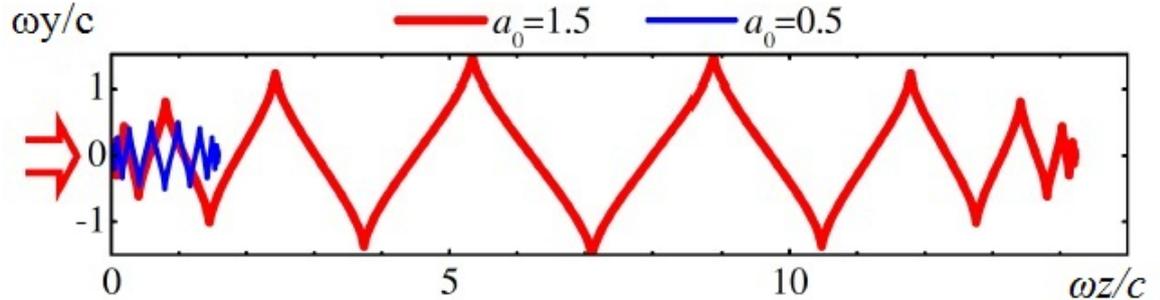


Figura 1.2: Esempi di traiettorie per due differenti ampiezze normalizzate:  $a_0 = 0.5$  (linea blu) e  $a_0 = 1.5$  (linea rossa)

verà nuovamente in quiete avendo percorso una distanza pari a  $x_p = v_d \tau_p$ .

Si può infine dimostrare che considerare un'onda polarizzata circolarmente non cambi qualitativamente i risultati della trattazione precedente.

Questa trattazione permette di concludere che l'effetto delle non linearità è quello di legare fra di loro la dinamica longitudinale e quella trasversale della particella, questo si dimostrerà in seguito rappresentare un aspetto cruciale dell'interazione fra laser e plasma.

### 1.3.2 La forza Ponderomotrice

Per forme d'impulso differenti dal caso semplice trattato nella sezione precedente, in particolare considerando possibili disomogeneità spaziali del campo elettrico ( $E_0 = E_0(x)$ ), la particella sarà caratterizzata da una dinamica longitudinale più complessa, associabile alla presenza di una forza efficace chiamata "forza ponderomotrice".

E' possibile trarre alcune importanti conclusioni andando ad analizzare la dinamica di una particella carica nel limite classico.

Il campo elettrico sarà descritto dalla relazione

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{x}) \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) \quad (1.17)$$

la dinamica della particella sarà governata dalla nota relazione

$$\frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} = \frac{q}{m} \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \right) \quad (1.18)$$

Quest'equazione presenta una forte non linearità, è possibile risolverla in modo approssimato sfruttando un approccio di tipo perturbativo, considerando lo stesso come una sovrapposizione in un moto di ordine zero non soggetto alle non-linearità del sistema e uno di ordine uno che ne considera gli effetti. A tal fine si sviluppa il campo elettrico in serie di Taylor arrestandosi al primo ordine

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) \simeq \mathbf{E}(\mathbf{x}_0) + [(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \cdot \nabla] \mathbf{E}|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0} \quad (1.19)$$

La dinamica della particella sarà data da  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}^0(t) + \mathbf{x}^1(t)$ , per la dinamica di ordine zero si considerano solamente gli effetti lineari, pertanto,

$$\mathbf{x}^0(t) = \mathbf{x}_0 - \frac{e\mathbf{E}_0}{m\omega^2} \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_0 - \omega t) \quad (1.20)$$

e, conseguentemente,

$$(\mathbf{x}^0)' = -\frac{e\mathbf{E}_0}{m\omega^2} \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_0 - \omega t) \quad (1.21)$$

Sottraendo all'equazione del moto [1.18] l'equazione all'ordine zero, si ricava la seguente espressione per l'equazione di ordine uno

$$\frac{d^2 \mathbf{x}^1}{dt^2} = \frac{q}{m} \left[ (\mathbf{x}^0 - \mathbf{x}_0) \cdot \nabla \mathbf{E}(\mathbf{x}_0) + \frac{(\mathbf{x}^0)'}{c} \times \mathbf{B}(\mathbf{x}_0) \right] \quad (1.22)$$

Sfruttando identità vettoriali e mediando l'equazione del moto così ottenuta rispetto al termine di fase  $\phi = \mathbf{k} \cdot \mathbf{x}_0 - \omega t$  si ottiene la seguente forma compatta

$$\frac{d^2 \langle \mathbf{x}^1 \rangle}{dt^2} = - \left( \frac{q}{2m\omega} \right)^2 \nabla E_0^2 \quad (1.23)$$

La relazione appena introdotta presenta una struttura semplice, è possibile interpretare il moto medio perturbato come l'effetto di un campo di energia

potenziale  $U_p$

$$\begin{aligned}\frac{d^2\langle \mathbf{x}^1 \rangle}{dt^2} &= f_p \\ f_p &= \nabla U_p \\ U_p &= - \left( \frac{qE_0}{2m\omega} \right)^2\end{aligned}\tag{1.24}$$

La relazione [1.24] definisce la forza ponderomotrice agente su una singola particella e ne mette in luce alcuni aspetti chiave:

- Agisce sulla particella tendendo a spostarla da zone in cui il campo elettromagnetico è più forte a zone in cui esso è più debole.
- E' inversamente proporzionale alla massa, di conseguenza, avrà un impatto maggiore sulla popolazione elettronica rispetto a quella ionica.
- Non porta a un trasferimento netto di energia fra laser e plasma.

Questo paragrafo ha messo in luce come le disomogeneità del campo elettrico portino alla generazione di una forza efficace chiamata forza ponderomotrice. Compresi gli aspetti peculiari dell'interazione non lineare fra onda e particella singola, è possibile presentare gli aspetti chiave dell'interazione fra laser e plasma (per una trattazione più approfondita si rimanda a [1] e [2]).

### 1.3.3 Aspetti generali dell'interazione fra laser e plasma

Un aspetto fondamentale per comprendere maggiormente l'interazione fra laser e plasma è quello di definire le condizioni di propagazione della radiazione elettromagnetica all'interno del plasma stesso.

Considerando un plasma freddo, omogeneo, non collisionale, non relativistico e adottando una descrizione fluidodinamica è possibile ricavare la seguente relazione che lega il vettore d'onda  $k$  alla frequenza  $\omega$  dell'onda stessa:  $\omega^2 = \omega_{pe}^2 + k^2 c^2$  ( $\omega_{pe} = \sqrt{4\pi n_e e^2 / m_e}$  è la frequenza di plasma elettronica). Per frequenze minori della frequenza di plasma elettronica l'onda non può

propagare; fissando quindi la  $\omega$  dell'onda, si può definire una densità elettronica critica  $n_c$ , tale per cui  $\omega_{pe}(n_c) = \omega$  e definita come:

$$n_c = \frac{m_e \omega^2}{4\pi e^2} \quad (1.25)$$

Per densità minori di questo valore la radiazione potrà propagare; il plasma viene, quindi, definito *sotto-denso*. Per densità maggiori il campo elettrico verrà smorzato su distanze dell'ordine della *skin depth* ( $d_s \simeq c/\omega_{pe}$ ); plasma *sovra-denso*.

Attraverso una descrizione analoga alla precedente, introducendo le correzioni relativistiche, la relazione di dispersione diviene  $\omega^2 = \omega_{pe}^2/\gamma + k^2 c^2$  (con  $\gamma = 1/\sqrt{1 - u^2/c^2}$  e  $u$  il modulo della velocità dell'elettrone), conseguentemente l'espressione della densità critica diviene:

$$n_c = \gamma \frac{m_e \omega^2}{4\pi e^2} \quad (1.26)$$

Considerando gli effetti relativistici, la densità critica non è sola funzione della frequenza dell'onda ma anche dalla velocità di oscillazione, la quale è legata all'intensità dell'onda stessa.

Utilizzando laser ultraintensi si ha un aumento non indifferente del fattore relativistico  $\gamma$  e conseguentemente del valore della densità critica portando alla possibile propagazione di frequenze che a intensità minori non erano permesse, questo fenomeno è chiamato "*relativistic induced transparency*" (cit. [3]). Si vuole ora valutare l'impatto degli effetti non lineari in una descrizione del plasma di tipo fluidodinamico.

Scrivendo l'equazione di Boltzmann per la  $i$ -esima popolazione di un plasma freddo, relativistico, non collisionale, in cui si considerano gli effetti non lineari si ottiene la seguente espressione:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_i \cdot \nabla \right) \mathbf{p}_i = q_i \left[ -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi + \frac{\mathbf{u}_i}{c} \times (\nabla \times \mathbf{A}) \right] \quad (1.27)$$

Introducendo le seguenti grandezze adimensionalizzate

$$\frac{\mathbf{u}}{c} = \hat{\mathbf{u}}, \quad \frac{\mathbf{p}}{mc} = \hat{\mathbf{p}}, \quad \frac{q\mathbf{A}}{mc^2} = \hat{\mathbf{A}}, \quad \frac{q\phi}{mc^2} = \hat{\phi}$$

e sfruttando identità vettoriali, si può riscrivere la relazione [1.27] nella seguente forma:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\hat{\mathbf{p}} - \hat{\mathbf{a}}) - \hat{\mathbf{u}} \times [\nabla \times (\hat{\mathbf{p}}) - \hat{\mathbf{a}}] = \nabla \hat{\phi} - \nabla(\gamma - 1) \quad (1.28)$$

Considerando il fluido inizialmente in quiete, si può scomporre l'equazione [1.28] nelle sue componenti perpendicolari e parallele alla direzione del vettore d'onda

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{p}}_{\perp} = \hat{\mathbf{a}} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \hat{\mathbf{p}}_{\parallel} = \nabla \hat{\phi} - \nabla(\gamma - 1) \end{cases} \quad (1.29)$$

con  $\gamma = \sqrt{1 + \hat{\mathbf{p}}_{\parallel}^2 + \hat{\mathbf{p}}_{\perp}^2} \simeq \sqrt{1 + \hat{\mathbf{a}}^2}$ . Anche nel caso di una descrizione fluidodinamica considerare gli effetti non lineari dell'interazione porta a un legame fra la dinamica longitudinale e trasversale del fluido.

Analizzando il secondo termine della RHS dell'equazione [1.29], si può notare come questo possa essere associato a una forza che agisce longitudinalmente sul plasma avente la forma:

$$f_p = -mc^2 \nabla(\sqrt{1 + \hat{\mathbf{a}}^2} - 1) \quad (1.30)$$

Come si può notare si è giunti a risultati analoghi al caso di singola particella. L'effetto della forza ponderomotrice può portare a una variazione del profilo di densità del plasma, andando, quindi, a modificare la propagazione dell'onda stessa all'interno del bersaglio.

Questi sono solo alcuni dei motivi che rendono l'interazione laser-plasma un argomento teorico estremamente complesso che trascende la semplice definizione della densità critica  $n_c$ .

### 1.3.4 Generazione elettroni caldi

Un aspetto interessante dell'interazione fra laser ultraintensi e plasma è rappresentato dalla possibilità di trasferire al plasma una frazione consistente dell'energia trasportata dalla radiazione elettromagnetica.

Quest'energia viene poi ripartita fra gli elettroni del plasma, i quali possono raggiungere energie dell'ordine delle centinaia di KeV o del MeV.

Per quanto riguarda l'interazione fra laser ultraintensi e plasma sovradenso, si è visto, a seguito di simulazioni numeriche, che la popolazione elettronica assume, dopo un tempo di rilassamento caratteristico, una particolare funzione di distribuzione che può esser schematizzata con una Maxwell-Boltzmann a due temperature.

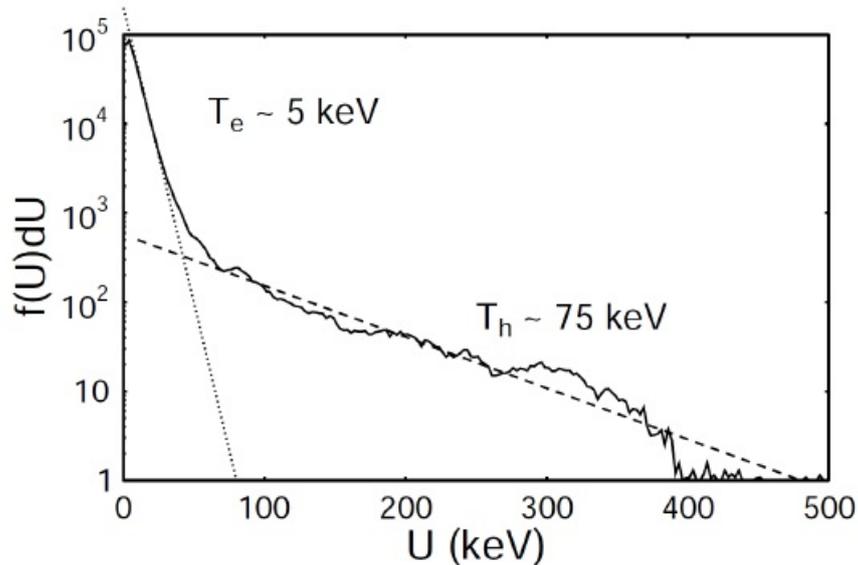


Figura 1.3: Tipico spettro elettronico ottenuto tramite simulazioni numeriche

Nel caso in esame solo una piccola percentuale degli elettroni (circa l' 1%), per il resto della trattazione verranno chiamati *elettroni caldi*, viene riscaldato a temperature dell'ordine del MeV, la restante parte del plasma rimane a temperature di due ordini di grandezza inferiori.

Per modellizzare correttamente la popolazione elettronica calda occorre comprendere gli aspetti chiave dell'interazione laser-plasma. Sebbene a oggi non

sia ancora del tutto chiaro come avvenga il trasferimento di energia, sono tuttavia noti i principali metodi di cessione di energia ciascuno dei quali ha un'importanza relativa dipendente dalle proprietà dell'onda e del plasma stesso (come ad esempio l'intensità e il profilo di densità del bersaglio).

I principali meccanismi di cessione di energia sono i seguenti:

- **Collisioni Coulombiane:** Una volta che gli elettroni del plasma sono stati accelerati dall'onda vanno incontro a collisioni coulombiane con le altre particelle del plasma. Gli urti tra elettroni portano solamente alla termalizzazione della popolazione elettronica, mentre le collisioni ione-ione avvengono su scale temporali molto maggiori di quelle in esame; sono gli urti elettrone-ione a rappresentare l'aspetto chiave di questa modalità di cessione di energia.

Un parametro fondamentale per una descrizione semplificata del processo è la frequenza di urti elettrone-ione  $\nu_{ei}$  ottenuta dalla teoria dello scattering classico e stimabile con :

$$\nu_{ei} \simeq 2.91 \times 10^{-6} Z n_e [T_e(\text{eV})]^{-\frac{3}{2}} \ln \Lambda \quad (1.31)$$

Dove  $Z$  è il grado di ionizzazione e  $\ln \Lambda$  è il così detto "logaritmo coulombiano" funzione dei parametri d'impatto  $b_{min}$  e  $b_{max}$  che rappresentano la distanza minima e massima d'interazione elettrone-ione.

$$\ln \Lambda = \ln \left( \frac{b_{max}}{b_{min}} \right) = \ln \left( \frac{\lambda_{De} T_e}{Z e^2} \right) \quad (1.32)$$

Dalla figura [1.4] si può concludere che, all'aumentare della temperatura (e quindi dell'intensità incidente), il peso delle collisioni coulombiane diviene sempre più trascurabile.

- **Assorbimento Risonante:** si tratta di un meccanismo di assorbimento non collisionale, affinché possa avvenire è necessario un plasma

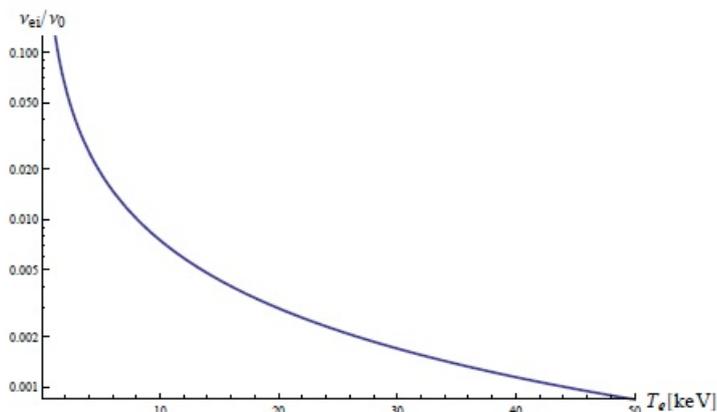


Figura 1.4: Frequenza collisionale elettroni-ioni (espressa in unità della frequenza di laser  $\nu_0$ ) in funzione della temperatura elettronica

avente un gradiente di densità moderato e che l'onda presenti una componente di campo parallela al gradiente stesso ( $\mathbf{E} \cdot \nabla n_e \neq 0$ ).

Sotto queste condizioni l'onda potrà propagare fino a raggiungere la densità  $n_e = n_{crit} \cos^2 \theta$  ( $\theta$  è l'angolo d'incidenza dell'onda), gran parte della stessa verrà riflessa, una frazione dell'onda proseguirà il cammino andando incontro a uno smorzamento esponenziale.

Quando  $n_e = n_{crit}$  la componente smorzata del campo elettrico potrà eccitare in modo risonante un'onda di plasma la quale, in seguito, verrà smorzata attraverso diversi possibili meccanismi (collisioni coulombiane, smorzamento di Landau o, a maggiori intensità, al fenomeno di *wave breaking*).

Simulazioni numeriche hanno permesso di dimostrare come questo meccanismo di cessione energetica sia efficiente per durate di impulsi lunghe (maggiori del picosecondo) e lunghezze caratteristiche del plasma (stimabili con  $n_e/\nabla n_e$ ) elevate (maggiori del micron).

- **Effetto Brunel:** Si tratta di un meccanismo di assorbimento non collisionale, può avvenire in presenza di plasmi con alti gradienti di densità all'interfaccia plasma-vuoto e necessita la presenza di una componente del campo elettrico perpendicolare all'interfaccia stessa.

Sotto queste condizioni la cessione d'energia può essere schematizzata

come segue:

- il campo elettrico longitudinale all’interfaccia strappa gli elettroni dal plasma per re-iniettarli nello stesso dopo un semi periodo del laser.
  - il campo all’interno del plasma sovradensito decade esponenzialmente per distanze dell’ordine della skin depth.
  - gli elettroni, accelerati nel vuoto e re-iniettati nel plasma, saranno soggetti a una forza di richiamo molto minore (in quanto il campo è smorzato), portando a un trasferimento netto di energia fra laser e plasma.
- **$\mathbf{J} \times \mathbf{B}$  Heating**: quando l’onda incide normalmente sul target o se si utilizzano onde S linearmente polarizzate, non è presente alcuna componente longitudinale del campo elettrico.

Una forma di trasferimento di energia simile al meccanismo di Brunel è, tuttavia, possibile. Come visto nella sezione 1.2 con impulsi ultraintensi gli effetti non lineari divengono preponderanti, in particolare, in questo regime di interazione la forza longitudinale capace di strappare gli elettroni dall’interfaccia plasma-vuoto è data dalla forza di Lorentz. Un’onda piana polarizzata ellitticamente avente eccentricità  $0 < \epsilon < 1$ , che propaga lungo l’asse z, potrà essere descritta dal potenziale vettore:

$$\mathbf{A} = \frac{\mathbf{A}(z)}{\sqrt{1 + \epsilon^2}} [\hat{x} \cos(\omega t) + \epsilon \hat{y} \sin(\omega t)] \quad (1.33)$$

La forza  $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$  potrà esser scritta nella forma:

$$e \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} = \frac{e^2 \nabla_x A^2}{4m_e \gamma c^2} \left( 1 + \frac{1 - \epsilon^2}{1 + \epsilon^2} \cos 2\omega t \right) \quad (1.34)$$

presenta due contributi: un termine secolare e uno oscillante a due volte la frequenza del laser. Si noti come il secondo termine si vada ad annullare nel caso di un’onda polarizzata circolarmente ( $\epsilon = 1$ ).

E’ proprio il termine oscillante responsabile di un trasferimento energetico analogo all’effetto Brunel.

E' possibile ottenere una stima della temperatura elettronica andando a uguagliare la temperatura elettronica con il potenziale ponderomotore (come visto nel paragrafo 1.2.3 ).

$$T_e = m_e c^2 \left( \sqrt{1 + a_0^2/2} - 1 \right) \quad (1.35)$$

La relazione [1.35] permette di ridurre il problema del riscaldamento elettronico a un problema monodimensionale dominato puramente da effetti longitudinali.

- **Altri meccanismi:** In un plasma sovradenso il campo elettrico decade per distanze dell'ordine della skin dept ( $l_s = c/\omega_{pe}$ ), tuttavia, può essere ancora in grado di accelerare gli elettroni in un moto oscillatorio, il moto dei quali verrà immediatamente smorzato dalle collisioni coulombiane con gli ioni.

Definendo la lunghezza di escursione  $\lambda_{te} = v_{te}/\omega$  come una stima della distanza di termalizzazione delle oscillazioni dovute al campo elettrico, si può notare come inizialmente  $\lambda_{te} \ll l_s$ , il plasma è quindi localmente termalizzato nell skin depth.

All'aumentare della temperatura elettronica la  $\nu_{ie}$  diverrà trascurabile, gli elettroni potranno quindi oscillare nello skin layer senza subire collisioni.

Si possono mettere in luce due nuovi metodi di trasferimento energetico.

Se  $\lambda_{te} \gg l_s$  gli elettroni presenti, oscillando, riusciranno a sfuggire dallo skin layer portando a un trasferimento netto di energia, questo fenomeno è **Anomalous Skin Effect**.

Nel limite opposto ( $\lambda_{te} \ll l_s$ ) gli elettroni oscillanti rimarranno intrappolati nello skin layer, tuttavia, potranno essere ulteriormente accelerati dalla forza ponderomotrice o dal potenziale dato dalla separazione di carica all'interfaccia, per questo motivo il processo è noto con il nome di **Sheat Inverse Bremsstrahlung**

## 1.4 Accelerazione di Ioni indotta da impulsi laser ultraintensi

Una delle applicazioni più interessanti dei laser ultraintensi è la possibilità di generare fasci di ioni ben collimati e aventi energie dell'ordine del MeV. In figura [1.5] è schematizzato il sistema fisico utilizzato per questo processo di accelerazione, un laser ultraintenso viene fatto incidere su un bersaglio metallico di spessore micrometrico, a seguito dell'interazione fra onda elettromagnetica e materia, si assiste all'emissione di una nube elettronica e di ioni veloci dalla superficie non direttamente irraggiata.

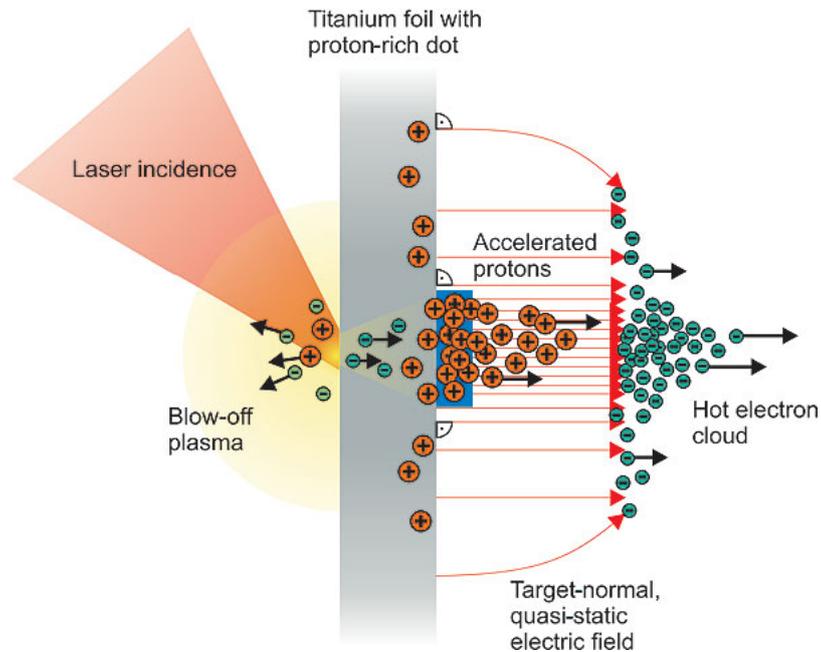


Figura 1.5: Rappresentazione grafica del processo di accelerazione

Inizialmente non era chiaro se il fascio di ioni accelerati provenisse *front surface* (dove avviene l'interazione con il laser) o dalla *rear surface*. Esperimenti successivi (articoli [5], [6], [7] e [8]) hanno dimostrato la presenza di due fasci accelerati, uno *backward* proveniente dalla *front surface* e con verso opposto a quello del laser, uno *forward* proveniente dalla *rear surface* e verso concorde a quello di propagazione. Il secondo, in particolare, presenta un'energia maggiore e un maggior numero di ioni accelerati.

Lo schema interpretativo al momento più condiviso per questo fenomeno prende il nome di "Target Normal Sheath Acceleration" (TNSA). Nel prossimo capitolo verrà presentato un possibile modello interpretativo di tale processo.

La TNSA può esser schematizzata come segue:

- L'interazione Laser-plasma alla *front surface*, per intensità maggiori di  $10^{18} W cm^{-2}$ , porta alla generazione di una popolazione di elettroni caldi aventi energie dell'ordine del MeV
- Gli elettroni caldi diffondono all'interno del target, una frazione di essi oltrepasserà la *rear surface* su distanze dell'ordine della  $\lambda_{de}$  generando quindi una separazione di carica.
- La separazione di carica così formata porterà alla generazione di un forte campo elettrico (dell'ordine dei  $MeV/\mu m$ ) responsabile dell'accelerazione degli ioni.

Gli ioni più energetici risultano essere quelli più vicini alla rear surface e aventi il maggior rapporto  $Z/A$ , dove  $Z$  è lo stato di ionizzazione e  $A$  il numero di massa; generalmente sono protoni o altre impurezze presenti sulla rear surface, tuttavia è possibile accelerare anche ioni carbonio rimuovendo, attraverso opportune tecniche, tali impurezze e depositando un layer sottile di ioni carbonio sulla *rear surface*. Lo spettro energetico presenterà quindi un'energia massima di cutoff data dagli ioni all'interfaccia posteriore del target, quelli più interni verranno anch'essi accelerati ma ad energie anche di due ordini di grandezza inferiori. Ciò si traduce in uno spettro energetico analogo a quello rappresentato in figura [1.6].

Tanto le caratteristiche dell'impulso laser, quanto quelle del bersaglio giocano un ruolo chiave nella caratterizzazione dello spettro ionico accelerato (si rimanda ad esempio agli articoli [19], [20] e [21]).

Recenti simulazioni numeriche (cit. [15], [16]) hanno messo in luce come l'utilizzo di target multistrato, creati depositando una schiuma (foam) a bassa densità direttamente sulla front surface del layer solido, migliori sensibilmente il processo di trasferimento di energia fra laser e plasma, portando alla

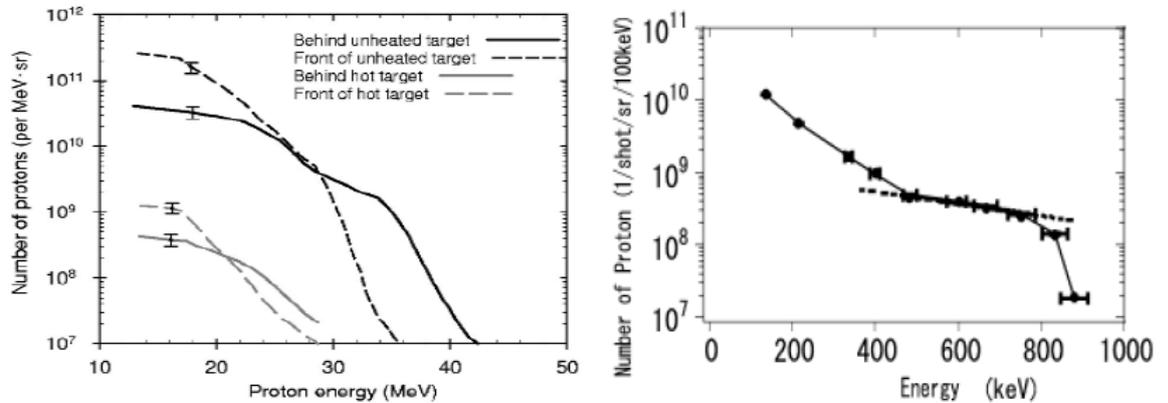


Figura 1.6: Esempi di spettri ionici TNSA tratti da [5] e [11]

generazione di fasci ionici più energetici.

Sono numerose le applicazioni possibili dei fasci ionici così generati, alcune delle più significative sono le seguenti:

- **Fusione inerziale:** si cercano di raggiungere le condizioni di ignizioni in tempi ultrabrevi sfruttando fasci di particelle prodotti da laser ultra intensi.
- **Proton Imaging:** fasci di protoni possono essere utilizzati come nuovo strumenti di diagnostica, permettendo radiografie di oggetti sottili e di studiare la struttura dei campi elettrici nel plasma.
- **Adroterapia :** una tecnica radioterapica che sfrutta ioni carbonio o protoni; l'interesse particolare di questa tecnica risiede nella possibilità di concentrare la dose ricevuta in una limitata zona spaziale, massimizzando i danni alle cellule tumorali, preservando quelle sane. Questo può avvenire grazie al peculiare profilo di cessione d'energia delle particelle cariche pesanti (si faccia riferimento alla figura [1.7]). Si rimanda all'articolo [4]

L'interesse riguardante questa tecnica è aumentato nell'ultimo decennio, grazie anche ai risultati sperimentali raggiunti. Non si è, tuttavia, arrivati a una piena comprensione del problema che spazia dalla tematica dell'interazione

laser-plasma, alla diffusione degli elettroni nel target, all'accelerazione degli ioni.

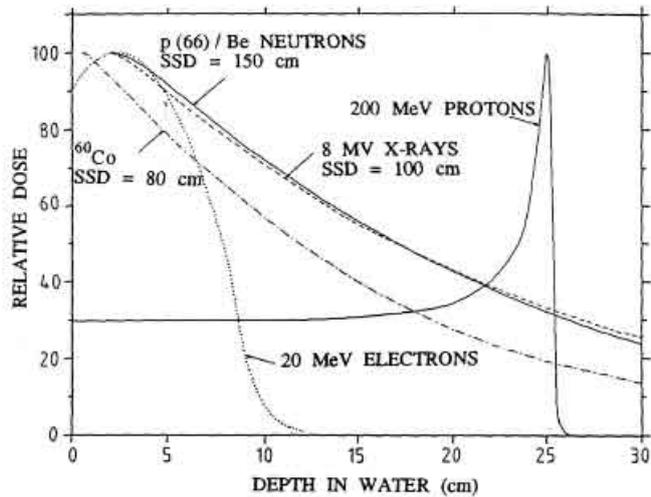


Figura 1.7: Dose depositata in acqua in funzione dello spessore del bersaglio

## 1.5 Obiettivi della tesi

Gli studi teorici e sperimentali degli ultimi decenni hanno permesso di ampliare la comprensione dell'accelerazione di ioni indotta da impulsi tramite il meccanismo TNSA introdotto nel paragrafo precedente.

Il controllo e l'ottimizzazione dello spettro ionico TNSA sono un argomento di ricerca in piena evoluzione. Come anticipato nel paragrafo [1.4], negli ultimi anni si è proposto l'utilizzo di innovativi target multistrato per aumentare l'energia massima ionica. Questa configurazione presenta problematiche nuove dal punto di vista interpretativo.

Scopo del seguente lavoro di tesi sarà quello di proporre un possibile modello teorico per la descrizione della tecnica di accelerazione di ioni TNSA bersagli multistrato. A tal scopo, questo lavoro di tesi è stato strutturato come segue. Il capitolo 2 tratterà il problema della modellizzazione analitica della TNSA

con bersagli solidi, prestando un particolare interesse all'approccio quasi-statico, adottando in particolare il modello a elettroni intrappolati che si è mostrato adatto a predire correttamente l'energia massima degli ioni.

Il capitolo 3 fornirà una descrizione allo stato dell'arte delle recenti indagini numeriche dedicate allo studio dell'accelerazione di ioni mediante l'interazione fra laser ultraintensi e bersagli multistrato; verranno anche messe in luce le modalità di produzione di tali target e si fornirà una panoramica sui più interessanti risultati delle simulazioni numeriche. Questo permetterà di mettere in luce le caratteristiche peculiari di tale meccanismo di accelerazione e di delineare gli obiettivi specifici del seguente lavoro di tesi.

Nel capitolo 4 verrà proposta una possibile estensione del modello teorico proposto nel capitolo 2 al fine di poter descrivere la nuova tecnica di accelerazione.

Si confronteranno i risultati di tale modello con quelli numerici e attraverso un'analisi critica delle eventuali differenze si delineranno possibili sviluppi futuri per ottenere una migliore descrizione analitica del sistema fisico studiato.

# Capitolo 2

## Modellizzazione della Target Normal Sheath Acceleration

### 2.1 Introduzione

Questo capitolo fornirà una panoramica allo stato dell'arte sulla modellizzazione analitica della tecnica di accelerazione di ioni TNSA.

Come anticipato nel capitolo precedente e facendo riferimento alla figura [2.1], a seguito dell'interazione dell'impulso laser con la front surface del target, si assiste alla generazione di una popolazione di elettroni aventi energia dell'ordine del MeV, questi si diffondono nel target e una frazione di essi si estenderà oltre la rear surface per distanze dell'ordine della lunghezza di Debye. La separazione di carica così formata genererà un campo elettrico elevato (dell'ordine del MeV  $\mu m^{-1}$ ) responsabile dell'accelerazione degli ioni. Il trasporto degli elettroni energetici, generati con l'interazione con il laser, genera una corrente di ritorno, descrivibile attraverso una seconda popolazione elettronica avente una temperatura caratteristica dell'ordine del KeV e una densità molto maggiore (di circa 4 ordini di grandezza).

Gli effetti della  $T_c$  determinano la lunghezza di penetrazione del campo elettrico (in letteratura il problema è stato trattato in [9] e [10]), tuttavia, al fine di valutare l'energia massima di accelerazione, i parametri più importanti sono quelli relativi a  $T_h$ ; in questo capitolo, pertanto, si considererà il modello

mono temperatura al fine di semplificare la trattazione.

Sono stati proposti diversi modelli analitici per descrivere l'accelerazione di ioni tramite TNSA, questi possono essere suddivisi in due categorie in base al metodo scelto per la descrizione della popolazione ionica.

Una prima categoria include i modelli definiti *quasi-statici*, in tali modelli gli ioni pesanti di cui è composto il target vengono supposti fissi, si considera solamente l'accelerazione degli ioni leggeri presenti nel layer di impurezze sulla rear surface (sono i primi ad essere accelerati e i più energetici) e si suppone che la dinamica di quest'ultimi non influenzi sensibilmente il campo accelerante (si rimanda agli articoli [18], [19] e [20]).

La seconda categoria contiene i modelli *dinamici*, in cui viene considerata l'evoluzione dinamica della popolazione ionica la quale influenza l'evoluzione temporale del campo accelerante.

In questo capitolo verrà utilizzato un approccio quasi-statico, prestando particolare interesse al modello a elettroni intrappolati.

## 2.2 Approccio quasi-statico

Come anticipato precedentemente, una possibile modellizzazione della TNSA è ottenibile considerando la nube elettronica come uno stato quasi stazionario, valutando il profilo del campo da essa generato e trattando gli ioni leggeri come cariche di prova all'interno del campo stesso.

Questo approccio è valido solamente se i tempi di accelerazione risultano essere molto minori della scala temporale degli ioni del reticolo (stimabile con  $2\pi\omega_{pi}^{-1}$ ), tale richiesta è rispettata per gli ioni più energetici.

Risolvere il problema quasi-statico, implica la risoluzione del problema di Poisson dato dalla seguente equazione differenziale (si faccia riferimento alla figura [2.1]).

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = 4\pi\rho$$

$$\rho = \begin{cases} n_e & x > 0 \\ n_e - Zn_i & x < 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

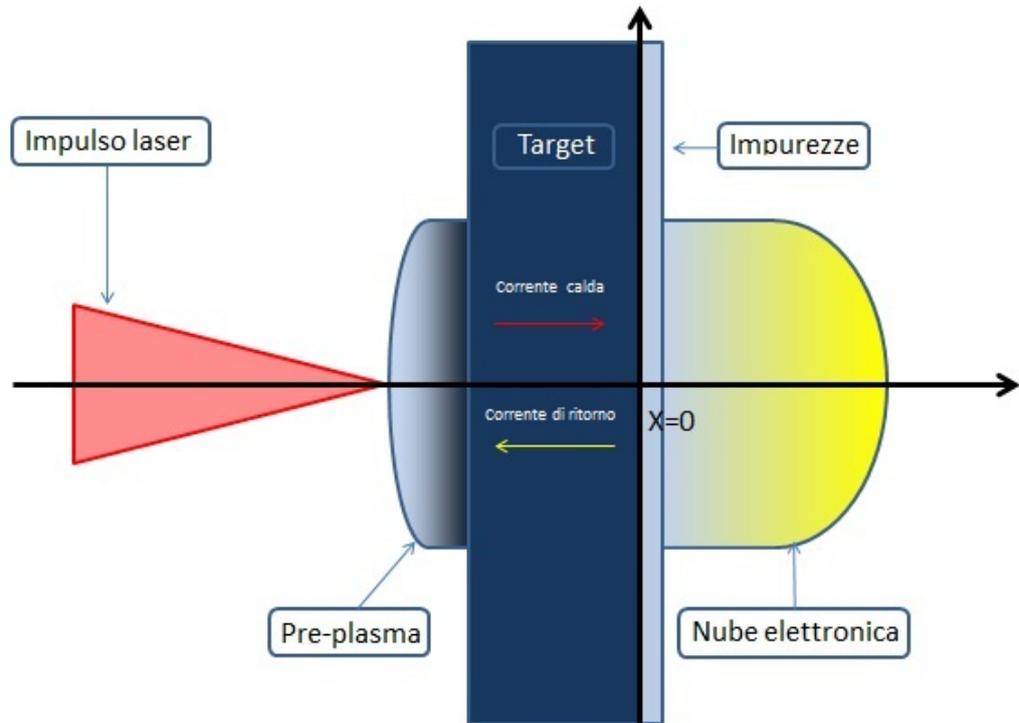


Figura 2.1: Schematizzazione del processo TNSA

**Osservazione:** Nella trattazione seguente verrà utilizzata una descrizione monodimensionale. Dal momento che gli ioni vengono accelerati perpendicolarmente alla rear surface, per target piani, tale approssimazione non risulta esser molto limitante.

Al fine di ottenere una descrizione autoconsistente del problema è necessario legare la densità elettronica degli elettroni caldi al potenziale, esistono vari approcci al problema.

In diversi lavori ([11], [12], [18]) si è supposto l'equilibrio termico degli elettroni, seguendo la distribuzione di Boltzmann  $n_e = n_0 e^{\frac{e\phi}{T_h}}$ .

La scelta di questa distribuzione causa problemi con le condizioni all'infinito: imporre una densità elettronica nulla all'infinito implicherebbe  $\phi(x \rightarrow \infty) \rightarrow -\infty$ . Questo porterebbe alla divergenza dell'energia massima ionica e dell'estensione della nube elettronica mentre da osservazioni sperimentali il campo elettrico e il potenziale risultano annullarsi per distanze dell'ordine

del  $\mu\text{m}$ .

Per risolvere il problema si è quindi proposto di considerare una distanza di accelerazione finita ([11], [12]). Tale modello non è chiaramente auto-consistente: l'estensione della nube elettronica dovrebbe essere un naturale risultato della descrizione adottata, non una stima esterna al modello stesso. Un'altra possibilità è quella di considerare un tempo di accelerazione finito (si rimanda a [18], [22], [23]), tipicamente dell'ordine della durata dell'impulso; questo richiederebbe opportune relazioni di fitting, inoltre, per durate di impulso ultrabrevi ( $\tau < 100\text{fs}$ ) questo approccio sottostima l'energia massima in quanto i reali tempi del processo di accelerazione sono maggiori della durata dell'impulso stesso (dell'ordine delle centinaia di femtosecondi o del picosendo).

### 2.3 Modello a elettroni intrappolati

Una possibile soluzione della questione è stata proposta in [23] sfruttando una descrizione cinetica degli elettroni; in tale descrizione si suppone che non tutti gli elettroni veloci prodotti dall'interazione con il laser contribuiscano alla generazione del potenziale, una frazione non trascurabile di essi avrà energia sufficiente per sfuggire al potenziale elettrostatico. Tale modello prende il nome di *modello a elettroni intrappolati*.

Alla luce delle considerazioni fatte, in tale modello non è corretto descrivere la popolazione elettronica attraverso la distribuzione di Boltzmann, in quanto non è in grado di distinguere tra elettroni con energie differenti. Facendo sempre uso dell'ipotesi di equilibrio termico della popolazione elettronica, si adotterà una descrizione cinetica, introducendo la funzione di distribuzione elettronica.

Si consideri una funzione di distribuzione elettronica di Maxwell-Boltzmann non relativistica monodimensionale:

$$f(x, v) = \tilde{n} \sqrt{\frac{m}{2\pi T}} e^{-\frac{mv^2}{2T}} e^{\frac{e\phi}{T}} \quad (2.2)$$

Come anticipato in precedenza, al fine di risolvere il problema di Poisson si considera la popolazione elettronica formata dai soli elettroni intrappolati, ricavabile integrando l'equazione precedente solamente per velocità che rispettino la condizione  $W = e\phi - \frac{mv^2}{2T} < 0$ , dunque,  $v_{max} = \sqrt{\frac{2\phi T}{m}}$ .

$$\begin{aligned} n_{trap} &= \int_{-v_{max}}^{v_{max}} \tilde{n} \sqrt{\frac{m}{2\pi T}} e^{\frac{mv^2}{2T}} e^{\frac{e\phi}{T}} dv = 2 \int_0^{v_{max}} \tilde{n} \sqrt{\frac{m}{2\pi T}} e^{\frac{mv^2}{2T}} e^{\frac{e\phi}{T}} dv \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{\varphi}} \tilde{n} e^{-t^2} e^\varphi dt = \tilde{n} e^\varphi \Phi(\sqrt{\varphi}) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Dove  $\varphi = \frac{e\phi}{T_h}$  e  $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ . Attraverso i passaggi precedenti è stato possibile ricavare un'espressione per la densità di elettroni intrappolati in funzione del potenziale normalizzato  $\varphi$ , necessaria per una risoluzione auto-consistente del problema di Poisson.

**Osservazione:** E' importante sottolineare come una descrizione rigorosa del problema richieda l'utilizzo di un approccio relativistico per modellizzare popolazioni elettroniche caratterizzate da energie medie superiori al MeV, tuttavia, una descrizione classica può risultare ugualmente interessante permettendo di ottenere delle stime sull'estensione della nube elettronica e dei profili di campo. Bisogna mettere in evidenza come per valori del potenziale non troppo elevati, il limite non relativistico sia piuttosto accurato (si rimanda al lavoro di tesi di L.Bertagna del 2009).

### 2.3.1 Soluzione dell'equazione di Poisson

Utilizzando la densità elettronica della relazione [2.3] è possibile scrivere il problema di Poisson relativo al caso in esame:

$$\begin{cases} \frac{d^2\phi}{dx^2} = 4\pi e n_{trap}, & x > 0 \\ \frac{d^2\phi}{dx^2} = 4\pi e (n_{trap} - Zn_i + n_c), & x < 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

Al fine di semplificare il problema è possibile adimensionalizzare il sistema appena introdotto, adottando le seguenti grandezze:

$$\varphi = \frac{e\phi}{T_h} \quad \xi = \frac{x}{\lambda_d} \quad (2.5)$$

In questa trattazione, volendo confrontare i profili del potenziale per diversi regimi di interazione, si è scelto di normalizzare la scala spaziale rispetto alla lunghezza di Debye ( $\lambda_d = \sqrt{T/4\pi n_e e^2}$ ) valutata alla densità degli elettroni veloci in profondità nel target; sfruttando la relazione [2.3] questa si dimostra valere  $n_l = \tilde{n}e^{\varphi^*} \Phi(\sqrt{\varphi^*})$ , dove  $\varphi^*$  è il valore del potenziale normalizzato all'interno del bersaglio, lontano dalla rear surface. Tale valore del potenziale, assieme alla richiesta di annullamento del campo elettrico in profondità nel target, rappresenta la condizioni al contorno del problema.

Adottando le scelte di normalizzazione [1.5] è immediato ricavare l'equazione di Poisson normalizzata per  $\xi > 0$ .

$$\frac{d^2\varphi}{d\xi^2} = e^{-\varphi^*} e^{\varphi} \Phi(\sqrt{\varphi}) \quad (2.6)$$

Per ricavare il profilo del potenziale per  $\xi > 0$  si integra una prima volta rispetto al  $\xi$  e, supponendo che il potenziale e la sua derivata prima si annullino per uno stesso valore  $\xi_f$  (al momento non è ancora detto essere finito), la costante di integrazione C si dimostra esser anch'essa nulla.

$$\frac{1}{2}\varphi'^2 = e^{-\varphi^*} \left[ e^{\varphi} \Phi(\sqrt{\varphi}) - \frac{2}{\pi} \sqrt{\varphi} \right] \quad (2.7)$$

Integrando una seconda volta sfruttando la separazione delle variabili si ottiene la seguente espressione.

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{e^{-\varphi^*} \left[ e^{\varphi} \Phi(\sqrt{\varphi}) - \frac{2}{\pi} \sqrt{\varphi} \right]}} = -\sqrt{2}\xi \quad (2.8)$$

Non è possibile ottenere una soluzione esplicita dell'equazione [2.7], tuttavia, è possibile trarre interessanti conclusioni andando a valutare le soluzioni approssimate per valori del potenziale normalizzato molto minori o molto maggiori dell'unità.

$$\begin{cases} \varphi(\xi) \cong \left[ \varphi_0^{\frac{1}{4}} - \frac{1}{2\pi^{\frac{1}{4}}} \xi e^{-\frac{\varphi^*}{2}} \right]^4, & |\varphi| \ll 1 \\ \varphi(\xi) \cong \varphi_0 - 2 \ln \left[ 1 + \frac{\xi}{\sqrt{2}} e^{-\frac{\varphi^* - \varphi_0}{2}} \right], & |\varphi| \gg 1 \end{cases} \quad (2.9)$$

Come si può notare dalla [2.9] il potenziale e le sue prime derivate vanno ad annullarsi a una distanza finita, questo risultato è una naturale conseguenza del modello a elettroni intrappolati e non una condizione imposta.

Si può inoltre ricavare una stima dell'estensione della nube elettronica  $\xi_n = 2(\pi\varphi_0)^{\frac{1}{4}} e^{\frac{\varphi^*}{2}}$ , la quale può esser confrontata con i risultati sperimentali. Si noti come l'estensione dipenda debolmente dalle condizioni all'interfaccia.

Una delle grandezze di maggiore interesse del modello presentato è sicuramente il valore del potenziale all'interfaccia  $\varphi_0$ . Una stima dell'energia acquisita dagli ioni all'interfaccia può esser ottenuta sfruttando la seguente relazione:

$$E = Z\varphi_0 T \quad (2.10)$$

Dal momento che tali ioni sono i più energetici, la relazione [2.10] permette di ottenere una stima dell'energia massima ionica. La grandezza  $\varphi_0$  al momento è ancora incognita, è necessario risolvere il problema di Poisson all'interno del target al fine di legare tale grandezza con la condizione al contorno del potenziale  $\varphi^*$ .

$$\frac{d^2\phi^<}{dx^2} = 4\pi e(n_{trap} - Zn_i + n_c) \quad (2.11)$$

In questo caso la densità di carica è data sia dalla popolazione di elettroni intrappolati che dalla carica, supposta fissa, degli elettroni freddi e ioni. Si suppone che all'interno del target, lontano dalla rear surface, sia verificata la condizione di quasi-neutralità, per cui  $n_l = Zn_i - n_{cold}$ .

$$\frac{d^2\phi^<}{dx^2} = 4\pi e(n_{trap} - n_l) \quad (2.12)$$

Riscrivendo la [2.12] in termini delle grandezze adimensionali introdotte precedentemente si ottiene:

$$\frac{d^2\varphi^<}{d\xi^2} = e^{-\varphi^*} e^{\varphi} \Phi(\sqrt{\varphi^<}) - 1. \quad (2.13)$$

Integrando una prima volta si ricava:

$$\frac{1}{2}(\varphi^<)^{\cdot 2} = e^{-\varphi^*} [e^{\varphi^<} \Phi(\sqrt{\varphi^<}) - \frac{2}{\pi} \sqrt{\varphi^<} - \varphi^< e^{\varphi^*} + C(\varphi^*)] \quad (2.14)$$

Ricordando che le condizioni al contorno del problema sono  $\varphi(-\infty) = \varphi^*$  e  $\varphi'(-\infty) = 0$ , la costante di integrazione C assumerà la seguente espressione:

$$C = -e^{\varphi^*} \Phi(\sqrt{\varphi^*}) + \frac{2}{\pi} \sqrt{\varphi^*} + \varphi^* e^{-\varphi^*} \quad (2.15)$$

Imponendo la continuità del potenziale e del campo elettrico all'interfaccia è facilmente ricavabile una relazione che leghi  $\varphi_0$  a  $\varphi^*$ .

$$\varphi_0 = C e^{-\varphi^*} = -\Phi(\sqrt{\varphi^*}) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\varphi^*} e^{-\varphi^*} + \varphi^* \quad (2.16)$$

In figura [2.2] è rappresentato il valore del potenziale all'interfaccia  $\varphi_0$  in funzione del potenziale al contorno  $\varphi^*$ , si può notare come per valori elevati del potenziale si possa stimare  $\varphi_0 \simeq \varphi^* - 1$ .

### 2.3.2 Chiusura del problema

Al fine di ottenere una descrizione chiusa del problema è necessario legare le grandezze  $\varphi^*$ , T e  $n_l$  ai parametri caratterizzanti l'impulso laser (come l'intensità e l'energia d'impulso). Tali grandezze sono intimamente legate all'interazione fra laser e plasma e, per questo, sono estremamente complesse

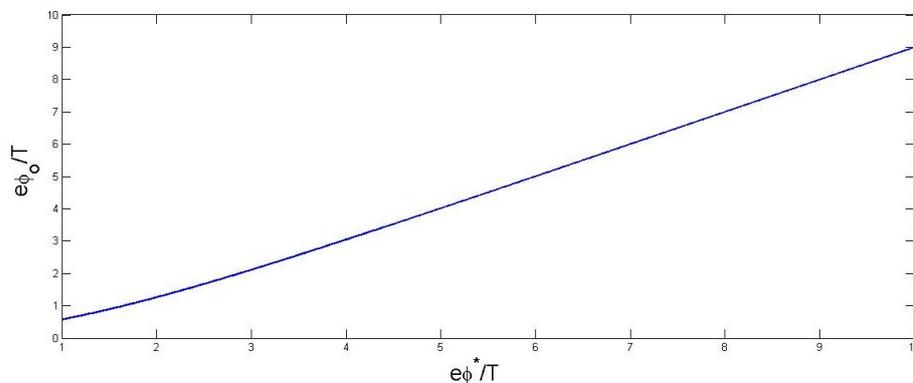


Figura 2.2:  $\varphi_0$  in funzione del potenziale  $\varphi^*$

da valutare.

In primo luogo ci si concentrerà sulla grandezza  $\varphi^*$ , nota la quale è possibile ricavare il valore del potenziale all'interfaccia  $\varphi_0$  e i profili di campo adimensionalizzati.

In letteratura (cit. [13]) è stato proposto uno scaling empirico per tale grandezza.

$$\varphi^* = A + B \cdot \log(E_L) \quad (2.17)$$

dove  $A = 4.8$ ,  $B = 0.8$  e  $E_L$  è l'energia (in J) dell'impulso.

Si nota che  $\varphi^*$  è il massimo valore del potenziale nel sistema e, sfruttando la relazione  $\frac{mv^2}{2T} < \frac{e\phi}{T}$ , si può dimostrare esser anche il massimo valore dell'energia cinetica adimensionalizzata degli elettroni legati. Alla luce di queste considerazioni la scelta di legare l'energia massima assorbita dagli elettroni con l'energia incidente risulta essere una scelta ragionevole.

Nota la grandezza  $\varphi^*$  è possibile risolvere il problema adimensionalizzato. In figura [1.3] e [1.4] sono mostrati i profili adimensionalizzati del potenziale e del campo.

La valutazione della temperatura elettronica è strettamente legata ai diversi meccanismi d'interazione fra laser e plasma, per intensità d'impulso superiori a  $10^{18} \text{ W cm}^{-2}$  uno dei dominanti risulta essere il J  $\wedge$  B heating, con il quale gli elettroni vengono riscaldati grazie all'effetto del potenziale ponderomotore.

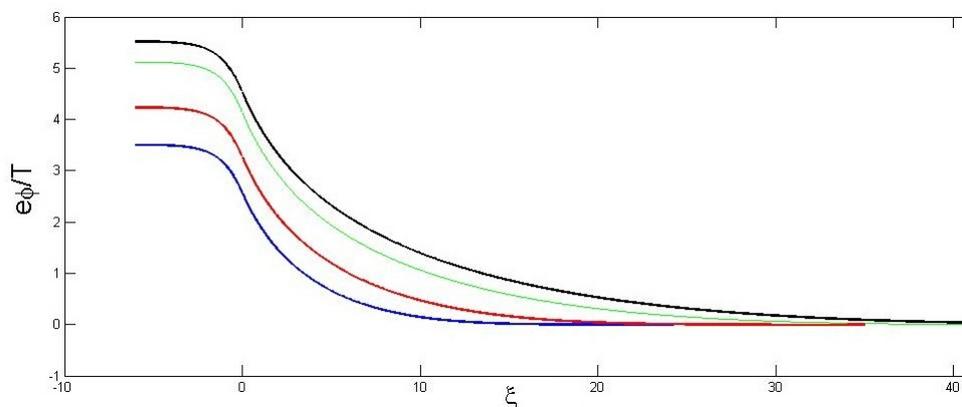


Figura 2.3: Potenziale adimensionalizzato ottenuto con  $I_{rr} = I_0\lambda^2 = 6.9 \cdot 10^{19} W\mu m^2/cm^2$  ed  $E_{laser}[J] = 0.2$  (linea blu) ;  $0.5$  (linea rossa);  $1.5$ (linea verde) ;  $2.5$  (linea nera)

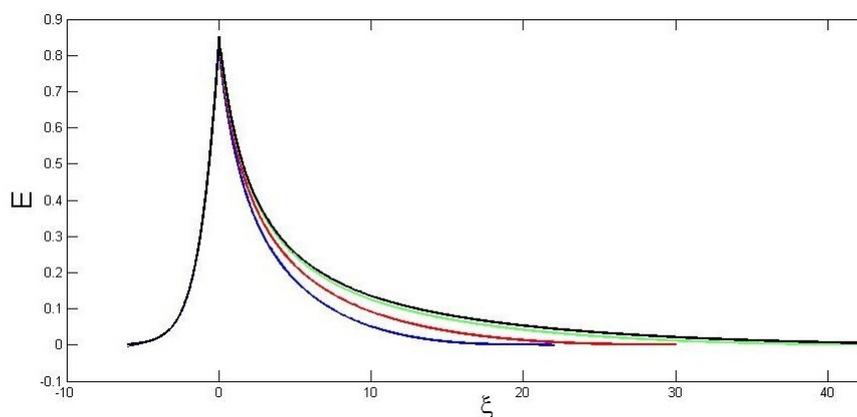


Figura 2.4: Campo elettrico adimensionalizzato per parametri d'impulso uguali a quelli in figura [2.3]

Come visto nel capitolo precedente, l'interazione fra laser ultraintensi e plasma è fortemente influenzata da fenomeni non lineari e per tali valori di intensità una descrizione relativistica si rende necessaria.

Nella trattazione seguente si utilizzerà una stima relativistica della temperatura (nonostante il modello utilizzato faccia uso di una funzione di distribuzione non relativistica) in quanto utilizzare una stima classica per tale grandezza sarebbe stata un'approssimazione troppo limitante.

Alla luce delle considerazioni fatte è possibile scrivere il potenziale pondero-

motore nella forma seguente:

$$U_p = m_e c^2 (\gamma - 1) \quad (2.18)$$

con  $\gamma$  legato ai parametri del laser dalla relazione  $\gamma \simeq \sqrt{1 + a_0^2/2}$ , dove  $a_0^2/2 = I\lambda^2/1.37 \times 10^{18}$  è l'ampiezza adimensionalizzata del potenziale vettore dell'onda elettromagnetica.

Una buona stima della temperatura elettronica si può ottenere bilanciando il potenziale ponderomotore con l'energia acquisita dalla popolazione elettronica calda.

$$\begin{cases} T = m_e c^2 (\gamma - 1) \\ \gamma \simeq \sqrt{1 + \frac{I\lambda^2}{1.37 \times 10^{18}}} \end{cases} \quad (2.19)$$

$I$  è l'intensità dell'onda espressa in  $W \text{ cm}^{-2}$ ,  $\lambda$  è la lunghezza d'onda del laser in  $\mu m$ , si noti che per la scelta delle unità di misura  $m_e c^2$  va espresso in MeV.

Ottenuta una stima per la temperatura, è necessario ricavare un valore per la densità elettronica di elettroni legati alla front surface in modo da ricavare  $\lambda_d = \sqrt{\frac{T}{4\pi n_i e^2}}$ .

Un modo semplice per ricavare la grandezza in esame è sfruttare un bilancio fra l'energia del laser assorbita dal plasma e l'energia media acquisita dalla popolazione elettronica .

$$E_p \eta = N_e \langle K \rangle \quad (2.20)$$

$N_e$  sono gli elettroni veloci prodotti a seguito dell'interazione,  $\langle K \rangle$  è l'energia cinetica media acquisita dagli elettroni e  $\eta$  è la frazione dell'energia dell'impulso laser effettivamente assorbita dal plasma.

Differenziando la relazione precedente rispetto a  $dV = dx dy dz$  con  $dz = c dt$  e mediando sull'area del focal spot e sulla durata dell'impulso si ottiene :

$$I \eta = c n_{0e} \langle K \rangle \quad (2.21)$$

La densità elettronica alla front surface è calcolabile una volta noti  $\langle K \rangle$  e  $\eta$ . La grandezza  $\eta$  è fra le più complesse da ottenere, in quanto è strettamente legata dalla dinamica di generazione degli elettroni caldi, dai risultati di studi parametrici si è proposto uno scaling empirico (cit. [24]) della grandezza in esame dato da :

$$\eta = \min[1.2 \times 10^{-15} (I\lambda^2)^{\frac{3}{4}}; 0.5] \quad (2.22)$$

Sono stati proposti diversi scaling di  $\eta$  per differenti valori di I, ad esempio, una differente legge di potenza è proposta nell'articolo [25]:

$$\eta = (2.3 \times 10^{-22} I\lambda^2)^{0.2661} \quad (2.23)$$

Si noti come entrambe le relazioni prevedano simili valori di  $\eta$ .

Per quanto riguarda il valore dell'energia cinetica media, l'espressione di tale grandezza nel limite classico risulta essere data da:

$$\langle K \rangle = \frac{3}{2} T \quad (2.24)$$

Si noti come tale grandezza sia, in generale, dipendente dalla coordinata spaziale, tuttavia nella trattazione si è supposta costante nello spazio.

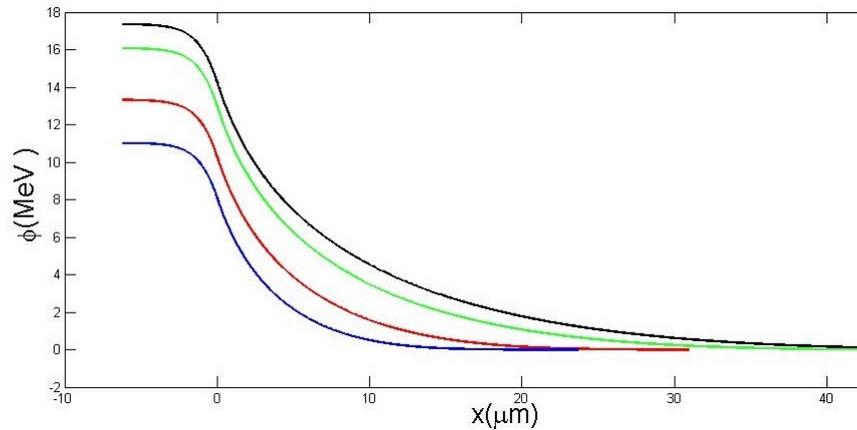


Figura 2.5: Potenziale [MeV] ottenuto con  $I_{rr} = I_0\lambda^2 = 6.9 \cdot 10^{19} W\mu\text{m}^2/\text{cm}^2$  ed  $E_{laser}[\text{J}] = 0.2$  (linea blu) ; 0.5 (linea rossa) ; 1.5 (linea verde) ; 2.5 (linea nera)

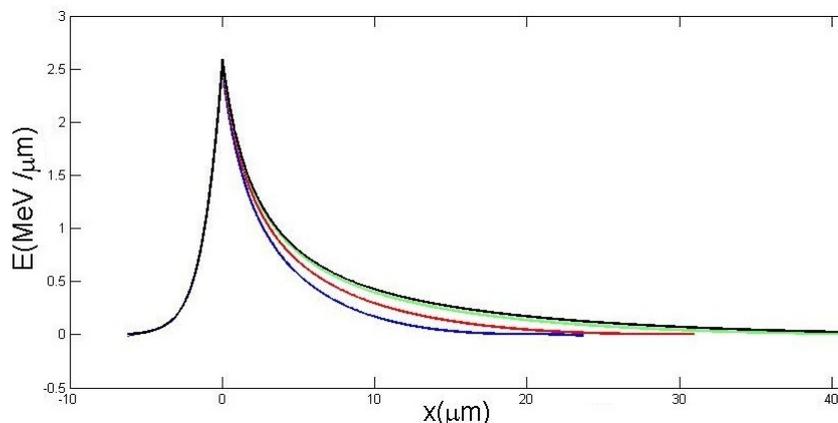


Figura 2.6: Campo Elettrico (MeV/ $\mu\text{m}$ ) per parametri d'impulso uguali a quelli in figura [2.5]

Una volta legate la  $T$  e  $n_l$  con i parametri caratteristici dell'impulso laser è possibile risolvere il problema di Poisson normalizzato. I profili di potenziale e del campo elettrico sono rappresentati in figura [2.5] e [2.6].

## 2.4 Lo spettro energetico ionico

Sfruttando il modello quasi-stazionario è anche possibile ottenere una stima della parte più energetica dello spettro ionico.

L'ipotesi cardine del modello quasi-statico è quella di considerare la nube elettronica come uno stato quasi-stazionario; tale assunzione può ritenersi valida solamente per tempi inferiori alla dinamica degli ioni di cui è composto il target (stimabile con  $\omega_{pi}^{-1}$ ).

Ricordando che i primi ioni a venir accelerati sono quelli presenti sulla rear surface, è lecito aspettarsi che il modello possa ben prevedere lo spettro energetico di tali ioni mentre non sia corretto utilizzarlo per calcolare l'energia acquisita dagli ioni all'interno del target (accelerati in tempi successivi).

Per i motivi appena discussi, si considererà l'accelerazione degli ioni provenienti da un sottile layer di impurezze posto sulla rear surface avente densità superficiale uniforme  $N_i$  e confinato nella regione  $0 \leq \xi \leq \delta\xi$ , pertanto si ha

la relazione:

$$n(\xi) = \frac{N_i}{\delta\xi} [H(\xi) - H(\xi - \delta\xi)] \quad (2.25)$$

dove  $H$  è la funzione di Heaviside. Dal momento che l'energia acquisita da uno ione alla posizione  $\xi$  è data  $\epsilon = Z\varphi(\xi)T = f(\xi)$ , imponendo la conservazione dell'elemento di volume nello spazio delle fasi è possibile ricavare lo spettro ionico dalla seguente relazione

$$n(\epsilon) = \frac{n(\xi)}{d\xi/d\epsilon} \quad (2.26)$$

Al fine di ricavare lo spettro energetico è necessario calcolare il profilo del potenziale all'esterno del target.

Combinando l'equazione precedente con la forma del potenziale ricavata nell'articolo [23] (in alternativa è possibile utilizzare la forma approssimata della relazione [2.9]) si ottiene :

$$n(\epsilon) = \frac{N_i}{Z\delta\xi} \frac{H(\epsilon - \epsilon_0 - \partial\epsilon) - H(\epsilon - \epsilon_0)}{\sqrt{2}\sqrt{e^{\epsilon/Z} - \epsilon/Z - 1}} \quad (2.27)$$

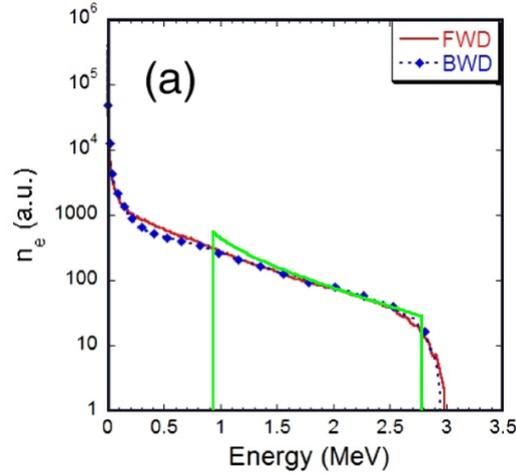


Figura 2.7: Confronto fra i risultati delle simulazioni numeriche dell'articolo [14] e la stima utilizzando la [2.25] (in verde)

Come si può notare dall'immagine [2.8] il modello è in ottimo accordo con lo spettro ionico reale, almeno nei limiti di validità del modello stesso. La possibilità di ottenere, attraverso semplici passaggi matematici, stime dello spettro ionico è senza dubbio uno degli aspetti più interessanti del modello quasistatico.

# Capitolo 3

## TNSA con bersagli multistrato

### 3.1 Introduzione

Nell'ultimo decennio la ricerca riguardante il processo TNSA è stata volta a ottenere un miglioramento delle caratteristiche dello spettro ionico accelerato, in particolare, si è cercato di massimizzarne l'energia. A tal scopo, nello schema interpretativo TNSA, è necessaria la generazione di una popolazione elettronica più energetica; questo può essere ottenuto sia modificando i parametri caratteristici del laser (aumentando l'intensità e l'energia dell'impulso) sia variando le caratteristiche del target (modificandone la geometria, spessore e composizione).

Una strada interessante è quella di studiare innovative configurazioni del bersaglio per TNSA in modo da massimizzare la frazione dell'energia del laser incidente assorbita dalla popolazione elettronica, generando quindi, a parità di caratteristiche del laser, fasci ionici più energetici. A tal fine, una possibilità è quella di ricorrere a bersagli multistrato ottenuti accoppiando al layer solido un secondo strato composto da un materiale con caratteristiche tali da migliorare la resa energetica dell'interazione.

Come anticipato nell'introduzione, la densità del bersaglio svolge un ruolo chiave nel processo di interazione fra laser e plasma.

Nei primi esperimenti di TNSA vennero utilizzati bersagli solidi aventi una densità di molto superiore alla densità critica ( $n_c$ ), in queste condizioni l'im-

pulso laser non può penetrare all'interno di esso se non per brevi distanze dell'ordine della *skin depth*, il processo di trasferimento di energia non è molto efficiente (solamente il 5% dell'energia dell'impulso viene effettivamente trasferita).

Recenti studi (cit. [26], [27]) hanno mostrato come l'efficienza di interazione fra laser e plasma aumenti notevolmente (fino al 60%) utilizzando plasmi aventi densità paragonabili alla densità critica.

La produzione di bersagli multistrato caratterizzato da un layer *near crytical* è tutt'altro che banale: si deve individuare una tecnica che possa garantire un controllo sul profilo di densità del bersaglio e sullo spessore dello stesso. A tal proposito vi sono diverse strade percorribili.

Negli esperimenti reali, l'impulso laser principale è accompagnato da un pre-impulso avente intensità minore (almeno due ordini di grandezza), questo tuttavia può andare a modificare il profilo di densità del target per effetto della forza ponderomotrice generando uno strato sottocritico alla front surface chiamato "*pre plasma*". Si deve sottolineare come queste condizioni siano fuori dal completo controllo sperimentale e la modellizzazione di tale regime risulti essere estremamente complessa.

Un'altra possibilità è quella di ricorrere a bersagli multistrato così compositi (si faccia riferimento alla figura [3.1]): un primo layer sovradenso sulla cui front surface viene depositato uno spessore micrometrico di un materiale avente densità *near critical* (chiamato foam), mentre la rear surface presenta uno strato sottile di impurezze di protoni.

L'impulso laser verrà fatto incidere direttamente sulla foam, per mezzo della *relativistic induced transparency* potrà penetrare all'interno della stessa fino a raggiungere il layer solido e venir infine riflesso. Si assisterà quindi alla generazione di due popolazioni elettroniche: gli elettroni caldi prodotti dall'interazione volumetrica dell'onda con la foam e la popolazione elettronica prodotta nella *skin depth* del layer solido tramite meccanismi di interazione analoghi a quelli presentati del capitolo uno.

In questo capitolo si tratterà il problema della produzione di bersagli multistrato e in seguito si presenteranno gli aspetti più significativi delle simulazioni numeriche ottenute adoperando tali target al fine di simulare il processo

di accelerazione di ioni tramite la tecnica TNSA.

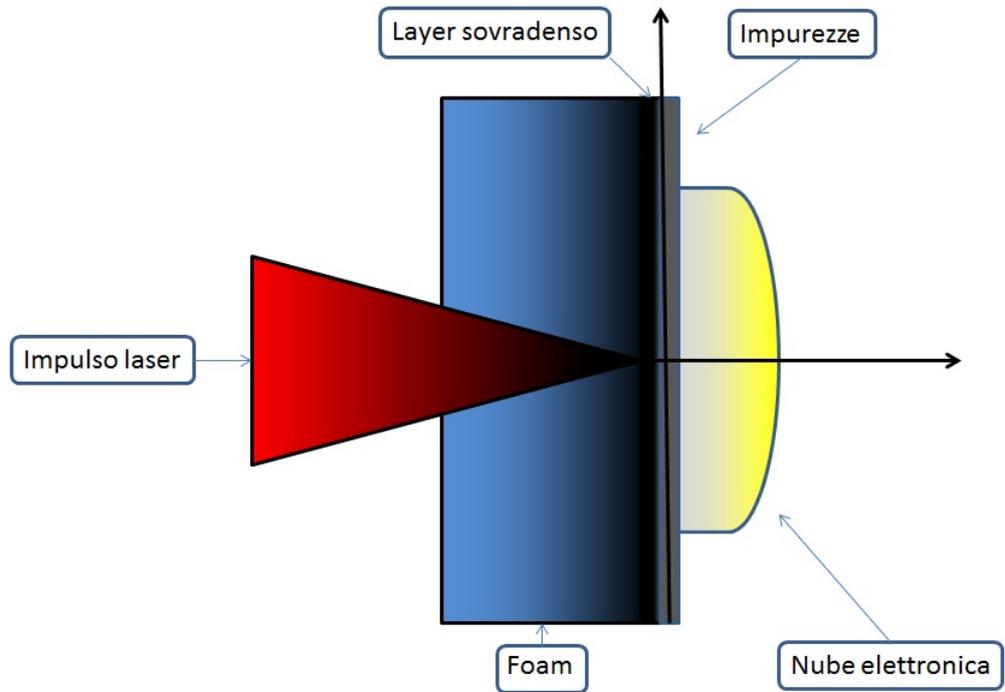


Figura 3.1: Schema della TNSA multilayer

### 3.2 Produzione di Foam tramite Pulsed Laser Deposition

La produzione di materiali a densità ultra-bassa ( $1-100 \text{ mg/cm}^3$ ) risulta essere estremamente interessante in numerosi campi tecnologici.

Per le applicazioni TNSA le foam necessitano di modalità di produzione che garantiscano il controllo e la riproducibilità di caratteristiche chiave come la densità media, l'area, lo spessore, nonché l'adesione a un substrato solido.

La Pulsed Laser Deposition (PLD) può rappresentare una soluzione ideale a tal proposito (cit. [17]) essendo una tecnica largamente utilizzata per la crescita di materiali nanostrutturati su superfici, offrendo un'elevata versatilità (presenta numerosi parametri variabili per le necessità della produzione) e permettendo l'utilizzo di virtualmente qualunque materiale sia per

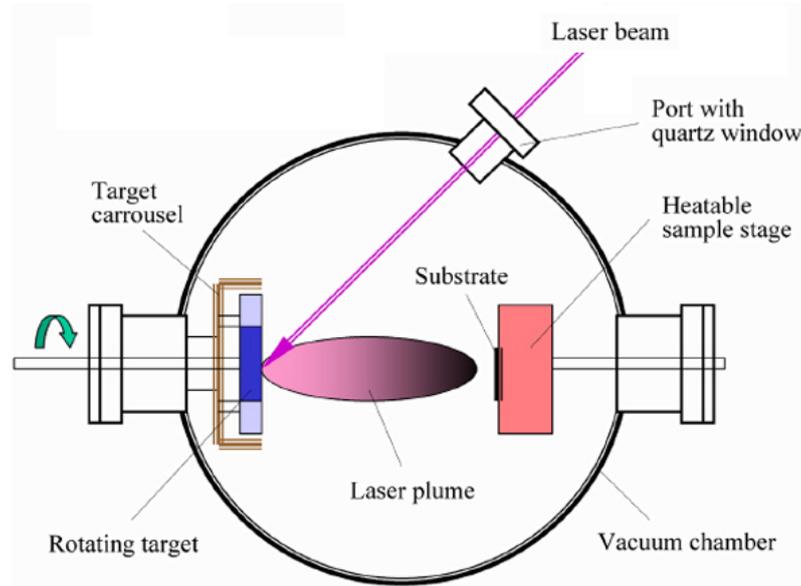


Figura 3.2: Tipico apparato sperimentale **PLD**

il substrato che per la foam stessa. Garantisce infine ottime proprietà di adesione in quanto il layer di foam non viene fissato al substrato ma viene fatto crescere direttamente su di esso. La tecnica PLD, in linea di principio, è riassumibile nei seguenti passaggi (si faccia riferimento alla figura [3.2])

- Un laser ad intensità dell'ordine dei  $10^8 W/cm^2$  viene fatto incidere su un target del materiale di cui si vuole composta la foam, portando all'ablazione e alla ionizzazione dello stesso.
- Il plasma così formato si espande rapidamente nel vuoto con velocità dell'ordine dei  $10^6 cm/s$ , originando la così detta "piuma di plasma".
- La piuma di plasma raggiungerà il substrato condensando e portando la crescita del film.
- Il film così depositato sarà caratterizzato, su nanoscala, da nano-particelle (del diametro di  $10 nm$ , si faccia riferimento alla figura [3.3] ) che costituiscono l'unità di aggregazione base del film e da una mesoscala (grandezze dell'ordine delle centinaia di  $nm$ ) le cui proprietà dipendo-

no fortemente dai parametri della deposizione (si faccia riferimento alla figura [3.4]).

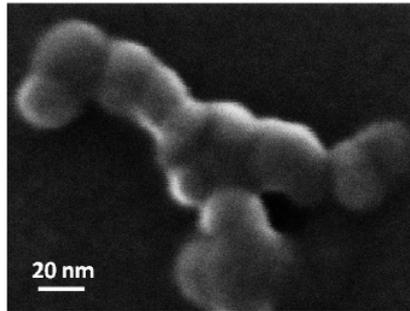


Figura 3.3: Campione di foam depositato utilizzando come gas di riempimento He a 200 Pa

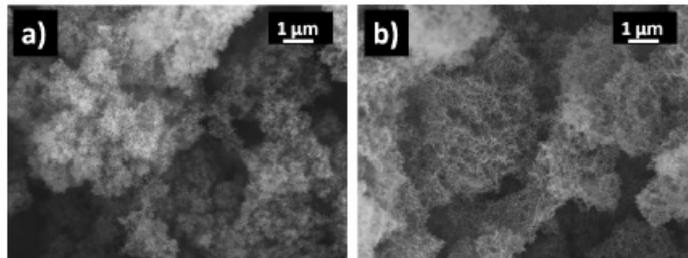


Figura 3.4: Immagini SEM dei mesoaggregati che caratterizzano la morfologia della foam su una scala caratteristica compresa fra la mesoscala e la nanoscala. Il gas di riempimento utilizzato è He a pressioni (a): 100 Pa. (b): 500 Pa

In ref. [17] si è studiata la produzione di foam di Carbonio tramite PLD, tali foam sono caratterizzate da alcune proprietà interessanti, ad esempio, un comportamento quasi identico a quello di un corpo nero, un comportamento ferromagnetico anomalo e una maggiore capacità di assorbimento di liquidi e gas e, di particolare interesse per applicazioni TNSA, una migliore efficienza di interazione fra laser ultraintensi e materia.

Fra i vari materiali il carbonio si presenta come un candidato ideale per la PLD; essendo un elemento leggero è più facile raggiungere basse densità, il composto ossido risulta essere volatile facilitando la produzione di film mono-elementali, inoltre, la letteratura relativa risulta essere molto ampia.

In figura [3.5] e [3.6] sono mostrate le immagini SEM (scanning electron microscope) di campioni di foam ottenuti sfruttando la tecnica PLD, variando il gas di riempimento (Elio e Argon) e la pressione di deposizione.

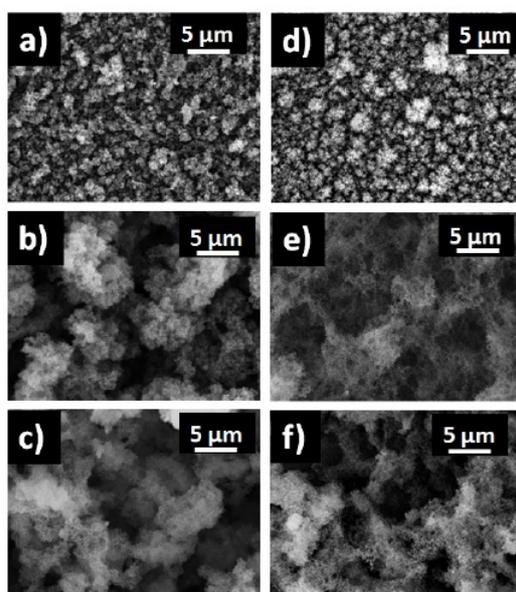


Figura 3.5: Vista dall'alto ottenuta dei campioni ottenuti utilizzando come gas di riempimento He (colonna sinistra) e Ar (colonna destra) a differenti pressioni : (a) e (d) 30 Pa, (b) e (e) 100 Pa, (c) e (f) 500 Pa (immagini ottenute utilizzando la tecnica SEM)

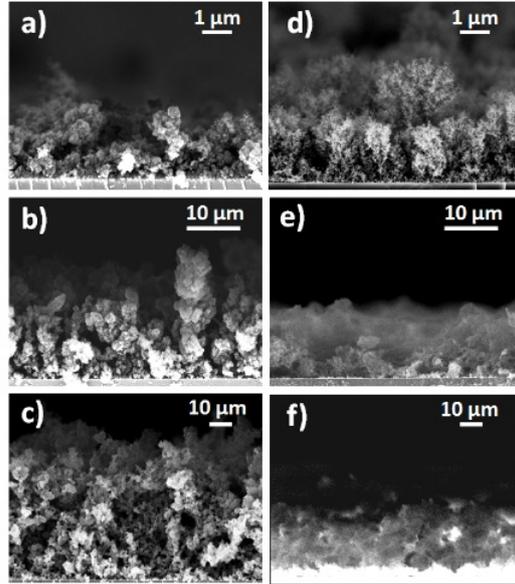


Figura 3.6: Cross section dei campioni ottenuti utilizzando come gas di riempimento He (colonna sinistra) e Ar (colonna destra) a differenti pressioni : (a) e (d) 30 Pa, (b) e (e) 100 Pa, (c) e (f) 500 Pa (immagini ottenute utilizzando la tecnica SEM)

### 3.3 Studi numerici sulla TNSA con bersagli multistrato

Un potente strumento per meglio comprendere le caratteristiche peculiari del processo di accelerazione di ioni in presenza di bersagli multistrato è rappresentato dal codice di calcolo Particle In Cell (PIC). Tale codice di calcolo permette di risolvere per via numerica le equazioni accoppiate di Vlasov-Maxwell.

Sfruttando il codice PIC, in ref. [17] si è svolto uno studio numerico simulando il processo di accelerazione di ioni TNSA utilizzando bersagli multistrato e variando numerosi parametri del sistema, come le caratteristiche del bersaglio (spessore e densità della foam) e le caratteristiche del laser (intensità incidente e polarizzazione dell'onda).

I risultati principali dell'analisi possono esser riassunti nei seguenti punti:

- Si ha un'efficienza d'interazione molto maggiore che nel caso in cui sia presente il solo solido (oltre il 50% contro il 5%)(fig. [3.9]),
- L'efficienza stessa risulta essere funzione sia della densità che dello spessore della foam(fig. [3.9]),
- E' stato studiato lo spettro energetico degli ioni accelerati mediante TNSA confrontando gli spettri ionici nel caso monolayer e multilayer e si è visto come la presenza della foam porti a un considerevole aumento dell'energia massima;  $E_{max,foam}/E_{max,nofoam} \simeq 2.3$  (fig. [3.7]),
- L'energia massima ionica è strettamente legata ai parametri del target come la densità della foam e lo spessore (fig. [3.7] e [3.8]).  
E' importante evidenziare come, fissata l'ampiezza normalizzata  $a_0$  del laser, vi sia un valore di ottimo della densità superficiale (definita dal prodotto fra la densità della foam e lo spessore della stessa) che massimizza l'energia ionica (fig. [3.8]),
- Lo spettro elettronico veloce è caratterizzato da una temperatura media molto maggiore della stima ponderomotiva (attorno ai 10 MeV contro i 3 MeV delle stime) e da una distribuzione energetica non associabile a una semplice funzione di distribuzione di Maxwell-Boltzmann (fig. [3.10]),
- Il campo elettrico alla rear side è molto maggiore rispetto al caso monolayer ed è caratterizzato da un profilo spaziale qualitativamente differente (fig. [3.11]),
- Si riscontra una forte dipendenza dell'energia massima dal tipo di polarizzazione, in particolare, si osserva un'energia circa doppia utilizzando onde polarizzate p rispetto che a onde polarizzate s causata dall'accoppiamento fra il campo elettrico longitudinale e il plasma. Questo mette in luce come il meccanismo d'interazione in tale processo sia qualitativamente differente da quelli presentati nel capitolo uno.

I risultati dell'analisi numerica mettono in luce come l'utilizzo di bersagli multistrato sia una scelta estremamente interessante per incrementare l'energia dello spettro ionico TNSA.

Al fine di avere una maggiore comprensione del problema, è necessario sviluppare un modello analitico che descriva il sistema fisico in analisi.

Nel prossimo capitolo si proporrà un'estensione del modello a elettroni intrappolati presentato nel capitolo due al fine di poter interpretare alcuni degli aspetti peculiari della TNSA con bersagli multistrato emersi dalle simulazioni numeriche.

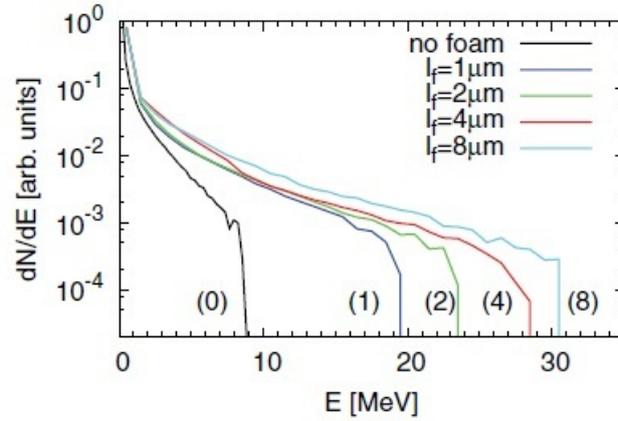


Figura 3.7: Spettro energetico ionico ottenuto con un impulso laser avente  $a_0 = 10$ , utilizzando un target con la foam caratterizzata da  $n_f = 2n_c$  e  $l_f = 2\mu m$

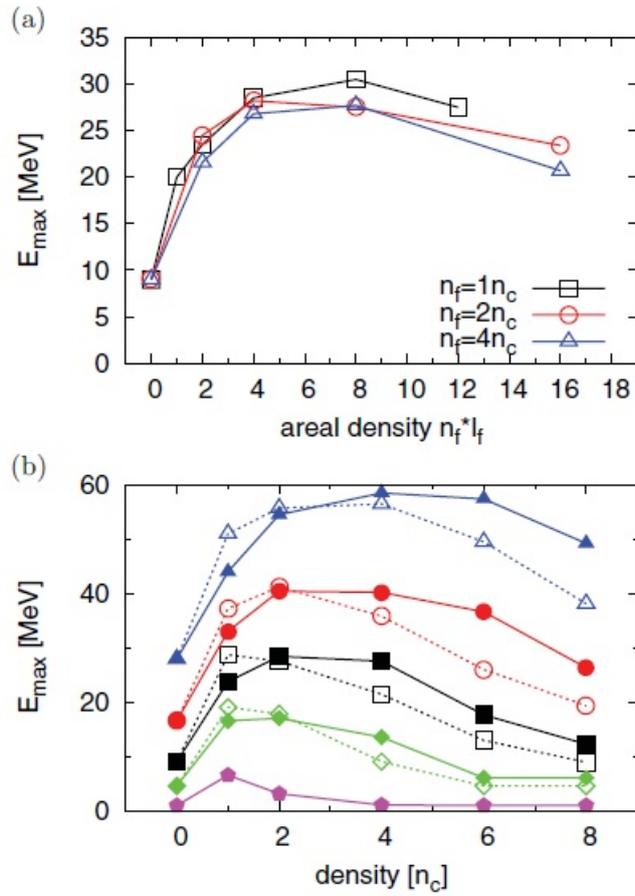


Figura 3.8: (a) Massima energia protonica per  $a_0 = 10$ , differenti densità e spessori di foam (quadrati neri,  $n_f = n_c$ ; cerchi rossi,  $n_f = 2n_c$ ; triangoli blu,  $n_f = 4n_c$ ). (b) Massima energia protonica in funzione della densità  $n_f$  per due differenti spessori ( $2 \mu\text{m}$ , linea piena;  $4 \mu\text{m}$ , linea punteggiata) e differenti intensità di laser ( $a_0 = 3$  magenta,  $a_0 = 7$  verde,  $a_0 = 10$  nero,  $a_0 = 14$  rosso,  $a_0 = 20$  blu)

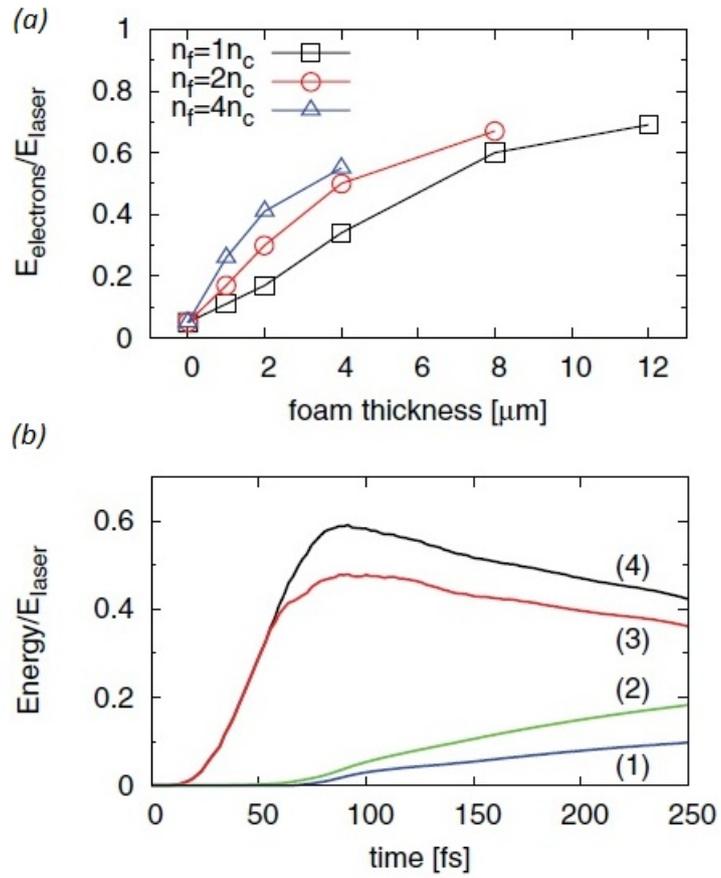


Figura 3.9: a) Energia massima assorbita dagli elettroni per differenti casi, (b) per il caso di  $l_f = 8 \mu\text{m}$ : l'evoluzione temporale della frazione dell'energia incidente del laser assorbita da tutti gli elettroni (nero), elettroni della foam (rosso), tutti gli ioni (rosso), solo dalle impurezze ioniche (blu)

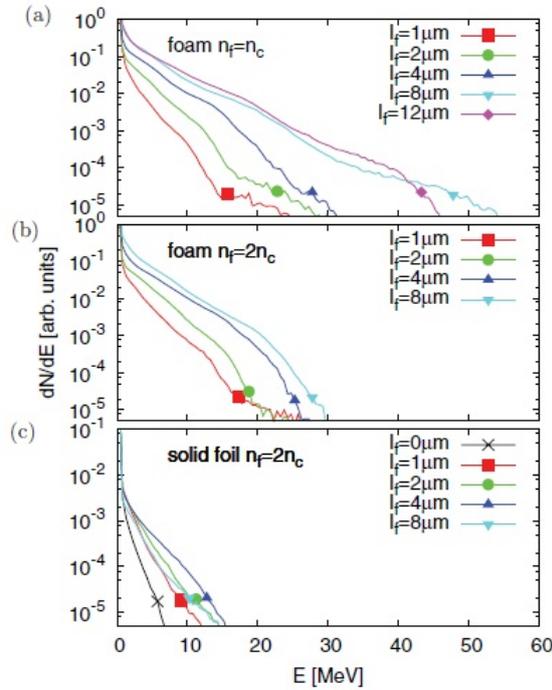


Figura 3.10: Spettro elettronico proveniente dalla foam (a)  $n_f = n_c$  (b)  $n_f = 2n_c$  (c) elettroni provenienti dal layer metallico per  $n_f = 2n_c$

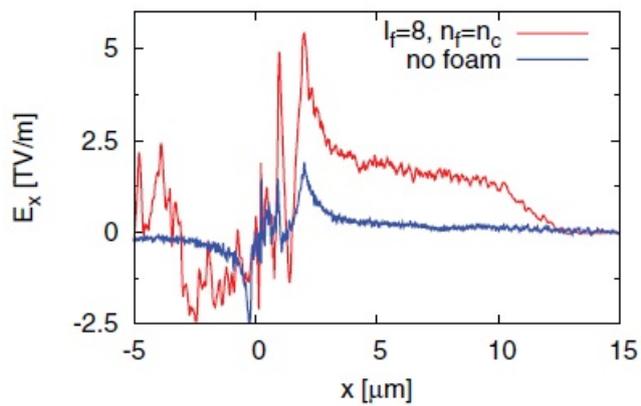


Figura 3.11: Campo elettrico longitudinale nei due casi con foam ( $n_f = n_c$   $l_f = 8\mu m$ , linea rossa) e senza (linea blu) per  $a_0=10$ . I valori di picco sono  $E_{max,foam} = 5.4MV/\mu m$  e  $E_{max,nofoam} = 1.8MV/\mu m$

# Capitolo 4

## Modellizzazione della multilayer TNSA

### 4.1 Introduzione

Nel capitolo precedente sono state presentate le caratteristiche peculiari dell'accelerazione di ioni tramite multilayer TNSA e come questo processo presenti differenze significative rispetto al caso originale.

In questo capitolo si presterà particolare attenzione all'analisi di due degli aspetti peculiari emersi dalle simulazioni numeriche: la differente funzione di distribuzione elettronica e la maggior efficienza di trasferimento energetico. Alla luce di tale analisi, si proporrà un'estensione del modello a elettroni intrappolati proposto nel capitolo 2 per dare una descrizione analitica del nuovo sistema fisico.

Per raggiungere quest'obiettivo si è scelto di strutturare il capitolo come segue.

Il paragrafo [4.2] sarà volto a dimostrare come l'estensione finita della nube elettronica sia un naturale risultato del modello a elettroni intrappolati e che non dipenda dalla particolare scelta della funzione di distribuzione. Questo ci permetterà di prevedere l'annullamento del potenziale a una distanza finita anche facendo uso di differenti funzioni di distribuzione.

Il paragrafo [4.3] sarà incentrato sull'analisi della funzione di distribuzione

elettronica emersa dalle simulazioni numeriche (figura [3.10]) valutandone la dipendenza funzionale nel dominio delle velocità.

Una naturale estensione del modello a elettroni intrappolati presentato nel capitolo 2 è stata ottenuta nei paragrafi [4.4] e [4.5], utilizzando la funzione di distribuzione ricavata nel paragrafo [4.3].

Il paragrafo [4.6] avrà il duplice scopo di confrontare i profili di campo ottenuti con tale modello con quelli presentati nel capitolo 2 e di valutare le eventuali differenze con i risultati delle simulazioni numeriche mostrati nel capitolo precedente.

## 4.2 Estensione della nube elettronica

Come si è visto nel capitolo 2 uno dei risultati più interessanti del modello presentato è la stima finita della dimensione della nube elettronica, in accordo con le misure sperimentali effettuate per tempi inferiori alla scala temporale ionica.

Scopo di questo paragrafo è dimostrare come questa proprietà non sia dovuta alla particolare scelta della funzione di distribuzione ma che sia una naturale conseguenza del modello adottato.

Per far ciò si torni all'equazione di Poisson generale.

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = 4\pi en_e$$

La densità elettronica  $n_e$  è data dalla seguente relazione:

$$n_e[\phi(x)] = \int_{-v_{max}}^{v_{max}} f[\phi(x), v] dv = 2 \int_0^{v_{max}} f[\phi(x), v] dv \quad (4.1)$$

Si vuole dare una descrizione autoconsistente del problema, per questo la dipendenza della funzione di distribuzione dalla coordinata spaziale è legata al profilo del potenziale.

Per valutare la velocità massima elettronica si considerano, come visto nel capitolo 2, solamente gli elettroni legati  $W = \frac{1}{2}mv^2 - e\phi < 0$ , e, conseguen-

temente,

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2e\phi}{m}} \quad (4.2)$$

Dal momento che per qualunque funzione di distribuzione è definibile una T caratteristica ( $\propto \langle v^2 f \rangle$ ) e una costante di normalizzazione che abbia la dimensione di una densità elettronica ( $\tilde{n}$ ), si può definire una lunghezza caratteristica data dalla  $\lambda_d$  valutata per tali condizioni di densità e temperatura ( $\lambda_d = \sqrt{T/4\pi\tilde{n}e^2}$ ). Si sottolinea come la lunghezza di Debye così definita sia differente da quella utilizzata nel capitolo 2 (si scelta la densità  $\tilde{n}$  al posto della densità di elettroni intrappolati  $n_l$ ), tale scelta permette di semplificare il problema e non ne cambia qualitativamente i risultati; sarà differente solamente la scala spaziale considerata.

Definendo  $I[\varphi(x)] = \frac{2}{\tilde{n}} \int_0^{v_{max}} f[\varphi(x), v] dv$  è possibile scrivere il problema di Poisson per il potenziale normalizzato  $\varphi$ .

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} \lambda_d^2 = I[\varphi(x)] \quad (4.3)$$

Integrando una prima volta rispetto alla coordinata spaziale si ottiene:

$$\frac{1}{2} \varphi'^2 \lambda_d^2 = \int I[\varphi(x)] \varphi'(x) dx + C = I[\varphi(x)] \varphi(x) - \int I'[\varphi(x)] \varphi(x) dx + C \quad (4.4)$$

La costante di integrazione C si ricava supponendo di integrare rispetto a un generico punto  $x_f$  (che a priori può assumere qualsiasi valore: infinito o finito) in cui si annullano sia il potenziale che il campo elettrico, al momento non si può considerare nulla.

Non essendo lo scopo di questa trattazione quello di valutare la forma specifica del potenziale, si è svolto un calcolo generale ma approssimato considerando il caso limite di un potenziale molto piccolo ( $|\varphi| \ll 1$ ). Dal momento che la  $v_{max}$  è legata a  $\varphi$  dalla relazione [4.2] ne consegue che  $v_{max} \rightarrow 0$  quando  $\varphi \rightarrow 0$ .

Si vuole valutare la forma approssimata della RHS della relazione [4.4]; in questo limite, si analizzano i due termini:

•

$$I[\varphi(x)]\varphi(x)$$

Ricordando che  $I(\varphi)\varphi = \frac{2}{\tilde{n}}\varphi \int_0^{v_{max}} f(x, v)dv$  (da ora in poi si darà per scontata la dipendenza della funzione di distribuzione dal potenziale), sviluppando in serie di Taylor la funzione di distribuzione arrestandosi al primo ordine  $f(x, v) \simeq f(x, 0) + \left.\frac{df}{dv}\right|_{v=0}v + o(v^2)$ ; dai risultati delle simulazioni numeriche risulta sempre la presenza di un massimo per  $v = 0$ , pertanto, l'espressione precedente si riduce a  $f(x, v) \simeq f(x, 0) + o(v^2)$ . Il primo termine della RHS risulta quindi approssimabile a :

$$I\varphi \simeq \frac{2}{\tilde{n}}f(x, 0)\varphi v_{max} = \frac{2}{\tilde{n}}f(x, 0)\sqrt{\frac{2T}{m}}\varphi^{\frac{3}{2}} \quad (4.5)$$

•

$$\int I'[\varphi(x)]\varphi(x)dx = \frac{2}{\tilde{n}} \left[ \int f(x, v_{max})\frac{dv_{max}}{dx}\varphi dx - \int \left( \int_0^{v_{max}} \frac{df}{dx} dv \right) \varphi dx \right]$$

Supponendo  $f(x, v_{max})$  approssimativamente costante nello spazio, è possibile semplificare la relazione precedente; tale assunzione risulta essere in generale un'approssimazione, nel caso in cui  $f(x, v) = f(W)$  (ossia quando è verificato l'equilibrio statistico della popolazione elettronica)  $f(x, v_{max}) = f[W(v_{max})] = f(0)$  è identicamente costante.

$$\frac{2}{\tilde{n}} \int f(x, v_{max})\frac{dv_{max}}{dx}\varphi dx \simeq \frac{2}{3\tilde{n}}\sqrt{\frac{2T}{m}}f(W=0)\varphi^{\frac{3}{2}} \quad (4.6)$$

$$\int \left( \int_0^{v_{max}} \frac{df}{dx} dv \right) \varphi dx = \int \frac{df}{dW} \frac{dW}{dx} \Big|_{v=0} \sqrt{\frac{2T}{m}}\varphi^{\frac{3}{2}} dx \quad (4.7)$$

Come si può notare questo termine è proporzionale all'integrale di  $\varphi^{\frac{3}{2}}$  e risulta essere trascurabile nel limite considerato.

Sulla base delle equazioni [4.5], [4.6] e [4.7] è possibile scrivere un'espressione approssimata della relazione [4.4].

$$\frac{1}{2}\varphi^2\lambda_d^2 = \frac{2}{\tilde{n}}f(x, 0)\sqrt{\frac{2T}{m}}\varphi^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3\tilde{n}}\sqrt{\frac{2T}{m}}f(W = 0)\varphi^{\frac{3}{2}} \quad (4.8)$$

E' facile dimostrare esser nulla, a seguito delle scelte d'integrazione e delle approssimazioni fatte, la costante di integrazione C (come nel caso visto nel capitolo due).

Integrando quindi una seconda volta e sfruttando la separazione delle variabili, si ottiene la seguente espressione:

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi(x)} \frac{d\varphi}{\sqrt{\frac{2}{\tilde{n}}\sqrt{\frac{2T}{m}}\varphi^{\frac{3}{2}} \left[ f(x, 0) - \frac{f(W=0)}{3} \right]}} = -\sqrt{2}\frac{x}{\lambda_d} \quad (4.9)$$

Analizzando la relazione appena ricavata, si può notare come una stima dell'estensione della nube elettronica può esser ottenuta facendo tendere l'estremo superiore di integrazione a zero. In particolare, semplificando ulteriormente l'integrale precedente andando a sviluppare in serie di Taylor la funzione di distribuzione attorno al punto in cui si annulla il potenziale, otteniamo la seguente stima:

$$x_f = -\frac{\lambda_d}{\sqrt{2}} \int_{\varphi_0}^0 \frac{d\varphi}{\sqrt{\frac{2}{\tilde{n}}\sqrt{\frac{2T}{m}}\varphi^{\frac{3}{2}} \left[ f(W = 0) + \frac{df}{d\varphi}|_{\varphi=0}\varphi - \frac{f(W=0)}{3} \right]}} \quad (4.10)$$

Dalla relazione [4.8] si può immediatamente concludere che l'estensione finita della nube elettronica è verificata solamente se converge l'integrale nella RHS. Tale integrale improprio è facilmente dimostrabile esser convergente se  $f(W = 0) \neq 0$ , questo risulta essere sempre verificato a meno di scelte particolari della funzione distribuzione elettronica.

Grazie ai risultati ottenuti in questo paragrafo possiamo concludere che, estendendo il modello presentato nel capitolo 2 facendo uso di funzioni di distribuzione non di Maxwell-Boltzman, la dimensione finita della nube elettronica e l'annullamento finito del campo elettrico e del potenziale saranno

comunque verificati.

### 4.3 Analisi della funzione di distribuzione

Un aspetto caratteristico emerso dai risultati dalle simulazioni numeriche dell'accelerazione TNSA con bersagli multistrato è rappresentato dalla particolare forma della funzione di distribuzione elettronica.

L'immagine [3.10] mostra lo spettro in energia cinetica della funzione di distribuzione elettronica, ottenuta attraverso la media spaziale della stessa.

Da una prima analisi si può subito notare come le differenze fra la funzione di distribuzione nel caso in esame e il caso monolayer non siano semplicemente quantitative (la prima presenta una temperatura caratteristica circa tre volte più alta) ma anche qualitative infatti, mentre nel caso di singolo layer la funzione di distribuzione è in buona approssimazione associabile a una distribuzione Maxwell-Boltzmann, il caso di TNSA con foam presenta un comportamento differente.

L'immagine [3.10(a)] mostra come la funzione di distribuzione elettronica degli elettroni provenienti dalla foam sia caratterizzato (in scala semi logartmica) da due andamenti lineari, uno nell'origine a pendenza minore e uno ad alte energie avente pendenza maggiore.

Questo potrebbe far pensare che la distribuzione possa essere approssimabile con una distribuzione Maxwell-Boltzmann a due temperature "calde", questo spiegherebbe la presenza di due andamenti asintoticamente lineari ma la pendenza ad alte energie, in questo caso, dovrebbe essere minore rispetto alla zona a basse energie. Questo comportamento potrebbe esser spiegato dalla presenza di un cut off energetico associato alla popolazione elettronica a temperatura maggiore.

Seguendo questa logica, si è scelto di utilizzare una distribuzione M-B a due temperature in cui la temperatura maggiore presenta un cutoff ad alte energie.

$$f(x, v) = C_1[\phi(x)]e^{-\frac{mv^2}{2T_1}} + C_2[\phi(x)]e^{-\frac{mv^2}{2T_2}} \Theta(v) \quad (4.11)$$

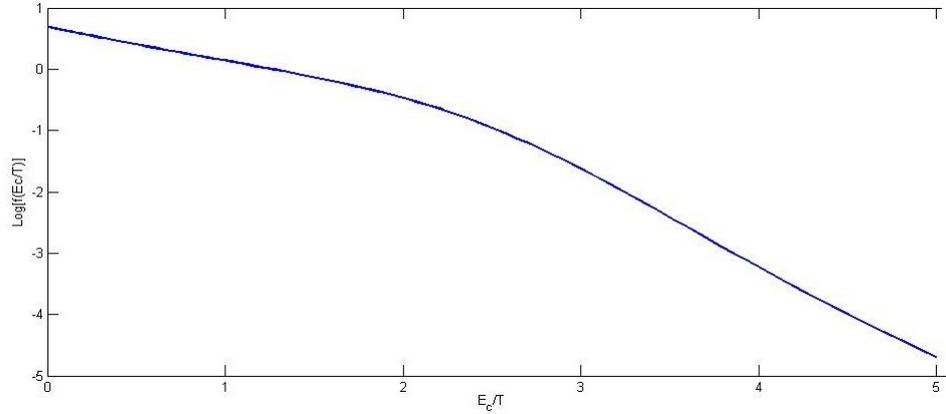


Figura 4.1: Funzione [4.11] in scala semi logaritmica

$T_1$  e  $T_2$  sono rispettivamente la temperatura fredda e quella calda, mentre  $\Theta(v)$  è la funzione di cutoff che nel caso in esame è stata scelta come una sigmoide

$$\Theta(v) = \frac{1}{e^{\frac{\frac{1}{2}mv^2 - E_c}{A}} + 1}, \quad (4.12)$$

$E_c$  è l'energia di cutoff e  $A$  è un parametro che indica la "velocità" con cui avviene il taglio.

In questa trattazione si è analizzata solamente la dipendenza nel dominio delle velocità della funzione di distribuzione, si è perciò scelto di racchiudere la particolare dipendenza spaziale all'interno dei parametri  $C_1$  e  $C_2$

Introducendo le seguenti grandezze adimensionali  $r = C_2/C_1$   $b = T_2/T_1$  e  $t^2 = \frac{mv^2}{2T_1}$ , normalizzando rispetto alla popolazione con la minor temperatura si ottiene la seguente espressione:

$$f(t) = e^{-t^2} + re^{-\frac{t^2}{b}} \Theta(t) \quad (4.13)$$

Come si può notare dall'immagine [4.1], l'andamento presenta le stesse caratteristiche qualitative della funzione risultante dalle simulazioni numeriche in figura [3.6]: un primo andamento lineare a minor pendenza, un "gomito" all'energia di cut off seguito da un secondo andamento lineare a maggior pendenza.

L'obiettivo dei paragrafi [4.4] e [4.5] sarà quello di risolvere il problema di

Poisson adottando, per la descrizione degli elettroni caldi, la funzione di distribuzione ricavata in questo paragrafo. Questo sarà necessario per estendere la descrizione quasi-statica alla TNSA con bersagli multistrato.

## 4.4 Modello quasi-statico a due temperature

Prima di affrontare il problema più complesso rappresentato dal modello quasi-stazionario in presenza di una funzione di distribuzione a due temperature calde con cut off, verrà presentata la soluzione al problema monodimensionale trascurando la funzione di taglio alle alte energie, pertanto

$$f(x, v) = \tilde{n} \sqrt{\frac{m}{2\pi T_1}} e^{\frac{e\phi}{T_1}} e^{-\frac{mv^2}{2T_1}} + a\tilde{n} \sqrt{\frac{m}{2\pi T_2}} e^{\frac{e\phi}{T_2}} e^{-\frac{mv^2}{2T_2}} \quad (4.14)$$

Dove  $a$  è un parametro adimensionale che tiene conto "peso" relativo della popolazione a temperatura maggiore,  $T_1$  è la temperatura più fredda ed è fatta coincidere con la temperatura nel caso monolayer,  $T_2$  è la temperatura più calda degli elettroni provenienti dalla foam,  $\tilde{n}$  è la densità di normalizzazione che si supporrà invariata rispetto al caso visto nel capitolo 2 spostando, quindi, tutti i problemi della nuova costante di normalizzazione nello studio parametro "a"

### 4.4.1 Soluzione dell'equazione di Poisson

In questo caso il problema di Poisson da risolvere è il seguente:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = -4\pi\rho$$

$$\rho = \begin{cases} -en_{trap} & x > 0 \\ -e(n_{trap} - Zn_i + n_c) & x < 0 \end{cases} \quad (4.15)$$

Ricordando che  $n_{trap}$  è la densità di elettroni veloci intrappolati,  $n_c$  sono gli elettroni freddi e  $n_i$  è la densità ionica di background, questi ultimi due supposti fissi e confinati all'interno del bersaglio.

Analogamente al caso presentato nel capitolo 2, anche in questo solamente

gli elettroni legati ( $W = 1/2mv^2 - e\phi < 0$ ) si supponrà contribuiscano alla generazione del potenziale elettrostatico

$$n_{trap} = 2 \int_0^{v_{max}} f(x, v) dv = \tilde{n} e^\varphi \Phi(\sqrt{\varphi}) + a \tilde{n} e^{\frac{\varphi}{b}} \Phi\left(\sqrt{\frac{\varphi}{b}}\right) \quad (4.16)$$

Dove  $\Phi(z) = 2/\sqrt{\pi} \int_0^z e^{-t^2} dt$  e definendo le seguenti grandezze adimensionali  $b = T_2/T_1$  e  $\varphi = e\phi/T_1$ .

**Osservazione :** nella trattazione seguente, al fine di confrontare i risultati con il modello a una temperatura, si normalizzerà la scala spaziale alla lunghezza di Debye ( $\lambda_d = \sqrt{T/4\pi ne^2}$ ) valutata alla temperatura fredda  $T_1$  e alla densità di elettroni intrappolati dentro al target [ $n_l = \tilde{n} e^{\varphi_{1T}^*} \Phi(\sqrt{\varphi_{1T}^*})$ ] nel caso mono temperatura.

Il potenziale  $\varphi^*$  sarà, in generale, diverso nei due casi, in questa trattazione con  $\varphi_{1T}^*$  si indicherà la condizione al contorno del potenziale nel caso a singola temperatura.

Combinando le relazioni [4.15] e [4.16] e sfruttando le scelte di normalizzazione definite sopra, è facilmente ricavabile l'equazione di Poisson all'esterno del target.

$$\frac{d^2\varphi}{d\xi^2} = N \left[ e^\varphi \Phi(\sqrt{\varphi}) + a e^{\frac{\varphi}{b}} \Phi\left(\sqrt{\frac{\varphi}{b}}\right) \right] \quad (4.17)$$

Si è definito  $N = e^{-\varphi_{1T}^*}$ . Con passaggi analoghi a quelli visti nel capitolo 2, è possibile ricavare in modo analitico l'integrale primo

$$\frac{1}{2} \varphi'^2 = N \left[ e^\varphi \Phi(\sqrt{\varphi}) + a b e^{\frac{\varphi}{b}} \Phi\left(\sqrt{\frac{\varphi}{b}}\right) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\varphi} - a b \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{\varphi}{b}} \right] \quad (4.18)$$

Quest'equazione differenziale è risolvibile numericamente a patto di conoscere il valore del potenziale all'interfaccia  $\varphi_0$ .

Per legare questa grandezza al potenziale asintotico dentro al target  $\varphi^*$  è necessario risolvere il problema di Poisson all'interno del target e imporre la continuità del potenziale e della derivata prima all'interfaccia. All'interno

del target il problema di Poisson assume questa forma :

$$\frac{d^2\phi^<}{dx^2} = 4\pi e(n_{trap} - Zn_i + n_c) \quad (4.19)$$

Analogamente al caso mono temperatura un'espressione per la carica di background (elettroni freddi e ioni) può esser ricavata imponendo la quasi neutralità all'interno del target  $n_i^{2T} = e^{\varphi^*} \Phi(\sqrt{\varphi^*}) + ae^{\frac{\varphi^*}{b}} \Phi\left(\sqrt{\frac{\varphi^*}{b}}\right) = Zn_i - n_s$ . Ricordando che la densità di riferimento è la densità elettronica  $n_l$  nel caso mono temperatura, si è scelto di esprimere la densità elettronica  $n_i^{2T}$  in funzione di questa attraverso la relazione:

$$n_i^{2T} = g(a, b, \varphi^*) \cdot n_l \quad (4.20)$$

Fatte queste assunzioni è immediata la scrittura del problema adimensionale

$$\frac{d^2\varphi^<}{d\xi^2} = N \left[ e^{\varphi^<} \Phi(\sqrt{\varphi^<}) + ae^{\frac{\varphi^<}{b}} \Phi\left(\sqrt{\frac{\varphi^<}{b}}\right) - \frac{g}{N} \right]. \quad (4.21)$$

Integrando una prima volta, ricordando che le condizioni al contorno del problema sono  $\varphi(-\infty) = \varphi^*$  e  $\varphi'(-\infty) = 0$ , si ricava la seguente espressione per l'integrale primo:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\varphi^<)'^2 &= N \left[ e^{\varphi^<} \Phi(\sqrt{\varphi^<}) + abe^{\frac{\varphi^<}{b}} \Phi\left(\sqrt{\frac{\varphi^<}{b}}\right) + \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\varphi^<} - ab \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{\varphi^<}{b}} - \frac{g}{N} \varphi^< + C(\varphi^*) \right]. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Le scelte fatte per le condizioni al contorno permettono di scrivere la costante di normalizzazione nella forma:

$$C(\varphi^*) = - \left[ e^{\varphi^*} \Phi(\sqrt{\varphi^*}) + abe^{\frac{\varphi^*}{b}} \Phi\left(\sqrt{\frac{\varphi^*}{b}}\right) + \right.$$

$$-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\varphi^*} - ab\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{\varphi^*}{b} - \frac{g}{N}\varphi^*}. \quad (4.23)$$

Imponendo la continuità della derivata prima del potenziale all'interfaccia si ottiene facilmente una relazione per  $\varphi_0$

$$\varphi_0 = \frac{N}{g(a, b, \varphi^*)} \cdot C(\varphi^*) \quad (4.24)$$

Si è quindi trovato un legame fra il potenziale all'interfaccia e la condizione al contorno  $\varphi^*$ , nel paragrafo seguente si cercherà di legare tale valore alle caratteristiche dell'impulso laser, attraverso passaggi analoghi a quelli presentati nel secondo capitolo.

#### 4.4.2 Chiusura del problema

Al fine di risolvere completamente il problema è necessario legare le grandezze  $T$ ,  $n_l$  e  $\varphi^*$  alle caratteristiche dell'impulso laser. Grazie alle scelte di normalizzazione adottate, lo studio della temperatura e della densità elettronica sarà analogo a quello presentato nel capitolo 2 (si è normalizzata la scala spaziale rispetto alla lunghezza di Debye definita nel capitolo 2).

La grandezza che si studierà in questa sezione è la condizione al contorno del potenziale  $\varphi^*$ , si cercherà di legare tale grandezza alle caratteristiche dell'impulso laser.

Diversamente dal caso trattato nel capitolo 2, per la TNSA con bersagli multistrato non è ancora presente in letteratura una relazione empirica analoga alla [2.15] che permetta di legare in modo semplice la grandezza in esame con l'energia del laser incidente.

Una soluzione ragionevole al problema è ottenibile sfruttando la conservazione dell'energia dell'impulso laser vista nel primo capitolo

$$E_l\eta = \tilde{n}e^{\varphi^*} \Phi(\sqrt{\varphi^*})V\langle K \rangle \quad (4.25)$$

Si ricorda che  $\eta$  è l'efficienza di conversione nel caso di mono layer,  $V$  il volume di espansione e  $\langle K \rangle$  l'energia cinetica media. Si può quindi ricavare

il valore del prodotto  $\tilde{n}V$

$$\tilde{n}V = \frac{E_l \eta}{e^{\varphi^*} \Phi(\sqrt{\varphi^*}) \langle K \rangle} \quad (4.26)$$

Un bilancio energetico può esser fatto in modo analogo nel caso a due temperature.

$$E_l \eta_{tot} = \tilde{n} \left[ e^{\varphi^*} \Phi(\sqrt{\varphi^*}) + a e^{\frac{\varphi^*}{b}} \Phi\left(\sqrt{\frac{\varphi^*}{b}}\right) \right] V \langle K \rangle_{tot} \quad (4.27)$$

Con  $\eta_{tot} = \eta + \eta_{foam}$ ,  $a = \tilde{n}_2/\tilde{n}_1$ ,  $b = T_2/T_1$ ,  $\varphi^*$  è il potenziale all'interno del target normalizzato alla temperatura più fredda mentre. E' possibile scrivere l'energia cinetica media  $\langle K \rangle_{tot}$  attraverso la media pesata delle energie cinetiche delle due popolazioni elettroniche.

$$\langle K \rangle_{tot} = \frac{\langle K \rangle_1 + a \langle K \rangle_2}{1 + a} \quad (4.28)$$

Nel limite classico si ha che  $\langle K \rangle = \frac{3}{2}T$ . Questo permette di riscrivere la relazione precedente nella forma

$$\langle K \rangle_{tot} = \langle K \rangle_1 \frac{1 + ab}{1 + a} \quad (4.29)$$

Supponendo invariate la densità di normalizzazione  $\tilde{n}$  e il volume di espansione  $V$  rispetto al caso trattato nel capitolo 2 e combinando le relazioni [4.23], [4.24] e [4.26] è possibile ricavare per via numerica il valore di  $\varphi^*$  al variare dei parametri  $a$ ,  $b$  e  $\eta_{foam}$ .

Una volta calcolato il valore di  $\varphi^*$ , sfruttando la relazione [4.21], è immediatamente ricavabile il valore del potenziale  $\varphi_0$  all'interfaccia.

## 4.5 Modello quasi-statico a due temperature con cut-off

In questa sezione si proporrà un'ulteriore estensione al modello presentato nella sezione precedente considerando la funzione di distribuzione data dall'equazione [4.11]

Analogamente ai casi precedenti lo scopo della trattazione sarà ricavare una soluzione al problema di Poisson, utilizzando per il calcolo degli elettroni intrappolati la seguente funzione di distribuzione:

$$f(x, v) = \tilde{n} \sqrt{\frac{m}{2\pi T_1}} e^{\frac{e\phi}{T_1}} e^{-\frac{mv^2}{2T_1}} + aC_n \tilde{n} \sqrt{\frac{m}{2\pi T_2}} e^{\frac{e\phi}{T_2}} e^{-\frac{mv^2}{2T_2}} \Theta(v) \quad (4.30)$$

Ricordando che per la funzione di taglio  $\Theta(v)$  è stata scelta l'espressione della relazione [4.10] mentre il prodotto fra  $C_n$  e  $\sqrt{\frac{m}{2\pi T_2}}$  garantisce la normalizzazione nel dominio delle velocità

$$C_n = \frac{1}{\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-t^2} \Theta(t) dt} \quad (4.31)$$

La differente scelta della funzione di distribuzione complica notevolmente la risoluzione del problema, in quanto non è possibile ricavare un'espressione analitica esplicita dell'integrale primo.

Attraverso scelte di normalizzazione analoghe ai casi precedenti è possibile scrivere il problema di Poisson nel caso in esame

$$\frac{d^2\varphi}{d\xi^2} = \begin{cases} N [e^\varphi \Phi(\sqrt{\varphi}) + aC_n e^{\frac{\varphi}{b}} \Phi_c(\sqrt{\frac{\varphi}{b}})] & \xi > 0 \\ N [e^\varphi \Phi(\sqrt{\varphi}) + aC_n e^{\frac{\varphi}{b}} \Phi_c(\sqrt{\frac{\varphi}{b}}) - \frac{f}{N}] & \xi < 0 \end{cases} \quad (4.32)$$

definendo  $\Phi_c(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} \Theta(t) dt$ . L'impossibilità di ricavare un'espressione analitica per l'integrale primo impedisce di ricavare le condizioni all'interfaccia necessarie per l'integrazione numerica dell'integrale secondo.

E' possibile tuttavia ricavare analiticamente un'espressione per l'integrale primo facendo le seguenti assunzioni:

1. L'energia di cutoff  $E_c$  (normalizzata alla temperatura fredda) deve sicuramente essere minore del potenziale  $\varphi^*$ , in caso contrario, l'energia di taglio sarebbe maggiore della massima energia degli elettroni legati rendendo nullo l'effetto del cut-off.

Supponiamo inoltre che  $E_c$  sia minore anche del potenziale all'interfaccia  $\varphi_0$ , questo permetterà di semplificare i calcoli inoltre, essendo l'intervallo energetico  $\varphi^* - \varphi_0$  limitato, tale assunzione non è molto vincolante sulla scelta dell'energia di taglio.

2.  $\frac{d\Theta[\sqrt{\varphi(x)/b}]}{dx} \simeq \delta\left(\sqrt{\varphi/b} - \sqrt{E_c/b}\right)$  questa è l'approssimazione chiave che permetterà di risolvere l'integrale primo, la bontà dell'approssimazione aumenterà per  $A \rightarrow 0$ .

Integrando una prima volta l'equazione di Poisson all'esterno del target si ottiene

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\varphi'^2 = N[e^\varphi\Phi(\sqrt{\varphi}) + abC_n e^{\frac{\varphi}{b}}\Phi_c\left(\sqrt{\frac{\varphi}{b}}\right) - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\varphi} + \\ - C_n ab \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int \Theta\left(\sqrt{\frac{\varphi}{b}}\right) \frac{d\sqrt{\frac{\varphi}{b}}}{dx} dx] \end{aligned} \quad (4.33)$$

L'integrale indefinito presente nella relazione appena introdotta può esser risolto integrando per parti e sfruttando l'approssimazione 2:

$$\begin{aligned} \int \Theta\left(\sqrt{\frac{\varphi}{b}}\right) \frac{d\sqrt{\frac{\varphi}{b}}}{dx} dx = \Theta\left(\sqrt{\frac{\varphi}{b}}\right) \sqrt{\frac{\varphi}{b}} - \int \frac{d[\Theta(\sqrt{\frac{\varphi}{b}})]}{dx} \sqrt{\frac{\varphi}{b}} dx \\ \simeq \Theta\left(\sqrt{\frac{\varphi}{b}}\right) \sqrt{\frac{\varphi}{b}} - \sqrt{\frac{E_c}{b}} H(E_c - \varphi) \end{aligned} \quad (4.34)$$

Analogamente si può integrare [4.30] all'interno del target

$$\frac{1}{2}\varphi'^2 = N \left[ e^\varphi\Phi(\sqrt{\varphi}) + abC_n e^{\frac{\varphi}{b}}\Phi_c\left(\sqrt{\frac{\varphi}{b}}\right) - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\varphi} - \frac{g}{N}\varphi + C(\varphi^*) \right] \quad (4.35)$$

$$C(\varphi^*) = -N \left[ e^{\varphi^*}\Phi(\sqrt{\varphi^*}) + abC_n e^{\frac{\varphi^*}{b}}\Phi_c\left(\sqrt{\frac{\varphi^*}{b}}\right) - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\varphi^*} - \frac{g}{N}\varphi^* \right] \quad (4.36)$$

Imponendo la continuità della derivata all'interfaccia è facilmente calcolabile un'espressione approssimata per  $\varphi_0$

$$\varphi_0 = \left[ C(\varphi^*) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} C_n ab \sqrt{\frac{E_c}{b}} \right] \frac{N}{g} \quad (4.37)$$

La chiusura del problema si ottiene in modo analogo alla sezione precedente, sostituendo  $\Phi(\sqrt{\frac{\varphi}{b}})$  con  $\Phi_c(\sqrt{\frac{\varphi}{b}})$ .

## 4.6 Risultati analitici

In questa sezione si mostreranno i risultati più significativi ottenuti applicando i modelli sviluppati nelle sezioni [4.4] e [4.5], confrontandoli sia con il modello teorico descritto nel capitolo 2, sia con i risultati numerici presentati nel capitolo 3.

Analizzando le figure [4.2], [4.3] e [4.4], si può notare come, a parità dei parametri caratteristici del laser e del plasma, la presenza di un cut-off energetico associato alla temperatura maggiore non porti a differenze significative rispetto al caso a due temperature. Alla luce di ciò, per i confronti si è scelto di utilizzare i risultati ottenuti trascurando la funzione di taglio e usando quindi il modello proposto nella sezione [4.4].

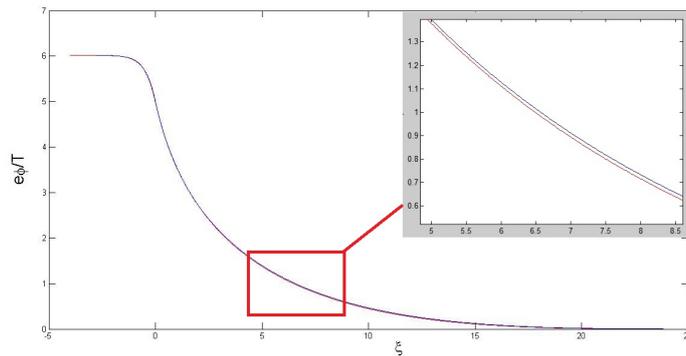


Figura 4.2: Potenziale normalizzato per  $E_{laser} = 0.5J$ ,  $a_0 = 10$ ,  $a=1, b=3$ ,  $\eta_{foam} = 0.5, E_{cutoff} = 2.1$ ; per i due casi con cutoff (linea blu) e senza (linea rossa).

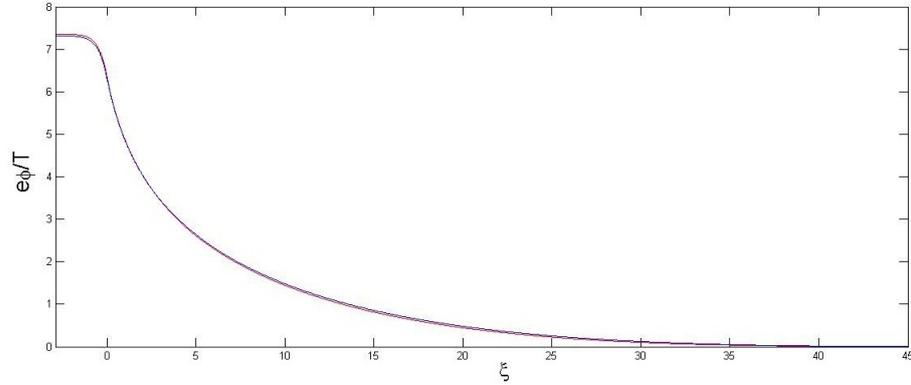


Figura 4.3: Potenziale normalizzato per  $E_{laser} = 2.5J$ ,  $a_0 = 10$ ,  $a=1, b=3$ ,  $\eta_{foam} = 0.5, E_{cutoff} = 1.5$ ; per i due casi con cutoff (linea blu) e senza (linea rossa).

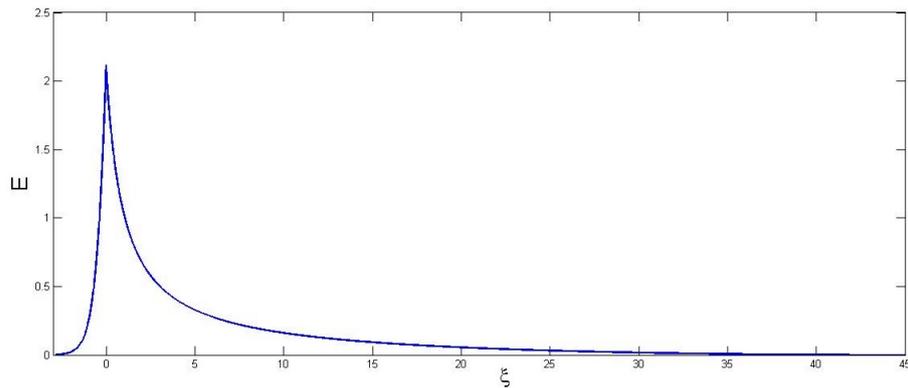


Figura 4.4: Campo elettrico normalizzato per parametri analoghi a quelli in figura [4.3]

#### 4.6.1 Confronti con il modello a singola temperatura

Come visto nel capitolo 2, il modello quasi stazionario permette di ottenere facilmente una stima della massima energia ionica, una volta note le condizioni all'interfaccia, tramite la relazione  $E_{max} = Z\varphi_0 T$ . In figura [4.5] è rappresentato il rapporto fra i potenziali all'interfaccia, e, quindi, fra le energie massime, dei due modelli al variare dei parametri  $\eta$ ,  $a$  e  $b$ .

- In accordo con le osservazioni fatte in precedenza, esso aumenta all'aumentare dell'efficienza di interazione (figura[4.5(a)]).

- Diminuisce all'aumentare della popolazione più calda, questo suggerisce che una frazione sempre maggiore dell'energia del laser venga spesa per generare la popolazione elettronica aggiuntiva a scapito dell'energia massima (figura[4.5(b)]).
- La dipendenza del potenziale dal parametro "b" presenta due comportamenti competitivi che possono essere così spiegati: da una parte, all'aumentare della temperatura calda una frazione sempre maggiore di elettroni sfuggirà dal sistema portando a un aumento del potenziale, dall'altra parte questo aumento di temperatura porta a uno "spreco" dell'energia del laser necessario per un ulteriore riscaldamento della popolazione elettronica.(figura[4.5(c)])

Alla luce di quest'analisi e facendo riferimento ai profili di campo e di potenziale in figura [4.6] e [4.7], è immediato notare come un aumento dell'efficienza di conversione energetica si traduca naturalmente in un aumento dei valori del potenziale e del campo elettrico alla rear surface.

#### 4.6.2 Confronti con i risultati numerici

In figura [4.7] si sono scelti parametri a,b e  $\eta$  in modo da ottenere il massimo accordo con i risultati delle simulazioni numeriche.

Facendo riferimento alle immagini [3.7], [3.11], [4.5] e [4.7], si nota immediatamente che il modello utilizzato porta a una sottostima dei risultati numerici, infatti  $E_{max,2T}/E_{max,1T} \simeq 1.7$  (dalle simulazioni numeriche tale rapporto vale circa 2.3), mentre i valori di picco del campo elettrico sono in buon accordo. Dai risultati della modellizzazione si può inoltre constatare come la presenza del cut-off non generi il peculiare profilo di campo, visto nella simulazione dell'articolo [15].

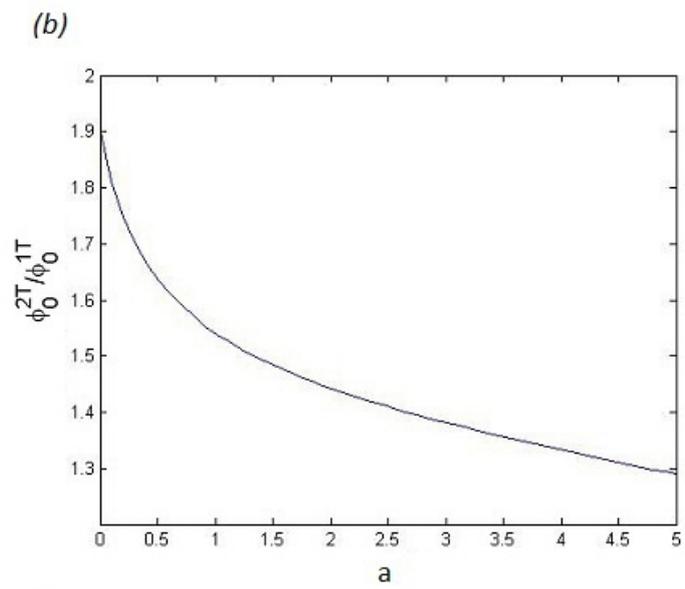
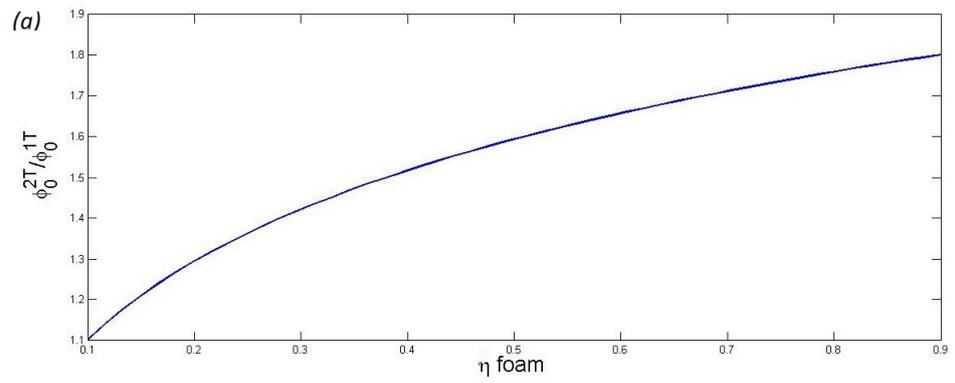
Questa discrepanza fra il modello proposto e i risultati numerici può esser attribuita a varie cause:

- I modelli utilizzati fanno uso di funzioni di distribuzioni classiche, una descrizione rigorosa del problema richiede un approccio di tipo relativistico. Considerare le correzioni relativistiche al problema non por-

terà certamente a variazioni qualitative dei profili di campo, tuttavia modificherà le condizioni all'interfaccia (e quindi la stima dell'energia massima).

- Nel modello utilizzato si è supposta una dipendenza spaziale analoga a quella di una funzione di distribuzione di Boltzmann; rilassando quest'ipotesi e ricercando opportunamente la funzione di distribuzione elettronica, si potrebbero ricavare profili di campo più simili a quello ottenuto in simulazione.
- Il campo elettrico mostrato in figura [3.11] è ottenuto per  $t=100$  fs per tali tempi, in assenza di foam, la descrizione quasi stazionaria è in buon accordo con i risultati numerici. Nel caso in esame, è possibile che i fenomeni non stazionari (che nel modello son trascurati) si rivelino determinanti (ad esempio, sono da considerare i forti campi magnetici auto-generati nel plasma); una descrizione dinamica risulterebbe, pertanto, necessaria.

Questo ci permette di trarre alcune conclusioni: da una parte, come prevedibile, una maggior energia disponibile per gli elettroni caldi si traduce in una maggior energia ionica, d'altra parte, i risultati ottenuti in questo capitolo mettono in luce come la scelta fatta della funzione di distribuzione non sia ottimale. E' lecito supporre che differenti dipendenze funzionali possano meglio interpolare i risultati numerici.



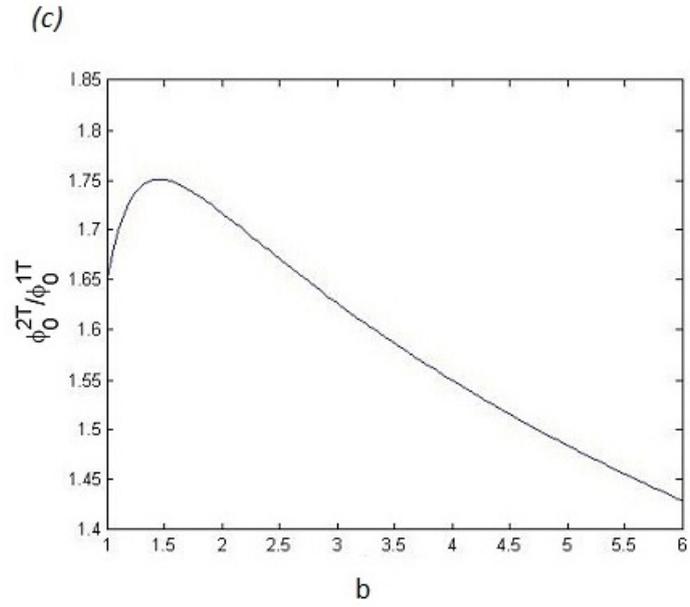


Figura 4.5: Rapporto fra il potenziale all'interfaccia nei due casi con e senza foam al variare dei parametri (a)  $\eta_{foam}(a = 1, b = 3)$  ; (b) a ( $b=3, \eta=0.55$ ); (c) b ( $a=1, \eta = 0.55$ ).

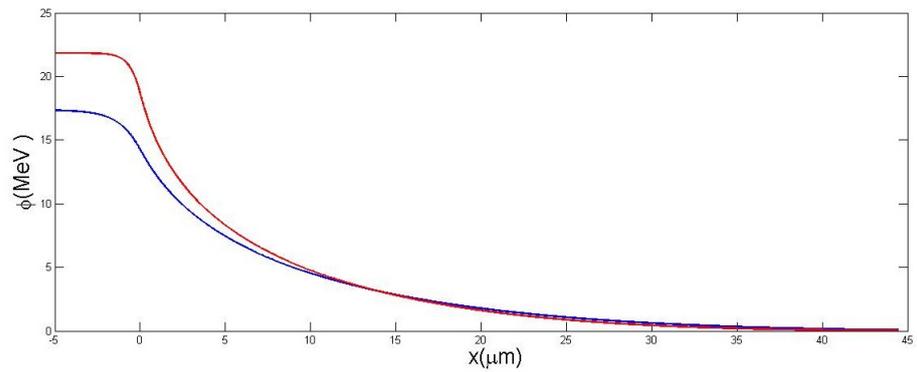


Figura 4.6: Potenziale [MeV] per  $E_{laser} = 2.5J$ ,  $a_0 = 10$ ,  $a=1, b=5, \eta_{foam} = 0.5$ ; per i due casi mono temperatura (linea blu) e due temperature (linea rossa).

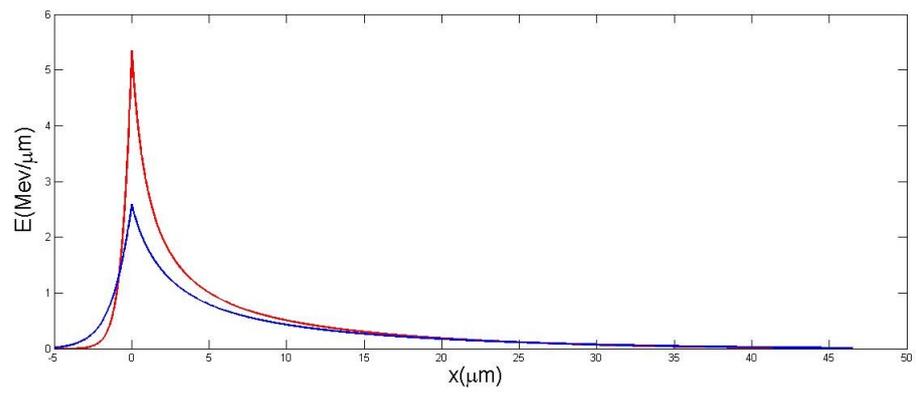


Figura 4.7: Campo elettrico [MeV/μm] per parametri analoghi alla figura [4.6]

## Capitolo 5

# Conclusioni e sviluppi futuri

In questo lavoro di tesi è stato presentato dal punto di vista teorico il principale meccanismo di accelerazione di ioni indotto dall'interazione fra laser ultraintensi e materia: la Target Normal Sheath Acceleration. Si è prestata una particolare attenzione a una possibile evoluzione di tale tecnica sfruttando innovativi bersagli multistrato.

Nel capitolo 2 è stato presentato un interessante modello teorico per la descrizione analitica del processo di accelerazione di ioni tramite TNSA, il modello a elettroni intrappolati. Si è, inoltre, visto come, adottando tale descrizione, sia possibile ottenere con semplici passaggi una stima della massima energia ionica in funzione dei parametri caratteristici dell'impulso laser.

Il capitolo 3 ha offerto una panoramica sullo stato dell'arte delle analisi numeriche riguardanti la tecnica di accelerazione di ioni TNSA sfruttando una configurazione multilayer del target, mettendone in risalto i risultati più interessanti. Si è inoltre messo in luce come la tecnica Pulsed Laser Deposition possa essere una scelta interessante per la fabbricazione di tali bersagli.

A seguito dell'analisi dei risultati dell'indagine numerica presentata nel capitolo 3, nel capitolo 4 si è sviluppata una possibile estensione del modello proposto nel secondo capitolo per poter dare una descrizione analitica del processo di accelerazione di ioni TNSA indotta dall'interazione tra impulsi laser ultraintensi e bersagli multistrato. Questo ha permesso di trarre alcune conclusioni: si è verificato come la maggior efficienza di interazione fra laser e

plasma porti a un naturale aumento della massima energia ionica ottenibile, tuttavia, si è visto come il modello presentato non sia ancora in grado di predire i particolari profili di campo visti nel capitolo 3.

I risultati di questo lavoro di tesi suggeriscono diversi possibili sviluppi futuri per ottenere una migliore comprensione teorica del sistema fisico oggetto dello studio

L'utilizzo di bersagli aventi una densità confrontabile con la densità critica rende necessario uno studio del complesso regime di interazione fra radiazione e materia quando  $\omega \simeq \omega_{pe}$ , tuttora in piena fase di ricerca. Questo inoltre garantirà una migliore comprensione dei parametri "a", "b" e " $\eta$ " utilizzati nel modello proposto, permettendo di trovare un legame fra questi e i parametri caratteristici dell'impulso laser.

Sono necessarie ulteriori simulazioni numeriche; in particolare, è necessario verificare la forma esatta della funzione di distribuzione elettronica. Come anticipato nel capitolo 4 la dipendenza spaziale della stessa può giocare un ruolo fondamentale nella generazione del profilo del potenziale, differenti dipendenze funzionali potrebbero portare a campi elettrici più simili a quelli risultanti dalle simulazioni numeriche

E' possibile che il modello quasi stazionario non sia la scelta più corretta per trattare il problema dell'accelerazione di ioni in uno schema TNSA in presenza di foam, questo è suggerito dal fatto che alcuni aspetti delle simulazioni non vengono considerati nell'ambito dell'approccio sviluppato. Una possibile soluzione potrebbe essere rappresentata da un modello ibrido in cui gli ioni leggeri vengono ancora trattati come cariche di prova mentre si considera l'evoluzione temporale della popolazione elettronica, ad esempio, si potrebbe adottare una descrizione di tipo fluidodinamico.

Nell'ambito di una descrizione dinamica della popolazione elettronica potrebbe essere interessante abbandonare il modello monodimensionale per adottare descrizioni 2D o 3D, questo permetterebbe di descrivere più rigorosamente l'evoluzione temporale della popolazione elettronica, in particolare, permetterebbe tenere conto dei forti campi elettromagnetici autogenerati all'interno del plasma che non possono essere adeguatamente descritti in un approccio monodimensionale. Questo complica notevolmente la descrizione del sistema

fisico ma è giustificato dal fatto che le simulazioni numeriche hanno messo in luce come il profilo di campo elettrico longitudinale visto in figura [3.11] sia fortemente influenzato dalla variazione temporale dei campi magnetici all'interno del plasma stesso.

# Bibliografia

- [1] .L. Kruer, *The Physics of Laser Plasma Interactions*, Addison-Wesley, New York (1988).
- [2] . Gibbon, *Short pulse laser interactions with matter: an introduction*, Imperial College Press, London (2005).
- [3] .A. Mourou, et al., Optics in the relativistic regime, *Review of Modern Physics*, Vol. 78, 309 (2006).
- [4] .V. Bulanov, et al., Oncological hadrontherapy with laser ion accelerators, *Physics Letters A*, Vol. 299, 240 (2002).
- [5] . McKenna, et al. Characterization of proton and heavier ion acceleration in ultrahigh- intensity laser interactions with heated target foils, *Physical Review E*, Vol. 70, 036405 (2004).
- [6] . Zepf, et al. Fast particle generation and energy transport in laser-solid interactions, *Physics of Plasmas E*, Vol. 70, 036405 (2004).
- [7] . Maksimchuck, et al. Forward ion acceleration in thin  
lms driven by a high-intensity laser, *Physical Review Letters*, Vol. 84,  
Number 18 (2000).
- [8] . Nemoto, et al. Laser-triggered ion acceleration and table top isotope  
production, *Applied Physics Letters*, Vol. 78, Number 5 (2001).
- [9] . Passoni, et al., Charge separation effects in solid targets and ion accele-  
ration with a two- temperature electron distribution, *Physical Review E*,  
Vol. 69, 026411 (2004).

- [10] .J. Albright, et al., Theory of Laser Acceleration of Light-Ion Beams from Interaction of Ultrahigh-Intensity Lasers with Layered Targets, *Physical Review Letters*, Vol. 97, 115002 (2006).
- [11] . Nishiuchi, et al., The laser proton acceleration in the strong charge separation regime, *Physics Letters A*, Vol. 357, 339-344 (2006).
- [12] . Passoni, et al., One-dimensional model of the electrostatic ion acceleration in the ultraintense laser-solid interaction, *Laser and Particle Beams*, Vol. 22, 163-169 (2004).
- [13] . Passoni, et al., Theory of Light-Ion Acceleration Driven by a Strong Charge Separation, *Physical Review Letters*, Vol. 101, 115001 (2008).
- [14] . Ceccotti, et al., Proton Acceleration with High-Intensity Ultrahigh-Contrast Laser Pulses, *Physical Review Letters*, Vol. 99, 185002 (2007).
- [15] . Sgattoni, et al., Laser ion acceleration using a solid target coupled with a low-density layer, *Physical Review E* 85, 036405 (2012).
- [16] . Nakamura, et al., Interaction of high contrast laser pulse with foam-attached target, *Physics of Plasmas* E 17, 113107 (2010).
- [17] . Zani, et al., Ultra-low density carbon foams produced by pulsed laser deposition, *Carbon* (2013)
- [18] .Mora, Plasma Expansion into a Vacuum, *Physical Review Letters*, V 90 N 18 (2003)
- [19] .Mora, Collisionless expansion of a Gaussian plasma into a vacuum, *Physics of Plasmas*, E 12 112102 (2005)
- [20] .P.L Robinson, Effect of Target Composition on Proton Energy Spectra in Ultraintense Laser-Solid Interactions, *Physical Review Letters* PRL 96, 035005 (2006).
- [21] .H.Bin, et al., Influence of the target front-surface curvature on proton acceleration in laser-foil interaction, *Physics of Plasmas* E 16, 043109 (2009).

- [22] .J.Lee, Enhancement of high-energy ion generation by preplasmas in the interaction of an intense laser pulse with overdense plasma, *Physics of Plasmas* V 11 N 4 (2004).
- [23] .Passoni, et al., Target normal sheath acceleration: theory, comparison with experiments and future perspectives, *New Journal of Physics* 12 045012 (2010).
- [24] . Yu, et al., Hard x-ray emission in high intensity femtosecond laser target interaction. *Physics of Plasmas*, 6(4):1318-1322 (1999).
- [25] . R. Davies, Laser absorption by overdense plasmas in the relativistic regime, *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 51(1):014006 (2009).
- [26] . Willingale, S. P. D. Mangles, P. M. Nilson, et al. Collimated multi-MeV ion beams from high-intensity laser interactions with underdense plasma. *Physical Review Letters*, 96:245002, Jun 2006.
- [27] tepan S. Bulanov, Valery Yu, Vladimir Chvykov, et al. Generation of GeV protons from 1 PW laser interaction with near critical density targets. *Physics of Plasmas*, 17(4):043105, 2010.

# Ringraziamenti

*"Questo gol lo dedico ai miei genitori, ma in particolare a mio Padre e mia Madre "*

In primis un doveroso ringraziamento al mio relatore Matteo Passoni, più che per avermi aiutato in questo lavoro di tesi, per aver sopportato (e risposto) le mie mille domande su qualsiasi argomento di fisica mi venisse in mente e per avermi incoraggiato a farne altre . . . ha il grosso difetto di essere interista ma nessuno al Mondo è perfetto!

Un grazie sentito ai due (ormai ex) dottorandi Alessandro Zani e Claudio Perego per esser stati più che presenti in questi mesi di tesi, aiutandomi non solo sotto il punto di vista accademico, ma anche dandomi ottimi consigli per il futuro. Non penso sarò mai nella posizione di potervi restituire il favore, per bilanciare l'universo, quando sarò a mia volta un dottorando, aiuterò qualche sventurato tesista (fa molto "il cerchio della vita" del Re leone).

Un gigantesco ringraziamento a tutta la mia famiglia, in particolare a mia madre e mio padre che mi han donato i geni che fanno di me la persona che sono e senza i quali oggi sarei potuto essere una marmotta, un cavalluccio marino o, peggio ancora, un concorrente del Grande Fratello.

Ringrazio tutti gli amici che mi son stati attorno questi anni di studio, siete troppi per essere citati uno per uno (ho una marea di amici, controllate il mio profilo di facebook se non ci credete!) ma senza di voi non sarei arrivato sano di mente alla laurea . . . anche se "sano di mente" è un parolone a dirla tutta.

Un ringraziamento finale è dovuto a Federica Besozzi e Edoardo Inzoli (ho mescolato i vostri cognomi per darvi uguale importanza), con voi in questi due anni ho passato più tempo che con i miei genitori, se fossi una mammo-

letta sentimentale scriverei qualcosa del tipo “Ho iniziato quest’avventura al Politecnico con altre 500 persone e son contento di averla conclusa assieme a voi” ma non essendolo accontentatevi di un ”grazie STRAORDINARIO” . Quest’ultima riga è dedicata al futuro Lorenzo Cialfi, se stai leggendo questa frase vuol dire che sei ancora un perditempo e non sei diventato una persona seria... ho da dirti solo una cosa: continua così!!