

POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Industriale
Corso di Laurea in Ingegneria Aeronautica



STUDIO NUMERICO E SPERIMENTALE DI SENSORI A FIBRA OTTICA PER APPLICAZIONI DI STRUCTURAL HEALTH MONITORING

Relatore: Prof. Giuseppe SALA

Co-relatori: Ing. Paolo BETTINI
Ing. Paolo TAGLIABUE

Tesi di Laurea di:

Davide SALA Matr. 766307

ANNO ACCADEMICO 2011-2012

Sommario

Nel presente lavoro sono state analizzate alcune tecniche di monitoraggio strutturale mediante sensori a fibra ottica a reticolo di Bragg. In particolare, partendo da un modello numerico in grado di simulare la risposta spettrale di un reticolo ad una deformazione imposta (problema diretto), è stato sviluppato un codice di calcolo che consente la ricostruzione della deformazione a partire dallo spettro sperimentale (problema inverso). In una prima fase si è proceduto alla validazione del programma eseguendo delle prove a deformazione imposta su un reticolo *chirped*, il quale, grazie alle sue caratteristiche, permette di ottenere l'andamento della deformazione in ogni punto del sensore. Queste prove hanno inoltre evidenziato le potenzialità di questo tipo di reticolo per applicazioni di SHM purché accoppiato ad adeguati strumenti numerici. In seguito è stata studiata una nuova classe di sensori (*Draw Tower Grating array*) in grado di effettuare misure di tipo distribuito su lunghezze caratteristiche superiori al metro. Sono state valutate, numericamente e sperimentalmente, tre configurazioni differenti per caratteristiche spaziali e spettrali, al fine di esplorarne possibili applicazioni a sistemi di monitoraggio strutturale.

Parole chiave: Structural Health Monitoring, Sensori Fibra Ottica, Bragg, Draw Tower Grating, Array, Chirped, Ricostruzione Deformazione

Abstract

In the present work, several structural health monitoring techniques based on fiber Bragg grating sensors have been investigated. Namely, starting from a numerical model able to simulate the spectral response of a grating subject to a generic strain profile (direct problem), a new code has been developed, allowing strain reconstruction from the experimental spectrum (inverse problem). The first step was the experimental validation of the program, carried out through a number of tests on a chirped grating. The wavelength of the reflection spectrum for a chirped FBG has a one-to-one correspondence to the position along the gage section, thus allowing strain reconstruction on the entire sensor length. Tests conducted on the chirped FBG also evidenced its potentialities for SHM applications, if coupled with appropriate numerical strain reconstruction tools. Finally, a new class of sensors has been studied, Draw Tower Grating arrays. These sensors are applicable to distributed sensing and load reconstruction over large structures, thanks to their elevated length. Three configurations have been evaluated, having different spatial and spectral characteristics, in order to explore possible applications of such sensors to SHM systems.

Keywords: Structural Health Monitoring, Fiber Optic Sensors, Bragg, Draw Tower Grating, Array, Chirped, Strain Reconstruction

Ringraziamenti

Vorrei innanzi tutto ringraziare il prof. Giuseppe Sala, per avermi accettato come tesista e per avermi pazientemente guidato nella scelta dell'argomento di questa tesi.

Ringrazio inoltre i miei correlatori, Paolo Bettini e Paolo Tagliabue, per l'incredibile disponibilità dimostrata, per i loro preziosi consigli e per avermi costantemente incoraggiato durante questi mesi.

Ringrazio Roberto Campari e tutti i dipendenti CELM per la loro ospitalità e l'interesse dimostrato nei confronti del mio lavoro.

Ringrazio tutti i dipendenti del laboratorio E. Preti del Politecnico di Milano, in particolare Paolo Rubini, Alessandro Mottironi, Roberto Bertè, Maria Rosa Monzani e Antonio Ravenna, per avermi aiutato nella realizzazione delle prove sperimentali, assecondando ogni mia richiesta.

Ringrazio con affetto i miei genitori e tutta la mia famiglia, per avermi supportato in questi anni, e per avermi sempre sostenuto nelle mie scelte, consentendomi di portare a termine gli studi con serenità.

Un ringraziamento speciale va ad Elena, per essermi stata sempre vicina in questi anni e per avermi sempre supportato (e sopportato) nei momenti di difficoltà.

Infine vorrei ringraziare tutti i miei amici ed i miei compagni di università, per aver condiviso gioie e dolori di questi cinque anni di Politecnico.

Indice

Elenco delle figure	xiii
Elenco delle tabelle	xv
Introduzione	1
1 Monitoraggio strutturale	5
1.1 Monitoraggio	7
1.1.1 Misure di deformazione	7
1.1.2 Risposta alle vibrazioni	8
1.2 Diagnosi	9
1.3 Prognosi	10
1.4 Materiali compositi	11
1.4.1 Utilizzo dei materiali compositi	11
1.4.2 Danneggiamento e tolleranza al danno	12
1.5 Structural Health Monitoring mediante sensori a fibra ottica	14
1.5.1 Reti di sensori e sensori localizzati	15
2 Sensori a reticolo di Bragg	17
2.1 Fibre ottiche	17
2.1.1 Teoria delle fibre ottiche: legge di Snell	18
2.1.2 Utilizzo delle fibre ottiche	19
2.2 Reticoli di diffrazione	21
2.3 <i>Fiber Bragg Gratings</i>	23
2.3.1 Tipi di reticolo	26
2.3.2 Legame foto-termo-elastico	27
2.4 Tecnologia di produzione di <i>Draw Tower Gratings</i>	29
3 Risoluzione del problema inverso	33
3.1 Modellazione del sensore: <i>Coupled Mode Theory</i>	33
3.2 Transfer Matrix Method	36
3.3 Definizione del problema di ottimizzazione	37

3.3.1	Funzione costo	37
3.4	Algoritmo genetico	38
3.4.1	Principio di funzionamento	38
3.5	Algoritmo <i>Pattern search</i>	41
3.6	Programma sviluppato: FBGSim	42
3.6.1	Simulazione diretta di sensori FBG	43
3.6.2	Identificazione del reticolo	44
3.6.3	Ricostruzione delle deformazioni	45
3.6.4	Tempi di calcolo	47
4	Reticolo <i>chirped</i>	49
4.1	Setup delle prove	50
4.1.1	Configurazioni di carico	50
4.1.2	Modalità di applicazione del carico	51
4.1.3	Realizzazione dei provini	52
4.1.4	Acquisizione	55
4.2	Identificazione del profilo di apodizzazione	56
4.3	Deformazione uniforme	57
4.4	Deformazione lineare	61
4.5	Deformazione lineare con cambio di pendenza	65
5	DTG Array	69
5.1	Considerazioni sulle configurazioni spettrali e spaziali	70
5.2	Setup delle prove	72
5.2.1	Configurazioni di carico	72
5.2.2	Realizzazione del provino	74
5.3	Sensore continuo spaziale/discontinuo spettrale	77
5.3.1	Lettura diretta della variazione di lunghezza d'onda	77
5.3.2	Ricostruzione della deformazione con FBGSim	79
5.4	Sensore continuo spaziale/continuo spettrale	80
5.5	Sensore discontinuo spaziale/continuo spettrale	82
	Conclusioni e sviluppi futuri	87
A	Sorgenti di FBGSim	91
A.1	Inserimento dati	91
A.2	Definizione del profilo di apodizzazione	94
A.2.1	FBGSim_Apod_Uniforme()	94
A.2.2	FBGSim_Apod_Coseno()	94
A.2.3	FBGSim_Apod_Gauss()	94
A.2.4	FBGSim_Apod_Arbitraria()	95
A.3	Assegnazione del periodo dei sottoreticoli	95

A.3.1	FBGSim_Reticolo_Strandard	95
A.3.2	FBGSim_Reticolo_Chirpato	95
A.3.3	FBGSim_Reticolo_Discreto	96
A.4	Solutore: FBGSim_Solutore()	96
A.5	Deforma il reticolo: FBGSim_Reticolo_Deformato()	98
A.6	Identificazione: FBGSim_Identificazione_Reticolo	98
A.7	Script <i>Main</i> : FBGSim_Main	101
A.8	Algoritmo genetico	103
A.9	Algoritmo ibrido	105
A.10	Funzione costo	107
Bibliografia		109

Elenco delle figure

1.1	Funzionamento di un sistema di Structural Health Monitoring. . .	6
1.2	Materiali utilizzati per la costruzione del Boeing 787.	11
1.3	Delaminazione in un laminato composito.	12
1.4	Pubblicazioni inerenti i sensori a fibra ottica: grandezze misurate e tipologie di sensori.	14
2.1	Struttura di una fibra ottica	17
2.2	Modi trasversali possibili in una guida d'onda multimodale cilindrica. Il primo indice indica gli zeri radiali, il secondo quelli azimutali.	18
2.3	Legge di Snell	19
2.4	Raggi di curvatura eccessivi.	20
2.5	Finestre di trasmissione utilizzate.	21
2.6	Diffrazione generata da due sorgenti puntiformi.	22
2.7	Reticoli di diffrazione.	23
2.8	Tipologie di reticoli iscritti in fibra ottica. Sono riportati i valori delle costanti di propagazione dei singoli modi.	24
2.9	Spettri riflessi e trasmessi da un sensore FBG.	25
2.10	Forma dello spettro riflesso per diverse lunghezze del reticolo. . .	26
2.11	Confronto tra gli spettri di riflessione del reticolo apodizzato e non apodizzato	27
2.12	Spettro di un reticolo chirped e comportamento del reticolo sottoposto ad una deformazione complessa.	28
2.13	Processo di produzione di sensori <i>Draw Tower Gratings</i>	30
3.1	Suddivisione del reticolo per la modellazione con il Transfer Matrix Method	36
3.2	Diagramma di flusso per il funzionamento di un algoritmo genetico. N è il numero di individui della popolazione, n quello degli individui mutati.	39
3.3	Selezione casuale e proporzionale alla <i>fitness</i> del singolo individuo.	40
3.4	Possibili tipi di <i>crossover</i> e corrispondenti individui generati.	40

3.5	Differenti tecniche di mutazione.	41
3.6	Mossa esplorativa nell'intorno della soluzione corrente x_k	42
3.7	Modellazione di un array di sensori separati tra loro tramite annullamento dell'indice di rifrazione in corrispondenza della spaziatura.	43
3.8	Due diverse tecniche di produzione di reticoli di Bragg. In entrambi il passo del reticolo viene ottenuto modificando la distanza tra gli specchi.	44
3.9	Diagramma di flusso del programma per l'identificazione del profilo di apodizzazione del reticolo.	45
3.10	Diagramma di flusso del programma per la ricostruzione della deformazione agente sul sensore.	46
3.11	Illustrazione di un'iterazione del processo di ricostruzione della deformazione, e confronto con i dati di riferimento.	46
4.1	Prove di flessione a tre punti eseguite sul reticolo chirped: disposizione del provino ed andamento della deformazione. In rosso è indicata la posizione del sensore, e la deformazione agente su di esso.	51
4.2	Rappresentazione della storia di carico per i profili di deformazione uniforme e lineare.	52
4.3	Deformazioni lette dagli estensimetri nel caso di deformazione lineare, e confronto con i valori teorici.	53
4.4	Dimensioni del provino per il reticolo chirped e disposizione dei sensori. In rosso è indicato il sensore FBG, in blu gli estensimetri.	54
4.5	Provino completo durante la prova di deformazione lineare.	54
4.6	Tecnica di misura sorgente	55
4.7	Tecnica di misura sorgente	55
4.8	Confronto tra le riflettività misurate per il sensore indeformato utilizzando due diverse sorgenti.	56
4.9	Profilo di deformazione uniforme: confronto tra lo spettro sperimentale e quello simulato a deformazione nulla, prima e dopo l'identificazione del profilo di apodizzazione.	58
4.10	Deformazione applicata al sensore e spettro riflesso risultante, per una deformazione uniforme di $1500 \mu\epsilon$	58
4.11	Spettro simulato e deformazione ricostruita da FBGSim.	59
4.12	Spettri simulati e corrispondenti deformazioni ricostruite nel caso di prova a trazione uniassiale, per deformazione applicata uniforme di 500 e $1000 \mu\epsilon$	60
4.13	Deformazione uniforme: ricostruzione della deformazione utilizzando un numero crescente di punti di controllo.	61

4.14	Profilo di deformazione lineare: confronto tra lo spettro sperimentale e quello simulato a deformazione nulla, prima e dopo l'identificazione del profilo di apodizzazione.	62
4.15	Deformazioni e spettri ricostruiti, per la prova di flessione a tre punti (andamento lineare della deformazione).	63
4.16	Deformazione lineare: ricostruzione della deformazione utilizzando un numero crescente punti di controllo.	65
4.17	Deformazioni ricostruite nel caso di deformazione lineare a tratti, utilizzando un'interpolante lineare.	66
4.18	Deformazioni ricostruite utilizzando 5 punti di controllo.	66
4.19	Spettri di riflessione di un reticolo <i>chirped</i> non apodizzato simulati numericamente. Risposta a deformazioni con forma differente. . .	68
5.1	Spettri di riflessione acquisiti per i tre sensori utilizzati.	71
5.2	Confronto tra gli spettri di un reticolo uniforme sottoposto a deformazione costante o lineare, aventi il medesimo valore medio. . .	72
5.3	Configurazioni di carico utilizzate come caso di studio per gli array.	73
5.4	Prova con il carico distribuito.	75
5.5	Dettaglio della zona di applicazione del carico distribuito.	75
5.6	Disposizione degli array sul provino. Gli estensimetri sono allineati con il centro dei singoli reticoli.	76
5.7	Provino estensimetrato.	77
5.8	Deformazioni ottenute tramite lettura diretta della differenza di lunghezze d'onda di Bragg.	78
5.9	Confronto tra gli spettri sperimentali e quelli ottenuti mediante simulazione numerica diretta per i casi di deformazione lineare e quadratica.	79
5.10	Problema di esempio: array composto da due reticoli.	80
5.11	Minimi locali nel caso di sensore continuo spaziale/continuo spettrale.	81
5.12	Deformazione ricostruita da FBGSim nel caso di sensore continuo spettrale e discontinuo spaziale.	83
5.13	Carico quasi distribuito: soluzioni al variare del numero di punti di controllo.	85

Elenco delle tabelle

4.1	Caratteristiche del reticolo chirped utilizzato per la validazione . . .	49
4.2	Massimo scostamento della deformazione ricostruita.	59
4.3	Deformazione uniforme: massimo scostamento della deformazione ricostruita, al variare del numero di punti di controllo.	61
4.4	Deformazione lineare: scostamento tra il profilo di deformazione ricostruito e rilevato con gli estensimetri.	62
4.5	Deformazione lineare: massimo scostamento della deformazione ricostruita, al variare del numero di punti di controllo.	64

Introduzione

L'esigenza dell'industria aeronautica di disporre di strutture leggere e ad alte prestazioni ha fornito, negli anni, un forte impulso allo sviluppo dei materiali compositi. Dotati di elevata resistenza e rigidità specifiche, essi consentono di realizzare strutture sempre più efficienti permettendo un aumento nel carico pagante ed una riduzione dei consumi.

Le strutture in composito introducono tuttavia delle nuove problematiche riguardanti le modalità di danneggiamento ed il comportamento a fatica. Mentre questi fenomeni sono relativamente ben compresi nei materiali metallici, non esistono ancora modelli teorici o numerici in grado di predire con sufficiente affidabilità l'evoluzione del danneggiamento di una struttura in composito.

Dal momento che la sicurezza non può passare in secondo piano rispetto alla riduzione dei costi ed all'aumento dell'efficienza della macchina, negli ultimi anni la ricerca si sta focalizzando sullo sviluppo di sistemi in grado di rilevare la presenza e l'evoluzione del danno. Tali sistemi vengono definiti *Structural Health Monitoring Systems* (SHMS), ovvero sistemi di monitoraggio della salute della struttura.

L'attività di ricerca condotta in questa tesi è rivolta all'indagine di tecniche di health monitoring utilizzando sensori di deformazione a fibra ottica. Essi presentano molteplici peculiarità che li rendono i candidati ideali per applicazioni di monitoraggio strutturale, fra cui in primis il peso e le dimensioni contenute che ne consentono l'inglobamento nei laminati mantenendo una ridotta invasività. A queste doti si aggiungono la capacità di multiplexing di più sensori sulla stessa fibra, la possibilità di effettuare misure di diverse grandezze nonché l'immunità alle interferenze elettromagnetiche.

Esistono diversi tipi di sensori che utilizzano le fibre ottiche. Nel presente lavoro si sono utilizzati sensori di deformazione basati sui reticoli di Bragg (*Fiber Bragg Gratings* – FBG).

Questi sensori sono costituiti da un reticolo inscritto all'interno della fibra, che ha l'effetto di riflettere solo alcune lunghezze d'onda della luce incidente. Se le proprietà geometriche del reticolo cambiano per effetto di una deformazione, cambia anche la forma dello spettro riflesso.

Nella prima parte del lavoro è stato sviluppato un codice basato sulla *coupled mode theory* in grado di simulare lo spettro di riflessione di un reticolo di Bragg. La caratteristica innovativa del programma sviluppato consiste nell'integrazione del codice in un algoritmo di ottimizzazione, che permette di identificare le proprietà (geometriche ed ottiche) di un reticolo, ricevendo in ingresso lo spettro sperimentale relativo al sensore indeformato.

A seguito di questa prima fase, il codice è in grado di ricostruire la deformazione agente sul sensore ricevendo in ingresso lo spettro del sensore in configurazione deformata. L'obiettivo di questa prima parte è stato la creazione di uno strumento, denominato FBGSim, che fosse in grado di ricostruire le deformazioni agenti sul sensore a partire dal suo spettro.

Nella seconda parte della tesi si sono invece studiati diversi tipi di sensori, al duplice scopo di indagare le possibilità di un loro impiego a fini del monitoraggio strutturale e di validazione del codice sviluppato. I sensori sono stati sottoposti a delle prove sperimentali a deformazione controllata, in modo da valutarne la risposta così come la capacità del codice di ricostruire la deformazione agente su di essi.

Il primo sensore considerato è un FBG *chirped*. Questo tipo di sensore, al contrario degli FBG standard che forniscono la deformazione media agente sul sensore, permette di correlare in maniera biunivoca la forma dello spettro acquisito alla forma della deformazione agente sull'intera lunghezza del sensore.

Al fine di conoscere la deformazione effettivamente agente è però necessario passare attraverso procedure numeriche, come quella sviluppata in questa tesi, rendendo di fatto impossibile l'impiego di questi sensori per applicazioni di monitoraggio in tempo reale della struttura.

Pur tuttavia, la possibilità di avere una descrizione continua dell'andamento della deformazione lungo il sensore, in virtù di tale corrispondenza biunivoca, rende questi reticoli lo strumento ideale per il monitoraggio della deformazione. Il limite di questi sensori sta però nella loro lunghezza massima, che non supera le poche decine di millimetri.

Grazie all'innovativa tecnica di produzione di *Draw Tower Grating*, è possibile però avvicinarsi alla configurazione spaziale e spettrale di un sensore *chirped* affiancando tra loro più reticoli uniformi aventi una separazione in lunghezza d'onda molto bassa, in modo da ottenere, almeno in configurazione indeformata, uno spettro di riflessione continuo. In questa maniera, in linea di principio, è possibile recuperare la corrispondenza tra forma spettrale e deformazione agente su lunghezze caratteristiche dell'ordine di alcuni metri.

Nell'ultima parte della tesi vengono descritte le prove eseguite su tre array aventi diverse caratteristiche geometriche e spettrali, al fine di individuare la configurazione che meglio si presta ad essere implementata in un sistema di SHM come quello preso in esame.

Il lavoro di tesi è così strutturato:

Capitolo 1: Descrizione del problema del monitoraggio strutturale, strategie attualmente utilizzate ed inquadramento dell'attività svolta.

Capitolo 2: Presentazione dei sensori a fibra ottica. Vengono esposti i principi fisici alla base del funzionamento dei reticoli di Bragg, e la loro estensione ai reticoli inscritti in fibra ottica. Legame foto-termo-elastico per i sensori basati su reticoli di Bragg.

Capitolo 3: Descrizione delle tecniche di modellazione numerica dei reticoli di Bragg. Definizione del problema di ottimizzazione sottostante al processo di ricostruzione della deformazione ed algoritmi usati per la sua soluzione. Funzionamento di FBGSim.

Capitolo 4: Descrizione delle prove eseguite sul reticolo *chirped* e validazione di FBGSim.

Capitolo 5: Presentazione degli array di *Draw Tower Gratings* e loro caratteristiche spettrali/spaziali. Descrizione delle prove eseguite e discussione dell'applicabilità delle diverse soluzioni provate a sistemi di health monitoring.

Capitolo 1

Monitoraggio strutturale

La conoscenza dello stato di sollecitazione di una struttura rappresenta una delle problematiche di maggior interesse nel campo dell'ingegneria strutturale. Questa informazione permette infatti di risalire allo stato di salute della struttura, ovvero di determinare la nascita e la propagazione di un danno al suo interno, e di valutarne le conseguenze sulla vita residua della struttura e sulla sicurezza per gli utilizzatori.

Negli ultimi anni l'interesse verso tecniche che permettano di identificare il danneggiamento per mezzo di sensori integrati nella struttura è notevolmente cresciuto. Queste tecniche trovano grande impiego nel campo dell'ingegneria civile per il monitoraggio di strutture particolarmente sensibili, come gli edifici antichi od i ponti sospesi [5].

Lo sviluppo di tecniche innovative che prevedano l'inglobamento del sensore nella struttura stessa è stato tuttavia trainato dalla crescente richiesta di sistemi di health monitoring in campo aeronautico, in vista anche di un sempre maggiore impiego di materiali compositi.

Sistemi che prevedano l'utilizzo di sensori distribuiti integrati nella struttura in grado di trasmettere le informazioni ad un'unità di elaborazione esterna prendono il nome di metodologie di *Structural Health Monitoring* (SHM).

La capacità di alcuni questi sistemi di rilevare in maniera continua lo stato di salute della struttura ospite permette di estenderne il campo di utilizzo al di là della sola individuazione del danno. Integrando infatti sistemi di monitoraggio continuo della deformazione o dell'accelerazione con informazioni quali la quota del velivolo, il tempo o la velocità di volo, è possibile risalire all'utilizzo effettivo della macchina in esame, in termini di spettro di carico e di sollecitazioni esterne.

Sistemi che permettano un monitoraggio di questo tipo prendono il nome di *Health and Usage Monitoring Systems* (HUMS). Il miglioramento che introducono gli HUMS è relativo alla gestione della macchina nel suo complesso, dal momento che le informazioni raccolte possono essere utilizzate per program-

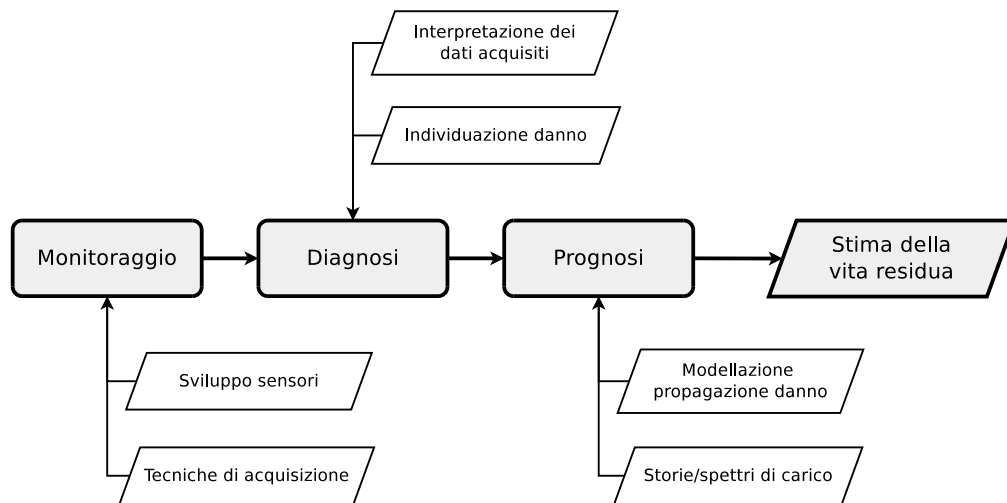


Figura 1.1: Funzionamento di un sistema di Structural Health Monitoring.

marne la manutenzione, eventualmente confrontandole con quelle ottenute da altre macchine dello stesso tipo.

In questo senso, gli HUMS portano, oltre ad un evidente aumento della sicurezza derivante dalla possibilità di tenere sotto controllo il deterioramento delle parti più sensibili del velivolo, anche benefici puramente economici, quali ad esempio una riduzione dei tempi di fermo della macchina ed una migliore programmazione della manutenzione [15].

Lo sviluppo di un sistema di SHM efficiente è un'operazione molto complessa e multidisciplinare. È infatti necessario tener conto di diversi fattori, che spaziano dalla scelta dei sensori all'individuazione di indicatori significativi della nucleazione e propagazione del danno, dalla progettazione del sistema di elaborazione alla definizione delle procedure di manutenzione. In ogni caso ogni sistema di SHM prevede i seguenti elementi fondamentali, schematizzati in figura 1.1, che consentono un corretto svolgimento dell'attività di monitoraggio e predizione del comportamento della struttura:

Apparato di monitoraggio: comprende i sensori e la strumentazione necessaria all'acquisizione ed alla trasmissione dei dati rilevati dai sensori stessi.

Sistema di diagnosi: utilizzando le informazioni ricevute dalla rete di sensori, deve essere in grado di determinare la presenza di un danneggiamento della struttura e la sua posizione.

Sistema di prognosi: effettua previsioni sulla propagazione del danno e sulla vita residua della struttura.

In questo lavoro di tesi vengono trattati aspetti riguardo ai primi due punti. Relativamente alla fase di monitoraggio, si sono provati diversi tipi di sensori, in modo da indagarne le possibilità di impiego pratiche, anche in vista di un'integrazione con un sistema di elaborazione dei dati acquisiti.

L'attività di modellazione numerica dei sensori e di sviluppo di un codice che permetta la ricostruzione delle deformazioni rientra invece nella fase di diagnosi.

I vantaggi derivanti dall'utilizzo di sistemi di monitoraggio strutturale applicati alle strutture aeronautiche riguardano:

- la possibilità di passare da procedure di manutenzione programmata a procedure *on condition*, diminuendo i tempi di fermo della macchina;
- la riduzione dei tempi di ispezione della struttura, soprattutto nei punti di difficile accesso;
- la possibilità di avere, anche in tempo reale, informazioni riguardo ai carichi agenti sul velivolo;

1.1 Monitoraggio

La fase di monitoraggio prevede l'utilizzo di sensori che misurino determinate caratteristiche della struttura che sono influenzate dalla presenza di un danno. Le tecniche più diffuse si basano su misure di deformazione, sull'analisi della risposta in frequenza della struttura oppure sulla rottura di sensori opportunamente posizionati.

1.1.1 Misure di deformazione

Le tecniche di SHM che fanno uso di sensori di deformazione sfruttano il fatto che, in presenza di un danneggiamento, la distribuzione di deformazione subisce delle variazioni, dovute alla ridistribuzione dei carichi in prossimità della zona danneggiata.

L'utilizzo di sensori quali gli estensimetri elettrici od alcuni tipi di sensori in fibra ottica permette un monitoraggio di tipo quasi puntuale, rendendo necessario un loro corretto posizionamento nei punti più sensibili al danneggiamento. Tali punti, che vengono definiti *hot spots* vengono scelti cercandoli nelle zone in cui sono presenti delle concentrazioni di sforzo, dovute ad esempio a brusche variazioni di sezione oppure alla presenza di giunzioni.

In alcuni casi può essere tuttavia necessario monitorare delle zone molto ampie, soprattutto in situazioni in cui sia necessario identificare il carico agente sulla struttura invece della nucleazione e propagazione del danno in alcuni punti.

I sensori a fibra ottica sono particolarmente adatti ad applicazioni di questo tipo, poiché attraverso tecniche di *multiplexing* è possibile veicolare su di una fibra il segnale proveniente da diversi sensori, rendendo quindi realizzabile il monitoraggio distribuito di porzioni molto ampie della struttura. Sensori di questo tipo, formati cioè da tanti sensori più piccoli iscritti sulla stessa fibra, prendono il nome di *array*.

Uno degli svantaggi più grandi dell'utilizzo di sensori localizzati per il monitoraggio di grosse strutture riguarda il loro posizionamento. È infatti molto difficile identificare correttamente i punti più sensibili alla nucleazione di un danno, ed allo stesso tempo risulta impraticabile inserire un numero di sensori tale da coprire l'intera struttura.

Questa strada, oltre ad avere costi elevatissimi, risulta essere estremamente invasiva per la struttura ospite. Invasività che, nel caso di sensori inglobati nella struttura stessa, si traduce in un notevole degrado delle caratteristiche meccaniche della struttura stessa. Il problema dell'interazione tra struttura e sensori è un fattore da tenere in conto anche nell'utilizzo di tecniche di *distributed sensing*, soprattutto in vista del fatto i sensori utilizzati raggiungono lunghezze dell'ordine dei metri.

1.1.2 Risposta alle vibrazioni

I sistemi SHM appartenenti a questa categoria misurano delle variazioni nella risposta dinamica della struttura per identificare un eventuale danno. Esistono diversi metodi per il monitoraggio attraverso le vibrazioni, che vengono divisi in due categorie principali: sistemi attivi e passivi.

I sistemi passivi non prevedono l'eccitazione della struttura, ma si basano sull'emissione di onde generate in caso di rottura o di delaminazione che si propagano all'interno della struttura stessa. Tali onde vengono analizzate per valutare entità e posizione del danno che le ha provocate.

I sistemi attivi prevedono invece l'utilizzo di sistemi di eccitazione periodica della struttura, come gli attuatori piezoelettrici, e di sensori in grado di rilevare la risposta della struttura a questa sollecitazione. In caso di danneggiamento, la risposta in frequenza della struttura varia, ed è quindi possibile risalire ad entità e posizione del danneggiamento. Un'altra tecnica di monitoraggio attivo prevede invece lo studio della propagazione nella struttura di onde emesse da una sorgente. Le onde infatti si propagano in modo diverso a seconda che la struttura sia danneggiata o meno, permettendo quindi la determinazione dello stato di salute della struttura.

Il grande vantaggio di questi sistemi è che permettono il monitoraggio di porzioni molto estese della struttura, in quanto un danneggiamento posiziona-

to in un punto qualsiasi della struttura ne modifica il comportamento a livello globale.

Sistemi di questo tipo presentano tuttavia notevoli problemi, come ad esempio la difficoltà di eccitare in modo opportuno tutta la struttura, specialmente in presenza di alti valori di smorzamento.

1.2 Diagnosi

Il compito del sistema di diagnosi è l'elaborazione dei dati letti dal sistema di misura al fine di determinare con la maggiore precisione possibile posizione ed entità del danno. Il problema principale della fase di diagnosi risiede nello stabilire una correlazione tra la grandezza misurata ed il danneggiamento. Tale correlazione è tutt'altro che banale e richiede lo sviluppo di strumenti di analisi molto complessi, che prevedono modelli numerici della struttura e della rete di sensori.

Al fine di implementare un efficiente sistema di ricostruzione è necessario, in generale, affrontare due problemi di diversa natura:

- il *Problema Diretto*, che riguarda la modellazione della risposta di un sensore ad una sollecitazione applicata nota;
- il *Problema Inverso*, che permette, nota la risposta del sensore rilevata sperimentalmente, di ricostruire la sollecitazione agente su di esso.

Questi due problemi vengono risolti in modi totalmente diversi ed indipendenti. La risoluzione del problema diretto, è infatti strettamente correlata al tipo di sensore utilizzato, ed alla precisione richiesta alla sua simulazione.

Il problema inverso ha invece una natura più generale, e tipicamente si basa su degli algoritmi di ottimizzazione che prevedono la minimizzazione di una funzione costo rappresentativa della differenza tra segnale simulato e segnale sperimentale. Così facendo si ottiene la combinazione di variabili di ottimizzazione per cui segnale misurato e segnale simulato coincidono. Le variabili di ottimizzazione possono essere direttamente le deformazioni agenti sul sensore oppure dei parametri rappresentativi del danneggiamento della struttura.

Tecniche che prevedono modelli numerici complessi non si prestano però ad un monitoraggio in tempo reale dello stato di una struttura. A questo scopo esistono delle strategie che prevedono il confronto dei segnali letti dai sensori con dei segnali di riferimento relativi a determinate condizioni di carico.

Sistemi appartenenti a quest'ultima categoria possono essere installati direttamente sulla macchina, ed essere integrati con altri apparati di bordo in modo da fornire informazioni complete sullo stato di salute della macchina.

1.3 Prognosi

La fase di prognosi prevede l'utilizzo delle informazioni relative al danneggiamento ed alla sua evoluzione per effettuare una stima della vita residua della struttura. Tali stime hanno ormai raggiunto un buon livello di affidabilità per le strutture in metallo, grazie anche alla sempre migliore comprensione dei fenomeni di fatica e propagazione del danno in materiali di questo tipo, e permettono quindi di pianificare facilmente gli intervalli di manutenzione e di sostituzione dei componenti.

Per i materiali compositi non è stata ancora raggiunta una comprensione dei fenomeni di danneggiamento pari a quella che si ha per i materiali metallici. Per questo motivo, la progettazione attuale delle strutture in composito si basa sull'ipotesi che qualsiasi danno, non direttamente visibile, non debba propagarsi con i normali carichi operativi.

Questo vincolo, limita notevolmente le potenzialità delle strutture in composito, dal momento che si traducono in un notevole sovradimensionamento dei componenti, perdendo in parte il vantaggio della loro maggior efficienza rispetto ai metalli.

Per questa ragione, lo studio del comportamento dei materiali compositi a seguito di un danneggiamento è un aspetto di fondamentale importanza per lo sviluppo di sistemi completi di Structural Health Monitoring.

La comprensione dei fenomeni di danneggiamento nei compositi, unita ad una corretta caratterizzazione dei materiali, da eseguire su appositi provini opportunamente sollecitati, permetterebbe lo sviluppo di strumenti di simulazione numerica in grado di stimare la vita residua di strutture anche complesse.

Nell'ambito dell'SHM i sistemi di diagnosi godono di un certo grado di universalità mentre i sistemi di prognosi devono essere messi a punto per ogni singola struttura, per ogni singolo componente e condizione operativa e necessitano di modelli numerici molto raffinati.

Attualmente le attività di ricerca sono maggiormente incentrate sullo sviluppo dei sistemi di diagnosi, data la loro maggiore universalità e possibilità di essere utilizzate per un ampio range di applicazioni, piuttosto che sui metodi di prognosi. Va sottolineato che senza le adeguate capacità di prognosi si può fare un uso limitato delle abilità diagnostiche, dal momento che non possono essere fatte previsioni sulla vita residua della struttura, ma solo valutazioni sullo stato di salute corrente.

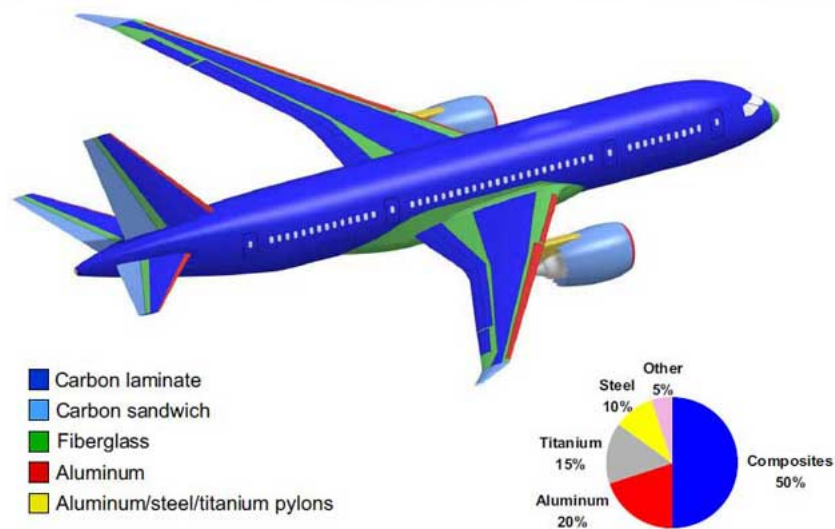


Figura 1.2: Materiali utilizzati per la costruzione del Boeing 787.

1.4 Materiali compositi

1.4.1 Utilizzo dei materiali compositi

I materiali compositi trovano un sempre maggiore impiego nell'industria aeronautica e spaziale grazie alle loro particolari caratteristiche, che permettono sia un notevole incremento di prestazioni, principalmente in termini di rigidità specifica, sia l'ottimizzazione della risposta del componente alla sollecitazione applicata.

Quest'ultima caratteristica è resa possibile dalla particolare tecnica costruttiva che prevede la sovrapposizione di diversi strati, o plies, di materiale fino ad ottenere lo spessore e la forma del pezzo desiderata. Una volta assemblato il pezzo si effettua la polimerizzazione in autoclave o con tecniche similari ottenendo un pezzo che, dopo la rifinitura, è pronto all'uso. Le caratteristiche meccaniche finali del pezzo dipendono dalla sequenza di laminazione, dalla tipologia di fibra e dalla tessitura usata.

Grazie a queste interessanti caratteristiche l'utilizzo dei materiali compositi ha visto un notevole incremento negli ultimi 40 anni, a partire dalle prime applicazioni su parti non strutturali, come le coperture dei *radome* o le *nacelle* dei motori, fino ad arrivare a moderni velivoli come il Boeing 787, già attivo, oppure l'Airbus A350 di prossima realizzazione, in cui i compositi costituiscono più del 50% in peso della struttura. In figura 1.2 viene mostrato l'utilizzo di compositi nel Boeing 787.

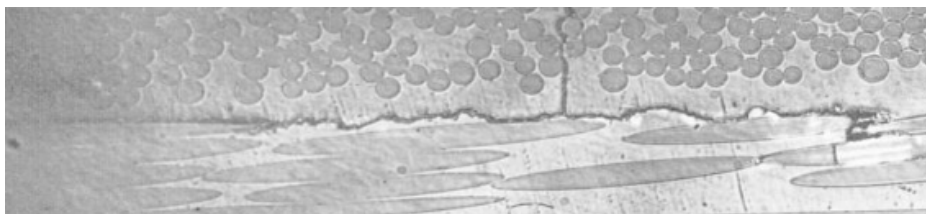


Figura 1.3: Delaminazione in un laminato composito.

1.4.2 Danneggiamento e tolleranza al danno

L'utilizzo di questi materiali innovativi ha inoltre aperto nuovi scenari permettendo la realizzazione di strutture di tipo intelligente, dette *Smart Structures*, ma ha anche introdotto nuove problematiche da affrontare tra cui le peculiari modalità di danneggiamento del materiale.

I materiali compositi sono infatti costituiti da una fase di rinforzo, rappresentata dalle fibre e da una fase matrice, che ha il compito di mantenere le fibre in posizione e di permettere il trasferimento dei carichi tra di esse.

Nonostante il comportamento dei materiali compositi in campo lineare sia compreso piuttosto bene, non esistono modelli affidabili per la propagazione del danno. Tale mancanza è dovuta alla complessità di questo tipo di materiali che, a differenza dei materiali metallici, presentano diverse modalità di nucleazione e propagazione del danno.

A livello di microscala della struttura si possono manifestare danneggiamenti della matrice, che ha delle caratteristiche meccaniche relativamente basse, oppure rotture delle fibre di rinforzo o dell'interfaccia tra fibra e matrice.

A livello di macroscale la modalità di danneggiamento principale è la delaminazione, fenomeno in cui avviene una separazione delle lamine, che costituiscono il pezzo, causata dalla rottura del materiale nelle zone più ricche di resina tra uno strato e l'altro.

Questi tipi di danno sono difficilmente individuabili, dal momento che possono crearsi anche all'interno della struttura, rendendo necessario il ricorso a tecniche di controllo non distruttivo, che tuttavia non sono sempre applicabili per motivi di accessibilità, e richiedono inoltre strumenti sofisticati.

Per evitare il verificarsi di questo tipo di problema, mantenendo allo stesso tempo un'adeguata efficienza della struttura, negli anni si è avuta un'evoluzione dei criteri di progetto per le strutture in composito, partendo da criteri di tipo *Safe Life*, passando a quelli *Fail Safe* per arrivare infine a quelli di tipo *Damage Tolerant*.

La progettazione di tipo *Safe Life* prevede che la struttura resista per tutta la sua vita operativa senza rompersi. Questa filosofia di progetto viene applicata a

componenti critici difficili da riparare perchè non raggiungibili o non facilmente sostituibili.

Questo obiettivo viene raggiunto applicando ampi margini di sicurezza, e comportano quindi una scarsa efficienza in termini di peso.

Una progettazione di tipo *Fail Safe* prevede che la struttura sia ridondante, ovvero costituita da più componenti in parallelo in maniera tale che, nel caso uno di questi venga danneggiato, il carico venga ridistribuito sugli altri, evitando il collasso della struttura.

Strutture di questo tipo sono solitamente iperstatiche, e permettono di ottenere componenti più esili e leggeri rispetto agli equivalenti *Safe Life*. D'altra parte la struttura si complica, dal momento che bisogna prevedere più percorsi di carico alternativi in fase di progetto.

La progettazione secondo l'approccio *Damage Tolerant* prevede invece che il componente possa presentare, già in fase di produzione, dei difetti, e che si possa danneggiare durante la sua vita operativa, a patto che le sue caratteristiche meccaniche non degradino a tal punto da pregiudicare la sicurezza della struttura.

Affinché un approccio di questo tipo sia attuabile praticamente, è necessario disporre di strumenti, numerici ed analitici, in grado di prevedere la nucleazione e la propagazione del danno. Questi strumenti vanno affiancati a sistemi di monitoraggio dello stato di salute del pezzo, che permettano di individuare, in tempo reale oppure in occasione delle manutenzioni programmate, un danno.

Per il progetto di strutture in composito, un approccio *Damage Tolerant* non è ancora completamente applicabile, dal momento che non sono ancora disponibili strumenti di tipo predittivo sufficientemente affidabili.

La realizzazione di questi modelli risulta infatti estremamente difficile, a causa della particolare struttura. La prima, grande difficoltà deriva dalle diverse scale che entrano in gioco nella modellazione: si passa dai pochi micron delle fibre fino ad arrivare alle decine di metri per i componenti finiti. Chiaramente i modelli numerici attualmente in uso non permettono di modellare componenti di grandi dimensioni utilizzando la risoluzione spaziale necessaria alla modellazione delle microscale.

Per questa ragione è necessario ricorrere a dei modelli approssimati, che considerino il materiale composito come un materiale omogeneo, ed il danneggiamento come un degrado delle sue proprietà meccaniche. Un altro aspetto critico è dato dal fatto che il comportamento di alcuni tipi di materiale composito deve essere trattato in modo non deterministico, a causa delle numerose proprietà geometriche o meccaniche che presentano una grande variabilità (ad esempio l'allineamento delle fibre o il comportamento dei tessuti) [9].

Viste queste difficoltà nella comprensione del danneggiamento dei materiali compositi e nella sua modellazione a fine predittivo, lo sviluppo di un sistema

di SHM efficiente diventa essenziale per poter implementare una strategia di progetto realment *Damage Tolerant* anche per le strutture in composito.

1.5 Structural Health Monitoring mediante sensori a fibra ottica

La grande versatilità dei sensori a fibra ottica, così come la loro bassa invasività e facilità di installazione hanno fatto sì che negli ultimi anni ci sia stato un crescente interesse della comunità scientifica verso questo tipo di sensori.

La possibilità di misurare diverse grandezze, l'alta sensibilità, l'insensibilità alle interferenze elettromagnetiche e la bassa invasività rendono questi sensori adatti ad una grande varietà di applicazioni, come illustrato in figura 1.4.

In particolare le dimensioni contenute ed il basso peso dei sensori rendono le fibre ottiche i candidati ideali all'inglobamento nei laminati in composito per applicazioni di health monitoring.

L'inglobamento nella struttura stessa offre numerosi vantaggi, primo tra tutti la possibilità di monitorare la struttura direttamente dall'interno, oppure in punti altrimenti non accessibili durante il normale utilizzo della struttura. La struttura ospite, inoltre, protegge il sensore dagli agenti esterni, riducendo le probabilità di malfunzionamento del sistema di misura.

Un altro importante vantaggio derivante dall'inglobamento dei sensori è la possibilità di implementare sistemi di monitoraggio *from the cradle to the grave*, che prevedono il monitoraggio del pezzo a partire dalle prime fasi di produzione fino alla fine della sua vita operativa. Questa tecnica permette di controllare ed ottimizzare i processi produttivi, valutando la nascita di sforzi residui o di danneggiamenti.

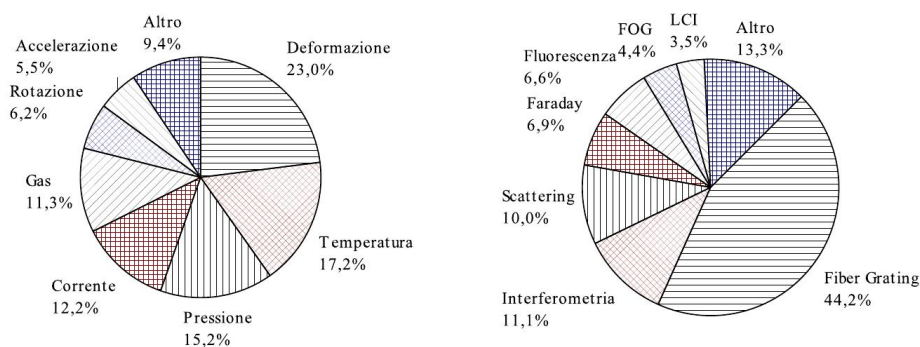


Figura 1.4: Pubblicazioni inerenti i sensori a fibra ottica: grandezze misurate e tipologie di sensori.

Pur tuttavia, l'inglobamento dei sensori porta con se alcuni svantaggi, relativamente all'invasività ed alle problematiche tecnologiche connesse alla loro corretta installazione [3]. L'inglobamento di una rete di sensori potrebbe infatti influenzare la vita a fatica della struttura, dal momento che ogni fibra inglobata provoca una discontinuità nel materiale, ed una conseguente concentrazione di sforzo.

Un altro svantaggio dell'inglobamento è relativo alla riparabilità del sistema di misura. Un sensore inglobato diventa infatti inaccessibile, ed una sua rottura comporta la sostituzione del componente che lo ospita.

1.5.1 Reti di sensori e sensori localizzati

Un'importante caratteristica dei sensori a fibra ottica è data dalla possibilità di realizzare delle reti di sensori per il monitoraggio distribuito della struttura. Facendo uso di tecniche di *multiplexing* è infatti possibile avere più sensori sulla stessa fibra, costruendo, di fatto, sensori quasi distribuiti aventi lunghezze dell'ordine dei metri.

Tali sensori permettono di monitorare porzioni molto estese della struttura, e, noto il campo di deformazione su di essa, di identificare eventuali danneggiamenti o di risalire ai carichi applicati.

In molti casi, tuttavia, la risoluzione spaziale dei sensori distribuiti non è sufficiente ad individuare danneggiamenti localizzati di piccole dimensioni, quali ad esempio le delaminazioni dovute all'impatto di piccoli oggetti.

D'altra parte esistono anche sensori in grado di dare indicazioni molto precise sull'andamento delle deformazioni sulla lunghezza del sensore stesso, con un risoluzione dell'ordine dei millimetri. Se correttamente collocati, tali sensori possono rilevare la nascita e l'evoluzione del danneggiamento in maniera molto precisa. Il problema sta però nel riuscire ad individuare le zone in cui è più probabile la generazione di un danno.

I due tipi di misura, localizzata o distribuita, presentano anche differenze dal punto di vista dell'acquisizione. Misurazioni con sensori in grado di arrivare a risoluzioni dell'ordine dei millimetri richiedono infatti sistemi di acquisizione molto complessi e delicati, difficilmente installabili a bordo di un velivolo e che non permettono frequenze di acquisizione elevate.

Al contrario, se non è richiesta una grande risoluzione spaziale possono essere utilizzate tecniche di acquisizione molto veloci, e strumenti più compatti e resistenti, installabili a bordo.

Queste peculiarità rendono i sensori del secondo tipo particolarmente adatti ad applicazioni *real time*, irrealizzabili invece per sensori appartenenti alla prima categoria.

La progettazione di un sistema di SHM completo deve quindi tenere in conto tutti questi aspetti, in modo da sfruttare appieno i vantaggi offerti da ciascuna tecnica e da ciascun tipo di sensore. Una strada promettente prevede l'integrazione di entrambi i tipi di sensori all'interno dello stesso sistema di misura, ma con finalità diverse. I sensori distribuiti, grazie all'applicabilità di tecniche di interrogazione rapida, vengono utilizzati per la determinazione in tempo reale del carico agente sulla struttura.

Al contrario i sensori ad alta risoluzione vengono posti in corrispondenza di zone critiche, quali gli incollaggi, in previsione però di un'acquisizione molto meno frequente, ad esempio in occasione delle manutenzioni programmate.

Approcci che prevedano l'integrazione delle misure provenienti da diversi tipi di sensore, e l'utilizzo di tecniche di analisi complesse dei dati misurati, hanno già mostrato risultati incoraggianti riguardo all'applicabilità di tecniche di SHM mediante sensori a fibra ottica alle strutture aeronautiche in composito [21, 34].

L'attività svolta in questa tesi ha come obiettivo l'indagine dell'applicabilità di tecniche di ricostruzione per via numerica della deformazione a diverse tipologie di sensori, sia di tipo quasi distribuito che di tipo localizzato, anche in vista di un impiego congiunto di entrambe le tipologie.

Capitolo 2

Sensori a reticolo di Bragg

2.1 Fibre ottiche

Le fibre ottiche sono filamenti di materiale polimerico oppure vetroso che permettono la trasmissione di segnali luminosi su grandi distanze e con perdite minime. Il segnale resta confinato all'interno della parte centrale della fibra (*core*) grazie al fenomeno della riflessione totale. Il *core* è infatti rivestito da uno strato di materiale avente indice di rifrazione diverso, il *cladding*, che fa in modo che la luce venga completamente riflessa all'interno del core e non venga dispersa. La fibra ottica è quindi costituita da due strati coassiali, che vanno a costituire una *guida d'onda*. Sulla parete esterna del cladding viene depositato uno strato di materiale protettivo, il *coating* che protegge la fibra e ne aumenta le caratteristiche meccaniche. In alcuni casi può essere aggiunto un ulteriore strato protettivo, denominato *jacket*.

Le fibre ottiche si distinguono in *monomodali* e *multimodali*, a seconda del numero di modi di propagazione trasversali possibili al loro interno. Nelle fibre monomodali, che sono le più utilizzate per applicazioni sensoristiche, è possi-

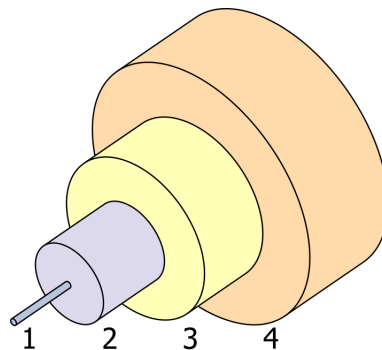


Figura 2.1: Struttura di una fibra ottica: 1) Core, 2) Cladding, 3) Coating, 4) Jacket.

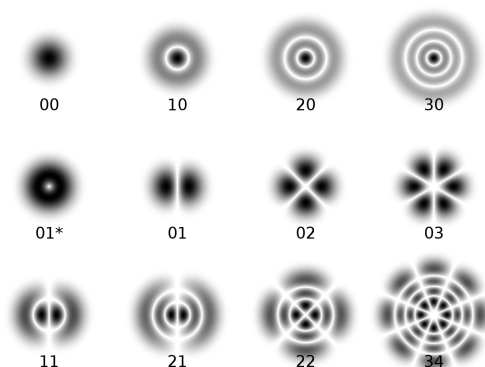


Figura 2.2: Modi trasversali possibili in una guida d'onda multimodale cilindrica. Il primo indice indica gli zeri radiali, il secondo quelli azimutali.

bile un solo modo di propagazione, mentre nelle fibre multimodali ci possono essere anche centinaia di modi di propagazione. Le caratteristiche ottiche e geometriche di core e cladding, così come la lunghezza d'onda della luce in ingresso, determinano quali modi sono presenti nella fibra. Le fibre multimodali trovano applicazione principalmente nel campo delle telecomunicazioni per la trasmissione di dati sulla corta distanza, dal momento che presentano un'elevata dispersività.

Per quanto riguarda le dimensioni, le fibre monomodali presentano un diametro del core di $8 \sim 10 \mu\text{m}$ mentre per quelle multimodali il diametro è maggiore, ed è compreso tra 50 e $62.5 \mu\text{m}$. Il diametro del cladding invece è tipicamente di $125 \mu\text{m}$, e può arrivare a $50 \sim 80 \mu\text{m}$ per le fibre di ultima generazione, a parità di diametro del core.

2.1.1 Teoria delle fibre ottiche: legge di Snell

Il funzionamento di una fibra ottica può essere studiato nell'ambito dell'ottica geometrica. Come già accennato, la luce rimane confinata all'interno della guida a causa del fenomeno della riflessione totale. Tale fenomeno viene spiegato per mezzo della *Legge di Snell* che descrive il comportamento di un campo (in questo caso la luce) che si propaga all'interfaccia tra due mezzi con caratteristiche differenti.

Con riferimento alla figura 2.3, definito θ_1 l'angolo formato tra il raggio incidente e la normale alla superficie dell'interfaccia; θ_2 l'angolo formato tra il raggio rifratto e la normale, la legge di Snell assume la seguente espressione:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (2.1)$$

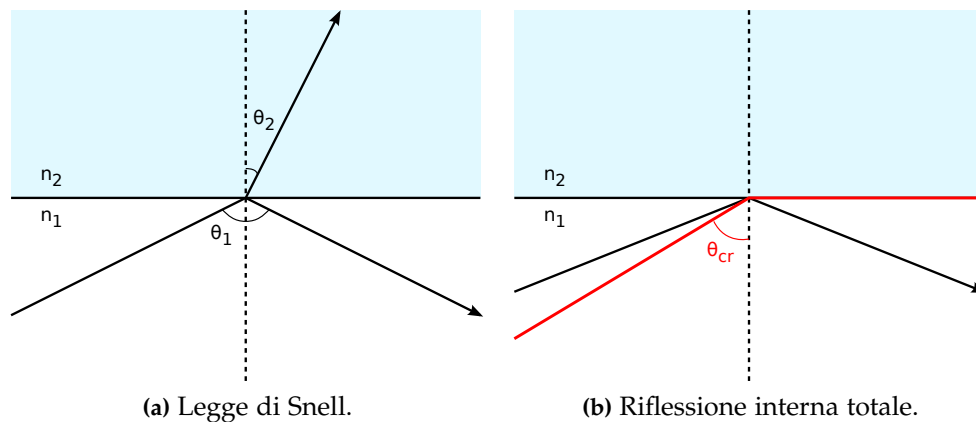


Figura 2.3: Il raggio incidente viene totalmente riflesso per angoli maggiori di quello critico. Per angoli minori è presente anche un raggio rifratto.

All'aumentare dell'inclinazione del raggio incidente, si arriva ad una condizione, detta *riflessione totale* per cui il raggio rifratto è coincidente con la superficie dell'interfaccia. L'angolo del raggio incidente in questa condizione viene definito *angolo limite*, e può essere calcolato con l'equazione 2.1 ponendo $\theta_2 = 90^\circ$

$$\theta_{\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad (2.2)$$

il core della fibra presenta un indice di rifrazione più elevato di quello del cladding, e permette quindi la riflessione totale interna del raggio trasmesso, a condizione che non venga superato l'angolo limite. Viene quindi definito per ogni fibra il *cono d'accettazione*: la zona dello spazio al cui interno deve rimanere il raggio incidente per avere riflessione totale. Per questo motivo è essenziale evitare di dare curvature eccessive alla fibra durante l'uso, poiché si potrebbe verificare la fuoriuscita del raggio incidente dal cono d'accettazione, con conseguente perdita di potenza del segnale (*bending loss*).

Il problema della *bending loss* è diventato meno sentito negli ultimi tempi, grazie alla comparsa di fibre *bending insensitive*, che, grazie ad una particolare modulazione dell'indice di rifrazione tra il cladding ed il core della fibra, permettono di raggiungere raggi di curvatura stretti senza perdite significative [20]. Un'altra strategia per aumentare il cono d'accettazione, e quindi diminuire le perdite, prevede di utilizzare fibre con diametri del core molto piccoli.

2.1.2 Utilizzo delle fibre ottiche

Le fibre ottiche vengono utilizzate principalmente nel campo delle telecomunicazioni per trasmissione di dati ad alta velocità. Negli ultimi anni, grazie a costi

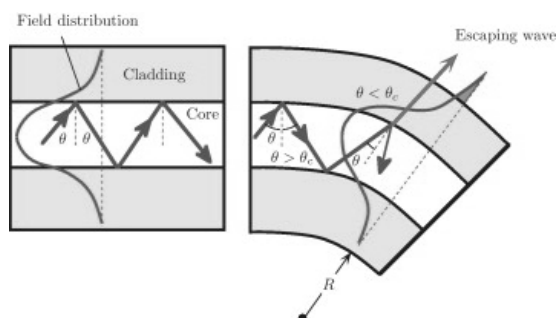


Figura 2.4: Raggi di curvatura eccessivi.

sempre minori e ad un miglioramento nelle tecnologie produttive, hanno trovato largo impiego anche in altri ambiti, come quello della sensoristica. I vantaggi delle fibre ottiche rispetto a strumenti di trasmissione delle informazioni più tradizionali sono:

- leggerezza e bassa intrusività;
- insensibilità ai disturbi di tipo elettromagnetico;
- elevata resistenza a fattori ambientali (ad esempio alte temperature o condizioni climatiche avverse);
- bassa attenuazione, che consente di trasmettere dati su lunghe distanze;
- elevata velocità di trasmissione;
- alta resistenza elettrica, che consente l'uso della fibra vicino ad elementi ad alto potenziale, oppure tra due aree a potenziale diverso;
- possibilità di multiplexing sulla stessa fibra;
- bassa potenza contenuta nei segnali;
- elevata banda di trasmissione;

Gli spettri luminosi vengono solitamente descritti in termini di lunghezza d'onda. Non tutte le lunghezze d'onda della luce sono utilizzate per la trasmissione di dati, dal momento che alcune di queste presentano valori di dispersione elevati, a causa delle caratteristiche di assorbimento degli atomi che costituiscono il materiale del core della fibra. È quindi conveniente trasmettere nelle bande di lunghezza d'onda che presentano valori di attenuazione inferiori. Vengono quindi identificate tre finestre di trasmissione, in corrispondenza dei minimi della funzione di dispersione, centrate rispettivamente su 850, 1300 e 1550 μm . In figura 2.5 sono rappresentate queste tre bande e l'andamento globale della dispersione.

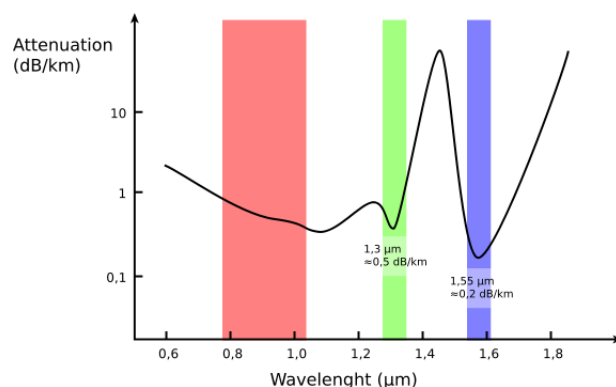


Figura 2.5: Finestre di trasmissione utilizzate.

2.2 Reticoli di diffrazione

I reticoli di diffrazione, nel caso di apparecchiature ottiche, sono costituiti da un insieme di elementi di diffrazione (aperture od ostacoli) separati tra loro da una distanza dello stesso ordine di grandezza delle lunghezze d'onda della luce incidente. Questi reticoli possono essere costruiti in svariati modi, a seconda dell'applicazione per cui sono progettati [4, 24]. Tipicamente si tratta di una serie di fessure in uno schermo opaco oppure di scanalature ricavate su una superficie riflettente. In alcuni casi vengono prodotti sovrapponendo strati sottili di materiale ad indice di rifrazione differente. La caratteristica fondamentale dei reticoli di diffrazione è la capacità di modificare la fase o l'ampiezza di un'onda elettromagnetica incidente in base alle caratteristiche di modulazione spaziale del reticolo.

Per comprendere questo fenomeno, conviene partire dal caso più semplice di reticolo di diffrazione, costituito da due fessure di ampiezza infinitesima in uno schermo opaco [4, 12]. In figura 2.6 è illustrato un semplice esperimento, definito esperimento di Young, utilizzato per spiegare il fenomeno della diffrazione.

Da un lato del reticolo è posta una sorgente luminosa equidistante da entrambe le fessure. Dall'altra parte è invece posto uno schermo ad una distanza $D \gg d$, come illustrato in figura 2.7 (a). Le due fessure possono essere trattate come due sorgenti luminose puntiformi di eguale intensità, in base al *Principio di Huygens-Fresnel* [12]. L'obiettivo di questa analisi è trovare le direzioni (angoli θ) in cui si ha interferenza costruttiva delle onde elettromagnetiche uscenti da queste due fessure.

Definito E_0 il valore del campo elettrico all'altezza del reticolo, che è anche il valore del campo delle sorgenti puntuali, le onde elettromagnetiche uscenti da

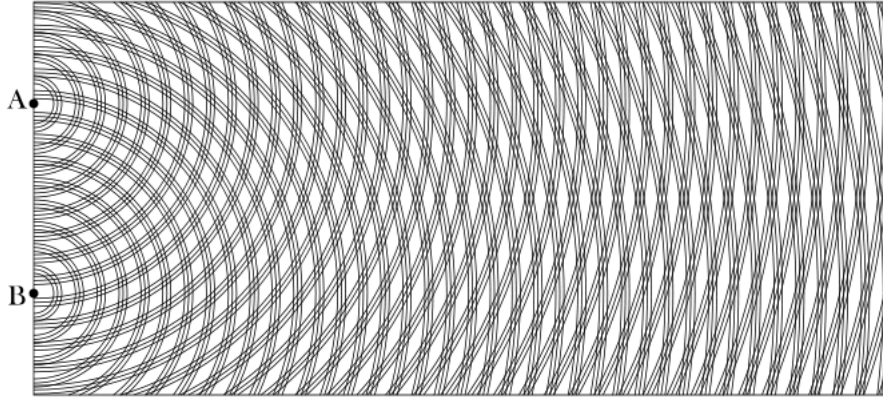


Figura 2.6: Diffrazione generata da due sorgenti puntiformi.

A e B, e propagantisi in direzione x possono essere espresse come:

$$E_A = E_0 e^{i(kx - \omega t)} \quad E_B = E_0 e^{i(k(x+l) - \omega t)} \quad (2.3)$$

dove $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ed ω sono rispettivamente il vettore d'onda la frequenza della luce incidente. La lunghezza $l = d \sin \vartheta$ rappresenta invece la differenza di cammino ottico tra le due onde in direzione x . La somma di queste due onde risulta essere:

$$E_t = E_A + E_B = E_0 e^{i(kx - \omega t)} [1 + e^{ikl}] \quad (2.4)$$

La figura di interferenza dipende dall'intensità del campo elettromagnetico risultante. Dal momento che lo scopo di questa trattazione è determinare semplicemente la *direzione* ϑ dei massimi di E_t , e non il loro valore, è sufficiente considerare che:

$$I \propto E_t^2 \propto (1 + e^{ikl})^2$$

da cui, semplificando:

$$I \propto 4 \cos^2 \left(\frac{kl}{2} \right) \quad (2.5)$$

Si può quindi ricavare la condizione di intensità massima:

$$\frac{kl}{2} = m\pi \quad (2.6)$$

dove m è un numero intero, e prende il nome di *ordine* del massimo, definito anche *frangia di interferenza*. Tenendo conto che $l = d \sin \vartheta$ si ricavano le direzioni ϑ in cui la figura di interferenza presenta un massimo

$$\sin \vartheta = \frac{m\lambda}{d} \quad (2.7)$$

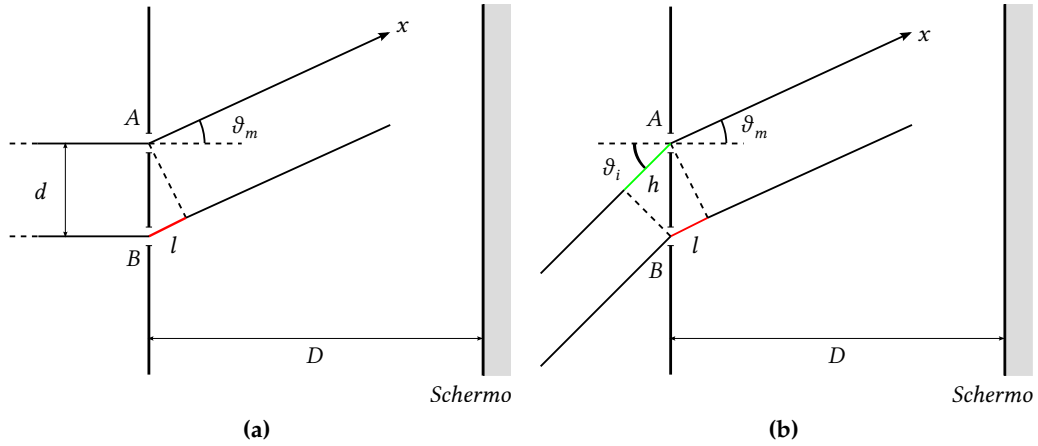


Figura 2.7: Reticoli di diffrazione.

Questa condizione prende il nome di *condizione di Bragg*. In modo equivalente, si può ricavare la differenza di cammino ottico per cui si ha un massimo

$$l = m\lambda \quad (2.8)$$

Affinché ci sia interferenza costruttiva tra due onde, quindi, la differenza di cammino ottico tra le due deve essere un multiplo della lunghezza d'onda della luce incidente sul reticolo.

Considerando ora il caso più generale in cui la luce incidente è inclinata rispetto al reticolo, come illustrato in figura 2.7 (b), la differenza di cammino ottico totale diventa

$$l - h = d(\sin \vartheta_2 - \sin \vartheta_1) \quad (2.9)$$

da cui, tenendo conto della 2.8, si ricava la condizione di interferenza costruttiva massima

$$d(\sin \vartheta_2 - \sin \vartheta_1) = m\lambda \quad (2.10)$$

Questa equazione permette di trovare la direzione delle frange d'interferenza per un reticolo qualsiasi, note le sue grandezze caratteristiche e quelle della luce incidente. Risulta evidente come il numero di ordini m possa essere controllato operando sulla distanza d .

2.3 Fiber Bragg Gratings

In questo caso, il reticolo di diffrazione viene ottenuto per mezzo di una variazione periodica dell'indice di rifrazione del core della fibra [18]. La modulazione periodica è ottenuta per mezzo di un laser a luce UV che altera localmente le

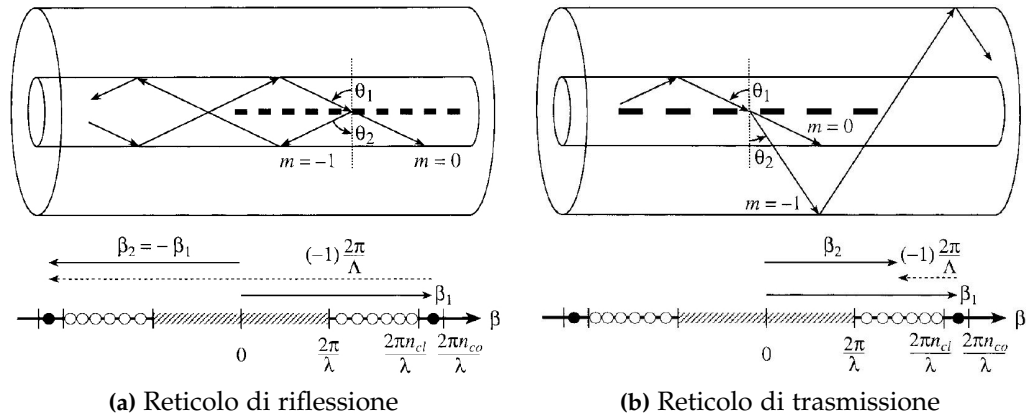


Figura 2.8: Tipologie di reticoli iscritti in fibra ottica. Sono riportati i valori delle costanti di propagazione dei singoli modi.

proprietà fisiche del materiale, aumentandone leggermente l'indice di rifrazione, andando a costruire una serie di frange all'interno del core. Questa particolare struttura prende il nome di *Fiber Bragg Grating*.

Procedendo analogamente al caso più semplice trattato nel precedente paragrafo, è possibile determinare anche per un reticolo iscritto in fibra ottica sotto quali condizioni si verifica interferenza costruttiva per la luce trasmessa e riflessa all'interno della fibra [6, 10, 18]. Nel caso di un'onda che si propaga all'interno di un mezzo con indice di rifrazione n non unitario, l'equazione 2.10 assume la forma

$$\Lambda n (\sin \vartheta_2 - \sin \vartheta_1) = m\lambda \quad (2.11)$$

Dove Λ è il periodo del reticolo. Definendo quindi l'indice di rifrazione efficace n_{eff} per entrambi gli angoli

$$n_{\text{eff},1} = n \sin \vartheta_1 \quad n_{\text{eff},2} = n \sin \vartheta_2$$

e le costanti di propagazione del modo

$$\beta_1 = n_{\text{eff},1} \frac{2\pi}{\lambda} \quad \beta_2 = n_{\text{eff},2} \frac{2\pi}{\lambda}$$

è possibile riscrivere l'equazione 2.11 come

$$\beta_2 - \beta_1 = m \frac{2\pi}{\Lambda} \quad (2.12)$$

Tipicamente nelle fibre ottiche risulta dominante il primo ordine di diffrazione, corrispondente a $m = -1$. A valori positivi di β , corrispondono modi viaggianti in direzione $+z$ (trasmissione), mentre per β negativo si hanno modi

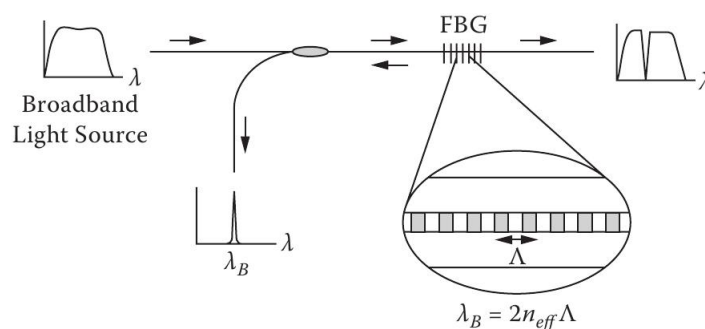


Figura 2.9: Spettri riflessi e trasmessi da un sensore FBG.

viaggianti in direzione opposta (riflessione). A seconda della direzione in cui vengono accoppiati i modi, si possono quindi classificare i reticoli come *reticoli di Bragg*, o di *riflessione* e *reticoli di trasmissione*, detti anche *Long Period Gratings*. In figura 2.8 viene illustrato il funzionamento di entrambi i tipi di reticolo.

Limitandosi al caso dei reticoli di riflessione, l'equazione 2.12 può essere riscritta come

$$\lambda = \Lambda (n_{eff,1} + n_{eff,2}) \quad (2.13)$$

da cui, imponendo che l'angolo di trasmissione sia uguale all'angolo di riflessione, ossia $\vartheta_1 = -\vartheta_2$, si ottiene la relazione caratteristica di un reticolo di Bragg, che fornisce la lunghezza d'onda λ_B per la quale si ha un massimo del segnale riflesso

$$\lambda_B = 2n_{eff}\Lambda \quad (2.14)$$

Il fatto che la lunghezza d'onda riflessa dipenda dal passo del reticolo implica che qualsiasi variazione subisca il passo può essere facilmente rilevata come variazione di lunghezza d'onda. Per questa ragione i reticoli di Bragg possono essere utilizzati come sensori di deformazione e di temperatura, anche in virtù della loro bassa invasività e facilità di inglobamento nella struttura [2, 22, 30]. Un ulteriore vantaggio è rappresentato dalla linearità della dipendenza $\lambda_B - \Lambda$ che viene mantenuta fino alla rottura del sensore.

Si ha una traslazione rigida dell'intero spettro solo nel caso di variazione uniforme del passo del reticolo, condizione che si verifica quando il sensore viene sottoposto ad una sollecitazione, termica o meccanica, costante. Se ad esempio sul sensore agisce una deformazione variabile sulla lunghezza del reticolo, cambia anche la forma dello spettro, rendendo molto complessa, se non impossibile, l'identificazione della deformazione. In presenza di una deformazione lineare, tuttavia, la variazione di lunghezza d'onda di Bragg dà la deformazione media sul sensore.

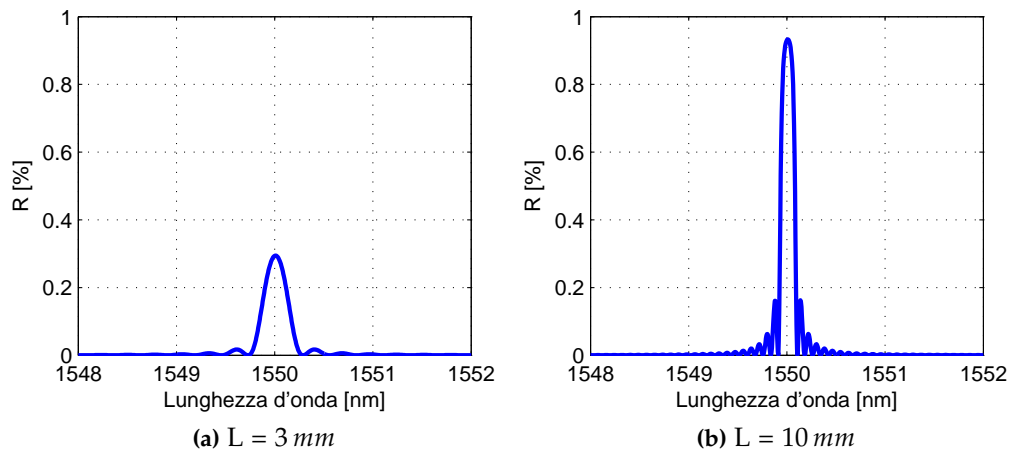


Figura 2.10: Forma dello spettro riflesso per diverse lunghezze del reticolo.

La potenza riflessa aumenta con la lunghezza del sensore, dal momento che aumenta il numero di riflessioni che subisce la luce. Allo stesso modo, sensori più lunghi presentano uno spettro più stretto, come è illustrato in figura 2.10.

2.3.1 Tipi di reticolo

Durante il processo di iscrizione del reticolo, è possibile modificarne sia le caratteristiche ottiche che quelle geometriche. Nel primo caso si ottengono reticoli *apodizzati* cioè reticoli che non presentano lobi ai lati del picco principale. Esistono vari tipi di apodizzazione, che vengono descritti come modulazione dell'indice di rifrazione efficace. In figura 2.11 è illustrato l'effetto di un'apodizzazione sullo spettro di riflessione di un reticolo, a parità di caratteristiche.

Nel caso venga modificato il passo del reticolo, si ottengono invece reticoli *chirped*. Reticoli di questo tipo danno luogo ad uno spettro allargato, dal momento che ogni frangia, avendo un periodo Λ_i diverso dalle altre, riflette una lunghezza d'onda λ_B differente. Questa caratteristica può essere sfruttata per ricostruire deformazioni con andamento arbitrario, in quanto esiste una relazione tra lunghezza d'onda e posizione sul sensore [8, 23]. In figura 2.12 è possibile vedere l'effetto di una deformazione complessa su un reticolo con *chirp* lineare.

La ricostruzione della deformazione richiede tuttavia procedure più complesse rispetto alla semplice lettura di una variazione di lunghezza d'onda del picco, dal momento che l'informazione sull'andamento della deformazione è contenuto nella forma dello spettro.

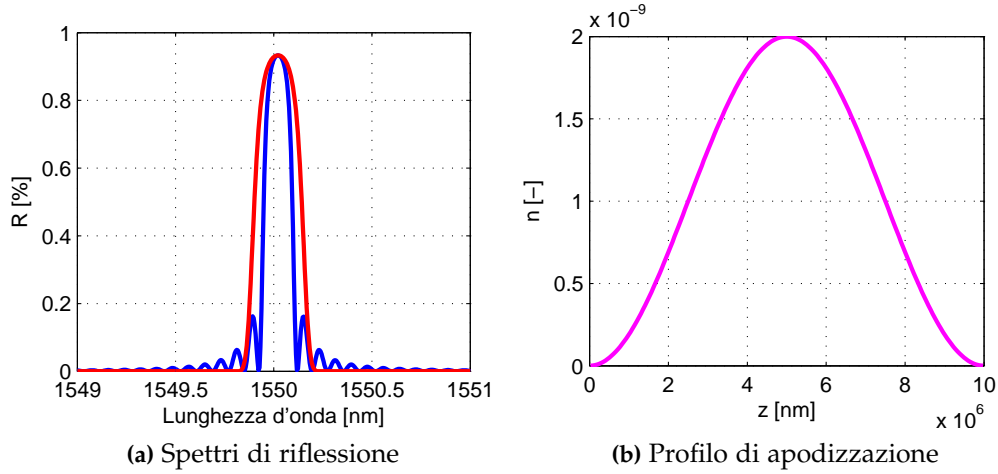


Figura 2.11: Confronto tra gli spettri di riflessione del reticolo apodizzato e non apodizzato

2.3.2 Legame foto-termo-elastico

Come visto nella precedente sezione, una sollecitazione agente sul sensore si manifesta per mezzo di una variazione nello spettro riflesso. Diventa quindi necessario stabilire una relazione tra la sollecitazione e le caratteristiche dello spettro. Per fare ciò si utilizza il legame *foto-termo-elastico* che lega la deformazione alla variazione di proprietà ottiche di un reticolo uniforme [11, 18]. Differenziando l'equazione 2.14 è possibile evidenziare la dipendenza della variazione di lunghezza d'onda dalle grandezze da misurare.

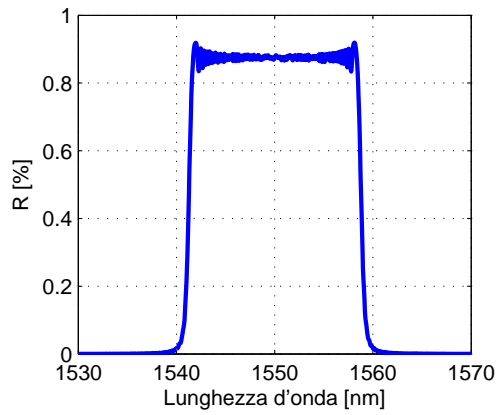
$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \frac{\Delta\Lambda}{\Lambda} + \frac{\Delta n_{\text{eff}}}{n_{\text{eff}}} = \varepsilon_z + \frac{\Delta n_{\text{eff}}}{n_{\text{eff}}} \quad (2.15)$$

In cui $\Delta\Lambda$ è la variazione del passo che, divisa per il passo del reticolo indeformato, dà la deformazione lungo l'asse del sensore ε_z . Il termine Δn_{eff} rappresenta invece la variazione di indice di rifrazione del reticolo dovuta alla sollecitazione, meccanica o termica. La deformazione assiale può essere scomposta per evidenziare la componente meccanica e quella termica:

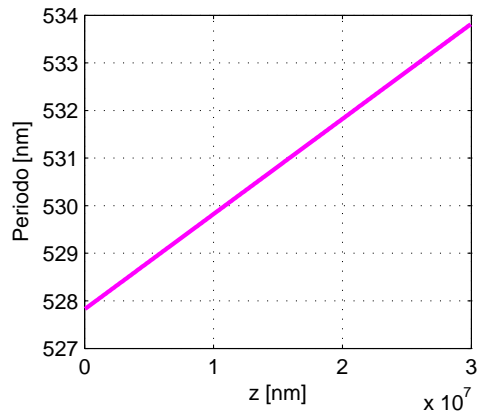
$$\varepsilon_z = \varepsilon_z^t + \varepsilon_z^m = \alpha\Delta T + \varepsilon_z^m \quad (2.16)$$

dove α rappresenta il coefficiente di dilatazione termica della fibra ottica. La variazione di indice di rifrazione è invece descritta dalla relazione [32]:

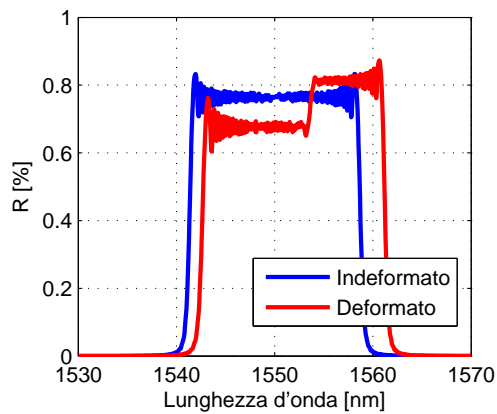
$$\Delta n_{\text{eff}} = -\frac{n_{\text{eff}}^3}{2} \left[p_{12}\varepsilon_z + (p_{11} + p_{12})\varepsilon_r - \left(\frac{2}{n_{\text{eff}}^3} \frac{dn}{dT} \right) \Delta T \right] \quad (2.17)$$



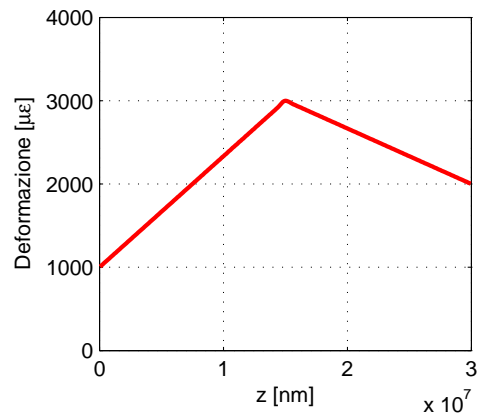
(a) Reticolo non deformato



(b) Andamento del periodo lungo il sensore



(c) Reticolo deformato



(d) Deformazione

Figura 2.12: Spettro di un reticolo chirped e comportamento del reticolo sottoposto ad una deformazione complessa.

dove si sono indicati con:

- p_{ij} le componenti del tensore opto-elastico.
- ε_r la deformazione radiale del core della fibra.
- ΔT la variazione di temperatura.

Sostituendo quindi nell'equazione 2.15 si ottiene il legame foto-termo-elastico completo:

$$\Delta\lambda_B = \lambda_B \left[\varepsilon_z - \frac{n_{\text{eff}}^2}{2} [p_{12}\varepsilon_z + (p_{11} + p_{12})\varepsilon_r] \right] + \lambda_B \left[\alpha + \frac{1}{n_{\text{eff}}} \left(\frac{dn}{dT} \right) \right] \Delta T \quad (2.18)$$

Questa equazione può essere semplificata, introducendo le seguenti costanti, e tenendo conto del legame elastico lineare per il core della fibra:

- Costante foto-elastica $p_e = \frac{n_{\text{eff}}^2}{2} (p_{12} - \nu(p_{11} + p_{12}))$
- Coefficiente termo-ottico $\zeta = \frac{1}{n_{\text{eff}}} \left(\frac{dn}{dT} \right)$

Così facendo l'equazione 2.18 può essere riscritta in maniera compatta, mettendo in evidenza la dipendenza dalla temperatura e dalla sollecitazione meccanica:

$$\Delta\lambda_B = \lambda_B(1 - p_e)\varepsilon_z + \lambda_B(\alpha + \zeta)\Delta T \quad (2.19)$$

Oppure, definendo due nuove costanti K_e e K_T

$$\Delta\lambda_B = K_e\varepsilon_z + K_T\Delta T. \quad (2.20)$$

Le costanti di proporzionalità solitamente sono determinate sperimentalmente, dal momento che spesso non sono note in modo esatto tutte le grandezze necessarie ad un calcolo analitico [30]. Quanto detto in questa sezione è valido per reticoli a passo costante, ma può essere applicato a delle sezioni sufficientemente corte di un reticolo chirped, per cui non si hanno variazioni significative del passo.

2.4 Tecnologia di produzione di *Draw Tower Gratings*

In un processo di produzione tradizionale, la fibra viene inizialmente filata e ricoperta con il coating. Dal momento che il coating non permette il passaggio della luce, la porzione destinata all'iscrizione viene trattata in modo da rimuovere il coating (operazione che prende il nome di *stripping*), e successivamente esposta ad un laser a luce UV che, modificando localmente l'indice di rifrazione della fibra, iscrive il reticolo. Infine la parte trattata viene ricoperta con un nuovo coating (*recoating*). Questo procedimento, utilizzato per la produzione della

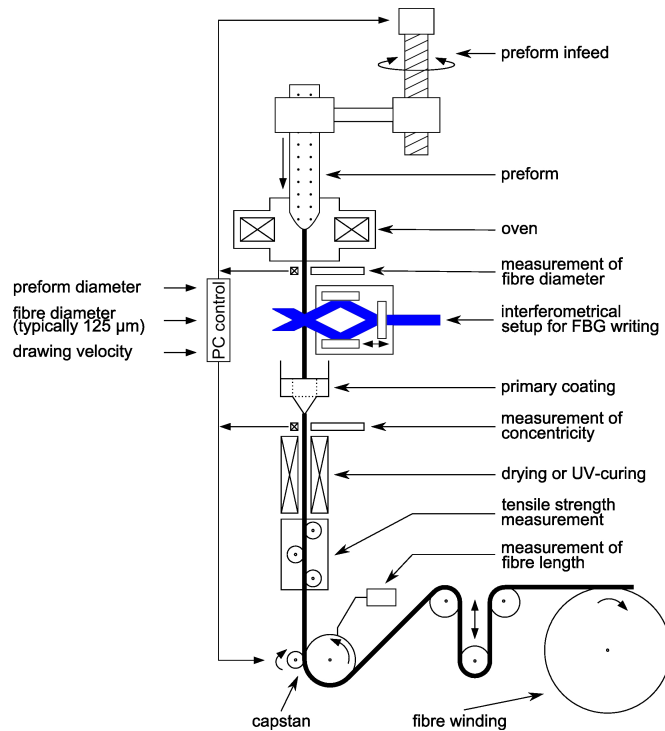


Figura 2.13: Processo di produzione di sensori *Draw Tower Gratings*

maggior parte dei sensori, indebolisce la fibra nel punto in cui viene rimosso il coating, cosa che limita sia l'affidabilità che il campo di misura del sensore. Questo problema diventa critico nella produzione di array di sensori, dal momento che la zona soggetta a stripping e recoating può essere molto estesa, aumentando le probabilità che si crei un difetto.

I sensori *Draw Tower Gratings* sono invece iscritti direttamente dopo il processo di filatura della fibra, prima della deposizione del coating, come illustrato in figura 2.13. In questo modo vengono mantenute le proprietà meccaniche della fibra originale, dal momento che non è più necessario rimuovere il coating prima di inscrivere il sensore. In passato i reticoli prodotti con questa tecnica presentavano riflettività molto ridotte, a causa del limite di tempo di esposizione dovuto all'elevata velocità di filatura della fibra. Negli ultimi anni, grazie all'utilizzo di materiali con fotosensibilità più elevata e ad un miglior controllo di processo, che permette velocità di filatura più basse, è diventato possibile ottenere reticoli con riflettività del 30 ~ 50% [7]. Questa tecnologia innovativa presenta diversi vantaggi rispetto ad un processo di produzione tradizionale [14, 29]:

Elevata resistenza meccanica. Dal momento che il coating viene posto sulla fibra *dopo* l'iscrizione del reticolo, non sono più necessarie le operazioni di *stripping* e di *recoating* dei processi tradizionali. In questo modo la resisten-

za meccanica del sensore risulta essere pari a quella della fibra originale, e quindi molto più elevata (fino a 5 volte maggiore) rispetto a quella di un sensore tradizionale.

Possibilità di produrre *array* di sensori. Il processo permette di creare agevolmente array molto lunghi, eventualmente senza discontinuità tra un sensore ed il successivo, e senza bisogno di incollare più fibre in sequenza (array *spliceless*). In questo modo si riesce ad approssimare in modo discreto un reticolo di tipo chirped. La distanza minima tra i centri di due reticoli, e quindi la risoluzione spaziale del sensore, è tuttavia limitata a 10 *mm*, poiché la velocità di filatura. Variando la lunghezza dei singoli sensori e la loro lunghezza d'onda è possibile ottenere spettri con caratteristiche diverse a seconda delle esigenze.

Bassi costi. Trattandosi di un processo completamente automatico, i costi di un array di sensori risultano essere relativamente contenuti, di poco superiori a quelli di un sensore singolo ottenuto con processi tradizionali.

Capitolo 3

Risoluzione del problema inverso

Il problema centrale dello *Structural Health Monitoring* consiste nella ricostruzione dello stato di sforzo o di deformazione della struttura a partire dai dati in uscita dai sensori. Nel caso di sensori a reticolo di Bragg, questo si traduce nel cosiddetto *Problema Inverso*, cioè l'identificazione della deformazione del sensore a partire dallo spettro rilevato.

La risoluzione di questo problema è tutt'altro che banale, e non esiste un metodo univoco ed universalmente riconosciuto come valido per la sua soluzione. L'approccio più comune prevede di affiancare metodi di simulazione numerica del reticolo ad algoritmi di ottimizzazione che cercano la soluzione come minimo di una funzione costo ottenuta dal confronto tra lo spettro acquisito sperimentalmente nella configurazione deformata e quello simulato [26, 27, 35]. Una tecnica di questo tipo è stata sviluppata in [1], in cui viene utilizzato un algoritmo genetico per la parte di ottimizzazione, e che costituisce il punto di partenza per il lavoro di modellazione presentato in questa tesi.

Come prima cosa è quindi necessario sviluppare uno strumento per la simulazione di reticoli, anche complessi, da integrare successivamente in un algoritmo di ottimizzazione. Nella sezione seguente viene descritta la *Coupled Mode Theory*, il modello su cui si basano tutti i principali metodi di simulazione numerica di reticoli inscritti in fibra ottica [10, 13].

Nelle sezioni successive viene invece definito il problema di ottimizzazione, e viene presentato un metodo per la sua risoluzione basato sulla combinazione di due diversi algoritmi.

3.1 Modellazione del sensore: *Coupled Mode Theory*

La *Coupled Mode Theory* è una teoria che permette di descrivere in modo semplificato la propagazione della luce all'interno di una fibra ottica in presenza di discontinuità quali reticoli di Bragg o altre variazioni delle proprietà ottiche

della fibra. Una derivazione completa della teoria a partire dalle equazioni di Maxwell per un campo elettromagnetico può essere trovata in [25] oppure in [18]. Il campo elettrico lungo la lunghezza della fibra può essere espresso come una sovrapposizione di j modi:

$$E_t(x, y, z, t) = \sum_j \left[A_j(z) e^{i\beta_j z} + B_j(z) e^{-i\beta_j z} \right] \vec{e}_{jt}(x, y) e^{-i\omega t} \quad (3.1)$$

dove A_j rappresenta l'ampiezza del j -esimo modo viaggiante in direzione $+z$, B_j l'ampiezza del corrispondente modo viaggiante in direzione $-z$, $\vec{e}_{jt}(x, y)$ la distribuzione spaziale trasversale del campo ed infine il termine $e^{-i\omega t}$ rappresenta la variazione temporale. Nel caso non ci siano perturbazioni nella guida non c'è interazione tra i modi in direzione $+z$ e in direzione $-z$ dal momento che i modi sono ortogonali tra loro.

In presenza di un reticolo invece i modi sono accoppiati, e di conseguenza l'evoluzione dei coefficienti A e B lungo z è governata dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \frac{dA_j}{dz} = i \sum_k A_k (K_{kj}^t + K_{kj}^z) e^{i(\beta_k - \beta_j)z} + i \sum_k B_k (K_{kj}^t - K_{kj}^z) e^{-i(\beta_k + \beta_j)z} \\ \frac{dB_j}{dz} = -i \sum_k A_k (K_{kj}^t - K_{kj}^z) e^{i(\beta_k + \beta_j)z} - i \sum_k B_k (K_{kj}^t + K_{kj}^z) e^{-i(\beta_k - \beta_j)z} \end{cases} \quad (3.2)$$

dove K_{kj}^t e K_{kj}^z sono rispettivamente coefficienti di accoppiamento trasversale e longitudinale. Solitamente K_{kj}^z è trascurabile rispetto a K_{kj}^t quindi non viene preso in considerazione. Nelle fibre ottiche monomodali in cui vengono iscritti i FBG usati come sensori, sono presenti solo due modi, uno di trasmissione ed uno di riflessione, che si propagano nelle due direzioni opposte $+z$ e $-z$.

È quindi possibile semplificare le equazioni 3.2 considerando solo l'accoppiamento tra questi due modi. Vengono inoltre trascurati i termini che presentano oscillazioni molto rapide in direzione z in quanto contribuiscono molto poco all'ampiezza del singolo modo. Di conseguenza, le equazioni 3.2 possono essere scritte nella forma semplificata:

$$\begin{cases} \frac{dR}{dz} = i\hat{\sigma}R(z) + i\kappa S(z) \\ \frac{dS}{dz} = -i\hat{\sigma}S(z) - i\kappa^* R(z) \end{cases} \quad (3.3)$$

In cui R ed S sono i modi:

$$R(z) = A(z) e^{i\delta z - \varphi/2} \quad S(z) = B(z) e^{-i\delta z + \varphi/2}$$

Il coefficiente di auto accoppiamento $\hat{\sigma}$ è definito come:

$$\hat{\sigma} = \delta + \sigma - \frac{1}{2} \frac{d\varphi}{dz} \quad (3.4)$$

dove δ è lo sfasamento, indipendente da z per ogni reticolo:

$$\delta = \beta - \beta_B = 2\pi n_{\text{eff}} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_B} \right)$$

in cui λ_B è la lunghezza d'onda di Bragg per un reticolo uniforme di periodo Λ , $\lambda_B = 2n_{\text{eff}}\Lambda$. Il termine $\frac{d\varphi}{dz}$ rappresenta invece un eventuale chirp del reticolo ed è quindi dipendente da z . Infine σ , per un reticolo monomodale, è pari a

$$\sigma = \frac{2\pi}{\lambda} \overline{\delta n_{\text{eff}}}$$

I coefficienti di accoppiamento intermodali sono definiti come

$$\kappa = \kappa^* = \frac{\pi}{\lambda} v \overline{\delta n_{\text{eff}}} \quad (3.5)$$

Le equazioni 3.3 sono quindi un sistema di equazioni differenziali a coefficienti non costanti. Nel caso di reticolo uniforme, il termine di chirp in $\hat{\sigma}$ è nullo, e di conseguenza tutti i coefficienti sono costanti. In questo caso, in presenza di opportune condizioni al contorno, le equazioni ammettono soluzione in forma chiusa

$$\begin{cases} R(z) = \left[(\cosh \sigma z - \frac{i\delta}{\sigma} \sinh \sigma z) R_0 - \frac{i\kappa}{\sigma} e^{i\varphi} \sinh \sigma z S_0 \right] e^{i\delta z} \\ S(z) = \left[\frac{i\kappa}{\sigma} e^{-i\varphi} \sinh \sigma z R_0 + (\cosh \sigma z + \frac{i\delta}{\sigma} \sinh \sigma z) S_0 \right] e^{-i\delta z} \end{cases} \quad (3.6)$$

Nel caso di coefficienti dipendenti da z , caso che si verifica in presenza di chirp o apodizzazione del reticolo, è invece necessario ricorrere a dei metodi approssimati. Un primo approccio consiste nell'integrazione diretta delle equazioni della *Coupled Mode Theory* 3.3, a partire da opportune condizioni al contorno. Questa strada porta però a tempi di calcolo molto lunghi, ed è quindi inadatta ad applicazioni in cui vengono effettuate molte simulazioni. Un metodo alternativo, e molto utilizzato data la sua velocità e precisione, è rappresentato dal *Transfer Matrix Method*, descritto nella sezione seguente, che prevede di suddividere il reticolo in un numero finito di sottoreticoli a passi costanti, e di sfruttare quindi la conoscenza della soluzione analitica 3.6 per questo tipo di reticolo. Esiste anche un terzo metodo, definito *Thin Layer Approach* oppure *Layered Dielectric Media*, basato anch'esso su un approccio di tipo transfer matrix, secondo cui il reticolo suddiviso in sottosezioni, in ognuna delle quali l'indice di rifrazione viene considerato costante [1, 25]. Questo metodo risulta tuttavia molto lento se paragonato al Transfer Matrix Method, soprattutto per reticoli chirped o apodizzati e non verrà quindi preso in esame in questo lavoro [17, 28].

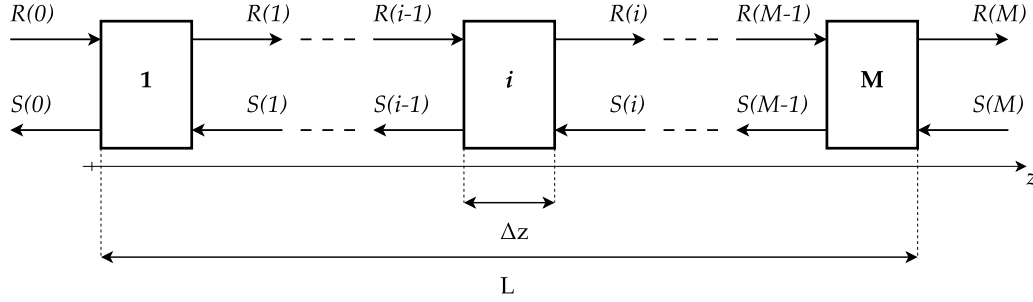


Figura 3.1: Suddivisione del reticolo per la modellazione con il Transfer Matrix Method

3.2 Transfer Matrix Method

Il Transfer Matrix method prevede la suddivisione del reticolo in M sottoreticoli *uniformi* di dimensione Δz , per i quali è noto l'andamento del campo elettromagnetico trasmesso e riflesso dalle eq. 3.6. I coefficienti di trasmissione e riflessione del reticolo completo sono quindi calcolati concatenando tutti i sottoreticoli.

Considerando l' i -esimo sottoreticolo, è possibile calcolare i campi all'estremità di destra R_i ed S_i noti i campi all'estremità sinistra R_{i-1} ed S_{i-1} utilizzando le equazioni 3.6. Esprimendo la soluzione in forma matriciale si ottiene

$$\begin{bmatrix} R_i \\ S_i \end{bmatrix} = F_i \begin{bmatrix} R_{i-1} \\ S_{i-1} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

dove la matrice di trasferimento F_i è definita come:

$$F_i = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma_B \Delta z) - i \frac{\hat{\sigma}}{\gamma_B} \sinh(\gamma_B \Delta z) & -i \frac{\kappa}{\gamma_B} \sinh(\gamma_B \Delta z) \\ i \frac{\kappa}{\gamma_B} \sinh(\gamma_B \Delta z) & \cosh(\gamma_B \Delta z) + i \frac{\hat{\sigma}}{\gamma_B} \sinh(\gamma_B \Delta z) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

dove $\hat{\sigma}$ e κ sono i valori dei coefficienti di accoppiamento calcolati nel punto medio della singola sezione. Il termine γ_B è dato da

$$\gamma_B = \sqrt{\kappa^2 - \hat{\sigma}^2}$$

Note tutte le matrici di trasferimento, è possibile calcolare la matrice di trasferimento dell'intero reticolo, che permette quindi di legare le ampiezze in ingresso nel reticolo con quelle in uscita

$$\begin{bmatrix} R_M \\ S_M \end{bmatrix} = \underbrace{F_M F_{M-1} \cdots F_i \cdots F_1}_F \begin{bmatrix} R_0 \\ S_0 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Una volta ottenuta la matrice di trasferimento del reticolo completo F è possibile calcolare i coefficienti di trasmissione e riflessione. Questa operazione andrà

ripetuta per ogni lunghezza d'onda d'interesse.

$$r(\lambda) = \frac{B_0}{A_0} = \frac{R_0}{S_0} = \frac{F_{21}}{F_{11}} \quad (3.10)$$

$$t(\lambda) = \frac{A_M e^{-i\beta\Delta z}}{A_0} = \frac{S_M}{S_0} = \frac{1}{F_{11}} \quad (3.11)$$

Questo metodo è in grado di simulare con sufficiente accuratezza e velocità qualsiasi tipo di reticolo, con profilo di chirp e di apodizzazione arbitrari.

3.3 Definizione del problema di ottimizzazione

Come già detto, la risoluzione del problema inverso prevede l'utilizzo di una procedura di ottimizzazione, il cui scopo è minimizzare una determinata funzione costo che tenga conto dell'errore tra lo spettro in uscita dal sensore e lo spettro simulato numericamente. Il minimo della funzione costo corrisponde alla combinazione di parametri (variabili di ottimizzazione) per cui lo spettro simulato si avvicina di più a quello rilevato sperimentalmente.

Data la grande disponibilità di algoritmi di ottimizzazione di provata efficacia, è necessario scegliere quello che più si adatta al problema in esame [33]. Considerata l'elevata complessità del problema e soprattutto la variabilità della funzione costo (che dipende dal tipo di reticolo considerato) la scelta è ricaduta su un algoritmo di tipo ibrido, basato cioè sulla combinazione di due diversi algoritmi di ottimizzazione.

Una prima fase della ricerca del minimo viene effettuata per mezzo di un algoritmo genetico, che permette di avvicinarsi al minimo in un numero contenuto di iterazioni, data la sua capacità di campionare lo spazio di ricerca in modo molto efficiente. Dopo un certo numero di iterazioni, l'algoritmo genetico viene fermato, e viene fatto partire un algoritmo *pattern search* per mezzo del quale viene effettuata la parte finale della ricerca.

3.3.1 Funzione costo

La funzione costo deve correttamente tenere conto delle grandezze rappresentative dello spettro, in modo che una sua minimizzazione porti lo spettro simulato ad avere tali grandezze coincidenti con quelle dello spettro sperimentale. Per questa ragione, è stata definita la funzione 3.12, in cui x rappresenta il vettore contenente le variabili di ottimizzazione.

$$f(x) = W_{\text{int}} \frac{\|\mathbf{r}_{\text{ref}} - \mathbf{r}_{\text{sim}}\|}{\|\mathbf{r}_{\text{ref}}\|} + W_{\lambda} \frac{|\lambda_{B_{\text{ref}}} - \lambda_{B_{\text{sim}}}|}{w_{\text{ref}}} + W_w \frac{|w_{\text{ref}} - w_{\text{sim}}|}{w_{\text{ref}}} \quad (3.12)$$

Dove con w si è indicata la *Full Width Half Maximum* (FWHM), ovvero la larghezza dello spettro calcolata a metà del massimo; λ_B è la lunghezza d'onda di Bragg, ed infine \mathbf{r} è il vettore contenente i valori della riflettività per tutte le lunghezze d'onda di interesse. I termini W_i sono invece dei coefficienti che permettono di pesare il contributo dei vari pezzi della funzione costo. Viene inoltre fatta una normalizzazione rispetto alla larghezza dello spettro di riferimento, in modo da avere una funzione adimensionale che assuma valori dello stesso ordine di grandezza indipendentemente dal reticolo considerato. In alcuni casi, come ad esempio il caso di un reticolo uniforme in cui l'unica indicazione interessante è la λ_B potrebbe essere conveniente azzerare uno o più contributi. Nel caso di spettri con forme particolarmente complesse, al contrario, lunghezza d'onda centrale e larghezza dello spettro non aggiungono informazioni, e si può quindi evitare di includere i relativi termini nella funzione costo.

3.4 Algoritmo genetico

Un algoritmo genetico è un algoritmo di ottimizzazione appartenente alla classe degli algoritmi evolutivi, che si basano su modelli dell'evoluzione biologica. Questi metodi risultano molto efficienti per la ricerca in spazi molto ampi oppure in caso di funzioni costo particolarmente complesse.

3.4.1 Principio di funzionamento

L'algoritmo genetico opera su una popolazione costituita da N individui, ognuno dei quali è rappresentativo di una possibile soluzione. Ogni individuo è caratterizzato da un *cromosoma*, un vettore in cui sono codificate le informazioni relative a quell'individuo. L'insieme dei cromosomi di una popolazione viene chiamato *genoma*. Il punto di partenza è una popolazione generata in modo casuale.

Ad ogni individuo viene assegnato un valore di *fitness* sulla base del valore della funzione costo. Successivamente, tramite il processo di *selezione*, vengono selezionati gli individui con una *fitness* più elevata. Va sottolineato il fatto che la selezione può anche avvenire in modo casuale, un valore di *fitness* più alto comporta semplicemente una probabilità più alta di venire scelti.

La frazione di popolazione così scelta, viene utilizzata per creare la generazione successiva, tramite il processo di *riproduzione*, che ricombina secondo determinate leggi i cromosomi degli individui selezionati. Al fine di introdurre ulteriori variazioni nel genoma della popolazione, una parte degli individui della nuova generazione viene sottoposta al processo di *mutazione* in cui vengono assegnati valori casuali ad alcuni elementi del cromosoma.

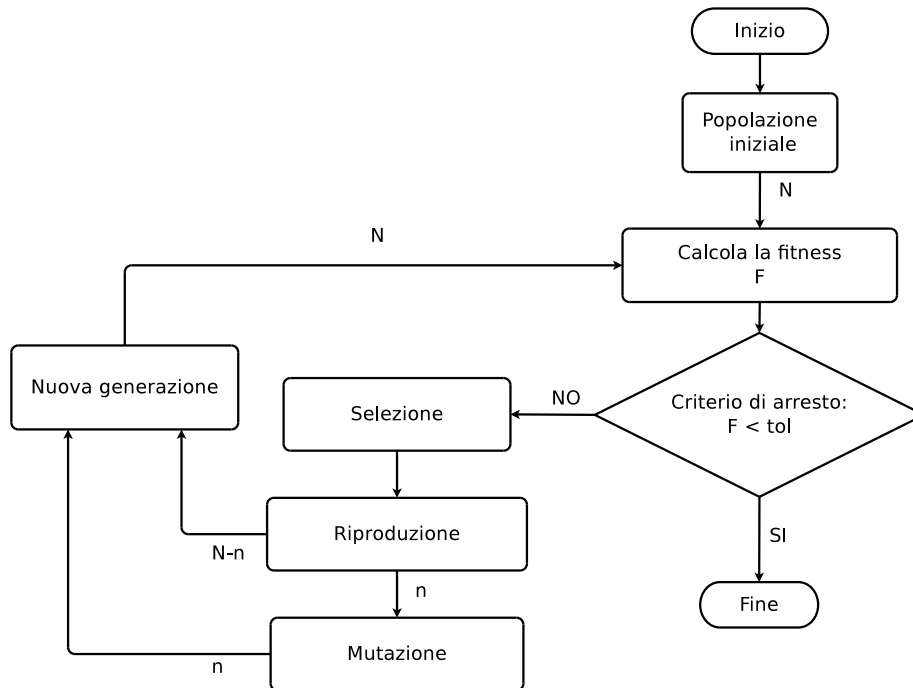


Figura 3.2: Diagramma di flusso per il funzionamento di un algoritmo genetico. N è il numero di individui della popolazione, n quello degli individui mutati.

L'algoritmo termina quando viene trovato un individuo per cui viene soddisfatto un determinato criterio di arresto, basato sul valore della funzione costo oppure sulla sua variazione tra due generazioni successive. Solitamente viene inoltre imposto un limite sul numero di generazioni massimo. I passi fondamentali dell'algoritmo sono descritti di seguito:

Popolazione iniziale

La popolazione iniziale viene generata in modo casuale. Più grande è il numero degli individui che costituisce la popolazione, più alta è la probabilità di arrivare alla soluzione, dal momento che lo spazio di ricerca viene campionato in modo più completo.

Selezione

Può avvenire in modo casuale o deterministico, a seconda dell'algoritmo scelto. Il processo di selezione casuale più semplice prevede di costruire un segmento diviso in N parti, in cui ogni parte rappresenta un individuo ed ha lunghezza proporzionale alla sua *fitness*. Successivamente si sceglie in modo casuale un punto sul segmento, e viene selezionato l'individuo che si trova in corri-

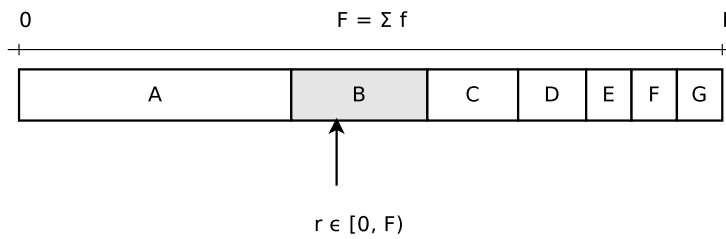


Figura 3.3: Selezione casuale e proporzionale alla *fitness* del singolo individuo.

spondenza di quel punto (figura ??). La casualità del processo fa sì che possano sopravvivere al processo di selezione anche individui più deboli, ma che potrebbero contenere all'interno del loro cromosoma dei componenti utili una volta ricombinati. Esistono anche altri criteri di selezione che utilizzano lo stesso principio di quello illustrato qui sopra, ad esempio la *Stochastic Universal Selection* oppure la *Roulette Wheel Selection* [33].

Riproduzione

La riproduzione è il processo che combina tra di loro i cromosomi di due genitori appartenenti all'insieme degli individui selezionati per dare origine ad un nuovo individuo. Questa operazione viene eseguita, in analogia con la riproduzione naturale, tramite *crossover*. I cromosomi dei genitori vengono divisi in due o più segmenti (*single-point* oppure *multi point crossover*), che vengono poi uniti secondo determinate leggi, che possono anche essere non deterministiche (figura 3.4).

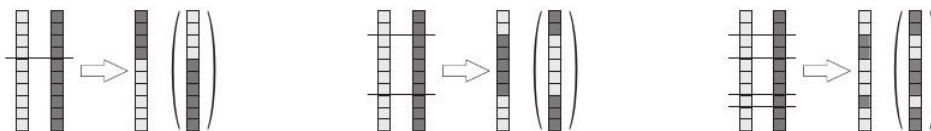


Figura 3.4: Possibili tipi di *crossover* e corrispondenti individui generati.

Mutazione

Una parte della nuova generazione viene prodotta per mutazione degli individui della generazione precedente. La mutazione agisce sui componenti del cromosoma, assegnandovi valori casuali. Anche per questo processo esistono diverse tecniche di mutazione, che agiscono su uno o più componenti del cromosoma ed in modo più o meno casuale (figura 3.5). Un alto grado di mutazione garantisce varietà all'interno della popolazione, e permette quindi di esplorare meglio il dominio di ricerca, ma allo stesso tempo rende più lenta l'evoluzione della

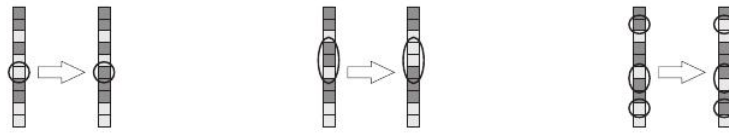


Figura 3.5: Differenti tecniche di mutazione.

popolazione verso la condizione ottima. Al contrario un fattore di mutazione basso fa sì che la popolazione possa evolvere più rapidamente, ma il rischio è di convergere ad un massimo (o minimo) locale. Se l’algoritmo genetico viene utilizzato per una fase preliminare della ricerca, ed ha quindi la funzione di esplorare una porzione più ampia possibile dello spazio di ricerca, è conveniente impostare un fattore di mutazione alto.

3.5 Algoritmo *Pattern search*

L’algoritmo di ottimizzazione *Pattern Search* è un algoritmo deterministico appartenente ad una classe di metodi, definiti *derivative-free* o *direct search*, che non richiedono il calcolo delle derivate della funzione costo per trovarne i punti di minimo o di massimo [16]. Algoritmi di questo tipo operano confrontando una serie di soluzioni di tentativo, generate secondo una determinata legge, con la soluzione migliore ottenuta fino a quel momento. Se una delle soluzioni di tentativo è migliore della soluzione corrente, viene sostituita ad essa.

Nel caso dell’algoritmo *pattern search*, le soluzioni di tentativo vengono generate valutando la funzione costo nei punti ottenuti aumentando e diminuendo di una certa quantità tutte le variabili di ottimizzazione.

Con riferimento alla figura 3.6, in cui è rappresentato il caso a due variabili, si definisce $\mathbf{x}_k = [x_{1_k} \dots x_{i_k} \dots x_{N_k}]$ la soluzione all’iterazione k e $f(\mathbf{x}_k)$ il valore della funzione costo in quel punto. Le variabili x_i vengono incrementate di un passo s_k in modo da generare i punti \mathbf{x}_k^p dove p indica la posizione relativa rispetto al punto di partenza \mathbf{x}_k (Nord, Sud, Est, Ovest). Questa operazione di campionamento prende il nome di *Mossa Esplorativa*. Se in un punto \mathbf{x}_k^* tra quelli generati viene verificata la condizione:

$$f(\mathbf{x}_k^*) < f(\mathbf{x}_k) \tag{3.13}$$

quel punto diventa il nuovo riferimento:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k^*$$

In caso contrario, si diminuisce il passo s_k (solitamente si dimezza) finché non si trova un punto per cui vale la condizione 3.13. Una volta trovato il punto \mathbf{x}_k^* si aumenta il passo s_k , ed il procedimento viene ripetuto.

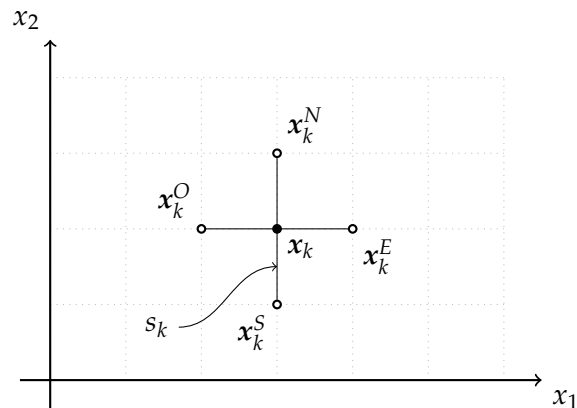


Figura 3.6: Mossa esplorativa nell'intorno della soluzione corrente x_k .

Esistono diverse varianti di questo metodo, che prevedono ad esempio posizioni differenti per i punti di campionamento, oppure l'introduzione di una mossa esplorativa preliminare che campiona in modo casuale lo spazio. È stato dimostrato che i metodi di questo tipo sono convergenti [19, 31].

3.6 Programma sviluppato: FBGSim

Il programma FBGSim è un programma sviluppato in linguaggio Matlab che permette di ricostruire le deformazioni agenti su un sensore FBG a partire dallo spettro di riflessione del sensore deformato, e dallo spettro del sensore indeformato. Il cuore del programma è costituito da una funzione che, utilizzando *Transfer Matrix Method* esposto nella sezione precedente, permette di simulare lo spettro di riflessione di qualsiasi tipo di sensore, una volta note caratteristiche quali andamento del periodo, profilo di apodizzazione e proprietà ottiche della fibra.

A questa parte centrale del programma si aggiungono diverse funzioni che permettono di modificare le caratteristiche del sensore prima di fare una simulazione del suo spettro. Sono state infatti sviluppate delle funzioni che permettono di definire il profilo di apodizzazione, una funzione per definire un andamento non costante del passo del reticolo (*chirp*) ed una funzione che permette di creare array di reticoli. Infine, è stata implementata una funzione che, a partire da un profilo di deformazione noto, modifica periodo e lunghezza del sensore, in modo da poter simulare lo spettro del sensore deformato.

Con questo insieme di funzioni di base, è possibile risolvere quello che viene definito *Problema Diretto*, cioè la simulazione dello spettro di un sensore sottoposto ad un profilo di deformazione noto. La risoluzione del *Problema inverso*, che consiste nella ricostruzione delle deformazioni agenti su un sensore a par-

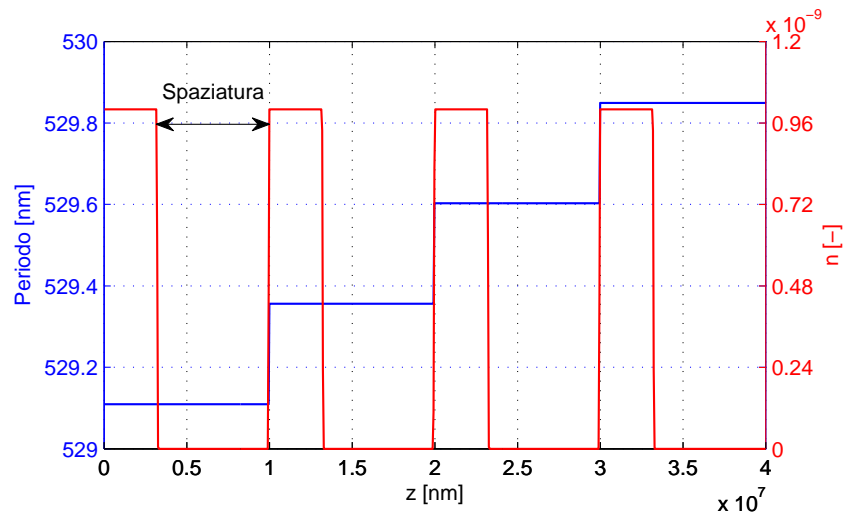


Figura 3.7: Modellazione di un array di sensori separati tra loro tramite annullamento dell'indice di rifrazione in corrispondenza della spaziatura.

tire dal suo spettro, richiede invece l'utilizzo di un algoritmo di ottimizzazione, che modifica la deformazione agente sul sensore finché lo spettro simulato non coincide con lo spettro del segnale rilevato sperimentalmente.

3.6.1 Simulazione diretta di sensori FBG

Dal momento che in FBGSim il reticolo viene modellato per mezzo del *Transfer Matrix Method*, questo viene suddiviso in M sottoreticoli con caratteristiche geometriche ed ottiche costanti, come illustrato nelle sezioni precedenti. Questa caratteristica del modello numerico permette di gestire agevolmente la definizione dell'apodizzazione oppure l'andamento del periodo lungo il sensore, rendendo quindi possibile la simulazione di reticoli con caratteristiche molto complesse. È infatti sufficiente assegnare l'indice di rifrazione efficace di ogni sottoreticolo $n_{\text{eff},i}$ secondo una determinata legge per ottenere un profilo di apodizzazione. Allo stesso modo, agendo in modo opportuno sul periodo del singolo sottoreticolo si riescono ad ottenere reticoli *chirped* oppure array di reticoli. Per quanto riguarda gli array di sensori in cui sia presente una discontinuità spaziale, cioè un spaziatura tra un reticolo ed il successivo, la modellazione può essere fatta in due modi. Il primo metodo consiste nell'assegnazione di un periodo molto basso alla sezione di sensore corrispondente alla spaziatura. In questo modo, le lunghezze d'onda riflesse da queste sezioni sono molto basse, e non rientrano nella banda di lunghezze d'onda di interesse.

Il secondo prevede invece l'assegnazione di un andamento del periodo a scalini, ma senza interruzioni dovute alla spaziatura dei reticoli. La spazia-

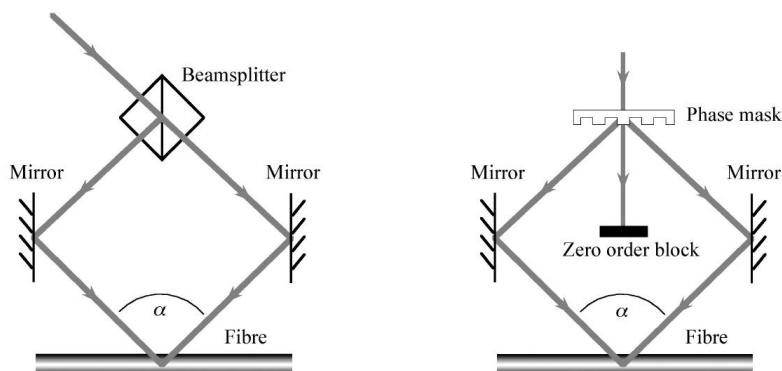


Figura 3.8: Due diverse tecniche di produzione di reticoli di Bragg. In entrambi il passo del reticolo viene ottenuto modificando la distanza tra gli specchi.

tura viene introdotta per mezzo di un annullamento dell'indice rifrazione in corrispondenza della spaziatura, come illustrato in figura 3.7.

Gli spettri ottenuti con questo secondo metodo presentano caratteristiche superiori in termini di errori numerici, soprattutto per array costituiti da reticoli con lunghezze d'onda molto vicine tra loro. Con questo metodo risulta inoltre immediata la definizione di un profilo di apodizzazione per il singolo reticolo.

3.6.2 Identificazione del reticolo

Prima di procedere con la vera e propria ricostruzione delle deformazioni per mezzo di un algoritmo di ottimizzazione è necessario compiere un'ulteriore operazione, che consiste nell'identificazione del profilo di apodizzazione del sensore reale.

Il metodo di simulazione numerica adottato fornisce infatti lo spettro di riflessione di un sensore ideale privo di difetti ed imperfezioni. I processi di produzione di FBG introducono tuttavia delle imperfezioni, evidenti soprattutto nei sensori *chirped*. Tutti i processi di produzione utilizzati si basano infatti sulla generazione di frange di interferenza per mezzo di un interferometro focalizzato sulla fibra, come illustrato in figura 3.8. Le frange vengono impresse sulla fibra, fotosensibile, generando il reticolo [18]. La regolazione della distanza tra le frange, e quindi del passo del reticolo, viene effettuata cambiando la distanza tra gli specchi dell'interferometro.

Nella produzione di reticoli *chirped*, la regolazione degli specchi deve essere eseguita in modo continuo, e deve essere perfettamente sincronizzata con la filatura della fibra. Piccoli errori sull'allineamento degli specchi possono quindi tradursi in errori considerevoli nell'iscrizione del reticolo, il cui spettro di riflessione risulta differente da quello simulato.

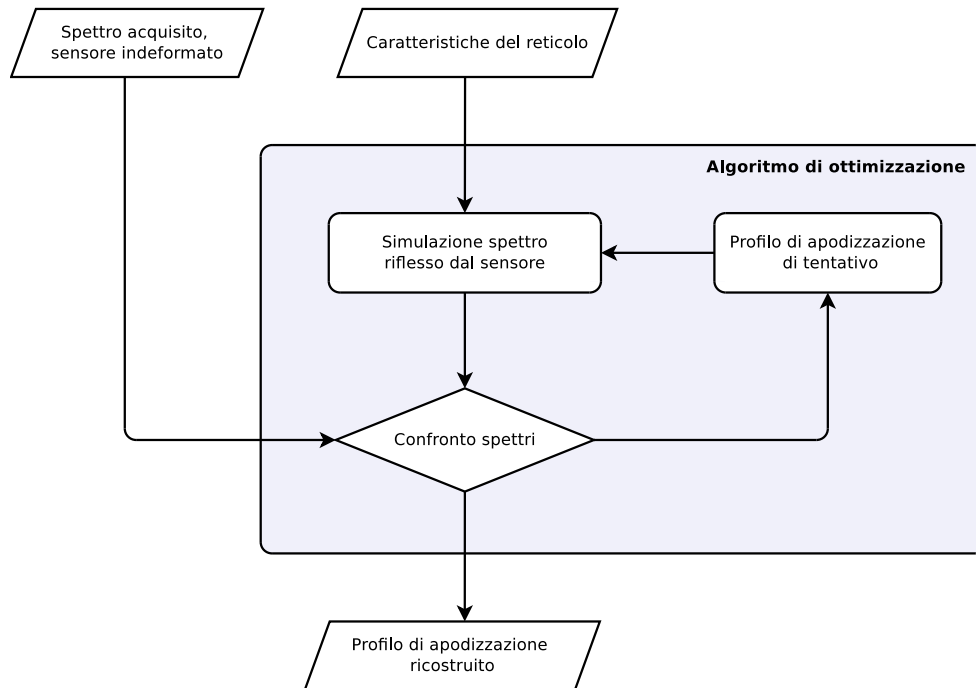


Figura 3.9: Diagramma di flusso del programma per l'identificazione del profilo di apodizzazione del reticolo.

Per rimediare a questo problema di compatibilità tra spettro simulato e rilevato sperimentalmente, si è utilizzato un procedimento che prevede l'identificazione del profilo di apodizzazione del reticolo reale per mezzo di un algoritmo di ottimizzazione analogo a quello utilizzato per la ricostruzione della deformazione descritto nella sezione precedente. In figura 3.9 viene illustrato questo processo di identificazione.

Viene utilizzato come riferimento lo spettro di riflessione del sensore in condizione indeformata. Come variabili di ottimizzazione vengono usati i valori della variazione di indice di rifrazione in un numero di punti prestabiliti. Interpolando questi valori, si ottiene un profilo di apodizzazione continuo sull'intera lunghezza del reticolo. La funzione costo è invece analoga a quella utilizzata nella ricostruzione delle deformazioni, riportata nell'eq. 3.12.

3.6.3 Ricostruzione delle deformazioni

Nota che sia il profilo di apodizzazione del reticolo, si dispone di tutti i dati necessari ad una sua corretta simulazione. Diventa quindi possibile utilizzare l'algoritmo di ricostruzione della deformazione agente sul sensore, illustrato in figura 3.10.

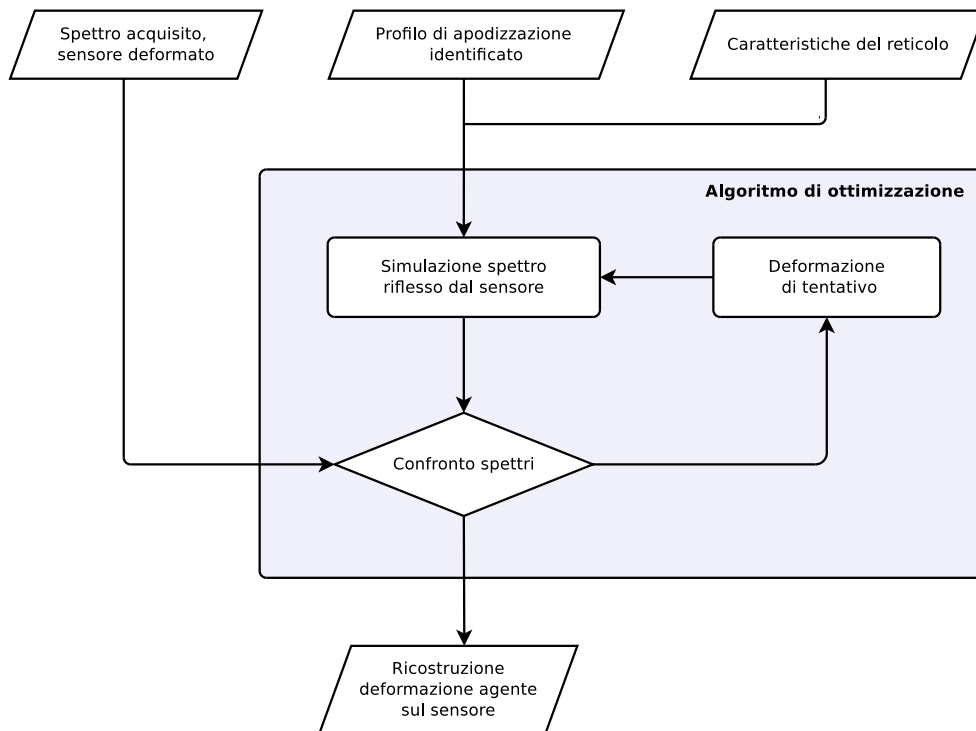


Figura 3.10: Diagramma di flusso del programma per la ricostruzione della deformazione agente sul sensore.

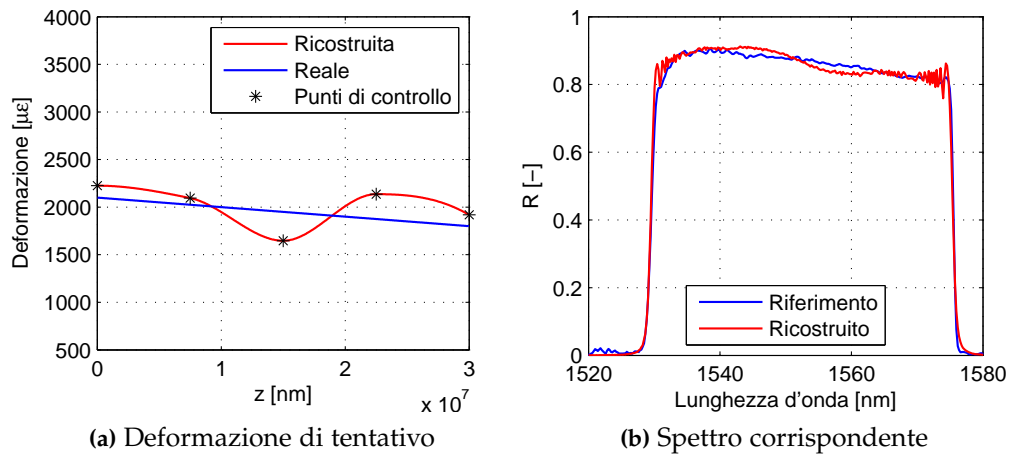


Figura 3.11: Illustrazione di un'iterazione del processo di ricostruzione della deformazione, e confronto con i dati di riferimento.

Le variabili di ottimizzazione sono in questo caso i valori della deformazione in un numero di punti di controllo arbitrario equispaziati sulla lunghezza del reticolo. Questi punti vengono poi interpolati in modo da ottenere una funzione continua sulla lunghezza del sensore, come illustrato in figura 3.11. Il numero di punti di controllo utilizzati come variabili influenza in modo considerevole sia il tempo di calcolo richiesto sia la qualità dei risultati ottenuti. Come si vedrà nei capitoli successivi, infatti, il processo di ricostruzione può essere notevolmente accelerato, e la qualità del risultato aumentata, se è nota la forma del profilo di deformazione agente sul sensore. Ciò permette infatti di utilizzare pochi punti di controllo posizionati opportunamente.

Se ad esempio sul sensore agisce una deformazione con andamento lineare sulla sua lunghezza, conviene usare solo due punti di controllo all'inizio e alla fine del sensore. Allo stesso modo, se la deformazione ha andamento parabolico, possono essere sufficienti tre soli punti.

È possibile inoltre agire sul tipo di funzione interpolante i punti di controllo, a seconda della forma che si suppone abbia la deformazione lungo il sensore. Se infatti si ipotizza un andamento lineare, conviene utilizzare un'interpolante lineare. Se invece la forma non è nota, o ha un andamento complesso, conviene utilizzare un'interpolante cubica (spline o polinomi di Hermite) in modo da avere un andamento più morbido della deformazione ricostruita.

3.6.4 Tempi di calcolo

Il tempo totale di calcolo richiesto dal programma per completare un ciclo completo di identificazione del reticolo e di ricostruzione della deformazione dipende principalmente dal tempo impiegato per la simulazione dello spettro riflesso del sensore.

Per un'analisi del tempo di calcolo, è necessario prendere in esame la porzione di codice in cui viene implementato il *Transfer Matrix Method* descritto nelle precedenti sezioni. Le variabili N_L ed M indicano rispettivamente il numero di lunghezze d'onda per cui si vuole calcolare lo spettro di riflessione ed il numero di sottoreticoli in cui viene diviso il sensore.

È da sottolineare il fatto che M non può essere ridotto in modo arbitrario, dal momento che per avere una simulazione dello spettro di buona qualità bisogna scegliere questo parametro in modo che ogni sottoreticolo sia lungo 50-100 volte il passo del reticolo reale.

```
% Scorre le lunghezze d'onda
for i = 1:N_L
    % Scorre i sottoreticoli
    for j = 1:M
        % Calcola la matrice di trasferimento
```

```

    % per il sottoreticolo
    Fj = ...
    % La moltiplica per la matrice di trasferimento
    % del reticolo intero
    F = FjF
end
end

```

Dall'analisi di questo estratto di codice si può vedere come il tempo di calcolo totale sia direttamente proporzionale sia ad N_L che ad M . Definito infatti t_2 il tempo necessario ad eseguire la moltiplicazione di due matrici 2×2 , si può identificare la seguente relazione di proporzionalità:

$$t_{\text{tot}} \propto N_L M t_2 \quad (3.14)$$

Anche se la dipendenza è solo lineare, i tempi di calcolo possono diventare importanti, soprattutto se si considera che lo spettro di riflessione deve essere calcolato per ogni valutazione della funzione costo durante il processo di ricostruzione della deformazione.

Tale operazione viene eseguita migliaia di volte prima che l'algoritmo giunga a convergenza, rendendo il tempo di calcolo un fattore da tenere in considerazione, soprattutto nel caso di simulando degli array. Questo tipo di sensore infatti, oltre ad avere lunghezze dell'ordine delle decine di centimetri, può richiedere una banda spettrale molto ampia ed una risoluzione spettrale elevata.

A titolo di esempio, il processo completo di ricostruzione della deformazione per un reticolo *chirped* lungo 30 mm , che presenta uno spettro molto largo e di conseguenza N_L elevato, richiede circa 60 minuti, utilizzando 5 punti di controllo. Nel caso di un array, invece, si può arrivare a 18-20 ore se lo spettro del sensore ha larghezza e risoluzione elevate.

Il tempo di calcolo totale è tuttavia fortemente influenzato anche dal tipo di algoritmo di ottimizzazione usato. Se, da una parte, l'uso dell'algoritmo ibrido consente un notevole risparmio di tempo, in certi casi è necessario ricorrere al solo algoritmo genetico che presenta tempi di convergenza molto più lunghi. Questa necessità può essere dettata dalla complessità della funzione costo, che impedisce la convergenza del pattern search al minimo globale.

Capitolo 4

Reticolo *chirped*

Al fine di validare il programma FBGSim sono state eseguite delle prove con diversi tipi di sensore, in modo da verificare che FBGSim fosse in grado di ricostruire le deformazioni correttamente. Requisito fondamentale di queste prove è stata la conoscenza del profilo di deformazione lungo il sensore, in modo da poterlo poi confrontare con quello ricostruito numericamente.

Le prime prove per la valutazione sono state effettuate su un reticolo di tipo chirped, ovvero a passo non costante. Come già detto nei capitoli precedenti, questo tipo di reticolo permette una correlazione tra una lunghezza d'onda sullo spettro e la posizione sul reticolo. Sfruttando questa corrispondenza biunivoca, non esistente per i reticoli uniformi, diventa pertanto possibile la soluzione del problema inverso. Le caratteristiche del reticolo in esame sono riportate in tabella 4.1. Non essendo a conoscenza di alcune delle proprietà del reticolo necessarie alla sua simulazione, si è proceduto alla loro identificazione tramite confronto con gli spettri sperimentali relativi al sensore in configurazione indeformata.

Grandezza	Valore
Lunghezza [mm]	30
Lunghezza d'onda di Bragg λ_B [nm]	1549.8
FWHM [nm]	45
Indice di riflessione efficace n_{eff} [-]	1.46
Costante fotoelastica p_e [-]	0.21

Tabella 4.1: Caratteristiche del reticolo chirped utilizzato per la validazione

4.1 Setup delle prove

4.1.1 Configurazioni di carico

Le prove condotte sul sensore *chirped* hanno come scopo la validazione del codice FBGSim. È quindi stato necessario sottoporre il sensore a diversi profili di deformazione, anche complessi, per verificare che il programma fosse in grado di ricostruire correttamente la deformazione agente sul sensore indipendentemente dall'andamento spaziale di quest'ultima.

La scelta delle configurazioni di carico a cui sottoporre il sensore è stata fortemente vincolata dal fatto che l'andamento della deformazione deve essere noto sull'intera lunghezza del sensore. In questo modo, infatti, posizionando degli estensimetri in maniera opportuna è possibile risalire alla deformazione agente in ogni punto del sensore.

Per questa ragione, si sono scelte le seguenti configurazioni come casi di studio:

- deformazione uniforme;
- deformazione lineare;
- deformazione lineare con un cambio di pendenza al centro del sensore.

Data la limitata lunghezza del sensore, non è stato possibile ottenere profili di deformazione più complessi. Una deformazione con andamento quadratico avrebbe infatti richiesto l'applicazione di un carico distribuito costante e noto, cosa difficilmente realizzabile su di una lunghezza di 30 mm.

Tutte le prove sono state effettuate incollando il sensore a dei provini in lega d'alluminio opportunamente dimensionati. I dettagli della realizzazione di questi provini sono esposti nella relativa sezione 4.1.3.

Il profilo di deformazione uniforme può essere ottenuto sottoponendo il sensore ad una prova di pura trazione. Le deformazioni lineare e lineare con discontinuità sul gradiente possono essere entrambe ottenute incollando il sensore ad un provino sottoposto a flessione a tre punti, cambiando la posizione di quest'ultimo rispetto al carico applicato.

Nel primo caso, si è posizionato il sensore tra il punto di applicazione del carico ed uno degli appoggi, come illustrato in figura 4.1 (a), in cui sono riportati nel dettaglio anche interasse e distanze del sensore dai vincoli e dal carico.

Per quanto riguarda la seconda configurazione, invece, il centro del sensore è stato posizionato in corrispondenza del carico concentrato, in modo da poter cogliere la discontinuità di pendenza nel profilo di deformazione. Questa seconda configurazione è descritta in figura 4.1 (b).

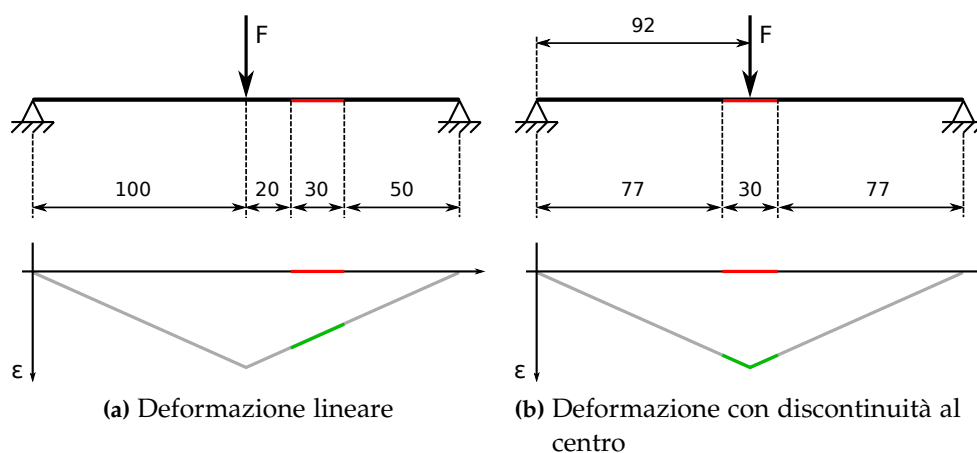


Figura 4.1: Prove di flessione a tre punti eseguite sul reticolo chirped: disposizione del provino ed andamento della deformazione. In rosso è indicata la posizione del sensore, e la deformazione agente su di esso.

La posizione del sensore non è tuttavia l'unica differenza tra i due casi. Nel secondo caso è stato infatti necessario cercare di ridurre al minimo effetti dovuti al carico concentrato che, viste le ridotte dimensioni del sensore, possono influenzare la forma del profilo di deformazione. Per fare ciò, oltre a cambiare le caratteristiche provino, il carico è stato applicato per mezzo di un coltello al posto del cilindro normalmente utilizzato per prove di questo tipo.

Per quanto riguarda la strumentazione di prova, si è utilizzata in tutti e tre i casi una macchina uniassiale MTS, che offre la possibilità di montare sia teste per prove a trazione che binari in cui è possibile inserire i cilindri necessari alle prove di flessione a tre punti.

4.1.2 Modalità di applicazione del carico

Gli spettri di riflessione del sensore sono stati acquisiti a macchina ferma, viste la necessità di acquisire anche lo spettro della sorgente¹ e l'assenza di fenomeni dinamici di interesse. Inoltre l'analizzatore di spettro utilizzato presenta un periodo di acquisizione elevato, dell'ordine di 5 s, cosa che rende impraticabile l'acquisizione continua a meno di utilizzare velocità di prova estremamente basse.

Partendo sempre da una condizione di sensore indeformato, per ogni prova si è aumentato il carico procedendo per passi discreti, in modo da ottenere

¹Come illustrato nel capitolo precedente, la simulazione dello spettro di riflessione del reticolo fornisce la *riflettività* dello stesso, ossia il rapporto tra il segnale in ingresso e quello riflesso dal sensore, rendendo necessaria una normalizzazione in fase di acquisizione.

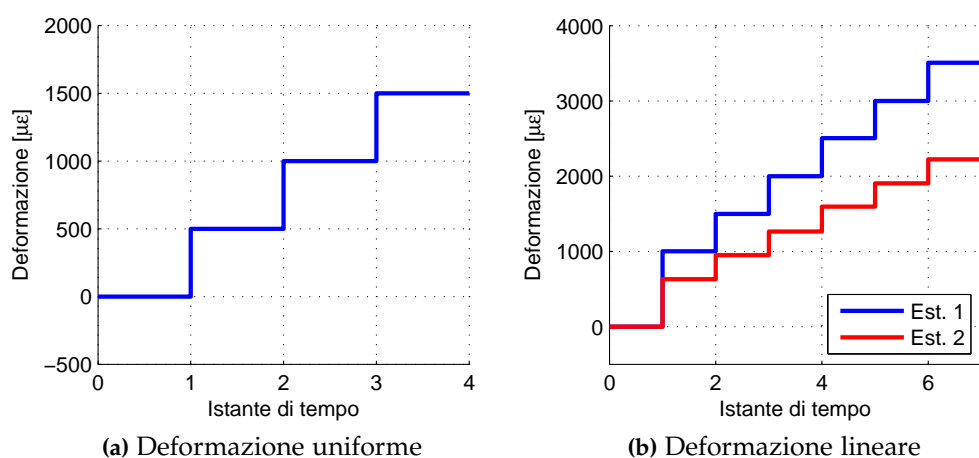


Figura 4.2: Rappresentazione della storia di carico per i profili di deformazione uniforme e lineare.

un numero sufficientemente elevato di spettri sperimentali sui quali validare il programma.

In figura 4.2 vengono riportate le storie temporali delle deformazioni rilevate dagli estensimetri posti alle estremità del reticolo per le prove di deformazione uniforme e di deformazione lineare. Nel primo caso si sono applicati livelli di deformazione di 500, 1000 e 1500 $\mu\epsilon$, mentre nel secondo si è partiti da 1000 fino ad arrivare a 3500 $\mu\epsilon$.

In figura 4.3 sono rappresentate le deformazioni lette dagli estensimetri in funzione dello spostamento in mezzeria del provino, messe a confronto con i loro valori analitici.

Le prove di deformazione lineare con discontinuità nel gradiente sono invece state eseguite per due soli livelli di deformazione massima, a 2000 e 2500 $\mu\epsilon$. Per deformazioni più basse, infatti, la differenza di deformazione tra il centro del reticolo ed i suoi estremi risulta trascurabile, e quindi poco significativa ai fini della validazione del programma.

4.1.3 Realizzazione dei provini

Come accennato nelle sezioni precedenti, al fine di poter applicare al sensore profili di deformazione diversi da quello uniforme (ottenibile ad esempio tirando il sensore stesso) è stato necessario realizzare dei provini da sottoporre a prove di flessione.

Lo spessore del provino deve essere sufficiente a consentire il raggiungimento di deformazioni elevate, contenendo il più possibile i valori di carico e freccia

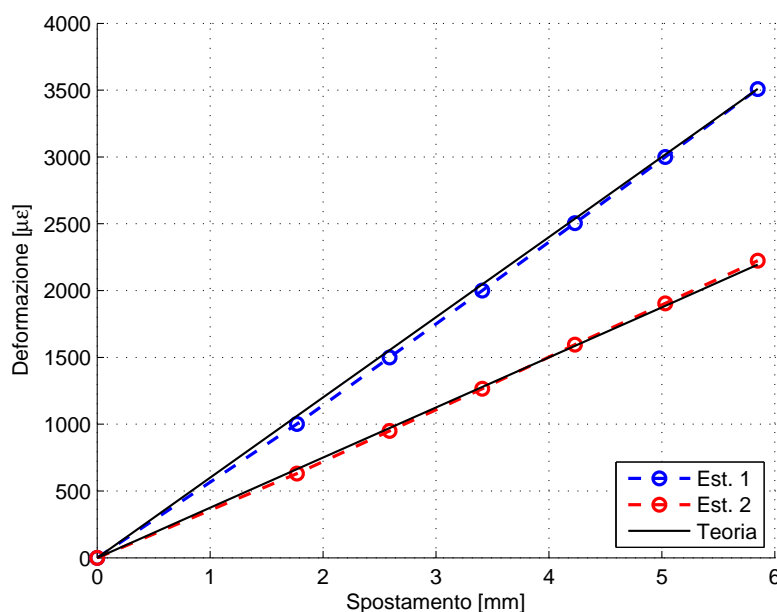


Figura 4.3: Deformazioni lette dagli estensimetri nel caso di deformazione lineare, e confronto con i valori teorici.

massima. Un compromesso tra questi requisiti è stato raggiunto con una lamina in lega di alluminio 7075 di spessore 5 mm , lunghezza 260 mm e larghezza 25 mm , che è stata utilizzata per le prove di trazione e di deformazione lineare. Nel caso di sensore posto in corrispondenza del carico concentrato, è stato realizzato un secondo provino, utilizzando una lega più dolce e di spessore inferiore (4 mm) al fine di ridurre il più possibile il carico ed i suoi effetti sulla deformazione a livello locale.

Il sensore FBG è stato incollato alla lamina mediante cianoacrilato. Questa tecnica, oltre a rendere possibile il distacco del sensore una volta effettuata la prova, permette di applicare in modo affidabile il profilo di deformazione desiderato, cosa che risulta assai difficile inglobando il sensore in un laminato in composito. In quest'ultimo caso, infatti, al sensore sono inevitabilmente applicate delle sollecitazioni residue derivanti dal processo di produzione e dalle irregolarità interne del laminato (problema particolarmente significativo nel caso dei tessuti).

In corrispondenza del reticolo sono stati incollati degli estensimetri (due, agli estremi, sul primo provino, e cinque sul secondo) per confrontare le deformazioni ricostruite con quelle reali. In figura 4.4 è illustrato il provino utilizzato per le prove di flessione a tre punti e di trazione. In figura 4.5 è invece possibile vedere una foto dello stesso provino durante la prova di flessione a tre punti.

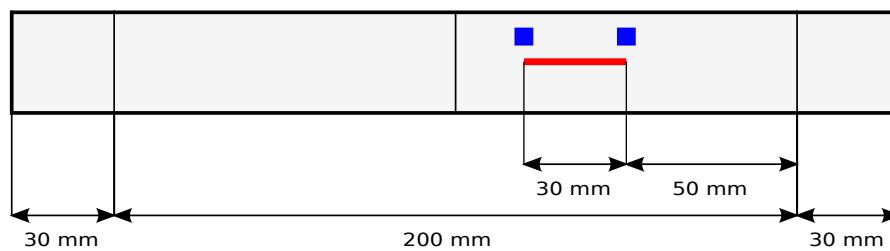


Figura 4.4: Dimensioni del provino per il reticolo chirped e disposizione dei sensori. In rosso è indicato il sensore FBG, in blu gli estensimetri.

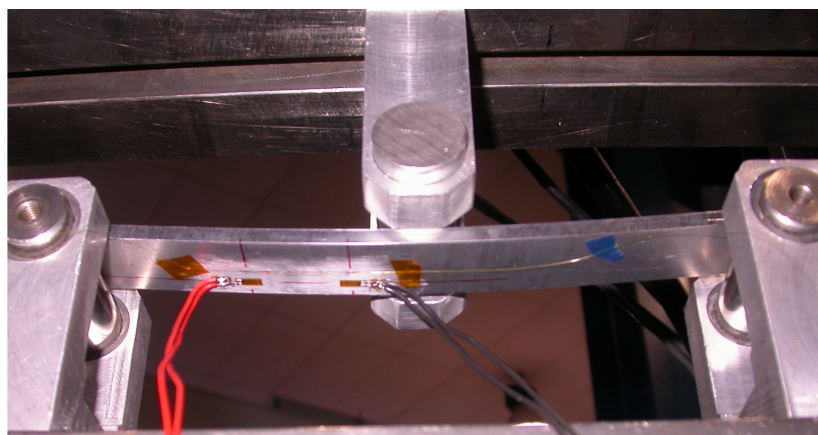


Figura 4.5: Provino completo durante la prova di deformazione lineare.

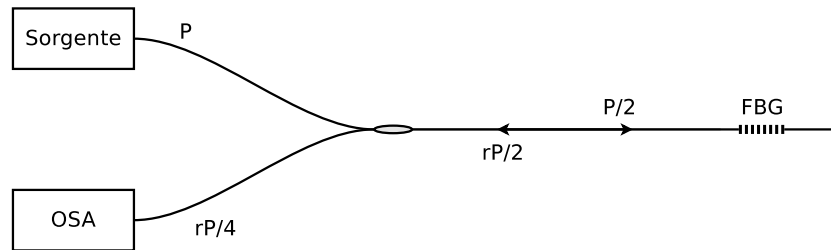


Figura 4.6: Tecnica di misura adottata per l'acquisizione degli spettri del sensore.

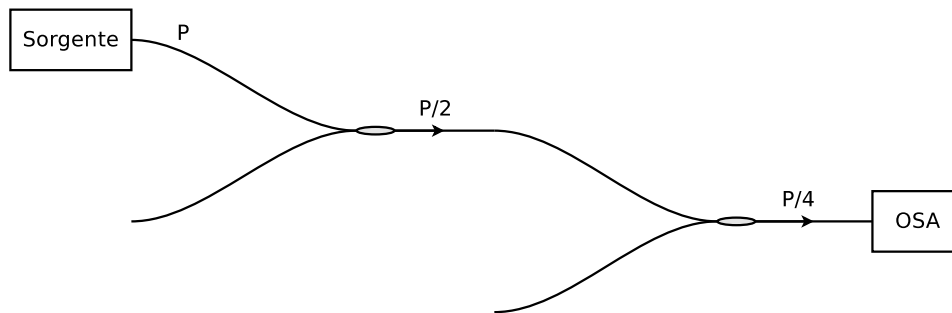


Figura 4.7: Tecnica di misura adottata per l'acquisizione degli spettri della sorgente.

4.1.4 Acquisizione

Per ogni livello di deformazione raggiunto, e per ogni profilo di deformazione applicato, sono stati acquisiti gli spettri di riflessione del sensore. È stato inoltre necessario acquisire lo spettro della sorgente in ingresso nel sensore, in modo da poter calcolare la riflettività del sensore.

Questo aspetto è risultato particolarmente delicato, dato che la potenza della sorgente varia in maniera significativa nel tempo, ed è la principale fonte di errore nella ricostruzione della deformazione. Per questo motivo il salvataggio frequente dello spettro della sorgente è fondamentale al fine di ottenere una corretta adimensionalizzazione dello spettro e, di conseguenza, una corretta ricostruzione della deformazione.

Gli schemi dei sistemi di misura utilizzati per l'acquisizione degli spettri di sensore e sorgente sono riportati rispettivamente nelle figure 4.6 e 4.7, in cui sono indicate anche le perdite di potenza dovute al passaggio attraverso i coupler.

Con riferimento alla figura 4.6, definita P la potenza emessa della sorgente per una determinata lunghezza d'onda, la potenza effettivamente entrante nel sensore risulta essere pari a $P/2$, a causa del passaggio attraverso il coupler. La luce viene poi riflessa dal sensore, subendo una attenuazione r , corrispondente alla riflettività del sensore per la lunghezza d'onda in esame. Il segnale riflesso passa nuovamente attraverso il coupler, subendo un ulteriore dimezzamento della potenza. La potenza misurata dall'analizzatore di spettro è perciò pari a

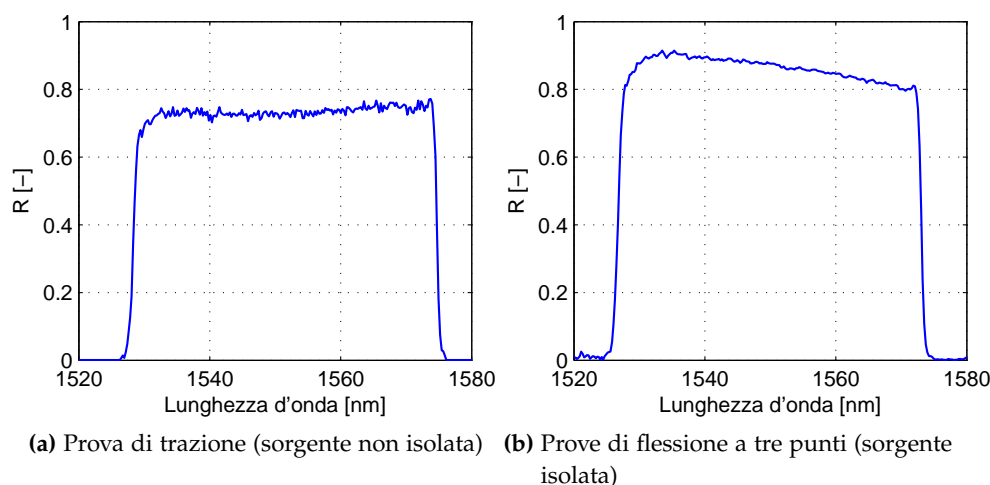


Figura 4.8: Confronto tra le riflettività misurate per il sensore indeformato utilizzando due diverse sorgenti.

$rP/4$.

Al fine di ottenere la riflettività r è quindi necessario misurare un segnale di potenza $P/4$. Questo può essere fatto acquisendo direttamente la sorgente e dividendo poi lo spettro ottenuto per quattro, oppure facendo passare il segnale in uscita dalla sorgente attraverso due coupler, come schematizzato in figura 4.7.

La seconda soluzione risulta però essere più precisa, in quanto vengono prese in considerazione anche eventuali perdite localizzate introdotte dai coupler, dal momento che il segnale della sorgente compie un numero di passaggi nel coupler pari a quelli compiuti dal segnale riflesso dal sensore.

4.2 Identificazione del profilo di apodizzazione

Prima di procedere alla ricostruzione della deformazione, è necessario eseguire il programma di identificazione della deformazione. Questa operazione deve essere effettuata per lo spettro del sensore indeformato ad ogni prova, anche se il sensore utilizzato è sempre lo stesso.

Il procedimento di identificazione permette infatti di eliminare errori introdotti dalla catena di misura. Questi errori sono introdotti principalmente dall'architettura ottica passiva del sistema di misura, ovvero l'insieme di cavi, connettori e coupler. Pur avendo utilizzato la stessa apparecchiatura per tutte le prove eseguite, anche piccoli cambiamenti nella disposizione dei cavi, e soprattutto dei raggi di curvatura degli stessi, introducono degli errori nella misura.

Tali errori possono tuttavia essere facilmente eliminati ricorrendo al processo di identificazione dell'apodizzazione, che assume quindi una funzione più generica di individuazione della condizione di riferimento indeformato del sensore. Va sottolineato il fatto che questi errori risultano di minore entità nel caso di componenti finiti e sensorizzati, dal momento che in quest'ultimo caso l'architettura ottica passiva (e, in alcuni casi, anche quella attiva) sono inglobati nella struttura, e di conseguenza la loro posizione rimane invariata.

L'architettura ottica passiva non è tuttavia l'unica fonte di errore cui è possibile porre rimedio identificando lo spettro indeformato. Anche la parte attiva del sistema di misura è infatti influenzata, anche se marginalmente, dagli agenti esterni, quali temperatura ed umidità.

L'identificazione della condizione indeformato ha inoltre permesso di superare un ulteriore inconveniente causato dall'ottica attiva. Per la prova di trazione descritta nella sezione precedente, infatti, è stata utilizzata una sorgente diversa da quella usata per le prove successive.

Teoricamente questo non dovrebbe costituire un problema, dato che lo spettro del sensore viene normalizzato con quello della sorgente. Pur tuttavia la prima sorgente, non essendo dotata di un opportuno isolatore ottico, risulta influenzata dal sensore collegato ad essa. Per questo motivo la riflettività rilevata per la prima prova ha un andamento diverso rispetto a quella della prova di flessione a tre punti, come è possibile vedere dal confronto tra le figure 4.8 (a) e (b). Anche questo problema viene facilmente risolto effettuando l'identificazione preliminare dello stato indeformato.

4.3 Deformazione uniforme

Le prove a deformazione uniforme sono state effettuate sollecitando a trazione il provino descritto in figura 4.4. Dopo una prima acquisizione dello spettro del segnale riflesso dal sensore in configurazione indeformato, necessario all'identificazione del reticolo, sono stati salvati gli spettri relativi a tre livelli di deformazione: 500, 1000 e 1500 $\mu\epsilon$.

Il primo passo consiste nell'identificazione del profilo di apodizzazione del reticolo, in modo che lo spettro simulato numericamente sia il più simile possibile a quello rilevato sperimentalmente per il sensore indeformato. Il risultato di questa operazione viene mostrato in figura 4.9, insieme al profilo di apodizzazione identificato. Questo profilo di apodizzazione verrà poi inserito in FBGSim in modo da permettere una corretta ricostruzione della deformazione.

In figura 4.10 è riportato lo spettro del segnale riflesso dal sensore per una deformazione di 1500 $\mu\epsilon$, che costituisce il riferimento utilizzato da FBGSim per la ricostruzione. Nella successiva figura 4.11 vengono invece riportati la defor-

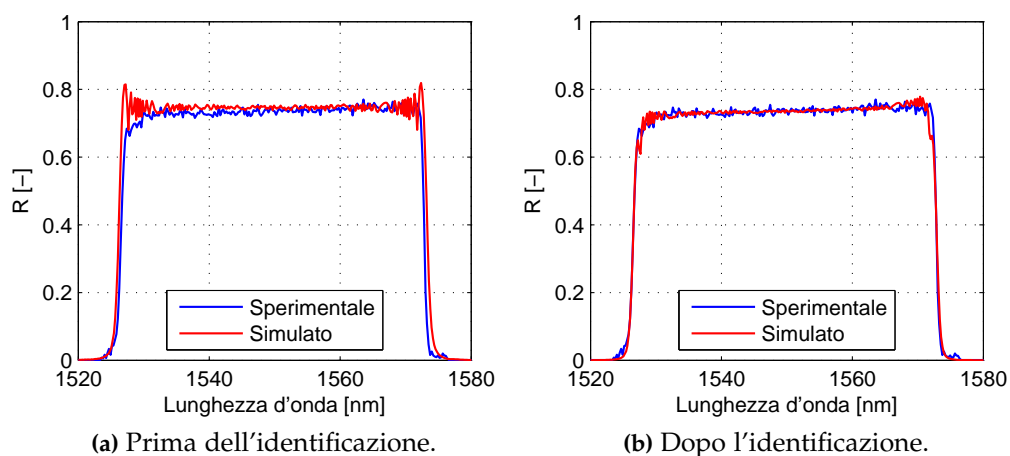


Figura 4.9: Profilo di deformazione uniforme: confronto tra lo spettro sperimentale e quello simulato a deformazione nulla, prima e dopo l'identificazione del profilo di apodizzazione.

mazione ricostruita dal programma insieme allo spettro corrispondente. Per tutti i casi presentati in questa sezione sono stati utilizzati due punti di controllo agli estremi del reticolo.

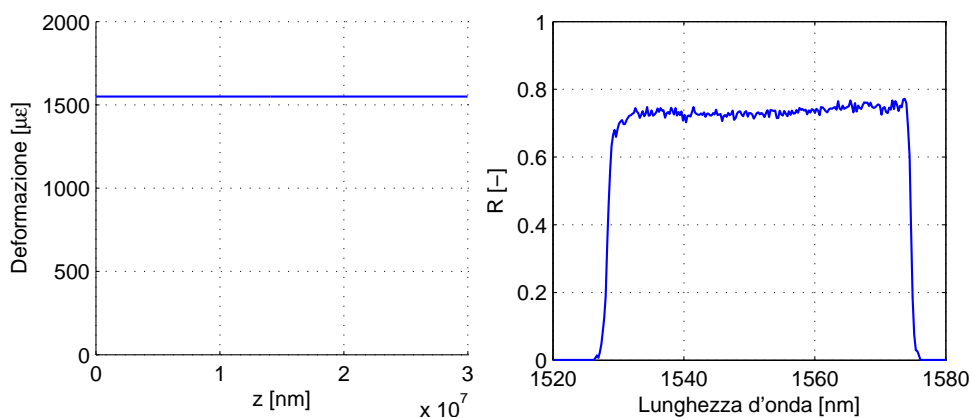


Figura 4.10: Deformazione applicata al sensore e spettro riflesso risultante, per una deformazione uniforme di $1500 \mu\epsilon$.

Nei grafici in figura 4.12 sono riportate le deformazioni ricostruite per i restanti livelli di deformazione. Come evidenziato da queste prove, FBGSim è in grado di ricostruire correttamente le deformazioni costanti utilizzando due punti di controllo, facendo cioè l'ipotesi di andamento lineare della deformazione lungo il sensore. Per ogni livello di deformazione sono stati rilevati gli scostamenti

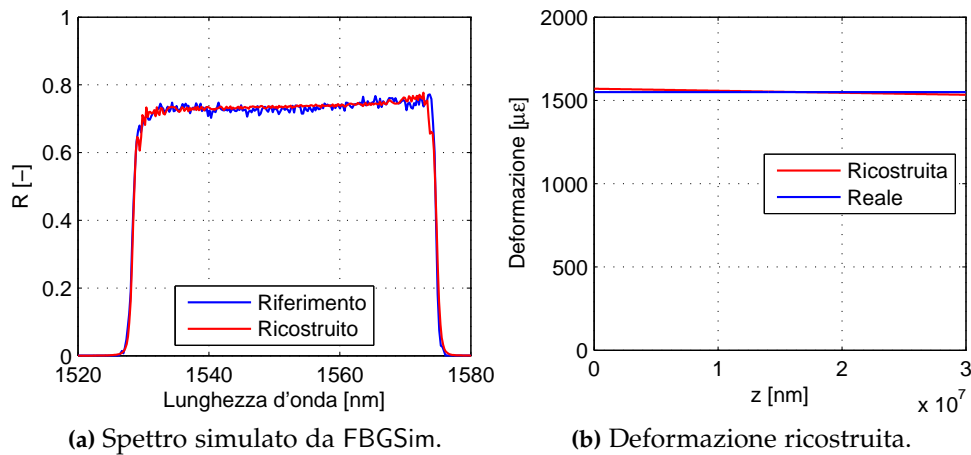


Figura 4.11: Spettro simulato e deformazione ricostruita da FBGSim.

Deformazione [$\mu\epsilon$]	Err. assoluto [$\mu\epsilon$]	Err. relativo [%]
500	30	5.8
1000	58	5.6
1500	20	1.3

Tabella 4.2: Massimo scostamento della deformazione ricostruita.

massimi, riportati in tabella 4.2.

Per verificare la robustezza del programma, si è provato inoltre FBGSim su uno stesso spettro (quello relativo alla deformazione di $1500 \mu\epsilon$) utilizzando più punti di controllo, simulando una situazione in cui sia totalmente sconosciuta la forma del profilo di deformazione.

In figura 4.13 sono riportate le deformazioni ricostruite utilizzando rispettivamente 7, 8 e 9 punti di controllo sul reticolo. Questa analisi ha permesso di verificare che FBGSim sia in grado di ricostruire, anche se in modo approssimativo, la deformazione agente sul sensore anche senza che la sua forma sia nota a priori. In tabella 4.3 sono riportati gli errori massimi, assoluti e relativi, corrispondenti al numero di punti di controllo utilizzati. L'errore relativo risulta essere sempre inferiore al 15%, valore ottenuto con 8 punti di controllo.

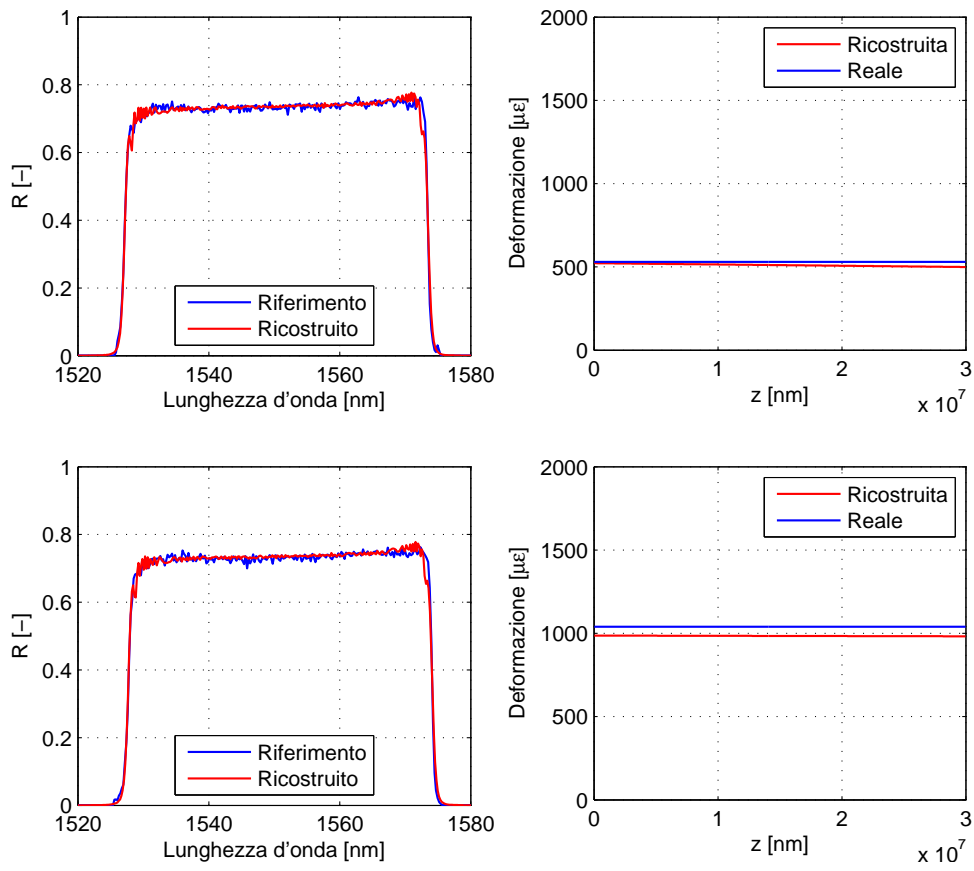


Figura 4.12: Spettri simulati e corrispondenti deformazioni ricostruite nel caso di prova a trazione uniassiale, per deformazione applicata uniforme di 500 e $1000 \mu\epsilon$.

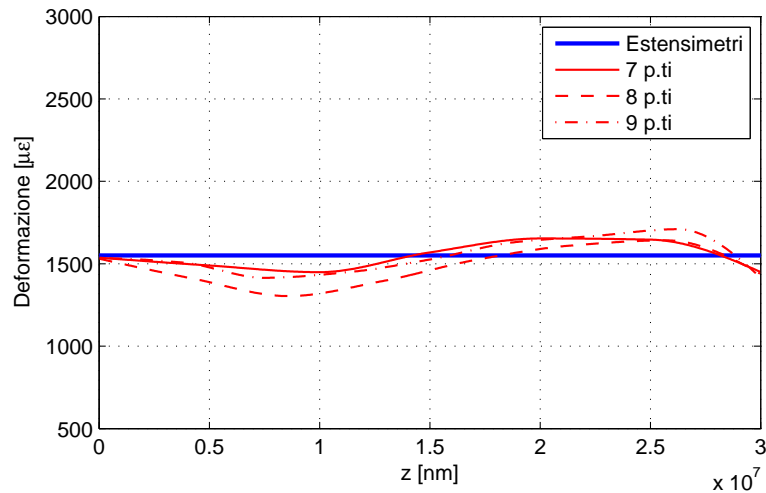


Figura 4.13: Deformazione uniforme: ricostruzione della deformazione utilizzando un numero crescente di punti di controllo.

N. punti di controllo	Err. assoluto [$\mu\epsilon$]	Err. relativo [%]
2	20	1.3
3	166	10.7
4	127	8.2
5	142	9.1
6	119	7.7
7	104	6.7
8	246	15.9
9	160	10.3

Tabella 4.3: Deformazione uniforme: massimo scostamento della deformazione ricostruita, al variare del numero di punti di controllo.

4.4 Deformazione lineare

La deformazione lineare è stata ottenuta per mezzo di una prova di flessione a tre punti, con interasse di 200 mm . Le prove sono state effettuate per diversi valori della deformazione massima, a partire da $1000\ \mu\epsilon$ fino ad arrivare a $3500\ \mu\epsilon$, con passo di $500\ \mu\epsilon$.

Analogamente al caso della deformazione uniforme, il primo passo è stata l'identificazione dell'apodizzazione del reticolo (figura 4.14). Come già detto, l'identificazione preliminare delle caratteristiche del reticolo è necessaria per ridurre al minimo errori di misura derivanti da fattori esterni, quali la temperatura o l'attenuazione dovuta alla disposizione dei cavi durante la prova.

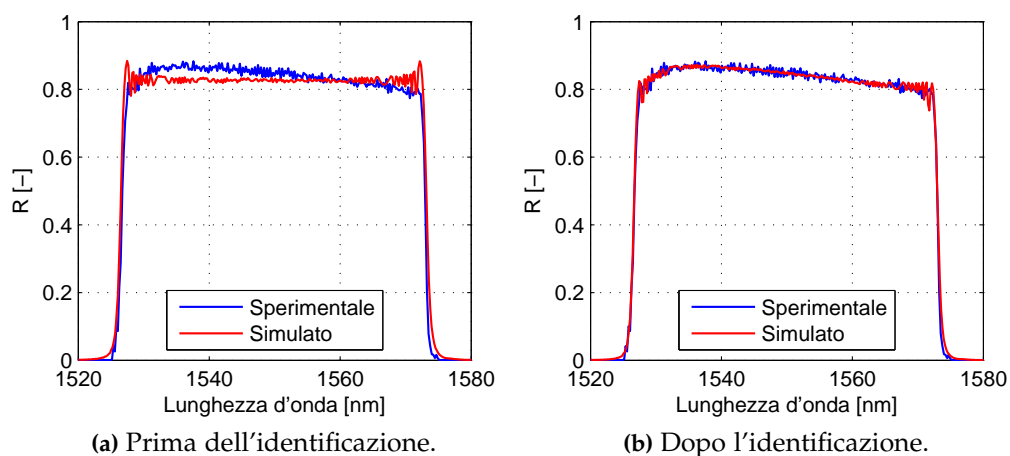


Figura 4.14: Profilo di deformazione lineare: confronto tra lo spettro sperimentale e quello simulato a deformazione nulla, prima e dopo l'identificazione del profilo di apodizzazione.

Def. massima [$\mu\epsilon$]	Err. assoluto [$\mu\epsilon$]	Err. relativo [%]
1000	81	8.2
1500	120	8.0
2000	127	6.4
2500	151	6.1
3000	194	6.5
3500	172	4.9

Tabella 4.4: Deformazione lineare: scostamento tra il profilo di deformazione ricostruito e rilevato con gli estensimetri.

Anche per la flessione a tre punti la ricostruzione della deformazione è stata fatta dapprima assegnando un andamento lineare della deformazione ricostruita, utilizzando cioè due soli punti di controllo agli estremi del sensore come variabili di ottimizzazione. In tabella 4.4 sono riportati, per tutti i casi presi in esame, gli errori massimi sulla deformazione. I profili di deformazione ricostruiti per alcuni dei casi della tabella 4.4 sono invece riportati in figura 4.15, in cui è possibile vedere anche un confronto con gli spettri simulati corrispondenti.

In un secondo momento invece si è proceduto alla ricostruzione di uno stesso profilo di deformazione andando ad aumentare il numero di punti di controllo presenti sul sensore. Ancora una volta, lo scopo di questa operazione è la verifica della capacità di FBGSim di ricostruire una deformazione dall'andamento ignoto a priori. In tabella 4.5 sono riportati gli errori massimi in funzione del

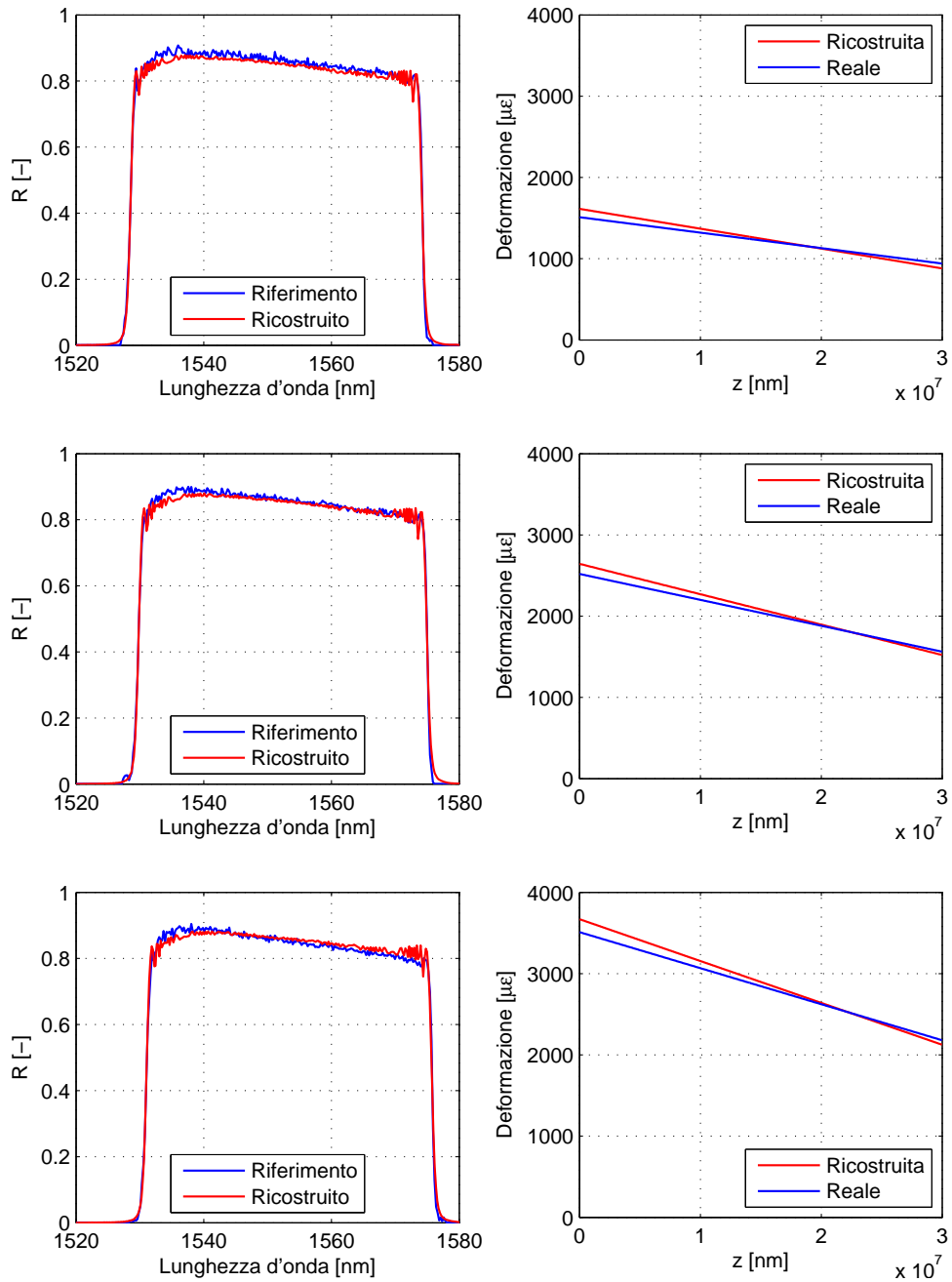


Figura 4.15: Deformazioni e spettri ricostruiti, per la prova di flessione a tre punti (andamento lineare della deformazione).

N. punti di controllo	Err. assoluto [$\mu\epsilon$]	Err. relativo [%]
2	127	6.4
3	132	6.7
4	119	6.0
5	266	15.2
6	362	21.4
7	136	8.6
8	121	6.2
9	61	5.0

Tabella 4.5: Deformazione lineare: massimo scostamento della deformazione ricostruita, al variare del numero di punti di controllo.

numero di punti utilizzato, mentre in figura 4.16 è possibile vedere il profilo di deformazione ricostruito con 7, 8 e 9 punti di controllo.

È da notare, con riferimento alla 4.16 come, nonostante le deformazioni ricostruite abbiano un andamento piuttosto irregolare, le deformazioni agli estremi del sensore presentino una dispersione molto contenuta.

Ciò è dovuto al fatto che le deformazioni degli estremi del reticolo determinano lo spostamento delle lunghezze d'onda laterali dello spettro, e quindi la sua larghezza. Per questo motivo, piccole variazioni nelle deformazioni agli estremi determinano grandi variazioni nella forma dello spettro, e quindi nella funzione costo. Di conseguenza, la larghezza dello spettro, e quindi le deformazioni alle estremità, sono la prima cosa che viene individuata da FBGSim.

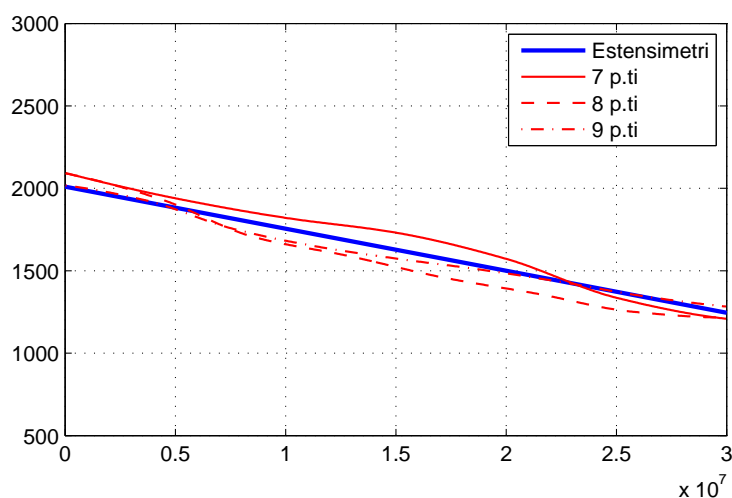


Figura 4.16: Deformazione lineare: ricostruzione della deformazione utilizzando un numero crescente punti di di controllo.

4.5 Deformazione lineare con cambio di pendenza

L'ultimo caso di studio per il reticolo *chirped* consiste in una prova di flessione a tre punti posizionando il sensore al centro del provino, in corrispondenza del carico. In una prova di questo tipo, sul sensore agisce una deformazione con andamento lineare a tratti, con un massimo al centro del sensore, e due minimi alle estremità.

Per ottenere una forma più possibile "triangolare" della deformazione, si è utilizzato un provino più sottile e di materiale meno rigido rispetto ai casi precedenti, in modo da ridurre al minimo effetti dovuti al carico concentrato. A questo scopo, inoltre, il carico è stato introdotto per mezzo di una lama invece che del cilindro tipicamente usato per prove di flessione a tre punti.

In corrispondenza del sensore sono inoltre stati incollati diversi estensimetri, in modo da avere un riscontro per le deformazioni ricostruite numericamente. Le prove sono state eseguite con valori di deformazione massima di 2000 e 2500 $\mu\epsilon$.

Un aspetto particolarmente delicato in un esperimento di questo tipo è rappresentato dal corretto allineamento del sensore FBG con gli estensimetri e con il punto di applicazione del carico. I marker impressi sul sensore, infatti, non corrispondono esattamente all'inizio ed alla fine del reticolo vero e proprio. È quindi necessario individuare gli estremi del reticolo prima di procedere alla prova.

I risultati della ricostruzione numerica delle deformazioni sono riportati in figura 4.17. Si nota una buona correlazione con i dati sperimentali, soprattutto per quanto riguarda i valori estremi (massimo centrale e minimi laterali). In ana-

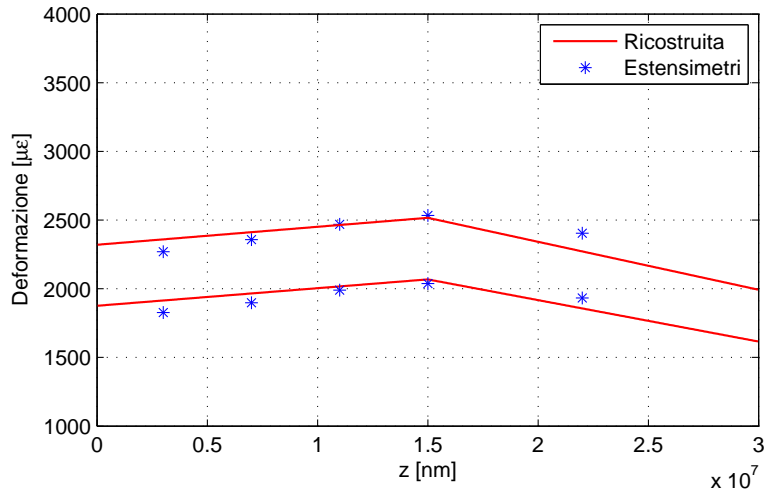


Figura 4.17: Deformazioni ricostruite nel caso di deformazione lineare a tratti, utilizzando un'interpolante lineare.

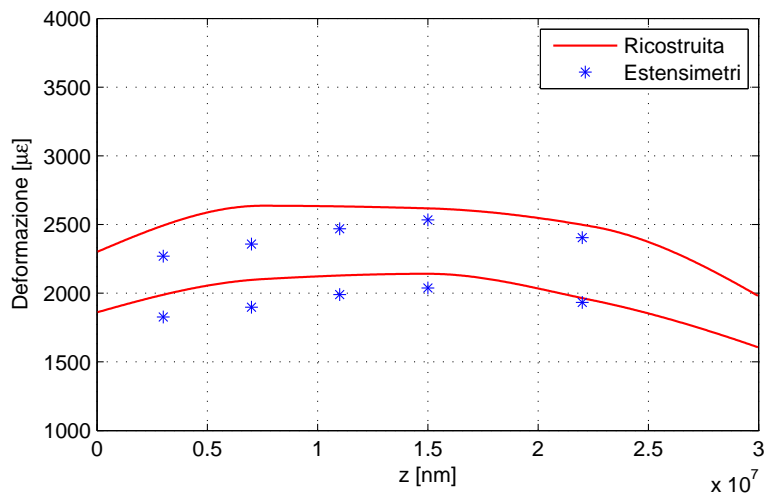


Figura 4.18: Deformazioni ricostruite utilizzando 5 punti di controllo.

logia ai casi precedenti, la ricostruzione è stata eseguita andando ad aumentare progressivamente il numero di punti di controllo.

Come si può vedere in figura 4.18, anche per questo profilo di deformazione l'aumento dei punti di controllo ha fornito un andamento qualitativamente corretto della deformazione sul sensore, ma un aumento dello scarto rispetto ai dati sperimentali.

Al contrario di quanto osservato nei casi precedenti, andando ad aumentare il numero di punti di controllo oltre 5 il risultato della ricostruzione peggiora notevolmente. Ciò è dovuto al fatto che le variazioni nello spettro del reticolo provocate da una deformazione "triangolare" sono molto meno evidenti rispetto a quelle provocate da una deformazione lineare, e sono più localizzate.

Di conseguenza quindi, piccoli errori di misura, o una non perfetta identificazione dell'apodizzazione del reticolo, si traducono in errori considerevoli al momento della ricostruzione. Questi errori risultano più evidenti al crescere del numero di punti di controllo, dal momento che diminuiscono i vincoli sulla forma della deformazione.

Per meglio evidenziare questo aspetto, conviene prendere in considerazione gli spettri teorici (simulati) relativi al sensore utilizzato, in condizione deformata e indeformata. Come si può vedere dalla figura 4.19, una deformazione lineare provoca semplicemente un restringimento (o allargamento, a seconda del segno del gradiente) dello spettro.

Nel caso invece di una deformazione più complessa, come quella lineare con doppia pendenza, si hanno variazioni a livello locale, ma senza evidenti allargamenti o restringimenti dello spettro, rendendo il processo di ricostruzione più sensibile agli errori di misura e alla qualità dello spettro di riferimento acquisito.

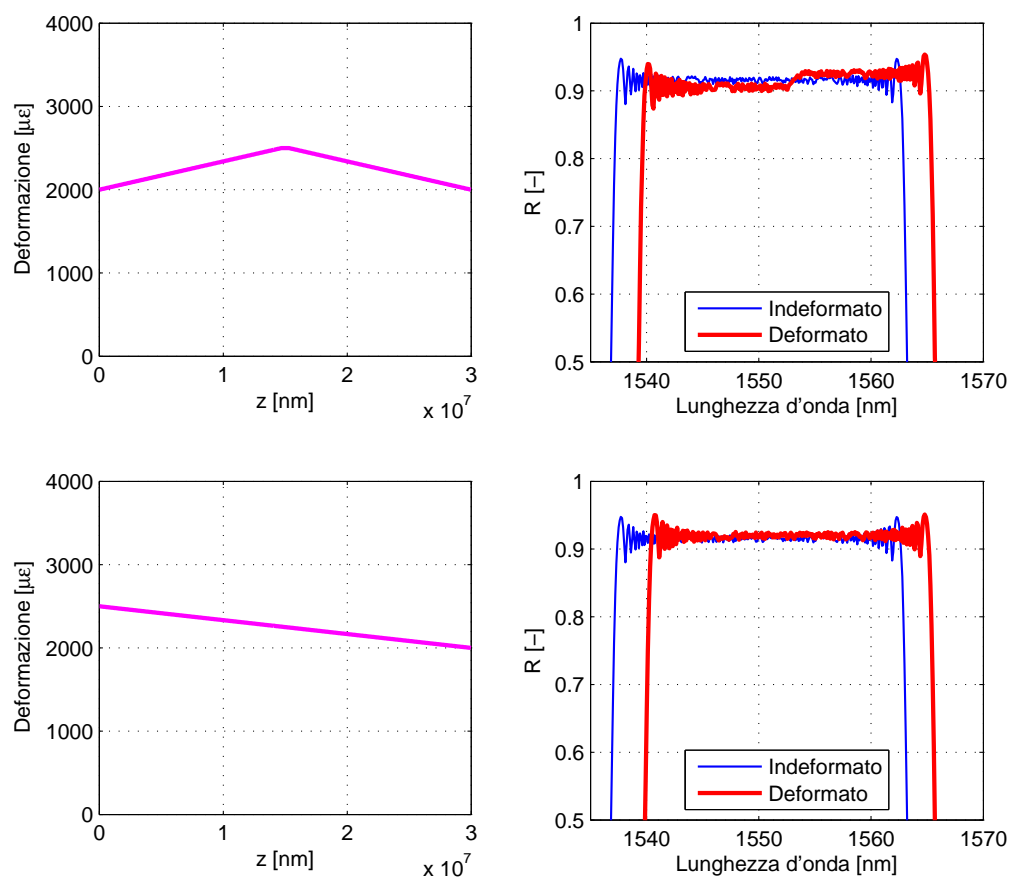


Figura 4.19: Spettri di riflessione di un reticolo *chirped* non apodizzato simulati numericamente. Risposta a deformazioni con forma differente.

Capitolo 5

DTG Array

La possibilità di avere una descrizione continua dell'andamento della deformazione lungo il sensore grazie alla corrispondenza biunivoca tra lunghezza d'onda e posizione spaziale, rende i reticoli *chirped* lo strumento ideale per il monitoraggio della deformazione per applicazioni di health monitoring. Il limite di questi sensori sta nella loro lunghezza massima, che non supera le poche decine di millimetri.

Grazie all'innovativa tecnica di produzione di *Draw Tower Grating*, è possibile però avvicinarsi alla configurazione spaziale e spettrale di un sensore *chirped* affiancando tra loro più sensori aventi una separazione in lunghezza d'onda molto bassa, in modo da ottenere, almeno in configurazione indeformata, uno spettro di riflessione continuo. In questa maniera, in linea di principio, è possibile produrre sensori dal comportamento simile a quello dei sensori *chirped* ma di lunghezze dell'ordine dei metri.

Al fine di verificare se questa sia una strada percorribile, è necessario studiare l'influenza delle caratteristiche geometriche e spettrali sul comportamento del sensore deformato.

Per questa ragione, nel presente lavoro si sono provati tre array, ognuno dei quali composto da 10 reticoli equispaziati. Le lunghezze dei sottoreticoli e la separazione tra le loro lunghezze d'onda caratteristiche variano da sensore a sensore, facendo sì che lo spettro di riflessione di ogni array presenti delle particolari caratteristiche.

I sensori sono stati sottoposti a delle prove di deformazione controllata analoghe a quelle descritte nelle sezioni precedenti, in modo da valutarne la risposta e da avere un riscontro per le simulazioni numeriche. Le tre configurazioni spettrali/spaziali sono le seguenti:

Continuità spaziale e discontinuità spettrale. Array composto da 10 reticoli lunghi 10 *mm*, posti uno in serie all'altro, senza soluzione di continuità. Le lunghezze d'onda dei singoli reticoli sono separate tra loro di una lunghezza

superiore alla FWHM dello spettro del singolo reticolo, in modo da avere 10 picchi distinti nello spettro del sensore completo. Questa configurazione presenta il vantaggio di poter leggere direttamente la deformazione media agente su ogni reticolo a partire dalla traslazione del relativo picco.

Continuità spaziale e continuità spettrale. Analogamente al caso precedente, i reticoli sono iscritti uno in serie all'altro, ma le loro lunghezze d'onda sono separate da una distanza minore della larghezza dello spettro del singolo reticolo. Lo spettro dell'array risultante è continuo, ma presenta dei picchi in corrispondenza delle lunghezze d'onda dei reticoli.

Discontinuità spaziale e continuità spettrale. In questo sensore i reticoli sono lunghi 3 mm , ed i loro centri sono posti a 10 mm uno dall'altro. Questo introduce una spaziatura di 7 mm tra i sensori, e quindi una zona del sensore non sensibile alla deformazione. Le lunghezze d'onda sono invece ravvicinate, in modo da avere uno spettro del sensore completo continuo. La lunghezza ridotta dei reticoli fa sì che il loro spettro sia più largo che nei casi precedenti, rendendo lo spettro dell'array simile a quello di un reticolo *chirped*, senza picchi in corrispondenza dei singoli reticoli.

In figura 5.1 vengono mostrati gli spettri di riflessione rilevati sperimentalmente in configurazione indeformata per tutti e tre i tipi di sensore. Come si può vedere, la riflettività di questo tipo di sensori risulta essere bassa rispetto a quella dei reticoli tradizionali ¹. Come già illustrato nel capitolo 2, ciò è dovuto al particolare processo di produzione che, prevedendo l'incisione del reticolo durante il processo di filatura, non consente tempi di esposizione elevati.

5.1 Considerazioni sulle configurazioni spettrali e spaziali

Ognuna delle tre configurazioni spettrali e spaziali considerate presenta delle caratteristiche peculiari che le rendono più o meno adatte ad applicazioni di un certo tipo.

Array costituiti da reticoli con lunghezze d'onda distinte presentano l'importante vantaggio di non aver bisogno di un'analisi spettrale al fine di risalire alla deformazione agente sul sensore, consentendo un monitoraggio in tempo reale della struttura. Utilizzando degli interrogatori ottici appositamente realizzati, è infatti possibile risalire direttamente alla variazione di lunghezza d'onda del baricentro del singolo picco.

Così facendo si perde però l'effetto dei gradienti di deformazione locali agenti sul sensore, poiché uno spostamento della lunghezza d'onda del baricentro del

¹Per reticoli prodotti con processi tradizionali si hanno valori di riflettività intorno all'80 – 90%

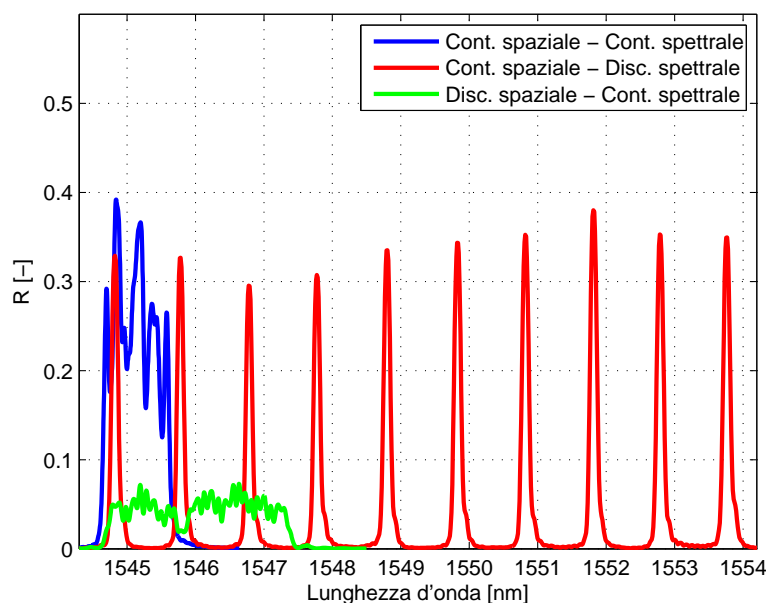


Figura 5.1: Spettri di riflessione acquisiti per i tre sensori utilizzati.

singolo reticolo fornisce un'informazione sulla deformazione media agente su di esso.

Per ottenere informazioni a livello locale, è necessaria un'analisi spettrale, da cui è possibile risalire a variazioni della forma dello spettro provocate da variazioni di deformazione sulla lunghezza del singolo reticolo. In figura 5.2 è illustrato l'effetto di un gradiente locale sullo spettro di riflessione di un reticolo uniforme.

Da questa immagine risulta evidente come lo spostamento del baricentro dello spettro dia un'informazione integrale sulla lunghezza del sensore, perdendo completamente l'informazione locale. Va evidenziato il fatto che un gradiente con pendenza opposta a quello riportato in figura 5.2 (a) avrebbe fornito lo stesso spettro di riflessione.

Un altro limite dovuto all'utilizzo di reticoli con lunghezze d'onda di Bragg separate è la necessità di mantenere una certa separazione tra i picchi, affinché non ci sia sovrapposizione tra due picchi adiacenti a seguito di una deformazione. Questo vincolo, unito alla larghezza di banda della sorgente, pone un limite al numero di reticoli che possono essere iscritti sullo stesso array.

La continuità spettrale è ottenuta invece riducendo al massimo la separazione dei picchi, consentendo quindi un notevole risparmio in termini di banda spettrale. Questo risparmio risulta evidente prendendo in considerazione gli spettri dei sensori a riposo in figura 5.1. Si può vedere come, già a riposo, lo spet-

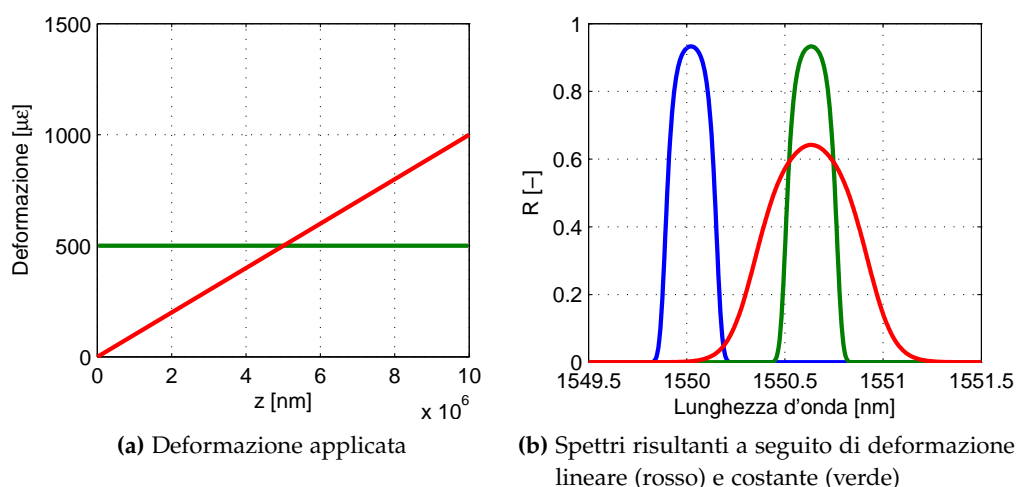


Figura 5.2: Confronto tra gli spettri di un reticolo uniforme sottoposto a deformazione costante o lineare, aventi il medesimo valore medio.

tro dell'array con discontinuità spettrale presenti una larghezza molto maggiore rispetto a quelli continui.

Lo svantaggio della continuità spettrale deriva dalla necessità di acquisire lo spettro del sensore e di elaborarlo con opportuni strumenti, come ad esempio FBGSim, al fine di ottenere la deformazione. Questo fattore ne preclude un utilizzo per applicazioni di monitoraggio *real time*.

5.2 Setup delle prove

La necessità di applicare carichi con distribuzioni molto diverse tra loro, unita alla maggiore lunghezza dei sensori rispetto al caso precedente, hanno reso necessario l'utilizzo di un'attrezzatura di prova dedicata.

Per quanto riguarda l'acquisizione degli spettri dei sensori, si è seguita la procedura descritta nel capitolo relativo alle prove sul reticolo *chirped*.

5.2.1 Configurazioni di carico

Analogamente al caso del reticolo *chirped*, sono state testate diverse configurazioni di carico al fine di ottenere diversi andamenti della deformazione sulla lunghezza dei sensori. In aggiunta alle casistiche esaminate nel precedente capitolo, nel caso degli array è stato possibile applicare ai sensori un carico quasi distribuito, che provoca una deformazione con andamento lineare a tratti approssimante una parabola.

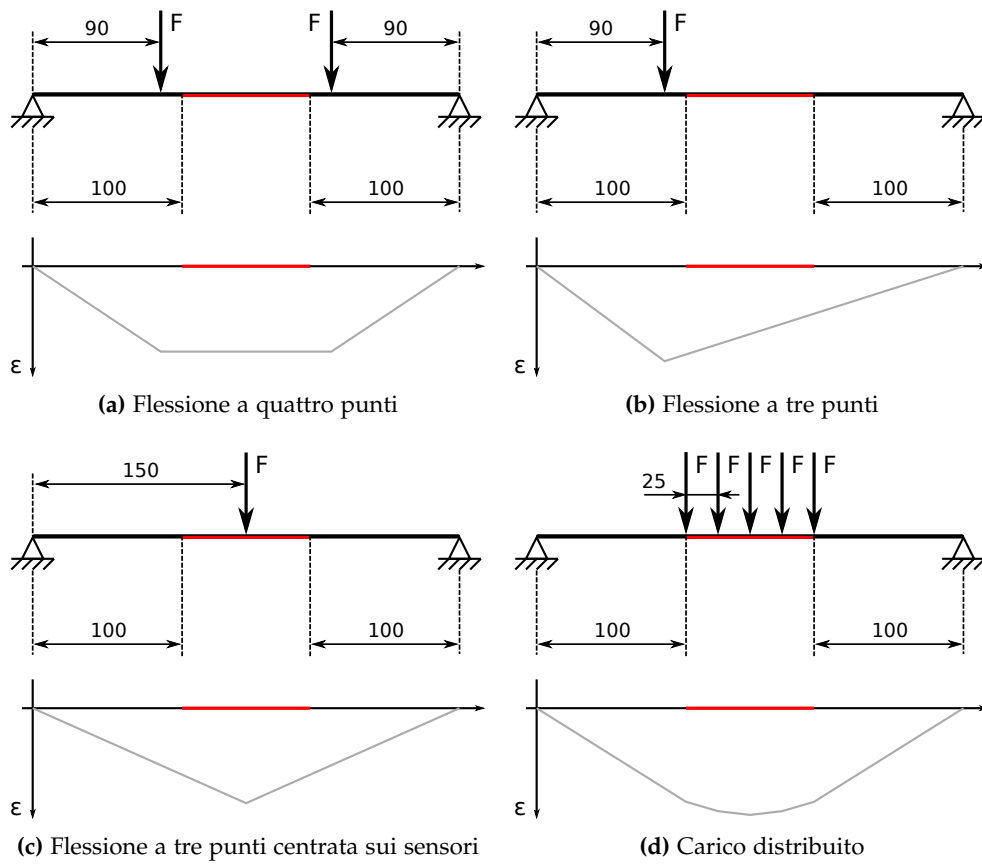


Figura 5.3: Configurazioni di carico utilizzate come caso di studio per gli array.

Le quattro condizioni di carico a cui sono stati sottoposti i sensori sono quindi:

- Deformazione costante;
- Deformazione lineare;
- Deformazione lineare con cambio di pendenza al centro;
- Deformazione quadratica.

Vista la necessità di applicare un carico distribuito, che in questo caso è stato applicato affiancando tra loro più carichi concentrati, non è stato possibile utilizzare per questa seconda serie di prove la macchina uniassiale MTS. L'applicazione di carichi concentrati molto ravvicinati tra loro, di entità nota e non dipendente dalla configurazione del provino risulta infatti di difficile realizzazione.

Per questa ragione è stata appositamente realizzata un'attrezzatura di prova che permettesse di applicare il carico al provino utilizzando dei pesi opportunamente posizionati, sospesi con dei fili.

In figura 5.3 vengono mostrate le quattro configurazioni di carico scelte per le prove sugli array. Si può notare come, a differenza di quanto fatto per il provino con il reticolo *chirped* la deformazione uniforme sia stata applicata mediante una prova di flessione a quattro punti.

Le prove di flessione a tre punti sono invece state eseguite applicando dei carichi concentrati, al centro dei sensori oppure tra di esso ed i vincoli di appoggio.

Nel caso del carico quasi distribuito, sono stati applicati 5 carichi concentrati sulla lunghezza del sensore, ad una distanza di 25 mm l'uno dall'altro. Quest'ultima configurazione è illustrata nelle figure 5.4, in cui viene mostrata la modalità di applicazione del carico e 5.5, in cui è visibile un dettaglio della zona in cui sono applicati i sensori.

5.2.2 Realizzazione del provino

Per i motivi già descritti nel capitolo precedente, anche in questo caso i sensori sono stati applicati al provino tramite incollaggio con cianoacrilato. La necessità di applicare un carico distribuito al provino ha richiesto questa volta una più attenta progettazione della lamina utilizzata come supporto per i sensori, sia in termini di materiale che di spessore.

Condizione necessaria affinché la deformazione derivante dal carico quasi distribuito sia significativa ai fini della validazione del codice e della valutazione dell'efficacia dei vari tipi di reticolo è che la differenza tra la deformazione massima, raggiunta al centro dei sensori, e quella ai loro estremi abbia un

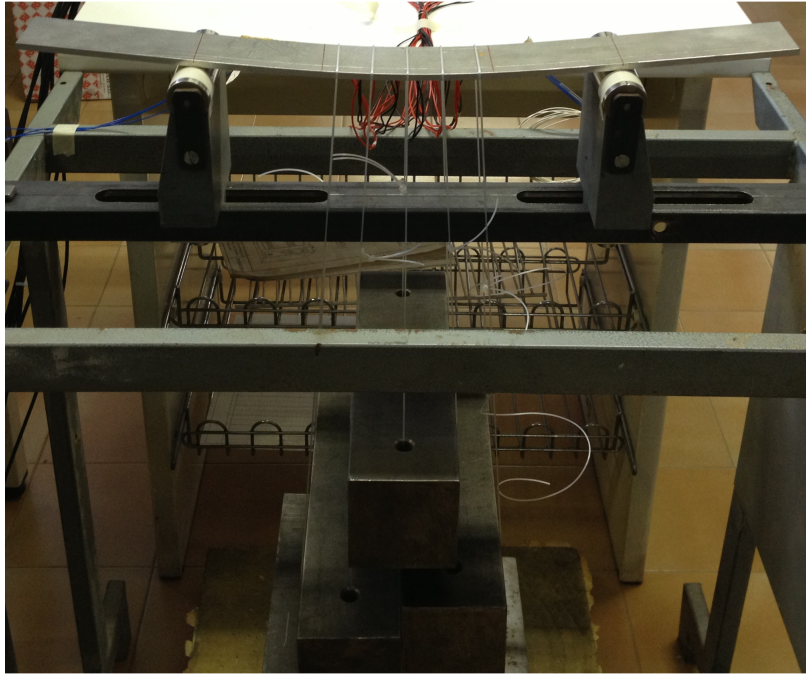


Figura 5.4: Prova con il carico distribuito.

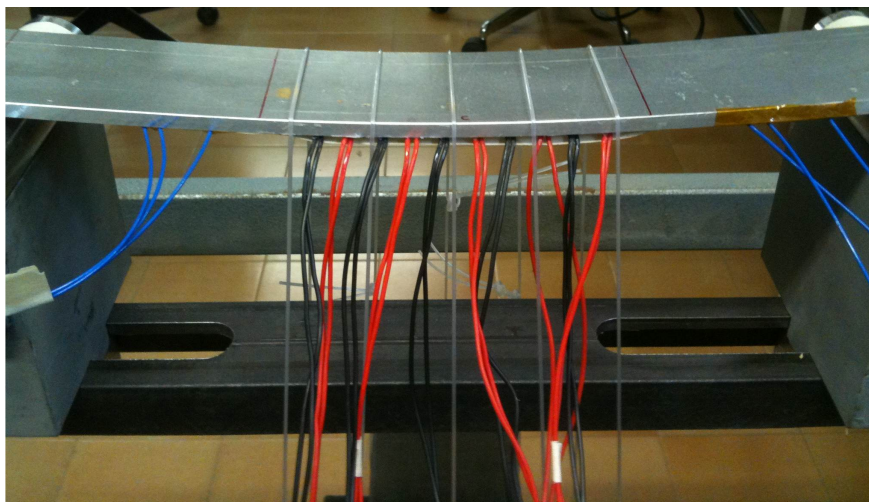


Figura 5.5: Dettaglio della zona di applicazione del carico distribuito.

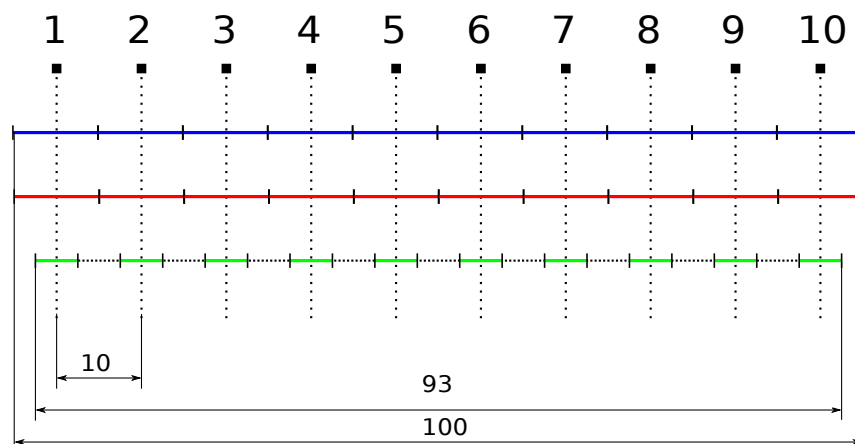


Figura 5.6: Disposizione degli array sul provino. Gli estensimetri sono allineati con il centro dei singoli reticoli.

valore sufficientemente elevato. Valori di tali grandezze poco distanti tra loro comporterebbero infatti una deformazione con andamento quasi uniforme.

Dato che l'interasse della prova è determinato da ragioni di ingombro dei sensori FBG, ed il valore massimo dei carichi concentrati dalla resistenza del filo utilizzato per appendere i pesi, le uniche variabili sulle quali operare sono lo spessore ed il materiale della lamina.

Uno spessore elevato consente di raggiungere valori di deformazione più alti mantenendo una freccia in mezzzeria contenuta, ma richiede carichi elevati, così come un materiale con un modulo elastico elevato. Chiaramente un requisito fondamentale per la scelta del materiale è che non si raggiunga lo sforzo di snervamento per i valori di deformazione che si vuole raggiungere durante la prova.

Il miglior compromesso tra tutti questi aspetti è stato identificato in una lamina di lega di alluminio 7075 dello spessore di 5 mm. Lunghezza e larghezza del provino sono state scelte per garantire sufficiente spazio all'incollaggio degli array e degli estensimetri, e sono rispettivamente pari a 500 mm e 50 mm.

I sensori a fibra ottica sono stati incollati mediante cianoacrilato in analogia a quanto fatto con il reticolo *chirped*. Questa volta sono però state scavate nel provino delle scanalature per consentire un allineamento più preciso delle fibre rispetto all'asse del provino, ed allo stesso tempo permettere una migliore distribuzione della colla.

Per questo motivo, tuttavia, i sensori a fibra ottica si trovano ad una distanza minore dall'asse neutro della trave rispetto agli estensimetri. Si rende quindi necessario apportare delle correzioni ai valori di deformazione misurati dagli estensimetri. Data la profondità delle scanalature pari a 0.1 mm, e tenuto conto

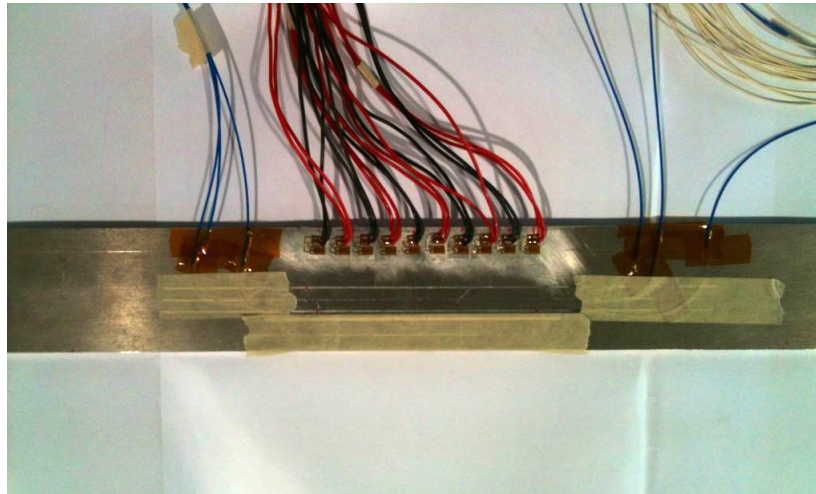


Figura 5.7: Provino estensimetrato.

che il provino ha spessore pari a 2.5 mm , tale correzione è stata quantificata in una riduzione del 4% del valore effettivamente misurato dagli estensimetri.

La disposizione dei tre array sul provino è mostrata in figura 5.6, in cui sono indicate anche le posizioni degli estensimetri usati per il confronto delle deformazioni. In figura 5.7 è invece mostrato il provino ultimato e pronto per l'esecuzione delle prove.

5.3 Sensore continuo spaziale/discontinuo spettrale

Come già detto nelle sezioni precedenti, con questo tipo di sensore sono possibili due approcci differenti per la ricostruzione della deformazione.

Il primo, che è quello già utilizzato per il reticolo *chirped*, prevede di utilizzare FBGSim per trovare la configurazione deformata che minimizza la differenza tra lo spettro simulato e quello sperimentale.

Una seconda strada prevede invece di utilizzare un apposito strumento che rilevi la posizione del singolo picco, fornendo direttamente lo spostamento della lunghezza d'onda di Bragg. Non disponendo di un simile strumento per il sensore in esame, si è risaliti allo spostamento dei singoli picchi passando per lo spettro rilevato con l'analizzatore di spettro.

5.3.1 Lettura diretta della variazione di lunghezza d'onda

La lettura della variazione di lunghezza d'onda di Bragg fornisce la deformazione media agente sul sensore. Si tratta quindi di un'informazione di tipo discreto, come quella fornita dagli estensimetri.

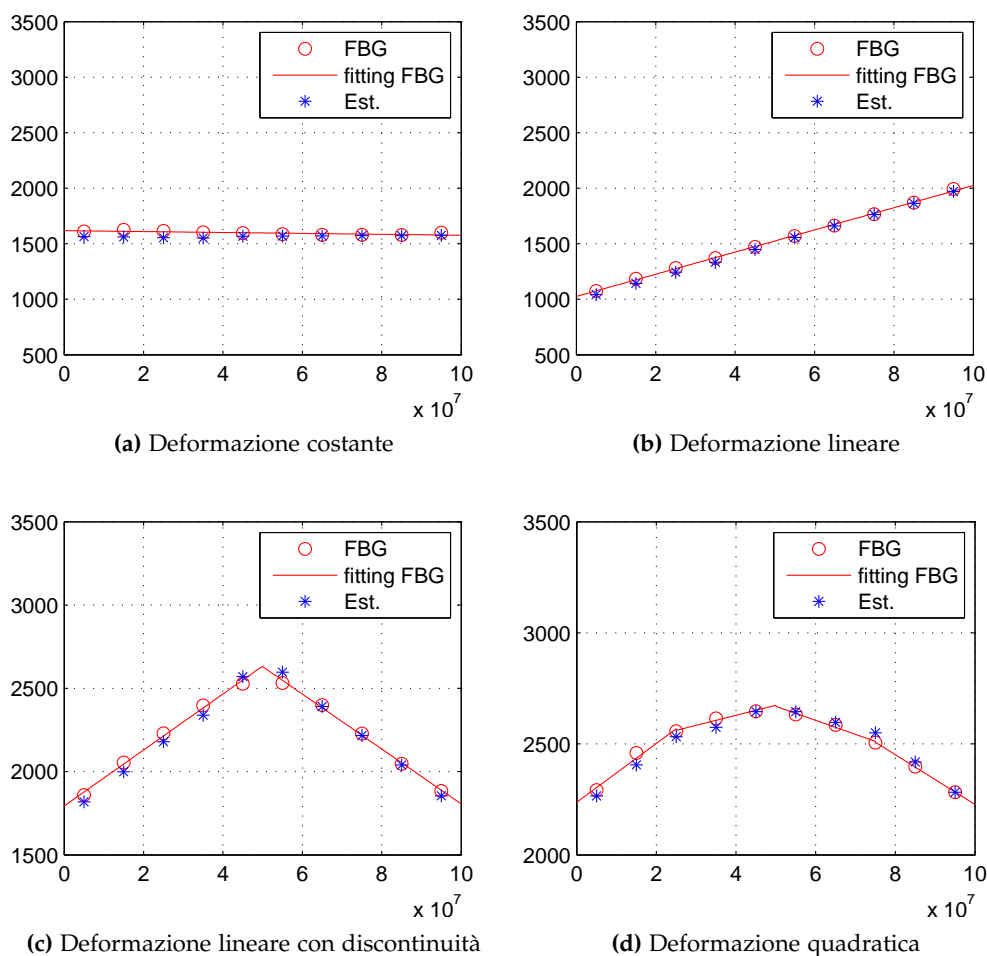


Figura 5.8: Deformazioni ottenute tramite lettura diretta della differenza di lunghezze d'onda di Bragg.

In figura 5.8 sono mostrati i valori di deformazione rilevati dall'array FBG per tutte le condizioni di carico. Sono riportate anche i *fitting* dei dati relativi ai sensori FBG, così come i valori puntuali misurati dagli estensimetri posti in corrispondenza dei centri dei reticoli.

Si può notare un'ottima corrispondenza tra i valori rilevati dai sensori a fibra ottica e quelli letti dagli estensimetri. Le maggiori discrepanze si registrano nel caso del carico distribuito. Ciò è probabilmente dovuto alle concentrazioni di sforzo dovute all'applicazione dei carichi concentrati, che modificano localmente il campo di deformazione.

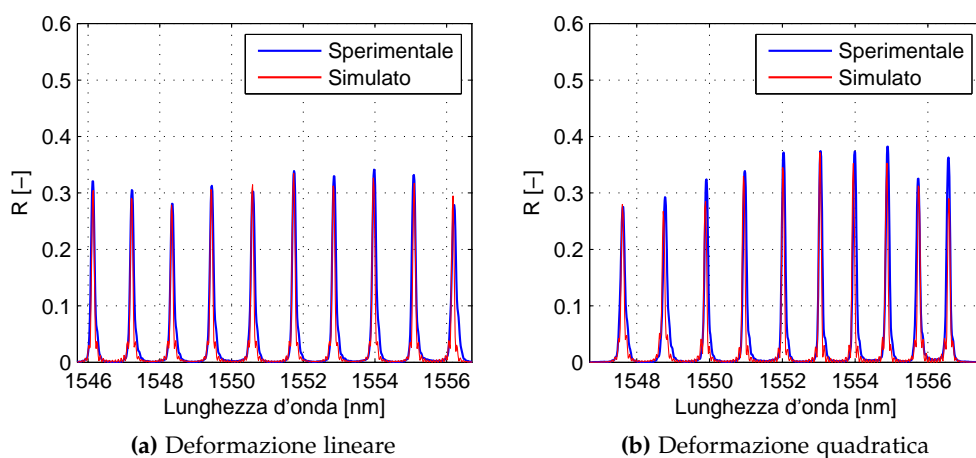


Figura 5.9: Confronto tra gli spettri sperimentali e quelli ottenuti mediante simulazione numerica diretta per i casi di deformazione lineare e quadratica.

5.3.2 Ricostruzione della deformazione con FBGSim

Nonostante la simulazione diretta dello spettro di riflessione del sensore dia ottimi risultati, come è possibile in figura 5.9 in cui sono riportati gli spettri simulati e sperimentali per i casi di deformazione lineare e quadratica, non è stato possibile risalire alla deformazione applicata al sensore utilizzando FBGSim.

Ciò è dovuto ad un problema di convergenza dell'algoritmo di ottimizzazione, che non riesce a trovare la configurazione deformata corrispondente al minimo assoluto della funzione costo, bloccandosi in corrispondenza di minimi locali.

Questo problema, più che all'algoritmo di ottimizzazione, è dovuto alla forma particolare che viene ad assumere la funzione costo nel caso in cui lo spettro del sensore presenti dei picchi stretti e separati tra loro.

Per comprendere l'origine di questo problema, conviene considerare il caso molto semplice di un array composto da due soli reticoli a lunghezze d'onda ben separate, il cui spettro è illustrato in figura 5.10 (a) insieme allo spettro relativo ad una deformazione di tentativo. Per semplificare ulteriormente, si consideri solamente il caso di deformazione uniforme, in cui l'unica variabile è la traslazione rigida dello spettro lungo l'asse delle lunghezze d'onda.

Per questo semplice caso, è possibile tracciare l'andamento della funzione costo in funzione della deformazione imposta al sensore simulato, che viene mostrato in figura 5.10 (b). Da tale grafico risulta evidente come il minimo assoluto sia molto difficile da individuare, anche in un caso banale come quello appena esposto.

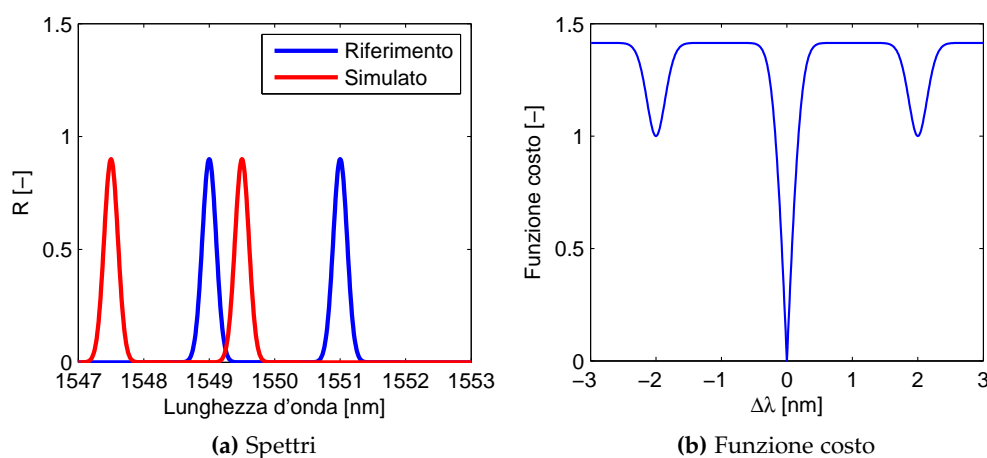


Figura 5.10: Problema di esempio: array composto da due reticoli.

Chiaramente, al crescere del numero di picchi, aumenta il numero di minimi locali, e di conseguenza la possibilità che l'algoritmo di ottimizzazione si blocchi in corrispondenza di uno di questi. Anche introducendo ulteriori variabili di ottimizzazione si creano nuovi minimi locali, dovuti al fatto che la spaziatura tra i reticoli, in caso di deformazioni complesse, non è più costante.

5.4 Sensore continuo spaziale/continuo spettrale

La configurazione continua spaziale e spettrale, ha come obiettivo la riduzione della larghezza di banda spettrale dello spettro di riflessione del sensore, mantenendo allo stesso tempo la continuità spaziale. Tale configurazione, a causa appunto della continuità dello spettro, non permette una lettura diretta dello spostamento di lunghezza d'onda dei picchi relativi ai singoli reticoli.

Per questa ragione, al fine di ottenere la deformazione agente sul sensore è necessario passare per strumenti di elaborazione come FBGSim, perdendo quindi il vantaggio di un possibile utilizzo del sensore per applicazioni di monitoraggio *real time*.

Neanche in questo caso, nonostante anche questa volta ci sia un'ottima correlazione tra lo spettro simulato direttamente e quello sperimentale, la ricostruzione della deformazione con FBGSim ha avuto successo.

Come nel caso precedente, il motivo è dovuto alla mancata convergenza dell'algoritmo di ottimizzazione. Questa volta, però, l'esistenza dei minimi locali è da imputare al comportamento del sensore, piuttosto che alla forma del suo spettro. Su questo tipo di sensore infatti la continuità spettrale è ottenuta ravvicinando tra di loro le lunghezze d'onda dei singoli reticoli.

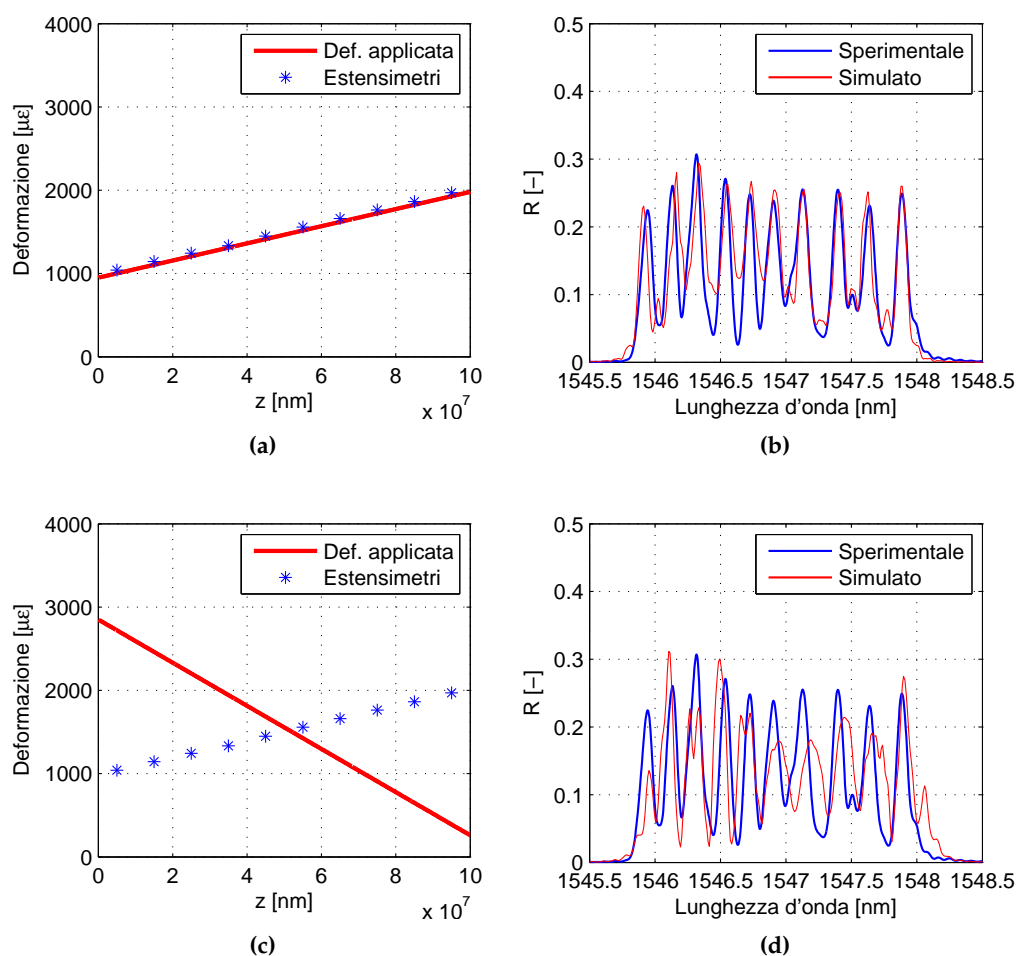


Figura 5.11: Minimi locali nel caso di sensore continuo spaziale/continuo spettrale.

Quando il sensore viene sottoposto ad una deformazione non uniforme, la spaziatura tra i picchi aumenta, dando origine ad uno spettro di riflessione simile a quello del sensore continuo spaziale e spettrale.

Il problema è che, data la scarsa spaziatura tra le lunghezze d'onda dei singoli reticoli, in questo caso i picchi si possono sovrapporre e scambiare tra di loro. Tale situazione è illustrata in figura 5.11 in cui sono riportati gli spettri simulati in due condizioni differenti, messi a confronto con lo spettro rilevato sperimentalmente.

Nel primo caso, mostrato in 5.11 (a), la deformazione applicata nella simulazione coincide con quella realmente applicata al sensore. Lo spettro risultante presenta un'ottima correlazione con quello sperimentalmente.

Nel secondo caso (figura 5.11 (c)) la deformazione applicata nella simulazio-

ne ha andamento totalmente diverso da quella reale. Nonostante ciò, lo spettro risultante ha una buona corrispondenza con quello sperimentale.

Questo fenomeno è causato dalla scarsa separazione tra le lunghezze d'onda dei reticoli che compongono il sensore. Nel secondo caso, infatti, i reticoli che hanno lunghezze d'onda caratteristiche più basse vengono sottoposti ad una deformazione elevata, ed il loro spettro subisce una traslazione maggiore, andando a coincidere con i picchi dello spettro sperimentale aventi lunghezze d'onda elevate.

L'opposto succede per i reticoli con lunghezza d'onda di Bragg alte, i quali, sottoposti a deformazioni basse, presentano una traslazione della lunghezza d'onda modesta, che fa in modo che i loro picchi si posizionino in corrispondenza dei picchi dello spettro sperimentale a lunghezze d'onda minori. Anche nel secondo caso si ha quindi una buona corrispondenza tra gli spettri, causata però dall'inversione dell'ordine dei picchi nella simulazione numerica.

5.5 Sensore discontinuo spaziale/continuo spettrale

Questa configurazione si differenzia dalle altre due per il fatto che i reticoli componenti l'array hanno una lunghezza inferiore, pari a 3 mm , e sono separati da una distanza di 7 mm . La minore lunghezza, se da un lato costituisce uno svantaggio dal momento che non è possibile ottenere una copertura su tutta l'area del sensore, ha il vantaggio di fornire una maggiore uniformità allo spettro, rendendolo molto simile a quello di un reticolo *chirped*.

D'altra parte, ad una lunghezza minore del reticolo, corrisponde anche una minore riflettività, che per il sensore in esame ha valori dell'ordine del $5 - 7\%$.

Anche per questo tipo di sensore, a causa della continuità spettrale, non è possibile effettuare una lettura diretta dello spostamento dei picchi tramite interrogatore ottico, rendendo necessaria l'acquisizione dello spettro ed una sua successiva elaborazione per mezzo di uno strumento quale FBGSim.

Grazie alla maggiore uniformità dello spettro, in questo caso non si sono presentati i problemi di convergenza rilevati negli altri due casi. Ciò ha reso possibile la ricostruzione della deformazione per via numerica, i cui risultati sono riportati nelle figure 5.12 per i casi di deformazione uniforme, lineare e lineare con cambio di pendenza.

Per quanto riguarda il carico quasi distribuito, si è proceduto alla ricostruzione secondo due diverse strategie. Dapprima si sono utilizzati tre punti di controllo ed una funzione approssimante quadratica. Questa configurazione ha il vantaggio di ridurre di molto i tempi di calcolo, accelerando notevolmente la convergenza dell'algoritmo di ottimizzazione.

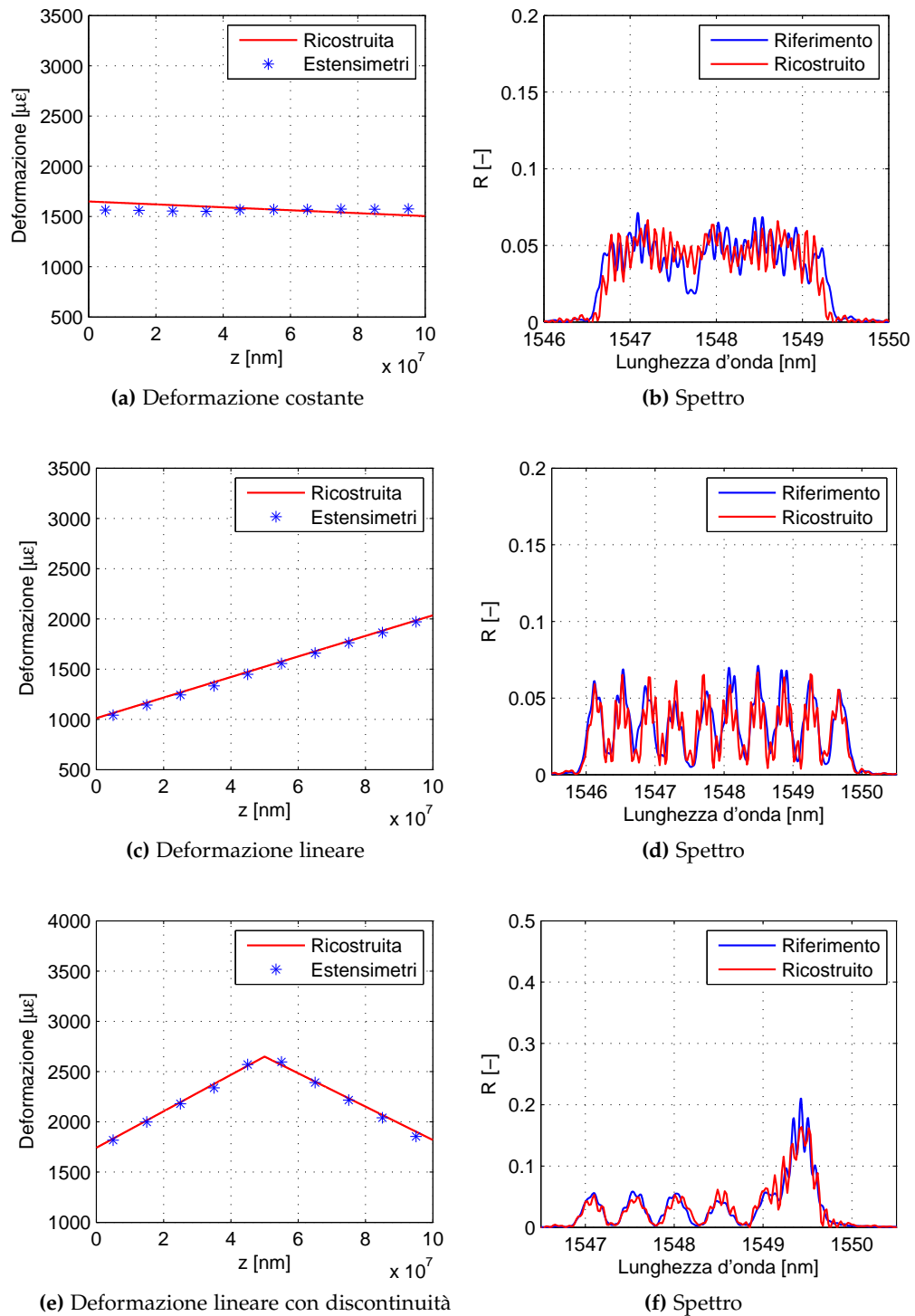
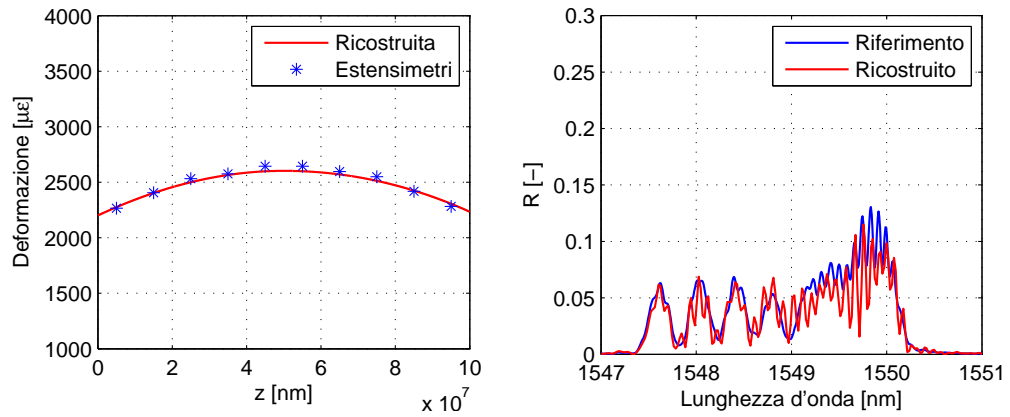


Figura 5.12: Deformazione ricostruita da FBGSim nel caso di sensore continuo spettrale e discontinuo spaziale.

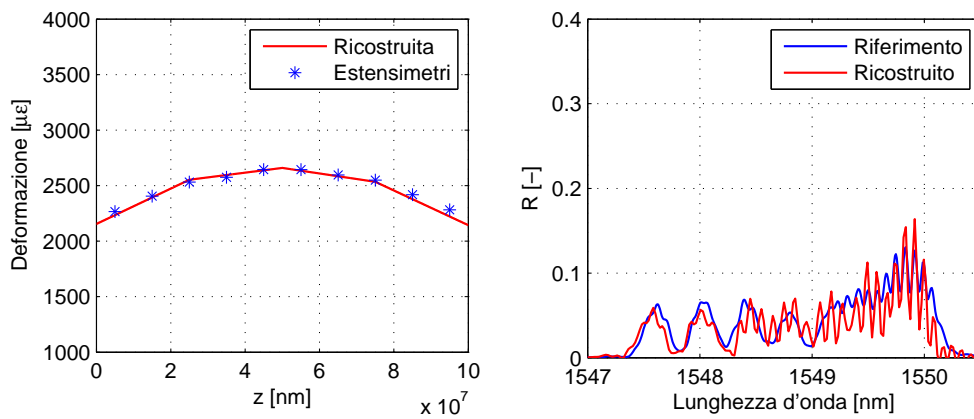
In un secondo momento si sono utilizzati 5 punti di controllo posizionati nei punti di applicazione dei carichi concentrati, in maniera tale da riprodurre più fedelmente l'andamento della deformazione realmente agente sul sensore. Naturalmente in questo secondo caso la ricostruzione risulta più precisa, ma i tempi di calcolo aumentano notevolmente. Entrambi questi casi sono mostrati in figura 5.13.

Dal confronto con i dati sperimentali, è possibile vedere come FBGSim sia in grado di ricostruire correttamente la deformazione agente su un sensore di questo tipo. Tuttavia, visti gli elevati tempi di calcolo impiegati dall'algoritmo (che vanno da una a tre ore a seconda del numero di variabili di ottimizzazione), così come la necessità di un'analisi spettrale, questa strada risulta difficilmente applicabile ad un sistema di monitoraggio in tempo reale dello stato di deformazione di una struttura.



(a) 3 punti di controllo, approssimante quadratica

(b) Spettro



(c) 5 punti di controllo, approssimante lineare a tratti

(d) Spettro

Figura 5.13: Carico quasi distribuito: soluzioni al variare del numero di punti di controllo.

Conclusioni e sviluppi futuri

L'attività svolta in questa tesi ha come fine l'indagine di diverse tecniche di health monitoring utilizzando sensori di deformazione a fibra ottica. L'obiettivo primario è stato lo sviluppo di uno strumento numerico che permettesse di risalire, noto lo spettro di riflessione sperimentale di un sensore, alla deformazione agente su di esso.

L'attività di ricerca svolta in tale direzione ha portato alla creazione di FBGSim, un'applicazione Matlab che consente sia la simulazione diretta dello spettro di riflessione del sensore nota la deformazione (problema diretto), che la ricostruzione della deformazione noto lo spettro sperimentale (problema inverso).

Tale traguardo è stato raggiunto implementando dapprima un metodo di simulazione dello spettro di un FBG basato sulla *Coupled Mode Theory*, e successivamente integrando questo primo strumento all'interno di un algoritmo di ottimizzazione.

Il compito dell'algoritmo di ottimizzazione consiste nel trovare la deformazione per cui si minimizza la differenza tra lo spettro di riflessione simulato e quello sperimentale. Se le caratteristiche del sensore sono state inserite correttamente nel programma, la deformazione trovata dall'algoritmo di ottimizzazione coincide con quella effettivamente agente sul sensore.

Al fine di migliorare i risultati ottenuti mediante simulazione numerica, è stato inserito un ulteriore passaggio che permette di identificare le caratteristiche del sensore in esame a partire dal suo spettro di riflessione a deformazione nulla. Questo passaggio risulta essenziale nel caso di reticoli *chirped*.

Il programma FBGSim è stato successivamente validato utilizzando i dati sperimentali ottenuti sottoponendo un reticolo *chirped* a delle prove di deformazione controllata. Tali prove, oltre a costituire un caso di studio per FBGSim hanno permesso di mettere in evidenza, e di risolvere, diverse problematiche relative all'acquisizione degli spettri dei sensori. Allo stesso tempo è stata messa a punto una tecnica di prova che, non prevedendo l'inglobamento delle fibre ottiche, consente di applicare ai sensori una deformazione con andamento noto in maniera molto precisa, evitando allo stesso tempo l'inglobamento (e, di conseguenza, la non riutilizzabilità) degli stessi.

I risultati relativi a queste prove si sono rivelati molto soddisfacenti, poiché il programma si è dimostrato in grado di ricostruire con errori minimi la deformazione agente sul sensore. Ciò è stato possibile grazie alla particolare configurazione spaziale e spettrale di questo tipo di sensore, che permette una corrispondenza biunivoca tra la deformazione agente in un punto del sensore ed una variazione locale nello spettro, consentendo di ricostruire in modo continuo la deformazione applicata. Un lieve peggioramento nella bontà dei risultati si ha nel momento in cui si aumenta il numero di punti di controllo sul sensore, ovvero si complica la forma della funzione che rappresenta la deformazione numerica sulla quale agisce l'algoritmo genetico.

La seconda parte della tesi si è invece focalizzata sullo studio di una nuova classe di sensori: i *Draw Tower Grating*. I DTG sono sensori prodotti mediante una tecnica innovativa, che consente l'iscrizione del reticolo senza bisogno di rimuovere il coating della fibra, a tutto vantaggio della resistenza meccanica del sensore.

Questa tecnica consente inoltre la produzione di array dalle caratteristiche spettrali più disparate, permettendo quindi di avvicinarsi alla configurazione di un reticolo *chirped*, e di ottenere l'andamento della deformazione sull'intero sensore.

Per fare ciò sono state esaminati tre array in diverse configurazioni spaziali e spettrali, riguardo ai quali si sono potute trarre le seguenti conclusioni:

Configurazione continua spaziale/discontinua spettrale: configurazione particolarmente adatta ad applicazioni di health monitoring in tempo reale, data la possibilità realizzare strumenti in grado di leggere direttamente la variazione di lunghezza d'onda dei singoli picchi. Allo stato attuale presenta tuttavia lo svantaggio relativo al massimo numero di sensori installabile sulla stessa fibra, a causa della spaziatura minima richiesta tra i picchi affinché non si sovrappongano tra loro. Un altro problema riguarda l'impossibilità di utilizzare FBGSim a causa della mancata convergenza dell'algoritmo di ottimizzazione dovuta alla particolare forma della funzione costo. Questo a sua volta fa sì che non si sia in grado di cogliere l'effetto dei gradienti di deformazione localizzati.

Configurazione continua spaziale/continua spettrale: in questo caso, essendo vi continuità spettrale, è necessario l'utilizzo di FBGSim al fine di ricostruire la deformazione. La particolare forma dello spettro, inoltre, non consente di ottenere la corrispondenza biunivoca tra deformazione applicata e spettro. La scarsa separazione tra i picchi, infatti, comporta la possibilità che due o più picchi si scambiano di posizione, rendendo impossibile distinguerli tra loro e costituendo, di fatto, una condizione di minimo locale. Per questa ragione, anche in questo caso, l'algoritmo di ricostruzione

non giunge a convergenza, identificando il minimo locale come minimo assoluto.

Configurazione discontinua spaziale/continua spettrale: anche in quest'ultimo caso, a causa della continuità spettrale, è necessario l'utilizzo di FBGSim. Grazie alla maggiore larghezza degli spettri dei singoli reticoli, dovuta alla minore lunghezza spaziale, lo spettro risultante risulta essere più uniforme, avvicinandosi nella forma a quello di un reticolo *chirped*. Questo ha evitato il verificarsi dei problemi riscontrati per gli altri due sensori, permettendo una corretta risoluzione del problema inverso tramite FBGSim. Gli svantaggi derivanti dall'utilizzo di questo tipo di sensore riguardano la separazione spaziale dei reticoli, causando la perdita dell'informazione sulla deformazione di queste zone, e l'impossibilità di realizzare sistemi di misura *real time*.

Possibili sviluppi futuri dell'attività di ricerca qui condotta prevedono ad esempio lo sviluppo di un'interfaccia tra FBGSim ed un codice ad elementi finiti. In questo modo, si potrebbero usare come variabili di ottimizzazione direttamente i parametri relativi al danneggiamento del modello numerico, quali l'estensione della zona delaminata o la perdita di rigidità degli elementi in prossimità del danno. In questo modo, il processo di ricostruzione si riavvicinerebbe al problema fisico, aumentando le possibilità di convergenza.

Per quanto riguarda invece le attività sperimentali, è ora necessario verificare il funzionamento dei sensori qui studiati una volta inglobati in un laminato composito. Successivamente sarà possibile realizzare provini strumentati da sottoporre a prove *Double Cantilever Beam* oppure *End-Notched Flexure*, in cui è nota l'evoluzione del danneggiamento, in modo da verificare l'applicabilità degli strumenti esaminati in questa tesi a semplici casi di studio di meccanica del danno.

Infine, una volta eseguite tutte queste valutazioni preliminari, sarà necessaria una validazione finale su un componente rappresentativo di una struttura reale, quale un pannello od una porzione di longherone. In questo ultimo caso, sarà necessario valutare attentamente la disposizione dei sensori, così come l'integrazione di sensori di diverso tipo in modo da disporre di informazioni sia a livello locale che globale.

Appendice A

Sorgenti di FBGSim

Vengono di seguito riportati i listati delle principali funzioni componenti FBGSim.

A.1 Inserimento dati: FBGSim_Dati()

```
% *****  
% ***** FBGSim Dati *****  
% *****  
  
% Funzione che restituisce una struct contenente tutti i dati  
% necessari ad una simulazione. Se viene chiamata senza variabili in  
% ingresso usa i dati inseriti direttamente nel file.  
  
function dati_reticolo = FBGSim_Dati(L, n0, a, dn, v, LambdaBragg,...  
    pe, chirp, d_LambdaD, pin, pfin, Nsr, LR, ...  
    apo, fwhm, z_pc, y_pc, Lmin, Lmax, ncamp, m)  
  
% *****  
% ***** Inserimento dati *****  
% *****  
if nargin == 0  
  
    % Lunghezza del reticolo [nm]  
    L = 30*1e6;  
    % Indice di rifrazione n0  
    n0 = 1.46;  
    % Fattore di confinamento del modo  
    a = 1;  
    % Variazione indice di rifrazione  
    dn = 9e-4;  
    % Fattore di vista
```

```
v = 1e5;
% Lunghezza d'onda di Bragg [nm]
LambdaBragg = 1549.85;
% Costante fotoelastica
pe = 0.21;

% Chirp:
% - 1 = uniforme
% - 2 = chirp lineare
% - 3 = reticolo discreto
chirp = 2;
% Parametro di chirp d(lambda_D)/dz
d_LambdaD = 5.30e-7;
% Periodi iniziale e finale nel caso di reticolo discreto
pin = 532;
pfin = 532.5;
% Numero di reticoli presenti sul sensore
Nsr = 10;
% Lunghezza singolo FBG
LR = 0;

% Apodizzazione:
% - 1 = no
% - 2 = coseno rialzato
% - 3 = gaussiana
% - 4 = arbitraria
apo = 1;
fwhm = 1.5 *1e6;

y_pc = [];
z_pc = []*L;

% Lunghezze d'onda d'interesse max e min [nm]
Lmin = 1510;
Lmax = 1590;
% Risoluzione lunghezza d'onda [nm]
ris = 0.2;
ncamp = (Lmax-Lmin)/ris;
% Numero di frange per sottoreticolo
m = 100;
end
% *****

% Indice di rifrazione del core efficace (n0*a)
na = n0*a;
% Vettore del campionamento della banda spettrale
```

```

Lambda=linspace(Lmin,Lmax,ncamp);
% Periodo del reticolo (LambdaBragg=2*neff*p)
p = (LambdaBragg/(2*na));
% Numero di frange N
N = round(L/p);
% Numero di sottoreticoli
M = round(N/m);

switch(chirp)
    case(1)
        % Reticolo uniforme
        [dz, zM, per] = FBGSim_Reticolo_Standard (L, M, p);
    case(2)
        % Reticolo chirpato
        [dz, zM, per] = FBGSim_Reticolo_Chirpato(L, M, p, d_LambdaD);
    case(3)
        % Reticolo discreto
        [dz, zM, per] = FBGSim_Reticolo_Discreto(L, ...
            M, pin, pfin, Nsr, LR);
    otherwise
        disp('!!! Problema definizione tipo reticolo')
end

switch(apo)
    case(1)
        % Apodizzazione uniforme
        [dnz] = FBGSim_Apod_Uniforme (a, v, dn, M);
    case(2)
        % Apodizzazione coseno rialzato
        [dnz] = FBGSim_Apod_Coseno (a, v, dn, L, zM, fwhm);
    case(3)
        % Apodizzazione gaussiana
        [dnz] = FBGSim_Apod_Gauss (a, v, dn, L, zM, fwhm);
    case(4)
        % Apodizzazione secondo un profilo arbitrario
        [dnz] = FBGSim_Apod_Arbitraria (v, dn, zM, z_pc, y_pc);
    otherwise
        disp('!!! Problema definizione apodizzazione')
end

% Salva i dati necessari per la simulazione in una struct
dati_reticolo.M = M;
dati_reticolo.dz = dz;
dati_reticolo.zM = zM;
dati_reticolo.per = per;
dati_reticolo.pe = pe;

```

```
dati_reticolo.Lambda = Lambda;  
dati_reticolo.dnz = dnz;  
dati_reticolo.na = na;  
dati_reticolo.v = v;  
dati_reticolo.L = L;  
dati_reticolo.p = p;  
dati_reticolo.d_LambdaD = d_LambdaD;  
dati_reticolo.LambdaBragg = LambdaBragg;  
dati_reticolo.dn = dn;
```

```
return
```

A.2 Definizione del profilo di apodizzazione

A.2.1 FBGSim_Apod_Uniforme()

```
function [dnz] = FBGSim_Apod_Uniforme (a, v, dn, M)  
  
% Assegna un profilo di apodizzazione uniforme al reticolo.  
% Il valore dell'indice di rifrazione per ogni reticolo viene salvato  
% nel vettore dnz.  
  
coeff=dn/v;  
  
dnz=(ones(1,M).*(coeff*a));
```

A.2.2 FBGSim_Apod_Coseno()

```
function [dnz] = FBGSim_Apod_Coseno (a, v, dn, l, zM, fwhm)  
  
% Assegna un profilo di apodizzazione coseno rialzato al reticolo.  
  
% definizione del centro della campana  
centro=l/2;  
  
coeff=dn/v;  
  
% Creazione del vettore dnz  
dnz=coeff*a*(1+cos(pi*(zM-centro)/fwhm));
```

A.2.3 FBGSim_Apod_Gauss()

```
function [dnz] = FBGSim_Apod_Gauss (a, v, dn, l, zM, fwhm)  
  
% Assegna un profilo di apodizzazione gaussiano al reticolo.  
  
% definizione del centro della campana
```



```

centro=l/2;

coeff=dn/v;

% Creazione del vettore dnz
dnz=(a*coeff)*exp(-4*log(2)*((zM-centro)/fwhm).^2);

```

A.2.4 FBGSim_Apod_Arbitraria()

```

function [dnz] = FBGSim_Apod_Arbitraria (v, dn, zM, z_pc, y_pc)

coeff = dn/v;

% Crea il vettore dnz interpolando i punti di controllo specificati
% in corrispondenza dei baricentri dei sottoreticoli
dnz = pchip(z_pc, y_pc, zM).*coeff;

```

A.3 Assegnazione del periodo dei sottoreticoli

A.3.1 FBGSim_Reticolo_Standard

```

function [dz, zM, per] = FBGSim_Reticolo_Standard (l, M, p)

% Assegnazione di un andamento del periodo uniforme
%
% Crea tre vettori che identificano le caratteristiche geometriche del
% reticolo in condizione indeformata

% Creazione dei vettori dz e per
dz=ones(1,M).*(l/M);
per=ones(1,M).*p;

% Creazione del vettore zM
zM=linspace((l/M)/2,(l-((l/M)/2)),M);

```

A.3.2 FBGSim_Reticolo_Chirpato

```

function [dz, zM, per] = FBGSim_Reticolo_Chirpato(l, M, p, d_LambdaD)

% Assegna l'andamento dell'indice di rifrazione e del periodo in un
% reticolo chirped, ossia con periodo del reticolo variabile.

% Creazione del vettore dz
dz=ones(1,M).*(l/M);

% Creazione del vettore zM
zM=linspace((l/M)/2,(l-((l/M)/2)),M);

```

```
% Creazione del vettore per
per = ones(1,M).*p;

for k = 1:length(per)
    per(k) = p - d_LambdaD*(-zM(k)+l/2);
end
```

A.3.3 FBGSim_Reticolo_Discreto

```
function [dz, zM, per] = ...
    FBGSim_Reticolo_Discreto(l, M, pin, pfin, Nsr, LR)

% Periodi equispaziati e distribuiti linearmente tra pin e pfin
% pin = periodo iniziale del reticolo
% pfin = periodo finale del reticolo
% Nsr = numero totale di sottoreticoli

% Creazione del vettore dz
dz=ones(1,M).*(l/M);

% Creazione del vettore zM
zM=linspace((l/M)/2,(l-((l/M)/2)),M);

% Creazione del vettore per
per = ones(1,M);

Dp = (pfin-pin)/(Nsr-1);
DL = l/Nsr;

for iR = 0:(Nsr-1)
    ni = max(sum(zM < iR*DL),1);
    nf = sum(zM <= iR*DL + LR);
    per(ni:nf) = pin + iR*Dp;
end
```

A.4 Solutore: FBGSim_Solutore()

```
function [erre, ti, time] = FBGSim_Solutore (dati_reticolo)

% Funzione che implementa la coupled mode theory

% Inizio conteggio tempo di calcolo
tic

est = length (dati_reticolo.Lambda);
```

```

% Pre-allocazione vettori r, t, erre, ti
r=zeros(1,est);
t=zeros(1,est);
erre=zeros(1,est);
ti=zeros(1,est);

% Creazione dei vettori r, t, erre, ti

% Scorre le lunghezze d'onda
for c=1:est
    ftot=eye(2);
    % Scorre i sottoreticoli
    for d=1:dati_reticolo.M
        % Calcola i coefficienti di accoppiamento
        s=(2*pi/dati_reticolo.Lambda(c))*...
            (dati_reticolo.na+dati_reticolo.dnz(1,d))...
            -pi/dati_reticolo.per(1,d)...
            +4*pi* dati_reticolo.d_LambdaD...
            * sum(dati_reticolo.dz(1,d)) /dati_reticolo.LambdaBragg^2;

        k=pi*dati_reticolo.v*dati_reticolo.dnz(1,d)...
            /dati_reticolo.Lambda(c);

        ga=sqrt(-s^2+k^2);

        % Calcola la matrice per il sottoreticolo
        fin=[cosh(ga*dati_reticolo.dz(1,dati_reticolo.M))...
            -li*s*sinh(ga*dati_reticolo.dz(1,dati_reticolo.M))/ga,...
            -li*k*sinh(ga*dati_reticolo.dz(1,dati_reticolo.M))/ga;

            +li*k*sinh(ga*dati_reticolo.dz(1,dati_reticolo.M))/ga,...
            cosh(ga*dati_reticolo.dz(1,dati_reticolo.M))...
            +li*s*sinh(ga*dati_reticolo.dz(1,dati_reticolo.M))/ga];
        % Moltiplica con la matrice dell'intero reticolo
        ftot=fin*ftot;
    end;
    % Coefficienti di riflessione e trasmissione
    r(c)=ftot(2,1)/ftot(1,1);
    t(c)=1/ftot(1,1);
    erre(c)=(abs(r(c))).^2;
    ti(c)=(abs(t(c))).^2;
end;

% Fine conteggio del tempo di calcolo
time=toc;

```

A.5 Deforma il reticolo: FBGSim_Reticolo_Deformato()

```
function [zMdef, perdef, dzdef, def] = ...
    FBGSim_Reticolo_Deformato (dati_reticolo, deffem, zfem)

% Crea quattro vettori che identificano le caratteristiche geometriche
% del reticolo in condizione deformata. La deformazione ottenuta
% interpolando i punti definiti dalle coordinate (zfem, deffem)

% Interpolazione con shape preservation interpolation (pchip) (miglior
% interpolazione in caso di andamenti strani delle deformazioni)
% def = pchip(zfem, deffem, dati_reticolo.zM);

% Interpolazione lineare (interp1), da usare se si sa che la
% deformazione ha andamento lineare sul sensore
def = interp1(zfem, deffem, dati_reticolo.zM);

% Interpolazione con cubic spline data interpolation (spline)
% def = spline(zfem, deffem, dati_reticolo.zM);

% Inizializzazione dei vettori di output
zMdef=zeros(1,dati_reticolo.M);
perdef=zeros(1,dati_reticolo.M);
dzdef=zeros(1,dati_reticolo.M);

% Creazione dei vettori di zM, per e dz deformati
for k=1:dati_reticolo.M
    perdef(1,k) = ...
        dati_reticolo.per(1,k)* (1+(1-dati_reticolo.pe)*def(1,k));
    dzdef(1,k) = ...
        dati_reticolo.dz(1,k) * (1+(1-dati_reticolo.pe)*def(1,k));

    if k==1
        zMdef(1,k) = dzdef(1,k)/2;
    else
        zMdef(1,k) = zMdef(1,k-1)+dzdef(1,k-1)/2+dzdef(1,k)/2;
    end
end
```

A.6 Identificazione: FBGSim_Identificazione_Reticolo

```
% *****
% ***** Identificazione reticolo *****
% *****
clear all, close all
clc
```

```
% Crea e salva la struct contenente i dati del reticolo
dati_reticolo = FBGSim_Dati();
save dati_reticolo

% Interpola e salva lo spettro di riferimento
spettro_rif = Interpola_spettro('r.txt', dati_reticolo.Lambda);
save spettro_rif

% *****
% ***** Algoritmo genetico *****
% *****
% Uso l'algoritmo genetico con pattern search per identificare il
% profilo di apodizzazione che permette di avere uno spettro il pi
% simile possibile a quello sperimentale indeformato.

ObjectiveFunction = @cost_fun_ID;

% Numero di punti di controllo del profilo di apodizzazione
n_pc = 7;

% Limiti inferiori e superiori
lb = zeros(1,n_pc);
ub = 1.5*ones(1,n_pc);

% Numero di variabili
nvars = 7;

% Opzioni di default
options = gaoptimset('ga');

% *****
% ***** Opzioni *****
% *****

% ***** Algoritmo genetico
% Ferma l'algoritmo se dopo StallGenLimit generazioni di stallo la
% funzione cambia meno di TolFun
options = gaoptimset(options, 'StallGenLimit',10);
options = gaoptimset(options, 'TolFun', 0);
% Limite obiettivo per la funzione costo
options = gaoptimset(options, 'FitnessLimit', 0.01);
% Dimensione della popolazione
options = gaoptimset(options, 'PopulationSize', 20);
% Calcola in parallelo piu' popolazioni
options = gaoptimset(options, 'UseParallel', 'always');
```

```
% Mostra informazioni sull'iterazione corrente
options = gaoptimset(options, 'Display', 'iter');
% Range in cui sceglie la popolazione iniziale
options = gaoptimset(options, 'PopInitRange', [lb;ub]);
% Limite di tempo
options = gaoptimset(options, 'StallTimeLimit', Inf);
% Numero max di generazioni
options = gaoptimset(options, 'Generations', 20);
% Funzione che definisce come avviene la mutazione
options = gaoptimset(options, 'MutationFcn', {@mutationuniform, 1});
% Definisce quale percentuale delle nuove generazioni deriva da
% crossover. Il resto deriva da mutazione
options = gaoptimset(options, 'CrossoverFraction', 0.5);

% ***** Hybrid function - Pattern Search
% Valori predefiniti delle opzioni
optionsPS = psoptimset;
% Mostra informazioni sull'iterazione corrente
optionsPS = psoptimset(optionsPS, 'Display', 'iter');
% Calcola in parallelo tutti i punti
optionsPS = psoptimset(optionsPS, 'UseParallel', 'always');
% Plot di alcune info durante il calcolo
optionsPS = psoptimset(optionsPS, 'PlotFcn', ...
    {@psplotbestx, @psplotbestf, @psplotspettro_ID});
% Tolleranza sulla variazione della funzione costo
optionsPS = psoptimset(optionsPS, 'TolFun', 1e-5);
% Usa una hybrid function, con le opzioni definite sopra
options = gaoptimset(options, 'HybridFcn', ...
    {@patternsearch, optionsPS});

% Calcolo parallelo
t=tic;
matlabpool open 4
options = gaoptimset(options, 'UseParallel', 'always');

% Chiamata all'ottimizzatore
[y_id, fval, exitflag, output] = ...
    ga(ObjectiveFunction, nvars, [], [], [], [], lb, ub, [], options);

matlabpool close
tfin = toc(t);

disp('***** Tempo totale di calcolo:')
disp(tfin/60)
```

A.7 Script *Main*: FBGSim_Main

```

% *****
% ***** FBGSim - Main *****
% *****
% File principale di FBGSim: contiene le chiamate ai file e funzioni
% per la definizione dei dati e l'identificazione della deformazione

clear all, close all
clc

% Necessario per i grafici
fontname = 'Helvetica';
set(0, 'defaultaxesfontname', fontname);
set(0, 'defaulttextfontname', fontname);

% Carica i dati del reticolo
dati_reticolo = FBGSim_Dati();

% Corregge il profilo di apodizzazione per adattarsi a quello reale.
% In z_pc viene definita la posizione dei punti di controllo per
% l'apodizzazione lungo il sensore.
% In y_id il valore della funzione di apodizzazione identificata nei
% punti di controllo.

y_id = [0.8  1.0  1.14  1.07  1.0  0.95  0.9];
z_pc = [0, 0.05, 0.2, 0.5, 0.8, 0.95, 1]*dati_reticolo.L;
dati_reticolo.dnz = FBGSim_Apod_Arbitraria (dati_reticolo.v,...
                                           dati_reticolo.dn,...
                                           dati_reticolo.zM,...
                                           z_pc,...
                                           y_id);

% Salva i dati del reticolo perch la funzione costo possa accedervi.
save dati_reticolo

% ***** Spettro di riferimento
% Interpola lo spettro di riferimento sperimentale. In questo modo si
% ottengono i valori dello spettro sperimentali per le stesse
% lunghezze d'onda di quello numerico.
spettro_rif = Interpola_spettro('r.txt', dati_reticolo.Lambda);

spettro_rif(:,2) = spettro_rif(:,2)*.95;

% Nome dei file per il salvataggio degli spettri e delle deformazioni
% ricostruiti

```

```
nomefile = input('***** Nome file salvataggio (stringa): ');

% Salva lo spettro di riferimento perch la funzione costo
% possa accedervi.
save spettro_rif

% ***** Numero di variabili/punti di controllo.
% Definisce il numero di punti di controllo sulla lunghezza del
% sensore, che coincidono col numero di variabili di ottimizzazione.
% La deformazione una funzione che interpola i punti di controllo,
% quindi:
% - 1 p.c. --> deformazione costante
% - 2 p.c. --> deformazione lineare
% - 3 p.c. --> deformazione quadratica
% - ...
nvars = 5;

% Chiamata al file contenente le impostazioni dell' algoritmo di
% ottimizzazione. Sono possibili due scelte:
% - FBGSim_GA = algoritmo genetico
% - FBGSim_GA_PS = algoritmo ibrido genetico/pattern search
FBGSim_GA_PS

% Deformazioni ricostruite
figure
plot(dati_reticolo.zM, def_ric*1e6, 'r', 'linewidth', 1)
grid on, hold on
plot(dati_reticolo.zM, def_re, 'linewidth', 1)

ylim([0,4000]);
xlabel('z [nm]')
ylabel('Deformazione [\mu\epsilon]')
legend('Ricostruita', 'Reale')

% Salva immagine
print(gcf, '-depsc2', sprintf('%s.eps', strcat(nomefile, '_def')));

% Confronto spettri
figure
plot(dati_reticolo.Lambda, spettro_rif, 'b', 'linewidth', 1)
grid on, hold on
plot(dati_reticolo.Lambda, spettro_ric, 'r', 'linewidth', 1)

ylim([0,1])
xlabel('Lunghezza d'onda [nm]')
ylabel('R [-]')
```



```

legend('Riferimento','Ricostruito', 'location', 'south')
% Salva immagine
print(gcf, '-depsc2', sprintf('%s.eps', strcat(nomefile, '_spettro')));

% Salva defromazioni ricostruite e spettri ricostruiti in file testo
spettro_file = [dati_reticolo.Lambda', spettro_ric'];
save(strcat(nomefile, '_spettro_ric'), 'spettro_file', '-ASCII')

def_file = [dati_reticolo.zM', def_ric'];
save(strcat(nomefile, '_def_ric'), 'def_file', '-ASCII')

```

A.8 Algoritmo genetico: FBGSim_GA

```

% *****
% ***** Algoritmo genetico *****
% *****
% File in cui vengono definite le impostazioni dell'algoritmo genetico

% Definizione della funzione costo.
% La funzione definita in un file a parte, qui viene chiamata come
% function handle.
ObjectiveFunction = @cost_fun;

% Limiti inferiori e superiori [uepsilon]
lb = 0*ones(1,nvars);
ub = 4000*ones(1,nvars);

% Crea opzioni di default, poi vengono modificate
options = gaoptimset('ga');

% *****
% ***** Opzioni *****
% *****

% ***** Algoritmo genetico
% Ferma l'algoritmo se dopo StallGenLimit generazioni di stallo
% la funzione cambia meno di TolFun
options = gaoptimset(options, 'StallGenLimit', 20);
options = gaoptimset(options, 'TolFun', 0);
% Limite obiettivo per la funzione costo
options = gaoptimset(options, 'FitnessLimit', 0.02);
% Dimensione della popolazione
options = gaoptimset(options, 'PopulationSize', 100);
% Calcola in parallelo piu' popolazioni
options = gaoptimset(options, 'UseParallel', 'always');
% Mostra informazioni sull'iterazione corrente

```

Sorgenti di FBGSim

```
options = gaoptimset(options, 'Display', 'iter');
% Range in cui sceglie la popolazione iniziale
options = gaoptimset(options, 'PopInitRange', [0;4000]);
% Limite di tempo
options = gaoptimset(options, 'StallTimeLimit', Inf);
% Numero max di generazioni
options = gaoptimset(options, 'Generations', 200);
% Funzione che definisce come avviene la mutazione
options = gaoptimset(options, 'MutationFcn', {@mutationuniform, 1});
% Definisce quale percentuale delle nuove generazioni deriva da
% crossover. Il resto deriva da mutazione
options = gaoptimset(options, 'CrossoverFraction', 0.5);
% Plot di alcune info durante il calcolo
options = gaoptimset(options, 'PlotFcns',...
    {@gaplotbestf @gaplotbestindiv @gaplotspettro});

% Calcolo parallelo
t=tic;
matlabpool open 4
options = gaoptimset(options, 'UseParallel', 'always');

% Chiamata all'ottimizzatore
[x,fval,exitflag,output] = ...
    ga(ObjectiveFunction, nvars, [], [], [], [], lb, ub, [], options);

% Ricostruisce lo spettro
y_def_ric = x *1e-6;
z_def_ric = linspace(0, dati_reticolo.L, nvars);

% Ottiene caratteristiche del reticolo deformato
[zMdef, perdef, dzdef, def_ric] = ...
    FBGSim_Reticolo_Deformato(dati_reticolo, y_def_ric, z_def_ric);

% Modifica dati del reticolo
dati_reticolo_def = dati_reticolo;
dati_reticolo_def.zM = zMdef;
dati_reticolo_def.per = perdef;
dati_reticolo_def.dzdef = dzdef;

% Chiamata al solutore (dati deformati)
[spettro_ric, tidedf, timedef] = FBGSim_Solutore (dati_reticolo_def);

matlabpool close
tfin = toc(t);

disp('***** Tempo totale di calcolo [min]:')
```

```
disp(tfin/60)
```

A.9 Algoritmo ibrido: FBGSim_GA_PS

```
% *****
% ***** Algoritmo genetico con pattern search *****
% *****
% File in cui vengono definite le impostazioni dell'algoritmo genetico
% e del pattern search.

% Definizione della funzione costo. La funzione definita in un file
% a parte, qui viene chiamata come function handle.
ObjectiveFunction = @cost_fun;

% Limiti inferiori e superiori [uepsilon]
lb = 0*ones(1,nvars);
ub = 4000*ones(1,nvars);

% Opzioni di default
options = gaoptimset('ga');

% *****
% ***** Opzioni *****
% *****

% ***** Algoritmo genetico
% Poche generazioni di pochi individui e alta mutazione, per esplorare
% tutto lo spazio.

% Ferma l'algoritmo se dopo StallGenLimit generazioni di stallo la
% funzione cambia meno di TolFun
options = gaoptimset(options, 'StallGenLimit',10);
options = gaoptimset(options, 'TolFun', 0);
% Limite obiettivo per la funzione costo
options = gaoptimset(options, 'FitnessLimit', 0.02);
% Dimensione della popolazione
options = gaoptimset(options, 'PopulationSize', 20);
% Calcola in parallelo piu' popolazioni
options = gaoptimset(options, 'UseParallel', 'always');
% Mostra informazioni sull'iterazione corrente
options = gaoptimset(options, 'Display', 'iter');
% Range in cui sceglie la popolazione iniziale
options = gaoptimset(options, 'PopInitRange', [0;4000]);
% Limite di tempo
options = gaoptimset(options, 'StallTimeLimit', Inf);
```

```
% Numero max di generazioni
options = gaoptimset(options, 'Generations', 20);
% Funzione che definisce come avviene la mutazione
options = gaoptimset(options, 'MutationFcn', {@mutationuniform, 1});
% Definisce quale percentuale delle nuove generazioni deriva da
% crossover. Il resto deriva da mutazione
options = gaoptimset(options, 'CrossoverFraction', 0.5);

% ***** Hybrid function - Pattern Search
% Valori predefiniti delle opzioni
optionsPS = psoptimset;
% Mostra informazioni sull'iterazione corrente
optionsPS = psoptimset(optionsPS, 'Display', 'diagnose');
% Calcola in parallelo tutti i punti
optionsPS = psoptimset(optionsPS, 'UseParallel', 'always');
% Plot di alcune info durante il calcolo
optionsPS = psoptimset(optionsPS, 'PlotFcn',...
    {@psplotbestx, @psplotbestf, @psplotspettro, @psplotdef});
% Tolleranza sulla variazione della funzione costo
optionsPS = psoptimset(optionsPS, 'TolFun', 1e-6);
% Tolleranza sulla griglia di punti
optionsPS = psoptimset(optionsPS, 'TolMesh', 1e-6);
% Sonda tutti i punti intorno al punto corrente
optionsPS = psoptimset(optionsPS, 'CompletePoll', 'on');

% Usa una hybrid function, con le opzioni definite sopra
options = gaoptimset(options, 'HybridFcn',...
    {@patternsearch, optionsPS});

% Calcolo parallelo
t=tic;
matlabpool open 4
options = gaoptimset(options, 'UseParallel', 'always');

% Chiamata all'ottimizzatore
[x, fval, exitflag, output] = ...
    ga(ObjectiveFunction, nvars, [], [], [], [], lb, ub, [], options);

% Ricostruisce lo spettro
y_def_ric = x * 1e-6;
z_def_ric = linspace(0, dati_reticolo.L, nvars);

% Ottiene caratteristiche del reticolo deformato
[zMdef, perdef, dzdef, def_ric] = ...
    FBGSim_Reticolo_Deformato(dati_reticolo, y_def_ric, z_def_ric);
```

```

dati_reticolo_def = dati_reticolo;
dati_reticolo_def.zM = zMdef;
dati_reticolo_def.per = perdef;
dati_reticolo_def.dzdef = dzdef;

% Chiamata al solutore (dati deformati)
[spettro_ric, tided, timedef] = FBGSim_Solutore (dati_reticolo_def);

matlabpool close
tfin = toc(t);

disp('**** Tempo totale di calcolo [min]:')
disp(tfin/60)

```

A.10 Funzione costo: cost_fun()

```

% *****
% ***** Function che valuta la funzione obiettivo *****
% *****

function [err] = cost_fun(alpha)

% alpha sono le variabili di ottimizzazione. Nel nostro caso sono i
% valori della deformazione, in microepsilon, in determinati punti del
% reticolo. err e' il valore della funzione costo.

% Carica la struct contenente i dati del reticolo
load dati_reticolo
% Carica lo spettro deformato. Deve avere gi le stesse dimensioni
% dello spettro simulato (usare la funzione Interpola_spettro)
load spettro_rif

% Profilo di deformazione
y_def = alpha *1e-6; % [epsilon]
% Posizione z dei punti a deformazione assegnata
z_def = linspace(0, dati_reticolo.L,size(alpha, 2));

% Ottiene caratteristiche del reticolo deformato
[zMdef, perdef, dzdef, def] = ...
    FBGSim_Reticolo_Deformato(dati_reticolo, y_def, z_def);

dati_reticolo_def = dati_reticolo;
dati_reticolo_def.zM = zMdef;
dati_reticolo_def.per = perdef;
dati_reticolo_def.dzdef = dzdef;

```

Sorgenti di FBGSim

```
% Chiamata al solutore (dati deformati)
[spettro_prova, tidedf, timedef] = FBGSim_Solutore(dati_reticolo_def);

% *****
% ***** Funzione obiettivo *****
% *****
%
% Composta da tre termini, eventualmente pesati, selezionabili
% singolarmente:
%
% - differenza nel modulo del vettore dello spettro, normalizzata
%   rispetto allo spettro di riferimento
%
% - differenza tra le fwhm, normalizzata rispetto alla fwhm del
%   riferimento
%
% - differenza delle lambda_b, normalizzata rispetto alla fwhm del
%   riferimento

% Commentare questa parte se non si usano i termini relativi alla
% fwhm, lb o halfMax
[fwhm_rif, halfMax_rif, unused, unused, lb_rif] = ...
    Calcola_fwhm(spettro_rif, dati_reticolo.Lambda);
[fwhm_prova, halfMax_prova, unused, unused, lb_prova] = ...
    Calcola_fwhm(spettro_prova, dati_reticolo.Lambda);

% Pesi per ogni parte della funzione costo
W_int = 1;
W_fwhm = 1;
W_lb = 1;

err = 0;
err = err + W_int*norm(spettro_rif - spettro_prova)/norm(spettro_rif);
err = err + W_fwhm*(abs(fwhm_rif-fwhm_prova))/fwhm_rif;
err = err + W_lb*(abs(lb_rif - lb_prova))/fwhm_rif;

return
```

Bibliografia

- [1] P.A.M. Agazzani. "Monitoraggio della delaminazione nei laminati in composito tramite sensori in fibra ottica". Tesi di Laurea. Politecnico di Milano, 2008 (cit. alle pp. 33, 35).
- [2] Matteo Alberto Arienti. "Modellazione del danno in pale di elicottero per lo sviluppo di sistemi di monitoraggio strutturale". Tesi di Laurea. Politecnico di Milano, 2011 (cit. a p. 25).
- [3] P. Bettini. "Laminati compositi intelligenti: problematiche tecnologiche e valutazione dell'invasività dell'inglobamento di sensori ed attuatori". Tesi di Dottorato. Milano: Politecnico di Milano, 2008 (cit. a p. 15).
- [4] M. Born e E. Wolf. *Principles of Optics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1999 (cit. a p. 21).
- [5] T.H.T. Chan et al. "Fiber Bragg grating sensors for structural health monitoring of Tsing Ma bridge: Background and experimental observation". In: *Engineering Structures* 28 (2006) (cit. a p. 5).
- [6] G. Chartier. *Introduction to Optics*. New York: Springer, 2005 (cit. a p. 24).
- [7] M. Chojetzki et al. "High-reflectivity draw-tower fiber Bragg gratings – arrays and single gratings of type II". In: *Optical Engineering* 44 (2005) (cit. a p. 30).
- [8] F. Colpo, L. Humbert e J. Botsis. "An experimental numerical study of the response of a long fibre Bragg grating sensor near a crack tip". In: *Smart Materials and Structures* 16 (2007) (cit. a p. 26).
- [9] A. Corigliano. "Damage and Fracture Mechanics Techniques for Composite Structures". In: *Comprehensive Structural Integrity*. A cura di Elsevier. 2003 (cit. a p. 13).
- [10] T. Erdogan. "Fiber Grating Spectra". In: *Journal of Lightwave Technology* 8 (1997) (cit. alle pp. 24, 33).
- [11] Y. Fan. "Characterization of Fiber Bragg Grating Sensor Array Embedded in Composite Structures". M.Sc. Thesis. Montreal, Canada: Concordia University, 2004 (cit. a p. 27).

Bibliografia

- [12] S. Focardi, I. Massa e A. Uguzzoni. *Fisica Generale - Onde*. Milano: Casa Editrice Ambrosiana, 2007 (cit. a p. 21).
- [13] E. Gemzicky e J. Mullerova. "Analysis of simulated reflection characteristics of uniform and apodized fiber Bragg gratings". In: *Advances in Electrical and Electronic Engineering* (2011) (cit. a p. 33).
- [14] V. Hagemann, M.N. Trutzel, L. Staudigel et al. "Mechanical resistance of draw-tower-Bragg-grating sensors". In: *Electronics Letters* 34 (1998) (cit. a p. 30).
- [15] R.A. Hess. "From Health and Usage Monitoring to Integrated Fleet Management Evolving Directions for Rotorcraft". In: *IEEE Aerospace Conference* (2005) (cit. a p. 6).
- [16] R. Hooke e T.A. Jeeves. "Direct search solution of numerical and statistical problems". In: *J. Assoc. Comput. Mach.* 8 (1961) (cit. a p. 41).
- [17] R. Hélan. "Comparison of Methods for Fiber Bragg Gratings Simulation". In: *29th International Spring Seminar on Electronics Technology*. A cura di IEEE. 2006 (cit. a p. 35).
- [18] R. Kashyap. *Fiber Bragg Gratings*. San Diego, CA: Academic Press, 1999 (cit. alle pp. 23, 24, 27, 34, 44).
- [19] R. M. Lewis e V. Torczon. "Pattern search algorithms for bound constrained minimization". In: *SIAM Journal on Optimization* 9.4 (1999) (cit. a p. 42).
- [20] N. Liu, Y. Li, Y. Wang et al. "Bending insensitive sensors for strain and temperature measurements with Bragg gratings in Bragg fibers". In: *Optics Express* 15 (2005) (cit. a p. 19).
- [21] H. Murayama et al. "Application of distributed sensing with long-length FBG to structural health monitoring". In: *The 9th International Conference on Optical Communications and Networks* (2010) (cit. a p. 16).
- [22] Paolo Nastruzzo. "Inglobamento di sensori a fibra ottica per il monitoraggio strutturale di pale di elicottero: aspetti tecnologici e caratterizzazione sperimentale". Tesi di Laurea. Politecnico di Milano, 2007 (cit. a p. 25).
- [23] J. Palaniappan, H. Wang, S.L. Olgin et al. "Use of conventional and chirped optical fibre Bragg gratings to detect matrix cracking damage in composite materials". In: *Journal of Physics: Conference Series* 15 (2005) (cit. a p. 26).
- [24] C. Palmer e E. Loewen. *Diffraction Grating Handbook*. Rochester, NY: Newton Corporation, 2005 (cit. a p. 21).
- [25] I. Petermann. "Fiber Bragg Gratings, Realization, Characterization and Simulation". Tesi di Dottorato. Stoccolma: KTH - Royal Institute of Technology, 2007 (cit. alle pp. 34, 35).

-
- [26] A. Rostami e A. Yazdanpanah-Goharrizi. "A New Method for Classification and Identification of Complex Fiber Bragg Gratings Using the Genetic Algorithm". In: *Progress in Electromagnetics Research* 75 (2007) (cit. a p. 33).
- [27] C.Z. Shi et al. "Adaptive Simulated Annealing Algorithm for the Fiber Bragg Grating Distributed Strain Sensing". In: *Optics Communications* 226 (2003) (cit. a p. 33).
- [28] N.-H. Sun, J.-J. Liao, Y.-W. Kiang et al. "Numerical analysis of apodized fiber Bragg gratings using coupled mode theory". In: *Progress in Electromagnetics Research* 99 (2009) (cit. a p. 35).
- [29] FBGS Technologies. URL: <http://www.fbgs.com/> (cit. a p. 30).
- [30] Enrico Tessadori. "Misure di deformazione e temperatura mediante sensori a fibra ottica: tecniche di disaccoppiamento del segnale". Tesi di Laurea. Politecnico di Milano, 2012 (cit. alle pp. 25, 29).
- [31] V. Torczon. "On the convergence of pattern search algorithms". In: *SIAM Journal on Optimization* 7.1 (1997) (cit. a p. 42).
- [32] Y. Wang, B. Han et al. "Integrated measurement technique for curing process-dependent mechanical properties of polymeric materials using fiber bragg grating". In: *Society for Experimental Mechanics* 279 (2007) (cit. a p. 27).
- [33] Thomas Weise. *Global optimization algorithms - Theory and applications*. 2009. URL: <http://www.it-weise.de/> (cit. alle pp. 37, 40).
- [34] S. Yashiro, T. Okabe e N. Takeda. "Damage identification in a holed CFRP laminate using a chirped fiber Bragg grating sensor". In: *Composites Science and Technology* (2007) (cit. a p. 16).
- [35] R. Zhang, S. Zheng e Y. Xia. "Strain profile reconstruction of fiber Bragg grating with gradient using chaos genetic algorithm and modified transfer matrix formulation". In: *Optics Communications* 281 (2008) (cit. a p. 33).