

**POLITECNICO DI MILANO**  
SCUOLA DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE  
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Matematica



**MODELLAZIONE DNS E RANS DELLA  
CONVEZIONE FORZATA TURBOLENTA IN UN  
CANALE CORRUGATO**

Relatore: Prof. Ing. Luca MAROCCO

Tesi di Laurea di:  
Andrea FRANCO  
Matr. 760478

Anno Accademico 2012 - 2013

*A Giulia,  
perchè insieme stiamo costruendo il nostro futuro*

*I firmly believe that any man's finest hour, the greatest fulfillment of all that he holds dear, is that moment when he has worked his heart out in a good cause and lies exhausted on the field of battle.  
Victorious.*

# Indice

<b>Elenco delle figure</b>	<b>vi</b>
<b>Elenco delle tabelle</b>	<b>vii</b>
<b>Nomenclatura</b>	<b>viii</b>
<b>Sommario</b>	<b>xi</b>
<b>Abstract</b>	<b>xiii</b>
<b>Ringraziamenti</b>	<b>xv</b>
<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Cenni di termofluidodinamica</b>	<b>4</b>
1.1 Equazioni di Conservazione . . . . .	4
1.2 Turbolenza . . . . .	6
1.2.1 Concetti di base . . . . .	6
1.2.2 Scale turbolente . . . . .	7
1.2.3 Flussi confinati . . . . .	9
1.3 Convezione forzata in un canale corrugato . . . . .	12
1.3.1 La convezione forzata turbolenta . . . . .	12
1.3.2 Il canale corrugato . . . . .	14
1.3.3 Applicazioni ingegneristiche . . . . .	17
1.3.4 I casi in letteratura . . . . .	20
<b>2 Metodi di discretizzazione</b>	<b>31</b>
2.1 La discretizzazione ai Volumi Finiti . . . . .	31
2.1.1 Gli schemi di interpolazione . . . . .	33
2.1.2 Soluzione del sistema algebrico . . . . .	35
2.1.3 Discretizzazione equazioni di moto . . . . .	35
2.1.4 Discretizzazione temporale . . . . .	36
2.1.5 Accoppiamento velocità-pressione . . . . .	38
2.2 Condizioni periodiche . . . . .	40
2.3 Le UDS per la risoluzione del campo di temperatura . . . . .	43

<b>3</b>	<b>I metodi per la CFD</b>	<b>48</b>
3.1	Direct Numerical Simulation . . . . .	48
3.2	I modelli RANS . . . . .	50
3.2.1	<i>Realizable</i> $k - \epsilon$ . . . . .	51
3.2.2	$k - \omega$ SST . . . . .	54
3.2.3	$\overline{v^2} - f$ . . . . .	56
<b>4</b>	<b>Il canale a lastre piane parallele</b>	<b>58</b>
4.1	Lastre piane parallele . . . . .	58
4.2	Pre-processing . . . . .	60
4.2.1	Mesh di calcolo . . . . .	62
4.3	Risoluzione . . . . .	62
4.4	Post-Processing . . . . .	64
4.4.1	Campionamento . . . . .	65
4.4.2	Campo di moto . . . . .	66
4.4.3	Campo di temperatura . . . . .	79
<b>5</b>	<b>Il canale corrugato</b>	<b>83</b>
5.1	Pre-processing DNS . . . . .	83
5.2	Risoluzione DNS . . . . .	88
5.3	Pre-Processing RANS . . . . .	90
5.4	Risoluzione RANS . . . . .	92
5.5	Post-Processing . . . . .	92
5.5.1	Campo di moto DNS . . . . .	92
5.5.2	Confronto DNS-RANS campo di moto . . . . .	108
5.5.3	Campo di temperatura DNS . . . . .	122
5.5.4	Confronto DNS-RANS campo di temperatura . . . . .	128
5.5.5	Rapporti . . . . .	133
	<b>Conclusioni</b>	<b>134</b>
<b>A</b>	<b>GCI</b>	<b>137</b>
A.1	L'errore in CFD . . . . .	138
A.2	Grid Convergence Index . . . . .	139
A.3	GCI sui RANS . . . . .	142
<b>B</b>	<b>UDF per il calcolo delle statistiche</b>	<b>144</b>
B.1	Medie spaziali . . . . .	144
B.2	Spettri d'energia . . . . .	148
B.3	Autocorrelazioni . . . . .	156
B.4	Medie spaziali Ribs . . . . .	164
<b>C</b>	<b>UDF per l'equazione dell'energia</b>	<b>169</b>
C.1	Calcolo Temperatura . . . . .	169
	<b>Bibliografia</b>	<b>174</b>

# Elenco delle figure

1.1	Separazione di $\phi$ . . . . .	7
1.2	Cascata di energia . . . . .	9
1.3	Cascata di energia, turbolenza omogenea e isotropa . . . . .	10
1.4	Profilo di velocità a parete per flusso confinato . . . . .	11
1.5	Modello geometrico del canale corrugato . . . . .	15
1.6	Esempio streamlines canale corrugato . . . . .	17
1.7	Distribuzione schematica della temperatura in una sezione di pala . . . . .	18
1.8	Campo di moto medio nel piano xy. Casarsa et al.[10] . . . . .	21
1.9	Campo di moto medio nel piano yz. Casarsa et al.[10] . . . . .	21
1.10	Dominio di calcolo usato da Marocco in [56] . . . . .	23
1.11	Confronto sperimentale e numerico valori di Nusselt (sinistra) e friction factor(destra) in [56] . . . . .	23
1.12	Risultati Ooi et al. [64] . . . . .	24
1.13	Griglia di calcolo usata da Lohasz in [51] . . . . .	26
1.14	Flussi secondari osservati da Lohasz in [51] . . . . .	27
1.15	a) mesh di calcolo b) dettaglio mesh intorno al <i>rib</i> usati da Cui in [14] . . . . .	28
1.16	linee di corrente (a) e profili di velocità a diversa distanza dal <i>rib</i> per d-type (sinistra) e k-type (destra) in [14] . . . . .	28
1.17	Profilo del $C_f$ lungo il canale corrugato in [14] . . . . .	29
1.18	Profilo del $C_p$ lungo il canale corrugato in [14] . . . . .	29
1.19	Campo di $u_{rms}$ in un piano $xy$ in [14] . . . . .	29
1.20	Campo di $v_{rms}$ in un piano $xy$ in [14] . . . . .	29
2.1	Esempio volume di controllo . . . . .	31
2.2	Interfaccia fra due celle adiacenti . . . . .	33
2.3	Schemi di avanzamento temporale . . . . .	37
4.1	Lastre piane parallele . . . . .	59
4.2	Campo di moto iniziale canale . . . . .	61
4.3	Dettaglio della mesh di calcolo, piano xy . . . . .	63
4.4	Andamento nel tempo dell'energia cinetica media . . . . .	64
4.5	Andamento nel tempo della componente streamwise sforzo tangenziale . . . . .	64
4.6	Andamento nel tempo della componente spanwise sforzo tangenziale . . . . .	65
4.7	Correlazioni a due punti 1-D in direzione streamwise; $y^+ = 5$ . . . . .	67
4.8	Correlazioni a due punti 1-D in direzione streamwise; $y^+ = 178$ . . . . .	67
4.9	Correlazioni a due punti 1-D in direzione spanwise; $y^+ = 5$ . . . . .	67
4.10	Correlazioni a due punti 1-D in direzione spanwise; $y^+ = 178$ . . . . .	67
4.11	Spettri d'energia 1-D in direzione streamwise . . . . .	68

4.12	Spettri d'energia 1-D in direzione spanwise . . . . .	69
4.13	Profilo di $\overline{u}^+$ . Confronto con i dati di letteratura . . . . .	71
4.14	Profili di $u_{rms}^+, v_{rms}^+, w_{rms}^+$ . Confronto dati letteratura . . . . .	72
4.15	Profilo sforzo di Reynolds. Confronto con i dati di letteratura. . . . .	73
4.16	Profilo dello sforzo totale. . . . .	73
4.17	Profilo di energia cinetica turbolenta $k$ . . . . .	75
4.18	Diffusione turbolenta di pressione $\left(-\frac{1}{\rho}\frac{\partial u' p'}{\partial x_i}\right)^+$ . . . . .	76
4.19	Trasporto turbolento $\left(-\frac{\partial k \overline{u}_i}{\partial x_i}\right)^+$ . . . . .	76
4.20	Diffusione molecolare $\left(+\nu\frac{\partial^2 k}{\partial^2 x_j}\right)^+$ . . . . .	77
4.21	Produzione $\left(-\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j}\right)^+$ . . . . .	77
4.22	Dissipazione $\left(-\nu\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}\right)^+$ . . . . .	78
4.23	Budget totale di $k^+$ . Confronto con Kim . . . . .	78
4.24	Profilo di $\theta^+$ sulla mesh fine. Confronto con Kawamura 250m. . . . .	80
4.25	Profilo di $\theta_{rms}^+$ sulla mesh fine. Confronto con Kawamura 250m. . . . .	81
4.26	Profilo di $(\overline{u'\theta'})^+$ sulla mesh fine. Confronto con Kawamura 250m. . . . .	81
4.27	Profilo di $(\overline{v'\theta'})^+$ sulla mesh fine. Confronto con Kawamura 250m . . . . .	82
5.1	Griglia di calcolo . . . . .	85
5.2	Ingrandimento griglia intorno al rib . . . . .	85
5.3	Dettaglio della mesh di calcolo: in prossimità della parete a monte del <i>rib</i> . . . . .	85
5.4	Dettaglio della mesh di calcolo: in prossimità della parete superiore del <i>rib</i> . . . . .	85
5.5	Profilo di $y^+$ lungo il canale . . . . .	87
5.6	Correlazioni a due punti 1-D in direzione streamwise $y/H = 0.5$ . . . . .	87
5.7	Correlazioni a due punti 1-D in direzione spanwise $y/H = 0.5$ . . . . .	87
5.8	Andamento energia cinetica media . . . . .	89
5.9	Griglia di calcolo RANS . . . . .	91
5.10	Ingrandimento griglia intorno al <i>rib</i> . . . . .	91
5.11	Velocità media streamwise, $u$ . . . . .	93
5.12	Velocità media normale, $v$ . . . . .	93
5.13	Profili della componente streamwise della velocità a diverse $x$ . . . . .	94
5.14	Profili della componente normale della velocità a diverse $x$ . . . . .	94
5.15	Profilo del coefficiente di pressione, $C_p$ . . . . .	94
5.16	Linee di corrente nel canale sul piano $xy$ . . . . .	95
5.17	Vortice nella cavità . . . . .	95
5.18	Vortici secondari intorno al <i>rib</i> . . . . .	95
5.19	Campo istantaneo della componente streamwise della velocità . . . . .	96
5.20	Campo istantaneo della componente normale della velocità . . . . .	96
5.21	Linee di corrente 3D a monte del <i>rib</i> . . . . .	96
5.22	Linee di corrente 3D sopra il <i>rib</i> . . . . .	96
5.23	Linee di corrente 3D a valle del <i>rib</i> . . . . .	97
5.24	Linee di corrente 3D a centro canale . . . . .	97
5.25	Linee di corrente 3D nella cavità fra i due <i>rib</i> . . . . .	98

5.26	Vista dall'alto delle inee di corrente 3D . . . . .	98
5.27	Centro dei vortici . . . . .	98
5.28	Moto istantaneo, $y/H = 0.5$ . . . . .	99
5.29	Moto medio, $y/H = 0.5$ . . . . .	99
5.30	Moto istantaneo, $y/H = 0.084$ . . . . .	100
5.31	Moto medio, $y/H = 0.084$ . . . . .	100
5.32	Moto istantaneo, $x/H = 0.25$ . . . . .	100
5.33	Moto medio, $x/H = 0.25$ . . . . .	100
5.34	Moto istantaneo, $x/H = 0.59$ . . . . .	101
5.35	Moto medio, $x/H = 0.59$ . . . . .	101
5.36	Moto istantaneo, $x/H = 0.42$ . . . . .	101
5.37	Moto medio, $x/H = 0.42$ . . . . .	101
5.38	Profilo di $C_f/C_{f,0}$ lungo la parete inferiore del canale . . . . .	102
5.39	Campo di $\overline{u'u'}/u_b^2$ sul piano $xy$ . . . . .	104
5.40	Confronto profili di $\overline{u'u'}/u_b^2$ a diverse $x$ . . . . .	104
5.41	Campo di $\overline{v'v'}/u_b^2$ sul piano $xy$ . . . . .	105
5.42	Campo di energia cinetica turbolenta media $k$ sul piano $xy$ . . . . .	105
5.43	Confronto $k$ a diverse $x$ . . . . .	105
5.44	Campo di $-\overline{\rho u'v'}$ sul piano $xy$ . . . . .	106
5.45	Profili di $-\overline{\rho u'v'}$ sovrapposti alle linee di corrente . . . . .	106
5.46	Sforzi di Reynolds intorno al rib. . . . .	107
5.47	Confronto fra $-\overline{u'v'}$ e $S_{12}$ . . . . .	107
5.48	Confronto linee di corrente su tutto il canale . . . . .	109
5.49	Confronto vortice V4 . . . . .	110
5.50	Confronto vortice V3 . . . . .	111
5.51	Confronto vortice V1 . . . . .	111
5.52	Confronto vortice V2 . . . . .	112
5.53	Confronto profili di $u$ a $x/e=1.5$ . . . . .	114
5.54	Confronto profili di $v$ a $x/e=1.5$ . . . . .	114
5.55	Confronto profili di $u$ a $x/e=2.5$ . . . . .	114
5.56	Confronto profili di $v$ a $x/e=2.5$ . . . . .	114
5.57	Profili di energia cinetica turbolenta $k$ , $x/e=2.5$ . . . . .	115
5.58	Confronto profili di $u$ a $x/e=3.5$ . . . . .	116
5.59	Confronto profili di $v$ a $x/e=3.5$ . . . . .	116
5.60	Profili di energia cinetica turbolenta $k$ , $x/e=3.5$ . . . . .	116
5.61	Confronto $C_p$ per i diversi modelli . . . . .	117
5.62	Confronto $C_p$ per i diversi modelli a $x/e = 1$ . . . . .	117
5.63	Confronto sforzi di Reynolds . . . . .	118
5.64	Confronto sforzi di Reynolds a $x/H = 0.6$ . . . . .	119
5.65	Confronto sforzi di Reynolds . . . . .	120
5.66	Confronto sforzi di Reynolds a $x/H = 0.6$ . . . . .	121
5.67	Confronto $C_f/C_{f,0}$ lungo la parete inferiore del canale . . . . .	121
5.68	Campo di temperatura all'interno del canale corrugato . . . . .	123
5.69	Campo di temperatura in prossimità di V3 . . . . .	123
5.70	Profili di temperatura a diverse posizioni lungo il canale . . . . .	124
5.71	Profili di $\theta$ a diverse posizioni lungo il canale . . . . .	124

5.72	Nusselt locale . . . . .	125
5.73	Profilo della temperatura sulla parete di fondo lungo il canale . . . . .	126
5.74	Rms della temperatura nel canale corrugato . . . . .	126
5.75	Trasporto turbolento $(\overline{u'T'})^*$ . . . . .	127
5.76	Trasporto turbolento $(\overline{v'T'})^*$ . . . . .	127
5.77	Profili del flusso turbolento . . . . .	127
5.78	Campo di temperatura istantaneo nel canale corrugato . . . . .	128
5.79	Confronto campo di temperatura . . . . .	129
5.80	Confronto temperatura sulla parete di fondo . . . . .	129
5.81	Confronto Nusselt . . . . .	130
5.82	Confronto temperatura a $x/H = 0.3$ . . . . .	131
5.83	Confronto temperatura a $x/H = 0.6$ . . . . .	132
5.84	Confronto temperatura a $x/H = 1$ . . . . .	132
A.1	Profilo di temperatura, con banda dell'errore a $x/H = 0.25$ . Modello $\overline{v^2} - f$ . . . . .	143
A.2	Profilo di temperatura, con banda dell'errore a $x/H = 0.58$ . Modello $\overline{v^2} - f$ . . . . .	143
A.3	Profilo di velocità, con banda dell'errore a $x/H = 0.25$ . Modello $\overline{v^2} - f$ . . . . .	143
A.4	Profilo di velocità, con banda dell'errore a $x/H = 0.58$ . Modello $\overline{v^2} - f$ . . . . .	143

# Elenco delle tabelle

4.1	Parametri mesh dataset: Kim et al. [44], Kawamura 1 milione , Kawamura 500 milioni [41] . . . . .	59
4.2	Parametri mesh di calcolo . . . . .	62
4.3	Metodi risolutivi . . . . .	63
4.4	Confronto velocità medie . . . . .	70
4.5	Confronto massimo valore di $u_{rms}^+$ . . . . .	71
4.6	Parametri fisici per il campo di temperatura . . . . .	79
4.7	Valori di Nusselt calcolati . . . . .	80
5.1	Riassunto parametri geometrici e fisici . . . . .	83
5.2	Parametri mesh di calcolo. Misure espresse in millimetri . . . . .	86
5.3	Metodi risolutivi . . . . .	88
5.4	Parametri mesh di calcolo. Misure espresse in millimetri . . . . .	91
5.5	Metodi risolutivi . . . . .	92
5.6	Forze di resistenza nel canale corrugato . . . . .	103
5.7	Distanza $x/e$ dal centro del <i>rib</i> dei punti di separazione e di attacco. Misure espresse in $x/e$ . . . . .	109
5.8	Confronto velocità di bulk in ingresso ( $x=0$ ) e al centro del <i>rib</i> ( $x=5$ ). Misure espressi in $m/s$ . . . . .	113
5.9	Confronto forze di resistenza nel canale corrugato . . . . .	120
5.10	Parametri termici canale corrugato . . . . .	122
5.11	Valori numero di Nusselt . . . . .	130
5.12	Valori di $c_1$ e $c_2$ . . . . .	133
A.1	Risultati GCI . . . . .	142

# Nomenclatura

## Abbreviazioni

CDS	Central Differencing Scheme
CFD	Computational Fluid Dynamics
CV	Volume di controllo
DNS	Direct Numerical Simulation
FOU	First Order Upwind Scheme
FV	Volumi Finiti
HO	High Order
LES	Large Eddy Simulation
LO	Low Order
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
SOU	Second Order Upwind Scheme
UDF	User Defined Function
UDF	User Defined Memory
UDS	User Defined Scalar

## Lettere Greche

$\alpha$	diffusività termica, $\frac{k}{\rho c_p}$
$\delta$	semi-altezza del canale
$\mu$	viscosità dinamica
$\nu$	viscosità cinematica
$\rho$	densità
$\tau_w$	sforzo a parete, $\rho u_\tau^2$

## Lettere Latine

$C_f$	coefficiente d'attrito, $\frac{\tau_w}{0.5\rho u_b^2}$
$C_p$	coefficiente di pressione, $\frac{p-p_{ref}}{0.5\rho u_b^2}$
$c_p$	calore specifico a pressione costante
$e$	altezza rib
$k$	conduttività termica, numero d'onda
$L$	generica lunghezza caratteristica
$L_x$	lunghezza del canale
$L_y$	altezza del canale
$L_z$	profondità del canale
$N_i$	numero di celle in direzione $i$
$Nu_H$	numero di Nusselt basato sull'altezza del canale, $\frac{hD}{k}$
$p$	passo fra due rib
$Pr$	numero di Prandtl, $\frac{\mu c_p}{k}$
$q''$	flusso termico areico
$Re_\tau$	$\frac{u_\tau \delta}{\nu}$
$Re_b$	$\frac{u_b 2\delta}{\nu}$
$T_b$	temperatura di bulk, $\frac{\int_{A(\mathbf{x})} \rho C_p  \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}  T(\mathbf{x}) dA}{\int_{A(\mathbf{x})} \rho C_p  \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}  dA}$
$T_w$	temperatura sulla parete
$\mathbf{u}$	generico vettore
$u$	componente della velocità in direzione del moto ( <i>streamwise</i> )
$u_\tau$	velocità d'attrito a parete
$u_b$	velocità di bulk, $\frac{1}{A} \int_A u dA$
$u_c$	velocità a centro canale
$v$	componente della velocità in direzione normale al moto
$w$	componente della velocità in direzione ortogonale al moto ( <i>spanwise</i> )
$w$	larghezza rib

## Medie

$\bar{\phi}$  media temporale di  $\phi$

$\langle \phi \rangle$  media spaziale di  $\phi$

## Operatori

$\Delta\phi$  laplaciano di  $\phi$

$\nabla \cdot \mathbf{u}$  divergenza di  $\mathbf{u}$

$\nabla\phi$  gradiente di  $\phi$

## Pedici

$\phi_{rms}$  Root mean square,  $\sqrt{\overline{(u_i - \bar{u})^2}}$

## Grandezze adimensionalizzate

$\overline{u'T'^*}$  flusso termico turbolento streamwise adimensionale,  $\frac{\overline{u'T'}}{u_b T_{b,in}}$

$\overline{v'T'^*}$  flusso termico turbolento normale adimensionale,  $\frac{\overline{v'T'}}{u_b T_{b,in}}$

$T^+$  temperatura adimensionale,  $\frac{T - T_w}{T_\tau}$

$t^+$  tempo adimensionale,  $\frac{tu_\tau}{\delta}$

$u^+$  velocità adimensionale,  $\frac{u}{u_\tau}$

$y^+$  lunghezza adimensionale,  $\frac{u_\tau y}{\nu}$

# Sommario

L'obiettivo di questo lavoro di tesi è di indagare numericamente la convezione forzata all'interno di un canale corrugato a sezione rettangolare con riscaldata la parete inferiore. Lo scambio termico in convezione forzata all'interno di questo tipo di canali, è una situazione di grande interesse dal punto di vista industriale in particolare nell'ambito dell'ottimizzazione di sistemi in cui lo scambio termico gioca un ruolo importante (raffreddamento di impianti nucleari, impianti solari, raffreddamento interno delle pale delle turbine a gas).

Le simulazioni numeriche sono effettuate utilizzando una tecnica di simulazione diretta della turbolenza, Direct Numerical Simulation (DNS), che permette di risolvere tutte le scale turbolente, senza l'introduzione di un modello.

Si è optato per uno schema a volumi finiti, utilizzando il codice commerciale FLUENT, preferito ad un codice *in-house* per la possibilità di simulare geometrie genericamente complesse con uno schema conservativo.

Non essendo implementato in FLUENT un apposito modulo per simulazioni di tipo DNS, è stato necessario programmare apposite librerie per una gestione efficiente del post-processing dei risultati ottenuti.

Nella prima parte della tesi si valida il solutore effettuando una simulazione DNS per il flusso fra due lastre piane parallele e i risultati sono poi confrontati con i dati in letteratura di Kim ([44]) e Kawamura [41]). Le simulazioni sono condotte a  $Re_\tau = 180$ , che permette lo sviluppo di un moto completamente turbolento all'interno del canale, partendo da un opportuno campo di moto iniziale, mentre per limitare la dimensioni del dominio, condizioni periodiche sono utilizzate sia in direzione del moto che in direzione ortogonale ad esso.

Sono analizzate la correlazione a due punti della velocità e gli spettri d'energia per valutare l'adeguatezza della griglia, ed inoltre è stato condotto un confronto dettagliato di tutte le quantità statistiche di maggior interesse con i dati in letteratura. Per il campo di temperatura invece sono stati riscontrati diversi problemi con il solutore utilizzato in FLUENT legati alla condizione di periodicità in entrambe le direzioni streamwise e spanwise. È stata quindi utilizzata una procedura basata sulla risoluzione di un'equazione di diffusione-trasporto di uno scalare passivo opportunamente modificata. Il confronto con i risultati in letteratura ha permesso di validare la metodologia di risoluzione introdotta.

Successivamente si è passati a considerare il canale corrugato. Oltre alla simulazione DNS, sono state fatte delle simulazioni usando tre modelli RANS: *Realizable  $k - \epsilon$* ,  *$\overline{v^2} - f$*  e  *$k - \omega$  SST*. Questi tre modelli sono stati scelti perché sono i tre modelli che vengono indicati in letteratura come i migliori per il caso in esame.

La simulazione DNS ha permesso un'analisi dettagliata ed accurata della fluidodinami-

ca e dello scambio termico all'interno del canale, evidenziando la formazione di quattro strutture vorticose che caratterizzano il moto medio.

Il confronto del campo di moto con quello ottenuto dalle simulazioni RANS, evidenzia le principali differenze, in particolare legate alle strutture vorticose. Fra i 3 modelli, il  $k - \omega$  SST mostra risultati maggiormente discordanti con quelli della DNS, mentre i modelli  $k - \epsilon$  e  $\overline{v^2} - f$ , nonostante alcune differenze, forniscono risultati più in linea con la DNS.

Il campo di temperatura invece ha evidenziato la difficoltà dei modelli RANS nel simulare correttamente lo scambio termico, mostrando notevoli differenze nel campo di temperatura. In particolare si è osservato come con i modelli  $k - \epsilon$  e  $k - \omega$  SST si sovrastimasse la temperatura di parete e quindi sottostimasse lo scambio termico, mentre il  $\overline{v^2} - f$  in alcune zone sottostimava mentre in altre soprastimava. Analizzando quindi il valore medio del numero di Nusselt, che fornisce un'indicazione globale dello scambio termico, si è verificato come i modelli  $k - \epsilon$  e  $k - \omega$  SST sottostimassero tal valore di circa il 30 %, mentre il modello  $\overline{v^2} - f$  restituisse un valore simile a quello della DNS. Questo buon risultato però è solo dovuto all'operazione di media che compensa le differenze locali fra  $\overline{v^2} - f$  e DNS.

Infine in appendici viene proposta una procedura per la banda di incertezza numerica delle simulazioni RANS utilizzando il Grid Convergence Index, che basandosi sulla estrapolazione di Richardson permette stimare l'errore di discretizzazione. Questo indice è stato proposto da Roache in [75] ed è comunemente riconosciuto come un indice affidabile per valutare il grado di correttezza di una simulazione fatta con schemi a volumi finiti.

Questo lavoro si inserisce all'interno della linea di ricerca del gruppo *ThermaLab* del Dipartimento di Energia del Politecnico di Milano e l'obiettivo è quello di fornire gli strumenti necessari per una simulazione diretta del campo di moto e di temperatura utilizzando le stesse configurazioni utilizzate nelle prove sperimentali, nell'ottica di un confronto sistematico fra l'approccio numerico e quello sperimentale, per valutare le migliori geometrie in termini di aumento dello scambio termico.

# Abstract

The aim of this thesis is to numerically investigate the turbulent convection inside a ribbed duct, heated at one wall.

Many industrial applications use this configuration to enhance heat transfer (for examples nuclear systems cooling, solar panels and internal blade cooling in gas turbines). A Direct Numerical Simulation (DNS) is used for the numerical simulations, which allows to solve, without introducing any model, all the turbulent scales. In this thesis the commercial code FLUENT, based on a finite volume approach, is used. The main advantage of the finite-volume method is the conservative form of the governing equations being solved, which leads to good conservation properties of primitive flow variables for the resulting numerical schemes.

A commercial code is used to show that it is possible to perform a DNS simulation without using a in-house codes specially suited for DNS simulations.

For an optimal and efficient management of the post-processing dates, various libraries for FLUENT, written in C, are implemented.

In the first part of this thesis, a channel flow at  $Re_\tau = 180$  was simulated to validate the solver and all the procedures used, by comparing the results with the datasets of Kim et al. [44] and Kawamura et al. [41]. Periodic boundary conditions are imposed in both the streamwise and spanwise directions, to reduce the computational domain. Starting from a particular initial flow field, after statistical stationary state is reached, statistics are taken. The statistical sample was further increased by averaging homogeneous directions (streamwise and spanwise direction).

The adequacy of the computational domain in the homogeneous directions and the grid resolution are evaluated analysing the one-dimensional two-point correlations and energy spectra, respectively.

A detailed comparison between the most used statistics is performed, in order to validate the solutions. For the thermal field, numerical problems have been found using FLUENT's energy equation solver related to the biperiodical conditions. Therefore, a modified FLUENT's scalar transport-diffusion equation is used to solve the modified energy equation for biperiodical conditions. The temperature results agree quite well with Kawamura's dataset. In the second part, the ribbed duct is simulated. The DNS results are compared with the results obtained using three different turbulence models: *Realizable*  $k - \epsilon$ ,  $\overline{v^2} - f$ ,  $k - \omega$  SST. These three models are used because they are considered in literature the best models for this kind of problems. The complex turbulence flow field is investigated, highlighting the formation of four different vortex structures in the mean flow. Also the increase of resistance forces are studied, comparing the results with the channel flow case. The results of DNS's flow field is then compared with the RANS solutions, showing the difference between the positions

and dimensions of the vortex. Between the three RANS models, the  $k - \omega$  SST shows the worst results, while  $k - \epsilon$  and  $\overline{v^2} - f$  are in good agreement with DNS results, even if some difference are observed. In contrast, the comparison of the thermal field shows a great difference between the DNS and RANS solutions, showing the inefficiency of the RANS model for thermal simulations. The wall temperature is highly over predicted with  $k - \epsilon$  and  $k - \omega$  SST, consequently the thermal heat transfer coefficient is highly underpredicted. The  $\overline{v^2} - f$  over predicts the wall temperature in some zones and underpredicts it in others. The mean Nusselt number is quite similar to the DNS Nusselt value, even if big differences are detected locally. Finally a comparison with experimental Nusselt number shows that DNS results are in very good agreement with experimental values, while  $k - \epsilon$  and  $k - \omega$  SST underpredict Nusselt around 30 %.

This project is part of the research activity of *ThermaLab* (Energy Department, Politecnico di Milano), and its goal is to develop the necessary tools for the numerical analysis of ribbed duct flow for a systematic comparison between numerical and experimental dates, in order to find the best configuration and geometries for industrial applications.

# Ringraziamenti

Un doveroso ed enorme ringraziamento va al Prof. Luca Marocco.

In questo lungo anno ha seguito con entusiasmo e passione tutto lo sviluppo della tesi, mi ha sostenuto ed aiutato nei momenti di difficoltà e mi ha sempre spinto a cercare di risolvere tutti i problemi, fisici e implementativi, che nascevano ogni giorno. Lo ringrazio per avermi dato l'opportunità di svolgere la tesi presso il Dipartimento di Energia e aver coltivato la mia passione per la fluidodinamica computazionale. Un augurio sincero per il proseguimento della sua carriera accademica che, sono sicuro, sarà ricco di soddisfazioni.

Un grazie ai miei nonni, per essere un esempio di vita, alle mie nonne, che sempre si preoccupano per me, ai miei genitori e a mio fratello per avermi sopportato in questi ultimi due anni. Un grazie a tutti i parenti, che in questi anni mi sono sempre stati vicini.

Un pensiero va agli Amici di San Fermo, quelli di sempre: Fede, Silvia, Deboh, Ary, Gre, don Simon, ... (in ordine veramente casuale) e a tutti gli altri compaesani, con i quali ho passato questi ultimi anni.

Dal quell'estate del 2003, quando ci siamo conosciuti veramente, nonostante abitassimo tutti a pochi metri l'uno dall'altro, abbiamo condiviso tantissime esperienze, momenti felici e momenti più difficili e, a poco a poco, a volte perdendoci di vista per qualche periodo, siamo diventati "grandi" insieme.

Un grazie ai miei compagni di università "storici": Ruben, Andre, Luca, Marta, Valeria, Mara, Ema, Matteo,... per aver condiviso insieme tantissimi momenti di questi cinque lunghi anni.

Durante la laurea magistrale ho avuto poi l'occasione di conoscere molte altre persone, con le quali abbiamo affrontato le mille difficoltà degli infiniti progetti cercando di sostenerci a vicenda in queste lunghissime maratone.

Lorenz merita una citazione particolare in questi ringraziamenti. Non solo perchè è stato il mio compagno di banco in tutti e cinque gli anni accademici, sopportando le mie continue lamentele su ogni corso, ma anche, e soprattutto, per essere sempre disponibile, in ogni ora del giorno e attraverso qualsiasi mezzo di comunicazione, a risolvermi i problemi di Linux, Latex, Matlab e di qualsiasi altro software esistente, trovando, nei vani più nascosti del web, il forum che risolve ogni dubbio. Senza il suo contributo molte delle cose fatte in questa tesi e nei progetti non sarebbero state possibili.

In tutti questi anni l'hockey è stata una parte importante della mia vita. Per questo

voglio ringraziare tutta la grande famiglia dell'Hockey Club Chiasso, i giocatori della terza lega e i giovani ragazzi che ho allenato, perché con il loro entusiasmo mi hanno distratto dalle difficoltà dell'università e reso orgoglioso del lavoro fatto.

Un grazie sincero a tutti i membri dello staff tecnico, presente e passato. Fra questi un pensiero e un ringraziamento a Lele e Jonhy, per i bellissimi momenti passati insieme e le risate dentro e fuori dal ghiaccio e al Coach Davide per avermi dato l'opportunità di iniziare l'avventura come allenatore e per essere stato un grande maestro di hockey e di sport.

Infine credo che nessuna frase o discorso possa assolutamente sintetizzare quello che Giulia rappresenta per me. Insieme siamo cresciuti, abbiamo affrontato ogni difficoltà nei nostri percorsi scolastici e insieme, qualunque cosa succederà, costruiremo il nostro futuro.

# Introduzione

L'obiettivo di questo lavoro di tesi è di indagare numericamente il campo di moto e di temperatura all'interno di un canale a sezione rettangolare riscaldato, nella quale vengono posti degli ostacoli, chiamati anche *ribs* .

Lo scambio termico in convezione forzata in questa geometria è di grande interesse dal punto di vista industriale per applicazioni in reattori nucleari, impianti solari e nel raffreddamento delle pale di turbine a gas per permette di aumentare le temperature di utilizzo e, di conseguenza, il rendimento del ciclo termodinamico.

Il campo di moto fortemente turbolento che si origina all'interno del canale rappresenta motivo di grande interesse per meglio capire il comportamento di flussi turbolenti separati.

Numerosi studi, sia numerici che sperimentali sono stati fatti nel corso degli anni.

Fra i lavori numerici presenti, la tecnica maggiormente utilizzata è quella basata sui metodi RANS, che però forniscono risultati inadeguati o che comunque sono abbastanza differenti da quelli sperimentali. In particolare si osservano grosse differenze sulla parte termica con una sottostima del coefficiente di scambio termico intorno al 30 %.

In questo lavoro di tesi si utilizza una tecnica diretta, DNS (Direct Numerical Simulation), per risolvere le equazioni che governano il moto.

A causa dell'elevata accuratezza richiesta alla griglia di calcolo per poter ottenere una soluzione numerica stabile e che riproduca tutte le scale turbolente, le simulazioni DNS sono condotte a numeri di Reynolds sufficientemente bassi. I valori di Reynolds utilizzati sono comunque in linea con quelli effettivamente utilizzati nelle applicazioni prima descritte.

È importante sottolineare come normalmente per le simulazioni DNS, si utilizzano codici *in-house* appositamente implementati e sviluppati per la geometria in esame.

Se da un lato un codice *in-house* offre un maggior controllo di ogni singolo passo dell'algoritmo risolutivo e una gestione dei risultati personalizzabile, dall'altra risulta essere troppo specifico e poco generalizzabile a geometrie differenti, oppure a problemi diversi.

Inoltre l'utilizzo è limitato solo ad un ristretto numero di persone che hanno accesso al codice sorgente. In questo lavoro di tesi si è voluto valutare la possibilità di effettuare una simulazione DNS usando un codice commerciale il più possibile generico. Si è

deciso di utilizzare il software *ANSYS FLUENT* in quanto rappresenta uno dei codici fluidodinamici maggiormente utilizzato in ambito industriale, ampiamente validato e utilizzato con frequenza presso il *ThermaLab*, dove è stata sviluppata questa tesi.

Una difficoltà di una simulazione DNS è la gestione del post-processing, in quanto, risolvendo tutte le scale, spaziali e temporali, si ha a disposizione una mole di dati che devono essere analizzati con attenzione.

Parte di questo lavoro ha riguardato lo sviluppo di librerie per FLUENT per poter gestire i risultati in maniera ottimale ed efficiente.

Al fine di valutare l'adeguatezza del solutore e delle librerie prima citate, sono state effettuate simulazioni DNS su un caso test di un canale a lastre piane parallele.

Tale configurazione è stata scelta essendovi in letteratura diversi dataset che permettono un confronto immediato dei risultati. Sempre per poter fare un confronto preciso, le simulazioni di prova sono condotte ad un valore di Reynolds leggermente superiore a quello poi effettivamente utilizzato nel canale corrugato. Anche la geometria del dominio è uguale ad uno dei riferimenti.

Oltre alle simulazioni DNS, sul canale corrugato sono state effettuate delle simulazioni 2D-RANS, con tre diversi modelli di turbolenza ( $k - \epsilon$ ,  $\overline{v^2} - f$  e  $k - \omega$  SST ), per valutare quale di questi fosse il più adeguato.

Il lavoro sul canale corrugato si inserisce nella linea di ricerca del gruppo *ThermaLab* del Dipartimento di Energia del Politecnico di Milano, dove sono tutt'ora in corso studi di carattere sperimentale e numerico.

Questo lavoro pone quindi le basi per una miglior comprensione della fisica e dello scambio termico all'interno del canale corrugato e fornisce tutti gli strumenti necessari per condurre in maniera sistematica simulazioni DNS su differenti geometrie, in modo da indagare quale tra queste fornisca i migliori risultati per le applicazioni ingegneristiche. Inoltre il dataset di dati può essere usato per un confronto accurato con i risultati sperimentali.

Da ultimo, in questo lavoro, si è studiato l'adeguatezza delle griglie di calcolo usate nei modelli RANS, utilizzando un particolare stimatore a *posteriore* noto come *Grid Convergence Index*.

Basato su un raffinamento sistematico della griglia, il GCI è ad oggi riconosciuto come uno stimatore in grado di fornire una buona indicazione sulla bontà delle mesh utilizzate e viene raccomandato da diverse riviste specialistiche del settore.

L'esposizione del lavoro è così articolata:

- Nel *Capitolo 1* vengono introdotte le equazioni fisiche che governano il problema (sezione 1.1), viene descritto brevemente il fenomeno della turbolenza, soffermandosi in particolar modo sugli aspetti trattati in questo lavoro (sezione 1.2), si

descrive lo scambio termico convettivo e le sue applicazioni in ambito industriale (sezione 1.3). Da ultimo viene fatta una breve revisione della letteratura presente sull'argomento (sezione 1.3.4).

- Nel *Capitolo 2* si descrivono gli strumenti numerici utilizzati, partendo dalla discretizzazione a volumi finiti (sezione 2.1). Si descrivono poi le condizioni biperiodiche (sezione 2.2) e infine (sezione 2.3) l'equazione di tipo diffusione-trasporto di uno scalare utilizzata per risolvere i problemi riscontrati con l'utilizzo del solutore dell'equazione dell'energia di FLUENT.
- Nel *Capitolo 3* si richiamano i concetti di base di una simulazione DNS e dei metodi RANS, descrivendo i modelli utilizzati
- Nel *Capitolo 4* sono descritte le simulazioni del canale a lastre piane parallele, partendo con un breve richiamo ai dati presenti in letteratura (sezione 4.1) per poi passare (sezione 4.2) alle scelte di *pre-processing* fatte, ai metodi di risoluzione utilizzati (sezione 4.3) e infine all'analisi dei risultati (sezione 4.4).
- Nel *Capitolo 5* si analizzano le simulazioni sul canale corrugato, descrivendo le scelte fatte per le simulazioni DNS e per quelle RANS (sezioni 5.1-5.3). L'analisi dei risultati sulla DNS (campo di moto nella sezione 5.5.1 e campo di temperatura nella sezione 5.5.3) precede il confronto DNS-RANS (campo di moto nella sezione 5.5.2 e campo di temperatura nella sezione 5.5.4).

In Appendice A viene introdotto il GCI e descritti i risultati ottenuti dalle simulazioni RANS.

In Appendice B e C vengono riportati i codici implementati con una breve descrizione sul loro funzionamento e il loro utilizzo.

Tutte le simulazioni sono state effettuate sul cluster a disposizione del gruppo *Thermalab* all'interno del Dipartimento di Energia del Politecnico di Milano.

Il cluster è composto da 2 nodi di calcolo con 8 processori XEON E5620 a 2.4 GHz per nodo e 48 Gb di RAM disponibile. I tempi di calcolo sono dell'ordine delle 36 ore, a seconda delle mesh utilizzate.

# Capitolo 1

## Cenni di termofluidodinamica

In questo capitolo iniziale, sono brevemente richiamate le equazioni di conservazione per un fluido Newtoniano incomprimibile e vengono descritti gli aspetti più importanti della turbolenza.

### 1.1 Equazioni di Conservazione

Consideriamo le equazioni di bilancio della meccanica classica:

- Equazione di conservazione della massa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1.1)$$

- Equazione di conservazione della quantità di moto

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma}) + f \quad (1.2)$$

dove  $\mathbf{g}$  è l'accelerazione di gravità,  $\boldsymbol{\sigma}$  è il tensore degli sforzi superficiali ed  $f$  una generica sorgente.

- Equazione di conservazione dell'energia

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e \mathbf{u}) = \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{u}) - \nabla \cdot \mathbf{q}'' + S \quad (1.3)$$

dove  $e$  rappresenta l'energia interna,  $\mathbf{q}''$  il flusso termico areico e  $S$  una sorgente di energia.

Introducendo le seguenti ipotesi:

- Assenza di forze gravitazionali

$$\mathbf{g} = 0$$

- Legge di Newton per la caratterizzazione di  $\sigma$

$$\sigma = -p\mathbf{I} + \mathbf{T} = -p\mathbf{I} + \mu[\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^T - \frac{2}{3}\nabla \cdot \mathbf{u}] \quad (1.4)$$

dove  $p$  è la pressione,  $\mu$  è la viscosità dinamica e  $\mathbf{I}$  è il tensore unitario.

- Proprietà termo-fisiche costanti, in particolare

$$\rho = \text{costante} \quad (1.5)$$

- Legge di Fourier per la conduzione del calore

$$\mathbf{q} = -k\nabla T \quad (1.6)$$

dove  $k$  è la conduttività termica isotropa.

dalle equazioni (1.1) - (1.3) è possibile ottenere un sistema chiuso di 5 equazioni in 5 incognite:

- Equazione di continuità

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1.7)$$

- Equazione del momento

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu \nabla \mathbf{u}) + f \quad (1.8)$$

- Equazione della temperatura

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (T \mathbf{u}) = \nabla \cdot (\alpha \nabla T) + S' \quad (1.9)$$

La forma integrale di queste equazioni è riconducibile alla forma integrale su un generico volume di controllo per una generica grandezza  $\phi$ :

$$\underbrace{\int_{V_{CV}} \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV}_{\text{Variazione temporale}} + \underbrace{\int_{V_{CV}} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \phi) dV}_{\text{Termine convettivo}} - \underbrace{\int_{V_{CV}} \nabla \cdot (\rho \Gamma_\phi \nabla \phi) dV}_{\text{Termine diffusivo}} = \underbrace{\int_{V_{CV}} S_\phi dV}_{\text{Termine sorgente}} \quad (1.10)$$

Essendo  $\Gamma_\phi$  la diffusività di  $\phi$  e  $S_\phi$  un termine sorgente.

Questa equazione descrive quindi il bilancio di  $\phi$  all'interno di un generico volume di controllo CV ed è alla base della discretizzazione a volumi finiti.

Le equazioni (1.7) - (1.9) possono essere quindi interpretate come un bilancio di massa, di quantità di moto e di energia all'interno di un generico volume del fluido.

## 1.2 Turbolenza

Questa sezione non vuole dare una descrizione esaustiva di tutta la fisica e la matematica che stanno alla base dello studio dei flussi turbolenti, ma vuole mettere in luce gli aspetti più importanti da tenere in considerazione nel momento in cui si decide di effettuare una simulazione numerica di tipo DNS.

Il capitolo è così organizzato: nella sezione 1.2.1 sono introdotti i concetti di base, nella sezione 1.2.2 sono descritte le diverse scale turbolente e nella sezione 1.2.3 sono discussi alcuni aspetti particolari della turbolenze in flussi confinati.

### 1.2.1 Concetti di base

I flussi turbolenti sono caratterizzati da un campo di velocità aleatorio, sia in tempo che in spazio, contenente un ampio spettro di frequenze temporali e spaziali. Inoltre, a causa dell'intrinseca instabilità, sono molto sensibili alle condizioni iniziali: piccole variazioni di quest'ultime possono causare comportamenti molto differenti.

A causa della natura fortemente aleatoria, l'indagine della turbolenza è fatta utilizzando un approccio statistico.

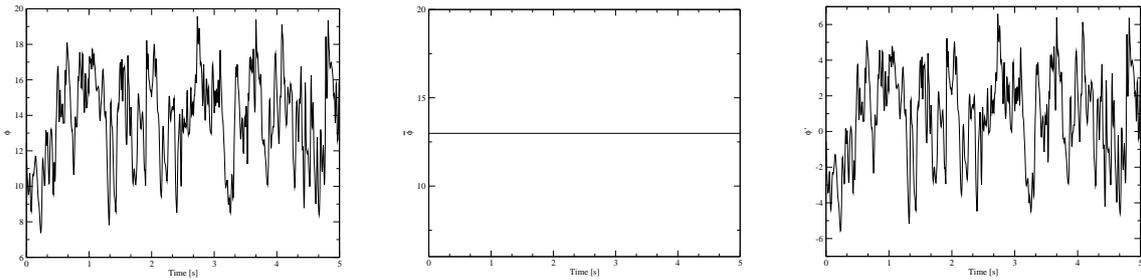
Per questo motivo si è soliti dividere ogni grandezza  $\phi$  nella somma del valore medio temporale e della fluttuazione, ovvero:

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \overline{\phi(\mathbf{x})} + \phi'(\mathbf{x}, t) \quad (1.11)$$

Un esempio di questa separazione viene mostrato in figura 1.1 .

Quando ci sono condizioni di omogeneità o di periodicità, è possibile mediare i risultati anche in direzione spaziale.

Il moto di un fluido è caratterizzato da alcuni parametri adimensionali, che permettono di dedurre le proprietà e la natura laminare o turbolenta: il numero di Reynolds, basato su una velocità di riferimento  $U$ , una lunghezza di riferimento  $L$  e la viscosità



**Figura 1.1:** Separazione di  $\phi$ : da sinistra a destra  $\phi((x, t))$ ,  $\overline{\phi(\mathbf{x})}$  e  $\phi'(\mathbf{x}, t)$

cinematica  $\nu$  è, definito come

$$Re = \frac{UL}{\nu} \quad (1.12)$$

rappresenta il rapporto fra le forze inerziali e le forze viscosse.

Se Reynolds è sufficientemente basso il moto del fluido è detto *laminare*. Le forze viscosse dominano su quelle inerziali, attenuando le instabilità che renderebbero caotico il moto del fluido.

Per valori di Reynolds maggiori di una soglia critica, le forze inerziali prevalgono su quelle viscosse e il fluido passa al regime turbolento.

Un secondo importante parametro adimensionale, nel caso in cui si consideri anche il campo di temperatura, è il numero di Prandtl:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu C_p}{k} \quad (1.13)$$

ovvero il rapporto fra la diffusività della quantità di moto e la diffusività termica. Il numero di Prandtl è una proprietà termo-fisica caratteristica di ogni fluido.

Bassi valori sono tipici dei metalli liquidi ( $10^{-2} \div 10^{-3}$ ), mentre i gas più comuni hanno valori intorno all'unità ( $0.7 \div 1$ ). L'acqua a 20 gradi Celsius ha un valore di 7, mentre alti valori sono tipici degli oli pesanti (100-40000).

## 1.2.2 Scale turbolente

Come descritto nella sezione precedente, un moto turbolento è caratterizzata da diverse scale temporali e spaziali.

In particolare possono essere identificate 3 scale spaziali, o bande energetiche:

- Scala integrale
- Scala della dissipazione viscosa
- Scala inerziale

La banda a grande scala, ossia a piccoli numeri d'onda  $k$ , è caratterizzata dalla lunghezza  $l_0 = L$  e dalla velocità  $v_0 = U$ , ed è la scala nella quale il moto medio fornisce energia al moto fluttuante, così che il moto del fluido resta turbolento.

La banda relativa alla dissipazione viscosa è caratterizzata da alti numeri d'onda  $k$ , ed è in questa scala che a causa delle forze viscosive, l'energia cinetica turbolenta viene dissipata in energia interna. La lunghezza caratteristica di questa scala,  $l_D$ , è chiamata *lunghezza di Kolmogorov*:

$$l_D = \left(\frac{\epsilon}{\nu^3}\right)^{1/4} \quad (1.14)$$

dove  $\epsilon$  rappresenta il tasso di dissipazione di energia cinetica turbolenta per unità di massa:

$$\epsilon = \nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \quad (1.15)$$

È possibile introdurre anche una velocità  $v_D$  ed un tempo caratteristico  $t_D$  così definiti:

$$v_D = (\nu\epsilon)^{1/4} \quad (1.16)$$

$$t_D = \frac{l_D}{v_D} = \left(\frac{\nu}{\epsilon}\right)^{1/2} \quad (1.17)$$

Con semplici passaggi algebrici, si ottiene il legame tra le grandezze a piccola scala e le grandezze a grande scala:

$$\frac{l_D}{l_0} \sim Re^{-3/4} \quad (1.18)$$

$$\frac{v_D}{v_0} \sim Re^{-1/4} \quad (1.19)$$

$$\frac{t_D}{l_0/v_0} \sim Re^{-1/2} \quad (1.20)$$

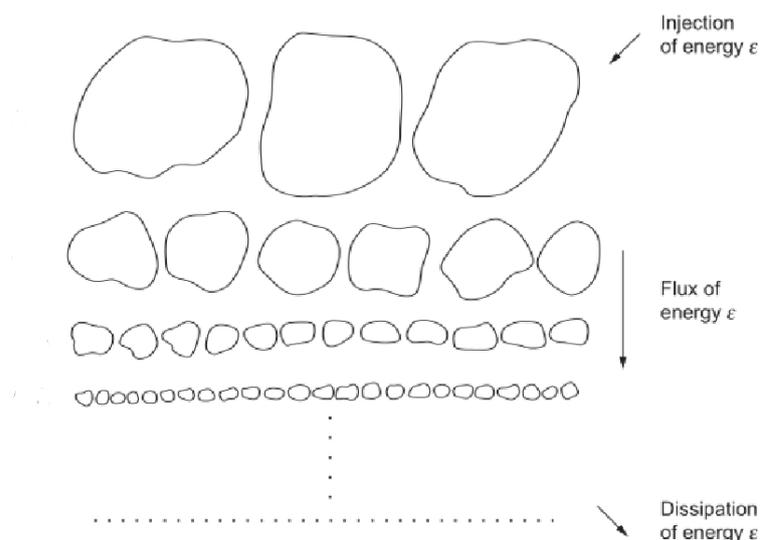
L'equazione (1.18) evidenzia come la risoluzione numerica di tutte le scale spaziali presenti nel flusso richieda una griglia di calcolo tanto più fine tanto più è alto Reynolds. All'aumentare del numero di Reynolds diminuisce la lunghezza di Kolmogorov e la mesh deve essere sempre più raffinata. Una simulazione diretta della turbolenza, che si pone l'obiettivo di risolvere tutte le scale, richiede quindi grossi costi computazionali. È per questo motivo che allo stato attuale, simulazioni DNS possono essere fatte solo a bassi valori di Reynolds su geometrie semplici.

L'ultima banda, quella *inerziale*, è la banda nella quale dominano le forze inerziali, dove l'energia non viene né creata né distrutta ma viene semplicemente trasferita da/verso le altre due bande.

Il trasferimento dell'energia fra la grande e la piccola scala è ben descrivibile attraverso la cosiddetta "cascata di energia": una parte dell'energia cinetica del fluido si

trasforma, a grande scale, in energia cinetica turbolenta che viene poi trasferita alle scale sempre più piccole e, ad un certo punto, raggiunta la scala dissipativa, i vortici vengono completamente distrutti e l'energia si trasforma in energia interna.

In figura 1.2 viene mostrata un immagine della cascata appena descritta, tratta da [88].



**Figura 1.2:** Cascata di energia

Anche per il campo di temperatura è possibile introdurre delle scale spaziali. La lunghezza caratteristica  $l_\theta$  delle piccole scale è detta lunghezza di *Batchelor* e varia in base al fluido considerato:

$$l_\theta = \left(\frac{\alpha^2 \nu}{\epsilon}\right)^{1/4} \text{ per } Pr > 1 \quad (1.21)$$

$$l_\theta = \left(\frac{\alpha^3}{\epsilon}\right)^{1/4} \text{ per } Pr \leq 1 \quad (1.22)$$

Osserviamo che nel caso  $Pr = 1$  la lunghezza di *Batchelor* coincide con la lunghezza di *Kolmogorov* [6].

### 1.2.3 Flussi confinati

Il più semplice moto turbolento che può essere immaginato è quello di un fluido omogeneo e isotropo in una regione libera dello spazio.

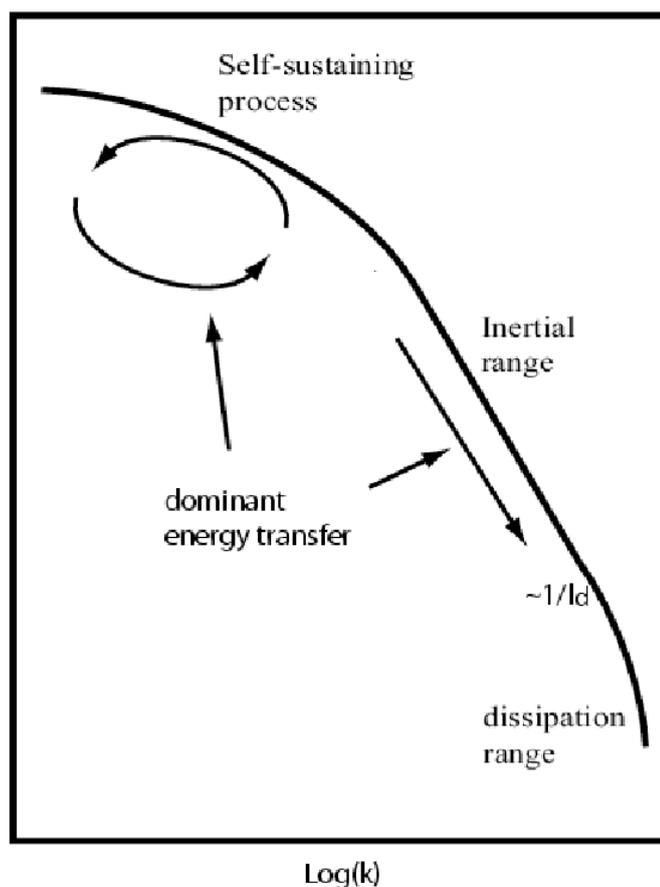
È sotto queste ipotesi che Kolmogorov sviluppa, nel 1941, la sua teoria della turbolenza. Come prima descritto, l'energia fluisce dalle grandi alle piccole scale, fino a che non

viene dissipata alla scala di Kolmogorov.

L'andamento dell'energia è riportato in figura 1.3, dove osserviamo che nella banda inerziale, quindi a bassi  $k$ , lo spettro di energia vale:

$$E(k) = C_k \epsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (1.23)$$

con  $C_k \simeq 1.4$  (detta costante di Kolmogorov e verificata sperimentalmente).

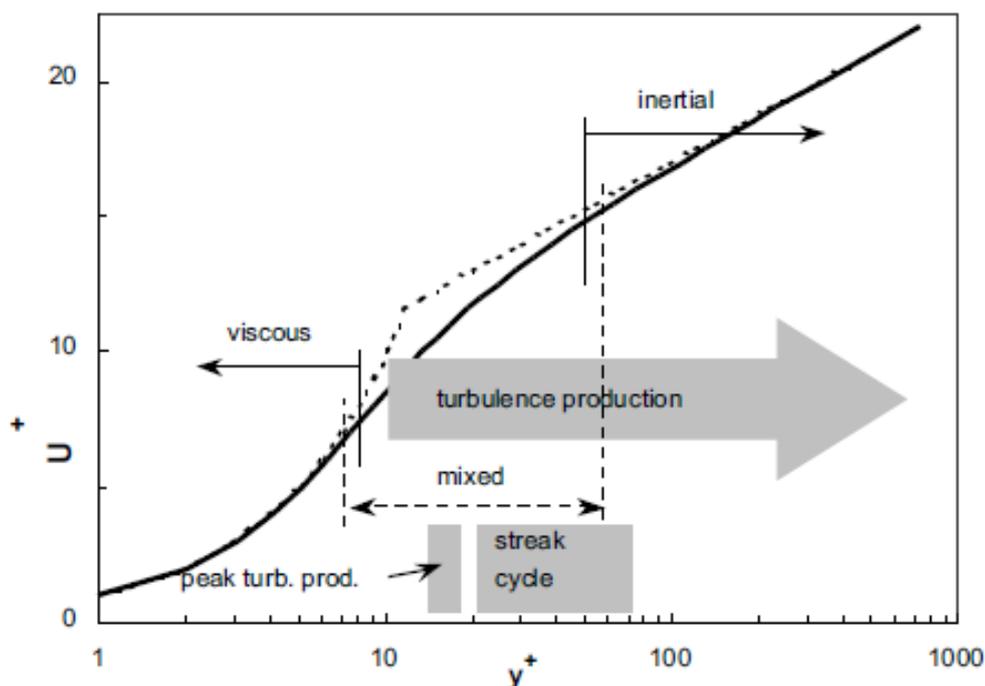


**Figura 1.3:** Cascata di energia, turbolenza omogenea e isotropa

Considerando il moto forzato di un fluido all'interno di un canale, è importante descrivere l'andamento del profilo di velocità e i fenomeni che avvengono nei pressi delle pareti del canale stesso, ovvero nello strato limite.

Lo strato limite turbolento può essere suddiviso in 3 zone come mostrato in figura 1.4:

1. *Substrato viscoso*: è la regione più interna, indicativamente a  $y^+ < 5$ , dove gli sforzi turbolenti sono trascurabili e prevalgono gli sforzi viscosi. In questa regione la velocità longitudinale dipende linearmente dalla distanza adimensionale dalla



**Figura 1.4:** Profilo di velocità a parete. Vengono evidenziate le tre regioni descritte

parete:

$$u^+ = y^+ \quad (1.24)$$

2. *Zona di buffer*: caratterizzata da  $5 < y^+ < 30$ , vale una legge che raccorda il substrato viscoso alla regione logaritmica.

3. *Regione logaritmica*: si estende da  $y^+ > 30$  ed è caratterizzata dal fatto che lo sforzo turbolento è comparabile con lo sforzo viscoso. In questa regione il profilo di velocità, per pareti lisce, è ben rappresentato dalla legge logaritmica:

$$u^+ = \frac{1}{k} \log(y^+) + \beta \quad (1.25)$$

con  $k = 0.4$  e  $\beta = 5.5$ .

Fisicamente è possibile individuare delle strutture coerenti che si formano all'interno del moto caotico nei pressi dello strato limite.

Nei punti in cui la varianza della velocità è massima si generano delle zone ad alta e bassa velocità ("streaks"), in mezzo alle quali si originano dei vortici, auto-alimentati dal fluido stesso, che lo mescolano rapidamente, trasportando i flussi a bassa velocità del substrato viscoso nella regione logaritmica. Questo fenomeno fisico sta alla base dell'aumento dello scambio termico convettivo all'interno di un canale turbolento:

maggiore è l'intensità turbolenta, maggiore è il trasporto dell'energia dalla parete verso il centro canale.

In letteratura vengono descritte diverse tecniche che permettono di identificare strutture coerenti all'interno di un moto turbolento, effettuando operazioni algebriche sui valori della velocità e della pressione ([35]).

## 1.3 Convezione forzata in un canale corrugato

### 1.3.1 La convezione forzata turbolenta

La convezione è una delle possibili forme di trasferimento di energia sotto forma di calore (insieme alla conduzione termica e all'irraggiamento), dovuta al moto relativo tra un fluido e un corpo solido. Si parla di conduzione forzata quando il moto è sostenuto da un'interazione con l'esterno, ad esempio un ventilatore o una pompa, altrimenti di convezione naturale.

Nel 1701 Isaac Newton, sulla base di esperienze fisiche, ipotizzò che il flusso termico fosse direttamente proporzionale alla differenza fra una temperatura di riferimento del fluido  $T_f$  e la temperatura del corpo solido  $T_s$ , attraverso una costante  $h$ , detta coefficiente di scambio termico convettivo:

$$q''(\mathbf{x}) = h(\mathbf{x})(T_s - T_f) \quad (1.26)$$

La costante  $h$  non è una proprietà del fluido, ma dipende anche dalla geometria e dalle condizioni di moto del fluido stesso. La temperatura  $T_f$  è, come detto, una temperatura di riferimento del fluido. Nel caso di flussi esterni si considera la temperatura del fluido indisturbato, cioè il fluido esterno allo strato limite termico, mentre nel caso di flussi interni si considera la temperatura di *bulk* o di *miscelamento adiabatico* sulla sezione, poichè la presenza delle pareti si risente in tutto il fluido:

$$T_b = \frac{\int_{A(\mathbf{x})} \rho C_p |\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}| T(\mathbf{x}) dA}{\int_{A(\mathbf{x})} \rho C_p |\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}| dA} \quad (1.27)$$

Nella pratica si è soliti definire un valore medio di  $h$ ,  $\bar{h}$ .

A livello fisico tutto il fenomeno della conduzione è legato a cosa succede nei pressi della parete, più in particolare all'interno dello strato limite termico (che differisce dallo strato limite fluidodinamico).

Lo strato limite termico rappresenta quella regione prossima alla parete in cui sono presenti elevati gradienti di temperatura e quest'ultima passa dal valore che assume

sulla parete al valore di riferimento.

Per flussi esterni lo spessore dello strato limite termico  $\delta_T$  è definito come

$$\delta_T(\mathbf{x}) = \frac{T_s(\mathbf{x}) - T(\mathbf{x})}{T_s(\mathbf{x}) - T_f(\mathbf{x})} = 0.99 \quad (1.28)$$

È possibile calcolare il valore di  $h$  semplicemente osservando che a parete vale:

$$q'' = -k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = h(T_s - T_f) \quad (1.29)$$

$$h = \frac{-k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}}{(T_s - T_f)} \quad (1.30)$$

Osserviamo che  $h$ , come prima ricordato, dipende anche dalle condizioni del moto, infatti dipende dal gradiente di temperatura a parete che è determinato dallo strato limite termico. L'equazione (1.29) può essere riordinata in questa forma:

$$\frac{\partial \left( \frac{T_s - T}{T_s - T_f} \right)}{\partial y / L} = \frac{hL}{k} = Nu_L, \text{ numero di Nusselt} \quad (1.31)$$

dove  $L$  è una lunghezza caratteristica di riferimento.

Il numero di Nusselt è stato introdotto dall'ingegnere Wilhelm Nusselt il cui lavoro sulla conduzione del calore è tanto importante quanto il lavoro di Prantl sulla fluidodinamica.

Fisicamente il numero di Nusselt rappresenta il rapporto fra lo scambio termico convettivo e quello conduttivo e può essere anche espresso in questa forma

$$Nu_L = \frac{L}{\delta_t'} \quad (1.32)$$

Quindi più piccolo è lo strato limite termico, maggiore è il numero di Nusselt e di conseguenza, maggiore è lo scambio termico fra solido e fluido.

Come per il coefficiente  $h$ , anche il numero di Nusselt, oltre che dalla geometria, dipende dalle caratteristiche del moto del fluido, in particolare, per convezione forzata, Nusselt è funzione del numero di Reynolds e del numero di Prandtl. In letteratura sono presenti diverse correlazioni che legano questi valori a seconda del problema in esame. Dall'analisi fatta fino a questo punto appare evidente che il fattore determinante per valutare lo scambio termico convettivo è il gradiente di temperatura a parete. Più il gradiente è marcato più lo scambio termico sarà efficace.

È quindi importante l'analisi dello strato limite, che ha comportamenti differenti nel caso in cui il moto sia laminare o turbolento.

Lo strato limite laminare, a causa dell'elevata viscosità del fluido e della basse velocità, è caratterizzato da un profilo di temperatura che aumenta molto lentamente e regolarmente (si pensi al flusso di Poiseuille, in cui il profilo di velocità e temperatura sono parabolici), portando quindi ad avere profili lisci con gradienti molto piccoli.

Ben differente è la situazione dei flussi turbolenti dove i gradienti sono più marcati e aumenta lo scambio termico.

All'interno del fluido, come descritto nel capitolo precedente, lo strato limite può essere suddiviso in due regioni: nella regione più interna, dove domina la viscosità, l'energia è trasportata attraverso un meccanismo di conduzione termica, mentre, più lontano dalla parete, nella regione logaritmica, si iniziano a sentire gli effetti caotici della turbolenza, che trasportano velocemente l'energia favorendo un processo di mescolamento caotico del fluido.

Quindi, nell'ottica di aumentare lo scambio termico fra un fluido e un solido, è più conveniente utilizzare flussi fortemente turbolenti piuttosto che flussi laminari.

In questa tesi si studiano flussi interni completamente sviluppati idrodinamicamente e termicamente.

A differenza del campo di velocità, dove la condizione di fluido completamente sviluppato implica un'invarianza dei profili in direzione streamwise, nel caso della temperatura, avendo un flusso di calore che riscalda (raffredda) continuamente le pareti, la temperatura continuerà ad aumentare (diminuire) più ci si allontana dall'ingresso.

In questo caso si ottiene la condizione di completo sviluppo termico del flusso quando

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{T - T_s}{T_b - T_s} \right) = 0 \quad (1.33)$$

Per tali flussi, il numero di Nusselt resta costante se resta costante la geometria e le proprietà del fluido [67].

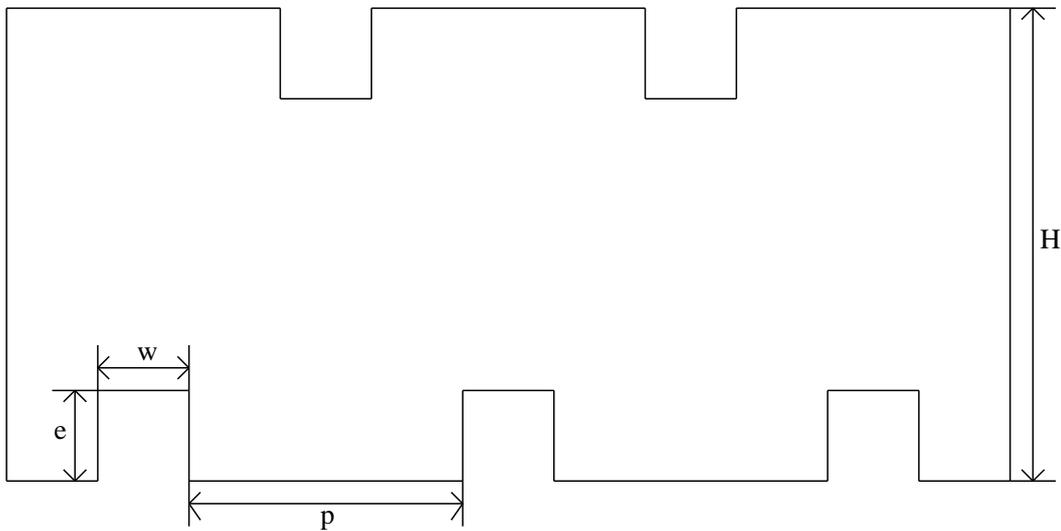
### 1.3.2 Il canale corrugato

Nella sezione precedente è stato descritto lo scambio termico convettivo e si è visto come tutto il fenomeno è legato a quello che succede all'interno dello strato limite.

Per favorire la turbolenza ed aumentare lo scambio termico è possibile inserire all'interno di un canale degli ostacoli, o turbolatori, di forme differenti posti in varie posizioni rispetto al moto del fluido.

Un esempio di questa configurazione è mostrata in figura 1.5, dove si utilizzano turbolatori, o *ribs*, a sezione rettangolare disposti ortogonalmente alla direzione del fluido. In seguito useremo queste convenzioni:  $e$  è l'altezza del *rib*,  $w$  la sua larghezza e  $p$  la

distanza fra i due *rib* .



**Figura 1.5:** Modello geometrico del canale corrugato.

Quando il fluido completamente sviluppato raggiunge il primo ostacolo, il favorevole gradiente di pressione lo accelera fino alla sommità del *rib*, superando così l'ostacolo. A causa di questo accelerazione, zone di ricircolo si formano prima e dopo il *rib*, le cui dimensioni variano al variare della geometria dell'ostacolo e alle caratteristiche del moto.

I vortici che si formano portano il fluido più veloce, che si trova nel centro del canale, all'interno della cavità fra i due *ribs*, aumentando così il rimescolamento del fluido stesso e il conseguente scambio termico.

Se la regione fra due *ribs* adiacenti è sufficientemente estesa, nel punto in cui ricomincia a formarsi lo strato limite, si originano elevati gradienti di temperatura ed è in quel punto che ci si aspetta il massimo valore di Nusselt.

Vedremo nella sezione successiva i diversi studi che sono stati fatti per questo genere di problema, sia per meglio comprendere la natura del campo turbolento che si origina (indagando quindi i vortici e le strutture coerenti), sia per studiare quale sia la geometria ottimale, ovvero quella che permette di avere il maggior scambio termico con il minor costo possibile.

È infatti noto che, se da un lato questi turbolatori aumentano lo scambio termico convettivo fra parete e fluido, dall'altra aumentano il fattore di resistenza (in particolare quella di forma). È necessaria quindi una forza maggiore per mantenere il fluido in moto.

In fase di design è quindi importante trovare il giusto equilibrio fra aumento di scambio termico e aumento della resistenza, valutando nel caso in cui si fissi la portata massica

in ingresso, il rapporto:

$$c_1 = \frac{Nu/Nu_0}{(f/f_0)} \quad (1.34)$$

dove  $f$  è il fattore d'attrito di Darcy

$$f = \frac{dP}{dx} \frac{D}{\rho u_b^2} \quad (1.35)$$

con  $L$  si indica un lunghezza caratteristica del canale e con  $D$  il diametro idraulico.

Il pedice 0 fa riferimento ai valori ottenuti su un canale con pareti lisce in cui scorre un fluido con la stessa portata.

Nel caso invece si mantenga fissa la potenza di pompaggio, si valuta il rapporto

$$c_2 = \frac{Nu/Nu_0}{(f/f_0)^{1/3}} \quad (1.36)$$

dove sia  $Nu_0$  che  $f_0$  sono calcolati con la portata massica ottenuta con la medesima potenza nel canale piano.

Il valore ottimale di questi rapporti dipende dalle applicazioni pratiche di interesse [23]. Se si è interessati al massimo aumento di scambio termico con il minor aumento del fattore di sforzo, si cerca di massimizzarli.

In letteratura si è soliti dividere in due categorie i *ribs*, a seconda dei rapporti fra  $e$ ,  $p$ ,  $w$  e  $H$ : se  $p/e \geq 4$  si parla di rugosità di tipo k (*k-type roughness*), altrimenti si parla di rugosità di tipo d (*d-type roughness*).

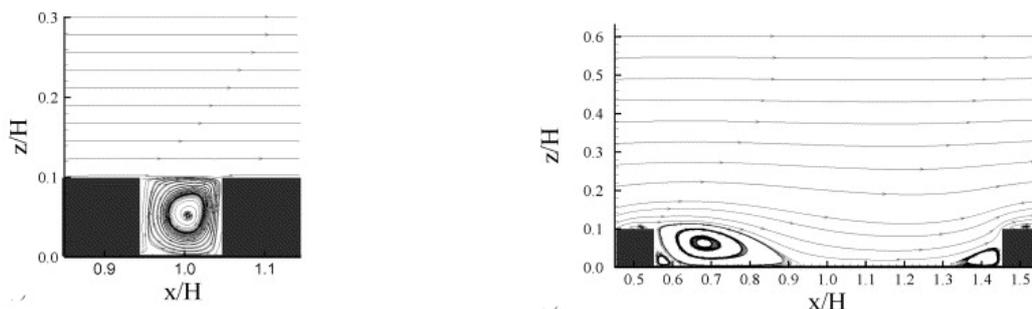
Nel caso d-type, i *ribs* sono così vicini fra di loro che le strutture vorticosi che si generano nella cavità fra i due ostacoli restano confinati all'interno della cavità stessa e non influenzano il campo di moto a centro canale (figura 1.6 sinistra).

Nel caso in cui invece ci fosse sufficiente spazio fra i due *ribs* (k-type), i vortici, che hanno una grandezza paragonabile all'altezza dei *ribs*, riescono a diffondersi sia all'interno della cavità che all'esterno, influenzando il campo di moto al di sopra dei *ribs*.

In particolare si osservano fenomeni di separazione e riattacco di strato limite in tutta la zona fra i *ribs*, che aumentano lo scambio termico. (figura 1.6 destra)

Questa classificazione del tipo di rugosità richiama i concetti e le classificazioni che si introducono nello studio dello strato limite turbolento su pareti scabre. In effetti diversi studi fluidodinamici hanno mostrato come il flusso su pareti con turbolatori può essere ricondotto a quello che si sviluppa su pareti con rugosità superficiale.

Quello che si osserva è una variazione della legge logaritmica di parete (equazione (1.25) in 1.2.3) a causa dell'interferenza della rugosità nel substrato viscoso e, soprattutto nella regione di buffer e nella regione logaritmica stessa.



**Figura 1.6:** Streamlines della velocità media nel caso *d-type* a sinistra e *k-type* a destra. Immagini tratte da [14]

E' quindi opportuno modificare la legge di parete per tener conto di questi effetti. In particolare si introduce un grandezza, detta funzione di rugosità  $\Delta B$ , che comporta una traslazione del profilo di velocità rispetto al caso di pareti lisce. L'equazione (1.25) viene così modificata:

$$u/u_\tau = \frac{1}{k} \log(yu_\tau/\nu) + \beta - \Delta B \quad (1.37)$$

dove  $y$  è misurata non dall'origine degli assi, ma da un'origine *virtuale* (di solito questa origine è presa in corrispondenza del punto in cui la velocità si annulla), mentre  $u_\tau$  deve essere calcolata tenendo conto sia della componente dello sforzo d'attrito che della componente dello sforzo di pressione.

### 1.3.3 Applicazioni ingegneristiche

Lo scambio termico convettivo all'interno di canali rettangolari con superficie variamente strutturate, come nel caso del canale con i *ribs*, è una situazione di grande interesse industriale nell'ottimizzazione di sistemi in cui lo scambio termico gioca un ruolo fondamentale (assorbitori solari, scambiatori di calore, ecc). Il raffreddamento delle palette di turbine a gas, impiegate nei cicli termodinamici sia per la propulsione aeronautica che per la produzione di energia nei processi industriali, è stato il campo d'interesse che storicamente ha maggiormente interessato questo campo di ricerca sia per le condizioni operative che per la varietà di soluzioni tecnologiche approfondite e proposte. L'interesse economico delle ricerche scientifiche in questo campo è di immediata comprensione dal momento che i rendimenti e le prestazioni del ciclo termodinamico sono spesso vincolate dalla massima temperatura a cui può operare la turbina. Negli ultimi decenni il limite massimo di tale temperatura è stato continuamente incrementato utilizzando principalmente tecniche di raffreddamento delle palette del primo stato di turbina.

Diverse sono le tecniche normalmente utilizzate, combinando tecniche di raffreddamento esterne (*film cooling*) per limitare il flusso di calore dei gas combusti, con tecniche di

raffreddamento interne, che sottraggono calore direttamente dalle pale della turbina. In generale un sistema di raffreddamento della palettatura deve essere tale da mantenere ogni punto della pala ad una temperatura inferiore, o al limite uguale, alla massima temperatura  $T_{max}$  sopportabile dal materiale nelle condizioni di sforzo che si verificano in esercizio. Tra la parete esterna della pala (a temperatura  $T_b$ ) e il flusso principale di gas a temperatura  $T_g$ , si origina un flusso di calore  $q''$

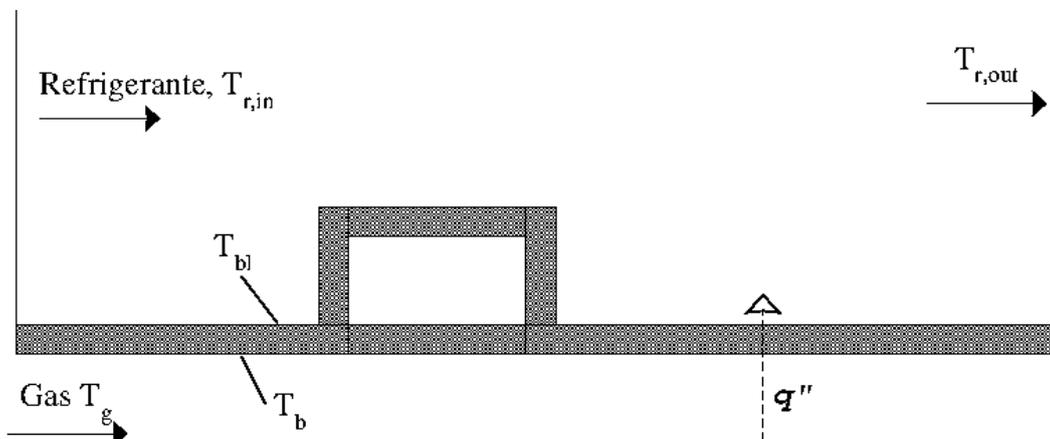
$$q'' = h(T_g - T_b) \quad (1.38)$$

in modo tale che  $T_b < T_{max}$ . Il flusso termico  $q''$  dovrà essere asportato da un fluido refrigerante a temperatura inferiore a  $T_{max}$ . Fra le tecniche di raffreddamento interne, le più utilizzate sono quelle a circuito aperto, dove il refrigerante, dopo aver assorbito il calore, viene scaricato nel flusso principale e prosegue nell'espansione attraverso i successivi stadi della turbina. In questo caso si utilizza come refrigerante l'aria prelevata dal compressore a pressioni opportune per poi farla scorrere all'interno del profilo della pala, la cui sezione richiama quella in figura 1.5.

Il calore  $q''$  fluisce attraverso la pala con un meccanismo di convezione forzata fra gas e parete, di conduzione nello spessore della pala e di convezione fra parete interna e refrigerante (figura 1.7)

$$q'' = h_g(T_g - T_b) = (k_{bl}/t)(T_b - T_{bl}) = h_r(T_{bl} - T_r) \quad (1.39)$$

dove  $h_g$  e  $h_r$  sono i coefficienti di scambio termico convettivo rispettivamente fra gas e parete e fra parete e refrigerante,  $k_{bl}$  è la conducibilità termica del pala della turbina,  $t$  è lo spessore della pala mentre  $T_{bl}$  è la temperatura della parete interna della turbina. Chiaramente se lo spessore della pala è trascurabile,  $T_b = T_{bl}$ .



**Figura 1.7:** Distribuzione schematica della temperatura in una sezione di pala

Considerando la potenza termica totale  $\dot{Q}$  necessaria per raffreddare un superficie di area  $A$ , dal bilancio di energia su un volume di controllo interno alla pala, si ottiene

$$\dot{Q}^{\leftarrow} = \int_A q^{\leftarrow} dA = \dot{m}_r c_p (T_{r,out} - T_{r,in}) \quad (1.40)$$

dove  $\dot{m}_r$  rappresenta la portata di refrigerante da usare in modo tale che la temperatura della pala non superi il limite massimo di progetto utilizzando la relazione 1.39.

È quindi necessario conoscere in ogni punto della sezione i valori del coefficiente di scambio termico convettivo  $h$ , che come è stato descritto nella sezione precedente, dipende dalla geometri, dalle proprietà termo-fisiche e dalle caratteristiche del moto.

Nella pratica si introduce l'*efficienza del raffreddamento*  $\epsilon_c$

$$\epsilon_c = \frac{T_{r,out} - T_{r,in}}{T_{bl} - T_{r,in}} \quad (1.41)$$

che diventa massimo, cioè pari a 1, quando la temperatura del refrigerante è pari a quella della parete, ovvero quando la potenza termica ceduta al refrigerante è la massima possibile trascurando la conduzione assiale e considerando il refrigerante un gas perfetto.

A livello pratico la  $T_{max}$  assume valori intorno ai 1500-1700 K,  $t$  circa 2 mm e l'efficienza di raffreddamento è intorno a 0.7-0.8.

Con questi valori il flusso termico areico fra gas e refrigerante, è dell'ordine di  $1MW/m^2$ . La portata di refrigerante  $\dot{m}_r$  nelle moderne turbine a gas costituisce dunque una frazione importante, circa il 20-25%, del flusso principale, influenzando tutto il ciclo termodinamico. Per questo motivo si progettano sistemi di raffreddamento in grado di minimizzare questa quantità cercando o di limitare le superfici da raffreddare, limitando il numero di stadi, o di ottenere la massima efficienza  $\epsilon_c$ , o di ridurre lo spessore delle pale oppure di diminuire il più possibile la temperatura dell'aria in ingresso nella pala ( $T_{r,in}$ ) mediante scambiatori di calore.

Il canale corrugato è una delle soluzioni che permette di avere un ottima efficienza di raffreddamento grazie ai moti turbolenti che si originano al suo interno. Come si è visto però, bisogna anche tenere conto dell'elevato aumento della resistenza al moto all'interno del canale, che aumenta la richiesta di energia meccanica necessaria a mantenere l'aria, spillata dal compressore, nelle condizioni di moto desiderate.

E' quindi importante in fase di progetto trovare il giusto compromesso fra aumento dello scambio termico e aumento della resistenza d'attrito.

Più in generale, a livello di progettazione, l'aumento dello scambio termico può portare a:

- riduzione delle dimensioni dell'apparecchio a parità di potenza scambiata
- riduzione di  $\Delta T$  scambiando la stessa potenza e mantenendo la stessa geometria: questo comporta un aumento dell'efficienza del processo termodinamico e una riduzione dei costi
- aumento della potenza scambiata a parità di geometria e differenza di temperatura

Tutti questi vantaggi si traducono in una diminuzione dei costi operativi per gli impianti energetici.

### 1.3.4 I casi in letteratura

La termofluidodinamica all'interno di un canale corrugato, è stata negli anni passati, e lo è tutt'ora, materia di studio per diversi ambiti di ricerca, sia dal punto di vista sperimentale, che dal punto di vista numerico.

Come descritto nella sezione precedente, il complesso campo di moto che si genera all'interno del canale, può essere studiato sia avendo in mente un diretto utilizzo nella pratica ingegneristica, sia per meglio studiare i fenomeni turbolenti che, anche allo stato attuale della ricerca, presentano aspetti non ancora ben chiari.

I lavori di ricerca presenti in letteratura si inseriscono quindi in questi due filoni.

Si vuole in questa sezione riassumere brevemente il tipo di analisi e i risultati presenti in letteratura, per giustificare il lavoro svolto.

Si fa comunque presente che vi sono numerosi articoli a riguardo, ed è difficile poterli riassumere tutti. Si riportano quindi solo i risultati e le conclusioni che sono considerate più importanti.

Fra i lavori sperimentali, si vogliono ricordare quelli di Casarsa et al. [10] e di Rau et al. [74]. Il primo perchè riporta un'analisi delle strutture coerenti che si osservano all'interno del canale, il secondo perchè, con un approccio più applicativo, analizza il campo di moto e lo scambio termico al variare dei parametri geometrici del canale.

Casarsa, attraverso la tecnica PIV (Particle Image Velocimetry), indaga il campo di moto e di temperatura all'interno di un canale in cui i *ribs* sono posti solo su una parete e la profondità del canale non consente di trascurare l'effetto delle pareti "longitudinali" sul campo di moto.

Il numero di Reynolds (basato sulla velocità di bulk in ingresso) al quale vengono condotti gli esperimenti è circa pari a 40000.

Come previsto, i risultati mostrano un elevato gradiente di pressione in prossimità del

*rib*, determinando quindi un maggior valore della resistenza rispetto alla parete liscia, inoltre si evidenzia come tale gradiente non vari al variare del numero di Reynolds.

L'analisi del campo di velocità medio, conferma quanto previsto a livello teorico. In particolare si generano 3 strutture vorticosi (figura 1.8): una sopra il *rib* (V2), una nell'angolo sopravvento al *rib* (V3), e una principale al valle del *rib* (V1).

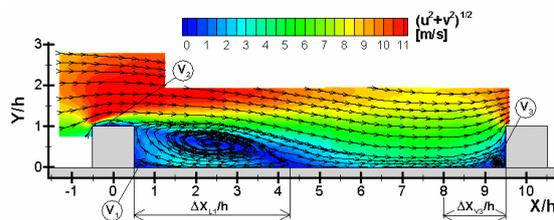
Dopo il vortice più grande il fluido si riattacca alla parete.

E' in prossimità di questo punto che viene osservato il maggior gradiente di temperatura. Il massimo valore dell'intensità turbolenta viene osservato in prossimità del bordo superiore del *rib*.

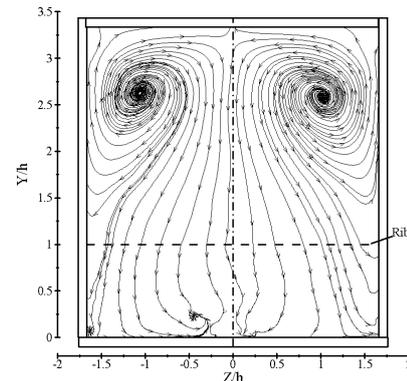
Da ultimo, in figura 1.9, viene riportato il campo di velocità su un piano trasversale alla direzione del fluido.

Come si può osservare, la presenza delle pareti laterali genera due strutture vorticosi, che ruotano in senso opposto l'una rispetto all'altra.

Questo risultato mostra quindi che gli effetti delle pareti in direzione spanwise non possono essere trascurati qualora il rapporto profondità-altezza fosse ridotto.



**Figura 1.8:** Campo di moto medio nel piano xy. Casarsa et al.[10]



**Figura 1.9:** Campo di moto medio nel piano yz. Casarsa et al.[10]

Rau et al. hanno condotto un'analisi sperimentale su un canale con *ribs* sia su una sola parete sia su entrambe le pareti, questi posti esattamente uno sopra l'altro.

In questi esperimenti viene utilizzata una tecnica LDV (Laser Doppler Velocimetry) per la visualizzazione del campo di moto su un piano bidimensionale e le prove sono condotte ad un numero di Reynolds (basato sulla velocità di bulk in ingresso) pari a 30'000.

I risultati nel caso di singolo *rib*, sono simili a quelli mostrati per il lavoro di Casarsa, quindi non vengono riportati.

Per quanto riguarda invece il caso con due *ribs*, i risultati mostrano un'evidente simmetria dei profili di velocità e di temperatura.

Interessante lo studio su come varia il numero di Nusselt locale, lungo un piano a z

costante, al variare del rapporto  $p/e$  (6,9,12). I risultati peggiori si hanno per  $p/e = 6$ , mentre non sembrano esservi differenze evidenti nel caso  $p/e = 9$  e  $p/e = 12$ , anche se si osserva nell'ultimo caso un maggiore valore del massimo numero di Nusselt. Si osserva infine che il caso con due *ribs* fornisce il maggior valore del numero di Nusselt. Viene infine studiato l'andamento globale del numero di Nusselt e dello sforzo d'attrito sempre al variare del rapporto  $p/e$ .

I risultati mostrano che il valore massimo del numero di Nusselt globale lo si ottiene con  $p/e = 10$ , mentre lo sforzo d'attrito sembra mostrare un andamento più costante al variare della geometria.

Questo risultato ha giustificato l'utilizzo di un passo  $p/e$  pari a 10 nel caso studiato in questa tesi.

In generale, tutti i lavori sperimentali trovati in letteratura si orientano su queste analisi riportate nei due lavori citati.

Numerose sono le simulazioni numeriche svolte, usando tutte le tecniche classiche della CFD (RANS, LES e DNS).

Per quanto riguarda i modelli RANS è utile osservare che molti autori hanno studiato le differenze ottenute effettuando simulazioni con domini 2-D e 3-D.

Tutti concordano che non vi sono significative differenze fra i due approcci e quindi, nell'ottica di un risparmio nel costo computazionale, è preferibile utilizzare simulazioni 2D. Anche per questo motivo, le simulazioni condotte in questo lavoro di tesi sono svolte su un dominio bidimensionale.

Marocco, in [56], utilizza un modello  $k-\epsilon$  RNG e confronta i risultati ottenuti al variare del pitch ratio ( $p/e$ ), dell'altezza dei *ribs* e del numero di Reynolds (in questo contesto si lavora a bassi  $Re_b$ , 1771, 2942, 4119). La geometria utilizzata è la stessa analizzata in questa tesi e prevede i *ribs* posti su entrambe le pareti in posizione non simmetrica (configurazione detta *staggered* e visibile in figura 1.10).

Viene indagata la posizione del punto di riattacco del flusso all'interno della cavità fra due *ribs*, osservando come, all'aumentare della distanza fra questi, il punto di riattacco si avvicina sempre di più al primo *rib*. Inoltre questo comportamento non dipende dal numero di Reynolds e dall'altezza del *rib*.

L'analisi delle linee di corrente evidenzia la formazione di 4 strutture vorticosi, una in più di quelle osservate sperimentalmente da Casarsa. Questo ulteriore vortice si trova nell'angolo sottovento del *rib*.

In ultimo i valori del numero di Nusselt e del friction factor sono confrontati con valori sperimentali. I risultati, riportati in figura 1.11, mostrano come vi sia una differenza di circa il 30%. In particolare si osserva una sottostima del numero di Nusselt e una sovrastima del fattore d'attrito.

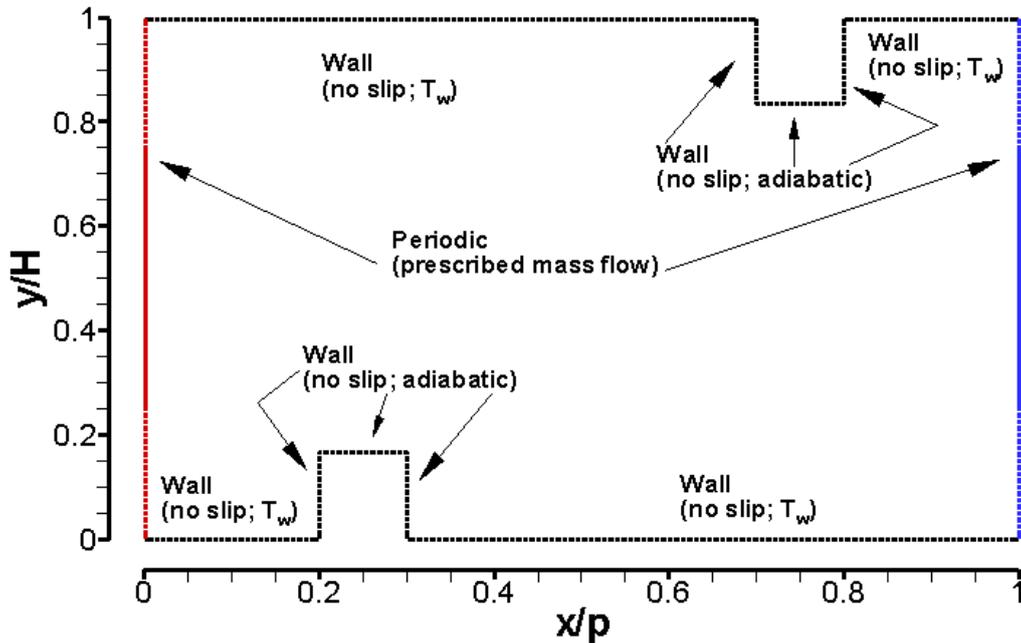


Figura 1.10: Dominio di calcolo usato da Marocco in [56]

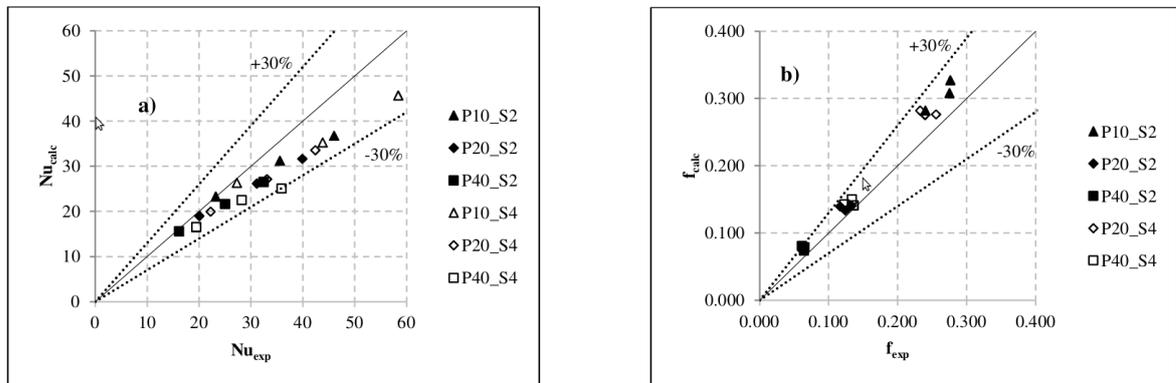


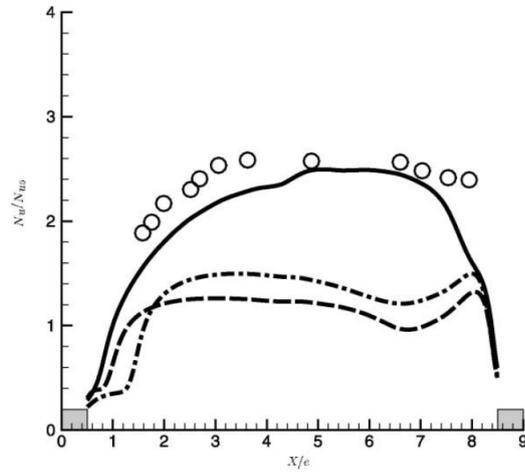
Figura 1.11: Confronto sperimentale e numerico valori di Nusselt (sinistra) e friction factor (destra) in [56]

Migliori risultati sono stati ottenuti da Ooi et al. in [64], utilizzando il modello  $v^2 - f$ , confrontandolo con altri modelli di turbolenza ( $k - \epsilon$  e Spalart-Allmaris (S-A)). Il valore del numero di Nusselt, sia locale che globale viene sottostimato rispetto ai dati sperimentali ( $Rau$ ) anche se l'errore è inferiore rispetto ai risultati ottenuti da Marocco et al. (figura 1.12)

Osserviamo che con il modello  $k - \epsilon$  standard si ottengono pessimi risultati, così come per il modello Spalart-Allmaris (S-A).

Ooi giustifica tali risultati sostenendo che nessun modello di turbolenza usato nei me-

todi RANS sia in grado di predire correttamente i moti secondari che si originano all'interno del canale.



**Figura 1.12:** Confronto Nusselt locale usando diversi modelli di turbolenza con i dati sperimentali per  $p/e = 9$ . (○) Rau et al., (---)  $k - \epsilon$ , S-A(- · -),  $\bar{v}^2 - f$  (—)

Fra i lavori svolti usando la tecnica DNS, il più significativo è quello di Hattori e Nagano [62]. In questo lavoro viene analizzato nel dettaglio sia il campo di moto che il campo di temperatura, concentrandosi particolarmente sulle differenze fra *k-roughness* e *d-roughness* in termini di sforzi e di numero Nusselt. Si analizzano poi le grandezze turbolente (sforzi di Reynolds e budget dell'energia cinetica turbolenta) e vengono mostrate alcune visualizzazioni istantanee.

A livello numerico, le equazioni del moto sono discretizzate utilizzando uno schema a differenze finite su una mesh staggered con  $2e^6$  nodi ( $192 \times 132 \times 96$ ) composta da più moduli (cioè da più *ribs*). Il valore minimo di  $\Delta y^+$  è pari a 0.30.

Diverse geometrie sono state utilizzate variando l'altezza dei *ribs* e/o modificando la distanza fra di essi, in modo da valutare quale fosse la configurazione ottimale a seconda dell'aumento di Nusselt e del fattore d'attrito.

Fra le tre geometrie analizzate a pari valore di  $p/e$ , risulta che la più efficiente è quella con i *ribs* più bassi, che garantisce il miglior compromesso globale fra aumento dello scambio termico e aumento dell'attrito a parete. Questa geometria è caratterizzata da:  $e = 0.05\delta$ ,  $w = 0.2\delta$  e  $p/e = 12$ , con  $\delta$  pari alla semialtezza del canale.

A livello locale gli andamenti di  $Nu$  e  $C_f$  richiamo quelli previsti dalla teoria.

Per quanto riguarda il campo di moto, anche qui vengono ritrovate le quattro strutture vorticosi osservate sperimentalmente e con i modelli RANS.

L'andamento dell'energia cinetica turbolenta mostra come il suo massimo sia superiore rispetto al caso di canale piano, mentre il massimo dell'intensità turbolenta è inferiore. Viene poi confrontato il budget dell'energia cinetica turbolenta  $k$  fra il caso di canale corrugato e canale liscio. Si osserva che vi è una maggiore produzione di energia cinetica e una minor dissipazione in prossimità dell'altezza del *rib*. Inoltre viene calcolato il termine di convezione, responsabile del trasporto di energia cinetica turbolenta all'interno del canale a causa della disomogeneità del campo di moto.

A livello del campo di temperatura, calcolato utilizzando la grandezza adimensionale  $\theta$ , si osserva che aumenta il flusso termico turbolento in direzione normale alla parete  $(-\overline{v'\theta'})^+$  rispetto al canale piano.

Vengono infine indagate le fluttuazioni istantanee di temperatura, che mostrano la presenza di sistemi vorticosi anche nei piani ortogonali alla direzione del fluido, che aumentano il trasporto turbolento della temperatura all'interno del canale.

Si vuole concludere questa rassegna dei lavori svolti in letteratura, riportando i risultati ottenuti utilizzando i modelli LES.

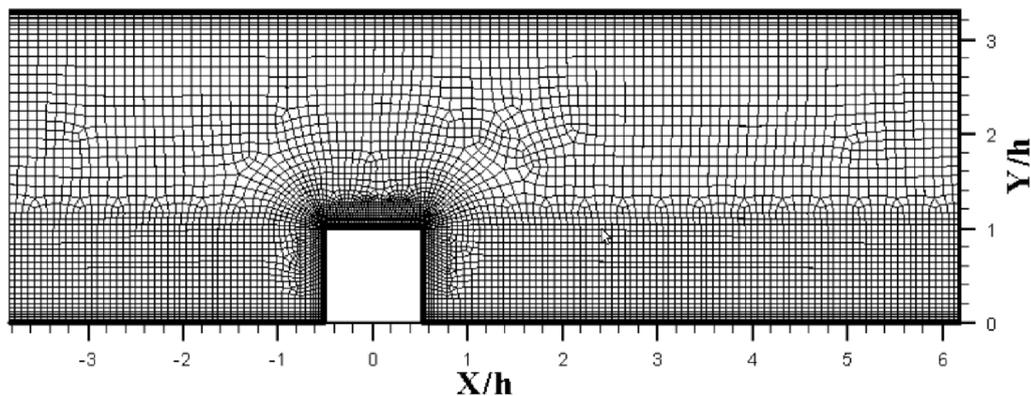
Con questi modelli è possibile ottenere buoni risultati, simili a quelli ottenuti con la DNS, anche per numeri di Reynolds sufficientemente elevati, laddove non è più possibile effettuare una simulazione diretta.

Sono due i lavori principali che si vogliono ricordare: il primo è quello di Lohász et al. [51] e il secondo è il lavoro di Cui et al. [14].

Nel lavoro di Lohász si analizza in dettaglio il campo di moto e le strutture vorticosi che si originano all'interno del canale.

Per la risoluzione dell'equazione di trasporto utilizza un approccio MILES (monotonically integrated LES), che utilizza un modello SGS implicito per la modellizzazione del tensore degli sforzi di Reynolds sotto-griglia [79].

Vengono considerati anche le pareti in direzione spanwise e la mesh di calcolo utilizzata è di tipo ibrido con 468900 celle (figura 1.13).



**Figura 1.13:** Griglia di calcolo usata da Lohász in [51]

Come detto i risultati si concentrano particolarmente sul campo di moto confrontandoli con i dati sperimentali. In primo luogo viene valutata la posizione dei vortici, trovando che la posizione del vortice principale coincide con quella osservata sperimentalmente, mentre grosse differenze sono presenti per i vortici secondari.

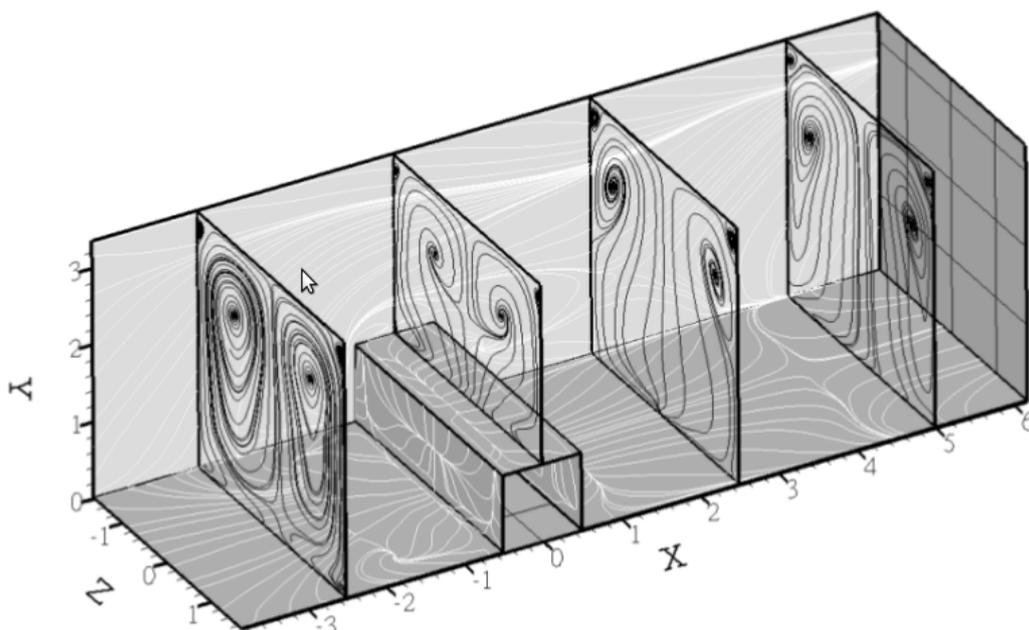
Inoltre vengono confrontati i profili medi di velocità in direzione streamwise e normale, senza trovare grosse differenze fra numerico e sperimentale.

Vengono poi studiati i moti secondari che si originano in direzione ortogonale al flusso (figura 1.14), giustificando la loro presenza con il fatto che, incontrando il *rib*, il fluido tende a muoversi sia sopra, sia, seppure in maniera limitata, verso le pareti laterali.

La risalita verso l'alto è compensata da un flusso discendente nella parte centrale del canale che porta quindi alla formazione di quelle coppie di strutture contro-rotanti che si vedono in figura.

Come aveva osservato Casarsa a livello sperimentale, anche numericamente viene trovata una forte influenza delle pareti laterali sul fluido, dovuta al fatto che si originano in alcune regioni del canale, dei gradienti di pressione in direzione spanwise che inducono

quindi la formazione di moti secondari.



**Figura 1.14:** Flussi secondari osservati da Lohasz in [51]

Cui invece si sofferma maggiormente sui differenti comportamenti del fluido al variare della geometria, in particolare al variare dell'altezza dei *ribs* e alla distanza fra essi.

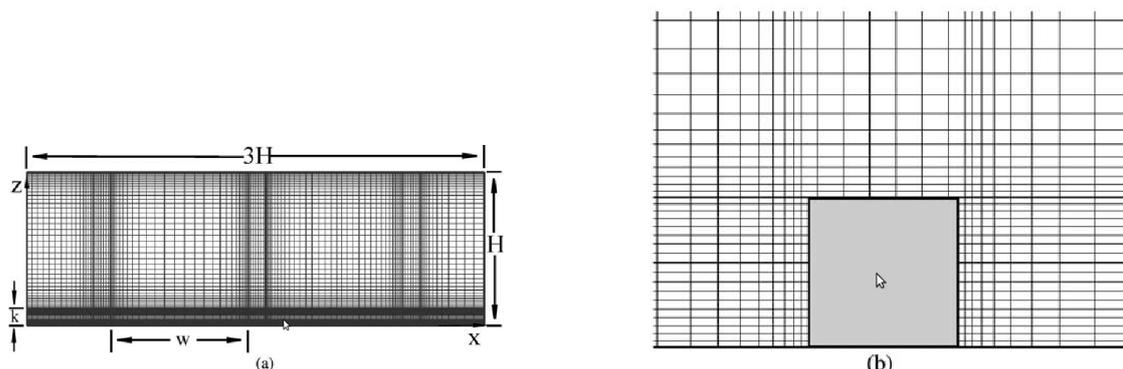
Viene utilizzato un modello dinamico per il tensore di sotto-griglia (modello DSM), mentre la mesh di calcolo è formata da  $162 \times 42 \times 66$  nodi, con  $\Delta y^+$  che varia fra 0.2 e 2.

In figura 1.15 viene riportata la mesh di calcolo usata. Questo tipo di mesh, raffinata a blocchi intorno al *rib*, è stata scelta per le simulazioni DNS (vedi capitolo 5).

Osserviamo che i *ribs* vengono posti solo sulla parete inferiore.

Tre differenti valori del pitch-ratio ( $p/e$ ) sono utilizzati, in modo da riprodurre rispettivamente la d-type roughness, l'intermedia e la k-type roughness soffermandosi in particolare sulle strutture turbolente e l'interazione fra il fluido nei pressi dei *rib* e il fluido a centro canale.

A differenza di Lohasz, condizioni periodiche vengono utilizzate sia in direzione stream-wise che in direzione spanwise, quindi non si considerano gli effetti delle pareti laterali. L'analisi delle linee di corrente e dei profili di velocità mediate sia in tempo che in spazio (figura 1.16 destra), mostrano che nel caso d-type i *ribs* non influiscono sul moto a centro canale, mentre una vortice a bassa velocità riempie la zona nella cavità fra i due *ribs*.



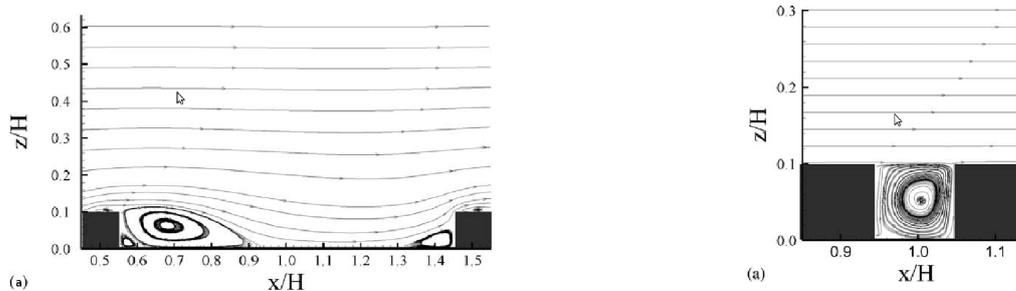
**Figura 1.15:** a) mesh di calcolo b) dettaglio mesh intorno al *rib* usati da Cui in [14]

Per il caso k-type (figura 1.16 sinistra) invece si osservano fenomeni di separazione e riattacco nei pressi del *ribs* e il fluido nella cavità influenzando tutto il canale. Dai profili di velocità si osserva che il massimo della velocità, che nel caso di lastre piane parallele si trova lungo la semialtezza del canale, si sposta leggermente verso la parete liscia.

All'interno della cavità, grazie alla distanza fra i *ribs*, il fluido si riattacca a parete prima di incontrare il *rib* successivo, in un punto che dista dal *rib* una distanza pari a 4 volte la sua altezza.

I risultati sul campo di moto medio sono in buon accordo con i dati sperimentali.

In seguito viene analizzato il  $C_f$  e il  $C_p$  rispettivamente definiti come:



**Figura 1.16:** linee di corrente (a) e profili di velocità a diversa distanza dal *rib* per d-type (sinistra) e k-type (destra) in [14]

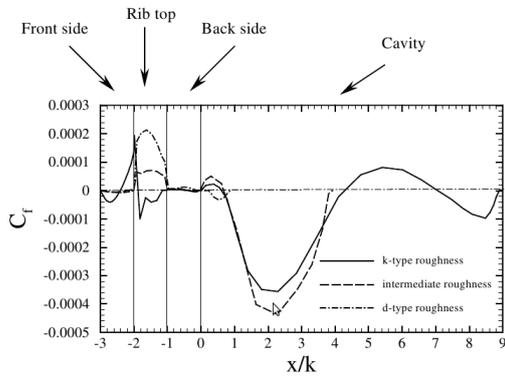
$$C_f = \frac{2\tau_w}{\rho u_b^2} \quad (1.42)$$

$$C_p = \frac{2(p - p_{ref})}{\rho u_b^2} \quad (1.43)$$

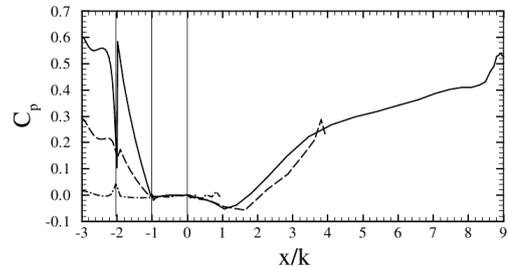
dove  $p_{ref}$  è la pressione presa nell'angolo in basso a valle del *rib*.

I risultati mostrano come sia prevalente il contributo della resistenza di forma rispetto alla resistenza d'attrito. Questo risultato viene confermato anche dall'analisi dei valori

globali di  $C_f$  e  $C_p$ , che mostrano come il secondo contribuisca al 90 % al drag totale.



**Figura 1.17:** Profilo del  $C_f$  lungo il canale corrugato in [14]

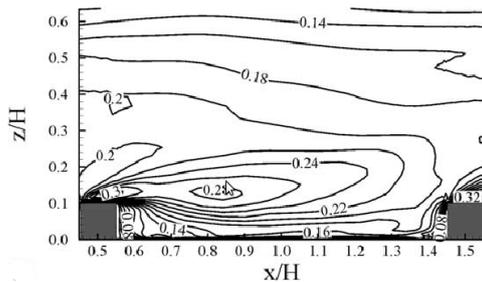


**Figura 1.18:** Profilo del  $C_p$  lungo il canale corrugato in [14]

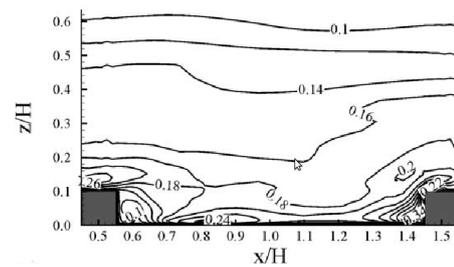
Viene poi studiato l'andamento dell'intensità turbolenta attraverso  $u_{rms}$  e  $v_{rms}$ . Per la k-type si osserva che il valore di  $u_{rms}$  (figura 1.19) resta alto anche nel centro del canale, segno che i fenomeni a parete influenzano tutto il campo di moto. In generale, in tutto il canale, i valori massimi di  $u_{rms}$  sono localizzati in prossimità dei ribs, a causa dell'accelerazione del fluido e degli elevati sforzi.

Anche per la componente normale della velocità si osserva che i massimi valori di  $v_{rms}$  si trovano nei pressi del rib, e in prossimità dei punti di riattacco del fluido (figura 1.20).

Un risultato interessante presentato in questo lavoro, è la caratterizzazione delle fun-



**Figura 1.19:** Campo di  $u_{rms}$  in un piano  $xy$  in [14]



**Figura 1.20:** Campo di  $v_{rms}$  in un piano  $xy$  in [14]

zioni di scabrezza (*roughness function*)  $\Delta B$  che permettono di adattare a pareti corrugate la legge logaritmica (1.25) come descritto in precedenza.

L'analisi del campo di moto istantaneo infine mostra alcuni fenomeni particolari che non si osservano nel moto medio. In particolare, se si considera un piano a  $y$  fissato, si osserva un moto fortemente caotico all'altezza del rib, con fluttuazioni in direzione

spanwise e vortici che vengono trasportati avanti e indietro lungo la direzione streamwise.

Questi fenomeni diminuiscono d'intensità man mano che si allontana dal *rib* e si raggiunge la parte superiore del canale.

Da ultimo si vuole citare il lavoro di Anh et al. [1], perchè è un lavoro in cui si è provato a capire cosa succede quando si alza il *rib* dalla parete, lasciando quindi dello spazio con la parete. I risultati mostrano che effettivamente questa configurazione aumenta lo scambio termico, ma l'aumento del fattore d'attrito, non lo rende ottimale per le applicazioni ingegneristiche.

# Capitolo 2

## Metodi di discretizzazione

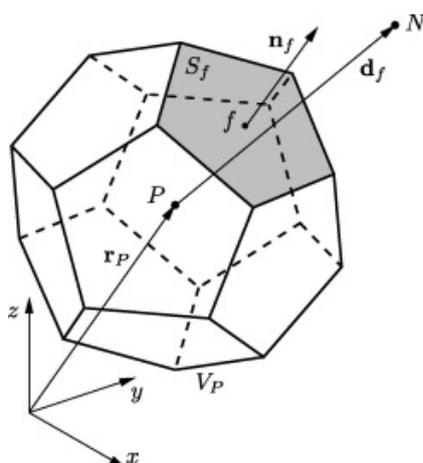
### 2.1 La discretizzazione ai Volumi Finiti

La discretizzazione spaziale a volumi finiti utilizzata in FLUENT viene qui introdotta, insieme agli schemi di interpolazione. Successivamente vengono descritte le tecniche di discretizzazione temporale e le strategie usate per la risoluzione delle equazioni di conservazione.

Per ulteriori dettagli si rimanda al manuale del software [2] e a numerosi testi in letteratura ([90], [21], [31]). La prima fase della discretizzazione FV consiste nella generazione di una mesh di calcolo che discretizza il dominio fisico.

Il dominio viene quindi suddiviso in un numero finito di volumi di controllo (celle o volumi finiti), di forma generica, come quello mostrato in figura 2.1.

Ognuna delle celle è costante nel tempo,  $P$  è il centroide (ovvero il baricentro <sup>1</sup>) della



**Figura 2.1:** Esempio volume di controllo

cella stessa, e tutte le incognite sono definite su  $P$  e sono costanti all'intero della cella

---

<sup>1</sup>le coordinate di  $P$  sono determinate da  $\int_V (\mathbf{x} - \mathbf{x}_P) dV$

(si parla quindi di un metodo collocato). Il passo successivo consiste nell'integrare le equazioni differenziali che governano la fisica del problema su ogni cella, ricavando così un sistema algebrico per le variabili d'interesse. Infine il sistema viene opportunamente linearizzato e risolto.

Consideriamo ora la generica equazione di diffusione-trasporto in forma integrale (1.10) su ognuno dei CV e vediamo come si ricava il sistema algebrico.

Per il calcolo approssimato degli integrali viene utilizzata una regola di quadratura del second'ordine detta del *punto medio*; secondo questa regola l'integrale di volume di un generico campo scalare  $\phi$  vale

$$\int_{V_P} \phi dV \approx \phi_P V_P$$

dove  $\phi_P$  è il valore di  $\phi$  a centro cella, mentre  $V_P$  rappresenta il volume della cella P; per gli integrali di superficie invece vale questa approssimazione

$$\int_{S_f} \mathbf{a} \cdot \mathbf{n} dS_f \approx \mathbf{a}_f \cdot \mathbf{n}_f |S_f|$$

dove  $\mathbf{a}$  è un generico vettore e  $\mathbf{a}_f$  il suo valore al centro della faccia  $S_f$  (di area  $|S_f|$  e normale  $\mathbf{n}_f$ ). E' quindi necessario approssimare il valore di  $\mathbf{a}_f$  su ogni faccia del volume di controllo. Per farlo è possibile usare diversi schemi di interpolazione, che verranno introdotti in seguito.

Inizialmente approssimiamo i termini che non contengono l'operatore di divergenza, ovvero la variazione temporale di  $\phi$  e il termine sorgente.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_P} \phi dV = \frac{\partial \phi_P V_P}{\partial t} = \frac{\partial \phi_P}{\partial t} V_P \quad (2.1)$$

$$\int_{V_P} S_\phi dV = S_P V_P \quad (2.2)$$

dove  $\phi_P$  ed  $S_P$  sono rispettivamente i valori a centro cella di  $\phi$  e  $S_\phi$ , mentre  $V_P$  è il volume della cella.

Per i termini con l'operatore di divergenza si utilizza invece il teorema di Gauss che permette di passare da un integrale di volume ad un integrale sulle superfici esterne della cella, ovvero

$$\int_{V_P} \nabla \cdot \mathbf{a} dV = \int_{\partial V_P} \mathbf{a} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.3)$$

Con gli strumenti appena introdotti è quindi possibile fornire una discretizzazione del termine convettivo e del termine diffusivo dell'equazione di trasporto.

### Termine convettivo

Il termine convettivo viene discretizzato utilizzando la relazione (2.3) ottenendo

$$\int_{V_P} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \phi) dV \approx \sum_{f \in V_P} \rho \mathbf{u}_f \cdot \mathbf{n}_f \phi_f |S_f| = \sum_{f \in V_P} F_f \phi_f \quad (2.4)$$

dove  $F_f$  è il flusso di massa attraverso la faccia  $f$ .

### Termine diffusivo

Il termine diffusivo viene trattato in maniera simile al termine convettivo

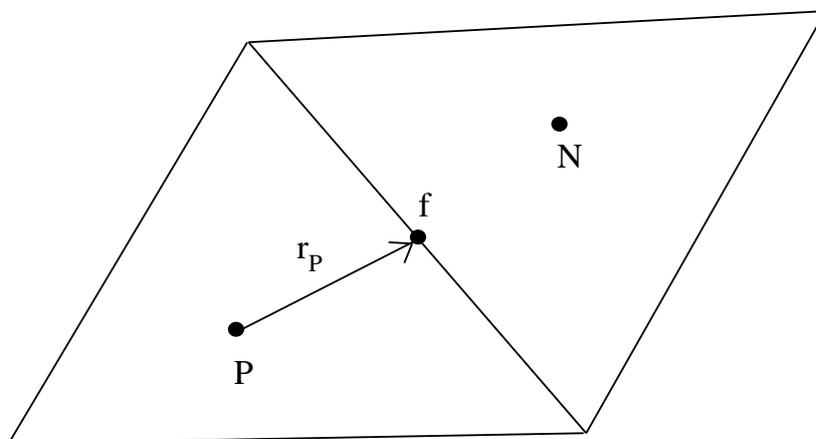
$$\int_{V_{CV}} \nabla \cdot (\rho \Gamma_\phi \nabla \phi) dV \approx \sum_{f \in V_P} (\Gamma_\phi)_f \mathbf{S}(\nabla \phi)_f \quad (2.5)$$

Il valore del gradiente a centro faccia viene approssimato usando uno schema centrato del second'ordine.

#### 2.1.1 Gli schemi di interpolazione

Come ampiamente osservato in precedenza, lo schema a volumi finti richiede l'approssimazione dei flussi e dei valori delle incognite su ogni faccia della cella. Diversi schemi di discretizzazione spaziale sono presenti in letteratura, si riportano nel seguito solo quelli effettivamente utilizzati: Central Difference Scheme (Low e High order), First Order Upwind, Second Order Upwind.

Nel seguito ci riferiremo alla figura 2.2



**Figura 2.2:** Interfaccia fra due celle adiacenti

### Central Difference Scheme Low order (CDS-LO)

Nel Central Difference Scheme il valore sulla faccia è ottenuto considerando il valor medio fra il valore nei due centro cella che condividono la faccia, ovvero

$$\phi_{f_{CDS\_LO}} = \frac{\phi_P + \phi_N}{2} \quad (2.6)$$

È noto che questo metodo può portare a soluzioni illimitate e a problemi di stabilità. Tuttavia rappresenta lo schema migliore da utilizzare nel caso di simulazioni DNS e LES, in quanto è lo schema numericamente meno diffusivo.

### Central Difference Scheme High order (CDS-HO)

Questa schema è ottenuto aggiungendo un termine di correzione nell'equazione (2.6)

$$\phi_{f_{CDS\_HO}} = \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_N) + \frac{1}{2}(\nabla\phi_P \cdot \mathbf{r}_P + \nabla\phi_N \cdot \mathbf{r}_N) \quad (2.7)$$

dove  $\nabla\phi_0$  e  $\nabla\phi_1$  sono i gradienti ricostruiti nelle celle P e N, mentre  $\mathbf{r}$  è il vettore che unisce il centro cella al centro faccia. Questo schema, se la soluzione converge, è accurato al second'ordine

### First Order Upwind (FOU)

In questo schema, il valore a centro faccia è pari al valore del centro cella che si trova "sopravento", cioè quella da cui esce il flusso di massa.

Lo schema First Order Upwind è accurato al prim'ordine.

### Second Order Upwind (SOU)

Uno schema del second'ordine è ottenuto apportando una correzione allo schema FOU, utilizzando i gradienti ricostruiti [5]

$$\phi_{f,SOU} = \phi_{f,FOU} + \nabla\phi \cdot \mathbf{r} \quad (2.8)$$

Entrambi gli schemi upwind garantiscono una maggiore stabilità, ma la viscosità numerica che introducono li rende poco efficaci su una simulazione DNS.

Per il campo di temperatura sono state confrontate le performance sia del CDS-LO che del SOU.

### 2.1.2 Soluzione del sistema algebrico

Applicando i metodi di discretizzazione appena introdotti alle equazioni che governano il fenomeno fisico, si ottiene un'equazione algebrica per ciascun volume di controllo nelle incognite  $\phi_0 \dots \phi_{N_f}$  che può essere scritto in questa forma:

$$\sum_{j=0}^{N_f} a_j \phi_j = b_0 \quad (2.9)$$

$\phi_0$  rappresenta il valore della grandezza  $\phi$  nel centro della cella considerata,  $\phi_j$  il valore dell'incognita in corrispondenza delle celle adiacenti,  $a_j$  i termini di accoppiamento fra le variabili e  $b_0$  il termine noto.

In questo sistema tutte le grandezze sono accoppiate fra di loro ed è costituito da equazioni non lineari.

La risoluzione di tale sistema avviene attraverso un solutore segregato, che consiste in questi 3 passaggi:

1. vengono calcolati i valori di  $a_j$  e  $b_0$  utilizzando i valori delle incognite al passo precedente.
2. i problemi algebrici ottenuti vengono risolti utilizzando un solutore multigrig, in cui si utilizza il metodo di *Gauss-Seidel* come algoritmo di smoother.
3. si ripetono i passi 1 e 2 fino a soddisfare un criterio di convergenza, sia numerico (riduzione del residuo) sia fisico (stabilizzazione di alcuni quantità integrali)

### 2.1.3 Discretizzazione equazioni di moto

Tutti i metodi e le tecniche appena descritte su una generica equazione di diffusione-trasporto, possono essere applicati per l'approssimazione dell'equazione di conservazione della quantità di moto, di continuità e dell'energia.

Per l'equazione della quantità di moto si ottiene la seguente equazione algebrica per ogni volume di controllo CV:

$$\sum_{j=0}^{N_f} a_j u_j = \sum_{f=1}^{N_f} p_f \mathbf{n}_f |S_f| + S_{CV} \quad (2.10)$$

dove anche il campo di pressione è incognito. Per l'interpolazione del valore di pressione sulle facce si utilizza uno schema del second'ordine basato sullo schema SOU prima

descritto.

Per l'equazione di continuità invece si ottiene la seguente equazione algebrica, valida su tutte le celle del dominio:

$$\sum_{f=1}^{N_f} J_f S_f = 0 \quad (2.11)$$

dove  $J_f$  è il flusso di massa attraverso la faccia  $f$  ( $J_f = \rho \mathbf{u}_f \cdot \mathbf{n}_f$ ).

Per evitare la comparsa di oscillazioni di pressione spurie dovute all'utilizzo di uno schema collocato, si utilizza per il calcolo del flusso  $J_f$ , uno schema di tipo pesato

$$J_f = \rho \frac{a_{p,0} \mathbf{u}_{n,0} + a_{p,1} \mathbf{u}_{n,1}}{a_{p,0} + a_{p,1}} + d_f (p_0 - p_1) = \hat{J}_f + d_f (p_0 - p_1) \quad (2.12)$$

dove  $p_0, p_1, u_{n,0}, u_{n,1}$  sono i valori di pressione e della componenti normali della velocità sulla faccia  $f$ , mentre  $d_f$  è ottenuto dai coefficienti  $a_p$ .

## 2.1.4 Discretizzazione temporale

La discretizzazione temporale implica l'integrazione di ogni termine dell'equazione differenziale su un intervallo di tempo  $\Delta t$ .

Per alleggerire la notazione, una generica espressione per l'evoluzione temporale della variabile  $\phi$  è data da:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F(\phi) \quad (2.13)$$

dove in  $F$  vengono incorporate tutte le discretizzazioni spaziali. La discretizzazione della derivata temporale è ottenuta con uno schema del second'ordine implicito. La scelta di uno schema implicito garantisce stabilità per qualsiasi scelta di  $\Delta t$

$$\frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t} = F(\phi^{n+1}) \quad (2.14)$$

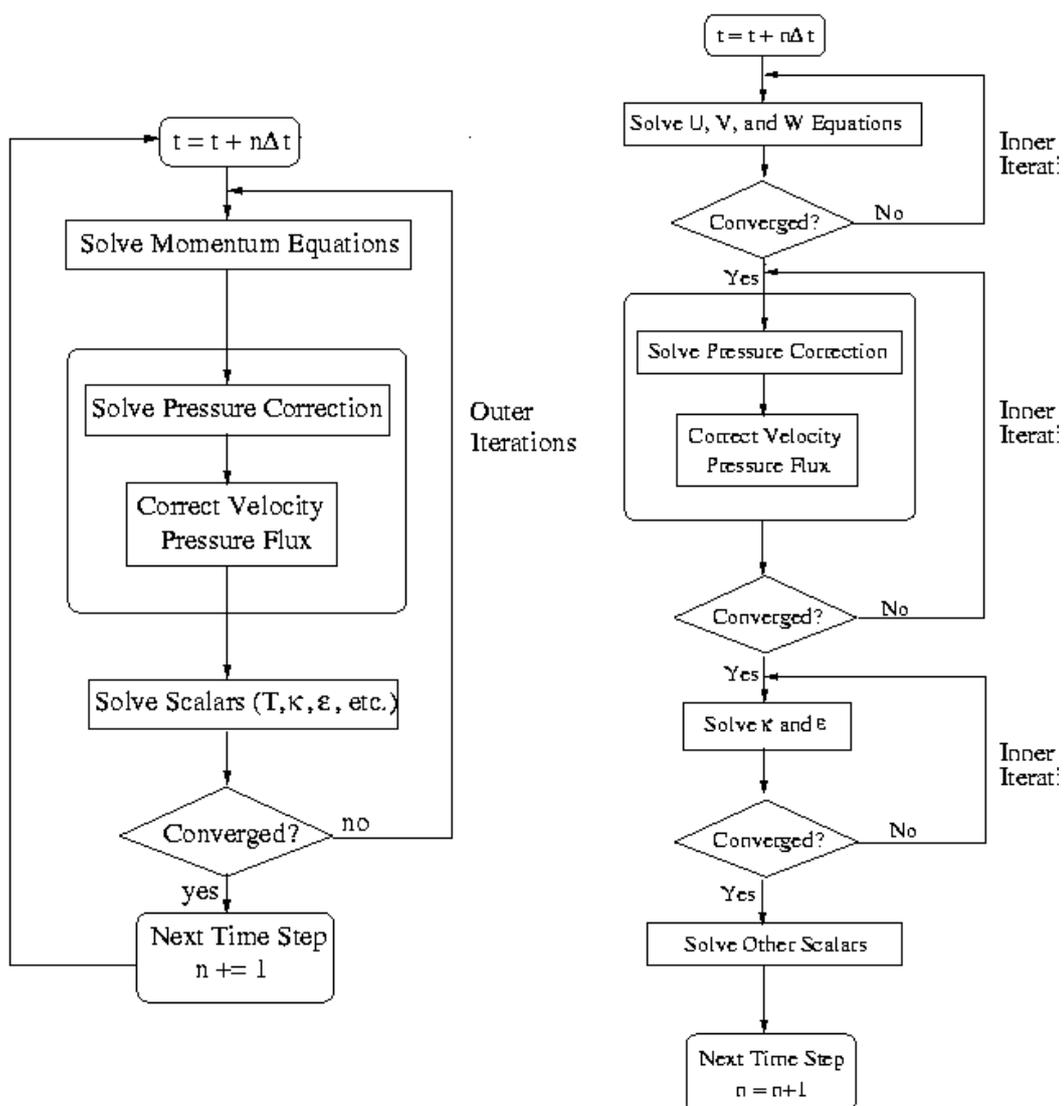
### Avanzamento temporale

Una volta definiti i vari schemi di discretizzazione sia temporali che spaziali, è necessario definire una strategia per gestire l'avanzamento nel tempo della soluzione. FLUENT offre due possibili strategie: avanzamento iterativo (ITA Iterative Time-Advancement) e avanzamento non iterativo (NITA Non Iterative Time-Advancement). Nello schema iterativo, in figura 2.3 sinistra, ad ogni timestep, tutte le equazioni vengono risolte in maniera iterativa, fintanto che non viene raggiunto un criterio di convergenza numerico o il numero massimo di iterazioni, eliminando così ogni possibile errore di splitting.

Questo schema richiede però un elevato costo dal punto di vista computazionale, a causa dell'elevato numero di iterazioni interne necessarie ad ogni timestep. Nei metodi NITA (figura 2.3 destra) invece, viene eseguita una sola iterazione interna ad ogni timestep. Più precisamente, all'interno di ogni timestep vengono risolte le equazioni per le componenti della velocità; successivamente si risolve l'equazione di correzione sulla pressione e infine si corregge il campo di velocità.

Questa successione viene effettuata una sola volta, a differenza dei metodi ITA.

In questo lavoro di tesi, dove possibile, si è deciso di utilizzare lo schema NITA per diminuire i tempi di calcolo.



**Figura 2.3:** A sinistra avanzamento iterativo, a destra avanzamento non iterativo. Immagini tratte da [2]

### 2.1.5 Accoppiamento velocità-pressione

Due differenti schemi di accoppiamento velocità-pressione sono utilizzati.

Nel caso si utilizzi un avanzamento temporale NITA, il Fractional Step Method viene utilizzato.

Nel caso invece in cui si usi un avanzamento iterativo, si è scelto lo schema SIMPLE. Entrambi gli schemi vengono ora descritti.

#### Fractional Step Method

Il Fractional Step Method è uno schema di proiezione del secondo ordine per le equazioni di Navier-Stokes incomprimibili, introdotto da Chorin [13] e Temam [85].

L'idea dei metodi a passi frazionari è quella di scomporre in più passi l'avanzamento temporale dividendo i vari operatori differenziali.

In questi metodi l'operatore di diffusione-trasporto è separato dal vincolo di incomprimibilità in due diversi passi frazionari. L'algoritmo è quindi così definito:

1. Si calcola il valore della velocità  $\tilde{\mathbf{u}}$  risolvendo

$$\frac{\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} - \nu \Delta \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{u}^{n+1} \nabla \mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{f} \quad (2.15)$$

In questo caso si utilizza un trattamento totalmente implicito per il termine non lineare.

2. Si calcola il valore della velocità e della pressione al passo  $n + 1$  risolvendo:

$$\begin{cases} \frac{\mathbf{u}^{n+1} - \tilde{\mathbf{u}}}{\Delta t} + \nabla p^{n+1} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0 \end{cases} \quad (2.16)$$

Per calcolare in maniera efficiente la soluzione al passo 2 è possibile riscrivere il sistema nelle seguente forma, semplicemente applicando l'operatore di divergenza alla prima equazione:

$$\Delta p^{n+1} = \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}} \quad (2.17)$$

Calcolata  $p^{n+1}$  si calcola  $\mathbf{u}^{n+1}$  effettuando il seguente passo di proiezione:

$$\mathbf{u}^{n+1} = \tilde{\mathbf{u}} - \Delta t \nabla p^{n+1} \quad (2.18)$$

É possibile verificare che il metodo così proposto non è consistente con soluzioni stazionarie. Questo problema può essere risolto semplicemente introducendo la versione incrementale del metodo:

$$1. \quad \frac{\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} - \nu \Delta \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{u}^{n+1} \nabla \mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{f} - \nabla p^n \quad (2.19)$$

$$2. \quad \begin{cases} \Delta \delta p = \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}} \\ \mathbf{u}^{n+1} = \tilde{\mathbf{u}} - \Delta t \nabla \delta p \\ p^{n+1} = p^n + \delta p \end{cases} \quad (2.20)$$

Ricordiamo infine che i metodi di proiezioni introducono un errore di splitting di ordine  $O(\Delta t)$ , che non può essere migliorato usando anche derivate temporali abbastanza accurate.

## SIMPLE

Nel caso si utilizzi un avanzamento in tempo iterativo, si utilizza l'algoritmo SIMPLE per l'accoppiamento velocità-pressione.

L'algoritmo SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) è un metodo di tipo *predictor-corrector*, che si basa sulla ricerca di una correzione di pressione per soddisfare il vincolo di incomprimibilità. Applicato al sistema algebrico ottenuto dalla discretizzazione a volumi finiti dell'equazione di Navier-Stokes ad ogni iterazione si effettuano questi passaggi:

1. Dato un campo di pressione  $p^*$  si risolve l'equazione di conservazione della quantità di moto ottenendo un velocità  $\mathbf{u}^*$ . I flussi calcolati utilizzando (2.12) non soddisfano l'equazione di continuità. Si modifica quindi il flusso aggiungendo una correzione  $J'_f$  in modo che il flusso corretto soddisfi la continuità. L'algoritmo afferma che  $J'_f$  può essere ottenuto grazie alla correzione di pressione  $p'$ :

$$J'_f = d_f(p'_0 - p'_1) \quad (2.21)$$

2. Si calcola la correzione di pressione  $p'$  tramite l'equazione:

$$a_P p'_0 = \sum_{j=1}^{N_f} a_j p'_j + b \quad (2.22)$$

dove il termine sorgente  $b$  è il flusso netto nella cella dovuto a  $\mathbf{u}^*$ :

$$b = \sum_{f=1}^{N_f} J_f^* S_f \quad (2.23)$$

3. Calcolata la correzione di pressione, si corregge la pressione e i flussi:

$$\begin{aligned} p &= p^* + \alpha_p p' \\ J_f &= J_f * + d_f (p'_0 - p'_1) \end{aligned} \quad (2.24)$$

dove  $\alpha_p$  è il fattore di rilassamento per la pressione. I flussi ottenuti soddisfano l'equazione di continuità in ogni cella.

## 2.2 Condizioni periodiche

Per limitare l'estensione del dominio di calcolo, lavorando con flussi completamente sviluppati, condizioni periodiche sono state utilizzate sia in direzione streamwise che in direzione spanwise, sia sul caso test del canale con lastre piane parallele, sia sul canale corrugato.

In generale, se si considera il moto all'interno di condotti con sezioni perpendicolari al moto medio del fluido che si ripetono in modo periodico, il campo di velocità, in regime completamente sviluppato, si ripete identicamente su tutte le sezioni che distano fra di loro multipli del periodo  $L$ .

Conseguentemente vale che

$$\mathbf{u}(x, y, z) = \mathbf{u}(x + L, y, z) = \mathbf{u}(x + 2L, y, z) \quad (2.25)$$

Chiaramente pressione e temperatura non sono periodiche, infatti la pressione diminuisce a causa degli attriti, mentre la temperatura aumenta (diminuisce) a seconda del tipo di condizioni al contorno imposte sulle pareti del canale.

Nel caso della pressione, considerando un fluido che scorre in un canale in direzione  $x$ , in regime completamente sviluppato vale:

$$p(x, y, z) - p(x + L, y, z) = p(x + L, y, z) - p(x + 2L, y, z) = \dots \quad (2.26)$$

ovvero la caduta di pressione fra due sezioni periodiche è costante.

Definendo la costante

$$\beta = \frac{p(x, y, z) - p(x + L, y, z)}{L} = \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2.27)$$

è possibile separare la pressione in due componenti

$$p(x, y, z) = \hat{p}(x, y, z) - \beta x \quad (2.28)$$

Il termine  $\hat{p}(x, y, z)$  rappresenta la parte periodica della pressione, vale quindi

$$\hat{p}(x, y, z) = \hat{p}(x + L, y, z) = \dots \quad (2.29)$$

Introducendo la (2.28) all'interno delle equazioni di bilancio della massa (1.7) e della quantità di moto (1.8), si ottiene un sistema completo per la descrizione di un campo di moto periodico completamente sviluppato:

$$\begin{cases} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \\ \frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla \hat{p} + \beta \cdot (1, 0, 0) + \nabla \cdot (\mu \nabla \mathbf{u}) + f \end{cases} \quad (2.30)$$

con le seguenti condizioni al contorno

$$\begin{cases} \mathbf{u} = 0 & \text{pareti solide} \\ \phi(x, y, z) = \phi(x + L, y, z) & \text{bordi periodici} \end{cases} \quad (2.31)$$

dove  $\phi = \mathbf{u}, \hat{p}$ .

Dalla (2.30) si vede che per tener conto delle condizioni periodiche, è necessario introdurre un termine sorgente all'interno delle equazioni del momento.

Discorso diverso è necessario per gestire il campo di temperatura, in quanto l'analisi dipende dal tipo di condizioni termiche imposte al bordo (temperatura imposta o flusso termico areico imposto).

In questo lavoro si è utilizzata solo la condizione di flusso termico areico imposto.

Se il moto è turbolento, il valore del numero di Nusselt (ovvero di  $h$ ) non dipende dal tipo dal tipo di condizioni al bordo.

Indipendentemente dal tipo di condizione al bordo, effettuando un bilancio di energia, tra due sezioni periodiche del canale di lunghezza  $L$ , si ha che:

$$\dot{m}(h_2 - h_1) = q'' PL \quad (2.32)$$

Considerando un gas perfetto o un liquido ideale:

$$\frac{\Delta T}{L} = \frac{\Delta T_b}{L} = \frac{q'' P}{\dot{m} c_p} = \gamma \quad (2.33)$$

dove  $q''$  è il flusso termico areico a parete,  $P$  è il perimetro bagnato, ovvero la superficie attraverso la quale avviene lo scambio termico e  $\dot{m}$  è la portata massica.

E' facile osservare che, nel caso in cui  $q''$  fosse costante, il gradiente di temperatura è costante. Vale quindi un risultato analogo a quello visto per la pressione, ovvero:

$$T(x + L, y, z) - T(x, y) = T(x + 2L, y, z) - T(x + L, y, z) = \dots \quad (2.34)$$

e quindi è possibile separare la temperatura in due componenti:

$$T(x, y, z) = \hat{T}(x, y, z) + \gamma x \quad (2.35)$$

dove  $\hat{T}$  è la componente periodica della temperatura.

Sostituendo questa espressione nell'equazione (1.9) si ottiene

$$\frac{\partial \hat{T}}{\partial t} + \nabla \cdot (\hat{T} \mathbf{u}) = \nabla \cdot (\alpha \nabla \hat{T}) + S - u\gamma \quad (2.36)$$

Per le condizioni al bordo si ottiene invece

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\partial \hat{T}}{\partial n} + \gamma \frac{\partial x}{\partial n} = \begin{cases} 0 & \text{parete adiabatica} \\ -q''/k & \text{parete riscaldata} \end{cases} \quad (2.37)$$

mentre sui bordi periodici vale:

$$\hat{T}(x, y, z) = \hat{T}(x + L, y, z) \quad (2.38)$$

Le equazioni (2.36), (2.37) e (2.38) definiscono l'insieme di equazioni che permettono di calcolare il campo di temperatura.

Osserviamo che la soluzione  $\hat{T}$  non è unica, infatti se  $\hat{T}_1$  è soluzione, anche  $\hat{T}_2 = \hat{T}_1 + C$  lo è.

Per questo motivo, per ottenere un risultato fisicamente sensato, deve essere imposto un valore di temperatura di riferimento nel dominio.

In FLUENT questo è fatto fissando il valore della temperatura di bulk sulla sezione di ingresso.

Infine, nel caso si fosse interessati al valore della differenza fra la temperatura e la temperatura a parete

$$\theta(x, y, z) = T(x, y, z) - T_w(x, y, z) \quad (2.39)$$

dove  $T_w$  è la temperatura sulla superficie riscaldata, è più conveniente risolvere direttamente il seguente sistema per  $\theta$  ([41]):

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla \cdot \theta = \alpha \Delta \theta - \gamma u \\ \theta = 0 & \text{sulle pareti riscaldate} \\ \theta(x, y, z) = \theta(x + L, y, z) & \text{sui bordi periodici} \end{cases} \quad (2.40)$$

Di solito il valore di  $\theta$  viene adimensionalizzato rispetto ad una temperatura di riferimento ( $T_\tau = \frac{q''}{\rho u_\tau c_p}$ ). Per ulteriori informazioni sulla gestione delle condizioni periodiche nel

caso di temperatura imposta a parete, si faccia riferimento all'articolo di Patankar [69].

## 2.3 Le UDS per la risoluzione del campo di temperatura

Durante le prove sul caso test del canale a lastre piane parallele, sono stati riscontrati diversi problemi utilizzando il toolbox di FLUENT per la risoluzione non stazionaria dell'equazione dell'energia su un dominio periodico.

Questo risultato non è del tutto inedito e viene anche ricordato, seppur molto sommariamente in [4].

I casi test hanno mostrato parecchi errori a prescindere dalle condizioni termiche al bordo.

In primo luogo è stato osservato come il valore del residuo non normalizzato (ovvero il semplice  $r = (f - A * v)$  dell'algebra lineare), rimanesse molto alto, segno di una difficoltà di convergenza numerica.

Un'analisi approfondita dei vari passaggi del solutore multigrid, ha evidenziato una difficoltà sulle singole griglie usate all'interno dell'algoritmo.

A livello fisico poi si è osservato che in molti casi, l'andamento della temperatura di miscelamento adiabatica all'interno del canale, che dovrebbe essere lineare, presentasse invece un andamento oscillatorio.

Infine anche il profilo di temperatura calcolato lungo la sezione d'ingresso, presentava forti oscillazioni che non erano invece presenti sostituendo alla condizione periodica in direzione spanwise altre condizioni (simmetria, parete).

Non è chiaro il motivo di tali problematiche, anche perchè, non avendo accesso ai codici sorgenti, non è possibile capire come vengano trattate da FLUENT le condizioni biperiodiche nel caso dell'equazione dell'energia.

Le equazioni da risolvere (per la temperatura o per  $\theta$ ) sono equazioni di tipo diffusione-trasporto di uno scalare passivo e in questo paragrafo si mostrano i passaggi necessari, per risolvere queste equazioni, utilizzando il solutore presente in FLUENT per gli scalari passivi.

Per un generico scalare passivo  $\phi$ , FLUENT risolve

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \phi - \Gamma \nabla \phi) = S \\ \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}} = a \\ \text{oppure} \\ \phi = b \end{array} \right. \quad (2.41)$$

L'utente può definire il valore di  $\Gamma$ , della sorgente  $S$  e delle condizioni al contorno  $a$  e  $b$ .

Inoltre può anche definire come calcolare il flusso di massa su ogni faccia delle celle, necessario per la discretizzazione del termine convettivo (equazione (2.4)).

## Campo di $\theta$

Appare abbastanza evidente l'analogia fra il sistema (2.41) e (2.40).

Affinchè la soluzione  $\phi$  calcolata coincida con  $\theta$ , è sufficiente definire:

- $S = -u\gamma$ . Questa operazione è fatta attraverso una specifica UDF (DEFINE\_SOURCE).
- $\Gamma = \alpha\rho$
- $b = 0$

Risolvendo l'equazione (2.41) con questi parametri, si ottengono i valori di  $\theta$ .

## Campo di temperatura

Un pò più complessa è la procedura da utilizzare nel caso in cui si volesse ottenere il campo di temperatura in ogni punto del dominio .

Inizialmente è necessario calcolare il valore della temperatura periodica  $\hat{T}$  risolvendo il sistema definito dall'equazione (2.36):

$$\begin{cases} \frac{\partial \hat{T}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\hat{T} - \alpha\nabla\hat{T}) = -u\gamma \\ \frac{\partial \hat{T}}{\partial \mathbf{n}} + \gamma \frac{\partial x}{\partial \mathbf{n}} = \frac{-q}{\mathbf{n}} \\ \frac{\partial \hat{T}}{\partial \mathbf{n}} + \gamma \frac{\partial x}{\partial \mathbf{n}} = 0 \end{cases} \quad (2.42)$$

Per avere una perfetta equivalenza con il sistema per lo scalare passivo (ovvero la soluzione dello scalare  $\phi \equiv \hat{T}$ ), è necessario moltiplicare l'equazione (2.42) per  $\rho$  (ipotizzandola costante), ottenendo:

$$\frac{\partial \rho \hat{T}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \hat{T} - \rho \alpha \nabla \hat{T}) = -\rho u \gamma \quad (2.43)$$

I parametri da impostare in FLUENT sono quindi

- $S = -\rho u \gamma = -\rho u \frac{q'' L_z}{m c_p}$

- $\Gamma = \rho\alpha$

Nel caso si utilizzi un modello di turbolenza, particolare attenzione deve essere posta nella definizione della diffusività termica effettiva  $\alpha_{eff}$ , definita come  $\alpha_{eff} = \frac{k_{eff}}{\rho c_p}$ , dove  $k_{eff}$  è la somma della conduttività laminare e la conduttività turbolenta.

La conduttività turbolenta è espressa come

$$k_T = \frac{\mu_T c_p}{Pr_T} \quad (2.44)$$

Nel caso in esame, il valore di Prandtl turbolento  $Pr_T$  è fissato pari a 0.85, mentre  $\mu_T$  dipende dal modello di turbolenza utilizzato. In definitiva, utilizzando modelli di turbolenza, il valore di  $\Gamma$  risulta essere pari a

$$\Gamma = \frac{k}{c_p} + \frac{\mu_T}{Pr_T} \quad (2.45)$$

altrimenti, se non viene introdotto nessun modello (DNS)

$$\Gamma = \frac{k}{c_p} \quad (2.46)$$

Per la condizione al contorno distinguiamo 3 casi possibili:

1. Parete adiabatica, normale  $\mathbf{n}$  ortogonale a  $x$ :  $\frac{\partial \hat{T}}{\partial \mathbf{n}} = 0$
2. Parete adiabatica, normale  $\mathbf{n}$  diretta in direzione  $\pm x$ :  $\frac{\partial \hat{T}}{\partial \mathbf{n}} \pm \gamma = 0$
3. Parete riscaldata con un flusso termico areico costante pari a  $q''$ , normale  $\mathbf{n}$  ortogonale a  $x$ :  $\frac{\partial \hat{T}}{\partial \mathbf{n}} = \frac{-q''}{k}$

Otteniamo quindi il corrispondente valore del flusso di  $\phi$ , indicato con  $a$  per ogni caso:

1.  $a = \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}} = \Gamma \frac{\partial \hat{T}}{\partial \mathbf{n}} = 0$
2.  $a = \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}} = \Gamma \frac{\partial \hat{T}}{\partial \mathbf{x}} = \mp \Gamma \gamma$
3.  $a = \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{y}} = \Gamma \frac{\partial \hat{T}}{\partial \mathbf{y}} = -\Gamma \frac{q''}{k} = \frac{q''}{c_p}$

Risolvendo quindi l'equazione per lo scalare passivo (2.41), impostando tutti i parametri come specificato, otteniamo il campo di  $\hat{T}$ .

Per ottenere il campo di temperatura è sufficiente sommare a questa soluzione  $\gamma x$ . Osserviamo in ultimo che la soluzione del sistema (2.42) è definita a meno di una costante arbitraria  $C$ . Per ottenere l'esatto campo di temperatura, è necessario quindi fissare il valore di tale costante arbitraria  $C$ , introducendo un'ulteriore condizione. Nel nostro caso si è scelto di fissare la temperatura di bulk in ingresso. Questa operazione è fatta attraverso una UDF che calcola il valore della temperatura di bulk in ingresso e riscalda conseguentemente il campo di moto (descritta nell'appendice C.1).

## CDS con lo scalare

Da ultimo si vuole ricordare che FLUENT non prevede l'utilizzo del metodo CDS per la discretizzazione del termine convettivo dell'equazione di diffusione- trasporto per uno scalare.

Si è provato ad implementare un metodo ad hoc che si comportasse, una volta a convergenza, come il CDS (sia HO che LO).

Come visto in questo capitolo, la discretizzazione del termine convettivo porta alla definizione di un sistema lineare, in cui ogni singola equazione è definita come (equazione (2.4)):

$$\int_{V_P} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \phi) dV \approx \sum_{f \in V_P} \rho \mathbf{u}_f \cdot \mathbf{n}_f \phi_f |S_f| = \sum_{f \in V_P} F_f \phi_f \quad (2.47)$$

Su ogni faccia vengono quindi calcolati due termini: il valore del flusso di massa attraverso la faccia, e il valore incognito di  $\phi_f$  a centro faccia.

In FLUENT è possibile impostare la definizione del flusso di massa  $F_f$ , utilizzando una particolare UDF.

Utilizzando uno schema FOU, ogni termine della sommatoria sarà pari a:

$$F_f \phi_f = F_f \phi_{upwind} \quad (2.48)$$

L'idea è quindi la seguente: modificare opportunamente il termine  $F_f$  in modo tale che:

$$\tilde{F}_f \phi_{upwind} = \rho u_f \phi_{CDS} = \rho u_f \left( 0.5(\phi_{c0} + \phi_{c1}) \right) \quad (2.49)$$

È facile osservare come questa uguaglianza permetta di trovare una definizione per il flusso di massa modificato:

$$\tilde{F}_f = 0.5 \left( \rho u_f \frac{(\phi_{c0} + \phi_{c1})}{\phi_{upwind}} \right) \quad (2.50)$$

Così facendo, a **convergenza**, il metodo proposto coincide esattamente con il metodo CDS-LO. Nel caso si volesse usare un metodo HO, è sufficiente modificare il termine  $\tilde{F}_f$  aggiungendo anche la parte di correzione con i gradienti.

### Validazione

La procedura di risoluzione descritta è stata validata su simulazioni RANS del canale corrugato. Si sono risolte separatamente le equazioni dell'energia e dello scalare utilizzando gli stessi parametri e gli stessi schemi numerici.

Il confronto dei risultati ha evidenziato differenze inferiori a 0.5%. Questo confronto ha permesso non solo di validare sia l'utilizzo delle UDS per la risoluzione dell'equazione dell'energia, ma anche gli schemi di interpolazione implementati ad hoc per lo scalare passivo, che risultano quindi idonei per essere utilizzati nelle simulazioni DNS per il canale piano e il canale corrugato.

# Capitolo 3

## I metodi per la CFD

In questo capitolo vengono introdotte le tecniche numeriche utilizzate in questo lavoro di tesi: Direct Numerical Simulation (DNS) e Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS).

### 3.1 Direct Numerical Simulation

La Direct Numerical Simulation, o più semplicemente DNS, nient'altro è che un approccio “diretto” per la risoluzione delle equazioni di conservazione.

Una simulazione DNS si pone l'obiettivo di risolvere completamente il campo di moto, senza introdurre modelli semplificativi all'interno delle equazioni.

La DNS appare quindi come il metodo più semplice e intuitivo per risolvere un problema di fluidodinamica: ho un modello matematico che ben approssima la fisica del problema; ho degli strumenti per l'approssimazione numerica delle equazioni differenziali; applico questi strumenti al modello matematico e trovo una soluzione approssimata del problema.

Tutto questo ragionamento funziona fintanto che il moto resta laminare.

Se il moto è turbolento, come descritto nel capitolo 1.2, la soluzione diventa instabile e fortemente dipendente dalle condizioni iniziali, e soprattutto il moto è caratterizzato da un ampio spettro di scale spaziali e temporali, che devono tutte essere considerate nella risoluzione numerica.

Per questo motivo il passo di griglia  $h$  deve essere dell'ordine di grandezza della lunghezza di Kolmogorov, in modo da simulare anche le scale dissipative.

Il vantaggio di una simulazione DNS sta proprio nel non utilizzo di modelli di turbolenza e nella possibilità di ottenere il campo di moto completo, a tutte le scale spaziali e temporali.

Le simulazioni DNS sono utilizzate con un duplice obiettivo. Da un lato i risultati ottenuti da una DNS vengono sempre considerati “esatti” e vengono utilizzati per la validazioni di altri metodi numerici, dall’altra la possibilità di disporre del campo di moto turbolento completo, senza approssimazioni, ha permesso di analizzare anche quelle strutture e quei fenomeni che sono difficilmente indagabili sperimentalmente a causa della complessità del campo di moto.

A livello numerico è importante utilizzare degli schemi che siano il più possibile stabili e che, contemporaneamente, introducano la minor dissipazione numerica possibile, in modo da non alterare troppo il valore della soluzione.

Nel corso degli anni i metodi maggiormente utilizzati sono stati i metodi spettrali, che garantiscono stabilità e accuratezza.

Negli ultimi decenni si è iniziato ad effettuare delle prove utilizzando anche metodi alle differenze finite e ai volumi finiti, ottenendo risultati comparabili con quelli dei metodi spettrali.

Per la quasi la totalità dei lavori svolti con la DNS vengono utilizzati codici in-house sviluppati appositamente per una data geometria (in particolare quando si utilizzano metodi spettrali) e quindi utilizzabili solo per un dato problema.

In questo lavoro di tesi si è tentato di effettuare una DNS utilizzando un software commerciale (FLUENT), per valutare se fosse possibile ottenere buoni risultati utilizzando un codice pensato per un utilizzo generico, adatto a gestire diverse geometrie e di facile utilizzo per chi non possiede forti basi di analisi numerica.

Come vedremo, i risultati numerici sembrano mostrare un buon comportamento del codice, giustificandone l’utilizzo.

Infine si vuole sottolineare che anche la gestione del post-processing è molto complessa e richiede uno sforzo maggiore rispetto ad altri casi. Infatti, l’elevata quantità di informazioni ottenute deve essere manipolata in maniera opportuna sviluppando procedure ad hoc.

Per questo motivo molte librerie dinamiche che interagiscono con FLUENT sono state sviluppate per ottenere i risultati desiderati.

In particolare è stato necessario creare una serie di librerie che permettessero di effettuare alcune operazioni runtime, durante la simulazione (come per esempio le medie spaziali o il calcolo degli spettri e delle autocorrelazioni), per poter avere file di output più gestibili, che permettessero di ottenere le statistiche senza dover memorizzare un elevata quantità di dati.

Inoltre tutte queste operazioni di post-processing non sono attualmente implementate nel codice FLUENT.

## 3.2 I modelli RANS

In questa sezione viene brevemente descritta l'approssimazione di un moto turbolento utilizzando l'approccio RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes).

Nello studio dei moti turbolenti è prassi comune scomporre il valore di una grandezza istantanea nella somma del valore medio nel tempo e della fluttuazione turbolenta, ovvero:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (3.1)$$

dove la parte media può essere definita come  $\bar{\phi} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \phi dt$ .

Introducendo questa decomposizione di velocità e pressione all'interno delle equazioni di Navier-Stokes (1.7)-(1.8) si ottengono le equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds, ovvero:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0 \\ \nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}}) = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot (\mu \nabla \bar{\mathbf{u}} + \tau_R) + f \end{cases} \quad (3.2)$$

dove  $\tau_R$  è detto *tensore degli sforzi di Reynolds* e appare nella forma mediata delle equazioni di Navier-Stokes a causa della non-linearità del termine advettivo.

Le componenti di  $\tau_R$  sono tali che:

$$\tau_{i,j} = -\overline{\rho u'_i u'_j} \quad (3.3)$$

Questo tensore simmetrico che rappresenta le correlazioni fra le componenti fluttuanti della velocità, introduce altre 6 incognite all'interno del problema.

Per questo motivo si introducono dei modelli che permettano di stimare il valore delle componenti del tensore utilizzando solo le grandezze medie, fornendo così le condizioni di chiusura del sistema (3.2).

La base comune di molti modelli di turbolenza è l'ipotesi di *Boussinesq*, secondo la quale il tensore degli sforzi di Reynolds  $\tau_R$  è legato al gradiente di velocità media, in analogia con il tensore degli sforzi viscosi. Si introduce così una nuova grandezza  $\mu_t$ , detta viscosità turbolenta, che permette di esprimere le componenti di  $\tau_R$  in questo modo:

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} = 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3.4)$$

I vari modelli che si basano su questa ipotesi stimano il valore di  $\mu_t$  usando alcune grandezze fisiche per le quali devono essere derivate delle equazioni di evoluzione per chiudere il sistema.

Si noti che a differenza della viscosità molecolare  $\mu$ , la viscosità turbolenta  $\mu_t$  non è una proprietà del fluido, ma dipende dai vari modelli che si introducono.

In seguito si utilizzeranno le seguenti grandezze fisiche:

$$\begin{aligned}
 k &= \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_j} && \text{energia cinetica turbolenta} \\
 \epsilon &= \frac{\mu_t}{\rho} \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} && \text{tasso di dissipazione energia cinetica} \\
 \omega &= \frac{\epsilon}{k} && \text{velocità angolare}
 \end{aligned}$$

L'equazione di evoluzione per  $k$  che viene utilizzata in tutti e 3 i modelli presentati, è ricavabile in maniera esatta partendo dall'equazione di evoluzione per  $\tau_{ij}$  effettuando opportune manipolazioni (maggiori dettagli si possono trovare in [15] e [88]).

Anche le equazioni per le altre grandezze possono essere ricavate in maniera esatta manipolando opportunamente le equazioni del moto con operazioni algebriche che introducono numerose nuove incognite dovute a correlazioni doppie e triple tra fluttuazioni, gradienti e pressioni e che non permettono di chiudere il sistema.

Per questi motivi si preferisce scrivere delle equazioni semi-empiriche ottenute con considerazioni fisiche e analisi dimensionale.

Verranno ora descritti i modelli utilizzati in questo lavoro: *Realizable*  $k - \epsilon$ ,  $k - \omega$  SST e  $\overline{v^2} - f$ . La scelta di questi tre modelli di turbolenza è stata fatta dopo una revisione dei lavori in letteratura nella quale questi vengono indicati come i più adatti per questo tipo di problema. Si sottolinea comunque che le conclusioni a cui arrivano i diversi autori sono molto spesso in disaccordo, soprattutto per quanto riguarda la scelta del miglior modello.

### 3.2.1 *Realizable* $k - \epsilon$

Il modello *Realizable*  $k - \epsilon$  è un modello di turbolenza che migliora l'accuratezza del classico schema  $k - \epsilon$ .

L'aggettivo *Realizable* si riferisce al fatto che il modello soddisfi determinati vincoli matematici sugli sforzi di Reynolds che lo rendono consistente con la fisica dei flussi turbolenti.

In particolare viene modificata la definizione di viscosità turbolenta e l'equazione di trasporto per la dissipazione.

Le equazioni del modello sono:

- Equazione per  $k$

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho k \overline{u_j}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + 2\mu_t S_{ij} S_{ij} - \rho \epsilon \quad (3.5)$$

- Equazione per  $\epsilon$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\epsilon\bar{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] - \rho C_2 \frac{\epsilon^2}{k + \sqrt{\nu\epsilon}} \quad (3.6)$$

dove

$$\sigma_k = 1.0 \quad \sigma_\epsilon = 1.2 \quad C_2 = 1.9 \quad (3.7)$$

Infine il valore della viscosità turbolenta  $\mu_t$  è ottenuto come per i modelli  $k - \epsilon$  tradizionali:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (3.8)$$

la differenza sta nel calcolo di  $C_\mu$  che non è tenuto costante, ma è così calcolato:

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\epsilon}} \quad (3.9)$$

dove

$$U^* = \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij}\tilde{\Omega}_{ij}} \quad (3.10)$$

e

$$\begin{aligned} \tilde{\Omega}_{ij} &= \Omega_{ij} - 2\epsilon_{ijk}\omega_k \\ \Omega_{ij} &= \overline{\Omega_{ij}} - \epsilon_{ijk}\omega_k \end{aligned} \quad (3.11)$$

dove  $\overline{\Omega_{ij}}$  è il tensore doppio della vorticità. Infine il valore della grandezze  $A_0$  e  $A_s$  è dato da:

$$A_0 = 4.04 \quad A_s = \sqrt{6} \cos \phi \quad (3.12)$$

con  $\phi$

$$\phi = \frac{1}{3} \cos^{-1}(\sqrt{6}W) \quad W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{(S_{ij}S_{ij})^{3/2}} \quad (3.13)$$

Diversi studi di letteratura indicano il  $k - \epsilon$  *Realizable* come il miglior modello di turbolenza per flussi separati e con complessi flussi secondari, come quelli del nostro caso di studio.

### Trattamento a parete

Il modo naturale per trattare le condizioni a parete è quello di utilizzare una griglia sufficientemente raffinata, in modo da ben approssimare i forti gradienti. Molto spesso però, nella pratica, questa strada non è percorribile. Perciò si preferisce, avvalersi delle cosiddette “funzioni di parete” che impongono il valore di determinate variabili nella prima cella adiacente ad una superficie solida.

In letteratura sono presenti diverse possibili scelte di “funzioni a parete”.

In questo lavoro di tesi sono state utilizzate le *Enhanced wall functions*.

Questo approccio modifica l’approccio *two-layer* e permette di ottenere risultati adeguati sia nel caso in cui la mesh sia sufficientemente accurata a parete per poter risolvere il substrato viscoso, sia nel caso in cui la mesh sia meno raffinata a parete.

Il modello *two-layer* è un modello che tenta di risolvere completamente il substrato viscoso, specificando sia il valore di  $\epsilon$ , sia  $\mu_t$  nelle celle vicine alle pareti.

Come suggerisce il nome, in questo modello il campo di moto viene suddiviso in due regioni in base al valore di  $Re_y = \frac{\rho y \sqrt{k}}{\mu}$ : la regione *viscosa* e la regione di *turbolenza pienamente sviluppata*.

Nella regione di turbolenza pienamente sviluppata ( $Re_y > 200$ ) si è sufficientemente distanti dalla parete e si risolvono le equazioni per  $k$  ed  $\epsilon$  calcolando poi la  $\mu_t$  corrispondente ( $\mu_t = \rho C_\mu k^2 \epsilon^{-1}$ ).

Nella regione viscosa invece, ( $Re_y < 200$ ), viene utilizzato un modello ad una equazione e il valore di  $\mu_t$  è così calcolato:

$$\mu_{t,2layer} = \rho C_\mu l_\mu \sqrt{k} \quad (3.14)$$

dove

$$l_\mu = y C_l^* (1 - e^{-Re_y/A_\mu}) \quad (3.15)$$

Nel modello *Enhanced wall treatment* il valore di  $\mu_t$  viene ottenuto combinando, attraverso un fattore di rilassamento  $\lambda_\epsilon$ , il valore della viscosità previsto dal modello *two-layer* con quello previsto dal modello di turbolenza, ovvero.

$$\mu_{t,enh} = \lambda_\epsilon \mu_t + (1 - \lambda_\epsilon) \mu_{t,2layer} \quad (3.16)$$

Il fattore  $\lambda_\epsilon$  è costruito in modo tale da valere 1 lontano dalla parete, e 0 vicino e dipende dal valore di  $Re_y$ .

All’interno della regione viscosa, dove si utilizza il modello ad una equazione, il valore della dissipazione è così calcolato:

$$\epsilon = \frac{k^{3/2}}{l_\epsilon} \quad (3.17)$$

dove

$$l_\epsilon = y C_l^* (1 - e^{-Re_y/A_\epsilon}) \quad (3.18)$$

I valori delle costanti utilizzate sono

$$C_l^* = k C_\mu^{-3/4}, \quad A_\mu = 70 \quad A_\epsilon = 2 C_l^* \quad (3.19)$$

Vediamo ora come vengono imposti i valori della velocità utilizzando il modello *Enhanced wall treatment*.

Lo scopo di questo modello è di avere una relazione che sia utilizzabile qualunque sia il valore di  $y^+$  a parete, ovvero in qualunque regione si trovi la prima cella (viscosa, buffer, logaritmica).

Per questo motivo si introduce un secondo fattore di rilassamento  $\Gamma$  in modo tale che:

$$u^+ = e^\Gamma u_{lam}^+ + e^{1/\Gamma} u_{log}^+ \quad (3.20)$$

dove

$$\Gamma = -\frac{0.01(y^+)^4}{1 + 5y^+} \quad (3.21)$$

Questa formula garantisce il corretto comportamento asintotico sia ad alti e bassi valori di  $y^+$  e un comportamento ragionevole nella zona di buffer.

### 3.2.2 $k - \omega$ SST

Il modello  $k - \omega$  SST (shear-stress transport) introdotto da Manter nel 1994 [59], è ottenuto dalla combinazione del classico modello  $k - \epsilon$  con il modello  $k - \omega$ .

L'idea è quella di migliorare il metodo  $k - \epsilon$  sfruttando l'accuratezza a parete del modello  $k - \omega$ . Per fare questo viene introdotto un fattore di blending tale per cui a parete è attivo il modello  $k - \omega$ , mentre lontano da esso si attiva il  $k - \epsilon$ .

L'utilizzo della formulazione  $k - \omega$  nelle regioni prossime alla parete permette di utilizzare questo modello fino all'interno del substrato viscoso, quindi il  $k - \omega$  SST può essere usato come un modello *Low-Reynolds*.

Le equazioni di chiusura sono quindi:

- Equazione per  $k$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k \bar{u}_i) = P_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \beta^* k \omega \quad (3.22)$$

- Equazione per  $\omega$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega \bar{u}_i) = a S^2 - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (3.23)$$

dove

$$P_k = \nu_t S^2, S = \sqrt{2 S_{ij} i_j} \quad (3.24)$$

$$\mu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)} \quad (3.25)$$

$$F_2 = \tanh \left[ \left[ \max \left( \frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega} \right) \right] \right] \quad (3.26)$$

$$P_k = \min \left( \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}, 10\beta^* k \omega \right) \quad (3.27)$$

$$F_1 = \tanh \left\{ \left\{ \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega} \right), \frac{4\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \right\}^4 \right\} \quad (3.28)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left( 2\rho\sigma\omega^2 \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10} \right) \quad (3.29)$$

$$\phi = \phi_1 F_1 + \phi_2 (1 - F_1) \quad (3.30)$$

mentre le costanti del modello valgono:  $\alpha_1 = 0.5556$ ,  $\alpha_2 = 0.44$ ,  $\beta_1 = 0.075$ ,  $\beta_2 = 0.0828$ ,  $\beta^* = 0.09$ ,  $\sigma_{k1} = 0.85$ ,  $\sigma_{k2} = 1$ ,  $\sigma_{\omega 1} = 0.5$ ,  $\sigma_{\omega 2} = 0.856$ .

### Trattamento a parete

Si richiama in questa sezione come viene gestito il trattamento a parete nel modello  $k - \omega$  SST, maggiori dettagli possono essere trovati in [58]. Il vantaggio del metodo  $k - \omega$  SST è che è noto il valore analitico di  $\omega$  nel substrato viscoso e nella regione logaritmica, quindi l'idea è quella di combinare queste due espressioni per determinare il valore di  $\omega$ , qualunque sia la posizione del primo nodo. La soluzione per  $\omega$  nel substrato viscoso è

$$\omega_{visc} = \frac{6\nu}{0.075y^2} \quad (3.31)$$

mentre nella regione logaritmica vale:

$$\omega_{log} = \frac{u_\tau}{0.3ky} \quad (3.32)$$

Il valore in tutto lo strato limite p ottenuto combinando queste due equazioni

$$\omega(y^+) = \sqrt{(\omega_{visc}^2(y^+) + \omega_{log}^2(y^+))} \quad (3.33)$$

Stessa combinazione per le componenti della velocità

$$u_\tau = \sqrt[4]{(u_\tau^{visc})^4 + (u_\tau^{log})^4} \quad (3.34)$$

dove

$$u_{\tau}^{visc} = \frac{u}{y^+} \quad (3.35)$$

e

$$u_{\tau}^{log} = \frac{u}{\frac{1}{k} \ln(y^+) + C} \quad (3.36)$$

### 3.2.3 $\overline{v^2} - f$

Il modello  $\overline{v^2} - f$  è simile al modello  $k - \epsilon$ , ed appartiene alla famiglia dei modelli di turbolenza a basso numero di Reynolds. È valido in tutto il campo di moto, quindi non è necessario introdurre delle funzioni a parete.

A differenza del modello  $k - \epsilon$  è un modello a 4 equazioni: un'equazione di trasporto per  $k$ , una per il tasso di dissipazione  $\epsilon$ , una per lo sforzo di Reynolds normale alla parete  $\overline{v^2}$  e una per una funzione ellittica di rilassamento ( $f$ ).

Anche questo metodo è indicato per flussi in cui si verificano fenomeni di distacco e riattacco di strato limite.

Le 4 equazioni di trasporto introdotte sono:

- Equazione per  $k$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \partial x_i(\rho k \overline{u_i}) = 2\mu_t S_{ij} S_{ij} - \rho \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.37)$$

- Equazione per  $\epsilon$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \partial x_i(\rho \epsilon \overline{u_i}) = \frac{2C_{1,\epsilon} \mu_t}{T} S_{ij} S_{ij} - \frac{C_{2,\epsilon}}{T} \rho \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\epsilon}} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] \quad (3.38)$$

- Equazione per  $\overline{v^2}$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \overline{v^2}) + \partial x_i(\rho \overline{v^2} \overline{u_i}) = \rho k f - 6\rho \overline{v^2} \frac{\epsilon}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial x_j} \right] \quad (3.39)$$

- Equazione per  $f$

$$f - L^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_j^2} = (C_f - 1) \frac{\frac{2}{3} - \overline{v^2}/k}{T} + 2\mu_t C_2 \frac{S_{ij} S_{ij}}{\rho k} + \frac{5\overline{v^2}/k}{T} \quad (3.40)$$

dove T e L sono rispettivamente il tempo e la scala caratteristica della turbolenza, definite come

$$T = \min \left[ T', \frac{\alpha k}{\sqrt{3}\bar{v}^2 C_\mu \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}} \right] \quad T' = \max \left[ \frac{k}{\epsilon}, 6\sqrt{\frac{\nu}{\epsilon}} \right] \quad (3.41)$$

$$L = C_L \max \left[ L', C_\eta \left( \frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4} \right] \quad L' = \min \left[ \frac{k^{3/2}}{\epsilon}, \frac{k^{2/3}}{\sqrt{3}\bar{v}^2 C_\mu \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}} \right] \quad (3.42)$$

In ultimo la viscosità turbolenta è definita come:

$$\mu_t = \rho C_\mu \bar{v}^2 T \quad (3.43)$$

Maggiori dettagli possono essere trovati in [17]

### Trattamento al bordo equazione dell'energia

L'analogia di Reynolds fra il trasporto di energia e di quantità di moto, fa sì che anche il campo di moto medio abbia un legge di parete logaritmica, simile a quella della velocità.

Anche in questo caso è possibile separare lo strato limite in due regioni: una regione, all'interno del substrato termico viscoso dove domina la conduzione e il profilo è lineare, e una regione più esterna dove vale una legge logaritmica e gli effetti della turbolenza dominano quelli conduttivi.

In FLUENT la legge di parete è così definita:

$$T^+ = \frac{(T_s - T_p)\rho c_p k}{q''} \begin{cases} Pr y^+ + \frac{1}{2} Pr \frac{C_\mu^{0.25} k^{0.5}}{q''} U^2 & (y^+ < y_T^+) \\ Pr_t \left[ \frac{1}{k} \ln(E y^+) + P \right] + \frac{1}{2} \rho \frac{C_\mu^{0.25} k^{0.5}}{q''} Pr_t U^2 + (Pr - Pr_t) U_c^2 & (y^+ < y_T^+) \end{cases} \quad (3.44)$$

dove P è calcolato come:

$$P = 9.24 \left[ \left( \frac{Pr Pr_t}{k} \right)^{3/4} - 1 \right] \left[ 1 + 0.28 e^{-0.007 Pr / Pr_t} \right] \quad (3.45)$$

# Capitolo 4

## Il canale a lastre piane parallele

In questo capitolo verranno presentati i risultati ottenuti sul caso test del flusso turbolento fra due lastre piane parallele.

Come già spiegato nei capitoli precedenti, lo scopo di questo test è quello di validare il codice usato e le librerie implementate.

Prima di presentare i risultati ottenuti, viene fatto un breve richiamo sul flusso fra due lastre piane parallele. In seguito viene descritto il campo di moto iniziale che ha garantito un rapido sviluppo della turbolenza, vengono descritte le mesh utilizzate e tutti i parametri della simulazione. Infine sono mostrati nel dettaglio tutti i risultati ottenuti.

### 4.1 Lastre piane parallele

Il moto turbolento fra due lastre piane parallele indefinite (*channel flow* turbolento) è uno dei casi fluidodinamici più semplici per investigare un flusso confinato e gli effetti delle pareti sul campo di moto.

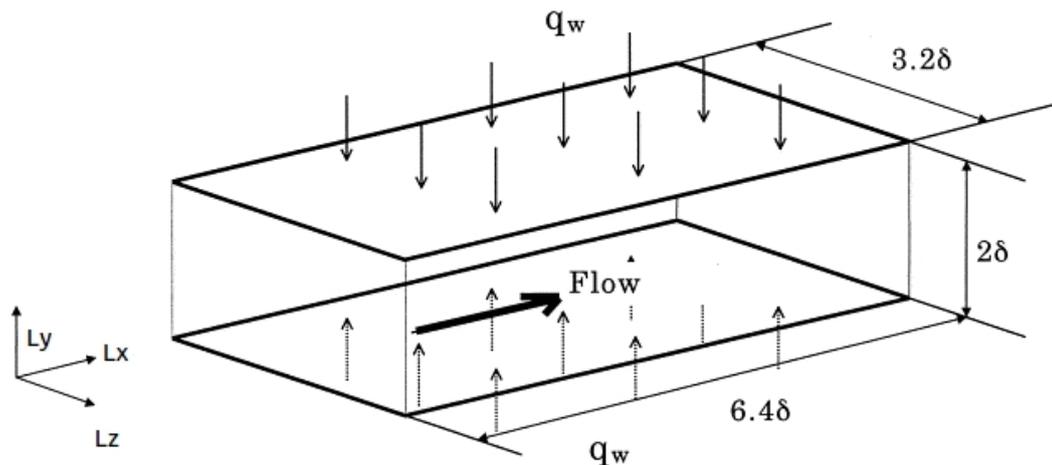
Per questo motivo rappresenta un buon test per verificare l'accuratezza di una simulazione, in particolare nella risoluzione delle fluttuazioni a parete.

Si considera quindi un dominio come quello riportato in figura 4.1. Le lastre infinite sono troncate in direzione streamwise ( $x$ ) e spanwise ( $z$ ) data l'omogeneità del flusso turbolento lungo queste direzioni.

Il flusso è da considerarsi completamente sviluppato sia fluido-dinamicamente che termicamente.

In letteratura sono presenti numerosi studi e dataset, ottenuti utilizzando diverse tecniche numeriche. I risultati di questo lavoro sono confrontati con i risultati di Kim e al. ([44]) e con i risultati di Kawamura e al. ([41]).

La simulazione di Kim rappresenta una pietra miliare nella storia della CFD, in quanto


**Figura 4.1:** Geometria per il caso a lastre piane parallele

	Kim et al	Kaw1m	Kaw500m
$Lx \times Ly \times Lz$	$4\pi\delta \times 2\pi\delta \times 2\delta$	$6.4\delta \times 3.2\delta \times 2\delta$	$6.4\delta \times 3.2\delta \times 2\delta$
$Nx \times Ny \times Nz$	$192 \times 129 \times 160$	$128 \times 66 \times 128$	$2048 \times 480 \times 512$
$\Delta y^+ _{wall}$	0.05	0.4	0.05
Nodi	3962880	1081344	503316480

**Tabella 4.1:** Parametri mesh dataset: Kim et al. [44], Kawamura 1 milione , Kawamura 500 milioni [41]

è uno dei primi lavori numerici che ha permesso un confronto diretto con i dati sperimentali e messo in luce molti aspetti legati alla turbolenza dei flussi confinati ancora poco investigati all'epoca dell'articolo (1986).

Per la discretizzazione delle derivate spaziali nelle equazioni del moto viene usato un metodo spettrale (serie di Fourier in direzione spanwise e streamwise, polinomi di Chebyshev in direzione normale) mentre l'avanzamento in tempo è ottenuto utilizzando uno schema semi-implicito.

I risultati di Kawamura invece sono stati presi in considerazione perché, oltre al campo di moto, viene analizzato anche il campo di temperatura.

A differenza di Kim, Kawamura risolve le equazioni di Navier-Stokes, utilizzando uno schema del second'ordine a differenze finite nello spazio e uno schema semi-implicito per l'avanzamento temporale. Le simulazioni sono state effettuate usando differenti griglie di calcolo. Come confronto sono state utilizzate le due griglie con rispettivamente il minor e il maggior numero di elementi.

In tabella 4.1 vengono riportati i dettagli delle mesh di questi casi di confronto.

Minime differenze sono osservate confrontando fra di loro i risultati di ogni singolo dataset. In particolare si è trovata una differenza massima del 2% fra il massimo valore di  $u_{rms}$  fra Kim e Kaw500m, mentre per quanto riguarda la velocità a centro canale,

la differenza massima è del 1.33%, sempre fra Kim e Kaw500m.

## 4.2 Pre-processing

In questa sezione vengono descritte tutte le scelte fatte in fase di pre-processing.

### Condizione iniziale

Partiamo con l'analizzare la condizione iniziale che deve garantire che all'interno del canale si generi un flusso turbolento completamente sviluppato.

In letteratura sono presenti diversi studi che definiscono queste condizioni iniziali. In linea di principio il campo di moto è ottenuto partendo da un profilo laminare di Poiseuille opportunamente perturbato in modo da rompere le simmetrie interne e favorire instabilità.

In questa tesi si è utilizzato il seguente campo di moto iniziale:

$$\begin{cases} u(x, y, z) = \frac{3}{2}u_b(1 - (y - 1)^2) \\ v(x, y, z) = \frac{3}{2}u_b \left( A[(-2.34(y - 1)^5 + 4.56(y - 1)^3 - 2.23(y - 1))\cos(\frac{24\pi}{3.2Lz}z)] + noise \right) \\ w(x, y, z) = \frac{3}{2}u_b \left( A[\frac{Lz}{2\pi}(-11.7(y - 1)^4 + 13.68(y - 1)^2 - 2.23)\sin(\frac{24\pi}{3.2Lz}z)] + noise \right) \end{cases} \quad (4.1)$$

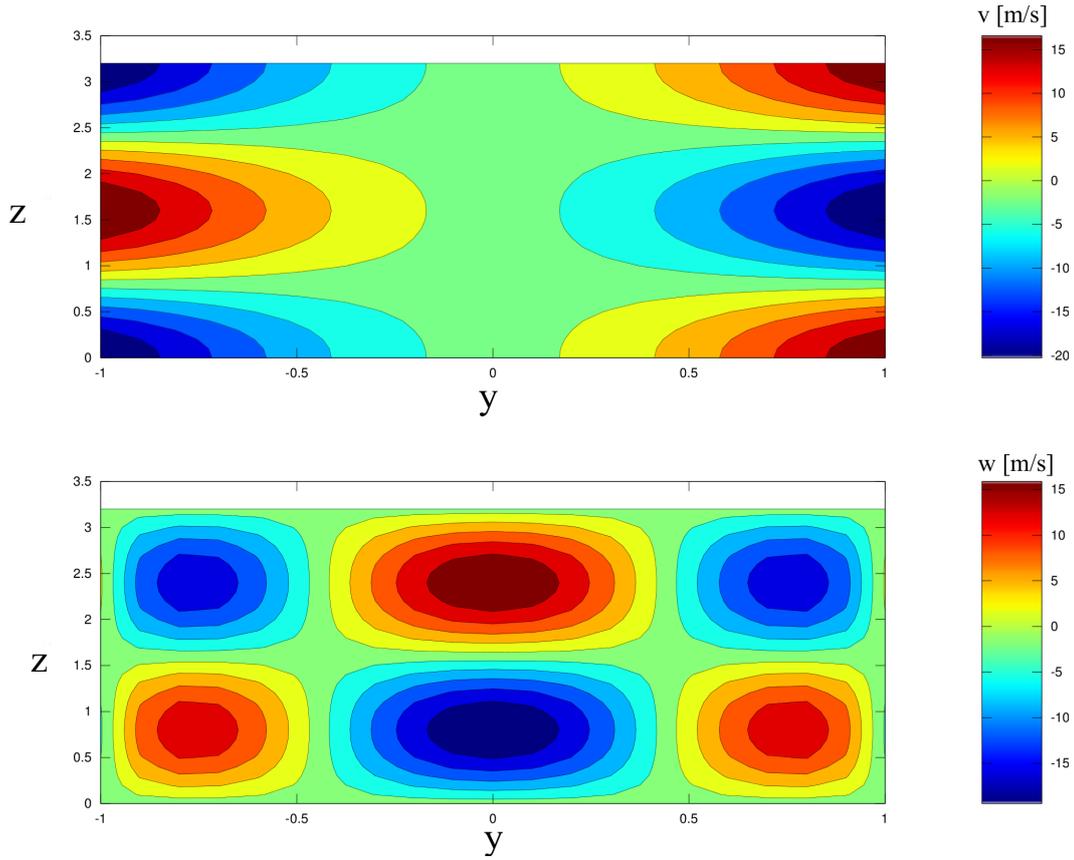
Al profilo parabolico in direzione streamwise, vengono sovrainposti dei vortici contro-rotanti invariati lungo la coordinata  $x$ , che quindi si ripetono uguali lungo tutto il canale. Un ulteriore rumore casuale a media nulla (*noise*), rende il campo di moto ancora più instabile. Si fa presente infine che è possibile agire sulla dimensione di queste bolle modificando il valore della costante moltiplicativa  $A$ . Diverse prove iniziali sono state necessarie per determinare il valore di questo parametro. Il valore ottimale è  $A = 0.253$ ; valori inferiori non hanno generato turbolenza all'interno del canale, a causa dell'aumentata viscosità dovuta alla diffusione numerica.

In figura 4.2 sono mostrate le curve di livello del campo di moto iniziale per le componenti  $v$  e  $w$  su un generico piano ortogonale alla direzione del flusso.

Il campo di temperatura iniziale è determinato partendo dal campo di moto quasi stazionario, risolvendo l'equazione dell'energia avendo "congelato" il campo di velocità.

### Condizioni al contorno

Come prima ricordato, sono imposte condizioni periodiche in direzione streamwise e spanwise, mentre sulle pareti è imposta la condizione di non aderenza.



**Figura 4.2:** Curve di livello della componente normale della velocità (alto) e della componente spanwise (basso) su un piano  $yz$  a  $x$  fissato .  $A = 0,253$

Come descritto nella sezione 2.2, sostituendo all'ingresso e all'uscita condizioni periodiche, è necessario definire il corrispondente gradiente di pressione ( $\beta$ ) a cavallo del dominio.

Per confrontarsi con i dati in letteratura, la simulazione è fatta usando un valore di  $Re_\tau$  pari a 180.  $Re_\tau$  è il numero di Reynolds basato sulla semi-altezza del canale ( $\delta$ ) e la velocità d'attrito a parete ( $u_\tau$ ), ovvero

$$Re_\tau = \frac{u_\tau \delta}{\nu} \quad (4.2)$$

Per semplicità nei conti, si è optato per  $\mu = \frac{1}{180} = 0.0055 \frac{kg}{ms}$ ,  $\rho = 1 \frac{kg}{m^3}$  e  $\delta = 1m$  in modo tale che  $u_\tau$  fosse pari a 1 m/s.

Così facendo si ottiene:

$$\beta = \frac{dP}{dx} = -\frac{\tau_w}{\delta} = -\frac{u_\tau^2 \rho}{\delta} = -1 \frac{Pa}{m} \quad (4.3)$$

### 4.2.1 Mesh di calcolo

Due mesh di calcolo strutturate con elementi esaedrici tri-dimensionali sono state utilizzate in queste simulazioni.

Le mesh nel seguito verranno indicate con mesh **coarse**, quella con il minor numero di elementi, e mesh **fine**.

I dettagli sono riportati in tabella 4.2. In direzione streamwise e spanwise è stata utilizzata una spaziatura uniforme, mentre in direzione normale la mesh è raffinata a parete aumentando, di un fattore SR, la dimensione delle celle allontanandosi dalla parete stessa.

Osserviamo che con le scelte fatte, in entrambi i casi, il valore di  $\Delta y^+$  risulta essere inferiore al valore usato in Kaw1m, ma superiore a quello usato in Kim.

I risultati e alcuni confronti in letteratura([89]) garantiscono che con questa scelta i risultati sono sufficientemente accurati.

Raffinare ulteriormente la griglia a parete avrebbe comportato un aumento dei tempi di calcolo senza un corrispondente vantaggio nell'accuratezza della simulazione.

In figura 4.3 è riportato un dettaglio della mesh in prossimità della parete.

	<b>coarse</b>	<b>fine</b>
$L_x[m]$	6.4	6.4
$L_y[m]$	2	2
$L_z[m]$	3.2	3.2
$\Delta x^+$	9	7.2
$\Delta y^+$	0.28 - 8.4	0.11 - 6
SR $y$	1.05	1.05
$\Delta z^+$	4.5	4.5
(Nx, Ny, Nz)	(128,125,128)	(160,184,128)
Num Elementi	2048000	3768320

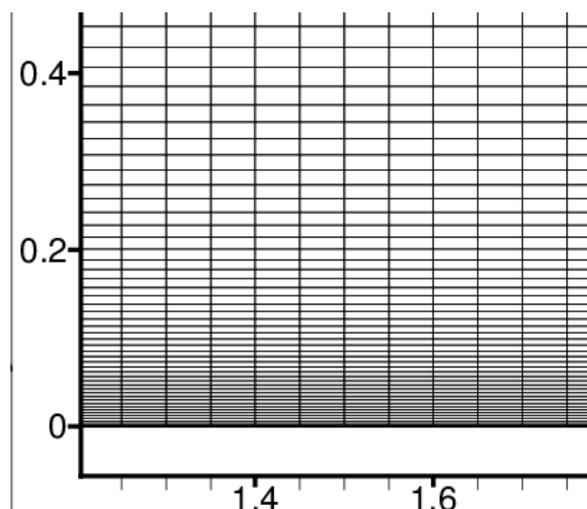
**Tabella 4.2:** Parametri mesh di calcolo

## 4.3 Risoluzione

In tabella 4.3 vengono riportati gli schemi numerici (vedi capitolo 2) utilizzati nelle simulazioni:

In tutte le simulazioni il valore di  $\Delta t^+$  è pari a 0.001.

Oltre a monitorare l'andamento dei residui, tre grandezze fisiche vengono monitorate per valutare l'andamento della simulazione: il valore medio (pesato sul volume di ogni



**Figura 4.3:** Dettaglio della mesh di calcolo, piano xy

Pressure-velocity coupling	Fractional Steps
Transient formulation	non iterative method 2nd order
Gradient	Least Squares Cell-Based
Pressure	Second Order
Momentum	Central Scheme (High Order)

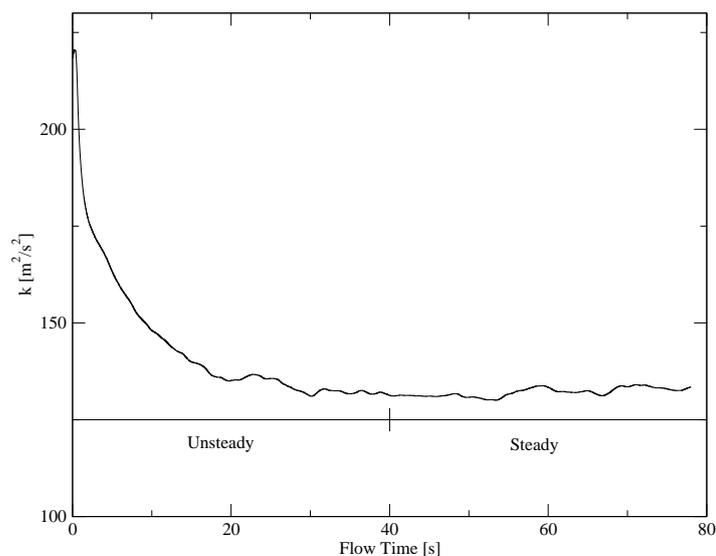
**Tabella 4.3:** Metodi risolutivi

cella) dell'energia cinetica totale ( $K = 0.5(u^2 + v^2 + w^2)$ ) e il valore medio sulla parete inferiore delle componenti streamwise e spanwise dello sforzo ( $\tau_{xy}$  e  $\tau_{yz}$ ).

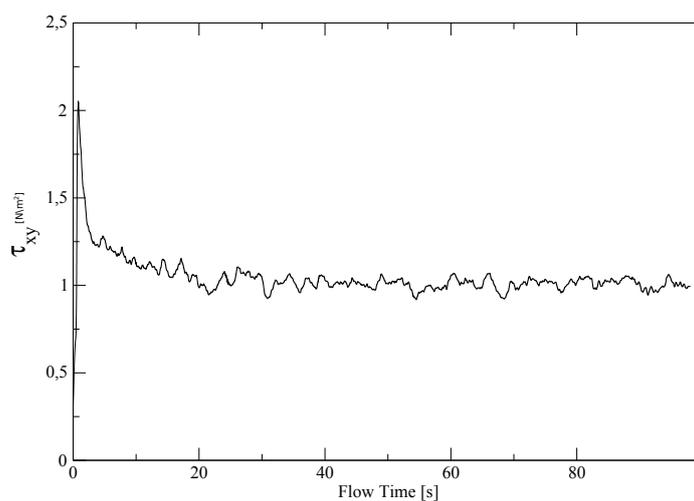
Queste tre grandezze permettono sia di valutare se è stato raggiunto uno stato stazionario, sia di valutare se si è generato un moto turbolento all'interno del canale.

Nelle figure 4.4, 4.5, 4.6 i risultati sono in linea con quello che si aspetta a livello teorico, infatti l'energia cinetica aumenta nei primi istanti di tempo per poi attenuarsi ad un valore inferiore rispetto al valore iniziale, mentre lo sforzo a parete in direzione spanwise, dopo alcune brevi oscillazioni, è seguito da un'oscillazione di breve periodo ma di grande ampiezza, per poi oscillare in modo casuale intorno al valore nullo.

Osserviamo che dopo 35-40 s il campo di moto sembra essere statisticamente stazionario, ed è quindi possibile, da qui in avanti, campionare i valori per calcolare le statistiche necessarie.



**Figura 4.4:** Andamento nel tempo dell'energia cinetica media



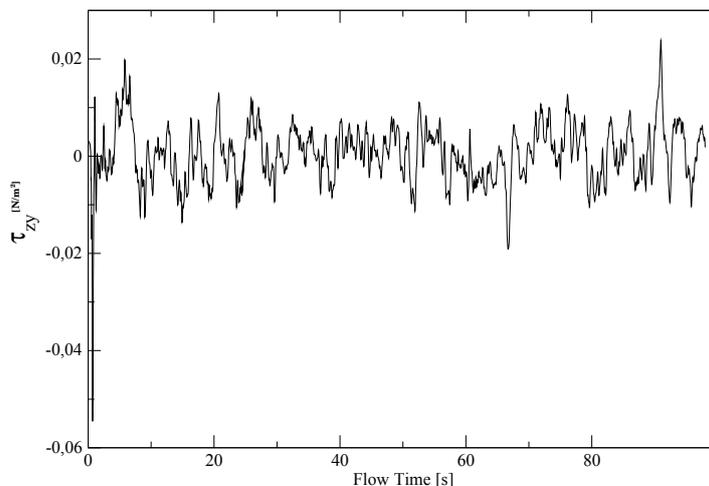
**Figura 4.5:** Andamento nel tempo della componente streamwise sforzo tangenziale

## 4.4 Post-Processing

In questa sezione vengono riportati tutti i risultati numerici ottenuti dalle simulazioni sul canale.

In primo luogo viene mostrato nel dettaglio come è stato gestito il campionamento dei dati, successivamente vengono mostrati i risultati relativi al campo di moto, all'andamento degli sforzi e dell'energia cinetica turbolenta.

Per valutare l'adeguatezza della risoluzione della mesh, si è studiata la correlazione a due punti della velocità e gli spettri d'energia (paragrafo 4.4.2).



**Figura 4.6:** Andamento nel tempo della componente spanwise sforzo tangenziale

#### 4.4.1 Campionamento

Una delle maggiori difficoltà di una simulazione DNS sta nella gestione e nell'analisi dei risultati. Infatti, risolvendo tutto il campo di moto, senza introdurre nessun modello semplificativo, si ha a disposizione un'elevata quantità di dati che, se da un lato permette di indagare nel dettaglio la fisica della turbolenza, dall'altra richiede particolare attenzione nella sua gestione e manipolazione, cercando di ottimizzare la richiesta di memoria del calcolatore.

La prima operazione che si effettua è un'operazione di media dei dati, sfruttando il fatto che si sta analizzando un campo di moto statisticamente stazionario e omogeneo in direzione streamwise e spanwise. Per questo motivo l'operazione di media coinvolge sia una media spaziale, sia una media temporale (le due operazioni possono essere commutate), in modo tale che, partendo dalla generica grandezza  $\phi(x, y, z|t)$  si ottiene:

$$\phi(x, y, z|t) \xrightarrow{\text{media}} \overline{\phi(x, y, z)} \langle \phi(y|t) \rangle$$

dove, qui e nel seguito  $\overline{\phi(x, y, z)}$  è la media temporale di  $\phi(x, y, z)$ , mentre  $\langle \phi(y|t) \rangle$  è la media spaziale.

Nelle analisi di un campo turbolento, molto spesso è necessario lavorare con le fluttuazioni temporali, ovvero si è interessati ai valori di  $x'(x, y, z|t) = x(x, y, z|t) - \overline{x(x, y, z)}$ . Il modo più semplice per calcolare queste fluttuazioni è quello di seguire la sua definizione, quindi, una volta calcolato il valore medio, calcolare, istante per istante il valore della fluttuazione.

È perciò necessario memorizzare tutti i valori del campo di moto ad ogni timestep, che

corrisponde a memorizzare ad ogni passo temporale il file .dat utilizzato da FLUENT per la memorizzazione dei dati.

Data l'elevata dimensione dei file (circa 800 Mb per la mesh fine) e l'elevato numero di timestep (mediamente 15000-20000) questa operazione non è molto conveniente.

Per l'analisi della fisica della turbolenza però, più che ai valori delle fluttuazioni, si è interessati al valore medio nel tempo del prodotto delle fluttuazioni, ovvero si è interessati a grandezze del tipo  $\overline{u'v'}$ .

E' possibile calcolare il valore di tali grandezze senza dover necessariamente conoscere ad ogni istante di tempo il valore di  $u'$  e  $v'$ , infatti applicando la definizione del valore medio abbiamo che:

$$\begin{aligned}\overline{u'v'} &= \frac{1}{T} \int_0^T u'v' dT = \frac{1}{T} \int_0^T (u - \bar{u})(v - \bar{v}) dT \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T (uv - u\bar{v} - v\bar{u} + \bar{u} \cdot \bar{v}) dT = \overline{uv} - \bar{u} \cdot \bar{v}\end{aligned}\tag{4.4}$$

In questo modo si calcola il valore cercato senza dover necessariamente memorizzare le fluttuazioni ad ogni passo, ma campionando, istante per istante, il valore del prodotto  $uv$ .

In appendice B.1-B.3 sono riportati e spiegati parte dei codici implementati per il campionamento delle grandezze necessarie per l'elaborazione dei risultati che verranno mostrati nel seguito.

#### 4.4.2 Campo di moto

Riportiamo ora i risultati numerici, ottenuti campionando su un intervallo di tempo T pari a 20s, corrispondenti a circa 60 passaggi di fluido all'interno del canale.

Tutte le grandezze riportate, se non specificato, sono da considerarsi normalizzate rispetto a  $u_\tau$ ,  $\nu$ ,  $\delta$ .

#### Correlazioni a due punti e spettri

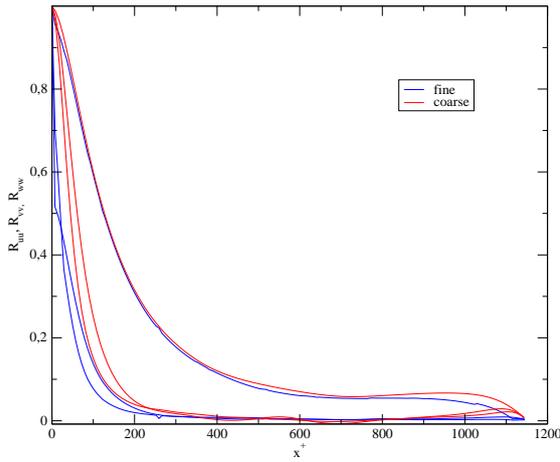
Per verificare a *posteriori* che la risoluzione della mesh fosse sufficientemente accurata per risolvere tutte le scale turbolenti, si analizzano la correlazione a due punti monodimensionale della velocità e gli spettri d'energia a differenti quote  $y$ .

I risultati sono mostrati in figura 4.7-4.10 e in figura 4.11 e 4.12 in cui le due grandezze vengono analizzate a due valori di  $y^+$  differenti, uno vicino alla parete ( $y^+ = 5$ ) e l'altro a centro canale ( $y^+ = 178$ ).

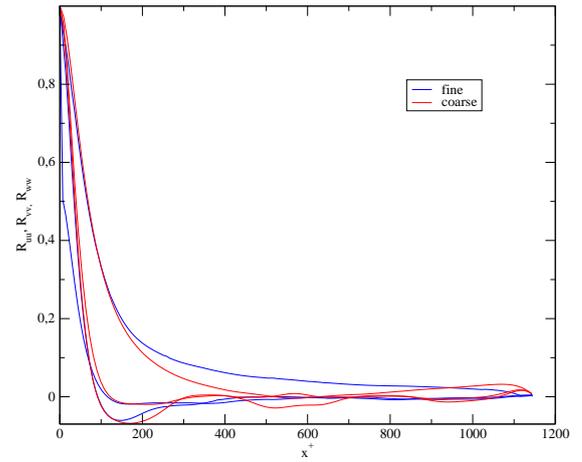
Altri due valori di  $y^+$  sono stati studiati ( $y^+ = 40$ ,  $y^+ = 98$ ), riportando risultati simili a quelli mostrati.

Le figure mostrano come tali valori diventano sempre più piccoli più aumenta la separazione fra i due punti, indice quindi di una sufficiente estensione del dominio di calcolo sia in direzione streamwise che spanwise.

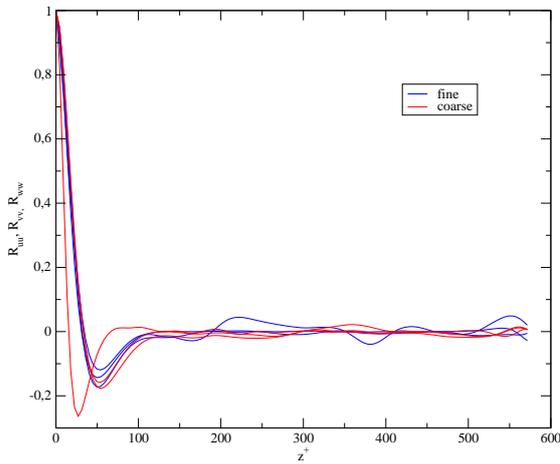
Per quanto riguarda l'analisi spettrale,  $k_x = \frac{2\pi x}{L_x}$  e  $k_z = \frac{2\pi z}{L_z}$  rappresentano il numero d'onda in direzione streamwise e spanwise. Osserviamo che la risoluzione della griglia è adeguata in quanto l'energia associata alle grandi scale è di molti ordini di grandezza superiore a quella associata alle piccole scale.



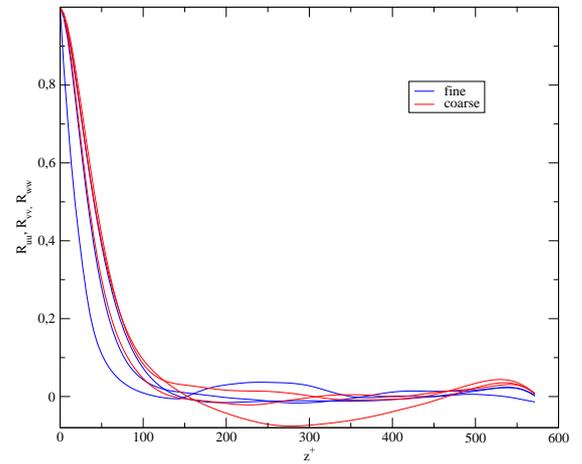
**Figura 4.7:** Correlazioni a due punti 1-D in direzione streamwise;  $y^+ = 5$



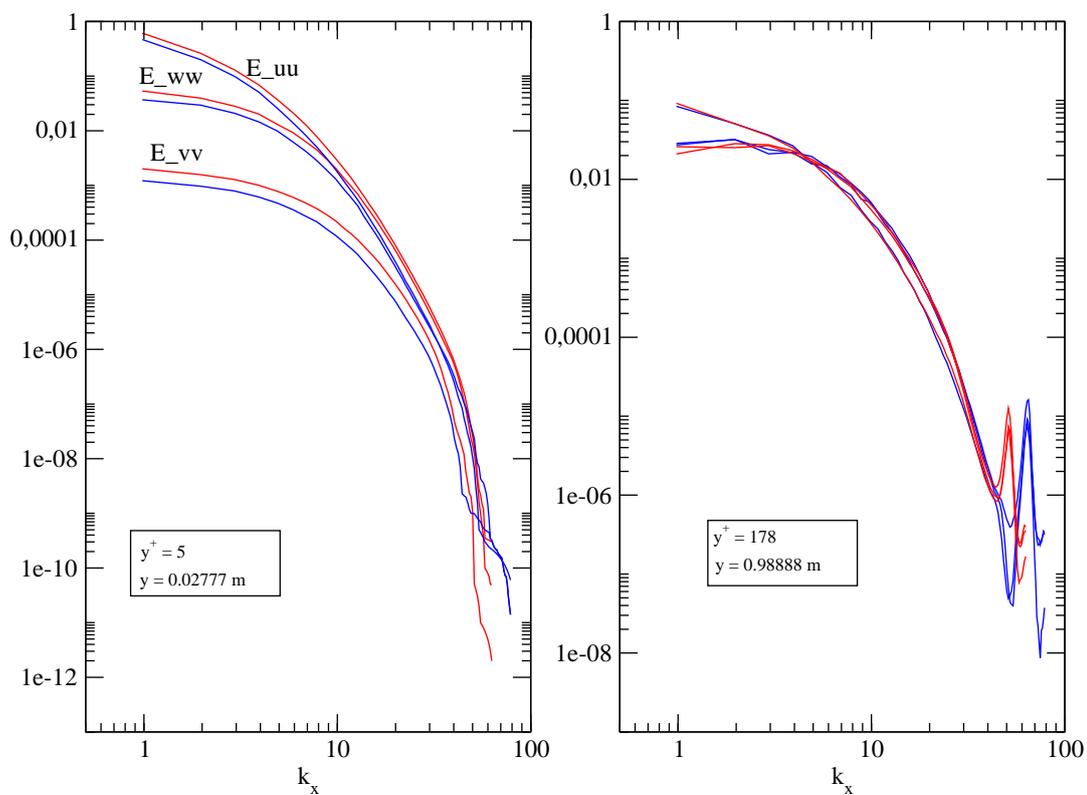
**Figura 4.8:** Correlazioni a due punti 1-D in direzione streamwise;  $y^+ = 178$



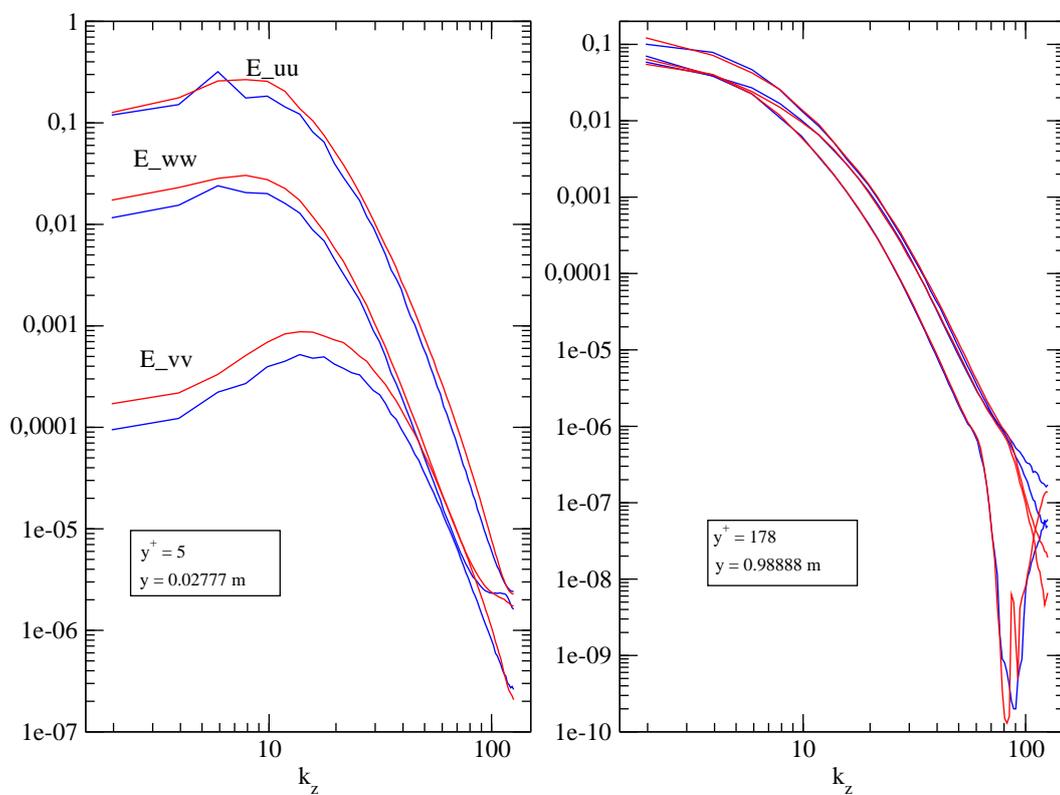
**Figura 4.9:** Correlazioni a due punti 1-D in direzione spanwise;  $y^+ = 5$



**Figura 4.10:** Correlazioni a due punti 1-D in direzione spanwise;  $y^+ = 178$



**Figura 4.11:** Spettri d'energia 1-D in direzione streamwise. Linea rossa mesh coarse, linea blu mesh fine



**Figura 4.12:** Spettri d'energia 1-D in direzione spanwise. Linea rossa mesh coarse, linea blu mesh fine

	DNS(coarse)	DNS (fine)	KIM	Dean
$u_m/ u_\tau$	15.884	15.8647	15.63	
Errore	(1.6%)	(0.9 %)	-	
$u_m/ u_\tau$	18.3198	18.3759	18.20	
Errore	(0.7%)	(0.4%)	-	
$u_c/ u_m$	1.1542	1.1587	1.16	1.1579

**Tabella 4.4:** Confronto velocità medie

### Profili medi

In figura 4.13 è riportato il profilo della velocità media ( $\overline{u^+}$ ) rispetto ad  $y^+$  confrontato con i risultati di letteratura. Le linee tratteggiate rappresentano la legge lineare e la legge logaritmica. Osserviamo che nel substrato viscoso,  $y^+ < 5$ , entrambi i risultati delle mesh bene approssimano questo andamento, mentre nella zona logaritmica,  $y^+ > 30$ , le simulazioni sovrastimano il valore della velocità. Si sottolinea comunque come i risultati siano in linea con quelli di Kawamura, i quali sovrastimano leggermente la velocità nella zona logaritmica.

A ridosso del centro canale i risultati sono invece in accordo con la legge logaritmica e i risultati di Kim.

Si fa comunque presente che la differenza con i dati di riferimento non è mai superiore a 1%.

Altre grandezze legate ai valori medi di velocità sono state indagate e confrontate con i dataset e le correlazioni esistenti. In particolare, in tabella 4.4, vengono riportati i valori della velocità media di bulk  $\overline{u_b}$  e della velocità a centro canale  $\overline{u_c}$ , confrontandoli con i dati di Kim e con la correlazione di Dean:

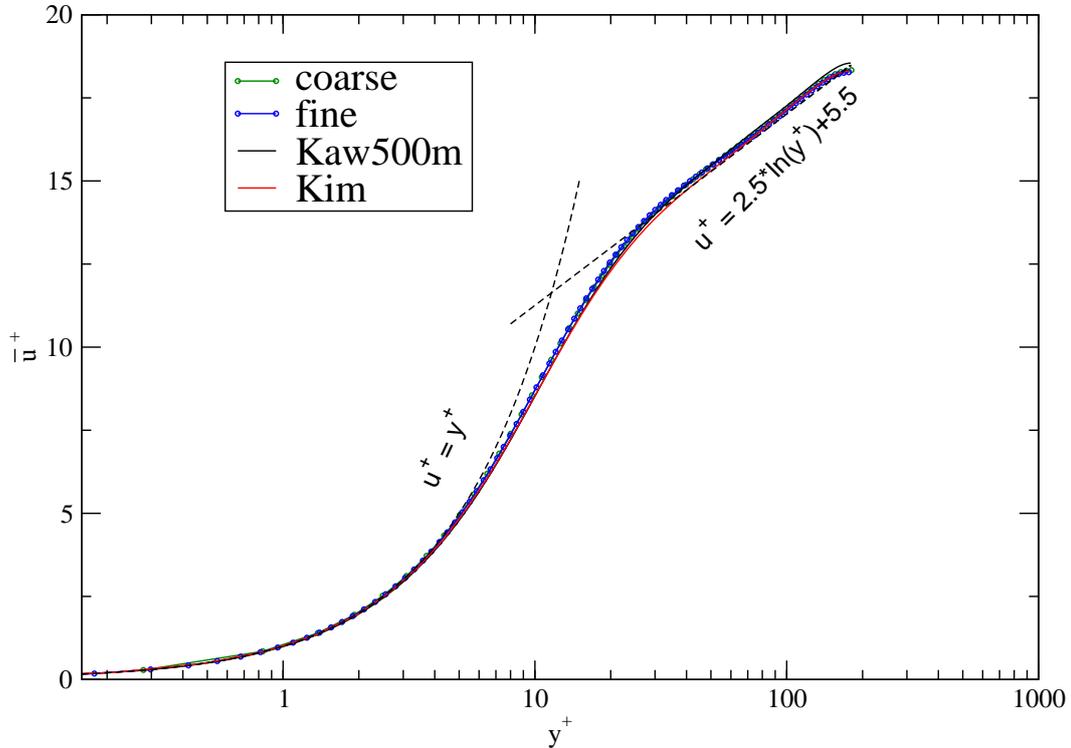
$$\frac{\overline{u_c}}{\overline{u_b}} = 1.28 Re_m^{-0.0116} \quad (4.5)$$

### Intensità turbolenta

L'intensità turbolenta,  $\overline{u'_i u'_i}$ , normalizzata rispetto a  $u_\tau$ , è riportata in figura 4.14. Per le componenti streamwise e normale della velocità, i risultati sono in buon accordo con i dati di letteratura, anche se si osserva una leggera differenza nella zona di buffer per  $w_{rms}^+$  fra i risultati e i dati di Kim.

Osserviamo che la mesh coarse sovrastima il picco di  $u_{rms}^+$ , mentre i risultati sulla mesh fine sono in buon accordo con Kim e Kawamura.

Si notano alcune differenze, seppur molto piccole, a centro canale. La tabella 4.5 confronta il massimo valore di  $u_{rms}^+$  ottenuto con quello di Kim e di Kawamura.



**Figura 4.13:** Profilo di  $\bar{u}^+$ . Confronto con i dati di letteratura

DNS(coarse)	DNS(fine)	Kim	Kaw500m
2.7586	2.73660	2.6581	2.6805

**Tabella 4.5:** Confronto massimo valore di  $u_{rms}^+$

### Sforzi di Reynolds

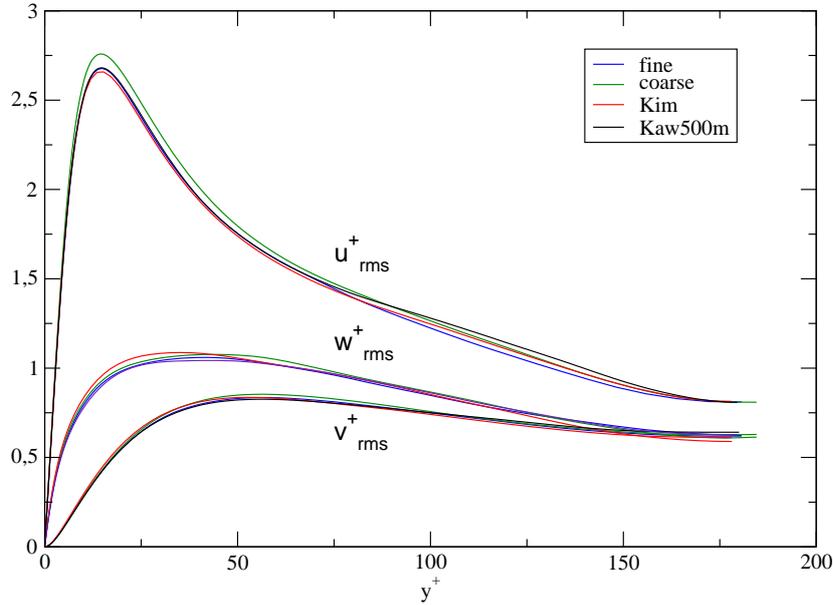
L'andamento dello sforzo di Reynolds è riportato in figura 4.15, mentre il valore dello sforzo totale in figura 4.16:

$$\tau_{tot} = -\rho \overline{u'v'} + \mu \left. \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|_{y=0}$$

che in un canale a lastre piane parallele completamente sviluppato ci si aspetta essere lineare e annullarsi in prossimità del centro canale. I risultati numerici dimostrano che questo si verifica nel nostro caso.

Per quanto riguarda lo sforzo di Reynolds invece, entrambe le simulazioni sovrastimano il valore massimo dello sforzo, che avviene a  $y^+ \simeq 30$  (del 3,8 % per la mesh coarse e del 2,5 % nel caso fine).

Osserviamo inoltre che con la mesh fine, da  $y^+ = 100$  i risultati sono in linea con i



**Figura 4.14:** Profili di  $u_{rms}^+, v_{rms}^+, w_{rms}^+$ . Confronto dati letteratura

dati in letteratura, mentre la mesh coarse continua a sovrastimare lo sforzo. Da questi risultati è possibile calcolare il valore effettivo dello sforzo a parete  $\tau_w$ , che, dato il valore imposto di  $\frac{dP}{dx}$ , ci si aspetta essere pari a  $1N/m^2$ . I valori calcolati sono invece pari a  $1.01N/m^2$  per la mesh fine e  $1.02N/m^2$  per la mesh coarse.

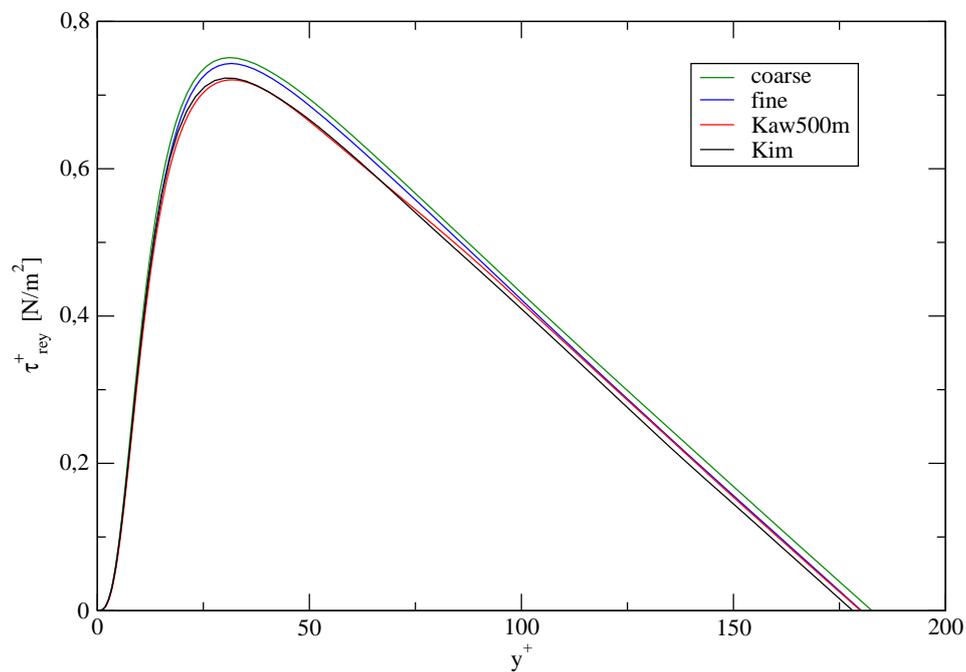
A posteriori dunque è possibile calcolare l'effettivo valore di  $Re_\tau$  utilizzato, rispettivamente pari a  $Re_\tau = 180.897$  e  $Re_\tau = 181.79$ .

Con i valori dello sforzo a parete e della velocità di bulk, è possibile calcolare il valore del coefficiente d'attrito  $C_f$  e confrontarlo con il valore ottenuto in Kim e con la seguente correlazione proposta da Dean:

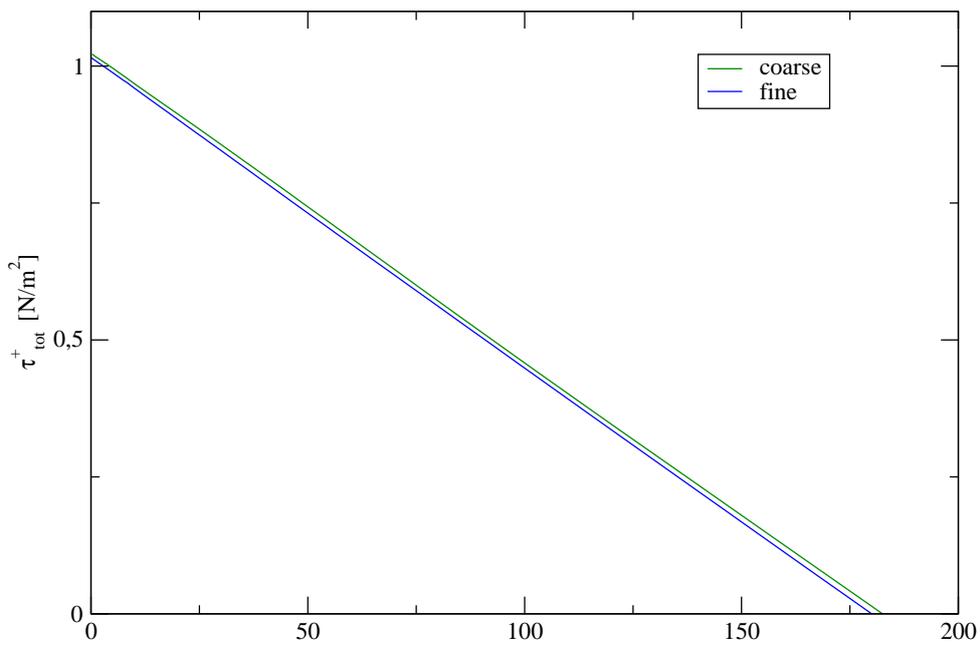
$$C_f = 0.073Re_b^{-0.25}$$

Si ottengono i seguenti risultati:

DNS (coarse)	DNS (fine)	Kim	Dean
8.085e-3	8.105e-3	8.18e-3	8.44e-3



**Figura 4.15:** Profilo sforzo di Reynolds. Confronto con i dati di letteratura.



**Figura 4.16:** Profilo dello sforzo totale.

### Energia cinetica turbolenta

Il profilo lungo la semi-altezza del canale dell'energia cinetica turbolenta  $k^+ = 0.5(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})/u_\tau^2$  è riportato in figura 4.17. La variazione nel tempo dell'energia cinetica turbolenta è descritta dalla seguente equazione:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} = - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{u' p'}}{\partial x_i}}_{(1)} - \underbrace{\frac{\partial \overline{k u'_i}}{\partial x_i}}_{(2)} + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 k}{\partial^2 x_j}}_{(3)} - \underbrace{\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}}_{(4)} - \underbrace{\nu \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_j}}_{(5)} \quad (4.6)$$

dove i termini (1)-(5) rappresentano rispettivamente:

1. La diffusione turbolenta di pressione
2. Il trasporto turbolento di  $k$
3. La diffusione molecolare di  $k$
4. La produzione di  $k$
5. La dissipazione di  $k$

Ogni termine è stato calcolato e indagato. I singoli risultati, confrontati con Kim e Kawamura, sono mostrati nelle figure 4.18- 4.22 per entrambe le mesh, mentre in figura 4.23 i risultati per la sola mesh fine sono mostrati tutti insieme e confrontati con Kim.

Per la diffusione turbolenta di pressione, figura 4.18, i risultati possono considerarsi soddisfacenti. Infatti, pur essendovi alcune differenze con i dati in letteratura, il ridotto valore numerico e le differenze stesse che intercorrono fra i dati di riferimento, possono giustificare un tale comportamento.

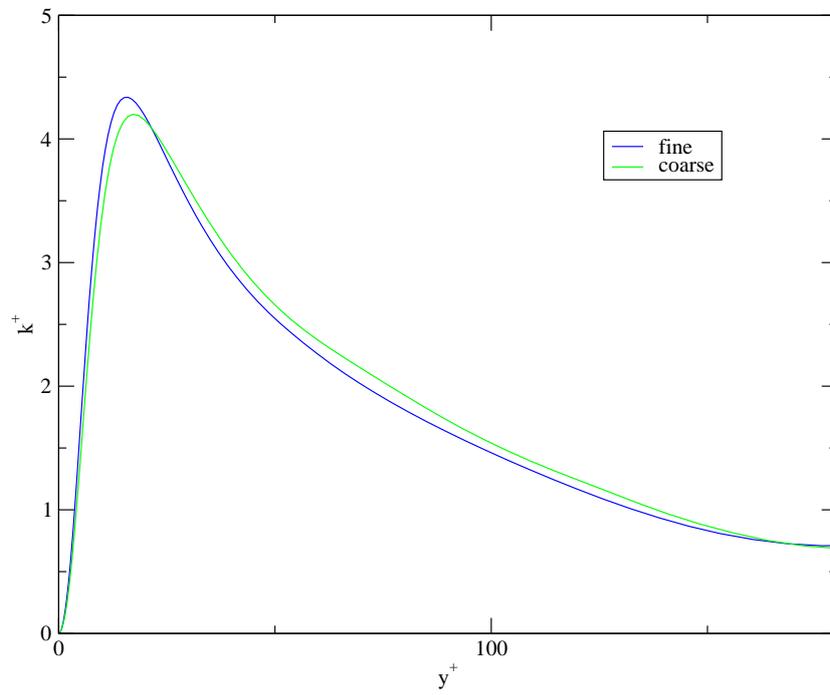
Per il trasporto turbolento, figura 4.19, l'andamento ottenuto coincide quasi ovunque con i valori di riferimento, anche se si osserva una leggera sovrastima dei punti stazionari (massimi e minimi).

I risultati per la diffusione molecolare (figura 4.20) invece sono in ottimo accordo.

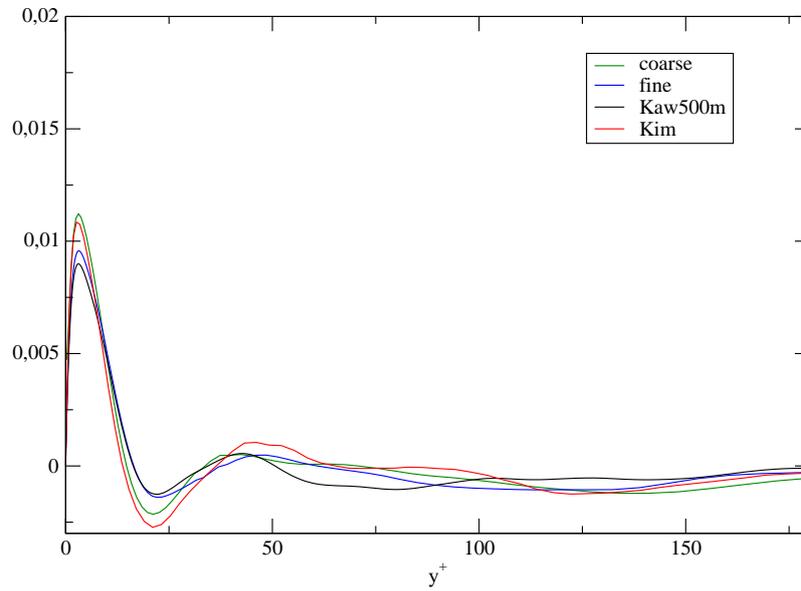
Anche i valori della produzione di energia cinetica turbolenta (4.21), vengono ben approssimati dalle simulazioni effettuate, osservando comunque una leggera differenza nel valore massimo.

Infine in figura 4.22 viene riportato l'andamento della dissipazione. I risultati mostrano un ottimo accordo con i dati di letteratura più lontano dalla parete. In prossimità della parete, invece entrambe le mesh mostrano una leggera sovraddissipazione, più marcata nel caso della mesh coarse. Osserviamo comunque che anche fra i dati di Kim e di

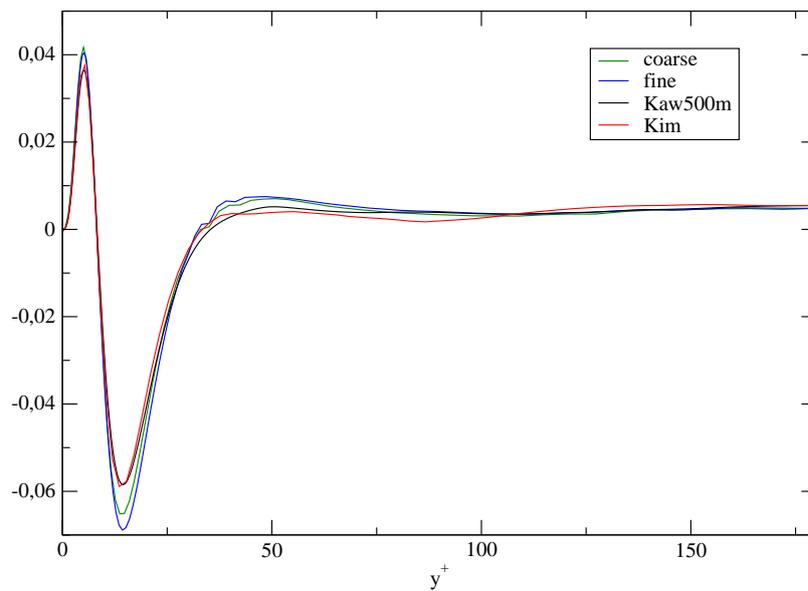
Kawamura si osserva la stessa differenza a parete.



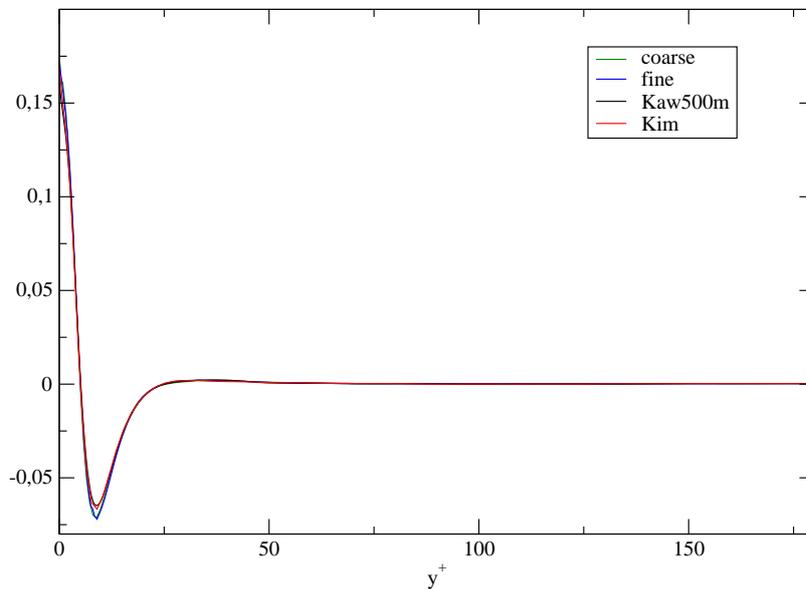
**Figura 4.17:** Profilo di energia cinetica turbolenta  $k$



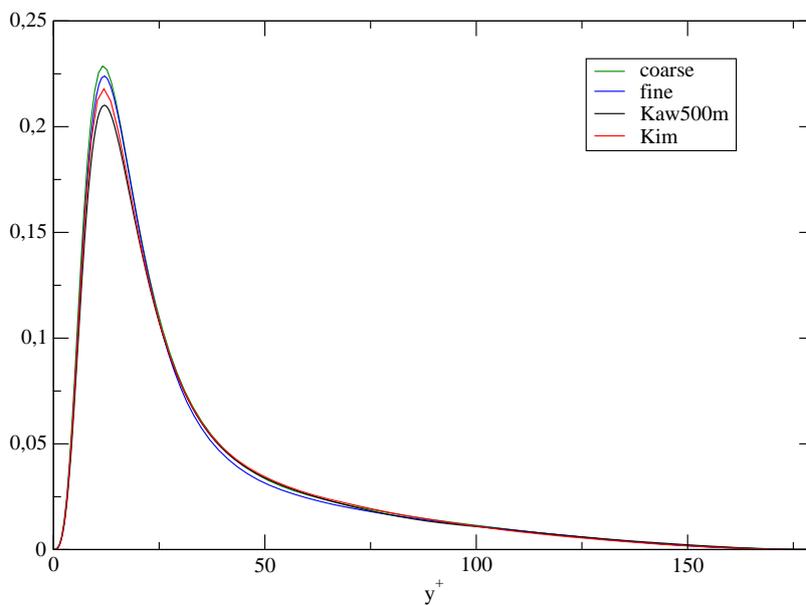
**Figura 4.18:** Diffusione turbolenta di pressione  $\left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{u'p'}}{\partial x_i}\right)^+$



**Figura 4.19:** Trasporto turbolento  $\left(-\frac{\partial \overline{ku_i}}{\partial x_i}\right)^+$



**Figura 4.20:** Diffusione molecolare  $\left( + \nu \frac{\partial^2 k}{\partial^2 x_j} \right)^+$



**Figura 4.21:** Produzione  $\left( - \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right)^+$

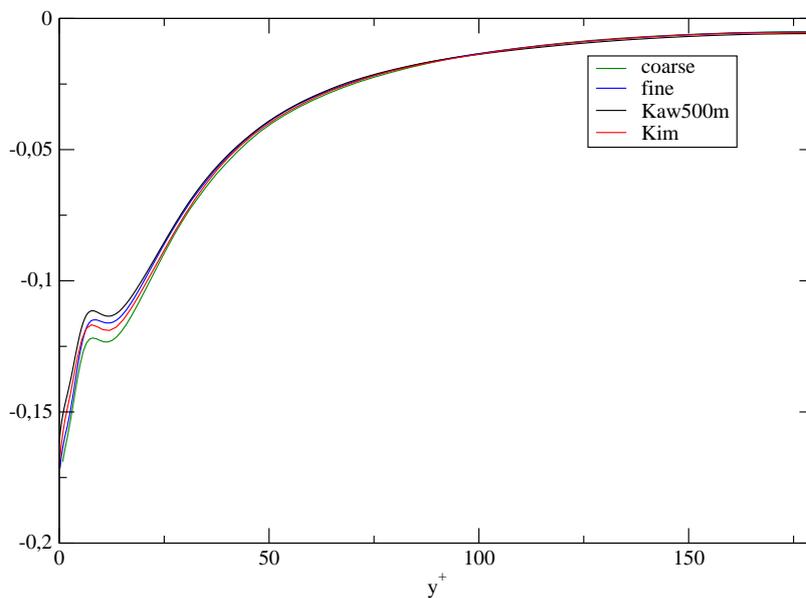


Figura 4.22: Dissipazione  $(-\nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j})^+$

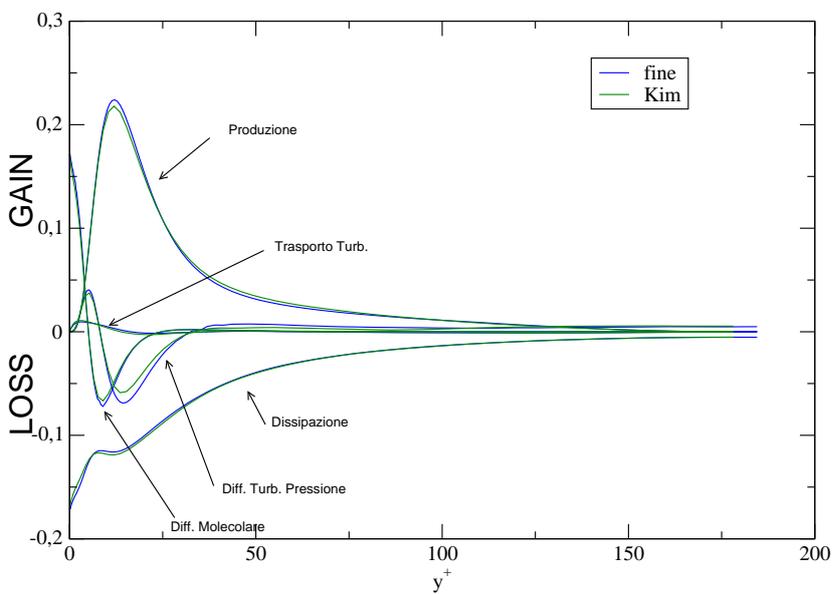


Figura 4.23: Budget totale di  $k^+$ . Confronto con Kim

$k$	$1 \frac{W}{m^2 K}$
$C_p$	$180 \frac{kJ}{kgK}$
$q''$	$180 \frac{W}{m^2}$
$Pr$	1
$T_\tau$	1

**Tabella 4.6:** Parametri fisici per il campo di temperatura

### 4.4.3 Campo di temperatura

Il campo di temperatura, o meglio per la grandezza  $\theta$ , è calcolato risolvendo l'equazione (2.40), ottenendo quindi i valori di  $\theta$  lungo tutta l'altezza del canale. In questo contesto, oltre al valor medio di  $\theta$  e la sua deviazione standard, sono stati valutati anche i trasporti turbolenti, i.e.  $\overline{v'\theta'}$  e  $\overline{u'\theta'}$ .

I risultati sono adimensionalizzati usando  $u_\tau$  e  $T_\tau$ . I risultati sono confrontati con i risultati di Kawamura, ottenuti imponendo flusso termico areico imposto sulle pareti e utilizzando la seguente mesh

Nome	$Lx \times Ly \times Lz$	$Nx \times Ny \times Nz$	$\Delta y^+ _{wall}$	Nodi
Kaw250m	$6.4\delta \times 3.2\delta \times 2\delta$	$1024 \times 480 \times 512$	0.050	251658240

Non sono disponibili altri risultati per il campo di temperatura su mesh e con condizioni al contorno differenti.

I parametri utilizzati sono riportati in tabella 4.6.

Si ricorda che per l'equazione dello scalare non è possibile utilizzare schemi non iterativi (NITA). Per questo motivo si utilizza uno schema iterativo e il legame pressione-velocità è risolto con il SIMPLE (il numero di iterazioni interne ad ogni timestep è pari a 8).

Infine, vengono confrontate le prestazioni utilizzando come schema di discretizzazione un SOU e il CDS-LO.

Utilizzando lo schema CDS-HO invece sono stati riscontrati alcuni problemi di instabilità che non hanno permesso di ottenere risultati soddisfacenti.

In figura 4.24 sono riportati i risultati ottenuti per l'andamento di  $\theta^+$  sulla mesh fine. Si ottengono buoni risultati fino a centro canale, dove si osserva una sovrastima della temperatura.

In figura 4.25 invece è riportato l'andamento della deviazione standard della temperatura. Anche qui si osserva una leggera sovrastima rispetto al caso di riferimento.

Le figure 4.26 e 4.27 mostrano i risultati per il trasporto turbolento della temperatura. Osserviamo che i risultati sono in ottimo accordo con i dati in letteratura. Solo il SOU nel trasporto di  $\theta^+$  in direzione normale sovrastima leggermente il valore massimo.

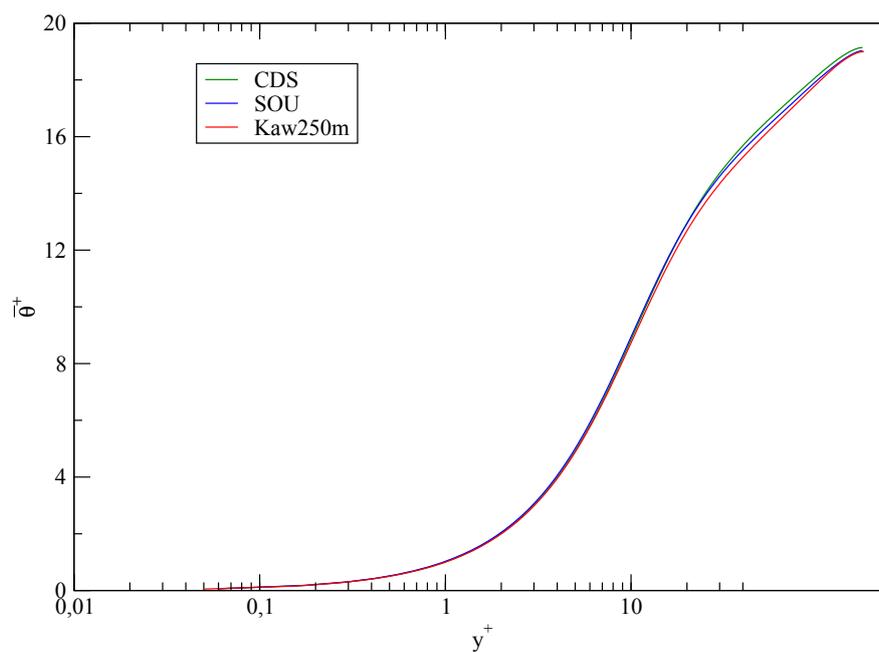
CDS_fine	SOU_fine	Kaw250m
20.76	20.928	21.07

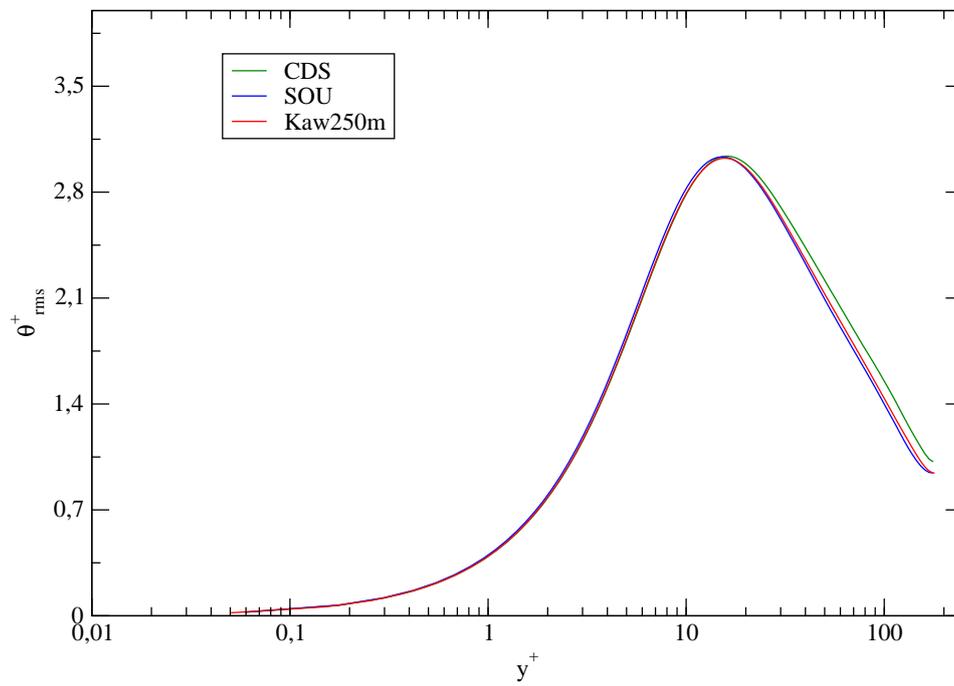
**Tabella 4.7:** Valori di Nusselt calcolati

Questi risultati mostrano che per il campo di temperatura si ottengono buoni risultati sia con lo schema SOU che con lo schema CDS-LO. Si riportano infine i valori del numero di Nusselt (tabella 4.7), così calcolato:

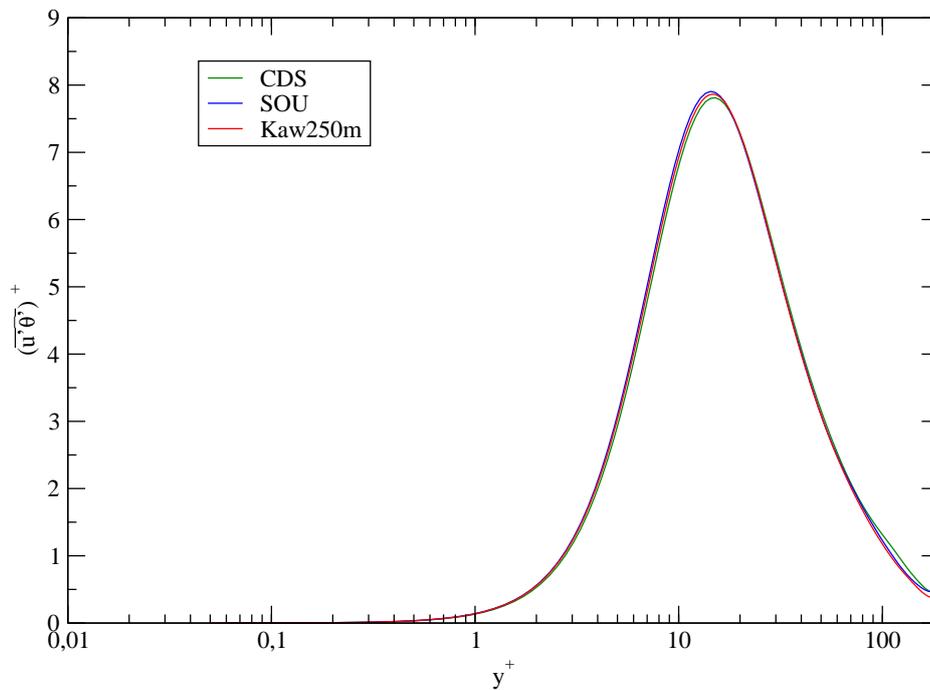
$$Nu_\delta = \frac{2Re_\tau Pr}{\langle \theta_b \rangle} \quad (4.7)$$

I risultati ottenuti sono in accordo con il riferimento, con un errore massimo del 1,4%.

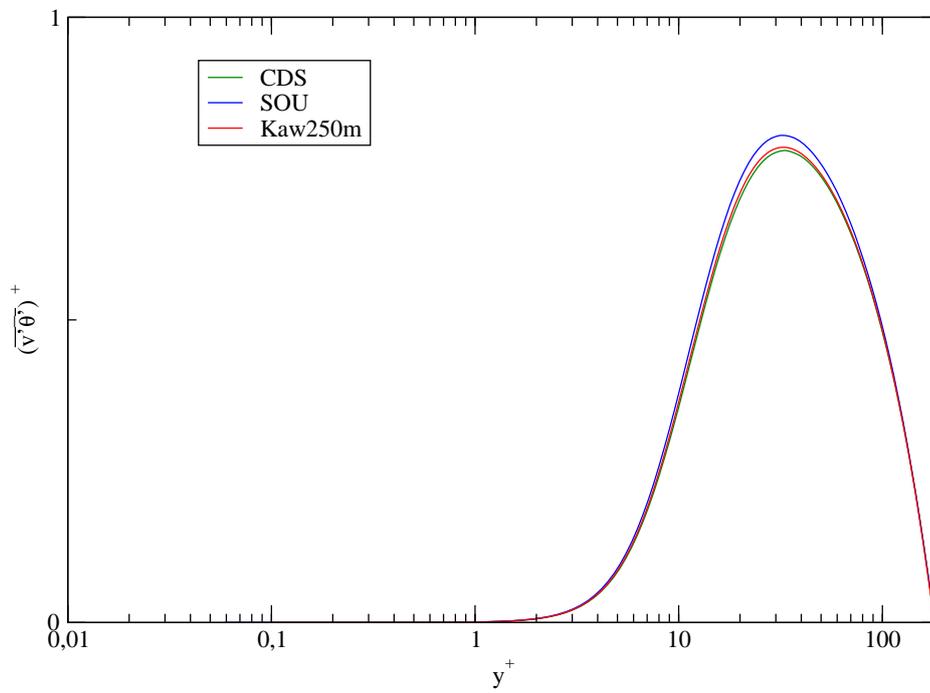
**Figura 4.24:** Profilo di  $\theta^+$  sulla mesh fine. Confronto con Kawamura 250m.



**Figura 4.25:** Profilo di  $\theta_{rms}^+$  sulla mesh fine. Confronto con Kawamura 250m.



**Figura 4.26:** Profilo di  $(\overline{u'\theta'})^+$  sulla mesh fine. Confronto con Kawamura 250m.



**Figura 4.27:** Profilo di  $(\overline{v'\theta'})^+$  sulla mesh fine. Confronto con Kawamura 250m

# Capitolo 5

## Il canale corrugato

In questo capitolo vengono presentati tutti i risultati numerici ottenuti sul canale corrugato.

Inizialmente verranno riportati i parametri e la mesh utilizzata per le simulazioni, si introdurranno poi i risultati del campo di moto e di temperatura. Per entrambi verrà fatto un confronto sistematico con le simulazioni RANS.

### 5.1 Pre-processing DNS

#### Geometria e proprietà termofisiche

In tabella 5.1 vengono riportati tutti i parametri termo-fisici e geometrici usati per queste simulazioni.

Dominio		Fluido	
Lx	22 mm	$\rho$	1.193 kg/m <sup>3</sup>
Ly	12 mm	$\mu$	1.85e-5 Pa · s
Lz	19 mm	$c_p$	1005 J/kgK
e	2mm	$k$	0.0262 W/mK
p/e	10	$q''$	5290 W/m <sup>2</sup>

**Tabella 5.1:** Riassunto parametri geometrici e fisici

La scelta della geometria, delle proprietà termo-fisiche e del flusso termico areico rispecchiano l'effettivo canale utilizzato nelle prove sperimentali condotte presso il laboratorio *ThermaLab* del dipartimento di Energia del Politecnico di Milano.

Secondo con la classificazione fatta nel capitolo 1, risulta una rugosità di tipo k.

## Mesh di calcolo

La mesh di calcolo è stata costruita seguendo lo schema proposto da Cui in [14] (figura 1.15). In figura 5.1 è riportata la mesh bidimensionale su un piano a  $z$  costante. La griglia è più fitta intorno al rib e in prossimità delle pareti del canale, mentre aumenta il passo allontanandosi da quest'ultimi. Nella cavità fra i due ribs, la mesh è molto fitta, dato che, come si è osservato nei casi in letteratura, in quella regione si creano le strutture vorticose più importanti ed è quindi necessaria una maggior accuratezza. A centro canale la mesh è invece più lasca non essendo quella regione fortemente influenzata dalla presenza dei ribs. In direzione spanwise la mesh è uniforme. I parametri caratteristici della mesh, indicati in figura 5.3 e 5.4, sono:

- $\Delta x_1$ : il passo in direzione  $x$  sulla parete superiore dei ribs, mantenuto costante
- $\Delta y_1$ : distanza del primo nodo dalla parete superiore del rib
- $\Delta x_2$  lato: distanza del primo nodo dalle pareti laterali del ribs
- $\Delta y_2$ : distanza del primo nodo dalle pareti del canale
- $SR_1$ : fattore di "stretching" usato in direzione normale alle pareti (sia partendo dalle pareti laterali del ribs sia partendo dalle pareti del canale)
- $SR_2$ : fattore di "stretching" usato in direzione normale alla parete superiore del ribs, per estendere la mesh a tutto il canale.
- max: massima distanza fra due nodi.
- $\Delta z$ : passo in direzione spanwise

In figura 5.2 viene mostrato un ingrandimento della mesh in prossimità del rib.

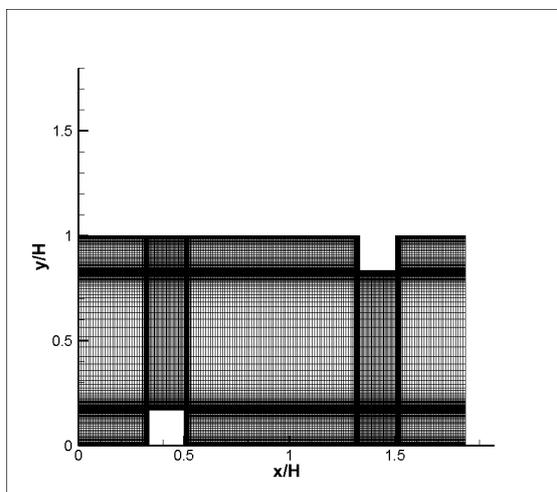


Figura 5.1: Griglia di calcolo

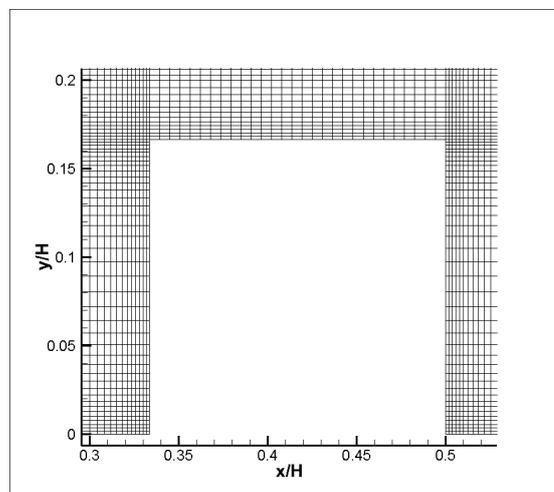


Figura 5.2: Ingrandimento griglia intorno al rib

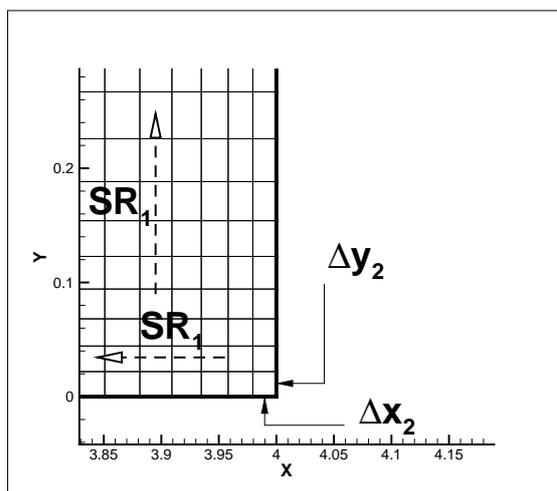


Figura 5.3: Dettaglio della mesh di calcolo: in prossimità della parete a monte del rib

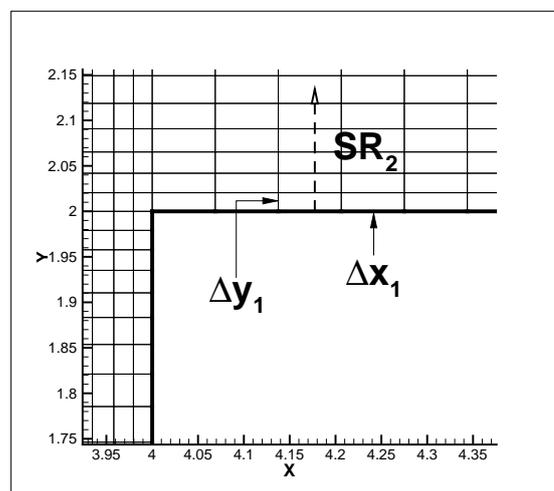


Figura 5.4: Dettaglio della mesh di calcolo: in prossimità della parete superiore del rib

Utilizzando i parametri riportati in tabella 5.2 si ottiene una mesh in cui il numero totale di volumi finiti è pari a 3'713'664. Queste scelte sono state fatte riscaldando in maniera opportuna i passi di griglia usati nella mesh fine del canale a lastre piane,

$\Delta x_1$ top	0.0103125
$\Delta y_1$ top	0.020625
$\Delta x_2$ lato	0.02062
$\Delta y_2$	0.034375
$SR_1$	1.1
$SR_2$	1.2
max	1
$\Delta z$	0.15

**Tabella 5.2:** Parametri mesh di calcolo. Misure espresse in millimetri

A posteriori, nota la velocità d'attrito a parete  $u_\tau$  locale, è stato valutato il valore di  $y^+$  per validare la mesh utilizzata.

L'andamento lungo la parete di fondo è riportato in figura 5.5, dove si osserva che varia fra un valore minimo di 0.00177 ad un valore massimo di 0.12. Il valore medio invece è pari a 0.05 e coincide con il valore di  $y^+$  usato da Kim nella DNS sul canale a lastre piane.

Infine, per valutare se le dimensioni del dominio fossero adeguate, sia in direzione spanwise che in direzione streamwise, si è studiato l'andamento della correlazione a due punti monodimensionale a centro canale ( $y/H = 0.5$ ). I risultati, mostrati in figura 5.6 e 5.7, evidenziano l'adeguatezza delle scelte fatte, in quanto il valore della correlazione tende a zero all'aumentare della distanza fra i punti.

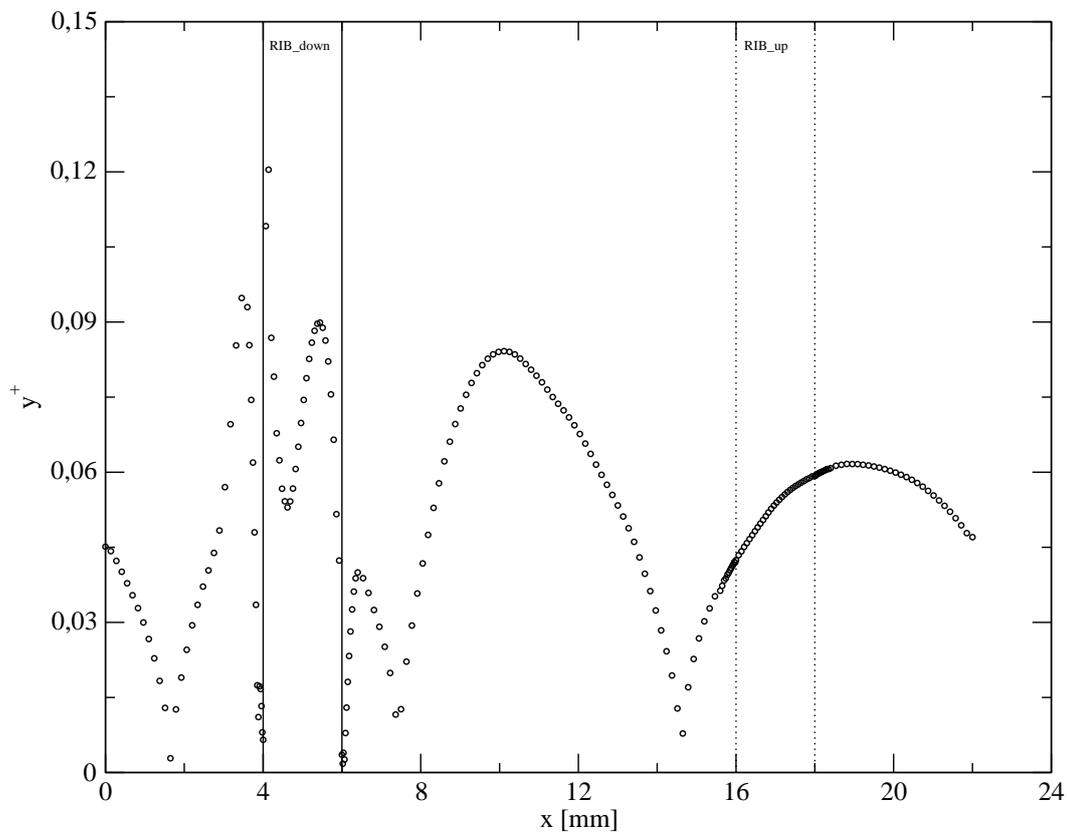


Figura 5.5: Profilo di  $y^+$  lungo il canale

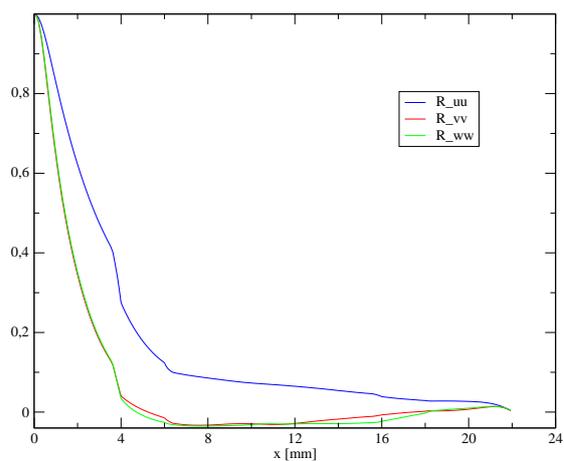


Figura 5.6: Correlazioni a due punti 1-D in direzione streamwise  $y/H = 0.5$

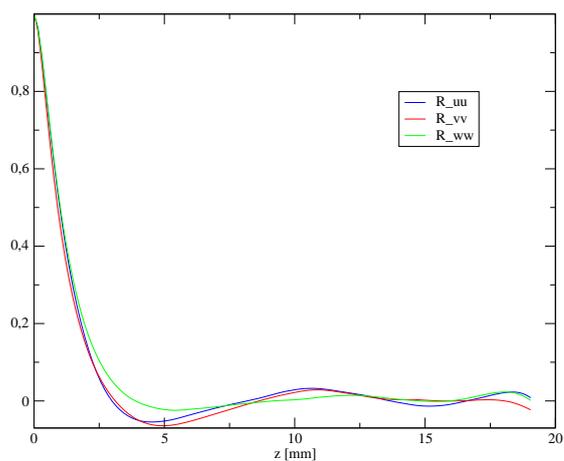


Figura 5.7: Correlazioni a due punti 1-D in direzione spanwise  $y/H = 0.5$

## Condizione iniziale

Il campo di moto iniziale si ottiene da una simulazione RANS, modello  $k - \epsilon$ , su una mesh più lasca (stessa tipologia di griglia, 650240 celle).

A questo viene poi imposta una perturbazione, la cui natura è identica a quella utilizzata per il canale a lastre piane parallele (equazione (4.1)), chiaramente riscalata rispetto alle nuove dimensioni del dominio.

La scelta di questa condizione iniziale ha permesso di raggiungere molto più velocemente lo stato statisticamente stazionario.

## Condizioni fluidodinamiche

Tutte le simulazioni vengono condotte a  $Re_b = 4174$ , al quale corrisponde una velocità di bulk, calcolata sulla sezione di ingresso, pari a 5.39 m/s.

Il valore un pò particolare di questo  $Re_b$  è dovuto al caso sperimentale in cui si fissa una portata massica d'ingresso che porta il sistema ad operare a queste condizioni.

Anche in questo contesto sono state utilizzate condizioni al contorno periodiche sia in direzione streamwise che in direzione spanwise.

A differenza del caso sul canale piano, non è possibile stabilire a priori il valore del gradiente di  $\beta$  necessario affinché il numero di Reynolds fosse quello desiderato. Per questo motivo sono state condotte varie prove, sempre usando un modello RANS su una mesh lasca, per stimarne il valore corretto.

Il valore del gradiente di pressione  $\beta$ , necessario per ottenere un tale regime di moto, è stato fissato a  $-450 Pa/m$ .

## 5.2 Risoluzione DNS

I metodi scelti per la simulazione numerica sono identici a quelli usati per il canale a lastre piane parallele.

Pressure-velocity coupling	Fractional Steps
Transient formulation	non iterative method 2nd order
Gradient	Least Squares Cell-Based
Pressure	Second Order
Momentum	Central Scheme (High Order)

**Tabella 5.3:** Metodi risolutivi

In tutte le simulazioni il valore di  $\Delta t$  è pari a  $1e^{-5}$ .

Questo valore è stato ottenuto riscaldando il valore usato nel canale piano ( $1e^{-3}$ ).

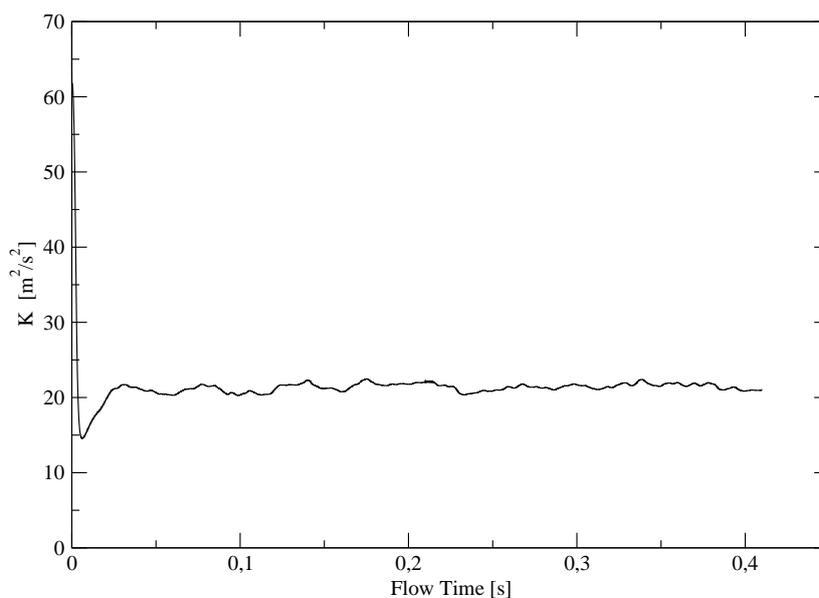
In particolare si è scelto  $\Delta t$  in modo da avere lo stesso rapporto fra lo spazio percorso dal fluido in una iterazione e la lunghezza streamwise del dominio

$$\left(\frac{\Delta x_{ite}}{L_x}\right)_{rib} = \left(\frac{\Delta x_{ite}}{L_x}\right)_{ChannelFlow} \quad (5.1)$$

dove  $\Delta x_{ite}$  è ottenuto dalla velocità di bulk:

$$\Delta x_{ite} = u_b \Delta t \quad (5.2)$$

Per valutare il raggiungimento di un stato statisticamente stazionario, sono stati usati gli stessi parametri di controllo del canale a lastre piane parallele.



**Figura 5.8:** Andamento energia cinetica media

Come si vede bene in figura 5.8, partendo da una soluzione RANS perturbata, si raggiunge molto più velocemente lo stato statisticamente stazionario rispetto al caso test sul canale piano. Infatti nel canale corrugato sono necessari circa 0,1 s, pari a 10'000 iterazioni, mentre per il canale a lastre piane erano necessari circa 40 s, pari a 40'000 timestep.

## 5.3 Pre-Processing RANS

### Geometria e proprietà termofisiche

Le proprietà termofisiche e i parametri geometrici utilizzati sono ovviamente uguali a quelli usati nella DNS.

Si fa notare però che in questo caso le simulazioni sono condotte su un dominio bi-dimensionale.

Come descritto nella sezione 1.3.4 diversi autori in letteratura concordano sul fatto che non vi siano differenze sostanziali fra le soluzioni ottenute su domini tri-dimensionali e domini bi-dimensionali per canali con elevati rapporti larghezza/altezza.

### Mesh di calcolo

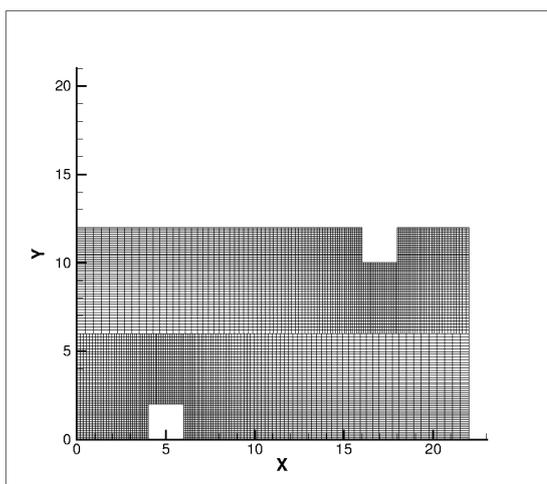
La mesh utilizzata per le simulazioni RANS è costruita con un approccio leggermente diverso rispetto alla mesh per la DNS.

Un esempio di tale griglia è riportato in figura 5.9.

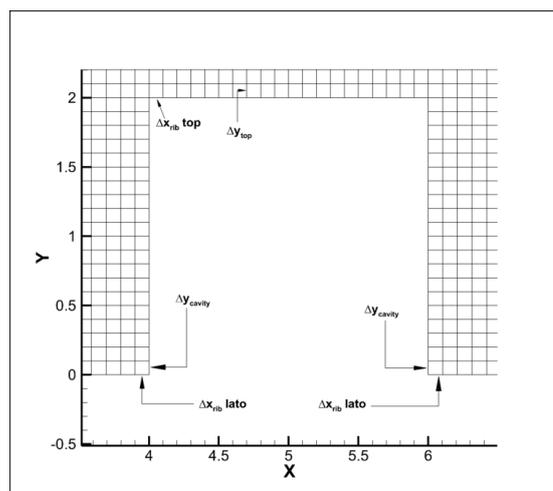
In questo caso si utilizza una mesh non conforme che divide, attraverso un interfaccia, il canale in due zone lungo la sua semialtezza.

La mesh è uniforme in direzione normale alla parete nella cavità fra i due *ribs*, mentre dalla parete superiore del *rib*, fino a metà canale, la dimensione delle celle aumenta utilizzando un fattore di stretching. In direzione streamwise le celle aumentano la loro grandezza man mano che si allontana dalle pareti dei *ribs*. In entrambe le direzioni la grandezza delle celle è limitata da un valore massimo. I parametri necessari, mostrati in figura 5.10, sono:

- $\Delta x_{rib\text{ lato}}$ : distanza del primo nodo dalla parete laterale del *rib* .
- $\Delta y_{cavity}$ : distanza del primo nodo dalla parete del canale.
- $\Delta x_{rib\text{ top}}$ : distanza del primo nodo in direzione  $x$  sulla parete superiore del *rib* .
- $\Delta y_{top}$ : distanza del primo nodo in direzione normale alla parete superiore del *rib* .
- $SR$ : succesive ratio usato in tutti i casi in cui la dimensione delle celle aumenta allontanandosi da parete.
- $max$ : massima dimensione di una cella.



**Figura 5.9:** Griglia di calcolo RANS



**Figura 5.10:** Ingrandimento griglia intorno al *rib*

	coarse	medium	fine
$\Delta x_{rib}$	0.2	0.1	0.05
$\Delta y_{rib}$	0.2	0.1	0.05
$\Delta x_{rib}$	0.2	0.1	0.05
$\Delta y$	0.2	0.1	0.05
$SR$	1.05	1.025	1.0125

**Tabella 5.4:** Parametri mesh di calcolo. Misure espresse in millimetri

In questo lavoro, nell'ottica di effettuare uno studio dell'adeguatezza della griglia di calcolo usate, sono state utilizzate 3 mesh con diversi valori dei parametri, riassunte nella tabella 5.4.

Nel capitolo successivo verrà mostrato come utilizzare le soluzioni ottenute su queste 3 griglie per calcolare un indice di convergenza dei risultati (Grid Convergence Index).

## Condizione iniziale

Il campo di moto iniziale è fissato uniforme in tutto il dominio e pari alla velocità di bulk in ingresso, ovvero  $5.39 \text{ m/s}$ .

## Condizioni fluidodinamiche

Anche le condizioni fluidodinamiche sono identiche al caso della DNS. Condizioni periodiche sono state utilizzate in ingresso e in uscita e il gradiente di pressione in

direzione streamwise è pari a  $-450 \text{ Pa}/m$ .

## 5.4 Risoluzione RANS

Per queste simulazioni sono state fatte queste scelte numeriche.

Pressure-velocity coupling	SIMPLE
Gradient Pressure	Least Squares Cell-Based Standard
Momentum	Second Order Upwind
Turbulence Model Equations	Second Order Upwind

**Tabella 5.5:** Metodi risolutivi

La convergenza è stata valutata monitorando l'andamento dei residui e del coefficiente d'attrito  $C_f$  mediato sulle pareti del canale.

## 5.5 Post-Processing

In questa sezione si riportano e si analizzano tutti i risultati ottenuti dalle simulazioni effettuate ed è così organizzato: nella sezione 5.5.1 sono riportati i risultati ottenuti per il campo di moto ottenuto dalla simulazione DNS, successivamente, sezione 5.5.2, si effettua un confronto fra la soluzione del campo di moto DNS e i modelli RANS .

Infine nella sezione 5.5.3 si riportano i risultati per il campo di temperatura che poi sono confrontati con i modelli RANS nella sezione 5.5.4.

Per le simulazioni DNS i risultati sono stati campionati su un intervallo di  $0.12s$ , che corrispondono a 30 passaggi di fluido all'interno del canale. I risultati sono successivamente mediati in direzione spanwise utilizzando un'apposita UDF illustrata in B.4.

### 5.5.1 Campo di moto DNS

In questa sezione vengono esposti i risultati del campo di moto ottenuto con la simulazione DNS.

#### Campo di velocità e di pressione

In figura 5.11 e 5.12 sono riportati rispettivamente i campi della componente streamwise e normale della velocità media nel tempo, scalati rispetto alla velocità di bulk.

In figura 5.13 e 5.14 invece vengono riportati i profili lungo l'altezza del canale delle stesse componenti della velocità per differenti valori della coordinata  $x$  ( $x = 0, 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 22 \text{ mm}$ ).

I risultati sono scalati rispetto alla velocità di bulk.

La presenza dell'ostacolo tende a far accelerare il fluido, come si evince dal profilo di  $u/u_b$ . Nella zona sottovento e sopravvento al *rib* si osservano valori negativi di  $u/u_b$ , a causa dell'inversione del moto del fluido, dovuta al distacco dello strato limite a monte e alla presenza di una zona di ricircolo a valle dell'ostacolo.

Per quanto riguarda la componente normale della velocità si fa notare come il valore sia alto nei pressi del *rib*, dove il fluido devia verso l'alto, mentre tende ad essere prossimo a zero nella cavità, o comunque molto inferiore alla velocità di riferimento. Si osserva infine che la presenza dell'ostacolo influenza il valore della componente  $v$  in una regione che si estende al di sopra del *rib* ben oltre il centro canale. Questo implica che la presenza dell'ostacolo su una parete influenza il moto nella cavità fra i due *rib* sulla parete opposta.

In figura 5.15 viene mostrato l'andamento del coefficiente di pressione  $C_p$

$$C_p = \frac{p - p_{ref}}{0.5\rho u_b^2} \quad (5.3)$$

La pressione di riferimento è presa alle coordinate  $(x, y) = (0, 0)$ .

Due grandi zone ad alta pressione si trovano a monte dei due *rib*, mentre a valle di essi si forma una vasta zona di depressione, che si estende nella prima parte della cavità. Il valore della pressione sul fondo torna al valore di riferimento solo ad una distanza dal *rib* pari a  $x/e = 5.4$  ovvero quasi a metà fra i due ostacoli sulla stessa parete.

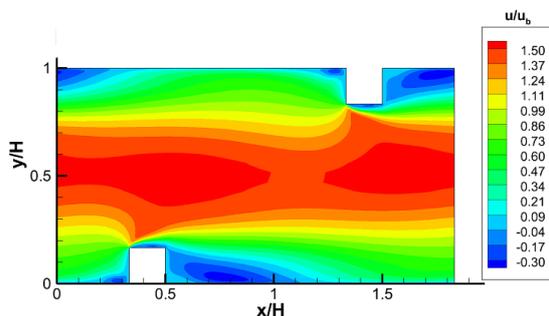


Figura 5.11: Velocità media streamwise,  $u$ .

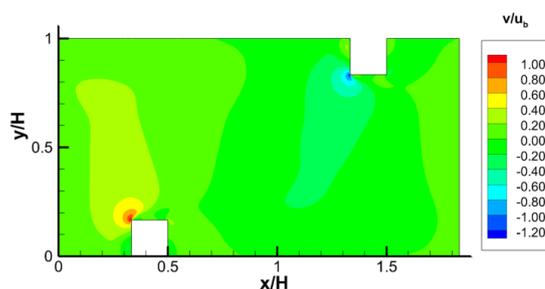
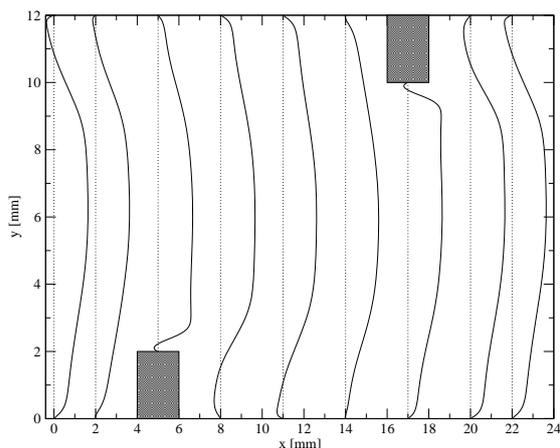
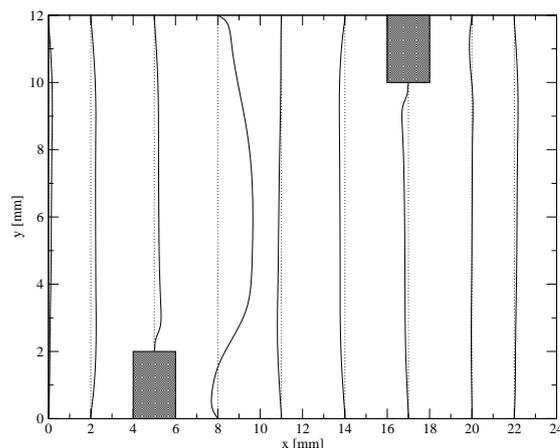


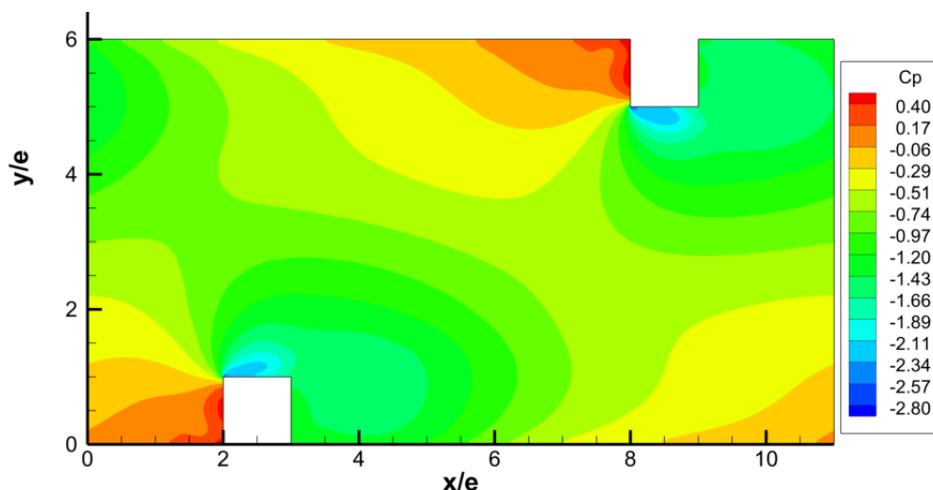
Figura 5.12: Velocità media normale,  $v$ .



**Figura 5.13:** Profili della componente streamwise della velocità a diverse  $x$



**Figura 5.14:** Profili della componente normale della velocità a diverse  $x$



**Figura 5.15:** Profilo del coefficiente di pressione,  $C_p$

L'analisi della velocità ha evidenziato che in prossimità dell'ostacolo si originano fenomeni di distacco dello strato limite ed inversione della direzione del moto, che segnalano la presenza di zone di ricircolo del fluido.

Per meglio analizzare questi fenomeni, si analizzano le linee di corrente su un piano  $xy$ . Come si osserva dalla figura 5.16, la simulazione ha evidenziato la generazione delle quattro strutture coerenti osservate sia sperimentalmente che numericamente in letteratura.

Osserviamo che i vortici V1 (angolo in basso a monte del *rib*), V2 (sopra il *rib*) e V4 (vortice principale nella cavità) ruotano in senso orario, mentre il vortice V3 (angolo in basso a valle del *rib*) ruota in senso antiorario.

Da subito si conferma quanto previsto per rugosità di tipo  $k$  ( $k$ -roughness), ovvero che il moto all'interno della cavità tende ad influenzare il moto a centro canale. Il vortice principale a valle infatti si estende leggermente al di sopra del *rib*, costringendo il

flusso a deviare verso l'alto (o verso il basso), modificando il suo percorso altrimenti rettilineo.

Nelle figure 5.17-5.18 vengono mostrate più nel dettaglio queste strutture, assieme al campo del modulo della velocità nel piano ( $\sqrt{u^2 + v^2}/u_b$ ).

Si nota come tutti i vortici, sia quelli più piccoli che quello centrale sono caratterizzati da una velocità molto ridotta rispetto al moto medio. Sulla parete superiore dell'ostacolo, il vortice occupa la quasi totalità dello spazio disponibile. Sullo spigolo superiore a valle del *rib* parte del fluido che si trova nella cavità tende a risalire fino alla parete dell'ostacolo ed alimentare il vortice sovrastante.

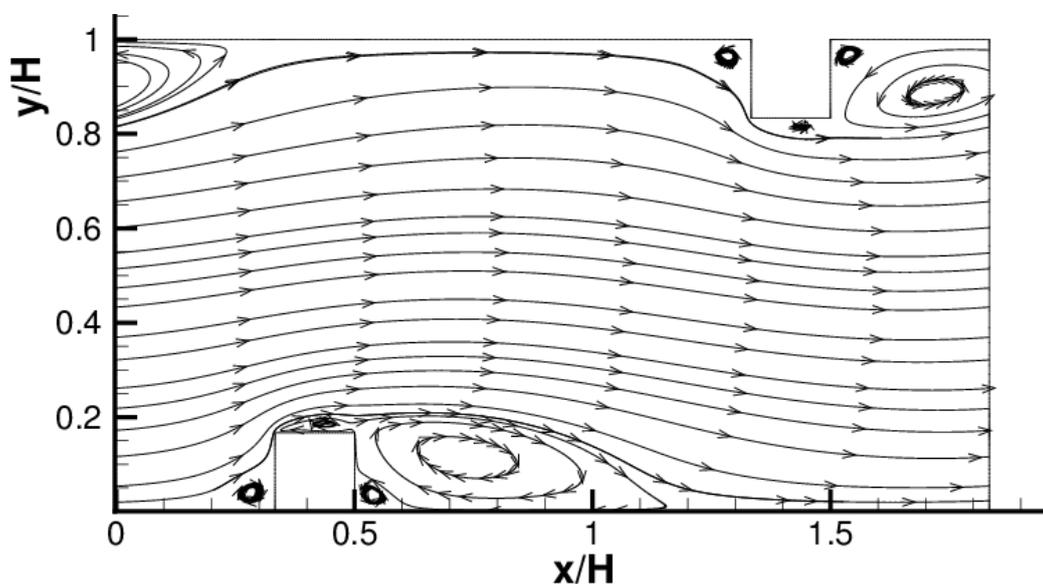


Figura 5.16: Linee di corrente nel canale sul piano  $xy$ .

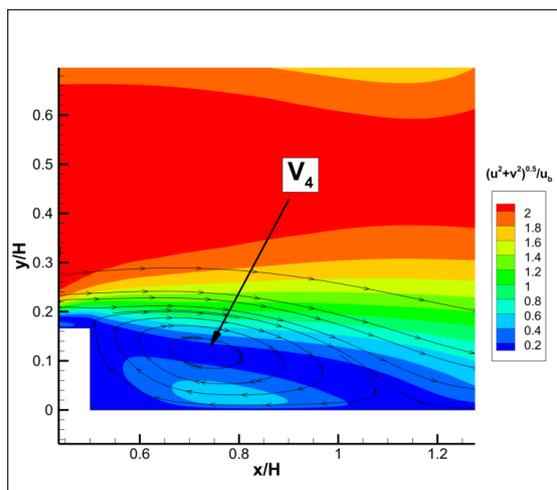


Figura 5.17: Vortice nella cavità

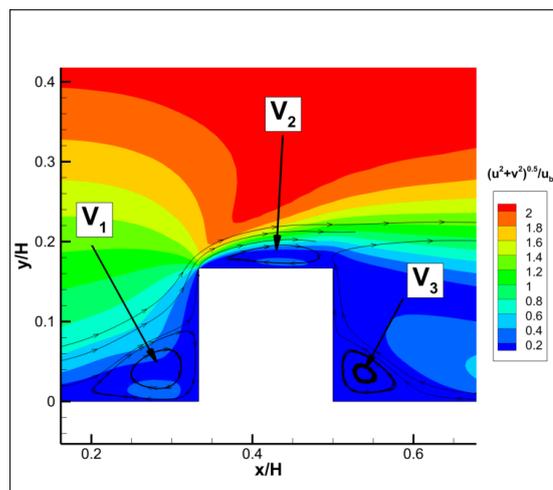
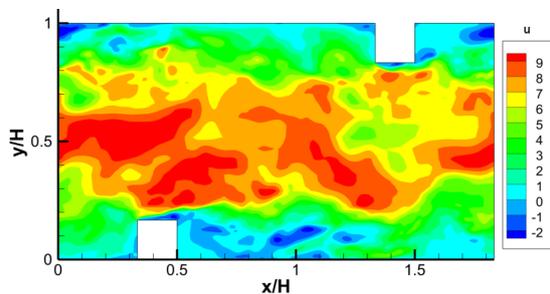
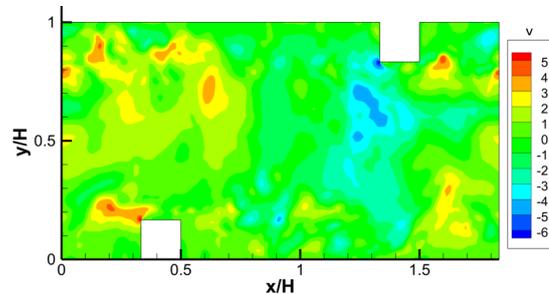


Figura 5.18: Vortici secondari intorno al *rib*

In figura 5.19 e 5.20 vengono mostrate le componenti della velocità istantanea, sempre sul piano  $xy$ . Si osserva la natura turbolenta del moto e le fluttuazioni di velocità rispetto al moto medio prima mostrato.



**Figura 5.19:** Campo istantaneo della componente streamwise della velocità

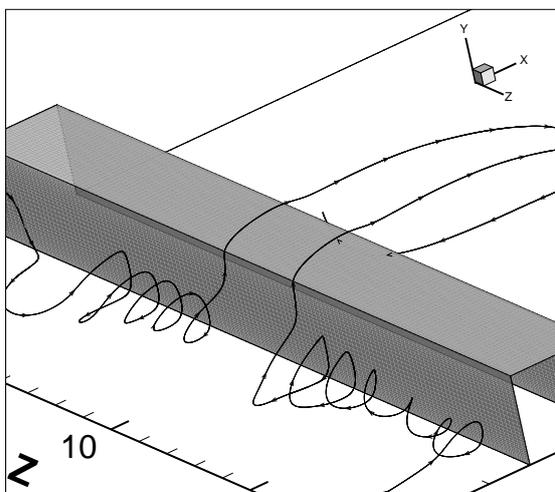


**Figura 5.20:** Campo istantaneo della componente normale della velocità

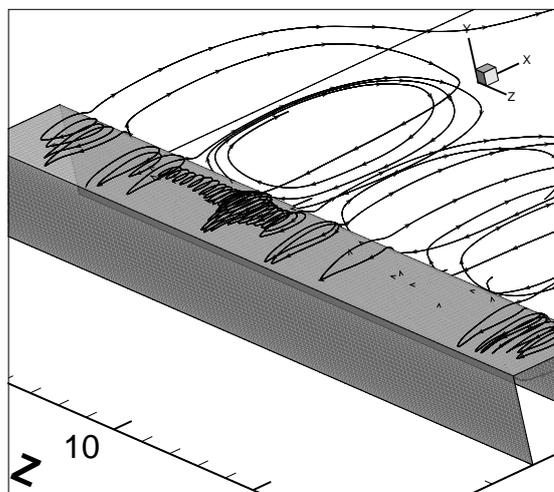
L'indagine del campo di moto medio può essere ulteriormente approfondita studiando le linee di corrente in tre dimensioni per valutare come si sviluppano nello spazio le strutture che sono evidenziate nel piano di simmetria.

Partiamo con il primo vortice che si incontra, quello a monte del *rib* (V1). In figura 5.21 si evidenzia la presenza di un moto secondario, molto vicino alla parete del canale, che trasporta il fluido in rotazione verso il centro dell'ostacolo per poi scavalcarlo in prossimità della mezzzeria. Per rendere più chiara l'immagine, sono riportate solo due linee di corrente originate ai bordi spanwise del dominio  $z = 1$  e  $z = 17$  mm. Stessa situazione si verifica per il vortice osservato al di sopra del *rib*, figura 5.22. Infatti il fluido tende a muoversi in direzione  $z$  per poi superare l'ostacolo e originare la grossa zona di ricircolo a valle.

Come si vede in figura 5.23, anche il vortice secondario a valle dell'ostacolo V3, tende a



**Figura 5.21:** Linee di corrente 3D a monte del *rib*

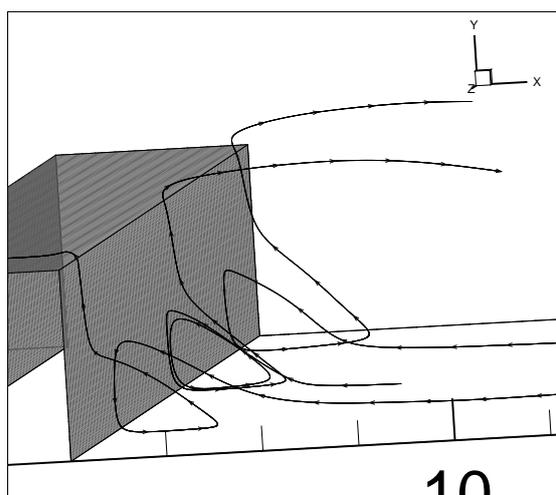


**Figura 5.22:** Linee di corrente 3D sopra il *rib*

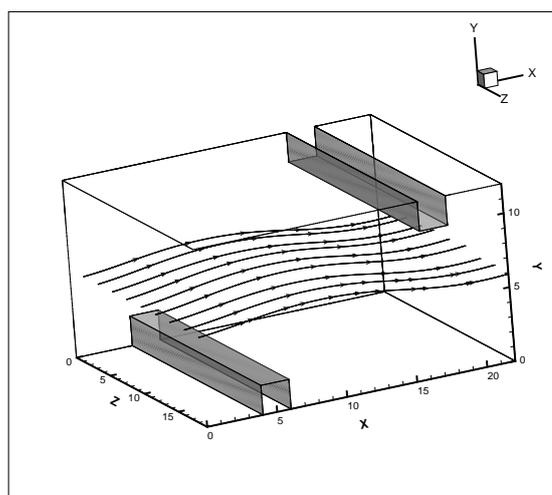
svilupparsi, anche se limitatamente, ortogonalmente al moto medio. Inoltre si osserva una risalita del fluido dalla cavità lungo le pareti a valle del rib, risultato che verrà confermato anche dalle successive analisi, dove le linee di corrente vengono proiettate su piani bidimensionali.

In figura 5.24, sono rappresentate le linee di corrente a centro canale. Appare evidente come a quella quota l'effetto dell'ostacolo sia minimo. Si osserva solo una leggera risalita a valle dell'ostacolo inferiore e una discesa a monte dell'ostacolo superiore.

Da ultimo si analizza il comportamento del vortice principale a valle del *rib* (V4), fi-



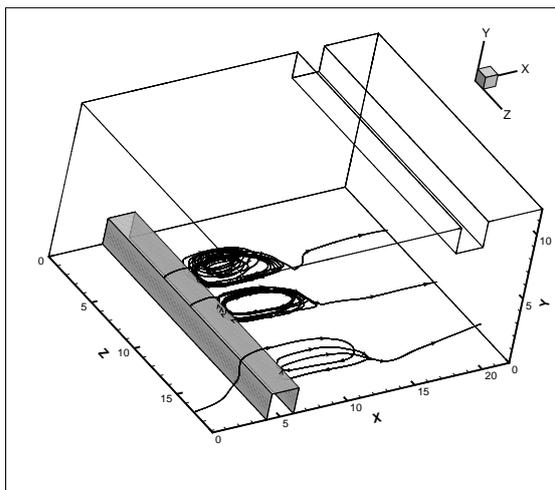
**Figura 5.23:** Linee di corrente 3D a valle del *rib*



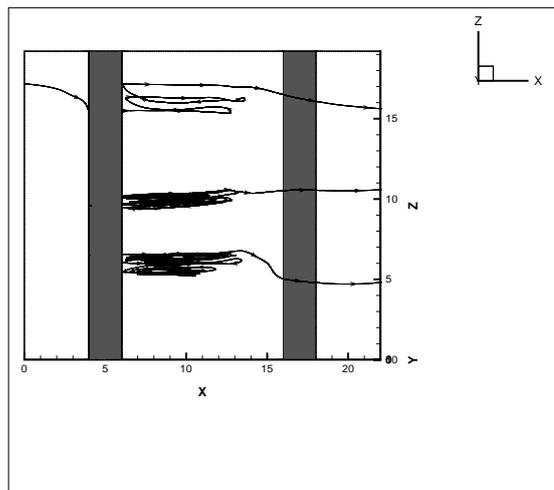
**Figura 5.24:** Linee di corrente 3D a centro canale

gura 5.25. Come per il vortice V3, lo sviluppo in direzione spanwise è limitato, come conferma la vista dall'alto in figura 5.26. Infine tutti i vortici si esauriscono alla stessa distanza  $x$  dal rib, segno di omogeneità in direzione spanwise.

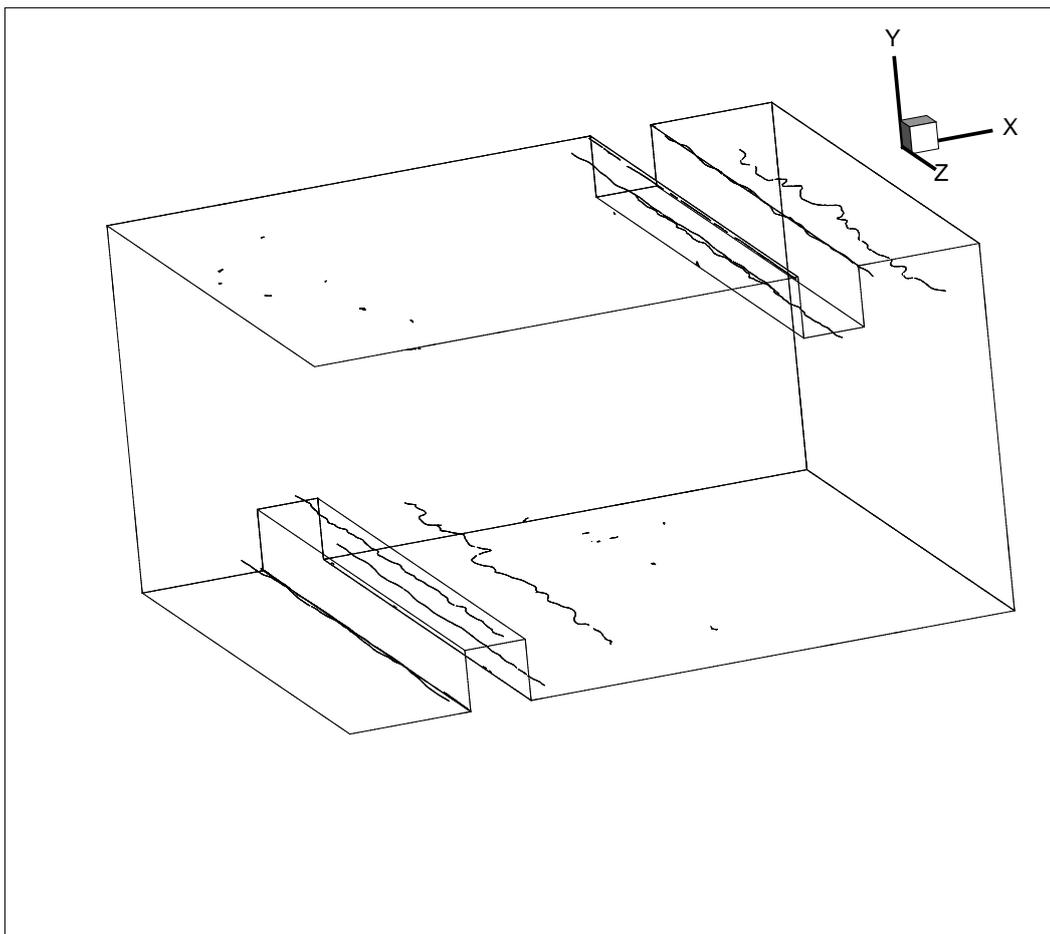
Attraverso il metodo  $\lambda_2$  è stato possibile identificare la posizione del centro dei vortici (linee in figura 5.27). Questo metodo è stato introdotto da Jeong e Hussain in [35] e identifica il centro di un vortice come il punto nello spazio per cui il valore del secondo autovalore di  $Q^2 = S^2 + \Omega^2$  è negativo, dove  $S$  e  $\Omega$  sono rispettivamente la parte simmetrica e antisimmetrica tensore gradiente di velocità  $\nabla \mathbf{u}$ . Come si osserva si identificano le 4 strutture vorticosi prima descritte. Osserviamo che, soprattutto per il vortice V4, la posizione del centro varia leggermente in direzione spanwise.



**Figura 5.25:** Linee di corrente 3D nella cavità fra i due *rib*



**Figura 5.26:** Vista dall'alto delle linee di corrente 3D



**Figura 5.27:** Identificazione del centro dei vortici con il metodo  $\lambda_2$ .

## Confronto campo di moto medio con campo di moto istantaneo

Da ultimo le curve di livello appena mostrate sono state proiettate su su due piani a  $y$  costante ( $y/H = 0.084, 0.5$ ), e 3 piani a  $x$  costante ( $x/H = 0.25, 0.42, 0.588$ ), confrontando il campo medio nel tempo con quello istantaneo, per meglio valutare eventuali moti secondari.

Il piano a quota  $y/H = 0.084$  passa attraverso il vortice V2 a monte del *rib*.

Partiamo dai risultati ottenuti ponendosi sul piano  $xz$ . Come per le figure precedenti, si sovrappone il campo di moto medio alle linee di corrente.

A centro canale (figura 5.28 e 5.29), le linee di corrente del moto medio sono pressochè parallele alla direzione streamwise, senza evidenziare alcun moto secondario. Anche il campo istantaneo appare poco influenzato dalla presenza del *rib* e, nonostante qualche leggera deviazione, le linee di corrente sono pressoché parallele all'asse  $x$ . Questo quindi conferma quanto visto in tre dimensioni.

Alla quota  $y/H = 0.084$ , figura 5.30 e 5.31, appare subito evidente la differenza fra il moto medio e quello istantaneo quest'ultimo molto caotico con linee di corrente che generano piccoli vortici lungo tutto il canale. Le linee di corrente per il moto medio confermano la presenza di moti secondari a monte del *rib* e appena dopo l'ostacolo, dovuti rispettivamente ai vortici V1 e V3. Al centro della cavità la linea di separazione che allontana o avvicina il fluido all'ostacolo demarca la zona occupata dalla grande struttura vorticoso V4. Tutti questi fenomeni sono caratterizzati da velocità ridotte, come si evince appunto dai valori relativamente bassi del modulo della velocità.

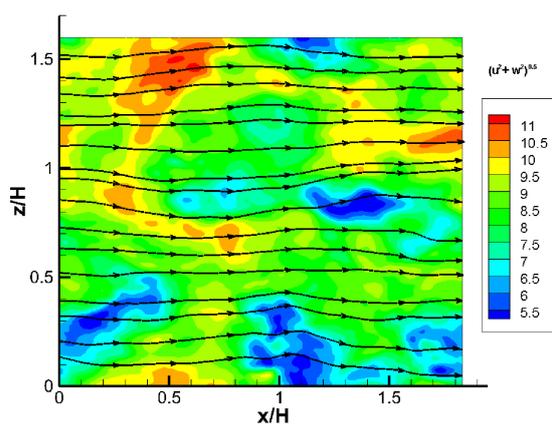


Figura 5.28: Moto istantaneo,  $y/H = 0.5$

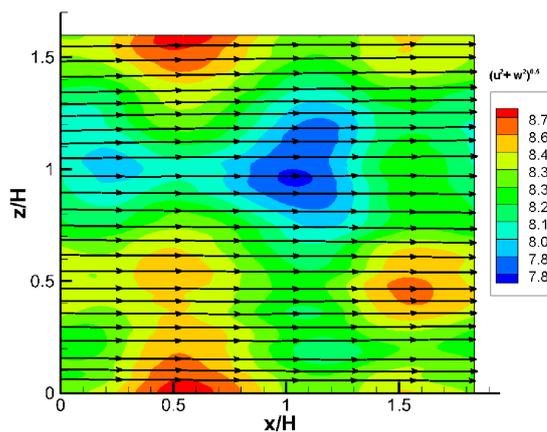


Figura 5.29: Moto medio,  $y/H = 0.5$

Per quanto riguarda il moto lungo i piani ad  $x$  fissata, partiamo dal piano a  $x/H = 0.25$ , ovvero a  $1\text{mm}$  di distanza dal bordo del *rib*. Dalle figure 5.32 e 5.33 appare evidente come a questa distanza non vi siano moti secondari, ma il fluido tenda solo ad

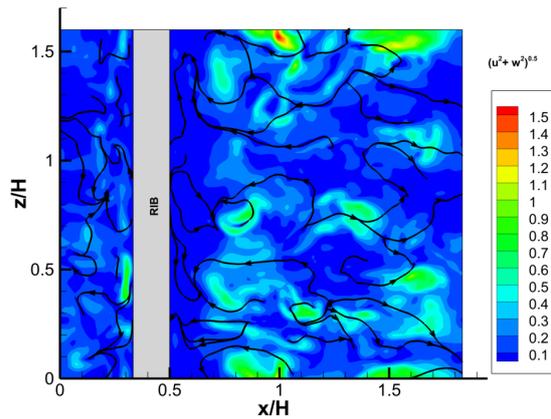


Figura 5.30: Moto istantaneo,  $y/H = 0.084$

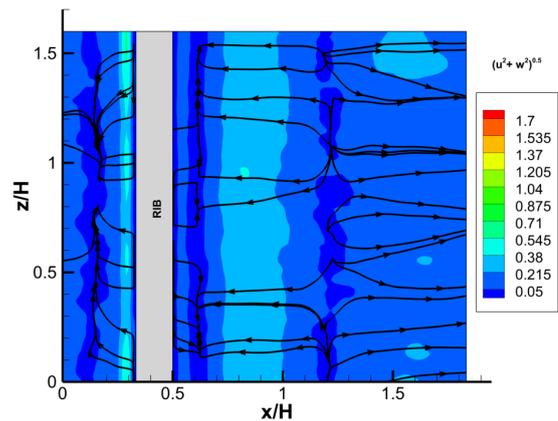


Figura 5.31: Moto medio,  $y/H = 0.084$

avere un movimento verso l'alto dovuto alla presenza dell'ostacolo stesso. Si conferma così quanto visto dalla linee di corrente 3D: il moto secondario in direzione spanwise si osserva solo in una regione molto prossima al *rib*, e non si estende al di fuori di essa. Notiamo inoltre come il campo istantaneo sia caratterizzato da regioni con una notevole differenza tra il valore del modulo della velocità istantanea e della velocità media, indice di forti fluttuazioni turbolente.

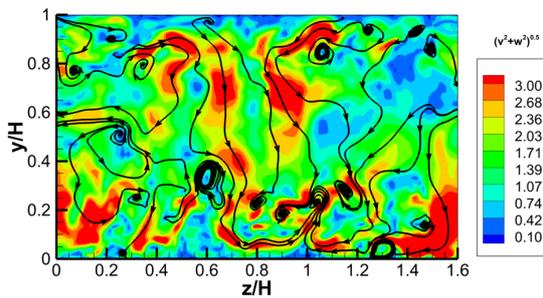


Figura 5.32: Moto istantaneo,  $x/H = 0.25$

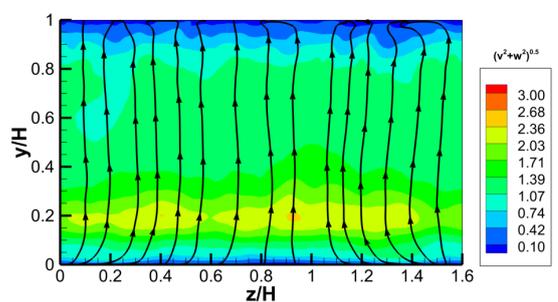
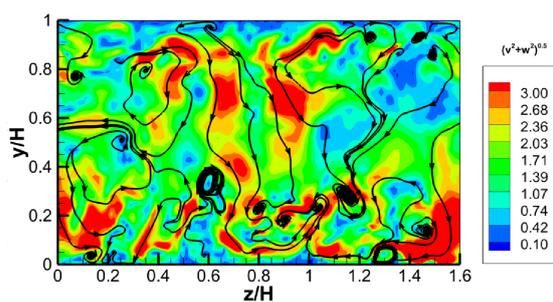


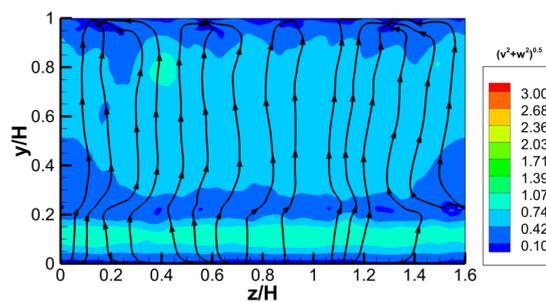
Figura 5.33: Moto medio,  $x/H = 0.25$

Situazione simile, figure 5.34 e 5.35, si verifica a valle, ad 1mm di distanza dal *rib*. Infatti le linee di corrente del moto medio sono dirette dal basso verso l'alto, anche se tendono leggermente a deviare in prossimità della parete. Questo è dovuto al vortice principale tende ad espandersi leggermente in profondità, come già osservato in precedenza 5.49.

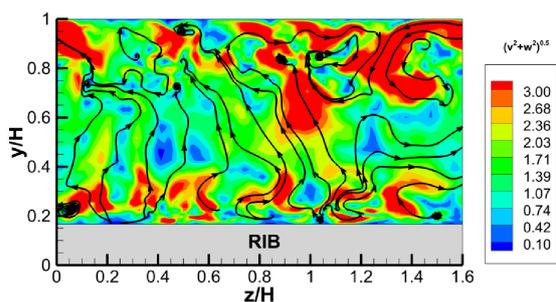
Infine (figure 5.36 e 5.37), si valuta il campo di moto su un piano a centro *rib* ( $x/H = 0.42$ ). Come previsto si osserva un movimento verso l'alto del fluido, mentre in prossimità della parete del *rib*, le linee deviano leggermente, a causa dei moti secondari osservati sopra al *rib*.



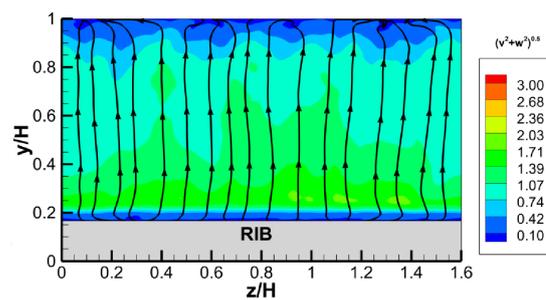
**Figura 5.34:** Moto istantaneo,  $x/H = 0.59$



**Figura 5.35:** Moto medio,  $x/H = 0.59$



**Figura 5.36:** Moto istantaneo,  $x/H = 0.42$



**Figura 5.37:** Moto medio,  $x/H = 0.42$

In tutte le situazioni mostrate appare abbastanza evidente l'enorme differenza fra il campo di moto medio e quello istantaneo, quest'ultimo fortemente caotico, con fluttuazioni elevate, soprattutto nei pressi dell'ostacolo, a causa dell'elevata turbolenza che si origina in quella regione.

## Sforzo

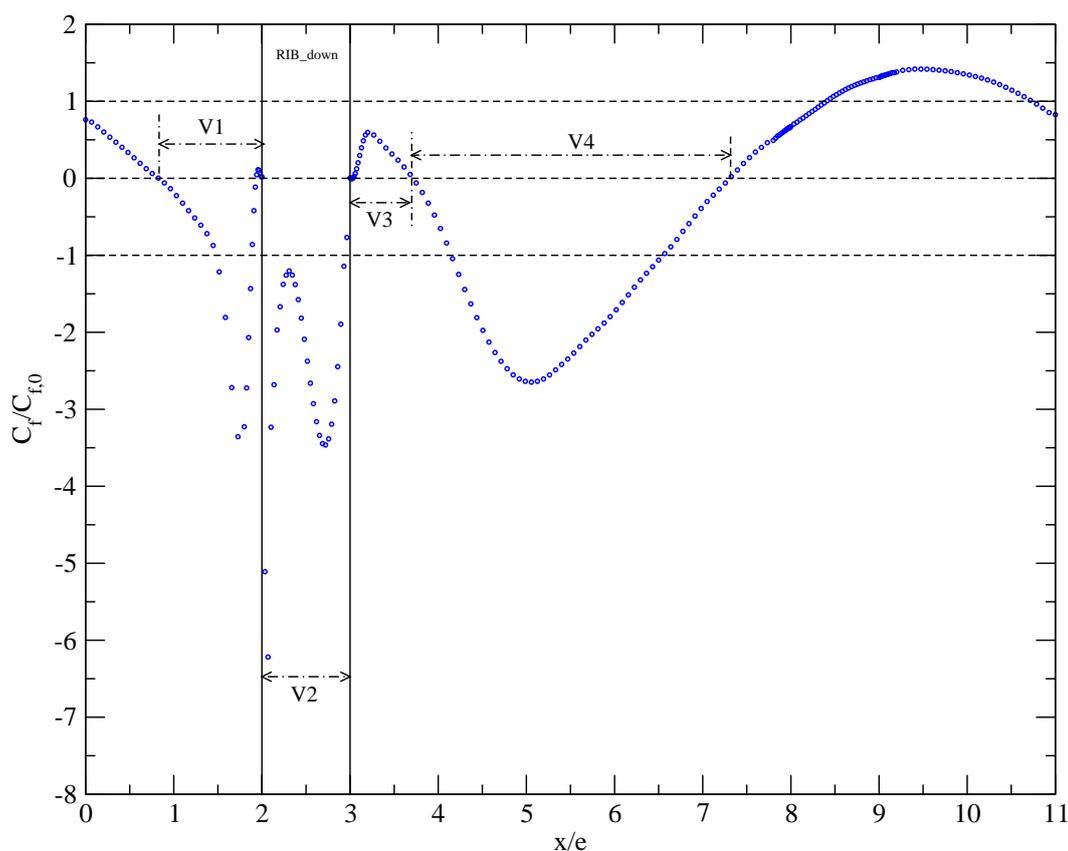
Consideriamo in questa sezione l'andamento dello sforzo tangenziale medio (sia temporale che spaziale) sulla parete inferiore, per valutarne le differenze rispetto a quello della parete piana a pari  $Re$  e determinare i punti di distacco e di riattacco delle strutture precedentemente osservate.

Dal confronto della componente streamwise  $\tau_{xy}$  con la componente spanwise  $\tau_{zy}$  si è trovato, come ci si aspettava, che la prima è predominante sulla seconda, essendo i valori di  $\tau_{zy}$  prossimi allo zero. Questo conferma ancora una volta l'omogeneità in senso statistico del campo di moto.

Ci si sofferma maggiormente sull'andamento del  $C_f$ , calcolato a partire da  $\tau_{xy}$  come

$$C_f = \frac{\tau_{xy}}{0.5\rho u_b^2} \quad (5.4)$$

riscalato poi rispetto al valore ottenuto su un canale piano ( $C_{f,0}$ ). Per tale valore si è utilizzata la correlazione di Dean, già presentata nel capitolo 4.4.2, equazione (4.5).



**Figura 5.38:** Profilo di  $C_f/C_{f,0}$  lungo la parete inferiore del canale

Dal bordo d'ingresso, lo sforzo diminuisce fino a diventare negativo nei pressi del *rib*, a causa del vortice V1. Sulla parete superiore del *rib*, occupata dal vortice V2, il

$C_f$  resta negativo, con forti oscillazioni, mentre a valle torna positivo, nella regione in cui si forma il vortice secondario V2, per poi tornare negativo nella regione del ricircolo principale V4.

Infine, dopo il riattacco, che avviene alla coordinata  $x/e = 7.275$  il  $C_f$  torna ad essere positivo.

Osserviamo che il punto di riattacco nella cavità si trova ad una distanza dal bordo dell'ostacolo pari a 4.275 volte la sua altezza. Questo risultato è simile a vari numerici e sperimentali ottenuti in letteratura con configurazioni simili [14].

Osserviamo come sopra al *rib*, il modulo dello sforzo è maggiore rispetto alla parete liscia, mentre nella cavità ha un comportamento differente, più oscillatorio, che lo porta ad essere superiore al caso piano nella zona centrale della cavità ed inferiore appena a valle del *rib* e in prossimità del punto di riattacco.

Mediamente si ottiene un valore di  $\tau_{xy}$  negativo, ovvero, dal solo punto di vista dell'attrito viscoso, la presenza degli ostacoli favorisce il moto del fluido. Il vero effetto di blocco, che aumenta la resistenza all'interno di canali corrugati, è la resistenza di forma, dovuta agli ostacoli stessi. La resistenza di forma è calcolata dalla differenza di pressione fra la parete a monte e quella a valle del *rib*. Nella tabella 5.6 viene confrontato il valore della forza di resistenza dovuta all'ostacolo con la forza di resistenza dovuta all'attrito, ottenuta considerando un valore medio dello sforzo  $\tau_{xy}$ . Tutte le grandezze riportate sono da considerarsi per unità di lunghezza ( $L_z$ ) e normalizzate per  $0.5\rho u_b^2$

	Canale corrugato	Canale piano
Resistenza di forma	0.003097	0
Resistenza d'attrito	-0.00033	0.000199
Totale	0.002767	0.000199

**Tabella 5.6:** Forze di resistenza nel canale corrugato. Tutte le forze sono per unità di lunghezza  $L_z$  e normalizzate per  $0.5\rho u_b^2$

Appare evidente come il fattore di bloccaggio sia dovuto solo alla resistenza di forma, mentre, come già osservato in precedenza, la resistenza d'attrito tende a favorire il moto. Sempre usando la correlazione di Dean è possibile stimare quale sarebbe il valore della velocità di bulk in un canale piano, che si avrebbe a pari gradiente di pressione imposto nel canale corrugato. Risulta che tale velocità è pari a  $u_{b,0} = 27.35m/s$  per un rapporto  $u_{b,0}/u_b = 5$ . È evidente come la presenza degli ostacoli rallenti notevolmente il moto del fluido.

Tutti questi risultati sono stati ottenuti considerando la parete inferiore. Stesso comportamento si ottiene considerando la parete superiore del canale.

## Intensità turbolenta

Per valutare l'andamento dell'intensità turbolenta sul piano di mezzeria, si analizza la media spaziale e temporale della varianza delle componenti normali e streamwise della velocità e dell'energia cinetica turbolenta  $k$ . Dalla figura 5.39 si osserva che l'intensità turbolenta streamwise è massima in prossimità del bordo superiore del *rib* estendendosi a valle dell'ostacolo a buona parte della cavità, promuovendo quindi il mescolamento e conseguentemente lo scambio termico. Solo in un intervallo ristretto a centro canale l'intensità è bassa, segno della poca influenza dell'ostacolo in questa regione.

Il grafico in figura 5.40 confronta l'intensità turbolenta streamwise a 3 diverse posizioni lungo il canale ( $x/H = 0.041, x/H = 0.41, x/H = 0.58$ ), evidenziandone l'aumento in prossimità del *rib*.

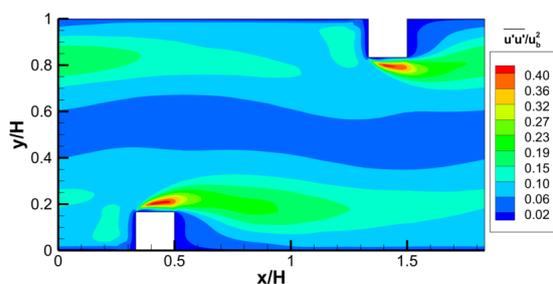


Figura 5.39: Campo di  $\overline{u'u'}/u_b^2$  sul piano  $xy$

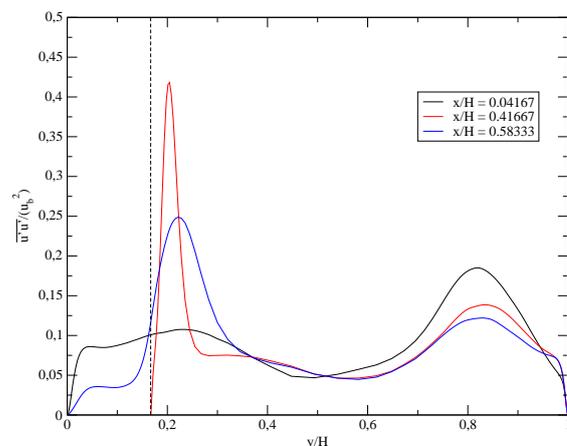


Figura 5.40: Confronto profili di  $\overline{u'u'}/u_b^2$  a diverse  $x$

Risultati simili, seppur di minor intensità, si osservano analizzando il comportamento di  $\overline{v'v'}/u_b^2$  (figura 5.41). In questo caso il massimo è leggermente spostato verso la cavità estendendosi maggiormente al suo interno.

Dai valori dell'intensità turbolenta è possibile ricavare i valori dell'energia cinetica turbolenta, che, come previsto, è massima appena al di sopra del *rib* (figure 5.42 e 5.43).

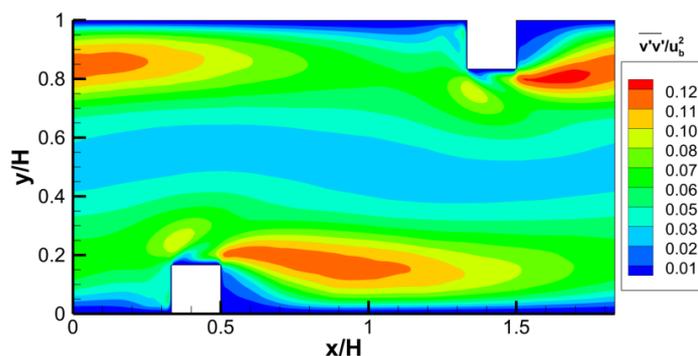


Figura 5.41: Campo di  $\overline{v'v'}/u_b^2$  sul piano  $xy$

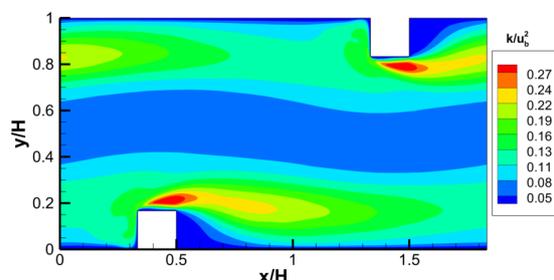


Figura 5.42: Campo di energia cinetica turbolenta media  $k$  sul piano  $xy$

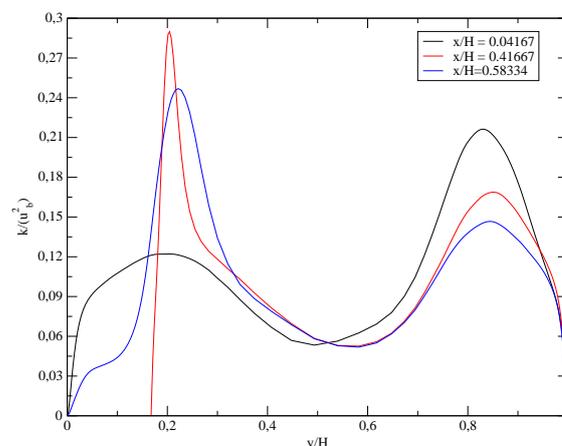


Figura 5.43: Confronto  $k$  a diverse  $x$

Infine, come si evince dalla figura 5.44 e in accordo con l'elevata intensità turbolenta in quella zona, anche il valore medio dello sforzo di Reynolds,  $-\overline{\rho u'v'}$ , è stimato in prossimità dell'angolo superiore del *rib*. Questa zona di elevato valore dello sforzo si estende circa fino a metà cavità.

In figura 5.45 vengono mostrati i profili di  $-\overline{\rho u'v'}$  sovrapposti alle linee di corrente. Osserviamo che il massimo valore dello sforzo di Reynolds, ad ogni coordinata  $x$  a valle del *rib*, coincide con la frontiera del vortice V4 e quindi con il flusso al di fuori della zona di ricircolo. Questo fenomeno è stato osservato anche da Nagano ed Hattori in [30].

Dalla figura 5.46 si osserva che in prossimità del bordo d'attacco, poco al di sopra della superficie *rib*, si forma una regione in cui lo sforzo di Reynolds è negativo. Questo particolare fenomeno, noto in letteratura come *counter diffusion phenomenon* (CDP), comporta, concordemente col modello di diffusività turbolenta, valori negativi di quest'ultima. Infatti lo sforzo di Reynolds può essere legato ai gradienti medi di velocità

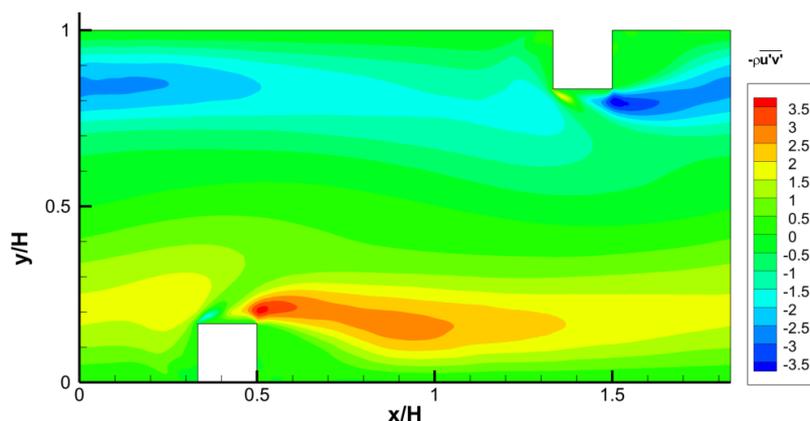


Figura 5.44: Campo di  $-\rho \overline{u'v'}$  sul piano  $xy$

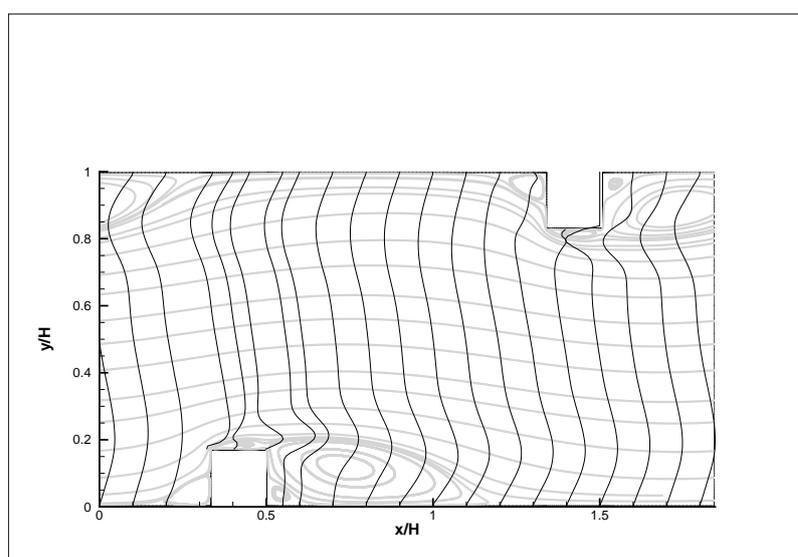


Figura 5.45: Profili di  $-\rho \overline{u'v'}$  sovrapposti alle linee di corrente

tramite la relazione

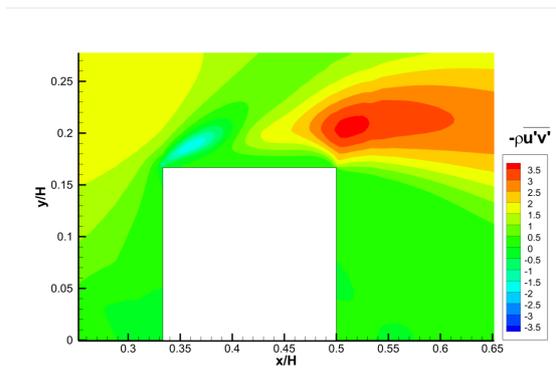
$$-\overline{u'_i u'_j} = 2\nu_t S_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \quad (5.5)$$

Quindi, se  $-\overline{u'_i u'_j}$  è negativo e contemporaneamente  $S_{12}$  è positivo, la  $\nu_t$  assume valori negativi. In questo caso la turbolenza, che normalmente tende ad aumentare la diffusione della quantità di moto, ha un effetto opposto, che giustifica i bassi valori del  $C_f$  in questa zona precedentemente osservati in figura 5.38. Si può anche osservare che valori di  $\nu_t$  negativi corrispondono a valori negativi di produzione dell'energia cinetica turbolenta  $P_k$ . Infatti dalla definizione di  $P_k$  e dall'equazione 5.5 si ottiene:

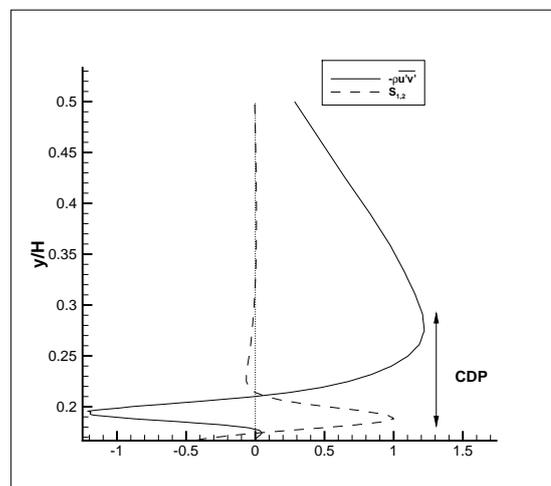
$$P_k = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} = -\overline{u'_i u'_j} (S_{ij} + \Omega_{ij}) = 2\nu_t S_{ij} S_{ij} \quad (5.6)$$

da cui si evince che a valori di  $\nu_t$  negativi corrispondono valori di  $P_k$  negativi. Nella

figura 5.47 viene mostrato il profilo dello sforzo di Reynolds e il valore di  $S_{ij}$  in un punto  $x$  che dista dal bordo d'attacco un quarto della lunghezza del *rib*, e evidenzia la regione in cui si verifica il fenomeno della CDP. Per chiarezza i profili sono normalizzati rispetto al massimo valore di ciascuna variabile.



**Figura 5.46:** Sforzi di Reynolds intorno al rib.



**Figura 5.47:** Confronto fra  $-\overline{u'v'}$  e  $S_{12}$ .

### 5.5.2 Confronto DNS-RANS campo di moto

In questa sezione si vuole fare un confronto il più possibile sistematico dei risultati ottenuti con i modelli RANS e la simulazione DNS.

Come descritto precedentemente, per le simulazioni RANS sono stati utilizzati tre modelli di turbolenza e tre griglie differenti al fine di ottenere risultati indipendenti dal numero di volumi finiti utilizzati. Si prendono in considerazione i risultati ottenuti sulla mesh denominata **fine**, ovvero quella con il maggior numero di elementi.

Per la DNS si considerano i risultati mediati nel tempo e in direzione spanwise.

Il confronto si focalizza in modo particolare sulle strutture vorticose e sulla loro posizione ed estensione all'interno del canale.

Verranno mostrati diversi profili di velocità in diverse posizioni del canale, per valutare quale modello RANS meglio approssimi i risultati ottenuti con una DNS e infine si confronta il valore di alcune grandezze globali ( $C_f, C_p$ )

#### Strutture vorticose

Dal confronto delle linee di corrente in figura 5.48 si evince che a centro canale non si vi sono differenze evidenti fra i modelli RANS e la DNS.

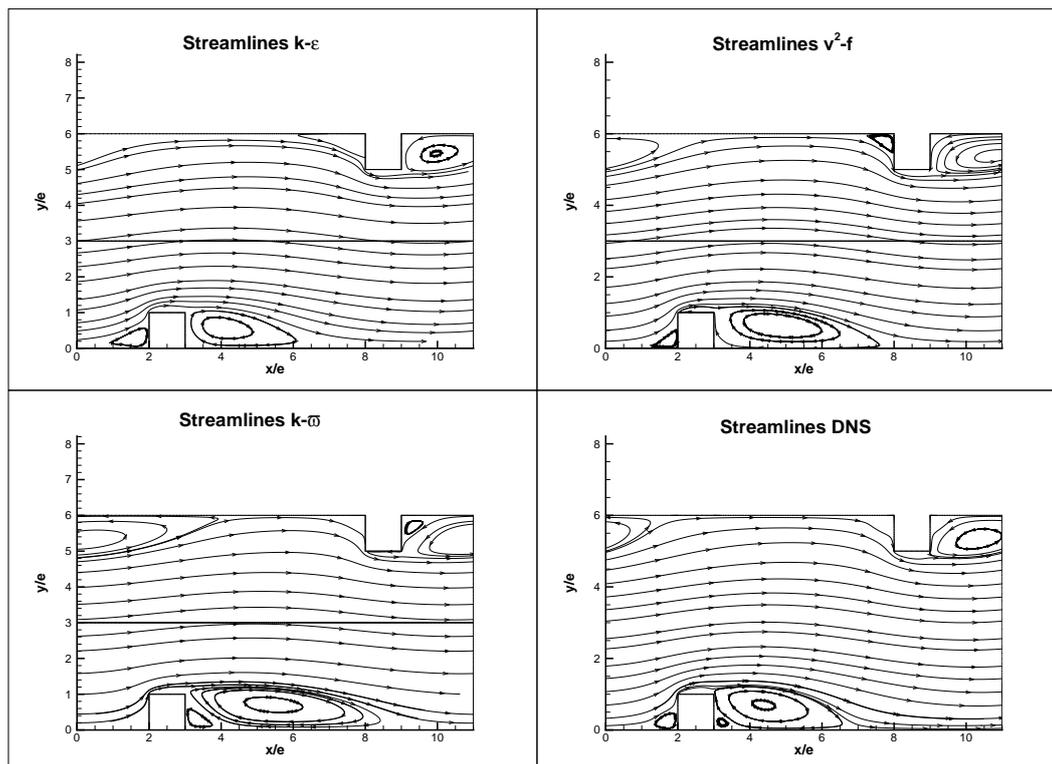
Si osserva però che con il modello  $k - \omega$  SST il riattacco del fluido all'interno della cavità avviene molto più a valle, come è ben visibile in figura 5.49, dove si analizza nel dettaglio il vortice principale V4. Con il modello  $\overline{v^2} - f$  V4 è più esteso rispetto alla DNS, mentre quello del  $k - \epsilon$  è paragonabile a quello della DNS. I punti di riattacco sono riportati in tabella 5.7.

Il vortice per il modelli  $\overline{v^2} - f$  e  $k - \omega$  SST, in accordo con la DNS, si estende anche all'esterno della cavità, mentre per il modello  $k - \epsilon$  il vortice appare più contenuto all'interno. Anche la posizione del centro del vortice varia notevolmente al variare del modello. I modelli  $\overline{v^2} - f$  e  $k - \omega$  SST hanno il vortice leggermente più spostato verso valle rispetto alla DNS, mentre per  $k - \epsilon$  è leggermente più a monte.

Analizzando il vortice V3, nell'angolo a valle del *rib*, (figura 5.50) si nota che con il modello  $k - \omega$  SST questo si estende maggiormente in entrambe le direzioni. I modelli  $k - \epsilon$  e  $\overline{v^2} - f$  invece mostrano risultati simili a quelli della DNS, anche se in entrambi il vortice appare leggermente più ridotto.

In tutti i casi si osserva la risalita del fluido verso l'ostacolo.

A monte del *rib* invece (figura 5.51) tutti e tre i modelli sovrastimano l'estensione della bolla, soprattutto il modello  $k - \epsilon$  e  $k - \omega$  SST, dove il distacco è molto anticipato (vedi tabella). Anche l'altezza del centro del vortice è sovrastimata da tutti i modelli,



**Figura 5.48:** Confronto linee di corrente su tutto il canale

soprattutto per il  $k - \epsilon$  e  $\overline{v^2} - f$ .

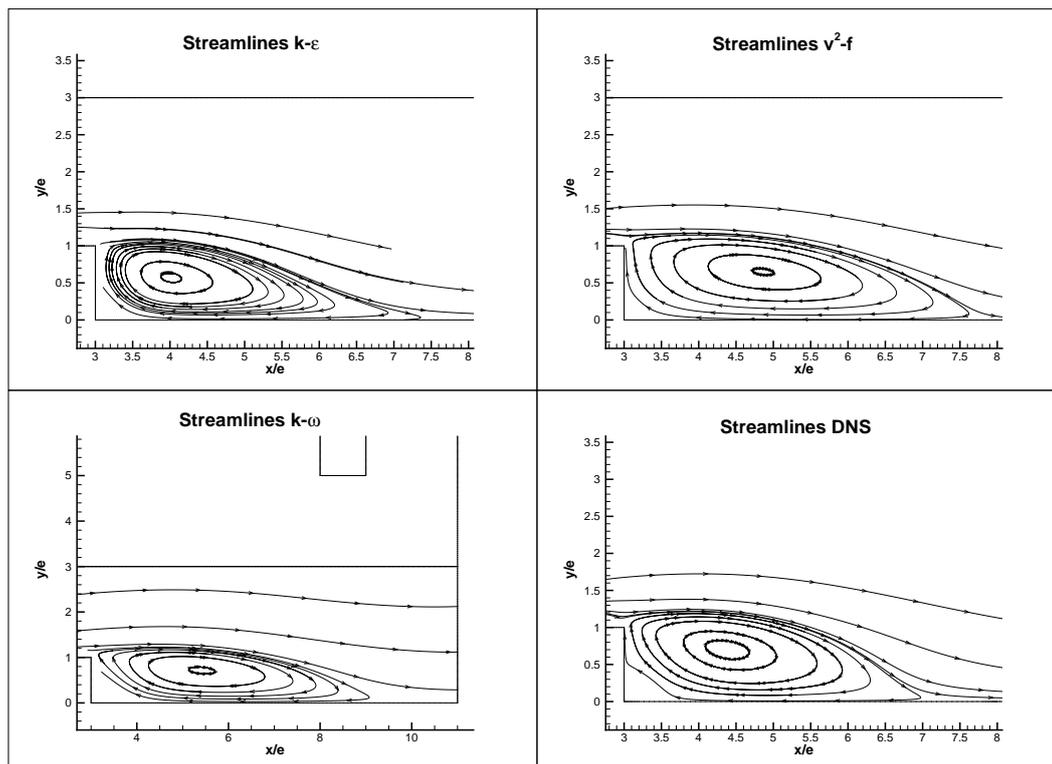
Infine in figura 5.52 è confrontato il vortice che si genera sulla parete superiore dell'ostacolo. Non sono state riscontrate grosse differenze, a meno di un lieve spostamento del vortice verso monte, mentre l'estensione in direzione normale alla parete risulta essere uguale per ogni modello.

In tabella 5.7 vengono riassunti tutti i punti di separazione e distacco del fluido dalla parete.

Modello	Separazione a monte	Riattacco a valle	Separazione sul <i>rib</i>
$k - \epsilon$	-2.67	5.06	-0.47
$\overline{v^2} - f$	-1.54	5.48	-0.47
$k - \omega$ SST	-2	8	-0.47
DNS	-1.65	4.8	-0.48

**Tabella 5.7:** Distanza  $x/e$  dal centro del *rib* dei punti di separazione e di attacco. Misure espresse in  $x/e$

Questa prima parte dei confronti può già fornire un'indicazione su un'inadeguatezza

**Figura 5.49:** Confronto vortice V4

del modello  $k - \omega$  SST, il quale presenta delle strutture le cui estensioni non sembrano essere paragonabili a quelle della DNS. Oltretutto, come sarà chiaro dai prossimi risultati, i valori locali della velocità trovati con il  $k - \omega$  SST sono molto differenti da quelli della DNS.

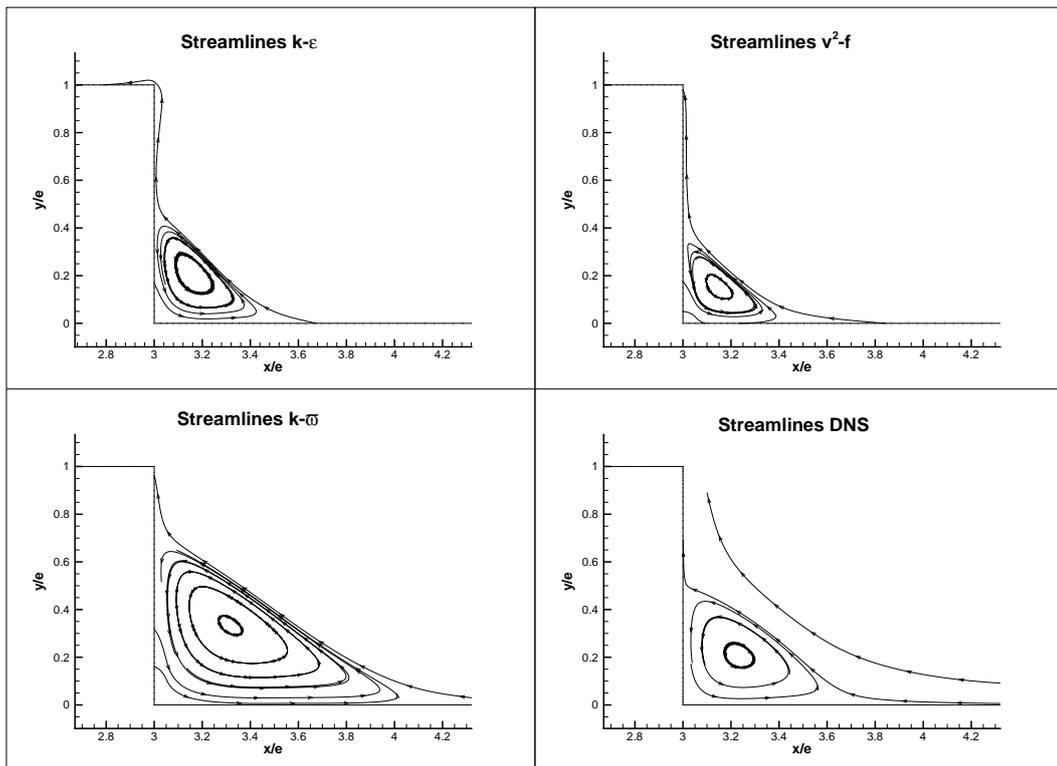


Figura 5.50: Confronto vortice V3

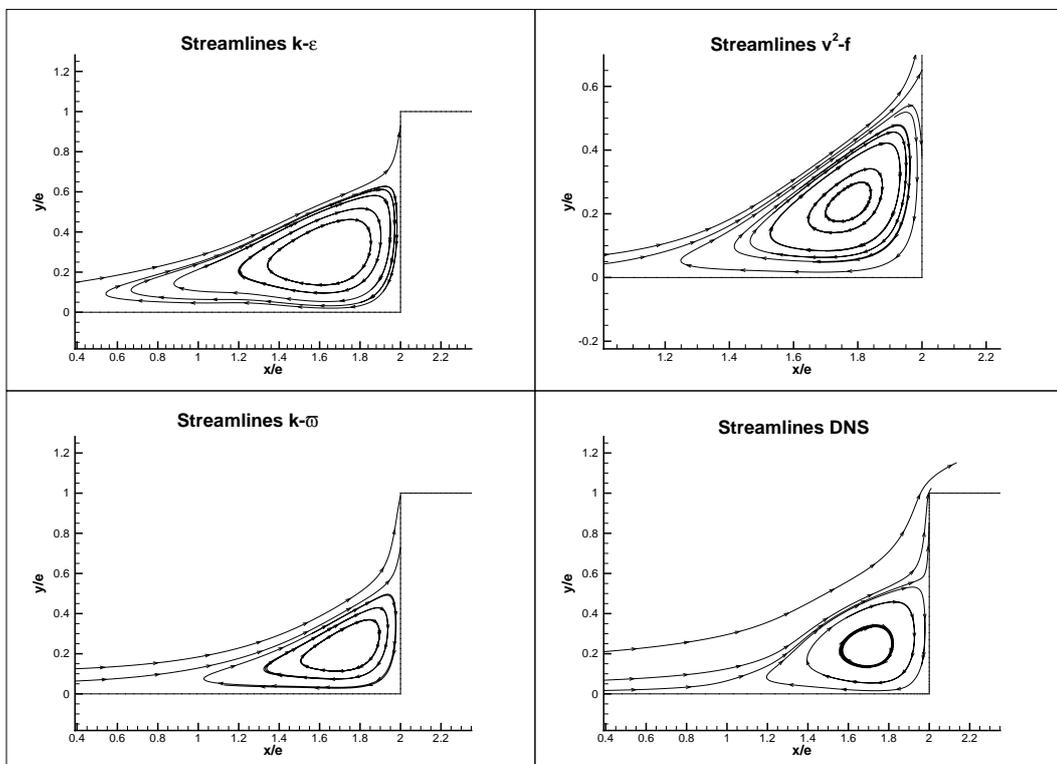
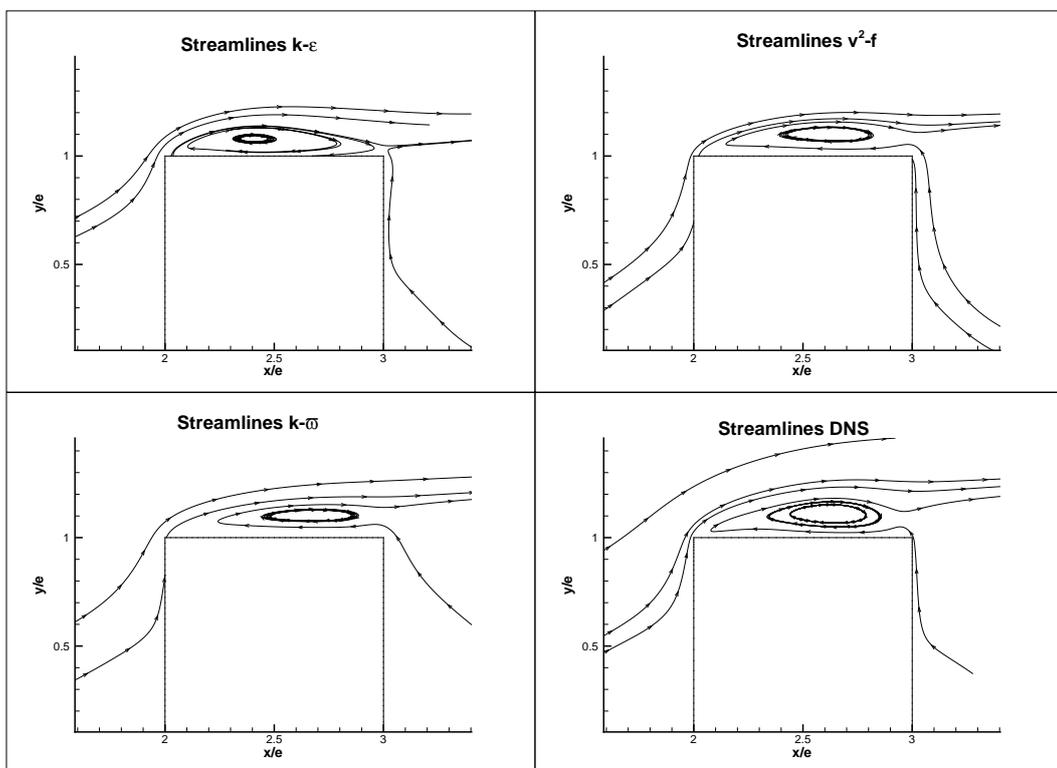


Figura 5.51: Confronto vortice V1

**Figura 5.52:** Confronto vortice V2

## Profili di velocità

Prima di analizzare i profili di velocità si confronta il valore della velocità di bulk sulla sezione in ingresso e su un piano che passa per il centro dell'ostacolo. I risultati sono riportati in tabella 5.8 e mostrano come in tutti i casi la velocità di bulk della DNS sia inferiore rispetto a quella dei modelli RANS.

Si ritiene che questo sia dovuto a quei moti secondari che portano una parte del fluido a muoversi in direzione ortogonale alla direzione principale del moto, riducendo quindi leggermente la portata in ogni sezione a pari gradiente di pressione.

La velocità calcolata con il modello  $k - \omega$  SST appare notevolmente elevata, ulteriore segnale dell'inadeguatezza di tale modello, mentre quella calcolata con il modello  $\overline{v^2} - f$  è prossima a quella della DNS.

Modello	x/H=0	x/H=0.42
$k - \epsilon$	5.71	6.86
$k - \omega$ SST	6.16	7.39
$\overline{v^2} - f$	5.41	6.49
DNS	5.39	6.46

**Tabella 5.8:** Confronto velocità di bulk in ingresso ( $x=0$ ) e al centro del *rib* ( $x=5$ ). Misure espressi in  $m/s$

Di seguito vengono mostrati dei grafici che riportano i profili di velocità, componente streamwise e normale, a diversi punti lungo il canale.

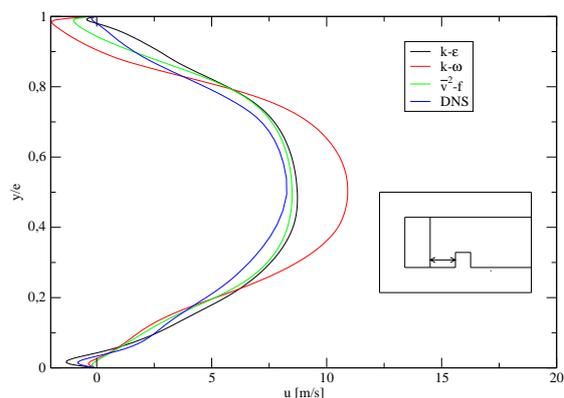
Nonostante questo, i grafici sotto riportati possono dare un'idea di alcune differenze fra i vari modelli. Consideriamo il comportamento a monte del *rib* ( $x/e = 1.5$  mm, velocità  $u$  in figura 5.53 e velocità  $v$  in figura 5.54).

Osservando la figura 5.53, come previsto, il  $k - \omega$  SST sovrastima il valore della velocità soprattutto a centro canale. Gli altri due modelli sono maggiormente in accordo con i dati della DNS, anche se osserviamo che nei pressi della parete, dove si inverte il moto e quindi il segno della velocità, il  $k - \epsilon$  sovrastima mentre il  $\overline{v^2} - f$  sottostima il valore di  $u$ .

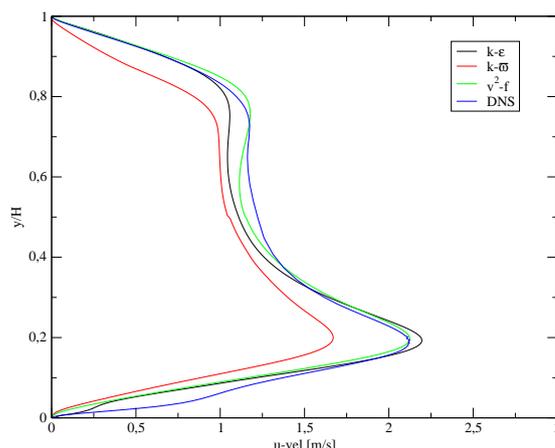
Anche sulla parete superiore tutti i modelli sovrastimano la velocità, anche se il  $k - \epsilon$  appare il più coerente con la DNS.

Per quanto riguarda la componente normale della velocità, figura 5.54, tutti e tre i modelli sovrastimano il valore a parete, mentre lo sottostimano a centro canale, soprattutto il  $k - \omega$  SST. Sulla parete opposta invece sia il  $k - \epsilon$  che il  $\overline{v^2} - f$  sono in ottimo accordo con i risultati DNS.

Anche spostandosi al di sopra del *rib*, a  $x/e = 2.5$  (figure 5.55 e 5.56) si continua a



**Figura 5.53:** Confronto profili di  $u$  a  $x/e=1.5$



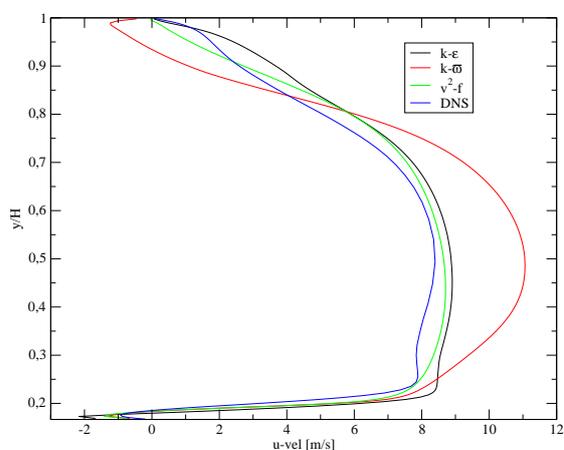
**Figura 5.54:** Confronto profili di  $v$  a  $x/e=1.5$

trovare una sovrastima della velocità con il modello  $k-\epsilon$  nei pressi della parete, laddove la velocità risulta essere negativa.

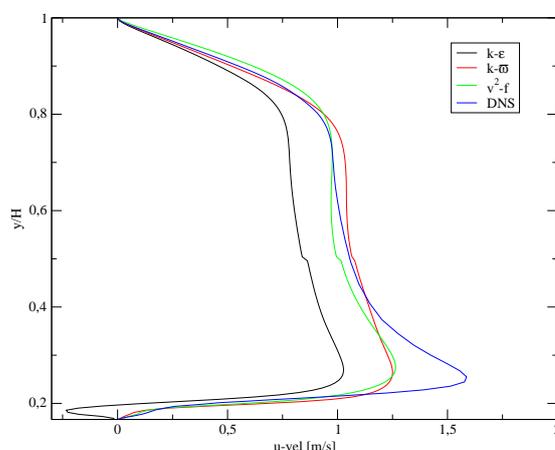
Nella componente normale invece si osserva un comportamento particolare: tutti i modelli sottostimano il valore di  $v$  nella regione appena al di sopra dell'ostacolo, limitando quindi il trasporto di fluido dalla parete verso il centro canale. Questo risultato sembra essere confermato dall'andamento dell'energia cinetica turbolenta. Infatti, dal grafico 5.57, si evince chiaramente come tutti i modelli sottostimino il valore dell'energia cinetica turbolenta in quella zona. Il valore massimo di  $k$  si manifesta inoltre in posizioni differenti a seconda del modello usato. Il  $k-\omega$  SST presenta tra tutti il picco di valore minimo.

Curioso è il fatto che a centro canale e sulla parete opposta invece, tutti i modelli di turbolenza sovrastimino l'energia cinetica turbolenta, indice di un maggior miscelamento lontano dai *ribs*.

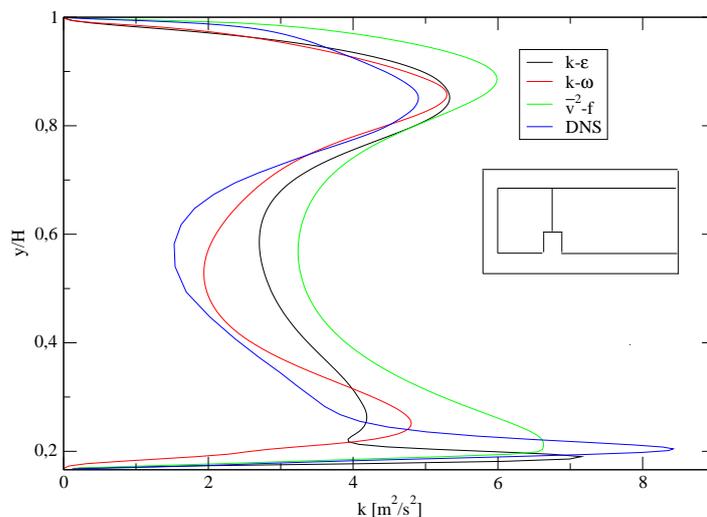
Spostandosi più a valle, all'interno del vortice principale, a  $x/e = 3.5$ , (figure 5.58 e



**Figura 5.55:** Confronto profili di  $u$  a  $x/e=2.5$



**Figura 5.56:** Confronto profili di  $v$  a  $x/e=2.5$



**Figura 5.57:** Profili di energia cinetica turbolenta  $k$ ,  $x/e=2.5$

5.59), ancora una volta il modello  $k - \epsilon$  sovrastima i valori negativi della velocità  $u$  nei pressi della parete, mentre i valori positivi del modello  $k - \omega$  SST sono dovuti al vortice secondario che si estende fino a questa distanza. A centro canale il  $\overline{v^2} - f$  sovrastima leggermente meno la velocità rispetto al  $k - \epsilon$ .

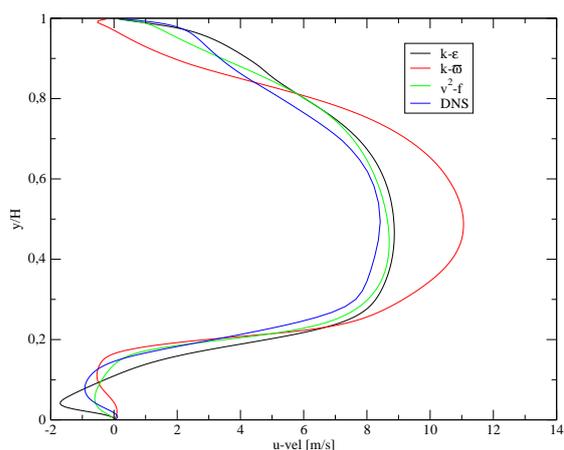
Sulla parete superiore, il modello  $k - \omega$  SST risente ancora del vortice principale generato dal *rib* superiore, quindi la velocità è negativa, mentre negli altri casi i risultati si raccordano bene con quelli della DNS nell'intorno della parete, per poi discostarsi man mano che ci si sposta verso il centro.

La componente normale  $v$  nei pressi della parete è sovrastimata col modello  $k - \epsilon$ , mentre è sottostimata col modello  $\overline{v^2} - f$  e  $k - \omega$  SST. In questo caso si ritiene che la differenza possa dipendere dalla posizione del punto considerato rispetto al centro del vortice. Infatti nel modello  $k - \epsilon$  a  $x/H = 0.58$  si è in prossimità del vortice (come visto in figura 5.49) e la spinta verso l'alto del fluido è maggiore. Non sembra esservi un legame diretto con l'energia cinetica turbolenta, figura 5.60, che invece mostra come il modello  $\overline{v^2} - f$  approssimi correttamente il picco di  $k$ .

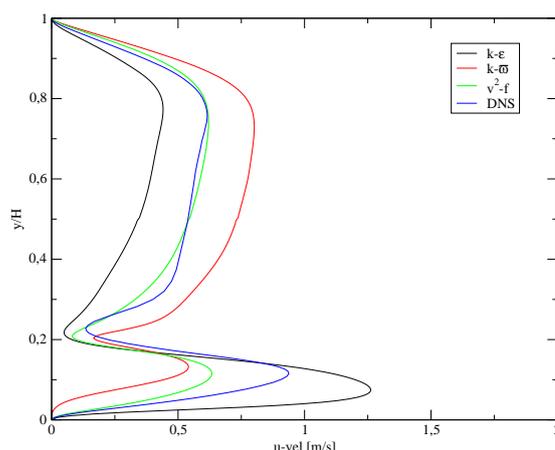
## Pressione

In figura 5.61, viene confrontato il valore del  $C_p$  su tutto il canale ottenuto. La pressione di riferimento è presa a  $(x, y) = 0$  e la velocità di riferimento è la velocità di bulk in ingresso calcolata per ogni modello (tabella 5.8).

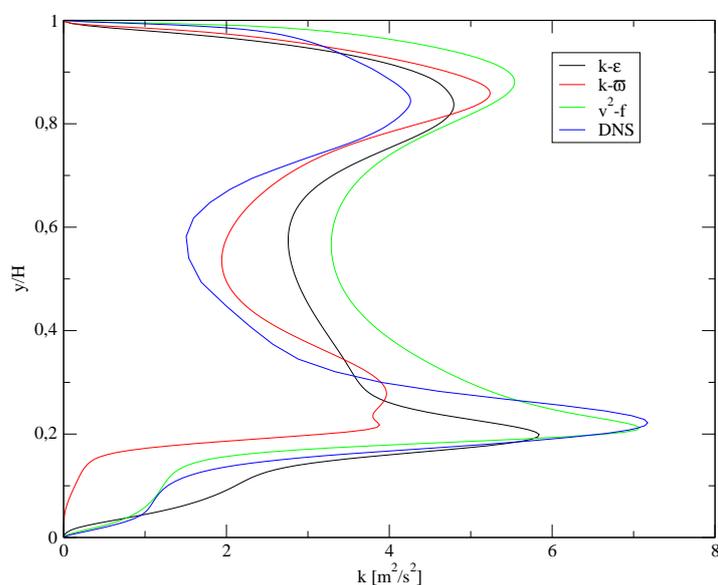
L'andamento è molto simile, anche se possono essere sottolineate alcune differenze:



**Figura 5.58:** Confronto profili di  $u$  a  $x/e=3.5$



**Figura 5.59:** Confronto profili di  $v$  a  $x/e=3.5$



**Figura 5.60:** Profili di energia cinetica turbolenta  $k$ ,  $x/e=3.5$

le regioni di compressione a monte dei *ribs* appaiono più estese nel modello  $\overline{v^2} - f$  rispetto agli altri casi, mentre la regione di depressione nella cavità appare più estesa nel modello  $k - \omega$ SST, ancora a causa dell'estesa zona di ricircolo.

Inoltre è interessante osservare come la depressione che si genera sopra al *rib* sia molto più marcata ed estesa nei modelli  $k - \epsilon$  e  $\overline{v^2} - f$ , mentre sia quasi completamente assente nel modello  $k - \omega$ . Il grafico in figura 5.62 mostra l'andamento del  $C_p$  lungo l'altezza del canale con  $x/e = 1$  che permette di verificare meglio il diverso comportamento in prossimità del bordo d'attacco dell'ostacolo.

L'andamento per il caso  $k - \omega$  SST è totalmente diverso dagli altri, mentre  $k - \epsilon$  e  $\overline{v^2} - f$  hanno un andamento simile a quello della DNS, anche se il  $k - \epsilon$  varia leggermente in prossimità della parete superiore.

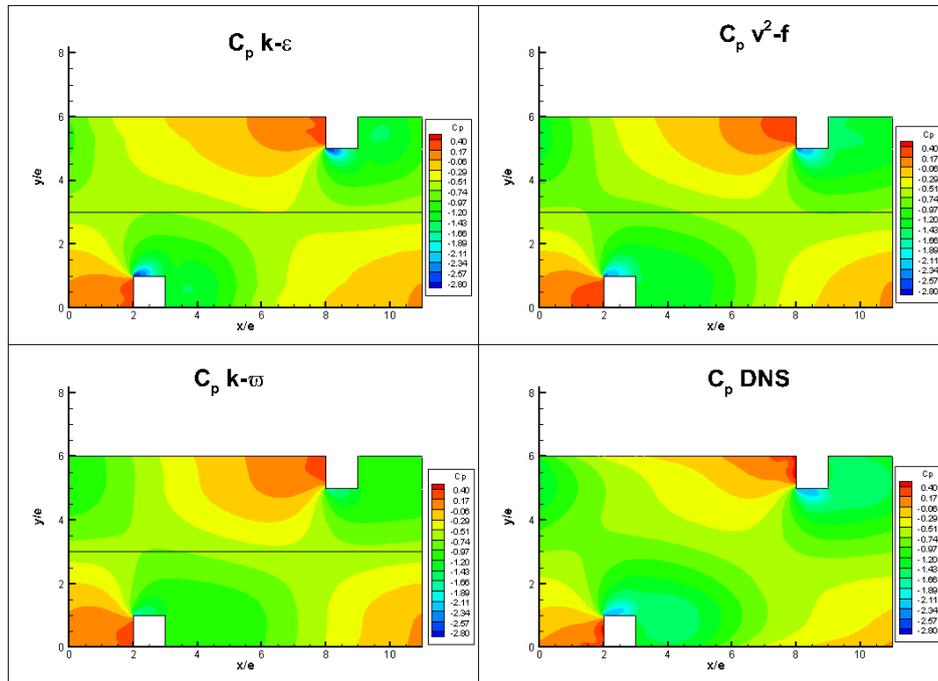


Figura 5.61: Confronto  $C_p$  per i diversi modelli

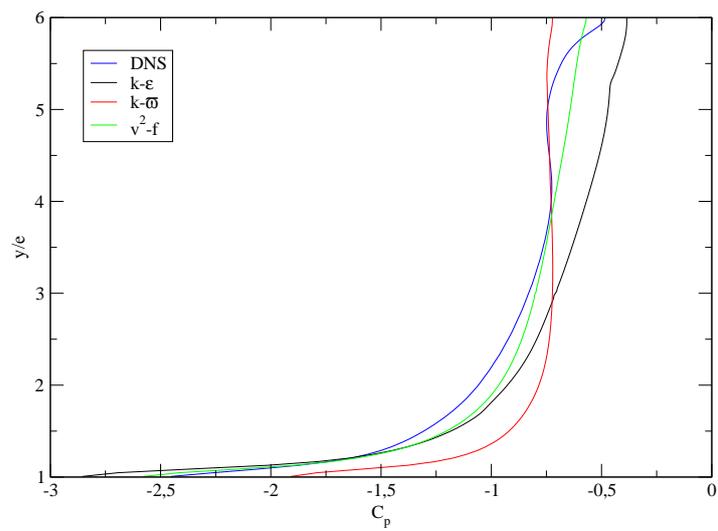


Figura 5.62: Confronto  $C_p$  per i diversi modelli a  $x/e = 1$

## Sforzo di Reynolds

Dall'ipotesi di Boussinesq, conoscendo il valore dei gradienti del campo di moto medio, è possibile, attraverso la viscosità turbolenta, calcolare il valore delle componenti del tensore dello sforzo di Reynolds. In figura 5.63 si confronta il valore di  $\overline{\rho u'v'}$  ottenuto con i 3 modelli di turbolenza e il valore calcolato con la DNS. Appare subito evidente come nelle regioni vicino ai *ribs*, tutti i modelli sottostimino il valore di questa grandezza, ovvero sottostimino il trasporto turbolento. Solo il modello  $k - \epsilon$  riesce ad approssimare abbastanza correttamente la regione a valle dei *ribs*, caratterizzata da alti valori dello sforzo turbolento. In figura 5.64 si mostra l'andamento dello sforzo di Reynolds a  $x/H = 0.6$ , ovvero appena dopo il *rib* a monte. Il grafico conferma quanto osservato dall'analisi globale, ovvero tutti i modelli sottostimano lo sforzo turbolento lontano dal *rib*. In prossimità di quest'ultimo, i modelli  $\overline{v^2} - f$  e  $k - \omega$  SST continuano a sottostimare lo sforzo, mentre il modello  $k - \epsilon$  lo sovrastima. Notiamo inoltre che la posizione del picco nel modello  $k - \epsilon$  è leggermente spostata verso valle rispetto a tutti gli altri modelli, DNS compresa.

L'analisi è completata analizzando più nel dettaglio il bordo d'attacco del *rib*, dove

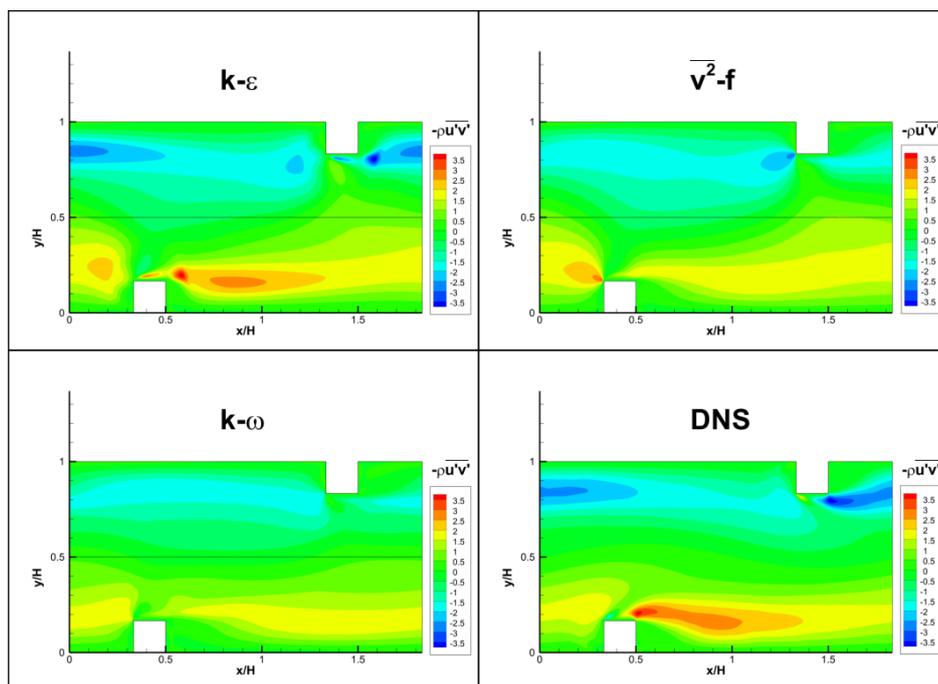
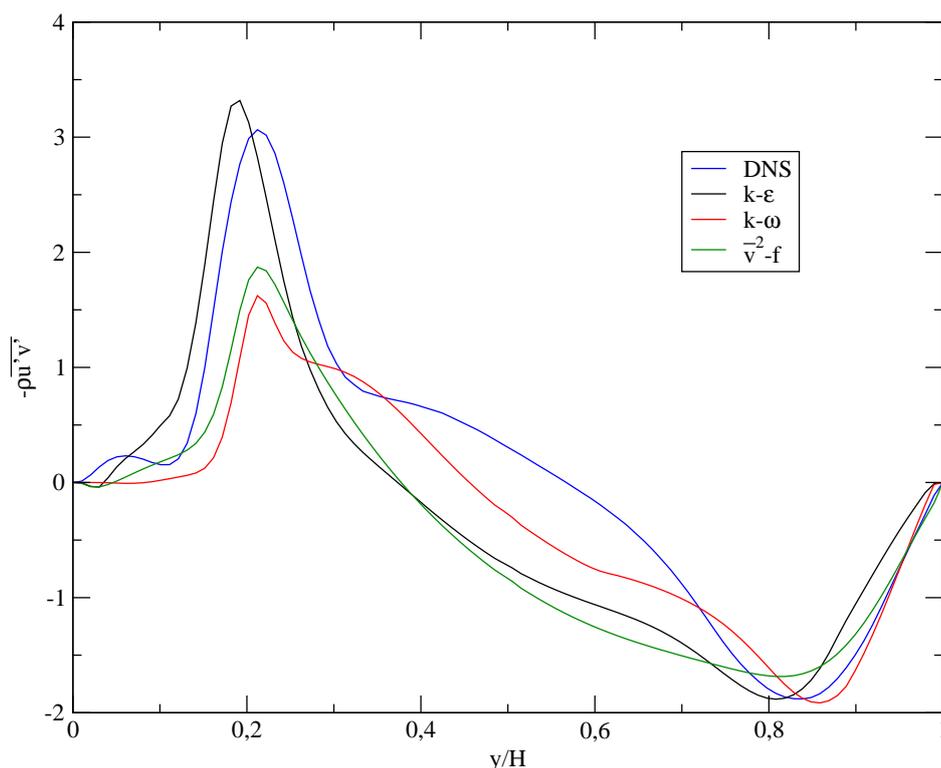


Figura 5.63: Confronto sforzi di Reynolds

nella DNS si era evidenziato un fenomeno di *counter-diffusion*. Dalla figura 5.65, non si riesce a distinguere regioni a  $-\overline{\rho u'v'}$  negativi, se non nel modello  $k - \epsilon$ . Più chiara la situazione osservando il grafico 5.66 dove si vede come i modelli RANS abbiano un comportamento completamente differente dalla DNS: tutti hanno un picco positivo



**Figura 5.64:** Confronto sforzi di Reynolds a  $x/H = 0.6$

vicino alla parete, poi diventano negativi, e tornano positivi solo ad una distanza dal *rib* molto maggiore rispetto alla DNS. Questo risultato mostra chiaramente come i modelli RANS entrano in crisi nei punti più delicati e complessi del dominio soprattutto in prossimità della parete, dove oltre al modello di turbolenza conta molto il trattamento a parete.

### Sforzi e resistenza sulla parete

Si conclude questo confronto fra il campo di moto ottenuto con i modelli RANS e quello ottenuto con la simulazione DNS confrontando l'andamento dello sforzo tangenziale sulla parete di fondo. In figura 5.67 si riporta il valore di  $C_f/C_{f,0}$ .

Gli zeri dello sforzo sono già stati analizzati per valutare le differenze fra i vari punti di attacco e di riattacco del fluido, mostrando come vi fossero sostanziali differenze fra i vari modelli. Ci si sofferma qui sull'andamento generale lungo tutta la parete. L'andamento qualitativo è simile per tutti i modelli con alcune ovvie differenze. Infatti, visto che nel modello  $k - \omega$  SST il riattacco avviene molto distante dal *rib*, lo sforzo ha un andamento differente nella cavità. Per il modello  $k - \epsilon$ ,  $\tau_{xy}$  è negativo in  $x/e = 0$ , in quanto l'estensione del vortice V1 è maggiore rispetto a tutti gli altri casi.

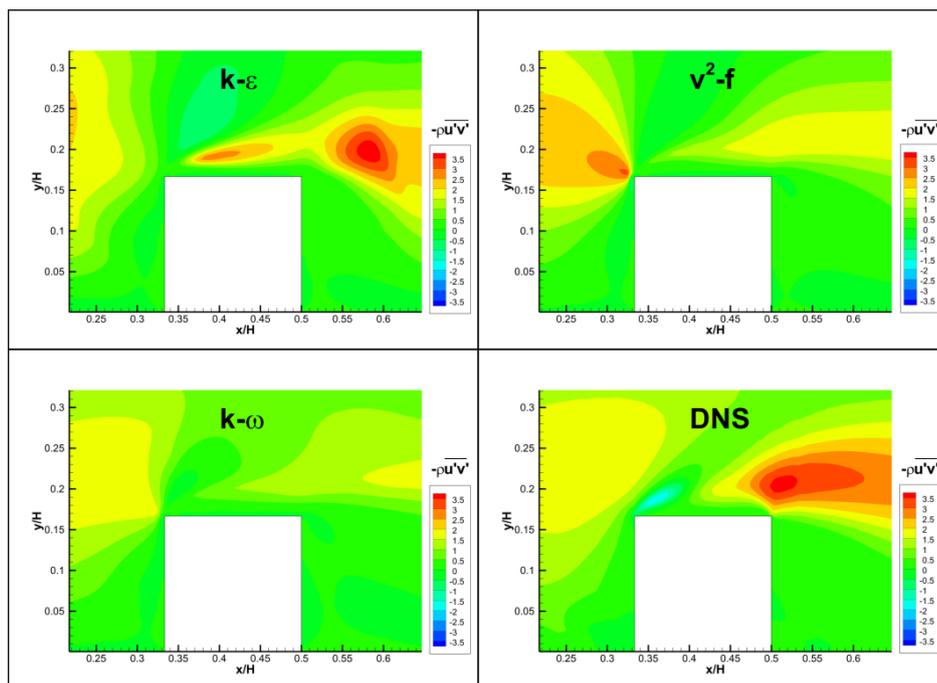


Figura 5.65: Confronto sforzi di Reynolds

In prossimità del *rib* è maggiore lo sforzo ottenuto con la simulazione DNS, segno di un maggior attrito fra il fluido e la parete.

A centro canale invece, sempre a causa delle differenti strutture, il profilo dello sforzo ha andamenti leggermente differenti. In particolare il modello  $k - \epsilon$  sovrastima il valore di  $\tau_{xy}$  nella prima parte della cavità, mentre il  $\overline{v^2} - f$  ha un comportamento opposto, ovvero tende a sovrastimare a distanze maggiori dall'ostacolo.

Si fa notare inoltre come il modello  $k - \epsilon$  generi valori dello sforzo molto elevati su tutta la parete superiore del *rib*.

Da ultimo, come per il caso della DNS, vengono indagati i rapporti fra le forze di resistenza d'attrito e le forze di resistenza di forma. I risultati sono riportati in tabella 5.9 e mostrano come il modello  $k - \omega$  SST sottostimi le forze di resistenza, causa dell'elevato valore della velocità osservato. I modelli  $k - \epsilon$  e  $\overline{v^2} - f$  presentano risultati in linea con la DNS

	DNS	$k - \epsilon$	$\overline{v^2} - f$	$k - \omega$ SST
Resistenza di forma	0.003097	0.003044	0.003008	0.002641
Resistenza d'attrito	-0.00033	-0.000294	-0.000216	-0.00181
Totale	0.002767	0.00275	0.002792	0.002822

Tabella 5.9: Confronto forze di resistenza nel canale corrugato. Tutte le forze sono per unità di lunghezza  $L_z$  e normalizzate per  $0.5\rho u_b^2$

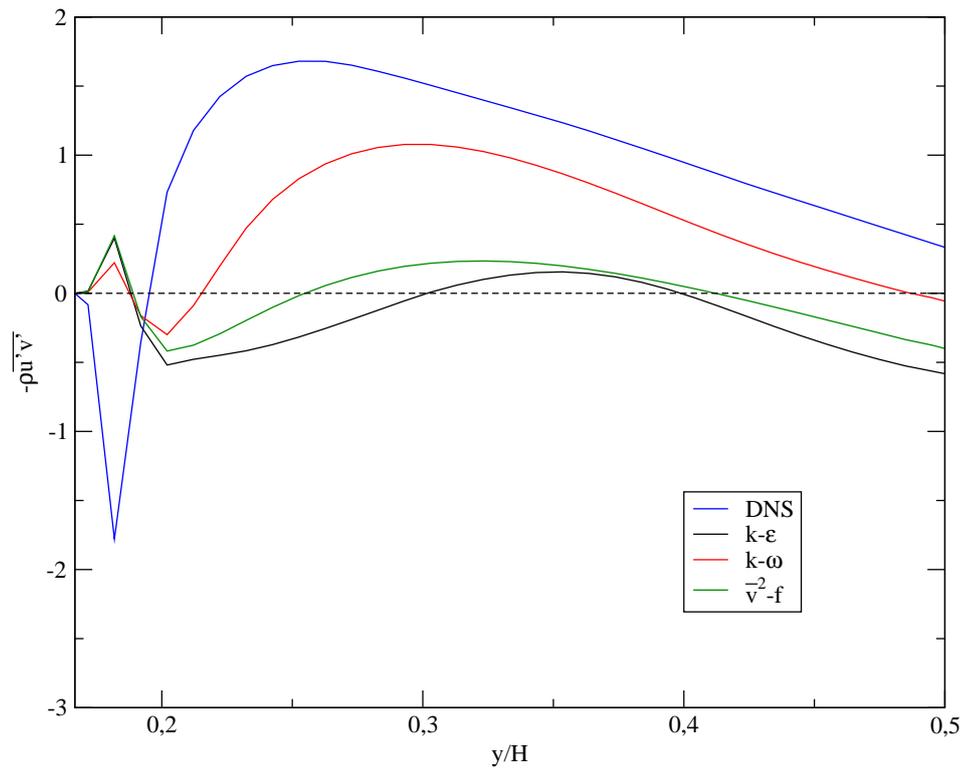


Figura 5.66: Confronto sforzi di Reynolds a  $x/H = 0.6$

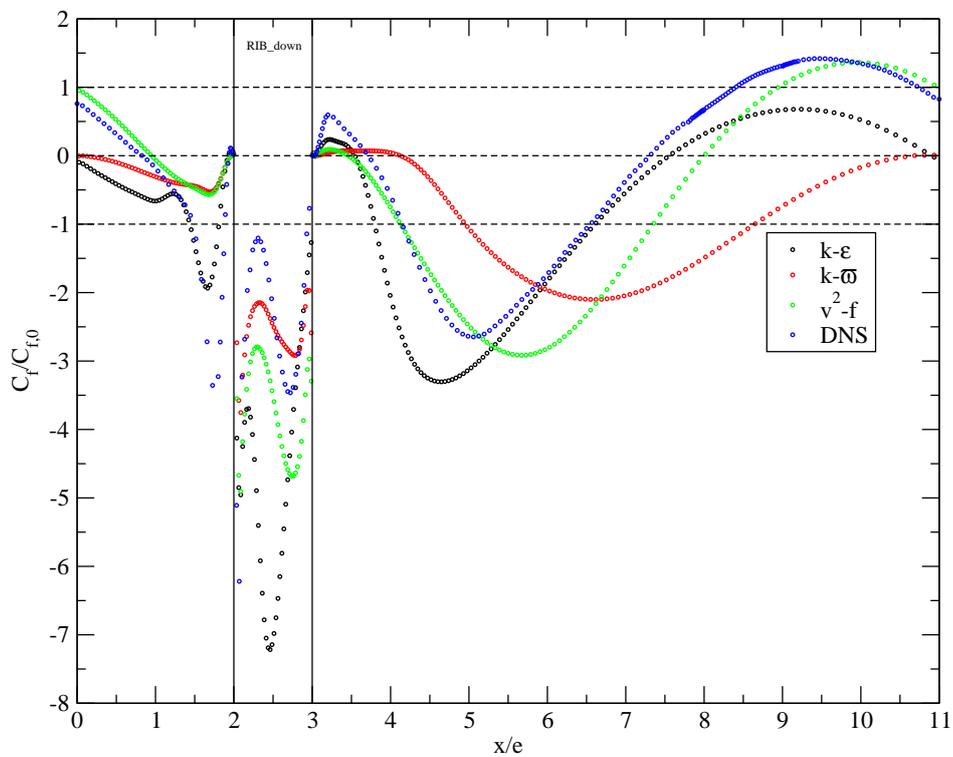


Figura 5.67: Confronto  $C_f/C_{f,0}$  lungo la parete inferiore del canale

$k$	0.0262 W/mK
$c_p$	1005 J/kgK
$q''$	5290 W/m <sup>2</sup>
$Pr$	0.71
$T_{b,in}$	300 K

**Tabella 5.10:** Parametri termici canale corrugato

### 5.5.3 Campo di temperatura DNS

In questa sezione si analizzano i risultati del campo di temperatura ottenuti con la simulazione DNS del canale corrugato. Anche in questo contesto si è ricorso all'utilizzo dell'equazione di diffusione-trasporto di uno scalare utilizzando i metodi descritti nella sezione 2.3. I parametri termofisici utilizzati sono riportati in tabella 5.10, scelti in accordo con i parametri sperimentali. L'unico differente è il flusso termico areico  $q''$ , maggiore rispetto al caso sperimentale per meglio osservare la differenza di temperatura fra la parete e il centro canale. Il flusso di calore entra nel canale solo attraverso la parete inferiore, mentre sia i *ribs* che la parete superiore sono adiabatici, in accordo con l'apparato sperimentale.

In figura 5.68 è riportato il campo di temperatura mediato sia in tempo sia nello spazio. Si osserva che nella parte alta del canale, lontano dalla parete riscaldata, il fluido si mantiene a temperatura pressochè costante.

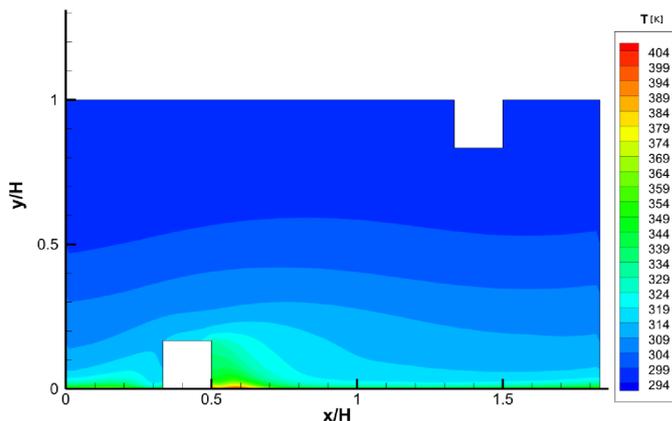
Come previsto invece, la parete inferiore si porta ad una temperatura di circa 100 K superiore alla temperatura di riferimento.

All'interno del canale invece il campo di temperatura presenta forti variazioni in prossimità della parete, indice di un elevato scambio termico fra il fluido in questa zona e il fluido più interno.

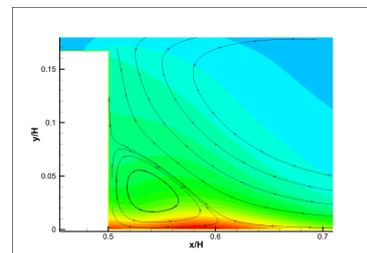
Questo è dovuto al moto turbolento all'interno del canale, che trasporta lontano dalla parete il fluido riscaldato miscelandolo con quello distante più freddo. Solo a centro canale la temperatura torna ai valori di riferimento.

Osserviamo come il massimo valore è assunto in prossimità del ricircolo V3: in questa regione il fluido ristagna senza favorire il miscelamento del fluido e, conseguentemente, lo scambio termico (figura 5.69).

L'analisi dei profili a diverse posizioni lungo l'asse  $x$ , figura 5.70, conferma come lontano dal bordo riscaldato, la temperatura tornino ad uniformarsi. Sulla parete superiore, considerata adiabatica, i profili mostrano gradienti correttamente nulli. Si evidenzia molto bene come a valle del *rib*, in prossimità del vortice V3, la temperatura assuma valori molto più alti, segno di un ridotto miscelamento del fluido dovuto, come prima sottolineato, alla zona di ristagno. Per meglio valutare la differenza tra i valori di  $h$



**Figura 5.68:** Campo di temperatura all'interno del canale corrugato



**Figura 5.69:** Campo di temperatura in prossimità di V3 sovrapposto alle linee di corrente

dei profili prima mostrati, viene analizzato il valore di  $\theta^+$ .  $\theta^+$  (figura 5.71):

$$\theta(\mathbf{x})^+ = \frac{T(\mathbf{x}) - T_s(\mathbf{x})}{T_b(\mathbf{x}) - T_s(\mathbf{x})} \quad (5.7)$$

e vale che

$$h = -k \frac{\partial \theta^+}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (5.8)$$

I valori di  $\theta^+$  confermano l'analisi fatta, ovvero uno strato limite di parete più piccolo in prossimità del punto di riattacco, evidenza di un maggior scambio termico.

Il profilo del numero di Nusselt lungo tutto il canale è riportato in figura 5.72. Nella stessa figura è rappresentato anche il valore del  $C_f$ , opportunamente riscaldato, per evidenziare l'analogia fra la posizione del punto di riattacco e la coordinata del massimo valore di Nusselt nella cavità.

Nusselt locale assume valore massimo poco prima del *rib* dove il fluido accelera bruscamente a causa dell'ostacolo, favorendo lo scambio termico.

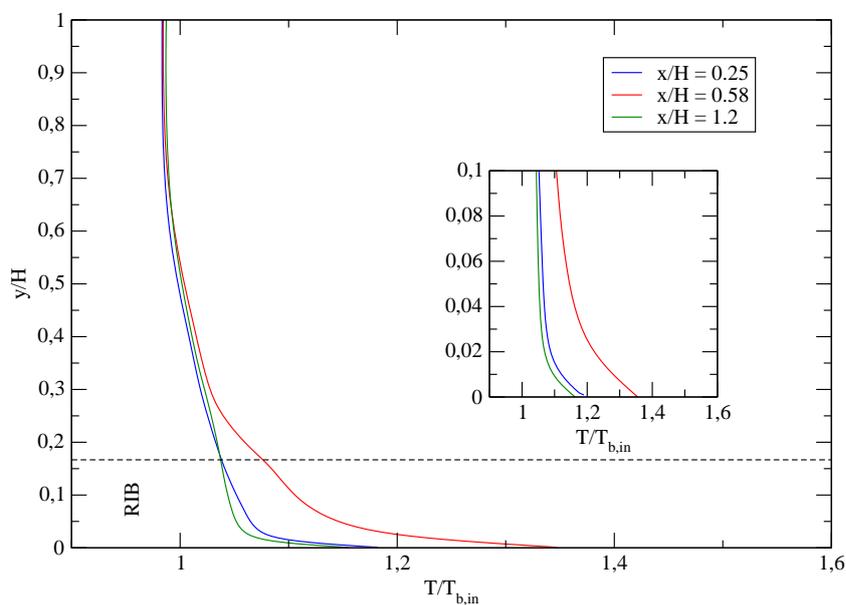
Il grafico in figura è riscaldato rispetto al valore di Nusselt su un canale piano, ottenuto tramite la correlazione di Gnielinski:

$$Nu_{H,0} = \frac{(f/8)(Re_b - 1000)Pr}{1 + 12.7(f/8)(0.5)(Pr(2/3) - 1)} \quad (5.9)$$

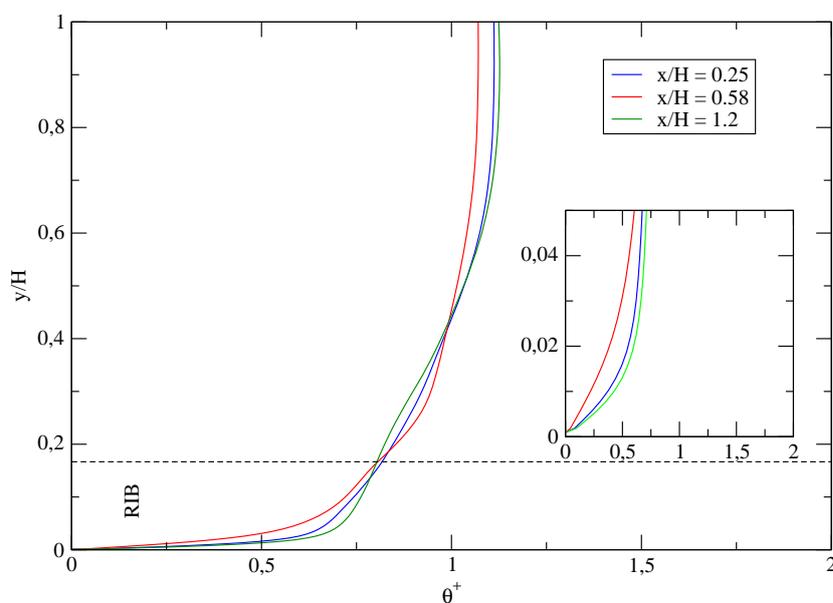
dove  $f$  è il fattore d'attrito di Darcy, ottenuto con la seguente correlazione:

$$f = (0.79 \ln(Re_b) - 1.64)^{-2} \quad (5.10)$$

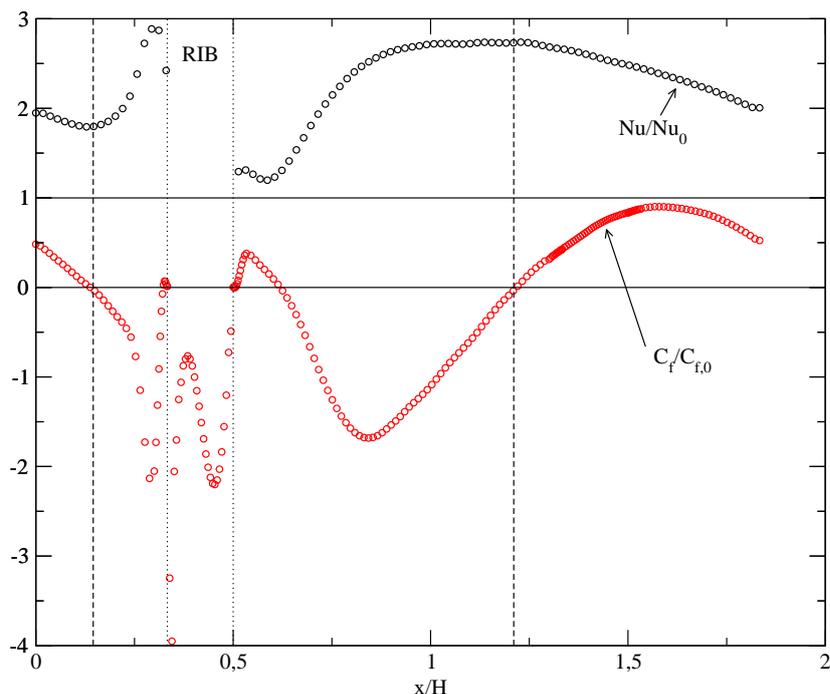
Questa correlazione è valida per  $0.5 \leq Pr \leq 2000$  e  $1500 \leq Re_b \leq 2.5 \times 10^6$ . Osserviamo come in prossimità del vortice V3, lo scambio termico sia ridotto, evidenziando ancora una volta come la zona di ristagno non favorisca lo scambio termico. Al centro



**Figura 5.70:** Profili di temperatura a diverse posizioni lungo il canale: a monte dell'ostacolo vicino al punto di distacco ( $x/H = 0.25$ ); a valle del *rib* vicino al vortice V3 ( $x/H = 0.58$ ) e vicino al punto di riattacco ( $x/H = 1.2$ ).



**Figura 5.71:** Profili di  $\theta$  a diverse posizioni lungo il canale: a monte dell'ostacolo vicino al punto di distacco ( $x/H = 0.25$ ); a valle del *rib* vicino al vortice V3 ( $x/H = 0.58$ ) e vicino al punto di riattacco ( $x/H = 1.2$ ).



**Figura 5.72:** In nero andamento del numero di Nusselt locale lungo il canale riscaldato rispetto al valore  $Nu_0$ , in rosso l'andamento del fattore d'attrito  $C_f$  riscaldato rispetto a  $C_{f,0}$ . Le linee tratteggiate indicano i punti di distacco e riattacco del fluido. I puntini la posizione del *rib*

della cavità e a monte del *rib* invece il numero di Nusselt aumenta, indice di un effettivo aumento dello scambio termico.

A livello globale il valore di Nusselt ottenuto è pari a 45.29 corrispondente a 2.27 volte il valore dello stesso nel canale liscio.

Anche l'andamento della temperatura sulla parete riscaldata, figura 5.73, conferma quanto appena visto: dove lo scambio termico è minore la temperatura a parete è maggiore, segno di un trasporto di energia all'interno del canale meno efficace, mentre dove  $Nu$  è alto la temperatura diminuisce grazie all'elevato scambio termico in quel punto. La temperatura sulla parete superiore adiabatica del *rib* è di circa 25 K inferiore a quella della parete.

In figura 5.74 è riportato il valore della deviazione standard del campo di temperatura. Le fluttuazioni massime sono in prossimità della parete riscaldata, con valore massimo nella zona fra il vortice V3 e il vortice V4. Lontano dalla parete invece le fluttuazioni diminuiscono assumendo valori molto inferiori.

In figura 5.75 e in figura 5.76 sono mostrati i flusso termico areico turbolento adimensionale in direzione del moto e normale alla parete,  $(\overline{u'T'})^*$  e  $(\overline{v'T'})^*$ . Per la componente in direzione del moto, osserviamo come aumenti al di sopra del *rib*, nella zona in cui si è osservato un alto valore dell'intensità turbolenta,  $\overline{u'u'}/u_b^2$  (figura 5.39), mentre valori negativi, che corrispondono ad un flusso turbolento in direzione opposta al moto, sono

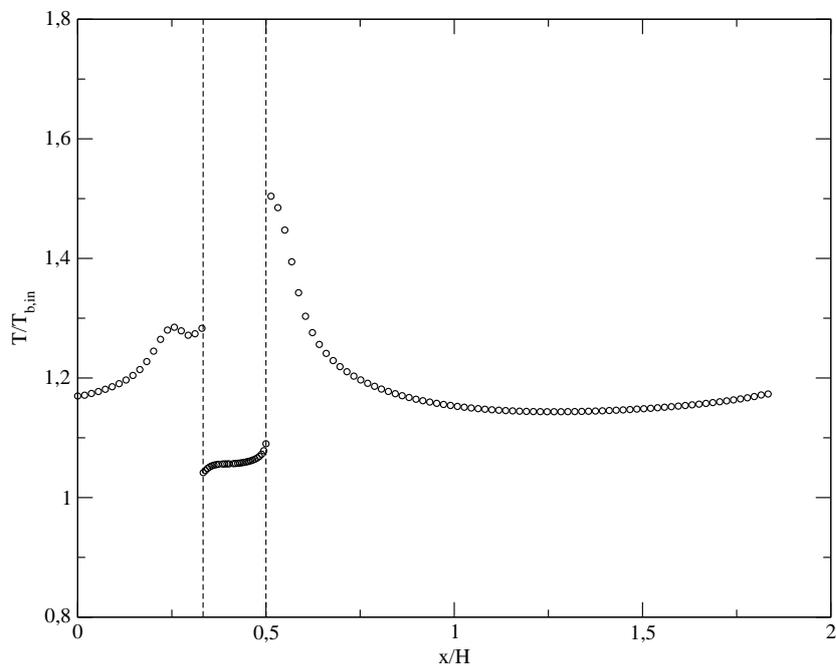


Figura 5.73: Profilo della temperatura sulla parete di fondo lungo il canale

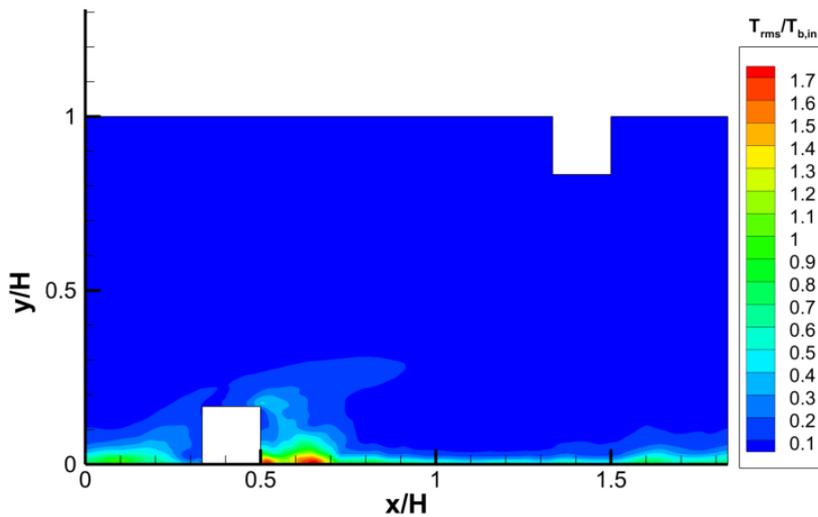


Figura 5.74: Rms della temperatura nel canale corrugato

osservati nella zona in cui si formano i vortici V1 e V4. Più importante è il comportamento del flusso normale, che oltre a confermare la presenza di un valore massimo nel punto di massima intensità turbolenta, mostra anche la presenza di zone negative sulla parete superiore dei *ribs* e nella regione a valle. Questo comportamento è meglio mostrato in figura 5.77, dove vengono rappresentati i profili di  $\overline{v'T'}^+$  sovrainposti al campo di temperatura. Si osserva la presenza di valori negativi sul bordo d'attacco dell'ostacolo che evidenziano delle zone a diffusività turbolenta negativa (fenomeno osservato da Nagano in [30]).

Anche qui si osserva come il massimo valore ad ogni posizione  $x$  coincide con la zona che separa il vortice V4 dalla zona centrale.

Da ultimo, in figura 5.78, è riportato il campo di temperatura istantaneo, che mostra

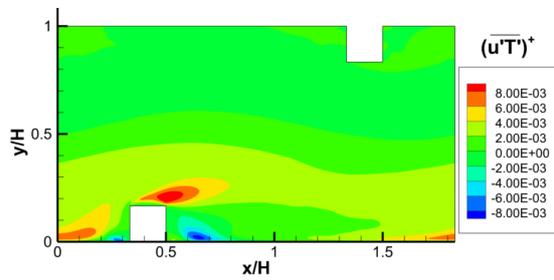


Figura 5.75: Trasporto turbolento  $(\overline{u'T'})^*$

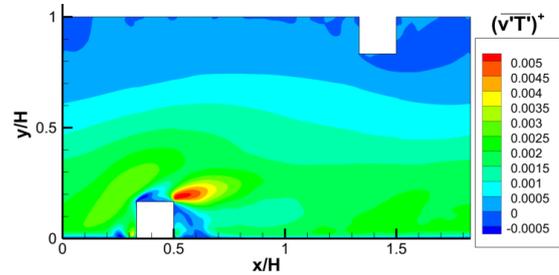


Figura 5.76: Trasporto turbolento  $(\overline{v'T'})^*$

l'effetto della turbolenza nella regione in prossimità del *rib*, che aumenta il miscelamento tra il fluido freddo a centro canale e quello caldo che scorre in prossimità della parete.

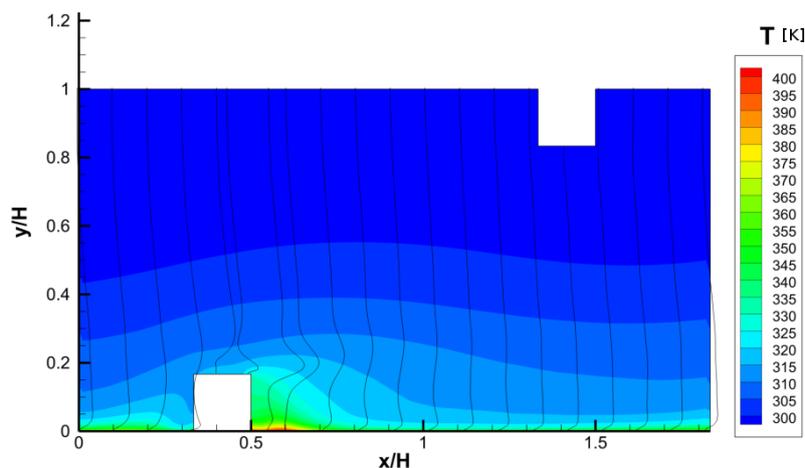


Figura 5.77: Profili del flusso turbolento sovrainposti al campo di temperatura medio

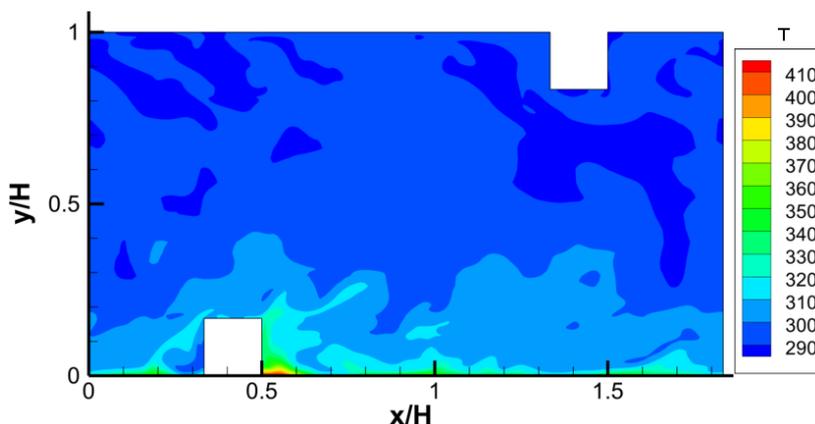


Figura 5.78: Campo di temperatura istantaneo nel canale corrugato

#### 5.5.4 Confronto DNS-RANS campo di temperatura

Dal confronto globale mostrato in figura 5.79 è possibile fare le seguenti considerazioni preliminari: nel modello  $k - \omega$  SST, a seguito dell'elevata dimensione del vortice V3 (figura 5.50), la zona a valle del *rib* si mantiene ad una temperatura elevata, a causa dell'inefficiente rimescolamento del fluido; i modelli  $k - \epsilon$  e  $\overline{v^2} - f$  invece presentano un campo di temperatura più simile a quello della DNS. Osserviamo però come in tutti e tre i casi, il fluido torni ad essere imperturbato al di sotto della metà del canale, mentre nella DNS questo avviene al di sopra della metà del canale. Ciò evidenzia una maggior diffusività termica turbolenta della simulazione DNS rispetto ai modelli RANS.

Da questa prima analisi globale si iniziano ad osservare che vi sono comportamenti estremamente differenti usando i modelli di turbolenza. Le differenze più evidenti sono riscontrate nella temperatura sulla parete riscaldata, mostrate in figura 5.80. In primo luogo si conferma l'inadeguatezza del modello  $k - \omega$  SST, in quanto la temperatura a parete prevista è nettamente superiore a quella effettiva. Per il modello  $k - \epsilon$  invece osserviamo che l'andamento della temperatura di parete è uguale a quello della DNS, anche se i valori appaiono nettamente superiori, ancora una volta indice di una non accurata previsione dei moti turbolenti all'interno del canale corrugato e quindi al miscelamento del fluido. Discorso differente merita il  $\overline{v^2} - f$ : si evidenzia come, soprattutto all'interno della cavità, i risultati siano in linea con la DNS, anche se notevoli differenze sono presenti in prossimità dell'ostacolo. Si ritiene che ciò sia dovuta alle differenze riscontrate nelle strutture vorticosi precedentemente osservate. In particolare il vortice V3 risulta essere più ridotto nel caso del  $\overline{v^2} - f$  e infatti, come si osserva, la zona ad alte temperature a valle del *rib* ha un'estensione più limitata.

In figura 5.81 viene confrontato il profilo di Nusselt locale lungo il canale. Come già osservato il  $k - \omega$  SST mal predice lo scambio termico, quindi  $Nu$  in tutto il canale. Anche il  $k - \epsilon$ , sottostima  $Nu$  in quasi tutto il canale. Per il  $\overline{v^2} - f$  si osserva una

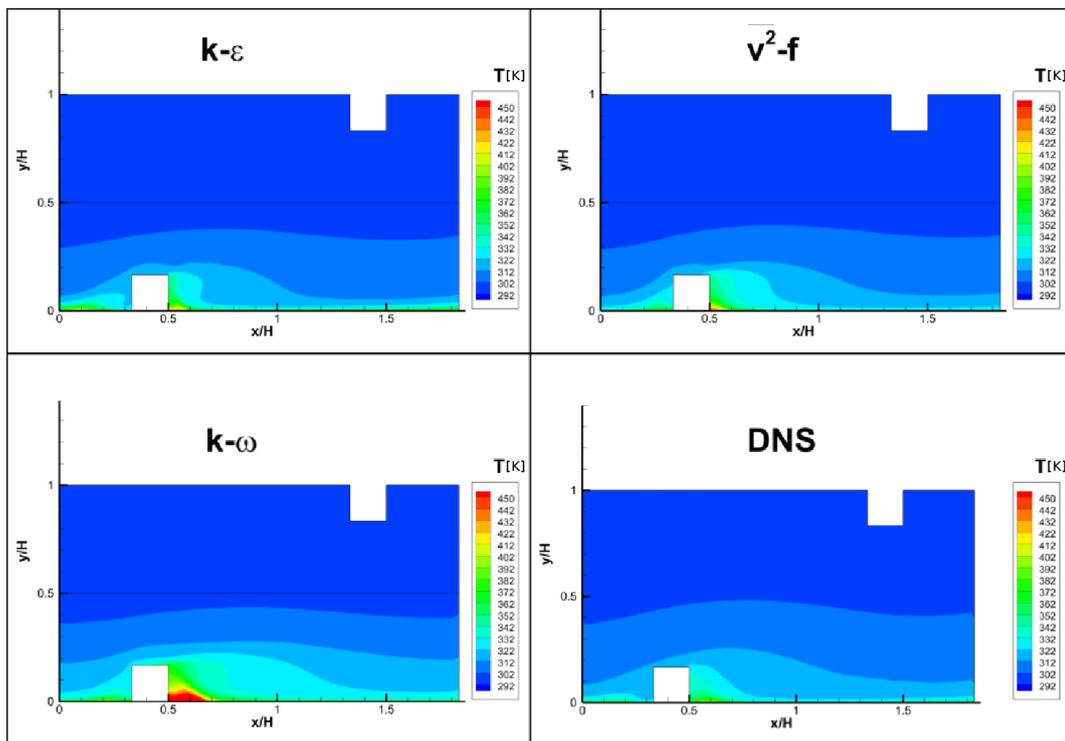


Figura 5.79: Confronto campo di temperatura

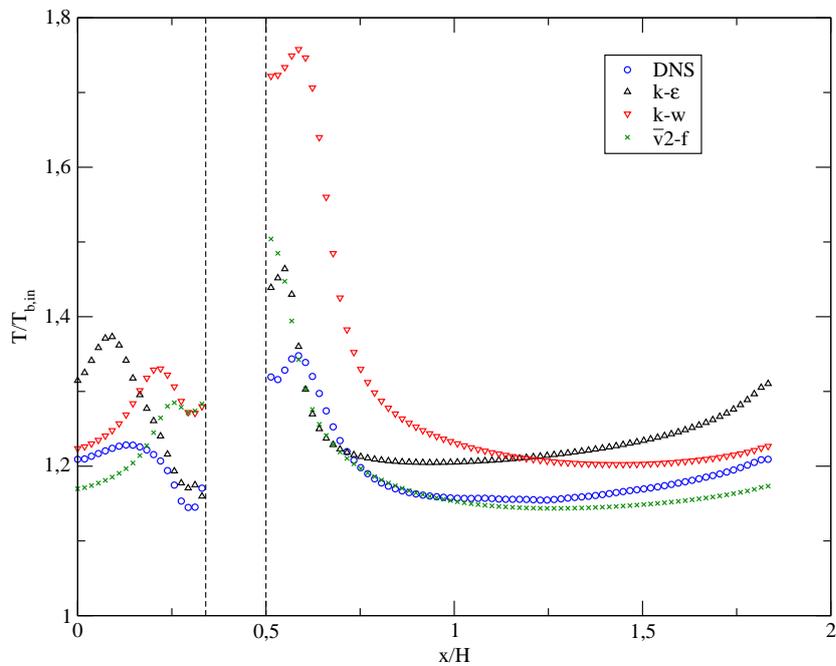
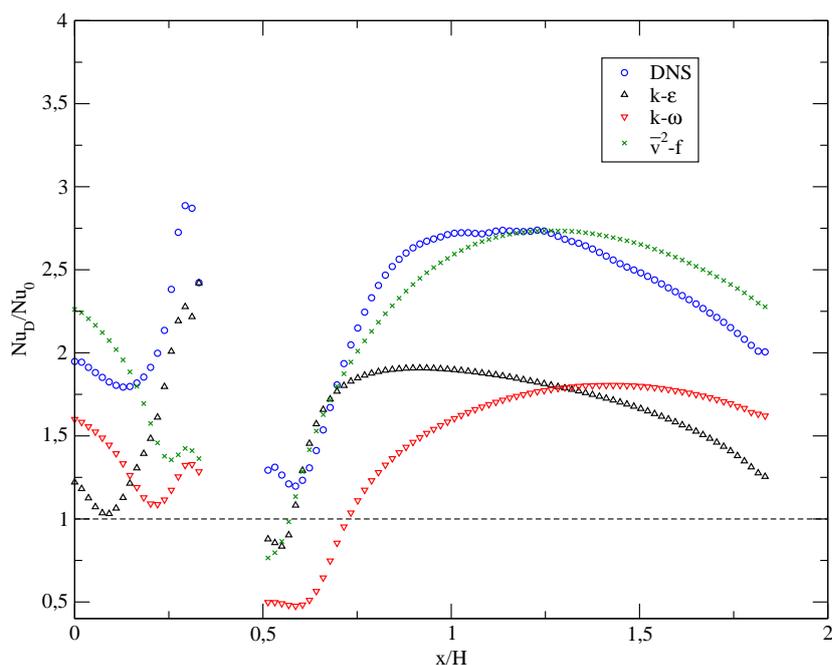


Figura 5.80: Confronto temperatura sulla parete di fondo



**Figura 5.81:** Confronto Nusselt

	DNS	$k - \epsilon$	$k - \omega$ SST	$k - \epsilon$
$Nu_D$	45.29	34.26	32.59	46.66
$Nu_D/Nu_{D,0}Gni$	2.14	1.1815	1.5826	2.36
Errore % con $Nu_s$	-1.55	-25.52	-29.15	+1.43

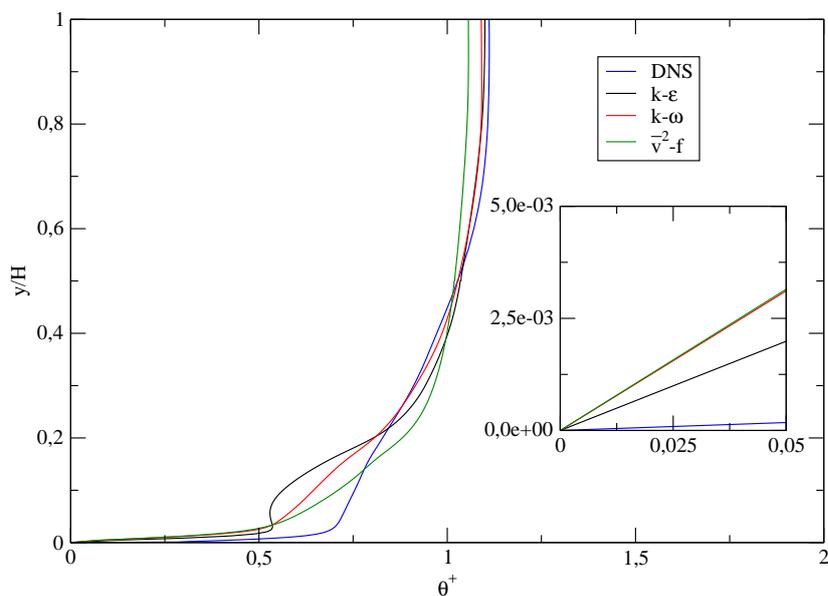
**Tabella 5.11:** Prima riga: valori numero di Nusselt; seconda riga: rapport Nusselt con valore su lastra piana; terza riga: differenza percentuale dal caso sperimentale

sottostima dello scambio termico a monte del *rib*, mentre al centro della cavità si riscontra una sovrastima del numero di Nusselt.

Questo andamento spiega i valori globali di  $Nu$ , calcolati mediando i valori locali (riportati in tabella 5.11), dove il valore calcolato con il  $\overline{v^2} - f$  è in linea con quello trovato con la DNS. Questo risultato è dovuto al fatto che l'operazione di media bilancia le differenze locali. Nella tabella è riportato sia il valore di Nusselt che il valore riscaloato rispetto al valore nel caso di canale piano. Nell'ultima riga è riportata la differenza dal caso sperimentale ( $Nu_s = 46$ ), che evidenzia l'elevato errore commesso utilizzando i modelli RANS  $k - \epsilon$  e  $k - \omega$  SST.

Da ultimo, per meglio indagare le differenze, vengono riportati alcuni profili di  $\theta^+$  a diverse posizioni lungo il canale. Sono state scelte quattro posizioni differenti: in prossimità del bordo di attacco del *rib* inferiore,  $x/H = 0.3$ , a  $x/H = 0.6$  a ridosso dei vortici V3-V4 e a  $x/H = 1$  nella coda del vertice V4 in prossimità del bordo di attacco.

Partendo da monte, figura 5.82, si osserva uno spessore di strato limite di parete più

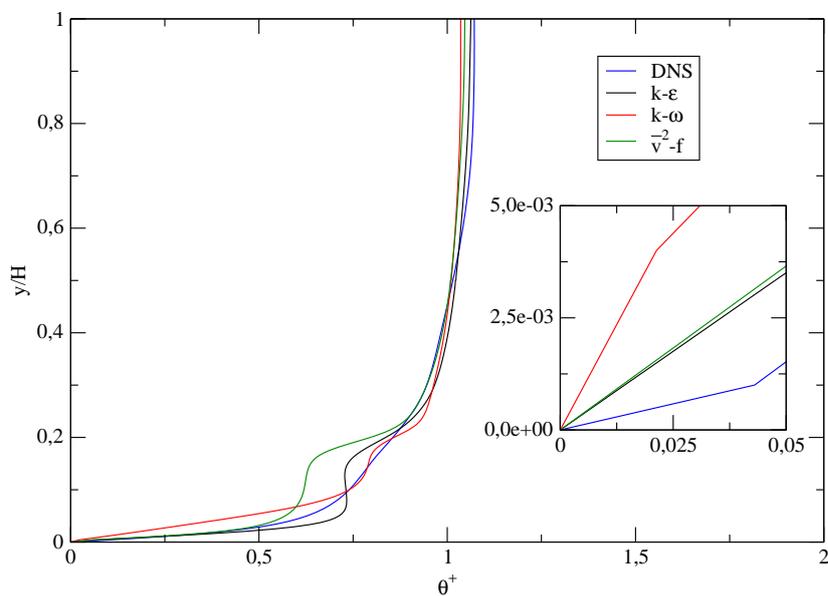


**Figura 5.82:** Confronto temperatura a  $x/H = 0.3$ . Nel riquadro ingrandimento in prossimità della parete riscaldata

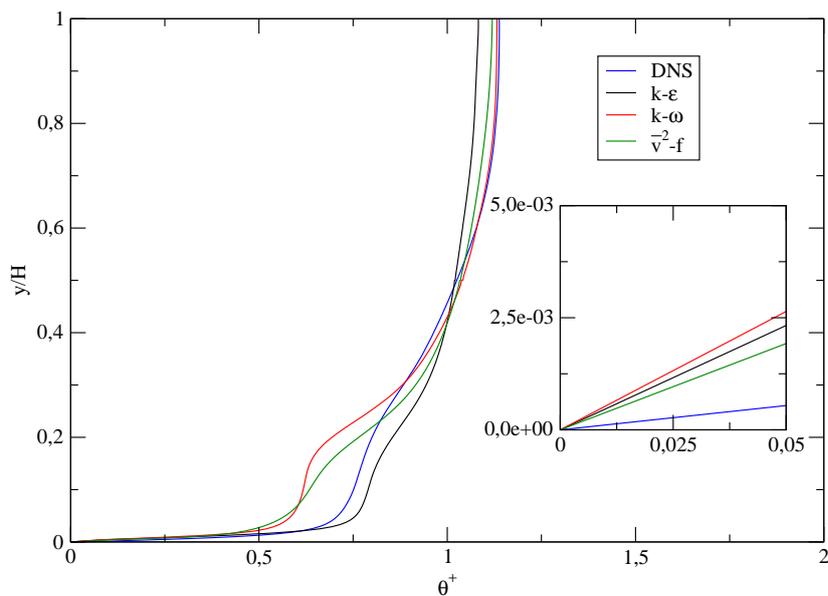
piccolo per la DNS rispetto ai modelli RANS, a giustificazione del maggior valore di Nusselt. Lontano dalla parete riscaldata i profili si uniformano

A valle del *rib* invece, figura 5.83, i gradienti di  $\theta^+$  sono più simili alla DNS, ad eccezione del modello  $k - \omega$  SST, a conferma del fatto che in questa regione i valori di Nusselt sono molto simili. Si osserva anche che i modelli  $k - \epsilon$  e  $\overline{v^2} - f$  presentano un'inflessione a  $y/H = 0.2$  che non viene prevista dalla DNS.

Risultati simili si trovano infine a  $x/H = 1$  (figura 5.84) dove si evidenzia ancora la presenza di un'inflessione dei profili non osservata con la DNS.



**Figura 5.83:** Confronto temperatura a  $x/H = 0.6$ . Nel riquadro ingrandimento in prossimità della parete riscaldata



**Figura 5.84:** Confronto temperatura a  $x/H = 1$

	c1	c2
DNS	0.421	0.784
$k - \epsilon$	0.331	0.604
$\overline{v^2} - f$	0.334	0.590
$k - \omega$ SST	0.435	0.809

**Tabella 5.12:** Valori di  $c_1$  e  $c_2$

### 5.5.5 Rapporti

Nei risultati è stato mostrato l'aumento di scambio termico all'interno del canale corrugato, al quale però consegue un aumento della resistenza al moto del fluido. Come già introdotto nella parte teorica del capitolo 1, esistono degli indici che permettono di valutare l'effettivo rapporto fra questi due fattori e valutare l'efficienza della geometria utilizzata a seconda dei valori di questi criteri.

Richiamiamo brevemente questi due criteri:

- portata massica fissata:

$$c_1 = \frac{Nu/Nu_0}{(f/f_0)} \quad (5.11)$$

- potenza di pompaggio fissata:

$$c_2 = \frac{Nu/Nu_0}{(f/f_0)^{1/3}} \quad (5.12)$$

Per calcolare  $f_0$  si è usata la correlazione 5.10. I risultati ottenuti, sia per la DNS che per i RANS sono riportati in tabella 5.12:

Chiaramente questo tipo di analisi ha più interesse quando vengono confrontate diverse geometrie, ad esempio diverse configurazioni dei *ribs*. Entrambi gli indici comunque evidenziano un maggior peso dell'aumento della resistenza rispetto all'aumento dello scambio termico convettivo e si vede come l'errata stima di Nusselt e i diversi valori di  $u_b$  comportino delle differenze rispetto a quelli della DNS.

# Conclusioni

## Canale piano

I risultati ottenuti confermano la possibilità di effettuare una simulazione di tipo DNS utilizzando un metodo a volumi finiti all'interno di un codice commerciale generico, non sviluppato ad hoc per la DNS.

Il confronto con i dati in letteratura, ottenuti utilizzando codici in-house, hanno evidenziato una differenza non superiore al 2% sulla mesh più fitta. Anche con la mesh più lasca i risultati sono comunque buoni.

Questa parte del lavoro di tesi ha permesso non solo di validare il solutore FLUENT, ma anche di definire ed implementare tutti gli strumenti necessari per una gestione ottimale del post-processing, che rappresenta una delle maggiori difficoltà di una simulazione diretta, dovendo lavorare con una moltitudine di dati e avendo la possibilità di effettuare un'analisi completa e dettagliata del campo di moto e di temperatura.

## Canale Corrugato

La simulazione DNS sul canale corrugato ha permesso di indagare nel dettaglio il campo di moto e di temperatura, evidenziando la formazione di quattro strutture coerenti dovute al moto medio. Queste quattro zone sono caratterizzate da una bassa velocità e vengono identificate attraverso il metodo  $\lambda_2$ . L'analisi delle linee di corrente in tutto il dominio tri-dimensionale ha permesso di osservare la presenza di moto secondari, soprattutto in prossimità dell'ostacolo. È stato anche osservato come a centro canale il campo di moto non risente di entrambi gli ostacoli. È stato anche valutato l'aumento delle forze di resistenza a causa della presenza dell'ostacolo, evidenziando però come sia dovuto totalmente alla resistenza di forma, mentre la resistenza d'attrito, essendo mediamente negativa, tende a "favorire" il moto.

Infine lo studio dell'intensità turbolenta ha permesso di concludere che questa aumenta nella regione a valle del *rib*, segno di un forte moto turbolento in questa zona.

Successivamente il campo di moto è stato confrontato con i risultati ottenuti dalle simulazioni RANS. È apparso subito evidente come il modello  $k - \omega$  SST non fosse in

grado di fornire risultati corretti, in quanto viene evidenziata una elevata sovrastima della velocità a centro canale. Il confronto delle strutture vorticose ha invece evidenziato leggerezza differenza fra quelle ottenute con la DNS e quelle ottenute con i modelli  $k - \epsilon$  e  $\overline{v^2} - f$ . Tali differenze sono principalmente legate alla posizione del centro dei vortici e alla distanza dal *rib* dei punti di separazione e di riattacco. L'analisi dei profili di velocità a diverse posizioni lungo il canale ha meglio evidenziato queste differenze, inoltre ha mostrato come l'andamento dell'energia cinetica turbolenta calcolata con i modelli RANS, sottostimasse il suo valore, in particolare nei pressi del *rib*, dove si era osservato con la simulazione DNS il massimo valore di  $k$ . Si è poi passati ad analizzare il campo di temperatura, osservando come il fluido tendesse a riscaldarsi maggiormente in prossimità della zona di ricircolo a valle del *rib*, diminuendo l'efficacia dello scambio termico. Localmente, in ogni punto della superficie, lo scambio termico è risultato essere superiore al caso di parete liscia. Infine il confronto con i modelli RANS ha confermato la difficoltà di questi modelli nel predire correttamente i fenomeni termici a parete. Infatti in tutte le simulazioni la temperatura sulla parete assume valori maggiori della DNS, segno di una sottostima dello scambio termico confermato anche dall'analisi del numero di Nusselt.

Particolare è il comportamento del modello  $\overline{v^2} - f$  che mediamente calcola un valore di Nusselt coerente con quello della DNS, ma questo risultato è dovuto solamente ad un fenomeno di compensazione fra la sottostima di  $h$  a monte del *rib* e la sovrastima a valle.

Infine il confronto con i valori sperimentali del numero di Nusselt ha mostrato come la DNS sia in grado di fornire risultati in linea con le prove di laboratorio, mentre i modelli RANS, ad eccezione del  $\overline{v^2} - f$ , stimano tale valore con un errore pari al 20%.

### Sviluppi futuri

Questo lavoro di tesi si inserisce nella linea di ricerca sui canali corrugati del gruppo *ThermaLab* e ha fornito le basi per un confronto sistematico fra i risultati numerici e sperimentali.

Un possibile sviluppo futuro è quello di utilizzare configurazioni differenti e valutare quale comporti il maggior incremento di scambio termico. Variare la geometria del canale non comporta nessun cambiamento nelle procedure numeriche, grazie all'utilizzo di un codice generico che si adatta ad ogni dominio.

Da un punto di vista applicativo risulta quindi interessante confrontare i vari valori degli indici  $c_1$  e  $c_2$  su canali in cui varia la sezione dei *rib*, la loro altezza e anche la loro posizione rispetto al fluido (al posto di essere ortogonali alla direzione del fluido, possono essere disposti lungo la parete in modo da formare un angolo  $\alpha$  con la direzione

del moto).

Dal punto di vista numerico risulta interessante valutare il comportamento del codice FLUENT utilizzando un modello LES, per poter effettuare delle prove a numeri di Reynolds più elevati, dove la DNS non è più gestibile.

Da ultimo, sempre dal punto di vista numerico, si vuole capire per quale motivo il solutore dell'equazione dell'energia vada in crisi utilizzando simulazioni non stazionarie con condizioni biperiodiche.

# Appendice A

## GCI

Negli ultimi decenni i metodi numerici sono diventati uno strumento fondamentale nella pratica ingegneristica, in particolare nell'ambito della fluidodinamica e dello scambio termico.

Numerosi codici sono stati sviluppati per migliorare l'accuratezza della soluzione in modo da poterli utilizzare nello studio di fenomeni sempre più complessi.

Parallelamente, sono state sviluppate diverse tecniche per poter quantificare l'errore commesso, in quanto gli schemi a volumi finiti, maggiormente utilizzati in fluidodinamica numerica, a differenza degli elementi finiti, non forniscono una stima a priori dell'errore commesso.

Negli elementi finiti (FEM), tale stima è ricavata *a priori*, basandosi sull'ordine degli elementi finiti e sul grado di regolarità della soluzione [73].

Un ulteriore vantaggio di una discretizzazione ad elementi finiti, è quella di essere in grado di trovare anche soluzioni molto irregolari, sfruttando il fatto di lavorare sulla formulazione debole del problema. Nonostante ciò, attualmente in ambito fluidodinamico si preferiscono ancora schemi a volumi finiti, soprattutto per il fatto di essere conservativi.

Per questo motivo è necessario fornire delle stime dell'errore a posteriori che possano garantire che la soluzione ottenuta sia accurata.

In questo capitolo viene introdotta un'analisi dell'errore basata sull'estrapolazione di Richardson che permette, attraverso un'analisi a posteriori, di stimare l'errore commesso nell'approssimazione ai volumi finiti.

Il capitolo è così suddiviso: inizialmente verrà fatto un richiamo alla teoria dell'errore nella CFD, successivamente si introduce il Grid Convergence Index e la procedura per calcolarlo e infine verrà mostrata un'applicazione sulle simulazioni RANS effettuate.

## A.1 L'errore in CFD

La soluzione numerica è il risultato di due passaggi: la modellazione del fenomeno fisico per ottenere un sistema di equazioni alle derivate parziali (*modello matematico*) e l'approssimazione numerica di queste equazioni, che porta a definire un sistema algebrico che viene poi risolto al computer.

Nella prima fase rientra tutta la teoria sui modelli turbolenti, sulla derivazione di particolari equazioni di trasporto per le specie chimiche, ovvero tutto quello che ha a che fare con la modellazione matematico-fisica.

Il secondo passaggio invece riguarda le tecniche di discretizzazione numerica di questo insieme di equazioni (metodi alle differenze finite, ai volumi finiti, agli elementi finiti, metodi spettrali,  $\dots$ ), la risoluzione del sistema algebrico (metodi iterativi, metodi multigrid, approssimazioni dirette,  $\dots$ ), l'implementazione del codice (C, C++, Fortran,  $\dots$ ), i criteri di convergenza (residui, grandezze integrali di monitor,  $\dots$ ) e infine l'accuratezza del computer usato (singola precisione, doppia precisione).

La seconda fase presenta quindi molti aspetti che devono essere valutati accuratamente, in quanto ognuno di essi può introdurre un errore, più o meno importante, sulla soluzione ottenuta.

L'insieme di tutti gli errori introdotti prende il nome di *errori computazionali* e le procedure per stimarli *processo di verifica*.

Infine, qualora disponibili, si è soliti confrontare i risultati numerici con dei dati sperimentali, effettuando quindi una *validazione* della procedura numerica.

Ovviamente anche i dati sperimentali sono affetti da errori, quindi bisogna prestare molta attenzione nella procedura di validazione.

La fonte maggiore di errori computazionali è nella fase di discretizzazione, sia nella discretizzazione del dominio (quindi nella creazione della mesh di calcolo) sia nella scelta degli schemi numerici. Gli altri errori possono essere quasi totalmente eliminati.

Di solito si utilizzano due parametri per quantificare tali errori:  $h$  che rappresenta il passo della griglia di calcolo (cioè la distanza fra due nodi) e  $p$  che rappresenta l'ordine di accuratezza del metodo utilizzato.

L'idea generale di qualsiasi stimatore a posteriori è quella di fornire una stima dell'errore utilizzando i parametri  $h$  e  $p$ , variandoli in maniera opportuna.

nel seguito verrà introdotto uno di questi stimatori, noto in letteratura come GCI (Grid Convergence Index).

## A.2 Grid Convergence Index

Fra i molti stimatori proposti si è scelto di utilizzare il GCI, proposto da Roache in [75]

Questa scelta è stata fatta perchè tale stimatore viene fortemente consigliato da molte riviste scientifiche ed è riconosciuto come uno dei metodi più affidabili e di facile utilizzo presenti in letteratura.

Numerosi lavori in letteratura hanno analizzato le stime fornite del GCI, lavorando con problemi in cui era possibile conoscere una soluzione esatta, mostrando come tale indice stimi in maniera molto accurata l'errore commesso, qualunque sia il problema in esame ([9], [11], [19]). Il GCI si basa sulla estrapolazione di Richardson utilizzando una procedura di raffinamento della griglia, ovvero del passo  $h$ . Vediamo ora i passaggi necessari per ottenere il valore del GCI.

Consideriamo una grandezza calcolata  $\phi(\mathbf{x})$  che può essere sia una grandezza locale che una grandezza globale.

Assumendo che non ci siano altre fonti d'errore, l'errore computazionale è definito come la differenza assoluta fra la soluzione esatta e la soluzione numerica, ovvero

$$e_D(\mathbf{x}) = |\phi(\mathbf{x}) - \phi_E(\mathbf{x})| \quad (\text{A.1})$$

Ovviamente non è possibile conoscere il valore esatto dell'errore se non si conosce la soluzione esatta ( $\phi_E(\mathbf{x})$ ).

Attraverso l'estrapolazione di Richardson ([75]), è possibile esprimere l'errore in termini di  $h$ ,  $p$ :

$$e_D(\mathbf{x}) = |C_p(\mathbf{x})h^{p(\mathbf{x})}| \quad (\text{A.2})$$

Chiaramente le grandezze  $C_p(\mathbf{x})$  e  $p(\mathbf{x})$  non sono note, e devono essere stimate.

Per farlo si utilizzano tre valori di  $\phi(\mathbf{x})$  ( $\phi_1(\mathbf{x}), \phi_2(\mathbf{x}), \phi_3(\mathbf{x})$ ) ottenuti su tre mesh con passi  $h$  differenti ( $h_1, h_2, h_3$ ).

I 3 passi di griglia sono ottenuti attraverso un raffinamento sistematico della griglia in modo tale che  $h_2 = r_{21}h_1$  e  $h_3 = r_{32}h_2$ . Definiamo così un sistema di 3 equazioni nelle incognite  $\phi_E(\mathbf{x}), C_p(\mathbf{x})$  e  $p(\mathbf{x})$

$$e_{D,i} = |\phi_i(\mathbf{x}) - \phi_E(\mathbf{x})| = |C_p(\mathbf{x})[h_i]^{p(\mathbf{x})}| \quad i = 1, 2, 3 \quad (\text{A.3})$$

dove

$$r_i = \begin{cases} 1 & \text{se } i = 1 \\ r_{12} & \text{se } i = 2 \\ r_{23} & \text{se } i = 3 \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Combinando queste equazioni fra di loro è possibile trovare un'equazione per la variabile  $p(\mathbf{x})$  che rappresenta l'ordine apparente del metodo:

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{\ln(r_{21})} |\ln(\phi_3(\mathbf{x}) - \phi_2(\mathbf{x})) / (\phi_2(\mathbf{x}) - \phi_1(\mathbf{x})) + q(p)| \quad (\text{A.5a})$$

$$q(p) = \ln\left(\frac{r_{21}^p - s}{r_{32}^p - s}\right) \quad (\text{A.5b})$$

$$s = \text{sign}((\phi_3(\mathbf{x}) - \phi_2(\mathbf{x})) / (\phi_2(\mathbf{x}) - \phi_1(\mathbf{x}))) \quad (\text{A.5c})$$

Osserviamo che l'equazione non è lineare. È quindi necessario utilizzare un metodo iterativo, di tipo punto fisso, per risolverla.

Una volta calcolato l'ordine apparente  $p(\mathbf{x})$ , sempre sfruttando l'estrapolazione di Richardson, sarebbe possibile calcolare una stima accurata della soluzione esatta  $\phi_E(\mathbf{x})$  e poi con quella stimare l'errore.

Purtroppo tale procedura non è conservativa e non sempre le ipotesi alla base di questa estrapolazione sono verificate.

Per questo motivo si preferisce una strategia alternativa: si calcola la differenza relativa fra i risultati su due griglie:

$$e_a^{21} = \left| \frac{\phi_1(\mathbf{x}) - \phi_2(\mathbf{x})}{\phi_1(\mathbf{x})} \right| \quad (\text{A.6a})$$

$$e_a^{32} = \left| \frac{\phi_2(\mathbf{x}) - \phi_3(\mathbf{x})}{\phi_2(\mathbf{x})} \right| \quad (\text{A.6b})$$

$$(\text{A.6c})$$

e si definisce il valore del GCI, che rappresenta una stima di  $e_{D,i}(\mathbf{x})$ , come:

$$GCI^{21} = \frac{1.25e_a^{21}}{r_{21}^p - 1} \quad (\text{A.7a})$$

$$GCI^{32} = \frac{1.25e_a^{32}}{r_{32}^p - 1} \quad (\text{A.7b})$$

$$(\text{A.7c})$$

È pratica comune riportare solo in valore di  $GCI^{21}$ . Particolare attenzione deve essere posta nella risoluzione dell'equazione (A.5a) per l'ordine apparente  $p(\mathbf{x})$ , in quanto potrebbe verificarsi che l'argomento del logaritmo sia negativo.

Per evitare questo problema, si è soliti suddividere i nodi in tre categorie:

$$\begin{aligned}
 \text{Nodi di Richardson} &: [\phi_3(\mathbf{x}) - \phi_2(\mathbf{x})] * [\phi_2(\mathbf{x}) - \phi_1(\mathbf{x})] > C_0 \\
 \text{Nodi convergenti} &: |[\phi_3(\mathbf{x}) - \phi_2(\mathbf{x})] * [\phi_2(\mathbf{x}) - \phi_1(\mathbf{x})]| > C_0 \\
 \text{Nodi oscillatori} &: [\phi_3(\mathbf{x}) - \phi_2(\mathbf{x})] * [\phi_2(\mathbf{x}) - \phi_1(\mathbf{x})] < -C_0
 \end{aligned} \tag{A.8}$$

dove  $C_0$  è una costante positiva prossima a 0.

L'equazione (A.5a) può essere quindi calcolata solo per i nodi di Richardson, e quindi anche il GCI è definito solo su questi nodi

É richiesto comunque che vengano riportati anche il numero di nodi oscillatori. Come osservato in precedenza è possibile calcolare il GCI sia localmente che globalmente.

Le stime locali permettono di trovare quelle zone in cui la mesh è inadeguata o eventuali inadeguatezze delle condizioni al contorno.

Stime globali invece permettono di avere un'idea generale dell'accuratezza della soluzione.

Alcune osservazioni sono ora necessarie: qualora non fossero disponibili 3 soluzioni su 3 diverse mesh, è possibile utilizzare solo i risultati su due griglie. Così facendo però, non è più possibile stimare l'accuratezza apparente del metodo e si utilizza come valore di  $p(\mathbf{x})$  l'accuratezza formale del metodo (nota sapendo che schema si sta usando).

Inoltre, utilizzando mesh molto complesse, non sempre è facilmente identificabile il passo di griglia  $h$  e il fattore di raffinamento  $r$ . In queste situazioni si utilizza come parametro  $h$

$$h = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i \right] \tag{A.9}$$

nel caso tridimensionale, oppure

$$h = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_i \right] \tag{A.10}$$

nel caso bidimensionale, dove  $V_i$  e  $A_i$  rappresentano rispettivamente il volume e l'area della cella  $i$ -esima ed  $N$  il numero totale di celle.

Determinato  $h$  è poi possibile calcolare il fattore  $r$ .

Infine un'osservazione sulla scelta dei nodi nel quale valutare le grandezze  $\phi_i(\mathbf{x})$ .

Al fine di ridurre al minimo ogni errore, le soluzioni vengono interpolate tutte sulla stessa griglia, utilizzando interpolazioni il più possibile accurate.

In questo lavoro si è utilizzato lo schema di interpolazione Kriging.

Modello	$x/H$	Grandezza	$p$ medio	GCI	Nodi di Richardson	Nodi Oscillatori
$\overline{v^2} - f$	0.25	$u$	1.98	3.64%	54%	46 %
$\overline{v^2} - f$	0.25	$T$	1.65	0.02 %	58	42
$\overline{v^2} - f$	0.58	$u$	1.89	4.17%	58%	42 %
$\overline{v^2} - f$	0.58	$T$	1.49	0.1 %	38	62
$k - \epsilon$	0.25	$u$	1.41	3.34%	90%	10 %
$k - \epsilon$	0.25	$T$	0.72	0.08 %	72	28
$k - \epsilon$	0.58	$u$	1.41	4.48%	94%	6 %
$k - \epsilon$	0.58	$T$	0.6	0.237 %	77	23

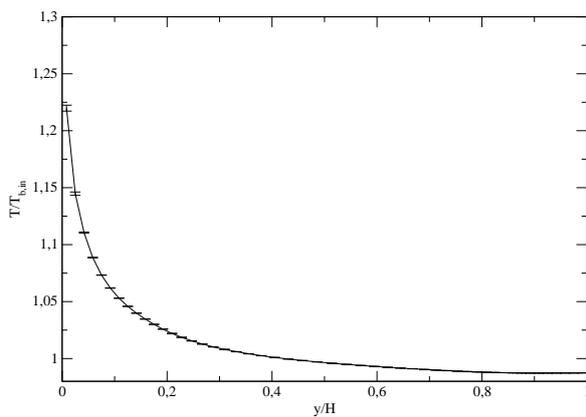
Tabella A.1: Risultati GCI

### A.3 GCI sui RANS

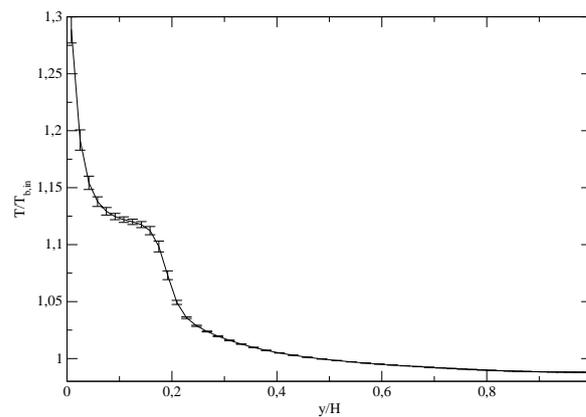
Si riportano in questa sezione i risultati ottenuti con i modelli  $\overline{v^2} - f$  e  $k - \epsilon$  per mostrare un esempio di utilizzo del GCI. Si considerano i profili di temperatura e di velocità a due diverse  $x$ , uno a monte ( $x/H = 0,25$ ) e uno a valle del *rib* ( $x/H = 0.58$ ). Prima di presentare le bande d'errore sui profili, in tabella A.1 sono riportati dei risultati globali. In questa tabella si mostrano i valori medi dell'ordine apparente del metodo  $p$  e del valore del GCI. Inoltre vengono indicati il numero percentuale di nodi di Richardson e oscillatori.

Si osservano alcune differenze fra i due modelli. In primo luogo usando il  $k - \epsilon$  il numero dei nodi di Richardson è molto superiore al caso del  $\overline{v^2} - f$ , dove sono presenti molti nodi oscillatori. L'ordine apparente del metodo è in linea con quello che ci si aspetta, anche se viene sottostimato nel caso della temperatura. Osserviamo inoltre che l'errore previsto per la temperatura è mediamente di un ordine inferiore rispetto a quello della velocità. Sembrerebbe così che i due metodi sono molto accurati nella approssimazione del campo termico. In realtà, osservando i profili nelle figure, A.1 e A.2, si osserva come la banda d'errore per la temperatura è molto piccola lontano dalla parete riscaldata, ma molto elevata più ci si avvicina al bordo. Questo comportamento conferma quanto visto nel capitolo 5, ovvero la difficoltà dei modelli RANS nel simulare correttamente lo scambio termico a parete.

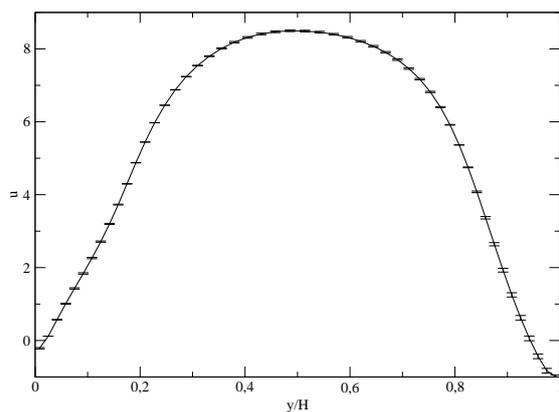
I profili di velocità invece, mostrati nelle figure A.3,A.4 hanno bande d'errore che sono più omogenee lungo tutta l'altezza del canale. Si osservano valori elevati di queste bande d'errore nei punti in cui la velocità cambia segno. Questo comportamento è stato osservato in alcuni articoli di letteratura ([75]) Come sviluppo futuro, dato l'elevato numero di nodi oscillatori si potrebbe valutare l'utilizzo di metodi GCI più accurati, che permettono di ottenere risultati più interessanti.



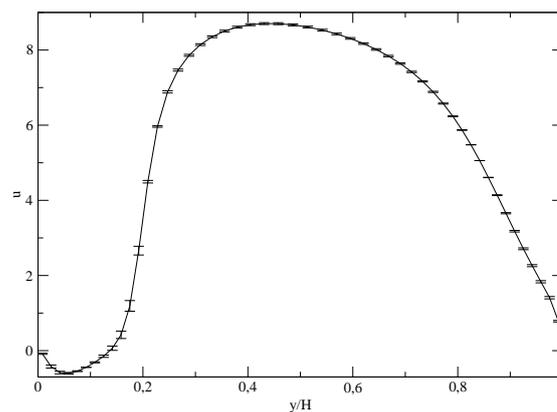
**Figura A.1:** Profilo di temperatura, con banda dell'errore a  $x/H = 0.25$ . Modello  $\frac{v^2}{v^2 - f}$



**Figura A.2:** Profilo di temperatura, con banda dell'errore a  $x/H = 0.58$ . Modello  $\frac{v^2}{v^2 - f}$



**Figura A.3:** Profilo di velocità, con banda dell'errore a  $x/H = 0.25$ . Modello  $\frac{v^2}{v^2 - f}$



**Figura A.4:** Profilo di velocità, con banda dell'errore a  $x/H = 0.58$ . Modello  $\frac{v^2}{v^2 - f}$



```

* -file_to_write (lin 29): file name of output
*
* USE ONLY IN PARALLEL VERSION
*
*****/
#include "udf.h"
#include "para.h"

# define FLUID_ID 2
# define NY 125

DEFINE_EXECUTE_AT_END(statistics)
{
# if RP_HOST
/*Host variables declaration*/
FILE *fr=NULL;
FILE *fw = NULL;
char file_to_read []="y-cord";
char file_to_write []="statistics.dat";
real trash;
real c_time;
# endif
/*Node variables declaration*/
# if RP_NODE
Domain *domain=Get_Domain(1);
Thread *t;
cell_t c;
real cell_coord[ND_ND];
real eps=0.0001;
real dx;
real sx;
int k;
# endif

/* Host and Nodes declaration */
float y[NY];
float local_sum_u[NY];
float local_sum_v[NY];
float local_sum_w[NY];
float local_sum_uv[NY];
int count[NY];
int i;
int j;

```

```
/*Initialization*/
for(i=0;i<NY;i++){
    count[i]=0;
    local_sum_u[i]=0;
    local_sum_v[i]=0;
    local_sum_w[i]=0;
    local_sum_uv[i]=0;
}

#if RP_HOST

if((fr=fopen(file_to_read,"r"))==NULL)
    Message("Errore while opening file %s \n",file_to_read);
else
{
    Message("Reading file %s...\n",file_to_read);

    for(i=0;i<NY;i++)
    {
        fscanf(fr,"%f",&y[i]);
        fscanf(fr,"%f",&trash);
    }

    fclose(fr);
}

#endif

host_to_node_float(y,NY);

#if !RP_HOST
t=Lookup_Thread(domain,FLUID_ID);
/*Each nodes compute localsum n*/
begin_c_loop_int(c,t)
{
    C_CENTROID(cell_coord, c,t);
}
```

```

        k=0;
        for(i=0;i<NY;i++)
        {
            /*search cell's y index*/
            sx=y[i]-eps;
            dx=y[i]+eps;
            if(cell_coord[1] > sx && cell_coord[1]<dx){ k=i;break;}
        }

        /*update local sums*/
        local_sum_u[k]+= C_U(c,t);
        local_sum_v[k]+= C_V(c,t);
        local_sum_w[k]+=C_W(c,t);
        local_sum_uv[k]+=C_U(c,t)*C_V(c,t);
        count[k]+=1;
    }
end_c_loop_int(c,t)
/*end c_loop*/

/*execute global reduction from all node*/
for(i=0;i<NY;i++)
{
    local_sum_u[i]=PRF_GRSUM1(local_sum_u[i]);
    local_sum_v[i]=PRF_GRSUM1(local_sum_v[i]);
    local_sum_w[i]=PRF_GRSUM1(local_sum_w[i]);
    local_sum_uv[i]=PRF_GRSUM1(local_sum_uv[i]);
    count[i]=PRF_GISUM1(count[i]);
}

#endif /*!RP_HOST*/

/*Results of reduction are sent to the host*/
node_to_host_real(local_sum_u,NY);
node_to_host_real(local_sum_v,NY);
node_to_host_real(local_sum_w,NY);
node_to_host_real(local_sum_uv,NY);
node_to_host_int(count,NY);

/*Host write the output file*/
#if RP_HOST
fw =fopen(file_to_write,"a");
c_time=CURRENT_TIME;

```

```

for(i=0;i<NY;i++)
{
  fprintf(fw,"%f\t%f\t%f\t%f\t%f\t%f\t%f\n",
          c_time,y[i],local_sum_u[i],local_sum_v[i],
          local_sum_w[i],local_sum_uv[i],count[i]);
}

fclose(fw);

#endif
Message("END OF FILE\n");
} /*DEFINE_EXECUTE*/

```

## B.2 Spettri d'energia

Questa UDF, usata per il Channel Flow, calcola ad ogni timestep lo spettro d'energia 1-D in direzione  $x$  delle 3 componenti della velocità e della temperatura. La metodologia usata in questa UDF è già stata presentata nel capitolo CF. Per calcolare la trasformata di Fourier si è fatto uso della libreria `fftw` (versione 3.3.2 disponibile su <http://www.fftw.org/>). Un UDF simile è stata creata per calcolare gli spettri d'energia in direzione  $z$ , invertendo il ruolo della  $x$  e della  $z$ .

```

/*****
* TO SET:
*
* - NX,NZ(line 22,23,24) : number of cells in x,z-direction
*                       and TOT=NX*NZ
*
* -file_to_read (line 48): file name of a data file with
*                       z-coordinates in the first column
*                       and whatever in the second column
*
* -file_to_write (lin 49-53): file name of output
*
* USE ONLY IN PARALLEL VERSION
* INCLUDE FFTW3.H AND LINK FFTW LIBRARY
*
*****/
#include "udf.h"
#include "math.h"
#include <complex.h>
#include "fftw3.h"

```

```

#define FLUID_ID 2
#define y_plane 0.0318476
#define NX 128
#define NZ 128
#define TOT 16384

/*EXECUTE AT END definition */
DEFINE_EXECUTE_AT_END(fft_rt)
{

/*Host variables declaration*/
#if RP_NODE

        Domain *domain=Get_Domain(1);
        Thread *thread;
        cell_t c;
        real maxx=y_plane + eps;
        real minn=y_plane -eps;
        real coord[ND_ND];

#endif

/*Node variables declaration*/
#if RP_HOST

        FILE *fuu=NULL;
        FILE *fvv=NULL;
        FILE *fww=NULL;
        FILE *frr=NULL;
        FILE *fTT=NULL;
        char file_to_read []="z-cord";
        char file_to_write_uu []="E_uu5.dat";
        char file_to_write_vv []="E_vv5.dat";
        char file_to_write_ww []="E_ww5.dat";
        char file_to_write_TT []="E_TT5.dat";
        int tot=0;
        real trash;
        real dx=0.05000;
        float z_cel[NZ];

/*This variable are used only the fft*/
fftw_complex *inu,*inv,*inw,*inT,*outu,*outv,*outw,*outT;
fftw_plan plan_u,plan_v,plan_w,plan_T;

        real x_global[TOT];
        real z_global[TOT];
        real u_global[TOT];
        real v_global[TOT];
        real w_global[TOT];

```

```

        real T_global[TOT];

        float E_uu_global[NZ][NX];
        float E_vv_global[NZ][NX];
        float E_ww_global[NZ][NX];
        float E_TT_global[NZ][NX];

        float temp_uu,temp_vv,temp_ww,temp_TT;

        float E_uu[NX];
        float E_vv[NX];
        float E_ww[NX];
        float E_TT[NX];
#endif

/* Host and Nodes declaration */
    real eps=0.0001;
    real *x_coord;
    real *z_coord;
    real *u;
    real *v;
    real *w;
    real *T;
    real temp;
    int iter;
    int size;
    int pe;
    int i;
    int j;
    int k;

#if RP_HOST

/*Host read file z_cord*/
if((fr=fopen(file_to_read,"r"))==NULL)
    Message("Errore while opening file z-cord \n");
else
{
    for(i=0;i<NZ;i++)
    {
        fscanf(fr,"%f",&z_cel[i]);
        fscanf(fr,"%f",&trash);
    }
}

```

```

        fclose(fr);
    }
#endif

#if RP_NODE

    thread=Lookup_Thread(domain,FLUID_ID);

    size=THREAD_N_ELEMENTS_INT(thread);
    x_coord=(real *)malloc(size * sizeof(real));
    z_coord=(real *)malloc(size * sizeof(real));
    u = (real *)malloc(size * sizeof(real));
    v = (real *)malloc(size * sizeof(real));
    w = (real *)malloc(size * sizeof(real));
    T = (real *)malloc(size * sizeof(real));
    k=0;
    begin_c_loop_int(c,thread)
    {
        C_CENTROID(coord,c,thread);

        /*if a cell belong on the y-plane then save its values*/
        if(coord[1] > minn && coord[1] < maxx)
        {
            x_coord[k]=coord[0];
            z_coord[k]=coord[2];
            u[k]=C_U(c,thread);
            v[k]=C_V(c,thread);
            w[k]=C_W(c,thread);
            T[k]=C_T(c,thread);
            k=k+1;
        }
    }
end_c_loop_int(c,thread)
/* now k is the total number of values saved in this node */
i=k;

pe = (I_AM_NODE_ZERO_P) ? node_host : node_zero;
/*Each node send its datas*/
PRF_CSEND_INT(pe, &i, 1, myid);
PRF_CSEND_REAL(pe,x_coord,i,myid);
PRF_CSEND_REAL(pe,z_coord,i,myid);
PRF_CSEND_REAL(pe,u,i,myid);
PRF_CSEND_REAL(pe,v,i,myid);
PRF_CSEND_REAL(pe,w,i,myid);

```

```

PRF_CSEND_REAL(pe,T,i,myid);
free(x_coord);
free(z_coord);
free(u);
free(v);
free(w);
free(T);
if (I_AM_NODE_ZERO_P)
{
/*Node 0 receives datas from nodes and sends them to host*/
compute_node_loop_not_zero(pe)
    {
        PRF_CRECV_INT(pe, &i,1,pe);
        /*allocation*/
        x_coord=(real *)malloc(i *sizeof(real));
        z_coord=(real *)malloc(i *sizeof(real));
        u=(real *)malloc(i * sizeof(real));
        v=(real *)malloc(i * sizeof(real));
        w=(real *)malloc(i * sizeof(real));
        T=(real *)malloc(i * sizeof(real));
        /*recv*/
        PRF_CRECV_REAL(pe,x_coord,i,pe);
        PRF_CRECV_REAL(pe,z_coord,i,pe);
        PRF_CRECV_REAL(pe,u,i,pe);
        PRF_CRECV_REAL(pe,v,i,pe);
        PRF_CRECV_REAL(pe,w,i,pe);
        PRF_CRECV_REAL(pe,T,i,pe);
        /* sent */
        PRF_CSEND_INT(node_host, &i,1,myid);
        PRF_CSEND_REAL(node_host,x_coord,i,myid);
        PRF_CSEND_REAL(node_host,z_coord,i,myid);
        PRF_CSEND_REAL(node_host,u,i,myid);
        PRF_CSEND_REAL(node_host,v,i,myid);
        PRF_CSEND_REAL(node_host,w,i,myid);
        PRF_CSEND_REAL(node_host,T,i,myid);
        /*free memory*/
        free(x_coord);
        free(z_coord);
        free(u);
        free(v);
        free(w);
        free(T);
    }
}
#endif

```

```

#if RP_HOST
    fuu=fopen(file_to_write_uu,"a");
    fvv=fopen(file_to_write_vv,"a");
    fww=fopen(file_to_write_ww,"a");
    fTT=fopen(file_to_write_TT,"a");

    if(fuu!=NULL && fvv!=NULL && fww!=NULL && fTT!=NULL)
    {
    Message("\ny=%f: Host is writing on file \n",y_plane);
    }
    else{Message("\nError opening file!\n");}
    tot=0;
    /*save data sent by node0 in global_x variable*/
    compute_node_loop(pe)
    {
        PRF_CRECV_INT(node_zero, &i,1,node_zero);
        x_coord=(real *)malloc(i * sizeof(real));
        z_coord=(real *)malloc(i * sizeof(real));
        u=(real *)malloc(i * sizeof(real));
        v=(real *)malloc(i * sizeof(real));
        w=(real *)malloc(i * sizeof(real));
        T=(real *)malloc(i * sizeof(real));
        PRF_CRECV_REAL(node_zero, x_coord, i, node_zero);
        PRF_CRECV_REAL(node_zero, z_coord, i, node_zero);
        PRF_CRECV_REAL(node_zero, u, i, node_zero);
        PRF_CRECV_REAL(node_zero, v, i, node_zero);
        PRF_CRECV_REAL(node_zero, w, i, node_zero);
        PRF_CRECV_REAL(node_zero, T, i, node_zero);

        for(j=0;j<i;j++)
        {
            x_global[tot]=x_coord[j];
            z_global[tot]=z_coord[j];
            u_global[tot]=u[j];
            v_global[tot]=v[j];
            w_global[tot]=w[j];
            T_global[tot]=T[j];
            tot=tot+1;
        }

        free(x_coord);
        free(z_coord);
        free(u);
        free(v);
    }

```

```

        free(w);
        free(T);
    } /*end of compute node loop*/
if(tot==TOT){
Message("\n Ok : receive all data from node!%d\n",tot);
}
else Message("ERROR");
/*COMPUTE FFT*/

/* in , out allocating memory: see fftw manual for details*/
inu = (fftw_complex*) fftw_malloc(sizeof(fftw_complex)*NX);
inv = (fftw_complex*) fftw_malloc(sizeof(fftw_complex)*NX);
inw = (fftw_complex*) fftw_malloc(sizeof(fftw_complex)*NX);
inT = (fftw_complex*) fftw_malloc(sizeof(fftw_complex)*NX);

outu = (fftw_complex*) fftw_malloc(sizeof(fftw_complex)*NX);
outv = (fftw_complex*) fftw_malloc(sizeof(fftw_complex)*NX);
outw = (fftw_complex*) fftw_malloc(sizeof(fftw_complex)*NX);
outT = (fftw_complex*) fftw_malloc(sizeof(fftw_complex)*NX);
/*Here we set which kind of transformation we want to perform*/

plan_u=fftw_plan_dft_1d(NX,inu,outu,FFTW_FORWARD,FFTW_ESTIMATE);
plan_v=fftw_plan_dft_1d(NX,inv,outv,FFTW_FORWARD,FFTW_ESTIMATE);
plan_w=fftw_plan_dft_1d(NX,inw,outw,FFTW_FORWARD,FFTW_ESTIMATE);
plan_T=fftw_plan_dft_1d(NX,inw,outT,FFTW_FORWARD,FFTW_ESTIMATE);

/*for every z coord, compute the fft*/
    for(k=0;k<NZ;k++)
        {
            index_in=0;
            /*find all datas with a fixed z_cel[k]*/
            for(j=0;j<TOT;j++)
                {
if(z_global[j] > z_cel[k]-eps && z_global[j] < z_cel[k]+eps)
                    {
                        index_in=round((x_global[j]-(dx/2))/(dx));
                        inu[index_in]=u_global[j];
                        nv[index_in]=v_global[j];
                        inw[index_in]=w_global[j];
                        inT[index_in]=T_global[j];
                    }
                }
        }
/*at the end of loop in index_in must be ugal to NX)*/

```

```

    /*Compute fft*/
    fftw_execute(plan_u);
    fftw_execute(plan_v);
    fftw_execute(plan_w);
    fftw_execute(plan_T);

    /*Compute norm of each coefficient*/
    for(j=0;j<NX;j++)
    {
        E_uu_global[k][j]=creal(outu[j])*creal(outu[j])/(NX*NX) +
            cimag(outu[j])*cimag(outu[j])/(NX*NX);

        E_vv_global[k][j]=creal(outv[j])*creal(outv[j])/(NX*NX) +
            cimag(outv[j])*cimag(outv[j])/(NX*NX);

        E_ww_global[k][j]=creal(outw[j])*creal(outw[j])/(NX*NX) +
            cimag(outw[j])*cimag(outw[j])/(NX*NX);

        E_TT_global[k][j]=creal(outT[j])*creal(outT[j])/(NX*NX) +
            cimag(outT[j])*cimag(outT[j])/(NX*NX);
    }
} /*end of z loop*/

/*Compute the average on the plane and save it in E_xx */

    for(j=0;j<NX;j++)
    {
        temp_uu=0;
        temp_vv=0;
        temp_ww=0;
        temp_TT=0;

        for(k=0;k<NZ;k++)
        {
            temp_uu+=E_uu_global[k][j];
            temp_vv+=E_vv_global[k][j];
            temp_ww+=E_ww_global[k][j];
            temp_TT+=E_TT_global[k][j];
        }
        E_uu[j]=temp_uu/(NZ);
        E_vv[j]=temp_vv/(NZ);

```

```

        E_ww[j]=temp_ww/(NZ);
        E_TT[j]=temp_TT/(NZ);
    }

    /*Write results into the files*/
    iter=N_ITER-1;
    fprintf(fuu,"%f\t",iter);
    fprintf(fvv,"%f\t",iter);
    fprintf(fww,"%f\t",iter);
    fprintf(fTT,"%f\t",iter);

    for(j=0;j<NX;j++)
    {
        fprintf(fuu,"%f\t",E_uu[j]);
        fprintf(fvv,"%f\t",E_vv[j]);
        fprintf(fww,"%f\t",E_ww[j]);
        fprintf(fTT,"%f\t",E_TT[j]);
    }

    fprintf(fuu,"\n");
    fprintf(fvv,"\n");
    fprintf(fww,"\n");
    fprintf(fTT,"\n");

    fclose(fuu);
    fclose(fvv);
    fclose(fww);
    fclose(fTT);

    Message("...done\n");

#endif
}

```

### B.3 Autocorrelazioni

Questa UDF, usata per il Channel Flow, calcola, ad ogni timestep, l'autocorrelazione delle tre componenti di velocità. L'idea alla base è uguale all'UDF per gli spettri (vd B.2), a differenza che, in questo caso, i nodi non calcolano il valore della velocità istantanea, ma la sua fluttuazione rispetto al moto medio. Per fare ciò è necessario definire all'interno del Fluent case, delle user-define-memory e assegnarli (sempre

mediante una semplice UDF) i valori medi delle velocità (accessibili attraverso la macro `C_STORAGE_R(c,t,SV_U_MEAN)`).

```

/*****
* TO SET:
*
* - NX,NZ(line 22,23,24) : number of cells in x,z-direction
*                          and TOT=NX*NZ
*
* -file_to_read (line 59): file name of a data file with
*                          z-coordinates in the first column
*                          and whatever in the second column
*
* -file_to_write (line 60-62): file name of output
*
* USE ONLY IN PARALLEL VERSION
*
*
*****/
#include "udf.h"
#include "math.h"

#define FLUID_ID 2
#define y_plane 0.0318476
#define NX 128
#define NZ 128
#define TOT 16384 /*TOT = NX *NZ*/

/*EXECUTE AT END definition */
DEFINE_EXECUTE_AT_END(corr_5)
{

/*Host variables declaration*/
#if RP_NODE
        Domain *domain=Get_Domain(1);
        Thread *thread;
        cell_t c;
        real maxx=y_plane + eps;
        real minn=y_plane -eps;
        real coord[ND_ND];
#endif

```

```

        real *x_coord;
        real *z_coord;
        real *u;
        real *v;
        real *w;
        real c_time;
/*Node variables declaration*/
#if RP_HOST
        FILE *fuu=NULL;
        FILE *fvv=NULL;
        FILE *fww=NULL;
        FILE *fr=NULL;
        char file_to_read []="z-cord";
        char file_to_write_uu []="R_uu5.dat";
        char file_to_write_vv []="R_vv5.dat";
        char file_to_write_ww []="R_ww5.dat";
        int tot=0;
        real trash;
        real dx=0.05000;
        float z_cel [NZ];

        real inu [NX], inv [NX], inw [NX];
        real sum_u, sum_v, sum_w;
        real R_uu [NX], R_vv [NX], R_ww [NX];
        real R_uu_global [NZ] [NX];
real R_vv_global [NZ] [NX];
real R_ww_global [NZ] [NX];
        int ii, kk;

        real x_global [TOT];
        real z_global [TOT];
        real u_global [TOT];
        real v_global [TOT];
        real w_global [TOT];

        float temp_uu, temp_vv, temp_ww;
#endif
/* Host and Nodes declaration */
        real eps=0.0001;
        real temp;
        int iter;
        int size;
        int pe;
        int i;

```

```

        int j;
        int k;
        int index_in=0;

#if RP_HOST
/*Host read file z_cord*/
if((fr=fopen(file_to_read,"r"))==NULL)
    Message("Errore while opening file z-cord \n");
else
{

    for(i=0;i<NZ;i++)
    {

        scanf(fr,"%f",&z_cel[i]);
        fscanf(fr,"%f",&trash);
    }

    fclose(fr);

}

#endif

#if RP_NODE
thread=Lookup_Thread(domain,FLUID_ID);

size=THREAD_N_ELEMENTS_INT(thread);
x_coord=(real *)malloc(size * sizeof(real));
z_coord=(real *)malloc(size * sizeof(real));
u = (real *)malloc(size * sizeof(real));
v = (real *)malloc(size * sizeof(real));
w = (real *)malloc(size * sizeof(real));
k=0;
begin_c_loop_int(c,thread)
{
    C_CENTROID(coord,c,thread);
/*if a cell belong on the y-plane then save its values*/
if(coord[1] > minn && coord[1] < maxx)
{
    x_coord[k]=coord[0];
    z_coord[k]=coord[2];
    u[k]=C_U(c,thread)-C_UDMI(c,thread,0);

```

```

        v[k]=C_V(c,thread)-C_UDMI(c,thread,1);
        w[k]=C_W(c,thread)-C_UDMI(c,thread,2);
        k=k+1;
    }
}
end_c_loop_int(c,thread)
/* now k is the total number of values saved in this node */
i=k;
pe = (I_AM_NODE_ZERO_P) ? node_host : node_zero;
/*Each node send its datas*/
PRF_CSEND_INT(pe, &i, 1, myid);
PRF_CSEND_REAL(pe,x_coord,i,myid);
PRF_CSEND_REAL(pe,z_coord,i,myid);
PRF_CSEND_REAL(pe,u,i,myid);
PRF_CSEND_REAL(pe,v,i,myid);
PRF_CSEND_REAL(pe,w,i,myid);
free(x_coord);
free(z_coord);
free(u);
free(v);
free(w);
    if (I_AM_NODE_ZERO_P)
{
/*Node 0 receives datas from nodes and sends them to host*/
    compute_node_loop_not_zero(pe)
        {
            PRF_CRECV_INT(pe, &i,1,pe);
            /*allocation*/
            x_coord=(real *)malloc(i * sizeof(real));
            z_coord=(real *)malloc(i * sizeof(real));
            u=(real *)malloc(i * sizeof(real));
            v=(real *)malloc(i * sizeof(real));
            w=(real *)malloc(i * sizeof(real));
            /*recv*/
            PRF_CRECV_REAL(pe,x_coord,i,pe);
            PRF_CRECV_REAL(pe,z_coord,i,pe);
            PRF_CRECV_REAL(pe,u,i,pe);
            PRF_CRECV_REAL(pe,v,i,pe);
            PRF_CRECV_REAL(pe,w,i,pe);
            /* invio */
            PRF_CSEND_INT(node_host, &i,1,myid);
            PRF_CSEND_REAL(node_host,x_coord,i,myid);
            PRF_CSEND_REAL(node_host,z_coord,i,myid);
            PRF_CSEND_REAL(node_host,u,i,myid);
            PRF_CSEND_REAL(node_host,v,i,myid);

```

```

        PRF_CSEND_REAL(node_host,w,i,myid);
                /*free memory*/
        free(x_coord);
        free(z_coord);
        free(u);
        free(v);
        free(w);
    }
}
#endif

#if RP_HOST
    fuu=fopen(file_to_write_uu,"a");
    fvv=fopen(file_to_write_uu,"a");
    fww=fopen(file_to_write_uu,"a");

    if(fuu!=NULL && fvv!=NULL && fww!=NULL)
    {
        Message("\n y=%f:Host is writing on file\n",y_plane);
    }

    else{Message("\nError opening file!\n");}
    tot=0;
    /*save data sent by node0 in global_x variable*/
    compute_node_loop(pe)
    {
        PRF_CRECV_INT(node_zero, &i,1,node_zero);
        x_coord=(real *)malloc(i * sizeof(real));
        z_coord=(real *)malloc(i * sizeof(real));
        u=(real *)malloc(i * sizeof(real));
        v=(real *)malloc(i * sizeof(real));
        w=(real *)malloc(i * sizeof(real));

        PRF_CRECV_REAL(node_zero,x_coord,i,node_zero);
        PRF_CRECV_REAL(node_zero,z_coord,i,node_zero);
        PRF_CRECV_REAL(node_zero,u,i,node_zero);
        PRF_CRECV_REAL(node_zero,v,i,node_zero);
        PRF_CRECV_REAL(node_zero,w,i,node_zero);

        for(j=0;j<i;j++)
        {
            x_global[tot]=x_coord[j];
            z_global[tot]=z_coord[j];
            u_global[tot]=u[j];
            v_global[tot]=v[j];
            w_global[tot]=w[j];
        }
    }
}

```

```

        tot=tot+1;
    }

    free(x_coord);
    free(z_coord);
    free(u);
    free(v);
    free(w);
} /*end of compute node loop*/
if (tot==TOT)
Message("\n Ok : receive all data from node!%d\n",tot);

else Message("arghhhhh!!");

/*COMPUTE AUTOCORR*/

/*for every z coord, compute the autocorr*/
for (k=0;k<NZ;k++)
{
index_in=0;
/*find all datas with a fixed z_cel[k]*/
for (j=0;j<TOT;j++)
{
if (z_global[j] > z_cel[k]-eps && z_global[j] < z_cel[k]+eps)
{
    index_in=round((x_global[j]-(dx/2))/(dx));
    inu[index_in]=u_global[j];
    inv[index_in]=v_global[j];
    inw[index_in]=w_global[j];
}

}

/*at the end of loop in index_in must be ugal to NX)*/

/*Compute autocorr*/

for (kk=0;kk<NX;kk++)
{
    sum_u=0;
    sum_v=0;
    sum_w=0;

    for (ii=kk;ii<NX;ii++)
    {

```

```

        sum_u+=inu[ii]*inu[ii-kk];
        sum_v+=inv[ii]*inv[ii-kk];
        sum_w+=inw[ii]*inw[ii-kk];
    }

    R_uu_global[k][kk]=sum_u;
    R_vv_global[k][kk]=sum_v;
    R_ww_global[k][kk]=sum_w;
}

}/*end of z loop*/

/*Compute the average on the plane and save it in R_xx*/

for(j=0;j<NX;j++)
{
temp_uu=0;
temp_vv=0;
temp_ww=0;
/*use mean : */
    for(k=0;k<NZ;k++)
        {
            temp_uu+=R_uu_global[k][j];
            temp_vv+=R_vv_global[k][j];
            temp_ww+=R_ww_global[k][j];
        }

    R_uu[j]=temp_uu/(NZ);
    R_vv[j]=temp_vv/(NZ);
    R_ww[j]=temp_ww/(NZ);

}

/*Write results into the files*/
iter=N_ITER-1;
fprintf(fuu,"%f\t",iter);
fprintf(fvv,"%f\t",iter);
fprintf(fww,"%f\t",iter);

for(j=0;j<NX;j++)
{
    fprintf(fuu,"%f\t",R_uu[j]);

```

```
        fprintf(fvv, "%f\t", R_vv[j]);
        fprintf(fww, "%f\t", R_ww[j]);
    }

    fprintf(fuu, "\n");
    fprintf(fvv, "\n");
    fprintf(fww, "\n");

    fclose(fuu);
    fclose(fvv);
    fclose(fww);

    Message("...done\n");

#endif
}
```

## B.4 Medie spaziali Ribs

In questa sezione viene riportato il codice utilizzato per calcolare le grandezze medie per le simulazioni sul canale corrugato.

A differenza del caso del canale con lastre piane parette, si è interessati ad effettuare solo la media in direzione spanwise.

Per questo motivo viene utilizzata una diversa strategia: all'interno di UDMI, vengono accumulati ad ogni timestep i valori di cui si vuole avere il valore medio. Questa operazione è abbastanza banale e non viene riportato il codice.

Successivamente, al termine della simulazione, tutti i valori memorizzati nelle UDMI vengono divisi per il numero di timestep effettuati: in questo modo, in ogni cella del dominio si hanno i valori mediati nel tempo delle grandezze necessarie.

L'ultimo passaggio, il più complesso da un punto di vista implementativo, riguarda l'operazione di media in direzione spanwise, che ci porta ad avere delle grandezze definite solo in 2 dimensioni  $((x, y))$ .

Ricordiamo che in questo caso la mesh è uniforme in direzione spanwise, ovvero è ottenuta replicando  $N_z$  volte la mesh nel piano  $xy$ .

L'operazione di media è così effettuata:

- si definiscono 2 array di dimensione pari a  $Ny \times Ny$ , che conterranno rispettivamente la coordinata  $x$  e la coordinata  $y$  di ogni punto nel piano 2-D ( $xy$ ) e un array ,  $val$  con la somma accumulata di tutti i valori della grandezza che si sta mediando a pari  $x$  e  $y$ , ma a diversa  $z$ .
- si effettua un ciclo su tutte le celle del dominio
- data le coordinate  $(x, y, z)$  si verifica che non sia già stato memorizzato un punto con le stesse coordinate  $(x, y)$ 
  - se già memorizzato, si accumula il valore nell'array  $val$
  - se non ancora memorizzato, si memorizzano le coordinate nella prima cella libera negli array delle coordinate, e il valore nella prima posizione libera di  $val$
- Dopo aver percorso tutte le celle, il contenuto del vettore  $val$ , scalato rispetto al numero di celle in direzione spanwise, rappresenta il valor medio cercato. Non resta che memorizzarlo.
- Si effettua quindi un nuovo ciclo su tutte le celle e si memorizzano i valori mediate in UDMI, facendo attenzione di memorizzare il giusto valore nella giusta posizione.

Al termine di questa procedura, all'interno delle nuove UDMI si troveranno i valori mediati sia in direzione spanwise che i nel tempo.

Osserviamo che i valori vengono memorizzati in tutto il dominio di calcolo, e sono uguali su ogni piano fissata la coordinata spanwise.

Da ultimo si fa presente che questa UDF funziona solo in seriale.

Il codice presentato è ottenuto semplificando il codice effettivamente utilizzato, In particolare l'operazione di media riguardava 19 valori, qui ne viene mostrato solo uno per chiarezza di esposizione.

```

/* UDF for spanwise average
*
*
*       Author: Andrea Franco
*
*/
#include "udf.h"
#define PLAN 29013 /*Number of cell in xy plan*/

```

```

DEFINE_ON_DEMAND(Spanwise_average)
{
    Domain *domain=Get_Domain(1);
    Thread *t;
    cell_t c;
    face_t f;
    int i,j;
    real coord[ND_ND];
    int position=0;
    real eps = 1e-8;
    int flag=0;
    int first=0;
    int int_count=0;

    real x[PLAN];
    real y[PLAN];
    real val0[PLAN];
    real count[PLAN];

    /*initialization*/
    for(i=0;i < PLAN ; i++)
    {
        x[i]=0;
        y[i]=0;
        val0[i]=0;
        count[i]=0;
    }

    /*loop over all cell:
    * if cell (x,y) was already visited: accumulate in val0 the value
    * if cell (x,y) wasn't visited yet: add it on x,y array in "position"
    */
    thread_loop_c(t,domain)
    {
        begin_c_loop(c,t)
        {
            C_CENTROID(coord,c,t);
            flag=0;
            /* first cell*/
            if (position == 0)
            {
                x[position] = coord[0];

```

```

        y[position] = coord[1];
        val0[position] += C_UDMI(c,t,0);
        count[position] +=1;
        position+=1;
    }

    /*Find if the cell (x,y) was already visited*/
    for(i=0; i<position; i++)
    {
        /*Compare actual x with the all x already stored*/
        if(coord[0] > x[i] - eps && coord[0] < x[i] +eps)
        {
            /*Compare actual y with the all y already stored*/
            if( coord[1] > y[i] - eps && coord[1] < y[i] + eps)
            {
                val0[i] += C_UDMI(c,t,0);
                count[i] +=1;
                flag = 1;
                break;
            }
        }
    }

}

/* if flag == 0 => the cell (x,y) wasn't visited yet!*/
if (flag == 0)
{
    x[position] = coord[0];
    y[position] = coord[1];
    val0[position] += C_UDMI(c,t,0);
    count[position] +=1;
    position+=1;
}
}end_c_loop(c,t)

} /*end of thread loop*/

/*Store the average into a UDMI*/
thread_loop_c(t, domain)
{
    begin_c_loop(c,t)
    {
        C_CENTROID(coord,c,t);
    }
}

```

```
for(i=0; i < PLAN; i++)
{
    /*Compare actual x with the all x */
    if(coord[0] > x[i] - eps && coord[0] < x[i] +eps)
    {
        /*Compare actual y with the all y*/
        if( coord[1] > y[i] - eps && coord[1] < y[i] + eps)
        {
            C_UDMI(c,t,1) = val0[i]/count[i];
        }
    }
}
}end_c_loop(c,t)
}
}
```

# Appendice C

## UDF per l'equazione dell'energia

### C.1 Calcolo Temperatura

In questa sezione si riportano i codici necessari per utilizzare l'equazione di diffusione e trasporto per lo scalare passivo per calcolare il campo di temperatura, come mostrato nel capitolo 2.3. Attraverso le macro `DEFINE_SOURCE` e `DEFINE_DIFFUSIVITY` si impostano i valori del termine sorgente e della diffusività  $\Gamma$

```
1  DEFINE_SOURCE(T_source , c , t , dS , eqn)
2  {
3      real source = 0;
4      real gamma = rho * q * P / (m * c_p);
5      dS = 0;
6      source = -C_U(c,t) * gamma;
7
8
9      return source;
10 }
11
12 DEFINE_DIFFUSIVITY(uds_diff_eff , c , t , i)
13 {
14
15 /*return k/c_p + C_MU_T(c,t)/Prt;*/
16     return k/c_p;
17 }
```

Ad ogni iterazione e poi necessario riscalarlo il valore della  $\hat{T}$  calcolato in modo tale che la temperatura di bulk in ingresso sia fissata al valore desiderato ( $T_{b\_in}$ ). Si determina così un fattore di scala che verrà sottratto al valore di  $\phi$  ottenuto.

```
1 #if RP_NODE
2
3
4 real cell_coord[ND_ND];
5
6 real gamma = rho * q * P/(m * c_p);
7
8 real Temperature;
9
10 Domain *d;
11
12 Thread *t, *t1,*t0;
13
14 cell_t c,c0,c1;
15
16 face_t f;
17
18 real T_uds_b[1], num, den,tot;
19
20 d = Get_Domain(1);
21
22 t=Lookup_Thread(d,IN_ID);
23
24 int count=0;
25
26 int pe;
27
28
29 num=0;
30
31 den = 0;
32
33 begin_f_loop(f,t)
34 {
35
36
37     if(PRINCIPAL_FACE_P(f,t))
38
39     {
40
```

```
41     c0 = F_CO(f,t);
42
43     t0 = F_CO_THREAD(f,t);
44
45     if(F_FLUX(f,t) < 0)
46
47     {
48
49     num += -F_FLUX(f,t)*C_UDSI(c0,t0,0);
50
51     den+=-F_FLUX(f,t);
52
53     }
54
55     else
56
57     {
58
59     num += F_FLUX(f,t)*C_UDSI(c0,t0,0);
60
61     den+=F_FLUX(f,t);
62
63     }
64
65     count++;
66
67     }
68
69     }
70 end_f_loop(f,t)
71
72
73     num = PRF_GRSUM1(num);
74
75     den = PRF_GRSUM1(den);
76
77     count = PRF_GISUM1(count);
78
79
80 /*IL nodo zero calcola la somma e invia*/
```

```

81
82  if(I_AM_NODE_ZERO_P)
83
84  {
85
86  T_uds_b[0]=num/den;
87
88  Message("CORREZIONE: %f\n",T_b_in - T_uds_b[0]);
89
90  /*Invio il risultato agli altri nodo*/
91
92  compute_node_loop_not_zero(pe)
93
94  {
95
96      PRF_CSEND_REAL(pe,T_uds_b,1,myid);
97
98  }
99
100 }

```

Successivamente si salvano i valori di tale correzione e del valore di  $\gamma$ , che vengono poi utilizzati in FLUENT, in una Custom Field Function per determinare il valore della temperatura in ogni cella.

```

1  /*I nodi non zero ricevono la T_bulk*/
2
3  if(!I_AM_NODE_ZERO_P)
4
5  {
6
7  PRF_CRECV_REAL(node_zero,T_uds_b,1,node_zero);
8
9  }
10
11
12  t=Lookup_Thread(d,FLUID_ID);
13
14  begin_c_loop_int(c,t)
15
16  {

```

```
17
18 C_CENTROID(cell_coord,c,t);
19
20 C_UDMI(c,t,0) = -T_uds_b[0] + T_b_in;
21
22 C_UDMI(c,t,1) = gamma;
23
24 Temperature = (C_UDSI(c,t,0)+C_UDMI(c,t,0)) +gamma*cell_coord
    [0];
25
26 }
27
28 end_c_loop_int(c,t)
```

# Bibliografia

- [1] J Ahn e J.S Lee. “Large eddy simulation of flow and heat transfer in a channel with a detached rib array”. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 53 (2010), pp. 445–452.
- [2] *Ansys Fluent Manual*. 2012.
- [3] G. Araya e L. Castillo. “DNS of turbulent thermal boundary layers up to  $Re_h = 2300$ ”. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* (2012).
- [4] T. Arts, C. Benocci e P. Rambaud. “Experimental And Numerical Investigation Of Flow And Heat Transfer In A Ribbed Square Duct”. 2007.
- [5] T.J. Barth e D. Jespersen. *The design and application of upwind schemes on unstructured meshes*. Rapp. tecn. AIAA 27th Aerospace Sciences Meeting, 1989.
- [6] G.K. Batchelor. “Small-scale variation of convected quantities like temperature in turbulent fluid. Part 1. General discussion and the case of small conductivity”. In: *Journal of Fluids Mechanics* 5 (1959), pp. 113–133.
- [7] R. Bergant e I. Tiselj. “Near-wall passive scalar transport at high Prandtl numbers”. In: *Physics of fluids* 19 (2007).
- [8] P Burattini et al. “Comparison between experiments and direct numerical simulations in a channel flow with roughness on one wall”. In: *Journal of Fluid Mechanics* 600 (2008), pp. 403–426.
- [9] J. Cadafalch et al. “Verification of Finite Volume Computations on Steady-State Fluid Flow and Heat Transfer”. In: *Journal of Fluids Engineering* 124 (2002), pp. 11–21.
- [10] L. Casarsa e T. Arts. “Experimental Investigation of the Aerothermal Performance of a High Blockage Rib-Roughened Cooling Channel”. In: *Journal of turbomachinery* 127 (2005), pp. 580–588.
- [11] I.B. Celik. “Procedure for Estimation and Reporting of Discretization Error in CFD Applications”. In: *Journal of Fluids Engineering* ().

- 
- [12] A Chaube, P.K Sahoo e S.C. Solanki. “Analysis of heat transfer augmentation and flow characteristics due to rib roughness over absorber plate of a solar air heater”. In: *Renewable Energy* 31 (2006), pp. 317–331.
- [13] A.J. Chorin. “Numerical Solution of the Navier-Stokes Equations”. In: *Mathematical Computation* 153 (1968), pp. 745–762.
- [14] J. Cui, V.C. Patel e C.L. Lin. “Large-eddy simulation of turbulent flow in a channel with rib roughness”. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 24 (2003), pp. 372–388.
- [15] L. Davidson. *An Introduction to Turbulence Models*. A cura di Chalmers. 2003. URL: <http://www.tfd.chalmers.se/~lada>.
- [16] T. Desrues, P Marty e J.F. FourmiguÃ©. “Numerical prediction of heat transfer and pressure drop in three-dimensional channels with alternated opposed ribs”. In: *Applied Thermal Engineering* 45 (2010), pp. 52–63.
- [17] P. Durbin. “Separated flow computations with the  $k - \epsilon$  and  $\overline{v^2}$  model”. In: *AIAA journal* 33 (1995), pp. 659–664.
- [18] S. Eiamsa-ard e P. Promvonge. “Numerical study on heat transfer of turbulent channel flow over periodic grooves”. In: *International Communications in Heat and Mass Transfer* 35 (2008), pp. 844–852.
- [19] Juretic F. “Error Analysis in Finite Volume”. In: (2004).
- [20] F.N. Felten e T.S. Lund. “Kinetic energy conservation issues associated with the collocated mesh scheme for incompressible flow”. In: *Journal of Computational Physics* 215 (2006), pp. 465–484.
- [21] J.H. Ferziger e M. Peric. *Computational methods for Fluid Dynamics*. A cura di Springer. 2002.
- [22] U Frisch. *Turbulence, The legacy of Kolmogorov*. A cura di Cambridge University Press. 1995.
- [23] D. Fustinoni. “Analisi della Convezione Forzata su Superfici Variamente Strutturate”. PhD Thesis. Politecnico di Milano, 2012.
- [24] *Gambit Manual*. 2003.
- [25] E Gledzer. “On the Taylor hypothesis corrections for measured energy spectra of turbulence”. In: *Physica D* (1997), pp. 163–183.
- [26] P. Gramazio, D Fustinoni e A. Niro. “Experimental results by ir-thermography on convective heat transfer inside a ribbed rectangular channel”. In: 38. JXXX UIT Heat Transfer Conference. Bologna, 2012.

- 
- [27] G. Haller. “An objective definition of a vortex”. In: *Journal of Fluid Mechanics* 525 (2005), pp. 1–26.
- [28] J.C. Han e Y.M. Zhang. “High performance heat transfer ducts with parallel broken and V-shaped broken ribs”. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 35.2 (1989), pp. 513–524.
- [29] J.C. Han et al. “Augmented heat transfer in rectangular channels of narrow aspect ratios with rib turbolators”. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 32.4 (1989), pp. 1619–1630.
- [30] H. Hattori e Y. Nagano. “Structures and mechanism of heat transfer phenomena in turbulent boundary layer with separation and reattachment via DNS”. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 37 (2012), pp. 81–92.
- [31] C. Hirsch. *Numerical Computation of Internal and External Flows*. A cura di BH. Second Edition. 2007.
- [32] H. Iacovides e B.E. Launder. “Computational fluid dynamics applied to internal gas-turbine blade cooling: a review”. In: *Review* (2000).
- [33] H. Iacovides e M. Raisee. “Recent progress in the computation of flow and heat transfer in internal cooling passages of turbine blades”. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 20 (1999), pp. 320–328.
- [34] A.R. Jaurker, J.S. Saini e B.K. Gabdhi. “Heat transfer and friction characteristics of rectangular solar air heater duct using rib-grooved artificial roughness”. In: *Solar Energy* 20 (2006), pp. 895–907.
- [35] J. Jeong e F. Hussain. “On the identification of a vortex”. In: *Journal of Fluid Mechanics* 285 (1995), pp. 69–94.
- [36] J. Jeong et al. “Coherent structures near the wall in a turbulent channel flow”. In: *Journal of Fluid Mechanics* 332 (1997), pp. 185–214.
- [37] J. Jiménez. “The physics of wall turbulence”. In: *Physica A* 263 (1999), pp. 252–262.
- [38] A.V. Johansson e P.M. Wikström. “DNS and Modelling of Passive Scalar Transport in Turbulent Channel Flow with a Focus on Scalar Dissipation Rate Modelling”. In: *Flow, Turbulence and Combustion* 63 (1999), pp. 223–245.
- [39] G. Kalitzin et al. “Near-wall behavior of RANS turbulence models and implications for wall functions”. In: *Journal of Computational Physics* 204 (2005), pp. 265–291.

- [40] R. Kamali e A.R. Binesh. “The importance of rib shape effects on the local heat transfer and flow friction characteristics of square ducts with ribbed internal surfaces”. In: *International Communications in Heat and Mass Transfer* 35 (2008), pp. 1032–1040.
- [41] H. Kawamura et al. “DNS of turbulent heat transfer in channel flow with low to medium-high Prandtl number fluid”. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 19 (1998), pp. 482–491.
- [42] I. Kilicaslan e I. Sarac. “Enhancement of heat transfer in compact heat exchanger by different type of rib with holographic interferometry”. In: *Experimental Thermal and Fluid Science* 17 (1998), pp. 339–346.
- [43] H.M. Kim e K.Y. Kim. “Shape optimization of three-dimensional channel roughened by angled ribs with RANS analysis of turbulent heat transfer”. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49 (2006), pp. 4013–4022.
- [44] J. Kim, P. Moin e R. Moser. “Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number”. In: *Journal of Fluid Mechanics* 177 (1987), pp. 133–166.
- [45] W.S Kim, S. He e J.D. Jackson. “Assessment by comparison with DNS data of turbulence models used in simulations of mixed convection”. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 51 (2008), pp. 1293–1312.
- [46] S. Kumar e R.P. Saini. “CFD based performance analysis of a solar air heater duct provided with artificial roughness”. In: *Renewable Energy* 34 (2009), pp. 1285–1291.
- [47] F. Laadhari. “On the evolution of maximum turbulent kinetic energy production in a channel flow”. In: *Physics of fluid* 14.10 (2002).
- [48] F. Laadhari. “Reynolds number effect on the dissipation function in wall-bounded flows”. In: *Physics of fluid* 19 (2007).
- [49] R. LeVeque. *Finte Difference Methods for Differential Equation*. 2005.
- [50] Y.Z. Liua, F. Kea e H.J. Sungb. “Unsteady separated and reattaching turbulent flow over a two-dimensional square rib”. In: *Journal of Fluids and Structures* 24 (2008), pp. 366–381.
- [51] M. Lohasz, P. Rambaud e C. Benocci. “Les simulation of ribbed square duct flow with fluent and comparison with PIV data”. In: The 12th International Conference on Fluid Flow Technologies, 2003.
- [52] M. Lohasz, P. Rambaud e C. Benocci. *Flow Features in a Fully Developed Ribbed Duct Flow as a Result of MILES*. 2006.

- 
- [53] S. Lorenz, D. Mukomilow e W. Leiner. “Distribution of the Heat Transfer Coefficient in a Channel with Periodic Transverse Grooves”. In: ().
- [54] G. Lozza. *Turbine a Gas e Cicli Combinati*. A cura di Progetto Leonardo. Seconda Edizione. 2006.
- [55] R. Manceau, S. Parneix e D. Laurence. “Turbulent heat transfer predictions using the v2-f model on unstructured meshes”. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 21 (2000), pp. 320–328.
- [56] L. Marocco et al. “Numerical simulation of forced-convection heat transfer in a ribbed channel with high blockage”. In: 38. JXXX UIT Heat Transfer Conference. Bologna, 2012.
- [57] N. Meng e R.H. Pletcher. “Large Eddy Simulation of a Rib-Roughened Turbulent Channel Flow with Heat Transfer and Property Variations”. In: ().
- [58] F. Menter et al. “The SST Turbulence Model with Improved Wall Treatment for Heat Transfer Predictions in Gas Turbine”. In: International Gas Turbine Congress. Tokyo, 2003.
- [59] F.R. Menter. “Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications”. In: *AIAA journal* 32 (1994), pp. 1598–1605.
- [60] Y. Miyake, K. Tsujimoto e M. Nakaji. “Direct numerical simulation of rough-wall heat transfer in a turbulent channel flow”. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 22 (2001), pp. 237–244.
- [61] R.J. Moffat. “Describing the Uncertainties in Experimental Results”. In: ().
- [62] Y. Nagano, H. Hattori e T. Houra. “DNS of velocity and thermal fields in turbulent channel flow with transverse-rib roughness”. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 25 (2004), pp. 393–403.
- [63] A. Ooi et al. “Conjugate heat transfer predictions in two-dimensional ribbed passages”. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 23 (2002), pp. 340–345.
- [64] A. Ooi et al. “Reynolds averaged simulation of flow and heat transfer in ribbed ducts”. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 23 (2002), pp. 750–757.
- [65] A. Ooi et al. “Reynolds averaged simulation of flow and heat transfer in ribbed ducts”. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 23 (2002), pp. 750–757.
- [66] P. Orlandi e S. Leonardi. “Direct numerical simulation of three-dimensional turbulent rough channels: parameterization and flow physics”. In: *Journal of Fluid Mechanics* 606 (2008), pp. 399–415.

- 
- [67] Incoprera F. P. e DeWitt D. P.. *Introduction to heat transfer*. A cura di John Wiley Sons. 1985.
- [68] S.V. Patankar. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. A cura di McGraw-Hill. 1980.
- [69] S.V. Patankar, C.H. Liu e E.M. Sparrow. “Fully Developed Flow and Heat Transfer in Ducts Having Streamwise-Periodic Variations of Cross-Sectional Area”. In: *Journal of Heat Transfer* 99 (1977), pp. 180–186.
- [70] S.B. Pope. *Turbulent Flows*. A cura di Cambridge University Press. 1980.
- [71] P. Promvong et al. “Numerical heat transfer study of turbulent square-duct flow through inline V-shaped discrete ribs”. In: *International Communications in Heat and Mass Transfer* 38 (2011), pp. 1392–1399.
- [72] P. Promvong et al. “Heat transfer in square duct fitted diagonally with angle-finned tape - Part 2: Numerical study”. In: *International Communications in Heat and Mass Transfer* (2012).
- [73] A. Quarteroni e A. Valli. *Numerical Approximation of Partial Differential Equations*. A cura di Springer. First Edition. 1996.
- [74] G. Rau et al. “The Effect of Periodic Ribs on the Local Aerodynamic and Heat Transfer Performance of a Straight Cooling Channel”. In: *Journal of Turbomachinery* 120 (1998), pp. 368–375.
- [75] S. Roache. “Systematic grid convergence studies and the grid convergence index(GCI)”. In: *Verification and Validation in Computational Science and Engineering*.
- [76] W. Rodi. “DNS and LES of some engineering flows”. In: *Journal of Fluid Mechanics* 38 (2006), pp. 145–173.
- [77] M. Ronki e T. Gatski. “Predicting turbulent convective heat transfer in fully developed duct flows”. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 22 (2001), pp. 381–392.
- [78] R. Rossi. “Direct numerical simulation of scalar transport using unstructured finite-volume schemes”. In: *Journal of Computational Physics* 228 (2009), pp. 1639–1657.
- [79] P. Sagaut. *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows*. A cura di Springer. Second Edition. 1985.

- [80] A.K. Saha e S. Acharya. “Unsteady RANS simulation of turbulent flow and heat transfer in ribbed coolant passages of different aspect ratios”. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 48 (2005), pp. 4704–4725.
- [81] A. Saidi e B. Sunden. “Numerical simulation of turbulent convective heat transfer in square ribbed ducts”. In: *Numerical Heat Transfer, Part A* 38 (2000), pp. 67–88.
- [82] M.R. Shaeri e M. Yaghoubi. “Numerical analysis of turbulent convection heat transfer from an array of perforated fins”. In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 30 (2009), pp. 218–228.
- [83] M.A. Shockling, J.J. Allen e A.S. Smits. “Roughness effects in turbulent pipe flow”. In: *Journal of Fluid Mechanics* 564 (2006), pp. 267–285.
- [84] G. Tanda. “Heat transfer in rectangular channels with transverse and V-shaped broken ribs”. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 (2004), pp. 229–243.
- [85] R. Temam. “Une méthode d’approximation des solutions des équations Navier-Stokes”. In: *Bull. Soc. Math France* 98 (1968), pp. 115–152.
- [86] H. Tennekes e J.L. Lumley. *A First Course in Turbulence*. A cura di The MIT Press. 1972.
- [87] J. Tyacke e P. Tucker. “LES of heat transfer in electronics”. In: *Applied Mathematical Modelling* 36 (2012), pp. 3112–3133.
- [88] L. Valdetaro. “Note del corso Teoria, Modellistica e Simulazione della Turbolenza”. 2008. URL: <http://www1.mate.polimi.it/CN/CSFluid/index.php3>.
- [89] S.W. Van Haren. “Testing DNS capability of OpenFOAM and STAR-CCM+”. Master Thesis. Delft University of Technology, 2011.
- [90] H.K. Versteeg e W. Malalasekera. *An introduction to CFD. The Finite Volume Method*. A cura di Pearson. Second Edition. 2005.
- [91] L. Wang, M. Salewski e B. Sunden. “Turbulent flow in a ribbed channel: Flow structures in the vicinity of a rib”. In: *Experimental Thermal and Fluid Science* 34 (2010), pp. 165–176.
- [92] S.J. Wang e A.S. Mujumdar. “A comparative study of five low Reynolds number  $k-\epsilon$  models for impingement heat transfer”. In: *Applied Thermal Engineering* 25 (2005), pp. 31–44.

- 
- [93] R.I. Webb e E.R.G. Eckert. “Application of Rough Surfaces to Heat Exchanger Design”. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 15 (1972), pp. 1647–1658.
- [94] D.C. Wilcox. *Turbulence Modeling for CFD*. Rapp. tecn. DCW Industries Inc., 1993.
- [95] S.Y. Won e P.M. Ligrani. “Comparisons of flow structure and local Nusselt numbers in channels with parallel - and crossed-rib turbulators”. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 (2004), pp. 1573–1586.
- [96] K. Wongcharee, W. Changcharoen e S. Eiamsa-ard. “Numerical Investigation of Flow Friction and Heat Transfer in a Channel with Various Shaped Ribs Mounted on Two Opposite Ribbed Wall”. In: *International Journal of Chemical Reactor Engineering* 9 (2011).
- [97] K.S. Yang. “Comparisons of flow structure and local Nusselt numbers in channels with parallel- and crossed-rib turbulators”. In: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 84 (2000), pp. 47–64.
- [98] K.S. Yang e C.W. Hwang. “Numerical Calculations of Heat Transfer and Friction Characteristics in Rectangular Ducts with Slit and Solid Ribs Mounted on one wall”. In: *Numerical Heat Transfer, Part A*, 45 (2004), pp. 363–375.