

POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in
Ingegneria Aeronautica



Aerodinamica del salto in discesa libera

Relatore: Prof. Giuseppe GIBERTINI

Co-relatore: Prof. Giuseppe ANDREONI

Tesi di Laurea di:

Alessandro ACETI

Matr. 765230

Anno Accademico 2011 - 2012.

Sommario

L'obiettivo della tesi presentata è quello di proseguire lo studio dell'aerodinamica del salto per la disciplina di discesa libera, iniziato lo scorso anno sempre al Politecnico di Milano.

Grazie ai dati collezionati in galleria del vento e con l'ausilio di un manichino virtuale, è stato possibile realizzare due modelli sperimentali che riproducessero i termini di drag area (SC_d) e di lift area (SC_l) in funzione della posizione assunta dall'atleta.

Inserendo questi termini nelle equazioni che governano la dinamica di uno sciatore e integrandole numericamente, si è determinato come l'adozione di differenti posture influisca sulla lunghezza di salto e, soprattutto, sul tempo impiegato, parametro di fondamentale interesse per analizzare la prestazione in gara.

Per validare i risultati numerici ricavati, si sono condotte delle prove su pista, svolte da uno sciatore di livello agonistico. L'impiego di fotocellule ha permesso la procedura di cronometraggio, mentre un'analisi delle riprese svolte con videocamera ha consentito la conoscenza degli angoli articolari per ogni istante di tempo, necessari per la ricostruzione della postura.

La discrepanza tra quanto misurato in pista e simulato numericamente si è verificata rimanere contenuta, affermando il buon livello di approssimazione raggiunto con il modello sviluppato.

Parole chiave: drag area, lift area, aerodinamica sportiva, sci alpino, modello sperimentale.

Abstract

The target of the thesis is to continue the study of the aerodynamics of the jump in the downhill, started last year at Politecnico of Milan.

Thanks to the data collected in the wind tunnel and with the aid of a virtual humanoid, it was possible to realize two experimental models which could reproduce the terms of drag area (SC_d) and lift area (SC_l) as a function of the position held by the athlete.

By entering these terms in the equations that govern the dynamics of a skier and integrating them numerically, it was determined as the adoption of different postures affect the length of jump and, especially, the time spent, which is a parameter of fundamental interest to analyze the race performance.

To validate the numerical results, tests on the track, performed by a skier of competitive level, have been realized . The use of photocells has allowed the procedure of timing, while an analysis of the images filmed by a video camera has allowed the knowledge of the joint angles for each instant of time, necessary for the reconstruction of posture.

The discrepancy between what measured on track and what numerically simulated remains low, declaring the good level of accuracy achieved by the model developed.

Keywords: drag area, lift area, sport aerodynamics, alpine skiing, experimental model.

Indice

Introduzione	1
1 Modelli sperimentali	5
1.1 Salto in discesa libera	5
1.2 Superficie frontale	8
1.2.1 Descrizione del modello	8
1.2.2 Espressione del modello	21
1.2.3 Validazione del modello	22
1.2.4 Limitazioni del modello	24
1.3 Lift area	26
1.3.1 Contributo dovuto agli sci	27
1.3.2 Contributo dovuto allo sciatore	28
1.3.3 Espressione del modello	29
2 Prove sperimentali in pista	31
2.1 Profilo altimetrico del tracciato	31
2.2 Strumentazione	33
2.2.1 Fotocellule per cronometraggi	34
2.2.2 Sensori inerziali <i>TecnoBody</i>	35
2.3 Risultati sperimentali	38
2.3.1 Salto 1	39
2.3.2 Salto 2	41
2.3.3 Salto 3	43
2.3.4 Salto 4	45
3 Modellazione numerica del salto	47
3.1 Equazioni di equilibrio dinamico	48
3.1.1 Scorrimento al suolo	49
3.1.2 Fase di salto	50
3.2 Risultati numerici	53
3.2.1 Salto 1	53

3.2.2	Salto 2	55
3.2.3	Salto 3	57
3.2.4	Salto 4	58
3.3	Confronto tra risultati sperimentali e numerici	60
3.3.1	Salto 1	60
3.3.2	Salto 2	60
3.3.3	Salto 3	61
3.3.4	Salto 4	62
3.4	Analisi prestazionale	63
	Conclusioni e sviluppi futuri	65
	Bibliografia	69

Elenco delle figure

1.1	Approccio al salto (a); fase di volo (b); riattacco al suolo (c)	7
1.2	Angoli articolari nel piano sagittale (a) e frontale (b)	10
1.3	Vista laterale (a) e frontale (b) per $\beta = 0^\circ; 30^\circ; 60^\circ; 90^\circ$	11
1.4	Passaggio da immagine RGB (a) a bianco nero (b)	12
1.5	Andamento della superficie frontale dovuto a β per $h = 1.80$ m	13
1.6	Evoluzione del coefficiente angolare in funzione di h	14
1.7	Andamento della superficie frontale dovuto ad α per $h = 1.80$ m	15
1.8	Andamento della superficie frontale dovuto a γ per $h = 1.80$ m	16
1.9	Andamento della superficie frontale dovuto a δ per $h = 1.80$ m	17
1.10	Andamento della superficie frontale dovuto a θ per $h = 1.80$ m	19
1.11	Tabella antropometrica di Drillis e Contini	20
1.12	Confronto tra sciatore e umanoide	25
1.13	Suddivisione in pannelli dello sci	27
1.14	Retta di portanza	28
2.1	Panoramica della regione di prova	32
2.2	Regione di prova	32
2.3	Fotocellula ad infrarossi (a) e Chronprinter 540 (b)	34
2.4	Disposizione delle fotocellule sul dente del salto	35
2.5	Posizionamento dei sensori inerziali TecnoBody	37
2.6	Salto 1 - fasi di salto	40
2.7	Salto 2 - fasi di salto	42
2.8	Salto 3 - fasi di salto	44
2.9	Salto 4 - fasi di salto	46
3.1	Tabella Zatsiorsky	48
3.2	Sistema di forze agenti in fase di scorrimento	49
3.3	Sistema di forze e momenti agenti in fase di volo	50
3.4	Salto 1 - profilo altimetrico e traiettoria percorsa	54
3.5	Salto 1 - evoluzione della velocità in funzione del tempo (a) ed ingrandimento (b)	55

3.6	Salto 1 - evoluzione temporale della superficie frontale (a) e della resistenza aerodinamica (b)	55
3.7	Salto 2 - evoluzione della velocità in funzione del tempo (a) ed ingrandimento (b)	56
3.8	Salto 2 - evoluzione temporale della superficie frontale (a) e della resistenza aerodinamica (b)	57
3.9	Salto 3 - evoluzione della velocità in funzione del tempo (a) ed ingrandimento (b)	57
3.10	Salto 3 - evoluzione temporale della superficie frontale (a) e della resistenza aerodinamica (b)	58
3.11	Salto 4 - evoluzione della velocità in funzione del tempo (a) ed ingrandimento (b)	59
3.12	Salto 4 - evoluzione temporale della superficie frontale (a) e della resistenza aerodinamica (b)	59

Elenco delle tabelle

1.1	superficie frontale in m^2 in funzione di h e β	12
1.2	superficie frontale in m^2 in funzione di h e α	15
1.3	superficie frontale in m^2 in funzione di h e γ	16
1.4	superficie frontale in m^2 in funzione di h e δ	17
1.5	superficie frontale in m^2 in funzione di h e θ	18
1.6	Confronto tra la superficie frontale presa da analisi di immagine e quella modellata	23
1.7	Confronto tra SC_l misurato e modellato	30
2.1	Pendenze del tracciato	33
2.2	Specifiche tecniche dei sensori inerziali <i>TecnoBody</i>	38
2.3	Salto 1 - orientamento nello spazio dei distretti anatomici . . .	39
2.4	Salto 1 - risultati sperimentali	39
2.5	Salto 2 - orientamento nello spazio dei distretti anatomici . . .	41
2.6	Salto 2 - risultati sperimentali	41
2.7	Salto 3 - orientamento nello spazio dei distretti anatomici . . .	43
2.8	Salto 3 - risultati sperimentali	43
2.9	Salto 4 - orientamento nello spazio dei distretti anatomici . . .	45
2.10	Salto 4 - risultati sperimentali	45
3.1	Influenza della resistenza aerodinamica sulle equazioni	52
3.2	Influenza della portanza sulle equazioni	52
3.3	Salto 1 - risultati numerici	55
3.4	Salto 2 - risultati numerici	56
3.5	Salto 3 - risultati numerici	58
3.6	Salto 4 - risultati numerici	59
3.7	Salto 1 - confronto risultati sperimentali e numerici	60
3.8	Salto 2 - confronto risultati sperimentali e numerici	61
3.9	Salto 3 - confronto risultati sperimentali e numerici	62
3.10	Salto 4 - confronto risultati sperimentali e numerici	62
3.11	Confronto tra le prestazioni ottenute nelle quattro prove	63

Introduzione

Hundshopf, Mausefalle, Gobbe del Cammello e Golden Eagle sono alcuni tra i più famosi e spettacolari salti della coppa del mondo di sci alpino. Salti che gli atleti affrontano a velocità prossime a 100 km/h coprendo una distanza di 50-80 metri. Nella disciplina della discesa libera la fase di salto occupa solo una piccola percentuale del tempo complessivo della gara, ma, poiché il distacco tra il primo classificato e un semplice buon piazzamento può essere di soli pochi decimi se non addirittura centesimi di secondo, curare questa fase porta a indubbi vantaggi prestazionali (nei giochi olimpici invernali di Vancouver 2010 il divario tra la medaglia d'oro ed il terzo classificato fu di appena nove centesimi).

Una buona prestazione in gara è dettata da molteplici fattori (si veda [1] e [2]), quali capacità motorie, condizioni psicologiche, equipaggiamento impiegato (in particolare sci, casco, tuta). Tra questi, particolare attenzione va riservata all'abilità dell'atleta di adottare una postura in grado di fendere il più possibile l'aria, senza però compromettere la capacità di governare gli sci in modo da gestire la traiettoria.

La scelta di un'adeguata postura influisce notevolmente sulla prestazione: infatti, una volta raggiunta una velocità sostenuta, circa l'80% della forza che si oppone al moto dello sciatore è dovuta alla resistenza aerodinamica [1], mentre la restante parte è da attribuire alla forza d'attrito dinamico che si genera nel contatto sci neve.

In fase di salto tutta la resistenza è dovuta all'aerodinamica, quindi uno studio di come l'aria interagisca con il sistema sciatore/equipaggiamento permette di andare a stimare la traiettoria percorsa dall'atleta, così da ricavare la lunghezza del salto, la velocità di atterraggio e soprattutto il tempo impiegato.

L'obiettivo del lavoro presentato è quello di proseguire lo studio della fase di salto, sulla base della precedente esperienza sviluppata da Scarpellini e Trovato [3].

Grazie alla collaborazione di due atleti di livello agonistico, sono state condotte delle prove nella galleria del vento del Politecnico di Milano in modo

da riprodurre le principali posizioni assunte dai migliori sciatori di coppa del mondo durante il gesto atletico del salto. Dalle misure si è evidenziato come la resistenza sia strettamente correlata con la superficie dell'atleta proiettata sul piano perpendicolare al vettore velocità. Da qui è nata la necessità di creare un semplice modello sperimentale in cui, andando ad inserire pochi parametri, sia possibile stimare con buona approssimazione tale superficie frontale. In questo modo si è in grado di risalire alla resistenza per una qualunque posizione adottata dallo sciatore; ciò sarà di utilità per seguire il movimento nell'intera fase di salto: dall'approccio fino all'atterraggio. Per eseguire questa fase si è usato un umanoide caricato con il programma MotionBuilder di Autodesk. Facendo assumere al manichino varie configurazioni si è studiato come le diverse porzioni di corpo concorrono alla valutazione della superficie frontale.

In maniera analoga, sempre partendo dai dati raccolti in galleria, si è implementato un modello per risalire alla portanza a seconda della postura. Nonostante questo contributo sia di intensità minore rispetto alla resistenza, non è possibile escluderlo in quanto si commetterebbero errori non trascurabili nel calcolare la lunghezza del salto.

In seguito, grazie alla collaborazione di uno sciatore, si sono svolte delle prove in pista, chiedendo all'atleta di variare il proprio stile in ogni salto, per osservare come un diverso assetto influenzi quantità quali: lunghezza di salto, tempo trascorso e velocità di stacco e di riattacco al suolo. Per risalire agli angoli anatomici necessari a descrivere la postura mantenuta nella fase di volo, oltre alle informazioni ricavate dalle riprese laterali svolte con una videocamera, si è deciso di applicare sul corpo dell'atleta una serie di sensori, che permettessero la ricostruzione anatomica del gesto eseguito. In questo modo si riusciva a conferire un fondamento biomeccanico al dato estratto, dovuto all'uso di uno strumento appositamente progettato per lo scopo.

Un esito positivo della misura avrebbe contribuito ad introdurre un grosso valore aggiunto al lavoro svolto, ma un difetto di funzionamento, riscontrato in fase di sperimentazione, ha obbligato ad abbandonare la strada intrapresa, valutando gli angoli anatomici esclusivamente mediante un attento esame delle immagini prese con la videocamera.

Per quanto riguarda, invece, la stima sulla lunghezza del salto, si è fatto uso di un metro a nastro, mentre tempo e velocità si sono ottenute mediante una serie di fotocellule.

Queste prove sperimentali hanno permesso di validare un programma scritto in Matlab, il cui scopo è di riprodurre la dinamica del salto risolvendo il sistema di equazioni differenziali che governano il moto dello sciatore. Queste equazioni sono riportate da più fonti (si veda [4], [5], [6]) e, in studi precedenti, sono state impiegate in particolar modo per lo studio della disciplina

del salto da trampolino, mentre la discesa libera è un'attività che non è stata indagata a fondo.

Con il programma è inoltre possibile considerare gli effetti che derivano da un'escursione del baricentro: infatti gli atleti, giunti in prossimità di un cambio di pendenza, tendono a schiacciarsi verso il suolo con il fine di ridurre per quanto possibile l'estensione del salto. Ciò porta a molti benefici che saranno poi descritti.

Capitolo 1

Modelli sperimentali

In questo capitolo, dopo un'iniziale premessa per inquadrare l'argomento che si vuole approfondire, si illustra come, basandosi sui dati raccolti con le precedenti prove in galleria del vento [3] e con l'ausilio di un manichino virtuale, si siano ottenuti due modelli sperimentali. Nel primo l'attenzione è rivolta al calcolo della superficie frontale individuata da un qualsiasi sciatore, grandezza che ci permette di risalire alla resistenza aerodinamica. In seguito viene descritto un secondo modello, utile per la rappresentazione del contributo portante.

1.1 Salto in discesa libera

Durante una gara di discesa libera, spesso la morfologia del tracciato presenta dei cambi di pendenza che costringono gli atleti a staccarsi dal suolo per parecchi decimi di secondo. Questa fase di salto è molto delicata e deve essere curata nel migliore dei modi dagli sciatori per assicurarsi un buon risultato finale.

Sono molti gli errori che possono essere commessi nell'affrontare un salto, rischiando di compromettere l'intera gara. Per citare alcuni esempi: se, nell'istante prima di separarsi dal suolo, gli sci non sono orientati nella corretta direzione si andrà ad atterrare fuori dalla linea di percorrenza ideale, con una conseguente perdita di tempo per riguadagnare la giusta traiettoria. Un problema analogo lo si incontra saltando troppo lunghi. Si pensi ad una curva posta qualche decina di metri dopo un cambio di pendenza: in questa situazione è utile poggiare il prima possibile gli sci sulla neve per preparare la conduzione della curva. A questa difficoltà si aggiunge anche l'inconveniente di subire un pesante riattacco al suolo che potrebbe gravare sulle articolazioni, in particolare sulle ginocchia. O ancora, disunirsi in fase di volo perché

non si è ben bilanciati, espone buona parte del corpo al vento relativo generando una forza di resistenza elevata che limita la velocità. In ultimo, situazione meno frequente, l'atleta può incorrere in una caduta con il rischio di procurarsi seri danni, costringendolo ad una lunga assenza dalle gare.

Il gesto atletico del salto viene suddiviso in tre fasi: l'approccio, la fase di volo e il riattacco al suolo. Al fine di ottenere una buona prestazione è indispensabile saperle padroneggiare, così da evitare di incorrere nei vari problemi sopra elencati.

L'approccio è di certo la fase più importante ed un eventuale errore commesso ora sarà difficilmente correggibile in seguito. Tale fase consiste nella gestione dei pochi metri che precedono il cambio di pendenza; il peso deve essere ben centrato sul piano d'appoggio evitando di farsi trovare arretrati. Quest'ultima condizione, infatti, determina una pericolosa rotazione a cabrare dell'atleta durante il volo.

Vi sono diverse strategie che possono essere adottate per affrontare un salto, come indicato da Barelle [7]: ad esempio per salti non molto estesi l'atleta si lascia trasportare dalla propria inerzia, mentre su salti più impegnativi, dove le distanze coperte sono maggiori, si cerca di ammortizzarli, riducendo lo spazio di volo, giocando sull'escursione della posizione del baricentro.

Nella fase centrale lo sciatore è in aria e cerca di mantenersi in una posizione il più possibile raccolta per esporre meno superficie al vento relativo che tende a rallentarlo. Molto importante in questa circostanza è cercare di mantenere le braccia vicino al corpo per trarne un vantaggio aerodinamico.

Infine, pochi istanti prima di ritornare in contatto con il tracciato, l'atleta deve gestire l'impatto con il terreno. Anche in questo frangente vi sono molteplici strategie: nel caso in cui la componente di velocità perpendicolare al suolo sia esigua, lo sciatore può mantenersi in posizione aerodinamica, poiché la sollecitazione che subisce è di debole intensità; diversamente, con una velocità normale al terreno accentuata, è opportuno che l'atleta estenda gli arti inferiori per poi ammortizzare il nuovo contatto con la neve con una flessione delle ginocchia.

Le foto seguenti, catturate durante alcune gare di coppa del mondo, mettono bene in evidenza le diverse posizioni assunte degli sciatori per le tre fasi.

Come descritto e confermato visivamente dalle immagini, uno sciatore assume svariate posizioni nell'esecuzione del gesto, passando da alcune molto raccolte, ad altre decisamente più estese. Una variazione dell'assetto anatomico influenza fortemente il flusso d'aria che scorre attorno al corpo dell'atleta, modificandone il campo di forze. Lo scopo che si cerca di raggiungere nei paragrafi seguenti è quello di comprendere il legame che intercorre tra il dato anatomico le forze di portanza e di resistenza.



(a)



(b)



(c)

Figura 1.1: Approccio al salto (a); fase di volo (b); riattacco al suolo (c)

1.2 Superficie frontale

L'attività sperimentale condotta in galleria del vento ha mostrato che, se viene scelta come superficie di riferimento quella dello sciatore proiettata sul piano perpendicolare al vettore velocità (superficie frontale), il coefficiente di resistenza (C_d) non subisce forti scostamenti e si può ritenere costante. Il valore medio da noi calcolato è di 0.76 con una deviazione standard di 0.025. Quindi, mantenendo invariati la velocità asintotica (v) e la densità dell'aria (ρ), il termine che svolge il ruolo primario nella determinazione della resistenza aerodinamica è appunto la superficie frontale (S) come indicato di seguito.

$$R = \frac{1}{2}\rho v^2 S C_d \quad (1.1)$$

Un simile risultato lo si poteva attendere. Infatti, poiché lo sciatore è assimilabile ad un corpo tozzo, il contributo di resistenza di forma prevale su quello d'attrito. Ragione per cui una variazione di resistenza si ha a seguito di una modifica della superficie frontale e non di quella bagnata.

Il fatto che il coefficiente di resistenza non manifesti forti oscillazioni è confermato da ricerche precedenti: è stato studiato e verificato da Paps et al. [8] che, indipendentemente dalla posizione, per velocità superiori a 20 m/s il C_d non subisce variazioni eccessive, assestandosi su un valore costante (nelle prove eseguite in galleria la velocità è stata posta a 25 m/s). Un'ulteriore conferma giunge da Brownlie et al. [9]: in questo caso si è scelto di mantenere sempre una posizione raccolta (altrimenti detta "a uovo"), e, per un campo di velocità che spazia da 40 km/h ($\approx 11 m/s$) fino a 130 km/h ($\approx 36 m/s$), si è osservato che il C_d non è soggetto a sensibili scostamenti.

1.2.1 Descrizione del modello

L'obiettivo di questa sezione è quello di descrivere la procedura eseguita per ottenere un modello sperimentale che sia in grado di rappresentare la superficie frontale di uno sciatore. Modelli simili, anche applicati a discipline sportive differenti da quella di nostro interesse, si ritrovano in letteratura. Per citare alcuni esempi: Chabroux [10] e Heil [11] orientano l'indagine al ciclismo su strada mentre Hubbard et al. [12] rivolgono l'attenzione allo studio del salto da trampolino. Rimanendo, invece, nell'ambito dello sci alpino, Barelle si occupa di studiare il legame che intercorre tra la resistenza aerodinamica e la superficie frontale dell'atleta per la fase di scorrimento al suolo [13].

Lo scopo comune, in tutti questi settori sportivi, è quello di ricercare una posizione, o di apportare modifiche all'equipaggiamento impiegato, tali da ridurre il più possibile la resistenza per avere un vantaggio in termini di

prestazione.

Il modello presentato in questa tesi richiede l'introduzione di nove parametri per ottenere la superficie frontale:

- altezza dello sciatore (h).
- geometria dello sci (lunghezza e larghezza).
- angolo di incidenza degli sci (ψ).
- angolo, nel piano sagittale, compreso tra il vettore velocità e la coscia (α).
- angolo, nel piano sagittale, compreso tra il vettore velocità e il tronco (β).
- angolo, nel piano sagittale, compreso tra il vettore velocità e il braccio (γ).
- angolo, nel piano sagittale, compreso tra il vettore velocità e l'avambraccio (δ).
- angolo, nel piano frontale, compreso tra la verticale e il braccio (θ).

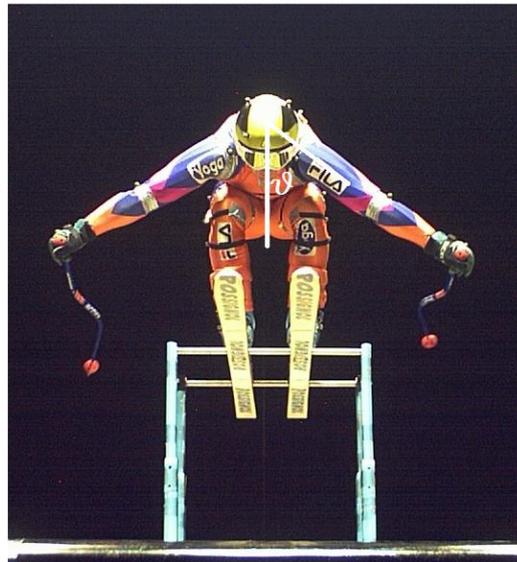
In figura 1.2, per una più diretta comprensione, vengono indicati, con il relativo verso, gli angoli assoluti di orientamento nello spazio dei distretti anatomici.

Mentre per l'altezza e per la geometria degli sci non vi sono difficoltà nel misurarle, una buona stima degli angoli richiede qualche accortezza in più. Una scelta è quella di valutare la loro entità dall'analisi di immagini e filmati presi lateralmente (si veda quanto svolto da Muller per il salto da trampolino [14]) e frontalmente. Una soluzione innovativa, sperimentata anche nel precedente lavoro di tesi grazie alla collaborazione con il laboratorio di Ergonomia Fisica (LyPhE) del Dipartimento INDACO del Politecnico di Milano, consiste nell'applicare sul corpo dell'atleta una serie di marcatori in grado di rilevare la posizione nello spazio dei diversi segmenti anatomici.

Per la realizzazione del modello si è usato un umanoide dotato di cerniere articolari caricato con la versione 2011 di Autodesk MotionBuilder. Il programma permette di andare ad agire sui vari segmenti anatomici per fare assumere all'umanoide la posizione desiderata. Inoltre, seppure in maniera approssimata, si è tenuto conto di parte dell'equipaggiamento impiegato in gara in modo da avere un grado di dettaglio maggiore: con una sfera è stato riprodotta la forma del casco e tramite l'analisi di alcune foto si è tenuto conto dell'ingombro dello scarpone. Per quanto riguarda gli sci, si è reputato



(a)



(b)

Figura 1.2: Angoli articolari nel piano sagittale (a) e frontale (b)

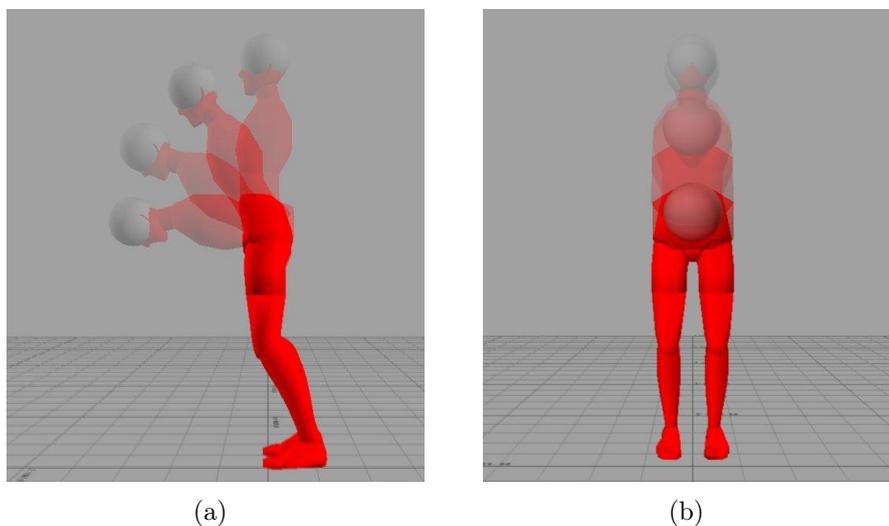


Figura 1.3: Vista laterale (a) e frontale (b) per $\beta = 0^\circ; 30^\circ; 60^\circ; 90^\circ$

significativo il loro effetto sul computo dell'area frontale solamente quando sono posti ad incidenza non nulla. Non si sono presi in considerazione, invece, i bastoncini in quanto non danno un contributo sostanziale al calcolo della superficie, sia per le ridotte dimensioni del loro diametro, sia perché spesso sono posti quasi parallelamente al vento relativo.

Nella costruzione del modello si è voluto studiare come i principali distretti anatomici contribuiscano alla valutazione dell'intera superficie frontale. Per realizzare ciò si è isolato il movimento di una parte dal resto del corpo osservando come questa influenzi la superficie frontale. Di seguito si riporta il procedimento eseguito per determinare l'effetto dovuto all'insieme tronco/capo; per le altre parti di corpo si riportano solamente i risultati dato che lo svolgimento per raggiungerli è identico.

Il primo passo consiste nel posizionare il manichino con un inclinazione del tronco (l'angolo β) che spazi da 0° fino a 90° con un intervallo di 10° . Come è evidente in figura 1.3 in questa fase si sono escluse le braccia al fine di evitare di introdurre un loro possibile contributo ora indesiderato.

Per ogni posizione si elabora l'immagine presa frontalmente con un programma implementato in Matlab in grado di convertirla in una in bianco e nero (figura 1.4), in modo da evidenziare la regione di interesse dal resto dello sfondo. Disponendo del numero di pixel bianchi e di una lunghezza di riferimento si risale alla superficie frontale. Il procedimento viene ripetuto più volte variando l'altezza dell'umanoide da un minimo di $1.60\ m$ fino a $1.90\ m$ così da osservare anche la dipendenza da questo parametro. I risultati sono riportati nella tabella 1.1.

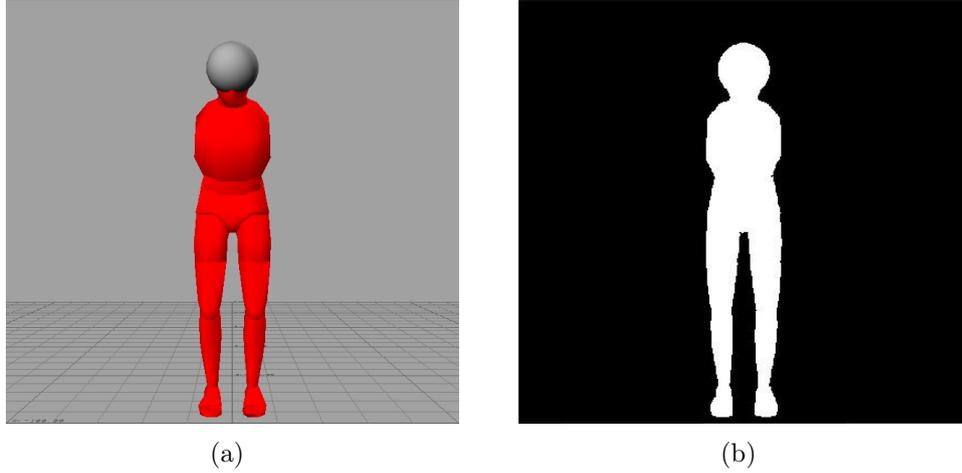


Figura 1.4: Passaggio da immagine RGB (a) a bianco nero (b)

Tabella 1.1: superficie frontale in m^2 in funzione di h e β

		Altezza [m]						
		1.60	1.65	1.70	1.75	1.80	1.85	1.90
β [°]	0	0.208	0.221	0.235	0.249	0.263	0.278	0.293
	10	0.232	0.247	0.262	0.278	0.294	0.311	0.328
	20	0.261	0.277	0.294	0.312	0.330	0.348	0.368
	30	0.284	0.302	0.321	0.340	0.356	0.380	0.401
	40	0.300	0.319	0.339	0.359	0.380	0.401	0.423
	50	0.313	0.332	0.353	0.374	0.396	0.418	0.441
	60	0.319	0.339	0.360	0.381	0.403	0.426	0.449
	70	0.324	0.344	0.365	0.387	0.409	0.433	0.456
	80	0.321	0.342	0.363	0.385	0.407	0.430	0.453
	90	0.318	0.338	0.359	0.381	0.403	0.425	0.449

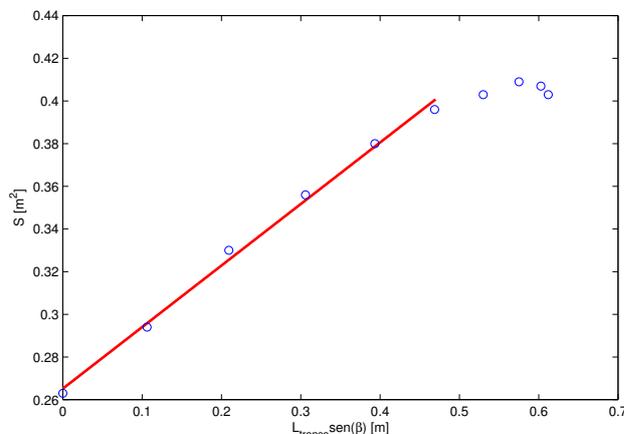


Figura 1.5: Andamento della superficie frontale dovuto a β per $h = 1.80$ m

Per una migliore comprensione dei dati tabulati, presa un'altezza dell'atleta fissa pari a 1.80 m, si mostra in figura 1.5 come la superficie frontale dipenda dal seno di β moltiplicato per la lunghezza del tronco (come quest'ultima quantità è stata ricavata sarà mostrato più avanti).

Con questa scelta dell'ascissa si evidenzia che per un range compreso tra 0° e 50° è presente una regione con pendenza costante. Un simile andamento permette una semplice espressione in forma analitica di come tronco e capo influenzino la superficie frontale. Per angoli superiori a 50° l'andamento è irregolare e non facilmente esprimibile analiticamente.

Considerando i risultati ricavati con un'altezza differente, l'andamento che si ottiene è il medesimo, sempre con una regione lineare estesa fino a 50° , ma la pendenza della retta, anche se di poco, varia rispetto al caso precedente; in particolare si è osservato che il coefficiente angolare cresce all'aumentare dell'altezza. Come si evince dalla figura 1.6 ancora una volta si ha il vantaggio di avere una dipendenza lineare.

In forma analitica, con le considerazioni fatte, l'influenza determinata dall'inclinazione del tronco sulla superficie si riassume nella relazione qui riportata:

$$S_{tronco/capo} = 0.1594 h L_{tronco} \sin(\beta) \quad (1.2)$$

Per quel che concerne le altre porzioni di corpo il cui movimento ha un peso rilevante sulla buona stima della superficie frontale, si è considerato l'effetto generato dalla coscia, dal braccio e dall'insieme avambraccio mano. La parte bassa della gamba (tibia), invece, è stata considerata fissa con un angolo rispetto al piano degli sci di 70° (angolo tipico per uno scarpone da competizione). La ragione di tale scelta è motivata dal fatto che uno scarpone da

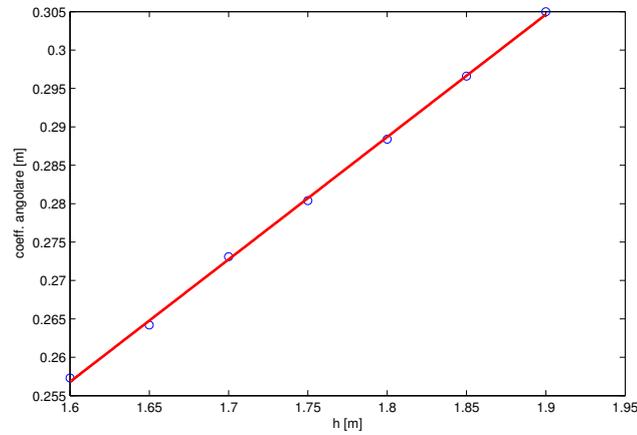


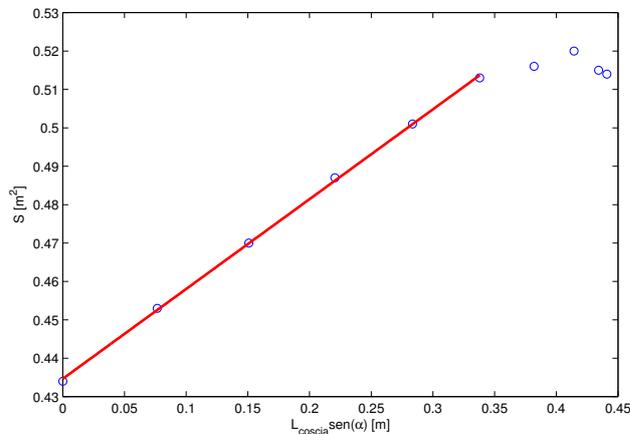
Figura 1.6: Evoluzione del coefficiente angolare in funzione di h

gara, a differenza di uno commerciale, avvolge così strettamente la caviglia e lo stinco da impedire qualsiasi movimento. Il vantaggio in termini di prestazione che si riesce a trarre è di trasmettere immediatamente alla lamina dello sci ogni movimento della gamba, ma ha il difetto di essere scomodo e supportabile solamente per un breve periodo. Tant'è che gli sciatori stringono gli scarponi solo pochi istanti prima di presentarsi al cancelletto di partenza e li slacciano appena terminata la gara.

In successione si riportano le tabelle e le figure che illustrano i risultati ricavati.

Tabella 1.2: superficie frontale in m^2 in funzione di h e α

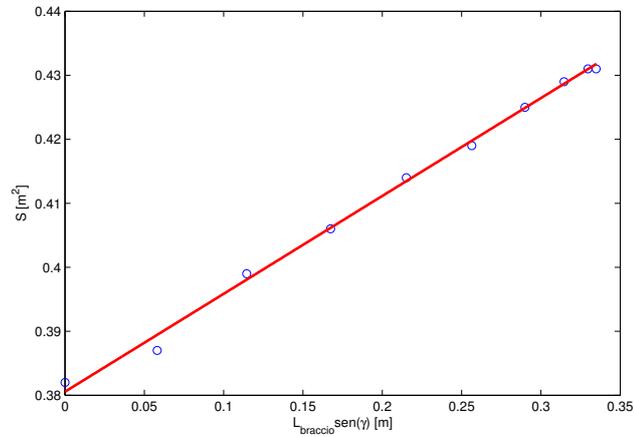
		Altezza [m]						
		1.60	1.65	1.70	1.75	1.80	1.85	1.90
α [°]	0	0.343	0.365	0.387	0.411	0.434	0.458	0.484
	10	0.358	0.381	0.404	0.429	0.453	0.478	0.505
	20	0.371	0.395	0.419	0.445	0.470	0.496	0.524
	30	0.385	0.409	0.434	0.461	0.487	0.514	0.542
	40	0.395	0.421	0.446	0.474	0.501	0.528	0.558
	50	0.405	0.431	0.458	0.486	0.513	0.542	0.572
	60	0.408	0.434	0.460	0.489	0.516	0.545	0.575
	70	0.411	0.437	0.464	0.492	0.520	0.549	0.580
	80	0.406	0.432	0.459	0.487	0.515	0.543	0.573
	90	0.406	0.432	0.459	0.487	0.514	0.543	0.573

Figura 1.7: Andamento della superficie frontale dovuto ad α per $h = 1.80$ m

$$S_{coscia} = 0.1344 h L_{coscia} \sin(\alpha) \quad (1.3)$$

Tabella 1.3: superficie frontale in m^2 in funzione di h e γ

		Altezza [m]						
		1.60	1.65	1.70	1.75	1.80	1.85	1.90
γ [°]	0	0.302	0.321	0.341	0.361	0.382	0.404	0.426
	10	0.306	0.325	0.345	0.366	0.387	0.408	0.431
	20	0.315	0.335	0.355	0.377	0.399	0.421	0.444
	30	0.321	0.341	0.362	0.384	0.406	0.429	0.452
	40	0.328	0.348	0.370	0.392	0.414	0.438	0.462
	50	0.331	0.352	0.374	0.396	0.419	0.443	0.467
	60	0.335	0.357	0.379	0.401	0.425	0.448	0.473
	70	0.339	0.360	0.383	0.405	0.429	0.453	0.478
	80	0.340	0.362	0.384	0.407	0.431	0.455	0.480
	90	0.341	0.362	0.385	0.408	0.431	0.455	0.481

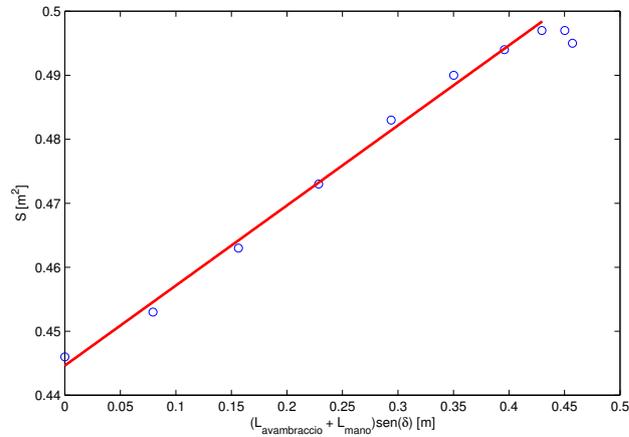
Figura 1.8: Andamento della superficie frontale dovuto a γ per $h = 1.80$ m

$$S_{braccio} = 0.0911 h L_{braccio} \sin(\gamma) \quad (1.4)$$

La regione lineare si estende fino a 90° e per simmetria si può ampliare a 180° .

Tabella 1.4: superficie frontale in m^2 in funzione di h e δ

		Altezza [m]						
		1.60	1.65	1.70	1.75	1.80	1.85	1.90
δ [°]	0	0.352	0.375	0.398	0.422	0.446	0.471	0.497
	10	0.358	0.381	0.404	0.429	0.453	0.479	0.505
	20	0.366	0.389	0.413	0.438	0.463	0.489	0.516
	30	0.374	0.398	0.422	0.447	0.473	0.500	0.527
	40	0.381	0.406	0.431	0.546	0.483	0.510	0.538
	50	0.387	0.411	0.437	0.463	0.490	0.517	0.546
	60	0.391	0.416	0.441	0.467	0.494	0.522	0.551
	70	0.393	0.417	0.443	0.470	0.497	0.525	0.554
	80	0.392	0.417	0.443	0.469	0.497	0.524	0.553
	90	0.391	0.416	0.441	0.468	0.495	0.523	0.552

Figura 1.9: Andamento della superficie frontale dovuto a δ per $h = 1.80$ m

$$S_{avambraccio/mano} = 0.0686 h (L_{avambraccio} + L_{mano}) \sin(\delta) \quad (1.5)$$

Anche in questo caso, per simmetria, la regione lineare si può estendere da 120° a 180° .

Un discorso leggermente diverso è riservato all'angolo θ . Per ampiezze elevate, cioè quando gli arti superiori sono mantenuti lontano dal corpo, una variazione di θ attorno a questa posizione non comporta una sensibile modifica della superficie frontale poiché le braccia sono sempre esposte al vento relativo. Una situazione decisamente differente si riscontra nel caso in cui gli arti sono mantenuti vicino al torace: in questa seconda circostanza, anche una piccola variazione di θ genera importanti ripercussioni sulla superficie, in quanto gli arti possono essere parzialmente o totalmente mascherati dal tronco retrostante. Per una migliore indagine riguardo a questa seconda condizione, come mostrato in tabella 1.5, si è deciso di infittire le misure nell'intorno del valore di θ nullo.

Tabella 1.5: superficie frontale in m^2 in funzione di h e θ

		Altezza [m]						
		1.60	1.65	1.70	1.75	1.80	1.85	1.90
θ [°]	-10	0.318	0.339	0.359	0.381	0.403	0.426	0.449
	-5	0.327	0.348	0.370	0.392	0.414	0.438	0.462
	0	0.334	0.356	0.377	0.400	0.423	0.447	0.472
	5	0.338	0.360	0.382	0.405	0.428	0.452	0.477
	10	0.342	0.364	0.386	0.409	0.433	0.457	0.482
	20	0.347	0.369	0.392	0.415	0.439	0.464	0.489
	30	0.350	0.372	0.395	0.418	0.442	0.467	0.493
	40	0.351	0.374	0.397	0.420	0.445	0.470	0.496
	50	0.354	0.376	0.399	0.423	0.448	0.473	0.499
	60	0.355	0.378	0.401	0.425	0.449	0.475	0.501
	70	0.356	0.378	0.402	0.426	0.450	0.476	0.502
80	0.358	0.381	0.404	0.428	0.453	0.479	0.505	
90	0.359	0.381	0.405	0.429	0.454	0.479	0.506	

A differenza dei precedenti casi, ora si riescono a individuare tre regioni con pendenza costante (figura 1.10). E' bene evidente che per angoli piccoli, anche negativi, la superficie subisce forti modifiche a seguito di deboli variazioni dell'ascissa (rette rossa e verde), mentre, ad ampiezze elevate, quasi resta inalterata (retta nera). Andare oltre i 90° , nonostante non vi siano limitazioni di carattere anatomico, non è un caso di nostro interesse. In fase

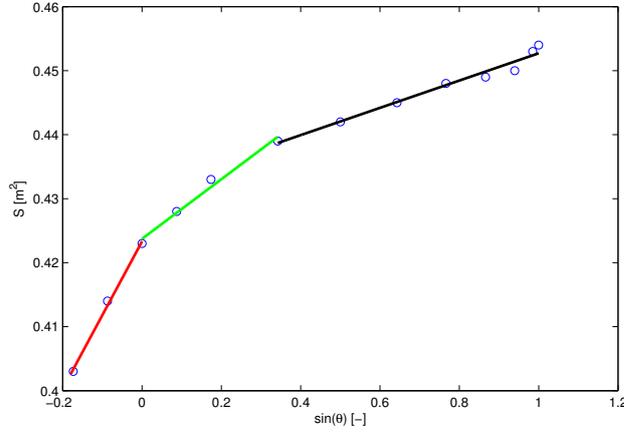


Figura 1.10: Andamento della superficie frontale dovuto a θ per $h = 1.80$ m

di salto, difatti, mai si riscontra una posizione simile.

$$S_{\theta} = \begin{cases} 0.1153 h \sin(\theta) & \text{se } -10^{\circ} < \theta < 0^{\circ} \\ 0.0411 h \sin(\theta) & \text{se } 0^{\circ} < \theta < 20^{\circ} \\ 0.0251 h \sin(\theta) & \text{se } 20^{\circ} < \theta < 90^{\circ} \end{cases} \quad (1.6)$$

Infine, un ultimo contributo è offerto dall'ingombro degli sci quando questi sono posti in incidenza. Come sempre viene considerata l'area frontale e i parametri necessari alla sua definizione sono la larghezza (b) e la lunghezza dello sci, a cui viene sottratta la parte dove poggia lo scarpone (L_{sci}).

$$S_{sci} = 2 L_{sci} b \sin(\psi) \quad (1.7)$$

Da notare che, con l'ipotesi di incidenze positive, nonostante la parte anteriore dello sci mascheri una porzione dello scarpone retrostante, non si ottiene una riduzione della superficie come avvenuto ponendo la braccia davanti al corpo. Questo perché la scia generata dallo sci ha spazio per richiudersi a valle. Discorso molto simile, che conduce al medesimo risultato, nel caso di incidenze negative: questa volta, però, è la scia a valle dello scarpone a chiudersi prima di incontrare la coda dello sci.

Sommando fra loro i diversi contributi espressi a partire dalla relazione 1.2 fino alla 1.7 si è adesso in grado di conoscere come evolve l'intera superficie frontale (S_{tot}).

$$S_{tot} = S_{tronco/capo} + S_{coscia} + S_{braccio} + S_{avambraccio/mano} + S_{\theta} + S_{sci} \quad (1.8)$$

Tuttavia, è richiesto ancora un passaggio per completare definitivamente il modello di superficie. Difatti, oltre al contributo indicato, ne è presente un

i contributi alla superficie visti prima (da equazione 1.2 a 1.5) assumono ora una nuova forma.

$$S_{coscia} = 0.032928 h^2 \sin(\alpha) \quad (1.10)$$

$$S_{tronco/capo} = 0.054196 h^2 \sin(\beta) \quad (1.11)$$

$$S_{braccio} = 0.0169446 h^2 \sin(\gamma) \quad (1.12)$$

$$S_{avambraccio/mano} = 0.0174244 h^2 \sin(\delta) \quad (1.13)$$

1.2.2 Espressione del modello

Nel paragrafo precedente si è descritto come si sono ottenuti tutti i contributi necessari all'espressione del modello sperimentale. Ora questi vengono sommati fra loro per conferirgli la sua formulazione completa e definitiva. Ricordando che θ presenta tre settori con andamento lineare, è necessaria una triplice formulazione del modello: una parte, relativa al contributo degli sci e agli angoli $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, che presentano un'unica regione a pendenza costante, sarà comune a tutte e tre le espressioni, mentre una seconda parte assume una forma matematica differente in funzione del campo di appartenenza di θ .

Per semplicità di lettura si riportano solo le prime tre cifre decimali dei coefficienti calcolati.

- $-10^\circ < \theta < 0^\circ$

$$S = h^2 \left(0.033 \sin(\alpha) + 0.054 \sin(\beta) + 0.017 \sin(\gamma) + 0.017 \sin(\delta) \right) + \dots \\ \dots + h \left(0.115 \sin(\theta) + 0.250 \right) + 2 L_{sci} b \sin(\psi) - 0.236$$

- $0^\circ < \theta < 20^\circ$

$$S = h^2 \left(0.033 \sin(\alpha) + 0.054 \sin(\beta) + 0.017 \sin(\gamma) + 0.017 \sin(\delta) \right) + \dots \\ \dots + h \left(0.041 \sin(\theta) + 0.246 \right) + 2 L_{sci} b \sin(\psi) - 0.221$$

- $20^\circ < \theta < 90^\circ$

$$S = h^2 \left(0.033 \sin(\alpha) + 0.054 \sin(\beta) + 0.017 \sin(\gamma) + 0.017 \sin(\delta) \right) + \dots \\ \dots + h \left(0.025 \sin(\theta) + 0.240 \right) + 2 L_{sci} b \sin(\psi) - 0.201$$

Dall'osservazione dei coefficienti moltiplicativi si possono trarre considerazioni importanti: i termini che presentano un peso maggiore sono il tronco e le cosce. Risultato che si poteva attendere poiché sono le parti più voluminose del corpo, che quindi influenzano maggiormente la superficie e di conseguenza la resistenza.

Una conferma è offerta anche dalle prove condotte da Watanabe e Ohtsuki in [15] e [16] per lo studio della fase di scorrimento al suolo; il beneficio, in termini di velocità, che si ricava stando in posizione raccolta piuttosto che alzata è dell'ordine di 1 m/s al termine di un tratto di pista lungo 65 m . Il ragionamento è lecito estenderlo anche alla fase di salto.

Meno intuitivo dall'espressione matematica del modello è, invece, il contributo dato da θ poiché non è possibile effettuare un confronto diretto con i coefficienti degli altri angoli, dato che sono premoltiplicati da fattori diversi (h^2 invece di h). Sicuramente l'effetto è minore rispetto a quello introdotto da tronco e coscia date le ridotte dimensioni, ma il fatto di non esporre le braccia al vento relativo mantenendole vicino al corpo genera un ulteriore vantaggio aerodinamico, come confermato anche da Brownlie et al. [9].

Con queste prime considerazioni si riesce ad avere un'idea di base di quale possa essere una postura adeguata per affrontare un salto, traendone il maggior beneficio prestazionale.

1.2.3 Validazione del modello

Inizialmente si è verificata la bontà del modello con l'ausilio del manichino stesso. Facendogli assumere molteplici configurazioni, sia tipiche della fase di salto in discesa libera, che altre del tutto casuali, si è osservata la discrepanza tra la superficie frontale ottenuta con l'analisi d'immagine (risultato esatto) e quella calcolata con il modello analitico (risultato approssimato). I dati collezionati hanno messo in evidenza che l'errore rimane sempre contenuto, con picchi massimi intorno ai cinque punti percentuali.

In seguito, per la validazione, si sono considerate le immagini raccolte durante le prove condotte in galleria del vento, descritte nel già citato [3], effettuate su due sciatori. Grazie ad una videocamera montata di fronte all'atleta è stato possibile risalire alla superficie frontale, mentre, applicando una serie di marcatori sul corpo degli atleti, con il sistema Vicon motion capture 3D si sono determinati gli angoli che descrivono l'assetto necessari al modello.

In tabella 1.6 si riportano le aree calcolate tramite analisi d'immagine e quelle predette dal modello, indicando quanto queste ultime si discostano dalle prime.

Un vantaggio nel processo di validazione è derivato dal fatto che i due sciatori

Tabella 1.6: Confronto tra la superficie frontale presa da analisi di immagine e quella modellata

(a)			(b)		
Sciatore 1			Sciatore 2		
Analisi d'immagine [m^2]	Modello [m^2]	Errore [%]	Analisi d'immagine [m^2]	Modello [m^2]	Errore [%]
0.379	0.404	6.60	0.364	0.357	1.92
0.471	0.499	5.94	0.363	0.378	4.02
0.563	0.532	5.51	0.421	0.444	5.46
0.356	0.333	6.46	0.258	0.249	3.49
			0.365	0.363	0.55
			0.378	0.382	1.06
			0.480	0.479	0.21
			0.384	0.368	4.17

avessero una statura differente, superiore ai 10 cm ; in questo modo è stato possibile verificare anche la sensibilità del modello rispetto a questo parametro.

L'errore è sempre contenuto, confermando le previsioni svolte in precedenza, con un limite di poco superiore, posto al 6.6%. Bisogna tuttavia considerare che ci potrebbero essere eventuali errori aggiuntivi causati dall'accuratezza con cui gli angoli sono valutati dal sistema di motion capture impiegato.

Per affermare la bontà dei risultati ottenuti, essi sono stati confrontati con quelli di un modello affine al nostro presentato da Barelle in [13]. Questo secondo modello ha l'obiettivo di determinare, a seconda della posizione tenuta dallo sciatore, non la sola superficie frontale, ma il suo prodotto con il coefficiente di resistenza, noto con il termine inglese di drag area (SC_d). L'errore dichiarato sul calcolo della drag area è inferiore al 13% per posizioni aerodinamiche classiche e non supera il 17% per posizioni rialzate. Quindi, al fine di compiere un paragone tra i risultati nostri e di Barelle, le aree riportate in tabella 1.6 sono state moltiplicate con il C_d (0.76). L'errore massimo si mantiene in linea con quanto espresso in precedenza, restando stabile sul 6.6%.

1.2.4 Limitazioni del modello

Il modello soffre di alcune limitazioni che possiamo distinguere in due categorie: una, di stampo matematico, dovuta all'estensione delle regioni con andamento lineare del modello analitico e l'altra causata dalle approssimazioni considerate rispetto alla realtà. Per quanto riguarda la prima, bisogna tenere a mente che il modello ha validità solamente dove si era potuta ritenere fedele una dipendenza lineare tra la superficie frontale e il seno degli angoli considerati. Oltre una certa ampiezza di questi ultimi, tale dipendenza crolla e il modello genera errori più consistenti di quelli riportati in tabella 1.6. Si riportano di seguito le estensioni delle regioni di linearità:

- $0^\circ < \alpha < 50^\circ$
- $0^\circ < \beta < 50^\circ$
- $0^\circ < \gamma < 180^\circ$
- $0^\circ < \delta < 70^\circ$ e $120^\circ < \delta < 180^\circ$
- $-10^\circ < \theta < 90^\circ$

Quindi gli angoli che danno i principali problemi sono quelli relativi alla coscia e al tronco. Questi limiti, però, non devono essere interpretati come delle barriere. Eccedere di pochi gradi non comporta un errore significativo, mentre allontanarsi di molto dalla regione lineare conduce ad una sovrastima della superficie che si avvicina al 20%.

Durante la fase di salto è verificato che la postura dell'atleta si mantiene entro questi limiti; fanno eccezione solo alcune configurazioni assunte dall'avambraccio, soprattutto quando lo sciatore è molto raccolto, e la fase di riattacco al suolo in cui l'atleta si estende per ammortizzare il colpo. In questo caso α e β , seppure di pochi gradi (intorno alla decina), fuoriescono dalla regione lineare.

Il range di altezze considerate si reputa sufficiente a includere la quasi totalità degli sciatori di coppa del mondo, ma non si incontrano difficoltà ad estendere il modello per una statura inferiore o superiore. Non sono stati considerati, invece, gli effetti che derivano dalla costituzione fisica; chiaramente, a pari altezza, una persona con un fisico massiccio determina una superficie maggiore rispetto ad una più snella. Le variazioni, comunque, non sono così accentuate poiché si ritiene che il modello sia applicabile esclusivamente ad atleti di livello agonistico, dotati di un fisico muscoloso e che praticano un allenamento costante.

Per quanto riguarda la seconda categoria, invece, le approssimazioni fatte

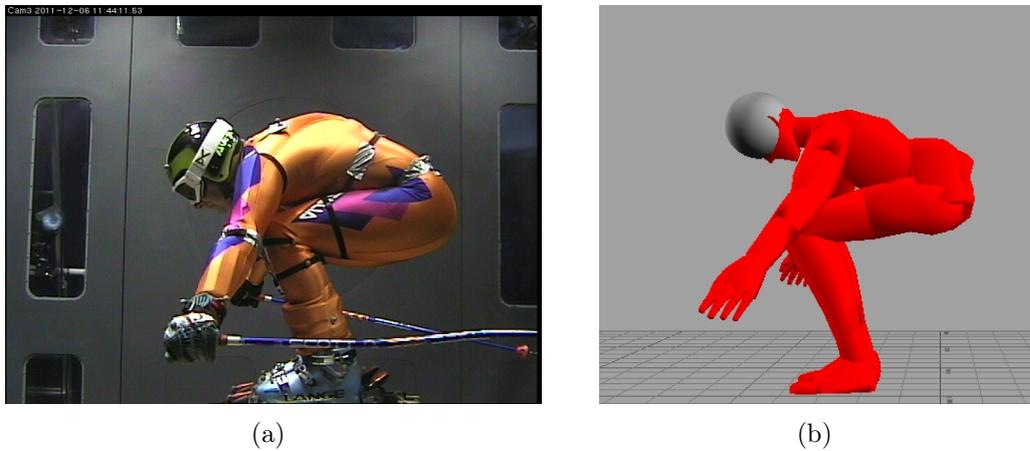


Figura 1.12: Confronto tra sciatore e umanoide

sono molteplici e di carattere diverso.

Un primo limite consiste nel potere rappresentare esclusivamente posizioni simmetriche. Questa scelta è dettata dal fatto che, per la corretta esecuzione di un salto, l'atleta mantiene una postura simmetrica dallo stacco fino al nuovo contatto sulla neve. Mentre, come talvolta capita di osservare durante una competizione, se uno sciatore si disunisce è perché ha sbagliato l'approccio al salto e tenta di riacquistare l'equilibrio. Una situazione del genere, oltre a non essere di interesse per il lavoro svolto, è potenzialmente pericolosa e causa di gravi infortuni come quelli occorsi allo statunitense Scott Macartney e all'elvetico Daniel Albrecht, caduti, dopo aver perso il controllo in volo, ad una velocità di 140 km/h sul salto finale (ora spianato) del temibile tracciato di Kitzbühel.

Altre approssimazioni sono di carattere anatomico: infatti si osserva in figura 1.12 come per posizioni molto raccolte la schiena del manichino non si curva come in una persona normale ma rimane in posizione retta. Un altro aspetto è dato dal fatto che non si è considerata una flessione della testa nel piano sagittale, ma la si lascia sempre orientata come il tronco. Queste due correzioni potevano essere implementate con il programma a disposizione, ma una volta verificato il loro debole contributo sull'intera superficie si è preferito non appesantire il modello con nuovi parametri che permettessero una loro caratterizzazione.

Infine, è opportuno considerare possibili scostamenti dal caso reale, dovuti al procedimento adottato per ricavare il modello. Si era già espresso come era stato studiato il movimento di un solo segmento anatomico mantenendo fermo il resto del corpo. In un uomo, però, isolare il movimento di una parte dal resto non è qualcosa di realizzabile. Per chiarire meglio questo aspetto

è sufficiente proporre degli esempi: si pensi di ruotare il solo braccio mantenendo fermo il resto del corpo. Ci si accorge che anche clavicola e scapola si muovono, coinvolgendo così la spalla. Un secondo esempio consiste nel sollevare la gamba: difficilmente si riesce ad eseguire il movimento mantenendo immobile la colonna vertebrale. Quindi, anche in questo caso, si possono avere ripercussioni sulla buona stima della superficie frontale.

Tutte queste limitazioni presentate si ritengono responsabili della discrepanza che viene a crearsi tra l'area frontale effettiva e quella da noi modellata. Limitazioni che non sono molto penalizzanti dato che gli errori visti in precedenza sono contenuti nel 6.6%.

1.3 Lift area

Nonostante la portanza generata da uno sciatore sia un fenomeno di importanza marginale se comparato con la resistenza aerodinamica, una sua totale noncuranza non consente una buona riproduzione della traiettoria seguita in fase di volo, con conseguenze negative sulla corretta stima della lunghezza del salto e soprattutto sul tempo di volo.

Contrariamente a quanto evidenziato per la resistenza, in cui, una volta scelta come superficie di riferimento quella frontale, si era messo in luce l'invarianza del C_d rispetto alla posizione, per la portanza non si è ottenuto un simile risultato. I dati estrapolati nelle prove sperimentali svolte in galleria del vento, mostrano infatti una continua evoluzione del coefficiente di portanza, passando da un minimo di 0.016 ad un massimo di 0.309, senza però esibire un nesso con la postura dello sciatore facilmente esprimibile in forma matematica. La situazione è più favorevole se si focalizza l'attenzione sui dati relativi alla lift area (SC_l): in questo secondo caso, sebbene vi siano delle eccezioni, si osserva che, per posizioni rialzate, si ottiene un contributo di portanza maggiore rispetto a quelle raccolte.

Per questa ragione si è preferito creare un modello per la rappresentazione dell'intera lift area, piuttosto che del solo coefficiente di portanza.

La difficoltà primaria nella stesura del modello è stata quella di comprendere quali fossero i parametri che contribuivano alla determinazione della portanza; un aiuto a questo scopo è derivato sempre dalle indagini condotte da Barelle per lo studio dell'aerodinamica in fase di scorrimento al suolo. In [2] la ricercatrice francese introduce un modello per la stima della lift area che è servito da linea guida per identificare alcuni parametri significativi. Il modello presentato, tuttavia, non si presta bene al nostro caso in quanto l'assenza di un piano d'appoggio modifica il flusso d'aria attorno allo sciatore.

Un ulteriore contributo ritenuto importante è quello dovuto agli sci, da pren-

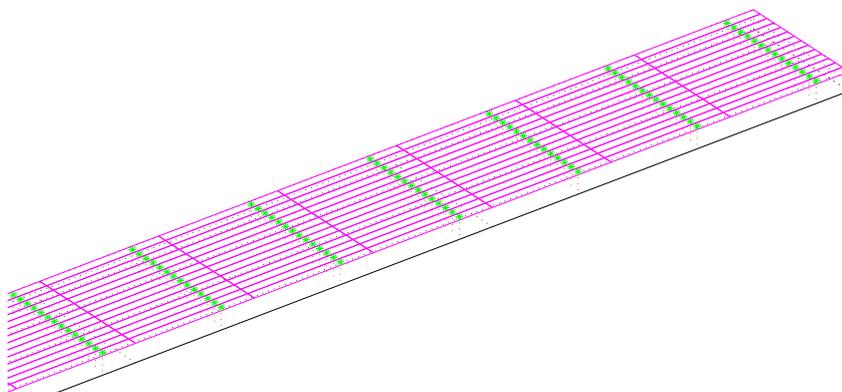


Figura 1.13: Suddivisione in pannelli dello sci

dere in considerazione solamente quando il loro angolo d'incidenza con il vento relativo non è nullo.

Nei paragrafi successivi si descrivono i procedimenti seguiti per ottenere il modello numerico.

1.3.1 Contributo dovuto agli sci

Il contributo sul dato globale della lift area dovuto ai soli sci è stato ricavato mediante un programma basato su un metodo a reticolo di vortici tridimensionale, che permette di calcolare le caratteristiche aerodinamiche di geometrie elementari, aventi un debole spessore. Lo sci è stato schematizzato con il modello di lastra piana e per semplicità si è trascurata la curvatura della punta, la sciancratura (comunque poco accentuata per uno sci da discesa libera) e l'ingombro degli attacchi. Il numero di pannelli impiegato è di trenta seguendo la lunghezza dello sci e di sette nel senso della larghezza. In figura 1.13 si riporta un ingrandimento della parte anteriore dello sci, che mostra la suddivisione in pannelli ed i relativi punti a $1/4$ di corda in cui sono imposti i vortici a staffa.

Sono state condotte diverse simulazioni mantenendo una velocità costante di 25 m/s e variando l'incidenza da 0° fino a 10° , con un passo di 2.5° . Data la simmetria della geometria i risultati sono estendibili anche per le corrispondenti incidenze negative.

Il grafico di figura 1.14 illustra il legame di linearità trovato che intercorre tra il C_l degli sci e l'angolo di incidenza (ψ).

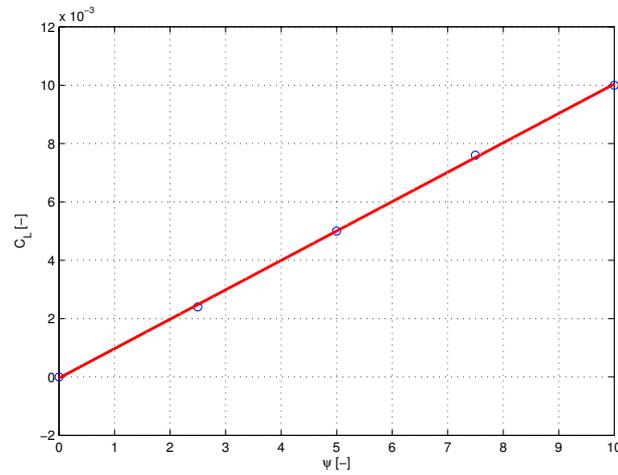


Figura 1.14: Retta di portanza

Poiché il nostro interesse è rivolto alla determinazione di SC_l , i valori sono moltiplicati per la superficie di riferimento che, nel programma usato, è definita come la superficie in pianta.

Dai risultati ricavati ci si riconduce ad una formulazione matematica che descrive l'effetto generato da entrambi gli sci:

$$SC_{l\ sci} = 0.0162 \psi \quad (1.14)$$

dove ψ è espresso in radianti.

Una simile rappresentazione di sicuro non è in grado di riprodurre alcuni fenomeni, come l'influenza dovuta alla curvatura della punta dello sci, la modifica delle linee di flusso causata dalla presenza dello scarpone o l'interazione che, per la ridotta distanza, ci potrebbe essere tra i due sci. Tuttavia, considerati i risultati evidenziati nelle prove in galleria, la modellazione usata si presta bene al computo della lift area complessiva.

1.3.2 Contributo dovuto allo sciatore

Per quanto concerne la portanza sviluppata dal corpo dello sciatore si è considerato il contributo proveniente dall'inclinazione del tronco (β) e delle cosce (α), come svolto sempre da Barelle [2]. Accanto a questi valori, dagli studi compiuti da Watanabe e Ohtsuki [15] condotti in galleria del vento, si è messo in evidenza che, per diverse posizioni, pur mantenendo inalterati gli angoli relativi agli arti inferiori e al tronco, la portanza subisce un incremento significativo se le braccia passano da una posizione mantenuta vicino al

corpo, ad una in cui sono estese lateralmente. Per questo motivo un ulteriore parametro incluso nel modello è l'angolo θ .

La determinazione dei coefficienti moltiplicativi dei fattori sopra elencati è derivata dalla risoluzione nel senso dei minimi quadrati di un sistema sovradeterminato, il cui termine noto è costituito dai dati di SC_l ricavati in galleria, epurati dal contributo derivante dagli sci per le prove effettuate in incidenza.

La soluzione del sistema ha fornito i seguenti valori:

$$SC_{l \text{ sciatore}} = -0.0494 \sin(\alpha) + 0.0421 \sin(\beta) + 0.0603 \sin(\theta) + 0.0584 \quad (1.15)$$

I coefficienti mettono in evidenza l'effetto deportante generato dalla coscia e quello, invece, portante dovuto al tronco. Risultati auspicabili data l'orientazione dei due distretti anatomici considerati rispetto al vettore velocità (per un chiarimento visivo si rimanda all'immagine 1.2). Anche la parte relativa a θ è concorde con quanto ritrovato in letteratura, aumentando l'effetto portante al crescere dell'ampiezza dell'angolo.

1.3.3 Espressione del modello

L'entità complessiva della lift area si ottiene per sovrapposizione degli effetti, conducendo alla formulazione:

$$SC_l = SC_{l \text{ sci}} + SC_{l \text{ sciatore}} \quad (1.16)$$

$$SC_l = -0.049 \sin(\alpha) + 0.042 \sin(\beta) + 0.060 \sin(\theta) + 0.016 \psi + 0.058 \quad (1.17)$$

Inserendo nel modello gli angoli presi con il sistema di motion capture, e l'incidenza degli sci si osserva la discrepanza tra i dati di galleria e quelli simulati (tabella 1.7).

Rispetto ai valori modellati di superficie, riportati in tabella 1.6, quelli di SC_l manifestano un errore relativo più marcato. Il motivo è da imputare a due fattori. In primo luogo la sua modellazione richiede uno sforzo maggiore: mentre per la resistenza era palese una stretta correlazione con la superficie frontale, quindi era sufficiente la determinazione di quest'ultima, per la portanza non si è osservato qualcosa di simile. Ne consegue la difficoltà nel comprendere quali elementi siano indispensabili per una corretta caratterizzazione del fenomeno. In secondo luogo gli errori relativi sono elevati anche a causa dei modesti valori trovati per la lift area, quasi sempre di un ordine di grandezza inferiori rispetto a quelli di SC_d . Quindi, è sufficiente avere anche uno scarto modesto tra i valori di galleria e quelli ricavati con il modello, per

Tabella 1.7: Confronto tra SC_l misurato e modellato

Dati di galleria [m^2]	Modello [m^2]	Errore relativo [%]	Errore assoluto [m^2]
0.032	0.036	13.83	0.004
0.048	0.074	54.83	0.026
0.115	0.093	18.58	0.021
0.044	0.075	71.85	0.031
0.111	0.102	8.46	0.009
0.097	0.092	5.04	0.005
0.043	0.025	41.41	0.018
0.069	0.073	5.34	0.004
0.086	0.093	8.16	0.007
0.096	0.078	18.33	0.018

generare un consistente errore relativo.

Per le ragioni riportate, è allora maggiormente significativo osservare il dato riguardante l'errore assoluto. Come tabulato, gli errori sono piccoli e figurano comparabili con quelli ricavati per la superficie.

Un'ulteriore difficoltà nella realizzazione del modello risiede nel comprendere quali siano i limiti di validità. Rispetto a quello sviluppato per la superficie frontale, non si riescono ad identificare degli angoli anatomici che demarcano una soglia oltre alla quale non è garantita la bontà dei risultati. Tuttavia, per posizioni molto rialzate, l'assenza di un riscontro sperimentale non permette di trarre alcuna conclusione sul comportamento del modello. A ciò si unisce anche il fatto di ritenere improbabile un sostanzioso contributo portante quando l'atleta si trova in una posizione quasi del tutto eretta. Per queste ragioni, quando gli angoli associati al tronco e alla coscia assumono entità elevate, sopra i 60° - 70° (riscontrabili soprattutto in fase di atterraggio), il dato in uscita dal modello potrebbe scostarsi in modo sostanziale da quello effettivo.

Nonostante le considerazioni fatte, non riuscire a rappresentare in maniera accurata la forza portante, non compromette la capacità di simulare la dinamica del salto. Difatti, come sarà mostrato più avanti, anche con l'apporto di risultati numerici, è molto più importante una buona modellazione della resistenza aerodinamica.

Capitolo 2

Prove sperimentali in pista

L'attività sperimentale è stata condotta sulle nevi di Schilpario (BG). Per facilitare il trasporto del materiale e per avere accesso all'alimentazione elettrica necessaria alla strumentazione, si è scelto di rimanere nella parte terminale del tracciato, sfruttando un lungo rettilineo di pendenza costante, opportuno per il raggiungimento di velocità sostenute, seguito da un lieve cambio di pendenza per l'esecuzione del salto.

In prossimità del cambio di pendenza, è stato doveroso allestire una rampa, con l'intento di ottenere un salto sufficientemente esteso.

Le prove sono state eseguite da un atleta che ha praticato lo sci alpino a livello agonistico, equipaggiato con attrezzatura in uso nelle attuali gare di discesa libera; solamente la lunghezza dello sci era inferiore di otto centimetri rispetto al minimo di 2.18 *m* imposto dal regolamento FIS.

Le condizioni atmosferiche in cui si sono svolte le prove sono state favorevoli, con una giornata soleggiata e priva di vento, temperatura dell'aria di 6.4°C, pressione atmosferica di 888 *mb* e temperatura della neve di -3°C.

2.1 Profilo altimetrico del tracciato

Le foto 2.1 e 2.2 mostrano la porzione del tracciato impiegata per la realizzazione delle prove sperimentali. Sul lato sinistro è visibile come la rampa termini con un brusco gradino; in questo modo, a differenza di un cambio di pendenza graduale, si ha un vantaggio nell'identificare l'esatta inclinazione in prossimità del punto di perdita di contatto. A valle segue una sezione avente una pendenza maggiore rispetto a quella della rampa, tale da garantire un impatto con il terreno meno pesante, per non gravare eccessivamente sulle articolazioni.

Le pendenze del tratto di pista in esame si sono valutate mediante un in-



Figura 2.1: Panoramica della regione di prova

clinometro elettrico (Sola ENWM), avente una tolleranza di misurazione del mezzo decimo di grado. Le regioni in cui premeva ottenere un dato quanto più prossimo all'effettiva pendenza sono quella di stacco, in corrispondenza del dente del salto, e quella di atterraggio. Accanto a queste due grandezze, per una corretta determinazione dell'altimetria del tracciato, è fondamentale la cognizione delle coordinate spaziali che identificano il punto di atterraggio rispetto a quello di stacco.

Per le prime due misure, dato che le irregolarità presenti sul terreno innevato non consentivano una buona stima della pendenza, in quanto la sua entità mutava anche per piccole traslazioni dello strumento, si è deciso di poggiare l'inclinometro sopra una trave metallica rigida di 4 m, in modo da avere un dato mediato su tutta la sua lunghezza.



Figura 2.2: Regione di prova

Per quanto riguarda, invece, la seconda misura, si sono presi come riferimento le posizioni di due fotocellule: una a monte ed una a valle del salto (visibili in figura 2.1). Mantenendo l'inclinometro con un'incidenza tale da essere parallela alla retta che interseca i due sensori fotoelettrici, è stato possibile risalire alla pendenza media del tracciato. Data la difficoltà, in assenza di un treppiedi, di mantenere perfettamente immobile l'inclinometro, sono state condotte più misure effettuando poi una media dei valori raccolti.

Quest'ultima grandezza, combinata assieme alla distanza in linea d'aria descritta tra le fotocellule, ha permesso la stima delle coordinate spaziali della zona di riattacco al suolo. Tra le due coordinate, un ruolo determinante per la buona riproduzione del tracciato è rivestito da quella associata al dislivello verticale. Lo scostamento massimo che essa subisce rispetto al valore medio, data l'incertezza dei rilevamenti eseguiti con l'inclinometro, è giudicato essere di 11 *cm*.

In tabella 2.1 si riportano i valori numerici dei dati ricavati.

Tabella 2.1: Pendenze del tracciato

Pendenza stacco	5.9°
Pendenza atterraggio	10.4°
Pendenza media	12.35°

2.2 Strumentazione

L'obiettivo delle prove svolte è stato quello di determinare la lunghezza di salto, la velocità di ingresso e di uscita, il tempo impiegato e la posizione assunta dall'atleta nell'esecuzione del gesto.

La prima quantità si è ottenuta semplicemente con l'ausilio di un metro a nastro. Prima di ogni passaggio dello sciatore, si provvedeva a levigare il manto nevoso nella regione di atterraggio, in modo che, in ciascun salto, fosse agevole individuare le tracce lasciate dalle code degli sci nell'istante in cui entravano in contatto con il suolo. Dall'impronta era poi immediato rilevare la distanza in linea d'aria tra quest'ultima e il dente del salto. Il dato così acquisito richiede, però, una correzione. Difatti, l'effettiva lunghezza del salto deve essere misurata non a partire dall'estremità dello sci, ma dalla regione dello sci su cui poggia lo scarpone. Per questo motivo, la misura trovata è stata incrementata con la distanza che intercorre tra la coda dello sci e il punto su cui è vincolato scarpone, nel nostro caso corrispondente a 94 *cm*.

Nell'esecuzione di tutte le prove, dall'osservazione dei solchi lasciati, si è evidenziata la tendenza dell'atleta ad entrare in contatto con il suolo qualche istante di tempo prima con lo sci destro rispetto al sinistro. In termini di lunghezza si traduce in una distanza di poche decine di centimetri tra le tracce lasciate dai due sci. Attraverso un'analisi delle riprese video, si comprende come il motivo sia da attribuire all'attitudine dell'atleta di mantenere una postura, nelle fase conclusiva di volo, con la gamba destra meno flessa rispetto alla sinistra.

Come riferimento per la misura della lunghezza di salto, si è deciso di prendere il punto intermedio tra le due tracce impresse.

2.2.1 Fotocellule per cronometraggi

L'impiego di quattro cellule fotoelettriche ad infrarossi (figura 2.3 a) ha permesso simultaneamente la misura del tempo impiegato per eseguire il salto e l'entità della velocità di percorrenza mantenuta dallo sciatore prima e dopo il salto. I segnali acquisiti dalle fotocellule venivano inviati al sistema di cronometraggio professionale Tag Heuer Chronoprinter 540 (figura 2.3 b), un dispositivo progettato per essere impiegato in ambito sportivo, che permette la registrazione e la visualizzazione dei tempi con una precisione del millesimo di secondo.

Una coppia di fotocellule è stata disposta in prossimità del dente del salto, distanti fra loro circa due metri (figura 2.4), mentre le restanti due sono state posizionate qualche metro a valle della regione di atterraggio, separate da 2.5 m.



Figura 2.3: Fotocellula ad infrarossi (a) e Chronoprinter 540 (b)

Per ciascuna coppia, la velocità di percorrenza è stata ricavata dividendo la distanza che le separa, per l'intervallo di tempo registrato dai sensori fotoelettrici al passaggio dello sciatore.

Il cronometraggio complessivo della prova, invece, si è calcolato come differenza, numerando in ordine crescente le fotocellule da quella più a monte a quella più a valle, tra il segnale offerto dalla terza e quello della seconda. Bisogna, tuttavia, precisare che il tempo così determinato non coincide esattamente con quello di salto, poiché sono inclusi anche brevi tratti di scorrimento al suolo. Infatti, dal momento che l'atleta affrontava il salto a velocità diverse e adottando posture differenti, il punto di riattacco al suolo aveva un'escursione di alcuni metri. Di conseguenza, per essere certi di non perdere parte dei dati in alcune prove, le fotocellule sono state posizionate a valle del salto più esteso raggiunto dall'atleta durante i primi salti di prova.



Figura 2.4: Disposizione delle fotocellule sul dente del salto

2.2.2 Sensori inerziali *TecnoBody*

Come svolto anche in precedenti lavori di ricerca (Muller [14]), un attento esame delle immagini riprese attraverso una videocamera è sufficiente a rilevare l'orientamento dei segmenti anatomici. Tuttavia, con l'intenzione di garantire un'accuratezza superiore alla misura, si è voluto integrare l'informazione ottenuta dalle riprese video tramite una serie di marcatori applicati sul corpo dell'atleta, capaci di ricostruire l'evoluzione della postura per l'intera durata del salto.

Nel caso in esame, non è stato possibile usufruire del sistema motion capture Vicon già impiegato per le prove in galleria del vento. Difatti, la regione in

cui i marcatori dovevano essere visibili alle cinque telecamere non era più limitata alle dimensioni della camera di prova, ma era estesa alla porzione del tracciato necessaria per l'esecuzione del salto. Per questo motivo, data l'ampiezza della regione di interesse, l'adozione di un sistema che sfrutta l'impiego di telecamere fisse, rendeva difficoltosa non solo la corretta disposizione sul tracciato delle telecamere stesse, ma anche la buona ripresa di tutti i marcatori.

Una soluzione adatta al nostro scopo è derivata, invece, dai sensori inerziali TecnoBody. Il sistema è principalmente impiegato in ambito riabilitativo e consente di avere informazioni in tempo reale sull'analisi del movimento del corpo. Il dispositivo è modulare, a seconda di quali distretti anatomici siano oggetto di studio (arti superiori, tronco, arti inferiori). Nel nostro caso l'attenzione ricade sulla conoscenza del movimento dell'intero corpo, ragione per cui si è adottata una configurazione total body, tramite l'applicazione, con fasce elastiche, di dieci sensori sullo sciatore. Due di questi sono stati collocati su ogni arto superiore, uno sul braccio e uno sull'avambraccio, altri due su ogni arto inferiore, uno sulla coscia e uno sulla gamba, e gli ultimi due lungo il tronco, uno sulla zona lombare e uno su quella dorsale (foto 2.5).

Il sistema adottato risponde anche ad un requisito dimensionale. Poiché l'aspetto aerodinamico legato a questo studio è di primaria importanza, era richiesto un vincolo sull'ingombro massimo dei sensori, in modo tale che non alterassero significativamente il flusso d'aria attorno allo sciatore e, di conseguenza, le forze aerodinamiche.

Ogni sensore è equipaggiato con un accelerometro, un giroscopio e un magnetometro triassiali; la combinazione dei tre dispositivi attraverso l'uso di un filtro di Kalman permette la corretta ricostruzione degli angoli articolari, limitando i difetti che si avrebbero usandoli singolarmente (si veda [17], [18], [19]). Difatti l'accelerometro, sebbene consenta una valutazione istantanea dell'inclinazione dei distretti anatomici, ha il problema di restituire un segnale affetto da rumore, dal momento che non rileva la sola accelerazione gravitazionale, ma anche tutte le altre forze a cui il corpo è soggetto. Il segnale in uscita dal giroscopio è meno rumoroso, ma soffre di un problema noto come deriva o drift. Un giroscopio, infatti, misura una velocità angolare e, attraverso la sua integrazione, si risale all'ampiezza dell'angolo. La velocità angolare, tuttavia, può scostarsi lievemente e in maniera imprevedibile dal valore esatto, per effetti causati ad esempio da variazioni di temperatura o dal lotto di costruzione. Per quanto lo scostamento sia piccolo, poiché, ad un dato istante, il valore dell'angolo è dato dalla somma di tutti quelli ottenuti negli istanti precedenti, l'errore commesso sulla misura tende ad accrescere nel tempo, rendendola del tutto priva di significato.

Infine, per il solo asse verticale, considerato che un accelerometro non è in



Figura 2.5: Posizionamento dei sensori inerziali TecnoBody

grado di rilevare una rotazione attorno a tale asse, è necessario l'impiego di un magnetometro per correggere l'errore di deriva causato dal giroscopio.

Il grosso vantaggio derivato dall'uso di questo sistema è indubbiamente l'assenza di telecamere. I soli sensori, dotati di trasmissione bluetooth, inviano le informazioni al software, che provvede alla successiva memorizzazione ed elaborazione. Le specifiche del sistema sono riportate nella tabella 2.2.

Dato che il range di trasmissione è limitato rispetto alle distanze percorse dall'atleta dall'istante in cui iniziava a prendere velocità fino al suo arresto a valle del salto, è stata indispensabile la collaborazione di un secondo sciatore, che, trasportando in uno zaino il pc necessario all'acquisizione dei dati, restasse il più possibile accanto al primo.

Nell'arco della giornata dedicata alle prove sperimentali si è avuto, però, l'in-

Tabella 2.2: Specifiche tecniche dei sensori inerziali *TecnoBody*

Dimensioni	50×80×30 <i>mm</i>
Peso	50 - 80 <i>g</i>
Comunicazione	Bluetooth 2.1 - 2.4 <i>GHz</i>
Frequenza di campionamento	25 - 50 <i>Hz</i>
Range di trasmissione	20 <i>m</i> (indoor), 50 <i>m</i> (open space)
Range di orientazione	360° su tutti gli assi
Range accelerometro	6 <i>g</i>
Nonlinearità accelerometro	< 0.5%
Range giroscopio	500 <i>s</i> ⁻¹
Nonlinearità giroscopio	< 1%
Range Magnetometro	6 <i>Gauss</i>
Nonlinearità magnetometro	< 1%

conveniente di non riuscire a memorizzare le misure collezionate dai sensori. Le ragioni di questa complicazione sono molteplici: in primo luogo il sistema non era mai stato usato prima in un simile ambiente, ma esclusivamente in un locale chiuso o circoscritto, mantenendo l'apparecchio adibito alla ricezione nella stessa posizione per l'intera durata della prova; in secondo luogo, una volta perso il segnale di trasmissione tra sensori e software, il programma non provvedeva al salvataggio delle misure eseguite fino a quel momento, mostrando solamente l'istante di tempo in cui si era interrotta la procedura. Con buona probabilità, visti i tempi di troncamento della trasmissione, a causa delle asperità presenti sul terreno, l'hard disk del computer ha subito, nella fase di decelerazione a valle del salto, vibrazioni tali da impedire un suo corretto funzionamento, arrestando l'acquisizione della misura.

Per queste ragioni, l'identificazione della postura adottata nel gesto atletico, è stata possibile esclusivamente basandosi sulle riprese eseguite con videocamera. A questo scopo si è sviluppato un programma Matlab che, ricevendo in ingresso l'immagine da analizzare, permette di marcare con un puntatore i centri articolari. Da questi, l'algoritmo generato provvede a restituire a schermo gli angoli cercati.

2.3 Risultati sperimentali

Oltre ad alcuni iniziali salti di tentativo, necessari, sia per permettere allo sciatore di prendere confidenza con il tracciato, sia per stabilire il corretto posizionamento della strumentazione, sono state collezionate quattro prove,

chiedendo all'atleta di variare il proprio approccio nel compiere il gesto atletico, così da osservare come diverse posizioni concorrano al conseguimento di risultati differenti.

Per il rilevamento degli angoli, in ciascuna prova, si sono considerati cinque fotogrammi. Il primo e l'ultimo corrispondono rispettivamente alle posizioni adottate nell'istante di stacco e di riattacco al suolo, mentre gli altri tre sono presi ad intervalli di tempo regolari tra queste due posizioni estreme.

2.3.1 Salto 1

Il primo salto è stato affrontato dall'atleta in maniera classica: poco prima di giungere in prossimità del cambio di pendenza ha abbandonato la posizione a uovo assumendo un assetto poco più rialzato, consentendogli una maggiore stabilità, e si è lasciato trasportare dalla propria inerzia sul cambio di pendenza. Nella fase centrale ha mantenuto una postura maggiormente raccolta tenendo le braccia vicino al corpo, per poi estendere arti inferiori e tronco nel momento di rientrare in contatto con il terreno, in modo da ammortizzare l'impatto con una flessione delle ginocchia.

Nella tabella 2.3 viene mostrato l'evoluzione degli angoli associati ai distretti anatomici, confermando quanto esposto, mentre, la successiva tavola 2.4, riporta i valori misurati di velocità, lunghezza e tempo.

Tabella 2.3: Salto 1 - orientamento nello spazio dei distretti anatomici

	Stacco	Intermedio 1	Intermedio 2	Intermedio 3	Atterraggio
α	28	29	18	24	49
β	37	37	27	28	44
γ	46	40	39	50	53
δ	30	32	33	43	51
θ	-4	3	3	4	7

Tabella 2.4: Salto 1 - risultati sperimentali

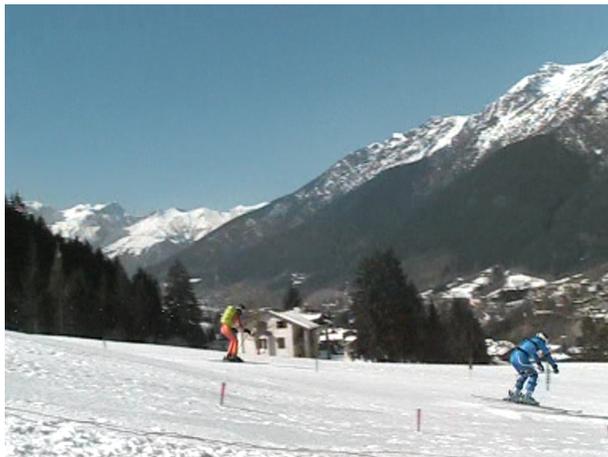
Velocità d'ingresso	101.36	<i>km/h</i>
Velocità d'uscita	94.28	<i>km/h</i>
Lunghezza salto	20.89	<i>m</i>
Tempo impiegato	0.827	<i>s</i>



(a)



(b)



(c)

Figura 2.6: Salto 1 - fasi di salto

2.3.2 Salto 2

La seconda prova è stata sostenuta, invece, conservando una posizione rialzata per l'intera durata del salto. Come evidente dai dati tabulati nella tavola 2.5, l'atleta è stato in posizione quasi totalmente eretta, con le braccia tenute ad una distanza dal corpo maggiore rispetto al salto precedente.

Una simile posizione mai si riscontra in una competizione, da un lato perché viene esposta gran parte della superficie al vento relativo, determinando un'eccessiva perdita di velocità, dall'altro perché si assiste ad una pericolosa rotazione a cabrare dell'atleta, con il rischio di destabilizzarlo.

La ragione che ha spinto alla realizzazione della seguente prova è stata dettata dalla curiosità di comprendere come variano i risultati rispetto ad una posizione tradizionale.

Tabella 2.5: Salto 2 - orientamento nello spazio dei distretti anatomici

	Stacco	Intermedio 1	Intermedio 2	Intermedio 3	Atterraggio
α	49	66	71	69	64
β	43	67	66	54	53
γ	62	75	74	63	66
δ	60	68	60	52	51
θ	39	36	31	38	47

Tabella 2.6: Salto 2 - risultati sperimentali

Velocità d'ingresso	99.95	<i>km/h</i>
Velocità d'uscita	86.56	<i>km/h</i>
Lunghezza salto	21.99	<i>m</i>
Tempo impiegato	0.847	<i>s</i>



(a)



(b)



(c)

Figura 2.7: Salto 2 - fasi di salto

2.3.3 Salto 3

La posizione adottata nell'esecuzione del salto è raccolta, molto simile a quella del primo caso (si confrontino le tabelle 2.7 e 2.3). La differenza sostanziale consiste in una modifica nella gestione dei pochi metri che precedono la perdita di contatto con il suolo. Difatti, rispetto a quanto eseguito in precedenza, lo sciatore non si è lasciato trasportare dalla propria inerzia, ma ha eseguito una spinta verso l'alto sul presalto con l'intento di incrementare la distanza percorsa in volo.

I risultati danno conferma a quanto ipotizzato, ottenendo una gittata superiore a quella raggiunta nel primo caso (tabella 2.8). E' opportuno osservare, però, che il conseguimento di una lunghezza maggiore è dovuto non solo ad un diverso approccio in fase di presalto, ma anche al fatto di aver acquisito una velocità di ingresso più sostenuta.

Tabella 2.7: Salto 3 - orientamento nello spazio dei distretti anatomici

	Stacco	Intermedio 1	Intermedio 2	Intermedio 3	Atterraggio
α	37	31	21	28	55
β	29	32	36	38	57
γ	56	45	49	47	43
δ	14	10	24	30	25
θ	0	4	3	5	10

Tabella 2.8: Salto 3 - risultati sperimentali

Velocità d'ingresso	104.30	<i>km/h</i>
Velocità d'uscita	106.99	<i>km/h</i>
Lunghezza salto	23.19	<i>m</i>
Tempo impiegato	0.815	<i>s</i>



(a)



(b)



(c)

Figura 2.8: Salto 3 - fasi di salto

2.3.4 Salto 4

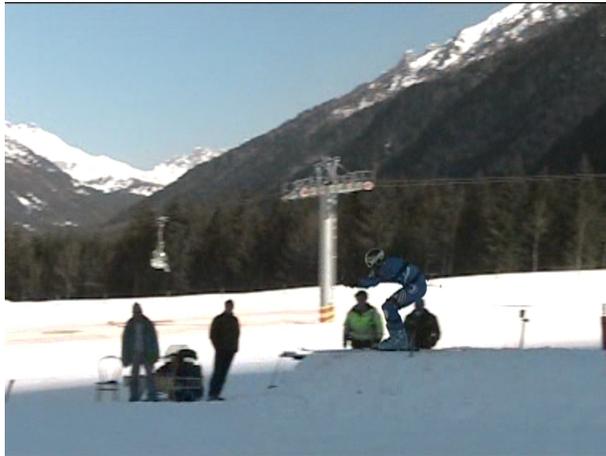
Nell'ultimo salto si è effettuata una replica dalla dinamica eseguita nel primo caso. La posizione è simile in tutte le fasi del salto a quella mantenuta nella prima prova, con l'eccezione dell'avambraccio, questa volta mantenuto parallelo al suolo. In questo modo si è voluta verificare la capacità di riprodurre nuovamente la stessa postura, osservando se i risultati fra le due prove fossero concordi o meno.

Tabella 2.9: Salto 4 - orientamento nello spazio dei distretti anatomici

	Stacco	Intermedio 1	Intermedio 2	Intermedio 3	Atterraggio
α	34	27	20	24	59
β	31	30	23	26	52
γ	45	57	52	58	50
δ	-3	-8	5	10	12
θ	3	3	5	8	13

Tabella 2.10: Salto 4 - risultati sperimentali

Velocità d'ingresso	102.80	<i>km/h</i>
Velocità d'uscita	122.08	<i>km/h</i>
Lunghezza salto	19.79	<i>m</i>
Tempo impiegato	0.840	<i>s</i>



(a)



(b)



(c)

Figura 2.9: Salto 4 - fasi di salto

Capitolo 3

Modellazione numerica del salto

Con i risultati ricavati dalle prove in pista descritte nel capitolo precedente, è stato possibile validare un programma scritto in Matlab, il cui scopo è quello di simulare la dinamica del salto. Il programma riceve in ingresso dati relativi al profilo altimetrico della porzione del tracciato considerato, la densità dell'aria, massa e altezza dello sciatore, la sua velocità iniziale e l'evoluzione temporale degli angoli descritti dai segmenti anatomici, necessari per la determinazione della drag area e lift area. In uscita restituisce la distanza percorsa in volo, la velocità di atterraggio, il tempo trascorso in aria ed il tempo complessivo impiegato per percorrere tutto il tratto di pista, parametro di fondamentale importanza per comprendere l'efficacia o meno del gesto eseguito.

Programmi simili sono stati realizzati per la simulazione del salto da trampolino, come Muller [14] e Ward-Smith e Clements [20], studiando come possano influire modifiche sia nelle condizioni iniziali, come la velocità al termine della rampa o l'intensità e la direzione del vento, sia in alcuni parametri ritenuti significativi, quali variazioni nello stile di volo o nella massa dell'atleta.

Il modello da noi presentato si discosta da questi in quanto nello sci alpino il gesto eseguito è sostanzialmente diverso: rispetto al salto da trampolino la posizione del corpo è più raccolta e le braccia talvolta sono mantenute lontane dal corpo. Le modifiche non coinvolgono, però, solo l'assetto dello sciatore: il regolamento impone anche l'uso di un equipaggiamento differente che deve essere preso in considerazione in fase di sviluppo del programma. In particolare le dimensioni degli sci cambiano radicalmente, variando le forze aerodinamiche che essi generano.

Quindi l'obiettivo ricercato è quello di realizzare un codice di calcolo che sia specializzato esclusivamente nell'ambito dello sci alpino.

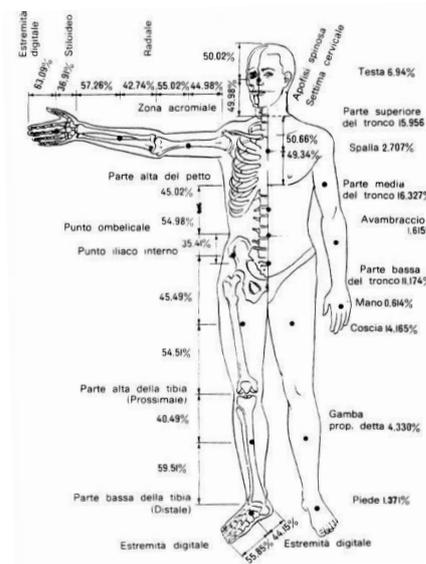


Figura 3.1: Tabella Zatsiorsky

3.1 Equazioni di equilibrio dinamico

Nella modellazione numerica del problema si è scelto di adottare un'approssimazione bidimensionale, schematizzando lo sciatore come un'entità puntiforme, riducendolo al solo baricentro su cui andranno ad agire tutte le forze in gioco. Nella determinazione del baricentro è stata impiegata la tabella antropometrica di Drillis e Contini (tabella 1.11) per risalire alla lunghezza dei distretti anatomici, mentre per la massa e per la posizione dei centri di massa delle diverse porzioni di corpo si è fatto riferimento alla tabella di Zatsiorsky (figura 3.1). Per un approfondimento aggiornato sull'argomento si rimanda allo studio compiuto da De Leva [21].

Oltre a ciò si è dovuto aggiungere il contributo derivante dell'attrezzatura impiegata, quali sci, scarponi e casco, che determinano un contributo non trascurabile sulla definizione del baricentro del sistema sciatore/equipaggiamento. Queste informazioni, unite alla conoscenza degli angoli anatomici, hanno permesso la realizzazione di un ulteriore programma Matlab che stimi la posizione del baricentro dell'atleta rispetto al suolo ricevendo in ingresso massa e altezza dello sciatore, angoli articolari e massa dell'attrezzatura.

Quando gli sci poggiano al suolo il sistema di forze che agisce sullo sciatore è diverso rispetto a quando egli è in volo; per questo motivo si suddivide la trattazione delle equazioni in due paragrafi: nel primo si descriverà la fase di scorrimento al suolo, mentre nel secondo l'attenzione è rivolta alla fase di volo.

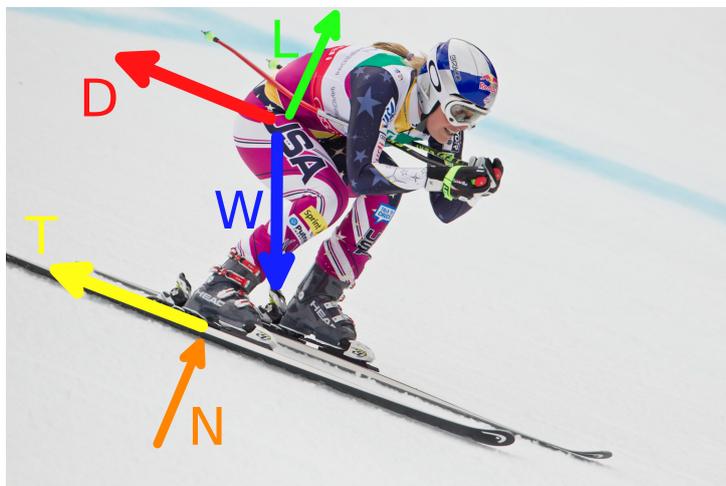


Figura 3.2: Sistema di forze agenti in fase di scorrimento

3.1.1 Scorrimento al suolo

Durante la discesa da un pendio, uno sciatore è soggetto al sistema di forze indicato in figura 3.2 che ne governa la dinamica. La forza propulsiva che determina l'avanzamento verso valle è rappresentata dalla componente del peso diretta parallelamente al terreno. Forza a cui si contrappone una di carattere aerodinamico dovuta all'interazione tra il corpo dell'atleta e l'aria circostante, e una di attrito dinamico causata dal contatto sci neve. Si è già ampiamente discusso nel primo capitolo riguardo alla caratterizzazione del contributo aerodinamico e, come confermato sempre dai dati di galleria [3], è lecito estendere i risultati della drag area trovati per la fase di volo anche per quella di scorrimento. Per la determinazione della forza che si genera tra gli sci e il manto nevoso la difficoltà risiede nel sapere determinare il coefficiente d'attrito (μ). L'entità di questo parametro è influenzato dalla temperatura della neve, dall'uso o meno di scioline e, solo per basse temperature (al di sotto di -6°C), dal carico imposto, come descritto da Buhl et al. [22] a seguito di studi eseguiti sia in laboratorio sia in pista tramite prove di scivolamento. Considerando la direzione parallela al terreno, l'equilibrio dinamico delle forze conduce alla seguente formulazione:

$$m\ddot{x} = mg(\sin \lambda - \mu \cos \lambda) - \frac{1}{2}\rho\dot{x}^2 SC_d \quad (3.1)$$

dove x è la coordinata spaziale, m la massa dello sciatore e dell'attrezzatura, g l'accelerazione gravitazionale, λ l'inclinazione del pendio e ρ la densità dell'aria.

Non è stata considerata, invece, per questa sezione, l'equazione di equilibrio

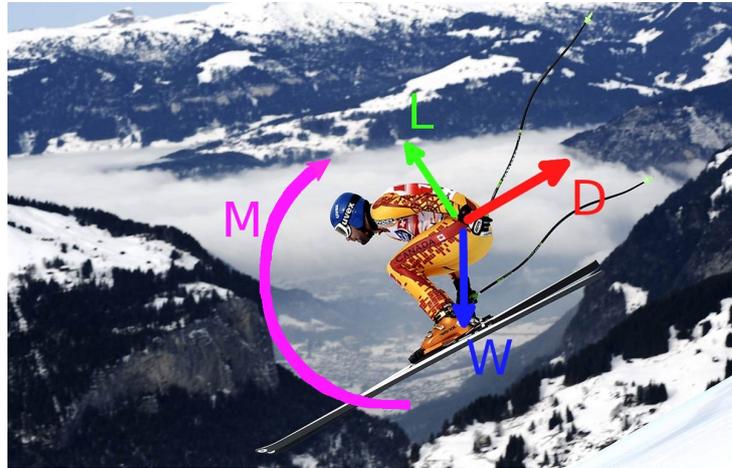


Figura 3.3: Sistema di forze e momenti agenti in fase di volo

per la direzione perpendicolare al suolo. La ragione è motivata dal fatto che il suo effetto è del tutto trascurabile. Difatti l'unico contributo che introduce è quello di ridurre, ma in modo insignificante, il valore della reazione vincolare del terreno (e quindi la forza d'attrito dinamica), per la presenza di una debole portanza generata dallo sciatore. Ma, poiché la portanza è di scarsa intensità raffrontata alla componente della forza peso proiettata sulla normale al suolo, unito al fatto che sul bilancio globale delle forze che si oppongono al moto prevale il contributo aerodinamico, non è di interesse inserire tale equazione nel modello perché non comporta una modifica dei risultati.

Per l'integrazione numerica dell'equazione differenziale è stato scelto il metodo esplicito di Adams-Bashforth a due passi. Poiché il sistema non è autopartente, si è impiegato il metodo di Eulero in avanti per la risoluzione del primo step.

Il programma restituisce in uscita la velocità finale e il tempo impiegato per percorrere il tratto considerato.

3.1.2 Fase di salto

In fase di volo si ha l'aggiunta di un ulteriore grado di libertà rispetto alla sezione precedente: infatti allo sciatore è permesso sostenere una rotazione in beccheggio. Pertanto gli sci non sono sempre allineati con il vento relativo, ma possono avere una loro incidenza (ψ), modificando il campo di forze agenti sull'atleta.

In questa seconda configurazione le forze e i momenti coinvolti sono riportati in figura 3.3.

La scelta del sistema di riferimento non è unica: Muller [14], ad esempio, ha preso come direzioni lungo cui proiettare le forze l'orizzontale e la verticale, mentre Spathopoulos [4], ha deciso di porre un asse tangente alla traiettoria in ogni suo punto, e l'altro ad esso perpendicolare. Per il caso in esame si è preferito adottare il secondo sistema di riferimento e l'espressione del quadro di equazioni che ne governano la dinamica del salto assume la seguente formulazione matematica:

$$m\ddot{x} = mg \sin \phi - \frac{1}{2}\rho\dot{x}^2 SC_d \quad (3.2)$$

$$m\dot{x}\dot{\phi} = mg \cos \phi - \frac{1}{2}\rho\dot{x}^2 SC_l \quad (3.3)$$

$$J\ddot{\psi} = \frac{1}{2}\rho\dot{x}^2 ScC_m \quad (3.4)$$

in cui si indica con J il momento di inerzia dello sciatore, con c una lunghezza di riferimento per il calcolo del momento aerodinamico, con C_m il coefficiente di momento e con ϕ l'angolo compreso tra l'orizzontale e la tangente alla traiettoria.

A partire dal sistema di equazioni sopra presentato si effettuano delle semplificazioni: prendendo come riferimento i dati di drag area, lift area e momento ottenuti in galleria del vento e lanciando una serie di simulazioni, si è osservato che trascurare l'equazione 3.4 comporta una diminuzione dello 0.5% sulla lunghezza del salto. Date le difficoltà incontrate nel modellare il C_m in funzione degli angoli articolari, si è preferito escludere tale equazione, mantenendo sempre nulla l'incidenza ψ , con la consapevolezza di non perdere parte della fisica del problema, verificato il piccolo contributo introdotto dal momento. A conferma della semplificazione adottata, nelle simulazioni numeriche eseguite per il salto da trampolino ricercate in letteratura, nessuno ha mai considerato nel set di equazioni quella del momento.

Il discorso non è estendibile alla lift area; nonostante sia di piccola intensità e, per la maggior parte delle posizioni, di un ordine di grandezza più piccola rispetto alla drag area, una sua esclusione comporta un'eccessiva riduzione, fino al 7%, dell'ampiezza del salto. Risulta quindi necessaria una sua modellazione.

Dalla formulazione matematica si evince che per una corretta rappresentazione del problema le complicazioni maggiori risiedono nel sapere descrivere in modo corretto le forze aerodinamiche, in particolare le quantità SC_d e SC_l ; mentre gli altri parametri non presentano difficoltà. Per meglio comprendere l'importanza dei termini aerodinamici, nelle tabelle 3.1 e 3.2 si riportano i risultati che si ottengono considerando le equazioni:

52 CAPITOLO 3. MODELLAZIONE NUMERICA DEL SALTO

- con i valori corretti per drag e lift area ricavati in galleria del vento.
- con un incremento del 10% su drag e lift area.
- escludendo la parte aerodinamica.

Tabella 3.1: Influenza della resistenza aerodinamica sulle equazioni

	SC_d [m^2]	Lunghezza salto [m]	Errore [%]
Drag esatto	0.360	70.9	-
Drag +10%	0.396	70.2	1.01
No drag	-	79.5	12.04

Tabella 3.2: Influenza della portanza sulle equazioni

	SC_l [m^2]	Lunghezza salto [m]	Errore [%]
Lift esatto	0.048	70.9	-
Lift +10%	0.053	71.3	0.45
No lift	-	67.9	4.28

I risultati sono stati conseguiti fissando la densità dell'aria a 1.2 kg/m^3 , la massa a 77 kg , la velocità di stacco a 120 km/h e la variazione della pendenza del tracciato da 15° a 30° . Questi valori, seppure siano stati scelti in modo del tutto arbitrario, sono facilmente riscontrabili durante una gara di sci. L'unica forte approssimazione considerata è quella di supporre che lo sciatore rimanga nella stessa posizione per tutta la fase di volo (nell'esempio si è scelta una postura tipica per fase iniziale del salto).

Come atteso, il peso maggiore nelle equazioni è offerto dalla resistenza aerodinamica. Il fatto di non considerarla genera una grave sovrastima sulla lunghezza del salto quantificabile attorno al 12%, mentre un incremento del 10% su SC_d , conduce ad una debole variazione sul salto dell'1.01%.

Gli effetti che derivano dalla portanza sono meno accentuati. Non introdurla nell'equazione porta ad una sottostima del 4.28%, invece, una rappresentazione errata del 10% sul dato esatto di SC_l , determina un errore di 0.45%. Questo semplice esempio, chiarisce quindi perché l'attenzione nello studio del salto in discesa libera è stata rivolta soprattutto alla ricerca di un modello in grado di esprimere la superficie frontale.

Il metodo di integrazione impiegato è identico al precedente con uno schema Adams-Bashforth a due passi, preceduto da uno step di Eulero esplicito necessario per il primo passo di integrazione. Per includere la variazione della posizione eseguita dallo sciatore, ad istanti di tempo scelti si fissano i valori degli angoli anatomici e, il passaggio da una posizione alla successiva, avviene mediante interpolazione lineare.

3.2 Risultati numerici

Riproducendo in Matlab il profilo altimetrico del tracciato impiegato per la parte sperimentale e dando in ingresso le opportune condizioni iniziali, si sono simulate numericamente le prove condotte in pista.

Avendo rilevato sul tracciato una temperatura della neve di -3°C , in accordo con i dati tabulati da Buhl et al. [22], il coefficiente d'attrito dinamico (μ) è stato posto a 0.03.

La capacità di ricreare l'esatto profilo di pendenza è fondamentale, in quanto una sua eventuale approssimazione grossolana può compromettere la buona riuscita delle prove. Nel capitolo precedente si era già discusso riguardo all'incertezza di misura inerente al dislivello verticale tra la regione di stacco e di atterraggio (pari a 11 *cm*). Date le alte velocità con cui si sono affrontati i salti, un errore sul dislivello, in eccesso o in difetto, concorre, rispettivamente, ad incrementare o a ridurre la distanza coperta in volo. Per avere un riscontro numerico del livello di accuratezza raggiunto, si sono condotte due simulazioni variando di 11 *cm* la quota della regione d'atterraggio. La differenza sulla lunghezza di salto è di poco inferiore a 3 *cm*, quantità marginale se confrontata con i 20 *m* di salto.

3.2.1 Salto 1

In successione vengono riportati grafici e tabelle indicanti i risultati ottenuti, che saranno analizzati e discussi in questa sede.

In figura 3.4 viene mostrato il profilo di pendenza del tracciato e la traiettoria percorsa dal baricentro dello sciatore in fase di volo.

Più articolata è, invece, l'evoluzione della velocità nel tratto di pista considerato (figura 3.5): inizialmente si assiste ad una fase di decelerazione, in quanto, l'assetto poco più rialzato rispetto alla posizione a uovo, mantenuta nel lungo rettilineo antistante il salto, genera una resistenza tale da diminuire la velocità. In pochi decimi si assiste ad un'inversione di tendenza, con un incremento di velocità, dettato dal fatto che l'atleta è soggetto ad una fase di caduta. Da notare che tra il punto di stacco e di riattacco, il dislivello

è superiore ai 4 m. Questo andamento si mantiene fino all'istante in cui avviene l'atterraggio, dove si ha un nuovo, questa volta brusco, calo di velocità. Il motivo si spiega scomponendo il vettore velocità, nell'istante prima di concludere il salto, nelle due componenti, parallela e perpendicolare al suolo. Mentre la prima rimane inalterata, la seconda viene meno una volta impattato il terreno. Osservando il fenomeno da un punto di vista energetico si comprende come l'energia cinetica, associata a questa seconda componente di velocità, venga dissipata mediante una flessione degli arti inferiori nell'atto di ammortizzare il contatto con il suolo.

Non è fisicamente corretto supporre che il calo di velocità sia istantaneo, e, nella reale dinamica, vi sarà un certo transitorio. Tuttavia è lecito presumere una durata così breve del transitorio, tale che la sua trascuratezza non si traduca in un eccessivo errore di approssimazione, da compromettere l'esito della simulazione.

Le figure successive 3.6 (a, b) descrivono l'andamento della superficie frontale e della resistenza aerodinamica. E' evidente come in entrambi i grafici non vi siano consistenti escursioni, per il fatto che lo sciatore ha mantenuto la medesima posizione per buona parte del suo tempo di permanenza in aria; solamente nella parte conclusiva, i valori si innalzano maggiormente, a seguito di aver assunto una postura rialzata, per predisporre al nuovo contatto con il suolo.

I grafici testimoniano lo stretto legame che intercorre tra la superficie frontale e la resistenza generata, mostrando un andamento quasi identico, a dimostrazione che il principale responsabile della forza frenante è proprio la configurazione del corpo.

Infine, la tabella 3.3 riporta i valori relativi alle velocità, lunghezza e tempi dati in uscita dal programma.

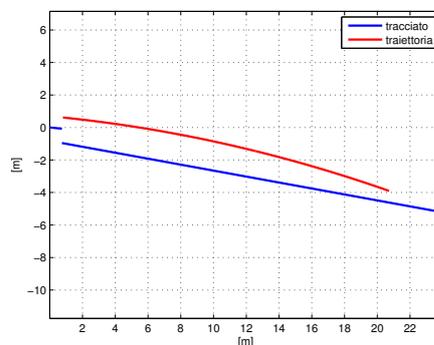


Figura 3.4: Salto 1 - profilo altimetrico e traiettoria percorsa

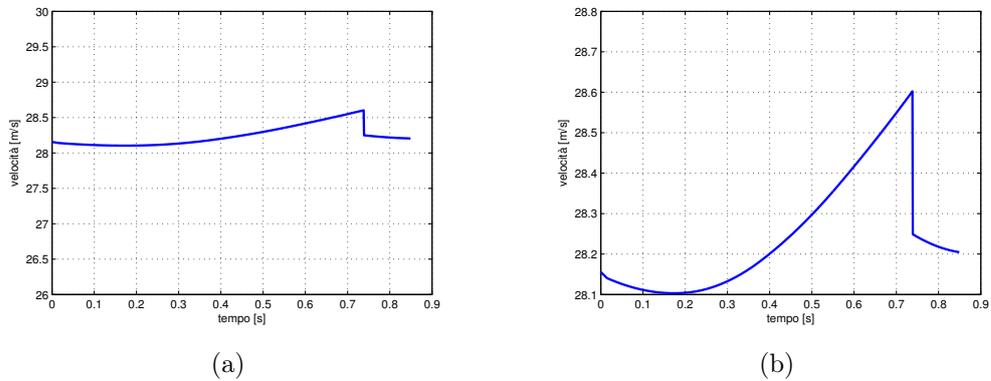


Figura 3.5: Salto 1 - evoluzione della velocità in funzione del tempo (a) ed ingrandimento (b)

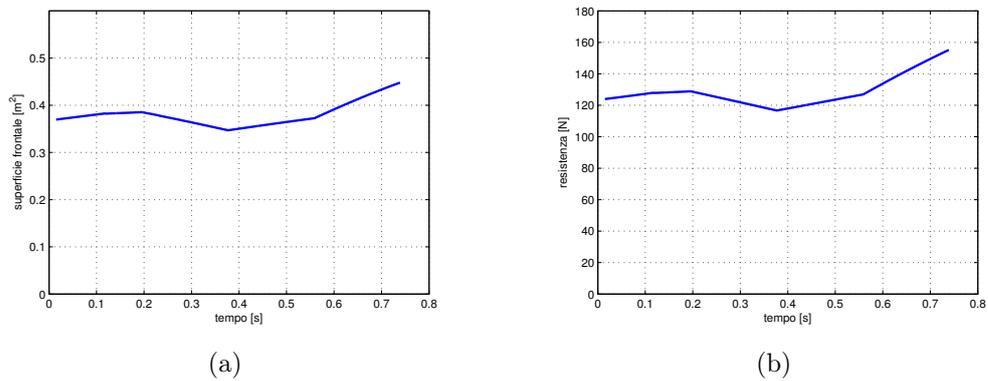


Figura 3.6: Salto 1 - evoluzione temporale della superficie frontale (a) e della resistenza aerodinamica (b)

Tabella 3.3: Salto 1 - risultati numerici

Velocità d'ingresso	101.36	<i>km/h</i>
Velocità d'uscita	101.54	<i>km/h</i>
Lunghezza salto	20.35	<i>m</i>
Tempo impiegato	0.849	<i>s</i>

3.2.2 Salto 2

Come visibile in figura 3.7, il profilo di velocità si mantiene concorde a quanto visto nel paragrafo precedente. La differenza primaria consiste in un'iniziale fase di decelerazione più estesa nel tempo, di circa un decimo e mezzo, e

poco più intensa. La ragione di ciò si spiega osservando i grafici di figura 3.8. L'atleta ha mantenuto una posizione rialzata per l'intera fase di volo, determinando così una forza di resistenza maggiore che si oppone al suo atto di moto.

Ancora una volta, si osserva come resistenza e superficie frontale siano strettamente correlate fra loro.

La successiva tavola 3.4 raccoglie i risultati relativi alle stime di velocità, lunghezza e tempo. Effettuando nuovamente un confronto con il salto precedente, desta interesse osservare come la lunghezza di salto sia superiore, nonostante una velocità di approccio al salto inferiore ed una postura tale da garantire una resistenza maggiore. Il perché di questo esito è legato in parte ad una posizione rialzata del baricentro allo stacco, ma soprattutto al contributo portante, che verrà meglio descritto in un secondo momento.

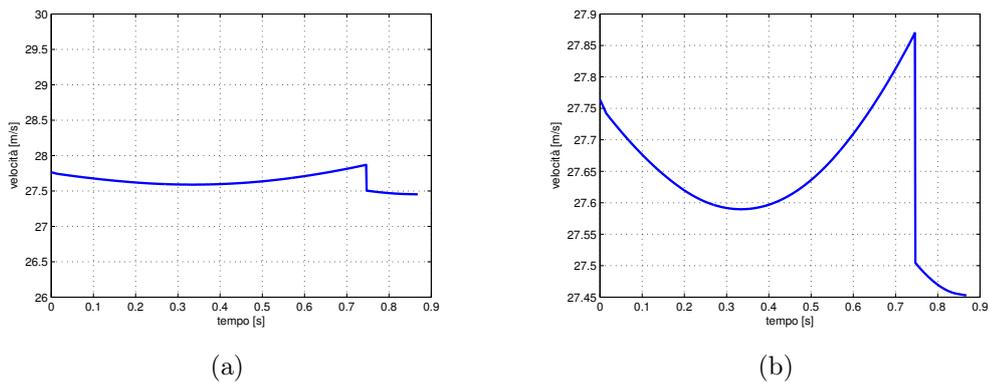


Figura 3.7: Salto 2 - evoluzione della velocità in funzione del tempo (a) ed ingrandimento (b)

Tabella 3.4: Salto 2 - risultati numerici

Velocità d'ingresso	99.95	<i>km/h</i>
Velocità d'uscita	98.83	<i>km/h</i>
Lunghezza salto	20.14	<i>m</i>
Tempo impiegato	0.868	<i>s</i>

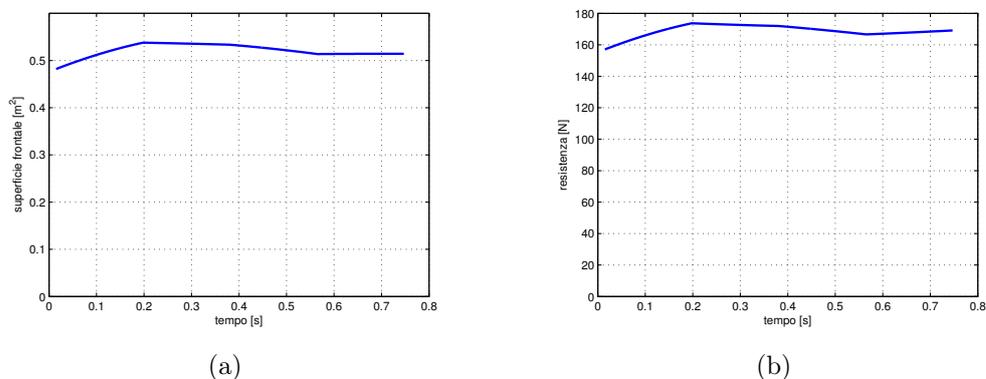


Figura 3.8: Salto 2 - evoluzione temporale della superficie frontale (a) e della resistenza aerodinamica (b)

3.2.3 Salto 3

Il terzo salto è molto simile al primo dal punto di vista della posizione assunta in volo (si vedano le figure 3.9 e 3.10). La difficoltà aggiuntiva, nel caso in esame, risiede nel sapere rappresentare, per via numerica, la capacità dello sciatore di eseguire una spinta verso l'alto in fase di presalto. La soluzione al problema consiste in una modifica delle condizioni iniziali, con l'aggiunta di una componente di velocità diretta perpendicolarmente al terreno.

Per identificare il corretto valore di tale velocità si sono analizzate le riprese con videocamera, prelevando due fotogrammi. Uno ritrae lo sciatore in posizione raccolta, appena prima di compiere la spinta, e il secondo lo raffigura sul dente del salto nell'istante dopo aver effettuato il gesto, avente una posi-

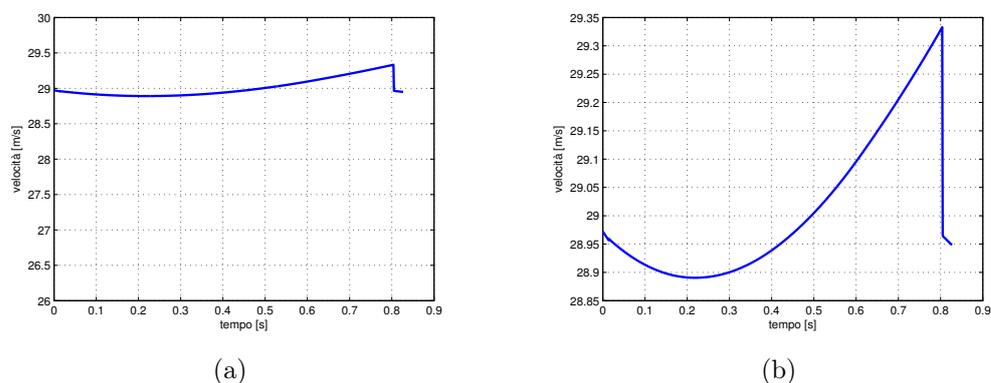


Figura 3.9: Salto 3 - evoluzione della velocità in funzione del tempo (a) ed ingrandimento (b)

zione poco più rialzata. Per ogni fotogramma si calcola la distanza da terra del baricentro e si esegue la differenza tra le due misure. Noto l'intervallo di tempo che intercorre tra i due fotogrammi, è allora semplice risalire al dato di velocità.

Gestendo in questo modo i pochi metri che precedono il salto, si riesce a percorrere una maggiore distanza in volo (tavola 3.5), ma si ha lo svantaggio di accusare un riattacco al suolo più gravoso, che, nell'affrontare salti più impegnativi dal punto di vista tecnico, potrebbe condurre anche a gravi conseguenze. Nello sci alpino, infatti, non sono rari i casi in cui si manifestano infortuni al ginocchio, in particolare al legamento crociato anteriore (per approfondimenti si rimanda a [23]).

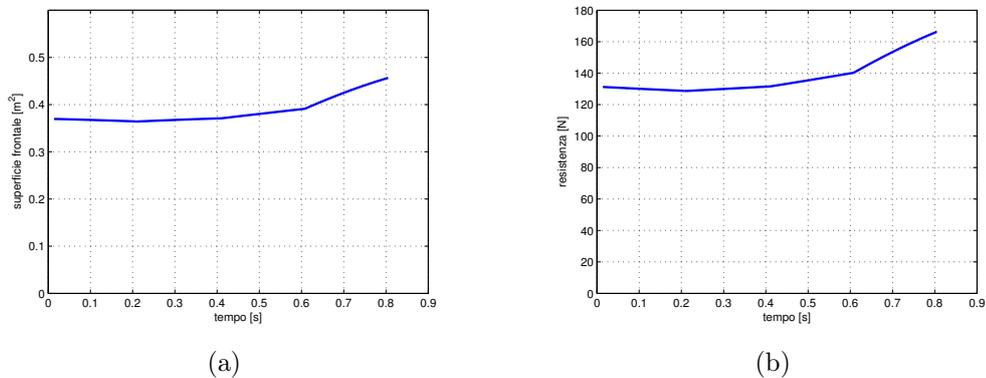


Figura 3.10: Salto 3 - evoluzione temporale della superficie frontale (a) e della resistenza aerodinamica (b)

Tabella 3.5: Salto 3 - risultati numerici

Velocità d'ingresso	104.30	<i>km/h</i>
Velocità d'uscita	104.21	<i>km/h</i>
Lunghezza salto	22.83	<i>m</i>
Tempo impiegato	0.827	<i>s</i>

3.2.4 Salto 4

Già nel capitolo dedicato alle prove sperimentali si era affermato come, con l'ultimo salto, si sia voluto riproporre il gesto atletico eseguito nel primo caso. Dai dati raffigurati nei grafici seguenti (3.11 e 3.12) si evidenzia come il comportamento sia molto simile a quello ottenuto in precedenza. Allo

stesso modo i risultati mostrati dalla tabella 3.6 si avvicinano molto al primo salto, con una differenza sulla lunghezza stimata di soli 20 *cm* circa.

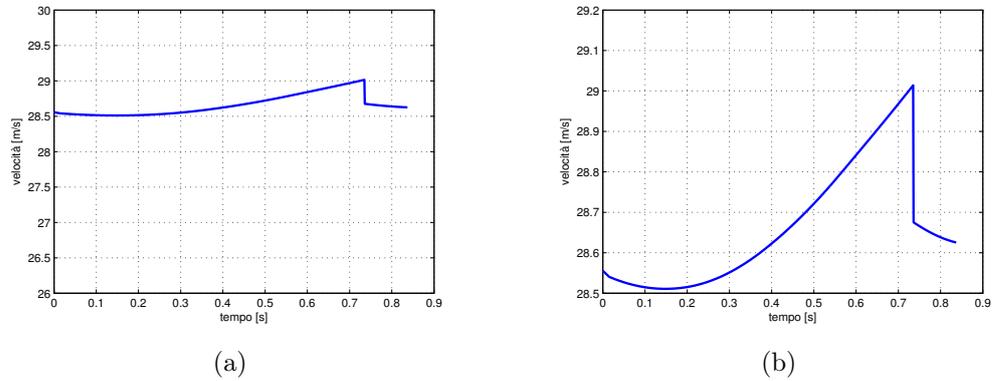


Figura 3.11: Salto 4 - evoluzione della velocità in funzione del tempo (a) ed ingrandimento (b)

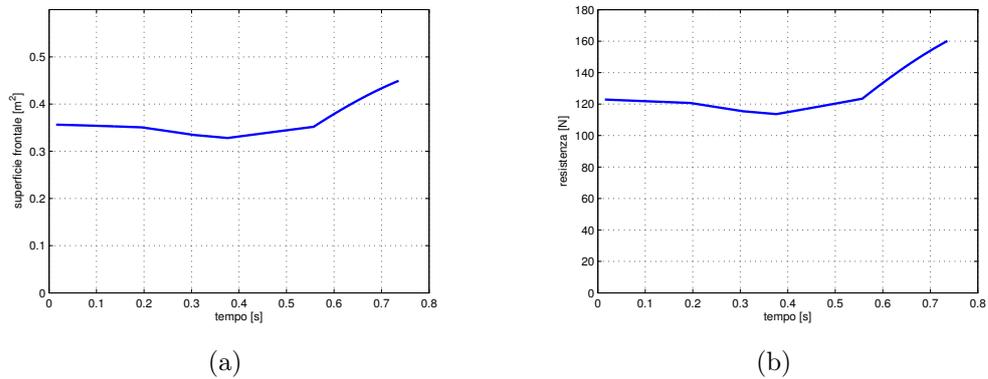


Figura 3.12: Salto 4 - evoluzione temporale della superficie frontale (a) e della resistenza aerodinamica (b)

Tabella 3.6: Salto 4 - risultati numerici

Velocità d'ingresso	102.80	<i>km/h</i>
Velocità d'uscita	103.05	<i>km/h</i>
Lunghezza salto	20.57	<i>m</i>
Tempo impiegato	0.837	<i>s</i>

3.3 Confronto tra risultati sperimentali e numerici

In questa sezione, attraverso il confronto tra quanto misurato sperimentalmente e quanto simulato per via numerica, si verifica la buona capacità o meno del modello creato di ricostruire la corretta dinamica di un salto.

3.3.1 Salto 1

Dai valori tabulati nella tavola 3.7, si comprende come il risultato numerico relativo alla lunghezza di salto si avvicini molto a quello misurato in pista. Lo scarto è di soli 54 *cm*, che su una distanza di 20.89 *m*, corrisponde ad un errore percentuale del 2.58%. Il risultato stimato si ritiene ottimo, data anche la sua stretta dipendenza dalla buona ricostruzione del profilo altimetrico. I tempi di percorrenza rilevati nei due casi mostrano coerenza, con un distacco dell'ordine dei centesimi di secondo, mentre si assiste ad uno scostamento più sensibile per le velocità d'uscita. Considerate anche le altre prove, i dati sperimentali di quest'ultima grandezza destano, però, qualche dubbio sulla loro correttezza, dato l'eccessivo scostamento fra loro. Il motivo della loro dispersione si ritiene legato al fatto che, per ciascuna prova, l'interruzione dei due fasci ad infrarossi delle fotocellule a valle del salto, avveniva con differenti distretti anatomici, poiché l'atleta si trovava in una circostanza tale per cui gli era impossibile mantenere una posizione fissa.

Tabella 3.7: Salto 1 - confronto risultati sperimentali e numerici

		Dato sperimentale	Dato numerico
Velocità d'ingresso	[<i>km/h</i>]	101.36	101.36
Velocità d'uscita	[<i>km/h</i>]	94.28	101.54
Lunghezza salto	[<i>m</i>]	20.89	20.35
Tempo impiegato	[<i>s</i>]	0.827	0.849

3.3.2 Salto 2

Il salto in esame mostra la discrepanza più elevata che sussiste tra le due lunghezze di volo, di poco inferiore ai due metri (tabella 3.8). Il motivo di un disaccordo tra quanto misurato e quanto ricavato per via numerica è da imputare a più fattori. In primo luogo i valori riguardanti la superficie frontale sono poco accurati, poiché gli angoli anatomici relativi alla coscia

e al tronco eccedono in modo consistente i limiti di validità del modello sperimentale, descritto nel primo capitolo. Allo stesso modo, anche i valori modellati di lift area possono non corrispondere al vero.

Un altro aspetto è legato al fatto di aver trascurato l'equazione del momento. Nell'esecuzione di questo salto, infatti, si è avuta una forte rotazione a cabrare dello sciatore, e l'assunzione di porre nullo l'angolo ψ , è, in questo caso, molto forzata.

L'evidente disaccordo visto non compromette, però, la bontà del modello realizzato. Si tenga presente che lo scopo di questa tesi è quello di riprodurre numericamente il gesto atletico durante una competizione e l'adozione di una posizione così rialzata si riscontra molto difficilmente. I risultati conseguiti restano comunque utili per prendere atto che il modello numerico non è idoneo per rappresentare simili posture e necessita opportune modifiche.

Nonostante l'abbondante imprecisione sulla lunghezza, lo scarto tra i tempi di percorrenza è esiguo, mostrando un'entità pari a quella riscontrata per gli altri casi. Questo perché la prova si svolge in un arco di tempo così breve, da non permettere di apprezzare una cospicua variazione tra i due cronometraggi.

Tabella 3.8: Salto 2 - confronto risultati sperimentali e numerici

		Dato sperimentale	Dato numerico
Velocità d'ingresso	$[km/h]$	99.95	99.95
Velocità d'uscita	$[km/h]$	86.56	98.83
Lunghezza salto	$[m]$	21.99	20.14
Tempo impiegato	$[s]$	0.847	0.868

3.3.3 Salto 3

L'accordo tra i risultati dimostrato dalla tavola 3.9, sancisce la capacità di includere nel modello anche l'abilità dell'atleta di variare la propria posizione del baricentro in corrispondenza del cambio di pendenza, che gli consente di influenzare l'estensione del salto. Lo scarto tra le due misure di lunghezza è il minimo registrato, con soli 36 *cm*. Discorso analogo per il tempo di percorrenza, di appena 12 millesimi il divario. Inoltre, questa è l'unica circostanza in cui le velocità a valle del salto sono prossime fra loro.

62 CAPITOLO 3. MODELLAZIONE NUMERICA DEL SALTO

Tabella 3.9: Salto 3 - confronto risultati sperimentali e numerici

	Dato sperimentale	Dato numerico
Velocità d'ingresso [km/h]	104.30	104.30
Velocità d'uscita [km/h]	106.99	104.21
Lunghezza salto [m]	23.19	22.83
Tempo impiegato [s]	0.815	0.827

3.3.4 Salto 4

Anche per l'ultimo salto vi è una forte correlazione tra i dati sperimentali e numerici (tabella 3.10), testimoniando la fedeltà del modello sviluppato. Unico aspetto degno di nota è che, in ambito sperimentale, si è registrato un improbabile aumento della velocità, salita fino a 122 km/h, eccessiva se paragonata con i 102 km/h misurati sul dente del salto, segno che la misura era affetta da qualche disturbo.

Tabella 3.10: Salto 4 - confronto risultati sperimentali e numerici

	Dato sperimentale	Dato numerico
Velocità d'ingresso [km/h]	102.80	102.80
Velocità d'uscita [km/h]	122.08	103.05
Lunghezza salto [m]	19.79	20.57
Tempo impiegato [s]	0.840	0.837

3.4 Analisi prestazionale

Dalle prove precedenti non è stato possibile individuare quale posizione adottata in fase di volo consentisse una migliore prestazione in termini cronometrici, poiché le velocità di scorrimento misurate al termine della rampa, anche se di poco, differivano tra loro.

In questa sezione si vuole comprendere il peso che rivestono esclusivamente, a pari velocità, una differente postura tenuta in volo e un diverso approccio in fase di presalto. Sono queste, infatti, le quantità che un atleta può allenare e modificare per migliorare la propria prestazione.

Tutte le simulazioni precedenti sono state svolte nuovamente impostando come condizione iniziale una velocità di stacco di 102.10 km/h (media delle velocità precedenti), mentre l'entità degli angoli articolari resta inalterata per ogni prova.

Tabella 3.11: Confronto tra le prestazioni ottenute nelle quattro prove

Indice prova	Lunghezza salto [m]	Velocità d'uscita [km/h]	Tempo impiegato [s]
1	20.58	102.22	0.844
2	20.78	100.73	0.851
3	22.12	102.15	0.844
4	20.35	102.40	0.842

Dai risultati elencati in tabella 3.11 si evince che la migliore prestazione si ottiene dalla prova 4. Da notare che il minore riscontro cronometrico è accompagnato anche dal raggiungimento della minima lunghezza di salto e della massima velocità in uscita. Quest'ultima quantità è di notevole interesse nel caso in cui il salto fosse seguito da una lunga sezione rettilinea, poiché si riesce ad incrementare ulteriormente il vantaggio.

Il conseguimento del risultato è motivato dall'aver assunto una posizione che espone al vento una porzione di corpo più piccola rispetto alle altre situazioni. Ne deriva una resistenza di intensità minore, che giustifica il dato di velocità e di tempo, e una portanza inferiore, che spiega la minore distanza raggiunta nel salto.

Eseguire una spinta in fase di presalto (prova 3) non conduce ad alcun beneficio. La traiettoria percorsa, includendo sia la fase volo che quella di scorrimento, è più ampia, quindi non ottimale per una buona performance. Inoltre, il riattacco al suolo è decisamente più intenso, con rischio di lesioni ai legamenti del ginocchio.

Restare in posizione estesa per l'intera fase di salto (prova 2), come atteso, è

rovinoso. Ricordando le limitazioni viste in precedenza cui è soggetto il modello, non solo il tempo di percorrenza risulta più esteso, ma anche la velocità d'uscita è molto ridotta. Un dato curioso è, invece, quello relativo alla lunghezza del salto. Sebbene la resistenza aerodinamica sia consistente, la sua estensione è maggiore rispetto alla prima e all'ultima simulazione. Il motivo è legato al valore assunto dall'efficienza aerodinamica. Infatti, in condizioni stazionarie, il solo parametro che definisce l'angolo di discesa è proprio l'efficienza aerodinamica, mentre in un caso instazionario, come quello in esame, nonostante siano presenti altri termini, il rapporto tra portanza e resistenza svolge ugualmente un ruolo importante. Per questa seconda prova l'efficienza aerodinamica si dimostra essere maggiore rispetto agli altri casi e ciò comporta una minore perdita di quota nel tempo, consentendo di percorrere una maggiore distanza.

In conclusione, dall'analisi dei dati, si intuisce come la ricerca nell'assumere una posizione raccolta, così da fendere meglio l'aria, ed eseguire un salto meno esteso conduce a benefici cronometrici. Volendo confermare questa posizione con ulteriori dati numerici, viene ancora una volta riproposta la simulazione della prova 4, ma con un diverso approccio in fase di presalto, abbassando la posizione del baricentro, per ammortizzare il salto. La lunghezza rispetto a prima è scesa a 18.15 m ed il tempo impiegato è di 0.841 s . La velocità d'uscita mostra anch'essa un lieve incremento, portandosi a 102.43 km/h . Quest'ultima situazione è quanto ricercano gli sciatori nell'affrontare un cambio di pendenza. L'esecuzione del gesto, però, non è semplice: l'atleta deve scegliere il tempo corretto in cui abbassarsi verso il suolo evitando di anticipare o ritardare il movimento, situazioni che potrebbero destabilizzarlo in fase di volo.

Conclusioni e sviluppi futuri

Con il lavoro presentato si è voluto estendere l'attività intrapresa in una precedente tesi inerente allo studio dell'aerodinamica del salto nell'ambito dello sci alpino, introducendo nuovi elementi che consentono la realizzazione di un codice numerico utile a descrivere la dinamica di uno sciatore in fase di salto, principale obiettivo di questo elaborato.

Il punto di partenza è sancito dai risultati ricavati dalla precedente esperienza condotta in galleria del vento. Essi hanno costituito una base solida da cui potere realizzare due modelli sperimentali necessari a descrivere correttamente l'andamento delle forze aerodinamiche, in funzione della postura adottata, cui è soggetto l'atleta per azione del vento relativo.

Il primo, dedicato alla rappresentazione della superficie frontale, che si correla ottimamente alla resistenza, si dimostra molto affidabile. L'errore generato si mantiene contenuto in pochi punti percentuali, mostrandosi essere meno consistente rispetto a quello dichiarato in un altro modello affine al nostro, ritrovato in letteratura. In questa fase si è rivelato utile l'apporto dato dall'impiego di un manichino virtuale. Posizionando l'umanoide in svariate configurazioni si è raccolta un'ingente mole di dati, che hanno permesso di comprendere come ogni distretto anatomico influenzasse il computo dell'intera superficie, così da formulare un dettagliato modello matematico.

La stessa sensibilità non si è potuta riscontrare sul secondo modello, quello relativo alla lift area. I soli dati di galleria, infatti, hanno fornito sì un fondamento sufficiente a cogliere il legame che intercorre tra la portanza e la postura corporea, ma il numero di campioni a disposizione era esiguo per poter formulare un preciso modello, in grado di descrivere come ciascun segmento anatomico concorresse al calcolo della portanza. Per questa ragione, con l'intenzione futura di sviluppare un codice per una migliore rappresentazione del dato portante, è opportuno condurre una nuova campagna di prove in galleria del vento, atte a sperimentare un più ampio range di posizioni, tali da permettere di individuare nel dettaglio il nesso postura/portanza.

Le prove sperimentali condotte in pista, nonostante abbiano costituito una prima esperienza in questo ambito, hanno portato a misure soddisfacenti.

L'impiego di fotocellule per misurare tempi e velocità si è dimostrato valido; l'imprecisa rilevazione delle velocità a valle del salto, infatti, non è da imputare alla strumentazione impiegata, ma al fatto di aver posto le fotocellule molto vicino alla regione di atterraggio. In questa fase l'atleta, non riuscendo a mantenere un assetto costante, interrompeva i fasci ad infrarossi con porzioni di corpo diverse, alterando il corretto dato di velocità.

Una soluzione alternativa consiste nel disporre le fotocellule in una sezione ancora più a valle, tale da permettere allo sciatore di riacquisire e mantenere nel tempo la posizione usata in fase di scorrimento. La misura è sicuramente affetta da meno disturbi, ma l'indagine sperimentale, ora, non verte esclusivamente sul solo salto poiché si è inclusa anche un'estesa fase di scorrimento al suolo, dove l'adozione di differenti configurazioni influisce sulle prestazioni. Il sistema di sensori inerziali adibito alla descrizione anatomica dell'atleta non ha prodotto i risultati sperati: l'uso del dispositivo in un ambiente diverso dal consueto ha fatto sorgere difetti di funzionamento che hanno costretto ad affidare la misura ad altre tecniche. La causa di queste problematiche è stata compresa, quindi, se vi fosse l'opportunità di ritornare sull'argomento, la conduzione di nuove prove in pista permette di cogliere un dato d'assetto migliore da un punto di vista anatomico rispetto a quello che si è riusciti a realizzare con un'analisi delle riprese video.

Accanto a questo aspetto, è interessante eseguire ulteriori prove servendosi di un cambio di pendenza più accentuato che consenta all'atleta una maggiore permanenza in aria, per permettergli di variare sensibilmente la postura, così da osservare come essa si ripercuota sulla prestazione.

I modelli iniziali e le prove svolte in pista sono stati essenziali per la scrittura e la successiva validazione di un codice di calcolo per la riproduzione numerica del salto. I risultati generati in uscita si dimostrano essere molto vicini a quelli sperimentati al vero, testimoniando il buon livello di simulazione raggiunto.

Il programma sviluppato è molto flessibile e, a seconda di quanto si vuole ricercare, permette di gestire numerose variabili: dal profilo di pendenza, alle caratteristiche fisiche dello sciatore (massa e altezza), alla velocità iniziale. Una volta stabilite queste quantità, svolgendo diverse simulazioni, si cerca di individuare come si può ottenere un beneficio agendo o sugli angoli che definiscono la postura o su un differente approccio tenuto sul presalto.

Il fulcro del lavoro, come ampiamente detto, è la corretta rappresentazione della dinamica del salto, argomento mai approfondito nel particolare; tuttavia il programma elaborato si presta bene anche a delineare la fase di scorrimento al suolo. Pertanto è possibile ricreare per via numerica un'intera porzione di un tracciato, verificando le prestazioni ottenibili.

Si ritiene, inoltre, che i dati forniti siano in grado di costituire una chiave di

lettura da cui gli allenatori possano trarre conclusioni su come ottimizzare l'esecuzione del gesto, per poi migliorare la tecnica e modificare l'assetto degli atleti nella conduzione di questa fase.

Bibliografia

- [1] Thompson, B. E., Friess, W. A. and Knapp, K. N. II, “Aerodynamics of speed skiers”, *Sports Engineering*, Vol. 4, 2001, pp. 103 - 112.
- [2] Barelle, C., “Sport Aerodynamics: On the Relevance of Aerodynamic Force Modelling Versus Wind Tunnel Testing”, in Colman Lerner, J. and Boldes, U., *Wind Tunnels and Experimental Fluid Dynamics Research*, 2011, InTech.
- [3] Gibertini, G., Scarpellini, N. and Trovato, D., *Aerodinamica del salto nella disciplina della discesa libera*, Tesi di laurea, 2011, Politecnico di Milano.
- [4] McInnes Spathopoulos, V., “A Simple Model for Ski Jump Flight Mechanics Used as a Tool for Teaching Aircraft Gliding Flight”, *e-journal of Science & Technology*, Vol. 5, 2010, pp. 33 - 39.
- [5] Von Herten, R., Holmlund, U. and Ranta, M. A., “On the velocity maximization in downhill skiing”, *Journal of Biomechanics*, Vol. 30, No. 5, 1997, pp. 525 - 529.
- [6] Norstrud, H., “Cross-Country Skiing”, in Norstrud, H., *Sport Aerodynamics*, Springer, 2008, New York.
- [7] Barelle, C., Ruby, A. and Tavernier, M., “Analyse cinématique de la performance à partir de simulations des stratégies gestuelles mises en oeuvre par les skieurs alpins”, *Science et motricité*, No. 59, 2006, pp. 99 - 111.
- [8] Paps, P., Nachbauer, W. and Mossner, M., “Determination of kinetic friction and drag area in Alpine skiing”, in Mote, C. D., Johnson, R. J., Hauser, W. and Schaff, P. S., *Ski Trauma and Skiing Safety*, 10th volume, ASTM STP 1266, Philadelphia, 1996, pp. 165 - 177.

- [9] Brownlie, L., Larose, G., D'Auteuil, A., Allinger, T., Meinert, F., Kristofic, P., Dugas, S., Boyd, R. and Stephens, D., "Factors affecting the aerodynamic drag of alpine skiers", *Procedia Engineering*, Vol. 2, No. 2, 2010, pp. 2375 - 2380.
- [10] Chabroux, V. and Favier, D., *Approche aérodynamique et biomécanique de l'amélioration des performances de cyclistes en course contre la montre*, Tesi di dottorato, 2010, Aix-Marseille Université.
- [11] Heil, D. P., "Body mass scaling of projected frontal area in competitive cyclist", *European journal of applied physiology*, 85, 2001, pp.358 - 366.
- [12] Hubbard, M., Hibbard, R. L., Yeadon, M. R. and Komor, A., "A Multi-segment Dynamic Model of Ski Jumping", *International Journal of Sport Biomechanics*, Vol. 5, 1989, pp. 258 - 274.
- [13] Barelle, C., Ruby, A. and Tavernier, M., "Experimental Model of the Aerodynamic Drag Coefficient in Alpine Skiing", *Journal of Applied Biomechanics*, Vol. 20, 2004, pp. 167 - 176.
- [14] Muller, W., "Computer simulation of ski jumping based on wind tunnel data", in Norstrud, H., *Sports Aerodynamics*, Springer, 2008, New York.
- [15] Watanabe, K. and Ohtsuki, T., "Postural Changes and Aerodynamics Forces in Alpine Skiing", *Ergonomics*, Vol. 20, No. 2, 1977, pp. 121 - 131.
- [16] Watanabe, K. and Ohtsuki, T., "The Effect of Posture on the Running Speed of Skiing", *Ergonomics*, Vol. 21, No. 12, 1978, pp. 987 - 998.
- [17] Luinge, H. J., Veltink, P. H. and Baten, C. T. M., "Estimating orientation with gyroscopes and accelerometers", *Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology - Proceedings*, Vol. 2, 1999, p. 844.
- [18] Mayagoitia, R. E., Nene, A. V. and Veltink, P. H., "Accelerometer and rate gyroscope measurement of kinematics: an inexpensive alternative to optical motion analysis systems", *Journal of Biomechanics*, Vol. 35, No. 4, 2002, pp. 537 - 542.
- [19] Roetenberg, D., Luinge, H. J., Baten, C. T. M. and Veltink, P. H., "Compensation of magnetic disturbances improves inertial and magnetic sensing of human body segment orientation", *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, Vol. 13, No. 3, 2005, pp. 395 - 405.

-
- [20] Ward-Smith, A. J. and Clements, D., "Numerical Evaluation of the Flight Mechanics and Trajectory of a Ski-Jumper", *Acta Applicandae Mathematicae*, Vol. 1, No. 3, 1983, pp. 301 - 314.
- [21] De Leva, P., "Adjustments to Zatsiorski-Seluyanov's segment inertia parameters", *Journal of Biomechanics*, Vol. 29, No. 9, 1996, pp. 1223 - 1230.
- [22] Buhl, D., Fauve, M. and Rhyner, H., "The kinetic friction of polyethylen on snow: the influence of the snow temperature and the load", *Cold Regions Science and Technology*, 33, 2001, pp. 133 - 140.
- [23] Gerritsen, K. G. M., Nachbauer, W. and van den Bogert, A., "Computer simulation of landing movement in downhill skiing: anterior cruciate ligament injuries", *Journal of Biomechanics*, Vol. 29, No. 7, 1996, pp. 845 - 854.