

POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in
Ingegneria Meccanica



Caratterizzazione numerica e sperimentale dell'incertezza
nel volume di misura di sistemi stereoscopici

Relatore: Prof. Emanuele ZAPPA

Co-relatore: Ing. Riccardo TESTA

Tesi di Laurea di:

Andrea FERRARIO Matr. 770960

Rocco GALLI Matr. 770933

Anno Accademico 2012 - 2013

Indice

1	Introduzione	1
2	Stato dell'arte	3
2.1	Modello della telecamera	3
2.1.1	Modello 'pinhole camera frontale modificato'	4
2.2	Parametri del modello	5
2.2.1	Parametri estrinseci	5
2.2.2	Parametri intrinseci	7
2.3	Sistema stereoscopico	9
2.4	Taratura	10
2.4.1	Procedimento	10
2.4.2	Output	12
2.5	Metodo Montecarlo e Simulazioni numeriche	13
2.6	Incertezza di misura di un sistema stereoscopico	14
3	Prove Sperimentali	15
3.1	Introduzione	15
3.2	Hardware	15
3.3	Set up sperimentale	18
3.3.1	Volume di misura	18
3.3.2	Preparazione	19
3.3.3	Software	20
3.4	Procedura operativa	23
3.4.1	Acquisizione e analisi	24
3.5	Risultati	25
4	Modello numerico	29
4.1	Introduzione	29
4.2	Fase operativa	29
4.2.1	Taratura del sistema di misura	31
4.2.2	Generazione della nuvola di punti	32

4.2.3	Proiezione ideale dei punti generati	35
4.2.4	Applicazione del Metodo Montecarlo	36
4.2.5	Analisi dell'errore di misura risultante dall'applicazione del rumore	45
5	Risultati della simulazione numerica	51
5.1	Introduzione	51
5.2	Modello geometrico	51
5.3	Andamenti	52
5.4	Interpolazione dei dati	71
5.5	Considerazioni finali	74
5.6	Confronto con i risultati sperimentali	80
6	Conclusioni	89

Elenco delle figure

2.1	Modello pinhole classico	4
2.2	Modello pinhole frontale	5
2.3	Sistema di riferimento globale $\langle x_g, y_g, z_g \rangle$ e telecamera $\langle x_c, y_c, z_c \rangle$	6
2.4	Rototraslazione tra il sistema di riferimento telecamera e globale	6
2.5	Centro ottico	7
2.6	Lunghezza focale	7
2.7	Effetto delle distorsioni tangenziali	8
2.8	Effetto delle distorsioni radiali	8
2.9	Proiezione di punti sul piano sensore	9
2.10	Effetto seconda telecamera	10
2.11	Acquisizione scacchiere	11
2.12	Esempio di estrazione degli estremi della scacchiera di taratura	11
3.1	Robot antropomorfo utilizzato per le prove di laboratorio . . .	17
3.2	Sistema stereoscopico utilizzato per le prove di laboratorio . .	17
3.3	Target di misura	17
3.4	Lampade	18
3.5	Posizione orizzontale e verticale	18
3.6	Esempio semplificativo degli spostamenti dell'end effector del robot	19
3.7	Effetto dello sfondo opaco	20
3.8	Applicativo Labview	21
3.9	Schermata di Vision Assistant	22
3.10	Esempio di risultati forniti da matlab	23
3.11	Andamenti delle misurazioni per entrambi i casi separatamente per le posizioni orizzontali e verticali	26
3.12	Differenza di illuminazione tra le due posizioni per il caso delle sfere	27
4.1	Schema a blocchi	30
4.2	Angoli α, β e componenti di \mathbf{T} nel piano x_g-z_g	33

4.3	Step effettuati per il dimensionamento e posizionamento della nuvola di punti	35
4.4	Proiezione ideale	36
4.5	Rototraslazione del sistema di riferimento errata	40
4.6	Rototraslazione del sistema di riferimento corretta	41
4.7	Andamento nel volume di σ_z con rumore imposto su entrambe le focali, terzo livello di peso	47
4.8	Andamento nel piano di σ_z con rumore imposto su entrambe le focali, terzo livello di peso	48
4.9	Mesh dell'andamento di σ_z nel piano con rumore imposto su entrambe le focali, terzo livello di peso	48
4.10	Curve di tendenza dell'andamento di σ_z nel piano con rumore imposto su fc_L , terzo livello di peso	49
4.11	Esempio di andamento di $\sigma_{z,max}$ al variare del livello di peso	49
5.1	Modello geometrico	52
5.2	Piani δ, γ, η	53
5.3	Andamento di σ_{xb} nel piano δ per rumore imposto su $fc_{L/R}$	54
5.4	Andamento di σ_{xb} nel volume per rumore imposto su $fc_{L/R}$	54
5.5	Andamento di σ_{zb} nel piano δ per rumore imposto su $fc_{L/R}$	55
5.6	Andamento di σ_{zb} nel volume per rumore imposto su $fc_{L/R}$	55
5.7	Andamento di σ_{yb} nel volume per rumore imposto su $fc_{L/R}$	56
5.8	Errore dato da rumore imposto sulla lunghezza focale nel modello geometrico	56
5.9	Andamento di $\sigma_{xb}, \sigma_{yb}, \sigma_{zb}$ nel volume per rumore imposto su entrambe le fc	57
5.10	Andamento di σ_{zb} nel piano δ per rumore imposto sulle coordinate immagine	58
5.11	Andamento di σ_{xb} nel piano δ per rumore imposto sulle coordinate immagine	58
5.12	Andamento di σ_{yb} nel piano δ per rumore imposto sulle coordinate immagine	59
5.13	Andamento di σ_{zb} e σ_{yb} nel volume per rumore imposto sulle coordinate immagine della telecamera sinistra	59
5.14	Errore dato da rumore imposto sulle coordinate immagine nel modello geometrico	60
5.15	Andamento di $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ nel volume per rumore imposto sulle coordinate immagine di entrambe le telecamere	61
5.16	Andamento di σ_{zb} nel piano δ per rumore imposto su $CC_{L/R}$	62
5.17	Andamento di σ_{xb} nel piano δ per rumore imposto su $CC_{L/R}$	62
5.18	Andamento di σ_{yb} nel volume per rumore imposto su $CC_{L/R}$	63

5.19	Andamento di $\sigma_{xb}, \sigma_{yb}, \sigma_{zb}$ nel volume per rumore imposto sulle coordinate immagine di entrambe le telecamere	64
5.20	Andamento di $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ nel volume per rumore imposto su b	65
5.21	Errore dato da rumore imposto sulla lunghezza della baseline nel modello geometrico	65
5.22	Andamento di σ_{zb} nel volume per rumore imposto su $om_{L/R}$	66
5.23	Andamento di σ_{xb} nel volume per rumore imposto su $om_{L/R}$	66
5.24	Andamento di σ_y nel volume per rumore imposto su $om_{L/R}$	67
5.25	Errore dato da rumore imposto su om nel modello geometrico	67
5.26	Andamento di $\sigma_{xb}, \sigma_{yb}, \sigma_{zb}$ nel volume per rumore imposto su om	68
5.27	Andamento nel volume della deviazione standard nelle tre direzioni per il caso di rumore sui parametri di aberrazione	69
5.28	σ_{zb} sul piano δ con rumore su $kc_{R/L}$	70
5.29	Andamento di $\sigma_{xb}, \sigma_{yb}, \sigma_{zb}$ nel volume per rumore imposto su tutti i parametri	71
5.30	Vettori e funzioni interpolanti di σ_{zb} nel piano δ in direzione z	72
5.31	Vettori e funzioni interpolanti di σ_{xb} nel piano δ in direzione x_b	72
5.32	Vettori e funzioni interpolanti di σ_{xb} nel piano δ in direzione z_b	73
5.33	Vettori e funzioni interpolanti di σ_{yb} nel piano γ in direzione y_b	73
5.34	Vettore e funzione interpolante di σ_{yb} al centro del volume per z_b crescente	74
5.35	Andamento di σ_{max} al variare del livello di peso per tutti i casi analizzati (grafico superiore in scala lineare e inferiore in scala semilogaritmica)	75
5.36	Rappresentazione grafica dell'effetto sulle coordinate sensore del rumore imposto su X_p e CC	77
5.37	σ_{max} al variare del livello di peso per rumore imposto su X_{pL} e CC_L	78
5.38	σ_{max} al variare del livello di peso nelle tre direzioni	79
5.39	Distanza misurata sperimentalmente	82
5.40	Distanza misurata nella simulazione numerica con rumore pari a $+\sigma$ su fc e kc	83
5.41	Distanza misurata nella simulazione numerica con rumore pari a $+\sigma$ su fc , kc e om	84
5.42	Distanza misurata nella simulazione numerica con rumore pari a $+\sigma$	85
5.43	Distanza misurata nella simulazione numerica con rumore pari a $-\sigma$	86

Elenco delle tabelle

3.1	Dati statistici relativi ai risultati delle prove sperimentali . . .	25
4.1	Tabella dei valori iniziali dei parametri e dei relativi livelli di peso	42
5.1	Tabella pesi percentuali(unità di misura in tabella 4.1)	76
5.2	Livelli di peso imposti per il confronto CC_L/Xp_L	78
5.3	Dati statistici relativi ai risultati delle prove sperimentali e della simulazione numerica	87

Elenco dei simboli

Simbolo	Significato
T	vettore di traslazione tra i sistemi di riferimento telecamera e globale
om	vettore di rotazione tra i sistemi di riferimento telecamera e globale
f_c	lunghezza focale
f_{cL}	lunghezza focale della telecamera sinistra
f_{cR}	lunghezza focale della telecamera destra
CC	coordinate del centro ottico
CC_L	coordinate del centro ottico sinistro
CC_R	coordinate del centro ottico destro
K_c	vettore dei coefficienti delle aberrazioni ottiche
K_{cL}	vettore dei coefficienti delle aberrazioni ottiche della telecamera sinistra
K_{cR}	vettore dei coefficienti delle aberrazioni ottiche della telecamera destra
X	coordinate immagine
X_R	coordinate immagine sul sensore della telecamera destra
X	coordinate immagine sul sensore della telecamera sinistra
σ_{st}	deviazione standard
D	discrepanza
α	angolo tra la direzione x_g e il vettore T
β	angolo tra la direzione x_g e la congiungente tra i due centri ottici
b	baseline
$\langle x_g, y_g, z_g \rangle$	sistema di riferimento globale
$\langle x_c, y_c, z_c \rangle$	sistema di riferimento telecamera
$\langle x_b, y_b, z_b \rangle$	sistema di riferimento locale baseline
P	vettore dei parametri di sistema
alpha_c	vettore contenente il rapporto tra le dimensioni u e v del pixel
$\langle u, v \rangle$	sistema di riferimento locale immagine
p	livello di rumore
err	valore dell'errore imposto
γ	piano giacente sul piano medio del volume parallelo a $y_b z_b$
η	generico piano perpendicolare a z_b
δ	piano giacente sul piano medio del volume parallelo a $x_b z_b$

Sommario

Lo scopo di questo lavoro di tesi è di analizzare i principali aspetti che caratterizzano l'incertezza di misura dei sistemi di visione stereoscopici.

Predisponendo un set-up reale di misura ed effettuando la taratura del sistema stereoscopico, si sono ricavati i parametri che lo determinano, questi valori vengono restituiti dalla procedura di taratura in termini di valore medio e incertezza di stima del parametro.

Modellando attraverso un approccio numerico il sistema stereoscopico conoscendone i parametri caratteristici, è stato possibile simulare delle misurazioni virtuali.

Le misurazioni, sono state effettuate prima con un sistema ideale ovvero con parametri presi come valore medio e successivamente con sistemi disturbati ovvero con parametri presi come valore medio sommato ad un disturbo.

Valutando puntualmente la differenza delle misure di posizioni 3D virtuali tra sistema ideale e disturbato, è stato possibile legare al disturbo imposto sul generico parametro o combinazione di parametri, l'errore di misura risultante.

Grazie alle simulazioni è stato quindi possibile studiare il comportamento di tali sistemi in funzione dei parametri che li determinano e relazionare l'errore e la deviazione standard di misura all'incertezza di stima dei parametri di taratura del sistema.

Grazie al completo controllo dell'ambiente di simulazione è possibile inoltre analizzare gli effetti dei singoli parametri sul sistema, cosa che nella realtà fisica risulterebbe difficoltoso a causa della sovrapposizione di molti effetti non controllabili.

I dati ottenuti tramite la simulazione sono stati analizzati al fine di comprendere gli andamenti dell'incertezza di misura nel volume di lavoro tipico di questi sistemi.

Il modello è di carattere generale e può essere applicato ad un qualsiasi sistema stereoscopico; analizza nel loro complesso le prestazioni del sistema mettendo in evidenza criticità e peso dei parametri nell'errore di misura.

Sono stati infine effettuati dei test sperimentali a verifica del modello per confrontare gli andamenti ottenuti nelle simulazioni e quelli ottenuti nelle prove reali di misura dal punto di vista qualitativo e quantitativo.

Capitolo 1

Introduzione

I sistemi di visione stereoscopici fanno parte di una categoria di metodi di misurazione detti misure di forma senza contatto, che costituiscono un insieme di metodi e strumenti per le misure di posizioni tridimensionali che non necessitano di un contatto diretto con il pezzo in esame.

Questi sistemi sono composti da almeno due telecamere e per effettuare le misurazioni utilizzano un sistema di equazioni prospettiche meglio noto come triangolazione.

Effettuare la misurazione con questo tipo di sistemi significa in definitiva risolvere le equazioni prospettiche sopra citate, che definiscono in modo implicito il sistema, attraverso i parametri che le determinano.

Come per ogni sistema di misura, prima di effettuare le misurazioni è necessario stimare attraverso una procedura di taratura tutti i valori necessari alla determinazione della misura.

Attraverso tale procedura, che può essere svolta solo a valle della predisposizione di un set-up reale di sistema, si conosceranno i parametri descrittivi in termini di valori centrali e relative incertezze.

Siccome la misurazione della posizione di un punto nello spazio avviene attraverso equazioni descritte da tali parametri, la loro incertezza di stima si andrà a configurare come un errore nella misurazione.

Si è scelto quindi di creare un modello numerico, che attraverso la simulazione di misure virtuali, potesse relazionare l'incertezza dei parametri caratteristici con l'errore di misura.

Note le condizioni operative del sistema, è stato possibile effettuare un elevato numero di realizzazioni del fenomeno di misura attraverso un apposito applicativo MATLAB.

Confrontando i risultati tra le simulazioni di un sistema ideale e quelle di un sistema disturbato, ovvero determinato da parametri influenzati da

incertezza, è stato possibile valutare puntualmente l'errore e la deviazione standard delle misure.

Per ottenere uno strumento che potesse esplicitare tali relazioni è stato utilizzato un approccio di simulazione numerica attraverso un modello Montecarlo, che ricevendo in input i risultati della taratura potesse stimare le deviazioni standard di misura del sistema.

Grazie alla possibilità di controllare nel suo complesso l'ambiente di simulazione sono state effettuate diverse prove con vari sistemi distribuiti e sono stati effettuati dei confronti tra i pesi dei diversi parametri nella determinazione dell'incertezza totale della misura.

Sono state effettuate inoltre delle prove sperimentali al fine di verificare che gli andamenti dell'errore di misura ottenuto durante una prova reale rispecchiassero quelli simulati attraverso il modello così implementato.

L'incertezza di misura è stata valutata in termini di trend all'interno del volume di lavoro simulato e di andamento quantitativo.

L'analisi così condotta risulta applicabile ad un generico sistema stereoscopico e permette quindi di analizzare l'andamento dell'incertezza di misura nel volume di lavoro tipico di tali sistemi, evidenziando quindi le "prestazioni" di un dato set-up sperimentale e dunque di prevederne il comportamento.

Capitolo 2

Stato dell'arte

In questo capitolo si descrivono gli studi analizzati e i principali strumenti utilizzati durante il lavoro di tesi. In particolare verranno presentati brevemente il modello della telecamera, il funzionamento di un sistema stereoscopico, il procedimento di taratura di tali sistemi, il metodo Montecarlo e infine si riporteranno i principali articoli scientifici relativi all'analisi dell'incertezza di questi sistemi.

2.1 Modello della telecamera

La telecamera è uno strumento di visione che permette di acquisire immagini catturando la luce proveniente dalla scena e focalizzandola su di un sensore fotosensibile grazie ad apposite ottiche. La modellazione di tali dispositivi è alla base di questa trattazione, in quanto è necessario un modello matematico della singola telecamera per poi descrivere un sistema di misura stereoscopico.

Il processo di formazione dell'immagine si compone di due aspetti principali: quello fotometrico e quello geometrico. Il primo riguarda l'interazione della luce con gli oggetti della scena inquadrata, che si traduce con il valore dell'intensità luminosa ripresa dal sensore; il secondo invece analizza le relazioni geometriche che legano la posizione dei punti nella scena alla relativa posizione sul sensore.

Nell'ambito dello svolgimento dell'elaborato l'aspetto di principale interesse è stato quello geometrico, si riporta di seguito una breve trattazione del modello geometrico utilizzato, basato sul modello semplificato 'pinhole camera' modificato in modo da tener conto delle aberrazioni ottiche dovute alla presenza delle lenti.

2.1.1 Modello ‘pinhole camera frontale modificato’

Il modello ‘pinhole camera modificato’[5] si basa sul modello ‘pinhole camera’ classico al quale viene aggiunta la compensazione delle aberrazioni ottiche. Il modello classico è una descrizione semplificata del funzionamento di una telecamera basata su considerazioni puramente geometriche, pur essendo un’astrazione si presta bene alla descrizione di sistemi ben focalizzati e con aberrazioni ottiche trascurabili, assunzioni particolarmente adeguate per telecamere di precisione dedicate alle misurazioni.

Le ipotesi alla base del modello sono:

1. Apertura nulla delle lenti.
2. Lenti sottili.

La prima ipotesi permette di schematizzare l’ottica della telecamera come un foro di diametro infinitesimo, dicesi stenopeico, che consente il passaggio di un solo raggio luminoso per ogni punto della scena; la seconda permette di assumere che i raggi che attraversano la lente non subiscano deviazioni del cammino ottico ed è verificata se lo spessore della lente è molto minore rispetto al diametro della stessa.

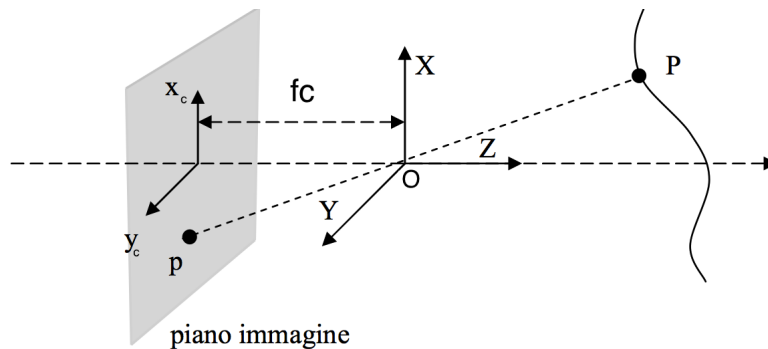


Figura 2.1: Modello pinhole classico

Nella versione classica le coordinate x_c, y_c ricavate risultano negative, come evidente dalla figura 2.1; per eliminare questo problema si introduce il modello frontale che trasla in direzione Z il piano immagine di $2 \cdot fc$, come mostrato in figura 2.2.

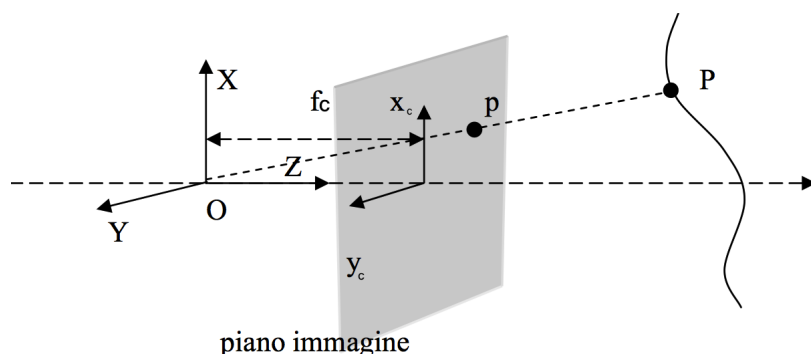


Figura 2.2: Modello pinhole frontale

In aggiunta la versione modificata è completa di valutazione e compensazione numerica delle aberrazioni ottiche introdotte dalla presenza delle lenti.

Il modello proposto è alla base delle equazioni prospettiche che permettono di legare le coordinate dei punti della scena ripresa alle rispettive coordinate sensore.

2.2 Parametri del modello

Le equazioni prospettiche derivanti dal modello descritto nel paragrafo 2.1.1 risultano completamente definite grazie ai parametri descrittivi del sistema, che sono suddivisi in due gruppi:

1. Parametri estrinseci
2. Parametri intrinseci

I primi definiscono la posizione della telecamera nel sistema di riferimento globale, i secondi ne definiscono il funzionamento interno.

La stima dei parametri estrinseci ed intrinseci del sistema viene effettuata tramite il procedimento di taratura (Vedi paragrafo 2.4).

2.2.1 Parametri estrinseci

I parametri estrinseci della telecamera descrivono la mutua disposizione tra il sistema di riferimento della telecamera e il sistema di riferimento globale, che costituiscono le due terne cartesiane di riferimento del modello in esame. In particolare il primo è posto generalmente sul sensore della telecamera con origine in corrispondenza del centro ottico (vedi paragrafo 2.2.2).

La posizione di un qualsiasi punto nello spazio può essere espressa con coordinate relative ad entrambi i sistemi di riferimento.

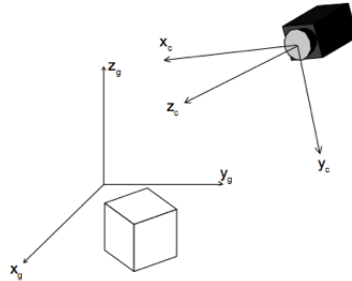


Figura 2.3: Sistema di riferimento globale $\langle x_g, y_g, z_g \rangle$ e telecamera $\langle x_c, y_c, z_c \rangle$

Per passare da un sistema di riferimento all'altro si applicano due trasformazioni: prima una traslazione e poi una rotazione. La traslazione è definita tramite un vettore di tre elementi che esprime la posizione relativa tra le origini dei due sistemi di riferimento (O_g-O_c), la rotazione è invece espressa tramite una matrice $[3 \times 3]$, che risulta dal prodotto matriciale delle tre matrici corrispondenti alle rispettive rotazioni intorno ai tre assi:

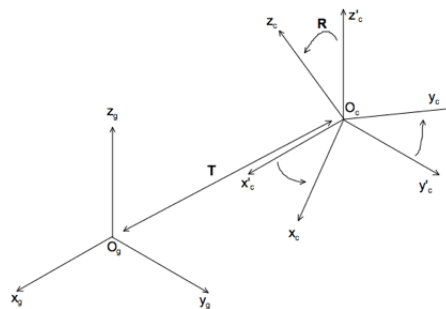


Figura 2.4: Rototraslazione tra il sistema di riferimento telecamera e globale

I parametri indipendenti che descrivono la rotazione sono riducibili a tre utilizzando la formula di Rodrigues, che sfrutta le relazioni di ortogonalità tra gli assi. In conclusione i parametri estrinseci che derivano da queste trasformazioni sono sei, tre per la traslazione e tre per la rotazione.

Risulta inoltre di particolare interesse ai fini della triangolazione il modulo del vettore di traslazione, che definisce la distanza tra le due telecamere, detta baseline.

2.2.2 Parametri intrinseci

I parametri intrinseci definiscono il comportamento proprio della telecamera durante il processo di acquisizione delle immagini e sono quindi strettamente legati al modello di telecamera utilizzato, ad esempio nei modelli semplificati non si considera lo spessore della lente.

Per il modello pinhole camera frontale modificato sono:

- Coordinate sensore del centro ottico: punto di intersezione tra l'asse ottico della telecamera e il piano immagine.

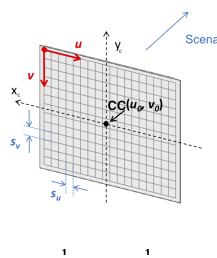


Figura 2.5: Centro ottico

- Lunghezza focale: distanza che intercorre tra il centro ottico e il punto focale della lente, dove per punto focale si intende il luogo di intersezione dei raggi focalizzati dalla lente, che nel modello pinhole corrisponde alla posizione del foro stenopeico.

Questo parametro è una misura del potere di messa a fuoco della lente, a parità delle dimensioni e del formato del sensore, al diminuirne del valore di questo parametro aumenta il campo inquadrato, diminuisce il fattore di magnificazione e vengono messi a fuoco punti via via più vicini allo strumento.

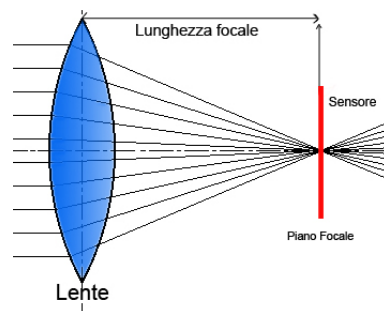


Figura 2.6: Lunghezza focale

- Parametri di distorsione: rappresentano i coefficienti dei polinomi necessari a bilanciare le aberrazioni ottiche, suddivise in:

1. Tangenziali: dipendenti dalla distanza dal centro ottico e dall'angolazione rispetto agli assi del sensore, esprimono una deviazione normale al segmento CC-P della proiezione ideale del punto P (figura 2.7).
2. Radiali: dipendenti dalla distanza dal centro ottico ed esprimono una deviazione radiale della proiezione ideale del punto (figura 2.8).

A questo proposito esistono numerosi modelli, in questo caso si è utilizzato il modello di Brown che tiene conto di entrambe le distorsioni definendo un polinomio di sesto grado caratterizzato da tre coefficienti per bilanciare le radiali e un polinomio di secondo grado con due coefficienti per le tangenziali.

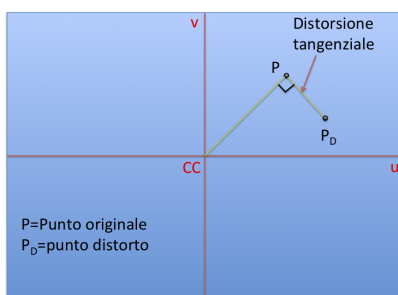


Figura 2.7: Effetto delle distorsioni tangenziali

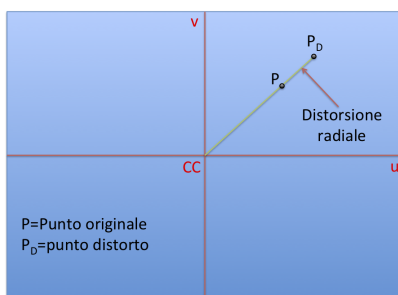


Figura 2.8: Effetto delle distorsioni radiali

- Skew coefficient: esprime l'angolo tra gli assi del sensore permettendo di considerare la non rettangolarità del pixel.

2.3 Sistema stereoscopico

Un sistema di misura stereoscopico[6] ha lo scopo di ricostruire le coordinate tridimensionali di una scena ripresa da due o più telecamere.

La misurazione avviene attraverso il processo di triangolazione, che consiste nella risoluzione di un sistema di equazioni che esprimono le relazioni prospettiche tra i punti della scena e le rispettive proiezioni sui sensori, attraverso i parametri caratteristici del sistema.

La proiezione di un punto nello spazio su un piano sensore e l'analisi della relativa immagine non permettono di ricavare informazioni circa la distanza alla quale il punto si trova rispetto al piano sensore, come risulta chiaro osservando la figura 2.9, dove si evidenzia come la proiezione dei due punti (P,Q) distinti nello spazio ma giacenti sulla stessa retta passante per il centro ottico CC_1 , risultino coincidenti sul piano del sensore ($p \equiv q$) :

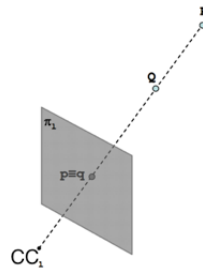


Figura 2.9: Proiezione di punti sul piano sensore

La stereoscopia ottiene le informazioni aggiuntive, necessarie al calcolo della distanza, inserendo una seconda telecamera che riprende la stessa scena da un punto di vista differente. Come risulta evidente dalla 2.10, ogni punto inquadrato della scena viene individuato dall'intersezione delle due rette prospettiche relative ad ognuna delle due telecamere.

L'individuazione delle proiezioni e delle relative coordinate sensore di uno stesso punto della scena sui piani di più telecamere, detti punti omologhi, permette la costruzione di equazioni prospettiche e quindi di ricostruirne le coordinate tridimensionali.

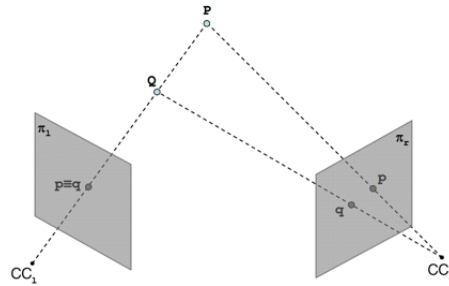


Figura 2.10: Effetto seconda telecamera

Il modello matematico che rappresenta il sistema stereoscopico risulta completamente descritto noti il modello della telecamera, i relativi parametri intrinseci(vedi paragrafo 2.2.2) e la mutua disposizione dei due sensori rappresentata dai parametri estrinseci(vedi paragrafo 2.2.1).

2.4 Taratura

La taratura è il procedimento che permette di stimare i parametri caratteristici del sistema, in letteratura troviamo diverse tecniche il cui principio di base è di misurare la posizione di punti noti nello spazio imponendone le coordinate nelle equazioni di triangolazione e ricavando così i parametri del sistema incogniti.

In questo elaborato si è scelto di utilizzare la tecnica di Zhang[4], di confermata affidabilità, che ricava i parametri incogniti mediante l'individuazione di un certo numero di punti nelle prese di una scacchiera tarata piana, indipendentemente dall'orientazione spaziale della stessa, in particolare vengono utilizzati i punti posti negli spigoli dei rettangoli costituenti la scacchiera.

La taratura effettuata secondo questo metodo risulta essere pratica in quanto non richiede particolari strumentazioni e garantisce al contempo una precisa valutazione delle incognite, restituendo incertezze di stima di molto inferiori rispetto ai valori centrali individuati.

La stima dei parametri viene effettuata imponendo le distanze relative tra i punti estrapolati, note misurando con uno strumento differente le dimensioni caratteristiche della scacchiera, all'interno delle equazioni prospettiche e ricavandone la soluzione ai minimi quadrati.

2.4.1 Procedimento

Di seguito si riportano i principali passaggi necessari ad effettuare la taratura del sistema stereoscopico:

1. Misura delle dimensioni caratteristiche del pattern di taratura
2. Regolazione degli obbiettivi
3. Acquisizione di un numero sufficiente di prese della scacchiera posta a distanze e angolazioni differenti (figura 2.11)
4. Individuazione dei punti caratteristici della scacchiera per tutte le immagini (figura 2.12)
5. Taratura delle singole telecamere
6. Taratura stereo

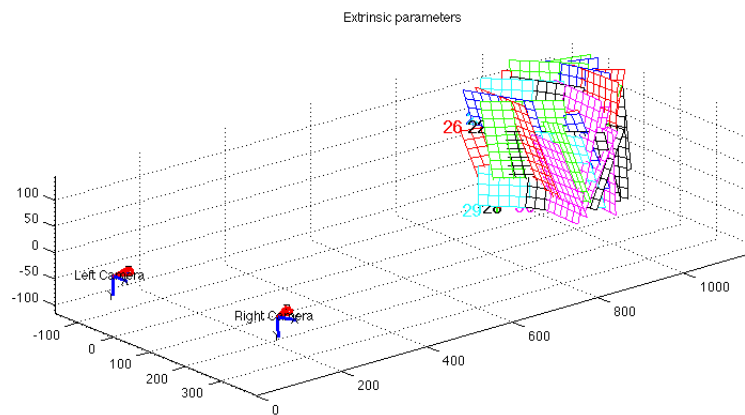


Figura 2.11: Acquisizione scacchiere

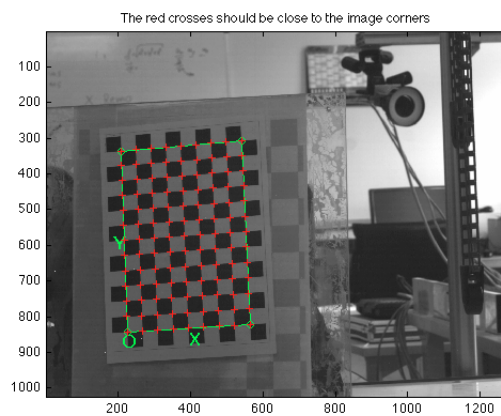


Figura 2.12: Esempio di estrazione degli estremi della scacchiera di taratura

2.4.2 Output

In questo caso specifico si è utilizzato un noto toolbox[7] per matlab basato sulla tecnica di Zhang. Si riporta di seguito la lista dei parametri d'interesse per questa trattazione con una breve descrizione di come vengono restituiti dall'algorithm e i relativi simboli con cui sono identificati:

- Parametri intrinseci:
 - $\mathbf{f}_{L/R}$: vettore di due elementi contenente la **lunghezza focale** espressa attraverso il numero equivalente di pixel necessario a coprire la lunghezza, da notare che i valori forniti sono due essendo il pixel rettangolare e avendo di conseguenza due dimensioni caratteristiche. Il primo elemento è relativo alla dimensione x_c del pixel, il secondo alla dimensione y_c .
 - $\mathbf{CC}_{L/R}$: vettore di due elementi contenente le **coordinate del centro ottico** nel sistema di riferimento immagine espresse in pixel
 - $\mathbf{kc}_{L/R}$: vettore di cinque elementi contenente i cinque parametri correttivi delle **aberrazioni ottiche**. In particolare il primo, il secondo e il quinto elemento del vettore corrispondono alle radiali, il terzo e il quarto alle tangenziali

- Parametri estrinseci:
 - \mathbf{T} : vettore di tre elementi corrispondenti alle coordinate, espresse in mm, dell'origine del sistema di riferimento della telecamera destra rispetto a quello della telecamera sinistra prima che venga effettuata la rotazione, il modulo di questo vettore coincide quindi con la baseline del sistema
 - \mathbf{om} : vettore di tre elementi corrispondenti agli angoli di Rodrigues, espressi in radianti, che definiscono la rotazione tra il sistema di riferimento della telecamera destra rispetto alla sinistra

Nota: all'interno del toolbox il sistema di riferimento globale coincide con quello della telecamera sinistra.

Per tutti i parametri elencati il toolbox restituisce la rispettiva incertezza con cui sono stati stimati.

2.5 Metodo Montecarlo e Simulazioni numeriche

Il metodo Montecarlo(MC) è un metodo per la simulazione numerica di fenomeni dipendenti da variabili aleatorie, la cui descrizione, in forma analitica chiusa, risulta essere troppo impegnativa o addirittura irrealizzabile. I fenomeni dipendenti da variabili casuali, descritte da una distribuzione di probabilità nota, possono essere studiati attraverso metodi di simulazione che, pur non giungendo ad un'unica soluzione che ne descriva il comportamento in modo esatto, lo approssimi al meglio. Essendo note le densità di probabilità delle variabili in input al modello, è possibile attraverso generatori di numeri pseudo-casuali, simularne la distribuzione. Estrapolando casualmente da apposite distribuzioni, valori incorrelati da immettere come input nel modello e ripetendo tale operazione un numero sufficiente di volte (10^6 iterazioni da normativa) è possibile generare un numero uguale di realizzazioni della simulazione. Disponendo di n-esime realizzazioni del fenomeno derivanti da simulazioni ottenute con input definiti come sopra, è possibile caratterizzarlo da un punto di vista statistico, avendo ricavato la distribuzione di probabilità dell'output.

A causa delle equazioni costituenti non lineari e dell'aleatorietà tipica delle variabili in gioco nella modellazione di un sistema di misura la determinazione analitica dell'incertezza di misura del sistema risulta eccessivamente complessa. Si è scelto dunque di implementare il modello secondo il metodo montecarlo e di analizzarne i risultati da un punto di vista statistico.

Modellare un sistema di misura stereoscopico significa trasporre in termini logico matematici le relazioni tra le variabili indipendenti che lo governano, tali relazioni sono determinate quando risultano noti i parametri del sistema, generalmente attraverso una taratura. I risultati della taratura sono forniti sotto forma di valore medio e deviazione standard, rappresentativi della distribuzione gaussiana che li descrive. Note quindi le distribuzioni degli input al modello è possibile simularne il comportamento, il che significa in definitiva effettuare delle misurazioni virtuali. Ottenendo in output la misura del valore e la relativa distribuzione si dispone delle informazioni necessarie alla definizione dell'incertezza di misura del sistema in quanto corrisponde alla deviazione standard ottenuta.

2.6 Incertezza di misura di un sistema stereoscopico

Gli algoritmi di misura e taratura di questi sistemi sono stati ampiamente trattati in letteratura e possono essere considerati consolidati, sono invece rari e spesso dedicati ad applicazioni specifiche gli studi riguardanti la loro incertezza di misura.

Un esempio di trattazione generale ma semplificata del problema si può trovare in [1], dove viene proposto un modello analitico che non considera però le aberrazioni ottiche e nel quale viene poi verificata la coerenza dei risultati analitici effettuando un confronto con quelli ottenuti utilizzando il metodo montecarlo. La buona riuscita del confronto permette di confermare ulteriormente l'affidabilità del metodo montecarlo utilizzato nella trattazione proposta in questo elaborato. Un secondo esempio può essere trovato in [2], dove viene illustrato un modello completo ma dedicato ad una specifica applicazione e quindi non generalizzabile, nel quale viene proposto un metodo di valutazione dell'errore di misura per il caso specifico. Una terza trattazione si può trovare in [3], dove viene utilizzata l'interval analysis per stimare il massimo errore misura dato dal massimo errore in input, questo approccio non considera però le funzioni di densità di probabilità dei parametri in input e non può quindi stimare la deviazione standard degli output.

Capitolo 3

Prove Sperimentali

3.1 Introduzione

Lo scopo del seguente lavoro di laboratorio è stato quello di fornire dei dati reali per la successiva implementazione del modello numerico e di poter effettuare un confronto tra i risultati sperimentali e numerici.

Il modello numerico è infatti per definizione una rappresentazione puramente teorica del sistema di misura e quindi il confronto con lo sperimentale ha fornito elementi utili per impostare il modello numerico stesso e successivamente per interpretare al meglio i risultati ottenuti.

Inoltre l'utilizzo dei parametri risultanti dalla taratura reale ha permesso di effettuare le simulazioni con condizioni di funzionamento realistiche, soprattutto per l'utilizzo delle deviazioni standard della stima degli stessi, che rispecchiano la reale incertezza che normalmente si riscontra nell'utilizzo effettivo dello strumento.

In particolare sono state effettuate delle misurazioni di un apposito target, posizionato in coordinate prestabilite all'interno del volume di misura grazie ad un robot antropomorfo.

3.2 Hardware

Di seguito si elencano gli strumenti utilizzati per le prove sperimentali accompagnati da una breve descrizione:

- Sistema di misura stereoscopico (figura 3.2): composto da una coppia di telecamere montate su di una barra di alluminio che permette di mantenere costante il posizionamento relativo tra le due, sia in termini di distanza che in termini di angolazione tra i due sensori. A sua volta la barra è fissata su un apposito cavalletto fotografico che permette

di posizionare il sistema dove necessario e poter effettuare un primo allineamento di massima tra le due telecamere.

Caratteristiche telecamere:

AVT - MARLIN F-131B

Tipologia di sensore: Fillfactory 2/3''(8,6 x 6.9mm) CMOS;

Risoluzione: 1024 x 1280 pixel;

Interfaccia: firewire IEEE 1394.

- Robot antropomorfo(figura 3.1): ha la funzione di movimentare il target di misura in modo da coprire adeguatamente il volume di lavoro desiderato, il target è montato sull'end effector. Il robot utilizzato è un Kuka Kr3.
- Target di misura(figura 3.3): nel corso delle prove è stato utilizzato un target di misura costituito da due sfere di colore bianco montate su un apposita staffa in plexiglass. La geometria è stata scelta per poter effettuare una misura relativa tra le due sfere ed evitare una misura assoluta che comporterebbe numerose incertezze aggiuntive, infatti in tal caso sarebbe stato necessario stimare la posizione relativa tra il sistema di riferimento del sistema di misura, posto in corrispondenza al centro del sensore della telecamera sinistra, e quello del robot, questo passaggio è difficoltoso e potenzialmente comporta incertezze maggiori a quelle delle misurazioni stesse da effettuare. Inoltre utilizzando misure relative si evita di introdurre l'incertezza con cui il robot si posiziona nello spazio, anch'essa non trascurabile rispetto alla precisione dello strumento in analisi.

La distanza nominale tra i baricentri delle due sfere è di 100mm.

- Lampade(figura 3.4): di tipo led, ottimali per questo tipo di applicazione in quanto presentano un aumento di temperatura trascurabile durante il funzionamento, infatti il calore sviluppato da altri tipi di lampade può introdurre disturbi influenzando le proprietà delle ottiche e in alcune posizioni, creare distorsioni delle immagini dovute alle onde di calore sviluppate.

Questi componenti sono fondamentali per la buona riuscita delle misurazioni, infatti è molto importante ottenere una luminosità sufficiente ed omogenea dei bordi delle sfere per garantire risultati soddisfacenti dalla successiva blob analysis delle acquisizioni effettuate.



Figura 3.1: Robot antropomorfo utilizzato per le prove di laboratorio

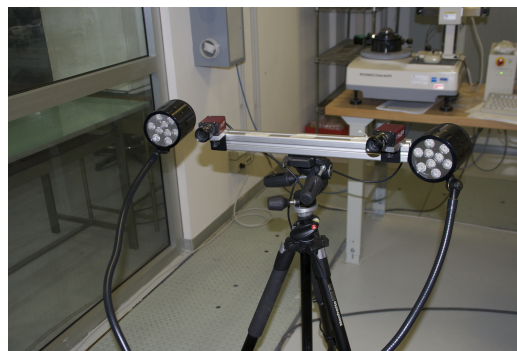


Figura 3.2: Sistema stereoscopico utilizzato per le prove di laboratorio

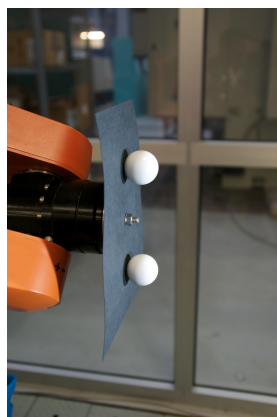


Figura 3.3: Target di misura



Figura 3.4: Lampade

3.3 Set up sperimentale

3.3.1 Volume di misura

Il volume di misura scelto è relativo al campo visivo di uno scanner laser Konica Minolta VI-9i, non regolabile dall'utilizzatore, con il quale è stato effettuato il medesimo esperimento; nel caso del sistema stereoscopico si è dunque scelta l'inclinazione delle telecamere e la loro distanza relativa, la baseline, in modo da coprire al meglio l'intero volume di misura.

Il volume è definito dalle posizioni imposte all'end effector del robot, il quale è programmato per coprirlo adeguatamente prima con le sfere in posizione verticale e successivamente in posizione orizzontale, per un totale di 260 posizioni (figura 3.5).

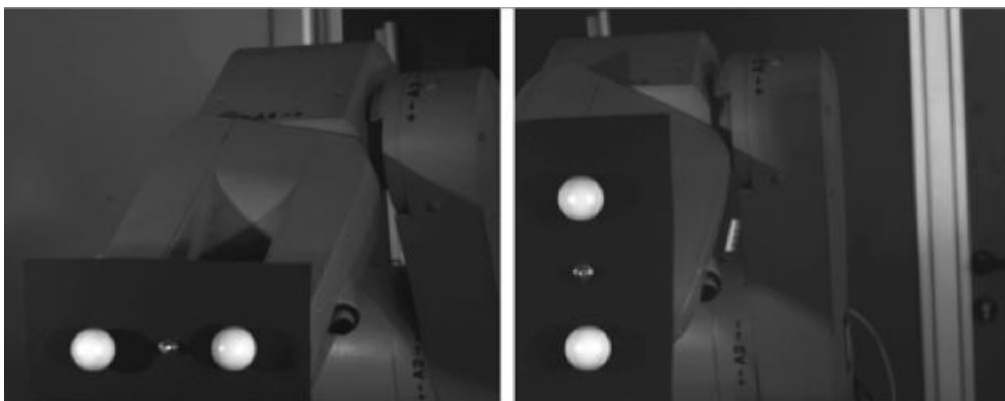


Figura 3.5: Posizione orizzontale e verticale

Il robot descrive 5 piani posti a distanza crescente, in ognuno dei piani il target viene posto in 24 differenti punti prestabiliti quando in posizione verticale per un totale di 120 e in 28 quando in posizione orizzontale per un totale di 140 posizioni, la differenza del numero di punti tra le due posizioni è dovuta al fatto che il volume di misura si sviluppa più in direzione orizzontale che in verticale e quindi il provino presenta un diverso ingombro nelle due posizioni.

In particolare il robot è stato programmato per partire dall'angolo inferiore sinistro del piano più vicino al sistema di misura, procedere poi in verticale (lungo y) fino ad arrivare al limite superiore e infine spostarsi verso destra (lungo x) per poi muoversi nuovamente verso il basso; questo movimento si ripete fino al raggiungimento del limite destro e in corrispondenza dell'ultima acquisizione prevista per quel piano il robot passa al successivo, allontanando il target dal sistema di misura (muovendosi lungo z) e a questo punto riparte con il processo appena descritto.

Si riporta in figura 3.6 un esempio di come è programmata la successione delle acquisizioni.

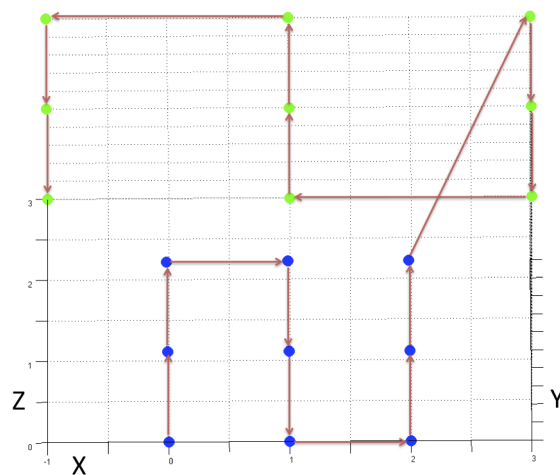


Figura 3.6: Esempio semplificato degli spostamenti dell'end effector del robot

3.3.2 Preparazione

Di seguito si descrivono i principali accorgimenti adottati nel preparare la strumentazione alle successive misurazioni in modo da minimizzare i disturbi esterni e garantire quindi le condizioni ottimali.

Innanzitutto è stato necessario garantire che le proprietà del sistema e le dimensioni caratteristiche del provino non variassero durante lo svolgimento

delle misurazioni, infatti variazioni delle condizioni ambientali, in particolare temperatura e umidità dell'aria, possono influenzare:

- Le caratteristiche delle ottiche
- Posizionamento relativo tra le telecamere, legata alle dimensioni della barra di sostegno (alluminio)
- Posizionamento relativo tra le sfere, legato alle dimensioni della staffa di sostegno (plexiglass)

Inoltre vanno considerate anche eventuali vibrazioni a cui potrebbero essere sottoposti il sistema di misura e/o il robot e che chiaramente introdurrebbero un errore nelle misurazioni.

Per isolare le misurazioni da questi disturbi si è deciso di effettuare le acquisizioni all'interno di un laboratorio dedicato alle misurazioni di precisione, dotato di un pavimento flottante in modo da isolare le vibrazioni provenienti dall'esterno e in cui temperatura e umidità sono mantenute costanti.

Infine si è preparato il provino interponendo un cartoncino ricoperto da stoffa nera tra le sfere e il sostegno in plexiglass, questo sia per evitare gli effetti della riflessione della luce sulla staffa e sull'end effector del robot, sia per garantire un miglior contrasto tra le sfere e lo sfondo in modo da favorire la successiva elaborazione delle immagini (figura 3.7).

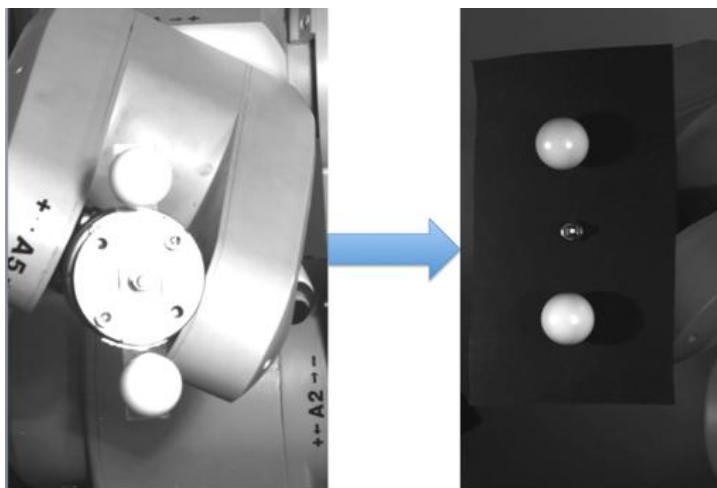


Figura 3.7: Effetto dello sfondo opaco

3.3.3 Software

Durante lo svolgimento delle prove e nella successiva elaborazione dei dati sono stati utilizzati diversi software con le seguenti funzioni:

- Acquisizione e salvataggio delle immagini: a tale scopo è stato sviluppato un applicativo in Labview che permette di visualizzare la scena ripresa da entrambe le telecamere e di salvare le immagini garantendo l'acquisizione simultanea da parte delle due.

Il programma permette di indicare il nome da dare alle immagini distintamente e automaticamente le numera consentendo l'acquisizione in sequenza, inoltre indica a schermo il numero che verrà assegnato all'immagine successiva e richiede di inserire il numero da assegnare alla prima immagine da acquisire dopo l'avvio, in modo da poter riprendere l'acquisizione di una serie di immagini interrotta continuando con la numerazione precedente.

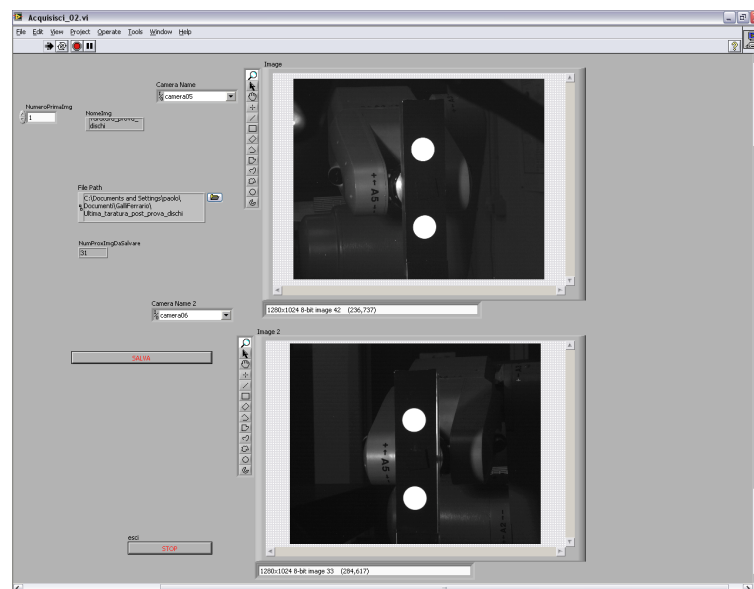


Figura 3.8: Applicativo Labview

- Blob detection: prima di poter effettuare la misurazione vera e propria è stato necessario estrapolare dalle acquisizioni effettuate i punti da triangolare, si è proceduto quindi all'elaborazione delle immagini in modo da poter individuare le coordinate immagine corrispondenti ai baricentri delle proiezioni delle sfere.

Si è utilizzato il software "Vision assistant" della National Instruments che permette, attraverso una serie di filtri, di effettuare la blob detection, ossia l'individuazione all'interno dell'immagine dell'insieme di pixel corrispondente alla proiezione di una sfera, e di ricavare le coordinate dei baricentri dei blob ottenuti.

Nello specifico la scelta dei filtri e dei relativi parametri deve essere fatta in modo da eliminare le proiezioni di tutti gli oggetti estranei della scena isolando unicamente i blob relativi alle due sfere e, allo stesso tempo, da non erodere o annettere pixel in eccesso, appartenenti allo sfondo, ai due rispettivi blob.

In particolare i filtri applicati sono stati:

1. Una soglia sulla luminosità minima degli oggetti della scena
2. Rimozione degli oggetti confinanti coi bordi dell'immagine
3. Una soglia sulle dimensioni massime dei rettangoli circoscritti agli oggetti
4. Una soglia che definisce il valore massimo e minimo del rapporto tra gli assi degli ellissi equivalente con cui vengono individuati gli oggetti

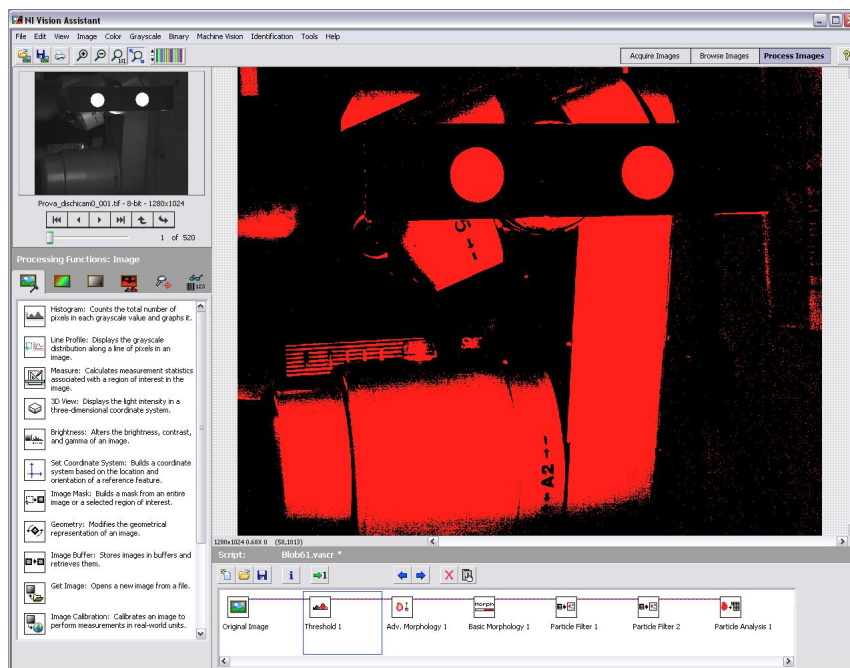


Figura 3.9: Schermata di Vision Assistant

Chiaramente ad ogni passaggio vengono eliminati dall'immagine gli oggetti che non rispettano i requisiti impostati nel filtro.

Al termine di questa procedura il programma restituisce le coordinate immagine dei baricentri dei blob individuati che nella successiva elabo-

razione dei dati verranno triangolate in modo da calcolare le relative coordinate 3D.

- Elaborazione dei risultati: si è sviluppato un applicativo in matlab che triangola le coordinate dei baricentri ottenute dalla blob detection ed effettua la misura della distanza tra le coppie relative ad ogni singola posizione del target di misura e che calcola inoltre la deviazione standard delle misurazioni.

I risultati della misura relativa tra i due blob sono stati rappresentati tramite uno scatterplot nello spazio in modo da potere osservare l'andamento delle misurazioni all'interno del volume di misura e sono stati poi plottati nello stesso ordine delle acquisizioni per poterne osservare i trend(esempio in figura 3.10).

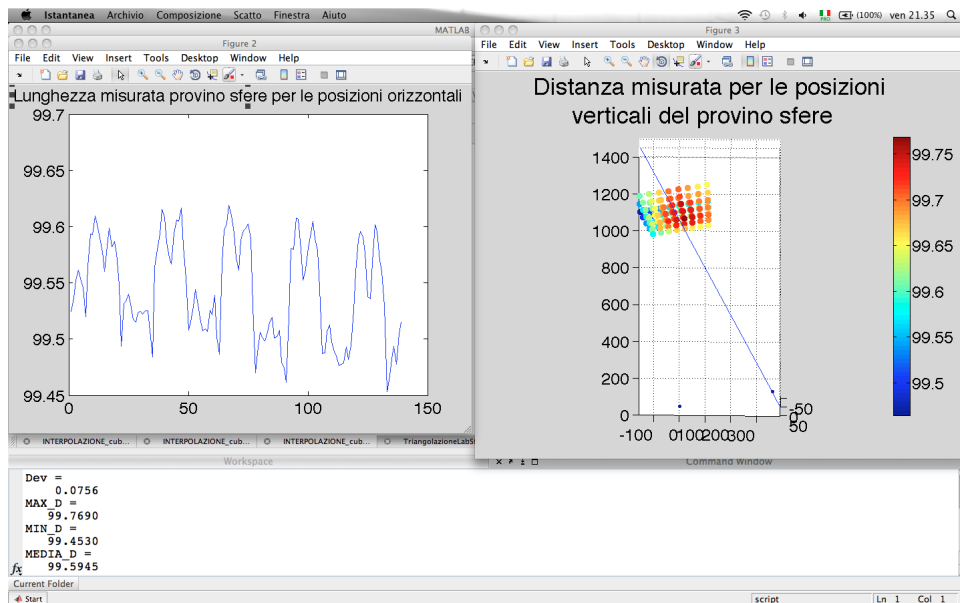


Figura 3.10: Esempio di risultati forniti da matlab

3.4 Procedura operativa

Per effettuare nel modo migliore le acquisizioni è stata seguita la seguente procedura:

1. Trasporto di tutta l'attrezzatura nel laboratorio sopra citato (paragrafo 3.3.2) 24 ore prima di effettuare le misurazioni, in modo che tutte le parti potessero raggiungere la temperatura ambiente e si evitassero successive variazioni delle proprietà del sistema durante le acquisizioni.

Come ulteriore precauzione i computer, le telecamere ed il robot sono stati lasciati accesi durante le 24 ore in modo da evitare i relativi transitori di temperatura.

2. Impostazione del campo inquadrato regolando baseline e angolazione degli assi ottici.
3. Corretto posizionamento delle lampade: è necessario disporre di lampade adeguate e di illuminare il target in modo che il bordo delle sfere risulti omogeneamente luminoso in tutte le posizioni assunte nel volume e garantire la buona riuscita della successiva blob detection, infatti uno dei filtri più importanti permette di isolare i blob imponendo una soglia di luminosità sui pixel dell'immagine acquisita.
4. Set-up delle telecamere: messa a fuoco e regolazione apertura del diaframma.
5. Taratura del sistema di misura: da effettuare appena prima dello svolgimento delle acquisizioni in modo da garantire che le condizioni siano analoghe durante le due fasi. Una volta effettuata il sistema e le ottiche non devono essere più spostate, altrimenti è necessario ripetere il procedimento. La taratura è stata effettuata secondo il metodo di Zhang, in particolare sono state acquisite 30 immagini per telecamera di una scacchiera tarata.

3.4.1 Acquisizione e analisi

Procedimento di misura:

1. Acquisizione di tutte le immagini stabilite: per ogni prova è stata effettuata una acquisizione simultanea con le due telecamere di ognuna delle 260 posizioni assunte dal target di misura
2. Effettuazione di una seconda taratura
3. Elaborazione delle immagini: blob detection
4. Misura tramite il modello numerico
5. Analisi dei risultati e confronto con il modello numerico

3.5 Risultati

A seguito dell'analisi dei dati si è calcolata la distanza tra i baricentri delle due sfere all'interno di ogni i-esima acquisizione (equazione 3.1), ottenendo quindi questo valore per tutti i punti di misura.

	L_{max}	L_{min}	L_{media}	σ_{tot}	σ_{orizz}	σ_{vert}
Provino sfere	99.594	99.453	99.594	0.0756	0.0437	0.0613

Tabella 3.1: Dati statistici relativi ai risultati delle prove sperimentali

Dalla tabella 3.1 si può innanzitutto notare che la deviazione standard delle misurazioni è molto bassa, questo suggerisce che sia la taratura che le misurazioni stesse sono state effettuate in modo ottimale.

La bassissima dispersione dei dati ha reso molto difficile il confronto con un valore di riferimento, il rischio sarebbe stato di determinarne il valore con un'incertezza maggiore a quella delle misurazioni stesse, questo sia a causa dell'incertezza di misura dell'eventuale strumento di misura scelto per determinare il riferimento, sia per problemi legati alla movimentazione del provino. Avendo valutato questi fattori e volendo quindi evitare la possibilità di dare un'interpretazione falsata ai risultati si è deciso di non effettuare l'analisi in termini di errore assoluto rispetto ad un valore di riferimento del provino ma di analizzare gli andamenti e di effettuare successivamente un confronto con il modello numerico.

$$L_{Pr,i} = \sqrt{(x_{Ai} - x_{Bi})^2 + (y_{Ai} - y_{Bi})^2 + (z_{Ai} - z_{Bi})^2} \quad i = 1 \dots 260 \quad (3.1)$$

Dove A e B identificano i due blob all'interno della stessa immagine.

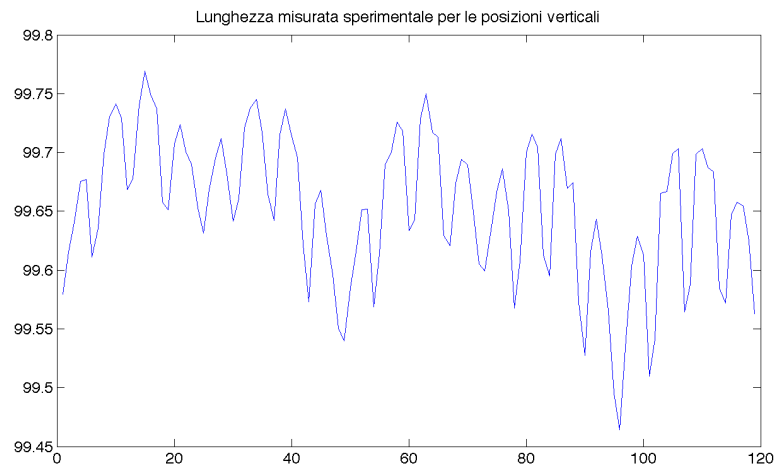




Figura 3.11: Andamenti delle misurazioni per entrambi i casi separatamente per le posizioni orizzontali e verticali

Analizzando i grafici in figura 3.11 si riscontrano due diversi trend tra la lunghezza calcolata per le posizioni orizzontali e verticali, questo a causa del diverso posizionamento dei punti d'acquisizione per le due posizioni, infatti, i risultati sono ordinati coerentemente con lo svolgimento delle acquisizioni e quindi acquisizioni successive nel caso delle posizioni orizzontali sono relative a punti di presa posti a una distanza minore rispetto a quelli delle posizioni verticali, chiaramente quindi le relative misurazioni saranno più simili in questo caso, questo si traduce in una minore pendenza delle curve.

Inoltre si nota che la media e la dispersione dei dati tra le due posizioni risulta lievemente differente, questo è dovuto principalmente alla diversa distanza a cui si trovano i due punti proiettati di una stessa acquisizione rispetto al centro del sensore. Si osserva infatti che l'errore di misura dei due punti sarà differente; ad esempio nel caso di un errore di stima dei coefficienti di bilanciamento delle aberrazioni ottiche radiali è chiaro come la proiezione del punto più prossimo al centro ottico risulterà meno distorta, essendo l'effetto delle aberrazioni legato alle potenze della distanza dal centro ottico. Questo effetto è molto maggiore nel caso delle posizioni orizzontali, a causa della forma del volume di misura e dei relativi punti di presa per le due posizioni, infatti si nota che, per questioni di ingombro, i punti di presa delle posizioni orizzontali risultano molto più critiche da questo punto di vista.

Si può ipotizzare che ci sia stato un piccolo contributo dell'illuminazione che non risultava perfettamente omogenea tra le due sfere nelle posizioni orizzontali più periferiche e che quindi potrebbe aver introdotto dei piccoli errori nella blob detection. In figura 3.12 si riporta un esempio, dove si può

notare come il bordo tra le due sfere in posizione verticale risulti molto più omogeneo rispetto al caso della posizione orizzontale.

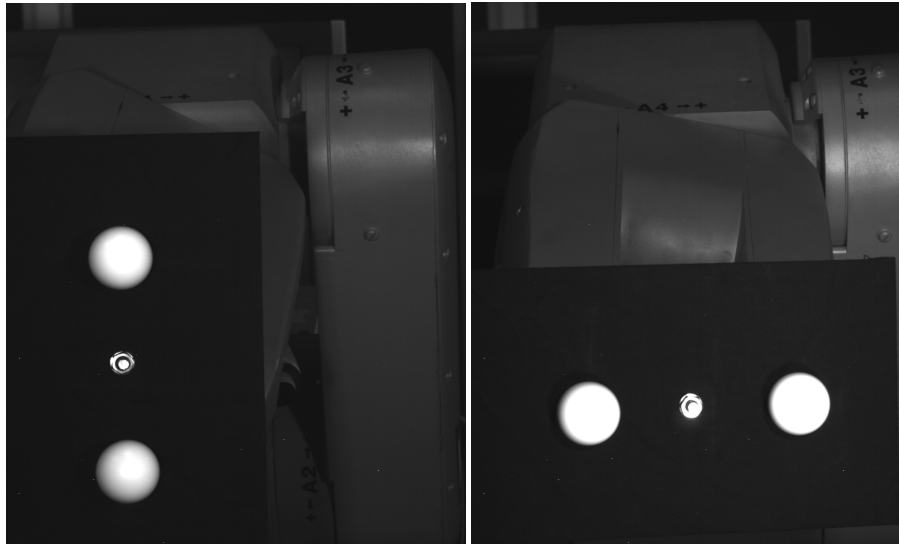


Figura 3.12: Differenza di illuminazione tra le due posizioni per il caso delle sfere

In ogni caso la differenza tra le medie e la dispersione delle distanze misurate nelle due posizioni è minima ed è quindi possibile considerare questo effetto trascurabile.

Si rimanda al capitolo 5 per l'analisi degli andamenti nel volume e il relativo confronto tra risultati sperimentali e numerici, i risultati della taratura d'interesse per la successiva trattazione sono invece riportati nella tabella 4.1.

Capitolo 4

Modello numerico

4.1 Introduzione

Al fine di analizzare l'incertezza di misura di un sistema stereoscopico si è scelto di creare una metodologia d'indagine di carattere generale che prevedesse, sia la predisposizione del sistema reale ma che permettesse la valutazione dell'errore di misura con un procedimento semplice e veloce senza la necessità di effettuare impegnative campagne sperimentali. Per ricavare le informazioni necessarie alla caratterizzazione di questi sistemi si è scelto di condurre quindi un'analisi numerica, che noto il caso applicativo (sistema fisicamente realizzato) ne conducesse una simulazione. La simulazione è stata realizzata con un apposito script implementato con MATLAB, un ambiente dedicato al calcolo matriciale e alle analisi statistiche; applicando il metodo Montecarlo (paragrafo 2.5), ripetizione stocastica di un fenomeno, si genera un insieme di casi non ripetibili dello stesso, definendo il fenomeno simulato, da un punto di vista statistico. Effettuate un numero sufficiente simulazioni del fenomeno, in questo caso misurazioni di posizioni nello spazio tridimensionale, è possibile procedere all'analisi statistica dei dati in output.

4.2 Fase operativa

Dopo aver sviluppato l'applicativo per la simulazione del sistema, sono stati ricavati, attraverso la taratura di un caso reale, i parametri di set up di un possibile caso di analisi.

La taratura è stata effettuata attraverso il metodo di Zhang e consiste nella determinazione dei parametri del sistema che permettono di risolvere le equazioni prospettiche della triangolazione. Il passo successivo è stato quello di generare un volume di dati dedicato al sistema considerato. Le coordinate

dei punti costituenti il volume di dati, inizialmente tridimensionali, verranno proiettate sui sensori delle due telecamere per ricavarne le coordinate in pixel nei sistemi di riferimento immagine, destro e sinistro. Sovrapponendo del rumore adeguatamente modulato, si va a simulare l'incertezza della stima di uno o più parametri e/o delle posizioni dei punti sui sensori, triangolando in seguito le nuove coordinate immagine attraverso i nuovi parametri rumorosi, si otterranno proiezioni deviate rispetto alle posizioni originarie.

L'analisi delle discrepanze tra i punti triangolati e quelli originari fornirà una valutazione dell'errore di misura legata all'incertezza della stima dei parametri del sistema. Il procedimento è brevemente riassunto dallo schema a blocchi riportato in figura 4.1 dove il flusso rappresenta il percorso effettuato dagli input e output dei singoli step [blocchi] del modello numerico.

Ovviamente il modello è di carattere puramente generale e può essere applicato a qualsiasi tipo di sistema stereoscopico, in qualsiasi set-up predisposto. Le ipotesi di applicazione del modello, sono state verificate e verranno espone passo passo con l'esposizione del modello stesso.

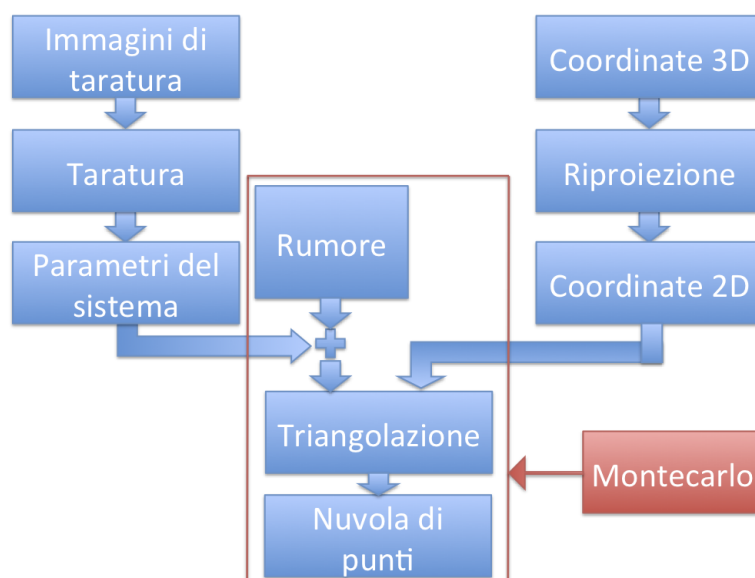


Figura 4.1: Schema a blocchi

Di seguito si riportano le fasi principali della simulazione:

1. Taratura del sistema di misura
2. Generazione della nuvola di punti
3. Proiezione prospettica dei punti sui sensori delle telecamere

4. Metodo Montecarlo:
 - (a) Generazione e applicazione del rumore
 - (b) Triangolazione dei punti con i nuovi parametri del sistema
 - (c) Valutazione della discrepanza
5. Analisi dell'errore di misura risultante dall'applicazione del rumore
6. Valutazioni e considerazioni finali

4.2.1 Taratura del sistema di misura

La taratura come già detto è un procedimento che permette la definizione delle caratteristiche metrologiche di uno strumento di misura.

Attraverso questa operazione si definiscono i parametri estrinseci, descrittivi della disposizione relativa delle telecamere e i parametri intrinseci propri dei due dispositivi di visione, che completano le condizioni notevoli di proiezione del sistema e quindi le equazioni di triangolazione.

Sia quindi \mathbf{P} il vettore contenente i valori dei parametri del sistema definito come valori centrali(\mathbf{P}_0) e deviazione standard associata(σ_P).

Previa la predisposizione del sistema stereoscopico, si effettua un numero sufficiente di acquisizioni di un apposito target, si individuano i punti noti nelle immagini acquisite e imponendo le distanze relative tra i punti noti così individuati nelle equazioni di triangolazione si ricava \mathbf{P} attraverso una soluzione ai minimi quadrati:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 \pm \sigma_P \quad (4.1)$$

con \mathbf{P}_0 vettore dei valori centrali definito come:

$$\mathbf{P}_0 = (\mathbf{f}_{cR0}; \mathbf{CC}_{R0}; \mathbf{kc}_{R0}; \mathbf{alpha}_{cR0}; \mathbf{fc}_{L0}; \mathbf{CC}_{L0}; \mathbf{kc}_{L0}; \mathbf{alpha}_{cL0}; \mathbf{T}_0; \mathbf{om}_0) \quad (4.2)$$

e le relative σ_P :

$$\sigma_P = (\sigma_{\mathbf{f}_{cR}}; \sigma_{\mathbf{CC}_R}; \sigma_{\mathbf{kc}_R}; \sigma_{\mathbf{alpha}_{cR}}; \sigma_{\mathbf{f}_{cL}}; \sigma_{\mathbf{CC}_L}; \sigma_{\mathbf{kc}_L}; \sigma_{\mathbf{alpha}_{cL}}; \sigma_{\mathbf{T}}; \sigma_{\mathbf{om}}) \quad (4.3)$$

Per la descrizione approfondita di ogni singolo parametro si veda il paragrafo [2.4.2](#).

Ricavare questi parametri permette di svolgere tutte le operazioni necessarie alla simulazione del sistema attraverso il modello numerico implementato:

1. Operazione di proiezione, che consente di calcolare le coordinate immagine per la singola telecamera a partire dalle coordinate nel sistema di riferimento globale.
2. Operazione di triangolazione, attraverso la quale si calcolano le coordinate nel sistema di riferimento globale a partire dalle coordinate immagine dei punti sui sensori delle due telecamere.

Assumendo il corretto funzionamento del metodo di taratura, è possibile inoltre supporre che i parametri del sistema abbiano una distribuzione di probabilità gaussiana con media pari al valore centrale e σ pari all'incertezza di stima, questa considerazione sta alla base dell'applicazione del metodo Montecarlo per la simulazione e descrizione statistica del sistema reale.

4.2.2 Generazione della nuvola di punti

Un modello numerico volto all'analisi della propagazione dell'incertezza di misura dei sistemi stereoscopici, deve poter analizzare in ogni punto del campo inquadrato l'errore di misura, risulta quindi fondamentale stimare le dimensioni di tale volume di lavoro e la sua disposizione rispetto al sistema di riferimento delle misurazioni, in modo da ottimizzarne il riempimento con i dati per la simulazione del sistema.

Un altro importante aspetto è la densità volumetrica dei dati, che determina la continuità spaziale dell'analisi condotta, il limite al numero di punti per unità di volume è fissato dalla necessità di trovare un compromesso tra il dettaglio dell'analisi e il costo computazionale della simulazione.

Nel caso lo si ritenga opportuno, è possibile imporre all'insieme di dati per la simulazione, densità differenti per differenti direzioni oppure modificare la densità in particolari porzioni del volume.

Ovviamente aumentare la densità dei punti nel volume comporterà un aumento dei costi computazionali della simulazione.

Per creare un insieme di punti congruente con le condizioni operative del sistema di misura, si è scelto dunque di centrarlo all'incrocio degli assi ottici delle due telecamere, tipicamente centro del volume di lavoro di tali sistemi.

Inoltre note le dimensioni dei sensori delle telecamere e le lunghezze focali delle ottiche si calcola la dimensione del campo inquadrato, condizione limite da non eccedere per la generazione della nuvola di punti, garantendo quindi di simulare esclusivamente la misurazione di punti effettivamente visibili al sistema di misura, infatti dal punto di vista numerico sarebbe possibile misurare la posizione di punti non inquadrati.

In realtà nel caso di un sistema reale, le direttrici delle focali delle due telecamere non giacciono esattamente sullo stesso piano e risulta quindi im-

possibile a meno di alcune ipotesi la definizione di direzioni notevoli (x_b, y_b, z_b) per l'analisi dell'errore di misura, non che un perfetto centraggio del volume di dati della simulazione rispetto alle direttrici delle focali.

Le rotazioni della telecamera destra intorno agli assi x_g e z_g sono state considerate nulle in quanto di ordini di grandezza inferiori rispetto a quella intorno all'asse y_g ; grazie a questa assunzione è stato possibile individuare un piano medio (il piano x_g-z_g) sul quale creare un insieme preliminare di punti da estendere in modo simmetrico in direzione y_g .

Per la definizione delle direzioni notevoli e per la generazione del volume dedicato, si è quindi ipotizzato che le focali giacessero sul piano x_g-z_g , essendo l'angolazione principale contenuta in questo piano.

L'insieme di punti è stato inizialmente generato come un pattern rettangolare centrato nell'origine del sistema di riferimento globale (figura 4.3, step 1), coincidente con quello della telecamera sinistra, con i lati paralleli rispettivamente agli assi x_g e z_g e predimensionato con ampiezza coerente alle dimensioni del campo inquadrato.

Ora, nota la posizione del sistema di riferimento della telecamera destra in tale piano grazie alle ipotesi precedenti, è possibile individuare la baseline in termini di modulo b e orientazione planare β .

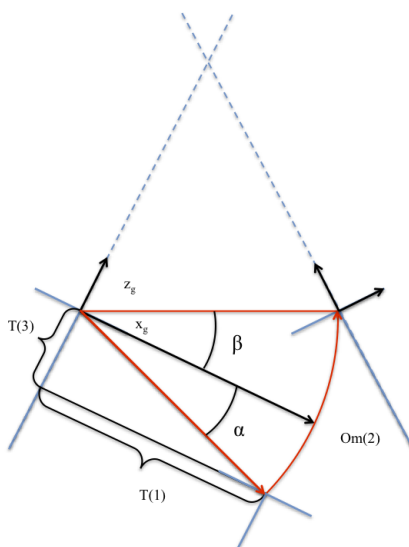


Figura 4.2: Angoli α, β e componenti di \mathbf{T} nel piano x_g-z_g

Con α l'angolo tra il vettore di componenti $\mathbf{T}(1)$, $\mathbf{T}(3)$ e l'asse x_g :

$$\alpha = \frac{\arccos(\mathbf{T}(2))}{\|\mathbf{T}\|} \quad (4.4)$$

E β l'angolo tra il vettore che individua la posizione finale della telecamera destra e l'asse x_g :

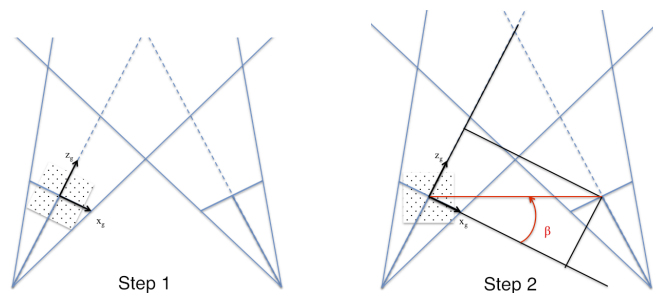
$$\beta = \mathbf{om}(2) - \alpha \quad (4.5)$$

Il pattern rettangolare precedentemente generato viene ruotato dell'angolo β che esprime la rotazione intorno all'asse y_g , viene poi traslato all'incrocio degli assi ottici delle due telecamere e infine si estende in modo simmetrico il pattern rettangolare in direzione y_g creando un volume di punti.

Infine si effettua una verifica con le dimensioni del campo inquadrato dalle due telecamere per assicurarsi che il volume di dati generato non ecceda le condizioni di validità del modello, in questa fase si introduce un'ulteriore traslazione in direzione z_b in modo da ottimizzare il riempimento del campo inquadrato.

Per maggiore chiarezza si riportano in figura 4.3 degli schemi geometrici per richiamare le operazioni sopra descritte:

- Primo step: pre-dimensionamento della nuvola di punti nel sistema di riferimento della telecamera sinistra coincidente con quello globale
- Secondo step: rotazione antioraria dell'insieme di punti dell'angolo beta compreso tra l'asse x_g e la baseline
- Terzo step: spostamento del centro dell'insieme di punti in direzione z_g fino all'incrocio degli assi ottici
- Quarto step: dimensionamento in x_g - y_g - z_g
- Quinto step: traslazione finale per rientrare nel campo inquadrato



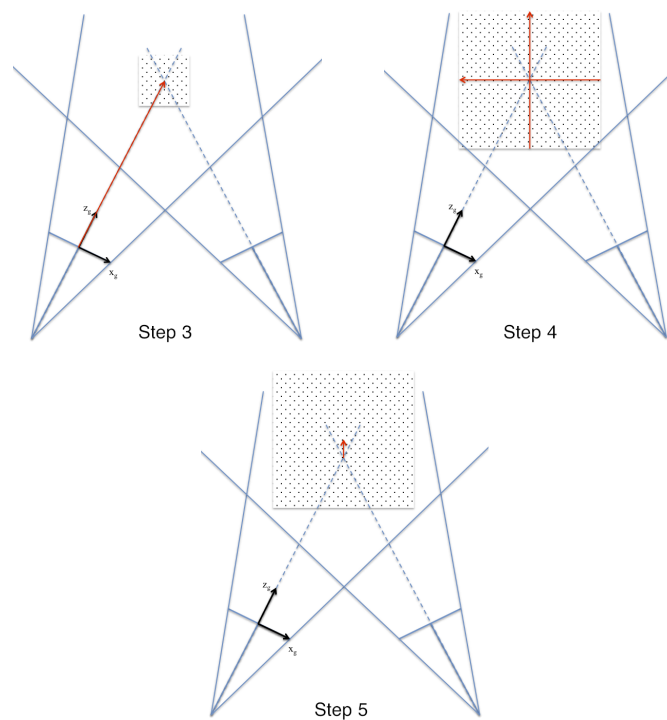


Figura 4.3: Step effettuati per il dimensionamento e posizionamento della nuvola di punti

4.2.3 Proiezione ideale dei punti generati

Il passo successivo alla generazione del volume di dati è la proiezione di tali punti sui sensori che va a determinarne le coordinate immagine rispetto alla telecamera destra e sinistra di tutti i punti contenuti nel volume precedentemente generato.

Le proiezioni vengono effettuate in modo ideale ovvero considerando i valori medi restituiti dall'operazione di taratura come gli esatti parametri del sistema, questo significa che triangolando le coordinate immagine così ottenute con i medesimi parametri si riottenrebbero le esatte posizioni dei punti precedentemente dati in input.

Questa assunzione è propedeutica alla simulazione, in quanto le proiezioni ideali dei punti sui sensori e i valori centrali dei parametri del sistema assunti come esatti costituiscono l'input alla simulazione Montecarlo, l'operazione di proiezione 2D sui sensori viene quindi effettuata una sola volta a monte della simulazione.

I valori restituiti da questa operazione sono dunque le coordinate immagine ideali, espresse in pixel, di tutti i punti costituenti la nuvola proiettati

sui sensori della telecamera destra e sinistra.

Si definiscono i vettori \mathbf{Xp}_L e \mathbf{Xp}_R che contengono rispettivamente le coordinate immagine per la telecamera sinistra $(u_L;v_L)$ e destra $(u_R;v_R)$, nei rispettivi sistemi di riferimento ed espresse in pixel.

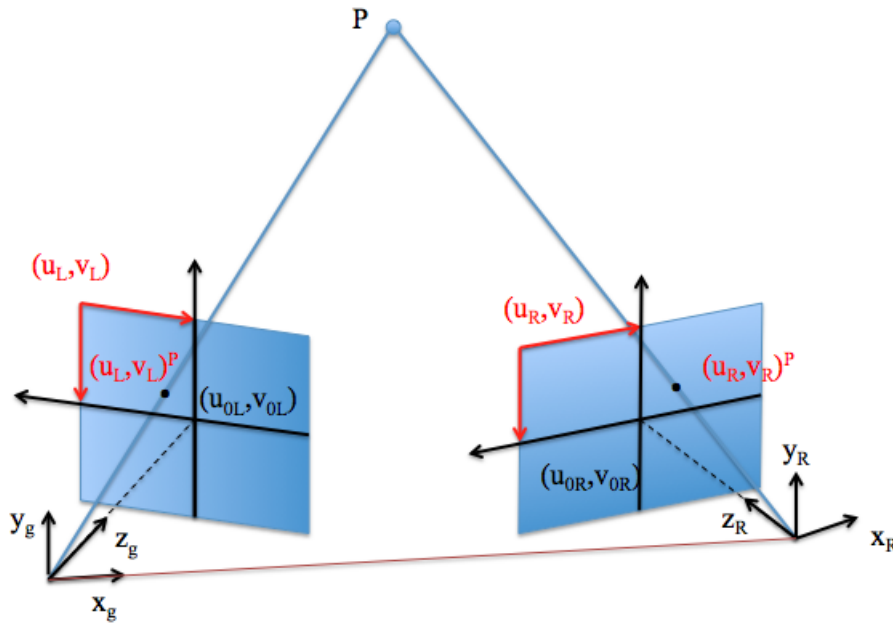


Figura 4.4: Proiezione ideale

4.2.4 Applicazione del Metodo Montecarlo

Noto \mathbf{P} e assunti i valori centrali delle relative distribuzioni come i parametri esatti del modello matematico ideale del sistema stereoscopico, note le posizioni 3D ideali dalle operazioni di generazione della nuvola di punti e le coordinate immagine 2D dalla proiezione degli stessi, è possibile procedere con la simulazione Montecarlo del sistema di misura.

Nel caso ideale, ovvero di sistema determinato da parametri presi come valore centrale delle relative distribuzioni, il procedimento di triangolazione delle coordinate immagine restituisce le medesime coordinate della nuvola di punti iniziale.

L'idea è quella di supporre che il sistema ideale generato dal modello numerico introdotto fin ora, assuma le caratteristiche di un sistema reale, questo comporta che la stima dei parametri che descrivono il sistema di misura non sia esatta, ma affetta essa stessa da incertezza di misura.

Nel caso della simulazione di un sistema reale si impone quindi del rumore su uno o più parametri caratteristici del sistema; effettuando successivamen-

te la triangolazione delle coordinate immagine ideali, si otterrà una nuova nuvola di punti, le cui coordinate si discosteranno da quelle iniziali. Questa operazione viene effettuata per un numero sufficiente di iterazioni come previsto dal metodo montecarlo, in questo caso 10000, imponendo ad ogni ciclo un diverso valore del rumore sovrapposto, modulato grazie all'extrapolazione casuale di valori dalla relativa distribuzione.

L'entità e gli andamenti delle discrepanze tra le coordinate iniziali e le corrispondenti triangolate dipenderanno quindi dall'ampiezza del rumore e dalla combinazione di parametri su cui è applicato.

Ad esempio, se si volesse determinare l'andamento risultante da un errore di stima della \mathbf{fc}_R si valuterà la discrepanza tra la nuvola iniziale e quella ottenuta dalla triangolazione con rumore imposto su questo parametro.

Ripetendo l'operazione sopra descritta per un numero sufficiente di realizzazioni e siano quest'ultime generate assegnando in modo adeguato l'errore, si disporrà al termine delle simulazioni di un insieme di discrepanze correlate alla distribuzione associata al parametro in esame e quindi alla sua incertezza di stima.

Generazione e applicazione del rumore

Nell'applicativo per la simulazione Montecarlo del sistema di visione, la prima parte è dedicata alla generazione del rumore da sovrapporre ai parametri.

In questo elaborato sono stati analizzati tutti i casi di rumore imposto su i singoli parametri e il caso reale di tutti i parametri rumorosi, inoltre sono state analizzate alcune combinazioni di parametri particolarmente significative.

Per la generazione del rumore da applicare è stato necessario definire la distribuzione assunta da ogni parametro, per farlo sono stati utilizzati i valori forniti in output dalla taratura che restituisce l'errore di stima del parametro come 3σ , noto che la distribuzione è gaussiana standard per tutti i parametri.

Ad ogni i -esima iterazione, il rumore viene applicato in termini di somma al valore medio del relativo parametro, noti \mathbf{P}_0 e σ_P . Sia randn il generico valore casualmente estrapolato dalla distribuzione gaussiana standardizzata, il rumore all'iterazione i -esima err_i è definito come:

$$\text{err}_i(\mathbf{P}_0(\mathbf{n})) = \text{randn}_i * p(k) * \sigma_{\mathbf{P}(\mathbf{n})} \quad (4.6)$$

Dove $\sigma_{\mathbf{P}(\mathbf{n})}$ è il valore di deviazione standard per il parametro n -esimo ottenuto dalla taratura e definisce l'ampiezza nominale della distribuzione imposta e $p(k)$ rappresenta il fattore di scala utilizzato per imporre i diversi

livelli di rumore, in modo da analizzare gli andamenti e i valori ottenuti al variare dell'ampiezza della distribuzione del rumore imposto.

Il valore del parametro all' i -esima iterazione $\mathbf{P}_i(\mathbf{n})$, affetto da rumore sarà quindi calcolato come:

$$\mathbf{P}_i(\mathbf{n}) = \mathbf{P}_0(\mathbf{n}) + \mathbf{err}_i(\mathbf{P}_0(\mathbf{n})) \quad (4.7)$$

Nonostante in tutti i casi analizzati il rumore sia stato sovrapposto attraverso un'operazione di somma, è stato necessario adottare alcuni accorgimenti nei casi in cui i parametri forniti in output dall'operazione di taratura non corrispondessero direttamente alle grandezze notevoli del sistema.

Di seguito si elencano le metodologie con cui si è definito il disturbo caso per caso:

- \mathbf{fc}_L e \mathbf{fc}_R : il peso viene applicato in modo analogo sulle due componenti che lo descrivono, l'ampiezza è definita dalle componenti del vettore σ_{fc} contenente i relativi valori di deviazione standard

$$\mathbf{fc}_n = \begin{bmatrix} fc_{nu} \\ fc_{nv} \end{bmatrix} + [randn, randn] \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{fc_{nu}} \\ \sigma_{fc_{nv}} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

- \mathbf{CC}_L e \mathbf{CC}_R : come nel caso della focale

$$\mathbf{CC}_n = \begin{bmatrix} CC_{nu} \\ CC_{nv} \end{bmatrix} + [randn, randn] \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{CC_{nu}} \\ \sigma_{CC_{nv}} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

- \mathbf{kc}_L e \mathbf{kc}_R : il rumore viene applicato sulle sole componenti la cui incertezza di stima risulta essere inferiore di almeno un ordine di grandezza rispetto al relativo valore e le restanti componenti vengono poste uguali a zero in quanto la loro stima non può essere considerata affidabile.

$$\mathbf{kc}_n = \begin{bmatrix} kc_{nr1} \\ kc_{nr2} \\ kc_{nt1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + [randn, randn, randn, randn, randn] \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{kc_{nr1}} \\ \sigma_{kc_{nr2}} \\ \sigma_{kc_{nt1}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

- **T** e **om** : in questo caso la trattazione risulta essere più complessa rispetto ai casi precedenti in quanto i parametri forniti dalla taratura, come già analizzato nel paragrafo 2.4.2, pur descrivendo la mutua disposizione delle telecamere non sono i parametri d'interesse sui quali si vuole agire: la baseline e l'angolazione degli assi ottici. In particolare modificando direttamente **T** e **om** si andrebbero invece a variare i parametri della rototraslazione.

Errore sulla **b** :

T è espressa nel sistema di riferimento della telecamera sinistra e non contiene direttamente il valore della baseline, parametro notevole del sistema. Si nota che la componente lungo la direzione y_g della matrice $\mathbf{T}(\mathbf{T}(2))$ risulta trascurabile rispetto alle due restanti, di conseguenza la baseline è stata calcolata con ottima approssimazione nel piano x_g - z_g (figura 4.2) come :

$$b = \sqrt{(\mathbf{T}(1)^2 + \mathbf{T}(3)^2)} \quad (4.11)$$

Per non modificare l'orientazione di **b** rispetto agli assi del sistema di riferimento globale è necessario applicare il rumore in maniera proporzionale su **T**(1) e **T**(3), in quanto rappresentano le due proiezioni sugli assi della baseline stessa, infatti una sovrapposizione del rumore non proporzionale alle due componenti di **T** si traduce anche in una rotazione della baseline e non solo in una variazione della sua lunghezza.

Il rumore è stato quindi sovrapposto come segue:

$$\mathbf{err}_i(\mathbf{T}(1)) = \sigma_T(1) * randn_i \quad (4.12)$$

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} + \mathbf{err}_i(\mathbf{T}(1)) \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \tan(\alpha) \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

In questo modo la baseline, a seguito della rototraslazione, mantiene quindi un angolo pari ad β rispetto a x_g .

Errore sulla rotazione **om**:

Per l'applicazione del rumore sulle rotazioni relative dei due sistemi di riferimento immagine, bisogna fare attenzione all'ordine in cui le operazioni di rototraslazione vengono eseguite nel codice.

In funzione del fatto che la prima operazione è la traslazione del sistema di riferimento destro, se il rumore dovesse essere sovrapposto sulla rotazione senza alcun accorgimento andremmo a variare l'angolo β e quindi non solo l'angolazione dell'asse ottico ma anche la mutua disposizione finale delle telecamere.

Per comprendere meglio il problema, in figura 4.5 viene rappresentato il caso in cui si sovrapponga del rumore alla rotazione intorno all'asse y_g ; come si può notare si ottiene un doppio effetto:

1. La rotazione dell'asse ottico della telecamera destra
2. Una traslazione lungo un'arco della circonferenza di raggio baseline del sistema di riferimento destro

Il secondo effetto non permette di analizzare l'errore di misura dato dalla sola rotazione dell'asse ottico, al fine di evitarlo vengono modificate le componenti del vettore di traslazione iniziale \mathbf{T} prima di effettuare la rotazione, in modo da spostare il sistema di riferimento destro lungo la circonferenza descritta da b , in senso orario o antiorario in funzione del segno di $\text{dom}(2)$:

- $\text{dom}(2) > 0$ rotazione oraria
- $\text{dom}(2) < 0$ rotazione antioraria

Così facendo la posizione finale dell'origine del sistema di riferimento destro risulterà invariata mentre l'angolazione dell'asse ottico della telecamera, sarà correttamente sfalsato della quantità imposta $\text{dom}(2)$, come risulta evidente dalla figura 4.6.

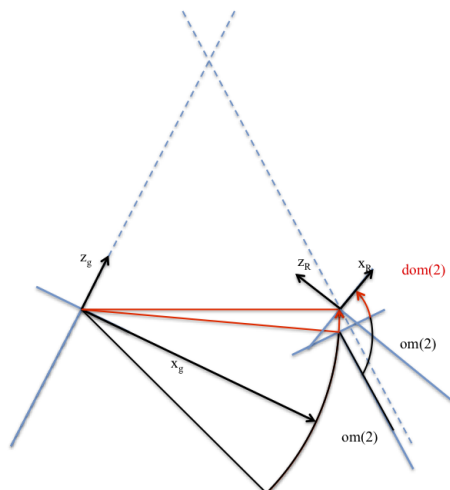


Figura 4.5: Rototraslazione del sistema di riferimento errata

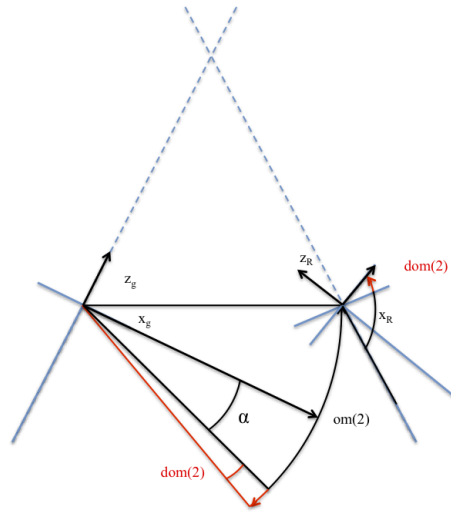


Figura 4.6: Rototraslazione del sistema di riferimento corretta

Il rumore viene quindi imposto come segue:

$$\mathbf{err}_i(\mathbf{om}(2)) = \sigma_{om}(2) * randn_i \quad (4.14)$$

$$\mathbf{om}_i = \begin{bmatrix} om_1 \\ om_2 \\ om_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{err}_i(\mathbf{om}(2)) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} -b * \cos(\alpha + \mathbf{err}_i(\mathbf{om}(2))) \\ T_y \\ b * \sin(\alpha + \mathbf{err}_i(\mathbf{om}(2))) \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

- X_{pL} e X_{pR} : l'errore imposto sulle coordinate immagine fa eccezione, infatti il relativo valore della deviazione standard non viene restituito dal procedimento di taratura. In questo caso si sono quindi imposti dei valori di ampiezza ritenuti adeguati in base all'esperienza pregressa.

Oltre ai casi di singoli parametri con rumore, sono stati analizzate alcune combinazioni notevoli di parametri:

1. Rumore sulle due focali
2. Rumore sulle coordinate pixel di entrambi i sensori

3. Rumore sulle coordinate di entrambi i centri ottici

4. Rumore su tutti i parametri

Si riporta di seguito una tabella riassuntiva per i livelli di rumore riportati in termini percentuali forniti dalla taratura e utilizzati nella simulazione.

Par.	Val. iniziale		3σ	UM	p=1	p=2	p=3
fc_L	3889.01 3890.27	\pm	3.74 3.78	px_u px_v	$25\%\sigma$	$50\%\sigma$	σ
fc_R	3867.61 3868.04	\pm	3.71 3.75	px_u px_v	$25\%\sigma$	$50\%\sigma$	σ
CC_L	638.12 537.02	\pm	7.01 6.77	px_u px_v	$25\%\sigma$	$50\%\sigma$	σ
CC_R	653.38 533.53	\pm	7.21 6.75	px_u px_v	$25\%\sigma$	$50\%\sigma$	σ
T	-366.14 -3.20 58.92	\pm	0.35 0.15 1.37	[mm]	$25\%\sigma$	$50\%\sigma$	σ
om	-0.0083 0.37 0.021	\pm	0.00214 0.00245 0.0005	[rad]	$25\%\sigma$	$50\%\sigma$	σ
kc_L	0.083 -1.79 0.0034 0 0	\pm	0.018 0.631 0.00069 0 0	/	$25\%\sigma$	$50\%\sigma$	σ
kc_R	0.044 -0.91 0.0026 0 0	\pm	0.019 0.681 0.00067 0 0	/	$25\%\sigma$	$50\%\sigma$	σ
X_{pL}	/	/	/	px_u px_v	$\frac{1}{12}$ px	$\frac{1}{6}$ px	$\frac{1}{3}$ px
X_{pR}	/	/	/	px_u px_v	$\frac{1}{12}$ px	$\frac{1}{6}$ px	$\frac{1}{3}$ px

Tabella 4.1: Tabella dei valori iniziali dei parametri e dei relativi livelli di peso

Con px=pixel.

Triangolazione dei punti con i nuovi parametri del sistema

A questo punto, noto come avviene la sovrapposizione e modulazione del rumore su ogni parametro e le diverse combinazioni di casi analizzati, si entra nel merito dell'aspetto di simulazione con metodo Montecarlo.

L'output della simulazione ad ogni ciclo consiste in una matrice contenente le coordinate nel sistema di riferimento globale dei punti triangolati con parametri rumorosi. In seguito, per maggiore semplicità di trattazione, la generica combinazione di parametri e livello di peso ($\sigma_{P(n)}/4$; $\sigma_{P(n)}/2$; $\sigma_{P(n)}$) si indicherà con caso.

Per ogni caso analizzato, l'applicativo genera ad ognuna delle k iterazioni una matrice di punti deviati, dove k-esimi sono i randn estrapolati casualmente per generare il rumore sui parametri "accesi", si otterranno dunque k nuvole di punti per ogni parametro ad ogni livello di peso.

Riassumendo si avranno:

- c casi
- p livelli di rumore
- k iterazioni per caso

Ottenendo in totale $m=c \cdot p \cdot k$ matrici contenenti le nuvole di punti deviati.

A conclusione delle simulazioni, avremo in definitiva k realizzazioni del fenomeno per ogni caso. Siccome le coordinate calcolate sono espresse nel sistema di riferimento della telecamera sinistra è infine necessario operare un cambiamento del sistema di riferimento al fine di calcolare le discrepanze rispetto alle coordinate esatte in un sistema di riferimento notevole per l'analisi dei risultati, in particolare per ottenere il nuovo sistema di riferimento si applica una rotazione intorno all'asse y in modo che l'asse z sia perpendicolare alla baseline e si trasla in modo che l'origine coincida con la mezzeria della stessa.

Ora si dispone degli elementi necessari alla determinazione dell'incertezza di misura del sistema simulato nel volume di lavoro.

Calcolo della dell'incertezza di misura

Calcolate le matrici di discrepanza per ogni iterazione come differenza nelle tre direzioni tra i punti triangolati e i punti costituenti la nuvola iniziale, è possibile ottenere la deviazione standard puntuale nelle tre direzioni per ogni caso e livello di rumore.

Si definiscono:

1. Le tre matrici contenenti i valori di discrepanza separatamente per le tre direzioni relativamente al singolo caso:

$$\mathbf{D}_j = \begin{bmatrix} D_{1,1} & \dots & D_{1,k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{N_punti,1} & \dots & D_{N_punti,k} \end{bmatrix}_j \quad j = x, y, z \quad (4.17)$$

2. La matrice contenente le coordinate esatte dei punti:

$$\mathbf{Pt}_0 = \begin{bmatrix} x_1 & \dots & x_{N_punti} \\ y_1 & \dots & y_{N_punti} \\ z_1 & \dots & z_{N_punti} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Analogamente le matrici \mathbf{Pt}_i , contenenti le coordinate triangolate ad ogni iterazione.

3. La matrici delle discrepanze:

$$\mathbf{D}_i = \mathbf{Pt}_i - \mathbf{Pt}_0 \implies \begin{bmatrix} \mathbf{D}_x \\ \mathbf{D}_y \\ \mathbf{D}_z \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{Pt}_x \\ \mathbf{Pt}_y \\ \mathbf{Pt}_z \end{bmatrix}_i - \begin{bmatrix} \mathbf{Pt}_x \\ \mathbf{Pt}_y \\ \mathbf{Pt}_z \end{bmatrix}_0 \quad i = 1, \dots, k \quad (4.19)$$

$$\mathbf{D} = [\mathbf{D}_1 \dots \mathbf{D}_k] \quad (4.20)$$

Dove:

- \mathbf{D}_k [3 x N_Punti] è la matrice contenente il valore di discrepanza nelle tre direzioni per ogni punto alla k-esima iterazione
- \mathbf{D} [3 x N_Punti x k] è la matrice contenente il valore di discrepanza nelle tre direzioni per ogni punto ad ogni iterazione

Il calcolo della deviazione standard è stato effettuato considerando la variazione della discrepanza delle coordinate di ogni punto lungo le iterazioni, si ottiene quindi una matrice [3 x N_Punti] contenente il valore calcolato nelle tre direzioni per ogni punto nel caso considerato:

$$\mathbf{Dev}_g = \begin{bmatrix} \sigma_{x,1} & \cdots & \sigma_{x,N_Punti} \\ \sigma_{y,1} & \cdots & \sigma_{y,N_Punti} \\ \sigma_{z,1} & \cdots & \sigma_{z,N_Punti} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Il procedimento si ripete per ogni caso in analisi, si otterranno quindi n matrici Dev, contenenti il valore di deviazione standard puntuale per ogni combinazione di pesi e parametri analizzati, ad eccezione dei casi relativi a rumore imposto su entrambe le rotazioni dei sensori e sulle posizioni di entrambi i sensori.

Infatti, data la coincidenza dei sistemi di riferimento globale e telecamera sinistra, applicare rumore sulla posizione e l'orientazione del sensore della telecamera sinistra significherebbe rototraslare anche la nuvola di punti, che introdurrebbe un'incertezza di misura aggiuntiva sovrapponendosi a quella dovuta all'errore di stima del parametro.

Quindi per il calcolo delle deviazioni standard di misura per i due casi sopra citati, si sono utilizzati i risultati ottenuti per rumore imposto sui medesimi parametri della telecamera destra sfruttando la simmetria del sistema. Nello specifico sono state calcolate le matrici relative a rumore imposto sui parametri interessati della telecamera sinistra a partire dai risultati ottenuti per la destra e successivamente si è ottenuto l'andamento complessivo sovrapponendo gli effetti.

Siccome entrambe le definizioni di baseline e di orientazione sono grandezze relative che esprimono la mutua disposizione dei due sensori, nel calcolo delle deviazioni standard puntuali che verranno utilizzate per la sovrapposizione degli effetti si è imposto un livello di rumore di ampiezza pari alla metà del rispettivo livello considerato per la singola telecamera.

4.2.5 Analisi dell'errore di misura risultante dall'applicazione del rumore

L'analisi dell'incertezza precedentemente calcolata, verrà esposta di caso in caso attraverso gli strumenti più adatti a facilitarne la comprensione.

Prima di effettuare l'analisi dei risultati si eseguono delle verifiche per valutare la correttezza delle simulazioni effettuate, in particolare:

1. Andamenti dell'errore di misura all'aumentare del livello di rumore e trend lineare per perturbazioni nell'intorno della condizione di lavoro:

la verifica viene eseguita attraverso il plottaggio su di un grafico del valore massimo di deviazione standard all'interno della nuvola di punti, al variare del livello di rumore per tutte le combinazioni di parametri rumorosi. L'andamento atteso è sempre lineare e monotono.

2. Andamenti spaziali della $\sigma_{x/y/z}$: gli andamenti individuati dalla simulazione sono stati confrontati graficamente con quelli attesi da un modello geometrico del sistema di misura per verificarne, in prima analisi, la coerenza.

A seguito del buon esito delle verifiche presentate è stato possibile analizzare i dati risultanti dalla simulazione, si precisa che le verifiche propedeuticamente al loro esito positivo costituiscono esse stesse delle informazioni rilevanti nell'analisi del sistema in particolare gli andamenti della σ_{max} al variare del livello di rumore considerato nel caso in analisi.

Per l'esposizione dei risultati, sono stati utilizzati i seguenti strumenti:

1. Scatter 3D:

Caso per caso si mostra l'andamento della deviazione nelle varie direzioni attraverso la rappresentazione tridimensionale della nuvola di punti e associando ad ogni punto della stessa una colorazione legata al valore di deviazione standard puntuale corrispondente. Questo tipo di rappresentazione permette una prima analisi degli andamenti nelle tre direzioni, si riporta a titolo di esempio la figura 4.7.

2. Scatter piano

Analogo alla rappresentazione 1 ma con la differenza che si considerano solo i punti contenuti in un determinato piano, in modo da analizzare nello specifico l'andamento in quest'ultimo e di visionare con maggiore chiarezza gli andamenti all'interno del volume. Questa rappresentazione è particolarmente funzionale nel caso in cui il valore o anche solo l'andamento della deviazione standard non vari in almeno una delle tre direzioni (figura 4.8).

3. Mesh

Rappresentazione tridimensionale dell'andamento della deviazione nel piano, in cui i punti vengono interpolati a formare una superficie meshata. Il valore della deviazione standard è rappresentato dall'altezza del grafico nella terza dimensione e dal colore assunto dallo stesso. Questa rappresentazione permette una visualizzazione molto chiara dell'andamento nel piano, soprattutto in presenza di forti gradienti, come ad esempio nel caso di rumore imposto sulle aberrazioni ottiche (figura

4.9). Inoltre è immediato individuare zone o fasce “iso- σ ”, ossia zone caratterizzate dal medesimo valore di deviazione standard.

4. Curve di tendenza ricavate dagli andamenti nel piano analizzato (figura 4.10), anche in questo caso sottolineano le tendenze generali.

5. Plot

Questa rappresentazione permette di visualizzare l'andamento del valore massimo di σ al variare del livello di peso e risulta particolarmente adatta a confrontare l'effetto dei parametri analizzati (figura 4.11).

In questo paragrafo sono stati riportati dei grafici esclusivamente a titolo di esempio, per la discussione completa e dettagliata si rimanda al capitolo 5.

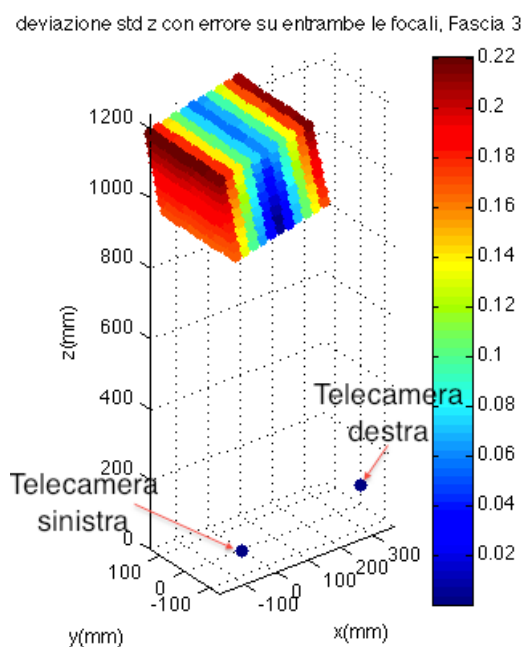


Figura 4.7: Andamento nel volume di σ_z con rumore imposto su entrambe le focali, terzo livello di peso

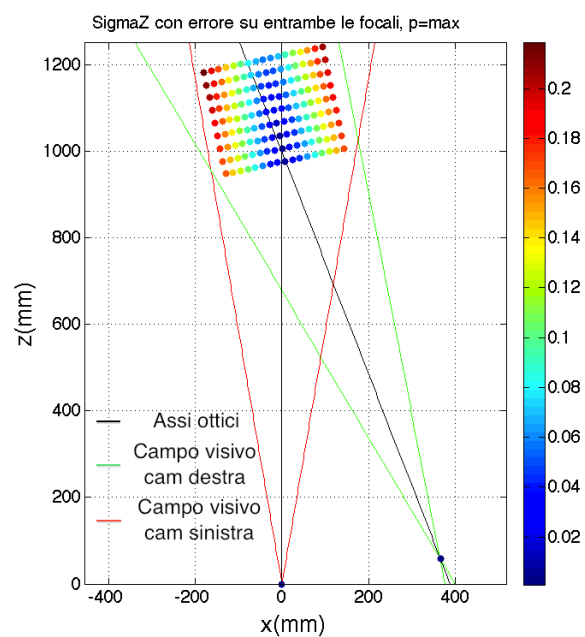


Figura 4.8: Andamento nel piano di σ_z con rumore imposto su entrambe le focali, terzo livello di peso

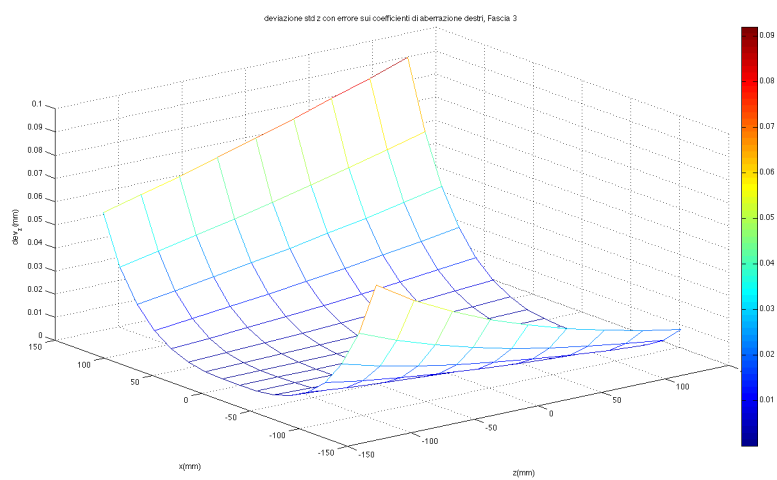


Figura 4.9: Mesh dell'andamento di σ_z nel piano con rumore imposto su entrambe le focali, terzo livello di peso

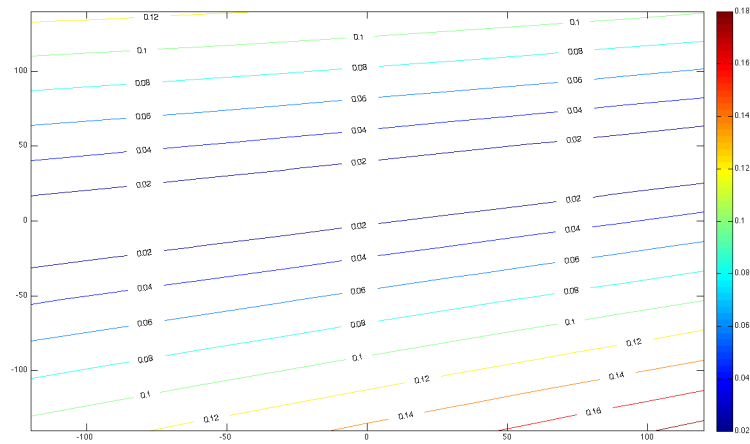


Figura 4.10: Curve di tendenza dell'andamento di σ_z nel piano con rumore imposto su fc_L , terzo livello di peso

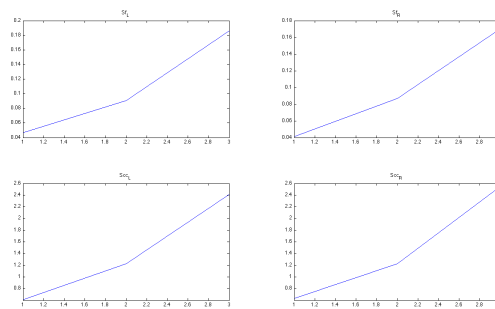


Figura 4.11: Esempio di andamento di $\sigma_{z,max}$ al variare del livello di peso

Capitolo 5

Risultati della simulazione numerica

5.1 Introduzione

In questo capitolo si espongono i risultati ottenuti tramite l'analisi statistica dei valori di discrepanza calcolati per ogni punto in tutti i casi analizzati.

Come sottolineato in precedenza nel capitolo 4, i risultati sono disponibili in termini di discrepanza e di deviazione standard della misura, separatamente per le tre direzioni x_b, y_b, z_b nel volume di lavoro simulato.

In particolare si analizzerà la deviazione standard puntuale, all'interno del volume di lavoro in termini di andamenti e di valori massimi riscontrati.

Infine verrà esposto il confronto tra i risultati ottenuti dalle prove sperimentali e quelli previsti dal modello numerico.

5.2 Modello geometrico

Prima di analizzare i risultati ottenuti si introduce brevemente una formulazione geometrica del sistema di misura, basata sui concetti di triangolazione e di modello pinhole camera frontale, il modello così proposto ha il solo scopo di effettuare una prima verifica degli andamenti risultanti dalla simulazione.

Per ottenere una corretta rappresentazione del sistema stereoscopico è stato utilizzato un software CAD, che attraverso la generazione di appositi vincoli consente una riproduzione adeguata del sistema e dell'errore imposto, a meno delle aberrazioni ottiche. Il controllo così effettuato verrà esposto per ogni caso in esame, inserendo una schematizzazione grafica degli andamenti attesi.

Al fine di ottenere una rappresentazione più immediata, il modello geometrico è stato disturbato con errori diversi da quelli ottenuti dalla procedura di taratura.

In figura 5.1 si riporta uno schema qualitativo del modello geometrico nel quale si evidenziano le principali grandezze di interesse.

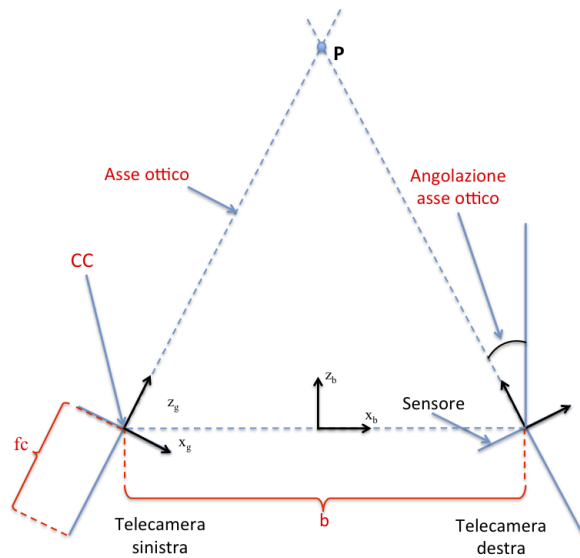


Figura 5.1: Modello geometrico

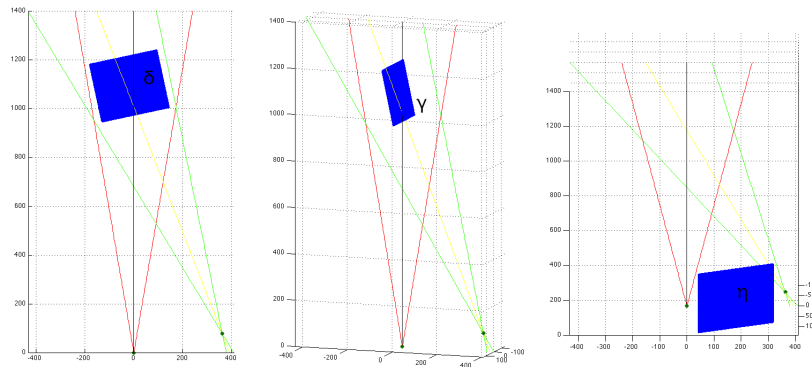
Le considerazioni derivanti dall'analisi del modello geometrico verranno esposte relativamente al piano x_b-z_b .

5.3 Andamenti

Di seguito si espongono i trend ottenuti attraverso la simulazione numerica per tutti i casi analizzati.

Per maggior chiarezza di esposizione si definiscono inoltre i tre piani (figura 5.2):

- δ' : parallelo al piano x_g-z_g e con $y_g=0$
- γ' : parallelo al piano y_b-z_b e con $x_b=0$
- η' : coincidente con il piano x_b-y_b .

Figura 5.2: Piani δ, γ, η

Rumore su una focale(fc)

Si analizza di seguito il caso di rumore imposto sulla lunghezza focale separatamente per le due telecamere:

- σ_{xb} : analizzandone l'andamento nel piano δ , si nota che il valore aumenta asimmetricamente al crescere della distanza dall'asse ottico della telecamera interessata dal rumore, in particolare, considerando il caso di rumore imposto sulla focale sinistra, l'aumento risulta maggiore all'allontanarsi dall'asse ottico verso l'estremo sinistro del piano e in direzione opposta risulti invece modesto, viceversa per il caso relativo alla telecamera destra(figura 5.3).

Si osserva inoltre che per linee parallele all'asse ottico non si riscontrano variazioni significative all'allontanarsi dal piano sensore della telecamera in esame.

Infine si nota come l'andamento sia approssimativamente costante al variare della coordinata y_b (figura 5.4).

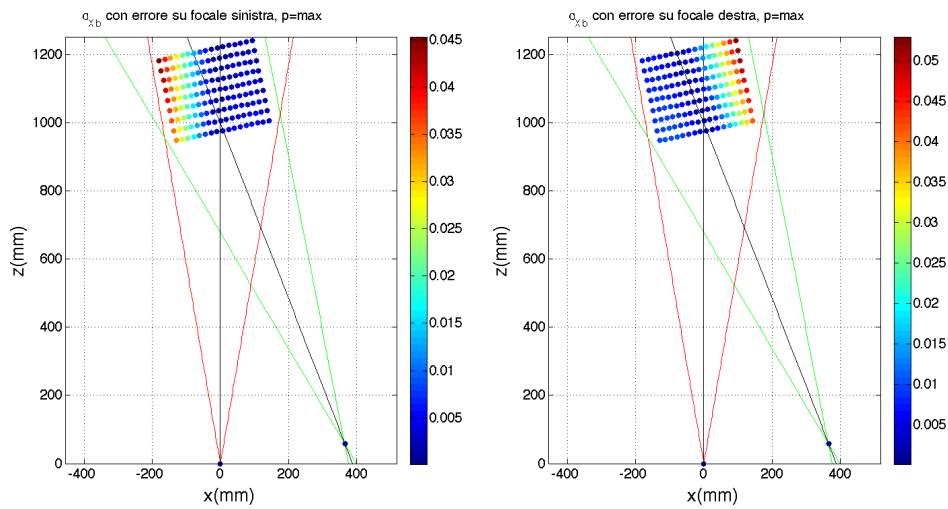


Figura 5.3: Andamento di σ_{xb} nel piano δ per rumore imposto su $fc_{L/R}$

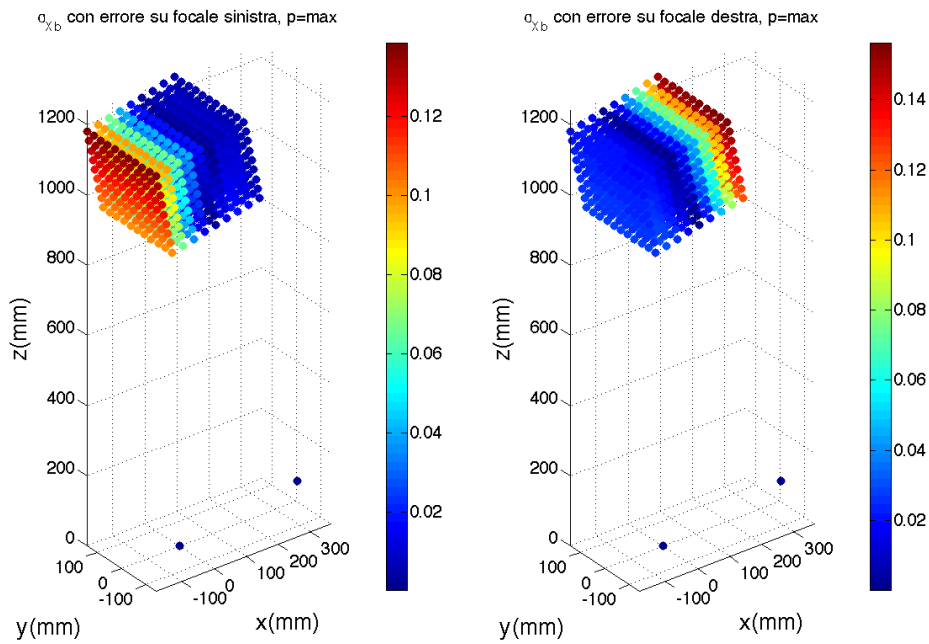


Figura 5.4: Andamento di σ_{xb} nel volume per rumore imposto su $fc_{L/R}$

- σ_{zb} : gli andamenti riscontrati sono analoghi a quelli visti per σ_{xb} , con l'unica differenza che, nel piano δ , l'aumento presente all'allontanarsi

dall'asse ottico della telecamera in esame avviene in modo simmetrico rispetto all'asse stesso.

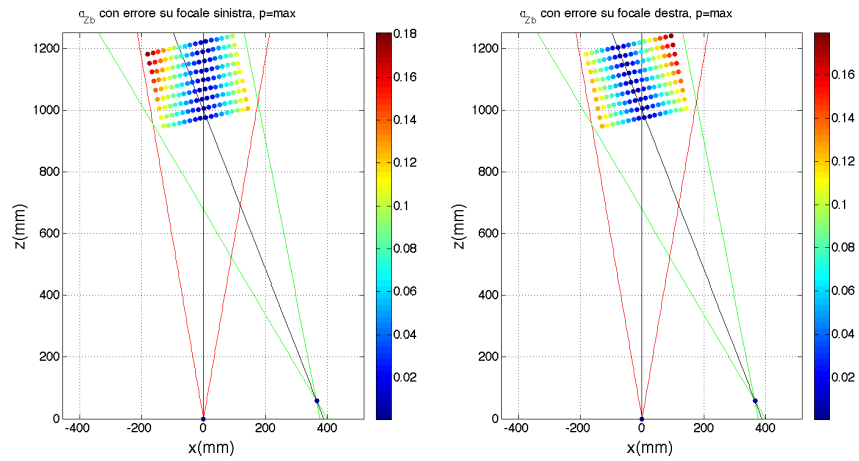


Figura 5.5: Andamento di σ_{zb} nel piano δ per rumore imposto su $f_{L/R}$

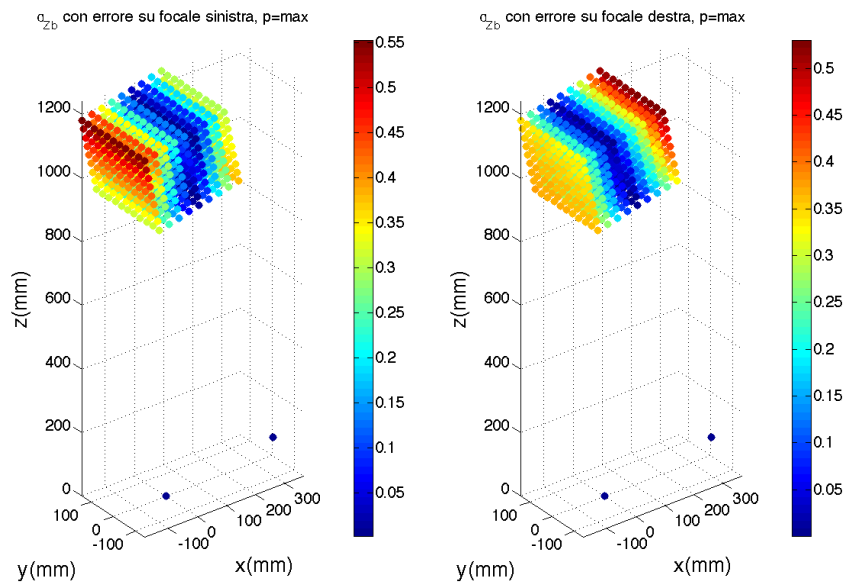


Figura 5.6: Andamento di σ_{zb} nel volume per rumore imposto su $f_{L/R}$

- σ_{yb} : si osserva che l'andamento nel piano δ e nei suoi paralleli è analogo a quanto osservato per σ_{zb} , ma a differenza della deviazione standard

nelle altre due direzioni si riscontra una forte variazione in funzione della coordinata y_b con andamento simmetrico rispetto al piano δ .

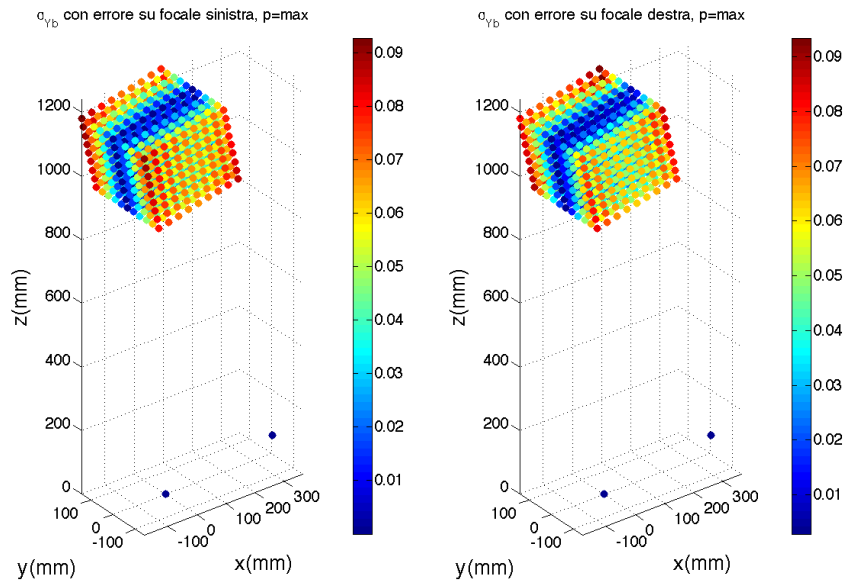


Figura 5.7: Andamento di σ_{yb} nel volume per rumore imposto su $f_{C/L/R}$

Gli andamenti riscontrati sono in accordo con quanto previsto dal modello geometrico, come è possibile notare dal seguente schema:

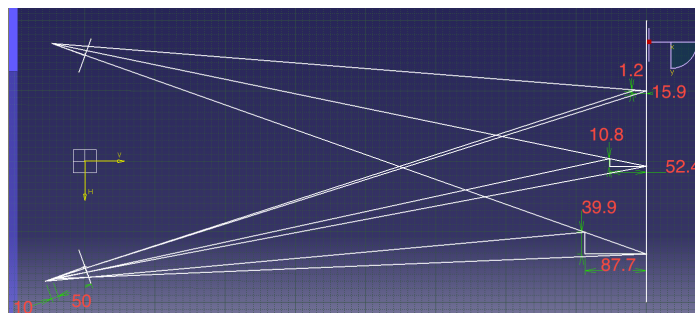


Figura 5.8: Errore dato da rumore imposto sulla lunghezza focale nel modello geometrico

Rumore su entrambe le focali(fc)

Gli andamenti nelle tre direzioni, riscontrati per rumore imposto su entrambe le focali, risultano la sovrapposizione dei rispettivi andamenti visti per rumore imposto sulle singole, nello specifico:

- σ_{zb} : si nota una simmetria rispetto al piano γ e un aumento nella direzione delle z_b crescenti, inoltre, analogamente al caso di rumore sulle singole telecamere, il valore riscontrato risulta costante al variare di y_b . La zona che presenta la minima deviazione standard si trova nei punti più vicini al sistema di misura in corrispondenza del piano γ . Il massimo gradiente si ha in direzione x_b , mentre in direzione z_b risulta modesto.
- σ_{xb} : valgono le medesime considerazioni fatte per σ_{zb}
- σ_{yb} : si ritrova la medesima simmetria vista per σ_{zb} e σ_{xb} , ma in questo caso l'andamento è indipendente dalla coordinata z_b e per quanto riguarda la direzione y_b valgono le stesse considerazioni fatte per il caso di rumore sulla singola focale

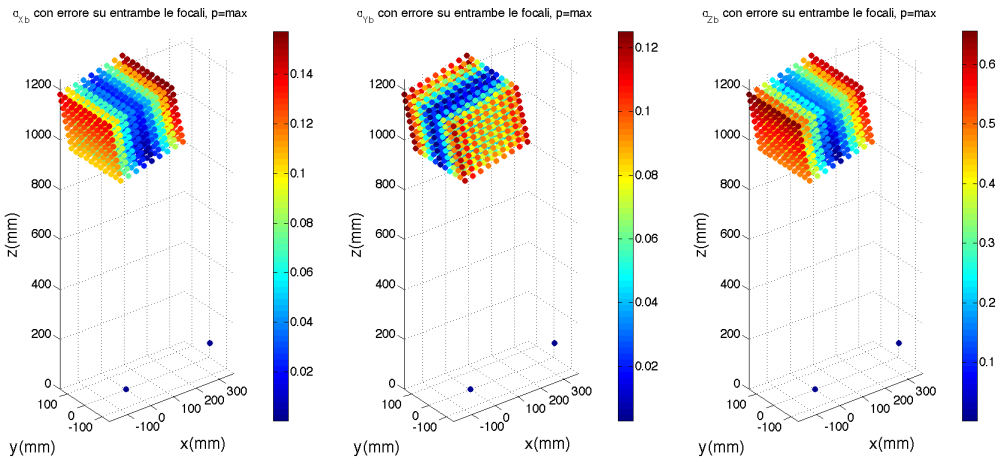


Figura 5.9: Andamento di $\sigma_{xb}, \sigma_{yb}, \sigma_{zb}$ nel volume per rumore imposto su entrambe le fc

Rumore sulle coordinate immagine (X_p) di una telecamera

- σ_{zb} : l'aumento principale si riscontra all'allontanarsi dalla telecamera interessata dal rumore per piani perpendicolari all'asse ottico della stessa, inoltre è presente un gradiente minore lungo la coordinata x_b che nel caso della sinistra è positivo in direzione delle x_b crescenti, viceversa per la destra. Non si riscontrano invece variazioni apprezzabili in direzione y_b .

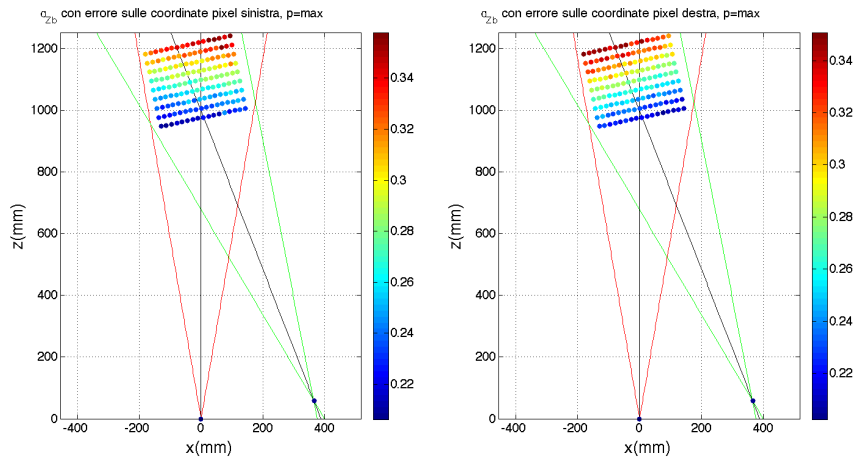


Figura 5.10: Andamento di σ_{zb} nel piano δ per rumore imposto sulle coordinate immagine

- σ_{xb} : considerando ad esempio il caso di rumore imposto sulle coordinate immagine relative alla telecamera sinistra, si riscontra un aumento in direzione delle x_b decrescenti, viceversa per il caso della destra. Anche in questo caso non si riscontrano variazioni significative in direzione y_b

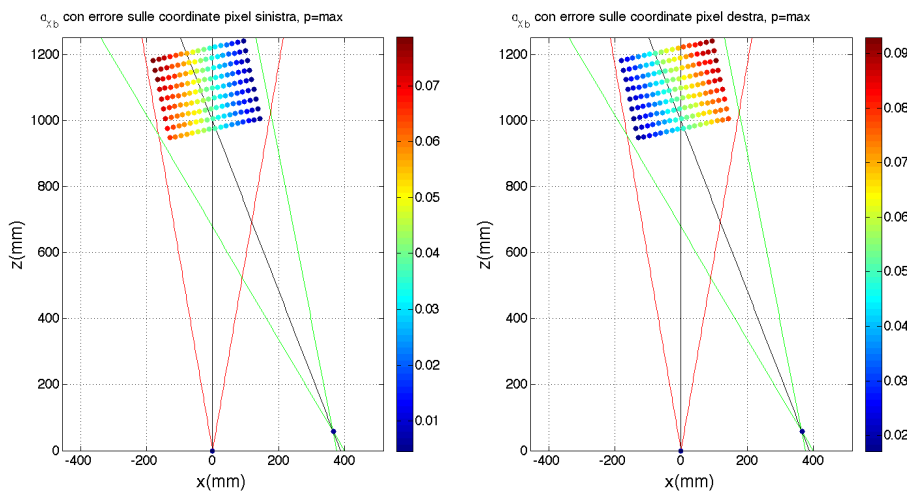


Figura 5.11: Andamento di σ_{xb} nel piano δ per rumore imposto sulle coordinate immagine

- σ_{yb} : in questo caso l'andamento è più complesso rispetto ai casi precedenti in quanto non risulta costante in nessuna delle tre direzioni.

Le variazioni principali si osservano nelle due direzioni y_b e z_b mentre nella terza direzione il gradiente risulta essere ridotto. In particolare l'aumento della deviazione standard è legato all'aumentare congiunto delle coordinate y_b e z_b , infatti si può notare come nel piano medio δ il valore di σ_{y_b} rimanga approssimativamente costante, mentre nei piani ad esso paralleli il gradiente aumenta all'aumentare della coordinata y_b del piano, simmetricamente in entrambe le direzioni.

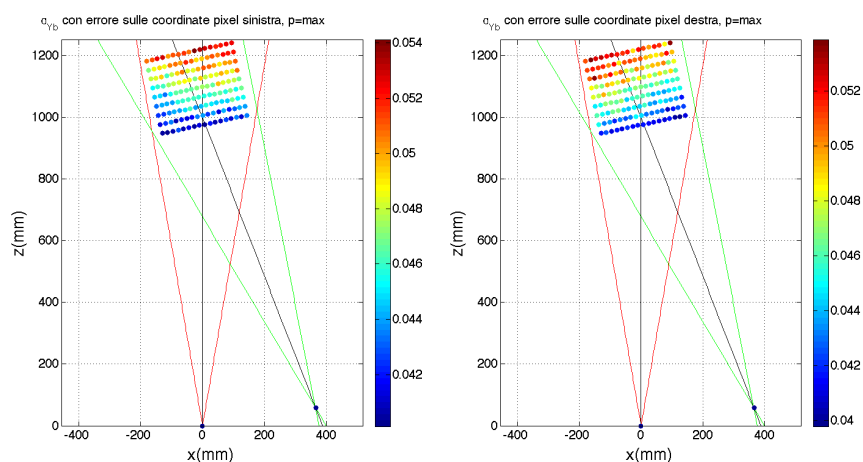


Figura 5.12: Andamento di σ_{y_b} nel piano δ per rumore imposto sulle coordinate immagine

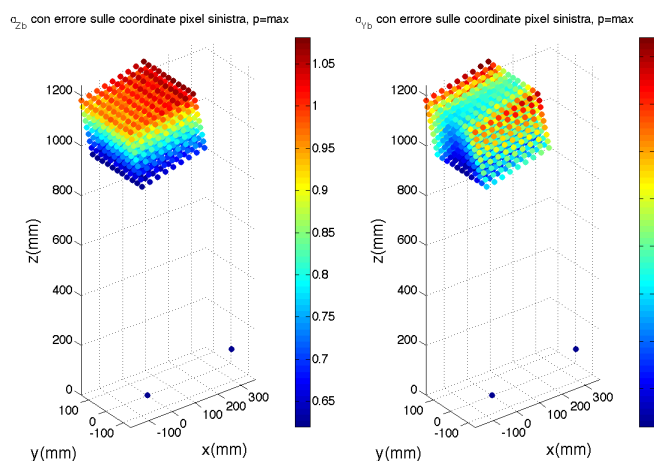


Figura 5.13: Andamento di σ_{z_b} e σ_{y_b} nel volume per rumore imposto sulle coordinate immagine della telecamera sinistra

Gli andamenti riscontrati sono in accordo con quanto previsto dal modello geometrico, come è possibile notare dal seguente schema:

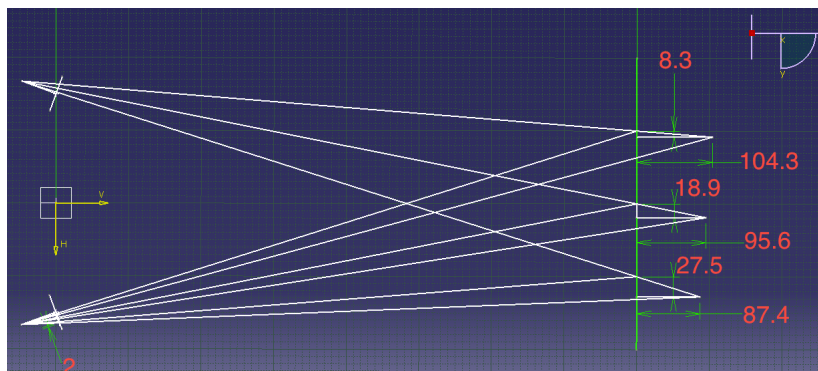


Figura 5.14: Errore dato da rumore imposto sulle coordinate immagine nel modello geometrico

Rumore su entrambe le coordinate immagine (X_p)

Analogamente al caso di rumore imposto su entrambe le focali gli andamenti riscontrati sono la sovrapposizione di quelli ottenuti con rumore imposto sulle coordinate immagine del sensore destro e sinistro separatamente.

- σ_{z_b} : l'unico andamento apprezzabile risulta essere quello in direzione z_b , nei piani perpendicolari all'asse z_b il valore della deviazione standard rimane pressoché costante
- σ_{x_b} : anche in questo caso l'andamento è complesso e le variazioni principali si osservano nelle due direzioni x_b e z_b mentre nella terza direzione il gradiente risulta essere nullo.

In particolare l'aumento della deviazione standard è legato all'aumentare congiunto delle coordinate x_b e z_b , infatti si può notare che nel piano parallelo a η più vicino al sistema di misura il valore di σ_{x_b} rimanga pressoché costante ed aumenti lungo la coordinata z_b e circa simmetricamente rispetto al piano γ lungo la coordinata x_b .

- σ_{y_b} : le variazioni principali si osservano nelle due direzioni y_b e z_b mentre nella terza direzione il gradiente risulta essere approssimativamente nullo.

In particolare l'aumento della deviazione standard è legato all'aumentare congiunto delle coordinate y_b e z_b , infatti si può notare che nel piano medio δ il valore di σ_{y_b} rimanga approssimativamente costante,

mentre nei piani ad esso paralleli il gradiente aumenta all'aumentare della coordinata y_b del piano simmetricamente in entrambe le direzioni.

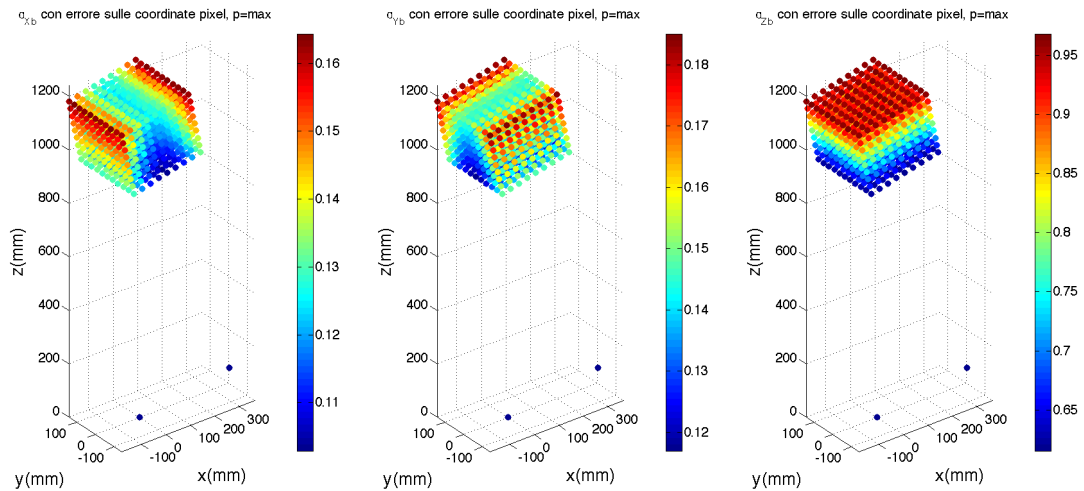


Figura 5.15: Andamento di $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ nel volume per rumore imposto sulle coordinate immagine di entrambe le telecamere

Rumore sulle coordinate del centro ottico (CC) di una telecamera

- σ_{z_b} : l'aumento principale si riscontra all'allontanarsi dalla telecamera interessata dal rumore per piani perpendicolari all'asse ottico della stessa, inoltre è presente un gradiente minore lungo la coordinata x_b che nel caso della sinistra è positivo in direzione delle x_b crescenti, viceversa per la destra. Non si riscontrano invece variazioni apprezzabili in direzione y_b

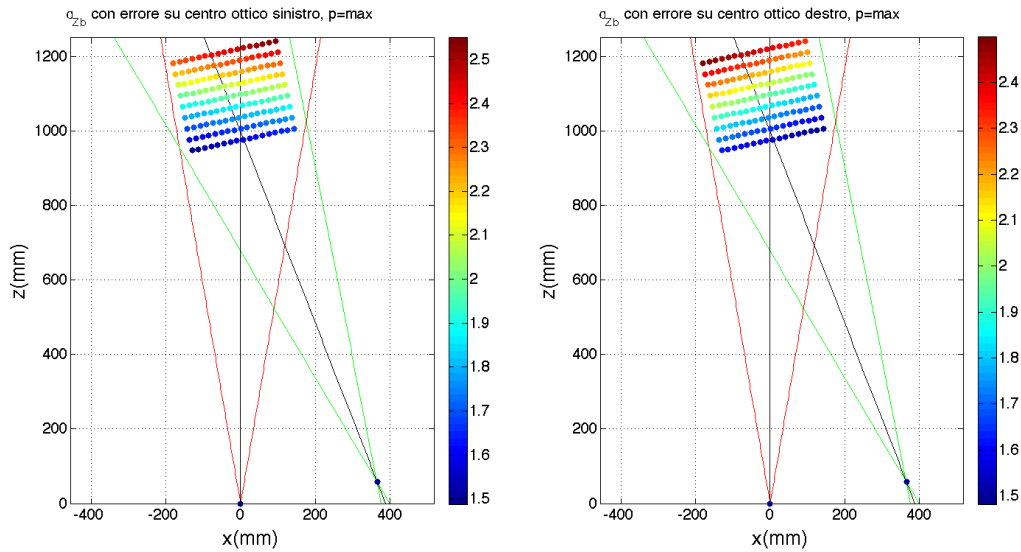


Figura 5.16: Andamento di σ_{zb} nel piano δ per rumore imposto su $CC_{L/R}$

- σ_{xb} : considerando ad esempio il caso di rumore imposto sulle coordinate pixel relative alla telecamera sinistra, si riscontra un aumento in direzione delle x_b decrescenti, viceversa per il caso della destra. Anche in questo caso non si riscontrano variazioni significative in direzione y_b

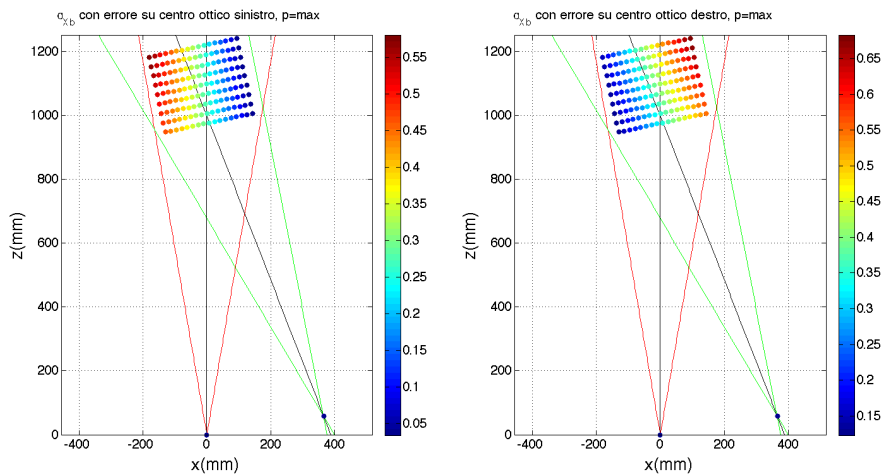


Figura 5.17: Andamento di σ_{xb} nel piano δ per rumore imposto su $CC_{L/R}$

- σ_{yb} : in questo caso l'andamento è più complesso rispetto ai casi precedenti in quanto non risulta costante in nessuna delle tre direzioni. Le

variazioni principali si osservano nelle due direzioni y_b e z_b mentre nella terza direzione il gradiente risulta essere ridotto.

In particolare l'aumento della deviazione standard è legato all'aumentare congiunto delle coordinate y_b e z_b , infatti si può notare che nel piano medio δ il valore di σ_{yb} rimanga approssimativamente costante, mentre nei piani ad esso paralleli il gradiente aumenta all'aumentare della coordinata y_b del piano simmetricamente in entrambe le direzioni.

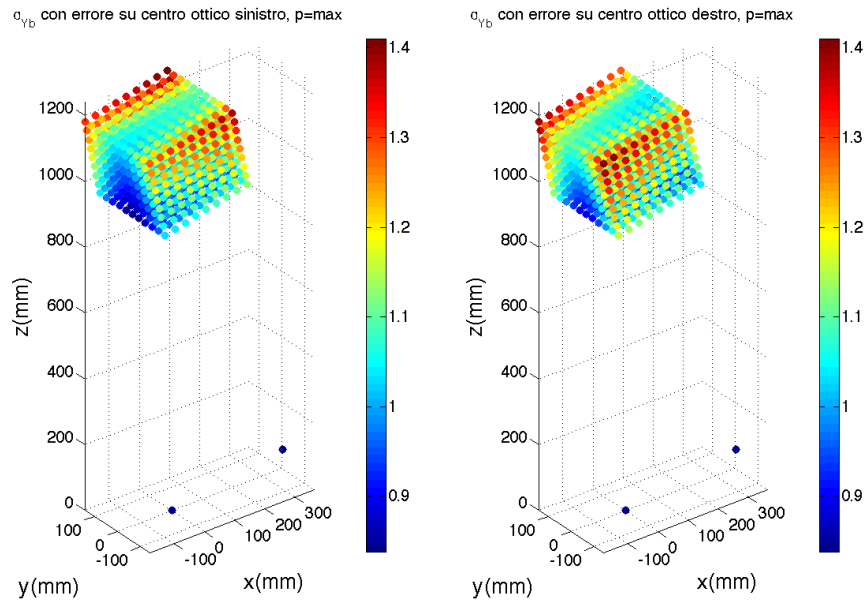


Figura 5.18: Andamento di σ_{yb} nel volume per rumore imposto su $CC_{L/R}$

Per lo schema geometrico si rimanda alla figura 5.14, infatti, dal punto di vista geometrico, una variazione delle coordinate del centro ottico equivale ad una variazione delle coordinate immagine.

Rumore sulle coordinate dei centri ottici (CC) di entrambe le telecamere

Analogamente al caso di rumore imposto su entrambe le focali gli andamenti riscontrati sono la sovrapposizione di quelli ottenuti con rumore imposto sulle coordinate dei centri ottici del sensore destro e sinistro separatamente.

- σ_{zb} : l'unico andamento apprezzabile risulta essere quello in direzione z_b , nei piani perpendicolari all'asse z_b il valore della deviazione standard rimane pressoché costante.

- σ_{xb} : anche in questo caso l'andamento è complesso e le variazioni principali si osservano nelle due direzioni x_b e z_b mentre nella terza direzione il gradiente risulta essere nullo.

In particolare l'aumento della deviazione standard è legato all'aumentare congiunto delle coordinate x_b e z_b , infatti si può notare che nel piano parallelo a η più vicino al sistema di misura il valore di σ_{xb} rimanga pressoché costante ed aumenti lungo la coordinata z_b e circa simmetricamente rispetto al piano γ lungo la coordinate x_b .

- σ_{yb} : le variazioni principali si osservano nelle due direzioni y_b e z_b mentre nella terza direzione il gradiente risulta essere approssimativamente nullo.

In particolare l'aumento della deviazione standard è legato all'aumentare congiunto delle coordinate y_b e z_b , infatti si può notare che nel piano medio δ il valore di σ_{yb} rimanga approssimativamente costante, mentre nei piani ad esso paralleli il gradiente aumenti all'aumentare della coordinata y_b del piano, simmetricamente in entrambe le direzioni.

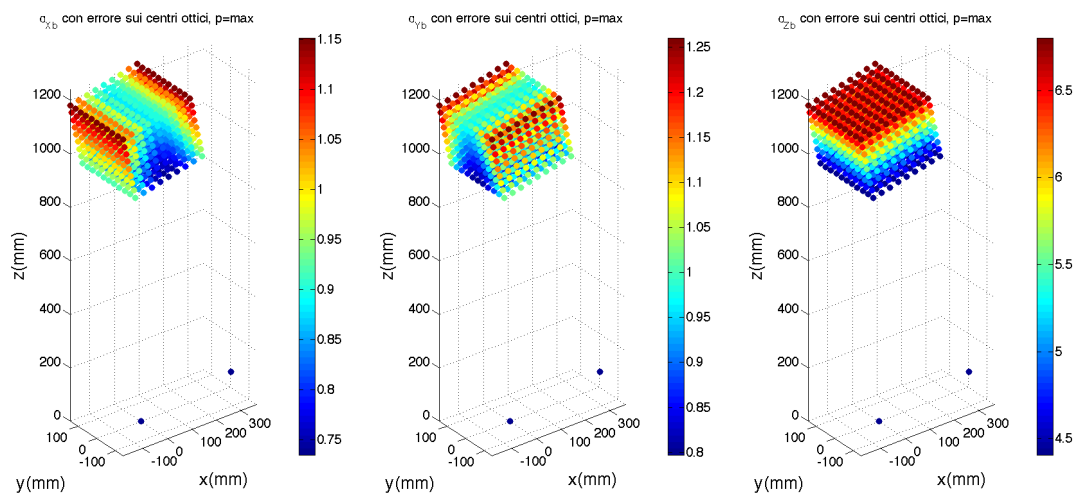


Figura 5.19: Andamento di $\sigma_{xb}, \sigma_{yb}, \sigma_{zb}$ nel volume per rumore imposto sulle coordinate immagine di entrambe le telecamere

Rumore sulla baseline(b)

- σ_{zb} : si osserva un aumento lungo le z_b crescenti, mentre risulta costante nelle restanti due direzioni

- σ_{x_b} : l'unica tendenza significativa osservabile risulta essere quella lungo la coordinata x_b , nelle restanti direzioni il gradiente è nullo, si osserva inoltre una simmetria rispetto al piano γ .
- σ_{y_b} : l'unica tendenza significativa osservabile risulta essere quella lungo la coordinata y_b , nelle restanti direzioni il gradiente è nullo, si osserva inoltre una simmetria rispetto al piano δ .

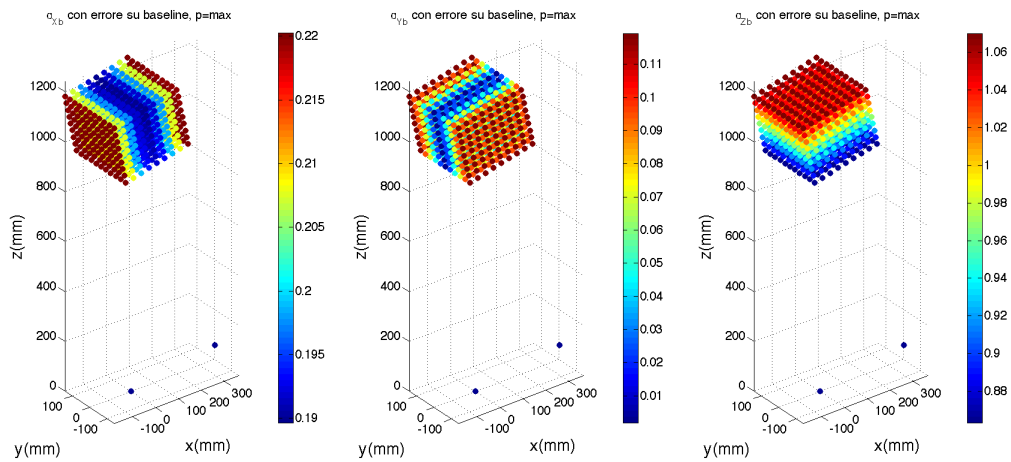


Figura 5.20: Andamento di $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ nel volume per rumore imposto su b

Gli andamenti riscontrati sono in accordo con quanto previsto dal modello geometrico, come è possibile notare dal seguente schema:

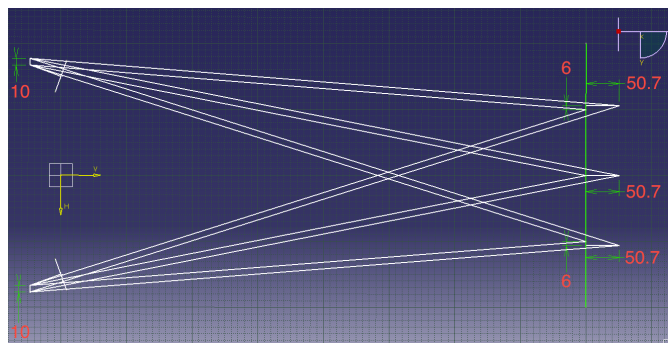


Figura 5.21: Errore dato da rumore imposto sulla lunghezza della baseline nel modello geometrico

Rumore sulla rotazione(om) con una telecamera fissa

- σ_{z_b} : l'aumento principale si riscontra lungo le z_b crescenti ed è presente un secondo gradiente di entità minore lungo le x_b decrescenti per il caso della telecamera sinistra e viceversa per la destra.

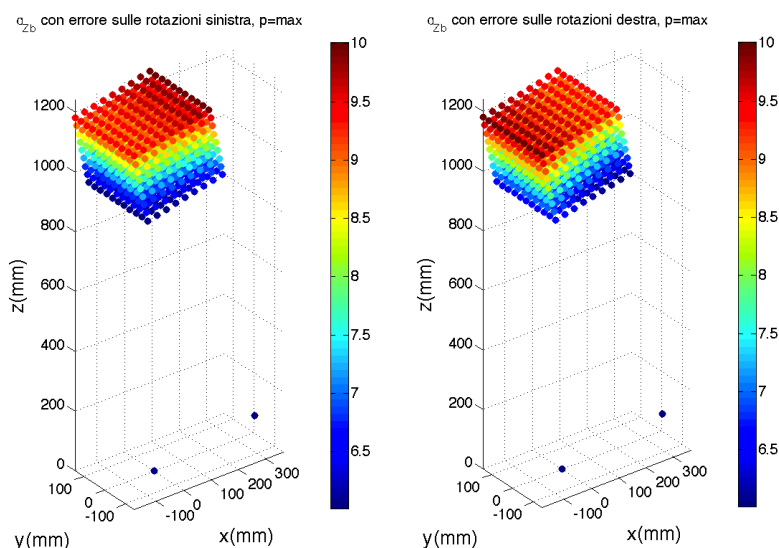


Figura 5.22: Andamento di σ_{z_b} nel volume per rumore imposto su $om_{L/R}$

- σ_{x_b} : risulta essere costante lungo la direzione y_b , aumenta lungo la direzione delle x_b crescenti e in modo meno marcato, lungo le z_b crescenti

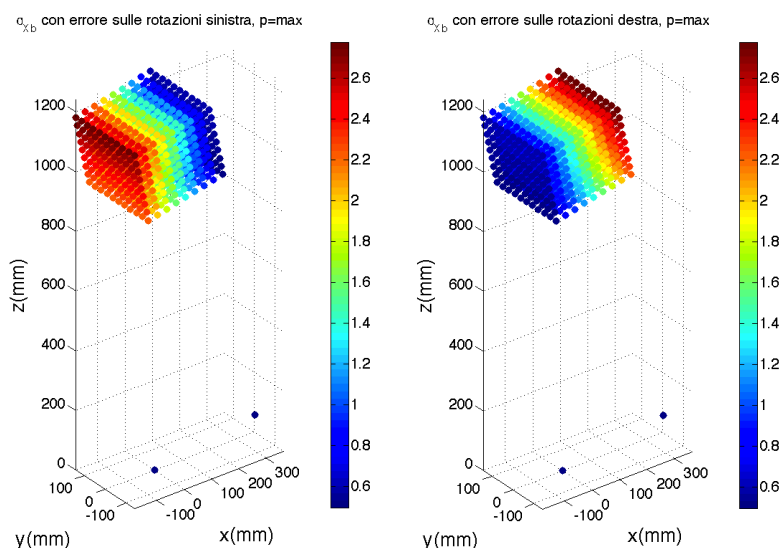


Figura 5.23: Andamento di σ_{x_b} nel volume per rumore imposto su $om_{L/R}$

- σ_{yb} : risulta essere costante lungo la direzione x_b , mentre si osserva un andamento crescente lungo la direzione y_b in modo simmetrico rispetto al piano δ e in modo meno marcato lungo la direzione della z_b crescenti

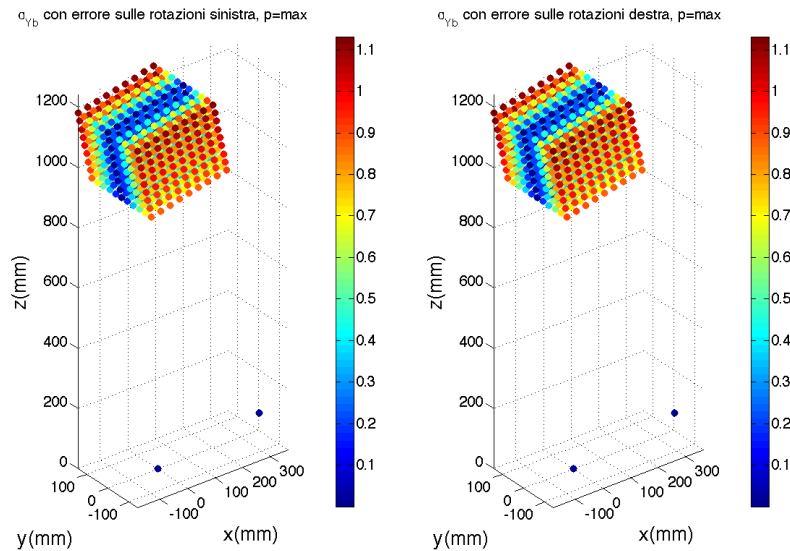


Figura 5.24: Andamento di σ_y nel volume per rumore imposto su $om_{L/R}$

Gli andamenti riscontrati sono in accordo con quanto previsto dal modello geometrico, come è possibile notare dal seguente schema:

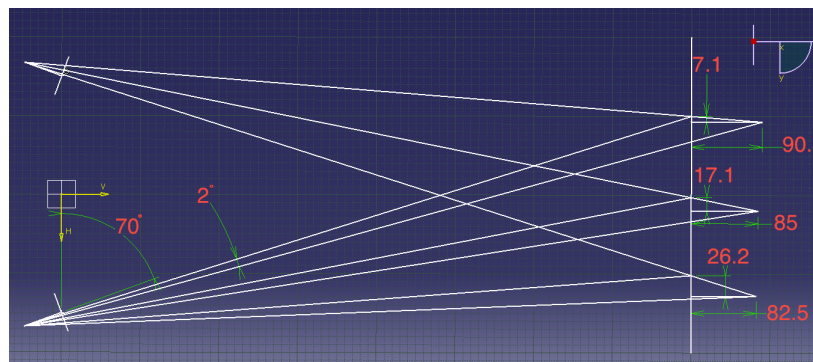


Figura 5.25: Errore dato da rumore imposto su om nel modello geometrico

Rumore sulla rotazione(om)

- σ_{zb} : si osserva un aumento lungo le z_b crescenti, mentre risulta costante nella direzione y_b

- σ_{xb} : anche in questo caso l'andamento è complesso e le variazioni principali si osservano nelle due direzioni x_b e z_b mentre nella terza direzione il gradiente risulta essere nullo.

In particolare l'aumento della deviazione standard è legato all'aumentare congiunto delle coordinate x_b e z_b , infatti si può notare che nel piano parallelo a η più vicino al sistema di misura il valore di σ_{xb} rimanga pressoché costante ed aumenti lungo la coordinata z_b e circa simmetricamente rispetto al piano γ lungo la coordinate x_b .

- σ_{yb} : l'andamento principale risulta essere quella lungo la coordinata y_b , si osserva inoltre un gradiente in direzione z_b mentre non sono presenti variazioni lungo x_b

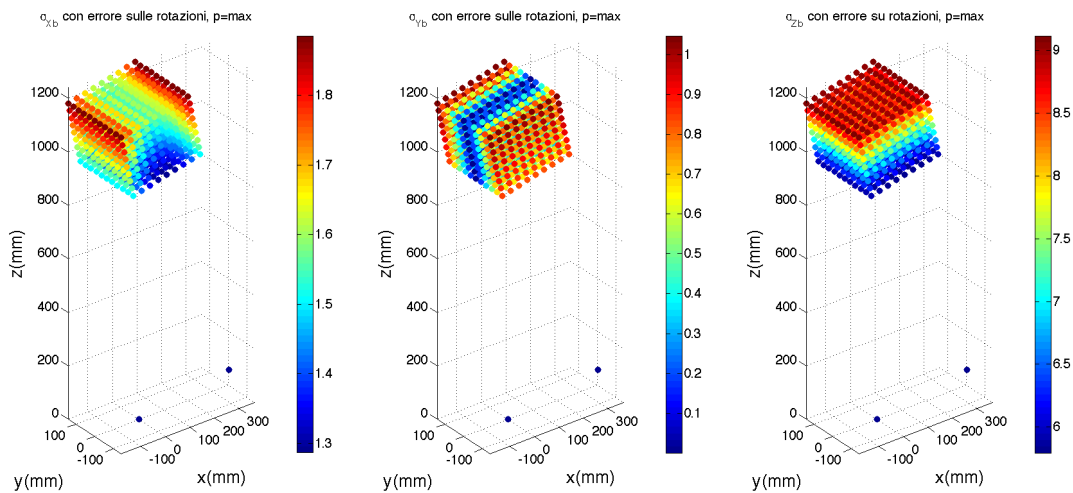


Figura 5.26: Andamento di $\sigma_{xb}, \sigma_{yb}, \sigma_{zb}$ nel volume per rumore imposto su om

Aberrazioni ottiche (k_c)

Gli andamenti della deviazione standard nelle tre direzioni ottenuti per errori imposti sui parametri delle funzioni di compensazione delle aberrazioni ottiche, manifestano un aumento dell'errore di misura in direzione radiale rispetto all'asse ottico della telecamera interessata dal disturbo.

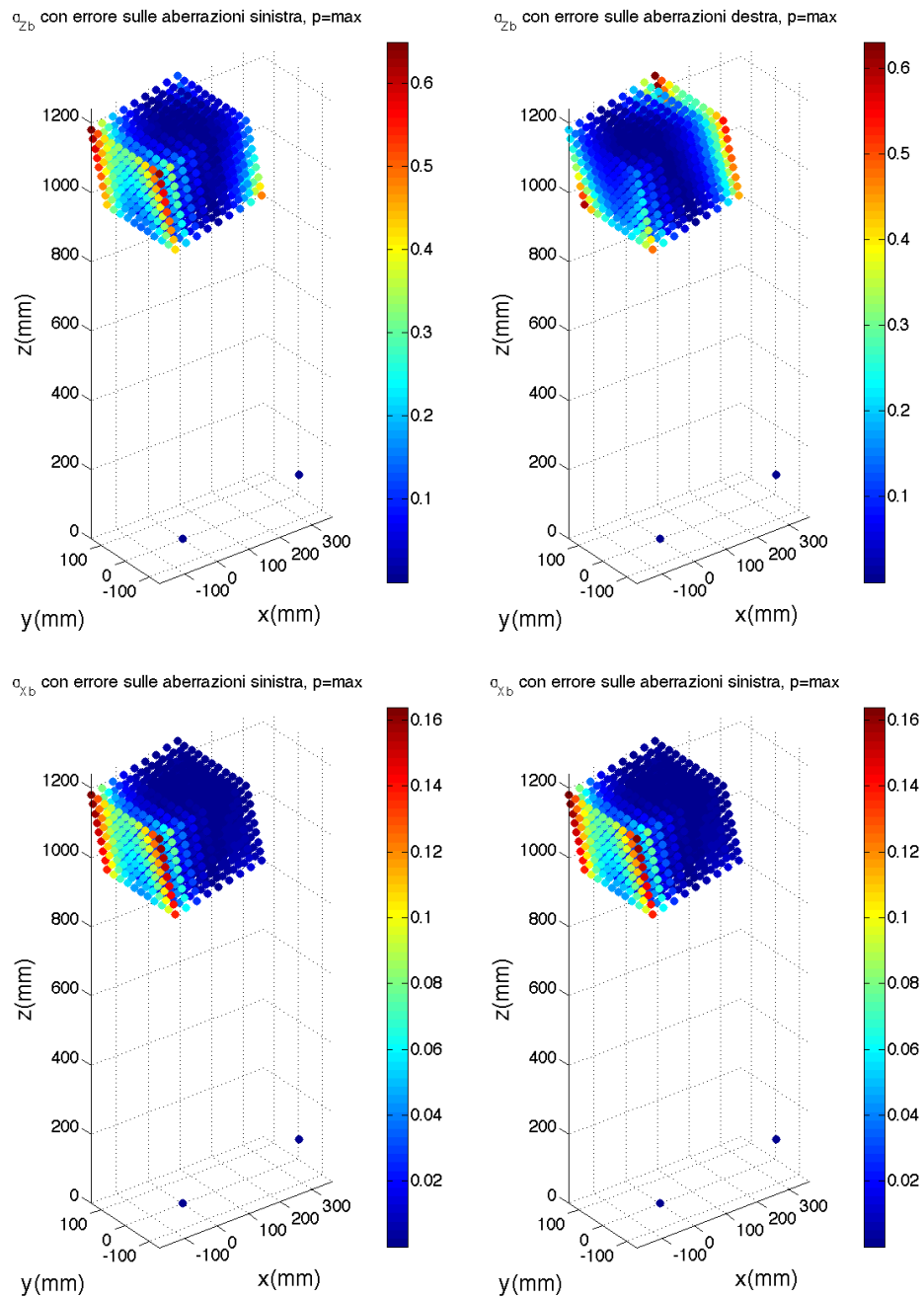


Figura 5.27: Andamento nel volume della deviazione standard nelle tre direzioni per il caso di rumore sui parametri di aberrazione

I seguenti grafici mostrano l'andamento della σ_{zb} nel piano medio δ , risulta evidente come l'andamento sia di tipo parabolico.

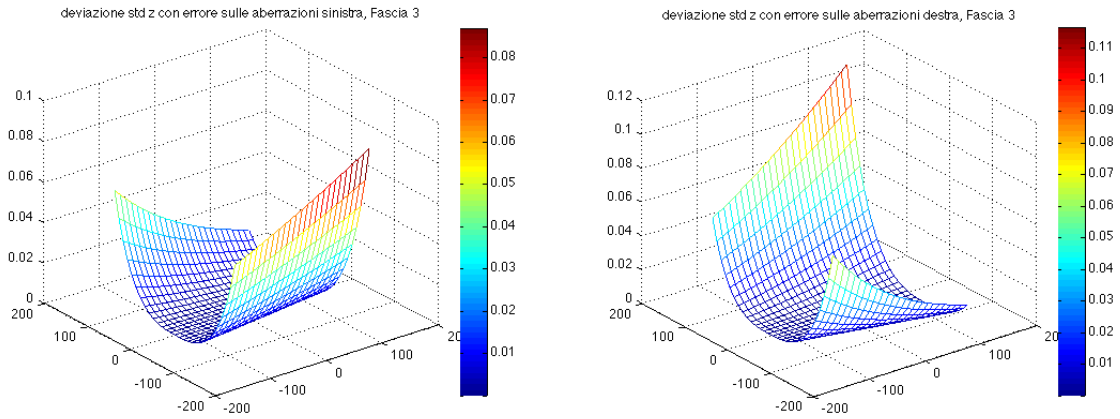


Figura 5.28: σ_{zb} sul piano δ con rumore su $kc_{R/L}$

Rumore su tutti i parametri

- σ_{zb} : il principale andamento si riscontra lungo le z_b crescenti, mentre non si osservano variazioni significative nelle altre due direzioni
- σ_{xb} : anche in questo caso l'andamento è complesso e le variazioni principali si osservano nelle due direzioni x_b e z_b mentre nella terza direzione il gradiente risulta essere nullo.

In particolare l'aumento della deviazione standard è legato all'aumentare congiunto delle coordinate x_b e z_b , infatti si può notare che nel piano parallelo a η più vicino al sistema di misura il valore di σ_{xb} rimanga pressoché costante ed aumenti lungo la coordinata z_b e circa simmetricamente rispetto al piano γ lungo la coordinate x_b .

- σ_{yb} : l'andamento principale risulta essere quello lungo la coordinata y_b , si osserva inoltre un gradiente in direzione z_b mentre non sono presenti variazioni lungo x_b

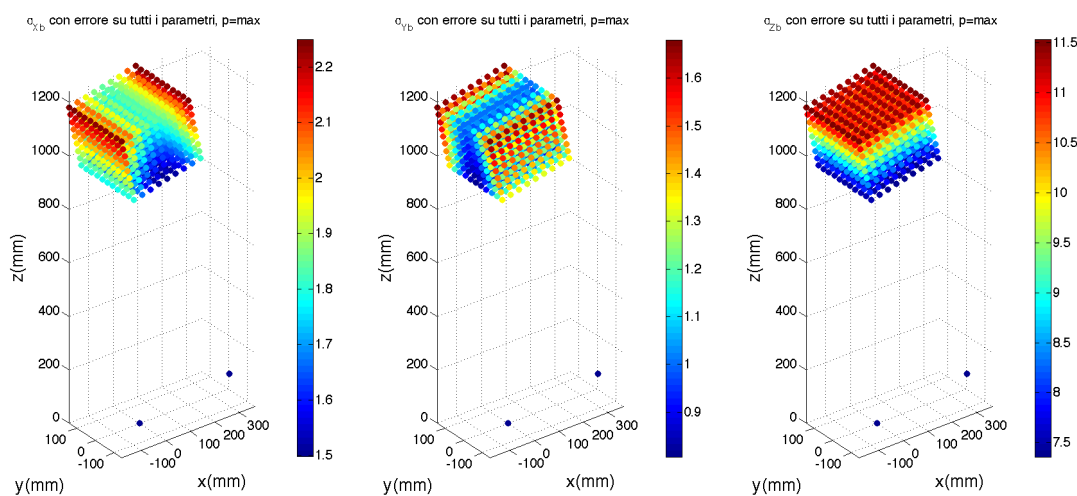


Figura 5.29: Andamento di $\sigma_{xb}, \sigma_{yb}, \sigma_{zb}$ nel volume per rumore imposto su tutti i parametri

5.4 Interpolazione dei dati

Di seguito verranno analizzati i risultati ottenuti dall'interpolazione degli andamenti sopra esposti per il caso di rumore imposto su tutti i parametri, lo scopo dell'interpolazione effettuata è di dare un'indicazione sul tipo di trend assunto dalle deviazioni standard nelle tre direzioni.

Dal volume di lavoro sono stati estrapolati dei vettori notevoli e sono stati successivamente interpolati i relativi valori puntuali di deviazione standard.

Di seguito si esporranno i casi di maggior rilevanza, nelle figure seguenti si troveranno i grafici delle funzioni interpolanti accompagnate dallo scatterplot rappresentante i vettori considerati, le coppie di grafici e punti corrispondenti saranno rappresentate con il medesimo colore.

Tutte le funzioni interpolanti riportate di seguito sono caratterizzate da un coefficiente $R^2 \approx 1$, che indica la buona riuscita delle interpolazioni.

$$\sigma_{zb}$$

Le funzioni interpolanti utilizzate sono dei polinomi di secondo grado, è quindi possibile affermare che σ_{zb} aumenti con il quadrato della distanza dal sistema di misura (z_b). In figura 5.30 si riportano i grafici rappresentanti la funzione interpolante e i punti interpolati, è mostrato un unico grafico per i vettori 1 e 3 in quanto, a causa della simmetria della distribuzione, i due andamenti coincidono. Come si può notare l'andamento è di tipo parabolico sia in centro al volume che negli estremi, l'analisi è stata effettuata nel solo piano δ in quanto in tutti i piani paralleli non ci sono variazioni del tipo di

funzione interpolante. Non si analizza l'andamento nelle altre due direzioni in quanto risulta essere costante.

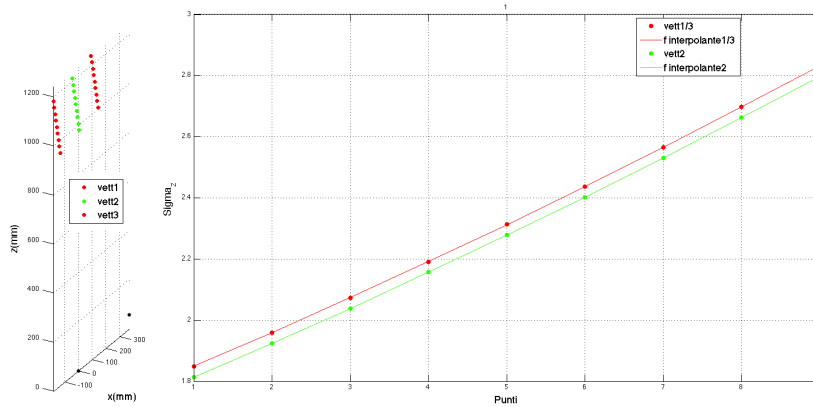


Figura 5.30: Vettori e funzioni interpolanti di σ_{zb} nel piano δ in direzione z

σ_{xb}

In figura 5.31 sono riportate le funzioni interpolanti di σ_{xb} in direzione x_b , si osserva che l'andamento è parabolico con un minimo in corrispondenza del punto medio, quindi in centro al volume. Si nota inoltre che all'aumentare della coordinata z_b la parabola trasla verso l'alto indicando un aumento lineare di σ_{xb} lungo questa direzione, si riportano solo vettori appartenenti al piano δ in quanto σ_{xb} risulta costante in direzione y_b .

In figura 5.30 è rappresentata l'interpolazione di σ_{xb} in direzione z_b con un polinomio di primo grado che ne conferma quindi l'andamento lineare.

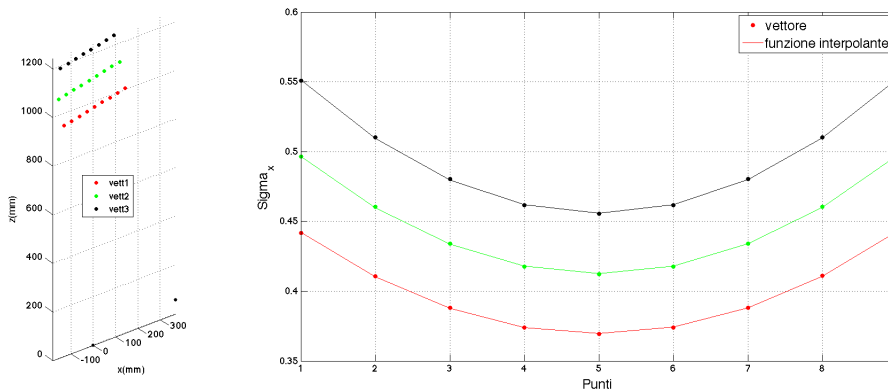


Figura 5.31: Vettori e funzioni interpolanti di σ_{xb} nel piano δ in direzione x_b

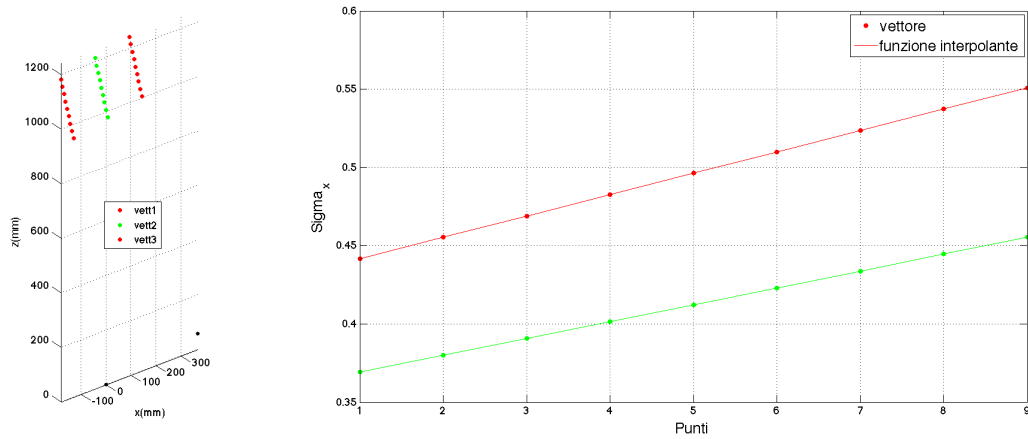


Figura 5.32: Vettori e funzioni interpolanti di σ_{xb} nel piano δ in direzione z_b

σ_{yb}

In figura 5.33 sono riportate le funzioni interpolanti di σ_{yb} in direzione y_b , si osserva che l'andamento è parabolico anche in questo caso, con un minimo in corrispondenza del punto medio, quindi in centro al volume. Si nota inoltre che all'aumentare della coordinata z_b la parabola trasla verso l'alto indicando un aumento lineare di σ_{yb} lungo questa direzione, si riportano solo vettori appartenenti al piano γ in quanto σ_{yb} risulta costante in direzione x_b .

In figura 5.34 è rappresentata l'interpolazione di σ_{yb} in direzione z_b con un polinomio di primo grado che ne conferma quindi l'andamento lineare.

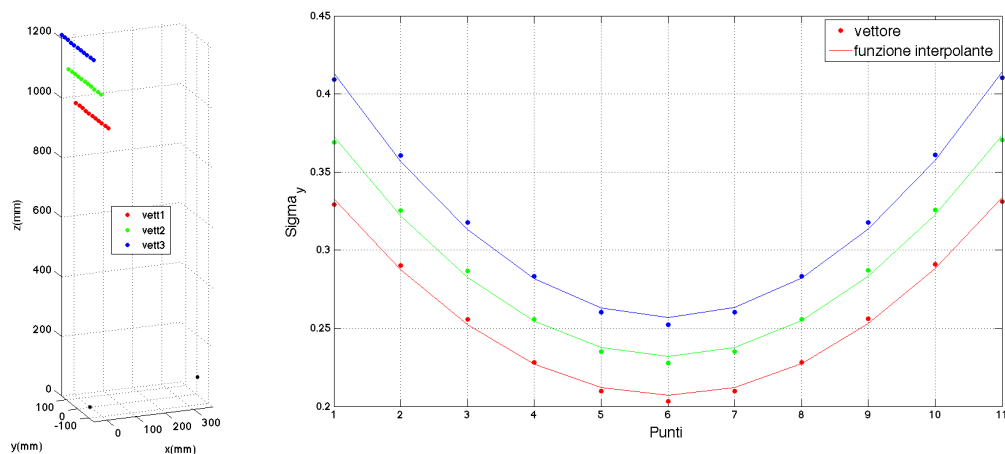


Figura 5.33: Vettori e funzioni interpolanti di σ_{yb} nel piano γ in direzione y_b

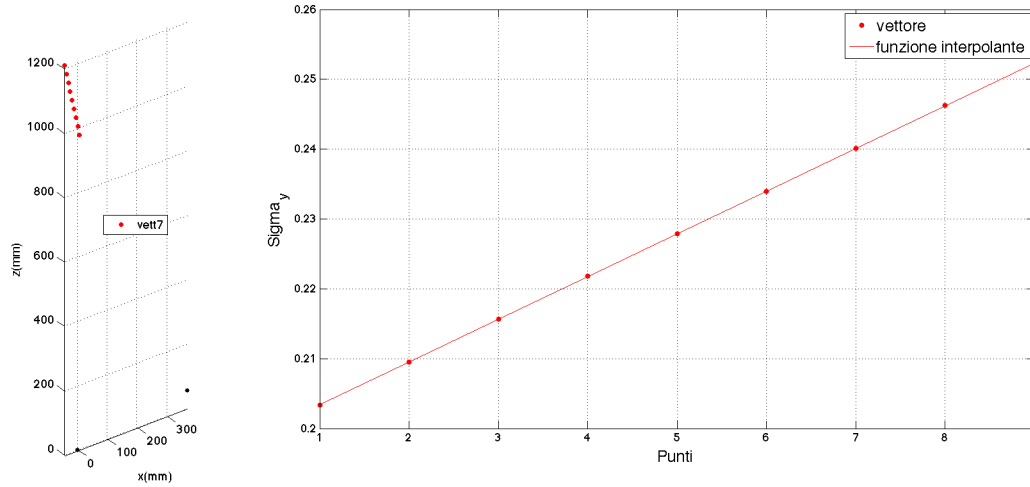


Figura 5.34: Vettore e funzione interpolante di σ_{yb} al centro del volume per z_b crescente

5.5 Considerazioni finali

A partire dall'analisi dei singoli casi particolari, che si ricordano essere derivati da un set up reale di sistema, ci si soffermerà sul legame tra l'incertezza di stima dei parametri ottenuti dalla taratura e la derivante incertezza di misura del sistema stereoscopico. A tale scopo si effettueranno delle analisi a partire dai valori massimi di deviazione standard di misura riscontrati nelle simulazioni in modo da determinare il contributo dell'errore di stima di ogni parametro all'errore di misura complessivo al variare del livello di rumore, in questo caso si è scelto di non separare le tre direzioni ma si è considerato il valore $\sigma_{max,c}$ (vedi equazione 5.1).

$$\sigma_{max,c} = \sqrt{\sigma_{xmax,c}^2 + \sigma_{zmax,c}^2 + \sigma_{ymax,c}^2} \quad (5.1)$$

Una prima considerazione deriva dall'analisi dell'andamento della $\sigma_{max,c}$ all'aumentare del livello di peso p (figura 5.35), in cui si evidenzia come l'errore di misura presenti un aumento lineare all'aumentare dell'ampiezza del rumore imposto per tutti i casi analizzati.

Effettuare un confronto, in termini di importanza, dei vari casi analizzati sulla determinazione dell'errore di misura totale del sistema stereoscopico, utilizzando i dati riportati in figura 5.35 sarebbe poco significativo, infatti i valori mostrati non sono confrontabili a causa del fatto che l'ampiezza dell'incertezza di stima non è applicata proporzionalmente su tutti i parametri, in quanto derivata dalla procedura di taratura; ad esempio, come riportato

in tabella 5.1, l'ampiezza del rumore imposto su fc_L è circa dello 0.032%, mentre su CC_L è circa dello 0.4%, essendo il peso relativo differente di un ordine di grandezza è chiaro dunque come non sia confrontabile l'incertezza di misura risultante dai due casi .

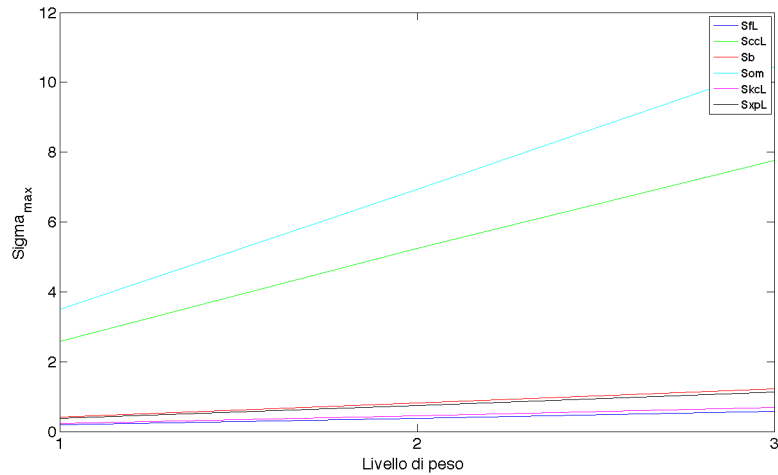


Figura 5.35: Andamento di σ_{max} al variare del livello di peso per tutti i casi analizzati (grafico superiore in scala lineare e inferiore in scala semilogaritmica)

Per poter effettuare un confronto più significativo si è scelto dunque di esprimere l'incertezza di stima dei parametri derivante dalla taratura in termini di percentuale sul valore medio del corrispondente parametro, così facendo è possibile confrontare l'ampiezza di stima tra parametri di unità di misura e/o grandezza differenti, conferendo quindi una maggior generalità al metodo di indagine rendendo possibile confronti immediati anche tra più sistemi stereoscopici caratterizzati da parametri differenti.

$$\sigma_{\%P(n)} = \frac{\sigma_{P(n)}}{P(n)} \cdot 100 \quad (5.2)$$

Rapportando per ogni caso analizzato il valore di $\sigma_{max,c}$ al valore percentuale del rumore imposto sul relativo parametro, si ottiene la deviazione standard espressa in mm per punto percentuale d'incertezza di stima sul parametro, che chiameremo deviazione standard specifica. In questo modo è possibile confrontare i risultati ottenuti nei diversi casi simulati e valutare il peso sulla deviazione standard di misura finale dell'errore di stima di ogni parametro in modo indipendente dall'effettiva incertezza di stima risultante dalla taratura.

$$\sigma_{\%max,c} = \frac{\sigma_{max,c}}{\sigma_{\%P(n)}} \quad (5.3)$$

I risultati ottenuti sono riportati nella tabella 5.1

Par.	P(n)	$\sigma_{P(n)}$	$\sigma_{\%P(n)}$	σ_{max}	$\frac{\sigma_{z,max}}{\sigma_{(P0)}}$		
fc _L	3889.01	±	3.74	±	0.032	0.18	5.98
	3890.27		3.78		0.032		
fc _R	3867.61	±	3.71	±	0.032	0.18	5.81
	3868.04		3.75		0.032		
CC _L	638.12	±	7.01	±	0.37	2.41	6.37
	537.02		6.77		0.42		
CC _R	653.38	±	7.21	±	0.37	2.46	6.54
	533.53		6.75		0.42		
T	-366.14	±	0.35	±	0.032	0.39	12.25
	-3.20		0.15		0		
	58.92		1.37		0.032		
om	-0.0083	±	0.0021	±	0	3.2	15.65
	0.37		0.0024		0.22		
	0.021		0.0005		0		
kc _L	0.083	±	0.018	±	7.33	0.21	0.029
	-1.79		063		11.7		
	0.0034		0.00069		6.8		
	0		0		0		
kc _R	0.044	±	0.019	±	14.45	0.21	0.015
	-0.91		0.68		25		
	0.0026		0.00067		8.5		
	0		0		0		
	0		0		0		

Tabella 5.1: Tabella pesi percentuali(unità di misura in tabella 4.1)

Come è possibile osservare in tabella 5.1 i parametri le cui incertezze di stima concorrono nella determinazione della deviazione standard della misura possono essere divisi in tre gruppi in base all'ordine di grandezza della deviazione standard specifica:

1. T e om con $\sigma_z \cong 10^1$
2. fc e CC con $\sigma_z \cong 10^0$

3. kc con $\sigma_z \cong 10^{-2}$

Dalla valutazione dell'importanza relativa di ogni parametro è possibile quindi individuare quali siano i parametri per i quali la valutazione risulta più critica. In particolare si osserva che la buona stima dei parametri estrinseci risulta essere determinante nel contenimento dell'incertezza di misura in modo più marcato rispetto agli altri parametri, al contrario i parametri di correzione delle aberrazioni ottiche hanno un peso trascurabile.

In merito alla definizione della deviazione standard relativa ai casi di rumore imposto sulle coordinate immagine delle proiezioni dei punti sui sensori, non è possibile applicare la metodologia di analisi precedente in quanto non avrebbe significato esprimere la relativa grandezza in termini percentuali. L'ampiezza del rumore imposto è infatti la medesima in tutte le posizioni essendo indipendente dal posizionamento della proiezione sul piano immagine, mentre se si esprimesse la relativa deviazione standard in termini percentuali si andrebbe a descrivere un rumore decrescente all'aumentare della distanza dall'origine del sistema di riferimento immagine.

Analizzando gli andamenti presentati nel paragrafo 5.3 si nota un'analogia tra le distribuzioni relative a rumore imposto sulle coordinate immagine X_p e sulle $CC_{L/R}$, giustificata dal fatto che queste ultime hanno la funzione di descrivere la posizione del sistema di riferimento immagine rispetto a quello sensore e quindi un errore su questi parametri si traduce in un errore di posizionamento della relativa origine che equivale a traslare di una stessa quantità le coordinate immagine di tutte le proiezioni. Si noti anche che, a parità di errore commesso, anche la distanza di un qualsiasi punto dal centro del sensore si modifica allo stesso modo nei due casi, il che si traduce nel medesimo errore aggiuntivo introdotto dai polinomi di correzione delle aberrazioni ottiche, funzioni appunto di questa distanza (figura 5.36).

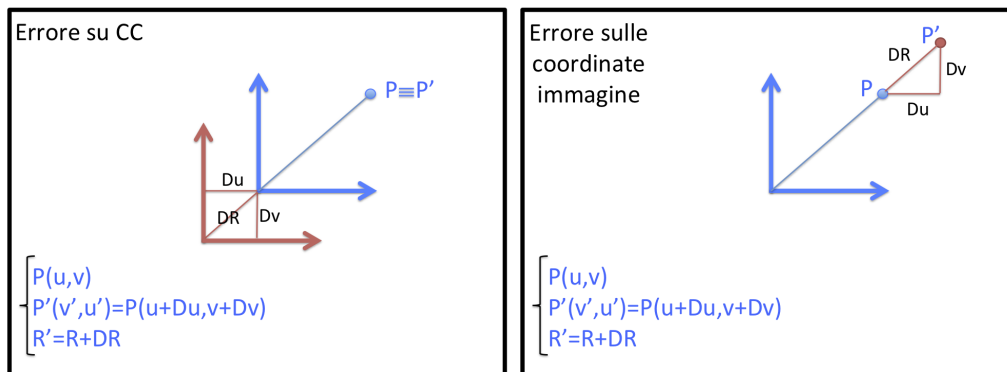


Figura 5.36: Rappresentazione grafica dell'effetto sulle coordinate sensore del rumore imposto su X_p e CC

Quindi è possibile confrontare direttamente i valori di $\sigma_{max, XpL/R}$ con i $\sigma_{max, CC_{L/R}}$ senza doverli esprimere in termini percentuali, chiaramente tenendo presente il valore dell'ampiezza del rumore imposto. Per poter effettuare un confronto più diretto è stata quindi effettuata una seconda simulazione impostando la stessa ampiezza al rumore sui due parametri, in particolare l'ampiezza è stata definita come $C_p \cdot \sigma_{CC_L}$ (Tabella 5.2).

Livello di peso	p=1	p=2	p=3	p=4	p=5	p=6	p=7	p=8
C_P	0.125	0.25	0.375	0.5	0.625	0.75	0.875	1

Tabella 5.2: Livelli di peso imposti per il confronto CC_L/Xp_L

Come risulta evidente dalla figura(5.37), la deviazione standard della misura finale è influenzata in maniera equivalente da un errore di stima delle coordinate immagine delle proiezioni dei punti e da un errore di stima delle CC, infatti per ogni livello di peso imposto i valore di σ_{max} riscontrati sono approssimativamente gli stessi.

Da queste considerazioni si comprende il motivo per il quale la σ_{max} ottenuta nei casi di rumore imposto sulle $CC_{L/R}$ sia così elevata: non per il peso che il parametro assume nelle equazioni di triangolazione ma per l'elevata incertezza con cui viene stimato in taratura, per questo motivo non necessariamente stimare $CC_{L/R}$ significa ottenere una misurazione migliore e in alcuni casi si può quindi considerare il centro ottico coincidente con il centro del sensore.

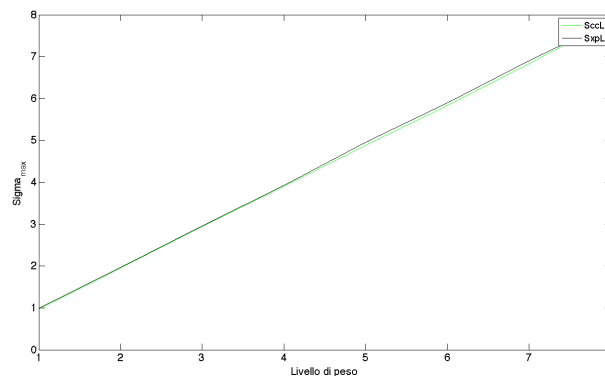


Figura 5.37: σ_{max} al variare del livello di peso per rumore imposto su Xp_L e CC_L

Considerando le tre direzioni si può inoltre osservare come la deviazione standard in direzione z_b risulti molto maggiore rispetto a quelle nelle altre

due direzioni in tutti i casi analizzati, come si osserva dai grafici riportati di seguito (figura 5.38).

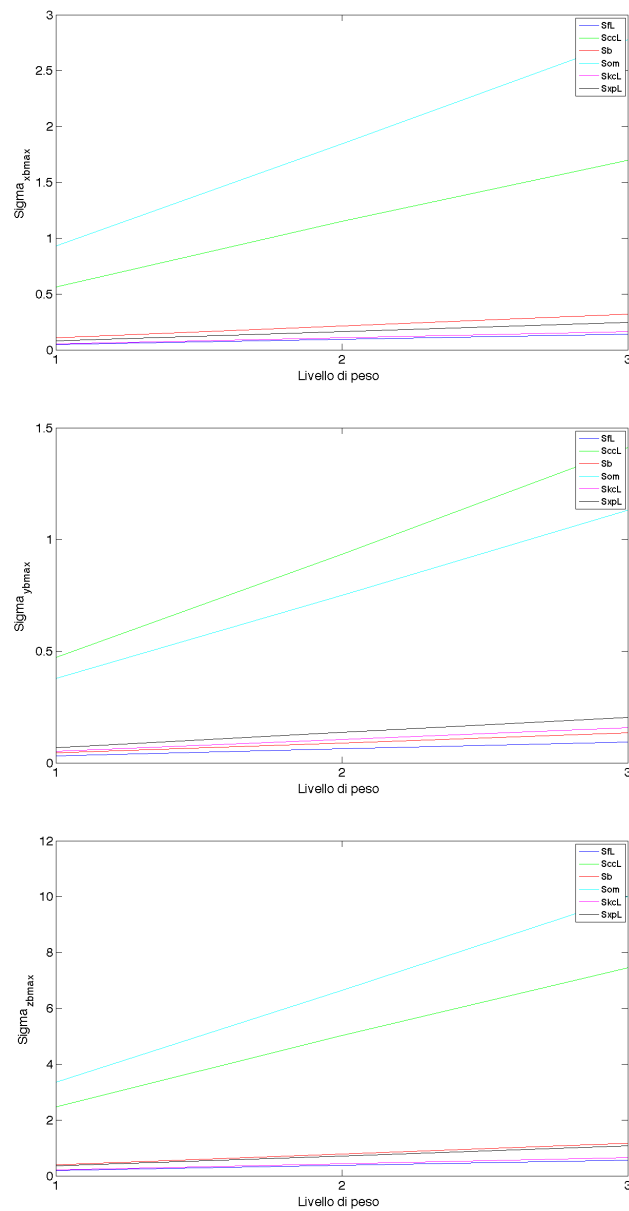


Figura 5.38: σ_{max} al variare del livello di peso nelle tre direzioni

5.6 Confronto con i risultati sperimentali

I risultati numerici discussi fino a questo punto riguardano principalmente gli andamenti della deviazione standard puntuale della misura nel volume di lavoro, tali andamenti non sono però estrapolabili dalle prove sperimentali, non avendo a disposizione un numero sufficiente di ripetizioni delle misurazioni stesse.

Si è quindi deciso di simulare le misurazioni effettuate durante le prove di laboratorio grazie al modello numerico e confrontare poi gli andamenti ottenuti nei due casi in termini di misura delle lunghezze del provino. La misura è stata quindi effettuata grazie ad una sola iterazione del montecarlo imponendo un rumore pari a σ .

In particolare lo svolgimento della prova è stato:

- Costruzione di una nuvola di punti il più simile possibile a quella relativa alle prove di laboratorio, la nuvola è composta da coppie di punti posti a una distanza nominale di 100mm(analogamente al provino del laboratorio)
- Proiezione della nuvola sui sensori delle due telecamere
- Inserimento del rumore sui parametri e triangolazione delle proiezioni
- Calcolo della distanza tra le coppie di punti

Alla fine di questo procedimento è stato quindi possibile effettuare un confronto grafico degli andamenti risultanti dalla simulazione con i corrispettivi risultanti dalle prove sperimentali, con lo scopo di capire quali parametri possano aver dato l'andamento riscontrato nei risultati sperimentali, inoltre sono state analizzate e messe a confronto le principali grandezze statistiche d'interesse.

Per poter effettuare tale confronto le misurazioni sono state esposte in uno scatterplot in cui il colore indica la distanza misurata e i punti rappresentati corrispondono al punto medio tra i due baricentri delle due sfere appartenenti alla stessa acquisizione (equazione 5.4), questi punti hanno la sola funzione di fornire una comoda rappresentazione grafica degli andamenti permettendo di collocare nello spazio la posizione del provino in un unico punto.

$$\begin{cases} x_{bar,i} = \frac{x_{Ai} + x_{Bi}}{2} \\ y_{bar,i} = \frac{y_{Ai} + y_{Bi}}{2} \\ z_{bar,i} = \frac{z_{Ai} + z_{Bi}}{2} \end{cases} \quad (5.4)$$

Attraverso il modello numerico sono state analizzate varie combinazioni di parametri e livello di peso, i casi di maggior interesse sono risultati:

1. rumore su entrambi i kc ed entrambe le fc con errore imposto di $+\sigma$ (figura 5.40)
2. rumore su su entrambi i kc, entrambe le fc e il vettore om con errore imposto di $+\sigma$ (figura 5.41)
3. rumore su tutti i parametri con errore imposto di $+\sigma$ (figura 5.42)
4. rumore su tutti i parametri con errore imposto di $-\sigma$ (figura 5.43)

A causa delle sovrapposizioni a livello grafico per maggior chiarezza si espongono i risultati separatamente per le posizioni orizzontali e verticali.

Nel caso 1 si nota che l'andamento del valore misurato assume un trend del tutto analogo a quello ottenuto dalle misurazioni di laboratorio, mentre dal punto di vista quantitativo il range del valore assunto dalla misura risulta più ridotto rispetto a quello presentato dalla misura sperimentale.

Analizzando l'effetto sui trend dato da ogni singolo parametro si nota come l'offset del valore medio sia dovuto principalmente al contributo dell'errore su om, infatti come si può notare dal confronto tra i casi 1 e 2, l'andamento rimane simile, ma il range e il valore medio della misura variano notevolmente avvicinandosi ai valori del caso 3.

Osservando infatti i risultati della taratura possiamo notare come le stime dei kc siano molto incerte e allo stesso modo anche la stima di om presenta un'incertezza di misura elevata in relazione agli altri parametri.

Analizzando infine il caso 3 si trova conferma del fatto che il trend individuato dai dati sperimentali possa essere imputato a una sovrastima dei parametri di cui al punto 2.

Imponendo invece un errore pari a $-\sigma$ in tutti i casi i trend rimangono analoghi al caso $+\sigma$ ma in questo caso l'effetto è inverso, ovvero si configura come un sovrastima del valore della distanza effettiva.

Si riporta a titolo di esempio il caso 4 in cui si nota la stessa distribuzione del caso 3 ma specchiata: i punti centrali del volume di misura sono quelli che presentano una misura minore, che aumenta progressivamente all'allontanarsi da questa zona.

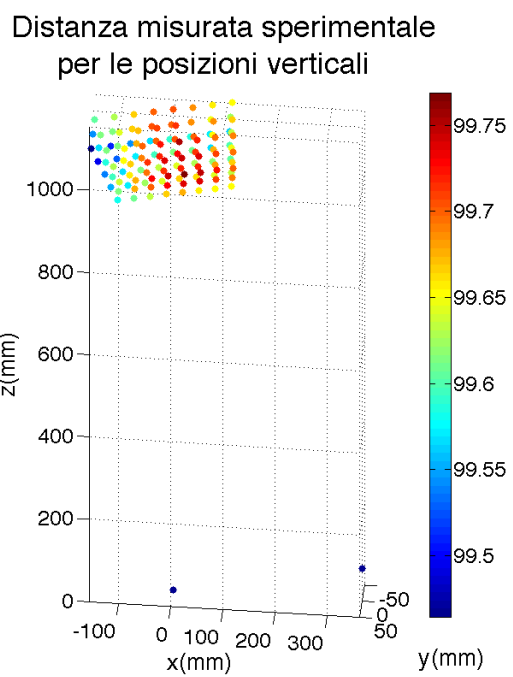
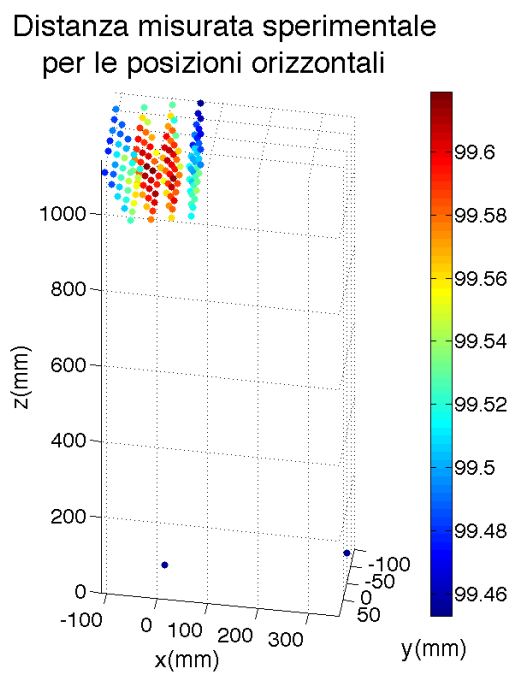
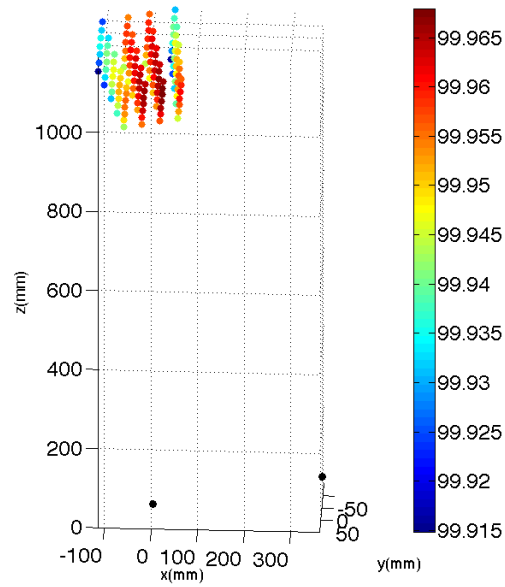


Figura 5.39: Distanza misurata sperimentalmente

Lunghezza misurata nella simulazione numerica per le posizioni orizzontali



Lunghezza misurata nella simulazione numerica per le posizioni verticali

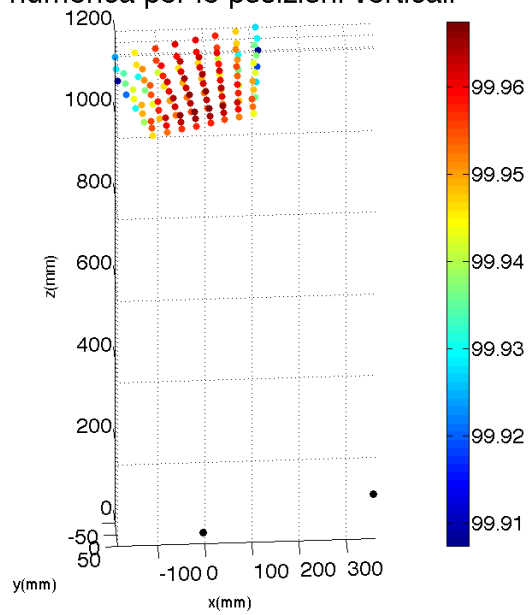
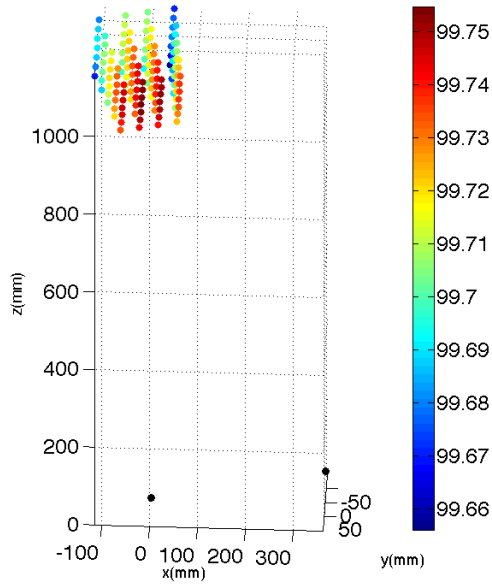


Figura 5.40: Distanza misurata nella simulazione numerica con rumore pari a $+\sigma$ su f_c e k_c

Lunghezza misurata nella simulazione numerica per le posizioni orizzontali



Lunghezza misurata nella simulazione numerica per le posizioni verticali

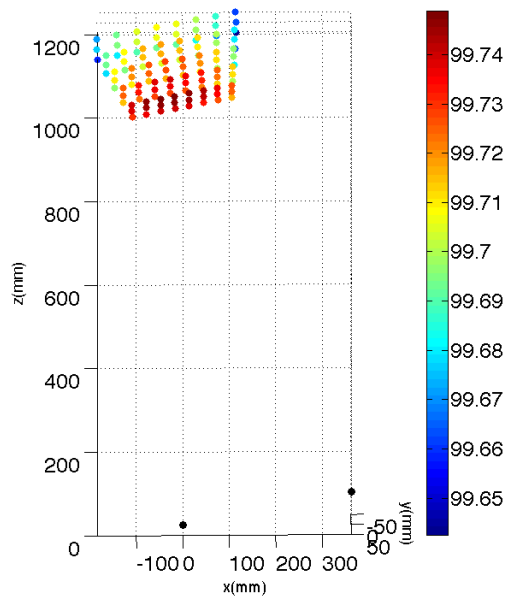
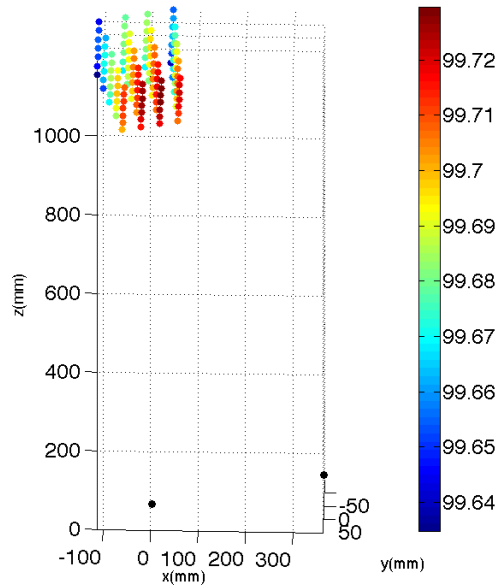


Figura 5.41: Distanza misurata nella simulazione numerica con rumore pari a $+\sigma$ su f_c , k_c e ω_m

Lunghezza misurata nella simulazione numerica per le posizioni orizzontali



Lunghezza misurata nella simulazione numerica per le posizioni verticali

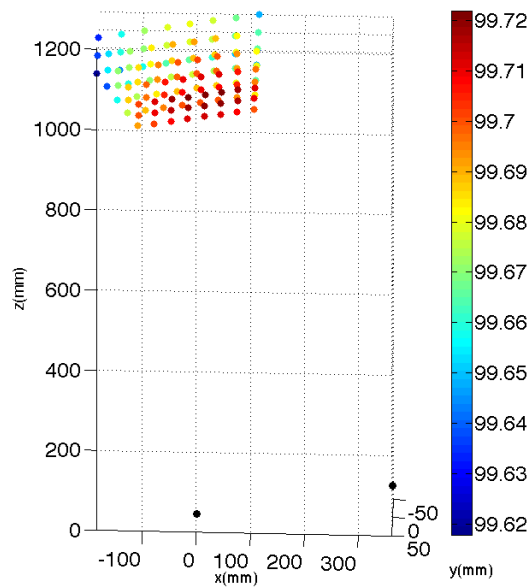
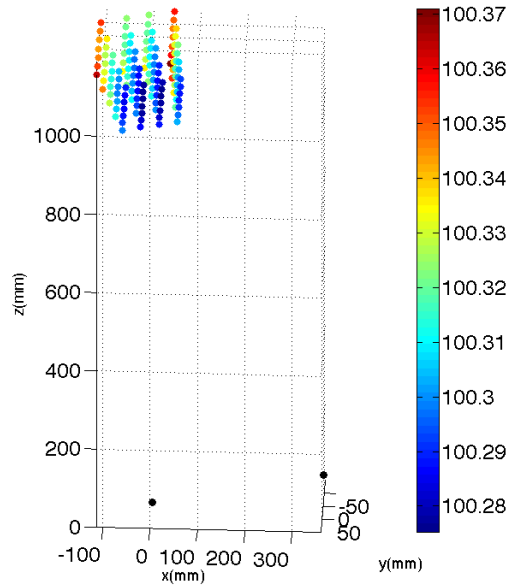


Figura 5.42: Distanza misurata nella simulazione numerica con rumore pari a $+\sigma$

Lunghezza misurata nella simulazione numerica per le posizioni orizzontali



Lunghezza misurata nella simulazione numerica per le posizioni verticali

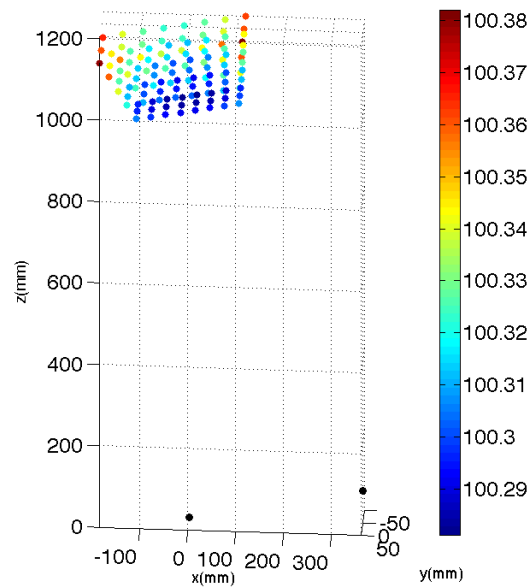


Figura 5.43: Distanza misurata nella simulazione numerica con rumore pari a $-\sigma$

Si noti che in entrambi i casi i punti in cui il modulo dell'errore di misura risulta minore si trovano in corrispondenza del centro del volume, infatti nel

caso della simulazione numerica è noto il valore effettivo della distanza tra le coppie di punti e pari a 100 mm. In particolare si osserva che per rumore imposto pari a $+\sigma$ si ottiene una sovrastima della misura, con rumore pari a $-\sigma$ si ottiene invece una sottostima.

Per quanto riguarda i dati statistici (tabella 5.3) si può osservare come la dispersione dei dati sia in generale bassa in tutti e i casi, inoltre si noti che i dati relativi al modello numerico e i corrispondenti relativi allo sperimentale presentano lo stesso ordine di grandezza.

	L_{rif}	L_{max}	L_{min}	$L_{max}-L_{min}$	L_{media}	σ_{tot}	σ_{orizz}	σ_{vert}
P. sfere	/	99.77	99.45	0.32	99.59	0.076	0.044	0.061
Caso 3	100	99.74	99.62	0.12	99.69	0.023	0.021	0.022
Caso 4	100	100.38	100.27	0.11	100.31	0.022	0.022	0.022

Tabella 5.3: Dati statistici relativi ai risultati delle prove sperimentali e della simulazione numerica

In conclusione è possibile affermare che il modello numerico ben rappresenta il funzionamento di un sistema stereoscopico e fornisce quindi risultati affidabili per la previsione della relativa incertezza di misura, sia qualitativamente che quantitativamente.

Capitolo 6

Conclusioni

Il lavoro presentato analizza il legame tra l'incertezza di misura di questi sistemi, utilizzati per la misurazione 3D e l'incertezza di stima dei parametri di triangolazione come le coordinate immagine o i parametri caratteristici del sistema.

Per poter effettuare l'analisi è stato quindi elaborato un modello numerico dello strumento, che permette di simulare le misurazioni introducendo un rumore predefinito su uno o più parametri caratteristici e di calcolare l'incertezza di misura derivante.

Questo permette di analizzare l'effetto dell'incertezza di stima dei vari parametri sull'errore di misura finale dello strumento, in particolare si confrontano i casi analizzati in termini di andamento nel volume di lavoro e in termini di peso sul valore finale di incertezza dello strumento.

Attraverso i dati estrapolati dalle simulazioni è stato possibile mappare l'incertezza di misura all'interno del volume di lavoro e si sono confrontati i trend risultanti dai diversi casi notevoli analizzati.

Entrando ora nel merito dei risultati, è emerso che la stima dei parametri estrinseci del sistema è la più critica in termini quantitativi, infatti sono i parametri la cui incertezza di stima implica il maggior errore di misura.

Un altro dato importante emerso dall'analisi delle deviazioni standard derivanti dai singoli parametri è stata l'analogia tra l'errore di stima del centro ottico e la stima delle coordinate pixel sia in termini di trend che di valore numerico assunto dalla deviazione standard risultante a parità di ampiezza di disturbo imposta.

Infine sono state messe a confronto delle misurazioni reali effettuate in laboratorio con le medesime misurazioni simulate grazie al modello numerico. Dal confronto è emerso come i risultati sperimentali ottenuti mostrino un andamento molto simile a quello ottenuto con il modello numerico imponendo un errore pari a σ sulle aberrazioni ottiche e sulle focali delle due telecamere;

inoltre i risultati ottenuti nei due casi risultano del tutto analoghi anche in termini di deviazione standard delle misurazioni. Il modello numerico si è quindi dimostrato affidabile sia da un punto di vista qualitativo del trend determinato che quantitativo nella valutazione dell'errore.

In definitiva il modello proposto, risulta essere un'efficiente soluzione per valutare le prestazioni di un sistema stereoscopico di misura: il modello può essere applicato con totale generalità ad un generico set-up di sistema e permette di effettuare una prima stima della relativa incertezza di misura, sia dal punto di vista quantitativo che in termini di distribuzioni spaziali, richiedendo in input i soli parametri ottenuti dalla taratura del sistema stesso.

Bibliografia

- [1] Di Leo, G., C. Liguori, and A. Paolillo. "Propagation of uncertainty through stereo triangulation." Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC), 2010 IEEE. IEEE, 2010.
- [2] W.Kim, A.Ansar, R.Steinke, "Performance analysis and validation of a stereo vision system", IEEE Conference on Systems, Man and Cybernetics, vol. 2, 2005.
- [3] M. Farenzena, A. Fusiello, "Rigorous Computing in Computer Vision", Vision, Video and Graphics, Edinburgh, UK, 2005.
- [4] Zhang, Zhengyou. "Flexible camera calibration by viewing a plane from unknown orientations." Computer Vision, 1999. The Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on. Vol. 1. Ieee, 1999.
- [5] Xu, Gang, and Zhengyou Zhang. Epipolar geometry in stereo, motion and object recognition: a unified approach. Vol. 6. Springer, 1996.
- [6] Hartley, Richard, and Andrew Zisserman. Multiple view geometry in computer vision. Vol. 2. Cambridge, 2000.
- [7] Bouguet, Jean-Yves. "Camera calibration toolbox for matlab." (2004).