

POLITECNICO DI MILANO

SCUOLA DI INGEGNERIA EDILE/ARCHITETTURA

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria dei Sistemi Edilizi



STRUTTURE A MEMBRANA:
TIPOLOGIE E CARATTERIZZAZIONE
MECCANICA DEI MATERIALI

Relatore:

Prof. Ing. Giorgio NOVATI

Correlatore:

Prof. Ing. Paolo Pietro SETTI

Tesi di laurea di:

Giuseppe Dagostino

787086

Anno Accademico 2012-2013

Prefazione

Questa tesi è stata sviluppata con la supervisione dei professori Giorgio Novati (Dip. di Ingegneria Civile e Ambientale) e Paolo Pietro Setti (Dip. di Architettura, Ingegneria delle Costruzioni e Ambiente Costruito). Al Professor *Giorgio Novati*, va tutta la mia gratitudine, per avermi illustrato e trasmesso concetti che fino a quel momento non avevo avuto la possibilità di apprezzare, con passione e professionalità.

Ringrazio inoltre il Professor *Paolo Pietro Setti* per aver svolto il ruolo di correlatore della seguente trattazione.

Infine, un particolare ringraziamento va alla Dottoranda *Giada Colasante* (del Dottorato di Ricerca in Ingegneria Strutturale, Sismica e Geotecnica), per la sua enorme disponibilità e la sua indispensabile assistenza nella conduzione dell'attività sperimentale con l'apparecchiatura biassiale, i cui risultati costituiscono parte del presente lavoro di tesi.

Milano, Aprile 2014

Giuseppe Dagostino

Indice

1.	Introduzione	1
1.1	Obiettivi e struttura della tesi	1
1.2	Evoluzione storica delle tensostrutture	2
1.3	I diversi sistemi tensostrutturali	8
1.3.1	I ponti sospesi e strallati	8
1.3.2	Le coperture strallate	12
1.3.3	Le coperture sospese	13
1.4	Principi statici dei sistemi sospesi	15
1.4.1	Sistemi piani di funi	15
1.4.2	Sistemi spaziali di funi	29
1.5	Strutture tensili	32
1.5.1	Strutture a membrana	32
1.5.2	Strutture pneumatiche	33
2.	I materiali costituenti le tensostrutture a membrana	34
2.1	Tessuto in poliestere rivestito in PVC/PVDF	38
2.2	Tessuto in fibra di vetro rivestito in PTFE/silicone	42
2.3	Tessuti in PTFE espanso (Tenara®)	44
2.4	Il confronto tra i diversi materiali	45
3.	Criteri di progettazione nell'architettura tessile	46
3.1	La ricerca della forma di una superficie tessile	46
3.1.1	La ricerca dell'equilibrio iniziale	46
3.1.2	Le superfici anticlastiche e sinclastiche	48
3.2	Cutting patterns	56
3.3	Considerazioni sui carichi	58
3.3.1	Introduzione: le strutture leggere ed i carichi esterni	58
3.3.2	Carico di pretensione	58
3.3.3	Carico di peso proprio	60
3.3.4	Carico del vento	60
3.3.5	Effetti dinamici dovuti al vento	68
3.3.6	Carico da neve	70
3.3.7	Azione sismica	70
3.3.8	Combinazioni di carichi	71
3.4	Particolari costruttivi	72
3.4.1	Il sistema dei supporti nelle membrane	72

3.4.2	Giunzioni	85
3.5	Le diverse applicazioni dell'architettura tessile	89
3.5.1	Sistemi aperti, chiusi e trasformabili	89
3.5.2	Le facciate tessili	101
4.	Determinazione della configurazione d'equilibrio iniziale	106
4.1	Introduzione	106
4.1.1	Il problema dell'equilibrio iniziale	107
4.2	Il metodo delle densità di forza	110
4.2.1	Il metodo delle densità di forza lineare	110
4.2.2	Applicazione del metodo ad un caso semplice	116
4.3	Il form-finding di una struttura ad hypar con l'ausilio di MATLAB	119
4.3.1	Definizione della topologia della struttura	119
4.3.2	Assegnazione delle densità di forza	125
4.4	Il form-finding di una struttura a tronco di cono a base quadrata con l'ausilio di MATLAB	131
4.4.1	Definizione della topologia della struttura	132
4.4.2	Assegnazione delle densità di forza	133
4.5	Il passaggio dalla rete di funi alla membrana tessile	141
4.6	Determinazione delle lunghezze iniziali	142
5.	Prove di laboratorio su tessuti rivestiti	145
5.1	La macchina di prova	146
5.2	Prove su tessuto in Poliestere/PVC	148
5.2.1	Materiale testato	148
5.2.2	Svolgimento dei test	149
5.3	Prove su tessuto in poliestere e poliuretano	154
5.3.1	Materiale testato	154
5.3.2	Svolgimento dei test	155
5.4	Caratterizzazione meccanica del materiale poliestere/PU: determinazione dei moduli elastici ..	178
5.5	Analisi agli elementi finiti di un provino cruciforme	192
5.5.1	Introduzione al problema	192
5.5.2	Analisi FEM del provino cruciforme	194
6.	Conclusioni	206
	Bibliografia	207

1. Introduzione

1.1 Obiettivi e struttura della tesi

La seguente tesi si pone come obiettivo quello di indagare ed analizzare tutti gli aspetti di maggior interesse che riguardano le tensostrutture a membrana, con particolare attenzione nei riguardi delle problematiche specifiche di questa tipologia strutturale (una tra queste risulta certamente essere il “form-finding”). Anche il comportamento meccanico del materiale “membrana” non è di facile modellazione e costituisce a tutt’oggi materia di studi sia teorici che sperimentali.

La trattazione, dopo una breve introduzione al concetto di tensostruttura a membrana, seguita da una rassegna di esempi realizzativi nel mondo, introduce, capitolo 2, i tessuti tecnici impiegati per le tensostrutture e le loro peculiarità, focalizzandosi sui 3 materiali maggiormente utilizzati fino ad oggi.

Nel capitolo 3, verranno illustrati i principali criteri di progettazione di una struttura a membrana ed i fondamentali aspetti che un buon progettista non deve trascurare.

Con il capitolo 4, ha inizio la parte computazionale, in cui viene presentato nel dettaglio il processo denominato “form-finding”, la sua implementazione in un algoritmo MATLAB e l’applicazione di questa tecnica a diverse tensostrutture.

Nell’ultimo capitolo della tesi, infine, viene presentato il lavoro svolto nel laboratorio Clustex del Politecnico con l’ausilio della macchina biassiale; si commentano i risultati sperimentali ottenuti e viene descritto il metodo con il quale vengono calibrati i parametri nel modello costitutivo elastico (ortotropo) adottato per la membrana; viene infine condotta una analisi agli elementi finiti di un provino biassiale, atta a dimostrare l’importanza dei tagli applicati lungo i bracci dei provini ai fini della determinazione dello stato di sforzo che si instaura nella zona centrale del campione.

1.2 Evoluzione storica delle tensostrutture

La riduzione dei pesi propri strutturali, che consente la realizzazione di strutture con luci libere di ampiezze crescenti e che solitamente comporta anche una riduzione dei costi, ha rappresentato un fattore che ha avuto un ruolo importante nell'evoluzione storica delle tecniche costruttive e, in particolare, nello spingere ad utilizzare nuovi materiali per le costruzioni. Il parametro che spesso viene adottato per quantificare la riduzione suddetta è costituito dal rapporto tra pesi propri (o portanti, detti "dead loads" in inglese) e pesi portati, entrambi espressi per unità di area con riferimento alla superficie "coperta" dalla struttura.

Nel testo di Majowiecki (1995) sono svolte interessanti considerazioni sull'evoluzione nel tempo del peso proprio strutturale, espresso in kN/m^2 con riferimento all'area "coperta" dalla struttura: gli enormi pesi strutturali impiegati dagli Assiri (40 kN/m^2) subiscono una significativa riduzione passando all'epoca Romana (15 kN/m^2) e, successivamente, alle costruzioni del periodo Gotico ($5-10 \text{ kN/m}^2$). Questi valori sono legati al basso "rendimento strutturale" consentito dalle tipologie strutturali dell'epoca, in relazione anche ai modesti valori del rapporto resistenza/peso ($k=\sigma/\gamma$) dei materiali impiegati. Cupole, volte ed archi venivano eseguiti con enormi spessori al fine di sfruttare l'effetto stabilizzante della gravità ed in modo che la curva delle pressioni originata dal peso proprio (peso portante) risentisse solo in misura minima dell'effetto dei carichi accidentali (pesi portati), con il conseguente risultato di un valore del rapporto peso portante/peso portato di gran lunga maggiore dell'unità.

Una notevole riduzione del suddetto rapporto avviene in corrispondenza della seconda rivoluzione industriale. Nuovi materiali da costruzione, infatti, permettono di associare nuovi schemi costruttivi e tipologie strutturali assai più efficienti: è questo il caso dell'acciaio; infatti quest'ultimo, congiuntamente al calcestruzzo, permette di ottenere due notevoli risultati: la trasmissione di elevati valori di tensione di trazione e la possibilità di ottenere configurazioni geometriche della struttura assai complesse. Grazie a tali proprietà congiunte di cls ed acciaio è possibile realizzare gusci sottili dello spessore di soli 10-15 cm che sono in grado di coprire anche 30 metri di luce libera; è questo il caso della volta sottile che copre l'Oceanografico di Valencia realizzata da Felix Candela e Santiago Calatrava (Fig. 1).



Figura 1 – Oceanografico di Valencia, realizzato da Santiago Calatrava e Felix Candela (immagine tratta da www.viverevalencia.net).

L'elevato rapporto resistenza-peso del materiale acciaio permette alle costruzioni metalliche di raggiungere una riduzione dei pesi strutturali di circa dieci volte superiore rispetto allo stesso cemento armato, anche se, per gli schemi convenzionali, l'alternanza di sforzi di compressione e trazione comporta la necessità di dimensionare le membrature compresse in modo tale da garantire una sufficiente sicurezza nei confronti dei fenomeni di instabilità.



Figura 2 – Crystal Palace, Londra 1852-54. Tipico esempio di struttura metallica del XIX secolo realizzato in acciaio fuso con tecniche di prefabbricazione in ferro e vetro (immagine tratta dal sito LondonITA.com).

Con la disponibilità di acciaio ad alta resistenza e con l'avvento delle funi d'acciaio, è stato possibile associare a queste ultime degli schemi strutturali che permettono un impiego ottimale del materiale acciaio in quanto comportano che le funi risultino sempre soggette a sforzi di trazione, in tutte le condizioni di carico a cui la struttura deve far fronte. Detti schemi e tipologie strutturali sono denominate "reti di funi" o "travi di funi"; spesso si usa anche il termine "TENSOSTRUTTURE" che è però molto ampio ed include anche le strutture a membrana.

Le reti (o travi) di funi consentono un notevole abbattimento dei pesi propri: il peso portante di queste strutture è, orientativamente, 100 volte minore rispetto a quello delle strutture in c.a e circa 10 volte minore delle convenzionali strutture metalliche.

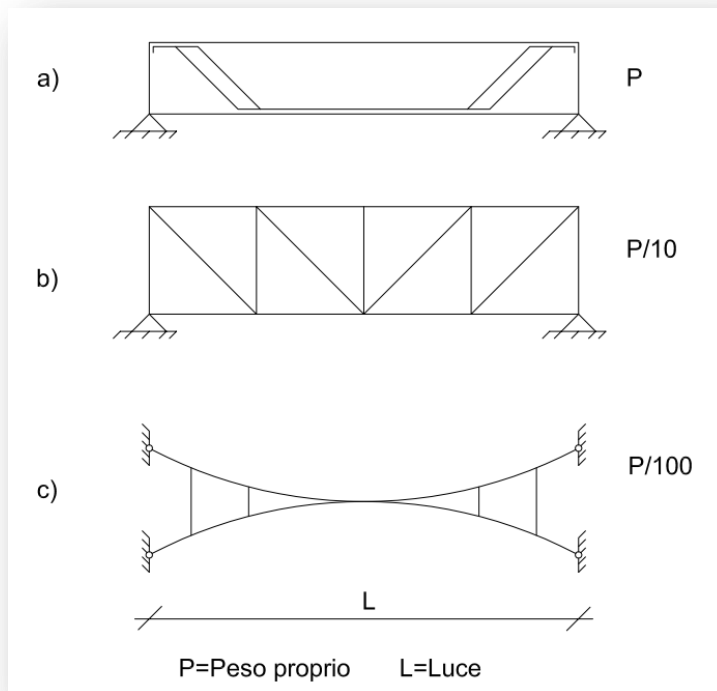


Figura 3 – Confronto tra diversi tipi di struttura (immagine tratta dal Majovieki, 1994):
a) Struttura in cemento armato
b) Struttura metallica
c) Tensegrity

Le tensegrity rappresentano una soluzione strutturale ideale e stimolante per l'architettura contemporanea. Infatti oltre alla leggerezza di tali strutture (il rapporto tra peso portante e peso portato diventa una quantità molto minore dell'unità) è necessario segnalare come queste siano la soluzione ottimale a conciliare estetica, economia e velocità di esecuzione, carte vincenti in tutte le applicazioni riguardanti l'edilizia.

Le strutture leggere in generale, e le tensegrity in particolare, sono diretta conseguenza dello sviluppo scientifico e tecnologico.

La seguente immagine ben raffigura il ruolo rivestito dai diversi materiali da costruzione nel corso dell'evoluzione storica dal 1500 a.C ai giorni d'oggi, con particolare attenzione alla situazione legata agli ultimi anni di storia dell'edilizia, anni in cui le coperture sospese, in maniera sempre più marcata, stanno prendendo il posto delle tradizionali strutture metalliche ed in c.a.

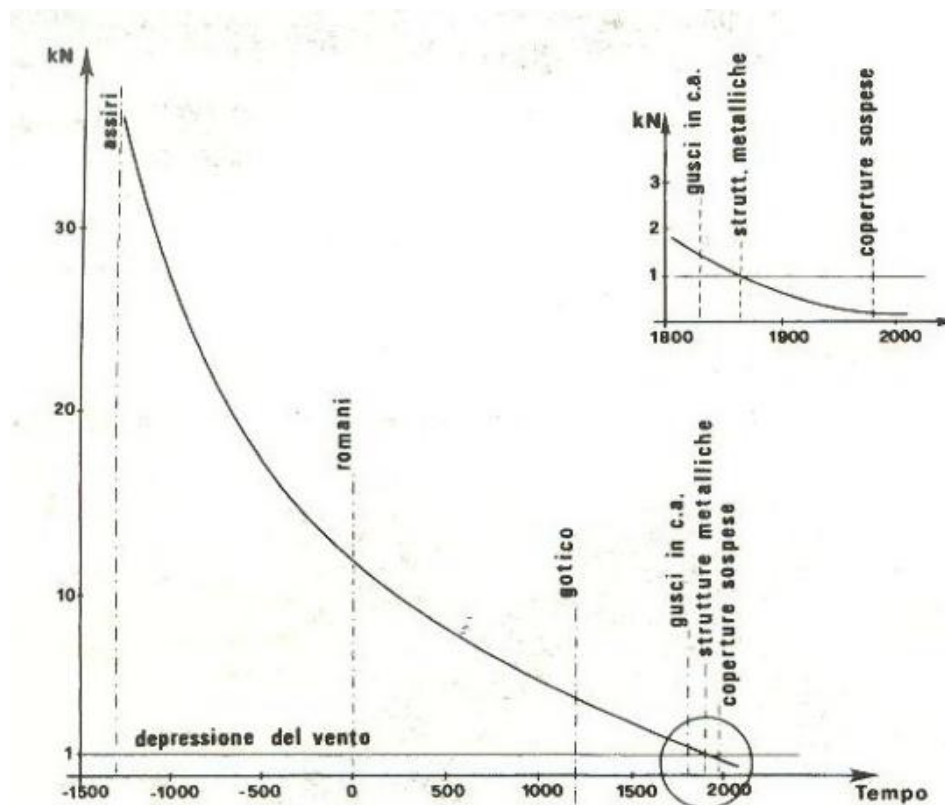


Figura 4 - L'immagine è stata tratta dal libro M. Majoweki, "Tensostrutture, progetto e verifica" (1994)

Sebbene le realizzazioni più rappresentative hanno richiesto, come vedremo, materiali ad alta resistenza, studi teorici molto raffinati e l'impiego di elaborazioni elettroniche disponibili solo da alcuni decenni a questa parte, l'intuizione della validità degli schemi tensostrutturali risale già ai primordi stessi della civiltà, (Majoweki, 1994).

Infatti, la tenso-architettura nella sua forma più primitiva si può già trovare, come elemento essenziale, nelle tende dei popoli nomadi dell'Asia e del Nordamerica, piuttosto che in Europa con i Turchi, prima popolazione Europea ad aver adottato questa tecnica, (Majoweki, 1994).

Sebbene in antichità, l'impiego di questa tipologia strutturale, si sia limitata a costruzioni precarie e trasportabili, come le coperture mobili delle arene romane, i tendoni da circo, piuttosto che le tende beduine, tutta questa gamma di forme, ben rappresenta comunque soluzioni riconducibili ai principi fondamentali delle tensostrutture.

Solo da circa un secolo, tuttavia, il progresso tecnologico ha messo a disposizione di progettisti il “materiale acciaio” e materiali sintetici ad alta resistenza, consentendone un impiego vastissimo nella costruzione di membrature tese. Infatti, la fune d'acciaio, proprio grazie alla sua altissima resistenza, trova facile impiego nei più svariati campi di applicazione.



Figura 5 – Tenda Caidale; tipico esempio di tensostruttura semplice già utilizzata fin dall'antichità dalle popolazioni Arabe (immagine tratta dal sito www.iha.it).

1.3 I diversi sistemi tensostrutturali

Da un punto di vista tecnico, fanno parte delle tensostrutture le strutture strallate, i sistemi sospesi, le travi di funi, le reti di funi e le tensostrutture a membrana. Nel seguito si analizzeranno brevemente i principi di funzionamento statico di vari tipi di tensostrutture, per poi approfondire l'aspetto legato maggiormente alle tensostrutture a membrana.

1.3.1 I ponti sospesi e strallati

Tra i sistemi strutturali che utilizzano elementi sollecitati in trazione vi sono naturalmente i ponti sospesi ed i ponti strallati. Entrambe le tipologie sono state impiegate per realizzare opere di grande luce che sono tra le costruzioni più ardite e più affascinanti mai realizzate.

Ricordiamo la distinzione tra ponti sospesi e strallati.

In un ponte sospeso l'impalcato è appeso per mezzo di pendini (cavi secondari verticali) ai cavi portanti principali; questi, che assumono una forma pressoché parabolica, sono sospesi tra le sommità di torri (o piloni) e sono ancorati alle estremità.

In un ponte strallato, invece, l'impalcato è sostenuto da una serie di cavi inclinati, gli stalli, ancorati ai piloni di sostegno (detti anche torri o antenne). Varie sono le tipologie di disposizione degli stralli, sia in senso longitudinale (ad arpa o a ventaglio) sia in senso trasversale (sospensione centrale o laterale, il ché determina anche la geometria delle antenne).

Oggi il ponte strallato viene considerato più conveniente ed economico rispetto al ponte sospeso nel campo di luci tra i 200 m e i 1000 m; solo per luci maggiori si ricorre al ponte sospeso.



Figura 6 – Tipico esempio di ponte strallato (immagine tratta da www.buidup.it).

La soluzione di ponte strallato viene già adottata nel 1817 in Inghilterra, con il King's Meadows Bridge di Redpath e Brown, la cui luce era di circa 33,6 metri e l'impalcato era sorretto da cavi inclinati ancorati a due torri in ferro. Intorno al 1821 l'architetto francese Poyet suggerì di convogliare i cavi in due uniche torri in ferro, percorrendo il sistema di stabilizzazione oggi adottato proprio per i ponti strallati.

Le soluzioni appena illustrate, però, già dai primi tempi, non furono esenti da problematiche: infatti, già nel 1825, a solo un anno dalla sua costruzione, il ponte sul fiume Saale, in Germania, crollò per un'eccessiva deformazione a sovraccarico provocato da un grande affollamento di persone. La pubblicità negativa prodotta da questo, e dal precedente crollo di una passerella pedonale di 100 metri di luce sul Twed River (Inghilterra), fu la causa principale dell'abbandono dello schema a stralli, schema che venne però definitivamente riabilitato con i moderni ponti tedeschi sul Reno nei primi anni 50, (Majowieki, 1994).



Figura 7 – Il Golden Gate Bridge di San Francisco: tipico esempio di ponte sospeso in cui le due funi stabilizzanti sorreggono i pendini, i quali fungono da collegamento con l'impalcato (immagine tratta da www.buidup.it).

La causa principale dei crolli delle suddette strutture è da ascrivere al sottodimensionamento e alla riduzione della loro rigidità effettiva per curvatura iniziale e soprattutto alla mancata introduzione di uno stato di presollecitazione all'atto della messa in opera degli stesse. Per questi motivi, in presenza di carichi accidentali, l'impalcato veniva sottoposto a stati di sollecitazione e deformazioni oltre il limite sopportabile, prima che gli stralli iniziassero a funzionare.

Nel 1868 Ordisch e Le Feuvre costruirono il ponte sul fiume Moldava a Praga, un tipico esempio di combinazione tra ponte strallato e ponte sospeso. Stesso schema verrà adottato per l'Albert Bridge sul Tamigi, di luce pari a 122 metri, databile posteriormente al 1873. Il meccanismo prevedeva tiranti concorrenti alla sommità delle torri (Fig. 7). E' infine doveroso citare l' Ing. A. Roebling che, nel 1867, progettò il famoso ponte di Brooklyn a New York (Fig. 8), per il quale utilizzò un nuovo sistema di funi a fili paralleli, da lui stesso messo a punto, (Majowieki, 1994).

Da allora in poi gli schemi strutturali e le caratteristiche tecniche principali del ponte sospeso sono diventate nozioni acquisite. La storia successiva riguarda miglioramenti collaterali o secondari e varianti nella disposizione della pareti irrigidenti.



Figura 8 – L'Albert Bridge sul Tamigi, Londra, 1873; la struttura sfrutta una combinazione tra ponte strallato e ponte sospeso (immagine tratta da www.buidup.it).

Figura 9 – Ponte di Brooklyn, New York, A. Roebling, 1867; il ponte annovera un nuovo sistema di fili a funi parallele (immagine tratta da www.buidup.it).



1.3.2 Le coperture strallate

Le coperture strallate, proprio come nel caso specifico dei ponti precedentemente osservato, utilizzano lo strallo come elemento stabilizzante della struttura; il sistema strallato si presta ottimamente per quelle costruzioni che richiedono la copertura di vaste aree con il minor numero di appoggi, come le aviorimesse, il cui requisito fondamentale è disporre di un vasto spazio completamente libero per il movimento dei velivoli. E' possibile osservare un celebre esempio di struttura con copertura strallata nel Centre Renault dell'aeroporto internazionale J.Kennedy a New York (Fig. 10).



Figura 10 – Centre Renault. Aeroporto internazionale J.F: Kennedy N.Y (USA); completato nel 1959, di forma ellittica in pianta (L=160,9 x 128,6 m). La copertura poggia al centro su due file di colonne disposte in modo concentrico. Gli stralli di diametro 63,6 mm, in numero di 192, sono fissati esternamente alle estremità degli aggetti e passano sulla sommità di piloni compressi (immagine tratta da Majoweki, 1994)

1.3.3 Le coperture sospese

La versione moderna delle coperture sospese (denominazione dovuta all'impiego degli schemi tensostrutturali) è sicuramente la tenda. Il principio dell'utilizzazione di funi in una copertura è documentato per la prima volta nel 70 d.C. per la copertura del Colosseo Romano di metri 189 x 156.

Un primo esempio di copertura sospesa risale alla fine del secolo scorso con la costruzione di padiglioni espositivi a Nizni Novgorod, mentre l'inizio del moderno sviluppo della progettazione, dell'analisi e delle tecniche costruttive relative alle coperture sospese, avviene solo dopo gli anni 50 in corrispondenza della nota Raleigh Arena progettata da Nowicky e costruita in USA nel 1953 (Fig. 12-13).

In un contesto in cui il progresso tecnologico è stato rapidissimo, vengono realizzate costruzioni destinate ad essere immagine architettonica dei nostri tempi alla luce della nuova tradizione costruttiva in strutture leggere, grazie al cui impiego è stato possibile ottenere, nella copertura, quella leggerezza e quella libertà di forme che ne costituiscono le caratteristiche più entusiasmanti. Le coperture sospese possono, oggi, annoverare tra le proprie realizzazioni il complesso olimpionico di Tokyo (1968), di Monaco (1972) gli stadi di Torino e Roma e la copertura a tenda dell'air terminal di Jeddah (Fig.11).



Figura 11 – Air terminal di Jeddah (1980), copertura a tenda



Figura 12 – Raleigh Arena, USA, progettata da Nowicky nel 1953; la struttura sfrutta il sistema a reti di funi (immagine tratta da en.structurae.de).

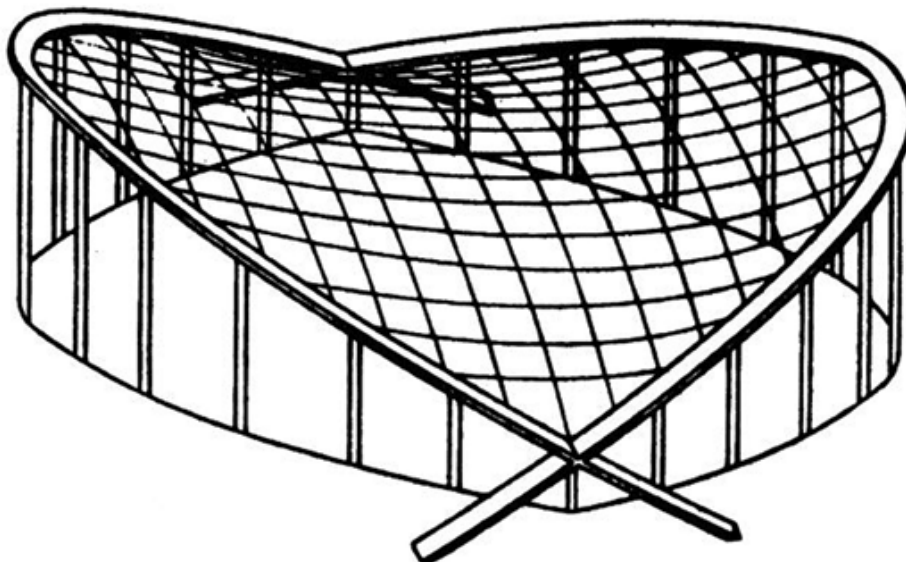


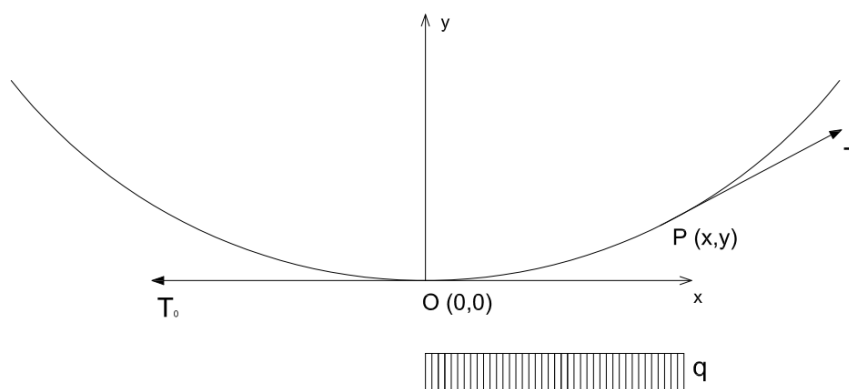
Figura 13 – Schema della struttura priva di copertura; le funi si incrociano ortogonalmente a costituire la maglia della copertura sospesa

1.4 Principi statici dei sistemi sospesi

1.4.1 Sistemi piani di funi

Ricordiamo innanzitutto un risultato fondamentale riguardante la statica di una fune soggetta ad un carico distribuito costante definito per unità di lunghezza, essendo però quest'ultima misurata non lungo la fune stessa, ma in proiezione orizzontale. Questa situazione è quella che si realizza quando il carico (assunto costante) di un impalcato (o di una copertura) disposta orizzontalmente viene trasmesso alla fune portante mediante una cortina di pendini verticali.

Nella figura seguente viene illustrato un caso generico in cui una fune viene caricata con un carico distribuito lungo la proiezione x della fune:



Come è possibile osservare dall'immagine, sezionando la fune in un generico punto P di coordinate x e y , è possibile evidenziare la tensione T di trazione a cui è soggetta quest'ultima; allo stesso modo, nel punto di origine O del sistema di riferimento cartesiano (e punto di minimo della fune) è possibile evidenziare la tensione T_0 tangente alla curva. Eseguendo ora l'equilibrio alla rotazione rispetto al punto P di tutte le forze a cui è soggetta la fune in esame si ottiene:

$$\frac{qx^2}{2} = T_0 * y(x) \quad [1.3.1.1]$$

Da cui si ricava:

$$y \ x = \frac{qx^2}{2T_0} \quad [1.3.1.2]$$

La [1.3.1.2] è l'equazione di una parabola; a partire da tale risultato è quindi possibile motivare l'andamento parabolico assunto da funi soggette ad un carico distribuito orizzontalmente come potrebbe essere quello di una copertura sospesa piuttosto che di un impalcato stradale.



I sistemi sospesi sono quei tipi di struttura nei quali le funi entrano effettivamente a far parte della copertura medesima e non costituiscono più un semplice tramite tra questa e le strutture di ancoraggio. Il loro comportamento statico è allora completamente condizionato dalla presenza di questi elementi tesi, anche se non sempre essi assolvono da soli alla funzione portante dell'intera copertura.

Una fune sospesa agli estremi esplica nel migliore dei modi la sua funzione di equilibrare le forze esterne in quanto, per la sua flessibilità, assume la forma di una funicolare dei carichi, che è la configurazione di equilibrio che permette la massima capacità portante. La funicolare tesa, già vista in alcune strutture rigide sospese, sfrutta appunto questa proprietà, ma resta all'esterno dell'impalcato vero e proprio che ha una forma ed una rigidità relativamente autonoma.

Diversamente accade se ad un'unica robusta funicolare esterna si sostiene, ad esempio una molteplicità di funi sospese agli estremi ed affiancate a brevi intervalli: disponendo su di esse un opportuno rivestimento, si ottiene una copertura che dalle funi trae la forma oltreché il sostegno. Traendo lo spunto da questo elementare principio, si è sviluppata una tecnica costruttiva che ha profondamente modificato gli usuali schemi statici e architettonici. Gli elementi strutturali di base, le funi sospese ad ossature perimetrali, si sono dimostrate oltre che di eccezionale praticità ed efficacia, anche egregiamente adattabili alla copertura di ambienti di forma più svariata: a pianta quadrata, rettangolare, circolare, ellittica e similari.

L'elemento strutturale fune, nel caso dei sistemi sospesi, viene caricato lungo il suo sviluppo e perciò la sua configurazione non è più rettilinea ma è funzione della distribuzione del carico e delle condizioni al contorno.

Proprio in funzione della disposizione del carico sulla fune, determinabile dalla configurazione del sistema di copertura, è possibile classificare i sistemi sospesi in:

- Sistemi sospesi con copertura disposta inferiormente (appesa) all'elemento fune.
- Sistemi sospesi con copertura disposta superiormente (appoggiata) all'elemento fune.

Nel primo caso, la copertura è opportunamente connessa alle funi disposte superiormente ad essa in modo da costituire un sistema strutturale propriamente definito a "copertura appesa", il quale ricalca fondamentalmente quello dei ponti sospesi precedentemente analizzato; infatti la copertura è collegata alle funi portanti mediante tiranti verticali (o pendini), con la stessa tecnologia impiegata nel collegamento dell'impalcato stradale (Majoweki, 1994).

La copertura assolve alla funzione stabilizzante del sistema strutturale mediante zavorramento semplice o con l'introduzione di rigidità flessionale, in modo da evitare pericolosi fenomeni di flutter e galloping.

Una copertura che adotta questa tipologia strutturale è quella del padiglione della cartiera Burgo di Mantova (Fig.14).



Figura 14 - Cartiera Burgo (Mantova), Pierluigi Nervi (immagine tratta da Majoweki, 1994).

Il progetto di quest'opera è di Pierluigi Nervi, ed è datato 1960-61.

La struttura, concepita per ospitare una nuova macchina continua per la stampa, ha una luce libera di 163 m. La copertura, posta a 22 metri di altezza, è costituita da 4 travi reticolari in acciaio sospese a 4 corrispondenti catene rappresentanti gli elementi strutturali primari, insieme alle torri (o cavalletti) di sostegno.

Le catene, che assumono forma pressochè parabolica, sono composte da barre snodate, dai quali snodi si dipartono gli elementi tesi verticali in acciaio (pendini) atti a sostenere le 4 travi reticolari longitudinali. Risulta interessante notare, infine, la forma rastremata dei cavalletti e la loro inclinazione atta ad un efficace assorbimento delle trazioni esercitate dalle catene poste nel tratto centrale.

Nel secondo sistema sopra citato, invece, ovvero nella stabilizzazione per zavorramento superiore, la copertura è appoggiata sopra le funi, le quali possono essere disposte in diversi modi. Va subito rilevato che, quando il materiale di copertura (di norma elementi prefabbricati in c.a o c.a alleggerito) non è collaborante, il suo funzionamento si esplica soltanto con l'effetto stabilizzante del proprio peso. Anche questo sistema, però, non è esente da problematiche che necessitano di essere risolte; infatti, in seguito all'applicazione dei carichi una fune semplicemente sospesa agli estremi tende a deformarsi considerevolmente. Ciò è dovuto non solo alle variazioni di lunghezza che si generano in conseguenza delle variazioni di tiro, ma soprattutto all'effetto di sovraccarichi la cui curva funicolare si discosta in misura sensibile dalla configurazione originaria della fune. Le deformabilità rilevanti sono sempre dannose non solo per il materiale di rivestimento che vi si deve adeguare, ma anche perché a sollecitazioni di intensità e direzione variabile, quali quelle provocate dal vento, si accompagnano pericolose oscillazioni. Il maggior pericolo, tuttavia, è dovuto a fenomeni di depressione sulla faccia superiore della copertura, con conseguenti spinte dal basso verso l'alto. A questo tipo di azione esterna una copertura del genere non può che opporre la sola inerzia del proprio peso, giacché le funi non sono, ovviamente, in grado di assorbire sforzi di compressione. Anche in direzione ortogonale ai piani di giacitura delle funi è opportuno controventare adeguatamente al fine di assicurare rigidità alla struttura (Majoweki, 1994). Nell'ambito di questo sistema di stabilizzazione, è possibile ottenere superfici di copertura definibili geometricamente dalla disposizione relativa delle singole funi. Infatti, adottando le funi disposte su piani tra loro paralleli ad interasse costante, si generano per traslazione superfici cilindriche. Utilizzando invece l'elemento fune ripetitivamente con una disposizione a raggiera, o radiale, si ottengono superfici di copertura sinclastiche, dove le funi semplicemente sospese, convergono verso il centro e si agganciano ad un anello centrale soggetto a sforzi di trazione, mentre la trave anulare di contorno risulta soggetta a sforzi di compressione.

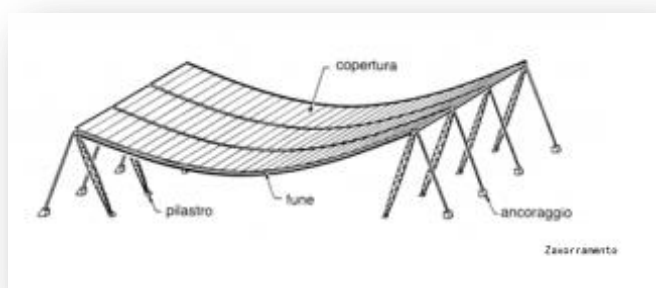
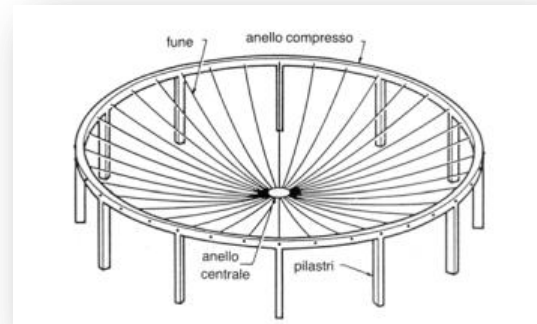


Figura 15 – Schema a funi disposte su piani tra loro paralleli (immagine tratta dal sito www.uniroma2.it).

Figura 16 – Schema a funi disposte radialmente; l'anello centrale è soggetto a soli sforzi di trazioni, mentre la trave anulare assorbe sforzi di sola compressione (immagine tratta dal sito www.uniroma2.it).



Se da una lato la disposizione radiale dà luogo a coperture più rigide di quelle con disposizione a schiera delle funi e consente un comportamento migliore nei confronti dei sovraccarichi dissimmetrici, resta tuttavia il problema della scarsa capacità di controbilanciare gli effetti di eventuali depressioni sulla superficie esterna. Nella maggior parte dei casi, infatti, la stabilizzazione dei sistemi sospesi non è stata eseguita con solo zavorramento, ma sono stati adottati sistemi di copertura dotati di rigidità flessionale. I sistemi di copertura a stabilizzazione flessionale, si presentano quali anfrichi gusci rovesci, in funzione della disposizione parallela o radiale delle funi. In questo caso la soletta assolve le funzioni portanti, in quanto conferisce all'insieme la capacità di assorbire anche sforzi tangenziali e normali di compressione. Per quanto riguarda la loro messa in opera la presenza delle funi e la forma concava della superficie naturalmente generata dalla gravità, consentono di ricorrere a tecniche costruttive più semplici ed economiche rispetto a quelle relative alle volte in cemento armato richiedenti l'uso di casseforme e centine spesso costose.

Un significativo esempio di struttura costruita con questa tecnica ci viene fornito dallo stadio Madison Square Garden di New York in cui i cavi sono disposti radialmente (Fig. 17).

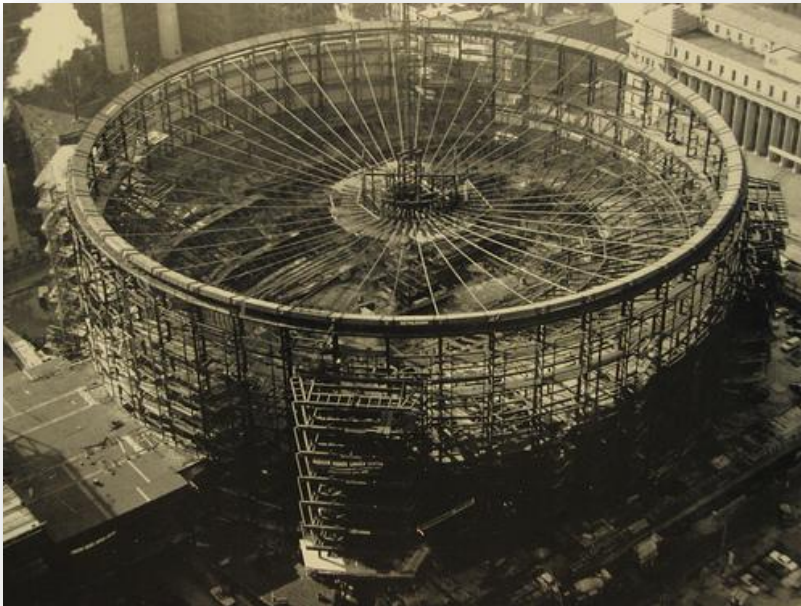


Figura 17 - Il Madison Square Garden (NY,1968) al momento della realizzazione della struttura di copertura; si nota in maniera evidente la disposizione radiale delle funi (immagine tratta da Majoweki, 1994).

Riassumendo, la stabilizzazione della fune singola è, quindi, ottenuta aumentando il peso proprio o aumentando la rigidità flessionale della copertura. Questo è, in un certo senso, in contrasto con l'immagine di una tensostruttura che deve avere, nella leggerezza, la sua peculiarità. E' per questo motivo che agli schemi precedentemente descritti, vengono preferiti schemi strutturali che abbiano ancora, nelle funi, gli elementi stabilizzanti principali, e che quindi permettano di ridurre notevolmente il peso proprio strutturale (Majoweki, 1994).

Nel seguito della trattazione verranno illustrati alcuni esempi di strutture che sfruttano sistemi a reti di funi per le loro coperture; ognuno degli esempi di seguito illustrati adopera una diversa tipologia di rete di funi dipendentemente dalla disposizione di queste in copertura, oltre che dipendentemente dalla posizione che la copertura assume rispetto alle funi.

Sistemi sospesi con funi disposte parallelamente e manto di copertura disposto superiormente

Se per quanto concerne i "sistemi appesi" (ovvero sistemi di funi in cui la copertura è disposta inferiormente ai cavi e quindi appesa a questi) l'esempio già sviluppato nel corso della trattazione è la cartiera Burgo di Mantova, per i sistemi in cui il manto di copertura è disposto superiormente ad una rete di funi disposte parallelamente, l'esempio che più chiarifica il funzionamento del sistema non può che essere l'aeroporto internazionale di Dulles a Washington D.C (USA) (Fig. 18-19).



Figura 18 - Aeroporto internazionale di Dulles, Washington D.C (USA), 1963 (immagine tratta dal sito it.wikipedia.org).

La costruzione è stata completata nel 1963. La hall dell'aerostazione è completamente libera da pilastri per un'area di 8354 m² corrispondenti ad un rettangolo i cui lati misurano 45,7 x 182,8 m. Le funi, in numero di 128 ed aventi un diametro di 25,4 mm sono ancorate ai loro estremi a due diverse altezze, 20 m e 12 m rispettivamente, a mensole inclinate verso l'esterno. Queste ultime hanno il compito di contrastare il tiro delle funi tese tra di esse. La copertura è stata realizzata in conglomerato cementizio alleggerito ed ha un peso complessivo di 18.143,6 kN.

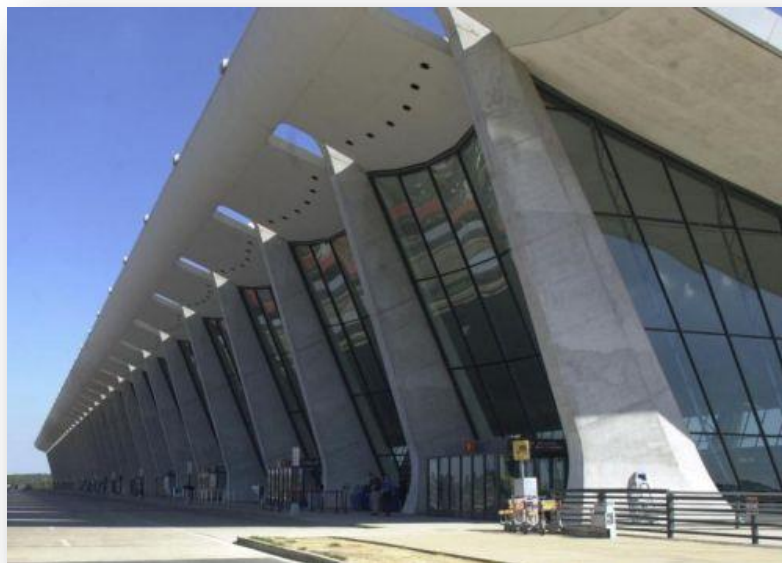


Figura 19 - Le mensole inclinate verso l'esterno hanno il compito di contrastare il tiro delle funi tese tra di esse (immagine tratta dal sito it.wikipedia.org)

Sistemi sospesi con orditura radiale delle funi e copertura disposta superiormente

Oltre al già analizzato Madison Garden Square di New York, un'altra struttura degna di nota, che sfrutti il sistema sospeso con orditura radiale e copertura disposta superiormente, è certamente il salone di Villita a S. Antonio (USA).



Figura 20 - Salone di Villita (S. Antonio, USA), ultimato nel 1960 (immagine tratta da Majoweki, 1994).

La costruzione, ultimata nel 1960, è di forma circolare e ha un diametro di 40,2 m. La copertura è sorretta da 200 cavi zincati e prestirati aventi un diametro di 17,4 mm ed una lunghezza di 14 m. Le estremità dei cavi sono costituite da un attacco a U verso l'anello centrale e da occhielli verso il perimetro esterno. La parte centrale della copertura è costituita da una trave reticolare radiale alla cui periferia è posto l'anello teso: all'interno dell'anello stesso è posto l'impianto di ventilazione dell'edificio. La soffittatura interna è costituita da pannelli a superficie fonoriflettente rivestiti in legno con un soddisfacente risultato formale.

1.4.1.1 Metodi di stabilizzazione per sistemi piani di funi

Nel seguito della trattazione, al fine di poter illustrare altri sistemi che sfruttano le proprietà delle reti di funi, risulta necessario introdurre brevemente i sistemi di stabilizzazione per sistemi piani di funi. Il metodo più economico, e quindi più usato, per ridurre la notevole deformabilità propria, è quello di introdurre una rigidità artificiale attraverso un'adeguata pretensione iniziale. In genere la pretensione si realizza introducendo, in aggiunta alle funi portanti con curvatura rivolta verso l'alto, altre funi dette "stabilizzanti" o "di tensione" a curvatura rivolta verso il basso. La pretensione nasce dal mutuo contrasto di questi due ordini di funi. Nei sistemi piani le funi, portante e stabilizzante, sono poste nello stesso piano verticale che coincide con il piano dei carichi. Tali strutture vengono denominate "tensostrutture piane" o "travi in fune", (Majoweki, 1994).

L'irrigidimento del sistema può essere realizzato in due modi distinti (Fig. 21):

- 1) Tramite elementi verticali paralleli tra loro
- 2) Tramite collegamenti diagonali

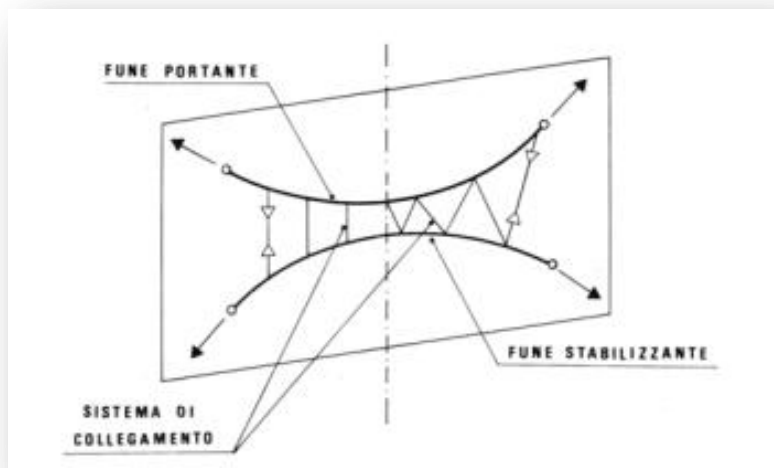


Figura 21 - Schema di una trave in fune; il sistema è composto da fune portante, fune stabilizzante e sistema di collegamento (verticale o diagonale) (immagine tratta da www.uniroma2.it).

1) Se il collegamento tra la fune portante e quella stabilizzante è realizzato con elementi verticali, i sistemi di stabilizzazione che ne derivano sono essenzialmente 3:

- Sistema aperto
- Sistema chiuso
- Sistema misto

Il **sistema aperto** è lo schema maggiormente utilizzato. In questo sistema la fune superiore è portante e quella inferiore è stabilizzante. I collegamenti tra le funi sono tutti soggetti a trazione. All'atto dell'applicazione di un carico esterno rivolto verso il basso si induce una diminuzione della trazione nella fune stabilizzante, con conseguente incremento di sforzo nella fune portante; emerge quindi la necessità di calcolare opportunamente la pretensione iniziale del sistema in modo da garantire, anche per casi di carico gravosi, un residuo di tensione nella fune stabilizzante. Nel caso di depressione da vento, le funzioni assunte dai due ordini di funi s'invertono.

Nel **sistema chiuso**, geometricamente opposto all'aperto, la fune portante è posta inferiormente, mentre la stabilizzante giace al di sopra di quest'ultima. I collegamenti verticali sono, in questo caso, dei puntoni che tengono in tensione i due cavi e trasferiscono alla fune portante i carichi agenti sulla copertura. Sebbene il sistema sia vantaggioso, soprattutto per lo smaltimento delle acque piovane, non è molto impiegato in quanto richiede necessariamente l'uso di controventanti trasversali, a causa della sua instabilità fuori dal piano.

Nel **sistema misto** la fune portante e la stabilizzante si intersecano. In questo caso gli elementi di collegamento sono compressi nel fuso centrale e tesi quelli esterni. Anche questa tipologia, come quella chiusa, richiede un irrigidimento trasversale per impedire lo svergolamento della trave di funi.

In tutti i sistemi, gli elementi verticali di collegamento sono, di norma, realizzati con tubi di acciaio o con profilati accoppiati di acciaio, oppure con cavi d'acciaio, quando gli sforzi presenti siano sempre di trazione. Nel seguito vengono illustrati graficamente i 3 sistemi appena descritti.

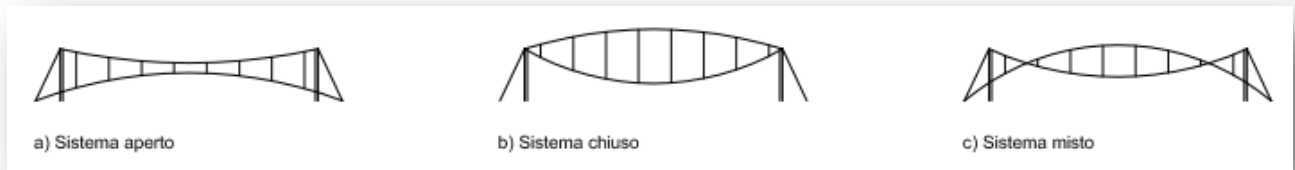


Figura 22 - Illustrazione grafica dei 3 diversi sistemi di stabilizzazione di una rete di funi.

2) Lo schema a collegamenti inclinati (Fig. 23), introdotto successivamente da un progettista svedese, David Jawerth (da cui il sistema prende il nome), permette di risolvere la maggiore problematica a cui si incorreva con gli schemi precedentemente presentati; infatti, con i suddetti schemi, i collegamenti e le funi formano maglie facilmente deformabili per carichi asimmetrici. Tale difficoltà viene quindi agevolmente superata disponendo i collegamenti in posizione inclinata e le funi stabilizzanti e portanti secondo uno dei tanti schemi del sistema Jawerth.

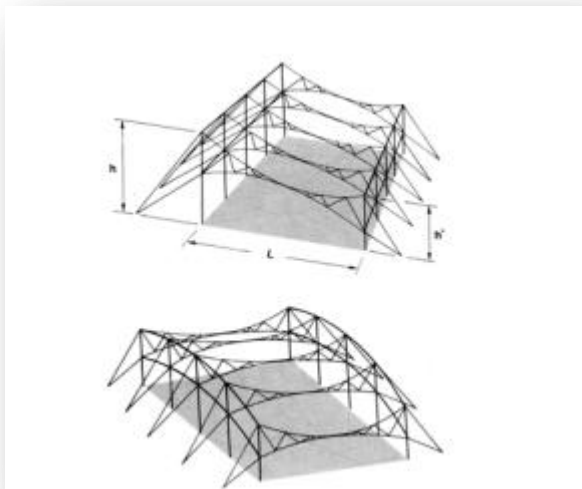


Figura 23 - Tipico esempio di sistema di stabilizzazione con collegamenti inclinati; questa soluzione, permette di superare le difficoltà legate all'instabilità causata dall'eventuale azione di carichi asimmetrici (immagine tratta da www.uniroma2.it).

I sistemi di stabilizzazione piani esaminati fino ad ora, opportunamente modificati per le esigenze che via via si incontrano nella progettazione delle tensostrutture, danno origine ad una serie di soluzioni valide, sia dal punto di vista della stabilità che dal punto di vista estetico. Si presentano quindi nel seguito della trattazione alcuni significativi esempi di architetture che sfruttano questa tipologia di sistema per la realizzazione delle coperture.

Sistemi che adoperano travi di funi disposte parallelamente

Una tra le tante opere che ben rappresenta un sistema in cui le travi di funi sono disposte parallelamente è sicuramente Il Palazzo dello sport a Roseto degli Abruzzi (Italia) (Fig. 21).



Figura 24 - Palazzo dello Sport, Roseto degli Abruzzi (ITA), 1978 (immagine tratta da Majoweki, 1994).

Le strutture orizzontali principali sono costituite da 6 travi di funi a collegamenti diagonali. La luce della fune portante è di 50,2 m, mentre la luce della fune stabilizzante è di 44,39 m; entrambe sono di tipo zincato rispettivamente di diametro $\phi 46$ mm e $\phi 34$ mm e concorrono a realizzare travi di fune a sistema aperto. Le funi vengono ancorate ad un telaio misto in acciaio e c.a. La parte in acciaio del cavalletto di ancoraggio è formata da un puntone inclinato HEA 280, mentre il tirante esterno è formato da due UNP 180 accoppiati.

Non degno di minor nota, un altro tipico esempio che adoperi questo tipo di sistema in copertura, è il complesso Estramed a Pomezia (Italia) (Fig.25-26).



Figura 25 - Particolare dei tiranti del complesso Estramed a Pomezia (Ita) (immagine tratta da Majoweki, 1994).

Figura 26 – Particolare dei tiranti nel complesso Estramed di Pomezia (ITA) (immagine tratta da Majoweki, 1994).

Tra i vari edifici che compongono il complesso, quello che utilizza una tensostruttura a sistema misto ha dimensioni 54 x 80 m, è di forma rettangolare ed ha un'altezza libera di 8,50 m. La copertura è sorretta da 17 travi di funi disposte parallelamente ad interassi di 5 m. Il manto di copertura è costituito da lamiera grecata, coibente e impermeabilizzante, poggiante direttamente sulle funi stabilizzanti e, nella parte terminale, sulle funi portanti. Le funi sono di tipo spiroidale $\phi 48$ mm. Le aste di parete compresse (zona centrale) sono realizzate in tubo $\phi 48,3$ mm mentre quelle tese (zone laterali) sono funi $\phi 14$ mm con tenditore, (Majoweki, 1994).



Sistemi che adoperano travi di funi disposte radialmente

Per quanto concerne i sistemi in cui le travi di funi sono disposte radialmente, un chiaro esempio si può osservare nel Palazzo dello sport a Genova (Italia) (Fig. 27).



Figura 27 - Vista dall'alto del Palazzo dello Sport, Genova (Italia), 1962 (immagine tratta da it.wikipedia.org).

L'edificio, di forma circolare, ha una struttura portante in c.a., ed ha un diametro di 160 m. La tensostruttura a ruota copre solo la parte centrale di 68 m di diametro. Al centro dei due ordini di funi è sospeso un corpo rigido a forma di iperboloide rigato alto 10,6 m; le basi hanno rispettivamente diametro di 6 e 14 m. La differenza di diametro è dovuta al fatto che l'ordito superiore è costituito da 144 funi $\phi 27$ mm, mentre l'inferiore ne ha solo 48 da 54 mm di diametro e richiede quindi un minor spazio per gli attacchi. Il bordo esterno è costituito da un anello in c.a. Il rivestimento è stato realizzato disponendo tra ciascuna coppia di funi superiori un tegolo monolite di poliestere rinforzato, (Majoweki, 1994).

1.4.2 Sistemi spaziali di funi

Il sistema spaziale di stabilizzazione è una diretta conseguenza di quello piano. Le funi portanti e le tenditrici non sono più disposte sullo stesso piano, ma in piani verticali distinti, ortogonali tra loro (Fig. 28).

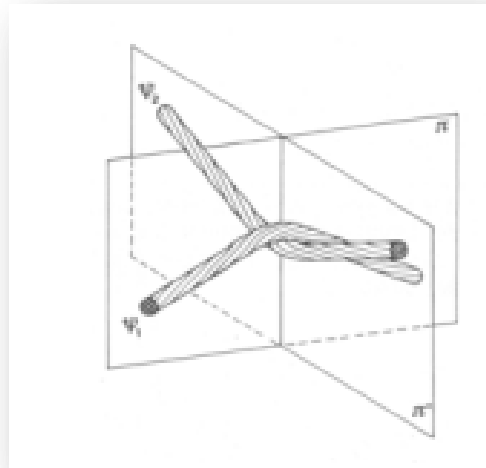


Figura 28 – La fune portante e la tenditrice si intersecano ad angolo retto.

Per meglio comprendere la meccanica delle reti di funi spaziali si prenda in esame la figura 26 di pagina 26; un carico concentrato su un cavo sospeso provoca una deformazione localizzata nel punto di applicazione della forza stessa (Fig. 26 a); un insieme di cavi trasversali stabilizza il cavo portante riducendo l'effetto della deformazione (Fig. 26 b). Quanto più si aumenta il numero di cavi di stabilizzazione (Fig. 26 c) tanto più si ha una valida opposizione alla deformazione. Nel sistema a cui si perviene (Fig. 26 d) tutti i cavi appartenenti alle due famiglie partecipano al meccanismo resistente contro le deformazioni provocate dai carichi applicati. L'applicazione di un carico esterno di tipo gravitazionale comporta un incremento di tensione nella fune portante corrispondente ad un decremento della tensione nella fune stabilizzante. Le rispettive funzioni si invertiranno nel caso in cui il carico sia costituito da una depressione causata dal vento. Per questo tipo di sistemi, non è identificabile una precisa tipologia, in quanto, per le reti, la classificazione non può non dipendere dalle condizioni geometriche al contorno, e non può quindi essere dissociata dalle strutture di bordo.

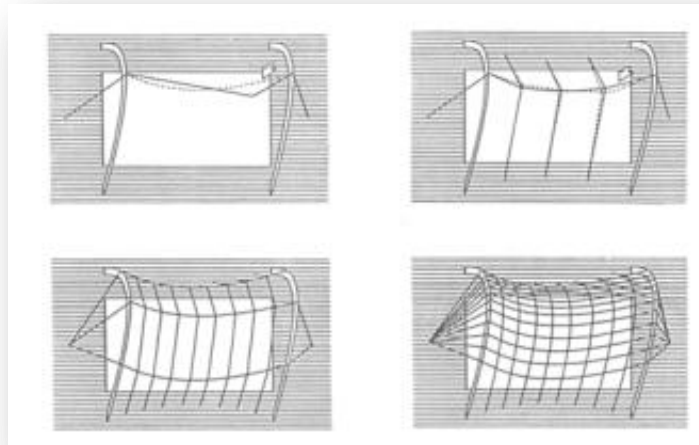


Figura 29 a,b,c,d - Generazione del sistema di stabilizzazione e rete (immagine tratta da www.uniroma2.it).

Sistemi a reti di funi delimitate da bordi rigidi

Un chiaro esempio di struttura che sfrutta il sistema a reti di funi delimitate da bordi rigidi è l'Arizona Coliseum (Fig. 30).

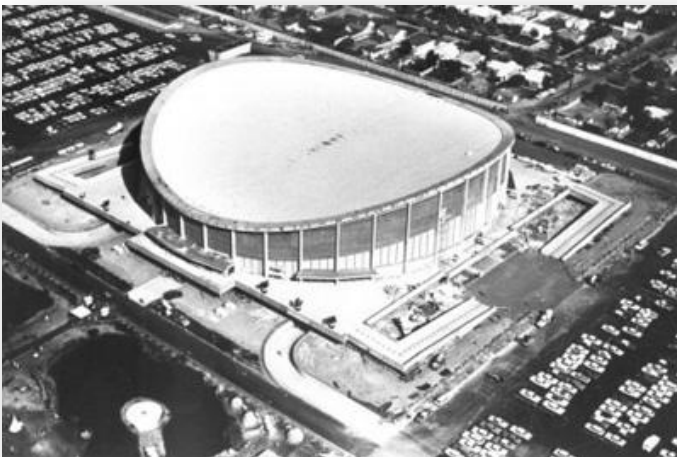


Figura 30 - Arizona Coliseum (USA), 1964; vista dall'alto (immagine tratta da Majoweki, 1994).

L'edificio ha forma perfettamente circolare, ed ha un diametro di 112 m; l'anello di bordo, cui è ancorata la rete di funi, a maglia quadrata, ha un'altezza massima di 30,5 m e una minima di 19,2

m ed è sostenuto da colonne d'acciaio. Il suo andamento nello spazio fa sì che la rete di funi presollecitate si disponga secondo una superficie anticlastica (nel seguito della trattazione verranno illustrate le peculiarità di una superficie di questo tipo e le sue diversità rispetto ad una superficie sinclastica), a forma di paraboloide iperbolico. La copertura è realizzata con lastre di cemento armato prefabbricate e sigillate con un getto conclusivo (Majoweki, 1994).

Sistemi a reti di forma libera

In questo caso la rete spaziale non ha una prefissata forma geometrica ma può assumere diverse e svariate configurazioni a seconda delle necessità. Un importante esempio che ben esplica questo tipo di strutture è il Parco Olimpico di Monaco costruito per le olimpiadi del 1972.



Figura 31 - Parco olimpico di Monaco (Germania), 1968-72; vista aerea dell'intera area circostante lo stadio (immagine tratta da it.wikipedia.org).

Per la realizzazione del complesso sono stati necessari circa 210 km di funi con trefoli da 19 fili e zincatura pesante ottenendo una capacità portante della rete di 147,1 kN/m nelle maglie normali e di 294,2 kN/m in quelle rinforzate. Il numero di morsetti utilizzati fu di 137.000, permettendo ai cavi di effettuare quei movimenti che consentono, alle maglie quadrate della rete, di assumere durante il montaggio e una volta collocate al loro posto sulla copertura, forme di parallelogrammo o rombo, in modo che la rete finisca per assumere la sua configurazione definitiva. La rete è delimitata entro cavi di bordo; il cavo di bordo principale dello stadio è composto da 10 cavi elementari ciascuno di 120 mm di diametro, al sua lunghezza è di 440 m ed è sottoposto ad uno sforzo di circa 49.033 kN. La copertura è sostenuta da 44 piloni e 12 antenne di altezza variabile. Infine, per la copertura, sono stati utilizzati circa 8500 pannelli di plexiglass dello spessore di 4 mm. La scelta di questo materiale fu determinata da diversi requisiti, tra i quali i più importanti, di trasparenza, durabilità del materiale e sicurezza antincendio.

1.5 Strutture tensili

Per quanto concerne le strutture tensili, è possibile porre una classificazione generale che determini 2 grandi tipologie di tensostrutture a membrana:

- Strutture a membrana
- Strutture pneumatiche

Queste due tipologie di strutture tensile, qui di seguito analizzate a fini introduttivi, verranno nel seguito della trattazione analizzate in maniera esaustiva.

1.5.1 Strutture a membrana

In maniera differente dalle convenzionali strutture, le strutture a membrana sono utilizzate maggiormente per la loro importante caratteristica: la grande leggerezza.

Otto definisce una membrana come una pelle tesa soggetta a tensione in ogni suo punto proprio per il fatto che questi tipi di strutture sono realizzate mediante membrane altamente flessibili ed estremamente leggere (tipicamente 0,7-1,4 kg/m²), con un livello di pretensione che genera rigidità nella superficie; tale lo stato di tensione viene introdotto per mezzo di elementi flessibili come cavi, bordi rigidi o flessibili, o dall'aumento della curvatura superficiale mediante creste e valli.

La capacità portante di queste superfici è data, oltre che dalla pretensione appunto, anche dalla doppia curvatura impressa alla superficie.

Il livello di pretensione dato alle superfici di membrana dipende ovviamente dal materiale e dalla geometria scelta per la struttura, ed è espresso come percentuale del carico di rottura del materiale in esame.

Sotto carico imposto a causa di neve o vento, il tessuto subisce grandi spostamenti e un conseguente aumento della tensione nel materiale che può arrivare fino a 10 volte il valore iniziale di pretensione.

Le strutture a membrana sono fondamentalmente realizzate per mezzo di tessuti spalmati, con grande utilizzo di tessuti e pellicole rivestite a maglia aperta. I tessuti spalmati erano in origine

ottenuti da tessuti naturali come il cotone , ma sono stati progressivamente sostituiti dalla fibra di vetro e da fibre organiche sintetiche come il poliestere , che offrono maggiori prestazioni per quanto riguarda la forza di trazione, l'impermeabilizzazione e la resistenza agli attacchi chimici . Nel seguito della trattazione, come già precedentemente specificato, si tratteranno maggiormente nel dettaglio tutti i materiali e le proprietà che contraddistinguono le strutture a membrana.

1.5.2 Strutture pneumatiche

Con il termine strutture pneumatiche vengono indicate tutte le strutture in cui la resistenza ai carichi accidentali viene assicurata tramite l'azione di aria in pressione posta all'interno di quest'ultime. Vi sono generalmente due categorie di strutture pneumatiche: le strutture costituite da un solo foglio di materiale, in cui la differenza di pressione agente è quella che si instaura tra ambiente esterno e quello interno racchiuso dai fogli di materiale, e le strutture costituite da più strati di materiale, nei quali la differenza di pressione significativa è quella che si instaura tra due o più fogli di materiale.

Le strutture pneumatiche sono generalmente preposte a mantenere una pressione interna che va da $0,2 \text{ kN/m}^2$ a $0,55 \text{ kN/m}^2$.

La soluzione che adotta diversi strati di materiale è sicuramente quella che riduce notevolmente diversi aspetti critici di queste strutture; è infatti stato ampiamente dimostrato che l'utilizzo di cuscini realizzati con due o più fogli di membrana, aumenta l'isolamento termico, oltre che diminuire notevolmente le perdite di pressione (nonostante questo sistema presenti una maggiore complessità nel controllare la pressione).

2. I materiali costituenti le tensostrutture a membrana

Supponendo che la rete di funi di copertura possa essere talmente serrata da poterla confrontare alla trama di un tessuto (Fig.32), in questo caso è possibile parlare di funzionamento membranale continuo del sistema strutturale di copertura, (Majoweki, 1994).

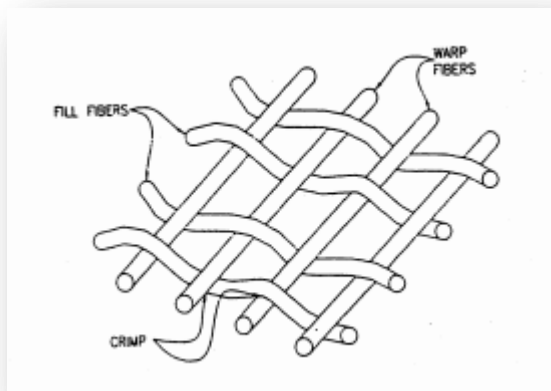


Figura 32 - Tessuto interno di un membrana per tensostrutture; l'ordito è costituito dalle Warp fibers, mentre la trama dalle Fill fibers (immagine tratta da www.uniroma2.it)

Se il materiale fisicamente continuo è impermeabile e l'entità degli sforzi compatibile con le caratteristiche proprie di resistenza, è possibile creare delle tipologie costruttive nelle quali la struttura portante ed il materiale di copertura siano costituiti da una sola entità. Queste tipologie vengono definite "strutture membranali presollecitate". L'architettura a membrana si presta alla realizzazione di involucri edilizi di diverso tipo, di grande luce e di particolare interesse spaziale, e, in virtù della leggerezza e della trasparenza dei tessuti che la compongono in massima parte, necessita di una quantità ridotta di elementi strutturali e può garantire un buon livello di illuminazione naturale degli spazi interni. Da un punto di vista ingegneristico, l'architettura a membrana è costituita da una superficie tessile sottile e di spessore costante, che, in virtù della sua forma e nonostante la grande deformabilità del tessuto, è capace di sostenere i carichi imposti, secondo le prescrizioni dei diversi Codici costruttivi. Tale tessuto, è costituito da fibre longitudinali più resistenti che costituiscono l'ordito di tale tessuto (le fibre Warp) e da fibre trasversali costituenti la trama del tessuto in questione (le fibre Fill). Per far fronte alla loro grande deformabilità, tali strutture tessili vengono semplicemente presollecitate, al fine di migliorare la loro rigidità. Molti tipi di materiali sintetici, quali il poliestere ricoperto di PVC e la fibra di vetro

ricoperta di P.T.F.E, che meglio illustreremo nel seguito della trattazione, sono usati frequentemente per la realizzazione di membrane, in tutto il mondo; tali realizzazioni sono ben visibili soprattutto nel campo delle coperture per fiere, mostre, concerti, campi da gioco e circhi. Infatti, proprio in quest'ultimo campo, i tendoni da circo (Fig.30) rappresentano un avanzato traguardo in termini di portatilità e facilità di assemblaggio: ogni parte del sistema è pensata per essere spostata e messa in posizione al massimo da due uomini e infine fissata da uno soltanto, senza ricorrere all'ausilio di alcuno strumento. Sebbene le tende circensi siano coperture itineranti e dunque non esposte a eccessivi carichi dovuti al clima, quali vento e neve, nel loro processo progettuale sono già presenti due principi peculiari delle moderne strutture tessili: la deformabilità della superficie che determina la forma e la pretensione. Nel seguito, verranno posti in analisi i molteplici aspetti legati al progetto, l'impiego e la verifica di strutture tessili in membrana, partendo da un'analisi di tipo ingegneristico fino a giungere all'aspetto architettonico ed estetico, (Zanelli, 2007).



Figura 33 - Il tendone da circo è uno dei più chiari esempi di come uno dei principali obiettivi nell'impiego di strutture a membrana sia la facilità di assemblaggio e la portatilità della struttura (immagine tratta da it.wikipedia.org).



Come già in precedenza illustrato, le membrane utilizzate per le coperture, piuttosto che per i rivestimenti tessili in facciata, sono per la maggior parte dei casi costituite da un tessuto protetto da una resina polimerica, il cosiddetto tessuto rivestito. La loro resistenza è determinata principalmente dalla forza dei singoli fili di cui sono costituiti e può variare in relazione alle differenti tipologie di tessuti disponibili quali i tessuti trama e ordito, i tessuti laminati, i fogli o i film. L'utilizzo di un materiale atto a ricoprire il tessuto è ovvia conseguenza del fatto che il tessuto stesso, senza il rivestimento, si deteriora rapidamente a causa dell'azione degli agenti atmosferici, (Zanelli, 2007).

L'adozione di tali strati di rivestimento, danno quindi i seguenti benefici:

- Proteggere i fili da fonti di danneggiamento di vario tipo
- Rendere impermeabile la membrana alla pioggia e all'umidità atmosferica
- Stabilizzare la geometria del tessuto che sarebbe altrimenti instabile
- Disporre di un materiale le cui linee di giunzione siano sigillabili a caldo

Più precisamente una membrana consiste di differenti strati combinati con il tessuto che ne costituisce il materiale di base: uno strato di rivestimento primario (detto anche prime coat), uno strato di rivestimento più esterno (top coat), a protezione del primo, e infine un ultimo strato superficiale, risultato del cosiddetto processo di finissaggio, durante il quale il tessuto rivestito può anche subire trattamenti di sigillatura e stampa; proprio grazie a quest'ultimo trattamento superficiale (il quale è specifico, in base alla natura chimica del rivestimento sul quale è applicato) è possibile eseguire la giunzione e la sigillatura di pannelli di tessuto diversi, (Zanelli, 2007).

I tessuti che ci si propone di analizzare in dettaglio nel seguito della trattazione, sono quelli più comunemente utilizzati in campo edilizio:

- Tessuti in poliestere rivestiti in PVC (polivinilcloruro)
- Tessuti in fibra di vetro rivestiti in PTFE (politetrafluoroetilene)

E' importante segnalare comunque come i primi rispetto ai secondi siano maggiormente utilizzati in quanto offrono un miglior rapporto tra costo, prestazioni e durata.

Gli altri materiali adatti all'impiego in campo architettonico sono:

- Tessuti in fibra di vetro rivestiti in silicone
- Tessuti in PTFE rivestiti in PTFE

Vi è inoltre un materiale che, sebbene non sia prodotto mediante processo di tessitura e non sia quindi da includere tra i tessuti sopra introdotti, riveste grande importanza nella realizzazione di strutture pneumatiche: i fogli di EFTE.

Definizioni di base sui fili di tessuto

La materia prima, ossia il "filo filato", è costituita da un numero determinato di filamenti di lunghezza indefinita e di piccolo diametro; tale diametro non deve assolutamente essere inferiore a 3,8 micron in quanto al di sotto di questa quantità è possibile inalare la fibra da parte del corpo umano, con ovvie gravi conseguenze per chi esegue il lavoro di filatura. Due fili, o più, possono essere assemblati per torsione per ottenere un filo dalla maggiore resistenza. I fili sono ottenuti per estrusione dalla rotazione di materiali di fusione tra cui i più ricorrenti sono il vetro ed il poliestere. Il filato viene definito, oltre che dal numero di filamenti elementari, anche dal loro diametro, dalla densità lineare e dal trattamento di finissaggio (trattamenti compiuti per migliorare le caratteristiche di un tessuto, sia qualitative che estetiche), (Zanelli, 2007).

Definizioni di base degli strati di rivestimento

La realizzazione del tessuto è generalmente realizzata applicando una resina di rivestimento in forma di pasta. I rivestimenti hanno specifiche formulazioni chimiche che rendono la resina di base adatta alla lavorazione, così come aumentano i livelli di prestazione di particolari caratteristiche: inibizione al fuoco, resistenza ai funghi, pigmentazione colorata. Il processo di rivestimento è specifico per ogni resina chimica usata, (Zanelli, 2007);

Ciò che definisce il rivestimento è quanto segue:

- Peso in g/mq
- Spessore, misurato come spessore totale del prodotto finito oppure come distanza tra la parte superiore del filo del tessuto e la superficie esterna del rivestimento.

Si analizzano ora nel dettaglio i principali tipi di membrana adoperati in campo architettonico, illustrandone le peculiarità e gli aspetti fondamentali.

2.1 Tessuto in poliestere rivestito in PVC/PVDF

Generalità sul materiale

È il tessuto più comunemente utilizzato in architettura in quanto offre un miglior rapporto tra costo, prestazioni e durata (il costo medio di tale materiale si attesta a circa 5 euro/mq).

Viene commercializzato in 6 tipi differenti (dal tipo 0 al tipo V), ciascuno dei quali è caratterizzato da un diverso peso per mq e da valori di resistenza in trama e ordito crescenti. Il rivestimento di tale tessuto, a differenza di un tessuto industriale, si ottiene spalmando il tessuto di base in poliestere con PVC e prodotti che ne migliorano le prestazioni in termini di resistenza al fuoco e agli agenti atmosferici, di durabilità, manutenibilità e di qualità estetiche. Per migliorarne le prestazioni vengono impiegati additivi quali coloranti, stabilizzatori, plastificanti, ritardanti di fiamma e antimuffa. Il PVC ha una traslucenza relativamente bassa che si aggira intorno al 4% a causa della spalmatura. Dotato di una buona resistenza alla fiamma, ha un buon comportamento all'invecchiamento, anche se tende ad ingiallire nel tempo a contatto con la radiazione luminosa. Per ovviare a quest'ultima problematica, spesso, il materiale PVC viene trattato con una laccatura supplementare di PVDF (Fluoruro di Polivinilidene) che riduce l'ingiallimento nel tempo causato dai raggi UV e la vulnerabilità all'attacco degli agenti atmosferici inquinanti, aumentando la durata nel tempo della brillantezza e del bianco. La durata media di questo prodotto si attesta sui 15 anni. Le membrane in Poliestere-PVC vengono perlopiù utilizzate per realizzazioni esterne, quali tendoni da circo o coperture di grandi padiglioni, in quanto il materiale PVC ha notoriamente un alto contenuto di cloro ed una volta bruciato a seguito di una combustione, quest'ultimo produce diossina altamente dannosa. Prima del poliestere, il materiale costituente il tessuto in questo tipo di membrane era il nylon, il quale essendo però troppo elastico, provocava spesso ingenti ritiri; da qui la scelta quindi di adottare per il tessuto il filo di poliestere: esso è composto da 200 filamenti ed è di tipo brillante o semibrillante. Questa ultima proprietà sta ad indicare che il filo non contiene pigmentazione, o la possiede in quantità molto limitata, e risulta quindi sensibile ai raggi UV, quando usato in una struttura dove il PVC non svolga una funzione di assorbitore di tali raggi. Solitamente, il composto di PVC assorbe sufficiente energia UV da garantire un buon tempo di vita ai tessuti rivestiti (intorno, come già detto, ai 15-20 anni). Il poliestere è inoltre sensibile a idrolisi, in quanto è un materiale organico caratterizzato da un gruppo di esteri. In alcuni casi, dove il rivestimento in PVC mostra dei fori di spillo, può apparire un fenomeno di "assorbimento". Questo

fenomeno comporta la migrazione di acqua tra i filamenti e rende possibile la proliferazione di funghi e di batteri. Il fenomeno dà luogo a ingiallimento, linee marroni e macchioline lungo il tessuto, oltre che una riduzione nelle proprietà di adesione del materiale. Quest'ultimo fenomeno può provocare problemi di giunzione o delaminazione del composto di rivestimento. Per evitare che questo sgradevole fenomeno accada è spesso utile l'utilizzo di filo di poliestere con trattamento idrorepellente, comunemente noto come filo "a basso assorbimento", (Zanelli, 2007).

Realizzazioni

Di seguito vengono illustrate alcune tra le realizzazioni che utilizzano il materiale Poliestere-PVC in tutto il mondo:

LA PERLA

Luogo: Doha, Qatar

Anno: 2006

Progetto architettonico: Studio Lissoni e Peia

Area coperta: 3000 mq

Tessuto: Poliestere

Ricoprimento: PVC/PVDF



Figura 34 - La Perla a Doha (Qatar, 2006) è un tipico esempio di realizzazione in cui il materiale PVC utilizzato ha subito un ulteriore trattamento con PVDF che riduce l'ingiallimento o nel tempo causato dai raggi UV (immagine tratta da it.wikipedia.org).

TERME DI CHIANCIANO

Luogo: Chianciano Terme (Siena, Italia)

Anno: 2007

Progetto architettonico: Studio Paolo Bodega Architetto

Area coperta: 1242 mq

Tessuto: Poliestere

Ricoprimento: PVC



Figura 35 - Terme di Chianciano, Chianciano Terme (Siena)
(immagine tratta da it.wikipedia.org).

L'edificio multifunzionale per le Terme di Chianciano è un esempio innovativo di costruzione leggera: legno lamellare per le strutture primarie, membrane tessili per il doppio involucro di copertura, pannelli tessili pneumatici per le chiusure verticali rimovibili, policarbonato trasparente per i lucernai apribili in copertura.

Con l'impiego di materiali non convenzionali, due membrane di tessuto poliestere PVC diverse tra loro per caratteristiche meccaniche e grado di traslucenza, il progetto risolve il problema del contenimento dei consumi invernali e del raffrescamento estivo con attenuazione del surriscaldamento interno grazie alla ventilazione tra le due membrane (effetto camino innescabile tramite l'apertura delle griglie di aerazione poste alla base dell'involucro e all'apertura degli oblò in policarbonato posti in sommità).

JUVENTUS STADIUM

Luogo: Torino

Anno: 2011

Progetto Architettonico: Studio Shesa-GAU

Tessuto: Poliestere

Ricoprimento: PVC trattato con PVDF e aggiunta di strisce in film trasparente di EFTE



Figura 36 - Juventus Stadium, Torino, 2011 (immagine tratta da Majoweki, 1994).

Struttura di grande leggerezza, realizzata in una membrana in parte trasparente e in parte opaca per permettere una visione ottimale del campo sia diurna che notturna, e nel garantire il passaggio di luce sufficiente alla crescita dell'erba del campo.

La soluzione ingegneristica della copertura è unica al mondo: Sospesa ai quattro angoli da cavi in acciaio tesi sui 2 grandi pennoni alti 90 metri. Studiata nella galleria del vento, ha un profilo come quello delle ali degli aerei per evitare le turbolenze del vento e potere essere quindi realizzata in membrana molto leggera.

2.2 Tessuto in fibra di vetro rivestito in PTFE/silicone

Generalità sul materiale

Questo tipo di tessuto viene impiegato maggiormente in realizzazioni di carattere sportivo quali stadi e centri sportivi, oltre che per applicazioni in edifici di carattere permanente quali aree fieristiche e siti archeologici; garantisce ottime prestazioni di durata e inerzia chimica verso agenti atmosferici e radiazione solare, oltre ad avere un'eccezionale pulibilità. La particolare traslucenza delle fibre di vetro e la omogenea diffusione della luce lo rendono adatto laddove siano necessari elevati livelli di illuminamento negli ambienti coperti.

La rigidità delle fibre di vetro e la difficile malleabilità del PTFE tuttavia lo rendono inadatto all'impiego in edifici temporanei o trasformabili che prevedono ripetuti piegamenti della membrana; la traslucenza è pari circa al 14 % mentre la proprietà di riflettere i raggi solari è quasi del 74 %. Un altro svantaggio legato a questo tipo di membrana è il fatto che in caso di incendi il materiale PTFE risulta particolarmente tossico; per ovviare a questa problematica e poter quindi utilizzare la fibra di vetro anche per realizzazioni interne, spesso il tessuto viene ricoperto con il silicone, il quale risulta un materiale ecologico proprio a causa della sua non tossicità in caso di incendi; di contro, il silicone, ha una maggiore tendenza ad attirare lo sporco. La durata media del materiale Fibra di vetro/PTFE si attesta a circa 25 anni mentre il costo di quest'ultimo risulta notevolmente più grande rispetto al materiale Poliestere/PVC con una media di circa 30 euro/mq. Per quanto riguarda la saldabilità del materiale, sebbene generalmente la termosaldatura tra due teli avviene sempre mediante l'utilizzo di un nastro di FEP (Fluoro etilene propilene), nel caso di fibra di vetro/PTFE, durante il bagno di rivestimento vi sono più passaggi a quantità crescente di FEP che rendono quindi inutile l'utilizzo del nastro in fase di saldatura. Nel caso di rivestimento a base di silicone, invece, il materiale che compone i nastri di saldatura è il TEP.

I fili di fibre di vetro componenti il tessuto sono disponibili in vari diametri di base: 3, 6, 9 e 11 micron. Tali filamenti sono sensibili agli effetti dell'umidità e al danneggiamento della zona esterna soggetta ad uno stato di tensione; la fibra di vetro è resistente alle alte temperature ed è quindi compatibile con le temperature di lavorazione del PTFE. E' molto resistente anche ai raggi UV e alle intemperie, ma perde resistenza se soggetto a piegatura.

Realizzazioni

PIAZZA DEL MARE

Luogo: Genova, Italia

Progetto architettonico: Grattarola Associati e Partners

Area coperta: 9000 mq

Tessuto: fibra di vetro

Ricoprimento: PTFE

Un compito decisamente impegnativo considerando le dimensioni della superficie da coprire. Il progetto architettonico ha ideato una copertura tessile a volta, sostenuta da sei coppie di travi ad arco in acciaio. Le travi, sorrette da stralli e puntoni in acciaio inclinati, danno l'effetto di un'agile ala di gabbiano, protesa a protezione della piazza sottostante. La struttura portante ha luce netta di circa 70 metri. La copertura è in membrana tessile fiberglass/PTFE, pretesa sugli archi e sulle strutture principali. Per limitare la deformabilità della membrana in caso di depressione indotta dal vento sono stati previsti cavi di ritenuta localizzati in corrispondenza degli archi secondari.



Figura 37 -
Piazza del Mare,
Genova
(immagine tratta
da
it.wikipedia.org)

2.3 Tessuti in PTFE espanso (Tenara®)

Generalità sul materiale

Il tessuto in PTFE espanso, comunemente denominato Tenara® è attualmente il materiale più performante grazie alla proprietà del politetrafluoroetilene, un materiale non combustibile, chimicamente inerte, eccezionalmente resistente allo sporco, all'abrasione ed alla rottura. Esso possiede inoltre ottime proprietà di traslucenza, la quale, a seconda dello spessore del materiale, può arrivare fino ad un valore del 40%. A differenza del PTFE con fibra di vetro e del vetro/silicone la sua resistenza al piegamento lo rende idoneo all'impiego in strutture temporanee e trasformabili. Tale materiale è inoltre molto spesso impiegato per la creazione di strutture a cuscinetto, ovvero, come meglio verrà visto nei seguenti capitoli della trattazione, per la creazione di strutture che prevedono l'utilizzo di 2 fogli di materiale di dimensioni variabili (perlopiù 3x3 o 3x5) con interposta una camera d'aria. La durata media di questo tessuto si attesta superiore ai 30 anni. Di contro, il Tenara®, ha un elevato costo che si attesta a circa 120 euro/mq.

La stanza gonfiabile per la cerimonia del tè del "Museum fur angewandte Kunst" (MAK) (Fig. 35) è una delle realizzazioni che meglio illustra la tecnica e l'utilizzo dei cuscini in PTFE espanso. Per la sua casa del tè Kengo Kuma ha scelto di realizzare una struttura pneumatica autoportante a doppia membrana per cui i tempi di montaggio e smontaggio sono, ovviamente, ridotti al minimo.



Figura 38 - Modern Teahouse, Francoforte (GER), 2007, Kengo Kuma (immagine tratta da it.wikipedia.org).

2.4 Il confronto tra i diversi materiali

Viene proposto ora un confronto tra i diversi materiali precedentemente analizzati, al fine di definire le sostanziali differenze che intercorrono fra questi ultimi e i vantaggi/svantaggi portati dalla scelta di uno o dell'altro tessuto.

TESSUTO/LACCATURA	DURATA MEDIA	RESISTENZA ALL'INVECCHIAMENTO	RESISTENZA ALLO SPORCO	TRASLUCENZA
Poliestere/Pvc	10-15	abbastanza buono	abbastanza buono	abbastanza buona
Poliestere/Pvc-Pvdf	15	buono	buono	abbastanza buona
Fibre di vetro/PTFE	>25	eccellente	eccellente	buona
Fibre di vetro/Silicone	>25	molto buono	abbastanza buono	eccellente
PTFE espanso	>30	eccellente	molto buono	eccellente

TESSUTO/LACCATURA	RESISTENZA ALLA FIAMMA	RESISTENZA ALLA PIEGATURA	RESISTENZA DEL TESSUTO TRAMA/ORDITO	APPLICAZIONI CONSIGLIATE
Poliestere/Pvc	buona	molto buono	115/102	Strutture mobili temporanee industriali
Poliestere/Pvc-Pvdf	buona	buono	115/102	Strutture temporanee architettura
Fibre di vetro/PTFE	eccellente	non soddisfacente	124/100	Strutture permanenti architettura
Fibre di vetro/Silicone	eccellente	abbastanza buono	107/105	Strutture permanenti architettura
PTFE espanso	eccellente	eccellente	84/80	Strutture mobili trasformabili

3. Criteri di progettazione nell'architettura tessile

Nella realizzazione di una tensostruttura a membrana, il progettista è tenuto ad analizzare tra aspetti fondamentali dai quali un'attenta analisi ed una accurata progettazione non possono prescindere:

- La ricerca della forma
- Il cutting pattern
- L'analisi dei carichi

3.1 La ricerca della forma di una superficie tessile

3.1.1 La ricerca dell'equilibrio iniziale

A differenza dell'architettura tradizionale, l'architettura tessile, ben si presta ad assumere le più disparate forme e aspetti, proprio grazie alla leggerezza ed alla varietà di materiali disponibili a comporre l'opera. Infatti, le tensostrutture a membrana, se ben progettate, offrono una vasta gamma di soluzioni di protezione dalle diverse condizioni atmosferiche; possono essere traslucenti, in alcuni casi trasparenti e possono far passare più o meno luce. Inoltre, dal momento che nelle tensostrutture a membrana il sistema di copertura coincide con i componenti strutturali principali, è possibile coprire spazi con luci molto differenti. Risulta però fondamentale sottolineare come la geometria di una superficie in membrana non possa essere definita dal progettista in maniera del tutto casuale, bensì abbia bisogno di essere definita sulla base di un equilibrio interno di pretensione che l'intera struttura deve rispettare. Infatti, attraverso un sistema predeterminato di bordi e supporti, è possibile imprimere alla membrana una pretensione che permetta all'intera struttura di permanere in equilibrio soddisfacendo le esigenze di progetto. Nel processo di definizione della forma della membrana, il progettista risulta quindi coinvolto essenzialmente nella scelta di una serie di "condizioni di bordo", rappresentate dalla disposizione di tutti gli elementi del sistema strutturale che entrano in contatto diretto con la membrana e che le offrono appoggio (cavi di cima, i cavi degli angoli, pali, archi, travi ecc). La fase attraverso la quale si determina la forma della superficie e della struttura tessile viene comunemente indicata come



processo di “ricerca della forma” ed è un percorso iterativo, attraverso il quale vengono fatti cambiamenti e aggiustamenti progressivi nella disposizione degli elementi di supporto suddetti, affinché la struttura raggiunga un equilibrio interno di pretensione. Nella ricerca della forma di una membrana tessile, quindi, i progettisti possono compiere diversi passaggi, supportati inizialmente dai modelli fisici e poi dai modelli computerizzati; risulta inoltre di necessaria importanza sottolineare come la forma ottenuta tramite il processo iterativo illustrato precedentemente, sebbene sia perfettamente definita dalla scelta delle condizioni di bordo, possa essere modificata solo per effetto della scelta dei rapporti di pretensione presenti all’interno dei bordi stessi. Esistono, infatti, dei limiti di forma oltre i quali non è possibile raggiungere un equilibrio interno, se non introducendo una serie di “rinforzi”, i quali, a contatto con la membrana, danno la necessaria pretensione al sistema, (Zanelli, 2007).

Alla luce di quanto detto, risulta quindi ovvio che le tensostrutture a membrana sono caratterizzate da forme che sono il risultato di un equilibrio tensile, e che quindi possono essere progettate solo da chi abbia un’ottima conoscenza e una buona consapevolezza dei principi statici del sistema tensostrutturale.

Il processo di ricerca della forma inizia con la definizione della configurazione dell’area che si vuole coprire e con la sistemazione degli elementi di supporto interni ed esterni che condizionano le posizioni dei bordi con cui si suppone che la superficie a membrana possa trovare l’equilibrio statico. Ogni configurazione di bordo, darà luogo a un’unica e particolare forma di superficie tessile; di conseguenza il numero di possibili forme di tensostrutture a membrana è variabile in proporzione al numero delle diverse possibili configurazioni di bordo e delle diverse posizioni previste per i suoi supporti. In fase progettuale, ogni modifica apportata alla configurazione rigido-elastica dei bordi, comporterà dunque anche un cambiamento di forma della tensostruttura nel suo insieme.

Nelle tensostrutture a membrana, le superfici curve provvedono alla stabilità strutturale e alla rigidità complessiva. Più grande è il raggio di tali curve e maggiori sono le forze che insistono sulla membrana tessile, così come le forze sui cavi di bordo e sugli angoli; proprio per questo motivo è sempre consigliabile evitare configurazioni che prevedano grandi aree piatte (con raggi di curvatura molto grandi) maggiormente soggette all’azione del vento e alle deformazioni dei carichi applicati e della neve, (Zanelli, 2007).

In generale, le forme adoperate dai progettisti, al fine di progettare una tensostruttura a membrana, si dividono in due grandi gruppi: superfici anticlastiche e sinclastiche.

Nel seguito della trattazione entrambi i gruppi verranno meglio definiti in tutte le loro caratteristiche e peculiarità.

3.1.2 Le superfici anticlastiche e sinclastiche

Come già precedentemente introdotto, trovare la forma che meglio espliciti uno stato di equilibrio iniziale per le tensostrutture a membrana, costituisce un aspetto fondamentale di cui il progettista deve tenere conto. In generale, sebbene una tensostruttura a membrana possa assumere svariate forme, queste seguiranno sempre una delle due tipologie generali di forma assumibili dalla superficie tessile:

- Superfici sinclastiche
- Superfici anticlastiche

La differenza sostanziale tra queste due tipologie di forma assumibili da una superficie tessile è legata al prodotto delle due curvature gaussiane generate da piani che intersecano le superfici in questione; per meglio comprendere questo concetto si osservino le seguenti figure:

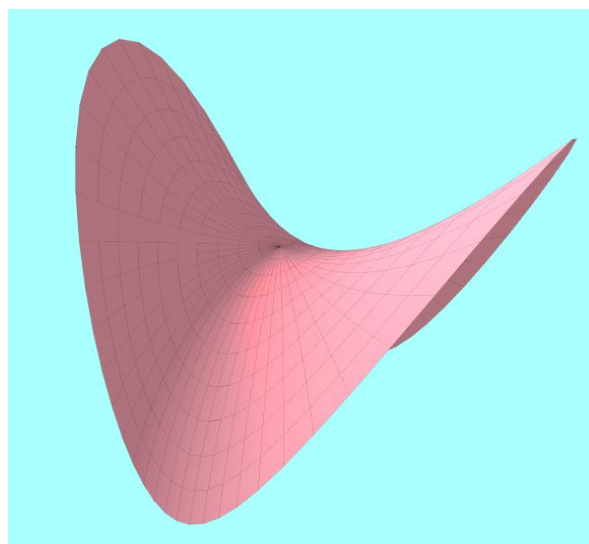


Figura 39 – Tipico esempio di superficie anticlastica – Forma a sella

In figura 39 si osserva una superficie disposta secondo una forma a sella; nelle successive immagini si osserverà come questo tipo di superficie sia una superficie anticlastica e verrà analizzato il motivo per cui si può definire tale.

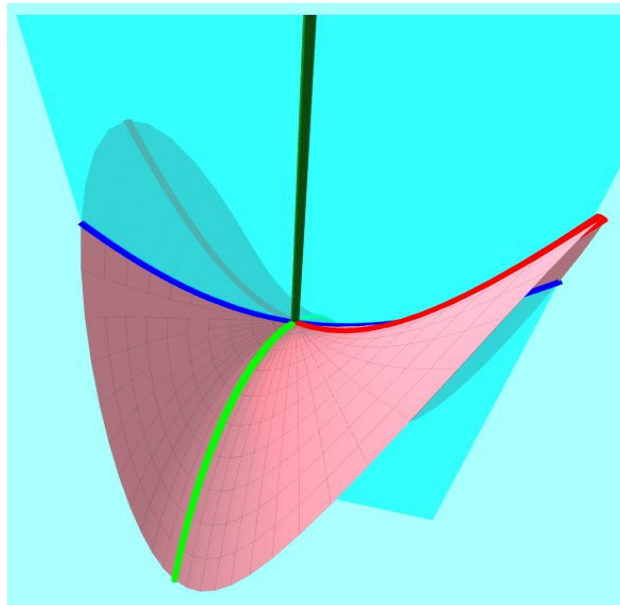


Figura 40 – La superficie viene sezionata da un piano normale

Come è possibile osservare dalla figura 40, scelto un qualsiasi punto della superficie considerata, viene fatta passare per quest'ultimo una retta, la quale costituisce la direzione normale alla superficie; il piano su cui giace la retta è denominato piano normale. Se facciamo ruotare il piano attorno alla retta, verrà generato un fascio di piani, ed ogni piano costituente il fascio, sezionerà la superficie lungo delle curve (le linee colorate in figura) denominate sezioni normali.

Ogni sezione normale possiede una curvatura, la quale è appunto la curvatura normale nella direzione del piano scelto. La minima e la massima curvatura sono chiamate curvature principali.

Una volta definito il concetto di curvatura, è ora possibile definire il criterio per cui una superficie è assumibile come anticlastica oppure sinclastica.

Infatti, da un punto di vista geometrico, considerando la curvatura gaussiana $K=k_1k_2$, ovvero il prodotto tra due diverse curvature k_1 e k_2 della superficie strutturale, quest'ultima sarà:

- Anticlastica se $k_1k_2 < 0$
- Sinclastica se $k_1k_2 > 0$
- Piana se $k_1k_2 = 0$ (infatti la curvatura risulta nulla se il raggio di curvatura è infinito, proprio come nel caso di superfici piane).

Proprio per il concetto appena illustrato, quindi, tutte le superfici che presentano curvature sempre concordi in tutto il loro sviluppo possono considerarsi superfici sinclastiche; è questo il caso delle già citate strutture pneumatiche, le quali, per effetto della differenza di pressione tra

interno e esterno si conformano prevalentemente con forma a cupola (forma che presenta appunto curvatures costanti in ogni suo punto, Fig.41).

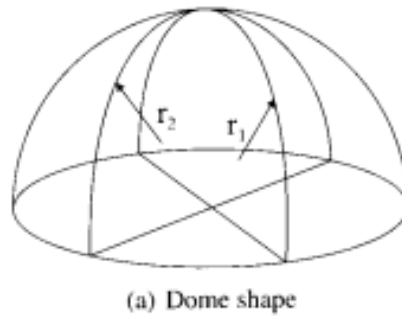


Figura 41 – Tipico esempio di superficie sinclastica a cupola; le curvatures perse in diversi punti della superficie sono sempre concordi.

Le principali forme di una superficie anticlastica

Per quanto concerne le superfici anticlastiche, esistono 4 tipologie di forma prevalentemente utilizzate dai progettisti:

- Superfici a cono
- Superfici a sella
- Superfici ad Hypar
- Superfici a cima e gola

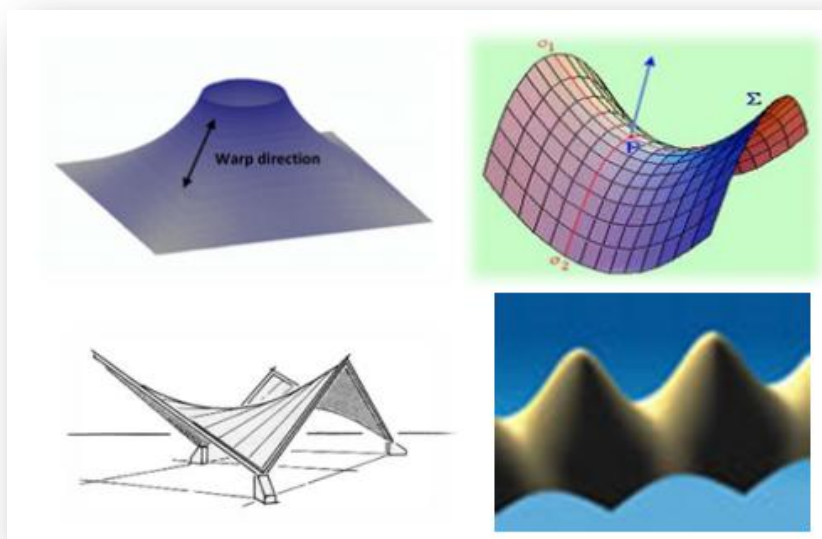


Figura 42 – Le 4 principali forme di una superficie anticlastica

Nonostante la grande varietà formale consentita dalle tensostrutture a membrana, spesso si fa uso di forme anticlastiche ricorrenti. La struttura tensile in assoluto più semplice e di base è la vela, a forma di sella, su quattro appoggi, definita dall'alternarsi tra punti di giunzione alti e punti di giunzione bassi, con bordi dritti o curvi.



Figura 43 - Tipico esempio di coperture a vela con alternanza tra punti di giunzione alti e punti bassi

Spesso, la semplice struttura a vela appena presentata, può unirsi ad altre strutture di base per costituire forme maggiormente complesse; per esempio, diverse vele unite insieme secondo una disposizione radiale creano una tensostruttura a stella, che può avere al centro un anello interno e uno o più punti d'appoggio, alti o bassi. Gli esempi della vela e della stella rappresentano due tra le numerose disposizioni modulari con cui è possibile creare una forma complessa dal carattere a volte ripetitivo, altre volte discontinuo.

In alternativa alla composizione modulare, la progettazione di una forma libera può dar vita ad una tensostruttura architettonicamente molto interessante nella quale si colgono innanzitutto i vantaggi della continuità visiva e della dinamicità; ne è un tipico esempio il padiglione tedesco all'Esposizione mondiale di Montreal nel 1967, realizzato da Frei Otto: si tratta di una tensostruttura di forma anticlastica libera costituita da una rete di cavi e da un involucro protettivo in membrana (Fig. 44). Ovviamente, tali tensostrutture, proprio perché di forma libera,

richiedono un'accurata progettazione nel dettaglio, dal momento che gli elementi costitutivi non si ripetono iterativamente. Bisogna inoltre tener bene presente come ogni soluzione scelta in ambito di tensostrutture tensili sia più o meno adatta nelle diverse situazioni di applicazione; infatti, le coperture caratterizzate da piccole luci richiedono forme diverse da quelle a grande luce: la semplice vela con quattro punti di appoggio è una delle soluzioni più efficienti e leggere per tensostrutture con luci intorno ai 15-20 metri. Quest'ultima, se impropriamente utilizzata per realizzare tensostrutture di grande luce, richiederebbe punti di supporto troppo alti, sui quali accumulerebbe sforzi troppo grandi. Per realizzare coperture di grandi luci la tensostruttura deve essere caratterizzata da elementi di bordo interni e lineari, come cime, gole, anelli o cappi (che meglio si analizzeranno nel seguito della trattazione), che possono essere sostenuti da travi interne o da strutture ad albero, oppure sospesi da elementi di supporto esterni alla membrana. La soluzione architettonica più adeguata, quindi, è quella che risulta proporzionata con la funzione cui l'edificio deve assolvere, in relazione agli aspetti strutturali, formali ed economici.



Figura 44 - Padiglione tedesco all'Esposizione mondiale di Montreal, Canada 1967, Frei Otto

Le strutture pneumatiche

Come già anticipato, le maggior parte delle superfici sinclastiche sono assimilabili al grande gruppo delle “pressostrutture” (contrapposte alle tensostrutture) o strutture pneumatiche.

Sulla base del tipo di membrana costituente la pressostruttura, piuttosto che dallo schema tipologico che ne determina la forma, possiamo definire 2 tipologie differenti di strutture pneumatiche:

- Strutture supportate dall'aria
- Cuscini pneumatici

Le prime, denominate anche pressostrutture appunto, sono particolari strutture tensili a membrana di forma sinclastica stabilizzate da una differenza di pressione dell'aria attraverso la loro superficie. Tale differenza di pressione è generata da ventilatori che insufflano aria in una copertura a membrana ermetica (per questo motivo queste strutture vengono anche chiamate strutture pressurizzate) . Non c'è bisogno di elementi rigidi di supporto della membrana, come colonne, muri o archi, pertanto questa peculiarità rende le superfici sinclastiche tra le più minimali e leggere tipologie costruttive mai realizzate. I livelli di tensione nella superficie di una struttura supportata dall'aria dipendono dai suoi rapporti di curvatura; infatti una superficie sferica dalla forma ribassata come quella illustrata in figura 48, risulta essere molto efficiente per coperture particolarmente soggette ai carichi del vento, dato che riesce a evitare di esporre gran parte della propria superficie alla pressione discendente del vento. Comunque le strutture supportate dall'aria si destabilizzano soprattutto se sottoposte a condizioni di carico non uniformi e disimmetriche dovute a vento e neve insieme.

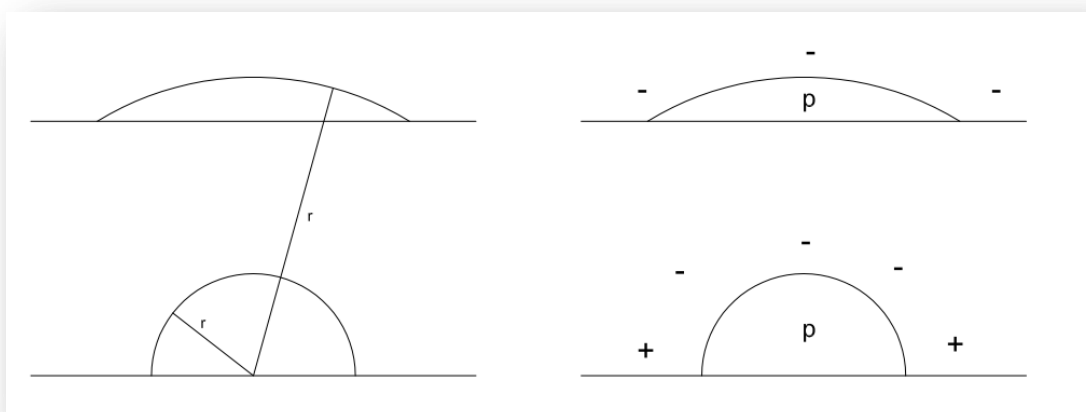


Figura 45 - Schema dell'azione del vento al variare della curvatura della struttura supportata dall'aria.

Sfruttando il principio della pressurizzazione si possono realizzare coperture con una certa varietà di configurazioni, caratterizzate da diversi livelli di deformazione della membrana, in relazione al cambiamento delle curvature. La necessità di una pressione uniforme su tutti i punti della membrana però rappresenta anche un limite alle possibilità di forme resistenti appropriate per le strutture sinclastiche. Per ovviare a questo inconveniente il progettista può integrarle con membrane a sviluppo anticlastico, utilizzabili come moduli di collegamento tra diversi ambienti pressurizzati, ottenendo un'articolazione più complessa dei volumi e degli spazi interni.



Figura 46 – Eden Project, Cornwall (UK)

I cuscini pneumatici, invece, permettono di gestire più liberamente lo spazio coperto in quanto costituiscono un involucro chiuso, isolato e mantenuto a pressione costante, che non limita le possibilità di apertura e variazioni di pressione dell'aria tra esterno e interno. Si tratta di configurazioni architettoniche realizzabili tramite una serie di cuscini gonfiati singolarmente o in sequenza e che possono essere impiegati liberamente come elementi di involucro, per realizzare le pareti verticali e anche la copertura.

Come già precedentemente analizzato, i cuscini pneumatici sono perlopiù costituiti da membrane in poliestere/pvc, ma possono essere anche realizzati completamente trasparenti tramite l'utilizzo di film di efte. Inoltre, sotto il punto di vista del comfort igrometrico, l'assemblaggio di un cuscino con più fogli di efte (fino a 5) e più camere d'aria interposte (fino a 3) porta ad un notevole miglioramento delle proprietà di isolamento termico. Ovviamente, in questi tipi di coperture trasparenti, è indispensabile prevedere un dispositivo di protezione dall'eccessiva radiazione solare. Nei cuscini pneumatici in efte è possibile creare un sistema di ombreggiamento adattabile, stampando immagini positive e negative rispettivamente sullo strato più esterno e sullo strato intermedio dei fogli di efte, proprio come è stato fatto nel padiglione Duales System per l'Expo 2000 di Hannover, progettato dall'Atelier Uwe Bruckner.

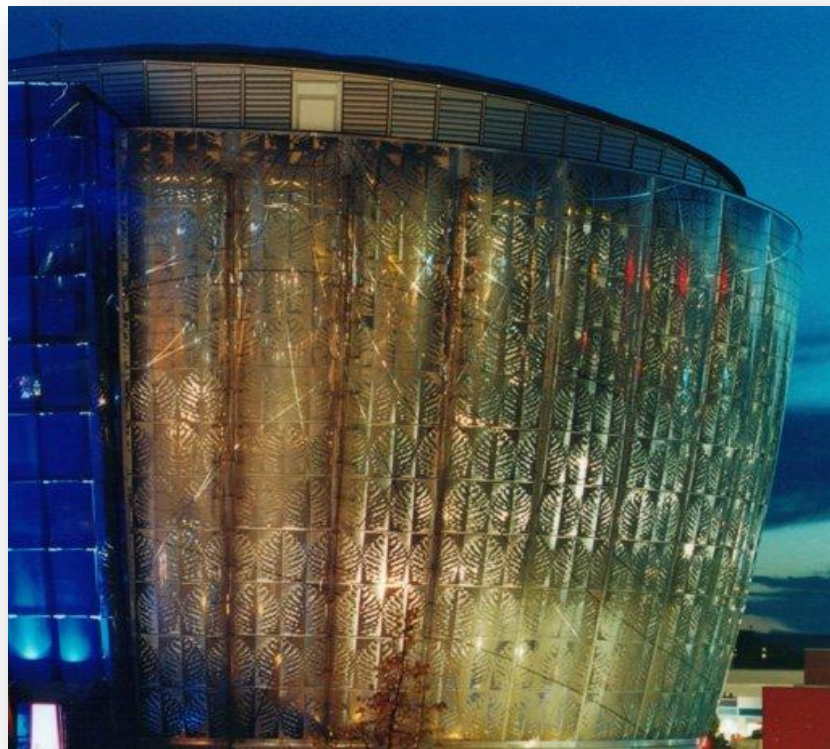


Figura 47 - Duales System, Hannover 2000, Uwe Bruckner; sistema di ombreggiamento tramite stampa di immagini positive e negative tra i vari strati di efte.

3.2 Cutting patterns

Il cutting patterns è il processo attraverso cui avviene la predisposizione dei modelli di taglio del tessuto; è una fase del lavoro progettuale indispensabile in quanto tutte le superfici doppiamente curvate vengono confezionate a partire da pannelli piani di tessuto rivestito con cuciture saldate.

Il problema principale del cutting patterns, quindi, risulta essere proprio la generazione di modelli di taglio del materiale tessile che permettano il confezionamento di quest'ultimo ed il mantenimento degli stati di sforzo ottenuti dall'analisi dell'equilibrio dell'intera struttura in condizione deformata. In altri termini, data la superficie S , risulta necessario generare un insieme di sotto-superfici (modelli di taglio S_1, S_2, \dots, S_n) tale che il discostamento, a livello geometrico oltre che tensionale, tra la superficie iniziale S e una superficie S' generata dall'assemblaggio di tutte le n sotto-superfici, sia il minore possibile.

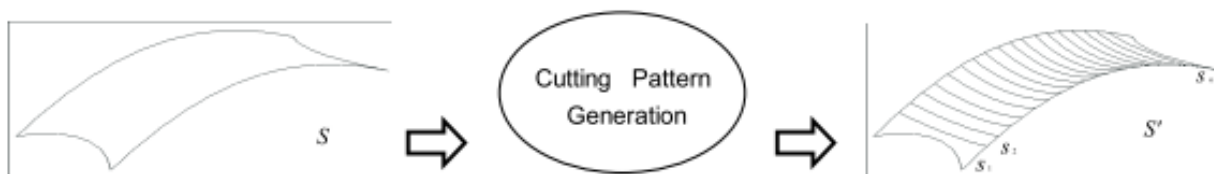


Figura 48 – Processo di cutting patterns; le due superfici S e S' devono essere le più solidali possibili. S' è generato dall'unione dei diversi modelli di taglio progettati.

Per ragioni di economia di materiale e di precisione, e per evitare raggrinzimenti sulla superficie, le linee centrali dei pannelli, e dunque le cuciture o saldature poste su tali linee, dovrebbero seguire percorsi geodetici. Tali percorsi geodetici sono la distanza più breve tra due punti su una superficie o, alternativamente, le traiettorie che un nastro piatto di materiale potrebbe seguire senza torcersi. Ciò implica che, quando un pannello è disteso in piano, la sua linea centrale di orditura sarà dritta, ma i suoi bordi saranno curvati (verso l'interno se si tratta di una superficie anticlastica); una diretta conseguenza della suddetta curvatura dei bordi è senz'altro il fatto che i filati posti lungo le cuciture si sovrapporranno.

Per avvolgersi su una superficie spaziale, l'armatura dei pannelli inizialmente piani deve torcersi, ed il fatto che l'armatura sia bloccata in corrispondenza delle cuciture saldate può causare un

leggero raggrinzimento. La pretensione deve essere sufficiente evitare questo effetto, oppure la larghezza dei pannelli deve essere ridotta nelle aree di curvatura elevata.

Alla luce di tali riflessioni, risulta quindi ovvio che minore sarà la curvatura data alla superficie tessile una volta posta in opera, minore sarà il discostamento tra quest'ultima e la superficie generata dall'unione dei diversi pannelli; nel caso appena specificato sarà inoltre possibile aumentare la larghezza delle strisce di tessuto.

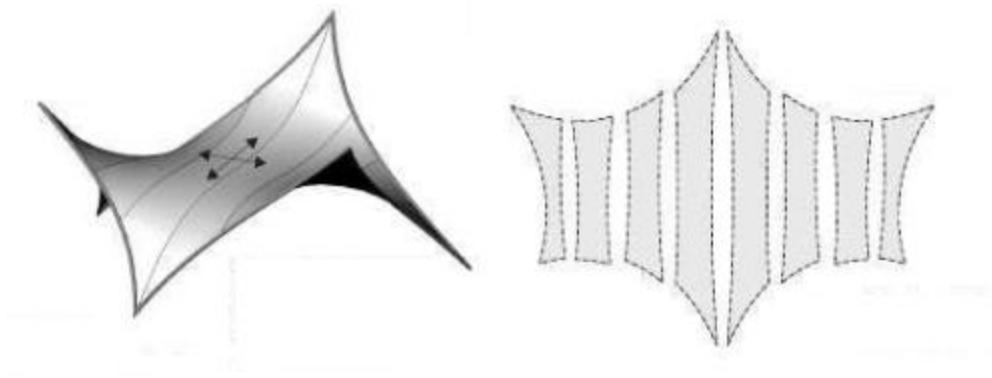


Figura 49 – Cutting patterns di una superficie anticlastica con sei punti di ancoraggio; il taglio dei pannelli segue le direzioni geodetiche della superficie

3.3 Considerazioni sui carichi

3.3.1 Introduzione: le strutture leggere ed i carichi esterni

Come finora illustrato, le strutture leggere del tipo a membrana sono caratterizzate da un rapporto tra il carico applicato e il peso proprio che si attesta su valori di gran lunga maggiori rispetto a quelli delle strutture convenzionali. Risulta quindi ovvio come le deformazioni prodotte dai carichi agenti sulla struttura, quali neve e vento, provochino deformazioni di maggiore entità. Per la progettazione di strutture a membrana risulta quindi necessario scegliere attentamente i modelli di carico di volta in volta più appropriati. Nel corso del seguente capitolo verrà quindi sviluppato un approfondimento sui casi di carico, utile alla corretta progettazione di tali strutture speciali.

3.3.2 Carico di pretensione

All'inizio della trattazione, è stato sottolineato come la pretensione delle strutture a membrana sia una caratteristica fondamentale e intrinseca alla loro forma e al loro comportamento strutturale. Infatti, la pretensione, non si limita a influenzare la parte tessile, bensì va ad intaccare ogni aspetto e componente della struttura di sostegno, quali alberi, cavi, ecc.

Il corretto livello di pretensionamento viene individuato dal progettista attraverso la ricerca della forma ed in seguito convalidato dal modello analitico di carico che si stabilisce di assegnare alla struttura; esso deve essere impresso alla membrana durante la fase di assemblaggio e mantenuto costante nell'intero ciclo di vita della struttura.

L'insorgere di alcuni problemi, quali l'assestamento della fondazione piuttosto che lo scorrimento del tessuto della membrana, porta inoltre la necessità di prevedere adeguati dispositivi di regolazione dei livelli di pretensione per tutta la vita utile dell'edificio progettato; infatti, tali effetti a lungo termine possono causare l'alterazione dei livelli di pretensione inizialmente stabiliti per la struttura in questione.

In generale, comunque, il livello minimo di pretensione da garantire ad una struttura dipende esclusivamente dalla rigidità e dalla resistenza del materiale, oltre che ovviamente dall'efficienza della superficie a doppia curvatura. Tale ultimo aspetto analizzato risulta di estrema importanza in

quanto livelli di pretensione inferiori a quello minimo previsto possono conferire un aspetto irregolare e grinzoso alla struttura, in quanto non tutte le fibre della superficie tessile potrebbero essere sufficientemente tese.

Per strutture in membrana di poliestere/pvc, una regola pratica è che la pretensione non dovrebbe essere inferiore all' 1,3% della capacità di tensione media di una striscia di materiale in entrambe le direzioni di ordito e trama. Questo valore può essere applicato per soddisfare il requisito minimo in termini di pretensione per strutture a membrana permanenti costituite dai seguenti tipi di tessuto in poliestere/pvc:

Tipo I	0,70 kN/m
Tipo II	0,90 kN/m
Tipo III	1,30 kN/m
Tipo IV	1,60 kN/m
Tipo V	2,00 kN/m

Per quanto concerne invece le strutture temporanee a membrana risulta possibile progettare utilizzando livelli di pretensione più bassi.

I valori di pretensione per le strutture a membrana in fibra di vetro/ptfe tendono a essere più elevati rispetto ai primi, in quanto quest'ultimo materiale risulta possedere una maggiore rigidità.

La pretensione, infatti, non dovrebbe essere inferiore a 2,00 kN/m e la membrana in fibra di vetro/ptfe più resistente attualmente disponibile è spesso sottoposta ad un livello di pretensione tipico di 5,0 kN/m, che può comunque essere ulteriormente incrementato fino a un livello di 10 kN/m per forme caratterizzate da superfici molto piatte.

La regola pratica, comunque, stabilisce che il livello ideale di pretensione debba attestarsi in un intervallo che va dal 2,5 % a 6 % della capacità di tensione media di una striscia di materiale, valutata in entrambe le direzioni di trama e ordito. Anche in questo come nel primo caso, i valori menzionati possono essere applicati per soddisfare i requisiti di base del pretensionamento delle

strutture a membrana a carattere permanente, mentre nel caso la progettazione riguardi edifici a carattere temporaneo, si possono adottare valori più bassi (Zanelli, 2004).

Prima di passare all'analisi dei diversi carichi a cui risulta sottoposta una struttura a membrana, risulta necessario analizzare un ultimo importante aspetto riguardante la pretensione. Infatti, i diversi livelli di pretensione tra ordito e trama possono modificare la forma della superficie e migliorare il comportamento della tensostruttura; tale strategia viene impiegata soprattutto nei casi in cui la struttura sia sottoposta a carichi di progetto di diversa intensità nella due opposte direzioni della loro curvatura.

3.3.3 Carico di peso proprio

Il peso proprio della membrana ha un valore comunemente compreso tra 0,7 e 2,0 kg/mq.

Tale peso proprio non è solitamente incluso nel processo di ricerca della forma, in quanto se venisse considerato darebbe una maggiore libertà meccanica nella risposta della membrana ai carichi di sollevamento del vento. Sebbene, come appena detto, il peso proprio costituisca un effetto trascurabile nella maggior parte dei casi, in alcune situazioni esso può divenire significativo: è il caso di progetti in cui la membrana, costituita da materiale pesante, è tensionata in modo leggero. Indipendentemente dal fatto che il peso proprio sia incluso o meno nel processo di ricerca della forma, esso deve comunque essere sempre incluso nei carichi successivamente applicati.

3.3.4 Carico del vento

Il vento, specialmente nella sua azione di sollevamento, costituisce sempre una condizione critica di sforzo sia per la parte tessile sia per i cavi delle strutture leggere a membrana. Esso viene generalmente considerato un carico statico definito da una pressione dinamica moltiplicata per un coefficiente di forma C_p . Occorre quindi, in prima istanza, ricavare la pressione dinamica che il vento esercita sulla struttura e la velocità di quest'ultimo in loco. A tal fine risulta indispensabile l'utilizzo dell'allegato 3 delle Norme tecniche per le costruzioni del 2005.

In modo schematico tale norma prevede, per il calcolo dell' azione del vento, una procedura che si sviluppa nei seguenti punti:

Determinazione della velocità di riferimento

La velocità di riferimento è il valore caratteristico della velocità del vento a 10 metri dal suolo su un terreno di categoria di esposizione 2 mediata sui 10 minuti e riferita ad un periodo di ritorno di 50 anni.

In mancanza di specifiche ed adeguate indagini statistiche la velocità di riferimento v_b è data dalla seguente espressione:

$$v_b = V_{b,0} \quad \text{per } a_s < a_0$$

$$v_b = v_{b,0} + k_a (a_s - a_0) \quad \text{per } a_0 < a_s < 1500 \text{ m}$$

dove:

- $v_{b,0}$, a_0 , k_a sono parametri forniti nella tabella di figura 50 e legati alla regione in cui sorge la costruzione in esame, in funzione delle zone definite in figura;
- a_s è l'altitudine sul livello del mare (in metri) del sito ove sorge la costruzione.

Zona	Descrizione	$v_{b,0}$ [m/s]	a_0 [m]	k_a [1/s]
1	Valle d'Aosta, Piemonte, Lombardia, Trentino Alto Adige, Veneto, Friuli Venezia Giulia (con l'eccezione della provincia di Trieste)	25	1000	0,010
2	Emilia Romagna	25	750	0,015
3	Toscana, Marche, Umbria, Lazio, Abruzzo, Molise, Puglia, Campania, Basilicata, Calabria (esclusa la provincia di Reggio Calabria)	27	500	0,020
4	Sicilia e provincia di Reggio Calabria	28	500	0,020
5	Sardegna (zona a oriente della retta congiungente Capo Teulada con l'Isola di Maddalena)	28	750	0,015
6	Sardegna (zona a occidente della retta congiungente Capo Teulada con l'Isola di Maddalena)	28	500	0,020
7	Liguria	28	1000	0,015
8	Provincia di Trieste	30	1500	0,010
9	Isole (con l'eccezione di Sicilia e Sardegna) e mare aperto	31	500	0,020

Figura 50 - Valori dei parametri $v_{b,0}$, a_0 , k_a ; per altitudini superiori a 1500 m sul livello del mare si potrà fare riferimento alle condizioni locali di clima e di esposizione.

Determinazione della pressione cinetica di riferimento

La pressione cinetica di riferimento è data dall'espressione:

$$q_b = \frac{1}{2} \rho v^2$$

dove:

- v_b è la velocità di riferimento del vento (in m/s);
- ρ è la densità dell'aria assunta convenzionalmente costante e pari a $1,25 \text{ Kg/m}^3$.

Determinazione del coefficiente di esposizione

Il coefficiente di esposizione c_e dipende dall'altezza z sul suolo del punto considerato, dalla topografia del terreno, e dalla categoria di esposizione del sito ove sorge la costruzione. In assenza di analisi specifiche che tengano in conto la direzione di provenienza del vento e l'effettiva scabrezza e topografia del terreno che circonda la costruzione, per altezze del suolo non maggiori di $z=200\text{m}$ esso è dato dalla formula:

$$\begin{aligned} c_e(z) &= K_r^2 c_t \ln(z/z_0) [7 + c_t \ln(z/z_0)] && \text{per } z > z_{\min} \\ c_e(z) &= c_e(z_{\min}) && \text{per } z < z_{\min} \end{aligned}$$

dove:

- k_r , z_0 , z_{\min} sono assegnati nella tabella di figura 51 in funzione della categoria di esposizione ove sorge la costruzione;
- c_t è il coefficiente di topografia.

Categoria di esposizione del sito	k_r	z_0 [m]	z_{\min} [m]
I	0,17	0,01	2
II	0,19	0,05	4
III	0,20	0,10	5
IV	0,22	0,30	8
V	0,23	0,70	12

Figura 51 - Parametri per la definizione del coefficiente di esposizione;

In mancanza di analisi specifiche, la categoria di esposizione è assegnata in figura 53 in funzione dalla posizione geografica del sito ove sorge la costruzione e della classe di rugosità del terreno definita nella tabella di figura 54. Nelle fasce entro i 40 km dalla costa delle zone 1,2,3,4,5 e 6 la categoria di esposizione è indipendente dall'altitudine del sito. In figura 52 è mostrata la mappa delle zone in cui è suddiviso il territorio italiano.



Figura 52 - Mappa delle zone in cui è suddiviso il territorio italiano

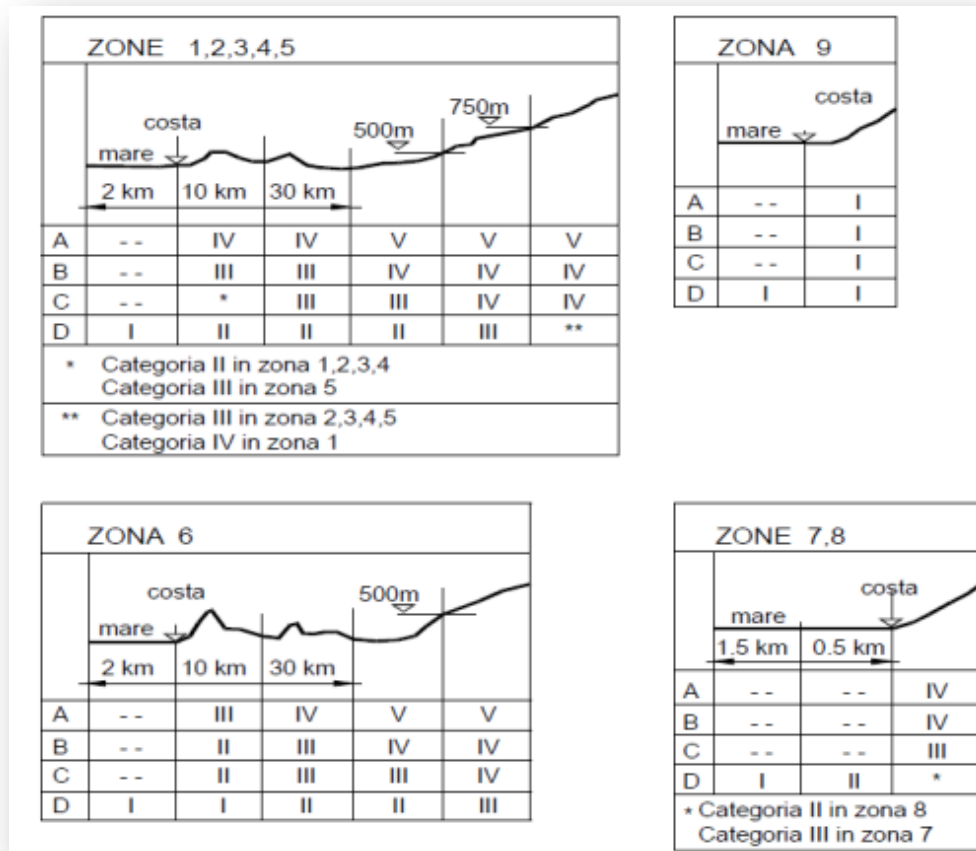


Figura 53 - Definizione delle categorie di esposizione

Classe di rugosità del terreno	Descrizione
A	Aree urbane in cui almeno il 15% della superficie sia coperto da edifici la cui altezza media superi i 15m
B	Aree urbane (non di classe A), suburbane, industriali e boschive
C	Aree con ostacoli diffusi (alberi, case, muri, recinzioni,...); aree con rugosità non riconducibile alle classi A, B, D
D	Aree prive di ostacoli (aperta campagna, aeroporti, aree agricole, pascoli, zone paludose o sabbiose, superfici innevate o ghiacciate, mare, laghi,...)

L'assegnazione della classe di rugosità non dipende dalla conformazione orografica e topografica del terreno. Affinché una costruzione possa dirsi ubicata in classe A o B è necessario che la situazione che contraddistingue la classe permanga intorno alla costruzione per non meno di 1 km e comunque non meno di 20 volte l'altezza della costruzione. Laddove sussistano dubbi sulla scelta della classe di rugosità, a meno di analisi dettagliate, verrà assegnata la classe più sfavorevole.

Figura 54 - Definizione delle classi di rugosità del terreno

Definizione del coefficiente topografico

Il coefficiente di topografia c_t è posto generalmente pari a 1, sia per le zone pianeggianti sia per quelle ondulate, collinose e montane. In questo caso, la figura 55 riporta le leggi di variazione di c_e per le diverse categorie di esposizione.

Nel caso di costruzioni ubicate presso la sommità di colline o pendii isolati il coefficiente di topografia c_t può essere valutato dal progettista con analisi più approfondite.

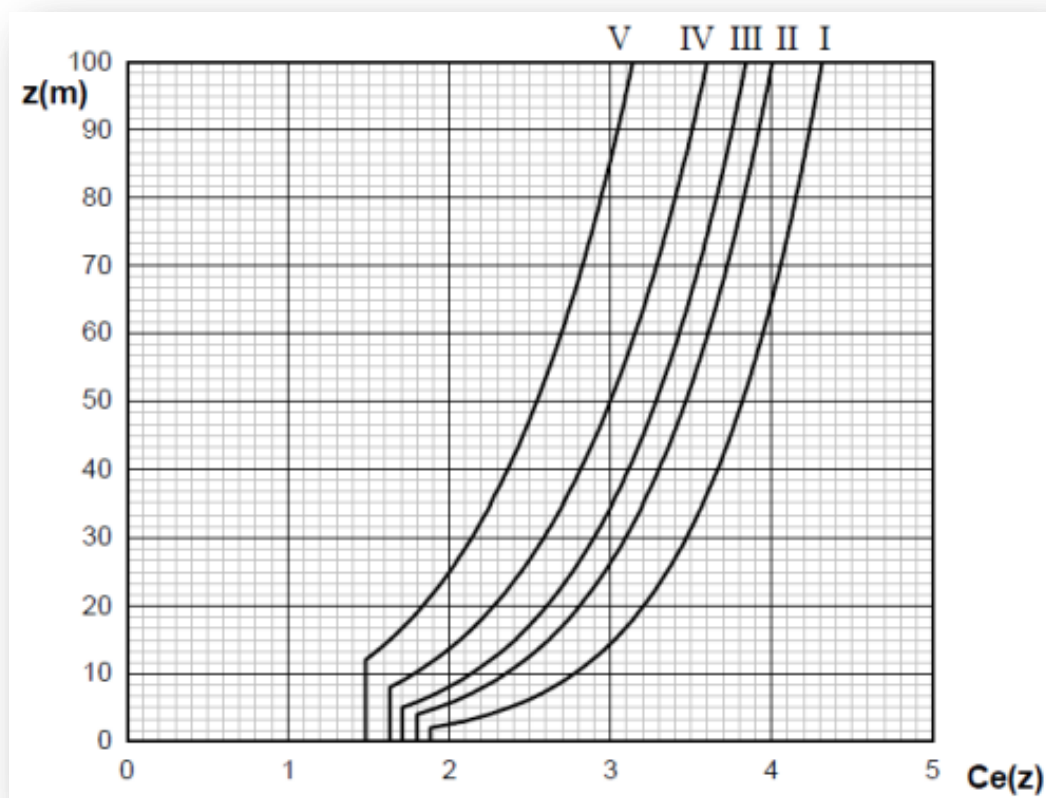


Figura 55 - Andamento del coefficiente di esposizione c_e con la quota (per $c_t=1$)

Determinazione della pressione del vento

La pressione netta del vento sulla superficie è definita a questo punto dalla seguente espressione:

$$p = q_b c_e c_p c_d$$

dove:

- q_b è la pressione cinetica di riferimento già definita precedentemente;
- c_e è il coefficiente di esposizione già precedentemente introdotto;
- c_d è il coefficiente dinamico con cui si tiene conto degli effetti riduttivi associati alla non contemporaneità delle massime pressione locali e degli effetti dovuti a vibrazioni strutturali (per edifici non eccedenti gli 80 metri di altezza e per capannoni industriali, esso può essere cautelativamente assunto pari a 1);
- c_p è il coefficiente di forma (o coefficiente aerodinamico), funzione della tipologia e della geometria della costruzione e del suo orientamento rispetto alla direzione del vento; nel seguito della trattazione verranno analizzati i diversi metodi di determinazione di tale parametro.

Determinazione del coefficiente di forma C_p .

Le strutture a membrana sono caratterizzate da un'unica superficie tessile soggetta ai carichi del vento da entrambi i lati. I valori locali di C_p per la superficie interna e per quella esterna possono essere derivati utilizzando codici e documenti appropriati. La somma degli effetti dei valori C_p interni ed esterni utilizzati deve essere applicata al modello di analisi e le corrispondenti pressioni del vento devono essere applicate perpendicolarmente alla superficie deformata.

Le strutture a membrana impiegate per dar forma a involucri completamente chiusi si comportano in modo differente rispetto alle configurazioni aperte; infatti, nel primo caso, la faccia esposta alla pressione del vento risulta solamente quella esterna. Tuttavia, è bene tener conto anche degli effetti legati alla pressione interna dovuta ai flussi di ventilazione dentro l'edificio, particolarmente significativi nel momento in cui siano presenti ampie aperture nelle pareti perimetrali o in copertura.

Nelle strutture pneumatiche, la pressione dinamica dovuta al carico di vento agisce soltanto su un lato della membrana, in quanto il sistema di gonfiaggio controlla la pressione interna.



Nel caso di strutture piccole e di forma semplice è possibile desumere dalla letteratura i valori di C_p , ed in particolare da:

- a) Eurocodice 1 – Parte 2.4
- b) BS 6399 – Parte 2
- c) DIN 1055 – Parte 4
- d) UNI U50.00.299.0

Per quanto tali riferimenti normativi siano molto utili alla determinazione dei valori del coefficiente di forma, è necessario considerare anche che, nella maggior parte dei casi, la forma ottenuta dalla struttura a membrana in questione non combacia perfettamente con la forma descritta nelle prescrizioni. Risulta pertanto corretto assumere sempre valori di C_p cautelativi.

Nei casi di progettazione di tensostrutture a membrana di forma complessa e irregolare, risulta sempre necessario effettuare un test nella galleria del vento per derivare valori di C_p appropriati.

I risultati dei test devono poi essere opportunamente filtrati e interpretati, per poter individuare i casi di carico più critici per la struttura.

3.3.5 Effetti dinamici dovuti al vento

In linea di massima, un progettista esegue i calcoli strutturali utilizzando carichi applicati staticamente. In casi rari, però, risulta necessario considerare la componente dinamica legata agli effetti prodotti dal vento. In relazione a comportamenti di risonanza globale, le strutture a membrana sono caratterizzate da frequenze naturali N_f di bassa entità, i cui valori si attestano in linea di massima in un intervallo che va da 1,5 a 0,5. A causa del loro peso irrisorio e al loro buon comportamento alle deformazioni, i tipici effetti negativi del vento come le amplificazioni dinamiche risultano così ridotti da poter essere considerati trascurabili nella maggior parte dei casi. Di contro, sebbene numerosi test aeroelastici dimostrino un comportamento altamente smorzato per le configurazioni chiuse, tale da non causare instabilità aerodinamica, i bordi liberi delle membrane usate nelle configurazioni aperte sono suscettibili di essere interessati da fenomeni dinamici localizzati. Occorrerà quindi porre particolare attenzione agli angoli frontali e ai bordi della membrana disposti parallelamente al flusso d'aria esposto al lato sottovento, perché i fattori di C_p su tali punti possono cambiare anche considerevolmente.

Nei bordi molto piatti e negli angoli di tessuto soggetti a ridotte forze di trazione, si verifica un effetto di sbattimento denominato flutter.

Poiché l'aumento del movimento della superficie tessile riduce la vita utile della tensostruttura a membrana, turbando in taluni casi l'osservatore, risulta necessario ridurre questi effetti limitando al di sotto dei 20 metri le lunghezze dei tratti liberi dei cavi, dei bordi e degli angoli della superficie tessile.

Come avviene per la maggior parte delle condizioni di carico di progetto, anche nel caso del carico di sbattimento provocato dal vento, la soluzione migliore per ridurre il suo effetto sulla membrana consiste nel realizzare una superficie anticlastica con curvature sufficientemente pronunciate; se questo non fosse possibile, a causa della necessità di realizzare superfici molto piatte, una valida alternativa è costituita da un elevato valore di pretensione applicato per stabilizzare tali superfici piane, (Zanelli, 2004).



La seguente equazione fornisce una metodologia operativamente valida ad ottenere il valore di rigidità disponibile per reagire ai carichi di pressione D applicati alla membrana:

$$D = N_{\text{ordito}}/R_{\text{ordito}} + N_{\text{trama}}/R_{\text{trama}}$$

Dove:

- N_{ordito} = pretensione nella direzione dell'ordito (kN/m)
- N_{trama} = pretensione nella direzione della trama (kN/m)
- R_{ordito} = raggio positivo nella direzione dell'ordito (m)
- R_{trama} = raggio positivo nella direzione della trama (m)
- D = rigidità di superficie (kN/mq)

Tale equazione illustra chiaramente come una struttura a membrana che abbia una maggior pretensione piuttosto che un minor raggio di curvatura (e quindi elevata curvatura) possieda una maggior rigidità, e di conseguenza una minore suscettibilità agli effetti dinamici del vento.

3.3.6 Carico da neve

Il carico di neve dovrebbe essere indagato riferendosi alle prescrizioni normative dell'Eurocodice EC1. Per le strutture con campate di grandi dimensioni, è raccomandabile fare riferimento ai dati messi a disposizione dall'ufficio meteorologico locale. In zone non soggette a nevicate, dovrebbe comunque essere considerato un carico nominale uniformemente distribuito di 0,3 kN/mq; tale valore può essere ridotto per strutture con campate superiori ai 50 metri, se si effettua un'indagine statistica dettagliata che tenga conto dei carichi di pioggia, fogliame, sabbia, sporcizia ecc.

La neve si può depositare sui tetti sia in condizioni di calma che di vento; nel primo caso, essa tende a depositarsi in uno strato uniforme sull'intera superficie della copertura tessile, mentre nel secondo la neve, subendo l'azione del vento, tende ad accumularsi in modo disomogeneo sulla membrana, come un carico applicato non uniforme, la cui natura dipende dal profilo della copertura e dalla direzione del vento incidente.

Nelle architetture a membrana, le cui superfici di copertura sono solitamente caratterizzate da una serie di cime e gole contrapposte, in condizioni di vento la neve tende ad essere spazzata via dalle creste e ad accumularsi negli avvallamenti. Anche in questo caso, l'EC1 fornisce i valori per i coefficienti relativi alla quantità massima di neve nelle valli e alla quantità minima nelle creste. In questi casi, è sempre indicato prendere in considerazione distribuzioni alternative dei carichi e scegliere le ipotesi più gravose.

3.3.7 Azione sismica

In generale, come già precedentemente accennato, si può affermare che i carichi sismici non costituiscono un problema, in quanto le strutture a membrana pesano così poco da non raccogliere le notevoli forze di accelerazione scatenate dall'azione sismica. Di contro, nei sistemi costruttivi di grandi dimensioni, gli elementi relativamente pesanti quali puntoni, alberi o giunti di collegamento complessi possono subire in maniera anche significativa le forze di accelerazione del sisma.



3.3.8 Combinazioni di carichi

Per tenere conto delle ampie deformazioni delle strutture a membrana, deve essere svolta un'analisi utilizzando carichi non scomposti in fattori. E' molto importante che i risultati di una combinazione di carichi siano trovati sommando i carichi e poi analizzandoli, piuttosto che analizzando ciascun carico separatamente e poi sommando i loro singoli risultati.

I carichi di pretensione e del peso proprio dovrebbero essere inclusi in tutte le condizioni di carico, in deroga a quanto stabilito dagli Eurocodici; infatti, anche quando l'azione del vento è di sollevamento, condizione per la quale sarebbe prevista una riduzione del carico corrispondente al peso proprio, per le strutture a membrana si può ugualmente applicare per intero quest'ultimo, che è sempre di valore trascurabile.

Le combinazioni di carico da considerare per la struttura a membrana sono le seguenti:

- a) Peso proprio + pretensione
- b) Peso proprio + pretensione + neve
- c) Peso proprio + pretensione + vento
- d) Peso proprio + pretensione + vento (pressione verso il basso) + neve

Le combinazioni di carico dovrebbero essere in genere applicate in conformità al documento di applicazione nazionale dell'EC1 trascurando i fattori di sicurezza parziali sul carico.

Tuttavia, per le combinazioni di carico, compresa l'imposizione di carichi accidentali multipli (cioè vento verso il basso + neve), uno dei carichi applicati potrebbe ragionevolmente essere ridotto.

3.4 Particolari costruttivi

Nei precedenti capitoli della trattazione sulle tensostrutture a membrana non si è fatto che analizzare gli aspetti principalmente legati alla membrana tessile, non soffermandosi mai su tutti i particolari costruttivi che, uniti proprio alla membrana, concorrono a costituire il sistema tensostrutturale vero e proprio; si procede, quindi, in questo paragrafo, a presentare tutti gli elementi di connessione, nonché il sistema di supporto delle diverse membrane, che concorrono a dare stabilità ed equilibrio alla tipologia strutturale in esame.

3.4.1 Il sistema dei supporti nelle membrane

Come già analizzato in precedenza, la membrana tessile necessita, durante la fase di posa, di una pretensione che le permetta di svolgere la sua funzione in perfetto equilibrio statico. I bordi della membrana sono gli elementi tecnici che garantiscono la pretensione della parte tessile e che contribuiscono, insieme ai pali e ad altri elementi, a tenerla sollevata da terra, secondo la configurazione di progetto. Tutti questi elementi, che insieme alla membrana costituiscono il sistema tensostrutturale, rappresentano il sistema di supporto di quest'ultima.

E' necessario che il sistema di supporto sia abbastanza forte per raccogliere tutte le forze risultanti della membrana in trazione, originate sia dai carichi di pretensionamento che dai carichi esterni.

I supporti di bordo possono avere vari aspetti in funzione del compito che devono assolvere; esistono bordi dritti o curvi, rigidi o morbidi: in ogni caso la disposizione e le caratteristiche di questi influenzeranno fortemente il tipo ed il livello di forze agenti all'interno della membrana stessa.

Durante l'iter progettuale, quindi, risulta necessario procedere alla configurazione di ciascun supporto di bordo; infatti, nei casi in cui il progettista abbia a che fare con strutture a membrana di grandi dimensioni, costituite da una serie di pannelli di tessuto a doppia curvatura giuntati lungo bordi lineari, morbidi o rigidi, quest'ultimo deve prevedere un sistema di supporto che agisca anche in corrispondenza delle giunzioni dei bordi interni, e non solo lungo il perimetro esterno. A questo scopo si possono progettare supporti interni ad albero, oppure si può pensare di sospendere la membrana attraverso alberi esterni o altre forme di sovrastruttura, (Zanelli, 2007).

In particolare, al fine di realizzare delle doppie curvature, il progettista deve predisporre uno sviluppo tridimensionale dei supporti di bordo della membrana, i quali, in generale, devono essere pensati attraverso la contrapposizione tra appoggi alti e appoggi bassi. Tale contrapposizione degli appoggi ha ovviamente una grande influenza sulla forma e sulla concentrazione delle forze che devono essere trasferite ai punti di ancoraggio: le forze di sollevamento del vento si trasferiscono ai punti bassi d'appoggio, mentre i carichi discendenti come la neve vengono trasportati verso i punti alti. In alcuni climi, inoltre, è bene che durante la progettazione dei punti bassi si prenda in considerazione la possibilità di ingenti quantitativi di neve.

Le tecniche di giunzione dei tessuti variano in base ai materiali. Le principali, che verranno analizzate nel dettaglio nel seguito della trattazione, sono la cucitura, la saldatura e l'impiego di adesivi.

Per la produzione, il trasporto e l'installazione di strutture di copertura molto estese poi, si deve prevedere che i vari pannelli di tessuto vengano uniti direttamente in loco, in vari modi come, per esempio, attraverso l'impiego di piastre metalliche a morsetto.

Premessi tutti i suddetti aspetti, è utile porre una distinzione tra quelli che sono i due modi principali di realizzazione della struttura di supporto per le membrane tessili:

- Rinforzi curvilinei tra i punti di appoggio e caratterizzati da una flessibilità che permette loro di conformarsi perfettamente alla sagoma della membrana pretesa;
- Strutture rigide che formano un contorno continuo, curvo o disposto seguendo uno sviluppo poligonale, a partire da elementi rigidi dritti o curvi.

Rinforzi di bordo di tipo morbido

I rinforzi per bordi di tipo lineare e morbido, come per esempio le fasce di tessuto o i cavi d'acciaio, possono soltanto condurre forze di trazione assiali. Devono essere disposti all'interno di una superficie a membrana per seguire approssimativamente una curva di raggio r (m). La forza risultante sul cavo F (kN) può essere ottenuta dalla relazione approssimativa $F=q \times r$, dove q è lo sforzo di pretensione della membrana (kN/m). Tale relazione, per quanto approssimativa, risulta efficace per il progettista, che fin dalle prime fasi del progetto, è in grado di prevedere i livelli di forza che interessano la struttura di supporto.

Ovviamente, la soluzione preferibile, per quanto concerne i rinforzi di tipo morbido, risulta il rinforzo continuo fatto della stessa fibra del tessuto della membrana, così da creare una struttura

uniforme, pura, nella quale la parte tessile in trazione e i suoi rinforzi ai bordi possiedano proprietà elastiche compatibili. Tale soluzione, per quanto preferibile, risulta però meno conveniente nel caso di luci particolarmente ampie, dove risulta invece migliore la scelta di operare con i cavi d'acciaio, i quali, con elevate prestazioni di resistenza a trazione, sono in grado di supportare gli ingenti carichi che gravano sui bordi della membrana. I cavi di diametro ridotto possono essere posizionati all'interno di tasche passacavo che corrono lungo tutto il bordo della superficie tessile, mentre i cavi di diametro maggiore devono essere posizionati esternamente al bordo della membrana e collegati ad essa a intervalli regolari, mediante giunzioni rinforzate di tessuto. Inoltre, i raccordi d'angolo, presso i quali convergono almeno 2 bordi lineari della parte tessile, devono essere posizionati ad altezze differenti, sia rispetto al perimetro della membrana che al suolo, e in modo da generare la doppia curvatura indispensabile per l'equilibrio tensile. In molti casi, gli appoggi bassi possono essere sottoposti a trazione a contatto diretto con le fondazioni, mentre gli appoggi alti possono essere sostenuti nello spazio da alberi ancorati al terreno in modo rigido o da altri sistemi costruttivi similari.



Figura 56- Esempio di rinforzo di tipo morbido con strisce di tessuto



Figura 57 – Bordi curvi con cavi d'acciaio

Nella scelta del tipo di bordo da applicare in una determinata struttura, il progettista, deve valutare sempre in che condizione egli si trova ad operare, partendo innanzitutto dall'analisi del tipo di materiale che utilizza, oltre che dalla lunghezza delle giunzioni. Infatti, la soluzione di far passare il cavo d'acciaio all'interno di una tasca passacavo saldata lungo tutto il bordo, è funzionale solo nel caso di lunghezze delle giunzioni limitate a 20 metri e, preferibilmente, solo nei casi in cui ci si trovi ad operare con tessuti di poliestere/pvc. Per quanto concerne, invece, il materiale in fibra di vetro e ptfе, è sempre preferibile che il cavo sia posto all'esterno del bordo e collegato all'orlo della membrana a intervalli regolari, mediante una sequenza di fascette e piastre a morsetto. Infine, per strutture a carattere temporaneo, piuttosto che sistemi costruttivi retrattili e a ombrello in poliestere/pvc, è sempre preferibile prevedere la cucitura o la saldatura di una fascia lungo il perimetro della membrana. Le fasce di rinforzo, applicabili per saldatura o cucitura (quest'ultima tecnica solo in caso di poliestere/pvc), sono in grado di assorbire le forze tangenziali di bordo, ma permettono anche alla membrana di essere ripiegata facilmente.



Figura 58 - Tipi di bordi morbidi; partendo da sinistra: a-cavo interno alla tasca in tessuto; b-cavo esterno collegato alla membrana tramite morsetti; c-con fascia di rinforzo lungo il perimetro (immagine tratta da Zanelli, 2007)

In ultima istanza, i cavi, oltre che essere utilizzati in tasche passacavo a costituire bordi flessibili, vengono spesso utilizzati come cavi di ancoraggio e per il supporto aereo di singoli punti di appoggio. I raccordi dei cavi e i particolari costruttivi di giunzione ai punti di sospensione della membrana, in cima agli alberi o ai punti di ancoraggio, dovrebbero tener conto delle tolleranze e dei movimenti della struttura sotto i carichi esterni e durante il montaggio.

Cime, gole e cappi di tipo morbido

Le coperture a membrana di grandi dimensioni e caratterizzate da una configurazione molto appiattita, corrispondente quindi a un sistema di bordo perimetrale altrettanto piatto, possono essere progettate con un sistema di supporti interni alternati di cima e gola, realizzabili mediante cavi d'acciaio o strisce di tessuto. Questi supporti lineari morbidi possono anche essere considerati come bordi tra due pannelli di membrana adiacenti, e trovano sostegno su appoggi che, come già detto, sono posti su differenti livelli rispetto al suolo. In particolare, i cavi di cima (colmo) si collegano ai punti di appoggio alti interni, mentre i cavi di gola (valle) si collegano a punti di appoggio interni bassi. Il coppia costituisce un caso speciale di punto di appoggio interno morbido che può essere sia alto che basso: si tratta di un rinforzo di bordo curvilineo a forma di goccia con le estremità libere collegate ad uno stesso punto d'appoggio. Più elementi a coppia possono essere combinati insieme a costituire supporti interni a forma di fiore.



Figura 59 - Esempio di tensostruttura con schema a cima e gola

Rinforzi di bordo di tipo rigido

Questo tipo di bordi assicura grande libertà al progettista in termini di configurazione spaziale, dal momento che la loro forma e dimensione possono essere continuamente regolate, per ottenere resistenza e rigidità sufficienti ad assorbire le forze provenienti dalla membrana. I bordi rigidi possono essere arrotondati o angolari e strutturati in telai continui curvati ciascuno secondo il perimetro di un singolo pannello di membrana, in modo da generare comunque una curvatura appropriata alla luce libera da coprire. Combinandoli con altri tipi di supporti interni, i bordi rigidi possono anche essere disposti all'interno di un piano, a costruire telai curvi, quadrati o sagomati più liberamente.



Figura 60 - Esempio di tenda circolare con struttura di bordo rigido

La soluzione più efficiente per i bordi rigidi di membrana è quella ad anello circolare che raccoglie una tensione uniforme dal perimetro della membrana, generando al suo interno una compressione assiale. Tale soluzione può essere facilmente realizzabile inserendo un tubo rigido in una tasca realizzata con tessuto in poliestere/pvc. Quanto detto precedentemente per le tasche passacavo vale anche in questo caso in cui il cavo viene sostituito da un elemento di maggior rigidità. Un altro tipo di bordo rigido adatto per tessuti in poliestere/pvc è quello realizzato con profilati a C collegati con legature al bordo della membrana fornito di occhielli a intervalli frequenti e regolari. E' infine possibile realizzare bordi morsettati, concettualmente molto simili ai morsetti già descritti, i quali costituiscono una soluzione adatta per i tessuti in poliestere/pvc e per quelli in fibra di vetro/ptfe.

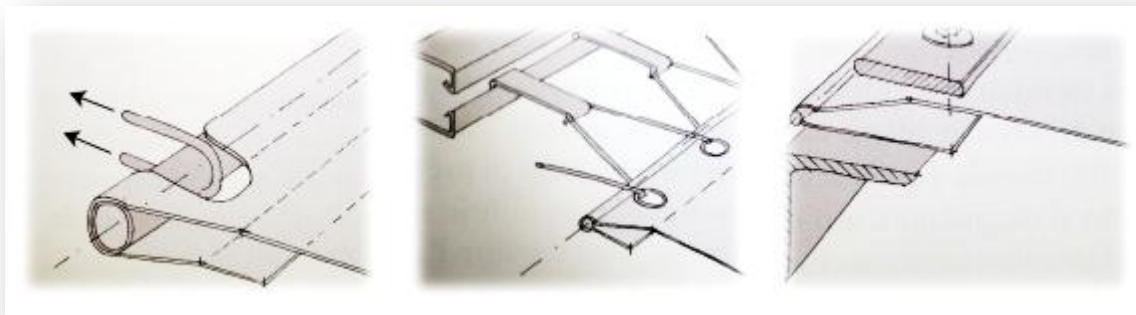


Figura 61 - Tipi di bordi rigidi; partendo da sinistra: a-tubo inserito in tasca di tessuto; b-legature triangolari tra il profilato metallico a C e la membrana con finitura a occhielli; c-bordo con piastre morsettate (immagine tratta da Zanelli, 2007).

Altre soluzioni efficienti possono essere ottenute utilizzando segmenti di arco inclinati che spingono contro la forza di trazione della membrana, direzionando quindi le forze di compressione ai punti di fondazione sul suolo. Nel caso di strutture a membrana modulari si possono usare come bordi rigidi delle strutture di controvento che consentono di coprire aree estese.

Supporti lineari rigidi: archi e telai

I componenti a telaio interni e in particolare gli archi risultano adatti a essere impiegati come supporti lineari della membrana, oltre che essere utili per costituire il collegamento strutturale e la tenuta contro gli agenti atmosferici tra due pannelli adiacenti della membrana.

Sia come bordi rigidi periferici, sia come supporti lineari interni, gli archi e i telai possono assumere grandi varietà di forme.

L'arco compresso rappresenta la soluzione costruttiva minimale per realizzare un supporto lineare di tipo rigido per una membrana tessile, in quanto, dal punto di vista sia tecnico che estetico, è efficiente nel controbilanciare la tensione della membrana. I diversi orientamenti sul piano orizzontale degli elementi ad arco, possono dar luogo a un'ampia gamma di soluzioni spaziali differenti. Per esempio la membrana può essere tesa su due travature reticolari ad arco, con giaciture tra loro perpendicolari, oppure può essere supportata da due grandi elementi paralleli ad arco, che fungono da centine per lo sviluppo della superficie tensile ma anche da telaio per gli elementi vetrati che garantiscono l'ingresso della luce naturale nell'ambiente interno.



Figura 62 - Bigo di Genova; Membrana con sostegni ad archi paralleli ed elementi vetrati (immagine tratta dal sito it.fotolia.org).

Sostegni puntiformi

Forme anticlastiche di base, come il cono, l'hyper e la sella, devono la forma della loro superficie alla disposizione relativa degli elementi di bordo. In pratica, le forze che si sviluppano all'interno della superficie tessile convergono ai bordi e, attraverso questi ultimi, vengono trasferite sugli elementi di sostegno puntiformi. Se la membrana è caratterizzata da una geometria complessa e con grandi luci, è indispensabile progettare non solo i sostegni periferici ma anche alcuni sostegni intermedi.

Per collegare un punto interno alla superficie tessile con un sostegno intermedio, per esempio un albero, si può realizzare un foro nella membrana e collegare il bordo del foro al sostegno puntiforme intermedio tramite un anello interno. Questo anello serve a limitare il livello delle tensioni che si sviluppano sul bordo della membrana e a trasferire e a trasferire le tensioni della membrana all'elemento puntiforme di sostegno, cioè all'albero. Il diametro dell'anello dipenderà dalla tenacità del tessuto impiegato e dal carico totale che deve essere trasferito all'appoggio. Il progettista può scegliere di aggiungere localmente uno strato di rinforzo alla membrana, così da ridurre il diametro dell'anello stesso. L'anello può essere fatto di vari materiali, ma l'acciaio è sicuramente il più utilizzato. Il collegamento tra l'anello interno e la membrana può essere progettato in diversi modi, ma in genere si fissa il tessuto all'anello con morsetti continui. Il foro intermedio creato nella membrana e risolto con l'anello interno può essere sfruttato per la ventilazione dell'ambiente interno, (Zanelli, 2007).



Figura 63 - Esempio di sostegno puntiforme ad albero con anello di distribuzione delle tensioni (immagine tratta da Zanelli, 2007)

Il sostegno verticale può essere progettato come semplice appoggio strutturale per il trasferimento della forze della membrana al terreno oppure anche come pluviale di raccolta delle acque, realizzando una cavità al suo interno e definendo appropriatamente il punto di scarico finale della acque. Infine, anche il collegamento tra l'anello rigido e l'albero può essere realizzato in vari modi, per esempio con una serie di elementi radiali.

Per quanto concerne gli alberi, ne esistono quattro tipi principali con cui realizzare i punti alti di una tensostruttura a membrana, (Zanelli, 2007):

- Alberi di bordo: hanno lo scopo di supportare i punti di appoggio ai bordi e agli angoli di una membrana;
- Alberi interni: sono generalmente fissati, in basso, a una piastra d'appoggio e, in cima, ai rinforzi che raccolgono le forze della membrana;
- Alberi sospesi: sono supportati da un sistema di cavi d'acciaio aventi lo scopo di ridurre il numero di supporti strutturali a livello del suolo;
- Alberi esterni: laddove un progetto non permette elementi strutturali all'interno dell'area coperta, è possibile collocare alberi alti esterni che garantiscono supporto alla membrana mediante cavi di sospensione inclinati.



Figura 64 - Le principali tipologie di alberi per il sostegno delle membrane; Partendo da sinistra: a- struttura con alberi di bordo; b- struttura con alberi interni; c- struttura con alberi sospesi; d- struttura con alberi esterni. (immagine tratta da Google immagini)

Angoli

Gli angoli della membrana sono punti attraverso cui vengono fatte convergere le forze interne al tessuto, una volta trasmesse lungo i bordi, per essere infine trasferite alla struttura di sostegno. Il dettaglio della connessione tra gli angoli della membrana e gli elementi di sostegno può essere realizzato in diversi modi, in quanto, durante il suo ciclo di vita, un elemento di dettaglio angolare di un sistema tensostrutturale può essere chiamato a svolgere molteplici funzioni. Durante l'installazione di una tensostruttura a membrana, accade che inizialmente le forze tendano a scorrere attraverso la membrana piuttosto che attraverso i cavi di bordo, dal momento che questi sono ancora allentati e il tessuto non ha ancora raggiunto la sua posizione finale. In questa fase, quindi, sia il peso del tessuto che il peso degli elementi ad angolo grava sugli angoli stessi; per tale motivo, spesso, risulta necessario progettare sostegni provvisori che sostengano gli stessi angoli e li mantengano orientati secondo una certa posizione in modo che non provochino danni alla struttura tessile. Risulta inoltre necessario pensare a tali collegamenti non come rigidi, bensì flessibili, in modo da offrire sufficienti gradi di libertà alla membrana che, durante l'installazione, assume una posizione determinata dalla forza finale di equilibrio.

Infine i dettagli angolari devono essere provvisti di elementi di collegamento delle specifiche apparecchiature che consentono il sollevamento e il pretensionamento della membrana.

Una volta assemblata la tensostruttura, i compiti di un giunto angolare, durante tutta la sua vita utile, sono i seguenti, (Zanelli, 2007):

- Trasferire ai sostegni puntiformi periferici le forze che dalla membrana arrivano sugli angoli, passando generalmente attraverso i cavi di bordo.
- Assorbire le forze tangenziali che si possono generare in prossimità degli angoli della membrana; tali forze tangenziali si vengono generalmente a creare quando il cavo di brodo all'interno di un tasca passacavo non è sufficientemente teso; di conseguenza tra tasca in tessuto e cavo d'acciaio si creano movimenti relativi che generano le suddette forze tangenziali.
- Possedere compatibilità geometrica, ossia essere progettato in modo da prevenire le eccentricità e le concentrazioni di tensioni sul nodo d'angolo stesso, con il rischio che, a lungo termine si verifichi il cedimento del collegamento.
- Essere costruito con precisione, requisito strettamente legato al precedente, nel senso che entrambi sono necessari per la buona tenuta del nodo d'angolo in fase d'uso. Infatti una

progettazione non attenta a anche un assemblaggio impreciso possono provocare seri danni al sistema tensostrutturale.

- Essere regolabile, ossia essere in grado di offrire aggiustamenti di fino alla membrana durante l'installazione e, spesso, essere anche in grado di contribuire a pretensionare la membrana stessa.

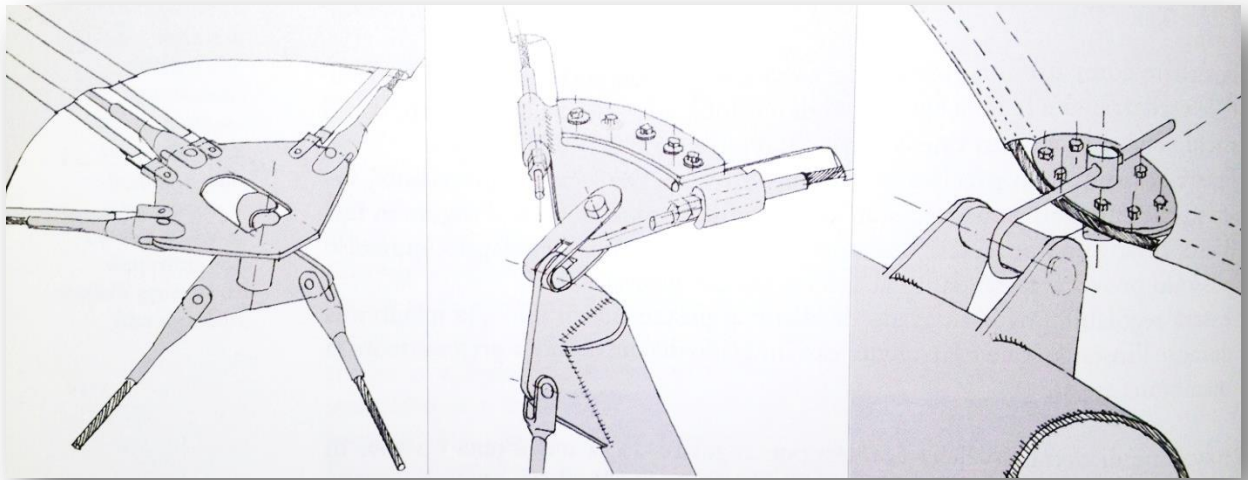


Figura 65 - Diverse realizzazioni di angoli di membrana; partendo da sinistra: a-Piatto d'angolo separato dal tessuto; b-Piatto d'angolo collegato al tessuto mediante morsetti; c-Piatto ovale per configurazioni con cavo di bordo continuo

Piastre di base

Le piastre di base svolgono il ruolo di interfaccia di collegamento tra il terreno e gli elementi di sostegno della membrana tessile (alberi e cavi).

Le piastre di base di un albero in acciaio possono essere di tre tipi principali, (Zanelli, 2007):

- Resistente al momento
- A cerniera singola
- A cerniera a sfera o a bicchiere

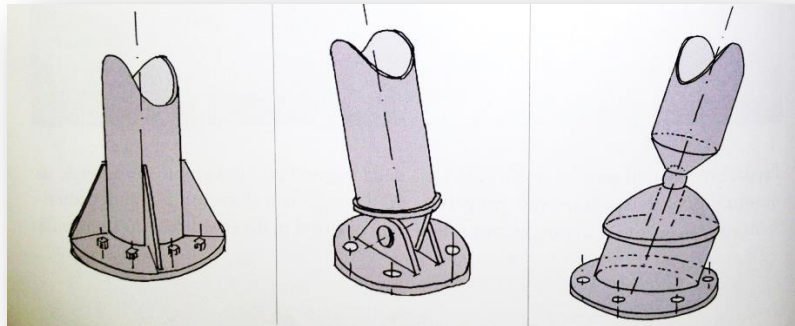


Figura 66 - Tre tipi di piastre di base; partendo da sinistra: a- resistente al momento; b-a cerniera singola; c-a cerniera a sfera o a bicchiere (immagine tratta da Zanelli, 2007).

Le tipologie di piastra di base appena analizzate, vengono impiegate anche nel caso in cui, al posto degli alberi di sostegno, vi siano dei cavi in acciaio; ovviamente in questo caso le articolazione che uniscono le basi ai cavi si differenzieranno.

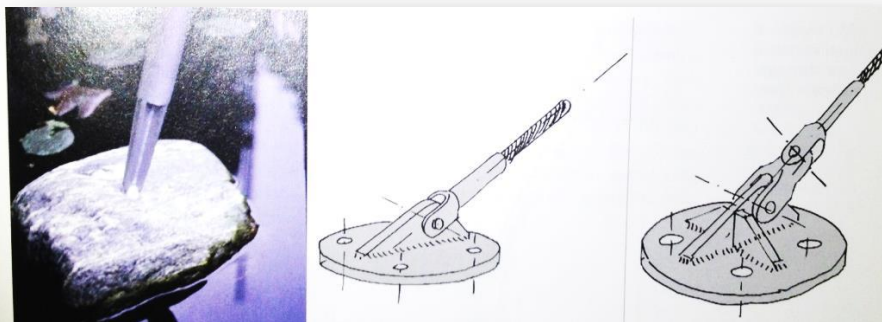


Figura 67 - Piastre di base per cavi; partendo da sinistra: a-Resistente al momento; b-A cerniera singola; c-A cerniera doppia (immagine tratta da Zanelli, 2007).

3.4.2 Giunzioni

Le giunzioni rappresentano il collegamento lineare tra pannelli di membrana adiacenti. Il tipo di giunzione più comunemente utilizzata è la saldatura per semplice sovrapposizione. In generale, però, sono stati messi a punto diversi tipi di giunzione, in gran parte sperimentati sui due tessuti più frequentemente utilizzati nelle architetture a membrana, ossia il poliestere/pvc e la fibra di vetro/ptfe. Il costruttore è responsabile della tenuta delle giunzioni e pertanto deve provvedere a testarne l'efficacia durante il processo di confezionamento della membrana.

Giunzioni cucite

Le giunzioni cucite vengono utilizzate principalmente per unire tessuti non spalmati o che non possono essere saldati. Esse non sono resistenti all'acqua, quindi devono essere impregnate o coperte. Inoltre sono adatte per strutture soggette a bassa tensione o a carichi perpendicolari alla superficie tessile, come la gran parte dei sistemi pressostatici. Ci sono diversi tipi di giunzioni cucite il cui uso dipende essenzialmente dall'applicazione cui è destinata la membrana.

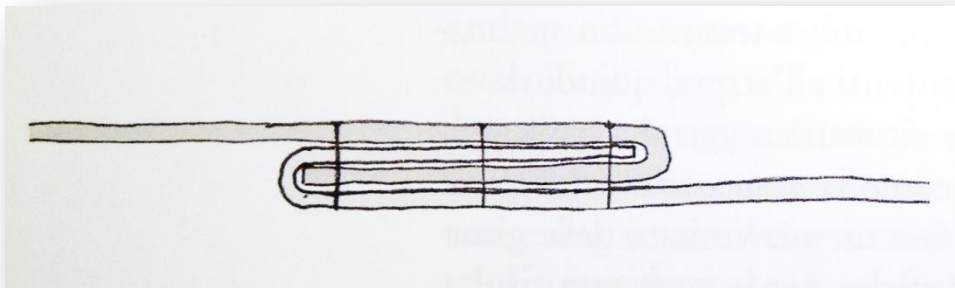


Figura 68 - Giunzione cucita a doppio risvolto (immagine tratta da Zanelli, 2007)

Giunzioni saldate

Le giunzioni saldate sono utilizzate con maggior frequenza rispetto a quelle cucite, per la loro intrinseca impermeabilità all'acqua e per la possibilità di eseguire specifici controlli durante la loro realizzazione industriale. Le saldature sono generalmente eseguite sui bordi dei lembi di tessuto semplicemente sovrapposti. L'ampiezza della sovrapposizione corrisponde all'ampiezza della saldatura, ma la forza con cui la giunzione saldata unisce le parti di tessuto dipende sia dal legame tra lo strato di rivestimento e il tessuto stesso, sia dall'ampiezza della linea di giunzione. Pertanto cambiando l'ampiezza della linea di giunzione, muta la resistenza della giunzione. Di seguito le immagini di tre tipologie di giunzioni saldate, tra quelle maggiormente utilizzate.

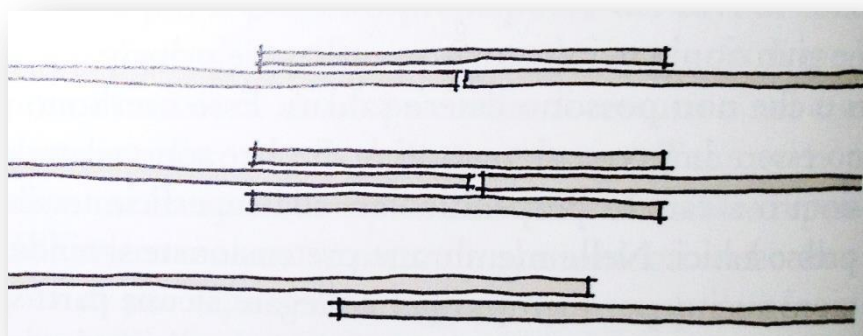


Figura 69 - Alcuni tipi di giunzione saldata: giunzione con una striscia sovrapposta, giunzione con due strisce sovrapposte, giunzione a sovrapposizione semplice (immagine tratta da Zanelli, 2007)

Giunzioni miste

Le giunzioni realizzate con una combinazione di cucitura e saldatura possono offrire un livello maggiore di sicurezza, soprattutto per quelle strutture situate in climi caldi, dove le temperature del tessuto possono raggiungere facilmente i 70 °C. Dopo aver cucito una linea di giunzione, è possibile apporre uno strato addizionale di tessuto che ricopra la cucitura, per renderla a tenuta d'acqua e per proteggerla dai raggi UV. La striscia saldata sopra una giunzione cucita non rende il collegamento più resistente, bensì più sicuro. Una giunzione mista offre inoltre una resistenza appropriata alle forze applicate perpendicolarmente al bordo della giunzione, che potrebbero altrimenti provocare un cedimento per "spellatura", (Zanelli, 2007).

Le giunzioni miste sono più costose della semplice sovrapposizione saldata e possono essere applicate a materiali che sopportano l'azione di cucitura, come per esempio i tessuti in poliestere/pvc ma non quelli in fibra di vetro/ptfe.

Giunzioni legate

Le legature vengono usate per collegare due parti di tessuto in un modo facile e smontabile. La legatura consiste nel collegare con pezzi di corda i bordi dei pannelli di tessuto interessati. Ci sono molti metodi di legatura, la maggior parte dei quali derivati dalla tradizione costruttiva delle tende dei circhi itineranti. La capacità di tali collegamenti di sopportare i carichi dipende moltissimo dai rinforzi dei fori attraverso i quali passano i lacci.

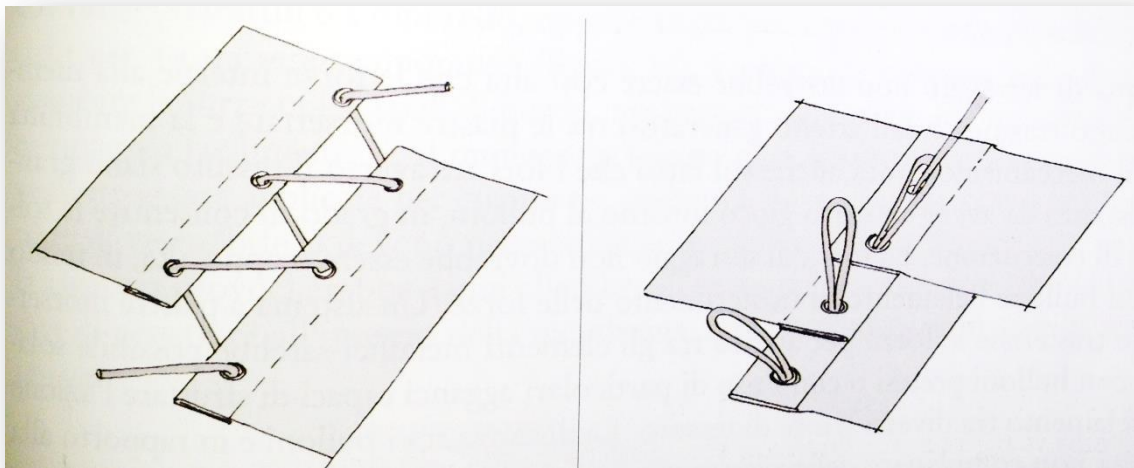


Figura 70 - Due diversi tipi di legature tra diversi lembi di membrana (immagine tratta da Zanelli, 2007).

Giunzioni a morsetto

Le giunzioni a morsetto sono realizzate attraverso una serie di piastre solitamente metalliche, sagomate e sovrapposte, che serrano il tessuto al loro interno attraverso imbullonatura.

Questo tipo di collegamento, da effettuarsi direttamente in opera, ha un impatto visivo forte ed è usato per congiungere pannelli preconfezionati di membrana di grandi dimensioni. In modo simile, un solo livello di morsetti può essere usato per collegare direttamente il perimetro della membrana a una trave di bordo. I materiali impiegati per realizzare le giunzioni a morsetto devono essere in grado di supportare i carichi e possono essere legno, acciaio o alluminio.

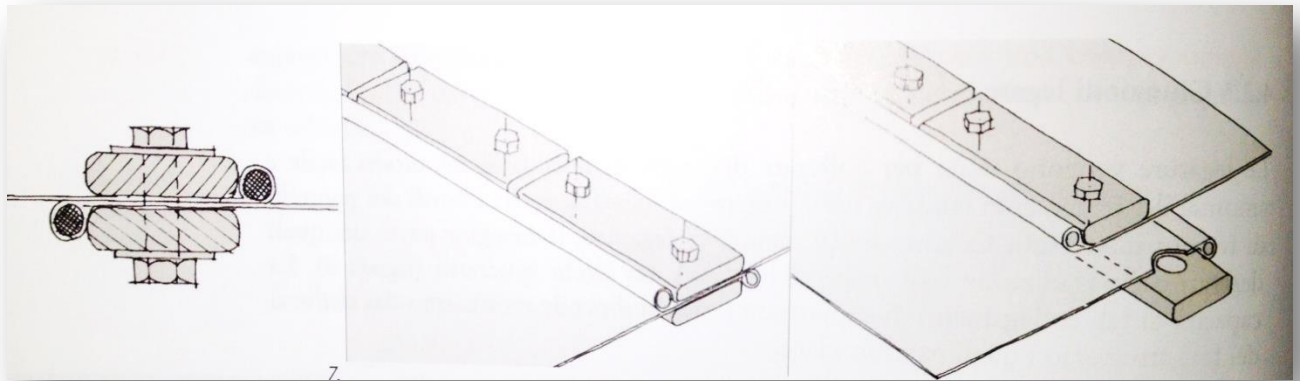


Figura 71 - Diversi modi di installazione di piastre morsettate (immagine tratta da Zanelli, 2007).

3.5 Le diverse applicazioni dell'architettura tessile

3.5.1 Sistemi aperti, chiusi e trasformabili

Oltre alle classificazioni precedentemente analizzate, esiste un' importante classificazione, utile a fornire un aiuto e un'occasione di confronto e di studio per un progettista che si accinga alla scelta della soluzione costruttiva più idonea per il proprio progetto. Tale classificazione incrocia la funzione principale che deve svolgere la membrana - ossia se deve essere posta in esterno, in un ambiente interno, oppure integrata a un altro edificio - con i principali tipi di sistemi costruttivi che si possono oggi utilizzare per un'architettura tensile:

- Sistemi aperti
- Sistemi chiusi
- Sistemi trasformabili

SISTEMI APERTI

Sistemi per applicazioni in copertura

I sistemi aperti per le applicazioni in copertura sono quelli maggiormente utilizzati nello scenario architettonico, in quanto offrono protezione dalla pioggia, piuttosto che dalla luce del sole. La membrana ripara dagli agenti atmosferici, pur mantenendo la sensazione di essere all'aria aperta. Una membrana aperta può coprire un'intera area, uno spazio aperto, ma anche un edificio.



Figura 72 - Ashford, Regno Unito, 1996; tensostruttura a membrana sopra gli edifici dell'Outlet Village (immagine tratta da Zanelli, 2007).



Ad Ashford, nel Regno Unito, per gli edifici dell'Outlet Village, è stato utilizzato un sistema di doppia copertura in cui, al di sopra dell'edificio convenzionale, è stata tesa una membrana tessile a formare un ulteriore strato di copertura dell'edificio sottostante. I vantaggi di una simile realizzazione non possono che essere una notevole riduzione del rischio di infiltrazione d'acqua sul tetto piano sottostante, piuttosto che la possibilità di creare una copertura ventilata che raffreschi l'estradosso della copertura convenzionale; da non trascurare inoltre l'importantissimo vantaggio che la struttura convenzionale può trarre da un maggiorato ombreggiamento costante dell'edificio, il quale consente di risparmiare materiali per l'isolamento e per la protezione del sole nella realizzazione degli involucri a massa di quest'ultimo, (Zanelli, 2007).

Le coperture realizzate con membrane tessili permettono poi la creazione di grandi luci libere e pertanto risultano adatte a coprire le tribune a gradoni di importanti stadi; inoltre, si possono realizzare strutture tessili ibride, combinando diversi elementi, per esempio archi pneumatici con superfici anticlastiche a membrana.

Sistemi aperti per applicazioni in ambienti interni

Sia all'interno sia all'esterno, possono essere usate vele che fanno ombra, in caso di coperture o facciate trasparenti. All'interno, permettono di diminuire il riscaldamento della massa dell'edificio e impediscono l'abbagliamento dato da un irraggiamento diretto del sole. Un esempio di tale funzionalità, può ben essere riscontrato nel padiglione itinerante IBM di Renzo Piano; alcune vele sono state sospese per tutta la lunghezza dell'edificio, a metà altezza con prevalente funzione proprio di schermatura solare.

Con soluzioni simili, anche l'acustica di uno spazio può essere migliorata, impiegando una combinazione di pannelli tessili conformati con andamento sinclastico o utilizzando un sistema a sandwich costituito da due strati tessili con andamento anticlastico e isolante acustico interposto.

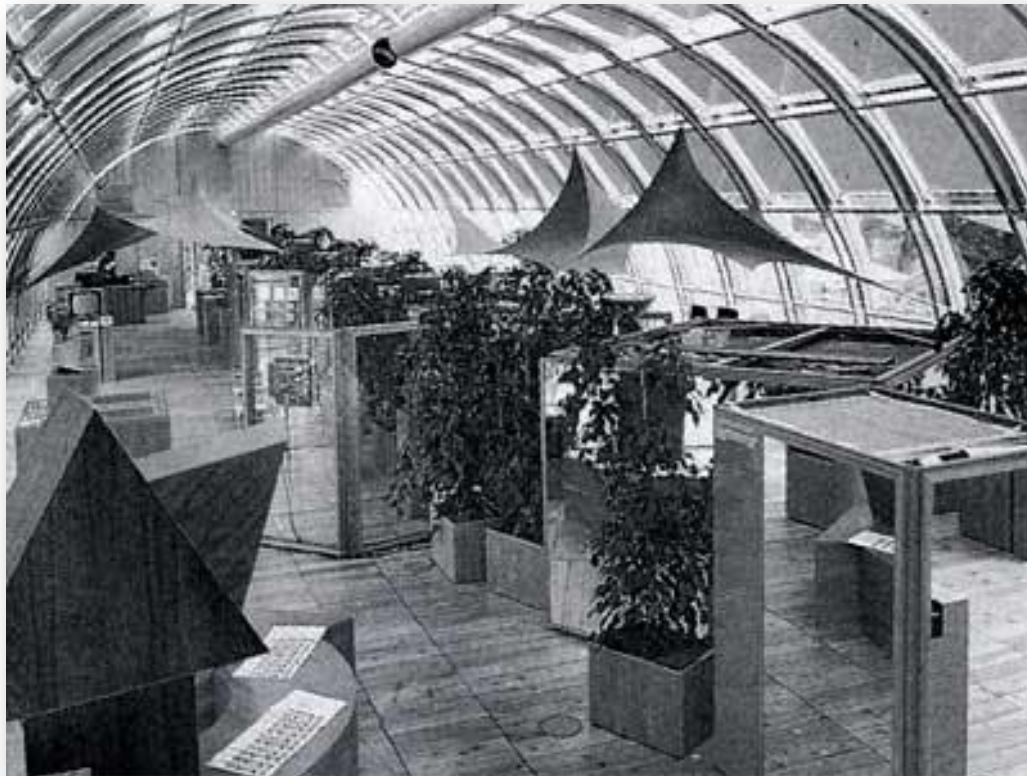


Figura 73 - Padiglione itinerante IBM, Roma, Renzo Piano (immagine tratta da Zanelli, 2007).

Sistemi aperti per applicazioni integrate con altri edifici

Coperture aperte accostate ad edifici possono creare spazi protetti e privati o anche spazi semi-pubblici. La funzione di tali soluzioni costruttive è quella di delimitare visivamente una certa area e non solo di coprirla, costituendo principalmente un elemento ben riconoscibile a distanza. La riqualificazione dell'area industriale Schlumberger a Montrouge, vicino Parigi, ha dato nuova vita al parco e a un percorso pedonale posto al centro dei vecchi edifici. Una pensilina in membrana crea una galleria coperta tra gli edifici riqualificati e ne ripara le facciate dalla pioggia e dal sole e allo stesso tempo costituisce parte integrante del progetto del paesaggio, (Zanelli, 2007).

Un altro esempio che ben evidenzia l'importanza di schemi costruttivi di questo genere non può che essere il tetto del Forum al Sony Centre di Berlino, pensato come un grande ombrello che permette l'uso della piazza sottostante anche in caso di maltempo.

La corte interna della massiccia costruzione in mattoni del Fort IV ad Antwerp in Belgio era rimasta inutilizzata per molto tempo. Il desiderio di riutilizzare lo spazio per eventi culturali durante l'estate fu esaudito realizzando una copertura leggera, utilizzabile nella stagione estiva. Il tetto, costituito da un sottile tessuto di poliestere/pvc sottile è in netto contrasto con i muri massicci del forte e anche l'alternanza tra parti traslucide e parti del tutto trasparenti della membrana accentua l'impressione di trovarsi sempre all'aperto.

Infine ricadono in questa tipologia anche le membrane impiegate come schermi: possono essere posizionati in facciata per pubblicità o anche come teli protettivi in caso di lavori di ristrutturazione.



Figura 74 - Sony Centre, Berlino (GER); gli schermi tessili permettono di occupare la grande piazza anche in caso di maltempo (immagine tratta da it.wikipedia.org).

SISTEMI CHIUSI

L'involucro esterno garantisce protezione dagli agenti atmosferici, creando un ambiente interno con condizioni termiche meno problematiche. L'applicazione di più strati di isolante termico e acustico diminuisce anche la trasmissione della luce.

Sistemi chiusi per applicazioni in copertura

Questo tipo di sistema nasce con il primario scopo di coprire ampi spazi dell'ambiente naturale e costruito con coperture trasparenti e isolate, in grado di garantire lo svolgimento alle attività dell'uomo in un ambiente costantemente protetto dalle variazioni climatiche e più controllato in termini di temperatura e luminosità. Nelle concrete applicazioni di questa tipologia strutturale, risulta essenziale calibrare i livelli di trasparenza dell'involucro tessile in relazione alle funzioni cui l'edificio dovrà assolvere. Per esempio, un involucro ad alta trasparenza è efficace per realizzare una serra, mentre un involucro completamente opaco, ottenibile con diversi strati di membrana tessile e di isolanti acustici e termici, risulta adatto per la copertura di un cinema o di un teatro.



Figura 75 - Sala per spettacoli Zenith, Parigi (FRA), Architetti Chaix e Morel, strutture Arcora, 1992 (immagine tratta da Europaconcorsi.com).

Dal punto di vista costruttivo, per realizzare un sistema chiuso si può utilizzare una struttura reticolare spaziale, all'intradosso o all'estradosso della quale si può sospendere la membrana di involucro; si tratta di una soluzione architettonica interessante con cui realizzare spazi chiusi a forma di guscio, di luci anche ampie, impiegando soltanto componenti di piccole dimensioni e quindi facilmente assemblabili e trasportabili (è il caso del Geodesia Yurt Dome Shelter).

Sempre con forma a guscio, ma sospesa da alte antenne di sostegno che sveltano esternamente alla membrana tessile, la copertura del Millennium Dome ha una luce libera di ben 365 m. Il sistema di supporto della membrana è realizzato con 24 punti di ancoraggio al perimetro, 12 montanti principali e i necessari cavi di collegamento tra la parte tessile e i supporti in acciaio (www.Canobbio.com)



Figura 76 - Millennium Dome di Londra; sono ben visibili i punti di ancoraggio e i 12 montanti da cui si dipartono i tiranti in acciaio che sorreggono la membrana tessile.

Sistemi chiusi per applicazioni in ambienti interni

Applicare un sistema costruttivo a membrana all'interno di uno spazio, significa aggiungere una seconda pelle ad un edificio esistente: ciò può avere senso per migliorare le sue prestazioni complessive, per rinnovare la qualità spaziale dell'ambiente originario oppure per realizzare una nuova articolazione funzionale. Un esempio di utilizzo di un sistema chiuso per applicazione interne è sicuramente il progetto dell'architetto Thomas Herzog: il progetto consiste in un involucro pressurizzato in EFTE posto internamente ad un edificio preesistente, il quale ha permesso il raggiungimento di requisiti di isolamento termico e acustico necessari alle nuove attività insediate, senza modificare le finestre della facciata preesistente soggetta a vincoli di salvaguardia. L'involucro interno, che consiste di due strati trasparenti di film di EFTE, ha migliorato il comfort termico e acustico senza ridurre l'apporto di luce diurna.

Il progetto per il Magna Science Adventure Centre ospita, sotto una struttura pneumatica, un ristorante e un centro educativo, posti internamente agli ambienti di un vecchio mulino in acciaio di Rotherham, nel Regno Unito. Un camino di luce, realizzato in materiale altamente riflettente, permette alla luce del giorno di filtrare all'interno della struttura pneumatica.



Figura 77 - Ristorante gonfiabile e centro educativo, Rotherham, Regno Unito, Lindstrand Technologies (immagine tratta da Zanelli, 2007)

Sistemi chiusi per applicazioni integrate con altri edifici

Nei casi in cui non è richiesto un alto livello di comfort termico e nei casi in cui può essere vantaggioso disporre di un'illuminazione naturale diffusa e abbondante, le coperture a membrana risultano essere una valida alternativa per chiudere superiormente anche un edificio i cui muri perimetrali siano realizzati con tecniche convenzionali a massa.

Alberi sospesi dal perimetro murario costituiscono i sostegni della membrana traslucida di copertura progettata per l'Amagi Multi-Sports Centre: a incrementare l'impressione di luminosità e leggerezza del sistema di copertura è stata la scelta di un sistema strutturale di tipo tensegrity. Il suo assemblaggio è stato facilitato proprio dalle peculiarità del sistema strutturale, che viene preassemblato sul pavimento e poi collegato ad un anello provvisorio che consente di sollevarlo in un unico momento.



Figura 78 - Amagi Multi-Sports Centre, Amagi Yugashima Town, Giappone, 1991 (immagine tratta da Zanelli, 2007)

SISTEMI TRASFORMABILI

I sistemi trasformabili sono strutture adattabili ai cambiamenti climatici e d'uso: sono costruiti in modo che la loro forma possa essere modificata ogni volta sia necessario ed in breve tempo. Le coperture trasformabili contemporanee uniscono la versatilità dei sistemi elettronici, sempre più potenti, precisi e silenziosi, alla leggerezza del sistema costruttivo, così da poterne modificare l'assetto con il minor dispendio di energie nel più breve tempo possibile, per far fronte a cambiamenti repentini delle condizioni climatiche esterne, (Zanelli, 2007).

La convenienza di questo sistema rispetto ad uno fisso è valutabile in tutti quei casi in cui si preveda un utilizzo saltuario dello spazio coperto, quando le condizioni climatiche siano soggette a variazioni repentine e infine se si vuole fruire completamente delle qualità del contesto ambientale in quei periodi dell'anno in cui non sia previsto l'uso della copertura. I sistemi trasformabili risultano infine competitivi rispetto ai sistemi permanenti e fissi se il meccanismo di movimentazione della copertura tessile consente di cambiare assetto in un arco di tempo molto ristretto, indicativamente al di sotto dei 15-20 minuti anche nei casi di porzioni molto grandi di copertura, e senza la produzione dei rumori. In questi casi, ovviamente, la struttura portante e i componenti portati di involucro sono legati da relazioni sensibilmente differenti rispetto a quelle che contraddistinguono i sistemi fissi. La struttura portante di un sistema trasformabile può essere fissa o trasformabile essa stessa, mentre gli elementi portati, in entrambi i casi, assumono configurazioni modificabili. In tutte le fasi del movimento deve essere garantito l'equilibrio dell'intero sistema e dunque tutti i componenti in gioco devono essere dimensionati in modo adeguato a sopportare i carichi statici e dinamici. Ovviamente, le sequenze di conversione dei sistemi trasformabili possono essere manuali o elettrificate. La conversione manuale resta oggi una soluzione economica e funzionale per realizzare membrane adattabili di ombreggiamento di piccole aree.

Sistemi trasformabili per applicazioni in copertura

Una copertura trasformabile in membrana tessile può essere usata per ombreggiare o per proteggere da un improvviso temporale estivo, oppure anche per garantire un idoneo comfort acustico a uno spazio aperto in cui abbia luogo un'esibizione teatrale o musicale. Dal punto di vista strutturale, essa può caratterizzarsi per forme tensostrutturali o pressurizzate, così come tutte le coperture a membrana di tipo fisso.

Le tipologie pneumatiche hanno il vantaggio di raggiungere la stabilità mediante la messa in pressione dell'aria tra le due membrane. Un esempio che ben illustra quanto appena detto sulle coperture pressurizzate è sicuramente l'involucro della piscina a Unterluss, ideato da Friedrich Romberg, il quale prevede due strati di tessuto e un'intercapedine d'aria di 3 cm che assicurano le condizioni di comfort termico allo spazio coperto. La particolarità della copertura trasformabile per il teatro all'aperto di Tecklenburg è invece riscontrabile nel meccanismo di apertura e di raggiungimento dello stato di pretensione, che associa lo scorrimento della membrana su binari con la sua pressurizzazione. Il tetto è costituito da sei cuscini che si muovono lungo una coppia di binari e contemporaneamente vengono gonfiati in modo da creare una copertura stabile alle turbolenze del vento. Quando non si prevedono attività teatrali, la copertura tessile viene sgonfiata, ripiegata e riposta al di sotto di una piccola tettoia posta sul fondo dell'anfiteatro.



Figura 79 - Teatro all'aperto di Tecklenburg, Germania, 1993; posizione chiusa (immagine tratta da Zanelli, 2007)



Figura 80 - Teatro all'aperto di Tecklenburg, Germania, 1993; posizione aperta (immagine tratta da Zanelli, 2007)

Le tipologie tensostrutturali possono essere pensate con uno sviluppo di apertura e chiusura lineare, oppure radiale, a partire da un centro, oppure ancora a forma libera.

Per muovere la parte tessile si possono impiegare diversi metodi, finalizzati al dispiegamento e al tensionamento della membrana in fase di apertura e al suo ripiegamento in fase di chiusura del sistema trasformabile. Questo tipo di strutture vengono spesso definite retrattili, in virtù del percorso che i lembi della membrana compiono lungo una serie di binari di scorrimento che possono essere realizzati con cavi o archi o travi lineari, a seconda della forma della copertura.

Un esempio di scorrimento della membrana su cavi, mediante una serie di argani di trascinamento e anelli di sospensione dei lembi di tessuto è quello della copertura retrattile per il teatro all'aperto nel Robinson Club di Janda Playa Fuerteventura, progettato dallo studio di architettura SL-Rasch.

Sistemi trasformabili per applicazioni in ambienti interni

I sistemi trasformabili a membrana possono essere impiegati all'interno di spazi chiusi con funzioni diverse, ma essenzialmente riconducibili alla regolazione dei livelli di luminosità degli ambienti. Per esempio possono essere utilizzati per regolare la luce e per proteggere da un irraggiamento solare diretto eccessivo, per realizzare partizioni interne facilmente modificabili, per garantire la privacy tra diversi ambienti ed infine per evitare l'abbagliamento.

La trasparenza dell'involucro in cuscini pneumatici efte della serra botanica di Bristol nel Regno Unito viene regolata dall'interno attraverso un sistema retrattile di oscuramento. La particolarità dei sistemi trasformabili applicati in interno è che difficilmente sono realizzabili in forme tensostrutturali, mentre nella maggior parte dei casi sono tendostrutture, non soggette quindi a pretensione.

Sistemi trasformabili per applicazioni integrate con altri edifici

Le coperture retrattili vengono spesso realizzate per coprire temporaneamente uno spazio a corte attorno a edifici preesistenti, sulle cui facciate vengono gli elementi di supporto e di movimentazione della membrana trasformabile. Le tipologie realizzabili in questo caso sono del tutto simili alle tipologie adottate per sistemi trasformabili utilizzati in copertura, con l'unica differenza che in questo caso il sistema di supporto e di bordo della membrana retrattile sarà integrato in parte o del tutto a un edificio già esistente.

Uno degli esempi più noti di coperture trasformabili è quello del Municipio di Vienna. Si tratta di una tensostruttura a membrana con una configurazione di movimento a fisarmonica, progettata dall'architetto Silja Tillner. L'andamento a doppia curvatura della superficie tessile richiama le arcate in stile neogotico del Municipio sui cui marcapiani sono fissate le travi di scorrimento lineare della membrana. Travi reticolari scorrevoli all'estradosso della copertura e cavi di gola collegati a carrelli anch'essi scorrevoli garantiscono l'apertura e la chiusura della copertura, in relazione alle necessità di utilizzo del cortile.

3.5.2 Le facciate tessili

Un altro interessante utilizzo delle membrane tessili in architettura è senza dubbio la facciata tessile. Infatti, specialmente negli ultimi anni, risulta sempre più frequente l'utilizzo di materiale tessile per la realizzazione dell'involucro esterno degli edifici. In maniera sempre più incisiva, infatti, l'involucro tessile rientra in quelle componenti del sistema edilizio chiamate a rispondere alle nuove esigenze del costruire contemporaneo: salvaguardia ambientale, benessere termoigrometrico e risparmio energetico. Oltre a questi già importanti requisiti da soddisfare, le facciate tessili ed i rivestimenti esterni in tessuto in generale, risultano ora più che mai, la soluzione tecnicamente più evoluta per dare originalità di forme e colore a qualsiasi edificio, nuovo o ristrutturato. Le facciate tessili sono prodotti altamente versatili, pratici e adattabili, ma al tempo stesso risultano sofisticati e costituiscono una delle soluzioni ideali sia per la realizzazione di nuove costruzioni che nella riqualificazione di edifici esistenti. Nel seguito della trattazione verranno illustrati alcuni tra i più importanti esempi di utilizzo delle membrane tessili in facciata.

Zenit di Strasburgo (FRA)

Lo Zenith di Strasburgo, un Palazzo della Musica in grado di accogliere 10000 spettatori, è costituito da un nucleo centrale ellissoidale in cemento armato, su cui poggiano a incastro le travi della copertura realizzate in carpenteria metallica. Attorno al corpo cilindrico si sviluppa una struttura costituita da 22 putrelle che sorreggono una sorta di porticato a sbalzo. Tale sbalzo, è stato ideato per costituire lo scheletro di supporto al materiale di rivestimento esterno: una membrana di tessuto arancione costituita da un tessuto in fibra di vetro ricoperto da silicone; il tessuto in questione è stato scelto per le sue caratteristiche di resistenza ma soprattutto di traslucenza. Infatti il comportamento del tessuto alla luce era un requisito fondamentale per i progettisti; durante la notte, lo Zenith si illumina dall'interno, trasformandosi in un segnale riconoscibile da molto lontano.



Figura 81 – Lo Zenit di Strasburgo (Fucas) illuminato di notte; la traslucenza del tessuto permette la visione della struttura anche da lontano (immagine tratta da Europaconcorsi.com).

Facciata Lindt-Mc Donald a Legnano (ITA)

Molte sono le realizzazioni di facciate tessili anche in Italia, ed un tipico esempio si riscontra nella facciata di un capannone ex concessionari trasformata in un negozio di cioccolati Lindt e un ristorante Mc Donalds.



Figura 82 – Facciata Lindt-Mc Donald, Legnano (MI); a destra, l'effetto della facciata illuminata di notte (immagine tratta dal sito www.Canobbio.com).

La facciata è costituita da 61 pannelli rettangolari di tessuto poliestere rivestito in PVC; i pannelli, di varie dimensioni, sono costruiti con profili in alluminio per una superficie totale di 500 mq, sempre continui e senza punti di connessione. I pannelli sono fissati alla struttura in acciaio retrostante con speciali piastre di ancoraggio; sul tessuto retinato sono stati verniciati i loghi dei marchi.

L'idea dell'architetto, in questo caso, era quella di animare la facciata con giochi di illuminazione e di inserire dietro il tessuto alcuni puntoni per rendere l'aspetto dei pannelli più corrugato e dare movimento.

Questo tipo di applicazione sta ricevendo molti consensi negli ultimi tempi, essendo di fatto molto versatile e permettendo inoltre di modificare l'aspetto degli edifici esistenti senza interventi di tipo strutturale, (www.Canobbio.com)

Laboratorio Clustex, Politecnico di Milano



Figura 83 -
Laboratorio Clustex
del Politecnico di
Milano (immagine
tratta da
www.Canobbio.com).

Un altro esempio che possa far capire meglio le potenzialità dei rivestimenti tessili per la realizzazione di facciate è senz'altro il rivestimento del laboratorio Clustex del Politecnico di Milano.

Il rivestimento, costituito da PTFE espanso (Tenara®) è pretensionato tramite tiranti in acciaio fissati ad alberi, i quali scaricano la tensione su delle strutture circolari costituenti degli oblò



Figura 84 - Vista
interna dei
tiranti in acciaio
e degli alberi di
sostegno della
membrana
pretesa
(immagine tratta
da
www.Canobbio.com).

Base operativa Luna Rossa



Figura 85 - Base operativa Luna Rossa, Valencia (SPA) (immagine tratta da it.wikipedia.org).

Il progetto è stato concepito dal Renzo Piano Building Workshop, in occasione della 32° edizione della Coppa America. È un edificio semplice nella sua nella concezione strutturale della facciata continua, ma al tempo stesso geniale per quanto riguarda la scelta degli elementi di tamponamento e finitura.

L'involucro della base operativa è realizzato in maniera del tutto originale, riutilizzando le vele dismesse di barche da regata; gli elementi di tamponamento sono infatti composti da una membrana tessile, tesata e fissata ad un telaio in alluminio, assemblata con biadesivo acrilico a pannelli di policarbonato alveolare.

L'area coperta dal rivestimento si attesta a circa 3000 mq. La scelta di impiegare un tipo di materiale traslucido per le facciate dell'edificio pone sicuramente numerosi benefici in termini di comfort visivo, grazie alla possibilità di usufruire della luce naturale per lungo tempo durante il giorno, sebbene esso non garantisca livelli di comfort termico ed acustico elevati, un aspetto che però non risulta rilevante per il fatto che il sito sorge in una zona climatica temperata.

4. Determinazione della configurazione d'equilibrio iniziale

4.1 Introduzione

Per l'analisi strutturale degli elementi di comune impiego, la geometria della struttura allo stato iniziale è generalmente un dato noto in anticipo; quest'ultima, però, non risulta essere una caratteristica delle tensostrutture. Questa tipologia strutturale, inoltre, essendo caratterizzata da una bassa rigidità flessionale deve essere costruita in modo tale che sia sempre presente una significativa precompressione.

Una delle maggiori problematiche delle tensostrutture risulta essere che, a riposo, sebbene non vi sia presenza di carichi esterni e vengano trascurati tutti i pesi propri, non esiste una configurazione iniziale di equilibrio, (Haber e Abel, 1982).

In definitiva quindi la forma della struttura e i carichi applicati sono due concetti che non possono essere separati e che non possono essere descritti da semplici modelli geometrici (come avviene invece per la maggior parte delle strutture tradizionali).

La determinazione della configurazione sotto stress può essere considerata come un problema strutturale "inverso", nel quale la distribuzione delle forze, inizialmente determinato, è il parametro di guida nel processo, (Haber e Abel, 1982).

Questo è l'inverso dei problemi strutturali "standard", dove le forze sono la risposta strutturale alle deformazioni della struttura.

Il problema del trovare una configurazione che soddisfi le leggi dell'equilibrio è solitamente chiamato form-finding o shape-finding, ma generalmente questa definizione viene considerata "inappropriata" (soprattutto dagli autori Haber e Abel, 1982) in quanto nel procedimento la forma e le variabili che governano il sistema vengono entrambe modificate per raggiungere lo stato di equilibrio: il problema viene quindi più correttamente definito "problema di equilibrio iniziale". L'obiettivo del seguente capitolo è di illustrare uno tra i più efficaci metodi per la risoluzione del problema suddetto: il metodo delle densità di forza. Tale metodo viene applicato per risolvere gli stati di equilibrio di strutture a cavi, strutture a membrana e strutture a barre. Sebbene nella storia siano stati utilizzati diversi metodi, questo in particolare risulta essere interessante ed il maggiormente utilizzato. Nel seguito della trattazione ci si propone di approfondire in maniera esaustiva il metodo finora introdotto.

4.1.1 Il problema dell'equilibrio iniziale

La risoluzione del problema dello stato di equilibrio iniziale consiste in una combinazione di parametri che descrivono una configurazione di equilibrio della struttura nel suo stato iniziale.

Questi parametri possono essere schematizzati in:

- Tipologia strutturale: definisce il materiale e le connessioni della struttura;
- Carichi esterni, divisi in due tipologie: carichi applicati e forze di trazione. Ovviamente, l'introduzione di questi carichi, spesso complica il problema della determinazione dello stato di equilibrio, in quanto l'intensità e la direzione dei carichi può dipendere dalle diverse configurazioni che la struttura viene ad assumere;
- Geometria della struttura: questo è un parametro chiave all'interno della determinazione dello stato di equilibrio. Per le tensostrutture la curvatura è uno dei parametri che influenza maggiormente il comportamento strutturale;
- Condizioni al contorno: le condizioni al contorno sono indispensabili, in quanto servono per la determinazione di un'unica soluzione al problema;
- Distribuzione delle forze interne: questo parametro è molto importante, in quanto risulta fondamentale determinare un'appropriata distribuzione delle forze per ottenere una struttura sicura ed economica.

Il problema della determinazione dell'equilibrio è un problema puramente statico; ciò significa che non risulta necessario introdurre né la congruenza né il legame costitutivo: alcuni metodi, come il metodo non-lineare, introducono equazioni cinematiche atte a risolvere il problema iniziale, ma questo comporta la conoscenza delle specifiche dei materiali utilizzati e complicherebbe la soluzione, (Haber e Abel, 1982).

All'interno dell'equazione, inoltre, anche i carichi esterni possono complicare notevolmente la soluzione; da qui la scelta di trascurare gli esigui pesi propri delle membrane (0.7 kg/m^2 - 2 kg/m^2) ed i carichi esterni ad essa applicati.

Inizialmente si ha quindi che l'unico requisito che la struttura deve soddisfare è l'equilibrio.

Con riferimento ad una generica porzione di una rete spaziale di funi, consideriamo l'equilibrio del generico nodo i soggetto al carico P , e supponiamo che tale nodo sia collegato ai nodi adiacenti j , k , l , m , tramite le aste $i-j$, $i-k$, $i-l$, $i-m$.

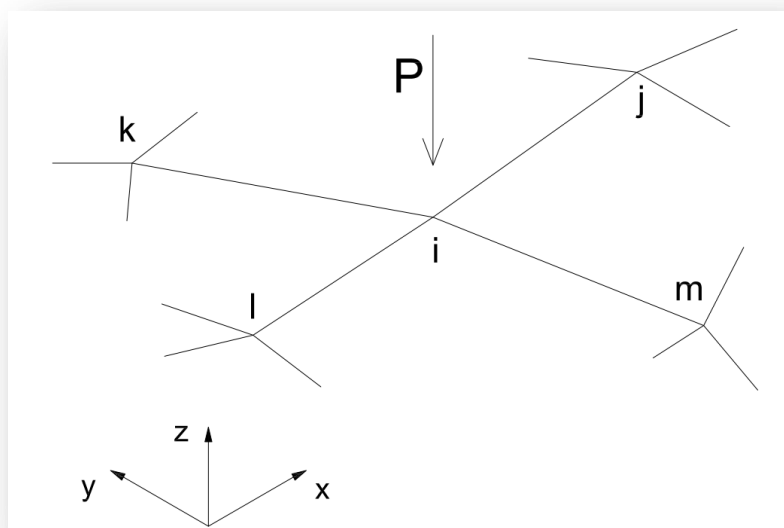


Figura 86 - Generico nodo in una rete spaziale di funi

Tale struttura può essere trattata al pari di una struttura reticolare, e quindi l'equilibrio tra le forze interne e le forze esterne può essere espresso in forma vettoriale dalla relazione:

$$\mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2 + \mathbf{T}_3 + \mathbf{T}_4 + \mathbf{P} = \mathbf{0} \quad (4.1.2.1)$$

dove le forze interne incognite si assumono positive se si allontanano dal nodo. Mettendo in evidenza i valori degli sforzi assiali nei diversi tratti, la stessa equazione può essere scritta come:

$$\mathbf{T}_1 \mathbf{n}_1 + \mathbf{T}_2 \mathbf{n}_2 + \mathbf{T}_3 \mathbf{n}_3 + \mathbf{T}_4 \mathbf{n}_4 + \mathbf{F} = \mathbf{0} \quad (4.1.2.2)$$

in cui T_1 , T_2 , T_3 ed T_4 sono gli sforzi assiali incogniti, mentre n_1 , n_2 , n_3 , ed n_4 , sono i versori, anch'essi incogniti se la geometria non è completamente nota, dei diversi tratti di fune, orientati positivamente se uscenti dal nodo i . Proiettando l'equazione precedente sugli assi x , y e z del riferimento globale, si ottengono le tre equazioni scalari:



$$T_{ij} \frac{x_j - x_i}{L_{ij}} + T_{ik} \frac{x_k - x_i}{L_{ik}} + T_{il} \frac{x_l - x_i}{L_{il}} + T_{im} \frac{x_m - x_i}{L_{im}} + f_{xi} = 0 \quad (4.1.2.3)$$

$$T_{ij} \frac{y_j - y_i}{L_{ij}} + T_{ik} \frac{y_k - y_i}{L_{ik}} + T_{il} \frac{y_l - y_i}{L_{il}} + T_{im} \frac{y_m - y_i}{L_{im}} + f_{yi} = 0 \quad (4.1.2.4)$$

$$T_{ij} \frac{z_j - z_i}{L_{ij}} + T_{ik} \frac{z_k - z_i}{L_{ik}} + T_{il} \frac{z_l - z_i}{L_{il}} + T_{im} \frac{z_m - z_i}{L_{im}} + f_{zi} = 0 \quad (4.1.2.5)$$

Dove i valori L_{ij} , L_{ik} , L_{il} e L_{im} sono le lunghezze dei tratti che collegano il nodo i ai vari nodi circostanti, mentre i valori $f_{ix,y,z}$ sono le componenti del carico P nel sistema di riferimento globale. Queste equazioni vengono scritte per ogni nodo della rete di funi ottenendo così un sistema di $3n$ equazioni.

Nell'equilibrio delle tensostrutture però, la geometria del sistema non è definita, quindi risultano incognite sia le coordinate spaziali dei nodi (e di conseguenza la loro lunghezza) che i valori degli sforzi assiali all'interno dei vari tratti della fune e dei vincoli al contorno. Tale situazione comporta un numero di incognite maggiore rispetto al numero di equazioni del problema, il quale risulta quindi caratterizzato da infinite soluzioni; tuttavia, come già anticipato, esistono diverse metodologie di calcolo create al fine di risolvere il suddetto problema; tra queste, il più utilizzato, è appunto il già citato metodo delle densità di forza.

4.2 Il metodo delle densità di forza

Nel 1971 Linkwitz e Schek mostrarono per la prima volta il metodo della densità di forza (FDM). Tale metodo consente di disaccoppiare e linearizzare il sistema di equazioni di equilibrio, senza la necessità di conoscere alcuna coordinata iniziale della struttura. Tutto ciò è reso possibile grazie ad un accorgimento matematico, ovvero grazie all'introduzione di un parametro $\mathbf{q}_{ij} = \mathbf{T}_{ij}/L_{ij}$ chiamato densità di forza, il quale ha le dimensioni di una forza per unità di lunghezza. In questo modo, Schek mostrò nel 1974 che tramite il FDM, la soluzione dell'equilibrio poteva essere raggiunta tramite l'utilizzo di sole equazioni lineari e che questo metodo costituiva un netto miglioramento rispetto ai metodi elaborati precedentemente, (Schek, 1974).

4.2.1 Il metodo delle densità di forza lineare

Le ipotesi alla base della trattazione sono le seguenti:

- La rete è costituita da elementi rettilinei, connessi tra loro attraverso punti chiamati nodi; la configurazione geometrica di tali elementi può essere descritta in termini di coordinate nodali;
- La disposizione delle connessioni degli elementi della struttura è conosciuta in partenza e può essere anch'essa descritta in termini di coordinate nodali;
- Gli elementi costituenti i cavi sono considerati privi di peso proprio;
- Le forze esterne applicate agiscono esclusivamente sui nodi.

Viene inizialmente riportata la geometria degli elementi su un grafico dove tutti i nodi vengono numerati da 1 a n_s (dove n_s risulta quindi essere il numero dei nodi di collegamento tra gli elementi) e le aste da 1 a m ; per semplificare il calcolo, il numero n_s di tutti i nodi della struttura viene suddiviso in n , numero dei nodi liberi, interni alla struttura, ed n_f numero dei nodi vincolati alla struttura portante esterna; quest'ultimi vengono per comodità posti alla fine della sequenza.



Le equazioni di equilibrio di un nodo i -esimo nelle tre direzioni cartesiane sono le equazioni precedentemente analizzate.

$$T_{ij} \frac{x_j - x_i}{L_{ij}} + T_2 \frac{x_k - x_i}{L_{ik}} + T_3 \frac{x_l - x_i}{L_{il}} + T_4 \frac{x_m - x_i}{L_{im}} + f_{xi} = 0 \quad (4.2.1.1)$$

$$T_{ij} \frac{y_j - y_i}{L_{ij}} + T_2 \frac{y_k - y_i}{L_{ik}} + T_3 \frac{y_l - y_i}{L_{il}} + T_4 \frac{y_m - y_i}{L_{im}} + f_{yi} = 0 \quad (4.2.1.2)$$

$$T_{ij} \frac{z_j - z_i}{L_{ij}} + T_2 \frac{z_k - z_i}{L_{ik}} + T_3 \frac{z_l - z_i}{L_{il}} + T_4 \frac{z_m - z_i}{L_{im}} + f_{zi} = 0 \quad (4.2.1.3)$$

La lunghezza generica dei cavi, avendo assunto per ipotesi di essere rettilinei, è determinata dalle coordinate dei nodi che delimitano l'elemento stesso:

$$L_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} \quad (4.2.1.4)$$

In totale si hanno quindi per i nodi liberi, $3n$ equazioni di equilibrio. Il numero delle incognite invece risulta essere:

- $3n$ coordinate nodali
- m trazioni T negli m cavi

Si ha quindi un totale di $3n$ equazioni in $(3n+m)$ incognite; di conseguenza, la risoluzione del problema risulta, come già dedotto in precedenza, impossibile.

Le equazioni del sistema risultano essere non lineari in quanto la lunghezza L degli elementi è funzione non lineare delle coordinate dei nodi.



Formulazione matriciale

Per generalizzare la trattazione, si fa uso della notazione matriciale; vengono quindi introdotti i seguenti vettori e le seguenti matrici:

- X_s, y_s, z_s , di dimensioni $[n_s \times 1]$, contenenti le coordinate di tutti i nodi
- x, y, z , di dimensioni $[n \times 1]$, contenenti le coordinate dei soli nodi liberi;
- x_f, y_f, z_f , di dimensioni $[n_f \times 1]$, contenenti le coordinate dei soli nodi fissi;
- f_x, f_y, f_z , di dimensioni $[n \times 1]$, contenenti le componenti, in ciascuna delle tre coordinate cartesiane, dei carichi nodali;
- l , di dimensioni $[m \times 1]$, contenente le lunghezze finali degli elementi;
- L , matrice diagonale di dimensioni $[m \times m]$, contenente gli elementi del vettore l ($L = \text{diag}(l)$);
- t , di dimensioni $[m \times 1]$, contenente le forze di pretensione negli elementi.

Si realizza con l'aiuto del grafico una matrice C_s $[m \times n]$, detta matrice di connettività, caratterizzata da un numero di righe pari al numero delle aste m , e di un numero di colonne pari al numero dei collegamenti n . Ogni elemento j è collegato alle aste vicine dai nodi k e l . La matrice sarà caratterizzata da valori $+1$, -1 e 0 in base alla posizione degli elementi secondo il seguente criterio:

$$i = (1, 2, 3, \dots, n_s)$$

$$c_{s,j,i} = \begin{cases} +1 & \text{per } i = k \\ -1 & \text{per } i = l \\ 0 & \text{negli altri casi} \end{cases}$$

Per semplicità la matrice viene divisa in due matrici rispettivamente per i nodi di collegamento tra le aste $[n]$ e per i nodi che collegano le aste ai vincoli esterni $[n_f]$

$$C_s = C C_f$$



I prodotti matriciali riportati in seguito forniscono la differenza di coordinate nelle tre direzioni spaziali dei due nodi estremi di ciascun elemento. Tali differenze di coordinate possono essere ordinate nei tre vettori seguenti aventi dimensioni $[m \times 1]$:

$$u = C_s x_s = C_x + C_f y_f \quad (4.2.1.5)$$

$$v = C_s y_s = C_y + C_f y_f \quad (4.2.1.6)$$

$$w = C_s z_s = C_z + C_f z_f \quad (4.2.1.7)$$

Considerando che le matrici U, V, W e L sono le matrici diagonali risultanti dal posizionamento dei vettori u, v, w e l nelle diagonali principali, le equazioni di equilibrio per la rete possono essere riscritte come segue:

$$C^T U L^{-1} t = f_x \quad (4.2.1.8)$$

$$C^T V L^{-1} t = f_y \quad (4.2.1.9)$$

$$C^T W L^{-1} t = f_z \quad (4.2.1.10)$$

Come visto precedentemente, il sistema di equazioni è non lineare e indeterminato. Per risolvere il problema si possono quindi ipotizzare direttamente dei valori della forza di pretensione all'interno degli elementi. D'altra parte ipotizzare una geometria porterebbe ad avere un sistema di $3n$ equazioni in m incognite che nella maggior parte dei casi non ha soluzione (in quanto $3n > m$). Il FDM è quindi un sistema di equazioni lineari basate sulla seguente assunzione, introducendo quindi il concetto di densità di forza q :

$$q = L^{-1} t$$

Le equazioni possono quindi essere riscritte come segue:

$$q_{ij} x_i - x_j + q_{ik} x_k - x_i + q_{il} x_l - x_i + q_{im} x_m - x_i = 0 \quad (4.2.1.11)$$

$$q_{ij} y_i - y_j + q_{ik} y_k - y_i + q_{il} y_l - y_i + q_{im} y_m - y_i = 0 \quad (4.2.1.12)$$

$$q_{ij} z_i - z_j + q_{ik} z_k - z_i + q_{il} z_l - z_i + q_{im} z_m - z_i = 0 \quad (4.2.1.13)$$

di conseguenza si giunge alla seguente forma semplice:

$$C^T U q = p_x \quad (4.2.1.14)$$

$$C^T V q = p_y \quad (4.2.1.15)$$

$$C^T W q = p_z \quad (4.2.1.16)$$

Assumendo le seguenti proprietà:

$$U q = Q u \quad (4.2.1.17)$$

$$V q = Q v \quad (4.2.1.18)$$

$$W q = Q w \quad (4.2.1.19)$$

dove Q è la matrice diagonale che contiene q, si ottiene:

$$C^T Q C x + C^T Q C_f x_f = p_x \quad (4.2.1.20)$$

$$C^T Q C y + C^T Q C_f y_f = p_y \quad (4.2.1.21)$$

$$C^T Q C z + C^T Q C_f z_f = p_z \quad (4.2.1.22)$$

Introducendo infine $D = C^T Q C$ e $D_f = C^T Q C_f$ le equazioni finali possono essere riscritte

$$D x = p_x - D_f x_f \quad (4.2.1.23)$$

$$D y = p_y - D_f y_f \quad (4.2.1.24)$$

$$D z = p_z - D_f z_f \quad (4.2.1.25)$$



Da cui è possibile ricavare la soluzione:

$$x = D^{-1}(f_x - D_f x_f) \quad (4.2.1.26)$$

$$y = D^{-1}(f_y - D_f y_f) \quad (4.2.1.27)$$

$$z = D^{-1}(f_z - D_f z_f) \quad (4.2.1.28)$$

Dove la matrice D risulta simmetrica in quanto la matrice Q è diagonale.

Dalla seguente trattazione si arriva quindi a una soluzione che, assegnata la geometria della rete, permette di trovare una ed una sola configurazione di equilibrio associata ai valori di pretensione assegnata nei cavi.

4.2.2 Applicazione del metodo ad un caso semplice

A titolo d'esempio, si analizzerà ora una semplice rete costituita da 3 aste e 4 nodi, come illustrato nella seguente figura:

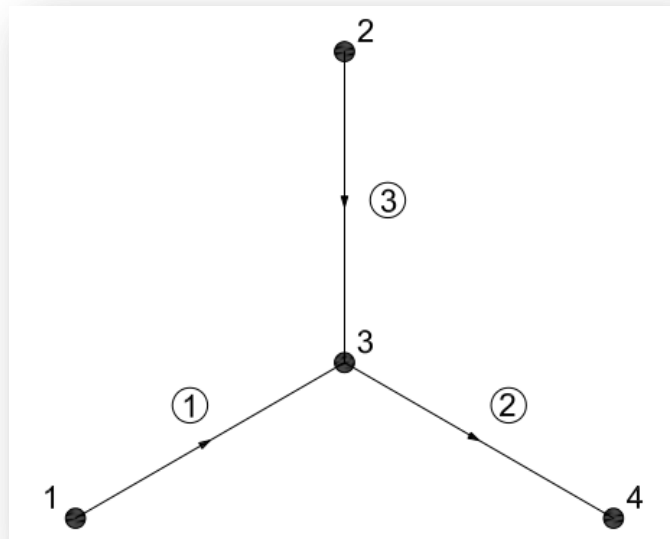


Figura 87 - Esempio semplice di una rete di cavi e nodi

Della struttura in figura, si presume di conoscere le coordinate dei nodi fissi 1 (0,0,0), 2 (3,6,-3) e 4 (8,2,3), mentre le coordinate del nodo libero 3 costituiscono le incognite del problema.

Seguendo il procedimento prima illustrato, occorre, in prima istanza, ricavare la matrice di connettività, la quale, per la semplice struttura sopra indicata, sarà la seguente:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Di conseguenza la matrice trasposta della matrice di connettività, necessaria al fine di risolvere il sistema di equazioni, sarà:

$$C^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

A questo punto, non rimane che costruire la matrice delle densità di forza, il valore delle quali viene presunto a titolo d'esempio pari a 1, e il vettore delle coordinate dei nodi che realizzano la rete in esame.

Una volta costruiti matrici e vettori necessari alla risoluzione del sistema, è possibile costruire, per ogni coordinata spaziale, l'equazione di equilibrio della struttura:

$$\begin{aligned} C^T Q C x + C^T Q C_f x_f &= p_x \\ C^T Q C y + C^T Q C_f y_f &= p_y \\ C^T Q C z + C^T Q C_f z_f &= p_z \end{aligned}$$

Quest'ultime, applicate per la struttura scelta ad esempio, si strutturano nel seguente modo:

$$\begin{array}{cccccccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & p_{1x} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & p_{2x} \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & x_3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 8 & p_{4x} \end{array} + 0 = 0$$

$$\begin{array}{cccccccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & p_{1y} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 6 & p_{2y} \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & y_3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 3 & p_{4y} \end{array} + 0 = 0$$

$$\begin{array}{cccccccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & p_{1z} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -3 & p_{2z} \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & z_3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 3 & p_{4z} \end{array} + 0 = 0$$

Conoscendo i valori delle forze derivanti dai carichi esterni alla struttura, il sistema risolvibile ha 3 equazioni in 3 incognite x, y e z; il problema risulta quindi di semplice risoluzione;

Ovviamente, il procedimento sopra illustrato è applicabile a qualsiasi tipo di struttura, anche notevolmente più complessa di quella appena presa in esame; la sostanziale differenza risulta



essere costituita dal fatto che, per geometrie assai più complesse, eseguire il calcolo manualmente risulta spesso gravoso. Per tale motivo il progettista, ricorre sempre più frequentemente a programmi di calcolo computerizzati che possano garantire il risultato atteso senza incorrere in calcoli che risulterebbero assai difficoltosi se affrontati con il solo ausilio di carta e penna.

Nel seguito della trattazione verrà illustrato un chiaro esempio di costruzione di una struttura a forma di hyper, tramite l'ausilio del programma di calcolo MATLAB.

4.3 Il form-finding di una struttura ad hyper con l'ausilio di MATLAB

MATLAB costituisce un potente strumento per costruire con estrema facilità e rapidità tutti i vettori e le matrici necessarie a costruire le equazioni di equilibrio che daranno poi la configurazione d'equilibrio all'intera struttura in esame; esso permette inoltre di ottenere la soluzione grafica del progetto in modo che il progettista possa eseguire analisi ed osservazioni sulla tensostruttura, osservando i cambiamenti che essa subisce ogni volta che le densità di forze impresse ai cavi vengono variate.

In prima istanza, risulta necessario scegliere la topologia generica della rete di cavi priva di qualsiasi forza di pretensionamento. Per la struttura in esame, l'hyper, è preferibile iniziare il processo considerando una rete costituita da un nodo centrale, da cui si diparte un determinato numero di aste; tale numero di aste, pari ad n , costituisce il parametro attraverso cui si sviluppa l'intero processo di costruzione della rete.

4.3.1 Definizione della topologia della struttura

Il programma elaborato per la realizzazione dell'Hyper, genera 4 steps, in quanto la figura è stata pensata come suddivisa in 4 campi:

- Il primo campo è costituito dal nodo centrale da cui si dipartono n aste, denominate omega e convergenti a n nodi, denominati gamma; quest'ultimi sono a loro volta uniti tra loro tramite n aste circolari, anch'esse denominate gamma;
- Il secondo, il terzo ed il quarto campo, invece, sono costituiti dalle aste uscenti dai successivi nodi secondo il criterio per cui da ogni nodo usciranno 3 aste. La figura si chiuderà mediante una circonferenza esterna costituita dalle aste gamma 4.

Per maggior chiarezza vengono di seguito illustrate le immagini del processo che ha portato alla costruzione della rete priva di pretensionamento, con la relativa illustrazione grafica di quest'ultima.

```
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help
[Icons] Stack: Base fx
- 1.0 + ÷ 1.1 × % %
10 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
11 % Force Density Method (FDM)
12 % paper Hernandez-Montes et al, "Topological Mapping for Tension Structures"
13 % J. of Structural Engineering, ASCE, vol.132, 2006, pp.970-977.
14 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
15 % generazione di closed network, pattern A
16 % questo programma genera 4 steps
17 %
18 % step_1 generazione di n aste a partire da nodo centrale
19 % omega 1 " set di aste uscenti da nodo centrale
20 % aste gamma 1 = set di aste circolari esterne a quelle di omega 1
21 % nodi gamma1 = set di nodi sulla crf 1
22
23 % step_2 : generazione
24 % aste omega 2 = set di aste uscenti dai nodi gamma_1
25 % nodi gamma 2 = set di nodi sulla crf 2
26 % aste gamma_2 = set di aste aventi per estremi i nodi gamma_2
27
28 % eccetera fino a step_4
29 %n = numero di aste che escono da nodo centrale
30 - n = 8;
```

Figura 88 - Come già prima analizzato, il programma indica la generazione dei 4 steps e le relative costruzioni di aste e nodi per ogni steps; nell'ultima riga dell'immagine si evidenzia il campo in cui inserire il numero di aste uscenti dal nodo. Tale numero influenzerà l'intero processo fino al termine della generazione della struttura.


```
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help
+ - 1.0 + ÷ 1.1 x % % Stack: Base fx
50 % step 2
51 % set aste omega_2
52 % 3*n aste, numerate da (2n+1) a (5n)
53 - for j=1:2
54 -     J=2*n + j ;
55 -     I1(J)=2 ;
56 -     I2(J)= n+1+j ;
57 - end
58     i_barre = 1 ; %contatore su aste (gruppi di 3) con nodo interno comune
59     i_nodo_int=3 ; %nodo interno da cui parte il contatore aste
60     i_nodo_est=n+3 ; %nodo esterno
61 - for j=3:(3*n-1)
62 -     if i_barre == 4
63 -         i_barre=1;
64 -         i_nodo_int = i_nodo_int + 1 ;
65 -     end
66
67     if mod(j,3)~= 0 % j non divisibile per 3
68         i_nodo_est = i_nodo_est + 1 ;
69     end
70
71     J=2*n + j ;
72     I1(J)=i_nodo_int ;
73     I2(J)=i_nodo_est ;
74
75     i_barre = i_barre + 1 ;
76 - end
77 % ultima asta del set omega_2
78 - J=5*n ;
79 - I1(J)=2 ;
80 - I2(J)= 3*n + 1 ;
81
```

Figura 90 - Nel secondo step, il programma genera, per ogni successivo nodo rispetto al nodo centrale, tre aste uscenti e convergenti in altrettanti nodi; il processo verrà poi iterato per i successivi step fino al quarto ed ultimo.

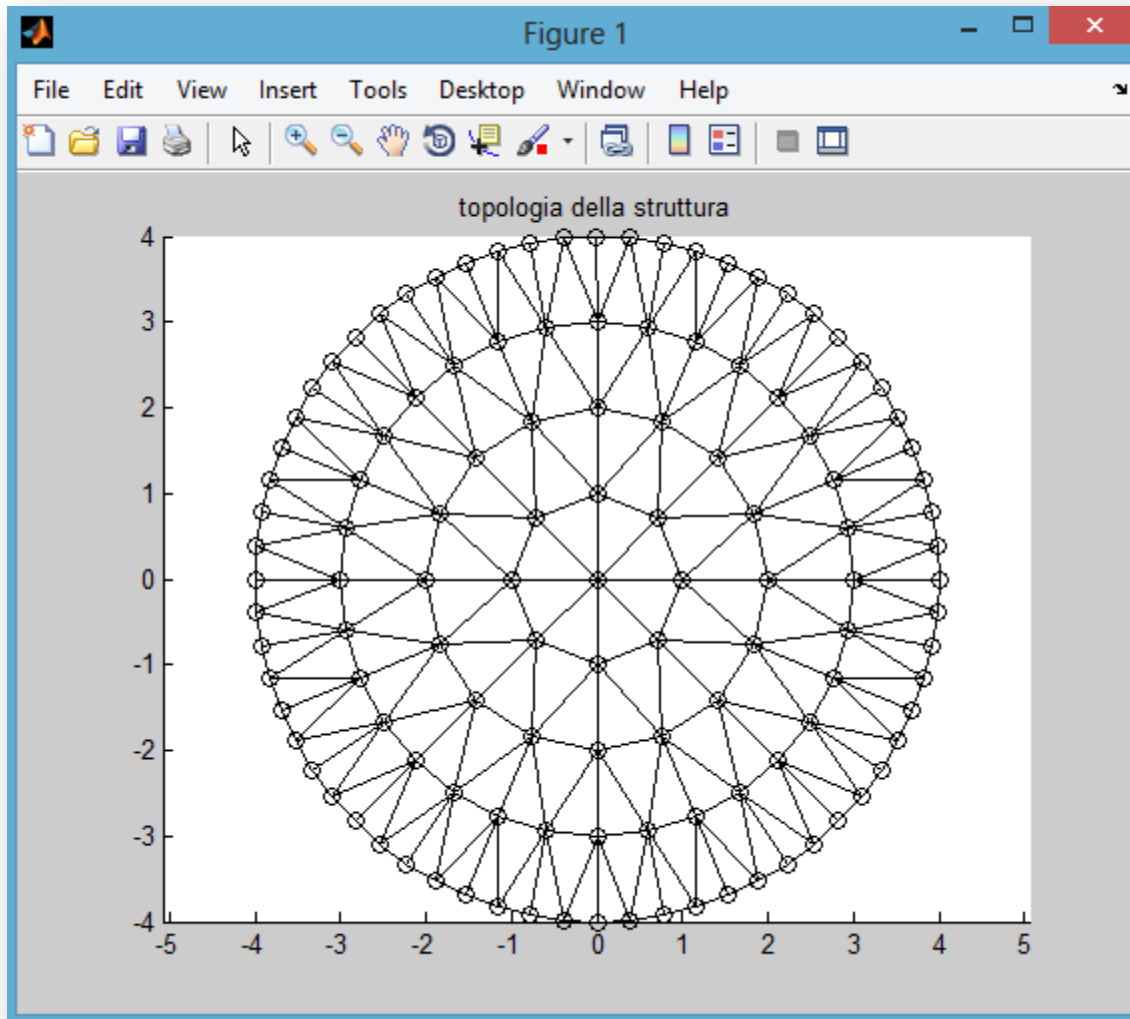


Figura 92 - La figura mostra la topologia scelta per configurare la tensostruttura ad Hypar; avendo scelto un valore di n pari a 8, si nota come dal nodo centrale si dipartano 8 aste, mentre successivamente, da ogni nodo, le aste generate siano 3.

vedrà successivamente, ciò che realmente conta in una progettazione di questo tipo non è tanto il valore di densità che si sceglie di attribuire ad ogni elemento interno o esterno, quanto il rapporto tra questi due valori;

```
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help
Stack: Base
- 10 + ÷ 11 x %/% %/%
269 %matrice Q delle forze-density
270 - Q1=1*eye(29*n);
271 - Q2=30*eye(8*n);
272 - Q=blkdiag(Q1,Q2);
273
274 % FDM
275 - A=C'*Q*C;
276 - XF=[10 0 -10 0]';
277 - YF=[0 10 0 -10]';
278 - ZF = [6 0 6 0]';
279 - BX = -C'*Q*CF*XF;
280 - BY = -C'*Q*CF*YF;
281 - BZ =-C'*Q*CF*ZF;
282 - a_inv = inv(A);
283
284 %risoluzione dei sistemi lineari per la determinazione delle coordinate
285 %nodali
286 - X=a_inv*BX;
287 - Y=a_inv*BY;
288 - Z=a_inv*BZ;
289
290 % aggiungiamo le coord. dei nodi vincolati nelle posizioni corrette
291 % rispettando cioè la numerazione globale originaria dei nodi
292 % [nell'ipotesi di 4 step e dei 4 punti fissi sul contorno esterno]
293 - XX =[ X(1:(7*n+1))' XF(1) X((7*n+2):(9*n))' ...
294         XF(2) X((9*n+1):(11*n-1))' XF(3) X((11*n):(13*n-2))' ...
295         XF(4) X((13*n-1):(15*n-3))' ];
296 - YY =[ Y(1:(7*n+1))' YF(1) Y((7*n+2):(9*n))' ...
297         YF(2) Y((9*n+1):(11*n-1))' YF(3) Y((11*n):(13*n-2))' ...
298         YF(4) Y((13*n-1):(15*n-3))' ];
299 - ZZ =[ Z(1:(7*n+1))' ZF(1) Z((7*n+2):(9*n))' ...
300         ZF(2) Z((9*n+1):(11*n-1))' ZF(3) Z((11*n):(13*n-2))' ...
301         ZF(4) Z((13*n-1):(15*n-3))' ];
```

Figura 94 - Inserimento dei valori di densità di forza da attribuire alle aste e conseguente sviluppo e risoluzione dei sistemi lineari per la determinazione delle coordinate nodali.

Il programma è ora in grado di elaborare la soluzione grafica del problema, ovvero la struttura ad Hypar nella sua configurazione di equilibrio con le densità di carico assegnate dal programma e tali da costituire un rapporto tra le densità di forza delle aste interne e di quelle di bordo pari a 1/30 (Fig. 99)

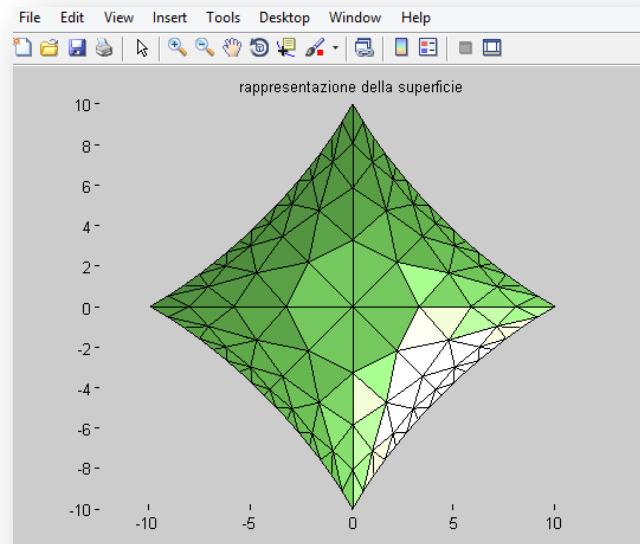


Figura 95 - Vista dall'alto della struttura in configurazione d'equilibrio; rapporto $q_i/q_b = 1:30$

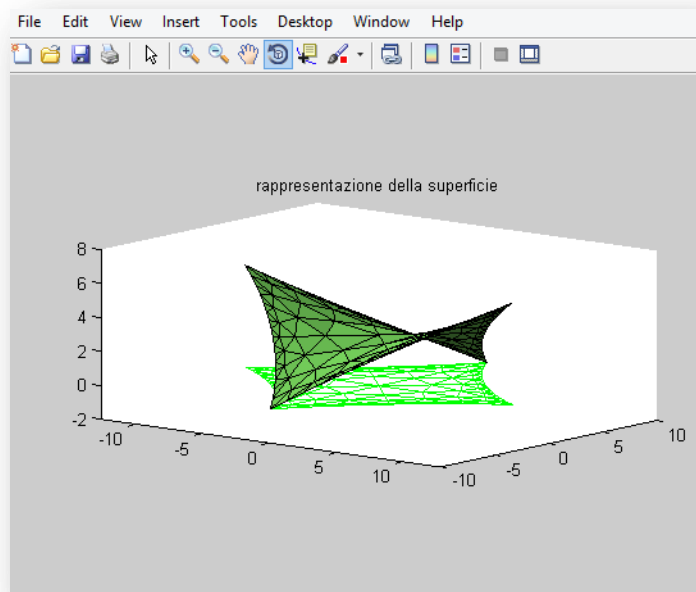


Figura 96 - Vista tridimensionale della superficie in configurazione di equilibrio

Come già precedentemente introdotto, ciò che più risulta importante in questo tipo di progettazione non è tanto la scelta dei valori di densità di forza da attribuire alle singole aste, quanto il rapporto che si instaura tra le densità di forza nelle aste interne e quelle nelle aste di bordo; variando iterativamente tale rapporto risulta notevole il cambiamento subito dalla configurazione di equilibrio della struttura. Considerando ora la struttura presa in esame ed analizzata in MATLAB, è possibile modificare il rapporto tra le densità di forza, in modo da trarre delle conclusioni che in generale possono essere estese a diversi tipi di struttura.

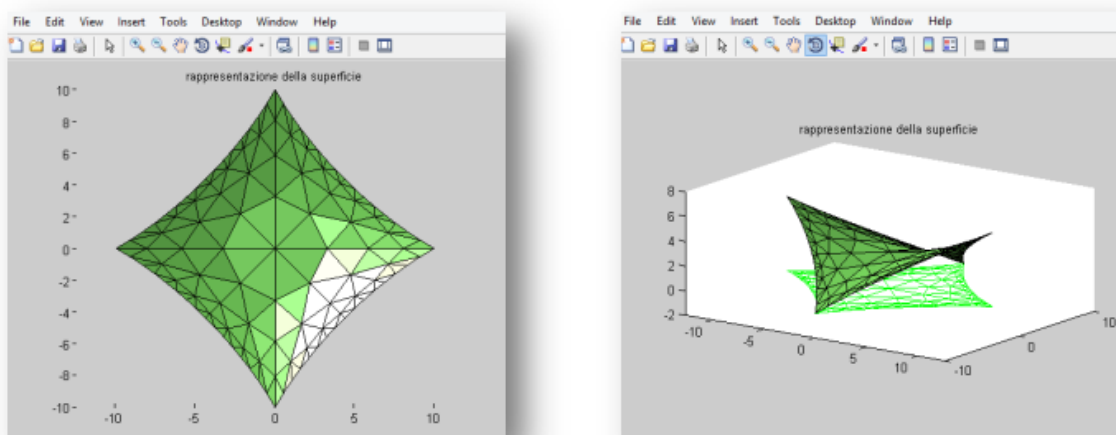


Figura 97 - Elementi di bordo $q=30$; elementi interni $q=1$; Rapporto di carico 30:1

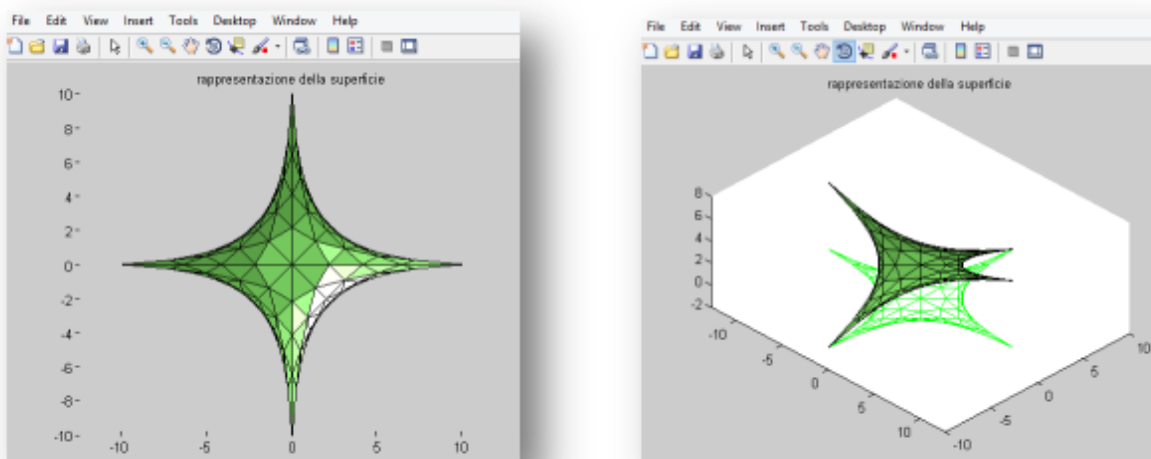


Figura 98 - Elementi di bordo $q=30$; elementi interni $q=15$; Rapporto di carico 2:1

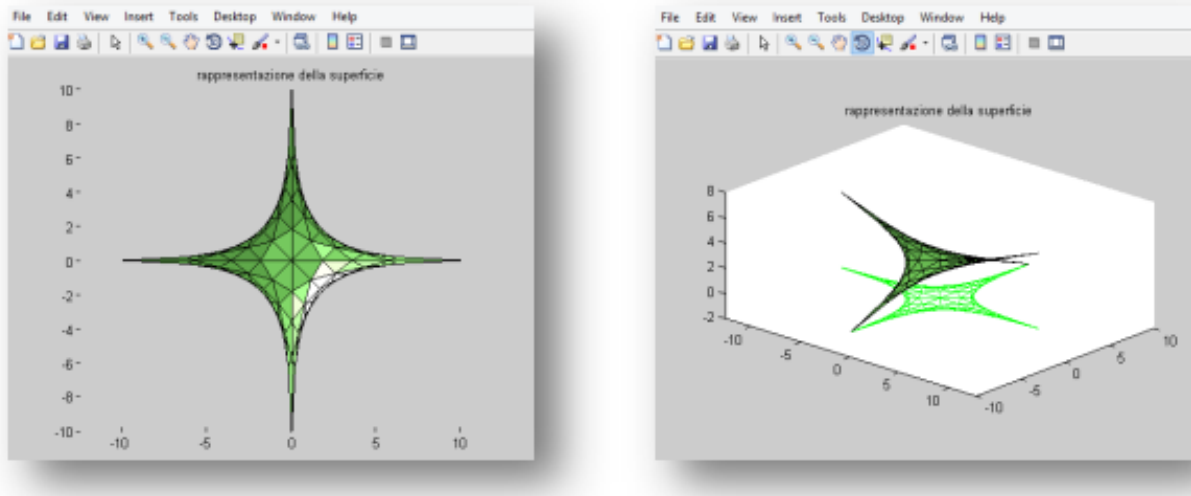


Figura 99 - Elementi di bordo $q=1$; elementi interni $q=1$; Rapporto di carico 1:1

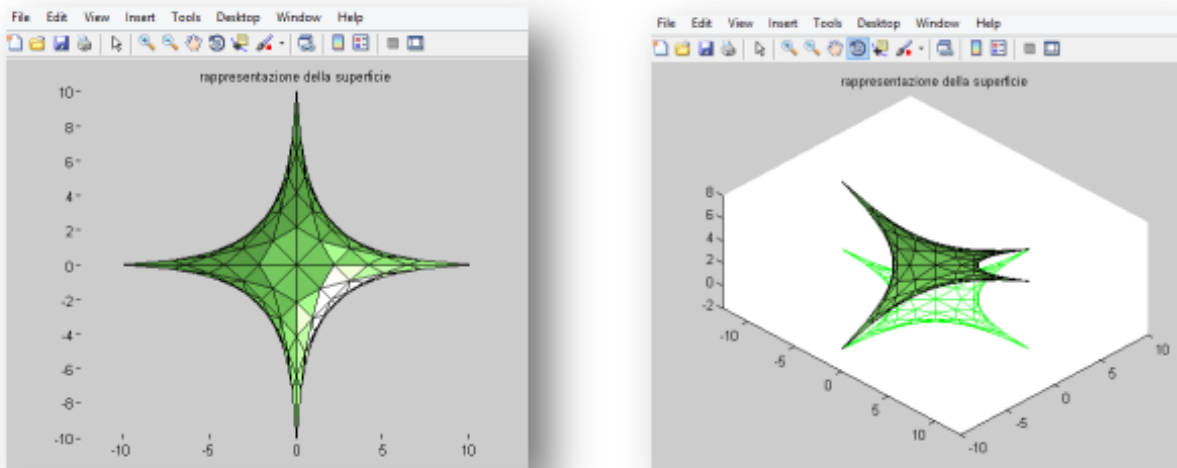


Figura 100 - Elementi di bordo $q=2$; elementi interni $q=1$; Rapporto di carico 2:1

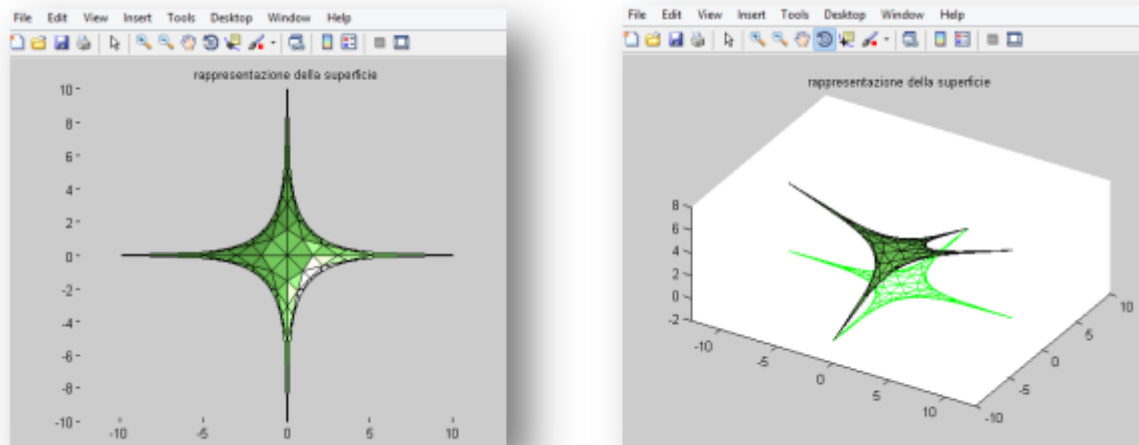


Figura 101 - Elementi di bordo $q=1$; elementi interni $q=2$; Rapporto di carico 1:2

Dall'osservazione delle immagini di confronto appena illustrate, risulta quindi possibile ricavare informazioni importanti di carattere generale sulle tensostrutture a membrana, applicabili successivamente anche a strutture pretensionate maggiormente complesse. E' possibile osservare quanto segue:

- Assegnare una densità di forza via via crescente negli elementi di bordo, provoca un allargamento della rete, come è possibile osservare in figura 97;
- Assegnare una densità di forza via via crescente negli elementi interni, provoca una contrazione della rete, con conseguente aumento della curvatura dei cavi di bordo, come è possibile osservare in figura 101;
- Dal confronto tra la figura 98 e la figura 100, è possibile osservare che l'assegnazione di forze diverse, ma costituenti lo stesso rapporto, agli elementi interni e a quelli di bordo, porta ad ottenere la stessa configurazione di equilibrio. Da questo risultato deriva l'importante deduzione che la forma assunta dalla rete dipende solo ed esclusivamente del rapporto tra le densità di forza e non dal loro valore.

4.4 Il form-finding di una struttura a tronco di cono a base quadrata con l'ausilio di MATLAB

Si sceglie ora di ricercare la forma iniziale di una struttura più complessa dell'Hypar, servendoci sempre dell'aiuto offerto dal programma di calcolo MATLAB. La struttura in questione è costituita da una rete di funi ancorata a 2 bordi fissi; il bordo fisso esterno possiede forma quadrata, mentre quello interno ha forma circolare. Vi sono 2 ordini di aste; il primo, costituito da aste radiali, unisce il bordo interno circolare al bordo esterno quadrato; il secondo segue l'andamento delle circonferenze parallele al bordo interno circolare.

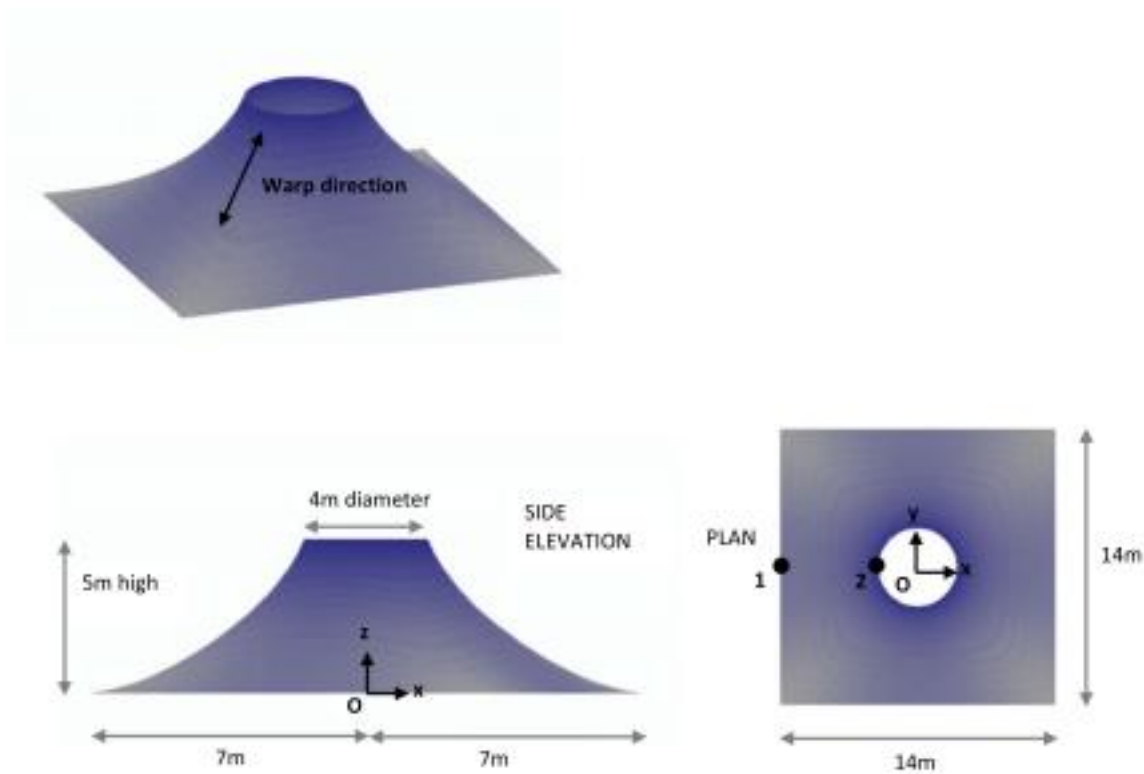


Figura 102 – La figura illustra la struttura di cui si vuole eseguire il form-finding in MATLAB (immagine tratta dal documento , “Analysis and design of membrane structures”, P.D. Gosling, 2013)

4.4.1 Definizione della topologia della struttura

In prima istanza si è deciso di creare delle linee radiali (le quali partono dal bordo fisso superiore e giungono a quello inferiore di forma quadrata) e circolari (le quali si muovono parallele al bordo superiore); ad ogni linea radiale è stato associato un parametro n indicativo del numero di queste ed un parametro m indicativo del numero di aste radiali contenute in ogni linea. Utilizzando poi i due parametri appena n e m , si determina anche il numero di linee circolari ($m-1$) e il numero di aste presenti in ognuna di queste ($8*n$). Una volta determinato parametricamente il numero di aste radiali e circolari, si determina il numero dei nodi liberi e fissi della struttura (sempre in funzione dei due parametri). Si stabilisce poi un criterio di numerazione dei nodi e delle aste, oltre ai dati topologici noti costituenti le condizioni al contorno, come il raggio interno della circonferenza costituita dal bordo fisso superiore, l'altezza netta della struttura da analizzare e la lunghezza del lato del quadrilatero costituente il bordo fisso inferiore.

Una volta determinate le condizioni al contorno e i parametri risolvitori la topologia della struttura, è possibile assegnare le posizioni fittizie ai nodi nel piano XY (al solo fine di rappresentare graficamente lo topologia della rete).

Come già precedentemente illustrato nel caso dell'Hypar, risulta poi utile introdurre un parametro J , il quale costituisce un indice di asta nella numerazione globale degli elementi componenti la struttura. Tale contatore delle aste, è sempre ricavato in funzione di due parametri i e j , il valore dei quali dipende dai parametri m e n precedentemente introdotti.

Tramite il contatore J , è possibile indicare, per ogni asta, le posizioni degli estremi e il numero dei nodi cheli costituiscono. Inoltre, proprio grazie al parametro J , risulta possibile sviluppare la matrice di connettività attraverso la quale indichiamo i valori che ogni nodo assume in base alla sua posizione rispetto ad un asta (+1, -1, 0).

Conclusa la parte relativa alla costruzione topologica della struttura priva di tensionamento, è possibile visualizzare il risultato a livello grafico; di seguito è presentato il risultato della struttura, avendo posto ad entrambi i parametri n e m un valore pari a 3 (valore basso a titolo esemplificativo).

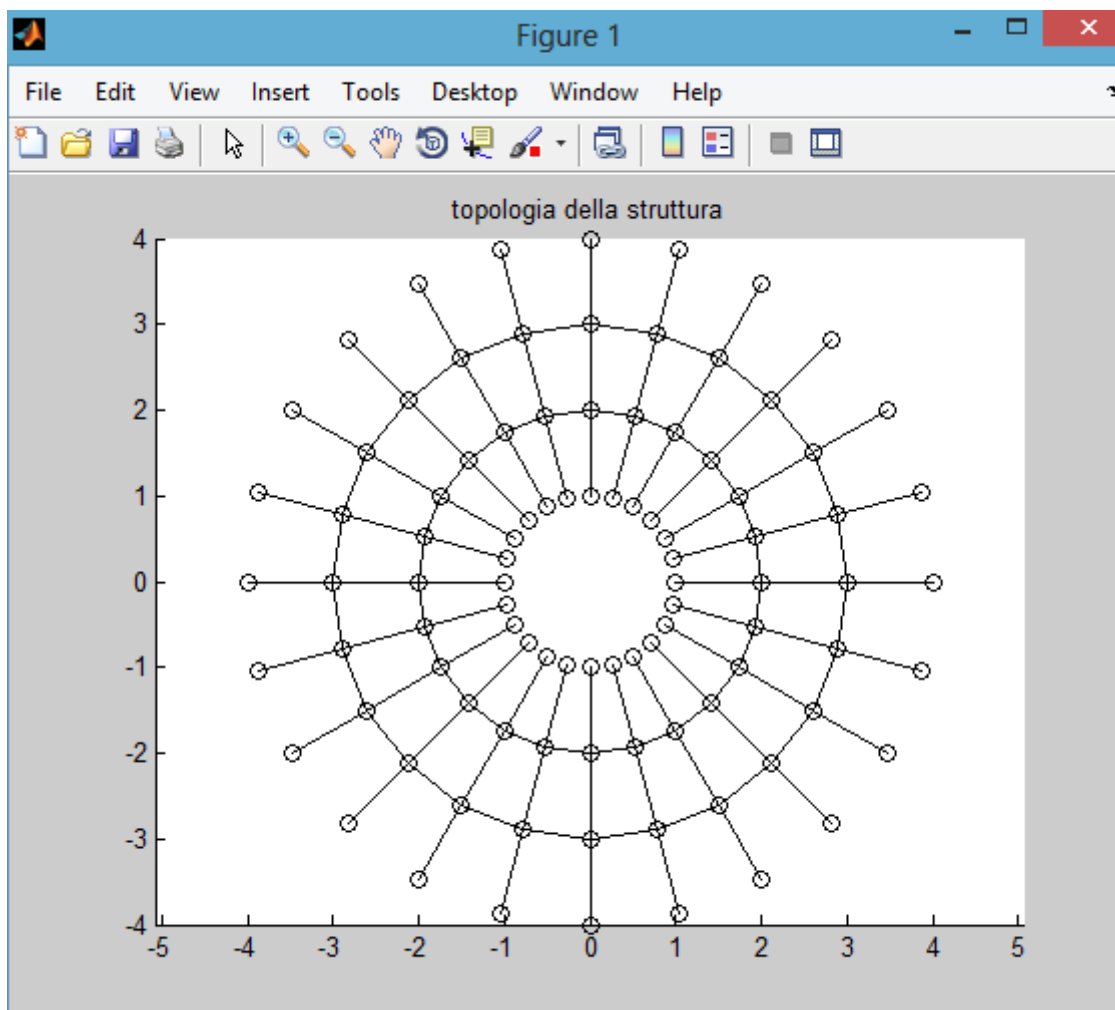


Figura 103 – Topologia 2D della struttura priva di pretensionamento; $n=3$, $m=3$

4.4.2 Assegnazione delle densità di forza

Una volta ottenuto il modello privo di tensionamento, risulta necessario assegnare le densità di forza alle aste, in modo da ottenere la posizione dei nodi liberi in configurazione di equilibrio. In prima battuta, sempre a titolo esemplificativo, si sceglie di assegnare una densità di forza costante in tutte le aste. Costruita quindi la matrice diagonale delle densità di forza, risulta possibile sviluppare il metodo delle densità di forze che permette di ottenere la struttura richiesta in configurazione di equilibrio iniziale.

Di seguito viene illustrato l'intero processo di programmazione della struttura in esame in MATLAB, ed il risultato finale ottenuto dall'assegnazione di un densità di forza costante in tutte le aste.


```
Editor - C:\Users\giuseppe dagostino\Desktop\Dago\Universita\Tesi di laurea magistrale\Analisi in MatLab\TENSO\ten...
34 %
35 % numerazione aste crf: dal parallelo più interno a quello più esterno
36 % essendo (m-1) il numero dei paralleli contenenti funi
37 %
38 % J= indice di asta nella numerazione globale che percorre tutte le aste
39 % aste radiali J=1:8*n*m
40 % aste crf: J=(8*n*m)+1 : (8*n*m)+8*n*(m-1)
41 clear all
42 hold off
43 % dati geometrici e topologici
44 r_int=4;
45 z_int=5;
46
47 d=10;
48 % 2*d è la lunghezza del lato del quadrato che rappresenta
49 % il bordo rigido esterno.
50
51 n=3; m=3;
52
53
54 num_aste_rad=m*8*n
55 num_aste_crf=8*n*(m-1)
56 num_aste_tot=num_aste_rad + num_aste_crf
57 num_nodi_fixed_int=8*n
58 num_nodi_fixed_ext=8*n
59 num_nodi_fixed=num_nodi_fixed_int + num_nodi_fixed_ext
60 num_nodi_free=(m-1)*8*n
61 num_nodi_tot = 8*n*(m+1)
62 I1=zeros(1,num_aste_tot);
```

Figura 105 – Assegnazione dei valori dei parametri n e m del modello e numerazione delle aste e dei nodi della struttura

```
Editor - C:\Users\giuseppe dagostino\Desktop\Dago\Universita\Tesi di laurea magistrale\Analisi in MatLab\TENSO\ten...
% Aste radiali, numerate da 1 a 8*n*m
64 - for i=1:(8*n)
65 -     for j = 1:m
66 -         J=(i-1)*m+j;
67 -         I1(J)=(m+1)*(i-1) + j;
68 -         I2(J)=I1(J)+1;
69 -     end
70 - end
71 -
72 -
73 - % Aste crf, numerate (dopo quelle radiali) parallelo per parallelo
74 - % Numero totale delle aste crf = 8*n*(m-1)
75 - for j=1:(m-1)
76 -     for i=1:(8*n)
77 -         J=8*n*m + i + 8*n*(j-1);
78 -         I1(J)=(i-1)*(m+1)+j+1;
79 -         I2(J)=I1(J)+m+1;
80 -     end
81 - end
82 - % ridefinizione del secondo nodo per le ultime aste crf su ogni parallelo
83 - i=8*n;
84 - % vengono percorse le (m-1) funi ciascuna delle quali
85 - % è l'ultima su ogni parallelo
86 - for j=1:(m-1)
87 -     J=8*n*m + i + 8*n*(j-1);
88 -     I2(J)=1+j ;
89 - end
90 -
91 -
```

Figura 106 – Determinazione del contatore delle aste J utile all'assegnazione della posizione di aste e nodi della struttura

```
Editor - C:\Users\giuseppe dagostino\Desktop\Dago\Universita\Tesi di laurea magistrale\Analisi in MatLab\TENSO\ten...
% Assegna posizioni fittizie ai nodi nel piano xy
% al solo fine di rappresentare graficamente la topologia della rete
% re= raggio esterno per rappresentaz. grafica della sola topologia
re=m+1;
%inizializzazione dei vettori x ed y
x=zeros(1,num_nodi_tot); y=zeros(1,num_nodi_tot);
k=1;
while k<8*n*(m+1)+1
for i=1:(8*n)
for j=1:(m+1)
x(k)= -(re/(m+1))*j * sin( (2*pi/(8*n))*(i-1));
y(k)= (re/(m+1))*j * cos( (2*pi/(8*n))*(i-1));
k=k+1;
end
end
end
%
%disegna la topologia della struttura, in 2D
figure(1) %creates figure window number 1
title('topologia della struttura')
hold on
```

Figura 107 – Assegnazione delle posizioni fittizie dei nodi del piano xy e creazione del risultato grafico inerente la topologia in 2D della struttura priva di pretensionamento

```
Editor - C:\Users\giuseppe dagostino\Desktop\Dago\Universita\Tesi di laurea magistrale\Analisi in MatLab\TENSO\ten...
Stack: Base
fx
- 1.0 + ÷ 1.1 x %>% %>%
127 % costruzione della branch-node matrix C
128 % num_aste_rad=m*8*n
129 % num_aste_crf=8*n*(m-1)
130 % num_aste_tot=num_aste_rad + num_aste_crf
131 % nodi 8*n*(m+1) in totale, inclusi i nodi fissi
132 C=zeros(8*n*(2*m-1),8*n*(m+1));
133 for J=1:(8*n*(2*m-1))
134     C(J,I1(J))=1;
135     C(J,I2(J))=-1;
136 end
137 CF1=zeros(8*n*(2*m-1),8*n);
138 CF2=zeros(8*n*(2*m-1),8*n);
139 % num_nodi_tot = 8*n*(m+1)
140 vect=zeros(1,num_nodi_tot);
141 % j percorre tutte gli interi (nella numeraz nodale globale originaria)
142 % che corrispondono a nodi vincolati
143 jj=1;
144 for j=1:(m+1):((8*n-1)*(m+1)+1)
145     CF1(:,jj)=C(:,j);
146     vect(j)=1;
147     jj=jj+1;
148 end
149 jj=1;
150 for j=(m+1):(m+1):(8*n*(m+1))
151     CF2(:,jj)=C(:,j);
152     vect(j)=2;
153     jj=jj+1;
154 end
tenso_100_2.m x tenso_1_1.m x
```

Figura 108 – costruzione della matrice di connettività

```
Editor - C:\Users\giuseppe dagostino\Desktop\Dago\Universita\Tesi di laurea magistrale\Analisi in MatLab\TENSO\ten...
169
170
171 %matrice Q delle force-density
172 % numero totale delle funi num_aste_tot=8*n*(2m-1)
173
174 % Q1= 30*eye(32*n);
175 % Q2= 30*eye (16*n)
176 % Q=blkdiag(Q1,Q2);
177 Q= 20*eye(num_aste_tot); % cosi force density costante
178
179
180 %raggio interno ri ; quota bordo rigido interno z_int
181
182 % I vettori XF_INT, YF_INT, ZF_INT contengono le coord degli 8*n nodi
183 % vincolati appartenenti al bordo circ interno
184 XF_INT=zeros(1,8*n); YF_INT=zeros(1,8*n); ZF_INT=zeros(1,8*n);
185 for i=1: 8*n
186 XF_INT(i)= -r_int * sin( (2*pi/(8*n))*(i-1));
187 YF_INT(i)= r_int * cos( (2*pi/(8*n))*(i-1));
188 ZF_INT(i)= z_int ;
189 end
190
```

Figura 109 – assegnazione delle densità di forza alle aste della struttura

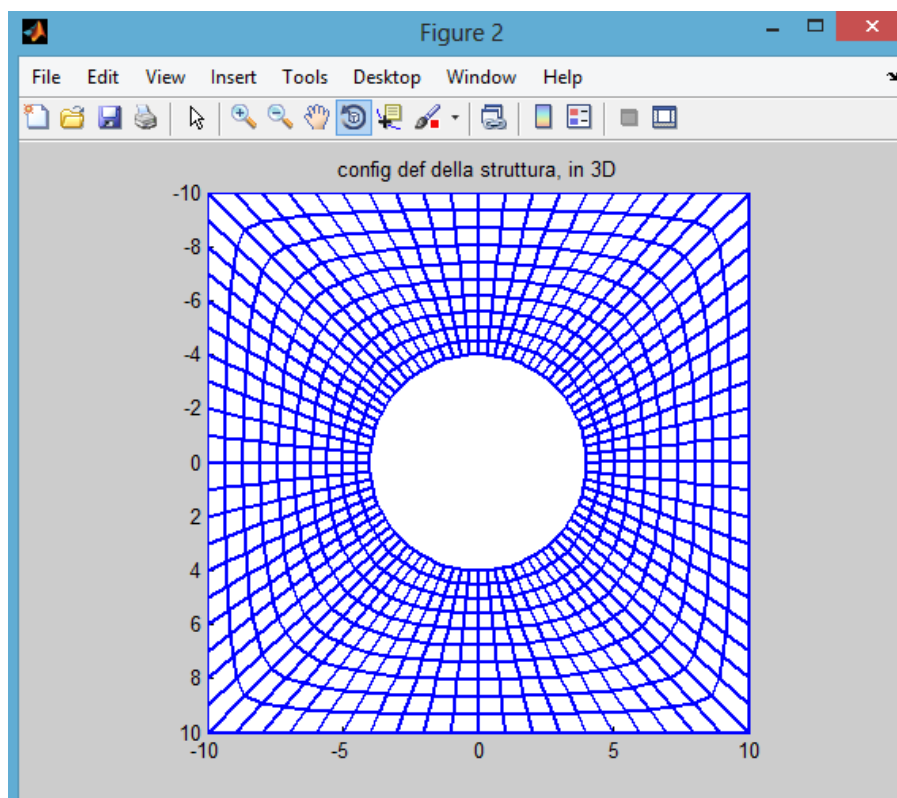


Figura 110 – Vista dall'alto della struttura in configurazione d'equilibrio

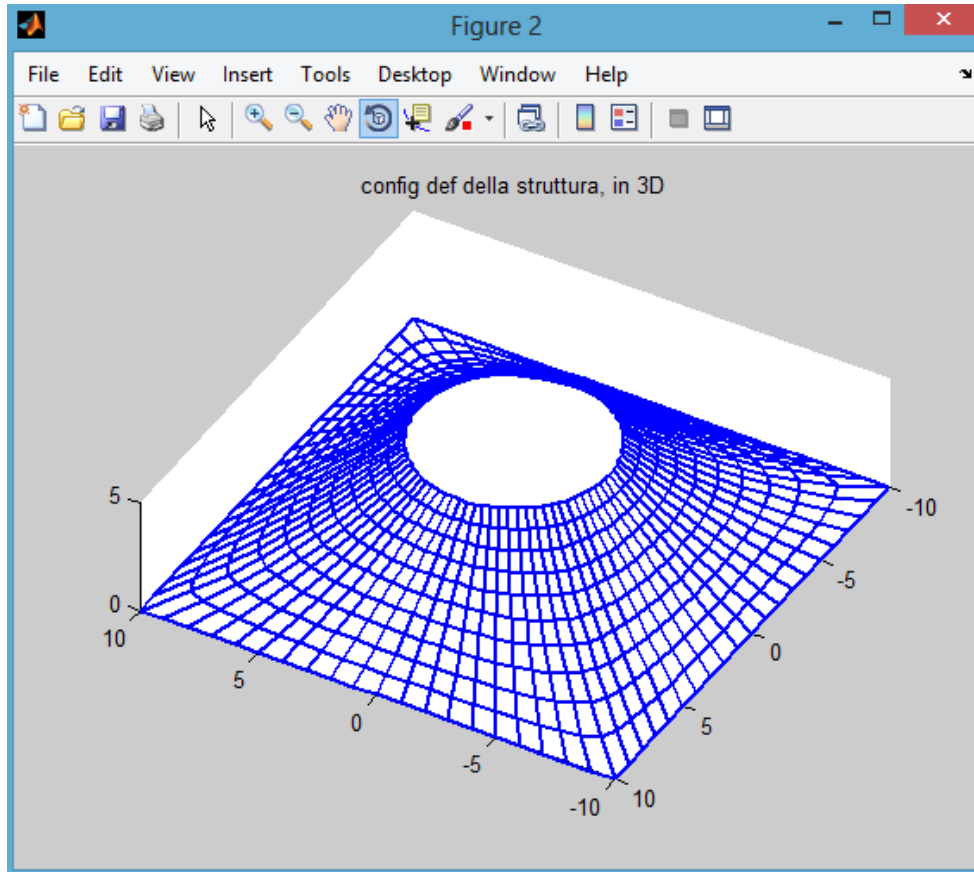


Figura 111 - Vista 3D della struttura in configurazione d'equilibrio

4.5 Il passaggio dalla rete di funi alla membrana tessile

Dopo aver osservato l'esempio del tronco di cono appena elaborato, e averlo posto a confronto con quello più semplice dell'hypar, risulta piuttosto evidente come, a livello topologico, le due figure risultanti dal processo di calcolo, risultino differenti per un sostanziale aspetto; infatti, nei risultati grafici inerenti la topologia dell'hypar, quest'ultimo presenta un andamento dei cavi costituenti la rete di funi che non rispecchia nemmeno lontanamente quello presentato dalle due direzioni principali (trama e ordito) di un tessuto tessile per l'architettura. Al contrario, il tronco di cono, presenta una disposizione dei cavi che risulta molto ben assimilabile a quella seguita dai fili di trama e ordito nei tessuti tecnici oggetto della trattazione.

Risulta doveroso sottolineare come una disposizione più casuale delle funi costituenti l'hypar sia stata scelta in quanto l'esempio che si è andato a presentare aveva il solo e unico scopo di illustrare il processo di form-finding ed il suo sviluppo tramite un programma di calcolo come MATLAB; è inoltre ovvio che anche per la struttura ad hypar, si sarebbe potuta sviluppare una rete di funi che rispecchiasse al meglio la disposizione già nota delle fibre di trama e ordito componenti i tessuti tecnici.

Prendendo quindi ancora in considerazione l'esempio del tronco di cono, risulta chiaro che un eventuale infittimento della rete di funi costituente la struttura in esame porterebbe ad un'approfondita analisi, non più di una rete di funi, bensì di una struttura costituita da membrana tessile.

In ultima istanza, risulta ovvio che per rendere la trasposizione da reti di funi a membrana il più fedele possibile, occorre che le densità di forza ottenute dal calcolo sulla rete e attribuite alle singole funi vengano ripartite per tutta l'area di influenza della membrana stessa.

4.6 Determinazione delle lunghezze iniziali

Una volta stabilita la forma di equilibrio iniziale di una tensostruttura, risulta necessario determinare il set di lunghezze iniziali dei cavi che consenta di realizzare la rete nella configurazione di equilibrio. A tal fine, risulta però necessario introdurre due parametri precedentemente trascurati: le proprietà geometriche degli elementi ed il legame costitutivo del materiale componente i cavi; inoltre, per semplicità, si ipotizza un comportamento elastico lineare per i cavi, trattati in questa fase come semplici bielle tese.

Anche in questo caso, come nel problema precedente, l'analisi verrà condotta nella più semplice forma matriciale, introducendo i seguenti vettori:

- e , di dimensioni $[m \times 1]$, il quale contiene le rigidezze assiali dei singoli elementi;
- ε , di dimensioni $[m \times 1]$, costituito dalle deformazioni assiali di ogni elemento;
- Δl , di dimensioni $[m \times 1]$, contenente gli allungamenti degli elementi;
- l_0 , di dimensioni $[m \times 1]$, il quale contiene le lunghezze iniziali degli elementi;

Si introducono, inoltre, le seguenti matrici:

- E , matrice diagonale di dimensioni $[m \times m]$, contenente gli elementi dei vettori e ;
- L_0 , matrice diagonale di dimensioni $[m \times m]$, contenente gli elementi dei vettori l_0 ;
- ΔL , matrice diagonale di dimensioni $[m \times m]$, contenente gli elementi dei vettori Δl ;

Poiché le posizioni finali dei nodi sono note, è possibile ricavare le lunghezze finali degli elementi, ovvero le loro lunghezze allo stato deformato; per fare ciò risulta sufficiente utilizzare il teorema di Pitagora. In forma matriciale si ottiene:

$$L = \sqrt{U^2 + V^2 + Z^2}$$

Essendo ora a conoscenza delle lunghezze finali degli elementi, siamo in grado di determinare il vettore t contenente le forze di trazione negli elementi:

$$t = Lq$$



A questo punto, per l'ipotesi di comportamento elastico lineare del materiale componente i cavi, è possibile ricavare le deformazioni, le quali risultano essere:

$$\varepsilon = t/E$$

e, di conseguenza, gli allungamenti risulteranno:

$$\Delta l = \varepsilon L_0$$

Combinando ora le diverse equazioni ottenute finora si ricava:

$$\Delta l = tL_0/E$$

Di conseguenza:

$$\Delta L = TL_0/E$$

Per congruenza si ottiene infine:

$$L = L_0 + \Delta L$$

Combinando opportunamente le equazioni ricavate si ottiene infine:

$$L = L_0 + TL_0/E$$

E' quindi finalmente possibile ricavare il sistema di equazioni lineari che permette di risalire alla lunghezza iniziale dei cavi; esso ha la seguente forma:

$$L_0=L(I+ T/E)^{-1}$$

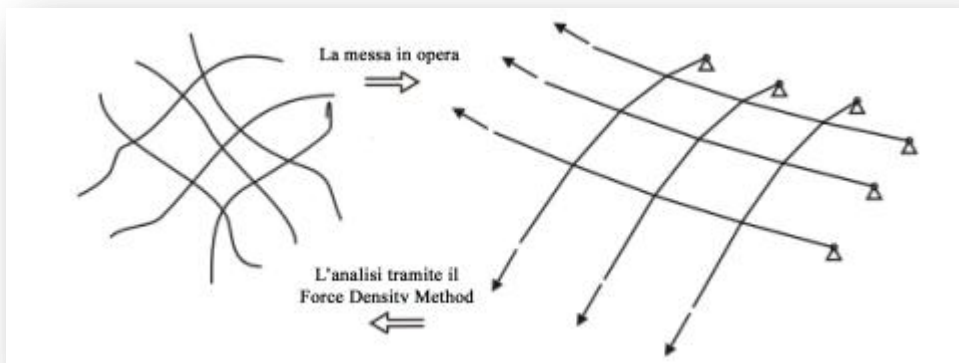


Figura 112 - Confronto tra una rete lasca (libera e priva di tensione) ed una rete pretesa dopo la messa in opera.

5. Prove di laboratorio su tessuti rivestiti

Come già in precedenza sottolineato, i materiali impiegati per la realizzazione di tensostrutture a membrana sono numerosi e si differenziano tra loro per determinate proprietà, a partire dal materiale costituente la fibra per finire con la caratterizzazione del materiale costituente il ricoprimento.

Una delle proprietà indispensabili al fine di poter progettare con tali materiali è indubbiamente la conoscenza del comportamento di questi ultimi quando sottoposti a sforzi di diversa natura; tale comportamento, che si riflette nei diagrammi sforzo-deformazione, permette di calcolare il valore del modulo elastico e di conseguenza di determinare il legame costitutivo del materiale, la conoscenza del quale risulta indispensabile al fine di una corretta progettazione del materiale e della struttura che si andrà a costituire.

Per poter ricavare le caratteristiche meccaniche dei materiali in esame, occorre quindi organizzare ed eseguire test specifici in laboratorio, appositamente regolamentati da normative ed eseguiti con l'ausilio di opportuni macchinari di prova, anch'essi ovviamente normati.

Nell'parte finale di questa trattazione, verranno quindi illustrate le campagne di prova eseguite al laboratorio Clustex del Politecnico di Milano su tre diverse tipologie di tessuto rivestito:

- 1) Fibra di poliestere con ricoprimento in PVC
- 2) Fibra di poliestere con ricoprimento in PU (Poliuretano); grammatura 400 g/m²
- 3) Fibra di poliestere con ricoprimento in PU (Poliuretano); grammatura 470 g/m²

Tutti i materiali sono stati testati per la determinazione della resistenza massima a trazione e per la determinazione del valore di deformazione al momento della rottura; dei materiali 2 e 3 è stata inoltre determinata la resistenza alla lacerazione (o allo strappo) e ne sono stati costruiti i diagrammi sforzo-deformazione, al fine di elaborare un modello quanto possibile corretto e somigliante al reale comportamento dello stesso materiale.

Tutte le prove sono state eseguite in entrambe le direzioni di propagazione dello sforzo: fill e warp.

5.1 La macchina di prova

Per eseguire la campagna di test sui materiali suddetti, si è fatto utilizzo di una macchina biassiale (Mostrata nell'immagine seguente), costituita da una telaio rigido di forma quadrata, munito di tre servomotori indipendenti per ogni lato, progettati per testare tessuti e pellicole impiegati in applicazioni strutturali. La cornice quadrata, con una distanza interna netta tra due lati opposti pari a 1852 mm, è progettato per resistere ad una forza massima di 140 kN su ciascun lato. Ognuno dei 12 attuatori (3 per lato) è libero di muoversi lungo il lato del telaio e i ruotare attorno ad un asse perpendicolare al piano del campione. Il movimento traslatorio di questi ultimi rispetto al telaio viene permesso dalla presenza di due rulli a basso attrito per ogni attuatore, i quali sono liberi di muoversi lungo la rotaia posta su ogni lato del telaio. Gli attuatori sfruttano la tecnologia dei motori Brushless, i quali richiedono una limitata manutenzione, e sono in grado di imprimere al provino una forza di tensione che va da 1 N fino a 25 kN per ogni morsetto, ed una velocità massima di 240 mm/min.

La larghezza di ogni morsetto è di 100 mm, mentre la corsa massima di ciascun attuatore è di 512 mm. Ciascun attuatore, inoltre, è dotato di un trasduttore di forza che misura la forza applicata nel campo da 1 N a 25 kN. Gli allungamenti nella zona di interesse vengono misurati attraverso estensimetri a contatto; tali estensimetri, i quali sono potenziometri lineari Penny e Giles SLS095/0030/1.2K/R/50, hanno una dimensione chiusa di 90 mm ed una corsa massima di 30 mm. Il macchinario e tutti i suoi componenti sono comandati da un terminale nel quale è installato l'apposito software di programmazione della macchina di prova.

La modifica delle impostazioni di ogni singolo componente della macchina viene comandato dall'utilizzatore attraverso il software, con il quale è possibile imporre spostamenti e relativa velocità si spostamento ai motori (prova in controllo di spostamento) piuttosto che richiedere agli stessi motori che il provino venga sollecitato con una determinata forza iniziale (prova in controllo di forza).

Nelle seguenti immagini viene mostrata la macchina di prova durante l'esecuzione di test su diversi materiali.

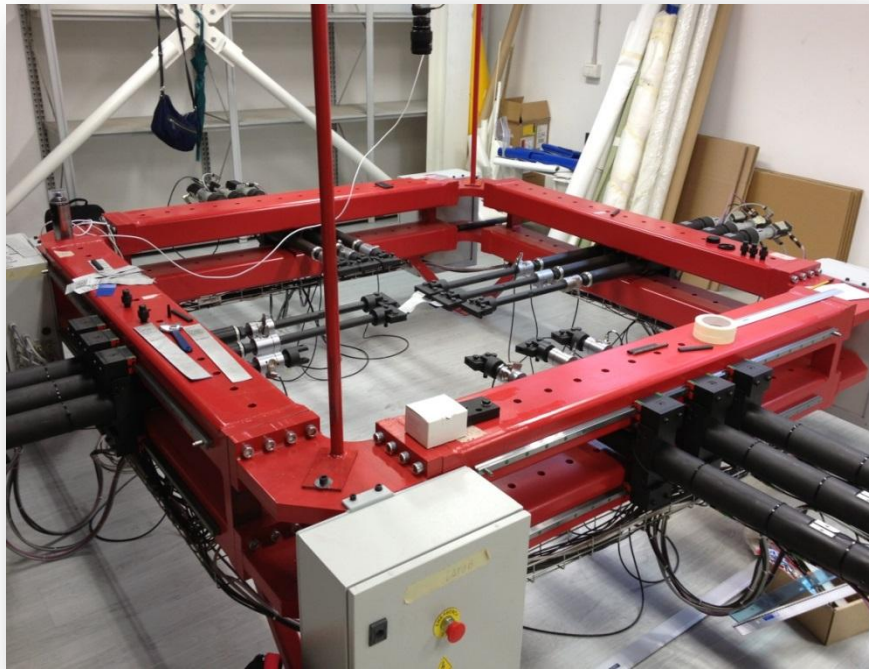


Figura 113 - La macchina per prove di trazione del laboratorio Clustex del Politecnico di Milano

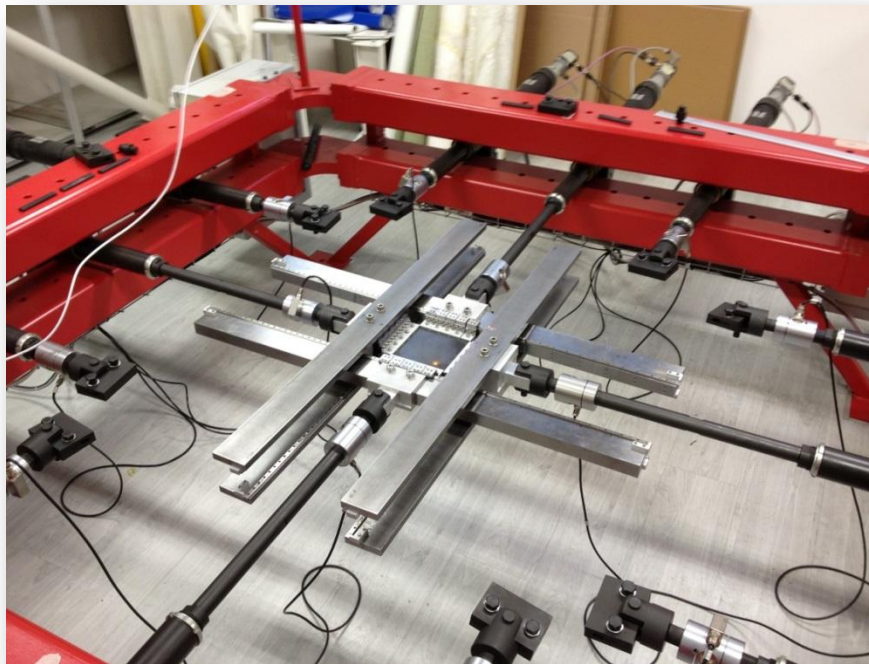


Figura 114 - La macchina di prova durante un test sulla gomma; per poter testare i provini in gomma è stato necessario provvedere alla costruzione di un opportuno sistema di afferraggio.

5.2 Prove su tessuto in Poliestere/PVC

5.2.1 Materiale testato

Il materiale testato in questa campagna di prove è un tessuto in fibra di poliestere con ricoprimento in PVC; la seguente figura riporta un campione di tale tessuto posizionato tra gli afferraggi della macchina di prova.

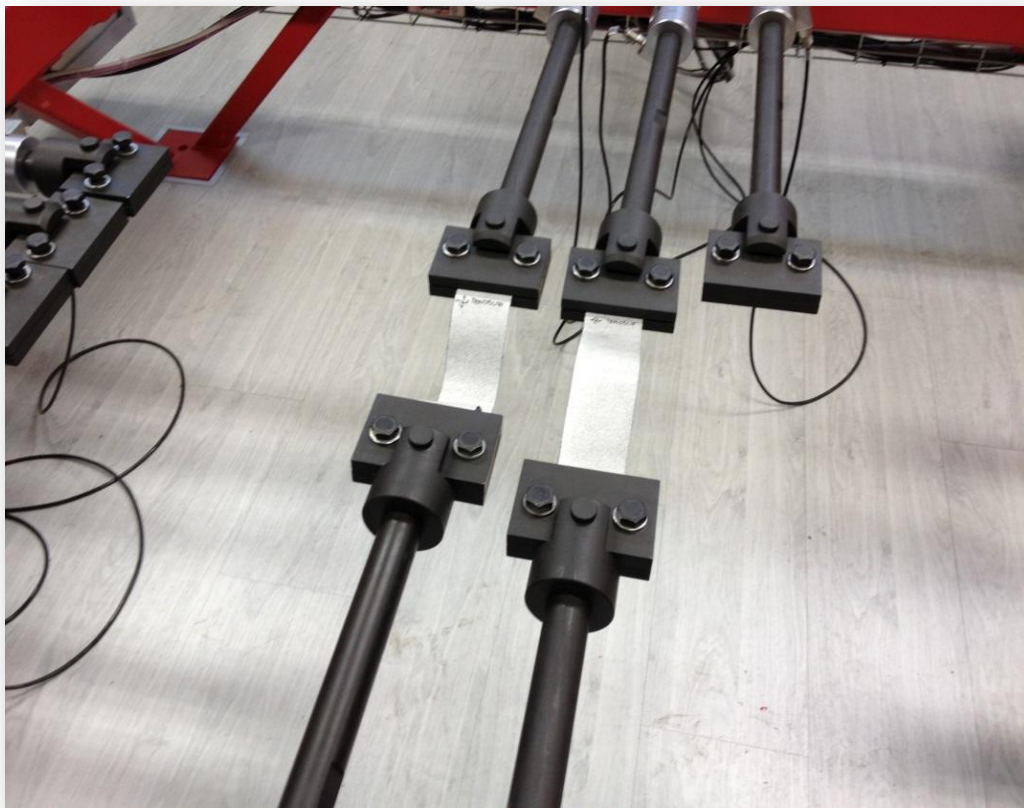


Figura 115 - Provini di tessuto in poliestere-PVC serrati tra gli afferraggi della macchina di prova

5.2.2 Svolgimento dei test

Introduzione

Di seguito viene illustrata la campagna di test condotta sul materiale tessile in poliestere-PVC per la determinazione delle proprietà meccaniche dello stesso. Le normative a cui si è fatto riferimento sono le seguenti:

- **UNI EN 15619** – Supporti tessili rivestiti di gomma o materie plastiche. Sicurezza delle strutture temporanee (tendoni). Specifiche per supporti tessili rivestiti destinati a tendoni e strutture analoghe.
- **UNI EN ISO 1421** – Supporti tessili rivestiti di gomma o materie plastiche. Determinazione della resistenza a rottura e dell'allungamento a rottura.

Le seguente tabella riporta i requisiti prestazionali prescritti dalla normativa UNI EN 15619.

	Characteristics	Test method	Requirements			Units
			level A	level B	level C	
1	Tensile strength at break (warp/weft) before ageing	EN ISO 1421	≥ 280 / ≥ 280	≥ 240 / ≥ 240	≥ 200 / ≥ 200	daN / 5cm
	Tensile strength at break (warp/weft) after ageing	Annex A + EN ISO 1421	> 70% of the initial declared value in both warp and weft			daN / 5cm
2	Tear strength (warp/weft)	EN 1875-3	≥ 15 / ≥ 15	≥ 12 / ≥ 12	≥ 10 / ≥ 10	daN
3	Coating adhesion (warp/weft)	EN ISO 2411 or Annex B	≥ 10 / ≥ 10	≥ 9 / ≥ 9	≥ 8 / ≥ 8	daN / 5cm
4	Elongation under load (warp/weft)	Annex C.1	≤ 1 / ≤ 1	≤ 2 / ≤ 2	≤ 3 / ≤ 3	%
5	Residual deformation after loading (warp/weft)	Annex C.1	≤ 0,4 / ≤ 0,4	≤ 0,8 / ≤ 0,8	≤ 1,2 / ≤ 1,2	%
6	Colour fastness to weathering and light	Annex A and grey scale (EN 20105-A02)	≥ 4/5	≥ 4	≥ 3	grey scale
7	Susceptibility to the development of micro-organisms	EN ISO 846	Method A: 1	Method A: 2	Method A: 3	—

Figura 116 - La tabella indica i requisiti prestazionali prescritti dalla normativa UNI EN 15619, inerenti i supporti tessili rivestiti destinati a tendoni e strutture analoghe

Scopo

Lo scopo di tale campagna di test è la determinazione dei valori di resistenza e allungamento a rottura monoassiale dei materiali testati.

Metodo

I campioni per i test monoassiali sono stati ricavati dal rotolo di materiale come illustrato nella seguente immagine (Fig. 117).

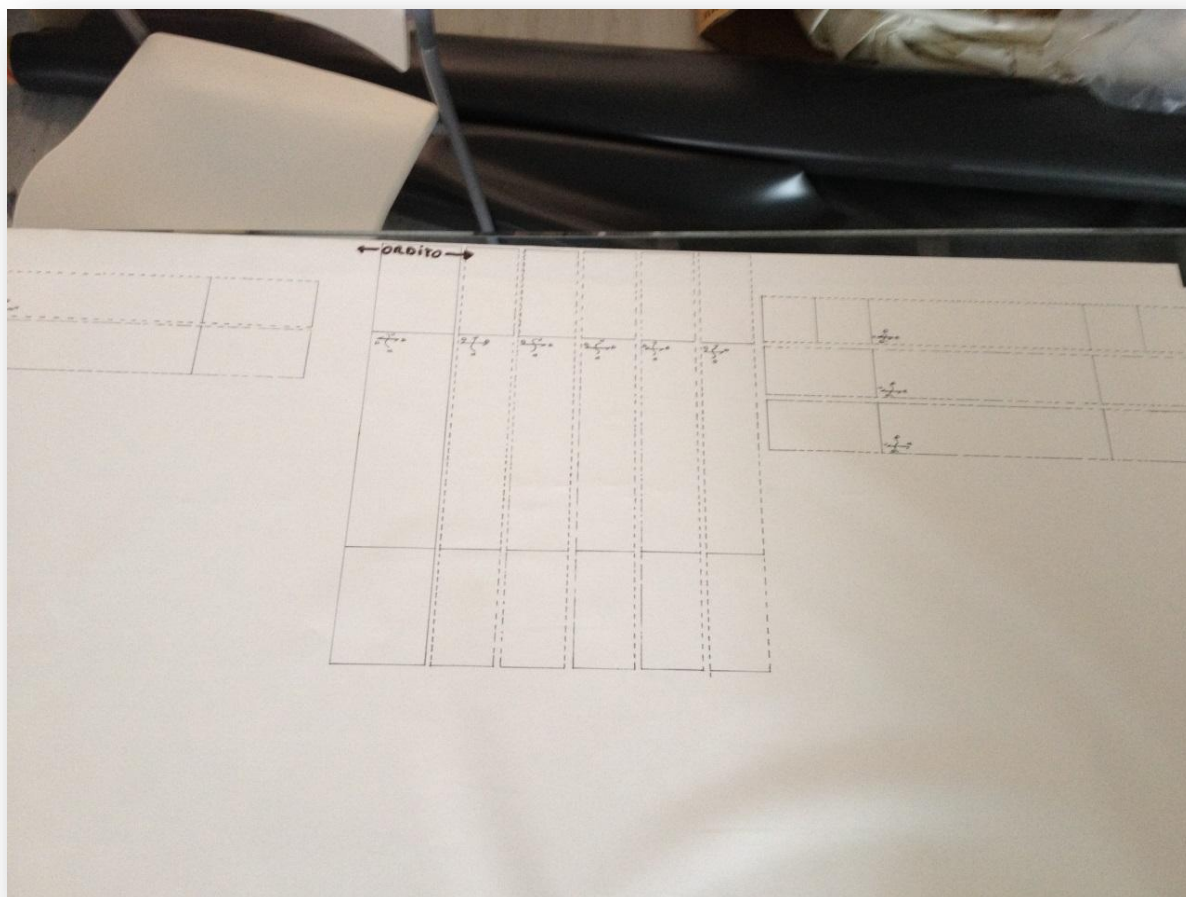


Figura 117 - Provini di tessuto ricavati dal rotolo di materiale da testare

I provini per i test monoassiali hanno una lunghezza di 40 cm ed una larghezza di 5 cm; come illustrato nell'immagine sottostante, le due linee che delimitano la zona in cui il provino viene fissato alla macchina di prova sono poste ad una distanza di 10 cm dai bordi, in modo che la zona libera tra gli afferraggi abbia lunghezza pari a 20 cm.

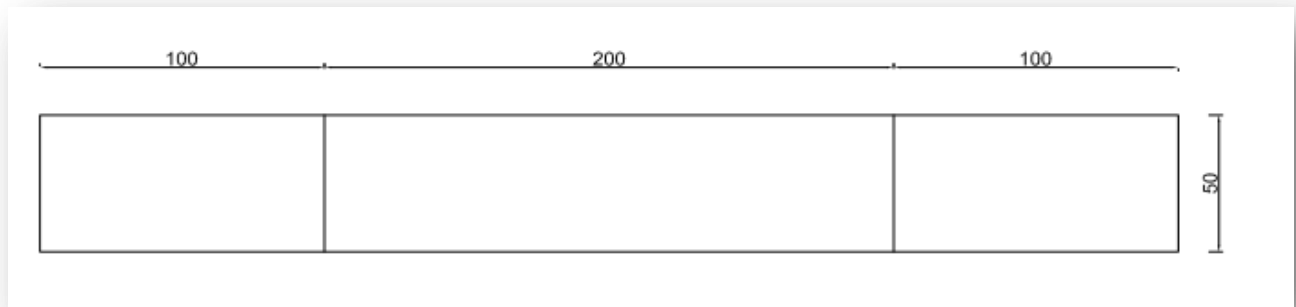


Figura 118 - Illustrazione grafica del provino per test monoassiale e relative dimensioni

I provini per le **prove monoassiali** per la determinazione della resistenza e dell'allungamento a rottura sono stati testati secondo il metodo I della prova su striscia descritto nella norma UNI EN ISO 1421. Nel dettaglio i campioni sono stati serrati negli afferraggi mantenendo una distanza tra le morse di 20 cm.

Successivamente i provini sono stati sottoposti a trazione imponendo che la velocità di ciascun afferraggio fosse pari a 100 ± 10 mm/min fino alla rottura del campione. La prova è stata eseguita su due serie di 5 provini, ritagliati rispettivamente nella direzione dell'ordito e della trama, e gli spostamenti degli afferraggi, nonché le forze rilevate dalle celle di carico sugli attuatori, sono state registrate con una frequenza di 8 Hz. Inoltre, a titolo di conoscenza, sono state eseguite tre prove su provini ritagliati a 45 gradi rispetto alle fibre componenti il tessuto, al fine di capire come il materiale possa comportarsi nel caso di sollecitazioni dirette con un angolo di 45 gradi rispetto alla posizione delle fibre stesse.

Risultati

Per quanto concerne l'elaborazione dei risultati, si è tenuto conto del fatto che la normativa prevede che la prova sia valida solo se almeno 3 provini su 5 si rompono in maniera corretta; perché la rottura possa considerarsi corretta, questa deve essere posta all'interno della zona delimitata dagli afferraggi e comunque distante almeno 5 mm dalle linee di delimitazione di tale zona. Con tale accorgimento, di seguito vengono proposti i risultati grafici e le conclusioni delle prove eseguite.

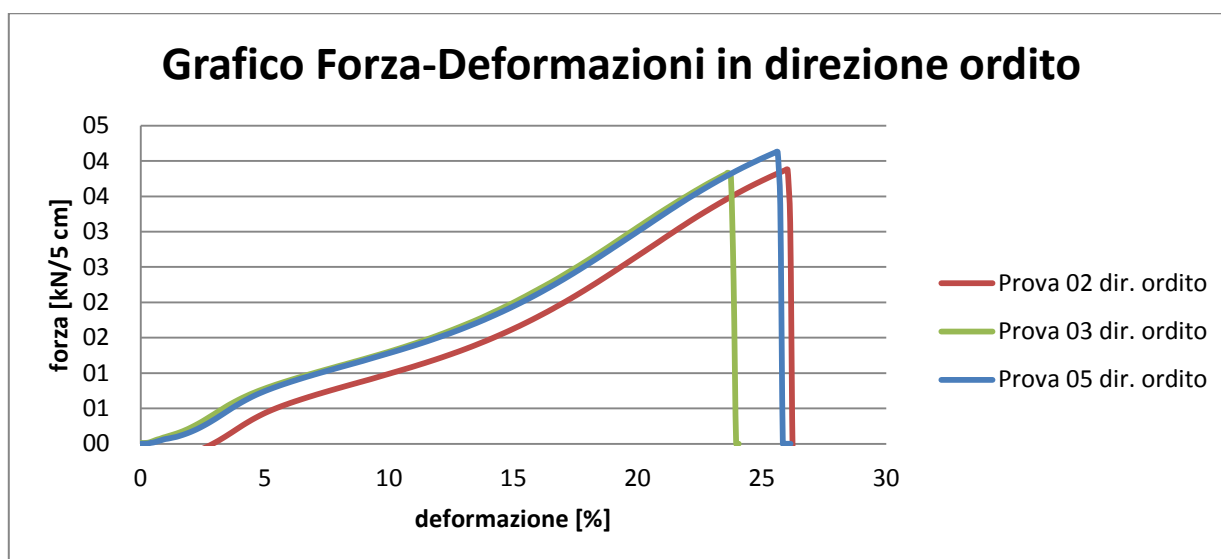


Figura 119 - Grafico di confronto delle tre prove eseguite su una striscia di materiale in poliestere-PVC di 5 cm in direzione ordito

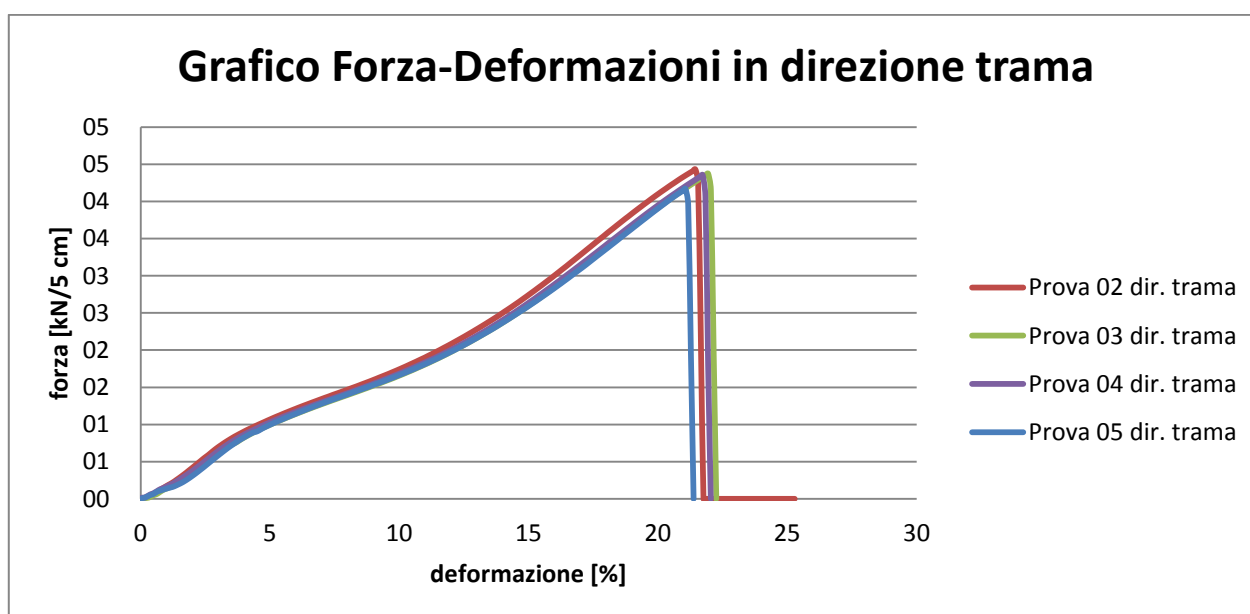


Figura 120 – Grafico di confronto delle quattro prove eseguite su una striscia di materiale in poliestere-PVC di 5 cm in direzione trama

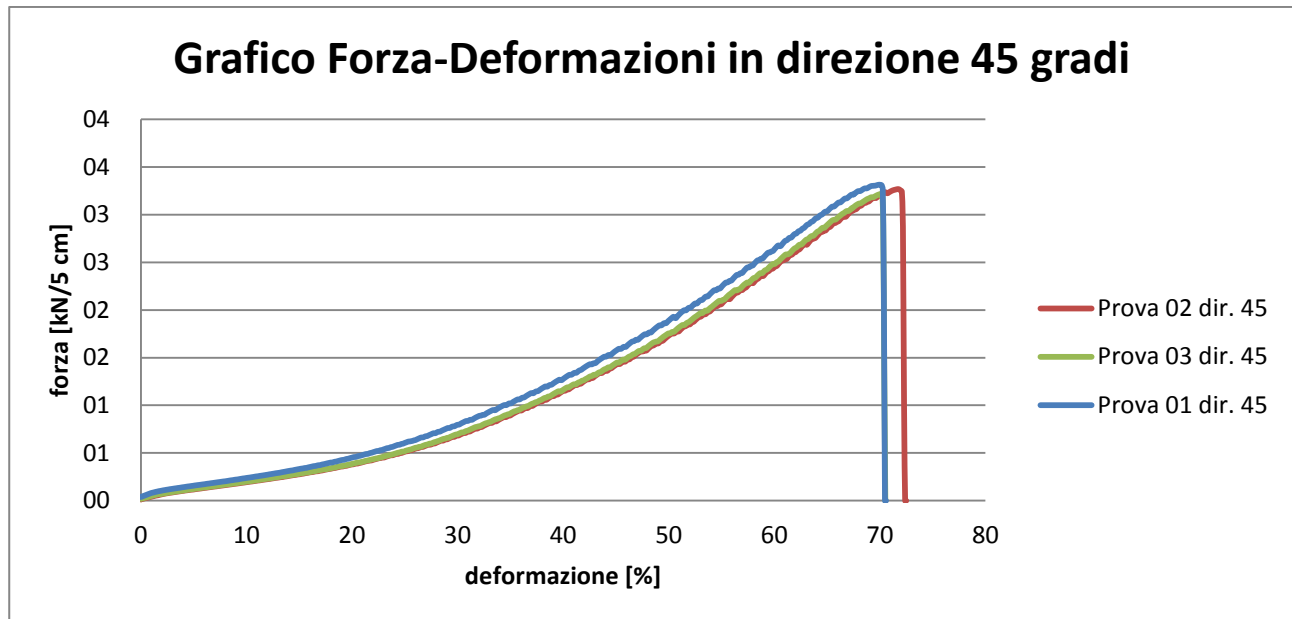


Figura 121 - Grafico di confronto delle tre prove eseguite su una striscia di materiale in poliestere-PVC di 5 cm in direzione 45 gradi

Conclusioni

- Il materiale appartiene alla classe di resistenza A secondo la UNI EN 15619 La resistenza a rottura uniassiale in direzione ordito è di 3.9 kN/5 cm, mentre quella in direzione trama risulta lievemente maggiore: 4.5 kN/5 cm.
- Il materiale, in direzione ordito, subisce una deformazione percentuale di circa il 26 %; leggermente minore la deformazione in direzione trama, la quale si attesta su un valore di circa 22 %.
- I test effettuati sui provini orientati a 45 gradi, evidenziano una notevole deformabilità del materiale in questa direzione; la deformazione registrata in questo caso, infatti, raggiunge il 70 %, a scapito della resistenza che si attesta invece su di un valore pari a circa 3,4 kN/5 cm.

5.3 Prove su tessuto in poliestere e poliuretano

5.3.1 Materiale testato

Il materiale testato in questa campagna di prove è un tessuto in fibra di poliestere con ricoprimento in poliuretano; la seguente figura riporta un campione di tale tessuto posizionato tra gli afferraggi della macchina di prova (figura sottostante).



Figura 122 - Provino di tessuto in poliestere-poliuretano serrato tra gli afferraggi della macchina di prova

Nello specifico, sono stati testati due materiali poliestere-PU con differente grammatura:

- Materiale A - Tessuto ignifugato con grammatura 400 g/m^2
- Materiale B - Tessuto ignifugato con grammatura 470 g/m^2

5.3.2 Svolgimento dei test

Introduzione

Di seguito viene illustrata la campagna di test condotta sui materiali forniti dalla ditta New Tech Targets S.r.l per la determinazione delle proprietà meccaniche degli stessi. Le normative a cui si è fatto riferimento sono le seguenti:

- UNI EN 15619 – Supporti tessili rivestiti di gomma o materie plastiche. Sicurezza delle strutture temporanee (tendoni). Specifiche per supporti tessili rivestiti destinati a tendoni e strutture analoghe.
- UNI EN ISO 1421 – Supporti tessili rivestiti di gomma o materie plastiche. Determinazione della resistenza a rottura e dell'allungamento a rottura.
- UNI EN ISO 4674 – Supporti tessili rivestiti di gomma o materie plastiche. Determinazione della resistenza alla lacerazione.

Le seguente tabella riporta i requisiti prestazionali prescritti dalla normativa UNI EN 15619.

Table 1 — Requirements for coated fabrics intended for tents and related structures

	Characteristics	Test method	Requirements			Units
			level A	level B	level C	
1	Tensile strength at break (warp/weft) before ageing	EN ISO 1421	≥ 280 / ≥ 280	≥ 240 / ≥ 240	≥ 200 / ≥ 200	daN / 5cm
	Tensile strength at break (warp/weft) after ageing	Annex A + EN ISO 1421	> 70% of the initial declared value in both warp and weft			daN / 5cm
2	Tear strength (warp/weft)	EN 1875-3	≥ 15 / ≥ 15	≥ 12 / ≥ 12	≥ 10 / ≥ 10	daN
3	Coating adhesion (warp/weft)	EN ISO 2411 or Annex B	≥ 10 / ≥ 10	≥ 9 / ≥ 9	≥ 8 / ≥ 8	daN / 5cm
4	Elongation under load (warp/weft)	Annex C.1	≤ 1 / ≤ 1	≤ 2 / ≤ 2	≤ 3 / ≤ 3	%
5	Residual deformation after loading (warp/weft)	Annex C.1	≤ 0,4 / ≤ 0,4	≤ 0,8 / ≤ 0,8	≤ 1,2 / ≤ 1,2	%
6	Colour fastness to weathering and light	Annex A and grey scale (EN 20105-A02)	≥ 4/5	≥ 4	≥ 3	grey scale
7	Susceptibility to the development of micro-organisms	EN ISO 846	Method A: 1	Method A: 2	Method A: 3	–

Figura 123 - La tabella indica i requisiti prestazionali prescritti dalla normativa UNI EN 15619, inerenti i supporti tessili rivestiti destinati a tendoni e strutture analoghe.



Si sono inoltre eseguiti test biassiali su provini cruciformi per i 2 materiali, al fine di determinarne i diagrammi sforzo-deformazione. In assenza di normative italiane o europee sull'argomento, i test biassiali sono stati condotti secondo quanto prescritto dalle linee guida giapponesi e americane:

- **MSAJ/M-02-1995** – Testing method for elastic constants of membrane materials.
- **ASCE/SEI 55-10** – Tensile membrane structures.

Scopo

Determinazione dei valori di resistenza e allungamento a rottura monoassiale dei materiali testati. Determinazione dei valori di resistenza alla lacerazione del materiale B. Determinazione dei diagrammi sforzo-deformazione che caratterizzano i materiali A e B per diversi rapporti di carico tra le direzioni di trama e ordito.

Prove monoassiali a rottura

I campioni per i test monoassiali sono stati ricavati dal rotolo di materiale come illustrato nella seguente immagine.

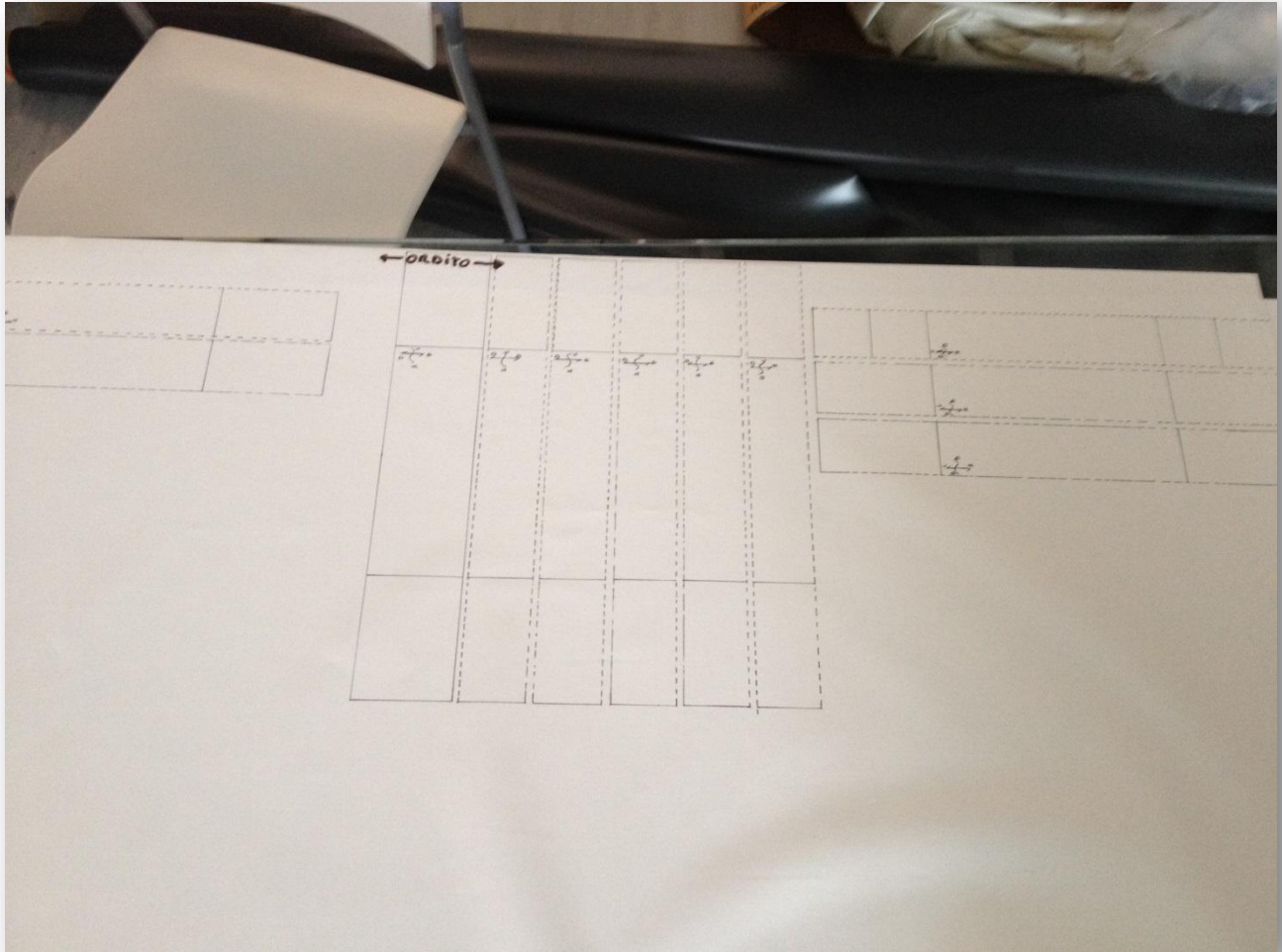


Figura 124 - Disegno dei provini per prove monoassiali sul rotolo di materiale A;

I provini per i test monoassiali hanno una lunghezza di 40 cm ed una larghezza di 5 cm; come illustrato in figura, le due linee che delimitano la zona in cui il provino viene fissato agli afferraggi sono poste ad una distanza di 10 cm dai bordi, in modo che la zona libera tra gli afferraggi abbia lunghezza pari a 20 cm.

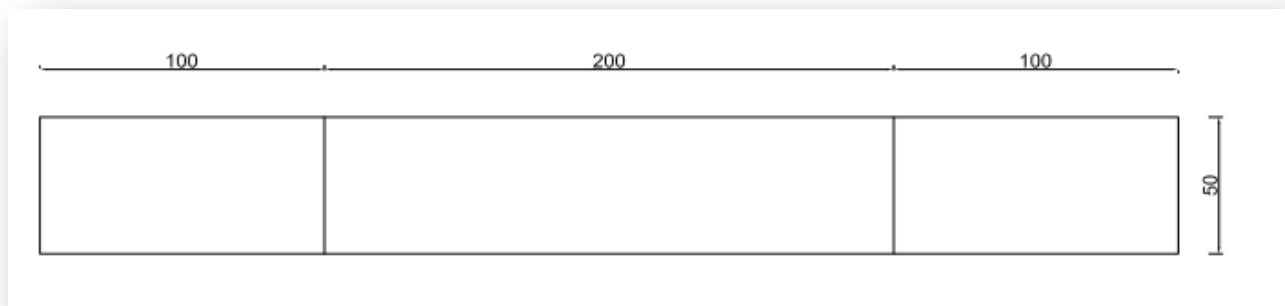


Figura 125 - Schema delle dimensioni di un provino per prove monoassiali a rottura

I provini per le **prove monoassiali** per la determinazione della resistenza e dell'allungamento a rottura sono stati testati secondo il metodo I della prova su striscia descritto nella norma UNI EN ISO 1421. Nel dettaglio i campioni sono stati serrati negli afferraggi mantenendo una distanza tra le morse di 20 cm.



Figura 126 - Posizionamento tra gli afferraggi del provino monoassiale prima dell'inizio della prova

Successivamente i provini sono stati sottoposti a trazione imponendo che la velocità di ciascun afferraggio fosse pari a 100 ± 10 mm/min fino alla rottura del campione. Per ogni materiale testato la prova è stata eseguita su due serie di 5 provini, ritagliati rispettivamente nella direzione dell'ordito e della trama, e gli spostamenti degli afferraggi, nonché le forze rilevate dalle celle di carico sugli attuatori, sono state registrate con una frequenza di 8 Hz. La seguente immagine riporta le condizioni del provino alla conclusione della prova.



Figura 127 - Provino monoassiale rotto al termine di una prova

Prove biassiali

I campioni cruciformi per i test biassiali sono stati ricavati dal rotolo di materiale come illustrato nella seguente immagine.

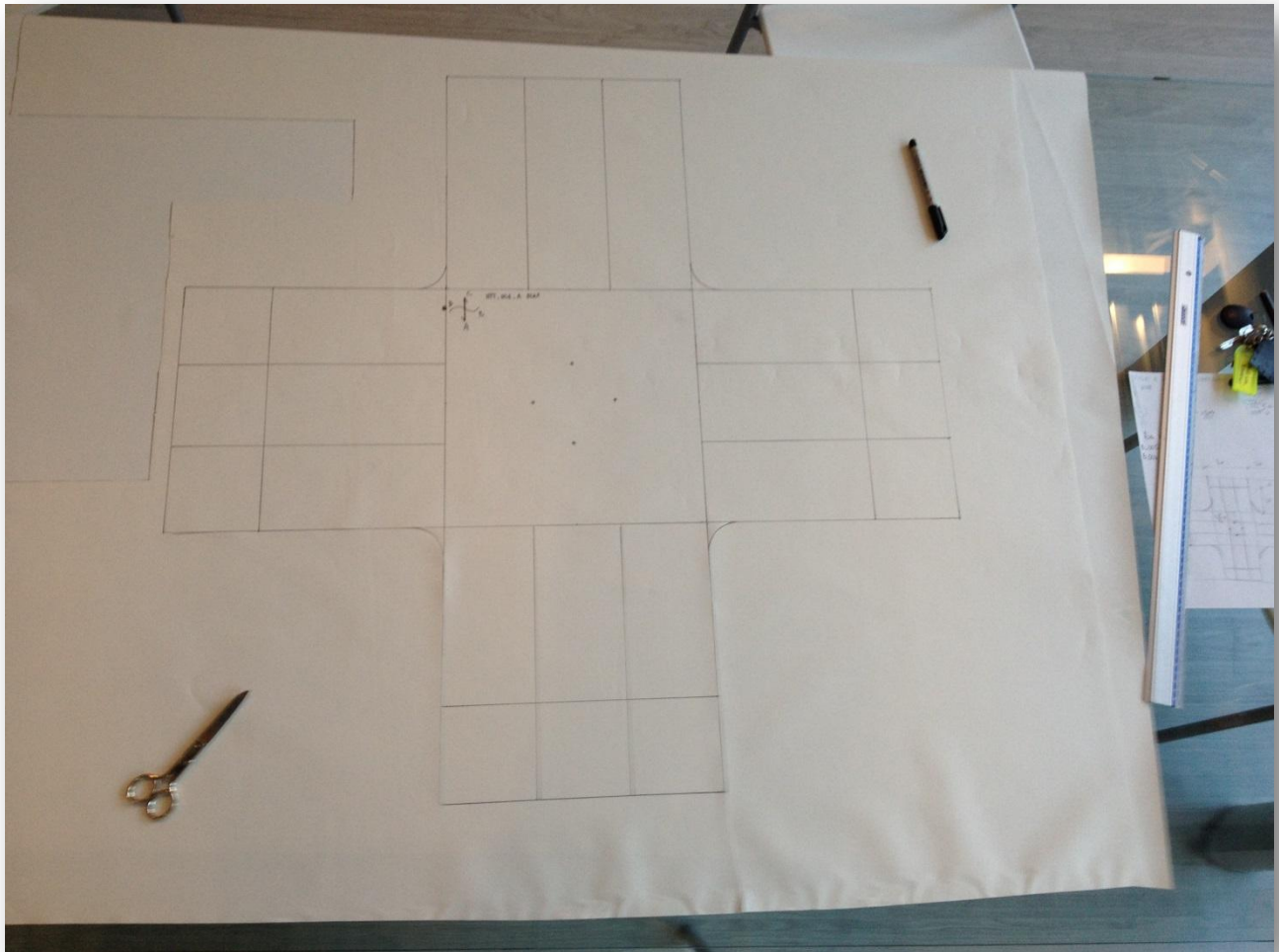


Figura 128 – Provino cruciforme per prove biassiali ricavato dal rotolo di materiale A.

Tali provini hanno un'area centrale di 30x30 cm e tre bracci per ciascun lato di lunghezza 30 cm (compresa la zona di afferraggio, lunga 10 cm) e larghezza 10 cm. Smussi circolari agli angoli della zona centrale di interesse sono stati ricavati per evitare concentrazioni di sforzo. Su ciascuno dei provini è stata riportata la direzione dell'ordito ed una sigla identificativa dello stesso, composta come segue: NTT (nome del progetto), # (numero di campione testato), A/B (lettera identificativa del materiale costituente il campione testato), BIAx.

La seguente immagine mostra il set-up della prova.

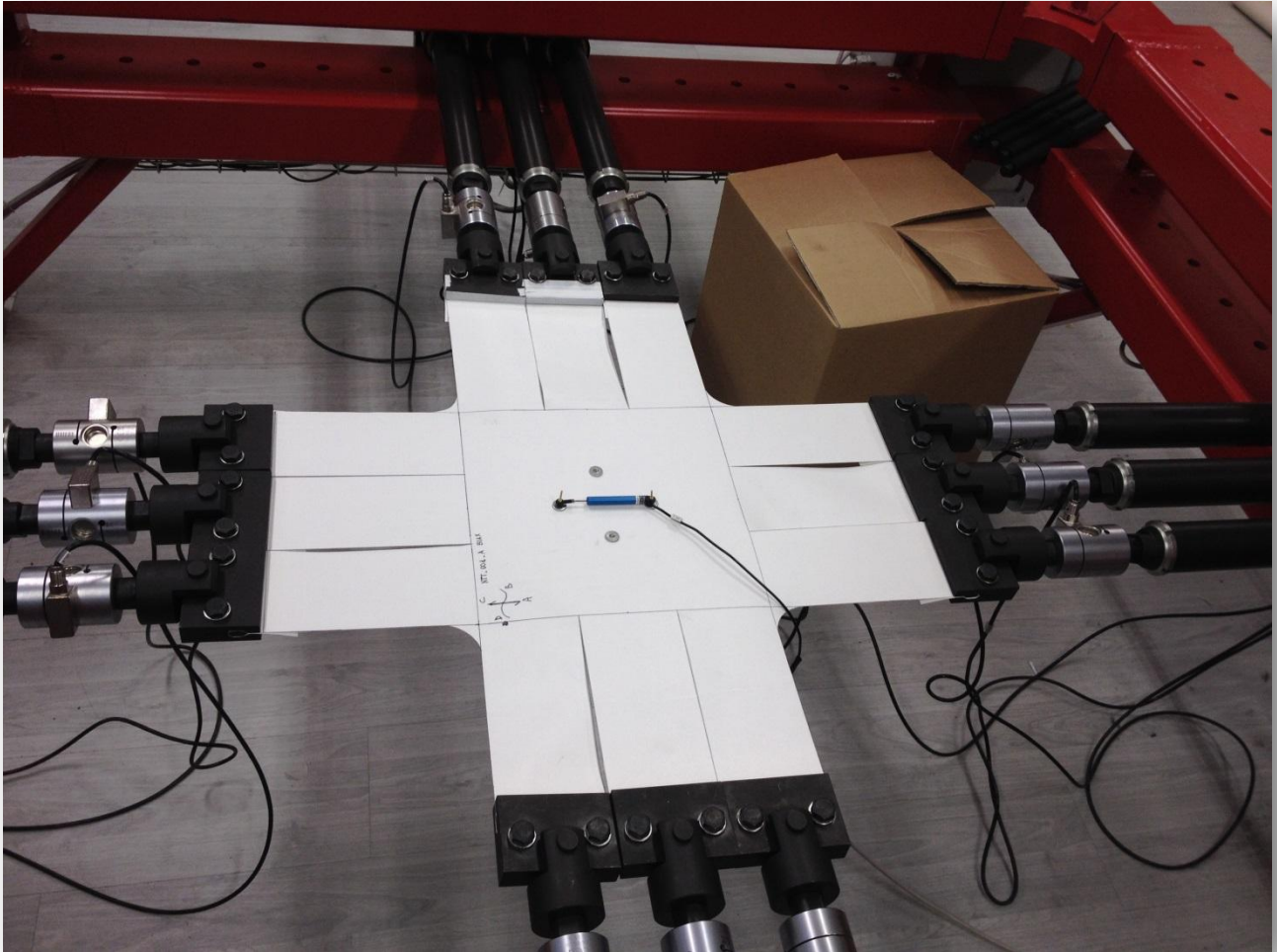


Figura 129 - Provino cruciforme posto tra gli afferraggi e pronto per la prova

Le **prove biassiali** sono state condotte in controllo di forza, secondo quanto prescritto dalle linee guida giapponesi e da quelle americane. Il campione cruciforme è stato posizionato nella macchina biassiale e sottoposto ad una serie di cicli di carico e scarico, condotti in controllo di forza, oscillanti tra 0 e $1/4$ della minima resistenza a rottura monoassiale tra quella in direzione trama e quella in direzione ordito.



I cicli di carico sono stati eseguiti con diversi rapporti tra lo sforzo in direzione ordito e quello in direzione trama; nello specifico l'ordine dei rapporti di carico seguito è il seguente:

- tre cicli 1:1
- un ciclo 1:1
- tre cicli 1:1
- un ciclo 2:1
- tre cicli 1:1
- un ciclo 1:2
- tre cicli 1:1
- un ciclo 1:0
- tre cicli 1:1
- un ciclo 0:1

Solo i cicli sottolineati sono di interesse per la determinazione della risposta del campione; gli altri gruppi di tre cicli servono ad assestare il materiale ("mechanical conditioning") e riportarlo in uno stesso stato iniziale in termini di sforzo e ondulazione delle fibre nelle due direzioni ("crimp"), in modo che il ciclo che si intende eseguire non risenta del ciclo precedente.

Per maggior chiarezza i profili di carico (o “storie di carico”) seguiti sono riportati nei seguenti grafici (il valore del carico è da riferirsi ad una larghezza pari a 30 cm, somma delle larghezze dei 3 bracci del provino cruciforme):

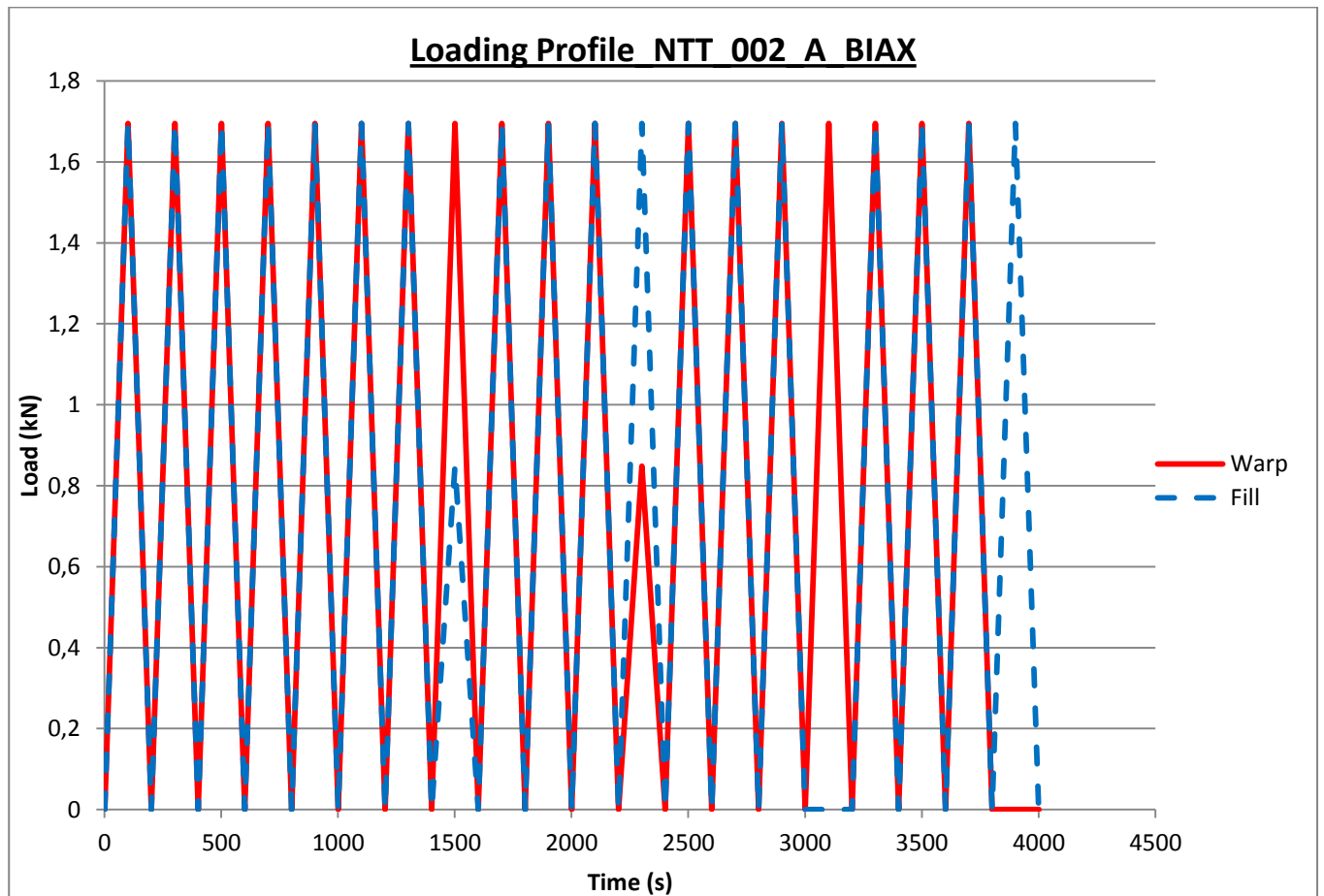


Figura 130 - Profilo di carico per prova biassiale del materiale A

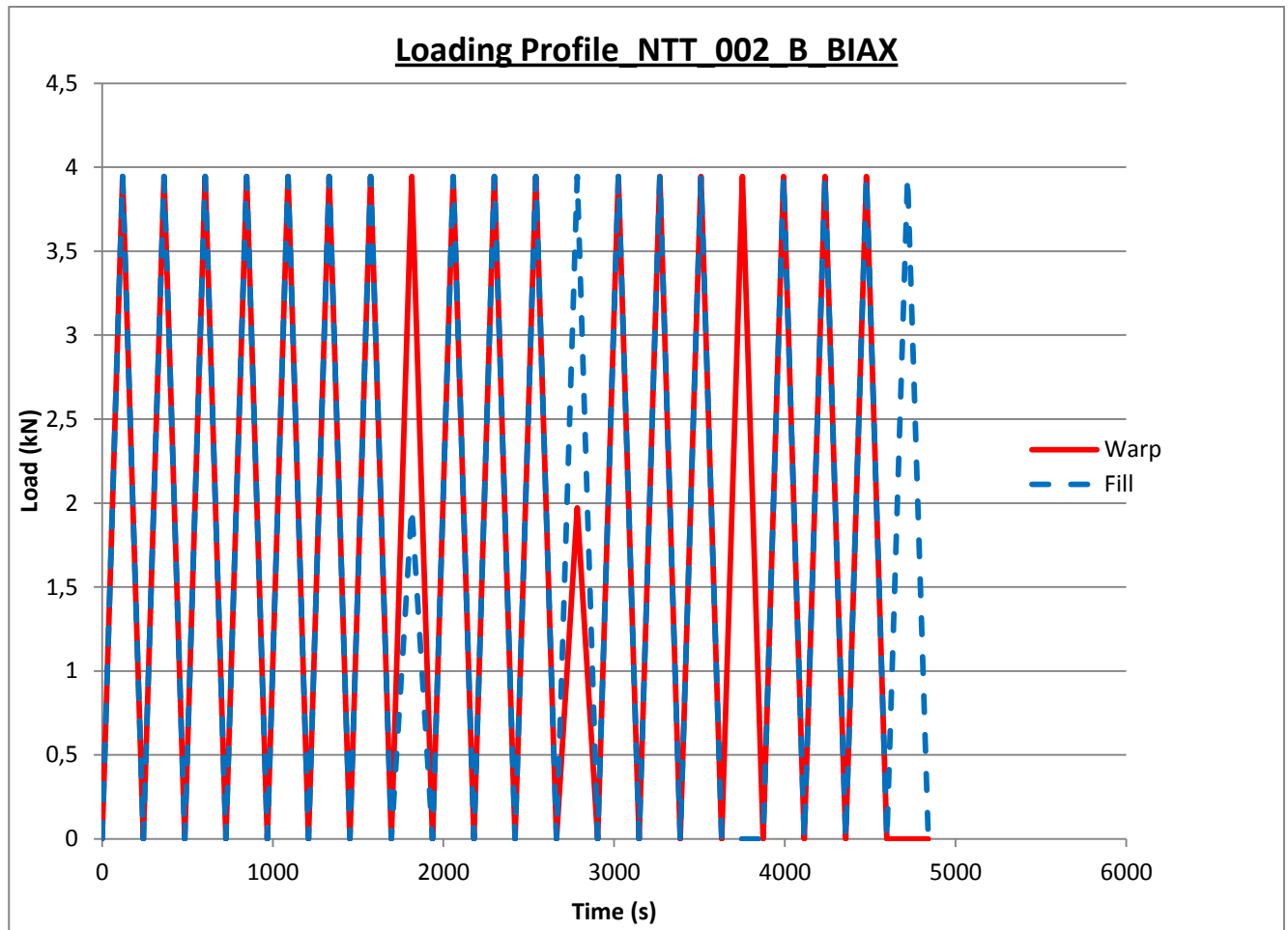


Figura 131 - Profilo di carico per prova biassiale del materiale B.

E' importante notare che tutti i carichi e gli scarichi avvengono a velocità inferiore a 2-4 mm/min secondo quanto richiesto dalle linee guida Giapponesi. Questa condizione è controllabile solo a posteriori essendo la prova condotta in controllo di forza.

Durante tutta la durata della prova sono stati registrate le forze applicate da ciascun attuatore (dalle quali è possibile calcolare gli sforzi), gli spostamenti delle ganasce di afferraggio, nonché le deformazioni nella parte centrale del provino in direzione trama e ordito, queste ultime misurate tramite due estensimetri a contatto su base di misura di circa 10 cm. Le misurazioni sono state acquisite con frequenza 1 Hz.

Prove monoassiali a strappo

I campioni per i test monoassiali sono stati ricavati dal rotolo di materiale come illustrato nella seguente immagine (Fig.133).

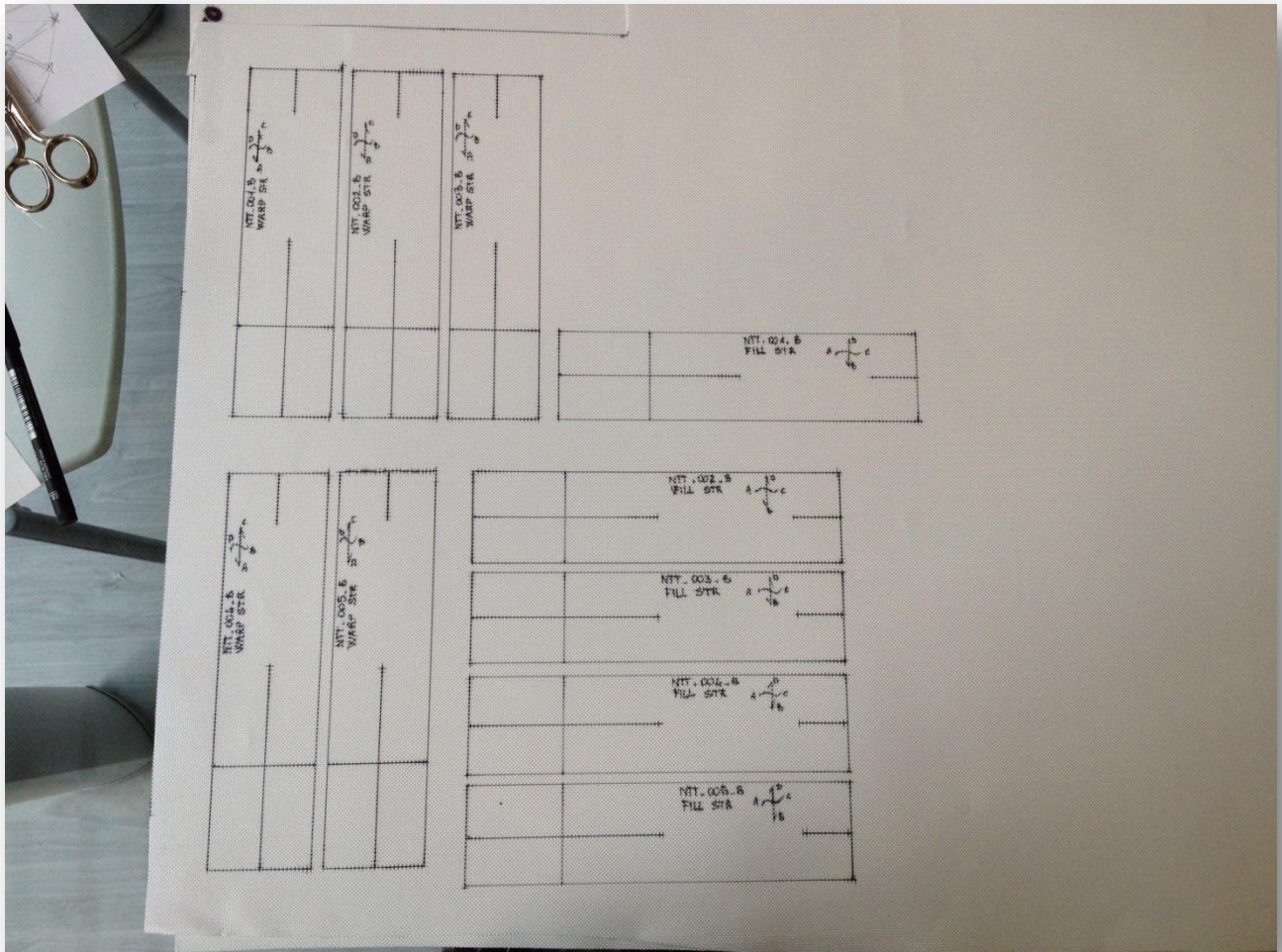


Figura 132 - Campioni di test monoassiali per la determinazione della resistenza alla lacerazione

I provini per la determinazione della resistenza alla lacerazione sono stati testati secondo il metodo B della prova su striscia descritto nella norma UNI EN ISO 4674-1. Tale metodo prevede l'utilizzo di provini a forma di pantalone. Nella seguente figura, estrapolata dalla normativa suddetta, viene illustrato il provino utilizzato per la prova e tutte le dimensioni necessarie alla preparazione di quest'ultimo

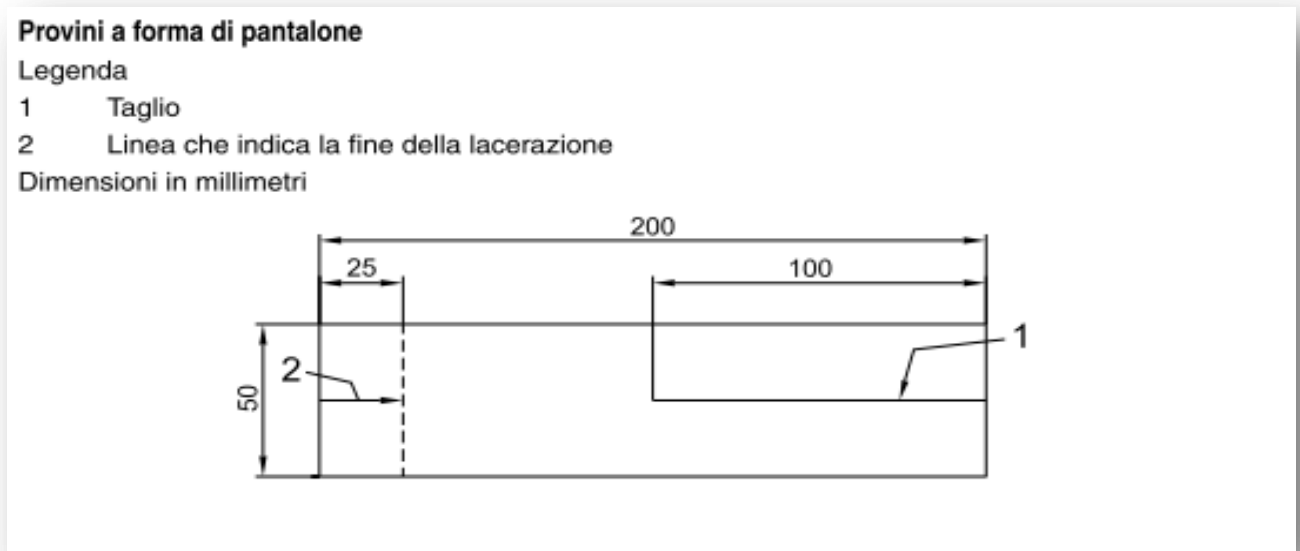


Figura 133 - Dimensioni del provino a pantalone per prova a strappo

Come si evince dalla figura sopra riportata, i provini per i test monoassiali a strappo hanno una lunghezza di 20 cm ed una larghezza di 5 cm; il provino viene poi inciso in mezzeria con un taglio di 10 cm lungo lo sviluppo della sua lunghezza; all'estremità opposta, una linea di 2,5 cm indica la lunghezza di propagazione della lacerazione che determina il termine della prova.

Nella seguente figura viene illustrato il posizionamento del provino tra gli afferraggi della macchina di trazione.

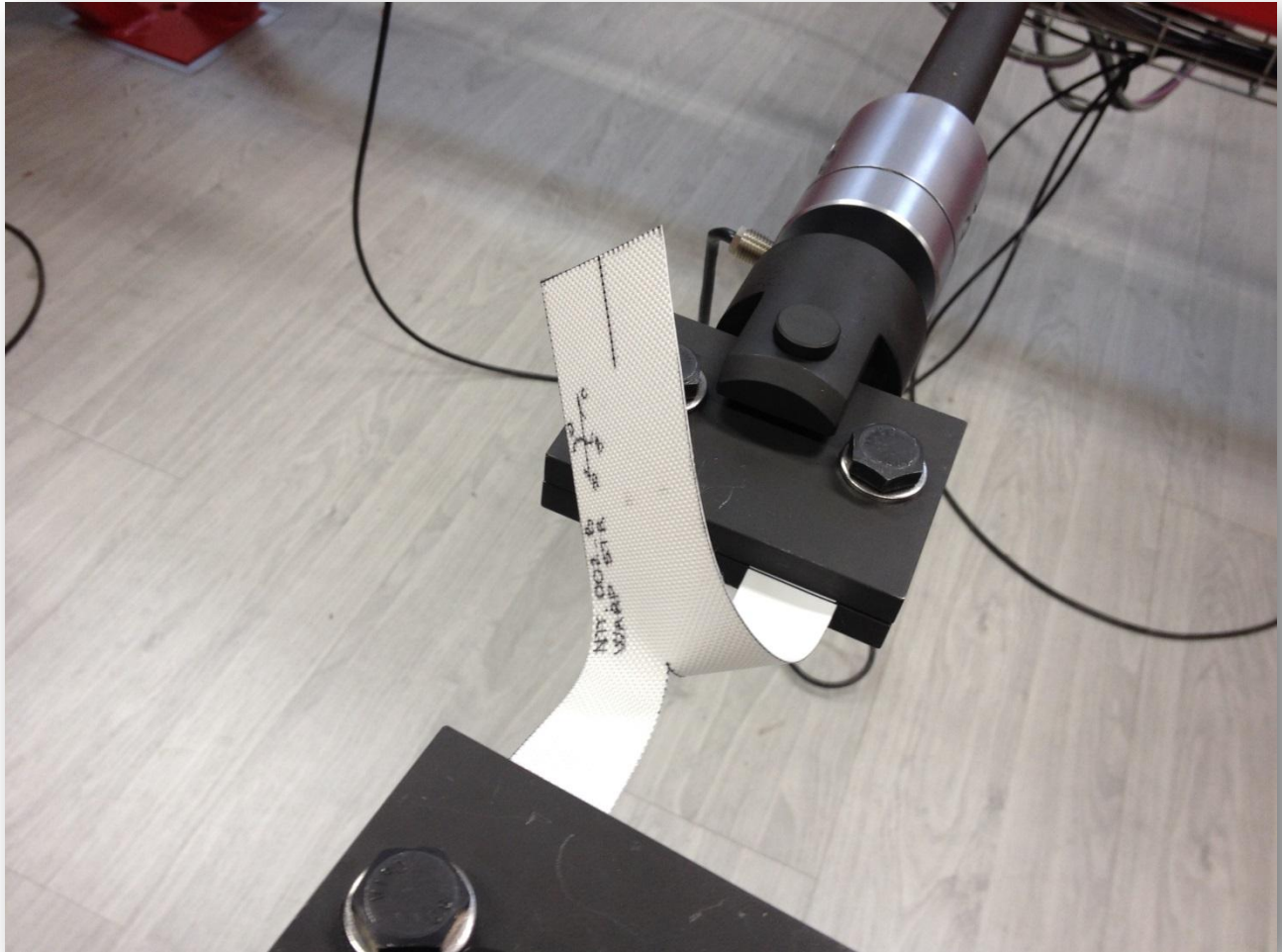


Figura 134 - Afferraggio del provino a pantalone tra le due morse della macchina

Successivamente i provini sono stati sottoposti a trazione a velocità (di spostamento relativo degli afferraggi) pari a 200 ± 10 mm/min fino a che la lacerazione non ha raggiunto il limite sopra definito. La prova è stata eseguita su due serie di 5 provini per il materiale B, ritagliati rispettivamente nella direzione dell'ordito e della trama, e gli spostamenti degli afferraggi, nonché le forze rilevate dalle celle di carico sugli attuatori, sono state registrate con una frequenza di 8 Hz.

La seguente immagine riporta le condizioni del provino alla conclusione della prova.

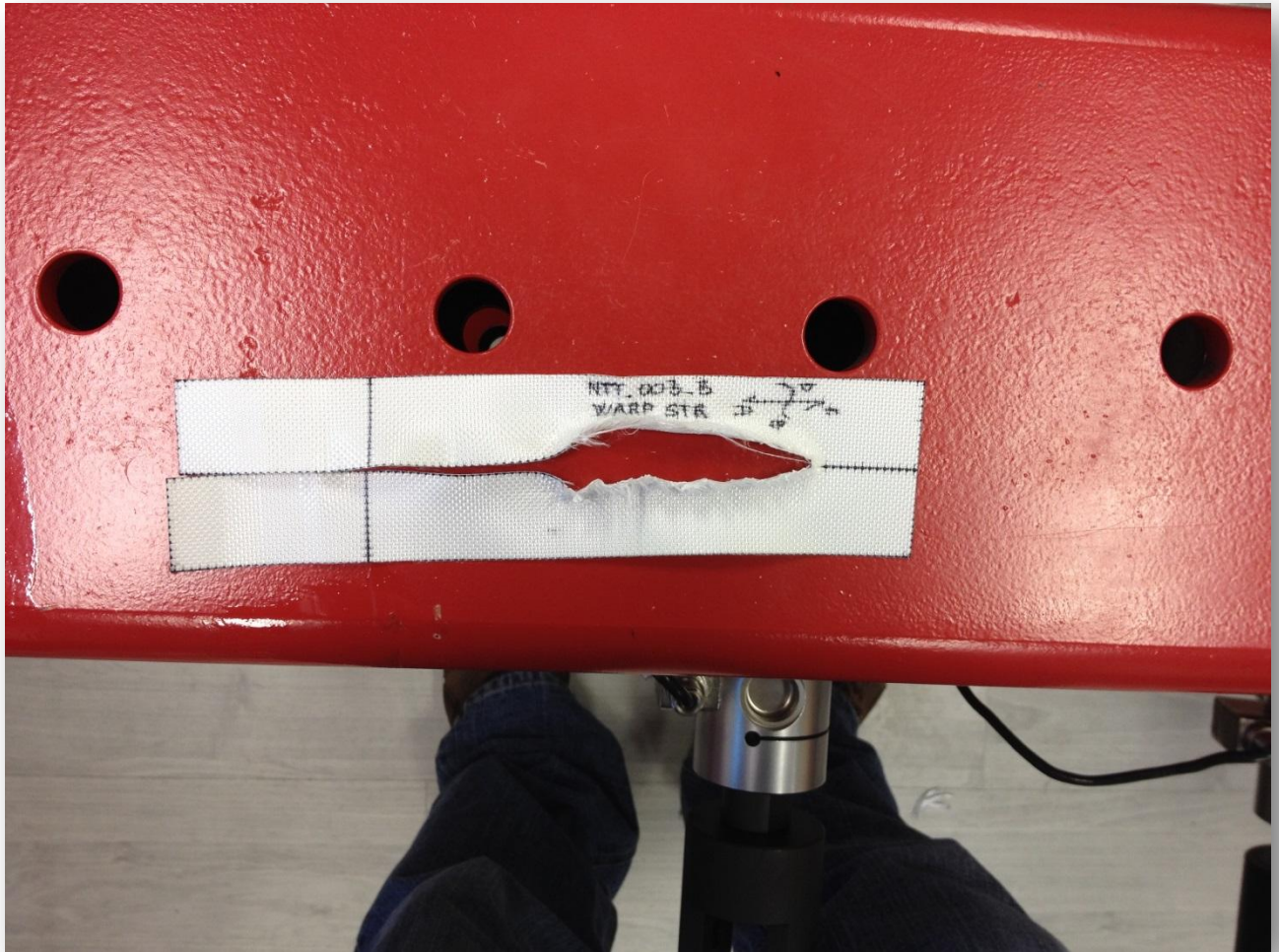
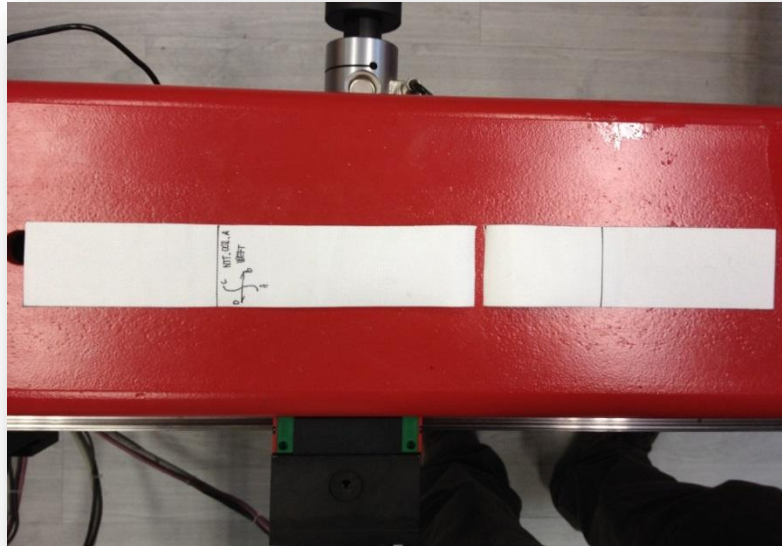


Figura 135 - Provino al termine della prova a strappo; è evidente la lacerazione nella zona centrale del provino, perfettamente parallela alla linea di mezzeria.

Risultati

Risultati ottenuti dai test monoassiali eseguiti sul materiale A.



Tipologia di test	Numero campione	Forza applicata a rottura [kN/5cm]	Valore medio della resistenza a rottura [kN/5cm]	Allungamento nominale a rottura [%]	Valore medio dell'allungamento nominale a rottura [%]
Direzione ordito	001	Failed	1.57	Failed	18.70
	002	1.39		17.01	
	003	1.70		20.16	
	004	1.71		20.05	
	005	1.49		17.61	
Direzione trama	001	1.02	1.13	19.80	21.13
	002	0.94		18.30	
	003	1.20		22.50	
	004	1.20		21.31	
	005	1.30		23.76	

Risultati ottenuti dai test monoassiali eseguiti sul **materiale B**.



Tipologia di test	Numero campione	Forza applicata a rottura [kN/5cm]	Valore medio della resistenza a rottura [kN/5cm]	Allungamento nominale a rottura [%]	Valore medio dell'allungamento nominale a rottura [%]
Direzione ordito	001	2.74	2.85	22.87	23.44
	002	2.86		23.54	
	003	Failed		Failed	
	004	2.78		22.85	
	005	3.04		24.51	
Direzione trama	001	2.44	2.63	21.87	22.43
	002	2.84		23.23	
	003	2.71		22.42	
	004	Failed		Failed	
	005	2.55		22.20	

Risultati ottenuti dai test biassiali eseguiti sul **materiale A**.

Gli sforzi rappresentati in figura sono calcolati a partire dalle forze misurate dalle celle di carico sugli attuatori. Tutti gli sforzi sono definiti come forze per unità di lunghezza e sono “nominali” in quanto riferiti alla larghezza iniziale di ciascuna striscia.

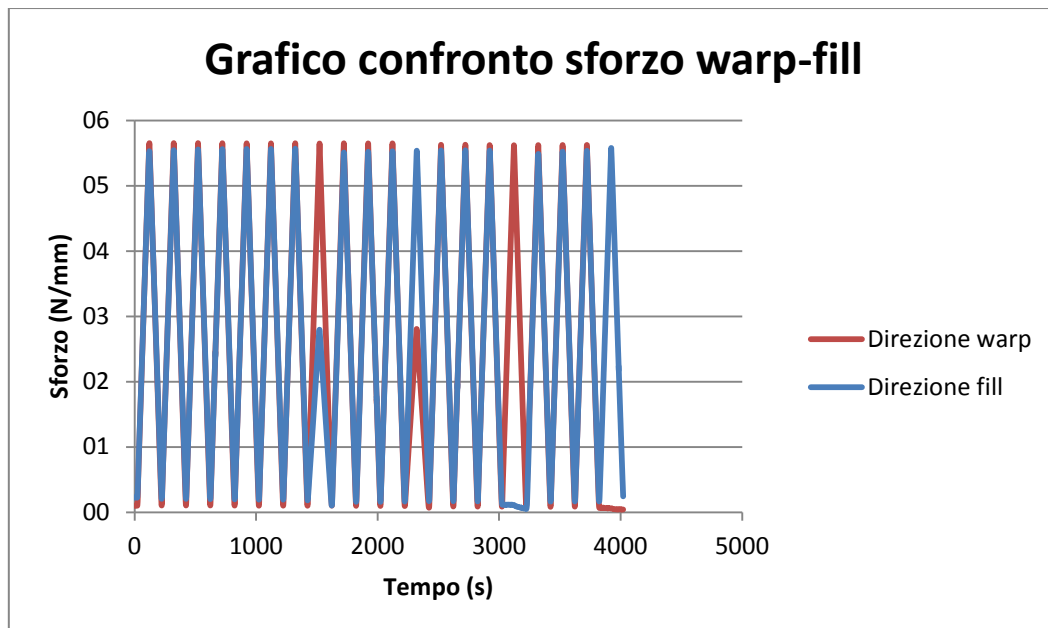


Figura 136 - Grafico di confronto sforzo warp-fill sul materiale A

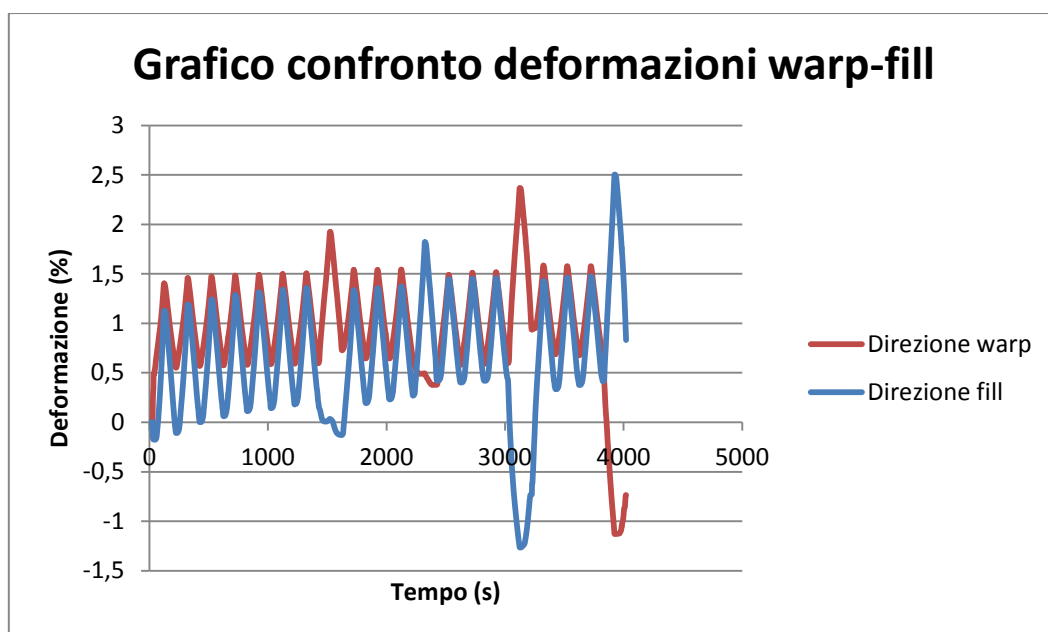
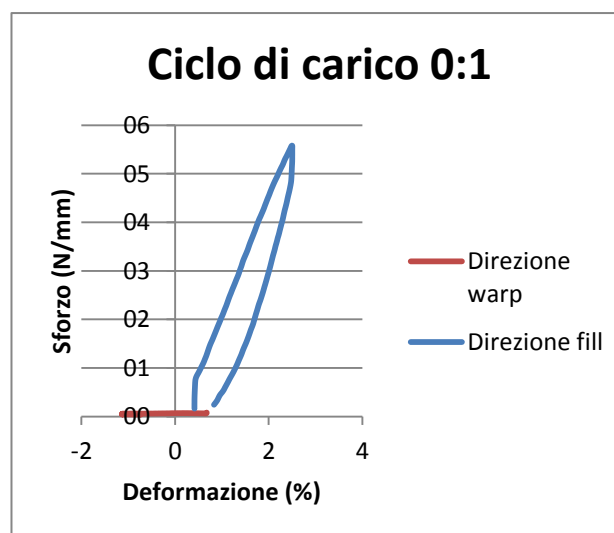
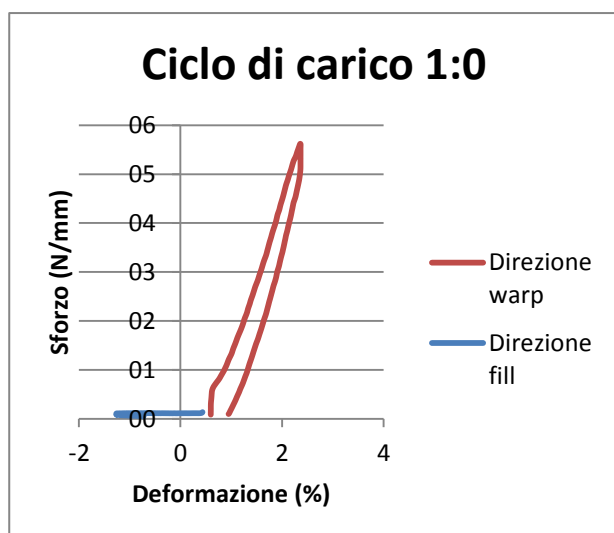
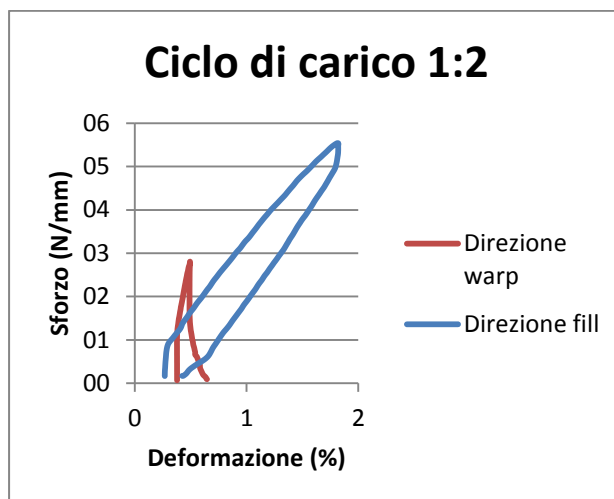
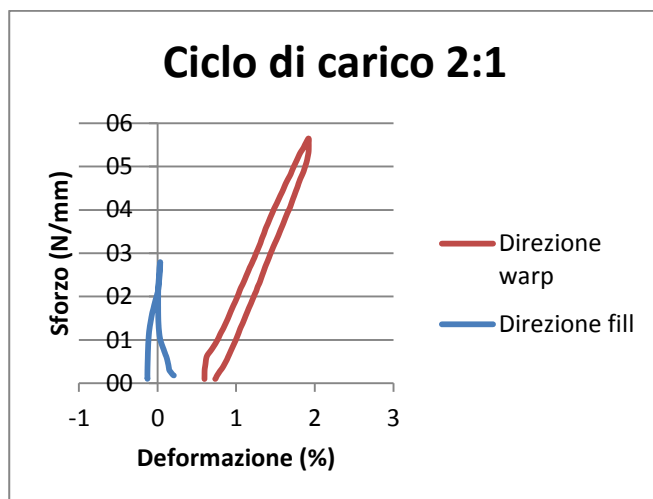
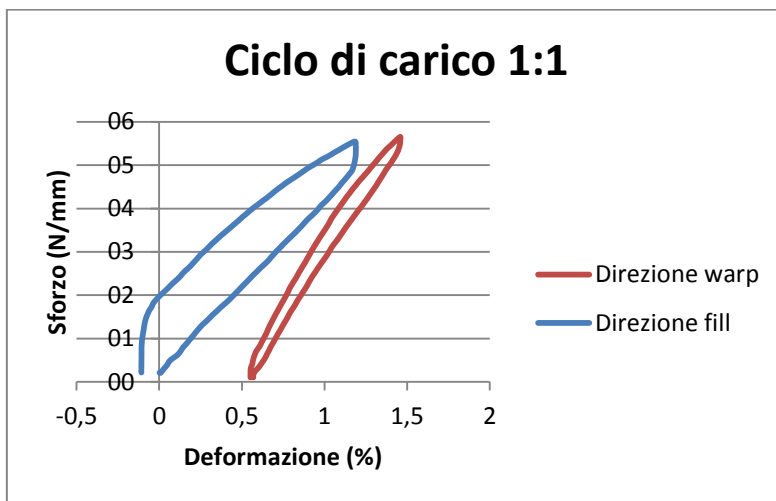


Figura 137 - Grafico di confronto deformazioni warp-fill sul materiale A

I seguenti grafici riportano i diagrammi sforzo-deformazione dei cicli di interesse.



Risultati ottenuti dai test biassiali eseguiti sul **materiale B**.

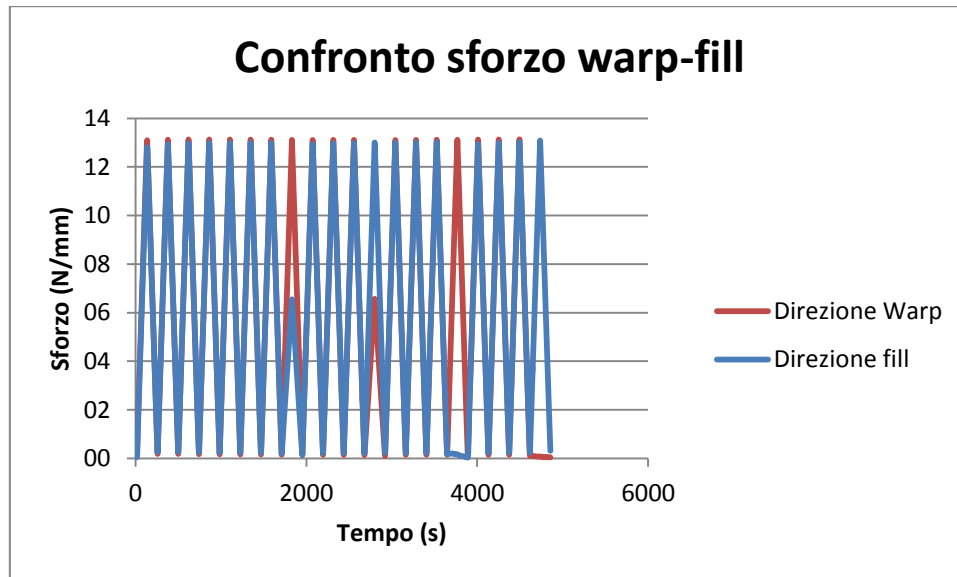


Figura 138 - Grafico di confronto sforzo warp-fill sul materiale B

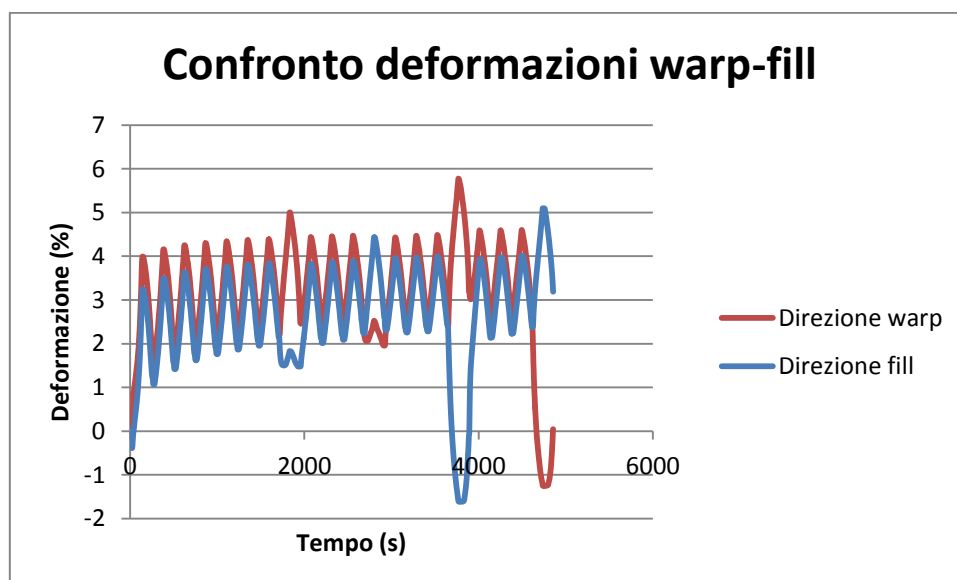
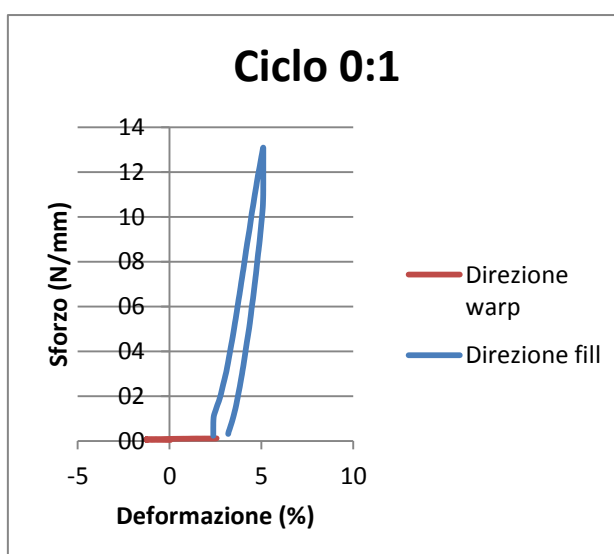
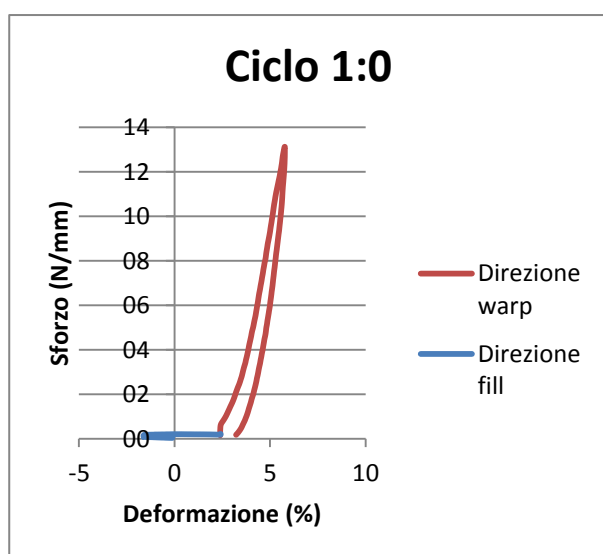
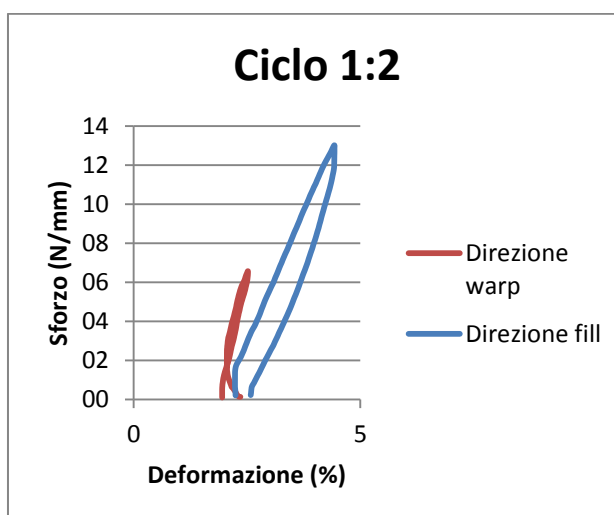
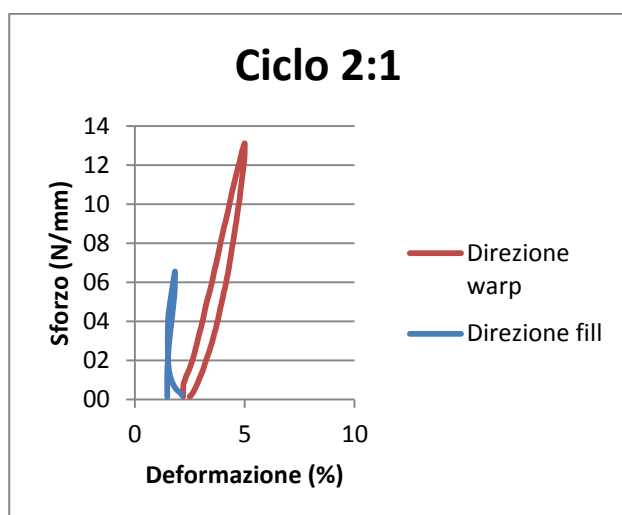
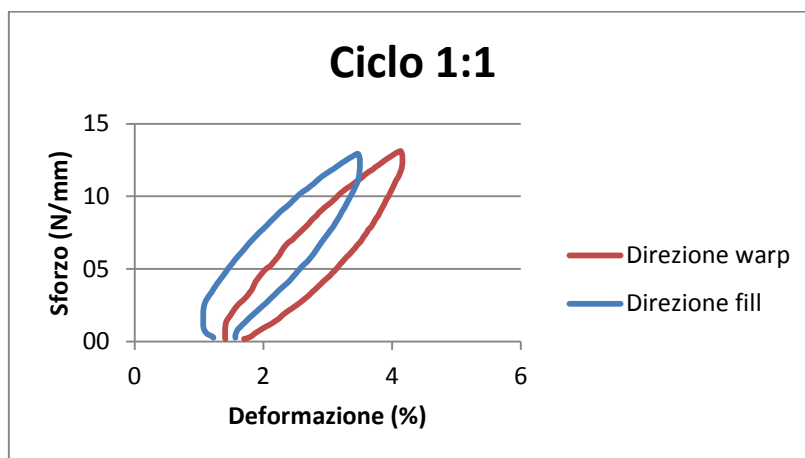


Figura 139 - Grafico di confronto deformazione warp-fill sul materiale B

I seguenti grafici riportano i diagrammi sforzo-deformazione dei cicli di interesse.



Risultati ottenuti dai test a strappo eseguiti sul **materiale B** (striscia di larghezza pari a 5 cm)

Grafico di confronto sui 5 provini testati in direzione warp

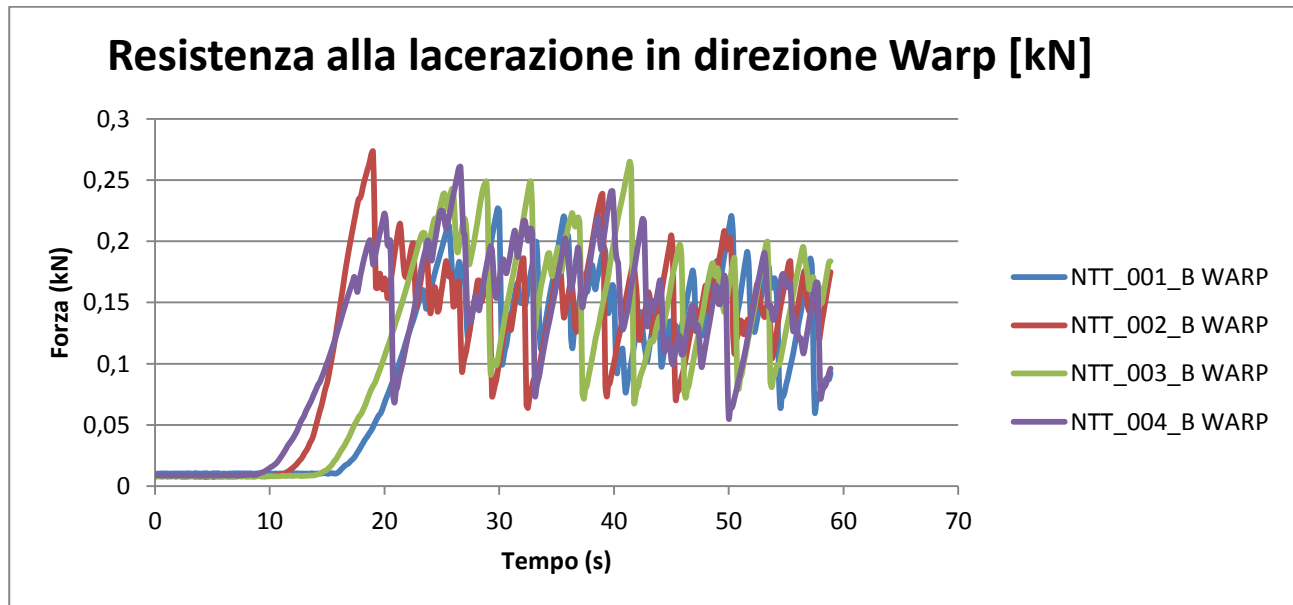


Figura 140 - Resistenza alla lacerazione in direzione Warp

Come descritto dalla normativa, per ottenere i risultati di questo tipo di prova, risulta necessario considerare un intervallo di riferimento approssimato in cui siano presenti i picchi di dimensioni medie (vengono quindi subito scartati i picchi troppo elevati o troppo bassi) ed eseguire la media tra i picchi più alti e i più bassi di tale intervallo. Così facendo, sono stati ottenuti i seguenti risultati:

Provino	Resistenza alla lacerazione [N]	Resistenza media del materiale [N]
NTT_001 Warp	179	170
NTT_002 Warp	153.5	
NTT_003 Warp	166.5	
NTT_004 Warp	180.5	
NTT_005 Warp	Failed	

Grafico di confronto sui 5 provini testati in direzione fill (striscia di larghezza pari a 5 cm)

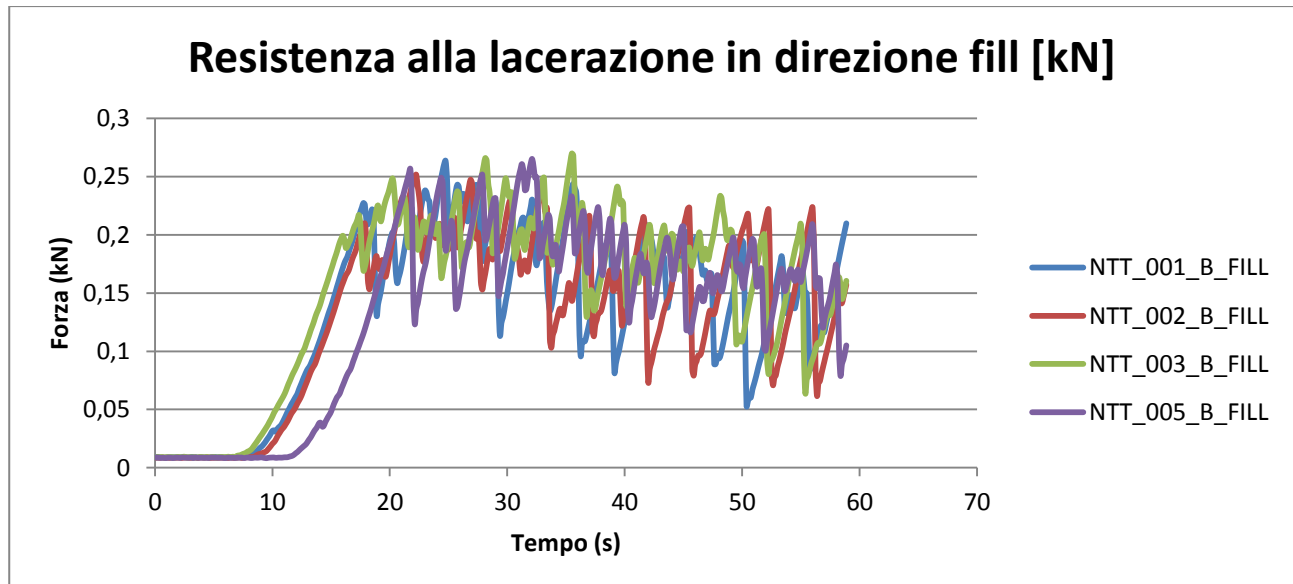


Figura 141 - Resistenza alla lacerazione in direzione fill

Provino	Resistenza alla lacerazione [N]	Resistenza media del materiale [N]
NTT_001 Fill	171.5	191.5
NTT_002 Fill	193	
NTT_003 Fill	205	
NTT_004 Fill	Failed	
NTT_005 Fill	196.5	

Conclusioni delle prove

- Il materiale A risulta, secondo UNI EN 15619, inclassificabile, in quanto non raggiunge i requisiti minimi imposti dalla classe di resistenza C, la quale prevede una resistenza a rottura del provino di almeno 200 daN/5 cm. La resistenza a rottura uniassiale in direzione ordito è infatti di 1.57 kN/5 cm, mentre quella in direzione trama è di 1.13 kN/5 cm. L'allungamento nominale medio a rottura è pari a 18.70% in direzione ordito e 21.13% in direzione trama.
- Il materiale B appartiene alla classe di resistenza B secondo UNI EN 15619. La resistenza a rottura uniassiale in direzione ordito è di 2.85 kN/5 cm, quella in direzione trama è di 2.63 kN/5 cm. L'allungamento nominale medio a rottura è pari a 23.44% in direzione ordito e 22.43% in direzione trama.
- Dalle prove biassiali sui materiali A e B si sono ricavati i diagrammi di sforzo e deformazione riportati alle precedenti pagine, utili per un eventuale calibrazione dei parametri costitutivi del materiale (es. moduli elastici, nell'ipotesi di comportamento elastico lineare ortotropo).
- Dalle prove a strappo sul materiale B si sono ricavati i diagrammi tipici della prova che indicano picchi di forza in corrispondenza della fibra che oppone resistenza in modo via via sempre decrescente; la resistenza alla lacerazione media che il materiale presenta in direzione warp, attestata sui 170 N, è più bassa rispetto a quella in direzione fill, attestata sui 191,5 N.

5.4 Caratterizzazione meccanica del materiale poliestere/PU: determinazione dei moduli elastici.

Descrizione del problema

Per la maggior parte dei tessuti finora trattati, è indispensabile poter capire il comportamento del materiale che li compone, così come risulta importante la determinazione di un modello che permetta a progettisti e costruttori di poter lavorare con il materiale effettuando analisi strutturali adeguate e valutando i livelli di pretensione necessari ad assicurare che la membrana rimanga in tensione quando sottoposta a tutte le possibili condizioni di carico strutturale.

In un'analisi preliminare, è possibile affermare che la maggior parte dei tessuti architettonici manifestano un comportamento non lineare e anisotropo. L'anisotropia è data dal fatto che, come già precedentemente illustrato, il tessuto possiede due direzioni principali, trama e ordito, lungo le cui direzioni il tessuto si comporta ovviamente in maniera differente.

Per quanto concerne invece la non-linearità del materiale, uno dei fattori che maggiormente contribuisce a tale aspetto, è senza dubbio il crimp-interchange.

Il crimp-interchange è l'interazione tra le fibre nella direzione dell'ordito (warp) e quelle lungo la trama (fill), attraverso la quale vi è un cambio di ondulazione dei due ordini di fibra quando il tessuto viene caricato nel proprio piano.

Nel tessuto scarico, le fibre in direzione trama possiedono una maggiore ondulazione rispetto a quelle in direzione ordito; nel momento in cui viene applicato un carico in direzione trama, le fibre che seguono tale direttrice si distendono (diminuendo quindi la propria ondulazione), causando un aumento dell'ondulazione nelle fibre in direzione ordito. Nel caso in cui il carico applicato sia di tipo biassiale, i differenti rapporti di carico a cui è sottoposto il materiale, determinano un continuo interscambio di ondulazioni tra i due ordini di fibra, causando quindi un'importante variazione delle rigidezze in gioco. La determinazione di un modello che meglio esprima il comportamento meccanico dei tessuti tecnici per l'architettura è oggetto di approfonditi studi da parte di studiosi del campo e ricercatori.

Attualmente, il comportamento membranale di tali tessuti tecnici spesso approssimato mediante un modello elastico lineare ortotropo; un tale modello, pur essendo inadeguato a rappresentare il reale comportamento del materiale in tutto l'intervallo di sforzi (dallo stato scarico fino a rottura) può invece rappresentare una buona approssimazione in un range di sforzi di interesse, ad

esempio nell'intervallo di variazione degli sforzi compreso tra lo sforzo di pretensione e lo sforzo indotto dai carichi ambientali (vento, neve). I parametri di tale modello lineare ortotropo vengono tarati attraverso il metodo dei minimi quadrati, utilizzando i dati sperimentali ottenuti mediante le prove biassiali effettuate su provini a croce.

Alla luce dei risultati ottenuti dalle prove biassiali eseguite sul materiale A in Poliesteri/PU, risulta possibile ora determinare, tramite un opportuna calibrazione, i parametri inerenti il modello che meglio rappresenta il comportamento meccanico del materiale in questione. Considerando quindi il materiale lineare ortotropo, il suo comportamento può essere ben rappresentato dalle seguenti espressioni:

$$\begin{matrix} \varepsilon_w \\ \varepsilon_f \end{matrix} = \begin{matrix} \frac{1}{E_w} & -\frac{\nu_{wf}}{E_f} \\ -\frac{\nu_{fw}}{E_w} & \frac{1}{E_f} \end{matrix} * \begin{matrix} \sigma_w \\ \sigma_f \end{matrix} = \begin{matrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{12} & C_{22} \end{matrix} * \begin{matrix} \sigma_w \\ \sigma_f \end{matrix} \quad (5.1)$$

$$\begin{matrix} \sigma_w \\ \sigma_f \end{matrix} = \begin{matrix} \frac{E_w}{1 - \nu_{wf} * \nu_{fw}} & \frac{E_w * \nu_{wf}}{1 - \nu_{wf} * \nu_{fw}} \\ \frac{E_f * \nu_{fw}}{1 - \nu_{wf} * \nu_{fw}} & \frac{E_f}{1 - \nu_{wf} * \nu_{fw}} \end{matrix} * \begin{matrix} \varepsilon_w \\ \varepsilon_f \end{matrix} = \begin{matrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{12} & D_{22} \end{matrix} * \begin{matrix} \varepsilon_w \\ \varepsilon_f \end{matrix} \quad (5.2)$$

Dove:

- σ_w sono gli sforzi in direzione warp del materiale
- σ_f sono gli sforzi in direzione fill del materiale
- E_w è il modulo elastico in direzione warp del materiale
- E_f è il modulo elastico in direzione fill del materiale
- ν_{wf} è il modulo di Poisson che fornisce la deformazione in direzione ordito per effetto dello sforzo in direzione trama
- ν_{fw} è il modulo di Poisson che fornisce la deformazione in direzione trama per effetto dello sforzo in direzione ordito
- ε_w è la deformazione in direzione warp
- ε_f è la deformazione in direzione fill

Il metodo dei minimi quadrati

Il problema da risolvere, quindi, consiste nel trovare i parametri D e C, che permettano la costruzione di curve sforzo-deformazione approssimate, le più vicine possibile a quelle ottenute per via sperimentale. Tradotto in termini matematici, la risoluzione del problema consiste nell'ottenere dei parametri D e C, che portino a determinare dei valori di σ ed ε che si discostino il meno possibile da quelli ottenuti sperimentalmente, ovvero ottenere un errore tra i dati sperimentali e quelli calcolati che sia il minore possibile. Uno dei metodi che meglio permettono di ottenere tale risultato, è senza dubbio il metodo dei minimi quadrati.

Attraverso il metodo dei minimi quadrati, viene calcolata la sommatoria degli errori al quadrato, ovvero la discrepanza tra i dati ottenuti sperimentalmente e quelli calcolati attraverso il modello ortotropo adottato.

Si definisce ora la funzione "discrepanza" da minimizzare; introduciamo un indice i associato ad un istante dell'intervallo temporale in cui viene realizzata la prova. Le quantità σ_{wi} , σ_{fi} , ε_{wi} e ε_{fi} sono quelle sperimentali, assunte note per ogni istante i della prova (gli sforzi sono deducibili a partire dalle forze misurate dalle celle di carico, mentre le deformazioni sono misurate tramite estensimetri e tecniche non a contatto). Le quantità, σ_{wi}^c , σ_{fi}^c , ε_{wi}^c e ε_{fi}^c sono invece calcolate mediante la legge elastica.

Le funzioni discrepanza sono le seguenti (rispettivamente per la determinazione delle deformazioni e degli sforzi):

$$\varphi = \sum_i \left(\sigma_{wi} - \sigma_{wi}^c(\varepsilon_{wi}, \varepsilon_{fi}) \right)^2 + \left(\sigma_{fi} - \sigma_{fi}^c(\varepsilon_{wi}, \varepsilon_{fi}) \right)^2 \quad (5.3)$$

$$\varphi = \sum_i \left(\varepsilon_{wi} - \varepsilon_{wi}^c(\sigma_{wi}, \sigma_{fi}) \right)^2 + \left(\varepsilon_{fi} - \varepsilon_{fi}^c(\sigma_{wi}, \sigma_{fi}) \right)^2 \quad (5.4)$$

Poiché la discrepanza deve risultare minima, risulta poi necessario eseguire la derivata della funzione che rappresenta la sommatoria degli errori al quadrato, e successivamente porla uguale al valore 0 (porre la derivata di una funzione uguale a 0 significa trovarne il minimo ed il massimo). Una volta fatto questo, risulterà necessario risolvere il sistema ed ottenere quindi i valori dei parametri cercati.

Si eseguono quindi le derivate di (5.3) e (5.4) e le si pone uguali a 0; si ottiene:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial D_{11}} = 2 \quad i \quad (\sigma_{w1} - D_{11} * \varepsilon_{w1} - D_{12} * \varepsilon_{f1}) * -\varepsilon_{w1} = 0 \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial D_{22}} = 2 \quad i \quad (\sigma_{f1} - D_{12} * \varepsilon_{w1} - D_{22} * \varepsilon_{f1}) * -\varepsilon_{f1} = 0 \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial D_{12}} = 2 \quad i \quad \begin{aligned} & (\sigma_{w1} - D_{11} * \varepsilon_{w1} - D_{12} * \varepsilon_{f1}) * -\varepsilon_{f1} + \\ & + (\sigma_{f1} - D_{12} * \varepsilon_{w1} - D_{22} * \varepsilon_{f1}) * -\varepsilon_{w1} = 0 \end{aligned} \quad (5.7)$$

Risolvendo il sistema si ottiene:

$$D_{11} = \frac{\sigma_{w, \varepsilon_w} - D_{12} * \varepsilon_w, \varepsilon_f}{\varepsilon_w, \varepsilon_w} \quad (5.8)$$

$$D_{22} = \frac{\sigma_{f, \varepsilon_f} - D_{12} * \varepsilon_w, \varepsilon_f}{\varepsilon_f, \varepsilon_f} \quad (5.9)$$

$$D_{12} = \frac{\sigma_{w, \varepsilon_w} * \varepsilon_w, \varepsilon_f * \varepsilon_f, \varepsilon_f + \varepsilon_w, \varepsilon_f * \varepsilon_w, \varepsilon_w * \sigma_{f, \varepsilon_f}}{\varepsilon_f, \varepsilon_f + \varepsilon_w, \varepsilon_w * \varepsilon_w, \varepsilon_f^2 - \varepsilon_w, \varepsilon_w * \varepsilon_f, \varepsilon_f^2 - \varepsilon_f, \varepsilon_f * \varepsilon_w, \varepsilon_w^2} +$$

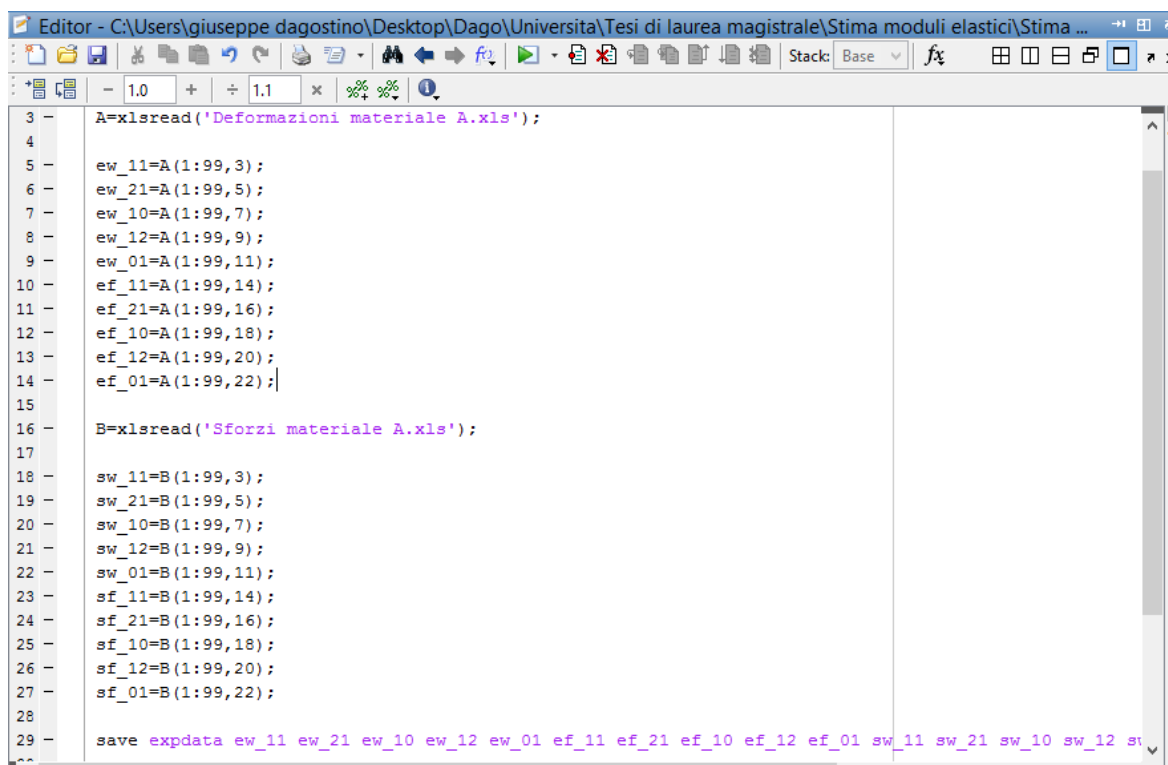
$$- \frac{\sigma_{w, \varepsilon_f} + \sigma_{f, \varepsilon_w} * \varepsilon_f, \varepsilon_f * \varepsilon_w, \varepsilon_w}{\varepsilon_f, \varepsilon_f + \varepsilon_w, \varepsilon_w * \varepsilon_w, \varepsilon_f^2 - \varepsilon_w, \varepsilon_w * \varepsilon_f, \varepsilon_f^2 - \varepsilon_f, \varepsilon_f * \varepsilon_w, \varepsilon_w^2} \quad (5.10)$$

Una volta ottenuti i risultati dai precedenti calcoli, si utilizza il programma di calcolo MATLAB per ottenere i valori dei parametri incogniti oggetto della trattazione.

Risoluzione del metodo in MATLAB

In prima istanza è stato necessario, creare, tramite MATLAB, un file del tipo expdata.xls. Tale file permette al programma di calcolo di comunicare con il file excel contenente i valori di sforzi e deformazioni ottenuti sperimentalmente e recepirli, per poi utilizzarli successivamente all'interno di funzioni assegnate. Una volta creato il file expdata.xls, quest'ultimo viene caricato in MATLAB, il quale provvederà ad inserire i dati appena ricevuti, all'interno dell'equazioni utili alla risoluzione del metodo dei minimi quadrati.

In ultima istanza si procede ad eseguire il calcolo di tutti i parametri necessari alla determinazione del modello meccanico del materiale, i quali verranno poi tabellati ed utilizzati per costruire i grafici sforzo-deformazione da confrontare ai grafici ottenuti sperimentalmente.



```
Editor - C:\Users\giuseppe dagostino\Desktop\Dago\Universita\Tesi di laurea magistrale\Stima moduli elastici\Stima ...
A=xlsread('Deformazioni materiale A.xls');
ew_11=A(1:99,3);
ew_21=A(1:99,5);
ew_10=A(1:99,7);
ew_12=A(1:99,9);
ew_01=A(1:99,11);
ef_11=A(1:99,14);
ef_21=A(1:99,16);
ef_10=A(1:99,18);
ef_12=A(1:99,20);
ef_01=A(1:99,22);
B=xlsread('Sforzi materiale A.xls');
sw_11=B(1:99,3);
sw_21=B(1:99,5);
sw_10=B(1:99,7);
sw_12=B(1:99,9);
sw_01=B(1:99,11);
sf_11=B(1:99,14);
sf_21=B(1:99,16);
sf_10=B(1:99,18);
sf_12=B(1:99,20);
sf_01=B(1:99,22);
save expdata ew_11 ew_21 ew_10 ew_12 ew_01 ef_11 ef_21 ef_10 ef_12 ef_01 sw_11 sw_21 sw_10 sw_12 sf_11 sf_21 sf_10 sf_12 sf_01
```

Figura 142-Creazione del file expdata contenente tutti i valori di sforzo-deformazione ottenuti sperimentalmente


```

8
9
10 - ew_m=[ew_21;ew_11];
11 - ef_m=[ef_21;ef_11];
12 - sw_m=[sw_21;sw_11];
13 - sf_m=[sf_21;sf_11];
14
15 - D12an=(dot(sw_m,ew_m)*dot(ew_m,ef_m)*dot(ef_m,ef_m)+...
16         dot(sf_m,ef_m)*dot(ew_m,ef_m)*dot(ew_m,ew_m)-...
17         (dot(sw_m,ef_m)+dot(sf_m,ew_m))*dot(ew_m,ew_m)*dot(ef_m,ef_m))/...
18         ((dot(ew_m,ew_m)+dot(ef_m,ef_m))*dot(ew_m,ef_m)^2-dot(ew_m,ew_m)*dot(ef_m,ef_m)^2-...
19         dot(ew_m,ew_m)^2*dot(ef_m,ef_m))
20 - D11an=(dot(sw_m,ew_m)-D12an*dot(ew_m,ef_m))/dot(ew_m,ew_m)
21 - D22an=(dot(sf_m,ef_m)-D12an*dot(ew_m,ef_m))/dot(ef_m,ef_m)
22
23
24 - D11=D11an;
25 - D12=D12an;
26 - D22=D22an;
27
28 %---Elastic moduli evaluation---
29 - disp('Estimated values of the elastic parameters')
30 - Ews=D11-D12^2/D22
31 - Efs=D22-D12^2/D11
32 - nuwfs=D12/D11
33 - nufws=D12/D22
34

```

Figura 143-Esecuzione da parte del programma delle derivate degli errori e conseguente determinazione dei parametri soluzione del problema

Una volta ottenuti i risultati, è possibile costruire le curve sforzo-deformazione, le quali verranno poi poste a confronto con le curve ottenute sperimentalmente.

Quanto elaborato fin qui si riferisce all'utilizzo di dati sperimentali derivati mediante un processo di carico caratterizzato da un rapporto di carico costante nelle due direzioni (mantenimento del rapporto $\frac{\sigma_w}{\sigma_f} = \text{cost}$ nella parte centrale del provino).

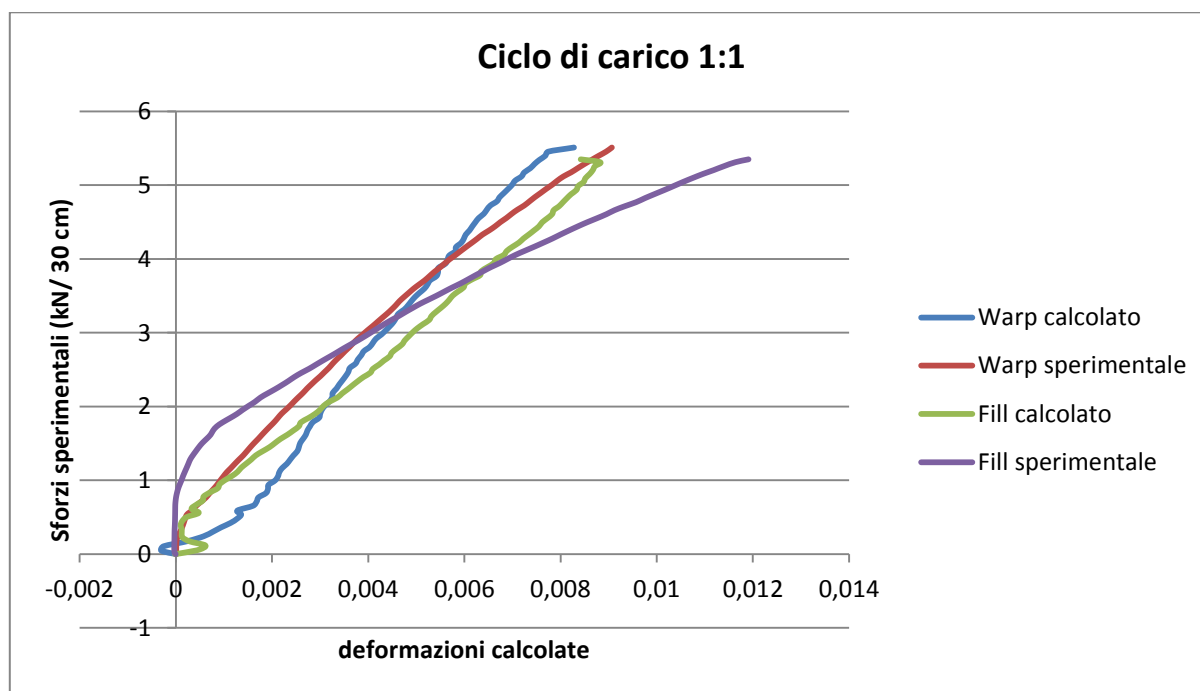
Di seguito vengono presentati i risultati ottenuti, dapprima dalle analisi svolte al fine di determinate le deformazioni, in seguito da quelle eseguite per ottenere i valori di sforzo.

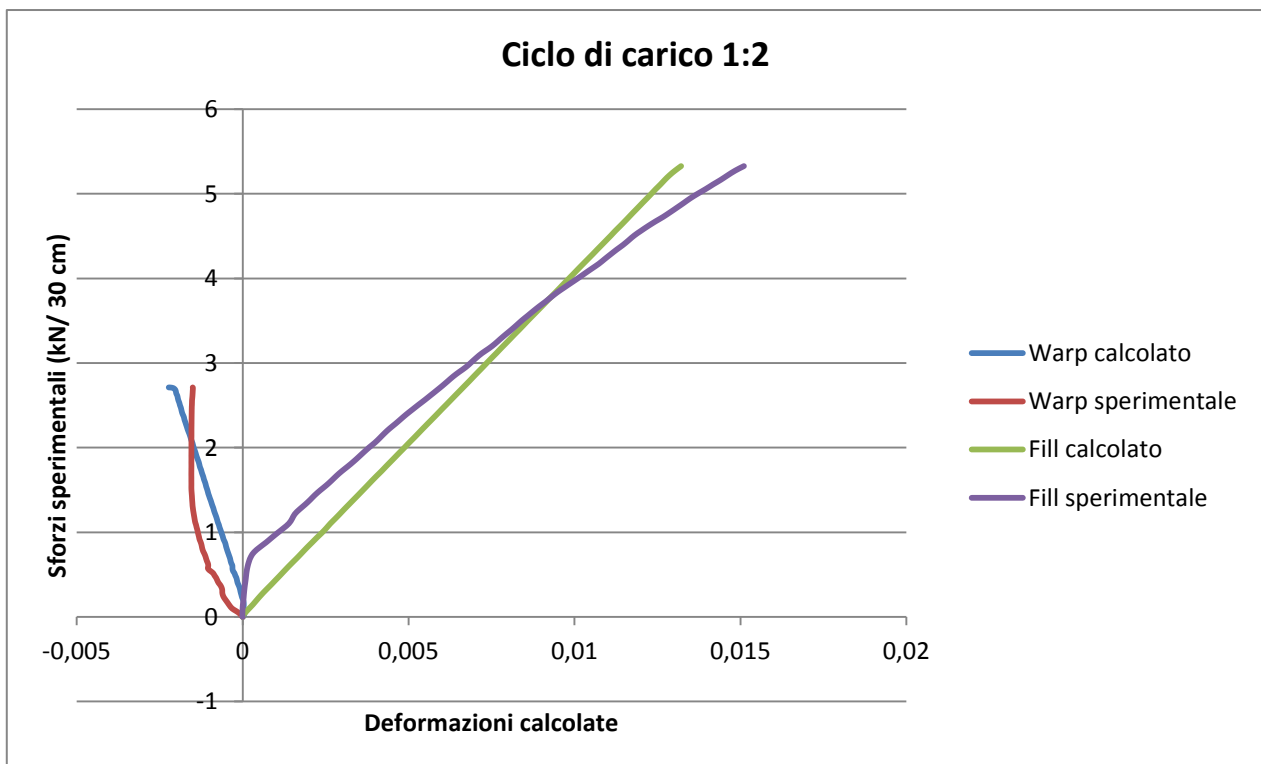
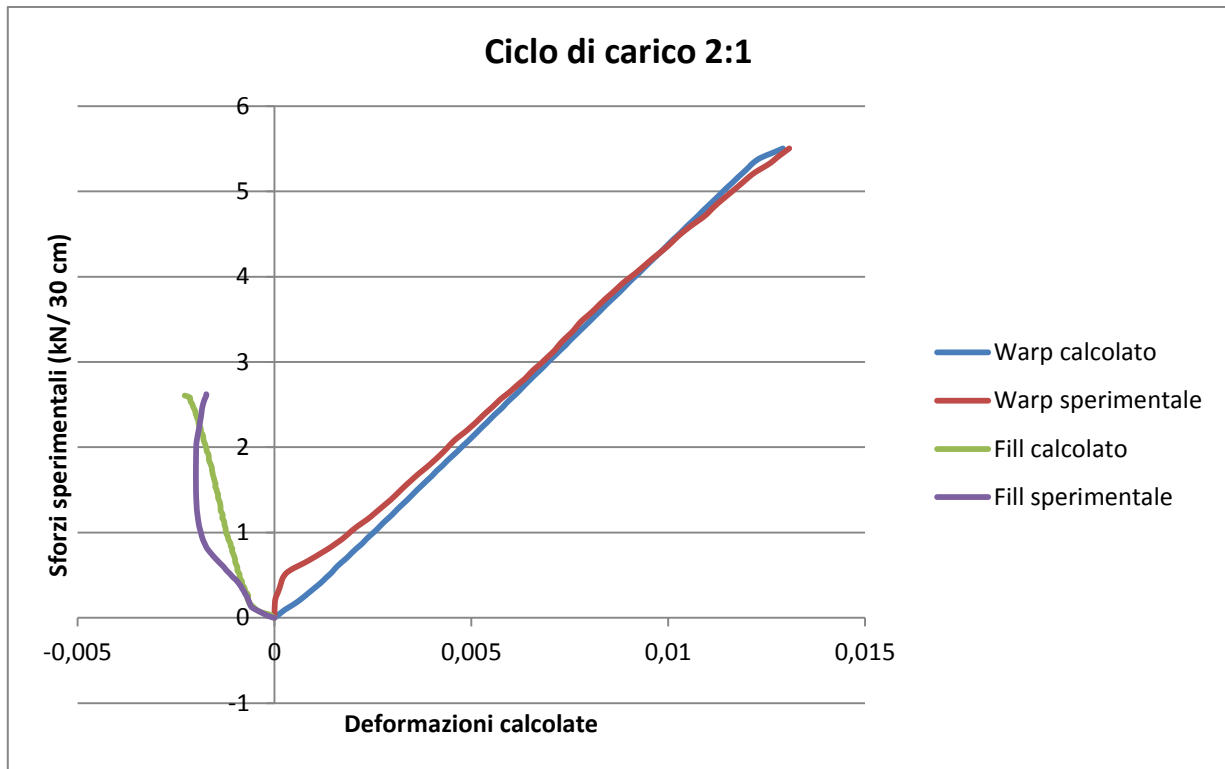
Parametri per la determinazione delle deformazioni

Parametri connessi ad un singolo profilo di carico							
Profilo di carico	Ewe (kN/m)	Efe (kN/m)	nuwfe	nufwe	C12	C11	C22
1 1	353.45	332.99	0.918	0.9745	-0.0276	0.0283	0.03
1 2	289.3	274.66	0.6066	0.6389	-0.0022	0.0035	0.0036
1 0	306.80	9.7	0.0285	0.09009	-0.0029	0.0033	0.103
0 1	16.976	285.38	0.9422	0.0557	-0.0033	0.0593	0.0035
2 1	158.63	61.36	0.5121	1.34	-0.0083	0.0063	0.0163

Risulta possibile constatare come, avendo il materiale un comportamento ortotropo, esso non rispetta la legge dei materiali isotropi per cui il modulo di Poisson ha un valore compreso tra 0 e 0,5.

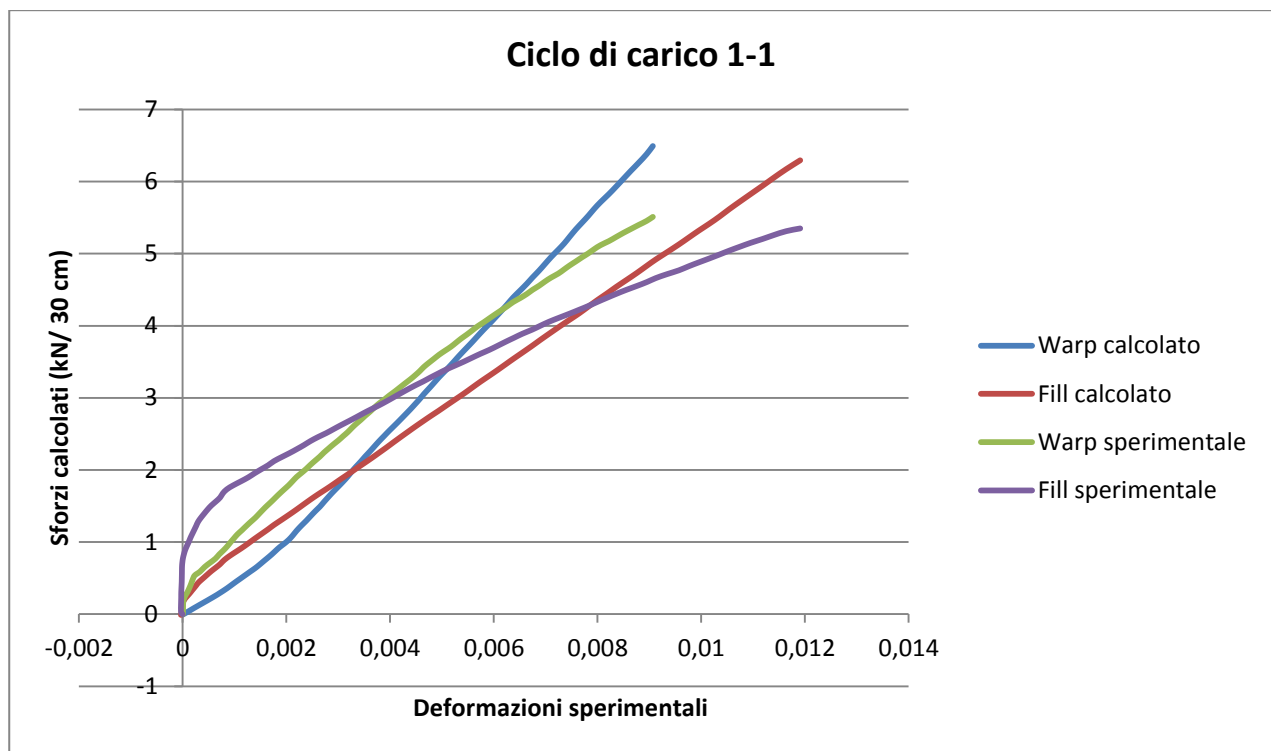
Alla luce di tali risultati, è possibile elaborare i grafici di confronto tra curve ottenute sperimentalmente e quelle ottenute tramite calibrazione dei parametri.

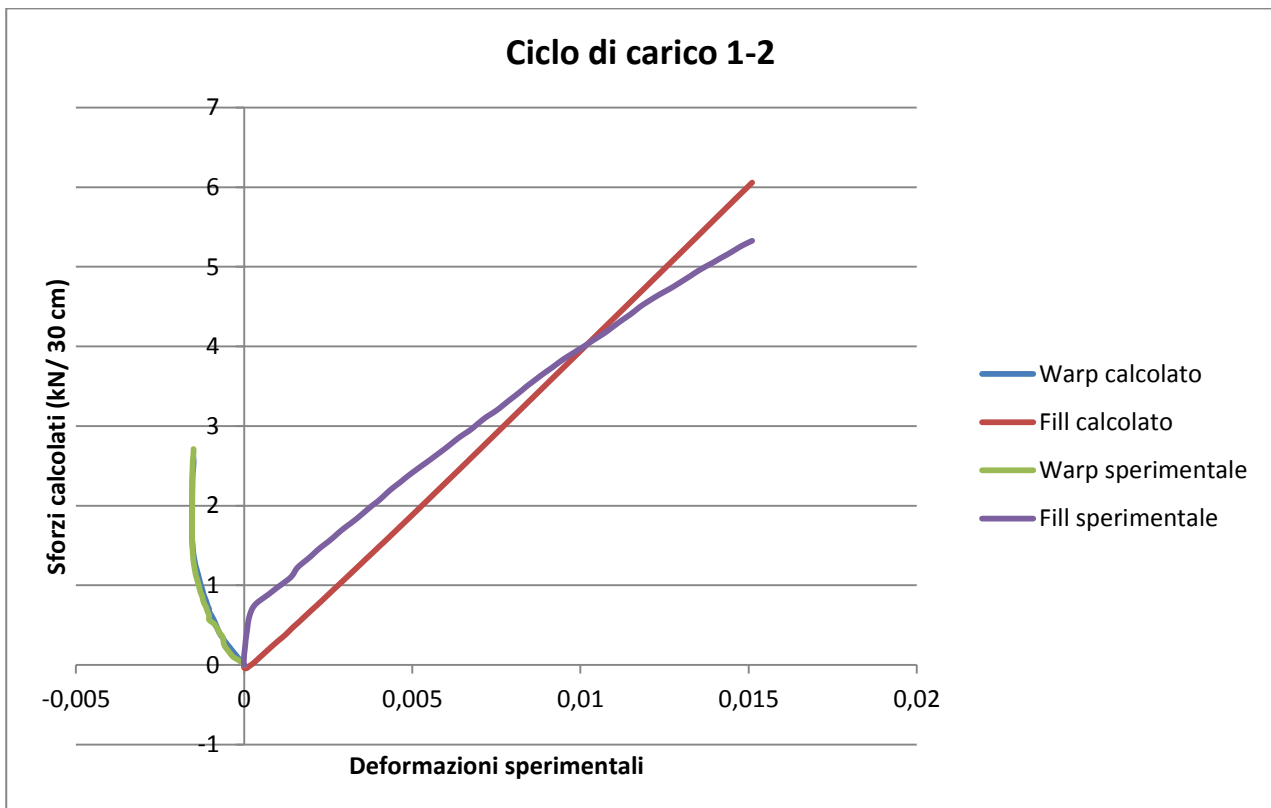
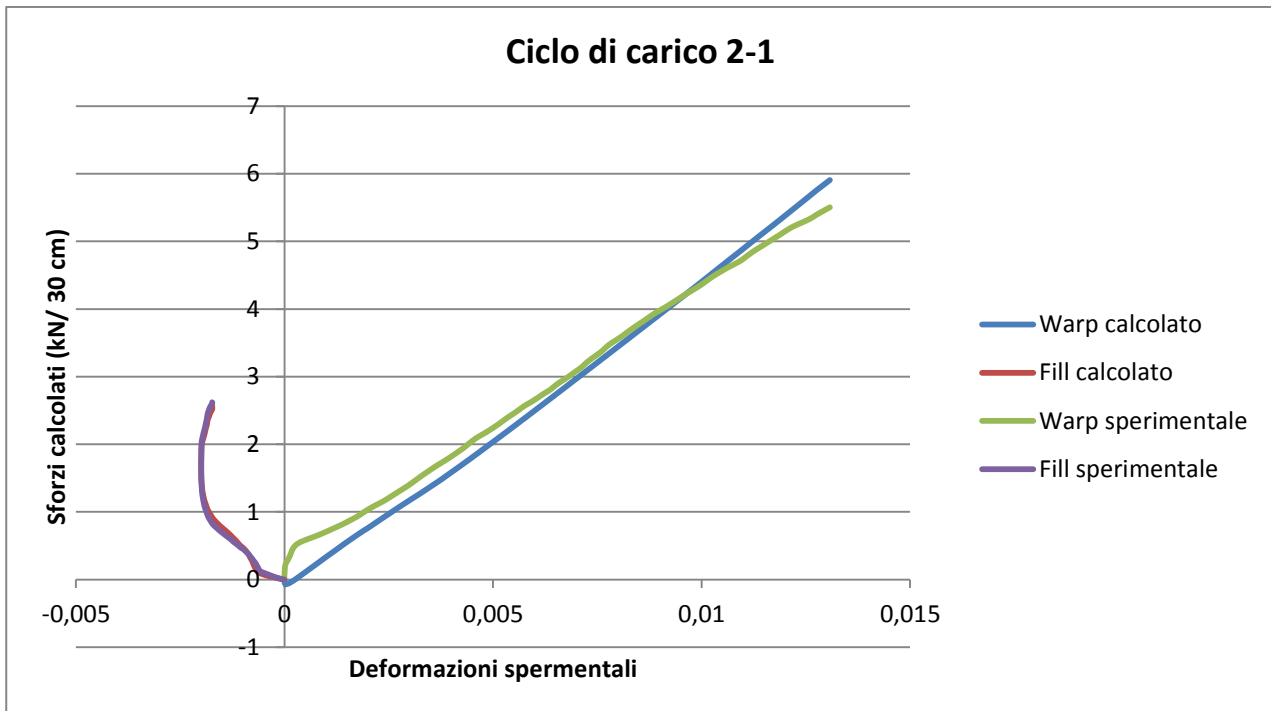




Parametri per la determinazione degli sforzi

Parametri connessi ad un singolo profilo di carico							
Profilo di carico	Ews (kN/m)	Efs (kN/m)	nuwfs	nufws	D12	D11	D22
1 1	247	212.18	0.58	0.67	235.83	406.34	349.05
1 2	-541.29	442.57	-0.2411	0.295	121.83	-505.37	413.2
1 0	306.32	16.91	0.055	0.99	17.73	323.91	17.88
0 1	-136.88	284.81	1	-0.48	-92.51	-92.32	192.12
2 1	723.49	-198.36	0.378	-1.37	179.8	475.56	-130.39



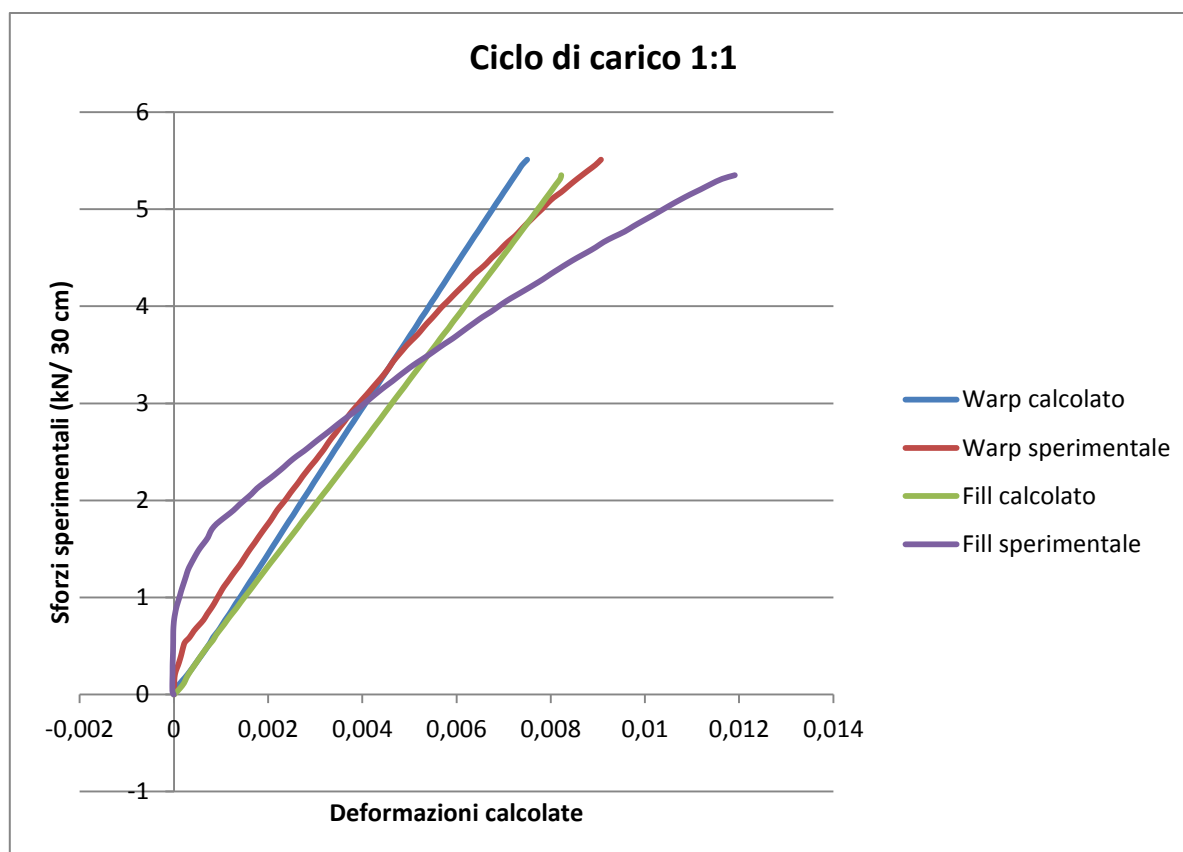


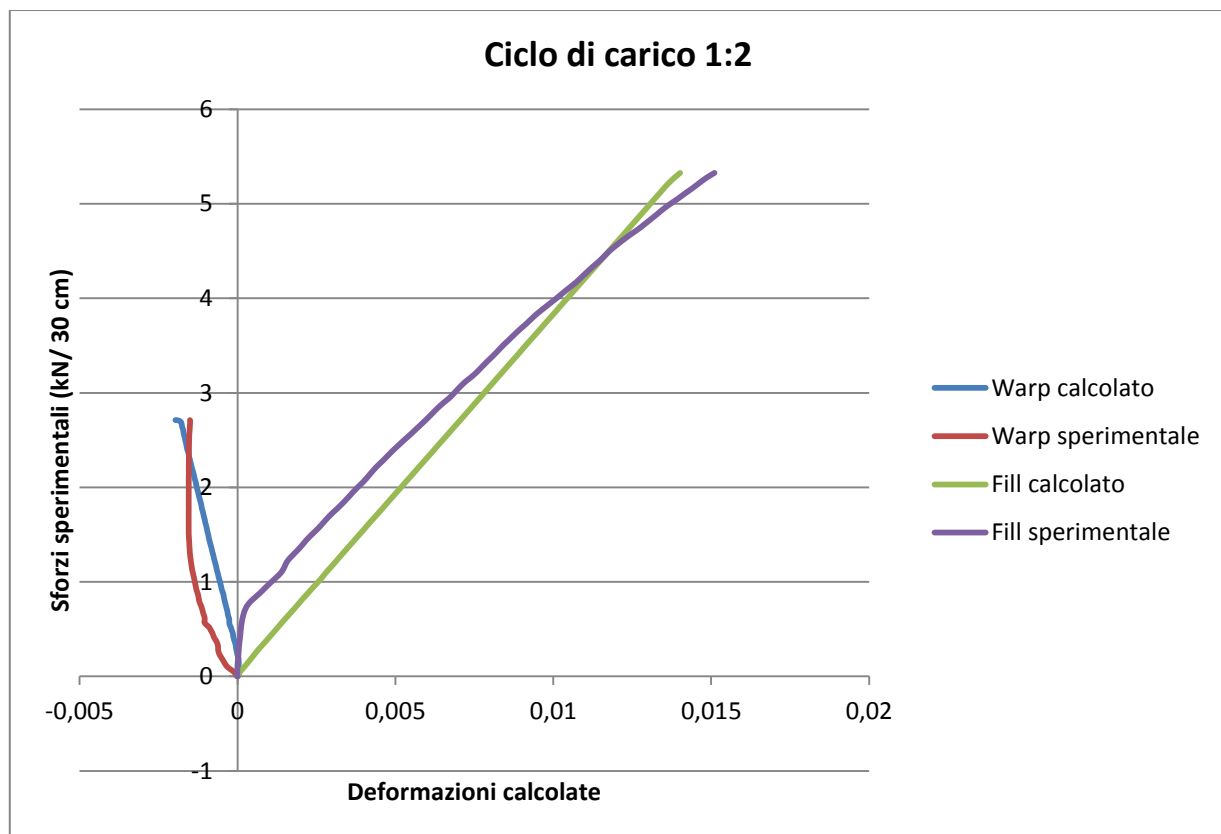
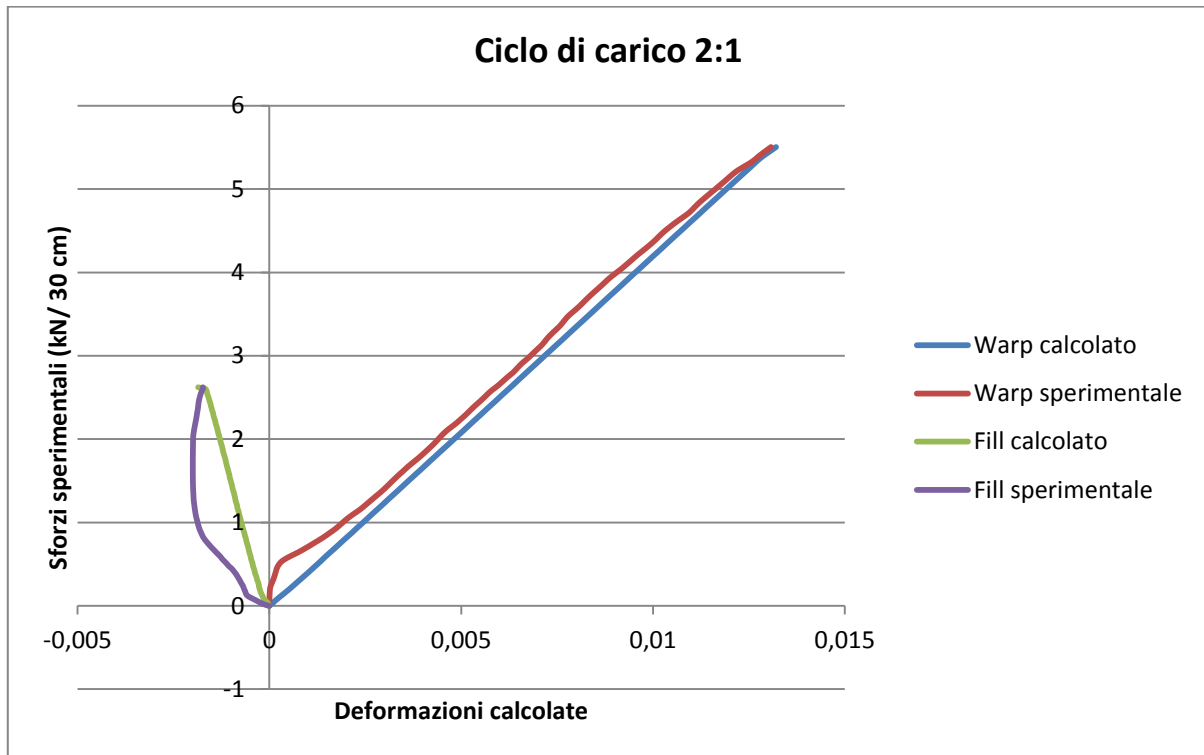
Dall'osservazione dei grafici elaborati finora risulta visibile come i diagrammi elaborati secondo il modello elastico ortotropo non siano in realtà perfettamente lineari; tale fenomeno deriva dal fatto che per la costruzione di tali grafici si è fatto ovviamente riferimento ai risultati ottenuti sperimentalmente, i quali, chiaramente, non hanno andamento lineare.

Dopo aver ottenuto i grafici relativi al materiale quando sottoposto a cicli di carico a rapporto costante, ci si propone di elaborare i risultati che derivano da un processo di carico caratterizzato da rapporti di carico variabili; ovviamente, la discrepanza derivante dal confronto tra questi risultati e quelli sperimentali, sarà maggiore rispetto a quella ottenuta precedentemente, considerando rapporti di carico costanti tra le due direzioni

Parametri per la determinazione delle deformazioni

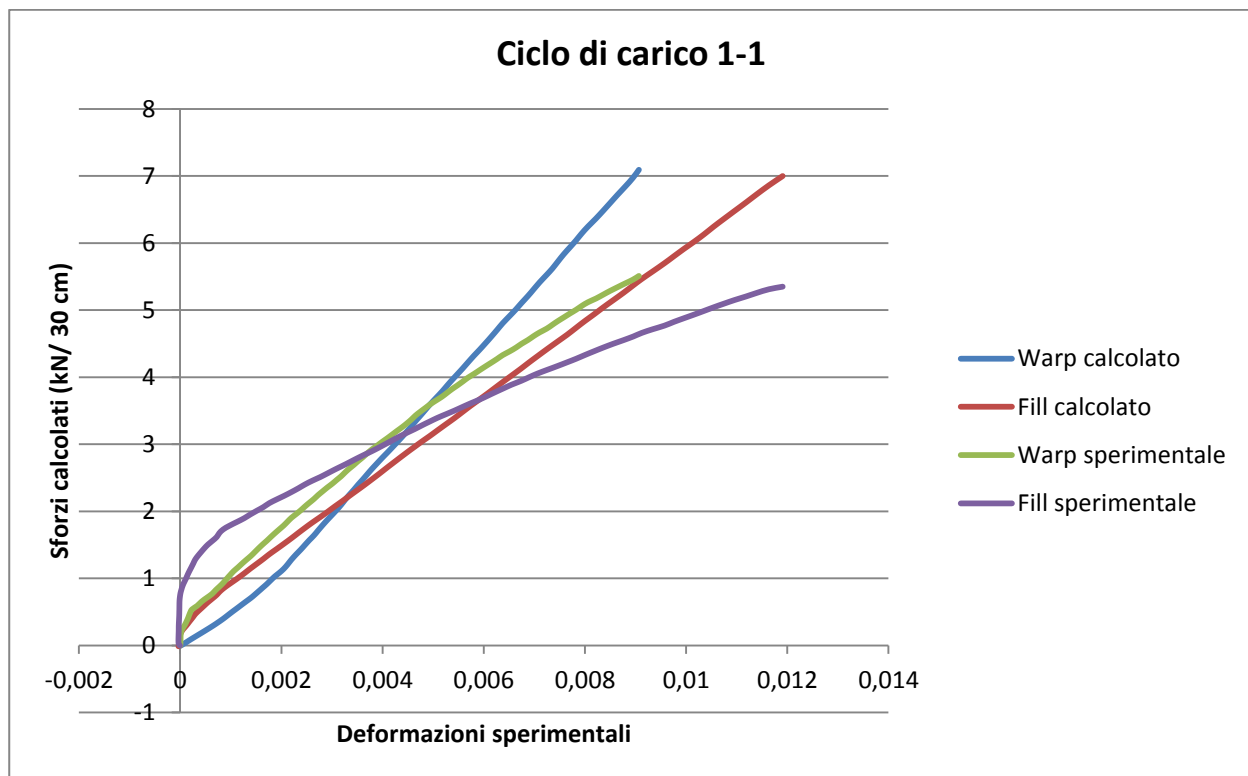
Parametri connessi a 3 profili di carico (1:1. 2:1. 1:2)						
Ewe (kN/m)	Efe (kN/m)	nufwe	nufwe	C12	C11	C22
290.808	272.1694	0.5818	0.6216	-0.0021	0.0034	0.0037

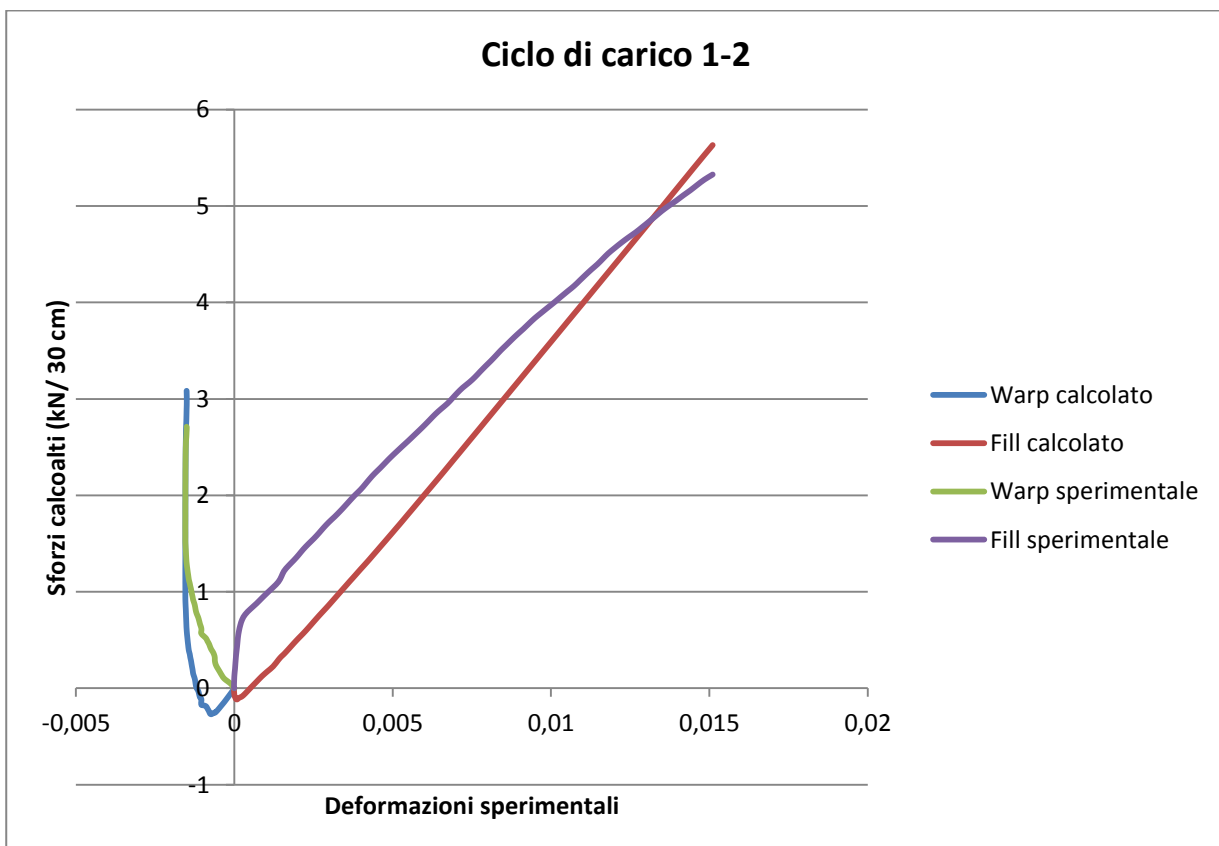
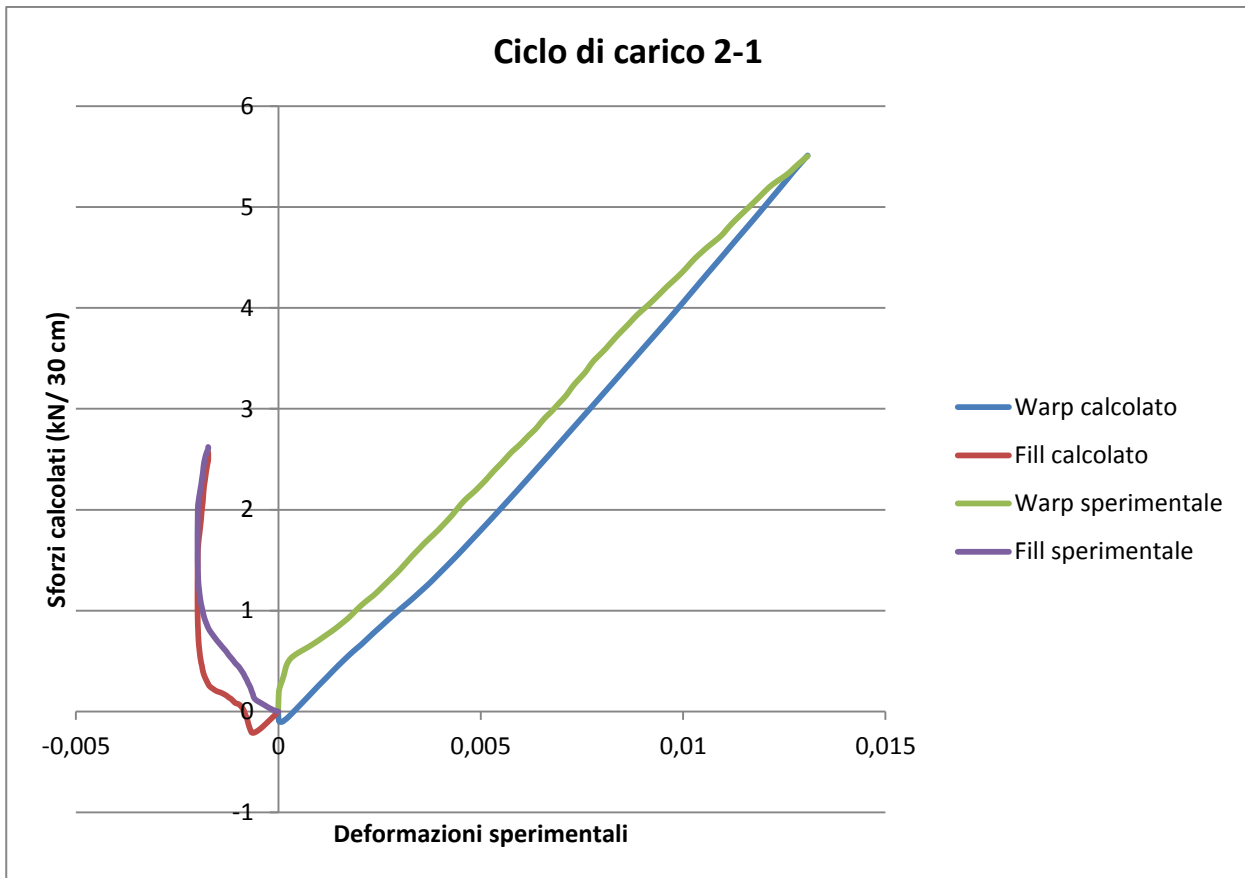




Parametri per la determinazione degli sforzi

Parametri connessi a 3 profili di carico (1:1. 2:1. 1:2)						
Ews (kN/m)	Efs (kN/m)	nuwfs	nufws	D12	D11	D22
298	260.79	0.55	0.63	249.55	454.55	397.8





5.5 Analisi agli elementi finiti di un provino cruciforme

5.5.1 Introduzione al problema

Come già precedentemente illustrato, tutti i test biassiali sui tessuti tecnici oggetto della trattazione, vengono solitamente eseguiti su provini cruciformi, seguendo opportunamente le linee guida americane e giapponesi. Tali test, i quali vengono utilizzati anche per testare materiali diversi da quelli precedentemente specificati, hanno lo scopo primario di determinare il comportamento costitutivo dei materiali stessi in situazione di stato piano di sforzo. Queste prove vengono eseguite su materiali dotati di comportamento sia isotropo che ortotropo, e portano alla determinazione dei legami costitutivi σ - ϵ piuttosto che ai criteri di rottura del materiale stesso. In un test biassiale, quindi, l'obiettivo è quello di generare un campo di sforzi e di deformazioni che sia il più uniforme possibile nella zona centrale del campione.

Al fine di rilevare i valori di deformazione subita dal campione nella zona centrale di interesse, è possibile utilizzare diverse tecniche, sia tradizionali (a contatto) che di recente introduzione (non a contatto), le cui più rilevanti sono descritte nel seguito:

- **Estensimetri a contatto:** vengono posti a contatto con la zona centrale del provino e rilevano gli spostamenti che il provino subisce durante l'esecuzione della prova, inviandoli al software. Il software provvederà poi all'elaborazione dei dati, i quali verranno in seguito utilizzati per calcolare le deformazioni e conseguentemente, previa acquisizione dei parametri del modello (vedi paragrafo 6.4), gli sforzi agenti nella zona del provino oggetto di analisi.
- **Correlazione digitale di immagini (Digital Image Correlation=DIC):** è un metodo ottico senza contatto per misurare lo spostamento, le deformazioni e le vibrazioni in oggetti o materiali soggetti a forze applicate. Il metodo confronta due immagini, prima e dopo che il campione subisca la deformazione (o lo spostamento), acquisite in luce bianca con 1 telecamera digitale (VIC-2D) posta sopra al campione. Il software, grazie a potenti ed efficienti algoritmi di calcolo, correla le due immagini e determina gli spostamenti e quindi le deformazioni nel campo bidimensionale.



Per quanto concerne gli sforzi, essi non sono misurabili sperimentalmente, e risulta quindi necessario ricorrere a metodi di analisi che li rendano stimabili in funzione delle forze applicate agli estremi dei bracci del campione. Un metodo efficace che permette di studiare le peculiarità del provino cruciforme è senza dubbio l'analisi agli elementi finiti (FEM). Infatti, con l'ausilio di un programma che permetta un'analisi agli elementi finiti, è possibile analizzare lo stato tensionale del provino in ogni suo punto; ovviamente, maggiore sarà il dettaglio e la precisione con cui vengono realizzate le meshes del modello, più corretto e preciso sarà il risultato ottenuto.

Nel seguito viene proposto un esempio di analisi FEM su un provino cruciforme; l'obiettivo principale dell'analisi consiste nel dimostrare l'utilità dei tagli eseguiti lungo i bracci del provino al fine di rendere uniforme la distribuzione degli sforzi a cui lo stesso provino è sottoposto. Risulta importante sottolineare come, in un primo tempo, si sia scelto di adottare come materiale costituente il provino oggetto di analisi, un materiale con comportamento isotropo.

5.5.2 Analisi FEM del provino cruciforme

Per eseguire l'analisi si è fatto uso del software di calcolo SAP 2000. In prima istanza si è provveduto a creare il modello in modo che questo fosse il più fedele possibile al modello realmente testato in laboratorio. Poiché il provino cruciforme è perfettamente simmetrico rispetto ad entrambe le direzioni di orditura, risulta sufficiente rappresentare in SAP solo un quarto del provino testato (come indicato in figura)

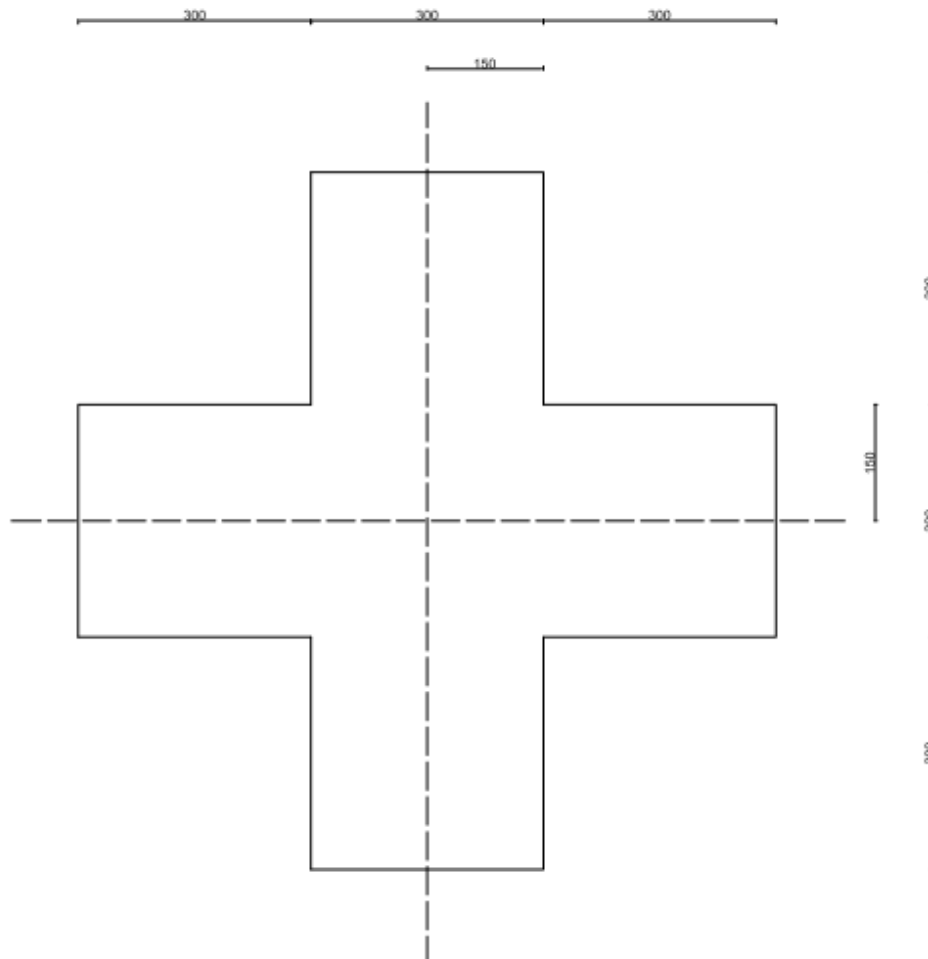


Figura 144 – Schema del provino cruciforme testato: dall'immagine risulta evidente la simmetria lungo le due direzioni principali del campione

Una volta disegnato il campione con le relative dimensioni in SAP, si studia il comportamento del provino utilizzando elementi finiti a comportamento membranale, aventi come gradi di libertà nodali gli spostamenti nel piano e la rotazione attorno all'asse perpendicolare al piano (3 gradi di libertà per nodo); tali elementi finiti (denominati anche elementi shell) sono gli elementi di cui il software andrà ad eseguire l'analisi. Ad ogni elemento shell vengono in seguito assegnate le proprietà intrinseche del materiale, come il modulo elastico E, il modulo di Poisson ν e il modulo di taglio G, quest'ultimo calcolato in automatico dal programma di calcolo mediante la nota formula:

$$G = \frac{2E}{1 + \nu}$$

A titolo esemplificativo, si è scelto di assegnare al modulo E il valore di 600 kN/m, mentre per il modulo di Poisson si è scelto un valore pari a 0,4; entrambi i valori sono riferibili ad un materiale come il poliestrere/PVC.

Poiché il campione analizzato è una porzione dell'intero provino, risulta necessario imporre, lungo i lati coincidenti con gli assi di simmetria, dei vincoli che non permettano al provino di muoversi lungo la direzione ortogonale al lato, ma solo lungo quella parallela; questo tipo di vincolo può essere tradotto in un carrello.

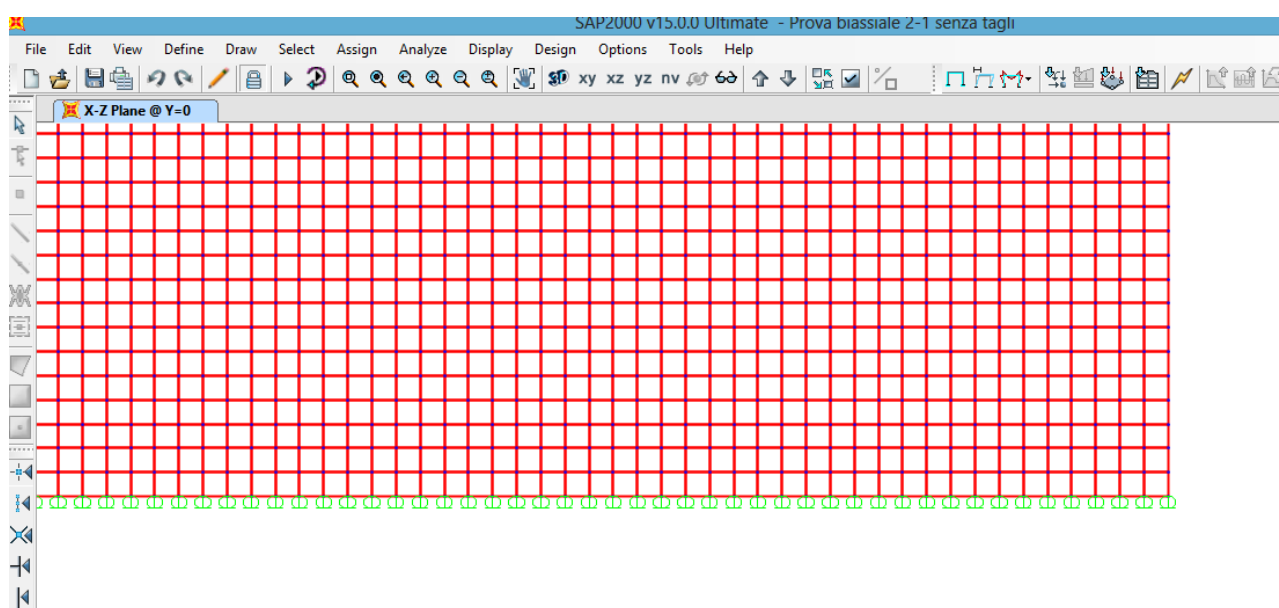


Figura 145 – Schema dei vincoli a carrello posti sui lati del provino coincidenti con gli assi di simmetria; tali vincoli permettono lo spostamento solo lungo la direzione parallela al lato del campione.



In ultima istanza, è necessario imporre le forze di trazione che gli attuatori del macchinario imporranno al campione in analisi; esse andranno attribuite con un determinato rapporto di carico e distribuite su tutta la superficie delle mesh poste agli estremi del provino (proprio su tali estremi le ganasce andranno ad esercitare la forza di trazione assegnata); si sceglie di ottenere, al centro del campione, un valore obiettivo dello sforzo pari a $\sigma_{wob} = 1 \text{ kN/cm}$ (100 N/mm) in direzione ordito, valore che ben si addice ad un materiale come quello del tipo in analisi. E' importante osservare come tutte le grandezze adoperate in questa fase della descrizione abbiano come unità di misura delle forze per unità di lunghezza; tali unità di misura sono giustificate dal fatto che tutti i materiali fin qui trattati hanno uno spessore pressochè trascurabile (nel modello è stato imposto l'esiguo valore di 1 mm), il che porta a rappresentare in questo modo sia gli sforzi di trazione che le forze vere e proprie applicate dal macchinario agli estremi del provino; vi è quindi una doppia accezione dell'unità di misura N/mm. Inoltre, è necessario osservare come, mentre nella parte centrale del provino questo sia costituito da materiale privo di discontinuità, agli estremi di quest'ultimo siano presenti 2 tagli di larghezza 1 mm e un taglio, quello posto sull'asse di simmetria, di 0,5 mm. Di conseguenza, lo stesso sforzo che nella parte centrale del provino si diffonderà lungo 150 mm di materiale continuo, alle estremità si svilupperà lungo $150 - 2,5 = 147,5 \text{ mm}$ di lunghezza.

Alla luce di questa riflessione, risulterà quindi necessario attribuire alle estremità del provino uno sforzo pari a $100 \text{ N/mm} \times 150 \text{ mm} / 147,5 \text{ mm} = 101,7 \text{ N/mm}$.

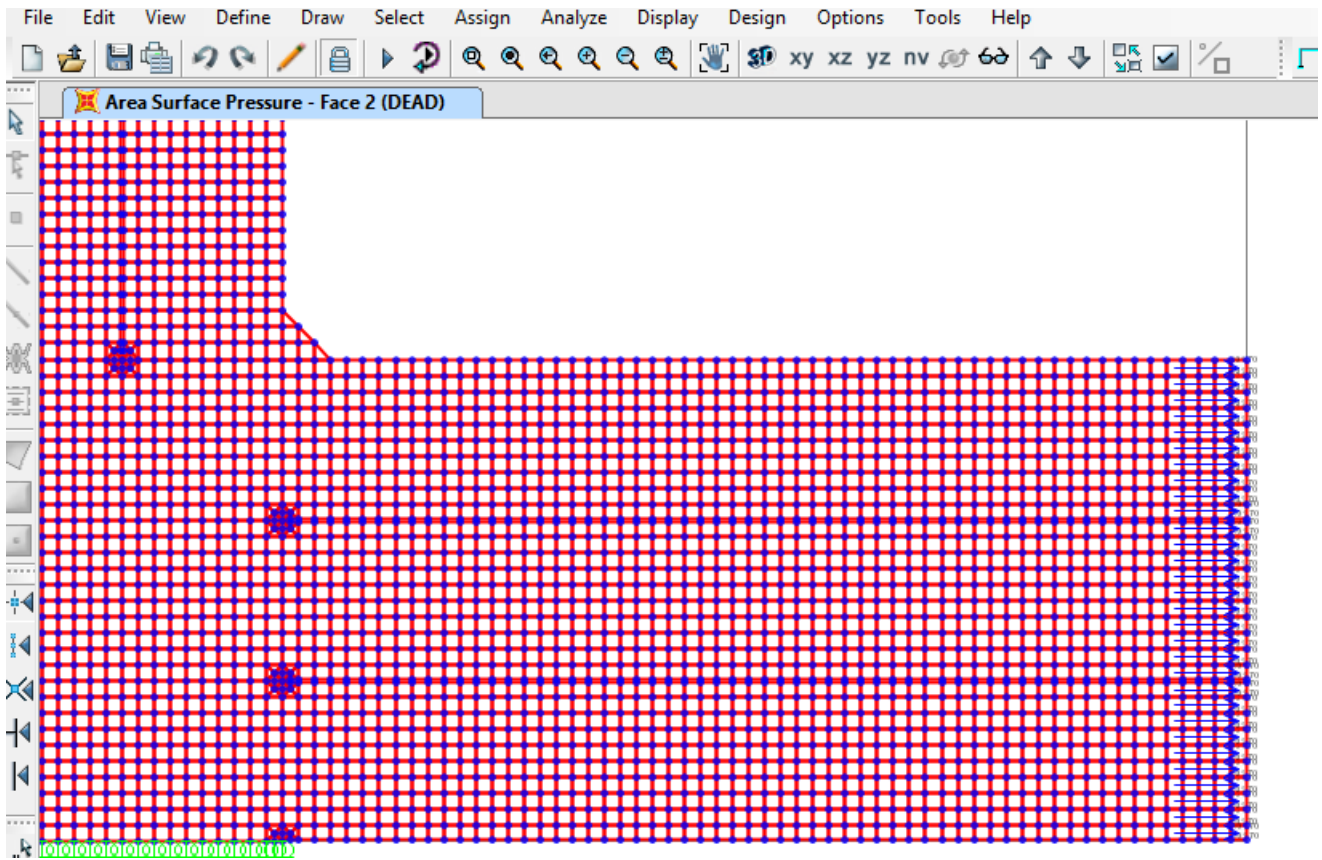


Figura 146 – Estremo del campione a cui è stata applicata la forza di valore 101,7 N.

Un altro aspetto fondamentale riguarda la rappresentazione in SAP dei tagli (slits) posti alle estremità del provino. Nei punti in cui i tali tagli terminano, risulta necessario dividere l'area in elementi di superficie minore ed il più regolare possibile, in modo da evitare bruschi cambiamenti di mesh in punti in cui la tensione registrata può variare anche sensibilmente.

Per l'esecuzione di tali punti di raccordo, è stato scelto quindi di realizzare la mesh rappresentata in nella seguente figura. Tale mesh sfrutta anche elementi triangolari in vicinanza dell'apice del taglio.

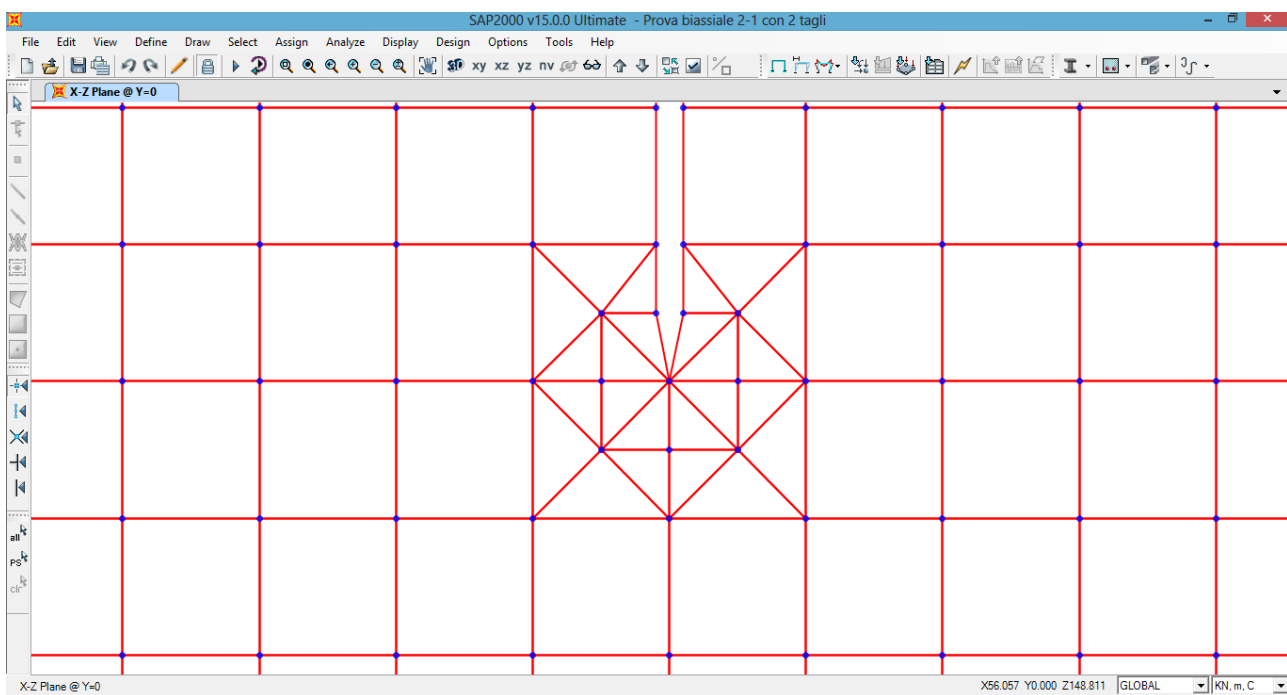


Figura 147 – Dettaglio delle mesh adottate nell'intorno dell'apice dell'intaglio.



Una volta completato il modello in SAP, è possibile avviare l'analisi agli elementi finiti del campione.

Un aspetto fondamentale che emerge da questo tipo di analisi, è l'importanza rivestita dai tagli praticati agli estremi del campione da testare; infatti, una volta eseguita l'analisi, è possibile verificare come un provino, a cui non siano stati praticati tali tagli, non riesce a trasferire totalmente lo sforzo esercitato dagli estremi alla zona centrale del campione, ovvero alla zona di interesse per l'analisi degli sforzi. Al contrario, in un provino ai cui estremi sono stati applicati dei tagli, gli sforzi cui è sottoposto si diffondono per la quasi totalità nella zona di interesse.

Nelle seguenti figure vengono illustrati 3 esempi di analisi FEM di uno stesso provino cruciforme in 3 determinate condizioni di forma:

- a) Il provino è privo dei tagli agli estremi
- b) Il provino presenta 2 tagli per ogni braccio
- c) Il provino presenta 5 tagli per ogni braccio

In tutti e tre i casi presentati il rapporto di carico tra direzione ordito e direzione trama è di 2:1, con una forza di trazione applicata in direzione ordito pari a 101,7 N/mm ed una forza di trazione applicata in direzione trama pari a 50,85 N/mm.

Analisi su provino privo di tagli agli estremi

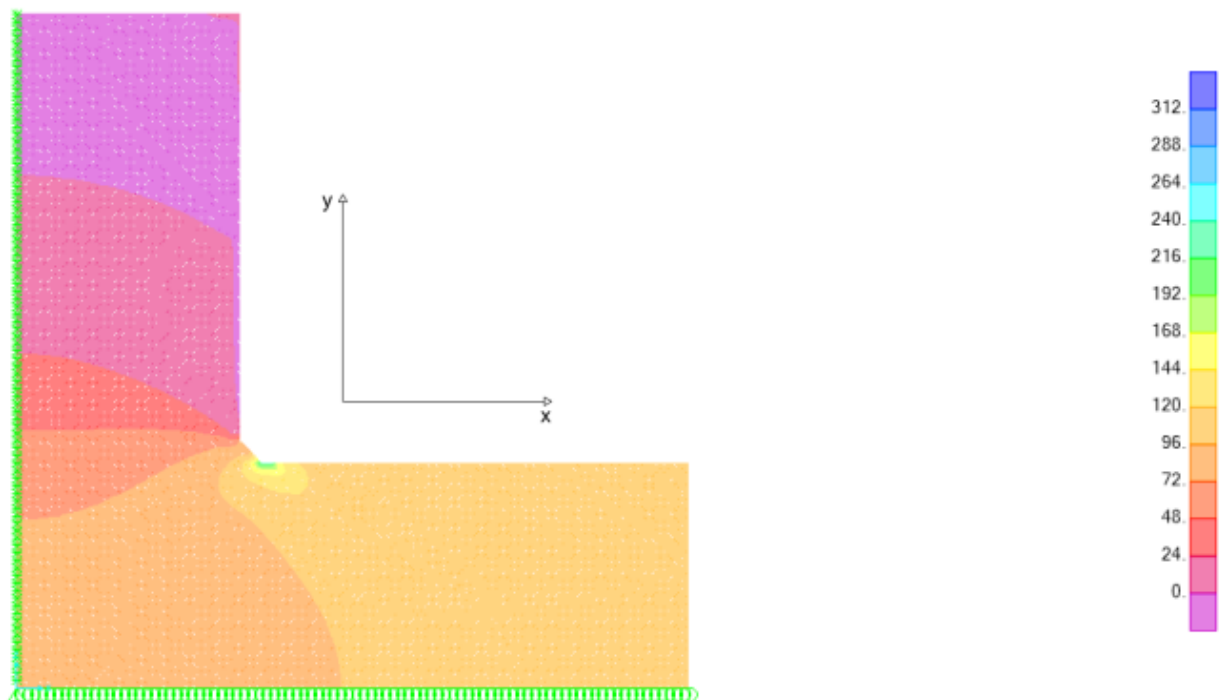


Figura 148 – Provino privo di tagli agli estremi, soggetto a sforzi $\sigma_x/\sigma_y=2$ con $\sigma_{ob}=100$; rappresentazione dello sforzo σ_x su tutto il provino.

L'analisi sopra riportata evidenzia chiaramente come la tensione, che assume il valore massimo assegnato di 107,1 N/ mm in corrispondenza degli estremi del provino, tenda a scendere con l'avvicinarsi alla zona centrale del campione. Questo effetto è giustificato dal fatto che la tensione, non incontrando impedimenti e discontinuità nel materiale, tende a incanalarsi verso l'alto, convergendo in parte verso l'estremo orientato in direzione trama e soggetto anch'esso e trazione. Di seguito vengono riportati i valori registrati della tensione nel provino in seguito alla prima analisi.

Numero di tagli agli estremi: **0**

Valore di $\sigma_{w_{clamp}}$ agli estremi (agli afferraggi): **101,7 N/ mm**

Valore di $\sigma_{w_{ob}}$ atteso al centro del provino (in regime monoassiale): **100 N/ mm**

Valore di $\sigma_{w_{centro}}$ effettivo al centro (in regime biassiale): **83,62 N/ mm**

Rapporto di tensione: **83,62 / 100 = 0,84** ($\sigma_{w_{centro}} = 0,84 * \sigma_{w_{ob}}$)

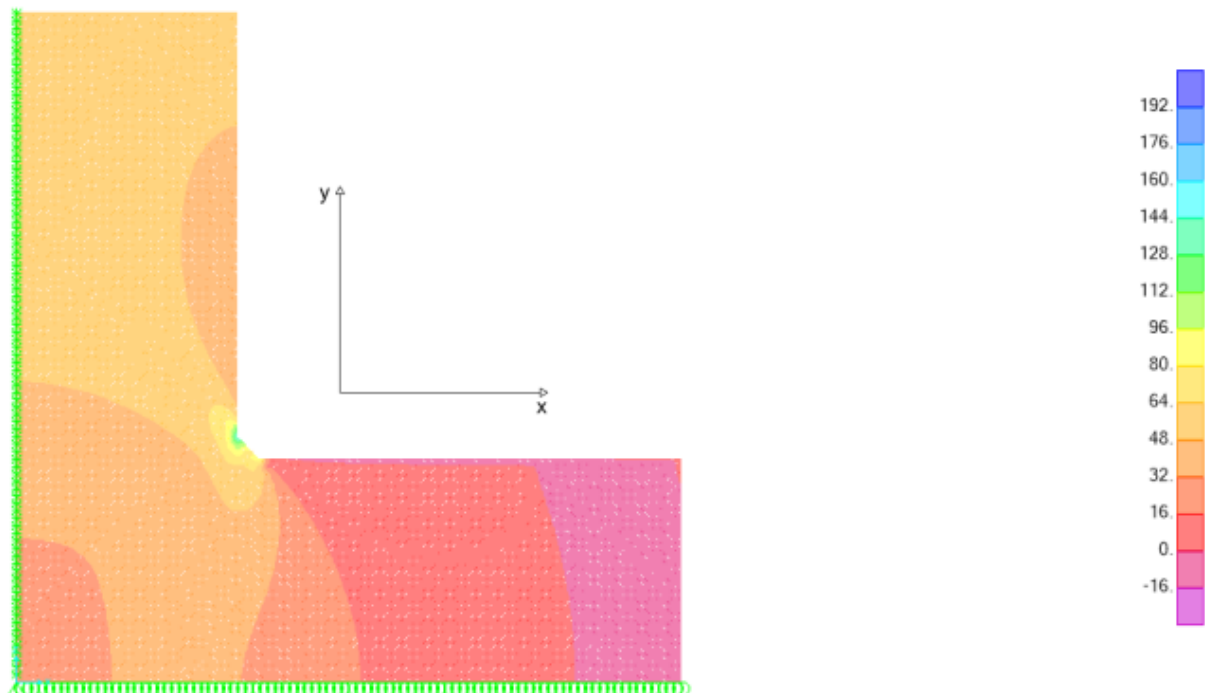


Figura 149 - - Provino privo di tagli agli estremi, soggetto a sforzi $\sigma_x/\sigma_y=2$ con $\sigma_{ob}=50$; rappresentazione dello sforzo σ_y su tutto il provino.

Numero di tagli agli estremi: **0**

Valore di σ_{clamp} agli estremi (agli afferraggi): **50,85 N/ mm**

Valore di σ_{ob} atteso al centro del provino (in regime monoassiale): **50 N/ mm**

Valore di σ_{centro} effettivo al centro (in regime biassiale): **30,5 N/ mm**

Rapporto di tensione: **30,5 / 50 = 0,61** ($\sigma_{centro} = 0,61 * \sigma_{ob}$)

Analisi su provino con 2 tagli agli estremi

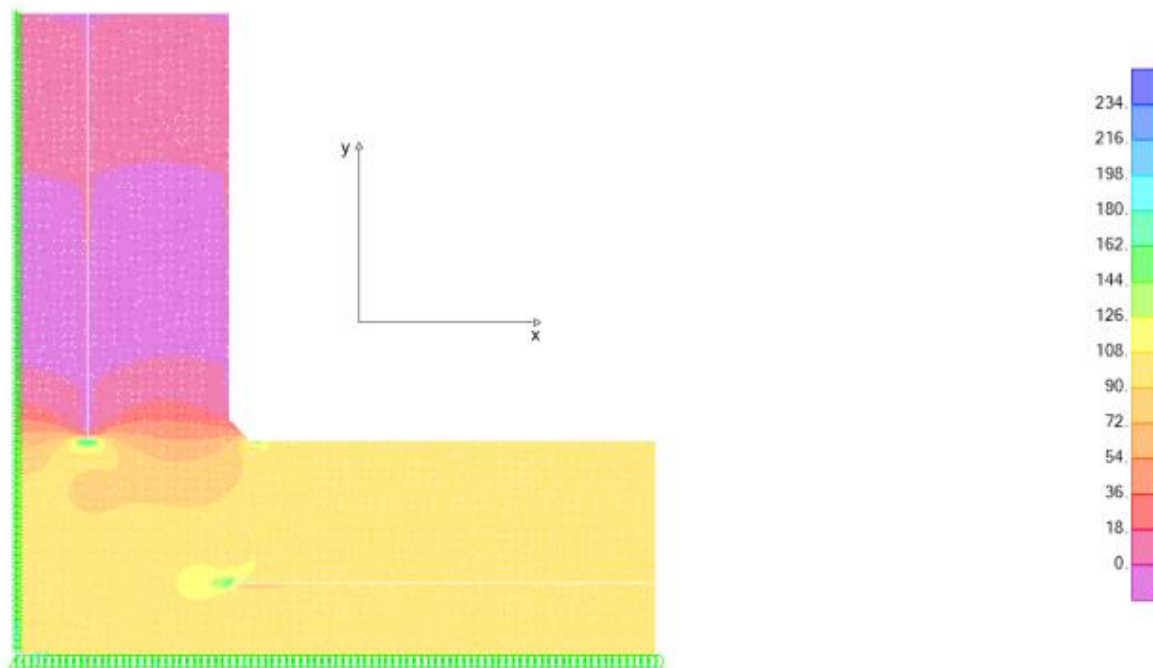


Figura 150 – Provino con 2 tagli per braccio, soggetto a sforzi $\sigma_x/\sigma_y=2$ con $\sigma_{ob}=100$; rappresentazione dello sforzo σ_x su tutto il provino.

In questo caso il provino presenta 2 tagli di larghezza 1 mm posti alle estremità. Questi tagli provocano l'effetto di "impedire" la risalita degli sforzi registrati agli estremi, incanalandoli e facendoli convergere per la maggior parte verso il centro del provino. Come vedremo nel successivo esempio, maggiore è il numero dei tagli praticati, maggiore sarà la quota parte di sforzi che permane anche nella zona centrale del campione.

Numero di tagli agli estremi: **2**

Valore di $\sigma_{w_{clamp}}$ agli estremi (agli afferraggi): **101,7 N/ mm**

Valore di $\sigma_{w_{ob}}$ atteso al centro del provino (in regime monoassiale): **100 N/ mm**

Valore di $\sigma_{w_{centro}}$ effettivo al centro (in regime biassiale): **97,50 N/ mm**

Rapporto di tensione: **97,50 / 100 = 0,97** ($\sigma_{w_{centro}} = 0,97 * \sigma_{w_{ob}}$)

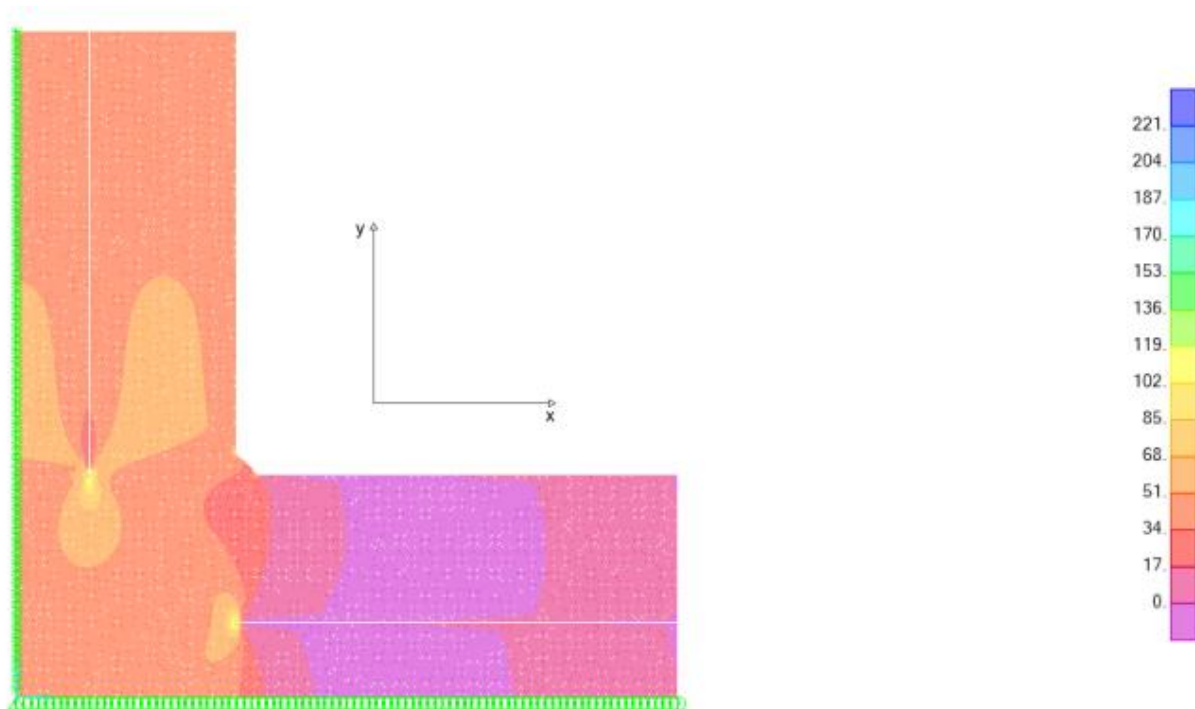


Figura 151 - Provino con 2 tagli per braccio, soggetto a sforzi $\sigma_x/\sigma_y=2$ con $\sigma_{ob}=50$; rappresentazione dello sforzo σ_y su tutto il provino.

Numero di tagli agli estremi: **0**

Valore di σ_{clamp} agli estremi (agli afferraggi): **50,85 N/mm**

Valore di σ_{ob} atteso al centro del provino (in regime monoassiale): **50 N/mm**

Valore di σ_{centro} effettivo al centro (in regime biassiale): **46,3 N/mm**

Rapporto di tensione: **46,3 / 50 = 0,93** ($\sigma_{centro} = 0,93 * \sigma_{ob}$)

Analisi su provino con 5 tagli agli estremi

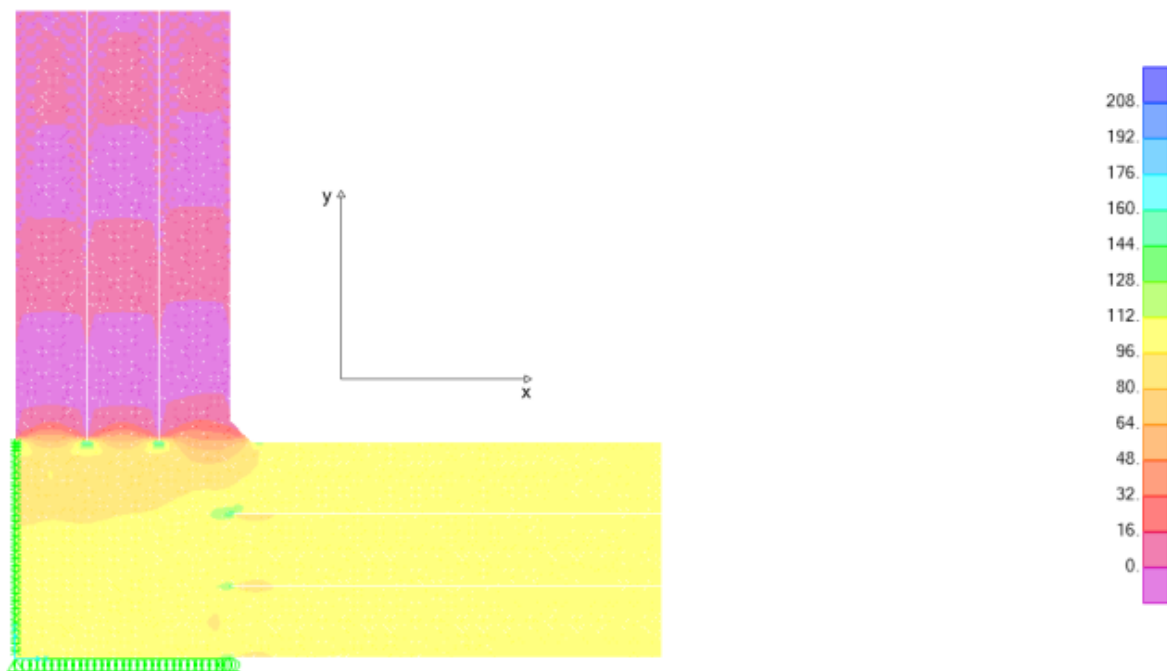


Figura 152 - Provino con 5 tagli per braccio, soggetto a sforzi $\sigma_x/\sigma_y=2$ con $\sigma_{ob}=100$; rappresentazione dello sforzo σ_x su tutto il provino.

Come già precedentemente anticipato, in questo ultimo caso in analisi, il provino presenta 5 tagli per ogni estremo, aumentando quindi la percentuale di sforzo trasferito nella zona centrale; in questo caso, infatti, la quantità di sforzo trasferita nella zona centrale del provino è la quasi totalità di quella attribuita agli estremi (99 %).

Numero di tagli agli estremi: **5**

Valore di σ_{w_clamp} agli estremi (agli afferraggi): **101,7 N/ mm**

Valore di σ_{w_ob} atteso al centro del provino (in regime monoassiale): **100 N/ mm**

Valore di σ_{w_centro} effettivo al centro (in regime biassiale): **98,8 N/ mm**

Rapporto di tensione: **98,8 / 100 = 0,99** ($\sigma_{w_centro} = 0,99 * \sigma_{w_ob}$)

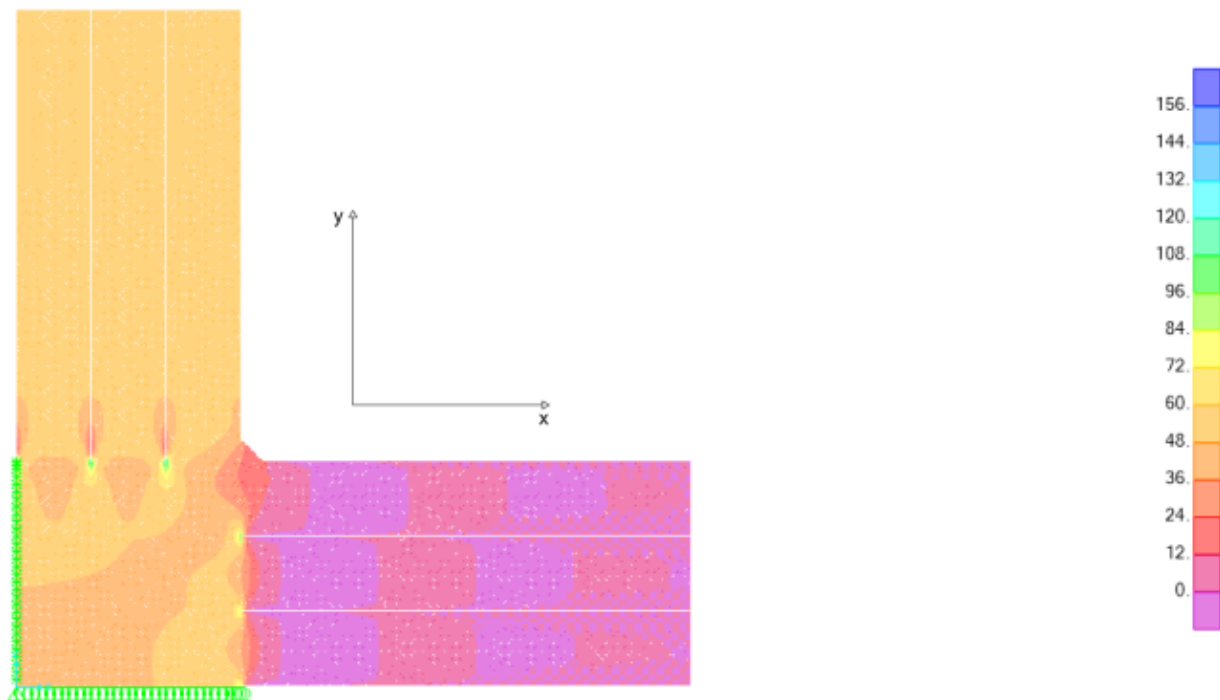


Figura 153 - Provino con 5 tagli per braccio, soggetto a sforzi $\sigma_x/\sigma_y=2$ con $\sigma_{ob}=50$; rappresentazione dello sforzo σ_y su tutto il provino.

Numero di tagli agli estremi: **5**

Valore di σ_{clamp} agli estremi (agli afferraggi): **50,85 N/ mm**

Valore di σ_{ob} atteso al centro del provino (in regime monoassiale): **50 N/ mm**

Valore di σ_{centro} effettivo al centro (in regime biassiale): **47,6 N/ mm**

Rapporto di tensione: **47,6 / 50 = 0,95** ($\sigma_{centro} = 0,95 * \sigma_{ob}$)

6. Conclusioni

Il lavoro di tesi ha messo in luce vari aspetti peculiari relativi all'analisi, alla progettazione e alla realizzazione delle tensostrutture a membrana. Queste strutture risultano molto interessanti anche dal punto di vista architettonico e sono spesso descritte utilizzando espressioni come "architettura sospesa", "architettura leggera". La loro diffusione è notevolmente aumentata negli ultimi anni grazie anche al miglioramento delle caratteristiche meccaniche (inclusa la durabilità) dei tessuti tecnici con cui sono realizzate.

A tutt'oggi risulta difficile predire nel dettaglio e in modo accurato il comportamento reale di queste strutture in quanto vi sono vari fattori di incertezza riguardanti sia il comportamento dei materiali sia i processi montaggio e di primo tensionamento (e eventualmente anche di successivi ritensionamenti nella vita dell'opera). Di conseguenza occorre progettare le tensostrutture facendo uso di fattori di sicurezza decisamente più elevati di quelli adottabili per costruzioni tradizionali. Lo sviluppo di nuovi materiali potrà avere sicuramente notevoli riflessi nella progettazione di queste strutture. Saranno però essenziali anche i progressi nella modellazione costitutiva di tali materiali (in quanto tale modellazione è parte integrante dei codici di calcolo utilizzati da progettisti) e nella simulazione dei processi di montaggio.

Infine osserviamo che anche la realizzazione di una normativa Europea specifica per questa tipologia strutturale (normativa che allo stato attuale non è disponibile) potrà contribuire a rendere meno complessa la progettazione di queste opere.

Bibliografia

Libri

CAMPOLO, A. e ZANELLI, A. (2009), Architettura tessile, Arketipo.

CAPASSO, A. (1993), Le tensostrutture a membrane per l'architettura: introduzione alla progettazione, Maggioli.

HABER, R. B. e ABEL J. F. (1982), Initial equilibrium of cable reinforced membranes – Part II, Ed. North Holland.

HAHN, B. D. e VALENTINE, D. T. (2007), Essential MATLAB, BH.

MAJOWIEKI, M. (1994), Tensostrutture, progetto e verifica, Ed. Crea.

MATILDI, P., FOTI, C. e SOLLAZZO, A. (1972), Tensostrutture e sistemi reticolari spaziali..., Italsider, Gruppo Finsider.

SCHEK, H. (1974), The force density method for form finding and computation of general networks.

TOPPING B. H. V. e IVANYI P. (2007), Computer Aided Design of Cable Membrane Structures, Saxe-Coburg Publications.

ZANELLI, A. (2007), Progettare con le membrane, Maggioli editore.



Articoli e tesi

BRUNETTI A. (2000) A fast and precise genetic algorithm for a non-linear fitting problem.

HERNANDEZ, E., JURADO.PINA, R. e BAYO E. (2006), Topological Mapping for Tension Structures.

KILIAN, A. e OCHSENDORF J. (2005), Particle-spring system for structural form finding.

BARNES M. R. (1988), Form finding and analysis of prestressed nets and membranes.

LEBEDEV A. A. e MUZYKA N. R. (1988), Design and cruciform specimens for fracture toughness tests in biaxial tension.

MACBAIN K. e SPILLERS W. R., A tool for the design of fabric structures.

KLOIBER L. A., ECKMANN E. A. e MEYER T. R. (2004), Design considerations in cable-stayed roof structures.

MYSLECKY K. e SAWINSKY L. P., Initial shape of cable-suspended roofs.

CHI TRAN H. e LEE J. (2010), Initial self-stress design of tensegrity grid structures.

TIBERT T. (1999), Numerical analyses of cable roof structures.

Ringraziamenti

Mi sembra doveroso ringraziare innanzitutto la mia famiglia, mia mamma Lorena e mio papà Girolamo, che hanno sempre creduto in me e in questi anni di carriera universitaria mi sono sempre stati vicini senza mai farmi pesare niente e dandomi sempre la forza ed il sostegno necessari a superare i momenti più difficili. Auguro a tutti di trovare il clima che mi hanno sempre fatto trovare loro a casa la sera, di ritorno dall'università.

Un doveroso ringraziamento va anche a mia nonna Lina, che fin dal primo minuto in cui ho iniziato il mio percorso al Politecnico ed ho iniziato a fare esami, mi ha sempre sostenuto, incoraggiato e difeso a spada tratta. Le partite a carte giocate con lei prima di un esame si sono rivelate indispensabili!!!

Un grazie immenso poi va alla mia ragazza, Francesca, perché solo Dio può sapere cosa significa sopportarmi nei miei momenti peggiori, ma lei lo ha fatto sempre alla grande; anche oggi, nel giorno più importante, lei è accanto a me a sostenermi!

Un grazie cumulativo infine va a tutti i miei parenti e amici che hanno sempre creduto in me e sostenuto tirandomi su nei momenti peggiori e festeggiando con me i traguardi più importanti. Insomma, che dire, se non grazie, grazie e ancora grazie a tutti!

Giuseppe Dagostino

