

POLITECNICO DI MILANO

Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione

Corso di Laurea in Ingegneria dell'Automazione



**MODELLAZIONE ORIENTATA AGLI OGGETTI E STUDIO
DI UN CONTROLLO ANTI-RIBALTAMENTO PER UN
ALL TERRAIN VEHICLE**

Relatore: Prof. Luca BASCETTA

Correlatore: Prof. Paolo ROCCO

Tesi di Laurea Specialistica di:

Davide AROSIO

Matr. 782918

Anno Accademico 2012 / 2013

Ringraziamenti

La realizzazione di questo elaborato non sarebbe stata possibile senza l'aiuto e la piena disponibilità dei professori Luca Bascetta e Paolo Rocco, che voglio ringraziare.

Sentimenti di gratitudine sono rivolti alla mia famiglia. Mio padre Luigi, mia madre Nadia, mia sorella Barbara mi hanno supportato in questi anni di studi e in particolar modo in questo ultimo periodo di lavoro.

Ringrazio Cristina, che nel periodo di tesi mi ha confortato e molto spesso sopportato.

Rivolgo un pensiero speciale a Marta, che mi è sempre stata vicino e mi ha trasmesso la determinazione e la forza necessaria per completare con successo gli studi.

Indice

Ringraziamenti	I
Indice delle figure	V
Indice delle tabelle	IX
Sommario	1
Abstract	1
Introduzione	3
1 Il fenomeno e la rilevazione del ribaltamento	7
1.1 Gli indici di ribaltamento	8
1.1.1 L'indice <i>force-angle</i>	8
1.1.2 L'indice Zero Moment Point	13
1.1.3 Il Lateral Load Transfer	17
1.1.4 La fusione degli ultimi due metodi di calcolo dell'LLT con la teoria del filtraggio alla Kalman	23
2 Il quad Yamaha Grizzly YMT 700	25
2.1 Il veicolo reale	25
2.2 Le modifiche apportate al quad e l'architettura di controllo	26
2.3 Il servomeccanismo dello sterzo	29
2.4 Il servomeccanismo dell'acceleratore	29
2.5 I sensori necessari per impostare una logica di controllo anti-ribaltamento	30
2.5.1 La ruota fonica per la misura della velocità longitudinale del veicolo	30
2.5.2 L'encoder rotativo per la misura della posizione angolare dello sterzo	31
2.5.3 L'accelerometro per la misura delle accelerazioni, delle velocità angolari e dell'orientamento	32
2.5.4 I potenziometri per la misura dello <i>stroke</i> delle sospensioni	33
2.6 La centralina per il controllo di basso livello	34
2.7 Il PC industriale per il controllo di alto livello	35
2.8 Alcune considerazioni	36
3 Il modello completo dell'ATV	39

3.1	Il software Dymola.....	39
3.2	La Vehicle Dynamics Library.....	40
3.3	Il Vehicle.....	40
3.3.1	Lo Chassis.....	41
3.3.2	Il motore	52
3.3.3	La trasmissione	54
3.3.4	Il blocco Driveline	56
3.3.5	I freni	56
3.3.6	Il Dashboard	56
3.4	Costruzione di un esperimento.....	58
3.4.1	Il blocco World.....	58
3.4.2	Il blocco Atmosphere.....	59
3.4.3	Il blocco Ground.....	59
3.4.4	Il blocco Driver.....	59
3.5	Il controllo della velocità	60
3.6	Il comando dello sterzo	63
3.7	L'interazione tra i software Dymola e Matlab/Simulink	66
3.8	Il sistema di riferimento Summary	68
3.9	Calcolo del centro di massa dell'ATV	68
3.9.1	L'ascissa del centro di massa.....	69
3.9.2	La quota del centro di massa	70
3.10	Il centro di massa dell'ATV	70
3.11	Alcune considerazioni	71
4	Il modello equivalente dell'ATV.....	73
4.1	Il modello single-track	73
4.1.1	Gli angoli di deriva degli pneumatici	76
4.1.2	L'esperimento Dymola che restituisce il modello <i>single-track</i> equivalente dell'ATV	78
4.1.3	Osservazioni riguardanti il modello <i>single-track</i> equivalente.....	85
4.1.4	Implementazione del modello <i>single-track</i> tramite una <i>S-function</i>	

4.1.5	Il confronto tra il modello dell'ATV e la sua rappresentazione equivalente <i>single-track</i>	98
4.2	Il modello dell'ATV sul piano di rollio.....	101
4.2.1	La massa sospesa e la carreggiata del veicolo	103
4.2.2	La rigidità e lo smorzamento torsionali e l'altezza del pendolo inverso equivalente.....	103
4.2.3	Validazione del modello	110
4.2.4	I momenti d'inerzia di beccheggio e di rollio	112
4.3	Alcune considerazioni	114
5	Il filtro di Kalman esteso e l'osservatore adattativo <i>Backstepping</i>	115
5.1	Il filtro di Kalman nei sistemi lineari	116
5.2	Estensione del filtro di Kalman ai sistemi non lineari.....	119
5.2.1	Il filtro di Kalman linearizzato	119
5.2.2	Il filtro di Kalman esteso	121
5.2.3	La stima dei parametri incogniti con l'EKF	121
5.3	L'implementazione del filtro di Kalman esteso	122
5.4	Il metodo del <i>Backstepping</i>	130
5.5	L'osservatore adattativo <i>Backstepping</i>	136
5.6	L'implementazione dell'osservatore adattativo <i>Backstepping</i>	141
5.7	Alcune considerazioni	144
6	L'indice <i>Lateral Load Transfer</i> e il controllo anti-ribaltamento PFC	145
6.1	Il calcolo dell'LLT nell'ambiente Matlab/Simulink	145
6.1.1	Analisi del Lateral Load Transfer	148
6.2	Il Predictive Functional Control e la legge di controllo	152
6.2.1	I principi del PFC	152
6.2.2	Applicazione della tecnica PFC all'ATV	157
6.3	Alcune considerazioni	170
	Conclusioni e sviluppi futuri.....	173
	Bibliografia	175

Indice delle figure

Figura 1.1: Ribaltamento provocato da fattori esterni	7
Figura 1.2: Ribaltamento causato da stili di guida poco prudenti.....	7
Figura 1.3: Caso planare della tecnica <i>force-angle</i>	9
Figura 1.4: Dipendenza dell'indice dall'altezza del baricentro.....	10
Figura 1.5: Rappresentazione 3D della misura <i>force-angle</i>	10
Figura 1.6: Coppia equivalente al momento n_i	12
Figura 1.7: Catena cinematica a due <i>link</i>	14
Figura 1.8: Veicolo rigido	15
Figura 1.9: Forze agenti su un veicolo rigido durante la percorrenza di una curva	17
Figura 1.10: Rappresentazione del veicolo sul piano di rollio.....	18
Figura 1.11: Calcolo dell'LLT con l'osservatore adattativo <i>Backstepping</i>	20
Figura 1.12: La sospensione del quad	22
Figura 1.13: Schema complessivo per il calcolo dell'LLT.....	23
Figura 2.1: L'ATV Yamaha Grizzly YMT 700.....	25
Figura 2.2: Il quad modificato.....	27
Figura 2.3: Architettura gerarchica del sistema di controllo.....	28
Figura 2.4: Il controllo dello sterzo	29
Figura 2.5: Il controllo della velocità.....	30
Figura 2.6: La ruota fonica del quad	31
Figura 2.7: Principio di funzionamento dell'encoder	32
Figura 2.8: Encoder rotativo magnetico montato sul quad	32
Figura 2.9: L'unità integrata Xsens MTi	33
Figura 2.10: Potenzziometro lineare MLS130 Penny and Giles (in azzurro).....	34
Figura 2.11: Centralina B&R X20	35
Figura 2.12: PC industriale in dotazione all'ATV	35
Figura 2.13: Architettura software del controllo di alto livello	36
Figura 3.1: <i>Template</i> generale del veicolo	41
Figura 3.2: <i>Template</i> dello chassis	41
Figura 3.3: Body di una <i>compact car</i>	42
Figura 3.4: Sistemi di coordinate	44
Figura 3.5: Parametri relativi alle dimensioni degli pneumatici	45
Figura 3.6: Modello delle sospensioni anteriori con indicazione degli <i>hard-point</i>	47
Figura 3.7: Sospensione anteriore del quad	47
Figura 3.8: Modello delle sospensioni posteriori con indicazione degli <i>hard-point</i>	48
Figura 3.9: Sospensioni posteriori del quad.....	48
Figura 3.10: <i>Hard-point</i> del sistema sterzo	51
Figura 3.11: <i>Stabilizer</i> posteriore con relativi <i>hard-point</i>	51

Figura 3.12: Angolo positivo di <i>camber</i> (a sinistra) e angolo positivo di <i>toe</i> (a destra)	52
Figura 3.13: Risposta della valvola a farfalla a un gradino	54
Figura 3.14: Trasmissione	55
Figura 3.15: Blocco centrale della trasmissione	55
Figura 3.16: Il veicolo completo.....	57
Figura 3.17: Modello dinamico del quad.....	57
Figura 3.18: Il modello completo dell'ATV	58
Figura 3.19: Esperimento complessivo in Dymola con collegamenti a Matlab/Simulink	60
Figura 3.20: Controllo della velocità	60
Figura 3.21: Risposta del sistema reale ad un gradino di velocità e andamento di una interpolante del prim'ordine con costante di tempo pari a 0.7 secondi.....	61
Figura 3.22: Risposta del modello dinamico completo ad un gradino di apertura della valvola a farfalla	61
Figura 3.23: Diagramma di Bode della funzione $L(s)$	62
Figura 3.24: Relazione cinematica	64
Figura 3.25: Andamento del fattore correttivo in funzione dell'angolo di sterzo in ingresso al modello.....	64
Figura 3.26: Quadrilatero dello sterzo	65
Figura 3.27: Angolo di Ackermann.....	65
Figura 3.28: Esempio di <i>DymolaBlock</i>	67
Figura 3.29: Finestra di dialogo in cui inserire i parametri e le condizioni iniziali	67
Figura 3.30: Il sistema discreto quad nel piano xy	69
Figura 3.31: Il sistema discreto quad nel piano xz	70
Figura 4.1: Manovrabilità del veicolo per angoli di deriva crescenti	74
Figura 4.2: Il modello <i>single-track</i>	75
Figura 4.3: Angolo di deriva della ruota anteriore	77
Figura 4.4: Angolo di deriva della ruota posteriore.....	77
Figura 4.5: Esperimento di identificazione del modello <i>single-track</i>	79
Figura 4.6: L'identificatore	80
Figura 4.7: La massa complessiva del modello <i>single-track</i>	81
Figura 4.8: Il semi-passo anteriore (in blu) e il semi-passo posteriore (in rosso)	82
Figura 4.9: Stima del momento di imbardata con i minimi quadrati.....	83
Figura 4.10: Andamento dello sterzo durante la stima del momento d'inerzia ..	83
Figura 4.11: Stima delle rigidità di deriva dei due pneumatici	84
Figura 4.12: Andamento dello sterzo durante la stima delle <i>cornering stiffnesses</i>	85
Figura 4.13: Relazione cinematica	87
Figura 4.14: Relazione dinamica	87
Figura 4.15: Forze trasversali agenti sul biciclo.....	87

Figura 4.16: Il comportamento dinamico del veicolo in funzione della velocità	89
Figura 4.17: Distorsione dell'orma di contatto in presenza della deriva	90
Figura 4.18: Variazione delle zone di aderenza e contatto al variare dell'angolo di deriva	90
Figura 4.19: Curva caratteristica forza trasversale-angolo di deriva	91
Figura 4.20: La rigidezza di deriva normalizzata per diverse tipologie di pneumatici	92
Figura 4.21: La rigidezza di deriva in funzione del carico verticale	92
Figura 4.22: I coefficienti della forza laterale con relativa spiegazione	94
Figura 4.23: Confronto tra la rigidezza di deriva anteriore del biciclo (in rosso) e quella di una ruota dell'ATV (in blu)	95
Figura 4.24: Confronto tra la rigidezza di deriva posteriore del biciclo (in rosso) e quella di una ruota dell'ATV (in blu)	95
Figura 4.25: Esperimento di validazione del modello equivalente <i>single-track</i>	99
Figura 4.26: La velocità di imbardata dei tre modelli	100
Figura 4.27: Angolo di assetto dei tre modelli	100
Figura 4.28: Il modello dell'ATV sul piano di rollio	101
Figura 4.29: Il modello a pendolo inverso della massa sospesa	104
Figura 4.30: Moto libero smorzato dell'ATV	105
Figura 4.31: Il principio del decremento logaritmico	106
Figura 4.32: Moto libero di un sistema smorzato con $H > 1$	107
Figura 4.33: Una prova dello scalino di forza agente sul baricentro	108
Figura 4.34: Grafico coppia-angolo di rollio	109
Figura 4.35: Confronto delle risposte dell'ATV e del pendolo inverso ad uno scalino di forza	110
Figura 4.36: Confronto dei grafici coppia-angolo senza il fattore di scala	111
Figura 4.37: Confronto dei grafici coppia-angolo con il fattore di scala	111
Figura 4.38: Il quad rappresentato come un sistema discreto sul piano xz	113
Figura 4.39: Il quad rappresentato come un sistema discreto sul piano yz	113
Figura 5.1: Schema generale del calcolo dell'indice LLT	116
Figura 5.2: Relazione tra lo <i>stroke</i> delle sospensioni e le variabili di stato	124
Figura 5.3: Il filtro di Kalman esteso	126
Figura 5.4: Confronto tra l'angolo di assetto misurato e stimato	127
Figura 5.5: Confronto tra la velocità di imbardata misurata e stimata	128
Figura 5.6: Confronto tra l'angolo di rollio misurato e stimato	128
Figura 5.7: Confronto tra la velocità di rollio misurata e stimata	129
Figura 5.8: Pendenza laterale del terreno stimata	129
Figura 5.9: Il sistema non lineare	130
Figura 5.10: Il sistema a cui viene aggiunta la legge di controllo	131
Figura 5.11: Il sistema originale soggetto al controllo di tipo <i>Backstepping</i>	132
Figura 5.12: Il principio dell'osservatore <i>Backstepping</i>	137
Figura 5.13: L'osservatore adattativo <i>Backstepping</i>	141
Figura 5.14: Robustezza dell'osservatore adattativo	142

Figura 5.15: Convergenza della velocità di imbardata stimata al suo valore misurato	143
Figura 5.16: Convergenza dello <i>yaw-rate</i> stimato al suo valore misurato in una manovra <i>random</i>	143
Figura 6.1: Il modello <i>single-track</i> dell'ATV	146
Figura 6.2: Il modello dell'ATV sul piano di rollio.....	146
Figura 6.3: Il calcolo del <i>Lateral Load Transfer</i>	147
Figura 6.4: Confronto degli indici LLT calcolati in Dymola con quello calcolato con gli osservatori e gli equilibri dinamici	149
Figura 6.5: Confronto tra LLT anteriore (in blu) e LLT posteriore (in rosso) .	150
Figura 6.6: L'ATV rovesciato in seguito all'esperimento	151
Figura 6.7: Il principio del PFC	152
Figura 6.8: I punti di coincidenza nell'orizzonte di predizione	153
Figura 6.9: Il sistema di controllo complessivo.....	160
Figura 6.10: Lo schema di controllo PFC della velocità v	162
Figura 6.11: Il blocco Min che seleziona la velocità adeguata da dare all'ATV	164
Figura 6.12: Confronto tra la velocità di riferimento (in blu) e quella controllata (in verde).....	164
Figura 6.13: L'angolo di rollio dell'ATV con il controllo della velocità.....	165
Figura 6.14: L'indice LLT con il controllo della velocità.....	166
Figura 6.15: Confronto tra l'angolo di sterzo di riferimento (in blu) e quello controllato (in verde)	168
Figura 6.16: L'angolo di rollio dell'ATV con il controllo dello sterzo	169
Figura 6.17: L'indice LLT con il controllo dello sterzo	170

Indice delle tabelle

Tabella 1.1: Parametri delle equazioni.....	16
Tabella 1.2: Parametri relativi al bilancio dei momenti.....	19
Tabella 2.1: Proprietà del veicolo	26
Tabella 3.1: Coordinate del baricentro della massa sospesa rispetto alla <i>Vehicle frame</i>	43
Tabella 3.2: Caratterizzazione della strumentazione	43
Tabella 3.3: <i>Hard-point</i> sospensione anteriore DX	49
Tabella 3.4: <i>Hard-point</i> sospensione anteriore SX.....	49
Tabella 3.5: <i>Hard-point</i> sospensione posteriore DX.....	50
Tabella 3.6: <i>Hard-point</i> sospensione posteriore SX	50
Tabella 3.7: <i>Hard-point</i> del sistema sterzo	51
Tabella 3.8: <i>Hard-point</i> dello <i>stabilizer</i> posteriore.....	51
Tabella 3.9: Curva caratteristica standard.....	53
Tabella 3.10: Tabella riassuntiva dei guadagni di sterzo ottenuti.....	64
Tabella 3.11: Coordinate del baricentro dell'intero veicolo rispetto alla <i>Vehicle frame</i>	70
Tabella 4.1: Parametri del modello ottenuti nella prima fase	81
Tabella 4.2: Esiti delle prove degli scalini di forza laterale.....	108
Tabella 4.3: Esiti delle prove degli scalini di forza laterale	111

Sommario

L'obiettivo del presente elaborato è quello di realizzare un'architettura di controllo che eviti il verificarsi del fenomeno del ribaltamento in un *All Terrain Vehicle* (ATV). A tal fine si è scelto di sfruttare le potenzialità di una recente strategia predittiva, denominata *Predictive Functional Control*, che permette di agire su diversi ingressi quali il manubrio del quad e l'acceleratore.

Il rovesciamento di un veicolo è un fenomeno fisico molto pericoloso e tale da causare talvolta tragiche conseguenze. L'insorgenza di questo fenomeno può essere identificata attraverso diversi indicatori, utilizzati in base al contesto di applicazione e al numero e tipologia di sensori a disposizione.

In questo lavoro si è scelto di sfruttare un indice (il *Lateral Load Transfer* o LLT) che si basa sulle misure delle forze normali di contatto tra pneumatici e suolo, molto complesse da valutare nella realtà.

La tecnica di controllo è stata applicata a un modello dell'ATV Yamaha Grizzly YMT 700 interamente sviluppato nella *Vehicle Dynamics Library* di Dymola, a cui è stato poi associato un altro modello semplificato che ben lo rappresentasse dal punto di vista dinamico.

In seguito, esperimenti software eseguiti sul quad Dymola, con osservatori dello stato e osservatori adattativi, hanno permesso di identificare i segnali incogniti necessari all'elaborazione dell'indice LLT.

Infine, dopo aver dimostrato la validità del procedimento adottato, si è implementato il controllo PFC al fine di non far incorrere l'ATV sviluppato in Dymola nel fenomeno del ribaltamento.

PAROLE CHIAVE: ribaltamento, ATV, *Predictive Functional Control*, *Lateral Load Transfer*, *Extended Kalman Filter*, *Backstepping*.

Abstract

The aim of this work is to develop a control system that should avoid the possible rollover of an ATV. The control architecture that has been utilized is called *Predictive Functional Control* and it acts on the throttle and on the steering systems to counteract this event.

The rollover is very dangerous and can bring to injuries and also to death of the human driver. It could be predicted by some indicators utilized in different fields of application. In the automotive context the *Lateral Load Transfer* is used for its reliability; it observes the contact forces between the tyres of the vehicle and the ground.

The entire control structure has been applied on an accurate model of the ATV Yamaha Grizzly YMT 700 which has been developed using Dymola, a powerful object-oriented software. Another model has then been added to the previous one in order to develop useful observers that bring to a computation of the

index. The unknown parameters of this representation have been identified through some experiments performed on the complete Dymola model.

The last step consists in the implementation of the PFC controller, in order to successfully avoid the arising of the rollover phenomenon.

KEYWORDS: *rollover, ATV, Predictive Functional Control, Lateral Load Transfer, Extended Kalman Filter, Backstepping.*

Introduzione

Quello del ribaltamento di un veicolo è un fenomeno molto complesso che può essere causato generalmente da stili di guida poco prudenti o da fattori ambientali esterni. In questo lavoro si considera come evitare con controlli adeguati il verificarsi del ribaltamento nel caso specifico di un *All Terrain Vehicle* (ATV), precisamente un quad Yamaha Grizzly.

Un ATV è un veicolo compatto in grado di muoversi agilmente su ogni tipo di terreno. Esso è caratterizzato da una carreggiata ristretta e da una non trascurabile altezza da terra del baricentro, specifiche costruttive che lo rendono particolarmente incline al rovesciamento laterale, denominato *rollover*.

Negli ultimi anni, la grande diffusione che ha interessato questi veicoli è stata accompagnata da frequenti episodi di sinistri, talvolta mortali. Si pensi che nel 2011 la *Consumer Product Safety Commission* (CPSC) ha elaborato una ricerca [1] il cui esito ha illustrato che, in alcune regioni degli Stati Uniti d'America, ci sono state più di 100000 persone che hanno riportato ferite in seguito ad incidenti in cui erano coinvolti gli ATV. La stessa commissione ha inoltre messo in luce che nello stesso anno, tra le persone coinvolte in tali incidenti, all'incirca 500 sono decedute, e tra queste 80 erano ragazzi con meno di 16 anni.

L'utilizzo dei quad si estende però anche ad ambiti che non richiedono necessariamente la presenza di un pilota. Il veicolo, infatti, è a tutti gli effetti un robot mobile che può sostituire l'operato umano in diversi campi di lavoro. Si pensi al settore agricolo: la robustezza del mezzo è tale da consentire la raccolta della frutta o la semina in tempi limitati; in ambito archeologico si può utilizzare per esplorare regioni impervie difficilmente raggiungibili; in ambito militare il veicolo può sostituirsi all'uomo nelle operazioni più rischiose quali lo sminamento o la perlustrazione di aree geografiche contaminate; in ambito aerospaziale, infine, si possono utilizzare *rover* simili, di massa inferiore, per esplorare pianeti del Sistema Solare.

Si deduce quindi come il fenomeno del ribaltamento possa compromettere in maniera irreversibile il raggiungimento dei compiti appena citati e come si riveli necessario e di vitale importanza sviluppare delle tecniche di controllo che evitino il verificarsi del rovesciamento.

Il quad in dotazione al Politecnico di Milano, nell'ambito del progetto Quadrivio, è uno Yamaha Grizzly YMT 700, munito dei servomeccanismi e della strumentazione necessaria per muoversi autonomamente in condizioni di sicurezza e con buona velocità per lunghi intervalli di tempo. La struttura complessa dell'ATV richiama alla modellazione acausale e orientata agli oggetti, che viene efficacemente elaborata dal software Dymola.

L'obiettivo del presente elaborato è di sviluppare una tecnica di controllo anti-ribaltamento, applicabile al modello del quad, che sfrutti un numero limitato di sensori e che sia allo stesso tempo affidabile su ogni tipo di terreno.

Il primo passo è l'allestimento di una rappresentazione il più fedele possibile al veicolo reale, la quale viene poi considerata come riferimento. Al fine di evitarne il rovesciamento, è necessario prevenire situazioni potenzialmente pericolose piuttosto che agire mentre esse stanno realizzandosi, perciò si sfrutterà una logica di tipo predittivo sviluppata nei primi anni settanta: il *Predictive Functional Control*.

In generale, il fenomeno del ribaltamento si può monitorare con l'ausilio di indicatori utilizzabili in base al contesto di applicazione e al numero di trasduttori a disposizione. L'indice *Lateral Load Transfer* è l'indicatore che meglio si adatta alla rilevazione del rovesciamento di un quad. Esso si basa sulle misure delle forze normali di contatto tra gli pneumatici e il suolo. Poiché tali interazioni sono difficilmente misurabili è necessario ricorrere a delle procedure, sviluppate nei lavori [15], [22] e [28] di Nicolas Bouton, Roland Lenain, Benoit Thuilot, Philippe Martinet, Mathieu Richier e Christophe Debain, che consistono nell'implementare modelli semplificati del quad (*single-track* e pendolo inverso), nel valutare la rigidità di deriva degli pneumatici tramite un osservatore adattativo di tipo *Backstepping* e nell'impostare degli equilibri dinamici al fine di ricavare il suddetto indicatore. I sensori utilizzati rilevano la velocità longitudinale del veicolo, l'angolo di sterzo e la velocità di imbardata.

Nei lavori citati si introducono, inoltre, delle tecniche di predizione dell'indice che consentono di prevedere con un discreto margine di tempo i valori futuri da esso assunti, senza fornire però alcuna indicazione su come agire per evitare il verificarsi del rovesciamento.

Obiettivo di questo elaborato è, inoltre, ricavare un indice LLT più accurato rispetto a quelli ottenuti nei precedenti lavori inglobando anche i sensori lineari di spostamento delle sospensioni, presenti sul quad reale.

L'idea è quella di fondere tali segnali con quelli citati in precedenza tramite la teoria del filtraggio alla Kalman. Il filtro di Kalman esteso (EKF), che si è adottato in questo elaborato, è uno strumento molto potente costruito sulle equazioni dinamiche del modello semplificato dell'ATV e che, a fronte dei riferimenti di velocità e di sterzo e di ingressi estrapolati dal modello Dymola, quali lo *stroke* delle sospensioni e la velocità di imbardata, ricava i segnali incogniti. Essi sono rappresentati dall'angolo di rollio, dalla sua variazione temporale, dall'angolo di deriva del veicolo (o di assetto) e dalla pendenza del terreno. Quest'ultimo segnale consente di sfruttare l'intera procedura su qualsiasi tipo di suolo, pianeggiante o sconnesso. Tale estensione era stata trascurata nei documenti [22] e [28] dove si considerava un terreno pianeggiante; si evince quindi che il controllo che veniva successivamente implementato risultava non essere applicabile su un suolo *off-road*, terreno su cui solitamente viaggia un ATV.

L'osservatore dello stato EKF collabora con l'osservatore adattativo *Backstepping* nel fornire i segnali di ingresso per il calcolo dell'indice, che a causa di un numero maggiore di sensori risulta più accurato.

Poi, viene implementato il controllo PFC per regolare la velocità del quad, che in ogni istante di tempo deve essere tale da impedire al veicolo di rovesciarsi. A differenza dei lavori citati, tuttavia, si è scelto di allestire tale tecnica anche per regolare la posizione angolare dello sterzo (o manubrio) dell'ATV al fine di mettere alla prova le potenzialità del suddetto controllo e l'eterogeneità di attuatori su cui esso può agire. Il lavoro sviluppato ha dimostrato che i controlli PFC proposti conducono a una valida realizzazione dell'architettura anti-ribaltamento, pertanto essi si potrebbero integrare in un sistema MIMO (*Multi-Input Multi-Output*) che agisca contemporaneamente sull'acceleratore e sullo sterzo per conseguire un'attuazione più flessibile ed efficace. Gli obiettivi del progetto Quadriovio, che consistono nel far muovere l'ATV in maniera autonoma per lunghi tempi e percorsi arbitrari, possono essere raggiunti integrando il controllo di traiettoria, già implementato e testato sul veicolo, con il controllo anti-ribaltamento presentato in questo lavoro. L'integrazione dovrà tenere conto dell'importanza prevalente che la regolazione della velocità deve avere rispetto all'inseguimento di un percorso al fine di ottenere condizioni di moto sicure.

L'elaborato illustra nel primo capitolo come nasce il fenomeno del ribaltamento e quali siano le principali tecniche di rilevazione dello stesso. Gli indici analizzati riguardano soprattutto macchinari appartenenti al settore dell'edilizia, della robotica e *automotive*. Particolare attenzione viene prestata al *Lateral Load Transfer* e alle differenti procedure che possono essere adottate per ricavarlo.

Nel secondo capitolo si descrive il quad Yamaha Grizzly YMT 700. Dopo aver caratterizzato i suoi principali componenti meccanici si analizzano i sensori e l'architettura hardware/software che gli consentono di viaggiare autonomamente su un qualsiasi tipo di suolo per lunghi intervalli di tempo. Tale trattazione risulta particolareggiata per i trasduttori coinvolti nella rilevazione dell'indice LLT, i quali saranno poi sostituiti da opportune variabili del simulatore, ma non pretende di essere esaustiva per altre funzioni che riguardano la teleguida e la movimentazione autonoma.

Il passaggio successivo consiste nell'implementare un modello che possa essere paragonato all'ATV Yamaha, pertanto nel terzo capitolo si introduce il software Dymola ed in particolare la sua libreria *Vehicle Dynamics Library*. Tale libreria consente di sviluppare il modello da un punto di vista gerarchico, che permette a sua volta di comporre il veicolo con differenti livelli di precisione. Una volta ottenuto il modello completo, lo si fa interagire con l'ambiente Matlab/Simulink, che ha il compito di gestire la struttura di controllo complessiva.

Dopo aver allestito il modello dell'ATV, si descrivono nel quarto capitolo le sue rappresentazioni semplificate che risultano equivalenti al modello stesso da un punto di vista dinamico. Il quad Dymola si approssima con un biciclo su cui può ruotare un pendolo inverso, il cui apice rappresenta la massa sospesa dell'ATV. Si descrivono inoltre le procedure, derivanti da prove eseguite sul modello

completo, che sono state utilizzate al fine di identificare i parametri incogniti dei modelli semplificati. Una volta verificata la validità della rappresentazione biciclo-pendolo, si procede con la descrizione degli osservatori.

Nel quinto capitolo si illustra la teoria del filtraggio alla Kalman, necessaria alla fusione dei segnali provenienti da tutti i sensori di cui dispone l'ATV, e la sua implementazione. Successivamente si descrive il metodo di controllo non lineare *Backstepping* su cui si fonda l'omonimo osservatore. Tale stimatore fornisce una stima adattativa, cioè tempo-variante, della rigidità di deriva degli pneumatici o *cornering stiffness*, ovvero di quella grandezza dipendente da molteplici parametri (quali la pressione di gonfiaggio, le dimensioni e l'usura dello pneumatico e le condizioni climatiche) che permette al veicolo di curvare.

Nel sesto e ultimo capitolo vengono analizzati gli equilibri dinamici che servono per il calcolo dell'indice LLT e la teoria del *Predictive Functional Control*. Infine, si illustra il modo in cui essa viene sviluppata nel contesto particolare del controllo anti-ribaltamento e si mostra la sua efficacia.

Lo sviluppo di tutto questo lavoro di controllo anti-ribaltamento porta alla conclusione che i risultati di simulazione conseguiti sono positivi e coerenti con la prospettiva di un loro utilizzo nel prosieguo del progetto Quadrivio.

1 Il fenomeno e la rilevazione del ribaltamento

Il ribaltamento, o *rollover*, è quel fenomeno in cui il veicolo ruota attorno al suo asse longitudinale di un angolo superiore ai 90°. Quando la rotazione, invece, avviene attorno all'asse trasversale si incorre nel *tipover*. Esistono due tipi di cappottamento: quello generato da fattori esterni e quello provocato da stili di guida poco prudenti. Il primo è causato principalmente dalle asperità del terreno, quali buche, pendenze, dossi e cordoli. Un veicolo potrebbe ribaltarsi se urtasse un rilievo stradale con gli pneumatici laterali in quanto si genererebbe un momento di rollio che porterebbe ad una situazione di instabilità (Figura 1.1); solitamente una superficie in buone condizioni non presenta questo tipo di pericoli mentre in un contesto *off-road* è possibile imbattersi in tali irregolarità. L'altro genere di rovesciamento, mostrato in Figura 1.2, è provocato da comportamenti irrispettosi del codice della strada: si pensi, per esempio, alla percorrenza di una curva ad alta velocità oppure ad una manovra repentina di *collision avoidance* eseguita a causa della disattenzione del guidatore.

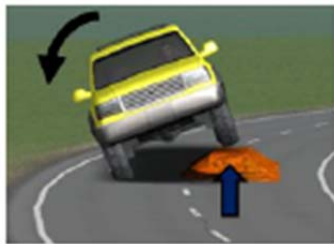


Figura 1.1: Ribaltamento provocato da fattori esterni



Figura 1.2: Ribaltamento causato da stili di guida poco prudenti

Dal punto di vista fisico il ribaltamento è un fenomeno molto complesso che dipende dal comportamento dinamico del mezzo e dalle sue modalità di costruzione.

Nel caso di un veicolo dotato di sospensioni, come il quad, il rovesciamento è generato dal moto di rollio della massa sospesa, che per definizione è data da tutti gli elementi sorretti dai sistemi molla-smorzatore. Quando si svolta a velocità elevata, le forze centrifughe eccitano il moto di rollio della massa basculante, che può portare ad un distacco degli pneumatici interni alla curva con conseguente ribaltamento. Nel caso invece in cui il veicolo percorra in rettilineo un terreno scosceso, le sue condizioni sono tali che le ruote a valle possiedono una maggiore aderenza, data dal gravare su di esse della maggior parte del peso del veicolo stesso, mentre le ruote a monte possiedono un *grip* minore col suolo poiché risultano più scariche. In tali condizioni di moto il

ribaltamento del veicolo non si verifica fintantoché il suo centro di massa non esce dall'impronta a terra del mezzo. Da ciò si evince che la stabilità è influenzata non solo dalle forze centrifughe e di rollio, ma anche dai parametri costruttivi del veicolo quali la carreggiata, che è la distanza tra la coppia di ruote anteriori e posteriori, e l'altezza del centro di massa da terra.

Si pensi, per esempio, a un ciclomotore a due ruote che possiede carreggiata nulla e altezza del baricentro elevata. Per sua natura, il mezzo descritto risulta instabile poiché si rovescia persino da fermo. Al contrario, una macchina sportiva, è dotata di una carreggiata maggiore rispetto all'altezza da terra del centro di gravità, per cui è molto difficile che si ribalti viaggiando lungo un terreno pianeggiante, anche in presenza di notevoli accelerazioni laterali.

Come già accennato, la pericolosità del fenomeno del ribaltamento, che spesso si rivela occasione di incidenti mortali, ha indotto tutte le case automobilistiche a investire nello studio e nella ricerca applicata di diverse tecniche in grado di prevenire attivamente il verificarsi di questo fenomeno. I sistemi di attuazione che impediscono il *rollover* riguardano in primo luogo l'impianto frenante di ogni autovettura. Quando si giunge in prossimità del rovesciamento, i freni possono agire contemporaneamente o in modo differenziale per diminuire la velocità e per generare dei momenti di imbardata che attenuino il moto di rollio della massa sospesa. Inoltre, si possono implementare tecniche di controllo attivo sullo sterzo, facendo in modo che esso imponga autonomamente un angolo correttivo che impedisce il cappottamento. Infine, possono essere adoperate le sospensioni attive, le quali sono dotate di attuatori idraulici che, generando dei momenti di rollio che contrastano quelli causati dalle forze centrifughe, negano ancora una volta al mezzo la possibilità di rovesciarsi. Al fine di rendere queste tecniche efficaci ed affidabili è necessario calcolare un valore che in tempo reale fornisca un'indicazione riguardo al potenziale pericolo di incipiente ribaltamento.

1.1 Gli indici di ribaltamento

Gli indicatori che forniscono le informazioni necessarie alle condizioni del ribaltamento sono molteplici e alcuni di questi sono trattati in seguito. Non esiste, in generale, un indice migliore di un altro: ognuno ha dei punti di forza che possono essere sfruttati secondo il contesto di applicazione e il numero di sensori a disposizione.

1.1.1 L'indice *force-angle*

L'indice *force-angle* trova applicazione nel campo dell'edilizia e nella cantieristica su macchinari che lavorano a basse velocità e che possono ribaltarsi in più direzioni. Sarà dapprima descritto un caso semplice planare, in seguito si studierà un veicolo in uno spazio tridimensionale [2].

1.1.1.1 Il caso bidimensionale

Con riferimento alla Figura 1.3 si possono osservare i due punti di contatto tra le ruote e il terreno e il centro di massa del veicolo che è soggetto a tutte le forze agenti sul macchinario, fatta eccezione per le reazioni vincolari esercitate dal suolo. Questo vettore risultante sottende due angoli, θ_1 e θ_2 , con le distanze tra il baricentro e gli assi di ribaltamento.

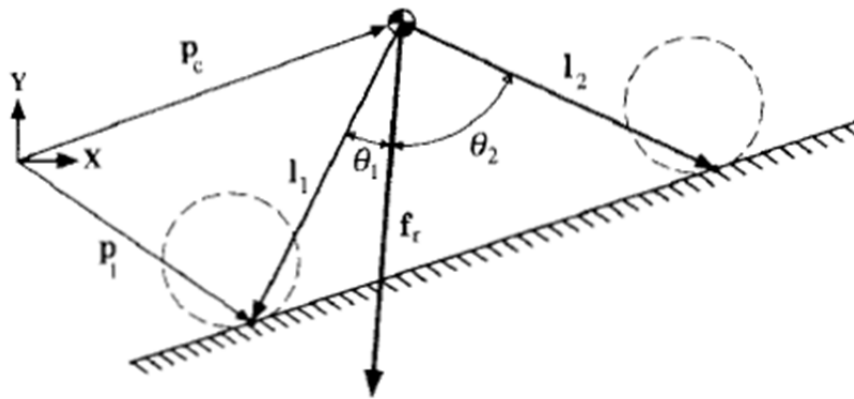


Figura 1.3: Caso planare della tecnica *force-angle*

Tali assi non sono visibili in una rappresentazione bidimensionale del sistema, ma è facilmente intuibile che si adagino lungo il punto di contatto ruota-terreno, perciò il veicolo può ribaltarsi o in avanti o all'indietro. La misura di rovesciamento *force-angle* è quindi data dal minimo dei due angoli moltiplicato per l'ampiezza del vettore forza risultante.

$$\alpha = \min(\vartheta_1, \vartheta_2) \|f_r\| \quad (1.1)$$

Si raggiunge una situazione critica quando l'angolo θ_1 diventa nullo, mentre avviene il ribaltamento per angoli negativi, cioè quando il vettore risultante delle forze esce dal cono formato dalle due distanze l_1 e l_2 . L'indice appena calcolato è molto sensibile all'altezza da terra del baricentro; infatti più è alto un veicolo e più è incline al cappottamento, essendo θ_1 e θ_2 più piccoli (vedi Figura 1.4).

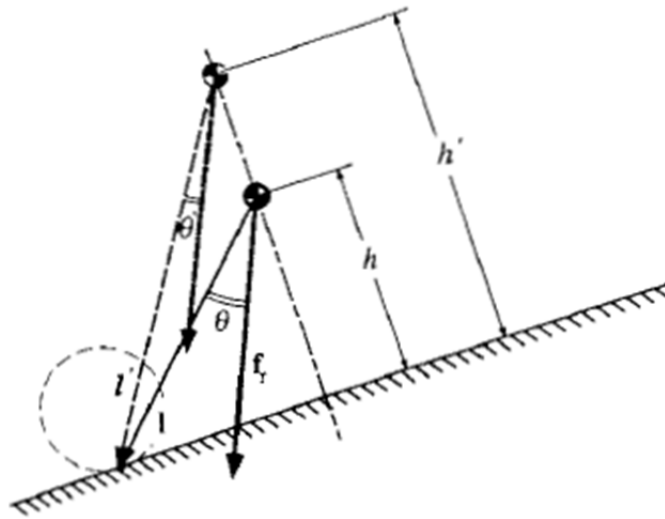


Figura 1.4: Dipendenza dell'indice dall'altezza del baricentro

1.1.1.2 Il caso tridimensionale

In una rappresentazione tridimensionale è necessario, innanzitutto, collegare tra loro i punti di contatto del veicolo col suolo in modo tale da formare un poligono i cui lati sono gli assi attorno a cui esso può rovesciarsi. Ogni vertice dell'impronta a terra è definito da una terna di coordinate espresse in un sistema di riferimento inerziale, come rappresentato in Figura 1.5.

$$p_i = \{p_{xi} \quad p_{yi} \quad p_{zi}\}' \quad i = 1, \dots, n \quad (1.2)$$

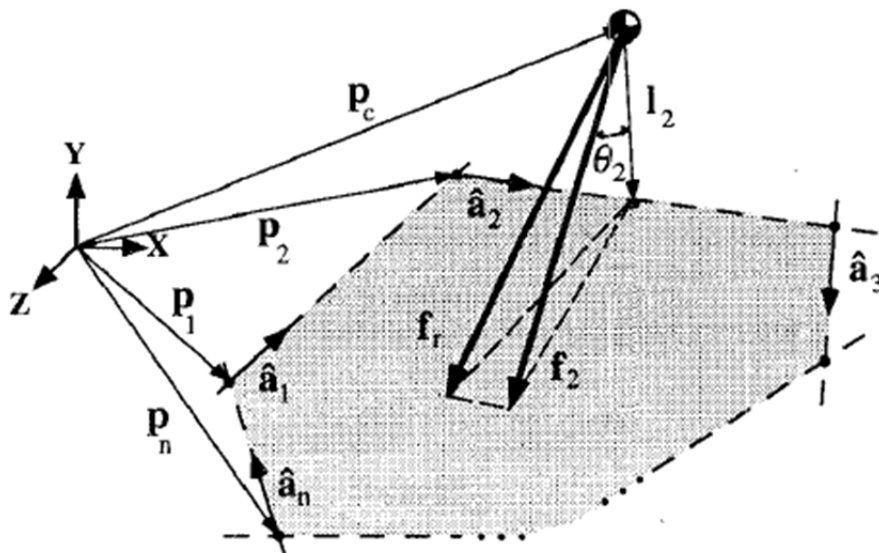


Figura 1.5: Rappresentazione 3D della misura *force-angle*

I vettori \mathbf{p}_i sono numerati in senso orario mentre gli assi di ribaltamento \mathbf{a}_i sono definiti nel modo seguente:

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i \quad i = 1, \dots, n - 1 \quad (1.3)$$

$$\mathbf{a}_n = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_n \quad (1.4)$$

Una volta definiti i versori degli assi, equazione (1.6), si possono calcolare le distanze \mathbf{I}_i da questi al baricentro del macchinario:

$$\mathbf{I}_i = (I_{[3 \times 3]} - \hat{\mathbf{a}}_i \hat{\mathbf{a}}_i') (\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_c) \quad (1.5)$$

$$\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{a} / \|\mathbf{a}\| \quad (1.6)$$

Dopo aver determinato tutte le grandezze geometriche, si ricorre alle leggi di Newton per il calcolo delle forze agenti sul corpo del veicolo, che può anche essere munito di manipolatori robotici che interagiscono con l'ambiente circostante, come mostrato nell'equazione (1.7):

$$\sum \mathbf{f}_{inerzia} = \sum (\mathbf{f}_{grav} + \mathbf{f}_{manip} + \mathbf{f}_{support} + \mathbf{f}_{dist}) \quad (1.7)$$

dove il primo membro è la risultante delle forze inerziali, che è pari alla somma dei carichi gravitazionali applicati nel baricentro, delle forze trasmesse dal manipolatore, o *end-effector*, al corpo del macchinario, delle reazioni vincolari esistenti nei punti di contatto col terreno e di ogni tipo di forzante esterna agente sul veicolo. I vettori delle forze e dei momenti aventi origine nel baricentro, \mathbf{f}_r e \mathbf{n}_r , si ricavano dalle seguenti relazioni:

$$\mathbf{f}_r = \sum (\mathbf{f}_{grav} + \mathbf{f}_{manip} + \mathbf{f}_{dist} - \mathbf{f}_{inerzia}) = - \sum \mathbf{f}_{support} \quad (1.8)$$

$$\mathbf{n}_r = - \sum \mathbf{n}_{support} \quad (1.9)$$

Una volta calcolate tali grandezze è necessario ricavarne le componenti che agiscono su ogni singolo asse di ribaltamento. Le relazioni da impostare sono tante quanti sono i lati del poligono iniziale.

$$\mathbf{f}_i = (I_{[3 \times 3]} - \hat{\mathbf{a}}_i \hat{\mathbf{a}}_i') \mathbf{f}_r \quad (1.10)$$

$$\mathbf{n}_i = (\hat{\mathbf{a}}_i \hat{\mathbf{a}}_i') \mathbf{n}_r \quad (1.11)$$

Poiché l'indice *force-angle* si basa sul prodotto del vettore forza risultante per l'angolo minimo compreso a sua volta tra il suddetto vettore e le distanze degli assi di rovesciamento dal centro di massa, si esprime il vettore momento \mathbf{n}_i

come una coppia di forze nette equivalenti che dovrà necessariamente giacere su un piano ad esso perpendicolare e che sarà in seguito sommata al vettore \mathbf{f}_i .

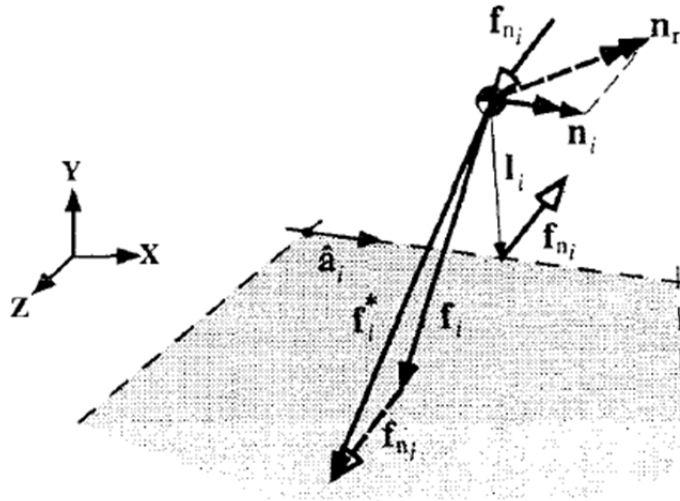


Figura 1.6: Coppia equivalente al momento \mathbf{n}_i

Il vettore forza netto creato è quindi pari a:

$$\mathbf{f}_{n_i} = \frac{\hat{\mathbf{I}}_i \times \mathbf{n}_i}{\|\mathbf{I}_i\|} \quad (1.12)$$

tale vettore porta alla formazione del nuovo vettore risultante

$$\mathbf{f}_i^* = \mathbf{f}_i + \frac{\hat{\mathbf{I}}_i \times \mathbf{n}_i}{\|\mathbf{I}_i\|} \quad (1.13)$$

Si calcolano quindi gli angoli necessari ϑ_i per comporre la misura di stabilità

$$\vartheta_i = \sigma_i \cos^{-1}(\hat{\mathbf{f}}_i^* \hat{\mathbf{I}}_i) \quad (1.14)$$

$$\sigma_i = \begin{cases} +1 & (\hat{\mathbf{I}}_i \times \hat{\mathbf{f}}_i^*) \hat{\mathbf{a}}_i < 0 \\ -1 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (1.15)$$

e, infine, la misura globale *force-angle*:

$$\alpha = \min_i(\vartheta_i) \|\mathbf{f}_r\| \quad (1.16)$$

Questo indice si ottiene solo avendo una precisa conoscenza della posizione del centro di massa del macchinario, delle forze agenti su di esso e delle accelerazioni lineari ed angolari dell'intero veicolo. Nel quad considerato nel

corso di questo lavoro ci si limiterà a fornire una stima della posizione del centro di gravità. Inoltre, non si ha a disposizione la strumentazione adatta (i dinamometri) alla misurazione delle forze agenti sul mezzo, perciò, nonostante la consapevolezza del fatto che l'indice in questione non sia complesso da rilevare, non verrà preso in considerazione in questo contesto.

1.1.2 L'indice Zero Moment Point

L'indice *Zero Moment Point*, o semplicemente ZMP, è stato sviluppato negli anni settanta ed è molto usato per garantire la stabilità dinamica di robot mobili dalle sembianze umanoidi [3]. La loro locomozione si verifica grazie all'alternarsi di due fasi: una stabile, che avviene quando entrambi i piedi del robot poggiano sul suolo, e una instabile, che avviene quando un piede si muove in avanti, causata dalle forze inerziali e gravitazionali che agiscono sul robot stesso. Questo studio può essere esteso ad ogni automa mobile, quale è a tutti gli effetti il quad.

Per definizione lo ZMP è quel punto del terreno, se esiste, in cui si annullano le componenti tangenziali alla superficie di contatto dei momenti di ribaltamento agenti sul robot.

Nel caso in cui il punto non appartenga all'impronta a terra del veicolo, esso cesserebbe di esistere dando così inizio al fenomeno del rovesciamento. È quindi fondamentale che lo ZMP sia contenuto nell'area formata dai punti di contatto del quadriciclo col terreno.

Si consideri la catena cinematica rappresentata in Figura 1.7 e si calcoli il bilancio dei momenti attorno al punto A, l'equazione (1.17). Se le prime due componenti di \vec{M}_A sono nulle, allora A è lo ZMP.

$$\begin{aligned} \vec{M}_A = & \vec{p}_1 \times m_1 \vec{a}_{G_1} + I_1 \dot{\vec{\omega}}_1 + \vec{\omega}_1 \times I_1 \vec{\omega}_1 - \vec{p}_1 \times m_1 \vec{g} + \vec{p}_2 \times m_2 \vec{a}_{G_2} \\ & + I_2 \dot{\vec{\omega}}_2 + \vec{\omega}_2 \times I_2 \vec{\omega}_2 - \vec{p}_2 \times m_2 \vec{g} \end{aligned} \quad (1.17)$$

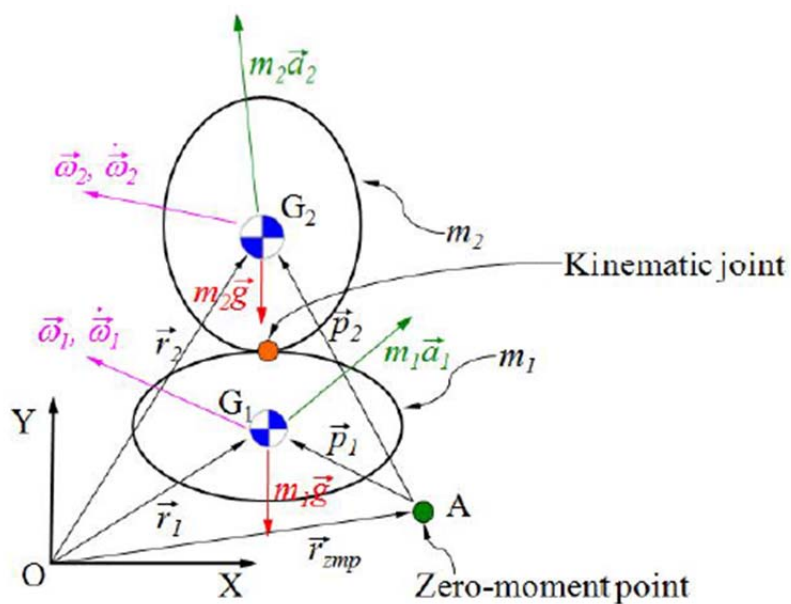


Figura 1.7: Catena cinematica a due link

Si consideri ora il caso di un veicolo rigido senza sospensioni. Come si può notare dalla Figura 1.8, l'indice in questione si trova all'interno dell'impronta a terra e le sue coordinate sono espresse in un sistema di riferimento globale collocato nel baricentro. Per verificare e mantenere la stabilità dinamica è necessario calcolare *run-time* (cioè in tempo reale) le quote lungo gli assi x e y del punto Q e verificare che non escano dall'ingombro del veicolo per non causarne il ribaltamento.

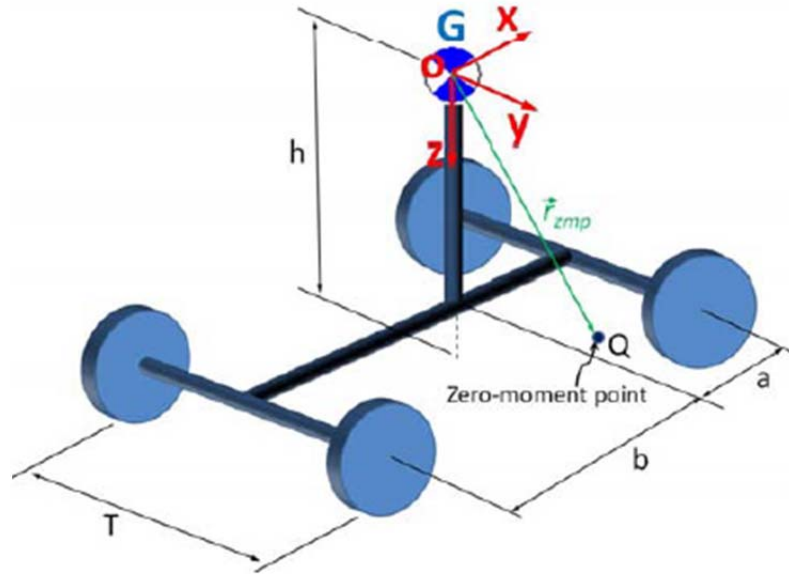


Figura 1.8: Veicolo rigido

La posizione dello ZMP, definita in base ai parametri specificati nella Tabella 1.1, è data dalle seguenti relazioni:

$$\vec{r}_{zmp} = x_{zmp}\vec{i} + y_{zmp}\vec{j} + \left[h + \frac{T}{2} |\tan(\varphi_r - \varphi_t)| - y_{zmp} \tan(\varphi_r - \varphi_t) \right] \vec{k} \quad (1.18)$$

$$x_{zmp} = \left\{ \frac{1}{2m[-g \cos(\vartheta) \cos(\varphi_r) + a_{Gz}]} \right\} \left\{ \begin{aligned} & -2I_{xz}p^2 - 2I_{yz}pq - 2I_{yy}\dot{q} \\ & - 2(I_{xx} - I_{zz})pr + 2I_{xz}r^2 + 2I_{yz}\dot{r} + 2mgh \sin(\vartheta) \\ & + mgT |\tan(\varphi_r - \varphi_t)| \sin(\vartheta) + 2mha_{Gx} \\ & + mTa_{Gx} |\tan(\varphi_r - \varphi_t)| \\ & + [g \sin(\vartheta) \\ & + a_{Gx} (mT |\tan(\varphi_r - \varphi_t)| (-g \cos(\vartheta) \sin(\varphi_r) + a_{Gy}) \\ & + 2(I_{xx}\dot{p} - I_{xz}pq - I_{yz}q^2 - (I_{yy} - I_{zz})qr + I_{yz}r^2 - I_{xz}\dot{r} \\ & - mgh \cos(\vartheta) \sin(\varphi_r) + mha_{Gy})] \tan(\varphi_r - \varphi_t) \end{aligned} \right\} \quad (1.19)$$

$$/ [g \cos(\vartheta) \cos(\varphi_t) \sec(\varphi_r - \varphi_t) - a_{Gz} - a_{Gy} \tan(\varphi_r - \varphi_t)]$$

$$\begin{aligned}
y_{zmp} = \{ & mT |\tan(\varphi_r - \varphi_t)| [g \cos(\vartheta) \sin(\varphi_r) - a_{Gy}] \\
& + 2[-I_{xx}\dot{p} + I_{xz}pq + I_{yz}q^2 + (I_{yy} - I_{zz})qr - I_{yz}r^2 \\
& + I_{xz}\dot{r} + mgh \cos(\vartheta) \sin(\varphi_r) - mha_{Gy}] \} \\
& / \{ 2m[g \cos(\vartheta) \cos(\varphi_t) \sec(\varphi_r - \varphi_t) - a_{Gz} \\
& - a_{Gy} \tan(\varphi_r - \varphi_t)] \}
\end{aligned} \tag{1.20}$$

Simbolo	Significato
m	massa del veicolo
a	semi-passo anteriore
b	semi-passo posteriore
T	carreggiata
h	altezza da terra del baricentro
I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}	momenti principali d'inerzia
I_{xz}, I_{yz}	momenti secondari d'inerzia
a_g	accelerazione del baricentro
φ_t	angolo di rollio del terreno
φ_r	angolo di rollio del veicolo
p	velocità di rollio
ϑ	angolo di beccheggio
q	velocità di beccheggio
ψ	angolo d'imbardata
r	velocità d'imbardata

Tabella 1.1: Parametri delle equazioni

Come si può notare dalle equazioni (1.18), (1.19) e (1.20), l'indice risulta abbastanza complesso e per essere efficace necessita della conoscenza a priori della superficie stradale. Nel quad reale è installato un sensore laser che è in grado di scandagliare porzioni di terreno antistanti il veicolo e di rilevarne, tramite opportune elaborazioni, la morfologia. Il suolo analizzato, però, sarà attraversato dalle ruote del veicolo solo dopo un certo intervallo di tempo che dipende ovviamente dalla velocità assunta dal mezzo, la quale a sua volta può variare. Gli errori di stima di questo lasso temporale possono portare ad una errata valutazione della pendenza stradale, che, aggiunta alla non perfetta conoscenza della posizione del centro di massa, potrebbe causare una rilevazione approssimativa e non corretta dell'indice, che, perciò, non sarà usato in questo contesto.

In seguito si descriverà un indicatore di rovesciamento semplice ed affidabile, che richiede un numero limitato di sensori.

1.1.3 Il Lateral Load Transfer

Il *Lateral Load Transfer*, o LLT, è un indice utilizzato soprattutto in ambito veicolistico per la determinazione del ribaltamento laterale di un mezzo. Esso valuta come le forze normali agenti nel punto di contatto tra pneumatico e suolo si ripartiscono tra i due lati veicolo. Con riferimento alla Figura 1.9 l'indice LLT è dato dalla seguente espressione:

$$LLT = \frac{F_{z,l} - F_{z,r}}{F_{z,l} + F_{z,r}} \quad (1.21)$$

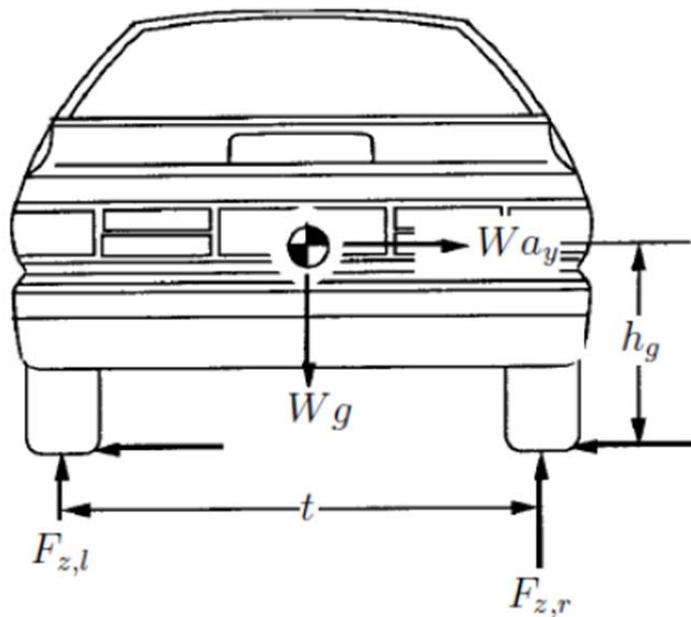


Figura 1.9: Forze agenti su un veicolo rigido durante la percorrenza di una curva

La condizione di massima stabilità avviene quando il coefficiente assume valore nullo. Questo è il caso in cui il veicolo viaggia in rettilineo su un terreno pianeggiante. Quando si impostano delle manovre con angoli di sterzo diversi da zero, lo spostamento di carico provoca una ripartizione delle forze normali, le quali saranno maggiori nel lato esterno al raggio di curvatura. In questo modo l'indice assume valori non nulli compresi tra -1 e +1. Il raggiungimento dell'unità implicherebbe il distacco dal suolo delle gomme meno cariche, è la condizione di *wheel lift-off*, che quindi causerebbe il ribaltamento del veicolo se non fosse presente un'adeguata azione di controllo. Il segno dell'indice fornisce informazioni utili riguardo al lato del mezzo che sta per capovolgersi. Se, con riferimento alla Figura 1.9, si raggiungesse un valore pari a -0.8, il lato sinistro si troverebbe nelle condizioni di perdere pericolosamente aderenza col terreno.

La definizione (1.21) vale sia per l'assale anteriore che per quello posteriore. Se si dispone della strumentazione adatta per ottenere le quattro forze normali si può facilmente calcolare il *Frontal Load Transfer* (FLT), che è un indicatore equivalente al primo utile per valutare situazioni pericolose di ribaltamento frontale o all'indietro. Al posto di osservare la coppia di ruote di un assale bisognerebbe considerare le gomme che giacciono sullo stesso lato del veicolo. Tuttavia, dato che le forze vincolari tra pneumatico e terreno non sono facilmente misurabili, non si può che fornire una stima.

Nel seguito della trattazione si analizzeranno tre diversi approcci, con i relativi sensori, che permettono di stimare l'indicatore.

1.1.3.1 Calcolo dell'LLT tramite la misura dell'angolo di rollio

Questo primo metodo considera il moto del veicolo sul piano di rollio [4].

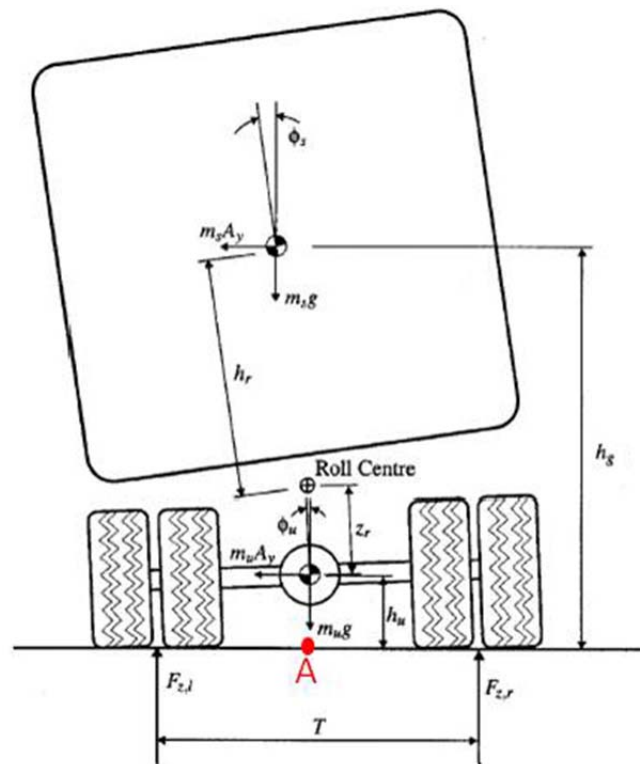


Figura 1.10: Rappresentazione del veicolo sul piano di rollio

L'ipotesi di partenza è quella di fissare la posizione del centro di istantanea rotazione (CIR). Se i moti di rollio non sono trascurabili, si può pensare di impostare un algoritmo che calcoli *run-time* la posizione del CIR.

A questo punto si può scrivere il bilancio dei momenti attorno al polo A,

$$(F_{z_r} - F_{z_l}) \frac{T}{2} + (m_s h_g + m_u h_u) a_y + m_s g (h_r \sin(\varphi_s) + z_r \sin(\varphi_u)) = 0 \quad (1.22)$$

da cui si ricava:

$$F_{z_l} - F_{z_r} = \frac{2}{T} [(m_s h_g + m_u h_u) a_y + m_s g (h_r \sin(\varphi_s) + z_r \sin(\varphi_u))] \quad (1.23)$$

dove il primo membro è la differenza delle forze normali mentre nel secondo vi sono i parametri della Tabella 1.2:

Simbolo	Descrizione
T	carreggiata del veicolo
m_s	massa sospesa
m_u	massa non sospesa
h_g	altezza da terra del baricentro del corpo sospeso
h_u	altezza da terra del baricentro del corpo non sospeso
h_r	distanza tra il baricentro del corpo sospeso e il CIR
z_r	distanza tra il baricentro del corpo non sospeso e il CIR
φ_s	angolo di rollio della massa sospesa
φ_u	angolo di rollio della massa non sospesa

Tabella 1.2: Parametri relativi al bilancio dei momenti

Una volta calcolato il numeratore dell'equazione (1.21) si ricava il denominatore impostando un semplice bilancio delle forze in direzione verticale. Come previsto, la somma delle forze normali è pari alla forza peso esercitata dalla massa complessiva del veicolo, cioè:

$$F_{z_l} + F_{z_r} = (m_s + m_u)g \quad (1.24)$$

Eseguendo il rapporto tra la differenza delle forze vincolari e la loro somma e considerando angoli piccoli di rollio, nonché la massa sospesa come molto più grande di quella non sospesa, si giunge alla formulazione finale del coefficiente:

$$LLT = \frac{2}{T} (h_g \frac{a_y}{g} + h_r \varphi_s + z_r \varphi_u) \quad (1.25)$$

Le grandezze che devono essere misurate sono limitate e riguardano principalmente l'accelerazione trasversale e gli angoli di rollio, facilmente fruibili da un accelerometro e da un numero di inclinometri pari a quello degli angoli da stabilire. Il costo modesto della strumentazione necessaria

consentirebbe di implementare questa metodologia sul veicolo reale, tuttavia tale formulazione non rivela il comportamento di ogni singola ruota. Non è possibile stabilire, infatti, quale lato del quadriciclo sia più incline a sollevarsi dal terreno. Infine, poiché non è possibile determinare con assoluta certezza la posizione del centro di istantanea rotazione dell'ATV, anche l'ipotesi di conoscere tale posizione a priori risulta inefficace.

1.1.3.2 Calcolo dell'LLT tramite un osservatore adattativo *Backstepping*

Il calcolo dell'LLT tramite un osservatore adattativo *Backstepping* è la procedura di gran lunga più adottata in quanto fornisce una stima dell'indice affidabile utilizzando un numero limitato di trasduttori. Essa si basa su misure di velocità longitudinale del veicolo, di imbardata (*yaw-rate*) e dell'angolo di sterzo, tutte disponibili sul quad reale, la cui strumentazione verrà descritta in modo dettagliato nel prossimo capitolo.

La particolarità di tale approccio consiste nell'implementazione di un osservatore adattativo di tipo *Backstepping* che, per definizione, è un sistema dinamico che oltre a fornire lo stato del processo, è in grado di valutarne anche i parametri incogniti.

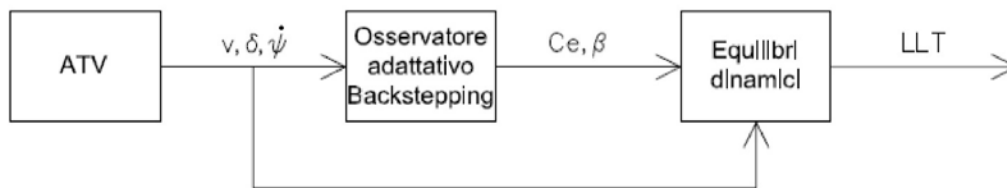


Figura 1.11: Calcolo dell'LLT con l'osservatore adattativo *Backstepping*

Il pregio di tale procedura consiste nel valutare *run-time* la rigidità di deriva degli pneumatici (*cornering stiffness*), che è quella grandezza in grado di far curvare il veicolo. Essa non è direttamente misurabile, pertanto è necessario fornirne una stima dinamica. Tale comportamento tempo-variante è causato da numerosi fenomeni fisici tra cui le differenti condizioni di aderenza che un suolo reale può presentare. Il procedimento di stima delle rigidità di deriva si fonda sulla teoria del controllo non lineare di tipo *Backstepping* e si divide in due fasi. In ognuna di esse si fornisce al modello *single-track*, analizzato nel capitolo 4, dell'ATV un ingresso virtuale che ha il compito di far tendere la stima delle variabili di stato del modello ai rispettivi valori reali. La procedura completa sarà descritta in dettaglio nel capitolo 5.

Esistono, inoltre, versioni più complesse dell'osservatore che, con l'aggiunta di una fase di identificazione, forniscono anche una stima della pendenza del terreno [5]. Una volta ottenute le valutazioni del parametro rigidità e di una parte dello stato del sistema (rispettivamente C_e e β di Figura 1.11), l'indice di

ribaltamento viene calcolato eseguendo gli equilibri dinamici dei modelli equivalenti *single-track* e del pendolo inverso sul piano di rollio.

Un grande vantaggio che tale procedura offre consiste nel fatto che il risultato ottenuto si può collocare in una logica complessiva di controllo predittivo, che ha l'obiettivo di prevenire con un buon margine di tempo situazioni di potenziale pericolo e di agire in maniera adeguata per evitarle.

Nonostante il calcolo dell'LLT tramite un osservatore adattativo presenti delle qualità, la natura intrinseca dell'osservatore rivela difetti non eliminabili. In primo luogo non è in grado di fornire una valutazione della rigidità di deriva per ogni pneumatico, ma ne calcola una complessiva valida per tutte le gomme, è la C_e di Figura 1.11; inoltre durante la sua implementazione, ci si accorge che l'osservatore non riesce a fornire alcun indicatore quando il veicolo viaggia o con angolo di sterzo nullo o a velocità pari a zero. Questi ultimi difetti, se si esclude la continua percorrenza rettilinea di un terreno molto scosceso poiché non verosimile, non sono critici in una situazione reale in quanto si presuppone che durante un moto puramente longitudinale o in regime statico il pericolo del ribaltamento sia assente.

1.1.3.3 Calcolo dell'LLT con misure dello stroke delle sospensioni

La sospensione è quel componente del veicolo che regola il movimento del telaio rispetto allo pneumatico. È formata principalmente da una molla e da uno smorzatore che sul quad reale sono disposti in maniera co-assiale. L'indice anti-ribaltamento viene calcolato sfruttando la misura fornita da sensori lineari di spostamento che forniscono dei segnali di tensione proporzionali all'allungamento e all'accorciamento della sospensione. Tale movimento viene definito *stroke*.

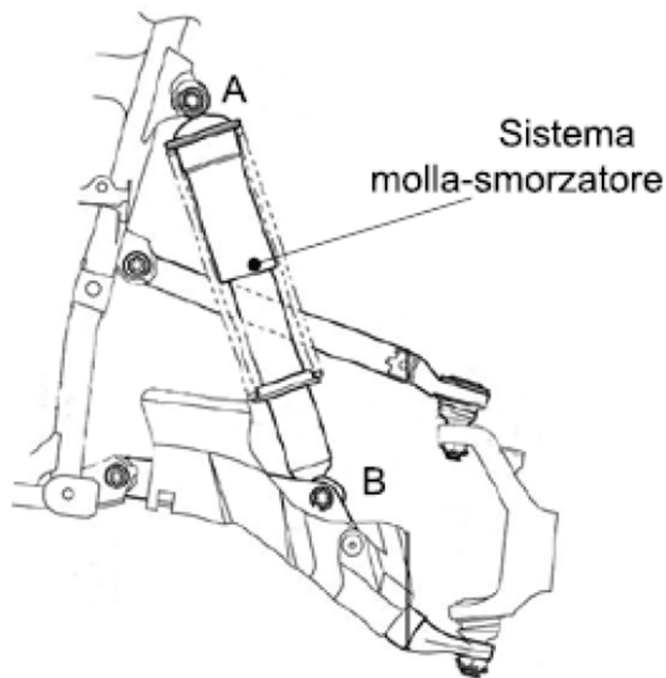


Figura 1.12: La sospensione del quad

Come si può notare dalla Figura 1.12 la sospensione è ancorata al telaio nel punto A e alla ruota nel punto B.

La forza esercitata dal terreno sul punto A è data dalla seguente relazione:

$$F = k\Delta l + r\dot{\Delta l} \quad (1.26)$$

dove k è la costante elastica della molla, r è il coefficiente di smorzamento dell'ammortizzatore e Δl è proprio lo *stroke*. I parametri costruttivi della sospensione sono solitamente disponibili sul *datasheet* del fornitore ma, in loro assenza, è anche possibile stimarli con prove specifiche eseguibili al banco. Prima di calcolare l'indicatore *Lateral Load Transfer* è necessario svolgere una calibrazione dei sensori al fine di ottenere un coefficiente più veritiero. Nonostante la semplicità e l'immediatezza di tale procedura, che è il suo punto di forza, il metodo che si serve delle misure dello *stroke* delle sospensioni presenta degli svantaggi. Il primo consiste nel fatto che la forza esercitata dal suolo sul punto A è una sottostima di quella reale. Infatti, tra quel punto e il terreno vi è lo pneumatico, che è formato dal cerchione e dal copertone. Il cerchione si può considerare approssimativamente come un corpo rigido indeformabile mentre la gomma è un elemento che si deforma in maniera non trascurabile interagendo col suolo. Essa viene solitamente modellizzata come una molla a gas dall'elevata rigidezza, il cui movimento verticale fa perdere

parte della forza esercitata dal terreno. Un altro inconveniente è causato dalla natura del gruppo molla-smorzatore, che è un sistema meccanico che possiede una propria dinamica. Quando il quad viaggia su un territorio sconnesso, le repentine variazioni di pendenza provocano altrettanto rapide variazioni dell'indice che però non vengono catturate poiché il sistema sospensione si comporta come un filtro passa-basso del prim'ordine. Questo difetto non si presenta se si adotta invece un osservatore di tipo *Backstepping*. Malgrado questi inconvenienti, l'indice così calcolato è in grado di rilevare correttamente il fenomeno di *wheel lift-off*, quell'istante temporale in cui la ruota si stacca dal terreno.

1.1.4 La fusione degli ultimi due metodi di calcolo dell'LLT con la teoria del filtraggio alla Kalman

Gli indici appena descritti presentano pregi e difetti. Pertanto si è scelto di utilizzare in questo lavoro di tesi quello che più di tutti offre le prestazioni migliori in termini computazionali e di efficacia: il *Lateral Load Transfer*, che è particolarmente adatto al contesto del controllo anti-ribaltamento di un ATV. Ogni tecnica analizzata, però, sfrutta un numero limitato di sensori. Al fine di ottenere un indice accurato e il più veritiero possibile, si è deciso di impostare un algoritmo di fusione delle due procedure che vedono nell'osservatore adattativo di tipo *Backstepping* e nei potenziometri i loro cardini. L'idea è quella di raggiungere gradi di precisione ed affidabilità maggiori adoperando tutti i trasduttori montati sul quad reale. Ci si aspetta quindi che i quattro sensori di *stroke*, i sensori di velocità longitudinale del veicolo, di imbardata e dell'angolo di sterzo forniscano un coefficiente migliore rispetto a quello che si potrebbe ottenere adottando una singola tecnica delle due appena descritte.

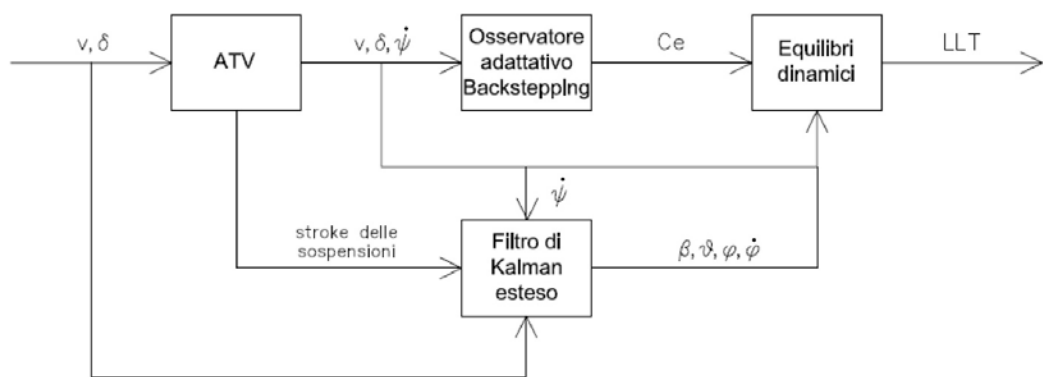


Figura 1.13: Schema complessivo per il calcolo dell'LLT

Come si può notare dalla Figura 1.13 il componente aggiunto è un filtro di Kalman esteso, che è un sistema dinamico in grado di stimare lo stato di un processo non lineare insieme con alcuni parametri incogniti. In ingresso riceve, oltre ai *set-point* di sterzo e velocità, i segnali provenienti da ogni sensore

montato sull'ATV. Si ricorda che le equazioni che lo formano sono quelle del modello *single-track* e quelle del moto del veicolo sul piano di rollio. Rispetto alla Figura 1.11 il blocco denominato “Equilibri dinamici” riceve in aggiunta la stima della pendenza del terreno ϑ , che è molto importante qualora si facesse viaggiare il quad su un'area sconnessa, e l'angolo di rollio ϕ della massa sospesa con la sua variazione temporale $\dot{\phi}$. Il numero maggiore di segnali consentirà l'estrapolazione di un indice più affidabile.

Nel prossimo capitolo si descrive il quad reale, tutti i sensori necessari per implementare una strategia di controllo anti-ribaltamento e il loro funzionamento.

2 Il quad Yamaha Grizzly YMT 700

Il quad descritto nel corso del capitolo è un Yamaha Grizzly YMT 700 ed è al centro del programma Quadrivio. L'obiettivo di tale programma è quello di rendere l'ATV teleguidato o autonomo; ciò significa renderlo in grado di muoversi, in condizioni di sicurezza, per lunghi periodi di tempo e con buona velocità su terreni anche sconnessi. Raggiungendo questo risultato, il quad risulterà capace di interagire con l'ambiente circostante, grazie a un manipolatore robotico la cui installazione potrà riguardare un gran numero di altre applicazioni: da quelle militari che interessano lo sminamento a quelle agricole relative alla raccolta della frutta.

2.1 Il veicolo reale

Il quad Yamaha Grizzly YMT 700 è il più grande e robusto ATV realizzato dalla casa produttrice.



Figura 2.1: L'ATV Yamaha Grizzly YMT 700

Esso è dotato di un motore benzina monocilindrico a quattro tempi da 686 cm³ ad iniezione elettronica in grado di erogare una potenza pari a 46 CV (34 kW). La trasmissione, l'organo meccanico che trasferisce la coppia motrice alle ruote,

è formata da una frizione centrifuga automatica con riduttore finale a due velocità che possono essere scelte in modo arbitrario dal pilota prima della movimentazione. Anche il tipo di trazione è a cura del pilota e può variare da quella posteriore, tipica delle macchine sportive ad elevate prestazioni, a quella integrale 4WD (*4 Wheel Drive*) propria dei veicoli fuoristrada. Gli pneumatici sono tassellati e senza camera d'aria, in modo tale da offrire una guida agevole anche su terreni profondamente sconnessi, ed in particolare quelli anteriori sono di tipo Dunlop/KT421 AT25 x 8-12 mentre quelli posteriori sono Dunlop/KT425 AT25 x 10-12. Il significato delle cifre sarà esplicitato nel capitolo successivo. L'impianto frenante installato su ogni ruota è idraulico con doppi freni a disco e può essere azionato da due leve poste sullo sterzo e da un pedale posizionato sulla pedana destra del veicolo. Il sistema sterzante si interfaccia col conducente tramite un manubrio, che è collegato meccanicamente alle ruote per mezzo del piantone. Inoltre, è presente di serie un motore EPS (*Electric Power Steering*) che aiuta il guidatore nell'applicazione delle coppie sterzanti. Il quad è dotato di una batteria dalla capacità di 18 Ah e dalla tensione di 12 V, dello stesso tipo adottato dalle autovetture stradali di piccole dimensioni, caricata a sua volta da un alternatore da 14.4 V @ 35 A a 5000 giri al minuto.

Le dimensioni principali dell'ATV sono riportate nella tabella seguente:

Proprietà fisiche e geometriche	Valore
Lunghezza [m]	2.06
Larghezza [m]	1.18
Altezza [m]	1.24
Minima altezza da terra [m]	0.275
Altezza della sella [m]	0.905
Interasse o passo [m]	1.25
Raggio minimo di sterzata [m]	3.2
Massa [kg]	294

Tabella 2.1: Proprietà del veicolo

2.2 Le modifiche apportate al quad e l'architettura di controllo

Per conseguire gli obiettivi del programma Quadrivio, è stato necessario rimuovere gran parte della carrozzeria originale per installare un telaio in lamiera di alluminio che sorreggesse la strumentazione aggiuntiva e ne favorisse la comunicazione cablata. Il telaio è inoltre coperto da una pellicola adesiva in tema militare/mimetico.



Figura 2.2: Il quad modificato

L'hardware aggiunto per sviluppare il suddetto programma riguarda principalmente i dispositivi atti al controllo del veicolo, quali la centralina e il computer industriale. Essi richiedono in ingresso una tensione di 24 V, che è superiore rispetto a quella della batteria già montata sul veicolo. Per questo motivo è stato necessario aggiungere degli accumulatori al piombo da 12 V e 38 Ah collegati in serie e disposti nella mezzeria del quad all'altezza degli pneumatici. Il terminale negativo di ogni batteria, come avviene nei normali veicoli stradali, è stato connesso al telaio per costituire il comune riferimento di tutte le alimentazioni elettriche. Nella parte posteriore sinistra dell'ATV di Figura 2.2 si può notare anche una cavità in cui sono presenti degli interruttori per l'accensione indipendente degli strumenti.

La guida autonoma o la teleguida sono applicazioni complesse che richiedono un'architettura del sistema di controllo gerarchica. La prima viene eseguita impostando *offline* dei punti di via (*waypoint*) oppure eseguendo un algoritmo che individua il percorso meno accidentato, la seconda sfrutta un joystick per Xbox 360.

Poiché il quad deve essere in grado di affrontare percorsi reali in condizioni di sicurezza, evitando il verificarsi del fenomeno del ribaltamento, è necessario che

esso agisca autonomamente sui comandi che, di solito, sono azionati dal conducente del veicolo. Perciò il sistema di controllo prende il nome di “autopilota”. Si possono identificare tre differenti strati o *layer*: quello di alto livello elabora i segnali acquisiti dai sensori per pianificare ed eseguire traiettorie nel medio e lungo raggio. Lo strato intermedio, il cosiddetto “pilota virtuale”, ha il compito di emulare le abilità di un guidatore garantendo la stabilità del veicolo e la navigazione nell’immediato. Il livello inferiore non è altro che un’interfaccia tra il pilota virtuale e i comandi dell’ATV; fornisce al controllo di alto livello i segnali misurati dai trasduttori e riceve i rispettivi *set-point* che saranno poi raggiunti dallo strato intermedio.

Per maggiore chiarezza viene riportata un’immagine dell’intera struttura.

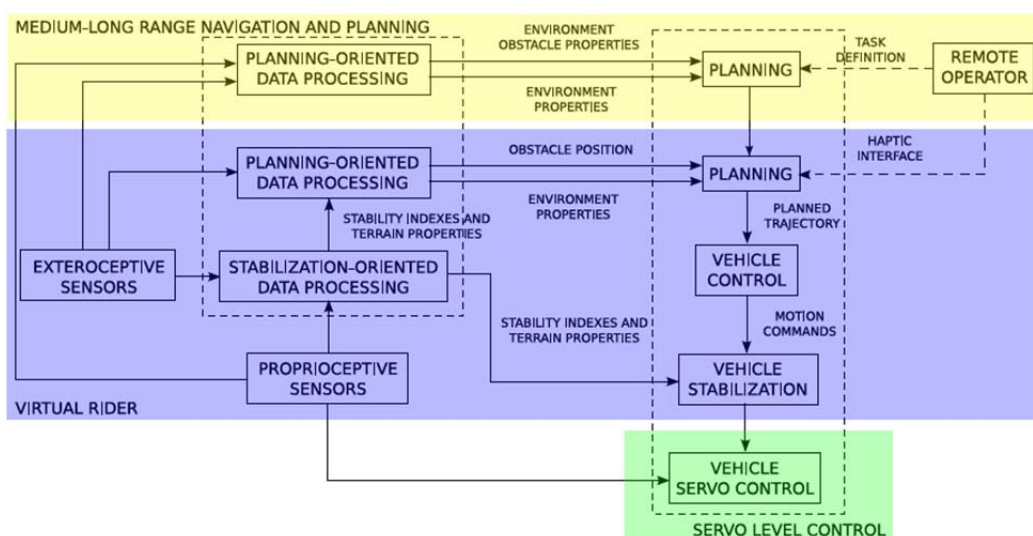


Figura 2.3: Architettura gerarchica del sistema di controllo

Anche i componenti hardware e software devono possedere una composizione modulare per far fronte alle differenti e numerose azioni che il veicolo è chiamato ad eseguire in *real-time*. La centralina e il computer industriale forniti dalla casa austriaca B&R AUTOMATION assolvono tali esigenze separando i processi di alto livello dagli altri che comprendono il controllo della velocità e dello sterzo del veicolo.

I primi sono processi lenti caratterizzati da uno sforzo computazionale non indifferente mentre gli altri hanno dinamiche maggiori che richiedono minori capacità di calcolo.

Nel seguito della trattazione vengono descritti i principali sistemi di controllo implementati sull’ATV e i sensori necessari per impostare una logica anti-ribaltamento.

2.3 Il servomeccanismo dello sterzo

Il servosterzo EPS è stato rimosso dal quad originale perché non era adeguato a fornire le coppie necessarie alla movimentazione del manubrio in qualunque condizione del terreno. In questo modo si è eliminata la continuità meccanica tra quest'ultimo e le ruote. Il piantone, invece, è stato sostituito da un sistema motore in corrente continua con a valle un motoriduttore per garantire l'erogazione di momenti sterzanti anche a veicolo fermo.

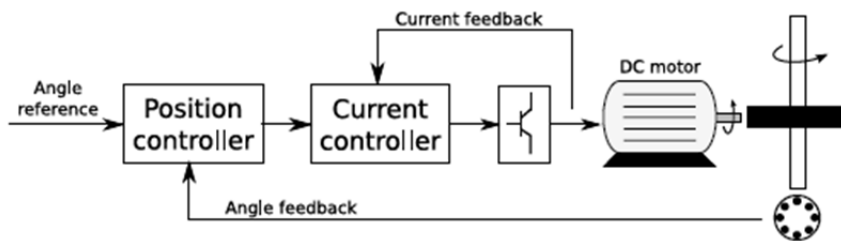


Figura 2.4: Il controllo dello sterzo

Come si può notare dalla Figura 2.4, lo sterzo è governato da un sistema di controllo in cascata, tipico dei servomeccanismi, caratterizzato da un anello interno di corrente che, in linea puramente teorica, deve essere circa 10 volte più veloce di quello esterno di posizione angolare. Ciò comporta un disaccoppiamento dei due *loop* tale da poter considerare quello interno come un guadagno statico unitario. Nella pratica però, si ottengono delle buone prestazioni anche se la banda interna è almeno 5 volte quella esterna. L'algoritmo di controllo della corrente infatti viene eseguito ad una frequenza di 5 kHz contro una di 1 kHz di quello di posizione. Quest'ultimo regolatore è di tipo PID (proporzionale-integrale-derivativo) e consente di ottenere una risposta ben smorzata con errore nullo a regime. L'anello di corrente invece è chiuso su un controllore di tipo PI che genera il segnale di comando in tensione per l'azionamento che pilota il motore DC.

Tale struttura consente una buona reiezione, o attenuazione, dei *ripple* (oscillazioni) di corrente.

2.4 Il servomeccanismo dell'acceleratore

Anche nel servomeccanismo dell'acceleratore la tecnica di controllo migliore risulta essere quella in cascata, che prevede un anello esterno di velocità longitudinale del veicolo, chiuso su un controllore di tipo PI, e un *loop* interno il cui riferimento è dato dalla posizione in percentuale della valvola a farfalla. L'errore di posizione è l'ingresso di una legge di controllo puramente proporzionale la cui uscita è rappresentata dalla corrente di comando del motore

passo-passo B&R 80MDP4.300S000-01 che agisce a sua volta sulla posizione della farfalla.

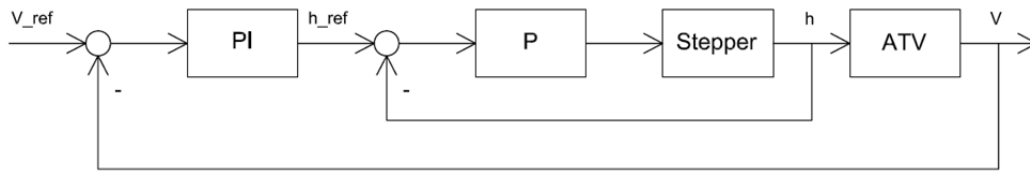


Figura 2.5: Il controllo della velocità

In un primo tempo anche nel sistema frenante era stato allestito un controllo, di tipo proporzionale, in cui la variabile retroazionata era la pressione dell'olio del circuito idraulico. È stato successivamente rimosso a causa delle velocità modeste raggiunte dal quad e del suo elevato freno motore.

I coefficienti dei regolatori si ricavano facilmente da prove specifiche eseguibili sul campo o in laboratorio se si ha a disposizione la strumentazione idonea di acquisizione dati.

2.5 I sensori necessari per impostare una logica di controllo anti-ribaltamento

I sensori di cui dispone il quad si possono classificare in due grandi categorie: quelli propriocettivi, che forniscono informazioni sullo stato del veicolo, e quelli esteroceettivi, che esaminano l'ambiente che lo circonda. I primi consentono di chiudere gli anelli di regolazione appena presentati e di impostare una logica di controllo anti-ribaltamento che misuri l'indice LLT, mentre gli altri sono molto utili nei problemi di progettazione e controllo della traiettoria.

2.5.1 La ruota fonica per la misura della velocità longitudinale del veicolo

La ruota fonica è un sensore che in generale misura la velocità di rotazione di un albero. Il quad ne dispone una di serie, montata in maniera solidale all'albero motore, dotata di 42 denti.

Il fenomeno fisico che ne permette la rilevazione è la legge dell'induzione elettromagnetica di Faraday:

$$e = - \frac{Nd\varphi}{dt} \quad (2.1)$$

Posto nelle vicinanze della ruota si trova un sensore ad effetto Hall, comunemente detto *pick up*, formato da un magnete permanente avvolto da una bobina di N spire i cui terminali sono collegati con la centralina. La rotazione della ruota genera un'alternanza tra una coppia di denti e la rispettiva valle che li separa. Ciò comporta una variazione del traferro esistente tra la ruota e il

magnete permanente che provoca una mutazione del flusso di induzione magnetica ϕ . Tale mutazione fa insorgere una corrente nella bobina e, quindi, una forza elettromotrice indotta e ad impulsi ai capi di essa. Questi ultimi sono positivi quando il dente si avvicina al sensore e negativi in caso contrario. La frequenza della tensione risulta pertanto proporzionale alla velocità angolare dell'albero motore, che può essere calcolata per mezzo di un contatore che memorizza il numero di impulsi rilevati in un certo periodo di tempo. La velocità longitudinale viene infine estrapolata dopo una serie di conversioni e calcoli svolti dalla centralina.



Figura 2.6: La ruota fonica del quad

2.5.2 L'encoder rotativo per la misura della posizione angolare dello sterzo

Il sensore che fornisce la posizione angolare della colonna di sterzo è un encoder rotativo magnetico NRH280DP fornito da Penny and Giles. Esso è in grado di misurare angoli da 20 a 360 gradi, con una risoluzione pari allo 0.025%, senza stabilire una connessione meccanica con l'albero.

L'encoder, in generale, non è altro che un disco su cui vengono applicati dei fori per far passare dei fasci luminosi erogati da una sorgente. La rotazione dell'albero, e quindi del disco, genera un treno di impulsi di luce che viene catturato da un ricevitore, tipicamente un array di foto transistor. La sequenza degli impulsi dipende dalla posizione angolare assunta dall'albero meccanico. In particolare, in un encoder incrementale ci sono tre corone circolari forate in modo differente. Se viene elaborato il segnale dato da una sola corona si possono ottenere informazioni relative alla velocità angolare. Se invece si considerano i segnali dati da due corone, normalmente chiamate canale A e canale B e sfasate tra loro di 90° elettrici, è possibile stabilire con precisione l'angolo assunto dall'albero meccanico rispetto alla posizione assoluta determinata dal terzo canale Z. Tale canale fornisce un solo impulso luminoso che rappresenta il riferimento a zero gradi di rotazione dell'albero meccanico.

Negli encoder magnetici invece, il sistema ottico è sostituito da un lettore che agisce su un sistema a polarità magnetiche alternate.

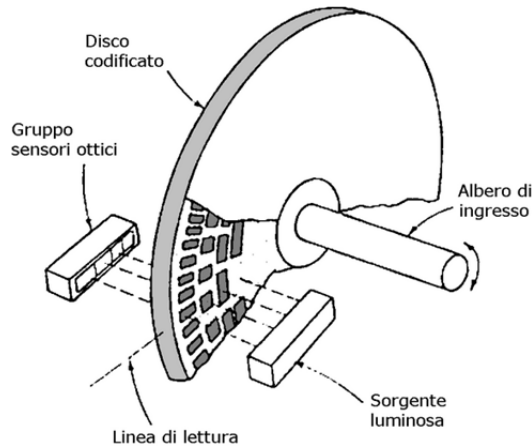


Figura 2.7: Principio di funzionamento dell'encoder



Figura 2.8: Encoder rotativo magnetico montato sul quad

2.5.3 L'accelerometro per la misura delle accelerazioni, delle velocità angolari e dell'orientamento

Come è stato descritto nel capitolo precedente, la tecnica utilizzata per formulare l'indice anti-ribaltamento necessita, oltre alla misura della velocità longitudinale del veicolo e della posizione angolare dello sterzo, anche della rilevazione della velocità di imbardata.

Per definizione, l'angolo d'imbardata è sotteso dall'asse longitudinale di una terna assoluta con il corrispondente asse solidale al veicolo. Il componente Xsens MTi (vedi la Figura 2.9) è un'unità integrata (accelerometro, giroscopio e magnetometro) che adempie a tale obiettivo fornendo le misure delle accelerazioni e delle velocità angolari in una terna solidale con gli assi del veicolo e dell'orientamento di quest'ultimo espresso in un sistema globale.

Le accelerazioni vengono estrapolate dall'inerzia posseduta dalla massa sismica, la quale si muove ogni volta che le forze centrifughe agiscono sul mezzo. Lo strumento registra accelerazioni fino ad un'intensità di 1.7 g.

Le velocità angolari sono invece misurate da un giroscopio triassiale che manda alla centralina dei segnali di tensione proporzionali al movimento angolare del quad che, per essere rilevato correttamente, non deve superare i 150 °/s.

Questo sistema integrato sfrutta il sensore inerziale per fornire una stima dell'orientamento del veicolo, che è calcolata in aggiunta al valore fornito dal sensore di velocità angolare. L'uso di quest'ultimo componente determina un *drift* nella misura, cioè uno scostamento di essa dal valore vero, che viene corretto ad ogni istante di campionamento dalle informazioni fornite dal

magnetometro. Esso è l'ultimo strumento che compone il sensore integrato e identifica l'orientamento assoluto del quad in base al campo magnetico terrestre. Le informazioni estrapolate dall'unità integrata sono aggiornate con una frequenza di 120 Hz.



Figura 2.9: L'unità integrata Xsens MTi

2.5.4 I potenziometri per la misura dello *stroke* delle sospensioni

Come anticipato nel primo capitolo di questo elaborato, al fine di ottenere un indice anti-ribaltamento preciso ed affidabile è necessario conoscere lo *stroke* delle sospensioni, cioè il movimento di accorciamento ed allungamento che si verifica quando il veicolo è in moto.

Lo strumento impiegato nella rilevazione di tale movimento è il potenziometro lineare MLS130 costruito da Penny and Giles. Esso è usato in ambito motoristico, dove alte prestazioni e buona affidabilità sono caratteristiche fondamentali. Il quad ne ha a disposizione quattro per la rilevazione contemporanea del *Lateral Load Transfer* e del *Frontal Load Transfer*. Tale sensore invia, in seguito ad una fase di calibrazione, una tensione proporzionale al movimento relativo dei suoi due terminali. Lo strumento possiede una corsa elettrica compresa tra i 25 e i 200 mm con un potenza media dissipata di circa 2.25 W a 20 °C.

I componenti elettronici al suo interno sono coperti da un involucro che è conforme alla norma EN 60529, che classifica il grado di protezione di un apparecchio da agenti di natura liquida e solida. Il potenziometro ha una copertura IP66 che lo ripara totalmente da polveri e getti d'acqua simili a ondate marine. Oltre a possedere una risoluzione virtualmente infinita, lo strumento è piuttosto immune agli effetti di isteresi dovuti alla ripetitività degli spostamenti. Nell'immagine seguente si mostra il sensore montato sulla sospensione anteriore destra del veicolo.



Figura 2.10: Potenzimetro lineare MLS130 Penny and Giles (in azzurro)

2.6 La centralina per il controllo di basso livello

Il controllo di basso livello rappresenta un'interfaccia tra il pilota virtuale e i comandi dell'ATV. Viene implementato da un sistema X20 costruito dall'azienda B&R AUTOMATION ed è assimilabile a tutti gli effetti alla categoria dei controllori logici programmabili (PLC). Tali controllori si usano in ambito industriale per interagire con sensori, attuatori e computer industriali. Il sistema in dotazione all'ATV è alimentato a 24 V e dispone di un processore Intel Celeron a 650 MHz da 64 MB di memoria RAM e 1 MB di SRAM e di una batteria tampone per il mantenimento delle variabili globali. Una scheda Compact Flash con capacità fino a 8 GB rappresenta la memoria di massa su cui viene caricato il sistema operativo e i dati di lavoro. La CPU mette a disposizione una porta di comunicazione Ethernet, 2 USB e una seriale RS232.

Il PLC descritto è un componente robusto, montabile su guida DIN e modulare, che permette di inserire differenti unità d'interfaccia, le quali consentono la gestione di ingressi e di uscite di tipo analogico e digitale. Le interfacce permettono a loro volta di pilotare gli attuatori presenti sul quad e di ricevere i segnali dai trasduttori descritti nei paragrafi precedenti a differenti frequenze di aggiornamento. Si pensi, per esempio, alle diverse bande passanti degli anelli di controllo di livello servo. Ogni modulo comunica con la CPU ad una frequenza di bus di 2 kHz. L'impiego di un PLC per il controllo di basso livello è un buon compromesso tra le specifiche *real-time* del sistema e la possibilità di programmazione ad alto livello.

Il software fornito da B&R è *Automation Studio* e deve essere implementato in linguaggio C.



Figura 2.11: Centralina B&R X20

2.7 Il PC industriale per il controllo di alto livello

Nel computer industriale di alto livello, che è posto nella parte alta anteriore sinistra del quad, ci sono tutti gli algoritmi necessari per la movimentazione teleguidata o autonoma del veicolo. Anch'esso è fornito dall'azienda B&R AUTOMATION ed è composto da un processore Intel Core Duo T7400 da 1024 MB di memoria RAM e da cinque alloggiamenti di interconnessione con componenti periferici (PCI).



Figura 2.12: PC industriale in dotazione all'ATV

I moduli del software di controllo sono stati sviluppati nei linguaggi C/C++ su piattaforme ROS e OROCOS. La prima contiene molte librerie necessarie per l'implementazione dei sistemi basilari di controllo di un robot mobile, la seconda invece è utile per lo sviluppo di algoritmi con specifiche *real-time*.

Il middleware ROS elabora i dati che riceve dal sensore laser SICK LMS 291 allestendo una mappa tridimensionale del terreno circostante. In questo modo, tramite un controllo di tipo MPC (*Model Predictive Control*), viene scelto il percorso meno accidentato minimizzando una cifra di merito che penalizza appunto l'irregolarità del suolo rilevata sia dal laser che dall'elaborazione dei segnali riportati dai sensori propriocettivi descritti nel presente capitolo. Nel middleware OROCOS, invece, vengono manipolate le informazioni e i comandi provenienti dal joystick (quando il veicolo è teleguidato), dall'utente, quando esso stesso inserisce *offline* i *waypoint* per far muovere autonomamente il quad, e dal GPS. Le prime due sorgenti consentono di generare i riferimenti da dare ai servocontrolli mentre i segnali forniti dal GPS, insieme con le rilevazioni eseguite dai trasduttori, contribuiscono a migliorare la stima della posa del veicolo tramite una procedura di *sensor fusion*. La piattaforma OROCOS, inoltre, riceve le misure dalla centralina e invia a sua volta i *set-point* dei sistemi di controllo di basso livello al PLC per mezzo di un *powerlink* Ethernet.

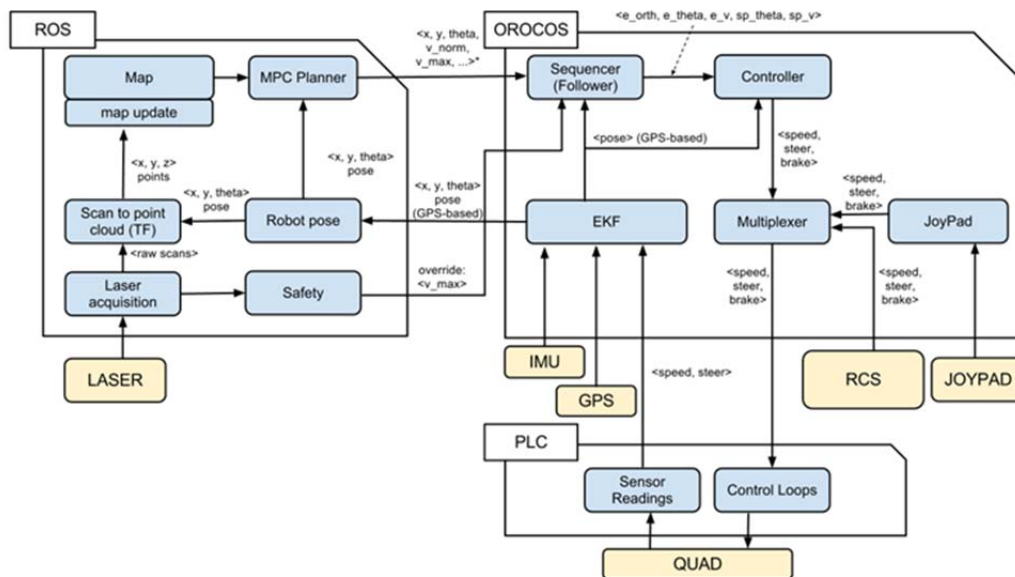


Figura 2.13: Architettura software del controllo di alto livello

2.8 Alcune considerazioni

In questo capitolo è stato descritto il veicolo adottato nel progetto Quadrivio insieme con i principali controlli di basso livello. Le funzionalità che non sono di fondamentale importanza nell'allestire una logica anti-ribaltamento, quali la teleguida e la guida autonoma, sono state illustrate senza pretesa di esaustività. Per ulteriori informazioni si possono consultare i documenti [6], [7] e [8]. Al fine di evitare il verificarsi del fenomeno del ribaltamento è necessario sviluppare un modello che sia il più fedele possibile alla realtà. Gli ambienti di

simulazione che si possono prendere in considerazione sono molteplici e presentano ognuno vantaggi e svantaggi rispetto al fine di questo lavoro.

Il software MSC ADAMS, per esempio, è utilizzato nelle applicazioni che coinvolgono soprattutto sistemi meccanici multi-corpo, pertanto non risulta essere l'ambiente ideale poiché il quad possiede anche servocontrolli che difficilmente si modellizzano con componenti meccanici.

L'eterogeneità di settori che caratterizza il veicolo richiama alla programmazione acausale orientata agli oggetti. Si usa pertanto il linguaggio Modelica e nello specifico il software Dymola.

Nel modello che sarà implementato si svilupperanno, con opportune modifiche e semplificazioni, anche gli anelli di sterzo e di velocità descritti nel presente capitolo.

L'ambiente Matlab/Simulink avrà il compito di gestire il sistema di controllo generale inglobando al suo interno il modello completo del quad.

3 Il modello completo dell'ATV

Per simulare il comportamento dell'ATV reale si è deciso di utilizzare il software Dymola (*Dynamic Modeling Laboratory*) ed in particolare la libreria *Vehicle Dynamics Library* (VDL), la quale è stata concepita per analizzare, dal punto di vista meccanico e del controllo, il comportamento dei veicoli. Tale libreria si applica principalmente allo studio della tenuta di strada, ma un suo possibile utilizzo riguarda anche l'analisi di altri aspetti dinamici, quali i moti di rollio e il controllo della frenata in una situazione realistica di traffico.

Dopo aver implementato il modello completo del quad è possibile interfacciare il software Dymola con l'ambiente Matlab/Simulink per mezzo di una *S-function*. Questa funzione sarà inserita nell'architettura complessiva di controllo.

3.1 Il software Dymola

Dymola è un software usato per modellizzare e simulare complessi sistemi fisici multi-dominio, contenenti cioè componenti meccanici, elettrici, elettronici, termici e del controllo. Esso è basato sul linguaggio Modelica, un linguaggio sviluppato negli anni novanta da un'associazione composta da professori universitari e da esponenti del mondo industriale [9]. Le sue principali caratteristiche sono la programmazione orientata agli oggetti e la modellazione acausale.

La programmazione orientata agli oggetti ha a che fare con programmi intesi come insiemi di oggetti (variabili allocate in memoria) che interagiscono tra loro scambiandosi messaggi ed invocando dei servizi.

Per oggetto si intende l'istanza di una classe, la quale può essere a sua volta considerata come un'astrazione di un insieme di blocchi di variabili allocati in memoria che hanno la peculiarità di avere gli stessi attributi e di offrire gli stessi servizi. In Dymola qualsiasi elemento è un oggetto che può essere a sua volta composto da altri oggetti. Si pensi per esempio alla classe "lampada", che è formata dagli oggetti "lampadina" e "pulsante". Gli attributi di un oggetto definiscono la configurazione corrente in cui esso si trova: la lampada, infatti, può essere "accesa" o "spenta". I servizi, o funzioni, determinano come l'oggetto interagisce con altri oggetti. I metodi che l'oggetto lampada può possedere sono l'"accensione" e lo "spegnimento". L'oggetto può instaurare delle connessioni mediante opportune interfacce, o connettori, che permettono di gestire flussi di dati con altre variabili. Nel software Dymola i connettori sono oggetti che riproducono i collegamenti reali dei componenti. Nella realtà del quad potrebbero essere cavi elettrici o flange meccaniche.

In un approccio di tipo causale il modello di un sistema viene descritto in una forma simile all'algoritmo di soluzione, cioè a fronte di un dato ingresso viene calcolata l'uscita. Esso rimane quindi vincolato al contesto e raramente può

essere riusato in altre applicazioni. Inoltre, analizzando sistemi complessi multi-dominio, la topologia del modello, spesso lontana da quella del sistema reale, impone una profonda manipolazione delle equazioni.

La modellazione acausale permette invece di scrivere le equazioni matematiche in modo indipendente dalle condizioni al contorno e senza la necessità di indicare quali siano le variabili d'ingresso e di uscita. La causalità, che è assente nel modello, sarà determinata in seguito dal compilatore e dal simulatore attraverso una fase di manipolazione simbolica. Tutto ciò permette di riutilizzare in ogni contesto il componente che interessa.

3.2 La Vehicle Dynamics Library

Come già accennato nell'introduzione del presente capitolo, la *Vehicle Dynamics Library* è stata sviluppata per studiare e controllare il comportamento di un veicolo per lo più stradale il cui modello è implementato in modo gerarchico.

Come ogni libreria Dymola, la *Vehicle Dynamics Library* è divisa in pacchetti, o *packages*, che contengono al loro interno dei sotto-pacchetti, dei modelli di componenti utilizzabili per costruire il veicolo ed esempi illustrativi di esperimenti completi precostruiti o *built-in* [10].

Di seguito viene analizzata nel dettaglio l'implementazione del modello dell'ATV. Tale lavoro è stato svolto in collaborazione con un altro elaborato di tesi, di cui si trovano i riferimenti in bibliografia [11]. Dopo questa analisi, il modello del quad sarà inserito in un esperimento che ne permetta la simulazione e verrà quindi descritto il modo in cui un qualsiasi esperimento può essere usato all'interno dell'ambiente Matlab/Simulink.

3.3 Il Vehicle

Il primo passaggio per implementare il modello dell'ATV è realizzare il blocco denominato "Vehicle", che contiene tutta la struttura meccanica del veicolo. Per raggiungere lo scopo si è scelto di estendere il modello, o *template*, "*VehicleDynamics.Vehicles.Templates.FrontEngineCar*", cioè si è scelto di creare un nuovo oggetto che eredita da esso gli attributi e i servizi e che deve poi essere completato inserendo il cruscotto, il motore, la trasmissione, i freni, lo chassis e il tipo di trazione.

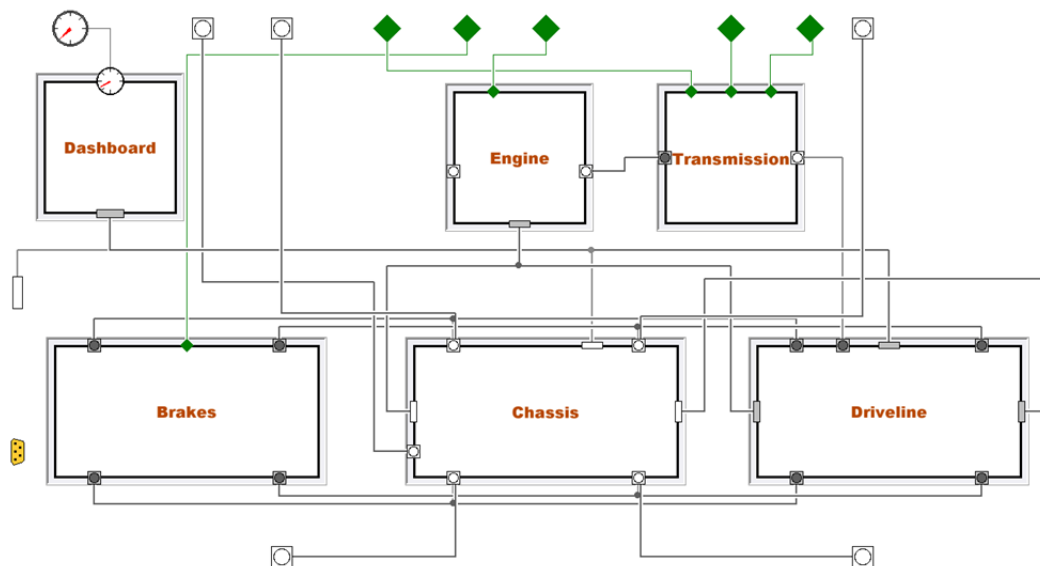


Figura 3.1: *Template generale del veicolo*

3.3.1 Lo Chassis

La modellizzazione tramite estensione del *template* “*VehicleDynamics.Vehicles.Chassis.Templates.Car*” ha interessato anche lo chassis del veicolo, di cui si riporta di seguito l’immagine relativa.

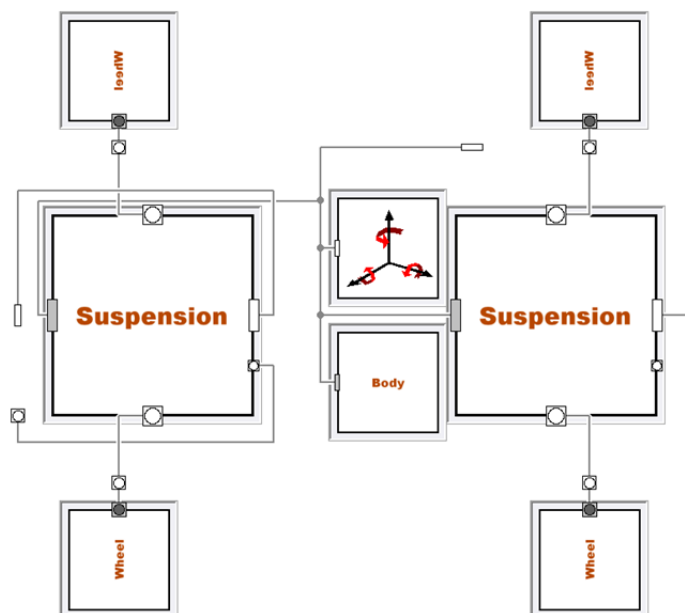


Figura 3.2: *Template dello chassis*

3.3.1.1 Il Body

Nella libreria VDL sono presenti differenti tipi di carrozzeria. Poiché il veicolo in esame è di tipo *all terrain*, cioè che può muoversi su un qualunque terreno, si è scelto di istanziarne il body con quello di una *compact car*, che sembrerebbe essere il più indicato per approssimarne la struttura.

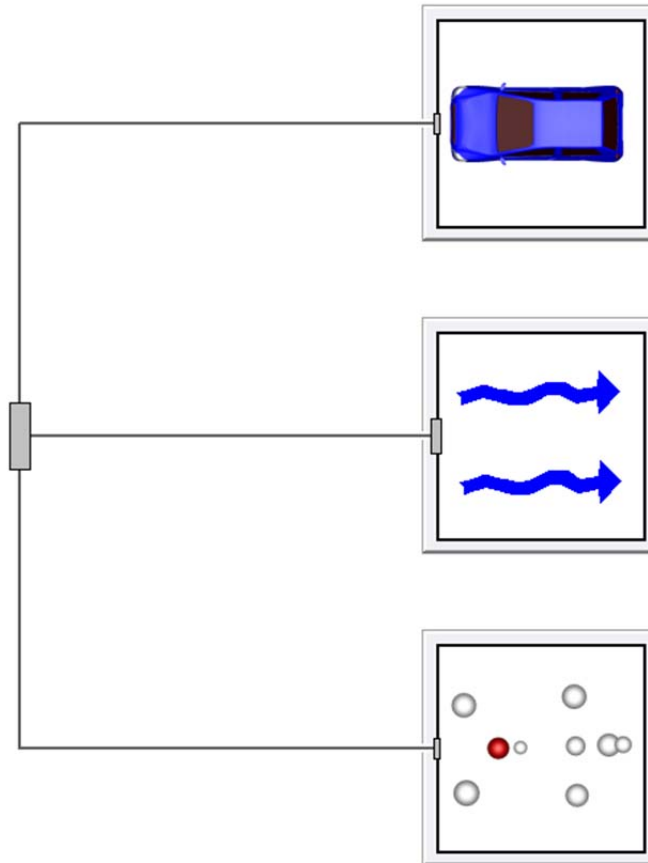


Figura 3.3: Body di una *compact car*

Con riferimento al body di una *compact car*, Figura 3.3, si trovano tre riquadri. Nel primo sono contenute le dimensioni del veicolo, quali la carreggiata e il passo, e alcune proprietà di visualizzazione che riguardano gli esperimenti di simulazione.

Nella cornice centrale vengono analizzate le proprietà aerodinamiche del mezzo. Si possono inserire infatti i dati relativi alla sua area frontale e laterale con i rispettivi coefficienti di *drag*. Queste ultime impostazioni non sono di particolare interesse a causa delle velocità ridotte a cui si farà viaggiare il quad, al massimo attorno ai 20 km/h. Sulla base del fatto che le forze aerodinamiche

acquistano importanza per velocità elevate non è stato ritenuto necessario modificare quei parametri. Sono state lasciate, quindi, le impostazioni di default. Il terzo riquadro è quello più importante e riguarda le proprietà inerziali del veicolo. In primo luogo bisogna conoscere la posizione del baricentro della massa sospesa, che comprende tutti gli elementi sostenuti dalle sospensioni. Questa sarà calcolata rispetto al sistema di riferimento del veicolo, la *Vehicle frame*, che si trova di default nel mezzo dell'assale anteriore e che segue la convenzione della mano destra. Gli assi x, y e z sono positivi rispettivamente in avanti, a sinistra e verso l'alto. Nel quad reale quella posizione è occupata dal differenziale anteriore. Sulla base dei dati riscontrati nel documento [8] è possibile ricavare le coordinate del baricentro.

Posizione rispetto alla <i>Vehicle frame</i>	[m]
x	-0.777
y	0
z	0.518

Tabella 3.1: Coordinate del baricentro della massa sospesa rispetto alla *Vehicle frame*

Nella posizione definita dalla Tabella 3.1 è concentrata la massa sospesa del quad di circa 272.5 kg e, rispetto ad essa, verrà calcolato il tensore d'inerzia, contenuto anch'esso nel documento sopra citato.

$$J = \begin{bmatrix} 7.7 & 0.03 & 0.6 \\ 0.03 & 41.93 & 0 \\ 0.6 & 0 & 40.45 \end{bmatrix} [kg \cdot m^2]$$

Il quad è equipaggiato con molti strumenti e sensori utili per renderlo un veicolo auto-pilotato. Essi sono considerati come *payloads* e rappresentati come masse concentrate. Di seguito è riportato un elenco dei principali elementi, la loro massa e la loro posizione rispetto alla terna di riferimento, la *Vehicle frame*.

Elemento	Massa [kg]	Posizione [m]
Accumulatore al piombo dx	21	[-0.8; -0.4; 0.17]
Accumulatore al piombo sx	21	[-0.8; 0.4; 0.17]
Torretta	1	[0.1; 0; 0.8]
Laser SICK	4.5	[0.35; 0; 0]
Computer industriale	3.5	[0.1; 0.39; 0.8]
Centralina	3.5	[0.1; -0.39; 0.8]

Tabella 3.2: Caratterizzazione della strumentazione

3.3.1.2 Il blocco Motion

Il blocco “Motion” è un componente che permette lo spostamento del telaio lungo i sei gradi di libertà che un corpo possiede in uno spazio tridimensionale. In particolare si utilizza per descrivere il movimento relativo del veicolo espresso nel sistema di riferimento *Vehicle frame* rispetto a quello inerziale *World* che verrà analizzato in seguito.

È possibile impostare le condizioni iniziali di moto del quad specificando la posizione, la velocità e l’accelerazione.

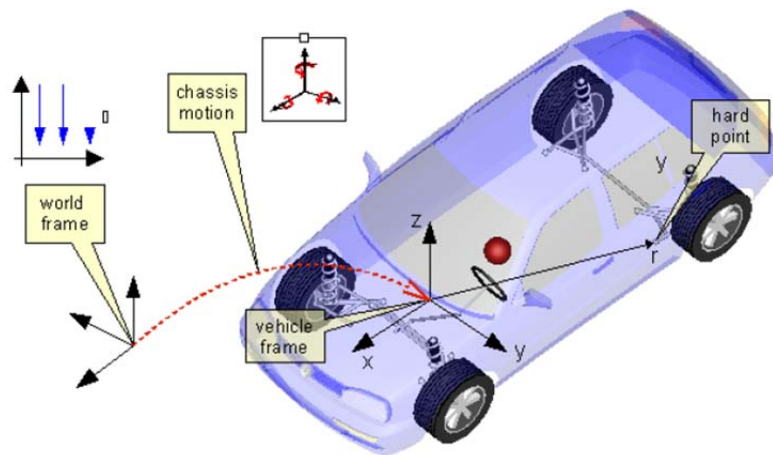


Figura 3.4: Sistemi di coordinate

3.3.1.3 Gli pneumatici

Gli pneumatici di un quad sono molto differenti da quelli che può montare un’autovettura. Essi, infatti, sono intagliati in profondità (tassellati) per garantire una presa e un *grip* elevati per ogni tipo di terreno e condizione climatica, poiché il veicolo quad è stato concepito per essere usato soprattutto *off-road*. Sulla base di queste considerazioni si è scelto di montare sul modello delle gomme simili a quelle dei trattori.

La classe degli pneumatici scelta appartiene alla

“*VehicleDynamics.Vehicles.Chassis.Wheels.Examples.GSTBakker87.Gravel_87_5_65_R29*”.

La dinamica del veicolo dipende fortemente dalle forze che si generano dall’interazione tra la gomma e il suolo. Tale dinamica viene modellizzata sfruttando la parametrizzazione originale della *Magic Formula* di Pacejka [12], la quale necessita di un certo numero di parametri ottenibili con prove specifiche eseguibili in laboratorio. Non avendo a disposizione tale strumentazione si è scelto di lasciare i parametri di default. Si è scelto invece di modificare i valori riguardanti le dimensioni, la massa e il momento d’inerzia di ogni gomma.

Gli pneumatici anteriori sono *tubeless* (senza camera d'aria) di tipo Dunlop/KT421 AT25 x 8-12. Ciò significa che sono caratterizzati da un'altezza indeformata di 25 pollici (63.5 cm), da una larghezza del battistrada di 8 pollici (20.32 cm) e da un diametro del cerchione, o *rim*, di 12 pollici (30.48 cm). Le ruote posteriori, invece, sono delle Dunlop/KT425 AT25 x 10-12, che hanno altezza e diametro identici alle ruote anteriori, ma una larghezza di battistrada maggiore: 10 pollici (25.4 cm) anziché 8 pollici.

Per dimensionare in modo corretto lo pneumatico, Dymola richiede la larghezza del battistrada in millimetri, il rapporto tra l'altezza della spalla e la larghezza del battistrada in percentuale, il noto *aspect ratio*, e il diametro del cerchione in pollici.

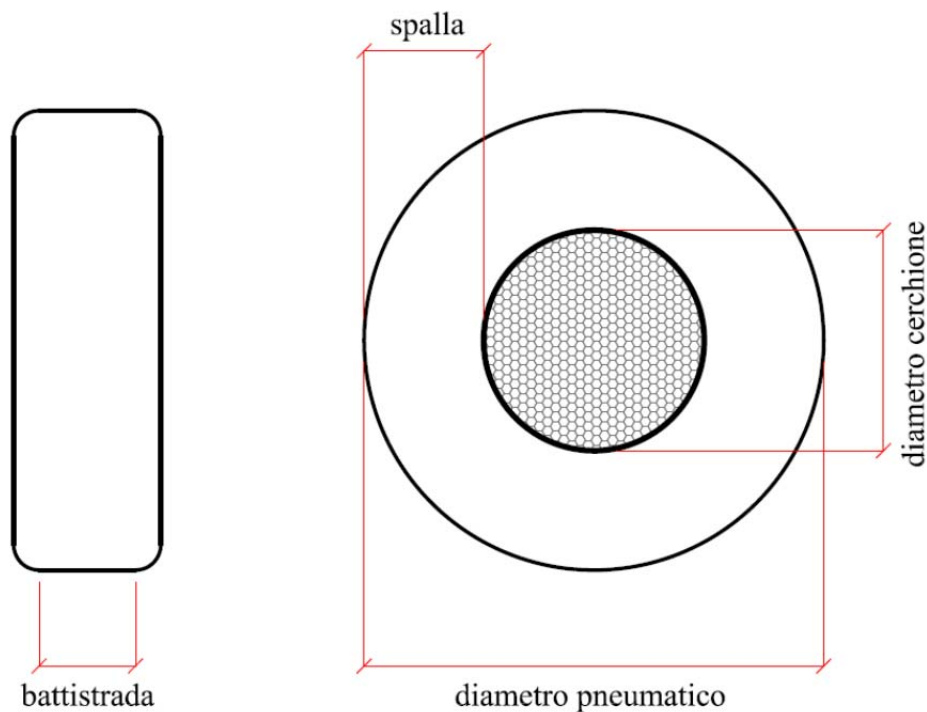


Figura 3.5: Parametri relativi alle dimensioni degli pneumatici

La spalla è stata calcolata nel modo seguente.

$$Spalla = \frac{Diametro_{pneumatico} - Diametro_{cerchione}}{2} \quad (3.1)$$

Il risultato ottenuto è un *aspect ratio* pari a 81.25% per le ruote anteriori e 65% per quelle posteriori.

Gli unici dati mancanti riguardano la massa e il momento d'inerzia delle gomme e, dopo averne cercate le caratteristiche fisiche, si sono ottenuti i valori di 7 kg per quelle anteriori e di 8 kg per quelle posteriori.

Poiché Dymola considera le gomme come dei dischi ideali, immediato è il calcolo del momento d'inerzia attorno all'asse di rotazione passante per il mozzo della ruota e perpendicolare al raggio dello pneumatico.

$$J_{xx_{anteriore}} = \frac{mR^2}{2} = 0.353 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Il momento d'inerzia rispetto agli assi normali a quello di rotazione è pari alla metà di quello appena calcolato.

$$J_{yy_{anteriore}} = J_{zz_{anteriore}} = \frac{J_{xx_{anteriore}}}{2} = 0.176 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Applicando le stesse formule alle ruote posteriori si ottengono i seguenti risultati:

$$J_{xx_{posteriore}} = 0.403 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_{yy_{posteriore}} = J_{zz_{posteriore}} = 0.201 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

3.3.1.4 Le sospensioni

Le sospensioni completano la descrizione dello chassis. Senza queste ogni tipo di veicolo sarebbe difficilmente manovrabile. In prima analisi si potrebbe pensare che il loro principale obiettivo sia quello di filtrare le irregolarità del terreno. Tuttavia esse hanno un ruolo fondamentale nel gestire i moti verticali (o di *heave*), di rollio e di beccheggio della scocca e influenzano inoltre la tenuta laterale di strada del mezzo. Sono quindi fondamentali per migliorare la stabilità dell'intero veicolo.

Al fine di implementare un modello il più fedele possibile alla realtà sono state scelte delle sospensioni di tipo *double wishbone*, le stesse che sono state montate sul quad. Esse sono delle sospensioni passive formate da un gruppo molla-smorzatore disposto in modo co-assiale e delimitato da due braccetti *A-arm*.

In Figura 3.6 e Figura 3.8 sono raffigurate le sospensioni costruite dal software, molto simili a quelle reali (Figura 3.7 e Figura 3.9).

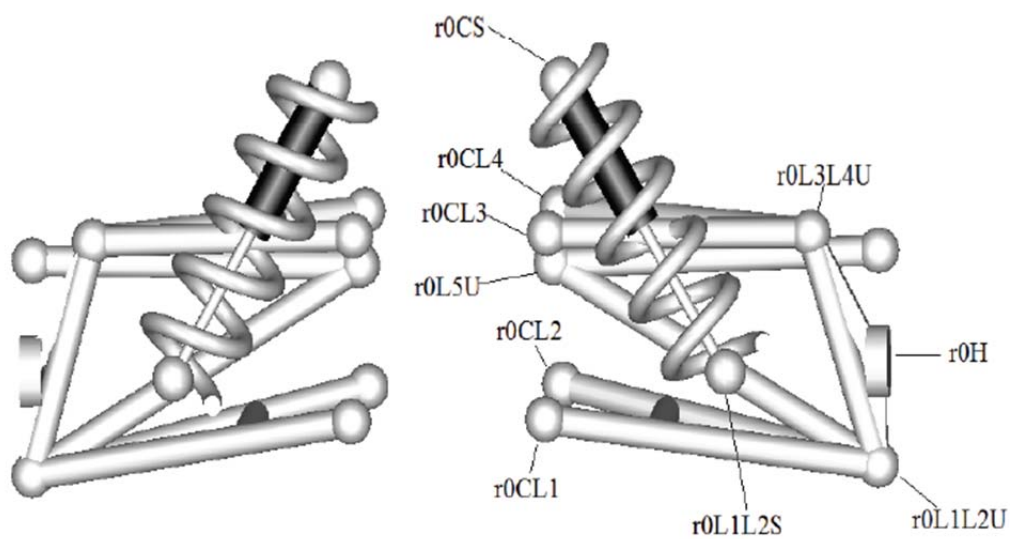


Figura 3.6: Modello delle sospensioni anteriori con indicazione degli *hard-point*



Figura 3.7: Sospensione anteriore del quad

Una volta istanziate le sospensioni è necessario definire le posizioni degli *hard-point*, ovvero quei punti di riferimento che il software utilizza per costruire il modello. Nella realtà questi elementi collegano la sospensione con lo chassis del veicolo, con il mozzo della ruota e con i braccetti dello sterzo. Dymola inserisce di default nelle sospensioni anteriori uno stabilizzatore, cioè una barra anti-rollo, che è presente soltanto nell'assale posteriore dell'ATV: perciò, prima di

di default nelle sospensioni anteriori uno stabilizzatore, cioè una barra anti-rollo, che è presente soltanto nell'assale posteriore dell'ATV: perciò, prima di impostare le coordinate dei punti notevoli della sospensione anteriore, è stato necessario rimuovere il componente.

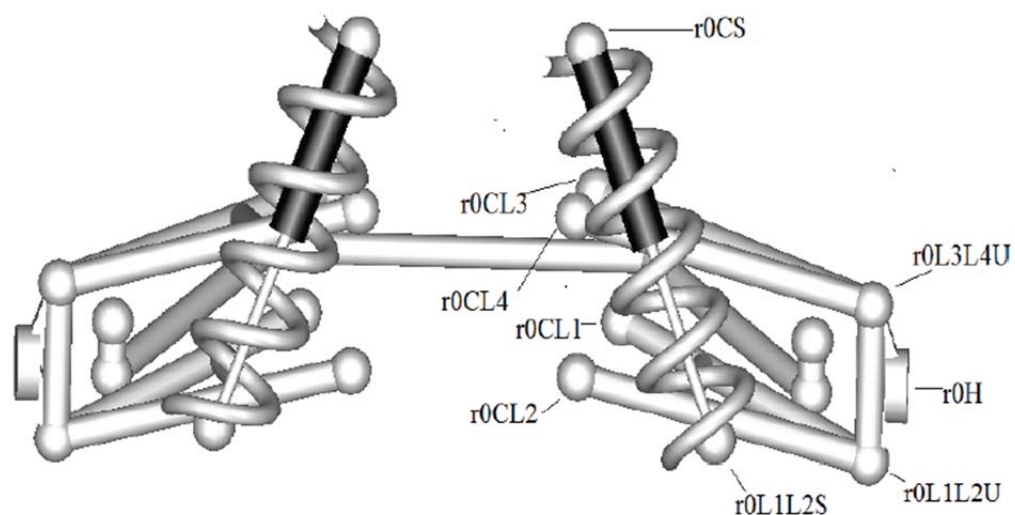


Figura 3.8: Modello delle sospensioni posteriori con indicazione degli *hard-point*



Figura 3.9: Sospensioni posteriori del quad

Per rappresentare fedelmente il sistema sospensione sono state eseguite delle misure sul veicolo reale in modo tale da ottenere tutte le quote rispetto alla *Vehicle frame*, la quale è posta al centro dell'assale anteriore. Ciò non è del tutto vero per le sospensioni posteriori: infatti, il software richiede un offset rispetto alla terna di riferimento e le quote degli *hard-point* sono quindi calcolate rispetto a tale valore. L'offset scelto è pari a 1.25 metri, che è il passo del veicolo [7]. Il sistema di riferimento per le sospensioni posteriori è collocato nel mezzo del medesimo assale.

In Tabella 3.3, Tabella 3.4, Tabella 3.5 e Tabella 3.6 sono riportati i dati utilizzati all'interno del software.

Sospensione anteriore DX	{x,y,z} [m]
r0H	{0,-0.46,0}
r0CL1	{0.1,-0.11,-0.04}
r0CL2	{-0.18,-0.11,-0.04}
r0CL3	{0.02,-0.11,0.13}
r0CL4	{-0.18,-0.11,0.13}
r0CS	{0.05,-0.12,0.28}
r0L1L2S	{0.07,-0.3,0}
r0L1L2U	{0,-0.46,-0.1}
r0L3L4U	{0,-0.39,0.12}
r0L5U	{-0.07,-0.11,0.09}

Tabella 3.3: *Hard-point* sospensione anteriore DX

Sospensione anteriore SX	{x,y,z} [m]
r0H	{0,0.46,0}
r0CL1	{0.1,0.11,-0.04}
r0CL2	{-0.18,0.11,-0.04}
r0CL3	{0.02,0.11,0.13}
r0CL4	{-0.18,0.11,0.13}
r0CS	{0.05,0.12,0.28}
r0L1L2S	{0.07,0.3,0}
r0L1L2U	{0,0.46,-0.1}
r0L3L4U	{0,0.39,0.12}
r0L5U	{-0.07,0.11,0.09}

Tabella 3.4: *Hard-point* sospensione anteriore SX

Sospensione posteriore DX	{x,y,z} [m]
r0H	{-0.05,-0.46,-0.1}
r0A	{0.05,-0.37,-0.08}
r0CL1	{0.14,-0.17,-0.01}
r0CL2	{-0.08,-0.12,-0.1}
r0CL3	{0.16,-0.14,0.02}
r0CL4	{-0.03,-0.11,0.06}
r0CS	{-0.09,-0.12,0.24}
r0L1L2S	{-0.17,-0.26,-0.1}
r0L1L2U	{-0.06,-0.43,-0.2}
r0L3L4U	{-0.1,-0.43,-0.01}

Tabella 3.5: *Hard-point* sospensione posteriore DX

Sospensione posteriore SX	{x,y,z} [m]
r0H	{-0.05,0.46,-0.1}
r0A	{0.05,0.37,-0.08}
r0CL1	{0.14,0.17,-0.01}
r0CL2	{-0.08,0.12,-0.1}
r0CL3	{0.16,0.14,0.02}
r0CL4	{-0.03,0.11,0.06}
r0CS	{-0.09,0.12,0.24}
r0L1L2S	{-0.17,0.26,-0.1}
r0L1L2U	{-0.06,0.43,-0.2}
r0L3L4U	{-0.1,0.43,-0.01}

Tabella 3.6: *Hard-point* sospensione posteriore SX

Impostando i valori di rigidezza e smorzamento si arriva a descrivere il gruppo molla-smorzatore. Sulla base dei dati evinti dal documento [13], i risultati che riguardano le costanti elastiche sono i seguenti:

$$K_{ant} = 23000 \text{ N/m}$$

$$K_{post} = 33500 \text{ N/m}$$

Non sono disponibili invece i coefficienti di smorzamento degli ammortizzatori, perciò è stato necessario recuperarli da un precedente modello del quad [14], che ha fornito i valori seguenti:

$$R_{ant} = R_{post} = 20000 \text{ N} \cdot \text{s/m}$$

Sono visibili di seguito, in Tabella 3.7 e Tabella 3.8, gli *hard-point* del sistema sterzo e della barra anti-rollio con le relative immagini illustrative.

Sterzo	{x,y,z} [m]
r0R_1	{-0.06,0.46,0.1}
r0R_2	{-0.06,-0.46,0.1}
r0PR	{0.039,0,0.05}
r0PZ	{0,0,0.056}
r0QZ	{-0.37,0,0.5}
r0Q	{-0.4,0,0.7}

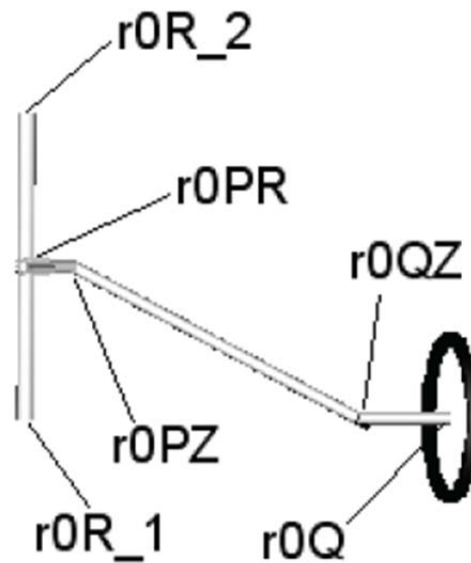


Tabella 3.7: *Hard-point* del sistema sterzo

Figura 3.10: *Hard-point* del sistema sterzo

Barra antirollio	{x,y,z} [m]
r0LX_1	{0.05,0.37,-0.08}
r0AL_1	{0.05,0.37,-0.13}
r0AC_1	{0.29,0.2,-0.08}
r0LX_2	{0.05,-0.37,-0.08}
r0AL_2	{0.05,-0.37,-0.13}
r0AC_2	{0.29,-0.2,-0.08}

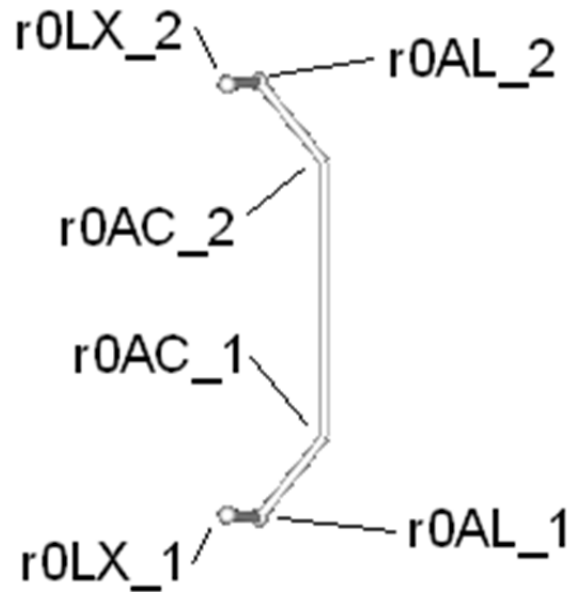


Tabella 3.8: *Hard-point* dello stabilizer posteriore

Figura 3.11: *Stabilizer* posteriore con relativi *hard-point*

Per quanto riguarda gli pneumatici montati sull'avantreno e sul retrotreno, è possibile impostare gli angoli caratteristici di campanatura, o *camber*, e di convergenza, denominato anche *toe*. Essi influiscono sul comportamento dinamico del veicolo e sulla sua tenuta di strada. Si definisce angolo di

campanatura l'angolo formato tra la normale al terreno e l'asse della ruota, mentre l'angolo di convergenza è l'angolo compreso tra l'asse longitudinale del veicolo e quello della gomma.

Il quad reale ha un *camberaggio* nullo mentre è possibile modificare il *toe*. Le convenzioni utilizzate per determinare questi parametri sono mostrate nella figura seguente:

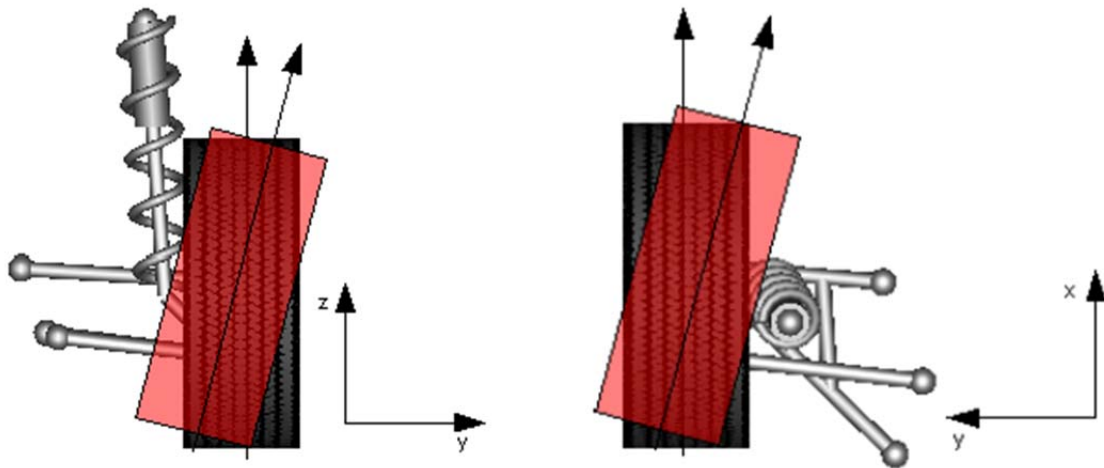


Figura 3.12: Angolo positivo di *camber* (a sinistra) e angolo positivo di *toe* (a destra)

Solitamente viene impostato un angolo di convergenza negativo (ovvero una divergenza) per le ruote motrici in quanto in trazione tendono a convergere a causa di molteplici fattori dipendenti dal tipo di terreno e da leggere deformazioni dei braccetti delle sospensioni. È stata scelta per il modello dinamico una trazione posteriore, per cui è stato determinato sul retrotreno un angolo di divergenza di 1.5° .

3.3.2 Il motore

Al fine di implementare il modello dell'ATV è ora necessario modellizzare il motore. In primo luogo è possibile impostare la sua posizione rispetto alla *Vehicle frame*. Per essere più fedeli alla realtà si è scelto di collocarlo a metà del passo del veicolo in quanto il motore è situato in posizione centrale. Importante è la descrizione delle curve caratteristiche da parte del programma. Esse vengono implementate con una tabella la cui prima riga rappresenta l'apertura della valvola a farfalla in per unità (i valori sono quindi compresi tra 0 e 1) mentre nella prima colonna vengono riportati i giri del motore.

giri\apertura/coppia [rpm]\[p.u.]/[Nm]	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
600	17	35	49	62	92	104	110	114	117	117	120
1000	2	29	48	66	93	108	113	120	125	126	130
2000	-10	16	44	66	93	110	119	128	137	142	147
3000	-17	7	37	60	92	110	125	131	141	147	153
4000	-20	-2	24	56	89	108	123	132	144	153	161
4500	-23	-7	17	50	80	103	117	128	144	157	167
5000	-24	-11	10	34	67	93	109	122	136	150	164
6000	-25	-17	-2	18	45	68	83	98	114	124	138
6200	-25	-18	-5	11	36	57	74	88	104	116	130
6500	-25	-18	-11	-10	-10	-10	-10	-11	-11	-12	-13

Tabella 3.9: Curva caratteristica standard

Nella Tabella 3.9, ad una velocità di rotazione di 6000 rpm e con un'apertura della farfalla del 50% si eroga all'albero motore una coppia di 68 Nm. Il motore di cui dispone il quad è un Yamaha 686 cc monocilindrico, le cui curve caratteristiche non sono disponibili. La loro identificazione richiederebbe delle prove specifiche, eseguibili in laboratorio, di difficile realizzazione. Poiché i dati riportati in Tabella 3.9 sono utilizzati dal software per alimentare una berlina, è necessario sottoporli a modifiche opportune, in base ai dati disponibili, al fine di renderli più simili a quelli di un ATV; nota è solamente la potenza massima erogabile che è pari a 33.8 kW (46 CV) [7]. Si è ipotizzato successivamente un valore verosimile di coppia massima pari a 50 Nm e si sono infine moltiplicati i coefficienti della tabella per il rapporto tra la coppia massima che si vuole ottenere e quella già presente nella matrice.

Così si è ottenuto un andamento dei parametri della mappa compatibile con quello di un tipico motore a combustione interna montato su un ATV.

Attraverso una prova eseguita sul veicolo [6], si è potuto impostare un valore di 0.03 secondi per la costante di tempo della farfalla, che descrive a tutti gli effetti la dinamica del motore. Di seguito viene riportata l'immagine relativa alla risposta della valvola a un gradino di ampiezza pari alla metà dell'apertura massima.

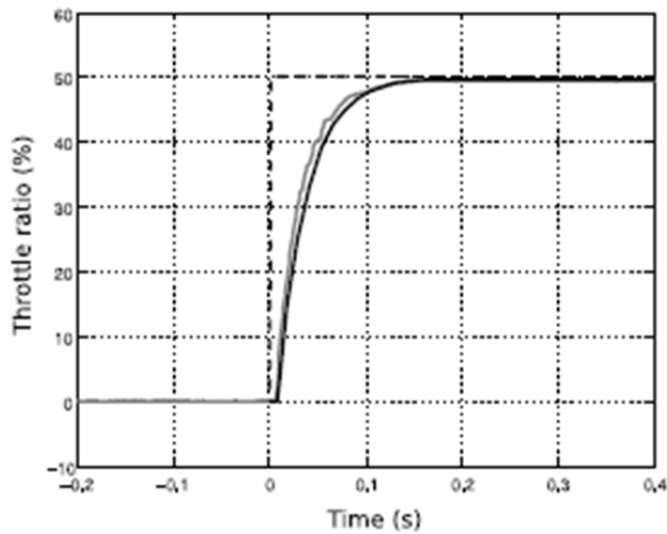


Figura 3.13: Risposta della valvola a farfalla a un gradino

3.3.3 La trasmissione

La trasmissione rappresenta un altro componente del modello del veicolo presentato in Figura 3.1, ed è costruita in modo tale da rispecchiare il comportamento di quella effettivamente presente sul quad, che nel caso in esame è una *V-belt* automatica dotata di frizione centrifuga e di un riduttore finale ([8], [7]).

Il riduttore consente di selezionare, prima di ogni simulazione, due diversi rapporti di trasmissione per la marcia in avanti (*low range*: 31/16, *high range*: 29/25), la retromarcia e il funzionamento in folle. Si ricorda che, prima della movimentazione automatica dell'ATV reale, si imposta il tipo di marcia in avanti che si desidera.

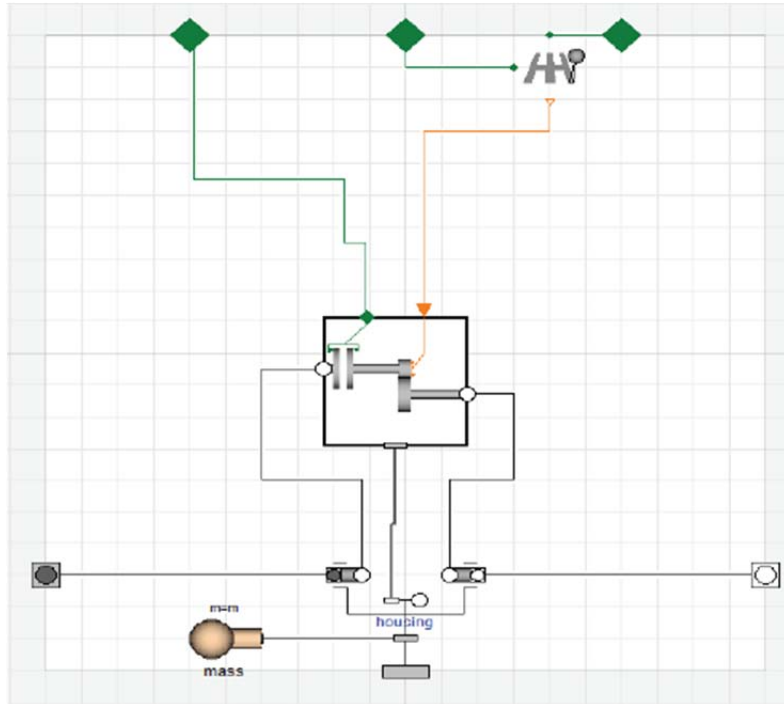


Figura 3.14: Trasmissione

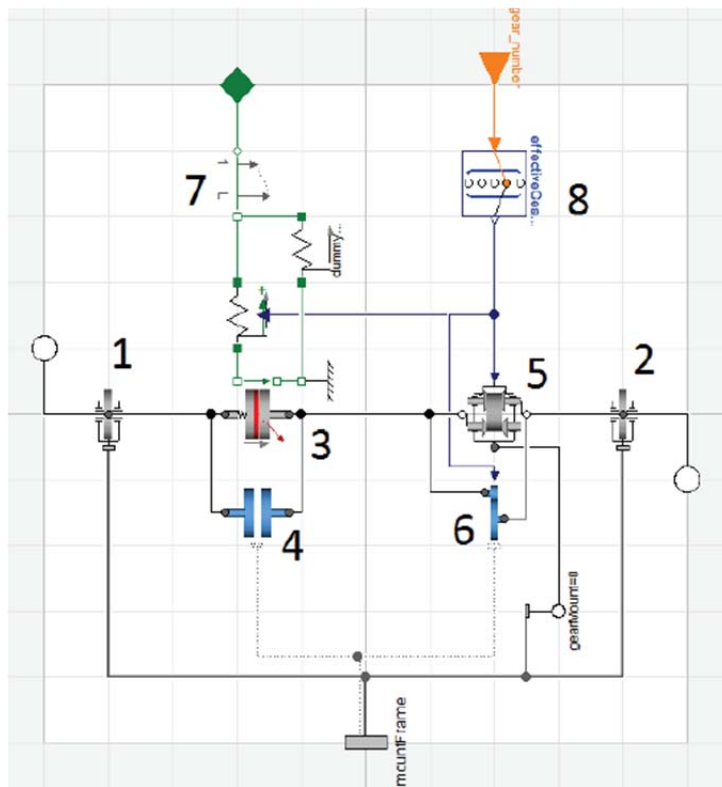


Figura 3.15: Blocco centrale della trasmissione

In Figura 3.14 è raffigurato il blocchetto che rappresenta la trasmissione. In Figura 3.15 i sistemi 1 e 2 sono rispettivamente l'inerzia ridotta all'albero in ingresso e in uscita dalla trasmissione.

Il terzo blocco è la frizione. L'elemento 4 è collegato direttamente ai connettori della frizione e ne fornisce una rappresentazione a tre dimensioni durante l'animazione del modello. Il sistema 5 rappresenta il variatore CVT (*Continuously Variable Transmission*), mentre il blocco 6, in modo analogo al 4, fornisce una rappresentazione tridimensionale di quest'ultimo. Il settimo blocco raffigura le molle che conferiscono il precarico ai dischi della frizione. Infine, si può scegliere quale rapporto di trasmissione utilizzare, tra quelli inseriti in sede di progettazione prima di simulare il modello, attraverso il componente 8.

3.3.4 Il blocco Driveline

È possibile scegliere per l'ATV due tipi di trazione: quella posteriore o quella integrale. In questo modello è stata istanziata la classe basilare di trazione posteriore

“VehicleDynamics.Vehicles.Powertrains.Drivelines.BasicRearWheelDrive”.

3.3.5 I freni

Nella configurazione odierna del veicolo il comando dei freni non è attuato. Infatti, non è necessario impiegarli nelle prove che sono eseguite sul campo a causa delle velocità moderate che vengono raggiunte dal mezzo e per l'elevato freno motore che presenta. Tuttavia, nel modello Dymola è stata utilizzata la classe *“VehicleDynamics.Vehicles.Brakes.FixedProportioning”* per consentire eventualmente in futuro l'attuazione dei comandi ai freni.

3.3.6 Il Dashboard

Il “Dashboard” è il cruscotto virtuale del modello e fornisce una serie di letture, quali la velocità longitudinale e i giri del motore, direttamente utilizzabili nelle simulazioni. Nel modello è stata installata la versione estesa in quanto è necessario retroazionare la velocità del mezzo, convertita in metri al secondo, per poter allestire un controllo che agisca sulla valvola a farfalla.

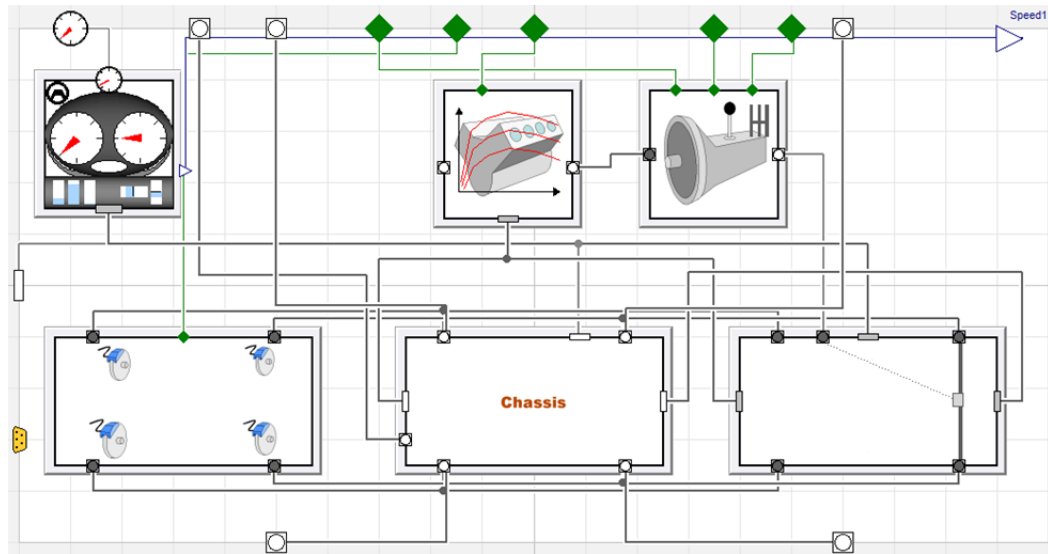


Figura 3.16: Il veicolo completo

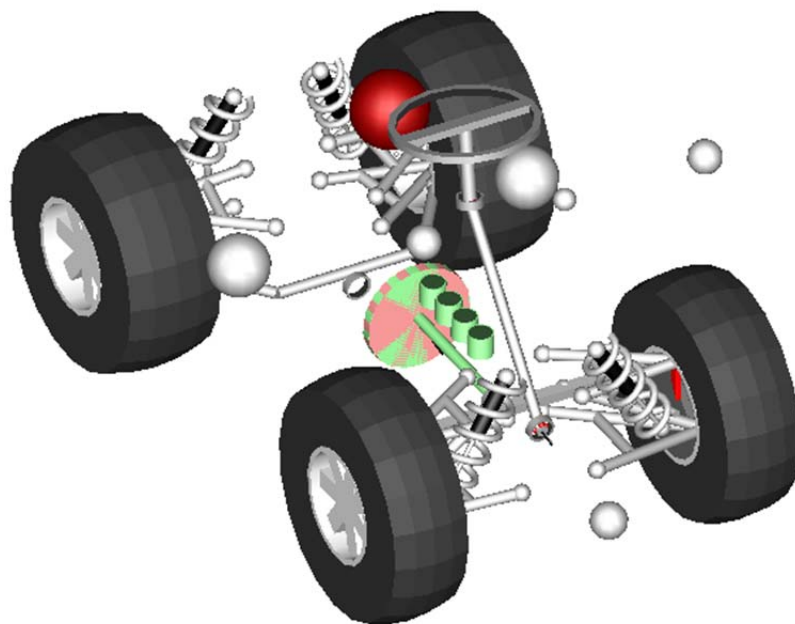


Figura 3.17: Modello dinamico del quad

Il modello del quad è stato completato inserendo la carrozzeria in alluminio presente sul veicolo reale. Essa viene visualizzata negli esperimenti in fase di simulazione e non possiede proprietà inerziali poiché le stesse vengono considerate dal blocco “Body” analizzato in precedenza. Dopo aver misurato le dimensioni della carrozzeria dell’ATV è stata disegnata la scocca tramite il

programma CAD Catia. Nella figura seguente è mostrato il modello completo del quad, che riproduce fedelmente quello reale.

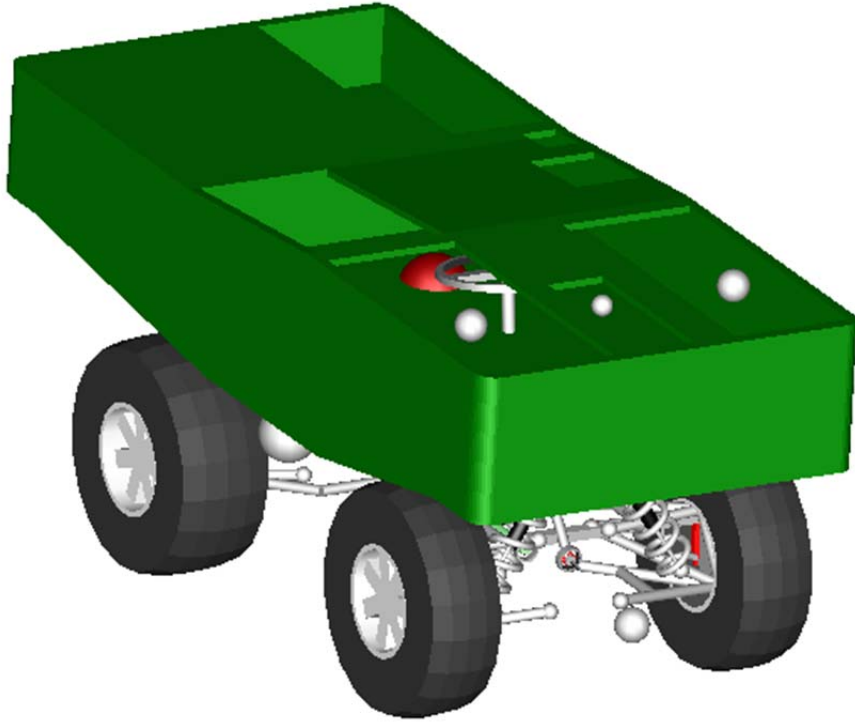


Figura 3.18: Il modello completo dell'ATV

3.4 Costruzione di un esperimento

Dopo aver implementato il modello dinamico completo dell'ATV, è possibile simularne il comportamento in un qualsiasi esperimento. A tale scopo vengono descritti i componenti necessari per avviare una simulazione.

3.4.1 Il blocco World

L'elemento *World* rappresenta il sistema di riferimento globale dell'esperimento. Esso appartiene alla libreria "*Modelica.Mechanics.Multibody*" ed è possibile definire al suo interno la direzione dell'accelerazione di gravità. In modo analogo alla *Vehicle frame*, anch'essa è una terna destrorsa con gli assi *x*, *y* e *z* positivi rispettivamente in avanti, a sinistra e verso l'alto. Pertanto la forza gravitazionale avrà la stessa direzione dell'asse *z* ma verso opposto.

3.4.2 Il blocco Atmosphere

In questo blocco vengono definite le condizioni ambientali in cui viene svolto l'esperimento. Esse riguardano la velocità del vento, la temperatura, la densità dell'aria e la pressione atmosferica. Queste caratteristiche interagiscono direttamente con le proprietà aerodinamiche del veicolo analizzate precedentemente nel blocco "Body".

Si è scelto di lasciare le impostazioni di default, per cui ogni simulazione sarà eseguita in assenza di vento, a una temperatura di 26.85°C, con pressione atmosferica pari a 1 bar e densità dell'aria di 1 kg/m³ (contro un valore normale di circa 1.2 kg/m³).

3.4.3 Il blocco Ground

Il blocco "Ground" definisce la tipologia di terreno su cui viaggerà il modello. Se ne possono sfruttare diversi tipi, tra cui quello pianeggiante e quello sconnesso. Entrambi sono definiti dal coefficiente di attrito nominale, che per default è unitario, mentre il terreno sconnesso viene concepito come un rettangolo e descritto da una tabella. Nella prima colonna della tabella sono presenti i punti appartenenti ad un lato del rettangolo espressi in metri, mentre nella prima riga ci sono i punti che compongono il lato consecutivo al precedente. La matrice viene completata inserendo le rispettive quote in metri. È inoltre possibile importare un terreno reale, purché i dati che lo descrivono siano sotto forma di tabella, e creare una qualsiasi superficie sfruttando la funzione "Road builder".

3.4.4 Il blocco Driver

Il blocco *Driver* simula la presenza del pilota. La VDL (*Vehicle Dynamics Library*) fornisce due tipologie di conducente, il "Closed loop driver" e l'"Open loop driver". Per il modello si è scelto il guidatore *open loop*, che richiede in ingresso tutti i comandi tipici della guida, ovvero la rotazione impressa allo sterzo, la forza esercitata sul pedale del freno, la marcia inserita, la posizione della frizione e dell'acceleratore. È possibile stabilire a priori i valori di questi input prima di ogni simulazione, oppure si possono modificare *run-time* agendo dall'esterno tramite opportune interfacce che saranno analizzate nel seguito del capitolo. Questo blocco interagisce col veicolo per mezzo dei tipici comandi presenti su un'autovettura, cioè i pedali, lo sterzo e la leva del cambio. Il guidatore *closed loop* è invece munito di un sistema di percezione della strada tale da renderlo in grado di reagire autonomamente ai disturbi esterni, quali la presenza di una curva, di ostacoli e di traffico, azionando i vari componenti del quad. Tale conducente non rende quindi possibile l'interfacciamento col modello, allo scopo di controllarlo, e perciò non sarà usato.

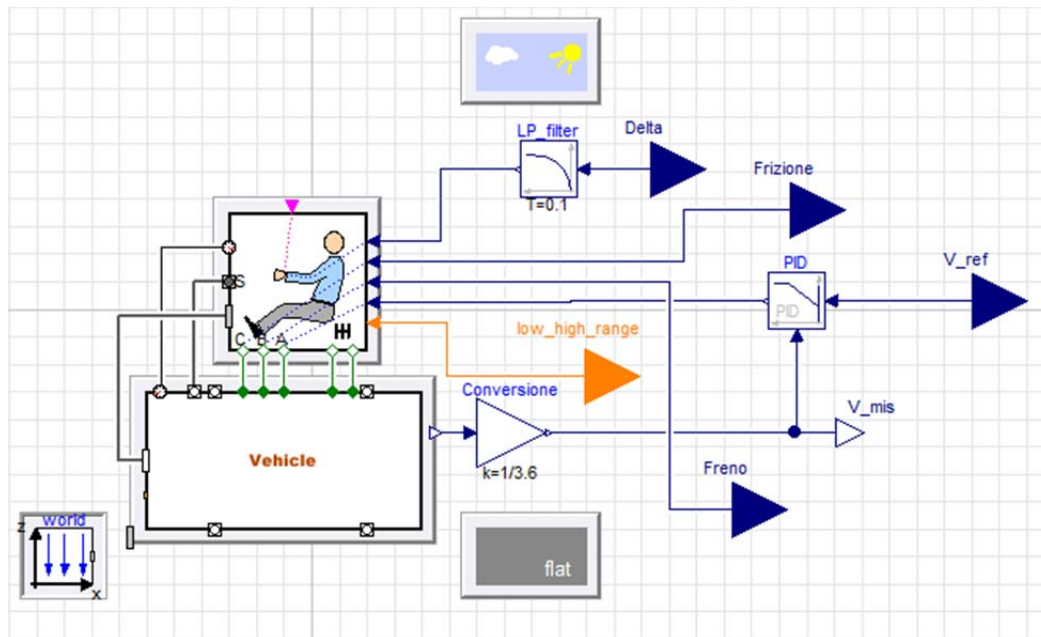


Figura 3.19: Esperimento complessivo in Dymola con collegamenti a Matlab/Simulink

3.5 Il controllo della velocità

Come si può notare dalla Figura 3.19, il pilota richiede in ingresso la posizione dell'acceleratore, espressa in termini percentuali di apertura della farfalla. Si agisce su quella valvola, tramite un motore passo-passo montato sulla manopola del gas, anche sul quad reale. Ai fini del controllo è però necessario misurare la velocità longitudinale del veicolo e fornirne il valore come ingresso. Alla luce di queste specifiche si realizza un anello di controllo di velocità in cui il regolatore riceve in input l'errore di velocità e come output fornisce il segnale di apertura della farfalla, che agisce sull'intero veicolo.

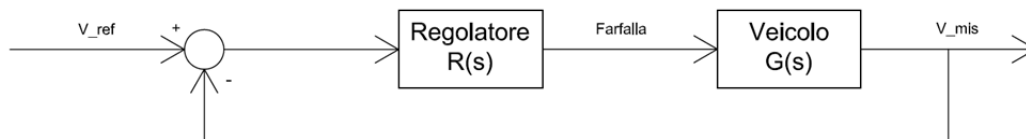


Figura 3.20: Controllo della velocità

Il controllore utilizzato sull'ATV reale è di tipo proporzionale integrale (PI) per cui si è scelto di adottare nel modello un regolatore simile. Poiché la curva caratteristica del motore creata in precedenza è diversa da quella del quad, non è possibile adottare gli stessi guadagni del controllore reale senza ottenere un comportamento simulato profondamente diverso. Si è deciso quindi di tarare i coefficienti proporzionale e integrale in modo tale che la banda passante dell'anello sia uguale a quella del sistema vero. Essa è stata ottenuta analizzando

la risposta ad un gradino di velocità del quad. Una costante di tempo di 0.7 secondi (quindi una pulsazione critica di 1.428 rad/s) risulta essere una buona approssimazione del vero ATV.

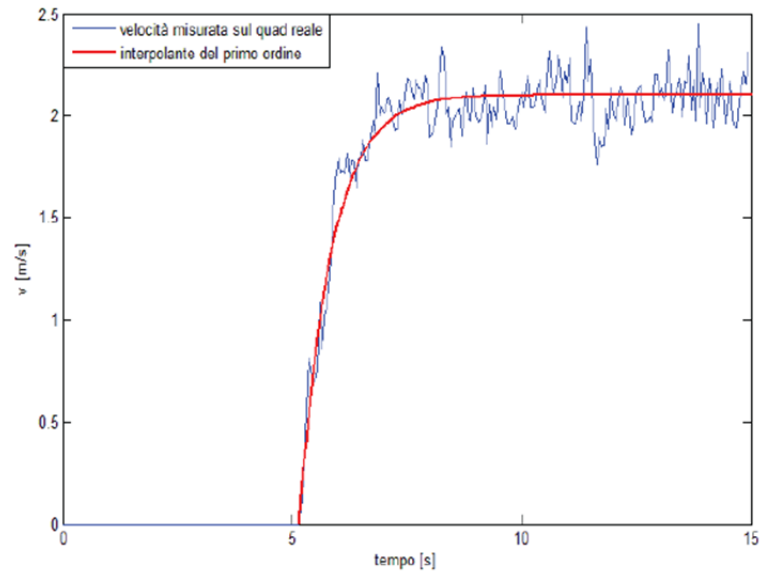


Figura 3.21: Risposta del sistema reale ad un gradino di velocità e andamento di una interpolante del prim'ordine con costante di tempo pari a 0.7 secondi

Nella prova eseguita in Dymola, dopo aver fornito in ingresso uno scalino di ampiezza 0.2 alla farfalla, si analizza la risposta del sistema in velocità.

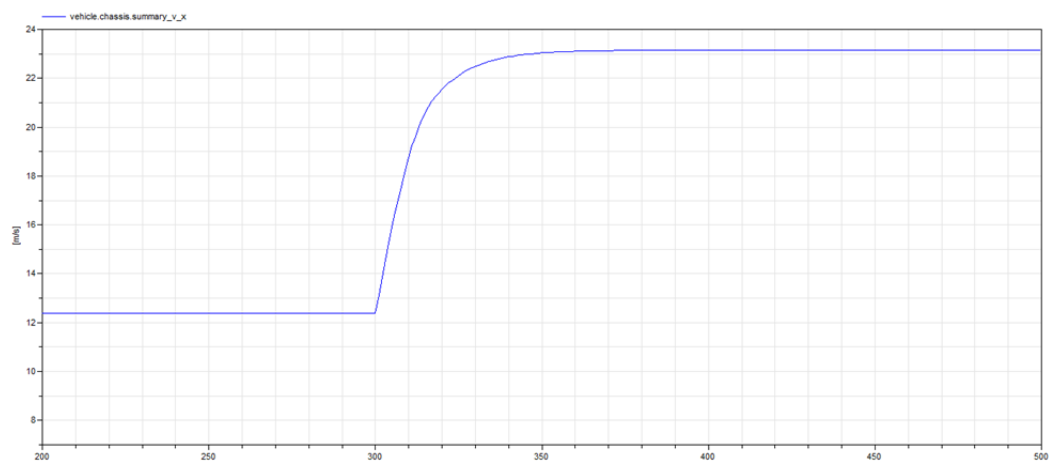


Figura 3.22: Risposta del modello dinamico completo ad un gradino di apertura della valvola a farfalla

Come si può notare dalla figura, il modello dinamico risponde come un sistema del prim'ordine del tipo

$$G(s) = \frac{\mu}{1 + s\tau}$$

in cui μ e τ sono rispettivamente il guadagno e la costante di tempo del sistema. μ ha un valore pari a 53.39 mentre τ si ottiene calcolando il tempo in cui la velocità raggiunge il 63.2% del suo valore di regime. Si ottiene una costante di tempo all'incirca uguale a 11 secondi. A questo punto è immediato calcolare i guadagni del controllore poiché dalla Figura 3.20 si ottiene un sistema in anello aperto del tipo:

$$L(s) = R(s)G(s) = \left(k_p + \frac{k_i}{s}\right) \left(\frac{\mu}{1 + s\tau}\right) = \left(\frac{s \frac{k_p}{k_i} + 1}{\frac{s}{k_i}}\right) \left(\frac{\mu}{1 + s\tau}\right) \quad (3.2)$$

Imponendo la semplificazione tra il numeratore del primo fattore, lo zero del regolatore, con il denominatore del secondo, il polo del sistema che ha parte reale negativa (l'operazione è lecita), e una pulsazione di taglio pari a 1.428 rad/s si possono ottenere i coefficienti del controllore.

$$\begin{cases} k_p = 0.29 \\ k_i = 0.026 \\ T_i = k_p/k_i \approx 11 \text{ s} \end{cases} \quad (3.3)$$

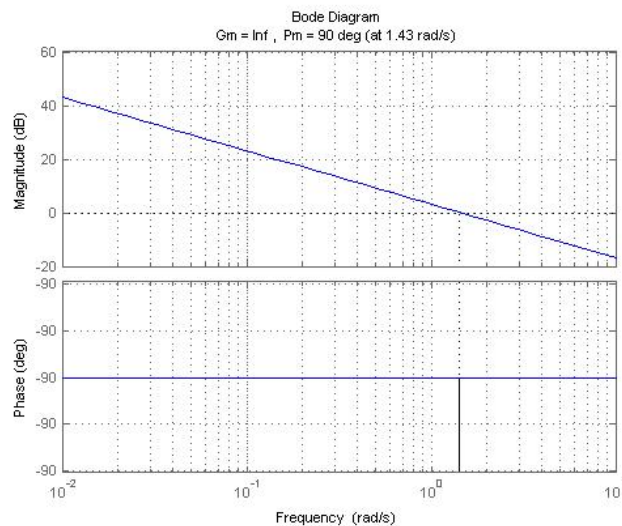


Figura 3.23: Diagramma di Bode della funzione L(s)

3.6 Il comando dello sterzo

L'ATV è dotato di un sistema sterzo composto da un manubrio che aziona, tramite un gruppo motore in corrente continua con motoriduttore, un *pitman arm*. Si tratta di un elemento meccanico che trasforma il moto rotatorio dell'albero in moto traslatorio dei braccetti, i quali trasferiscono la forza al mozzo ruota. Tali caratteristiche rendono il veicolo in grado di sterzare. Nello specifico, il manubrio è in grado di ruotare di $\pm 55^\circ$ con conseguente sterzata delle gomme di $\pm 38^\circ$.

La struttura della VDL consente di simulare il meccanismo di sterzo tipico delle automobili, che è formato da un sistema pignone-cremagliera che collega il piantone ai tiranti che arrivano alle ruote. Esso trasforma il moto rotatorio del volante in moto traslatorio dei tiranti, i quali fanno girare le gomme. Questa trasformazione comporta elevati rapporti di riduzione, infatti è necessario compiere più giri dello sterzo per far curvare gli pneumatici alla loro massima capacità. Nelle semplificazioni di questo studio il modo più semplice e diffuso di analizzare la dinamica di un veicolo è quello di implementare il modello *single-track* o bicicletta. Una sua variabile d'ingresso è rappresentata dall'angolo di sterzo applicato direttamente alle ruote, trascurando così il sistema pignone-cremagliera.

Ai fini del controllo è necessario calcolare quei guadagni che, moltiplicati per il segnale d'ingresso del modello *single-track*, sono tali da far curvare le ruote del modello dinamico di un angolo il più simile possibile a quello a cui ruoterebbe la ruota anteriore della bicicletta. Per fare ciò sono state eseguite molteplici prove in cui si richiedeva al modello di percorrere a velocità costante una circonferenza. Per ogni esperimento è stato misurato il raggio della circonferenza percorsa e confrontato con quello che avrebbe percorso il modello *single-track*, che è facilmente ottenibile dalla seguente relazione cinematica:

$$R = \frac{L}{\tan \delta} \quad (3.4)$$

dove R è il raggio della circonferenza, L è il passo del veicolo, che è noto e pari a 1.25 m, e ovviamente δ è l'angolo di sterzo della ruota.

Infine, facendo i rapporti tra i raggi trovati nelle simulazioni e quelli calcolati dalla formula è stato possibile ottenere i guadagni cercati.

δ [rad]	Guadagno
0	12.57
0.035	12.57
0.07	12.57
0.105	12.61
0.14	12.65
0.175	12.67
0.21	12.7
0.245	12.73
0.28	12.84
0.315	12.95
0.35	13.06
0.385	13.17
0.42	13.25
0.455	13.32
0.49	13.46
0.525	13.65
0.56	14
0.595	14.32
0.63	14.63
0.665	15.05
0.7	15.26
0.735	15.56
0.77	15.84
0.805	16.47

Tabella 3.10: Tabella riassuntiva dei guadagni di sterzo ottenuti

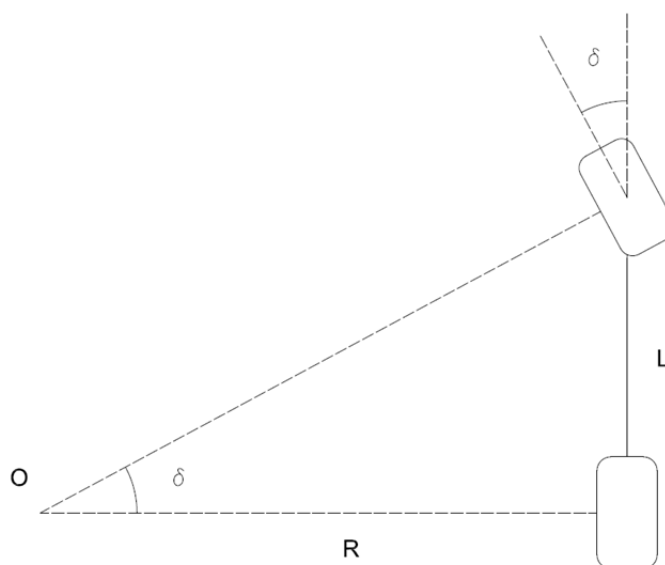


Figura 3.24: Relazione cinematica

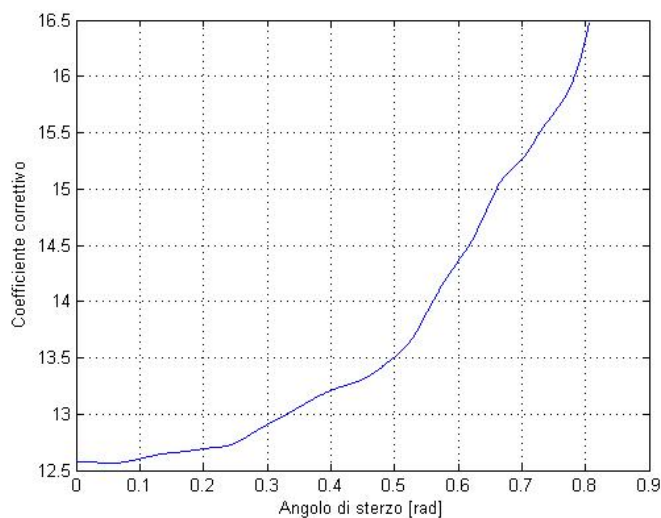


Figura 3.25: Andamento del fattore correttivo in funzione dell'angolo di sterzo in ingresso al modello

Dopo aver eseguito molteplici verifiche si è potuta constatare una dipendenza dei guadagni dalla velocità assunta dal veicolo, che nelle prove precedenti era costante e pari a 3 m/s. Il raggio di curvatura misurato aumentava al progredire della velocità, evidenziando così un comportamento decisamente sottosterzante

del quad. Il sottosterzo è quella proprietà che fa curvare un veicolo meno di quanto la relazione cinematica garantirebbe, facendolo “uscire” quindi dalla traiettoria impostata dal pilota.

Poiché si vogliono confrontare due relazioni cinematiche che trascurano gli effetti di deriva, è necessario moltiplicare i guadagni appena calcolati per un fattore correttivo, dato dal rapporto tra il raggio teorico e quello ottenuto dalle prove, che ad una velocità di 3 m/s è pari a 0.982.

A questo punto si decide quale variabile retroazionare per implementare una strategia di controllo. Il software permette di conoscere le misure degli angoli di sterzo degli pneumatici, che sono però differenti tra loro a causa della geometria a quadrilatero del sistema sterzante. Durante la percorrenza di una curva la ruota interna gira di un angolo maggiore rispetto a quella esterna e tale differenza di rotazione è nota come angolo di Ackermann.

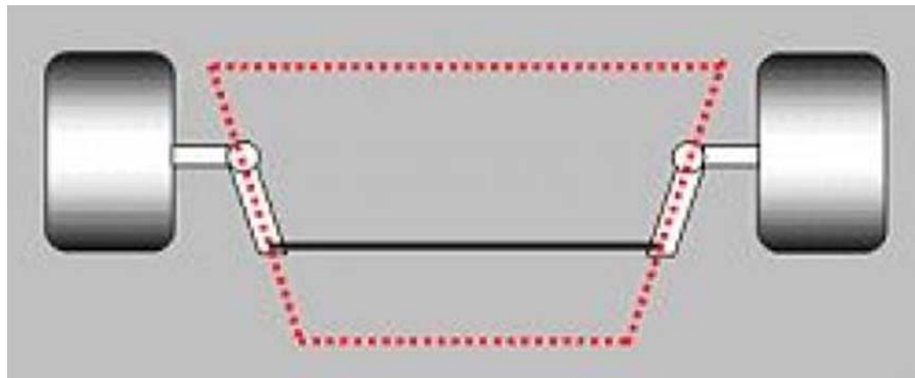


Figura 3.26: Quadrilatero dello sterzo

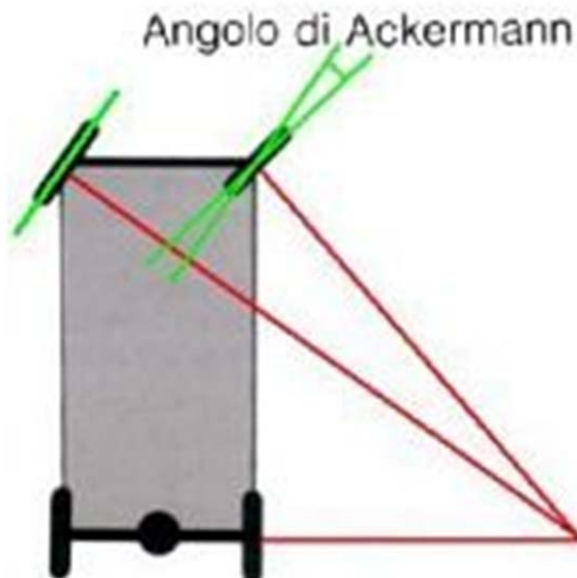


Figura 3.27: Angolo di Ackermann

Per avere un'unica ed immediata misura si è deciso di retroazionare l'angolo di rotazione del piantone, il quale verrà successivamente diviso per i coefficienti sopra citati per fornire l'angolo di sterzo effettivo del veicolo. Questa è risultata la scelta più efficace e conforme alla realtà poiché nel quad viene usato un encoder per la misura della posizione angolare del manubrio, come descritto nel capitolo 2.

Dopo aver eseguito diverse simulazioni, si è osservato che la risposta del sistema sterzante del modello risulta essere istantanea e coincidente con il *set-point* fornito. Nella realtà questo implicherebbe un anello di controllo dello sterzo con banda passante e dinamica infinite. Sulla base del fatto che sono sempre presenti dei ritardi di attuazione, si è quindi deciso di inserire a valle del segnale di riferimento per il modello dinamico un filtro passa-basso. La costante di tempo di 0.1 secondi è quella che approssima meglio il comportamento del manubrio montato sull'ATV.

3.7 L'interazione tra i software Dymola e Matlab/Simulink

Dymola è un software molto versatile perché è in grado di interagire con diversi ambienti di calcolo, tra cui Matlab ed in particolare il toolbox Simulink. Di seguito è descritto il modo in cui viene resa possibile la comunicazione tra i due programmi una volta che è stato implementato un esperimento.

Come si può notare dalla Figura 3.19, è necessario collegare i segnali di comando e le uscite che devono essere retroazionate con degli oggetti triangolari che rappresentano i connettori tra i due software. Successivamente è possibile inserire nel modello Simulink un blocco, il *DymolaBlock* mostrato in Figura 3.28, che rappresenta sotto forma di *S-function* il sistema da analizzare. Una volta che il componente è stato compilato, le interfacce triangolari costruite in Dymola diventano gli ingressi e le uscite del *DymolaBlock* stesso. In questo modo è possibile simulare un sistema fisico multicomponente acausale in un ambiente prettamente causale.

Aperto la finestra di dialogo del *DymolaBlock* (Figura 3.29) è possibile impostare i parametri e le condizioni iniziali del modello, come per esempio la velocità.

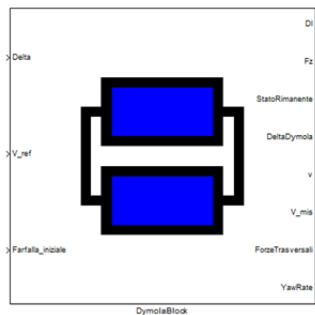


Figura 3.28: Esempio di DymolaBlock

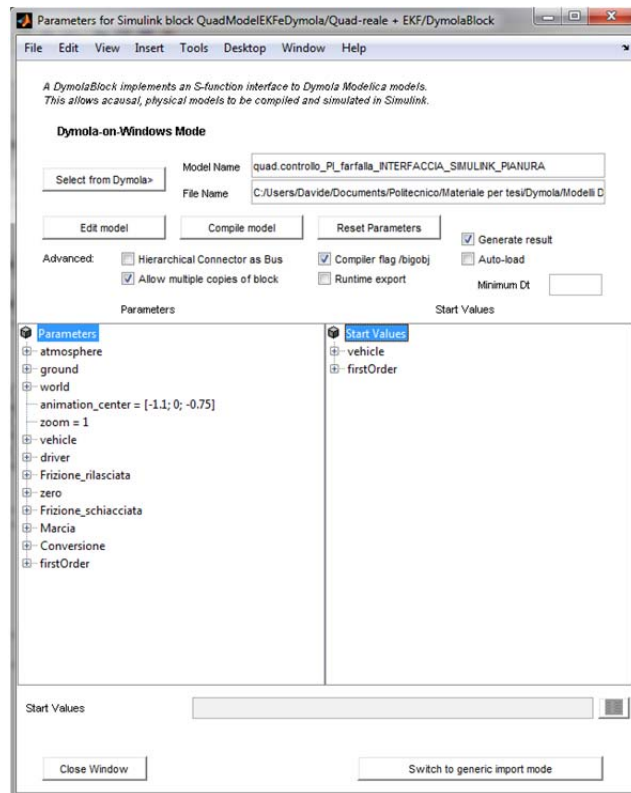


Figura 3.29: Finestra di dialogo in cui inserire i parametri e le condizioni iniziali

Prima della fase di compilazione si possono definire alcune impostazioni che determinano il comportamento dei software sia durante, che dopo la simulazione.

Il quad è rappresentato fisicamente da decine di migliaia di equazioni — si ricorda, infatti, che ogni oggetto dell’ATV viene descritto dal rispettivo modello — per cui è necessario selezionare l’opzione “Compiler flag/bigobj” in modo da permettere al compilatore di gestire un numero elevato di relazioni dinamiche. Nel caso in cui l’impostazione venga trascurata si incorrerebbe in diversi errori che non permetterebbero di simulare il sistema. L’opzione “Generate result”, invece, determina la creazione di un file che contiene tutti i dati relativi all’esecuzione dell’esperimento. Questi possono essere importati in Dymola per ulteriori analisi. L’impostazione “Auto-load”, se selezionata, esporta *run-time* nell’ambiente Dymola i risultati della simulazione eseguita in Simulink, causando un decremento delle prestazioni del simulatore. Per questo motivo verrà trascurata.

3.8 Il sistema di riferimento Summary

Le grandezze misurate ed esportate per mezzo del *DymolaBlock*, nella maggior parte dei casi, sono di tipo *Summary* e sono di particolare interesse nello studio dei sistemi dinamici. In ambito veicolistico tali variabili riguardano la telemetria, ovvero quella tecnologia wireless che fornisce informazioni circa le accelerazioni e le velocità nei tre assi di riferimento, la temperatura del motore e dei freni e l'elongazione delle sospensioni. Queste grandezze sono calcolate nella *Summary frame*, che per default è collocata nella stessa posizione della *Vehicle frame*: nel mezzo dell'assale anteriore.

Nel sistema di controllo che verrà presentato in seguito si farà uso di modelli semplici che riescono ad emulare con precisione il comportamento globale dell'intero veicolo. I segnali che verranno analizzati da tali rappresentazioni, ovvero la velocità di imbardata, l'angolo di deriva del mezzo e il moto di rollio, esprimono il movimento del baricentro, che non è certamente situato nel luogo occupato dalla *Vehicle frame*. È necessario pertanto trovare le coordinate del centro di massa dell'ATV completo e porvi la *Summary frame* per avere dei modelli che, seppur differenti, abbiano un comportamento dinamico simile.

3.9 Calcolo del centro di massa dell'ATV

Giunti a questo punto è necessario calcolare il centro di massa dell'ATV implementato in Dymola. Per fare ciò il modello dinamico è stato considerato come un sistema discreto, ovvero come un insieme di molteplici sotto-sistemi che vengono visualizzati come punti materiali di massa non nulla. Si considerano punti materiali i seguenti elementi: la massa sospesa, i *payloads* e i gruppi pneumatico-sospensione. Le coordinate di ogni sotto-sistema rispetto alla terna di riferimento sono note e consultabili dal documento [7], dalla Tabella 3.1 e dalla Tabella 3.2 mentre è incognita la massa delle sospensioni. Non avendo a disposizione alcun dato riguardante il gruppo molla-smorzatore si è pensato di assegnare una massa ragionevole di 5.4 kg per ciascuno. La massa totale del quad è ricavabile dalla seguente formula:

$$M_{tot} = \sum_i m_i = m_{sospesa} + 4m_{gomma+sosp} + m_{payloads} = 378.5 \text{ kg} \quad (3.5)$$

Una volta ottenuta la massa complessiva è possibile calcolare separatamente ogni componente del vettore che identifica la posizione del baricentro rispetto all'origine del sistema di riferimento solidale con l'ATV.

Prima di procedere, si può notare dalla Figura 3.30 che il quad non presenta asimmetrie nel piano xy, pertanto si può constatare che l'ordinata del centro di massa giace sull'asse longitudinale del veicolo e assume un valore nullo rispetto

alla *Vehicle frame*. Si identificano a questo punto l'ascissa x_c e la quota z_c del baricentro.

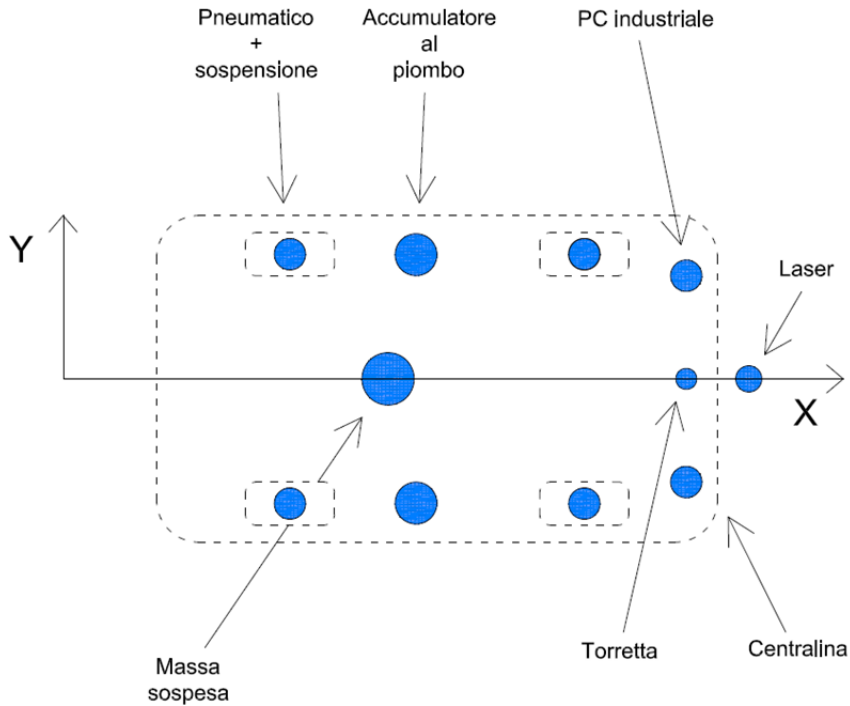


Figura 3.30: Il sistema discreto quad nel piano xy

3.9.1 L'ascissa del centro di massa

Al fine di calcolare l'ascissa del centro di massa è necessario definire la posizione del sistema fisico discreto rispetto alla terna di riferimento globale XYZ di Figura 3.30. Una volta stabilita la distanza tra l'origine della terna inerziale e quella della *Vehicle frame*, si possono calcolare le ascisse x_i delle coordinate di ogni singolo sotto-sistema. Facendo riferimento alla Figura 3.30 risulta immediato il calcolo della prima componente del centro di massa. La formula da applicare è la seguente:

$$x_c = \frac{1}{M_{tot}} \sum_i m_i x_i \quad (3.6)$$

Il risultato che l'equazione (3.6) fornisce, rispetto alla *Vehicle frame*, è pari a:

$$x_c = -0.739 m$$

3.9.2 La quota del centro di massa

In modo analogo è possibile calcolare la quota del baricentro. A differenza del caso precedente si considera il piano xz, mostrato in Figura 3.31.

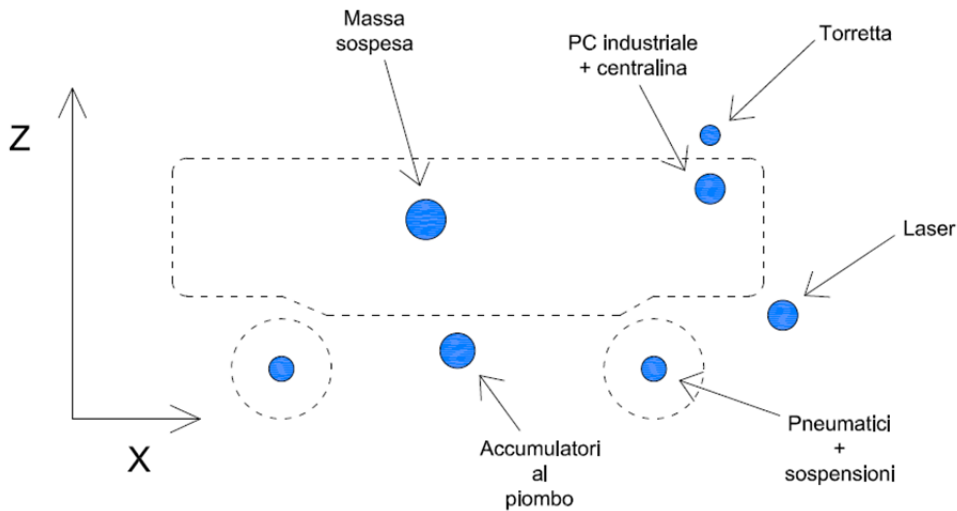


Figura 3.31: Il sistema discreto quad nel piano xz

Applicando la seguente formula:

$$z_c = \frac{1}{M_{tot}} \sum_i m_i z_i \quad (3.7)$$

si ricava

$$z_c = 0.409 \text{ m}$$

3.10 Il centro di massa dell'ATV

La posizione del centro di gravità del quad, com'era prevedibile, non è molto differente rispetto a quella della massa sospesa (raffigurata in Tabella 3.1) in quanto era il sotto-sistema di gran lunga più pesante rispetto agli altri. Le coordinate del baricentro dell'intero veicolo sono mostrate in Tabella 3.11 e in quella posizione sarà quindi collocata la *Summary frame*.

Posizione rispetto alla <i>Vehicle frame</i>	[m]
x	-0.739
y	0
z	0.409

Tabella 3.11: Coordinate del baricentro dell'intero veicolo rispetto alla *Vehicle frame*

3.11 Alcune considerazioni

In questo capitolo è stata analizzata nel dettaglio l'implementazione del modello dinamico completo col software Dymola e la sua interazione con ambienti esterni. Il programma presenta notevoli potenzialità in quanto, fornendo molteplici segnali da elaborare, sostituisce a tutti gli effetti i sensori presenti sul veicolo reale. Per questo motivo si possono analizzare sia le grandezze necessarie per il controllo anti-ribaltamento, che altre utili per differenti controlli, quali quello di traiettoria e di frenata. Nel prossimo capitolo verranno descritti i modelli semplificati *single-track* e del pendolo inverso, che saranno impiegati nel sistema di controllo complessivo.

4 Il modello equivalente dell'ATV

Come anticipato nel capitolo precedente, è necessario sviluppare dei modelli semplificati dell'ATV che possano essere utilizzati in una logica anti-ribaltamento, poiché la sua rappresentazione completa risulterebbe di difficile impiego.

Il modello più utilizzato per studiare la dinamica laterale del veicolo è il *single-track model*, mentre il modello utilizzato per analizzare il moto di rollio della massa sospesa è dato dalle equazioni del pendolo inverso [15].

Nel presente capitolo, dopo aver descritto questi modelli e i procedimenti utilizzati per ricavarne i parametri incogniti, si eseguono dei confronti con il modello del quad sviluppato in Dymola, al fine di verificarne la validità nell'equivalenza dinamica.

4.1 Il modello single-track

Il modello *single-track* è una rappresentazione sintetica dell'ATV che ne descrive il comportamento dinamico nel piano xy della *Vehicle frame* (Figura 3.30). La sua particolarità consiste nel trascurare le differenti rotazioni delle ruote anteriori, causate dalla geometria di Ackermann, facendole convergere in un unico angolo di sterzo impostato da uno pneumatico equivalente, situato nella mezzeria del medesimo assale. Tale procedimento si ripete anche per le gomme posteriori non sterzanti e, in questo modo, il veicolo originale a quattro ruote viene trasformato nel corrispondente biciclo. Sulla base del comportamento reale di un qualsiasi veicolo, si considera lecita questa approssimazione pur riconoscendo che, ad una prima impressione, essa possa risultare drastica. In condizioni di moto in cui non si sottopone lo sterzo ad ampie manovre, gli angoli applicati alle gomme non sono elevati, pertanto la loro differenza, la quale aumenta all'aumentare della curvatura, risulta minima. Inoltre, le ruote sterzanti subiscono dal terreno delle forze che tendono a farle convergere attenuandone così la diversa rotazione [16].

Prima di descrivere il modello è necessario definire alcune premesse:

- Si trascura il trasferimento di carico longitudinale.
- Si trascura il trasferimento di carico laterale.
- Le forze esercitate dallo pneumatico sul terreno sono lineari con l'angolo di deriva.
- Si considerano angoli di sterzo e di deriva piccoli.

La prima premessa è motivata dal fatto che il terreno considerato negli esperimenti è un terreno che non presenta dislivelli, quali salite o discese.

Inoltre, il trasferimento di carico longitudinale viene trascurato poiché si impone al quad di seguire profili di velocità costanti o lentamente varianti.

Per quanto riguarda il trasferimento di carico laterale, la scelta di trascurarlo riguarda esclusivamente questo modello planare. Tale trasferimento di carico laterale, che è causato soprattutto dal moto di rollio della massa sospesa, è invece oggetto di studio sul piano yz del pendolo inverso.

La terza ipotesi riduce la dipendenza delle forze di contatto trasversali tra lo pneumatico e il suolo a un comportamento lineare con la deriva. Anche se, come si può immaginare, tale interazione è molto più complessa poiché dipende da molteplici fattori, che saranno esaminati nel corso della trattazione, quali il tipo di terreno, le condizioni climatiche, l'usura delle gomme e la pressione di gonfiaggio. Essa richiede l'implementazione di modelli fisici più complessi come, per esempio, quello a spazzola o quello più empirico dato dalla *Magic Formula* di Pacejka, entrambi dotati di numerosi parametri. Il principale vantaggio della dipendenza lineare consiste nel numero limitato di coefficienti da determinare, ovvero l'angolo di deriva dello pneumatico e la *cornering stiffness*.

La tempo varianza che caratterizza la realtà verrà considerata nel capitolo successivo, implementando una singola stima adattativa della rigidità di deriva valida per ogni ruota.

La quarta premessa, cioè la scelta di considerare angoli di sterzo e di deriva piccoli, si basa su osservazioni dell'esperienza quotidiana. Un conducente non esperto, per esempio, che si trova ad affrontare una curva a elevata velocità, può perdere il controllo della vettura e procurare incidenti a causa degli angoli di deriva elevati (vedi Figura 4.1).

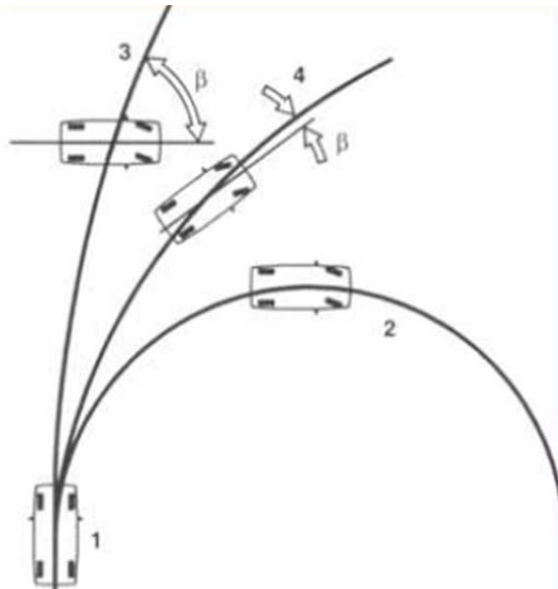


Figura 4.1: Manovrabilità del veicolo per angoli di deriva crescenti

Inoltre, fatta eccezione per situazioni estranee alla logica anti-ribaltamento come quelle di parcheggio, l'angolo di sterzo della ruota anteriore si può considerare piccolo in quanto è sempre vero che il rapporto tra il passo del veicolo e il raggio di curvatura della relazione cinematica (3.4) è minore di 1.

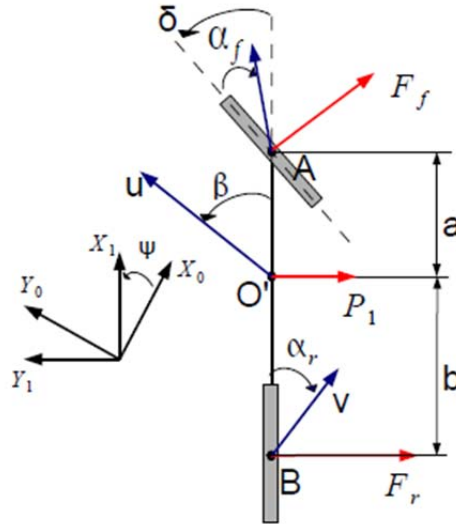


Figura 4.2: Il modello *single-track*

Osservando la Figura 4.2 si possono notare in primo luogo due sistemi di riferimento: quello inerziale e quello solidale al veicolo. Il primo è definito dalla terna destrorsa $x_0y_0z_0$ ed è l'equivalente del blocco "World" descritto nel capitolo precedente; il secondo è invece definito dagli assi $x_1y_1z_1$ e rappresenta la proiezione sul piano x_1y_1 della *Summary frame*, che si ricorda essere quella terna avente origine nel centro di gravità del veicolo in cui vengono calcolati i segnali di particolare interesse nello studio della dinamica.

Gli equilibri dinamici, date le premesse considerate, coinvolgono solamente la scrittura delle equazioni delle forze trasversali agenti sul mezzo e dei momenti attorno al punto O' in cui è situato il suo baricentro G:

$$\begin{cases} \sum F = m\mathbf{a}_y \\ \sum M = J_z\dot{\psi} \end{cases} \quad (4.1)$$

Con riferimento alla Figura 4.2 si ottiene, applicando il principio di d'Alembert, il seguente modello:

$$\begin{cases} -F_f - F_r - P_1 - m\mathbf{u}(\dot{\psi} + \dot{\beta}) = 0 \\ F_r b - F_f a - J_z\dot{\psi} = 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

in cui \mathbf{P}_1 è il contributo della forza gravitazionale sulla dinamica laterale, che esiste esclusivamente in presenza di un terreno scosceso ed è pari a:

$$P_1 = mg \sin(\vartheta) \quad (4.3)$$

In questa equazione ϑ è l'angolo che definisce la pendenza stradale (*bank*) e g è l'accelerazione di gravità. La velocità assunta dal baricentro del veicolo è \mathbf{u} , m è la sua massa complessiva, b è il semi-passo posteriore (ovvero la distanza tra il centro della ruota non sterzante e il centro di gravità), a è il semi-passo anteriore e J_z è il momento d'inerzia di imbardata rispetto all'asse z_1 .

Per definizione l'angolo di imbardata ψ è sotteso dal vettore x_1 con quello inerziale x_0 mentre β è l'angolo di deriva, o di assetto, del veicolo ed è formato dall'asse longitudinale del mezzo e dal vettore velocità \mathbf{u} . Nella prima equazione del sistema (4.2) sono presenti le variazioni temporali di tali angoli mentre nella seconda vi è la derivata seconda dell'angolo di imbardata.

Sulla base della terza premessa, cioè che le forze esercitate da uno pneumatico sul terreno sono lineari con l'angolo di deriva, si ottengono delle forze laterali pari a:

$$\begin{cases} F_f = C_f \alpha_f \\ F_r = C_r \alpha_r \end{cases} \quad (4.4)$$

pertanto il modello risultante è il seguente:

$$\begin{cases} \dot{\beta} = -\dot{\psi} - \frac{C_f \alpha_f + C_r \alpha_r + mg \sin(\vartheta)}{mu} \\ \ddot{\psi} = \frac{bC_r \alpha_r - aC_f \alpha_f}{J_z} \end{cases} \quad (4.5)$$

4.1.1 Gli angoli di deriva degli pneumatici

Per definizione l'angolo di deriva dello pneumatico è sotteso dal proprio asse geometrico longitudinale e dal vettore velocità espresso in un sistema di riferimento assoluto. Generalmente l'angolo di deriva nasce ogniqualvolta si agisce sullo sterzo, ma esistono situazioni in cui è presente anche quando la posizione angolare del manubrio, o del volante, è nulla. Due esempi di tali situazioni si verificano quando si esce da una galleria in presenza di vento laterale forte oppure quando gli angoli di *camberaggio* e convergenza (vedi capitolo precedente) sono diversi da zero.

Facendo riferimento alla Figura 4.2, il vettore velocità \mathbf{u} , centrato nel baricentro G , può essere scomposto nelle sue due componenti lungo gli assi x_1 e y_1

$$\begin{cases} V_{G_{x_1}} = u \cos(\beta) \cong u \\ V_{G_{y_1}} = u \sin(\beta) \cong u\beta \end{cases} \quad (4.6)$$

che sono fondamentali per il calcolo dei vettori velocità aventi origine nel centro dei due pneumatici del biciclo (Figura 4.3 e Figura 4.4).

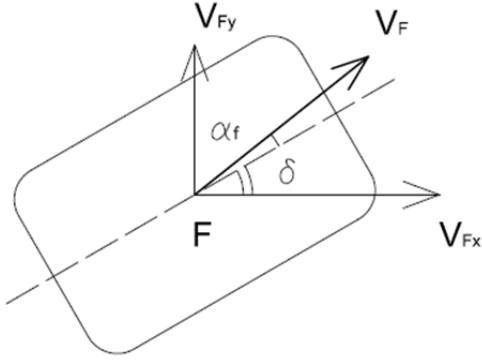


Figura 4.3: Angolo di deriva della ruota anteriore

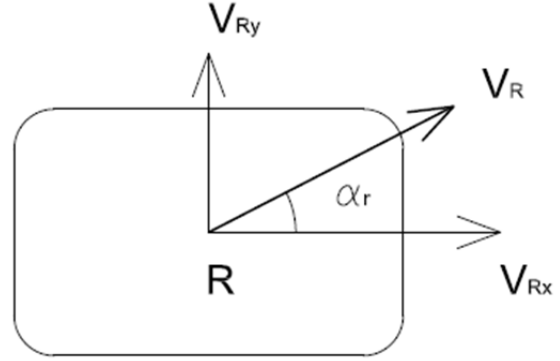


Figura 4.4: Angolo di deriva della ruota posteriore

Per le proprietà del corpo rigido, detti F, G, R, i punti *front*, baricentro e *rear* (A, O' e B della Figura 4.2) si può affermare che:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_F = \mathbf{V}_G + \dot{\psi} \times (\mathbf{F} - \mathbf{G}) \\ \mathbf{V}_R = \mathbf{V}_G + \dot{\psi} \times (\mathbf{R} - \mathbf{G}) \end{cases} \quad (4.7)$$

le cui componenti lungo gli assi x_1 e y_1 sono date da:

$$\begin{cases} V_{F_{x_1}} = V_{G_{x_1}} \cong u \\ V_{F_{y_1}} = V_{G_{y_1}} + \dot{\psi}a \cong u\beta + \dot{\psi}a \\ V_{R_{x_1}} = V_{G_{x_1}} \cong u \\ V_{R_{y_1}} = V_{G_{y_1}} - \dot{\psi}b \cong u\beta - \dot{\psi}b \end{cases} \quad (4.8)$$

A questo punto è possibile calcolare gli angoli di deriva degli pneumatici (vedi Figura 4.3 e Figura 4.4) con le relazioni:

$$\begin{cases} \alpha_f = \frac{V_{F_{y_1}}}{V_{F_{x_1}}} - \delta = \beta + \frac{\dot{\psi}a}{u} - \delta \\ \alpha_r = \frac{V_{R_{y_1}}}{V_{R_{x_1}}} = \beta - \frac{\dot{\psi}b}{u} \end{cases} \quad (4.9)$$

ed ottenere infine il modello *single-track* completo, descritto dal sistema (4.10):

$$\begin{cases} \dot{\beta} = -\dot{\psi} - \frac{C_f \left(\beta + \frac{\psi a}{u} - \delta \right) + C_r \left(\beta - \frac{\psi b}{u} \right) + mg \sin(\vartheta)}{mu} \\ \ddot{\psi} = \frac{bC_r \left(\beta - \frac{\psi b}{u} \right) - aC_f \left(\beta + \frac{\psi a}{u} - \delta \right)}{J_z} \end{cases} \quad (4.10)$$

D'ora in avanti, per rendere le equazioni più leggibili e comprensibili, il pedice "1" che caratterizza la *Summary frame* sarà rimosso. I due gradi di libertà del modello corrispondono alle variabili di stato rappresentate dall'angolo di assetto del veicolo e dalla velocità di imbardata (o *yaw-rate*), mentre gli ingressi del sistema sono l'angolo di sterzo δ e la velocità longitudinale v del retrotreno del biciclo che, per le ipotesi fatte riguardanti gli angoli piccoli, è coincidente con la prima componente del vettore velocità del centro di massa.

A questo punto è necessario trovare i parametri fisici del veicolo e le *cornering stiffnesses* per ottenere il modello a bicicletta equivalente dell'ATV. A tal fine si sfruttano ancora una volta le potenzialità del software Dymola allestendo un esperimento che viene descritto di seguito.

4.1.2 L'esperimento Dymola che restituisce il modello *single-track* equivalente dell'ATV

Ogni esperimento, per funzionare, deve possedere alcuni blocchi che definiscono le condizioni al contorno della simulazione. I blocchi "World", "Atmosphere" e "Ground", analizzati nel dettaglio nel capitolo precedente, sono imprescindibili per l'esperimento. Essi infatti descrivono rispettivamente il sistema di riferimento globale, le condizioni climatiche e il terreno su cui viaggia il quad. Un passaggio fondamentale consiste nell'istanziare lo chassis del veicolo, che si ricorda essere quella parte meccanica che comprende il body, le sospensioni e le gomme e che trascura tutti gli organi dedicati alla trazione quali il motore e la trasmissione. Infine è necessario inserire un blocco che ha la funzione di stimare i parametri del modello *single-track* equivalente dell'ATV istanziando la classe

`"VehicleDynamics.Vehicles.Chassis.SingleTrack.Identification.Rigs.Identification"`.

Come si può notare dalla Figura 4.5, è stato scelto un terreno pianeggiante, una terna globale in cui l'accelerazione di gravità è parallela all'asse z ed è diretta verso il basso e delle condizioni atmosferiche standard senza vento. È possibile notare, inoltre, che il blocco che esegue l'identificazione scambia le informazioni col telaio attraverso dei *link* esterni che lo collegano ai mozzi delle ruote, alla flangia meccanica del piantone dello sterzo e al sistema di riferimento *Vehicle frame* solidale col veicolo.

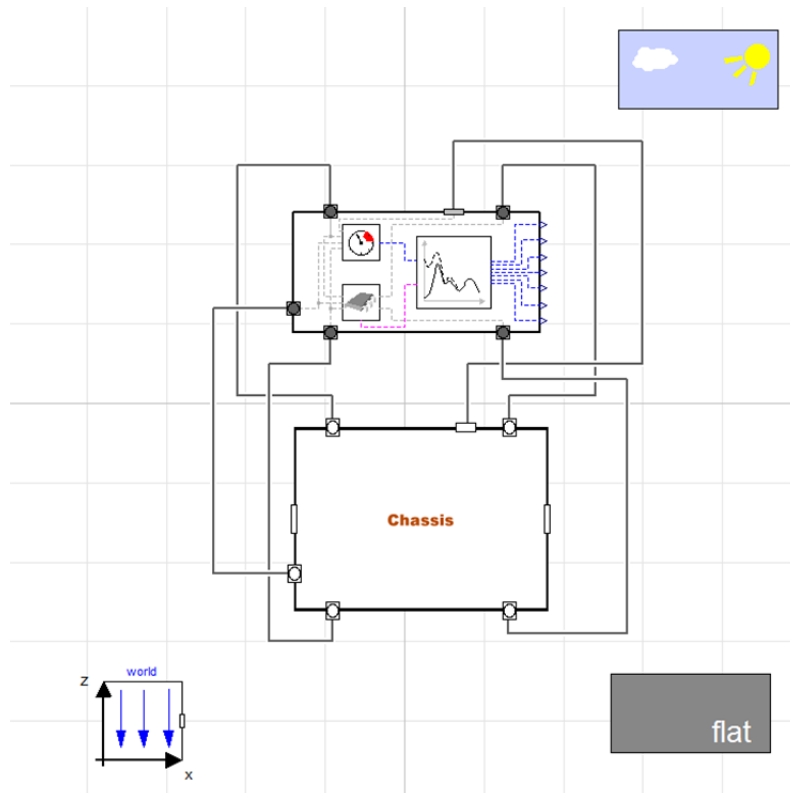


Figura 4.5: Esperimento di identificazione del modello *single-track*

All'interno dell'identificatore (blocco superiore della Figura 4.5) si trovano una serie di sensori che elaborano le informazioni ricevute dallo chassis e le inviano all'elemento centrale di Figura 4.6.

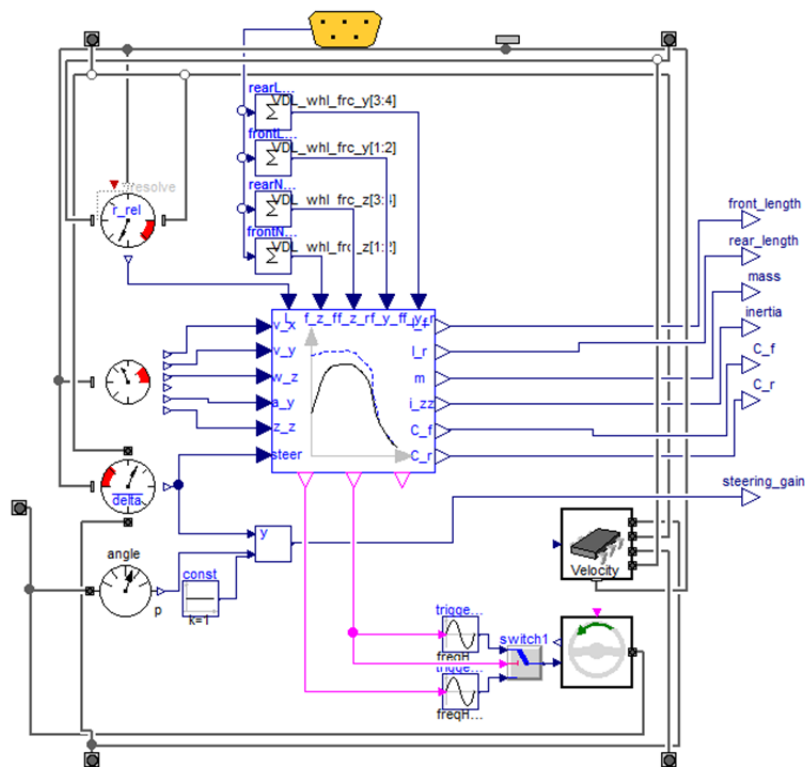


Figura 4.6: L'identificatore

Il sensore situato in alto a sinistra fornisce una stima della lunghezza del passo del veicolo e si può quindi considerare come un metro virtuale. Il trasduttore subito sotto rappresenta una sorta di piattaforma inerziale, simile all'unità integrata Xsens MTi presente sul veicolo reale, a sei gradi di libertà che effettua le misure delle componenti longitudinali e laterali della velocità e dell'accelerazione del mezzo nonché la sua velocità e accelerazione di imbardata. Il terzo, denominato "delta", non è propriamente un sensore poiché esegue una media degli angoli di sterzo delle due ruote anteriori che ha lo scopo di eliminare gli effetti della geometria di Ackermann; il quarto ed ultimo rappresenta l'encoder rotativo, montato sul veicolo reale, che misura la posizione angolare del piantone dello sterzo. L'elemento giallo, situato nella parte superiore di Figura 4.6, rappresenta un bus di comunicazione, che in ambito *automotive* è soprattutto di tipo TT CAN o FlexRay. Esso fornisce al blocco centrale i segnali misurati da sensori virtuali di forza di contatto normale e trasversale tra la gomma e il terreno, che non sono presenti sul quad Yamaha Grizzly.

4.1.2.1 Il procedimento di identificazione

L'identificazione dei parametri del modello *single-track* avviene essenzialmente in tre fasi sequenziali. In primo luogo si imposta la velocità, che in questo caso è di 15 m/s. Il veicolo manterrà questa velocità per tutta la durata dell'esperimento poiché non sono presenti le interfacce col pilota che permetterebbero l'azionamento dei pedali del freno e dell'acceleratore.

Nella prima fase sono stimate la massa complessiva e la lunghezza dei semi-passi del veicolo tenendo conto, rispettivamente, delle misure fornite dai sensori virtuali di forza normale agente sugli pneumatici, delle sue dimensioni, quali la carreggiata e la lunghezza, e delle quote dei carichi (*payloads*) gravanti su di esso. È una fase, questa in cui il veicolo procede in rettilineo, che occupa un intervallo di tempo minimo, poiché non necessita di calcoli onerosi. Al termine di questa prima stima i valori ottenuti vengono mantenuti costanti per tutta la durata della simulazione, come mostrato dalla Figura 4.7 e Figura 4.8. I risultati sono riportati in Tabella 4.1.

Parametri	Valore
Massa totale [kg]	371.2
Semi-passo anteriore [m]	0.724
Semi-passo posteriore [m]	0.571

Tabella 4.1: Parametri del modello ottenuti nella prima fase

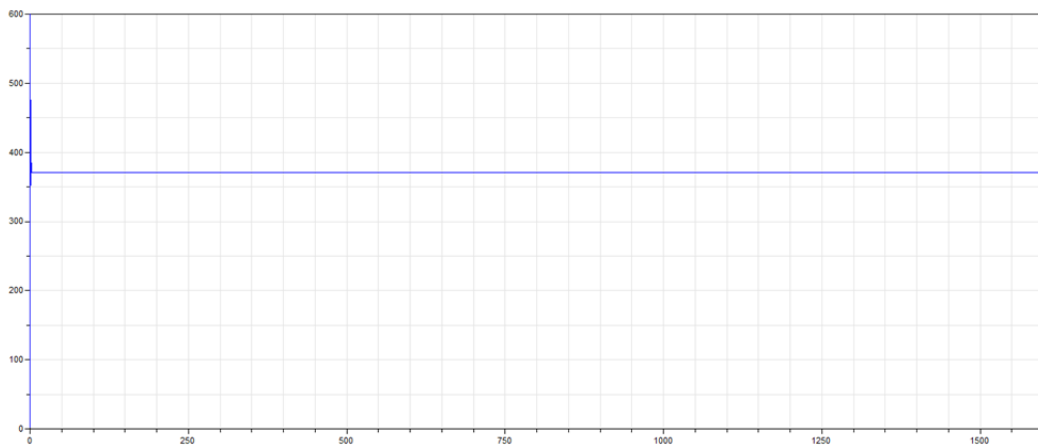


Figura 4.7: La massa complessiva del modello *single-track*

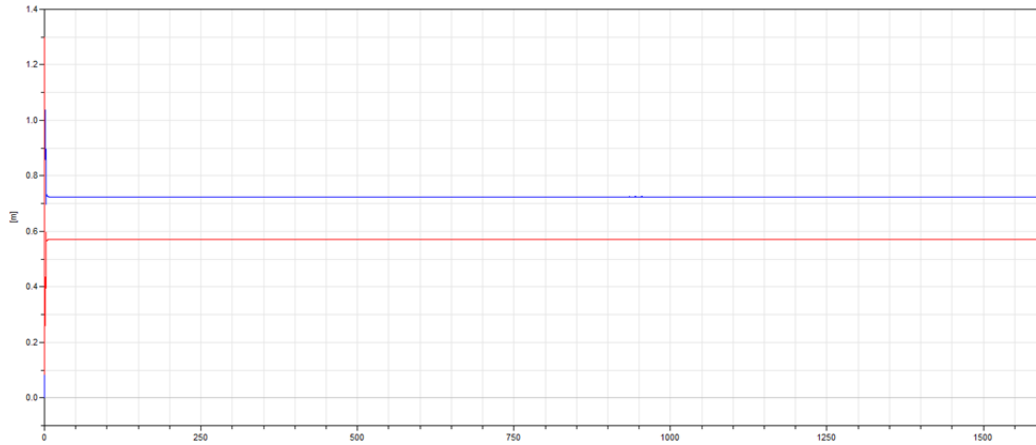


Figura 4.8: Il semi-passo anteriore (in blu) e il semi-passo posteriore (in rosso)

Nella seconda fase viene valutato il momento d'inerzia di imbardata attorno all'asse z passante per il baricentro, tramite la procedura dei minimi quadrati (*Least Squares*). Il quad viene eccitato da un segnale sinusoidale applicato al volante, di ampiezza 0.1 rad e frequenza 0.1 Hz, che stimola la sua dinamica laterale senza farlo ribaltare. Le misure dell'accelerazione di imbardata e delle forze laterali di contatto tra gli pneumatici e il suolo effettuate dai sensori di Figura 4.6 consentono di determinare il momento d'inerzia. Facendo riferimento alle relazioni riportate in (4.4), la seconda equazione del modello (4.5) può essere riscritta come una somma, valida in un certo istante di tempo, di termini lineari nei parametri incogniti p e q

$$\begin{cases} \ddot{\psi} = pF_r + qF_f \\ p = \frac{b}{J_z} \\ q = -\frac{a}{J_z} \end{cases} \quad (4.11)$$

che ben si adatta al procedimento di risoluzione dei minimi quadrati. Una volta definiti i vettori di regressione ϕ e dei parametri incogniti ϑ , come nelle seguenti formule:

$$\begin{aligned} \phi &= [F_r \ F_f] \\ \vartheta &= [p \ q]' \end{aligned} \quad (4.12)$$

è possibile ottenere il parametro J_z risolvendo le equazioni normali:

$$\vartheta = (\phi' \phi)^{-1} \phi' \ddot{\psi} \quad (4.13)$$

Ad ogni passo di integrazione la procedura si ripete inglobando così un numero di dati disponibili sempre maggiore, che comporta un incremento delle

equazioni del sistema (4.11) ed un aggiornamento della stima dell'inerzia. Questo procedimento termina, in generale, quando la norma della matrice di covarianza dell'errore di stima, che viene anch'essa aggiornata ad ogni periodo di integrazione e di cui bisogna fornire un valore indicativo all'inizio della simulazione, si colloca al di sotto di una certa soglia impostata a priori dall'utente. Nella fase analizzata, invece, la matrice degenera in uno scalare poiché il parametro da valutare è unico. Con valori iniziali dei coefficienti di covarianza e di soglia rispettivamente pari a 10 e 1, si può notare dalla Figura 4.9 l'andamento della variabile incognita a fronte del segnale sinusoidale di Figura 4.10 applicato al volante.

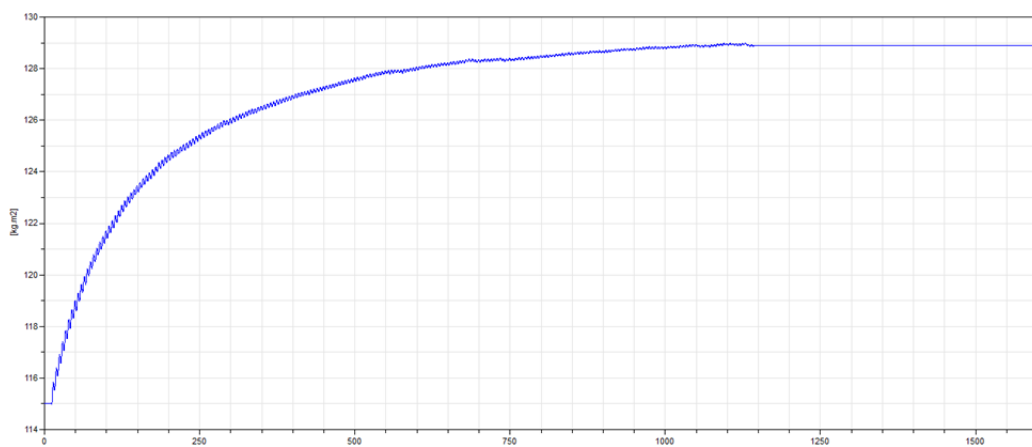


Figura 4.9: Stima del momento di imbardata con i minimi quadrati

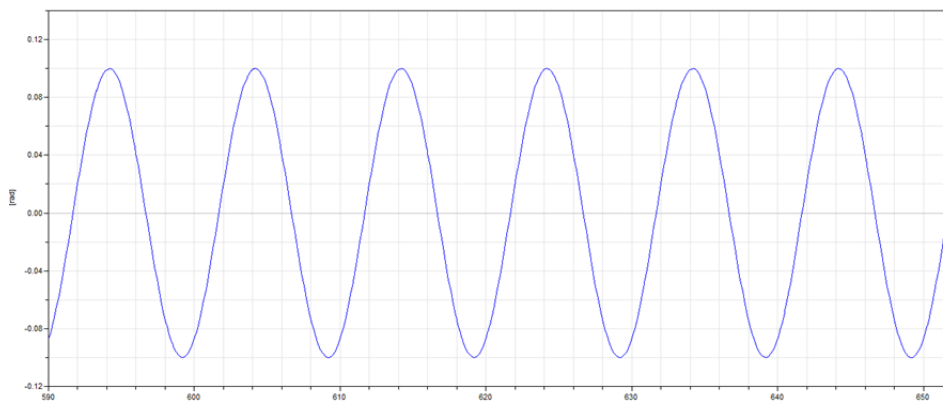


Figura 4.10: Andamento dello sterzo durante la stima del momento d'inerzia

Il valore del momento d'inerzia è pari a circa $129 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, tuttavia, ripetendo l'esperimento da una condizione iniziale di $150 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, si è notato che la stima si assestava a circa $131.7 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Questo scostamento di valori si sarebbe potuto attenuare impostando un valore limite della matrice di covarianza minore di 1, ma, data la lieve entità di questa differenza, si è scelto di considerare un valore

medio pari a $130.3 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ anche per non sovraccaricare eccessivamente di calcoli il processore.

Una volta ottenuto il momento d'imbardata, si procede con l'ultima fase in cui si stimano le rigidzze di deriva dei due pneumatici. Il quad è sollecitato da un segnale di sterzata sinusoidale con ampiezza 0.05 rad e frequenza di 0.03 Hz . Si può ancora notare la linearità dei parametri, che è un requisito fondamentale per l'impiego dei minimi quadrati, nella riscrittura della seconda equazione del sistema (4.10)

$$\begin{cases} \ddot{\psi} = rC_r + sC_f \\ r = \frac{b}{J_z}(\beta - \frac{\dot{\psi}b}{u}) \\ s = -\frac{a}{J_z}(\beta + \frac{\dot{\psi}a}{u} - \delta) \end{cases} \quad (4.14)$$

in cui le varie grandezze che formano r ed s sono date dai precedenti passi della simulazione e dai sensori di cui è provvisto il veicolo. L'angolo di assetto β si ricava dalle componenti del vettore velocità del baricentro mentre δ è fornito dall'encoder. In maniera del tutto analoga alla stima del momento d'inerzia, si ottengono delle *cornering stiffnesses* pari a 16100 N/rad per quella anteriore C_f (raffigurato in blu in Figura 4.11) e 27875 N/rad per quella posteriore C_r (in rosso sempre nella Figura 4.11).

Il repentino andamento dei due parametri è stato ottenuto impostando una matrice di covarianza dell'errore definita positiva, quadrata (avente due righe e due colonne) e diagonale in cui gli elementi non nulli sono molto elevati e pari a 10^{16} . Ciò significa che ci si fida poco del valore assunto dai parametri incogniti all'inizio del processo di stima. La matrice di soglia, invece, presenta sulla diagonale principale dei coefficienti pari a 200 .

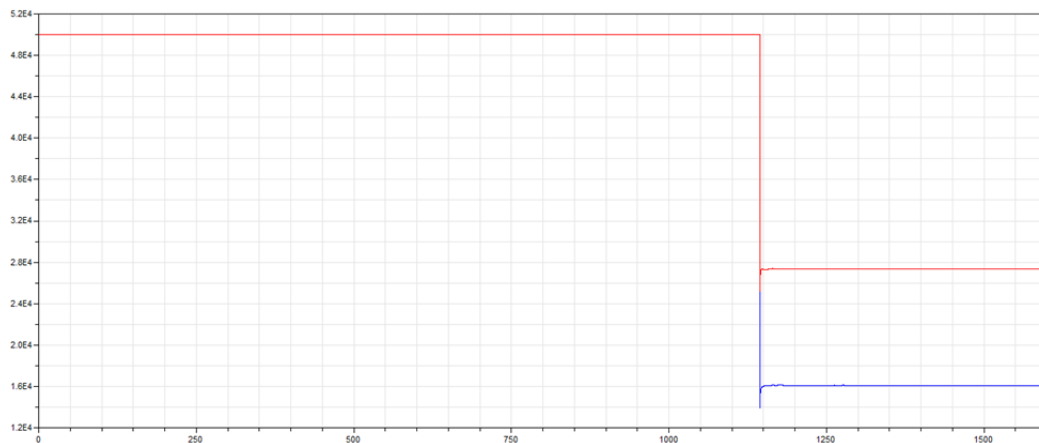


Figura 4.11: Stima delle rigidzze di deriva dei due pneumatici

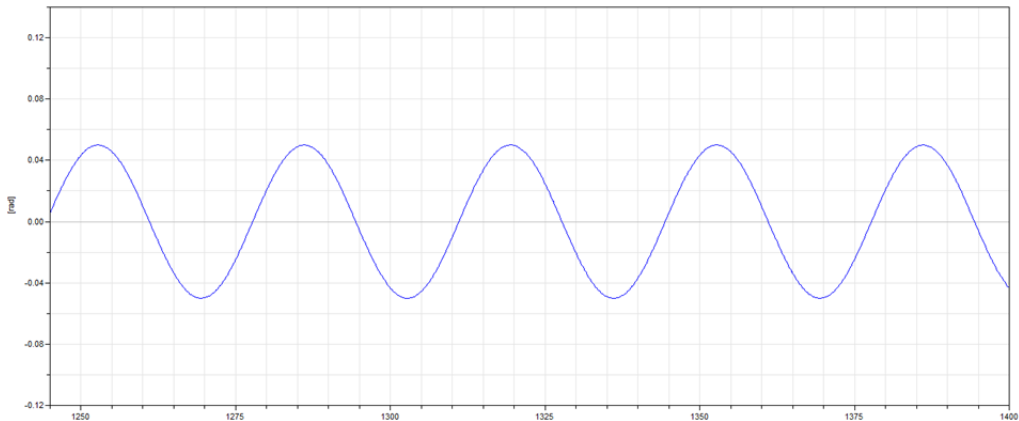


Figura 4.12: Andamento dello sterzo durante la stima delle *cornering stiffnesses*

L'esperimento offre anche la possibilità di valutare in maniera adattativa i parametri, modificando il coefficiente di oblio (o *forgetting factor*) che per default è unitario. Un valore di questo coefficiente compreso tra 0 e 1 consente di velocizzare, a discapito dell'accuratezza, il procedimento appena descritto, fornendo come risultato dei coefficienti meno attendibili poiché i dati meno recenti non sono considerati. Dato che l'identificazione adattativa risulta particolarmente utile nel valutare dei parametri incogniti tempo-varianti (che non sono contemplati in questo esperimento), si è deciso di utilizzare il valore unitario di default.

Una volta ricavato il modello *single-track* equivalente dell'ATV, è necessario fare alcune osservazioni.

4.1.3 Osservazioni riguardanti il modello *single-track* equivalente

Dal confronto tra le due equazioni del sistema (4.10) e le migliaia di relazioni dinamiche che caratterizzano il quad completo sviluppato in Dymola, si evince che i modelli considerati sono strutturalmente differenti, ma le analisi successive mostrano che le principali caratteristiche fisiche del biciclo lo rendono compatibile e qualitativamente simile al veicolo ATV dal punto di vista dinamico.

4.1.3.1 Il passo del veicolo

Il primo aspetto da analizzare riguarda la lunghezza complessiva del biciclo, che si ricava dalla Tabella 4.1 ed è pari a 1.29 m (è la somma dei due semi-passi). Il quad completo invece è stato dimensionato rispettando il manuale del veicolo reale [7], che fornisce un interasse pari a 1.25 m. Dato che nella prima fase del processo di identificazione si tiene conto della disposizione dei *payloads*, le cui coordinate rispetto alla *Vehicle frame* sono disponibili nella Tabella 3.2, tale differenza di circa 4 cm, che può sembrare ininfluenza, è causata dalla posizione della torretta, del laser SICK, del computer industriale e della centralina. Essi

sono collocati in avanti rispetto al centro degli pneumatici anteriori, che determinano a loro volta un estremo del passo del quad.

Lo scarto tra le due misure ha un ruolo fondamentale nella taratura dei guadagni di sterzo calcolati nel capitolo precedente, che sono il rapporto tra i raggi delle circonferenze disegnate dai modelli in una manovra caratterizzata da un angolo di sterzo costante. Se due veicoli differiscono nella lunghezza, si deduce dalla (3.4) che, a parità di angolo di sterzo, quello più lungo percorrerà una circonferenza dal diametro maggiore. Per evitare un'irreversibile diversità del comportamento dinamico dei due modelli, che comprometterebbe l'intera architettura di controllo che si basa a sua volta sulle equazioni del modello equivalente, si è pensato di adeguare il passo dell'ATV implementato in Dymola a quello del biciclo moltiplicando entrambi i membri della (3.4) per il rapporto tra il passo di quest'ultimo e quello del quad. Ciò equivale a moltiplicare i guadagni di sterzo per un valore di circa 0.97, che è l'inverso di tale coefficiente.

La validità della correzione introdotta sarà verificata in seguito confrontando il comportamento dinamico dei due modelli.

4.1.3.2 Il comportamento sottosterzante del veicolo

In questo paragrafo si analizza il comportamento dinamico assunto dal modello *single-track*. Si ricorda che i guadagni di sterzo calcolati nel capitolo precedente dipendevano in maniera non lineare dalla velocità longitudinale di percorrenza della circonferenza: si notava, infatti, un incremento del raggio di curvatura all'aumentare della velocità che evidenziava un comportamento sottosterzante del veicolo. Tale comportamento si manifesta tipicamente su autovetture utilitarie dalle basse prestazioni e consiste in una minor capacità di curvatura del mezzo rispetto a quella che si otterrebbe in condizioni ideali cinematiche (Figura 4.13). Un guidatore è pertanto chiamato, durante l'esecuzione di una svolta, a una correzione supplementare della posizione angolare del volante.

Il comportamento opposto invece è definito sovrasterzante ed è proprio delle macchine sportive.

Il fenomeno del sottosterzo si studia nel modello *single-track* ricavando da semplici considerazioni dinamiche ed equazioni matematiche un omonimo coefficiente.

Come si può notare dalla Figura 4.14, i vettori velocità delle ruote non giacciono sul loro piano medio, ma tendono ad uscire esternamente rispetto al centro del cerchio osculatore O. La relazione cinematica di Figura 4.13, invece, illustra una situazione valida per basse velocità e che raramente si incontra nella realtà in cui l'assenza di angoli di deriva corrisponde ad una condizione di moto di puro rotolamento senza strisciamento.

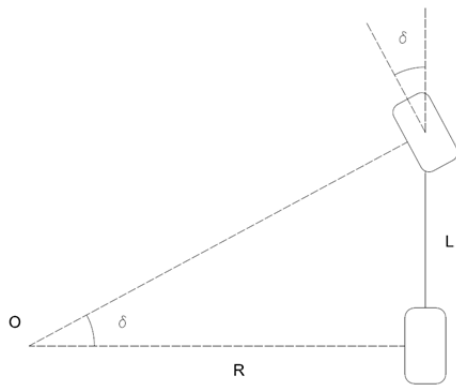


Figura 4.13: Relazione cinematica

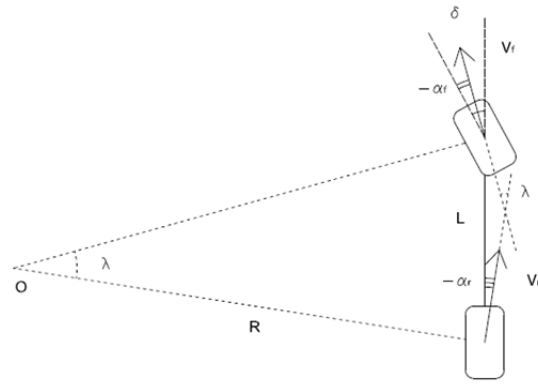


Figura 4.14: Relazione dinamica

Dal confronto delle due immagini si nota come il punto O si sia spostato rispetto alla posizione assunta in Figura 4.13 e come l'angolo sotteso dalle normali ai vettori velocità V_f e V_r non sia più δ ma un angolo differente λ . La relazione (3.4) diventa dinamica ed assume, per angoli piccoli, la seguente forma:

$$\lambda \cong \frac{L}{R} = \delta + \alpha_f - \alpha_r \quad (4.15)$$

Per calcolare il coefficiente di sottosterzo è necessario ricavare i due angoli di deriva α_f e α_r eseguendo un bilancio dei momenti attorno ai centri delle ruote di Figura 4.15.

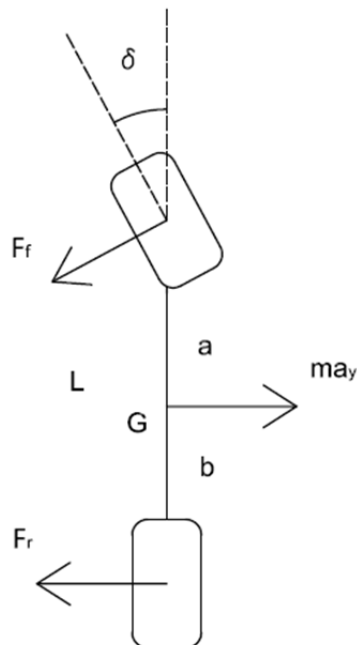


Figura 4.15: Forze trasversali agenti sul biciclo

Applicando la regola della leva, per angoli piccoli, si ottengono le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} F_f = m \frac{V^2 b}{R L} \\ F_r = m \frac{V^2 a}{R L} \end{cases} \quad (4.16)$$

in cui le forze di contatto tra gli pneumatici ed il suolo sono considerate lineari.

$$\begin{cases} F_f = -C_f \alpha_f \\ F_r = -C_r \alpha_r \end{cases} \quad (4.17)$$

A questo punto si può calcolare il coefficiente di sottosterzo K trovando l'angolo δ dopo aver sostituito nella (4.15) le relazioni (4.16) e (4.17):

$$\begin{cases} \delta = \frac{L}{R} (1 + KV^2) \\ K = \frac{m}{L^2} \left(\frac{b}{C_f} - \frac{a}{C_r} \right) \end{cases} \quad (4.18)$$

Come si può notare dalla seconda equazione del sistema (4.18) tale guadagno dipende dai parametri fisici ed inerziali del veicolo e dalle rigidità di deriva degli pneumatici. Se si sostituiscono nella relazione i valori numerici trovati, si ottiene un coefficiente K pari a circa 0.002. Un valore positivo determina un comportamento sottosterzante del veicolo, al contrario uno negativo ne comporta uno sovrasterzante. Se il guadagno fosse nullo si cadrebbe nella situazione cinematica ideale.

Come si può notare dalla Figura 4.16 un veicolo sovrasterzante, se oltrepassa una certa velocità critica, evidenziata dal punto T, entra in una regione di pericolosa instabilità.

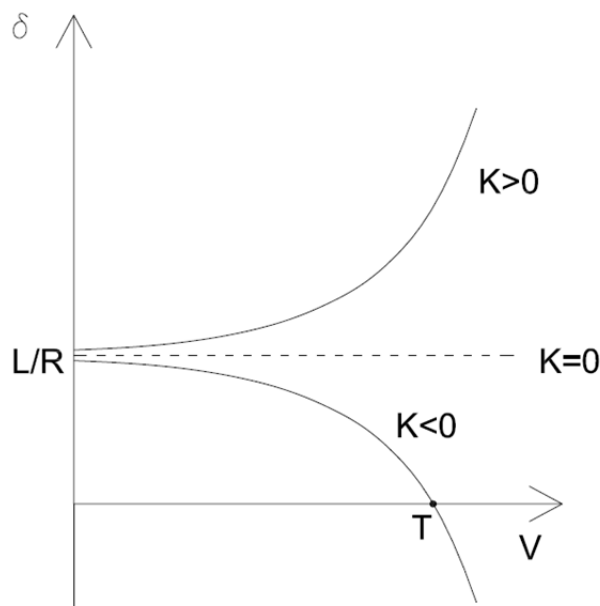


Figura 4.16: Il comportamento dinamico del veicolo in funzione della velocità

Il guidatore è infatti chiamato ad eseguire una manovra di controsterzo (angoli δ negativi) per evitare di finire in testacoda.

Il lieve comportamento sottosterzante assunto dall'ATV implementato in Dymola viene quindi confermato e riprodotto dalla rispettiva rappresentazione *single-track*, che si rivela esserne un buon modello equivalente.

4.1.3.3 Le cornering stiffnesses degli pneumatici

Prima di esaminare i risultati ottenuti nell'ultima fase dell'esperimento, è necessario comprendere come il veicolo interagisce col terreno e come si manifestano le forze che sono in grado di farlo curvare. Esse sono molto importanti nella tenuta di strada del mezzo poiché contrastano l'azione delle forze centrifughe e delle forze esterne (quale può essere il vento) agenti su di esso.

Le ruote, e in particolare gli pneumatici, rappresentano l'interfaccia tra l'intera carrozzeria e il suolo ed hanno il compito fondamentale di trasmettere i momenti motore e frenante e di controllare la traiettoria. Anche la loro disposizione spaziale è cruciale nella generazione delle forze trasversali: si pensi alla convergenza degli pneumatici, che si ricorda essere l'angolo tra l'asse longitudinale del veicolo e quello dello pneumatico stesso, che causa la nascita di tali spinte laterali anche durante un percorso rettilineo; oppure alla campanatura, che è l'inclinazione del piano di simmetria della ruota rispetto alla normale al terreno, che le fa variare in base alla porzione di battistrada in contatto col suolo. Quest'ultima, poiché il quad possiede un angolo di *camber* nullo, sarà trascurata.

In Figura 4.17 è raffigurata la parte di gomma giacente sul terreno che è identificata da un sistema di riferimento ad essa solidale, definito a sua volta dall'asse longitudinale x' diretto come il moto del veicolo e da un asse normale uscente dal piano del foglio z' che completa insieme con l'asse trasversale y' una terna destrorsa. Le forze tangenziali di contatto si generano in seguito alla deformazione in direzione laterale della porzione di pneumatico a contatto col suolo.

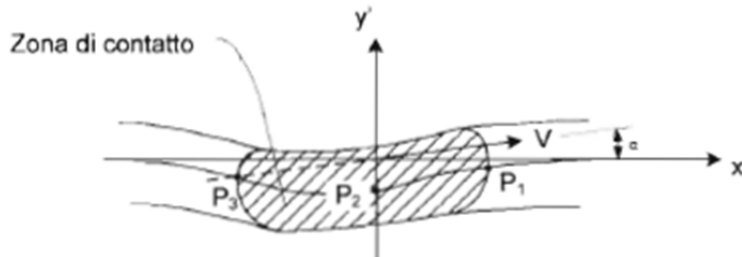


Figura 4.17: Distorsione dell'orma di contatto in presenza della deriva

La presenza di un angolo di deriva α implica che la ruota non si muova di puro rotolamento, ma non significa che essa strisci sulla strada. Si consideri un tassello del battistrada giacente sull'asse longitudinale: quando giunge in prossimità del punto P_1 tenderà a spostarsi dalla mezzeria seguendo una traiettoria, parallela al vettore velocità V , impostatagli da quest'ultimo. Il tassello quindi si muoverà fino a giungere al punto P_2 , dove le forze di richiamo verso il piano di simmetria saranno di intensità tale da farlo deviare, costringendolo a strisciare sul terreno fino al punto P_3 . Si conclude quindi che al crescere dell'angolo di deriva α saranno maggiori le deformazioni che subirà lo pneumatico nel tratto P_1 - P_2 e quindi saranno più rilevanti le forze di richiamo nella zona di slittamento P_2 - P_3 , che risulterà più estesa. Si può avere un'idea della grandezza di queste due aree al variare della deriva dalla Figura 4.18.

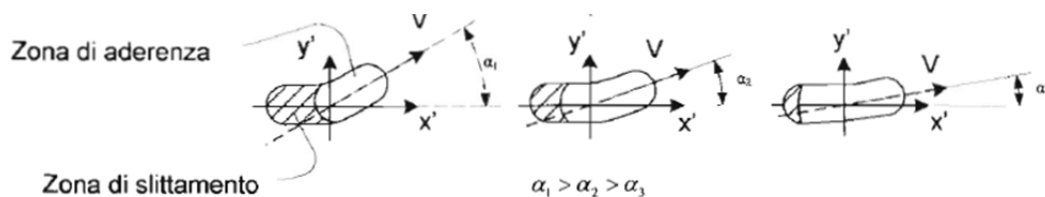


Figura 4.18: Variazione delle zone di aderenza e contatto al variare dell'angolo di deriva

Per angoli limitati la zona di slittamento è abbastanza ristretta ma per valori elevati si allarga fino a comprendere, per angoli eccessivi, tutta l'orma di contatto. Quando si giunge a questa situazione la gomma entra in una zona di saturazione che ne causa lo strisciamento. Il percorso seguito dall'intero battistrada è quindi l'artefice della generazione di tali forze, il cui andamento è rappresentato nella figura seguente:

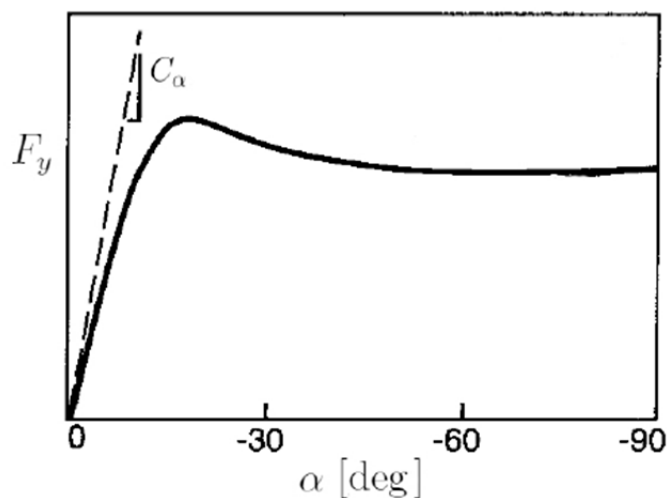


Figura 4.19: Curva caratteristica forza trasversale-angolo di deriva

Osservando la Figura 4.19 si possono notare tre zone distinte: la prima arriva fino a circa 10° ed è la regione lineare che è stata considerata nell'implementazione del modello *single-track*. La forza trasversale aumenta con l'angolo di deriva, i cui valori sono consoni con un andamento del veicolo in cui non ci sono manovre brusche sullo sterzo. La seconda regione è quella dove si può notare un picco e corrisponde all'incirca all'intervallo compreso tra i 15 e i 20 gradi. Qui lo pneumatico viene stressato e portato al limite della sua efficienza per fargli erogare la forza laterale massima possibile. Solitamente i piloti di autovetture sportive tendono a permanere in questa regione per essere più rapidi in curva e per ottenere in uscita da essa le prestazioni di trazione migliori. Se si oltrepassa questo intervallo si entra nella zona di saturazione nella quale, come accennato in precedenza, si verifica uno strisciamento globale dell'impronta sul terreno. La forza pertanto diminuisce rispetto al valore massimo e tende ad assestarsi attorno ad un valore costante.

Si definisce *cornering stiffness* la pendenza della curva $F_y(\alpha)$ nell'origine, che per piccoli angoli è lecito considerare come una retta:

$$C = \left. \frac{\partial F_y}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=0} \quad (4.19)$$

$$F_y = -C\alpha \quad (4.20)$$

Essa è quella grandezza che permette al veicolo di curvare ed è influenzata da diversi fattori fisici, ambientali e costruttivi della gomma.

Esistono sul mercato essenzialmente due tipi di pneumatici: quelli convenzionali e quelli radiali. I primi, ormai obsoleti, dispongono di una carcassa formata da

tele rinforzanti poste a circa 40° rispetto alla direzione circonferenziale, mentre i secondi presentano strati perpendicolari a tale direzione alternati da altre tele di cintura che conferiscono alla spalla della gomma una maggiore deformabilità e più rigidità al battistrada. In Figura 4.20 si possono notare i valori di *cornering stiffness* normalizzata rispetto al carico per vari tipi di pneumatici.

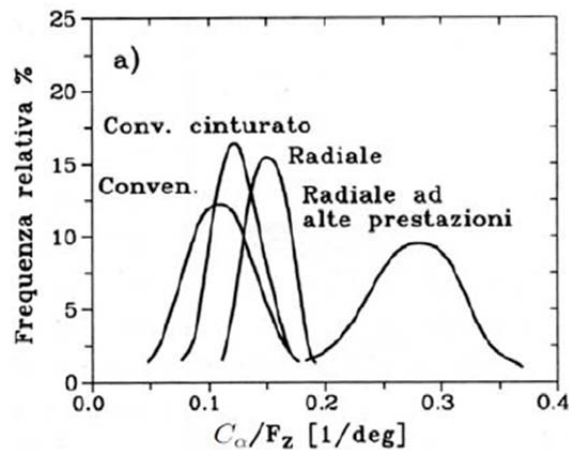


Figura 4.20: La rigidità di deriva normalizzata per diverse tipologie di pneumatici

La forza gravante sulla ruota è un altro fattore che influenza la rigidità di deriva infatti si può notare dalla Figura 4.21 come tale grandezza sia una funzione non lineare del carico normale.

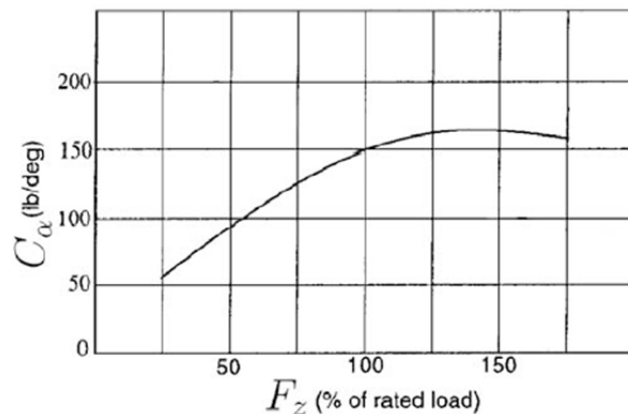


Figura 4.21: La rigidità di deriva in funzione del carico verticale

In generale, una gomma che dispone di un ampio battistrada presenta una *cornering stiffness* maggiore rispetto ad un'altra più stretta, poiché la carcassa è più resistente agli stress laterali. La pressione di gonfiaggio, se aumenta, determina un incremento della rigidità della carcassa e una diminuzione dell'area di contatto. Ciò implica, per gli pneumatici di uso comune, un incremento della *cornering stiffness*. Altri fattori che ne influenzano il valore riguardano il tipo di trazione dell'intero veicolo. La rotazione delle ruote

motrici, che trasferisce la coppia del motore sul terreno, comporta una diminuzione della rigidità di deriva. Infine, è possibile fare una riflessione sul tipo di terreno su cui la gomma rotola: un suolo bagnato o ghiacciato trasmette delle forze laterali minori rispetto ad un asfalto asciutto perché è caratterizzato da coefficienti d'attrito statico e dinamico minimi. Si deduce quindi che per terreni meno aderenti la rigidità di deriva risulta essere minore.

I numerosi fattori analizzati, che influenzano la generazione delle forze trasversali e longitudinali, rendono tale fenomeno molto complesso, per cui è necessario studiarlo in maniera approfondita.

Esistono diversi approcci che si basano su principi fisici ed empirici: i primi riguardano modelli analitici che permettono di ottenere delle previsioni corrette del comportamento dello pneumatico in particolari condizioni di moto basandosi sui modelli a spazzola e agli elementi finiti; i secondi descrivono invece le misure sperimentali effettuate in laboratorio, o su strada, attraverso tabelle o formule matematiche accompagnate da schemi di interpolazione. Il più famoso di questi ultimi è la nota *Magic Formula* di Pacejka [12], che viene presentata ipotizzando condizioni di puro slittamento trasversale degli pneumatici. Nella realtà è raro far lavorare la gomma in questa situazione. Durante la percorrenza di una curva infatti un conducente agisce sia sul freno che sull'acceleratore provocando un'inevitabile generazione di forze longitudinali, il cui effetto si combina a quello delle forze laterali. Tuttavia l'ipotesi adottata risulta lecita, poiché le manovre che si fanno eseguire al quad in esame non prevedono grandi variazioni di velocità longitudinale.

Le gomme montate sull'ATV implementato in Dymola modellizzano il contatto ruota-terreno con alcuni parametri appartenenti alla versione originale della formula [12], che per le forze laterali vale:

$$\begin{cases} F_y = D \sin(C \tan^{-1}(B\sigma)) + \Delta S_v \\ \sigma = (1 - E)(\alpha + \Delta S_h) + (E/B) \tan^{-1}(B(\alpha + \Delta S_h)) \end{cases} \quad (4.21)$$

I parametri D, C e B rappresentano rispettivamente il valore di picco della curva (Figura 4.19), il fattore di forma, che ne conferisce quel particolare andamento, e il coefficiente che ne controlla la rigidità. Lo stiramento o l'accorciamento del grafico lungo il suo asse α , che dipende dal tipo di pneumatico che si analizza, è accorpato nel fattore di curvatura E. Si può notare inoltre, che la funzione di Figura 4.19 inizia nell'origine degli assi, causando quindi un annullamento delle forze laterali in assenza di deriva. Ciò non è del tutto vero nella realtà poiché esistono imperfezioni ed asimmetrie costruttive che affliggono in maniera random ogni pneumatico. Esse riguardano principalmente la conicità del copertone, dovuta ad una differente dimensione delle sue facce laterali, e il fenomeno del *ply steer*. Il primo causa un rotolamento lungo una traiettoria circolare, mentre il secondo è causato dalla disposizione non

perfettamente simmetrica delle tele che compongono la sua carcassa. L'effetto principale si manifesta in una rotazione lungo una traiettoria rettilinea inclinata rispetto al piano di simmetria [17]. Questi fenomeni, che sono inglobati nei termini ΔS_h e ΔS_v , fanno sì che per angoli di deriva assenti la forza esercitata sul terreno non sia nulla. I coefficienti appena introdotti dipendono a loro volta dal carico verticale gravante sulla ruota e dall'angolo di *camber* η , se presente, nella seguente maniera:

$$\left\{ \begin{array}{l} D = a_1 F_z^2 + a_2 F_z \\ C = a_0 \\ B = \left(\frac{(a_3 \sin(a_4 \tan^{-1}(a_5 F_z)))}{CD} \right) (1 - a_{12} |\eta|) \\ E = a_6 F_z^2 + a_7 F_z + a_8 \\ \Delta S_h = a_9 \eta \\ \Delta S_v = (a_{10} F_z^2 + a_{11} F_z) \eta \end{array} \right. \quad (4.22)$$

Se, infine, si applica la relazione (4.19) alla prima equazione del sistema (4.21), si ottiene una *cornering stiffness* pari al prodotto tra i coefficienti BCD.

I valori degli pneumatici montati sull'ATV, che si ricordano essere quelli più simili per forma e caratteristiche a quelli tassellati del veicolo reale, sono definiti dai coefficienti di Figura 4.22 insieme al loro significato.

Lateral force		
a0	1.5	Shape factor
a1	-8.76	Load dependency of friction
a2	1346	Friction level
a3	2210	Maximum cornering stiffness (at gamma=0)
a4	0.82	Load at maximum cornering stiffness
a5	0.1	Camber sensitivity of cornering stiffness
a6	0	Load dependency of curvature factor
a7	0	Curvature factor offset
a8	-2	Camber dependency of horizontal shift
a9	-0.15	Load dependency of horizontal shift
a10	0	Horizontal shift offset
a11	1	Load and camber dependency of vertical shift
a12	0.00022	Load dependency of vertical shift

Figura 4.22: I coefficienti della forza laterale con relativa spiegazione

Una volta illustrato il modello che governa l'interazione ruota-terreno, si confrontano le rigidzze degli pneumatici da esso ottenibili con quelle ricavate dal procedimento di stima presentato all'inizio del capitolo, che si attestavano attorno a valori di 16100 N/rad per la gomma anteriore e di 27875 N/rad per quella posteriore. Si determina il carico verticale agente su ogni gomma facendo percorrere al modello completo del quad un tratto di strada pianeggiante a velocità costante. Le forze così ottenute sono di circa 879 N per una singola ruota sull'avantreno e di 1040 N per la corrispondente sul retrotreno.

Considerando un *camberaggio* nullo si sono ottenute le seguenti caratteristiche dinamiche:

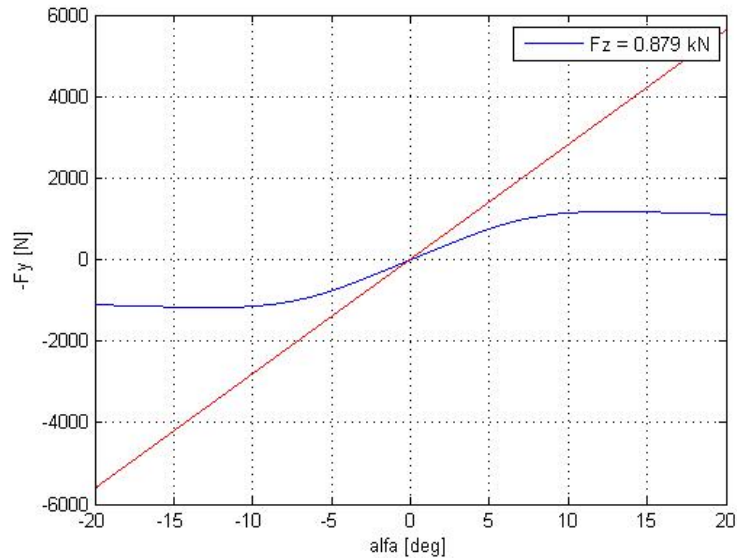


Figura 4.23: Confronto tra la rigidità di deriva anteriore del biciclo (in rosso) e quella di una ruota dell'ATV (in blu)

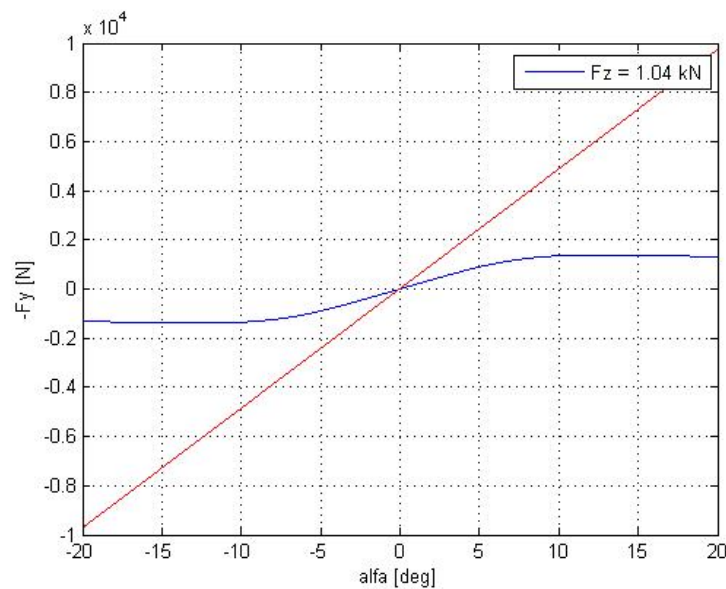


Figura 4.24: Confronto tra la rigidità di deriva posteriore del biciclo (in rosso) e quella di una ruota dell'ATV (in blu)

Come si può osservare dalle Figura 4.23 e Figura 4.24 le *cornering stiffnesses* dei due modelli sono profondamente differenti. Quelle dell'ATV infatti sono pari a circa 9095 N/rad per ogni ruota anteriore e a 10745 N/rad per le

corrispondenti posteriori. Tale diversità non indica che il modello *single-track* ottenuto non sia adatto per emulare quello completo, in quanto si tratta di una rappresentazione equivalente. Infatti il biciclo dispone solamente di due ruote, ognuna delle quali rappresenta una sorta di fusione di quelle poste su un assale e dei relativi parametri di Figura 4.22. Su di esse viene inoltre a gravare una forza peso equivalente che è la somma di quelle agenti su ogni singolo asse dell'ATV. Si deduce quindi che le rigidità non possono essere paragonabili, sarebbe anzi indicativo di un modello non adeguato il fenomeno contrario, ovvero che un veicolo a quattro ruote sia rappresentato in maniera sintetica e veritiera soltanto dalla sua metà destra o sinistra. Una pendenza nell'origine uguale per le curve delle due immagini (Figura 4.23 e Figura 4.24) si sarebbe potuta ottenere implementando un modello *four-wheeled* che non è presente nella libreria VDL. Dopo aver descritto l'allestimento del modello *single-track* nell'ambiente Matlab si eseguirà un confronto con il modello completo per verificarne la correttezza.

4.1.4 Implementazione del modello *single-track* tramite una *S-function*

Una *S-function* (o *System Function*) è uno strumento molto potente che descrive i blocchi dell'ambiente Simulink in linguaggi di programmazione Matlab, C, C++ e Fortran. Essa può rappresentare agevolmente sistemi continui, discreti e ibridi, la cui gestione sarebbe piuttosto complessa con il solo ausilio dei blocchetti contenuti nelle librerie standard.

Per implementare il modello *single-track* tramite una *S-function* è necessario, in primo luogo, implementare un M-file, cioè un qualsiasi algoritmo scritto in linguaggio Matlab, che rappresenti il modello descritto nella relazione (4.10). L'argomento della funzione è dato dal tempo continuo t , dall'angolo di sterzo δ , dalla velocità longitudinale v e dal vettore colonna delle variabili di stato, che è costituito dall'angolo di assetto β e dalla velocità di imbardata $\dot{\psi}$. In uscita viene restituita la derivata temporale di tale vettore.

Si riporta di seguito il codice che descrive il comportamento dinamico del biciclo:

```
function dx = yawmodel_with_bank2(t,x,delta,v)

beta = x(1);
psidot = x(2);

a = 0.7244;
b = 0.5714;
Cr = 27874.8;
Cf = 16099.4;
Jz = 130.3;
m = 371.2;
g = 9.81;
theta = 0;
```

```

    dbeta = -(Cf*(beta+(a/v)*psidot-delta)+Cr*(beta-
(b/v)*psidot)+m*g*sin(theta))/(v*m)-psidot;
    dpsidot = (-a*Cf*(beta-delta+(a/v)*psidot)+b*Cr*(beta-
(b/v)*psidot))/Jz;

dx = [dbeta;dpsidot];

```

Al di sotto della testata della funzione si possono scorgere le due componenti del vettore variabili di stato e l'inizializzazione dei parametri ricavati dall'esperimento Dymola. Successivamente, sono state scritte le equazioni dinamiche e il vettore di uscita restituito dal metodo. L'algoritmo non è altro che una riproduzione di un classico sistema dinamico a tempo continuo non lineare nella forma:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = g(x, u) \end{cases} \quad (4.23)$$

Una volta definito il modello, si può implementare la *S-function* che dovrà simularlo ad ogni passo di integrazione, il cui codice viene trascritto di seguito:

```

function [sys,x0,str,ts] =
yawmodel_sfcn_with_bank2(t,x,u,flag,betainit,psidotinit)

switch flag

    case 0
        str = [];
        ts = [0 0];
        s = simsizes;
        s.NumContStates = 2;
        s.NumDiscStates = 0;
        s.NumOutputs = 2;
        s.NumInputs = 2;
        s.DirFeedthrough = 0;
        s.NumSampleTimes = 1;
        sys = simsizes(s);
        x0 = [betainit,psidotinit];

    case 1
        delta = u(1);
        v = u(2);
        sys = yawmodel_with_bank2(t,x,delta,v);

    case 3
        sys = x;

    case {2 4 9}
        sys = [];
    otherwise

```

```

        error(['unhandled flag =', num2str(flag)]);
end

```

La funzione presenta al suo interno differenti *subroutines*, sotto-funzioni del programma principale, che vengono eseguite dal compilatore e che si riferiscono all'inizializzazione delle variabili, al loro aggiornamento e alla restituzione dei segnali di uscita. L'header del metodo riceve in input, oltre al tempo, allo stato e agli ingressi come nell'M-file appena descritto, i valori iniziali "betainit" e "psidotinit" degli stati (inizializzati a zero perché ogni manovra comincia con un tratto rettilineo) e il parametro "flag", un intero che Simulink invia alla funzione durante la simulazione. Un numero di *case* pari a 0 riguarda la fase di inizializzazione in cui il comando *simsizes* genera una variabile "struttura" *s*, i cui campi descrivono il sistema.

Nel caso specifico del modello *single-track* si stabilisce l'esistenza di due stati continui, di due ingressi e di due uscite (si ipotizza quindi che la velocità di imbardata $\dot{\psi}$ e l'angolo di assetto β siano misurabili, cosa non vera per quest'ultimo). Non sono presenti stati discreti e non ci sono collegamenti diretti tra le variabili di uscita e di ingresso (vedi "s.DirFeedthrough"), cioè la matrice *D* del sistema lineare (4.24) è nulla e la trasformazione di uscita del processo non lineare (4.25) non dipende dall'input:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (4.24)$$

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = g(x) \end{cases} \quad (4.25)$$

I due elementi del vettore "ts" rappresentano il periodo di campionamento ed eventuali offset temporali, mentre l'indice "str" non ha uno scopo ben preciso poiché si prevede di utilizzarlo in versioni future di Simulink. Infine, il campo "s.NumSampleTimes" viene posto di default a 1 quando si gestisce un sistema a tempo continuo. Se in un passo di integrazione il "flag" assume un valore unitario, vengono calcolate le derivate delle variabili di stato mentre le grandezze di uscita sono esportate in presenza di un valore pari a 3. Infine, i casi non gestiti numero 2 e 4 manipolano le equazioni di sistemi discreti e la routine numero 9 esegue delle particolari azioni, se presenti, di fine simulazione.

4.1.5 Il confronto tra il modello dell'ATV e la sua rappresentazione equivalente *single-track*

A questo punto si può confrontare il modello dinamico dell'ATV sviluppato in Dymola con la sua rappresentazione equivalente *single-track*. L'esperimento consiste nel fornire gli stessi ingressi di sterzo e di velocità e nell'analizzarne le uscite.

Come si può notare dalla Figura 4.25 sono stati inseriti due blocchi *S-function*, che riproducono rispettivamente il comportamento dinamico del biciclo con le *cornering stiffnesses* ottenute dalla stima ai minimi quadrati e quello con le rigidzze di deriva ricavate dalla formula di Pacejka. La simulazione si svolge ad una velocità costante di 2.5 m/s eseguendo una manovra di riferimento di tipo *fishhook* [18], molto utilizzata per testare la stabilità laterale e la tendenza al ribaltamento di un veicolo.

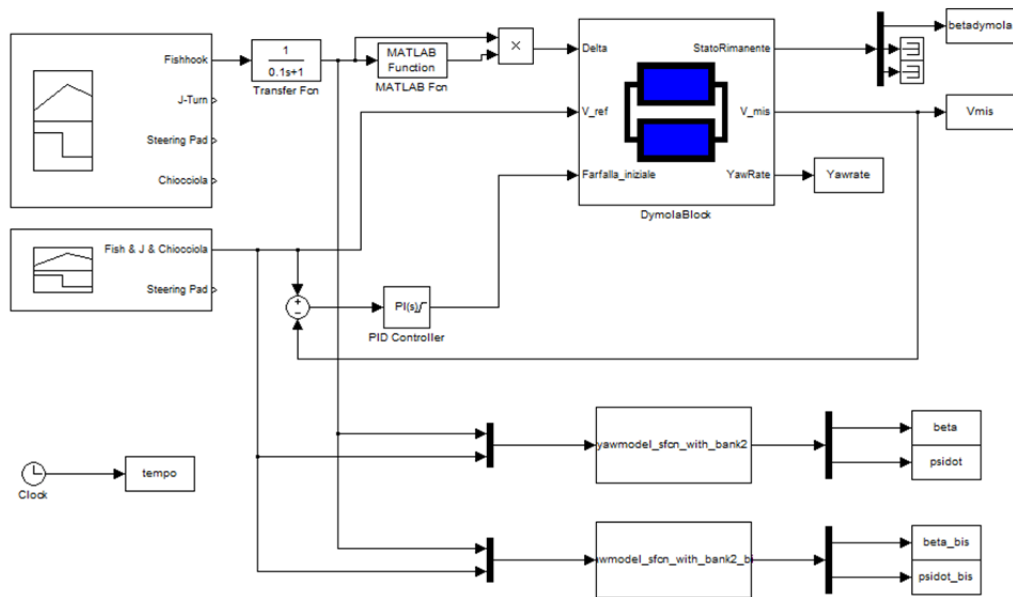


Figura 4.25: Esperimento di validazione del modello equivalente *single-track*

Gli esiti della simulazione sono riportati di seguito nella Figura 4.26 e nella Figura 4.27. Essi rivelano dei risultati molto interessanti, ma non sorprendenti. Come ci si aspettava infatti, il modello ricavato dall'esperimento Dymola fornisce un biciclo (in verde in entrambe le immagini) che descrive in maniera accurata la dinamica dell'ATV completo, i cui segnali di uscita sono raffigurati in blu e, nelle immagini, blu e verde risultano sovrapposti. Si può notare infine, come lo stesso veicolo *single-track* (in rosso), le cui rigidzze di deriva sono state ricavate dall'analisi sperimentale di Pacejka delle gomme tassellate, non sia in grado di fornire le stesse prestazioni del precedente per quanto riguarda soprattutto l'angolo di assetto β (Figura 4.27). Si dimostra quindi che nell'esperimento di stima del modello non si considerano i parametri empirici di un singolo pneumatico, ma si usano dei dati equivalenti a una sorta di fusione dello pneumatico stesso con il suo simmetrico montato sul medesimo assale.

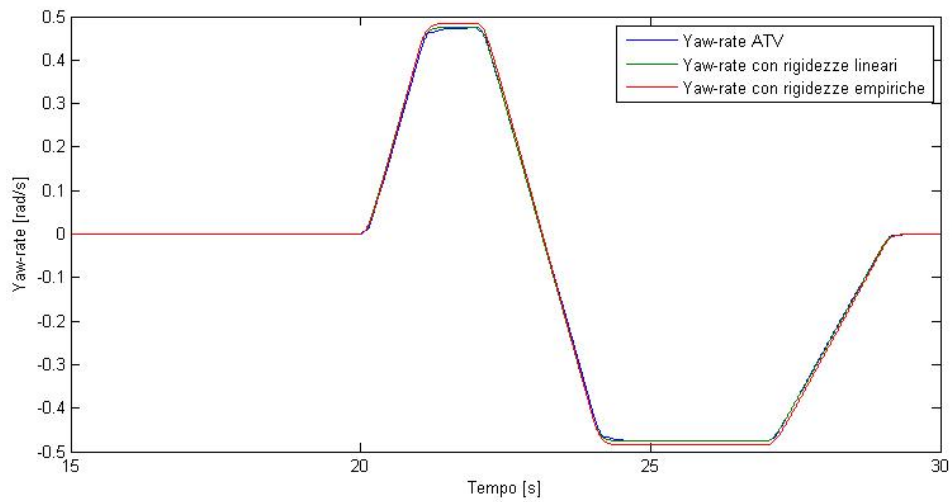


Figura 4.26: La velocità di imbardata dei tre modelli

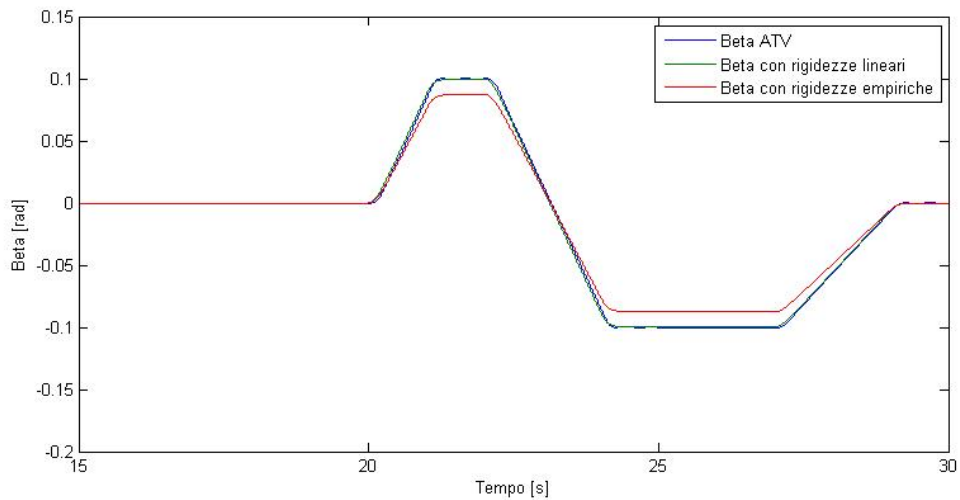


Figura 4.27: Angolo di assetto dei tre modelli

Le rigidzze di deriva degli pneumatici che sono calcolate dall'esperienza hanno un valore costante. E' necessario precisare che questa approssimazione si può utilizzare nel caso di veicoli stradali che si muovono su un determinato terreno per brevi periodi di tempo. Infatti si suppone che i parametri fisici della gomma, quali la pressione di gonfiaggio e l'usura, e le condizioni dell'asfalto non mutino. Tale approssimazione tuttavia non può essere estesa anche al caso di un quad a causa dell'elevata eterogeneità dei suoli su cui viaggia e dei numerosi fattori esaminati nel corso del capitolo che, in tempi ridotti, possono mutare il valore delle *cornering stiffnesses*. Perciò si ricorrerà ad un osservatore

adattativo in grado di cogliere la tempo-varianza dello stato dello pneumatico, consegnando una stima variabile della sua rigidità.

Prima di impostare l'osservatore è necessario completare l'analisi del modello equivalente del quad esaminandone il comportamento della massa sospesa sul piano di rollio.

4.2 Il modello dell'ATV sul piano di rollio

Il terzo ed ultimo grado di libertà, che consente una descrizione completa del moto dell'ATV, è la rotazione di rollio sul piano y_1z_1 della sua massa sospesa, che si ricorda essere formata da tutti gli elementi sorretti dalle sospensioni.

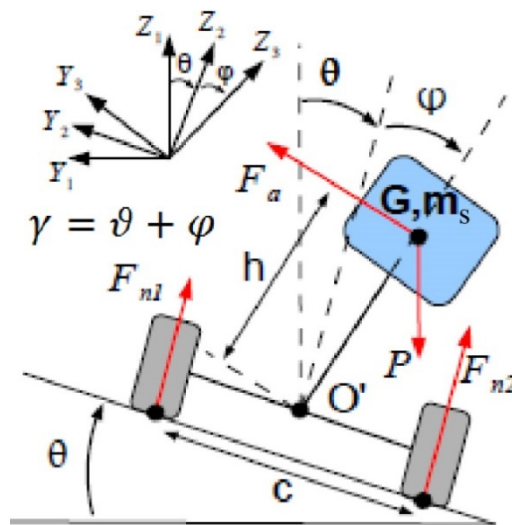


Figura 4.28: Il modello dell'ATV sul piano di rollio

In Figura 4.28 si possono notare tre sistemi di riferimento: il primo ($x_1y_1z_1$) è solidale col veicolo ed è anche raffigurato in Figura 4.2, il secondo è formato dagli assi $x_2y_2z_2$ ed è ruotato rispetto al precedente di un angolo ϑ , che definisce la pendenza laterale del terreno e che esprime quindi l'angolo di rollio dell'intero ATV. Il terzo sistema di riferimento ($x_3y_3z_3$), che è solidale con la massa sospesa del veicolo poiché inclinato di un angolo di rollio φ rispetto alla seconda terna, rappresenta una parte della *Summary frame* del modello completo sviluppato in Dymola. Si possono notare infine la forza peso P e le forze di contatto normali tra gli pneumatici e il terreno F_{n1} e F_{n2} .

Prima di analizzare il modello e scriverne le equazioni che lo governano è necessario fare alcune premesse:

- Si considera un'approssimazione a piccoli angoli.

- Si considera simmetrica la massa sospesa nei piani x_3z_3 e y_3z_3 al fine di avere un tensore d'inerzia baricentrico diagonale nel medesimo sistema di riferimento.
- Si suppone che il centro di rollio sia posizionato nel mezzo dell'assale alla stessa altezza da terra dei mozzi delle ruote e ad una distanza h dal centro di massa.
- L'azione smorzante ed elastica esercitata dagli elementi deformabili del veicolo, cioè le sospensioni ed in minima parte gli pneumatici, viene rappresentata come una molla ed uno smorzatore torsionali equivalenti, rispettivamente dalla costante elastica k e dal coefficiente di smorzamento r . Essi imprimono sul baricentro della massa sospesa una forza F_a diretta lungo l'asse y_3 pari a:

$$F_a = \frac{C_a}{h} = \frac{k\varphi + r\dot{\varphi}}{h} \quad (4.26)$$

Le equazioni cardinali della dinamica coinvolgono i classici bilanci di forze in direzione orizzontale e verticale e dei momenti attorno al centro di rollio:

$$\begin{cases} \left(\sum \mathbf{F}\right) \vec{y}_2 = (m_s \mathbf{a}_G) \vec{y}_2 \\ \left(\sum \mathbf{F}\right) \vec{z}_2 = (m_s \mathbf{a}_G) \vec{z}_2 \\ \left(\sum \mathbf{M}\right) \vec{x}_3 = (J_x \mathbf{a}_G) \vec{x}_3 \end{cases} \quad (4.27)$$

Una volta ricavati tutti i termini, si ottiene il seguente modello:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} = \frac{1}{h} \left[h\dot{\gamma}^2 \varphi + h\dot{\psi}^2 \gamma + u\dot{\psi} + \dot{u}\beta + u\dot{\beta} + g \sin(\vartheta) - \frac{k\varphi + r\dot{\varphi}}{m_s h} \right] \\ F_{n1} + F_{n2} = m_s \left[-h\varphi\ddot{\varphi} - h\dot{\gamma}^2 + g - u\vartheta\dot{\psi} - \vartheta\gamma\dot{\psi}^2 + u\beta\dot{\vartheta} - \frac{k\varphi + r\dot{\varphi}}{m_s h} \varphi \right] \\ F_{n1} - F_{n2} = \frac{2}{c} \left[J_x \ddot{\varphi} + (J_z - J_y) \dot{\psi}^2 \frac{\sin(2\gamma)}{2} - h \sin(\varphi) (F_{n1} + F_{n2}) \right] \end{cases} \quad (4.28)$$

in cui la variabile γ è l'inclinazione della massa basculante rispetto al sistema $x_1y_1z_1$ ed è uguale alla somma di ϑ più φ , c è la carreggiata del veicolo e m_s è la massa sospesa. La velocità assunta dal baricentro del veicolo è \mathbf{u} , l'angolo di imbardata ψ è sotteso dall'asse longitudinale x_1 rispetto a quello inerziale x_0 , mentre β è l'angolo di deriva, o di assetto, del veicolo ed è formato dall'asse longitudinale del mezzo e dal vettore velocità \mathbf{u} . Si possono notare anche altri parametri incogniti che nel seguito della trattazione vengono identificati per

ottenere il modello equivalente completo dell'ATV: la rigidità e lo smorzamento torsionali a rollio k ed r , introdotti nelle ipotesi, l'altezza equivalente del pendolo inverso h e i momenti d'inerzia di rollio e di beccheggio J_x e J_y .

La prima relazione del sistema (4.28) è la vera e propria equazione di moto della massa basculante attorno al centro di rollio; le altre due invece, saranno utilizzate nel calcolo dell'indice anti-ribaltamento *Lateral Load Transfer*, che si ricorda essere il rapporto tra la differenza delle forze normali e la loro somma (equazione (4.29)).

$$LLT = \frac{F_{n1} - F_{n2}}{F_{n1} + F_{n2}} \quad (4.29)$$

4.2.1 La massa sospesa e la carreggiata del veicolo

Sia la massa sospesa che la carreggiata del veicolo sono noti o ricavabili da quantità conosciute. Eseguendo le misure direttamente sul quad Yamaha Grizzly si ottiene la carreggiata di 0.96 m che è la distanza dei piani di simmetria di due ruote di uno stesso assale.

L'esperimento di stima dei parametri del modello *single-track* fornisce una massa complessiva di 371.2 kg (Tabella 4.1) a cui bisogna sottrarre il contributo dato dagli pneumatici, dalle sospensioni e dallo sterzo i cui bracci poggiano su alcuni *hard-point* del sistema molla-smorzatore, pari rispettivamente a 30 kg, 21.5 kg e 3 kg. Si ottiene pertanto una massa sospesa di 316.7 kg.

4.2.2 La rigidità e lo smorzamento torsionali e l'altezza del pendolo inverso equivalente

Il quad è approssimabile ad un sistema meccanico la cui rappresentazione è data da un biciclo su cui ruota un pendolo inverso, al termine del quale è inglobata in un punto materiale tutta la sua massa sospesa. Considerando il veicolo in condizione statica, la sola parte basculante si può quindi raffigurare come in Figura 4.29:

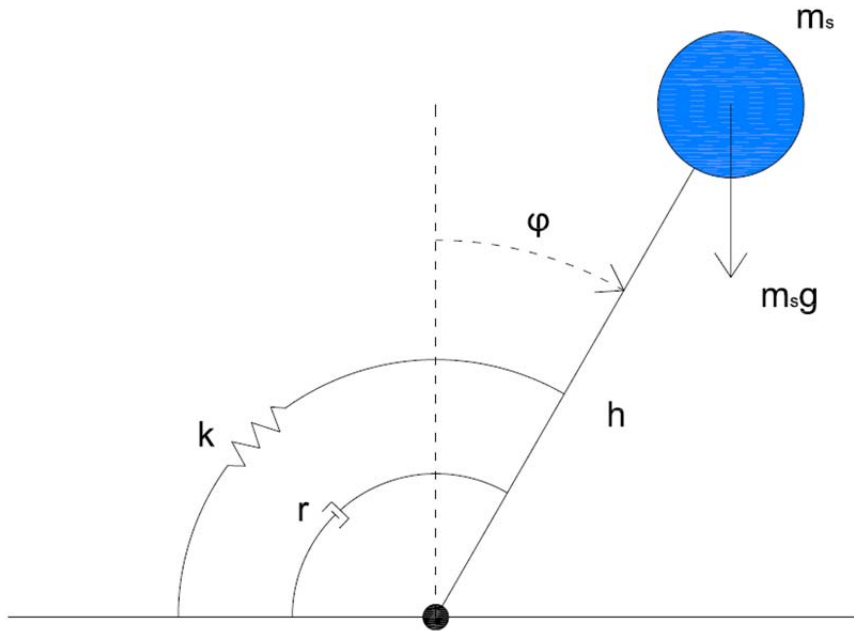


Figura 4.29: Il modello a pendolo inverso della massa sospesa

L'idea che sta alla base dell'identificazione dei parametri k , r ed h è quella di rendere la risposta del pendolo, a dei gradini di forza laterale agenti sulla massa sospesa, simile a quella che si ottiene dal modello Dymola soggetto agli stessi ingressi applicati nel baricentro.

Prima di tutto è necessario ricavare l'equazione del moto descritto dal pendolo inverso, tramite un equilibrio dei momenti attorno al centro di rollio, punto nero di Figura 4.29, che, sotto le ipotesi citate, vale:

$$m_s h^2 \ddot{\varphi} + r \dot{\varphi} + (k - m_s g h) \varphi = 0 \quad (4.30)$$

Si nota che l'equazione (4.30) equivale a tutti gli effetti all'integrale generale di un sistema meccanico del secondo ordine sul quale non agiscono forzanti esterne:

$$M_p \ddot{\varphi} + R_p \dot{\varphi} + K_p \varphi = 0 \quad (4.31)$$

dove M_p è il termine inerziale generalizzato, R_p è il coefficiente di attrito viscoso proporzionale alla velocità, che coincide con lo smorzamento torsionale r , e K_p è la rigidità generalizzata del sistema che ingloba al suo interno anche il contributo della forza gravitazionale agente sul pendolo. La medesima relazione vale ovviamente per il quad sviluppato in Dymola:

$$M_q \ddot{\varphi} + R_q \dot{\varphi} + K_q \varphi = 0 \quad (4.32)$$

dove M_q , R_q e K_q sono uguali a:

$$\begin{cases} M_q = m_s h_{quad}^2 \\ R_q = r_{quad} \\ K_q = k_{quad} - m_s g h_{quad} \end{cases} \quad (4.33)$$

A questo punto è stato allestito un esperimento in cui si stimola l'ATV per un certo intervallo temporale con una forzante laterale e costante applicata sul suo baricentro, le cui coordinate sono state calcolate nel capitolo precedente; successivamente si annulla tale ingresso per esaminare il moto libero smorzato della massa sospesa, da cui è possibile ricavarne la pulsazione. Con riferimento alla Figura 4.30 si misura il periodo T delle oscillazioni e si ottiene la pulsazione seguente:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \cong 16.5 \text{ rad/s} \quad (4.34)$$

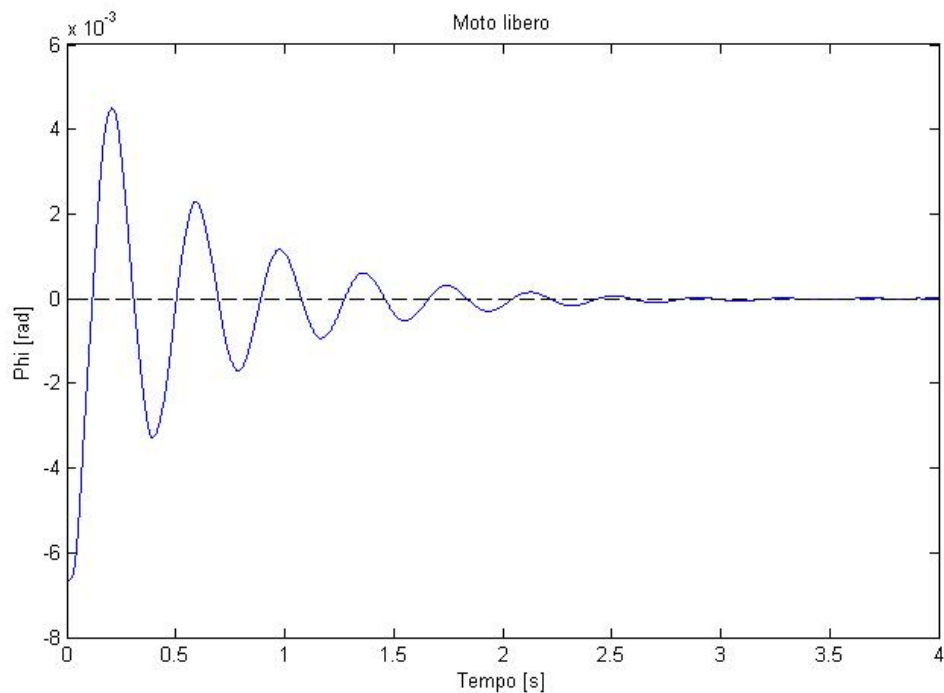


Figura 4.30: Moto libero smorzato dell'ATV

Prima di calcolare la rigidità torsionale del quad si è scelto di ricavare il suo coefficiente di smorzamento r_{quad} per poi imporlo uguale a quello del pendolo inverso. La procedura utilizzata è il noto decremento logaritmico [19], che per

essere implementata necessita solamente del moto libero smorzato del sistema (Figura 4.30).

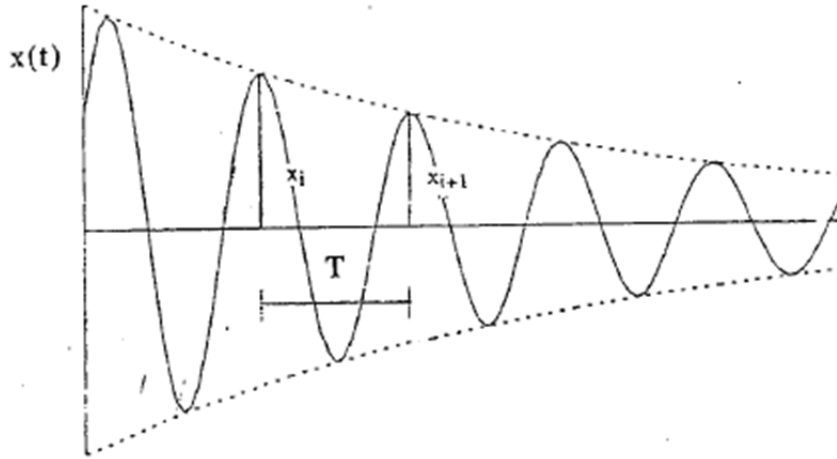


Figura 4.31: Il principio del decremento logaritmico

Con riferimento alla Figura 4.31, si definisce logaritmo naturale del rapporto tra l'ampiezza di due successivi picchi la quantità:

$$\delta = \ln \frac{x(t)}{x(t+T)} = \ln \frac{x_i}{x_{i+1}} = 2\pi H \quad (4.35)$$

dove H è il rapporto tra lo smorzamento del sistema e quello critico, che per definizione è uguale a:

$$r_{crit} = 2m_s\omega_0 \quad (4.36)$$

in cui ω_0 è la pulsazione propria del sistema non smorzato.

Il coefficiente H è quindi un valore adimensionale di soglia che definisce il modo di vibrare di un generico sistema meccanico. Quando esso è minore di 1 le oscillazioni sono armoniche e simili a quelle di Figura 4.30 e di Figura 4.31. Nel caso contrario, quando il coefficiente H è maggiore di 1, esso si definisce ipercritico e causa una risposta eccessivamente smorzata priva di oscillazioni (Figura 4.32).

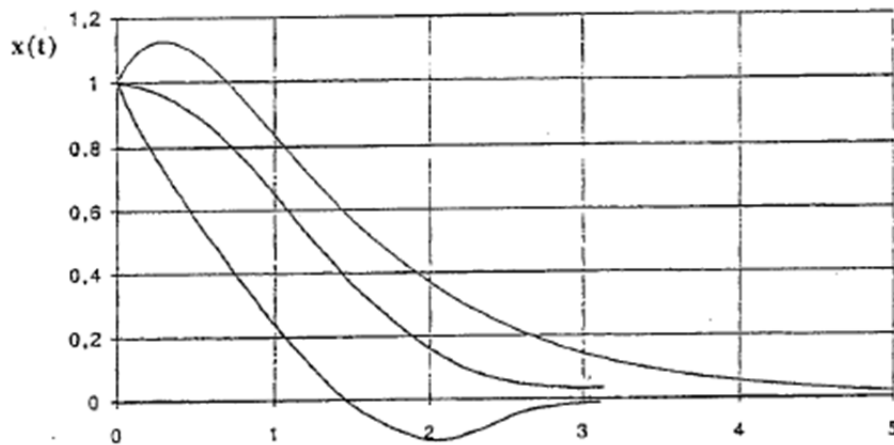


Figura 4.32: Moto libero di un sistema smorzato con $H > 1$

Dalla relazione (4.35) si ottiene un valore limite H di circa 0.11 da cui, in base all'equazione (4.37), si può ricavare una pulsazione propria non smorzata ω_0 pari a 16.6 rad/s.

$$\omega_0 = \frac{\omega}{\sqrt{1 - H^2}} \quad (4.37)$$

A questo punto si calcola lo smorzamento torsionale del quad e quindi del pendolo inverso mediante la relazione:

$$r_{quad} = 2Hm_s\omega_0 \quad (4.38)$$

ottenendo così un valore di circa 1100 Nm·s/rad.

Dopodiché si identifica la rigidità torsionale a rollio del quad (vedi Figura 4.28) in base alla seguente relazione valida a regime, cioè in assenza di termini viscosi dipendenti dalla velocità angolare:

$$C_a = k_{quad}\varphi \quad (4.39)$$

Sono state eseguite differenti prove in cui si stimola ogni volta l'ATV con una diversa forzante costante per ricavarne il rispettivo angolo di rollio, misurato da una variabile di tipo *Summary* rispetto all'orizzonte (vedi Figura 4.33). I segnali d'ingresso sono degli scalini che durano per un intervallo di tempo tale da azzerare il contributo smorzante dato dalle sospensioni che, come si vede dalla relazione (4.26), scompare quando la velocità di rollio si annulla. I risultati degli esperimenti sono riportati nella Tabella 4.2:

Forza applicata [N]	Angolo di rollio [rad]
0	0
200	1.7 e-03
400	3.4 e-03
600	5.0 e-03
800	6.5 e-03
1000	8.2 e-03
1200	9.8 e-03
1400	1.15 e-02

Tabella 4.2: Esiti delle prove degli scalini di forza laterale

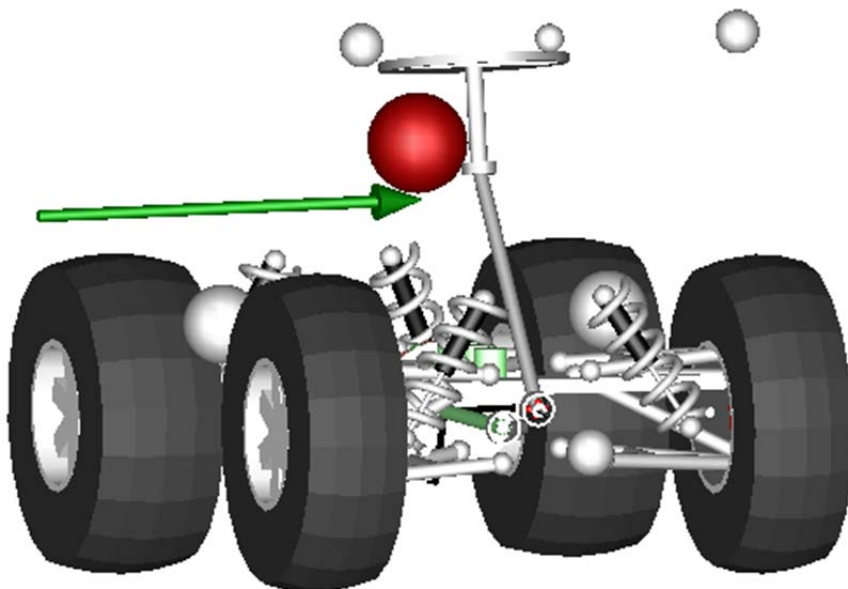


Figura 4.33: Una prova dello scalino di forza agente sul baricentro

Si può quindi raffigurare la dipendenza piuttosto lineare della coppia applicata al baricentro, in funzione dell'angolo di rollio, moltiplicando la forza impressa per il braccio su cui essa agisce.

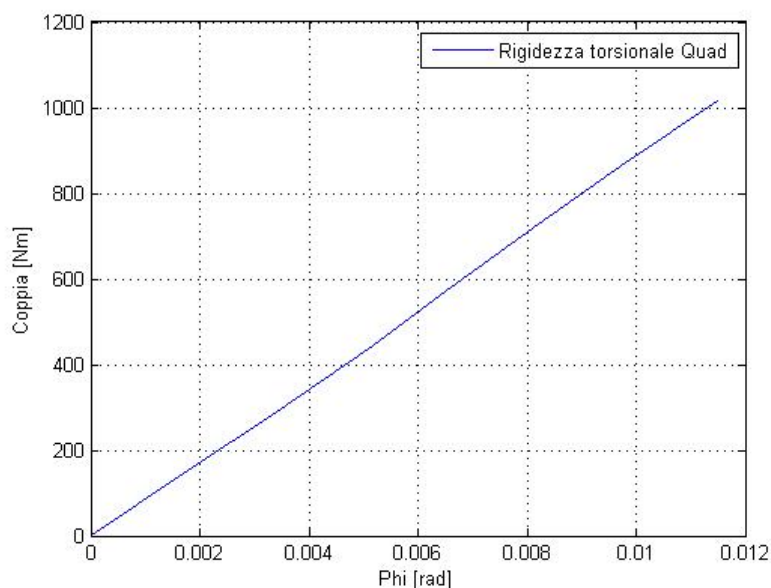


Figura 4.34: Grafico coppia-angolo di rollio

La pendenza della curva di Figura 4.34 non è altro che la rigidezza torsionale k_{quad} che ha un valore medio di circa 88800 Nm/rad. A questo punto, ricordando la terza relazione del sistema (4.33), si può ricavare la rigidezza generalizzata K_q sottraendo a quella torsionale l'effetto della forza di gravità agente sul quad, ottenendo un coefficiente pari a 86746 Nm/rad.

Il punto fondamentale dell'intero procedimento consiste nell'imporre l'uguaglianza tra la rigidezza generalizzata dell'ATV e quella del pendolo inverso, rendendo in questo modo l'andamento delle oscillazioni di quest'ultimo simile a quello del veicolo:

$$K_q = K_p = K \quad (4.40)$$

per cui, se si ipotizza che le pulsazioni proprie dei sistemi non smorzato e smorzato siano uguali, e in base alla (4.37) è lecito farlo, si può calcolare l'altezza equivalente del pendolo inverso dalla formula che vede la frequenza delle vibrazioni di un sistema meccanico non soggetto a forzanti esterne, com'è quello implementato in (4.31), dipendere solo dalla rigidezza e dalla massa generalizzate:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{M_p}} = \sqrt{\frac{K}{m_s h^2}} \quad (4.41)$$

Elaborando l'equazione (4.41) si ottiene una distanza della massa basculante dal centro di rollio di 1 m. A questo punto basta aggiungere il contributo gravitazionale alla rigidità generalizzata (vedi equazione (4.30)) per ottenere la rispettiva rigidità torsionale del pendolo (equazione (4.42)). Il risultato è di 89856 Nm/rad.

$$k = K + m_s gh \quad (4.42)$$

4.2.3 Validazione del modello

Una volta trovati i parametri incogniti k , r ed h , si può procedere con la validazione del modello, che consiste nel confrontare la sua risposta libera smorzata, cioè causata da un repentino azzeramento della forza laterale, con quella dell'ATV di Figura 4.30. Gli andamenti del baricentro del quad e della massa sospesa del pendolo inverso si possono osservare in Figura 4.35:

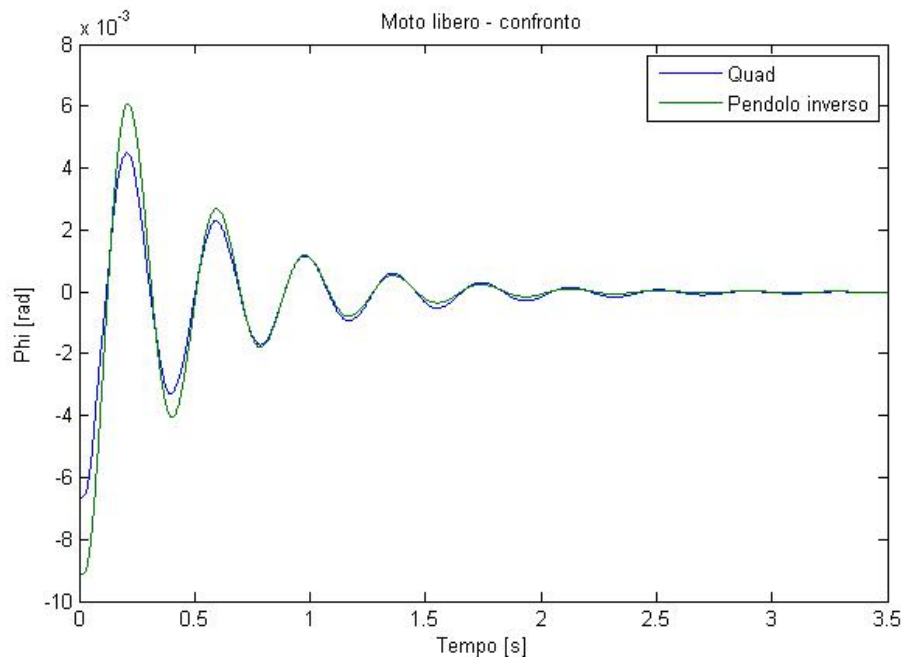


Figura 4.35: Confronto delle risposte dell'ATV e del pendolo inverso ad uno scalino di forza

Si deduce dalla Figura 4.35 che il modello semplificato del pendolo fornisce delle prestazioni molto simili a quelle del quad sviluppato in Dymola, fatta eccezione per la sua posizione angolare iniziale, che ha un'ampiezza maggiore. Lo scarto di angolo di rollio è causato dalla differenza abbastanza consistente che esiste tra i due bracci h_{quad} e h , il quale è più lungo del primo di circa 0.28 m. La stessa forza che viene esercitata su entrambi i modelli causa quindi nel pendolo inverso un momento di rollio più grande che tende a inclinarlo

maggiormente. Per verificare tale comportamento sono state eseguite sul pendolo le stesse prove degli scalini di forza impressi sull'ATV, il cui esito, visibile in Tabella 4.3, fornisce, come ci si aspetta, degli angoli di rollio maggiori rispetto a quelli illustrati in Tabella 4.2.

Forza applicata [N]	Angolo di rollio pendolo [rad]
0	0
200	2.2 e-03
400	4.5 e-03
600	6.8 e-03
800	9.1 e-03
1000	1.14 e-02
1200	1.37 e-02
1400	1.6 e-02

Tabella 4.3: Esiti delle prove degli scalini di forza laterale

Il grafico coppia-angolo che ne risulta è visibile in Figura 4.36: la stessa pendenza delle curve dimostra l'affidabilità del valore di rigidità calcolato. Tuttavia, se si volesse fare un confronto in cui ci siano coppie e angoli di rollio della stessa entità (la linea verde di Figura 4.36 si protrae per momenti e angoli maggiori rispetto a quella blu dell'ATV), bisognerebbe tenere in considerazione la differente altezza dei due modelli. È necessario moltiplicare pertanto i valori di Tabella 4.3 per un fattore di scala, che ha il solo ed unico scopo di confrontare le due rappresentazioni riducendo la lunghezza del pendolo fino a farla coincidere con quella del veicolo, che è pari al rapporto tra la quota da terra del baricentro del quad e del pendolo.

Si può osservare dalla Figura 4.37 come i grafici e le loro pendenze siano all'incirca uguali, dimostrando così la bontà del modello ricavato.

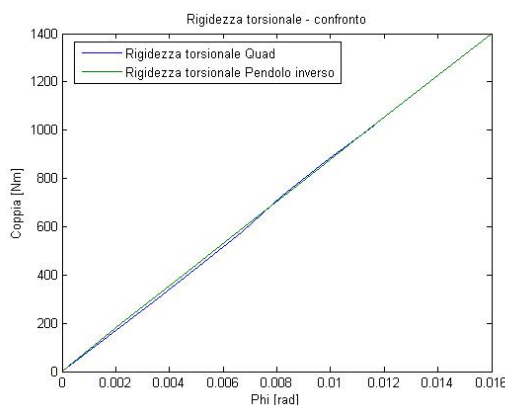


Figura 4.36: Confronto dei grafici coppia-angolo senza il fattore di scala

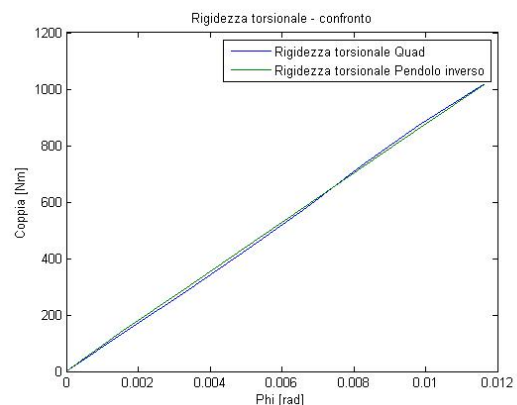


Figura 4.37: Confronto dei grafici coppia-angolo con il fattore di scala

4.2.3.1 Considerazioni riguardanti il modello del pendolo inverso

Il procedimento del decremento logaritmico utilizzato per ricavare il parametro r determina uno smorzamento equivalente dal punto di vista energetico, in quanto riproduce sotto forma di perdita di energia cinetica la reale dissipazione presente nel sistema in un periodo di oscillazione. È un metodo semplice perché può essere applicato per ogni coppia di picchi ed allo stesso tempo potente poiché evidenzia la presenza di comportamenti non lineari, che sono stati riscontrati nel caso particolare dell'ATV. La non linearità del veicolo è associata all'isteresi dei materiali deformabili (gomme e sospensioni) che non lavorano in campo puramente elastico. Lo studio approfondito di questo complesso meccanismo si può condurre con l'ausilio di modelli reologici, la cui implementazione esula dallo scopo principale della tesi che riguarda l'allestimento di un controllo anti-ribaltamento. Per questo motivo, il mutare del logaritmo naturale del rapporto di due picchi consecutivi ha fatto propendere per l'utilizzo di un valore medio di smorzamento, che rappresenti nella maniera più fedele possibile la perdita reale di energia cinetica.

Come si nota dalla Tabella 4.2 e dalla Tabella 4.3, l'entità degli angoli di rollio è quasi nulla poiché non si oltrepassa il grado. Ne consegue che il quad tende a muoversi in maniera piuttosto rigida e non conforme al moto basculante di un qualsiasi veicolo. A conferma di ciò si pensi alla percorrenza di una curva di un mezzo ben più pesante, come può essere un SUV, per il quale si riesce ad osservare l'inclinazione di qualche grado. Tale osservazione non risulta possibile nel caso del quad. Il modello Dymola quindi non riesce ad eseguire moti di rollio comparabili con quelli che affliggono i veicoli ATV in situazioni quotidiane.

4.2.4 I momenti d'inerzia di beccheggio e di rollio

I momenti d'inerzia di beccheggio e di rollio sono stati ricavati raffigurando il veicolo come un sistema discreto in diverse visuali che interessano i piani xz e yz.

Come si può notare dalla Figura 4.38, il beccheggio è quella rotazione che la massa sospesa compie attorno all'asse trasversale y entrante nel piano del foglio. In una situazione reale ci si accorge di tale movimento in caso di frenate e di accelerazioni notevoli.

Dal capitolo precedente sono noti i valori e le coordinate della massa sospesa e dei *payloads* rispetto alla *Vehicle frame*, situata nella mezzeria dell'assale anteriore, pertanto il momento d'inerzia è calcolabile applicando la seguente relazione:

$$J_y = \sum_i m_i (x_i^2 + z_i^2) = 91 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (4.43)$$

Si è scelto di posizionare il polo attorno a cui svolgere i calcoli alla stessa altezza da terra della terna solidale al veicolo ed alla stessa ascissa del suo centro di massa (è il punto A di Figura 4.38).

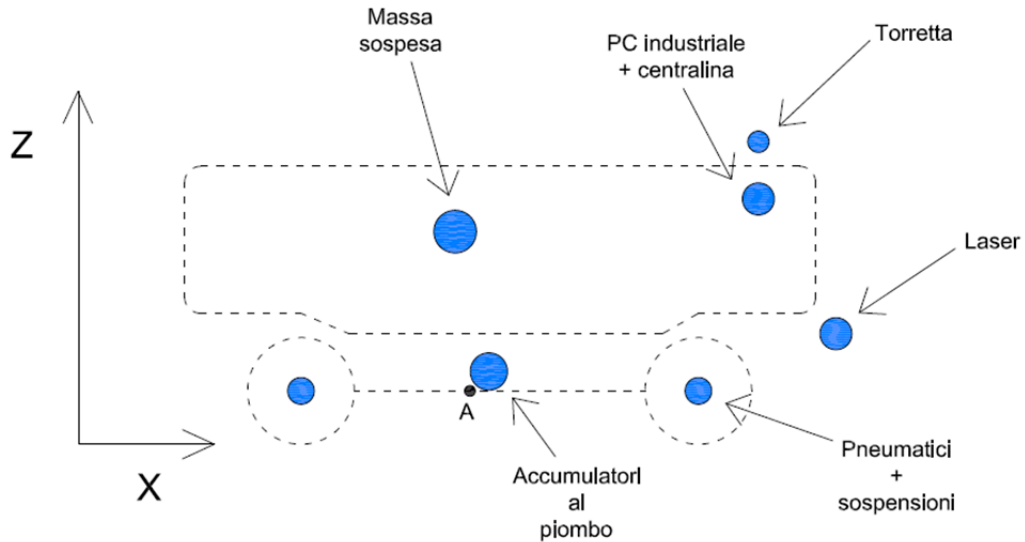


Figura 4.38: Il quad rappresentato come un sistema discreto sul piano xz

Si calcola in modo analogo il momento d'inerzia di rollio della massa basculante considerando il veicolo sul suo piano yz (visto da dietro) come in Figura 4.39:

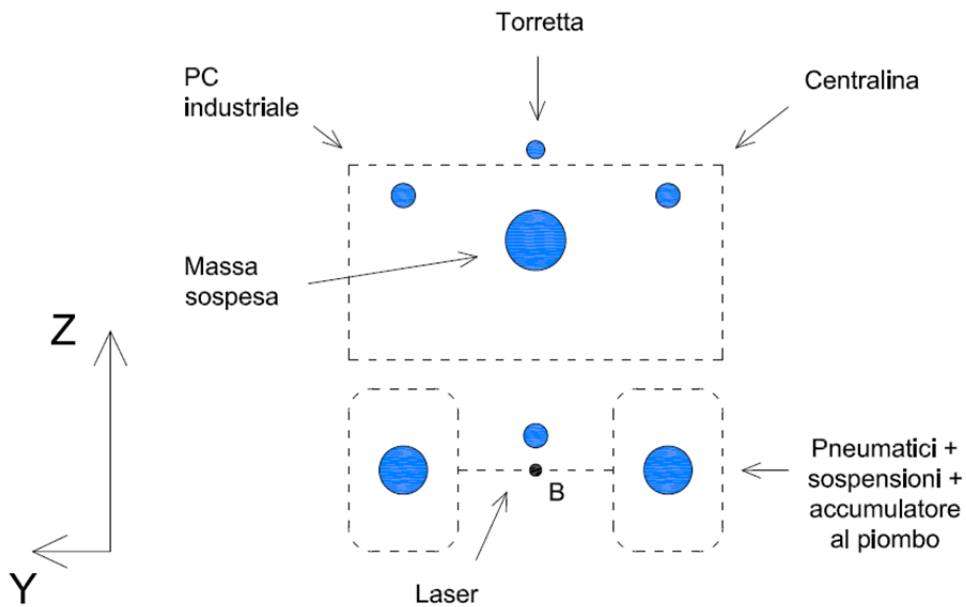


Figura 4.39: Il quad rappresentato come un sistema discreto sul piano yz

Considerando come centro di rollio il punto medio dell'assale, come ipotizzato all'inizio della trattazione del modello, si calcola il momento d'inerzia applicando la seguente formula:

$$J_x = \sum_i m_i (y_i^2 + z_i^2) = 87.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (4.44)$$

4.3 Alcune considerazioni

Nel corso di questo capitolo è stato presentato il modello semplificato dell'ATV, che a sua volta è una composizione dei sotto-modelli *single-track* e pendolo inverso, e le procedure adottate per ricavarne i parametri incogniti. Si è dimostrato che il comportamento dinamico del modello Dymola e del *semplificato* è coerente in modo soddisfacente; tutto ciò depone a favore della rappresentazione adottata, di complessità non paragonabile a quella del quad sviluppato in Dymola. La validità del modello equivalente sarà perciò sfruttata nel prossimo capitolo per allestire gli stimatori che hanno il compito di valutare i segnali (di assetto β , di pendenza stradale ϑ e la rigidità di deriva degli pneumatici) non ancora conosciuti e necessari all'implementazione di una logica anti-ribaltamento.

5 Il filtro di Kalman esteso e l'osservatore adattativo *Backstepping*

Nel primo capitolo sono state illustrate varie tecniche di calcolo del coefficiente *Lateral Load Transfer* (LLT), implementabili in base alla strumentazione disponibile. Si può sfruttare un osservatore adattativo di tipo *Backstepping* oppure le misure fornite dai sensori lineari di *stroke* montati sulle sospensioni.

La prima procedura, analizzata in questo capitolo, impiega solo i trasduttori di velocità longitudinale, di imbardata e di posizione angolare dello sterzo, per elaborare una stima variante di una *cornering stiffness* globale, cioè valida per tutti gli pneumatici, che a sua volta sarà utilizzata per calcolare un coefficiente attendibile su terreno piano, caratterizzato da un angolo di pendenza stradale ϑ nullo. Il suo grande vantaggio consiste nel fatto che l'osservatore può essere inserito in una logica di controllo predittivo che ha lo scopo di anticipare con un buon margine temporale situazioni potenzialmente pericolose. I sensori lineari di spostamento dei sistemi molla-smorzatore, invece, forniscono, per ogni tipo di terreno, una sottostima dell'LLT a causa dell'impossibilità di misurare direttamente le forze di contatto normali tra la ruota e il suolo. La presenza di questo limite fisico non ancora superabile, tuttavia, non compromette la validità del risultato poiché il coefficiente rileva correttamente l'istante di *wheel lift-off*, cioè quando lo pneumatico si solleva dal terreno dando così inizio al rovesciamento. Lo svantaggio di questa tecnica è l'impossibilità di allestire su di essa un controllo predittivo perché l'indice risultante non è la soluzione di equilibri dinamici, che sono formati a loro volta da segnali che si possono prevedere, ma è il rapporto tra la differenza di forze normali, difficili da stimare, di un assale e la rispettiva somma.

L'obiettivo del presente lavoro, quindi, è quello di sfruttare il maggior numero di sensori disponibili sull'ATV per formulare un coefficiente che sia affidabile per ogni tipo di terreno e, nello stesso tempo, sia inseribile in una logica di controllo anti-ribaltamento di tipo predittivo. Perciò si è deciso di mantenere i vantaggi di entrambe le tecniche implementando un filtro di Kalman esteso (*Extended Kalman Filter*) che, a fronte di ingressi in cui sono presenti, oltre ai riferimenti di velocità v e di sterzo δ , i segnali di *yaw-rate* $\dot{\psi}$ e di *stroke*, stimi le grandezze incognite del veicolo, quali il suo angolo di assetto β , l'angolo di rollio della massa sospesa ϕ con la sua variazione temporale $\dot{\phi}$ e la pendenza laterale della strada ϑ , e che dia origine al suddetto coefficiente in collaborazione con l'osservatore *Backstepping* (Figura 5.2).

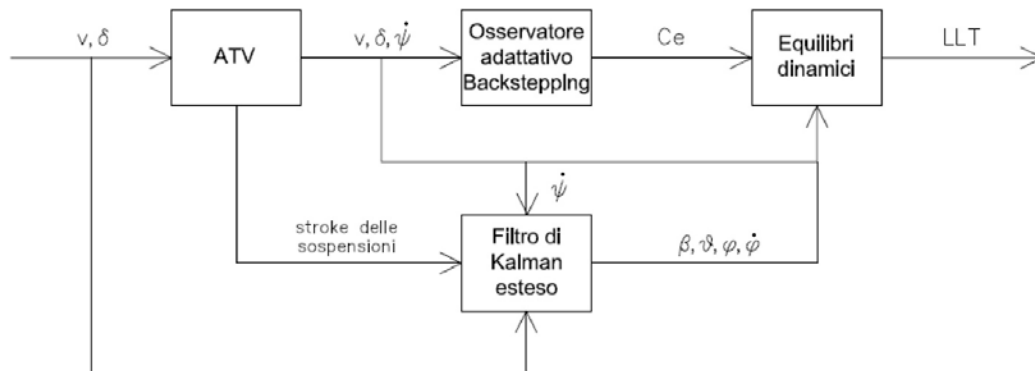


Figura 5.1: Schema generale del calcolo dell'indice LLT

Nel seguito si analizza la teoria del filtraggio alla Kalman con la sua estensione ed elaborazione al caso di sistemi non lineari, la teoria del *Backstepping* e l'implementazione dell'omonimo osservatore.

5.1 Il filtro di Kalman nei sistemi lineari

Il filtro di Kalman è un osservatore dello stato di un sistema lineare con caratteristiche di ottimalità che viene sviluppato quando quest'ultimo risulta affetto da disturbi stocastici.

Si consideri il sistema lineare seguente, strettamente proprio, espresso nello spazio di stato:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + v_x(t) \\ y(t) = Cx(t) + v_y(t) \end{cases} \quad (5.1)$$

in cui x è il vettore colonna delle variabili di stato ed appartiene ad R^n , y è il vettore delle uscite di dimensione p , u è il vettore degli ingressi che appartiene ad R^m e v è un rumore bianco gaussiano (*White Gaussian Noise*) a valore atteso nullo e matrice di covarianza V :

$$v = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$E[v(t)] = 0 \quad (5.3)$$

$$E = [v(t_1)v(t_2)'] = V\delta(t_1 - t_2) \quad (5.4)$$

$$V = \begin{bmatrix} \tilde{Q} & Z \\ Z' & \tilde{R} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

dove δ è l'indice di Kronecker, una funzione della differenza di due variabili che vale 1 solo se esse coincidono, 0 altrimenti. \tilde{Q} è la varianza del rumore agente sullo stato, \tilde{R} è quella delle uscite mentre Z è la correlazione dei primi due. Di seguito si ipotizzerà sempre che $\tilde{Q} \geq 0$ e che ci sia una componente di rumore con varianza non nulla su ogni uscita $\tilde{R} > 0$. Inoltre, per semplicità di trattazione, si assume che i rumori sullo stato e sulle uscite non siano correlati, ovvero $Z = 0$. Lo stato iniziale $x_0 = x(0)$ è a sua volta una variabile casuale gaussiana con valor medio \bar{x}_0 e matrice di covarianza:

$$E[(x_0 - \bar{x}_0)(x_0 - \bar{x}_0)'] = \tilde{P}_0 \geq 0 \quad (5.6)$$

Si assume inoltre che lo stato iniziale e il vettore rumore siano incorrelati, cioè che

$$E[x_0 v'] = 0 \quad (5.7)$$

Una volta definite le ipotesi, l'osservatore dello stato è dato dalla seguente formulazione:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(t)[y(t) - C\hat{x}(t)] \quad (5.8)$$

in cui \hat{x} è lo stato stimato mentre $L(t)$ è il guadagno del filtro tempo-variante che viene aggiornato in modo tale da soddisfare un opportuno criterio quadratico di ottimalità.

Prima di descrivere le proprietà dell'osservatore e il calcolo del suo guadagno, bisogna analizzare il modo in cui si inizializza.

Si consideri l'errore di stima come la differenza tra lo stato e la sua valutazione; la sua equazione dinamica, quindi, assume la seguente forma:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= Ae(t) - L(t)[Ce(t) + v_y(t)] + v_x(t) \\ &= [A - L(t)C]e(t) + [I \quad -L(t)]v(t) \\ &= A_c(t)e(t) + B_c(t)v(t) \end{aligned} \quad (5.9)$$

Applicando l'operatore valore atteso alla (5.9) e considerando la relazione (5.3) si ottiene sistema lineare autonomo

$$\dot{\bar{e}}(t) = A_c(t)\bar{e}(t) \quad (5.10)$$

la cui stabilità dipende dalla posizione degli autovalori della matrice A_c nel piano di Gauss. Si può notare che se questi dispongono di parte reale negativa, il sistema è asintoticamente stabile per cui il valore atteso per l'errore e la sua derivata tendono ad annullarsi. Se il valor medio dell'errore iniziale è nullo, ne risulta che rimarrà tale per ogni istante di tempo t . Alla luce di queste

considerazioni, il filtro si inizializza ponendo la stima iniziale dello stato pari al valore atteso iniziale:

$$\hat{x}_0 = \bar{x}_0 \quad (5.11)$$

A questo punto l'obiettivo primario per l'implementazione del filtro è scegliere il guadagno tempo-variante $L(t)$ dell'osservatore che minimizzi una forma quadratica della matrice di covarianza dell'errore $\tilde{P}(t)$. Pertanto è necessario risolvere il seguente problema:

$$\min_{L(t)} \gamma' \tilde{P}(t) \gamma \quad (5.12)$$

$$\tilde{P}(t) = E[e(t)e(t)'] \quad (5.13)$$

dove γ è un generico vettore colonna di n elementi.

Il guadagno ottimo $L(t)$ che risolve il problema di ottimizzazione è dato da

$$L(t) = \tilde{P}(t)C'\tilde{R}^{-1} \quad (5.14)$$

dove $\tilde{P}(t)$ è la soluzione dell'equazione di Riccati, che deve essere integrata in avanti nel tempo,

$$\dot{\tilde{P}}(t) = A\tilde{P}(t) + \tilde{P}(t)A' + \tilde{Q} - \tilde{P}(t)C'\tilde{R}^{-1}C\tilde{P}(t) \quad (5.15)$$

partendo dalla condizione iniziale:

$$\tilde{P}(0) = \tilde{P}_0 \quad (5.16)$$

Se, inoltre, la coppia (A, B_q) , con B_q tale che $\tilde{Q} = B_q B_q'$, è raggiungibile dagli ingressi, o al più stabilizzabile, e la coppia (A, C) è osservabile dalle uscite, o rilevabile, si ottiene uno stimatore ottimo ed asintoticamente stabile

$$\hat{\hat{x}}(t) = (A - \bar{L}C)\hat{\hat{x}}(t) + Bu(t) + \bar{L}y(t) \quad (5.17)$$

con

$$\bar{L} = \bar{\tilde{P}}C'\tilde{R}^{-1} \quad (5.18)$$

dove $\bar{\tilde{P}}$ è l'unica soluzione definita positiva dell'equazione stazionaria di Riccati

$$0 = A\bar{\tilde{P}} + \bar{\tilde{P}}A' + \tilde{Q} - \bar{\tilde{P}}C'\tilde{R}^{-1}C\bar{\tilde{P}} \quad (5.19)$$

Le varianze dei rumori agenti sullo stato \tilde{Q} e sull'uscita \tilde{R} sono dei parametri costruttivi che non sono sempre di semplice individuazione. In generale, il rapporto tra la matrice \tilde{Q} e la matrice \tilde{R} rappresenta un indice delle prestazioni

del filtro, cioè della velocità con cui la stima tende al suo valore vero. Quando le varianze sulle uscite sono molto più grandi di quelle agenti sullo stato significa che i sensori presentano dei rumori di fondo, come avviene sempre in contesti reali, che causano un rallentamento della stima da parte del filtro. In caso contrario, le misure sono poco rumorose e si ottiene pertanto un osservatore rapido [20].

5.2 Estensione del filtro di Kalman ai sistemi non lineari

È possibile estendere l'approccio presentato per i sistemi dinamici lineari anche al caso di sistemi non lineari affetti da disturbi stocastici. Si consideri il seguente sistema:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, u, t) + v_x(t) \\ y(t) = g(x, t) + v_y(t) \end{cases} \quad (5.20)$$

in cui le funzioni f e g sono almeno di classe C^1 , ovvero derivabili con continuità. Ancora una volta, come nel caso lineare, si considera v come un rumore bianco gaussiano a valore atteso nullo e con una matrice di covarianza V diagonale. Si suppone anche che lo stato iniziale sia una variabile aleatoria gaussiana con valor medio \bar{x}_0 e matrice di covarianza $\bar{P}_0 \geq 0$ incorrelata col vettore rumore v . A questo punto è possibile costruire un osservatore dello stato costituito da un termine che replica la dinamica del sistema a meno di un addendo correttivo dato dal guadagno del filtro moltiplicato per la differenza tra l'uscita misurata e stimata.

Sebbene il metodo usato all'inizio della seguente trattazione risulti poco efficace, tuttavia esso consente di presentare i concetti generali in maniera esaustiva. Successivamente viene descritto il procedimento effettivamente implementato, che si estende alla stima dei parametri incogniti del sistema.

5.2.1 Il filtro di Kalman linearizzato

Il movimento nominale di un sistema \bar{x} e \bar{y} è l'andamento assunto dallo stato e dalle uscite in assenza di rumore, quando cioè il vettore v è uguale a zero. Omettendo nelle equazioni la dipendenza dal tempo continuo t , al fine di garantire una maggiore leggibilità, ed ipotizzando un'azione di controllo perfettamente nota ($u = \bar{u}$), si ottiene un sistema nominale:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = f(\bar{x}, \bar{u}) \\ \bar{y} = g(\bar{x}) \end{cases} \quad (5.21)$$

in cui si può scrivere che:

$$\delta x = x - \bar{x} \quad (5.22)$$

$$\delta y = y - \bar{y} \quad (5.23)$$

A questo punto, se si sviluppa in serie il sistema (5.20) fino al prim'ordine, si ottengono le relazioni:

$$\dot{x} \cong f(\bar{x}, u) + \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{\bar{x}, u} (x - \bar{x}) + v_x \quad (5.24)$$

$$y \cong g(\bar{x}) + \left. \frac{\partial g(x)}{\partial x} \right|_{\bar{x}} (x - \bar{x}) + v_y \quad (5.25)$$

dalle quali si ottiene il sistema linearizzato (5.26) con la matrice dinamica \bar{A} e di uscita \bar{C} valide in un certo istante di tempo t:

$$\begin{cases} \delta \dot{x} = \bar{A} \delta x + v_x \\ \delta y = \bar{C} \delta x + v_y \end{cases} \quad (5.26)$$

$$\bar{A} = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{\bar{x}, u} \quad (5.27)$$

$$\bar{C} = \left. \frac{\partial g(x)}{\partial x} \right|_{\bar{x}} \quad (5.28)$$

Il filtro di Kalman linearizzato è la somma di due addendi che rappresentano una replica del sistema e la modifica *run-time* su di essa, causata dal guadagno del filtro moltiplicato per la differenza tra le uscite misurate e stimata:

$$\delta \hat{x} = \bar{A} \delta \hat{x} + L(\delta y - \bar{C} \delta \hat{x}) \quad (5.29)$$

dove L dipende dal tempo t e si calcola come nella relazione (5.14). Una volta noto il filtro lineare (5.29), si può calcolare la sua estensione in base alle equazioni (5.22) e (5.23):

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= \dot{\bar{x}} + \delta \dot{\hat{x}} = f(\bar{x}, u) + \bar{A} \delta \hat{x} + L(y - g(\bar{x}) - \bar{C} \delta \hat{x}) \\ &= f(\hat{x}, u) + L(y - g(\hat{x})) \end{aligned} \quad (5.30)$$

La tecnica appena descritta non fornisce prestazioni soddisfacenti perché nel calcolo delle matrici \bar{A} e \bar{C} si fa riferimento al movimento nominale dello stato, che a sua volta non tiene conto delle misure disponibili in un certo istante di tempo t. Per questo motivo può succedere che, a causa della presenza dei rumori, il movimento vero del sistema sia differente da quello nominale, compromettendo in questo modo i risultati ottenuti dalla linearizzazione che può risultare del tutto errata.

5.2.2 Il filtro di Kalman esteso

Il filtro di Kalman esteso, o EKF, risolve i problemi appena descritti ponendo come traiettoria nominale proprio l'andamento dello stato stimato (equazione (5.31)), in modo tale da avere un algoritmo in anello chiuso sempre aggiornato:

$$\bar{x} = \hat{x} \quad (5.31)$$

La conseguenza della (5.31) è quella di ottenere immediatamente il filtro senza passare dalla linearizzazione del sistema attorno al movimento nominale (equazioni (5.24) e (5.25)). L'osservatore dello stato è pertanto:

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + \hat{L}(y - g(\hat{x})) \quad (5.32)$$

dove il guadagno \hat{L} è calcolato con l'equazione (5.14) a partire, però, dalle matrici del sistema linearizzato attorno all'ultima stima dello stato disponibile:

$$\hat{A} = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{\hat{x}, u} \quad (5.33)$$

$$\hat{C} = \left. \frac{\partial g(x)}{\partial x} \right|_{\hat{x}} \quad (5.34)$$

5.2.3 La stima dei parametri incogniti con l'EKF

La teoria degli osservatori appena presentata si può sfruttare non solo per stimare lo stato di un qualsiasi sistema, ma anche per valutare i suoi parametri incogniti che si ipotizzano essere costanti o lentamente varianti. Si consideri il sistema:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, u, t, \alpha) + v_x(t) \\ y(t) = g(x, t, \alpha) + v_y(t) \end{cases} \quad (5.35)$$

in cui α è il vettore di parametri non noti. Per stimare contemporaneamente lo stato e il valore del vettore α si associa a quest'ultimo una dinamica fittizia

$$\dot{\alpha} = 0(+v_\alpha) \quad (5.36)$$

dove il rumore v_α può essere inserito per consentire una stima rapida del parametro. Lo stato allargato risulta quindi:

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} x \\ \alpha \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

A questo punto si giunge ad un sistema complessivo nella forma

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{f}(\tilde{x}, u, t) + \tilde{v}_x(t) \\ y(t) = \tilde{g}(\tilde{x}, t) + v_y(t) \end{cases} \quad (5.38)$$

a cui si può applicare la teoria del filtro di Kalman esteso appena descritta.

La procedura di stima dei parametri è particolarmente efficiente, sebbene l'aggiunta di variabili di stato fittizie porti ad avere un sistema non lineare, al contrario di quello di partenza.

Nel caso di studio dell'ATV si sfrutteranno le potenzialità di tale procedimento per fornire al sistema di controllo complessivo una stima della pendenza laterale ϑ del terreno che, a tutti gli effetti, è un parametro incognito; in questo modo si rende possibile l'utilizzo del controllo anti-ribaltamento su ogni tipo di suolo.

Nel seguito si descrive l'implementazione dell'EKF applicata al modello equivalente del quad ricavato nel capitolo precedente.

5.3 L'implementazione del filtro di Kalman esteso

Le equazioni che stanno alla base dell'osservatore sono quelle del modello equivalente del quad a tre gradi di libertà, ricavate dalle rappresentazioni *single-track* e del pendolo inverso ((4.10) e prima relazione del sistema (4.28)). Nello spazio di stato bisogna riportare delle relazioni differenziali del prim'ordine, per cui il bilancio delle forze laterali lungo l'asse y_2 , che è solidale col veicolo, deve essere scomposto in due diverse equazioni.

Come anticipato, si allarga il vettore di stato per consentire la stima della pendenza laterale del terreno:

$$x = \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \\ \varphi \\ \dot{\varphi} \\ \vartheta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

in cui si ricorda che β è l'angolo di deriva del veicolo, $\dot{\psi}$ è la velocità di imbardata, φ è l'angolo di rollio della massa sospesa, $\dot{\varphi}$ è la velocità di rollio e ϑ è l'angolo di *bank* stradale. Si ottiene così un modello complessivo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = -x_2 - \frac{C_f \left(x_1 + \frac{ax_2}{u} - \delta \right) + C_r \left(x_1 - \frac{bx_2}{u} \right) + mg \sin(x_5)}{mu} \\ \dot{x}_2 = \frac{bC_r \left(x_1 - \frac{bx_2}{u} \right) - aC_f \left(x_1 + \frac{ax_2}{u} - \delta \right)}{J_z} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{h} \left[hx_3x_4^2 + hx_2^2(x_5 + x_3) + ux_2 + \dot{u}x_1 + u\dot{x}_1 + g \sin(x_5) - \frac{kx_3 + rx_4}{m_s h} \right] \\ \dot{x}_5 = 0 \end{array} \right. \quad (5.40)$$

in cui gli ingressi sono l'angolo di sterzo δ e la velocità longitudinale v , che è all'incirca uguale al vettore velocità \mathbf{u} del baricentro.

La quarta equazione del sistema (5.40) non è scritta rigorosamente sotto forma di spazio di stato poiché al secondo membro è presente la derivata del primo stato, la cui espressione completa renderebbe l'intero sistema eccessivamente lungo da mostrare.

Una volta definito l'intero modello che sta alla base del filtro, si scrivono le trasformazioni di uscita, cioè quelle equazioni che legano i segnali rilevati allo stato del processo. L'obiettivo dell'osservatore è quello di inglobare nella sua implementazione i segnali provenienti dal maggior numero possibile di sensori, perciò è necessario comprendere oltre alla velocità di imbardata, fornita nella realtà dall'unità integrata montata sul quad e nell'ambiente Dymola da una variabile di tipo *Summary*, i quattro trasduttori lineari di *stroke* agganciati alle sospensioni. Essi misurano i moti di allungamento e di accorciamento del sistema molla-smorzatore, per cui bisogna trovare la relazione che pone i segnali rilevati in funzione degli stati del processo (si vedano a tal proposito le seconde relazioni dei sistemi (5.1) e (5.20)).

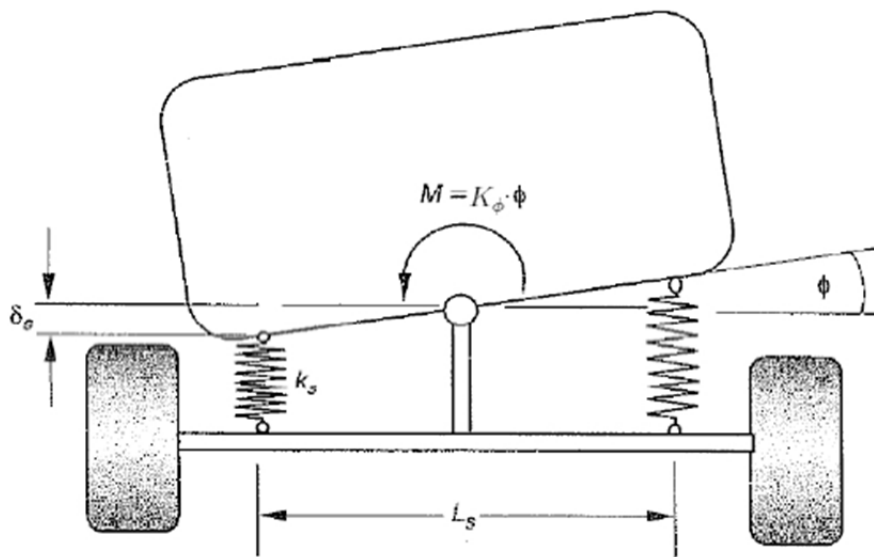


Figura 5.2: Relazione tra lo *stroke* delle sospensioni e le variabili di stato

Dalla Figura 5.2 si può ricavare il seguente bilancio:

$$k_{\phi}\varphi = k_s\delta_s L_s \quad (5.41)$$

in cui k_{ϕ} corrisponde alla rigidezza torsionale a rollio k , k_s è la rigidezza delle molle delle sospensioni, che si ricorda essere differente per quelle montate sull'avantreno e sul retrotreno (e pari a rispettivamente 23000 N/m e 33500 N/m), L_s rappresenta la distanza degli *hard-point* che collegano le sospensioni di un assale alla parte non sospesa del veicolo e δ_s è proprio lo *stroke* misurato dai potenziometri.

Elaborando quindi l'equazione (5.41) si può ricavare il segnale rilevato dai sensori in funzione della terza variabile di stato φ (angolo di rollio) e dei parametri noti da misure dirette sul veicolo: nella parte anteriore la distanza L_s vale 0.6 m mentre nel retrotreno si ha un valore di 0.53 m. L'ipotesi che sta alla base della relazione appena presentata, che la rende di semplice ed immediato utilizzo, è quella di considerare il movimento delle sospensioni di un assale uguale e contrario: cioè ad un accorciamento di quelle poste su un lato corrisponde un allungamento di medesima entità dall'altro. Nella realtà tale fenomeno non è del tutto vero poiché i sistemi molla-smorzatore scarichi tendono a non estendersi, causando una contrazione del lato simmetrico più accentuata. A questo punto si ottiene una matrice di uscita C definita come in (5.42):

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k/(23000 \cdot L_f) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k/(23000 \cdot L_f) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k/(33500 \cdot L_r) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k/(33500 \cdot L_r) & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

Prima di implementare il filtro bisogna fare alcune riflessioni. Dalla Figura 5.2 si nota che le sospensioni sono perpendicolari all'orizzonte, cioè sono montate in maniera differente rispetto a quelle dell'ATV, che risultano essere inclinate di un certo angolo prossimo ai 60° rispetto al piano del terreno (Figura 3.6 e Figura 3.8). È evidente quindi che per rispettare la relazione (5.41) bisogna considerare solo la componente verticale dello *stroke*. L'inclinazione delle sospensioni anteriori e posteriori si è ricavata misurando la quota e la distanza degli *hard-point* rappresentanti gli estremi degli ammortizzatori rispetto alla *Vehicle frame*, ottenendo con calcoli trigonometrici rispettivamente i valori di 1 rad e di 1.18 rad. Il segnale fornito dal software attraverso variabili *Summary* verrà quindi moltiplicato per il seno degli angoli trovati, che si assume costante anche in presenza di terreni scoscesi.

È stata eseguita, inoltre, una fase preliminare di calibrazione dei sensori per fare in modo che a veicolo fermo il segnale di allungamento fosse nullo. Si è constatato infatti, che in un esperimento allestito nell'ambiente *Dymola* in cui si faceva viaggiare il quad a velocità costante, i valori assunti a regime dallo *stroke* delle sospensioni era negativo e pari a 8 mm per quello sull'avantreno e a 13 mm per quello sul retrotreno. In un contesto reale, se tale valore non fosse uguale a zero, si incorrerebbe in una situazione in cui i trasduttori non tarati fornirebbero valori non affidabili. Valori minori di zero di tale grandezza evidenziano una contrazione degli ammortizzatori, che si verifica ovviamente anche nella realtà, causata dal peso del veicolo. La calibrazione consiste quindi nel sommare ai segnali uscenti dal *DymolaBlock* tali valori costanti per annullare l'azione della forza peso sulle sospensioni. A questo punto è stato possibile implementare il filtro di Kalman esteso nell'ambiente Matlab/Simulink, come mostrato nella Figura 5.3. Il filtro è stato generato con una *Embedded MATLAB Function* che riceve in ingresso i *set-point* dell'ATV, le sue uscite e che fornisce come output le stime degli stati.

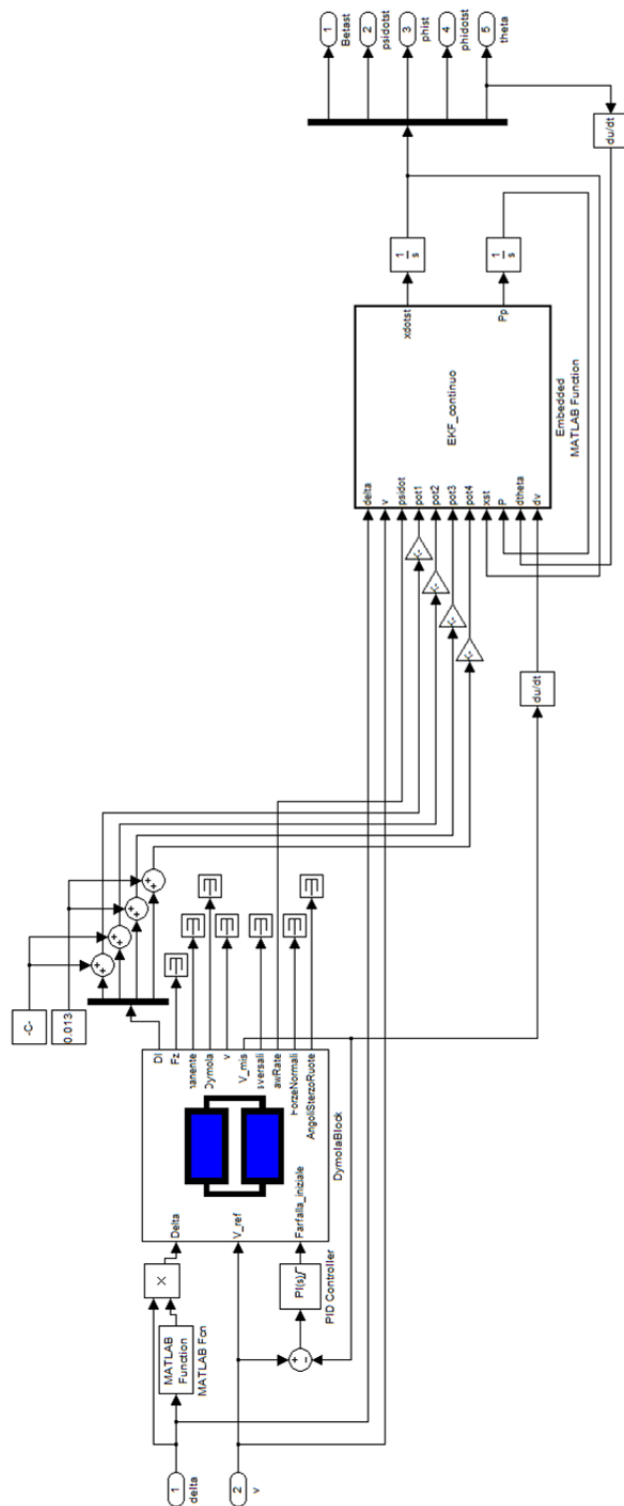


Figura 5.3: Il filtro di Kalman esteso

La Figura 5.3 esprime in modo chiaro il concetto di algoritmo in anello chiuso evidenziato nella trattazione della teoria dell'EKF: si scorgono infatti degli anelli che rappresentano le stime dello stato e della matrice di covarianza dell'errore all'istante di integrazione corrente, che a loro volta sono gli input che permettono il loro aggiornamento nell'istante successivo.

Si impone al veicolo un comando sullo sterzo per eseguire una *chicane*, da percorrere alla velocità di 2.5 m/s su terreno pianeggiante, preceduta a sua volta da un tratto rettilineo. Per questo motivo negli integratori a valle del filtro di Figura 5.3 si è posto come stato iniziale un vettore nullo e una matrice di covarianza iniziale nulla, poiché è certo che i valori degli stati all'inizio dell'esperimento siano uguali a zero. Per attestare la validità del filtro, si sono confrontati i segnali in uscita da esso con quelli provenienti dal software Dymola, che si ricorda essere in grado di valutare un numero molto elevato di grandezze che nella realtà non sarebbero rilevabili. I risultati della prova sono riportati di seguito:

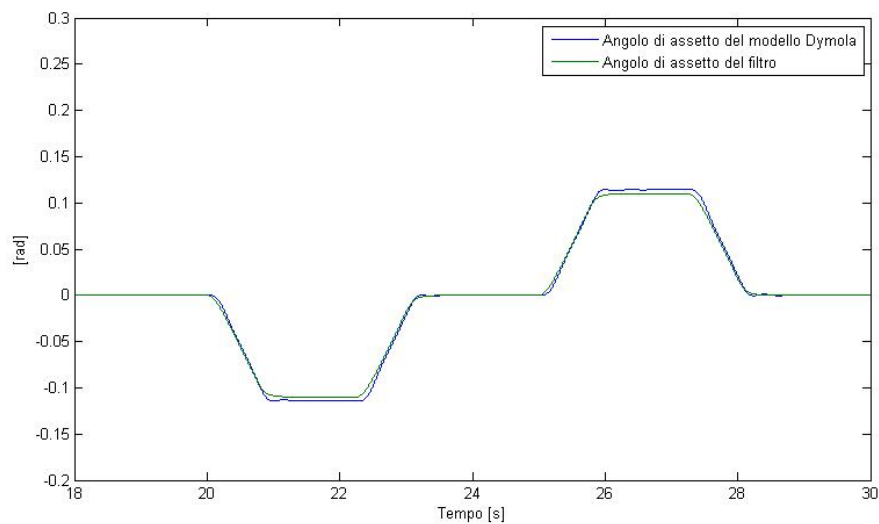


Figura 5.4: Confronto tra l'angolo di assetto misurato e stimato

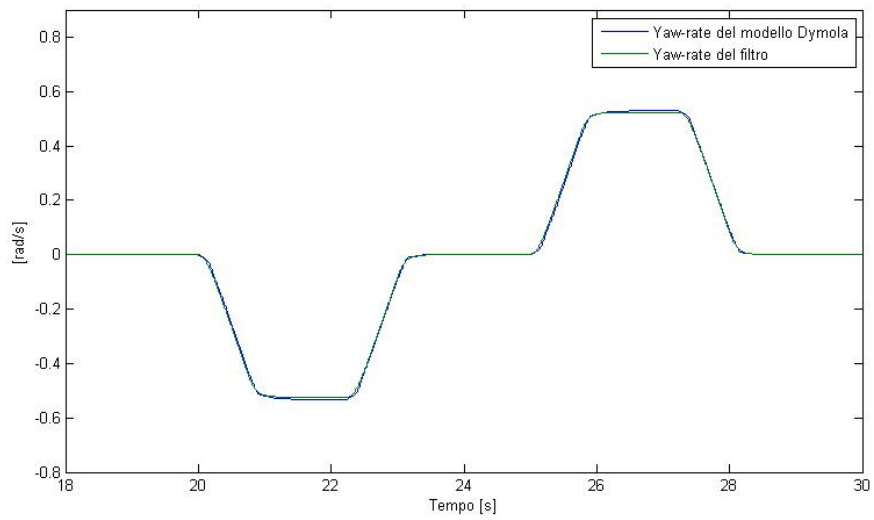


Figura 5.5: Confronto tra la velocità di imbardata misurata e stimata

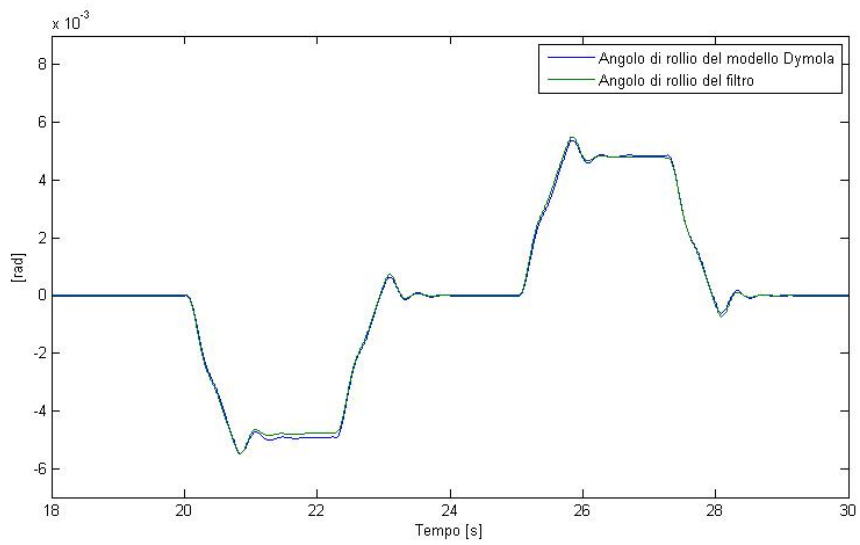


Figura 5.6: Confronto tra l'angolo di rollio misurato e stimato

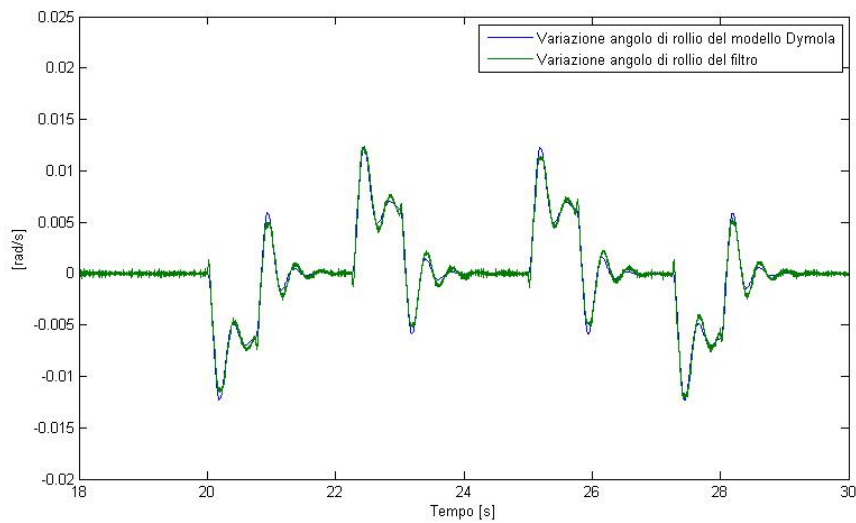


Figura 5.7: Confronto tra la velocità di rollio misurata e stimata

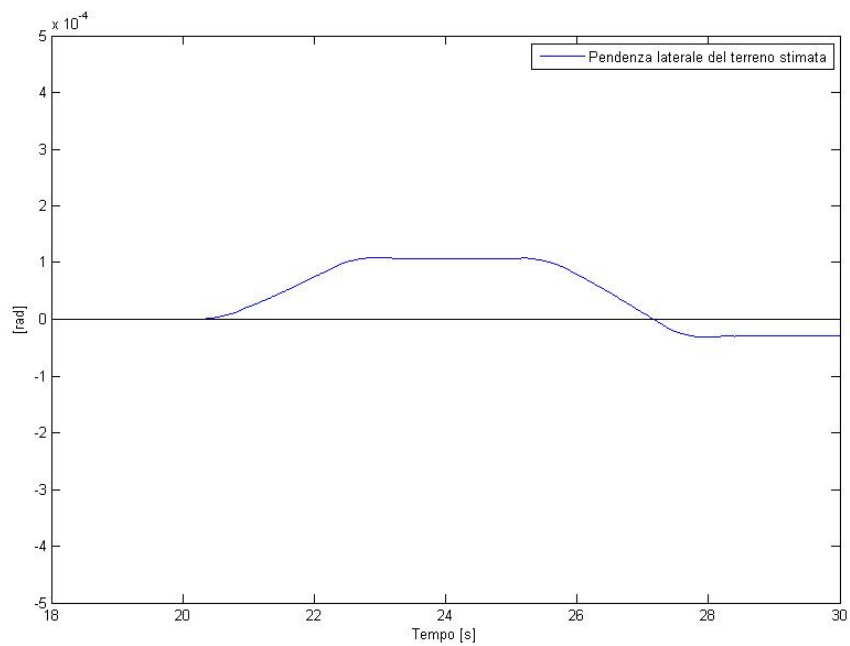


Figura 5.8: Pendenza laterale del terreno stimata

Le figure mostrano delle variabili di stato stimate pressoché uguali a quelle rappresentate dalle variabili *Summary* del software Dymola, dimostrando pertanto la validità del filtro. Esso sembra percepire, inoltre, il movimento basculante della massa sospesa come conseguenza di un leggero sollevamento del terreno, che nella simulazione è pianeggiante. La Figura 5.8 quindi sembra

non rispettare i vincoli paesaggistici dell'esperimento, ma in seguito ad un'analisi più accurata dell'immagine si può notare come l'entità dell'ampiezza assunta dall'angolo di *bank* ϑ sia minima e trascurabile: si raggiungono infatti i sette millesimi di grado, contro un valore di riferimento uguale a zero. Questa differenza, ovviamente, è impercettibile all'occhio umano e pertanto può essere considerata nulla; lo scenario dell'esperimento risulta così rispettato.

Essendo dimostrata la validità del filtro, si considera nel seguito la teoria del *Backstepping* e l'implementazione dell'omonimo osservatore.

5.4 Il metodo del *Backstepping*

Il metodo del *Backstepping* è stato sviluppato allo scopo di controllare una particolare classe di sistemi non lineari [21]. Esso è la generalizzazione della formula di Sontag: una strategia che permette di stabilizzare nell'origine, con una legge di controllo retroazionata sullo stato e basata sulla teoria della stabilità di Lyapunov, un sistema del tipo:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (5.43)$$

in cui x è il vettore di stato di m componenti, u è l'unico ingresso mentre f e g sono funzioni derivabili con continuità.

Si consideri il sistema non lineare (5.44):

$$\begin{cases} \dot{z} = f(z) + g(z)\xi \\ \dot{\xi} = u \end{cases} \quad (5.44)$$

le cui equazioni possono essere rappresentate come un collegamento in cascata di due sotto-sistemi, di cui uno è un integratore (Figura 5.9).

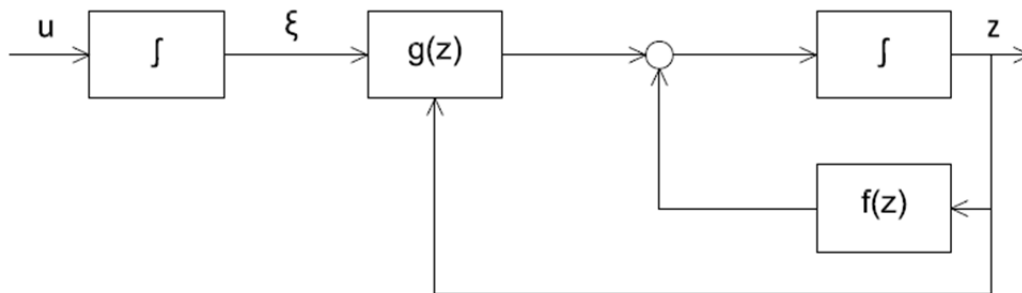


Figura 5.9: Il sistema non lineare

Si consideri ora il componente formato dalla prima relazione del sistema (5.44) e si supponga di poterlo stabilizzare con una legge di controllo $\xi = \varphi(z)$ in cui $\varphi(0) = 0$. La conseguenza di ciò è che l'origine ($z = 0$) del sistema

$$\dot{z} = f(z) + g(z)\varphi(z) \quad (5.45)$$

è un equilibrio asintoticamente stabile.

Si supponga, inoltre, di conoscere una funzione di Lyapunov $V(z)$, la cui derivata rispetto al tempo soddisfi la disuguaglianza

$$\dot{V}(z) = \frac{\partial V}{\partial z} \dot{z} = \frac{\partial V}{\partial z} (f(z) + g(z)\varphi(z)) \leq -W(z) \quad (5.46)$$

con $W(z)$ definita positiva.

Una funzione $V(x)$ si dice definita positiva in un certo punto di equilibrio \bar{x} se $V(\bar{x}) = 0$ e in un intorno di \bar{x} si ha $V(x) > 0$. In modo analogo si dice che la funzione è semi-definita negativa se è nulla in \bar{x} e in un suo intorno è minore o uguale a zero. Si può quindi notare come la relazione (5.46) soddisfi il primo teorema di Lyapunov. Esso si può sintetizzare nella maniera seguente: se esiste una funzione $V(x)$, continua con la sua derivata, definita positiva in \bar{x} e tale che $\dot{V}(x)$ è semi-definita negativa in \bar{x} , allora \bar{x} è un equilibrio stabile. L'asintotica stabilità, invece, viene introdotta nel secondo teorema e si ottiene se la derivata temporale della funzione è definita negativa. L'idea di fondo della suddetta teoria è quella di emulare il comportamento di qualsiasi processo presente in natura assegnando a quest'ultimo il concetto di energia, che viene rappresentato appunto dalla funzione $V(x)$ che, a sua volta, ha nella maggior parte dei casi un'espressione quadratica che ricorda l'energia cinetica. La variazione definita negativa, o semi-definita negativa, di quest'ultima, implica che il sistema tende a dissipare energia assestandosi su una posizione di equilibrio: si pensi per esempio ad un pendolo in moto che perde la sua energia cinetica e potenziale fermandosi dopo un transitorio.

A questo punto, se si somma e si sottrae il termine $g(z)\varphi(z)$ alla prima equazione del sistema (5.44), si ottiene un nuovo processo

$$\begin{cases} \dot{z} = [f(z) + g(z)\varphi(z)] + g(z)[\xi - \varphi(z)] \\ \dot{\xi} = u \end{cases} \quad (5.47)$$

che si può raffigurare come in Figura 5.10:

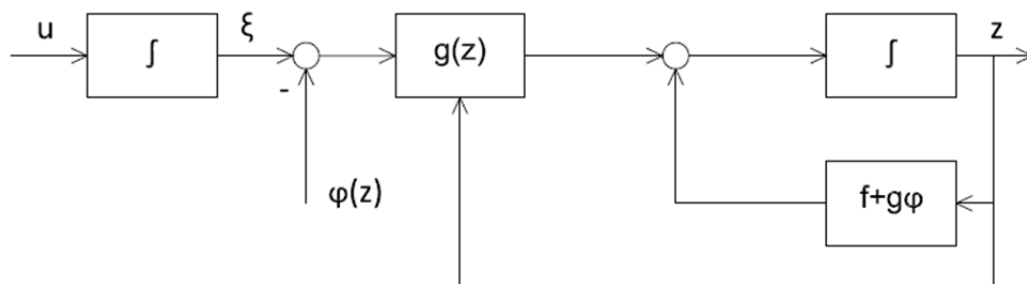


Figura 5.10: Il sistema a cui viene aggiunta la legge di controllo

Poiché il primo sotto-sistema viene regolato dalla legge di controllo $\varphi(z)$, bisogna forzare ξ a seguire tale variabile. Si introduce pertanto il cambio di coordinate

$$y = \xi - \varphi(z) \quad (5.48)$$

che porta alla formazione del sistema descritto dalla (5.49)

$$\begin{cases} \dot{z} = [f(z) + g(z)\varphi(z)] + g(z)y \\ \dot{y} = u - \dot{\varphi}(z) \end{cases} \quad (5.49)$$

e mostrato in Figura 5.11.

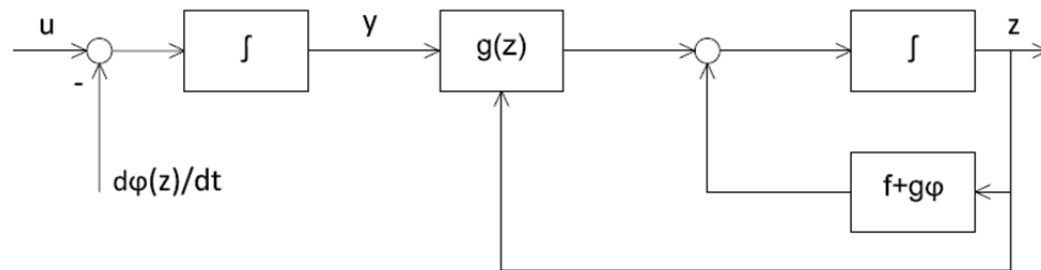


Figura 5.11: Il sistema originale soggetto al controllo di tipo *Backstepping*

Il cambio di variabili appena descritto è chiamato *Backstepping*, poiché porta a monte dell'integratore l'azione di controllo $\varphi(z)$, prima situata a valle di quest'ultimo, la cui derivata temporale assume la forma:

$$\dot{\varphi}(z) = \frac{\partial \varphi}{\partial z} (f(z) + g(z)\xi) \quad (5.50)$$

Infine, se si pone

$$v = u - \dot{\varphi}(z) \quad (5.51)$$

si giunge al sistema

$$\begin{cases} \dot{z} = [f(z) + g(z)\varphi(z)] + g(z)y \\ \dot{y} = v \end{cases} \quad (5.52)$$

che ha la stessa forma di quello di partenza (vedi (5.44)), con l'eccezione che ora è noto che il primo sotto-sistema è asintoticamente stabile nell'origine.

La modularità della tecnica *Backstepping* si sfrutta quindi per stabilizzare, ripetendo in maniera ricorsiva il procedimento descritto, l'intero sistema e, più in generale, processi formati da molteplici equazioni di stato considerando una nuova funzione di Lyapunov complessiva

$$V_c(z, y) = V(z) + \frac{1}{2}y^2 = V(z) + \frac{1}{2}(\xi - \varphi(z))^2 \quad (5.53)$$

che è la somma di quella al passo precedente più un termine quadratico che ingloba il nuovo sotto-sistema. La derivata temporale della relazione (5.53) deve essere semi-definita negativa per rispettare il primo teorema di Lyapunov, pertanto eseguendo i calcoli si ottiene una funzione

$$\begin{aligned} \dot{V}_c &= \frac{\partial V}{\partial z}(f(z) + g(z)\varphi(z)) + \frac{\partial V}{\partial z}g(z)y + yv \\ &\leq -W(z) + \frac{\partial V}{\partial z}g(z)y + yv \end{aligned} \quad (5.54)$$

che è a tutti gli effetti semi-definita negativa se si sceglie in modo appropriato l'ingresso v del sistema complessivo (5.52). Bisogna, infatti, eliminare il secondo addendo della disuguaglianza e fare in modo che il terzo sia in forma quadratica. Scegliendo una variabile di controllo pari a

$$v = -\frac{\partial V}{\partial z}g(z) - ky \quad (5.55)$$

si giunge infine ad una funzione semi-definita negativa

$$\dot{V}_c = -W(z) - ky^2 \quad (5.56)$$

purché si selezioni un qualsiasi coefficiente k maggiore di zero. Si è così stabilizzato nell'origine il sistema complessivo (5.52) e, quindi, per l'ipotesi adottata in precedenza in cui si impone una legge di controllo $\varphi(z)$ nulla per $z = 0$, il sistema originale (5.44). La legge di controllo assume infine la seguente formula:

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial z}(f(z) + g(z)\xi) - \frac{\partial V}{\partial z}g(z) - k(\xi - \varphi(z)) \quad (5.57)$$

Dopo aver descritto la teoria che sta alla base del metodo *Backstepping*, si illustra un esempio che mette in risalto le sue enormi potenzialità nel controllare anche sistemi più complicati. Si prenda in considerazione il sistema:

$$\begin{cases} \dot{z} = z^2 - z^3 + \xi \\ \dot{\xi} = u \end{cases} \quad (5.58)$$

Come in precedenza si ipotizza che il primo sotto-sistema possa essere regolato da una legge di controllo con retroazione sullo stato

$$\xi = \varphi(z) = -z^2 - z \quad (5.59)$$

che rimuove il termine quadratico destabilizzante, aggiunge un addendo smorzante di primo grado e che trasforma la prima equazione del sistema (5.58) in:

$$\dot{z} = -z - z^3 \quad (5.60)$$

Con una funzione di Lyapunov $V(z) = z^2/2$ si ottiene una derivata

$$\dot{V} = z \cdot \dot{z} = -z^2 - z^4 \leq 0 \quad (5.61)$$

che comporta l'asintotica stabilità dell'origine $z = 0$.

Per ottenere tale comportamento è necessario quindi dirigere l'azione di controllo nel forzare la variabile ξ a seguire le legge $\varphi(z)$, si attua così il cambio di variabile *Backstepping*

$$y = \xi - \varphi(z) \quad (5.62)$$

che trasforma l'intero processo nella versione alternativa simile alla (5.49):

$$\begin{cases} \dot{z} = -z - z^3 + y \\ \dot{y} = u + (1 + 2z)(-z - z^3 + y) \end{cases} \quad (5.63)$$

La funzione di controllo di Lyapunov complessiva è:

$$V_c = \frac{1}{2}(z^2 + y^2) \quad (5.64)$$

che conduce ad una derivata di questa pari a

$$\begin{aligned} \dot{V}_c &= z(-z - z^3 + y) + y(u + (1 + 2z)(-z - z^3 + y)) \\ &= -z^2 - z^4 + y(z + (1 + 2z)(-z - z^3 + y) + u) \end{aligned} \quad (5.65)$$

A questo punto bisogna scegliere una variabile di controllo adeguata per fare in modo che la funzione possa essere considerata con certezza semi-definita negativa. La variabile di ingresso più indicata risulta

$$u = -z - (1 + 2z)(-z - z^3 + y) - y \quad (5.66)$$

che trasforma la funzione (5.65) in una forma chiaramente semi-definita negativa:

$$\dot{V}_c = -z^2 - z^4 - y^2 \quad (5.67)$$

Il processo originario (5.58) viene perciò regolato da una legge di controllo finale con retroazione sullo stato del tipo:

$$u = -z - (1 + 2z)(z^2 - z^3 + \xi) - \xi - z - z^2 \quad (5.68)$$

Ipotizziamo a questo punto di allargare il sistema aggiungendo a monte di esso un integratore:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_1^2 - z_1^3 + z_2 \\ \dot{z}_2 = \xi \\ \dot{\xi} = u \end{cases} \quad (5.69)$$

Dopo il primo *Backstepping* si sa che il sotto-processo

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_1^2 - z_1^3 + z_2 \\ \dot{z}_2 = \xi \end{cases} \quad (5.70)$$

viene stabilizzato globalmente dall'ingresso

$$\xi = -z_1 - (1 + 2z_1)(z_1^2 - z_1^3 + z_2) - z_2 - z_1 - z_1^2 = \varphi(z_1, z_2) \quad (5.71)$$

con la funzione di Lyapunov

$$V(z_1, z_2) = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} (z_2 + z_1 + z_1^2)^2 \quad (5.72)$$

Il secondo cambio di variabili *Backstepping* consiste nel far tendere ξ alla legge di controllo $\varphi(z_1, z_2)$

$$y = \xi - \varphi(z_1, z_2) \quad (5.73)$$

per ottenere il sistema:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_1^2 - z_1^3 + z_2 \\ \dot{z}_2 = \varphi(z_1, z_2) + y \\ \dot{y} = u - \frac{\partial \varphi}{\partial z_1} (z_1^2 - z_1^3 + z_2) - \frac{\partial \varphi}{\partial z_2} (\varphi + y) \end{cases} \quad (5.74)$$

La funzione di Lyapunov che stabilizza l'intero processo è uguale a quella precedente a meno di un addendo che tiene conto della nuova variabile y :

$$V_c = V(z_1, z_2) + \frac{1}{2} y^2 \quad (5.75)$$

Essa possiede una derivata

$$\begin{aligned}
\dot{V}_c &= \frac{\partial V}{\partial z_1} (z_1^2 - z_1^3 + z_2) + \frac{\partial V}{\partial z_2} (\varphi + y) \\
&\quad + y \left[u - \frac{\partial \varphi}{\partial z_1} (z_1^2 - z_1^3 + z_2) - \frac{\partial \varphi}{\partial z_2} (\varphi + y) \right] \\
&= -z_1^2 - z_1^4 - (z_2 + z_1 + z_1^2)^2 \\
&\quad + y \left[\frac{\partial V}{\partial z_2} - \frac{\partial \varphi}{\partial z_1} (z_1^2 - z_1^3 + z_2) - \frac{\partial \varphi}{\partial z_2} (\varphi + y) + u \right]
\end{aligned} \tag{5.76}$$

in cui la variabile di controllo del sistema originario è l'ultimo addendo della parentesi. Se si pone

$$u = -\frac{\partial V}{\partial z_2} + \frac{\partial \varphi}{\partial z_1} (z_1^2 - z_1^3 + z_2) + \frac{\partial \varphi}{\partial z_2} (\varphi + y) - y \tag{5.77}$$

la derivata temporale della funzione di Lyapunov complessiva risulta semi-definita negativa: si assicura così la stabilità dell'intero sistema.

Questo controllo non lineare si può estendere anche a dei processi più generali, detti in *strict feedback form*, del tipo:

$$\begin{cases} \dot{z} = f(z) + g(z)\xi \\ \dot{\xi} = f_a(z, \xi) + g_a(z, \xi)u \end{cases} \tag{5.78}$$

Essi possono essere ricondotti nella forma particolare imponendo che la variabile di controllo u sia generata da un ulteriore ingresso virtuale u_a (vedi relazione (5.79)), che si calcola a sua volta con il procedimento fin qui descritto.

$$u = \frac{(u_a - f_a(z, \xi))}{g_a(z, \xi)} \tag{5.79}$$

Di seguito viene analizzata l'implementazione dell'osservatore adattativo *Backstepping* che si basa sull'omonima teoria e che stima *run-time* la rigidezza di deriva globale valida per tutti gli pneumatici.

5.5 L'osservatore adattativo *Backstepping*

Sulla base delle considerazioni e delle analisi svolte nel capitolo precedente, si ricorda che la rigidezza di deriva degli pneumatici non può essere considerata costante, cioè pari alla pendenza nell'origine della curva caratteristica $F_y(\alpha)$ di Figura 5.12. Le condizioni fisiche delle gomme e climatiche dei terreni su cui può viaggiare un ATV richiedono un algoritmo robusto che possa fornire tale grandezza anche quando le forze trasversali tra gli pneumatici e il suolo sono in

zona di saturazione, ovvero quando gli angoli di deriva presentano valori elevati in modulo. Si ricorda inoltre che gli unici trasduttori utilizzati in questa tecnica sono montati sull'ATV e comprendono: la ruota fonica per la velocità longitudinale, l'encoder rotativo per la posizione angolare assunta dal manubrio e l'unità integrata Xsens MTi per la velocità di imbardata.

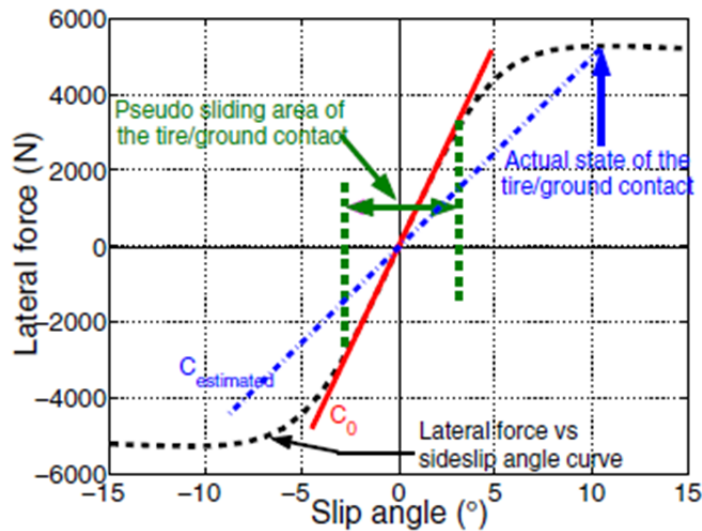


Figura 5.12: Il principio dell'osservatore *Backstepping*

Per allestire un osservatore è necessario in primo luogo valutare l'osservabilità del sistema. Precisando le seguenti ipotesi:

- una *cornering stiffness* globale C_e uguale per ogni pneumatico (per questioni di osservabilità)
- angoli di sterzo e di deriva piccoli
- vettore velocità \mathbf{u} del baricentro uguale alla velocità longitudinale v agente sul retrotreno del veicolo
- trasferimenti di carico longitudinale e trasversale trascurabili

si riporta il modello *single-track* valido per un terreno pianeggiante (la pendenza laterale ϑ viene stimata dal filtro di Kalman esteso)

$$\begin{cases} \ddot{\psi} = \frac{(b-a)C_e\beta - \frac{(a^2+b^2)C_e}{v}\dot{\psi} + aC_e\delta}{J_z} \\ \dot{\beta} = -\dot{\psi} - \frac{2C_e\beta - C_e\delta + \frac{(a-b)C_e}{v}\dot{\psi}}{mv} \end{cases} \quad (5.80)$$

che nello spazio di stato assume la consueta forma:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (5.81)$$

in cui

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \begin{bmatrix} \psi \\ \beta \end{bmatrix} \\ u = \delta \\ A = \begin{bmatrix} -\frac{(a^2 + b^2)C_e}{J_z v} & \frac{(b-a)C_e}{J_z} \\ \frac{(b-a)C_e}{mv^2} - 1 & -\frac{2C_e}{mv} \end{bmatrix} \\ B = \begin{bmatrix} \frac{aC_e}{J_z} \\ \frac{C_e}{mv} \end{bmatrix} \\ C = [1 \quad 0] \end{array} \right. \quad (5.82)$$

Si compone, infine, la matrice di osservabilità O (vedi equazione (5.83)) che deve possedere rango massimo. Ciò equivale a verificare che il suo determinante sia diverso da zero. Dalla (5.84) si evince che la condizione è rispettata perché il semi-passo anteriore è differente da quello posteriore, pertanto il sistema è osservabile e si può costruire su di esso l'osservatore adattativo.

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{(a^2 + b^2)C_e}{J_z v} & \frac{(b-a)C_e}{J_z} \end{bmatrix} \quad (5.83)$$

$$\det(O) = \frac{(b-a)C_e}{J_z} \neq 0 \quad (5.84)$$

Come nel caso dell'EKF, le equazioni dello stimatore rispecchiano la dinamica del sistema, per cui la teoria del *Backstepping* si applica, in due differenti fasi, alle seguenti relazioni:

$$\begin{cases} \ddot{\hat{\psi}} = a_{11}\dot{\hat{\psi}} + a_{12}\hat{\beta} + b_1\delta \\ \dot{\hat{\beta}} = a_{21}\dot{\hat{\psi}} + a_{22}\hat{\beta} + b_2\delta \end{cases} \quad (5.85)$$

Nella prima fase l'ingresso di controllo virtuale $\bar{\beta}$ fa tendere la stima della velocità di imbardata al suo valore misurato, nella seconda la legge di controllo è data dalla *cornering stiffness* globale C_e che fa annullare l'errore di valutazione riguardante l'angolo di assetto del veicolo.

Si consideri la prima relazione del processo (5.85), che rappresenta il primo sotto-sistema che si vuole stabilizzare con l'ingresso virtuale $\bar{\beta}$. L'errore di stima della variabile di stato è definito come:

$$\dot{\tilde{\psi}} = \dot{\psi} - \dot{\hat{\psi}} \quad (5.86)$$

la cui dinamica si esprime con la relazione (5.87):

$$\ddot{\tilde{\psi}} = \ddot{\psi} - \ddot{\hat{\psi}} = \ddot{\psi} - a_{11}\dot{\hat{\psi}} - a_{12}\bar{\beta} - b_1\delta \quad (5.87)$$

dove l'accelerazione di imbardata che compare nella (5.87) si ricava in seguito alla derivazione numerica del segnale misurato dall'unità integrata. A questo punto si costruisce una funzione di controllo di Lyapunov definita positiva il cui scopo è annullare l'errore

$$V = \frac{1}{2}\dot{\tilde{\psi}}^2 \quad (5.88)$$

e che deve possedere una derivata temporale semi-definita negativa:

$$\dot{V} = \dot{\tilde{\psi}} \left(\ddot{\psi} - a_{11}\dot{\hat{\psi}} - a_{12}\bar{\beta} - b_1\delta \right) \quad (5.89)$$

L'obiettivo si raggiunge se si pone un controllo virtuale

$$\bar{\beta} = \frac{\ddot{\psi} - a_{11}\dot{\hat{\psi}} - b_1\delta - K\dot{\tilde{\psi}}}{a_{12}} \quad (5.90)$$

che rende la derivata della funzione pari a:

$$\dot{V} = K\dot{\tilde{\psi}}^2 \leq 0 \quad (5.91)$$

dove K è un coefficiente negativo. Per confermare ulteriormente i risultati ottenuti si può sostituire la (5.90) nella relazione (5.87), si giunge ad un sistema del prim'ordine animato da un moto libero dell'errore che tende ovviamente ad azzerarsi:

$$\ddot{\tilde{\psi}} = K\dot{\tilde{\psi}} \quad (5.92)$$

Il secondo passaggio consiste nello stabilizzare il secondo sottosistema imponendo un'azione di controllo virtuale C_e che annulli l'errore di stima dell'angolo di assetto definito come:

$$\tilde{\beta} = \bar{\beta} - \hat{\beta} \quad (5.93)$$

In maniera analoga al passaggio precedente si scrive la dinamica di tale variabile

$$\dot{\tilde{\beta}} = \dot{\beta} - \dot{\hat{\beta}} = \frac{\ddot{\psi} - a_{11}\ddot{\hat{\psi}} - b_1\dot{\delta} - K\dot{\psi}}{a_{12}} - a_{21}\dot{\hat{\psi}} - a_{22}\dot{\hat{\beta}} - b_2\dot{\delta} \quad (5.94)$$

dove la derivata dell'accelerazione di imbardata e dell'angolo di sterzo si trascurano perché ininfluenti. L'errore di stima dell'accelerazione di imbardata, invece, si può ignorare perché viene annullato in maniera repentina nella fase precedente; si ottiene così una relazione modificata:

$$\dot{\tilde{\beta}} = -\frac{a_{11}}{a_{12}}\ddot{\hat{\psi}} - a_{21}\dot{\hat{\psi}} - a_{22}\dot{\hat{\beta}} - b_2\dot{\delta} \quad (5.95)$$

Si considera ancora una volta una funzione di Lyapunov regolatrice quadratica la cui derivata deve essere semi-definita negativa:

$$\dot{V} = \tilde{\beta} \left(-\frac{a_{11}}{a_{12}}\ddot{\hat{\psi}} - a_{21}\dot{\hat{\psi}} - a_{22}\dot{\hat{\beta}} - b_2\dot{\delta} \right) \quad (5.96)$$

dove gli elementi a_{11} e a_{12} sono funzioni della rigidità globale C_e (vedi matrice A del sistema (5.82)). Una volta eseguiti i calcoli si giunge ad una variabile di ingresso virtuale

$$C_e = \frac{\dot{\hat{\psi}} - G\tilde{\beta} - \dot{\psi} \left(\frac{a^2 + b^2}{v(a-b)} \right)}{\left(\frac{(b-a)\dot{\hat{\psi}}}{mv^2} - \frac{2\dot{\hat{\beta}}}{mv} + \frac{\dot{\delta}}{mv} \right)} \quad (5.97)$$

composta anche dal coefficiente negativo G , che ha la stessa funzione del parametro K del punto precedente. Dato che l'errore di stima della velocità di imbardata si deve annullare più rapidamente rispetto a quello dell'angolo di assetto, ne consegue che il guadagno G , in modulo, deve essere minore di K . Si pensi, in modo analogo, a due sistemi in cascata: quello interno deve possedere una banda passante maggiore rispetto a quello esterno.

Una volta introdotto l'osservatore adattativo è possibile analizzarne i limiti. Come si nota dall'equazione (5.97), quando la velocità longitudinale v è nulla si entra in una regione di singolarità che non consente l'elaborazione della rigidità di deriva degli pneumatici. Tale situazione non rappresenta un problema né tantomeno un pericolo, in primo luogo poiché si presuppone che in condizioni statiche non ci sia il rischio di rovesciamento e inoltre poiché si impongono al veicolo manovre che non presentano queste caratteristiche di velocità. Quando invece si procede in rettilineo, non esistono angoli di deriva e variazioni temporali dell'angolo di imbardata, pertanto il denominatore della (5.97) si annulla facendo tendere all'infinito la stima della *cornering stiffness* degli pneumatici. Per evitare tale inconveniente è buona prassi determinare un

piccolo intervallo di valori nell'intorno dello zero all'interno del quale si impone che la rigidità di deriva mantenga il valore assunto nell'iterazione precedente. Completata la teoria del *Backstepping*, si descrive l'implementazione dell'osservatore e si valutano la sua robustezza ed efficacia.

5.6 L'implementazione dell'osservatore adattativo *Backstepping*

L'osservatore adattativo è stato implementato con una *S-function* che riceve in ingresso i segnali provenienti dai tre sensori citati all'inizio della trattazione, a cui si aggiunge la derivata della velocità di imbardata, e fornisce in uscita quattro variabili di stato (vedi Figura 5.13). Le prime due rappresentano la stima dello *yaw-rate* $\hat{\psi}$ e dell'angolo di assetto del veicolo $\hat{\beta}$, mentre le altre sono la rigidità di deriva complessiva C_e e l'ingresso virtuale $\hat{\beta}$.

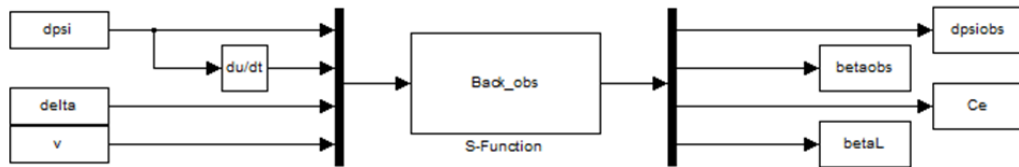


Figura 5.13: L'osservatore adattativo *Backstepping*

Prima di far partire la simulazione è necessario inizializzare le quattro variabili di uscita con valori coerenti con le condizioni a contorno dell'esperimento. La manovra scelta per testare la robustezza dell'osservatore [22] è di tipo *steering pad*. Essa consiste nel percorrere una circonferenza a velocità crescente ed è preceduta da un tratto rettilineo, perciò, a differenza della rigidità di deriva, la velocità di imbardata e gli angoli di assetto del veicolo assumono valore nullo. Si decide di assegnare alla variabile rimanente dei valori iniziali molto differenti tra loro e di analizzarne l'andamento. L'esito dell'esperimento si può osservare in Figura 5.14 e conferma questa qualità in quanto le *cornering stiffnesses* tendono a sovrapporsi dopo un breve transitorio in cui l'angolo di sterzo esce dall'intervallo critico, causando così un immediato aggiornamento della variabile:

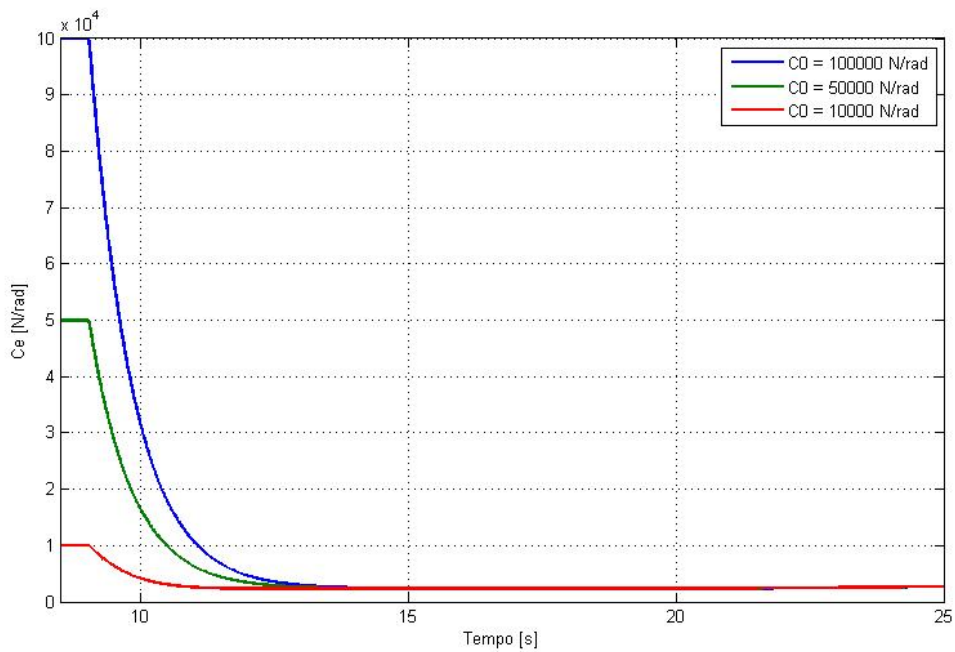


Figura 5.14: Robustezza dell'osservatore adattativo

A questo punto non rimane che verificare se effettivamente l'osservatore è in grado di far seguire alla stima della velocità di imbardata il suo valore vero [23], come affermato nel caso in esame dalle teorie del *Backstepping* e di Lyapunov. Osservando la Figura 5.15, che rappresenta lo *yaw-rate* di una classica manovra *J-turn* [18], si deduce che lo stimatore è efficace poiché non è presente alcun errore di stima rilevante; i due segnali, infatti, sono sovrapponibili e coincidenti.

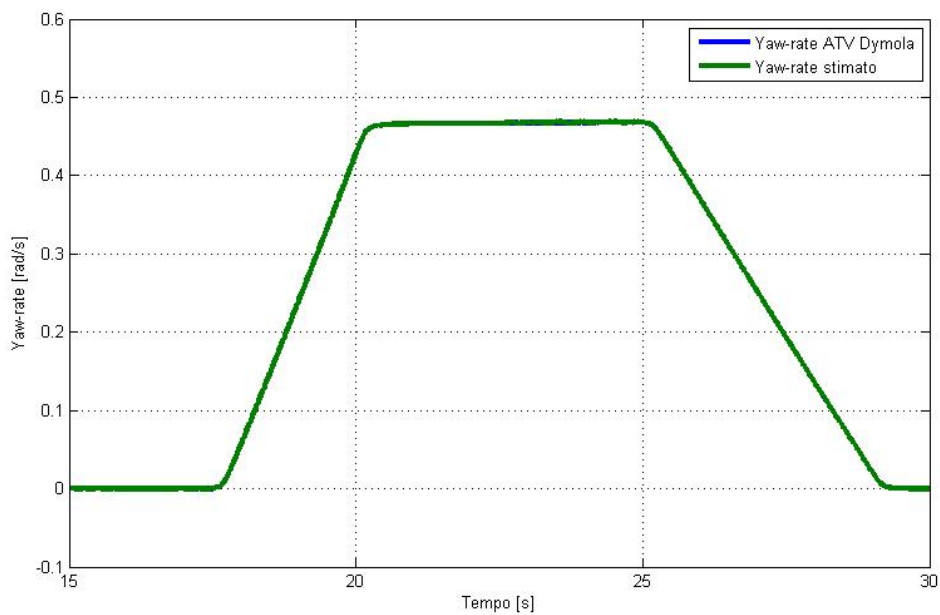


Figura 5.15: Convergenza della velocità di imbardata stimata al suo valore misurato

Le stesse conclusioni si possono ribadire facendo eseguire al quad una manovra *random* a velocità ancora costante, il cui esito è visibile in Figura 5.16.

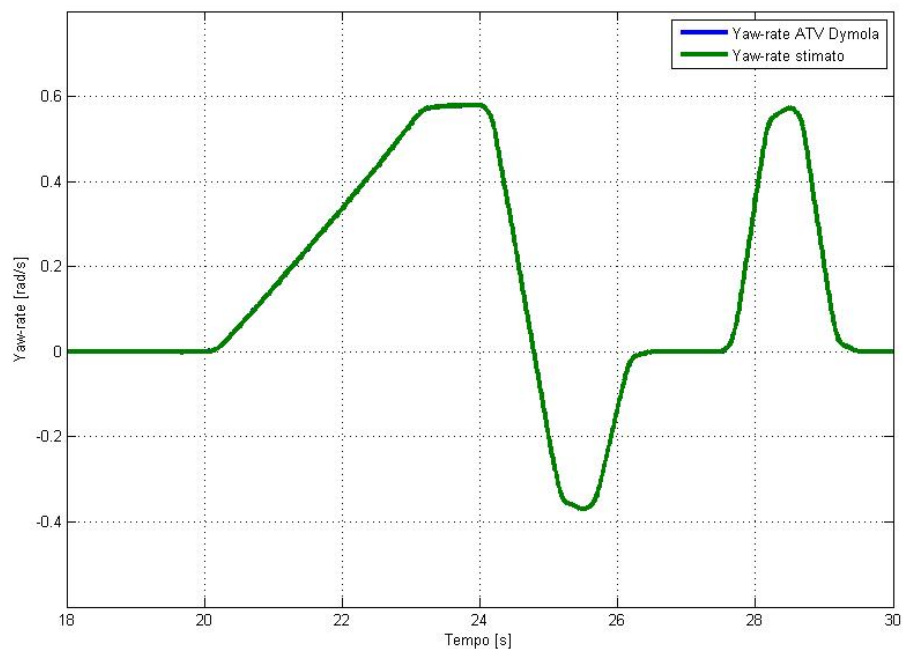


Figura 5.16: Convergenza dello yaw-rate stimato al suo valore misurato in una manovra *random*

5.7 Alcune considerazioni

Nel corso del capitolo sono stati descritti e validati gli stimatori necessari per elaborare i segnali, fino ad ora incogniti, che determinano il valore dell'indice LLT. Esso, come si vedrà a breve, è a sua volta l'uscita di un blocco in cui sono implementati gli equilibri dinamici del modello equivalente a tre gradi di libertà descritto nel capitolo precedente. L'utilizzo combinato del filtro di Kalman esteso con l'osservatore adattativo *Backstepping* consente quindi di allestire una logica predittiva anti-ribaltamento, basata su un indice *Lateral Load Transfer* preciso ed affidabile.

Nel prossimo capitolo si analizza tale coefficiente e si implementeranno dei controlli di tipo PFC (*Predictive Functional Control*) che eviteranno il verificarsi del fenomeno del rovesciamento dell'ATV.

6 L'indice *Lateral Load Transfer* e il controllo anti-ribaltamento PFC

L'indice anti-ribaltamento *Lateral Load Transfer*, com'è stato ampiamente descritto nel primo capitolo, è il rapporto tra la differenza delle forze normali, agenti tra gli pneumatici di un assale e il suolo, e la loro somma:

$$LLT = \frac{F_{n1} - F_{n2}}{F_{n1} + F_{n2}} \quad (6.1)$$

Quando l'indice raggiunge valori, in modulo, prossimi all'unità, significa che il fenomeno del cappottamento è incipiente e diventa irreversibile se non si prendono contromisure.

Per calcolare l'indicatore si sfruttano tutti i segnali provenienti dal modello dinamico sviluppato in Dymola, che sostituiscono i sensori installati sull'ATV reale, e dagli osservatori implementati nel precedente capitolo. Successivamente, si illustrerà la teoria del controllo *Predictive Functional Control*, che si applicherà al veicolo in esame al fine di evitare il verificarsi del fenomeno del ribaltamento. La validità del regolatore sarà infine confermata valutando che il suddetto indice non giunga mai a valori critici unitari che causano il distacco della ruota dal suolo (è la ormai nota condizione di *wheel lift-off*).

6.1 Il calcolo dell'LLT nell'ambiente Matlab/Simulink

L'elaborazione della relazione (6.1) risulta immediata se si conoscono le forze di contatto agenti tra gli pneumatici e la strada. Poiché tali forze sono difficili da misurare, si è scelto di utilizzare modelli semplificati del veicolo che possano in qualche modo supplire alla mancanza di appositi trasduttori di reazioni vincolari. Il quad è stato quindi rappresentato come un biciclo su cui può oscillare, come un pendolo inverso, la sua massa sospesa (Figura 6.1 e Figura 6.2).

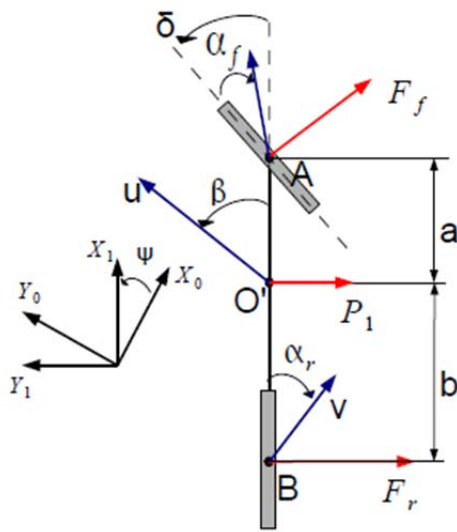


Figura 6.1: Il modello *single-track* dell'ATV

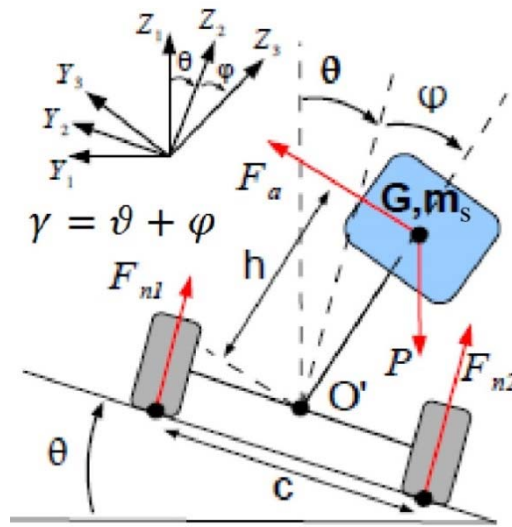


Figura 6.2: Il modello dell'ATV sul piano di rollio

Le equazioni che governano il moto dei modelli sono state ricavate, sotto opportune ipotesi, dai bilanci dinamici di forze e momenti agenti su di essi. Per quanto riguarda la rappresentazione *single-track* la risultante delle forze laterali dà luogo alla relazione (6.2)

$$\dot{\beta} = -\dot{\psi} - \frac{C_f \left(\beta + \frac{\dot{\psi}a}{u} - \delta \right) + C_r \left(\beta - \frac{\dot{\psi}b}{u} \right) + mg \sin(\vartheta)}{mu} \quad (6.2)$$

mentre l'equilibrio dei momenti attorno al punto O', in cui è situato il baricentro G del quad, produce l'equazione:

$$\ddot{\psi} = \frac{bC_r \left(\beta - \frac{\dot{\psi}b}{u} \right) - aC_f \left(\beta + \frac{\dot{\psi}a}{u} - \delta \right)}{J_z} \quad (6.3)$$

nelle quali si ricorda che a e b sono i semi-passi del veicolo, m è la sua massa, g è l'accelerazione di gravità, ϑ è la pendenza laterale del terreno, J_z è il momento d'inerzia di imbardata, \mathbf{u} è il vettore velocità con origine nel baricentro, δ è l'angolo di sterzo che si fornisce in ingresso al sistema, β è l'angolo di assetto e $\dot{\psi}$ è la velocità di imbardata. Le rigidzze di deriva degli pneumatici C_f e C_r saranno considerate come un unico valore C_e stimato dall'osservatore adattativo *Backstepping*.

Sul piano di rollio, invece, il moto della massa basculante è originato dal bilancio delle forze lungo l'asse y_2 di Figura 6.2:

$$\ddot{\varphi} = \frac{1}{h} \left[h\dot{\gamma}^2 \varphi + h\dot{\psi}^2 \gamma + u\dot{\psi} + \dot{u}\beta + u\dot{\beta} + g \sin(\vartheta) - \frac{k\varphi + r\dot{\varphi}}{m_s h} \right] \quad (6.4)$$

Il denominatore e il numeratore dell'equazione (6.1) sono invece generati rispettivamente dagli equilibri delle forze lungo z_2 e dei momenti attorno all'asse x_3 :

$$F_{n1} + F_{n2} = m_s \left[-h\varphi\ddot{\varphi} - h\dot{\gamma}^2 + g - u\vartheta\dot{\psi} - \vartheta\gamma\dot{\psi}^2 + u\beta\dot{\vartheta} - \frac{k\varphi + r\dot{\varphi}}{m_s h} \varphi \right] \quad (6.5)$$

$$F_{n1} - F_{n2} = \frac{2}{c} \left[J_x \ddot{\varphi} + (J_z - J_y) \dot{\psi}^2 \frac{\sin(2\gamma)}{2} - h \sin(\varphi) (F_{n1} + F_{n2}) \right] \quad (6.6)$$

in cui m_s è la massa sospesa, c è la carreggiata, h è l'altezza del pendolo inverso, γ è la somma del *bank* stradale ϑ e dell'angolo di rollio φ , J_x e J_y sono rispettivamente i momenti d'inerzia di rollio e di beccheggio mentre k ed r sono la rigidezza e lo smorzamento torsionali a rollio dato da tutti gli elementi deformabili del quad.

Nell'ambiente Matlab/Simulink le equazioni dinamiche elencate sono costruite con blocchetti raggruppati a loro volta in sotto-sistemi, come si può osservare in Figura 6.3:

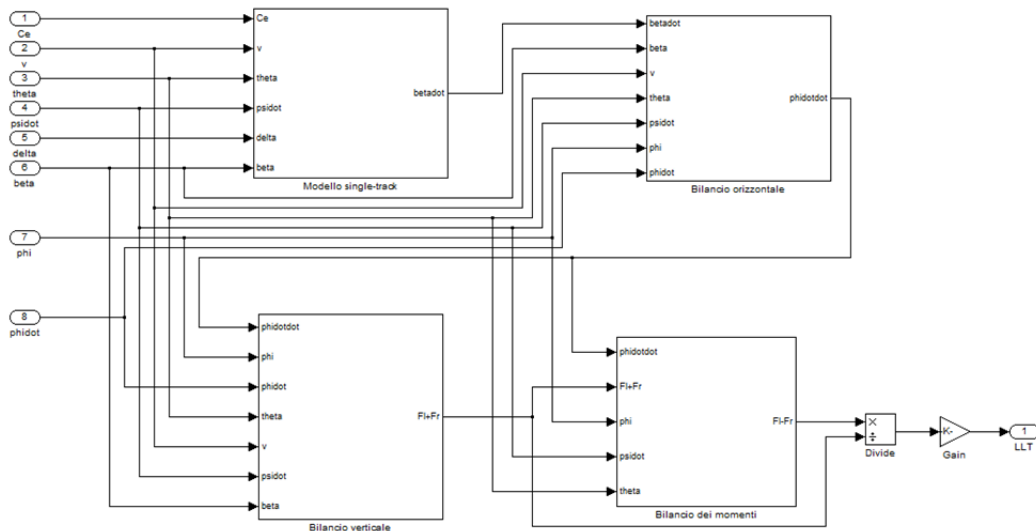


Figura 6.3: Il calcolo del *Lateral Load Transfer*

Il primo ingresso (situato nella parte sinistra dell'immagine) è la *cornering stiffness* globale C_e valutata dall'osservatore *Backstepping* adattativo; il secondo è la velocità longitudinale v che viene misurata dal *dashboard* del modello dinamico sviluppato in Dymola (i cui dettagli sono descritti nel capitolo 3). Il

terzo input è la pendenza laterale ϑ proveniente dal filtro di Kalman esteso; la velocità di imbardata $\dot{\psi}$ viene esportata dal software tramite la rispettiva variabile *Summary* e costituisce il quarto ingresso. Il quinto input è l'angolo δ che assume la colonna di sterzo del modello completo mentre il sesto è l'angolo di assetto β , che si ricava ancora una volta dall'EKF. Gli ultimi due ingressi sono dati dall'angolo di rollio φ con la sua variazione temporale $\dot{\varphi}$ e provengono anch'essi dal filtro di Kalman esteso.

Tutte le grandezze elencate, fatta eccezione per le ultime due, entrano nel blocchetto "Modello *single-track*", che a sua volta implementa le equazioni (6.2) e (6.3) e fornisce in uscita la derivata rispetto al tempo dell'angolo di deriva del veicolo $\dot{\beta}$. Tale segnale è necessario per sviluppare l'equazione (6.4) nel blocco "Bilancio orizzontale". Esso consegna in uscita l'accelerazione di rollio $\ddot{\varphi}$, che a sua volta costituisce un ingresso per i blocchi sottostanti. All'interno della relazione (6.6) si nota che compare esplicitamente l'equazione (6.5), per cui è necessario sviluppare prima del "Bilancio dei momenti" il sistema "Bilancio verticale". L'equilibrio dinamico lungo l'asse verticale z_2 ha bisogno di tutti gli ingressi ad eccezione della rigidità di deriva C_e , che viene utilizzata solo nel primo sotto-sistema. In uscita dal blocco "Bilancio verticale" si giunge, infine, all'ultimo sistema che sviluppa l'equilibrio dei momenti attorno all'asse x_3 . La divisione a valle di esso elabora la definizione (6.1) per ottenere l'indice desiderato, a cui è stato applicato un guadagno correttivo il cui utilizzo sarà chiarito a breve.

6.1.1 Analisi del Lateral Load Transfer

Il procedimento di calcolo descritto, che utilizza tutte le variabili disponibili, è diverso dal metodo di calcolo del software Dymola, che invece è in grado di valutare le forze normali di contatto tra gli pneumatici e il suolo per mezzo di alcune variabili interne di tipo *Summary*. Pertanto, si valuta l'affidabilità dell'indicatore confrontando il coefficiente ottenuto da un esperimento con le valutazioni esportate direttamente dal software. Per questo confronto si fa eseguire al quad la manovra *steering pad*, molto utilizzata in situazioni reali nel valutare la risposta di un qualsiasi veicolo alle grandi accelerazioni laterali che agiscono su di esso e che ne possono causare il rovesciamento. La manovra consiste nell'imporre un angolo di sterzo costante e nell'aumentare la velocità; la traiettoria che si viene a creare sarà quindi una circonferenza.

L'esito della simulazione è visibile in Figura 6.4:

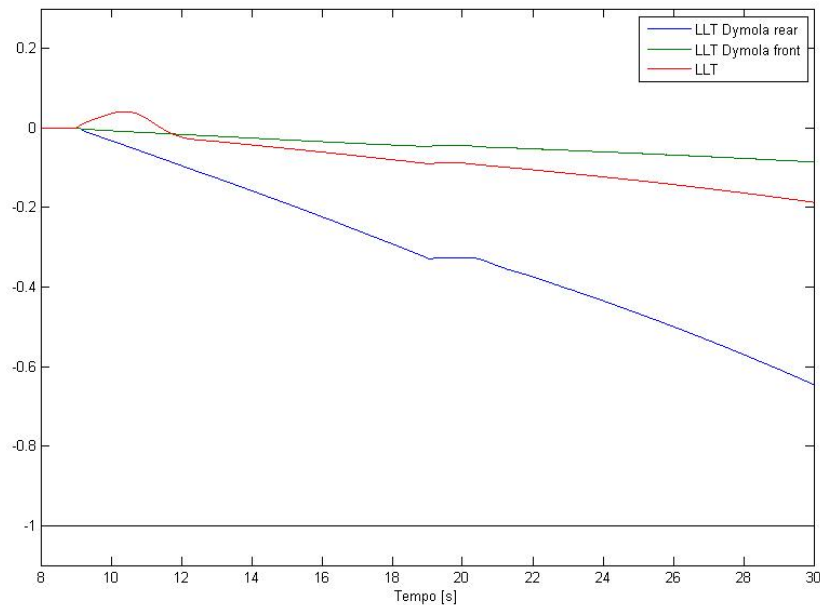


Figura 6.4: Confronto degli indici LLT calcolati in Dymola con quello calcolato con gli osservatori e gli equilibri dinamici

Come in ogni simulazione fin qui eseguita, il veicolo parte in rettilineo ad una velocità di 2.5 m/s. Successivamente, si imposta la curva facendo variare lentamente la posizione angolare del piantone dello sterzo fino a 0.25 rad (nella figura si esegue tale sterzata dal nono al diciannovesimo secondo). La corrispondente inclinazione del volante verrà mantenuta per tutto l'esperimento e, dopo un secondo di tempo dal momento in cui si è raggiunto il massimo valore, si fa crescere linearmente la velocità fino a raggiungere i 3.5 m/s. Si può dedurre che l'accelerazione di 0.1 m/s^2 risultante non è eccessiva. Si rispetta così la premessa introdotta nel capitolo 4 in cui si trascura la variazione di carico in direzione longitudinale, sotto la quale sono stati implementati i modelli.

I primi due segnali sono ricavati direttamente dalle misure di forza normale che il software Dymola è in grado di eseguire: si può notare come il quad sia più incline a sollevare dal suolo prima il retrotreno e poi l'avantreno in quanto la curva blu di Figura 6.4 è molto più vicina ad un valore unitario, in modulo, rispetto a quella verde. Discernere tra gli indici della parte posteriore del veicolo e di quella anteriore non è possibile nella procedura presentata nel corso dei precedenti capitoli, poiché si è in grado di calcolare soltanto un coefficiente globale valido per l'intero sistema biciclo-pendolo. L'attendibilità dell'indice, quindi, viene dimostrata dal fatto che il segnale rosso di Figura 6.4 è compreso tra i due estratti da Dymola e, con buona approssimazione, si può considerare come una sorta di media dei due suddetti indicatori. Se l'esperimento desse un indice molto maggiore o minore di quelli misurabili dal software si incorrerebbe

in situazioni non veritiere (falsi allarmi) o potenzialmente catastrofiche: nel caso in cui il segnale fosse più grande, in modulo, dell'indice blu, l'azione di controllo agirebbe in istanti di tempo che non rispecchiano un potenziale rischio di rovesciamento, provocando così un vano utilizzo degli attuatori. Se, invece, il segnale rosso fosse più vicino allo zero dell'indicatore verde, il controllore non agirebbe in tempo per contrastare il ribaltamento, ormai in corso, del veicolo. Il guadagno del blocco collocato in basso e a destra, in Figura 6.3, è stato calcolato dopo aver analizzato il comportamento del modello dinamico a seguito di un apposito esperimento il cui obiettivo è stato quello di innescare il fenomeno del ribaltamento. Come si può notare dalla Figura 6.4, infatti, non è chiaro se il mezzo si ribalti dopo aver sollevato dal suolo una delle ruote posteriori oppure se, in seguito al suddetto evento, esista un intervallo di tempo in cui il quad viaggia su tre delle quattro ruote di cui dispone fintantoché l'indice dell'avantreno non raggiunge, in modulo, l'unità. Dopo aver fatto percorrere al quad la stessa manovra *steering pad* si è dedotto, dall'esito visibile in Figura 6.5 e Figura 6.6, che il fattore determinante nel rovesciamento è il distaccamento di uno pneumatico posteriore dal terreno.

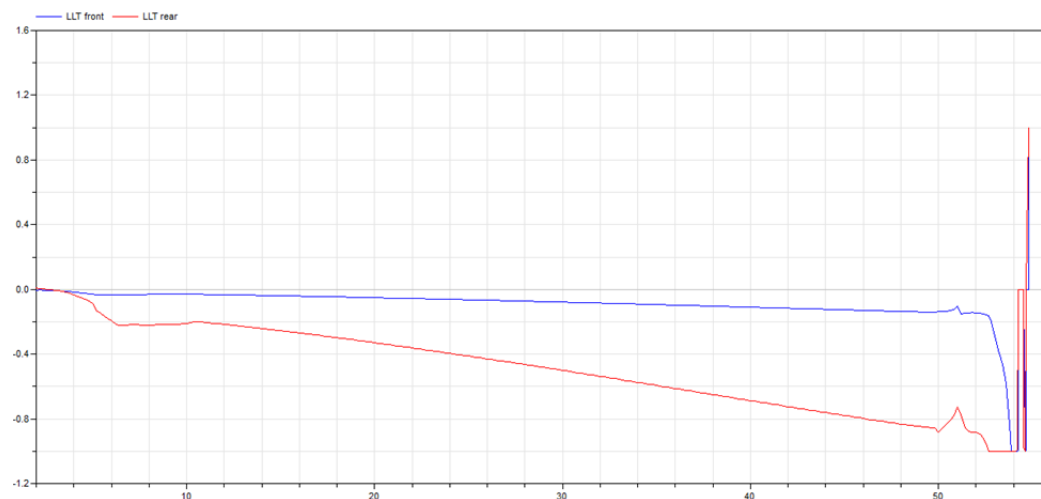


Figura 6.5: Confronto tra LLT anteriore (in blu) e LLT posteriore (in rosso)

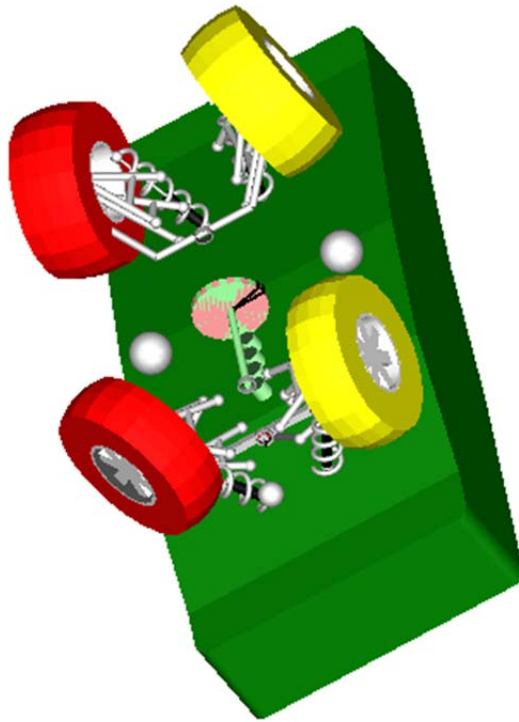


Figura 6.6: L'ATV rovesciato in seguito all'esperimento

Dalla Figura 6.5 si nota che, nell'istante in cui avviene il distacco dal suolo di una ruota posteriore, si genera automaticamente, come una sorta di reazione a catena, il sollevamento della rispettiva anteriore che provoca a sua volta l'immediato rovesciamento del veicolo. Alla luce di questa informazione, si è deciso di adeguare l'indice LLT, calcolato con l'ausilio degli osservatori e degli equilibri dinamici, a quello valutato nel retrotreno del quad moltiplicando il coefficiente del sistema biciclo-pendolo (in rosso in Figura 6.4) per il guadagno del blocco collocato in basso e a destra in Figura 6.3. Tale fattore è dato dal rapporto tra l'indice posteriore e quello globale e vale circa 3.4. Si ricorda che tale procedura è stata eseguita al solo ed esclusivo scopo di controllare il modello sviluppato col software Dymola. Infatti, non si può stabilire con assoluta certezza se tale modello si comporti come un reale ATV, poiché nelle fasi di sollevamento dello pneumatico e del conseguente rovesciamento il simulatore entra in una condizione di instabile singolarità. Essa è data dal fatto che il processore non dispone più di tutte le misure che modellizzano la dinamica del contatto tra le ruote e il suolo.

Per valutare oggettivamente la validità dell'indice bisognerebbe applicare l'intero procedimento di calcolo, descritto nei precedenti capitoli, proprio sul quad Yamaha Grizzly in dotazione. Tale procedura esula dagli obiettivi di questo lavoro ed è un'applicazione non priva di rischi e perciò di difficile attuabilità in una situazione reale.

Ci si limita, pertanto, a considerare valido il coefficiente sulla base del fatto che esso risulta compreso tra i due indicatori misurabili direttamente nella libreria VDL.

Una volta analizzato l'indice *Lateral Load Transfer*, si illustra la teoria del controllo PFC e la sua implementazione sull'ATV.

6.2 Il Predictive Functional Control e la legge di controllo

Il *Predictive Functional Control* è una recente metodologia di controllo predittivo, sviluppata da Jacques Richalet a partire dagli anni settanta, che possiede le qualità di essere robusta, precisa e di non complessa implementazione [24].

Tale tecnica viene adoperata in diversi settori del controllo dei processi, tra i quali la robotica, l'industria chimica e della difesa. In robotica il *Predictive Functional Control* è utilizzato per regolare il moto dei manipolatori robotici; nell'industria chimica per il miscelamento delle sostanze e in campo difensivo per la regolazione dell'andamento di missili e siluri [25].

6.2.1 I principi del PFC

La strategia di controllo PFC è illustrata in Figura 6.7 e si pone come obiettivo quello di far raggiungere un *set-point* prefissato alla predizione dell'uscita del processo in esame \hat{y}_p , seguendo la traiettoria di riferimento y_R ([26] e [27]).

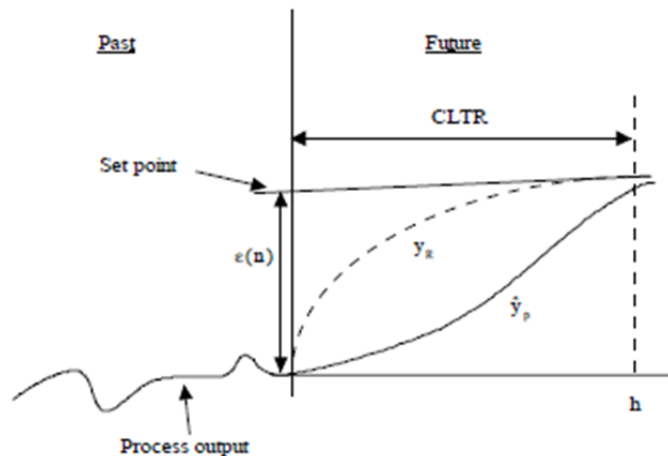


Figura 6.7: Il principio del PFC

Il segnale che deve essere seguito in un certo orizzonte di tempo, o *receding horizon* $[0, h]$, in generale può assumere un qualsiasi andamento perché si esprime in forma polinomiale, come mostrato nell'equazione (6.7):

$$c(n+i) = \sum_{j=0}^{d_c} c_j(n) i^j \quad (6.7)$$

in cui $c(n)$ è il *set-point* all'istante di tempo corrente n , $c_j(n)$ è il coefficiente del polinomio mentre i è uno scalare compreso tra 0 ed h che suddivide l'orizzonte recedente in molteplici sotto-intervalli delimitati dai cosiddetti punti di coincidenza, o *coincidence points* (vedi Figura 6.8). Essi rappresentano quegli istanti di campionamento in cui la procedura PFC che si sta per descrivere deve essere ripetuta.

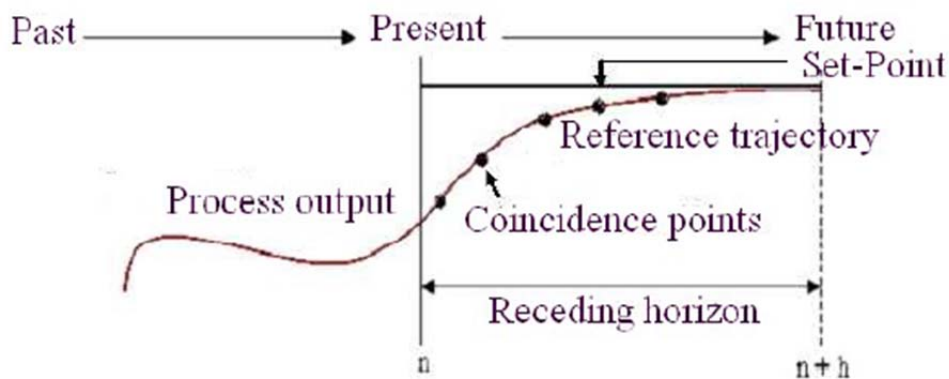


Figura 6.8: I punti di coincidenza nell'orizzonte di predizione

Il termine ultimo d_c della sommatoria (6.7) è un numero che si sceglie in modo arbitrario a priori.

La traiettoria di riferimento y_R viene inizializzata al valore attuale dell'uscita del processo y_P e definisce il modo in cui si deve raggiungere il *set-point* nell'intervallo recedente.

È buona prassi imporre ai valori futuri della *reference trajectory* un andamento che vede decadere l'errore attuale $\varepsilon(n)$, visibile in Figura 6.7 e definito dalla relazione (6.8), con una dinamica del prim'ordine espressa dall'equazione (6.9):

$$\varepsilon(n) = c(n) - y_P(n) \quad (6.8)$$

$$y_R(n+i) = c(n+i) - \alpha^i \varepsilon(n) \quad (6.9)$$

in cui α è un coefficiente compreso tra 0 ed 1 che determina la dinamica desiderata del sistema in anello chiuso. Quando α è un valore di poco maggiore di zero, si ottiene una risposta rapida; quando α assume valori prossimi all'unità, si impone invece una dinamica lenta. La traiettoria di riferimento y_R , quindi, non è altro che la risposta di un sistema del prim'ordine a fronte di un ingresso a scalino di ampiezza pari a $\varepsilon(n)$.

L'obiettivo del controllo, come in ogni approccio di tipo predittivo, è quello di minimizzare una cifra di merito quadratica che penalizza l'errore tra l'uscita predetta \hat{y}_P e i valori futuri della traiettoria di riferimento y_R :

$$D(n) = \sum_{j=1}^{n_h} \{\hat{y}_P(n + h_j) - y_R(n + h_j)\}^2 \quad (6.10)$$

dove n_h è il numero di punti di coincidenza nell'orizzonte di predizione, che viene scelto anche in questo caso in maniera arbitraria. La variabile h_j rappresenta gli istanti di tempo in cui si collocano i *coincidence points* nell'orizzonte recedente (si ha ovviamente che $h_{n_h} = h$).

A questo punto si passa ad analizzare l'incognita del funzionale di costo (6.10) rappresentata dai valori predetti dell'uscita del processo \hat{y}_P . Essi sono originati da una somma tra l'uscita y_M del medesimo processo linearizzato (vedi sistema (6.12)), che si chiamerà d'ora in avanti modello e che sarà caratterizzato da un pedice "M", e l'errore predetto tra il processo e il modello stesso (equazione (6.11)):

$$\hat{y}_P(n + i) = y_M(n + i) + \hat{e}(n + i) \quad (6.11)$$

$$\begin{cases} x_M(n) = Ax_M(n - 1) + Bu(n - 1) \\ y_M(n) = Cx_M(n) \end{cases} \quad (6.12)$$

Il modello riportato è a tempo discreto, ma può essere anche a tempo continuo [28]. L'errore predetto può essere considerato a sua volta come un polinomio dato dalla sommatoria di molteplici addendi:

$$\hat{e}(n + i) = e(n) + \sum_{j=1}^{d_e} e_j(n) i^j \quad (6.13)$$

in cui d_e è un numero arbitrario, $e_j(n)$ è il coefficiente del polinomio mentre $e(n)$ è l'errore tra il processo e il modello all'istante corrente.

L'obiettivo del controllo PFC, che è stato descritto all'inizio del paragrafo, si raggiunge fornendo al processo, che nel caso in esame è l'ATV sviluppato in Dymola, una sequenza di controllo che eviti il rovesciamento del mezzo. La particolarità di questa strategia di regolazione predittiva consiste nel considerare i valori futuri delle variabili di ingresso come una composizione lineare di funzioni u_{bk} note a priori e denominate *base functions*, che solitamente sono a gradino, a rampa o a parabola, la cui scelta dipende dal tipo di processo da controllare.

$$u(n+i) = \sum_{k=1}^{n_b} \mu_k(n) u_{bk}(i) \quad (6.14)$$

Si consideri, per esempio, una funzione base dipendente da un generico istante di tempo n:

$$F(n) = Wn^J \quad (6.15)$$

è evidente che se J è uguale a zero la funzione F(n) è uguale alla costante W, il cui andamento nel tempo rappresenta a tutti gli effetti uno scalino. Se, invece, J risulta pari rispettivamente a 1, 2 e 3, si ottengono delle funzioni lineari (rampa), quadratiche o paraboloidi e cubiche.

Nell'equazione (6.14) si nota un altro scalare n_b (solitamente uguale a n_h) che esprime il numero di funzioni base che si considerano, mentre i coefficienti $\mu_k(n)$ sono il risultato della minimizzazione del funzionale di costo. La variabile di controllo $u_{bk}(i)$ è tempo-variante e si sceglie per convenzione pari a:

$$u_{bk}(i) = i^{k-1} \quad (6.16)$$

Soltanto il primo termine della sequenza di controllo viene eseguito ad ogni iterazione.

A questo punto della trattazione è possibile ricavare la legge di controllo poiché sono stati illustrati tutti i suoi principali elementi. L'uscita y_M del modello (6.12) sotto l'effetto della sequenza di controllo (6.14), può essere scomposta in due addendi che rappresentano il suo moto forzato, cioè quello causato dall'ingresso, e quello libero, ovvero quello che assume il modello in assenza di variabili di ingresso. Perciò, i valori futuri dell'uscita si possono scrivere come nella relazione (6.17):

$$y_M(n+i) = CA^i x_M(n) + \sum_{k=1}^{n_b} \mu_k(n) y_{bk}(i) = y_{free} + y_{forced} \quad (6.17)$$

in cui $y_{bk}(i)$ è la risposta all'ingresso descritto nella (6.16).

Il funzionale di costo espresso in (6.10) si può scrivere in un'altra forma equivalente che è funzione dei coefficienti $\mu_k(n)$ [27]:

$$D(n) = \sum_{j=1}^{n_h} \{\mu(n)' y_b(h_j) - d(n+h_j)\}^2 \quad (6.18)$$

con

$$\begin{cases} \mu(n) = [\mu_1(n) \quad \dots \quad \mu_{n_b}(n)]' \\ y_b(h_j) = [y_{b_1}(h_j) \quad \dots \quad y_{b_{n_b}}(h_j)]' \\ d(n+h_j) = (1-\alpha^{h_j})(c_0(n) - y_p(n)) + \sum_{l=1}^{\max(d_c, d_e)} (c_l(n) - e_l(n))h_j^l - C(A^{h_j} - I)x_M(n) \end{cases} \quad (6.19)$$

A questo punto si minimizza con il criterio dei minimi quadrati la (6.18) rispetto ai coefficienti $\mu(n)$ ottenendo la seguente espressione:

$$\frac{\partial D(n)}{\partial \mu(n)} = 2(Y_b Y_b')\mu(n) - 2Y_b d(n) = 0 \quad (6.20)$$

in cui

$$\begin{cases} Y_b = [y_b(h_1) \quad \dots \quad y_b(h_{n_h})] \\ d_n = [d(n+h_1) \quad \dots \quad d(n+h_{n_h})]' \end{cases} \quad (6.21)$$

Per trovare il parametro incognito $\mu(n)$ deve essere invertibile la matrice $Y_b Y_b'$, per cui se tale proprietà viene soddisfatta si giunge all'equazione normale dei minimi quadrati:

$$\mu(n) = (Y_b Y_b')^{-1} Y_b d(n) = R d(n) \quad (6.22)$$

Se, inoltre, si crea un vettore delle n_b funzioni base

$$u_b(0) = [u_{b_1}(0) \quad \dots \quad u_{b_{n_b}}(0)]' \quad (6.23)$$

si può scrivere che la variabile di controllo all'istante attuale è pari a:

$$u(n) = d(n)' w \quad (6.24)$$

dove

$$w = R' u_b(0) \quad (6.25)$$

Tenendo conto di tutti i passaggi fin qui analizzati, si giunge alla legge di controllo:

$$u(n) = k_0(c_0(n) - y_p(n)) + \sum_{l=1}^{\max(d_c, d_e)} k_l(c_l(n) - e_l(n)) + v_x' x_M(n) \quad (6.26)$$

che sarà sviluppata per evitare il verificarsi del fenomeno del ribaltamento. I coefficienti k_0 , k_l e v_x sono calcolabili *offline* dalle seguenti formule:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_0 = w' \begin{pmatrix} 1 - \alpha^{h_1} \\ \dots \\ 1 - \alpha^{h_{n_h}} \end{pmatrix} \\ k_l = w' \begin{pmatrix} h_1^l \\ \dots \\ h_{n_h}^l \end{pmatrix} \\ v_x = - \begin{pmatrix} C(A^{h_1} - I) \\ \dots \\ C(A^{h_{n_h}} - I) \end{pmatrix}' w \end{array} \right. \quad (6.27)$$

Il primo termine dell'equazione (6.26) tende ad annullare l'errore esistente tra il *set-point* e l'uscita del processo. Il suo coefficiente k_0 ha quindi l'analoga funzione di un guadagno proporzionale di un controllore PID. Il secondo addendo si occupa dell'attenuazione dei disturbi mentre il terzo cerca di compensare gli errori dovuti alla linearizzazione del sistema da regolare.

Viene trattata ora l'implementazione di quanto illustrato per la teoria del PFC.

6.2.2 Applicazione della tecnica PFC all'ATV

Al fine di evitare il verificarsi del fenomeno del ribaltamento, è necessario limitare l'indice LLT al di sotto di una certa soglia, impostata a priori. Pertanto si può agire sia sulla velocità longitudinale sia sullo sterzo.

Di seguito si analizzerà dapprima il caso in cui l'ingresso stabilizzante dell'ATV sia dato dalla velocità v , successivamente, il caso in cui l'ingresso sia dato dall'angolo di sterzo. Tali variabili di controllo, tuttavia, non regolano direttamente l'indicatore, ma controllano l'angolo di rollio della massa basculante φ , che, come si può notare dalle equazioni (6.5) e (6.6), compare nella formulazione del suddetto indice.

Il primo passaggio previsto dalla tecnica PFC per la creazione della legge stabilizzante consiste nel creare un modello del sistema ATV linearizzando la dinamica della massa sospesa (equazione (6.4)) attorno ad un determinato punto di lavoro. Si sviluppa quindi nello spazio di stato l'analoga rappresentazione a tempo continuo del sistema (6.12) a tempo discreto.

Le ipotesi di partenza sono:

- L'angolo di assetto β e la velocità v sono lentamente varianti rispetto alla velocità di imbardata $\dot{\psi}$.
- Il terreno su cui viaggia il quad è pianeggiante, cioè l'angolo ϑ è nullo.

Da qui si giunge ad una equazione di moto che trascura le variazioni delle variabili appena citate:

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{h} \left[h\phi\dot{\phi}^2 + h\phi\psi^2 + v\psi - \frac{k\phi + r\dot{\phi}}{m_s h} \right] \quad (6.28)$$

A questo punto è necessario riscrivere la velocità di imbardata in funzione di altre quantità che sono di immediato utilizzo nel controllo, quali la velocità longitudinale v e l'angolo di sterzo δ . La relazione cinematica (3.4) che lega il raggio di curvatura R con l'interasse del veicolo L si può scrivere, per angoli di sterzo piccoli, nel seguente modo:

$$R = \frac{L}{\delta} \quad (6.29)$$

per cui, se si considera che

$$\dot{\psi} = \frac{v}{R} \quad (6.30)$$

si perviene ad una nuova formulazione della velocità di imbardata

$$\dot{\psi} = \frac{v\delta}{L} \quad (6.31)$$

che deve essere sostituita nell'equazione dinamica (6.28).

Linearizzando attorno ad una posizione di equilibrio stabile definito da valori dell'angolo di rollio e della sua variazione nel tempo nulli, si giunge all'espressione:

$$\ddot{\phi}_{Lin} = \frac{\delta}{hL} v^2 - \frac{k\phi_{Lin} + r\dot{\phi}_{Lin}}{m_s h^2} \quad (6.32)$$

6.2.2.1 Il controllo PFC di velocità

L'equazione (6.32) nello spazio di stato assume la classica forma

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (6.33)$$

in cui:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \begin{bmatrix} \varphi_{Lin} \\ \dot{\varphi}_{Lin} \end{bmatrix} \\ u = v^2 \\ A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m_s h^2} & -\frac{r}{m_s h^2} \end{bmatrix} \\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ \delta \\ \frac{hL}{hL} \end{bmatrix} \\ C = [1 \quad 0] \end{array} \right. \quad (6.34)$$

La non linearità dell'ingresso in velocità viene celata ponendo $v^2 = u$; l'angolo di sterzo δ , invece, è un parametro che si considera costante. Prima di sviluppare la legge stabilizzante, va verificato che il sistema sia raggiungibile, quindi comandabile dall'ingresso. Si imposta la matrice di raggiungibilità R^* che, per soddisfare il suddetto requisito, deve possedere il determinante diverso da zero. Per un sistema del secondo ordine come quello mostrato dalla relazione (6.33) si ottiene la seguente formulazione del determinante:

$$\det(R^*) = \det(B \quad AB) = \det \begin{pmatrix} 0 & \frac{\delta}{hL} \\ \delta & \frac{r\delta}{Lh^3 m_s} \end{pmatrix} = -\frac{\delta^2}{h^2 L^2} \neq 0 \quad (6.35)$$

che è uguale a zero quando l'angolo di sterzo δ è nullo. Ne segue che l'ATV non è controllabile in tale condizione di moto puramente longitudinale. Tuttavia ciò non rappresenta una minaccia alla sua stabilità poiché si presuppone che in rettilineo non ci siano le condizioni perché si verifichi il rovesciamento.

È possibile risolvere il problema introducendo una zona morta o *dead zone*, ovvero un intervallo di valori, per l'angolo di sterzo, prossimi allo zero in cui si disattiva il controllo e si impone al veicolo di seguire un riferimento costante per la velocità, scelto a priori.

L'obiettivo del seguente esperimento (il cui schema complessivo è visibile in Figura 6.9) è quello di testare la validità della tecnica di controllo.

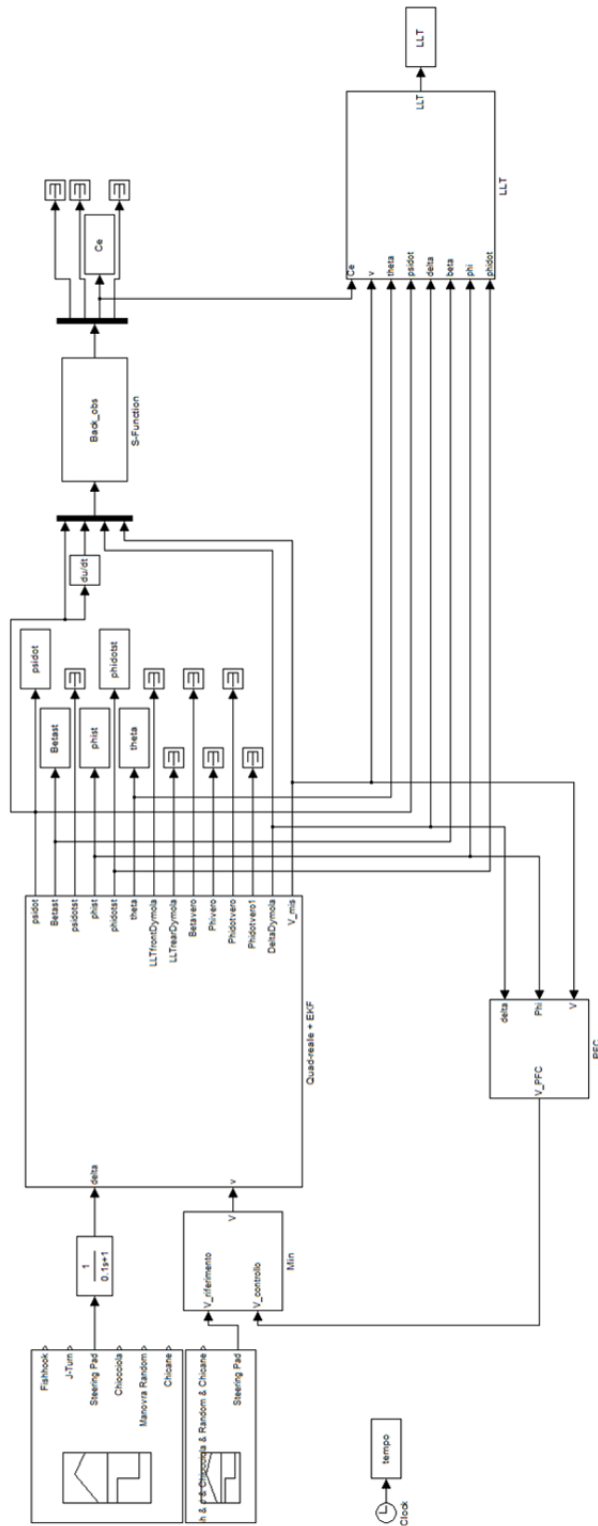


Figura 6.9: Il sistema di controllo complessivo

Considerando la legge di controllo (6.26), si nota che nel primo addendo compare la differenza tra il *set-point* e la misura dell'angolo di rollio φ , ricavata dall'EKF, il quale è situato insieme col *DymolaBlock* nel blocco più grande di Figura 6.9. Il primo esperimento allestito nel corso del capitolo, che aveva il solo ed unico scopo di valutare gli indici sull'avantreno e sul retrotreno, si rivela molto utile nel fornire anche il valore dell'angolo di rollio che l'ATV assume in corrispondenza di un indicatore LLT posteriore di -0.8. Tale angolo è valutato da un'apposita variabile *Summary*, che segna un valore di circa 9 millesimi di radiante, che viene inserito a sua volta nel blocco "Target" di Figura 6.10. Il numero ricavato rappresenta il *set-point* costante (il termine d_c della sommatoria (6.7) è quindi uguale a 0) a cui deve tendere l'angolo di rollio del quad nell'orizzonte recedente.

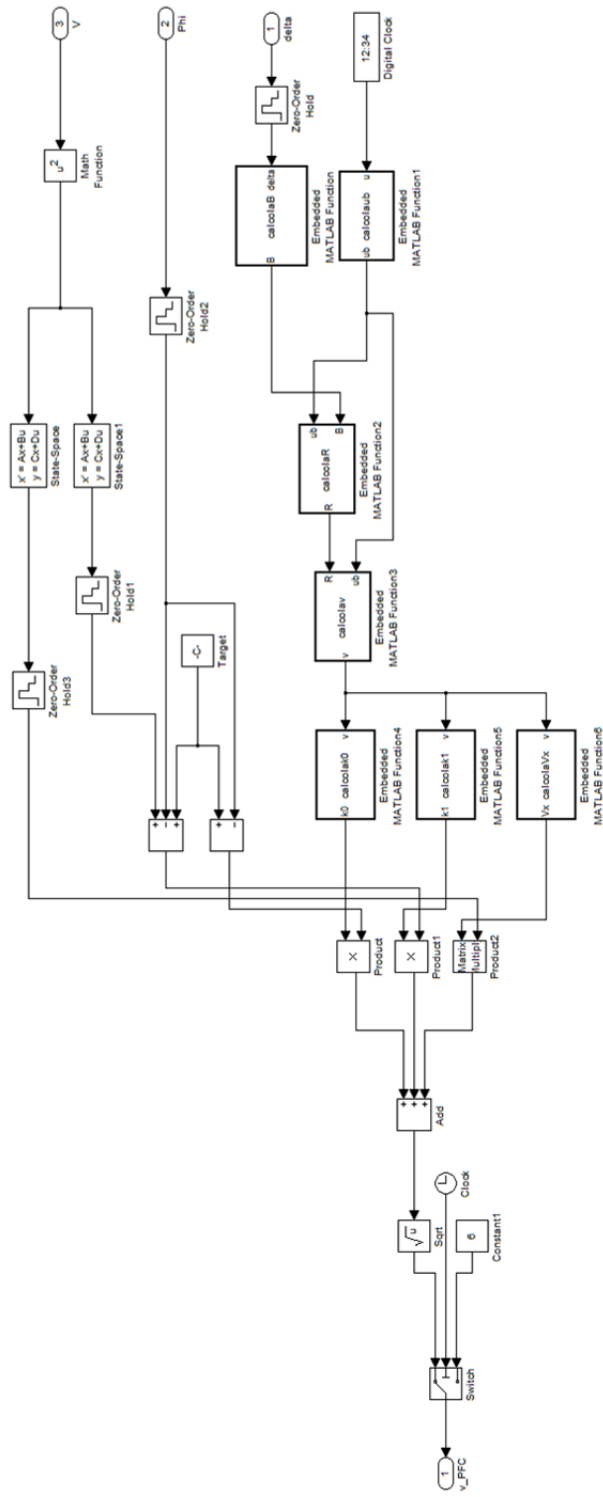


Figura 6.10: Lo schema di controllo PFC della velocità v

Nella parte sinistra di Figura 6.10 si possono notare due sistemi a tempo continuo che rappresentano entrambi il modello linearizzato (6.33) con la sola differenza che quello esterno elabora in uscita l'intero vettore di stato che, come si vede dalla legge di controllo, moltiplica il coefficiente v_x' ; mentre quello interno consegna il solo angolo di rollio ϕ .

Il fulcro dell'intera procedura, però, è dato dalle numerose *Embedded Matlab Function* che hanno lo scopo di calcolare, ad ogni istante di campionamento, le varie quantità che compongono i coefficienti k_0 , k_1 e v_x' .

L'elemento che scandisce il campionamento dei segnali è il clock digitale visibile in alto a destra: esso consente di valutare la funzione base (6.16) che compone la sequenza (6.14) delle variabili di controllo. Si ricorda che solo il primo valore di tale sequenza viene esercitato sull'ATV, pertanto l'equazione (6.14) risulta:

$$u(n) = \sum_{k=1}^{n_b} \mu_k(n) u_{bk}(n) \quad (6.36)$$

in cui la funzione base assume la forma:

$$u_{bk}(n) = n^{k-1} \quad (6.37)$$

A questo punto si può procedere nel provare il controllo. La manovra adottata è di tipo *steering pad*, con impostazione di un angolo di sterzo pari a 0.25 rad. La velocità del veicolo è costante a 3.5 m/s e al ventesimo secondo aumenta linearmente con un'accelerazione di 0.1 m/s². Ci si aspetta quindi che, in un certo istante di tempo, il quad riduca la sua velocità a un valore costante per non ribaltarsi.

Nella parte inferiore di Figura 6.10 si scorge un interruttore che ha la funzione di disabilitare l'azione regolatrice prima che sia iniziata effettivamente la prova. Nei primi 20 secondi, infatti, l'ATV è chiamato a raggiungere la velocità di partenza e ad impostare in maniera fluida il corretto angolo di sterzo. Una volta trascorso tale intervallo di tempo il controllo viene abilitato. Per fare in modo che esso agisca correttamente è necessario collocare a monte del *DymolaBlock* un elemento che selezioni il valore minimo tra quelli forniti da controllo e riferimento. Infatti, quando il controllore PFC consegna un valore maggiore del *set-point* di velocità, significa che il quad potrebbe viaggiare ad una velocità più grande di quella attuale senza il rischio di rovesciarsi. Nel momento in cui il controllo impone all'ATV una velocità minore di quella a cui si sta muovendo, significa invece che il riferimento è troppo elevato e che il fenomeno del ribaltamento sta per verificarsi. Il blocco che seleziona il minimo tra i due valori, visibile in Figura 6.11, consente quindi di far viaggiare il veicolo in condizioni di totale sicurezza.

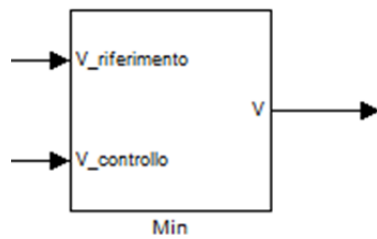


Figura 6.11: Il blocco Min che seleziona la velocità adeguata da dare all'ATV

La simulazione viene eseguita calcolando una traiettoria di riferimento y_R con un valore α di 0.2, l'orizzonte temporale h è di 1 secondo ed è suddiviso a sua volta da 10 punti di coincidenza; si deduce quindi che il tempo di campionamento scandito dal clock digitale è di 0.1 secondi.

Il confronto tra la velocità di riferimento e quella effettivamente assegnata al modello è visibile in Figura 6.12 e rispecchia l'andamento ipotizzato in precedenza.

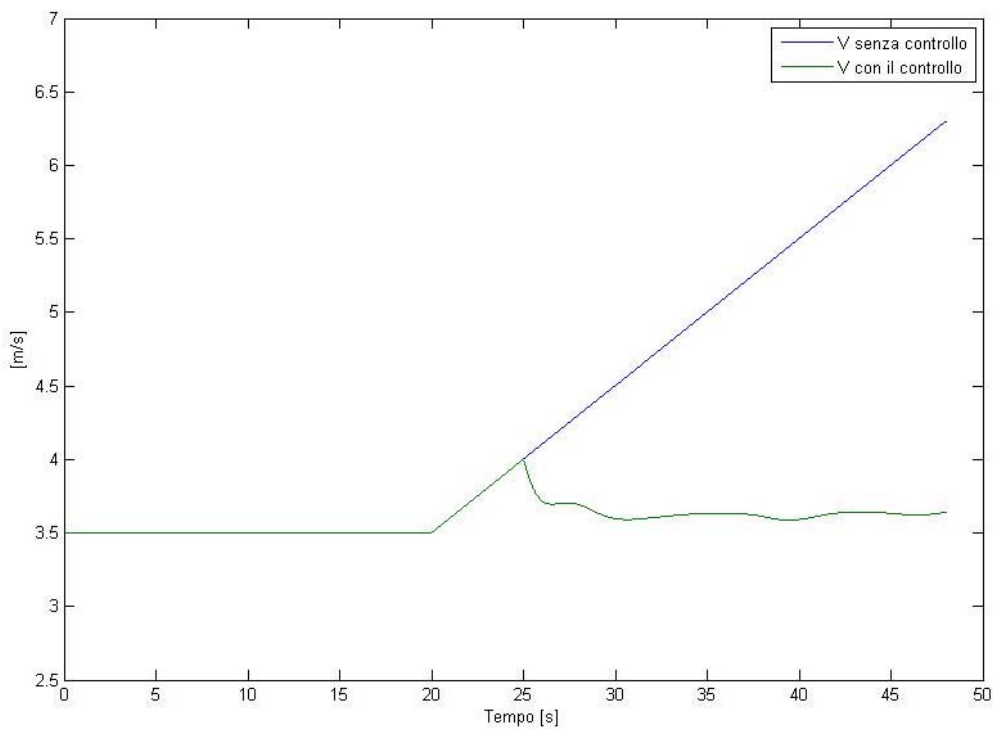


Figura 6.12: Confronto tra la velocità di riferimento (in blu) e quella controllata (in verde)

Si può notare come dal venticinquesimo secondo in poi il *set-point* non venga più seguito poiché la velocità di riferimento causerebbe l'inevitabile rovesciamento dell'ATV. L'azione di controllo assegna all'omonima variabile

un andamento pressoché costante che è motivato dalla posizione fissata a 0.25 rad dello sterzo. Le minime oscillazioni che si scorgono sono causate dall'azione di comando che impone al pilota virtuale dell'ATV (l'*open loop driver* analizzato nel capitolo 3) di premere e di rilasciare in maniera alternata il pedale dell'acceleratore per mantenere una velocità di crociera di circa 3.7 m/s. Il regolatore PFC, come è già stato accennato, tende a portare l'uscita del sistema ATV ad un valore costante di circa 9 millesimi di radiante. In Figura 6.13 si rispetta tale specifica.

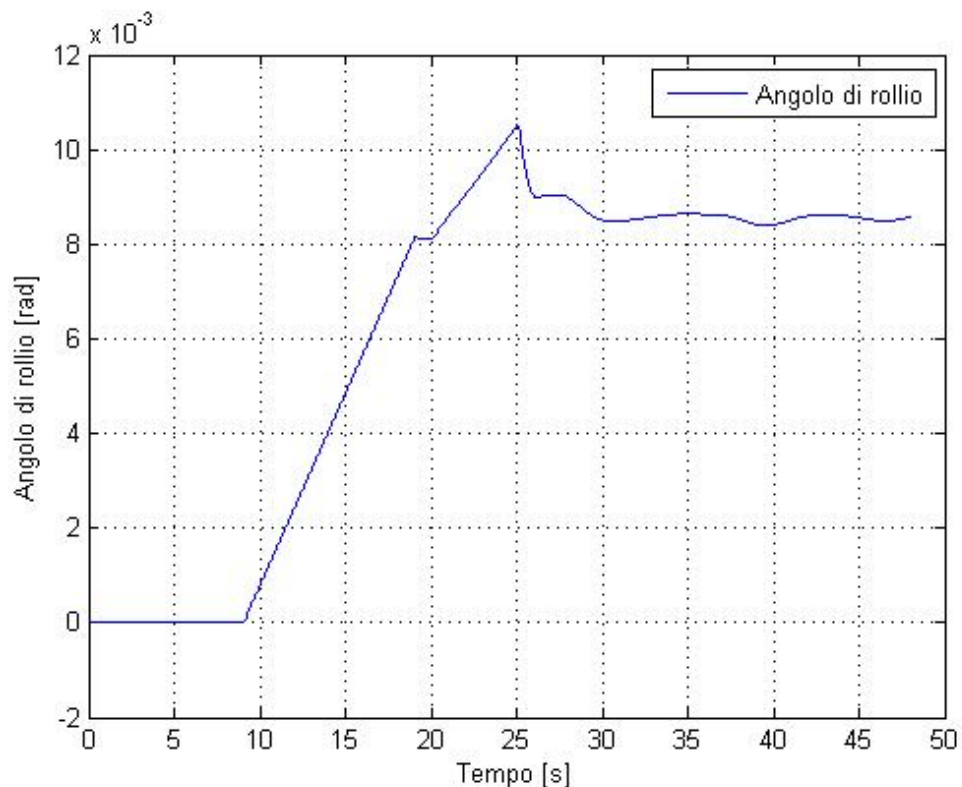


Figura 6.13: L'angolo di rollio dell'ATV con il controllo della velocità

A questo punto non resta che valutare l'indice anti-ribaltamento LLT, che non deve in alcun modo raggiungere valori unitari. Si evince dalla Figura 6.14 che il fenomeno del *wheel lift-off* non si è mai verificato.

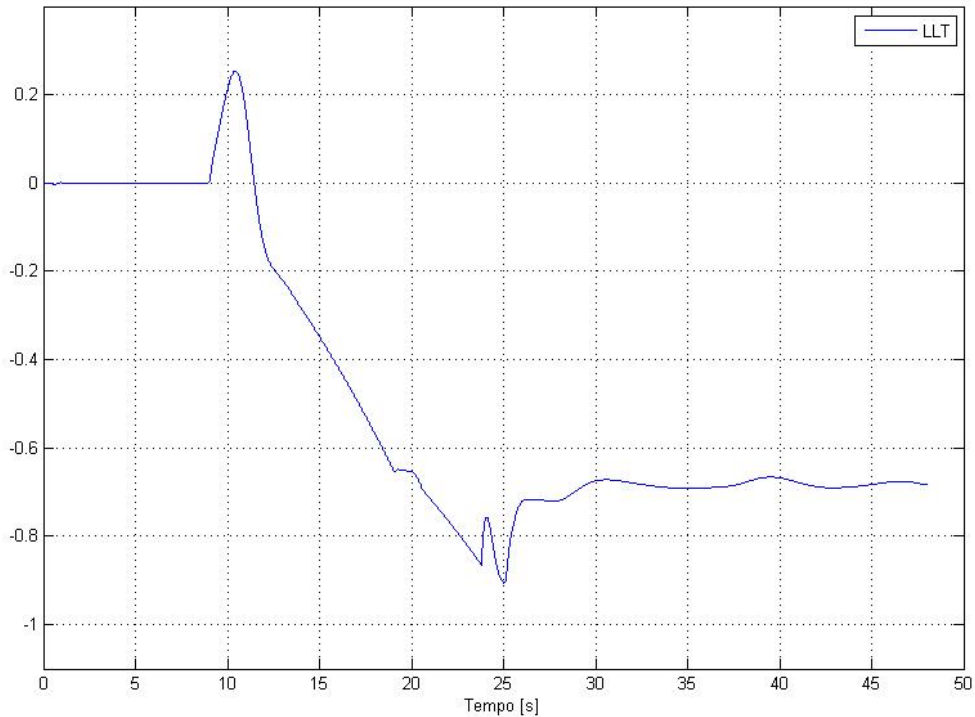


Figura 6.14: L'indice LLT con il controllo della velocità

Il conseguimento di questo obiettivo consente al veicolo di proseguire la manovra in condizioni di estrema sicurezza. Il controllo si rivela efficace in quanto l'indice viene riportato, in modulo, al di sotto della soglia stabilita (che si ricorda valere -0.8) dopo che da esso è stata superata.

6.2.2.2 Il controllo PFC dello sterzo

Una volta dimostrato che il sistema ATV è controllabile con la velocità, si è deciso di allestire la medesima regolazione agendo su una differente variabile di ingresso u , ovvero l'angolo di sterzo δ .

Nello sviluppo del modello linearizzato si ottiene un sistema a tempo continuo analogo a quello mostrato nella relazione (6.33), avente tuttavia matrici differenti. Il sistema risultante è:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (6.38)$$

in cui la matrice B è pari a:

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ v^2 \\ \frac{v^2}{hL} \end{bmatrix} \quad (6.39)$$

dove la velocità v è un parametro lentamente variante. Esaminando il determinante della matrice di raggiungibilità R^{**}

$$\det(R^{**}) = \det(B \quad AB) = \det \begin{pmatrix} 0 & \frac{v^2}{hL} \\ v^2 & \frac{rv^2}{Lh^3m_s} \\ \frac{v^2}{hL} & -\frac{v^4}{h^2L^2} \end{pmatrix} = -\frac{v^4}{h^2L^2} \neq 0 \quad (6.40)$$

si nota che il sistema non risulta raggiungibile, quindi controllabile, solo quando la velocità è nulla. Questo fatto non rappresenta un problema poiché si ipotizza che in condizioni statiche il pericolo del ribaltamento sia assente.

La manovra in esame è ancora di tipo *steering pad*, eseguita questa volta ad una velocità di 2.5 m/s che aumenta linearmente con un'accelerazione di 0.1 m/s² dopo 20 secondi. Nel caso in cui un veicolo acceleri percorrendo una traiettoria dal raggio di curvatura costante, mantenendo un angolo di sterzo di 0.25 rad, dopo un certo intervallo di tempo, si può immaginare che la velocità risulti troppo elevata per evitare il ribaltamento del veicolo stesso. Ci si aspetta pertanto che la posizione angolare del volante venga controllata e fatta decrescere. Si può osservare in Figura 6.15 come l'andamento ipotizzato della variabile di controllo δ sia confermato:

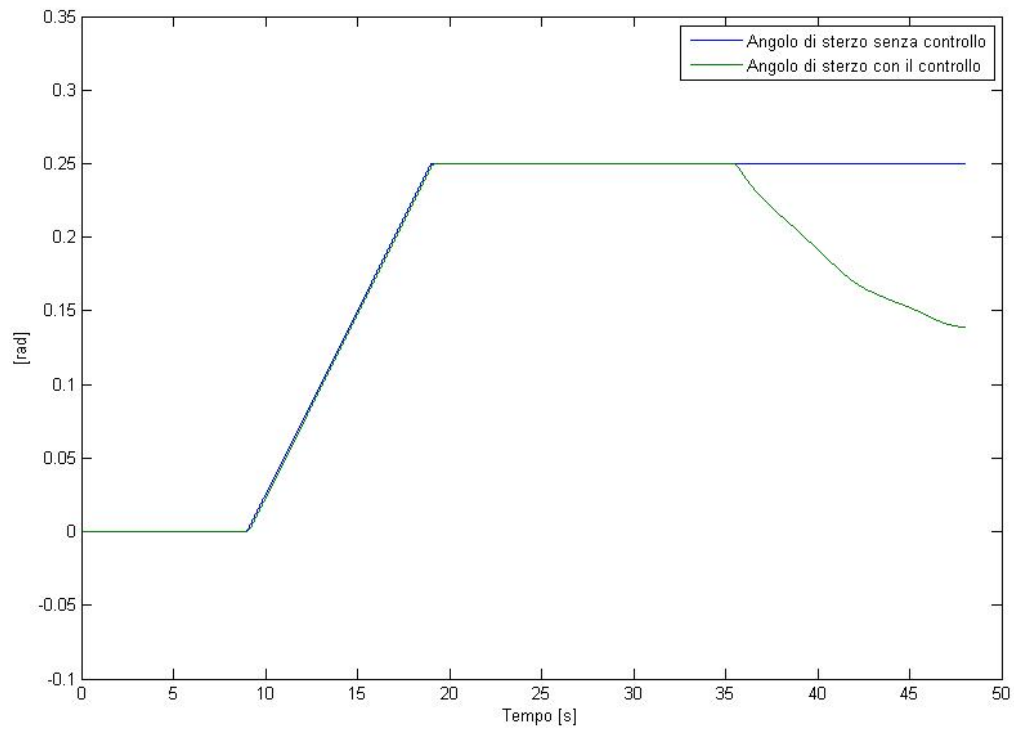


Figura 6.15: Confronto tra l'angolo di sterzo di riferimento (in blu) e quello controllato (in verde)

In modo analogo al procedimento precedente, in cui si agiva sul pedale dell'acceleratore, si mostra l'andamento dell'angolo di rollio e dell'LLT rispettivamente in Figura 6.16 e Figura 6.17. Si può notare che esso non assume mai valori unitari pericolosi, dimostrando così l'efficacia della regolazione PFC.

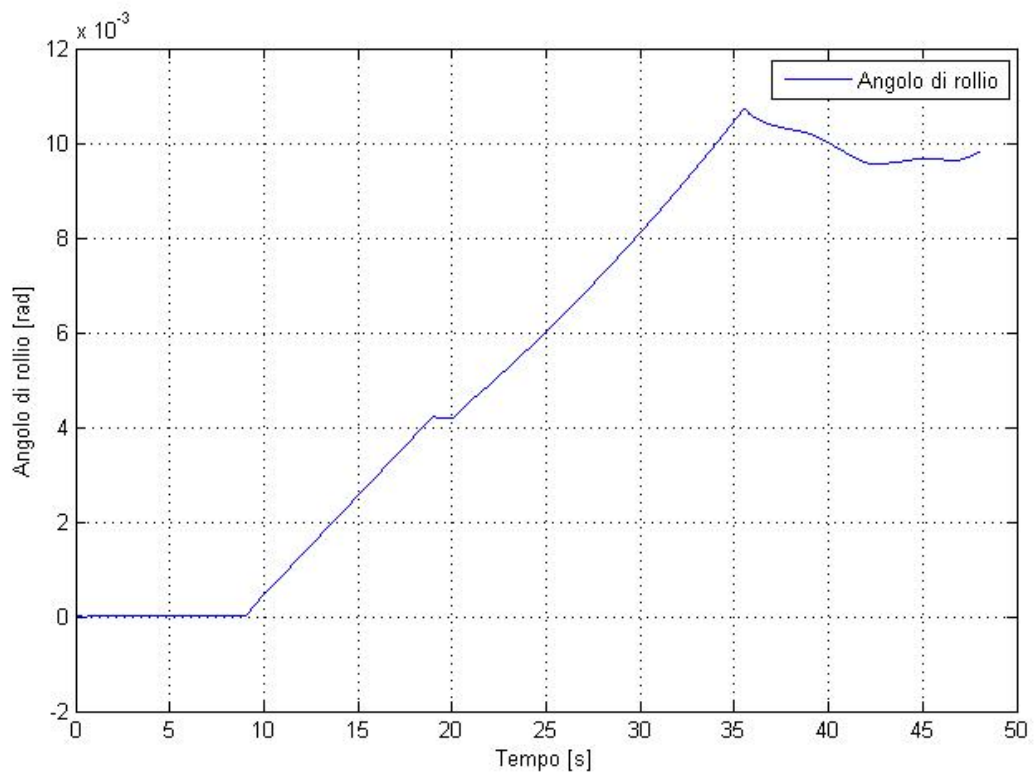


Figura 6.16: L'angolo di rollio dell'ATV con il controllo dello sterzo

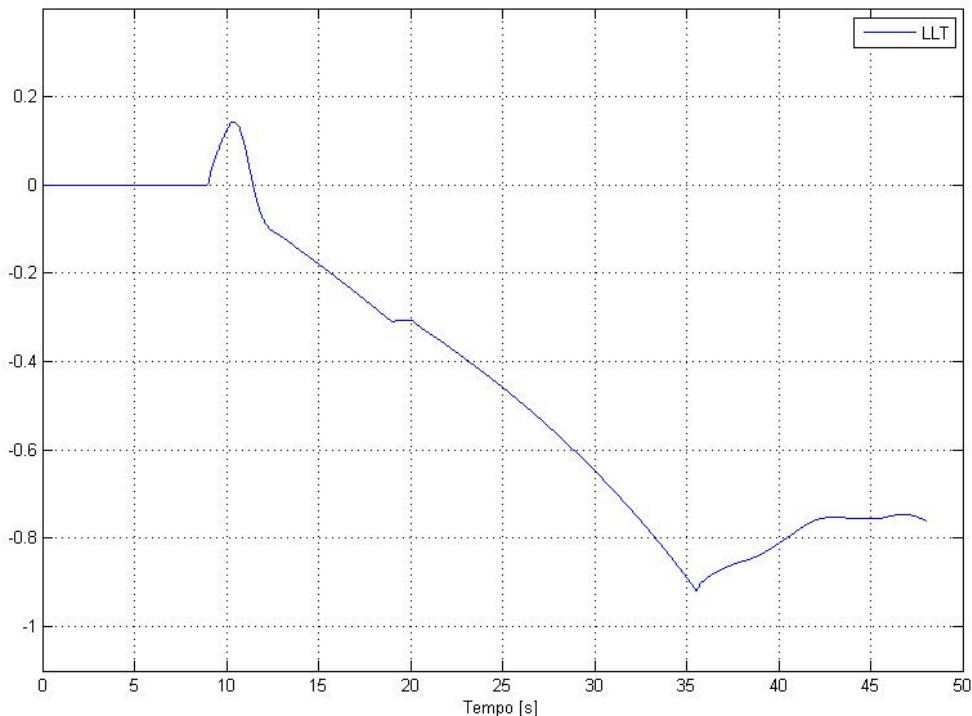


Figura 6.17: L'indice LLT con il controllo dello sterzo

Si nota dagli esperimenti svolti come le azioni di controllo indipendenti agenti rispettivamente sugli organi adibiti alla sterzata e alla trazione siano efficaci. Sarebbe possibile anche attuare contemporaneamente entrambi i controlli fornendo la velocità longitudinale e l'angolo di sterzo adeguati in ogni situazione. Tale estensione comporta l'introduzione di architetture più complesse denominate MIMO (*Multi-Input Multi-Output*) che ora non sono state considerate, ma che potrebbero essere implementate prima di una verifica sperimentale sul quad Yamaha.

6.3 Alcune considerazioni

Nel corso del capitolo è stato analizzato l'indice anti-ribaltamento *Lateral Load Transfer*, che è stato corretto al solo scopo di rendere il modello dinamico, sviluppato in Dymola, controllabile. Poi, è stata illustrata e testata con successo la tecnica predittiva PFC. Essa risulta molto versatile poiché applicabile su diversi attuatori quali il pedale (o la manopola) dell'acceleratore e il sistema sterzante, che nel quad Yamaha Grizzly si interfaccia col pilota tramite il manubrio.

Nel caso dell'acceleratore, si ricorda che il comando del freno non è attuato a causa delle velocità limitate a cui viene fatto viaggiare il veicolo e per l'elevato freno motore che presenta. Nel caso dello sterzo invece, sebbene il controllo sia efficace nel mantenere stabile il mezzo, esso non pare essere la soluzione migliore per prevenirne il rovesciamento. Si pensi, per esempio, ad una situazione reale in cui un pilota viaggia su terreni accidentati boschivi o desertici: l'azione sullo sterzo può essere pericolosa poiché genererebbe dei momenti di rollio che potrebbero spaventare il guidatore, con conseguenti ed imprevedibili reazioni da parte di quest'ultimo. Infine, il controllo della posizione angolare del sistema sterzante porterebbe il veicolo stesso fuori dalla traiettoria impostata dal pilota, cioè verso aree geografiche che potrebbero presentare ostacoli naturali di vario tipo, come alberi, dune sabbiose o terreni sconnessi.

Da ciò si conclude che la soluzione migliore per prevenire il fenomeno del ribaltamento è la prima tecnica PFC descritta, che renderebbe massima l'efficacia nel contesto reale se il pedale o le leve del freno, che possono erogare una forza frenante maggiore di quella che può esprimere un qualsiasi freno motore, fossero attuate.

Conclusioni e sviluppi futuri

Nel presente elaborato è stata sviluppata una legge di controllo PFC che garantisce ad un ATV di muoversi in condizioni di stabilità e sicurezza.

Il modello dinamico che ben si adatta a rappresentare il veicolo reale Yamaha, in dotazione al Politecnico di Milano nel progetto Quadrivio, è stato sviluppato con il software Dymola, le cui caratteristiche si basano sulla modellazione acausale orientata agli oggetti.

Al fine di allestire l'architettura di controllo citata è stato necessario implementare, rispetto all'ATV Dymola, un modello equivalente la cui complessità rispetto al primo risulta molto minore e quindi non paragonabile. Per mezzo di opportuni esperimenti eseguiti con il software sono stati ricavati i parametri incogniti della rappresentazione semplificata e la sua validità è stata appurata confrontando la risposta dinamica di entrambi a fronte di segnali di ingresso comuni.

Il filtro di Kalman esteso è stato introdotto per consentire la stima di alcuni segnali ancora non noti tramite una procedura di *sensor fusion* che ingloba i segnali provenienti dai sensori lineari di *stroke*, montati sulle sospensioni del veicolo reale, che il software Dymola è in grado di misurare nel modello e di esportare nell'ambiente Matlab/Simulink utilizzando alcune variabili *Summary*. Tale procedimento ha il notevole vantaggio di fornire delle grandezze che consentono di estrapolare da equilibri dinamici un indice *Lateral Load Transfer* preciso ed accurato. L'efficacia dell'osservatore di stato è stata validata confrontando i segnali da esso forniti con quelli che il software è in grado di esportare.

Anche un osservatore adattativo *Backstepping*, che consegna a sua volta una stima tempo-variante della rigidità di deriva degli pneumatici, lavora in collaborazione con il filtro di Kalman esteso, al fine comune di ottenere il suddetto indicatore anti-ribaltamento. Tale osservatore, per questioni di osservabilità, è in grado soltanto di elaborare un unico valore di *cornering stiffness* valido per tutti gli pneumatici.

L'intera architettura di controllo viene completata sviluppando la tecnica predittiva *Predictive Functional Control*, che si rivela molto efficace nel rilevare situazioni pericolose e nel riportare l'indice LLT al di sotto di una certa soglia di sicurezza.

Il presente lavoro è un primo passo verso il raggiungimento degli obiettivi del programma Quadrivio, che prevede di far muovere autonomamente l'ATV Yamaha per lunghi periodi di tempo, su qualsiasi tipo di terreno, prevenendo il manifestarsi del fenomeno del ribaltamento.

Tuttavia è possibile, per esempio, ricercare delle nuove metodologie che consentano di stimare in maniera separata per ogni assale le *cornering stiffnesses* del modello semplificato *single-track*. Ciò consentirebbe di

rappresentare efficacemente la reale interazione che intercorre tra gli pneumatici e il suolo.

Un ulteriore studio può essere dedicato alla tecnica di controllo PFC, che nell'elaborato è stata implementata al fine di consegnare un singolo segnale di regolazione: prima si è scelta come variabile di controllo la velocità longitudinale e successivamente l'angolo di sterzo. Si potrebbe estendere tale architettura facendo in modo che il controllore elabori contemporaneamente i segnali citati, attuando così una regolazione MIMO che dovrebbe risultare più immediata ed efficace. Dopo aver simulato il controllo proposto, si potrebbe allargare la fase di studio alla sperimentazione sul quad Yamaha, per verificare in modo decisivo l'efficacia di questa architettura anti-ribaltamento.

Le riflessioni ora riportate possono essere tenute in considerazione anche al di fuori del progetto Quadrivio, in situazioni reali. Il numero elevato di incidenti, spesso causati dall'imprudenza e dall'inesperienza dei conducenti, richiede tuttavia una modellizzazione del veicolo in cui si deve tener conto della presenza del pilota e dei movimenti che esso può intraprendere durante la guida.

Bibliografia

- [1] <http://www.cpssc.gov/Safety-Education/Safety-Education-Centers/ATV-Safety-Information-Center>.
- [2] E. G. Papadopoulos, D. A. Rey, "A New Measure of Tipover Stability Margin for Mobile Manipulators", *1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Minneapolis, 1996, pp. 3111-3116.
- [3] S. Lapamong, S. N. Brennan, "Terrain-Aware Rollover Prediction for Ground Vehicles Using the Zero-Moment Point Method", *2010 American Control Conference*, Baltimore, 2010, pp. 1501-1507.
- [4] L. Bascetta, M. Redaelli, "Rilevamento automatico del ribaltamento di un quadriciclo", *Automazione e Strumentazione*, Aprile 2010, pp. 88-93.
- [5] M. Richier, R. Lenain, B. Thuilot, C. Debain, "Robust multi-model observer dedicated to the rollover prevention. Application to ATVs in off-road context", *2012 2nd International Conference on Communications, Computing and Control Applications (CCCA)*, Marseilles, 2012.
- [6] L. Bascetta, G. Magnani, P. Rocco, A. M. Zanchettin, "Design and implementation of the low-level control system of an All-Terrain Mobile Robot", *14th International Conference on Advanced Robotics ICAR 2009*, Monaco di Baviera, Giugno 2009.
- [7] M. Zago, "Quadri-veicolo, Manuale tecnico", Dipartimento di Elettronica e Informazione, revisione novembre 2012.
- [8] "Relazione finale del contratto di ricerca QUADRIVIO", Dipartimento di Elettronica, Informazione e Bioingegneria, Politecnico di Milano.
- [9] S. Feng, J. He, L. Zhang, "Modeling Vehicle Dynamics Based on Modelica", *International Journal of Multimedia and Ubiquitous Engineering*, Vol. 8, No. 3, May 2013, pp. 307-318.
- [10] "Vehicle Dynamics Library version 1.7 Users Guide", Modelon AB, 2012.
- [11] E. L. D'Amelio, F. Fontanile, *Modellazione dinamica e controllo di percorso per un all terrain vehicle*, Tesi di Laurea Specialistica, Politecnico di Milano, 2013.
- [12] E. Bakker, L. Nyborg, H. B. Pacejka, "Tyre Modelling for Use in Vehicle Dynamics Studies", *International Congress and Exposition*, Detroit, Michigan, February 1987.
- [13] Yamaha YFM7FGPW Service Manual, 2006.
- [14] M. Zago, *Modellistica e controllo del servomeccanismo di sterzo di un ATV*, Tesi di Laurea Specialistica, Politecnico di Milano, 2011.
- [15] M. Richier, R. Lenain, B. Thuilot, C. Debain, "On-line estimation of a stability metric including grip conditions and slope: Application to rollover prevention for All-Terrain Vehicles", *2011 IEEE/RSJ*

- International Conference on Intelligent Robots and Systems*, San Francisco, September 2011, pp. 4569-4574.
- [16] A. Rindi, M. Ignesti, J. Auciello, S. Papini, L. Pugi, A. Ridolfi, *Lezioni di meccanica dell'autoveicolo*, Società Editrice Esculapio, Milano, 2014.
- [17] G. Genta, *Motor vehicle dynamics: modeling and simulation*, World Scientific, 2008.
- [18] US Department of Transportation, "A Comprehensive Experimental Evaluation of Test Maneuvers That May Induce On-Road, Untripped, Light Vehicle Rollover – Phase IV of NHTSA's Light Vehicle Rollover Research Program", October 2002.
- [19] G. Diana, F. Cheli, *Dinamica dei sistemi meccanici*, Vol. 1, Polipress, Politecnico di Milano, 2010.
- [20] L. Magni, R. Scattolini, *Complementi di controlli automatici*, Pitagora Editrice Bologna, 2006.
- [21] <http://www.clemson.edu/ces/crb/ece874/Lemmon/Lectures/lecture-25.pdf>.
- [22] N. Bouton, R. Lenain, B. Thuilot, P. Martinet, "A rollover indicator based on a tire stiffness backstepping observer: Application to an All-Terrain Vehicle", *2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Acropolis Convention Center, Nice, September 2008, pp. 2726-2731.
- [23] N. Bouton, R. Lenain, B. Thuilot, P. Martinet, "Backstepping observer dedicated to tire cornering stiffness estimation: Application to an All-Terrain Vehicle and a farm tractor", *2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, San Diego, 2007.
- [24] J. Richalet, D. O'Donovan, *Predictive Functional Control – Principles and Industrial Applications*, Springer, London, 2009.
- [25] H. Jianbo, S. Manhong, X. Jun, "Predictive functional control and its application to missile control system", *25th International Congress of the Aeronautical Sciences*, China, 2006.
- [26] A. Vivas, P. Poignet, F. Pierrot, "Predictive functional control for a parallel robot", *2003 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2003.
- [27] S. Abu el Ata-Doss, P. Fiani, J. Richalet, "Handling Input and State Constraints in Predictive Functional Control", *30th Conference on Decision and Control*, Brighton, December 1991, pp. 985-990.
- [28] N. Bouton, R. Lenain, B. Thuilot, P. Martinet, "An active anti-rollover device based on Predictive Functional Control: Application to an All-Terrain Vehicle", *2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Kobe International Conference Center, Kobe, May 2009, pp. 1309-1314.