

# POLITECNICO DI MILANO

Facoltà di Ingegneria Industriale  
Corso di Laurea in Ingegneria Energetica  
Dipartimento di Energia



## **Simulazione di un flusso confinato con moto di swirl mediante codice di calcolo open-source**

Docenti: Ing. Federico Piscaglia  
Ing. Andrea Montorfano

Autore: Tommaso Putignano  
Matricola: 750404

Anno Accademico 2013-2014





# Indice

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Introduzione</b>  | <b>1</b>  |
| 0.1 Il componente . . . . .                                      | 1         |
| 0.2 Distacco di vena . . . . .                                   | 2         |
| 0.2.1 Brusco allargamento in geometria piana . . . . .           | 3         |
| 0.3 Perdite per brusco allargamento . . . . .                    | 4         |
| 0.4 Teoria del vortice libero . . . . .                          | 6         |
| <b>1 Regime di moto</b>  | <b>9</b>  |
| 1.1 Identificazione del moto . . . . .                           | 9         |
| 1.2 Turbolenza . . . . .   | 12        |
| 1.2.1 Teoria di Kolmogorov . . . . .                             | 14        |
| 1.3 Le equazioni del moto . . . . .                              | 16        |
| 1.4 Modelli di turbolenza . . . . .                              | 17        |
| 1.5 Modelli RANS . . . . .                                       | 18        |
| 1.5.1 One equation model . . . . .                               | 19        |
| 1.5.2 Two equations models . . . . .                             | 20        |
| <b>2 Settaggio del solutore</b>                                  | <b>23</b> |
| 2.1 Struttura del caso in OpenFOAM . . . . .                     | 23        |
| 2.2 Boundary conditions . . . . .                                | 24        |
| 2.2.1 Inlet . . . . .  | 25        |
| 2.2.2 Walls . . . . .  | 26        |
| 2.2.3 Outlet . . . . .   | 26        |
| 2.3 Algoritmo iterativo . . . . .                                | 27        |
| 2.3.1 Schema numerico . . . . .                                  | 29        |
| 2.3.2 Scelta metodi di risoluzione dei sistemi lineari . . . . . | 30        |
| <b>3 Discretizzazione del dominio</b>                            | <b>33</b> |
| 3.1 Evoluzione dei blocchi . . . . .                             | 33        |
| 3.2 Estensione del dominio . . . . .                             | 35        |
| 3.2.1 Problemi legati all'estensione del dominio . . . . .       | 36        |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 3.3      | Infittimenti della griglia . . . . .                            | 39        |
| 3.3.1    | Localizzazione dei residui . . . . .                            | 43        |
| 3.4      | Discretizzazione dello strato limite . . . . .                  | 44        |
| 3.4.1    | Wall function . . . . .   | 46        |
| 3.4.2    | Mesh fine nel boundary layer (mesh FBL) . . . . .               | 49        |
| 3.4.3    | Mesh lasca nel boundary layer (mesh LBL) . . . . .              | 53        |
| <b>4</b> | <b>Confronti dei risultati RANS</b>                             | <b>57</b> |
| 4.1      | Misurazioni sperimentali . . . . .                              | 57        |
| 4.2      | I modelli impiegati nei confronti . . . . .                     | 58        |
| 4.3      | Profili di velocità con mesh fine a parete . . . . .            | 58        |
| 4.4      | Profili di velocità con mesh lasca a parete . . . . .           | 61        |
| 4.5      | Precessing vortex core . . . . .                                | 65        |
| 4.6      | Punto di riattacco . . . . .                                    | 67        |
| <b>5</b> | <b>Risultati preliminari URANS</b>                              | <b>69</b> |
| 5.1      | Profili di velocità . . . . .                                   | 69        |
| 5.2      | Le lacune di ricircolo . . . . .                                | 73        |
| 5.3      | I punti di riattacco . . . . .                                  | 74        |
| <b>6</b> | <b>Conclusioni</b>  | <b>75</b> |
| 6.1      | RANS model . . . . .  | 75        |
| 6.1.1    | Wall function . . . . .   | 76        |
| 6.1.2    | Precessing vortex core . . . . .                                | 77        |
| 6.2      | Grid convergence index . . . . .                                | 77        |
| 6.2.1    | Dipendenza delle wall function dalla discretizzazione . . . . . | 78        |
| 6.3      | Approssimazioni geometriche e fluidodinamiche . . . . .         | 79        |
| <b>A</b> | <b>Codici implementati</b>                                      | <b>81</b> |
| A.1      | Interpolazione dati sperimentali . . . . .                      | 81        |
| A.2      | Profili di velocità in ingresso . . . . .                       | 82        |
| A.3      | Simple residual . . . . .                                       | 83        |
|          | <b>Bibliografia</b>   | <b>87</b> |

# Introduzione

*Il progressivo sviluppo tecnologico e la crescente potenza computazionale hanno spinto la ricerca in campo fluidodinamico ad appoggiarsi a software per la stima dei campi di moto.*

*La fluidodinamica computazionale, conosciuta con l'acronimo CFD, permette di approssimare il comportamento di un fluido reale tramite leggi fisiche analitiche risolte per mezzo di calcolatori.*

*Un approccio computazionale offre la possibilità di avere dei risultati quantitativi senza la necessità di un apparato sperimentale, con tempi e costi di manodopera associati.*

*Un ulteriore vantaggio offerto dalla CFD è l'opportunità di isolare i singoli aspetti fluidodinamici per poterli studiare separatamente.*

*In questo primo capitolo introduttivo verrà brevemente illustrato il componente in analisi e verranno tratteggiati i singoli fenomeni fluidodinamici che compongono il complesso campo di moto in studio nella tesi.*

## 0.1 Il componente

Il componente analizzato è un condotto circolare assialsimmetrico che presenta un brusco allargamento. Il rapporto tra il diametro di uscita e quello di ingresso, a meno delle tolleranze geometriche, è  $D_2/D \simeq 1.94$ .

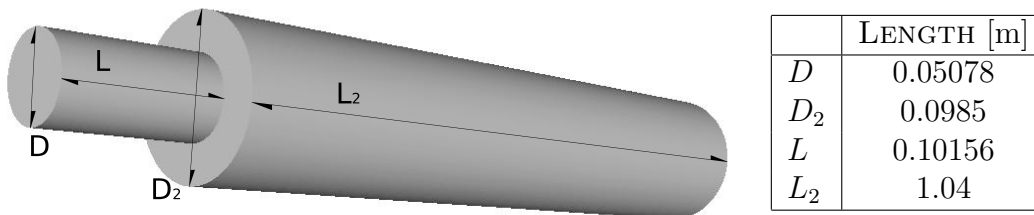


Figura 1: Geometria condotto con brusco allargamento

Un flusso incomprimibile, come potrebbe essere una portata d'acqua, attraversa il dominio da sinistra verso destra nella figura 1. L'alimentazione dalla sezione ristretta avviene con un ridotto moto rotazionale attorno all'asse (swirl).

Il passaggio ad una sezione maggiorata, porta ad una diminuzione di velocità come descritto dall'equazione di continuità:

$$\rho A \bar{u}_{ax} = \text{costante} \quad (1)$$

Trattandosi di un flusso incomprimibile, la precedente relazione può essere semplificata della costante  $\rho$ :

$$A\bar{u}_{ax} = \text{costante} \quad (2)$$

Una diminuzione di velocità per un flusso non viscoso in assenza di forze lavoro, alla quale è associata l'energia cinetica secondo l'equazione di Bernoulli (eq:3), genera un gradiente avverso di pressione in direzione assiale.

$$p + \rho \frac{\bar{u}^2}{2} + \rho \bar{g}h = \text{costante} \quad (3)$$

Essendo l'asse del condotto orizzontale, il termine legato al campo gravitazionale risulta costante e l'eq di Bernoulli può essere riscritta come:

$$p + \rho \frac{\bar{u}^2}{2} = \text{costante} \quad (4)$$

Il campo di moto che si instaura all'interno del condotto è caratterizzato da una diminuzione di velocità e un aumento di pressione tra ingresso e uscita.

## 0.2 Distacco di vena

All'interno dello strato limite, una diminuzione di velocità, accompagnata da un aumento della pressione, determina un'inversione del flusso nella parte più vicina alla parete; questa situazione è definita come distacco di vena. [Dav10]

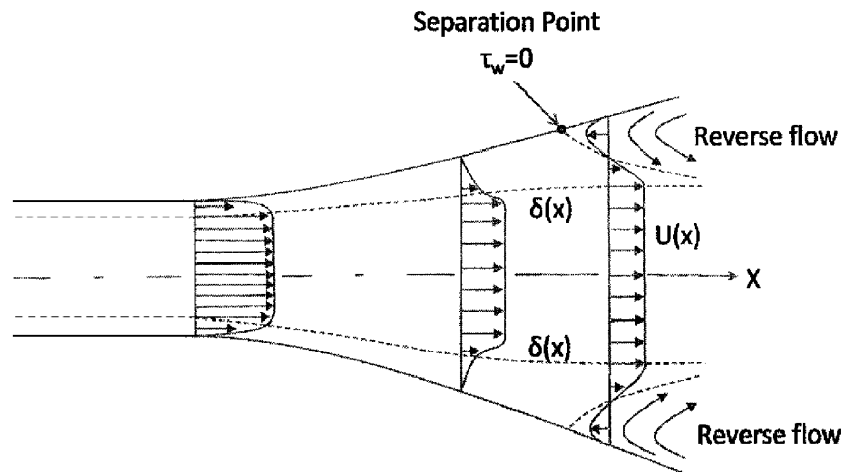


Figura 2: Evoluzione profilo di velocità durante la separazione

Il fenomeno della separazione dello strato limite è accentuato dallo spigolo vivo di raccordo tra le sezioni di differente diametro.

A valle dell'espansione, lontano dalla zona di miscelamento, il flusso tende a riassumere la forma di profilo sviluppato con una velocità assiale mediamente inferiore a quella di ingresso.

### 0.2.1 Brusco allargamento in geometria piana

Un buon punto di partenza per il nostro studio viene fornito dalle numerose analisi del moto effettuate su un'analogia geometria piana (fig: 3). In particolare, i precedenti studi erano focalizzati sulla separazione dello strato limite in corrispondenza del cambio di sezione e il successivo riattacco della vena a valle dell'allargamento.



Figura 3: Geometria piana brusco allargamento

Gli “*eventi fluidodinamici*” riscontrabili in un flusso attraverso una simile geometria, sono fortemente influenzati dal rapporto tra le forze inerziali e quelle viscosse. Tale rapporto, definito numero di Reynolds, gioca un ruolo di fondamentale importanza nello sviluppo del profilo di velocità all'interno dello strato limite.

La presenza di una o più bolle di ricircolo impedisce l'uso del calcolo con flusso potenziale, secondo cui il campo di velocità è irrotazionale e vale dunque:  $\nabla \times \vec{U} = 0$ .

Gli studi eseguiti con modelli di turbolenza hanno messo in luce due distinte zone di ricircolo: una nell'angolo concavo e una sulla parete opposta in corrispondenza dell'allargamento. [DB02]

Simulazioni basate su modelli di turbolenza più avanzati hanno inoltre evidenziato un'instabilità del punto di riattacco, mostrando la natura instazionaria dei vortici turbolenti generati dalla discontinuità e, una proporzionalità tra il numero di Reynolds e la dimensione delle zone di ricircolo.

L'impiego di una geometria bidimensionale non ha permesso di ottenere risultati attendibili per valori di Reynolds elevati, limitando il campo di utilizzo di una mesh 2D ai soli flussi laminari il cui numero di Reynolds è inferiore a 400. [DB02]

### 0.3 Perdite per brusco allargamento

Ogni variazione brusca del vettore velocità, sia come modulo che come direzione, determina un aumento di agitazione in un tratto più o meno lungo della corrente, con la conseguenza che una parte dell'energia si trasferisce dal moto di trasporto a quello di agitazione, per essere poi in definitiva dissipata in calore ad opera delle azioni viscosse.

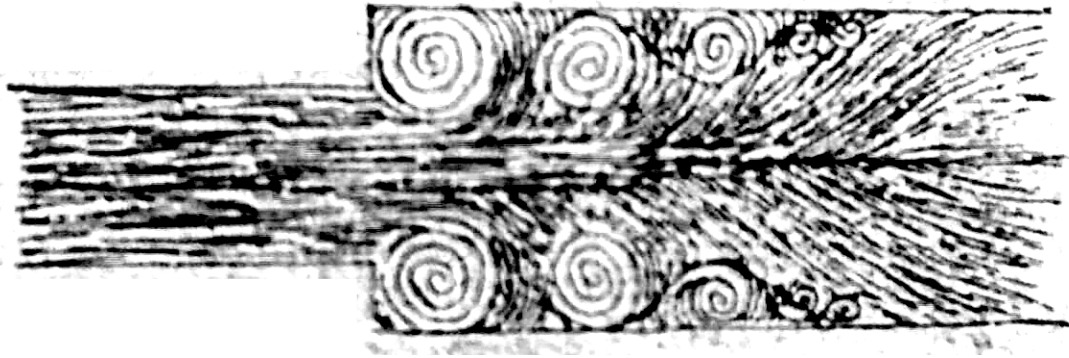


Figura 4: Studio sulla formazione dei vortici, Leonardo da Vinci

Ciò spiega perché ogni discontinuità, come un cambiamento brusco di diametro, una curva, l'inserzione di una valvola, di una saracinesca o di un altro dispositivo di regolazione nel tracciato di una condotta, determini una dissipazione di energia e quindi un abbassamento della linea dei carichi totali.

La perdita associata si denomina perdita di carico localizzata e si disegna come se fosse proprio concentrata nella sezione dove la discontinuità si manifesta (fig: 5).

Nel caso di regime pienamente turbolento, la perdita di carico è proporzionale all'energia cinetica nel tratto a valle della variazione geometrica  $U_2^2$ .

$$\Delta H = \xi \frac{U_2^2}{2g} \quad (5)$$

Si consideri il volume tratteggiato in figura 5 limitato dalle sezioni ① e ②.

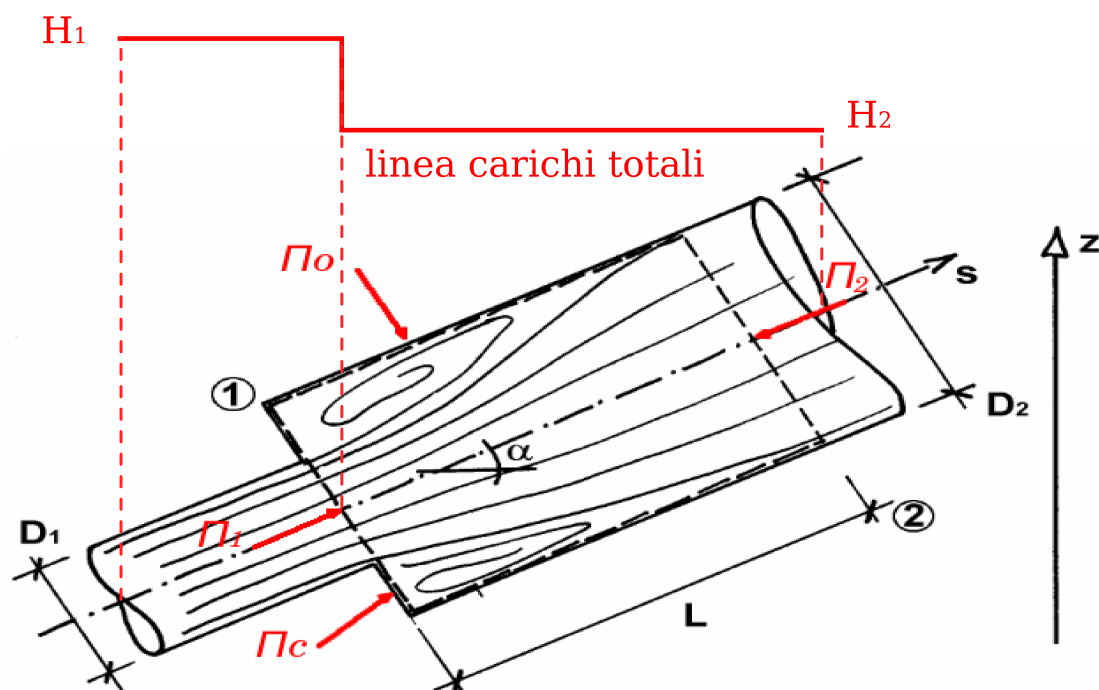


Figura 5: Volume a valle del cambio di sezione con estremi idrostatici

Sulle sezioni ① e ② si può considerare la distribuzione delle pressioni *idrostatica*; attraverso ① e ② la corrente è lineare.

Si noti che, immediatamente dopo il cambio di diametro, una parte periferica del fluido non partecipa al moto di trasporto ed è animata da movimenti locali turbolenti e vorticosi (mirabilmente individuati già da Leonardo da Vinci nello schizzo di fig:4), tali moti si mantengono a discapito dell'energia meccanica contenuta nella corrente e sono all'origine della perdita di carico.

E' chiaro che in questa zona la corrente non può considerarsi lineare e quindi la pressione non è distribuita idrostaticamente sulle sezioni trasversali: la sezione ② dovrà perciò essere scelta sufficientemente a valle del cambiamento di diametro.

Applicando l'equazione globale dell'idrodinamica nell'ipotesi di moto permanente al volume fluido compreso fra le sezioni ① e ②, con  $\vec{G}$  spinta esercitata dal peso del volume e  $\vec{M}$  la quantità di moto:

$$\vec{G} + \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{\Pi} = \vec{0} \quad (6)$$

si ottiene una spinta  $\vec{\Pi}$  che sarà la risultante di tutte le forze agenti sulle superfici del volume. [Fas05]

$\vec{\Pi}_0$  : spinta esercitata dalla parete dell'involucro cilindrico lungo  $L$ .

$\vec{\Pi}_1$  : spinta esercitata sul volume in esame dal fluido a monte della sezione ① attraverso la sezione circolare di diametro  $D$ .

$\vec{\Pi}_c$  : spinta esercitata sul volume della corona circolare solida che circonda la predetta sezione circolare.

$\vec{\Pi}_2$  : spinta esercitata sul volume in esame del fluido a valle della sezione ② attraverso la sezione circolare di diametro  $D_2$ .

Poiché il risultato atteso è un legame fra grandezze scalari, occorre proiettare l'equazione vettoriale 6 sull'asse della corrente.

Considerando che la lunghezza  $L$  del tratto in studio è tutto sommato molto breve, gli sforzi tangenziali che l'involucro esercita sul volume, possono essere trascurati, e pertanto la proiezione della spinta  $\vec{\Pi}_0$  sarà assunta nulla:

$$-Gsen\alpha + \Pi_c + \Pi_1 + M_1 - M_2 - \Pi_2 = 0 \quad (7)$$

e ricordando che:

$$-Gsen\alpha = -\gamma SLsen\alpha = \gamma S(z_1 - z_2) \quad (8)$$

$$M_1 - M_2 = \rho(S_1U_1^2 - S_2U_2^2) \quad (9)$$

$$\Pi = pS \quad (10)$$

si arriva finalmente a scrivere:

$$\underbrace{\left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g}\right)}_{H_1} - \underbrace{\left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g}\right)}_{H_2} = \underbrace{\frac{(U_1 - U_2)^2}{2g}}_{\Delta H} \quad (11)$$

La differenza dei due trinomi al primo membro misura la perdita di carico totale  $\Delta H$  fra le sezioni ① e ②. Da questa equazione si ricava la formula di Borda valida per le perdite di carico da brusco allargamento. [Fas05]

## 0.4 Teoria del vortice libero

Come anticipato, il flusso attraverso il condotto è animato da un moto rotazionale attorno all'asse di simmetria.

Il comportamento di questo moto di *swirl* può essere studiato isolando la componente tangenziale della velocità.

Immaginiamo di avere una vorticità  $\omega = U_{tan}/r$  distribuita uniformemente all'interno di una circonferenza di raggio  $R$ ; le linee di corrente, linee tangenti al



vettore di velocità in un determinato istante, sono rappresentate dalle circonferenze di centro  $O$ , mentre le linee equipotenziali dai raggi.

Il moto è quello di un *vortice irrotazionale o vortice libero* (fig: 6.b) con centro in  $O$ , la cui componente radiale è identicamente nulla [Fas05].

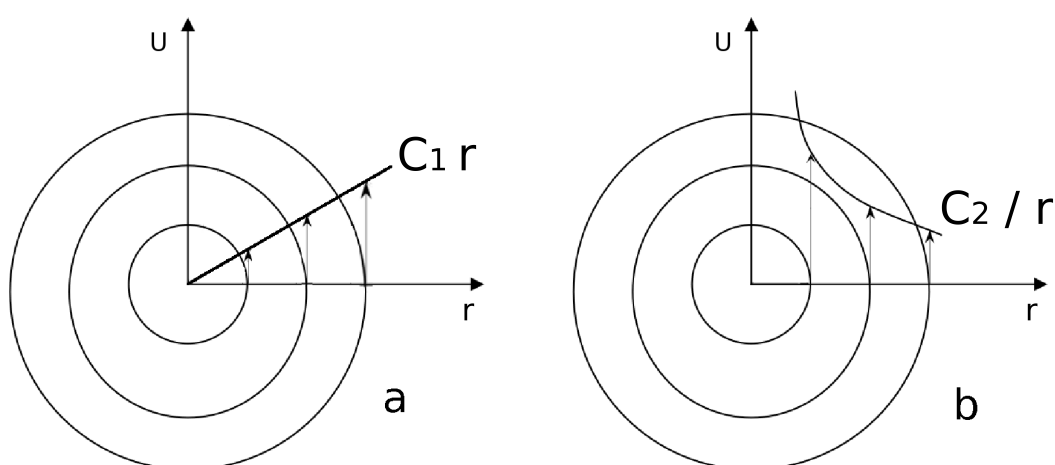


Figura 6: Profili di velocità in un vortice a: Rotazionale, b: Irrotazionale

La velocità angolare  $\omega$  aumenta verso il centro in ragione inversa del raggio, tendendo quindi ad assumere in  $O$  valore infinito. Esso rappresenta un punto singolare, in quanto non può essere definito un valore di potenziale.

Nella realtà, l'assurdo della velocità infinita non si presenta, perché il nucleo del vortice obbedisce a leggi differenti; nel centro infatti si hanno le caratteristiche di un *vortice rotazionale o forzato*, che rappresenta una massa fluida animata da un moto rotatorio rigido, la cui velocità tangenziale aumenta linearmente con il raggio (fig:6.a). [Fas05]

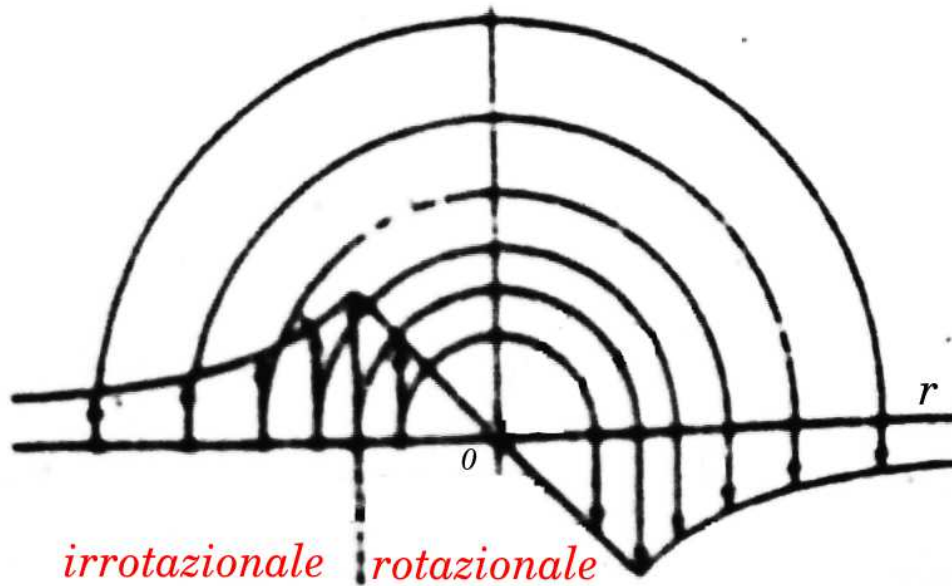


Figura 7: Profili di velocità tangenziale raccordati

La velocità tangenziale, all'interno di un condotto in presenza di swirl, tende quindi ad assumere la forma di un profilo ibrido:

**Vortice libero** nella zona periferica, per raggi elevati.

**Vortice forzato** nell'intorno dell'asse.

# Capitolo 1

## Regime di moto

*Il capitolo 1 è dedicato alla turbolenza.*

*Il flusso che passa attraverso il condotto è, come vedremo, in regime pienamente turbolento. Studiare completamente un fenomeno caotico e instazionario come la turbolenza, è estremamente complesso e dispendioso.*

*Grazie ad alcune ipotesi semplificative, questo fenomeno può essere descritto tramite modelli matematici che ne approssimano il comportamento.*

*Esistono differenti modelli fluidodinamici, ognuno con debolezze e punti di forza; la scelta o la preferenza di un modello rispetto ad un altro è condizionata da molteplici aspetti, primo tra questi è il regime di moto.*

### 1.1 Identificazione del moto

Nei problemi di deflusso interno è molto importante distinguere la regione in cui il moto è completamente sviluppato, da quella di attacco e ingresso nella quale si sviluppa lo strato limite (fig: 1.1).

Dall'interazione tra un fluido in ingresso in un condotto e la parete del condotto, si origina uno sforzo di natura viscosa nell'interfaccia fluido-parete, che produce un rallentamento nella zona periferica della corrente.

Procedendo lungo l'asse di un generico condotto, partendo da una condizione di profilo uniforme, si arriverà alla condizione per cui il profilo avrà una forma parabolica che rimarrà invariata da quel punto in avanti; ovvero di profilo completamente sviluppato.

la distanza tra il punto di attacco e quest'ultima condizione descritta, prende il nome di *lunghezza di avviamento fluidodinamico*.

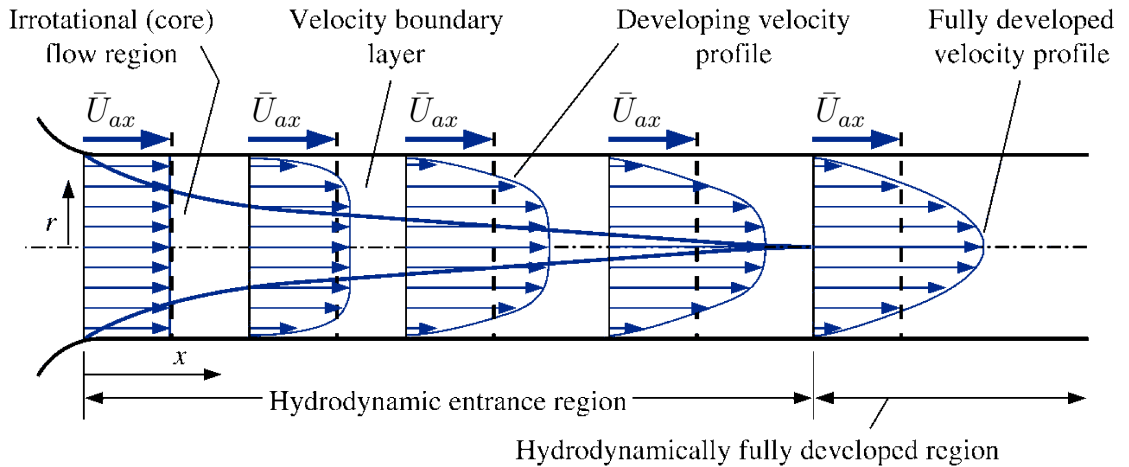


Figura 1.1: Sviluppo del profilo di velocità all'interno di un condotto

Il flusso che andremo ad analizzare, raggiunge il cambio di sezione con un profilo sviluppato; il componente è preceduto a monte da una lunghezza di condotto sufficiente a smaltire i disturbi della transizione di avviamento.

Le misurazioni effettuate sull'apparato sperimentale, attraverso una sezione posizionata 10 centimetri a monte dell'allargamento ( $z/D = -2$ ), forniscono le componenti assiali e tangenziali della velocità lungo il raggio.

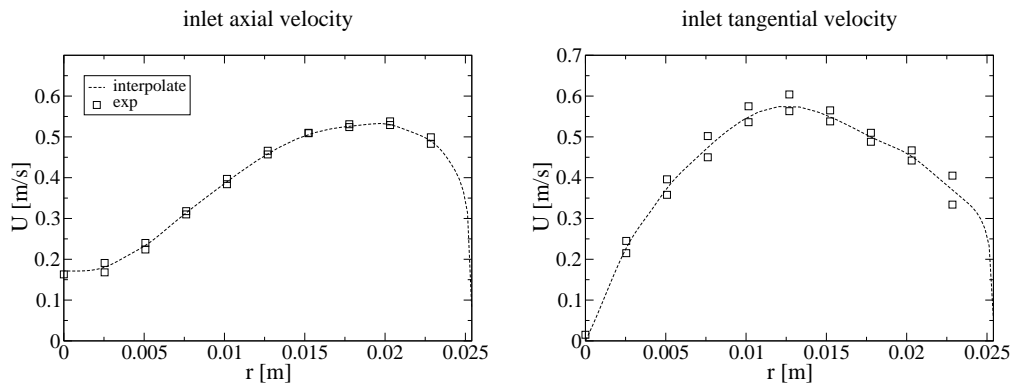


Figura 1.2: Profili di velocità nella sezione di imbocco

Un'integrazione del profilo di velocità assiale sulla sezione di ingresso, permette di ottenere la portata massica  $\dot{m}$  e la velocità media  $\bar{U}_{ax}$  attraverso quella sezione.

$$\dot{m} = \int_{S_{in}} \rho U_{ax} dS \quad (1.1)$$

$$\bar{U}_{ax} = \frac{\int_{S_{in}} U_{ax} dS}{S} \quad (1.2)$$

Esiste un indice, il numero di Reynolds, definito come il rapporto fra le forze inerziali e quelle viscosi di un flusso, che permette di identificare il regime in cui si trova il campo di moto. Questo rapporto è funzione della velocità, della geometria e della viscosità cinematica del fluido.

$$Re_c = \frac{\bar{U}_{ax} \cdot D}{\nu} \quad (1.3)$$

Quando il numero di Reynolds è basso, vuol dire che le forze viscosi sono prevalenti rispetto a quelle inerziali, si tratta pertanto di un *flusso laminare*; quando, al contrario, sono le forze inerziali ad esser predominanti, si parla di *flusso turbolento*.

Nel deflusso all'interno di un condotto, si iniziano a manifestare i primi eventi di turbolenza a partire da  $Re > 2'000$ , mentre per valori superiori a  $10'000$  si parla di regime pienamente turbolento.

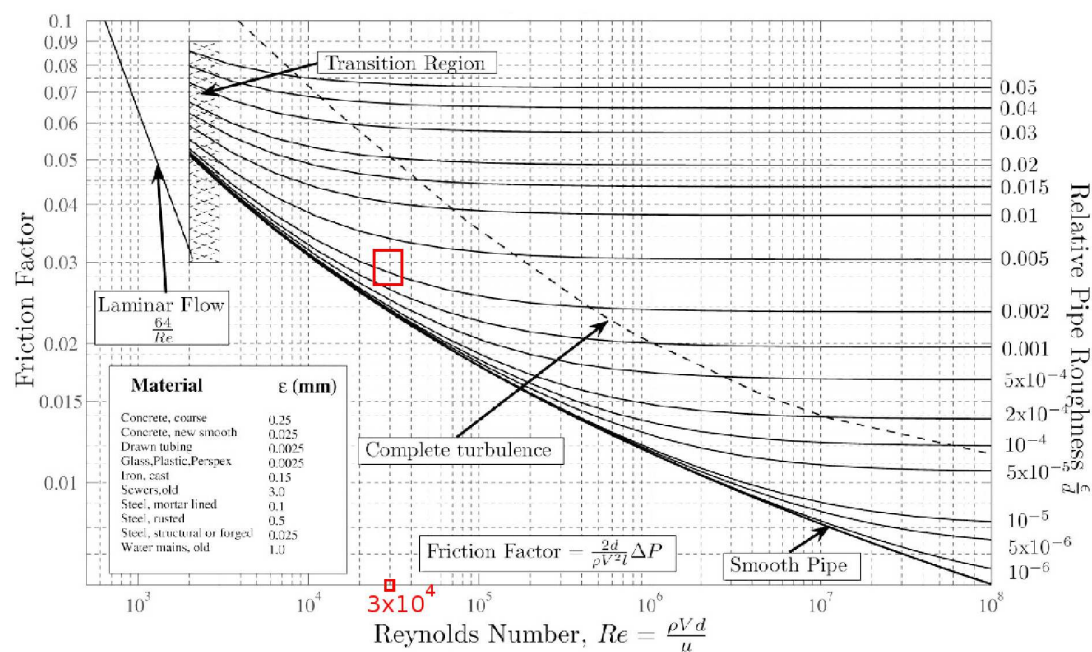


Figura 1.3: Abaco di Moody

Gli esperimenti su questa geometria sono stati effettuati a  $30'000$   $Re$ , si è pertanto in regime turbolento.

Il coefficiente di attrito, nella regione di ingresso fluidodinamico, diminuisce fino a raggiungere un valore asintotico di completo sviluppo come si vede nell'abaco di Moody (fig: 1.3).

Si ricorda che il flusso è soggetto ad un moto rotazionale attorno all'asse. L'intensità di rotazione o di *swirl*, gioca un ruolo di fondamentale importanza sugli eventi fluidodinamici che si manifestano a cavallo del brusco allargamento.

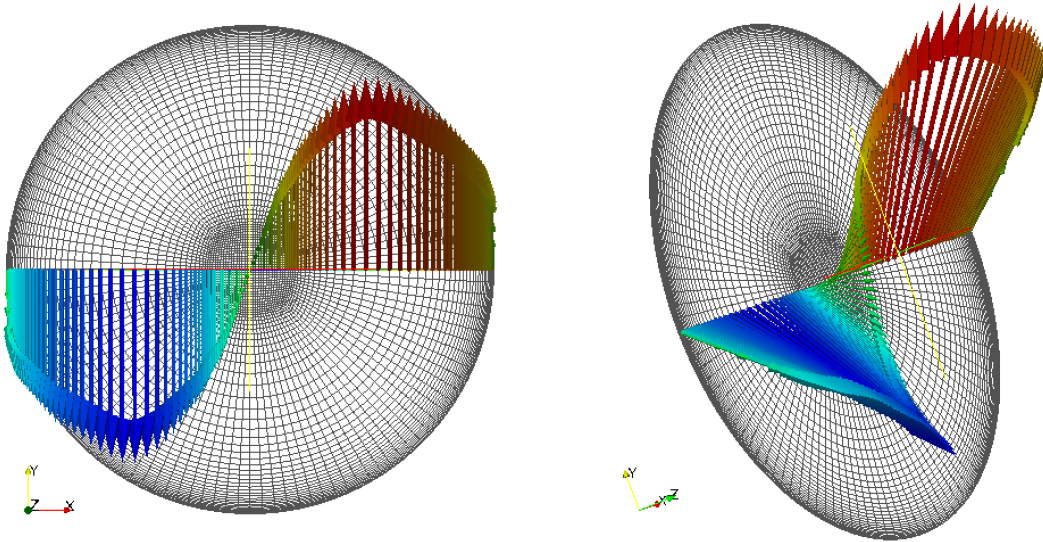


Figura 1.4: Vettori di velocità lungo il diametro sulla sezione  $z/D = -2$

Esiste inoltre un indice atto a quantificare il moto di rivoluzione attorno all'asse: lo *swirl number*, esso può essere visto come rapporto tra la quantità di moto in direzione tangenziale e la quantità di moto in direzione assiale. [PAD88]

$$Sw = \frac{1}{R} \frac{\int_0^R r^2 U_{ax} U_{tan} dr}{\int_0^R r U_{ax}^2 dr} = \frac{\int_0^1 (r/R)^2 U_{ax} U_{tan} d(r/R)}{\int_0^1 (r/R)^2 U_{ax}^2 d(r/R)} \quad (1.4)$$

Nel caso analizzato lo swirl number è pari a 0.6.

## 1.2 Turbolenza

La turbolenza è un fenomeno instazionario e non periodico, in cui le tre componenti della velocità, come pure la pressione e la temperatura fluttuano nello spazio e nel tempo.

Tale moto è caratterizzato da strutture vorticosi tridimensionali evolventi, che favoriscono la miscelazione degli strati adiacenti, per tale motivo una perturbazione iniziale viene spesso amplificata alle zone limitrofe. [Dav10]

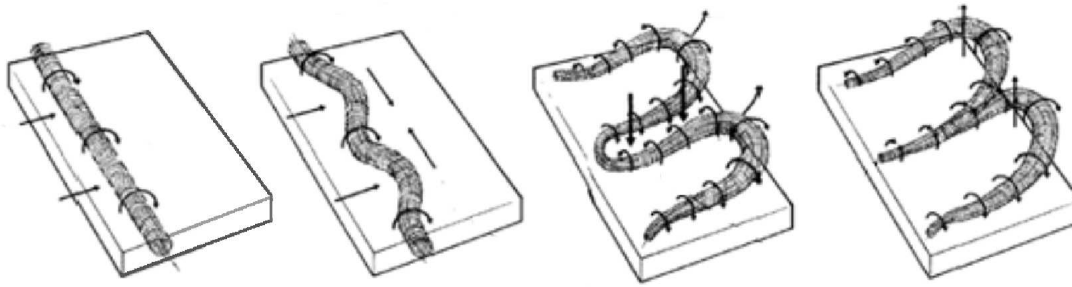


Figura 1.5: Evoluzione strutture vorticosi a parete

In figura 1.5 è mostrato il generico avanzamento di un vortice di turbolenza generatosi dall'interazione con una lastra piana.

Si noti come lo sviluppo del vortice, partendo da un'onda rettilinea, porti ad un'evoluzione del suo asse di *rotolamento* lungo tre componenti cartesiane.

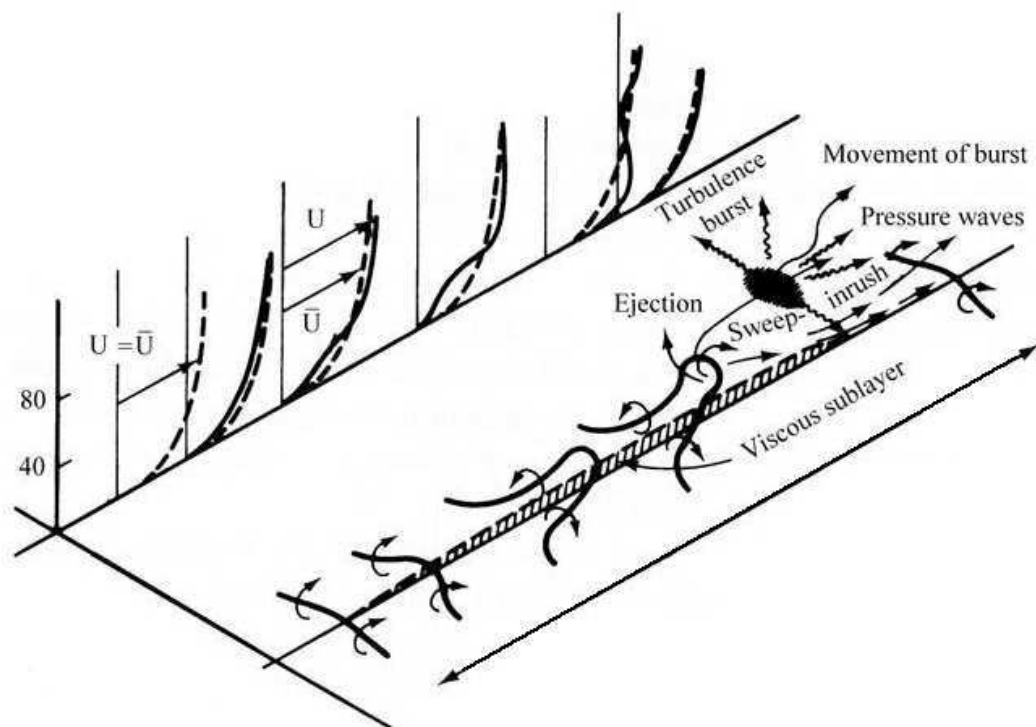


Figura 1.6: Evoluzione strutture vorticosi e profili di velocità

Dopo una certa distanza, la struttura vorticosi si stacca dalla parete frantumandosi in vortici dalle dimensioni inferiori.

In figura 1.6 è riportato, parallelamente al vortice, il profilo di velocità. E' evidente come la presenza di una struttura rotolante generi una lacuna piuttosto marcata nel profilo di velocità.

Questo evento è giustificato dal fatto che una parte di energia cinetica posseduta dal flusso viene trasferita al moto rotazionale.

### 1.2.1 Teoria di Kolmogorov

La turbolenza, come abbiamo appena osservato, è un fenomeno caratterizzato da un ampio spettro di vortici di dimensioni e periodi differenti; l'energia non è equamente distribuita attraverso le diverse strutture, ma varia con il numero d'onda. [Dav10]

Il numero d'onda rappresenta la frequenza di oscillazione delle varie grandezze fluidodinamiche.

#### Ipotesi di Kolmogorov (per elevati numeri di Reynolds)

- le piu' piccole strutture di turbolenza godono delle proprietà di omogeneità ed isotropia in senso statistico.
- le caratteristiche delle piccole scale sono universali e determinate unicamente dalla viscosità  $\nu$  e dalla frazione di energia cinetica dissipata  $\varepsilon$ .
- le caratteristiche delle scale intermedie sono anche esse universali, ma dipendenti unicamente dalla frazione di energia dissipata.

In un problema stazionario ricordiamo che non vi può essere accumulo di energia, quindi l'energia cinetica turbolenta  $k$  nelle piccole scale deve essere pari a quella dissipata in ogni intervallo temporale.

#### Cascata di energia

Passando dai grandi ai piccoli vortici, procedendo attraverso la cosiddetta *cascata di kolmogorov*, il flusso diviene più omogeneo, avvicinandosi all'ipotesi di isotropia e perdendo memoria della perturbazione iniziale. [Dav10]

La condizione di isotropia rappresenta un moto in cui la variazione delle grandezze fluidodinamiche è localmente indipendente dalla direzione cartesiana.



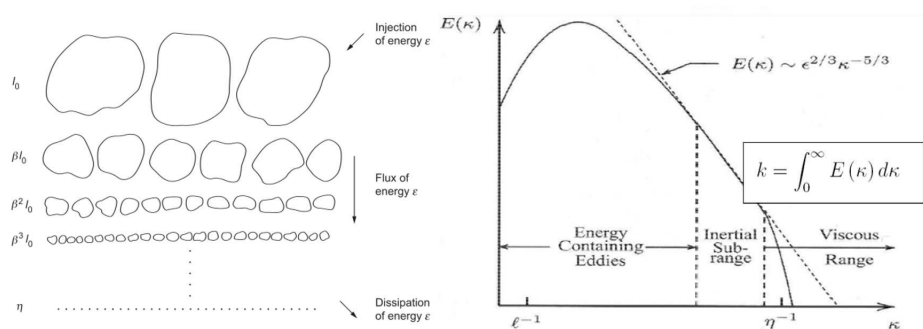


Figura 1.7: Cascata e contenuto energetico dei vortici

**Grande Scala:** presenta piccoli numeri d'onda, vortici più lenti con raggi maggiori, parte dell'energia cinetica del fluido viene trasferita alla componente vorticoso; in questa dimensione di scala l'energia non viene dissipata.

**Scala Inerziale:** il trasferimento di energia dalle grandi alle piccole scale continua ad incrementare la velocità dei vortici che si fanno sempre più piccoli.

**Piccola Scala:** la prevalenza degli effetti viscosi sulle più piccole strutture vorticoso dissipa l'energia residua.

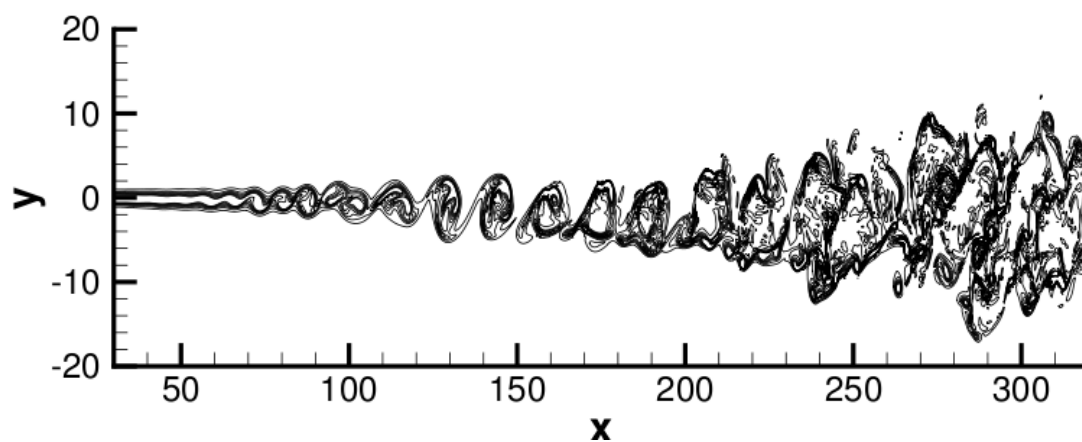


Figura 1.8: Evoluzione strutture vorticoso prodotte da un getto

Al fine di orientarsi all'interno della cascata di energia, è possibile definire il numero di Reynolds turbolento, che include la velocità e la lunghezza dei vortici.

$$Re_T = \frac{U_T \cdot \ell_T}{\nu} \quad (1.5)$$

Il numero di Reynolds turbolento, così scritto, rappresenta il rapporto fra i momenti angolari dei vortici e le forze viscosi. [Pop05]

Nelle grandi scale gli effetti viscosi sono trascurabili rispetto agli effetti inerziali; tali scale infatti non dissipano energia, ma la trasferiscono ai vortici più piccoli, innescando la cascata di energia. Il  $Re_T$  di tale banda d'onda è dell'ordine di grandezza del numero di  $Re$  globale del moto (si ricorda che per il caso analizzato  $Re = 30'000$ ).

L'inerzia angolare contenuta nei grandi vortici si conserva, e di fatto si osserva un aumento di vorticosità al diminuire del raggio.

Quando i vortici si fanno piccoli, le forze viscosi al denominatore eguagliano l'inerzia dei vortici, e il  $Re_T$  assume valori prossimi all'unità. A valle di tale condizione si può trovare una zona di transizione verso un moto laminare.

### 1.3 Le equazioni del moto

Il moto di un fluido può essere descritto da un sistema di equazioni differenziali basate sulla conservazione della massa, dell'energia e della quantità di moto attraverso un volume chiuso.

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}\rho + \nabla \cdot (\rho\vec{u}) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho c_v T) + \nabla \cdot (\rho\vec{u}c_p T) - \nabla \cdot (k\nabla T) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{u}) + \nabla \cdot (\rho\vec{u}\vec{u}) - \rho\vec{g} + \nabla P - \nabla \cdot \overline{\overline{\mathbf{f}}} = 0 \end{cases} \quad (1.6)$$

Tale formulazione (di *Navier*) è valida e derivabile per qualsiasi tipo di fluido; assumendo però le condizioni di fluido Newtoniano, in cui la viscosità è costante al variare del gradiente di velocità e vale la relazione lineare tra sforzo di taglio e il gradiente di velocità, il tensore degli sforzi  $\overline{\overline{\mathbf{f}}}$  può esser scritto per un fluido incomprimibile come :

$$\overline{\overline{\mathbf{f}}} = \mu\nabla\vec{u} \quad (1.7)$$

Sostituendo la funzione di  $\overline{\overline{\mathbf{f}}}$  si ottiene il sistema di equazioni di Navier-Stokes.

Per una trattazione più completa e dettagliata si rimanda alla lettura di *Fluid mechanics, turbulent flow and turbulence modeling* di Lars Davidson e *Turbulent flow* di Stephen B. Pope.

## 1.4 Modelli di turbolenza

Per studiare la turbolenza si possono usare differenti approcci a seconda di quanto dettagliatamente si voglia investigare numericamente il fenomeno di agitazione in termini temporali e spaziali.

**DNS:** Simulazione numerica diretta dalle equazioni del moto - essa è possibile solo con flussi molto semplici a Re bassi (laminari). Con questo modello si calcola fino alle piccole scale.

**LES:** Large eddy simulation - sono modelli basati su medie spaziali, in cui vengono simulate le grandi scale (inerziali) di turbolenza, mentre quelle più piccole sono modellizzate.

**RSM:** Reynolds stress model- comprendono il calcolo delle singole componenti di sforzo, scartando quindi le ipotesi di isotropia degli sforzi viscosi.

**RANS:** Reynolds averaged Navier-Stokes - basati su medie temporali delle grandezze turbolente, sono i modelli più semplici ed economici in termini computazionali.

Esistono inoltre altri modelli che sono derivati dai precedenti,

**DES:** Detached Eddy Simulation - sono un ibrido tra i LES e i RANS, permettono di utilizzare un modello leggero a parete basato sulle RANS, mentre nelle zone di rimescolamento lontano dalle pareti (con una mesh opportunamente fine) usa un modello LES.

**URANS:** Unsteady Reynolds averaged Navier-Stokes - mantengono il sistema di equazioni RANS, conservando però il termine di derivazione temporale.

La scelta del modello, a monte del progetto, deve essere fatta sulla base del regime di moto e della geometria che si sta analizzando, senza trascurare la capacità di calcolo e il tempo di cui si dispone.

Alcuni di questi modelli, come i DNS e i LES che vanno a calcolare le strutture vorticosi, sono altamente dispendiosi in termini computazionali; per questo motivo possono essere impiegati solo se si dispone di calcolatori particolarmente potenti.

Non esiste ad oggi un modello di turbolenza universalmente corretto, ma ognuno di essi presenta lacune e punti di forza.

## 1.5 Modelli RANS

In un flusso turbolento, la generica grandezza fluidodinamica  $\Phi$  presa in un punto, presenta un andamento fortemente oscillatorio. Pertanto essa può essere scritta come somma di una componente media  $\bar{\Phi}$  e di una fluttuante  $\Phi'(t)$ ; ad esempio, per la  $i$ -esima componente di velocità o per la pressione, vale istante per istante:

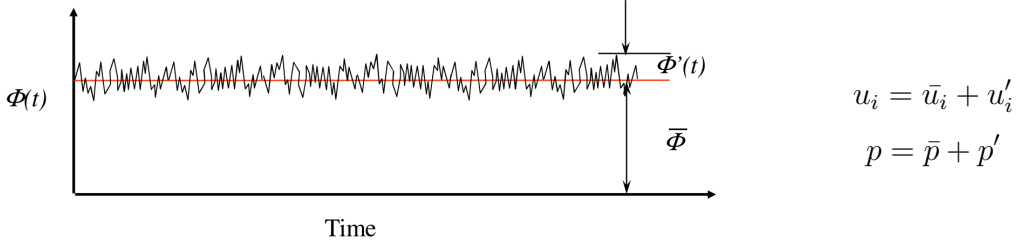


Figura 1.9: Variazione temporale della generica grandezza fluidodinamica

Tale decomposizione è giustificata dall'esigenza di conoscere il valore medio temporale di una determinata grandezza, piuttosto che lo storico delle sue oscillazioni. [Dav10]

In quest'ottica, la turbolenza può essere risolta come un fenomeno stazionario in cui le fluttuazioni hanno media nulla. Si ottiene quello che viene definito sistema delle equazioni di Reynolds.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.8)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{\rho u'_i u'_j} \right) \quad (1.9)$$

Nel bilancio della quantità di moto (eq:1.9) al secondo membro compare il termine legato alle fluttuazioni  $\overline{\rho u'_i u'_j}$ ; esso è il tensore degli sforzi di Reynolds  $\bar{\bar{R}}$ , è simmetrico e ha sei componenti.

Poiché tale tensore non è noto, il numero di variabili eccede il numero di equazioni del sistema; occorrerà quindi un modello per quantificare il tensore  $\bar{\bar{R}}$ .

La scrittura del modello per  $\bar{\bar{R}}$  prende in CFD il nome di *problema di chiusura*.

### Ipotesi di Boussinesq

Alla base dei modelli *tempo mediati* RANS, vi sono delle assunzioni piuttosto stringenti che alleggeriscono di molto il problema di chiusura: [Dav10]

- Flusso incomprimibile.

- Tensore degli sforzi normali isotropo e simmetrico.

Si possono, sotto queste ipotesi, introdurre il tensore medio di deformazione  $S$  e l'energia cinetica turbolenta  $k$ :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.10)$$

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad (1.11)$$

Il tensore di Reynolds assume quindi la forma:

$$R_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j} = -\frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} + 2\mu_T S_{ij} \quad (1.12)$$

Il termine  $\nu_T = \mu_T \rho$  espresso come scalare, incarna l'ipotesi di turbolenza isotropa; l'isotropia della viscosità cinematica turbolenta è un'assunzione piuttosto stringente e non sempre verificata.

### 1.5.1 One equation model

#### Spalart-Allmaras

Nel calcolare il tensore degli sforzi di Reynolds, tale modello, trascura il termine di energia cinetica turbolenta.

$$-\overline{u'_i u'_j} = 2\nu_T S_{ij} \quad (1.13)$$

Per definire la viscosità cinematica turbolenta lo Spalart-Allmaras utilizza ben otto coefficienti di chiusura e un fattore di dumping  $f_{\nu_1}$  che permette alla viscosità turbolenta di annullarsi laddove la fisica lo richieda. [Dav10]

$$\nu_T = \tilde{\nu} f_{\nu_1} \quad (1.14)$$

$$f_{\nu_1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{\nu_1}^3} \quad (1.15)$$

$$\chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad (1.16)$$

Tale modello ad unica equazione di chiusura, è di per sè molto compatto e veloce, ma la sua natura empirica ne fa un modello specializzato nei flussi analoghi a quelli utilizzati per la calibrazione.

Lo Spalart-Allmaras si comporta molto bene con flussi sviluppati e gradienti di pressione avversi, esso è stato creato per studi su profili alari e quindi in domini aperti.

### 1.5.2 Two equations models

Nell'utilizzo dei modelli a 2 equazioni, la viscosità turbolenta viene correlata, tramite due equazioni scalari, all'energia cinetica turbolenta contenuta nei vortici e alla frazione di questa energia dissipata.

#### **k- $\varepsilon$**

E' il modello più ampiamente utilizzato per lo studio della turbolenza, esso si basa sul calcolo dei due campi scalari le cui equazioni sono derivate da quelle del trasporto. [Dav10]

- energia cinetica turbolenta  $k$ :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_T / \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (1.17)$$

- frazione di energia cinetica dissipata  $\varepsilon$ :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_T / \sigma_\varepsilon) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (1.18)$$

Con queste due grandezze è possibile scrivere la viscosità cinematica turbolenta:

$$\nu_T = C_\nu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (1.19)$$

#### **k- $\omega$**

Questa formulazione è una diretta derivata del  $k - \varepsilon$  con la differenza che esprime l'energia dissipata tramite il termine di energia specifica dissipata  $\omega$ . [Dav10]

- energia cinetica turbolenta  $k$ :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \sigma^* \nu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (1.20)$$

- energia cinetica specifica dissipata  $\omega$ :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \sigma \nu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (1.21)$$

Da cui si scrive l'energia cinetica turbolenta

$$\nu_T = \frac{k}{\omega} \quad (1.22)$$

Quella appena descritta è la formulazione più generale del modello  $k - \omega$ , negli anni infatti esso è stato modificato da numerosi autori che ne hanno implementato le prestazioni nelle zone di parete e nel trasporto delle grandezze turbolente.

**k- $\omega$ SST**

Questo modello è stato implementato da Menter e Esch. [FM01]

Il  $k - \omega$ SST a differenza del  $k - \omega$  adopera una suddivisione a fasce dello strato limite, motivo per cui la sua efficacia è vincolata ad una discretizzazione molto fine del boundary layer. [Col09]

- energia cinetica turbolenta  $k$ :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \min(2\nu_T S_{ij} S_{ji}, 10\beta^* k\omega) - \beta^* k\omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \sigma^* \nu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (1.23)$$

- energia cinetica specifica dissipata  $\omega$ :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = 2\gamma S_{ij} S_{ji} - \beta\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \sigma\nu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + (1 - F_1) CD_{k\omega} \quad (1.24)$$

Da cui si ottiene la viscosità turbolenta  $\nu_T$ :

$$\nu_T = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, F_2 \sqrt{2S_{ij} S_{ji}})} \quad (1.25)$$

La presenza delle funzioni di massimo e minimo, permette al modello di utilizzare equazioni differenti a seconda della regione del campo di moto.

Le *blending functions*  $F_1$  e  $F_2$  contengono informazioni riguardo la distanza da parete  $d_w$  e le caratteristiche locali della turbolenza  $k$ ,  $\omega$  e  $\nu$ .

$$F_1 = \tanh \left\{ \min \left[ \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d_w}, \frac{500\nu}{d_w^2 \omega} \right), \frac{4\alpha_{\omega 2} k}{CD_{kw}^+ d_w^2} \right], 10 \right]^4 \right\} \quad (1.26)$$

$$F_2 = \tanh \left\{ \min \left[ \max \left( \frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega d_w}, \frac{500\nu}{d_w^2 \omega} \right), 100 \right]^2 \right\} \quad (1.27)$$

La funzione  $F_1$ , è direttamente derivata dal modello  $k - \varepsilon$ , ed è attiva lontano dalle pareti.

La funzione  $F_2$  è attivata da distanze di parete molto ridotte, essa quindi opera nella parte dello strato limite più vicino a parete.

**k- $\omega$ SSTF (filtered)**

Poiché risolvere un campo di moto con dei modelli LES risulta estremamente oneroso, si cerca di limitare il calcolo dei vortici turbolenti a zone circoscritte.

Il filtraggio della turbolenza, secondo questo modello formulato da Willems [Wil96] e adattato al  $k - \omega$  da Gyllenram e Nilsson [WGon] [WG06], avviene tramite la lunghezza  $\Delta_f$  che definisce la dimensione del più piccolo vortice che si andrà a calcolare. Le strutture, le cui dimensioni sono inferiori a  $\Delta_f$ , vengono modellate.

$$\Delta_f = \alpha \max(\Delta^{1/3}, |\vec{U}| \delta t) \quad (1.28)$$

Il coefficiente  $\alpha$ , assieme al volume locale di cella  $\Delta$ , definisce il numero di celle che vengono coinvolte in un singolo vortice calcolato. Con  $\alpha = 3$  si specifica che la struttura del più piccolo vortice calcolato debba contenere un volume di celle  $3 \times 3 \times 3$ .

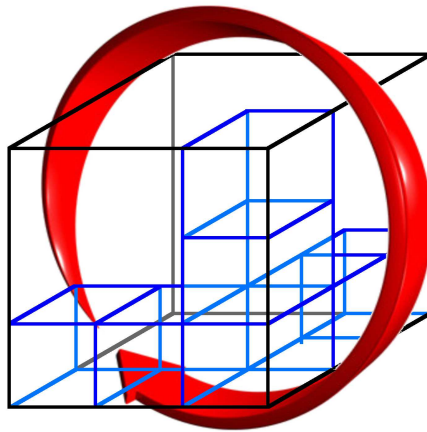


Figura 1.10: Esempio volume di celle  $3 \times 3 \times 3$

Il secondo termine della funzione di massimo  $|\vec{U}| \delta t$  introduce l'approccio instazionario alla simulazione, rendendo di fatto il  $k - \omega$ SSTF un modello di turbolenza URANS.

Nonostante le condizioni al contorno siano stazionarie, si ricorda che il moto vorticoso è altamente instazionario. Il termine  $\delta t$  definisce il più piccolo intervallo temporale per il filtraggio delle scale.



# Capitolo 2

## Settaggio del solutore

*Per questa analisi fluidodinamica computazionale, è stato utilizzato l'open source software OpenFOAM nella versione 2.2.x.*

*OpenFOAM utilizza un metodo numerico a volumi finiti; il dominio viene diviso in tanti volumi o celle, per ognuno dei quali viene risolto il sistema di equazioni differenziali approssimate.*

*Il campo di moto è stato analizzato mediante modelli RANS eseguiti su cluster UNIX con 4-6 cores in parallelo. Sono state inoltre inizializzate delle simulazioni con modelli URANS e DES, i cui risultati non sono stati inseriti in tesi causa scarsa risorsa computazionale.*

*In questo capitolo, dopo aver illustrato la struttura della directory del caso da fornire ad OpenFOAM, verranno definite: le condizioni al contorno, l'algoritmo iterativo con il quale si susseguono le operazioni, lo schema numerico con il quale interpolare le grandezze tra i centri cella e il metodo di risoluzione dei sistemi lineari.*

### 2.1 Struttura del caso in OpenFOAM

Il settaggio del caso avviene tramite *dizionari*, file di testo in formato C++, all'interno dei quali vengono specificate la geometria, le condizioni al contorno, le condizioni iniziali e finali del flusso, i modelli di turbolenza e l'algoritmo risolutivo con i metodi numerici applicati.

Nella directory **0** sono specificate le condizioni al contorno; per ogni grandezza fluidodinamica implicata nei calcoli, esiste un file di testo in cui vengono fissate le condizioni sugli estremi del dominio. Nel caso analizzato, è stato necessario fornire le condizioni sulle pareti del condotto e sulle sezioni di ingresso e uscita.

Nella directory **constant** è presente la geometria del dominio e la sua suddivisione in celle, inoltre viene dichiarato il modello fluidodinamico con il quale risolvere il caso.

Nella directory **system** vengono definiti i parametri di controllo e scrittura dei risultati, gli schemi di discretizzazione e i solutori per le equazioni lineari; nella cartella di sistema è inoltre possibile inserire il dizionario relativo al metodo di scomposizione del dominio in caso di calcolo con più processori in parallelo, e il dizionario *sampleDict* tramite il quale è possibile estrarre le grandezze fluidodinamiche relative ad esempio ad una linea o ad un punto del campo di moto.

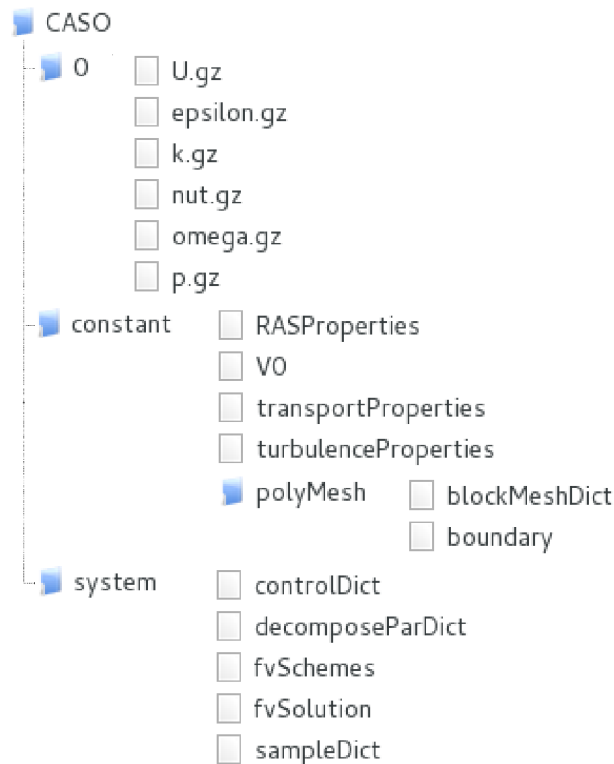


Figura 2.1: Struttura del caso in OpenFOAM 2.2.x

## 2.2 Boundary conditions

La definizione delle condizioni al contorno è essenziale quando si analizza il moto di un fluido tramite analisi computazionale. Il sistema di equazioni del moto risulterebbe altrimenti indeterminato, restituendo una famiglia di soluzioni; ricordiamo che stiamo risolvendo un problema in cui il numero delle incognite è superiore al numero delle equazioni.

Nell'analisi di un regime transitorio è necessario imporre anche le condizioni iniziali e finali.

### 2.2.1 Inlet

Il flusso entra nel dominio attraverso la sezione ristretta a monte del brusco cambio di sezione. Le misurazioni sperimentali, eseguite tramite *laser Doppler anemometer* da Dellenback, forniscono le componenti assiali e tangenziali della velocità lungo il diametro sulla sezione  $z/D = -2.0$ . [PAD88]

Poiché i punti delle misurazioni sono relativamente pochi, è stato necessario interpolare i valori delle velocità e creare le funzioni che definissero i due profili analitici relativi alla componente assiale e a quella tangenziale.

Quindi, dalle funzioni interpolanti<sup>1</sup>, sono stati estratti 200 valori da fornire al solutore in forma cartesiana (vedi appendice A.1 e A.2).

La pressione di riferimento dalla quale calcolare l'intero campo è presa sulla sezione di uscita, all'ingresso vengono quindi imposte le condizioni di Neuman. Il gradiente di pressione nullo sulla sezione di ingresso rafforza inoltre la condizione di sviluppo del campo di velocità.

| MODEL                           | FIELD       | CONDITION | VALUE            |
|---------------------------------|-------------|-----------|------------------|
|                                 | U           | Dirichlet | profile function |
|                                 | P           | Neumann   | zeroGradient     |
|                                 | k           | Dirichlet | 0.00306504       |
| $k - \omega$ e $k - \omega$ SST | $\omega$    | Dirichlet | 246.057          |
|                                 | $\tilde{v}$ | computed  | uniform 0        |
| <i>Spalart - Allmaras</i>       | $\tilde{v}$ | computed  | uniform 0        |

Tabella 2.1: Condizioni al contorno sulla sezione di ingresso

I valori delle grandezze turbolente in ingresso sono stati tarati su simulazioni precedenti, pertanto si è preferito non modificare tali valori; sulla sezione di ingresso è stata impostata un'intensità di turbolenza *IT* pari al 10%.

I moti ad alto numero di Reynolds sono molto sensibili alle variazioni delle grandezze turbolente in ingresso, in quanto anche piccole perturbazioni si trascinano verso valle influenzando in maniera consistente la soluzione<sup>2</sup>.

<sup>1</sup>Dopo aver confrontato le funzioni interpolanti i valori medi delle velocità, è stata scelta la poligonale di grado 6 per entrambe le componenti, assiale e tangenziale.

<sup>2</sup>Esperienze precedenti su profili alari, hanno mostrato come una variazione dell'Intensità di turbolenza in ingresso abbia portato a grosse variazioni sulle dimensioni dello strato limite

## 2.2.2 Walls

La geometria Dellenback Abrupt Expansion ha come confini laterali le pareti solide del cilindro. La superficie di contatto tra fluido e *solid wall*, deve rispettare la condizione di aderenza, quindi tutte le componenti di velocità devono tendere a zero avvicinandosi alle pareti.

| MODEL                     | FIELD         | CONDITION           | VALUE        |
|---------------------------|---------------|---------------------|--------------|
|                           | U             | Dirichlet (No-slip) | ( 0 0 0 )    |
|                           | P             | Neumann             | zeroGradient |
|                           | k             | kqRWallFunction     | 0.00306504   |
| $k - \omega$ SST nutk     | $\omega$      | omegaWallFunction   | 246.057      |
|                           | $\tilde{\nu}$ | nutkWallFunction    |              |
| $k - \omega$ SST nutU     | $\omega$      | omegaWallFunction   | 246.057      |
|                           | $\tilde{\nu}$ | nutUWallFunction    |              |
| <i>Spalart - Allmaras</i> | $\tilde{\nu}$ | nutUWallFunction    |              |

Tabella 2.2: Condizioni al contorno per le pareti

All'interno dello strato limite, per  $d < \delta$ , si assume la costanza della pressione, per cui la condizione assegnata è `zeroGradient` in direzione normale alla parete. [JHF02]

Le grandezze turbolente  $k$ ,  $\omega$  e  $\tilde{\nu}$  seguono gli andamenti definiti dalle wall function. In particolare, nell'analisi svolta, è stato effettuato un confronto tra le funzioni di parete basate sul gradiente di energia cinetica turbolenta `nutkWallFunction` e quelle basate sul gradiente di velocità `nutUWallFunction`.

Con il modello *Spalart - Allmaras*, indipendentemente dal grado di raffinatezza a parete, l'utilizzo delle `nutkWallFunction` non ha portato la soluzione a convergenza.

## 2.2.3 Outlet

Sulla sezione di uscita non si conoscono i valori delle grandezze fluidodinamiche. L'apparato sperimentale è stato creato talmente esteso da non avere perturbazioni prodotte da eventuali organi di controllo posti a valle delle sezioni di misurazione, il cilindro utilizzato per l'esperimento è lungo 1,05 m ( $z/D = 20,48$ ). [PAD88]

La condizione `zeroGradient` equivale a dire che la grandezza in questione è (ormai) costante. E' quindi molto importante la scelta della posizione di tale estremo; nella generazione della griglia si è partiti con una mesh la cui sezione di uscita era posta in  $z/D = 10$ , mentre la mesh definitiva si estende fino a  $z/D = 19,4$ .

| MODEL                           | FIELD         | CONDITION   | VALUE        |
|---------------------------------|---------------|-------------|--------------|
|                                 | U             | Neumann     | zeroGradient |
|                                 | P             | Dirichlet   | uniform 0    |
|                                 | k             | Neumann     | zeroGradient |
| $k - \omega$ e $k - \omega$ SST | $\omega$      | Neumann     | zeroGradient |
|                                 | $\tilde{\nu}$ | Neumann     | zeroGradient |
| <i>Spalart - Allmaras</i>       | $\tilde{\nu}$ | inletOutlet | uniform 0    |

Tabella 2.3: Condizioni al contorno sulla sezione di uscita

Imporre ad una grandezza fluidodinamica la condizione di costanza quando questa sta ancora variando è un errore molto grave.

In molte applicazioni CFD, non è richiesta la conoscenza della pressione totale, ma è sufficiente conoscere come varia il campo di pressione rispetto ad un valore di riferimento. [HKV95]

Il valore di riferimento considerato, è quello sulla sezione di uscita, dove è stato imposto il valore nullo.

## 2.3 Algoritmo iterativo

Il caso, considerato stazionario e incomprimibile, in quanto il numero di Mach è ovunque inferiore a 0,2, può essere risolto tramite schema SIMPLE<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup>SIMPLE: Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations.

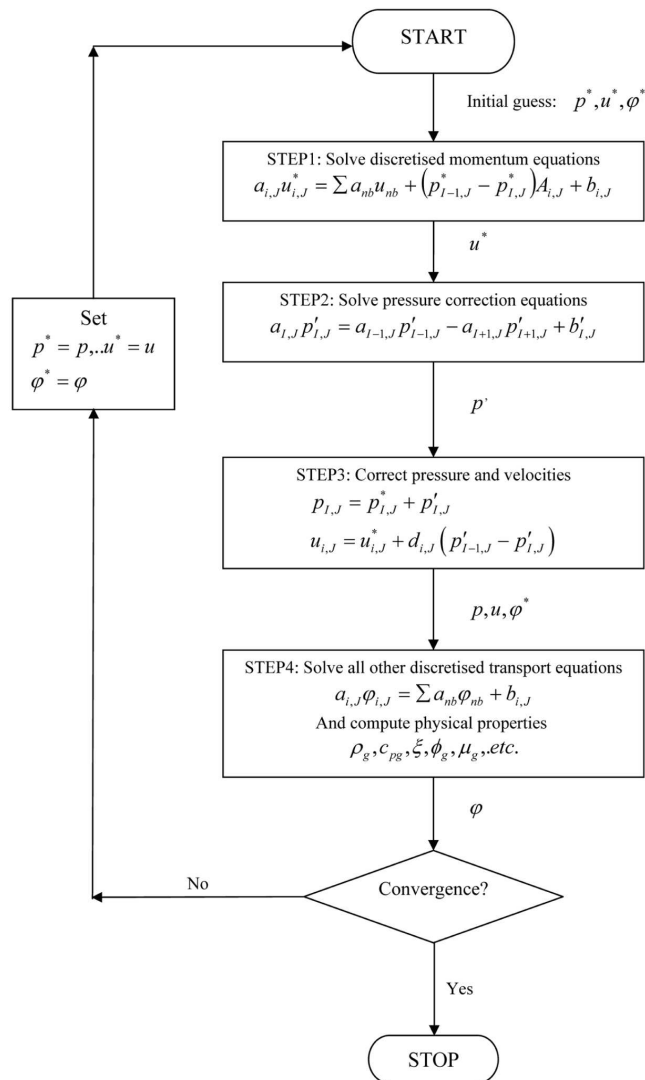


Figura 2.2: Diagramma a blocchi schema SIMPLE

Questo è un algoritmo iterativo segregato, le equazioni vengono infatti risolte in maniera sequenziale, come si vede dal diagramma di flusso 2.2.

Vengono prima risolte le singole componenti di velocità stimando una pressione di primo tentativo nelle equazioni della quantità di moto, una volta risolta l'equazione di continuità ed aggiornata la pressione, viene scritta la matrice dei coefficienti. [HKV95]

Talvolta, quando le celle sono molto distorte rispetto al flusso, l'equazione di continuità e la correzione sulla pressione vengono *ciclate* più volte (STEP 2-3 in fig: 2.2); in OpenFOAM è possibile definire il numero di cicli tramite il `nNonOrthogonalCorrectors`.

Infine vengono risolte le equazioni dell'energia e delle altre grandezze turbolente.

L'algoritmo SIMPLE è notoriamente molto robusto; esso trova la sua naturale applicazione con mesh strutturate, specialmente laddove le celle sono ben allineate con il campo di moto.

### 2.3.1 Schema numerico

OpenFOAM offre un'ampia gamma di schemi numerici per i termini di derivazione all'interno delle equazioni; essi vengono definiti all'interno del dizionario *fvScheme* nella cartella *system*, ed è possibile scegliere il metodo di interpolazione per ogni singolo termine.

| INTEGRAL                              | INTERP. SCHEME                    |
|---------------------------------------|-----------------------------------|
| $\nabla(p)$                           | Gauss linear                      |
| $\nabla(U)$                           | cellLimited Gauss linear 1        |
| $\nabla \cdot (\varphi, U)$           | bounded Gauss linearUpwindV Gauss |
| $\nabla \cdot (\varphi, k)$           | bounded Gauss linearUpwind Gauss  |
| $\nabla \cdot (\varphi, \varepsilon)$ | bounded Gauss linearUpwind Gauss  |
| $\nabla \cdot (\varphi, \omega)$      | bounded Gauss linearUpwind Gauss  |
| $\nabla \cdot (\varphi, R)$           | bounded Gauss upwind              |
| $\nabla \cdot (R)$                    | Gauss linear                      |
| $\nabla \cdot (\varphi, \tilde{\nu})$ | bounded Gauss upwind              |
| $\nabla^2(\dots, \dots)$              | Gauss linear corrected            |
| interpolate(U)                        | linear                            |

Tabella 2.4: Schema di calcolo per gli integrali nelle equazioni del moto

Per tutti i laplaciani viene usato di default lo schema Gauss linear corrected.

Nella versione OpenFOAM 2.2.0 è stata introdotta la *bounded* form, essa permette di limitare le oscillazioni di natura numerica quando si è prossimi alla convergenza. [Ope11]

Nello specifico, tale schema, applicabile solo per flussi incomprimibili in regime stazionario, permette l'omissione del termine  $\nabla \cdot \vec{U}$  in quanto a convergenza tale termine è per definizione nullo.

$$\frac{D\vec{U}}{Dt} = \frac{\partial\vec{U}}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla\vec{U} = \frac{\partial\vec{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{U}\vec{U}) - (\nabla \cdot \vec{U})\vec{U} \quad (2.1)$$

La generica equazione 2.1 diviene pertanto:

$$\frac{D\vec{U}}{Dt} = \vec{U} \cdot \nabla \vec{U} = \nabla \cdot (\vec{U}\vec{U}) \quad (2.2)$$

Questa semplificazione, oltre alla stabilità della soluzione, porta vantaggi anche in termini di costi computazionali.

Quanto appena detto è leggermente meno immediato; una soluzione più stabile permette infatti di limitare il sottorilassamento con conseguente aumento dell'ordine di convergenza.

Con l'impiego del modello  $k - \omega$ SST filtered, che tratta la turbolenza come un fenomeno instazionario, l'esclusione della derivata temporale non può essere fatta; lo schema di interpolazione adottato per i termini di divergenza, con questo modello, è il Gauss linear upwind.

### 2.3.2 Scelta metodi di risoluzione dei sistemi lineari

La risoluzione del sistema di equazioni lineari  $Ax = b$ , in cui  $A$  rappresenta la matrice dei coefficienti, avviene iterativamente tramite solutore lineare.

La matrice dei coefficienti  $LDU^4$  viene scritta in OpenFOAM all'interno di 3 differenti array, relativi il triangolo inferiore, la diagonale e il triangolo superiore.

|               | SOLVER | PRECONDITIONER | TOLERANCE | RELTOL | RELAX FACT. |
|---------------|--------|----------------|-----------|--------|-------------|
| U             | PBiCG  | DILU           | 1e-06     | 0.1    | 0.5         |
| P             | PCG    | DIC            | 1e-07     | 0.01   | 0.2         |
| k             | PBiCG  | DILU           | 1e-06     | 0.1    | 0.5         |
| $\varepsilon$ | PBiCG  | DILU           | 1e-06     | 0.1    | 0.7         |
| $\omega$      | PBiCG  | DILU           | 1e-06     | 0.1    | 0.5         |
| R             | PBiCG  | DILU           | 1e-05     | 0.1    | 0.7         |
| $\tilde{\nu}$ | PBiCG  | DILU           | 1e-05     | 0.1    | 0.7         |

Tabella 2.5: Schema di calcolo per le singole variabili

Entrambi i solutori impiegati, il PBiCG e il PCG, utilizzano dei preconditionatori  $M$ , essi incrementano l'ordine di convergenza della soluzione al problema approssimato, permettendo una più rapida propagazione delle informazioni attraverso la mesh.

$$M^{-1}Ax = M^{-1}b \quad (2.3)$$

---

<sup>4</sup>LDU: Lower Diagonal Upper



In questo modo, non verrà effettuato un prodotto vettore *matrice-matrice*, ma due prodotti *vettore-matrice*.

La differenza tra un solutore PBiCG<sup>5</sup> con preconditionatore DILU<sup>6</sup> e un solutore PCG<sup>7</sup> con preconditionatore DIC<sup>8</sup>, risiede unicamente nella natura della matrice  $A$ .

Il secondo settaggio (DIC-PCG) è valido per matrici simmetriche, per cui gli array dei triangoli inferiori e superiori sono uguali. Questo approccio è stato utilizzato esclusivamente per il calcolo del campo di pressione. [Ope11]

Nel settaggio del solutore con il modello  $k - \omega$ SSTF, per il calcolo del campo di pressione è stato usato un modello multi-grid GAMG<sup>9</sup>.

L'idea alla base di un multi-grid solver è utilizzare una griglia più lasca, composta da un numero inferiore di celle, al fine di calcolare un campo da fornire come punto di partenza alla simulazione sulla griglia più fine.

Il solutore genera la griglia lasca dall'agglomerazione di più celle adiacenti appartenenti alla mesh creata dall'utilizzatore.

La scelta di un solutore multi-grid è stata effettuata con lo scopo di ridurre gli elevati tempi di risoluzione del  $k - \omega$ SSTF.

---

<sup>5</sup>PBiCG: Preconditioned Bi-Coniugate Gradient solver

<sup>6</sup>DILU: Diagonal Incomplete -LU (asymmetric)

<sup>7</sup>PCG: Preconditioned Coniugate Gradient solver

<sup>8</sup>DIC: Diagonal Incomplete -Cholesky (symmetric)

<sup>9</sup>GAMG: Geometric agglomerated Algebraic Multi Grid solver.



# Capitolo 3

## Discretizzazione del dominio

*La mesh è stata ideata a blocchi strutturati con celle esaedriche. Tale discretizzazione, logicamente equivalente ad una griglia cartesiana, assieme ad una buona numerazione delle celle, permette di avere le matrici dei coefficienti nel sistema di equazioni di prevalenza diagonale, con ovvi vantaggi sul piano algebrico.*

*Si cerca pertanto di orientare le celle con il flusso, questo permette di limitare notevolmente la diffusione numerica.*

*Una suddivisione del dominio di questo tipo non è sempre possibile, la griglia strutturata non si adatta bene a complesse variazioni geometriche che richiedono forti infittimenti locali.*

*Per ovviare a tale problema, è stata eseguita la partizione del dominio tramite blocchi conformi; in questo modo, variando il numero di nodi e la loro distribuzione lungo gli spigoli di ogni blocco è possibile gestire la densità di celle in linea con le variazioni delle grandezze fluidodinamiche.*

*La mesh originale di partenza fornita da Håkan Nilsson, è stata modificata più volte durante lo studio, variando la geometria dei blocchi, il numero di celle e il raffinamento locale.*

### 3.1 Evoluzione dei blocchi

I blocchi rappresentano una macro suddivisione del dominio, il loro impiego non è strettamente necessario, ma facilita di molto la corretta e omogenea discretizzazione del campo di moto.

Non vanno assolutamente confuse le celle elementari di discretizzazione con i blocchi, ognuno dei quali può contenere migliaia di celle.

Le superfici tra blocchi adiacenti sono state create *conformi*, ovvero presentano la medesima discretizzazione; il numero e la distribuzione dei nodi lungo gli spigoli

in comune a più blocchi devono necessariamente essere gli stessi, l'inosservanza di tale condizione non permette la generazione della mesh.

A titolo di esempio, nella figura 3.1, sono riportate alcune delle suddivisioni in blocchi impiegate nello studio.

Si noti come, la forma dei blocchi sia stata modellata per seguire l'espansione del flusso a valle del cambio di sezione, e come ognuno di essi definisca una zona di fluido con determinate caratteristiche del campo di moto.

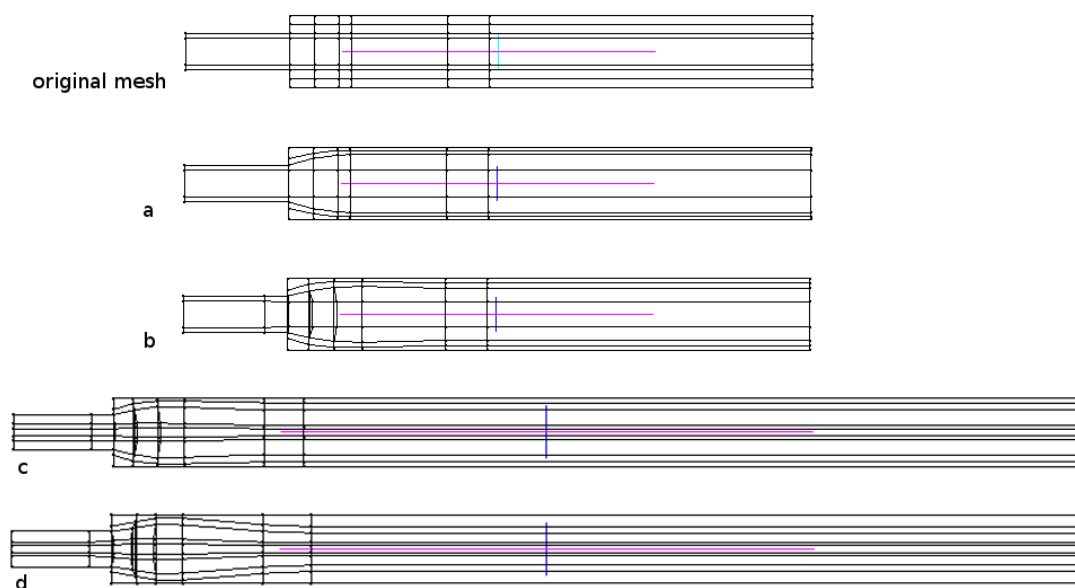


Figura 3.1: Evoluzione dei blocchi durante lo studio

Le mesh definitive, impiegate per il confronto con i dati relativi alle misurazioni sperimentali, riportano una suddivisione assiale in 8 blocchi: due a monte del cambio di sezione, cinque nella zona a valle dell'allargamento fino al punto in cui si ritorna ad avere i profili, le cui grandezze fluidodinamiche non variano significativamente, ed infine l'ultimo grande blocco, esteso da circa  $z/D = 5$  fino alla fine del condotto.

In direzione radiale è stata utilizzata una suddivisione "O-Grid"; la sezione normale all'asse di tale blocco non è perfettamente circolare, ma ha le sembianze di un quadrato con i lati molto arcuati. L'utilizzo della O-Grid è estremamente diffuso nell'analisi di deflusso nei condotti, in quanto permette una discretizzazione strutturata con celle esaedriche nonostante la geometria sia circolare.

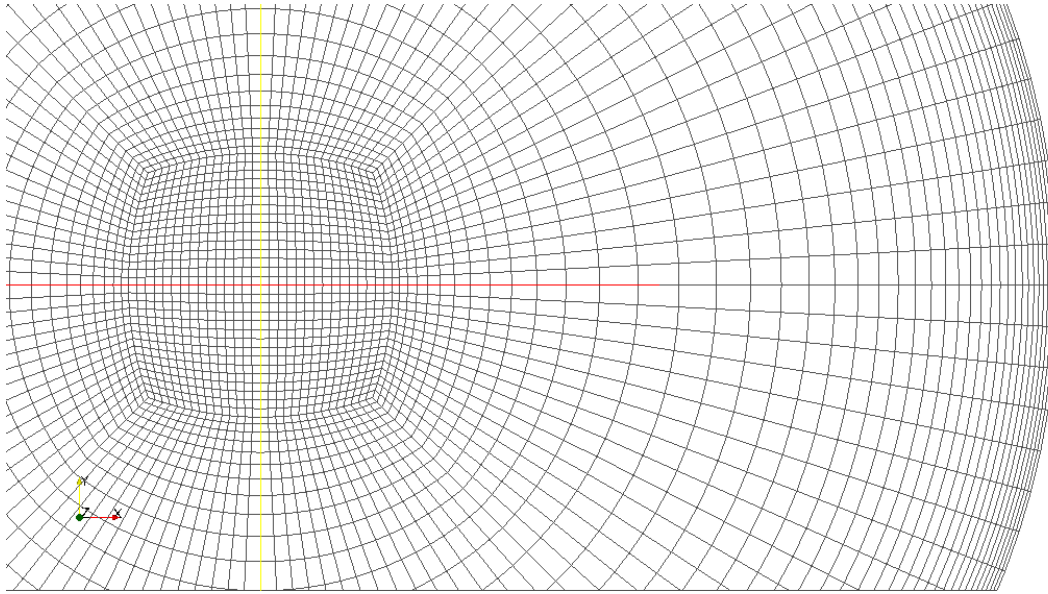


Figura 3.2: Dettaglio blocco centrale "O-Grid" con mesh

Sempre in direzione radiale, attorno al nucleo centrale O-grid, la suddivisione è stata fatta con due blocchi concentrici nel tratto di condotto di monte, mentre a valle dell'allargamento è avvenuta tramite 4 blocchi concentrici al nucleo centrale.

L'ampiezza dei blocchi adiacenti alle pareti, come si può vedere da figura 3.1, varia consistentemente lungo il tracciato del flusso, questo perché lo spessore dello strato limite non è costante, e la velocità, come altre grandezze fluidodinamiche, varia sensibilmente lungo il condotto.

## 3.2 Estensione del dominio

Le prime simulazioni numeriche, eseguite su mesh il cui dominio aveva una lunghezza assiale  $z = 10D$  (fig:3.1.a e 3.1.b), presentavano anomalie nelle curve di viscosità cinematica turbolenta nei pressi dell'uscita del condotto; anomalie che è stato possibile osservare dai contorni di  $\nu_T$  mostrati in figura 3.3.

Sulla viscosità, attraverso la sezione terminale del cilindro, sussiste la condizione al contorno di Neumann, secondo cui a cavallo di questa sezione la grandezza non varia (**zeroGradient**).

Con questo tipo di condizione al contorno è indispensabile scegliere opportunamente i confini del dominio, si può osservare nel caso riportato in figura 3.3.a come il limite del dominio a  $Z = 10D$  non sia sufficientemente esteso e che la viscosità cinematica turbolenta non abbia ancora completato la transizione.

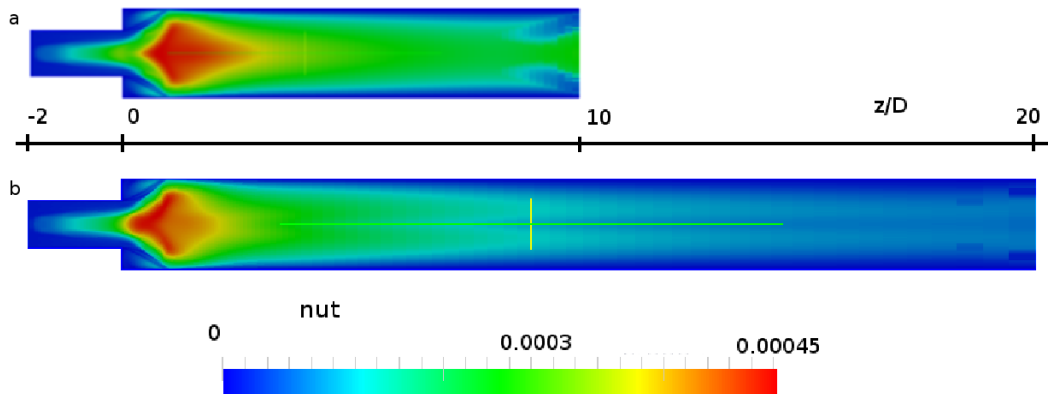


Figura 3.3: Contorni viscosità cinematica turbolenta

Per questo motivo, dopo aver lanciato il caso con una griglia il cui dominio arrivava a  $z = 15D$  e aver riscontrato, anche se in forma più lieve, la medesima anomalia, si è portato l'estremo terminale del condotto a  $z = 20D$ .

In questo modo è stato possibile eliminare quasi completamente la presenza di fenomeni dal mancante senso fisico (fig:3.3.b).

Tale modifica, ha portato oltre che a miglioramenti dell'ordine di convergenza della soluzione, anche ad una riduzione del valore dei residui di calcolo.

### 3.2.1 Problemi legati all'estensione del dominio

Passando ad un dominio la cui dimensione assiale è quasi il doppio di quella di partenza, risulta necessario incrementare il numero di celle nella medesima direzione, arrivando a superare i 2 milioni di celle.

Ricordando le ipotesi di sviluppo dello strato limite enunciate nel paragrafo 1.1, in base alle quali, nella seconda metà del condotto la variazione assiale delle grandezze fluidodinamiche non è così marcata, è possibile aumentare la dimensione delle celle in tale direzione sacrificando l'*aspect ratio*.

L'*aspect ratio* è un indice di qualità della griglia, esso quantifica il rapporto fra la dimensione maggiore e quella minore di una singola cella.

Un *aspect ratio* elevato identifica delle celle con dimensioni prevalenti rispetto ad altre e quindi dalla forma schiacciata o allungata.

In OpenFOAM, mediante visualizzazione delle sole celle con *aspect ratio* troppo elevato, è possibile individuare le zone dove queste si concentrano. In figura 3.4 sono riportate le sole celle con  $d_{MAX}/d_{min} > 50$ .

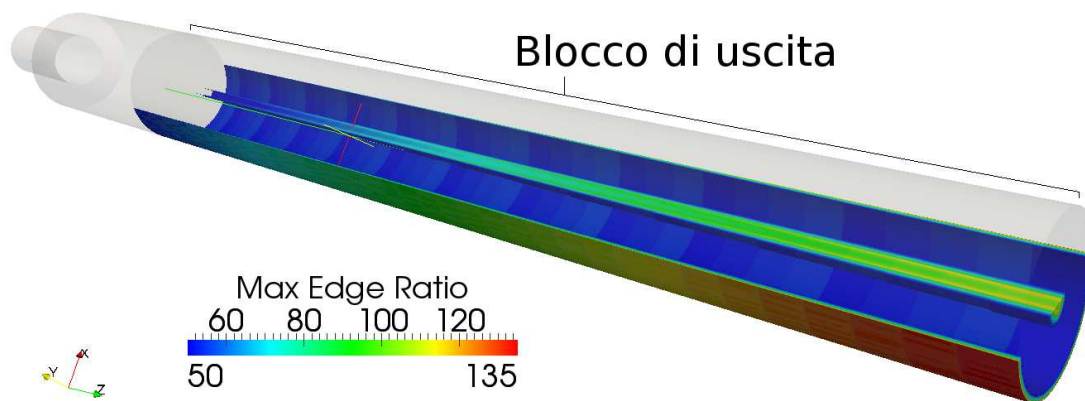


Figura 3.4: Visualizzazione celle con dimensioni prevalenti

Gli esaedri maggiormente affetti da elevato aspect ratio sono circoscritti a due distinte zone:

- asse del condotto, nel blocco di uscita.
- pareti del condotto, nel blocco di uscita.

Le celle che discretizzano il centro del condotto hanno un'unica dimensione prevalente: quella assiale (fig: 3.5).

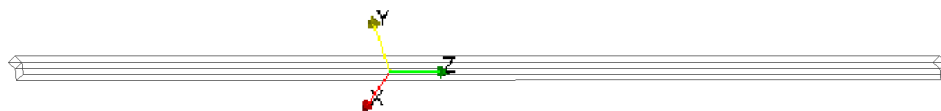
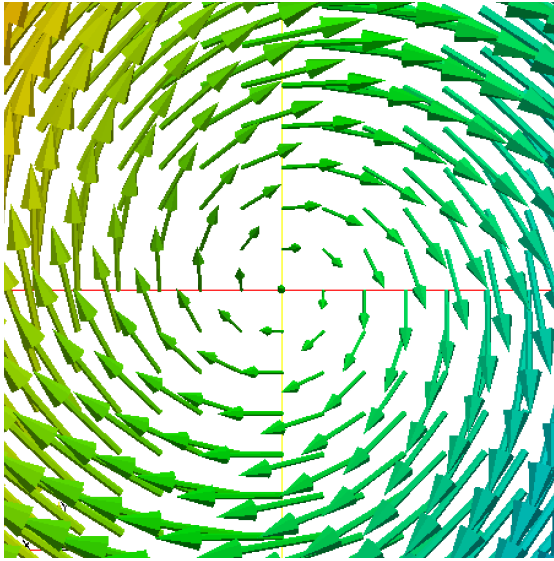


Figura 3.5: Esempio di celle con una dimensione predominante



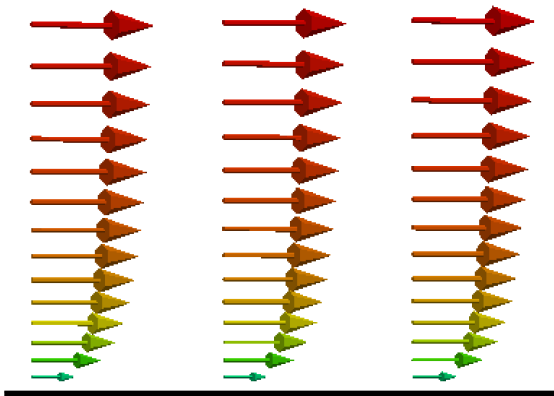
In questa regione, a causa del moto di swirl, i vettori di velocità sviluppano i gradienti maggiori lungo  $x$  e  $y$ , mentre i gradienti assiali (lungo  $z$ ) sono molto ridotti (fig: 3.6).

Figura 3.6:  $\vec{U}$  intorno dell'asse

Le celle adiacenti la parete, sono caratterizzate da due dimensioni predominanti, quella assiale e quella circonferenziale (fig:3.7). Esse si presentano di forma molto schiacciata la cui dimensione minore è quella radiale.



Figura 3.7: Esempio di celle con due dimensioni predominanti



Una discretizzazione di questo tipo è giustificata dal fatto che nel boundary layer i gradienti maggiori delle grandezze fluidodinamiche si sviluppano in direzione normale alla parete (fig: 3.8).

Figura 3.8:  $\vec{U}$  a parete



### 3.3 Infittimenti della griglia

Dopo aver verificato che i limiti del dominio fossero imposti correttamente, si è proseguito con l'obiettivo di descrivere più dettagliatamente ciò che avviene all'interno del condotto.

Come abbiamo visto, il campo di moto non è omogeneo su tutto il dominio e contiene grandezze fluidodinamiche che variano più o meno fortemente nello spazio.

Se immaginassimo di diagrammare l'andamento di una generica grandezza  $\Phi$  lungo una linea, otterremmo una funzione continua nella direzione cartesiana presa in analisi  $\Phi = f(x_i)$ .

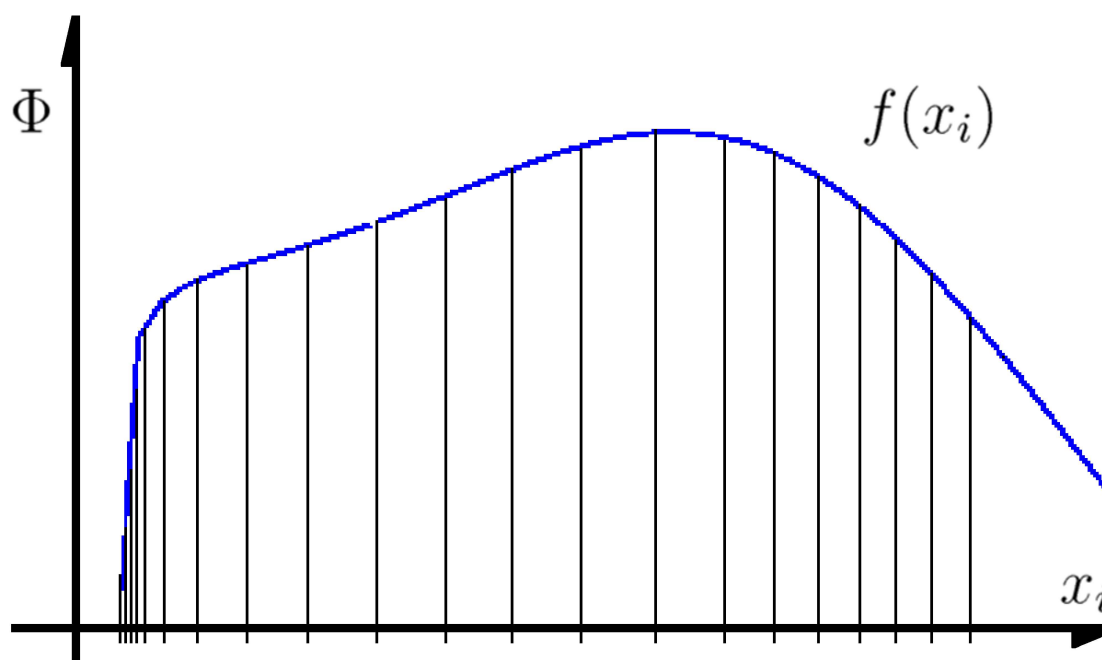


Figura 3.9: Discretizzazione di una generica curva

Per riprodurre il più fedelmente possibile tale curva, mantenendo un numero di suddivisioni accettabile, si cerca di inserire più celle di discretizzazione laddove la curva ha variazioni più marcate (gradienti elevati); mentre si utilizzano celle più grandi laddove la funzione è più omogenea.

Un numero troppo elevato di celle accrescerebbe gli oneri computazionali, mentre uno troppo basso abbasserebbe il dettaglio della soluzione.

Questo tipo di ragionamento non può essere fatto a priori, in quanto non si conosce localmente il comportamento del campo di moto; per questo motivo, le analisi CFD prevedono un percorso ciclico e iterativo, non solo all'interno dell'algoritmo di calcolo (come visto nel capitolo 2), ma anche nel disegno della mesh e nel *post processing* delle soluzioni.

Partendo dalle informazioni raccolte con le misurazioni sperimentali sulle velocità, è possibile localizzare le zone il cui campo presenta le variazioni più marcate.

Trattandosi di un dominio tridimensionale è importante, al fine di una buona discretizzazione, conoscere le variazioni delle diverse componenti della velocità lungo le differenti direzioni cartesiane.

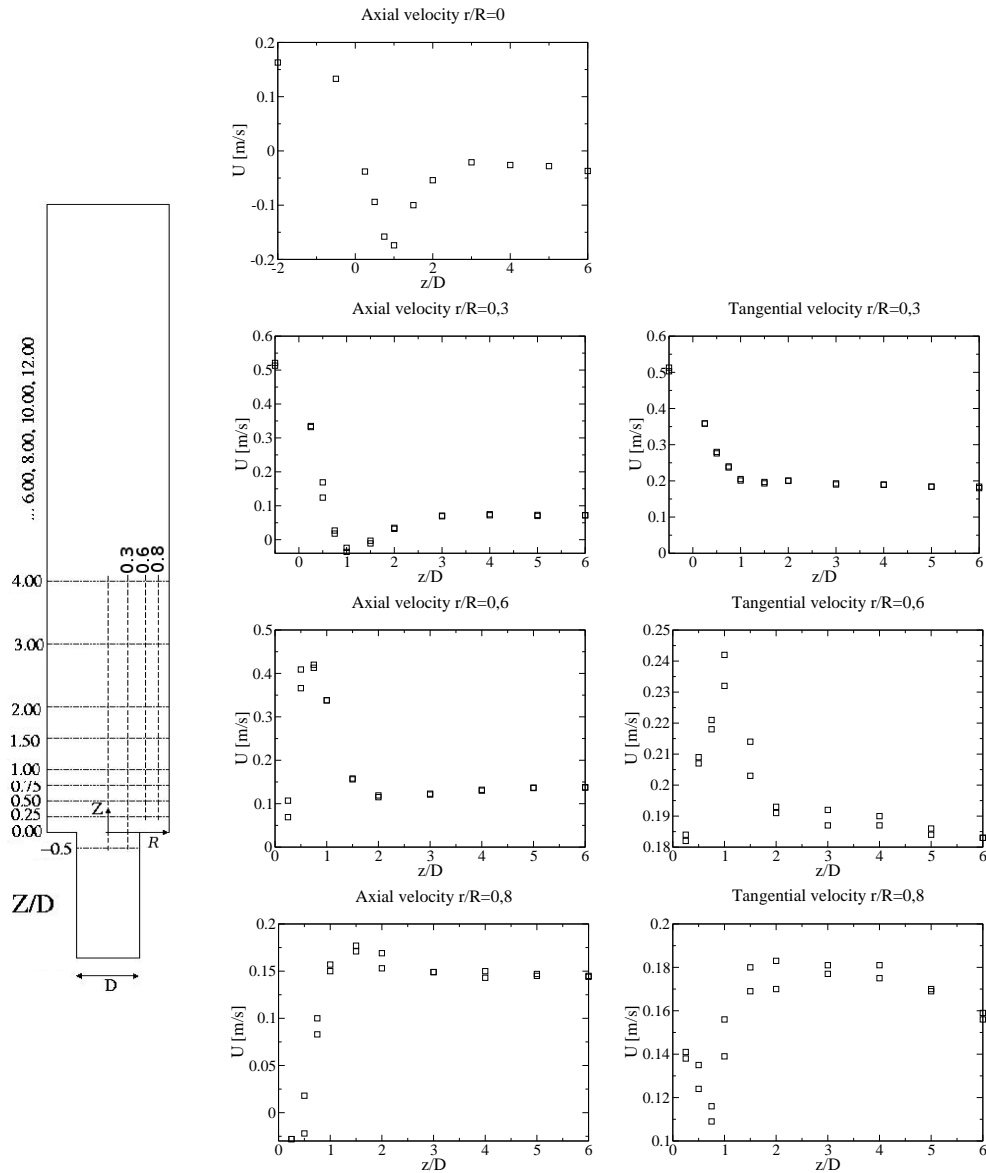


Figura 3.10: Velocità estratte dalle misurazioni sperimentali [PAD88]

In figura 3.10, sono state diagrammate le velocità assiali e tangenziali lungo linee a pari raggio, in questo modo, è stato possibile delimitare le regioni in

cui si verificano le maggiori variazioni del campo nella direzione longitudinale del condotto.

La zona di massima variazione nei moduli delle velocità, come previsto dalla teoria del distacco di vena brevemente illustrata nella sezione 0.2, è situata a cavallo del cambio di sezione e si protrae fino all'intorno di valle del punto di riattacco.

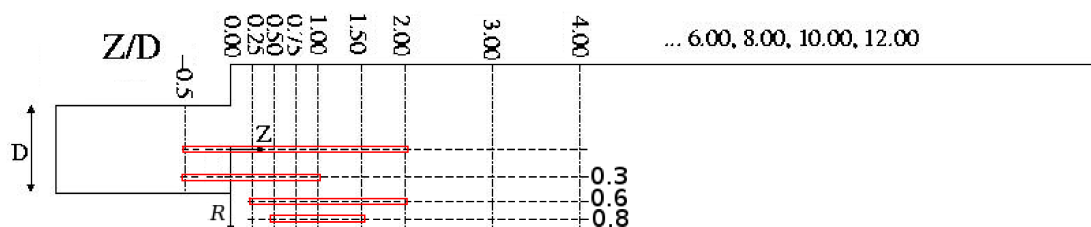


Figura 3.11: Individuazione dei massimi gradienti di velocità lungo  $z$

L'estensione longitudinale di queste variazioni, come si può più facilmente osservare da figura 3.11, non è la stessa per i vari raggi, motivo per cui la disposizione dei nodi che definiscono la dimensione delle celle in questa direzione, non può essere la medesima su tutta la sezione trasversale.

In particolare, la regione più estesa si riscontra nel centro del condotto, qui la componente assiale della velocità  $U_{ax}$  presenta un'ampio intervallo in cui è negativa, evidenziando una bolla ricircolo compresa tra  $z/D = 0$  e  $z/D = 2$  la cui corda è pari a circa due volte il diametro della sezione ristretta.

Lungo le linee per  $r/R = 0,3$  e  $r/R = 0,6$  non è stata rilevata la stessa attitudine ricircolante del campo di velocità assiale, che però ricompare a raggi ormai prossimi a quelli di parete ( $r/R = 0.8$ ).

La bolla di ricircolo evidenziata nella zona periferica ha un'ampiezza longitudinale ( $corda = 0,5D$ ) decisamente inferiore a quella che si instaura nel centro del condotto, i suoi estremi vanno dalla parete di allargamento fino a circa  $z/D = 0,5$ .

Analogamente al raffinamento longitudinale, sono stati individuati i punti dove il campo di velocità presenta le maggiori variazioni in direzione radiale.

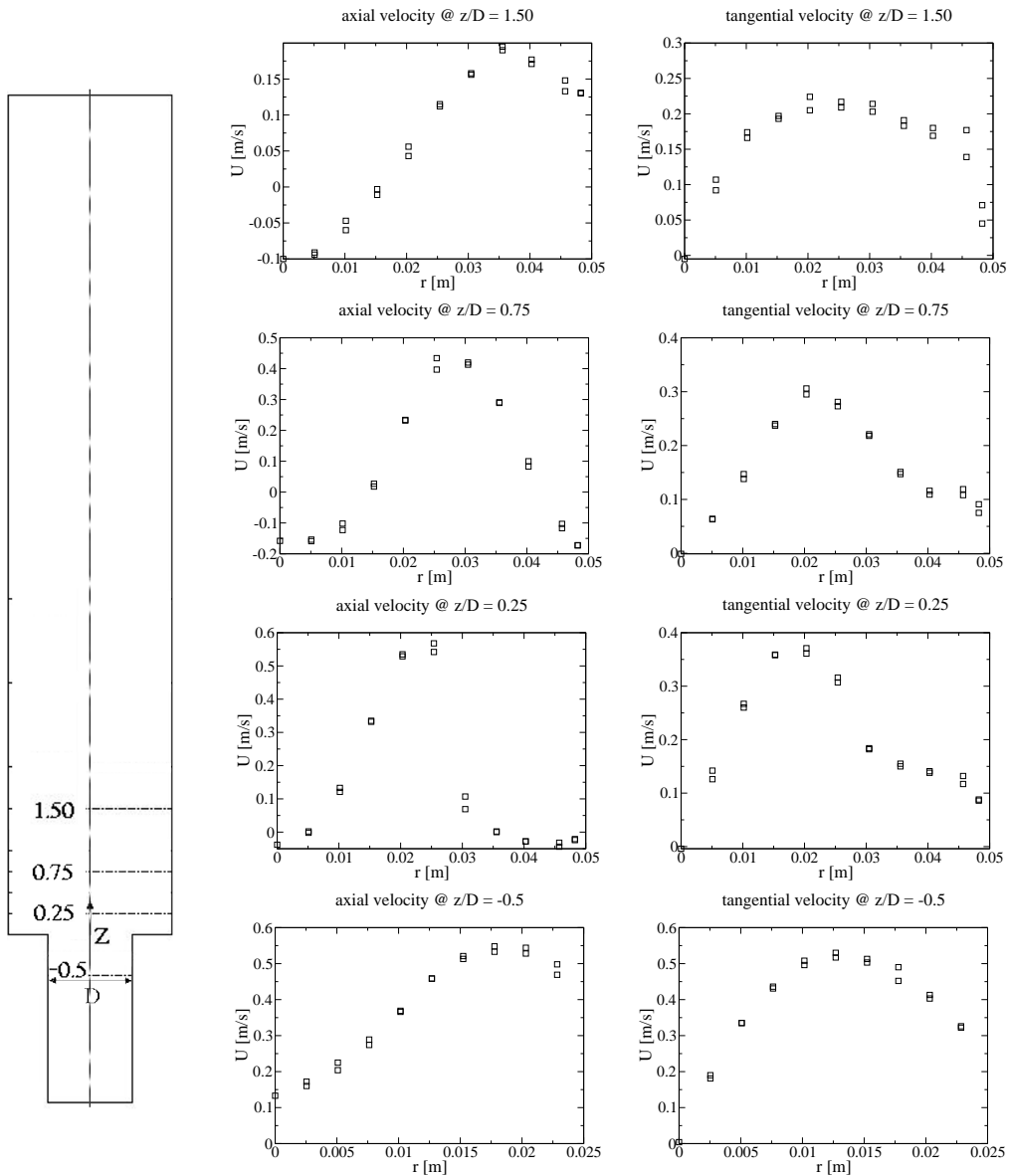


Figura 3.12: Velocità estratte dalle misurazioni sperimentali [PAD88]

I profili di velocità, assiale e tangenziale, lungo questa seconda direzione, non presentano i massimi gradienti a pari raggi. E' stato quindi necessario infittire la griglia a diverse altezze sulla stessa sezione trasversale.

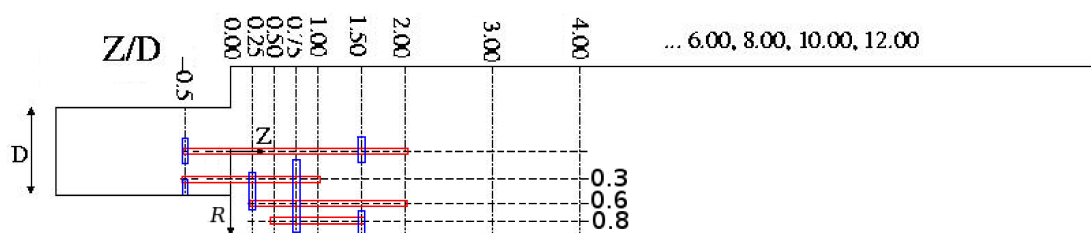


Figura 3.13: Individuazione dei massimi gradienti del campo di moto

Poiché le regioni di massima variazione longitudinale e quelle di massima variazione radiale del campo di moto sono localizzate negli intorni dei medesimi punti, si è ottenuta una discretizzazione di queste regioni con celle di forma prevalentemente cubica.

### 3.3.1 Localizzazione dei residui

Un'errata o poco efficace discretizzazione del dominio, porta ad avere dei risultati che si discostano più o meno abbondantemente dalla soluzione approssimata definita dal sistema differenziale.

Per verificare se la griglia creata secondo la logica dei massimi gradienti, esposta nel paragrafo precedente, fosse adeguata a descrivere il problema, si è proceduto all'individuazione dei residui di calcolo.

Un utile strumento a tale scopo, è fornito dal codice *simpleResidual* riportato in appendice A.3. Esso permette di visualizzare le celle dove si concentrano i maggiori errori numerici.

Di ogni volume, viene letta la portata, la pressione e il vettore velocità; quindi tramite integrazione si arriva alla sommatoria:

$$\int_V \nabla \cdot (\varphi u) + \int_V \nabla \cdot \bar{\bar{R}} + \int_V \nabla p = uRes \quad (3.1)$$

Visualizzando in paraFoam l'intero dominio, si riscontrano picchi dei residui di calcolo concentrati nella zona a valle del brusco cambio di sezione.

In dettaglio, osservandoli assieme alla velocità assiale, si nota come la zona a maggiore criticità sia la corona dove avviene l'inversione della vena a seguito del riattacco.

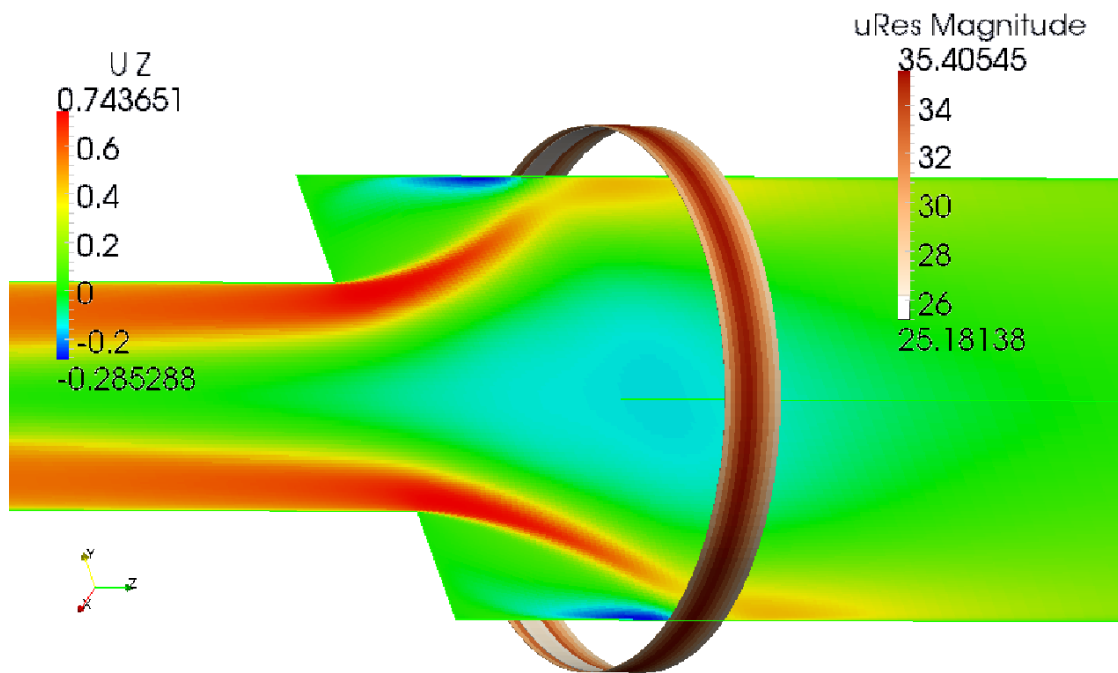


Figura 3.14: Residui nell'intorno del punto di riattacco

Questo evento era tutto sommato prevedibile, è lì infatti che avvengono le maggiori distorsioni del flusso più difficilmente risolvibili tramite simulazione numerica; saranno pertanto le sezioni immediatamente a valle dell'allargamento ad essere maggiormente oggetto di raffinamento.

### 3.4 Discretizzazione dello strato limite

L'obiettivo principe nel disegno della griglia di discretizzazione, ricordiamo essere la riduzione del numero di celle laddove la variazione delle grandezze fluidodinamiche non sia così marcata.

Nonostante all'interno dello strato limite i gradienti delle velocità siano molto elevati vi è, in qualche caso, la possibilità di utilizzare delle celle la cui dimensione non sia adatta a cogliere la variazione spaziale.

Il profilo di velocità a parete di un moto turbolento pienamente sviluppato si presenta di forma parabolica.

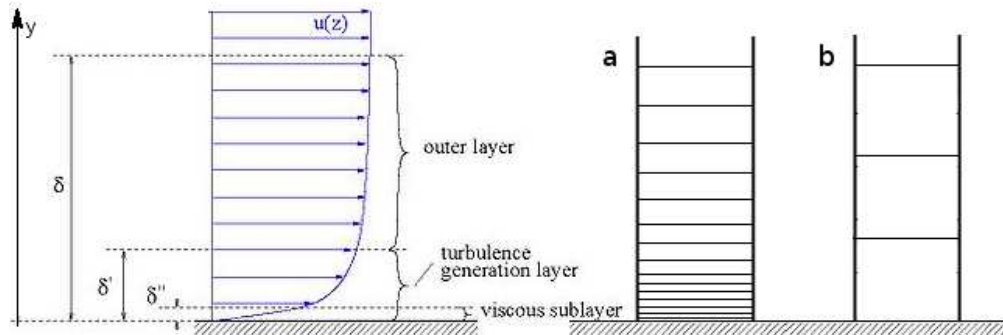


Figura 3.15: Generico profilo di velocità vicino alla parete

Il gradiente di velocità in direzione ortogonale alla parete non è costante e, di fatto, lo sforzo di taglio non segue una funzione lineare con la distanza. [Dav10]

Sulla base di questa considerazione è possibile suddividere lo strato limite in tre differenti zone:

**Sottostrato laminare:** un sottilissimo strato caratterizzato da piccoli vortici in cui le forze di attrito viscoso prevalgono sulle forze di inerzia. Esso è presente a macchie nelle zone di transizione.

**Strato logaritmico:** in questa zona i vortici sono di dimensioni superiori e si è in regime pienamente turbolento, lo sforzo di taglio ha valori molto inferiori rispetto al sublayer. Il flusso viene assunto indipendente dalla viscosità. [Dav10]

**Strato esterno:** zona di transizione al flusso indisturbato in cui le variazioni di velocità sono molto ridotte.

L'altezza di ogni fascia e l'entità della variazione delle grandezze termofluidodinamiche in esse contenute, non sono universali e sono fortemente dipendenti dalla natura del fluido e dal regime di moto; in una certa misura, a bassi valori di Reynolds, anche dalla rugosità superficiale. [Dav10]

In fluidodinamica computazionale è possibile utilizzare due differenti approcci per simulare l'interazione di una corrente con una parete solida:

- discretizzare l'intera parabola, andando quindi ad inserire diversi nodi (da 3 a 10) in ogni singolo strato (fig 3.15.a).
- lasciare che sia una funzione a disegnare il profilo ed avere il primo nodo nello strato logaritmico (fig 3.15.b).

### 3.4.1 Wall function

Le wall function sono dei modelli di parete che legano lo sforzo di taglio  $\tau_w$ , calcolato nel primo centro cella leggendo la velocità  $u_{||}$  e la distanza  $d_w$ , ad una funzione che ne disegna il profilo senza la necessità di discretizzare finemente il substrato logaritmico. [Dav10]

$$\tau_w = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0^+} \quad (3.2)$$

Utilizzare le wall function ha permesso di ridurre notevolmente il numero di celle nella seconda metà del cilindro.

Nel deflusso turbolento, la soluzione delle equazioni dello strato limite richiede la conoscenza del coefficiente turbolento di energia dissipata  $\varepsilon$  che non è una proprietà del fluido, ma dipende dalle condizioni locali del moto.

Secondo le ipotesi formulate da Prandtl e von Karman, la viscosità turbolenta dipende in modo predominante dagli effetti di parete: sforzo tangenziale alla parete  $\tau_w$ , distanza dalla parete  $d_w$  e viscosità cinematica del fluido  $\nu$ . [GG96]

$$\varepsilon = f(\tau_w, d_w, \nu) \quad \text{e} \quad \frac{\varepsilon}{\nu} = f(y^+)$$

$$y^+ = \frac{u^* y}{\nu} \quad (3.3)$$

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (3.4)$$

La variabile  $y^+$  può esser vista come un numero di Reynold relativo agli effetti di parete, in questo modo fornisce un indice della distanza del primo centro cella, localizzandolo all'interno dello strato limite.

Numerosi dati sperimentali hanno permesso di verificare le ipotesi secondo cui in prossimità della parete,  $\varepsilon$  tende rapidamente a zero a causa dell'effetto smorzante della viscosità, mentre lontano dalle pareti  $\varepsilon$  varia in modo lineare con la distanza  $d_w$ . [GG96]

$$\varepsilon = \begin{cases} \nu K^2 \frac{y^{+4}}{25^2} \ll \nu & 0 \leq y^+ \leq 5 \\ K y^+ \nu \gg \nu & 30 \leq y^+ \leq 500 \end{cases}$$

Il profilo di velocità può esser scritto in forma di velocità adimensionale  $u^+$  per una più generale applicazione e, esser riportato graficamente in figura 3.16.

$$u^+ = \frac{u}{u^*} = \begin{cases} y^+ & 0 \leq y^+ \leq 5 \\ \frac{1}{k} \ln(y^+) + B & 30 \leq y^+ \leq 500 \end{cases}$$



$k$  : von Karman's constant  $\sim 0.41$

$B$  : intercetta  $\sim 5.1$

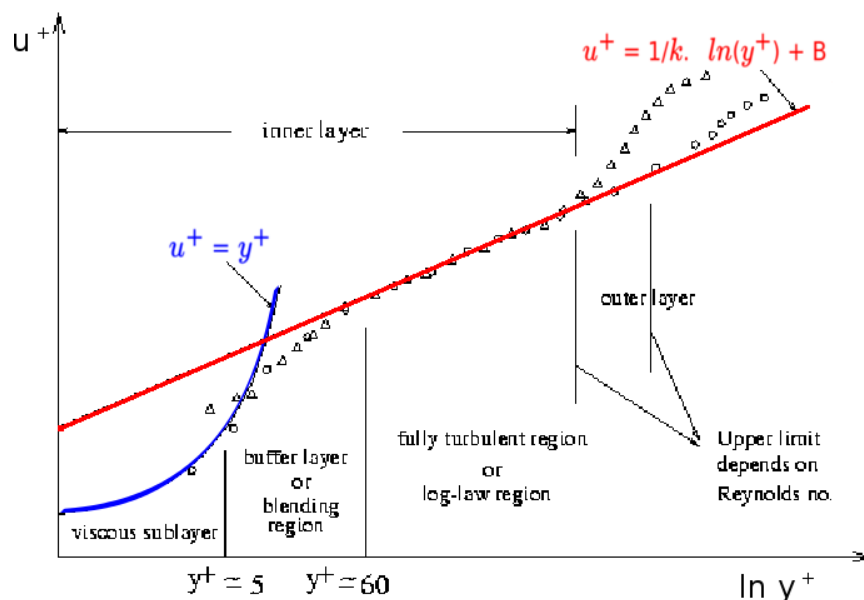


Figura 3.16: Legge a parete della velocità adimensionale

Nel tratto di transizione tra il sottostrato laminare e la regione logaritmica, il profilo può essere descritto dalla funzione 3.5 di raccordo dovuta a van Driest. [vD56]

$$\frac{\varepsilon}{\nu} = 0.5 \left[ 1 + 4K^2 y^{+2} \left( 1 - e^{-\frac{y^+}{25}} \right)^2 \right]^{0.5} - 0.5 \quad (3.5)$$

Queste funzioni, essendo basate su leggi analitiche, non sono affidabili laddove lo strato limite non sia completamente sviluppato. Pertanto, l'uso di tale approccio, non può essere giustificato nella zona compresa tra, il distacco di vena in corrispondenza dello scalino e la sezione dove lo strato limite torna ad essere sviluppato a valle del punto di riattacco.

Il matching tra il modello di turbolenza utilizzato per la corrente fluida e la funzione di parete, è fortemente influenzato dalla posizione del primo nodo.

L'altezza del primo strato di celle a contatto con le pareti, è strettamente legato all' $y^+$ , così come la velocità locale del flusso.

Le ipotesi di incomprimibilità, sotto le quali si sta svolgendo l'analisi, hanno permesso di riscrivere:

$$y^+ \propto \frac{d_w \sqrt{\tau_w}}{\nu} \quad (3.6)$$

Ricordiamo che  $\tau_w$  è proporzionale alla velocità normale alla parete calcolata nel primo nodo.

Risulta quindi indispensabile che la dimensione del primo strato di celle  $d_w$ , segua l'andamento della velocità lungo la direzione assiale, facendo in modo che i valori di  $y^+$  risultino stabili nei range compresi tra 0 e 4 oppure tra 30 e 500.

Un continuo oscillare di questa distanza adimensionale, porta il modello alla scelta di profili differenti in base alla discretizzazione, producendo una sorta di instabilità di natura esclusivamente numerica.

Di seguito si analizzerà il comportamento dei modelli  $k - \omega$  ,  $k - \omega$ SST e *SpalartAllmaras* con differenti modelli a parete.

Per il confronto dei risultati ottenuti dalle simulazioni e le misurazioni sperimentali, sono state usate due mesh tra le numerose create.

Entrambe le griglie scelte, hanno la medesima discretizzazione a bassi raggi, la zona assiale è stata suddivisa perfettamente alla stessa maniera; la differenza fra le due mesh è esclusivamente a livello dello strato limite.

### 3.4.2 Mesh fine nel boundary layer (mesh FBL)

L'obiettivo da raggiungere nel disegno di una mesh che possa discretizzare interamente lo strato limite, è ottenere un  $y^+$  che mantenga valori prossimi all'unità su tutte le superfici del dominio.

Una griglia di questo tipo è caratterizzata da sottilissimo strato di almeno 3 celle all'interno del sublayer. [Dav10]

|   |             |
|---|-------------|
| Numero di celle                                   | 2'029'140   |
| Altezza media celle a parete sez ristretta        | 0.00015 [m] |
| Altezza media celle a parete sez allargata        | 0.0002 [m]  |
| Altezza celle a parete intorno punto di riattacco | 0.0001 [m]  |

Tabella 3.1: Dettagli Mesh FBL

Esistono dei particolari punti del contorno dove non è stato possibile raggiungere i valori di  $y^+$  desiderati inferiori all'unità:

- spigolo acuto di allargamento
- punto di riattacco  $z/D \simeq 1$

Diagrammando sullo stesso grafico gli andamenti di  $y^+$  e quelli dei residui nella zona di parete, è possibile cogliere quanto descritto nel paragrafo 3.4.1 relativo alle wall function.

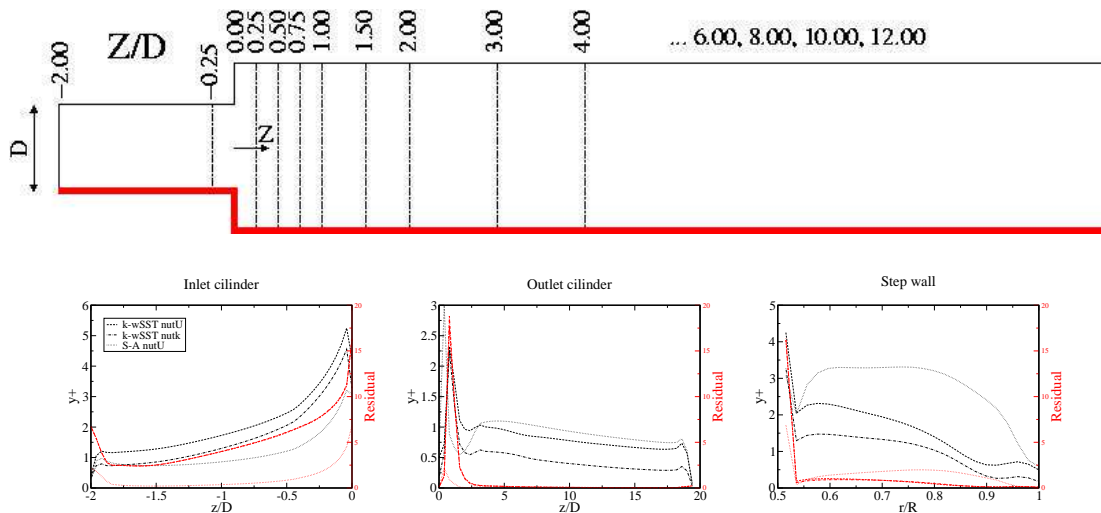


Figura 3.17: Parallelismo residui e andamento  $y^+$  mesh FBL

I picchi dei residui di calcolo sono concentrati nei due punti di singolarità, il primo geometrica e il secondo fluidodinamica, dove la  $y^+$  non è stabile all'interno del range compreso tra 0 e 1.

Inoltre si nota, anche se in forma più lieve, una relazione lineare tra i residui e  $y^+$  laddove le celle si trovano all'interno del substrato logaritmico.

Nel dettaglio mostrato in figura 3.18 è mostrata la discretizzazione in celle nell'intorno dello spigolo di allargamento. Nella stessa figura sono presenti i contorni di velocità assiale per evidenziare come l'intensità di velocità, vari lungo l'asse  $z$ .

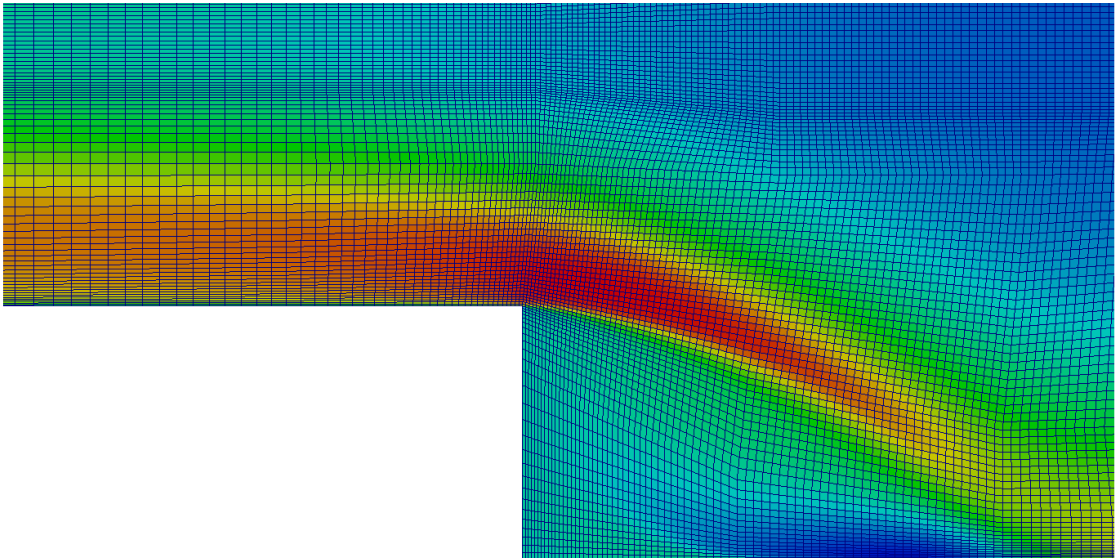


Figura 3.18: Dettaglio mesh FBL spigolo di allargamento

Nel dettaglio di figura 3.19 si mostra come variano i contorni di velocità assiale nella zona di avviamento fluidodinamico.

In particolare come lo spessore dello strato limite aumenti a partire dal punto di riattacco fino alle condizioni di profilo sviluppato.

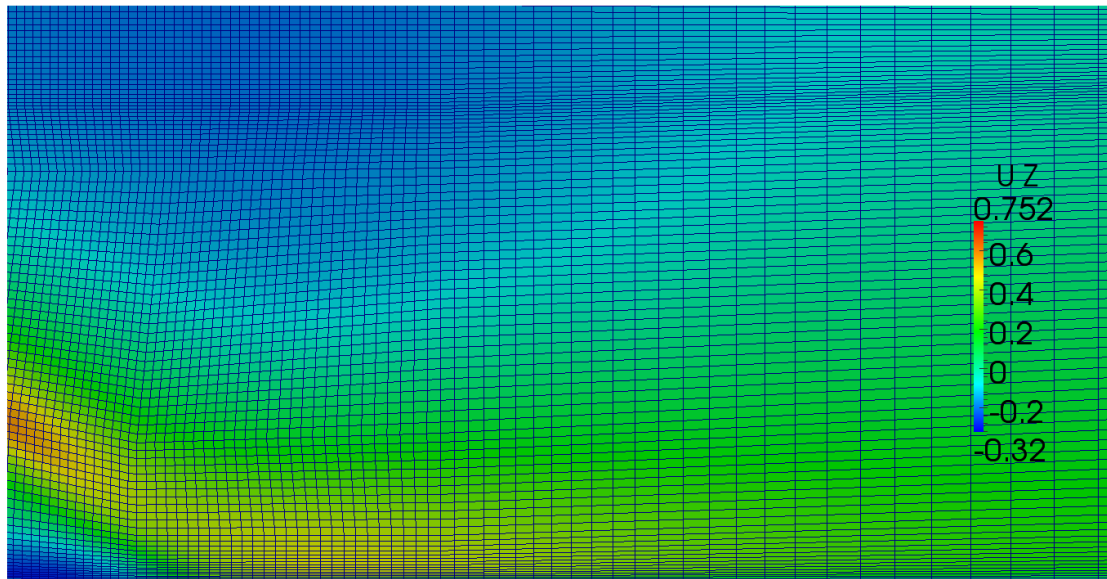


Figura 3.19: Dettaglio mesh FBL sviluppo strato limite

La dimensione normale a parete delle celle, nell'intorno del punto di riattacco, è stata ridotta rispetto al resto del dominio al fine di abbattere i valori di  $y^+$ .

Nonostante si sia dimezzata la  $d_w$ , in questo intorno, i valori di  $y^+$  rimangono superiori all'unità; questo si verifica perché la velocità locale nel punto di riattacco tende a valori prossimi allo 0 e, trovandosi al numeratore nell'equazione di  $y^+$  (eq: 3.6) ne innalza notevolmente il valore.

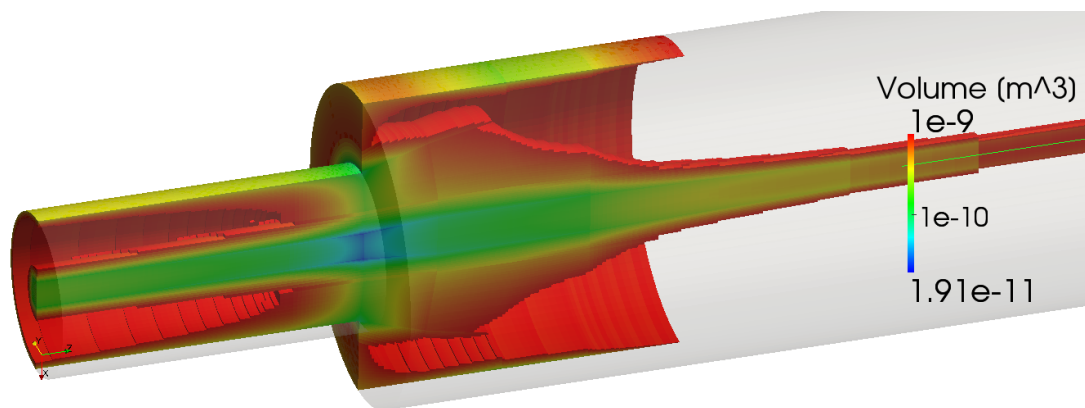


Figura 3.20: Volume celle sul cambio di sezione mesh FBL

Nel dettaglio del cambio di sezione in figura 3.20, sono mostrate le sole celle di volume inferiore ad un millimetro cubo. Le celle più piccole sono concentrate lungo l'asse di simmetria nella zona a cavallo dell'allargamento e a contatto con le superfici del condotto in un ampio intorno del punto di riattacco.

Il volume delle celle è un parametro da non trascurare qualora si stia effettuando un filtraggio spaziale della turbolenza. Ricordiamo che il modello  $k - \omega$ SSTF calcola fino ai vortici che possono contenere un volume di celle  $3 \times 3 \times 3$  (eq:1.28).

Una così fine e localizzata discretizzazione del campo di moto è stata effettuata nell'ottica di utilizzare un filtraggio della turbolenza laddove sussistano le instabilità maggiori in termini spaziali e temporali.

La dimensione locale delle celle, nel nucleo centrale di ricircolo e a contatto con le pareti nelle zone di allargamento e del punto di riattacco, permette di calcolare fino ai vortici la cui dimensione inferiore è dell'ordine del millimetro.

### 3.4.3 Mesh lasca nel boundary layer (mesh LBL)

In questa mesh si vuole ottenere un layer a parete composto da un'unica fila di celle, i cui centri siano all'interno della zona logaritmica dello strato limite (con un  $y^+$  compreso tra 30 e 500). [Dav10]

|   |            |
|---|------------|
| Numero di celle                                   | 728'596    |
| Altezza media celle a parete sez ristretta        | 0.0015 [m] |
| Altezza media celle a parete sez allargata        | 0.0035 [m] |
| Altezza celle a parete intorno punto di riattacco | 0.0003 [m] |

Tabella 3.2: Dettagli Mesh LBL

Poiché non siamo in un dominio aperto ma in un condotto, l'effetto delle pareti circostanti e dello swirl impedisce al profilo di stabilizzarsi e assumere la tipica forma rettilinea della condizione indisturbata su lastra piana.

I valori di  $y^+$  per i quali si è ancora all'interno del turbolent core sono quindi limitati tra 30 e un massimo di  $60 \div 100$ .

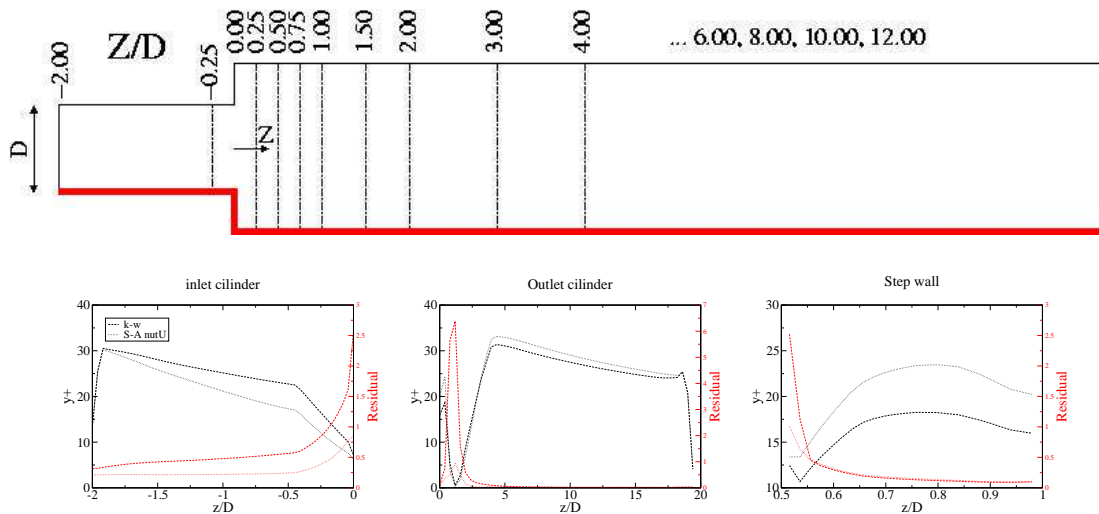


Figura 3.21: Parallelismo residui e andamento  $y^+$  mesh LBL

Nei due punti di singolarità, già osservati nella precedente discretizzazione (paragrafo: 3.4.2), si è intenzionalmente optato per mantenere l' $y^+$  a valori propri del sublayer.

Questa scelta è stata dettata dalla consapevolezza, che una mesh così lasca a parete interpreti bene solo lo strato limite sviluppato, mentre il punto di riattacco e lo spigolo di allargamento sono ben lontani dalle condizioni di sviluppo e il profilo



di velocità in questi due intorni si presenta molto differente da quello proposto dalle wall function.

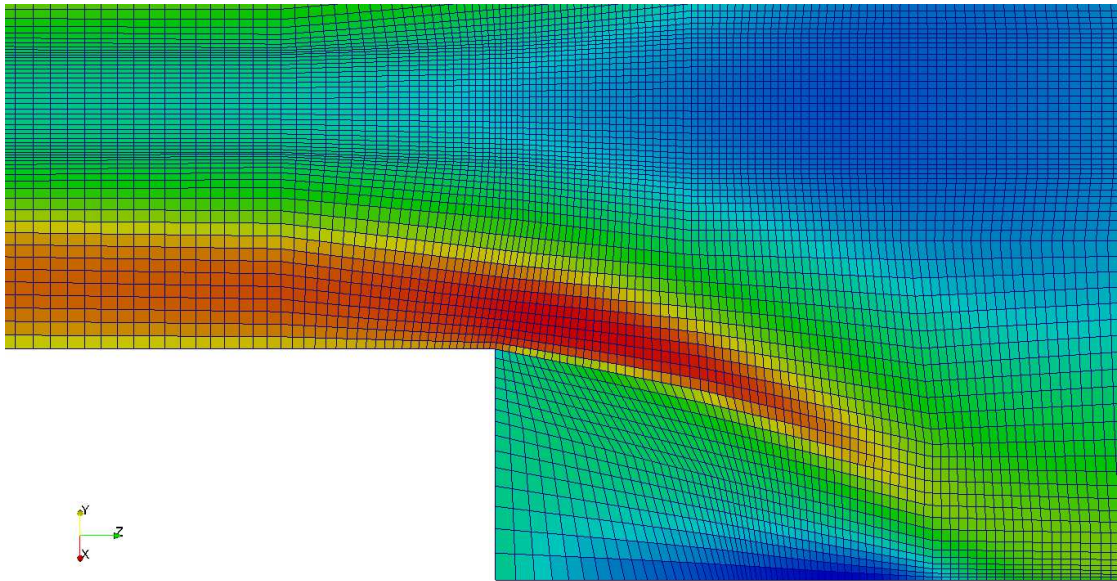


Figura 3.22: Dettaglio mesh LBL spigolo di allargamento

In figura 3.22 si vede chiaramente come l'altezza del primo layer di celle adiacenti a parete, viene fatta diminuire andando da  $z/D = 0$  fino ad arrivare al punto di riattacco dove  $y^+$  raggiunge valori prossimi all'unità (fig:3.21  $z/D \sim 1$ ).

In figura 3.23 è mostrato il passaggio inverso, ovvero come si torna ad avere uno strato di celle caratterizzato da  $y^+ > 30$  con lo svilupparsi dello strato limite.

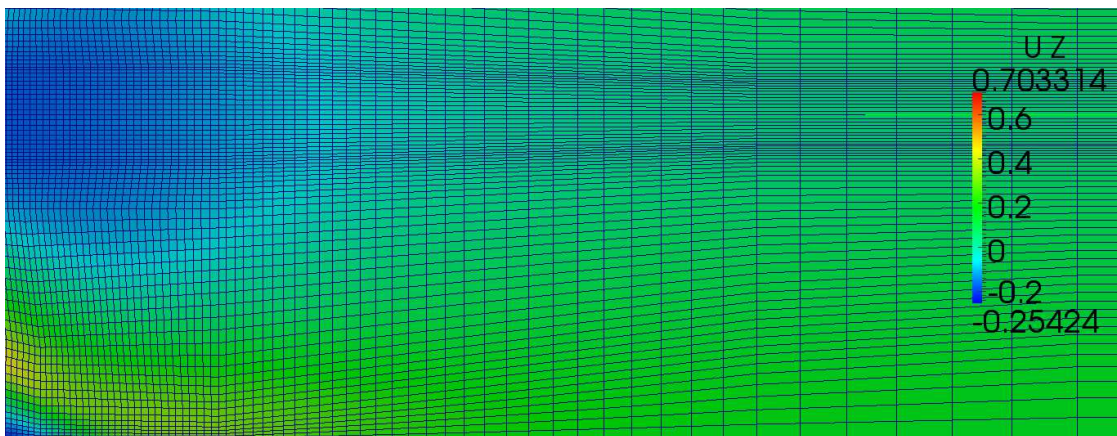


Figura 3.23: Dettaglio mesh LBL sviluppo strato limite



Il duplice passaggio del boundary attraverso la zona di transizione del profilo di velocità con  $y^+$  compreso tra 3 e 30, è accompagnato da un locale picco sui residui di calcolo (fig:3.21  $z/D \sim 1$ ).

In figura 3.23 è anche possibile osservare, in accordo con la diminuzione dei gradienti in direzione assiale, come la discretizzazione vada diventando più lasca allontanandosi dal punto di riattacco e procedendo verso la sezione terminale del condotto.

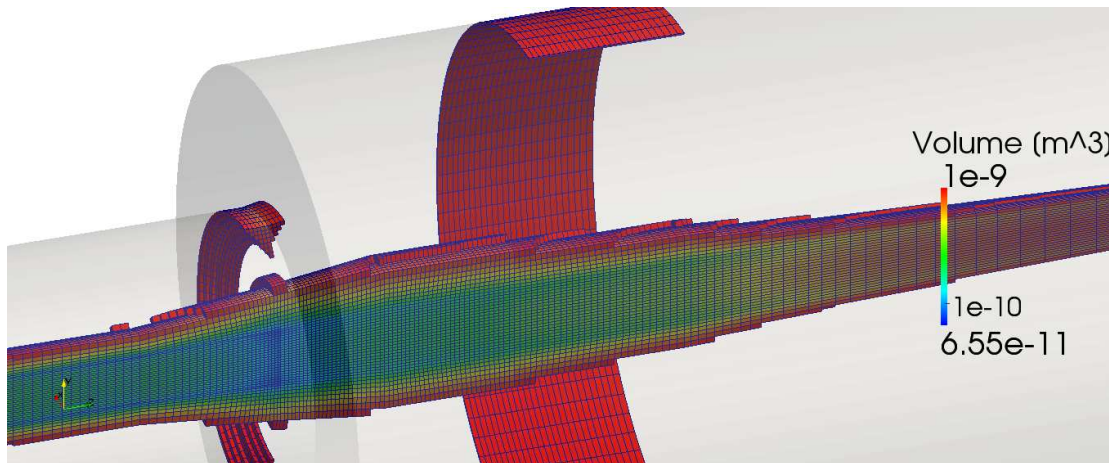


Figura 3.24: Volume celle sul cambio di sezione mesh LBL

La fitta griglia con cui è discretizzato l'intorno dell'asse a cavallo dell'espansione è caratterizzata, anche in questo caso, da celle il cui volume è inferiore al millimetro cubo.

Così come per la mesh il cui strato limite viene discretizzato finemente, i fenomeni di turbolenza maggiormente instabili sono situati nel centro del condotto e possono essere studiati solo con una mesh molto fine.

Il filtraggio della turbolenza, tuttavia, non è stato eseguito su questa griglia.



# Capitolo 4

## Confronti dei risultati RANS

*In questo capitolo verranno messi a confronto i campi di moto calcolati con differenti modelli di turbolenza e i risultati estratti dalle misurazioni sperimentali.*

*Dopo aver brevemente descritto l'apparato sperimentale, sul quale sono state effettuate le misurazioni, verrà mostrato come il tipo di discretizzazione dello strato limite possa influire in maniera consistente il risultato.*

*Infine verrà analizzato il comportamento della bolla di ricircolo presente sull'asse a cavallo del brusco cambio di sezione e i metodi di identificazione del punto di riattacco della vena fluida.*

### 4.1 Misurazioni sperimentali

Per il regime di moto analizzato, Dellenback mette a disposizione le misurazioni sperimentali sulla velocità assiale e quella tangenziale, per diverse sezioni, raccolte mediante anemometro laser Doppler. [PAD88]

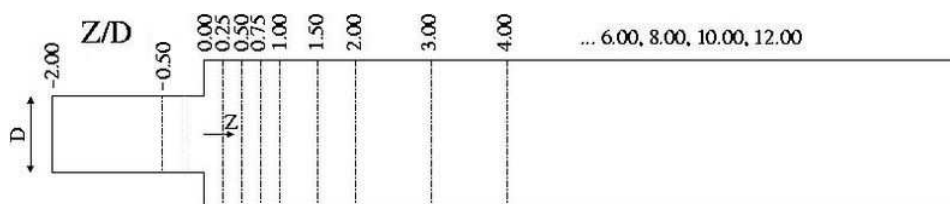


Figura 4.1: Sezioni su cui sono state effettuate le misurazioni

In figura 4.1, sono mostrate le sezioni del cilindro lungo le quali sono state effettuate le misurazioni. Per ogni sezione, sono state prese le velocità in 21 punti distribuiti uniformemente lungo il diametro.

## 4.2 I modelli impiegati nei confronti

Il buon funzionamento dei modelli di turbolenza è legato al tipo di discretizzazione effettuato.

Come anticipato nel paragrafo 1.5.2 relativo ai modelli a due equazioni di chiusura, l'utilizzo del modello  $k-\omega$ SST è limitato a griglie la cui discretizzazione dello strato limite sia molto fine; motivo per cui, questo modello è stato fatto girare solo sulla mesh che presenta  $y^+ < 1$  sulle pareti.

Con una discretizzazione più lasca dello strato limite, la suddivisione a fasce del boundary layer di cui è caratterizzato il modello  $k-\omega$ SST non è più utilizzabile; infatti non avendo celle all'interno del sottostrato laminare, la funzione  $F_2$  (eq:1.27) rimarrà sempre spenta, lasciando come unica funzione attiva la  $F_1$  (eq:1.26) valida nello strato di esterno di transizione del boundary layer.

La funzione  $F_1$  è una diretta derivata del modello  $k-\varepsilon$ , quindi utilizzare il  $k-\omega$ SST con  $y^+ > 5$  equivale implicitamente ad usare appunto un modello  $k-\varepsilon$ .

Con l'utilizzo della mesh il cui boundary layer è discretizzato in maniera più lasca, si è pertanto utilizzato il semplice modello  $k-\omega$  con l'utilizzo delle funzioni di pareti basate sul gradiente di velocità `nutWallFunction`.

| MESH           | TURBULENCE MODEL | WALL FUNCTION                 |
|----------------|------------------|-------------------------------|
| fine a parete  | $k-\omega$ SST   | <code>nutkWallFunction</code> |
|                | $k-\omega$ SST   | <code>nutUWallFunction</code> |
|                | Spalart-Allmaras | <code>nutUWallFunction</code> |
| lasca a parete | $k-\omega$       | <code>nutUWallFunction</code> |
|                | Spalart-Allmaras | <code>nutUWallFunction</code> |

Tabella 4.1: Griglie e modelli confrontati

Assieme ai diversi modelli  $k-\omega$  è stato testato il modello *Spalart-Allmaras*; questo modello non è strettamente indicato per le condizioni in cui si trova il campo di moto, ma la sua semplicità ha spinto l'autore ad eseguire un confronto con i dati sperimentali.

## 4.3 Profili di velocità con mesh fine a parete

Dall'analisi dei profili di velocità sulla sezione a monte dell'espansione (fig: 4.2), dove lo strato limite risulta sviluppato, il modello *Spalart-Allmaras* interpreta molto bene il campo di moto, sia vicino a parete che attorno all'asse.

Sempre lo *Spalart-Allmaras* mostra un raccordo tra il vortice libero e quello forzato perfettamente in linea con quelli che sono i dati sperimentali.

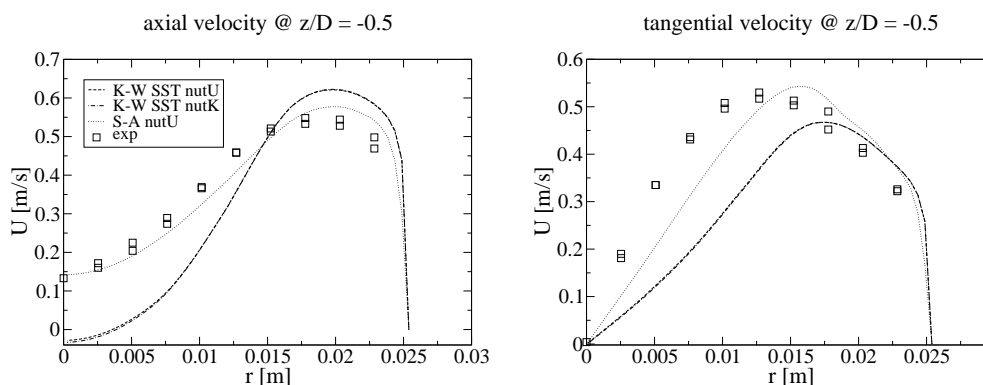


Figura 4.2: Profili di velocità mesh FBL sez: -0.5

Fino alla sezione  $z/D = 0.5$  (fig:4.3), il modello *Spalart – Allmaras* disegna alla perfezione il campo di moto nell’intorno dell’asse di simmetria.

I modelli  $k - \omega$ SST tendono invece a sovrastimare i picchi di velocità; fisicamente tale condizione equivale ad un moto in cui il rapporto fra le forze inerziali e quelle viscosive è leggermente più elevato, questo porta ad avere gradienti di velocità particolarmente marcati.

$$Re_{\ell} = \frac{F_{inerzia}}{F_{viscose}}$$

L’importanza del calcolare correttamente le velocità assiali appena a valle dell’espansione risiede nella necessità di quantificare la dimensione della *bolla di ricircolo* che si viene a creare sull’asse a cavallo del cambio di sezione.

Tale bolla, denominata da Dellenback *”Precessing vortex core”*, ha un carattere instabile e oscilla in senso assiale con ampiezze comprese tra il 2% e il 10 % della sua corda; per tale motivo le velocità istantanee in questa zona possono subire ampie fluttuazioni attorno ai valori medi riportati nei grafici. [PAD88]

Dopo il riattacco della vena fluida a valle dell’espansione, i modelli  $k - \omega$ SST interpretano molto bene il comportamento del flusso nell’intorno dell’asse. In particolare è il moto di rivoluzione che viene ben definito oltre la sezione  $z/D = 2$  (fig:4.4).

I modelli  $k - \omega$ SST sovrastimano la velocità assiale a raggi elevati; si può riscontrare lo stesso profilo a parete con entrambi i *wall models*, sia quello basato sul gradiente di velocità, il `nutUWallFunction`, che quello sull’energia cinetica turbolenta, in `nutkWallFunction`.

Lo *Spalart – Allmaras* non sopporta un gradiente di velocità così elevato in un punto singolare come potrebbe essere l’asse di simmetria di un cilindro. Questo modello ignora completamente la presenza di una zona di ristagno sempre nel

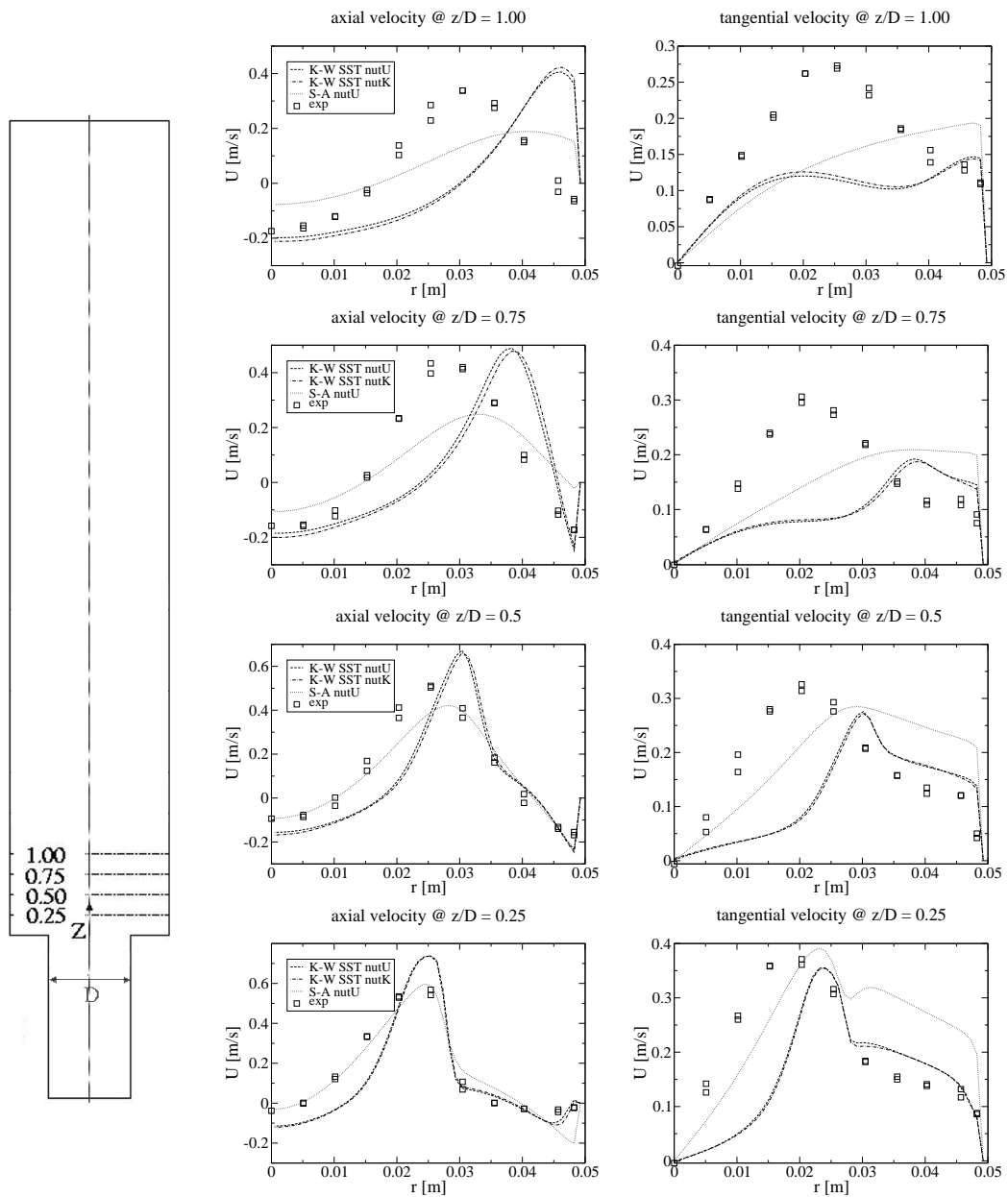


Figura 4.3: Profili di velocità mesh FBL sez: 0.25, 0.5, 0.75 e 1.

centro. In fondo al condotto, lontano dalle pareti, questo modello non è affatto veritiero

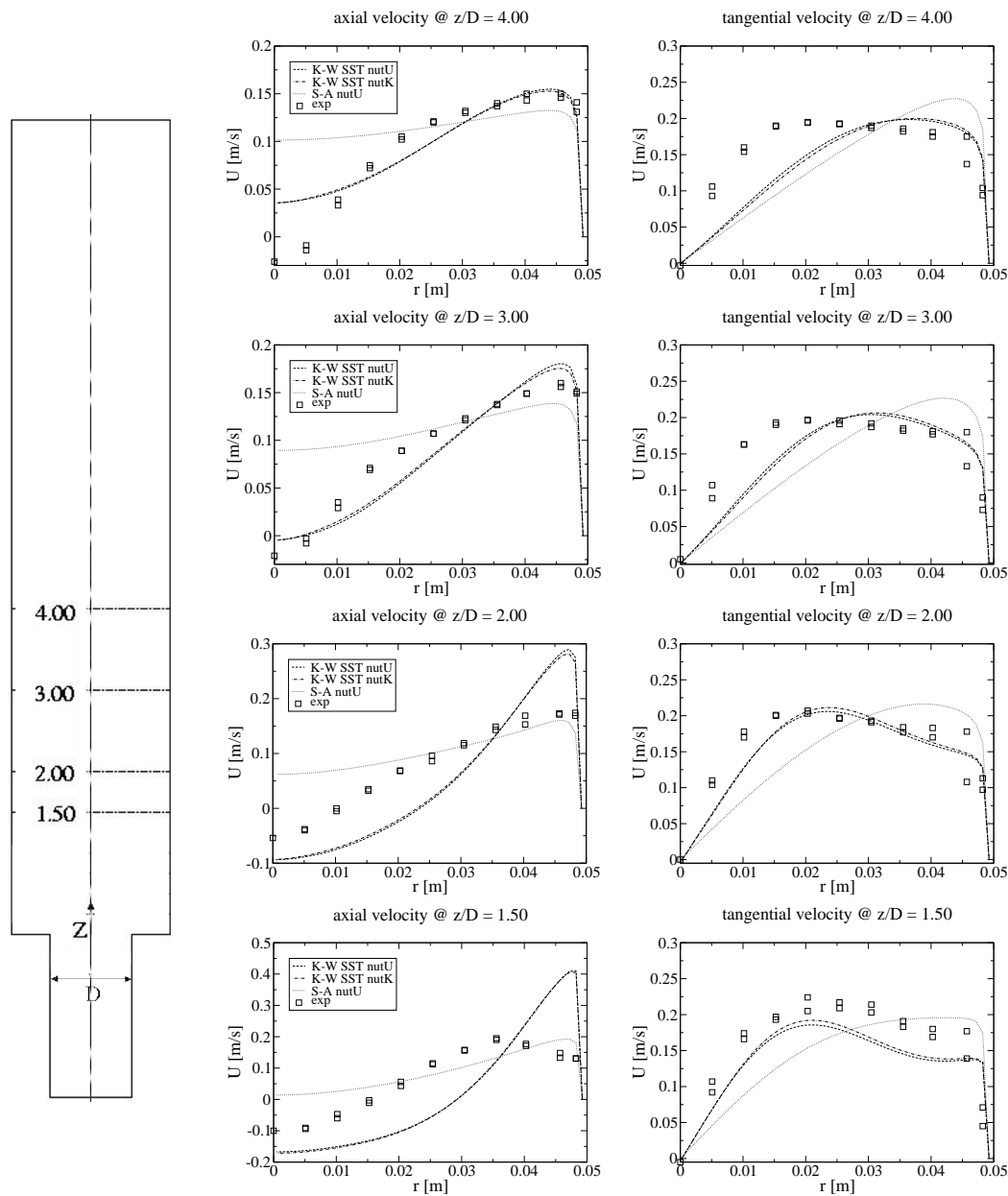


Figura 4.4: Profili di velocità mesh FBL sez: 1.5, 2, 3, 4

## 4.4 Profili di velocità con mesh lasca a parete

Questi risultati provano l'efficacia del modello *Spalart – Allmaras* nell'interpretare i profili di un flusso turbolento con swir a regime sviluppato anche con una discretizzazione del boundary layer decisamente lasca ( $y^+ > 30$ ).

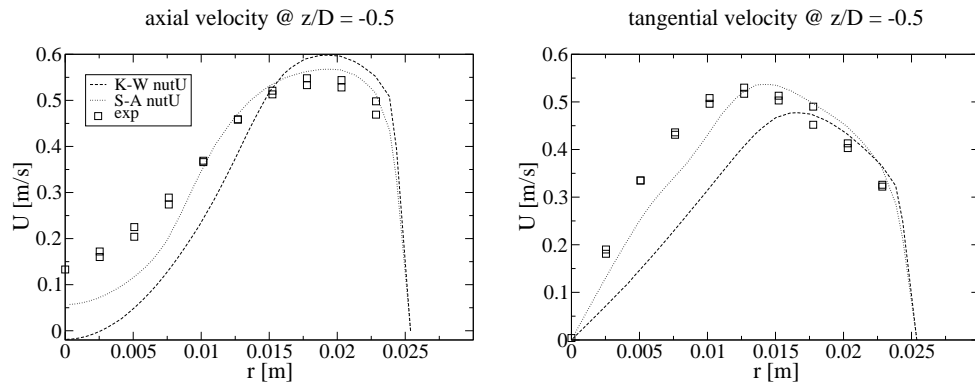


Figura 4.5: Profili di velocità mesh LBL sez: -0.5

La wall function utilizzata, basata sui gradienti di velocità normali alla parete, risolve perfettamente lo strato limite a monte del cambio di sezione.

Il moto di rivoluzione attorno all'asse continua ad essere sottostimato con entrambe le mesh e i modelli.

Così come per la mesh fine a parete, il modello *Spalart – Allmaras* disegna mirabilmente il profilo di velocità assiale nel centro del condotto fino alla sezione 0,5 (fig: 4.6). Tale comportamento non è facilmente giustificabile per un modello ideato per domini aperti.

Il modello  $k-\omega$  sovrastima l'ampiezza radiale della zona di ricircolo, spingendo il picco di velocità assiale a raggi più elevati. Questa situazione è particolarmente visibile nelle sezioni  $z/D = 0.75$  e  $z/D = 1$  mostrate in figura 4.6



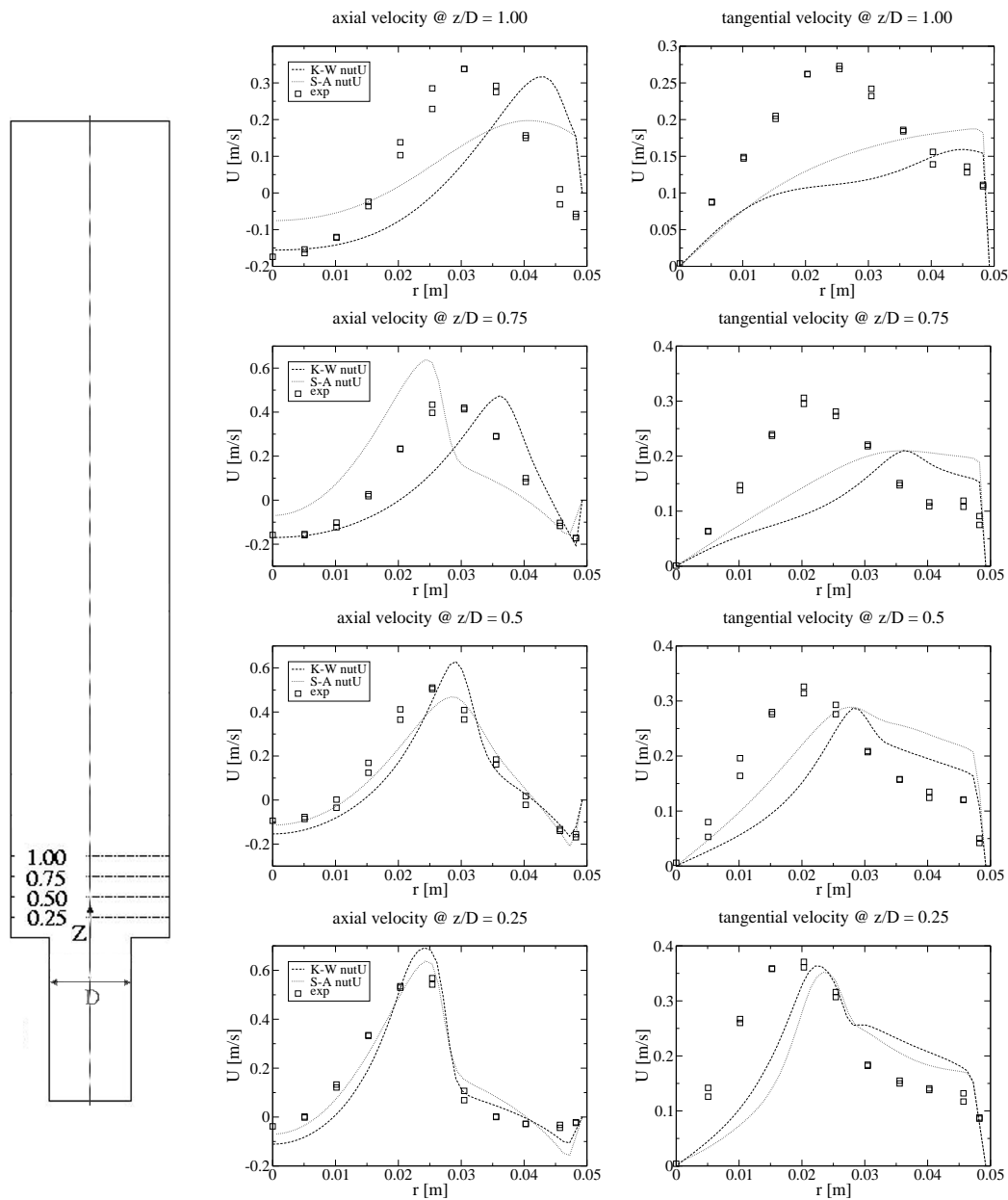


Figura 4.6: Profili di velocità mesh LBL sez: 0.25, 0.5, 0.75 e 1.

Così come per l'altra mesh, solo i modelli  $k - \omega$  riescono a cogliere la lacuna di velocità assiale al centro del condotto dopo il punto di riattacco, mentre lo *Spalart-Allmaras* mostra un profilo completamente piatto, tipico delle condizioni di flusso su lastra piana in dominio aperto, nonostante lo strato limite sia ben calcolato (fig: 4.7. *axial velocity*).

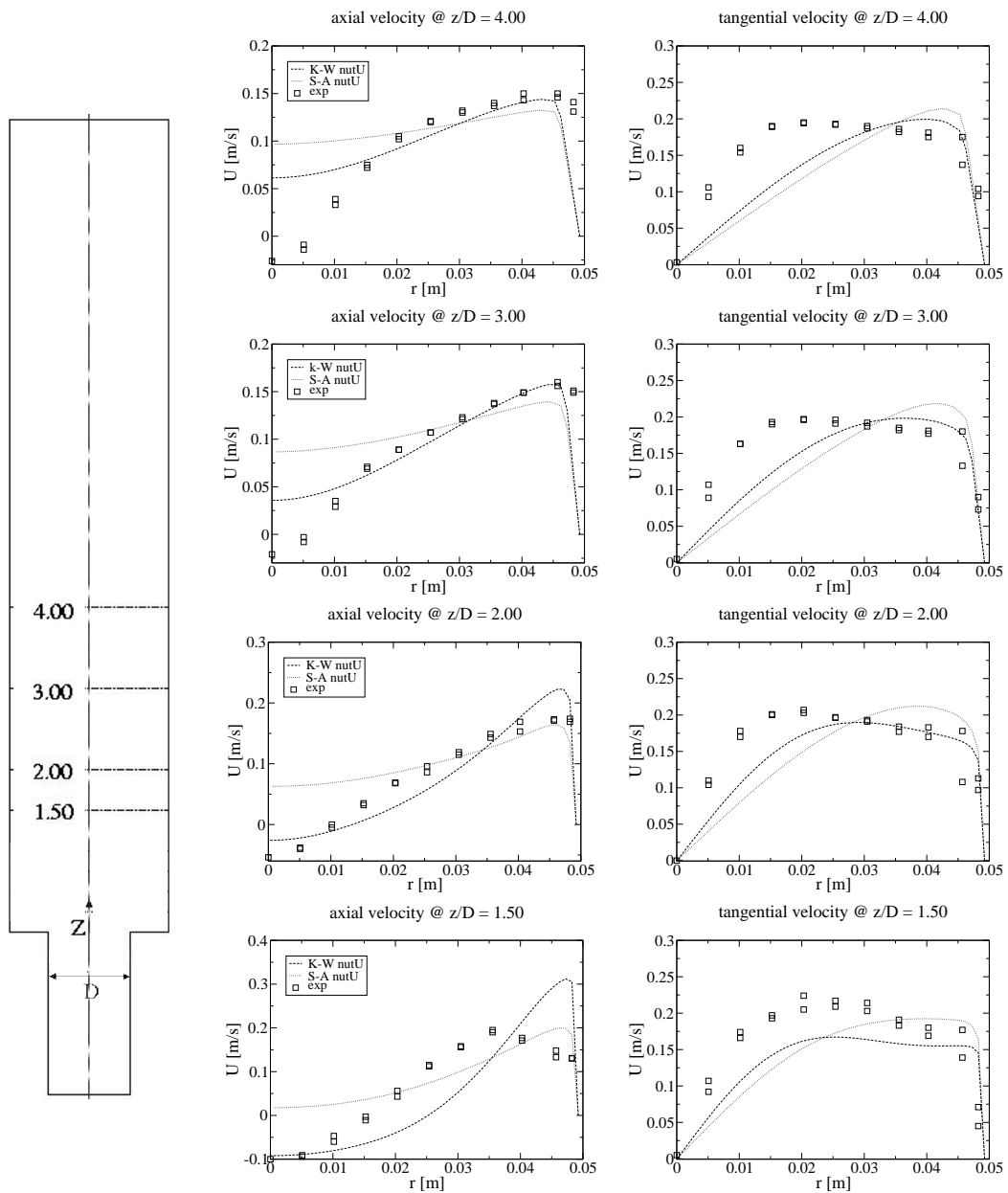


Figura 4.7: Profili di velocità mesh LBL sez: 1.5, 2, 3, 4

Nello stesso tratto a valle del punto di riattacco (fig: 4.7.tangential velocity), i profili di velocità tangenziale sono ben rappresentati dal modello  $k - \omega$  nonostante un approccio più raffinato a parete abbia mostrato risultati leggermente migliori.

## 4.5 Precessing vortex core

Il passaggio ad una sezione maggiore, come visto dall'equazione della conservazione dell'energia di Bernoulli (eq: 3), è sempre accompagnato da un gradiente avverso di pressione.

Nel caso di brusco allargamento, questo gradiente risulta essere molto elevato, e porta ad avere un'inversione del flusso nella parte mediana del condotto.

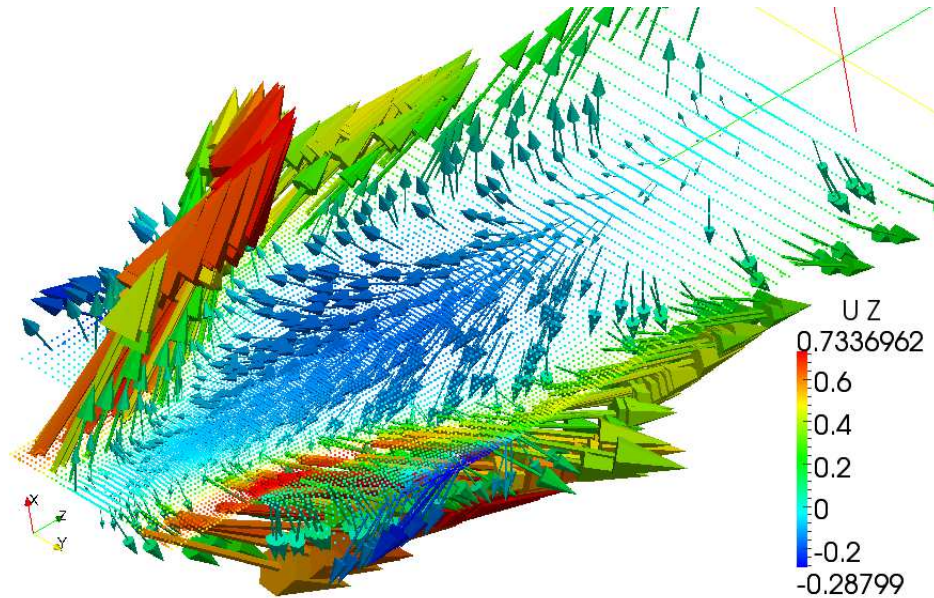


Figura 4.8: Dettaglio precessing vortex core con vettori

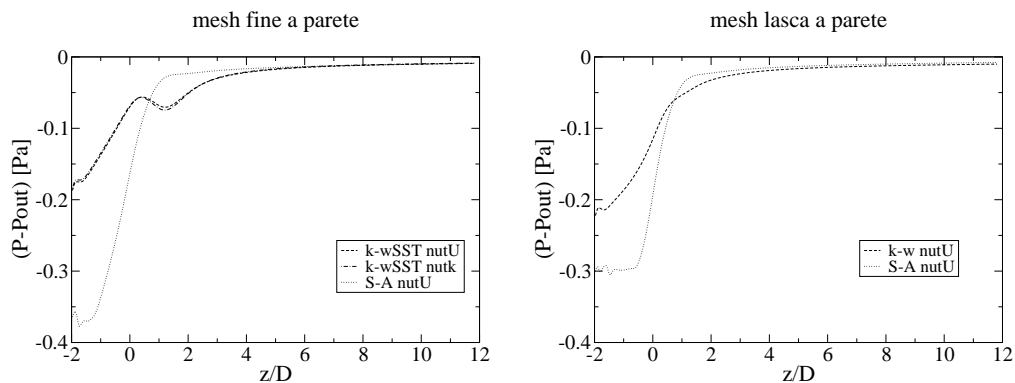


Figura 4.9: Andamento pressioni lungo l'asse del condotto

E' interessante notare, che con il modello  $k-\omega$ SST l'andamento della pressione lungo l'asse non è monotono crescente ma, presenta un flesso prima di stabilizzarsi

sul valore finale. Lo stesso andamento non viene riscontrato con il  $k - \omega$  e lo *Spalart - Allmaras*; in quest'ultimo, il gradiente di pressione lungo l'ascissa  $z$  risulta anche più elevato.

La dimensione e la forma di tale zona di ricircolo dipendono molto dalla natura del moto e in particolare dall'intensità di swirl. Gli studi hanno infatti mostrato che, per bassissimi valori di velocità tangenziali, questa zona è addirittura controrotante rispetto al resto del campo. [PAD88]

Questa bolla di ricircolo ha una natura fortemente instazionaria e turbolenta; gli effetti di instazionarietà si propagano anche a monte dell'espansione fino a circa  $z/D = -0.25$  (di fatto non ve ne è presenza nella sezione campionata in  $z/D = -0.5$ , fig: 4.2).

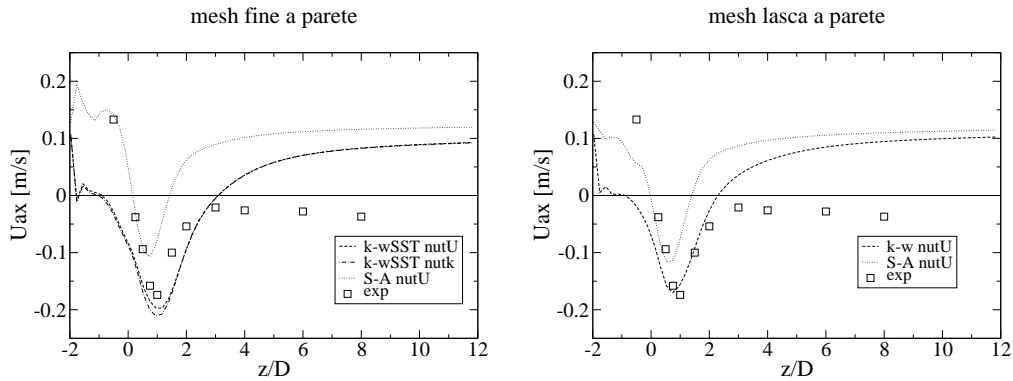


Figura 4.10: Velocità assiali lungo il centro del condotto

I modelli RANS impiegati per l'analisi, come già visto nei paragrafi 4.3 e 4.4 relativi ai profili di velocità, non sono in grado di prevedere la zona di ristagno confinata nell'intorno dell'asse. Per quanto emerso dai dati sperimentali, tale zona si estende ben oltre  $z/D = 4$ .

Le differenze tra i risultati ottenuti dalle due mesh non sono marcate, questo perché gli effetti di parete non sono così influenti sulle grandezze fluidodinamiche lungo l'asse.

Nonostante ciò, la soluzione ottenuta con il modello  $k_\omega$  sulla mesh lasca nel boundary layer, sembra interpretare leggermente meglio l'ampiezza assiale della bolla di ricircolo.

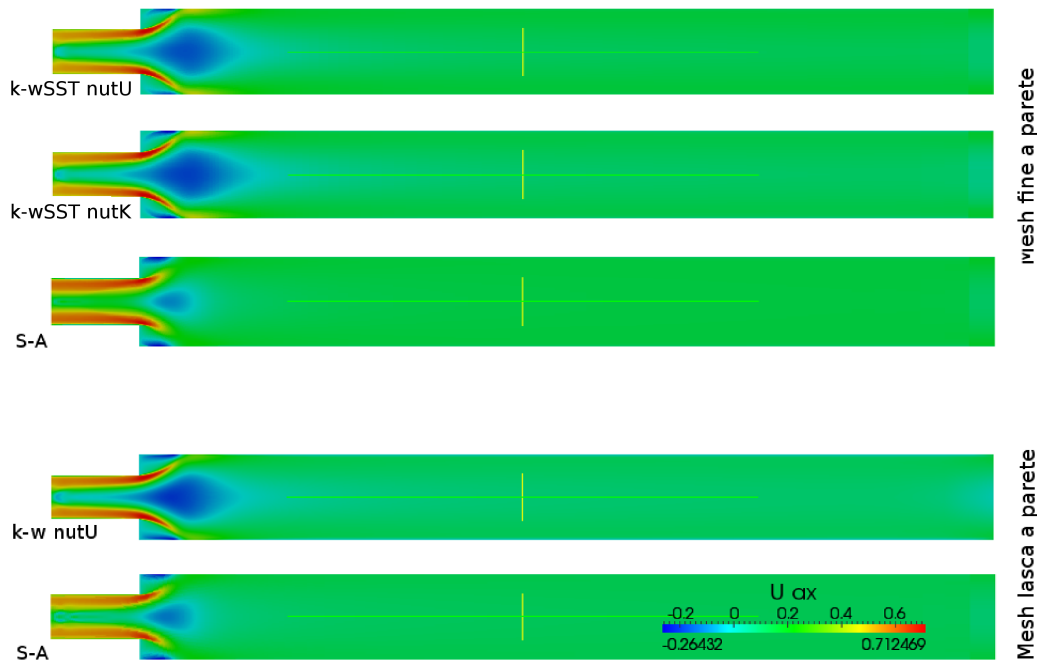


Figura 4.11: Contorni velocità assiale

E' evidente come i modelli  $k - \omega$ , con entrambe le discretizzazioni ed entrambe le funzioni di parete, mostrino una bolla di ricircolo molto più ampia rispetto allo *Spalart - Allmaras* che concentra il ricircolo in una zona ben più ristretta sia in termini assiali che in termini radiali.

I contorni delle velocità assiali riportati in figura 4.11 e gli andamenti delle pressioni in figura 4.9 mostrano come il ricircolo e il gap di pressione siano strettamente correlati. Il modello *Spalart - Allmaras* che smaltisce il salto di pressione in uno spazio molto più ristretto, porta ad avere una zona di ricircolo ben più confinata dei  $k - \omega$ .

## 4.6 Punto di riattacco

La presenza dello *swirl* attraverso il brusco allargamento impedisce il formarsi di un punto di ristagno isoentropico in cui la pressione statica eguaglia la totale. La condizione di periodicità della geometria assialsimmetrica permette al flusso di conservare una parte della quantità di moto nella componente di velocità tangenziale. Il punto di riattacco è definito dall'annullarsi della componente assiale della velocità.

| MESH           | TURB. MODEL           | INTERP. [z/D] | $C_p$ CURVE [z/D] |
|----------------|-----------------------|---------------|-------------------|
|                | experimental          | 1.175         |                   |
| fine a parete  | $k - \omega$ SST nutU | 0.748         | 0.927             |
|                | $k - \omega$ SST nutk | 0.734         | 0.912             |
|                | S-A nutU              | 0.692         | 0.815             |
| lasca a parete | $k - \omega$          | 0.805         | 0.975             |
|                | S-A nutU              | 0.714         | 0.839             |

Tabella 4.2: Punto di riattacco

Il punto di riattacco del caso sperimentale è stato calcolato tramite interpolazione lineare tra le velocità assiali misurate per  $r/R_2 = 0.9$  e  $r/R_2 = 0.95$  sulle sezioni a cavallo delle quali si hanno  $U_{ax}$  di segno opposto ( $z/D = 1$  e  $z/D = 1.5$ ).

Per le simulazioni invece, l'interpolazione è stata effettuata tra due sezioni più a monte ( $z/D = 0.75$  e  $z/D = 1$ ), in quanto l'inversione del flusso è prevista in anticipo.

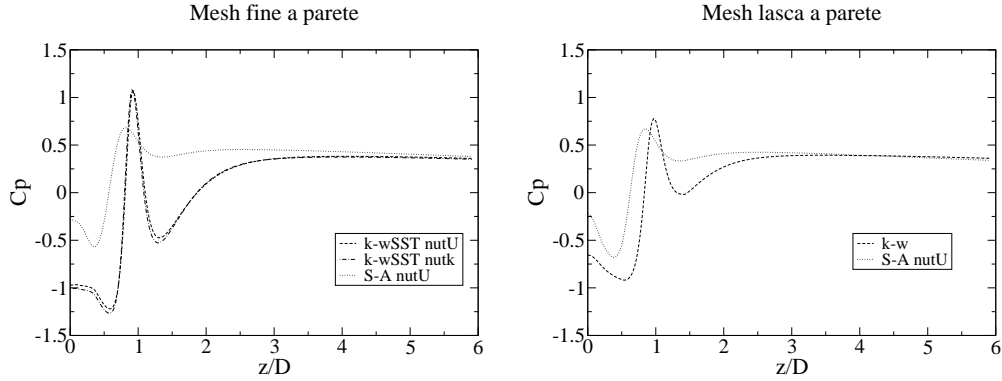


Figura 4.12: Coefficiente di pressione a parete

Lo stesso punto di riattacco è stato inoltre calcolato con il metodo del  $C_p$ , dall'individuazione del picco del coefficiente di pressione a parete.

$$C_p = 2 \cdot \frac{P - P_{out}}{\rho U_{rif}^2} \quad (4.1)$$

Come velocità di riferimento è stata usata l'assiale media sulla sezione di uscita.

Il punto di riattacco ottenuto dalle simulazioni è localizzato tra il 15% e il 30% in anticipo rispetto alle misurazioni sperimentali.

# Capitolo 5

## Risultati preliminari URANS

*In questo capitolo, sono riportati i risultati ottenuti da una simulazione in cui la turbolenza viene modellata con un modello filtrato  $k - \omega$ SSTF.*

*I risultati sono da ritenere come provvisori dal momento che le medie sono state effettuate su intervalli temporali non sufficientemente grandi.*

*Ad ogni modo, i risultati, seppur parziali, mostrano una tendenza al miglioramento nella previsione del campo di moto; per questo motivo sono qui inclusi.*

*La mesh impiegata in questa simulazione è la stessa a cui è stato applicato il modello  $k\omega$ SST senza filtraggio (mesh FBL)*

### 5.1 Profili di velocità

I profili di velocità (fig: 5.1, 5.2, 5.3) sono ottenuti mediando le grandezze locali a diversi istanti temporali.

Il campo di moto, previsto dal modello  $k - \omega$ SSTF, non è assilasimmetrico come quello descritto dai classici RANS; un corretto e completo post processing, prevede la media spaziale delle grandezze fluidodinamiche a pari raggio, prima di mediarle temporalmente su un numero sufficientemente alto di tempi convettivi.

Il tempo convettivo, per il caso in analisi, può esser considerato il tempo di attraversamento dell'intero dominio.

La velocità assiale media sulla sezione terminale del condotto è di 0,12 metri al secondo e, la lunghezza del tratto con diametro maggiore è di 0.985 metri.

$$T_{att} = \frac{L_2}{\bar{u}_{ax}} = 8,2s \quad (5.1)$$

Le operazioni di media, quindi, andrebbero eseguite nell'intervallo temporale tra il decimo e il quarantesimo secondo.

Al momento in cui è scritta, sono stati simulati 9 secondi di tempo fisico, pari a circa un tempo convettivo.

I profili mostrati di seguito sono mediati sull'arco di un secondo, pari a circa un decimo del tempo convettivo, con 11 campionamenti temporalmente uniformi nell'intervallo tra l'ottavo e il nono secondo.

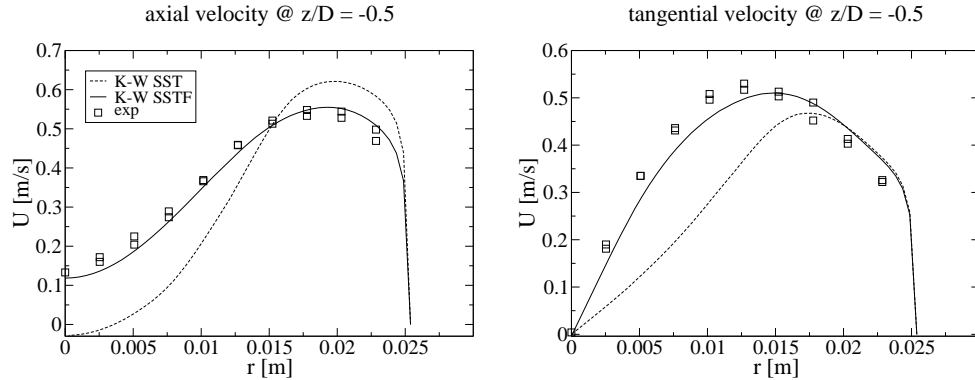


Figura 5.1: Profili di velocità provvisori sez: -0.5

Entrambe le componenti delle velocità  $u_{ax}$  e  $u_{tg}$ , su tutte le sezioni di misurazione sperimentale (fig: 5.1, 5.2, 5.3) sono globalmente individuate dal modello  $k - \omega$ SSTF.

Il netto miglioramento nella sezione ristretta (fig: 5.1), induce a pensare che gli effetti instazionari si ripercuotano a monte fino a  $z/D = -0,5$ , non essendo colti dal modello  $k - \omega$ SST.

Appena a valle dell'allargamento, il picco di velocità assiale e le lacune di ricircolo sono ben previste (fig: 5.2.*axial velocity*), inoltre il punto di riattacco è ora compreso tra le sezioni  $z/D = 1$  e  $z/D = 1,5$ .

I profili di velocità tangenziale, nella regione a valle dell'allargamento fino alla sezione  $z/D = 3$  (fig: 5.2.*tangential velocity*), mostrano un andamento fluttuante probabilmente dovuto alla scarsità di campionamenti temporali su cui si è mediato.

Nonostante questa oscillazione il forte comportamento rotazionale è ben compreso; oltre la sezione  $z/D = 1$  si nota anche un perfetto raccordo tra il vortice libero e il vortice forzato.(fig: 5.3.*tangential velocity*)

In direzione assiale, ben oltre il punto di riattacco (fig: 5.3.*axial velocity*  $z/D = 3,4$ ) si riscontra una sovrastima del ricircolo centrale, contrariamente a quanto accade con i modelli RANS (fig: 4.4, 4.7.*axial velocity*).



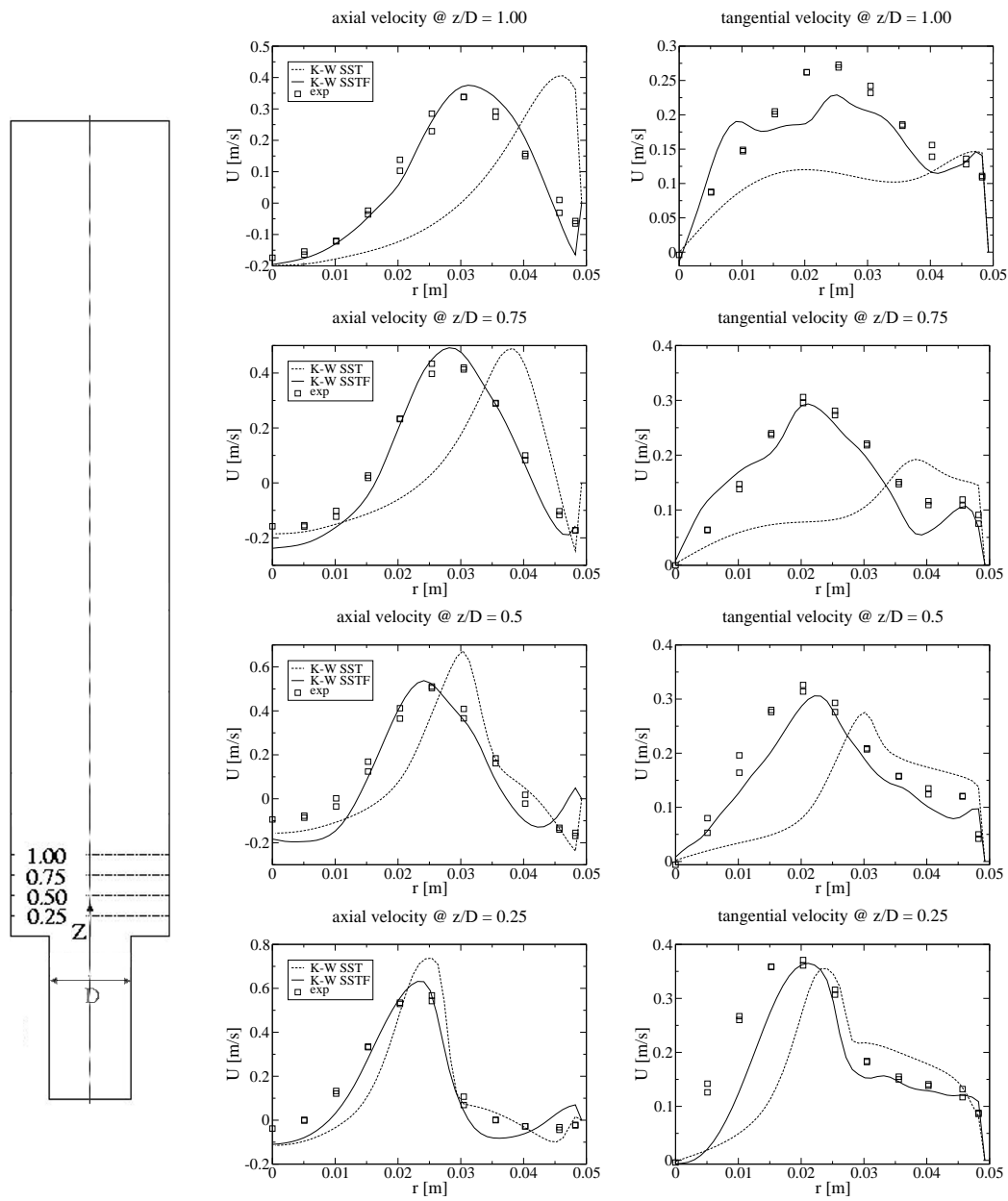


Figura 5.2: Profili di velocità provvisori sez: 0.25, 0.5, 0.75 e 1.

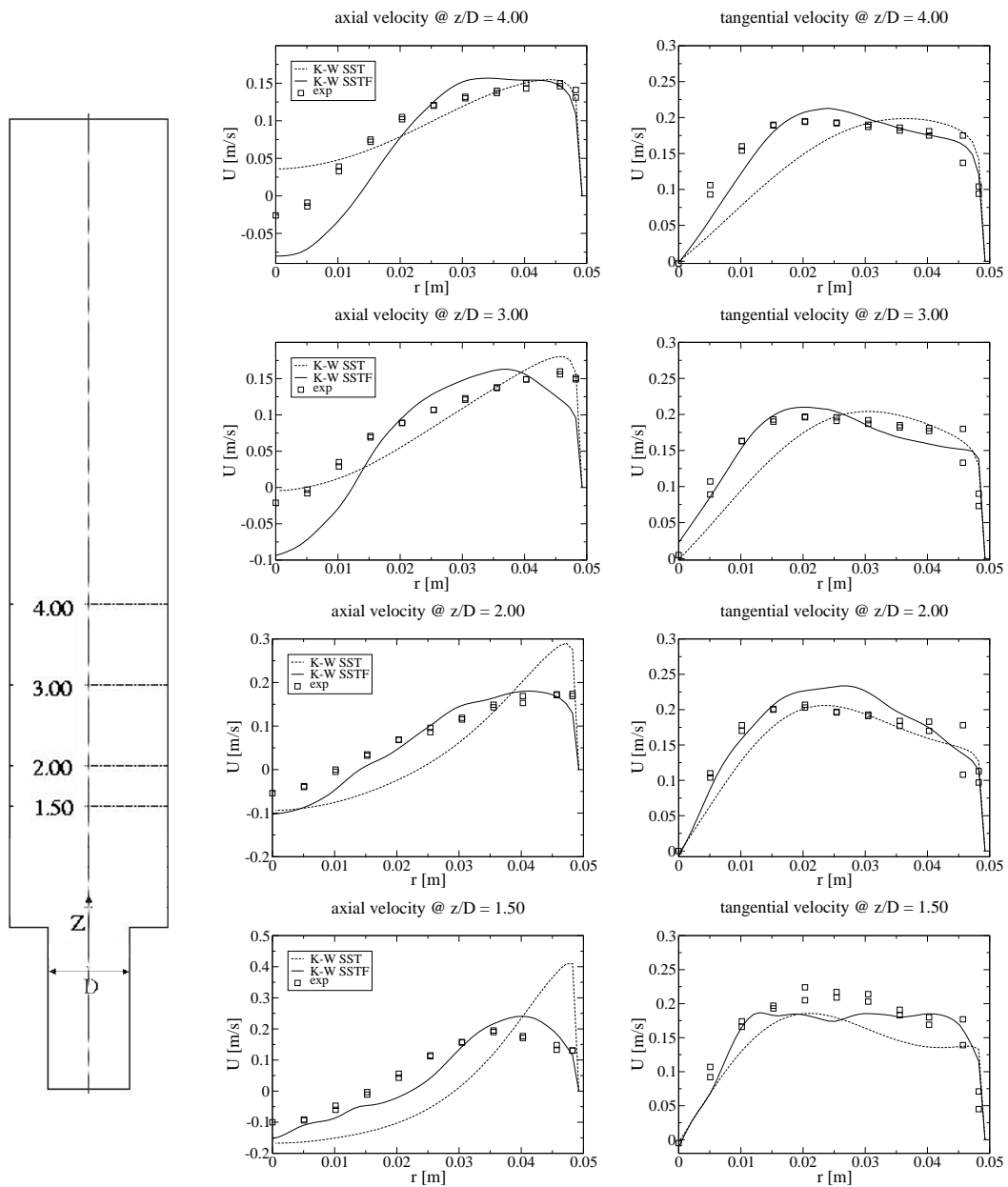


Figura 5.3: Profili di velocità provvisori sez: 1.5, 2, 3, 4

## 5.2 Le lacune di ricircolo

La natura caotica del precessing vortex core, si mostra in tutta la sua instazionarietà con il modello  $K - \omega$ SSTF.

Dal confronto dei profili di velocità (fig:5.3. *axial velocity*) è emersa la notevole estensione assiale della zona ricircolante.

Il  $k - \omega$ SSTF è l'unico, tra i modelli impiegati nella trattazione, in accordo con i dati sperimentali (fig:4.10), ad individuare la lacuna di velocità assiale nel centro del condotto oltre  $z/D = 2$ .

In figura 5.4 sono mostrate le sole celle in cui la componente locale di velocità assiale  $u_z$  è negativa; in questo modo è possibile evidenziare come una coda del precessing vortex core si avviti, diminuendo in ampiezza radiale, verso la sezione terminale del cilindro.

Ben evidente, in figura 5.4, è la formazione di diverse zone di ricircolo nell'intorno del brusco allargamento, che vengono trasportate verso valle riducendosi fino a scomparire.

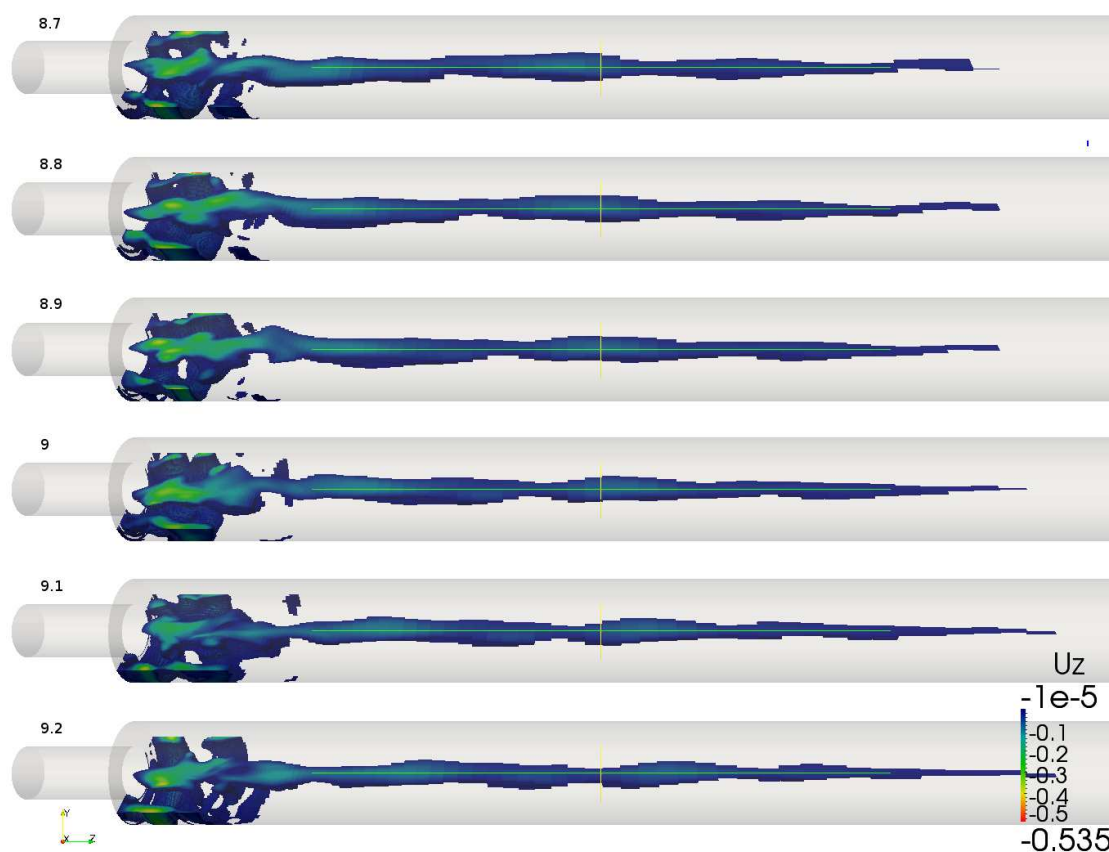


Figura 5.4: Contorni di velocità nelle celle di ricircolo

### 5.3 I punti di riattacco

Anche il punto di riattacco mostra, con il modello filtrato, la sua instabilità.

Qui, è eseguito un confronto qualitativo tra 6 istanti temporali in prossimità di  $t = 9s$  e le linee rappresentanti il punto di riattacco interpolato nei dati sperimentali ed il punto di massimo  $C_p$  ottenuto con il modello  $k - \omega$ SST sulla medesima griglia.

In figura 5.5 sono mostrati i picchi di pressione a valle dell'allargamento; si ricorda che essi individuano un brusco rallentamento della velocità, con il medesimo ragionamento è stato effettuato, nel paragrafo 4.6, il confronto sulla base del coefficiente di pressione  $C_p$ .

Il modello  $k - \omega$ SSTF localizza il punto di riattacco successivamente rispetto ai modelli RANS studiati nella trattazione, avvicinandosi al valore sperimentale.

Le immagini 5.5 evidenziano la presenza di più punti di riattacco a confinare zone di ricircolo sparse nella prossimità della parete appena a valle dell'allargamento.

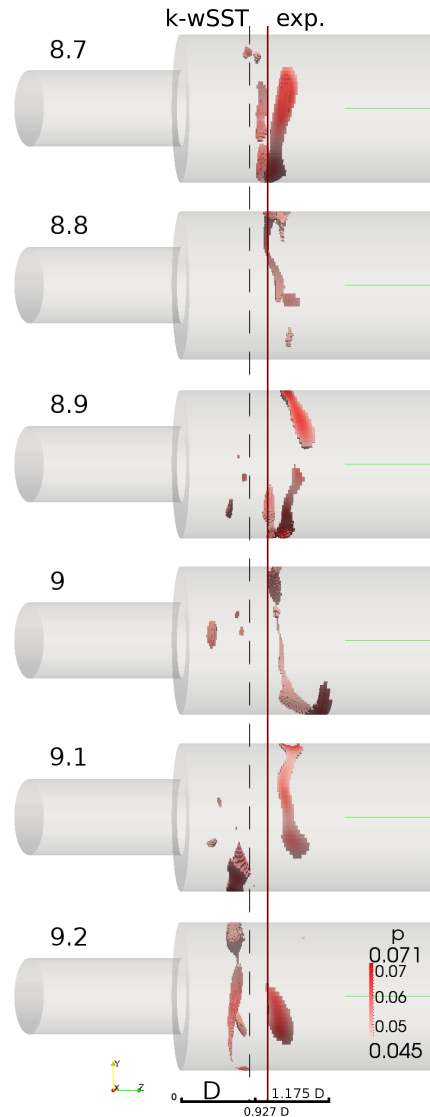


Figura 5.5: Zone massima pressione

- - - :  $k - \omega$ SST  
 — : experimental

# Capitolo 6

## Conclusioni

### 6.1 RANS model

Da un'osservazione più generale dei profili di velocità, si è rilevato che i modelli  $k - \omega$  tendono ad amplificare le variazioni di velocità sia in direzione assiale che in direzione radiale nella zona a cavallo del brusco allargamento, mentre tendono a sottostimare il moto di swirl.

Ricordiamo che alla base dei modelli RANS risiede l'ipotesi di isotropia del tensore degli sforzi  $\overline{\overline{R}}$ .

L'energia cinetica turbolenta  $k$ , da cui  $\overline{\overline{R}}$  dipende strettamente, è proporzionale ai quadrati delle singole componenti fluttuanti delle velocità attraverso la relazione:

$$k = \frac{1}{2} (\langle u_i'^2 \rangle + \langle u_j'^2 \rangle + \langle u_k'^2 \rangle) \quad (6.1)$$

L'ipotesi di isotropia, secondo cui tutte le componenti sono uguali:

$$\frac{\sqrt{\overline{u_i'^2}}}{2} = \frac{\sqrt{\overline{u_j'^2}}}{2} = \frac{\sqrt{\overline{u_k'^2}}}{2} \quad (6.2)$$

permette di alleggerire molto la matrice del tensore in cui non compariranno i sei termini misti fuori dalla diagonale.

E' proprio l'ipotesi di isotropia che potrebbe essere alla base di un'errata previsione dei gradienti all'interno del campo di moto.

Se nella realtà i termini di oscillazione radiale  $\overline{u_r'^2}$  e tangenziale  $\overline{u_t'^2}$  fossero molto maggiori dell'oscillazione assiale  $\overline{u_{ax}'^2}$ , si osserverebbe un minore trasporto delle grandezze in questa direzione, spiegando il punto di riattacco e il precessing vortex core del caso reale situati più a valle.

Con la stessa logica si può concludere che i profili di velocità ottenuti dalle simulazioni sono caratterizzati da maggiori gradienti di velocità assiale nella

zona periferica come conseguenza di una sovrastima da parte del modello della componente oscillante  $\bar{u}_r^2$  diretta verso il raggio.

Per completare il ragionamento, una minore rotazione media del flusso rispetto al caso sperimentale, osservabile dal confronto dell'area sottesa ai profili di velocità tangenziale riportati nei paragrafi 4.3 e 4.4, potrebbe essere conseguenza di una sottostima di  $\bar{u}_t^2$  da parte dei modelli RANS.

Per le simulazioni sono stati impiegati da 4 a 6 cores in parallelo con 4/6 GB di memoria RAM. Tali risorse computazionali sono risultate sufficienti all'analisi tramite modelli RANS, il tempo di calcolo infatti andava dalle circa dodici ore con il modello *Spalart – Allmaras* su mesh lasca a parete, fino a quasi due giorni con i modelli  $k - \omega$ SST su mesh fine a parete.

Al fine di comprendere meglio la natura instazionaria del precessing vortex core, sono state inizializzate altre due soluzioni di calcolo, la prima con un modello DES e la seconda con un modello  $k - \omega$ SSTF; entrambi i modelli, anche se in maniera differente, adoperano un filtraggio della turbolenza in termini spaziali e temporali in funzione della dimensione locale di cella e il tempo di campionamento.

L'utilizzo di un modello di turbolenza instazionario URANS, ha permesso di definire con maggior precisione le sacche di ricircolo presenti nell'intorno delle variazioni geometriche.

Il raggiungimento di un risultato provvisorio, mediante  $k - \omega$ SSTF, ha necessitato di un monte ore decisamente superiore ai tradizionali modelli RANS. (circa 30 giorni *on going simulation*)

La migliore modellazione dei fenomeni turbolenti, all'interno del problema di chiusura, è stata accompagnata da un notevole aumento di richiesta computazionale.

Nonostante i preliminari risultati del  $k - \omega$ SSTF risultano migliori di quelli ottenuti con le RANS, i tempi di calcolo, associati a questo modello, inibiscono l'approccio instazionario qualora l'analisi non richieda un dettaglio di soluzione elevato.

### 6.1.1 Wall function

L'impiego di funzioni che modellino il sottostrato laminare ha permesso di ridurre notevolmente il numero di celle da circa due milioni ad ottocentomila, con conseguente riduzione dei tempi di calcolo.

Tale approccio non ha assolutamente peggiorato la stima del campo di moto, ma tutt'altro, il modello *Spalart – Allmaras* sembra addirittura comportarsi meglio con  $y^+$  nel range dello strato logaritmico.

Lo *Spalart – Allmaras*, implementato dalla NASA per il calcolo dei campi di moto attraverso domini aperti soggetti a gradienti di pressione avversi (classico caso dei profili alari), ha mostrato ridotti tempi di calcolo.

I modelli  $k - \omega$  sono risultati essere più sensibili al tipo di discretizzazione del boundary layer.

Con un buon raffinamento a parete ( $y^+ < 1$ ) è stato possibile utilizzare l'approccio *blended* previsto dal modello SST. Lo strato limite viene in questo modo suddiviso in due fasce; in quella adiacente a parete il tensore degli sforzi segue la funzione di  $\omega$ , mentre nella seconda fascia il tensore degli sforzi segue la funzione di  $\varepsilon$ . Come è stato possibile osservare nel paragrafo 4.4, le discrepanze tra i profili di velocità a parete con l'utilizzo delle `nutkWallFunction` e delle `nutUWallFunction` sono molto ridotte.

Con una discretizzazione più lasca a parete ( $y^+ \sim 30$ ), non si riscontrano differenze tra l'impiego delle `nutkWallFunction` e delle `nutUWallFunction`, dimostrando la completa indipendenza del campo di moto dalla scelta della wall function.

### 6.1.2 Precessing vortex core

Come anticipato nel paragrafo 4.5, la natura turbolenta ed instazionaria della bolla di ricircolo limita l'impiego dei modelli "tempo mediati" RANS, che non colgono le variazioni temporali del campo di velocità nella zona assiale a cavallo dell'espansione.

Un fenomeno come il Precessing Vortex Core, andrebbe studiato con un modello LES o con dei modelli ibridi che calcolino le strutture turbolente di grandi dimensioni. Un filtraggio spaziale di questo tipo implica di contro una discretizzazione decisamente più fine con conseguente aumento del numero di celle.

Il raffinamento della mesh deve essere eseguito sia in direzione assiale che in direzione radiale. Le tipiche celle utilizzate nei modelli LES sono di forma cubica in quanto è la dimensione maggiore del prisma a determinare il taglio sul calcolo dei vortici. [PRS06]

Una griglia *ambigua*, in cui prevalgono una o più dimensioni di cella, incrementa notevolmente gli errori numerici. [PRS06]

## 6.2 Grid convergence index

Esistono differenti parametri atti a determinare se il metodo utilizzato sia convergente con il set di griglie generate; essi si basano sul confronto di grandezze fisiche (globali o puntuali) ottenute come soluzioni del problema con differenti gradi di raffinamento della mesh.

$$f = f_{exc} + g_1 h^1 + g_2 h^2 + \dots + g_n h^n \quad (6.3)$$

Tale relazione ci dice ovviamente che la soluzione esatta  $f_{exc}$  (del problema approssimato) è ottenuta quando la grandezza delle celle  $h$  va a 0, ovvero quando si analizza un problema continuo non discretizzato (con i metodi del secondo ordine, il termine  $g_1 h^1 = 0$ ).

$$f = f_{exc} + g_2 h^2 + o(h^3) \quad (6.4)$$

Una volta ottenuta la soluzione da due raffinamenti successivi con lo stesso grado, è possibile valutare l'ordine del metodo che sarà calcolato sulle tre griglie.

$$p = \frac{\ln \frac{f_3 - f_2}{f_2 - f_1}}{\ln r} \quad (6.5)$$

1. *fine*

2. *medium*

3. *coarse*

Si arriva quindi al Grid Convergence Index definito da Roache come:

$$GCI = Fs \frac{\epsilon}{r^p - 1} \quad (6.6)$$

Tale indice di convergenza ci dà una stima dell'errore di discretizzazione, e ci permette di verificare che il modello numerico utilizzato è adeguato alla mesh creata.

$$GCI_{23} = r^p \cdot GCI_{12} \quad (6.7)$$

$$f_{exc} = f^* \pm GCI f^* \quad (6.8)$$

### 6.2.1 Dipendenza delle wall function dalla discretizzazione

In questo lavoro di tesi si è scelto di non usare il GCI per la verifica dell'indipendenza della soluzione dalla griglia.

Le wall function legano lo sforzo tangenziale dello strato limite con la velocità del nodo più vicino alla parete. Con le wall function, sforzo e pressione a parete non dipendono strettamente dal campo di moto, ma dalla distanza del primo nodo, e quindi dalla  $y^+$ . [Pop05] [Dav10]

Il profilo all'interno dello strato limite non è quindi indipendente dalla dimensione di griglia e l'estrapolazione di Richardson (eq:6.4) non è rispettata. "E' come se, facendo variare la discretizzazione, si stesse facendo variare il campo di moto".

Nel dettaglio, all'interno dello strato limite laminare:

$$y^+ < 1.5 \sim 3 \quad K = \frac{\tau_w}{\rho \sqrt{C_\mu}}$$



quindi finché le tre griglie verificano tale condizione, il profilo non varia.

Se i valori di  $y^+$  sono superiori a 20, si avrà una dipendenza logaritmica che poco si presta ad una soluzione numerica stabile.

$$\tau_w = \begin{cases} \left( \frac{\mu}{y_p} \right) u_p & y_p \frac{u^*}{\nu} \leq y_p^+ \\ \left[ \rho k \frac{u^*}{\ln(E y_p \frac{u^*}{\nu})} \right] u_p & y_p \frac{u^*}{\nu} > y_p^+ \end{cases}$$

Una verifica di questo tipo sui profili di velocità a parete, avrebbe costretto a fare simulazioni su mesh dell'ordine dei venti trenta milioni di celle<sup>1</sup>.

A parità di modello, sono state confrontate tutte le mesh generate ed i risultati sono risultati sovrapponibili. Questo dimostra che tutte le mesh utilizzate generavano una soluzione *grid-independent*

### 6.3 Approssimazioni geometriche e fluidodinamiche

Non va assolutamente dimenticato che i risultati proposti sono il prodotto di una serie di approssimazioni geometriche e fluidodinamiche:

**Flusso incomprimibile:** nonostante il campo di moto abbia numeri di Mach inferiori a 0,2 esistono dei punti singolari dove elevati gradienti di pressione influiscono sulla densità locale del fluido.

**Rugosità superficiale:** l'apparato sperimentale, per quanto "shapato" non potrà mai essere definito perfettamente "smooth".

**Ellitticità apparato:** la sezione del cilindro sperimentale non è perfettamente circolare, il diametro presenta infatti una discreta tolleranza ( $9.850 \pm 0.020cm$ ). [PAD88]

**Misurazioni:** gli strumenti con i quali vengono effettuate le misurazioni sono soggetti a tolleranze e necessitano di un tempo fisico per la lettura.

A seguito di queste osservazioni, non ci si deve stupire se i risultati ottenuti da un'analisi CFD possano differire dalle misurazioni effettuate su un apparato sperimentale. La CFD non si prefigge l'obiettivo di eguagliare gli esperimenti, ma piuttosto di isolare i differenti aspetti fisici e termofluidodinamici di un continuo per poterli analizzare separatamente.

<sup>1</sup>Una corretta verifica del GCI andrebbe fatta con ordine di raffinamento 2, anche se è possibile scendere fino a 1,5 (se si ha fortuna con la mesh ☺).



# Appendice A

## Codici implementati

### A.1 Interpolazione dati sperimentali

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy.interpolate import interp1d
from numpy import *
import math

x = np.linspace(-0.02539,0.02539,21)
Va = [0,1.8485,1.8395,1.6655,1.391,1.007,0.62,0.338,0.19,0.151,0.134,0.151,...,0]
Vc = [0,-2.356,-2.6465,-2.967,-3.24,-3.2945,-3.078,-2.6055,-1.955,-1.211,0,1.211,...,0]

fa = interp1d(x, Va)
fa6 = interp1d(x, Va, kind=6)

fc = interp1d(x, Vc)
fc6 = interp1d(x, Vc, kind=6)

xnew = np.linspace(-0.02539, 0.02539, 200)
c = zeros((3,200))
i=0
r=0
R=0.02539
inc= R/200

for i in range(200):
    c[0][i] = r
    c[1][i] = fa6(r)
    c[2][i] = fc6(r)
    r = r+inc

def salvamat(c, nomefile):
    fo=file(nomefile, 'w')
    for riga in c:
        riga=[str(val) for val in riga]
        fo.write('\t'.join(riga)+'\n')
    fo.close()

salvamat(c, 'V0.txt')
```

## A.2 Profili di velocità in ingresso

```

inlet
{
  type          codedFixedValue;
  value         uniform (0 0 0);
  redirectType  parabolicInletFixedValue;
  codeInclude
  #{
    #include "IFstream.H"
  #};

  code
  #{
    fileName V0fileName(db().time().constant()/"V0");
    IFstream V0file(V0fileName);

    List<scalarField> V0(3,scalarField(200,0.0));

    V0file >> V0;

    const scalarField& r = V0[0];
    const scalarField& Vaex = V0[1];
    const scalarField& Vcex = V0[2];
    const scalarField x = patch().Cf().component(0);
    const scalarField y = patch().Cf().component(1);
    const scalarField d = sqrt(sqr(x)+sqr(y));

    vectorField Vinlet(this->size());

    forAll(d, faceI)
    {
      for (int i=1; i <200; i++)
      {
        if (d[faceI] >= r[i-1])
        {
          int j = i-1;
          scalar Vz = ((Vaex[i]-Vaex[j])*(d[faceI]-r[j]))/(r[i]-r[j])+Vaex[j];
          scalar Vc = ((Vcex[i]-Vcex[j])*(d[faceI]-r[j]))/(r[i]-r[j])+Vcex[j];
          scalar teta = atan2(y[faceI],x[faceI]);

          Vinlet[faceI].x() = -Vc*sin(teta);
          Vinlet[faceI].y() = Vc*cos(teta);
          Vinlet[faceI].z() = Vz;
        }
      }
    }

    operator==(Vinlet);
  #};
}

```

## A.3 Simple residual

```
codeInclude
#{
  #include "singlePhaseTransportModel.H"
  #include "RASModel.H"
#};

code
#{
  // Lookup fields
  const volVectorField& U =
  mesh().lookupObject<volVectorField>("U");

  const surfaceScalarField& phi =
  mesh().lookupObject<surfaceScalarField>("phi");

  const volScalarField& p =
  mesh().lookupObject<volScalarField>("p");

  singlePhaseTransportModel laminarTransport(U, phi);

  autoPtr<incompressible::RASModel> turbulence
  (
    incompressible::RASModel::New
    (
      U,
      phi,
      laminarTransport
    )
  );

  volVectorField UEqnResidual
  (
    "uRes",
    (
      fvc::div(phi, U)
      + fvc::div(turbulence->R())
      + fvc::grad(p)
    )
  );

  EqnResidual.write();
#};
```



# Elenco delle figure

|      |  |    |
|------|--|----|
| 1    | Geometria condotto con brusco allargamento . . . . .                         | 1  |
| 2    | Evoluzione profilo di velocità durante la separazione . . . . .              | 2  |
| 3    | Geometria piana brusco allargamento . . . . .                                | 3  |
| 4    | Studio sulla formazione dei vortici, Leonardo da Vinci . . . . .             | 4  |
| 5    | Volume a valle del cambio di sezione con estremi idrostatici . . . . .       | 5  |
| 6    | Profili di velocità in un vortice a: Rotazionale, b: Irrotazionale . . . . . | 7  |
| 7    | Profili di velocità tangenziale raccordati . . . . .                         | 8  |
| 1.1  | Sviluppo del profilo di velocità all'interno di un condotto . . . . .        | 10 |
| 1.2  | Profili di velocità nella sezione di imbocco . . . . .                       | 10 |
| 1.3  | Abaco di Moody . . . . .   | 11 |
| 1.4  | Vettori di velocità lungo il diametro sulla sezione $z/D = -2$ . . . . .     | 12 |
| 1.5  | Evoluzione strutture vorticosose a parete . . . . .                          | 13 |
| 1.6  | Evoluzione strutture vorticosose e profili di velocità . . . . .             | 13 |
| 1.7  | Cascata e contenuto energetico dei vortici . . . . .                         | 15 |
| 1.8  | Evoluzione strutture vorticosose prodotte da un getto . . . . .              | 15 |
| 1.9  | Variazione temporale della generica grandezza fluidodinamica . . . . .       | 18 |
| 1.10 | Esempio volume di celle $3 \times 3 \times 3$ . . . . .                      | 22 |
| 2.1  | Struttura del caso in OpenFOAM 2.2.x . . . . .                               | 24 |
| 2.2  | Diagramma a blocchi schema SIMPLE . . . . .                                  | 28 |
| 3.1  | Evoluzione dei blocchi durante lo studio . . . . .                           | 34 |
| 3.2  | Dettaglio blocco centrale "O-Grid" con mesh . . . . .                        | 35 |
| 3.3  | Contorni viscosità cinematica turbolenta . . . . .                           | 36 |
| 3.4  | Visualizzazione celle con dimensioni prevalenti . . . . .                    | 37 |
| 3.5  | Esempio di celle con una dimensione predominante . . . . .                   | 37 |
| 3.6  | $\vec{U}$ intorno dell'asse . . . . .  | 38 |
| 3.7  | Esempio di celle con due dimensioni predominanti . . . . .                   | 38 |
| 3.8  | $\vec{U}$ a parete . . . . .   | 38 |
| 3.9  | Discretizzazione di una generica curva . . . . .                             | 39 |
| 3.10 | Velocità estratte dalle misurazioni sperimentali [PAD88] . . . . .           | 40 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| 3.11 | Individuazione dei massimi gradienti di velocità lungo $z$ . . . . . | 41 |
| 3.12 | Velocità estratte dalle misurazioni sperimentali [PAD88] . . . . .   | 42 |
| 3.13 | Individuazione dei massimi gradienti del campo di moto . . . . .     | 43 |
| 3.14 | Residui nell'intorno del punto di riattacco . . . . .                | 44 |
| 3.15 | Generico profilo di velocità vicino alla parete . . . . .            | 45 |
| 3.16 | Legge a parete della velocità adimensionale . . . . .                | 47 |
| 3.17 | Parallelismo residui e andamento $y^+$ mesh FBL . . . . .            | 49 |
| 3.18 | Dettaglio mesh FBL spigolo di allargamento . . . . .                 | 50 |
| 3.19 | Dettaglio mesh FBL sviluppo strato limite . . . . .                  | 51 |
| 3.20 | Volume celle sul cambio di sezione mesh FBL . . . . .                | 51 |
| 3.21 | Parallelismo residui e andamento $y^+$ mesh LBL . . . . .            | 53 |
| 3.22 | Dettaglio mesh LBL spigolo di allargamento . . . . .                 | 54 |
| 3.23 | Dettaglio mesh LBL sviluppo strato limite . . . . .                  | 54 |
| 3.24 | Volume celle sul cambio di sezione mesh LBL . . . . .                | 55 |
| 4.1  | Sezioni su cui sono state effettuate le misurazioni . . . . .        | 57 |
| 4.2  | Profili di velocità mesh FBL sez: -0.5 . . . . .                     | 59 |
| 4.3  | Profili di velocità mesh FBL sez: 0.25, 0.5, 0.75 e 1. . . . .       | 60 |
| 4.4  | Profili di velocità mesh FBL sez: 1.5, 2, 3, 4 . . . . .             | 61 |
| 4.5  | Profili di velocità mesh LBL sez: -0.5 . . . . .                     | 62 |
| 4.6  | Profili di velocità mesh LBL sez: 0.25, 0.5, 0.75 e 1. . . . .       | 63 |
| 4.7  | Profili di velocità mesh LBL sez: 1.5, 2, 3, 4 . . . . .             | 64 |
| 4.8  | Dettaglio precessing vortex core con vettori . . . . .               | 65 |
| 4.9  | Andamento pressioni lungo l'asse del condotto . . . . .              | 65 |
| 4.10 | Velocità assiali lungo il centro del condotto . . . . .              | 66 |
| 4.11 | Contorni velocità assiale . . . . .                                  | 67 |
| 4.12 | Coefficiente di pressione a parete . . . . .                         | 68 |
| 5.1  | Profili di velocità provvisori sez: -0.5 . . . . .                   | 70 |
| 5.2  | Profili di velocità provvisori sez: 0.25, 0.5, 0.75 e 1. . . . .     | 71 |
| 5.3  | Profili di velocità provvisori sez: 1.5, 2, 3, 4 . . . . .           | 72 |
| 5.4  | Contorni di velocità nelle celle di ricolto . . . . .                | 73 |
| 5.5  | Zone massima pressione . . . . .                                     | 74 |



# Elenco delle tabelle

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 2.1 | Condizioni al contorno sulla sezione di ingresso . . . . .             | 25 |
| 2.2 | Condizioni al contorno per le pareti . . . . .                         | 26 |
| 2.3 | Condizioni al contorno sulla sezione di uscita . . . . .               | 27 |
| 2.4 | Schema di calcolo per gli integrali nelle equazioni del moto . . . . . | 29 |
| 2.5 | Schema di calcolo per le singole variabili . . . . .                   | 30 |
| 3.1 | Dettagli Mesh FBL . . . . .  | 49 |
| 3.2 | Dettagli Mesh LBL . . . . .  | 53 |
| 4.1 | Griglie e modelli confrontati . . . . .                                | 58 |
| 4.2 | Punto di riattacco . . . . .   | 68 |



# Bibliografia

- [Col09] E. Colombo. *Dispense del corso di Fluidodinamica Computazionale*. Politecnico di Milano, 2009.
- [Dav10] L. Davidson. *Fluid mechanics, turbulent flow and turbulence modeling*. Chalmers University of Technology, 2010.
- [DB02] R. D. Henderson D. Barkley, M. G. M. Gomes. *Three-dimensional instability in flow over a backward-facing step*. Cambridge University, 2002.
- [Fas05] C. Fassò. *Dispense del corso di meccanica dei fluidi*. Politecnico di Milano, 2005.
- [FM01] T. Esch F. Menter. *Elements of industrial heat transfer prediction*. Brazilian Congress of mechanical engineering (COBEM), 2001.
- [GG96] C. Pisoni G. Guglielmini. *Elementi di trasmissione del calore*. casa Ed. Ambrosiana, 1996.
- [HKV95] W. Malalasekera H. K. Versteeg. *An introduction to Computational Fluid Dynamics*. Longman Scientific and Technical, 1995.
- [JHF02] M. Peric' J. H. Ferziger. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer, 2002.
- [Ope11] OpenCFD. *OpenFOAM User's Guide, v2.0.0*. OpenFOAM, 2011.
- [PAD88] G. P. Neitzel P. A. Dellenback, D. E. Metzger. *Measurements in Turbulent Swirling Flow Through an Abrupt Axisymmetric Expansion*. Arizona State University, 1988.
- [Pop05] S. B. Pope. *Turbulent flows*. Cornell University, 2005.
- [PRS06] M. L. Shur M. Kh. Strelets A. Travin K. D. Squires P. R. Spalart, S. Deck. *A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities*. Springer-Verlag, 2006.

- [vD56] E.R. van Driest. *On Turbulent Flow Near a Wall*. J. Aero. Sciences, 1956.
- [WG06] H. Nilsson W. Gyllenram. *Very large eddy simulation on vortex rope of draft tube flow*. 23nd IAHR Symposium Yokohama, 2006.
- [WGon] H. Nilsson W. Gyllenram. *Design and validation of a scale-adaptive filtering technique for LNR turbulence modeling of unsteady flow*. J. Fluids Engineering, submitted for publication.
- [Wil96] W. Willems. *Numerische simulation turbulenter scherströmungen mit emen zwei-skalen turbulenzmodell*. Rheinisch-westfälischen technischen hochschule, 1996.